

UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE
CAMPINAS

Instituto de Matemática, Estatística e
Computação Científica

RAFAELLA SILVA FERREIRA

**Modelagem matemática do espalhamento
geográfico da COVID-19 em um centro regional:
um estudo de caso para Presidente Prudente,
São Paulo (Brasil)**

Campinas

2023

Rafaella Silva Ferreira

**Modelagem matemática do espalhamento geográfico da
COVID-19 em um centro regional: um estudo de caso
para Presidente Prudente, São Paulo (Brasil)**

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestra em Matemática Aplicada.

Orientador: João Frederico da Costa Azevedo Meyer

Coorientadora: Marilaine Colnago

Este trabalho corresponde à versão final da Dissertação defendida pela aluna Rafaella Silva Ferreira e orientada pelo Prof. Dr. João Frederico da Costa Azevedo Meyer.

Campinas

2023

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Ana Regina Machado - CRB 8/5467

F413m Ferreira, Rafaella Silva, 1999-
Modelagem matemática do espalhamento geográfico da COVID-19 em um centro regional: um estudo de caso para Presidente Prudente, São Paulo (Brasil) / Rafaella Silva Ferreira. – Campinas, SP : [s.n.], 2023.

Orientador: João Frederico da Costa Azevedo Meyer.

Coorientador: Marilaine Colnago.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.

1. COVID-19. 2. Modelos matemáticos. 3. Simulação computacional. 4. Isolamento social. I. Meyer, João Frederico da Costa Azevedo, 1947-. II. Colnago, Marilaine. III. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. IV. Título.

Informações Complementares

Título em outro idioma: Mathematical modeling of the geographic spread of COVID-19 in a regional center: a case study for Presidente Prudente, São Paulo (Brazil)

Palavras-chave em inglês:

COVID-19

Mathematical models

Computational simulation

Social isolation

Área de concentração: Matemática Aplicada

Titulação: Mestra em Matemática Aplicada

Banca examinadora:

João Frederico da Costa Azevedo Meyer [Orientador]

Analice Costacurta Brandi

Claudia Mazza Dias

Data de defesa: 28-02-2023

Programa de Pós-Graduação: Matemática Aplicada

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0009-0009-8504-2587>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/6547308005142526>

**Dissertação de Mestrado defendida em 28 de fevereiro de 2023 e aprovada
pela banca examinadora composta pelos Profs. Drs.**

Prof(a). Dr(a). JOÃO FREDERICO DA COSTA AZEVEDO MEYER

Prof(a). Dr(a). ANALICE COSTACURTA BRANDI

Prof(a). Dr(a). CLAUDIA MAZZA DIAS

A Ata da Defesa, assinada pelos membros da Comissão Examinadora, consta no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria de Pós-Graduação do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.

*Este trabalho é dedicado às vítimas da COVID-19,
aos seus familiares e a todos que tiveram suas vidas abatidas pela doença.*

Agradecimentos

Ao longo desta trajetória muitas foram as pessoas que contribuíram para que eu chegasse até aqui.

Agradeço primeiramente à Deus, pelo dom da vida, por sempre me dar forças e ter me permitido traçar este percurso.

Agradeço aos meus pais, que me ensinaram a correr atrás dos meus sonhos, e que nunca mediram esforços para que eu pudesse estudar e me dedicar. Sempre se fizeram presentes e entendiam minha ausência.

Agradeço ao meu irmão Alisson, minha sobrinha Paula, que sempre me incentivaram, me apoiaram e me inspiraram, minha irmã Silvia que além de sempre me apoiar, fez grandes contribuições para este trabalho, e minha cunhada Geisiane que me auxiliou na correção gramatical.

Agradeço ao Renan, que sempre esteve ao meu lado durante o meu percurso acadêmico. Obrigada por toda a compreensão, amor e carinho, mas também pelas contribuições geográficas.

Agradeço aos meus orientadores, Joni e Mari, os quais eu tenho profunda admiração e gratidão. Palavras são poucas para agradecer toda a amizade e orientação ao longo do mestrado.

Agradeço os professores Paulo Laerte Natti, pelo aprendizado proporcionado durante a minha graduação; José Roberto Nogueira por ter me inspirado a escolher a matemática; e ao Tiago V. F. de Santana que muito me ensinou.

Agradeço à minha amiga Nabila que sempre me apoiou e me incentivou. E também a todos os meus colegas do IMECC, pelas tardes de estudos, pelo conhecimento compartilhado, e pelos momentos de conversas e lazer, em especial a Marina Lima, que me apoiou e me tirou muitas dúvidas ao longo deste trabalho, ao José Manuel Samo, que foi um grande amigo e a Gabriela, que foi minha companheira de quarto e de estudos, sempre me apoiando e tendo muita paciência comigo.

Agradeço aos professores do departamento de Matemática Aplicada do IMECC que de alguma forma contribuíram com a minha formação para realizar este trabalho, em especial ao professor Aurelio, coordenador do programa, por sempre acreditar e apoiar os alunos.

Agradeço ao grupo de COVID-19 que gentilmente contribuíram com muitas ideias e críticas construtivas. E ao grupo Viser, em especial ao Wallace, que colaborou

com muitas ideias para a parte computacional.

E a todos que de alguma forma contribuíram para que eu chegasse até aqui.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

*“Tem algo que a gente precisa entender: não podemos
permitir que essa dor nos tire a força de continuar.
E as nossas armas são a fé e a luta com a ciência”.*
(Agência Câmara de Notícias, Gustavo Cabral Miranda, 2021)

Resumo

O presente trabalho visa produzir um instrumento matemático com o qual se possam avaliar as adoções de determinadas políticas públicas (como a evolução da pandemia de COVID-19, por exemplo) numa cidade que é um centro regional e os efeitos que tais ações sanitárias podem ter sobre as cidades menores no entorno. Para isto, foi construído um Modelo Matemático usando um sistema não-linear de Equações Diferenciais Ordinária cuja solução foi aproximada por um método numérico programado no *freeware* Python. Para avaliar o modelo e, conseqüentemente, as simulações computacionais, foi estudada a situação na região de Araraquara, SP, a primeira cidade de mais de cem mil habitantes a adotar um *lockdown*. Em seguida, um estudo de caso foi feito para a cidade de Presidente Prudente, SP, e cidades bem menores circunvizinhas. E por fim analisamos os efeitos da antecipação do início da vacinação na região de Presidente Prudente. Deste modo contribuimos com uma ferramenta que pode ser utilizada para as tomadas de decisões quanto as medidas de prevenção da doença pelos municípios.

Palavras-chave: COVID-19. Modelo matemático. Simulação computacional. *Lockdown*.

Abstract

This work has as its main objective that of creating a viable mathematical tool with which the introduction of certain public policies (like what is still happening with the COVID-19 pandemic, for example) in a municipality which is a regional center surrounded and the results in smaller neighboring towns. For this a Mathematical Model was developed using a non linear system of Ordinary Differential Equations the solution of which was approached using a numerical method programmed in Python freeware. To evaluate the model and, consequently, to evaluate the numerical method, a study was conducted using the town of Araraquara, São Paulo state, the first town with over one hundred thousand inhabitants to adopt a lockdown. A case study was thereafter conducted for the town of Presidente Prudente in the same state and the smaller neighboring towns. Finally, we analyze the effects of anticipating the start of vaccination in the Presidente Prudente region. In this way, we contribute with a tool that can be used for decision-making regarding disease prevention measures by municipalities.

Keywords: COVID-19. Mathematical model. Computational simulation. Lockdown.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Gráfico da evolução do números de casos de infectados pela COVID-19 no mundo.	23
Figura 2 – Mapa dos países com casos positivos de COVID-19 em 2 de março de 2020.	23
Figura 3 – Evolução do total de infecções causadas pela COVID-19 um mês após o 1º caso confirmado.	26
Figura 4 – Evolução da vacinação contra COVID-19, de novos casos, pacientes de UTI e mortes confirmadas.	28
Figura 5 – Diagrama compartimental do modelo <i>SIR</i>	31
Figura 6 – Diagrama compartimental do modelo <i>SIRS</i>	33
Figura 7 – Diagrama compartimental do modelo <i>SCIRS</i>	34
Figura 8 – Diagrama compartimental do modelo <i>SCVIRS</i>	35
Figura 9 – Mapa dos Vínculos da Rede Urbana de Presidente Prudente/SP.	39
Figura 10 – Mapa de Localização de Presidente Prudente no Oeste Paulista.	40
Figura 11 – Mapa de Localização de Alfredo Marcondes no Oeste Paulista.	43
Figura 12 – Mapa de Localização de Álvares Machado no Oeste Paulista.	44
Figura 13 – Mapa de Localização de Anhumas no Oeste Paulista.	45
Figura 14 – Mapa de Localização de Indiana no Oeste Paulista.	46
Figura 15 – Mapa de Localização de Regente Feijó no Oeste Paulista.	47
Figura 16 – Mapa de localização das cidades de estudo (com a área urbana).	48
Figura 17 – Áreas de influência segundo hierarquia das cidades.	49
Figura 18 – Municípios com casos de COVID-19 e hierarquia urbana.	50
Figura 19 – Redes de Fluxos levando em consideração o índice de deslocamento para trabalho e estudo dos municípios de estudo.	51
Figura 20 – Diagrama compartimental do modelo <i>SCIRD</i>	53
Figura 21 – Diagrama compartimental do modelo <i>SVIRD</i>	56
Figura 22 – Comparação entre os dados reais da doença e a curva do modelo <i>SCIRD</i> para os novos infectados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.	60
Figura 23 – Comparação entre os dados reais da doença e a curva do modelo <i>SCIRD</i> para os novos casos confirmados pela COVID-19.	60
Figura 24 – Comparação entre os dados reais da doença e a curva do modelo <i>SCIRD</i> para o número de óbitos acumulados pela COVID-19.	61
Figura 25 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (70 dias) no número de suscetíveis pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.	62
Figura 26 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (70 dias) no número de confinados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.	63

Figura 27 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (70 dias) no número de infectados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.	63
Figura 28 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (70 dias) no número de infectados pela COVID-19 em Álvares Machado e Regente Feijó.	64
Figura 29 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (70 dias) no número de infectados pela COVID-19 em Alfredo Marcondes, Indiana e Anhumas.	64
Figura 30 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (70 dias) no número de óbitos acumulados devido a COVID-19 na região de Presidente Prudente.	65
Figura 31 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (30 dias) no número de suscetíveis pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.	65
Figura 32 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (30 dias) no número de confinados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.	66
Figura 33 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (30 dias) no número de infectados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.	66
Figura 34 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (30 dias) no número de infectados pela COVID-19 em Álvares Machado e Regente Feijó.	67
Figura 35 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (30 dias) no número de infectados pela COVID-19 em Alfredo Marcondes, Indiana e Anhumas.	67
Figura 36 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (30 dias) no número de óbitos acumulados devido a COVID-19 na região de Presidente Prudente.	68
Figura 37 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (20 dias) no número de suscetíveis pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.	68
Figura 38 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (20 dias) no número de confinados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.	69
Figura 39 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (20 dias) no número de infectados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.	69
Figura 40 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (20 dias) no número de infectados pela COVID-19 em Álvares Machado e Regente Feijó.	70
Figura 41 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (20 dias) no número de infectados pela COVID-19 em Alfredo Marcondes, Indiana e Anhumas.	70

Figura 42 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (20 dias) no número de óbitos acumulados devido a COVID-19 na região de Presidente Prudente.	71
Figura 43 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (20 dias com taxa maior de confinamento) no número de infectados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.	71
Figura 44 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (20 dias e taxa maior de confinamento) no número de óbitos acumulados devido a COVID-19 na região de Presidente Prudente.	72
Figura 45 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito no número de suscetíveis na região de Presidente Prudente empregando um <i>lockdown</i> com reabertura de 10 em 10 dias.	73
Figura 46 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito no número de confinados na região de Presidente Prudente empregando um <i>lockdown</i> com reabertura de 10 em 10 dias.	73
Figura 47 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito no número de infectados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente empregando um <i>lockdown</i> com reabertura de 10 em 10 dias.	74
Figura 48 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito no número de infectados pela COVID-19 em Álvares Machado e Regente Feijó empregando um <i>lockdown</i> com reabertura de 10 em 10 dias.	74
Figura 49 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito no número de infectados pela COVID-19 na região em Alfredo Marcondes, Indiana e Anhumas empregando um <i>lockdown</i> com reabertura de 10 em 10 dias.	75
Figura 50 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito no número de óbitos acumulados devido a COVID-19 na região de Presidente Prudente empregando um <i>lockdown</i> com reabertura de 10 em 10 dias.	75
Figura 51 – Comparação entre a simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> dos efeitos nos novos infectados para os diferentes períodos com e sem <i>lockdown</i> em Presidente Prudente.	76
Figura 52 – Comparação entre a simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> dos efeitos nos novos infectados para os diferentes períodos com <i>lockdown</i> em Presidente Prudente.	77
Figura 53 – Comparação entre a simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> dos efeitos nos óbitos acumulados para os diferentes períodos com e sem <i>lockdown</i> em Presidente Prudente.	78
Figura 54 – Comparação entre a simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> dos efeitos nos óbitos acumulados para os diferentes períodos com <i>lockdown</i> em Presidente Prudente.	78

Figura 55 – Comparação entre a simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> dos novos casos de COVID-19 na região de Araraquara empregando um <i>lockdown</i> de 10 dias e os dados reais.	80
Figura 56 – Comparação entre a simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> dos óbitos acumulados devido a COVID-19 na região de Araraquara empregando um <i>lockdown</i> de 10 dias e os dados reais.	80
Figura 57 – Comparação entre a simulação pelo modelo <i>SVIRD</i> dos novos casos diários de COVID-19 na região de Presidente Prudente e os dados reais após o início da vacinação.	82
Figura 58 – Simulação pelo modelo <i>SVIRD</i> dos novos casos de infectados por dia da COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Presidente Prudente.	83
Figura 59 – Simulação pelo modelo <i>SVIRD</i> dos novos casos de infectados por dia da COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Álvares Machado.	83
Figura 60 – Simulação pelo modelo <i>SVIRD</i> dos novos casos de infectados por dia da COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Regente Feijó.	84
Figura 61 – Simulação pelo modelo <i>SVIRD</i> dos novos casos de infectados por dia da COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Alfredo Marcondes.	84
Figura 62 – Simulação pelo modelo <i>SVIRD</i> dos novos casos de infectados por dia da COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Indiana.	85
Figura 63 – Simulação pelo modelo <i>SVIRD</i> dos novos casos de infectados por dia da COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Anhumas.	85
Figura 64 – Simulação pelo modelo <i>SVIRD</i> dos óbitos acumulados devido a COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Presidente Prudente.	86
Figura 65 – Simulação pelo modelo <i>SVIRD</i> dos óbitos acumulados devido a COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Álvares Machado.	86
Figura 66 – Simulação pelo modelo <i>SVIRD</i> dos óbitos acumulados devido a COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Regente Feijó.	87
Figura 67 – Simulação pelo modelo <i>SVIRD</i> dos óbitos acumulados devido a COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Alfredo Marcondes.	87
Figura 68 – Simulação pelo modelo <i>SVIRD</i> dos óbitos acumulados devido a COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Indiana.	88
Figura 69 – Simulação pelo modelo <i>SVIRD</i> dos óbitos acumulados devido a COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Anhumas.	88
Figura 70 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> (com $C=0$) dos suscetíveis na região de Presidente Prudente.	114
Figura 71 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> (com $C=0$) dos confinados na região de Presidente Prudente.	114

Figura 72 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> (com $C=0$) dos infectados por COVID-19 na região de Presidente Prudente.	115
Figura 73 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> (com $C=0$) dos recuperados da COVID-19 na região de Presidente Prudente.	115
Figura 74 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> (com $C=0$) dos óbitos acumulados causados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.	116
Figura 75 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (20 dias e taxa maior de confinamento) no número de infectados pela COVID-19 em Álvares Machado e Regente Feijó.	116
Figura 76 – Simulação pelo modelo <i>SCIRD</i> do efeito de um <i>lockdown</i> (20 dias e taxa maior de confinamento) no número de infectados pela COVID-19 em Alfredo Marcondes, Indiana e Anhumas.	117

Lista de tabelas

Tabela 1 – Municípios brasileiros que participam do arranjo populacional de Presidente Prudente/SP – 2010	42
Tabela 2 – Notação e descrição dos parâmetros do modelo <i>SCIRD</i>	54
Tabela 3 – Notação e descrição dos parâmetros do modelo <i>SVIRD</i>	57
Tabela 4 – Parâmetros do modelo <i>SCIRD</i>	103
Tabela 5 – Parâmetros do modelo <i>SVIRD</i>	108

Sumário

Introdução	18
1 A COVID-19	20
1.1 A COVID-19 no mundo	22
1.2 COVID-19 no Brasil	25
2 Modelos matemáticos para epidemias	30
2.1 Trabalhos relacionados	36
3 Contextualização da área de estudo	38
3.1 A região administrativa de Presidente Prudente	38
3.1.1 Municípios objetos de estudo	39
3.2 Redes de fluxo e a disseminação da COVID-19	48
4 Metodologia	52
4.1 Modelos matemáticos	52
4.1.1 Modelo do tipo <i>SCIRD</i>	52
4.1.2 Modelo do tipo <i>SVIRD</i>	55
4.2 Solução numérica e obtenção dos parâmetros	58
5 Resultados e discussões	59
5.1 Simulação da dinâmica da COVID-19 na região de Presidente Prudente empregando um <i>lockdown</i>	59
5.2 Aplicação do modelo <i>SCIRD</i> para o caso do município de Araraquara/SP	79
5.3 Simulação da dinâmica da COVID-19 na região de Presidente Prudente empregando a vacinação como estratégia de controle	81
6 Considerações Finais	90
6.1 Trabalhos futuros	91
REFERÊNCIAS	92
Apêndices	102
APÊNDICE A Valores das taxas utilizados para as simulações numéricas dos modelos	103
APÊNDICE B Simulações	114

Introdução

A COVID-19 é uma infecção respiratória causada pelo vírus SARS-CoV-2, identificada pela primeira vez na China, em dezembro de 2019, e foi responsável pela morte de milhões de pessoas, causando uma das maiores pandemias globais, que já dura quase 3 anos. Em 30 de janeiro de 2020, a Organização Mundial da Saúde (OMS) declarou que a epidemia da COVID-19 constituía uma Emergência de Saúde Pública de Importância Internacional (CAMBRICOLI, 2020) e, em 11 de março de 2020, uma pandemia (MOREIRA; PINHEIRO, 2020).

Além do elevado número de óbitos, a pandemia também impactou negativamente nas esferas sanitárias, econômicas e políticas, além de ter afetado o Sistema Único de Saúde, com a sobrecarga nos hospitais e postos de atendimento, implicando na necessidade de criação de novos leitos de enfermagem e UTI.

No cenário em que ainda não havia vacinação para a população, a Organização Mundial de Saúde (OMS) passou a recomendar o uso de intervenções não-farmacêuticas, NPI (sigla, do inglês, para *Nonpharmaceutical Interventions*) como, por exemplo, o distanciamento social, a higienização das mãos, o uso de máscaras e a adoção de políticas públicas em diferentes níveis, a fim de conter o avanço da pandemia. Uma das estratégias adotadas em alguns países foi a adoção de *lockdown*, em que autoridades obrigavam a população a permanecer em casa, em alguns casos liberando apenas serviços essenciais, a fim de mitigar a disseminação do vírus.

Dada a importância do cenário desta pandemia no Brasil e no mundo, fez-se necessário o estudo de modelos epidemiológicos a fim de traçar a melhor estratégia de intervenção e controle do vírus por parte do poder público. Estes modelos podem ser empregados como ferramentas de identificação de fatores críticos e de predição do comportamento da disseminação da COVID-19 em uma dada região, servindo de apoio para tomadas de decisões (ADIGA et al., 2020).

Dentre os principais modelos adotados no estudo de epidemias, destacam-se aqueles formulados a partir do modelo compartimental SIR (do inglês, *Susceptible, Infectious or Recovered*), que recebe esse nome em razão da população ser dividida entre “compartimentos” (classes) de pessoas Suscetíveis, Infectadas, e Recuperadas (COOPER; MONDAL; ANTONOPOULOS, 2020). A partir deste modelo, diversos outros foram estudados e implementados, baseando-se nas características e nas atualizações das estratégias de combate ao vírus, como é o caso do presente trabalho, que apresenta um estudo a partir de variações do modelo SIR acerca do efeito que o *lockdown* em um grande centro causa nas pequenas cidades ao seu entorno.

Objetivos

Tem-se como objetivo geral da presente dissertação desenvolver um modelo matemático a fim de simular o impacto que o *lockdown* em um grande centro, mais especificamente em Presidente Prudente - SP, causa nas pequenas cidades em seu entorno. Como objetivos específicos, têm-se:

- Testar o modelo a partir de municípios próximos à Presidente Prudente e que apresentam fluxo moderado de moradores entre eles;
- Validar o modelo a partir do município de Araraquara-SP, que implementou um período de *lockdown* durante a pandemia;
- Modificar o modelo criado a fim de analisar os efeitos da vacinação como método de controle da pandemia.

1 A COVID-19

A COVID-19 é uma infecção respiratória causada pelo vírus SARS-CoV-2, que foi identificada pela primeira vez na China, em dezembro de 2019. Segundo a Organização Pan-Americana da Saúde (OPAS, 2021), os principais sintomas da COVID-19 são febre, tosse seca e cansaço. E além desses, alguns pacientes podem ter perda de olfato ou paladar, congestão nasal, dores de garganta, cabeça e musculares, e também diarreia, calafrios e náuseas. Segundo a Organização Mundial da Saúde (OMS), alguns pacientes podem apresentar sintomas mais graves da doença, como dificuldade de respirar ou falta de ar, confusão mental e dor no peito (DOMINGUEZ, 2022).

A COVID-19 foi responsável pela morte de milhões de pessoas, causando uma das maiores pandemias globais já vivenciadas pela humanidade, que já dura cerca de 3 anos. Apesar de já termos vivenciado alguns períodos de queda nos números de novos casos e óbitos, existem algumas razões pelas quais a pandemia parece não ter fim, sendo uma delas, o surgimento de novas variantes e suas sub-linhagens. Atualmente, existem pelo menos 5 variantes em circulação (BUTANTAN, 2021), sendo elas: Alfa (B.1.1.7), Beta (B.1.351), Gama (P.1), Delta (B.1.617.2) e Ômicron (B.1.1.529).

Independente da variante, a transmissão da doença ocorre de forma similar a outros vírus respiratórios, sendo transmitido principalmente por contato direto, por exemplo, após um aperto de mão com uma pessoa infectada seguido do toque na boca, nariz e olhos. Também é transmitida por gotículas presentes no ar, como no caso da exposição à gotículas contaminadas quando uma pessoa infectada tosse ou espirra, tornando a transmissão maior, caso a pessoa infectada esteja a menos de um metro de distância de outras pessoas. E por fim, outro meio de transmissão é o chamado aerossol, ou seja, a exposição por meio de gotículas respiratórias infectadas que permanecem no ar (BRASIL, 2021a).

Na maioria dos pacientes, os sintomas da COVID-19 aparecem entre 5 a 14 dias após a infecção, podendo uma grande quantidade dos infectados permanecer assintomáticos (BUTANTAN, 2021). Este fato pode contribuir para o aumento de casos da doença, já que, por não apresentar sintomas, o paciente pode não saber que está com o vírus e, conseqüentemente, não irá se isolar por alguns dias a fim de evitar a transmissão.

Outro ponto que gera dúvidas diz respeito à quantidade de dias que pacientes com o vírus devem permanecer em isolamento, que pode variar de 5 a 15 dias, dependendo dos sintomas e da variante. Porém, estudos mostram que há casos atípicos em que o vírus pode permanecer no organismo por mais tempo, como é o caso de um homem de 38 anos que permaneceu com o vírus no organismo por 232 dias. Este estudo, apresentado por

([CUNHA et al., 2021](#)), recolheu amostras em uma Unidade Básica de Saúde (UBS) no décimo dia após o início dos sintomas e, em laboratório, inoculado em culturas de células de pacientes infectados entre abril e novembro de 2020, o qual alerta para o fato de que o paciente citado possuía comorbidades, o que poderia ser um fator de atenção para o aumento do período de transmissibilidade.

Casos como este não são comuns, mas de acordo com o mesmo estudo, de 38 pacientes acompanhados, 3 foram atípicos e apresentaram o vírus por mais de 70 dias no organismo, o que corresponde a aproximadamente 8% dos pacientes. Casos como esses serviram de alerta sobre o risco da liberação de pacientes após pequenos períodos de isolamento, e reforçaram a necessidade de medidas preventivas, como:

- Usar máscara em público, especialmente em locais fechados;
- Manter um distanciamento mínimo de 1 metro de outras pessoas, mesmo se não estiverem apresentando sintomas;
- Limpar as mãos com frequência, seja com álcool em gel ou água e sabão;
- Respeitar a quarentena em caso de infecção ou contato com pessoas infectadas;
- Procurar um médico em caso de sintomas.

Mesmo com campanhas reforçando as medidas preventivas, sem um tratamento eficaz, em pouco tempo, a COVID-19 deixou um rastro de pessoas infectadas e óbitos por onde chegou. Cientistas de todo o mundo começaram a trabalhar para a criação de uma vacina, que começou a surgir em meados de 2020. Desde então, segundo a OMS, 13 bilhões de doses de vacinas foram aplicadas e mais de 60% da população mundial está imunizada com duas doses ou dose única, porém, no continente africano, por exemplo, os que completaram a primeira etapa de vacinação chegam a pouco mais de 25%, explica [Lisboa \(2023\)](#), e com esse avanço na vacinação as medidas de controle tiveram um relaxamento.

A vacinação em massa e atualizada se faz de extrema importância, visto que mesmo tendo contraído o vírus, ainda há riscos de reinfeção. De acordo com o infectologista do Hospital Universitário (HU) da UFJF, Rodrigo Souza, a imunidade contra as doenças infecciosas não é, necessariamente, duradoura, já que

existe mais de uma forma possível de ocasionar uma nova infecção. Exemplos são a exposição a outra linhagem viral, logo, a imunidade gerada pela primeira infecção não será útil para proteção; ou quando a imunidade adquirida é perdida ou enfraquecida, abrindo espaço para a contaminação pelo mesmo vírus. ([UFJF, 2021](#)).

1.1 A COVID-19 no mundo

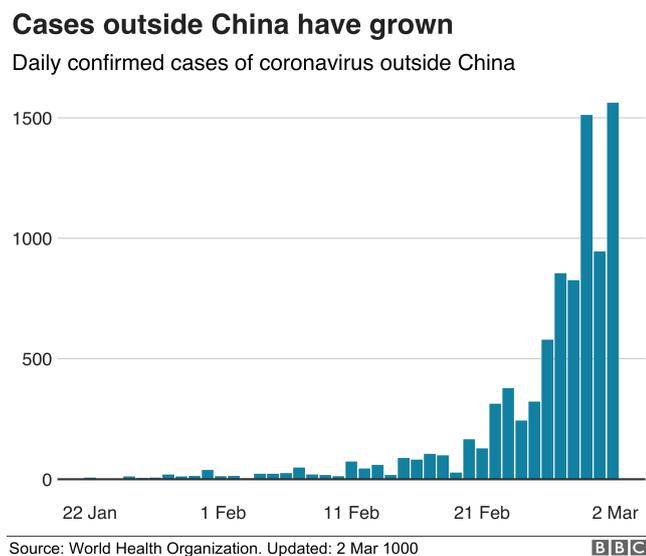
Os primeiros relatos da doença, que foi inicialmente chamada de novo coronavírus, surgiram em dezembro de 2019 na cidade de Wuhan, província de Hubei, na China (BRASIL, 2021b). O vírus foi detectado em amostras de *lavado broncoalveolar*, que é um procedimento para ajudar o diagnóstico de doenças pulmonares (DEZUBE, 2021).

Acredita-se que os casos surgiram no mercado atacadista de frutos do mar em Wuhan, onde é vendida uma grande variedade de animais selvagens, já que o consumo da carne e produtos derivados desses animais na China são comuns desde períodos pré-históricos, e mesmo atualmente não sendo mais essenciais à alimentação, a tradição de consumi-los ainda continua (LI et al., 2020). Essa prática se iniciou após o período da Grande Fome que ocorreu entre 1959 e 1961, chegando a matar cerca de 15 milhões de pessoas e, acreditava-se ainda, que comer esses animais poderia curar e prevenir doenças. Dessa maneira, esses animais continuaram a ser consumidos pela população, mesmo esta tendo sido alertada por cientistas sobre o risco dessa prática (GREEN SAVERS, 2021).

Um estudo realizado por Zhang, Wu e Zhang (2020) apresenta um relatório de um possível parentesco entre a COVID-19 e *pangolins malaios*. O estudo detectou no genoma descoberto do pangolim uma identidade de cerca de 91,02% de nucleotídeos igual ao do genoma do vírus da COVID-19, o que torna os pangolins candidatos a serem responsáveis pela origem da doença, já que são consumidos com a crença de que aliviam dores do reumatismo (LI et al., 2020). Após a ligação do surto de síndromes respiratórias graves com os animais selvagens consumidos e vendidos no mercado de frutos do mar, o governo chinês proibiu todas as formas de transação de animais selvagens no país (LI et al., 2020).

Com um grande aumento de casos da doença, em 30 de janeiro de 2020 a OMS declarou que o surto da COVID-19 constituía uma Emergência de Saúde Pública de Importância Internacional (ESPII), visando controlar a propagação da doença e alertar todos os outros países sobre a rápida disseminação, que é ilustrada na Figura 1, que mostra o aumento dos casos de infectados pelo mundo até 02 de março de 2020.

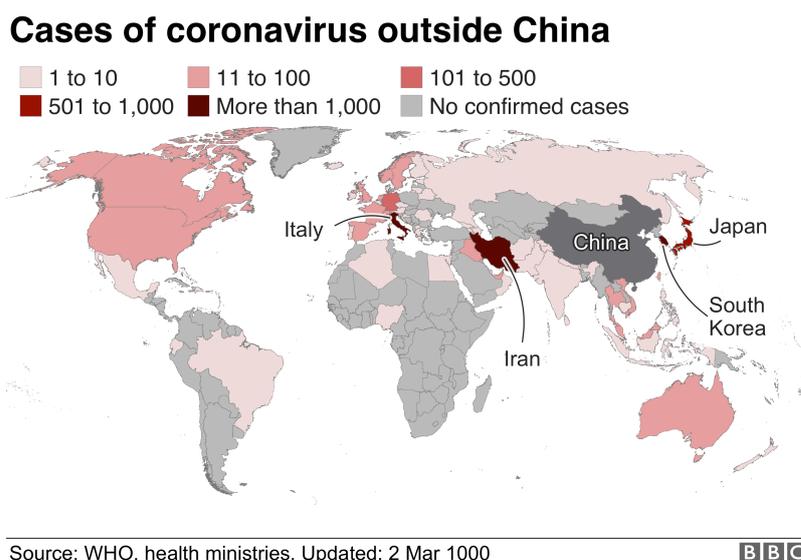
Figura 1 – Gráfico da evolução do números de casos de infectados pela COVID-19 no mundo.



Fonte: [BBC News \(2020\)](#)

Continuando a se disseminar muito rápido e registrando muitas vítimas, o número de casos disparou, atingindo rapidamente novos países (ver Figura 2), de maneira que, em 11 de março de 2020, a OMS declarou uma pandemia de coronavírus, impactando não só social, mas também emocionalmente todo o mundo.

Figura 2 – Mapa dos países com casos positivos de COVID-19 em 2 de março de 2020.



Fonte: [BBC News \(2020\)](#)

Ao se observar algumas das pandemias que já ocorreram no mundo, como a peste negra, que aconteceu no século XIV; a varíola, que preocupou a humanidade por mais de três milênios; a gripe espanhola, que ocorreu em 1918 e levou a óbito entre 40 e 50 milhões de vidas; e a gripe suína, que foi a primeira doença a causar uma pandemia no século XXI, levando mais de 16 milhões de pessoas a óbito ([HEXAG EDUCAÇÃO, 2021](#)), podemos constatar que muitas delas foram controladas graças à uma campanha de vacinação em massa.

Na falta de uma vacina eficaz, e com o aumento no número de casos e de mortes, muitos países adotaram medidas mais restritivas, a fim de evitar um colapso nos sistemas de saúde ([FOLHA DE SÃO PAULO, 2020b](#)). Entre essas medidas, temos a quarentena, que consiste basicamente em manter a população em suas casas, saindo apenas para os serviços essenciais, e o “*lockdown*”, utilizado para denominar um protocolo de isolamento (confinamento) um pouco mais restritivo do que a quarentena, só permitindo que as pessoas saiam de casa com autorização ([FOLHA DE SÃO PAULO, 2020b](#)).

O primeiro país a adotar o *lockdown* em todo território nacional foi a China, depois de presenciar o aumento rápido do número de casos e mortes por todo o país e ver seu sistema de saúde entrar em colapso ([PFARMA, 2022](#)). Outro país muito afetado pela pandemia foi a Itália. A doença chegou no país de forma silenciosa e, segundo o infectologista Fabrizio Pregliasco, o primeiro paciente confirmado com a doença, provavelmente já era o paciente de número 200, o que fez com que o vírus se disseminasse muito rápido sem controle, fazendo com que a Itália vivesse uma de suas piores crises desde o final da Segunda Guerra Mundial ([EL PAÍS, 2020](#)).

Seguida da Itália, a Espanha foi o segundo país europeu que mais sofreu pela doença, adotando também a medida de quarentena ([G1, 2020b](#)). Outros países da Europa também adotaram medidas mais restritivas, como Portugal, que foi atingido por uma variante do SARS-CoV-2 que aumentou muito os casos ([SNS, 2020](#)). Já a França, após ver seu país atingido pela doença, adotou medidas drásticas, liderando a redução de movimento no país em relação aos primeiros meses da pandemia, o que fez com que a doença desacelerasse em relação a períodos anteriores ([FOLHA DE SÃO PAULO, 2020a](#)).

Muitos outros países também adotaram medidas similares, porém, o caso mais bem sucedido, segundo Emilio Sant’Anna ([FOLHA DE SÃO PAULO, 2020b](#)), foi o da Nova Zelândia, que iniciou rapidamente as medidas de bloqueio no país. Um levantamento feito nos 24 países mais afetados pela doença mostrou que cerca de 83% deles adotaram o *lockdown* e outros 13% utilizaram o isolamento (quarentena) ([G1, 2020a](#)). Outro estudo realizado por [Flaxman et al. \(2020\)](#), concluiu que entre algumas medidas de prevenção, apenas o *lockdown* apresentou um efeito considerável, diminuindo cerca de 81% da reprodução do vírus.

Apesar de efetiva, mas com especialistas alertando sobre o surgimento de

novas ondas de contágios, a adoção de medidas muito restritivas começaram a impactar negativamente o mercado financeiro, podendo ainda não erradicar totalmente a doença no mundo (BBC NEWS BRASIL, 2020). Por essa razão, encontrar um imunizante eficaz e que estivesse disponível para toda a população seria a melhor maneira de frear a pandemia, além de campanhas de vacinação para que a vacina chegue, efetivamente, para todos (PINTO, 2020).

As buscas para a vacina contra a COVID-19 só se iniciaram após o material genético da doença ser sequenciado e publicado em meio acadêmico, fazendo com que mais de 170 equipes de pesquisadores se esforçassem para a sua criação (SILVA; NOGUEIRA, 2020). E ainda, segundo Silva e Nogueira (2020), apesar de 188 vacinas estarem sendo produzidas, apenas 6 delas estavam avançadas para entrar na fase 3, eram elas: Vacina de Oxford, Vacina Moderna, Vacina Pfizer & Biontech, Vacina Coronavac, Vacina Sinopharm e Vacina Sputnik V, as quais ainda passaram por uma última fase para saber se estavam aptas a serem administradas.

E, felizmente, após todo esse processo, no dia 05 de dezembro de 2020 a Rússia abriu a vacinação contra a COVID-19, aplicando a primeira dose da vacina Suptnick V, que mesmo antes de terminar os testes, foi aprovada pelo governo russo para vacinação em caráter voluntário (DW BRASIL, 2020). Três dias depois foi a vez do Reino Unido iniciar a vacinação no país, administrando a vacina Pfizer e se tornando o primeiro país a vacinar fora dos ensaios clínicos, o que deu “esperança” para o mundo (HOLTON, 2020).

1.2 COVID-19 no Brasil

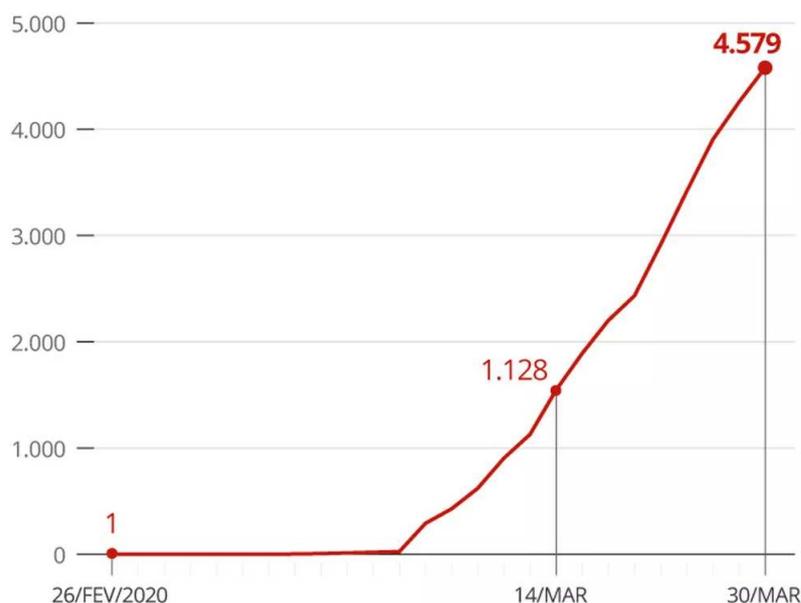
No início de fevereiro de 2020, com o grande e rápido aumento dos casos da COVID-19, os brasileiros que viviam em Wuhan, foram repatriados. E, a fim de evitar a transmissão, o grupo permaneceu em isolamento na Base Aérea de Anápolis quando chegaram ao país (BENITES, 2020). O país continuou monitorando os casos suspeitos que apareciam até confirmar o primeiro caso da doença, em 26 de fevereiro de 2020. O homem de 61 anos deu entrada no hospital Albert Einsten, após uma viagem para a Itália. Além do primeiro caso confirmado, o país ainda contava com cerca de 20 casos suspeitos, o que deixou a população em alerta (UNA-SUS, 2020).

Um dia depois do primeiro caso, o Ministério da Saúde já monitorava cerca de 132 casos suspeitos da doença. O aumento expressivo dos casos suspeitos em apenas um dia tinha relação com o fato de que as Unidades de Saúde não estavam funcionando 100% durante o Carnaval, que ocorreu no fim de semana anterior, e também com o aumento da procura pelo serviço de saúde após o primeiro caso ser confirmado (BRASIL, 2020).

Em 29 de fevereiro de 2020 o país confirma o seu segundo caso da doença, um homem de 32 anos que também tinha chegado da Itália (G1, 2020c). E poucos dias depois,

em 12 de março o país registrou a primeira morte pela doença, criando um cenário de angústia para a população (G1, 2021). O vírus se espalhou muito rápido pelo país, como pode ser visto na Figura 3, que mostra a quantidade de casos no Brasil, aproximadamente um mês após o primeiro caso confirmado.

Figura 3 – Evolução do total de infecções causadas pela COVID-19 um mês após o 1º caso confirmado.



Fonte: Ministério da saúde, em 30/03/2020. Elaborado por Cido Gonçalves/DF.

Com um aumento significativo dos casos em pouco tempo, os estados começaram a criar medidas preventivas para controlar o aumento da doença (SANAR, 2022). Porém, de acordo com Colnago et al. (2021), alguns fatores, como a queda de dois Ministros da Saúde em um curto espaço de tempo, a falta de articulação entre os governos, e a disseminação de *fake news* acerca de tratamentos contra a COVID-19, contribuíram para uma rápida propagação do vírus. Assim, em menos de três meses após o primeiro caso confirmado de COVID-19, o país atingiu 10 mil mortes (CASTILHO, 2020).

