



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Faculdade de Engenharia Mecânica

GABRIEL DANTAS GOMES

**Otimização topológica de acoplamento flexível de
disco metálico submetido a desalinhamento
angular baseada em fadiga**

Campinas

2023

GABRIEL DANTAS GOMES

**Otimização topológica de acoplamento flexível de
disco metálico submetido a desalinhamento
angular baseada em fadiga**

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

Orientador: Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini

Coorientador: Dr. Felipe Wenzel da Silva Tuckmantel

ESTE TRABALHO CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DEFENDIDA PELO ALUNO GABRIEL DANTAS GOMES, E ORIENTADA PELO PROFA. DRA. KATIA LUCCHESI CAVALCA DEDINI.

Campinas

2023

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

G585o Gomes, Gabriel Dantas, 1991-
Otimização topológica de acoplamento flexível de disco metálico submetido a desalinhamento angular baseada em fadiga / Gabriel Dantas Gomes. – Campinas, SP : [s.n.], 2023.

Orientador: Katia Lucchesi Cavalca Dedini.

Coorientador: Felipe Wenzel da Silva Tuckmantel.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Acoplamentos. 2. Otimização topológica. 3. Rotores - Dinâmica. 4. Método dos elementos finitos. I. Dedini, Katia Lucchesi Cavalca, 1963-. II. Tuckmantel, Felipe Wenzel da Silva, 1984-. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.

Informações Complementares

Título em outro idioma: Topology optimization of metallic flexible disc coupling with angular misalignment based on fatigue

Palavras-chave em inglês:

Coupling

Topology optimization

Rotor dynamics

Finite element method

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Katia Lucchesi Cavalca Dedini [Orientador]

Renato Pavanello

William Martins Vicente

Data de defesa: 14-03-2023

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0009-0008-8669-2701>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/0129094422600133>

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Otimização topológica de acoplamento flexível de
disco metálico submetido a desalinhamento
angular baseada em fadiga**

Autor: Gabriel Dantas Gomes

Orientador: Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini

Coorientador: Dr. Felipe Wenzel da Silva Tuckmantel

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação de Mestrado:

Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini
FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Renato Pavanello
FEM/UNICAMP

Prof. Dr. William Martins Vicente
FEAGRI/UNICAMP

A Ata de Defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

Campinas, 14 de março de 2023

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha família, fundamental em todas as etapas da minha vida.

AGRADECIMENTOS

A minha orientadora Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini pela orientação, dedicação e apoio.

Ao Dr. Felipe Wenzel Da Silva Tuckmantel pelos seus conselhos e sugestões.

Aos meus pais, familiares e amigos pela paciência e companheirismo.

A todos que contribuíram com a minha caminhada nesta vida.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), código de financiamento 001, e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processo 163804/2021-4.

RESUMO

Desalinhamento entre eixos em máquinas rotativas é uma ocorrência comum, sendo considerada a segunda maior incidência de falha, após o desbalanceamento. O desalinhamento pode ser do tipo axial, paralelo, angular ou uma combinação destes. Apesar de existirem técnicas precisas para alinhamento de eixos, toda máquina rotativa está sujeita a algum desalinhamento, por menor que seja. Acoplamentos sujeitos a desalinhamentos geram forças e momentos de restituição, que são introduzidos no sistema e causam vibração adicional. Em particular, os acoplamentos de disco flexíveis funcionam como transmissores de torque, e reduzem o momento de restituição gerado por pequenos desalinhamentos entre as partes acopladas. O presente trabalho tem como objetivo entender e modelar os efeitos de desalinhamento nesses componentes flexíveis, assim como realizar a otimização topológica, com auxílio do Método dos Elementos Finitos, da geometria do disco flexível do acoplamento com o objetivo de minimizar o momento de restituição, mantendo a sua vida em fadiga de alto ciclo próxima ao do formato original, no regime linear elástico. O objetivo deste trabalho é, portanto, determinar um formato de disco flexível capaz de reduzir a vibração gerada por um dado desalinhamento angular, quando comparado à sua geometria original de fabricação.

Palavras-chave: Acoplamento de Disco Flexível, Desalinhamento Angular, Otimização Topológica

ABSTRACT

Misalignment in rotating machinery is a frequent event, being considered the second most prevailing cause of failure after unbalance. The types of misalignments can be axial, parallel, angular or a sum of these. Although many advanced techniques are available to apply a precise alignment between shafts, every machine has some degree of misalignment. When under misalignment, flexible coupling generates restitution forces and moments which are introduced into the system, thus causing additional vibration. Flexible disc coupling work as a mean to transfer torque while reducing restitution moment generated by small misalignments between coupled parts. The goal of this work is to understand and model misalignment effects on this coupling, and also to perform a topology optimization, with aid of Finite Element Method, on a circular disc coupling to achieve minimum restitution moment while maintaining fatigue life safety factor similar to original disc, in linear elastic region. Thus, the goal of this study is to find a flexible disc coupling shape capable of reducing additional vibration generated by angular misalignment, when compared to its original manufacturing shape.

Keywords: Flexible disc coupling, Angular misalignment, Topology optimization

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Desalinhamentos (a) Axial, (b) Paralelo, (c) Angular e (d) Combinado (Tuckmantel, 2018).	18
Figura 2.2 – Acoplamento flexível de disco metálico (METALDRIVE, 2022).	19
Figura 2.3 – Diagrama de Goodman para um acoplamento diafragma (Mancuso <i>et al.</i> , 1989).	20
Figura 2.4 – Transmissão de torque em acoplamento de disco, adaptado de (Tuckmantel, 2018).	21
Figura 2.5 – Elementos quadrangulares: (a) não distorcido, (b) distorcido.	23
Figura 2.6 – Diagrama S-N e limite de resistência a fadiga, adaptado de (Norton, 2013).	24
Figura 2.7 – Curvas de falha para tensões alternadas e médias, adaptado de (Norton, 2013).	25
Figura 2.8 – Otimização Topológica em um braço de controle (a) original, (b) otimizado, (Tosca, 2022).	27
Figura 3.1 – Geometrias de acoplamentos de disco: (a) circular, (b) lados retos (PowerTransmission, 2022), (c) recortada (PowerTransmission, 2022), (d) segmentado (Mancuso <i>et al.</i> , 1989) e (e) múltiplos convolutos (Mancuso <i>et al.</i> , 1989).	30
Figura 3.2 – Elemento S4R (a) Numeração dos nós e ponto de integração (X), (b) Pontos de integração ao longo da espessura da casca, adaptado de (Abaqus, 2022a).	33
Figura 3.3 – Classificação de regimes de fadiga e vida (Budynas; Nisbett, 2011).	35
Figura 3.4 – (a) Ciclo de histerese estável tensão-deformação, adaptado de (Dowling, 2012) e (b) amplitude de deformação-reversões em escala log-log (Budynas; Nisbett, 2011).	37
Figura 4.1 – Fluxograma resumido do trabalho (a) Disco original, (b) Discos otimizados.	42
Figura 4.2 – Disco flexível circular (a) formato do disco (Reliance, 2022), (b) dimensões.	43
Figura 4.3 – Acoplamento cinemático entre as circunferências dos furos motores (amarelo), movidos (roxo) e seus dois pontos de referências correspondentes.	45
Figura 4.4 – Geração de malha com mesmo tamanho de elemento (a) livre, (b) particionada.	46
Figura 4.5 – Seccionamento do disco para geração de malha (a) região circular nos furos, (b) região radial nos furos, (c) região circular média no disco e (d) partição final.	46

Figura 4.6 – Tensão de von Mises no disco submetido a desalinhamento angular com 52339 elementos.	47
Figura 4.7 – Malha (números de elementos): (a) 1 (1206), (b) 2 (4774), (c) 3 (18984), (d) 4 (52339), (e) 5 (241140), (f) 6 (29250) e (g) 7 (49280).	48
Figura 4.8 – Erro relativo das máximas tensões de von Mises para as malhas de diferentes refinamentos.	49
Figura 4.9 – Mapa de cor da tensão de von Mises e deformação em escala ampliada em 15 vezes do disco com a malha 6: (a) vista frontal com rotação 0°, (b) vista lateral com rotação 0°, (c) vista frontal com rotação 30° e (d) vista lateral com rotação 30°.	50
Figura 4.10–Coeficientes de segurança em vida infinita do disco circular.	52
Figura 4.11–Probabilidade de falha para limite de fadiga e tensão máxima de von Mises.	53
Figura 4.12–Probabilidade de falha das variações do 301: (a) 1/8, (b) 1/4, (c) 1/2 e (d) 3/4 e (e) 1.	54
Figura 4.13–(a) Região dos furos congelada em vermelho na otimização topológica e (b) Otimização topológica com $V_f=90\%V_0$	55
Figura 4.14–(a) Otimização topológica com suavização $V_f=90\%V_0$ e (b) convergência da função objetivo e volume.	55
Figura 4.15–Momentos de reação da otimização topológica com $V_f=90\%V_0$ ao longo de uma rotação: (a) Momento de reação em torno do eixo X e (b) Momento de reação em torno do eixo Y.	56
Figura 4.16–Máxima tensão de von Mises no disco ao longo de uma rotação com $V_f=90\%V_0$	56
Figura 4.17–Convergência da função objetivo e volume: (a) 80% V_0 , (b) 70% V_0 , (c) 60% V_0 , (d) 50% V_0 , (e) 40% V_0 , (f) 30% V_0 e (g) 20% V_0	58
Figura 4.18–Discos otimizados com volumes finais de: (a) 80% V_0 suavizado, (b) 80% V_0 , (c) 70% V_0 suavizado, (d) 70% V_0 , (e) 60% V_0 suavizado, (f) 60% V_0 , (g) 50% V_0 suavizado, (h) 50% V_0 , (i) 40% V_0 suavizado, (j) 40% V_0 , (k) 30% V_0 suavizado, (l) 30% V_0 , (m) 20% V_0 suavizado e (n) 20% V_0	59
Figura 4.19–Momentos de reação nos volumes finais de: (a) M_x 80% V_0 , (b) M_y 80% V_0 , (c) M_x 70% V_0 , (d) M_y 70% V_0 , (e) M_x 60% V_0 , (f) M_y 60% V_0 , (g) M_x 50% V_0 , (h) M_y 50% V_0 , (i) M_x 40% V_0 , (j) M_y 40% V_0 , (k) M_x 30% V_0 , (l) M_y 30% V_0 , (m) M_x 20% V_0 e (n) M_y 20% V_0	60

Figura 4.20–Máxima tensão de von Mises nos discos ao longo de uma rotação: (a) 80% V_0 , (b) 70% V_0 , (c) 60% V_0 , (d) 50% V_0 , (e) 40% V_0 , (f) 30% V_0 e (g) 20% V_0 .	61
Figura 4.21–Dimensões do disco otimizado em metro, com volume 50% V_0 .	63
Figura 4.22–Discos ofertados em catálogos comerciais (a) (Lovejoy, 2022), (b) (Rexnord, 2022).	63
Figura A.1 –Dados técnicos do disco Vulkan Tormin L-1NZ.	72

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Dimensões do disco circular.	43
Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas do material do disco.	44
Tabela 4.3 – Máximas tensões de von Mises para diferentes malhas.	47
Tabela 4.4 – Propriedades físicas das variações do aço 301 a 20°C.	51
Tabela 4.5 – Coeficientes de segurança para variações do aço 301 a 20°C.	54
Tabela 4.6 – Coeficientes de segurança em fadiga e confiabilidade no disco otimizado a 90% V_0 com aço 301 1/8.	56
Tabela 4.7 – Coeficientes de segurança, confiabilidade e momento de reação nos discos otimizados para aço 301 1/8 duro.	57
Tabela 4.8 – Volumes nos discos sem (SS) e com (CS) suavização.	62
Tabela 4.9 – Coeficientes de segurança e confiabilidade nos discos otimizados com variações do aço 301.	62

