



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Fabio Aparecido Barbosa

**Avaliação da Interação entre a Formatação
Probabilística de Constelações e Etapas de
Processamento Digital de Sinais para Sistemas
Ópticos Coerentes Digitais**

Campinas
2021

Fabio Aparecido Barbosa

Avaliação da Interação entre a Formatação Probabilística de Constelações e Etapas de Processamento Digital de Sinais para Sistemas Ópticos Coerentes Digitais

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica na área de Telecomunicações e Telemática.

Orientador: Prof. Dr. Darli Augusto de Arruda Mello

Este exemplar corresponde à versão final da tese defendida pelo aluno Fabio Aparecido Barbosa, e orientada pelo Prof. Dr. Darli Augusto de Arruda Mello.

Campinas
2021

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

B234a Barbosa, Fabio Aparecido, 1991-
Avaliação da interação entre a formatação probabilística de constelações e etapas de processamento digital de sinais para sistemas ópticos coerentes digitais / Fabio Aparecido Barbosa. – Campinas, SP : [s.n.], 2021.

Orientador: Darli Augusto de Arruda Mello.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Comunicações ópticas (Transmissão de dados). 2. Processamento digital de sinais. I. Mello, Darli Augusto de Arruda, 1976-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Investigation of the interplay between probabilistic constellation shaping and digital signal processing algorithms for digital coherent optical systems

Palavras-chave em inglês:

Optical communications (Data transmission)

Digital signal processing

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora:

Darli Augusto de Arruda Mello [Orientador]

Dalton Soares Arantes

Renato da Rocha Lopes

Marcelo Luís Francisco Abbade

João Crisóstomo Weyl Albuquerque Costa

Edson Porto da Silva

Data de defesa: 03-09-2021

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0000-0001-5891-4495>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/9823342568901433>

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

Candidato: Fabio Aparecido Barbosa. **RA:** 162625.

Data da Defesa: 3 de setembro de 2021.

Título da Tese: "Avaliação da Interação entre a Formatação Probabilística de Constelações e Etapas de Processamento Digital de Sinais para Sistemas Ópticos Coerentes Digitais".

Prof. Dr. Darli Augusto de Arruda Mello (Presidente).

Prof. Dr. Dalton Soares Arantes

Prof. Dr. Renato da Rocha Lopes

Prof. Dr. Marcelo Luís Francisco Abbade

Prof. Dr. João Crisóstomo Weyl Albuquerque Costa

Prof. Dr. Edson Porto da Silva

A ata de defesa, com as respectivas assinaturas dos membros da Comissão Julgadora, encontra-se no SIGA (Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese) e na Secretaria de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

Dedico esta tese à minha família

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus. A caminhada até a finalização desse trabalho foi longa e árdua. Mas, quem poderia dizer que ela seria um pouco mais difícil nas fases finais por causa de uma pandemia? Uma certeza eu tenho: certamente essas características seriam significativamente amplificadas caso eu não tivesse o suporte de diversas pessoas. Começo agradecendo ao apoio incondicional de minha família, em especial de meus pais, Ivone e Aparecido. Agradeço por não medirem esforços para que eu alcançasse meus objetivos e sonhos. Pelo imenso amor, apoio e inspiração sou eternamente grato. Agradeço a Beatriz, pelas incansáveis vezes em que me mostrou o lado bom das coisas e por estar sempre pronta para ouvir minhas preocupações. Obrigado por ser minha inspiração e pelo imenso apoio.

Gostaria de agradecer também ao meu orientador, o Prof. Darli. Durante estes anos de pesquisa juntos desenvolvemos uma excelente relação de trabalho. Além disso, agradeço imensamente pela amizade que criamos, pelos riquíssimos conselhos e suporte em momentos de dúvida. Agradeço por sua honestidade e honradez, bem como por todo o esforço empregado neste projeto. Estendo aqui meus agradecimentos ao Prof. Dalton, por seus conselhos e apoio no desenvolvimento deste trabalho. Muito obrigado por me receberem tão bem no ComLab. Agradeço a todos os amigos do ComLab e da Unicamp: Lailson, Alaelson, Ruby, Veruska, Dimas Augusto, Carlos, Lorena, Aparna, Kayol, Jonathan, Yalena e Cláudio. Muitíssimo obrigado pelo convívio. Agradeço também ao Thyago, pela amizade, conversas e conselhos.

Pela oportunidade de fazer parte da BrPhotonics e da Idea! como estudante de doutorado por um período conjunto de 16 meses agradeço ao Dr. Jacklyn Reis e ao Dr. Júlio Oliveira. Certamente foi um período de muito aprendizado. Agradeço também ao Daniel por todo o apoio durante o referido período. Também agradeço ao grupo de comunicações ópticas do CPqD pela oportunidade de usar os laboratórios para fazer coletas experimentais. Em especial, agradeço ao Sandro Rossi por suas contribuições indispensáveis nessas tarefas. Ao Omar Darwiche, meu muito obrigado. Seus códigos de otimização das constelações me ajudaram muito.

Meu muito obrigado aos professores da Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação (FEEC) da Unicamp, os quais contribuíram de forma essencial para a minha formação. Agradeço a Unicamp pelo apoio estrutural, e o apoio financeiro do Fundo de Apoio ao Ensino, Pesquisa e Extensão (FAEPEX), da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo 2015/24341-7, e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processo 166102/2018-0. Viva a Ciência!

*“Ninguém caminha sem aprender a caminhar, sem aprender a fazer o caminho caminhando,
refazendo e retocando o sonho pelo qual se pôs a caminhar.”*
(Paulo Freire)

RESUMO

Avalia-se a interação entre a formatação probabilística (*probabilistic shaping* - PS) de constelações e típicas etapas de processamento digital de sinais (*digital signal processing* - DSP) empregadas em receptores ópticos coerentes digitais. O canal óptico é modelado como um canal de ruído aditivo gaussiano branco (*additive white Gaussian noise* - AWGN) e a aplicação de PS segue a distribuição de Maxwell-Boltzmann (MB). Expressões analíticas são apresentadas para uma versão totalmente supervisionada do tradicional algoritmo de recuperação de fase da portadora (*carrier phase recovery* - CPR) conhecido como algoritmo de busca cega de fase (*blind phase search* - BPS). Enquanto essa versão supervisionada somente é afetada negativamente pela aplicação de PS quando são usadas janelas pequenas de rejeição de ruído, demonstra-se por meio de simulações e experimentos que o algoritmo BPS é fortemente afetado mesmo com longas janelas. Além disso, observa-se que a região de pior caso para o funcionamento do BPS está na proximidade da condição de formatação que, em tese, maximiza a informação mútua (*mutual information* - MI) sob o canal AWGN quando PS é aplicado de acordo com a distribuição de MB, principalmente em região de baixa relação sinal-ruído (*signal-to-noise ratio* - SNR). Nesse cenário, a aplicação de PS se traduz em penalidades consideráveis em termos de MI. Propõe-se como solução a esse problema um processo de otimização do fator que controla a magnitude de formatação das constelações chamada de deslocamento do fator de formatação (*shaping factor detuning* - SFD). Operações estáveis são obtidas ao longo das regiões avaliadas e demonstram que os ganhos decorrentes do uso de PS podem ser garantidos. Investiga-se por meio de dados experimentais a etapa de recuperação de fase da portadora (*carrier frequency recovery* - CFR) demonstrando que o algoritmo da 4ª potência (4-th Power) também é afetado pela aplicação de PS, e uma solução baseada em pilotos é uma viável alternativa. De fato, observa-se que ambas as etapas de CFR e CPR podem se beneficiar da inserção de símbolos piloto nas sequências transmitidas. Por fim, apresenta-se uma análise matemática de dois dos principais detectores de erro de temporização (*timing error detectors* - TEDs), o TED de Gardner e o TED modificado de Gardner, mostrando que o segundo possui um desempenho dependente da curtose da fonte e, portanto, da aplicação de PS às constelações. Por meio de extensas simulações essas afirmações são validadas e estendidas a outras duas estratégias, o TED de Godard e o TED modificado de Godard. Assim como o TED modificado de Gardner, o TED modificado de Godard é afetado pelo uso de PS. Este trabalho demonstra que para garantir os benefícios da aplicação de PS em sistemas ópticos, a adequação dos algoritmos de DSP usados em receptores coerentes é requerida.

Palavras-chaves: Comunicações ópticas; Formatação probabilística; Processamento digital de sinais; Sistemas ópticos coerentes digitais; Recuperação de fase da portadora; Recuperação de frequência da portadora; Detecção de erro de temporização.

ABSTRACT

This work investigates the interplay between probabilistic shaping (PS) and typical digital signal processing (DSP) stages employed in digital optical coherent receivers. We model the optical channel as an additive white Gaussian noise (AWGN) channel, and PS follows the Maxwell-Boltzmann (MB) distribution. We present analytical expressions for a fully supervised version of the traditional carrier phase recovery (CPR) algorithm called the blind phase search (BPS) algorithm. While PS negatively affects the supervised algorithm only at short noise rejection windows, we show by simulations and offline processing of experimentally collected traces that PS affects the BPS algorithm even at long windows. In addition, the worst-case scenarios for the BPS occur in the vicinity of the shaping condition that, in theory, maximizes the MI for the AWGN channel when one uses the MB distribution, especially at low signal-to-noise ratio (SNR) regimes. We propose a technique called shaping factor detuning (SFD) as a solution to this problem. SFD provides a stable operation, and it preserves the expected gains related to the use of PS. We also assess using experimentally collected traces the carrier frequency recovery (CFR) stage, and we show that the PS affects the 4 Power algorithm. However, a viable solution is using a pilot-based strategy. In fact, we observe that both the CFR and CPR stages can take advantage of pilot symbols periodically inserted into the transmitted sequences. Finally, we present mathematical modeling of two of the most significant timing error detectors (TEDs), namely the Gardner TED and the modified Gardner TED. Our analysis shows that the source kurtosis and, consequently, the PS affects the modified Gardner TED. We confirm this through extensive simulations, and we also extend the analysis to the Godard TED and the modified Godard TED. Similar to the modified Gardner TED, the modified Godard TED is also affected by PS. This work demonstrates that one should properly adjust the DSP stages to guarantee the benefits of using PS in digital coherent optical systems.

Keywords: Optical communications; Probabilistic shaping; Digital signal processing; Digital coherent optical systems; Carrier phase recovery; Carrier frequency recovery; Timing error detection.

Lista de abreviaturas e siglas

ADC	<i>Analog-to-Digital Converter</i> - Conversão Analógico-Digital
AIR	<i>Achievable Information Rate</i> - Taxa Atingível de Informação
ASE	<i>Amplified Spontaneous Emission</i> - Emissão Espontânea Amplificada
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i> - Ruído Aditivo Gaussiano Branco
BER	<i>Bit Error Rate</i> - Taxa de Erro de Bit
BICM	<i>Bit-Interleaved Coded Modulation</i> - Modulação Codificada com Bits Inter- calados
BMD	<i>Bit-Metric Decoding</i> - Codificação com Métrica Binária
BP	<i>Balanced Photodetection</i> - Fotodeteccção Balanceada
BPS	<i>Blind Phase Search</i> - Busca Cega de Fase
BW	<i>Bit-Wise</i> - Baseado em Bits
CD	<i>Chromatic Dispersion</i> - Dispersão Cromática
CFR	<i>Carrier Frequency Recovery</i> - Recuperação de Frequência da Portadora
CPR	<i>Carrier Phase Recovery</i> - Recuperação de Fase da Portadora
CM	<i>Coded Modulation</i> - Modulação Codificada
CMA	<i>Constant Modulus Algorithm</i> - Algoritmo do Módulo Constante
CS	<i>Cycle Slip</i> - Escorregamento de Fase
CW	<i>Continuous Wave</i> - Onda Contínua
DA	<i>Data-aided</i> - Auxiliado por Dados
DAC	<i>Digital-to-Analog Converter</i> - Conversor Analógico-Digital
DCI	<i>Data Center Interconnect</i> - Interconexão de <i>Data Centers</i>
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i> - Transformada Discreta de Fourier
DGD	<i>Dispersion Group Delay</i> - Dispersão do Atraso de Grupo

DM	<i>Distribution Matcher</i> - Casador de Distribuição
DPLL	<i>Digital Phase Locked Loop</i> - Laço de Realimentação Digital Travada em Fase
DSP	<i>Digital Signal Processing</i> - Processamento Digital de Sinais
ECL	<i>External Cavity Laser</i> - Laser de Cavidade Externa
EDFA	<i>Erbium-Doped Fiber Amplifier</i> - Amplificador a Fibra Dopada com Érbio
FDE	<i>Frequency Domain Equalization</i> - Equalização no Domínio da Frequência
FEC	<i>Forward Error Correction</i> - Correção de Erro Adiante
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i> - Transformada Rápida de Fourier
FIR	<i>Finite Impulse Response</i> - Resposta ao Impulso Finita
FS-CFR	<i>Fully-Supervised Carrier Frequency Recovery</i> - Recuperação de Frequência da Portadora Totalmente Supervisionada
FSE	<i>Fractionally-Spaced Equalizer</i> - Equalizador Fracionário
FWM	<i>Four-Wave Mixing</i> - Mistura de Quatro Ondas
GN	<i>Gaussian Noise</i> - Ruído Gaussiano
G-TED	<i>Gardner Timing Error Detector</i> - Detector de Erro de Temporização de Gardner
Go-TED	<i>Godard Timing Error Detector</i> - Detector de Erro de Temporização de Godard
GSOP	<i>Gram-Schmidt Orthogonalization Procedure</i> - Procedimento de Ortogonalização de Gram-Schmidt
GVD	<i>Group Velocity Dispersion</i> - Dispersão de Velocidade de Grupo
HD	<i>Hard-Decision</i> - Decisão Abrupta
IDFT	<i>Inverse Discrete Fourier Transform</i> - Transformada Discrete Inversa de Fourier
IFFT	<i>Inverse Fast Fourier Transform</i> - Transformada Inversa Rápida de Fourier
iid	<i>Independent and Identically Distributed</i> - Independente e Identicamente Distribuído
IPM	<i>Iterative Polar Modulation</i> - Modulação Polar Iterativa
IQM	<i>In-Phase and Quadrature Modulator</i> - Modulador em Fase e Quadratura
ISI	<i>Intersymbol Interference</i> - Interferência Intersimbólica
LDPC	<i>Low-Density Parity-Check Code</i> - Código de Verificação de Paridade de Baixa Densidade

LF	<i>Loop-Filter</i> - Filtro de Laço
LLR	<i>Log-Likelihood Ratio</i> - Razão de Log-Verossimilhança
LMS	<i>Least Mean Square</i> - Média Quadrática Mínima
LO	<i>Local Oscillator</i> - Oscilador Local
MB	<i>Maxwell-Boltzmann</i>
MG-TED	<i>Modified Gardner Timing Error Detector</i> - Detector de Erro de Temporização Modificado de Gardner
MGo-TED	<i>Modified Godard Timing Error Detector</i> - Detector de Erro de Temporização Modificado de Godard
MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output</i> - Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas
MI	<i>Mutual Information</i> - Informação Mútua
M-QAM	<i>M-ary Quadrature Amplitude Modulation</i> - Modulação <i>M</i> -ária de Amplitude em Quadratura
MLC-MSD	<i>Multilevel Coding with Multistage Decoding</i> - Codificação Multinível com Decodificação em Multiestágios
MLC-PDL	<i>Multilevel Coding with Parallel, Independent Decoding of the Individual Levels</i> - Codificação Multinível com Decodificação Paralela e Independente dos Níveis Individuais
MSE	<i>Mean Square Error</i> - Erro Médio Quadrático
MZM	<i>Mach-Zehnder Modulator</i> - Modulador Mach-Zehnder
NB-CM	<i>Non-binary Coded Modulation</i> - Modulação Codificada Não Binária
NCO	<i>Numerically Controlled Oscillator</i> - Oscilador Controlado Numericamente
NLI	<i>Nonlinear Interference</i> - Interferência Não Linear
OSNR	<i>Optical Signal-to-Noise Ratio</i> - Relação Sinal-Ruído Óptica
PAM	<i>Pulse Amplitude Modulation</i> - Modulação de Pulso em Amplitude
PAS	<i>Probabilistic Amplitude Shaping</i> - Formatação Probabilística de Amplitude
PBC	<i>Polarization Beam Combiner</i> - Combinador de Feixes de Polarização
PBS	<i>Polarization Beam Splitter</i> - Separador de Feixes de Polarização
PB-CFR	<i>Pilot-Based Carrier Frequency Recovery</i> - Recuperação de Frequência da Portadora Baseada em Pilotos
PB-CPR	<i>Pilot-Based Carrier Phase Recovery</i> - Recuperação de Fase da Portadora Baseada em Pilotos
PC	<i>Polarization Controller</i> - Controlador de Polarização

PCA	<i>Principal Component Analysis</i> - Análise de Componentes Principais
pdf	<i>Probability Density Function</i> - Função Densidade de Probabilidade
PI	<i>Proportional-Integral</i> - Proporcional-Integral
PMD	<i>Polarization Mode Dispersion</i> - Dispersão dos Modos de Polarização
pmf	<i>Probability Mass Function</i> - Função Massa de Probabilidade
ppm	<i>Parts per Million</i> - Partes por Milhão
PS	<i>Probabilistic Shaping</i> - Formatação Probabilística
PSM	<i>Phase-Shifted Superposition modulation</i> - Modulação de Superposição Deslocada por Fase
PU	<i>Phase Unwrapper</i> - Desempacotador de Fases
RC	<i>Raised Cosine</i> - Cosseno Levantado
RDE	<i>Radius-Directed Equalization</i> - Equalização Direcionada ao Raio
ROF	<i>Roll-Off Factor</i> - Fator de <i>Roll-Off</i>
RRC	<i>Root-Raised Cossine</i> - Raiz de Cosseno Levantado
SBS	<i>Stimulated Brillouin Scattering</i> - Espalhamento de Brillouin Estimulado
SE	<i>Spectral Efficiency</i> - Eficiência Espectral
SD	<i>Soft-Decision</i> - Decisão Suave
SD-SW	<i>Soft-Decision Symbol-Wise</i> - (SD-SW) - Decisões Suaves com Métricas Baseadas em Símbolos
SD-BW	<i>Soft-Decision Bit-Wise</i> - (SD-SW) - Decisões Suaves com Métricas Baseadas em Bits
SGD	<i>Stochastic Gradient Descent</i> - Gradiente Descendente Estocástico
SMF	<i>Single-Mode Fiber</i> - Fibra Monomodo
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i> - Relação Sinal-Ruído
SPM	<i>Self-Phase Modulation</i> - Auto-modulação de Fase
SPS	<i>Supervised Phase Search</i> - Busca de Fases Supervisionada
SRS	<i>Stimulated Raman Scattering</i> - Espalhamento Estimulado de Raman
SSFM	<i>Split-Step Fourier Method</i> - Método de Fourier de Passo Dividido
SW	<i>Symbol-Wise</i> - Baseado em Símbolos
TED	<i>Timing Error Detector</i> - Detector de Erro de Temporização
TIA	<i>Transimpedance Amplifier</i> - Amplificador de Transimpedância

UWB	<i>Ultra-wideband</i> - Banda Ultralarga
VOA	<i>Variable Optical Attenuator</i> - Atenuador Óptico Variável
WDM	<i>Wavelength Division Multiplexing</i> - Multiplexação por Divisão de Comprimento de Onda
XPM	<i>Cross-Phase Modulation</i> - Modulação Cruzada de Fase

Sumário

1	Introdução	18
1.1	Contribuições	21
1.2	Publicações Associadas à Tese	22
1.2.1	Outras Publicações	23
2	Sistemas Ópticos Coerentes	24
2.1	Transmissores Ópticos	25
2.1.1	Formatos de Modulação e Formatação de Pulso	26
2.1.2	Lasers Semicondutores	29
2.1.3	Moduladores Ópticos	30
2.2	Canal de Comunicação	33
2.2.1	Atenuação	33
2.2.2	Dispersão Cromática	35
2.2.3	Efeitos Dependentes da Polarização	36
2.2.4	Efeitos Não Lineares	39
2.3	Receptores Coerentes Digitais	41
2.3.1	Detecção Coerente	41
2.3.2	Amostragem	44
2.4	Esquemas de CM	45
3	Formatação Probabilística	48
3.1	Fundamentos de Teoria da Informação Aplicados à Sistemas de Comunicação	48
3.1.1	Utilização da MI como AIR	50
3.1.2	Utilização da GMI como AIR	51
3.2	Comunicação sob um Canal AWGN	53
3.2.1	Formatação de Constelação	55
3.3	Formatação de Constelação em Sistemas Ópticos Coerentes	56
3.3.1	Probabilistic Shaping	59
3.3.2	Avaliação de Desempenho de Sistemas com PS	61
4	Algoritmos de DSP aplicados a Sistemas Ópticos Coerentes Digitais	64
4.1	Compensação de <i>Skew</i>	65
4.2	Ortogonalização	66
4.3	Compensação de Dispersão Cromática	67
4.4	Recuperação de Relógio	69
4.4.1	Estratégias de Estimção do Erro de Temporização	71
4.4.2	<i>Loop Filter</i>	73
4.4.3	Controlador	74
4.4.4	Interpolador	75

4.5	Equalização Adaptativa	75
4.5.1	Algoritmos de Equalização Não Supervisionada	78
4.5.2	Equalizadores Fracionários	79
4.5.3	Equalização MIMO em Sistemas Ópticos	80
4.5.4	Equalização Adaptativa e PS	82
4.6	Recuperação de Frequência da Portadora	85
4.6.1	Algoritmo 4-th <i>Power</i>	87
4.6.2	Algoritmos de CFR e Transmissões com PS	88
4.7	Recuperação de Fase da Portadora	88
4.7.1	Algoritmo BPS	90
4.7.2	Algoritmos de CPR e Transmissões com PS	92
5	Avaliação da Interação entre PS e o Algoritmo BPS	93
5.1	Avaliação do MSE	93
5.1.1	Modelagem teórica do MSE associado ao SPS	93
5.1.2	Avaliação do MSE para os algoritmo SPS e BPS	97
5.2	Avaliação da Ocorrência de Escorregamentos de Fase	103
5.3	Avaliação da MI	106
5.4	Resumo	110
6	Algoritmos de Recuperação de Frequência e Fase para Transmissões com PS	112
6.1	Deslocamento do Fator de Formatação	112
6.1.1	Algoritmo de CPR de Dois Estágios	114
6.1.2	Resultados das Simulações	115
6.2	Avaliação Experimental das Etapas de CFR e CPR	117
6.2.1	Algoritmo de CFR Baseado em Símbolos Piloto	117
6.2.2	Esquema de CPR Baseado em Símbolos Piloto	118
6.2.3	Configuração Experimental	119
6.2.4	Avaliação de Esquemas de CFR	121
6.2.5	Avaliação de Esquemas de CPR	123
6.3	Desdobramentos	128
6.4	Resumo	129
7	Limitações de TEDs em Transmissões com PS	131
7.1	Modelagem Teórica do Comportamento do G-TED e do MG-TED	131
7.1.1	Modelagem do G-TED	132
7.1.2	Modelagem do MG-TED	134
7.2	Avaliação de TEDs em Transmissões com PS	138
7.3	Avaliação do <i>Jitter</i> dos TEDs em Transmissões com PS	143
7.4	Desdobramentos	149
7.5	Resumo	149
8	Conclusão	151

8.1	Trabalhos Futuros	153
	Referências	154

Capítulo 1

Introdução

Em um canal de ruído aditivo gaussiano branco (*additive white Gaussian noise* - AWGN), o emprego de formatos M -ários de modulação de amplitude em quadratura (*M-ary quadrature amplitude modulation* - M -QAM) com símbolos equiprováveis não constitui uma abordagem ótima. Há para esse cenário uma penalidade assintótica de $\pi e/6 \approx 1,53$ dB com relação à capacidade do canal ou limite de Shannon em termos de relação sinal-ruído (*signal-to-noise ratio* - SNR) [1, Seç. IV-B],[2, Fig. 1]. Por capacidade de canal entende-se o limite superior das taxas atingíveis de informação (*achievable information rates* - AIRs) [3]. Por sua vez, para um dado canal e características fixas da fonte de informação, uma AIR define a máxima quantidade de informação por uso do canal que pode ser transmitida com probabilidade de erro arbitrariamente pequena.

Para que seja possível operar próximo à capacidade do canal existem dois fatores primordiais: a codificação de canal e a formatação de constelações (*constellation shaping*) [2, 4]. O objetivo da codificação de canal é o de reduzir a susceptibilidade das transmissões a erros. Tipicamente, isso é feito inserindo redundâncias à sequência transmitida e utilizando-as no receptor para a identificação e correção de eventuais erros, abordagem esta que consiste na ideia central de códigos de correção de erro adiante (*forward error correction* - FEC) [5]. É válido mencionar que o desempenho supracitado para formatos M -QAM somente é atingido sob condições ideais de codificação. Já a formatação de constelações destina-se a adequar o alfabeto de sinalização da fonte ao canal de comunicação. Sabidamente, o sinal ótimo para o canal AWGN consiste naquele que possui elementos que seguem uma distribuição gaussiana contínua [3], a qual incorre em limitações práticas de realização. Na maioria dos sistemas de comunicação, esforços iniciais foram centrados no desenvolvimento de esquemas FEC poderosos. Argumenta-se que uma das principais razões para isso é a de que ganhos mais expressivos são alcançados por meio de esquemas de codificação. Por exemplo, em canais AWGN ganhos de codificação na ordem de 10 dB podem ser atingidos enquanto que os ganhos associados à formatação de constelações são limitados a $\pi e/6 \approx 1,53$ dB [6]. Outro ponto é a não trivialidade da combinação de codificação e formatação de constelações [7, Cap. 3].

Modernos sistemas ópticos de comunicação são tipicamente baseados em receptores

coerentes e processamento digital de sinais (*digital signal processing* - DSP). A fim de melhor explorar os recursos de transmissão utilizam-se formatos *M*-QAM em transmissões de sinais multiplexados em polarizações ortogonais. Esses, por sua vez, são aliados a esquemas FEC em um processo de elaboração conjunta denominado de modulação codificada (*coded modulation* - CM). O canal óptico pode ser satisfatoriamente modelado como AWGN sob transmissões de longas distâncias sem compensação de dispersão cromática (*chromatic dispersion* - CD) ao longo do enlace [8, 9]. É, contudo, convencional o uso de constelações associadas a distribuições uniformes de probabilidade. Entretanto, com o estabelecimento de códigos FEC como os códigos de verificação de paridade de baixa densidade (*low-density parity-check codes* - LDPCs) [10], a possibilidade de atingir ganhos extras por meio de técnicas de formatação de constelação tem ganhado espaço considerável recentemente. Em especial, a técnica conhecida como formatação probabilística (*probabilistic shaping* - PS) de constelações tem sido avaliada.

PS é uma técnica de comunicação digital fundamentada na teoria da informação pela qual símbolos de uma determinada constelação são transmitidos com diferentes probabilidades a-priori. Sem pormenorizar, seu uso atribui aos símbolos de maior amplitude uma menor frequência de ocorrência. Para uma dada constelação e SNR a AIR do esquema de transmissão pode ser maximizada por meio de PS, e sob certas condições o limite de capacidade do canal é atingido [4, 11, 12]. Destaca-se que, no âmbito de sistemas ópticos, não somente busca-se aumentar o desempenho das transmissões em termos de AIRs usando PS, mas também a adaptabilidade das transmissões.

Uma das primeiras avaliações de PS no âmbito de sistemas ópticos foi apresentada em [13]. No referido trabalho explora-se a estabelecida técnica de PS chamada de *trellis shaping* [4]. Esta é combinada a um esquema de CM baseado em códigos FEC binários. Em [14], empregou-se um outro significativo método de aplicação de PS, *shell mapping* [15–18], em um esquema de CM com possibilidade de adaptação da taxa de transmissão. Investigou-se o impacto de sistemas ópticos de taxa variável e com PS em um ambiente de rede em [19]. Códigos FEC do tipo Turbo foram usados em combinação com PS em transmissões ópticas em [20]. A proposição de uma arquitetura denominada formatação probabilística de amplitude (*probabilistic amplitude shaping* - PAS) representou um significativo avanço na realização prática de sistemas com PS [21]. Usando PAS, avaliou-se a integração de PS com códigos LDPC em [22]. A primeira demonstração experimental de PS em sistemas ópticos foi reportada em [23], também empregando a abordagem PAS. Além dos ganhos de AIRs do sistema, examina-se nesse trabalho a atraente característica de adaptabilidade da taxa de transmissão ofertada por sistemas que usam PS. Desde então, PS tem sido aplicado em diferentes cenários: transmissões transoceânicas [24, 25], sistemas ópticos sem repetição [26], enlaces sem amplificação [27], dentre outros. Resultados promissores motivaram a realização do primeiro sistema comercial que explora PS [28]. Mas, detalhes limitados acerca da abordagem usada estão disponíveis.

Apesar do vasto número de investigações acerca de PS em sistemas ópticos, no ambiente de pesquisa é habitual o uso de condições controladas e algoritmos de DSP totalmente

supervisionados. Ou seja, as sequências transmitidas são conhecidas e os algoritmos se beneficiam disso ao longo de seus processamentos. Logo, o real funcionamento dos algoritmos não é evidenciado, bem como potenciais penalizações ao desempenho dos sistemas decorrentes de limitações das estratégias de DSP usadas. De fato, pouca atenção tem sido depositada à interação entre PS e os algoritmos que tipicamente compõem a cadeia de DSP de receptores coerentes.

A literatura apresenta vasto número de estudos acerca do comportamento de algoritmos de equalização adaptativa não supervisionada, como o algoritmo do módulo constante (*constant modulus algorithm* - CMA) [29], sob a hipótese de constelações associadas a distribuições de probabilidade gaussianas [30–34]. À medida que a curtose da fonte se aproxima daquela atribuída a distribuições gaussianas, a convergência desses algoritmos é severamente afetada. Em sistemas ópticos, a etapa de equalização adaptativa é responsável não somente por mitigar efeitos de natureza variante com o tempo, como a dispersão dos modos de polarização (*polarization mode dispersion* - PMD), mas também para garantir a separação dos sinais transmitidos em polarizações ortogonais. Apenas recentemente a questão da equalização adaptativa em transmissões com PS foi abordada no contexto de sistemas ópticos coerentes [35, 36].

O ruído de fase originado na característica não monocromática dos lasers empregados nas transmissões é um efeito degradante de considerável impacto no desempenho final de um sistema óptico coerente. Sua natureza aleatória causa a perda de referência de fase da constelação transmitida. À vista disso, torna-se então imprescindível o papel de estratégias de recuperação de fase da portadora (*carrier phase recovery* - CPR) na cadeia de algoritmos de DSP dos receptores. Uma das primeiras investigações da inter-relação entre PS e a etapa de CPR foi apresentada em [37]. Sob uma perspectiva fim-a-fim, o desempenho de um esquema de CPR de dois estágios foi comparado ao de um esquema puramente supervisionado na presença de constelações de símbolos não equiprováveis. Demonstrou-se que ambos os esquemas podem atingir desempenhos similares em regime linear de propagação nas fibras. Contudo, penalidades são observadas com o esquema de dois estágios quando em regime não linear de propagação. O fator preponderante para a obtenção de tal resultado é que o ruído de fase não linear se intensifica a medida que PS é aplicado às constelações. Embora esse estudo conceda extensa visão do problema, a abordagem fim-a-fim de análise torna intrincada a otimização específica da tarefa de CPR.

O desenvolvimento de sistemas ópticos que usam PS está intimamente sujeito à garantia dos ganhos proporcionados por tal abordagem enquanto apresenta-se viabilidade de realização eficiente do processamento dos sinais. O aprofundamento das análises do impacto de PS na cadeia de algoritmos de DSP é, portanto, de suma importância. Sob esta visão, a presente tese investiga o impacto de PS em etapas de DSP que compõem os receptores ópticos coerentes e propõe soluções para contornar limitações. Para tanto, modela-se o canal óptico como um canal AWGN. Não se assume neste trabalho arquitetura específica de realização de PS, mas considera-se que a aplicação usa como base a distribuição de Maxwell-Boltzmann (MB) [38]. Essa distribuição conhecidamente maximiza a entropia da fonte e apresenta um desempenho em canais AWGN que significativamente se aproxima daquele obtido com a distribuição gaussiana

contínua ótima [6, 21, 38].

Nesta tese, analisa-se inicialmente o comportamento de uma tradicional estratégia de CPR em sistemas ópticos conhecida como algoritmo de busca cega de fases (*blind phase search - BPS*) [39]. Esse algoritmo envolve um processo de decisão interna de símbolos sujeito a erros que dificultam seu modelamento teórico conciso. Em resposta, um modelamento matemático é formulado com base em uma versão supervisionada desse algoritmo chamado aqui de algoritmo de busca supervisionada de fases (*supervised phase search - SPS*), o qual é equivalente à recuperação de fase supervisionada de máxima verossimilhança (*maximum likelihood - ML*) [40, Eq. 2.69][41, Cap. 5]. A avaliação do algoritmo BPS é então inicialmente conduzida por meio de simulações, mas é posteriormente validada usando dados coletados experimentalmente. Propõe-se então uma metodologia de otimização de PS que considera a etapa de CPR e que tem resultado mais evidente em níveis altos de ruído de fase e em constelações de maiores cardinalidades. Por meio do processamento de dados experimentais investiga-se também a etapa de recuperação de frequência da portadora (*carrier frequency recovery - CFR*), mais especificamente quando esta é realizada pelo algoritmo da 4ª potência (*4-th Power*). Em adição, comparações são feitas entre estratégias de CFR e CPR não supervisionadas e baseadas em símbolos piloto inseridos periodicamente ao longo da sequência de informação transmitida.

Os efeitos de sinais com PS em detectores de erro de temporização (*timing error detectors - TED*) usados na etapa de recuperação de relógio também são examinados. Um modelamento matemático é apresentado para dois TEDs existentes na literatura que se destacam por serem simples e eficientes: o TED de Gardner (*G-TED*) e o TED modificado de Gardner (*modified Gardner timing error detector - MG-TED*) [42–44]. Extensas simulações e análises comumente aplicadas a TEDs são realizadas a fim de validar o modelamento matemático proposto. Algumas outras estratégias similares, mas que operam no domínio da frequência, são também avaliadas por meio de simulações. São elas o TED de Godard (*Go-TED*) e TED modificado de Godard (*MGo-TED*) [45, 46].

O Capítulo 2 desta tese descreve os fundamentos básicos associados a sistemas ópticos coerentes. O Capítulo 3 apresenta uma detalhada discussão sobre PS juntamente com conceitos de teoria da informação. O Capítulo 4 apresenta uma discussão sobre os algoritmos de DSP utilizados em receptores coerentes. Os algoritmos SPS e BPS são avaliados no Capítulo 5. Com base nos resultados obtidos no Capítulo 5, a metodologia de otimização de PS é proposta e avaliada no Capítulo 6. Neste capítulo avaliam-se também estratégias de DSP baseadas em símbolos pilotos para transmissões com PS. No Capítulo 7, os TEDs são avaliados. Por fim, o Capítulo 8 conclui este trabalho.

1.1 Contribuições

Aborda-se nesta tese o campo pouco explorado da avaliação de algoritmos de DSP para sistemas que empregam PS. Inúmeros trabalhos têm demonstrado o potencial de PS em

sistemas ópticos tanto em relação ao aumento da AIR dos sistemas quanto à introdução de adaptabilidade às taxas de transmissão. Todavia, é imprescindível que esses ganhos estejam acompanhados de algoritmos realistas de DSP para transceptores ópticos. Os resultados obtidos neste trabalho demonstram que é preciso adequar os algoritmos às constelações formatadas probabilisticamente para que os ganhos esperados sejam na prática alcançados.

De maneira específica, a primeira contribuição desta tese consiste na identificação do fato de que o algoritmo BPS é substancialmente afetado pela aplicação de PS. Interessantemente, evidencia-se que o cenário de pior caso para tal abordagem ocorre em condições de formatação que são ótimas para o canal AWGN segundo a distribuição de MB. Nesse cenário a aplicação de PS é, de fato, responsável por perdas consideráveis com relação ao caso transmissões de símbolos equiprováveis, sobretudo quando em baixa SNR. É válido ressaltar que o algoritmo BPS é tipicamente utilizado como referência em sistemas ópticos devido à sua robustez. Uma contribuição decorrente da limitação apresentada pelo algoritmo BPS é o método de otimização de PS aqui proposto, chamado de deslocamento do fator de formatação (*shaping factor detuning* - SFD). Este possibilita recobrar significativa parcela dos ganhos esperados sem o aumento de complexidade do algoritmo de CPR. Essa técnica exhibe resultados mais evidentes em regimes de alto ruído de fase e potencialmente quando aplicado a constelações de maior ordem. A terceira contribuição desta tese consiste na demonstração de que as etapas de CFR e CPR podem se beneficiar da inserção de símbolos piloto nas transmissões. Embora essa estratégia reduza a eficiência espectral das transmissões, efeitos como os escorregamentos de fase (*cycle slips* - CS) já justificam seu uso em inúmeros casos práticos, dados os regimes de elevados níveis de ruído aos quais PS é normalmente empregado.

A quarta contribuição deste trabalho é alcançada no âmbito da recuperação de relógio. O modelamento matemático do MG-TED em um ambiente com PS abre espaço para avaliações importantes. Demonstra-se que o MG-TED tem um desempenho intimamente associado à curtose da fonte. Quanto mais próxima à de uma fonte gaussiana, pior é o desempenho do MG-TED. Por outro lado, prova-se que o G-TED não é afetado pela aplicação de PS.

1.2 Publicações Associadas à Tese

- **BARBOSA, F. A.; REIS, J. D.; MELLO, D. A. A.** *Interplay of probabilistic shaping and the unsupervised blind phase search algorithm*. In: *Advanced Photonics 2018 (BGPP, IPR, NP, NOMA, Sensors, Networks, SPPCom, SOF)*. Optical Society of America, 2018. p. SpM3G.1.
- **MELLO, D. A. A.; BARBOSA, F. A.; REIS, J. D.** *Interplay of probabilistic shaping and the blind phase search algorithm*. *Journal of Lightwave Technology*, v. 36, n. 22, p. 5096-5105, Nov. 2018.
- **BARBOSA, F. A.; MELLO, D. A. A.; REIS, J. D.** *On the impact of probabilistic shaping*

on the cycle slip occurrence. In: *Latin America Optics and Photonics Conference (LAOP)*. Optical Society of America, 2018. p. Tu5E.2.

- **BARBOSA, F. A.**; MELLO, D. A. A. *Shaping factor detuning for optimized phase recovery in probabilistically-shaped systems*. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC) 2019*. Optical Society of America, 2019.
- **BARBOSA, F. A.**; ROSSI, S. M.; MELLO, D. A. A. *Phase and Frequency Recovery Algorithms for Probabilistic Shaped Transmission*. *Journal of Lightwave Technology*, v. 38, n. 7, p. 1827-1835, Abr. 2020.
- **BARBOSA, F. A.**; ROSSI, S. M.; MELLO, D. A. A. *Clock Recovery Limitations in Probabilistically Shaped Transmission*. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC) 2020*. Optical Society of America, 2020.

1.2.1 Outras Publicações

- MELLO, D. A. A.; **BARBOSA, F. A.** *Digital Coherent Optical Systems: Architecture and Algorithms*. Switzerland: Springer Nature Switzerland AG, 2021. ISBN: 978-3-030-66540-1.

Capítulo 2

Sistemas Ópticos Coerentes

O crescimento sustentado da demanda por capacidade de transmissão aliado ao interesse em explorar de maneira mais eficiente a largura de banda das fibras conduziram à introdução da detecção coerente em sistemas ópticos. Esse método de recepção de sinais permite recuperar os graus de liberdade do campo óptico no domínio elétrico o que, junto ao desenvolvimento de conversores digital-analógicos (*digital-to-analog converters* - DACs) e conversores analógico-digitais (*analog-to-digital converters* - ADCs) de altas taxas de operação, abre espaço para novas perspectivas aos sistemas ópticos. A amplitude, a fase e a polarização do campo óptico podem ser utilizadas para a transmissão de informação por meio de sinais com formatos avançados de modulação e conformados digitalmente com pulsos espectralmente eficientes. Ademais, oferece-se a possibilidade de compensação de efeitos degradantes decorrentes da propagação pelas fibras ópticas por meio de técnicas de DSP utilizadas nos receptores. Um sistema óptico que combina detecção coerente e DSP é comumente chamado de sistema óptico coerente digital.

A Fig. 1 apresenta o esquema básico de um sistema óptico de comunicação que faz uso de fibras monomodo padrão (*single-mode fibers* - SMFs) e destaca suas três principais partes: o transmissor (TX), o canal de comunicação e o receptor (RX). Neste capítulo considera-se que o transmissor é capaz de gerar sinais com formato de modulação de alta ordem e que o receptor emprega detecção coerente e DSP, elementos estes que são comuns em sistemas ópticos coerentes digitais. A extensa banda disponível para transmissão em fibras ópticas é explorada por meio do uso da multiplexação de sinais por divisão de comprimento de onda (*wavelength division multiplexing* - WDM). De fato, a banda disponível é dividida em faixas de transmissão com certas extensões em frequência, compondo uma grade que acomoda os canais de transmissão WDM. Os sistemas com grades fixas usualmente possuem canais com espaçamento de 50 GHz. Na região de 1550 nm, a qual exibe a menor atenuação aos sinais ópticos, esse espaçamento é equivalente a 0,4 nm [47]. Assumindo um paradigma de grades flexíveis, o espaço em frequência alocado a um canal é um múltiplo inteiro de 12,5 GHz [48]. Distintos transmissores produzem sinais ópticos em diferentes comprimentos de onda λ_n^{Tx} se adequando à grade de transmissão. SMFs possibilitam a transmissão em dois modos

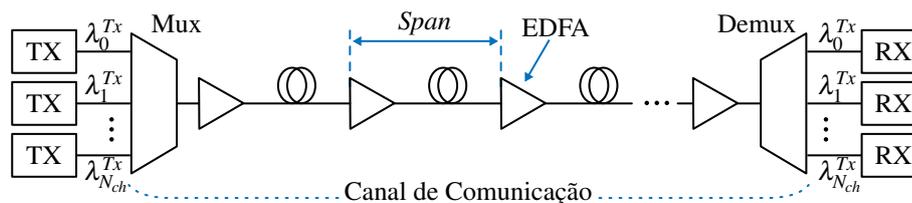


Figura 1 – Esquema básico de um sistema óptico de comunicação com transmissão WDM. Mux: multiplexador; Demux: demultiplexador.

ortogonalmente polarizados, então usualmente os transmissores geram sinais multiplexados em polarizações ortogonais, o que permite dobrar a eficiência espectral da transmissão em cada canal. Os sinais dos diversos transmissores são então multiplexados para serem transmitidos simultaneamente ao longo de uma mesma fibra. Em sistemas amplificados, os canais WDM usualmente são aplicados a amplificadores ópticos ao longo da transmissão. O advento da tecnologia WDM está intimamente associado ao desenvolvimento dos amplificadores a fibra dopada com érbio (*erbium-doped fiber amplifiers* - EDFAs), os quais oferecem a possibilidade de amplificar de maneira conjunta diversos canais WDM diretamente no domínio óptico. Esses dispositivos são amplamente utilizados nos sistemas coerentes atuais. Logo na entrada da fibra, um amplificador comumente denominado *booster* é utilizado com o intuito de prover um sinal de alta potência. Em transmissões de longas distâncias, o enlace óptico é particionado em seções ou *spans* com comprimentos entre 80 e 100 km de SMF seguidos de um amplificador óptico, como ilustrado na Fig. 1. A função destes amplificadores é compensar as perdas totais do *span* imediatamente anterior a sua posição. Além dos amplificadores de linha, denominação esta dada aos dispositivos de amplificação utilizados periodicamente ao longo do enlace, os sistemas contam ainda com um pré-amplificador, o qual tem por finalidade prover um nível adequado de potência ao sinal que chega ao receptor. Nesta resumida descrição dos sistemas, o canal de comunicação é então formado pelas fibras, amplificadores e dispositivos WDM envolvidos na transmissão. No destino das transmissões, um demultiplexador é utilizado para separar os canais ópticos que posteriormente são processados nos receptores.

O presente capítulo discute conceitos fundamentais de sistemas coerentes digitais e seus principais componentes. Serão omitidos os detalhes do processo de multiplexação e demultiplexação dos sinais ópticos.

2.1 Transmissores Ópticos

A Fig. 2 apresenta o esquema básico de um transmissor óptico. Sistemas ópticos coerentes modernos empregam esquemas de codificação de canal do tipo FEC especialmente projetados em conjunto com formatos de modulação de alta ordem, processo este que dá origem ao conceito de CM. Além disso, esses sistemas exploram a capacidade exibida por fibras ópticas monomodo de transmissão em dois modos ortogonalmente polarizados. Informações a serem transmitidas nas polarizações ortogonais horizontal *H* e vertical *V* são processadas pelo

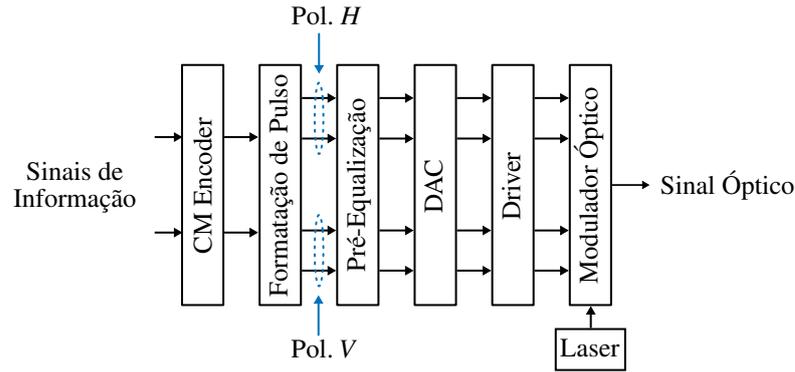


Figura 2 – Esquema básico de um transmissor óptico utilizado em sistemas coerentes.

codificador CM, composto por um codificador FEC e um mapeador ou *mapper*, e convertidas em símbolos.¹ Em seguida, as componentes em fase (I) e quadratura (Q) dos símbolos de cada polarização são filtradas no domínio digital com o intuito de se realizar formatação de pulso. Os sinais gerados são então aplicados a uma etapa de pré-equalização, a qual tem por objetivo compensar previamente algumas distorções associadas às transmissões, como limitações de banda dos transmissores e não linearidades associadas aos moduladores. Após a conversão digital-analógica, os sinais de informação são preparados para, por meio de um modulador óptico, alterar a amplitude e a fase do sinal óptico produzido por um laser. Por fim, este sinal modulado é lançado no canal de comunicação que, em suma, é composto por fibras ópticas e outros elementos, como amplificadores e multiplexadores ópticos.

A seguir, apresenta-se uma descrição sobre os princípios de comunicação digital. O conceito de modulação digital é analisado de maneira separada do processo de codificação de canal. Posteriormente, discutem-se conceitos sobre lasers e moduladores ópticos.

2.1.1 Formatos de Modulação e Formatação de Pulso

O envelope complexo $s(t)$ de um sinal a ser transmitido em banda passante pode ser representado como [49]

$$s(t) = \sum_k x[k]g(t - kT_s), \quad (2.1)$$

em que $x[k]$ é um símbolo no plano complexo, $g(t)$ é um formato de pulso e T_s é o período de símbolo associado à taxa de símbolos R_s . De fato, os símbolos $x[k]$ podem ser modelados como realizações de uma variável aleatória X com alfabeto $\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ de tamanho $|\mathcal{X}| = M$ de modo que, para cada instante discreto k , são selecionados conforme uma distribuição de probabilidade $p_X(x) = Pr\{X = x\}$, $x \in \mathcal{X}$.

Em modernos sistemas ópticos, é comum a utilização de formatos M -QAM. A Fig. 3(a) apresenta graficamente o alfabeto, ou constelação, de formatos M -QAM, com $M = 4, 16, 64$. Ao longo dessa tese, assume-se que todas as constelações M -QAM são quadradas, a menos

¹ A Seção 2.4 apresenta mais detalhes sobre o conceito de CM.

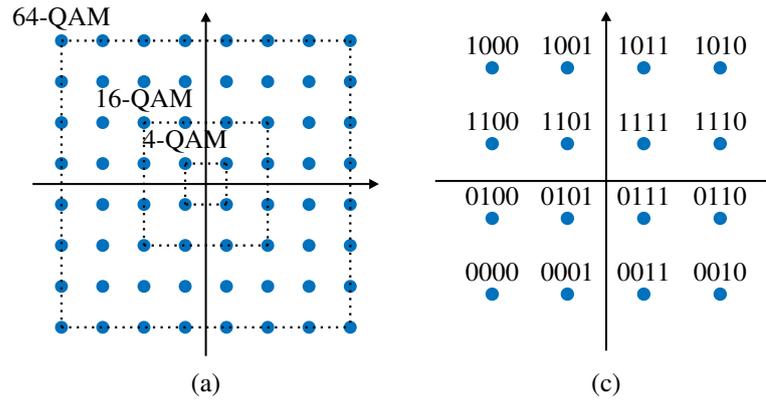


Figura 3 – (a) Constelação de formatos M -QAM, com $M = 4, 16$ e 64 . (b) Exemplo de mapeamento de Gray aplicado a uma constelação 16-QAM.

que seja especificado de outra maneira. Os círculos representam os símbolos, enquanto que as linhas tracejadas delimitam os formatos de modulação e suas correspondentes constelações. Na Fig. 1, assume-se um esquema de CM genérico. Alguns sistemas empregam codificadores FEC binários de modo que a entrada do mapeador de símbolos ou *mapper* é uma sequência de bits codificados. Nesse caso, os *mappers* são responsáveis por atribuir a conjuntos de $m = \sqrt{M}$ bits, $\mathbf{b} = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, um correspondente símbolo pertencente ao alfabeto \mathcal{X} . O mapeamento de Gray é amplamente utilizado na definição da correspondência entre símbolos e bits. Esse arranjo específico atribui conjuntos binários que se diferem por um único bit a símbolos vizinhos com distância mínima, conforme ilustrado na Fig. 3(b) para a constelação 16-QAM. O aumento de M tem impacto positivo na eficiência espectral (*spectral efficiency* - SE) das transmissões. Todavia, para uma mesma energia média $E\{|x|^2\}$, o aumento da cardinalidade das constelações conduz à redução da distância entre símbolos vizinhos. Isso torna as transmissões mais susceptíveis a ruídos aditivos e perturbações de fase.

É comum que a distribuição de probabilidade $p_X(x)$ associada ao alfabeto \mathcal{X} seja uniforme, isto é, todos os símbolos possuem a mesma probabilidade a-priori $p_X(x_i) = 1/M$, $\forall i \in \{1, 2, \dots, M\}$. Contudo, constelações M -QAM quadradas como as mostradas na Fig. 3 são comumente não ótimas. Técnicas de formatação de constelações são então propostas para melhor adequar as constelações às características do canal de comunicação, seja por alteração de $p_X(x)$ ou por meio da alteração da posição dos símbolos da constelação. Este assunto é tratado em detalhes no Capítulo 3.

O pulso $g(t)$ está intimamente relacionado à faixa espectral ocupada pelo sinal $s(t)$. De acordo com o teorema de Nyquist, o processo de amostragem na recepção pode ser conduzido sem que haja interferência intersimbólica (*intersymbol interference* - ISI) desde que a soma da transformada de Fourier do pulso $g(t)$, $G(f)$, satisfaça a condição [41]

$$\frac{1}{T_s} \sum_{i=-\infty}^{\infty} G\left(f - \frac{i}{T_s}\right) = 1, \quad (2.2)$$

em que $T_s = 1/R_s$ é o período de símbolo, com R_s representando a taxa de símbolos. Essa mesma

condição implica no fato de que, para uma dada taxa de símbolos R_s , a menor largura de banda capaz de garantir transmissão sem ISI é dada por $W_b = 1/(2T_s)$, medida em banda base.

A largura de banda mínima é alcançada por meio de um pulso com formato *sinc* no domínio temporal, o qual não é prático devido a sua duração infinita. Em adição, tais pulsos são consideravelmente susceptíveis a erros de amostragem [41]. Sistemas reais usam pulsos com extensão em frequência dada por $W_b = (1 + \beta_{\text{ROF}})/(2T_s)$, em que β_{ROF} recebe o nome de fator de *roll-off* (*roll-off factor* - ROF) e indica o excesso de banda ocupado pelo pulso. Todos os formatos de pulso que satisfazem (2.2) são chamados de pulsos de Nyquist. É comum a utilização de pulsos cosseno levantado (*raised cosine* - RC), dados na frequência por

$$G_{\text{RC}}(f) = \begin{cases} 1, & |f| < \frac{1-\beta_{\text{ROF}}}{2T_s}; \\ 0, & |f| > \frac{1+\beta_{\text{ROF}}}{2T_s}; \\ \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \left[\frac{\pi T_s}{\beta_{\text{ROF}}} \left(|f| - \frac{1-\beta_{\text{ROF}}}{2T_s} \right) \right] \right\}, & \frac{1-\beta_{\text{ROF}}}{2T_s} \geq |f| \geq \frac{1+\beta_{\text{ROF}}}{2T_s}; \end{cases} \quad (2.3)$$

Os sistemas de transmissão empregam filtragem no transmissor e no receptor. Então, para que não exista ISI nas transmissões, o formato de pulso total que é de fato $g(t)$ deve atender à condição expressa em (2.2). No domínio da frequência é possível representar tem-se que

$$G(f) = G_{T_x}(f)G_{R_x}(f), \quad (2.4)$$

em que $G(t)$, $G_{T_x}(f)$ e $G_{R_x}(f)$ correspondem à transformada de Fourier de $g(t)$, $g_{T_x}(t)$ e $g_{R_x}(t)$. Estes dois últimos correspondem aos filtros usados no transmissor e receptor, respectivamente. É válido salientar aqui que a tarefa de atribuir um formato de pulso $g_{T_x}(t)$ a uma sequência de símbolos transmitidos $x[k]$ é conhecida como formatação de pulso. Considerando um canal ideal e a presença de filtragem casada no receptor, para que $G_T(f) = G_{\text{RC}}(f)$ é necessário que $G_{R_x}(f) = G_{T_x}(f) = \sqrt{G_{\text{RC}}(f)}$. Os pulsos com formato $\sqrt{G_{\text{RC}}(f)}$ são denominados de raiz de cosseno de levantado (*root-raised cosine* - RRC).

Com o intuito de aumentar a SE das transmissões, atuais sistemas ópticos coerentes usam pulsos de Nyquist, especialmente pulsos RC ou RRC com ROF $\beta_{\text{ROF}} < 0.1$. Contudo, é válido mencionar que em algumas situações específicas, como no caso da interconexão de data centers (*data center interconnect* - DCI), discutida no padrão 400zr [50], contempla-se o uso de pulsos com ROFs maiores ou até mesmo a não utilização de pulsos de Nyquist. Quando realizada, a formatação de pulso em sistemas ópticos é feita no domínio digital. Então, no transmissor tem-se uma etapa de sobreamostragem da sequência de símbolos e então a utilização de filtros discretos $g_{T_x}[k]$, por exemplo, com em média 512 coeficientes. O sinal gerado nessa etapa será então, após a devida adequação, utilizado para o controle do modulador óptico. Desconsiderando a etapa de pré-equalização apresentada na Fig. 1, as componentes I e Q dos sinais a serem transmitidos nas polarizações ortogonais H e V do sinal óptico podem ser representadas na saída de DACs ideais como

$$s_{I,H}(t) = \sum_k \Re \{x_H[k]\} g_{T_x}(t - kT_s), \quad (2.5)$$

$$s_{Q,H}(t) = \sum_k \Im \{x_H[k]\} g_{T_x}(t - kT_s), \quad (2.6)$$

$$s_{I,V}(t) = \sum_k \Re \{x_V[k]\} g_{T_x}(t - kT_s), \quad (2.7)$$

$$s_{Q,V}(t) = \sum_k \Im \{x_V[k]\} g_{T_x}(t - kT_s), \quad (2.8)$$

em que $x_H[k]$ e $x_V[k]$ correspondem aos símbolos das polarizações H e V , respectivamente, e $\Re\{\cdot\}$ representa a parte real de um número complexo, enquanto que $\Im\{\cdot\}$ a parte imaginária.

2.1.2 Lasers Semicondutores

Lasers semicondutores são dispositivos que se baseiam no processo de emissão estimulada de fótons em um meio com ganho e realimentação para a produção de um sinal óptico [51, Cap. 3]. Em sistemas ópticos coerentes, lasers são utilizados como fonte de onda contínua (*continuous wave* - CW) que produzem a portadora óptica a ser modulada por um componente externo. Em notação complexa, o campo elétrico do sinal óptico produzido por um laser ideal é dado por

$$E_l^{\text{ideal}} = \sqrt{P_l} e^{j\omega_0 t}, \quad (2.9)$$

em que P_l é a potência média do sinal produzido na frequência angular ω_0 . Em lasers reais, emissões espontâneas de fótons ocorrem em adição às desejadas emissões estimuladas. Esse processo faz com que fótons com fases aleatórias se somem ao campo coerente produzido pelas emissões estimuladas [51]. Como resultado, o campo elétrico é afetado por flutuações na potência $P_l(t)$ e ruído de fase $\theta(t)$, de modo que (2.9) pode ser reescrita como [52]

$$E_l = \sqrt{P_l + \delta P_l(t)} e^{j[\omega_0 t + \theta(t)]}. \quad (2.10)$$

O processo de emissão espontânea também é responsável por alargar o espectro de frequências ocupado pelo sinal óptico produzido pelos lasers, o qual em tese deveria ser monocromático. Neste contexto, define-se a largura de linha L_w dos lasers como a largura espectral total medida a meia potência (*full width at a half maximum* - FWHM).

É possível considerar que a fase instantânea do sinal produzido pelo laser descreve no domínio temporal um processo do tipo caminhada aleatória (*random walk*) [53]. Conseqüentemente, $\theta(t)$ é comumente modelado como um processo de Wiener. Considerando a fase em instantes separados por um período arbitrário T segundos, tem-se que

$$\Delta\theta(t) = \theta(t) - \theta(t - T), \quad (2.11)$$

em que $\Delta\theta(t)$ é uma variável aleatória gaussiana de variância $\sigma_\theta^2 = 2\pi L_w |T|$ [54, Cap. 2]. Para um mesmo intervalo T , quanto maior a largura de linha L_w do laser, maior é a intensidade do ruído de fase. A maioria dos sistemas coerentes atuais usa lasers de cavidade externa (*external-cavity lasers* - ECL) com $L_w \leq 100$ kHz.

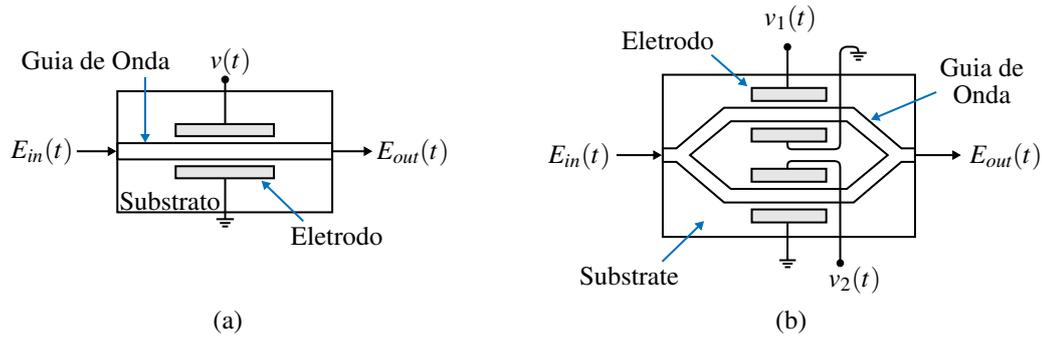


Figura 4 – Esquema básico de um (a) modulador de fase e de um (b) modulador Mach-Zehnder (Mach Zehnder modulator - MZM).

O ruído de fase causa a perda de referência da constelação transmitida. Esse é um efeito crítico em sistemas ópticos coerentes, já que nesses sistemas são utilizados formatos de modulação que transmitem informação não somente por meio da amplitude, mas também da fase dos símbolos. A mitigação deste efeito é imprescindível para a manutenção do desempenho das transmissões. Esta tese discute estratégias para realizar tal função em transmissões com PS.

2.1.3 Moduladores Ópticos

Como mencionado anteriormente, a portadora óptica é modulada por um componente externo sem que haja alteração do funcionamento do laser. Esse procedimento é realizado por meio de um modulador óptico. A geração de formatos avançados de modulação, como os formatos M -QAM, está comumente associada a utilização de moduladores em fase e quadratura (*in-phase and quadrature modulators* - IQMs). De fato, IQMs são capazes de gerar qualquer símbolo em um plano complexo. Para tanto, sua estrutura é formada pela combinação de um modulador de fase e de moduladores Mach-Zehnder (*Mach-Zehnder modulators* - MZMs).

A estrutura de um modulador de fase é destacada na Fig. 4(a). Os termos $E_{in}(t)$ e $E_{out}(t)$ representam o campo elétrico do sinal óptico na entrada e na saída da estrutura, respectivamente, e $v(t)$ corresponde ao sinal elétrico de controle do modulador. A aplicação de tensão elétrica a determinados materiais é capaz de modificar seus índices de refração e, conseqüentemente, o índice de refração efetivo de guias de onda construídos com esses materiais [52]. Por sua vez, a modificação do índice de refração efetivo se traduz em alteração na fase de um sinal propagante pelo guia de onda. Moduladores de fase exploram este efeito para alterar a fase da portadora óptica de acordo com o sinal elétrico $v(t)$, de modo que a relação entre $E_{out}(t)$ e $E_{in}(t)$ se resume a [52, Eq. 2.10]

$$\frac{E_{out}(t)}{E_{in}(t)} = e^{j \frac{v(t)}{V_\pi} \pi}, \quad (2.12)$$

em que V_π corresponde à tensão elétrica capaz de causar uma rotação de π radianos na fase do sinal de entrada.

MZMs utilizam o princípio da interferência entre sinais propagantes para produzir a

modulação do sinal óptico. A Fig. 4(b) apresenta o esquema de um MZM. Seu guia de ondas possui dois ramos ou braços nos quais moduladores de fase são posicionados. A tensão elétrica de controle do modulador de fase no ramo superior é indicada por $v_1(t)$, enquanto que a do outro modulador é indicada por $v_2(t)$. O sinal óptico que entra na estrutura é dividido nesses dois ramos e sofre uma alteração de fase de acordo com a tensão elétrica aplicada ao respectivo modulador de fase. Dependendo da modificação na fase realizada em cada um dos ramos, a subsequente recombinação dos sinais pode resultar em um padrão de interferência construtiva ou destrutiva. Com base em (2.12), a função de transferência associada ao MZM é dada por

$$\frac{E_{out}(t)}{E_{in}(t)} = \frac{1}{2} \left(e^{j\frac{v_1(t)}{V_\pi}\pi} + e^{j\frac{v_2(t)}{V_\pi}\pi} \right), \quad (2.13)$$

considerando que ambos os moduladores de fase possuem o mesmo valor de V_π .

Uma maneira de se operar o MZM consiste em garantir que $v_1(t) = -v_2(t)$, configuração esta conhecida como *push-pull* [52]. Assumindo moduladores de fase idênticos, essa configuração faz com que a alteração na fase realizada em ambos os ramos do MZM seja de mesma magnitude, porém, de sinal inverso. Caso $v_1(t) = -v_2(t) = v(t)/2$, a expressão em (2.13) resume-se a

$$\frac{E_{out}(t)}{E_{in}(t)} = \frac{1}{2} \left(e^{j\frac{v(t)}{2V_\pi}\pi} + e^{j\frac{-v(t)}{2V_\pi}\pi} \right) = \cos \left(\frac{v(t)}{2V_\pi}\pi \right). \quad (2.14)$$

Então, por meio de um MZM operado em configuração *push-pull*, modulação de amplitude pode ser realizada. Ademais, é importante notar que há valores de $v(t)$ capazes de garantir a inversão da polaridade do campo elétrico de entrada. De fato, o MZM nessa configuração pode ser utilizado para gerar um sinal óptico com modulação ditada por qualquer uma das componentes especificadas nas expressões de (2.5) a (2.8). No entanto, o correto controle do MZM ainda depende de seu ponto base de operação com respeito à função de transferência cossenoidal em (2.14). Para um sinal arbitrário $s'(t)$ obtido após a etapa de formatação de pulso para uma componente (I ou Q), o sinal de controle do MZM $v(t)$ é comumente definido como

$$v(t) = v_{bias} + s'(t), \quad (2.15)$$

em que v_{bias} consiste em um valor contínuo de tensão elétrica, chamado de *bias*. Este tem o intuito de estabelecer um ponto de operação do MZM. A geração de modulação de amplitude com a possibilidade de inversão da polaridade do campo elétrico está tipicamente associada ao ponto de mínima transmitância, atingido quando $v_{bias} = -V_\pi \pm 2iV_\pi$, em que i é um número inteiro. A Fig. 5(a) mostra a avaliação de (2.14) em função de $v(t)/V_\pi$ e a geração de um sinal com modulação de amplitude do pulso (*pulse amplitude modulation* - PAM) de 4 níveis.

É válido ressaltar que, por ser associada a uma senoide, a função de transferência do MZM em (2.14) pode causar distorções no sinal modulado dependendo da excursão de $v(t)$. Isso se torna mais provável a medida que o número de níveis distintos de amplitude a serem gerados cresce. A fim de solucionar este problema é comum que seja aplicado a $s'(t)$ uma pré-distorção de modo que o sinal de controle em (2.15) é reescrito como [55]

$$v(t) = v_{bias} + \frac{2V_\pi}{\pi} \arcsen(s'(t)). \quad (2.16)$$

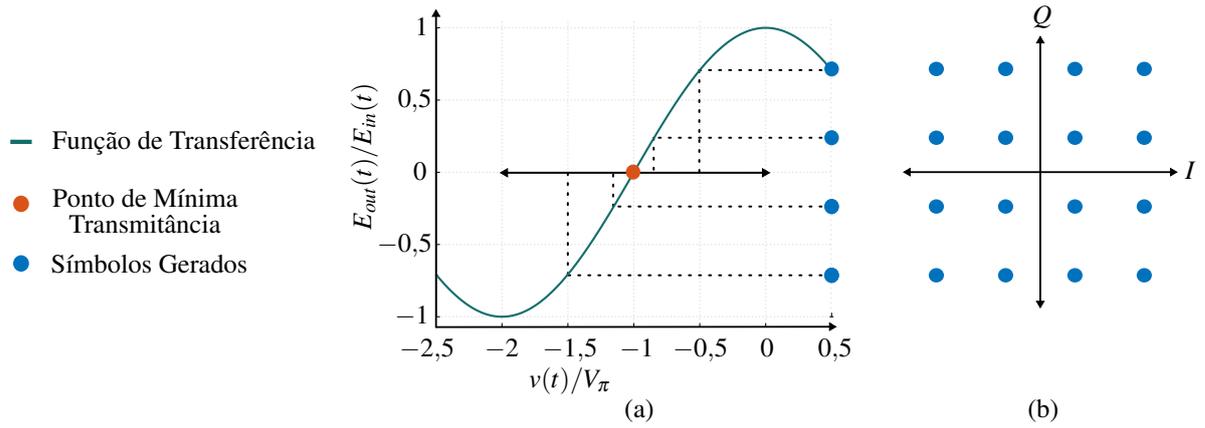


Figura 5 – (a) Função de transferência associada a um MZM e indicação da geração de um sinal 4-PAM. (b) Constelação 16-QAM gerada por um IQM em que cada MZM gera um sinal 4-PAM.

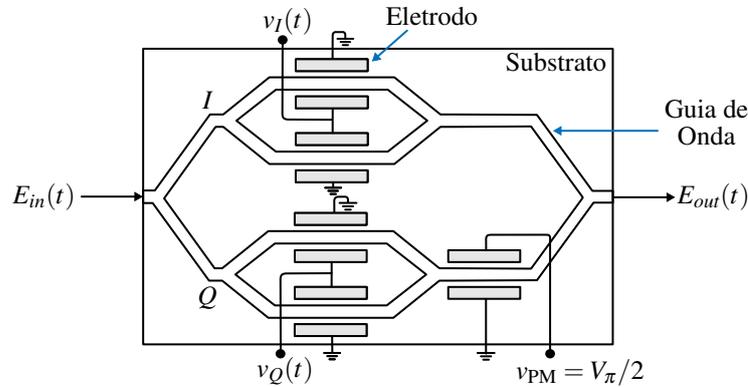


Figura 6 – Esquema básico de um modulador em fase e quadratura (*in-phase and quadrature modulator* - IQM) composto de dois MZMs e um modulador de fase.