O cenário da pandemia no país continuava caótico, atingindo rapidamente o pico da primeira onda de contaminação, a qual chegou a registrar 7677 mortes em apenas sete dias (MACHADO; FREITAS, 2021). Sem uma melhora no cenário da pandemia, uma onda de *fake news* sobre medicamentos contra a COVID-19 foi divulgada pelo país. Os boatos de um kit que continha medicamentos como a cloroquina, a ivermectina e a azitromicina, se espalharam e, mesmo sem comprovação de sua eficácia, uma parte da população continuou insistindo no uso do medicamento para o tratamento precoce, o que não resultou em melhoras na pandemia (JORNAL DA USP, 2021; MELLO, 2020).

O sinal de esperança para o Brasil veio da Rússia quando o presidente Vladimir Putin anunciou a aprovação da regularização da primeira vacina contra a COVID-19. Apesar de promissora, a segurança e eficácia da vacina foram questionadas por alguns, alegando que sua produção foi muito rápida (CNN BRASIL, 2020). Mesmo assim, com a esperança de uma vacina eficaz para a população, o Tribunal de Contas da União (TCU) cobrou do governo federal a elaboração de um plano de vacinação contra a COVID-19, estabelecendo um prazo para que o mesmo fosse entregue (G1, 2020d).

Outras vacinas estavam sendo desenvolvidas, entre elas a vacina criada pela multinacional Pfizer, que já estava no final de seus testes, e que fez três contatos com o Brasil, a fim de apresentar propostas de venda de vacinas. Como o país não respondeu, o seu lugar nas negociações foi ocupado por outros países (BERTONI, 2020; MACHADO; FREITAS, 2021).

Na falta de uma mobilização do governo federal, o governo de São Paulo se adiantou e assinou um contrato com a *Sinovac Life Science* para o fornecimento de 46 milhões de doses da vacina Coronavac. O documento abrangeu também a transferência da produção da vacina para o Instituto Butantan para o ano seguinte (INSTITUTO BUTANTAN, 2020).

Mesmo com uma esperança de vacinação, o país ainda passou por momentos difíceis, como a segunda onda de contaminação, que iniciou em novembro de 2020 e, logo depois, atingiu um grande colapso no sistema de saúde, com destaque para o estado do Amazonas. Na capital do estado, Manaus, não havia vagas para internar e nem mesmo para sepultar as vítimas da COVID-19. Houve também falta de cilindros de oxigênio nos hospitais, gerando um cenário desesperador para toda a população. (CNN BRASIL, 2021)

Poucos dias após esse cenário caótico e desesperador vivido no Amazonas, a Anvisa autorizou o uso emergencial das vacinas Coronavac e Oxford. Sendo assim, iniciou-se a imunização no estado de São Paulo, no dia 17 de janeiro de 2021, e a primeira pessoa a receber a dose do imunizante foi a enfermeira Mônica Calazans (BADDINI; FERNANDES, 2021).

Cerca de um mês depois da aplicação da primeira dose da vacina, várias cidades do país anunciaram a paralisação da imunização devido ao número insuficiente de doses (BIERNATH, 2021). Essa situação repercutiu pelo mundo, chamando a atenção de jornalistas e epidemiologistas, como foi o caso da epidemiologista Denise Garret, vice-presidenta do Instituto Sabin de Vacinas, nos Estados Unidos, que comenta que

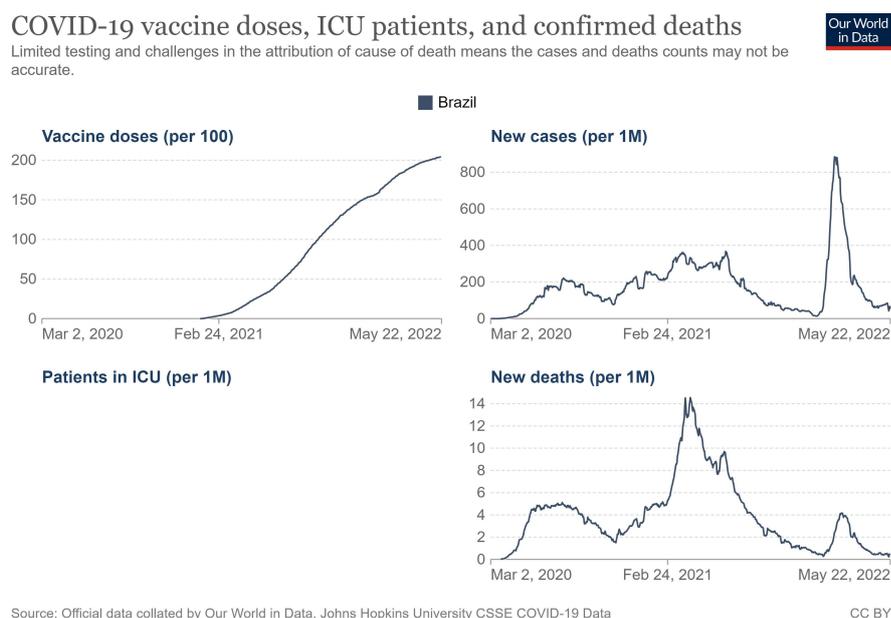
A interrupção é desastrosa e demonstra uma clara falta de liderança e de planejamento por parte de nossas autoridades de saúde. Isso tem impactos não só no controle da pandemia, mas coloca em xeque a própria credibilidade da campanha, uma vez que a falta gera frustração e insegurança na população (BIERNATH, 2021).

Essa interrupção prolongou ainda mais a pandemia, visto que, se a imunização

fosse realizada em massa e sem atrasos, o país poderia seguir a mesma situação de Israel, que em dois meses de campanha de vacinação obteve uma queda nos pacientes em estado grave de cerca de 38% (BIERNATH, 2021). Porém, no Brasil, cerca de dois meses depois do início da campanha de vacinação, atingiu-se o pico de mortes decorrentes da COVID-19, com 4211 óbitos notificados no dia 06 de abril de 2021 (WORLDMETER, 2022). Nesse mesmo dia, somente cerca de 2,8% da população brasileira tinha sido vacinada (OUR WORLD IN DATA, 2022).

Em passos lentos, mas, posteriormente, com o avanço da vacinação, o número de óbitos começou a cair. Através da Figura 4 podemos observar que ao mesmo tempo em que há um aumento na vacinação, há uma queda nos óbitos. Além disso, um estudo apresentado por pesquisadores da plataforma de monitoramento da COVID-19, Info Tracker, mostrou que, no período de 01 de março a 15 de novembro de 2021, oito em cada 10 pessoas que morreram por COVID-19 no Brasil haviam recebido sequer uma dose da vacina (MOLITERNO, 2021).

Figura 4 – Evolução da vacinação contra COVID-19, de novos casos, pacientes de UTI e mortes confirmadas.



Fonte: [Our World in Data \(2022\)](#)

Em dezembro de 2022, o país contava com cerca de 82% da população imunizada com duas ou única doses (OUR WORLD IN DATA, 2022) e, segundo o Boletim do Observatório COVID-19 Fiocruz, pela primeira vez desde maio de 2020, nenhum estado superou a marca de 0,3 óbitos por 100 mil habitantes (CASTRO, 2022).

Este cenário tranquilizou a população e mostrou o efeito da vacinação no país. Porém, especialistas continuam a alertar que não é o fim da pandemia. Segundo [Elias e](#)

Ferraz (2022), com o novo surto de casos da doença na China, novas subvariantes do vírus, mais contagiosas, podem surgir. Por isso, é de extrema importância a vacinação completa, a fim de diminuir os riscos que uma nova variante imune às vacinas se desenvolva.

Atualmente, segundo os dados do [Worldometer \(2023\)](#), os novos casos diários da COVID-19 estão em queda, fato reconhecido pelo Comitê de Emergência do Regulamento Sanitário Internacional (RSI - 2005), que acredita que a pandemia está em transição para um novo cenário, porém sem descartar a necessidade do acompanhamento e de medidas de saúde pública a longo prazo, destacando as seguintes medidas preventivas ([OPAS, 2023](#)):

- Focar na vacinação e nas doses de reforço;
- Melhorar a notificação de dados à OMS;
- Aumentar o uso e a disponibilidade a longo prazo de vacinas, diagnósticos e terapias;
- Preparar-se para futuros surtos;
- Trabalhar com as comunidades;
- Ajustar as medidas de viagem conforme as avaliações de risco;
- Apoiar a pesquisa para melhorar as vacinas e a condição pós-COVID-19.

2 Modelos matemáticos para epidemias

Na história, são vários os registros que relatam os impactos que diversas doenças transmissíveis trouxeram para a humanidade, englobando esferas sociais, econômicas e políticas. Dentre essas doenças, se destaca a Peste Bubônica, que foi causada por uma bactéria que se disseminava através de pulgas e roedores infectados, e estima-se que ela matou entre 75 e 200 milhões de pessoas na antiga Eurásia ([GALILEU, 2020](#)). Assim como a Peste Bubônica, que também foi conhecida como a Peste Negra, outras doenças atingiram a humanidade, tornando-se necessários os estudos e pesquisas científicas nas mais diversas áreas, a fim de buscar alternativas para controlar as epidemias.

A epidemia mais recente, e que ainda estamos vivenciando, é a da COVID-19, que se tornou preocupante devido ao rápido crescimento do número de casos e, conseqüentemente, de óbitos em todo o mundo. Como já ocorreu em outras epidemias, o uso de modelos matemáticos de epidemiologia constitui uma ferramenta importante e que auxilia nas tomadas de decisão em vários âmbitos, já que podem descrever a disseminação da doença e testar teorias para o controle ou erradicação da mesma ([FIOCRUZ, 2020](#)).

O uso ou não de certos modelos matemáticos depende do nível de realismo colocado neles, ou seja, seus resultados devem refletir, o mais próximo possível, a realidade. Para alcançar bons resultados, a formulação do modelo não depende da inclusão de todos os acontecimentos possíveis, o que deixaria um modelo pesado e com difícil solução. A melhor estratégia, neste caso, é ter cuidado em filtrar os principais componentes para que o modelo se ajuste bem e fique da forma mais simples possível. Após a formulação, o modelo ainda deve passar por uma etapa de verificação onde, geralmente, os testes são feitos e parâmetros podem ser ajustados até chegar à versão final, em que descreve o fenômeno com certo grau de confiança ([MURRAY, 1990](#)).

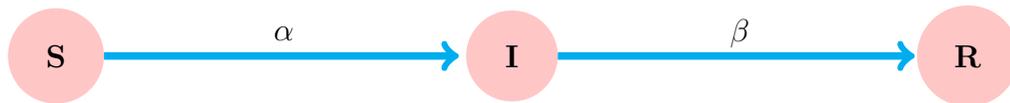
Um dos modelos mais clássicos para epidemiologia matemática é o modelo *SIR*, que foi desenvolvido por Kermack e McKendrick em 1927 ([KERMACK; MCKENDRICK, 1927](#)). Para este modelo, considera-se uma população total constante, e se introduz um pequeno grupo de pessoas infectadas nessa população. O problema se resume, basicamente, em descrever a propagação da infecção na população em função do tempo. E, para isso, depende-se de uma variedade de circunstâncias, porém, como uma primeira tentativa de modelagem, pode-se utilizar o modelo *SIR* adotando algumas suposições gerais:

1. Considere uma doença que, após a recuperação, admite uma imunidade;
2. A população pode ser dividida em três compartimentos; os suscetíveis, S , que são as pessoas que podem contrair a doença; os infectados, I , que são os que têm a doença

e podem transmitir; e os removíveis, R , que são aqueles que tiveram a doença mas já estão recuperados, vieram a óbito ou estão imunes.

Este processo pode ser esquematicamente descrito pela Figura 5.

Figura 5 – Diagrama compartimental do modelo SIR .



Fonte: autora.

Vamos considerar $S(t)$, $I(t)$, e $R(t)$ o número de indivíduos em cada compartimento do modelo e tomar por hipótese que:

1. O aumento no compartimento dos infectados é proporcional ao número de infectados e suscetíveis, e é descrito por αSI , com $\alpha > 0$ constante, e os suscetíveis são perdidos na mesma proporção.
2. A taxa em que os infectados vão para recuperados é proporcional ao número de infectados, com $\beta > 0$ constante.
3. O período de incubação é curto, ou seja, um suscetível que contrai a doença passa a transmitir a doença imediatamente.

Dada as hipóteses acima, as equações diferenciais para o modelo, podem ser descritas como (MURRAY, 1990):

$$\frac{dS}{dt} = -\alpha SI, \quad (2.1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha SI - \beta I, \quad (2.2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \beta I, \quad (2.3)$$

onde $\alpha > 0$ é a taxa de infecção e $\beta > 0$ é a taxa de remoção dos infectados. Esse é um modelo básico, mas que consegue descrever de forma adequada algumas epidemias.

Considerando apenas soluções não negativas para S , I e R o tamanho da população (N) pode ser descrito por:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} + \frac{dI}{dt} + \frac{dR}{dt} &= 0 \\ \implies S(t) + I(t) + R(t) &= N. \end{aligned}$$

Deste modo S , I e R são limitados superiormente por N e, para completar a formulação do modelo, vamos considerar as seguintes condições iniciais:

$$\begin{aligned} S(0) &= S_0 > 0, \\ I(0) &= I_0 > 0, \\ R(0) &= 0. \end{aligned}$$

Uma maneira importante de analisar se a infecção se espalhará ou não, como ela se desenvolverá com o tempo e quando começará a diminuir, é observando os parâmetros α , β , o número de suscetíveis inicial (S_0) e o número inicial de infectados, I_0 (MURRAY, 1990). Observando a equação (2.2), temos que

$$\left[\frac{dI}{dt} \right]_{t=0} = I_0(\alpha S_0 - \beta) > 0 \text{ se } S_0 > \frac{\beta}{\alpha}, \quad (2.4)$$

e

$$\left[\frac{dI}{dt} \right]_{t=0} = I_0(\alpha S_0 - \beta) < 0 \text{ se } S_0 < \frac{\beta}{\alpha}. \quad (2.5)$$

E, da equação (2.1):

$$\frac{dS}{dt} < 0, \quad S \leq S_0. \quad (2.6)$$

Então, se $S_0 < \frac{\beta}{\alpha}$, temos

$$\frac{dI}{dt} = I_0(\alpha S - \beta) \leq 0, \quad \forall t \geq 0, \quad (2.7)$$

e, neste caso, $I_0 > I(t) \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, ou seja, a infecção está de erradicando. Porém, se $S_0 > \frac{\beta}{\alpha}$ temos que $I(t) > I_0$, para algum $t > 0$, ou seja, temos uma epidemia (MURRAY, 1990).

O parâmetro $\frac{\beta}{\alpha}$ analisado é chamado de taxa de remoção relativa, e o seu inverso, $\frac{\alpha}{\beta}$, é chamado de taxa de contato da infecção.

Outro parâmetro muito importante ao se descrever uma epidemia é o chamado R_0 , que representa a taxa básica de reprodução basal da infecção, ou seja, é o número de infecções secundárias produzidas por um indivíduo infectado pela infecção primária em uma população totalmente suscetível (MURRAY, 1990) e pode ser descrito por

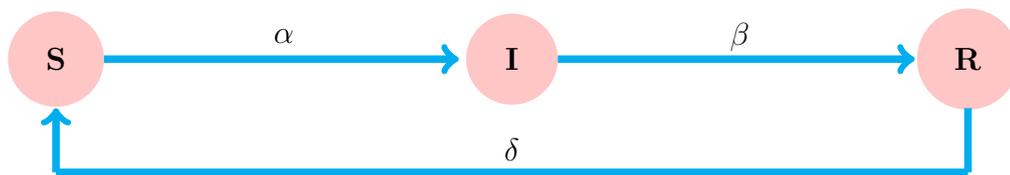
$$R_0 = \frac{\alpha S_0}{\beta}, \quad (2.8)$$

onde $\frac{1}{\beta}$ é o tempo médio no qual um indivíduo permanece infectado e αS_0 representa a taxa de propagação da doença que acontece devido à introdução de um indivíduo infectado

no meio da população de suscetíveis. Deste modo, se $R_0 > 1$, a epidemia ocorre, mas, por outro lado, se $R_0 < 1$, a doença se extingue.

O modelo SIR , também pode ser modificado para que possa realizar melhores previsões. Levando em consideração que uma doença tem um certo tempo de resistência e que depois o indivíduo volta a ser suscetível, podemos escrever o modelo $SIRS$, que também foi desenvolvido por Kermack e McKendrick em 1933 (KERMACK; MCKENDRICK, 1932; KERMACK; MCKENDRICK, 1933), e pode ser esquematicamente descrito pela Figura 6.

Figura 6 – Diagrama compartimental do modelo $SIRS$.



Fonte: autora.

Neste caso, há indivíduos recuperados que perdem a imunidade e voltam para o compartimento dos suscetíveis. Considerando uma população dada por $N = S + I + R$, e que δ representa a taxa de perda de imunidade, conseqüentemente, δR representa a perda de imunidade proporcional aos recuperados (MURRAY, 1990). Assim, o sistema de equações diferenciais para representar essa dinâmica é descrito por:

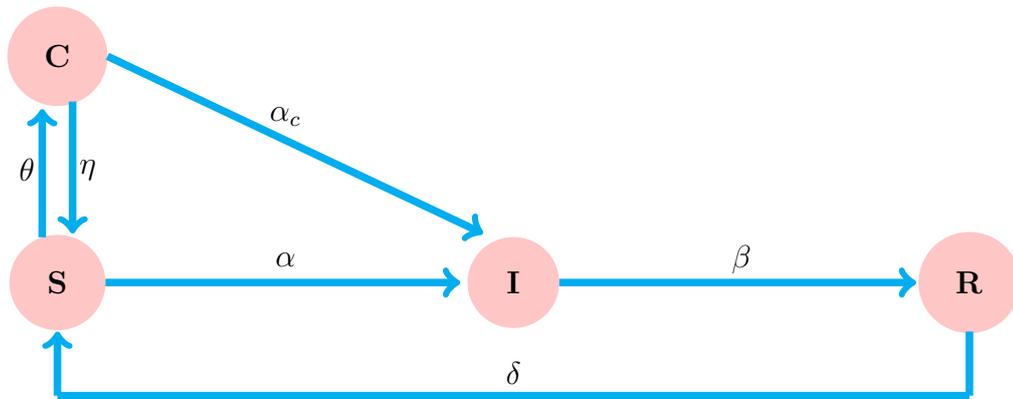
$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\alpha SI + \delta R, \\ \frac{dI}{dt} = \alpha SI - \beta I, \\ \frac{dR}{dt} = \beta I - \delta R. \end{cases} \quad (2.9)$$

onde αI é a taxa de infecção, β representa a proporção da população que saiu dos infectados e foi para recuperados e $\alpha, \beta, \delta > 0$ (MURRAY, 1990).

As condições iniciais, neste caso, são dadas por,

$$\begin{aligned} S(0) &= S_0 > 0, \\ I(0) &= I_0 > 0, \\ R(0) &= 0. \end{aligned}$$

A fim de melhorar o modelo, e já pensando na COVID-19, inicialmente, podemos incluir o compartimento da população que se confina, obtendo o modelo $SCIRS$ que pode ser esquematicamente descrito pela Figura 7.

Figura 7 – Diagrama compartimental do modelo *SCIRS*.

Fonte: autora.

Considerando uma população constante descrita por $N = S + C + I + R$, podemos escrever as equações diferenciais como:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\alpha SI - \theta S + \delta R + \eta C, \\ \frac{dC}{dt} = \theta S - \alpha_c CI - \eta C, \\ \frac{dI}{dt} = \alpha SI + \alpha_c CI - \beta I, \\ \frac{dR}{dt} = \beta I - \delta R. \end{cases} \quad (2.10)$$

onde:

θ é a taxa de confinamento e θS representa a passagem proporcional dos suscetíveis para confinados;

η é a taxa de perda do isolamento e ηC representa a passagem proporcional dos confinados para suscetíveis;

α_c é a taxa de infecção dos confinados e $\alpha_c CI$ representa a passagem dos indivíduos confinados para infectados.

As condições iniciais são dadas por

$$\begin{aligned} S(0) &= S_0 > 0, \\ C(0) &= 0, \\ I(0) &= I_0 > 0, \\ R(0) &= 0. \end{aligned}$$

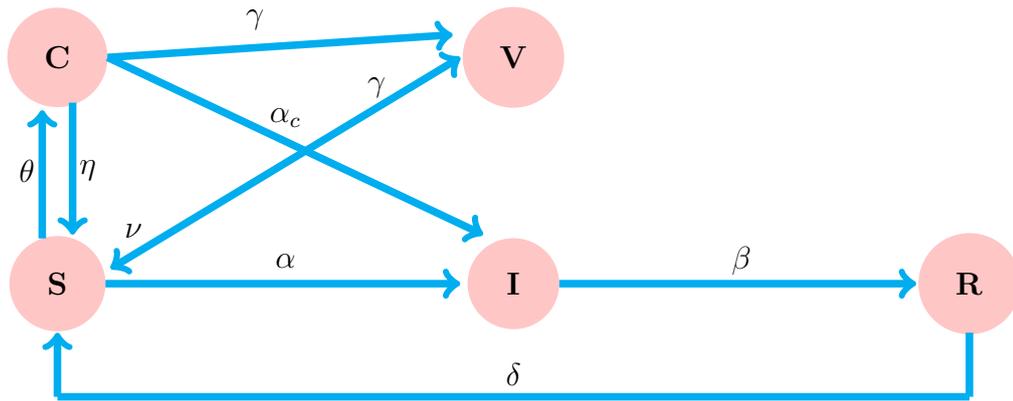
Como forma de analisar os impactos de uma vacinação para a doença, podemos incluir um compartimento com os indivíduos vacinados. E, neste caso, ainda considerando

uma população constante, agora descrita por

$$N = S + C + V + I + R,$$

o modelo *SCVIRS* pode ser esquematicamente descrito pela Figura 8.

Figura 8 – Diagrama compartimental do modelo *SCVIRS*.



Fonte: autora.

Assim, o modelo epidemiológico é dado por

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = -\alpha SI - \theta S - \gamma S + \delta R + \eta C + \nu V, \\ \frac{dC}{dt} = \theta S - \alpha_c CI - \eta C - \gamma C, \\ \frac{dV}{dt} = \gamma(S + C) - \nu V, \\ \frac{dI}{dt} = \alpha SI + \alpha_c CI - \beta I, \\ \frac{dR}{dt} = \beta I - \delta R. \end{array} \right. \quad (2.11)$$

onde:

γ é a taxa de vacinação, e γS e γC representam a vacinação proporcional aos suscetíveis e aos confinados, respectivamente;

ν é a taxa de perda de imunidade da vacina, e νV representa a perda proporcional de imunidade dos vacinados.

Conforme apresentado, são vários os modelos matemáticos epidemiológicos utilizados, a fim de descrever o comportamento da propagação de um vírus, como o da COVID-19. Vários trabalhos foram desenvolvidos neste sentido, desde o início da pandemia, e alguns deles serão apresentados na próxima seção.

2.1 Trabalhos relacionados

Esta subseção visa discutir, através de uma breve revisão da literatura, a importância dos modelos matemáticos de epidemiologia na busca por estratégias de combate à COVID-19. E tendo em vista, a grande quantidade de trabalhos publicados com o intuito de modelar a doença, esses a seguir, são somente alguns exemplos de modelos baseados no modelo *SIR* que buscam modelar a COVID-19 e foram estudados a fim de contribuir com o modelo desenvolvido neste trabalho.

Em [Ledo et al. \(2020\)](#), os autores abordam aspectos de diferentes modelos epidemiológicos da literatura consultada, e fazem uma análise mais detalhada de modelos compartimentais para COVID-19 e do número de reprodução basal. Segundo os mesmos autores, “os modelos matemáticos fornecem à epidemiologia uma ferramenta eficaz que permite ver comportamentos e projeções para análise e tomada de decisões no monitoramento e controle de epidemias.”(livre tradução do espanhol) ¹

Em [Patrão e Reis \(2020\)](#), os autores apresentam um modelo epidemiológico do tipo *SIR* para estudar possíveis desfechos para uma imunidade em rebanho. O trabalho também aborda estratégias para diminuir o número de óbitos causados pela COVID-19, bem como para evitar um colapso no sistema de saúde por meio do isolamento social em conjunto com uma reabertura realizada diversas vezes. Essa parte da análise foi realizada através de um modelo *SECIAR*, elaborado pelo autor.

Já em [Ardila et al. \(2020\)](#), na época os autores utilizam um modelo matemático epidemiológico do tipo *SIR* para descrever as interações e dinâmicas da COVID-19 de um modo geral. Segundo os autores, o maior desafio encontrado é a falta de dados atualizados de casos positivos e mortes, que são essenciais para estimar taxas e números reprodutivos. Também em [Ibarra-Vega \(2020\)](#) um modelo do tipo *SIR* é utilizado, porém, com adição de outras variáveis, como capacidade hospitalar, contato com infectados e óbitos, para estudar a propagação do vírus. Neste caso, usando funções por partes, os autores modelaram os períodos de quarentenas e a eficácia da redução nos contatos. Os resultados mostraram que há diminuição significativa de pessoas infectadas devido às quarentenas.

Outro trabalho que visa estimar os impactos da COVID-19, com foco específico na Itália, é o apresentado em [Spelta et al. \(2020\)](#). Neste estudo, os autores utilizam um conjunto de dados de mobilidade humana que descreve os movimentos diários dos indivíduos na Itália e modelam a propagação da epidemia por meio de um modelo *SIR* de metapopulação. Os autores admitem diferentes medidas de restrição no modelo com o objetivo de tentar conter os avanços da doença no país, analisando principalmente os impactos econômicos após um *lockdown*.

¹ “Los modelos matemáticos brindan a la epidemiología una herramienta eficaz que permite disponer de comportamientos y proyecciones para el análisis, y tomar decisiones en el seguimiento y control de epidemias”.

Meyer et al. (2021) apresenta diferentes modelagens para a propagação do vírus. Partindo do modelo SIR, o trabalho apresenta os modelos SIRD, SEIRD, SCAIRD, SCEIRD, e SCEAIRD, e mostra que todos apresentam resultados semelhantes. O trabalho ainda conseguiu prever uma segunda onda (mais suave do que a primeira) para a doença.

Já Rosario (2022) propõe dois modelos matemáticos do tipo SIR e SIRS, utilizando equações de difusão e advecção, a fim de estudar seus pontos de equilíbrio e estabilidade para analisar a dinâmica da COVID-19 na região metropolitana do Estado do Amapá. A fim de validar os resultados, considerou-se dados reais fornecidos pelas secretarias de vigilância sanitária locais.

Em Amaral et al. (2021b), os autores apresentam uma metodologia que combina o modelo SIRD com estratégias de aprendizado de máquina para melhor ajustar os coeficientes do modelo matemático, a fim de prever infecções, recuperações, mortes e o número efetivo de reprodução do vírus.

Os mesmos autores, em Amaral et al. (2021a), apresentam uma metodologia baseada em dados para avaliar a influência das vacinas administradas no Brasil no combate ao vírus. Os impactos da eficácia da vacina e da velocidade de imunização também são investigados e mostraram que o uso da vacina anti-SARS-CoV-2 com eficácia baixa/moderada pode ser compensado imunizando uma proporção maior da população mais rapidamente. Os modelos apresentados pelos autores contribuíram com a plataforma de rastreamento - Info Tracker (www.spcovid.net.br) - que monitora a evolução da COVID-19, principalmente no estado de São Paulo. Os resultados permitiram a inclusão de previsões de óbitos, casos ativos e número de reprodução do vírus em nível estadual e nacional.

Outro trabalho que aborda a dinâmica da COVID-19 empregando a vacinação como uma das medidas de controle é apresentado em Diagne et al. (2021), em que os autores formulam um modelo matemático a fim de estudar a eficácia da vacinação. Mesmo com bons resultados, os autores reforçam que a população, mesmo vacinada, deve manter o uso de intervenções não farmacêuticas para o controle da pandemia.

Diante do exposto, fica evidente a importância e necessidade do uso de modelos matemáticos, em especial os modelos epidemiológicos, para estudar os comportamentos de diferentes situações epidêmicas, como é o caso da COVID-19, nos muitos segmentos envolvidos, seja de saúde pública, social, econômico ou político.

Então, neste contexto o presente trabalho desenvolveu um novo modelo matemático, que diferente dos trabalhos apresentados, considera um espalhamento geográfico, ou seja, foi inserido no modelo o fluxo de pessoas que saem de cidades satélites para um grande centro, a fim de melhor mensurar os impactos da doença, visto que as redes de mobilidade tiveram um grande papel na disseminação do vírus.

3 Contextualização da área de estudo

Conforme mencionado anteriormente, o objetivo principal do presente trabalho foi analisar o impacto que um *lockdown*, em um grande centro, causa nas cidades ao redor. Para tal, a cidade de Presidente Prudente - SP foi escolhida como o grande centro. Esta escolha levou em consideração o grande número de cidades menores no entorno de Presidente Prudente, bem como a dependência dessas cidades no que tange ao trabalho e à educação.

Neste Capítulo, será apresentada a caracterização regional do Oeste Paulista, onde situa-se Presidente Prudente e as demais cidades que são objeto deste estudo, dando ênfase para as principais características dessas cidades, a fim de apresentar ao leitor a influência que Presidente Prudente exerce na região. Na sequência, serão abordadas as redes de mobilidade e de fluxo entre as cidades objeto de estudo e como uma doença pode se disseminar rapidamente entre elas.

3.1 A região administrativa de Presidente Prudente

Situada no Oeste Paulista, a Região Administrativa de Presidente Prudente possui aproximadamente 24.000 km², o que corresponde a 9,6% do território do Estado de São Paulo, contendo 854.876 habitantes, segundo dados do [SEADE, SP \(2017\)](#). O Oeste Paulista é composto por cinco mesorregiões, são elas: Presidente Prudente, Assis, Lins, Marília e Araçatuba, e está localizado entre os rios Tietê e Paranapanema no estado de São Paulo, o qual é composto por 15 Regiões Administrativas (RA), subdivididas em 63 microrregiões ([FERREIRA, 2017](#)).

O grau de urbanização da Região Administrativa de Presidente Prudente é de 90,20%, ao passo que no Estado de São Paulo é de 96,37%, e sua renda per capita, segundo o Censo de 2010 ([IBGE, 2010](#)), atingiu o patamar de R\$ 659,20, ou seja, quase 23% menor que a média do Estado de São Paulo, cujo índice foi de R\$ 853,75, de acordo com os dados levantados pela [SEADE, SP \(2017\)](#). Assim, constata-se um ritmo desacelerado de urbanização e economia, com poucas variações ao longo do tempo na microrregião de Presidente Prudente.

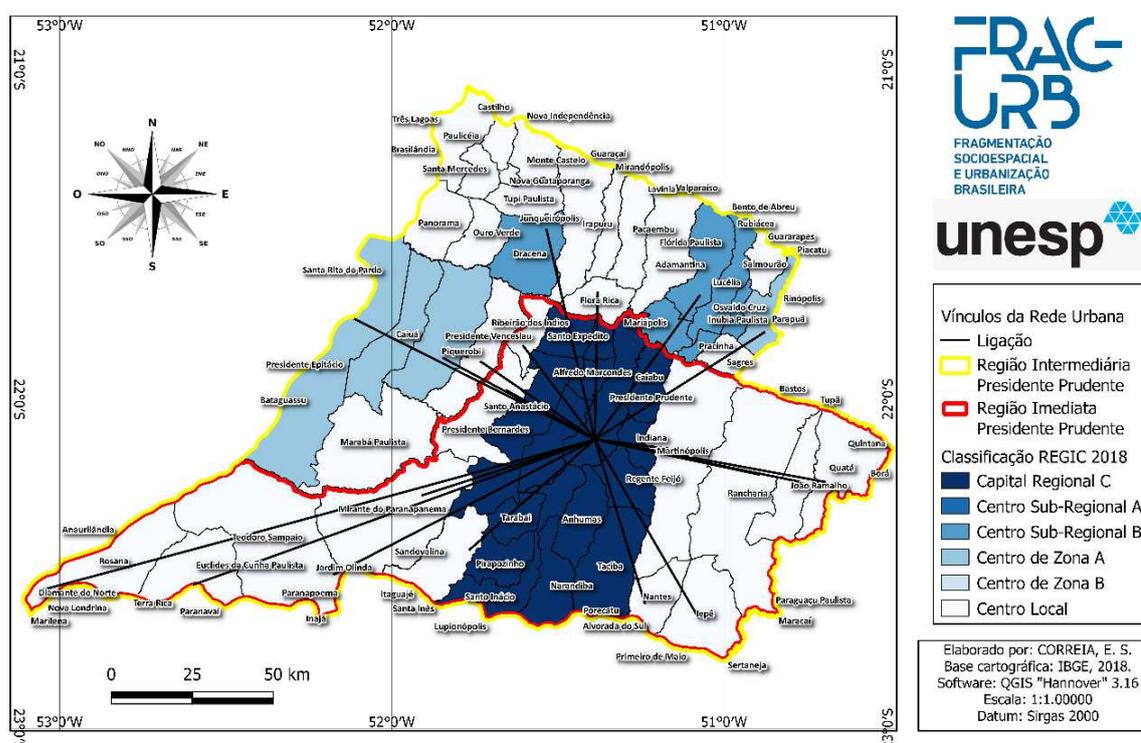
Durante as décadas de 1930 e 1940, foi considerado os períodos de maiores crescimento populacional da região, com predominância rural, e com base em [FERREIRA \(2017\)](#), o aumento de municípios na região aconteceu devido a este crescimento populacional. Essa fase caracteriza a migração nordestina para a região, dado que o almejo de terras com preço baixo e até mesmo da posse de terras desocupadas gerou a migração. Sendo

assim, inicia-se um período de adensamento da mão de obra, o que até então era escassa. As pessoas buscavam poder cultivar a lavoura sem se preocupar com a devida legalização das terras. Neste percurso de tempo, a cidade de Presidente Prudente se fortaleceu como maior cidade da região, isto porque houve um grande crescimento da população urbana.

3.1.1 Municípios objetos de estudo

As cidades brasileiras são classificadas em cinco grandes níveis com subdivisões internas, sendo eles: Metrópoles, Capitais Regionais, Centro Sub-regionais, Centros de Zonas e Centros Locais (IBGE, 2020). O estado de São Paulo, segundo IBGE (2020), apresenta 344 cidades classificadas como centros locais, 54 como centros sub-regionais, 33 como centros de zona, 20 como capitais regionais e 2 metrôpoles. Na hierarquia urbana, Presidente Prudente é considerada Capital Regional C (2C). Uma Capital Regional C é constituída por 39 cidades, com uma média populacional de 250 mil habitantes. A Figura 9 apresenta a região de influência imediata e intermediária de Presidente Prudente.

Figura 9 – Mapa dos Vínculos da Rede Urbana de Presidente Prudente/SP.

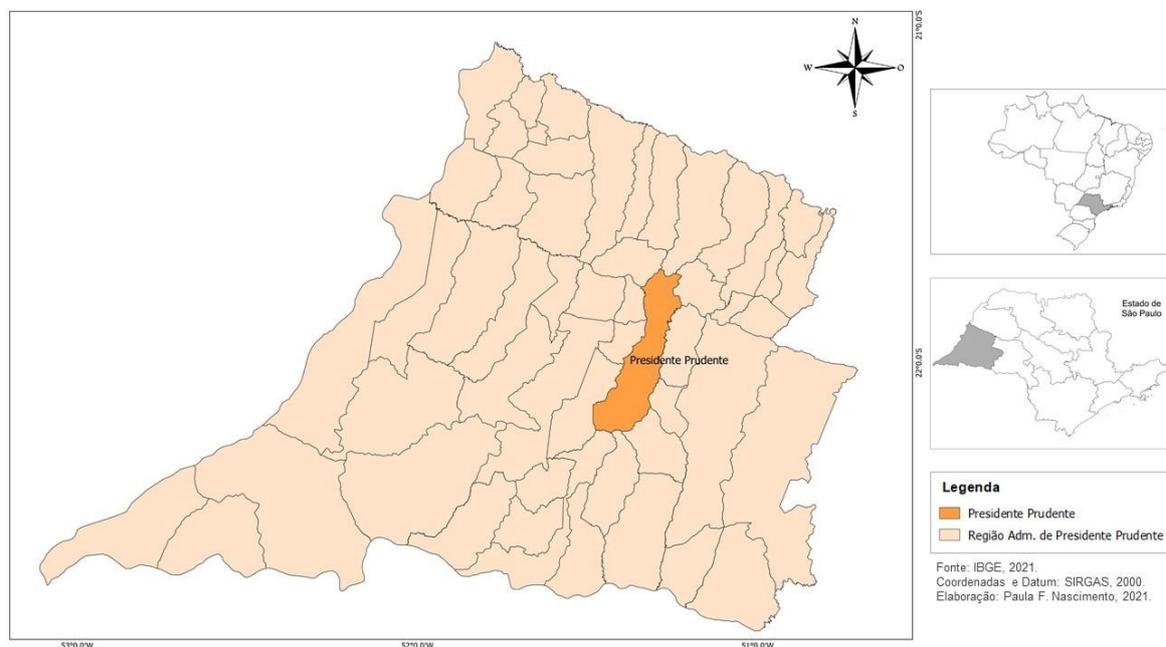


Fonte: IBGE (2018a). Elaborado por Eduardo Correia.

O município de Presidente Prudente está localizado na região do Oeste Paulista, conforme apresenta a Figura 10, ocupando uma área territorial de 560,64 km², com

população estimada de 221.073 habitantes (IBGE, 2021b). Neste mesmo ano, foi observado um grau de urbanização de 97,96% e uma densidade demográfica de 396 hab/km².

Figura 10 – Mapa de Localização de Presidente Prudente no Oeste Paulista.



Fonte: IBGE (2021a). Elaborado por Paula Nascimento.

O Produto Interno Bruto (PIB) per capita do município, segundo IBGE (2018b), era de R\$35.207,07, sendo o 5º da Região Administrativa de Presidente Prudente, e o Índice de Gini¹ 0,544 (BRASIL, 2010).

O processo de industrialização tem intensificado a urbanização nas últimas décadas em nosso país. Consequência disto é a incorporação de novos centros urbanos à economia. Neste sentido, Corrêa (2007) destaca as novas funções das cidades médias na hierarquia urbana brasileira, visto que esses processos e fenômenos eram apenas observados nas metrópoles.

O termo “cidades médias” diz respeito à função que a cidade exerce em relação às outras no seu entorno e, além disso, quais papéis intermediários exercem entre as cidades pequenas e as cidades metropolitanas, além de se consolidar como centralização regional (SPOSITO, 2004). As funções exercidas por Presidente Prudente na região do Oeste Paulista fazem dela uma cidade média.

Sposito (2001) afirma que:

¹ Segundo o Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), o Índice de Gini, criado pelo matemático Conrado Gini, é uma ferramenta utilizada para medir o grau de concentração de renda de um grupo. Numericamente, varia de zero a um, onde zero representa a situação de igualdade, e um de desigualdade (WOLFFENBUTTEL, 2004).

As cidades médias são aquelas que, numa dada divisão territorial do trabalho, são centros regionais importantes em função de serem os elos de ligação entre cidades maiores e menores. No período atual, no Estado de São Paulo, essas cidades são, de um lado, aquelas nas quais a população das cidades pequenas polarizadas por elas realiza o consumo de bens e serviços necessários à produção e à vida, e são, de outro lado, os espaços escolhidos para a localização das grandes empresas comerciais e de serviços que querem atingir um mercado consumidor de poder aquisitivo crescente do interior paulista (SPOSITO, 2001).

Catelan (2012) reforça que a centralidade que essas cidades médias desempenham afeta diretamente as cidades ao redor em inúmeros aspectos que podemos citar aqui, como por exemplo, emprego, estudos, prestação de serviços, comércio, serviços de saúde, entre outros que não são ofertados nas cidades circundantes. Pensando sobre isso, nota-se o papel fundamental da cidade de Presidente Prudente no Oeste Paulista, lançando também um olhar mais atento às cidades de estudo que o presente trabalho traz que, por sua vez, fazem parte da rede de fluxos (pessoas, materiais e imateriais) junto à capital regional do oeste paulista.

