UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Estudo da dinâmica de veículos de competição aplicado à análise de esforços sob os pneus

Relatório Final Trabalho de Graduação 1

Autor: Carlos Eduardo Tarateta Ferreira Silva Orientador: Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles

Campinas, julho de 2022

Índice

1.	Introdução1					
2.	Revisão Bibliográfica3					
2	2.1. Pneus	1. Pneus 4				
	2.1.1. Caracter	ísticas construtivas e de categorização	5			
	2.1.2. Sistema	de coordenadas da roda	5			
	2.1.3. Mecanis	mos de geração de força e momentos	6			
	2.1.3.1. Forç	a Vertical <i>Fz</i>	7			
	2.1.3.2. Forç	a Longitudinal Fx	9			
	2.1.3.3. Mon	nento de resistência ao rolamento <i>My</i>	12			
	2.1.3.4. Forç	a Lateral <i>Fy</i>	13			
	2.1.3.5. Mon	nento auto alinhante <i>Mz</i>	15			
	2.1.3.6. Mon	nento de tombamento <i>Mx</i>	16			
	2.1.3.7. Esco	prregamento combinado ($lpha;\kappa$)	17			
2	2.2. Dinâmica ve	cular	18			
	2.2.1. Sistema	de coordenadas	18			
	2.2.2. Dinâmic	a Longitudinal	19			
	2.2.3. Dinâmic	a Vertical	23			
	2.2.4. Dinâmica	a Lateral	25			
3.	Planejamento da	a metodologia	37			
3	3.1. Materiais e n	nétodos				
3	3.2. Etapas do pr	ojeto e cronograma				
4.	Conclusão		40			
Ref	ferências Bibliográ	ıficas	41			

1. Introdução

A dinâmica veicular pode ser definida como o campo de estudo que está interessado na forma como os veículos se movem ao interagirem com o ambiente através dos comandos do piloto (RILL et al, 2020), seja ele um ser humano ou sistemas de controle, como é o caso da mobilidade autônoma.

Assim, a dinâmica veicular está principalmente interessada em como e por qual motivo essas forças de interação são geradas e transmitidas (GILLESPIE, 1992).

O veículo, no sentido mais amplo, pode se tratar de aeronaves, embarcações, trens ou veículos rodoviários, como motocicletas, carros, caminhões, entre outros. O foco deste trabalho será, mais especificamente, a dinâmica de veículos de quatro rodas cujo contato com o pavimento é feito através de pneus.

Com a complexidade e o número de automóveis crescendo cada vez mais, se faz necessário um profundo entendimento do comportamento desses veículos nas mais diversas situações que podem estar presentes no momento da condução, promovendo assim maior segurança viária.

Nesse tipo de veículo, todas as forças e momentos de interação entre o pavimento e o veículo são geradas e transmitidas através dos pneus, sendo essas forças e momentos responsáveis pela determinação da resposta dinâmica do veículo.

Assim sendo, o pneu se torna um componente de fundamental importância para garantir a segurança do condutor e demais passageiros, fazendo-se necessário entender os limites de integridade.

As características estruturais dos pneus permitem com que tais esforços sejam absorvidos e/ou transmitidos de modo a garantir a integridade do mesmo. Contudo, se os esforços envolvidos forem excessivamente altos, podem colocar em crise a estrutura do pneu, comprometendo a sua integridade e a dinâmica do veículo como um todo.

Durante o regime de trabalho padrão dos pneus de carros de passeio, os níveis de esforços envolvidos são significativamente mais baixos que os níveis experimentados pelos pneus em uma competição.

O ambiente de competição automotiva, devido às características específicas de motorização, suspensão e aerodinâmica, promove a possibilidade de trabalhar nos extremos em termos de solicitações nos pneus trazendo valiosos aprendizados em relação a integridade desses componentes.

A integridade desses componentes está diretamente ligada à competitividade e à segurança dos pilotos.

Tendo em vista que os pneus são componentes essenciais na dinâmica de um veículo e, por sua vez, a dinâmica veicular é fundamental para a competitividade desses veículos, este trabalho tem como um dos seus objetivos estudar a dinâmica aplicada a veículos de competição a fim de analisar os esforços aos quais os pneus são submetidos.

A análise dos esforços sob os pneus será fundamental para estabelecer os limites críticos da dinâmica de um veículo em ambiente de competição de modo a garantir a integridade desse componente.

Para isso, a simulação computacional, tanto em termos da dinâmica veicular como em termos estruturais, será uma ferramenta de fundamental importância para o desenvolvimento desse estudo, podendo ser enriquecidos com dados experimentais aquisitados em pista e/ou em laboratório.

Dessa forma, a análise estrutural do pneu servirá como um indicativo sobre a criticidade das condições dinâmicas limites de um veículo para cada circuito estudado, sendo o foco principal os efeitos das diferentes configurações de suspensão.

Com isso, o presente relatório final apresenta o desenvolvimento de alguns dos tópicos que estão sendo estudados como parte da revisão bibliográfica, indicando os tópicos a serem estudados durante o Trabalho de Graduação II.

Além disso, são discutidas as principais ferramentas a serem utilizadas durante o desenvolvimento do projeto, apresentando também as atividades planejadas para o período do Trabalho de Graduação II e o período antes da defesa de dissertação.

2. Revisão Bibliográfica

Para que seja possível avaliar os limites de desempenho e integridade dos pneus em ambiente de competição, se faz necessário um aprofundamento nos conceitos principais relacionados às forças e momentos da interação entre pneu e pavimento, sendo essas as únicas formas de controlar, estabilizar, acelerar e frenar o veículo (GENT; WALTER, 2006).

É necessário também entender como essas forças e momentos interagem com o comportamento dinâmico do veículo, fazendo com que sejam abordados os principais conceitos relacionados à dinâmica veicular.

Existem diversas abordagens à dinâmica veicular, que podem levar em conta as características em regime permanente ou em regime transiente, através de relações lineares ou não lineares. As apresentadas neste momento se restringem a modelos mais simples em regime permanente, sendo apresentados modelos mais complexos ao decorrer do desenvolvimento futuro do trabalho.

Devido à complexidade do movimento do veículo, principalmente devido à alta não linearidade (tanto geométrica quando de material) envolvida no processo de deformação do pneu, modelos cada vez mais complexos vem sendo empregados para a predição do comportamento dinâmico dos veículos, já nas primeiras fases de desenvolvimento do projeto, ajudando a guiar escolhas.

No ambiente de competição, após o projeto do veículo estar pronto, já tendo sido definidos principalmente os chamados *hard points* da suspensão, motorização e sistema de transmissão, os modelos de dinâmica veicular são utilizados principalmente como ferramentas que servem como guia para o ajuste do veículo para determinado circuito, buscando extrair o máximo desempenho do conjunto veículo-piloto.

Em resumo, o objetivo em um ambiente de competição é de completar uma volta com o menor tempo possível, repetidas vezes, até o final da corrida (MILLIKEN et al, 1995). Esse objetivo pode ser traduzido como obter a maior velocidade média possível durante a prova.

Modelos de diversos graus de complexidade podem ser utilizados para avaliar uma volta de um veículo de competição em um circuito ou curva/manobra em específico, através das simulações de tempo de volta, ou *lap time simulation* (SIEGLER; DEAKIN; CROLLA, 2000; LOT; BIRAL, 2014; MASSARO; LIMEBEER, 2021). Através desse tipo de abordagem é possível otimizar parâmetros de setup, tanto contando com um modelo de controle para representar os parâmetros de entrada do sistema associado ao piloto (UNGOREN; PENG,

2005), quanto com o piloto de fato executando as entradas do sistema para o modelo virtual através de simulações chamadas de *driver-in-the-loop* (BRUCK; HAYCOCK; EMADI, 2020).

Para que seja possível obter uma boa correlação entre a simulação e o resultado obtido em pista, é necessário que os modelos de veículo, pneu, pista e de piloto sejam representativos, para que o setup mais adequado obtido por simulação seja um bom ponto de partida para o setup final ajustado em pista em conjunto com o piloto.

Para isso, a seguir será apresentada uma revisão dos principais conceitos relacionados com o tema da pesquisa.

2.1. Pneus

Se tratando do objeto de estudo principal do trabalho, ao decorrer do desenvolvimento futuro do projeto será abordada a forma construtiva dos pneus, explicando as funções dos principais componentes e como a tecnologia evoluiu ao longo dos anos, chegando na forma construtiva atual dos carros de passeio.

A partir disso, será possível realizar uma comparação entre os pneus destinados a passeio e os destinados a competição, expondo as principais diferenças construtivas e de material.

Para que possa ser representado em um ambiente de simulação computacional, se faz necessário a construção de modelos de pneu que sejam representativos para a aplicação a ser simulada.

Diferentes tipos de modelo, para diferentes aplicações e com vários graus de complexidade foram se atualizando ao longo dos anos e formando famílias com as novas versões.