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MEF	Método de Elementos Finitos
OT	Otimização Topológica
SIMP	Solid Isotropic Material with Penalization
Unicamp	Universidade Estadual de Campinas

SUMÁRIO

1	Introdução	15
1.1	Objetivos do Trabalho	16
1.2	Motivação e Metodologia	16
1.3	Estrutura do Trabalho	17
2	Revisão da literatura	18
2.1	Acoplamento de disco metálico flexível	18
2.2	Método dos Elementos Finitos	22
2.3	Vida infinita em fadiga	23
2.4	Otimização Topológica	26
3	Modelo teórico	29
3.1	Acoplamento de disco metálico flexível	29
3.2	Método dos Elementos Finitos	31
3.2.1	Elementos de casca	32
3.2.2	Análise estática	34
3.3	Vida infinita em fadiga	34
3.4	Otimização Topológica	40
4	Resultados de Simulação Numérica	42
4.1	Modelo em Elementos Finitos do Acoplamento	44
4.1.1	Convergência da malha para análise estática	45
4.2	Fator de segurança em vida infinita	50
4.3	Otimização Topológica do disco flexível	54
5	Conclusão	65
5.1	Sugestão para futuros trabalhos	66
	Referências	67
	ANEXO A Documentação técnica do acoplamento de disco	72

1 INTRODUÇÃO

Acoplamentos mecânicos são elementos de máquina amplamente utilizados para transmitir potência entre dois eixos, geralmente conectados coaxialmente. A sua função é unir dois elementos rotativos, admitindo algum nível de desalinhamento entre estes. Praticamente toda máquina rotativa possui algum acoplamento na sua estrutura, para possibilitar o seu funcionamento adequado. Desde a antiguidade, diferentes tipos de acoplamentos têm sido utilizados em estruturas rotativas, como carroças e moinho de água, para possibilitar o uso de diferentes fontes naturais de energia.

Com o advento da terceira revolução industrial, e o crescimento exponencial do uso de máquinas rotativas de alta complexidade, a necessidade de se desenvolver acoplamentos mais eficientes aumentou significativamente por questões de segurança e também da relação custo-benefício, tanto na área industrial como em atividades cotidianas. Aumentar a eficiência de um acoplamento, que remete à redução da perda energética, não é abordada neste estudo. O foco deste trabalho é reduzir as forças e momentos de restituição gerados pelo desalinhamento angular, visto seu potencial em mitigar falhas prematuras do sistema.

Os dois tipos de falhas mais comuns em máquinas rotativas são desbalanceamento de massa e desalinhamento de eixos, respectivamente ([Muszynska, 2005](#); [Patel; Darpe, 2009](#)). Como uma das principais funções do acoplamento é compensar inevitáveis desalinhamentos entre eixos, existe uma correlação significativa entre estes. Ao ser submetido à um desalinhamento, o acoplamento flexiona, absorvendo este efeito, evitando, assim, uma deformação excessiva no eixo, que poderia acarretar falha prematura por nucleação de trincas. Esta flexão do acoplamento, contudo, gera um momento de restituição, que introduz uma variável adicional no comportamento dinâmico do sistema, contribuindo para a sua vibração. A magnitude do momento de restituição é diretamente proporcional a rigidez flexional do acoplamento e, por isso, diferentes geometrias de acoplamento têm comportamentos distintos no sistema rotativo.

Acoplamentos de disco flexível são largamente utilizados em máquinas rotativas. Um dos tipos mais comuns são os discos circulares, e suas dimensões variam conforme a sua capacidade de suportar o torque nominal associado à velocidade operacional de rotação. Existem outros formatos comerciais de discos flexíveis como: segmentado, recortado, reto ([Mancuso, 1999](#)); porém, há uma lacuna na investigação de qual geometria de disco causaria o menor

impacto na vibração, através do menor momento de restituição, mantendo o seu nível de confiabilidade e vida em fadiga.

Sendo escassos os estudos correlacionando a geometria do acoplamento de disco em desalinhamento, para dadas condições operacionais, e o momento de restituição gerado, a sua geometria ótima não está definida baseando-se na relação desalinhamento-momento de restituição. A geometria ótima dos discos, ao minimizar os momentos de restituição do acoplamento, reduziria, por consequência, os esforços no sistema rotativo, e o desgaste excessivo dos componentes resultantes do desalinhamento. A análise da geometria ótima do acoplamento de disco, através da otimização topológica, traz à luz um tema pouco discutido e de potencial impacto na vida útil e tempo operacional de máquinas rotativas.

1.1 Objetivos do Trabalho

O objetivo deste trabalho é determinar a geometria ótima para um acoplamento de disco flexível, conforme sugerido por [Tuckmantel \(2018\)](#). Isto é realizado utilizando Otimização Topológica (OT), através dos pacotes computacionais Tosca e Abaqus, de forma que o momento de restituição gerado pela flexão do disco seja o menor possível para um desalinhamento angular vertical de $0,5^\circ$ e torque de 4 Nm, valores máximos suportados pelo disco conforme especificação técnica Anexo A. A OT no disco tem a finalidade de reduzir a contribuição para a vibração resultante, enquanto a vida em fadiga e fator de segurança são mantidos próximos aos valores do disco original, calculados no pacote computacional fe-safe. São empregados o método de OT Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP) e a vida infinita em fadiga.

1.2 Motivação e Metodologia

A utilização de discos flexíveis na indústria é significativa, e tem aumentado ao longo dos anos, devido às novas tecnologias em materiais, fabricação e projeto de componentes. Fabricantes de acoplamentos disponibilizam catálogos com diferentes geometrias, sua capacidade máxima de suportar torque, desalinhamentos angular, paralelo e axial toleráveis, e rigidez torsional, porém, não há informação detalhada referente ao melhor formato para reduzir o momento de restituição máximo gerado no sistema, ou mesmo, vida em fadiga para determinadas condições de operação. Apesar de se tratar de componente de baixo custo, falhas associadas ao mesmo podem causar danos destrutivos e paradas abruptas do sistema.

Para determinar a geometria ideal do acoplamento, um disco circular de um acoplamento flexível comercial é modelado pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), o seu máximo desalinhamento angular suportado é aplicado e os momentos de restituição e tensões são calculados. A partir do estado de tensão gerado, uma otimização topológica é realizada para determinar o formato que minimize os momentos de restituição, enquanto a confiabilidade e vida em fadiga são ao menos mantidas. A geometria otimizada busca introduzir menores momentos de restituição no sistema, o que contribui para menor incidência de falha devido à vibrações excessivas.

A abordagem proposta considera que o material se comporta de forma linear, elástica, isotrópica, com pequenas flexões.

1.3 Estrutura do Trabalho

Este trabalho é composto por mais quatro capítulos.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão dos principais temas que formam a base teórica deste estudo.

O Capítulo 3 introduz os conceitos fundamentais deste estudo. Primeiro, acoplamentos de disco flexível juntamente com desalinhamentos são explicados para fornecer a fundamentação do objeto de estudo. Depois, o Método dos Elementos Finitos e elemento de casca são apresentados para prover modelo matemático capaz de representar o disco flexível. Posteriormente, os conceitos de Vida infinita em fadiga são expostos para analisar a durabilidade e confiabilidade do disco. Por fim, a Otimização Topológica é introduzida para possibilitar o método que determinará o formato ideal do acoplamento.

O Capítulo 4 mostra os resultados da simulação numérica, com a comparação de confiabilidade e fator de segurança em vida infinita dos diferentes modelos de geometria do disco, obtidos através da Otimização Topológica.

O encerramento da dissertação é feito no Capítulo 5, que expõe as conclusões e os comentários acerca dos resultados encontrados, além de sugestões para futuros trabalhos.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo são apresentados trabalhos e referências envolvendo os principais aspectos dos temas necessários para o desenvolvimento da modelagem teórica do disco flexível, e a sua OT.

2.1 Acoplamento de disco metálico flexível

Na montagem inicial da máquina, o alinhamento exato entre os eixos é muito difícil de ser obtido, e durante a sua operação, eventuais desalinhamentos residuais podem ser aumentados por diversos fatores, como: deslocamento da fundação, expansão térmica, entre outros. Para minimizar este efeito indesejado, porém, inerente ao funcionamento destes equipamentos, acoplamentos flexíveis adicionam a capacidade de acomodar consideravelmente tais efeitos de desalinhamentos (Mancuso, 1999).

Desalinhamento entre eixos é uma condição na qual as linhas de centro dos eixos acoplados não são colineares (Xu; Marangoni, 1994). Os três tipos mais recorrentes são: axial, paralelo e angular, além da combinação de pelo menos duas dessas configurações, conforme Figura 2.1.

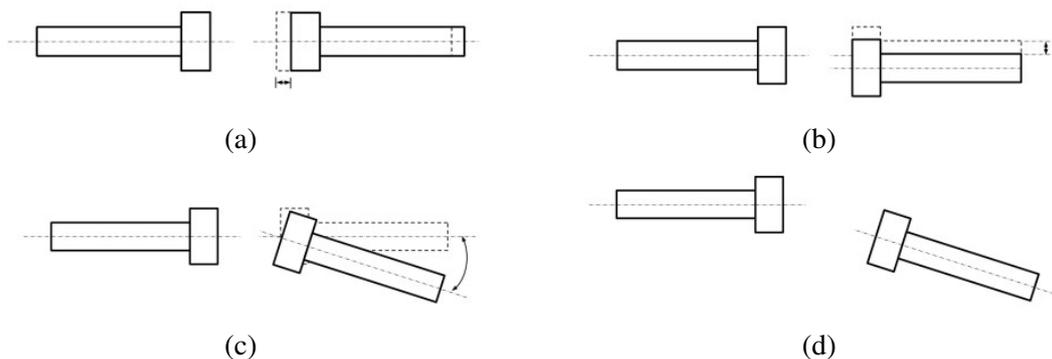


Figura 2.1 – Desalinhamentos (a) Axial, (b) Paralelo, (c) Angular e (d) Combinado (Tuckmantel, 2018).

O efeito do desalinhamento no sistema depende do tipo de acoplamento no equipamento. Acoplamentos podem ser do tipo rígido ou flexível, sendo que no primeiro considera-se que não há movimento relativo entre as partes, não permitindo desalinhamentos, e no segundo, há deformação de um elemento, podendo ser metálico ou elastomérico, o qual atua compensando certo desalinhamento. Quando submetidos a desalinhamentos, o primeiro tipo não se

deforma significativamente e transfere maiores forças e momentos de restituição ao eixo, enquanto o segundo se deforma e, portanto, reduz a intensidade da força e momento de restituição que são transmitidos. [Klebanov et al. \(2007\)](#) mostrou que a força de reação imposta a um eixo por um acoplamento flexível com pino e buchas, sujeito a desalinhamento paralelo, são aproximadamente 10% da reação obtida com junção rígida. Este trabalho demonstra que a flexibilidade de um elemento de união é capaz de reduzir as forças e momentos de reação provenientes dos desalinhamentos. Assim, os acoplamentos flexíveis, quando submetidos a desalinhamentos, introduzem menores forças e momentos de reação no eixo, o que tende a aumentar a vida útil deste componente e de outros sujeitos a seus efeitos, como mancais e selos.

Dentro dos acoplamentos flexíveis metálicos, um dos principais tipos é o de disco, mostrado na Figura 2.2. Essa configuração tem a vantagem de evitar problemas comuns aos acoplamentos lubrificadas, além de exercer menor reação ao desalinhamento dos eixos, quando comparados a outros tipos de acoplamentos como os engrenados. Sua aplicação cresceu em casos específicos, por exemplo, com a potência transmitida acima de 1000 hp ([Mancuso, 1989](#)). Geralmente são capazes de manter o balanceamento, devido a inexistência de folgas, e são projetados para a vida infinita. As suas principais desvantagens são maior custo inicial e maiores dimensões, quando comparados aos engrenados.



Figura 2.2 – Acoplamento flexível de disco metálico ([METALDRIVE, 2022](#)).