Em estudo publicado pelo IBGE (2016), foi abordado os arranjos populacionais e as concentrações urbanas no Brasil, de maneira que, entende-se como um arranjo populacional, “o agrupamento de dois ou mais municípios onde há uma forte integração populacional devido aos movimentos pendulares para trabalho ou estudo, ou devido à contiguidade entre as manchas urbanizadas principais” IBGE (2016).

A Tabela 1 (IBGE, 2016) apresenta os municípios que participam do arranjo populacional de Presidente Prudente/SP, sendo Alfredo Marcondes, Álvares Machado, Anhumas, Caiabu², Indiana e Regente Feijó aqueles que apresentam os maiores índices de integração³.

² Por falta de dados, o município de Caiabu não foi inserido no presente estudo.

³ Índice calculado pelo IBGE, que mensura o movimento pendular para trabalho e estudo entre as cidades e o arranjo populacional (IBGE, 2016).

Tabela 1 – Municípios brasileiros que participam do arranjo populacional de Presidente Prudente/SP – 2010

Municípios brasileiros do arranjo populacional de Presidente Prudente/SP	Código do município	População	Núcleo	Pessoas que trabalham e estudam em outros municípios do arranjo	Índice de integração do município com o arranjo
Alfredo Marcondes (SP)	3500808	3891	Não	842	0,34
Álvares Machado (SP)	3501301	23513	Não	6273	0,38
Anhumas (SP)	3502408	3738	Não	774	0,29
Caiabu (SP)	3508900	4072	Não	735	0,29
Emilianópolis (SP)	3515129	3020	Não	405	0,19
Indiana (SP)	3520608	4825	Não	895	0,27
Presidente Bernardes (SP)	3541208	13570	Não	1749	0,19
Presidente Prudente (SP)	3541406	207610	Sim	14407	0,10
Regente Feijó (SP)	3542404	18494	Não	3724	0,28
Santo Expedito (SP)	3548302	2803	Não	402	0,23
Taciba (SP)	3552908	5714	Não	777	0,20
Tarabai (SP)	3553906	6607	Não	801	0,18

Fonte: IBGE, Censo Demográfico 2010

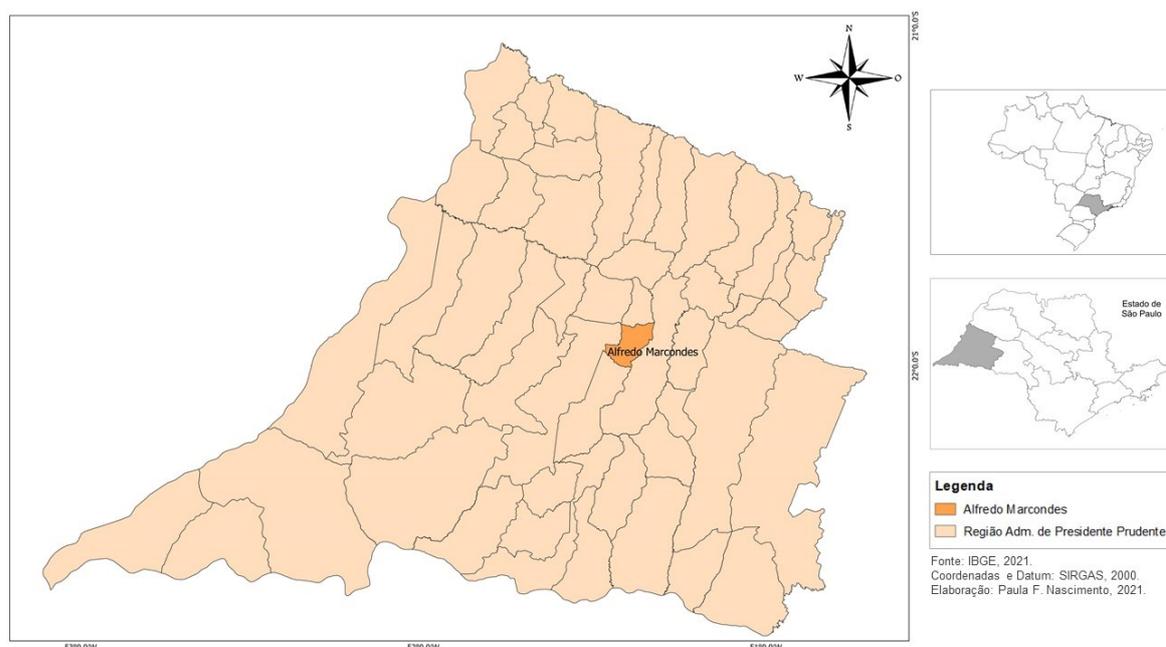
Nota: Arranjos populacionais identificados segundo metodologia desenvolvida pela Coordenação de Geografia do IBGE

Alfredo Marcondes

Alfredo Marcondes é um município com cerca de 4.201 habitantes, segundo a estimativa do IBGE (2021c), e por se tratar de uma cidade muito pequena, os moradores buscam oportunidades de estudar e trabalhar em Presidente Prudente, gerando um grande fluxo de pessoas todos os dias entre as cidades. Além disso, algumas pessoas fazem o mesmo trajeto em busca de comércios, centros médicos, lazer, entre outras facilidades da cidade grande.

O município de Alfredo Marcondes está localizado na região Oeste Paulista (Figura 11), ocupando uma área territorial de 118 km², com população estimada de 3.927 habitantes (2020). Neste mesmo ano foi observado um grau de urbanização de 90,50% e uma densidade demográfica de 33 hab/km².

Figura 11 – Mapa de Localização de Alfredo Marcondes no Oeste Paulista.



Fonte: IBGE (2021a). Elaborado por Paula Nascimento.

O PIB per capita do município, segundo IBGE (2018b), era de R\$20.104,35, sendo o 16º da Região Administrativa de Presidente Prudente, e o 32º, segundo melhor Índice de Gini (BRASIL, 2010) da mesma região, com 0,363.

Álvares Machado

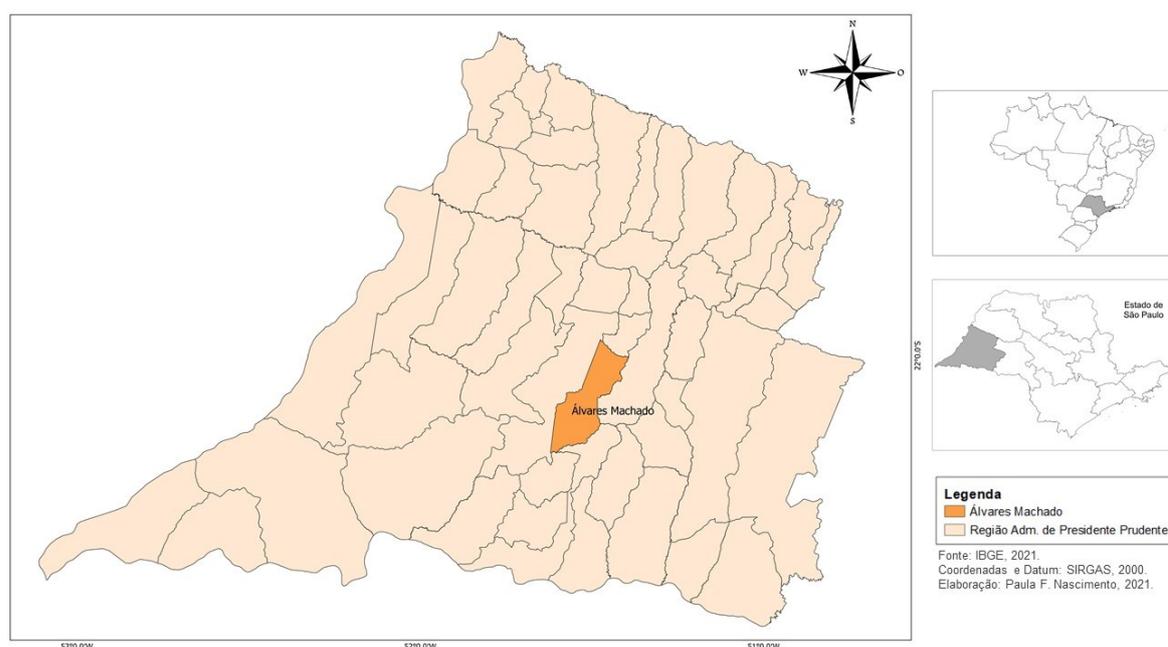
Álvares Machado também é um município que conta com um grande fluxo entre as cidades, e está situado a 13 km de Presidente Prudente, porém, com o grande aumento da urbanização, as duas cidades estão em processo de conurbação⁴. É um município com

⁴ Conurbação é a união de duas ou mais cidades, em consequência de seu crescimento geográfico (NUNES, 2013).

cerca de 25.078 habitantes (IBGE, 2021c), e muitos de seus moradores utilizam comércios, centros médicos da cidade vizinha.

O município de Álvares Machado está localizado na região Oeste Paulista (Figura 12), ocupando uma área territorial de 347,65 km², com população estimada de 23.789 habitantes (2020). Neste mesmo ano foi observado um grau de urbanização de 91,30% e uma densidade demográfica de 68 hab/km².

Figura 12 – Mapa de Localização de Álvares Machado no Oeste Paulista.



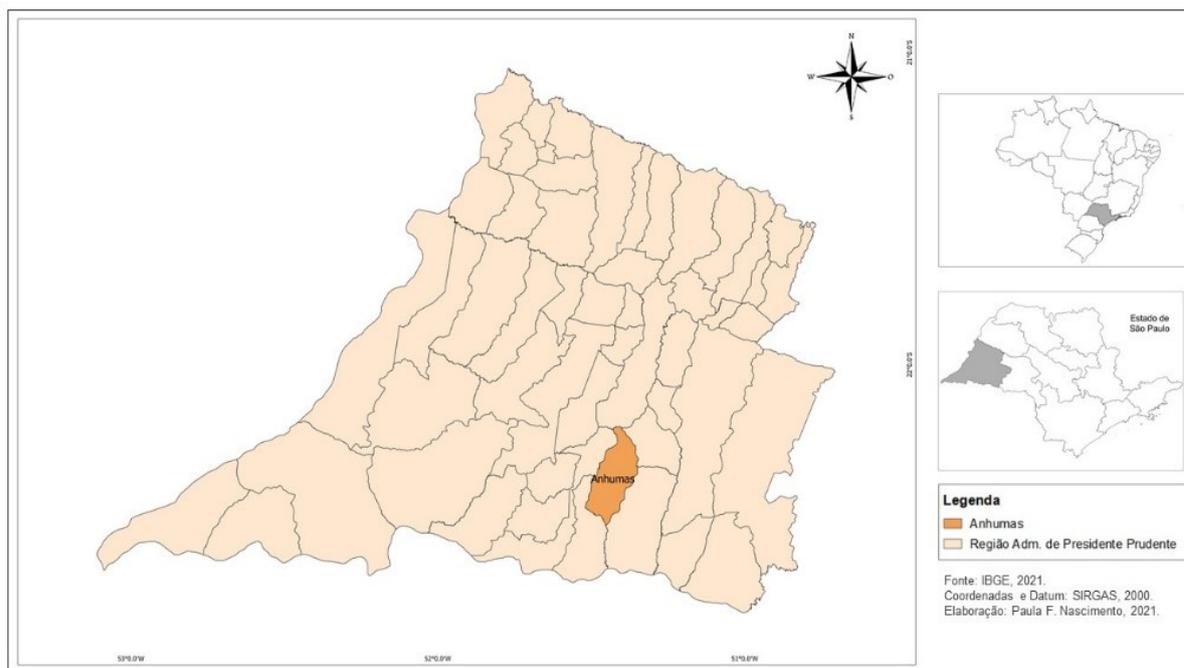
Fonte: IBGE (2021a). Elaborado por Paula Nascimento.

O PIB per capita do município, segundo IBGE (2018b) era de R\$21.374,06, sendo o 22º menor PIB entre os municípios do projeto, e o 24º no Índice de Gini (BRASIL, 2010) da mesma região, com 0,465.

Anhumas

O município de Anhumas está localizado na região do Oeste Paulista (Figura 13), ocupando uma área territorial de 320,84 km² (2020). Neste mesmo ano foi observado um grau de urbanização de 87,74%, e uma densidade demográfica de 12,41 hab/km². Semelhante a Alfredo Marcondes, sua população estimada é de 4.172 habitantes (IBGE, 2021c), e está localizada a 25 km de Presidente Prudente, gerando um grande fluxo com a cidade.

Figura 13 – Mapa de Localização de Anhumas no Oeste Paulista.



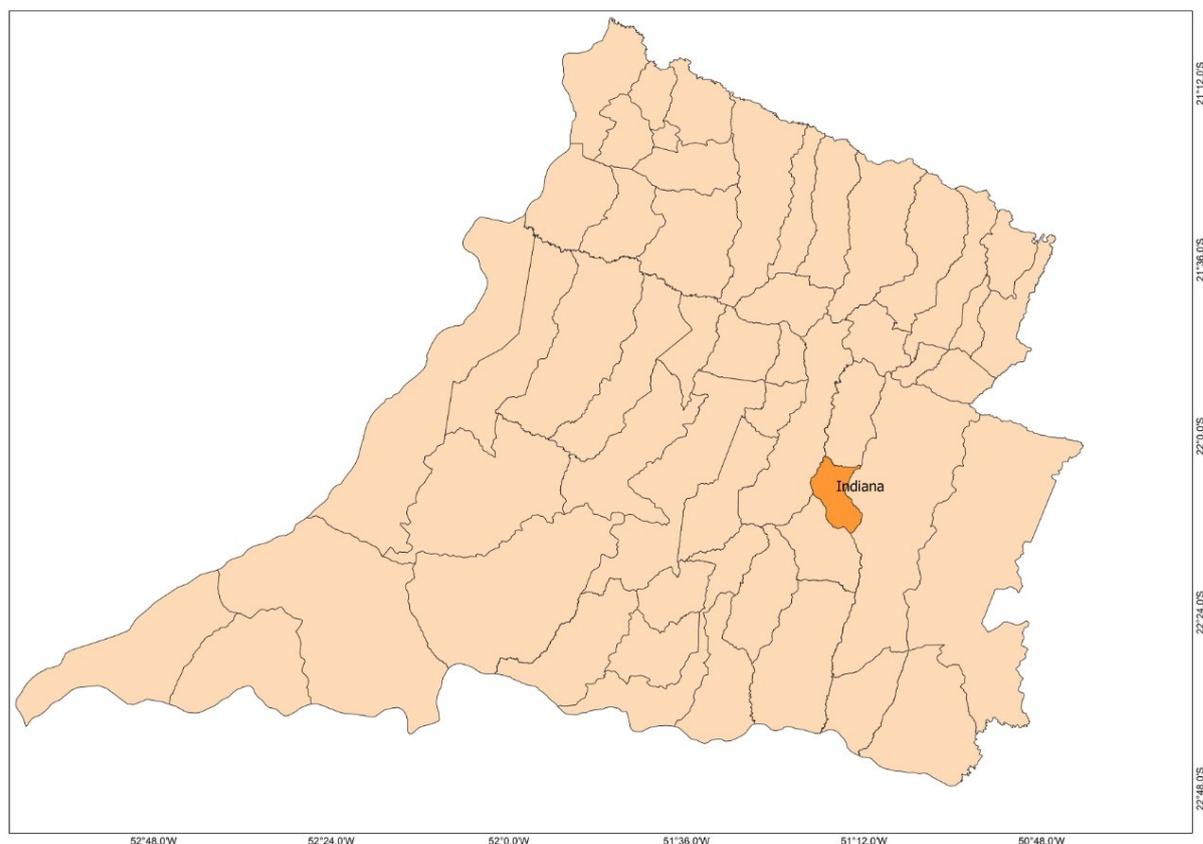
Fonte: [IBGE \(2021a\)](#). Elaborado por Paula Nascimento.

O PIB per capita do município, segundo [IBGE \(2018b\)](#), era de R\$20.017,33, sendo o 5º maior entre os 6 municípios de análise, e o 2º no Índice de Gini ([BRASIL, 2010](#)) da mesma região, com 0,422.

Indiana

O município de Indiana está localizado na região Oeste Paulista (Figura 14), ocupando uma área territorial de 129.367 km² (2020), sendo que neste mesmo ano foi observado um grau de urbanização de 88,15% e uma densidade demográfica de 38,11 hab/km². Também é semelhante a Alfredo Marcondes e a Anhumas, conta com uma pequena população de cerca de 4.873 habitantes ([IBGE, 2021c](#)), e está localizado a 20 km de Presidente Prudente, também apresentando um grande fluxo entre as cidades.

Figura 14 – Mapa de Localização de Indiana no Oeste Paulista.



Fonte: [IBGE \(2021a\)](#). Elaborado por Paula Nascimento.

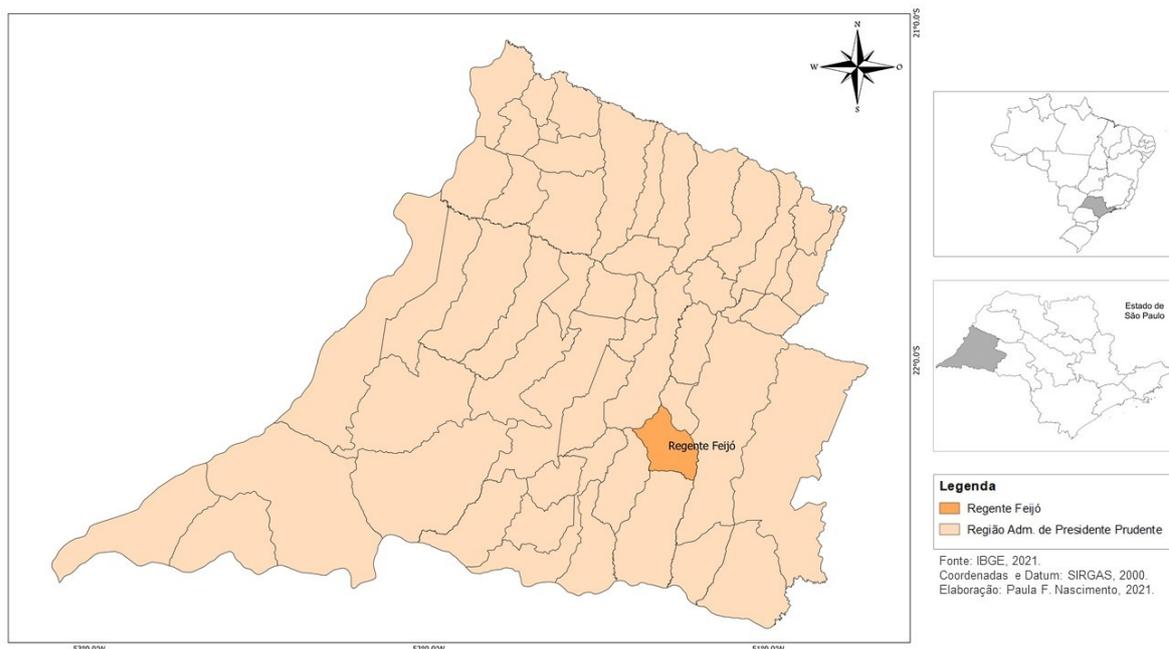
O PIB per capita do município, segundo [IBGE \(2018b\)](#), era de R\$17.224,31, sendo o menor entre os 6 municípios de análise, e o 3º no Índice de Gini ([BRASIL, 2010](#)) da mesma região, com 0,451.

Regente Feijó

Por fim, o município de Regente Feijó conta com cerca de 20.523 habitantes ([IBGE, 2021c](#)), semelhante a Álvares Machado, e está localizada a 17 km do centro regional, apresentando um grande fluxo de pessoas entre as cidades.

O município de Regente Feijó está localizado na região Oeste Paulista (Figura 15), ocupando uma área territorial de 263 km², com população estimada de 19.491 habitantes (2020). Neste mesmo ano foi observado um grau de urbanização de 93,90% e uma densidade demográfica de 74 hab/km².

Figura 15 – Mapa de Localização de Regente Feijó no Oeste Paulista.

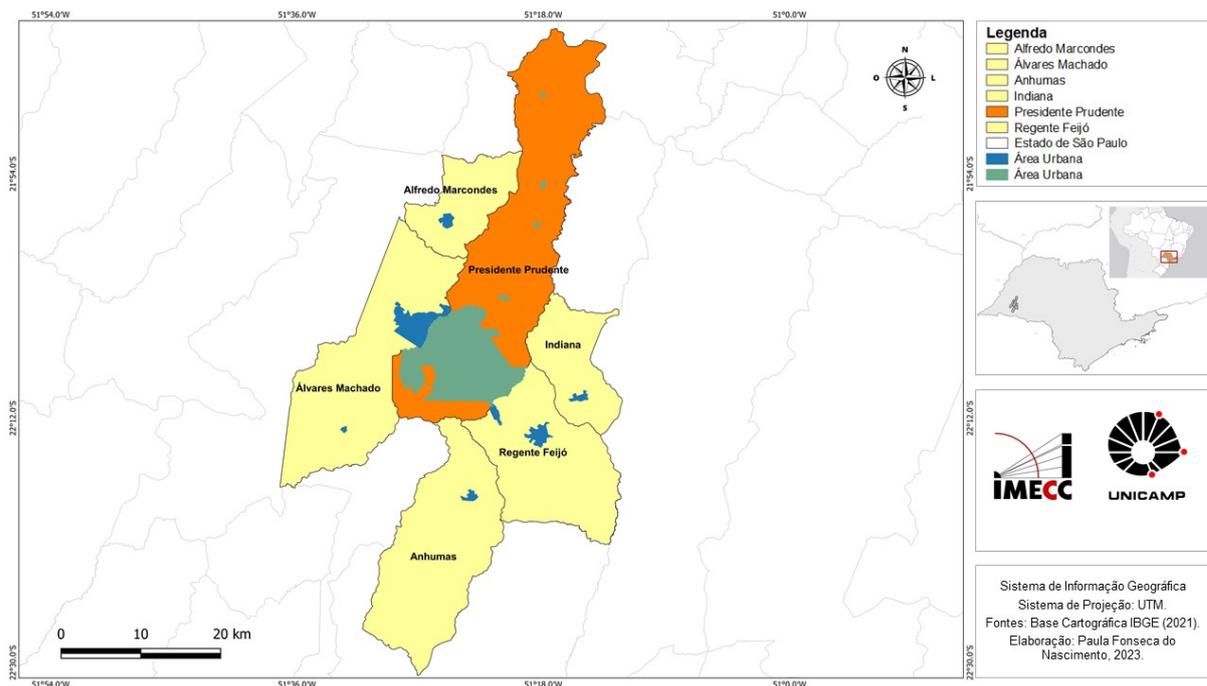


Fonte: [IBGE \(2021a\)](#). Elaborado por Paula Nascimento.

O PIB per capita do município, segundo [IBGE \(2018b\)](#), era de R\$35.313,43, sendo o 4º maior da Região Administrativa de Presidente Prudente, e com o 10º lugar no Índice de Gini ([BRASIL, 2010](#)) da mesma região, com 0,467.

Esses cinco municípios vizinhos apresentam, em comum, o grande fluxo da cidade de origem para Presidente Prudente, o que justifica a escolha para este estudo. O objetivo foi inserir o fluxo de pessoas de suas cidades de origem para Presidente Prudente, e analisar os impactos que medidas de prevenção no centro regional causaria nessas cidades satélites. Na [Figura 16](#) podemos observar a localização das cidades de estudo deste trabalho, e suas áreas urbanas.

Figura 16 – Mapa de localização das cidades de estudo (com a área urbana).



Fonte: IBGE (2021a). Elaborado por Paula Nascimento.

3.2 Redes de fluxo e a disseminação da COVID-19

No Brasil, os primeiros casos da COVID-19 apareceram nas duas maiores cidades brasileiras, São Paulo e Rio de Janeiro. Observando a velocidade e o caminho pelo qual a doença se espalhou, pode-se constatar que a disseminação se dava pelas redes e fluxos de transporte (MAGALHÃES et al., 2021). Sendo assim, as redes de mobilidade formaram um caminho rápido para a circulação do vírus SARS-CoV-2, responsável pela COVID-19 (CODEÇO et al., 2021).

Desse modo, quanto mais pessoas infectadas chegavam às cidades por meio dessas redes, maior era a chance de que cadeias de transmissão se formassem. Com isso, algumas medidas de distanciamento social e redução dos fluxos de longas distâncias foram discutidas como medida de prevenção para a pandemia (CODEÇO et al., 2021).

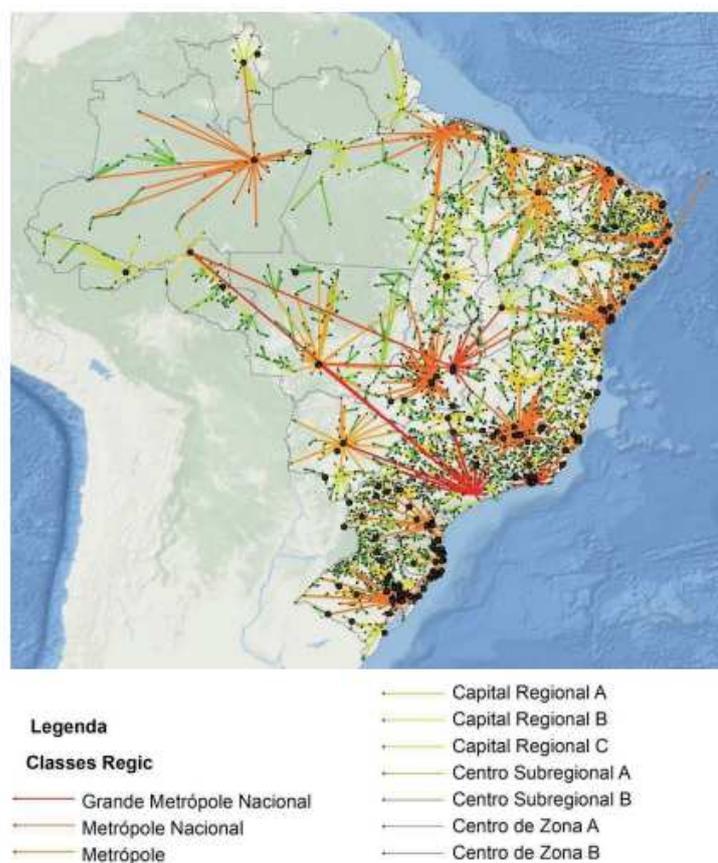
Em Magalhães et al. (2021), os autores reforçam o fato de que a transmissão do vírus se dá por uma rede de fluxos, saindo de cidades que desempenham papéis importantes na região em que estão. Essas cidades, ou centros regionais, geralmente estão ligadas a núcleos urbanos menores que dependem delas para realizar suas funções.

A Figura 17 apresenta a área de influência de algumas cidades e os fluxos que saem delas. Os dados representados no gráfico analisam a difusão espacial a partir da classificação dos municípios, e quanto mais alta a hierarquia, maior o poder de atração de

peessoas e a área de influência da cidade (MAGALHÃES et al., 2021).

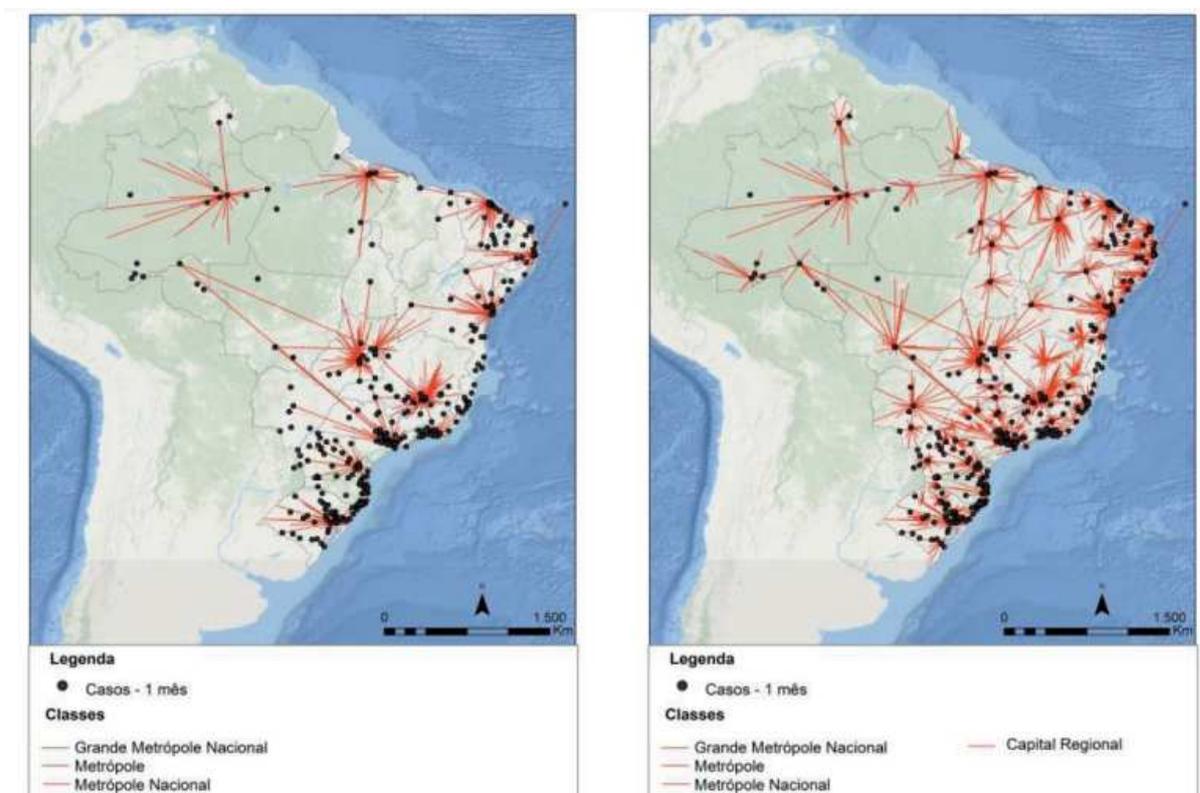
Um comportamento semelhante pode ser visto na Figura 18, que apresenta o gráfico dos casos de COVID-19 no primeiro mês após a doença chegar no Brasil. Ou seja, a difusão da doença continuou a partir das metrópoles e capitais regionais com direção aos pequenos municípios seguindo as redes de fluxos.

Figura 17 – Áreas de influência segundo hierarquia das cidades.



Fonte: Magalhães et al. (2021)

Figura 18 – Municípios com casos de COVID-19 e hierarquia urbana.

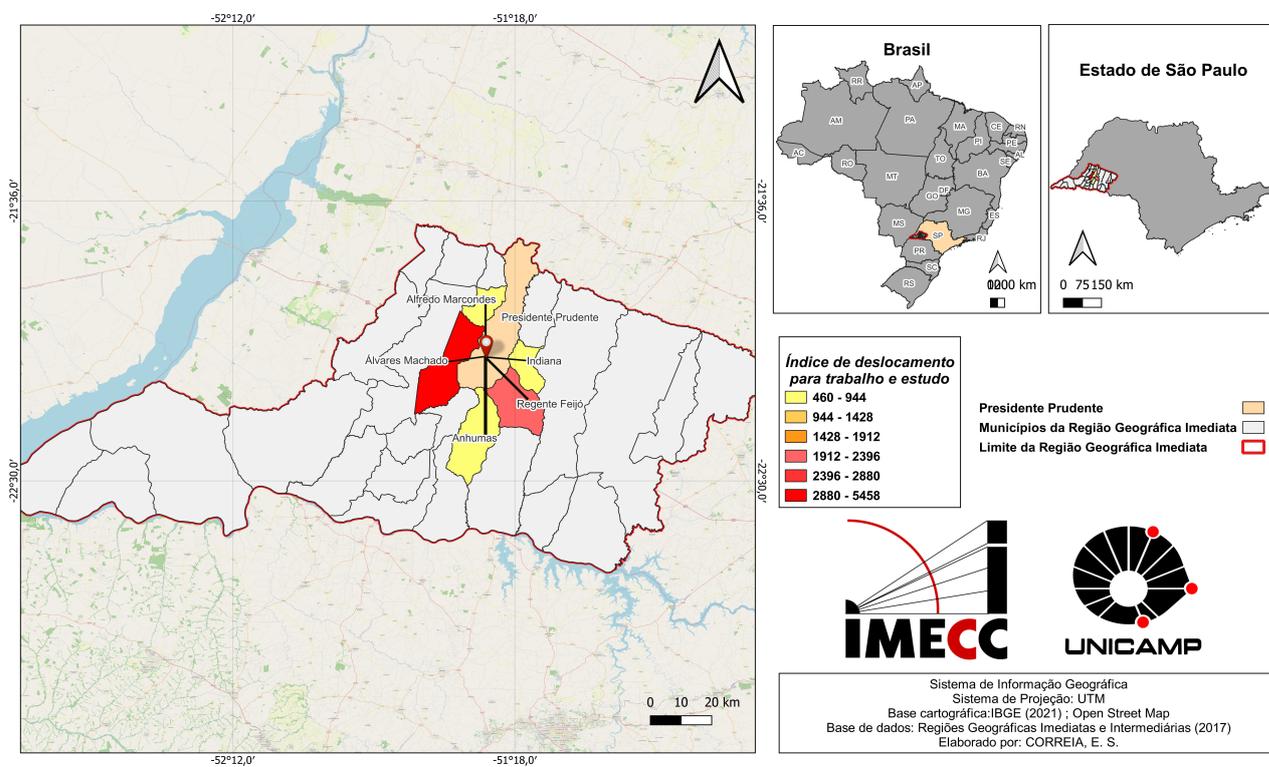


Fonte: Magalhães et al. (2021)

O objetivo deste trabalho, conforme já mencionado, foi de analisar a dinâmica da COVID-19 na região de Presidente Prudente. O modelo matemático usado para simular a dinâmica da COVID-19 é do tipo *SCIRD* com inclusão do fluxo de pessoas, que foi calculado a partir de dados do IBGE e será apresentado no capítulo seguinte. Para inserir as taxas de fluxos, foram utilizadas as informações do banco de dados disponível do estudo “*Population Arrangements and Urban Concentrations in Brazil | 2015*” publicado pelo IBGE (2016).

Na figura 19, podemos observar os índices de deslocamento para trabalho e estudo dos municípios analisados. A figura foi elaborada com o intuito de apresentar os fluxos considerados no modelo matemático, os quais foram calculados como taxa percentual do deslocamento a partir dos dados do IBGE (2016). Utilizou-se o método de quartis para agrupar os dados, sendo subdividido em categorias e utilizando das cores mais fracas para as mais fortes para representar o índice de deslocamento nos municípios de estudo.

Figura 19 – Redes de Fluxos levando em consideração o índice de deslocamento para trabalho e estudo dos municípios de estudo.



Fonte: IBGE (2021a). Elaborado por Eduardo Correia.

4 Metodologia

Neste capítulo serão apresentados os modelos matemáticos desenvolvidos a partir do modelo clássico *SIR*, denominados *SCIRD* e *SVIRD*, que se diferenciam pelos compartimentos de confinados e vacinados, respectivamente. E, por fim, será descrita a abordagem numérica utilizada para resolvê-los.

4.1 Modelos matemáticos

Partindo do modelo *SIR*, podemos desenvolver outros modelos, como é o caso dos modelos *SCIRD* e *SVIRD*, que serão utilizados neste trabalho. No caso do modelo *SCIRD*, pode-se introduzir no modelo *SIR* um novo compartimento populacional, que representa a população que vai a óbito devido à doença, denominado por $D(t)$, e o compartimento $C(t)$, das pessoas que serão confinadas quando aplicado o *lockdown*¹. Já no modelo *SVIRD*, o compartimento $V(t)$ das pessoas que foram vacinadas e estão imunizadas contra a doença é adicionado.

4.1.1 Modelo do tipo *SCIRD*

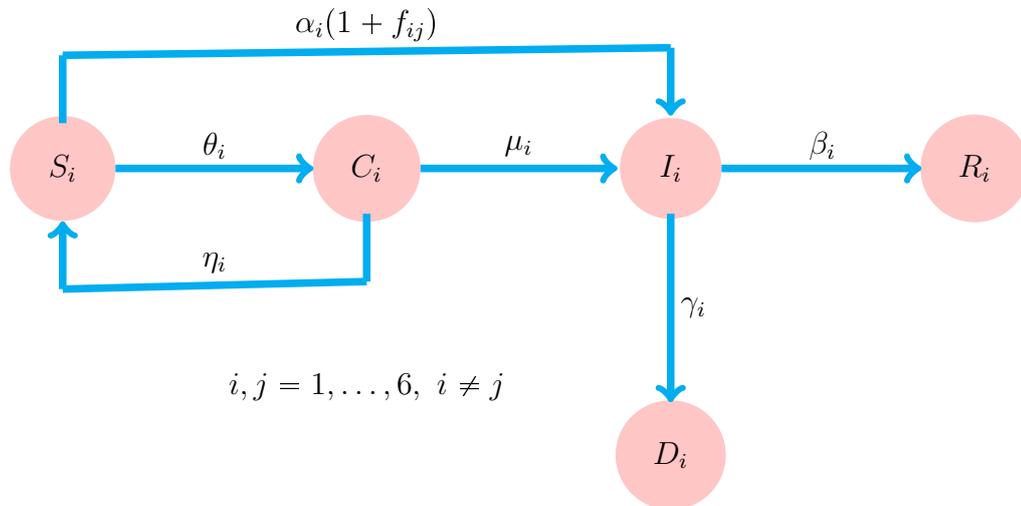
Para descrever o modelo *SCIRD*, consideramos uma população total constante, e introduzimos um pequeno grupo de pessoas infectadas nessa população, onde uma parte desta, em determinado período, se confina em decorrência da pandemia. Para descrever a propagação da infecção na população em função do tempo, vamos supor as seguintes circunstâncias:

1. Considere que após a recuperação, a COVID-19 admite uma imunidade temporária;
2. A população pode ser dividida em cinco compartimentos: os suscetíveis² que estão sujeitos a se contaminarem, S; os confinados, C; os infectados, I; os recuperados, R; e os que vieram a óbito, D.

Sendo assim, o processo de interação dos indivíduos é esquematicamente descrito pela Figura 20.

¹ Neste trabalho consideramos o *lockdown* como um bloqueio total, onde as pessoas que foram confinadas não saem de casa durante o bloqueio. Já as pessoas que não se confinaram, continuam transitando.

² São os indivíduos que estão propensos a se contaminarem devido à falta de medidas preventivas, como o confinamento ou a falta de imunidade, por exemplo.

Figura 20 – Diagrama compartimental do modelo *SCIRD*.

Fonte: Autora

Considerando $S(t)$, $C(t)$, $I(t)$, $R(t)$ e $D(t)$, o número de indivíduos em cada compartimento do modelo, e inserindo um fluxo de pessoas que saem de suas cidades para Presidente Prudente, podemos assumir como hipótese que:

1. O aumento no compartimento dos infectados é proporcional ao número de infectados e suscetíveis. Além disso, os suscetíveis são perdidos na mesma proporção.
2. A taxa em que os infectados vão para os recuperados é proporcional ao número de infectados.
3. O período de incubação é curto, ou seja, um suscetível que contrai a doença passa a transmiti-la imediatamente.
4. Neste caso, há indivíduos recuperados, mas que não se reinfectam, pois segundo [Townsend et al. \(2021\)](#) “A reinfecção pelo vírus SARS-CoV-2 em condições endêmicas provavelmente ocorreria entre 3 e 63 meses após o pico da resposta de anticorpos, com uma média de 16 meses”, e estamos analisando, no máximo, 100 dias.