Os IQMs usam a capacidade de MZMs para a geração de sinais ópticos com modulação em fase e quadratura. O esquema de um IQM é ilustrada na Fig. 6. O sinal óptico que entra na estrutura é dividido igualmente em dois ramos. Um desses ramos é responsável pela geração da componente em fase e outro pela componente em quadratura do sinal óptico resultante do processo de modulação. Cada ramo possui um modulador MZM em configuração *push-pull* e no ponto de mínima transmitância. O MZM do ramo responsável pela componente em fase I é controlado pela sinal $v_I(t)$, enquanto o associado à componente em quadratura Q é controlador por $v_Q(t)$. Ambos os MZMs geram modulação similar àquela apresentada na Fig. 5(a). O sinal óptico proveniente do ramo de quadratura do IQM é aplicado a um modulador de fase. Este, por sua vez, tem a função de induzir uma defasagem de $\pi/2$ radianos entre os sinais ópticos provenientes do ramo de fase e quadratura do IQM. Conseqüentemente, a recombinação desses sinais na saída da estrutura é capaz então de representar pontos no plano complexo. A Fig. 5(b) apresenta como exemplo uma constelação 16-QAM que pode ser gerada operando o IQM de modo que cada MZM que o compõe gere um sinal 4-PAM. Com base em (2.12) e (2.14), a função de transferência de um IQM é dada por

$$\frac{E_{out}(t)}{E_{in}(t)} = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{v_I(t)}{2V_\pi} \pi\right) + j \frac{1}{2} \cos\left(\frac{v_Q(t)}{2V_\pi} \pi\right). \quad (2.17)$$

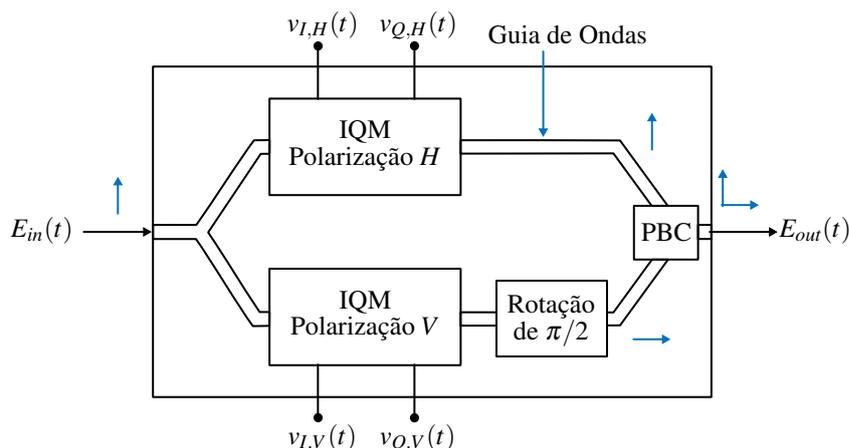


Figura 7 – Esquema básico de um modulador formado pela combinação de dois IQMs que pode ser usado para a geração de sinais multiplexados em polarizações ortogonais.

A combinação de dois IQMs possibilita a geração de sinais ópticos com multiplexação em polarizações ortogonais. Uma possível configuração é ilustrada na Fig. 7. O sinal óptico que adentra na estrutura é dividido em dois ramos, um responsável pela polarização H e outro pela polarização V , nos quais são posicionados IQMs. Cada IQM recebe os sinais elétricos de controle referentes a uma das polarizações, $v_{I,H}(t)$ e $v_{Q,H}(t)$ para a polarização H e $v_{I,V}(t)$ e $v_{Q,V}(t)$ para a polarização V . Enquanto o sinal óptico proveniente do IQM responsável pela polarização V é aplicado a um componente que produz uma rotação de polarização de $\pi/2$ radianos, o sinal óptico associado à polarização H tem sua orientação inalterada. Por esta razão, os sinais se tornam ortogonais. Assim, após o combinador de feixes de polarização (*polarization beam combiner* - PBC) gera-se um sinal óptico multiplexado em polarizações ortogonais.

2.2 Canal de Comunicação

No âmbito de sistemas ópticos coerentes digitais, o canal de comunicação é composto por fibras ópticas e demais componentes envolvidos na propagação do sinal, como amplificadores ópticos, filtros e dispositivos inerentes à transmissão WDM. Os atuais sistemas ópticos coerentes baseiam-se em SMFs, as quais toleram a transmissão de sinais em duas polarizações ortogonais. Fibras ópticas são meios de propagação que apresentam comportamentos lineares, como a atenuação e os efeitos dispersivos, mas também efeitos não lineares. A presente seção discute conceitos fundamentais associadas ao canal óptico.

2.2.1 Atenuação

Ao se propagarem pelas fibras, os sinais sofrem atenuações devido a diversos fatores, como a absorção de potência pelo próprio material utilizado na fabricação das fibras e eventuais impurezas no mesmo, imperfeições na interface núcleo-casca e o espalhamento Rayleigh [47,51]. Assumindo que na posição longitudinal $z = 0$ da fibra um canal possui a potência $P_{ch}(z = 0)$, ao

se propagar por um comprimento L sua potência será de [51, Eq. 2.5.2]

$$P_{\text{ch}}(z = L) = P_{\text{ch}}(z = 0)e^{-\alpha L} \quad (2.18)$$

em que α é o coeficiente de atenuação associado à fibra em Np/km. O coeficiente de atenuação é dependente do comprimento de onda de operação do canal. Na região de 1550 nm, esse coeficiente está em torno de 0.2 dB/km para SMFs.²

O alcance das transmissões é, entre outros fatores, afetado pela atenuação imposta pela fibra aos sinais propagantes. O aumento do alcance por meio da elevação da potência de lançamento é limitado devido ao comportamento não linear que as fibras exibem sob sinais de altas intensidades, como será discutido na Seção 2.2.4. Como alternativa, sistemas ópticos empregam amplificação periódica do sinal ao longo do enlace. EDFAs são tipicamente utilizados em tal função em configuração como aquela ilustrada na Fig. 1.³ Os amplificadores de linha são configurados para compensar todas as perdas do *span* imediatamente anterior a sua posição. Os EDFAs se baseiam em emissões estimuladas de fótons para realizar a amplificação do sinal no domínio óptico. Todavia, no interior dos amplificadores também ocorrem emissões espontâneas de fótons. Esses fótons são posteriormente amplificados, dando origem ao não desejado ruído de emissão espontânea amplificada (*amplified spontaneous emission* - ASE) [47].

O ruído ASE se comporta como um ruído aditivo de banda larga. Apesar de não possuir um espectro plano, tal ruído é tradicionalmente modelado como um AWGN. Isto, pois seu espectro pode ser considerado plano ao longo da banda de um canal de comunicação [56]. Uma métrica importante nas transmissões é a relação sinal-ruído óptica (*optical signal-to-noise ratio* - OSNR), definida como [57, Eq. 33]

$$\text{OSNR} = \frac{P_{\text{sinal}}}{2N_{\text{ASE}}B_{\text{ref}}}. \quad (2.19)$$

O termo P_{sinal} refere-se à potência total média do sinal óptico por canal, a qual equivale a soma das potências médias do sinal nas duas polarizações no caso de transmissão com multiplexação em polarizações ortogonais. Por sua vez, N_{ASE} é a densidade espectral de potência do ruído ASE para uma polarização, B_{ref} é uma banda de referência de 12,5 GHz e o fator 2 é utilizado levando em conta o ruído nas duas polarizações ortogonais suportadas por uma SMF. Assumindo um amplificador configurado para compensar as perdas totais de um *span* de comprimento L_{span} , padrão este utilizado no projeto de sistemas ópticos de longas distâncias, N_{ASE} pode ser calculada como [51]

$$N_{\text{ASE}} = \frac{F_n}{2} h f_0 (e^{\alpha L_{\text{span}}} - 1), \quad (2.20)$$

em que F_n é a figura de ruído do amplificador, h é a constante de Planck e f_0 é a frequência da portadora óptico do sinal. Em (2.20) utiliza-se a aproximação comum $F_n \approx 2n_{\text{sp}}$, em que n_{sp} é o fator de emissão espontânea do amplificador [47, 51]. Esta aproximação é válida para

² A seguinte relação é válida: $\alpha[\text{Np/km}] = \alpha[\text{dB/km}]/(10 \log_{10} e)$.

³ EDFAs são comumente utilizados nas bandas C e L de transmissão das SMFs.

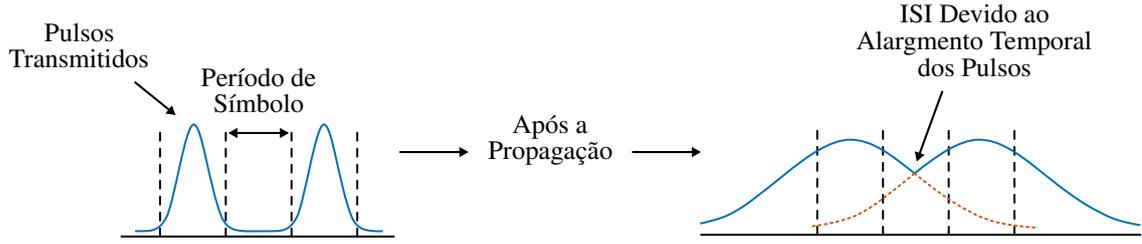


Figura 8 – Efeito da CD em pulsos transmitidos. O alargamento dos pulsos pode causar o aparecimento de ISI.

amplificadores de ganhos G elevados ($G \gg 1$). Devido à amplificação periódica, o ruído ASE se acumula ao longo do enlace. À vista disso, a OSNR ao fim de um enlace de N_s spans é dada por

$$\text{OSNR} = \frac{P_{\text{sinal}}}{N_s F_n h f_0 (e^{\alpha L_{\text{span}}} - 1) B_{\text{ref}}}. \quad (2.21)$$

É útil definir a correspondência entre a SNR (elétrica) e a OSNR. Em [57, Seç. III-C] discute-se que essa relação se resume a

$$\text{SNR} = \frac{2B_{\text{ref}}}{N_{\text{pol}} R_s} \text{OSNR}, \quad (2.22)$$

em que R_s é a taxa de símbolos e N_{pol} refere-se ao número de polarizações do sinal óptico que foram utilizadas para a transmissão. Destaca-se que esta relação é válida na presença de receptores coerentes ideais capazes de converter linearmente o ruído ASE e o sinal do domínio óptico para o elétrico.

2.2.2 Dispersão Cromática

Os sinais ópticos transmitidos pela fibra ocupam uma faixa de frequências que é função da largura de linha da fonte L_w , do formato de pulso utilizado $g_{Tx}(t)$ e também da taxa de símbolos R_s associada ao processo de modulação. Ao ser lançado na fibra, as diferentes componentes de frequência do sinal óptico se propagam com velocidades de grupo distintas devido à dependência não linear da constante de propagação β da fibra com a frequência. Este efeito é conhecido como dispersão cromática (CD) [47, 51]. No domínio temporal, a CD se traduz em um alargamento dos pulsos transmitidos conforme o sinal propaga pela fibra, o que conduz ao aparecimento de ISI. A Fig. 8 ilustra esse fenômeno. É válido ressaltar que a CD é um efeito que independe da polarização do sinal transmitido.

A constante de propagação $\beta(\omega)$ é tipicamente avaliada em termos de sua expansão em série de Taylor até o terceiro termo tendo como referência a frequência angular ω_0 da portadora. Nesse caso, $\beta(\omega)$ é dada por [51, Eq. 2.4.4]

$$\beta(\omega) \approx \beta_0 + \beta_1 \Delta\omega + \frac{\beta_2}{2} \Delta\omega^2 + \frac{\beta_3}{6} \Delta\omega^3, \quad (2.23)$$

em que $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ e $\beta_i = (\partial^i \beta / \partial \omega^i)_{\omega=\omega_0}$. Desconsiderando a atenuação, a propagação das componentes espectrais de um sinal na fibra óptica ocorre então de acordo com [54, Eq. 3.38]

$$S_p(z, \omega) = S_p(0, \omega) e^{-j(\beta_0 + \beta_1 \Delta\omega + \frac{\beta_2}{2} \Delta\omega^2 + \frac{\beta_3}{6} \Delta\omega^3)z}, \quad (2.24)$$

em que $S_p(z, \omega)$ é a transformada de Fourier do sinal na posição longitudinal z da fibra $s_p(z, t)$. Em (2.24), β_0 está relacionado a uma simples rotação de fase constante. Por outro lado, β_1 está associado a um atraso de propagação. Já β_2 é o termo que governa o efeito da dispersão cromática, sendo denominado de parâmetro de dispersão de velocidade de grupo (*group-velocity dispersion* - GVD). Por fim, β_3 está relacionado a variações nos valores da CD ao longo do espectro [51]. Seu efeito é relativamente pequeno tendo em vista um único canal e, por esta razão, é comumente desconsiderado. Analisando isoladamente o efeito do termo com β_2 nas componentes espectrais, tem-se que (2.24) se resume a

$$S_p(z, \omega) = S_p(0, \omega) e^{-j \frac{z\beta_2}{2} \Delta\omega^2}, \quad (2.25)$$

de modo que é possível modelar o efeito da CD por meio de um filtro passa tudo dado por

$$H_{CD}(z, \Delta\omega) = e^{-j \frac{z\beta_2}{2} \Delta\omega^2}. \quad (2.26)$$

Na prática, o parâmetro de GVD β_2 é comumente associado ao parâmetro de dispersão D definido como

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (2.27)$$

em que c é a velocidade da luz e λ é o comprimento de onda central do sinal óptico. Em SMFs, o parâmetro D é aproximadamente 17 ps/(nm × km) considerando $\lambda = 1550$ nm [54]. De posse desse parâmetro, o alargamento temporal ΔT de pulsos que originalmente tem largura de banda em termos de comprimento de onda $\Delta\lambda$ é dado por

$$\Delta T = \Delta\lambda LD, \quad (2.28)$$

após propagarem por uma distância L de fibra. Sistemas coerentes exploram a capacidade de compensação digital deste efeito por meio de equalizadores estáticos na recepção, ao invés da compensação ao longo da transmissão.

2.2.3 Efeitos Dependentes da Polarização

O modo fundamental de SMFs pode ser decomposto em dois modos linearmente polarizados em direções ortogonais. Em condições ideais, esses dois modos possuem a mesma constante de propagação e, portanto, são chamados degenerados. Entretanto, fibras reais apresentam irregularidades no formato e diâmetro do núcleo e da casca causadas durante os processos de fabricação ou por estresse mecânico no local de instalação. A quebra da simetria cilíndrica da estrutura da fibra resulta na perda da propriedade degenerada dos modos e diz-se então que a fibra passa a exibir birrefringência, a qual consiste na diferença entre as constantes de propagação de cada um dos modos ortogonais [47]. Neste cenário, as partes dos sinais lançados na fibra que excitam os dois modos ortogonalmente polarizados irão se propagar com velocidades de grupo distintas, causando o alargamento temporal dos pulsos. Esse efeito é conhecido como dispersão dos modos de polarização (*polarization-mode dispersion*- PMD).

Supondo que uma fibra exiba uma birrefringência constante em amplitude e direção é possível definir claramente uma polarização rápida e outra lenta em termos de velocidade de grupo. O atraso mútuo ou o atraso diferencial de grupo (*differential group delay* - DGD) τ entre pulsos propagando em cada um destes eixos cresce de maneira linear com a distância de propagação L por meio de [47, Cap. 2]

$$\tau = \frac{\Delta\beta}{\omega}L \quad (2.29)$$

Ao longo de sua extensão, uma fibra convencional exibe alterações geométricas ou é exposta a estresse mecânico que não são uniformes. Por esta razão, a birrefringência não é constante em termos de amplitude e direção. Por diversas vezes ao longo da propagação há alternância entre os modos de polarização rápido e lento, e também ocorre alteração do estado de polarização dos sinais transmitidos. É válido ressaltar ainda que, além de ser dependente da posição longitudinal, a birrefringência é afetada por variações de temperatura e se torna também dependente do tempo [47, Cap. 2]. Os referidos fatores conferem à PMD um comportamento estocástico. Como resultado, a DGD de um enlace não se acumula linearmente como em (2.29), mas evolui conforme uma distribuição Maxwelliana [58, Fig. 6.14]

$$f(|\tau|) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\tau^2 e^{-\tau^2/(2a_\tau^2)}}{a_\tau^3}, \quad (2.30)$$

em que o termo a_τ é dado por

$$a_\tau = \frac{\text{DGD}_{\text{spec}}\sqrt{L}}{2\sqrt{2/\pi}}. \quad (2.31)$$

O numerador de (2.31) corresponde à média da distribuição, $|\overline{\tau}| = \text{DGD}_{\text{spec}}\sqrt{L}$, em que DGD_{spec} é o chamado parâmetro de especificação da DGD. Para SMFs convencionais, DGD_{spec} está em torno de $0.05 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$ [54, Cap. 3].

Também como consequência da não uniformidade da birrefringência, sinais lançados em polarizações ortogonais rapidamente se acoplam conforme propagam pela fibra. De fato, na recepção tem-se uma combinação linear dos sinais transmitidos além do próprio alargamento temporal imposto pela PMD. Com a finalidade de modelar os efeitos mencionados, é comum se interpretar a fibra como sendo formada pela concatenação de N_{seg} segmentos de tamanho l_i em que se pode considerar uma birrefringência constante. E em cada segmento, considera-se uma orientação aleatória dos eixos rápido e lento. Uma ilustração desse modelamento é apresentada na Fig. 9. Cada segmento birrefringente i é individualmente modelado por meio de uma matriz 2×2 dependente da frequência [59]

$$\mathbf{H}_i(\omega) = \mathbf{V}_i \mathbf{T}_i(\omega) \mathbf{U}_i^H, \quad (2.32)$$

em que H indica o operador hermitiano e os termos \mathbf{V}_i e \mathbf{U}_i são matrizes unitárias complexas 2×2 . Para cada segmento i , essas matrizes podem ser obtidas a partir da decomposição em

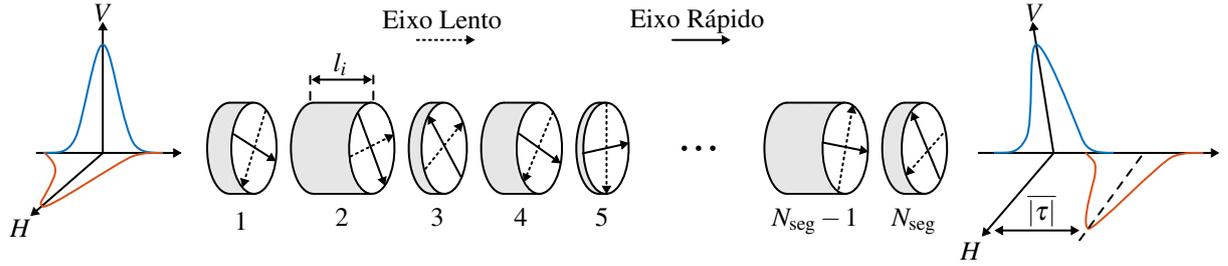


Figura 9 – Ilustração do modelamento dos efeitos impostos pela birrefringência das fibras. O modelo divide a fibra em seções de comprimento l_i em que se pode considerar uma birrefringência constante. A orientação dos eixos rápido e lento são aleatórias ao longo dos segmentos. O efeito final é uma DGD média $|\tau|$.

valores singulares de uma matriz 2×2 com elementos que obedecem a uma distribuição gaussiana complexa [54, Cap. 3]. Por sua vez, $\mathbf{T}_i(\omega)$ é uma matriz diagonal com a DGD do segmento τ_i

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} e^{j\omega\tau_i/2} & 0 \\ 0 & e^{-j\omega\tau_i/2} \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

Como a evolução da DGD é descrita pela distribuição Maxwelliana em (2.30), τ_i é dado por [54, Cap. 3]

$$\tau_i = \sqrt{\frac{3\pi}{8N_{\text{seg}}|\tau|}}. \quad (2.34)$$

É possível interpretar que V_i e U_i são matrizes que definem rotações do estado de polarização dos sinais. Apesar de considerar-se um τ_i constante por segmento, a aleatoriedade associada a V_i e U_i confere à DGD total da fibra o comportamento de uma distribuição Maxwelliana, como esperado.

Assumindo que $E_{\text{in},H}(\omega)$ e $E_{\text{in},V}(\omega)$ representam no domínio da frequência os campos elétricos dos sinais transmitidos nas orientações de polarização H e V , na saída da fibra os campos elétricos $E_{\text{out},H}(\omega)$ e $E_{\text{out},V}(\omega)$ são dados por

$$\begin{bmatrix} E_{\text{out},H}(\omega) \\ E_{\text{out},V}(\omega) \end{bmatrix} = \mathbf{H}(\omega) \begin{bmatrix} E_{\text{in},H}(\omega) \\ E_{\text{in},V}(\omega) \end{bmatrix}, \quad (2.35)$$

em que $\mathbf{H}(\omega)$ é uma matriz 2×2 de Jones dada pela multiplicação das matrizes dos segmentos individuais $\mathbf{H}_i(\omega)$, tal que [60]

$$\mathbf{H}(\omega) = \prod_{i=1}^{N_{\text{seg}}} \mathbf{V}_i \mathbf{T}_i(\omega) \mathbf{U}_i^H = \begin{bmatrix} H_{HH}(\omega) & H_{VH}(\omega) \\ H_{HV}(\omega) & H_{VV}(\omega) \end{bmatrix}. \quad (2.36)$$

Os termos $H_{HH}(\omega)$, $H_{HV}(\omega)$, $H_{VH}(\omega)$ e $H_{VV}(\omega)$ definem as influências dos sinais de entrada nas polarizações H e V nos sinais de saída polarizações H e V . Para serem mitigados os efeitos impostos por $\mathbf{H}(\omega)$ nos sinais transmitidos, estruturas de equalização adaptativa do tipo múltiplas entradas e múltiplas saídas (*multiple inputs multiple outputs* - MIMO) precisam ser utilizadas.

2.2.4 Efeitos Não Lineares

A geometria das fibras ópticas induz uma alta concentração de energia do campo elétrico propagante em uma pequena área de seção transversal. Como resultado, a propagação dos sinais pelas fibras está sujeita a efeitos não lineares, principalmente a medida que a potência de lançamento dos canais aumenta. As não linearidades presentes em SMFs podem ser classificadas em duas principais categorias: a dos espalhamentos inelásticos e as causadas pela susceptibilidade não linear de terceira ordem $\chi^{(3)}$ [61, Cap. 1].

Como efeitos inelásticos, destacam-se o espalhamento estimulado de Brillouin (*stimulated Brillouin scattering* - SBS) e o espalhamento estimulado de Raman (*stimulated Raman scattering* - SRS). Ambos os efeitos fazem com que parte da energia do sinal transmitido seja transferida para o meio de propagação na forma de fônons, e também para ondas espalhadas em frequência menor à do sinal transmitido [47, 61]. O SBS envolve fônons acústicos e gera uma onda de luz no sentido inverso ao da propagação do sinal transmitido, tendo com este uma diferença de frequência de aproximadamente 10 GHz. O limiar de potência que faz do SBS um efeito relevante é consideravelmente inferior ao do SRS. No entanto, esse é um efeito significativo somente em sistemas com transmissões em baixas taxas. O SRS envolve fônons ópticos e gera ondas de luz em ambas as direções com um deslocamento de frequência de 13 THz com relação ao sinal transmitido. Devido à potência óptica que o faz considerável, o SRS é comumente associado a sistemas WDM. Nesse cenário, o SRS pode causar a transferência de potência de canais de menor comprimento de onda para os de maior comprimento de onda. A compensação deste efeito pode ser conduzida por meio de equalização do espectro WDM periodicamente [54]. De fato, o efeito SRS se torna mais crítico a medida que passa a utilizar maiores bandas de transmissão disponíveis nas fibras ópticas, como nos recentes estudos de sistemas de banda ultralarga (*ultra-wideband* - UWB) [62].

Em regime não linear de propagação, a polarização \mathbf{P} induzida pela sílica possui contribuições lineares e não lineares tal que [47, Ap. F]

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_L + \mathbf{P}_{NL}. \quad (2.37)$$

O termo \mathbf{P}_{NL} é dominado pela presença da susceptibilidade de terceira ordem $\chi^{(3)}$, a qual é responsável, dentre outros efeitos, pelo aparecimento da refração não linear e da mistura de quatro ondas (*four-wave mixing* - FWM) [61]. A refração não linear consiste na dependência do índice de refração da fibra com a intensidade do campo elétrico do sinal propagante. A auto-modulação de fase (*self-phase modulation* - SPM) e a modulação cruzada de fase (*cross-phase modulation* - XPM) estão associadas ao fato de que essa dependência causa desvios na fase do campo óptico que são proporcionais a intensidade do campo elétrico. A SPM se caracteriza pelo fato de que os desvios de fase causados em um canal são proporcionais a variações na intensidade de seu próprio sinal. Por outro lado, na XPM os desvios de fase são influenciados por canais vizinhos. Em ambos os casos existe um alargamento do espectro dos sinais. O efeito

FWM, por sua vez, consiste no fato de que três sinais co-propagantes na fibra podem gerar um quarto sinal em uma nova frequência. A frequência na qual esse novo sinal é gerado depende da combinação daquela dos três sinais geradores. Esse novo sinal pode ser gerado sob um canal de transmissão, causando interferências nas transmissões.

De fato, os sistemas ópticos coerentes atuais são limitados pela perturbação dos sinais, comumente denominada de interferência não linear (*nonlinear interference* - NLI), causada pelos efeitos advindos da susceptibilidade de terceira ordem $\chi^{(3)}$. A propagação de sinais nesse cenário é descrita com boa aproximação pela equação não linear de Schrödinger (*nonlinear Schrödinger equation* - NLSE) em alguns casos específicos e relevantes para transmissões ópticas [51, Eq. 2.6.18]. Em termos de simulação, a NLSE é solucionada numericamente por meio do método de Fourier de passo dividido (*split-step Fourier method* - SSFM) [61, Seç. 2.4], o qual possui alto custo computacional. Recentemente, no entanto, um modelo analítico simplificado para caracterização dos efeitos da NLI conhecido como modelo de ruído gaussiano (*Gaussian noise* - GN) foi proposto e tem recebido considerável atenção [8, 63]. Uma das premissas básicas desse modelo é que, em transmissões de longas distâncias com compensação de CD feita digitalmente na recepção, a NLI pode ser modelada como sendo provocada por uma fonte de AWGN. Esse ruído aditivo gaussiano é, por sua vez, estatisticamente independente dos dados transmitidos e do ruído ASE. Como consequência, sua potência se adiciona à do ruído ASE acumulado ao longo dos *spans*. O modelo GN tem mostrado estimar satisfatoriamente o efeito das não linearidades no desempenho dos sistemas. Considerando uma potência de lançamento constante por canal WDM, P_{ch} , a SNR ao fim de um único *span* é então dada por [9, Eq. 22]

$$\text{SNR} = \frac{P_{ch}}{P_{ASE}^{span} + P_{NLI}^{span}}. \quad (2.38)$$

em que P_{NLI}^{span} é a potência associada a NLI em um *span*, obtida como

$$P_{NLI}^{span} = \eta_{NLI}^{span} P_{ch}^3. \quad (2.39)$$

O termo η_{NLI}^{span} é o fator de eficiência não linear para um único *span*, obtido com base em parâmetros do sistema, porém, que é independente de P_{ch} [9]. Para um enlace com N_s *spans*, o acúmulo da NLI está associado a um fator de coerência ϵ_{NLI} , também dependente de parâmetros do sistema, de modo que (2.39) é reescrita como

$$P_{NLI} = N_s^{(1+\epsilon_{NLI})} \eta_{NLI}^{span} P_{ch}^3. \quad (2.40)$$

De fato, diferentes expressões existem para o cálculo de η_{NLI}^{span} e ϵ_{NLI} dependendo dos parâmetros do sistema e serão omitidas neste trabalho. Mais detalhes podem ser obtidos em [8] e [9]. Para este trabalho é importante perceber que, mesmo em regime não linear de propagação, o canal óptico pode ser satisfatoriamente modelado como uma canal AWGN, como demonstrado pela utilização do modelo GN. Isso motiva o uso de técnicas de formatação de constelação que atribuem às constelações características gaussianas, como será abordado no Capítulo 3.

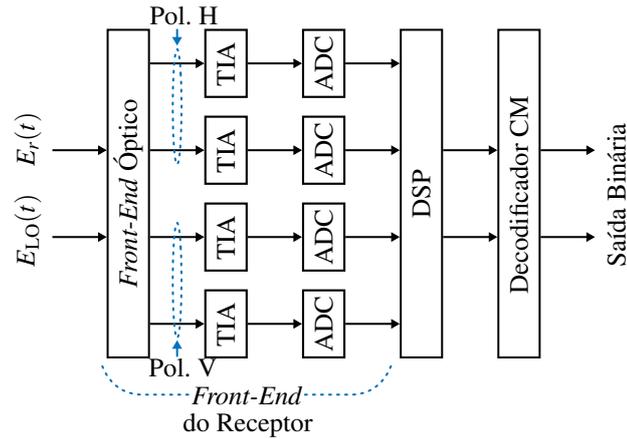


Figura 10 – Esquema básico de um receptor coerente digital para sinais transmitidos com multiplexação em polarizações ortogonais. No *front-end* do receptor, o sinal óptico recebido $E_r(t)$ é misturado ao produzido no oscilador local (*local oscillator*) $E_{LO}(t)$ e o resultado disso é convertido em sequências discretas. Posteriormente, essas sequências são aplicadas às etapas de DSP e de decodificação.

2.3 Receptores Coerentes Digitais

A detecção coerente permite reconstruir satisfatoriamente no domínio digital o campo óptico do sinal recebido. É fundamental para esse processo a mistura entre o sinal óptico recebido e um sinal de referência produzido no receptor. A mistura dos sinais e a conversão opto-elétrica ocorrem no chamado *front-end* óptico do receptor. As correntes elétricas geradas são então convertidas em sinais de tensão por meio de amplificadores de transimpedância (*transimpedance amplifiers* - TIAs) e digitalizados em ADCs de alta velocidade de operação. Por fim, os sinais digitais são aplicados a algoritmos de DSP e ao decodificador CM. A Fig. 10 ilustra o esquema de um receptor coerente digital destacando três subsistemas: o *front-end* do receptor, a cadeia de algoritmos de DSP e o decodificador CM. Nesta seção são abordados os conceitos associados ao *front-end* do receptor, em especial aos componentes ópticos que permitem obter o sinal no domínio elétrico. Os algoritmos de DSP serão detalhados no Capítulo 4, enquanto o decodificador CM será discutido na Seção 2.4.

2.3.1 Detecção Coerente

Desconsiderando perdas de potência e o ruído aditivo ao longo da propagação, o campo elétrico do sinal recebido pode ser representado em notação complexa como

$$E_r(t) = A_s(t)e^{j\phi_s(t)}\sqrt{P_T}e^{j[\omega_0 t + \theta_T(t)]} \quad (2.41)$$

em que $A_s(t)$ e $\phi_s(t)$ correspondem a amplitude e a fase do sinal óptico, P_T corresponde a potência de operação do laser transmissor, ω_0 é a frequência da portadora óptica e $\theta_T(t)$ é o ruído de fase associado ao laser transmissor. O sinal de referência no processo de detecção coerente é também gerado por um laser, o qual é comumente chamado de oscilador local (*local oscillator* - LO). De

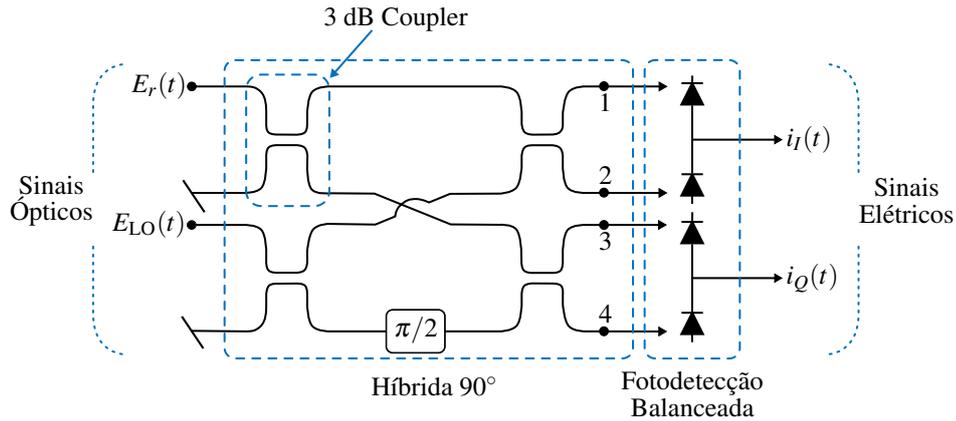


Figura 11 – Estrutura típica de um *front-end* óptico destinado à recepção de sinais transmitidos em polarização única. A mistura dos sinais $E_r(t)$ e $E_{LO}(t)$ é feita na híbrida de 90° . Em seguida, os sinais ópticos são convertidos em correntes elétricas por meio da fotodetecção balanceada.

maneira similar, seu campo elétrico pode ser escrito como

$$E_{LO}(t) = \sqrt{P_{LO}} e^{j[\omega_{LO}t + \theta_{LO}(t)]} \quad (2.42)$$

em que P_{LO} , ω_{LO} e $\theta_{LO}(t)$ correspondem à potência de operação, à frequência de operação e ao ruído de fase, respectivamente.

A detecção coerente é classificada em três diferentes categorias de acordo com a diferença $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_{LO}$: homódina, heteródina ou intradina [64]. Na detecção homódina, $\Delta\omega = 0$. Nesse caso, o sinal resultante do processo de recepção está em banda base. Já na detecção heteródina tem-se que $\Delta\omega > W_b$, em que W_b é a extensão em frequência do sinal transmitido medida em banda base. Por sua vez, a detecção intradina caracteriza-se por $0 < \Delta\omega < W_b$. Nesses dois últimos casos, o sinal resultante do processo de detecção não está em banda base, mas em uma frequência intermediária. Na prática os receptores empregam detecção intradina, com $\Delta\omega \approx 0$. A completa coerência entre os sinais envolvidos na mistura é alcançada por meio de técnicas de DSP.

O *front-end* óptico de um receptor coerente é responsável pela conversão óptico-elétrica do sinal recebido mantendo as informações de amplitude, fase e polarização do sinal óptico. A Fig. 11 ilustra uma estrutura típica composta por uma híbrida de 90° e fotodetectores destinada à recepção de sinais transmitidos em polarização única. O sinal de referência produzido pelo LO é misturado ao sinal recebido na híbrida de 90° . Esses dispositivos podem ser construídos por meio da combinação de 4 acopladores de 3-dB, os quais possuem uma função de transferência dada por [53]

$$H_{ac} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (2.43)$$

e um defasador de 90° . As híbridas possuem duas entradas, às quais são aplicados o sinal óptico recebido e aquele produzido pelo LO, e quatro saídas que são conectadas a fotodetectores. Assume-se por questão de simplificação que ambos os sinais ópticos possuem o mesmo estado

de polarização. A mistura entre os sinais faz com que nas saídas 1, 2, 3 e 4 da híbrida de 90° apresentada na Fig. 11 sejam obtidos os sinais de batimento

$$E_1(t) = \frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{LO}(t), \quad (2.44)$$

$$E_2(t) = \frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{LO}(t)e^{j\pi}, \quad (2.45)$$

$$E_3(t) = \frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{LO}(t)e^{j\pi/2}, \quad (2.46)$$

$$E_4(t) = \frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{LO}(t)e^{j3\pi/2}. \quad (2.47)$$

Fotodetectores respondem à potência de um sinal óptico $P_{in}(t)$ convertendo-a, proporcionalmente a sua responsividade R , em uma corrente elétrica $i(t)$ de acordo com relação

$$i(t) = RP_{in}(t). \quad (2.48)$$

A responsividade do fotodetector é dada em A/W. Apesar da aplicação individual dos campos elétricos aos fotodetectores, estes são arrançados em configuração balanceada de modo que as correntes elétricas produzidas a cada conjunto de 2 fotodetectores se subtraem. Considerando as expressões de (2.44) a (2.47), o processo de fotodeteção balanceada (*balanced photodetection* - BP) gera as correntes

$$\begin{aligned} i_{BP1}(t) &= i_1(t) - i_2(t), \\ &= R \left| \frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{LO}(t) \right|^2 - R \left| \frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{LO}(t)e^{j\pi} \right|^2, \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\begin{aligned} i_{BP2}(t) &= i_3(t) - i_4(t), \\ &= R \left| \frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{LO}(t)e^{j\pi/2} \right|^2 - R \left| \frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{LO}(t)e^{j3\pi/2} \right|^2. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Substituindo (2.41) e (2.42) em (2.49) e (2.50) obtém-se as seguintes expressões

$$i_{BP1}(t) = A_s(t)R\sqrt{P_T P_{LO}} \cos(\Delta\omega t + \theta(t) + \phi_s(t)), \quad (2.51)$$

$$i_{BP2}(t) = A_s(t)R\sqrt{P_T P_{LO}} \sin(\Delta\omega t + \theta(t) + \phi_s(t)), \quad (2.52)$$

em que $\Delta\omega = (\omega_0 - \omega_{LO})$ e $\theta(t) = \theta_T(t) - \theta_{LO}(t)$.

Analisando (2.51) e (2.52) é possível perceber que as correntes $i_{BP1}(t)$ e $i_{BP2}(t)$ são, de fato, proporcionais às componentes em fase I e quadratura Q do sinal recebido e serão a partir de agora referenciadas como $i_I(t)$ e $i_Q(t)$, respectivamente. Diz-se então que o *front-end* óptico ilustrado na Fig. 11 apresenta diversidade de fase. No processo de detecção, informações da amplitude e fase do sinal modulado são mantidas ($A_s(t)$ e $\phi_s(t)$, respectivamente). Há, no entanto, interferências causadas por um desvio de frequência $\Delta\omega$ e por um ruído de fase $\theta(t)$. Ambos esses efeitos podem ser compensados por meio de técnicas de DSP.

Para a detecção de sinais multiplexados em polarizações ortogonais, o *front-end* óptico é comumente formado pela combinação de duas estruturas iguais a discutida anteriormente.

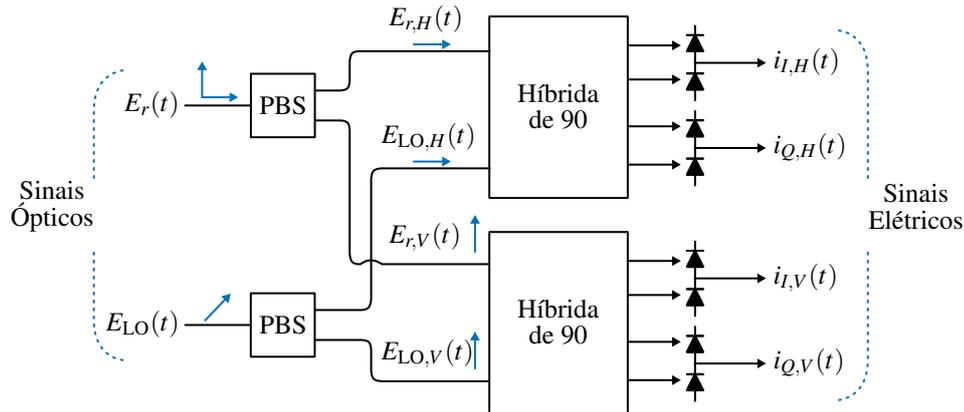


Figura 12 – Esquema de um *front-end* óptico destinado à recepção de sinais multiplexados em polarizações ortogonais. Este receptor é formado pela junção de duas estruturas como aquela ilustrada na Fig. 11. As setas sob as linhas são indicações visuais das orientações de polarização dos sinais.

Cada uma dessas estruturas é responsável por detectar o sinal em uma dada polarização. A Fig. 12 apresenta uma ilustração desse *front-end*. O sinal óptico recebido é dividido por um separador de feixe de polarização (*polarization beam splitter* - PBS) em duas polarizações ortogonais, H e V , gerando os sinais $E_{r,H}(t)$ e $E_{r,V}(t)$. Um processo idêntico é feito com o sinal de referência produzido pelo LO de modo que se obtem os sinais $E_{LO,H}(t)$ e $E_{LO,V}(t)$. É comum que o sinal do LO esteja polarizado a 45° para que o PBS produza sinais de mesma potência em sua saída. Os sinais de polarizações correspondentes são então direcionados as mesmas híbridas de 90° . Cada um desses dispositivos produz sinais de batimento como os apresentados nas expressões de (2.44) a (2.47). Por fim, os fotodetectores em configuração balanceada geram as correntes $i_{I,H}(t)$, $i_{Q,H}(t)$, $i_{I,V}(t)$ e $i_{Q,V}(t)$ que são proporcionais às componentes em fase I e quadratura Q dos sinais detectados nas polarizações H e V do *front-end* óptico. Por sua capacidade de tratar sinais com polarizações distintas ainda garantindo a manutenção das informações de amplitude e fase do sinal óptico, diz-se que o *front-end* ilustrado na Fig. 12 possui diversidade de fase e polarização.

É importante ressaltar que a orientação de polarização do receptor não necessariamente corresponde ao estado de polarização dos sinais recebidos. Como visto na Seção 2.2, o estado de polarização dos sinais evolui ao longo da propagação devido à birrefringência. Ademais, os sinais recebidos em polarizações ortogonais são uma combinação linear daqueles transmitidos. No domínio digital, a recuperação do estado de polarização e a separação dos sinais transmitidos em polarizações ortogonais é feita por meio da etapa de equalização adaptativa.

2.3.2 Amostragem

As correntes elétricas geradas no *front-end* óptico são convertidas em sinais de tensão por meio de TIAs. Assumindo o *front-end* óptico com diversidade de fase e polarização ilustrado na Fig. 12, na saída dos TIAs obtém-se os sinais de tensão $r_{I,H}(t)$, $r_{Q,H}(t)$, $r_{I,V}(t)$ e $r_{Q,V}(t)$. Em seguida, esses sinais são aplicados a ADCs. Apesar de ser possível realizar a

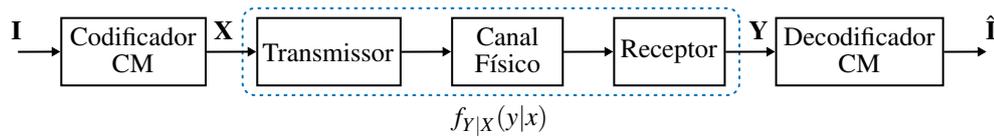


Figura 13 – Diagrama de blocos de um sistema que usa um esquema genérico de CM. Sob a perspectiva do esquema de CM, o canal de comunicação é composto por todos os elementos entre o codificador e o decodificador CM. Esse canal, por sua vez, pode ser representado por uma pdf $f_{Y|X}(y|x)$.

compensação digital de distorções adquiridas ao longo da propagação por meio do processamento de sinais amostrados a taxa de símbolos [65], sistemas ópticos coerentes usualmente operam em sinais discretos com 2 amostras por símbolo (*samples per symbol* - SpS). Alguns dos fatores que motivam isso são a necessidade de sinais com tal característica para que alguns algoritmos tradicionais de recuperação de relógio sejam utilizados e também o impacto positivo da utilização de equalizadores fracionários (*fractionally-space equalizers* - FSE) na etapa de equalização adaptativa. Ambos esses fatores são comentados no Capítulo (4). No entanto, os ADCs costumemente operem com taxas de amostragem R_{ADC} inferiores a $2R_s$, de modo que as requeridas 2 SpS são obtidas por meio de uma reamostragem digital dos sinais.

2.4 Esquemas de CM

Como brevemente discutido no Capítulo 2, modernos sistemas ópticos coerentes empregam esquemas FEC especialmente projetados em conjunto com formatos de modulação de alta ordem em um processo conhecido como modulação codificada (CM). A Fig. 13 ilustra a abstração feita pelos esquemas de CM tendo em vista um sistema óptico coerente. A informação **I** (binária) a ser transmitida é primeiramente aplicada a um codificador CM, o qual gera em sua saída uma sequência de símbolos **X** com elementos pertencentes ao alfabeto \mathcal{X} .⁴ Essa sequência inclui redundâncias que são utilizadas no receptor na tentativa de corrigir eventuais erros que ocorrem ao longo da transmissão. O transmissor, que inclui etapas de DSP e os dispositivos ópticos de modulação, adequam a sequência **X** para transmissão ao longo do canal físico de comunicação. Este engloba as fibras ópticas e amplificadores. No receptor, a conversão opto-elétrica dos sinais é feita no *front-end* óptico e, algoritmos de DSP são aplicados aos sinais discretizados. O decodificador CM recebe então uma sequência **Y** a partir da qual produz uma estimativa da informação transmitida, **I-hat**. Sob a perspectiva da teoria da informação, todos os componentes entre o codificador e o decodificador CM podem ser modelados como fazendo parte do canal (mais abrangente que o físico) descrito pela função densidade de probabilidade (*probability density function* - pdf) condicional $f_{Y|X}(y|x)$.

Esquemas de CM podem ser projetados de diversas maneiras. O processo realizado

⁴ Letras maiúsculas (por exemplo, H) indicam variáveis aleatórias com realizações dadas por letras minúsculas (por exemplo, x). Por sua vez, os alfabetos são indicados por letras caligráficas (por exemplo, \mathcal{X}). Letras maiúsculas em negrito (por exemplo, **X**) representam vectores de variáveis aleatórias. Similarmente, letras minúsculas em negrito (por exemplo, **x**) indicam vectores de realizações de variáveis aleatórias.

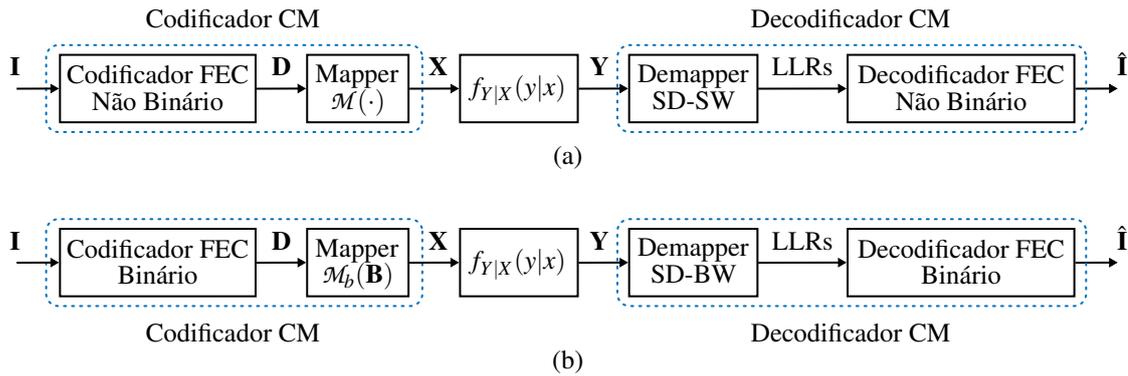


Figura 14 – Diagrama de blocos de um sistema que faz uso de um esquema de CM genérico (a) com código FEC não binário e (b) com código FEC binário. Considera-se que os procedimentos realizados pelo codificador e decodificador CM são decompostos em duas etapas.

pelo codificador CM é comumente feito em duas etapas. A sequência binária de informação \mathbf{I} é codificada usando um código FEC binário ou não binário. Esse processo transforma a sequência de informação em uma sequência codificada, chamada comumente de palavra-código (*codeword*). O conjunto de todas as possíveis palavras-código é chamado *codebook*. A palavra-código gerada é então mapeada em símbolos de uma determinada constelação usando um mapeador ou *mapper* sem memória, gerando a sequência \mathbf{X} . No receptor, o processo de estimação da sequência binária de informação transmitida, $\hat{\mathbf{I}}$ a partir da sequência \mathbf{Y} recebida é também tipicamente dividido em duas etapas. Um *demapper* produz métricas calculadas a partir de \mathbf{Y} , as quais são usadas pelo decodificador FEC. Este estima a palavra-código transmitida e, subsequentemente, a sequência binária transmitida gerando $\hat{\mathbf{I}}$. De maneira simplificada (e em alto nível), esquemas de CM podem ser classificados de acordo com o codificador/decodificador FEC e suas interações com o *mapper/demapper*. Decodificadores CM podem ser projetados com *demappers* que empregam métricas baseadas em símbolos (*symbol-wise* - SW) ou em bits (*bit-wise* - BW). Métricas SW são tipicamente usadas com esquemas FEC não binários, enquanto que métricas BW são usadas com códigos FEC binários. Além disso, os decodificadores podem usar decisões suaves (*soft-decisions* SDs) ou decisões abruptas (*hard-decisions* - HDs) feitas sobre \mathbf{Y} . Na sequência, serão descritos esquemas baseados em SDs, já que são adotados em modernos sistemas ópticos devido as suas altas capacidades.

A Fig. 14(a) mostra o diagrama de blocos de um esquema de CM genérico com código FEC não binário. A sequência binária \mathbf{I} é codificada com o código FEC não binário gerando uma palavra-código não binária \mathbf{D} . Esta, por sua vez, é mapeada na sequência \mathbf{X} usando um *mapper* $\mathcal{M}(\cdot)$ que opera em cada elemento de \mathbf{D} . Para a decodificação empregando decisões suaves com métricas baseadas em símbolos (*soft-decision symbol-wise* - SD-SW), um *demapper* SD-SW calcula tipicamente razões de log-verossimilhança (*log-likelihood ratios* - LLRs) usando a sequência de símbolos recebidos \mathbf{Y} . Os valores calculados são enviados para o decodificador SD-FEC (não binário), o qual gera em sua saída a estimativa $\hat{\mathbf{I}}$. O decodificador CM para esse cenário será referenciado ao longo deste trabalho como decodificador SD-SW. Esquemas de CM não binários (*non-binary coded modulation* - NB-CM) usando códigos de verificação de

paridade de baixa densidade (*low-density parity check* - LDPC) não binários e decodificadores SD são exemplos de esquemas com arquitetura similar à descrita [66, 67].

A Fig. 14(b) ilustra o diagrama de blocos de uma esquema de CM genérico com código FEC binário. A sequência binária \mathbf{I} é codificada com o código FEC binário gerando a palavra-código \mathbf{D} , a qual agora é composta por bits. Em grupos de bits $\mathbf{B} = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$, em que $m = \log_2 M$, a palavra-código \mathbf{D} é mapeada gerando a sequência \mathbf{X} . Esse processo é feito por um *mapper* $\mathcal{M}_b(\cdot)$ tipicamente como um processo um-para-um entre um conjunto \mathbf{B} e um elemento de \mathbf{X} . Para a decodificação empregando decisões suaves com métricas baseadas em bits (*soft-decision bit-wise* - SD-BW), LLRs são calculadas com base na sequência \mathbf{Y} . Ao contrário do caso com decodificadores SD-SW, as LLRs são calculadas com base em métricas binárias. Então, um decodificador SD-FEC binário usa as LLRs para a geração da estimativa da sequência binária transmitida, $\hat{\mathbf{I}}$. Os bits $\mathbf{B} = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$ são comumente tratados como sendo independentes na decodificação. Como exemplo de abordagens que usam uma estrutura como a descrita é possível citar os esquemas de modulação codificada com bits intercalados (*bit-interleaved coded modulation* - BICM) que empregam códigos LDPCs e decodificação SD [68]. É válido mencionar que alguns esquemas baseados em códigos FEC binários exploram durante a decodificação a dependência entre os bits $\mathbf{B} = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$. Exemplificando, é possível citar os esquemas BICM com decodificação iterativa (*iterative decoding* - ID) e de codificação multinível com decodificação em multiestágios (*multilevel coding with multistage decoding* - MLC-MSD) [69, 70].

Capítulo 3

Formatação Probabilística

O presente capítulo aborda o sistema do ponto de vista da teoria da informação. Pretende-se com isso discutir a motivação por trás de técnicas de formatação de constelação, em especial de PS, a qual se dedica esta tese. Primeiramente serão apresentados conceitos fundamentais acerca de teoria da informação. Em seguida são discutidos conceitos sobre transmissões por canais AWGN. Por fim, aborda-se o conceito de PS em sistemas ópticos.

3.1 Fundamentos de Teoria da Informação Aplicados à Sistemas de Comunicação

Como visto anteriormente, sob a ótica da teoria da informação é razoável interpretar o canal de comunicação como sendo composto por todos os subsistemas entre o codificador e o decodificador CM. Uma distribuição de probabilidade que relaciona a entrada e a saída desse canal é então utilizada para descrevê-lo. Com o intuito de apresentar conceitos importantes acerca da teoria da informação, considera-se inicialmente que a entrada e a saída do canal são representadas por variáveis aleatórias discretas, X e Y , respectivamente, que assumem valores em alfabetos de elementos complexos. X assume valores de um alfabeto $\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ de tamanho $|\mathcal{X}| = M$ de acordo com a função distribuição de probabilidade (*probability mass function* - pmf) $p_X(x) = Pr\{X = x\}$, $x \in \mathcal{X}$. De maneira similar, Y assume valores em um alfabeto $\mathcal{Y} = \{y_1, y_2, \dots, y_M\}$ de tamanho $|\mathcal{Y}| = M$ de acordo com a pmf $p_Y(y) = Pr\{Y = y\}$, $y \in \mathcal{Y}$. O termo $p_{Y|X}(y|x)$ consiste na pmf condicional de Y dado X , a qual resume as probabilidades de transição do canal de tempo discreto.

A informação ou incerteza média associada à entrada X do canal é medida em bits pela entropia

$$H_e(X) \triangleq \mathbb{E}\{-\log_2[p_X(x)]\}. \quad (3.1)$$

Como X é uma variável aleatória discreta, (3.1) se torna

$$H_e(X) = -\sum_{i=1}^M p_X(x_i) \log_2 [p_X(x_i)]. \quad (3.2)$$

É também possível medir a informação média na entrada X do canal dado que sua saída Y foi observada. Isso é feito por meio da entropia condicional $H_e(X|Y)$ como

$$H_e(X|Y) = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M p_{X,Y}(x_j, y_i) \log_2 [p_{X|Y}(x_j|y_i)], \quad (3.3)$$

em que $p_{X,Y}(x_j, y_i)$ é a pmf conjunta da entrada do canal $X = x_j$ e sua saída $Y = y_i$.

A partir da entropia e da entropia condicional, a informação mútua (*mutual information* - MI) pode ser definida como [71, Eq. 1.4]

$$I(X;Y) = H_e(X) - H_e(X|Y), \quad (3.4)$$

a qual indica a redução na informação média associada à entrada X do canal dado que sua saída Y foi observada. A MI é medida em bit por símbolo (ou eventualmente, bit por uso do canal). Substituindo em (3.4) as expressões de $H_e(X)$ and $H_e(X|Y)$, tem-se que

$$I(X;Y) = - \sum_{j=1}^M p_X(x_j) \log_2 [p_X(x_j)] + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M p_{X,Y}(x_j, y_i) \log_2 [p_{X|Y}(x_j|y_i)], \quad (3.5)$$

e aplicando em (3.5) a lei da probabilidade total e o teorema de Bayes obtém-se

$$I(X;Y) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M p_{X,Y}(x_j, y_i) \log_2 \left[\frac{p_{Y|X}(y_i|x_j)}{p_Y(y_i)} \right] \quad (3.6)$$

$$= \sum_{j=1}^M p_X(x_j) \sum_{i=1}^M p_{Y|X}(y_i|x_j) \log_2 \left[\frac{p_{Y|X}(y_i|x_j)}{\sum_{l=1}^M p_X(x_l) p_{Y|X}(y_i|x_l)} \right]. \quad (3.7)$$

Uma maneira alternativa de apresentação da MI em (3.7) consiste na expressão

$$I(X;Y) = \mathbb{E}_{X,Y} \left\{ \log_2 \left[\frac{p_{Y|X}(y|x)}{p_Y(y)} \right] \right\}, \quad (3.8)$$

em que $\mathbb{E}_{X,Y} \{ \cdot \}$ denota a operação esperança calculada sobre a distribuição conjunta de X e Y .

Considerando que a saída Y do canal é uma variável aleatória complexa e contínua de função densidade de probabilidade (pdf) $f_Y(y)$, a pmf $p_{Y|X}(y|x)$ em (3.7) é substituída por uma pdf $f_{Y|X}(y|x)$ e o somatório interno é trocado por uma integral avaliada sobre o conjunto suporte de Y , \mathcal{Y} . A MI é então dada por

$$I(X;Y) = \sum_{j=1}^M p_X(x_j) \int_{\mathcal{Y}} f_{Y|X}(y|x_j) \log_2 \left[\frac{f_{Y|X}(y|x_j)}{\sum_{l=1}^M p_X(x_l) f_{Y|X}(y|x_l)} \right] dy. \quad (3.9)$$

Para o cenário em que ambas a entrada e a saída do canal são variáveis aleatórias complexas e contínuas, todas as pmfs em (3.6) são substituídas por pdfs, e os somatórios trocados por integrais sobre os respectivos conjuntos suporte, \mathcal{X} e \mathcal{Y} , os quais são agora contínuos. Então,

$$I(X;Y) = \int_{\mathcal{X}} \int_{\mathcal{Y}} f_{X,Y}(x,y) \log_2 \left[\frac{f_{Y|X}(y|x)}{f_Y(y)} \right] dx dy. \quad (3.10)$$

Uma expressão similar a (3.8) também pode ser obtida para esses casos, resumindo-se a

$$I(X;Y) = \mathbb{E}_{X,Y} \left\{ \log_2 \left[\frac{f_{Y|X}(y|x)}{f_Y(y)} \right] \right\}, \quad (3.11)$$

O celebrado teorema de codificação de canal de Shannon atribui à MI o sentido operacional de máxima taxa atingível de informação (AIR) [3]. AIRs fornecem um limite na quantidade de informação por uso do canal que pode ser transmitida de modo que se garanta uma taxa de erro arbitrariamente pequena na recepção. Isso significa que, se a transmissão é conduzida pelo canal a uma taxa $R < I(X;Y)$ em bit por símbolo (ou bit por uso do canal), existe um código de canal de tamanho suficientemente grande N_c que assegura uma taxa de erro arbitrariamente pequena após a decodificação ótima no receptor.¹

O valor de $I(X;Y)$ depende da distribuição de probabilidade associada à entrada X do canal. Para uma determinada distribuição e um canal específico, a máxima taxa de transmissão de informação (ou máxima AIR) é dada por $I(X;Y)$. Maximizar $I(X;Y)$ para um dado canal entre todas as possíveis distribuições de entrada dá origem à capacidade de canal C . Essa grandeza é o limite superior de AIRs para um determinado canal. No cenário com entradas modeladas como variáveis aleatórias discretas, a capacidade C de um canal sem memória é dada por

$$C = \max_{p_X(x)} \{I(X;Y)\}. \quad (3.12)$$

Já no cenário com variáveis aleatórias contínuas, a capacidade de um canal sem memória é

$$C = \max_{f_X(x): \mathbb{E}\{|X|^2\} \leq P} \{I(X;Y)\}, \quad (3.13)$$

supondo uma restrição de potência $\mathbb{E}\{|X|^2\} \leq P$.

O teorema da capacidade de canal de Shannon permite interpretar que, para um determinado canal, existe uma distribuição de probabilidade para a entrada X que maximiza $I(X;Y)$ [71, Cap. 7]. A utilização de uma distribuição para X que é diferente dessa pode acarretar em perdas. Esse conceito está intimamente relacionado à formatação de constelação, como será discutido mais adiante neste capítulo. A partir daqui, considera-se que a entrada X do canal pertence a um alfabeto discreto e que Y é definida em um conjunto suporte contínuo \mathcal{Y} .

3.1.1 Utilização da MI como AIR

A MI é uma AIR para sistemas que usam esquemas de CM baseados em decodificadores SD-SW ótimos [72, Seç. III-C][73, Seç. III-B]

$$I_{\text{SD-SW}} = I(X;Y). \quad (3.14)$$

Isto quer dizer que a máxima taxa em bit por símbolo que pode ser atingida com esquemas que usam decodificadores SD-SW de modo que a taxa de erro seja arbitrariamente pequena

¹ A taxa R pode ser interpretada como a taxa de um esquema de CM.

é sempre limitada pela MI. O valor exato é atingido em um cenário de codificação ideal e com palavras-código suficientemente longas (e eventualmente impraticáveis). Esquemas do tipo NB-CM e MLC-MSD possuem a MI como AIR [6, 67].

Assumindo uma constelação com M símbolos escolhidos uniformemente, $p_X(x_i) = 1/M, \forall i \in \{1, 2, \dots, M\}$, e que o decodificador CM tem o conhecimento da pdf $f_{Y|X}(y|x)$ que descreve o canal de comunicação, (3.14) resume-se a

$$I_{\text{SD-SW}} = m + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \int_{\mathcal{Y}} f_{Y|X}(y|x_i) \log_2 \left[\frac{f_{Y|X}(y|x_i)}{\sum_{j=1}^M f_{Y|X}(y|x_j)} \right] dy. \quad (3.15)$$

É válido mencionar que nem sempre é possível ter o conhecimento completo de $f_{Y|X}(y|x)$. Nesses casos, é comum que o decodificador CM realize seus procedimentos com base em uma pdf genérica $g_{Y|X}(y|x)$ que descreve um canal auxiliar. Isso dá origem ao processo conhecido como decodificação descasada (*mismatched decoding*), em que o termo *mismatched* é usado justamente para deixar claro que o processo de decodificação é feito com um canal auxiliar $g_{Y|X}(y|x)$ ao invés do canal exato $f_{Y|X}(y|x)$. Em alguns casos, o canal $f_{Y|X}(y|x)$ pode até ser conhecido, mas ser muito complexo a ponto de justificar sua aproximação por um canal auxiliar $g_{Y|X}(y|x)$ para a decodificação. No cenário de *mismatched decoding*, um limite inferior na AIR do sistema é dada por [74, Seç. VI][75, Seç. 2]

$$\tilde{I}_{\text{SD-SW}} = m + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \int_{\mathcal{Y}} f_{Y|X}(y|x_i) \log_2 \left[\frac{g_{Y|X}(y|x_i)}{\sum_{j=1}^M g_{Y|X}(y|x_j)} \right] dy, \quad (3.16)$$

em que o símbolo til indica a utilização de um canal auxiliar no processo de decodificação.

O processo de *mismatched decoding* conduz a uma perda de taxa de informação. É possível observar então a seguinte relação entre as AIRs e a capacidade de um determinado canal:

$$\tilde{I}_{\text{SD-SW}} \leq I_{\text{SD-SW}} \leq C. \quad (3.17)$$

A primeira inequação está justamente relacionada à possível perda de informação causada pela utilização de uma métrica de decodificação diferente da pdf do canal. Nesse caso, a igualdade é alcançada se $f_{Y|X}(y|x) = g_{Y|X}(y|x)$. A segunda inequação reflete o conceito de capacidade de canal. A igualdade é somente atingida utilizando esquemas de CM ideais e com a distribuição de probabilidade da entrada do canal X que maximiza $I(X;Y)$.

3.1.2 Utilização da GMI como AIR

Quando são empregados esquemas de CM que fazem uso de decodificadores SD-BW a MI não é uma AIR suficiente e, de fato, a máxima AIR nesse cenário é um tópico de pesquisa em aberto.² Todavia, esses sistemas são comumente tratados sob a perspectiva de *mismatched*

² Uma exceção é o caso em que se considera uma constelação 4-QAM com mapeamento de Gray em que o ruído é inserido de maneira independente em cada uma das componente do sinal [76, Cap. 4]. Neste caso a MI é uma AIR.

decoding tendo a informação mútua generalizada (*generalized mutual information* - GMI) como métrica útil na geração de AIRs [69, 77, 78]. Considerando uma métrica de decodificação genérica $q(x, y)$, a GMI é definida como [69, Seç. IV-D]

$$\tilde{I}_{\text{GMI}}(X; Y) = \max_{a \geq 0} \mathbb{E}_{X, Y} \left\{ \log_2 \left[\frac{[q(x, y)]^a}{\sum_{j=1}^M p_X(x_j) [q(x_j, y)]^a} \right] \right\}. \quad (3.18)$$

em que $M = 2^m$ é o tamanho do alfabeto de X . Esquemas de CM com decodificadores SD-BW tipicamente usam métricas $q(\mathbf{b}, y)$, em que $\mathbf{b} = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ é a realização de $\mathbf{B} = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$ tal que $x = \mathcal{M}_b(\mathbf{b})$, dadas pelo produto de métricas calculadas individualmente para cada um dos bits B_l . Assim, é interessante reescrever a expressão (3.18) na forma

$$\tilde{I}_{\text{GMI}}(\mathbf{B}; Y) = \max_{a \geq 0} \mathbb{E}_{\mathbf{B}, Y} \left\{ \log_2 \left[\frac{[q(\mathbf{b}, y)]^a}{\sum_{\mathbf{b}' \in \{0, 1\}^m} p_{\mathbf{B}}(\mathbf{b}') [q(\mathbf{b}', y)]^a} \right] \right\}. \quad (3.19)$$

No caso em que os bits seguem uma distribuição uniforme e a pdf $f_{Y|X}(y|x)$ do canal é conhecida, a métrica individual de cada bit pode ser calculada usando a pdf condicional da saída Y do canal dado o bit B_l como

$$f_{Y|B_l}(y|b_l) = \sum_{i \in \mathcal{J}_b^l} f_{Y|X}(y|x_i), \quad (3.20)$$

em que \mathcal{J}_b^l representa o conjunto de índices dos símbolos $x \in \mathcal{X}$ que possuem na posição l um bit $b_l = b \in \{0, 1\}$. De fato, decodificadores SD-BW usualmente operam sobre o logaritmo da razão entre métricas binárias. Assumindo a métrica em (3.20), as grandezas usadas são dadas por

$$\gamma_l = \log \left[\frac{f_{Y|B_l}(y|b_l = 1)}{f_{Y|B_l}(y|b_l = 0)} \right], \quad (3.21)$$

as quais são chamadas de razão de log-verossimilhança (*log-likelihood ratio* - LLRs). O termo γ_l é a realização de uma variável aleatória Γ_l . É importante ressaltar que a decodificação por meio de LLRs (exatas) não produz perdas de informação se comparado ao uso isolado da métrica individual em (3.20). Com as LLRs, a GMI em (3.19) produz uma AIR $I_{\text{SD-BW}}$ para o caso com bits uniformemente distribuídos que resume-se a [72, Seç. III-F]

$$I_{\text{SD-BW}} = m - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m \sum_{b \in \{0, 1\}} \int_{\Gamma} f_{\Gamma_l|B_l}(\gamma|b) \log_2 \left[1 + e^{(-1)^b \gamma} \right] d\gamma, \quad (3.22)$$

em que $f_{\Gamma_l|B_l}(\gamma|b)$ é a pdf condicional da saída do canal em termos de LLRs, Γ_l , dado a entrada em termos de bits, B_l .

Se LLRs são calculadas com base em uma métrica binária genérica $g_l(b_l, y)$ definida com base em um canal auxiliar $g_{Y|X}(y|x)$ devido à impossibilidade do uso de $f_{Y|B_l}(y|b_l)$,

$$\tilde{\gamma}_l = \log \left[\frac{g_l(b_l = 1|y)}{g_l(b_l = 0|y)} \right], \quad (3.23)$$

e a AIR neste caso é dada por

$$\tilde{I}_{\text{SD-BW}} = m - \min_{a \geq 0} \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m \sum_{b \in \{0,1\}} \int_{\tilde{\Gamma}} f_{\tilde{\Gamma}_l|B_l}(\tilde{\gamma}|b) \log_2 \left[1 + e^{a(-1)^b \tilde{\gamma}} \right] d\tilde{\gamma}. \quad (3.24)$$

É importante notar que, devido à utilização de uma métrica auxiliar $g_l(b_l, y)$, o cálculo da AIR é dependente da maximização em termos de a .

As GMIs em (3.22) e (3.24) são AIRs para esquemas de CM com distribuições uniformes na entrada do canal e decodificadores SD-BW empregados na recepção, caso métricas que são produtos de $f_{Y|B_l}(y|b_l)$ e $q_l(b_l, y)$ sejam utilizadas, respectivamente. Exemplos são esquemas BICM sem decodificação iterativa e esquemas MLC com decodificação paralela e independente dos níveis individuais (*parallel, independent decoding of the individual levels - PDL*) [78]. A decodificação SD-BW conduz a perdas em termos de taxa de informação, tendo como limite superior a MI (e a capacidade do canal) [73].

$$\tilde{I}_{\text{SD-BW}} \leq I_{\text{SD-BW}} \leq I(X;Y) \leq C \quad (3.25)$$

As perdas associadas à decodificação SD-BW decorrem do tratamento independente dado aos bits na recepção. Também, as AIRs $I_{\text{SD-BW}}$ e $\tilde{I}_{\text{SD-BW}}$ são dependentes do mapeamento entre bits e símbolos, e o mapeamento de Gray discutido no Capítulo 2 tipicamente reduz as perdas com respeito à $I(X;Y)$ [76, Cap. 4].

A GMI é versátil e permite também obter AIRs para os casos com decodificação do tipo HD. Isso desde que a decodificação seja feita baseada em distâncias de Hamming. AIRs para sistemas baseados em HD serão omitidas neste trabalho. Uma explicação detalhada sobre esse assunto pode ser encontrada na referência [79].