Entre esses modelos estão as diferentes versões da *"Magic Formula"* apresentadas por Pacejka (1992), modelos de anel rígido como o *MF-Swift* (SCHMEITZ et al, 2007) e de anel flexível como o *F-Tire* proposto por Gipser (1999). Outro modelo de pneu desenvolvido mais recentemente por Rill (2013) é o chamado *TMEasy*.

No presente relatório, o foco será em discutir os conceitos da mecânica do funcionamento do pneu para que seja obtido um melhor entendimento dos fenômenos envolvidos na geração de forças e momentos.

2.1.1. Características construtivas e de categorização

Os pneus são produtos compósito muito complexos, formado a partir de camadas de materiais emborrachados com diferentes propriedades e funções estruturais, além de materiais de reforço, como cordas metálicas e têxteis (GENT; WALTER, 2006).

Todas essas estruturas precisam passar por um processo de cura em um vulcanizador para que os diferentes componentes possam se agrupar em uma composição contínua e com propriedades mistas entre as diferentes propriedades dos compostos. Por se tratar de uma construção muito complexa, a tecnologia foi avançando no decorrer dos anos para gerar produtos com desempenho, segurança, custo e pegada ambiental cada vez mais otimizados.

Nesse tópico serão abordados futuramente os principais componentes dos pneus de passeio atuais, trazendo de maneira simplificada as principais funções de cada componente, sendo posteriormente apresentada a classificação e a padronização da nomenclatura relacionada às medidas e limites operativos dos pneus definidos em norma.

2.1.2. Sistema de coordenadas da roda

Para que seja possível obter relações entre as forças e momentos se faz necessário o estabelecimento de um sistema de coordenadas da roda, definido através da norma ISO 8855 (2011), sendo representado na Figura 2.1.1.

Através desse sistema de coordenadas é possível definir dois ângulos de interesse nos mecanismos de geração de forças e momentos nos pneus: o ângulo de cambagem γ e o ângulo de deriva ou *slip angle* α .



Figura 2.1.1 – Sistema de coordenadas local da roda. Fonte: Mathworks, 2022.

O ângulo de cambagem é definido como o ângulo entre o eixo vertical do sistema de coordenadas da estrada e o eixo vertical do sistema de coordenadas da roda. Por convenção, um valor positivo de ângulo de cambagem está associado à parte superior do plano da roda apontando para fora do veículo (Figura 2.1.2) e um valor negativo ao inverso.



Figura 2.1.2 – Definição do sinal do ângulo de cambagem. Fonte: Rill et al, 2020.

Já o *slip angle* será abordado de maneira mais aprofundada no tópico referente à força lateral.

2.1.3. Mecanismos de geração de força e momentos

Durante o seu regime de trabalho, o pneu é capaz de gerar forças e momentos em todas as três direções, sendo elas: a força longitudinal F_x , responsável por acelerar ou frear o carro; a força lateral F_y , responsável pelas mudanças de direção; e a força vertical F_z , responsável por suportar o peso do veículo.

Já os momentos gerados em torno dos três eixos são chamados: momento de tombamento (*overturning moment*) M_x ; momento de resistência ao rolamento M_y ; e momento auto alinhante M_z .

Ao rolar em uma superfície, cada elemento do pneu que passa pela região de contato exerce uma tensão de cisalhamento que, ao ser integrada na região de contato é igualada à força longitudinal e lateral desenvolvidas pelo pneu (GILLESPIE, 1992).

Devido às características construtivas de um pneu, ocorre um atraso entre a alteração da variável de entrada e o desenvolvimento de forças e momentos na região de contato. Dessa forma, se faz necessário uma análise em regime transiente para melhor caracterizar a resposta do pneu às variáveis de entrada, sendo esse atraso caracterizado pelos chamados comprimentos de relaxação ou *relaxation lengths* (VANTSEVICH; GRAY, 2015). Esse tipo de análise não será abordado durante esse período, sendo um assunto a ser aprofundado no decorrer do trabalho.

A seguir serão discutidos os principais conceitos envolvidos nos mecanismos de geração de forças e momentos, utilizando para isso a abordagem apresentada por Pacejka (2012), fazendo uso de modelos físicos mais básicos em regime permanente, que facilitarão posteriormente o entendimento dos fenômenos em modelos mais complexos.

2.1.3.1. Força Vertical F_z

Uma das funções dos pneus é a de suportar a carga vertical do veículo, distribuída entre as quatro rodas. Quando essa carga vertical é aplicada, os pneus se deformam sobre a superfície e a região de contato é então chamada de *footprint* (Figura 2.1.3), por remeter à pegada deixada pelo desenho da banda de rodagem.

Essa pegada possui dimensões, formatos e distribuição de pressão que variam de acordo com características construtivas (estrutura e formato do molde), a pressão de inflação e a carga aplicada. Outros fatores como o ângulo de cambagem e os escorregamentos laterais e longitudinais também influenciam nas características da *footprint* dos pneus.



Figura 2.1.3 – Exemplo de pegada formada pelo pneu a uma dada carga e pressão de inflação. Fonte: Rill et al, 2020.

Em um pneu inflado livre, onde não está sendo aplicada nenhuma carga vertical, o raio inflado do pneu varia de acordo com a pressão de inflação. Ao ser amassado contra a superfície pela carga aplicada, o pneu sofre uma deflexão d[mm] na direção vertical (Figura 2.1.4), que pode ser relacionada com a força vertical no pneu através da sua rigidez vertical.



Figura 2.1.4 – Deflexão vertical sofrida pelo pneu devido à força vertical. Fonte: Fuquiang et al, 2015.

A rigidez vertical do pneu é também função da pressão de inflação e de suas características construtivas, sendo possível inclusive aproximar a rigidez vertical através de equações empíricas (FUQIANG et al, 2015), como por exemplo a equação 2.1.1, onde a rigidez vertical $K_z \left[\frac{N}{mm}\right]$ é função da pressão de inflação *P*, largura da *footprint* F_W e do diâmetro externo O_D :

$$K_z = 2.8E^{-4}P\sqrt{F_W.O_D} + 3.45 \tag{2.1.1}$$

Assim, a força vertical F_z nos pneus pode ser modelada de maneira simplificada através da relação entre a rigidez vertical K_z e a deflexão vertical d através da Lei de Hook:

$$F_z = K_z d \tag{2.1.2}$$

O raio amassado (*loaded radius*) do pneu é dado então pela diferença entre o raio inflado e a deflexão sofrida devido à carga vertical:

$$R_L = R_0 - d (2.1.3)$$

Uma vez que todas as forças e momentos geradas pelos pneus são função da carga vertical F_z aplicada sobre eles, é de fundamental importância para a segurança e desempenho do veículo que sejam evitadas grandes variações na carga vertical.

De maneira mais complexa, a força vertical nos pneus pode ser escrita em função da deflexão vertical e de sua derivada no tempo, ou taxa de deflexão, conforme abordado por Rill (2020). Através dessa abordagem é possível contabilizar o efeito de dissipação que ocorre devido à histerese, ao ser associado um termo de amortecimento através da taxa de deflexão.

2.1.3.2. Força Longitudinal F_x

Ao ser aplicado um torque no eixo da roda, a região da banda de rodagem que está em contato com o solo se deforma devido ao escorregamento longitudinal.

Para um pneu em condição de rolamento livre (*free rolling*, isto é, sem deformação longitudinal) a velocidade longitudinal V_x pode ser relacionada à velocidade angular da roda em rolamento livre Ω_0 através do chamado raio efetivo r_e , que é expresso por:

$$r_e = \frac{V_x}{\Omega_0} \tag{2.1.4}$$

Quando o veículo é acelerado ou frenado, o torque aplicado vai aumentar ou diminuir a velocidade angular das rodas, fazendo com que ocorra uma deformação adicional devida à diferença de velocidade entre a superfície da banda de rodagem e o pavimento, fazendo com o que o pneu saia da condição de rolamento livre e passe a gerar força longitudinal devido a essa deformação.

Devido ao torque aplicado, a velocidade angular do pneu passa a ser Ω e é possível então definir a razão de escorregamento longitudinal κ (*slip ratio*) como sendo:

$$\kappa = \frac{-V_x - r_e \Omega}{V_x} = \frac{-\Omega_0 - \Omega}{\Omega_0}$$
(2.1.5)

Para a condição de aceleração o κ se torna positivo pois $\Omega > \Omega_0$. Já para o caso de frenagem, como $\Omega < \Omega_0$, o κ se torna negativo. Assim, a condição de travamento total das rodas durante a frenagem é indicada por $\kappa = -1$.

As características longitudinais do pneu podem ser analisadas através da obtenção das curvas de força longitudinal F_x pela razão de escorregamento κ . Essas curvas variam com relação a parâmetros como a carga vertical, pressão de inflação e ângulo de cambagem.