Sendo assim, dadas as hipóteses e considerando no modelo uma divisão pela população total, baseada no trabalho de [Garrido et al. \(2022\)](#), podemos representar o

problema pelo seguinte sistema de equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS_{C_i}}{dt} = \frac{-\alpha_i S_{C_i} I_{C_i}}{N_{C_i}} - \theta_i S_{C_i} + \eta_i C_{C_i} - \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^6 f_{ij} S_{C_i} \alpha_i I_{C_j} \\ \frac{dC_{C_i}}{dt} = \theta_i S_{C_i} - \alpha_{c_i} C_{C_i} I_{C_i} - \eta_i C_{C_i} \\ \frac{dI_{C_i}}{dt} = \frac{\alpha_i S_{C_i} I_{C_i}}{N_{C_i}} + \alpha_{c_i} C_{C_i} I_{C_i} - \beta_i I_{C_i} - \gamma_i I_{C_i} + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^6 f_{ij} S_{C_i} \alpha_i I_{C_j} \\ \frac{dR_{C_i}}{dt} = \beta_i I_{C_i} \\ \frac{dD_{C_i}}{dt} = \gamma_i I_{C_i} \end{array} \right. \quad (4.1)$$

onde as somatórias representam a população suscetível da cidade i que se contamina na cidade j , devido ao fluxo entre os municípios (f_{ij}), saindo então do compartimento dos suscetíveis e passando para o compartimento dos infectados.

A descrição dos parâmetros utilizados no modelo podem ser vistos na Tabela 2, e na Tabela 4 do Apêndice A são apresentados os valores utilizados para o presente estudo.

Tabela 2 – Notação e descrição dos parâmetros do modelo *SCIRD*.

Notação	Descrição
$S_{C_i}(t)$	Número de suscetíveis da cidade i no momento t .
C_i/C_j	Denota a cidade i . / Denota a cidade j .
α_i	Taxa de infecção dos suscetíveis da cidade i .
$I_{C_i}(t)$	Número de infectados da cidade i no momento t .
$N_{C_i}(t)$	População total da cidade i no momento t .
θ_i	Taxa de confinamento dos suscetíveis da cidade i .
η_i	Taxa em que os confinados voltam a ser suscetíveis da cidade i .
$C_{C_i}(t)$	Número de confinados da cidade i no momento t .
α_{c_i}	Taxa de infecção dos confinados da cidade i .
f_{ij}	Taxa do fluxo de pessoas que transitam da cidade i para a j todos os dias.
$R_{C_i}(t)$	Número de recuperados da cidade i no momento t .
β_i	Taxa de recuperação dos infectados da cidade i .
$D_{C_i}(t)$	Número de óbitos da cidade i no momento t .
γ_i	Taxa de mortalidade devido à doença na cidade i .

Considerando apenas soluções não negativas para S_{C_i} , C_{C_i} , I_{C_i} , R_{C_i} e D_{C_i} , e sendo $(N_{C_1}, N_{C_2}, N_{C_3}, N_{C_4}, N_{C_5}, N_{C_6})$ o tamanho das populações, temos:

$$\frac{dS_{C_i}}{dt} + \frac{dC_{C_i}}{dt} + \frac{dI_{C_i}}{dt} + \frac{dR_{C_i}}{dt} + \frac{dD_{C_i}}{dt} = 0,$$

e

$$S_{C_1}(t) + C_{C_1}(t) + I_{C_1}(t) + R_{C_1}(t) + D_{C_1}(t) = N_{C_1},$$

$$S_{C_2}(t) + C_{C_2}(t) + I_{C_2}(t) + R_{C_2}(t) + D_{C_2}(t) = N_{C_2},$$

$$S_{C_3}(t) + C_{C_3}(t) + I_{C_3}(t) + R_{C_3}(t) + D_{C_3}(t) = N_{C_3},$$

$$S_{C_4}(t) + C_{C_4}(t) + I_{C_4}(t) + R_{C_4}(t) + D_{C_4}(t) = N_{C_4},$$

$$S_{C_5}(t) + C_{C_5}(t) + I_{C_5}(t) + R_{C_5}(t) + D_{C_5}(t) = N_{C_5},$$

$$S_{C_6}(t) + C_{C_6}(t) + I_{C_6}(t) + R_{C_6}(t) + D_{C_6}(t) = N_{C_6}.$$

Deste modo, os compartimentos S_{C_i} , C_{C_i} , I_{C_i} , R_{C_i} e D_{C_i} de cada cidade são limitados superiormente pelo tamanho da população de cada uma delas, onde C_i representa cada cidade i , com $i = 1, \dots, 6$ sendo C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 e C_6 as cidades de Presidente Prudente, Alfredo Marcondes, Álvares Machado, Regente Feijó, Indiana e Anhumas, respectivamente.

4.1.2 Modelo do tipo *SVIRD*

Para descrever o modelo com vacinação, também foi considerada uma população total constante, e introduzido um pequeno grupo de pessoas infectadas nesta população, porém, neste caso, a população começa a ser imunizada. Para descrever a propagação da infecção na população em função do tempo, vamos supor as seguintes circunstâncias:

1. Considere que após a recuperação, a COVID-19 admite uma imunidade temporária;
2. O indivíduo só será considerado imunizado depois de tomar dose única ou duas doses da vacina;
3. A população pode ser dividida em cinco compartimentos: os suscetíveis que estão sujeitos a se contaminarem, S; os vacinados, V^3 ; os infectados, I; os recuperados, R; e os que vieram a óbito, D.

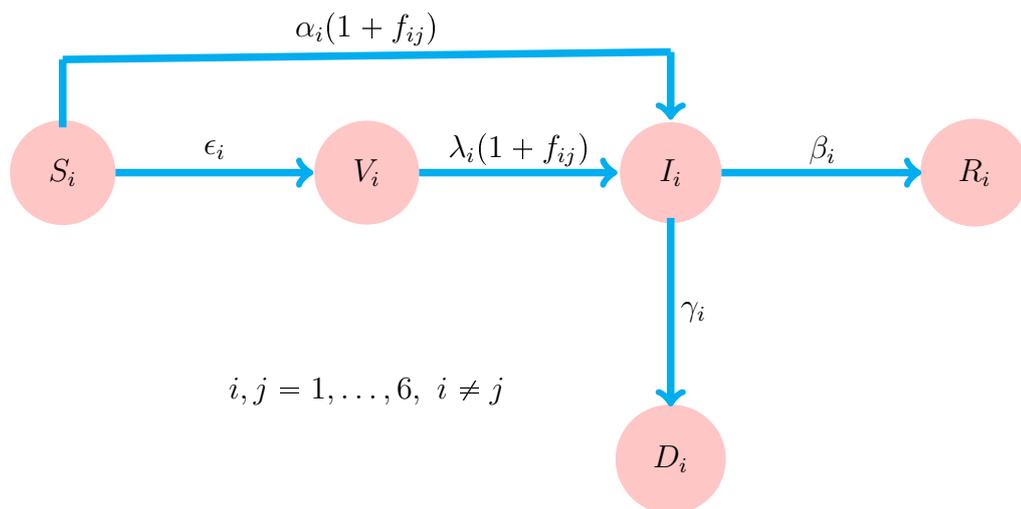
Assim, o processo de interação dos indivíduos é esquematicamente descrito na Figura 21. Partindo do modelo anterior (sistema (4.1)), consideramos $S(t)$, $V(t)$, $I(t)$, $R(t)$ e $D(t)$ o número de indivíduos em cada compartimento, e assumimos como hipótese para este modelo que:

1. O aumento no compartimento dos infectados é proporcional ao número de infectados e suscetíveis. Além disso, os suscetíveis são perdidos na mesma proporção.

³ São considerados vacinados as pessoas que tomaram dose única ou duas doses das vacinas.

2. A taxa em que os infectados vão para os recuperados é proporcional ao número de infectados.
3. O período de incubação é curto, ou seja, um suscetível que contrai a doença passa a transmiti-la imediatamente.
4. Os indivíduos só serão considerados imunizados a partir da segunda dose da vacina, ou seja, 12 semanas após o início da vacinação.⁴
5. Neste caso, há indivíduos recuperados, mas que não se reinfectam, pois segundo [Townsend et al. \(2021\)](#), “a reinfecção pelo vírus SARS-CoV-2 em condições endêmicas provavelmente ocorreria entre 3 e 63 meses após o pico da resposta de anticorpos, com uma média de 16 meses”, e neste caso estamos analisando até 140 dias.

Figura 21 – Diagrama compartimental do modelo *SVIRD*.



Fonte: Autora.

Assim, o processo de interação dos indivíduos é esquematicamente descrito pela Figura 21 e o modelo epidemiológico com o compartimento dos vacinados pode ser

⁴ Os indivíduos só começam a passar para o compartimento dos vacinados após 60 dias do início da vacinação, pois segundo informações disponibilizadas pelo Governo de São Paulo ([SP, 2021](#)), as principais vacinas aplicadas no início da campanha de vacinação tinham um intervalo de 60 dias em média, entre a primeira e segunda dose, a qual aumenta a imunização contra a doença ([OLIVEIRA, 2021](#)).

descrito por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS_{C_i}}{dt} = \frac{-\alpha_i S_{C_i} I_{C_i}}{N_{C_i}} - \epsilon_i S_{C_i} - \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^6 f_{ij} S_{C_i} \alpha_i I_{C_j} \\ \frac{dV_{C_i}}{dt} = \epsilon_i S_{C_i} - \lambda_i V_{C_i} I_{C_i} - \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^6 f_{ij} V_{C_i} \lambda_i I_{C_j} \\ \frac{dI_{C_i}}{dt} = \frac{\alpha_i S_{C_i} I_{C_i}}{N_{C_i}} - \beta_i I_{C_i} - \gamma_i I_{C_i} + \lambda_i V_{C_i} I_{C_i} + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^6 f_{ij} S_{C_i} \alpha_i I_{C_j} + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^6 f_{ij} V_{C_i} \alpha_i I_{C_j} \\ \frac{dR_{C_i}}{dt} = \beta_i I_{C_i} \\ \frac{dD_{C_i}}{dt} = \gamma_i I_{C_i} \end{array} \right. \quad (4.2)$$

onde os termos $\sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^6 f_{ij} S_{C_i} \alpha_i I_{C_j}$ e $\sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^6 f_{ij} V_{C_i} \lambda_i I_{C_j}$ representam a população suscetível e vacinada, respectivamente, da cidade i que se contamina na cidade j , devido ao fluxo entre os municípios (f_{ij}).

A Tabela 3 apresenta os parâmetros utilizados no modelo (4.2), e a Tabela 5 do Apêndice A mostra os valores utilizados no presente trabalho.

Tabela 3 – Notação e descrição dos parâmetros do modelo *SVIRD*.

Notação	Descrição
$S_{C_i}(t)$	Número de suscetíveis da cidade i no momento t .
C_i/C_j	Denota a cidade i . / Denota a cidade j .
α_i	Taxa de infecção dos suscetíveis da cidade i .
$I_{C_i}(t)$	Número de infectados da cidade i no momento t .
$N_{C_i}(t)$	População total da cidade i no momento t .
ϵ_i	Taxa de vacinação dos suscetíveis da cidade i .
$V_{C_i}(t)$	Número de vacinados da cidade i no momento t .
λ_i	Taxa de infecção dos vacinados da cidade i .
f_{ij}	Taxa do fluxo de pessoas que transitam da cidade i para a j todos os dias.
$R_{C_i}(t)$	Número de recuperados da cidade i no momento t .
β_i	Taxa de recuperação dos infectados da cidade i .
$D_{C_i}(t)$	Número de óbitos da cidade i no momento t .
η_i	Taxa de mortalidade devido à doença na cidade i .

Neste caso, também consideramos apenas soluções não negativas para os compartimentos de cada cidade, que também são limitados superiormente pelo tamanho da população de cada uma delas, e C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 e C_6 representam as cidades de Presidente Prudente, Alfredo Marcondes, Álvares Machado, Regente Feijó, Indiana e Anhumas, respectivamente.

4.2 Solução numérica e obtenção dos parâmetros

Para realizar a solução numérica e computacional foi utilizada a linguagem de programação Python, que é uma linguagem amplamente utilizada, o que gera uma grande base de recursos e bibliotecas disponíveis que auxiliam na utilização. A linguagem foi criada por Guido Van Rossum, matemático e programador, e foi lançada em 1991 (LINGE; LANGTANGEN, 2020; LANGTANGEN; LANGTANGEN, 2011; PYTHON INSTITUTE, 2012).

Para a escrita e execução do código foram utilizados o Google Colaboratory, que é um serviço de armazenamento em nuvem onde os usuários podem programar em Python no próprio navegador, contando com bibliotecas e ferramentas adicionais sem a necessidade de instalação, e o PyCharm (PYCHARM, 2000), que é um ambiente de desenvolvimento integrado para a utilização da linguagem.

Foram aplicadas as bibliotecas Pandas e Matplotlib. A primeira foi utilizada para manusear os arquivos no formato .xlsx (do Microsoft Excel) com os dados⁵ da pandemia nas cidades de estudo (MCKINNEY et al., 2010), e a segunda para a visualização gráfica, mais especificamente, para gerar os gráficos em 2D (HUNTER; DALE; FIRING, 2012), que serão apresentados nos resultados.

Além disso, para solucionar o sistema de equações diferenciais, foi empregada a função *scipy.integrate.odeint* do sub-pacote *scipy.integrate*, que fornece vários métodos de integração. Esta função implementa uma adaptação do solver LSODA (MÜLLER-KOMOROWSKA, 2021), que utiliza métodos numéricos do tipo Adams (MAIOLI, 2015) e *Backward differentiation formula (BDF)* (GRILLO; SANTOS,). E, por fim, os valores dos parâmetros utilizados podem ser consultados no Apêndice A.

⁵ Os dados utilizados no presente trabalho foram retirados da plataforma SP Covid-19 Info Tracker (Site da plataforma: <http://www.spcovid.net.br>) e da Fundação SEADE (Sistema Estadual de Análise de Dados) do governo do estado de São Paulo (SEADE, SP, 2020).

5 Resultados e discussões

Neste Capítulo serão apresentados os resultados obtidos a partir da simulação do modelo *SCIRD* comparado com os dados reais para os municípios de estudo. Além disso, alguns cenários de *lockdown* como medidas de prevenção foram empregados e, a fim de validar o método, foram utilizados os dados do município de Araraquara, que empregou um *lockdown* durante um período seguido de dez dias. Por fim, os resultados utilizando o modelo *SVIRD* serão exibidos com diferentes abordagens para a vacinação, com o intuito de analisar uma possível redução de novos casos infectados e óbitos, e servir de suporte para a tomada de decisão em vários setores.

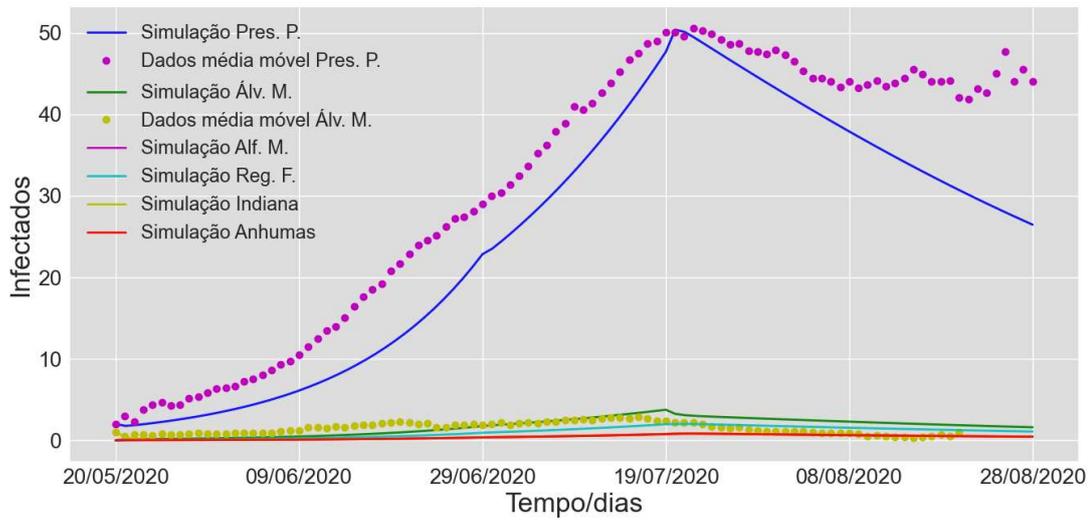
5.1 Simulação da dinâmica da COVID-19 na região de Presidente Prudente empregando um *lockdown*

Para esta simulação, considerou-se as equações descritas no modelo (4.1), com as condições iniciais reais referentes ao dia 20 de maio de 2020. Em relação aos valores dos parâmetros, alguns foram retirados da literatura e outros foram calibrados para que os resultados fossem os mais condizentes com a realidade, e todos podem ser consultados na Tabela 4 do Apêndice A.

Inicialmente, o compartimento dos confinados recebeu valores iguais a zero, até que as curvas de novos casos diários e óbitos acumulados fossem as mais condizentes com a realidade possível, onde plotamos a curva dos dados e a simulada pelo modelo e comparamos. Para isto, as taxas de infecção e mortalidade de cada uma das cidades foram calibradas até que as curvas apresentassem uma boa aproximação visualmente.

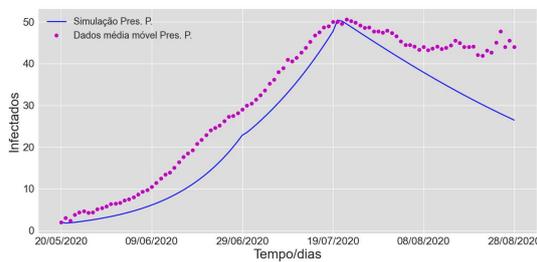
Sendo assim, a Figura 22 mostra o crescimento do número de infectados a partir do dia 20 de maio de 2020, nos seis municípios, onde é possível observar que o resultado obtido está bem próximo em relação qualitativa da média móvel dos casos. Esse cenário pode ser melhor observado a partir da Figura 23.

Figura 22 – Comparação entre os dados reais da doença e a curva do modelo *SCIRD* para os novos infectados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.

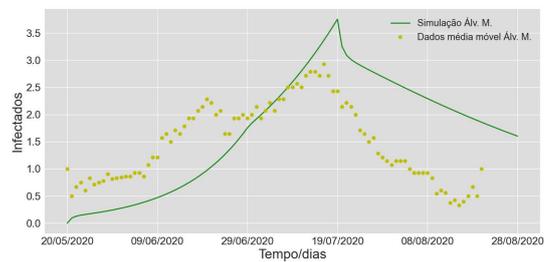


Fonte: Autora.

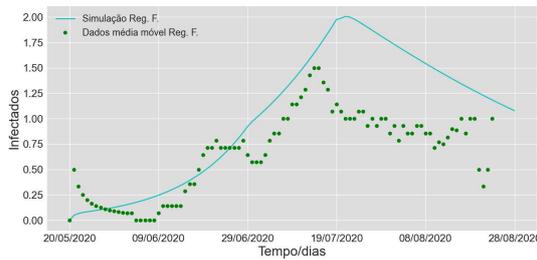
Figura 23 – Comparação entre os dados reais da doença e a curva do modelo *SCIRD* para os novos casos confirmados pela COVID-19.



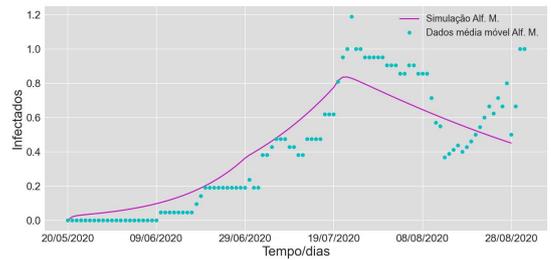
(a) Presidente Prudente.



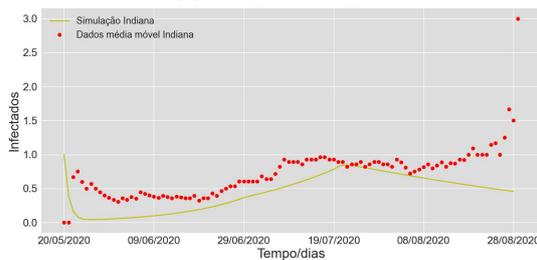
(b) Álvares Machado.



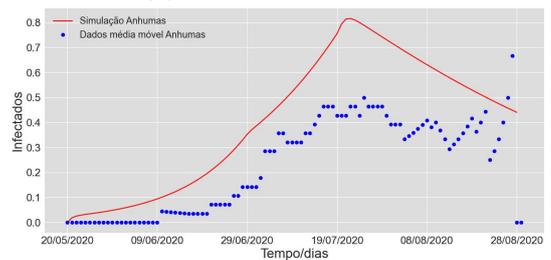
(c) Regente Feijó.



(d) Alfredo Marcondes.



(e) Indiana.

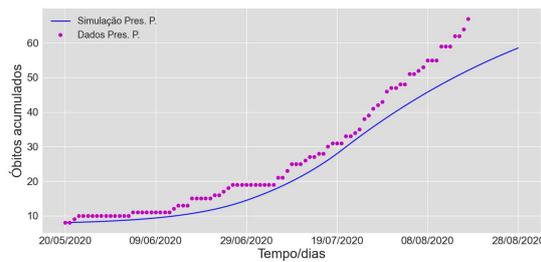


(f) Anhumas.

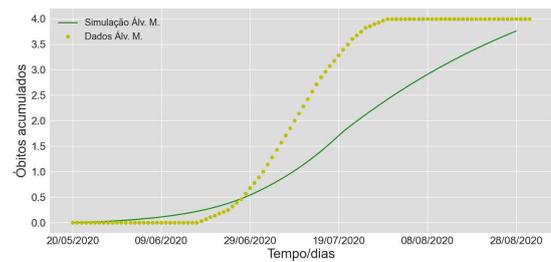
Fonte: Autora.

Já a Figura 24, apresenta a curva dos óbitos acumulados ao longo do tempo em relação a cada uma das cidades, comparando os dados reais divulgados pelo estado e a simulação do modelo. Vale ressaltar que as cidades de Anhumas e Indiana não registraram óbitos no período estudado, por isso as curvas permanecem em zero.

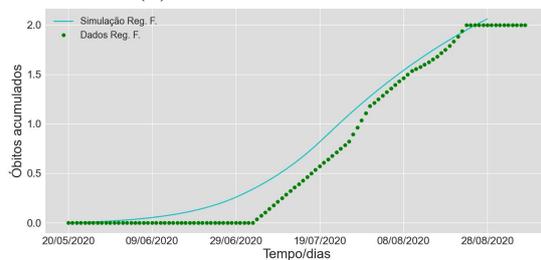
Figura 24 – Comparação entre os dados reais da doença e a curva do modelo *SCIRD* para o número de óbitos acumulados pela COVID-19.



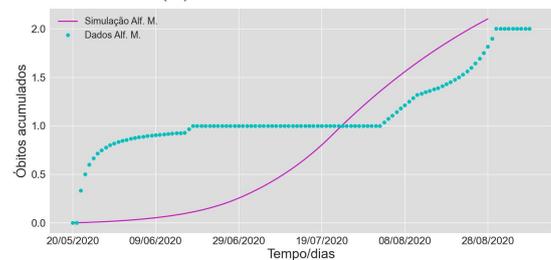
(a) Presidente Prudente.



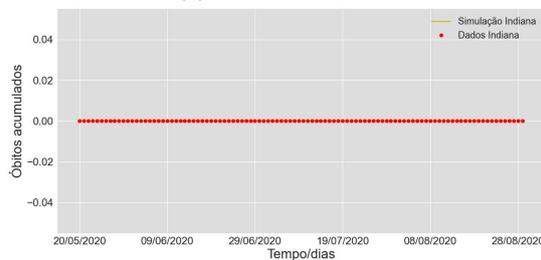
(b) Álvares Machado.



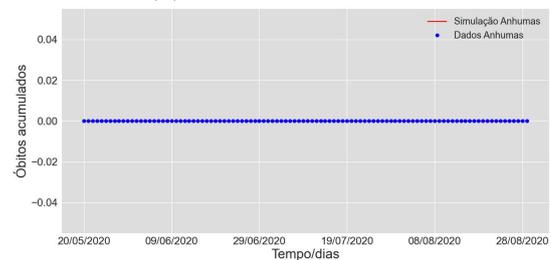
(c) Regente Feijó.



(d) Alfredo Marcondes.



(e) Indiana.



(f) Anhumas.

Fonte: Autora.

A partir dos resultados apresentados, pode-se concluir que o modelo está bem próximo em relação qualitativa da realidade para o número de casos de novos infectados e óbitos acumulados. Cabe aqui salientar que há diversos motivos que justificam possíveis diferenças entre o número real e o apresentado, dentre eles, a demora nos resultados de testes, impedindo a divulgação dos dados em tempo real, principalmente aos finais de semana e feriados, onde eram divulgados dados sem nenhum caso confirmado, gerando acúmulo de positivados em alguns dias da semana. Além disso, neste período, o tempo para que se obtivesse o resultado dos testes era longo, o que atrasava a divulgação dos dados e o diagnóstico da doença.

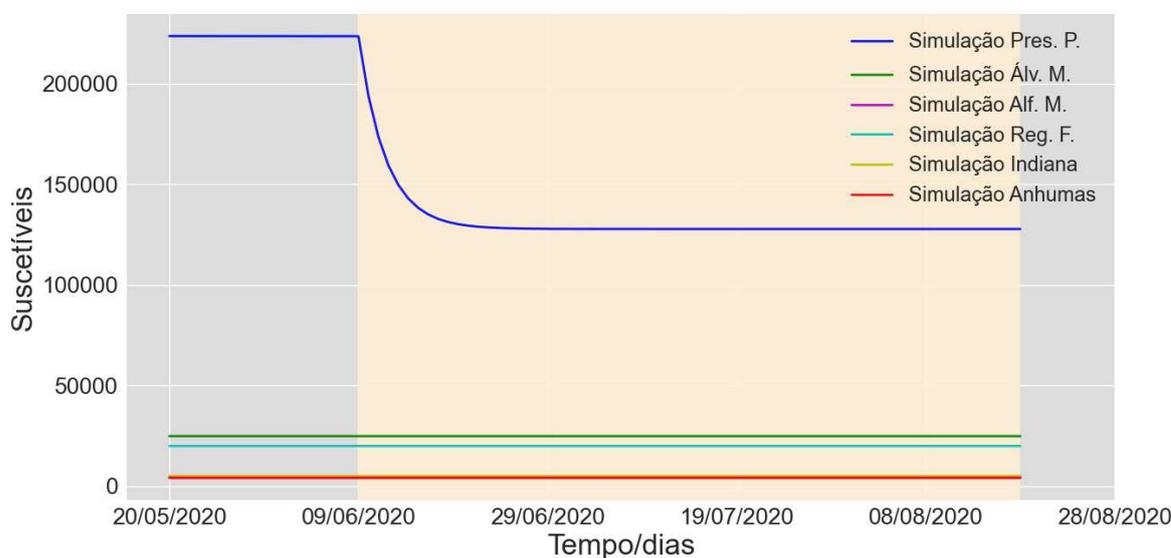
O modelo também simula o compartimento dos recuperados, confinados e

suscetíveis para as seis cidades. O resultado pode ser visto nas Figuras 70–74 que se encontram no apêndice B.

Com o propósito de estudar o impacto que um *lockdown* causa nos grandes centros e nas cidades ao seu entorno, foi aplicado um período de confinamento na simulação anterior. No primeiro cenário, a população confinada chega próximo a 100 mil pessoas¹. Este confinamento só foi considerado para o município de Presidente Prudente, porém, pelos resultados obtidos e apresentados nas figuras a seguir, é nítido que o mesmo teve impactos positivos não somente para o próprio município, mas também para as cidades satélites.

Pelas Figuras 25 e 26 pode-se observar a redução do número de suscetíveis que passam para o compartimento dos confinados, onde permanecem ao longo dos próximos 70 dias. Já as Figuras 27, 28 e 29 mostram a curva de novos casos de infectados crescendo, mas após o *lockdown* ser decretado, há uma redução significativa dos novos casos da doença. Por fim, a Figura 30 apresenta a curva de óbitos acumulados, a qual inicialmente apresenta um crescimento e depois do *lockdown* se estabiliza.

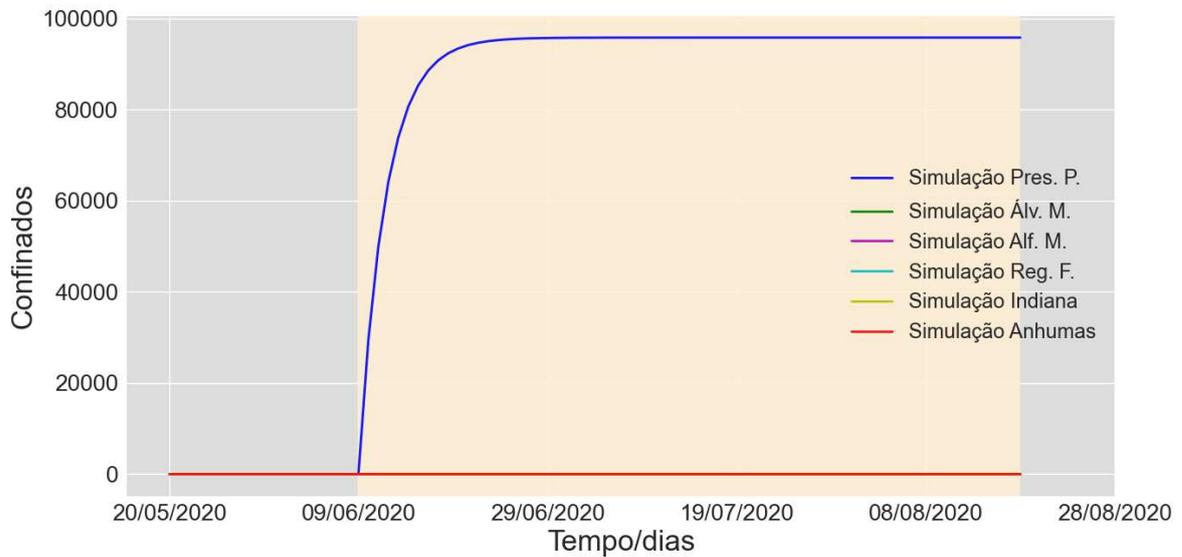
Figura 25 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (70 dias) no número de suscetíveis pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.



Fonte: Autora.

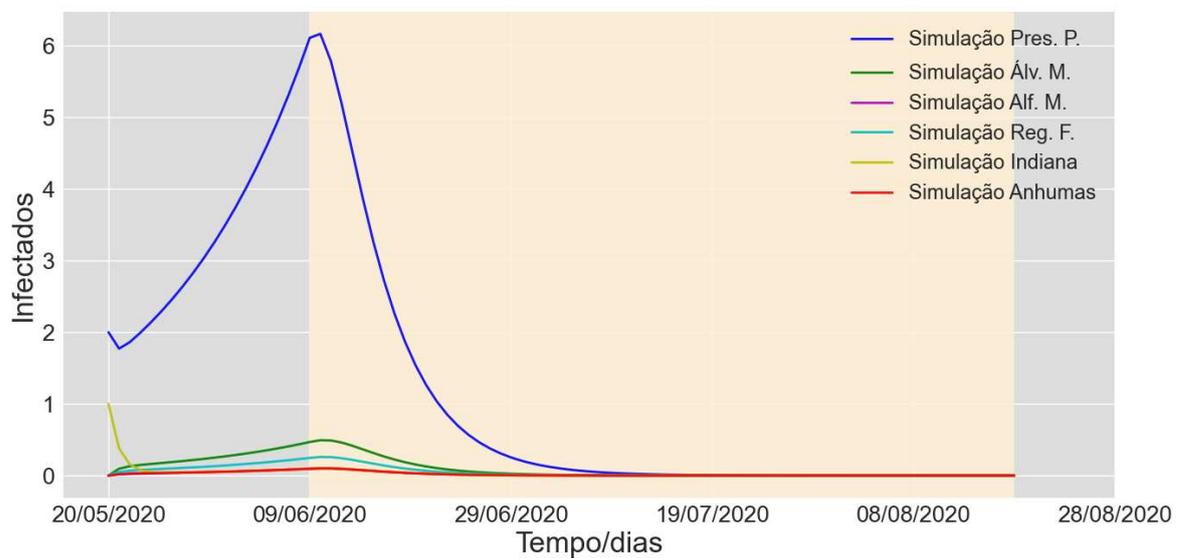
¹ A quantidade de pessoas confinadas foi definida a partir de dados do *lockdown* empregado na cidade de Araraquara (SIMI, SP, 2020), que foi a primeira cidade com mais de 100 mil habitantes a decretar um período de isolamento.

Figura 26 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (70 dias) no número de confinados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.



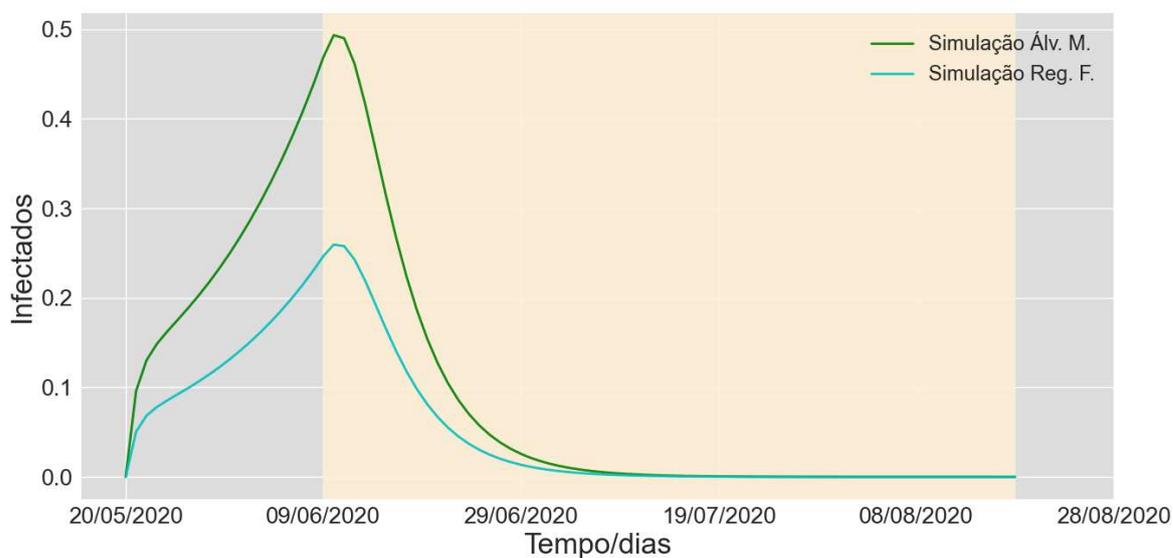
Fonte: Autora.

Figura 27 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (70 dias) no número de infectados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.



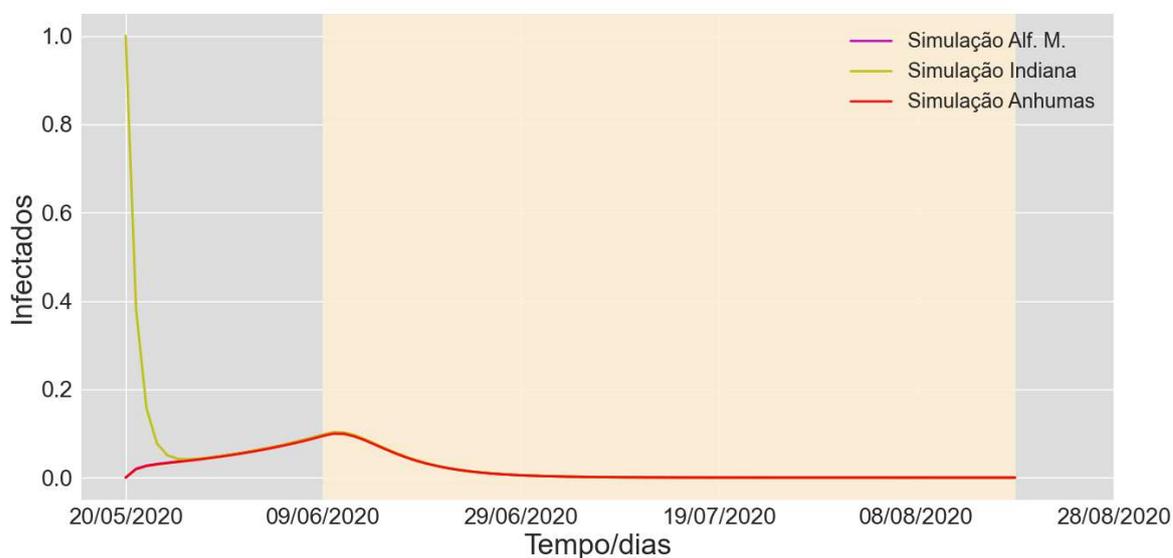
Fonte: Autora.

Figura 28 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (70 dias) no número de infectados pela COVID-19 em Álvares Machado e Regente Feijó.



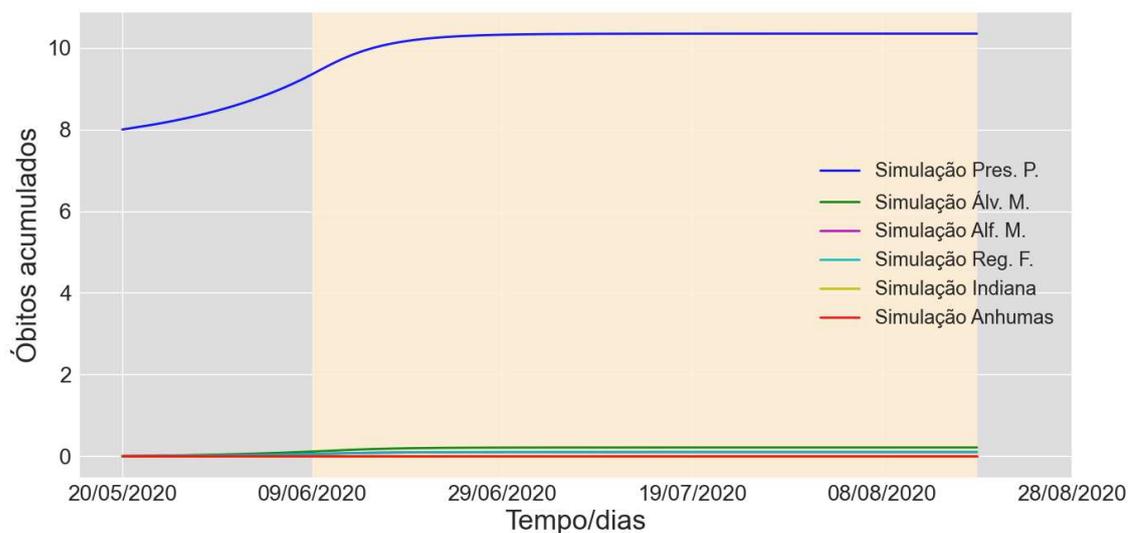
Fonte: Autora.

Figura 29 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (70 dias) no número de infectados pela COVID-19 em Alfredo Marcondes, Indiana e Anhumas.



Fonte: Autora.

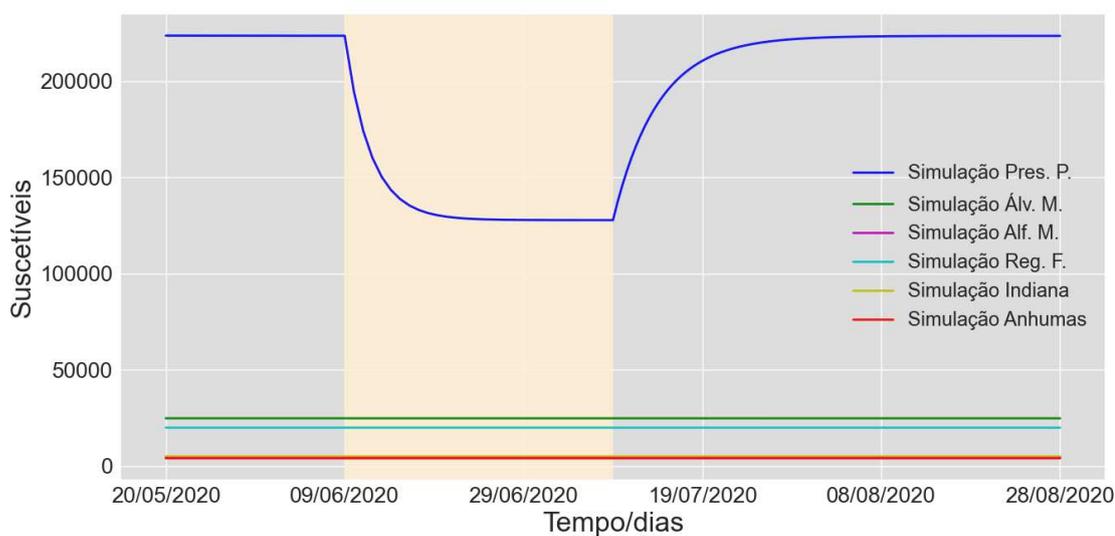
Figura 30 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (70 dias) no número de óbitos acumulados devido a COVID-19 na região de Presidente Prudente.