3.2 Comunicação sob um Canal AWGN

Um canal AWGN complexo pode ser representado por meio da expressão

$$Y = X + H_\eta, \quad (3.26)$$

em que H_η é uma variável aleatória complexa circularmente simétrica, de realização η , e com distribuição gaussiana de média nula e variância $2\sigma^2$, ou seja, $H_\eta \sim \mathbb{C}\mathcal{N}(0, 2\sigma^2)$. Assume-se aqui que as componentes real e imaginária de H_η são estatisticamente independentes. Além disso, considera-se que H_η é independente de X . Então, a pdf condicional

$$f_{Y|X}(y|x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-|y-x|^2/2\sigma^2}, \quad (3.27)$$

descreve suficientemente esse canal. É possível provar que $I(X;Y)$ é maximizada para tal canal se a entrada X é também gaussiana, mais precisamente se $X \sim \mathbb{C}\mathcal{N}(0, P)$ [71, Cap. 9]. Usando as

definições de $I(X;Y)$ e a pdf em (3.27) obtém-se que a capacidade de um canal AWGN complexo é dada por [3]

$$C = \log_2 \left(1 + \frac{P}{2\sigma^2} \right), \quad (3.28)$$

expressão esta tipicamente denominada de limite de Shannon. A prova de que o limite definido em (3.28) pode ser atingido usualmente baseia-se em argumentos de codificação aleatória. Nesse caso, a entrada do canal é composta de palavras-código geradas com elementos pertencentes a uma distribuição gaussiana contínua.

A distribuição gaussiana contínua é associada a diversos problemas práticos de realização. Um deles é a necessidade de DACs e ADCs com proibitivas resoluções de operação. Sistemas reais, por sua vez, além de empregarem esquemas FEC com palavras-código de elementos praticamente uniformemente distribuídos [7, Cap. 3], usam constelações com alfabetos discretos e finitos como aquelas dos formatos M -QAM já apresentadas no Seção 2.1 e também de símbolos equiprováveis.

É possível avaliar AIRs para um canal AWGN assumindo constelações M -QAM. Como descrito na seção anterior, para uma dada constelação e canal, a máxima AIR é dada pela avaliação de $I(X;Y)$. Assumindo que a entrada do canal é uniformemente distribuída, ou seja, os símbolos da constelação M -QAM são transmitidos de acordo com uma distribuição de probabilidade uniforme, $p_X(x_i) = 1/M, \forall i \in \{1, 2, \dots, M\}$, abordagem esta amplamente utilizada em sistemas reais, (3.9) se torna (3.15). Por fim, substituindo (3.27) em (3.15) tem-se que

$$I_{\text{SD-SW}}^{\text{AWGN}} = m - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \int_{\mathcal{H}} f_{H_\eta}(\eta) \log_2 \sum_{j=1}^M e^{-\left(|x_i - x_j|^2 + 2\Re\{\eta(x_i - x_j)\}\right)/(2\sigma_\eta^2)} d\eta. \quad (3.29)$$

A Fig. 15 mostra a avaliação do limite de Shannon em função da SNR juntamente com a avaliação de (3.29) para constelações M -QAM quadradas de diversas cardinalidades. A expressão (3.29) foi calculada numericamente por meio da aproximação de quadratura de Gauss-Hermite (GH) [72, Eq. 44]. Para cada constelação M -QAM, $I_{\text{SD-SW}}^{\text{AWGN}}$ aumenta com a SNR até atingir o valor da entropia da entrada X , $H_e(X)$. Com o aumento da SNR, no entanto, aumenta-se também a diferença entre a MI obtida com os formatos de modulação e o limite de Shannon. Interessantemente, a medida que $M \rightarrow \infty$, em regime de alta SNR uma penalidade assintótica de $\pi e/6 \approx 1.53$ (dB) em termos de SNR é atingida entre o valor da MI obtida e o limite de Shannon [1, Seç. IV-B],[2, Fig. 1]. Essa penalidade é comumente conhecida como *shaping gap* e ocorre pelo fato de que as constelações M -QAM usadas não possuem um formato gaussiano [2]. De modo similar, é possível afirmar que o *shaping gap* é uma perda de energia proveniente do não uso de constelações gaussianas. Então, observa-se que constelações M -QAM (quadradas) com distribuição de probabilidade uniforme são subótimas quando utilizadas em canais AWGN.

Em tese, as discussões acima abordam perdas que se aplicam a sistemas que usam decodificadores SD-SW, já que a MI é uma AIR para tais sistemas. Se porventura esquemas de CM baseados em decodificadores SD-BW são utilizados, mantendo as mesmas características das constelações e do canal, perdas adicionais são esperadas pelas razões mencionadas na seção

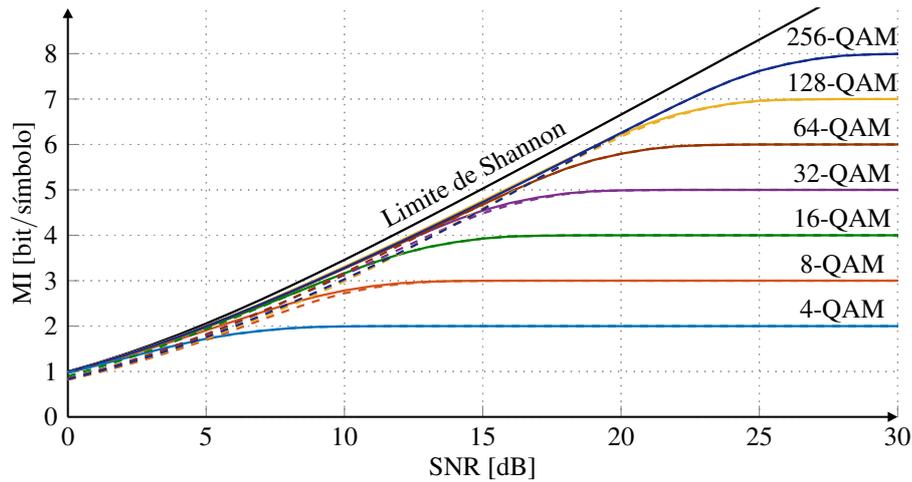


Figura 15 – Avaliações numéricas da MI (linhas sólidas) e da GMI (linhas tracejadas) sob um canal AWGN para formatos M -QAM com constelações quadradas e símbolos equiprováveis. Quando avaliada para constelações M -QAM com essas características a MI, que representa uma AIR para sistemas com decodificadores SD-SW, apresenta uma penalidade assintótica com relação ao limite de Shannon. Em regime de alta SNR essa penalidade atinge $\pi e/6 \approx 1,53$ dB quando $M \rightarrow \infty$. Penalidades adicionais são observadas com a GMI, a qual representa uma AIR para sistemas com decodificação SD-BW.

anterior (exceto para o caso da constelação 4-QAM com mapeamento de Gray). A GMI é uma AIR válida para decodificadores SD-BW. Para um canal AWGN e com constelações M -QAM de distribuição de probabilidade uniforme, as LLRs em (3.21) podem ser calculadas como

$$\gamma_i^{\text{AWGN}} = \log \left[\frac{\sum_{i \in \mathcal{J}_1^l} e^{-|y-x_i|^2/(2\sigma_\eta^2)}}{\sum_{j \in \mathcal{J}_0^l} e^{-|y-x_j|^2/(2\sigma_\eta^2)}} \right], \quad (3.30)$$

e usando (3.22), AIRs podem ser calculadas. A Fig. 15 também mostra a avaliação de (3.22) com base em (3.30) por meio da aproximação de Monte Carlo [72, Eq. 34]. Mapeamento de Gray foi considerado e os resultados são indicados pelas curvas tracejadas. Para a constelação 4-QAM os resultados em termos de MI e GMI são iguais. Como discutido em [76, Cap. 4], isto ocorre devido ao fato de que a detecção de uma constelação 4-QAM pode ser decomposta na detecção de duas constelações de modulação por chaveamento binário de fase (*binary phase shift keying* - BPSK) quando é utilizado um mapeamento de Gray e considera-se o ruído aditivo independentemente adicionado em cada uma das componentes dos símbolos.

3.2.1 Formatação de Constelação

Os resultados para as constelações M -QAM na Fig. 15 refletem casos em que são utilizados esquemas FEC com códigos capazes de atingir a capacidade (*capacity-achieving*) e com palavras-código suficientemente longas, possivelmente impraticáveis. É importante ressaltar que progressos fundamentais foram feitos quanto ao desenvolvimento de *capacity-achieving* FECs. Exemplos são os avanços no desenvolvimento de códigos Turbo e LDPC [80, 81]. No entanto, na prática penalidades são esperadas devido às limitações de realização de palavras-

código extensas e de decodificadores ótimos.³

De fato, a redução das penalidades com relação ao limite de capacidade do canal está intimamente relacionada ao esquema de codificação empregado, mas não se limita a isso. Há uma estratégia que pode se somar aos esquemas de codificação visando a operação mais próxima ao limite de capacidade do canal. De acordo com a teoria da informação, os sistemas podem explorar técnicas de formatação de constelação para tal finalidade.⁴ Técnicas de formatação de constelação tem por objetivo atribuir a uma determinada constelação características que a aproximem daquela que maximiza a AIR do canal (ou que atinge a capacidade do canal). No caso da comunicação sob o canal AWGN, técnicas de formatação de constelação modificam as constelações de modo que estas se assemelhem a uma distribuição gaussiana (truncada), já que esta é a distribuição que maximiza a MI para o canal AWGN. De fato, codificação e formatação de constelação são duas etapas separáveis e complementares de um sistema com CM, e que juntas permitem operar próximo ao limite de capacidade do canal [2, Seç. II-D].

Esquemas de formatação de constelação podem ser classificados de acordo com duas abordagens distintas: a formatação geométrica (*geometric shaping* - GS) e a formatação probabilística (*probabilistic shaping* - PS). A técnica de GS gera constelações com símbolos equiprováveis, porém, em uma grade de distâncias euclidianas não uniformes [83]. De maneira simplificada, dada uma cardinalidade requerida, GS otimiza a posição dos símbolos de modo a prover ganhos em termos de uma métrica (MI ou GMI, por exemplo). Por outro lado, PS atribui uma distribuição de probabilidade não uniforme aos símbolos de uma constelação, mantendo inalteradas as distâncias relativas entres os mesmos [4, 11, 15, 16, 38]. Ambas as técnicas permitem atingir ganhos iguais ao *shaping gap* de $\pi e/6 \approx 1.53$ (dB) associado a constelações M -QAM sob o canal AWGN a medida que a ordem da constelação utilizada aumenta ($M \rightarrow \infty$).

3.3 Formatação de Constelação em Sistemas Ópticos Coerentes

Como apresentado na Seção 2.2.4, o canal óptico pode ser modelado como um canal AWGN em sistemas de longas distâncias sem a compensação de dispersão cromática ao longo do enlace. Sistemas ópticos coerentes são tipicamente baseados em formatos M -QAM com símbolos que seguem uma distribuição de probabilidade a-priori uniforme. Então, assumindo esquemas de codificação ideais, as penalidades observadas na Fig. 15 são esperadas devido à utilização de constelações não gaussianas. De fato, como em outros sistemas de comunicação, esforços iniciais visaram atingir altos ganhos em transmissões ópticas por meio da introdução de esquemas de codificação FEC e de modulação de alta ordem. Com a maturidade desses esquemas, a possibilidade de alcance de ganhos adicionais por meio de formatação de constelação tem recebido considerável atenção nos últimos anos. E ambas as técnicas GS e PS têm sido exploradas.

³ A Seção 8.3 em [54] apresenta uma discussão sobre esse assunto.

⁴ Na literatura, formatação de constelação ou *constellation shaping* são chamados também de *signal shaping* [82], ou simplesmente *shaping* [4].

Além de prover ganhos em termos de AIRs, técnicas de formatação de constelação são avaliadas como plataformas propícias ao controle adaptativo de taxas de transmissão.

Um dos primeiros trabalhos a tratar sobre GS no âmbito de sistemas ópticos é apresentado em [84], em que são usadas constelações geradas com modulação polar iterativa (*iterative polar modulation* - IPM). As primeiras demonstrações experimentais foram reportadas em [85] e [86]. Em [85], os autores também empregaram constelações IPM. Já em [86], realizou-se a transmissão de sinais gerados a partir da modulação de superposição deslocada por fase (*phase-shifted superposition modulation* - PSM). Em todos os referidos casos, as constelações foram otimizadas para se assemelharem a fontes gaussianas.

A utilização de GS incorre em algumas considerações práticas importantes. O mapeamento entre bits e símbolos em aplicações de GS pode não ser trivial em certos casos, demandando uma otimização conjunta do mesmo com a posição dos símbolos. Além disso, como constelações geradas por GS possuem símbolos espaçados de maneira não uniforme no plano cartesiano, impõe-se a necessidade de uso de DACs e ADCs com alta resolução de modo a ser possível distinguir satisfatoriamente os distintos níveis de amplitude. Essa mesma não uniformidade das constelações pode conduzir ao aumento da complexidade dos algoritmos de DSP, principalmente no receptor. Também, é comumente mencionado que a realização de adaptação de taxas de transmissão por meio de GS é custosa, o que acaba sendo também um ponto negativo a sua adesão em sistemas práticos. Todavia, em [87] apresenta-se uma estratégia baseada em GS que permite a alteração de taxa de uma forma menos complexa.

Em contrapartida, a combinação de PS e a codificação FEC não é trivial. De fato, a aplicação de PS compreende a atividade de, a partir de bits de informação (uniformemente distribuídos) que devem ser transmitidos, serem geradas sequências de símbolos que seguem uma determinada distribuição de probabilidade (não uniforme). É então necessário o uso de uma estrutura capaz de realizar no transmissor o interfaceamento entre as sequências de bits e a distribuição requerida, e que no receptor essa operação possa ser desfeita por uma outra estrutura. De modo simplificado essas estruturas são aqui chamada de codificador PS e decodificador PS, seguindo [88, Fig. 1][6, Fig. 2]. É preciso garantir que a distribuição na entrada do canal seja aquela desejada pela aplicação de PS. A Fig. 16 ilustra um sistema genérico com aplicação de PS. Caso a aplicação de PS seja feita antes da codificação FEC, como indicado na Fig. 16(a), a distribuição de probabilidade pode ser alterada. Por outro lado, a realização de PS após a codificação FEC, como apresentado na Fig. 16(b), demanda que o tratamento dos sinais formatados seja feito no receptor antes do decodificador FEC, ou que ambas as tarefas sejam conduzidas conjuntamente. Se o tratamento é feito antes do decodificador FEC, a informação formatada não será protegida pela codificação. E o tratamento conjunto pode aumentar a complexidade dos sistemas. As primeiras aplicações de PS em sistemas ópticos foram apresentadas em [13] e [14] usando, respectivamente, as técnicas *trellis shaping* e *shell mapping* [4, 15, 16]. Em [20] explora-se a ideia do mapeamento *many-to-one* apresentada em [89, Seç. 6.2].

Recentemente, uma abordagem para a realização de PS conhecida como formatação

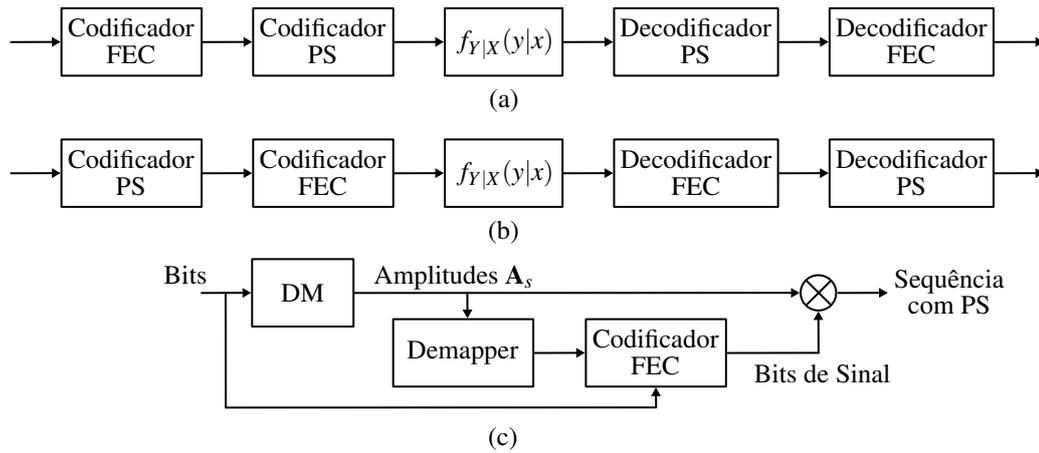


Figura 16 – Combinação de PS e codificação FEC. (a) A aplicação de PS é feita antes da codificação FEC. (b) A aplicação de PS é feita após a codificação FEC. (c) Arquitetura da abordagem PAS de realização de PS.

probabilística de amplitude (PAS) foi proposta [21]. Sua estrutura, mostrada na Fig. 16(c), possibilita a combinação eficiente de PS com códigos FEC comumente usados, como os códigos LDPCs, por meio do entrelaçamento das etapas de formatação e codificação. Um componente importante nessa estrutura é o casador de distribuição (*distribution matcher* - DM). Este é responsável por receber sequências binárias uniformes e convertê-las em sequências de amplitudes A_s positivas que estão associadas à distribuição probabilística requerida na entrada do canal. A redundância é inserida pela codificação (sistemática) como bits de sinal. A distribuição final é dada pela multiplicação das sequências A_s pelos sinais indicados pelos bits de redundância. Esse processo é feito de maneira separada para cada componente de um sinal complexo. Na recepção, torna-se necessária a utilização de um bloco que faz o processo inverso ao do DM após a decodificação. Inúmeros trabalhos têm avaliado o uso de PAS em sistemas ópticos coerentes, fazendo dessa abordagem a mais comum no contexto de PS em sistemas ópticos. Isso é motivado pelo fato de que o método PAS permite a operação próxima a capacidade do canal AWGN, além de que sua estrutura permite a adaptação da taxa de transmissão de maneira relativamente simples por meio da mudança da distribuição de probabilidade da constelação gerada, como demonstrado em [90]. Geralmente, PAS é combinado com constelações M -QAM em esquemas FEC binários com decodificação SD-BW, mas também é possível realizar sua utilização com esquemas FEC não binários e decodificação SD-SW.

A aplicação de PS em sistemas ópticos também possui algumas questões práticas. A realização em tempo real de um DM é complexa. Algumas estratégias têm sido propostas com a finalidade de superar tal limitação. Outro ponto é que existe na recepção uma propagação de erros causada pela integração de FEC e PS [91, 92]. Além disso, pode ser necessário adequar algoritmos de DSP às transmissões com PS, como avalia esta tese.

Em termos de AIR, ambos os métodos GS e PS atingem valores similares, apesar de que PS tem sido ligeiramente superior em alguns cenários [90]. De fato, não há uma estratégia claramente superior para a aplicação de formatação de constelação em sistemas ópticos. Contudo, PS mostra-se como a mais proeminente das alternativas devido a maior facilidade em termos de

mudança de taxa de transmissão. Também, atualmente descobriu-se que a aplicação de PAS em blocos otimizados pode contribuir para a compensação de NLIs [93].

Na sequência desta tese assume-se a realização de formatação de constelação por meio de PS. Salienta-se que a aplicação de PS é avaliada em âmbito geral, não sendo assumida nenhuma estratégia específica de realização do mesmo (por exemplo, PAS, *trellis shaping* ou *shell mapping*). De fato, as análises feitas neste trabalho não analisam o mapeamento entre bits e símbolos. São diretamente gerados símbolos de acordo com uma determinada distribuição de probabilidade. Considera-se sempre que o canal é AWGN.

3.3.1 Probabilistic Shaping

Em sistemas ópticos coerentes PS é comumente aplicado a formatos M -QAM. A determinação da distribuição de probabilidade a ser usada como base para a aplicação de PS pode ser feita por meio do algoritmo iterativo de Blahut-Arimoto [94, 95]. Entretanto, seu uso está associado a um alto custo computacional que cresce com a cardinalidade das constelações. Por exemplo, simulações usando o método SSFM precisam ser feitas a cada iteração do algoritmo para a determinação da distribuição ótima para uma dada condição do canal. Devido à possibilidade de modelagem do canal óptico como um canal AWGN, PS é tipicamente aplicado de acordo com a distribuição de Maxwell-Boltzmann (MB). Esta se assemelha a uma distribuição gaussiana discreta finita. Diferentemente de uma distribuição gaussiana contínua, a qual maximiza tanto a entropia $H_e(X)$ da fonte quanto a MI $I(X;Y)$ para uma dada restrição de potência $E\{|X|^2\} \leq P$, é provado que a distribuição de MB maximiza a entropia da fonte para uma dada restrição de potência, como discutido em [38, Seç. IV]. A AIR pode ser maximizada com base no algoritmo de Blahut-Arimoto. Contudo, a aplicação de PS por meio da distribuição de MB produz resultados que são muito similares à capacidade de um canal AWGN [21].

A probabilidade de ocorrência de um símbolo x_i pertencente ao alfabeto $\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$, $p_X(x_i)$ é dada pela distribuição de MB como [38, Seç. IV]

$$p_X(x_i) = \frac{e^{-\lambda|x_i|^2}}{\sum_{l=1}^M e^{-\lambda|x_l|^2}}, \quad (3.31)$$

em que $\lambda \geq 0$ é o fator de formatação, o qual controla a distribuição de probabilidade dos símbolos. Além de produzir resultados próximos aos obtidos com a distribuição ótima (gaussiana), a distribuição de MB possui a vantagem de ser controlado por meio de um único parâmetro, λ . Essa distribuição atribui probabilidades maiores de ocorrência aos símbolos de menor energia da constelação de acordo com λ . Ademais, todos os símbolos de um mesmo raio são associados às mesmas probabilidades.

O fator de formatação, de maneira mais específica, controla o compromisso entre a redução na energia média da constelação e a entropia $H_e(X)$ da fonte. A escolha desse parâmetro deve ser feita cuidadosamente, já que seu valor ótimo varia de acordo com a potência do sinal, o formato de modulação e a SNR. No caso em que $\lambda = 0$, a distribuição de MB produz

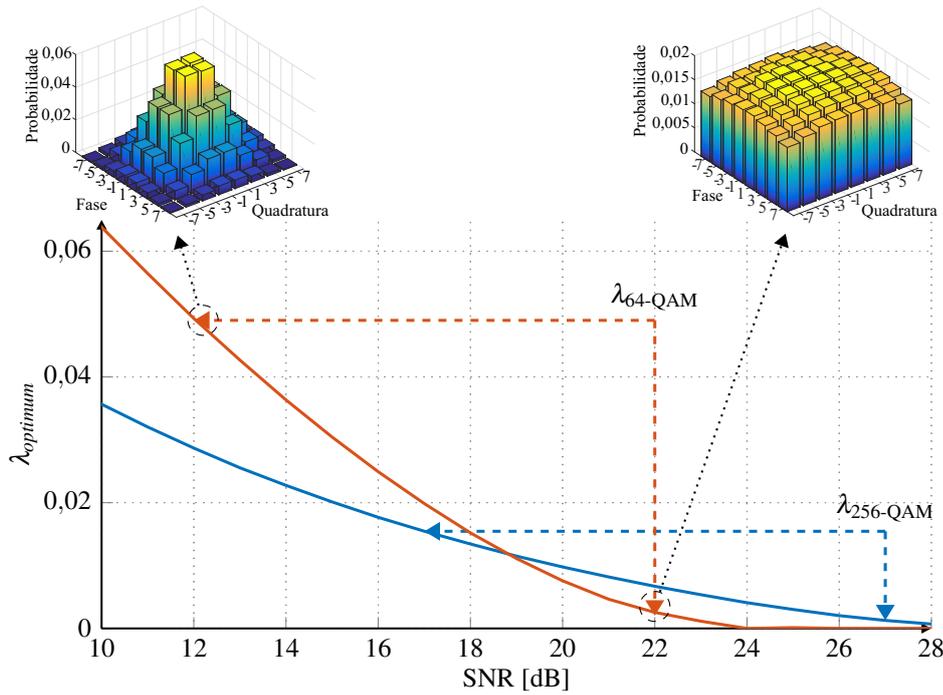


Figura 17 – $\lambda_{optimum}$ em função da SNR para os formatos PS-64-QAM e PS-256-QAM. As constelações foram geradas com componentes em fase e quadratura que seguem $\pm(2i+1)$, $i = 0, 1, \dots, \sqrt{M}/2 - 1$. As linhas tracejadas indicam os valores de SNR e λ para os quais é vantajosa a utilização de PS nos referidos formatos de modulação. Mais detalhes são apresentados na Fig. 18. As linhas pontilhadas apontam para o histograma dos símbolos de uma constelação PS-64-QAM quando se aplica PS.

probabilidades idênticas para todos os símbolos, caracterizando transmissões uniformes. A medida que λ aumenta, a probabilidade de ocorrência dos símbolos nos raios de maior energia são reduzidas. Quando $\lambda \rightarrow \infty$, somente os símbolos pertencentes ao raio mais interno da constelação são transmitidos.

A máxima AIR para um determinado canal e distribuição de probabilidade é dada pela MI, a qual pode ser atingida com sistemas baseados em decodificadores SD-SW. Para uma distribuição $p_X(x)$ e o canal AWGN, (3.9) pode ser escrita como

$$I_{\text{PS}}^{\text{AWGN}} = \sum_{i=1}^M p_X(x) \int_{\mathcal{H}} f_{H_\eta}(\eta) \log_2 \frac{1}{\sum_{j=1}^M p_X(x_j) e^{-\left(|x_i - x_j|^2 + 2\Re\{\eta(x_i - x_j)\}\right)/(2\sigma_\eta^2)}} d\eta. \quad (3.32)$$

É possível otimizar λ para constelações M -QAM tal que a MI em (3.32) seja maximizada. Esses valores ótimos para o canal AWGN assumindo a distribuição de MB são indicados ao longo deste trabalho como $\lambda_{optimum}$. Como exemplo, a Fig. 17 apresenta $\lambda_{optimum}$ em função da SNR para os formatos 64-QAM e 256-QAM. Assume-se neste trabalho que a aplicação de PS modifica a probabilidade a-priori dos símbolos, mas mantém suas localizações no plano complexo, as quais são dadas em fase e quadratura por $\pm(2i+1)$, $i = \{0, 1, \dots, \sqrt{M}/2 - 1\}$. Isso influencia diretamente o parâmetro λ , embora a distribuição $p_X(x_i)$ dependa unicamente da SNR.

A Fig. 18 compara a MI obtida com constelações M -QAM associadas a uma distribuição de probabilidade uniforme, $\lambda = 0$ (linhas tracejadas), e formatadas de acordo com

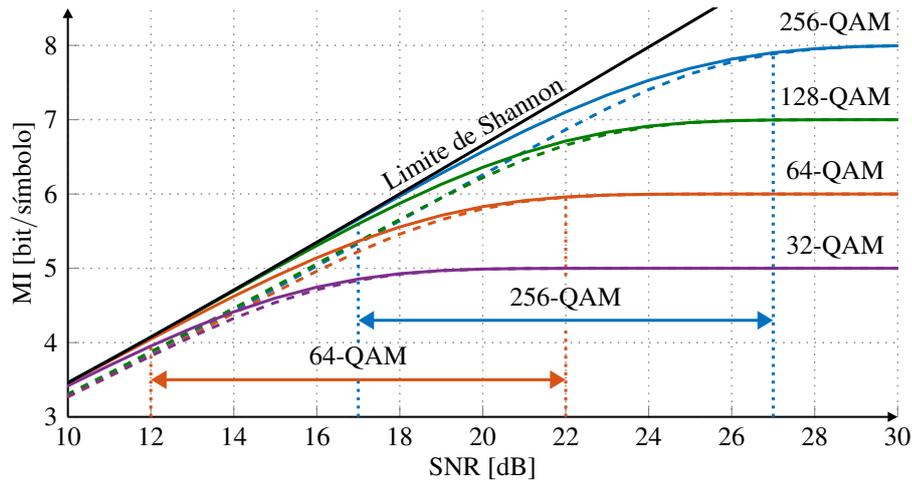


Figura 18 – MI em função da SNR para formatos M -QAM usando constelações de símbolos equiprováveis (linhas tracejadas) e com PS (linhas sólidas), assumindo um canal AWGN. A aplicação de PS segue a distribuição de MB com $\lambda_{optimum}$ para todos os casos. As linhas verticais tracejadas apresentam os intervalos nos quais a aplicação de PS é vantajosa para os formatos 64-QAM e 256-QAM.

os valores de $\lambda_{optimum}$ (linhas sólidas). Os resultados mostrados podem ser obtidos de maneira numérica usando, respectivamente, (3.29) e (3.32). De modo geral, é possível observar que PS possibilita operar de maneira mais próxima ao limite de Shannon (linha sólida preta) quando comparada ao caso de constelações com símbolos equiprováveis. A medida que $M \rightarrow \infty$, os ganhos decorrentes da aplicação de PS se aproximam de $\pi e/6 \approx 1.53$ dB (no canal AWGN).

Outro ponto importante é que a Fig. 18 facilita a avaliação do intervalo de SNRs para os quais é vantajosa a aplicação de PS a um determinado formato de modulação. Para o caso com o formato 64-QAM, por exemplo, não se indica a aplicação de PS para SNRs superiores a 22 dB, já que as constelações com distribuição equiprovável e formatada atingem os mesmos valores de MI. Também, a aplicação de PS não é vantajosa para SNRs inferiores a 12 dB, pois usando o formato PS-32-QAM é possível obter-se desempenho similar em termos de MI. E isso potencialmente com menores penalidades de implementação, já que a cardinalidade da constelação diminui. Uma análise análoga pode ser feita para o formato 256-QAM, para o qual o intervalo de interesse se estende de 17 dB a 27 dB. Na Fig. 17 são também destacados os intervalos de λ para os quais se indica a aplicação de PS para os referidos formatos de modulação. Para o formato PS-64-QAM, λ está no intervalo de aproximadamente 0 a 0,05 e para o formato PS-256-QAM, os valores deste parâmetro estão no intervalo de 0 a 0,015. É importante salientar que, a medida que a SNR aumenta, a magnitude da formatação aplicada às constelações é reduzida, aproximando-se do caso uniforme indicado por $\lambda = 0$.

3.3.2 Avaliação de Desempenho de Sistemas com PS

Em sistemas ópticos, taxas de erro de bit (*bit error rates* - BERs) na ordem de 10^{-15} são requeridas após a decodificação FEC. As avaliações de desempenho são frequentemente

feitas sem a presença de esquemas FEC, pois seriam muito complexas e longas caso contrário, já que no mínimo 10^{17} bits teriam que ser gerados e transmitidos [54, Cap. 8]. Isso faz necessário o uso de uma metodologia de predição da BER pós-FEC por meio de alguma estatística pré-FEC suficiente. Diversos trabalhos tem demonstrado que a análise de desempenho baseada na BER pré-FEC, tradicionalmente usada em sistemas com esquemas FEC baseados em HD, é insuficiente para a predição do desempenho pós-FEC quando esquemas SD são usados [67, 78]. Por outro lado, o uso de AIRs para a avaliação desses sistemas tem se popularizado. AIRs estão intimamente relacionadas ao conceito de codificação [72]. Por meio de avaliações pré-FEC de AIRs e curvas pré-calculadas para esquemas FEC específicos é possível inferir a BER pós-FEC.⁵

A AIR em (3.32) é válida no contexto de sistemas capazes de gerar na entrada do canal a distribuição $p_X(x)$ e que empreguem decodificadores SD-SW ótimos. Como discutido anteriormente, o método PAS é usualmente combinado a esquemas FEC binários com decodificação SD-BW. Nesse caso, a AIR é dada pela taxa de decodificação com métrica binária (*bit-metric decoding* - BMD) [96, Eq. 8.17]. A partir da GMI em (3.18), uma expressão similar a taxa BMD é obtida em [6, Eq. 13]. Como consequência disso, muitos trabalhos acerca de PS em sistemas ópticos usam métricas como a taxa BMD ou a GMI (ou ainda sua versão normalizada [6, Seç. III-C]) para a avaliação dos resultados. Todavia, é possível explorar a estrutura do PAS em conjunto com esquemas FEC não binários e decodificação SD-SW. De fato, a MI $I(X;Y)$ também é uma AIR para sistemas que empregam PAS, como discutido em [97, Seç. III-A] e [12], desde que decodificação SD-SW seja empregada. Como a presente tese enfoca na avaliação do efeito de PS na cadeia de algoritmos de DSP e não se assume para isto nenhuma estrutura específica de realização de PS, a MI será usada como métrica ao longo dos capítulos. No que concerne ao funcionamento dos algoritmos de DSP, os resultados aqui obtidos não tem aplicação limitada devido ao uso da MI como métrica de avaliação das AIRs. Todavia, ressalta-se que o desempenho global dos sistemas é, de fato, dependente da forma de realização de PS.

Em simulações ou experimentos, a MI em (3.9), a qual é uma AIR para sistemas com decodificação SD-SW e, portanto, será indicada a seguir com o símbolo I_{SD-SW} , pode ser estimada como [74, 98]

$$I_{SD-SW} \approx \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \log_2 \left[\frac{f_{Y|X}(y[k]|x[k])}{\sum_{j=1}^M p_X(x_j) f_{Y|X}(y[k]|x_j)} \right], \quad (3.33)$$

em que $x[k]$ são os símbolos transmitidos e $y[k]$ são os símbolos na saída da cadeia de algoritmos de DSP, para $k = \{1, 2, \dots, N_s\}$, em que N_s é o número de símbolos transmitidos/recebidos. A precisão das estimativas é diretamente relacionada a N_s [98]. De maneira similar, assumindo um canal auxiliar $g_{Y|X}(y|x)$ a estimativa em (3.33) se torna

$$\tilde{I}_{SD-SW} \approx \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \log_2 \left[\frac{g_{Y|X}(y[k]|x[k])}{\sum_{j=1}^M p_X(x_j) g_{Y|X}(y[k]|x_j)} \right], \quad (3.34)$$

⁵ Uma discussão aprofundada sobre a avaliação de sistemas com base em AIRs é apresentada em [54, Cap. 8].

em que, como em (3.16), o til foi adicionado a $\tilde{I}_{\text{SD-SW}}$ para indicar o uso de um canal auxiliar.

É comum que o canal auxiliar $g_{Y|X}(y|x)$ seja modelado com um canal AWGN. Nesse caso, tem-se que [90, Seç. III-B]

$$g_{Y|X}(y|x) = \frac{1}{2\pi\sigma_\eta^2} e^{-|y-hx|^2/(2\sigma_\eta^2)}, \quad (3.35)$$

em que σ_η^2 é a variância do ruído por dimensão e h é um fator multiplicativo. Considerar h é importante porque simulações e experimentos produzem saídas $y[k]$ que são aproximadamente a soma do sinal e do ruído sem discriminar entre as respectivas potências. Estimativas de h e σ_η^2 são geradas com base nos símbolos transmitidos e recebidos conforme

$$\hat{h} = \frac{\sum_{k=1}^{N_s} x^*[k]y[k]}{\sum_{k=1}^{N_s} |x[k]|^2}, \quad (3.36)$$

e

$$\hat{\sigma}_\eta^2 = \frac{1}{2N_s} \sum_{k=1}^{N_s} |y[k] - \hat{h}x[k]|^2. \quad (3.37)$$

Com \hat{h} e $\hat{\sigma}_\eta^2$, é possível então usar (3.34) com $g_{Y|X}(y|x)$ dada em (3.35) para estimar $\tilde{I}_{\text{SD-SW}}$. Se $f_{Y|X}(y|x)$ representa um canal AWGN, o mesmo procedimento pode ser realizado.⁶ As análises referentes à PS nesta tese assumem um regime linear de propagação em que o canal óptico pode ser satisfatoriamente modelado como AWGN.

⁶ Métodos para estimação de AIRs no caso de decodificadores SD-BW podem ser encontrados em [72].

Capítulo 4

Algoritmos de DSP aplicados a Sistemas Ópticos Coerentes Digitais

A Fig. 19 ilustra a cadeia de algoritmos de DSP, objeto de análise deste capítulo, tipicamente usada em receptores coerentes digitais juntamente com a etapa de decodificação CM. A recepção coerente é capaz de mapear, do domínio óptico para o elétrico, informações de amplitude, fase, frequência e polarização. Algumas das vantagens decorrentes disso são as possibilidades de, no domínio digital, se mitigar distorções sofridas pelos sinais durante a transmissão e se alcançar a completa coerência da recepção.

O objetivo da etapa de compensação de *skew*, primeira da cadeia de DSP, é o de garantir o alinhamento temporal dos sinais $r_{I,H}[k]$, $r_{Q,H}[k]$, $r_{I,V}[k]$ e $r_{Q,V}[k]$ provenientes do *front-end* do receptor. Na sequência, a etapa de ortogonalização tenta restaurar o balanceamento entre as componentes de fase *I* e quadratura *Q* de cada uma das polarizações, além de normalizá-las para energia unitária. As componentes na saída dessa etapa são combinadas em sinais complexos $r_H[k]$ e $r_V[k]$ referentes às polarizações *H* e *V* de detecção, respectivamente, e então submetidas à compensação de CD. Os ADCs costumemente operam de maneira independente da temporização no receptor, o que expõe o processo de amostragem a erros de taxa e de instante de amostragem. Para que seja garantido o processamento síncrono dos sinais recebidos, se faz necessário então o emprego de uma etapa de recuperação de relógio. É válido mencionar que esta etapa pode ser realocada para outras posições da cadeia de DSP. A finalidade da próxima etapa, denominada de equalização adaptativa, é a de mitigar efeitos do canal óptico que são variantes no tempo e dependentes da polarização, como a PMD. Além disso, essa etapa tenta desfazer a combinação linear e permitir a separação dos sinais transmitidos nas polarizações *H* e *V*, bem como compensar efeitos lineares residuais.

As duas etapas seguintes da cadeia de DSP visam atingir a coerência da recepção por meio da recuperação da portadora. A primeira dessas etapas consiste na recuperação de frequência da portadora (CFR), que se subdivide em estimação e compensação do deslocamento de frequência causado por eventuais diferenças nas frequências de operação dos lasers transmissor e oscilador local. Em algumas soluções, o deslocamento de frequência é compensado antes

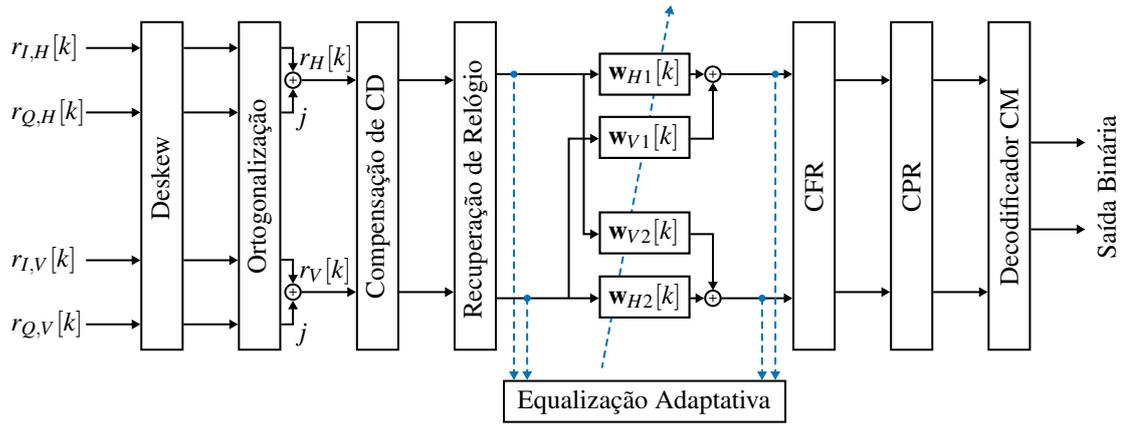


Figura 19 – Cadeia de algoritmos de DSP usada em receptores coerentes digitais. Adaptada de [54]

da mitigação da CD, apesar da estimação do mesmo ser feita após a equalização adaptativa. A segunda dessas etapas estima e mitiga o ruído de fase presente nos sinais e é chamada de recuperação de fase da portadora (*carrier phase recovery* - CPR). Os sinais na saída da cadeia de DSP são então enviados para o decodificador CM. Como discutido na Seção 2.3, os sistemas ópticos tipicamente realizam o processamento de sinais com 2 amostras por símbolo (*samples per symbol* - SpS). Assume-se que os sinais já possuem então a referida taxa.

4.1 Compensação de Skew

Nos receptores, os caminhos percorridos pelos sinais das polarizações H e V e suas respectivas componentes I e Q entre o *front-end* óptico e a amostragem podem exibir distâncias ligeiramente distintas. Como consequência, os ADCs estão sujeitos a produzir amostras de sinais que estão temporalmente desalinhados. Esse desalinhamento temporal entre os sinais é comumente conhecido como *skew* e, por produzir distorções nas constelações recebidas, induz a perdas de desempenho nas transmissões. A etapa de compensação de *skew*, por sua vez, tem por objetivo mitigar esse efeito com base nas amostras geradas.

A Fig. 20 ilustra esse problema considerando um sinal recebido em polarização única. Na Fig. 20(a) são apresentadas as partes real e imaginária do sinal. Os caminhos percorridos por cada uma das componentes que envolve o *front-end* óptico, o TIA e o ADC apresentam distâncias diferentes e amostras são produzidas a partir dos sinais que possuem um atraso mútuo, como indicado na Fig. 20(b). O atraso temporal pode ser representado em termos do período de amostragem T_{ADC} como

$$\tau_{\text{skew}} = mT_{\text{ADC}} + \mu_{\text{skew}}T_{\text{ADC}}, \quad (4.1)$$

em que m é um número inteiro e μ_{skew} é um valor fracionário ($0 < \mu_{\text{skew}} < 1$) [99]. A parcela inteira iT_{ADC} do atraso pode ser facilmente corrigida por meio de um deslocamento de amostras, mas a parcela fracionária $\mu_{\text{skew}}T_{\text{ADC}}$ requer a interpolação das amostras. É interessante salientar que o atraso entre as componentes é usualmente conhecido, não necessitando de estimação.

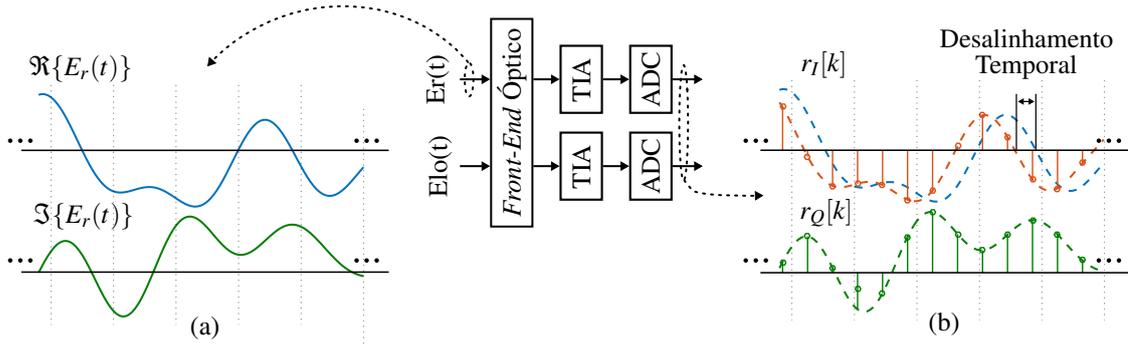


Figura 20 – Ilustração do desalinhamento temporal (*skew*) entre as componentes I e Q do sinal após a amostragem. (a) Componentes em fase $\Re\{E_r(t)\}$ e quadratura $\Im\{E_r(t)\}$ do sinal recebido. (b) Componentes em fase $r_I[k]$ e quadratura $r_Q[k]$ com desalinhamento temporal. Adaptada de [54].

É comum que a etapa de compensação de *skew* seja baseada em interpolação das amostras com coeficientes definidos de acordo com polinômios de Lagrange [100]. Em sistemas com multiplexação de polarização assume-se um dos quatro sinais provenientes do *front-end* óptico como referência para o cálculo de atrasos relativos. Para um determinado atraso τ_{skew} definido como em (4.1), os $N_L + 1$ coeficientes de um polinômio de Lagrange de ordem N_L podem ser calculados como

$$L_i(\tau_{\text{skew}}) = \prod_{l=-\lfloor N_L/2 \rfloor + m, l \neq i}^{N_L - \lfloor N_L/2 \rfloor + m} \frac{-\mu_{\text{skew}} - l}{i - l}, \quad (4.2)$$

em que, além da parcela fracionária μ_{skew} do atraso, o número inteiro m também é considerado e $(-\lfloor N_L/2 \rfloor + m < i < N_L - \lfloor N_L/2 \rfloor + m)$. Neste caso, a correção do atraso τ_{skew} é dada por

$$\mathbf{r}_{\text{out}}[k] = \mathbf{L}^T(\tau_{\text{skew}})\mathbf{r}[k] \quad (4.3)$$

em que $\mathbf{r}[k] = \{r[-\lfloor N_L/2 \rfloor], r[-\lfloor N_L/2 \rfloor + 1], \dots, r[k], \dots, r[\lfloor N_L/2 \rfloor - 1], r[\lfloor N_L/2 \rfloor]\}^T$, $\mathbf{L}(\tau_{\text{skew}})$ é um vetor com os coeficientes calculados segundo (4.2) e $(\cdot)^T$ indica a operação transposto. A interpolação descrita em (4.3) pode ser realizada por meio de filtros de resposta ao impulso finita (*finite-impulse response* - FIR) com números de coeficientes variando entre 4 e 10 [100].

Na literatura existem também outras estratégias de compensação de *skew*, como a discutida em [101], que propõe usar uma estrutura MIMO 4x2 de equalização adaptativa que também é capaz de lidar com o deslocamento temporal ou a compensação feita no domínio da frequência apresentada em [102].

4.2 Ortogonalização

Algumas imperfeições nos transmissores e receptores ópticos induzem desbalanceamentos entre as componentes de fase e quadratura dos sinais, causando a perda da ortogonalidade entre as mesmas [103]. Exemplos comuns dessas imperfeições são o incorreto controle do ponto de operação dos moduladores MZM e a utilização de divisores de potência, acopladores e

híbridas com irregularidades. Também, é possível citar o uso de fotodetectores com diferentes responsabilidades. O efeito prático dos desbalanceamentos é o aparecimento de distorções nos sinais que degradam o desempenho das transmissões, principalmente para formatos de modulação de alta ordem [104, Tab. I]. A etapa de ortogonalização tem por objetivo mitigar os desequilíbrios entre as componentes de fase e quadratura e então reduzir estas penalidades na transmissão.

Um algoritmo comumente empregado é o conhecido como procedimento de ortogonalização de Gram-Schmidt (Gram-Schmidt *orthogonalization procedure* - GSOP). O GSOP assume uma das componentes dos sinais como referência e então determina a alteração a ser feita na outra com o intuito de garantir a ortogonalidade entre as mesmas. Assumindo a componente em fase como referência, componentes ortogonais $r_I^{\text{Ort}}[k]$ e $r_Q^{\text{Ort}}[k]$ com energia unitária são geradas pelo GSOP como [103]

$$r_I^{\text{Ort}}[k] = \frac{r_I[k]}{\sqrt{\text{E}\{(r_I[k])^2\}}}, \quad (4.4)$$

$$r'_Q[k] = r_Q[k] - \frac{\text{E}\{r_I[k]r_Q[k]\}r_I[k]}{\text{E}\{(r_I[k])^2\}}, \quad (4.5)$$

$$r_Q^{\text{Ort}}[k] = \frac{r'_Q[k]}{\sqrt{\text{E}\{(r_Q[k])^2\}}}, \quad (4.6)$$

em que $r_I[k]$ e $r_Q[k]$ são respectivamente as componentes em fase e quadratura afetadas pelas imperfeições, $r'_Q[k]$ é a componente em quadratura não normalizada para energia unitária e $\text{E}\{\cdot\}$ indica a operação esperança.

O GSOP é capaz de compensar satisfatoriamente efeitos causados por imperfeições dos receptores, mas distorções residuais são observadas quando existem imperfeições relacionadas aos transmissores [104]. Para reduzir tais distorções, além do GSOP, estratégias mais sofisticadas são utilizadas. Em [105], por exemplo, discute-se o emprego de uma etapa extra de DSP baseada em filtragem adaptativa logo após a recuperação de fase.

4.3 Compensação de Dispersão Cromática

Em sistemas ópticos que fazem uso de receptores coerentes, a compensação da dispersão cromática (CD) acumulada ao longo de toda a propagação pode ser feita de maneira puramente digital. Algumas das vantagens associadas a esta abordagem são a não necessidade de módulos físicos de compensação a cada *span*, os quais possuem perdas consideráveis de inserção, bem como a redução de não linearidades decorrentes de fibras que compõem estes módulos.

A etapa de compensação digital de CD pode ser feita nos domínios temporal ou da frequência e, como a CD consiste em um efeito bem comportado, filtros estáticos são utilizados. No entanto, devido a questões de complexidade, a compensação temporal acaba sendo menos comum, principalmente em sistemas de longas distâncias [54, 104]. Por sua vez, a equalização

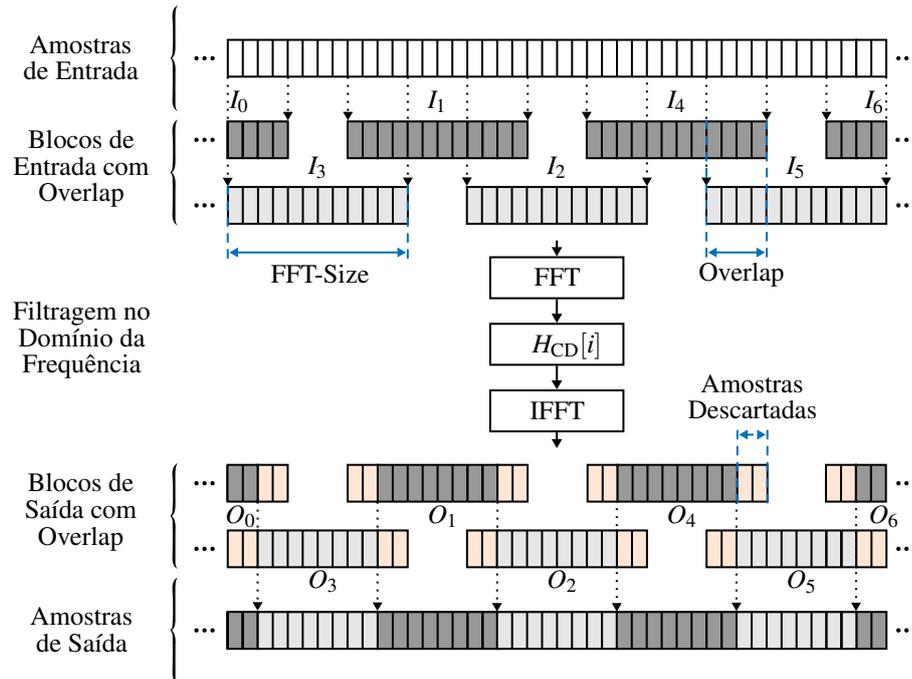


Figura 21 – Compensação de CD usando o método *overlap-save* de filtragem no domínio da frequência. As amostras de entrada são divididas em blocos I_k com *overlap*. Após a filtragem no domínio da frequência são obtidos blocos de saída O_k . Destes são descartadas algumas amostras dando então origem ao sinal de saída do processo. Adaptada de [54]

no domínio da frequência (*frequency domain equalization* - FDE) é realizada usualmente por meio de estratégias de filtragem como a *overlap-save*.

A Fig. 21 ilustra o processo *overlap-save*. A sequência de amostras recebidas é dividida em blocos de tamanho N_{CD} que se sobrepõem por $N_{overlap}$ amostras em cada uma das extremidades. Deste modo, o bloco $\mathbf{r}_{in}[n]$ possui $N_{overlap}$ amostras repetidas dos blocos $\mathbf{r}_{in}[n-1]$ e $\mathbf{r}_{in}[n+1]$. Calcula-se então a transformada de Fourier discreta (*discrete Fourier transform* - DFT) com N_{CD} pontos destes blocos que são posteriormente aplicados a um filtro H_{CD} , também de tamanho N_{CD} . Os coeficientes de H_{CD} são calculados como [54, 106]

$$H_{CD}[i] = e^{-j \frac{\pi D L \lambda^2}{c} \left(i \frac{2f_{Nyquist}}{N_{CD}} \right)^2}, \quad (4.7)$$

em que $-(N_{CD}/2) \leq i \leq (N_{CD}/2) - 1$ e $f_{Nyquist} = 1/(2T_{ADC})$ indica a frequência de Nyquist. Após a equalização, blocos de amostras no domínio temporal $\mathbf{r}_{out}[n]$ são obtidos por meio do cálculo da DFT inversa (*inverse discrete Fourier transform* - IDFT). Todo este processo resume-se ao cálculo de uma convolução circular que produz amostras com *aliasing* em ambas as extremidades dos blocos resultantes. Além disso, as extremidades dos blocos $\mathbf{r}_{out}[n]$ sofrem de interferência intersimbólica (ISI) causada por símbolos de blocos vizinhos. Contudo, a formação dos blocos $\mathbf{r}_{in}[n]$ com sobreposição de $N_{overlap}$ amostras em cada uma das extremidades garante a existência de amostras válidas e a continuidade no processamento do sinal recebido. Basta somente que parte das amostras de cada um dos blocos $\mathbf{r}_{out}[n]$ seja descartada após a equalização. É válido ressaltar que a FDE é feita de maneira independente em cada uma das polarizações,

mas usando filtros com os mesmo coeficientes, já que a CD afeta igualmente cada uma delas.

O parâmetro N_{overlap} está intimamente relacionado ao espalhamento temporal dos pulsos causado pela CD. Seu comprimento mínimo pode ser calculado com o auxílio da expressão empírica [65]

$$N_{\text{overlap}} \geq \lceil 6,67|\beta_2|LR_s^2\text{SpS} \rceil \quad (4.8)$$

em que β_2 é o parâmetro de GVD, R_s é a taxa de símbolos e SpS indica o número de amostras por símbolos no receptor. Por outro lado, o tamanho dos blocos N_{CD} , o qual é também o número de pontos usado no cálculo da DFT/IDFT, é tradicionalmente escolhido com o intuito de reduzir a complexidade de realização do FDE. Algoritmos de transformada rápida de Fourier (*fast Fourier transform* - FFT) e transformada rápida de Fourier inversa (*inverse fast Fourier transform* - IFFT) são usualmente utilizados para o cálculo da DFT e IDFT, respectivamente. Nesse caso, o número de multiplicações por símbolo para a realização do método *overlap-save* é dado por

$$N_{\text{mult}} = \frac{N_{\text{CD}}[C6\log_2(N_{\text{CD}}) + 3]}{N_{\text{CD}} - N_{\text{overlap}} + 1} \quad (4.9)$$

em que $C = 1/2$ caso as FFTs sejam calculadas segundo o algoritmo *radix-2* ou $C = 3/8$ se o algoritmo *radix-4* for utilizado. Então, é comum que N_{CD} seja escolhido de forma a minimizar o número de multiplicações realizadas N_{mult} [107].

4.4 Recuperação de Relógio

O processamento síncrono dos sinais recebidos é de suma importância para o desempenho das transmissões. No entanto, transmissores e receptores ópticos possuem temporização independente, o que expõe o processo de amostragem feito pelos ADCs na saída do *front-end* óptico a possíveis erros. Não somente é importante garantir que as amostras sejam produzidas com a taxa de amostragem R_a adequada, mas que estas também sejam tomadas nos pontos ótimos, isto é, na posição central do tempo de símbolo T_s que caracteriza o local de maior energia do símbolo transmitido. Disto decorrem os erros de fase e de frequência de amostragem. Se R_a está correta, mas existe um deslocamento temporal $\Delta\tau$ constante com relação ao ponto ótimo de amostragem, diz-se que o processo sofre de erros de fase de amostragem. Seu efeito prático é a possível degradação da SNR na recepção, aumentando a contribuição do ruído aditivo no desempenho final das transmissões. Por sua vez, quando R_a é diferente daquela desejada, indica-se a ocorrência de erros de frequência de amostragem. Esse tipo de erro, usualmente indicado em partes por milhão (*parts per million* - ppm), também faz com que os sinais sejam amostrados em posições não ótimas em uma espécie de erro na fase de amostragem, mas com a diferença de que este não é constante entre símbolos consecutivos [54, Cap. 7]. O funcionamento de etapas subsequentes é então severamente afetado. A etapa de recuperação de relógio tem por objetivo corrigir ambos os erros supracitados.

Existem inúmeras maneiras de se realizar a recuperação de relógio. Resumidamente, as diferentes estratégias podem ser classificadas de acordo com o método de extração de informa-

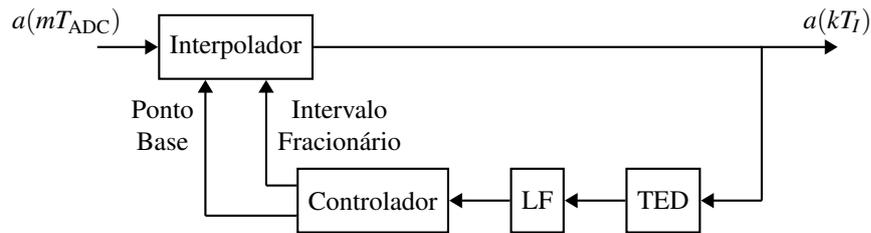


Figura 22 – Estrutura de um laço de realimentação digital travada em fase (*digital phase locked loop* - DPLL) tipicamente usado para a recuperação de relógio em sistemas ópticos coerentes.

ções de temporização (supervisionado ou não supervisionado), o tipo de sinal em que se baseiam (análogo ou digital) e a forma de correção dos eventuais erros (atuação direta sobre os ADCs, reamostragem no domínio digital ou combinação dessas opções) [49, Cap. 16][54, Cap. 7]. Os esquemas empregados em sistemas ópticos coerentes tipicamente exploram características do próprio sinal de dados para extrair informações de temporização de maneira não supervisionada. Além disso, a operação é comumente conduzida de maneira puramente digital, apesar de que algumas estratégias robustas combinam a atuação nos diretos ADCs com interpolações no domínio digital [108]. Nesta seção, somente a abordagem puramente digital será considerada.

Uma ilustração dos esquemas puramente digitais amplamente utilizados em receptores ópticos coerentes é apresentada na Fig. 22. Esta estrutura é chamada de laço de realimentação digital travada em fase (*digital phase locked loop* - DPLL). O sinal discreto proveniente de etapas anteriores com amostras produzidas pelo ADC a cada período T_{ADC} , $a(mT_{ADC})$, é primeiramente aplicado a um interpolador, o qual produz amostras a cada instante T_I , $a(kT_I)$. O tempo entre amostras T_I é ditado por informações de outros blocos que compõem o DPLL. O detector de erro de temporização (*timing error detector* - TED) gera um sinal e_{TED} que é um indicativo do erro (de fase) na amostragem. Após isso, e_{TED} é processado por um filtro de malha (*loop filter* - LF), o qual gera um sinal que determina a dinâmica do DPLL. Por fim, um controlador traduz o sinal produzido no LF em informações úteis ao interpolador: um ponto base e um valor fracionário de interpolação. Os ajustes na atuação do interpolador são feitos visando aproximar T_I do tempo entre amostras desejado $T_a = 1/R_a$. Em sistemas ópticos, a taxa de amostragem desejada é tipicamente $R_a = 2R_s$, produzindo assim sinais discretos com 2 SpS. Então, espera-se que o processamento iterativo feito pelo DPLL convirja de modo que $T_I \approx T_a = T_s/2$.

Um ponto importante consiste no posicionamento da etapa de recuperação de relógio na cadeia de DSP. É comum que essa seja inserida entre as etapas de compensação de CD e de equalização adaptativa, como considerada neste trabalho. Contudo, dependendo do projeto do TED, a recuperação de relógio pode ser realizada junto à compensação de CD [109, Fig. 2], ou em um laço que envolve a etapa de equalização adaptativa [44]. De fato, neste último caso, o TED é posicionado logo na saída da etapa de equalização, porém, a interpolação é feita antes da mesma. Ademais, em sistemas que usam multiplexação de polarização e realizam o ajuste da amostragem antes da equalização adaptativa, a operação do TED pode ser feita combinando os sinais transmitidos em cada uma das polarizações, o que é particularmente interessante no cenário

com PMD [109–111]. Nesse caso, apesar de serem necessários interpoladores exclusivos para cada polarização, existe um único ramo de realimentação composto pelo TED, LF e controlador. Na sequência desta seção, cada um dos blocos da Fig. 22 será discutido considerando que o DPLL opera sobre blocos de N_c amostras. Por questões de simplificação, considera-se a operação dos TEDs com informações provenientes de uma única polarização.

4.4.1 Estratégias de Estimação do Erro de Temporização

Em estratégias de recuperação de relógio baseadas em DPLL, o TED é usado no caminho de realimentação para prover um sinal de indicação do erro de temporização, e_{TED} [112]. Entre as diversas possibilidades, o detector de erro de temporização de Gardner (G-TED) é uma solução simples, porém, eficiente e que apresenta a positiva característica de ser insensível a ruídos de fase da portadora [113]. O G-TED requer uma sequência com 2 SpS para que seja possível realizar a extração de informações de temporização. Assumindo um paradigma de operação em blocos de tamanho N_c , a indicação do erro de temporização gerada pelo G-TED para o n -ésimo bloco, $e_{\text{G-TED}}[n]$, é dada por¹

$$e_{\text{G-TED}}[n] = \sum_{i=0}^{N_c/2-1} \Re \{ a_n^*[2i+1] (a_n[2i] - a_n[2i+2]) \}, \quad (4.10)$$

em que $a_n[i]$ é a i -ésima amostra do n -ésimo bloco, $\Re\{\cdot\}$ representa a parte real de $\{\cdot\}$ e $(\cdot)^*$ indica o operador complexo conjugado. Nesse paradigma de operação em blocos, para cada bloco de N_c amostras, um único sinal de indicação do erro de temporização é gerado.

O G-TED foi inicialmente proposto para ser aplicado a sinais com modulação BPSK ou 4-QAM. Tais formatos de modulação apresentam módulo constante e nesse caso o ponto ótimo de amostragem está associado à posição de maior potência do sinal. É válido ressaltar, no entanto, que esta estratégia também pode ser aplicada a outros formatos de modulação. Uma desvantagem marcante do G-TED é o fato de que seu desempenho é consideravelmente afetado quando os sinais são gerados com base em pulsos de Nyquist de baixo fator de *roll-off* (ROF). Com o intuito de contornar esse problema, um TED modificado de Gardner (MG-TED) que se baseia no envelope de potência do sinal foi proposta [43, 44]. O erro de temporização do MG-TED, $e_{\text{MG-TED}}[n]$, é obtido aplicando o G-TED à potência das amostras recebidas, isto é,

$$e_{\text{MG-TED}}[n] = \sum_{i=0}^{N_c/2-1} |a_n[2i+1]|^2 (|a_n[2i]|^2 - |a_n[2i+2]|^2). \quad (4.11)$$

Outra estratégia comumente utilizada para a geração de estimativas de erro de temporização consiste no TED de Godard (Go-TED) [45]. Este opera no domínio da frequência

¹ É importante salientar que, de fato, são necessárias $N_c + 1$ amostras recebidas para a obtenção de estimativas do erro de temporização no G-TED e em sua versão modificada, MG-TED. Esta amostra é proveniente de blocos adjacentes e garante continuidade no processamento dos dados.

e produz uma estimativa $e_{\text{Go-TED}}[n]$ dada por

$$e_{\text{Go-TED}}[n] = \sum_{i=0}^{N_c/2-1} \Im \{A_n[i]A_n^*[i+N/2]\}, \quad (4.12)$$

em que $A_n[i]$ é o i -ésimo elemento da DFT do n -ésimo bloco, $A_n[i] = \text{DFT}\{a_n[k]\}$, e $\Im\{\cdot\}$ representa a parte imaginária de $\{\cdot\}$. De maneira similar ao descrito anteriormente para o G-TED, é possível aplicar o Go-TED à potência das amostras recebidas [46], obtendo o TED modificado de Godard (MGo-TED) com a seguinte expressão²

$$e_{\text{MGo-TED}}[n] = \sum_{i=0}^{N_c/2-1} \Im \{P_n[i]P_n^*[i+N/2]\}, \quad (4.13)$$

em que $P_n[i] = \text{DFT}\{|a_n[k]|^2\}$.

Os cálculos em (4.10) e (4.11) também podem ser feitos considerando a transformada de Fourier do sinal amostrado. Para o G-TED, (4.10) no domínio da frequência pode ser expressada como [111]

$$e_{\text{G-TED}}[n] = -\frac{2}{N_c} \sum_{i=0}^{N_c/2-1} \text{sen}\left(\frac{2\pi}{N}i\right) \Im \{A_n[i]A_n^*[i+N/2]\}. \quad (4.14)$$

De maneira similar, para o MG-TED dado pela expressão (4.11) é possível obter [46]

$$e_{\text{MG-TED}}[n] = -\frac{2}{N_c} \sum_{i=0}^{N_c/2-1} \text{sen}\left(\frac{2\pi}{N}i\right) \Im \{P_n[i]P_n^*[i+N/2]\}. \quad (4.15)$$

Comparando (4.12) e (4.14) observa-se que ambos o Go-TED e o G-TED baseiam-se em uma correlação entre partes do espectro do sinal amostrado. A diferença consiste em que o G-TED aplica a essa correlação uma ponderação senoidal, enquanto que o Go-TED utiliza uma janela unitária. Esta observação também é válida para o MGo-TED e o MG-TED, dados respectivamente por (4.13) e (4.15), exceto pelo fato de que a correlação é calculada entre partes do espectro gerado a partir da DFT do sinal de potência das amostras.

As estimativas feitas com os TEDs podem ser substancialmente afetadas pela PMD quando a etapa de recuperação de relógio é feita antes da equalização adaptativa. Com o intuito de contornar este problema, algumas soluções tem sido apresentadas. Em [110], propõe-se uma estratégia adaptativa que visa desfazer a combinação linear imposta aos sinais transmitidos em dupla polarização antes da aplicação do G-TED. Uma outra estratégia adaptativa é discutida em [111] para o Go-TED. Ambas as abordagens podem ser estendidas aos casos do MG-TED e MGo-TED.

Mais detalhes sobre o funcionamento dos TEDs serão apresentados no Capítulo 7. De fato, o presente trabalho avalia no mencionado capítulo o funcionamento de TEDs quando

² Para o Go-TED e sua versão modificada, MGo-TED, N_c é comumente uma potência de 2 devido à necessidade do cálculo da DFT, o qual é comumente feito por meio do algoritmo de FFT que é eficiente sob essas condições.

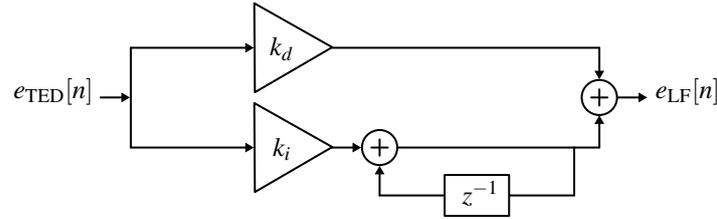


Figura 23 – Esquema de um LF realizado como um controlador proporcional-integral (PI).

aplicados a sinais com PS. As análises são feitas em um cenário comumente chamado de *open-loop*, o qual não envolve o esquema DPLL completo. É importante mencionar que conclusões baseadas em análises desse tipo são válidas no cenário prático quando a largura de banda do DPLL é muito menor do que a taxa de símbolos R_s [114]. Esse método de análise é comumente empregado no contexto de sistemas ópticos [43, 46, 115].

4.4.2 Loop Filter

O LF é responsável por atuar sobre $e_{TED}[n]$ e gerar um sinal que dita o funcionamento do controlador. Se TEDs como os discutidos anteriormente são utilizados, as operações do LF são tipicamente realizadas por meio de um controlador proporcional-integral (PI), como o mostrado no esquema da Fig. 23.³ Neste caso, o LF é composto por uma parcela proporcional de $e_{TED}[n]$

$$LF_P[n] = k_p e_{TED}[n], \quad (4.16)$$

em que k_p é a constante do ramo proporcional, e por uma parcela integral de $e_{TED}[n]$

$$LF_I[n] = LF_I[n-1] + k_i e_{TED}[n-i] \quad (4.17)$$

em que k_i é a constante do ramo integral. A saída do LF, $e_{LF}[n]$, comumente denominada de palavra de controle [113], é então dada por

$$e_{LF}[n] = LF_P[n] + LF_I[n] \quad (4.18)$$

Os parâmetros k_p e k_i possuem influência significativa sobre a estabilidade do DPLL, bem como ditam a velocidade de convergência do mesmo. Uma maneira de determiná-los é usar as relações [116, Eq. 2.16][117]

$$k_i = \frac{w_n^2}{k_d},$$

$$k_p = \frac{2\zeta}{\sqrt{k_d/k_i}},$$

em que k_d é o já referido ganho ou sensibilidade do TED, ζ é fator de amortecimento, com valores comumente entre 0.5 e 2, e w_n é a frequência natural do DPLL dada por [116, p. 130]

$$w_n = \frac{8B_L\zeta}{1+4\zeta^2}, \quad (4.19)$$

³ A utilização do controlador PI atribui ao DPLL a característica de um laço de segunda ordem [114].

em que B_L é a largura de banda de ruído do laço, a qual assume comumente valores entre 0.5×10^{-3} e 5×10^{-3} , e controla o compromisso entre a capacidade de filtragem de ruído e a habilidade da DPLL em se ajustar a valores altos de erro de frequência de amostragem [117].