Um modelo que explica de maneira simplificada os fenômenos de escorregamento, tanto longitudinais quanto laterais é o chamado *brush model* (Figura 2.1.5), que conta com cerdas representando os elementos da rodagem em contato com o solo e é a partir da deformação desses elementos, que são geradas as forças longitudinais e laterais.



Figura 2.1.5 – Modelo físico Brush model para escorregamento combinado. Fonte: Pacejka, 2012.

É então introduzido o conceito de ponto de escorregamento *S* (*slip point* – Figura 2.1.6), que é um ponto imaginário que se situa na linha do eixo vertical do centro da roda a uma distância igual ao raio efetivo r_e em rolamento livre.



Figura 2.1.6 – Esquema representativo do brush model longitudinal em frenagem. Fonte: Pacejka, 2012.

Quando o veículo é acelerado o ponto *S* se move para trás com velocidade V_{sx} negativa, já quando está em frenagem, o ponto *S* se move para frente com velocidade V_{sx} positiva, sendo:

$$V_{sx} = V_x - \Omega r_e = V_x - V_r \tag{2.1.6}$$

com V_r sendo a chamada velocidade linear de rolamento.

Assim, o escorregamento longitudinal pode ser escrito como sendo:

10

$$\kappa = \frac{-V_{sx}}{V_x} \tag{2.1.7}$$

Já o parâmetro que relaciona a força longitudinal gerada pelo conjunto de cerdas com o escorregamento κ é definido como *longitudinal slip stiffness* $C_{F\kappa}$, definido na região linear como sendo a inclinação na origem do gráfico de força longitudinal pelo escorregamento:

$$C_{F\kappa} = \left(\frac{\partial F_{\chi}}{\partial \kappa}\right)_{\kappa=0} \tag{2.1.8}$$

Cada cerda está aderida ao pavimento na Figura 2.1.5, o que faz com que ocorra essa deformação na região de contato devido à tensão de cisalhamento. Ao ser atingido o limite da tensão de cisalhamento, as cerdas da banda de rodagem param de aderir ao pavimento e passam a escorregar com força longitudinal contínua (Figura 2.1.7).

O comportamento da tensão de cisalhamento pode ser caracterizado por um valor crítico acima do qual passa a ocorrer a condição de deslizamento (*slipping*). Esse valor ocorre a partir de uma certa porcentagem de escorregamento.



Figura 2.1.7 – Comportamento da tensão de cisalhamento no escorregamento. Fonte: Abaqus, 2009

Para a curva característica da força longitudinal pelo escorregamento (Figura 2.1.8) é possível perceber que um comportamento parecido é obtido, sendo a força longitudinal máxima limitada pela força vertical e o coeficiente de atrito μ , em um modelo simplificado de atrito.



Figura 2.1.8 – Curva característica para a força longitudinal em função do slip ratio. Fonte: Rill et al, 2020.

2.1.3.3. Momento de resistência ao rolamento M_{γ}

O momento de resistência ao rolamento ocorre devido às características histeréticas da borracha, que fazem com que, quando na condição de rolamento, o ponto de aplicação da força normal não ocorra na linha de centro da região de contato, ocorrendo um pouco à frente da linha de centro na direção do movimento (Figura 2.1.9).



Figura 2.1.9 – Distribuição de pressão na região de contato. Fonte: Rill et al, 2020.

Isso faz com que um momento resistivo M_y , conhecido como momento de resistência ao rolamento aparece de forma a se opor ao movimento de rotação da roda (GILLESPIE, 1992).

A resistência ao rolamento apresenta um papel importante na dinâmica longitudinal, sendo a principal medida do nível de consumo de combustível do pneu enquanto componente isolado do veículo.

Nos últimos anos, devido à crescente preocupação com a emissão de gases do efeito estufa, a indústria automotiva vem recebendo cada vez mais pressão para a produção de veículos com menores emissões envolvidas, sendo então de fundamental importância a

redução da resistência ao rolamento dos pneus para ajudar na redução de emissões através da economia de combustível.

Uma medida utilizada para quantificar o índice de consumo dos pneus é o coeficiente de resistência ao rolamento C_{RR} , obtido através de ensaios padrões de diversas metodologias, como a norma ISO 28580 (2018) e a norma SAE J2452 (2017), sendo no caso da metodologia ISO a razão entre a força longitudinal de resistência ao rolamento, em [N], e a carga vertical aplicada ao pneu, em [kN].

Esse coeficiente está diretamente ligado à força resistiva gerada pelo pneu em rolamento e varia de acordo com o nível de pressão de inflação, a velocidade de rolamento, a carga aplicada, tipo de superfície e temperatura, sendo um fenômeno extremamente complexo devido às não linearidades no comportamento do pneu e a quantidade de variáveis envolvidas.

A relação entre os diferentes parâmetros operacionais e a resistência ao rolamento é amplamente discutida por Ydrefors et al (2021).

2.1.3.4. Força Lateral F_y

Em um mecanismo semelhante ao que ocorre para o caso longitudinal, a geração de força lateral pelos pneus é governada pelo escorregamento lateral, ângulo de deriva ou *slip* angle α .

O slip angle pode ser definido como o ângulo formado entre o plano médio do pneu e a direção do movimento, na presença de aceleração lateral suficiente para deformar o pneu na região de contato. Esse ângulo pode ser calculado a partir da razão entre a velocidade lateral e longitudinal da roda:

$$tan(\alpha) = \frac{-V_y}{V_x}$$
(2.1.9)

De maneira similar, o *brush model* também pode ser utilizado para explicar o mecanismo de geração de força lateral em escorregamento lateral puro.

Na Figura 2.1.10 é possível perceber que a deformação nas cerdas representando os elementos da banda de rodagem em contato com o solo novamente possui duas regiões, uma de adesão e uma de deslizamento.

Por esse modelo é possível perceber que, para valores menores de *slip angle,* é predominante a região de adesão e, para valores maiores, a região de deslizamento cresce até que se atinja um formato de parábola na condição de deslizamento completo.

O formato da distribuição de carga na presença da região de adesão mostra que o centro de ação da força lateral resultante ocorre ligeiramente atrás da linha de centro da região de contato, à uma distância *t* denominada *pneumatic trail*. Essa assimetria na força lateral dá origem ao momento autoalinhante M_z conforme será discutido nos próximos tópicos.



Figura 2.1.10 – Transição entre adesão e deslizamento na região de contato. Fonte: Pacejka, 2012.

A curva característica então que descreve a força lateral em função do *slip angle* está representada na Figura 2.1.11. Analogamente ao caso da força longitudinal, a inclinação da curva na origem que relaciona a força lateral ao *slip angle* na região linear é chamada de *Cornering Stiffness* e denotada por:

$$C_{F\alpha} = \left(\frac{\partial F_{y}}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=0}$$
(2.1.10)



Figura 2.1.11 – Curva característica para a força lateral em função do slip angle. Fonte: Rill et al, 2020

Outro mecanismo importante de geração de força lateral é devido ao ângulo de cambagem, que aparece como efeito predominante para realização de curvas no caso de

motocicletas (FUJIOKA; GODA, 1995). Da mesma forma que a força lateral é relacionada ao *slip angle* através da *cornering stiffness*, a força lateral pode ser relacionada ao ângulo de cambagem através da *camber stiffness* pela equação 2.1.11. A força lateral gerada pelo ângulo de cambagem é também chamada de *camber thrust*.

$$C_{\gamma} = \left(\frac{\partial F_{\gamma}}{\partial \gamma}\right)_{\gamma=0} \tag{2.1.11}$$

Nas curvas de força lateral pelo *slip angle* o efeito do ângulo de cambagem aparece como um *offset* da origem, devido a uma força lateral residual relacionada à cambagem.

Em geral outros dois efeitos construtivos do pneu também contribuem para que a curva não passe pela origem, sendo os chamados *ply-steer* e conicidade, devido à assimetria inata da estrutura, que geram ângulos de deriva e de cambagem residuais.

2.1.3.5. Momento auto alinhante M_z

O momento auto alinhante (*self-aligning moment*) que ocorre em torno ao eixo *Z* vertical da roda é, conforme apresentado anteriormente, uma decorrência da distância entre o ponto onde a força lateral ocorre e o centro da região de contato, conhecido como *pneumatic trail* e denotado por *t*.

Esse fenômeno é responsável pelo efeito de *feedback* de força no volante, fazendo com que o volante tenda a retornar para a condição de esterçamento nulo quando o motorista deixa de esterçar o volante. Assim, o momento auto alinhante produzido pelo deslocamento da força lateral em relação ao centro da região de contato pode ser obtido por:

$$M_z = -tF_y \tag{2.1.12}$$

Através da Figura 2.1.12 é possível perceber que o *pneumatic trail* é máximo quando o *slip angle* é nulo (equivalente à força lateral nula nesse modelo). Porém, por depender também da força lateral, o momento auto alinhante atinge o seu máximo no momento em que a combinação de F_v e *t* se torna máxima.