Fonte: Autora.

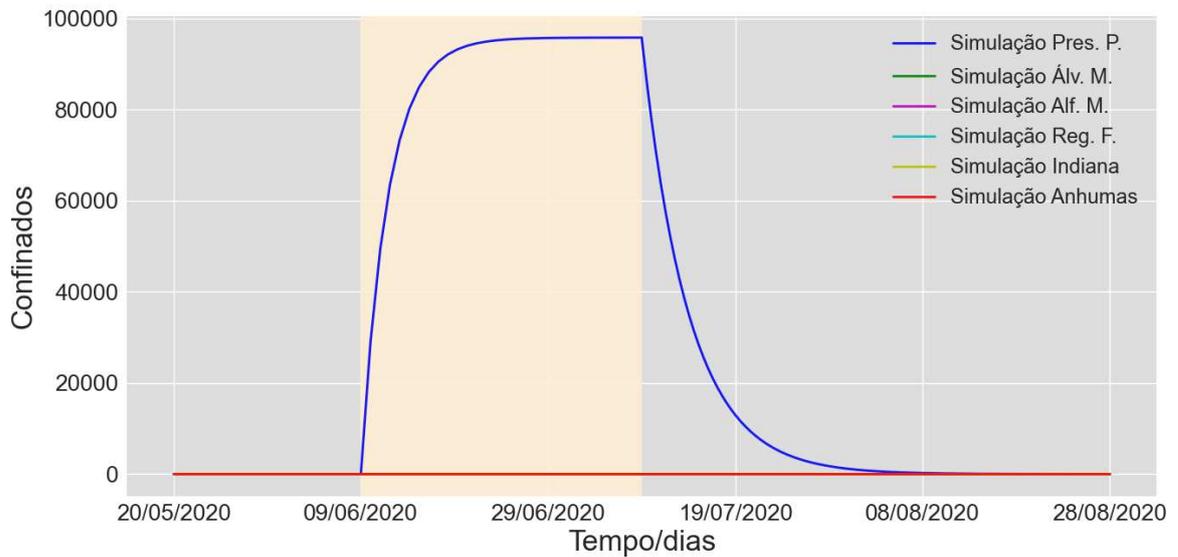
As Figuras 31–36 apresentam os resultados com um período de confinamento mais curto, do 20° ao 50° dia. Pode-se observar que há, assim como no caso anterior, um decaimento no número de infectados, porém, assim que finalizado o período de *lockdown*, eles voltam a crescer. A simulação também apresenta um período de estabilidade nos óbitos, porém, após o encerramento do confinamento da população, eles também voltam a aumentar.

Figura 31 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (30 dias) no número de suscetíveis pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.



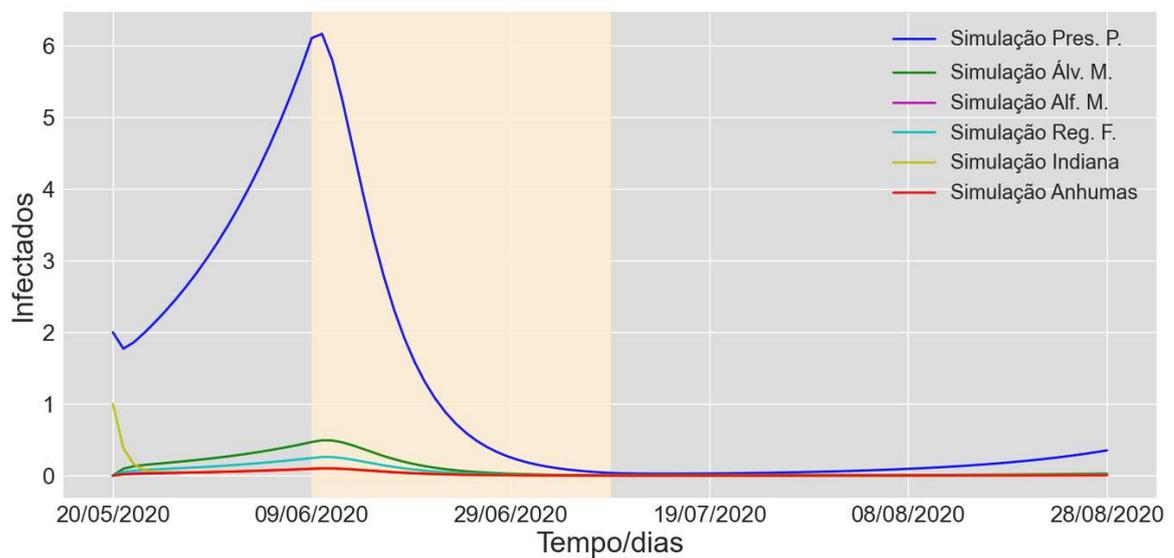
Fonte: Autora.

Figura 32 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (30 dias) no número de confinados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.



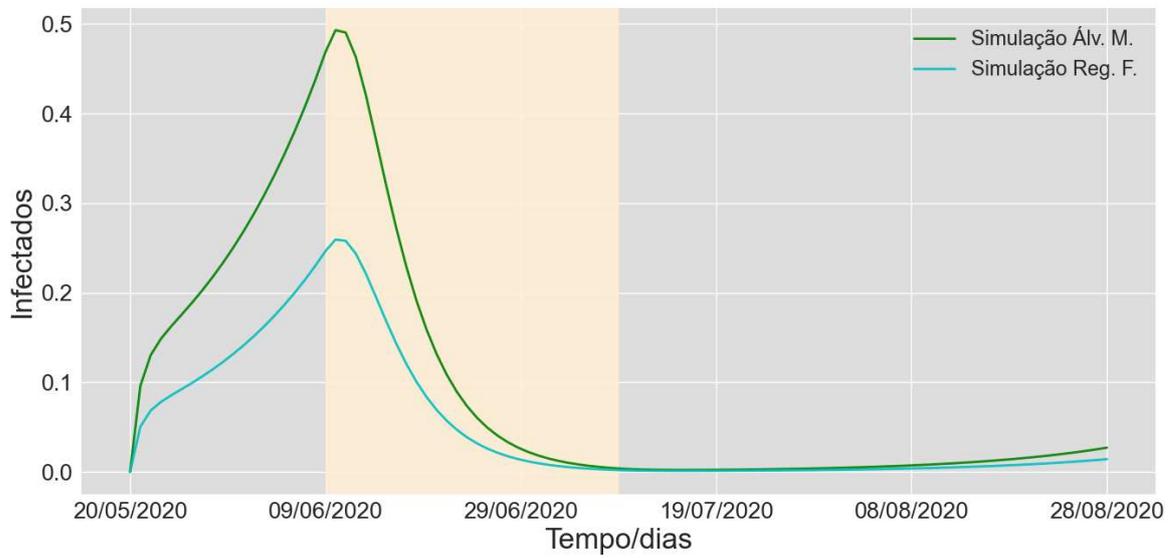
Fonte: Autora.

Figura 33 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (30 dias) no número de infectados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.



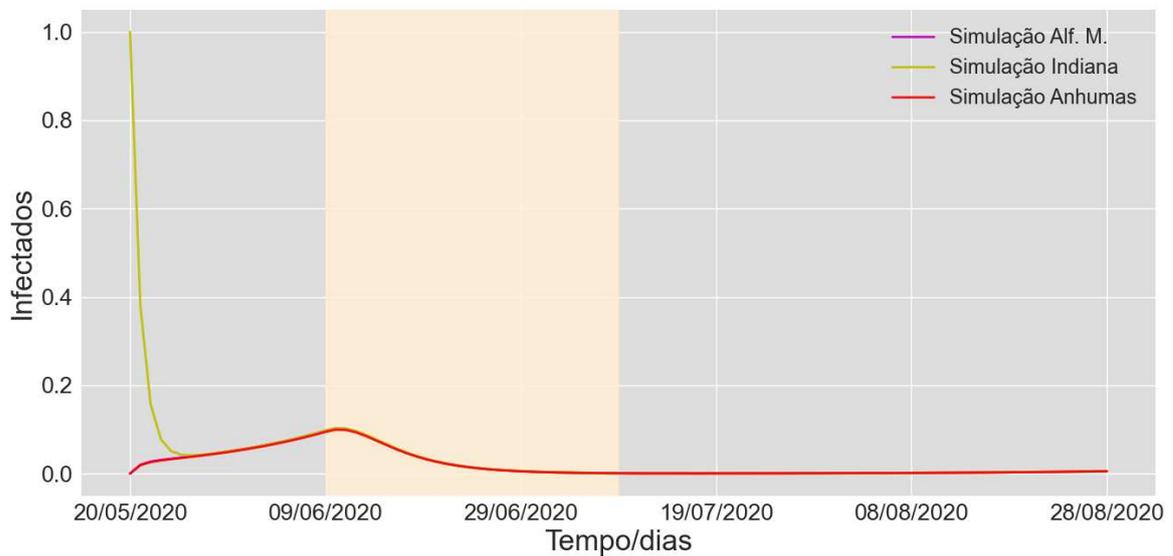
Fonte: Autora.

Figura 34 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (30 dias) no número de infectados pela COVID-19 em Álvares Machado e Regente Feijó.



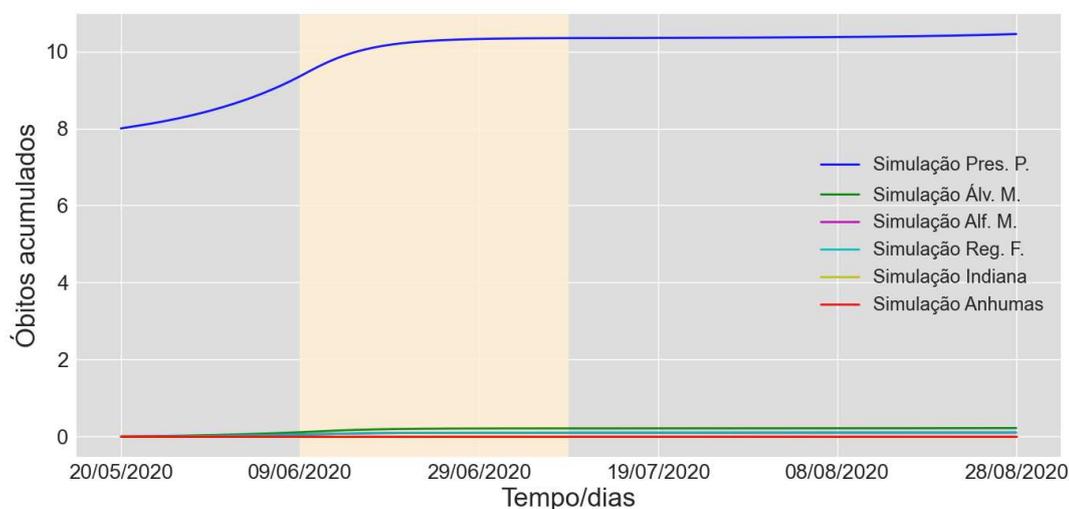
Fonte: Autora.

Figura 35 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (30 dias) no número de infectados pela COVID-19 em Alfredo Marcondes, Indiana e Anhumas.



Fonte: Autora.

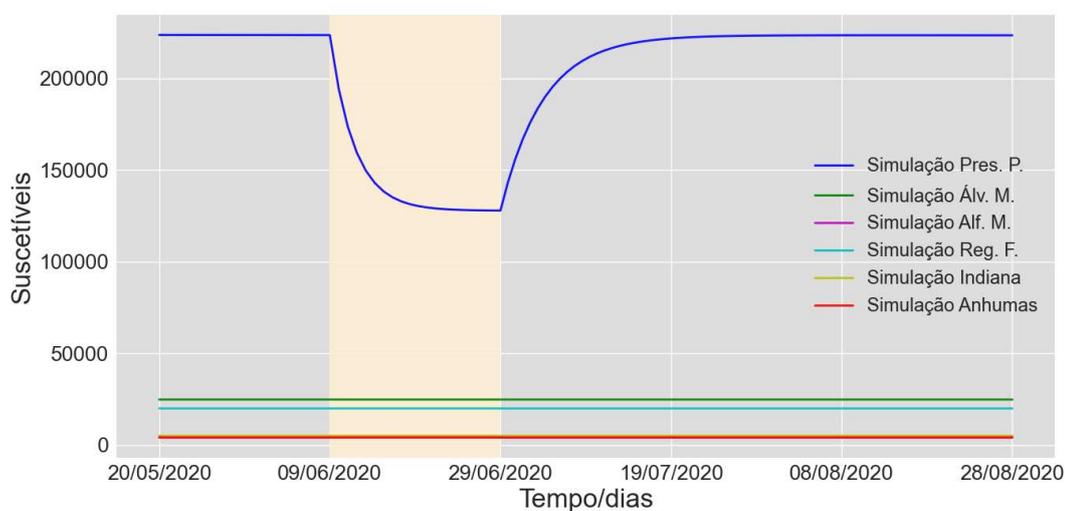
Figura 36 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (30 dias) no número de óbitos acumulados devido a COVID-19 na região de Presidente Prudente.



Fonte: Autora.

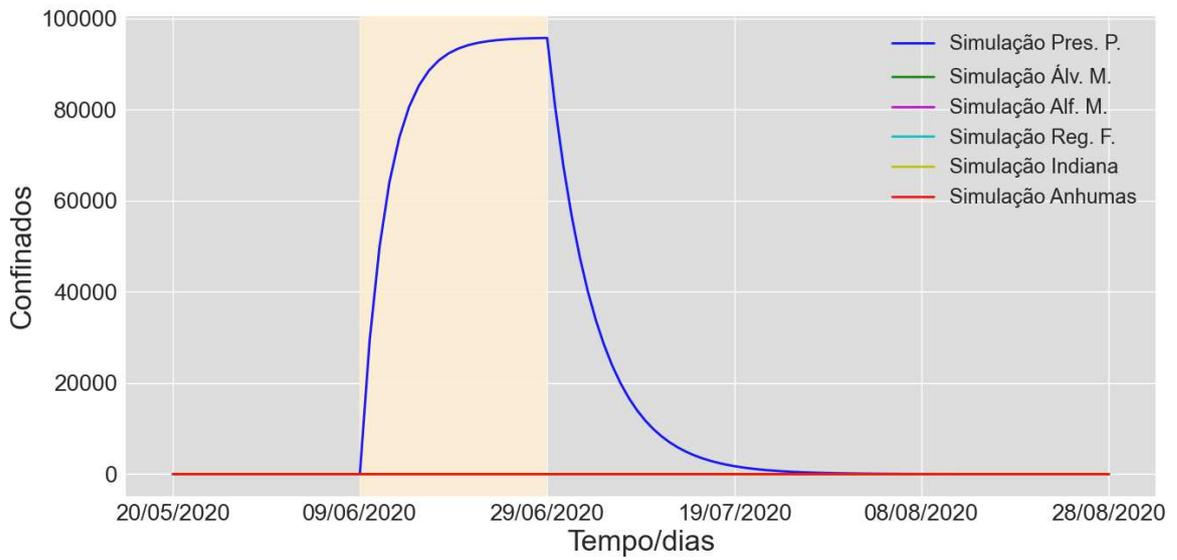
Apesar de haver um aumento nos casos e óbitos após o período de confinamento, 30 dias de *lockdown* reduziu drasticamente os números. Sendo assim, analisou-se, também, o cenário com o período de confinamento de 20 dias, e os resultados são apresentados nas Figuras 37–42. Os resultados mostram, novamente, um decaimento no número de infectados, que volta a crescer após o período de confinamento. O mesmo ocorre com os óbitos, que apresenta resultado similares ao *lockdown* de 30 dias, que se estabiliza e depois volta a crescer.

Figura 37 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (20 dias) no número de suscetíveis pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.



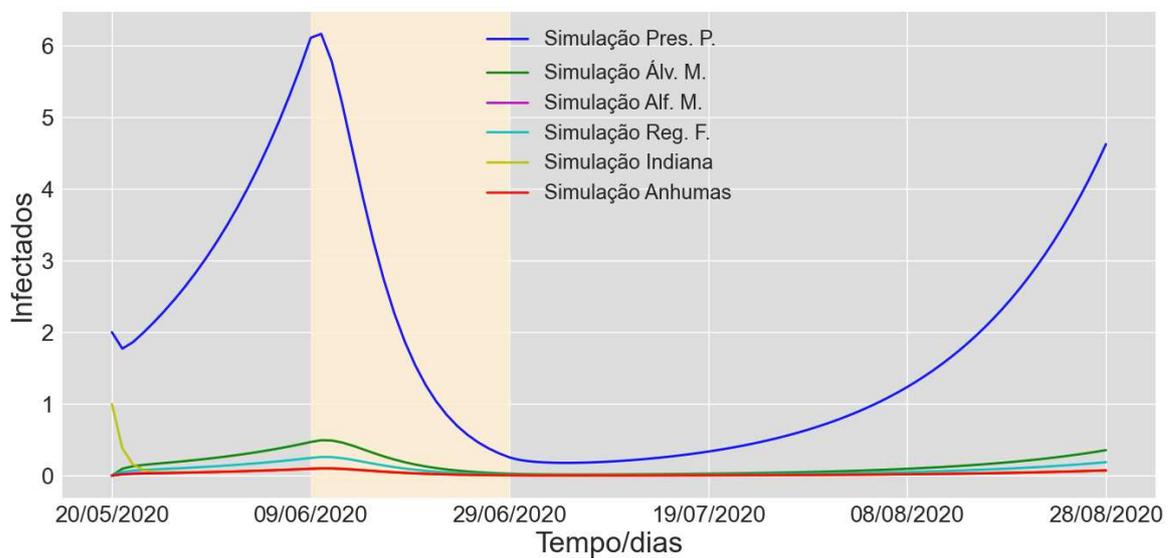
Fonte: Autora.

Figura 38 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (20 dias) no número de confinados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.



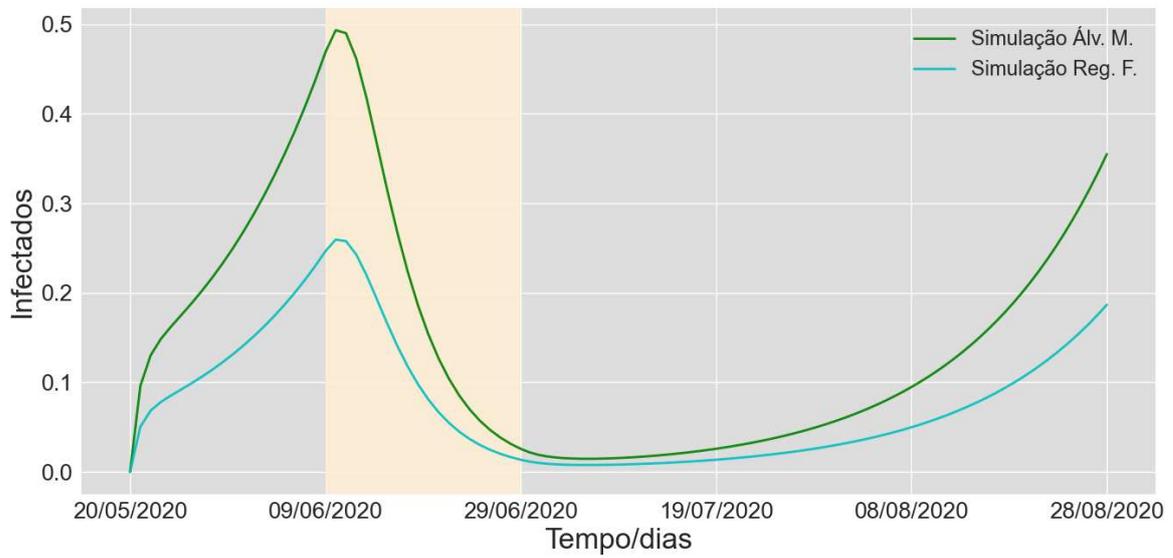
Fonte: Autora.

Figura 39 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (20 dias) no número de infectados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.



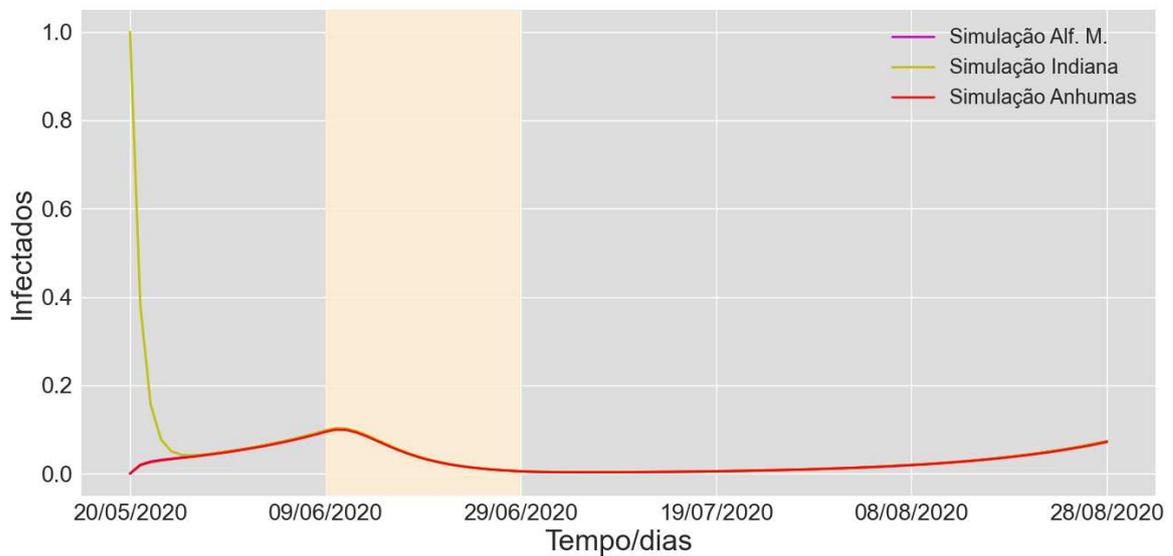
Fonte: Autora.

Figura 40 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (20 dias) no número de infectados pela COVID-19 em Álvares Machado e Regente Feijó.



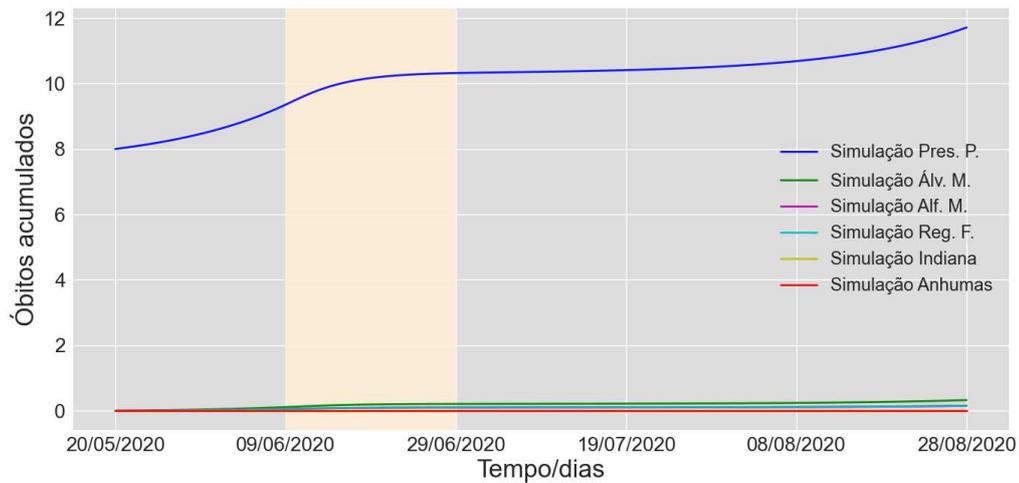
Fonte: Autora.

Figura 41 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (20 dias) no número de infectados pela COVID-19 em Alfredo Marcondes, Indiana e Anhumas.



Fonte: Autora.

Figura 42 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (20 dias) no número de óbitos acumulados devido a COVID-19 na região de Presidente Prudente.

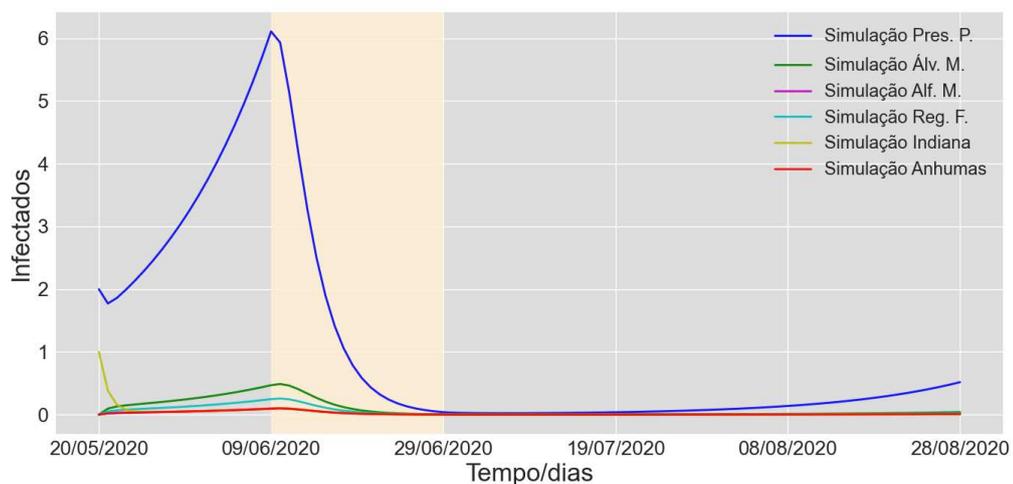


Fonte: Autora.

A partir da Figura 39, pode-se observar que o número de novos infectados volta a crescer rapidamente. Sendo assim, empregou-se um confinamento maior, ou seja, a taxa de confinamento foi aumentada, confinando cerca de 120 mil pessoas. A Figura 43 mostra que, neste caso, a curva dos infectados não volta a crescer tão rápido. Já a Figura 44, apresenta a curva de óbitos, que demora a crescer após o *lockdown*.

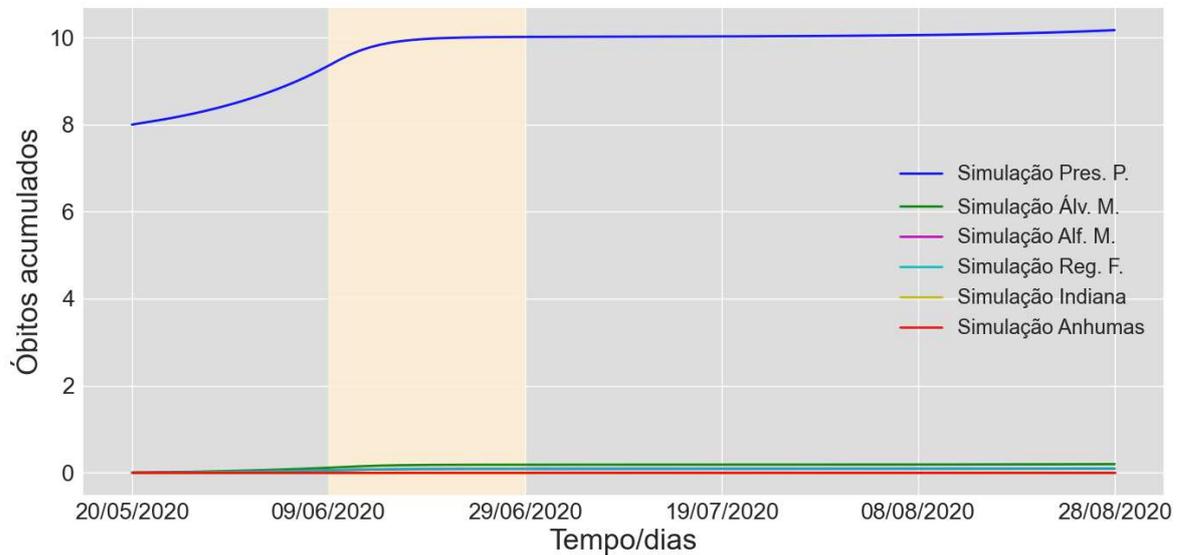
No apêndice B, as Figuras 75 e 76 mostram os gráficos da curva de infectados com um *zoom* para os municípios menores.

Figura 43 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (20 dias com taxa maior de confinamento) no número de infectados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.



Fonte: Autora.

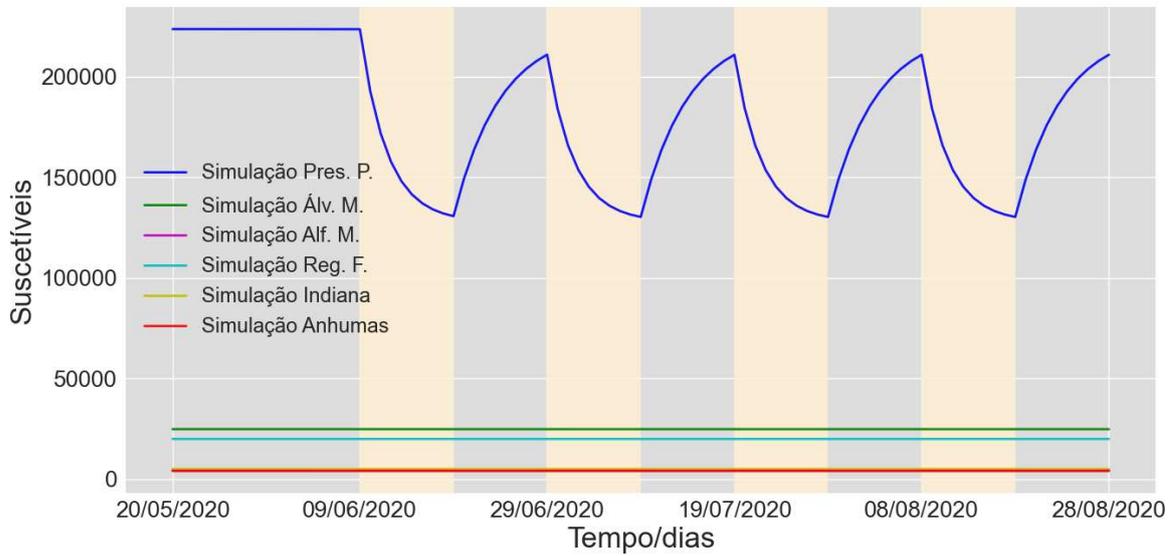
Figura 44 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (20 dias e taxa maior de confinamento) no número de óbitos acumulados devido a COVID-19 na região de Presidente Prudente.



Fonte: Autora.

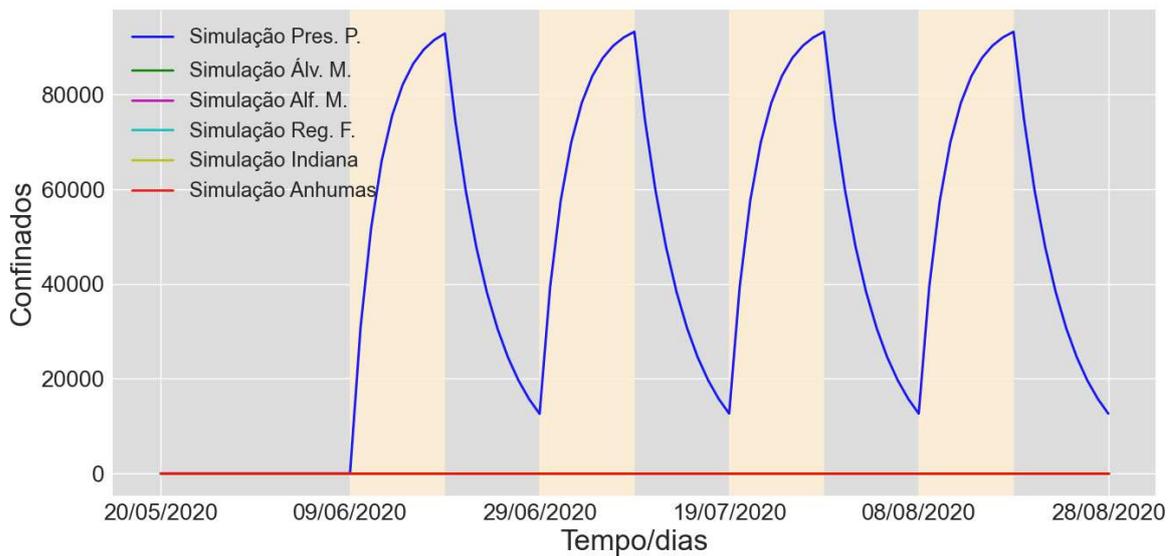
A fim de testar uma proposta similar à apresentada por [Patrão e Reis \(2020\)](#), em que os autores adotam, como estratégia para diminuir o número de óbitos e evitar um colapso no sistema de saúde, o isolamento social juntamente com a reabertura diversas vezes, foram realizadas simulações onde, a partir do 20º dia, a população foi confinada por 10 dias e, em seguida, liberada por mais 10 dias, seguindo assim repetidas vezes, como pode ser visto a partir das Figuras 45 e 46, que mostram os suscetíveis e confinados no período. Os resultados podem ser vistos nas Figuras 47, 48 e 49, que mostram que o número de novos casos por dia foram reduzindo lentamente até se estabilizarem, assim como os óbitos.

Figura 45 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito no número de suscetíveis na região de Presidente Prudente empregando um *lockdown* com reabertura de 10 em 10 dias.



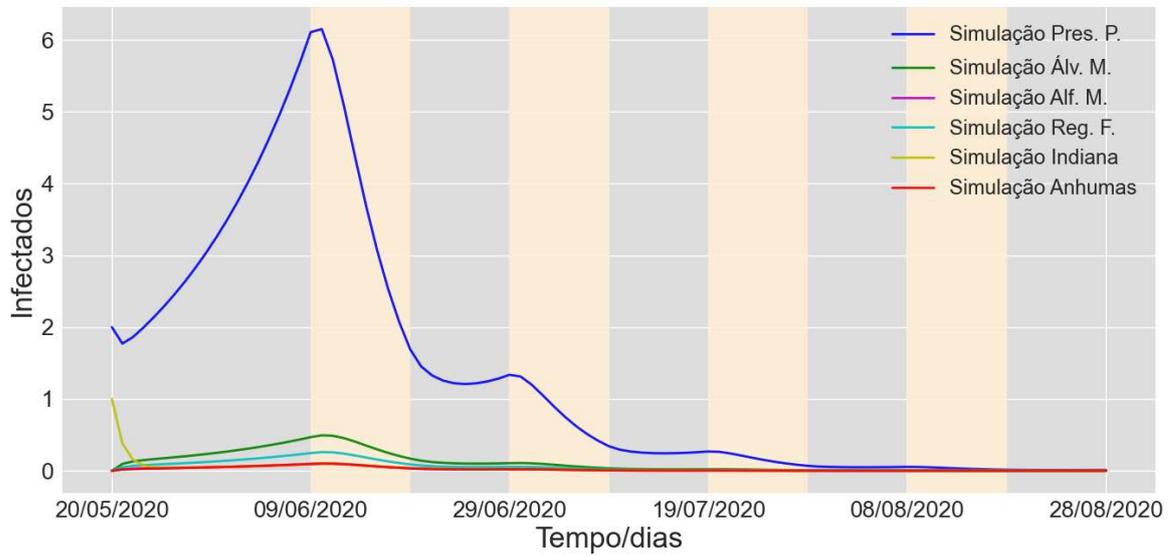
Fonte: Autora.

Figura 46 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito no número de confinados na região de Presidente Prudente empregando um *lockdown* com reabertura de 10 em 10 dias.



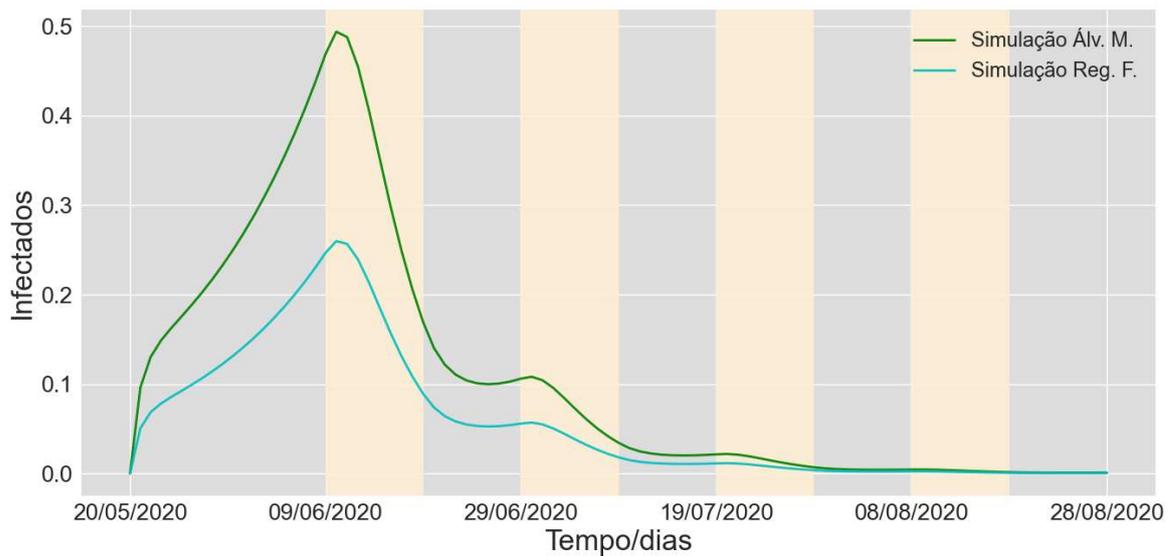
Fonte: Autora.

Figura 47 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito no número de infectados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente empregando um *lockdown* com reabertura de 10 em 10 dias.



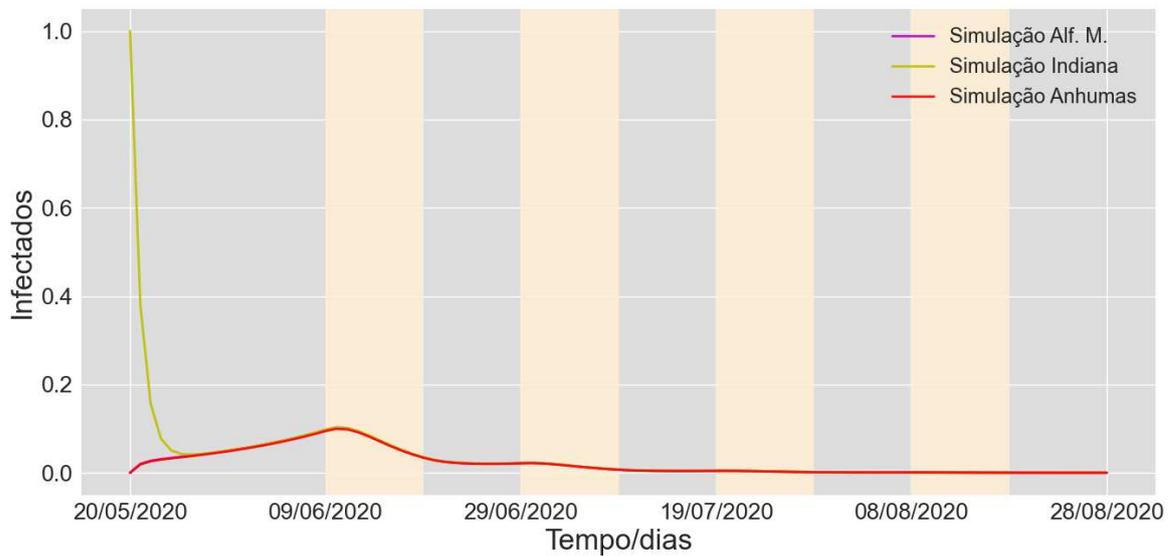
Fonte: Autora.