[Wolff \(1951\)](#) propôs um método para calcular as tensões em acoplamentos de diafragma. [Calistrat \(1976\)](#) fez experimentos com acoplamentos diafragma ao utilizar diferentes materiais, processos de manufatura e tratamentos térmicos. Relacionou a tensão (S) com o número de ciclos até a falha (N), gerando curvas S-N, ou Wöhler. Em seguida, construiu diagramas de Goodman para determinar o limite de fadiga a partir das tensões alternadas e médias. Calistrat diz que tensões médias mais elevadas são geradas principalmente por deslocamentos axiais, e variações de torque ou rotação tem efeitos menores quando comparados ao primeiro.

Argumenta também que, quando operando em campo, o posicionamento axial impróprio é mais provável de solicitar excessivamente o acoplamento de diafragma do que o torque ou rotação acima dos limites de projeto. Assim, o desalinhamento angular gera as tensões alternadas e a posição axial é responsável pelas tensões médias. Traçando o limite de fadiga em função do desalinhamento angular e deslocamento axial, uma curva similar ao diagrama de Goodman é obtida, mostrada na Figura 2.3. Três níveis de desalinhamento angular e seus correspondentes limites de fadiga são mostrados, sendo o deslocamento axial constante.

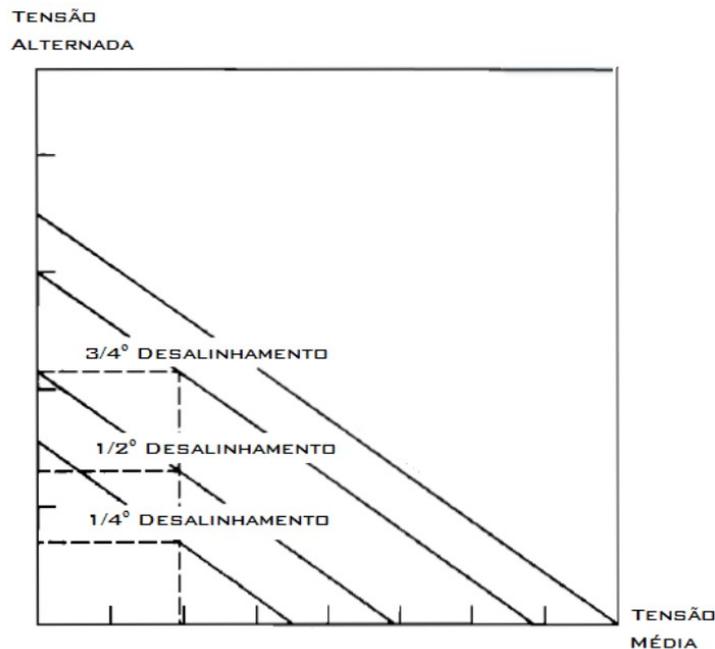


Figura 2.3 – Diagrama de Goodman para um acoplamento diafragma (Mancuso *et al.*, 1989).

Com estes experimentos foi demonstrado que em acoplamentos flexíveis metálicos existe uma correlação entre a capacidade de acomodação de desalinhamentos angular e axial, sendo a quantidade de movimento axial limitada. Com o objetivo de compensar esses movimentos durante a operação, esses elementos são instalados com pré-carga.

Aplicando uma metodologia similar a de Calistrat (1976), é possível determinar os limites de fadiga e fatores de segurança operacionais para acoplamentos do tipo diafragma e disco. Além da falha por fadiga de alto ciclo gerada por desalinhamentos, os acoplamentos flexíveis metálicos também são suscetíveis a falhas por sobrecarga de torque, causando distorção dos discos (Mancuso; Corcoran, 2003).

Existem muitas similaridades entre os acoplamentos diafragma e de disco, no entanto, ao comparar as características de cada tipo para um mesmo diâmetro, uma diferença considerável pode ser notada. No que concerne a forma de transmissão de potência, no pri-

meiro tipo, o torque é transferido radialmente entre os diâmetros externo e interno através de tensões de cisalhamento ao longo do diafragma, enquanto no disco, o torque é transmitido por tensões de tração e compressão nas seções entre os parafusos, que atuam perpendicularmente à linha de centro deste elemento, conectados de forma alternada às flanges motora e movida (Mancuso, 1986), mostrado na Figura 2.4.

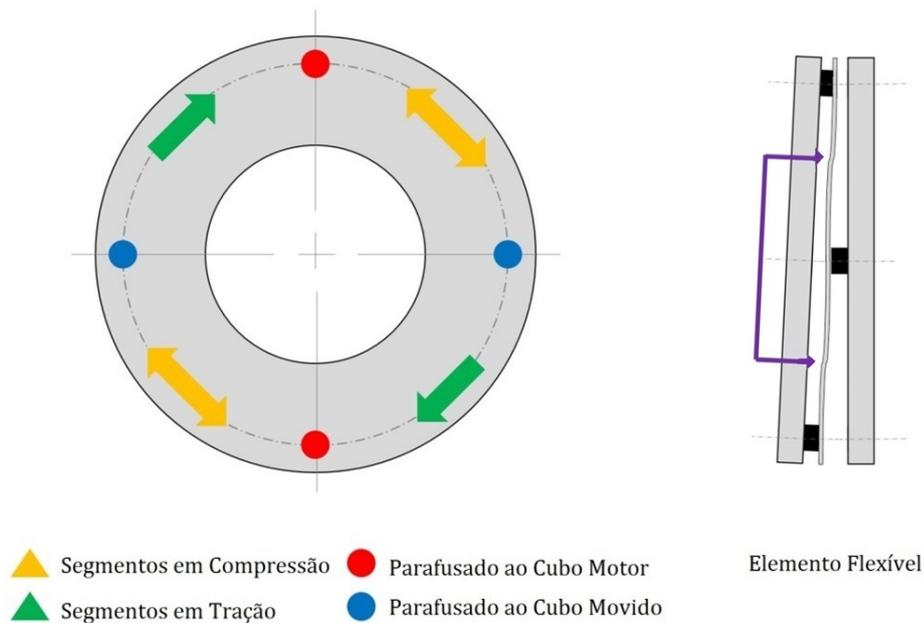


Figura 2.4 – Transmissão de torque em acoplamento de disco, adaptado de (Tuckmantel, 2018).

No segundo tipo, como o torque é transferido ao longo de um mesmo círculo pelos segmentos de disco ou elos, é possível posicionar o acoplamento de discos mais próximo aos mancais, permitindo elementos com menores comprimentos, o que não pode ser feito para acoplamentos com diafragma. Assim, para uma mesma capacidade de torque, geralmente os diâmetros dos acoplamentos de disco são menores que os de diafragma, e apresentam menor frequência de problemas relacionados aos efeitos de arrasto e, conseqüentemente, à geração de calor.

Wang e Jiang (2018) analisaram um sistema de rotor duplo com desbalanceamento e desalinhamento, através da solução numérica das equações diferenciais não lineares. Depois, validaram a resposta da vibração do modelo teórico com dados obtidos em bancada de teste.

Srinivas *et al.* (2019) modelaram um sistema de rotores acoplados com discos e mancais magnéticos para identificar falhas na presença de desalinhamento angular. A modelagem do sistema é feita através de dois rotores com quatro graus de liberdade cada, com discos

em diferentes distâncias para gerar efeito giroscópico.

[Tuckmantel e Cavalca \(2019\)](#) avaliaram as forças e momentos de restituição gerados por um acoplamento de disco flexível metálico submetido a desalinhamento angular. Depois, desenvolveram um novo modelo para quantificar os momentos, quando rotacionados em torno do seu eixo, comparando com um modelo tradicional ([Sekhar; Prabhu, 1995](#)).

[Tuckmantel et al. \(2020\)](#) mediram experimentalmente o efeito dinâmico de um acoplamento de disco flexível metálico, quando submetido a desalinhamento angular, em um sistema mecânico. A análise foi feita através da modelagem em elementos finitos, e aplicando desalinhamento por momentos concentrados.

[Wu et al. \(2020\)](#) investigaram a vibração de um sistema composto por dois rotores com acoplamento elástico, sujeitos à desalinhamento espacial dinâmico. O sistema é modelado através do Método dos Elementos Finitos e o efeito do desalinhamento é considerado como uma excitação externa nos nós correspondentes.

[Kumar et al. \(2021\)](#) revisaram os trabalhos teóricos na área de rotores desalinhados com ênfase no Método dos Elementos Finitos, discutiram os métodos baseados na análise de vibração, técnicas de medição experimental e ferramentas utilizadas na detecção de falhas em rotores.

[Lu et al. \(2021\)](#) analisaram um sistema de rotor duplo-mancal com desalinhamento aplicando o método numérico de decomposição ortogonal adequada, e compararam com dados obtidos experimentalmente.

Neste trabalho, o acoplamento flexível com um disco metálico circular será analisado.

2.2 Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos permite determinar parâmetros como tensão e deformação de sistemas com geometria complexa, através da discretização de elementos contínuos e solução numérica de equações diferenciais. O procedimento geral deste método é subdividir a estrutura em elementos (Elementos Finitos), conectados por nós, aplicar as propriedades físicas, condições de contorno e carregamentos a cada parte finita, e resolver o sistema de equações para determinar o deslocamento nodal. Na sequência, as tensões e deformações são calculadas considerando regime linear elástico no elemento ([Zienkiewicz; Taylor, 2013b](#)).

O formato do elemento pode variar desde formas unidimensionais até tridimensi-

onais; sendo seu uso condicionado à natureza do problema e o número de graus de liberdade necessários para modelar corretamente o sistema. Para o caso bidimensional, elementos triangulares e quadrangulares são mais apropriados. O primeiro tipo permite a discretização de geometrias complexas e facilita o refinamento da malha, devido à sua maior adaptabilidade espacial. O segundo tipo geralmente necessita de menor custo computacional com resultado equivalente ao primeiro tipo, pois apresenta maior taxa de convergência. A desvantagem do tipo quadrangular é que se esses elementos estiverem distorcidos na condição inicial não deformada, conhecida como *warping*, a precisão dos resultados é geralmente comprometida (Cook, 1995; Fish; Belytschko, 2007). A Figura 2.5 ilustra elementos quadrangulares. No caso dos elementos triangulares, o triângulo isósceles é o formato ideal para evitar a distorção geométrica.

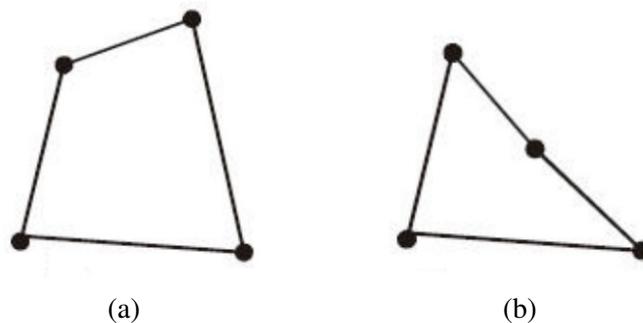


Figura 2.5 – Elementos quadrangulares: (a) não distorcido, (b) distorcido.

Elementos de casca podem ser montados através da união de vários elementos planos em paralelo, como os elementos quadriláteros. Essa aproximação é adequada quando a malha não gera elementos distorcidos (Zienkiewicz; Taylor, 2013a).

Neste estudo, os elementos de casca quadrangulares com quatro nós e seis graus de liberdade por nó serão empregados.

2.3 Vida infinita em fadiga

A fadiga é um fenômeno que, na maioria das vezes, causa a falha repentina e inesperada em estruturas e equipamentos sujeitos a carregamentos cíclicos. De acordo com Stephens *et al.* (2000), pelo menos 50% de todas as falhas mecânicas são causadas por fadiga e a maioria é imprevista. Essas ocorrências incluem desde itens simples, como molas de portas e raquetes de tênis, até componentes complexos, como eixos de navios e fuselagem de aviões.