4.4.3 Controlador

O controlador é responsável por interpretar o sinal proveniente do LF e convertê-lo em informações úteis ao interpolador, as quais consistem em um ponto base ou de referência $m_I[n]$ e um valor fracionário $\mu_I[n]$ para a interpolação. Essas tarefas podem ser realizadas de distintas maneiras. Em [113], sugere-se uma operação baseada na saída de um oscilador controlado numericamente (*numerically controlled oscillator* - NCO) além de se discutir a possibilidade de uma forma alternativa sem o NCO, apresentada em mais detalhes em [114, Cap. 9].⁴

Para compreender a abordagem alternativa sem o NCO supõe-se que amostras na saída do interpolador a cada período T_I podem ser escritas em termos do tempo entre amostras T_{ADC} como

$$nT_I = (m_I[n] + \mu_I[n]) T_{ADC}.$$

Assim, a diferença entre amostras nos instantes nT_I e $(n-1)T_I$ permite obter a relação

$$m_I[n] + \mu_I[n] = m_I[n-1] + \mu_I[n-1] + T_I/T_{ADC}. \quad (4.20)$$

Como $m_I[n]$ é sempre um número inteiro, a partir de (4.20) obtém-se que os pontos base podem ser calculados como

$$m_I[n] = m_I[n-1] + \lfloor \mu_I[n-1] + T_I/T_{ADC} \rfloor, \quad (4.21)$$

em que $\lfloor \cdot \rfloor$ é a função que retorna o menor número inteiro mais próximo de seu argumento.

Para a obtenção de uma expressão para $\mu_I[n]$ a partir de (4.20) é preciso observar que a parte fracionária do incremento é nula, ou seja, [113, Ap. A]

$$\text{Frac} \{m_I[n] - m_I[n-1]\} = \text{Frac} \{-\mu_I[n] + \mu_I[n-1] + T_I/T_{ADC}\} = 0, \quad (4.22)$$

em que $\text{Frac} \{ \cdot \}$ indica a parte fracionária de $\{ \cdot \}$. Então, a atualização de $\mu_I[n]$ pode ser obtida como

$$\mu_I[n] = \{ \mu_I[n-1] + T_I/T_{ADC} \}_{\text{mod-1}}, \quad (4.23)$$

em que $\{ \cdot \}_{\text{mod-1}}$ indica a operação que retorna o resto da divisão por 1.

Tanto (4.21) quanto (4.23) exibem uma dependência com o termo T_I/T_{ADC} , o qual é desconhecido. No entanto, é possível utilizar a palavra de controle, $e_{LF}[n]$, acumulada na forma

$$C[n] = \mu_I[n-1] + e_{LF}[n], \quad (4.24)$$

⁴ Informações sobre a operação em paralelo de NCOs podem ser encontradas em [118].

de modo que (4.21) e (4.23) podem ser aproximadas por, respectivamente,

$$m_I[n] \approx m_I[n-1] + [C[n]], \quad (4.25)$$

e

$$\mu_I[n] \approx \{C[n]\}_{\text{mod-1}}. \quad (4.26)$$

É interessante destacar que, em regime de estabilidade de operação, a ramo proporcional do controlador PI que forma o LF se aproxima de 0, de modo que a palavra de controle tende a

$$e_{\text{LF}}[n] \approx (T_I/T_{\text{ADC}} - 1)N_c \quad (4.27)$$

em que N_c é o tamanho do bloco de amostras processado pelo DPLL a cada instante n . É possível ainda observar que uma estimativa do erro de frequência de amostragem em ppm, $\widehat{\Delta f}_a$, pode ser obtida neste regime por meio do ramo integral do controlador PI como

$$\widehat{\Delta f}_a = \frac{\text{LF}_I[n]}{N_c} \quad (4.28)$$

4.4.4 Interpolador

Com base nas informações provenientes do controlador, mais precisamente o ponto base $m_I[n]$ e o intervalo fracionário $\mu_I[n]$, o interpolador atua diretamente nas amostras com o intuito de obtê-las nas posições ótimas do período de símbolo. É comum que o projeto de interpoladores seja feito com base em polinômios de Lagrange de 3ª ordem e com um número de coeficientes que pode variar entre 4 e 10 [100]. Caso 4 coeficientes sejam utilizados na interpolação, os calculados com base em $\mu_I[n]$ se resumem a [119]

$$\begin{aligned} h_{-2}^I &= \frac{(\mu_I[n] + 1)\mu_I[n](\mu_I[n] - 1)}{6} &= -\frac{1}{6}(\mu_I[n])^3 + \frac{1}{6}(\mu_I[n]), \\ h_{-1}^I &= \frac{(\mu_I[n] + 1)\mu_I[n](\mu_I[n] - 2)}{-2} &= \frac{1}{2}(\mu_I[n])^3 + \frac{1}{2}(\mu_I[n])^2 - (\mu_I[n]), \\ h_0^I &= \frac{(\mu_I[n] + 1)(\mu_I[n] - 1)(\mu_I[n] - 2)}{2} &= -\frac{1}{2}(\mu_I[n])^3 - (\mu_I[n])^2 + \frac{1}{2}(\mu_I[n]) + 1, \\ h_1^I &= \frac{\mu_I[n](\mu_I[n] - 1)(\mu_I[n] - 2)}{-6} &= \frac{1}{6}(\mu_I[n])^3 + \frac{1}{2}(\mu_I[n])^2 + \frac{1}{3}(\mu_I[n]), \end{aligned} \quad (4.29)$$

e então estes coeficientes são utilizados em amostras que são selecionados conforme o ponto base $m_I[n]$.

4.5 Equalização Adaptativa

A Fig. 24 apresenta um esquema típico de um canal discreto. Os símbolos transmitidos $x[k]$ são afetados pelo canal com resposta ao impulso $h[k]$ e pela adição de AWGN $\eta[k]$. Com o intuito de recuperar os símbolos transmitidos, os sinais recebidos $a[k]$ são aplicados a

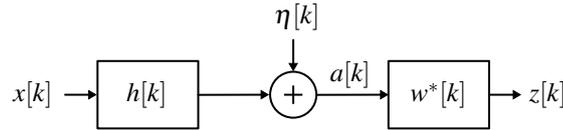


Figura 24 – Diagrama de blocos de um canal discreto com resposta ao impulso $h[k]$ e AWGN $\eta[k]$. O sinal transmitido $x[k]$ é afetado por $h[k]$ e por η gerando então o sinal recebido $a[k]$. Os sinais $z[k]$ são obtidos após $a[k]$ ser aplicado a um filtro de equalização do tipo FIR $w^*[k]$.

um filtro FIR $w^*[k]$ de comprimento N_{FIR} . Sem pormenorizar, $w^*[k]$ tem o intuito de mitigar os efeitos que o canal $h[k]$ impôs aos símbolos transmitidos $x[k]$. Neste caso, os símbolos na saída do filtro $w[k]$ são obtidos como

$$z[k] = a[k] * w^*[k] = \sum_{i=0}^{N_{\text{FIR}}-1} w^*[i]a[k-i] = \mathbf{w}^H \mathbf{a}[k] \quad (4.30)$$

em que $(\cdot)^*$ é o operador complexo conjugado, $*$ representa a operação de convolução, $\mathbf{w} = \{w_0, w_1, \dots, w_{N_{\text{FIR}}-1}\}^T$ é o vetor contendo os N_{FIR} coeficientes do filtro equalizador, $\mathbf{a}[k] = \{a[k], a[k-1], \dots, a[k-N_{\text{FIR}}+1]\}^T$ é o vetor contendo N_{FIR} símbolos de entrada, $(\cdot)^H$ é o operador hermitiano e $(\cdot)^T$ é o operador transposto. Supondo o conhecimento dos símbolos transmitidos $x[k]$, o sinal erro

$$e[k] = x[k] - z[k] = x[k] - \mathbf{w}^H \mathbf{a}[k], \quad (4.31)$$

pode ser utilizado para a obtenção de um \mathbf{w} ótimo segundo o critério de minimização do erro quadrático médio (*mean squared error* - MSE)

$$\mathbf{w}_{\text{MSE}} = \min_{\mathbf{w}} J_{\text{MSE}}(\mathbf{w}), \quad (4.32)$$

em que o termo $J_{\text{MSE}}(\mathbf{w})$ é dado por

$$J_{\text{MSE}}(\mathbf{w}) = E \left\{ |e[k]|^2 \right\} = E \left\{ |x[k] - \mathbf{w}^H \mathbf{a}[k]|^2 \right\}. \quad (4.33)$$

Expandindo os termos em (4.33) é possível demonstrar que $J_{\text{MSE}}(\mathbf{w})$ pode ser escrito como a função quadrática

$$J_{\text{MSE}}(\mathbf{w}) = \sigma_x^2 - \mathbf{p}^H \mathbf{w} - \mathbf{w}^H \mathbf{p} + \mathbf{w}^H \mathbf{R}_a \mathbf{w}, \quad (4.34)$$

em que $\sigma_x^2 = E \{|x[k]|^2\}$ é a variância do sinal transmitido $x[k]$ utilizado para o cálculo do erro em (4.31), $\mathbf{p} = E \{\mathbf{a}[k]x^*[k]\}$ é o vetor de correlação cruzada entre $x[k]$ e $\mathbf{a}[k]$ e $\mathbf{R}_a = E \{\mathbf{a}[k]\mathbf{a}^H[k]\}$ é a matriz de autocorrelação de $\mathbf{a}[k]$. Calculando o gradiente de $J_{\text{MSE}}(\mathbf{w})$ e igualando-o a zero obtém-se que a minimização em (4.32) é alcançada quando [120, Eq. 3.14]

$$\mathbf{w}_{\text{MSE}} = \mathbf{R}_a^{-1} \mathbf{p}, \quad (4.35)$$

equação esta comumente conhecida como solução de Wiener.

Na prática, a utilização de (4.35) depende de um processo conjunto de obtenção das estatísticas \mathbf{p} e \mathbf{R}_a e de otimização para se encontrar \mathbf{w}_{MSE} , o que é muitas vezes inviável para

ser realizado em tempo real [120, Cap. 3]. Ademais, é inerente ao processo o conhecimento prévio de $x[k]$. A primeira questão pode ser solucionada usando um método adaptativo, de modo que a cada iteração a solução \mathbf{w} se aproxime mais de seu valor ótimo, \mathbf{w}_{MSE} . Uma maneira de realizar tal tarefa consiste em ajustar \mathbf{w} em um processo iterativo que percorre o sentido inverso ao do gradiente instantâneo de $J_{\text{MSE}}(\mathbf{w})$. Considerando (4.34), tem-se que o gradiente exato é dado por

$$\nabla J_{\text{MSE}}(\mathbf{w}) = 2\mathbf{R}_a\mathbf{w} - 2\mathbf{p}. \quad (4.36)$$

Estimativas instantâneas do gradiente podem ser obtidas usando estimativas de \mathbf{p} e \mathbf{R}_a dadas por

$$\hat{\mathbf{p}} \approx \mathbf{a}[k]x^*[k], \quad (4.37)$$

e

$$\hat{\mathbf{R}}_a \approx \mathbf{a}[k]\mathbf{a}^*[k]. \quad (4.38)$$

Substituindo \mathbf{p} e \mathbf{R}_a em (4.36) por suas estimativas, o gradiente instantâneo é obtido como

$$\begin{aligned} \widehat{\nabla}J(\mathbf{w}[k]) &= 2(\mathbf{a}[k]\mathbf{a}^H[k]\mathbf{w}[k] - \mathbf{a}[k]x^*[k]), \\ &= -2\mathbf{a}[k]e^*[k]. \end{aligned} \quad (4.39)$$

em que $\mathbf{w}[k] = \{w_0[k], w_1[k], \dots, w_{N_{\text{FIR}}-1}[k]\}$. Por fim, o ajuste iterativo de $\mathbf{w}[k]$ seria governado pela relação

$$\mathbf{w}[k+1] = \mathbf{w}[k] - \mu\widehat{\nabla}J(\mathbf{w}[k]), \quad (4.40)$$

$$= \mathbf{w}[k] + \mu\mathbf{a}[k]e^*[k], \quad (4.41)$$

em que μ é um parâmetro tradicionalmente chamado de *step-size* que influencia a velocidade de movimentação na direção dada pelo gradiente.⁵ A expressão em (4.41) descreve o algoritmo de média quadrática mínima (*least mean square* - LMS) [121, p. 253]. De fato, o LMS é um algoritmo que pertence a família de algoritmos de gradiente estocástico (*stochastic gradient descent* - SGD), a qual é caracterizada por empregar a atualização de $\mathbf{w}[k]$ seguindo estimativas estocásticas do gradiente a exemplo de (4.40). É importante ressaltar também que, a capacidade de ajuste iterativo dos filtros é bem vinda em canais variantes no tempo.

Uma boa escolha de μ em (4.41) contribui para que $\mathbf{w}[k]$ se aproxime da solução de Wiener. Valores relativamente altos de μ aumentam a velocidade de convergência de $\mathbf{w}[k]$ para a região de seu ponto de equilíbrio, dada por um mínimo na função custo associada a $\widehat{\nabla}J(\mathbf{w}[k])$, mas podem conduzir a erros elevados em curso estável [54, Seç. 5.2].⁶ Por outro lado, valores baixos reduzem a velocidade de convergência e podem impactar a capacidade de $\mathbf{w}[k]$ de se ajustar a modificações do canal.

⁵ O fator 2 observado em (4.39) é incorporado no *step-size* μ em (4.41).

⁶ A função custo associada a $\widehat{\nabla}J(\mathbf{w}[k])$ é uma aproximação estocástica da função quadrática $J_{\text{MSE}}(\mathbf{w})$.

4.5.1 Algoritmos de Equalização Não Supervisionada

O não conhecimento de $x[k]$ em sistemas práticos impossibilita o cálculo de $e[k]$ e, portanto, a utilização de (4.41). Inúmeras estratégias de equalização adaptativa não supervisionada têm sido propostas para solucionar esta questão. Em [29] propõe-se um método de atualização dos coeficientes $\mathbf{w}[k]$ que explora a característica de módulo constante de constelações, por exemplo, como a associada a formatos M -ários de modulação por chaveamento de fase (*M-ary phase shift keying* - M -PSK). Este método, chamado de algoritmo do módulo constante (CMA), calcula os coeficientes $\mathbf{w}[k]$ de modo a minimizar a função de custo

$$J_{\text{CMA}}(\mathbf{w}) = \text{E} \left\{ \left(R_{\text{CMA}} - |z[k]|^2 \right)^2 \right\}, \quad (4.42)$$

em que R_{CMA} é um parâmetro relacionado ao raio das constelações e dado por

$$R_{\text{CMA}} = \frac{\text{E} \left\{ |x[k]|^4 \right\}}{\text{E} \left\{ |x[k]|^2 \right\}}. \quad (4.43)$$

Utiliza-se o método SGD especificado em (4.40) para a atualização dos coeficientes,

$$\begin{aligned} \mathbf{w}[k+1] &= \mathbf{w}[k] - \mu \widehat{\nabla} J_{\text{CMA}}(\mathbf{w}[k]), \\ &= \mathbf{w}[k] + \mu \mathbf{a}[k] \left(R_{\text{CMA}} - |z[k]|^2 \right) z^*[k], \end{aligned} \quad (4.44)$$

A expressão (4.44) pode ser obtida substituindo $e[k]$ em (4.41) por um erro calculado como

$$e_{\text{CMA}} = \left(R_{\text{CMA}} - |z[k]|^2 \right) z[k]. \quad (4.45)$$

Constelações M -QAM quadradas não possuem módulo constante quando $M > 4$, mas ainda assim é possível utilizar o algoritmo CMA na equalização de sinais com esses formatos de modulação. Porém, há um erro maior associado à função de custo do CMA em (4.42) sob estas condições se comparado ao comportamento com constelações de módulo constante. Em [122] é proposta uma modificação ao CMA que explora a característica de que constelações M -QAM possuem vários raios. Nesse algoritmo, denominado comumente de algoritmo de equalização direcionada ao raio (*radius-directed equalization* - RDE), um erro similar ao especificado em (4.45) é calculado. Todavia, o módulo de referência pode assumir um dos diferentes raios associados à constelação do sinal transmitido. De maneira específica, o erro é obtido como

$$e_{\text{RDE}} = \left(R_{\text{RDE}}^2[k] - |z[k]|^2 \right) z[k]. \quad (4.46)$$

em que $R_{\text{RDE}}[k]$ é o raio da constelação do sinal transmitido que é mais próximo à $z[k]$. No caso em que são empregadas constelações com distribuição uniforme de probabilidade costumeiramente determina-se o raio de referência por meio da métrica de distância euclidiana.⁷ Mais detalhes sobre $R_{\text{RDE}}[k]$ serão discutidos ao longo desta seção.

⁷ Constelações M -QAM de símbolos equiprováveis e $M > 4$ não possuem raios equiprováveis, como será observado na Fig. 26. A distância euclidiana é usada para a determinação do raio de referência devido a sua simplicidade.

Assume-se também para este algoritmo o método SGD para a atualização dos coeficientes. Então, substituindo $e[k]$ em (4.41) por e_{RDE} tem-se

$$\mathbf{w}[k+1] = \mathbf{w}[k] + \mu \mathbf{a}[k] \left(R_{\text{RDE}}^2[k] - |z[k]|^2 \right) z^*[k]. \quad (4.47)$$

O CMA e do RDE usam somente informações do módulo do sinal equalizado $z[k]$ para determinar $\mathbf{w}[k]$. A insensibilidade ao ruído de fase derivada disto permite que as etapas de equalização e recuperação de fase da portadora sejam desacopladas, o que é particularmente interessante em sistemas ópticos. A superfície de custo associada a estes algoritmos possuem vários mínimos. Então, ambos os algoritmos permitem obter sinais equalizados, mas que podem estar rotacionados por um determinado ângulo dado pelo mínimo para o qual $\mathbf{w}[k]$ convergiu.

A inicialização dos coeficientes do filtro $\mathbf{w}[k]$ é um fator importante para esses equalizadores. É comum se utilizar o método de inicialização de pico único (*single-spike*), o qual coloca um único elemento unitário na posição central do filtro, ou seja,

$$\mathbf{w}[0] = \{0, 0, \dots, 1, \dots, 0, 0\}. \quad (4.48)$$

É válido ressaltar que é comum se inicializar o RDE com um filtro pré-convergado com o CMA. Isso ocorre devido ao fato de que o RDE necessita de decisões para a determinação de $R_{\text{RDE}}[k]$, as quais podem ser prejudicadas sob certas condições do canal e impactar negativamente a convergência de $\mathbf{w}[k]$.

4.5.2 Equalizadores Fracionários

As discussões anteriores abordam equalizadores que operam com sinais discretos obtidos por meio de uma amostragem a taxa de símbolos, $1/T_a = 1/T_s$. Contudo, é comum a utilização de equalizadores fracionários (*fractionally-spaced equalizers* - FSEs), os quais operam com sinais sobreamostrados, em que $1/T_a > 1/T_s$. Estes equalizadores exibem a capacidade de inversão assintoticamente perfeita de um canal FIR por meio de filtros do tipo FIR, ao passo que em sinais amostrados com $1/T_a = 1/T_s$ isso somente seria possível com o uso de filtros de resposta ao impulso infinita (*infinite impulse response* - IIR) [34]. Além disso, estes equalizadores oferecem maior robustez a erros na fase de amostragem, o que contribui com a redução da amplificação de ruído na recepção [49, Cap. 9].

Apesar de operar com sinais sobreamostrados, FSEs são em sua maioria configurados para produzir amostras de saída a taxa de símbolos $R_s = 1/T_s$, como assume-se neste trabalho. Tendo isso em vista e supondo uma amostragem a taxa de 2 SpS, em que o tempo entre amostras é $T_a = T_s/2$, uma possível maneira de se reescrever (4.30) é [123, Eq. 43]

$$\begin{aligned} z(kT_s) &= \sum_{i=0}^{N_{\text{FIR}}-1} w_i^*[k] a(kT_s - iT_a), \\ &= \sum_{i=0}^{N_{\text{FIR}}-1} w_i^*[k] a(kT_s - iT_s/2). \end{aligned} \quad (4.49)$$

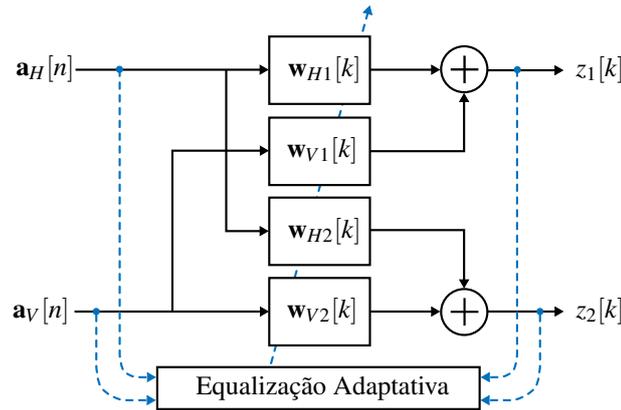


Figura 25 – Estrutura MIMO tipicamente usada em receptores ópticos coerentes. As entradas $\mathbf{a}_H[n]$ e $\mathbf{a}_V[n]$ correspondem aos sinais com 2 SpS provenientes das polarizações H e V . Os filtros $\mathbf{w}_{H1}[k]$, $\mathbf{w}_{V1}[k]$, $\mathbf{w}_{H2}[k]$ e $\mathbf{w}_{V2}[k]$ são atualizados a cada instante $k = 2n$ e são usados para gerar as saídas $z_1[k]$ e $z_2[k]$.

É importante notar que, neste caso, dois coeficientes adjacentes do filtro $\mathbf{w}[k]$ multiplicam amostras do sinal de entrada separadas por uma fração do tempo de símbolo T_s , o que dá origem ao nome FSEs [120]. Outra possível notação é

$$z[k] = \mathbf{w}^H[k]\mathbf{a}[n], \quad (4.50)$$

em que $\mathbf{a}[n] = \{a[2k], a[2k-1], \dots, a[2k - N_{\text{FIR}} + 1]\}^T$ é o bloco de entrada composto por amostras espaçadas de $T_s/2$ e aqui $n = 2k$. É importante notar que o filtro $\mathbf{w}[k]$ é atualizado a taxa $1/T_s$, a mesma taxa de obtenção de $z[k]$.

4.5.3 Equalização MIMO em Sistemas Ópticos

Como discutido na Seção 2.2.3, a birrefringência das fibras ópticas causa o aparecimento da PMD, a qual possui característica estocástica. A compensação deste efeito requer a utilização de filtros adaptativos capazes de se adequar às variações do canal, diferentemente do que acontece com a compensação da CD. Também, os sinais multiplexados em polarização se acoplam ao longo da propagação de modo que na recepção se tenha uma combinação dos sinais transmitidos. Nesse caso, estratégias de separação de fonte são necessárias. Com o intuito de solucionar ambas as questões, sistemas ópticos coerentes comumente empregam uma etapa de equalização adaptativa baseada em uma estrutura de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO). FSEs são comumente utilizados nesta estrutura recebendo sinais amostrados a taxa de $R_a = 2R_s$. Como consequência da adaptabilidade dos filtros, a etapa de equalização adaptativa pode ainda auxiliar também na mitigação de efeitos lineares, como níveis residuais de CD ou efeitos negativos de filtragens agressivas.

A Fig. 25 mostra a estrutura MIMO tipicamente usada em receptores ópticos coerentes [54, 104]. Os blocos de entrada $\mathbf{a}_H[n]$ e $\mathbf{a}_V[n]$, em que aqui $n = 2k$, possuem N_{FIR} amostras espaçadas temporalmente de $T_s/2$ dos sinais coletados no *front-end* óptico nas orientações H e V ,

respectivamente.⁸ A equalização então baseia-se em quatro filtros FIR, $\mathbf{w}_{H1}[k]$, $\mathbf{w}_{V1}[k]$, $\mathbf{w}_{H2}[k]$ e $\mathbf{w}_{V2}[k]$. As saídas $z_1[k]$ e $z_2[k]$ são então produzidas como

$$z_1[k] = \mathbf{w}_{H1}^H[k] \mathbf{a}_H[n] + \mathbf{w}_{V1}^H[k] \mathbf{a}_V[n], \quad (4.51)$$

$$z_2[k] = \mathbf{w}_{H2}^H[k] \mathbf{a}_H[n] + \mathbf{w}_{V2}^H[k] \mathbf{a}_V[n], \quad (4.52)$$

a uma taxa $R_s = 1/T_s$. Considerando a utilização do CMA ou do RDE em conjunto com método SGD para atualização dos filtros FIR, tem-se que

$$\mathbf{w}_{H1}[k+1] = \mathbf{w}_{H1}[k] + \mu \mathbf{a}_H[n] e_1^*[k], \quad (4.53)$$

$$\mathbf{w}_{V1}[k+1] = \mathbf{w}_{V1}[k] + \mu \mathbf{a}_V[n] e_1^*[k], \quad (4.54)$$

$$\mathbf{w}_{H2}[k+1] = \mathbf{w}_{H2}[k] + \mu \mathbf{a}_H[n] e_2^*[k], \quad (4.55)$$

$$\mathbf{w}_{V2}[k+1] = \mathbf{w}_{V2}[k] + \mu \mathbf{a}_V[n] e_2^*[k], \quad (4.56)$$

em que $e_1[k]$ e $e_2[k]$ são sinais de erro definidos conforme o algoritmo escolhido. Para o CMA,

$$e_1[k] = (R_{\text{CMA}} - |z_1[k]|^2) z_1[k],$$

$$e_2[k] = (R_{\text{CMA}} - |z_2[k]|^2) z_2[k],$$

e para o caso do RDE

$$e_1[k] = (R_{\text{RDE},1}^2[k] - |z_1[k]|^2) z_1[k],$$

$$e_2[k] = (R_{\text{RDE},2}^2[k] - |z_2[k]|^2) z_2[k],$$

em que $R_{\text{RDE},1}[k]$ e $R_{\text{RDE},2}[k]$ referem-se aos raios de referência obtidos respectivamente com base nas saídas $z_1[k]$ e $z_2[k]$. Reforça-se aqui o fato de que $\mathbf{w}_{H1}[k]$, $\mathbf{w}_{V1}[k]$, $\mathbf{w}_{H2}[k]$ e $\mathbf{w}_{V2}[k]$ são atualizados com a mesma taxa em que se produz as saídas $z_1[k]$ e $z_2[k]$, ou seja, $R_s = 1/T_s$.

A inicialização dos filtros na estrutura MIMO requer alguns cuidados. Para combater singularidades, eventos caracterizados pela convergência dos filtros de modo que nas saídas da estrutura são obtidas erroneamente versões idênticas ou deslocadas temporalmente de um mesmo sinal [99, Seç. VII], é proposto em [124] uma inicialização que se baseia na *single-spike* e um período inicial de atualização dos filtros associados à saída $z_1[k]$ de maneira exclusiva. Mais especificamente, os autores sugerem configurar os filtros responsáveis pela saída $z_1[k]$ inicialmente como

$$\mathbf{w}_{H1}[0] = \{0, 0, \dots, 1, \dots, 0, 0\},$$

$$\mathbf{w}_{V1}[0] = \{0, 0, \dots, 1, \dots, 0, 0\},$$

e atualizar unicamente estes filtros até a convergência dos mesmos. Em seguida, os coeficientes dos filtros associados à $z_2[k]$ são inicializados por meio das relações

$$\mathbf{w}_{H2}[k] = \mathbf{w}_{H1}^*[-k],$$

⁸ É importante notar que, de fato, estes sinais são combinações lineares daqueles transmitidos nas polarizações ortogonais.

$$\mathbf{w}_{V2}[k] = -\mathbf{w}_{H1}^*[-k],$$

É válido ressaltar que, quando o RDE é empregado, o processo de inicialização é feito em duas etapas. Primeiramente, o processo descrito acima é aplicado ao CMA. A inicialização do RDE é somente feita após a pré-convergência dos filtros $\mathbf{w}_{H1}[k]$, $\mathbf{w}_{V1}[k]$, $\mathbf{w}_{H2}[k]$ e $\mathbf{w}_{V2}[k]$ com o CMA.

4.5.4 Equalização Adaptativa e PS

Algoritmos não supervisionados de equalização adaptativa usualmente exploram estatísticas de alta ordem dos sinais recebidos para a atualização dos filtros. No entanto, essas estatísticas são nulas quando aplicadas a processos gaussianos, impossibilitando que nesses casos as características de fase do canal sejam obtidas [32]. Isso implica na severa degradação de desempenho desses algoritmos quando aplicados a constelações com distribuição gaussiana, as quais maximizam a capacidade em canais AWGN. A limitação de utilização de constelações gaussianas, por exemplo, é inerente à obtenção de teoremas fundamentais de equalização adaptativa não supervisionada, como nos teoremas de Benveniste, Goursat e Ruget [125], e de Shalvi-Weinsten [31].

Como já discutido, a aplicação de PS tem por objetivo atribuir uma distribuição de probabilidade não uniforme às constelações de modo a prover ganhos em termos de AIRs. Em canais AWGN ou que podem ser aproximados como tal, PS é aplicado de modo a se alcançar constelações com características mais próximas a de constelações gaussianas. Inúmeros trabalhos analisaram os efeitos de constelações com distribuição gaussiana no comportamento do CMA [30–34]. Em suma, a aplicação de PS modifica a curtose [31, Eq. 1]

$$K_x = E\{|x|^4\} - 2E^2\{|x|^2\} - |E\{x^2\}|^2 \quad (4.57)$$

da fonte. À medida que a curtose se aproxima daquela associada a uma fonte puramente gaussiana, $K_x = 0$, a superfície da função de custo $J_{\text{CMA}}(\mathbf{w})$ torna-se mais plana, apesar de os locais de mínimo não serem alterados. Os efeitos práticos disto são o aumento no tempo de convergência e no erro residual em situação estacionária [34]. Porém, na condição $K_x = 0$ os mínimos desaparecem e a convergência fica impraticável.

Em [126], uma modificação ao CMA é proposta com o intuito de permitir o seu uso em sistemas que empregam a técnica *shell mapping*. De maneira resumida, é possível interpretar que *shell mapping* seleciona pontos de menor energia uniformemente distribuídos em uma esfera de $2N_s$ dimensões e os transmite como N_s símbolos complexos. Este processo induz a transmissão de símbolos complexos com distribuição aproximadamente gaussiana. Porém, os autores propõem equalizar os sinais explorando o fato de que os símbolos são, de fato, pontos em uma constelação uniforme de $2N_s$ dimensões. Para tanto, utiliza-se de uma versão do CMA que trabalha com matrizes de entrada com dimensão $N_s \times N_{\text{FIR}}$. Os cálculos realizados pelo CMA são similares aos apresentados anteriormente, exceto pelo fato de que a função de custo envolve um vetor \mathbf{z} com N_s símbolos complexos ao invés de um único símbolo.

A utilização de PS em sistemas ópticos é comumente feita combinando formatos M -QAM com a distribuição de MB, que produz um desempenho ótimo para estes formatos sob canais AWGN [38]. De fato, neste caso PS tenta atribuir às constelações M -QAM características mais próximas a de uma fonte gaussiana por meio da distribuição de MB. Dependendo do nível de formatação aplicada às constelações, o funcionamento do CMA e do RDE pode ser afetado. Em [35] discute-se o ajuste do raio de referência do CMA para o cenário com PS em sistemas ópticos. Já em [36], apresenta-se uma alteração ao RDE que garante melhor desempenho e maior taxa de convergência. As distintas probabilidades de ocorrência dos raios causada pela aplicação de PS são levadas em consideração tanto para a determinação do conjunto de raios de referência R_{RDE} quanto para o ajuste dos limiares de decisão entre as diferentes opções. Considerando a transmissão de símbolos pertencentes a um dos N_r raios R_i de uma constelação, $i \in \{0, 1, \dots, N_r - 1\}$, na presença de um AWGN com variância σ_η^2 por dimensão, a distribuição de probabilidade associada a magnitude $M_r = |a|$ dos símbolos recebidos é dada na presença de PS por

$$f(M_r|R_0, R_1, \dots, R_{N_r-1}, \sigma_\eta^2) = \sum_{i=0}^{N_r-1} p(R_i) f(M_r|R_i, \sigma_\eta^2) \quad (4.58)$$

em que $p(R_i)$ é a probabilidade de se transmitir um símbolo pertencente ao raio R_i e $f(M_r|R_i, \sigma_\eta^2)$ é a distribuição de Rice dada por

$$f(M_r|R_i, \sigma_\eta^2) = \frac{M_r}{\sigma_\eta^2} e^{-\frac{M_r^2 + R_i^2}{2\sigma_\eta^2}} I_0\left(\frac{M_r R_i}{\sigma_\eta^2}\right) \quad (4.59)$$

em que $I_0(\cdot)$ é a função modificada de Bessel de ordem 0.

A Fig. 26 permite observar a alteração dos raios e dos limiares de decisão entre eles decorrente da aplicação de PS a uma constelação 64-QAM. Todos os resultados foram obtidos considerando uma SNR = 18 dB e constelações normalizadas de modo a se garantir energia unitária.⁹ Nas Figs. 26(a) e 26(b) são apresentadas avaliações de (4.58) e (4.59) para o caso uniforme destacando, respectivamente, os raios R_n e os limiares de decisão L_n , com $n \in \{0, 1, \dots, 8\}$. Nestas figuras, a linha sólida com círculos representa os resultados de $f(M_r|R_0, R_1, \dots, R_8, \sigma_\eta^2)$, enquanto que as linhas sólidas delimitando regiões sombreadas indicam $f(M_r|R_n, \sigma_\eta^2)$ para cada um dos raios R_n . Por sua vez, as Figs. 26(c) e 26(d) apresentam os resultados obtidos após a aplicação de PS seguindo a distribuição de MB com $\lambda = 0.04$. A aplicação de PS modifica as distribuições de probabilidade associadas a cada um dos raios bem como os limiares de decisão. Os raios de menor amplitude são privilegiados em detrimento daqueles associados a símbolos de maior energia. Propõe-se em [36] configurar o RDE tendo em vista essas alterações. Com isso, os autores mostram resultados positivos em termos de taxa de convergência do algoritmo quando comparado ao RDE convencional sob diversas condições de DGD.

Em [127], a abordagem acima descrita é refinada. Isso pois sob certas condições de alta DGD a modificação acima descrita não foi capaz de garantir convergência significativa dos

⁹ O valor de λ é determinado com a constelação antes da normalização para energia unitária.

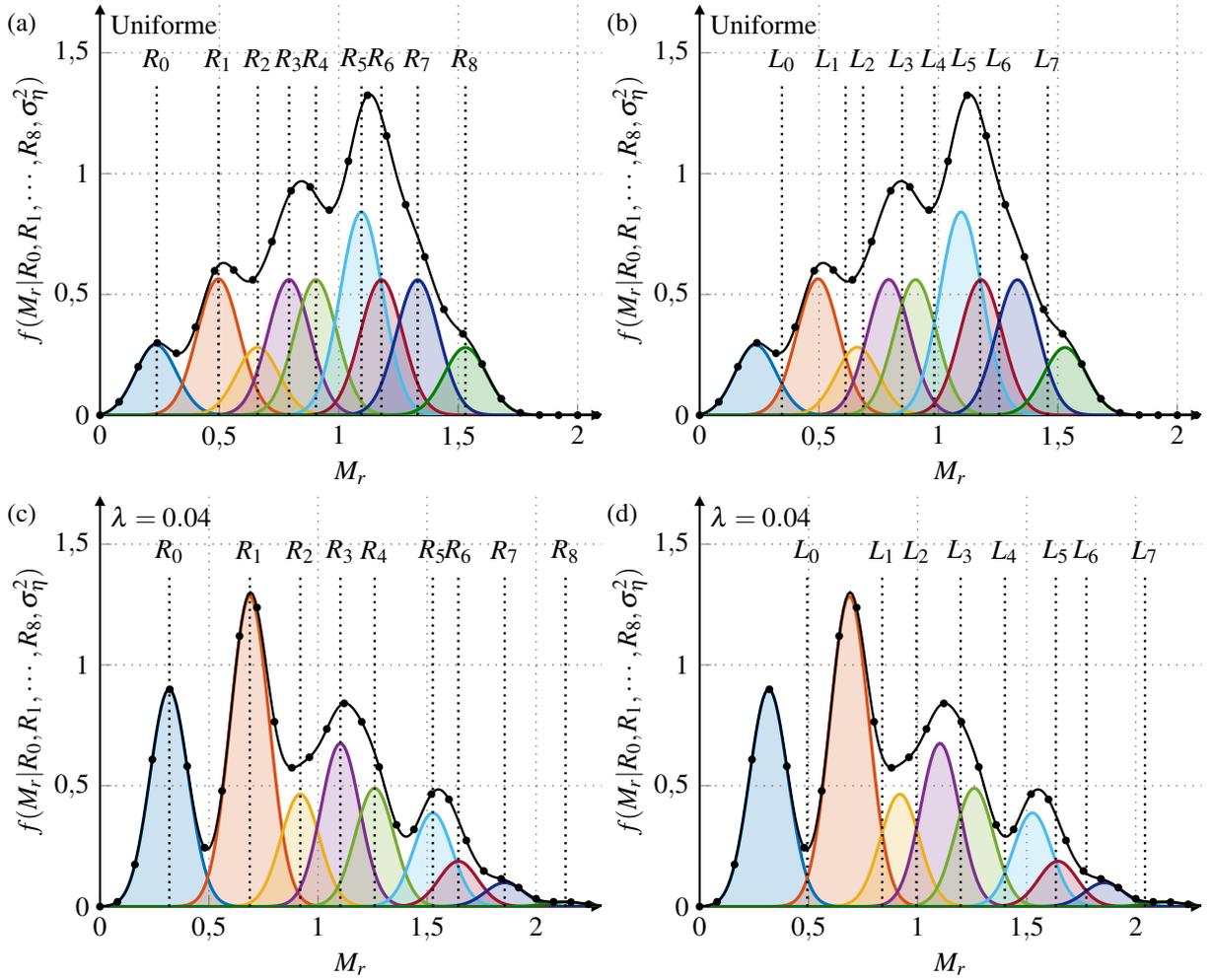


Figura 26 – Distribuição de probabilidade da magnitude M_r dos símbolos recebidos considerando constelações 64-QAM com símbolos equiprováveis, destacando (a) os raios e (b) os limiares de decisão; e considerando constelações PS-64-QAM com $\lambda = 0.04$, destacando (c) os raios e (d) os limiares de decisão. Os resultados auxiliam na aplicação do RDE à constelações com PS. A linha sólida com círculos representa os resultados de $f(M_r|R_0, R_1, \dots, R_8, \sigma_\eta^2)$. Por sua vez, as linhas sólidas delimitando regiões sombreadas indicam $f(M_r|R_n, \sigma_\eta^2)$ para cada um dos raios.

filtros. Utiliza-se uma função normalizada de probabilidade dada por

$$\alpha(M_r) = \max_l \frac{p(R_l)p(M_r|R_l, \sigma_\eta^2)}{\sum_{i=1}^{N_r} p(R_i)p(M_r|R_i, \sigma_\eta^2)}. \quad (4.60)$$

Então, um símbolo recebido é usado para a atualização dos filtros do RDE somente se $\alpha(M_r) > R_{th}$, em que R_{th} é um valor de referência que deve ser otimizado para cada constelação, fator de formatação λ e SNR. Com isso, limita-se a atualização dos coeficientes dos filtros ao uso de símbolos que tem menor probabilidade de serem incorretamente associados a outros raios.

Estratégias semissupervisionadas de equalização adaptativa em sistemas ópticos também têm sido reportadas [128, 129]. Essas consistem em alternativas para sistemas com PS, já que a operação baseada em sequências conhecidas atribuí aos equalizadores um funcionamento transparente ao formato de modulação. No transmissor, símbolos pilotos com formato 4-QAM são inseridos junto à sequência de dados a uma taxa P^{-1} , de modo que cada P -ésimo símbolo é

um piloto. Por sua vez, no receptor os filtros do equalizador são atualizados nas posições em que os símbolos piloto se encontram. Por se tratarem de símbolos pilotos com formato 4-QAM, o CMA é adequado para ser utilizado. Por fim, o mesmo conjunto de coeficientes é utilizado nos $P - 1$ símbolos entre os pilotos.¹⁰ Um ponto importante é que, para garantir a convergência dos filtros, essas abordagens comumente empregam um estágio inicial puramente supervisionado. Além disso, a taxa de inserção de pilotos P^{-1} deve ser ajustada de modo a possibilitar uma estimação suficiente do canal, bem como o *step-size* μ deve ser apropriadamente condizente com a referida taxa. Para melhorar o desempenho global da equalização, sequências de pilotos consecutivos podem ser inseridas periodicamente.

4.6 Recuperação de Frequência da Portadora

Os receptores ópticos coerentes empregam um laser oscilador local que opera livremente em uma frequência que não necessariamente é a mesma do laser transmissor. Assim, após o *front-end* óptico os sinais recebidos comumente apresentam um deslocamento de frequência que se traduz em uma completa perda de referência de fase. Em receptores coerentes intradinos o deslocamento de frequência pode alcançar valores na ordem de 10^9 Hz. Para contornar esse problema torna-se necessária a utilização da etapa de recuperação de frequência da portadora (*carrier frequency recovery* - CFR). Esta se divide nas tarefas de estimação e compensação do deslocamento de frequência. Enquanto a compensação pode ser feita em diversas posições ao longo da cadeia de algoritmos de DSP, a estimação é usualmente feita após a etapa de equalização adaptativa e usando apenas os sinais de uma das polarizações, já que o deslocamento de frequência afeta igualmente ambas as polarizações. É válido ressaltar que em alguns projetos o deslocamento de frequência é compensado antes da CD, pois caso contrário algumas penalidades podem ser observadas [106]. Após a etapa de equalização adaptativa os símbolos $z[k]$ podem ser descritos como

$$z[k] = x[k]e^{j(\theta[k] + k2\pi\Delta f T_s)} + \eta[k], \quad (4.61)$$

em que $x[k]$ são os símbolos transmitidos, $\theta[k]$ consiste no ruído de fase, Δf é o deslocamento de frequência da portadora em Hz, T_s é o período de símbolo e $\eta[k]$ é o AWGN de médio nulo e variância $2\sigma_\eta^2$ produzido pela amplificação óptica. O termo Δf causa um desvio de fase constante entre símbolos consecutivos

$$\Delta\theta_f = 2\pi\Delta f T_s. \quad (4.62)$$

A compensação do deslocamento de frequência pode então ser feita por meio da remoção deste desvio de fase dos símbolos $z[k]$.

Uma metodologia de estimação de Δf baseada no critério de máxima verossimilhança (ML) é discutida em [130]. O seu desenvolvimento considera a utilização de N_f amostras

¹⁰ Também são possíveis abordagens híbridas em que algoritmos de equalização não supervisionados são usados nos $P - 1$ símbolos de dados entre os pilotos.

de um sinal sem modulação e rotacionado por uma fase constante θ , $\mathbf{z}_a = \{z_a[0], z_a[1], \dots, z_a[N_f - 1]\}$, em que $z_a[k] = e^{j(\theta+k2\pi\Delta f T_s)} + \eta[k]$. Nesse caso, uma estimativa ML de Δf é dada por

$$\widehat{\Delta f}_{\text{ML}} = \max_f f_{\mathbf{z}_a|f,\theta}(\mathbf{z}_a|f,\theta), \quad (4.63)$$

em que $\max_f(\cdot)$ indica a operação de busca pela frequência f que maximiza a função densidade de probabilidade (pdf) de \mathbf{z}_a condicionada ao conhecimento de f e θ , $f_{\mathbf{z}_a|f,\theta}(\mathbf{z}_a|f,\theta)$, dada por

$$f_{\mathbf{z}_a|f,\theta}(\mathbf{z}_a|f,\theta) = \prod_{i=0}^{N_f-1} \frac{1}{2\sigma_\eta^2\pi} e^{-|z_a[i] - e^{j(\theta+2\pi f i T_s)}|^2 / (2\sigma_\eta^2)}. \quad (4.64)$$

Isto, pois $\eta[k]$ possui uma distribuição gaussiana. Substituindo (4.64) em (4.63) e usando a função $\log\{\cdot\}$ é possível demonstrar que a estimativa $\widehat{\Delta f}_{\text{ML}}$ pode ser obtida como

$$\widehat{\Delta f}_{\text{ML}} = \max_f \Re \left\{ \sum_{i=0}^{N_f-1} z_a[i] e^{-j2\pi f i T_s} e^{-j\theta} \right\}, \quad (4.65)$$

se o ângulo θ for conhecido. Caso contrário, indica-se que o processo de estimação do deslocamento de frequência seja realizado primeiro do que a estimação de θ [130, Seç. III-C]. Então, $\widehat{\Delta f}_{\text{ML}}$ é dada por

$$\widehat{\Delta f}_{\text{ML}} = \max_f \left| \sum_{i=0}^{N_f-1} z_a[i] e^{-j2\pi f i T_s} \right|. \quad (4.66)$$

Como descrito em [112, Seç. 3], estimativas aproximadas de $\widehat{\Delta f}_{\text{ML}}$ podem ser eficientemente geradas por meio da busca da frequência associada ao pico no espectro da FFT de $z_a[k]$

$$\widehat{\Delta f}_{\text{ML}} \approx \max_f |\text{FFT}\{z_a; N_{\text{FFT}}\}|. \quad (4.67)$$

em que $\text{FFT}\{(\cdot); N_{\text{FFT}}\}$ indica o cálculo da FFT com $N_{\text{FFT}} \geq N_f$ pontos e $\max_f(\cdot)$ indica a operação de busca pelo índice de frequência f associado ao pico no espectro discreto.

A abordagem descrita em (4.67) é adequada a sistemas ópticos, já que nesses sistemas não se conhece de antemão o ruído de fase. Porém, para ser utilizada em tais sistemas primeiramente faz-se necessária a remoção da modulação dos sinais. Supondo o conhecimento dos símbolos transmitidos $x[k]$, a modulação de $z[k]$ em (4.61) pode ser removida por meio de

$$\begin{aligned} z_a[k] &= z[k] \frac{x^*[k]}{|x[k]|^2} = \left(x[k] e^{j(\theta[k]+k2\pi\Delta f T_s)} + \eta[k] \right) \frac{x^*[k]}{|x[k]|^2}, \\ z_a[k] &= e^{j(\theta[k]+k2\pi\Delta f T_s)} + \eta_x[k], \end{aligned} \quad (4.68)$$

em que $\eta_x[k] = \eta[k](x^*[k]/|x[k]|^2)$ é uma sequência com estatísticas equivalentes à $\eta[k]$. Então, (4.67) pode ser usada para gerar estimativas do deslocamento de frequência [112].

4.6.1 Algoritmo 4-th Power

Estratégias não supervisionadas podem ser construídas utilizando maneiras de remoção da modulação do sinal recebido sem que seja necessário empregar informações da sequência transmitida. Para constelações M -PSK isto pode ser feito elevando o sinal à M -ésima potência. Assumindo que $x[k]$ em (4.61) é obtido a partir de uma constelação M -PSK, $x[k] = e^{j(m[k]2\pi/M)}$, $m[k] \in \{0, 1, \dots, M\}$, tem-se que

$$\begin{aligned} (z[k])^M &= \left(e^{j(m[k]2\pi/M)} e^{j(\theta[k] + k2\pi\Delta f T_s)} + \eta[k] \right)^M, \\ (z[k])^M &= e^{j(m[k]2\pi)} e^{j(M\theta[k] + k2\pi M\Delta f T_s)} + C_a, \\ (z[k])^M &= e^{j(M\theta[k] + k2\pi M\Delta f T_s)} + C_a, \end{aligned} \quad (4.69)$$

em que C_a se refere a termos adicionais que incluem o termo de ruído elevado a M -ésima potência, $\eta^M[k]$, e demais termos que envolvem a multiplicação entre os símbolos e o ruído aditivo. O termo exponencial possui informação do deslocamento de frequência Δf multiplicado por M . Neste caso, assumindo um bloco $\mathbf{z}[n] = \{z[kN_f], z[kN_f + 1], \dots, z[kN_f + N_f - 1]\}$ de símbolos M -PSK, a utilização de (4.67) em combinação com (4.69) deve estar acompanhada de um fator $1/M$, resumindo-se a

$$\widehat{\Delta f}[n] = \frac{1}{M} \max_f |\text{FFT}\{(\mathbf{z}[n])^{\circ M}; N_{\text{FFT}}\}|, \quad (4.70)$$

em que aqui $n = kN_f$ e $(\cdot)^{\circ M}$ indica a operação de elevação à M -ésima potência aplicada a cada elemento do bloco de símbolos $\mathbf{z}[n]$.

Um típico esquema não supervisionado de CFR para constelações M -QAM quadradas é baseado em (4.70) usando a elevação a 4ª potência [131]. Por esta razão, este algoritmo é comumente denominado de algoritmo de CFR de 4ª potência (4-th Power). A operação de 4ª potência aplicada a constelações M -QAM quadradas, com $M > 4$, não produz um sinal completamente independente da modulação. Todavia, tais constelações ainda possuem características que contribuem para a geração de um pico em $4\Delta f$. A primeira delas consiste no fato de que o sinal após a elevação à 4ª potência é não circular, $E\{x[k]^4\} \neq 0$ [131, 132]. A segunda característica se resume à observação de que as constelações M -QAM quadradas possuem símbolos nos cantos para os quais a operação de elevação à 4ª potência é capaz de remover a modulação.

A Fig. 27 mostra o diagrama de blocos do algoritmo do algoritmo 4-th Power para sinais com formato M -QAM quadrados. Assume-se uma operação em blocos. A estimativa do desvio de frequência $\widehat{\Delta f}[n]$ para um bloco composto por N_f símbolos recebidos com formato M -QAM, $\mathbf{z}[n]$, é calculada como

$$\widehat{\Delta f}[n] = \frac{1}{4} \max_f |\text{FFT}\{(\mathbf{z}[n])^{\circ 4}; N_{\text{FFT}}\}|. \quad (4.71)$$

Essa estratégia tem um intervalo de estimação de desvio dado por $[-R_s/8; R_s/8]$ enquanto sua resolução é dada por $R_s/(4N_{\text{FFT}})$, em que R_s é a taxa de símbolos. É importante ressaltar que a

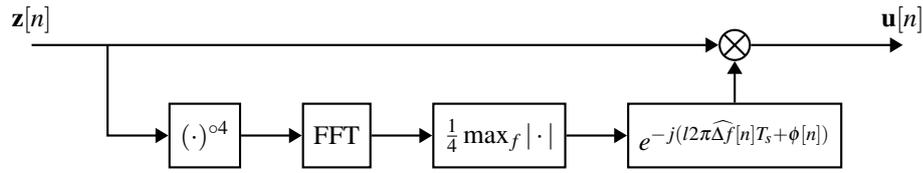


Figura 27 – Diagrama de blocos do algoritmo de CFR 4-th power. Um bloco de N_f símbolos recebidos $\mathbf{z}[n]$ é elevado à 4ª potência e uma FFT com N_{FFT} pontos é calculada. O desvio de frequência é então estimado por meio de uma busca do pico no espectro discreto de frequências e, por fim, compensado no bloco $\mathbf{z}[n]$, gerando o bloco de saída $\mathbf{u}[n]$.

complexidade deste algoritmo aumenta com a cardinalidade do formato de modulação, já que N_f deve ser aumentado de modo a se produzir estimativas satisfatórias do desvio de frequência.

A compensação do desvio de frequência é então feita em cada um dos N_f símbolos do bloco $\mathbf{z}[n]$ tendo em vista que o deslocamento de frequência causa um desvio de fase constante entre símbolos consecutivos, como descrito em (4.62). Então,

$$u[l] = z[l]e^{-j(12\pi\widehat{\Delta f}[n]T_s + \phi[n])}, \quad (4.72)$$

em que $l = 0, 1, \dots, (N_f - 1)$, $u[l]$ indica o l -ésimo símbolo do bloco $\mathbf{u}[n]$ gerado após a compensação do deslocamento de frequência em $\mathbf{z}[n]$ e $\phi[n] = N_f 2\pi\widehat{\Delta f}[n - 1]T_s + \phi[n - 1]$.

4.6.2 Algoritmos de CFR e Transmissões com PS

A presente tese avalia o comportamento de etapas de CFR quando aplicadas a sinais com PS no Capítulo 6. Concomitantemente a este trabalho, algumas soluções foram propostas em [133]. Estas serão brevemente discutidas na Seção 6.3.

4.7 Recuperação de Fase da Portadora

Considerando um adequado funcionamento das etapas anteriores, os símbolos transmitidos $x[k]$ na presença de ruído de fase $\theta[k]$ podem ser descritos como

$$u[k] = x[k]e^{j\theta[k]} + \eta[k], \quad (4.73)$$

em que $u[k]$ são os símbolos após a etapa de CFR e $\eta[k]$ é o ruído AWGN de médio nulo e variância $2\sigma_\eta^2$ produzido pela amplificação óptica. Erros catastróficos são observados caso o ruído de fase não seja compensado, já que formatos avançados de modulação transmitem informação também por meio da fase dos símbolos. E para realizar tal tarefa, torna-se necessário estimar $\theta[k]$. Como visto anteriormente na Seção 2.1.2, o ruído de fase é comumente modelado como um processo de Wiener. No domínio discreto e considerando uma amostragem a taxa de símbolos R_s , esse modelamento se torna

$$\theta[k] = \theta[k - 1] + \Delta\theta[k] \quad (4.74)$$

em que $\Delta\theta[k]$ é uma variável aleatória gaussiana de média nula e variância $\sigma_\theta^2 = 2\pi\Delta\nu T_s$. O termo $\Delta\nu$ refere-se à soma da largura de linha L_w dos lasers transmissor e LO e $T_s = 1/R_s$. O produto $\Delta\nu T_s$ é uma medida da magnitude do ruído de fase [54, Fig. 6.3].

Os procedimentos de estimação e compensação do ruído de fase são realizados pela etapa de recuperação de fase da portadora (CPR). Eventuais resquícios de deslocamento de frequência podem também ser compensados nessa etapa. Apesar de os sinais recebidos em dupla polarização compartilharem o mesmo laser oscilador local (LO), é comum que a estimação do ruído de fase seja feita de maneira independente em cada uma das polarizações.

A fim de elucidar o problema de estimação de fase é interessante assumir que $\theta[k] = \theta, \forall k$. Uma estimativa de θ usando o critério da máxima verossimilhança (ML) pode ser obtida usando N símbolos $u[k]$, $\mathbf{u} = \{u[k - N/2], \dots, u[k], \dots, u[k + N/2 - 1]\}$, por meio da expressão [40, Eq. 2.62]

$$\hat{\theta}_{\text{ML}} = \max_{\vartheta} f_{\mathbf{u}|\vartheta}(\mathbf{u}|\vartheta), \quad (4.75)$$

em que $f_{\mathbf{u}|\vartheta}(\mathbf{u}|\vartheta)$ é a função densidade de probabilidade (*probability density function - pdf*) de \mathbf{u} condicionado ao conhecimento de ϑ , dada por

$$f_{\mathbf{u}|\vartheta}(\mathbf{u}|\vartheta) = \prod_{i=-N/2}^{N/2-1} \frac{1}{2\sigma_\eta^2\pi} e^{-|u[k-i] - x[k-i]e^{j\vartheta}|^2 / (2\sigma_\eta^2)}, \quad (4.76)$$

já que os símbolos $x[k]$ são independentes e identicamente distribuídos (iid) e $\eta[k]$ possui uma distribuição gaussiana. Substituindo (4.76) em (4.75) e usando a função $\log\{\cdot\}$, a estimativa $\hat{\theta}_{\text{ML}}$ pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{\text{ML}} &= \min_{\vartheta} \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \left| u[k-i] - x[k-i]e^{j\vartheta} \right|^2, \\ &= \min_{\vartheta} \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \left| u[k-i]e^{-j\vartheta} - x[k-i] \right|^2. \end{aligned} \quad (4.77)$$

Por fim, é possível provar que o ângulo θ que minimiza (4.77) é [40, Eq. 2.69][41, Cap. 5]

$$\hat{\theta}_{\text{ML}} = \arctan \frac{\Im \left\{ \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} u^*[k-i]x[k-i] \right\}}{\Re \left\{ \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} u^*[k-i]x[k-i] \right\}}. \quad (4.78)$$

No cenário em que $\theta[k]$ assume um valor constante para qualquer k , a qualidade da estimativa cresce com N . Todavia, a aplicação de (4.77) ou (4.78) no cenário prático com ruído de fase modelado como um processo de Wiener requer a otimização de N . A título de exemplo, valores grandes de N favorecem a mitigação da influência do ruído aditivo presente em $u[k]$ nas estimativas de fase. Por outro lado, reduzem a capacidade de se estimar variações rápidas na fase. Em suma, em sistemas ópticos N é influenciado pelas variâncias do ruído aditivo e de fase, $2\sigma_\eta^2$ e σ_θ^2 , respectivamente. Outro fator importante acerca do estimador em (4.78) é a necessidade do total conhecimento dos símbolos transmitidos, $x[k]$.

4.7.1 Algoritmo BPS

Uma solução não supervisionada é apresentada para a estimação de ruído de fase em sistemas ópticos em [39]. Essa solução substitui em (4.77) os símbolos $x[k+n]$ por estimativas dos mesmos obtidas a partir de decisões $[\cdot]_{\mathcal{D}}$ aplicadas a $u[k+n]e^{-j\vartheta[k]}$. Propõe-se também avaliar a minimização em (4.77) considerando um conjunto finito de ângulos, $\mathfrak{V} = \{\vartheta_0, \vartheta_1, \dots, \vartheta_{B-1}\}$. De acordo com esta estratégia, a qual é comumente conhecida como algoritmo de busca cega de fases (BPS), estimativas de $\theta[k]$ são geradas como

$$\hat{\theta}[k] = \min_{\vartheta_b \in \mathfrak{V}} J(\vartheta_b), \quad (4.79)$$

com a função de custo $J(\vartheta_b)$ dada por

$$J(\vartheta_b) = \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \left| u[k-i]e^{-j\vartheta_b} - [u[k-i]e^{-j\vartheta_b}]_{\mathcal{D}} \right|^2, \quad (4.80)$$

em que o parâmetro N , que será referenciado ao longo deste trabalho como tamanho da janela de rejeição de ruído, oferece um compromisso entre a mitigação da influência do ruído aditivo nas estimativas e a capacidade de se acompanhar variações rápidas do ruído de fase, como discutido anteriormente no âmbito da expressão (4.78).

O conjunto de fases de teste \mathfrak{V} depende do tipo de constelação associada aos símbolos transmitidos $x[k]$. Em geral, constelações possuem ângulos de simetria rotacional, γ_p . Isso diz respeito ao fato de que a aplicação de rotações de múltiplos inteiros de γ_p às constelações impossibilita a distinção entre os símbolos dessas constelações. Para esses casos, portanto, não há a necessidade de se considerar fases de teste definidas em intervalos superiores a γ_p . Logo, fases de teste ϑ_b podem ser obtidas como

$$\vartheta_b = \frac{b}{B}\gamma_p, \quad b \in \{-B/2, \dots, -1, 0, 1, \dots, B/2-1\}, \quad (4.81)$$

em que, para constelações M -QAM quadradas, $\gamma_p = \pi/2$. É válido ressaltar que o número de fases de teste B possui relação com a qualidades das estimativas.

As estimativas de fase produzidas por (4.79) são então limitadas ao intervalo $[-\gamma_a/2, \gamma_a/2)$ considerando \mathfrak{V} com elementos dados por (4.81). A fim de garantir que essas acompanhem a real evolução do ruído de fase torna-se necessária a utilização de um desdobrador de fases (*phase unwrapper* - PU). Os procedimentos realizados pelo PU são descritos por [134, Eq. 21]

$$\hat{\theta}_{\text{PU}}[k] = \hat{\theta}[k] + n_p[k]\gamma_p, \quad (4.82)$$

em que $n_p[k]$ é um inteiro dado por

$$n_p[k] = \left\lfloor \frac{1}{2} + \frac{\hat{\theta}[k-1] - \hat{\theta}[k]}{\gamma_p} \right\rfloor. \quad (4.83)$$

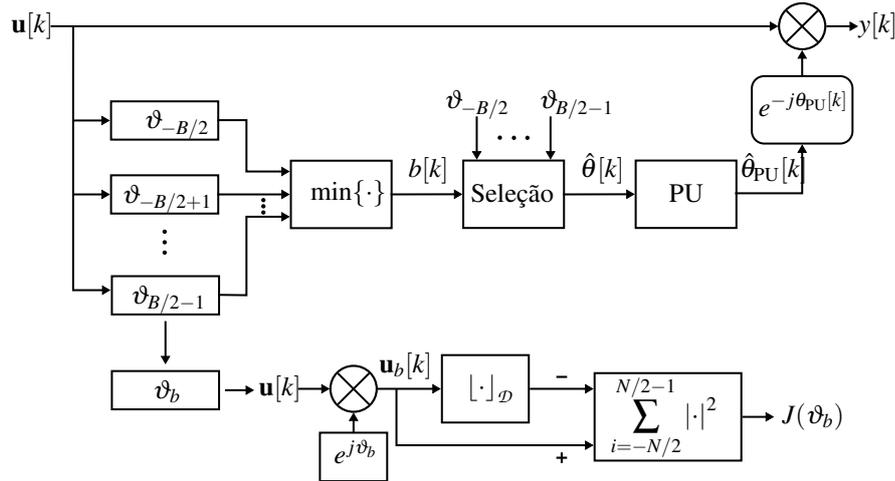


Figura 28 – Diagrama de blocos do algoritmo BPS. O bloco de símbolos recebidos $\mathbf{u}[k]$ é rotacionado por B fases de teste ϑ_b . A estimativa de fase $\hat{\theta}[k]$ é dada como a fase de teste ϑ_b que minimiza a função custo $J(\vartheta_b)$. Após os procedimentos de um PU, a estimativa $\hat{\theta}_{PU}[k]$ é usada para compensar o ruído de fase no símbolo central do bloco recebido, $u[k]$, gerando o símbolo de saída $y[k]$.

O PU adiciona múltiplos inteiros $n_p[k]$ de γ_a às estimativas do ruído de fase $\hat{\theta}[k]$ de modo que a diferença de fase entre duas estimativas $\hat{\theta}_{PU}$ consecutivas seja sempre menor que $\gamma_a/2$. Apesar de necessário para a eliminação das descontinuidades de fase, a operação do PU é propensa a erros. Principalmente sob condições de alto nível de ruído aditivo, múltiplos de γ_a podem ser incorretamente adicionados ou subtraídos de $\hat{\theta}[k]$. Isso pode conduzir a rotações da constelação por múltiplos de γ_a que são comumente chamadas de *escorregamentos de fase* (*cycle slips* - CSs), os quais tem potencial para causar erros catastróficos na recepção dos sinais [54, 114].

A Fig. 28 apresenta um diagrama de blocos do algoritmo BPS. Um bloco de N símbolos recebidos $\mathbf{u}[k] = \{u[k - N/2], \dots, u[k], \dots, u[k + N/2 - 1]\}$ é rotacionado por B fases de teste ϑ_b . Para cada uma das fases de teste calcula-se, após o processo de decisão dos símbolos, o termo $J(\vartheta_b)$. A estimativa de fase $\hat{\theta}[k]$ é então gerada como a fase ϑ_b que minimiza $J(\vartheta_b)$. Após os procedimentos especificados em (4.82) com relação ao PU, compensa-se o desvio de fase presente no símbolo na posição $\lfloor N/2 \rfloor + 1$ do bloco de entrada $\mathbf{u}[k]$ (ou seja, $u[k]$), como

$$y[k] = u[k]e^{-j\hat{\theta}_{PU}[k]}. \quad (4.84)$$

De fato, o algoritmo BPS apresenta elevada tolerância à magnitude do ruído de fase. Porém, isto está acompanhado de uma complexidade computacional que cresce com os parâmetros N e B . Algumas soluções com o intuito de reduzir o custo computacional deste algoritmo têm sido propostas, principalmente envolvendo a sua utilização em estratégias de dois estágios [135]. Considerando simplesmente o algoritmo BPS, uma estratégia que permite minimizar o número de cálculos consiste em usar as estimativas geradas para compensar o desvio de fase de mais de um símbolo por bloco de entrada. Nesse caso, é possível deslizar a janela que define o bloco de entrada pelo mesmo número de símbolos que sofreram a compensação do

ruído de fase. Ao longo deste trabalho considera-se o BPS operando como descrito na Fig. 28, ou seja, somente compensa-se um único símbolo por bloco de entrada.

4.7.2 Algoritmos de CPR e Transmissões com PS

Este trabalho avalia a interação entre PS e etapas de CPR. Considera-se aqui o algoritmo BPS e uma abordagem baseada em pilotos a ser introduzida no Capítulo 6. Discute-se também no referido capítulo algumas estratégias desenvolvidas simultaneamente à realização deste trabalho.

Capítulo 5

Avaliação da Interação entre PS e o Algoritmo BPS

Este capítulo fornece um detalhado estudo sobre o impacto de constelações com PS no funcionamento do algoritmo BPS. Inicialmente analisa-se o erro médio quadrático (MSE) de estimativas de fase produzidas com tal algoritmo. Em seguida, investigam-se os efeitos que PS impõe sob a ocorrência de escorregamentos de fase (CSs) quando o algoritmo BPS é usado. Por fim, o desempenho de um sistema empregando transmissões com PS e CPR com o algoritmo BPS é examinado tendo como figura de mérito a informação mútua (MI).

5.1 Avaliação do MSE

Nesta seção são apresentados os resultados da avaliação da interação entre PS e o algoritmo BPS. A fim de fornecer uma visão analítica do problema primeiramente considera-se um algoritmo que realiza os mesmos procedimentos do algoritmo BPS, porém, com decisões supervisionadas dos símbolos. Esse algoritmo é chamado aqui de algoritmo de busca supervisionada de fases (SPS) e é equivalente ao algoritmo de máxima verossimilhança (ML) em [40, Eq. 2.69][41, Cap. 5]. Apresenta-se para o algoritmo SPS o desenvolvimento matemático do MSE entre o ruído de fase e sua estimativa. Posteriormente são apresentados os resultados, obtidos por meio de simulações, da investigação do MSE para os algoritmos SPS e BPS na presença de sinais com PS. Por fim, são mostrados os resultados da avaliação da MI em um sistema com PS e recuperação de fase com o algoritmo BPS.

5.1.1 Modelagem teórica do MSE associado ao SPS

Conforme especificado em (4.80), o algoritmo BPS possui a seguinte função de custo

$$J(\vartheta_b) = \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \left| u[k-i]e^{-j\vartheta_b} - \left[u[k-i]e^{-j\vartheta_b} \right]_D \right|^2. \quad (5.1)$$

Tendo em vista que $u[k] = x[k]e^{j\theta[k]} + \eta[k]$ e considerando que $\hat{x}[k] = [u[k-i]e^{-j\vartheta_b}]_D$ é possível reescrever (5.1) como

$$J(\vartheta_b) = \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \left| x[k-i]e^{j\theta[k-i]}e^{-j\vartheta_b} + \eta[k-i]e^{-j\vartheta_b} - \hat{x}[k-i] \right|^2. \quad (5.2)$$

Definindo $\eta'[k] = \eta[k]e^{-j\vartheta_b}$, uma versão rotacionada do AWGN $\eta[k]$ com mesma média ($E\{\eta[k]\} = 0$) e variância ($2\sigma_\eta^2$), e escrevendo (5.2) em função do erro entre o símbolo transmitido e sua estimativa, $e[k] = x[k] - \hat{x}[k]$, tem-se que

$$J(\vartheta_b) = \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \left| x[k-i]e^{j(\theta[k-i]-\vartheta_b)} - x[k-i] + e[k-i] + \eta'[k-i] \right|^2. \quad (5.3)$$

Para o algoritmo SPS, $e[k] = 0$ em (5.3), e o modelamento analítico se torna simplificado. Com o termo de erro nulo, tem-se que a função de custo associada ao SPS é

$$J(\vartheta_b) = \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \left| x[k-i]e^{j(\theta[k-i]-\vartheta_b)} - x[k-i] + \eta'[k-i] \right|^2. \quad (5.4)$$

Caso infinitas fases de teste ϑ_b sejam consideradas, (5.4) equivale à função custo em (4.77) associada à estimativa ML. De fato, a expressão (4.78) é uma solução fechada para uma maximização baseada em (5.4) caso infinitas fase de testes sejam consideradas.