Figura 48 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito no número de infectados pela COVID-19 em Álvares Machado e Regente Feijó empregando um *lockdown* com reabertura de 10 em 10 dias.



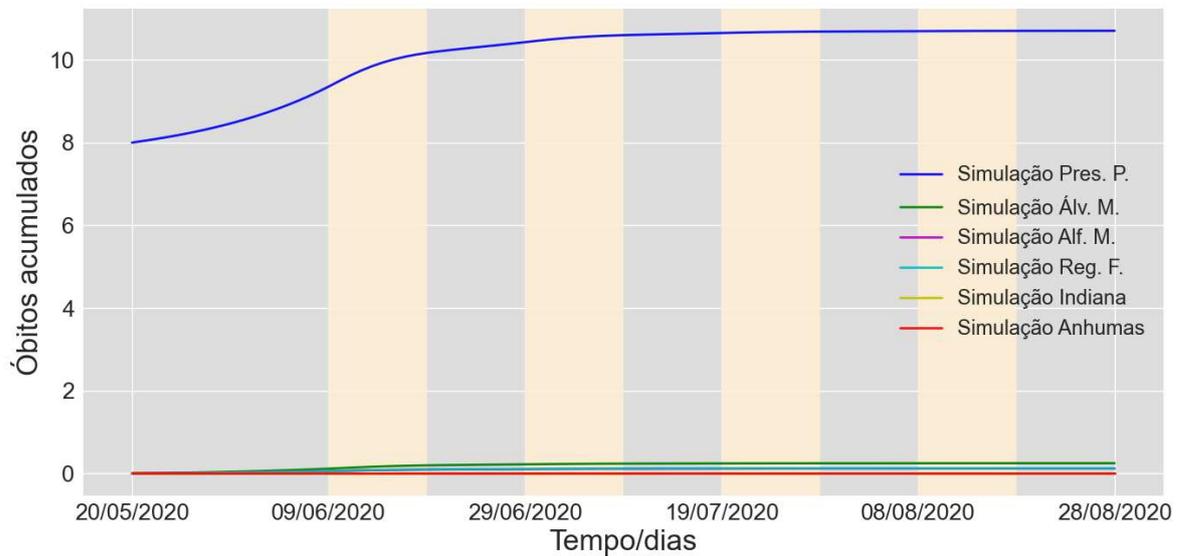
Fonte: Autora.

Figura 49 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito no número de infectados pela COVID-19 na região em Alfredo Marcondes, Indiana e Anhumas empregando um *lockdown* com reabertura de 10 em 10 dias.



Fonte: Autora.

Figura 50 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito no número de óbitos acumulados devido a COVID-19 na região de Presidente Prudente empregando um *lockdown* com reabertura de 10 em 10 dias.



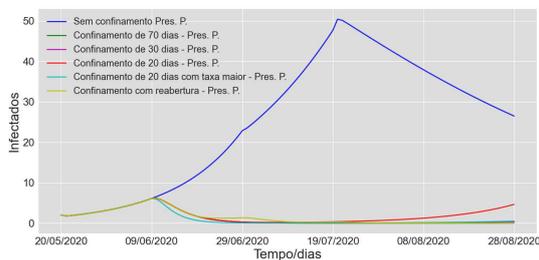
Fonte: Autora.

Com o intuito de analisar as diferentes abordagens e períodos de *lockdown*, serão apresentadas comparações dos impactos de cada período para cada uma das cidades. A Figura 51 apresenta a comparação do número de novos casos sem confinamento e

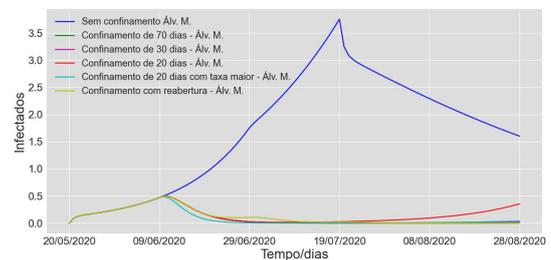
com os diferentes períodos de *lockdown* aplicados em Presidente Prudente. A partir desta comparação, conclui-se que todos os períodos de confinamento contribuíram para a redução da disseminação da doença, ou seja, por mais curto que seja o período de *lockdown*, ele traz resultados positivos.

Já a Figura 52, mostra os efeitos das diferentes abordagens de confinamento, indicando que períodos maiores de *lockdown* e/ou com mais pessoas confinadas, têm um resultado melhor na diminuição do número de novos casos.

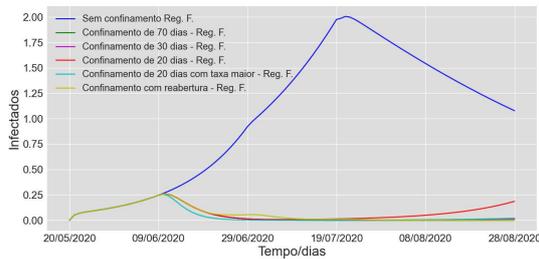
Figura 51 – Comparação entre a simulação pelo modelo *SCIRD* dos efeitos nos novos infectados para os diferentes períodos com e sem *lockdown* em Presidente Prudente.



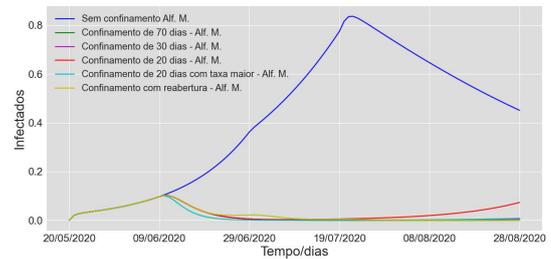
(a) Presidente Prudente.



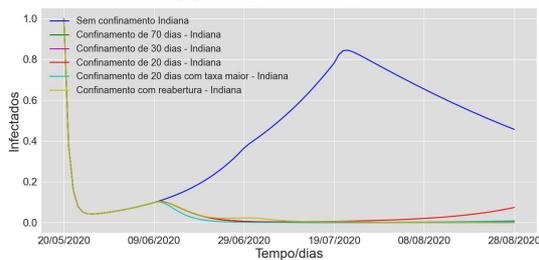
(b) Álvares Machado.



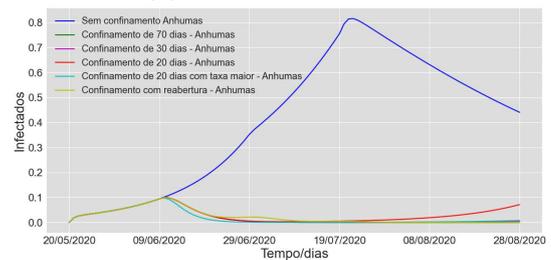
(c) Regente Feijó.



(d) Alfredo Marcondes.



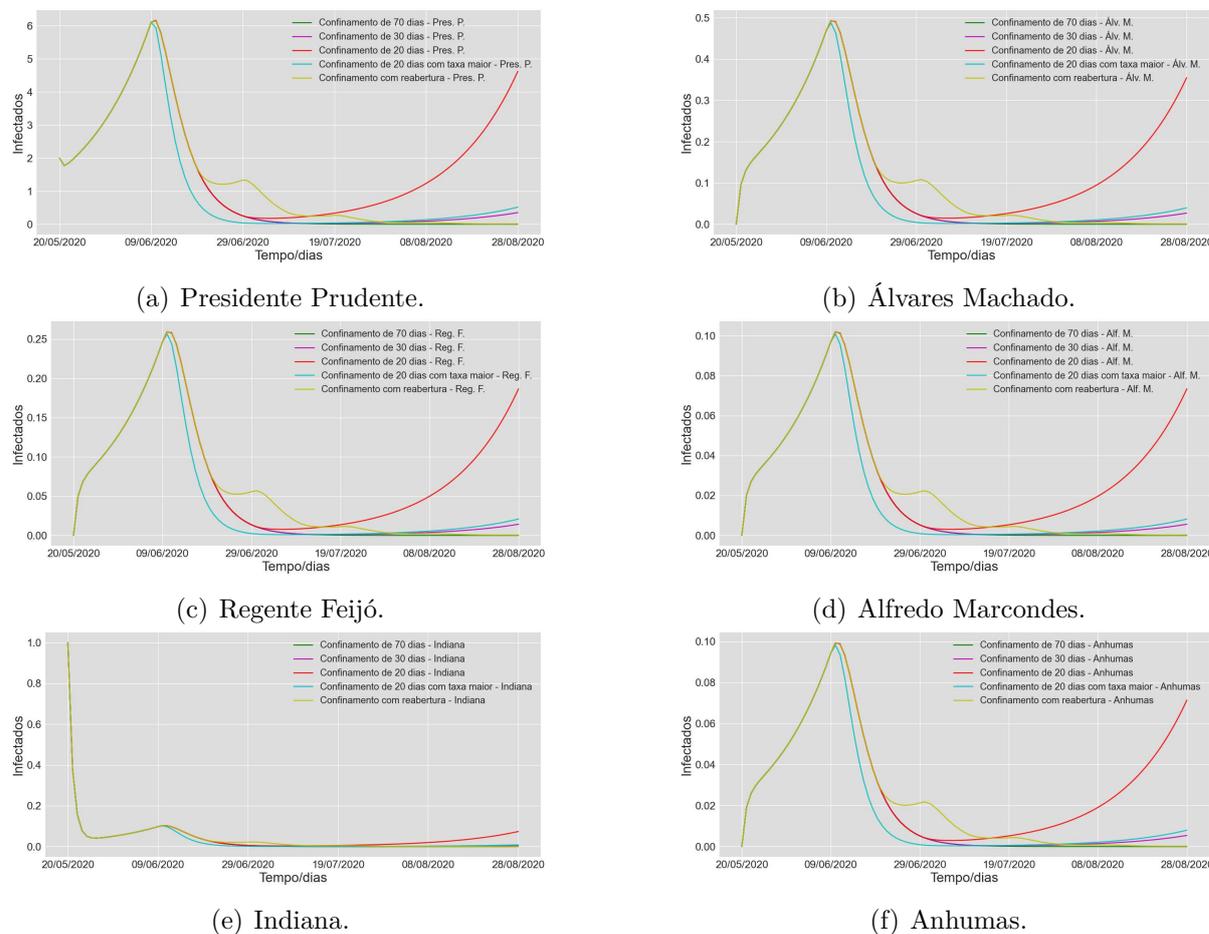
(e) Indiana.



(f) Anhumas.

Fonte: Autora.

Figura 52 – Comparação entre a simulação pelo modelo *SCIRD* dos efeitos nos novos infectados para os diferentes períodos com *lockdown* em Presidente Prudente.

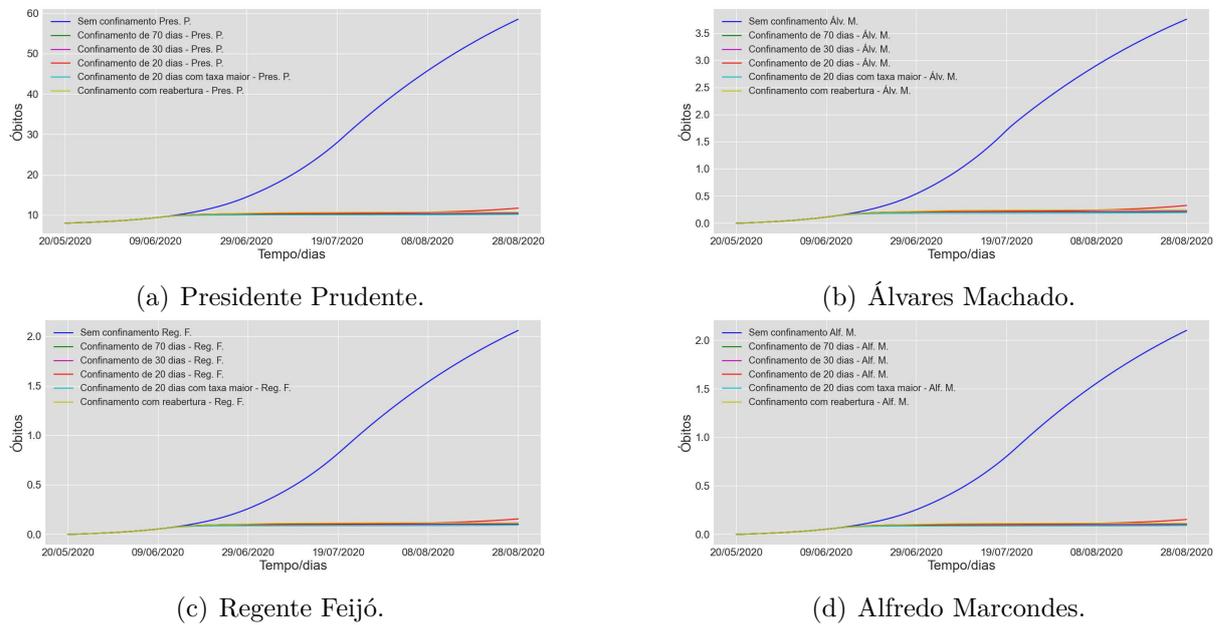


Fonte: Autora.

Como foi mostrado, aplicar o *lockdown* pode reduzir significativamente os novos casos da doença, o que, conseqüentemente, afetaria o número de óbitos, como pode ser visto pela Figura 53, que apresenta as comparações dos óbitos acumulados sem e com *lockdown*. Como pode ser notado, o resultado é similar ao dos novos casos, mostrando uma redução no total de óbitos. Assim como para o número de novos infectados, a Figura 54 mostra o número de óbitos acumulados para cada um dos períodos de *lockdown*².

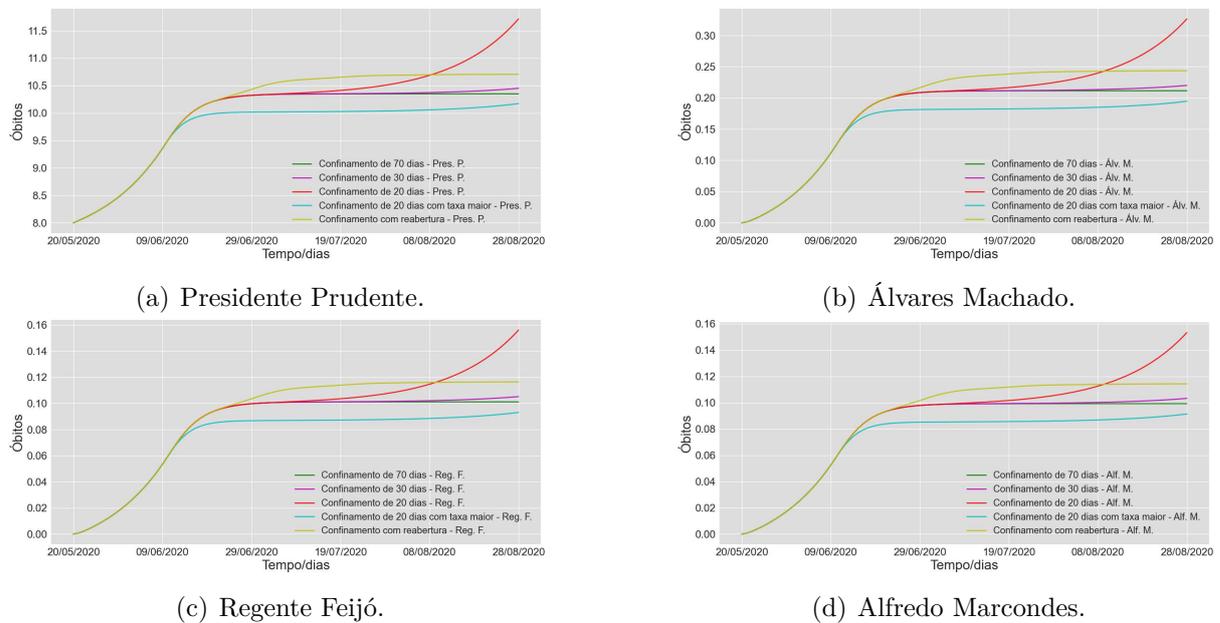
² Indiana e Anhumas não apresentaram óbitos neste período, sendo assim, não foram realizadas simulações para estes municípios.

Figura 53 – Comparação entre a simulação pelo modelo *SCIRD* dos efeitos nos óbitos acumulados para os diferentes períodos com e sem *lockdown* em Presidente Prudente.



Fonte: Autora.

Figura 54 – Comparação entre a simulação pelo modelo *SCIRD* dos efeitos nos óbitos acumulados para os diferentes períodos com *lockdown* em Presidente Prudente.



Fonte: Autora.

Pelos resultados, nota-se que caso ocorressem períodos curtos alternados de *lockdown* o número de infectados teria sido menor, porém o município não empregou nenhuma medida similar a esta, e os resultados apresentados, trata-se de um teste hipotético

que serve apenas para alertar de que essa poderia ter sido uma estratégia interessante para a redução de casos. E, em caso de epidemias futuras, deveria ser considerada.

Diante do exposto, em conclusão aos resultados apresentados nesta seção, pode-se afirmar que, se o município de Presidente Prudente tivesse empregado um período de *lockdown* como medida de controle para a pandemia, este teria surtido resultados positivos, reduzindo novos casos e óbitos decorrentes da COVID-19.

5.2 Aplicação do modelo *SCIRD* para o caso do município de Araraquara/SP

Segundo Varela (2021), uma forma de tornar as análises e previsões relacionadas à pandemia menos complexas, seria comparando populações semelhantes à estudada. Levando isto em consideração, uma maneira de avaliar se o modelo *SCIRD* apresentado reflete bem a realidade, seria utilizando dados reais de um centro regional que aplicou o *lockdown* em algum período durante a pandemia de COVID-19. Sendo assim, o município de Araraquara foi escolhido para a validação do modelo.

O município de Araraquara está localizado na região central do estado de São Paulo, com uma área da unidade territorial de 1.003,625 km², e aproximadamente 80 km² de área urbana (IBGE, 2021b), que é semelhante à área urbana de Presidente Prudente. Sua população estimada em 2021 era de 240.542 habitantes (IBGE, 2021c), sendo que o último censo de 2010 registrou 208.662 habitantes (IBGE, 2010), e uma densidade demográfica de 207,90 hab/km².

No final de dezembro de 2020, o município de Araraquara registrou um recorde de novos casos por dia da doença, que continuou a crescer, gerando um aumento significativo de novos óbitos. Ao ver o sistema de saúde colapsar em poucas semanas, o município decretou 10 dias de *lockdown* ininterruptos, entre 21 de fevereiro e 2 de março de 2021, sendo a primeira cidade com mais de 100 mil habitantes a ter decretado um estado de *lockdown* contínuo (COLNAGO et al., 2021).

Para validar o modelo *SCIRD*, foram utilizadas as equações descritas em (4.1) com os dados³ do município de Araraquara, de maneira que, como cidades satélites, escolhidas a partir da taxa de fluxo entre as cidades (IBGE, 2016), foram escolhidos os municípios de Américo Brasiliense e Santa Lúcia.

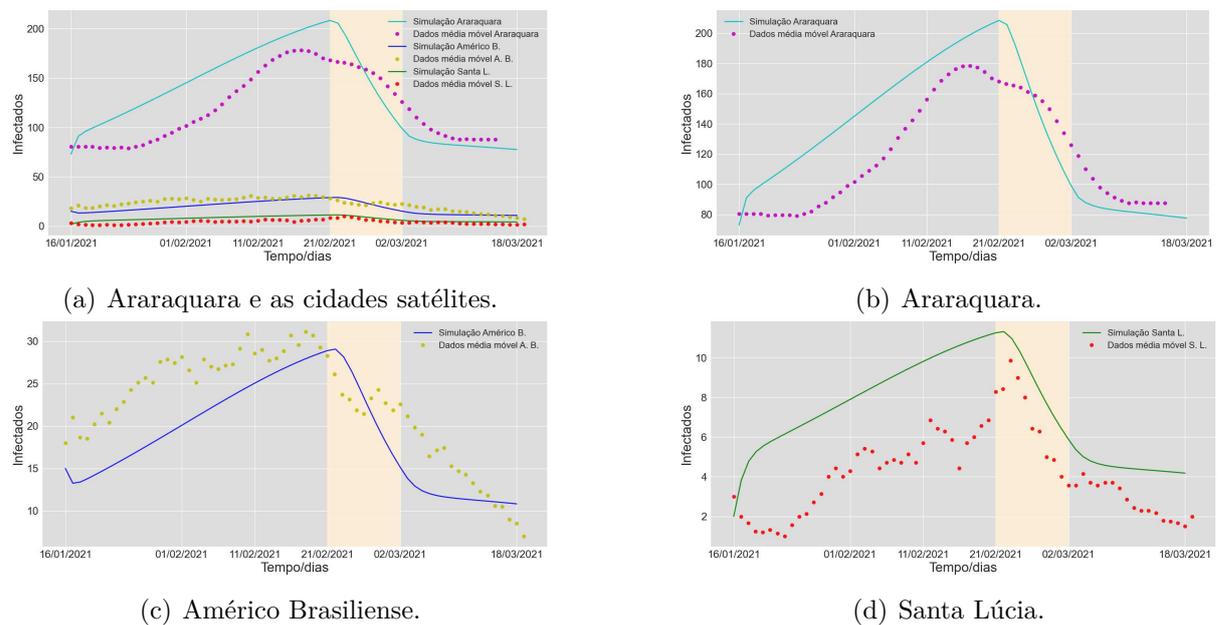
Américo Brasiliense está localizado a 11 km ao Norte-Leste de Araraquara, e contava com 34.478 habitantes no último censo (IBGE, 2010), com estimativa de 41.545 habitantes em 2021 (IBGE, 2021c). Em consequência do seu crescimento geográfico, o

³ Os dados utilizados foram retirados da plataforma SP Covid-19 Info Tracker (Site da plataforma: <http://www.spcovid.net.br>) e da Fundação SEADE (Sistema Estadual de Análise de Dados) do governo do estado de São Paulo (SEADE, SP, 2020).

município está conurbado a Araraquara. Já Santa Lúcia, contava com 8.248 habitantes no último censo (IBGE, 2010), com estimativa de 8.889 para 2021 (IBGE, 2021c). O município se situa a 5 km ao Norte-Leste de Américo Brasiliense, e a 16 km ao Norte-Leste de Araraquara.

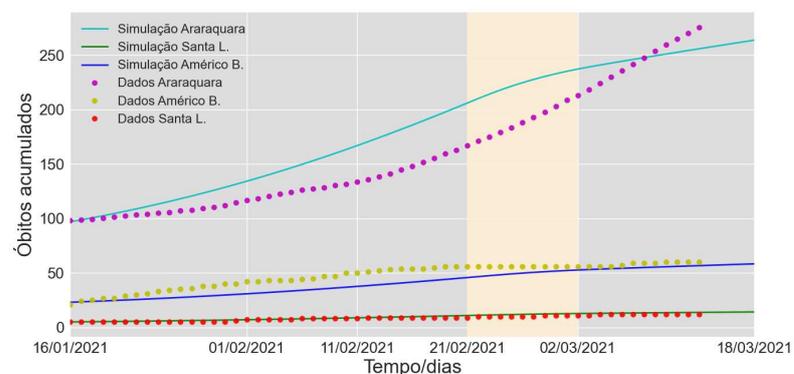
As Figuras 55 e 56 apresentam os resultados do confinamento real aplicado em Araraquara em comparação aos obtidos através do modelo.

Figura 55 – Comparação entre a simulação pelo modelo *SCIRD* dos novos casos de COVID-19 na região de Araraquara empregando um *lockdown* de 10 dias e os dados reais.



Fonte: Autora.

Figura 56 – Comparação entre a simulação pelo modelo *SCIRD* dos óbitos acumulados devido a COVID-19 na região de Araraquara empregando um *lockdown* de 10 dias e os dados reais.



Fonte: Autora.

Os resultados apresentados mostram uma boa aproximação do modelo com a realidade dos municípios, já que as curvas do modelo seguem o mesmo padrão dos dados reais e decaem após a implementação do *lockdown*. Este resultado reforça a validade da simulação de um *lockdown* para a região de Presidente Prudente realizada na seção anterior.

Por fim, vale ressaltar que o *lockdown* empregado em Araraquara, mesmo que em um período curto, contribuiu de forma significativa para a redução dos efeitos da pandemia. Esses resultados foram confirmados nos trabalhos de [Colnago et al. \(2021\)](#) e [Varela \(2021\)](#), onde ambos fazem uma análise comparativa entre os municípios de Araraquara e São Carlos, que são semelhantes e apresentavam uma mesma similaridade na dinâmica da doença, porém, após os 10 dias de *lockdown*, os casos em Araraquara decaem bruscamente, enquanto os casos em São Carlos permanecem em alta.

5.3 Simulação da dinâmica da COVID-19 na região de Presidente Prudente empregando a vacinação como estratégia de controle

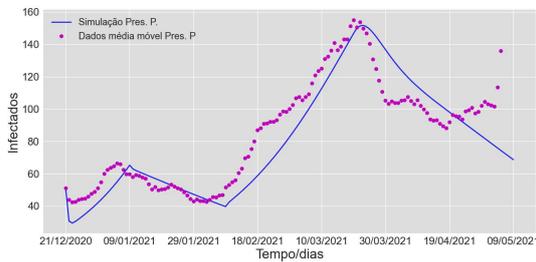
A fim de analisar o cenário da pandemia na região de Presidente Prudente com o início da vacinação, foram utilizadas as equações descritas no modelo (4.2), com as condições iniciais referentes ao dia 21 de dezembro de 2020 e, para os demais parâmetros, os valores podem ser consultados na Tabela 5 do Apêndice A.

A vacinação iniciou nos municípios de estudo no dia 18 de janeiro de 2021, período em que havia um grande aumento dos casos de novos infectados por dia. Este fato pode ter ocorrido pela grande circulação de pessoas e pelo afrouxamento das medidas de prevenção após o início da vacinação. Após cerca de 60 dias do início da vacinação, os casos começaram a apresentar uma grande redução, o que pode estar ligado com o início da segunda dose das vacinas, as quais aumentam a eficácia contra a doença ([BUTANTAN, 2021](#)).

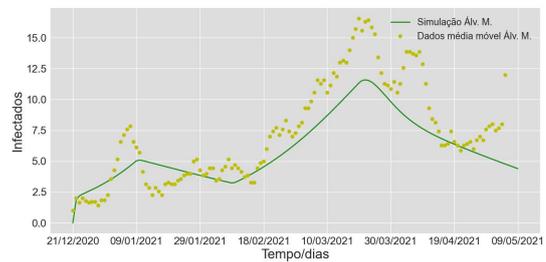
A Figura 57 mostra a comparação entre os dados reais e a simulação do modelo *SVIRD*. Para tal, foi considerada a média móvel do número de novos casos. E como pode ser visto, a simulação do modelo gerou curvas bem próximas em relação qualitativa dos dados. A partir deste resultado, foram testados diversos cenários para a vacinação, como a antecipação do início da vacinação e a aceleração⁴ na aplicação das vacinas, por exemplo.

⁴ A aceleração da vacina corresponde em acelerar o número de doses administradas no dia, ou seja, em vez de vacinar 50 pessoas no dia será vacinadas 100 pessoas.

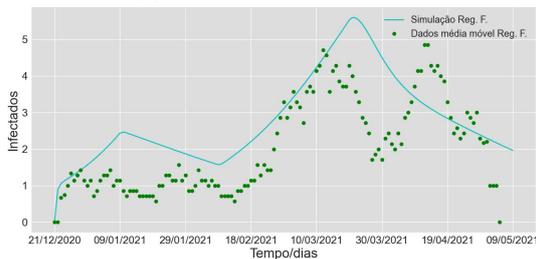
Figura 57 – Comparação entre a simulação pelo modelo *SVIRD* dos novos casos diários de COVID-19 na região de Presidente Prudente e os dados reais após o início da vacinação.



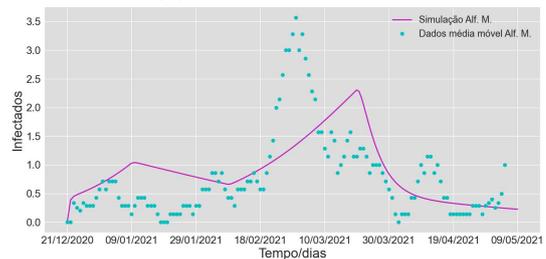
(a) Presidente Prudente.



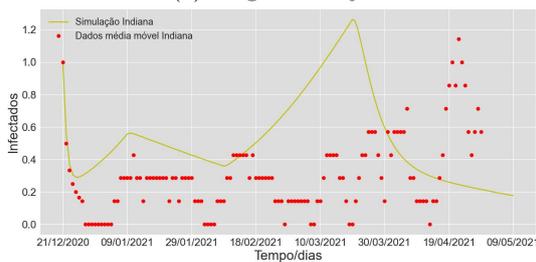
(b) Álvares Machado.



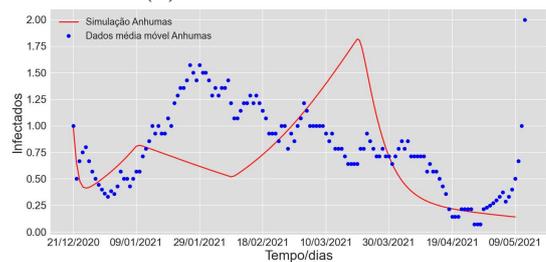
(c) Regente Feijó.



(d) Alfredo Marcondes.



(e) Indiana.

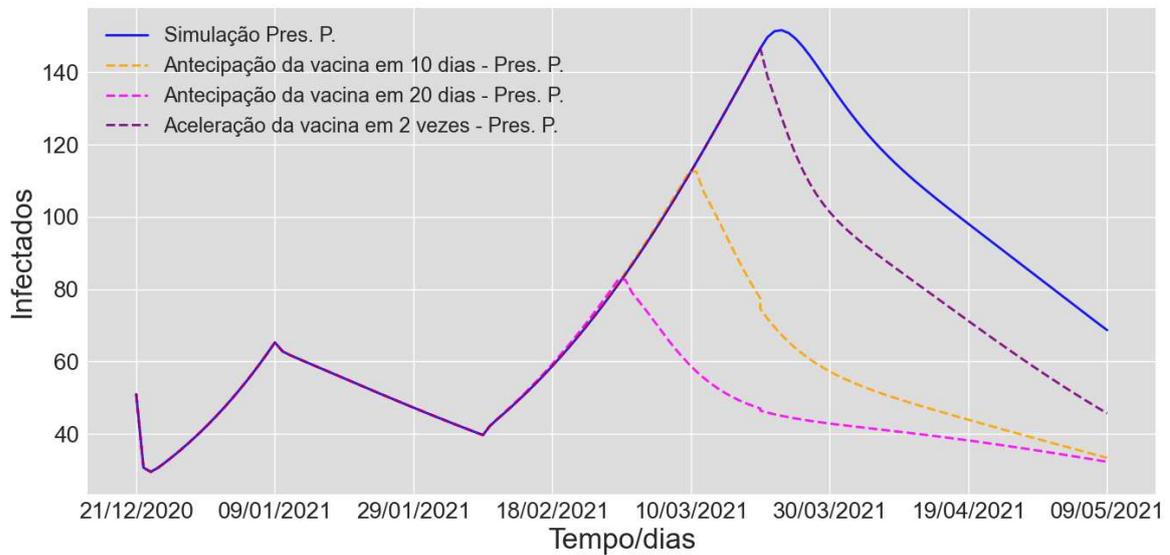


(f) Anhumas.

Fonte: Autora.

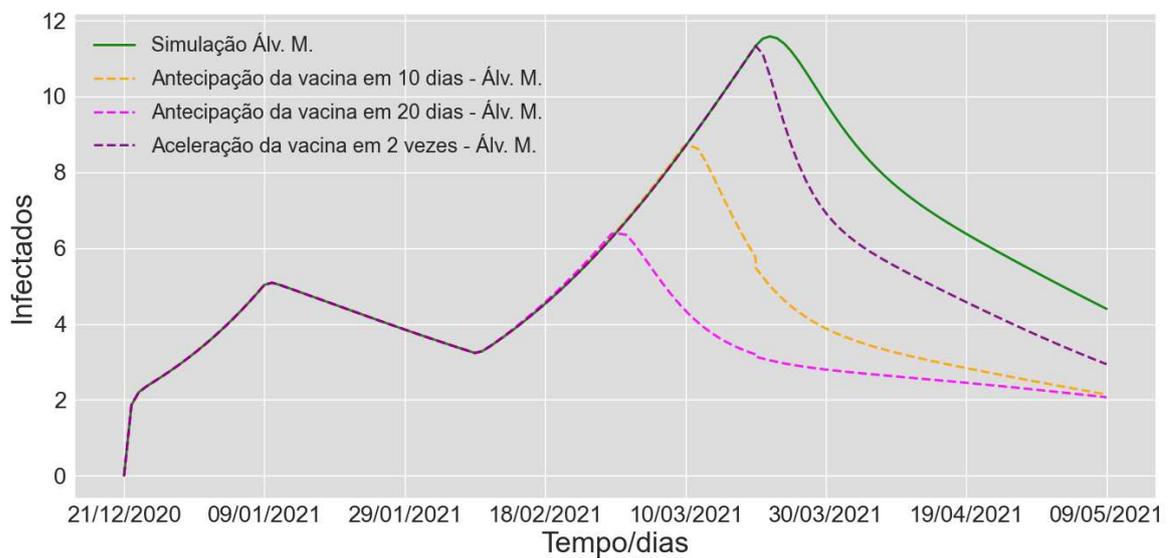
As Figuras 58–63 apresentam o resultado da simulação de diferentes estratégias de vacinação para cada uma das cidades de estudo. Os resultados mostram que a antecipação da vacina em 20 dias teria reduzido rapidamente o pico da onda de novos infectados e, neste caso, teria contribuído mais que a aceleração em duas vezes na administração das doses.

Figura 58 – Simulação pelo modelo *SVIRD* dos novos casos de infectados por dia da COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Presidente Prudente.



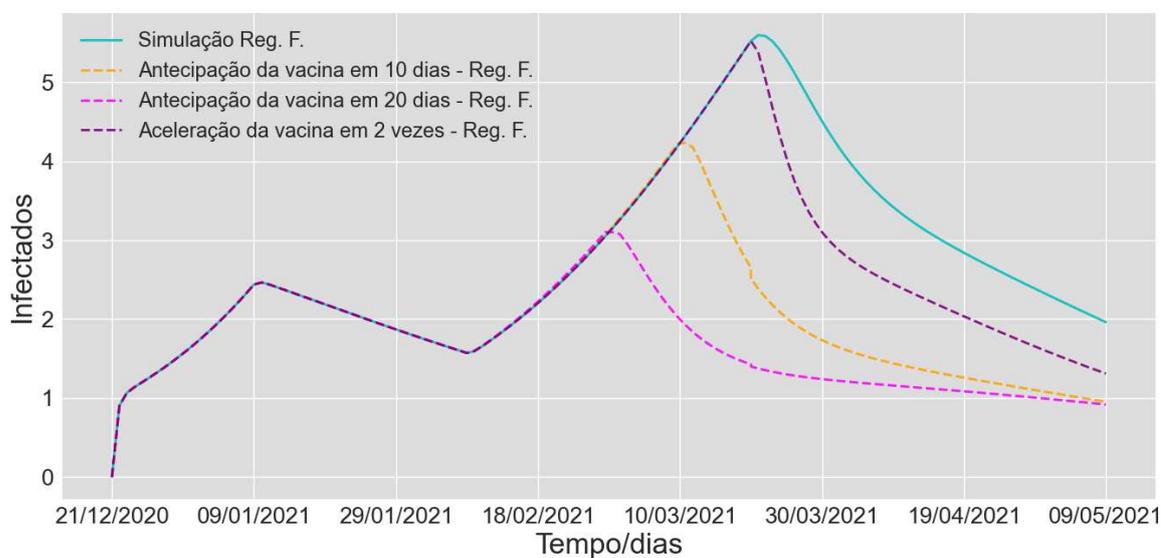
Fonte: Autora.

Figura 59 – Simulação pelo modelo *SVIRD* dos novos casos de infectados por dia da COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Álvares Machado.



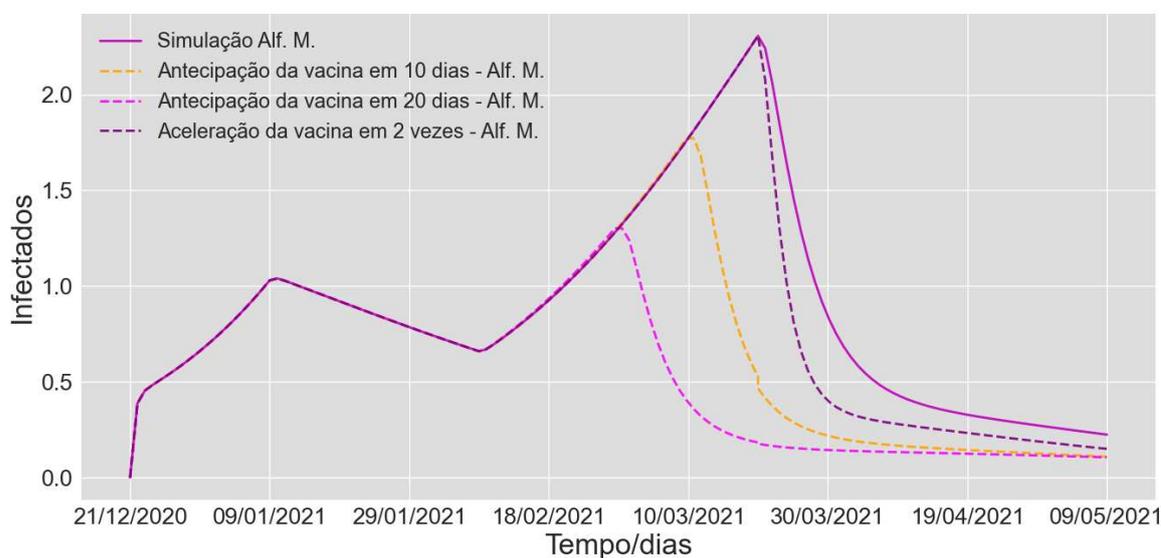
Fonte: Autora.

Figura 60 – Simulação pelo modelo *SVIRD* dos novos casos de infectados por dia da COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Regente Feijó.



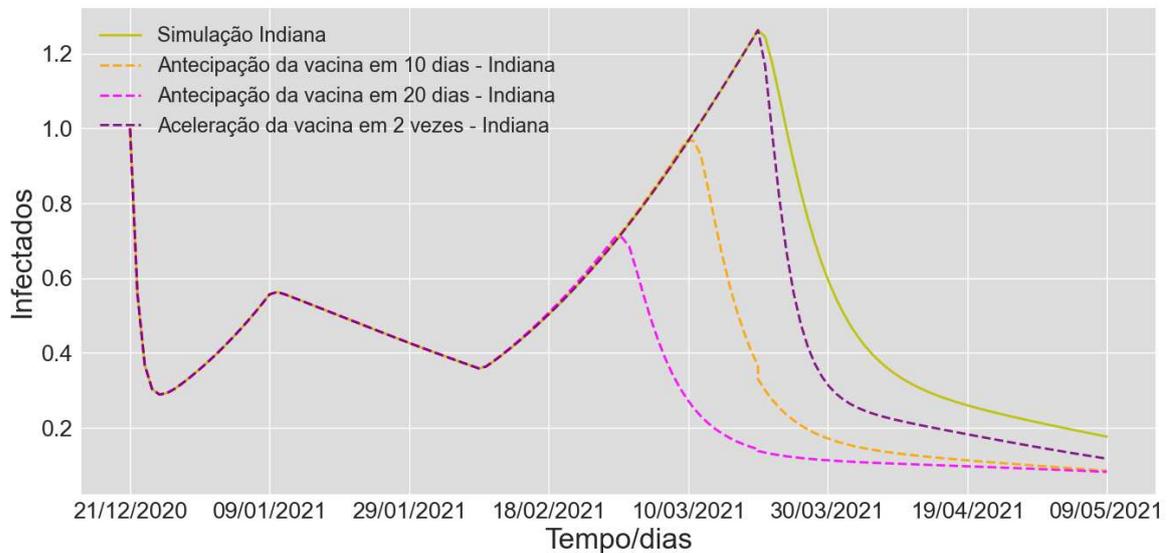
Fonte: Autora.