Os primeiros estudos nessa área começaram no século 19, impulsionados pelo crescente número de falhas em eixos ferroviários. O termo fadiga começou a ser utilizado entre 1840 e 1860, para se referir a falhas provenientes de esforços repetitivos com magnitude inferior ao limite de escoamento do material. August Wöhler realizou vários ensaios uniaxiais de fadiga em laboratório com eixos de trens. Usando os diagramas tensão-vida (S-N) mostrou que o número de ciclos até a falha, ou vida, diminui quando a componente alternada de tensão aumenta; e que, abaixo de um certo nível de tensão, alguns materiais não falhavam, introduzindo assim os conceitos dos diagramas S-N e limite de fadiga, mostrados na Figura 2.6. Também mostrou que a variação de tensão é mais importante que a tensão máxima para fadiga (Wöhler, 1967).

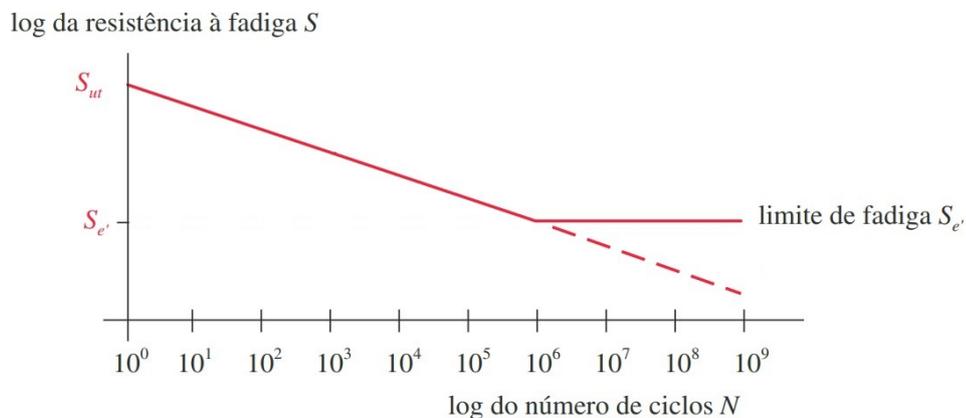


Figura 2.6 – Diagrama S-N e limite de resistência a fadiga, adaptado de (Norton, 2013).

Goodman ampliou os estudos na área ao investigar o efeito da tensão média na vida em fadiga. Sendo a curva de Wöhler traçada com uma tensão alternada uniaxial de amplitude constante e tensão média nula, ao incluir esta última com valor não nulo, observou que a vida era alterada. Assim, a curva de Goodman original (Goodman, 1904) surgiu como um critério de falha por fadiga, correlacionando tensão alternada, tensão média, limite de ruptura e limite de resistência à fadiga para um dado número de ciclos (vida). Outros pesquisadores expandiram as investigações ao criarem novos critérios de falha, além de melhorar a curva original de Goodman, surgindo o diagrama de Goodman modificado, mostrado na Figura 2.7. Essa curva também permite aplicar uma correção no caso da tensão média ser diferente de zero, possibilitando que dados experimentais de ensaios uniaxiais sejam utilizados na análise de estruturas com fadiga multiaxial.

Na metade do século 20, Manson (1965) e Coffin Jr. (1954) desenvolveram equações, de forma independente, relacionando o número de ciclos para a iniciação de trinca com a

amplitude de deformação plástica. Juntamente com uma forma modificada da equação de Basquin (Basquin, 1910), essas pesquisas desenvolveram a conhecida equação deformação-vida, a qual é composta pelas componentes elástica e plástica.

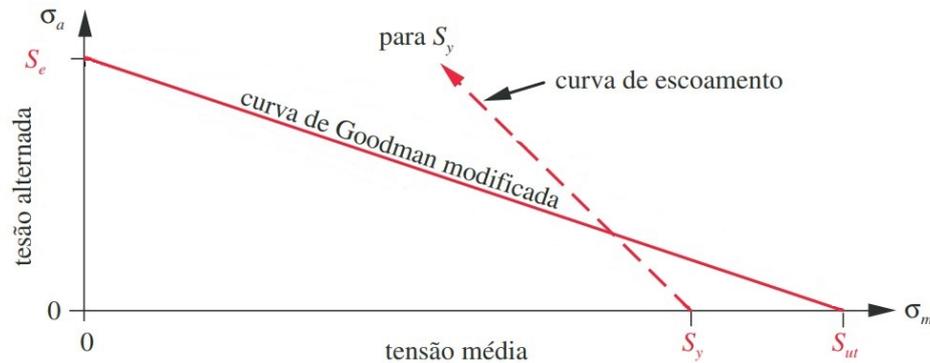


Figura 2.7 – Curvas de falha para tensões alternadas e médias, adaptado de (Norton, 2013).

Posteriormente, foram estudados problemas de componentes sujeitos a mais de um carregamento, ou fadiga multiaxial, sendo que estes poderiam estar em fase ou defasados. Brown e Miller (1973) propuseram um Método do Plano Crítico para calcular a vida em fadiga multiaxial. Este foi baseado na interpretação física dos mecanismos de crescimento de trinca e estado de deformação, sendo representado graficamente por contornos de vida constante. Os pesquisadores observaram que a vida em fadiga multiaxial é determinada pelo plano que recebe o maior dano, e que tanto a tensão normal como cisalhante devem ser consideradas neste plano crítico. Posteriormente, Kandil *et al.* (1982) desenvolveram uma modificação do método do plano crítico de Brown-Miller ao utilizar a equação de Manson-Coffin adaptada com correção empírica, que é utilizada neste trabalho. Outros pesquisadores desenvolveram diferentes métodos do plano crítico.

Fatemi e Shamsaei (2011) revisaram os avanços na área de fadiga multiaxial e estimativa da vida, mecanismos de dano e acumulação de dano. Mostrou que a melhor estimativa de vida é dada por modelos que descrevem o mecanismo de dano da forma mais adequada. Argumentaram que os métodos do plano crítico são mais apropriados para a representação, pois conseguem representar o comportamento constitutivo do material quando submetido a carregamentos defasados.

Cruces *et al.* (2022) compararam os resultados da vida em fadiga obtidos por cinco diferentes métodos do plano crítico, aplicados em corpos de provas cilíndricos de aço 316 submetidos a carregamentos multiaxiais.

[Liao et al. \(2018\)](#) desenvolveram um método computacional com plano crítico e elementos finitos para determinar a vida em fadiga multiaxial de um disco de compressor. Este método tem como vantagem a redução do tempo computacional envolvido na análise, e foi comparado com dados experimentais para validar sua precisão.

[Xu et al. \(2018\)](#) combinaram um método do plano crítico e energia de deformação virtual para desenvolver uma nova abordagem em ligas de disco de turbina. Este modelo foi comparado com outros quatro métodos do plano crítico, e dados experimentais foram utilizados para validar a abordagem.

[Li et al. \(2022\)](#) propuseram um método utilizando redes neurais, métodos estatísticos, deformação-vida para fadiga de baixo ciclo e tensão-vida para fadiga de alto ciclo na determinação do dano em fadiga de um disco de turbina. A principal vantagem deste método é reduzir o alto tempo de simulação necessário para análises deste tipo.

[Niu et al. \(2021\)](#) utilizaram modelo probabilístico para incorporar variabilidade de material, carregamento e incertezas geométricas na determinação da confiabilidade da vida em fadiga de um disco de turbina, empregando um método do plano crítico e deformação vida no cálculo da estimativa da vida em fadiga.

[Suresh et al. \(2022\)](#) utilizaram a fadiga de alto ciclo como restrição na OT, e propuseram um método de extrapolação para acelerar o processo de fadiga e, assim, evitar o alto custo computacional atrelado ao grande número de incrementos no tempo.

[Zhu et al. \(2018\)](#) desenvolveram um método computacional para análise de confiabilidade de fadiga em um disco de turbina. As incertezas do material e carregamentos são incorporadas através de métodos estocásticos e elementos finitos. Dois métodos são comparados em termos da confiabilidade: um é baseado em curvas probabilísticas S-N e outro na simulação estocástica com elementos finitos.

Neste estudo, o método [Kandil et al. \(1982\)](#) baseado em tensão-vida será empregado para calcular o fator de segurança na vida infinita em fadiga, em conjunto com o diagrama de Goodman modificado.

2.4 Otimização Topológica

Métodos de otimização são empregados quando se deseja maximizar ou minimizar uma função, a partir de valores de entrada e restrições. Quando a função em análise é a distribuição espacial de material numa estrutura, a fim de aumentar a eficiência no uso de material e

reduzir os custos de manufatura, este método é chamado de otimização topológica. Esse campo de estudo ganhou relevância impulsionado pelos possíveis ganhos financeiros. A indústria automotiva, por exemplo, aplica métodos de otimizações no design de elementos mecânicos a fim de reduzir o peso do automóvel (Bendsoe; Sigmund, 2003). Um exemplo de aplicação em um braço de controle automotivo, para determinar o menor peso com a maior resistência mecânica possível, é ilustrado na Figura 2.8. A geometria final de um elemento otimizado é muitas vezes não intuitiva e complexa, o que dificulta a sua produção. Para contornar esse problema, filtros de forma podem ser inseridos no algoritmo para possibilitar a sua fabricação através da Manufatura Aditiva.

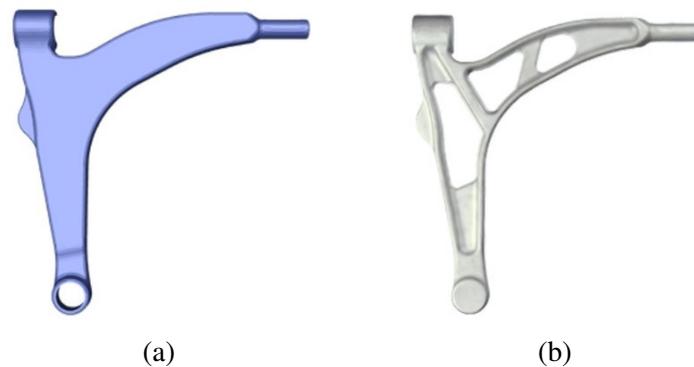


Figura 2.8 – Otimização Topológica em um braço de controle (a) original, (b) otimizado, (Tosca, 2022).

A otimização topológica de uma estrutura impacta fortemente a sua performance, e muitas pesquisas nessa linha têm sido realizadas nas últimas décadas. Bendsoe e Kikuchi (1988) desenvolveram o método da distribuição de material para gerar geometrias ótimas de elementos estruturais, através da definição da forma espacial em função da densidade de material. Desenvolvimentos posteriores por (Bendsoe, 1989), (Zhou; Rozvany, 1991), (Mlejnek, 1992) e (Bendsoe; Sigmund, 1999), estabeleceram o método Solid Isotropic Material with Penalization.

Diferentes áreas de otimização topológica foram desenvolvidas desde o seu conceito original, e Sigmund e Maute (2013) revisaram as principais vantagens e desvantagens de cada método, servindo como um guia para os recentes avanços nessa linha.

Wang *et al.* (2021) revisitaram os artigos educacionais nas diferentes linhas de pesquisa em OT, focando nos códigos de execução, eficiência, facilidade de implementação e aplicação numérica em uma viga.

Lopes *et al.* (2022) realizaram uma OT em um sistema dinâmico alongado baseada em otimização estrutural evolucionária bidirecional, calculou o resultado numérico e realizou

um teste experimental, com a estrutura otimizada fabricada por impressão 3D, o que validou a eficiência do método para atingir os níveis minimizados de vibração.

[Alonso e Silva \(2022\)](#) aplicaram uma OT baseada em fluidos com função objetivo múltipla, minimizando a energia de dissipação relativa e maximizando a potência transferida do fluido, para obter um design eficiente de uma turbina de Tesla.

[Niu *et al.* \(2022\)](#) realizaram a otimização material discreta com o método SIMP e programação linear para determinar o design ótimo de uma estrutura laminar, e reduzir a vibração residual.