Isso ocorre na intersecção da força lateral com o pneumatic trail no gráfico das medidas adimensionais (Figura 2.1.12), onde é possível perceber que, para a condição de deslizamento puro, o momento auto alinhante atinge seu valor máximo.



Figura 2.1.12 – Sobreposição dos gráficos das medidas adimensionais. Fonte: Rill et al, 2020.

O momento auto alinhante também ocorre como reação ao momento aplicado pelos braços de direção nas rodas com esterçamento.

Do gráfico de momento auto alinhante pelo ângulo de deriva é possível obter uma relação de proporcionalidade para a região aproximadamente linear através da inclinação na origem, denominada de *self-aligning stiffness*:

$$C_{M\alpha} = -\left(\frac{\partial M_z}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=0} \tag{2.1.13}$$

2.1.3.6. Momento de tombamento M_x

O momento de tombamento, ou *overturning moment* que ocorre em torno ao eixo *X* longitudinal da roda, ocorre devido às variações laterais no ponto de ação da força vertical resultante na região de contato do pneu com o pavimento (Figura 2.1.13) O seu principal efeito é no comportamento do ângulo de cambagem, causando variações nesse ângulo (GENT; WALTER, 2006).



Figura 2.1.13 – Representação do momento de tombamento. Fonte: Gent e Walter, 2006.

Essa variação lateral pode ocorrer tanto por conta do ângulo de cambagem quando pela presença de ângulo de deriva, devido ao fato da região de contato de deformar apresentando uma distribuição de pressão no formato trapezoidal (Figura 2.1.14).



Figura 2.1.14 – Formato trapezoidal da footprint na presença de slip angle. Fonte: Gent e Walter, 2006.

2.1.3.7. Escorregamento combinado (α ; κ)

Durante o seu regime de trabalho, o pneu é forçado a trabalhar em situações de escorregamento combinado, isto é, situações onde o pneu está desenvolvendo simultaneamente força lateral e força longitudinal, como em situações de aceleração ou frenagem em curvas, e situações de manobras de emergência, como o *double lane change*.

As influências da força longitudinal na força lateral desenvolvida pelo pneu, e viceversa, são fatores que limitam os valores de aceleração máxima, sendo que a situação de aceleração máxima tanto lateral como longitudinal ocorrem na ausência do outro fenômeno. Esse comportamento pode ser observado através da elipse de atrito do pneu (PACEJKA, 2012).

O equacionamento relacionado à situação de escorregamento combinado será apresentado futuramente durante o desenvolvimento do projeto, assim como o equacionamento base dos modelos de pneu da família Magic Formula.

2.2. Dinâmica veicular

Após terem sido introduzidos os principais conceitos relacionados à geração de forças e momentos pelos pneus, é possível então avaliar os efeitos dessas forças e momentos na interação com o sistema veículo/piloto.

Para isso, serão apresentados os conceitos bases sobre a dinâmica veicular, sendo que para isso será analisado separadamente a dinâmica em: longitudinal, lateral e vertical, a fim de apresentar os conceitos em modelos mais básicos para então ampliar para modelos mais complexos.

2.2.1. Sistema de coordenadas

Em toda análise de sistemas dinâmicos se faz necessária a definição de sistemas de coordenadas sobre os quais serão escritas as equações de movimento. Em dinâmica veicular, dois sistemas de coordenadas fixos no centro de gravidade (CG) do veículo são definidos em norma: o sistema ISO e o sistema SAE.

Sistema ISO

O Sistema ISO é estabelecido pela norma ISO 8855 (2011), onde além do sistema de coordenadas padrão são definidas também as principais terminologias referentes à dinâmica veicular.

O sistema, representado na Figura 2.2.1, apresenta a direção longitudinal do movimento do veículo ao longo do eixo X, com sentido positivo definido como o movimento para frente. A direção lateral é definida ao longo do eixo Y, com sentido positivo apontando para a esquerda do veículo e a direção vertical definida ao longo do eixo Z, com sentido positivo para cima.

São definidas as três rotações em torno de cada eixo como rolagem ou *Roll*, em torno do eixo *X*, arfagem ou *Pitch*, em torno do eixo *Y* e guinada ou *Yaw*, em torno do eixo *Z*.



Figura 2.2.1 – Sistema de coordenadas ISO fixo no veículo. Fonte: ISO 8855, 2011.

Sistema SAE

O sistema SAE, estabelecido na norma SAE J670 – Vehicle Dynamics Terminology (2022), é definido de maneira semelhante ao sistema ISO, tendo como principais diferenças o sentido inverso nos eixos Y e Z, sendo que no sistema SAE esses eixos apontam para a direita do veículo e para baixo, respectivamente, conforme Figura 2.2.2.



Figura 2.2.2 – Sistema de coordenadas SAE fixo no veículo. Fonte: Gillespie, 1992.

Nos tópicos a seguir serão introduzidas as principais equações da dinâmica longitudinal, lateral e vertical de um veículo, sendo que para isso serão utilizadas as definições do sistema de coordenadas ISO, por se tratar do sistema de coordenadas adotado pelo software de dinâmica veicular a ser utilizado durante o projeto.

2.2.2. Dinâmica Longitudinal

Os movimentos de interesse da dinâmica longitudinal podem ser definidos como os desempenhos em aceleração e frenagem, sendo que, em uma análise mais ampla, engloba o movimento longitudinal (x) e o movimento de *pitch* (rotação em torno de y).

Na realidade dos carros de passeio, o desempenho em aceleração determina principalmente a habilidade de desenvolver velocidade em rodovias, enquanto o desempenho em frenagem determina principalmente a distância de parada, sendo de fundamental importância para a segurança do condutor e dos passageiros.

Já no caso de competições, o desempenho em aceleração irá definir principalmente a velocidade final em retas e aceleração em saída de curvas, enquanto o desempenho em frenagem define principalmente o ponto de frenagem na entrada de curvas. Posteriormente será abordado o efeito da aceleração e frenagem na estabilidade do veículo.

Em uma primeira análise, é necessário definir as forças atuando no veículo, de modo a permitir a obtenção das equações do movimento no sentido longitudinal, sendo escrita em termos da resultante no CG do veículo. Essas forças que resistem ao movimento longitudinal podem ser separadas em:

- R_{xf}, R_{xr} Resistência ao rolamento
- $Wsin(\theta)$ Resistência ao aclive
- *D_A* Resistência aerodinâmica
- $\frac{W}{a}a_x$ Força de inércia equivalente

sendo a_x a aceleração longitudinal do centro de massa do veículo.

Já as forças trativas F_{xf} , F_{xr} são aquelas provenientes do trem de força do veículo, sendo as responsáveis por superar as forças resistivas. O diagrama com as forças atuantes no veículo em aceleração está representado na Figura 2.2.3:



Figura 2.2.3 – Diagrama das forças atuando no veículo em aceleração. Fonte: Gillespie, 1992.

A partir da somatória de momentos em relação aos pontos de contato das rodas do eixo dianteiro e eixo traseiro é possível obter a relação das cargas dinâmicas atuando em cada eixo, essenciais para análise do desempenho do veículo e, em especial, dos pneus:

$$W_f = \frac{Mgcos(\theta)c - Ma_xh - D_Ah_A - Mgsin(\theta)h}{L}$$
(2.2.1)

$$W_r = \frac{Mgcos(\theta)b + Ma_xh + D_Ah_A + Mgsin(\theta)h}{L}$$
(2.2.2)

sendo:

b- distância entre o CG e o eixo dianteiro

- c distância entre o CG e o eixo traseiro
- h altura do CG
- L distância entre eixos

Vale ressaltar que as expressões 2.2.1 e 2.2.2 podem ser linearizadas para pequenos ângulos θ através das relações:

$$cos(\theta) \cong 1$$

 $sin(\theta) \cong \theta$

Já a equação do movimento no sentido longitudinal é dada por:

$$Ma_x = Fx - R_x - D_A - Mgsin(\theta)$$
(2.2.3)

Com F_x sendo o termo referente às forças trativas entregue pelas rodas através da diferença entre o torque proveniente do motor (transmitido até as rodas pelo sistema de transmissão) e todas as resistências envolvidas devido à inércia rotativa dos componentes da transmissão, além de suas eficiências. Assim o termo F_x pode ser expresso como:

$$F_x = F_{xf} + F_{xr} = \frac{T_e N_{tf} \eta_{tf}}{r} - \frac{\{(I_e + I_t) N_{tf}^2 + I_d N_f^2 + I_w\} a_x}{r^2}$$
(2.2.4)

sendo:

 T_e : torque do motor (função das curvas torque x velocidade)

 N_{tf} : razão de transmissão combinada entre razão de transmissão final e a da marcha corrente.

N_f: razão de transmissão final.