Figura 61 – Simulação pelo modelo *SVIRD* dos novos casos de infectados por dia da COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Alfredo Marcondes.



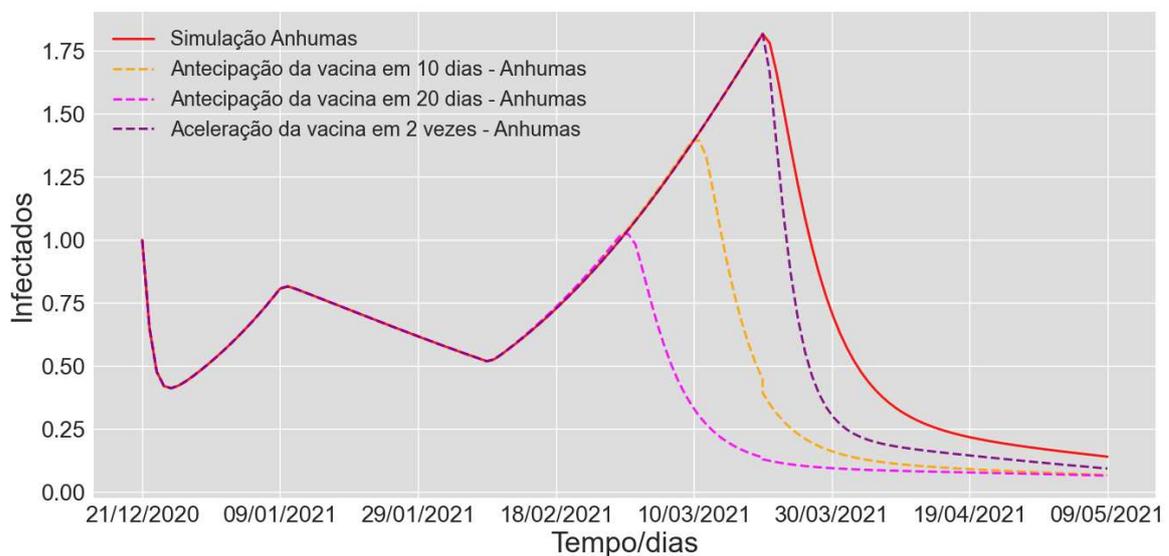
Fonte: Autora.

Figura 62 – Simulação pelo modelo *SVIRD* dos novos casos de infectados por dia da COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Indiana.



Fonte: Autora.

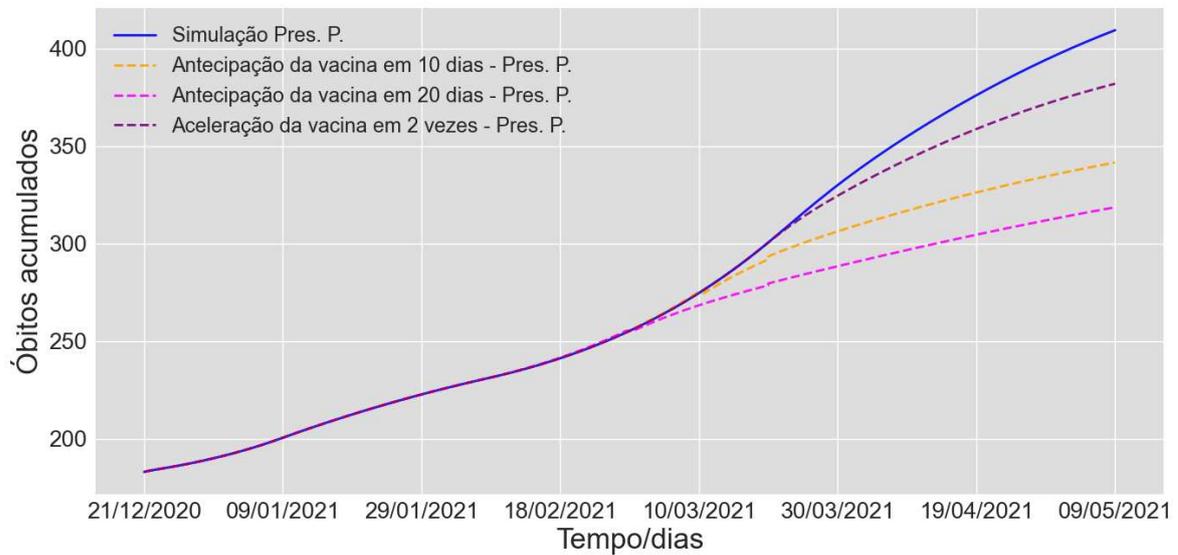
Figura 63 – Simulação pelo modelo *SVIRD* dos novos casos de infectados por dia da COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Anhumas.



Fonte: Autora.

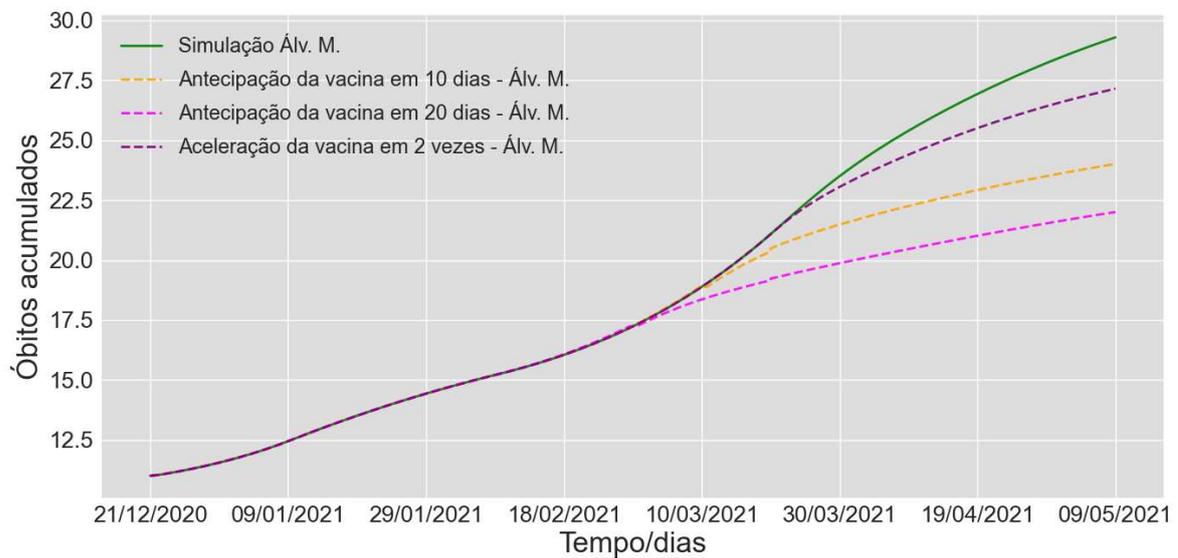
Em relação aos óbitos, o cenário não é diferente. Com a antecipação da vacinação, o crescimento das curvas de óbitos acumulados teria desacelerado, o que pode ser visto nas Figuras 64–69.

Figura 64 – Simulação pelo modelo *SVIRD* dos óbitos acumulados devido a COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Presidente Prudente.



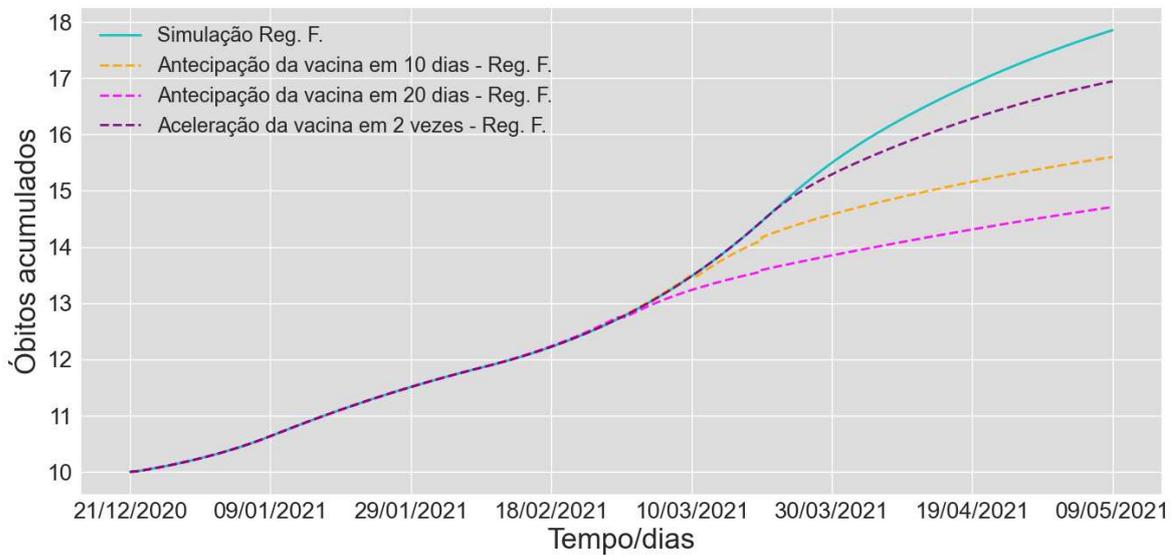
Fonte: Autora.

Figura 65 – Simulação pelo modelo *SVIRD* dos óbitos acumulados devido a COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Álvares Machado.



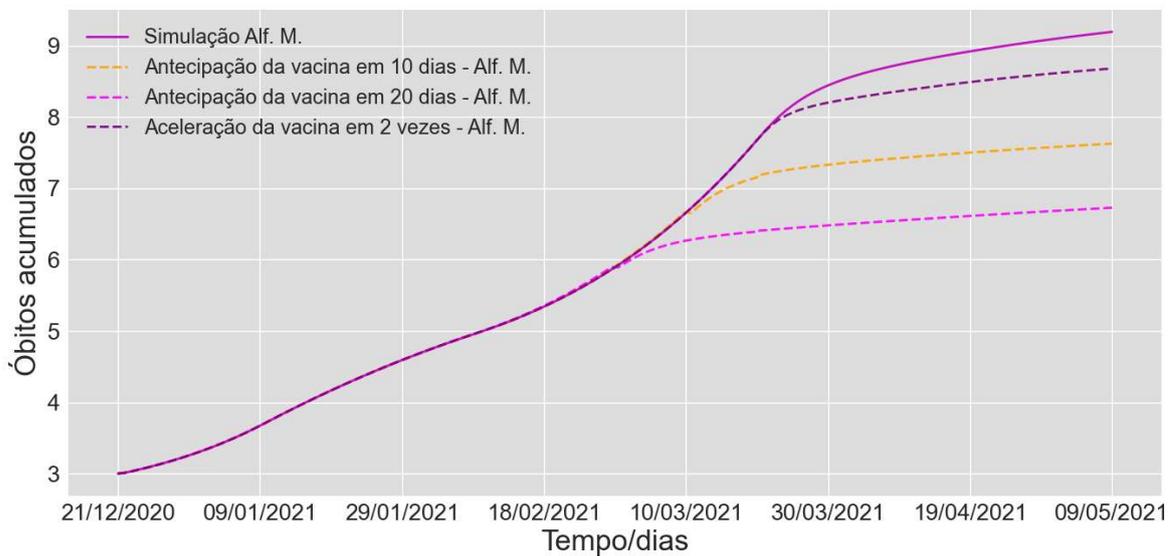
Fonte: Autora.

Figura 66 – Simulação pelo modelo *SVIRD* dos óbitos acumulados devido a COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Regente Feijó.



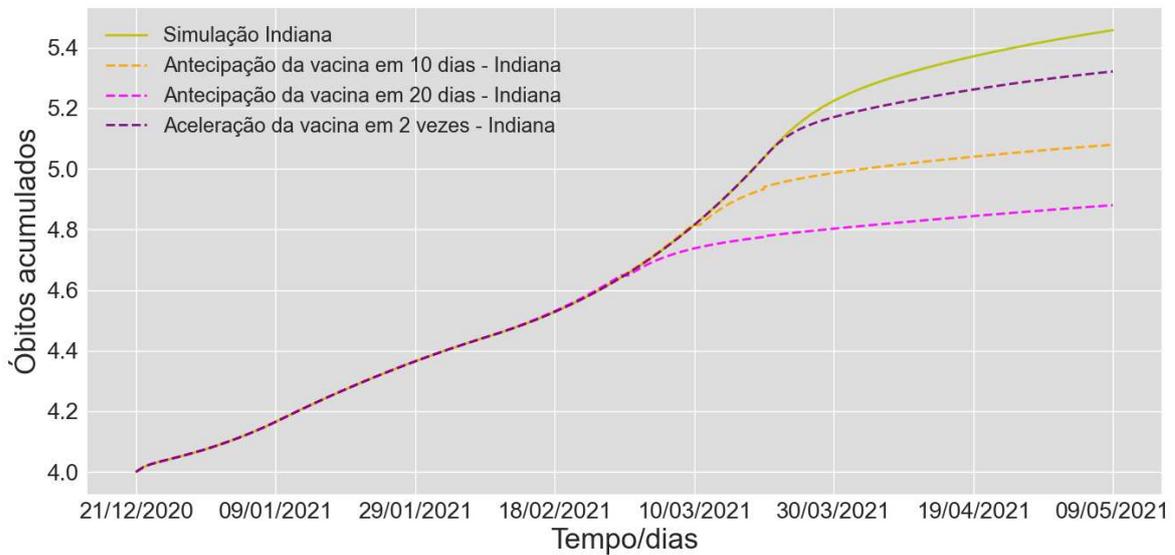
Fonte: Autora.

Figura 67 – Simulação pelo modelo *SVIRD* dos óbitos acumulados devido a COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Alfredo Marcondes.



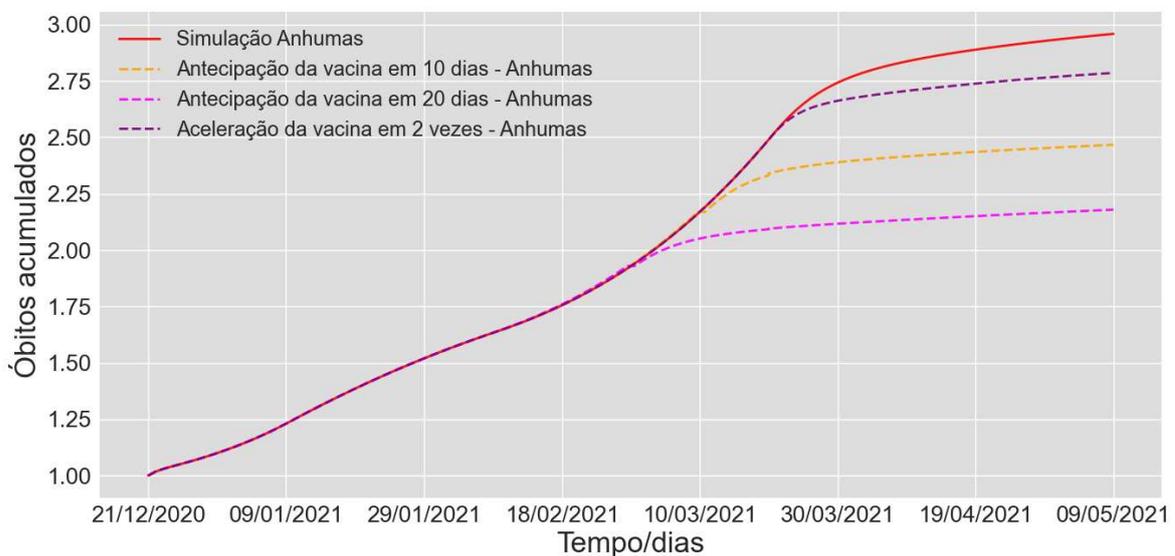
Fonte: Autora.

Figura 68 – Simulação pelo modelo *SVIRD* dos óbitos acumulados devido a COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Indiana.



Fonte: Autora.

Figura 69 – Simulação pelo modelo *SVIRD* dos óbitos acumulados devido a COVID-19 com diferentes abordagens de vacinação em Anhumas.



Fonte: Autora.

Diante do apresentado nesta seção, podemos estender os resultados de Presidente Prudente relacionados ao cenário do país, e concluir que, se o país tivesse adquirido as doses de vacina antes do que de fato ocorreu, de maneira que os municípios tivessem iniciado a

vacinação pelo menos 20 dias antes, o número de novos infectados e, conseqüentemente, de óbitos causados pela COVID-19, teria sido menor do que o que de fato ocorreu.

6 Considerações Finais

O presente trabalho visou estimar, utilizando um modelo matemático, a evolução da dinâmica dos casos da COVID-19 para Presidente Prudente e cidades satélites com um grande fluxo de pessoas com tal município.

Pela análise dos resultados numéricos, pode-se concluir que períodos de *lockdown* teriam contribuído de maneira significativa para a diminuição do número de novos casos de infectados diários e óbitos causados pela doença, cooperando para que o sistema de saúde dos municípios não entrasse em colapso. Além disso, aplicando um período de *lockdown* em grandes centros, este impacta não somente o próprio município, mas também diminui a disseminação do vírus nas cidades ao redor.

Os resultados apresentados também conseguiram analisar o impacto da vacinação durante uma pandemia. Neste caso, as simulações mostraram, de maneira clara, uma redução no número de novos casos de infectados e óbitos pela doença se a vacinação tivesse iniciado dias antes do período em que de fato ocorreu. Esta redução poderia ter ocorrido nos municípios e, conseqüentemente, no país se não fosse o atraso na compra de imunizantes, como ocorreu no Brasil (PEREIRA, 2021). Este fato, que impulsionou a criação da Comissões Parlamentares de Inquérito (CPIs), se confirmou quando o diretor da Pfizer, empresa farmacêutica responsável pela criação de vacinas, em parceria com a BioNTech, revelou que os então Presidente da República e Ministro da Saúde recusaram, pelo menos, cinco ofertas de compra do imunizante (BENITES, 2021).

Claudio Maierovitch afirma em CPI que

“Muito difícil falar em números. Caso tivessem sido fechados acordos precocemente, com o Butantan e com a Pfizer, teríamos evitado entorno de 80 a 90 mil mortes no país. Certamente se tivéssemos tido alguns períodos de confinamento, uma boa campanha de comunicação, nós teríamos um número de mortes muito menor. Não sei se alguém já fez essa estimativa de forma científica. Mas se formos pensar nestes números em forma de grandeza, dá para pensar em metade dessas mortes evitáveis” (FERRARI; BARCELLOS; ZUCCHI, 2021).

Sendo assim, o trabalho contemplou os objetivos propostos, e os modelos apresentados podem servir como uma ferramenta para a tomada de decisões futuras de setores públicos e privados em relação à pandemia. E como vimos o modelo pode ser empregado em outras regiões, assim como foi feito para Araraquara, basta ter os dados dos municípios e cumprir as hipóteses do modelo, o qual também pode ser modificado para outras epidemias.

6.1 Trabalhos futuros

Como futuros trabalhos, destacam-se os seguintes direcionamentos desta pesquisa:

- Primeiramente, pretende-se simular diferentes cenários em períodos que não foram abordados nesta pesquisa, juntamente com o estudo dos efeitos da dinâmica da doença quando empregado o *lockdown* e a vacinação em massa, simultaneamente.
- Posteriormente, novos métodos computacionais podem ser utilizados, com o intuito de melhorar os resultados do modelo, visando o refinamento nos dados e a simulação de grandes períodos.
- Por fim, a estabilidade dos modelos pode ser estudada tal como um modelo no qual o número de reprodução basal (R_0) seja variável com o tempo.

Referências

- ADIGA, A.; DUBHASHI, D.; LEWIS, B.; MARATHE, M.; VENKATRAMANAN, S.; VULLIKANTI, A. Mathematical models for covid-19 pandemic: a comparative analysis. *Journal of the Indian Institute of Science*, Springer, v. 100, n. 4, p. 793–807, 2020. Citado na página 18.
- AMARAL, F.; CASACA, W.; OISHI, C. M.; CUMINATO, J. A. Simulating immunization campaigns and vaccine protection against covid-19 pandemic in brazil. *IEEE Access*, IEEE, v. 9, p. 126011–126022, 2021. Citado na página 37.
- _____. Towards providing effective data-driven responses to predict the covid-19 in são paulo and brazil. *Sensors*, MDPI, v. 21, n. 2, p. 540, 2021. Citado na página 37.
- ARDILA, G.; SANTAELLA-TENORIO, J.; GUERRERO, R.; BRAVO, L. E. Modelos matemáticos y el covid 19. *Colombia Médica*, p. 1–9, 2020. Citado na página 36.
- BADDINI, B.; FERNANDES, D. *Primeira pessoa é vacinada contra Covid-19 no Brasil*. 2021. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/nacional/primeira-pessoa-e-vacinada-contracovid-19-no-brasil/>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 27.
- BBC NEWS. *Coronavirus: South Korea church leader apologises for virus spread*. 2020. Disponível em: <https://www.bbc.com/news/world-asia-51701039>. Acesso em: 09 mar. 2022. Citado na página 23.
- BBC NEWS BRASIL. *Coronavírus: por que o exemplo da Espanha mostra que mundo precisará de novas quarentenas*. 2020. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/internacional-52685597>. Acesso em: 22 mar. 2022. Citado na página 25.
- BENITES, A. *Brasileiros que deixaram a China para fugir do coronavírus iniciam quarentena sob clima de alívio*. 2020. Disponível em: <https://brasil.elpais.com/brasil/2020-02-09/brasileiros-que-fugiram-do-coronavirus-na-china-iniciam-quarentena-sob-clima-de-alivio.html>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 25.
- _____. *Diretor da Pfizer escancara atraso letal do Governo Bolsonaro na compra de vacinas*. 2021. Disponível em: <https://brasil.elpais.com/brasil/2021-05-13/diretor-da-pfizer-escancara-atraso-letal-do-governo-bolsonaro-na-compra-de-vacinas.html>. Acesso em: 04 jan. 2023. Citado na página 90.
- BERTONI, E. *Os laboratórios por trás das vacinas contra a covid-19*. 2020. Disponível em: <https://www.nexojornal.com.br/expresso/2020/11/24/Os-laborat%C3%B3rios-por-tr%C3%AAs-das-vacinas-contr-a-covid-19>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 27.
- BIERNATH, A. *Falta de vacinas contra a Covid-19: os riscos da interrupção da campanha de vacinação no Brasil*. 2021. Disponível em: <https://g1.globo.com/bemestar/vacina/noticia/2021/02/19/falta-de-vacinas-contr-a-covid-19-os-riscos-da-interruptao-da-campanha-de-vacinacao-no-brasil.ghtml>. Acesso em: 11 maio 2022. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.

BRASIL. Ministério da Saúde. *DATASUS: Departamento de Informática do SUS*. 2010. Disponível em: <http://tabnet.datasus.gov.br/cgi/ibge/censo/cnv/giniuf.def>. Acesso em: 13 jan. 2023. Citado 6 vezes nas páginas 40, 43, 44, 45, 46 e 47.

_____. *Coronavírus: Brasil monitora 132 casos suspeitos da doença*. 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/noticias/2020/fevereiro/coronavirus-brasil-monitora-132-casos-suspeitos-da-doenca>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 25.

_____. *Como é transmitido?* 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus/como-e-transmitido>. Acesso em: 02 fev. 2022. Citado na página 20.

_____. *O que é a Covid-19?* 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus/o-que-e-o-coronavirus>. Acesso em: 02 fev. 2022. Citado na página 22.

_____. *Vacinômetro COVID-19*. 2021. Disponível em: https://infoms.saude.gov.br/extensions/DEMAS_C19_Vacina_v2/DEMAS_C19_Vacina_v2.html#. Citado na página 113.

CAMBRICOLI, F. *OMS declara emergência de saúde pública global por surto de coronavírus - Estadão*. 2020. <https://saude.estadao.com.br/noticias/geral,oms-declara-emergencia-de-saude-publica-global-por-surto-de-coronavirus,70003178909>. Acesso em: 30 Set. 2022. Citado na página 18.

CASTILHO, C. *Memorial dos 10 mil mortos da covid-19: quando o jornalismo troca números por vidas*. 2020. Disponível em: <https://www.observatoriodaimprensa.com.br/coronavirus/memorial-dos-10-mil-mortos-da-covid-19-quando-o-jornalismo-troca-numeros-por-vidas/>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 26.

CASTRO, R. *Observatório Covid-19 aponta fase de extinção da “terceira onda” no Brasil*. 2022. Disponível em: <https://portal.fiocruz.br/noticia/observatorio-covid-19-aponta-fase-de-extincao-da-terceira-onda-no-brasil>. Acesso em: 23 maio 2022. Citado na página 28.

CATELAN, M. J. *Heterarquia urbana: Interações espaciais interescares e cidades médias*. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2012. Citado na página 41.

CNN BRASIL. *Rússia registra a primeira vacina contra Covid-19 do mundo, anuncia Putin*. 2020. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/internacional/putin-anuncia-que-russia-registrou-primeira-vacina-contr-covid-19-do-mundo/>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 27.

_____. *O colapso no sistema de saúde em Manaus e o descaso do governo*. 2021. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/saude/o-colapso-no-sistema-de-saude-em-manaus-e-o-descaso-do-governo/>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 27.

CODEÇO, C. T.; VILLELA, D. A. M.; COELHO, F. C.; BASTOS, L. S.; CARVALHO, L. M.; GOMES, M. F. da C.; CRUZ, O. G.; LANA, R. M. Estimativa de risco de espalhamento da covid-19 no brasil e avaliação da vulnerabilidade socioeconômica nas microrregiões brasileiras. *Covid-19 no Brasil: cenários epidemiológicos e vigilância em saúde*, Série Informação para ação na Covid-19| Fiocruz, p. 75–84, 2021. Citado na página 48.

- COLNAGO, M.; CASACA, W.; OISHI, C. M.; AMARAL, F. V.; CUMINATO, J. A. Lockdown contra a covid-19 funciona ou não? um estudo de caso com o município de araraquara. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, v. 8, n. 1, 2021. Citado 3 vezes nas páginas 26, 79 e 81.
- COOPER, I.; MONDAL, A.; ANTONOPOULOS, C. G. A sir model assumption for the spread of covid-19 in different communities. *Chaos, Solitons & Fractals*, Elsevier, v. 139, p. 110057, 2020. Citado na página 18.
- CORRÊA, R. L. Construindo o conceito de cidade média brasileira. *Cidades médias: espaços em transição. São Paulo: Expressão Popular*, v. 1, p. 23–33, 2007. Citado na página 40.
- CUNHA, M. d. P.; VILELA, A. P. P.; MOLINA, C. V.; ACUNA, S. M.; MUXEL, S. M.; BARROSO, V. d. M.; BARONI, S.; OLIVEIRA, L. Gomes de; ANGELO, Y. d. S.; PERON, J. P. S. et al. Atypical prolonged viral shedding with intra-host sars-cov-2 evolution in a mildly affected symptomatic patient. *Frontiers in Medicine*, Frontiers, p. 2115, 2021. Citado na página 21.
- DEZUBE, R. (Ed.). *Broncoscopia*. 2021. Disponível em: <https://www.msmanuals.com/pt-br/casa/distúrbios-pulmonares-e-das-vias-respiratórias/diagnóstico-de-distúrbios-pulmonares/broncoscopia>. Acesso em: 02 fev. 2022. Citado na página 22.
- DIAGNE, M.; RWEZAURA, H.; TCHOUMI, S.; TCHUENCHE, J. A mathematical model of covid-19 with vaccination and treatment. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, Hindawi, v. 2021, 2021. Citado na página 37.
- DOMINGUEZ, B. *Respostas e lacunas sobre a covid longa, que afeta até 20% dos que foram infectados pelo coronavírus*. 2022. Disponível em: <https://radis.ensp.fiocruz.br/index.php/home/reportagem/o-que-vem-depois>. Acesso em: 05 mar. 2023. Citado na página 20.
- DW BRASIL. *Rússia começa vacinação contra covid-19*. 2020. Disponível em: <https://www.dw.com/pt-br/rússia-começa-vacinaç~ao-contra-covid-19/a-55833634>. Acesso em: 29 mar. 2022. Citado na página 25.
- EL PAÍS. *Itália detectou há um mês o primeiro contágio local da Covid-19. Agora vive a pior crise desde 1945*. 2020. Disponível em: <https://brasil.elpais.com/internacional/2020-03-23/italia-detectou-ha-um-mes-o-primeiro-contagio-local-da-covid-19-agora-vive-a-pior-crise-desde-1945.html>. Acesso em: 21 mar. 2022. Citado na página 24.
- ELIAS, J.; FERRAZ, C. *Surto de Covid na China pode levar a nova onda no Brasil, diz infectologista*. 2022. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/saude/surto-de-covid-na-china-pode-levar-a-nova-onda-no-brasil-diz-infectologista/>. Acesso em: 03 jan. 2023. Citado na página 29.
- FERRARI, M.; BARCELLOS, R.; ZUCCHI, G. *Cientistas criticam demora na aquisição de vacinas e apontam falta de campanhas*. 2021. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/politica/cpi-ouve-os-cientistas-natalia-pasternak-e-claudio-maierovitch/>. Acesso em: 04 jan. 2023. Citado na página 90.
- FERREIRA, S. A. S. *Contribuição ao estudo dos dilemas e impactos das unidades prisionais do Pontal do Paranapanema: um estudo de caso do município de Marabá Paulista/SP*.

128 f. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Meio Ambiente e Desenvolvimento Regional)) — Universidade do Oeste Paulista, Presidente Prudente, SP, 2017. Citado na página 38.

FIOCRUZ (Fundação Oswaldo Cruz). *Pesquisador Daniel Villela destaca a importância de modelos matemáticos em diversas áreas, como no estudo da pandemia de Covid-19*. 2020. Disponível em: <https://portal.fiocruz.br/noticia/pesquisador-daniel-villela-destaca-importancia-de-modelos-matematicos-em-diversas-areas-como>. Acesso em: 21 out. 2022. Citado na página 30.

FLAXMAN, S.; MISHRA, S.; GAND, A. et al. Estimating the effects of non-pharmaceutical interventions on covid-19 in europe. *Nature*, v. 584, p. 257–261, 2020. ISSN 1476-4687. Disponível em: <https://www.nature.com/articles/s41586-020-2405-7>. Citado na página 24.

FOLHA DE SÃO PAULO. *Dados mostram que França sai de quarentena rígida para abertura veloz*. 2020. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/mundo/2020/05/dados-mostram-que-franca-sai-de-quarentena-rigida-para-abertura-veloz.shtml>. Acesso em: 22 mar. 2022. Citado na página 24.

_____. *Países adotaram 'lockdown' muito antes de colapso de seus sistemas de saúde*. 2020. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/equilibriosaude/2020/05/paises-adotaram-lockdown-muito-antes-de-colapso-de-seus-sistemas-de-saude.shtml?origin=folha>. Acesso em: 28 mar. 2022. Citado na página 24.

G1. *83% dos principais países afetados pelo coronavírus adotaram 'lockdown', aponta levantamento*. 2020. Disponível em: <https://g1.globo.com/bemestar/coronavirus/noticia/2020/05/18/83percent-dos-principais-paises-afetados-pelo-coronavirus-adotaram-lockdown-aponta-levantamento.ghtml>. Acesso em: 22 mar. 2022. Citado na página 24.

_____. *Espanha decreta estado de emergência por coronavírus e restrição de deslocamento em todo o país*. 2020. Disponível em: <https://g1.globo.com/mundo/noticia/2020/03/14/espanha-decreta-estado-de-emergencia-por-coronavirus-e-restricao-de-deslocamento-em-todo-o-pais.ghtml>. Acesso em: 21 mar. 2022. Citado na página 24.

_____. *Segundo caso de novo coronavírus no Brasil é confirmado em São Paulo*. 2020. Disponível em: <https://g1.globo.com/bemestar/coronavirus/noticia/2020/02/29/segundo-caso-de-coronavirus-no-brasil-e-confirmado-em-sao-paulo.ghtml>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 25.

_____. *TCU dá 15 dias para que governo federal apresente plano de vacinação contra a Covid-19*. 2020. Disponível em: <https://g1.globo.com/politica/noticia/2020/08/12/tcu-da-15-dias-para-que-governo-federal-apresente-plano-de-vacinacao-contr-a-covid-19.ghtml>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 27.

_____. *Primeiro anúncio de uma morte por Covid-19 no Brasil completa um ano*. 2021. Disponível em: <https://g1.globo.com/sp/sao-paulo/noticia/2021/03/17/anuncio-da-primeira-morte-por-covid-19-no-brasil-completa-um-ano.ghtml>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 26.

GALILEU. *Conheça as 5 maiores pandemias da história*. 2020. Disponível em: <https://revistagalileu.globo.com/Ciencia/Saude/noticia/2020/03/conheca-5-maiores-pandemias-da-historia.html>. Acesso em: 11 jun. 2022. Citado na página 30.

GARRIDO, J.; MARTÍNEZ-RODRÍGUEZ, D.; RODRÍGUEZ-SERRANO, F.; PÉREZ-VILLARES, J.; FERREIRO-MARZAL, A.; JIMÉNEZ-QUINTANA, M.; VILLANUEVA, R.; GRANADA, G. de E. C. . et al. Modelo matemático optimizado para la predicción y planificación de la asistencia sanitaria por la covid-19. *Medicina Intensiva*, Elsevier, v. 46, n. 5, p. 248–258, 2022. Citado na página 53.

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO. *Vacina Já*. 2021. Disponível em: <https://www.vacinaja.sp.gov.br>. Acesso em: 02 jan. 2023. Citado na página 56.

GREEN SAVERS. *Por que é que os chineses comem animais exóticos?* 2021. Disponível em: <https://greensavers.sapo.pt/por-que-e-que-os-chineses-comem-animais-exoticos/>. Acesso em: 22 fev. 2022. Citado na página 22.

GRILLO, G.; SANTOS, S. A. Equações diferenciais ordinárias stiff: um estudo computacional. Citado na página 58.

HEXAG EDUCAÇÃO. *5 Maiores pandemias da história*. 2021. Disponível em: <https://cursinhoparamedicina.com.br/blog/saude/5-maiores-pandemias-da-historia/>. Acesso em: 23 fev. 2022. Citado na página 24.

HOLTON, K. *Imunização no Reino Unido: Mulher de 90 anos é 1^a vacinada contra Covid-19*. 2020. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/internacional/britanica-de-90-anos-e-primeira-a-receber-a-vacina-da-pfizer-fora-dos-testes/>. Acesso em: 24 mar. 2022. Citado na página 25.

HUNTER, J.; DALE, D.; FIRING, E. matplotlib: Python plotting. *Matplotlib.org*, 2012. Citado na página 58.

IBARRA-VEGA, D. Lockdown, one, two, none, or smart. modeling containing covid-19 infection. a conceptual model. *Science of the Total Environment*, Elsevier, v. 730, p. 138917, 2020. Citado na página 36.

IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). *Censo*. 2010. Disponível em: <https://censo2010.ibge.gov.br>. Acesso em: 28 dez. 2022. Citado 3 vezes nas páginas 38, 79 e 80.

_____. *Arranjos populacionais e concentrações urbanas do Brasil*. IBGE, 2016. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/apps/arranjos_populacionais/2015/#/home/. Acesso em: 16 jan. 2023. Citado 10 vezes nas páginas 41, 50, 79, 103, 105, 107, 108, 110, 111 e 112.

_____. *Bases cartográficas contínuas*. 2018. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/geociencias/cartas-e-mapas/bases-cartograficas-continuas.html>. Acesso em: 14 jan. 2023. Citado na página 39.

_____. *Produto Interno Bruto dos Municípios*. 2018. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/contas-nacionais/9088-produto-interno-bruto-dos-municipios.html?=&t=destaques>. Acesso em: 16 jan. 2023. Citado 6 vezes nas páginas 40, 43, 44, 45, 46 e 47.

_____. *Regiões de influência das cidades: 2018. Coordenação de Geografia*. IBGE Rio de Janeiro, 2020. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/apps/regic/#/home/>. Acesso em: 16 jan. 2023. Citado na página 39.

_____. *Bases cartográficas contínuas*. 2021. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/geociencias/cartas-e-mapas/bases-cartograficas-continuas.html>. Acesso em: 14 jan. 2023. Citado 8 vezes nas páginas 40, 43, 44, 45, 46, 47, 48 e 51.

_____. *Cidades*. 2021. Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br>. Acesso em: 16 jan. 2023. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 79.

_____. *Estimativas da população residente com data de referência 1º de julho de 2021*. 2021. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9103-estimativas-de-populacao.html?=&t=o-que-e>. Acesso em: 16 jan. 2023. Citado 6 vezes nas páginas 43, 44, 45, 46, 79 e 80.

INSTITUTO BUTANTAN. *Governo de SP assina contrato com Sinovac para o fornecimento de 46 milhões de doses da Coronavac*. 2020. Disponível em: <https://butantan.gov.br/noticias/governo-de-sp-assina-contrato-com-sinovac-para-o-fornecimento-de-46-milhoes-de-doses-da-coronavac>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 27.

_____. *Conheça os sintomas mais comuns da ômicron e de outras variantes da Covid-19*. 2021. Disponível em: <https://butantan.gov.br/noticias/conheca-os-sintomas-mais-comuns-da-omicron-e-de-outras-variantes-da-covid-19>. Acesso em: 02 fev. 2022. Citado na página 20.

_____. *Tomar as duas doses e completar o esquema vacinal é essencial para se proteger contra a Covid-19*. 2021. Disponível em: <https://butantan.gov.br/noticias/tomar-as-duas-doses-e-completar-o-esquema-vacinal-e-essencial-para-se-proteger-contra-a-covid-19>. Acesso em: 18 jan. 2023. Citado na página 81.

JORNAL DA USP. *Fake News Não Pod #13: Hidroxicloroquina é totalmente contraindicada para covid-19*. 2021. Disponível em: <https://jornal.usp.br/podcast/fake-news-nao-pod-13-hidroxicloroquina-e-totalmente-contraindicada-para-covid-19/>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 26.

KERMACK, W. O.; MCKENDRICK, A. G. A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proceedings of the royal society of london. Series A, Containing papers of a mathematical and physical character*, The Royal Society London, v. 115, n. 772, p. 700–721, 1927. Citado na página 30.

_____. Contributions to the mathematical theory of epidemics. ii.—the problem of endemicity. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, containing papers of a mathematical and physical character*, The Royal Society London, v. 138, n. 834, p. 55–83, 1932. Citado na página 33.

_____. Contributions to the mathematical theory of epidemics. iii.—further studies of the problem of endemicity. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, The Royal Society London, v. 141, n. 843, p. 94–122, 1933. Citado na página 33.

LANGTANGEN, H. P.; LANGTANGEN, H. P. *A primer on scientific programming with Python*. [S.l.]: Springer, 2011. v. 1. Citado na página 58.