Alguns pesquisadores relataram as dificuldades envolvidas no alto custo computacional para realizar OT ([Senhora *et al.*, 2022](#)), propondo um modelo conjunto com redes neurais. [Song *et al.* \(2021\)](#) também identificaram a dificuldade em realizar a otimização topológica baseada em durabilidade e análises dinâmicas, devido ao alto custo computacional envolvido, e propuseram um método de otimização unindo métodos estatísticos e redes neurais. [Zhou e Fleury \(2016\)](#) e [Zhou *et al.* \(2018\)](#) apresentaram novas formas de permitir a sua aplicação industrial em software comercial e novos modelos para contornar o alto custo computacional da OT baseadas em durabilidade.

Neste estudo, o método SIMP será aplicado no modelo de elementos finitos do disco circular, dentro do pacote computacional Tosca.

3 MODELO TEÓRICO

A modelagem matemática é apresentada neste capítulo, de forma a prover a fundamentação teórica utilizada para calcular a OT do disco. Primeiro, acoplamentos de disco metálico flexível são apresentados. Em seguida, os conceitos necessários para construção da malha e cálculos no MEF são mostrados. Na sequência, a parte teórica da vida infinita em fadiga é introduzida para possibilitar a determinação dos coeficientes de segurança da vida em fadiga. Por último, as equações para OT são apresentadas.

3.1 Acoplamento de disco metálico flexível

Nos catálogos comerciais, as principais características dos acoplamentos flexíveis metálicos para a sua seleção são: torque, velocidade de rotação, máximo desalinhamento suportado, vida útil, cargas de reação geradas, diâmetro do furo, dimensões e custo de instalação e manutenção. Esses critérios são determinados pela geometria, princípio de funcionamento, materiais e fabricação destes componentes. Assim, dentro de um mesmo tipo de acoplamento, como o de disco, é possível expressiva diferença em seu comportamento dinâmico, associados aos momentos de reação a depender da sua forma.

O estado de tensão e deformação no acoplamento flexível é o critério de projeto mais importante, visto que os desalinhamentos são compensados por deformação elástica do elemento de união. Tanto a tensão resultante como a deformação devem estar abaixo de um valor específico, determinado a partir do limite de escoamento do material, resistência a fadiga e fator de segurança do elemento elástico.

Quando operando sob condições normais, um acoplamento flexível está sujeito a tensões alternadas e médias. As primeiras são geradas pelo desalinhamento angular do elemento ou componentes cíclicos de torque, e as segundas surgem do componente médio do torque transmitido, deslocamento axial, forças gravitacionais e gradientes térmicos. Quando há desalinhamento angular ou paralelo entre eixos, o acoplamento responde prioritariamente ao do tipo angular. Operando dentro dos limites determinados em projeto, os elementos citados falham por fadiga oriunda das tensões de flexão alternadas e possibilitam que o critério de vida infinita em fadiga seja adotado.

Acoplamentos flexíveis de disco metálico podem ser aplicados com um ou múltiplos

tiplos elementos sequenciais, sendo que esta última configuração permite acomodar maiores desalinhamentos com menores tensões Fig 3.1e. Essa multiplicidade de elementos flexíveis possibilitou a utilização em equipamentos de grande porte e, assim, a sua disseminação. Outras vantagens de se utilizar múltiplos discos é que outros tipos de desalinhamentos podem ser acomodados, além do tipo angular, e que na ocorrência de uma falha em um dos elemento, os outros podem suportar o carregamento até o desligamento do equipamento.

Os tipos mais comuns de acoplamentos de disco metálico são: circular, lados retos, recortada, segmentada e de múltiplos convolutos, mostrados na Figura 3.1. Destes, de acordo com Mancuso (1999), o formato circular é o menos utilizado devido à tendência das suas linhas de força em endireitar o segmento curvo, o que gera maiores tensões de tração e compressão. Nos outros perfis, as linhas de força atuam dentro dos contornos, resultando predominantemente em tensões de tração. Como os pontos de maiores tensões estão em torno dos parafusos, nesses contornos ocorrem a fadiga de alto ciclo. A diferença nas geometrias vêm da necessidade de se obter elementos mais leves que introduzam menores reações ao desalinhamento no sistema, com menores geometrias e concentração de tensão. Devido a ampla variedade de configurações que permitem se adequar a diferentes necessidades de projeto, estes acoplamentos são amplamente utilizados.

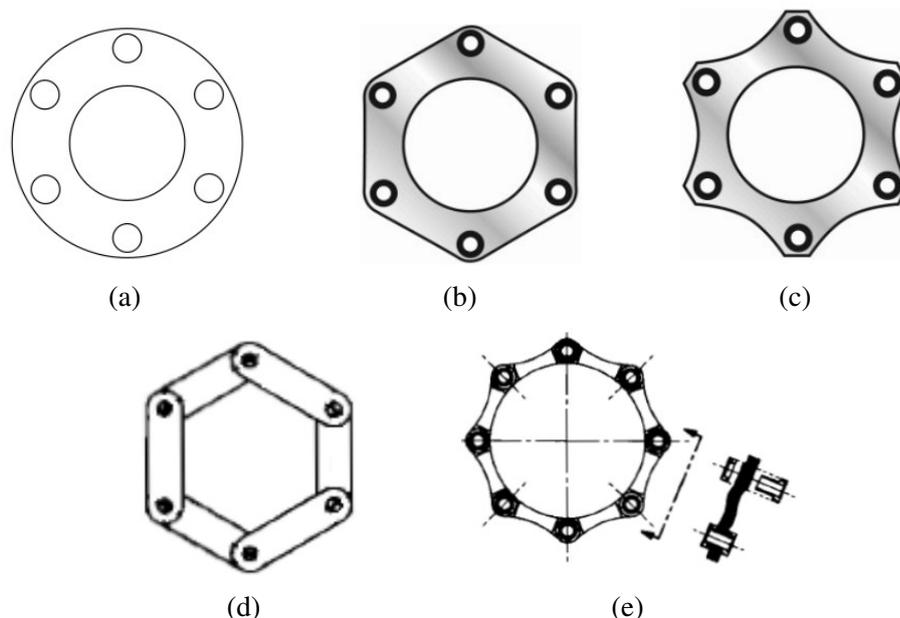


Figura 3.1 – Geometrias de acoplamentos de disco: (a) circular, (b) lados retos (PowerTransmission, 2022), (c) recortada (PowerTransmission, 2022), (d) segmentado (Mancuso *et al.*, 1989) e (e) múltiplos convolutos (Mancuso *et al.*, 1989).

No acoplamento de disco, a transmissão de torque ocorre circunferencialmente, pela

linha de ação formada entre dois parafusos consecutivos, ilustrada na Figura 2.4, com as respectivas tensões de tração e compressão. É importante ressaltar que a flambagem pode ocorrer nos segmentos sob compressão. Para evitar esse problema, um pré-tensionamento pode ser aplicado ao disco para possibilitar que as seções comprimidas possam relaxar para a posição neutra, quando submetidas a carregamentos. Também é possível perceber que os segmentos flexionados entre os parafusos são responsáveis por acomodar o desalinhamento, através da sua deformação. Assim, deformação e tensão no disco são correlacionadas ao comprimento da linha entre parafusos consecutivos, pré-tensão no disco, material, geometria e espessura do disco, número de parafusos, razão entre o diâmetro do disco e os dos parafusos.

Para exemplificar, um aumento na capacidade de torque pode ser obtido ao elevar o número de parafusos, ao custo de reduzir o comprimento da seção entre parafusos adjacentes e, conseqüentemente, reduzir a flexibilidade do acoplamento. Quatro segmentos, ou parafusos, não são utilizados em equipamentos que exigem alto desempenho na transmissão, pois geram grandes variações de velocidade no eixo movido. Seis ou oito segmentos são adequados para aplicações de alto desempenho, com boa combinação de capacidade de suportar torque e desalinhamento. Dez segmentos são empregados apenas em casos de alta potência com baixa necessidade de acomodar desalinhamento.

Um dos métodos mais empregados para se confirmar a capacidade máxima de torque, desalinhamento, tempo de vida e faixa de operação calculadas em projeto de um acoplamento é o teste em bancada. Neste, o componente real é exposto a condições similares de operação, e as suas características são confirmadas através de dados experimentais. Por se tratar de uma validação que pode ser onerosa do ponto de vista financeiro e de tempo, modelos teóricos capazes de obter resultados compatíveis aos reais desempenham papel importante na fase de projeto. Análises estáticas do disco flexível são aproximadas pelo Método dos Elementos Finitos, utilizando elemento de casca. Partindo deste modelo, as análises de vida infinita em fadiga e OT são realizadas para determinar o coeficiente de segurança em fadiga e uma geometria de disco que minimize o momento de restituição introduzido no equipamento, respectivamente.

3.2 Método dos Elementos Finitos

Um elemento quadrilátero com quatro nós e seis graus de liberdade por nó pode ser aplicado a um sistema tridimensional. A definição deste elemento é dada em coordenadas locais, o que requer a sua transformação para o sistema de coordenadas global através da matriz

jacobiana. Elementos isoparamétricos são utilizados para representar os deslocamentos nodais, e as funções de forma são escritas em função do Triângulo de Pascal e das coordenadas locais. Por fim, as matrizes obtidas de massa e rigidez global são determinadas ao somar todas as matrizes locais transformadas.

3.2.1 Elementos de casca

Elementos de casca podem ser utilizados para discretizar estruturas nas quais a sua espessura é consideravelmente menor que as outras dimensões, e as tensões nesta direção são negligenciáveis, por exemplo, sistemas em estado plano de tensão, como vasos de pressão, nos quais a sua espessura é menor que 1/10 (Ventsel; Krauthammer, 2001) das outras dimensões como raio de curvatura e distância entre pontos de apoio.

Problemas de casca geralmente têm duas classificações: cascas finas e cascas espessas. O primeiro assume que a deformação por cisalhamento transversal é desprezível e seu plano médio se mantém sem distorção, enquanto o segundo inclui os efeitos da deformação por cisalhamento transversal na solução e há distorção no plano médio.

A discretização do disco é feita com o elemento de primeira ordem (linear) S4R, no pacote computacional Abaqus, adequado para analisar estruturas de casca fina a moderadamente espessa, e mostrado na Fig. 3.2a. Este elemento é quadrilátero, com quatro nós, seis graus de liberdade por nó: três de translação e três de rotação, integração reduzida, algoritmo de hourglass control e deformação de membrana finita, ou seja, é capaz de incorporar até grandes deformações no modelo.

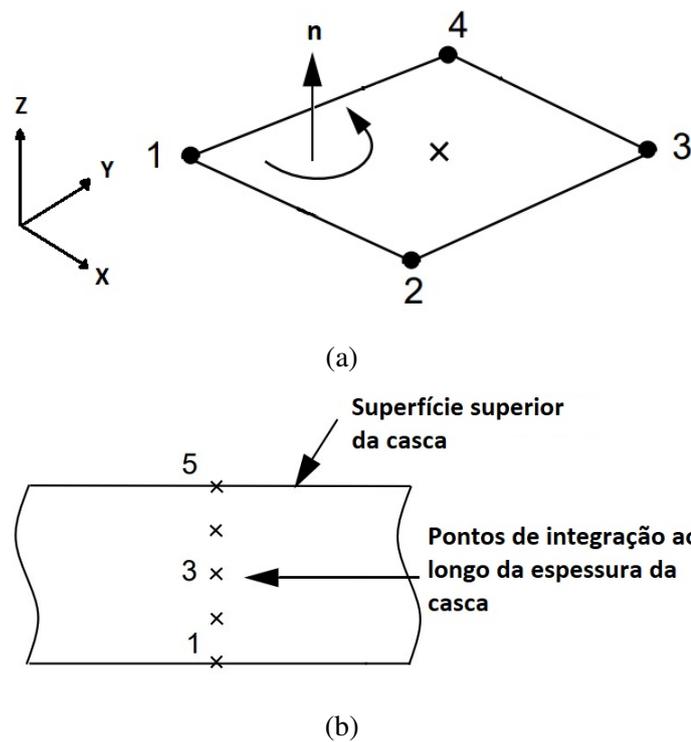


Figura 3.2 – Elemento S4R (a) Numeração dos nós e ponto de integração (X), (b) Pontos de integração ao longo da espessura da casca, adaptado de (Abaqus, 2022a).