Algoritmos de recuperação de fase recorrem ao fato de que o ruído de fase varia lentamente ao longo do tempo de tal modo que pode ser considerado praticamente constante ao longo de uma janela de N símbolos. Na prática, o tamanho de N depende do ruído aditivo e da magnitude do ruído de fase, a qual é ditada pela taxa de símbolos e da largura de linha dos lasers envolvidos na transmissão. Na derivação a seguir essa característica é utilizada assumindo que $\theta[k]$ é um valor constante θ_n em uma janela de N símbolos $x[k]$, $\{x[-N/2], x[-N/2+1], \dots, x[N/2-1]\}$.¹ Com base em (5.4), a estimativa de θ_n estaria associada à minimização de

$$J(\vartheta_b) = \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \left| x[i]e^{j(\theta_n-\vartheta_b)} - x[i] + \eta'[i] \right|^2. \quad (5.5)$$

A Fig. 29 mostra uma análise geométrica do problema baseado em (5.5). O ruído $\eta'[k]$ pode ser decomposto em duas componentes de média nula e variância σ_η^2 , $\eta'_{(1)}[k]$ e $\eta'_{(2)}[k]$. O termo $\eta'_{(1)}[k]$ refere-se à componente do ruído na direção de subtração de $x[k]$ e sua versão rotacionada, $x[k]e^{j(\theta_n-\vartheta_b)}$. Já o termo $\eta'_{(2)}[k]$ refere-se à componente de ruído que é perpendicular a $\eta'_{(1)}[k]$. A análise geométrica dos triângulos formados na Fig. 29 permite reescrever (5.5) como

$$J(\vartheta_b) = \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \left[\left(2|x[i]|\sin\left(\frac{\theta_n-\vartheta_b}{2}\right) + \eta'_{(1)}[i] \right)^2 + \left(\eta'_{(2)}[i] \right)^2 \right], \quad (5.6)$$

¹ Como a sequência $x[k]$ é iid, a análise não seria alterada caso outro conjunto de N símbolos fosse considerado desde que nesse novo bloco fosse ainda possível considerar um desvio constante de fase θ_n .

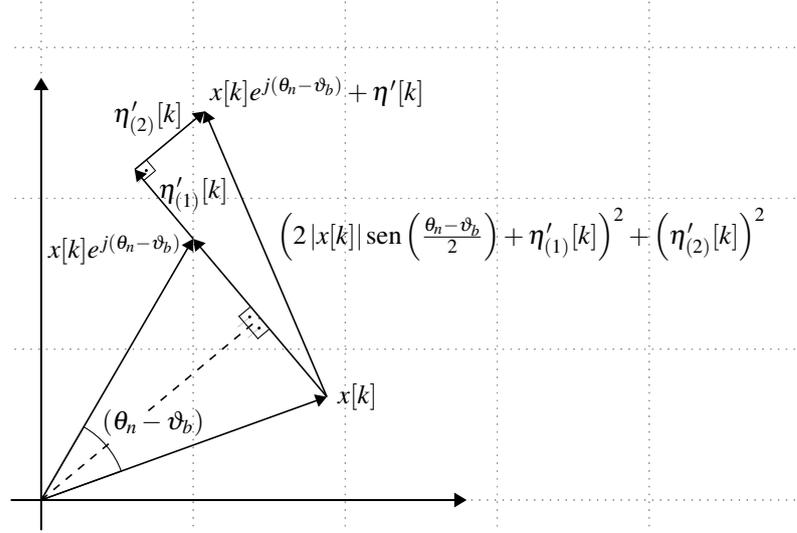


Figura 29 – Modelamento geométrico do problema de estimação de θ_n usando o algoritmo SPS. É possível decompor o termo de ruído $\eta'[k]$ em (5.3) em duas componentes perpendiculares, $\eta'_{(1)}[k]$ e $\eta'_{(2)}[k]$, que possuem média nula e variância σ_{η}^2 . $\eta'_{(1)}[k]$ é a componente do ruído na direção de subtração de $x[k]$ e sua versão rotacionada, $x[k]e^{j(\theta_n - \vartheta_b)}$, enquanto que $\eta'_{(2)}[k]$ é a componente perpendicular a $\eta'_{(1)}[k]$. Por fim, a função custo $J(\vartheta_b)$ pode ser modelada por meio de uma análise de triângulos.

Derivando (5.6) em relação à ϑ_b , obtém-se

$$\frac{dJ(\vartheta_b)}{d\vartheta_b} = \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} -2 \left(2|x[i]| \operatorname{sen} \left(\frac{\theta_n - \vartheta_b}{2} \right) + \eta'_{(1)}[i] \right) |x[i]| \cos \left(\frac{\theta_n - \vartheta_b}{2} \right). \quad (5.7)$$

Assume-se que a quantidade de fases de teste é suficientemente grande ($B \rightarrow \infty$) de modo que efeitos de quantização são desprezíveis, o que permite considerar que a diferença $\theta_n - \vartheta_b$ é pequena. Substituindo ϑ_b por $\hat{\theta}_n$, isto é, a estimativa de θ_n , e igualando a derivada em (5.7) a zero tem-se

$$\begin{aligned} \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \left(2|x[i]| \operatorname{sen} \left(\frac{\theta_n - \hat{\theta}_n}{2} \right) + \eta'_{(1)}[i] \right) |x[i]| &= 0, \\ \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} 2|x[i]|^2 \operatorname{sen} \left(\frac{\theta_n - \hat{\theta}_n}{2} \right) + \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \eta'_{(1)}[i] |x[i]| &= 0, \\ \operatorname{sen} \left(\frac{\theta_n - \hat{\theta}_n}{2} \right) &= -\frac{1}{2} \frac{\sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \eta'_{(1)}[i] |x[i]|}{\sum_{i=-N/2}^{N/2-1} |x[i]|^2}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Com a aproximação $\operatorname{sen}(d) \approx d$, para d pequenos, (5.8) se torna

$$\begin{aligned} \frac{\theta_n - \hat{\theta}_n}{2} &\approx -\frac{1}{2} \frac{\sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \eta'_{(1)}[i] |x[i]|}{\sum_{i=-N/2}^{N/2-1} |x[i]|^2}, \\ \hat{\theta}_n &\approx \theta_n + \frac{\sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \eta'_{(1)}[i] |x[i]|}{\sum_{i=-N/2}^{N/2-1} |x[i]|^2}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Por fim, o MSE associado à estimação de θ_n no caso do algoritmo SPS pode ser dado pela seguinte expressão

$$\text{MSE}_{\text{SPS}}(N) = E \{ (\theta_n - \hat{\theta}_n)^2 \} = E \left\{ \left[\frac{\sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \eta'_{(1)}[i] |x[i]|}{\sum_{i=-N/2}^{N/2-1} |x[i]|^2} \right]^2 \right\}. \quad (5.10)$$

O cálculo de $\text{MSE}_{\text{SPS}}(N)$ é não trivial para valores intermediários de N . Mas, os casos extremos permitem a realização de interessantes análises. Assumindo $N = 1$ tem-se que a expressão 5.10 se reduz a

$$\text{MSE}_{\text{SPS}}(1) \approx E \left\{ \left[\frac{\eta'_{(1)}[k]}{|x[k]|} \right]^2 \right\} = \sigma_\eta^2 \sum_{m=1}^M \frac{1}{|x_m|^2} p_X(x_m), \quad (5.11)$$

a qual indica que, para janelas pequenas, o desempenho do SPS em termos do MSE não depende somente da SNR por meio de σ_η^2 e das potências dos símbolos, $|x[k]|^2$, mas também das probabilidades a-priori dos símbolos transmitidos, $p_X(x)$. Em um cenário com aplicação de PS de acordo com a distribuição de MB, $p_X(x) = e^{-\lambda|x|^2} / \sum_{i=1}^M e^{-\lambda|x_i|^2}$, diferenciando a equação 5.11 com respeito ao fator de formatação λ e igualando o resultado a zero é possível mostrar que o MSE é maximizado quando

$$[E\{|x|^4\} - 2E^2\{|x|^2\}] E \left\{ \left| \frac{1}{x} \right|^2 \right\} + E\{|x|^2\} = 0. \quad (5.12)$$

Na derivação da equação 5.12 é importante ressaltar que $\sigma_\eta^2 = P/(2\text{SNR})$, em que $P = E\{|x|^2\}$, também depende de λ . Ademais, analisando a equação 5.12, percebe-se que o desempenho do algoritmo SPS é afetado por alguns momentos de $|x|$ e $1/|x|$, incluindo o quarto momento central de $|x|$. Para constelações M -QAM, em que $E\{x^2\} = 0$, é possível reescrever a equação 5.12 em termos de sua curtose dada por $K_x = E\{|x|^4\} - 2E^2\{|x|^2\} - |E\{x^2\}|^2$. Então, o MSE é maximizado quando

$$K_x = - \frac{E\{|x|^2\}}{E\{|1/x|^2\}}. \quad (5.13)$$

Supondo um valor grande para N , indicado por N_L , torna-se possível utilizar a Lei dos Grandes Números. Nesse caso é possível assumir que, em uma janela de observação N_L , $N_L p(x_m)$ símbolos x_m irão estar presentes. Assim, o $\text{MSE}_{\text{SPS}}(N_L)$ se torna

$$\text{MSE}_{\text{SPS}}(N_L) \approx \frac{\sigma_\eta^2 N_L \sum_{m=1}^M |x_m|^2 p(x_m)}{N_L^2 \left(\sum_{m=1}^M |x_m|^2 p(x_m) \right)^2}, \quad (5.14)$$

$$= \frac{\sigma_\eta^2}{N_L P_s} = \frac{1}{2N_L} \text{SNR}^{-1}. \quad (5.15)$$

Então, para grandes janelas, o desempenho do algoritmo SPS depende da SNR e é pouco afetado pela constelação transmitida. Isso pode ser explicado pela soma de N_L variáveis aleatórias

independentes e identicamente distribuídas na equação 5.10, permitindo a utilização do Teorema Central do Limite.

Para o algoritmo BPS, $e[k] = x[k] - \hat{x}[k] \neq 0$. Neste caso, o modelamento matemático se torna complicado, já que $e[k]$ depende tanto de $\eta[k]$, quanto de $x[k]$ e ϑ_b . Este último influencia $e[k]$ por meio de $\hat{x}[k] = \lfloor u[k]e^{-j\vartheta_b} \rfloor_{\mathcal{D}}$. Portanto, a análise do MSE para o BPS é somente conduzida por meio de simulações.²

5.1.2 Avaliação do MSE para os algoritmos SPS e BPS

Para a avaliação do MSE associado aos algoritmos SPS e BPS, assume-se que a aplicação de PS modifica a distribuição de probabilidade dos símbolos, porém, mantém suas posições no plano complexo. Como são utilizadas constelações M -QAM, os símbolos são mantidos nas posições $\pm(2i+1)$, $i = 0, 1, \dots, \sqrt{M}/2 - 1$. Essa suposição tem uma direta influência sobre a escolha do parâmetro λ da distribuição de MB, já que este depende das amplitudes dos símbolos na constelação (embora o valor de $p_X(x)$ ótimo dependa somente da SNR). Na prática, no entanto, os valores absolutos das potências do sinal e do ruído aditivo não são importantes do ponto de vista dos algoritmos de recuperação de fase, dado que somente a SNR dita o desempenho do transceptor.

Simulações de Monte Carlo foram feitas considerando a transmissão de 2^{19} símbolos. Uma rotação arbitrária constante de $\pi/6$ rad. foi aplicada nos símbolos transmitidos com o intuito de representar um desvio de fase constante em uma dada janela. Nesse contexto, quanto maior o tamanho da janela, melhor será o desempenho do algoritmo de estimação de fase. Em aplicações práticas, a janela ótima depende das condições de operação do sistema, como a OSNR, a largura de linha dos lasers e a taxa de símbolos. Nesta seção, o tamanho da janela foi variado para simular essas diferentes condições de operação sem a necessidade de levar em consideração questões sistêmicas. Como o desvio de fase aplicado aos símbolos é constante, não há a necessidade de uso de um PU após a estimação da fase. Adicionou-se também aos símbolos AWGN para a variação da SNR. É interessante ressaltar que, para manter a SNR constante ao longo da variação de λ , a potência do ruído foi modificada. Consideraram-se 900 fases de teste de modo a se reduzir a influência da resolução no MSE avaliado.

A Fig. 30 mostra o MSE de θ_k para o algoritmo SPS. As linhas sólidas indicam as predições analíticas de acordo com o modelamento descrito anteriormente, enquanto que os marcadores correspondem aos resultados produzidos por meio das simulações de Monte Carlo. Consideram-se os casos com janelas de rejeição de ruído de tamanho $N = 1$ e $N = 100$. Para $N = 1$ e $N = 100$ as predições analíticas seguem (5.11) e (5.15), respectivamente. Os resultados para as SNRs de 30 dB e 35 dB foram incluídos como referências de casos com alta SNR. As Figs. 30(a) e 30(b) mostram os resultados para o formato PS-64-QAM e $N = 1$ e $N = 100$, respectivamente. A aproximação analítica para $N = 1$ exibe satisfatória concordância com as simulações, com

² Não se analisa neste trabalho o aspecto das constelações na saída do algoritmo BPS.

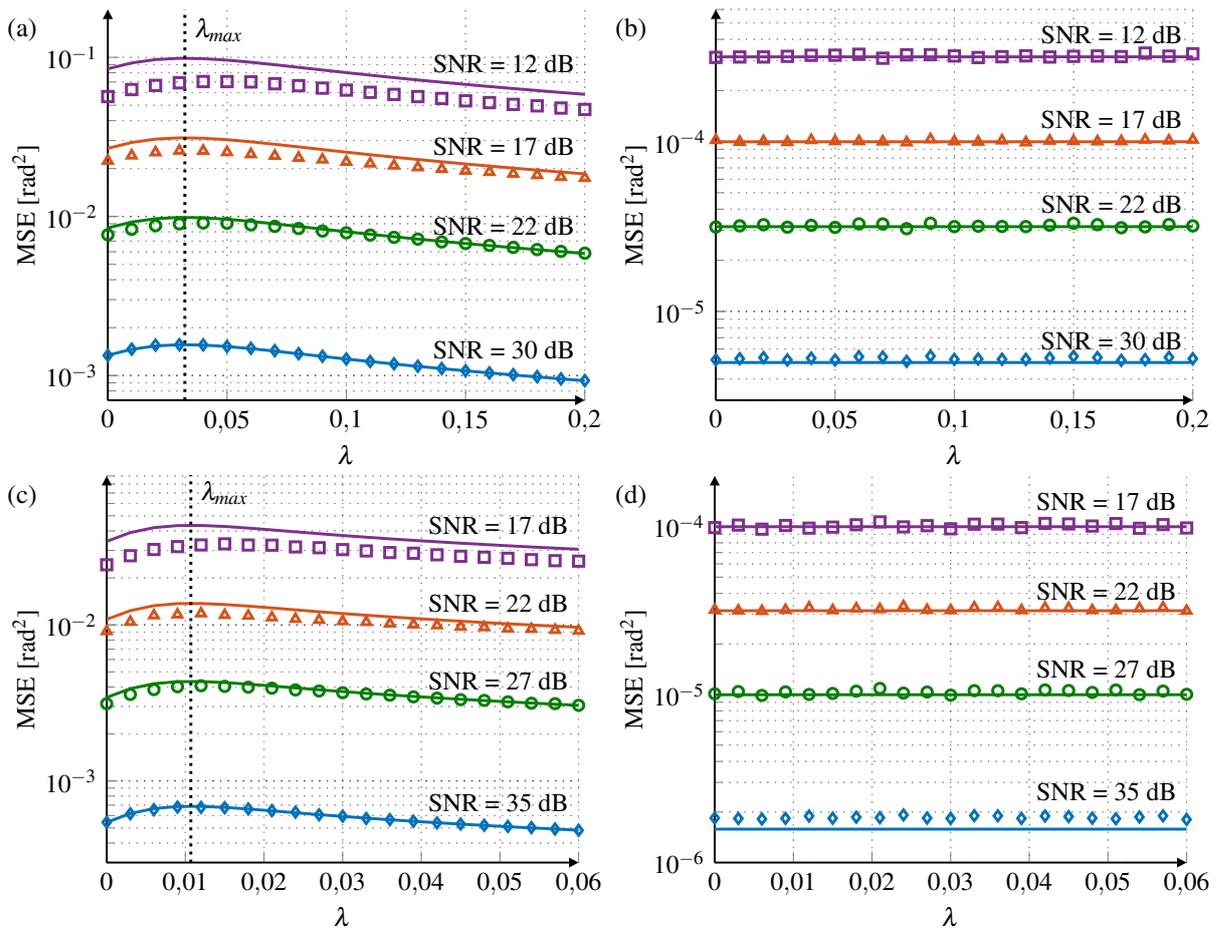


Figura 30 – MSE para o algoritmo SPS avaliado com o formato PS-64-QAM e (a) $N = 1$ e (b) $N = 100$; e avaliado com o formato PS-256-QAM e (c) $N = 1$ e (d) $N = 100$. As linhas sólidas indicam resultados analíticos obtidos com $\text{MSE}_{\text{SPS}}(1)$ e $\text{MSE}_{\text{SPS}}(N_L = 100)$, enquanto que os marcadores correspondem aos resultados obtidos por meio de simulações de Monte Carlo. O canal de transmissão inclui AWGN e uma rotação de fase (arbitrária) de $\pi/6$. As curvas indicam que janelas de rejeição de ruído de tamanho moderado são suficientes para fazer com que o desempenho do algoritmo SPS seja independente do PS. As linhas verticais nas figuras (a) e (c) indicam λ_{\max} , calculado analiticamente com (5.12). Os casos com constelações uniformes correspondem a $\lambda = 0$.

aumento de precisão à medida que a SNR aumenta. Para o caso $N = 100$, a precisão do modelo é mantida mesmo para baixos valores de SNR. O mesmo comportamento é observado para o formato PS-256-QAM, como é possível ser observado nas Figs. 30(c) e 30(d) que indicam, respectivamente, os resultados para $N = 1$ e $N = 100$. Como previsto pelo modelamento analítico, para $N = 1$ o MSE pode aumentar como um resultado da aplicação de PS se comparado com a utilização de constelações com distribuição uniforme (símbolos equiprováveis). De fato, existem dois processos principais que contribuem para o formato exibido nas Figs. 30(a) e 30(c). Para compreendê-los considera-se novamente que, no processo de aplicação de PS, os símbolos são mantidos nas posições $\pm(2i + 1), i = 0, 1, \dots, \sqrt{M}/2 - 1$, enquanto que as probabilidades a-priori são alteradas. No primeiro processo, o aumento de λ reduz a ocorrência de símbolos de maior amplitude. Isso contribui para uma redução do desempenho de estimação de fase, já que desvios de fase são mais facilmente detectados justamente nos símbolos de maior amplitude. Já

no segundo processo, o aumento da magnitude da formatação aplicada às constelações reduz a potência do sinal e, para manter a SNR constante, a potência do ruído deve ser reduzida, contribuindo assim para o processo de estimação de fase. A dominância do primeiro processo para baixos λ s e do segundo processo para λ s maiores causa então a existência de um máximo na curva do MSE. A dependência do desempenho do algoritmo SPS com a magnitude de PS pode ser facilmente aliviada ao se utilizar longas janelas de rejeição de ruído, como mostrado nas Figs. 30(b) e 30(d), nas quais se assumiu $N = 100$. As figuras para $N = 1$ também mostram o valor de λ para o qual o MSE é maximizado, indicado por λ_{\max} , e obtido por meio de (5.12).

As Figs. 31(a) e 31(b) mostram os resultados do MSE em função de λ obtidos com o algoritmo BPS e os formatos PS-64-QAM em uma SNR de 12 dB e PS-256-QAM em uma SNR de 17 dB, respectivamente. As linhas tracejadas indicam previsões do MSE para o SPS assumindo valores grandes de N , obtidas por meio de (5.15), para $N = 100$ e $N = 500$.³ As linhas com marcadores, por sua vez, indicam os resultados obtidos para o algoritmo BPS por meio de simulações com diferentes valores de N . Em baixos níveis de SNR, o algoritmo BPS é afetado por um terceiro processo diretamente influenciado pelos dois já descritos para o algoritmo SPS, o que acentua o formato da curva do MSE em função de λ . Esse processo consiste na geração de erros na decisão dos símbolos de referência usados durante a estimação da fase. O algoritmo BPS decide os símbolos recebidos após esses serem rotacionados por fases de teste e os usa como referência para o cálculo da função custo inerente ao processo de estimação da fase. A maior propensão a erros sob baixa SNR aliado à redução dos símbolos de maior amplitude nos cantos da constelação contribui para que o MSE das estimativas produzidas com o algoritmo BPS tenha um comportamento mais pronunciado em função de λ do que aquele obtido com o algoritmo SPS. Janelas de rejeição de ruído maiores reduzem o MSE, mas os ganhos associados a esse tipo de filtragem dependem fortemente de λ . Por exemplo, para o formato 64-QAM sem PS ($\lambda = 0$), aumentar N de 30 para 100 produz uma redução de 10 vezes no nível do MSE. Por outro lado, esse ganho é reduzido consideravelmente se o sistema opera com $\lambda = 0,05$. Uma tendência similar pode ser observada para o formato PS-256-QAM. É interessante notar que, para ambos os formatos PS-64-QAM e PS-256-QAM, o MSE é maximizado próximo ao λ ótimo para o canal AWGN quando a distribuição de MB é utilizada, isto é, na proximidade de λ_{optimum} .

Nas Figs. 31(e) e 31(f) são apresentados os resultados do MSE em função de λ obtidos para o BPS, avaliados com o formato PS-64-QAM em uma SNR de 22 dB e com o formato PS-256-QAM em uma SNR de 27 dB, respectivamente. É válido mencionar que estes valores de SNR são os maiores considerados para cada formato de modulação como sendo propícios à aplicação de PS.⁴ Interessantemente, para ambos os formatos de modulação, o MSE se mantém constante ou é reduzido à medida que λ aumenta, indicando que o PS pode favorecer o desempenho do algoritmo BPS. Fica evidente também a limitação do desempenho do BPS

³ As previsões com o SPS para outros valores de N foram omitidas para manter a clareza da figura. O MSE obtido com o BPS foi substancialmente superior ao exibido pelo SPS em praticamente todos os λ s quando $N < 100$.

⁴ A região de aplicação de PS para os formatos de modulação considerados é discutida na Fig. 18 no Capítulo 3.

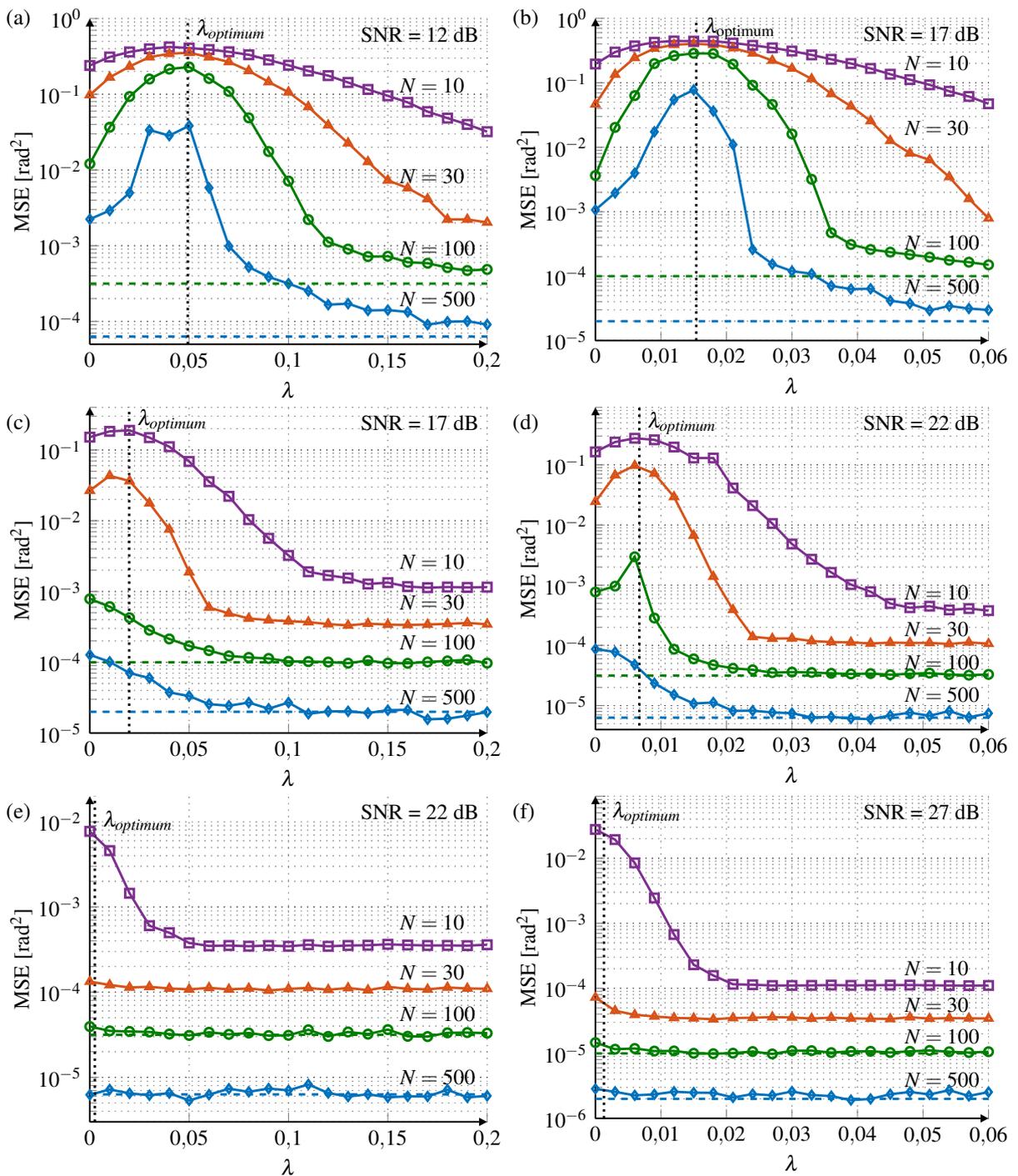


Figura 31 – MSE para o algoritmo BPS com $N = 10, 30, 100$, e 500 , avaliado com o formato PS-64-QAM em (a) SNR = 12 dB, (c) SNR = 17 dB e (e) SNR = 22 dB; e avaliado com o formato PS-256-QAM em (b) SNR = 17 dB, (d) SNR = 22 dB e (f) SNR = 27 dB. O canal de transmissão inclui AWGN e uma rotação de fase (arbitrária) de $\pi/6$. As linhas pontilhadas indicam λ_{optimum} para a configuração correspondente. As linhas tracejadas indicam as previsões para o algoritmo SPS com janelas grandes, para $N = 100$ e $N = 500$, dadas por (5.15). Os casos com constelações uniformes correspondem a $\lambda = 0$.

àquele exibido pelo SPS. Para certos valores de N e λ , ambos exibem valores similares MSE.

As Figs. 31(c) e 31(d) representam casos intermediários, em que o MSE foi avaliado para o algoritmo BPS assumindo o formato PS-64-QAM em uma SNR de 17 dB e o formato

PS-256-QAM em uma SNR de 22 dB, respectivamente. Nos casos avaliados, o desempenho do BPS é mais prejudicado nas proximidades de λ_{optimum} . Esse efeito não está presente na análise do algoritmo SPS, para o qual janelas de rejeição de ruído de tamanho moderado foram capazes de mitigar o impacto do PS no MSE. Portanto, conjectura-se que o parâmetro λ que, de acordo com a teoria maximiza a AIR para o canal AWGN quando a distribuição de MB é usada, está na proximidade da condição de pior caso para o processo de decisão inerente à estimação de fase no algoritmo BPS. É válido ressaltar aqui que a distribuição de MB maximiza a entropia $H_e(X)$. Contudo, seu uso é justificado pelo significativo nível de similaridade entre os resultados que produz e a capacidade de um canal AWGN [38].

Para estimar o desvio de fase o algoritmo BPS realiza a decisão de símbolos rotacionados por ângulos de teste. Os resultados apresentados na Fig. 31 consideram que essas decisões são feitas de acordo com o critério de máxima verossimilhança (*maximum likelihood* - ML). Esse critério é ótimo no cenário de transmissão de símbolos com probabilidades uniformes, isto é $p_X(x) = 1/M$. Sob a condição de transmissão de símbolos com diferentes probabilidades, decisões ótimas são dadas de acordo com o critério de máxima probabilidade a-posteriori (*maximum a posteriori probability* - MAP), o qual para um canal AWGN se resume a [49, Eq. 7.21]

$$\hat{x} = \min_{x \in \mathcal{X}} |v - x|^2 - 2\sigma_\eta^2 \log \{p_X(x)\}, \quad (5.16)$$

em que \hat{x} é a estimativa do símbolo transmitido, tomada com base no símbolo recebido v , x é o símbolo pertencente ao alfabeto \mathcal{X} , com probabilidade de ocorrência $p_X(x)$, e o termo $2\sigma_\eta^2$ corresponde à potência do ruído aditivo.

Com o intuito de avaliar o impacto da utilização do critério MAP no MSE obtido com o algoritmo BPS foram realizadas simulações nos mesmos cenários associados à Fig. 31 e os resultados são apresentados na Fig. 32. As Figs. 32(a), 32(c) e 32(e) mostram o MSE em função de λ para o algoritmo BPS com decisões de símbolos de acordo com o critério MAP mostrado na Eq. 5.16, para SNRs de 12 dB, 17 dB e 22 dB, respectivamente, assumindo o formato PS-64-QAM. Por sua vez, as Figs. 32(b), 32(d) e 32(f) mostram os resultados obtidos com o formato PS-256-QAM. Nas figuras, as linhas sólidas indicam os resultados obtidos por simulação com diferentes valores de N considerando decisões MAP. As linhas traço-pontilhadas indicam os resultados obtidos com o BPS e decisões ML, resultados estes que já foram apresentados na Fig. 31. As linhas tracejadas indicam as previsões do MSE para o algoritmo SPS assumindo valores grandes de N (100 e 500). Percebe-se que o MSE de θ_k obtido com decisões segundo o critério MAP se assemelha ao obtido com decisões segundo o critério ML. Para a maioria dos cenários ambos os critérios de decisão produzem níveis de MSE muito similares em todos os regimes de ruído avaliados. De fato, a partir dos resultados mostrados na Fig. 32, percebe-se que a dependência do MSE com o fator de formatação λ_{optimum} é pouco afetada pelo critério de decisão utilizado internamente no algoritmo BPS. Como ambos os critérios de decisão conferem níveis similares de MSE da fase estimada pelo BPS, no restante deste trabalho utiliza-se o critério ML. Isso, pois o critério MAP está associado a um ligeiro aumento de complexidade, já que

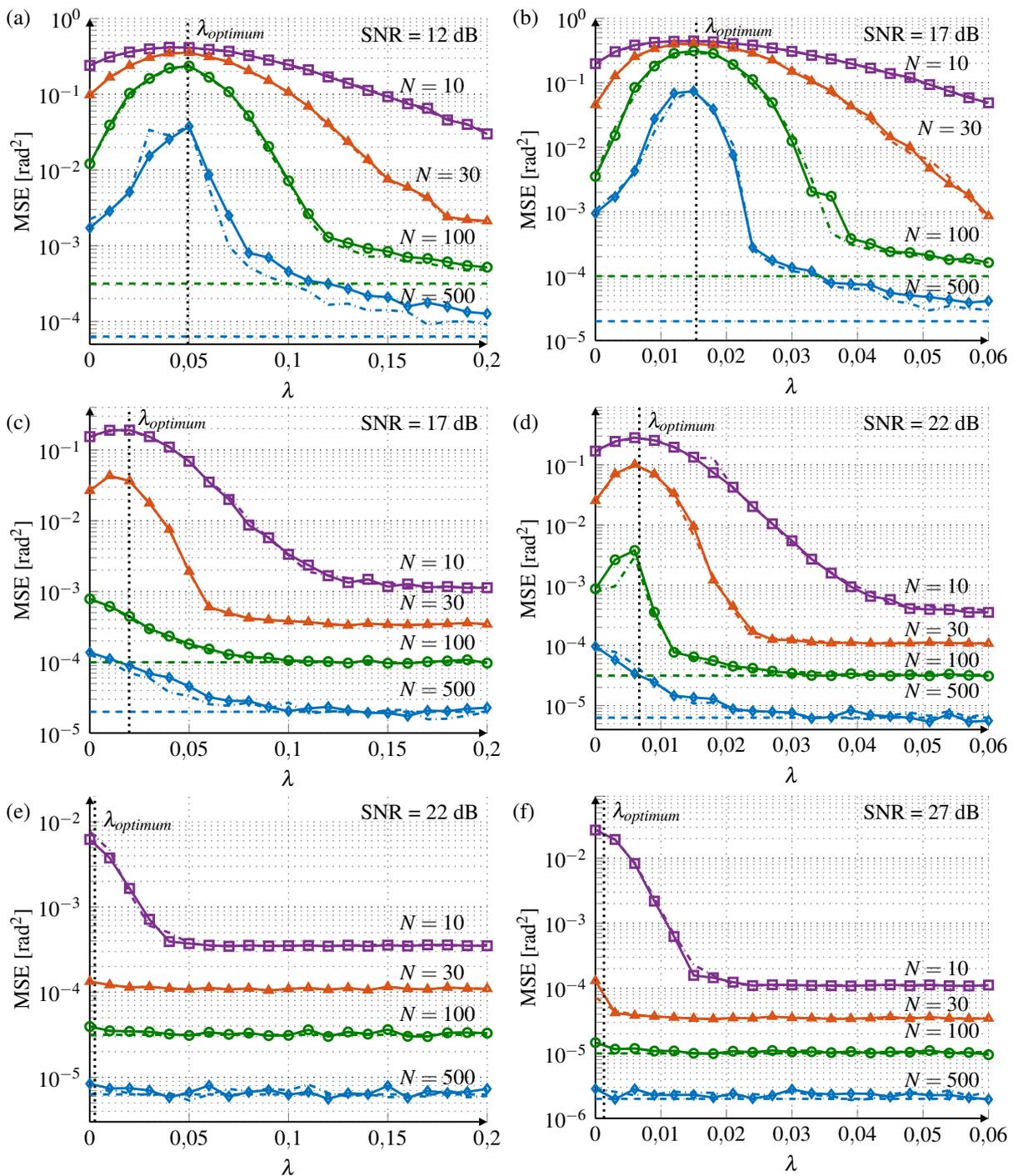


Figura 32 – MSE para o algoritmo BPS com decisões MAP e $N = 10, 30, 100,$ e 500 , avaliado com o formato PS-64-QAM em (a) SNR = 12 dB, (c) SNR = 17 dB e (e) SNR = 22 dB; e avaliado com o formato PS-256-QAM em (b) SNR = 17 dB, (d) SNR = 22 dB e (f) SNR = 27 dB. As linhas pontilhadas indicam λ_{optimum} para a configuração correspondente. As linhas tracejadas indicam as previsões para o algoritmo SPS com janelas grandes, $N = 100$ e $N = 500$, dadas por (5.15). As linhas com marcadores indicam os resultados obtidos usando o BPS com decisões MAP, enquanto que as linhas traço-pontilhadas indicam os resultados obtidos usando o BPS com decisões ML apresentados na Fig. 31. Os casos com constelações uniformes correspondem a $\lambda = 0$.

demanda o cálculo prévio de limiares de decisão para cada valor de λ e SNR.

De acordo com as Figs. 31 e 32, há um indicativo de que o caso crítico para a

estimação de fase com o algoritmo BPS ocorre na proximidade do valor de λ que maximiza a AIR sob o canal AWGN quando a distribuição de MB é usada. Com o intuito de aprofundar as análises nesse contexto foram realizadas simulações com o algoritmo BPS assumindo $N = 10$ de modo a encontrar o parâmetro λ que maximiza o MSE para cada SNR, isto é, para encontrar λ_{\max} . Os valores de λ_{\max} são comparados aos valores de λ_{optimum} . As análises anteriores focaram nos formatos PS-64-QAM e PS-256-QAM. Nesta nova análise foram também considerados os formatos PS-16-QAM, PS-32-QAM e PS-128-QAM. Os dois últimos formatos de modulação foram gerados, respectivamente, por meio de uma redução dos formatos PS-64-QAM e PS-256-QAM de modo que suas constelações se assemelham a cruzeiros. Os resultados são mostrados na Fig. 33, em que as linhas sólidas indicam os resultados de λ_{optimum} , os marcadores indicam os valores de λ_{\max} obtidos por simulação e as linhas tracejadas indicam um ajuste à tendência desses valores, λ_{fit} . É possível perceber que para os formatos PS-16-QAM, PS-64-QAM e PS-256-QAM, com resultados apresentados nas Figs. 33(a), 33(c) e 33(e), respectivamente, λ_{\max} está na proximidade de λ_{optimum} ao longo de todos os valores de SNR considerados. Isto indica que o algoritmo BPS pode causar problemas quando aplicado a sistemas com PS que usam tais formatos de modulação. Por outro lado, este efeito não é observado para os formatos PS-32-QAM e PS-128-QAM, com resultados apresentados nas Figs. 33(b) e 33(d), respectivamente. Estes resultados sugerem que o PS pode prejudicar o desempenho do BPS na presença de constelações M -QAM quadradas, mas que este comportamento pode ser diferente para outras geometrias de constelação.

5.2 Avaliação da Ocorrência de Escorregamentos de Fase

A seção anterior mostra que o desempenho do algoritmo BPS é dependente da magnitude da formatação aplicadas às constelações, a qual é controlada pelo fator de formatação λ . Observou-se também que a condição de pior desempenho é obtida nas proximidades da magnitude ótima de formatação para o canal AWGN, λ_{optimum} , quando a distribuição de MB é considerada. Nesta seção, analisa-se o impacto de PS na ocorrência de escorregamentos de fase (*cycle slips* - CSs) quando a recuperação de fase é feita por meio do algoritmo BPS. CSs são saltos incorretos de múltiplos do ângulo de ambiguidade da constelação na fase estimada pelo algoritmo de recuperação de fase que podem ocorrer após a operação de PU. Esses eventos podem impactar seriamente o desempenho do sistema, já que são propensos a causarem sequências catastróficas de erros. Decodificação diferencial pode ser usada, mas a BER na ausência de CSs é penalizada [54, Fig. 6.13], e a sua utilização em sistemas com PS é rara.

Considerou-se a transmissão de 2^{17} símbolos corrompidos por AWGN e por ruído de fase modelado como um processo de Wiener como descrito em (4.74). Considerou-se que a soma das larguras de linha dos lasers é $\Delta\nu = 200$ kHz, o que equivale à utilização de dois lasers de $L_w = 100$ kHz, e uma taxa de símbolos de 50 GBd. Assumiu-se que a aplicação de PS modifica a distribuição dos símbolos, porém, mantém suas posições no plano complexo. No receptor, o

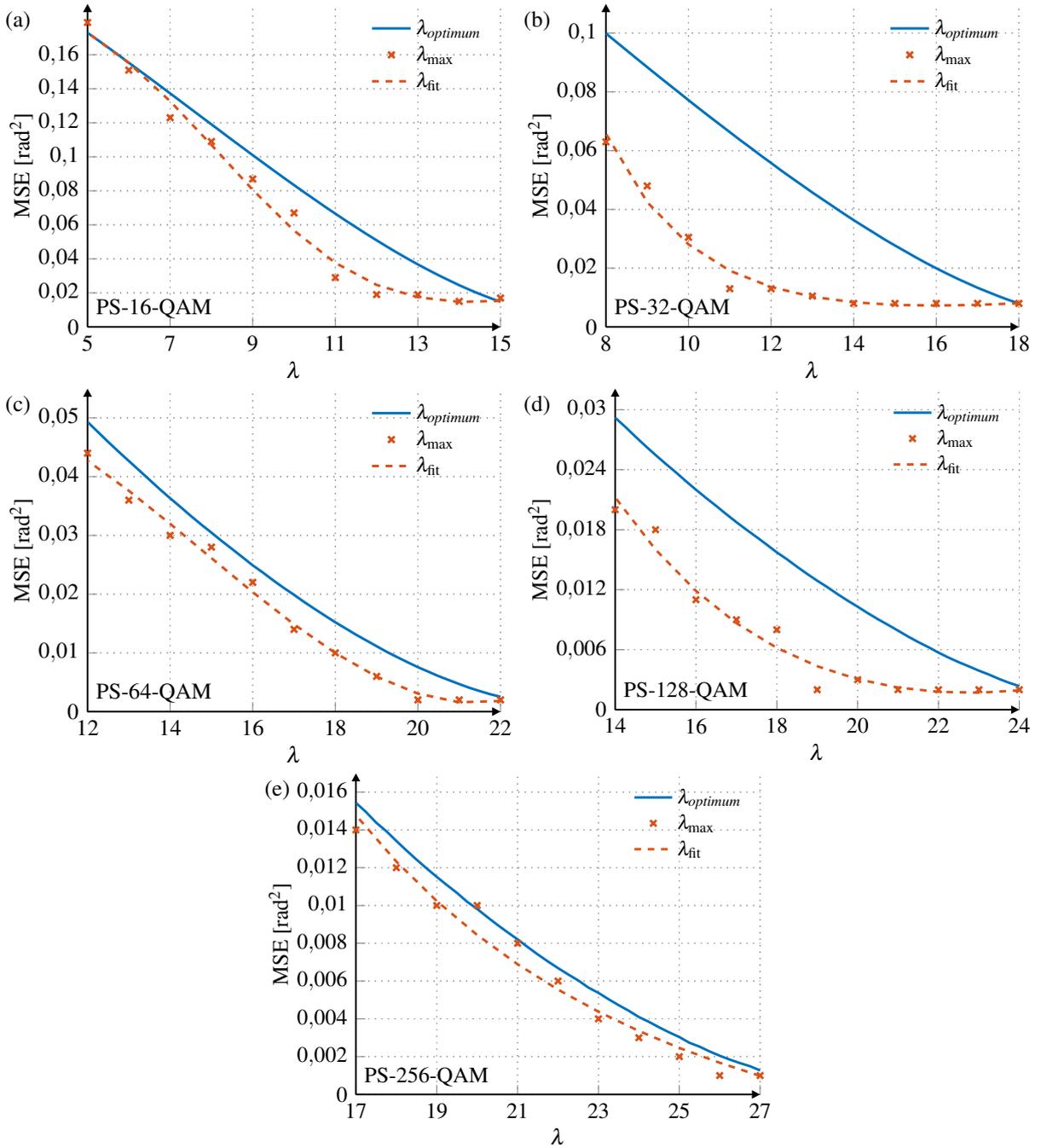


Figura 33 – Avaliação de λ_{\max} por meio de simulação com o algoritmo BPS e $N = 10$ para (a) PS-16-QAM, (b) PS-32-QAM, (c) PS-64-QAM, (d) PS-128-QAM e (e) PS-256-QAM. As linhas sólidas indicam λ_{optimum} , os marcadores indicam λ_{\max} e as linhas tracejadas correspondem a um ajuste à tendência de λ_{\max} (λ_{fit}). Os resultados indicam que PS pode prejudicar o desempenho do BPS no caso de constelações M -QAM quadradas, mas que isto pode ser diferente para outras geometrias.

algoritmo BPS é utilizado para a recuperação de fase, juntamente com um PU convencional

$$\hat{\theta}_{\text{PU}}[k] = \hat{\theta}[k] + \left[\frac{1}{2} + \frac{\hat{\theta}[k-1] - \hat{\theta}[k]}{\gamma_p} \right] \gamma_p, \quad (5.17)$$

em que $\gamma_p = \pi/2$, já que se consideram os formatos 64-QAM e 256-QAM. As janelas de rejeição de ruído de tamanho $N = 10, 30, 100$ e 500 símbolos foram avaliadas, mantendo o número

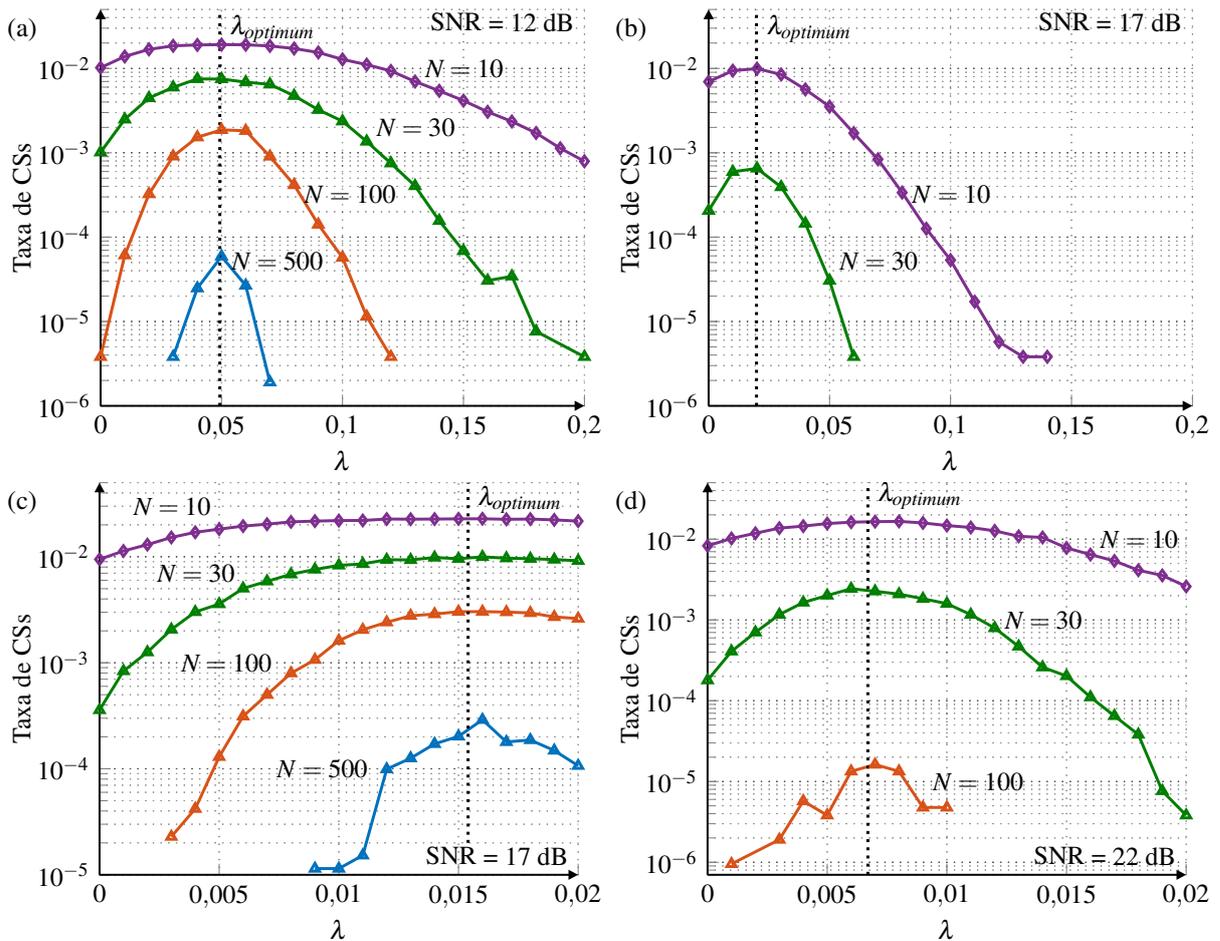


Figura 34 – Taxa de CSs para o formato PS-64-QAM em (a) SNR = 12 dB e (b) SNR = 17 dB; e para o formato PS-256-QAM em (c) SNR = 17 dB e (d) SNR = 22 dB. As linhas sólidas com marcadores indicam os resultados obtidos por meio de simulações com ruído de fase modelado como um processo de Wiener, com $\Delta\nu = 200$ kHz. A linha pontilhada indica o valor de λ_{optimum} para cada configuração. Os CSs são detectados comparando o ruído de fase gerado e inserido nos símbolos com aquele estimado com o algoritmo BPS e processado pelo PU.

de fases de teste em $B = 60$. Os CSs foram detectados comparando o ruído de fase gerado e inserido nos símbolos com aquele estimado com o algoritmo BPS e processado pelo PU. Por fim, avaliou-se a taxa de CSs definida como a razão entre o número de CSs detectados e o número de símbolos transmitidos.

A Fig. 34 mostra os resultados da taxa de CSs em função do fator de formatação λ , para os formatos PS-64-QAM e PS-256-QAM. As linhas pontilhadas indicam os valores de λ_{optimum} para cada regime de SNR. Para ambos os formatos de modulação, consideram-se os níveis mais baixos e médios do intervalo de SNR em que é vantajosa a aplicação de PS, como discutido na Fig. (18) no Capítulo 3.3. As Figs. 34(a) e 34(b) mostram os resultados para o formato PS-64-QAM, com SNR = 12 dB e SNR = 17 dB, respectivamente. As Figs. 34(c) e 34(d) mostram, por sua vez, os resultados para o formato PS-256-QAM e SNR = 17 dB e SNR = 22 dB, respectivamente. Omitiu-se as análises com os maiores valores de SNR devido ao fato de que a ocorrência de CSs torna-se rara, mesmo para as menores janelas avaliadas. Para

alguns valores de N sob o regime médio de SNR, não foi possível obter a taxa de CSs usando a referida quantidade de 2^{17} símbolos transmitidos. Porém, os resultados mostram que o PS afeta consideravelmente a ocorrência de CSs para ambos os formatos de modulação. O aumento do tamanho da janela de rejeição de ruído N reduz a taxa de CSs. Entretanto, mesmo para longas janelas, a ocorrência de CSs é afetada pelo PS. Exemplificando, para os menores valores de SNR, janelas de tamanho $N = 500$ símbolos garantem uma operação sem CSs para o caso com constelações de símbolos equiprováveis ($\lambda = 0$). Mas, para ambos os formatos de modulação, a operação em λ_{optimum} gera CSs. É interessante observar que a maior taxa de CSs foi atingida nas proximidades de λ_{optimum} em todos os casos investigados. Esses resultados indicam que a dependência do MSE com a magnitude da formatação dada por λ produz uma taxa de CSs que também é dependente desse parâmetro.

5.3 Avaliação da MI

Nas seções anteriores observou-se que o MSE da fase estimada com o algoritmo BPS se altera dependendo do fator de formatação λ e que seu maior valor é atingido nas proximidades de λ_{optimum} para constelações M -QAM quadradas. Ademais, observou-se que esta dependência produz uma taxa de CSs que também é dependente de λ . Nesta seção avalia-se o impacto desta dependência entre o MSE e o λ na MI de um canal com ruído de fase modelado como um processo de Wiener. Simulações foram feitas transmitindo 2^{17} símbolos afetados por ruído de fase e AWGN. A recuperação de fase foi feita com o algoritmo BPS, com 60 fases de teste. Se não compensadas, a ocorrência CSs afetariam a estimação da MI. Por esta razão, aplicou-se uma correção supervisionado dos CSs que rotaciona cada um dos símbolos na saída do algoritmo BPS por múltiplos de $\pi/2$ de tal modo a minimizar a distância euclidiana com relação ao correspondente símbolo transmitido. A MI, por sua vez, foi estimada usando os conceitos discutidos na Seção 3.3. De maneira específica, a expressão (3.34) foi usada assumindo que o canal é AWGN, como em (3.35). O parâmetro escalar h e a variância por dimensão σ_{η}^2 usados em (3.35) foram estimados, respectivamente, por meio das expressões (3.36) e (3.37).

A Fig. 35 mostra o resultado da avaliação da MI em função de λ sob os mesmos níveis de ruído e tamanhos de janela de rejeição de ruído da Fig. 31. As linhas tracejadas indicam a avaliação numérica da MI para um canal AWGN enquanto que os marcadores do tipo “x” indicam os resultados obtidos por meio de simulação em um ambiente sem ruído de fase (e sem a atuação do algoritmo BPS). As demais linhas com marcadores indicam os resultados obtidos por meio de simulações com ruído de fase. O ruído de fase considerado nas simulações corresponde à utilização de lasers transmissor e receptor cuja soma das larguras de linha equivale a $\Delta\nu = 200$ kHz (dois lasers de $L_w = 100$ kHz), e uma taxa de símbolos $R_s = 50$ GBd. É possível observar que erros na estimação de fase causam um significativo impacto na MI obtida. Para os valores mais baixos de SNR, e ambos os formatos de modulação, na maioria dos casos a MI obtida no cenário uniforme ($\lambda = 0$) é superior àquela obtida com a aplicação de PS. Isto é, ao invés de

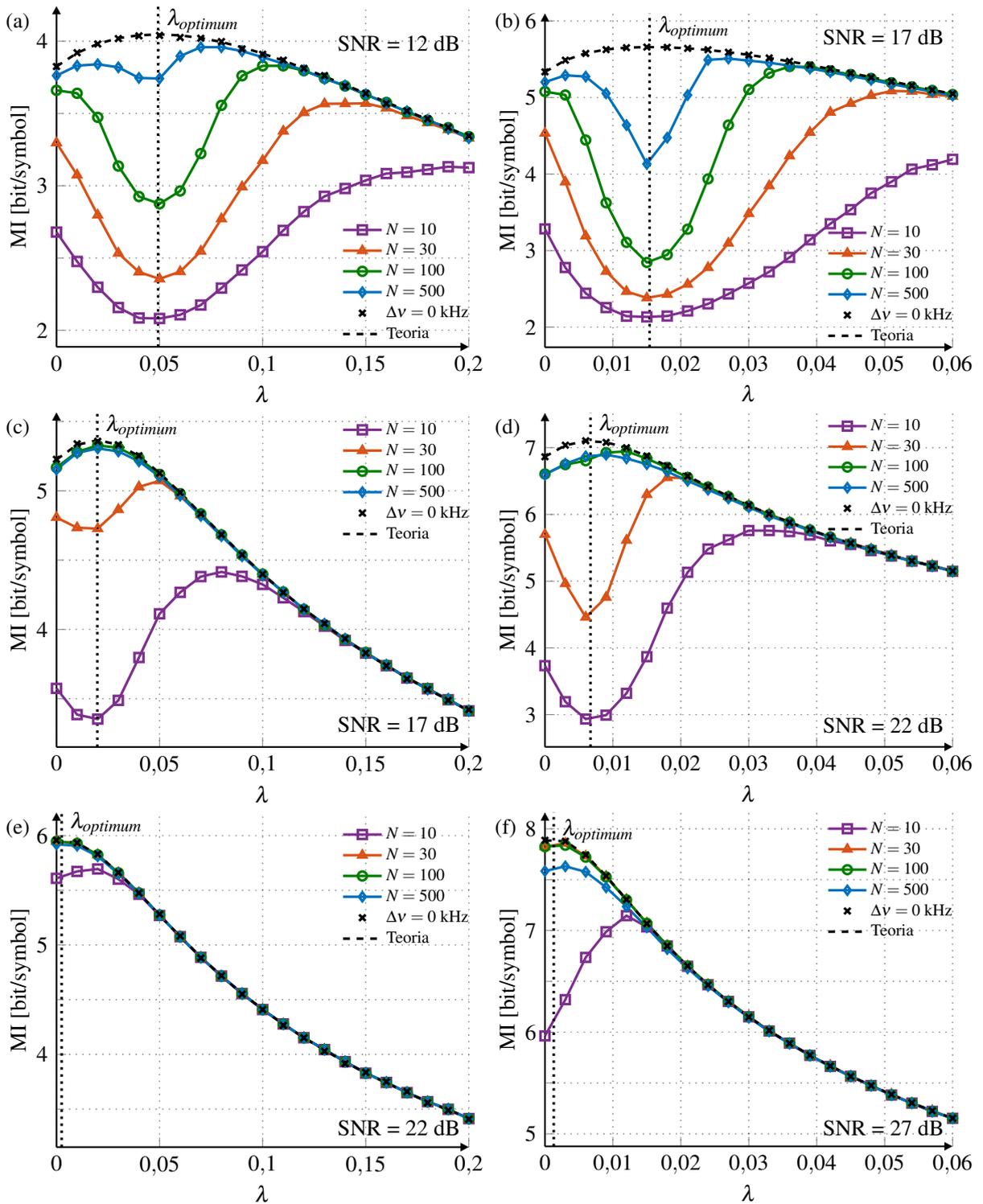


Figura 35 – MI avaliada com o algoritmo BPS assumindo $N = 10, 30, 100$ e 500 , para o formato PS-64-QAM sob regime de (a) SNR = 12 dB, (c) SNR = 17 dB e (e) SNR = 22 dB; e para o formato PS-256-QAM sob regime de (b) SNR = 17 dB, (d) SNR = 22 dB e (f) SNR = 27 dB. As simulações incluem AWGN e ruído de fase modelado como um processo de Wiener, com $\Delta\nu = 200$ kHz e taxa de símbolos de 50 GBd. Os casos com constelações uniformes correspondem a $\lambda = 0$.

aumentar a MI, a aplicação de PS causa o efeito inverso. A título de exemplo, para o formato 64-QAM mostrado na Fig. 35(a), o valor teórico máximo de MI para o canal sem PS ($\lambda = 0$)

é praticamente alcançado com $N = 500$ e uma pequena penalidade para este caso é observada quando $N = 100$. No entanto, a MI estimada exibe uma queda acentuada para $N = 100$ próximo a $\lambda = \lambda_{\text{optimum}}$, fazendo a transmissão não interessante nessa situação. Embora esse efeito seja amenizado quando $N = 500$, a MI atingida em $\lambda = \lambda_{\text{optimum}}$ ainda é menor do que aquela obtida para o caso uniforme. Essa situação é aliviada para valores intermediários de SNR, para ambos os formatos de modulação, como mostrado nas Figs. 35(c) e 35(d). Nesse cenário, uma janela de rejeição de ruído de $N = 100$ símbolos é suficiente para praticamente eliminar o impacto da recuperação de fase no desempenho do sistema. Para valores altos de SNR, como apresentado nas Figs. 35(e) e 35(f), $N = 30$ é suficiente para garantir uma operação adequada para ambos os formatos de modulação. No entanto, para esses valores de SNR o fator de formatação λ é consideravelmente pequeno e as constelações praticamente não apresentam formatação. É interessante ressaltar que, para o formato PS-256-QAM e SNR = 27 dB, a curva obtida com $N = 500$ exibe uma penalidade significativa devido ao fato de que a janela de rejeição de ruído é excessivamente longa dado o compromisso entre ruído aditivo e ruído de fase.

Possíveis penalidades em termos de SNR devido à recuperação de fase com o algoritmo BPS em cenários com aplicação de PS podem ser observadas na Fig. 36. São apresentados resultados da estimação da MI em função da SNR, para o caso uniforme nas Figs. 36(a) e 36(b), assumindo os formatos 64-QAM e 256-QAM, respectivamente. Nas Figs. 36(c) e 36(d), por sua vez, são apresentados os resultados obtidos com os formatos PS-64-QAM e PS-256-QAM, respectivamente. Para o caso uniforme, utilizar $N = 100$ foi suficiente para garantir perdas desprezíveis em um longo intervalo de SNRs. Por outro lado, no caso com PS perdas consideráveis na MI são observadas, mesmo para longas janelas de rejeição de ruído, eliminando assim os ganhos esperados pela aplicação de PS.

Avaliou-se também a MI em função do tamanho N da janela de rejeição de ruído para diferentes regimes de SNR e largura de linha dos lasers. Os resultados para o formato 64-QAM são mostrados nas Figs. 37(a) e 37(b) para SNR = 12 dB e SNR = 22 dB, respectivamente. Para SNR = 12 dB e constelações uniformes, considerando $\Delta\nu = 200$ kHz o ruído aditivo é dominante e pouca dependência entre N e a MI é observada, desde que a janela seja de comprimento superior a 200 símbolos. Sob essas condições o aumento da janela (até $N = 600$ símbolos) não resulta em degradação do sistema, mas aumenta a complexidade e o consumo de potência do algoritmo. Para o mesmo nível de SNR e constelações uniformes, mas considerando $\Delta\nu = 2$ MHz (dois lasers de $L_w = 1$ MHz), o equilíbrio entre SNR e a magnitude do ruído de fase faz com que o aumento de N acima de aproximadamente 100 símbolos cause perda de desempenho. Grandes janelas de rejeição de ruído são favoráveis do ponto de vista do ruído aditivo, porém, reduzem a capacidade do algoritmo BPS em responder a rápidas variações no ruído de fase. O desempenho com PS é consideravelmente pobre quando comparado àquele obtido com constelações de símbolos equiprováveis, em regime de SNR = 12 dB. Com $\Delta\nu = 200$ kHz, somente uma janela de tamanho $N = 450$ símbolos assegura um desempenho similar ao do caso uniforme. Para $\Delta\nu = 2$ MHz, o desempenho do caso uniforme não é atingido na região

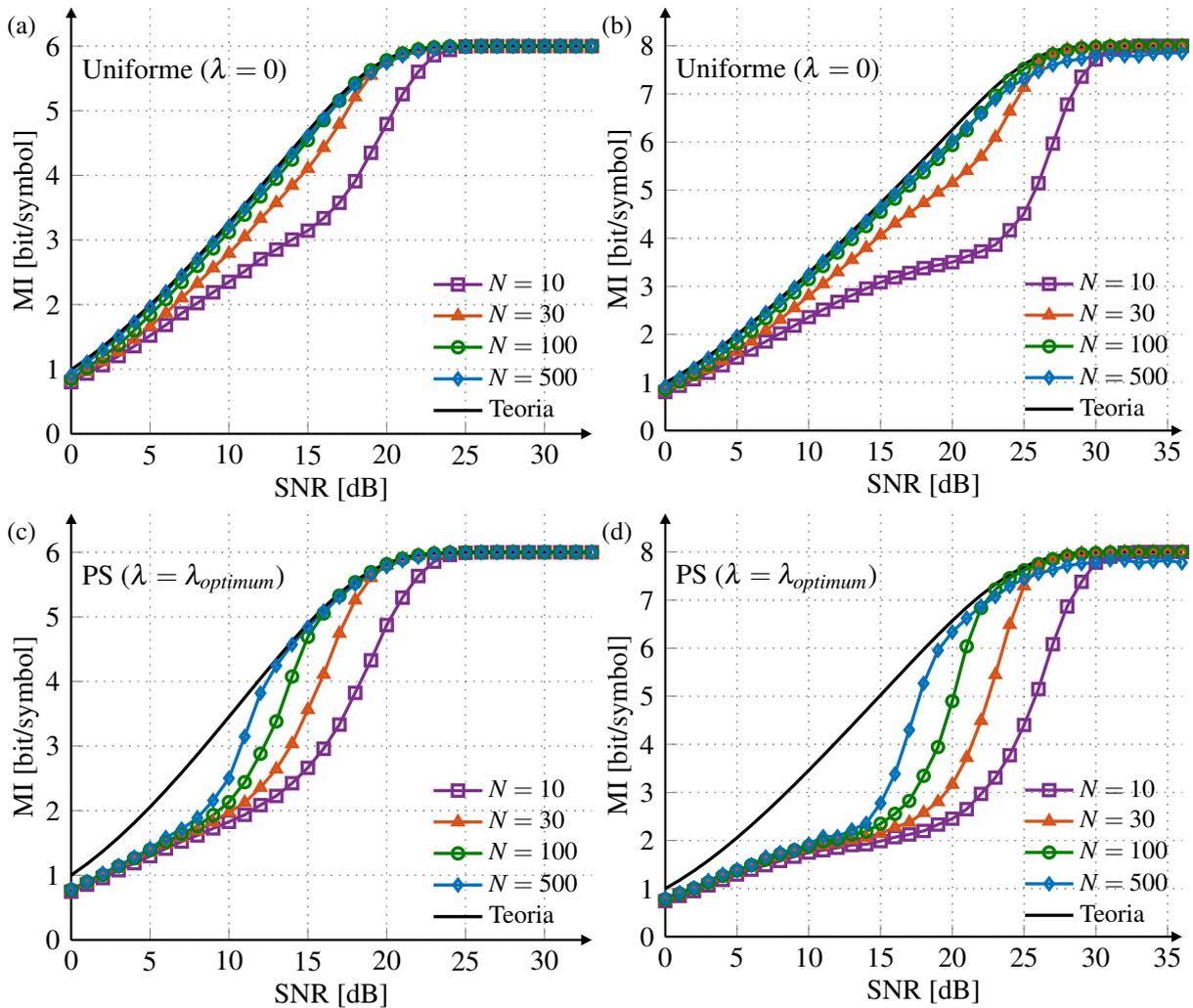


Figura 36 – MI em função da SNR avaliada com o algoritmo BPS assumindo $N = 10, 30, 100$ e 500 , para os formatos (a) 64-QAM, (b) 256-QAM, (c) PS-64-QAM e (d) PS-256-QAM. As simulações incluem AWGN e ruído de fase modelado como um processo de Wiener, com $\Delta\nu = 200$ kHz e taxa de símbolos de 50 GBd. No caso dos formatos PS-64-QAM e PS-256-QAM, utiliza-se $\lambda_{optimum}$.

avaliada de N . Para $SNR = 22$ dB, os casos com e sem PS tem resultados coincidentes, já que o fator de formatação λ é consideravelmente pequeno. Uma janela mínima de $N = 20$ é suficiente para garantir um desempenho adequado em ambos os casos. Janelas maiores impactam negativamente a recuperação de fase e, conseqüentemente, degradam a MI.

O desempenho para o formato 256-QAM é mostrado nas Figs. 37(c) e 37(d), para $SNR = 17$ dB e $SNR = 27$ dB, respectivamente. Para $SNR = 17$ dB e constelações uniformes, uma janela com aproximadamente 100 símbolos é suficiente para se atingir um desempenho relativamente alto de MI quando $\Delta\nu = 200$ kHz. Para $\Delta\nu = 2$ MHz, a MI é afetada quando as janelas são superiores a 100 símbolos, assim com para o formato 64-QAM e constelações uniformes sob um regime de $SNR = 12$ dB. Para ambos os casos com $\Delta\nu = 200$ kHz e $\Delta\nu = 2$ MHz, o desempenho obtido com PS nunca atinge aquele obtido com as constelações uniformes. Já para o regime com $SNR = 27$ dB, os desempenhos com e sem PS são coincidentes, já que o

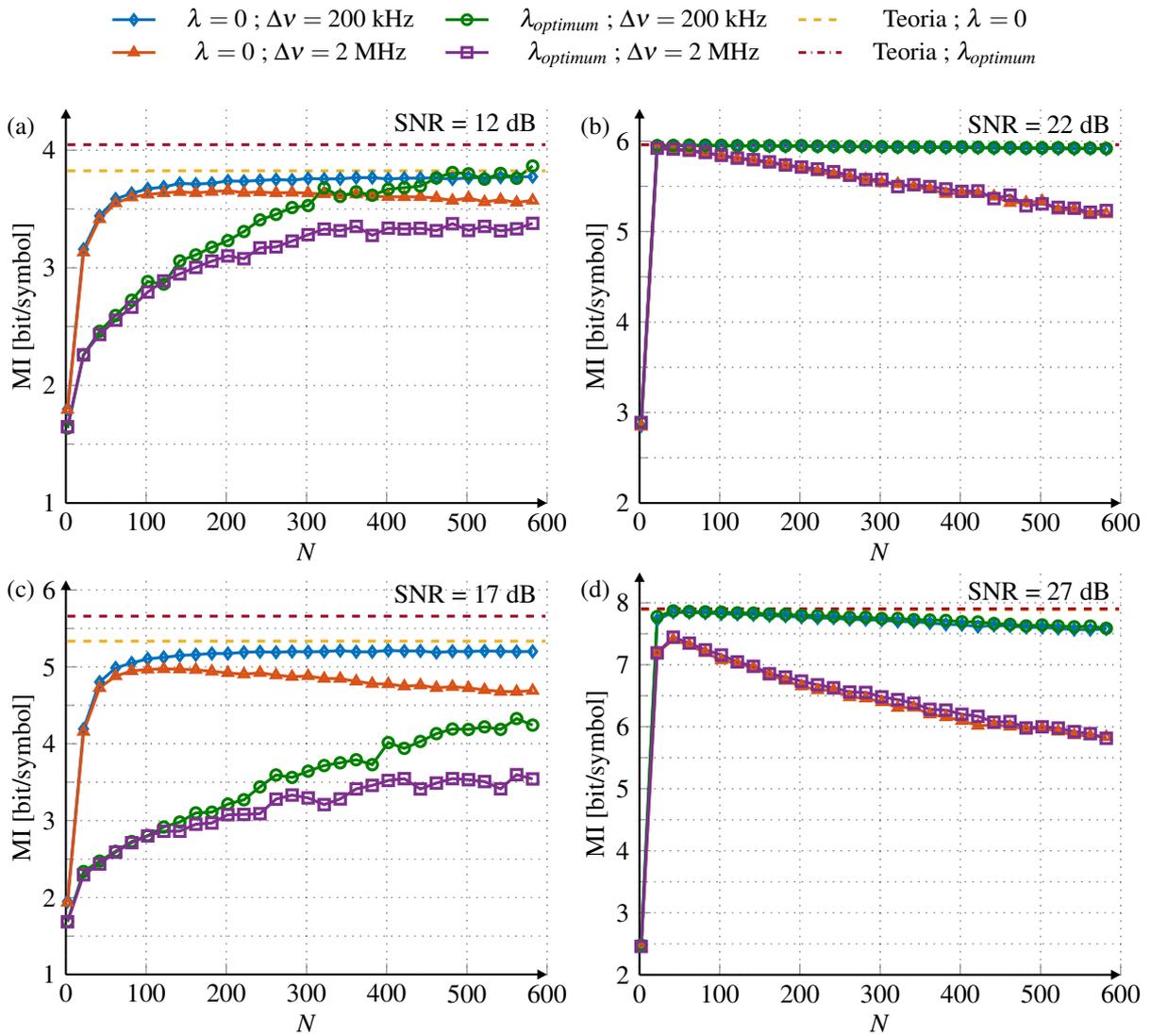


Figura 37 – MI em função do tamanho N da janela de rejeição de ruído para o formato 64-QAM com constelações uniformes ($\lambda = 0$) e com PS ($\lambda_{optimum}$) em um regime de (a) SNR = 12 dB e (b) SNR = 22 dB; e para o formato 256-QAM com constelações uniformes ($\lambda = 0$) e com PS ($\lambda_{optimum}$) em um regime de (c) SNR = 17 dB e (d) SNR = 27 dB. As simulações incluem AWGN e ruído de fase modelado como um processo de Wiener, com taxa de símbolos de 50 GBd e $\Delta v = 200$ kHz e $\Delta v = 2$ MHz.

fator de formatação λ é consideravelmente pequeno. Nesse caso, uma janela de tamanho $N = 20$ símbolos é novamente suficiente para se atingir um desempenho satisfatório e próximo à MI máxima para o canal AWGN.