- LEDO, M. V.; DÍAZ, R. G.; RODRÍGUEZ, W. B.; ONEGA, N. C. V.; LEZCA, W. M. Modelos matemáticos para el control epidemiológico. *Educación Médica Superior*, 2002, Editorial Ciencias Médicas, v. 34, n. 2, 2020. Citado na página 36.
- LI, J.; LI, J. J.; XIE, X.; CAI, X.; HUANG, J.; TIAN, X.; ZHU, H. Game consumption and the 2019 novel coronavirus. *The Lancet Infectious Diseases*, v. 20, n. 3, p. 275–276, 2020. Citado na página 22.
- LINGE, S.; LANGTANGEN, H. P. *Programming for Computations-Python: A Gentle Introduction to Numerical Simulations with Python 3.6*. [S.l.]: Springer Nature, 2020. Citado na página 58.
- LISBOA, V. *Vacinação contra a covid-19 não chegou a mais de 70% dos africanos*. 2023. Disponível em: <https://agenciabrasil.ebc.com.br/saude/noticia/2023-01/vacinacao-contracovid-19-nao-chegou-mais-de-70-dos-africanos>. Acesso em: 10 jan. 2023. Citado na página 21.
- MACHADO, M. L.; FREITAS, R. *O primeiro ano de pandemia no Brasil em 43 eventos*. 2021. Disponível em: <https://pp.nexojornal.com.br/linha-do-tempo/2021/O-primeiro-ano-de-pandemia-no-Brasil-em-43-eventos>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- MAGALHÃES, M. de A. F. M.; BARCELLOS, C.; XAVIER, D. R.; SALDANHA, R. de F. Pandemia de covid-19 o processo de interiorização e aceleração da transmissão no país. *Covid-19 no Brasil: cenários epidemiológicos e vigilância em saúde*, Série Informação para ação na Covid-19| Fiocruz, p. 85–98, 2021. Citado 3 vezes nas páginas 48, 49 e 50.
- MAIOLI, G. Métodos numéricos para equações diferenciais ordinárias. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2015. Citado na página 58.
- MCKINNEY, W. et al. Data structures for statistical computing in python. In: AUSTIN, TX. *Proceedings of the 9th Python in Science Conference*. [S.l.], 2010. v. 445, n. 1, p. 51–56. Citado na página 58.
- MELLO, P. C. *Brasil é único país onde fake news sobre cloroquina ainda circulam com frequência*. 2020. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/equilibrioesaude/2020/11/brasil-e-unico-pais-onde-fake-news-sobre-cloroquina-ainda-circulam-com-frequencia.shtml>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 26.
- MEYER, J.; LIMA, M.; ESPITIA, C.; LONGO, F.; LAIATE, B.; GOIS, A.; KUNZ, C. Different approaches to the modelling of covid-19. *Trends in Computational and Applied Mathematics*, SciELO Brasil, v. 22, p. 515–531, 2021. Citado 5 vezes nas páginas 37, 103, 104, 105 e 106.
- MOLITERNO, D. *Oito a cada dez mortos por Covid-19 são não vacinados no Brasil*. 2021. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/saude/oito-a-cada-dez-mortos-por-covid-19-nao-sao-vacinados-no-brasil/>. Acesso em: 23 maio 2022. Citado na página 28.
- MOREIRA, A.; PINHEIRO, L. *OMS declara pandemia de coronavírus - G1*. 2020. <https://g1.globo.com/bemestar/coronavirus/noticia/2020/03/11/oms-declara-pandemia-de-coronavirus.ghtml>. Acesso em: 30 Set. 2022. Citado na página 18.

MURRAY, J. D. *Mathematical Biology*. [S.l.]: Springer, 1990. Citado 4 vezes nas páginas 30, 31, 32 e 33.

MÜLLER-KOMOROWSKA, D. *Differential Equations with SciPy – odeint or solve_ivp*. 2021. Disponível em: https://danielmuellerkomorowska.com/2021/02/16/differential-equations-with-scipy-odeint-or-solve_ivp/. Acesso em: 29 nov. 2022. Citado na página 58.

NUNES, J. H. *Conurbação*. [S.l.], 2013. Disponível em: <https://www.labeurb.unicamp.br/indic/index.php?r=verbete%2Fview&id=39>. Acesso em: 05 mar. 2023. Citado na página 43.

OLIVEIRA, C. *Por que a população deve tomar duas doses da vacina contra a covid-19?* 2021. Disponível em: <https://www.brasildefato.com.br/2021/01/21/por-que-a-populacao-deve-tomar-duas-doses-da-vacina-contr-a-covid-19>. Acesso em: 02 jan. 2023. Citado na página 56.

OPAS (Organização Pan-Americana da Saúde). *Histórico da pandemia de COVID-19*. 2021. Disponível em: <https://www.paho.org/pt/covid19/historico-da-pandemia-covid-19>. Acesso em: 02 fev. 2022. Citado na página 20.

_____. *Pandemia de COVID-19 permanece como emergência de saúde pública de importância internacional*. 2023. Disponível em: <https://www.paho.org/pt/noticias/30-1-2023-pandemia-covid-19-permanece-como-emergencia-saude-publica-importancia>. Acesso em: 12 mar. 2023. Citado na página 29.

OUR WORLD IN DATA. *Coronavirus (COVID-19) Vaccinations*. 2022. Disponível em: https://ourworldindata.org/covid-vaccinations?country=OWID_WRL. Acesso em: 28 mar. 2022. Citado na página 28.

PATRÃO, M.; REIS, M. Analisando a pandemia de covid-19 através dos modelos sir e seciar. *Biomatemática*, v. 30, p. 11–140, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 72.

PEREIRA, M. d. S. *A responsabilidade civil do estado pelo atraso na compra de vacinas contra covid-19*. 48 f. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) — Instituto Brasileiro de Ensino, Desenvolvimento e Pesquisa, Brasília, DF, 2021. Citado na página 90.

PFARMA. *China segue impondo lockdowns dois anos após o primeiro em Wuhan*. 2022. Disponível em: <https://pfarma.com.br/coronavirus/7425-china-segue-impondo-lockdowns-dois-anos-apos-o-primeiro-em-wuhan.html>. Acesso em: 21 mar. 2022. Citado na página 24.

PINTO, A. E. de S. *Pandemia implode sistema de testes, e Alemanha e França reimpõem bloqueios*. 2020. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/mundo/2020/10/pandemia-implode-sistema-de-testes-e-alemanha-e-franca-reimpoem-bloqueios.shtml>. Acesso em: 22 mar. 2022. Citado na página 25.

PYCHARM. *O IDE Python para desenvolvedores profissionais*. 2000. Disponível em: <https://www.jetbrains.com/pt-br/pycharm/>. Acesso em: 29 nov. 2022. Citado na página 58.

PYTHON INSTITUTE: OPEN EDUCATION AND DEVELOPMENT GROUPE. *Python – the language of today and tomorrow*. 2012. Disponível em: <https://pythoninstitute.org/about-python>. Acesso em: 29 nov. 2022. Citado na página 58.

ROSARIO, E. d. C. *Modelos SIR e SIRS aplicados à dinâmica da Covid-19 no estado do Amapá e região metropolitana*. 97 f. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional)) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), Presidente Prudente, SP, 2022. Citado na página 37.

SANAR. *Linha do tempo do Coronavírus no Brasil*. 2022. Disponível em: <https://www.sanarmed.com/linha-do-tempo-do-coronavirus-no-brasil>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 26.

SEADE, SP. *Projeções Populacionais*. 2017. Disponível em: <https://painel.seade.gov.br>. Citado na página 38.

_____. *Contra o novo coronavírus—Boletim completo*. 2020. Disponível em: <https://www.seade.gov.br/coronavirus/#>. Citado 5 vezes nas páginas 58, 79, 104, 106 e 107.

_____. *Contra o novo coronavírus—Boletim completo*. 2021. Disponível em: <https://www.seade.gov.br/coronavirus/#>. Citado 2 vezes nas páginas 109 e 110.

SERVIÇO NACIONAL DE SAÚDE. *Início da epidemia de COVID-19 em Portugal caracterizado por disseminação massiva de variante do SARS-CoV-2 com mutação específica*. 2020. Disponível em: <https://www.insa.min-saude.pt/inicio-da-epidemia-de-covid-19-em-portugal-caracterizado-por-disseminacao-massiva-de-variante-do-sars-cov-2-com-mutacao-especifica/>. Acesso em: 21 mar. 2022. Citado na página 24.

SILVA, L. O. P. da; NOGUEIRA, J. M. da R. A corrida pela vacina em tempos de pandemia: a necessidade da imunização contra a covid-19. *Revista Brasileira de Análises Clínicas*, v. 53, n. 3, p. 257–261, 2020. ISSN 2448-3877. Disponível em: <http://www.rbac.org.br/artigos/a-corrida-pela-vacina-em-tempos-de-pandemia-a-necessidade-da-imunizacao-contr-a-covid-19/>. Citado na página 25.

SIMI, SP. *Adesão ao isolamento social em SP*. 2020. Disponível em: <https://www.saopaulo.sp.gov.br/coronavirus/isolamento/>. Acesso em: 02 jan. 2023. Citado 3 vezes nas páginas 62, 105 e 108.

SPELTA, A.; FLORI, A.; PIERRI, F.; BONACCORSI, G.; PAMMOLLI, F. After the lockdown: simulating mobility, public health and economic recovery scenarios. *Scientific reports*, Nature Publishing Group, v. 10, n. 1, p. 1–13, 2020. Citado na página 36.

SPOSITO, M. E. B. As cidades médias e os contextos econômicos contemporâneos. *Urbanização e cidades: perspectivas geográficas*. São Paulo: UNESP, p. 609–643, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.

_____. Novos conteúdos nas periferias urbanas das cidades médias do estado de são paulo, brasil. *Investigaciones geográficas*, Instituto de Geografia, UNAM, n. 54, p. 114–139, 2004. Disponível em: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0188-46112004000200008&lng=es&nrm=iso. Acesso em: 16 jan. 2023. Citado na página 40.

TOWNSEND, J. P.; HASSLER, H. B.; WANG, Z.; MIURA, S.; SINGH, J.; KUMAR, S.; RUDDLE, N. H.; GALVANI, A. P.; DORNBURG, A. The durability of immunity against reinfection by sars-cov-2: a comparative evolutionary study. *The Lancet Microbe*, v. 2, n. 12, p. e666–e675, 2021. ISSN 2666-5247. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2666524721002196>. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 56.

- UNA-SUS. *Coronavírus: Brasil confirma primeiro caso da doença*. 2020. Disponível em: <https://www.unasus.gov.br/noticia/coronavirus-brasil-confirma-primeiro-caso-da-doenca>. Acesso em: 09 maio 2022. Citado na página 25.
- UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA. *Infectologista explica riscos de reinfeção pelo coronavírus e suas variantes*. 2021. Disponível em: <https://www2.ufjf.br/noticias/2021/04/20/infectologista-explica-riscos-de-reinfeccao-pelo-coronavirus-e-suas-variantes/>. Acesso em: 02 fev. 2022. Citado na página 21.
- VARELA, H. A importância do isolamento e por que precisamos estudar araraquara e são carlos. *Jornal da USP*, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 79 e 81.
- WOLFFENBUTTEL, A. *O que é? - Índice de Gini*. 2004. Disponível em: https://www.ipea.gov.br/desafios/index.php?option=com_content&id=2048:catid=28. Acesso em: 05 mar. 2023. Citado na página 40.
- WORLDOMETER. *COVID-19 CORONAVIRUS PANDEMIC*. 2022. Disponível em: <https://www.worldometers.info/coronavirus/country/brazil/>. Acesso em: 12 maio 2022. Citado na página 28.
- _____. *COVID-19 CORONAVIRUS PANDEMIC*. 2023. Disponível em: <https://www.worldometers.info/coronavirus/country/brazil/>. Acesso em: 12 mar. 2023. Citado na página 29.
- ZHANG, T.; WU, Q.; ZHANG, Z. Probable pangolin origin of sars-cov-2 associated with the covid-19 outbreak. *Current Biology*, v. 30, n. 7, p. 1346–1351.e2, 2020. ISSN 0960-9822. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960982220303602>. Citado na página 22.

Apêndices

APÊNDICE A – Valores das taxas utilizados para as simulações numéricas dos modelos

Tabela 4 – Parâmetros do modelo *SCIRD*

Notação	Descrição	Valor	Fonte
$S_{C_1}(t)$	Número de suscetíveis em Presidente Prudente no momento inicial ($t = 0$)	223677	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$S_{C_2}(t)$	Número de suscetíveis em Alfredo Marcondes no momento inicial ($t = 0$)	4118	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$S_{C_3}(t)$	Número de suscetíveis em Álvares Machado no momento inicial ($t = 0$)	24729	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$S_{C_4}(t)$	Número de suscetíveis em Regente Feijó no momento inicial ($t = 0$)	19859	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$S_{C_5}(t)$	Número de suscetíveis em Indiana no momento inicial ($t = 0$)	4936	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$S_{C_6}(t)$	Número de suscetíveis em Anhumas no momento inicial ($t = 0$)	4026	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
α_1	Taxa de infecção dos suscetíveis de Presidente Prudente	$0.18e^{-3}$	Calibrado pela autora por tentativa e erro partindo da taxa de infecção do trabalho de Meyer et al. (2021) até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
α_2	Taxa de infecção dos suscetíveis de Alfredo Marcondes	$0.15e^{-6}$	Calibrado pela autora por tentativa e erro partindo da taxa de infecção do trabalho de Meyer et al. (2021) até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.

α_3	Taxa de infecção dos suscetíveis de Álvares Machado	$0.1e^{-6}$	Calibrado pela autora por tentativa e erro partindo da taxa de infecção do trabalho de Meyer et al. (2021) até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
α_4	Taxa de infecção dos suscetíveis de Regente Feijó	$0.12e^{-6}$	Calibrado pela autora por tentativa e erro partindo da taxa de infecção do trabalho de Meyer et al. (2021) até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
α_5	Taxa de infecção dos suscetíveis de Indiana	$0.19e^{-6}$	Calibrado pela autora por tentativa e erro partindo da taxa de infecção do trabalho de Meyer et al. (2021) até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
α_6	Taxa de infecção dos suscetíveis de Anhumas	$0.23e^{-6}$	Calibrado pela autora por tentativa e erro partindo da taxa de infecção do trabalho de Meyer et al. (2021) até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
$I_{C_1}(t)$	Número de infectados em Presidente Prudente no momento inicial ($t = 0$)	2	Filtrado de planilhas de dados disponibilizados pelo SEADE, SP (2020).
$I_{C_2}(t)$	Número de infectados em Alfredo Marcondes no momento inicial ($t = 0$)	0	Filtrado de planilhas de dados disponibilizados pelo SEADE, SP (2020).
$I_{C_3}(t)$	Número de infectados em Álvares Machado no momento inicial ($t = 0$)	0	Filtrado de planilhas de dados disponibilizados pelo SEADE, SP (2020).
$I_{C_4}(t)$	Número de infectados em Regente Feijó no momento inicial ($t = 0$)	0	Filtrado de planilhas de dados disponibilizados pelo SEADE, SP (2020).
$I_{C_5}(t)$	Número de infectados em Indiana no momento inicial ($t = 0$)	1	Filtrado de planilhas de dados disponibilizados pelo SEADE, SP (2020).
$I_{C_6}(t)$	Número de infectados em Anhumas no momento inicial ($t = 0$)	0	Filtrado de planilhas de dados disponibilizados pelo SEADE, SP (2020).

$N_{C_1}(t)$	População total de Presidente Prudente	223749	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$N_{C_2}(t)$	População total de Alfredo Marcondes	4118	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$N_{C_3}(t)$	População total de Álvares Machado	24733	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$N_{C_4}(t)$	População total de Regente Feijó	19860	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$N_{C_5}(t)$	População total de Indiana	4936	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$N_{C_6}(t)$	População total de Anhumas	4026	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
θ_1	Taxa de confinamento dos suscetíveis de Presidente Prudente	0.15	Calculado a partir dos dados do SIMI, SP (2020) .
η_1	Taxa em que os confinados voltam a ser suscetíveis em Presidente Prudente	0.15	Por hipótese consideramos que a taxa seria igual a do confinamento.
α_{c_1}	Taxa de infecção dos confinados de Presidente Prudente	$0.33e^{-9}$	Calibrado pela autora por tentativa e erro partindo da taxa de infecção do trabalho de Meyer et al. (2021) até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
α_{c_2}	Taxa de infecção dos confinados de Alfredo Marcondes	$0.33e^{-9}$	Calibrado pela autora por tentativa e erro partindo da taxa de infecção do trabalho de Meyer et al. (2021) até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
α_{c_3}	Taxa de infecção dos confinados de Álvares Machado	$0.33e^{-9}$	Calibrado pela autora por tentativa e erro partindo da taxa de infecção do trabalho de Meyer et al. (2021) até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
α_{c_4}	Taxa de infecção dos confinados de Regente Feijó	$0.33e^{-9}$	Calibrado pela autora por tentativa e erro partindo da taxa de infecção do trabalho de Meyer et al. (2021) até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.

α_{c_5}	Taxa de infecção dos confinados de Indiana	$0.33e^{-9}$	Calibrado pela autora por tentativa e erro partindo da taxa de infecção do trabalho de Meyer et al. (2021) até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
α_{c_6}	Taxa de infecção dos confinados de Anhumas	$0.33e^{-9}$	Calibrado pela autora por tentativa e erro partindo da taxa de infecção do trabalho de Meyer et al. (2021) até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
β_1	Taxa de recuperação dos infectados em Presidente Prudente	0.98	Calibrado a partir da operação $1 - \gamma_1$.
γ_1	Taxa de mortalidade devido a doença em Presidente Prudente	0.02	Calibrado a partir de tentativa e erro até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
β_2	Taxa de recuperação dos infectados em Alfredo Marcondes	0.95	Calibrado a partir da operação $1 - \gamma_2$.
γ_2	Taxa de mortalidade devido a doença em Alfredo Marcondes	0.05	Calibrado a partir de tentativa e erro até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
β_3	Taxa de recuperação dos infectados em Álvares Machado	0.978	Calibrado a partir da operação $1 - \gamma_3$.
γ_3	Taxa de mortalidade devido a doença em Álvares Machado	0.022	Calibrado a partir de tentativa e erro até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
β_4	Taxa de recuperação dos infectados em Regente Feijó	0.98	Calibrado a partir da operação $1 - \gamma_4$.
γ_4	Taxa de mortalidade devido a doença em Regente Feijó	0.02	Calibrado a partir de tentativa e erro até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
β_5	Taxa de recuperação dos infectados em Indiana	1	Calibrado a partir da operação $1 - \gamma_5$.
γ_5	Taxa de mortalidade devido a doença em Indiana	0	Filtrado de planilhas de dados disponibilizados pelo SEADE, SP (2020).

β_6	Taxa de recuperação dos infectados em Anhumas	1	Calibrado a partir da operação $1 - \gamma_6$.
γ_6	Taxa de mortalidade devido a doença em Anhumas	0	Filtrado de planilhas de dados disponibilizados pelo SEADE, SP (2020) .
f_{12}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Presidente Prudente para Alfredo Marcondes todos os dias	0.0221	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{13}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Presidente Prudente para Álvares Machado todos os dias	0.2044	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{14}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Presidente Prudente para Regente Feijó todos os dias	0.2347	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{15}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Presidente Prudente para Indiana todos os dias	0.0316	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{16}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Presidente Prudente para Anhumas todos os dias	0.0146	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{21}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Alfredo Marcondes para Presidente Prudente todos os dias	27.9144	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{31}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Álvares Machado para Presidente Prudente todos os dias	32.8399	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{41}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Regente Feijó para Presidente Prudente todos os dias	17.8851	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .

f_{51}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Indiana para Presidente Prudente todos os dias	17.6488	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{61}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Anhumas para Presidente Prudente todos os dias	17.2867	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .

Tabela 5 – Parâmetros do modelo *SVIRD*

Notação	Descrição	Valor	Fonte
$S_{C_1}(t)$	Número de suscetíveis em Presidente Prudente no momento inicial ($t = 0$)	223677	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$S_{C_2}(t)$	Número de suscetíveis em Alfredo Marcondes no momento inicial ($t = 0$)	4118	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$S_{C_3}(t)$	Número de suscetíveis em Álvares Machado no momento inicial ($t = 0$)	24729	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$S_{C_4}(t)$	Número de suscetíveis em Regente Feijó no momento inicial ($t = 0$)	19859	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$S_{C_5}(t)$	Número de suscetíveis em Indiana no momento inicial ($t = 0$)	4936	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
$S_{C_6}(t)$	Número de suscetíveis em Anhumas no momento inicial ($t = 0$)	4026	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016) .
α_1	Taxa de infecção dos suscetíveis de Presidente Prudente	$0.179e^{-3}$	Calibrado a partir de tentativa e erro partindo da taxa calibrada para o modelo <i>SCIRD</i> até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.

α_2	Taxa de infecção dos suscetíveis de Alfredo Marcondes	$0.15e^{-6}$	Calibrado a partir de tentativa e erro partindo da taxa calibrada para o modelo <i>SCIRD</i> até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
α_3	Taxa de infecção dos suscetíveis de Álvares Machado	$0.1e^{-6}$	Calibrado a partir de tentativa e erro partindo da taxa calibrada para o modelo <i>SCIRD</i> até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
α_4	Taxa de infecção dos suscetíveis de Regente Feijó	$0.11e^{-6}$	Calibrado a partir de tentativa e erro partindo da taxa calibrada para o modelo <i>SCIRD</i> até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
α_5	Taxa de infecção dos suscetíveis de Indiana	$0.105e^{-6}$	Calibrado a partir de tentativa e erro partindo da taxa calibrada para o modelo <i>SCIRD</i> até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
α_6	Taxa de infecção dos suscetíveis de Anhumas	$0.19e^{-6}$	Calibrado a partir de tentativa e erro partindo da taxa calibrada para o modelo <i>SCIRD</i> até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
$I_{C_1}(t)$	Número de infectados em Presidente Prudente no momento inicial ($t = 0$)	51	SEADE, SP (2021)
$I_{C_2}(t)$	Número de infectados em Alfredo Marcondes no momento inicial ($t = 0$)	0	SEADE, SP (2021)
$I_{C_3}(t)$	Número de infectados em Álvares Machado no momento inicial ($t = 0$)	0	SEADE, SP (2021)
$I_{C_4}(t)$	Número de infectados em Regente Feijó no momento inicial ($t = 0$)	0	SEADE, SP (2021)

$I_{C_5}(t)$	Número de infectados em Indiana no momento inicial ($t = 0$)	1	SEADE, SP (2021)
$I_{C_6}(t)$	Número de infectados em Anhumas no momento inicial ($t = 0$)	1	SEADE, SP (2021)
$N_{C_1}(t)$	População total de Presidente Prudente	223749	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016).
$N_{C_2}(t)$	População total de Alfredo Marcondes	4118	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016).
$N_{C_3}(t)$	População total de Álvares Machado	24733	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016).
$N_{C_4}(t)$	População total de Regente Feijó	19860	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016).
$N_{C_5}(t)$	População total de Indiana	4936	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016).
$N_{C_6}(t)$	População total de Anhumas	4026	Banco de dados disponibilizado pelo IBGE (2016).
λ_{c_1}	Taxa de infecção dos vacinados de Presidente Prudente	$0.046e^{-4}$	Calibrado a partir de tentativa e erro partindo da taxa calibrada para o α .
λ_{c_2}	Taxa de infecção dos vacinados de Alfredo Marcondes	$0.03e^{-7}$	Calibrado a partir de tentativa e erro partindo da taxa calibrada para o α .
λ_{c_3}	Taxa de infecção dos vacinados de Álvares Machado	$0.008e^{-5}$	Calibrado a partir de tentativa e erro partindo da taxa calibrada para o α .
λ_{c_4}	Taxa de infecção dos vacinados de Regente Feijó	$0.008e^{-5}$	Calibrado a partir de tentativa e erro partindo da taxa calibrada para o α .
λ_{c_5}	Taxa de infecção dos vacinados de Indiana	$0.01e^{-7}$	Calibrado a partir de tentativa e erro partindo da taxa calibrada para o α .
λ_{c_6}	Taxa de infecção dos vacinados de Anhumas	$0.03e^{-7}$	Calibrado a partir de tentativa e erro partindo da taxa calibrada para o α .

β_1	Taxa de recuperação dos infectados em Presidente Prudente	0.98	Calibrado a partir da operação 1 – γ_1 .
γ_1	Taxa de mortalidade devido a doença em Presidente Prudente	0.02	Calibrado a partir de tentativa e erro até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
β_2	Taxa de recuperação dos infectados em Alfredo Marcondes	0.95	Calibrado a partir da operação 1 – γ_2 .
γ_2	Taxa de mortalidade devido a doença em Alfredo Marcondes	0.05	Calibrado a partir de tentativa e erro até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
β_3	Taxa de recuperação dos infectados em Álvares Machado	0.978	Calibrado a partir da operação 1 – γ_3 .
γ_3	Taxa de mortalidade devido a doença em Álvares Machado	0.022	Calibrado a partir de tentativa e erro até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
β_4	Taxa de recuperação dos infectados em Regente Feijó	0.98	Calibrado a partir da operação 1 – γ_4 .
γ_4	Taxa de mortalidade devido a doença em Regente Feijó	0.02	Calibrado a partir de tentativa e erro até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
β_5	Taxa de recuperação dos infectados em Indiana	1	Calibrado a partir da operação 1 – γ_5 .
γ_5	Taxa de mortalidade devido a doença em Indiana	0	Calibrado a partir de tentativa e erro até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
β_6	Taxa de recuperação dos infectados em Anhumas	1	Calibrado a partir da operação 1 – γ_6 .
γ_6	Taxa de mortalidade devido a doença em Anhumas	0	Calibrado a partir de tentativa e erro até que a curva ficasse semelhante à dos casos reais.
f_{12}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Presidente Prudente para Alfredo Marcondes todos os dias	0.0221	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016).

f_{13}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Presidente Prudente para Álvares Machado todos os dias	0.2044	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{14}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Presidente Prudente para Regente Feijó todos os dias	0.2347	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{15}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Presidente Prudente para Indiana todos os dias	0.0316	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{16}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Presidente Prudente para Anhumas todos os dias	0.0146	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{21}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Alfredo Marcondes para Presidente Prudente todos os dias	27.9144	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{31}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Álvares Machado para Presidente Prudente todos os dias	32.8399	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{41}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Regente Feijó para Presidente Prudente todos os dias	17.8851	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{51}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Indiana para Presidente Prudente todos os dias	17.6488	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .
f_{61}	Taxa percentual do fluxo de pessoas que transitam de Anhumas para Presidente Prudente todos os dias	17.2867	Calculada como taxa percentual a partir da quantidade de pessoas que se deslocam entre os municípios segundo o IBGE (2016) .

ϵ_1	Taxa de vacinação em Presidente Prudente	0.1458	Calculado como taxa percentual média da aplicação de doses a partir de dados disponíveis no “Vacinômetro COVID-19” (BRASIL, 2021c)
ϵ_2	Taxa de vacinação em Alfredo Marcondes	0.1692	Calculado como taxa percentual média da aplicação de doses a partir de dados disponíveis no “Vacinômetro COVID-19” (BRASIL, 2021c).
ϵ_3	Taxa de vacinação em Álvares Machado	0.0863	Calculado como taxa percentual média da aplicação de doses a partir de dados disponíveis no “Vacinômetro COVID-19” (BRASIL, 2021c).
ϵ_4	Taxa de vacinação em Regente Feijó	0.1001	Calculado como taxa percentual média da aplicação de doses a partir de dados disponíveis no “Vacinômetro COVID-19” (BRASIL, 2021c).
ϵ_5	Taxa de vacinação em Indiana	0.1429	Calculado como taxa percentual média da aplicação de doses a partir de dados disponíveis no “Vacinômetro COVID-19” (BRASIL, 2021c).
ϵ_6	Taxa de vacinação em Anhumas	0.1383	Calculado como taxa percentual média da aplicação de doses a partir de dados disponíveis no “Vacinômetro COVID-19” (BRASIL, 2021c).

APÊNDICE B – Simulações

Figura 70 – Simulação pelo modelo *SCIRD* (com $C=0$) dos suscetíveis na região de Presidente Prudente.

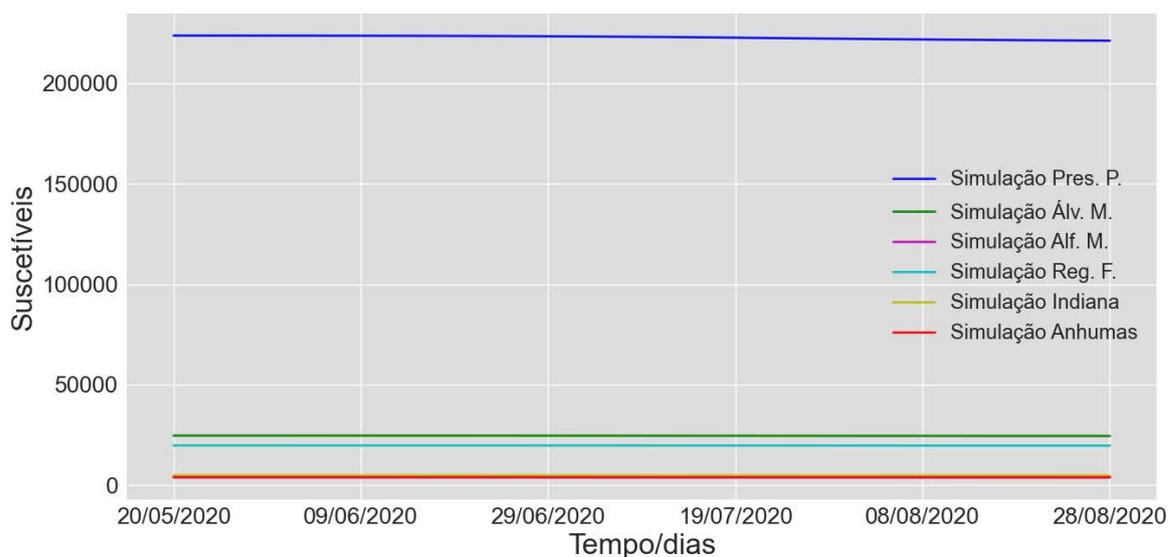


Figura 71 – Simulação pelo modelo *SCIRD* (com $C=0$) dos confinados na região de Presidente Prudente.

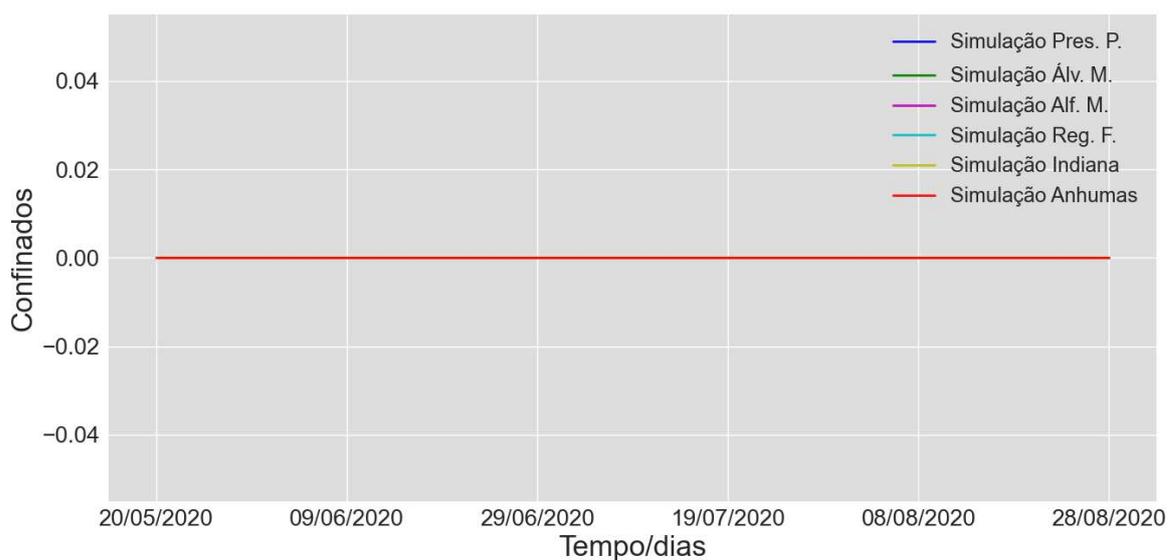


Figura 72 – Simulação pelo modelo *SCIRD* (com $C=0$) dos infectados por COVID-19 na região de Presidente Prudente.

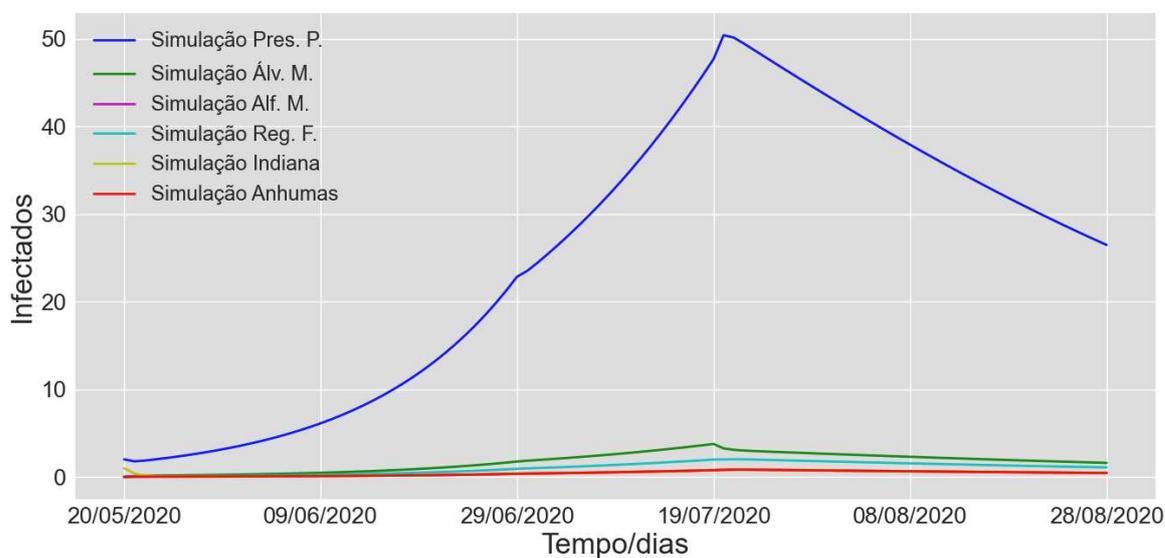


Figura 73 – Simulação pelo modelo *SCIRD* (com $C=0$) dos recuperados da COVID-19 na região de Presidente Prudente.

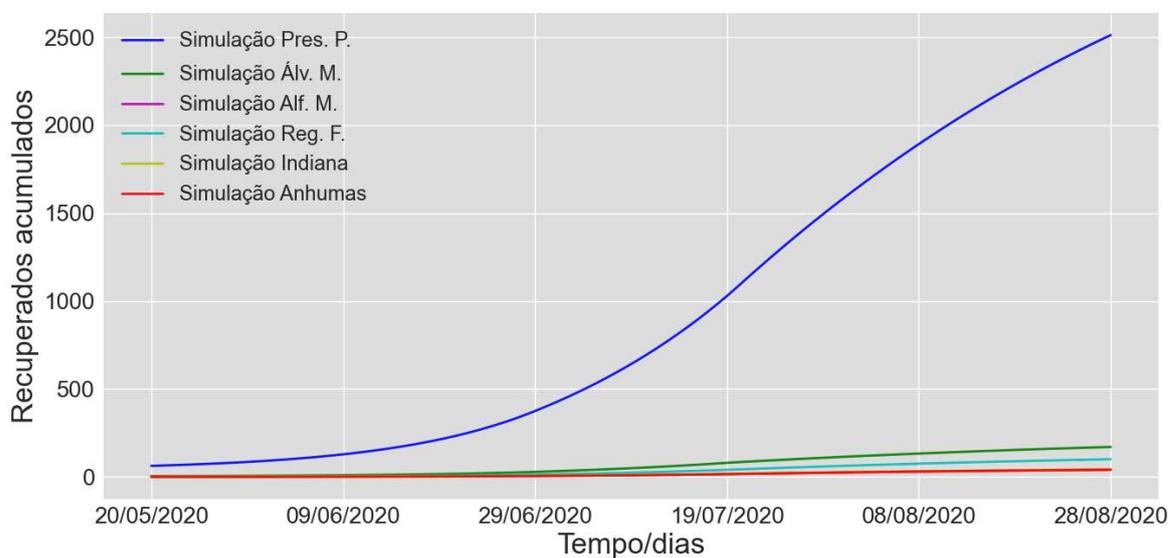


Figura 74 – Simulação pelo modelo *SCIRD* (com $C=0$) dos óbitos acumulados causados pela COVID-19 na região de Presidente Prudente.

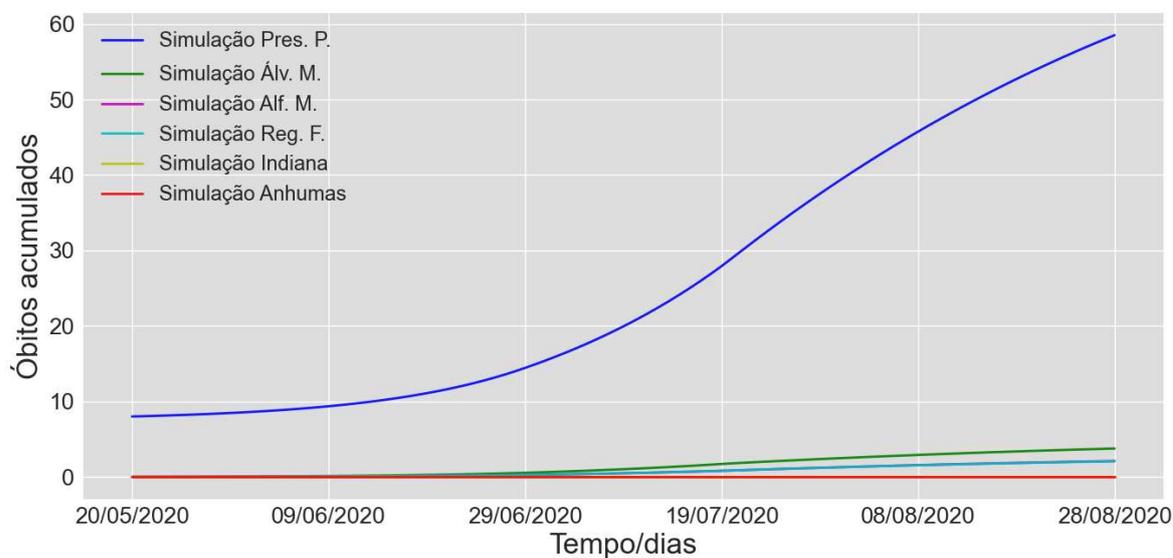


Figura 75 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (20 dias e taxa maior de confinamento) no número de infectados pela COVID-19 em Álvares Machado e Regente Feijó.

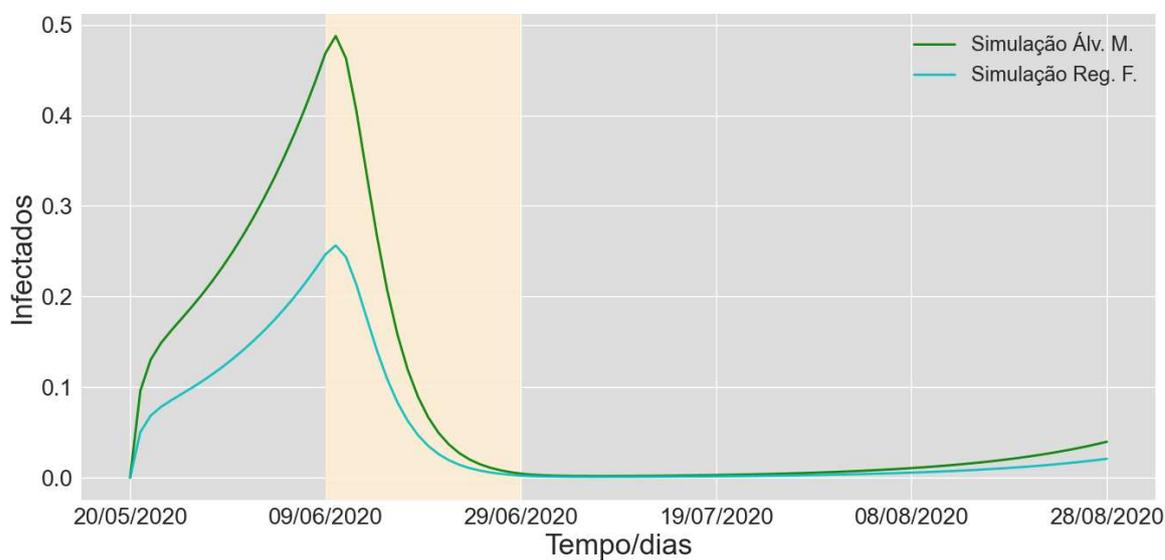


Figura 76 – Simulação pelo modelo *SCIRD* do efeito de um *lockdown* (20 dias e taxa maior de confinamento) no número de infectados pela COVID-19 em Alfredo Marcondes, Indiana e Anhumas.