A teoria de Kirchhoff-Love (Love, 1888) para casca fina é utilizada a medida que a espessura diminui, e a teoria de casca espessa é utilizada quando o inverso ocorre. O ponto de transição entre as duas teorias, utilizado no pacote computacional Abaqus, é o valor de 1/15 (Abaqus, 2022b) do comprimento característico na superfície da casca, como a distância entre suportes, o que, neste caso, se enquadra em casca fina.

A integração reduzida utiliza da integração de baixa ordem, apenas um ponto no centro do quadrilátero, para formular a matriz de rigidez do elemento. A vantagem é diminuir significativamente o tempo de processamento sem perda significativa de precisão nos resultados, considerando que os elementos não estão distorcidos.

Este elemento também é capaz de incorporar os efeitos das tensões multiaxiais, inerciais e não linearidades geométricas no cálculo dos deslocamentos nodais. Não linearidade geométrica ocorre quando as relações entre os campos de deslocamento e deformação não permanecem lineares devido a: grandes deformações, grandes deslocamentos, grandes rotações na estrutura e a direção dos carregamentos mudam quando a estrutura se deforma. Estas ocorrências criam a necessidade de atualizar a matriz de rigidez do sistema durante a solução. Além disso, neste caso não linear, o elemento precisa de pontos de integração adicionais ao longo da sua espessura, para considerar possíveis diferenças na variação de deformação na espessura.

Para o elemento S4R, são utilizados cinco pontos de integração ao longo da sua espessura, mostrados na Fig. 3.2b.

3.2.2 Análise estática

A análise estática é executada utilizando uma malha com tamanho suficiente de elementos. Seguindo a metodologia de [Tuckmantel \(2018\)](#), a convergência da malha deve ser baseada em tensões, devido a sua melhor precisão comparada a baseada em deslocamentos. A máxima tensão de von Mises é o valor de referência para a convergência, devido a sua relação com o critério da máxima energia de distorção em aços e consideração de esforços multiaxiais, alinhado com o modo de fadiga de alto ciclo em aços, como é o caso do disco flexível.

3.3 Vida infinita em fadiga

O processo de fadiga geralmente se inicia com um defeito na superfície do elemento, o qual existe em praticamente todas as peças devido à imperfeições de superfície, devido à concentração de tensão, riscamento ou descontinuidade. A partir deste ponto inicial, a trinca cresce através de deformação plástica até um limite crítico, e depois passa a se propagar até que a seção transversal não seja mais capaz de suportar o carregamento, ocorrendo a ruptura. Assim, podem se distinguir três fases sequenciais: nucleação de trinca, propagação de trinca e ruptura final.

A fadiga pode ser classificada em dois tipos de regime a partir do número de ciclos suportados até a sua ruptura: baixo ou alto ciclo. No primeiro caso, é considerada a faixa de zero até mil ciclos. No segundo caso, a partir de mil ciclos suportados. O ponto de transição pode variar de acordo com a literatura, sendo aqui tomada como referência a categorização adotada por [Budynas e Nisbett \(2011\)](#). Além disso, um componente pode ter vida finita quando falha até 10^7 ciclos, ou vida infinita quando não falha a partir de 10^6 ciclos. A Figura 3.3 mostra essas definições numa curva S-N.

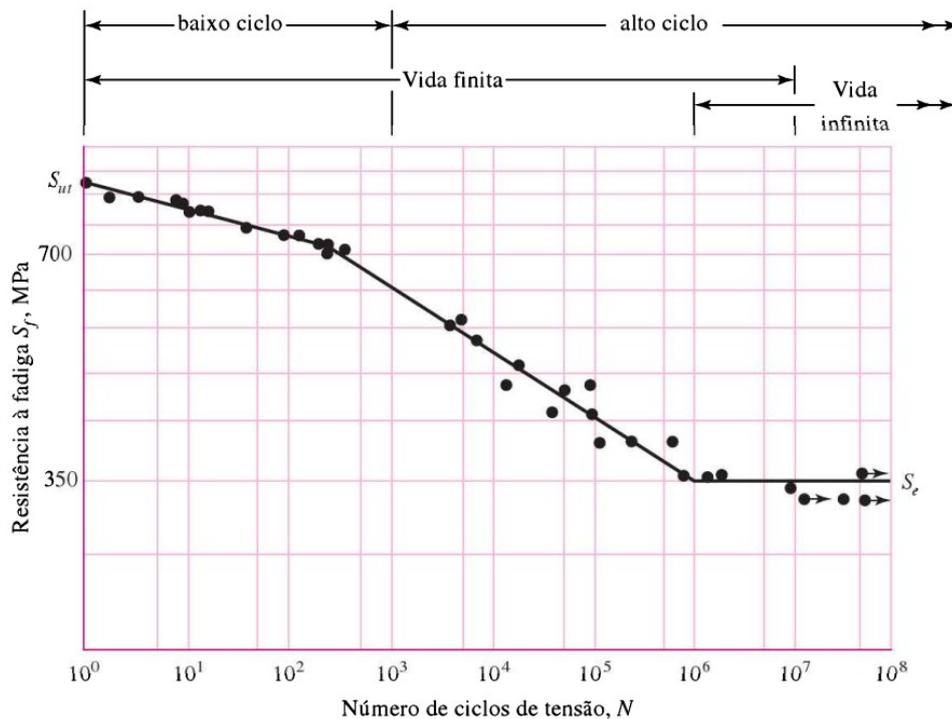


Figura 3.3 – Classificação de regimes de fadiga e vida (Budynas; Nisbett, 2011).

Uma curva S-N para um material que apresente limite de fadiga pode ser construída a partir de três pontos do material: a tensão de ruptura S_{ut} , a tensão que causaria falha em 10^3 ciclos, geralmente considerada 90% da tensão de ruptura e o limite de fadiga S_e em 10^6 ciclos (Budynas; Nisbett, 2011). Primeiro, uma reta é traçada ligando o ponto S_{ut} em 10^0 ciclos a tensão que causaria falha em 10^3 ciclos, depois, outra reta une este último ponto ao limite de fadiga S_e em 10^6 , por fim, uma reta horizontal é traçada a partir do limite de fadiga, obtendo uma curva similar a Figura 3.3. O limite de fadiga é obtido ao testar espécimes padronizados sob condições controladas em laboratório, ou utilizar aproximação de 50% da tensão de ruptura do material para aços nos quais essa propriedade seja menor que 1400 MPa. Dados experimentais mostram que existe correlação entre o limite de fadiga e a tensão de ruptura, dada por uma razão $\frac{S_e}{S_{ut}}$. É importante notar que valores do limite de fadiga estão entre 30% a 50% da tensão de ruptura.

O cálculo da vida em fadiga se diferencia a partir de qual parâmetro de entrada será utilizado, e três modelos principais podem ser destacados. O primeiro modelo, o mais antigo e consolidado, é conhecido como tensão-vida (S-N) e é recomendado apenas para fadiga de alto ciclo. O elemento é calculado para vida finita ou infinita. Para vida finita, dados experimentais seriam utilizados para prever quantos ciclos a peça suporta até a sua ruptura, a partir de determi-

nada tensão. Para vida infinita, a ênfase seria em manter a tensão abaixo do limite de resistência à fadiga, para evitar que o componente entre na fase de propagação de trinca. Neste modelo, a peça não falharia devido a efeitos da tensão cíclica. É importante ressaltar que o modelo S-N é utilizado para cálculo de vida em fadiga de alto ciclo, no entanto, não apresenta boa coerência para fadiga de baixo ciclo, pois não considera a deformação plástica localizada em peças.

Para aplicar correção de tensão e utilizar o diagrama mostrado na Figura 2.7, quando a sua componente média for diferente de zero, é necessário realizar uma correção de tensão média para obter o valor corrigido da tensão alternada σ_{a0} , dado por:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{a0}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}} = 1 \quad (3.1)$$

Uma boa aproximação para componentes sujeitos a deformação plástica e baixo número de ciclos até a falha é o modelo deformação-vida (ε -N). Esta abordagem permite incluir temperatura, sobrecarga e tensões residuais no cálculo da vida, e é o modelo mais completo dos três. A sua desvantagem é a necessidade de solução computacional e dispositivos específicos para medir a deformação real. Estes dois fatores dificultaram a utilização dessa abordagem antes do advento da computação.

Para esta aproximação, o comportamento tensão-deformação do material em fase estável de um ensaio de fadiga é mostrado na Figura 3.4a. A deformação total em um ciclo é a soma da deformação plástica e elástica. Plotando dados experimentais da amplitude de deformação total ($\frac{\Delta\varepsilon_t}{2}$) versus número de ciclos até a falha ($2N_f$) em escala log-log, duas linhas retas são obtidas para as deformações plástica e elástica, mostradas na Figura 3.4b, as quais são ajustadas pelas equações:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} &= \frac{\sigma'_f}{E}(2N_f)^b \\ \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} &= \varepsilon'_f(2N_f)^c \end{aligned} \quad (3.2)$$

Os valores dos coeficientes e expoentes σ'_f , b , ε'_f e c são propriedades do material e seus valores são tabelados. A soma da deformação elástica e plástica, resulta em:

$$\frac{\Delta\varepsilon_t}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \frac{\sigma'_f}{E}(2N_f)^b + \varepsilon'_f(2N_f)^c \quad (3.3)$$

Que é conhecida como a relação de Coffin-Manson entre a vida de fadiga e a deformação total.