5.4 Resumo

Este capítulo discutiu resultados apresentados nos artigos [136–138]. A interação entre PS e o algoritmo BPS foi investigada analiticamente e por meio de simulações. Um regime linear de propagação foi considerado tendo como base durante as análises um canal AWGN. Primeiramente, analisou-se o algoritmo SPS, o qual possui a mesma estrutura do algoritmo BPS,

exceto pelo processo de decisão, que é supervisionado e sem erros. Isso o faz equivalente a uma recuperação de fase ML supervisionada. Expressões analíticas para o MSE do algoritmo SPS foram obtidas, demonstrando relevante concordância com os resultados de simulação. Os resultados demonstram que PS afeta o desempenho do algoritmo SPS quando se considera janelas de rejeição de ruído pequenas, mas esse impacto é facilmente mitigado ao se utilizar janelas de tamanho moderado. Com janelas longas, o desempenho de tal algoritmo se torna independente da modulação e, assim, insensível a PS. O algoritmo BPS, por outro lado, revela uma forte dependência com relação a PS, mesmo para longas janelas de rejeição de ruído. Dadas as diferenças de comportamento entre os algoritmos SPS e BPS, é possível inferir que as decisões dos símbolos de referências feitas internamente no algoritmo BPS são afetadas pela formatação e acabam atrapalhando o processo de estimação de fase. Por essa razão, mesmo longas janelas de rejeição de ruído podem proporcionar somente modestos ganhos no desempenho do algoritmo. É também observado que o pior caso para o algoritmo BPS acontece próximo à condição de maximização da AIR para constelações M -QAM quadradas quando a distribuição de MB é usada. Essa dependência entre o MSE e PS também se reflete na ocorrência de CSs. Mesmo com longas janelas de rejeição de ruído, a magnitude da formatação aplicada às constelações afeta a ocorrência de CSs. Por fim, observou-se por meio da estimação da MI que o impacto de PS no algoritmo BPS pode afetar o desempenho total do sistema, especialmente para valores mais baixos de SNR. Nessa condição, a degradação da MI causada pelo algoritmo BPS pode exceder potenciais ganhos esperados com a utilização de PS. Esse efeito pode ser eventualmente mitigado por meio de janelas de rejeição de ruído consideravelmente longas, as quais podem aumentar a complexidade do algoritmo e requerer a utilização de lasers com largura de linha estreita. Os resultados sugerem a necessidade de uma solução alternativa para a recuperação de fase em sistemas com PS.

Capítulo 6

Algoritmos de Recuperação de Frequência e Fase para Transmissões com PS

Anteriormente, demonstrou-se que na presença de ruído de fase e compensação do mesmo com o algoritmo BPS, uma queda acentuada na MI é observada na proximidade de $\lambda_{optimum}$. No presente capítulo, primeiramente discute-se uma estratégia que visa aliviar o efeito negativo de constelações com PS no funcionamento do algoritmo BPS e então reduzir as penalidades de MI das transmissões, ainda garantindo ganhos com relação ao cenário com constelações uniformes. Tal estratégia é avaliada por meio de simulações de Monte Carlo com o formato PS-256-QAM e também por meio do processamento de dados experimentais de transmissões com o formato PS-64-QAM. Em ambos os cenários avaliam-se também estratégias de CPR baseadas em símbolos piloto. No cenário com dados experimentais realiza-se também a investigação de estratégias de CFR, mais precisamente, do algoritmo 4-th *Power* e de uma solução baseada em símbolos piloto.

6.1 Deslocamento do Fator de Formatação

A Fig. 38(a) sintetiza análises feitas anteriormente e permite discutir uma metodologia capaz de reduzir o impacto das limitações do algoritmo BPS no desempenho do sistema. Os resultados mostrados nesta figura foram obtidos seguindo a mesma abordagem usada para a obtenção dos resultados apresentados na Fig. 35. Todavia, alguns parâmetros foram alterados. Considerou-se o formato PS-256-QAM sob a influência de uma SNR de 20 dB e lasers transmissor e oscilador local de largura de linha $L_w = 100$ kHz e $L_w = 300$ kHz. A taxa de símbolos foi mantida em 50 GBd e o número de fases de teste foi de $B = 64$, assumindo uma janela de rejeição de ruído fixa de $N = 100$ símbolos. Eventuais CSs foram corrigidos por meio do mesmo esquema supervisionado descrito no capítulo anterior. A linha tracejada indica os valores teóricos de MI para o cenário de avaliação (canal AWGN), enquanto que os marcadores estrela indicam os resultados das simulações feitas sem a presença de ruído de fase, isto é, $\theta[k] = 0, \forall k$. As linhas sólidas com marcadores circulares e em formato de diamante mostram, respectivamente,

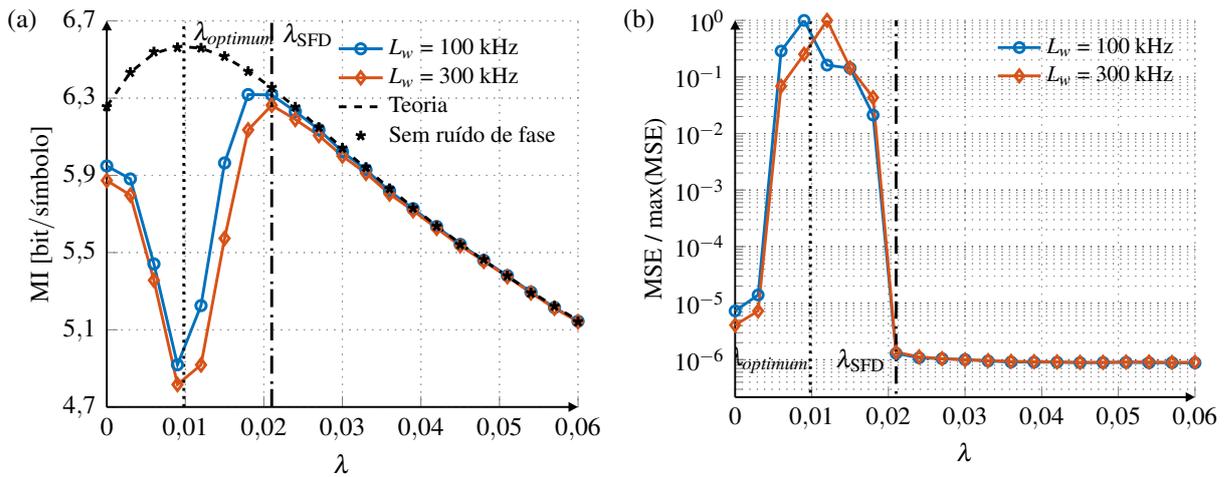


Figura 38 – (a) MI em função de λ para o formato PS-256-QAM. A linha tracejada indica os resultados teóricos de MI, enquanto que a linha com círculos e a linha com triângulos indicam resultados obtidos por meio de simulações com ruído de fase produzidos por lasers de $L_w = 100$ kHz e $L_w = 300$ kHz. Por sua vez, os asteriscos indicam os resultados obtidos por simulação na ausência de ruído de fase. (b) MSE normalizado por seu valor máximo em função de λ , para a mesma configuração descrita no item (a) desta figura. Este resultados foram obtidos com uma taxa de símbolos $R_s = 50$ GBd e recuperação de fase com o algoritmo BPS. As linhas pontilhadas verticais em ambas as figuras indicam os valores ótimos de λ para o canal AWGN, λ_{optimum} , enquanto que as linhas traço-pontilhadas indicam os valores de λ seguindo a técnica SFD, λ_{SFD} .

os resultados obtidos por meio de simulações com lasers de $L_w = 100$ kHz e $L_w = 300$ kHz. No cenário sem ruído de fase, a MI é maximizada quando $\lambda = \lambda_{\text{optimum}}$. No entanto, sob ruído de fase e recuperação de fase com o algoritmo BPS, há uma queda abrupta da MI nas proximidades de λ_{optimum} .

Apesar do comportamento descrito no parágrafo anterior, por meio de um pequeno deslocamento de λ é possível reduzir de maneira significativa a penalidade em termos MI com respeito ao seu valor teórico. Por exemplo, para o caso em que são usados lasers de $L_w = 100$ kHz, a penalidade em termos MI com relação ao valor teórico máximo pode ser reduzida de aproximadamente 1,6 bit/símbolo para 0,3 bit/símbolo se o λ de operação for deslocado de λ_{optimum} para λ_{SFD} . Este trabalho propõe essa abordagem chamando-a de deslocamento do parâmetro de formatação (*shaping factor detuning* - SFD). De fato, o SFD consiste em uma estratégia que aborda a otimização do fator de formatação λ (ou da magnitude de formatação das constelações) levando em consideração o algoritmo de CPR. Tem-se como objetivo justamente reduzir o impacto dessa etapa de DSP no desempenho final obtido em termos de MI. Destaca-se que esse procedimento não envolve alteração da complexidade do algoritmo de recuperação de fase, já que somente o fator de formatação λ é modificado.

A redução da penalidade de MI com respeito ao caso teórico ocorre porque o deslocamento de λ permite aliviar o impacto de PS no algoritmo BPS, como pode ser analisado a partir da Fig. 38(b). Essa figura mostra o MSE da fase estimada pelo algoritmo BPS durante a obtenção dos resultados mostrados na Fig. 38(a). A indicação dos resultados obtidos com os lasers de largura de linha $L_w = 100$ kHz e $L_w = 300$ kHz segue a mesma disposição usada na

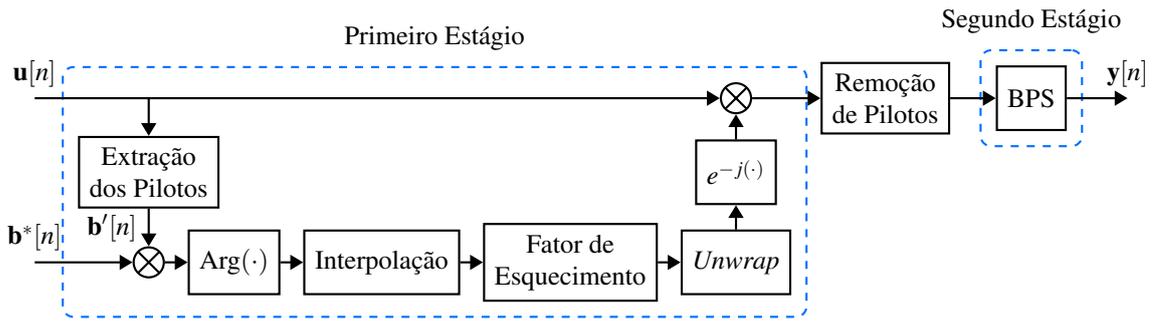


Figura 39 – Diagrama de blocos do esquema de CPR de dois estágios. O primeiro estágio utiliza símbolos piloto inseridos a uma taxa P^{-1} para gerar estimativas grosseiras do ruído de fase. O segundo estágio, por sua vez, emprega o algoritmo BPS para refinar a compensação do ruído de fase.

Fig. 38(a).¹ Percebe-se que o deslocamento do parâmetro de formatação λ de λ_{optimum} para λ_{SFD} contribui para a redução do MSE, inclusive com respeito ao caso uniforme ($\lambda = 0$). Enfatiza-se que a otimização feita por meio do SFD não leva em conta o MSE, mas baseia-se na maximização da MI. Isso porque o MSE associado ao novo parâmetro de formatação λ_{SFD} não necessariamente corresponde ao valor mínimo possível, como pode ser observado na Fig. 38(b).

Na sequência avalia-se qual o impacto desse deslocamento de λ no desempenho do sistema ao longo de uma região de SNR. Entretanto, primeiramente aborda-se uma estratégia de CPR de dois estágios.

6.1.1 Algoritmo de CPR de Dois Estágios

É comum a etapa de CPR combinar um estágio baseado em pilotos, o qual realiza uma recuperação grosseira da fase, com um estágio não supervisionado, por exemplo, usando o algoritmo BPS, com o intuito de refinar a recuperação de fase [139]. Esta arquitetura é particularmente vantajosa em regimes moderados de SNR, atingindo robustez contra a ocorrência de CSs devido à utilização do estágio baseado em pilotos, enquanto propicia satisfatória recuperação da fase devido ao estágio não supervisionado. No entanto, embora seja bem-sucedida sob constelações uniformes, esta estratégia pode também ser impactada pela aplicação de PS.

Com o intuito de avaliar a técnica SFD, o esquema de CPR de dois estágios mostrado na Fig. 39 foi considerado. Essa arquitetura é baseada naquela proposta em [139], mas se diferencia quanto à forma de processamento dos símbolos na primeira etapa. No transmissor, símbolos piloto com formato 4-QAM são periodicamente inseridos na sequência de dados com uma taxa P^{-1} de modo que cada P -ésimo símbolo é um piloto. A potência da sequência de pilotos é normalizada para manter inalterada a energia média da sequência transmitida. Para a tarefa de CPR, blocos de $N_p = L_p P$ símbolos $\mathbf{u}[n]$ são selecionados de modo que o primeiro símbolo de cada bloco seja um piloto. A letra n indica o índice temporal do bloco. Nesse caso, o bloco $\mathbf{u}[n]$ possui L_p pilotos. No primeiro estágio do algoritmo de CPR, a estimativa de fase é

¹ Diferentemente dos resultados discutidos na seção 31, os resultados mostrados na Fig. 38 foram obtidos na presença de ruído de fase modelado como um processo de Wiener.

produzida com os símbolos piloto com o intuito de gerar uma recuperação grosseira da fase e reduzir a ocorrência de CSs. Para obter tais estimativas, primeiramente calcula-se o argumento da multiplicação entre os pilotos recebidos, $\mathbf{b}'[n]$, e o complexo conjugado dos transmitidos, $\mathbf{b}^*[n]$. Em seguida, uma interpolação linear é conduzida gerando uma estimativa para cada símbolo do bloco de comprimento N_p . Além das atuais estimativas de fase, este procedimento leva em consideração a estimativa de fase obtida para o último símbolo do bloco anterior. Para mitigar a influência do ruído aditivo, um fator de esquecimento α_{FF} é aplicado às estimativas. Por fim, aplica-se a operação de *unwrapping* às estimativas e a compensação grosseira do ruído de fase no bloco de N_p símbolos. A operação baseada em pilotos garante transparência à magnitude de PS aplicada às constelações. Por sua vez, no segundo estágio do algoritmo de CPR o ruído de fase residual é compensado pelo algoritmo BPS. Como o ruído de fase presente na sequência que sai do primeiro estágio é pequeno, não é necessária a utilização de PU nas estimativas realizadas pelo BPS. Consequentemente, a combinação dos dois estágios drasticamente reduz a ocorrência de CS, mesmo para regimes de baixa SNR.

6.1.2 Resultados das Simulações

Foram feitas simulações transmitindo 2^{17} símbolos do formato PS-256-QAM assumindo uma taxa de símbolos de 50 GBd. O parâmetro λ foi variado no intervalo de 0 a 0,1, em passos de 0,0025 para a otimização de λ_{SEF} para cada valor de SNR considerado. Os valores de λ_{optimum} também foram considerados como candidatos durante esse procedimento. A SNR foi variada no intervalo de 17 dB a 27 dB, em passos de 1 dB.² A constelação de referência foi obtida conforme anteriormente, ou seja, as componentes em fase e quadratura seguem as amplitudes dadas por $\pm(2i+1)$, $i = \{0, 1, \dots, \sqrt{M}/2 - 1\}$. símbolos piloto de formato 4-QAM foram inseridos na sequência transmitida a uma taxa $P^{-1} = 1/32$ (1 piloto a cada 32 símbolos de informação). Essa taxa é compatível com o padrão 400zr [50], além de ser comumente usada em análises com PS [140]. Esta taxa foi posteriormente descontada no cálculo da MI. Os sinais transmitidos foram contaminados por ruído de fase, assumindo lasers transmissores e osciladores locais de largura de linha $L_w = 100$ kHz e $L_w = 300$ kHz ($\Delta\nu = 200$ kHz e 600 kHz, respectivamente). Na recepção, o CPR de dois estágios apresentado na Fig. 39 foi utilizado. O primeiro estágio foi configurado com os parâmetros $N_p = 64$ e $\alpha_{FF} = 0.99$. Por sua vez, o algoritmo BPS foi configurado com $N = 100$ e $B = 64$. Com a intenção de estender as análises, considerou-se também mais duas alternativas de recuperação de fase. A primeira delas consiste em usar somente o estágio de pilotos do CPR de dois estágios, enquanto que a segunda substitui a estratégia de CPR de dois estágios pelo algoritmo SPS discutido no anterior. Nesse último caso, o SPS foi configurado com $N = 100$ e $B = 256$. O número de fases de teste foi multiplicado por 4 para que seja produzido com ambos algoritmos a mesma resolução, já que o SPS considera fases de teste definidas nos quatro quadrantes.

² Essa região de operação foi definida em conformidade com a Fig. 18 no Capítulo 3.

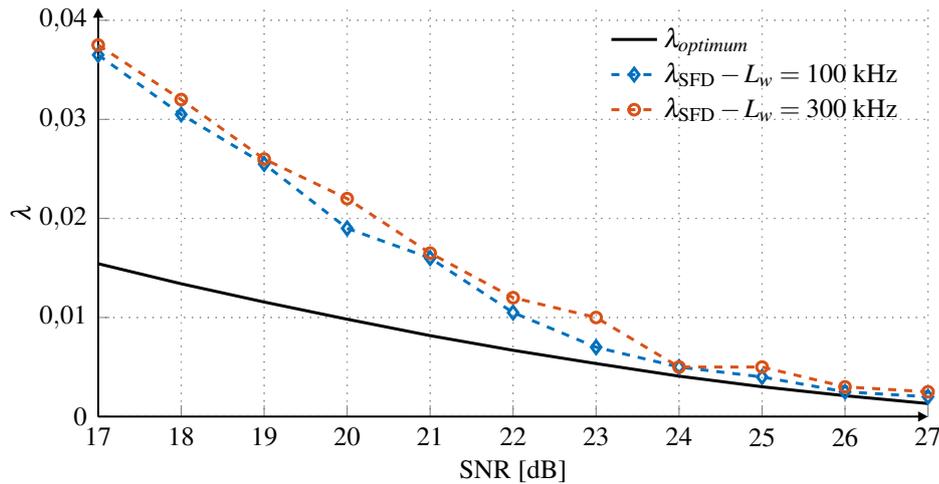


Figura 40 – λ em função da SNR para o formato PS-256-QAM. A linha sólida indica os valores teóricos ótimos para o canal AWGN quando PS é aplicado seguindo a distribuição de MB. As linhas tracejadas indicam resultados obtidos com a técnica SFD, a qual otimiza os valores de λ tendo em vista a operação da recuperação de fase. Os valores de λ_{SFD} obtidos para lasers de largura de linha $L_w = 100 \text{ kHz}$ e $L_w = 300 \text{ kHz}$ são indicados pelas linhas tracejadas com losangos e círculos, respectivamente.

A Fig. 40 apresenta os valores de λ_{SFD} para os lasers de $L_w = 100 \text{ kHz}$ e $L_w = 300 \text{ kHz}$ indicados, respectivamente, pelas linhas tracejadas com losangos e círculos, e também o valor teórico para o canal AWGN, λ_{optimum} , indicado pela linha sólida. Percebe-se que os valores de λ_{SFD} se mantiveram similares com a alteração de L_w . E esses resultados sugerem que, para baixas SNRs, a utilização de constelações geradas com λ s de maior magnitude do que aquelas esperadas pela teoria é vantajosa, já que $\lambda_{\text{SFD}} > \lambda_{\text{optimum}}$. Porém, a medida que a SNR aumenta, λ_{SFD} se aproxima de λ_{optimum} . Isso pode ser compreendido à luz dos resultados discutidos no Capítulo 5, os quais mostram uma redução relativa do efeito negativo de constelações com PS no algoritmo BPS conforme a SNR aumenta.

Os valores de λ apresentados na Fig. 40 foram usados para a obtenção dos resultados de MI em função da SNR apresentados nas Figs. 41(a) e 41(b) para lasers de $L_w = 100 \text{ kHz}$ e $L_w = 300 \text{ kHz}$, respectivamente. Com constelações de símbolos equiprováveis (linha com círculos), obteve-se uma operação estável ao longo do intervalo de SNRs considerado para ambos os cenários de largura de linha. Assumindo a utilização de PS de acordo com λ_{optimum} e o algoritmo SPS (linha tracejada), também se observa este comportamento.³ Com o formato PS-256-QAM gerado seguindo λ_{optimum} e utilizando o algoritmo de CPR de dois estágios (linha com losangos), no entanto, essa situação é modificada. Embora ganhos em termos de MI com relação ao caso uniforme sejam notados na faixa mais alta de SNR, nas faixas intermediária e baixa o desempenho do CPR de dois estágios é fortemente afetado pelo PS. Isso ocorre devido ao fato de que o BPS sofre o efeito negativo imposto pelas constelações com PS. Ao se utilizar somente o estágio de pilotos para a recuperação de fase e mantendo a utilização de λ_{optimum} para a geração das constelações (linha com quadrados), um satisfatório desempenho é obtido para

³ As penalidades observadas entre os resultados obtidos com o algoritmo SPS e os valores teóricos se devem à utilização de uma janela de rejeição de ruído constante ao longo dos valores de SNR considerados.

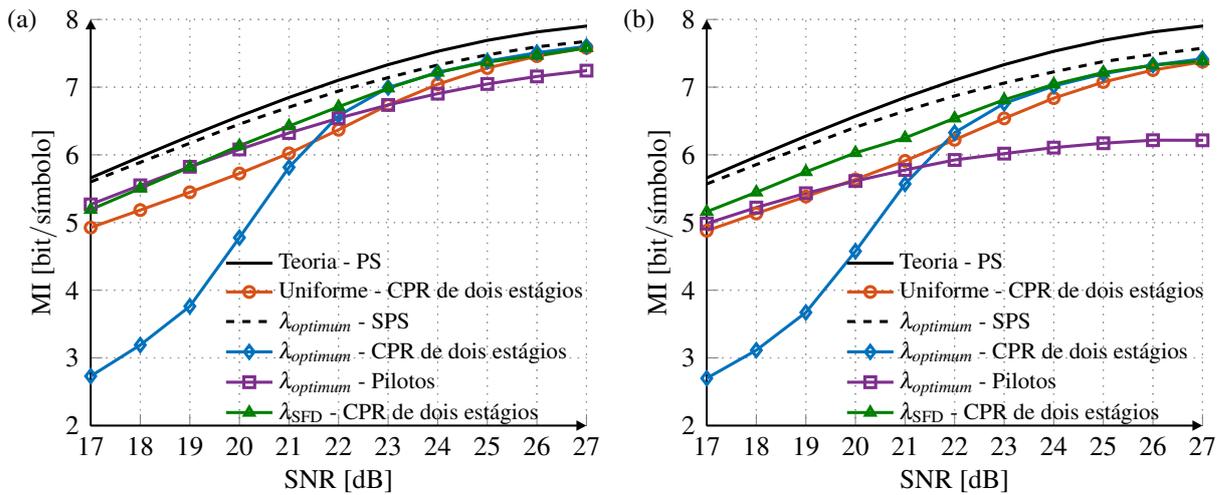


Figura 41 – MI em função da SNR para o formato PS-256-QAM e lasers de largura de linha (a) $L_w = 100$ kHz e (d) $L_w = 300$ kHz. A linha sólida sem marcadores indica os resultados teóricos de MI obtidos com a aplicação de PS seguindo $\lambda_{optimum}$. Os resultados obtidos com $\lambda_{optimum}$ por meio de simulações de Monte Carlo no cenário com ruído de fase e CPR com o algoritmo SPS, o CPR de dois estágios e usando somente o estágio de pilotos do CPR de dois estágios são indicados respectivamente pela linha tracejada, e linhas sólidas com losangos e quadrados. A linha com círculos indica os resultados com constelações uniformes e o CPR de dois estágios. Por fim, utilizando a técnica SFD, foram obtidos os resultados mostrados pela linha com triângulos.

baixos e intermediários valores de SNR. Todavia, o ruído de fase residual impacta a MI para altos valores de SNR, principalmente para o caso em que $L_w = 300$ kHz. Por meio da abordagem SFD (linha com triângulos), obtém-se uma operação estável ao longo de toda a região de SNRs investigada. Todavia, destaca-se que a vantagem desta abordagem é mais evidente para o laser de largura de linha $L_w = 300$ kHz, no regime de baixa e média SNR. No referido cenário, em termos de SNR, a técnica SFD supera a segunda melhor estratégia em aproximadamente 1 dB.

6.2 Avaliação Experimental das Etapas de CFR e CPR

Nesta seção a técnica SFD é discutida em mais detalhes e avaliada por meio do processamento de dados coletados experimentalmente. O esquema de CPR de dois estágios considerado para tal finalidade emprega um estágio de pilotos diferente daquele descrito na Fig. 39. São também investigados os impactos de PS no algoritmo não supervisionado de CFR 4-th Power e em uma solução de CFR que usa os mesmos símbolos piloto empregados na etapa de CPR. Antes da apresentação dos resultados, o esquema de CFR baseado em pilotos será discutido, bem como as peculiaridades do novo estágio de CPR baseado em pilotos serão apresentadas.

6.2.1 Algoritmo de CFR Baseado em Símbolos Piloto

A tarefa de CFR também pode ser feita usando símbolos piloto periodicamente inseridos na sequência de dados, como investigado em [141]. O diagrama de blocos da estratégia

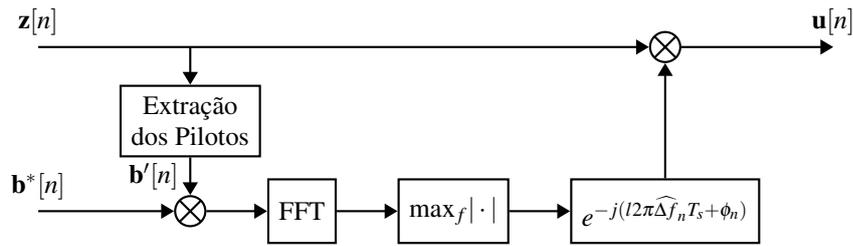


Figura 42 – Diagrama de blocos do algoritmo PB-CFR. A estimação do desvio de frequência é feita por meio da busca do pico no espectro discreto de frequências associado ao resultado da multiplicação entre o bloco de símbolos piloto recebido $\mathbf{b}'[n]$ e o complexo conjugado do bloco de símbolos piloto transmitido $\mathbf{b}[n]$. Por fim, esta estimativa é utilizada para compensar o deslocamento de frequência presente no bloco $\mathbf{u}[n]$.

de CFR baseada em pilotos (*pilot-based carrier frequency recovery* - PB-CFR) investigada nessa seção é apresentado na Fig. 42. Considera-se a inserção de símbolos piloto com formato 4-QAM a uma taxa P^{-1} de modo que cada P -ésimo símbolo transmitido é um piloto. Após a sincronização, um bloco de $N_f = L_f P$ símbolos recebidos $\mathbf{z}[n]$ é selecionado, tendo como primeiro símbolo um piloto. Esse bloco possui L_f pilotos e cada um deles é seguido por $P - 1$ símbolos de dados. Primeiramente, o bloco $\mathbf{b}'[n]$ é construído com os L_f pilotos extraídos. Então, o bloco $\mathbf{b}[n]$ é construído com os L_f correspondentes pilotos transmitidos. A modulação é removida pela multiplicação entre $\mathbf{b}'[n]$ e o complexo conjugado de $\mathbf{b}[n]$. Neste caso, o desvio de frequência pode ser estimado por meio da busca pelo pico no espectro discreto de frequências como

$$\widehat{\Delta}f[n] = \max_f |\text{FFT} \{ (\mathbf{b}'[n] \odot \mathbf{b}^*[n]) ; N_{\text{FFT}} \}|, \quad (6.1)$$

em que $(\cdot)^*$ é a operação de complexo conjugado e \odot indica o produto elemento a elemento. Para aumentar a precisão da estimação, a FFT em (6.1) pode ser calculada com $N_{\text{FFT}} > L_f$, anexando zeros ao resultado da multiplicação $\mathbf{b}'[n] \odot \mathbf{b}^*[n]$ [141]. Para esta estratégia, o intervalo de estimação é dado por $[-R_s/(2P); R_s/(2P)]$ com uma resolução de $R_s/(PN_{\text{FFT}})$. Por fim, o desvio de frequência é compensado como indicado em (4.72). Por usar apenas os símbolos piloto para a estimação do desvio de frequências, essa estratégia torna-se independente do formato de modulação e, portanto, transparente à magnitude de PS aplicada às constelações.

6.2.2 Esquema de CPR Baseado em Símbolos Piloto

A Fig. 43 mostra a arquitetura do novo esquema de CPR baseado em pilotos (*pilot-based carrier phase recovery* - PB-CPR), o qual é baseado no algoritmo não supervisionado proposto em [142]. Esse esquema substituirá o primeiro estágio do CPR de dois estágios discutido na Fig. 39. O PB-CPR extrai informações do ruído de fase por meio da remoção da modulação dos símbolos e de uma agressiva filtragem passa-baixas. Contudo, enquanto em [142] a modulação é removida usando a operação de elevação à 4ª potência, neste trabalho usa-se símbolos piloto para tal finalidade. Similarmente ao algoritmo descrito na Fig. 39, um bloco de símbolos $N_p = L_p P$

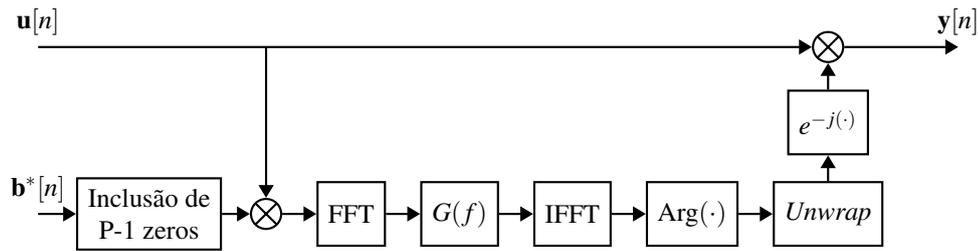


Figura 43 – Diagrama de blocos do algoritmo PB-CPR. Um bloco de símbolos recebidos $u[n]$ é multiplicado pelo complexo conjugado da sequência de pilotos $b[n]$ estendida por $P - 1$ zeros após cada piloto. Ao resultado desta operação é aplicado um filtro passa-baixas estreito no domínio da frequência. Estimativas do ruído de fase são produzidas como os valores, após a operação de *unwrapping*, do argumento deste sinal filtrado. Por fim, a compensação do ruído de fase é feita no bloco de N_p símbolos recebidos, gerando o bloco de saída $y[n]$.

símbolos recebidos $u[n]$ é selecionado de modo que seu primeiro símbolo seja um piloto. Esse bloco é então multiplicado pelo complexo conjugado da sequência de pilotos transmitidos $b[n]$ estendida por $P - 1$ zeros após cada símbolo piloto. Esta operação remove a modulação dos pilotos e faz com que as demais posições do bloco sejam zero. O próximo passo consiste na redução da influência do ruído aditivo no processo de estimação do ruído de fase. Para tanto, calcula-se a FFT com N_p pontos do resultado da multiplicação, realiza-se a filtragem passa-baixas usando um filtro de resposta em frequência $G(f)$ e largura de banda estreita G_w e então obtém-se o sinal no domínio temporal por meio da IFFT. É importante salientar que G_w deve ser otimizado de acordo com a magnitude do ruído de fase. Estimativas do ruído de fase são obtidas como os valores, após a operação de *unwrapping*, do argumento desse sinal filtrado. Por fim, a compensação do ruído de fase é feita no bloco de N_p símbolos recebidos, produzindo o bloco de saída $y[n]$. Assim como o esquema tratado na seção anterior, a operação independente do formato de modulação do PB-CPR garante insensibilidade à magnitude de PS aplicada às constelações. Essa estratégia é também robusta contra a ocorrência de CSs. Como desvantagem, a taxa requerida de inserção de pilotos pode aumentar com a cardinalidade dos formatos de modulação ou com a magnitude do ruído de fase, reduzindo a taxa líquida de transmissão.

6.2.3 Configuração Experimental

O esquema utilizado para a realização do experimento é mostrado na Fig. 44. No transmissor, símbolos do formato 64-QAM são gerados com distribuição uniforme ou de acordo com a distribuição de MB. Considerou-se uma taxa de símbolos $R_s = 21$ GBd. Uma configuração de transmissão em polarização única foi escolhida com o intuito de isolar efeitos da recuperação de frequência e fase da portadora de questões relacionadas à equalização adaptativa, tais como as discutidas em [36, 127]. Os sinais coletados possuem constelações com PS de fator de formatação λ variando no intervalo de 0 a 0,2 em passos de 0,01, além dos valores de $\lambda_{optimum}$. Assim como anteriormente, a constelação 64-QAM de referência possui as componentes em fase e quadratura dadas por $\pm(2i + 1)$, $i = 0, 1, 2, 3$. Considerou-se transmissões com e sem a inserção de símbolos

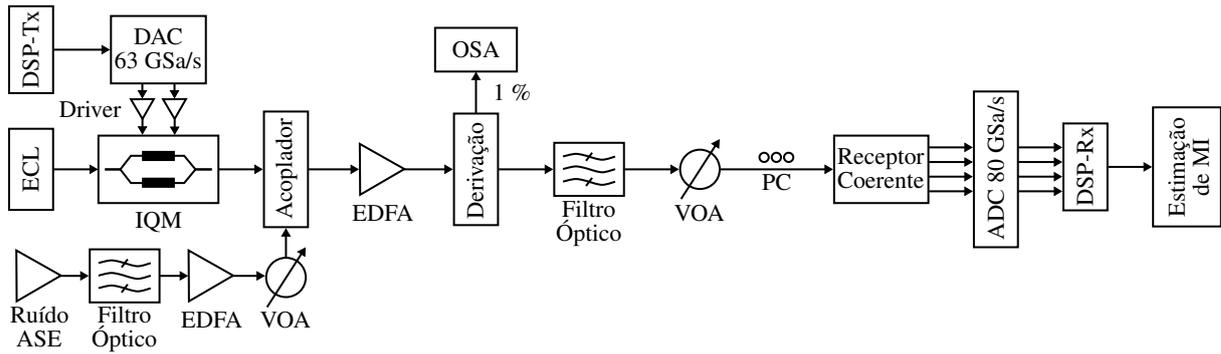


Figura 44 – Configuração experimental usada para a geração e detecção de sinais com formato 64-QAM, considerando constelações com distribuição uniforme e com a aplicação de PS. A transmissão é feita em polarização única em uma taxa $R_s = 21$ GBd com e sem a inserção de símbolos piloto com formato 4-QAM. Os sinais recebidos são amostrados e armazenados para posterior aplicação dos algoritmos de DSP e para a estimação da MI.

piloto. No primeiro caso, símbolos piloto com formato 4-QAM foram inseridos na sequência de dados a uma taxa $P^{-1} = 1/32$. A potência da sequência de pilotos é normalizada de modo a ser a mesma da sequência de dados. Durante a estimação da MI, desconta-se a contribuição dos símbolos piloto. As sequências geradas são sobreamostradas a uma taxa de 8 SpS e então realiza-se a formatação de pulso com um filtro cosseno levantado (*raised cosine* - RC), com ROF $\beta_{\text{ROF}} = 0,1$. Os sinais são então pré-equalizados com o intuito de compensar-se limitações de banda e não linearidades associadas ao modulador óptico. As componentes I e Q do sinal digital gerado são enviadas a um DAC com largura de banda de 14 GHz e resolução vertical de 8 bits. Os sinais analógicos são amplificados e, por fim, enviados a um IQM com largura de banda de 14 GHz. O sinal da portadora óptica é produzido por um ECL com largura de linha $L_w = 100$ kHz.

A OSNR das transmissões é controlada por meio do ruído ASE produzido em uma cascata com um primeiro EDFA, um filtro óptico de 400 GHz de largura de banda e um segundo EDFA. A quantidade total de ruído ASE a ser inserida nos sinais transmitidos é ajustado por um atenuador óptico variável (*variable optical attenuator* - VOA). As investigações são conduzidas considerando OSNRs no intervalo de 11.25 dB a 21.25 dB, em passos de 1 dB, produzindo SNRs compatíveis com o intervalo de 12 dB a 22 dB discutido na Seção 3.3. Antes da detecção com um receptor coerente de dupla polarização, os sinais ópticos são aplicados a um filtro de 100 GHz de largura de banda e atenuados com um VOA. Como mencionado anteriormente, os sinais são gerados em polarização única para isolar os efeitos relacionados à recuperação de frequência e de fase da portadora de efeitos relacionados à equalização. Portanto, um controlador de polarização (*polarization controller* - PC) é requerido antes da recepção dos sinais. O sinal do oscilador local é produzido por um ECL com largura de linha $L_w = 100$ kHz. Fotodetectores balanceados com 40 GHz de largura de banda são usados para conversão opto-elétrica. Embora os sinais sejam transmitidos em polarização única, os 4 sinais elétricos produzidos pelo receptor coerente de dupla polarização são amostrados a uma taxa de 80 GAmostras/s por um ADC com largura de banda de 35 GHz e resolução vertical de 8 bits e armazenados. Isto é feito para evitar a perda do sinal devido a possíveis alterações no PC. Para cada constelação transmitida e valor

de OSNR, 5 sequências recebidas são armazenadas.

Processamento digital de sinais é realizado de maneira *offline* nos sinais coletados. A compensação de *skew* é conduzida e então realiza-se a filtragem do ruído fora da banda do sinal por meio de um filtro super-gaussiano de décima ordem e com largura de banda de $0.55 \times R_s$. A ortogonalização do sinal é feita usando o GSOP. Os sinais são então re-amostrados a uma taxa de 2 SpS. A recuperação de relógio é feita por meio de uma interpolação dos sinais recebidos com um desvio constante na frequência de amostragem. Por meio de uma busca de força bruta, o desvio na frequência de amostragem encontrado foi de aproximadamente -20 ppm em todos os traços coletados. Equalização adaptativa é realizada utilizando a estrutura MIMO tradicional com 4 filtros de 15 taps controlados pelo algoritmo RDE de maneira totalmente supervisionada. É importante salientar que pequenas variações na fase e frequência de amostragem são corrigidas por esta equalização adaptativa supervisionada. Na sequência, recuperação de frequência e fase da portadora são realizadas. No caso da tarefa de CFR, utiliza-se $N_f = N_{\text{FFT}}$ tanto para o algoritmo 4-th *Power* quanto para o PB-CFR. Para a recuperação de fase, três estratégias são utilizadas. Considera-se um CPR de dois estágios formado pela combinação do PB-CPR apresentado na Fig. 43 no primeiro estágio e do BPS no segundo estágio. Investiga-se também a utilização do PB-CPR isoladamente. Por fim, considera-se a utilização do algoritmo SPS como referência de desempenho. A recuperação de fase baseada em pilotos é feita sempre com $N_p = 256$ símbolos, e $G(f)$ é configurado como um filtro passa-baixas super-gaussiano de décima ordem com largura de banda de 35 MHz. O estágio com o algoritmo BPS é configurado com uma janela de rejeição de ruído de tamanho fixo $N = 100$ símbolos e $B = 64$ ângulos de fase de teste. Para o caso com recuperação de fase totalmente supervisionada, o algoritmo é configurado com $N = 100$ símbolos, mas $B = 256$ a fim de produzir a mesma resolução de fase do estágio com o algoritmo BPS. A estimação da MI é feita usando um canal auxiliar AWGN com base em 2^{17} símbolos de cada uma das 5 sequências recebidas.

6.2.4 Avaliação de Esquemas de CFR

Avaliou-se primeiramente os algoritmos de CFR 4-th *Power* e PB-CFR. Como referência para o correto deslocamento de frequência, estimativas foram geradas com um algoritmo totalmente supervisionado de CFR (*fully supervised carrier frequency recovery* - FS-CFR). O FS-CFR compartilha da mesma estrutura do PB-CFR, mas possui a característica de conhecer todos os símbolos transmitidos que se associam àqueles do bloco recebido \mathbf{z}_n e, nesse caso, todos os símbolos são considerados pilotos. São investigados os algoritmos em configurações com blocos de tamanho N_f igual a 256 ou 1024 símbolos. O algoritmo de CFR baseado na 4ª potência é avaliado em sequências coletadas sem a inserção de símbolos piloto, enquanto que o algoritmo baseado em pilotos é avaliado nas sequências coletadas com a inserção de símbolos piloto. A Fig. 45 mostra os resultados do desvio médio do deslocamento de frequência obtido para os casos limites em termos de OSNR, ou seja, nos valores de OSNR = 11,25 dB e OSNR = 21,25

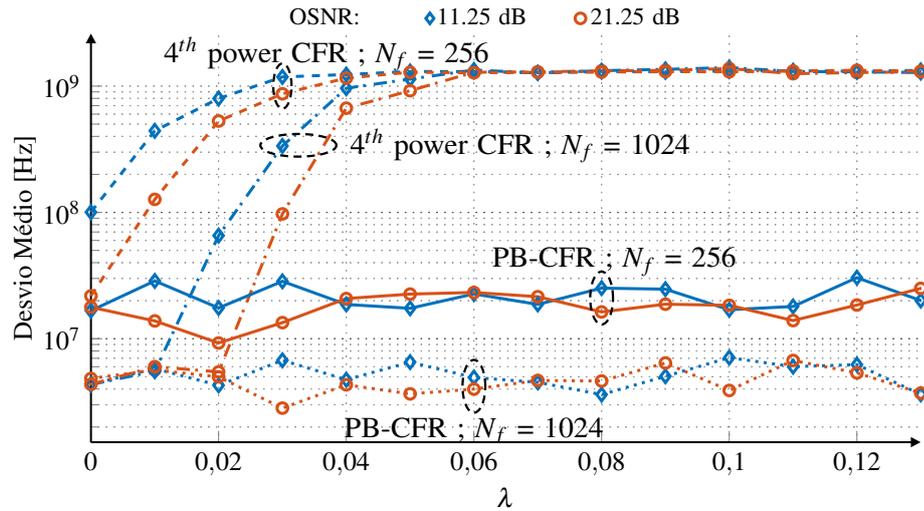


Figura 45 – Resultados experimentais do desvio médio entre estimativas produzidas com os algoritmos 4-th *Power* e PB-CFR e estimativas geradas com uma estratégia totalmente supervisionada de CFR. Os cenários de avaliação possuem OSNRs de 11,25 dB (marcadores do tipo losango) e 21,25 dB (marcadores do tipo círculo) e diferentes tamanhos de bloco N_f . Definiu-se que $N_f = N_{FFT}$.

dB, representados respectivamente pelas linhas com losangos e círculos. O desvio médio do deslocamento de frequência é calculado como

$$\text{Desvio Médio} = \frac{1}{N_b} \sum_{n=1}^{N_b} \left| \widehat{\Delta f}_n - \Delta f_{DA_n} \right| \quad (6.2)$$

em que $\widehat{\Delta f}_n$ é a estimativa do desvio de frequência do n -ésimo bloco, obtido com o algoritmo 4-th *Power* ou com o PB-CFR, Δf_{DA_n} é a estimativa dada pelo algoritmo FS-CFR e para esse mesmo n -ésimo bloco e N_b é o número total de blocos, o qual depende do número de símbolos por bloco e o comprimento da sequência de símbolos transmitida. O aumento de λ afeta fortemente o algoritmo 4-th *Power*. Para OSNR = 11,25 dB e $\lambda = \lambda_{optimum} \approx 0,05$, o desempenho do algoritmo é severamente degradado usando $N_f = 256$ (linha tracejada com losangos) ou $N_f = 1024$ (linha traço-pontilhada com losangos). Essa situação é aliviada para o caso com OSNR = 21,25 dB e $\lambda = \lambda_{optimum} \approx 0,002$, para a qual $N_f = 1024$ (linha traço-pontilhada com círculos) é suficiente para garantir um desempenho adequado à estimação do desvio de frequência. A estratégia baseada em pilotos, no entanto, exibe um desempenho adequado independentemente do fator de formatação λ .

Avaliou-se também o desempenho da estimação do desvio de frequência sob as condições de transmissão de constelações com distribuição de probabilidade uniforme e com PS (considerando $\lambda = \lambda_{optimum}$), em função da OSNR. Diferentes valores de N_f no intervalo de 256 a 16384 foram considerados. O desempenho obtido com o algoritmo 4-th *Power* é mostrado na Fig. 46(a) e o obtido com o algoritmo PB-CFR é mostrado na Fig. 46(b). Em ambas as figuras, as linhas sólidas correspondem aos resultados obtidos na presença de constelações com PS aplicado seguindo $\lambda_{optimum}$, enquanto que as linhas tracejadas se referem ao cenário com distribuições uniformes. Os resultados confirmam que o desempenho do algoritmo 4-th *Power* é

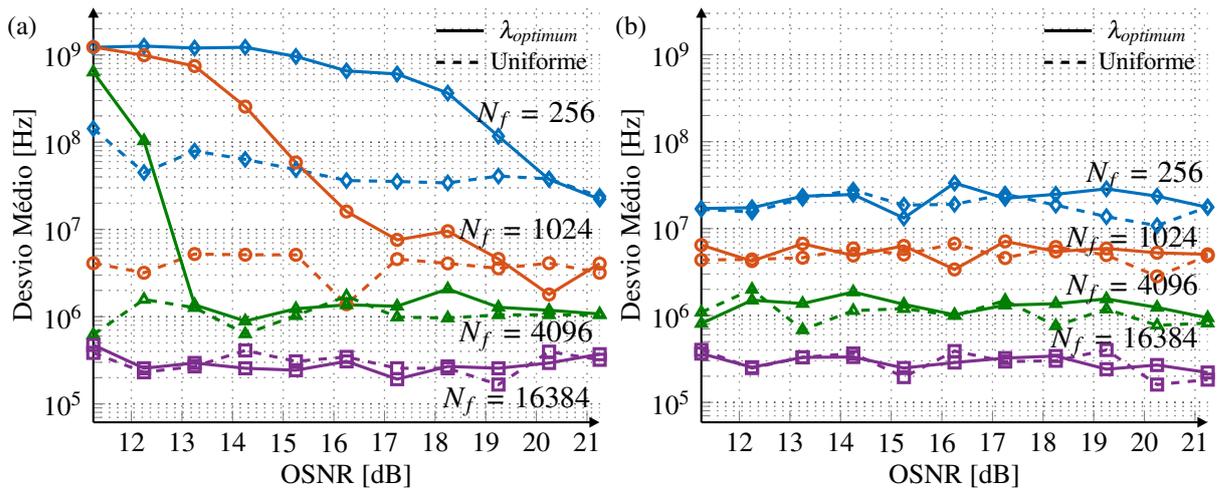


Figura 46 – Resultados experimentais do desvio médio entre as estimativas do deslocamento de frequência gerados pelos algoritmos (a) 4-th Power e (b) PB-CFR, e as estimativas do deslocamento de frequência geradas com o algoritmo FS-CFR. As linhas sólidas representam os resultados obtidos com constelações com PS aplicado de acordo com $\lambda_{optimum}$, enquanto que as linhas tracejadas indicam os resultados obtidos com constelações uniformes. Os marcadores do tipo losango, círculo, triângulo e quadrado indicam, respectivamente, os resultados obtidos com blocos de tamanho $N_f = 256$, 1024, 4096 e 16384 símbolos.

afetado pelo PS, mas se aproxima daquele obtido com o algoritmo baseado em pilotos a medida que o tamanho do bloco, N_f , aumenta. Com $N_f = 16384$ símbolos, um desempenho adequado é atingido ao longo de toda a região de OSNR investigada. Porém, é válido ressaltar que a complexidade dos algoritmos aumenta com N_f , podendo conduzir a cenários proibitivos do ponto de vista de realizações práticas. Na seção seguinte avalia-se de forma conjunta estratégias de CFR e CPR. Devido ao fato de que o algoritmo 4-th Power requer elevados valores de N_f para prover uma operação transparente à aplicação de PS às constelações, o algoritmo PB-CFR é escolhido. Ademais, fixa-se o tamanho do bloco em $N_f = 256$ símbolos, dado que ganhos expressivos em termos de MI não foram observados para valores maiores desse parâmetro na operação conjunta do PB-CFR e estratégias de CPR.

6.2.5 Avaliação de Esquemas de CPR

A Fig. 47 compara três diferentes valores do parâmetro de formatação λ : (1) $\lambda_{optimum}$, indicado pela linha tracejada, é o valor teórico ótimo de λ para o canal AWGN quando a distribuição de MB é usada, estimado a partir da SNR/OSNR do sistema; (2) λ_{DA} , indicado pela linha sólida sem marcadores, é o valor ótimo de λ obtido de maneira experimental, estimado como o valor que maximiza a MI quando são empregados algoritmos de recuperação de frequência e fase totalmente supervisionados ou totalmente auxiliados por dados (*data-aided* - DA); (3) λ_{SFD} , indicado pela linha sólida com triângulos, é o valor ótimo de λ obtido de maneira experimental, estimado como o valor que maximiza a MI quando se utiliza o PB-CFR e o CPR de dois estágios, formado pela combinação do PB-CPR discutido na Fig. 43 no primeiro estágio e do BPS no

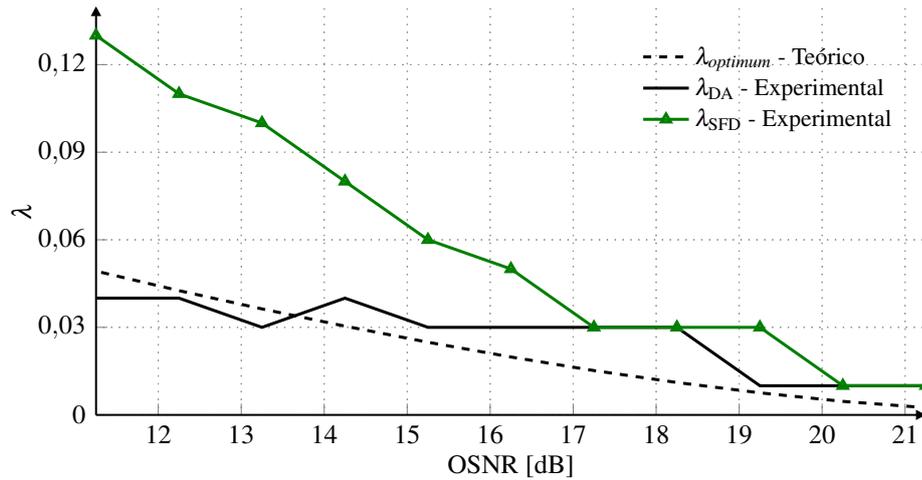


Figura 47 – Resultados experimentais e teóricos de λ em função da OSNR, assumindo o formato PS-64-QAM. $\lambda_{optimum}$ corresponde ao valor ótimo teórico de λ para canais AWGN, estimados a partir da SNR/OSNR do sistema. λ_{DA} é o valor ótimo experimental de λ estimado após a aplicação de algoritmos totalmente supervisionados de CFR e CPR. λ_{SFD} é o valor ótimo experimental de λ estimado após a aplicação dos algoritmos PB-CFR e CPR de dois estágios.

segundo estágio. Como visto anteriormente, o PB-CFR opera de maneira independente do fator de formatação λ , o que conduz à observação de que os valores de λ_{SFD} são majoritariamente influenciados pelo esquema de CPR de dois estágios. Os valores obtidos de maneira totalmente supervisionada λ_{DA} se aproximam dos valores teóricos $\lambda_{optimum}$ com pequenas diferenças. Esse comportamento é em parte afetado pela limitação dos valores de λ considerados. No entanto, em regime de baixa e moderada OSNR, λ_{SFD} é consideravelmente maior do que λ_{DA} e $\lambda_{optimum}$, indicando vantagens da abordagem SFD em cenários práticos. Com o aumento da OSNR, λ_{SFD} se aproxima de λ_{DA} e $\lambda_{optimum}$.

Na Fig. 48, os resultados da avaliação de MI em função da OSNR são apresentados para diferentes cenários. Os valores de λ considerados seguem os resultados mostrados na Fig. 47. A MI correspondente aos valores de λ_{DA} (linha sólida com estrelas) foi obtida usando as estratégias totalmente supervisionadas de recuperação de frequência e fase. Com a recuperação de fase de dois estágios e constelações seguindo λ_{DA} (linha sólida com losangos), embora ganhos sejam alcançados com respeito ao cenário uniforme (linha sólida com círculos) em alta OSNR, uma penalidade considerável é observada para os regimes de baixa e média OSNR. Estas penalidades são explicadas pelo desempenho pobre apresentado pelo algoritmo BPS sob baixa OSNR quando aplicado a constelações com PS, como demonstrado no capítulo anterior. A aplicação do algoritmo PB-CPR com λ_{DA} (linha sólida com quadrados) permite atingir uma operação estável em baixas e médias OSNRs. Entretanto, penalidades são observadas neste caso para valores de alta OSNR devido a uma capacidade reduzida de estimação do ruído de fase. Por fim, a abordagem SFD combinada com o algoritmo de CPR de dois estágios (linha com triângulos) atinge um desempenho adequado ao longo de toda a região de OSNRs investigada. E isso é alcançado ajustando o parâmetro de formatação das constelações λ , de modo que a complexidade da recuperação de fase do algoritmo de CPR de dois estágios é mantida.

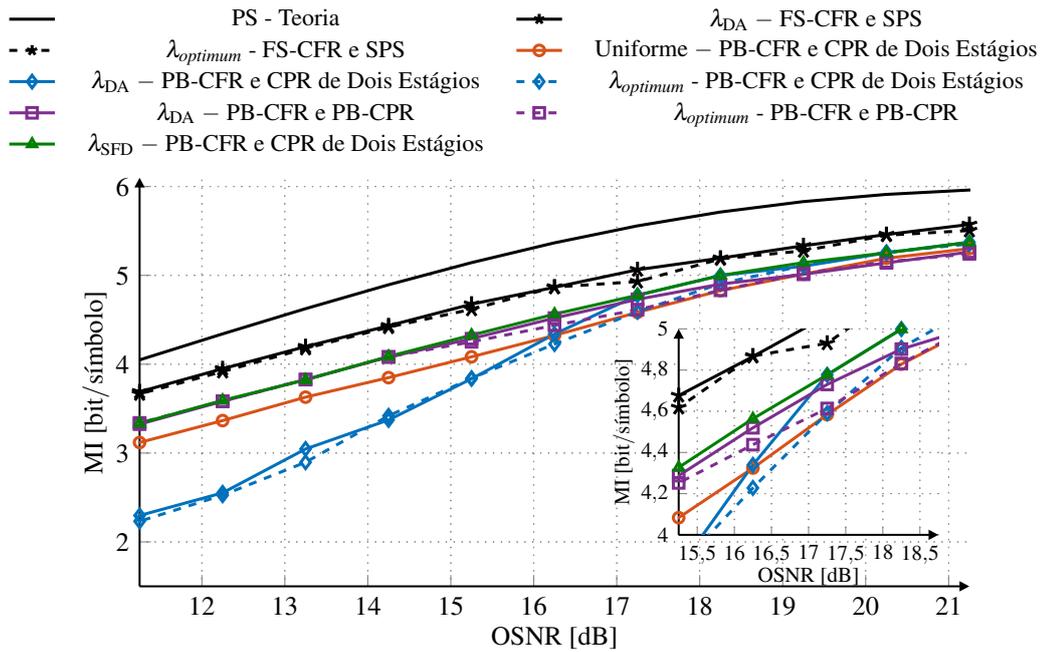


Figura 48 – Resultados experimentais de MI em função da OSNR usando os valores de λ mostrados na Fig. 47. Constelações geradas com λ_{DA} resultam em penalidades na região de baixa OSNR quando o CPR de dois estágios é empregado (linha sólida com losangos), e na região de alta OSNR quando se usa o PB-CPR (linha sólida com quadrados). Alternativamente, a técnica SFD combinada com o CPR de dois estágios e o PB-CFR (linha sólida com triângulos) atinge adequado desempenho ao longo de toda a região de OSNRs considerada, cumprindo os ganhos esperados pela aplicação de PS com respeito ao caso uniforme (linha sólida com círculos). A figura contém uma inserção com destaque à região ao entorno da OSNR= 17 dB.

Garante-se, todavia, um desempenho semelhante ao obtido com a abordagem SFD empregando o chaveamento do BPS no CPR de dois estágios. Mais precisamente, para tanto tornaria-se necessário usar o algoritmo de CPR de dois estágios para OSNRs acima de 17 dB e desligar o estágio do BPS para OSNRs abaixo de 17 dB, em ambos os casos com constelações formatadas de acordo com λ_{DA} . Como mostrado na parte destacada na Fig. 48, a curva obtida com λ_{DA} e os algoritmos PB-CFR e CPR de dois estágios (linha sólida com losangos) se aproxima do resultado obtido com a técnica SFD nas proximidades do ponto em que os resultados obtidos simplesmente usando o estágio de pilotos para CPR (linha sólida com quadrados) passa a exibir maiores penalidades. No entanto, um resultado diferente é esperado para cenários com níveis maiores de ruído de fase ou formatos de modulação de maior cardinalidade, para os quais uma recuperação de fase mais fina é requerida. A capacidade de estimação do ruído de fase do estágio baseado em pilotos também pode conduzir à obtenção de resultados distintos. Nesses casos a abordagem SFD supera o desempenho obtido com o chaveamento do BPS no CPR de dois estágios em valores moderados de OSNR, como mostrado na Seção 6.1.

A título de comparação, a Fig. 48 também mostra resultados obtidos com constelações formatadas de acordo com λ_{optimum} . Foram obtidos resultados considerando a recuperação de frequência e de fase supervisionadas (linha tracejada com estrelas), os algoritmos PB-CFR e CPR de dois estágios (linha tracejada com losangos) e os algoritmos PB-CFR e PB-CPR

(linha tracejada com quadrados). Percebe-se que, apesar das divergências entre λ_{DA} e $\lambda_{optimum}$ que podem ser observadas na Fig. 47, os resultados em termos de MI obtidos com esses dois fatores de formatação são similares. As diferenças entre λ_{DA} e $\lambda_{optimum}$ e de seus respectivos valores de MI podem ser fruto de variações estatísticas associadas às sequências geradas ou aos dados processados, lembrando que os resultados mostrados são médias do processamento de 5 sequências distintas para cada combinação de λ e OSNR.

É válido mencionar que durante o processamento dos dados não se observou a ocorrência de nenhum CS. Para o cenário investigado, a taxa de pilotos $P^{-1} = 1/32$ e as estratégias usadas foram suficientes para conter esses eventos nas sequências coletadas. E ambas as etapas de CFR e CPR compartilham os mesmos pilotos.

Os resultados mostrados nas Figs. 47 e 48 assumem um janela de rejeição de ruído de tamanho constante $N = 100$. Como discutido no Capítulo 5, as penalidades impostas pelo PS ao algoritmo BPS podem ser eventualmente mitigadas por meio do uso de janelas de rejeição de ruído extremamente longas, as quais substancialmente aumentam a complexidade computacional. Na Fig. 49 avalia-se o impacto do tamanho da janela de rejeição de ruído do BPS, N , no desempenho da etapa de CPR. Todos os resultados apresentados nessa figura foram obtidos processando os dados coletados experimentalmente com os algoritmos PB-CFR e CPR de dois estágios. O parâmetro do algoritmo PB-CFR e aqueles do algoritmo PB-CPR foram mantidos fixos ao longo das análises. Para ambos os algoritmos foram usados parâmetros iguais aqueles que produziram as Figs. 47 e 48. A Fig. 49(a) mostra a MI em função de λ para representativos valores de N assumindo uma OSNR constante de 16,25 dB. A linha pontilhada vertical indica λ_{DA} obtido por meio de algoritmos totalmente supervisionados de CFR e CPR, com tamanho de janela otimizado ($N = 10$). A MI decai consideravelmente na proximidade de λ_{DA} para pequenos N s. E a medida que N aumenta, as penalidades são reduzidas. Uma maior MI pode ser atingida para valores relativamente pequenos de N deslocando λ para valores superiores a λ_{DA} .

Na Fig. 49(b) são comparados os valores de MI em função de N atingidos com constelações uniformes ($\lambda = 0$, linha com círculos) e com constelações com PS seguindo λ_{DA} (linha com losangos) e λ_{SFD} (linha com triângulos) no caso em que OSNR = 16,25 dB. O cenário uniforme atinge sua máxima MI em aproximadamente $N = 100$. Já o cenário com λ_{SFD} atinge sua máxima MI com N no intervalo entre 100 e 150. Por sua vez, o cenário com λ_{DA} atinge sua máxima MI em valores consideravelmente maiores de N , no intervalo entre 200 e 250. Mesmo com tais valores maiores de N , a MI atingida com λ_{DA} é levemente inferior àquela obtida com λ_{SFD} . Destaca-se que a MI diminui suavemente para valores maiores de N devido ao fato de que o regime de operação possui um nível relativamente baixo de ruído de fase e um alto nível de ruído aditivo [143]. Os valores otimizados de N e seus respectivos valores de MI são apresentados nas Figs. 49(c) e 49(d) em função da OSNR para os casos uniforme e com PS. Os cenários uniforme e com PS seguindo λ_{SFD} requerem equivalentes valores de N , enquanto que o cenário com λ_{DA} requer valores expressivamente maiores de N .⁴ A utilização de valores extremos de N mitiga

⁴ Nas simulações, N foi limitado a 600.

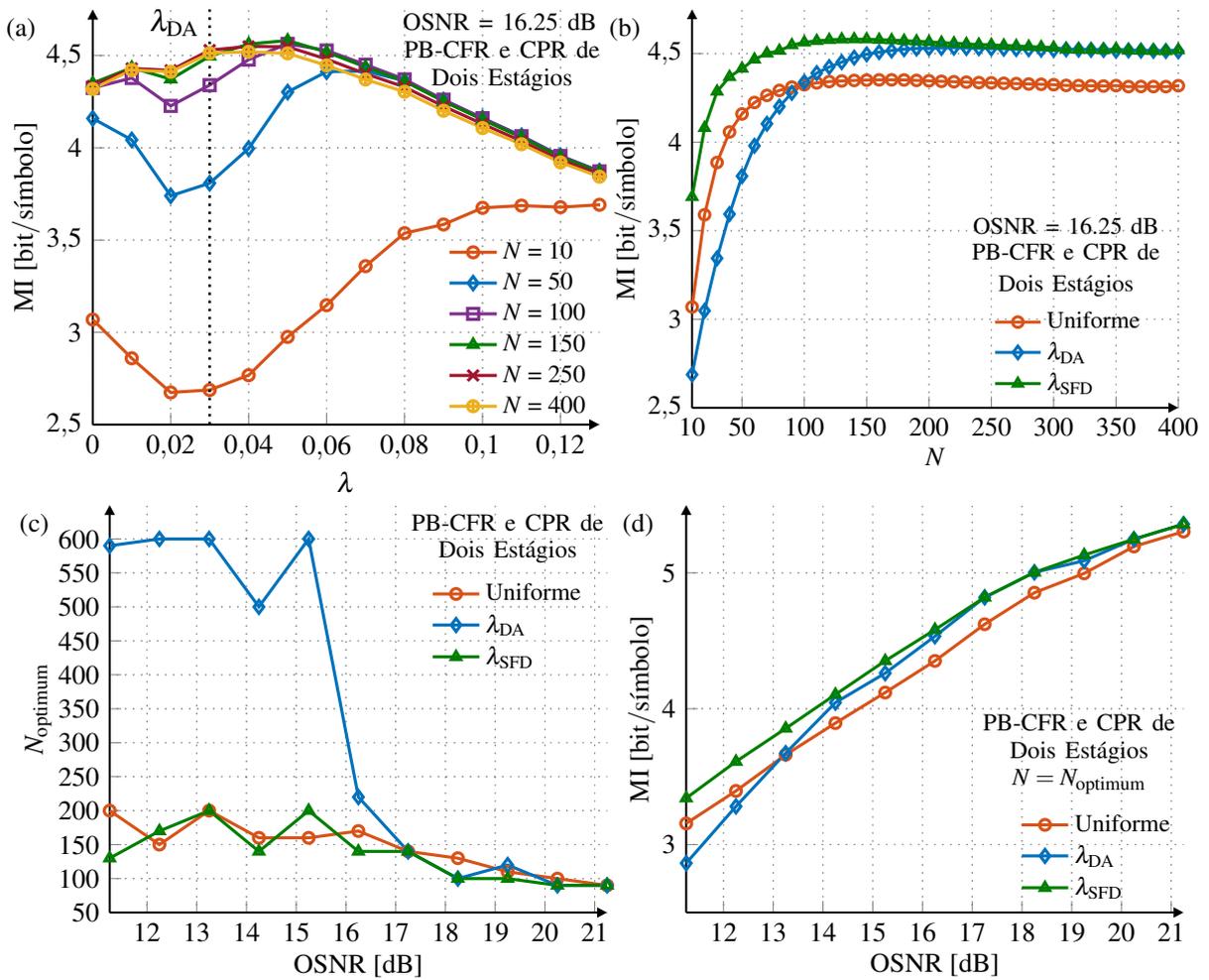


Figura 49 – (a) Resultados experimentais de MI em função de λ obtidos sob OSNR = 16,25 dB com os algoritmos PB-CFR e CPR de dois estágios, assumindo diferentes janelas N no algoritmo BPS. (b) Resultados experimentais de MI em função de N obtidos sob OSNR = 16,25 dB considerando constelações uniformes e com a aplicação de PS de acordo com λ_{DA} e λ_{SFD} . (c) Resultados experimentais de N_{optimum} em função da OSNR para constelações uniformes e com a aplicação de PS de acordo com λ_{DA} e λ_{SFD} . (d) Resultados experimentais de MI em função da OSNR obtidos com constelações uniformes e com a aplicação de PS de acordo com λ_{DA} e λ_{SFD} , empregando o CPR de dois estágios com o BPS configurado de acordo com N_{optimum} . O uso de λ_{DA} requer janelas de tamanho N extremamente grandes para garantir os ganhos esperados pela aplicação de PS às constelações. Com λ_{SFD} , ganhos de MI podem ser atingidos usando janelas de tamanho comparável a aqueles utilizados no caso uniforme.

parcialmente o desempenho pobre do cenário com λ_{DA} , mas é ainda insuficiente na eliminação das perdas de MI em baixa OSNR. Há então um indicativo de que a técnica SFD permite manter um nível de complexidade computacional similar ao do caso com constelações de símbolos equiprováveis, mas garantindo ganhos com relação a esse cenário em termos de MI.

Este trabalho não avaliou o desempenho de PS e sua relação com os algoritmos de DSP em ambientes de rede, os quais têm como uma das características a inserção e derivação de canais que podem causar variações na OSNR. De fato, as análises foram feitas com base em transmissões de canal único e em condições de formatação otimizadas para uma OSNR fixa do sistema.