 η_{tf} : eficiência combinada da transmissão final e da marcha corrente

r: raio do pneu

 I_e : inércia rotativa do motor

 I_t : inércia rotativa da transmissão

 I_d : inércia rotativa do eixo cardam

 I_w : inércia rotativa das rodas e semieixos

O termo que subtrai a força trativa fornecida pelo motor, que inclui os termos de inércia, pode ser agrupado em uma massa equivalente M_r que é somada à massa do veículo. Assim a equação 2.2.3 se torna:

$$(M + M_r)a_x = \frac{T_e N_{tf} \eta_{tf}}{r} - R_x - D_A - Mgsin(\theta)$$
(2.2.5)

O torque do motor, de maneira simplificada, pode ser obtido através das curvas de torque x velocidade do motor (Figura 2.2.4), sendo que as curvas variam para diferentes porcentagens do pedal do acelerador (*throttle position*).



Figura 2.2.4 – Curvas de torque x velocidade do motor, variando a porcentagem do pedal do acelerador. Fonte: Optimum G, 2012.

Porém, a quantidade de força trativa disponível apresenta um limite superior, determinado pelo limite de tração entre o contato pneu-pavimento, que depende tanto do coeficiente de atrito quanto da carga em cada eixo.

$$F_x = \mu W \tag{2.2.6}$$

sendo W o peso nas rodas trativas.

Em geral, em baixas velocidades o desempenho em aceleração do veículo é definido pelo limite de tração e, em altas velocidades, definido pela potência do motor (GILLESPIE, 1992). Posteriormente, será discutido o mecanismo de geração de força longitudinal dos pneus.

Das equações 2.2.1 e 2.2.2, é possível perceber que, durante a aceleração ou frenagem, a carga é transferida do eixo dianteiro para o eixo traseiro, fazendo com que o máximo desempenho em aceleração ocorra em veículos com tração no eixo traseiro. Não por acaso, essa se trata da principal configuração no caso de competições.

Durante a frenagem, a transferência de carga ocorre do eixo traseiro para o dianteiro, fazendo com que seja necessário trabalhar com a proporção de pressão do freio no eixo traseiro e dianteiro de modo a fazer com que os pontos de máxima desaceleração (antes do travamento das rodas) ocorram simultaneamente nos dois eixos.

Em caso de travamento das rodas, a capacidade de desaceleração cai abruptamente. Além disso, a estabilidade do veículo durante a frenagem também pode ser afetada pelo travamento dos eixos (RILL et al, 2020). No caso do travamento das rodas dianteiras, é produzido um momento de *yaw* (em torno de *z*) que tende a estabilizar o veículo, fazendo com que seja mais difícil de realizar uma curva. Já no caso do travamento do eixo traseiro, o momento de *yaw* tende a desestabilizar o veículo, fazendo com que o mesmo tenda a rotacionar em torno do seu eixo *z*. Esses cenários estão representados na Figura 2.2.5:



Figura 2.2.5 – Frenagem em curvas e o efeito do travamento dos eixos. Fonte: Rill et al, 2020.

Da mesma forma, é possível controlar a estabilidade do veículo pela aceleração das rodas, através do controle de tração (RILL et al, 2020).

2.2.3. Dinâmica Vertical

A dinâmica vertical, tratada de forma isolada, está interessada principalmente nas vibrações causadas no veículo devido às interações com o pavimento, que podem afetar

tanto o conforto quanto o desempenho e a segurança, ao garantir mínimas variações na carga vertical das rodas (RILL et al, 2020).

Aqui, são introduzidas a modelagem com os elementos de suspensão (rigidez das molas e coeficiente do amortecedor), além da modelagem do pneu como uma mola, representando a rigidez vertical do pneu, e um coeficiente de amortecimento, representando a propriedade histerética do composto de borracha. Além disso, a massa do veículo passa a ser dividida em duas categorias:

- Massa suspensa (*sprung mass*) representando toda a massa do chassi sustentada pela suspensão e de parte dos elementos de suspensão.
- Massa não suspensa (*unsprung mass*) representando a massa das rodas e de parte dos elementos de suspensão.

Os movimentos de interesse no caso da dinâmica vertical são então o movimento vertical da massa suspensa (*bounce*) e das massas não suspensas, além da rotação da massa suspensa ao longo do eixo lateral (*pitch*).

O modelo mais elementar de dinâmica vertical é o chamado modelo de ¼ de veículo (*quarter car model*), que é obtido a partir da decomposição de um modelo de ½ veículo em dois modelos representando o eixo dianteiro e eixo traseiro.

Esse modelo, conforme abordado por Rill (2020), oferece uma boa aproximação nos casos em que a distribuição de massa do chassi torne possível separar os dois graus de liberdade referentes às posições verticais dos eixos dianteiro e traseiro.

Isso ocorre quando a chamada *coupling mass* (M^*) é desprezível em relação às massas não suspensas do eixo dianteiro e traseiro (m_1, m_2 , respectivamente), sendo:

$$M^* = M\left(1 - \frac{I_{yy}}{Mbc}\right) \tag{2.2.7}$$

sendo:

 I_{yy} – momento de inércia da massa suspensa em torno do eixo y

Se esse critério for cumprido, o comportamento vertical do veículo pode ser aproximado através das equações de movimento, 2.2.8 e 2.2.9, desenvolvidas com base no diagrama de corpo livre da Figura 2.2.6:

$$M\ddot{z}_{c} + c_{s}(\dot{z}_{c} - \dot{z}_{w}) + k_{s}(z_{c} - z_{w}) = 0$$
(2.2.8)

$$m\ddot{z}_{w} - c_{s}(\dot{z}_{c} - \dot{z}_{w}) - k_{s}(z_{c} - z_{w}) + k_{t}(z_{w} - z_{r}) = 0$$
(2.2.9)

24



Figura 2.2.6 – Modelo de ¼ de veículo. Fonte: Rill et al, 2020.

2.2.4. Dinâmica Lateral

O comportamento em curvas de um veículo é um importante indicador do desempenho do veículo. Um termo comumente usado para descrever as características em curvas é *Handling* que indica a capacidade do veículo de responder de acordo com os comandos do piloto, ou seja, se tratam de métricas que avaliam o desempenho do conjunto piloto-veículo (GILLESPIE, 1992).

A analogia que pode ser feita da combinação piloto-veículo com um sistema de controle de malha fechada significa que o piloto observa as variáveis de resposta do veículo (posição, velocidades e acelerações) e a partir disso corrige seus comandos (ângulo de esterçamento, marcha e porcentagem do pedal do acelerador/freio) para atingir o movimento desejado.

Quando o objetivo é caracterizar apenas a resposta do veículo, uma abordagem de malha aberta pode ser utilizada. A medida mais comum de resposta de malha aberta é o gradiente de subesterço (*undesteer gradient*), que se trata de uma medida do desempenho em regime permanente, mas pode ser utilizada também para inferir sobre condições quasi-estáticas.

A abordagem a ser utilizada é de analisar primeiro a resposta em malha aberta do veículo em baixas velocidades (baixas acelerações laterais), onde é assumido que não ocorre o escorregamento lateral do pneu, e depois em altas velocidades. Aqui, se faz necessário o entendimento das propriedades do pneu e seus mecanismos de geração de forças e momentos.

Em baixas velocidades (o que resulta em baixas acelerações laterais), a mudança de direção no veículo pode ser modelada pela geometria do sistema de direção, uma vez que os pneus apenas rolam.

Essa abordagem é também chamada de abordagem cinemática, é baseada na chamada Geometria de Ackermann (Figura 2.2.7), onde é possível relacionar os ângulos de esterçamento necessários nas rodas dianteira para realizar uma curva de raio R, a partir de características do veículo como o entre eixos (L) e a bitola (s).

Assim, pelos triângulos formados pela geometria de direção é possível obter os ângulos de esterçamento das rodas internas à curva e das rodas externas à curva, $\delta_1 \in \delta_2$, respectivamente:

$$\tan(\delta_1) = \frac{L}{R} \tag{2.2.10}$$

$$\tan(\delta_2) = \frac{L}{R+s} \tag{2.2.11}$$



Figura 2.2.7 – Geometria de Ackermann. Fonte: Rill et al, 2020.

Isolando o raio de curvatura na equação 2.2.10 e substituindo em 2.2.11, é obtida uma relação entre os ângulos de esterçamento:

$$tan(\delta_2) = \frac{Ltan(\delta_1)}{L + stan(\delta_1)}$$
(2.2.12)

Vale ressaltar que a geometria de Ackermann não é a geometria de direção ótima, é apenas a geometria que, segundo Gillespie (1992), evita o escorregamento lateral dos pneus sendo necessário uma otimização da geometria de direção para obter melhores desempenhos, principalmente em ambiente de competição (VENERI; MASSARO, 2021).