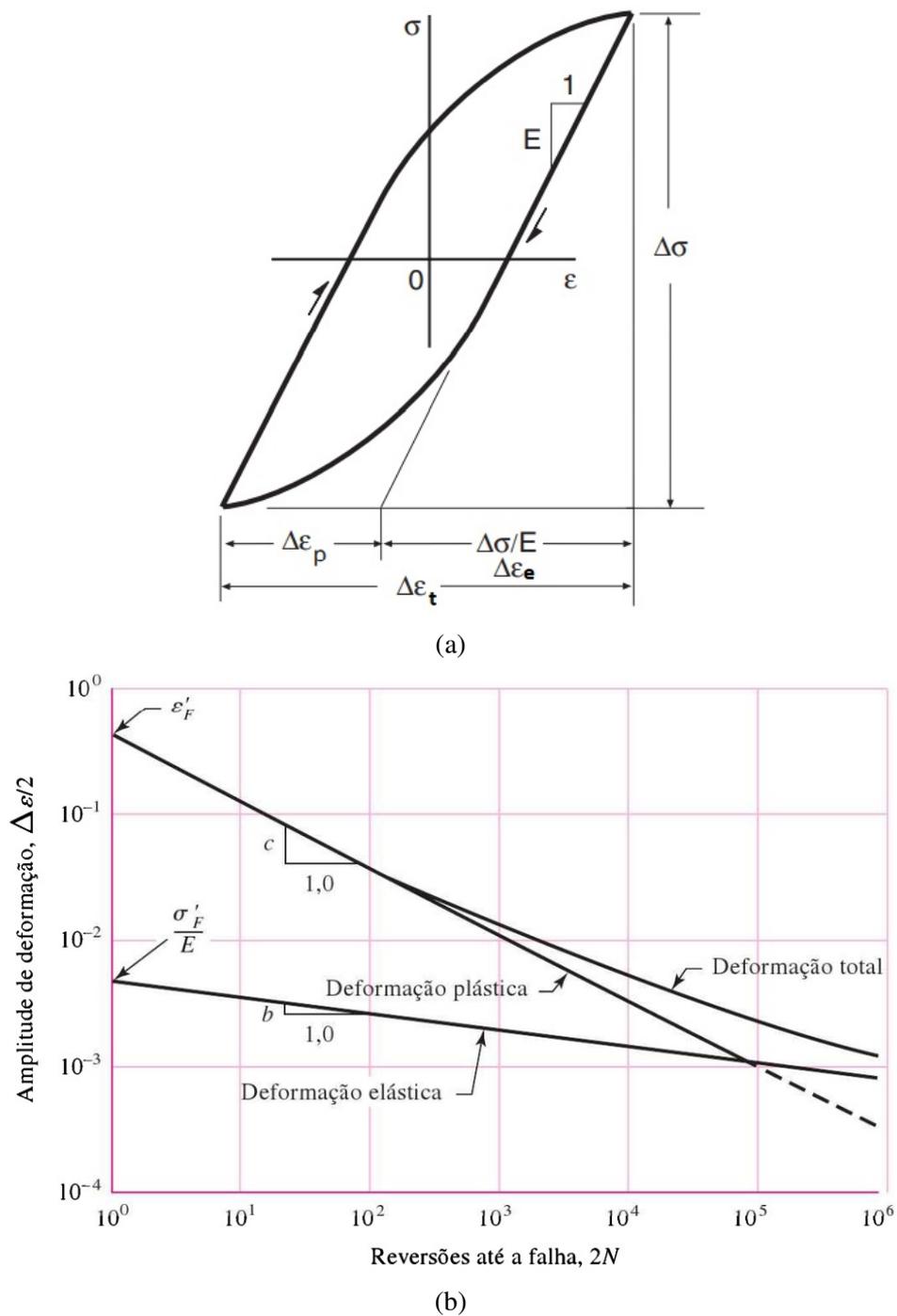


Figura 3.4 – (a) Ciclo de histerese estável tensão-deformação, adaptado de (Dowling, 2012) e (b) amplitude de deformação-reversões em escala log-log (Budynas; Nisbett, 2011).

A análise pelo MEF pode aproximar as deformações em todos os pontos da estrutura, fornecendo os seus valores necessários para calcular o coeficiente de segurança da vida em fadiga. Como a Equação 3.3 inclui a componente de deformação elástica calculada no MEF, o método deformação-vida pode ser utilizado de forma precisa também para projeto de fadiga de alto ciclo ou vida infinita (Dowling, 2012).

O último modelo utilizado para calcular vida em fadiga é a Mecânica da Fratura Linear. Este é utilizado para prever o tempo de vida remanescente em peças trincadas, sendo aplicado na fadiga de baixo ciclo. Esta abordagem funciona bem quando é acompanhada de inspeções periódicas e ensaios não destrutivos (END) no equipamento em operação, para monitorar o tamanho da trinca. Dados experimentais melhoram a precisão deste modelo.

Para projeto de elementos de máquinas com vida infinita, os métodos de tensão-vida ou deformação-vida podem ser aplicados. Dentre os critérios de falha citados, o de Goodman modificado é o mais utilizado. A Figura 2.7 mostra graficamente esse critério. A curva de Goodman pode ser traçada ao ligar dois pontos nos eixos cartesianos, sendo o ponto na ordenada dado pelo limite de resistência à fadiga S_e , e na abscissa dado pelo limite de ruptura do material S_{ut} . Esse diagrama prevê se determinada combinação de tensão alternada e média em um componente causa a sua falha. Caso este ponto se localize abaixo da curva de falha, então este elemento pode ser classificado como seguro, não falhando por propagação de trinca por esforços repetitivos.

As propriedades do material a serem inseridas no modelo incluem: limite de resistência à fadiga, limite de ruptura e curva S-N; todas a temperatura ambiente de 20°C. Os dois primeiros valores são normalizados para aços mola, por exemplo.

Condições operacionais, como temperatura, podem ser inseridas no programa para considerar variações de propriedades físicas com mudança de temperatura. Outros fatores de correção podem ser aplicados diretamente ao cálculo da vida em fadiga.

Diferentes métodos de cálculo da vida em fadiga estão disponíveis no programa comercial fe-safe, incluindo os que utilizam deformações e tensões como parâmetros de entrada. Considerando que o projeto do disco é para vida infinita e a modelagem através do MEF fornece tensões e deformações em todos os pontos do componente, o modelo tensão-vida é utilizado.

Dentre estes, o critério de Brown-Miller é selecionado, pois considera efeitos de tensões multiaxiais e plano crítico, sendo indicado para metais dúcteis já que se aproxima das condições reais de operação. O seu cálculo é dado pela equação de Kandil-Brown-Miller (Kandil *et al.*, 1982). Este critério, baseado no plano crítico de Brown-Miller, é justificado por observações experimentais da nucleação e crescimento de trincas em componentes, pois a vida em fadiga é determinada predominantemente por crescimento de trinca ao longo dos planos de maiores valores de tensão e cisalhamento. Foi proposto que a deformação cisalhante e deformação normal devem ser consideradas no plano de maior amplitude de deformação cisalhante,

pois a primeira causa a nucleação de trincas, e a segunda contribui para o seu crescimento. No círculo de Mohr de deformação, onde ε_1 é a deformação normal máxima e ε_3 a mínima, a amplitude de deformação cisalhante máxima é $\Delta\gamma_{max}$ e a deformação normal correspondente é ε_n , assim:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} &= \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \\ \Delta\varepsilon_n &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2}\end{aligned}\quad (3.4)$$

Do estado uniaxial de tensão e da equação constitutiva de Lamé-Hooke:

$$\varepsilon_3 = -\nu\varepsilon_1 \quad (3.5)$$

Onde ν é o coeficiente de Poisson do material. Substituindo a equação 3.5 em 3.4:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} &= \frac{\varepsilon_1(1 + \nu)}{2} \\ \Delta\varepsilon_n &= \frac{\varepsilon_1(1 - \nu)}{2}\end{aligned}\quad (3.6)$$

Substituindo a deformação cisalhante e normal pela deformação total na equação 3.3, e adicionando dois coeficientes, C_1 e C_2 , para correção empírica:

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_n}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = C_1 \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + C_2 \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (3.7)$$

Na zona elástica do material, $\nu_e = 0,3$, e substituindo esse valor na Eq. 3.6:

$$\begin{aligned}\gamma_{max} &= \varepsilon_1(1 + \nu_e) = 1,3\varepsilon_1 \\ \varepsilon_n &= \frac{\varepsilon_1(1 - \nu_e)}{2} = 0,35\varepsilon_1\end{aligned}\quad (3.8)$$

De forma que $C_1 = 1,3 + 0,35 = 1,65$. Para zona plástica do material, $\nu_p = 0,5$, e de forma análoga, $C_2 = 1,75$. Substituindo esses valores das constantes na Eq. 3.7, a equação completa de Kandil-Brown-Miller é:

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_n}{2} = 1,65 \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + 1,75 \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (3.9)$$

O Método dos Elementos Finitos é empregado para determinar as tensões e deformações no acoplamento de disco metálico ao longo de uma rotação completa, através de análises estáticas sequenciais que rotacionam o disco a cada 10° em torno do seu eixo, com auxílio do software de simulação computacional Abaqus. Depois, os tensores tensões calculados referentes a uma revolução são exportados para o programa fe-safe que, juntamente com os dados do material, calcula o fator de segurança para a vida infinita.

3.4 Otimização Topológica

A otimização topológica em estruturas consiste em determinar se cada ponto do espaço deve possuir material ou ser vazio. Uma discretização através do MEF possibilita determinar se cada elemento deve possuir material ou não, sendo o vazio modelado como módulo de elasticidade aproximadamente igual a zero. Desta forma, a geometria final da estrutura não está definida a priori, e será um subconjunto dos elementos iniciais para as dadas condições de carregamento e contorno. É importante ressaltar que o refinamento da malha é um fator essencial, e malhas mais refinadas produzem resultados melhores condicionados a maior custo computacional.

A otimização topológica é aplicada para encontrar o design ótimo da distribuição de material no domínio. O problema pode ser entendido como uma minimização ou maximização de uma função objetivo, sujeita a determinadas restrições. A função objetivo mais comum é a rigidez, que depende da distribuição espacial de material. A energia de deformação de uma estrutura é chamada de conformidade estrutural, e tem relação inversa com a rigidez, ou seja, quando a energia de deformação aumenta, a rigidez reduz. Neste trabalho, a energia de deformação é utilizada como função objetivo e sua fórmula é:

$$C = \frac{1}{2} P^t u \quad (3.10)$$

Onde P é o vetor nodal global de forças e u é o vetor de deslocamento nodal global.

Além da função objetivo, uma OT possui uma ou mais restrições. Uma das restrições mais utilizadas é o volume total da estrutura. Além desta, restrições geométricas também podem ser aplicadas para garantir a simetria rotacional de um componente. A formulação matemática de um problema de OT pode ser dada como:

$$\begin{aligned} \min_{\rho} \quad & F(u(\rho), \rho) \\ \text{s.a.} \quad & G_0(\rho) = \int_{\Omega} \rho dV - V_0 \leq 0 \\ & G_j(u(\rho), \rho) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (3.11)$$

Na qual G_0 é a restrição de volume e G_j representa as j restrições.

A função objetivo F depende da variável escolhida a ser minimizada ou maximizada. A função de densidade ρ indica onde deverá ou não existir material, sendo que zero representa a ausência e um a presença deste, $u(\rho)$ é uma variável de design que depende de ρ , G_j são as restrições e V é o volume total. O formato binário zero-um de ρ é descontínuo, o que

causa problemas na resolução quando valores intermediários são encontrados. Para contornar essa dificuldade uma interpolação de variável contínua é utilizada, sendo escolhido o método SIMP para implementar. Este último é uma relação de potência do módulo de elasticidade do material E com penalização p dada por:

$$\begin{aligned} E(x) &= \rho(x)^p E^0, p \geq 1, \\ \int_{\Omega} \rho(x) d\Omega &\leq V; 0 \leq \rho(x) \leq 1, x \in \Omega, \end{aligned} \quad (3.12)$$

O fator de penalização p recomendado é 3 (Bendsoe; Sigmund, 2003), por apresentar boa taxa de convergência para problemas de elasticidade 2D.

Para decidir quais elementos devem ser removidos, é calculada a sensibilidade de cada elemento. Este valor representa o impacto na rigidez da estrutura ao remover este elemento e, quanto maior o valor da sensibilidade, maior é a redução na rigidez com a sua remoção (Bendsoe; Sigmund, 2003). A sensibilidade é calculada por:

$$\alpha_i = \frac{1}{2} (u^i)^t K^i u^i \quad (3.13)$$

Onde u^i é o vetor de deslocamento nodal do elemento i e K^i a matriz de rigidez do elemento.

Numa OT com redução de volume, o método busca remover os elementos de forma a minimizar ou maximizar uma função objetivo. Numa maximização da função objetivo energia de deformação, a rigidez estrutural é minimizada ao remover os elementos que mais diminuem a rigidez com a sua remoção, com maior valor de sensibilidade, a partir das sensibilidades calculadas.

O MEF é, portanto, empregado para determinar as tensões no acoplamento de disco metálico, através de análise estática, com auxílio do pacote computacional Abaqus. Depois, o estado de tensão calculado será utilizado pelo software de simulação computacional Tosca, como uma extensão dentro do Abaqus, para realizar a maximização da energia de deformação, ou seja, minimização da rigidez estrutural, com as restrições de volume do disco e simetria rotacional a cada 90°.

4 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Para determinar a tensão no acoplamento de disco e seu momento de reação oriundo de um desalinhamento angular de $0,5^\circ$, que é o máximo desalinhamento angular suportado segundo catálogo do fabricante, análises estáticas são realizadas. A discretização do domínio e a solução das equações diferenciais que regem o sistema é executada utilizando o Método dos Elementos Finitos, através do pacote comercial Abaqus 2021.