6.3 Desdobramentos

Seguindo os trabalhos discutidos nesta tese, algumas soluções foram propostas para a etapa de CFR em [133]. No referido estudo são discutidas duas estratégias. A primeira consiste em uma modificação do algoritmo 4-th *Power* na qual somente são utilizados para o cálculo de (4.71) símbolos $z[k]$ que tenham magnitude menor que R_{CPR} [133, Seç. II-A]. Essa operação é feita com a finalidade de extrair somente símbolos dos raios mais internos da constelação que se assemelham ao de uma constelação 4-QAM. Um dos problemas dessa abordagem é que símbolos de outros raios são também selecionados por causa do efeito do ruído aditivo. Ademais, quantidades grandes de símbolos podem ser requeridas mesmo com essa extração, já que diversos símbolos não são pertencentes ao raio mais interno da constelação. É importante mencionar que o aumento do fator de formatação λ contribui com o funcionamento desse algoritmo, já que esse procedimento aumenta a probabilidade a-priori dos símbolos de menor raio.

Uma outra abordagem chamada de algoritmo generalizado de expansão circular harmônica (*generalized circular harmonic expansion* - GCHE) é também apresentada no mesmo estudo [133, Seç. II-B]. Propõe-se realizar o procedimento de seleção dos símbolos com base em uma função de transferência não linear que descreve a amplitude dos símbolos recebidos. A complexidade de ambos os algoritmos são similares, apesar de que o GCHE demanda o cálculo prévio da função de transferência para cada valor de λ e SNR de operação. O detalhamento das estratégias pode ser encontrado em e informações podem ser encontradas em [133].

Alguns algoritmos de CPR também foram propostos. Em [144], uma abordagem baseada na análise de componentes principais (*principal component analysis* - PCA) é avaliada. Advoga-se que no cenário investigado no estudo o algoritmo proposto exibe maior robustez contra a ocorrência de CSs do que o BPS. E em termos de AIRs, o algoritmo baseado em PCA permite atingir maiores valores do que o BPS. Todavia, as transmissões são feitas em cenários com fatores de formatação λ fixos ao longo de todo o intervalo de SNRs avaliado. Portanto, técnicas de otimização como a SFD não são aplicadas. É válido mencionar ainda que os resultados de AIR mostrados são obtidos em um cenário com correção totalmente supervisionada de CSs. Em um cenário real tornaria-se necessária a utilização de outra estratégia, por exemplo, usando símbolo piloto.

Baseada no algoritmo de CPR de Viterbi e Viterbi (V&V) [145], o qual é comumente aplicado a constelações 4-QAM, uma abordagem é investigada em [146]. Propõe-se uma seleção dos símbolos da constelação PS- M -QAM recebida com base nas distribuições de probabilidade em (4.58) e (4.59) discutidas na Seção 4.5. Por fim, somente os símbolos selecionados são considerados no algoritmo V&V para a estimação do ruído de fase. Argumenta-se que o algoritmo proposto nesse estudo apresenta menor complexidade computacional do que o BPS, porém, exibe também certas penalidades em termos de AIRs quando comparadas aos resultados obtidos com o BPS. Não se aborda nesse estudo a questão dos CSs.

Já em [147], um método de CPR baseado na divergência de Kullback-Leibler (KL) é

proposto [71, Cap. 2]. O KL-CPR minimiza a divergência de KL entre a distribuição de símbolos recebidos e aquela associada à constelação transmitida. A região de avaliação do KL-CPR no referido trabalho é tipicamente superior em termos de SNR às consideradas nesta tese. Nesse contexto, o algoritmo KL-CPR e o BPS exibem similares desempenhos, porém, discute-se que o primeiro exibe menor complexidade computacional. É válido mencionar que o BPS considerado é composto de dois estágios, como discutido em [135].

De fato, abordagens baseadas em símbolos piloto reduzem a AIR devido a inserção dos mesmos junto aos dados de informação. Todavia, a etapa de CPR tipicamente necessita de pilotos para que a ocorrência de CSs seja minimizada. É válido lembrar que em transmissões com PS a probabilidade de CSs pode aumentar, como discutido na Seção 5.2. Além disso, alguns padrões já consideram a inserção de pilotos nas sequências, por exemplo, o padrão 400zr [50]. Nesse capítulo demonstra-se que as etapas de CFR e CPR podem se beneficiar de símbolos piloto e garantir ganhos consideráveis com relação ao cenário com constelações de símbolos equiprováveis. É possível operar com o CPR de dois estágios desligando o estágio com o BPS em baixa SNR/OSNR em regimes de menor ruído de fase. Já em cenários de alto ruído de fase e constelações com maior cardinalidade, a técnica SFD pode superar essa abordagem. A otimização da taxa de P^{-1} pode beneficiar ainda mais ambas as tarefas.

6.4 Resumo

Este capítulo discutiu resultados apresentados nos artigos [148, 149]. Propõe-se uma técnica de deslocamento do fator de formatação λ da distribuição de MB com respeito ao valor ótimo para um canal AWGN quando a distribuição de MB é usada. Isso é feito com o intuito de aliviar o impacto de constelações com PS na recuperação de fase feita com o algoritmo BPS. Essa técnica, a qual é denominada SFD, foi aplicada a um esquema de CPR de dois estágios composto por um estágio baseado em símbolos piloto, inserido a uma taxa de $P^{-1} = 1/32$, seguido de um estágio não supervisionado com o BPS. Os resultados obtidos por meio de simulações feitas considerando o formato PS-256-QAM e lasers de largura de linha $L_w = 100$ kHz e 300 kHz mostram que a técnica SFD é capaz de produzir um desempenho estável ao longo de uma extensa região de SNRs avaliada, preservando os ganhos de AIR esperados pela aplicação de PS às constelações. As vantagens da técnica SFD são mais evidentes em cenários com maior ruído de fase. Foram também realizadas investigações por meio do pós-processamento de sinais com o formato PS-64-QAM coletados experimentalmente na presença de imperfeições do laser e ruído aditivo. Dois algoritmos de CFR foram avaliados, o tradicional algoritmo 4-th *Power* e uma estratégia baseada em pilotos com $P^{-1} = 1/32$ de *overhead* denominada PB-CFR. Demonstrou-se que o algoritmo 4-th *Power* é afetado por PS quando são usados blocos de tamanho moderado, mas que seu desempenho pode ser restaurado considerando blocos muito grandes, possivelmente proibitivos do ponto de vista prático de complexidade computacional. A estratégia baseada em pilotos, no entanto, não é afetada pelo PS. Avaliou-se também duas soluções de CPR, uma

baseada em um conceito de arquitetura em dois estágios que é similar àquela avaliada por meio de simulações, composta por um estágio com símbolos piloto e um estágio não supervisionado com o BPS, e uma estratégia puramente baseada em símbolos piloto. Os resultados confirmam de maneira experimental que o estágio com o BPS é fortemente afetado pelo PS em níveis moderados e baixos de OSNR. Essa degradação pode ser parcialmente compensada pelo uso de janelas de rejeição de ruído extremamente longas, as quais podem ser computacionalmente custosas. Se somente o estágio baseado em pilotos é utilizado, penalidades podem ser observadas em altas OSNRs devido à reduzida capacidade de acompanhar as variações do ruído de fase ofertada por essa estratégia. Um desempenho adequado é atingido ao longo de todo o intervalo de OSNRs quando a alternativa de CPR de dois estágios é combinada com a técnica SFD, otimizando o parâmetro de formatação após a recuperação de fase. Em cenários com níveis relativamente baixos de ruído de fase e formatos de modulação com maior tolerância ao ruído de fase residual, um desempenho equivalente pode ser obtido sem a técnica SFD operando com o algoritmo de CPR de dois estágios em altas OSNRs, e desligando o estágio do BPS em níveis moderados e baixos de OSNR. Nesse último caso, as etapas de CFR e CPR são somente baseadas em símbolos piloto. Esses resultados da técnica SFD estão em conformidade com os obtidos por meio de simulações.

Capítulo 7

Limitações de TEDs em Transmissões com PS

Como discutido no Capítulo 4, entre as diversas estratégias utilizadas para a recuperação de relógio, a utilização do algoritmo de Gardner produz uma solução simples e eficiente [42]. No entanto, o detector de erro de temporização de Gardner (*Gardner timing error detector* - G-TED) sabidamente exibe baixo desempenho quando aplicado a sinais com pulsos de Nyquist de baixo fator de *roll-off* (ROF). Alternativamente, uma versão modificada do G-TED (*modified Gardner timing error detector* - MG-TED), baseada no envelope de potência do sinal, tem demonstrado desempenho adequado sob tais condições [43, 44]. Neste capítulo investiga-se o desempenho do G-TED e o MG-TED na presença de sinais com PS. Também, analisa-se brevemente o TED de Godard (Go-TED) e o TED modificado de Godard (MGo-TED), os quais guardam similaridades com o G-TED e o MG-TED, respectivamente [46]. Investigações foram feitas de maneira matemática bem como por meio de simulações em *open-loop*, isto é, que não envolvem a utilização dos TEDs como parte de um sistema de realimentação digital travada em fase (DPLL), mas os analisam separadamente.

O desempenho de um TED é tradicionalmente avaliado por meio de sua curva característica, denominada de curva S devido ao seu formato. A curva S de um TED relaciona o valor médio de e_{TED} , $E\{e_{\text{TED}}\} = \bar{e}_{\text{TED}}$, em função do desvio da fase de amostragem $\Delta\tau$ normalizado pelo período de símbolo T_s , $\tau_e = \Delta\tau/T_s$ [42–44]. Outras informações retiradas a partir da curva S também são utilizadas para tal finalidade. Como exemplo, é possível citar o seu valor absoluto máximo $\max\{|\bar{e}_{\text{TED}}|\}$, seu ponto de equilíbrio ou cruzamento por zero, informação esta relacionada ao *jitter*, e a sua derivada em $\tau_e = 0$, $k_d = \partial\bar{e}_{\text{TED}}/\partial\tau_e|_{\tau_e=0}$, termo este comumente denominada de sensibilidade ou ganho do TED [42–44, 114].

7.1 Modelagem Teórica do Comportamento do G-TED e do MG-TED

Desconsiderando a presença de ruído aditivo e distorções, como aquelas causadas pela CD, PMD, ruído de fase e desvio de frequência, uma sequência de amostras $a[k]$ gerada a

taxa de 2 SpS que é utilizada por um TED pode ser descrita como

$$a[k] = \sum_i x[i]g(kT_s/2 - iT_s + \tau_e T_s), \quad (7.1)$$

em que $\{x[k]\}$ é a sequência de símbolos transmitida e $g(kT_s/2 - nT_s + \tau_e T_s)$ são amostras do formato de pulso global $g(t)$, por exemplo, podendo englobar a filtragem casada no receptor. O termo τ_e refere-se ao desvio na fase de amostragem $\Delta\tau$ normalizado pelo período de símbolos T_s , $\tau_e = \Delta\tau/T_s$, o qual é limitado ao intervalo $[-0,5, 0,5]$. Por questões de simplificação dos cálculos, assume-se que τ_e é constante ao longo de toda a sequência e que $g(t)$ é real. Considera-se também ao longo desta derivação que $\{x[k]\}$ é uma sequência independente e identicamente distribuída (iid) de energia unitária, $E\{|x[k]|^2\} = 1$, gerada com base em um formato M -QAM conforme a distribuição de MB.¹

7.1.1 Modelagem do G-TED

É possível reescrever a expressão para o G-TED apresentada em (4.10) como

$$e_{\text{G-TED}} = \Re\{a[2k+1]^*(a[2k] - a[2k+2])\}, \quad (7.2)$$

desconsiderando a operação em blocos. Substituindo (7.1) em (7.2), tem-se que

$$e_{\text{G-TED}} = \Re\left\{\sum_n x^*[n]g\left(\frac{2k+1}{2}T_s - nT_s + \tau_e T_s\right) \cdot \left[\sum_m x[m]g\left(\frac{2k}{2}T_s - mT_s + \tau_e T_s\right) - \sum_l x[l]g\left(\frac{2k+2}{2}T_s - lT_s + \tau_e T_s\right)\right]\right\}. \quad (7.3)$$

A curva S consiste no valor médio de $e_{\text{G-TED}}$, $E\{e_{\text{G-TED}}\} = \bar{e}_{\text{G-TED}}$, em função de τ_e . Aplicando o operador $E\{\cdot\}$ em (7.3) e realizando as multiplicações entre os termos, obtém-se

$$E\{e_{\text{G-TED}}\} = E\left\{\sum_n \sum_m \Re\{x^*[n]x[m]\}g((k+1/2)T_s - nT_s + \tau_e T_s)g(kT_s - mT_s + \tau_e T_s) - \sum_i \sum_l \Re\{x^*[i]x[l]\}g((k+1/2)T_s - iT_s + \tau_e T_s)g((k+1)T_s - lT_s + \tau_e T_s)\right\}. \quad (7.4)$$

Resolvendo o operador $\Re\{\cdot\}$, a seguinte expressão é obtida

$$E\{e_{\text{G-TED}}\} = \sum_n \sum_m E\{x^J[n]x^J[m]\}g((k+1/2)T_s - nT_s + \tau_e T_s)g(kT_s - mT_s + \tau_e T_s) + \sum_u \sum_v E\{x^Q[u]x^Q[v]\}g((k+1/2)T_s - uT_s + \tau_e T_s)g(kT_s - vT_s + \tau_e T_s) - \sum_i \sum_l E\{x^J[i]x^J[l]\}g((k+1/2)T_s - iT_s + \tau_e T_s)g((k+1)T_s - lT_s + \tau_e T_s) - \sum_o \sum_q E\{x^Q[o]x^Q[q]\}g((k+1/2)T_s - oT_s + \tau_e T_s)g((k+1)T_s - qT_s + \tau_e T_s), \quad (7.5)$$

¹ Neste trabalho o fator de formatação λ que, dentre outros fatores, depende da energia da constelação, é determinado com base em constelações M -QAM com símbolos de componentes em fase e quadratura dadas por $\pm(2i+1)$, $i = 0, 1, \dots, \sqrt{M}$. No entanto, neste capítulo considera-se que após o cálculo da probabilidade a-priori dos símbolos, as constelações são normalizadas para assegurar-se energia unitária, isto é, $E\{|x|^2\} = 1$.

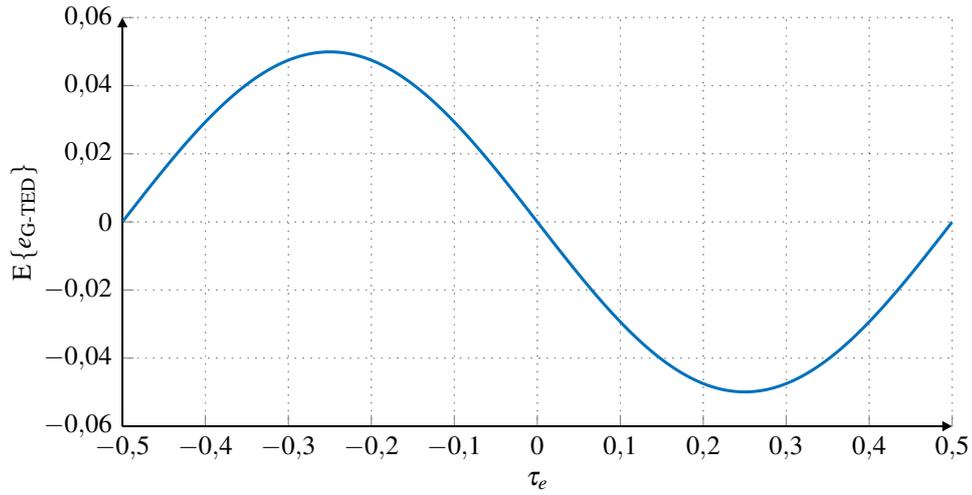


Figura 50 – $E\{e_{G-TED}\}$ em função de τ_e na presença de pulsos RC com ROF $\beta_{ROF} = 0,1$. A curva S foi obtida por meio de uma avaliação numérica de (7.8).

em que x^I e x^Q se referem às partes real e imaginária de x , $\Re\{x\}$ e $\Im\{x\}$, respectivamente. Considerando que

$$E\{x^I[b]x^I[c]\} = E\{x^Q[b]x^Q[c]\} = \begin{cases} \frac{1}{2}E\{|x|^2\}, & b = c \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (7.6)$$

a expressão em (7.5) resume-se a

$$\begin{aligned} E\{e_{G-TED}\} &= E\{|x|^2\} \sum_n g((k+1/2)T_s - nT_s + \tau_e T_s) g(kT_s - nT_s + \tau_e T_s) \\ &\quad - E\{|x|^2\} \sum_m g((k+1/2)T_s - mT_s + \tau_e T_s) g((k+1)T_s - mT_s + \tau_e T_s), \\ &= E\{|x|^2\} \sum_n g((k+1/2)T_s - nT_s + \tau_e T_s) \\ &\quad \cdot [g(kT_s - nT_s + \tau_e T_s) - g((k+1)T_s - nT_s + \tau_e T_s)]. \end{aligned} \quad (7.7)$$

Já que $E\{|x|^2\} = 1$ de acordo com as considerações feitas acerca de $\{x[k]\}$, tem-se que

$$\begin{aligned} E\{e_{G-TED}\} &= \sum_n g((k+1/2)T_s - nT_s + \tau_e T_s) \\ &\quad \cdot [g(kT_s - nT_s + \tau_e T_s) - g((k+1)T_s - nT_s + \tau_e T_s)]. \end{aligned} \quad (7.8)$$

Por meio de (7.7) e (7.8) é possível perceber que a curva S para o G-TED depende do formato de pulso $g(t)$, mas é independente do formato de modulação. Portanto, a aplicação de PS às constelações não afeta o funcionamento do G-TED. A Fig. 50 mostra o resultado da avaliação numérica de (7.8) com $g(t)$ representando um pulso RC de ROF $\beta_{ROF} = 0,1$.² O pulso RC foi gerado de modo que $g(0) = 1$.

² Considerando um canal unitário, a utilização de um filtro RRC no transmissor e de filtragem casada no receptor resulta em pulsos RC na entrada do TED.

7.1.2 Modelagem do MG-TED

De maneira similar ao que foi feito para o G-TED, é possível reescrever a expressão apresentada para o MG-TED em (4.11) como

$$\begin{aligned} e_{\text{MG-TED}} &= |a[2k+1]|^2 (|a[2k]|^2 - |a[2k+2]|^2) \\ &= a[2k+1]a^*[2k+1]a[2k]a^*[2k] - a[2k+1]a^*[2k+1]a[2k+2]a^*[2k+2]. \end{aligned} \quad (7.9)$$

desconsiderando a operação em blocos. Substituindo (7.1) em (7.9) e realizando as devidas multiplicações, tem-se que

$$e_{\text{MG-TED}} = e_1 - e_2, \quad (7.10)$$

em que

$$\begin{aligned} e_1 &= \sum_n \sum_m \sum_u \sum_v x[n]x^*[m]x[u]x^*[v]g((k+1/2)T_s - nT_s + \tau_e T_s)g((k+1/2)T_s - mT_s + \tau_e T_s) \\ &\quad \cdot g(kT_s - uT_s + \tau_e T_s)g(kT_s - vT_s + \tau_e T_s) \\ e_2 &= \sum_i \sum_l \sum_o \sum_q x[i]x^*[l]x[o]x^*[q]g((k+1/2)T_s - iT_s + \tau_e T_s)g((k+1/2)T_s - lT_s + \tau_e T_s) \\ &\quad \cdot g((k+1)T_s - oT_s + \tau_e T_s)g((k+1)T_s - qT_s + \tau_e T_s). \end{aligned}$$

Aplicando o operador $E\{\cdot\}$ em (7.10), obtém-se

$$E\{e_{\text{MG-TED}}\} = E\{e_1\} - E\{e_2\}, \quad (7.11)$$

com $E\{e_1\}$ e $E\{e_2\}$

$$\begin{aligned} E\{e_1\} &= \sum_n \sum_m \sum_u \sum_v E\{x[n]x^*[m]x[u]x^*[v]\}g((k+1/2)T_s - nT_s + \tau_e T_s) \\ &\quad \cdot g((k+1/2)T_s - mT_s + \tau_e T_s)g(kT_s - uT_s + \tau_e T_s)g(kT_s - vT_s + \tau_e T_s), \end{aligned} \quad (7.12a)$$

$$\begin{aligned} E\{e_2\} &= \sum_i \sum_l \sum_o \sum_q E\{x[i]x^*[l]x[o]x^*[q]\}g((k+1/2)T_s - iT_s + \tau_e T_s) \\ &\quad \cdot g((k+1/2)T_s - lT_s + \tau_e T_s)g((k+1)T_s - oT_s + \tau_e T_s)g((k+1)T_s - qT_s + \tau_e T_s). \end{aligned} \quad (7.12b)$$

No caso de seqüências iid, tem-se que a relação

$$E\{x[i]x^*[l]x[o]x^*[q]\} = \begin{cases} E\{|x|^4\}, & i = l = o = q \\ E^2\{|x|^2\}, & i = l \neq o = q \\ E^2\{|x|^2\}, & i = q \neq l = o \\ |E\{x^2\}|^2, & i = o \neq l = q \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (7.13)$$

é válida. Utilizando essa relação e seguindo a abordagem utilizada em [150] e [151] definindo

$$p_b(t) = g(t)g(t - bT), \quad (7.14)$$

as expressões (7.12a) e (7.12b) se tornam

$$\begin{aligned}
E\{e_1\} = & K_x \sum_n p_0((k+1/2)T_s - nT_s + \tau_e T_s) p_0(kT_s - nT_s + \tau_e T_s) \\
& + E^2\{|x|^2\} \sum_u \sum_v p_0((k+1/2)T_s - uT_s + \tau_e T_s) p_0(kT_s - vT_s + \tau_e T_s) \\
& + E^2\{|x|^2\} \sum_i \sum_l p_l((k+1/2)T_s - iT_s + \tau_e T_s) p_l(kT_s - iT_s + \tau_e T_s) \\
& + |E\{x^2\}|^2 \sum_o \sum_q p_q((k+1/2)T_s - oT_s + \tau_e T_s) p_q(kT_s - oT_s + \tau_e T_s),
\end{aligned} \tag{7.15a}$$

$$\begin{aligned}
E\{e_2\} = & K_x \sum_n p_0((k+1/2)T_s - nT_s + \tau_e T_s) p_0((k+1)T_s - nT_s + \tau_e T_s) \\
& + E^2\{|x|^2\} \sum_u \sum_v p_0((k+1/2)T_s - uT_s + \tau_e T_s) p_0((k+1)T_s - vT_s + \tau_e T_s) \\
& + E^2\{|x|^2\} \sum_i \sum_l p_l((k+1/2)T_s - iT_s + \tau_e T_s) p_l((k+1)T_s - iT_s + \tau_e T_s) \\
& + |E\{x^2\}|^2 \sum_o \sum_q p_q((k+1/2)T_s - oT_s + \tau_e T_s) p_q((k+1)T_s - oT_s + \tau_e T_s).
\end{aligned} \tag{7.15b}$$

em que K_x é a curtose calculada como [31, Eq. 1]

$$K_x = E\{|x|^4\} - 2E^2\{|x|^2\} - |E\{x^2\}|^2 \tag{7.16}$$

Substituindo (7.15a) e (7.15b) em (7.11) e agrupando termos similares é possível demonstrar que

$$E\{e_{\text{MG-TED}}\} = K_x E_1 + E^2\{|x|^2\} (E_2 + E_3) + |E\{x^2\}|^2 E_4 \tag{7.17}$$

em que

$$\begin{aligned}
E_1 = & \sum_n p_0((k+1/2)T_s - nT_s + \tau_e T_s) \\
& \cdot [p_0(kT_s - nT_s + \tau_e T_s) - p_0((k+1)T_s - nT_s + \tau_e T_s)],
\end{aligned} \tag{7.18a}$$

$$\begin{aligned}
E_2 = & \sum_u \sum_v p_0((k+1/2)T_s - uT_s + \tau_e T_s) \\
& \cdot [p_0(kT_s - vT_s + \tau_e T_s) - p_0((k+1)T_s - vT_s + \tau_e T_s)],
\end{aligned} \tag{7.18b}$$

$$\begin{aligned}
E_3 = & \sum_i \sum_l p_l((k+1/2)T_s - iT_s + \tau_e T_s) \\
& \cdot [p_l(kT_s - iT_s + \tau_e T_s) - p_l((k+1)T_s - iT_s + \tau_e T_s)].
\end{aligned} \tag{7.18c}$$

$$\begin{aligned}
E_4 = & \sum_q \sum_o p_o((k+1/2)T_s - qT_s + \tau_e T_s) \\
& \cdot [p_o(kT_s - qT_s + \tau_e T_s) - p_o((k+1)T_s - qT_s + \tau_e T_s)].
\end{aligned} \tag{7.18d}$$

A utilização de constelações M -QAM com energia unitária implica respectivamente em $E\{|x|^2\} = 1$ e $|E\{x^2\}|^2 = 0$. Nesse caso, (7.17) se resume a

$$E\{e_{\text{MG-TED}}\} = K_x E_1 + E_2 + E_3 \tag{7.19}$$

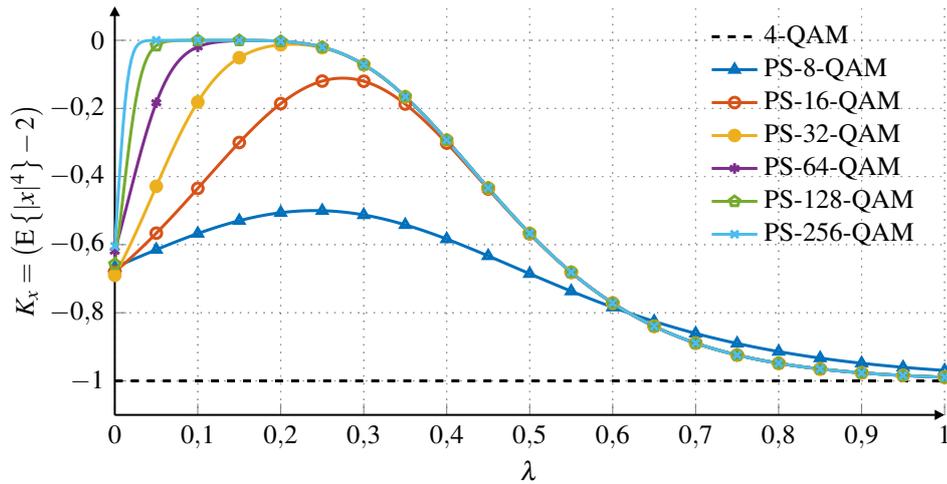


Figura 51 – Avaliação do termo $K_x = (E\{|x|^4\} - 2)$ em função de λ para formatos PS- M -QAM, com $M = 8, 16, 32, 64, 128$ e 256 . A figura também mostra os valores para o formato 4-QAM (linha tracejada).

em que (7.16) é simplificada para $K_x = (E\{|x|^4\} - 2)$.

Uma inspeção em (7.17) ou (7.19) possibilita compreender que a curva S associada ao MG-TED é afetada pelo formato de modulação utilizado e, portanto, pela aplicação de PS. Isso ocorre em adição ao comportamento dependente do formato de pulso. O termo E_1 , especificado em (7.18a), é similar à expressão da curva S obtida para o G-TED apresentada em (7.8), exceto pelo fato de que, ao invés de se utilizar a amplitude das amostras do pulso, $g(\cdot)$, são considerados esses valores ao quadrado, $p_0(\cdot) = g^2(\cdot)$. Esse termo é ponderado pela curtose K_x , a qual se modifica de acordo com o fator de formatação λ . A Fig. 51 apresenta K_x para formatos PS- M -QAM, com $M = 8, 16, 32, 64, 128$ e 256 , em função de λ .³ A figura também mostra os valores para o formato 4-QAM. A curtose K_x aumenta com λ até atingir um máximo que é dependente do formato de modulação. Em seguida, K_x passa a decair e se aproxima do valor obtido com o formato 4-QAM. De fato, é possível perceber que K_x é sempre negativo e que, para os formatos de modulação de mais alta ordem, pode atingir valores próximos ao de uma fonte gaussiana ($K_x = 0$) dependendo de λ . Considerando unicamente o termo $K_x E_1$, a alteração de λ conduziria a uma ampliação ou redução da magnitude das curvas S . No entanto, a existência dos outros termos em (7.17) e (7.19) podem conduzir a diferentes comportamentos.

Com o intuito de compreender a contribuição de cada um dos três termos em (7.19) na obtenção da curva S avaliações numéricas de cada um deles foram realizadas. Para tanto, assumiu-se o formato 64-QAM e a aplicação de PS seguindo a distribuição de MB, com valores de λ definidos no intervalo de 0 a 0,13 em passos de 0,01. Considerou-se também que $g(t)$ equivale a um pulso RC com ROF $\beta_{\text{ROF}} = 0,1$, em que $g(0) = 1$. A avaliação do termo $K_x E_1$ é apresentada na Fig. 52(a). Esse termo produz curvas em formato de S que sofrem redução de magnitude com o aumento de λ . Isso, como esperado por meio da análise da Fig. 51, ocorre

³ O parâmetro λ é determinado com base em constelações M -QAM de componentes em fase e quadratura dadas por $\pm(2i+1), i = 0, 1, \dots, \sqrt{M}$. No entanto, após o cálculo das probabilidades a-priori, as constelações são normalizadas de modo que $E\{|x|^2\} = 1$.

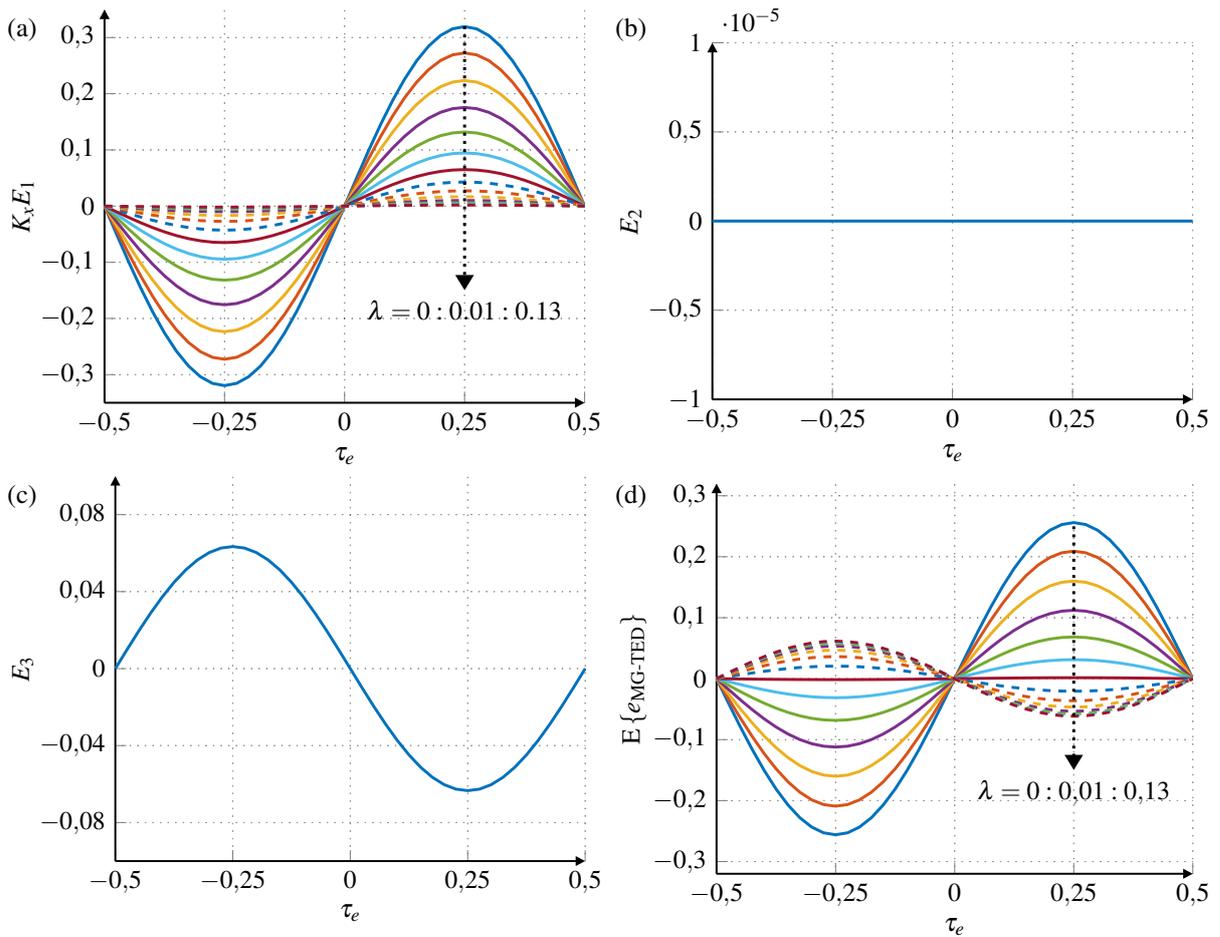


Figura 52 – Avaliação numérica de (a) $K_x E_1$ para diferentes valores de λ no intervalo de 0 a 0,13, (b) E_2 , (c) E_3 e (d) da combinação desses três termos de acordo com (7.19). Assumiu-se a utilização do formato PS-64-QAM e de pulsos RC com ROF $\beta_{\text{ROF}} = 0,1$. Em (a) e (d) a linha pontilhada vertical com seta indica o sentido de aumento de λ . As curvas S obtidas para $\lambda > 0,06$ são indicadas em (d) por linhas tracejadas para evidenciar o fato de que sofreram inversão de orientação com relação ao caso com $\lambda = 0$ (curva S de maior amplitude). Em (a), as curvas obtidas com $\lambda > 0,06$ são também apresentadas com linhas tracejadas.

devido à ponderação pelo termo K_x . Por outro lado, o termo E_2 é praticamente nulo, como apresentado na Fig. 52(b), não contribuindo para o resultado final da curva S do MG-TED. Já o termo E_3 também produz uma curva em formato de S, mas com orientação contrária àquelas produzidas pelo termo $K_x E_1$, conforme mostrado na Fig. 52(c). O resultado da combinação dos três termos é apresentado na Fig. 52(d). Fica evidente que a combinação dos termos $K_x E_1$ e E_3 em (7.17) faz com que, a medida que λ aumente, as curvas S sofram redução de magnitude até um ponto em que ocorre uma inversão de orientação das mesmas. A inversão de orientação ocorre justamente quando a magnitude da curva em formato de S produzida por $K_x E_1$ é menor do que aquela da curva produzida por E_3 . Esse comportamento indica a existência de um valor crítico de λ para o qual a curva S exibe magnitudes muito próximas a 0. E espera-se que este valor crítico seja dependente do formato de pulso, já que os termos E_1 , E_2 e E_3 o são, e também do formato de modulação por meio do termo de proporcionalidade K_x .

Devido à proximidade matemática entre o G-TED e o Go-TED e também entre o MG-TED e o MGo-TED, conjectura-se que as observações feitas para o G-TED e o MG-TED sejam válidas para o Go-TED e o MGo-TED.⁴ Avalia-se isso por meio de simulações ao longo deste capítulo.

7.2 Avaliação de TEDs em Transmissões com PS

Como brevemente discutido, a curva S de um TED relaciona o valor médio de e_{TED} , \bar{e}_{TED} , em função do desvio normalizado da fase de amostragem τ_e [42–44]. A sensibilidade ou ganho do TED dado pela derivada da curva S em $\tau_e = 0$, $k_d = \partial \bar{e}_{\text{TED}} / \partial \tau_e |_{\tau_e=0}$, é um indicativo válido da qualidade da resposta de um TED a erros de temporização. Na Fig. 53 são mostradas curvas S e suas respectivas derivadas para o G-TED, o MG-TED, o Go-TED e o MGo-TED considerando constelações com PS. Esses resultados foram obtidos por meio de simulações de Monte-Carlo com transmissões de 2^{19} símbolos do formato PS-64-QAM. Para a formatação de pulso, considerou-se uma sobreamostragem a 16 SpS e então a utilização de um filtro raiz de cosseno levantado (RRC) com ROF $\beta_{\text{ROF}} = 0,1$ e *span* de 20 símbolos. Na recepção, realizou-se filtragem casada. A constelação 64-QAM de referência, com componentes em fase e quadratura dados por $\pm(2i+1)$, $i = 0,1,2,3$, foi formatada de acordo com a distribuição de MB. O fator de formatação λ foi definido no intervalo de 0 a 0,13, em passos de 0,01. Após a aplicação de PS, as sequências foram normalizadas para ter energia unitária. Antes da aplicação dos TEDs, esse processo foi repetido. Considerou-se uma taxa de símbolos $R_s = 50$ GBd e não foi realizada inserção de ruído aditivo durante as simulações. Para a obtenção das curvas S, os sinais após a filtragem casada são amostrados a uma taxa de 2 SpS com diferentes desvios $\Delta\tau$. Em seguida, os TEDs são utilizados para prover indicações do erro de temporização. No caso do G-TED e do MG-TED, as estimativas do erro de temporização foram geradas a cada três amostras usando respectivamente (7.2) e (7.9). Já para o Go-TED e o MGo-TED, as estimativas foram geradas utilizando (4.12) e (4.13), respectivamente, com N_c igual a metade do número de amostras.

As Figs. 53(a) e 53(b) apresentam curvas S e suas derivadas para o G-TED, respectivamente. Percebe-se que o algoritmo G-TED não é afetado pela magnitude de formatação aplicada às constelações já que, para os diversos valores de λ , as curvas S e suas derivadas se sobrepõem. Confirma-se então a observação feita por meio do modelamento matemático. De fato, as curvas S apresentadas na Fig. 53(a) tem amplitude similar àquela da curva S apresentada na Fig. 50, a qual foi obtida por meio da avaliação numérica de (7.8). O Go-TED também não é afetado pela alteração de λ , como pode ser observado nas Figs. 53(c) e 53(d).

Os resultados obtidos com o MG-TED são apresentados nas Figs. 53(e) e 53(f). Percebe-se que esse TED é consideravelmente afetado pela magnitude da formatação aplicada às constelações. Comparando as curvas S apresentadas na Fig. 53(e) com aquelas apresentadas na Fig. 52(d), percebe-se grandes similaridades. Em $\lambda = 0$, caso em que a constelação é uniforme,

⁴ As expressões para o Go-TED e o MGo-TED são apresentadas na Seção 4.4.1.

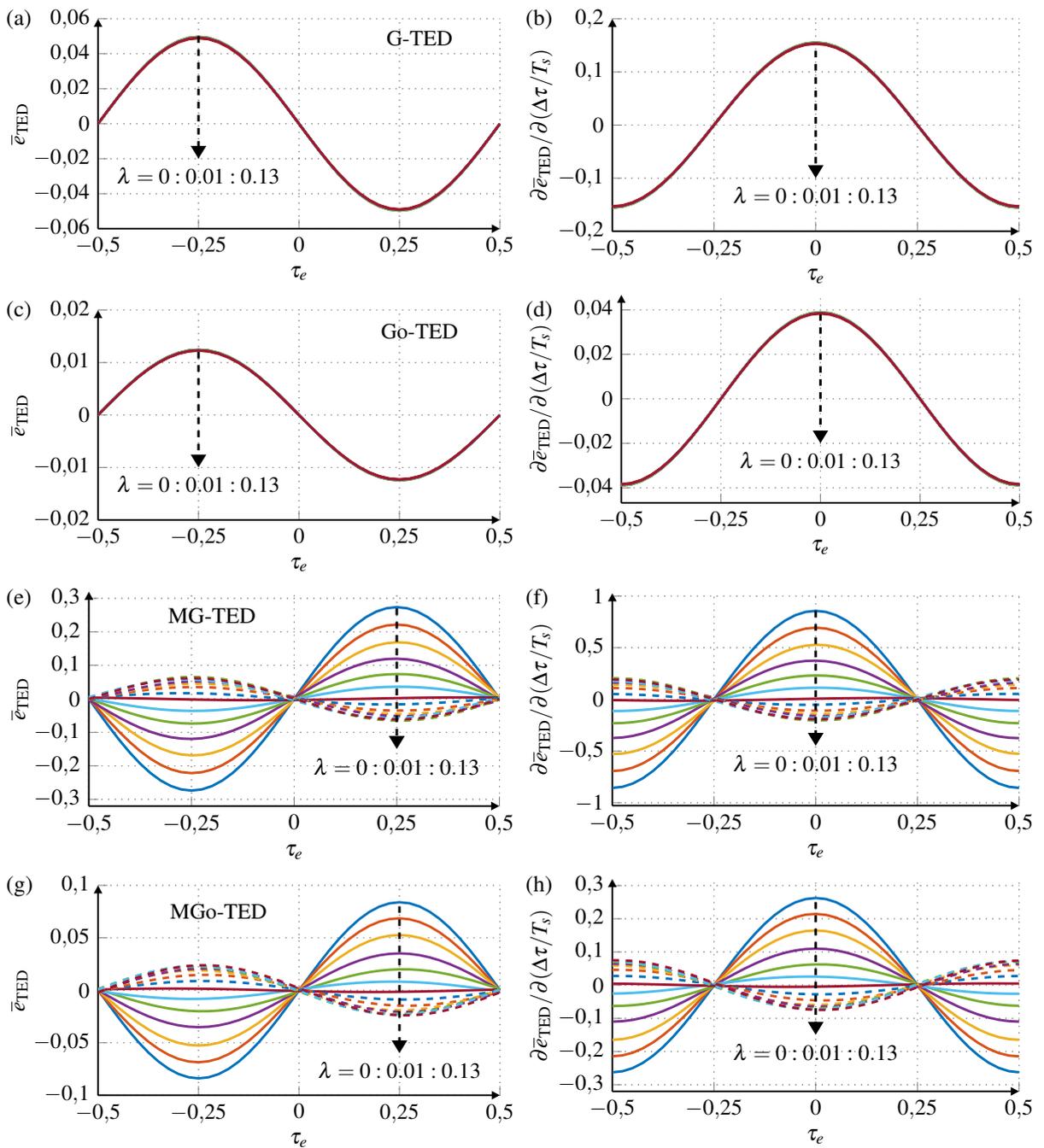


Figura 53 – Curvas S para (a) G-TED, (c) Go-TED, (e) MG-TED e (g) MGo-TED. Derivada das curvas S para (b) G-TED, (d) Go-TED, (f) MG-TED e (h) MGo-TED. As simulações foram feitas considerando o formato PS-64-QAM, com λ definido no intervalo de 0 a 0.13, em passos de 0.01, como indicado pela linha tracejada vertical nas figuras. Pulsos RRC com ROF $\beta_{\text{ROF}} = 0.1$ foram utilizados, assumindo filtragem casada antes da aplicação dos TEDs. As linhas tracejadas foram utilizadas para evidenciar a alteração na orientação das curvas S e de suas derivadas. Para G-TED e Go-TED, as curvas se sobrepõem para todos os valores de λ .

a curva S possui uma inclinação acentuada na proximidade de $\tau_e = 0$. No entanto, a inclinação da curva S e conseqüentemente a sensibilidade do TED reduzem consideravelmente a medida que λ aumenta. Esse processo continua até uma completa inversão da orientação da curva S, indicando a existência de um valor crítico de λ para o desempenho da recuperação de relógio.

Essa inversão, assim como na Fig. 52(d) ocorre para os valores de λ considerados que são superiores a 0,06. Os resultados estão em conformidade com as observações feitas a partir do modelamento matemático. O aumento de λ reduz a amplitude da curva S devido à ponderação pela curtose K_x dada ao termo E_1 em (7.19). Por outro lado, a existência do termo E_3 , o qual não é dependente do PS, contribui para a inversão da curva S. O MGo-TED também exibe dependência com λ , como pode ser observado nas Figs. 53(g) e 53(h). Em suma, a aplicação de PS tem como objetivo atribuir às constelações características de uma fonte gaussiana de símbolos, tarefa esta intrinsecamente associado a variação da curtose em direção à $K_x = 0$. Porém, os métodos de estimação de erro de temporização baseados na potência das amostras MG-TED e MGo-TED são afetados pela variação da curtose das constelações. Isto ocorre além da própria dependência de seus desempenhos com o formato de pulso utilizado na transmissão.

As semelhanças nos comportamentos do G-TED e do Go-TED quando aplicados a sinais com PS se deve à proximidade das suas expressões no domínio da frequência, afirmação esta que também é válida quando se analisa o MG-TED e o MGo-TED de maneira conjunta. É importante salientar que, apesar de prover informações que permitem compreender o comportamento dos algoritmos, as amplitudes das curvas S e suas derivadas não constituem figuras de mérito adequadas para a comparação direta entre os TEDs [43]. Isto, pois as várias estratégias operam com diferentes ponderações (senoidal ou unitária) ou em distintas propriedades das amostras recebidas (amplitude ou potência) produzindo sinais de saída com dimensões distintas.

Com o intuito de estender as análises acerca do comportamento dos TEDs na presença de sinais com PS, foram realizadas simulações considerando a mesma configuração descrita anteriormente para a Fig. 53, mas com o ROF definido no intervalo de 0 a 0,5, em passos de 0,025. Dada a similaridade apresentada na Fig. 53 entre os resultados obtidos com o G-TED e o Go-TED e entre os obtidos com o MG-TED e o MGo-TED, as simulações foram restringidas ao G-TED e ao MG-TED. Das curvas S obtidas, analisou-se a derivada em $\tau_e = 0$, $k_d = \partial \bar{e}_{\text{TED}} / \partial \tau_e |_{\tau_e=0}$, e também seus valores absolutos máximos, $\max\{|\bar{e}_{\text{TED}}|\}$, em função de λ e ROF. O parâmetro k_d indica a sensibilidade do TED a erros de temporização. Já $\max\{|\bar{e}_{\text{TED}}|\}$ permite inferir o grau de achatamento das curvas S. Quanto menor o valor de $\max\{|\bar{e}_{\text{TED}}|\}$, mais achatada a curva S tende a ser. Os resultados obtidos são apresentados na Fig. 54.

A Fig. 54(a) apresenta k_d para o G-TED. Confirmando as observações feitas anteriormente, o G-TED não apresenta uma sensibilidade a erros de temporização dependente da magnitude da formatação aplicada às constelações. Por outro lado, existe uma considerável dependência desse parâmetro com o ROF dos pulsos. Melhores níveis de sensibilidade são observados à medida que o ROF aumenta. Os resultados da análise de $\max\{|\bar{e}_{\text{TED}}|\}$ apresentados para o G-TED na Fig. 54(b) possuem comportamento similar às análises de k_d . Embora tanto k_d quanto $\max\{|\bar{e}_{\text{TED}}|\}$ reduzam consideravelmente conforme ROF se aproxima de 0, nas análises feitas esses parâmetros não se anularam. A Fig. 54(c) apresenta k_d para o algoritmo MG-TED. Os resultados indicam uma sensibilidade a erros de temporização que é dependente tanto do ROF dos pulsos quanto do fator de formatação das constelações λ . Há uma inversão do sinal

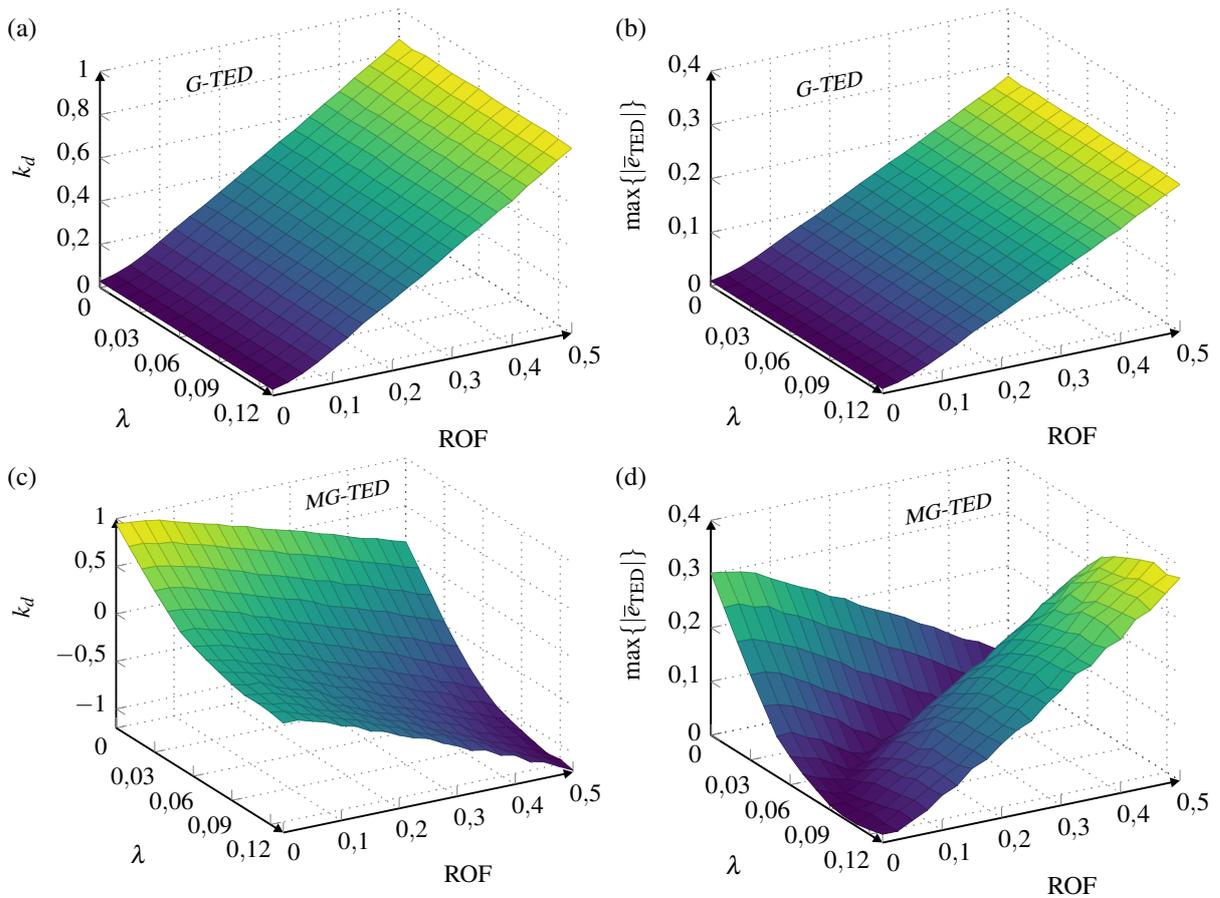


Figura 54 – Derivada da curva S em $\tau_e = 0$, k_d , em função de λ e do ROF de pulsos RRC, considerando (a) G-TED e (c) MG-TED. Valor absoluto máximo da curva S, $\max\{|\bar{e}_{TED}|\}$, em função de λ e do ROF de pulsos RRC, considerando (b) G-TED e (d) MG-TED. As simulações foram feitas considerando o formato PS-64-QAM, assumindo filtragem casada antes da aplicação dos TEDs.

de k_d , indicando uma mudança de orientação da curva S e a existência de uma região crítica de operação, em que a derivada se aproxima de 0. A Fig. 54(d) apresenta os resultados das análises de $\max\{|\bar{e}_{TED}|\}$ e reforça essas observações. A superfície gerada ao analisar $\max\{|\bar{e}_{TED}|\}$ em função de λ e ROF é irregular e apresenta um vale, o qual corresponde a uma região crítica de operação. Para ROF $\beta_{ROF} = 0$, o aumento de λ de 0 a 0,10 reduz $\max\{|\bar{e}_{TED}|\}$. Para $\lambda > 0,10$ existe uma inversão da curva S, o que pode ser compreendido conduzindo a análise à luz de k_d apresentado na Fig. 54(c), e então um ligeiro aumento de $\max\{|\bar{e}_{TED}|\}$. Por outro lado, para um ROF $\beta_{ROF} = 0,1$, há uma redução de $\max\{|\bar{e}_{TED}|\}$ com o aumento de λ até aproximadamente $\lambda = 0,06$. A inversão da curva S acontece para $\lambda > 0,06$ acompanhada de um aumento de $\max\{|\bar{e}_{TED}|\}$, em conformidade com as curvas S mostrados nas Figs. 52(d) e 53(e). De fato, os resultados indicam que o G-TED não é afetado pela magnitude das formatações aplicadas às constelações, mas pode exibir baixo desempenho quando usado em sinais com pulsos de Nyquist de baixo ROF. Por outro lado, o desempenho do MG-TED é fortemente ditado pela combinação de λ e do ROF dos pulsos, podendo operar adequadamente sob certas circunstâncias e falhar sob outras. Na prática, o parâmetro λ depende de diversas questões, incluindo a AIR desejável, a

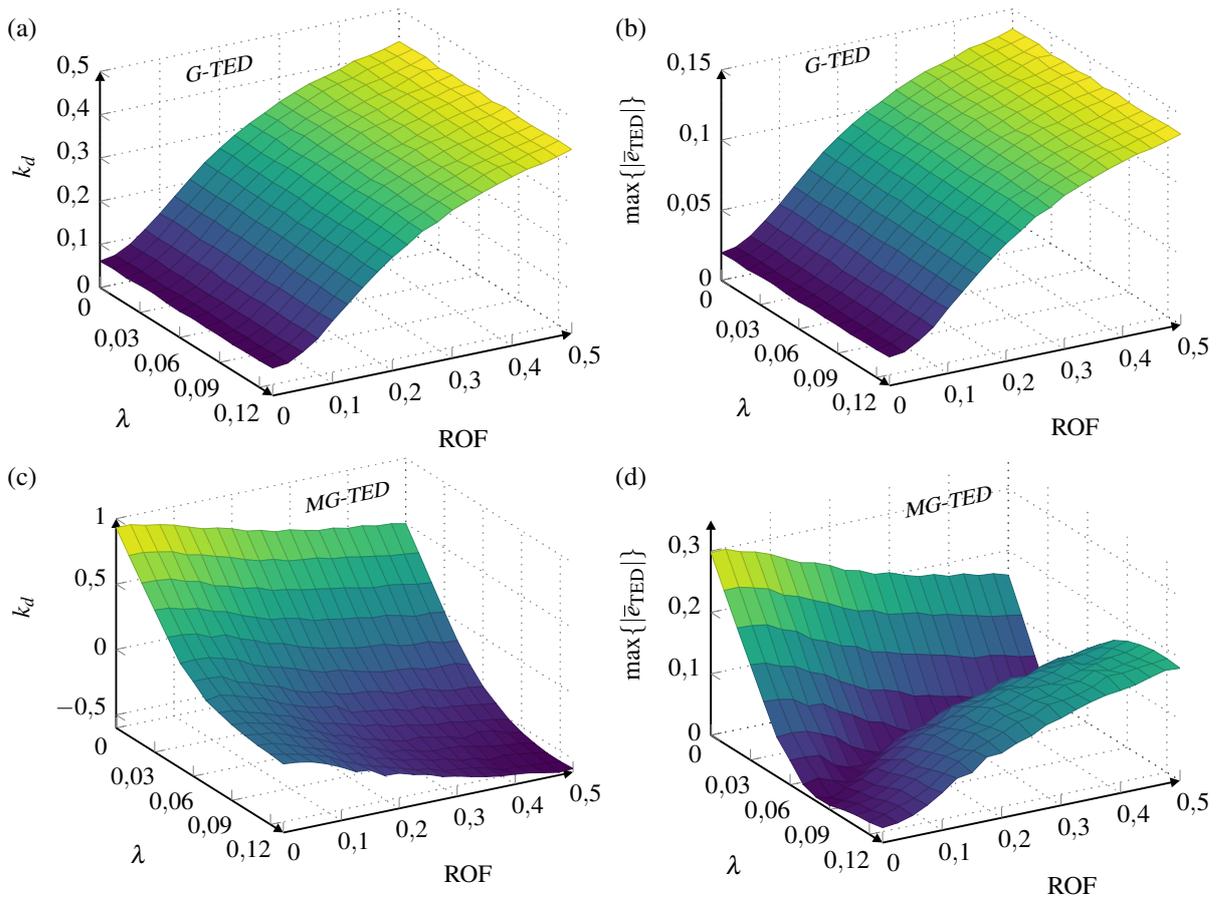


Figura 55 – Derivada da curva S em $\tau_e = 0$, k_d , em função de λ e do ROF de pulsos RC, considerando (a) G-TED e (c) MG-TED. Valor absoluto máximo da curva S, $\max\{|\bar{e}_{TED}|\}$, em função de λ e do ROF de pulsos RC, considerando (b) G-TED e (d) MG-TED. As simulações foram feitas considerando o formato PS-64-QAM, assumindo a aplicação dos sinais a um filtro supergaussiano de 10^a ordem e largura de banda $B_w = 0,55R_s$, com $R_s = 50$ GBd, antes da aplicação dos TEDs.

SNR e a potência da constelação. Devido à necessidade de aumento da eficiência espectral das transmissões, especialmente em sistemas de longas distâncias, pulsos de Nyquist de baixo ROF (ex.: $\beta_{ROF} < 0,1$) são preferíveis. Contudo, existem padrões que permitem o uso de pulsos com maiores ROFs ou até mesmo a não utilização de pulsos de Nyquist, como o padrão 400zr [50].

A Fig. 55 apresenta resultados da análise de k_d e $\max\{|\bar{e}_{TED}|\}$ em função de λ e do ROF de pulsos RC. As simulações foram feitas de modo similar ao descrito para as Figs. 53 e 54. No entanto, além dos sinais transmitidos terem pulsos RC, na recepção considera-se a utilização de um filtro supergaussiano de 10^a ordem e largura de banda $B_w = 0,55R_s$, com $R_s = 50$ GBd, antes da aplicação dos TEDs.⁵ As Figs. 55(a) e 55(b) apresentam k_d e $\max\{|\bar{e}_{TED}|\}$ em função de λ e do ROF dos pulsos RC, respectivamente, para o G-TED. Assim como no caso anterior, é possível observar que o G-TED não é dependente de λ , mas fortemente dependente do ROF dos pulsos. Por sua vez, as Figs. 55(c) e 55(d) apresentam respectivamente os resultados de k_d e $\max\{|\bar{e}_{TED}|\}$ em função de λ e do ROF dos pulsos RC para o MG-TED. Esses resultados reforçam o fato de que o MG-TED é dependente da combinação da magnitude da formatação

⁵ O sistema experimental discutido no Capítulo 6 usa essa mesma configuração, exceto pela taxa de símbolos.

aplicada às constelações e do ROF dos pulsos. É evidente que as superfícies de k_d e $\max\{|\bar{e}_{\text{TED}}|\}$ mostradas na Fig. 55 possuem diferenças com relação às apresentadas na Figs. 54 para os mesmos TEDs, o que acontece devido às mudanças no formato de pulso usado para a transmissão e na filtragem na recepção. Além disso, os resultados mostrados na Fig. 55 apresentam magnitudes inferiores àquelas observadas na Fig. 54. Isto pode ser atribuído ao fato de não se considerar filtragem casada na obtenção dos resultados mostrados na Fig. 55. Apesar das diferenças, é possível perceber que as observações acerca da dependência dos TEDs com relação ao fator de formatação das constelações λ são válidas para diferentes pulsos.

7.3 Avaliação do *Jitter* dos TEDs em Transmissões com PS

Os TEDs investigados neste capítulo se baseiam em ponderações e propriedades distintas das amostras recebidas. Suas curvas S, por estas razões, acabam tendo diferentes magnitudes e tornam-se figuras de mérito pouco adequadas para uma comparação direta entre as diferentes estratégias de estimação de erro de temporização. Uma grandeza conveniente à comparação entre diferentes TEDs é o *jitter*. O *jitter* de um TED tem origem nas flutuações das posições de cruzamento com zero de diferentes realizações de curvas que relacionam a saída e_{TED} e o desvio normalizado da fase de amostragem τ_e [152]. As curvas S apresentadas na Fig. 53 são obtidas por meio do cálculo de um valor médio $E\{e_{\text{TED}}\} = \bar{e}_{\text{TED}}$ para cada τ_e . Nesse caso, os pontos de cruzamento com zero, os quais são pontos de equilíbrio [153], são os valores médios entre diversas realizações. A Fig. 56 apresenta um conjunto de curvas formadas por estimativas do erro de temporização obtidas em simulações de transmissão de 2^{17} símbolos do formato 64-QAM ($\lambda = 0$, caso uniforme). Assumiu-se nas transmissões uma taxa de símbolos $R_s = 50$ GBd e uma SNR = 12 dB, determinada pela inserção de AWGN às sequências com energia unitária. Foram considerados pulsos RRC com ROF $\beta_{\text{ROF}} = 0$ e filtragem casada antes da aplicação do MG-TED, com $N_c = 1024$ amostras. Para cada valor de τ_e definido no intervalo $[-0,5, 0,5]$ em passos de 0,025, 256 estimativas foram geradas. Essas estimativas foram posteriormente agrupadas, formando as curvas representadas pelas linhas sólidas. Assumindo que a posição de equilíbrio mais próxima a $\tau_e = 0$ é indicada por τ_{eq} , a linha tracejada indica sua variação ao longo das diversas realizações. Essa variação na posição de cruzamento com zero τ_{eq} causa o aparecimento de um nível residual de desvio na fase de amostragem após a recuperação de relógio. Então, o *jitter* de um TED é comumente calculado como [43]

$$J = 20 \log_{10}(\delta_{\tau_{eq}}) \text{ [dB]}. \quad (7.20)$$

em que $\delta_{\tau_{eq}}$ é o desvio padrão de τ_{eq} , normalizado pelo período de símbolo T_s . Quanto maior o nível de ruído aditivo e de eventuais distorções sofridas pelos sinais, como aquelas causadas pela CD e a PMD, maior é a excursão de τ_{eq} [43, 46]. É interessante notar que a média entre todas as 256 estimativas de erro de temporização obtidas para cada τ_e resulta na curva S indicada pela linha tracejada, curva esta que é similar àquelas apresentadas na Fig. 53, com a média de τ_{eq}

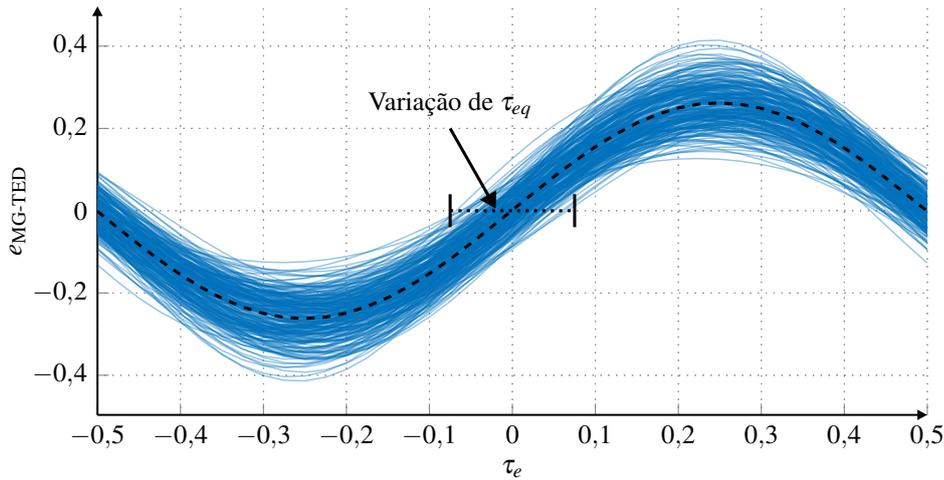


Figura 56 – Estimativas do erro de temporização obtidas com o MG-TED a partir da transmissão de constelações 64-QAM uniformes ($\lambda = 0$), na presença de ruído aditivo com uma SNR = 12 dB. Pulsos RRC com ROF $\beta_{\text{ROF}} = 0$ foram utilizados. Antes da aplicação do MG-TED com parâmetro $N_c = 1024$ amostras, realizou-se uma filtragem casada das sequências. As linhas sólidas indicam as estimativas obtidas em diferentes simulações, enquanto que a linha tracejada indica a curva S como o valor médio dentre todas estas estimativas. Por fim, a linha pontilhada indica a excursão da fase ótima de amostragem, τ_{eq} .

aproximadamente em 0, $E\{\tau_{eq}\} = \bar{\tau}_{eq} = 0$.

A fim de analisar o *jitter* dos TEDs na presença de transmissões com PS, simulações de Monte Carlo foram feitas considerando a transmissão de 2^{16} símbolos do formato PS-64-QAM, com λ variando no intervalo de 0 a 0,13 em passos de 0,01. As sequências de símbolos geradas a uma taxa de $R_s = 50$ GBd foram sobreamostradas em 16 SpS e então aplicadas a um filtro RRC, com *span* de 20 símbolos, para a formatação dos pulsos. Considerou-se pulsos RRC com ROF β_{ROF} no intervalo de 0 a 0,1 em passos de 0,01, e no intervalo de 0,1 a 0,5 em passos de 0,1. AWGN foi adicionado às sequências, as quais foram previamente normalizadas para ter energia unitária, de modo a se garantir uma SNR = 12 dB. Antes da aplicação dos TEDs, as sequências foram amostradas a 2 SpS com diferentes erros de fase, τ_e , aplicadas a um filtro casado e normalizadas de modo a se assegurar energia unitária. Foram analisados o G-TED e o MG-TED, com $N_c = 128$ ou 1024 amostras. Foram feitas 10 transmissões de modo que, para cada erro de fase τ_e , 10240 e 1280 estimativas do erro de temporização foram geradas para os casos com $N_c = 128$ e 1024 amostras, respectivamente. Essas estimativas foram então agrupadas para formar curvas similares às apresentadas na Fig. 56. Após ajustar uma função senoidal a cada uma das curvas, os pontos de cruzamento com zero mais próximos a $\tau_e = 0$, τ_{eq} , foram calculados. Por fim, obteve-se o *jitter* associado aos TEDs conforme (7.20).

As Figs. 57(a) e 57(b) mostram os resultados das avaliações do *jitter* em função do fator de formatação λ e do ROF dos pulsos para o G-TED com $N_c = 128$ e 1024 amostras, respectivamente. Em ambos os casos, o *jitter* associado ao G-TED se mostra não dependente de λ , mas fortemente afetado pela variação do ROF. Isso está em conformidade com as análises feitas anteriormente em termos de k_d e $\max\{|\bar{e}_{\text{TED}}|\}$. O aumento do N_c de 128 para 1024 amostras contribuiu positivamente para a redução nos níveis de *jitter*. Para o ROF $\beta_{\text{ROF}} = 0$, um

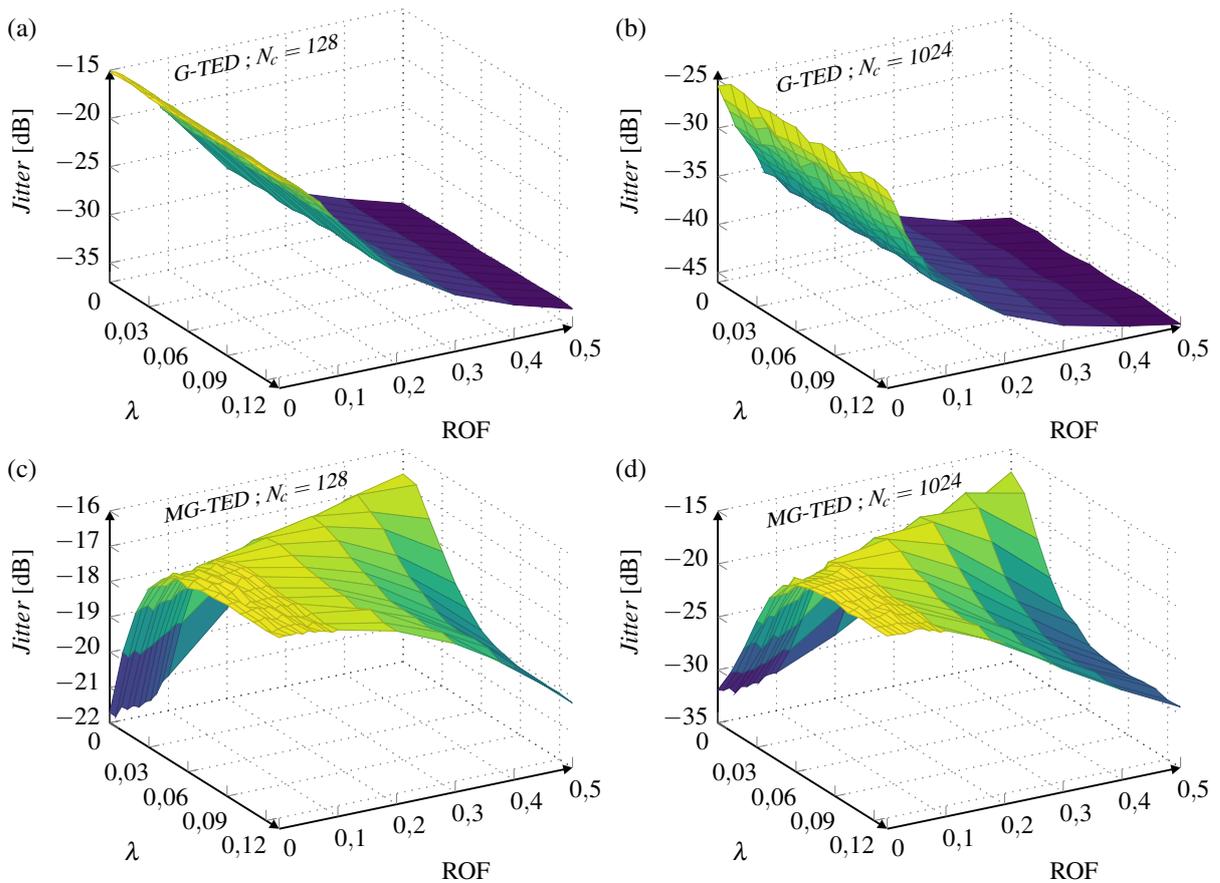


Figura 57 – *Jitter* em função do fator de formatação λ e do ROF β_{ROF} dos pulsos RRC, obtidos com o G-TED configurado com (a) $N_c = 128$ e (b) $N_c = 1024$ amostras; e com o MG-TED configurado com (c) $N_c = 128$ e (d) $N_c = 1024$ amostras. Os resultados foram obtidos por meio de simulações de Monte-Carlo feitas considerando a transmissão de sinais com formato PS-64-QAM sob uma SNR = 12 dB. Antes da aplicação dos TEDs, os sinais foram aplicados a um filtro casado e amostrados com diferentes erros de fase τ_e . Após o ajuste de uma função senoidal as curvas S obtidas, os pontos de cruzamento com zero mais próximos a $\tau_e = 0$, τ_{eq} , foram calculados e, por fim, obteve-se o nível do *jitter* de temporização.

jitter de aproximadamente -15 dB é atingido com $N_c = 128$ amostras, o qual é reduzido para aproximadamente -25 dB com $N_c = 1024$ amostras. Com o aumento do ROF para $\beta_{\text{ROF}} = 0,5$, o nível de *jitter* é reduzido para aproximadamente -35 dB com $N_c = 128$ e cerca de -45 dB com $N_c = 1024$ amostras. Em todos os casos, os níveis são independentes da magnitude da formatação aplicada às constelações. Comparando os níveis de *jitter* obtidos nessas figuras com as avaliações apresentadas nas Figs. 54(a) e 54(b), é possível perceber que k_d e $\max\{|\bar{e}_{\text{TED}}|\}$ com magnitudes próximas à zero conduzem a níveis maiores de *jitter*.