O ponto M, onde as linhas perpendiculares ao vetor velocidade das rodas se encontram, é o centro instantâneo de rotação do veículo, ou seja, o vetor velocidade de todos os pontos no veículo realizam um movimento circular em relação a ele. A partir disso, é possível definir o *sideslip angle* β_P de um ponto *P* localizado sobre a linha de centro das rodas internas à curva e a uma distância *x* do eixo traseiro como sendo o ângulo formado entre o vetor velocidade do ponto e o eixo longitudinal do veículo através da relação:

$$\tan(\beta_P) = \frac{x}{R} = \frac{x}{L}\tan(\delta_1)$$
(2.2.13)

No caso, todos os pontos do chassi possuem um *sideslip angle*, sendo que na análise da dinâmica em curvas, o mais conveniente é tratar dessa medida em relação ao CG do veículo.

Caso seja considerado apenas um pneu por eixo, o ângulo de esterçamento de Ackerman é dado então por:

$$\delta_A = \frac{L}{R} \tag{2.2.14}$$

sendo L o entre eixos do veículo e R o raio da curva.

Usando a geometria de Ackermann é possível aproximar o espaço necessário para realizar uma curva em baixa velocidade através da relação geométrica da Figura 2.2.8, onde o R_{max} representa o raio formado pelo canto mais extremo à curva, *e* a largura máxima do veículo e *f* a distância entre a linha de centro do eixo dianteiro e o comprimento do veículo. A relação obtida tem a forma:

$$R_{max}^2 = (R_{min} + e)^2 + (L + f)^2$$
(2.2.15)

Assim, é possível determinar o espaço necessário para realizar a manobra ΔR em função do raio da curva.

$$\Delta R = R_{max} - R_{min} = \sqrt{(R_{min} + e)^2 + (L + f)^2} - R_{min}$$
(2.2.16)

Figura 2.2.8 – Espaço mínimo necessário para realizar a curva. Fonte: Rill et al, 2020.

Em altas velocidades a força lateral atuando no CG do veículo durante uma curva passa a ser significativa, fazendo com que, para realizar a curva, os pneus desenvolvam força lateral no sentido oposto. Com isso, ocorre um desvio entre a direção que a linha de centro do pneu aponta e o vetor velocidade, sendo o ângulo α formado entre essas direções chamado de *slip angle* ou ângulo de deriva, conforme abordado anteriormente.

Em uma situação em que o ângulo de cambagem é zero, a força lateral F_y desenvolvida pelo pneu durante a curva é, para pequenos ângulos, proporcional ao *slip angle* através da *cornering stiffness*.

Diferente do caso em baixas velocidades, a habilidade do veículo em realizar a curva não se dá pela geometria, mas sim pelas forças laterais desenvolvidas pelos pneus ⁰.

Um modelo que é utilizado para explicar as características da realização de curvas em regime permanente é o chamado "modelo bicicleta" (*bycicle model* ou *single-track model*), sendo que a sua versão simplificada apresentada por Gillespie (1992) está representada na Figura 2.2.9. Nesse modelo, o movimento do veículo é analisado no plano *xy*, sendo os eixos dianteiros e traseiros representados por um único pneu cada.



Figura 2.2.9 – Modelo bicicleta para explicar comportamento em curvas. Fonte: Gillespie, 1992.

Ao realizar uma trajetória circular de raio R, o equilíbrio dinâmico é obtido pela somatória de forças em y e pela somatória de momentos em torno do CG, que para esse caso analisado é considerado nulo:

$$\Sigma F_y = F_{yf} + F_{yr} = Ma_y = \frac{MV^2}{R}$$
 (2.2.17)

$$\Sigma M_{CG} = F_{yf}b - F_{yr}c = 0 (2.2.18)$$

$$F_{yf} = F_{yr}\frac{c}{b} \tag{2.2.19}$$

o que leva a:

$$\frac{MV^2}{R} = F_{yr}\left(\frac{c}{b} + 1\right) = F_{yr}\frac{(c+b)}{b} = F_{yr}\frac{L}{b}$$
(2.2.20)

Assim:

$$F_{yr} = \frac{M b}{L} \frac{V^2}{R}$$
(2.2.21)

Porém, se não for considerada a transferência de carga entre os eixos (que é o caso do modelo bicicleta), a relação $\frac{Mb}{L}$ é simplesmente a massa suportada pelo eixo traseiro $m_r = \frac{W_r}{g}$.

Fazendo a análise de maneira análoga para o eixo dianteiro, é possível obter as forças laterais necessárias em cada eixo para realizar a curva de raio R em regime permanente:

$$F_{yf} = \frac{W_f}{g} \frac{V^2}{R}$$
(2.2.22)

$$F_{yr} = \frac{W_r}{g} \frac{V^2}{R}$$
(2.2.23)

Assim, assumindo baixos *slip angles* (considerando a região linear da curva $F_y vs. \alpha$), o ângulo de deriva em cada eixo pode ser determinado pela relação:

$$\alpha_f = \frac{1}{C_{F\alpha f}} \frac{W_f}{g} \frac{V^2}{R}$$
(2.2.24)

$$\alpha_r = \frac{1}{C_{F\alpha r}} \frac{W_r}{g} \frac{V^2}{R}$$
(2.2.25)

sendo $C_{F\alpha f}$ e $C_{F\alpha r}$ as cornering stiffness dos eixos dianteiros e traseiros, respectivamente.

O ângulo de esterçamento δ necessário para realizar a curva de raio Ra uma velocidade V pode ser então escrito como a composição do ângulo de esterçamento definido pela geometria de Ackermann e uma outra parcela proporcional a aceleração lateral:

$$\delta = \delta_A + \left(\alpha_f - \alpha_r\right) = \delta_A + \left(\frac{W_f}{C_{F\alpha f}g} - \frac{W_r}{C_{F\alpha r}g}\right)\frac{V^2}{R}$$
(2.2.26)

$$\delta = \delta_A + p \frac{V^2}{R} \tag{2.2.27}$$

sendo *p* um importante parâmetro para análise da tendência de esterçamento do veículo, chamado de gradiente de subesterço ou *understeer gradient*:

$$p = \left(\frac{W_f}{C_{F\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{F\alpha r}}\right) \frac{1}{g}$$
(2.2.28)

Esse parâmetro, que pode ser interpretado como a inclinação da curva de esterçamento por aceleração lateral (Figura 2.2.10). A análise da tendência de esterçamento se dá então ao analisar o valor do gradiente de esterçamento sendo:

- p = 0 tendência neutra ($\delta = \delta_A$)
- p > 0 tendência subesterçante (*understeer*)
- *p* < 0 tendência sobreesterçante (*oversteer*)



Figura 2.2.10 – Tendência de esterçamento. Fonte: Rill et al, 2020.

Considerando uma curva em raio constante R, ao aumentar-se a velocidade e, consequentemente, a aceleração lateral do veículo com tendência subesterçante, necessita que seja aplicado um maior ângulo de esterçamento no volante pelo piloto para que possa ser realizada a curva. Já em um veículo com tendência sobreesterçante, seria necessário diminuir o ângulo aplicado no volante, fazendo com que o veículo tenda a rotacionar em torno do eixo z, sendo necessário que seja aplicado um contra esterço no volante para que seja retomada a estabilidade do veículo.

Esse fenômeno está associado a uma velocidade chamada de velocidade crítica, acima da qual o veículo passa a ser instável para o caso de um comportamento sobreesterçante (RILL et al, 2020).

$$V_{crit} = \sqrt{\frac{gL}{-p}}$$
(2.2.29)

Ao realizar a curva, o chassi do veículo também apresenta um desvio entre o seu vetor velocidade e a direção longitudinal que o veículo aponta. Esse ângulo é denominado de ângulo deriva do chassi ou *sideslip angle* e é denotado por β , conforme abordado anteriormente. Esse ângulo é um dos responsáveis pela geração de força lateral pelas rodas traseiras, pois uma vez que não são rodas esterçantes, o *slip angle* desenvolvido por elas é fruto do escorregamento do chassi (PACEJKA, 2012).

O sideslip angle pode ser obtido através de:

$$\beta = \frac{c}{R} - \frac{W_r}{C_{Far}g} \frac{V^2}{R} = \frac{c}{R} - \frac{W_r}{C_{Far}} \frac{a_y}{g}$$
(2.2.30)

Assim, o valor de *sideslip angle* diminui com o aumento da velocidade e consequentemente da aceleração lateral, sendo que o valor de β = 0está associado a uma velocidade e uma aceleração lateral específicas, sendo obtidas por:

$$V^{\beta=0} = \sqrt{\frac{C_{F\alpha r} cg}{W_r}}$$
(2.2.31)

$$a_{\mathcal{Y}}^{\beta=0} = \frac{C_{Far}cg}{W_{r}R} \tag{2.2.32}$$

A Figura 2.2.11 mostra o comportamento do ângulo de deriva do chassi para cada tendência de esterçamento do veículo. Nela é possível perceber o efeito de instabilidade em veículos sobreesterçantes ao ser atingida a velocidade crítica.



Figura 2.2.11 – Efeito da tendência de esterçamento no sideslip angle. Fonte: Rill et al, 2020.

Ao apresentar valores não nulos, o momento em torno do CG que aparece na equação 2.2.18, também chamado de momento de guinada (ou momento de *yaw*), faz com

que apareça uma velocidade de rotação em torno do CG, denotada por r e chamada de velocidade de guinada (ou *yaw*). Assim, o momento de *yaw* se relaciona com a inércia de *yaw* do veículo (I_{zz}) através da relação:

$$N = I_{zz}\dot{r} \tag{2.2.33}$$

sendo *ṙ* a aceleração de *yaw.*

Essa é uma importante variável relacionada à dinâmica em curvas, sendo que a entrada e saída de curvas, assim como o ponto de ápice (*Apex*, onde é desenvolvida a maior aceleração lateral) apresentam valores característicos de momento de yaw.

Imaginando que o veículo realize uma curva para esquerda, no momento em que o carro está apontando para entrar na curva, o momento de guinada em torno do eixo z é positivo e quando está apontando para sair da curva, o momento de guinada é negativo para trazer o veículo novamente em linha reta.

Em um veículo com tendência de esterçamento neutra, o momento de *yaw* no ápice da curva é nulo. Caso o valor obtido para o momento de yaw não seja nulo quando a aceleração lateral é máxima, o veículo apresenta comportamento sobreesterçante ou subesterçante. Assim é possível avaliar o balanço do carro através de sensores de velocidade de *yaw* e da inércia de *yaw* do veículo (SERGERS, 2014).

Assim, a partir da variação do momento de *yaw* em relação ao ângulo de deriva do chassi e em relação ao ângulo de esterçamento, é possível definir duas variáveis de desempenho para avaliar a estabilidade direcional e o controle direcional, respectivamente (MILLIKEN JR; DELL'AMICO; RICE, 1976).

Conforme abordado anteriormente, ao ser variado o ângulo de deriva do chassi surgem forças laterais nos pneus traseiros devido ao *slip angle*, e essa força atua sempre de forma a diminuir o *sideslip angle*. Assim, a medida de estabilidade direcional indica a capacidade do veículo em retornar a um estado de *sideslip angle* nulo e pode ser denotada por:

$$\frac{\partial N}{\partial \beta} \tag{2.2.34}$$

Já a variação do momento de *yaw* em relação ao ângulo de esterçamento do volante, chamado de controle direcional, pode ser interpretado como a responsividade do veículo aos *inputs* de esterçamento no volante. Essa medida de controle direcional é dada por:

$$\frac{\partial N}{\partial \delta}$$
 (2.2.35)

Essas medidas servem como base para a construção de um tipo de diagrama, chamado de diagrama de momento de *yaw* (Figura 2.2.12), onde são plotados as medições realizadas de momento de *yaw* em função da aceleração lateral para diferentes valores de $\delta \in \beta$.

Através da construção do diagrama da Figura 2.2.12 é possível avaliar a tendência de esterçamento do veículo, além de avaliar a saturação dos pneus dianteiros e traseiros, caracterizados pelas curvas em azul e em vermelho, respectivamente.



Figura 2.2.12 – Diagrama momento de yaw por aceleração lateral. Fonte: Milliken Jr; Dell'amico; Rice, 1976)

Assim como no caso da dinâmica longitudinal, devido às forças e momentos gerados pelos pneus estarem limitadas pela carga vertical aplicada a eles, a transferência lateral de carga em curvas é de fundamental importância para a dinâmica do veículo. Devido ao efeito da aceleração lateral, a carga é transferida de modo a aumentar a carga nas rodas externas à curva e a diminuir a carga nas rodas internas.

A transferência lateral de carga sempre reduz a capacidade de geração de força lateral total do veículo. Isso pode ser evidenciado ao ser analisada a curva de força lateral por carga vertical à um *slip angle* de 5 graus, da Figura 2.2.13. Nela é possível perceber que a força lateral cresce cada vez menos com o aumento da força lateral, o que faz com que ao ser somado um ΔF_z às rodas externas a curva e subtraído o mesmo ΔF_z das rodas internas a curva, o valor da força lateral total gerada é menor que para o caso onde $\Delta F_z = 0$.



Figura 2.2.13 – Comportamento da força lateral no pneu em função da carga vertical. Fonte: Gillespie, 1992.

O modelo de transferência de carga lateral em regime permanente será abordado em mais detalhes ao longo do desenvolvimento do projeto, trazendo conceitos relacionados à geometria de suspensão para a análise de transferência de carga lateral, contabilizando a rolagem do chassi. Contudo, a seguir será abordado um modelo simplificado de transferência lateral de carga.

Ao realizar uma curva em alta velocidade, a aceleração lateral a_y gerada atua no CG do veículo como uma força centrífuga igual a ma_y , ou seja, no sentido oposto ao da curva. Na Figura 2.2.14 o veículo está realizando uma curva para a direita.



Figura 2.2.14 – Forças atuando no veículo durante uma curva à direita. Fonte: Rill et al, 2020. Fazendo a somatória de momentos em torno do ponto de contato dos pneus do lado

direito, interno à curva, e isolando a força vertical do lado externo à curva:

$$F_{zL}s - Ma_y h - Mg\frac{s}{2} = 0 (2.2.36)$$

$$F_{zL} = \frac{Mg}{2} + \frac{Ma_{y}h}{s}$$
(2.2.37)

A parcela $\frac{Mg}{2}$ é a carga estática distribuída entre os dois lados do veículo. Dessa forma, utilizando esse modelo simplificado, a transferência lateral de carga é dada por:

$$\Delta F_z = \frac{Ma_y h}{s} \tag{2.2.38}$$

Isso mostra que, mesmo para uma suspensão completamente rígida, que não permite o desenvolvimento de ângulos de rolagem, a transferência lateral de carga ocorre.

Ao realizar uma curva, a aceleração lateral máxima é limitada pelo coeficiente de atrito do contato do pneu com o pavimento, sendo que após esse limite o pneu passa a deslizar.

Porém, existe o risco de que ocorra o capotamento do veículo antes que os pneus comecem a derrapar.

Um modelo simplificado de capotamento, que também não leva em conta o ângulo de rolagem do veículo, pode ser escrito analisando o início do capotamento. Em uma curva à direita (como na Figura 2.2.14) os pneus do lado direito, internos à curva, começam a perder contato com o solo, o que faz com que a força vertical e consequentemente a lateral do pneu sejam nulas.

Através da somatória de momentos no ponto de contato dos pneus do lado esquerdo nesse instante, é obtido:

$$Mg\frac{s}{2} - Ma_y^T h = 0 (2.2.39)$$

$$\frac{a_y^T}{g} = \frac{\frac{s}{2}}{h}$$
(2.2.40)

O veículo então tenderá a capotar ao invés de derrapar quando a aceleração lateral limite a_y^T for menor do que a aceleração lateral máxima limitada pelo atrito:

$$a_y^T < a_y^{max} = \mu g \tag{2.2.41}$$

o que é equivalente a:

$$\frac{\frac{s}{2}}{h} < \mu \tag{2.2.42}$$

Assim, assumindo o atrito $\mu = 1$, pode ser determinado um fator de estabilidade estática *SF* que se for menor ou igual a um, indica alto risco de capotamento ⁰.

$$SF = \frac{\frac{s}{2}}{h} \tag{2.2.43}$$

3. Planejamento da metodologia

3.1. Materiais e métodos

O trabalho a ser desenvolvido trará como objeto de estudo os pneus de competição que equipam carros das categorias de turismo, por se tratarem de veículos mais próximos dos carros de passeio, porém com modificações em termos de motorização, suspensão e aerodinâmica.

Para isso, será considerado um dos traçados do Autódromo de Alta Gracia "Oscar Cabalén", em Córdoba, na Argentina. O traçado em questão se trata do chamado "traçado externo" (Figura 3.1.1), a variante de maior velocidade do autódromo citado e, por conta disso, uma das pistas argentinas com o maior histórico de severidade aos pneus.



Figura 3.1.1 – Traçado externo do circuito de Córdoba. Fonte: CDAACA, 2022.

Por se tratar de um circuito no sentido horário com curvas de alta velocidade, os pneus mais solicitados nesse caso são os localizados à esquerda do piloto, por serem os pneus externos à maioria das curvas.

Dessa forma, durante o presente trabalho será desenvolvida uma metodologia para servir como guia em relação a avaliação dos circuitos, condições de pista, configuração de suspensão e também da forma de guiar do piloto com relação à exposição dos pneus a condições de severidade extremas.

Para o desenvolvimento do estudo serão utilizadas como ferramentas os softwares comerciais CarSim ®, da Mechanical Simulation, para o desenvolvimento dos modelos de dinâmica veicular e para a obtenção dos esforços envolvidos em uma volta rápida no circuito,

e o software de simulação por elementos finitos Abaqus ®, comercializado pela Dassault Systemes S.A, para a construção dos modelos dos pneus e posterior análise de integridade.