Nas Figs. 57(c) e 57(d) são apresentados os resultados referentes ao MG-TED para os casos com $N_c = 128$ e 1024 amostras, respectivamente. O *jitter* é consideravelmente afetado pela combinação de λ e do ROF dos pulsos. E esse comportamento não é aliviado quando se aumenta N_c de 128 para 1024 amostras, apesar de haver uma redução nos níveis de *jitter*. No caso com $\lambda = 0$ e $\beta_{\text{ROF}} = 0$, um *jitter* de aproximadamente -22 dB é atingido com $N_c = 128$. Com $N_c = 1024$, um *jitter* em torno de -32 dB é obtido para o mesmo cenário de λ e β_{ROF} .

Tabela 1 – Valores de *jitter* retirados da Fig. 57 para o caso com constelações de símbolos equiprováveis ($\lambda = 0$) e para o caso ótimo de PS para a SNR= 12 dB ($\lambda_{optimum} = 0,493$).

λ	β_{ROF} \ N_c	G-TED		MG-TED	
		128	1024	128	1024
0	0	-15,22 dB	-25,63 dB	-21,71 dB	-31,9 dB
	0,1	-20,76 dB	-36,41 dB	-21,01 dB	-31,42 dB
0,493	0	-15 dB	-25 dB	-16,7 dB	-18,2 dB
	0,1	-21 dB	-37 dB	-16,7 dB	-17,2 dB

Ainda considerando $\beta_{ROF} = 0$, o nível do *jitter* cresce com aumento de λ , atingindo para ambos os valores de N_c um valor máximo nas proximidades de $\lambda \approx 0,09$. É válido salientar que os resultados de $\max\{|\bar{e}_{TED}|\}$ para o MG-TED apresentados na Fig. 54(d) mostram valores mínimos na proximidade de $\lambda \approx 0,09$. Considerando constelações uniformes ($\lambda = 0$) o desempenho em termos de *jitter* piora a medida que o ROF aumenta. No entanto, essa afirmação não é verdadeira para outros valores de λ . Como exemplo, à medida que λ aumenta, níveis inferiores de *jitter* são atingidos com pulsos de maior ROF. De fato, o formato das superfícies apresentadas nas Figs. 57(c) e 57(d) é similar ao formato inverso da superfície de $\max\{|\bar{e}_{TED}|\}$ apresentada na Fig. 54(d). E novamente é possível observar que magnitudes baixas de k_d e $\max\{|\bar{e}_{TED}|\}$ conduzem a valores maiores de *jitter*.

Conforme já discutido, o valor de λ depende de alguns parâmetros, como o formato de modulação, a AIR desejável e a SNR de operação. Com respeito ao ROF dos pulsos, valores baixos (ex.: $\beta_{ROF} < 0.1$) são preferíveis do ponto de vista do aumento da eficiência espectral das transmissões. Mas, existem padrões de transmissão que admitem pulsos com maiores ROFs ou que não requerem a utilização de pulsos de Nyquist, por exemplo, o padrão 400zr [50]. Os resultados mostrados na Fig. 57 foram obtidos com uma SNR de 12 dB e o formato PS-64-QAM. Tendo como critério a maximização da AIR, o fator de formatação ótimo para o canal AWGN é $\lambda = 0,493$ no caso de SNR = 12 dB se a distribuição de MB é utilizada. A Tabela 1 resume alguns resultados para o caso com símbolos equiprováveis ($\lambda = 0$) e com $\lambda_{optimum} = 0,493$. O MG-TED é sempre superior ao G-TED em termos de *jitter* quando são utilizadas constelações uniformes ($\lambda = 0$) e $\beta_{ROF} < 0.1$ e $\beta_{ROF} < 0.05$ assumindo, respectivamente, $N_c = 128$ e 1024 amostras. Essa situação se modifica um pouco quando são utilizadas constelações com PS. Nesse caso, com $N_c = 128$ o G-TED sempre oferece níveis melhores de *jitter* do que o MG-TED quando $\lambda = 0,493$ e $\beta_{ROF} > 0.05$. Já com $N_c = 1024$ e $\lambda = 0,493$, o G-TED oferece níveis melhores de *jitter* do que o MG-TED para qualquer valor de β_{ROF} .

Para estender as análises, simulações de Monte-Carlo foram feitas com o intuito de avaliar o *jitter* associado ao G-TED e ao MG-TED em função da SNR. As simulações foram realizadas usando o mesmo sistema descrito anteriormente ao introduzir os resultados da Fig.

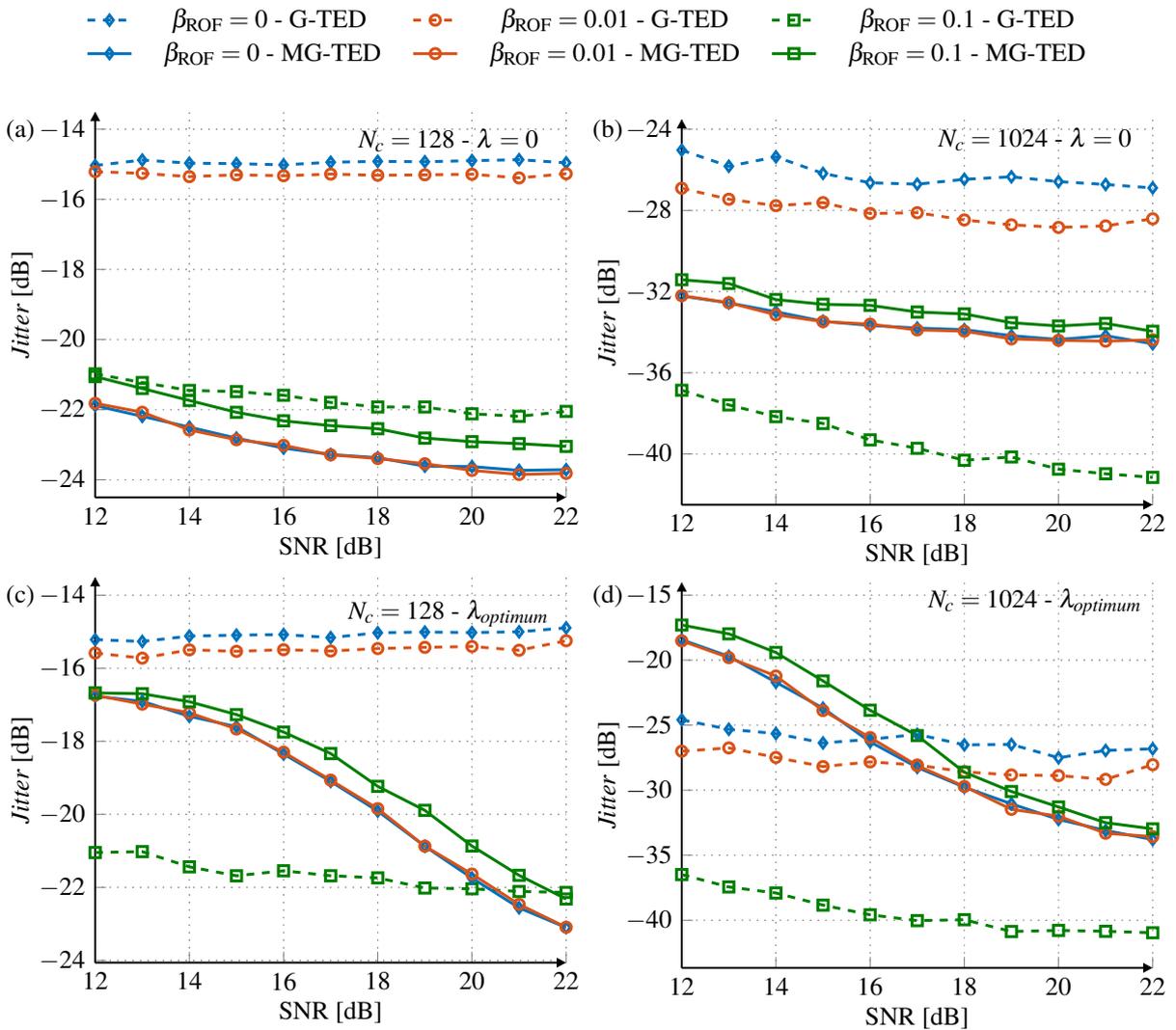


Figura 58 – *Jitter* em função da SNR obtidos com o G-TED e o MG-TED quando aplicados a sinais com o formato 64-QAM com constelações uniformes ($\lambda = 0$), considerando (a) $N_c = 128$ e (b) $N_c = 1024$ amostras; e com constelações com PS seguindo a distribuição de MB e λ_{optimum} , considerando (c) $N_c = 128$ e (d) $N_c = 1024$ amostras. Pulsos RRC foram utilizados e antes da aplicação dos TEDs, realizou-se uma filtragem casada dos sinais. As linhas tracejadas com marcadores indicam os resultados obtidos com o G-TED, enquanto que as linhas sólidas com marcadores indicam os resultados obtidos com o MG-TED. As linhas com losangos, círculos e quadrados indicam, respectivamente, os resultados obtidos com ROF $\beta_{\text{ROF}} = 0$, $\beta_{\text{ROF}} = 0,01$ e $\beta_{\text{ROF}} = 0,1$.

57. A SNR foi variada no intervalo de 12 dB a 22 dB em passos de 1 dB, e foram consideradas constelações 64-QAM uniformes ($\lambda = 0$) e com PS. Nesse último caso, as constelações foram formatadas de acordo com a distribuição de MB seguindo os valores de λ_{optimum} para cada SNR. Restringiu-se as análises a pulsos RRC com ROFs $\beta_{\text{ROF}} = 0$, $\beta_{\text{ROF}} = 0,01$ e $\beta_{\text{ROF}} = 0,1$. Os valores de N_c foram mantidos em 128 e 1024 amostras.

As Figs. 58(a) e 58(b) mostram os resultados obtidos na presença de constelações uniformes e com $N_c = 128$ e 1024, respectivamente. As linhas tracejadas com marcadores indicam os resultados obtidos com o G-TED, enquanto que as linhas sólidas com marcadores indicam os resultados obtidos com o MG-TED. As linhas com losangos, círculos e quadrados

indicam, respectivamente, os resultados obtidos com $\beta_{\text{ROF}} = 0$, $\beta_{\text{ROF}} = 0,01$ e $\beta_{\text{ROF}} = 0,1$. Com $N_c = 128$, o MG-TED oferece menores níveis de *jitter* do que o G-TED em todos os valores de SNR e ROF considerados. O aumento de N_c para 1024 amostras propicia a obtenção de menores valores de *jitter* para ambos os TEDs. Para os pulsos RRC com ROF $\beta_{\text{ROF}} = 0$ e $\beta_{\text{ROF}} = 0,01$, o MG-TED supera em aproximadamente 7 dB e 5 dB o G-TED em termos de *jitter*. Por outro lado, assumindo $\beta_{\text{ROF}} = 0,1$, o G-TED oferta um melhor desempenho em termos de *jitter* do que o MG-TED.

Os resultados obtidos com PS seguindo λ_{optimum} são mostrados nas Figs. 58(c) e 58(d) para os casos com $N_c = 128$ e 1024 amostras, respectivamente. No caso com $N_c = 128$, o MG-TED ainda continua proporcionando melhores desempenhos do que o G-TED nos casos com $\beta_{\text{ROF}} = 0$ e $\beta_{\text{ROF}} = 0,01$. Isto ocorre apesar de que o MG-TED tem seu desempenho consideravelmente afetado nas regiões de média e baixa SNR devido à magnitude de formatação presente nas constelações, fato este facilmente visualizado a partir da comparação das Figs. 58(a) e 58(c). No caso com $\beta_{\text{ROF}} = 0,1$, o desempenho do G-TED é superior ao MG-TED em termos de *jitter* para todos os valores de SNR avaliados, com exceção de SNR = 22 dB. No caso com $N_c = 1024$, os níveis de *jitter* obtidos com o G-TED quando os ROFs dos pulsos são $\beta_{\text{ROF}} = 0$ e $\beta_{\text{ROF}} = 0,01$ acabam sendo inferiores aos do MG-TED na região de baixa SNR. Com $\beta_{\text{ROF}} = 0,1$, o cenário é o mesmo do caso com constelações uniformes, em que o G-TED tem melhor desempenho do que o MG-TED ao longo de todos os valores de SNR. Torna-se evidente que o MG-TED pode ter seu desempenho comprometido sob transmissões com PS, sendo superado pelo G-TED. E isto ocorre principalmente nas regiões de média e baixa SNR, nas quais costumeiramente a magnitude de formatação aplicada às constelações é maior.

A Fig. 59 mostra o resultado de simulações conduzidas no mesmo formato daquelas que geraram a Fig. 58, no entanto, com outros valores para o fator de formatação λ . Para a obtenção da Fig. 59 as constelações PS-64-QAM foram geradas seguindo os valores de λ_{SFD} mostrados na Fig. 47 no Capítulo 6. Um comportamento similar ao mostrado na Fig. 58 é mostrado. Todavia, é válido ressaltar que a curva para o MG-TED apresenta um padrão em degraus. Um dos fatores para isso é a atribuição de λ s maiores do que λ_{optimum} que usualmente ocorre com a técnica SFD. E, como visto na Fig. 57, há indícios de que o *jitter* se mantém em um nível praticamente constante por uma longa região de λ s. Ademais, λ_{SFD} na Fig. 47 exibe também um comportamento em degraus.

Os objetivos da etapa de recuperação de relógio podem ser resumidos a ajustar o instante de amostragem de modo a garantir o correto funcionamento de subsequentes etapas de processamento, bem como a redução na taxa de erro das transmissões. No entanto, os benefícios provenientes da recuperação de relógio podem ser afetados com o aumento do *jitter* associado aos TEDs. O nível de *jitter* suportado por um dado sistema é dependente de inúmeros fatores de projeto, como os parâmetros do DPLL e de outros algoritmos empregados na cadeia de DSP dos receptores coerentes. Mas, demonstra-se com os resultados da Fig. 58 que a aplicação de PS às constelações pode afetar o MG-TED a ponto deste exibir um desempenho pior do que o G-TED,

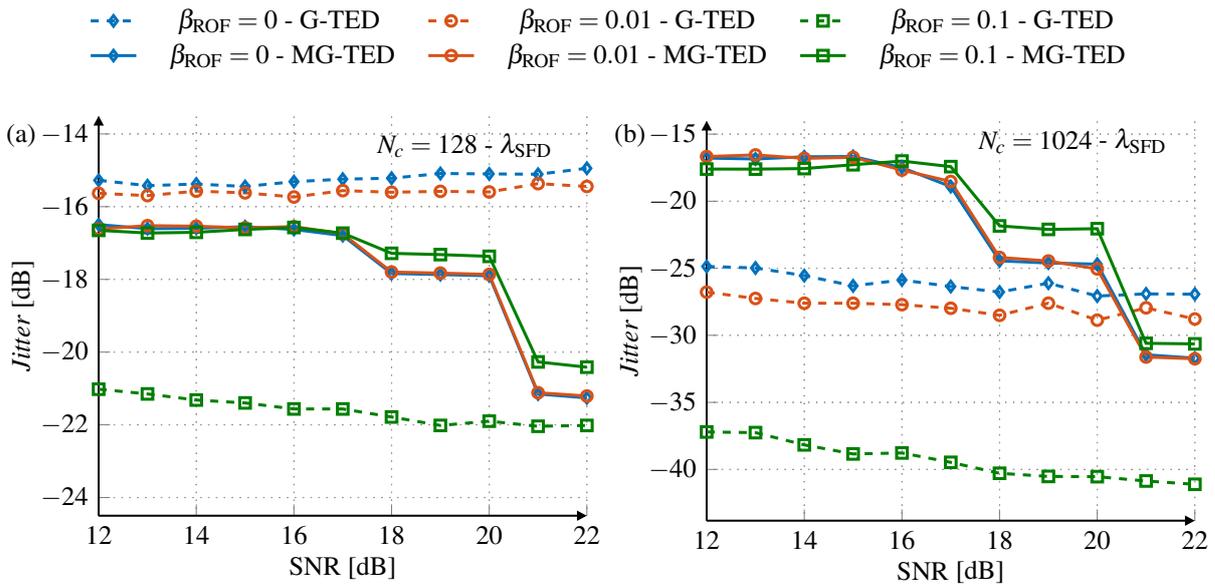


Figura 59 – *Jitter* em função da SNR obtidos com o G-TED e o MG-TED quando aplicados a sinais com o formato PS-64-QAM. As constelações foram formatadas usando a distribuição de MB e os valores de λ_{SFD} apresentados na Fig. 47 no Capítulo 6. Os resultados foram obtidos com (a) $N_c = 128$ e (b) $N_c = 1024$ amostras. Pulsos RRC foram utilizados e antes da aplicação dos TEDs, realizou-se uma filtragem casada dos sinais. As linhas tracejadas com marcadores indicam os resultados obtidos com o G-TED, enquanto que as linhas sólidas com marcadores indicam os resultados obtidos com o MG-TED. As linhas com losangos, círculos e quadrados indicam, respectivamente, os resultados obtidos com ROF $\beta_{ROF} = 0$, $\beta_{ROF} = 0,01$ e $\beta_{ROF} = 0,1$.

mesmo sob a condição de pulsos de Nyquist de baixo ROF. É válido ressaltar que, em casos com pulsos de Nyquist de baixo ROF, o G-TED sabidamente oferta um pobre desempenho.

7.4 Desdobramentos

A estimação do erro de temporização pode ser feita por meio de FSEs, como discutido em [154, Seç. V]. Seguindo os resultados discutidos neste capítulo, estratégias que exploram essa característica de FSEs foram avaliadas em [155]. Contudo, o estudo se baseia em uma equalização adaptativa supervisionada. Como discutido na Seção 4.5, algoritmos como o RDE são afetados pela aplicação de PS às constelações. Destaca-se que o campo tratado neste capítulo ainda está em aberto.

7.5 Resumo

O desempenho de tradicionais estratégias de estimação do erro de temporização foi avaliado analiticamente e por meio de simulações na presença de transmissões com formatos PS- M -QAM. O G-TED, o qual se baseia na amplitude das amostras recebidas, sabidamente apresenta limitado desempenho quando aplicado a sinais com pulsos de Nyquist de baixo ROF. Com o objetivo de superar esse problema, uma versão desse TED que usa o envelope de potência

das amostras conhecida como MG-TED foi proposta. Expressões matemáticas das curvas S associadas a essas estratégias foram obtidas na presença de constelações de símbolos com distribuição de probabilidade não uniforme. Enquanto o G-TED não é afetado pela aplicação de PS às constelações, o MG-TED se mostra susceptível à curtose das mesmas. A magnitude das curvas S do MG-TED reduz com o aumento do fator de formatação λ . E esse processo persiste até que exista uma completa inversão da orientação das curvas S, indicando a existência de um valor crítico para a operação da recuperação de relógio. Curvas S obtidas por meio de simulações de Monte Carlo mostram relevante concordância com as análises feitas numericamente utilizando as expressões matemáticas obtidas. Ressalta-se que parte dos resultados de simulação mostrados neste capítulo para o MG-TED foram primeiramente discutidos em [156]. Além disso, por meio de simulações, conclusões foram estendidas às estratégias Go-TED e MGo-TED. O Go-TED, que guarda semelhanças com o G-TED em termos matemáticos, também não apresenta desempenho dependente do fator de formatação λ . Por outro lado, o MGo-TED, versão modificada do Go-TED que se assemelha ao MG-TED, se mostra fortemente afetado pela aplicação de PS às constelações. De fato, enquanto as estratégias G-TED e Go-TED são somente afetadas pela alteração do ROF dos pulsos, o MG-TED e o MGo-TED são consideravelmente afetados pela combinação de PS e do ROF dos pulsos. Observou-se também por meio de simulações de Monte Carlo que o *jitter* associado ao G-TED não é afetado pela aplicação de PS às constelações, enquanto que o obtido para o MG-TED é fortemente afetado. O MG-TED oferece melhor desempenho em termos de *jitter* para pulsos de baixo ROF quando aplicado a constelações uniformes. Porém, no caso com PS, a situação se modifica e o G-TED pode ofertar desempenho superior ao do MG-TED. Demonstra-se neste capítulo que a aplicação de PS às constelações pode afetar consideravelmente o funcionamento do MG-TED a ponto deste ser superado pelo G-TED, mesmo em transmissões com pulsos de Nyquist de baixo ROF. Fica evidente que novas estratégias de estimação do erro de temporização são necessárias para sistemas com PS.

Capítulo 8

Conclusão

A técnica de formatação de constelação PS tem sido investigada em sistemas ópticos como forma de prover ganhos de capacidade bem como de adaptabilidade das taxas de transmissão. Apesar de inúmeros trabalhos demonstrarem as potenciais vantagens de uso dessa técnica, a inter-relação entre PS e a cadeia de algoritmos de DSP empregados em receptores ópticos coerentes é um tópico pouco investigado. De fato, diversos estudos que abordam PS em sistemas ópticos são conduzidos assumindo o processamento totalmente supervisionado dos sinais recebidos, o que oculta eventuais penalizações decorrentes de limitações das estratégias de DSP usadas. A realização prática de sistemas baseados em PS, no entanto, é inerente à possibilidade de manutenção dos ganhos esperados pela utilização de PS enquanto apresenta-se a real possibilidade de processamento dos sinais. Aprofundar as análises do impacto de PS em etapas de DSP e propor soluções para possíveis entraves são então atividades de suma importância e consistem no objetivo do presente trabalho. Para as análises considerou-se o canal óptico modelado como um canal AWGN e a aplicação de PS seguindo a distribuição de MB.

Inicialmente investigou-se a interação entre PS e o tradicional algoritmo de CPR denominado BPS. Foram desenvolvidas expressões analíticas para o MSE da fase estimada com uma versão totalmente supervisionado desse algoritmo, chamada aqui de SPS, que é equivalente a uma estratégia ML supervisionada. Os resultados obtidos com tais expressões demonstram que o SPS é afetado pela aplicação de PS caso janelas de rejeição de ruído pequenas sejam usadas, e que janelas de tamanho moderado são suficientes para mitigar esse impacto. Com janelas longas seu desempenho é independente do modulação e insensível ao PS. Em contrapartida, o algoritmo BPS possui um MSE fortemente dependente da magnitude da formatação aplicada às constelações, mesmo com janelas longas de rejeição de ruído. O processo de decisão por símbolos de referência feito internamente no BPS é afetado pela aplicação de PS e impacta negativamente o processo de estimação de fase. Consequências práticas disso são o aumento na taxa de CSs e severas penalidades em termos de MI, principalmente em regimes de baixa SNR. Interessantemente, demonstra-se que a condição de pior caso para o algoritmo BPS ocorre na proximidade do fator de formatação ótimo para o canal AWGN quando a distribuição de MB é usada, $\lambda_{optimum}$. De fato, a degradação da MI causada pelo algoritmo BPS pode exceder

potenciais ganhos esperados com a utilização de PS. As observações acerca do algoritmo BPS foram posteriormente confirmadas por meio do pós-processamento de dados experimentais.

Como solução ao problema acima mencionado propôs-se nesta tese uma técnica de otimização do fator de formatação λ associado à distribuição de MB chamada de SFD. Esta consiste no ajuste de λ tendo em vista as limitações apresentadas pela etapa de CPR. Investigou-se a referida técnica por meio de simulações e do pós-processamento de dados experimentais aplicando-a a um esquema de CPR de dois estágios, o qual é composta por um estágio baseado em símbolos piloto e outro baseado no algoritmo BPS. Em todos os cenários avaliados o uso da abordagem SFD foi capaz de prover ao sistema uma operação estável ao longo das regiões de SNRs/OSNRs consideradas, preservando os ganhos de capacidade esperados pela aplicação de PS às constelações. As vantagens da técnica SFD são mais evidentes em cenários com maior ruído de fase. Com o formato PS-256-QAM, lasers de largura de linha de 300 kHz e taxa de símbolos de 50 GBd, por exemplo, a técnica SFD superou a segunda melhor estratégia investigada na região de baixa SNR em aproximadamente 1 dB. Algoritmos de CFR também foram investigados por meio do pós-processamento de dados experimentais. Observou-se que o tradicional algoritmo 4-th *Power* é afetado pela aplicação de PS às constelações, mas que seu desempenho pode ser restaurado considerando blocos muito longos de símbolos, possivelmente proibitivos do ponto de vista prático de complexidade computacional. Por outro lado, uma abordagem de CFR baseada em pilotos apresentou resultados satisfatórios. Ainda com base em dados experimentais, demonstrou-se que as etapas de CFR e CPR podem se beneficiar da inserção de pilotos. Com níveis relativamente baixos de ruído de fase e formatos de modulação com maior tolerância ao ruído de fase residual, um desempenho equivalente ao da técnica SFD pode ser obtido sem utilizá-la desde que o algoritmo de CPR de dois estágios seja empregado em altas OSNRs, e que o estágio com o BPS seja desligado em níveis moderados e baixos de OSNR. Nesse último caso, as etapas de CFR e CPR são unicamente baseadas em símbolos piloto.

Por fim, analisaram-se também TEDs tipicamente empregados em sistemas ópticos coerentes. Modelagens matemáticas da curva S associada ao G-TED e ao MG-TED na presença de sinais com PS foram desenvolvidos. Mostra-se com as expressões obtidas que o G-TED é insensível à aplicação de PS nas constelações. No entanto, o MG-TED se mostra consideravelmente afetado pela formatação das constelações. De fato, o MG-TED é dependente da curvatura da constelação. A medida que o fator de formatação λ aumenta, a curva S associada ao MG-TED reduz em amplitude até a completa inversão de sua orientação. Isso indica a existência de valores críticos de λ . Resultados obtidos por meio de simulações confirmam essas observações, exibindo significativa semelhança com os resultados matemáticos. De modo similar, o Go-TED não se mostra dependente da aplicação de PS, ao passo que o MGo-TED é severamente afetado. Observou-se também que o *jitter* associado ao G-TED não é afetado pela aplicação de PS às constelações, mas que o obtido para o MG-TED é fortemente afetado. O MG-TED oferece melhor desempenho em termos de *jitter* para pulsos de baixo ROF quando aplicado a constelações uniformes. Porém, no caso com PS, a situação se modifica e o G-TED pode

ofertar desempenhos superiores. É válido ressaltar, no entanto, que ambos os TEDs exibem altos níveis de *jitter* para condições interessantes de uso, o que demanda a proposição de estratégias alternativas de estimação do erro de temporização.

De fato, demonstrou-se nesta tese que a aplicação de PS em sistemas ópticos coerentes deve estar acompanhada de ajustes na cadeia de algoritmos de DSP usados nos receptores. Dessa maneira, ganhos de capacidade esperados podem ser realmente alcançados.

8.1 Trabalhos Futuros

A etapa de recuperação de relógio é de suma importância em receptores ópticos coerentes. Nesse trabalho demonstrou-se que os TEDs tipicamente usados oferecem desempenho pobre quando aplicados a sistemas com PS. Estratégias alternativas devem ser propostas. Os resultados apresentados com estratégias baseadas em FSEs são interessantes, mas é necessário avaliar a viabilidade de uso das mesmas em casos não supervisionados ou com símbolos piloto.

O uso de aprendizado de máquina para a otimização das constelações levando em consideração as limitações das estratégias de DSP usadas também consiste em uma abordagem interessante. Além disso, algoritmos de DSP desenvolvidos com ferramentas de aprendizado de máquina podem ser alternativas interessantes para o cenário de transmissões com PS.

Referências

- 1 FORNEY, G.; GALLAGER, R.; LANG, G.; LONGSTAFF, F.; QURESHI, S. Efficient modulation for band-limited channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 2, n. 5, p. 632–647, 1984.
- 2 FORNEY, G.; UNGERBOECK, G. Modulation and coding for linear Gaussian channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 44, n. 6, p. 2384–2415, 1998.
- 3 SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. *SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review*, ACM, New York, NY, USA, v. 5, n. 1, p. 3–55, jan. 2001. ISSN 1559-1662.
- 4 FORNEY, G. D. Trellis shaping. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 38, n. 2, p. 281–300, March 1992. ISSN 0018-9448.
- 5 RYAN, W.; LIN, S. *Channel Codes: classical and modern*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2009.
- 6 CHO, J.; WINZER, P. J. Probabilistic constellation shaping for optical fiber communications. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 37, n. 6, p. 1590–1607, Mar 2019. Disponível em: <<http://jlt.osa.org/abstract.cfm?URI=jlt-37-6-1590>>.
- 7 STEINER, F. *Coding for Higher-Order Modulation and Probabilistic Shaping*. Tese (Ph.D. dissertation) — Technical University of Munich, Munich, Germany, 2020. Disponível em: <<http://mediatum.ub.tum.de/?id=1520127>>.
- 8 POGGIOLINI, P. The GN model of non-linear propagation in uncompensated coherent optical systems. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 30, n. 24, p. 3857–3879, Dec 2012. Disponível em: <<http://jlt.osa.org/abstract.cfm?URI=jlt-30-24-3857>>.
- 9 POGGIOLINI, P.; BOSCO, G.; CARENA, A.; CURRI, V.; JIANG, Y.; FORGHIERI, F. The GN-model of fiber non-linear propagation and its applications. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 32, n. 4, p. 694–721, Feb 2014. Disponível em: <<http://jlt.osa.org/abstract.cfm?URI=jlt-32-4-694>>.
- 10 AMAT, A. G. i; LIVA, G.; STEINER, F. Coding for optical communications — can we approach the Shannon limit with low complexity? In: *2019 European Conference on Optical Communications (ECOC)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1–4.
- 11 Calderbank, A. R.; Ozarow, L. H. Nonequiprobable signaling on the gaussian channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 36, n. 4, p. 726–740, July 1990. ISSN 0018-9448.
- 12 GÜLTEKIN, Y. C.; ALVARADO, A.; WILLEMS, F. M. J. Achievable information rates for probabilistic amplitude shaping: An alternative approach via random sign-coding arguments. *Entropy*, v. 22, n. 7, 2020. ISSN 1099-4300. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1099-4300/22/7/762>>.
- 13 SMITH, B. P.; KSCHISCHANG, F. R. A pragmatic coded modulation scheme for high-spectral-efficiency fiber-optic communications. *Journal of Lightwave Technology*, v. 30, n. 13, p. 2047–2053, 2012.

- 14 BEYGI, L.; AGRELL, E.; KAHN, J. M.; KARLSSON, M. Rate-adaptive coded modulation for fiber-optic communications. *Journal of Lightwave Technology*, v. 32, n. 2, p. 333–343, jan. 2014. ISSN 0733-8724.
- 15 LANG, G.; LONGSTAFF, F. A leech lattice modem. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 7, n. 6, p. 968–973, 1989.
- 16 KHANDANI, A.; KABAL, P. Shaping multidimensional signal spaces. I. optimum shaping, shell mapping. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 39, n. 6, p. 1799–1808, 1993.
- 17 KSCHISCHANG, F.; PASUPATHY, S. Optimal shaping properties of the truncated polydisc. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 40, n. 3, p. 892–903, 1994.
- 18 LAROIA, R.; FARVARDIN, N.; TRETTER, S. On optimal shaping of multidimensional constellations. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 40, n. 4, p. 1044–1056, 1994.
- 19 MELLO, D. A. A.; BARRETO, A. N.; LIMA, T. C. de; PORTELA, T. F.; BEYGI, L.; KAHN, J. M. Optical networking with variable-code-rate transceivers. *Journal of Lightwave Technology*, v. 32, n. 2, p. 257–266, jan. 2014. ISSN 0733-8724.
- 20 YANKOV, M. P.; ZIBAR, D.; LARSEN, K. J.; CHRISTENSEN, L. P. B.; FORCHHAMMER, S. Constellation shaping for fiber-optic channels with qam and high spectral efficiency. *IEEE Photonics Technology Letters*, v. 26, n. 23, p. 2407–2410, Dec 2014. ISSN 1041-1135.
- 21 BÖCHERER, G.; STEINER, F.; SCHULTE, P. Bandwidth efficient and rate-matched low-density parity-check coded modulation. *IEEE Transactions on Communications*, v. 63, n. 12, p. 4651–4665, 2015.
- 22 FEHENBERGER, T.; BÖCHERER, G.; ALVARADO, A.; HANIK, N. LDPC coded modulation with probabilistic shaping for optical fiber systems. In: *2015 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–3.
- 23 BUCHALI, F.; BÖCHERER, G.; IDLER, W.; SCHMALEN, L.; SCHULTE, P.; STEINER, F. Experimental demonstration of capacity increase and rate-adaptation by probabilistically shaped 64-QAM. In: *2015 European Conference on Optical Communication (ECOC)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–3.
- 24 GHAZISAEIDI, A.; RUIZ, I. F. de J.; RIOS-MÜLLER, R.; SCHMALEN, L.; TRAN, P.; BRINDEL, P.; MESEGUER, A. C.; HU, Q.; BUCHALI, F.; CHARLET, G.; RENAUDIER, J. Advanced C+L-band transoceanic transmission systems based on probabilistically shaped PDM-64QAM. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 35, n. 7, p. 1291–1299, Apr 2017. Disponível em: <<http://jlt.osa.org/abstract.cfm?URI=jlt-35-7-1291>>.
- 25 DOMINGUES, O. D.; MELLO, D. A. A.; SILVA, R. da; ARİK, S. O.; KAHN, J. M. Achievable rates of space-division multiplexed submarine links subject to nonlinearities and power feed constraints. *Journal of Lightwave Technology*, v. 35, n. 18, p. 4004–4010, Sep. 2017. ISSN 0733-8724.
- 26 RENNER, J.; FEHENBERGER, T.; YANKOV, M. P.; ROS, F. D.; FORCHHAMMER, S.; BÖCHERER, G.; HANIK, N. Experimental comparison of probabilistic shaping methods for unrepeated fiber transmission. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 35, n. 22, p. 4871–4879, Nov 2017.
- 27 OLIVEIRA, B. M.; LORENCES-RIESGO, A.; GUIOMAR, F. P.; MEDEIROS, M. C. R.; MONTEIRO, P. P. Optimizing probabilistic constellation shaping for amplifier-less coherent optical links. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 39, n. 13, p. 4318–4330, Jul 2021. Disponível em: <<http://jlt.osa.org/abstract.cfm?URI=jlt-39-13-4318>>.
- 28 NOKIA CORPORATION. *Nokia Photonic Service Engine 3*. [S.l.], 2018. Disponível em: <<https://www.nokia.com/networks/technologies/photonic-service-engine/>>.

- 29 GODARD, D. Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems. *IEEE Transactions on Communications*, v. 28, n. 11, p. 1867–1875, nov. 1980. ISSN 0090-6778.
- 30 Chan, C. K.; Shynk, J. J. Stationary points of the constant modulus algorithm for real gaussian signals. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, v. 38, n. 12, p. 2176–2181, Dec 1990. ISSN 0096-3518.
- 31 SHALVI, O.; WEINSTEIN, E. New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems (channels). *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 36, n. 2, p. 312–321, 1990.
- 32 ZERVAS, E.; PROAKIS, J. G.; EYUBOGLU, V. Effects of constellation shaping on blind equalization. In: HAYKIN, S. (Ed.). *Adaptive Signal Processing*. SPIE, 1991. v. 1565, p. 178 – 187. Disponível em: <<https://doi.org/10.1117/12.49775>>.
- 33 LEBLANC, J. P. *Effects of Source Distributions and Correlation on Fractionally Blind Constant Modulus Algorithm Equalizers*. Tese (Doutorado) — Cornell University, 1995.
- 34 JOHNSON, R.; SCHNITER, P.; ENDRES, T.; BEHM, J.; BROWN, D.; CASAS, R. Blind equalization using the constant modulus criterion: a review. *Proceedings of the IEEE*, v. 86, n. 10, p. 1927–1950, 1998.
- 35 HU, Q.; BUCHALI, F.; SCHMALEN, L.; BUELOW, H. Experimental demonstration of probabilistically shaped QAM. In: *Advanced Photonics 2017 (IPR, NOMA, Sensors, Networks, SPPCom, PS)*. Optical Society of America, 2017. p. SpM2F.6. Disponível em: <<http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=SPPCom-2017-SpM2F.6>>.
- 36 DRIS, S.; ALREESH, S.; RICHTER, A. Blind polarization demultiplexing and equalization of probabilistically shaped QAM. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC) 2019*. [S.l.]: Optical Society of America, 2019. p. W1D.2.
- 37 PILORI, D.; BERTIGNONO, L.; NESPOLA, A.; FORGHIERI, F.; BOSCO, G. Comparison of probabilistically shaped 64QAM with lower cardinality uniform constellations in long-haul optical systems. *Journal of Lightwave Technology*, v. 36, n. 2, p. 501–509, Jan 2018. ISSN 0733-8724.
- 38 KSCHISCHANG, F. R.; PASUPATHY, S. Optimal nonuniform signaling for Gaussian channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 39, n. 3, p. 913–929, May 1993.
- 39 PFAU, T.; HOFFMANN, S.; NOÉ, R. Hardware-efficient coherent digital receiver concept with feedforward carrier recovery for M -QAM constellations. *Journal of Lightwave Technology*, v. 27, n. 8, p. 989–999, abr. 2009. ISSN 0733-8724.
- 40 ALPMAN, E. *Estimation of Oscillator Phase Noise for MPSK-based Communication Systems over AWGN Channels*. Dissertação (Mestrado) — Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, 2004.
- 41 PROAKIS, J. G.; SALEHI, M. *Digital communications*. 5. ed. New York, USA: McGraw-Hill New York, 2008. ISBN 978-0-07-295716-7.
- 42 GARDNER, F. A BPSK/QPSK timing-error detector for sampled receivers. *IEEE Transactions on Communications*, v. 34, n. 5, p. 423–429, maio 1986. ISSN 0090-6778.
- 43 YAN, M.; TAO, Z.; DOU, L.; LI, L.; ZHAO, Y.; HOSHIDA, T.; RASMUSSEN, J. C. Digital clock recovery algorithm for Nyquist signal. In: *Optical Fiber Communication Conference and National Fiber Optic Engineers Conference*. Optical Society of America, 2013. p. OTu2I.7. Disponível em: <<http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=OFC-2013-OTu2I.7>>.

- 44 STOJANOVIC, N.; XIE, C.; ZHAO yu; MAO, B.; GONZALEZ, N.; QI, J.; BINH, N. Modified Gardner phase detector for Nyquist coherent optical transmission systems. In: *Optical Fiber Communication Conference and National Fiber Optic Engineers Conference*. Optical Society of America, 2013. p. JTh2A.50. Disponível em: <<http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=OFC-2013-JTh2A.50>>.
- 45 Godard, D. Passband timing recovery in an all-digital modem receiver. *IEEE Transactions on Communications*, v. 26, n. 5, p. 517–523, 1978.
- 46 HUANG, L.; WANG, D.; LAU, A. P. T.; LU, C.; HE, S. Performance analysis of blind timing phase estimators for digital coherent receivers. *Opt. Express*, OSA, v. 22, n. 6, p. 6749–6763, Mar 2014. Disponível em: <<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-22-6-6749>>.
- 47 RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K.; SASAKI, G. *Optical Networks: a practical perspective*. 3. ed. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2009. ISBN 0123740924, 9780123740922.
- 48 INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION TELECOMMUNICATION STANDARDIZATION SECTOR. *Recommendation G.694.1: Spectral grids for WDM applications: DWDM frequency grid*. Geneva, 2012. 16 p.
- 49 BARRY, J. R.; MESSERSCHMITT, D. G.; LEE, E. A. *Digital Communication*. 3. ed. Norwell, MA, USA: Kluwer Academic Publishers, 2004. ISBN 0792375483.
- 50 OPTICAL INTERNETWORKING FORUM. *Implementation Agreement 400ZR*. [S.l.], 2020. 100 p.
- 51 AGRAWAL, G. P. *Fiber-Optic Communication Systems*. 4. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2010. ISBN 9780470918524.
- 52 SEIMETZ, M. *High-order modulation for optical fiber transmission*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009. (Springer Series in Optical Sciences, 143). ISSN 0342-4111.
- 53 HO, K.-P. *Phase-modulated optical communication systems*. New York: Springer Science & Business Media, 2005. ISBN 978-0-387-24392-4.
- 54 MELLO, D. A. A.; BARBOSA, F. A. *Digital Coherent Optical Systems*. Cham, Switzerland: Springer Nature Switzerland AG, 2021. ISBN 978-3-030-66540-1.
- 55 SEIMETZ, M. Multi-format transmitters for coherent optical *M*-PSK and *M*-QAM transmission. In: *Proc. 7th International Conference Transparent Optical Networks (ICTON)*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 2, p. 225–229 Vol. 2. ISSN 2162-7339.
- 56 WINZER, P. J.; ESSIAMBRE, R. J. Advanced optical modulation formats. *Proceedings of the IEEE*, Institute of Electrical and Electronics Engineers, New York, v. 94, n. 5, p. 952–985, maio 2006. ISSN 0018-9219.
- 57 ESSIAMBRE, R. J.; KRAMER, G.; WINZER, P. J.; FOSCHINI, G. J.; GOEBEL, B. Capacity limits of optical fiber networks. *Journal of Lightwave Technology*, v. 28, n. 4, p. 662–701, fev. 2010. ISSN 0733-8724.
- 58 POOLE, C. D.; NAGEL, J. Chapter 6 - polarization effects in lightwave systems. In: KAMINOW, I. P.; KOCH, T. L. (Ed.). *Optical Fiber Telecommunications IIIA (Third Edition)*. Third edition. Boston: Academic Press, 1997. p. 114–161. ISBN 978-0-08-051316-4. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080513164500102>>.
- 59 CHOUTAGUNTA, K.; ROBERTS, I.; KAHN, J. M. Efficient quantification and simulation of modal dynamics in multimode fiber links. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 37, n. 8, p. 1813–1825, Apr 2019. Disponível em: <<http://jlt.osa.org/abstract.cfm?URI=jlt-37-8-1813>>.

- 60 HO, K.-P.; KAHN, J. M. Statistics of group delays in multimode fiber with strong mode coupling. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 29, n. 21, p. 3119–3128, Nov 2011. Disponível em: <<http://jlt.osa.org/abstract.cfm?URI=jlt-29-21-3119>>.
- 61 AGRAWAL, G. P. *Nonlinear Fiber Optics*. 4. ed. [S.l.]: Academic Press, 2007.
- 62 SEMRAU, D.; KILLEY, R. I.; BAYVEL, P. The gaussian noise model in the presence of inter-channel stimulated raman scattering. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 36, n. 14, p. 3046–3055, Jul 2018. Disponível em: <<http://jlt.osa.org/abstract.cfm?URI=jlt-36-14-3046>>.
- 63 CARENA, A.; CURRI, V.; BOSCO, G.; POGGIOLINI, P.; FORGHIERI, F. Modeling of the impact of nonlinear propagation effects in uncompensated optical coherent transmission links. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 30, n. 10, p. 1524–1539, May 2012. Disponível em: <<http://jlt.osa.org/abstract.cfm?URI=jlt-30-10-1524>>.
- 64 DERR, F. Coherent optical QPSK intradyne system: concept and digital receiver realization. *Journal of Lightwave Technology*, v. 10, n. 9, p. 1290–1296, set. 1992. ISSN 0733-8724.
- 65 IP, E.; KAHN, J. M. Digital equalization of chromatic dispersion and polarization mode dispersion. *Journal of Lightwave Technology*, v. 25, n. 8, p. 2033–2043, ago. 2007. ISSN 0733-8724.
- 66 ARABACI, M.; DJORDJEVIC, I. B.; XU, L.; WANG, T. Nonbinary LDPC-coded modulation for rate-adaptive optical fiber communication without bandwidth expansion. *IEEE Photonics Technology Letters*, v. 24, n. 16, p. 1402–1404, ago. 2012. ISSN 1041-1135.
- 67 SCHMALEN, L.; ALVARADO, A.; RIOS-MÜLLER, R. Performance prediction of nonbinary forward error correction in optical transmission experiments. *Journal of Lightwave Technology*, v. 35, n. 4, p. 1015–1027, fev. 2017. ISSN 0733-8724.
- 68 ALVARADO, A.; AGRELL, E. Achievable rates for four-dimensional coded modulation with a bit-wise receiver. In: *Proceedings of Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Optical Society of America, 2014. p. M2C.1. Disponível em: <<http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=OFC-2014-M2C.1>>.
- 69 MARTINEZ, A.; FABREGAS, A. Guillen i; CAIRE, G.; WILLEMS, F. M. J. Bit-interleaved coded modulation revisited: A mismatched decoding perspective. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 55, n. 6, p. 2756–2765, 2009.
- 70 WACHSMANN, U.; FISCHER, R. F. H.; HUBER, J. B. Multilevel codes: theoretical concepts and practical design rules. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 45, n. 5, p. 1361–1391, Jul 1999.
- 71 COVER, T. M.; THOMAS, J. A. *Elements of Information Theory (Wiley Series in Telecommunications and Signal Processing)*. Hoboken: Wiley-Interscience, 2006. ISBN 0471241954.
- 72 ALVARADO, A.; FEHENBERGER, T.; CHEN, B.; WILLEMS, F. M. J. Achievable information rates for fiber optics: Applications and computations. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 36, n. 2, p. 424–439, Jan 2018.
- 73 LIGA, G.; ALVARADO, A.; AGRELL, E.; BAYVEL, P. Information rates of next-generation long-haul optical fiber systems using coded modulation. *Journal of Lightwave Technology*, v. 35, n. 1, p. 113–123, jan. 2017. ISSN 0733-8724.
- 74 ARNOLD, D.; LOELIGER, H.-A.; VONTOBEL, P.; KAVCIC, A.; ZENG, W. Simulation-based computation of information rates for channels with memory. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 52, n. 8, p. 3498–3508, 2006.

- 75 FEHENBERGER, T.; ALVARADO, A.; BAYVEL, P.; HANIK, N. On achievable rates for long-haul fiber-optic communications. *Optics Express*, Optical Society of America, v. 23, n. 7, p. 9183–9191, abr. 2015.
- 76 SZCZECINSKI, L.; ALVARADO, A. *Bit-interleaved coded modulation: fundamentals, analysis, and design*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2015. ISBN 9781118694077.
- 77 NGUYEN, T. T.; LAMPE, L. Bit-interleaved coded modulation with mismatched decoding metrics. *IEEE Transactions on Communications*, v. 59, n. 2, p. 437–447, 2011.
- 78 ALVARADO, A.; AGRELL, E.; LAVERY, D.; MAHER, R.; BAYVEL, P. Replacing the soft-decision FEC limit paradigm in the design of optical communication systems*. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 34, n. 2, p. 707–721, Jan 2016. Disponível em: <<http://jlt.osa.org/abstract.cfm?URI=jlt-34-2-707>>.
- 79 SHEIKH, A.; AMAT, A. G. i; LIVA, G. Achievable information rates for coded modulation with hard decision decoding for coherent fiber-optic systems. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 35, n. 23, p. 5069–5078, Dec 2017. Disponível em: <<http://jlt.osa.org/abstract.cfm?URI=jlt-35-23-5069>>.
- 80 BERROU, C.; GLAVIEUX, A. Near optimum error correcting coding and decoding: turbo-codes. *IEEE Transactions on Communications*, v. 44, n. 10, p. 1261–1271, 1996.
- 81 MACKAY, D.; NEAL, R. Near shannon limit performance of low density parity check codes. *Electronics Letters*, Institution of Engineering and Technology, v. 32, p. 1645–1646(1), August 1996. ISSN 0013-5194. Disponível em: <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/el_19961141>.
- 82 FISCHER, R.; HUBER, J.; WACHSMANN, U. On the combination of multilevel coding and signal shaping. In: *ITG Conf. Source and Channel Coding*. [S.l.: s.n.], 1998. p. 273–278.
- 83 SUN, F.-W.; TILBORG, H. van. Approaching capacity by equiprobable signaling on the Gaussian channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 39, n. 5, p. 1714–1716, 1993.
- 84 DJORDJEVIC, I. B.; BATSHON, H. G.; XU, L.; WANG, T. Coded polarization-multiplexed iterative polar modulation (PM-IPM) for beyond 400 Gb/s serial optical transmission. In: *Optical Fiber Communication Conference*. Optical Society of America, 2010. p. OMK2. Disponível em: <<http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=OFC-2010-OMK2>>.
- 85 LIU, X.; CHANDRASEKHAR, S.; LOTZ, T.; WINZER, P.; HAUNSTEIN, H.; RANDEL, S.; CORTESELLI, S.; ZHU, B.; PECKHAM, D. Generation and FEC-decoding of a 231.5-Gb/s PDM-OFDM signal with 256-iterative-polar-modulation achieving 11.15-b/s/Hz intrachannel spectral efficiency and 800-km reach. In: *National Fiber Optic Engineers Conference*. Optical Society of America, 2012. p. PDP5B.3. Disponível em: <<http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=NFOEC-2012-PDP5B.3>>.
- 86 ESTARAN, J.; ZIBAR, D.; CABALLERO, A.; PEUCHERET, C.; MONROY, I. T. Experimental demonstration of capacity-achieving phase-shifted superposition modulation. In: *39th European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC 2013)*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–3.
- 87 CHEN, B.; LEI, Y.; LAVERY, D.; OKONKWO, C.; ALVARADO, A. Rate-adaptive coded modulation with geometrically-shaped constellations. In: *2018 Asia Communications and Photonics Conference (ACP)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–3.
- 88 BÖCHERER, G.; SCHULTE, P.; STEINER, F. Probabilistic shaping and forward error correction for fiber-optic communication systems. *Journal of Lightwave Technology*, v. 37, n. 2, p. 230–244, 2019.
- 89 GALLAGER, R. G. *Information Theory and Reliable Communication*. USA: John Wiley & Sons, Inc., 1968. ISBN 0471290483.

- 90 BUCHALI, F.; STEINER, F.; BÖCHERER, G.; SCHMALEN, L.; SCHULTE, P.; IDLER, W. Rate adaptation and reach increase by probabilistically shaped 64-qam: An experimental demonstration. *Journal of Lightwave Technology*, v. 34, n. 7, p. 1599–1609, April 2016. ISSN 0733-8724.
- 91 QU, Z.; DJORDJEVIC, I. B. On the probabilistic shaping and geometric shaping in optical communication systems. *IEEE Access*, v. 7, p. 21454–21464, 2019.
- 92 JING, Z.; TIAN, Q.; XIN, X.; WANG, Y.; WANG, X.; GAO, R.; GUO, D.; WANG, F.; TIAN, F.; ZHANG, Q. Probabilistic shaping and forward error correction scheme employing uneven segmentation mapping for data center optical communication. *Opt. Express*, OSA, v. 29, n. 4, p. 6209–6219, Feb 2021. Disponível em: <<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-29-4-6209>>.
- 93 FEHENBERGER, T.; GRIESSER, H.; ELBERS, J.-P. Mitigating fiber nonlinearities by short-length probabilistic shaping. In: *2020 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC)*. [S.l.: s.n.], 2020. p. 1–3.
- 94 ARIMOTO, S. An algorithm for computing the capacity of arbitrary discrete memoryless channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 18, n. 1, p. 14–20, 1972.
- 95 BLAHUT, R. Computation of channel capacity and rate-distortion functions. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 18, n. 4, p. 460–473, 1972.
- 96 BÖCHERER, G. *Principles of Coded Modulation*. Tese (Habilitation thesis) — Technical University of Munich, Munich, Germany, 2018. Disponível em: <<http://www.georg-boecherer.de/boecherer2018principles.pdf>>.
- 97 BÖCHERER, G.; SCHULTE, P.; STEINER, F. Probabilistic shaping: A random coding experiment. In: *International Zurich Seminar on Information and Communication (IZS)*. [S.l.: s.n.], 2020. p. 12–14.
- 98 AGRELL, E.; SECONDINI, M. Information-theoretic tools for optical communications engineers. In: *2018 IEEE Photonics Conference (IPC)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–5.
- 99 SAVORY, S. J. Digital coherent optical receivers: Algorithms and subsystems. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, v. 16, n. 5, p. 1164–1179, set. 2010. ISSN 1077-260X.
- 100 BILAL, S. M.; FLUDGER, C. R. S. Interpolators for digital coherent receivers. In: *Photonic Networks; 19th ITG-Symposium*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–3.
- 101 RIOS-MÜLLER, R.; RENAUDIER, J.; CHARLET, G. Blind receiver skew compensation for long-haul non-dispersion managed systems. In: *2014 The European Conference on Optical Communication (ECOC)*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–3.
- 102 STOJANOVIĆ, N.; CHANGSONG, X. An efficient method for skew estimation and compensation in coherent receivers. *IEEE Photonics Technology Letters*, v. 28, n. 4, p. 489–492, 2016.
- 103 FATADIN, I.; SAVORY, S. J.; IVES, D. Compensation of quadrature imbalance in an optical QPSK coherent receiver. *IEEE Photonics Technology Letters*, v. 20, n. 20, p. 1733–1735, out. 2008. ISSN 1041-1135.
- 104 FARUK, M. S.; SAVORY, S. J. Digital signal processing for coherent transceivers employing multilevel formats. *Journal of Lightwave Technology*, v. 35, n. 5, p. 1125–1141, mar. 2017. ISSN 0733-8724.
- 105 FLUDGER, C. R. S.; KUPFER, T. Transmitter impairment mitigation and monitoring for high baud-rate, high order modulation systems. In: *ECOC 2016; 42nd European Conference on Optical Communication*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–3.

- 106 KUDO, R.; KOBAYASHI, T.; ISHIHARA, K.; TAKATORI, Y.; SANO, A.; MIYAMOTO, Y. Coherent optical single carrier transmission using overlap frequency domain equalization for long-haul optical systems. *Journal of Lightwave Technology*, v. 27, n. 16, p. 3721–3728, 2009.
- 107 XU, T.; JACOBSEN, G.; POPOV, S.; FORZATI, M.; MÅRTENSSON, J.; MUSSOLIN, M.; LI, J.; WANG, K.; ZHANG, Y.; FRIBERG, A. T. Frequency-domain chromatic dispersion equalization using overlap-add methods in coherent optical system. *Journal of optical communications*, v. 32, n. 2, p. 131–135, 2011.
- 108 STOJANOVIĆ, N.; CHUAN, X. Clock recovery in coherent optical receivers. In: *2015 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–3.
- 109 ZHOU, X. Efficient clock and carrier recovery algorithms for single-carrier coherent optical systems: A systematic review on challenges and recent progress. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 31, n. 2, p. 35–45, 2014.
- 110 ZIBAR, D.; OLIVERA, J. C. R. F. de; RIBEIRO, V. B.; PARADISI, A.; DINIZ, J. C.; LARSEN, K. J.; MONROY, I. T. Experimental investigation and digital compensation of DGD for 112 Gb/s PDM-QPSK clock recovery. *Opt. Express*, OSA, v. 19, n. 26, p. B429–B439, Dec 2011. Disponível em: <<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-19-26-B429>>.
- 111 SUN, H.; WU, K.-T. A novel dispersion and PMD tolerant clock phase detector for coherent transmission systems. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2011*. Optical Society of America, 2011. p. OMJ4. Disponível em: <<http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=OFC-2011-OMJ4>>.
- 112 MORELLI, M.; MENGALI, U. Feedforward frequency estimation for PSK: a tutorial review. *European Transactions on Telecommunications*, Wiley Subscription Services, Inc., A Wiley Company, v. 9, n. 2, p. 103–116, 1998. ISSN 1541-8251. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/ett.4460090203>>.
- 113 GARDNER, F. M. Interpolation in digital modems. I. fundamentals. *IEEE Transactions on Communications*, v. 41, n. 3, p. 501–507, mar. 1993. ISSN 0090-6778.
- 114 MEYR, H.; MOENECLAHEY, M.; FECHTEL, S. A. *Digital Communication Receivers: synchronization, channel estimation, and signal processing*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001. 325–418 p. ISBN 9780471200574. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/0471200573.ch6>>.
- 115 ALAM, M. S.; ABDO, A.; LI, X.; AOUINI, S.; PARVIZI, M.; BEN-HAMIDA, N.; PLANT, D. V. Performance and complexity analysis of blind timing phase error detectors in pluggable coherent receivers. In: *OSA Advanced Photonics Congress (AP) 2020 (IPR, NP, NOMA, Networks, PVLED, PSC, SPPCom, SOF)*. Optical Society of America, 2020. p. SpTu1I.2. Disponível em: <<http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=SPPCom-2020-SpTu1I.2>>.
- 116 GARDNER, F. M. *Phaselock Techniques*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2005. ISBN 978-0-471-43063-6.
- 117 ZHOU, X.; CHEN, X.; ZHOU, W.; FAN, Y.; ZHU, H.; LI, Z. All-digital timing recovery and adaptive equalization for 112 Gbit/s POLMUX-NRZ-DQPSK optical coherent receivers. *J. Opt. Commun. Netw.*, OSA, v. 2, n. 11, p. 984–990, Nov 2010. Disponível em: <<http://jocn.osa.org/abstract.cfm?URI=jocn-2-11-984>>.
- 118 ZHOU, X.; CHEN, X. Parallel implementation of all-digital timing recovery for high-speed and real-time optical coherent receivers. *Opt. Express*, OSA, v. 19, n. 10, p. 9282–9295, May 2011. Disponível em: <<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-19-10-9282>>.

- 119 ERUP, L.; GARDNER, F. M.; HARRIS, R. A. Interpolation in digital modems. II. implementation and performance. *IEEE Transactions on Communications*, v. 41, n. 6, p. 998–1008, jun. 1993. ISSN 0090-6778.
- 120 ROMANO, J. M. T.; ATTUX, R.; CAVALCANTE, C. C.; SUYAMA, R. *Unsupervised signal processing: channel equalization and source separation*. Boca Raton: CRC Press, 2011. ISBN 978-0-8493-3751-5.
- 121 HAYKIN, S. *Adaptive Filter Theory: International edition*. 5. ed. Essex, England: Pearson Education, 2013. ISBN 978-0-273-76408-3.
- 122 READY, M. J.; GOOCH, R. P. Blind equalization based on radius directed adaptation. In: *International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. [S.l.]: IEEE, 1990. p. 1699–1702 vol.3. ISSN 1520-6149.
- 123 GITLIN, R. D.; WEINSTEIN, S. B. Fractionally-spaced equalization: An improved digital transversal equalizer. *The Bell System Technical Journal*, v. 60, n. 2, p. 275–296, 1981.
- 124 LIU, L.; TAO, Z.; YAN, W.; ODA, S.; HOSHIDA, T.; RASMUSSEN, J. C. Initial tap setup of constant modulus algorithm for polarization de-multiplexing in optical coherent receivers. In: *Optical Fiber Communication Conference and National Fiber Optic Engineers Conference*. Optical Society of America, 2009. p. OMT2. Disponível em: <<http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=OFC-2009-OMT2>>.
- 125 BENVENISTE, A.; GOURSAT, M.; RUGET, G. Robust identification of a nonminimum phase system: Blind adjustment of a linear equalizer in data communications. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 25, n. 3, p. 385–399, 1980.
- 126 YANG, V.; JONES, D. A vector constant modulus algorithm for shaped constellation equalization. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 5, n. 4, p. 89–91, 1998.
- 127 ROSA, G. di; RICHTER, A. Blind radius directed equalizer with likelihood-based selection for probabilistically shaped and high order QAM. In: *2020 European Conference on Optical Communications (ECOC)*. [S.l.: s.n.], 2020. p. 1–4.
- 128 YANKOV, M. P.; SILVA, E. P. da; ROS, F. D.; ZIBAR, D. Experimental analysis of pilot-based equalization for probabilistically shaped wdm systems with 256QAM/1024QAM. In: *Optical Fiber Communication Conference*. Optical Society of America, 2017. p. W2A.48. Disponível em: <<http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=OFC-2017-W2A.48>>.
- 129 WAKAYAMA, Y.; SILLEKENS, E.; GALDINO, L.; LAVERY, D.; KILLEY, R. I.; BAYVEL, P. Increasing achievable information rates with pilot-based DSP in standard intradyne detection. In: *45th European Conference on Optical Communication (ECOC 2019)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1–4.
- 130 RIFE, D.; BOORSTYN, R. Single tone parameter estimation from discrete-time observations. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 20, n. 5, p. 591–598, 1974.
- 131 SELMI, M.; JAOUEN, Y.; CIBLAT, P. Accurate digital frequency offset estimator for coherent PolMux QAM transmission systems. In: *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.* [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–2. ISSN 1550-381X.
- 132 PICINBONO, B. On circularity. *IEEE T. Signal Proces.*, v. 42, n. 12, p. 3473–3482, Dec 1994. ISSN 1053-587X.
- 133 YAN, Q.; LIU, L.; HONG, X. Blind carrier frequency offset estimation in coherent optical communication systems with probabilistically shaped m -QAM. *Journal of Lightwave Technology*, v. 37, n. 23, p. 5856–5866, 2019.

- 134 IP, E.; KAHN, J. M. Feedforward carrier recovery for coherent optical communications. *Journal of Lightwave Technology*, Optical Society of America, v. 25, n. 9, p. 2675–2692, set. 2007.
- 135 LI, J.; LI, L.; TAO, Z.; HOSHIDA, T.; RASMUSSEN, J. C. Laser-linewidth-tolerant feed-forward carrier phase estimator with reduced complexity for QAM. *Journal of Lightwave Technology*, v. 29, n. 16, p. 2358–2364, 2011.
- 136 BARBOSA, F. A.; REIS, J. D.; MELLO, D. A. A. Interplay of probabilistic shaping and the unsupervised blind phase search algorithm. In: *Advanced Photonics 2018 (BGPP, IPR, NP, NOMA, Sensors, Networks, SPPCom, SOF)*. Optical Society of America, 2018. p. SpM3G.1. Disponível em: <<http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=SPPCom-2018-SpM3G.1>>.
- 137 MELLO, D. A. A.; BARBOSA, F. A.; REIS, J. D. Interplay of probabilistic shaping and the blind phase search algorithm. *Journal of Lightwave Technology*, v. 36, n. 22, p. 5096–5105, Nov 2018. ISSN 0733-8724.
- 138 BARBOSA, F. A.; MELLO, D. A. A.; REIS, J. D. On the impact of probabilistic shaping on the cycle slip occurrence. In: *Latin America Optics and Photonics Conference*. Optical Society of America, 2018. p. Tu5E.2. Disponível em: <<http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=LAOP-2018-Tu5E.2>>.
- 139 MAGARINI, M.; BARLETTA, L.; SPALVIERI, A.; VACONDIO, F.; PFAU, T.; PEPE, M.; BERTOLINI, M.; GAVIOLI, G. Pilot-symbols-aided carrier-phase recovery for 100-G PM-QPSK digital coherent receivers. *IEEE Photonics Technology Letters*, v. 24, n. 9, p. 739–741, May 2012. ISSN 1041-1135.
- 140 FEHENBERGER, T.; GRIESSER, H.; ELBERS, J.-P. Fiber nonlinearity mitigation by short-length probabilistic constellation shaping for pilot-aided signaling. In: *Photonic Networks; 21th ITG-Symposium*. [S.l.: s.n.], 2020. p. 1–3.
- 141 ZHAO, D.; XI, L.; TANG, X.; ZHANG, W.; QIAO, Y.; ZHANG, X. Digital pilot aided carrier frequency offset estimation for coherent optical transmission systems. *Opt. Express*, OSA, v. 23, n. 19, p. 24822–24832, Sep 2015. Disponível em: <<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-23-19-24822>>.
- 142 ROZENTAL, V.; KONG, D.; CORCORAN, B.; MELLO, D.; LOWERY, A. J. Filtered carrier phase estimator for high-order qam optical systems. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 36, n. 14, p. 2980–2993, Jul 2018.
- 143 PAYYAZHI, A. A.; SOUZA, A. L. N.; MELLO, D. A. A. Recursive blind phase search architecture for phase recovery at high error rates. In: *2018 SBFoton International Optics and Photonics Conference (SBFoton IOPC)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–5.
- 144 WANG, X.; ZHANG, Q.; XIN, X.; GAO, R.; LV, K.; TIAN, Q.; TIAN, F.; WANG, C.; PAN, X.; WANG, Y.; YANG, L. Robust and low-complexity principal component-based phase estimation algorithm for probabilistically shaped square-QAM systems. *Journal of Lightwave Technology*, v. 38, n. 22, p. 6153–6162, 2020.
- 145 VITERBI, A. Nonlinear estimation of PSK-modulated carrier phase with application to burst digital transmission. *IEEE Transactions on Information theory*, IEEE, v. 29, n. 4, p. 543–551, 1983.
- 146 ZHANG, Q.; SHU, C. Viterbi and viterbi algorithm based phase recovery for probabilistically shaped signals. *Journal of Lightwave Technology*, v. 39, n. 5, p. 1364–1370, 2021.
- 147 ZHAO, J.; CHEN, L.-K. Carrier phase recovery based on KL divergence in probabilistically shaped coherent systems. *Journal of Lightwave Technology*, v. 39, n. 9, p. 2684–2695, 2021.

- 148 BARBOSA, F. A.; MELLO, D. A. A. Shaping factor detuning for optimized phase recovery in probabilistically-shaped systems. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. [S.l.]: Optical Society of America, 2019. p. W1D.4.
- 149 BARBOSA, F. A.; ROSSI, S. M.; MELLO, D. A. A. Phase and frequency recovery algorithms for probabilistically shaped transmission. *Journal of Lightwave Technology*, v. 38, n. 7, p. 1827–1835, 2020.
- 150 OERDER, M.; MEYR, H. Digital filter and square timing recovery. *IEEE Transactions on Communications*, v. 36, n. 5, p. 605–612, 1988.
- 151 SHI, K.; WANG, Y.; SERPEDIN, E. On the design of a digital blind feedforward, nearly jitter-free timing-recovery scheme for linear modulations. *IEEE Transactions on Communications*, v. 52, n. 9, p. 1464–1469, 2004.
- 152 FRANKS, L.; BUBROUSKI, J. Statistical properties of timing jitter in a PAM timing recovery scheme. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, v. 21, n. 4, p. 489–496, 1974.
- 153 MENGALI, U.; D'ANDREA, A. N. *Synchronization Techniques for Digital Receivers*. New York: Springer Science & Business Media, 1997. ISBN 978-1-4899-1807-9.
- 154 UNGERBOECK, G. Fractional tap-spacing equalizer and consequences for clock recovery in data modems. *IEEE Transactions on Communications*, v. 24, n. 8, p. 856–864, 1976.
- 155 SOUZA, A. L. N.; JÚNIOR, J. H. C.; SUTILI, T.; FIGUEIREDO, R. C. Clock recovery performance on probabilistically-shaped transmissions. In: *Optical Fiber Communication Conference*. [S.l.]: Optical Society of America, 2021. p. Th1A.25.
- 156 BARBOSA, F. A.; ROSSI, S. M.; MELLO, D. A. A. Clock recovery limitations in probabilistically shaped transmission. In: *2020 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC)*. [S.l.: s.n.], 2020. p. 1–3.