Além disso, objetiva-se a utilização de resultados experimentais obtidos em laboratório e/ou em pista para que possa ser realizado um confronto entre os dados obtidos por simulação e os aquisitados de forma experimental.

3.2. Etapas do projeto e cronograma

A metodologia envolvida no estudo contará a princípio com as seguintes etapas, sendo dividida de certa forma entre as etapas virtuais do projeto e as etapas experimentais:

- Construção do modelo de elementos finitos do pneu a ser analisado;
 - Será construído um modelo de elementos finitos em cima de um pneu real de competição, através da validação do modelo em confronto com resultados dos testes experimentais.
- Obtenção dos parâmetros do modelo de pneu;
 - Na etapa virtual do projeto será estimado um modelo de pneu a partir das simulações de elementos finitos. Já na etapa experimental do projeto, será obtido o modelo a partir de testes de forças e momentos no pneu real.
- Construção do modelo de pista;
 - A princípio o modelo de pista conta com dimensões, raios de curva e inclinação transversal compatíveis com a pista de Córdoba. Os próximos passos será a representação das chamadas "zebras", e de uma rugosidade compatível com a da pista.
- Definição do modelo de veículo compatível com as categorias de turismo;
 - Caso seja possível obter apoio de alguma das equipes de competição que facilite a obtenção de informações sobre o veículo, será construído um modelo compatível. Caso contrário, serão feitos comparativos através do modelo padrão de carro de turismo disponível no software CarSim®.
- Simulações de tempo de volta variando os parâmetros de suspensão;
 - Após terem sido definidos os modelos de pista, pneus e de veículo, serão realizadas simulações de tempo de volta primeiramente para otimização do traçado ideal, pontos de frenagem, aceleração e trocas de marcha. Depois, serão variados os parâmetros de suspensão para diminuir o tempo de volta.

- Obtenção do regime de esforços aos quais os pneus estão submetidos;
 - Posteriormente, será analisada a sensibilidade dos esforços nos pneus à variação nos parâmetros da suspensão.
- Simulações para avaliar a integridade dos pneus expostos a tais esforços;
 - Após serem obtidos os parâmetros críticos de suspensão que maximizam os esforços, será realizado um ciclo representativo dos esforços através de simulações, a fim de definir limites máximos e mínimos para o *setup* desses parâmetros.
- Comparação entre o desempenho e nível de severidade dos diferentes setups;
 - Com os resultados obtidos, será feita uma análise entre os diferentes setups de suspensão e seus efeitos no desempenho do veículo e na severidade de esforços sobre os pneus.
- Consolidação da metodologia aplicada para futura aplicação em diferentes circuitos/veículos/pneus.

	2022		2023	
CRONOGRAMA	3º Trimestre	4º Trimestre	1º Trimestre	2º Trimestre
Construção do modelo de elementos finitos do pneu a ser analisado				
Obtenção dos parâmetros do modelo de pneu				
Construção do modelo de pista				
Definição do modelo de veículo compatível com as categorias de turismo				
Simulações de tempo de volta variando os parâmetros de suspensão				
Obtenção do regime de esforços aos quais os pneus estão submetidos				
Simulações para avaliar a integridade dos pneus expostos a tais esforços				
Comparação entre o desempenho e nível de severidade dos diferentes setups				
Consolidação da metodologia aplicada para futura aplicação em diferentes circuitos/veículos/pneus				

4. Conclusão

A revisão bibliográfica apresentada nesse relatório representa uma primeira conceituação dos principais fenômenos envolvidos na deformação dos pneus durante seu regime de uso e seus efeitos na dinâmica veicular. Além disso, foram apresentados os primeiros modelos representativos da dinâmica longitudinal, lateral e vertical, sendo que para o próximo período o foco será em modelos mais complexos que representem de forma suficiente a dinâmica de veículo em competição.

Além disso, foi detalhado o cronograma de atividades a serem seguidas para a realização das análises do projeto, a fim de fornecer um trabalho que sirva como guia para futuras aplicações tanto em ambiente de competição, como também para a utilização das lições aprendidas no desenvolvimento de produtos destinados a carros de passeio.

Referências Bibliográficas

ABAQUS. **User's Manual** – Version 6.6 Documentation. Disponível em: <https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/usb /default.htm?startat=pt09ch30s01aus142.html>

BRUCK, Lucas; HAYCOCK, Bruce; EMADI, Ali. **A review of driving simulation technology and applications**. IEEE Open Journal of Vehicular Technology, v. 2, p. 1-16, 2020.

CDAACA. **Comissión Deportiva Automovilística del ACA**. Disponível em: ">http://www.cdaaca.org.ar>

FUJIOKA, Takehiko; GODA, Kenjiro. **Tire cornering properties at large camber angles: mechanism of the moment around the vertical axis.** JSAE review, v. 16, n. 3, p. 257-261, 1995.

FUQIANG, Zhou et al. Indirect tire pressure monitoring system based on tire vertical stiffness. Em: 2015 12th IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI). IEEE, 2015. p. 100-104.

GENT, Alan Neville; WALTER, Joseph D. **Pneumatic tire**. US Department of Transportation, 2006.

GILLESPIE, Thomas D. Fundamentals of vehicle dynamics. SAE Technical Paper, 1992.

GIPSER, Michael. **FTire, a new fast tire model for ride comfort simulations**. In: International ADAMS User's Conference Berlin. 1999. p. 1-11.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO:8855:2011** – Road vehicles – Vehicle dynamics and road-holding ability – Vocabulary, 2011.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO:28580:2018** – Passenger car, truck and bus tyre rolling resistance measurement method – Single point test and correlation of measurement results, 2018.

LOT, Roberto; BIRAL, Francesco. A curvilinear abscissa approach for the lap time optimization of racing vehicles. IFAC Proceedings Volumes, v. 47, n. 3, p. 7559-7565, 2014.

MASSARO, M.; LIMEBEER, D. J. N. Minimum-lap-time optimization and simulation. Vehicle System Dynamics, v. 59, n. 7, p. 1069-1113, 2021.

MATHWORKS. **Coordinate Systems in Vehicle Dynamics Blockset.** Disponível em: https://www.mathworks.com/help/vdynblks/ug/coordinate-systems-in-vehicle-dynamics-blockset.html

MILLIKEN JR, William F.; DELL'AMICO, Fred; RICE, Roy S. **The static directional stability and control of the automobile.** SAE Transactions, p. 2216-2277, 1976.

MILLIKEN, William F. et al. **Race car vehicle dynamics.** Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, 1995.

OPTIMUM G. **Throttle maps and tire wear.** Disponível em: <https://optimumg.com/throttlemaps-and-tire-wear/>

PACEJKA, Hans B.; BAKKER, Egbert. **The magic formula tyre model**. Vehicle system dynamics, v. 21, n. S1, p. 1-18, 1992.

PACEJKA, Hans. Tire and vehicle dynamics. 3a edição, Butterworth-Heinemann, 2012.

RILL, Georg. **TMeasy - A Handling Tire Model based on a three-dimensional slip approach.** Em: Proceedings of the XXIII International Symposium on Dynamic of Vehicles on Roads and on Tracks (IAVSD 2013), Quingdao, China. 2013. p. 19-23. RILL, Georg; CASTRO, Abel Arrieta. Road vehicle dynamics: fundamentals and modeling with MATLAB®. CRC Press, 2020.

SCHMEITZ, A. J. C.; BESSELINK, I. J. M.; JANSEN, S. T. H. **TNO MF-Swift**. Vehicle System Dynamics, v. 45, n. S1, p. 121-137, 2007.

SERGERS, Jorge. **Analysis techniques for racecar data acquisition.** SAE international, 2014.

SIEGLER, Blake; DEAKIN, Andrew; CROLLA, David. Lap time simulation: Comparison of steady state, quasi-static and transient racing car cornering strategies. SAE transactions (2000): 2575-2581.

SOCIETY OF AUTOMOTIVE ENGINEERS. **SAE J2452_201707** – Stepwise Coastdown Methodology for Measuring Tire Rolling Resistance, 2017

SOCIETY OF AUTOMOTIVE ENGINEERS. **SAE J670_202206** – Vehicle Dynamics Terminology, 2022

UNGOREN, A. Y.; PENG, H. An adaptive lateral preview driver model. Vehicle system dynamics, 43(4), 245-259, 2005.

VANTSEVICH, Vladimir V.; GRAY, Jeremy P. **Relaxation length review and time constant analysis for agile tire dynamics control.** Em: International design engineering technical conferences and computers and information in engineering conference. American Society of Mechanical Engineers, 2015.

VENERI, M.; MASSARO, M. The effect of Ackermann steering on the performance of race cars. Vehicle system dynamics, v. 59, n. 6, p. 907-927, 2021.

YDREFORS, Lisa et al. Rolling resistance and its relation to operating conditions: A **literature review.** Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, v. 235, n. 12, p. 2931-2948, 2021.