Primeiro, a discretização do modelo é avaliada ao correlacionar o número de elementos e a convergência da malha em análise estática. Depois, a otimização topológica é aplicada no disco circular original. Na sequência, os coeficientes de segurança da vida em fadiga são calculados e, por fim, a confiabilidade é determinada.

A Figura 4.1 mostra o fluxograma das análises computacionais realizadas, com os principais parâmetros de entrada e saída. Para calcular as tensões e momentos de reação no disco, um desalinhamento angular de $0,5^\circ$ e torque de 4 Nm são aplicados ao modelo e uma análise estática é conduzida. Depois, o disco é rotacionado em torno do seu eixo a cada 10° até completar uma revolução completa em 360° , com mesmos valores de desalinhamento angular e torque aplicados. Estas duas primeiras etapas são realizadas no software Abaqus 2021. Em seguida, os tensores de tensão referentes a uma revolução completa são exportados para o programa fe-safe, o qual determina os coeficientes de segurança da vida em fadiga. Esta parte do processo é mostrada na Figura 4.1a. Posteriormente, uma otimização topológica é realizada no disco inicial com auxílio do pacote computacional Tosca, que determina o formato ótimo para

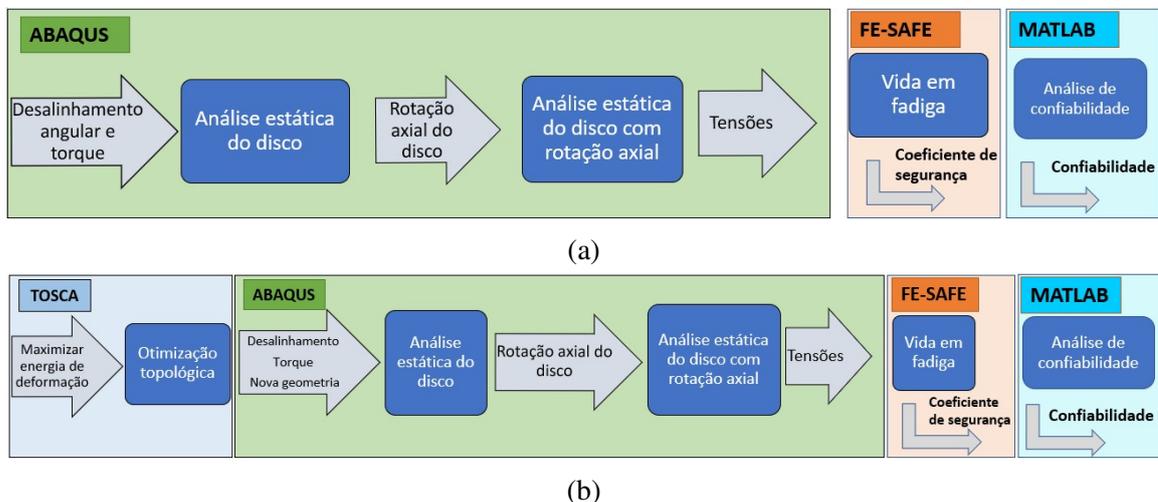


Figura 4.1 – Fluxograma resumido do trabalho (a) Disco original, (b) Discos otimizados.

minimizar os momentos de reação no componente submetido a desalinhamento angular. Por fim, o disco com a nova geometria é analisado novamente de acordo com as etapas descritas anteriormente, para definir momento de reação, tensores de tensão e coeficientes de segurança, respectivamente. Esta parte do fluxo é ilustrada na Figura 4.1b.

O modelo de disco flexível inicial é do tipo circular, com quatro parafusos ligados as partes motora e movida de forma alternada. A geometria do disco é mostrada na Figura 4.2a. As dimensões deste disco são indicadas na Figura 4.2b, e seus valores são dados na Tabela 4.1. Este componente é baseado no acoplamento flexível Vulkan tipo Tormim L-1NZ, dados do fabricante no Anexo A.

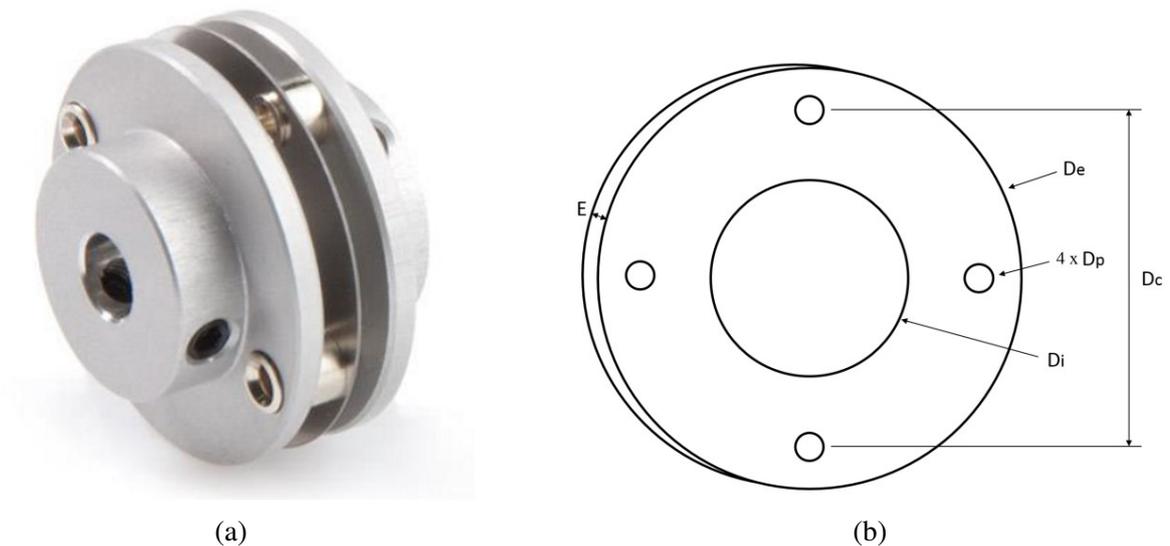


Figura 4.2 – Disco flexível circular (a) formato do disco (Reliance, 2022), (b) dimensões.

Tabela 4.1 – Dimensões do disco circular.

Dimensão	Medida [mm]
Diâmetro externo (D_e)	40
Diâmetro interno (D_i)	20
Diâmetro dos parafusos (D_p)	3
Distância entre os centros dos parafusos (D_c)	35
Espessura (E)	0,6

O material do disco é aço mola e suas propriedades são dadas na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas do material do disco.

Material	Densidade] [kg/m ³]	Coefficiente de Poisson	Módulo de Young [GPa]
Aço inoxidável ASTM A666 301 (Azom, 2022)	7880	0,3	193

4.1 Modelo em Elementos Finitos do Acoplamento

A geração da malha é fundamental para obter resultados confiáveis a um custo computacional compatível. A composição de uma malha envolve: tipo, quantidade e localização de cada elemento na malha. Esses três componentes são essenciais para que a análise seja adequada.

A geometria do elemento baseia-se no tipo de sistema que se deseja representar, conforme explicado na Seção 3.2. Para o disco deste estudo, a forma quadrangular será utilizada devido a melhor relação entre custo computacional e precisão, comparada a geometria triangular. É importante ressaltar que na condição inicial da malha os elementos devem se aproximar de sua geometria ideal, ou seja, um quadrilátero sem distorções. Caso contrário, os resultados podem se afastar significativamente do esperado.

A quantidade de elementos é relacionada às dimensões para cada elemento. Menores dimensões acarretam em maior número de elementos em uma mesma malha, o que resulta em mais equações e maior tempo de processamento, e vice-versa. A quantidade suficiente e necessária para garantir resultados coerentes baseia-se na análise de convergência da malha. Aumentar o número de elementos indiscriminadamente não assegura melhores resultados, pois distorções podem ocorrer e prejudicar a solução.

A localização dos elementos na malha é uma etapa complexa e importante. Existem diversos algoritmos para geração de malha inclusos nos programas. O ponto principal é distribuir quantidade e forma dos elementos que permitam diferentes gradientes na superfície do disco. Para regiões com grande variações, é necessário incluir mais elementos, enquanto que locais com pequenas variações não demandam maior refinamento ([Zienkiewicz; Taylor, 2013b](#)). É importante notar que o projetista deve saber em quais regiões se espera maiores gradientes, a fim de refinar localmente a malha naquela região.

Para determinar o grau de refinamento da malha, análises de convergência da malha são realizadas para o modelo estático. Neste caso, o disco é submetido a desalinhamento angular de 0,5° em torno do eixo X, aplicado aos furos da parte motora, e todos os seus outros graus de

liberdade são engastados. Os furos movidos são engastados em cinco graus de liberdade, exceto pela rotação em torno de Z, e o torque de 4 Nm é aplicado em torno de Z. Essas condições de contorno são aplicadas através de dois pontos de referência com acoplamento cinemático às circunferências dos furos, conforme a Figura 4.3. Para o caso estático com rotação, as mesmas condições aplicadas anteriormente são mantidas, e o disco é rotacionado a cada 10° em torno do eixo Z, em diferentes análises estáticas. O torque de 4 Nm é aplicado pois este é o máximo torque suportado pelo disco, conforme especificação do fabricante Anexo A. Como explicado na seção 3.2.2 a máxima tensão de von Mises é utilizada como critério para análise da convergência da malha.

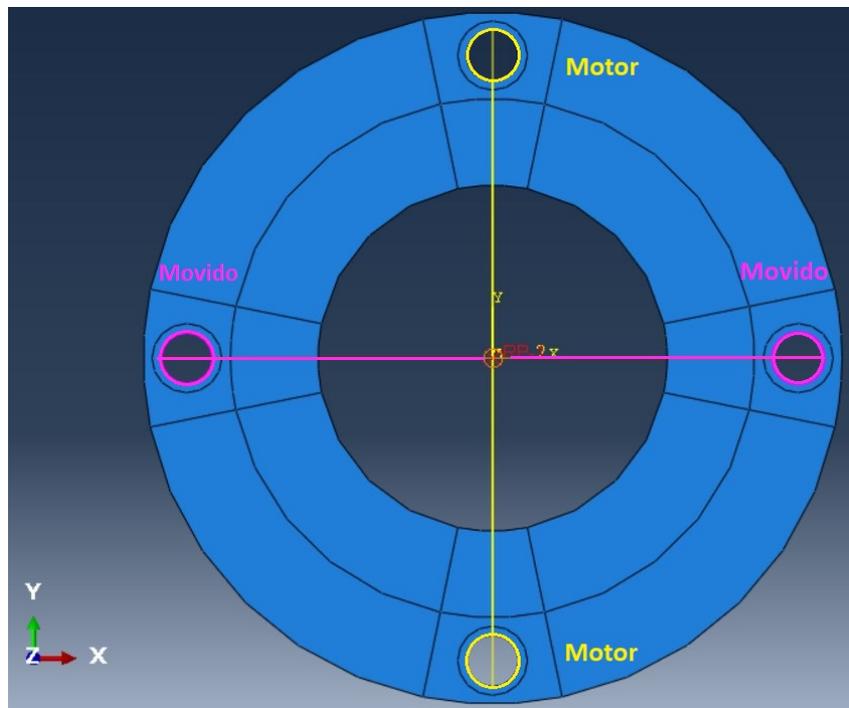


Figura 4.3 – Acoplamento cinemático entre as circunferências dos furos motores (amarelo), movidos (roxo) e seus dois pontos de referências correspondentes.

4.1.1 Convergência da malha para análise estática

O disco é particionado e refinado por partes, visto que apresenta melhor convergência quando comparado a geração livre de malha. A figura 4.4 mostra uma comparação entre malha livre e particionada, ambas com mesmo tamanho de elementos. Nota-se que, para um mesmo tamanho e tipo de elemento, as malhas podem apresentar diferentes quantidades de elementos. A vantagem de particionar é a de possibilitar melhor refinamento localizado, mantendo maiores dimensões dos elementos nas demais localidades, reduzindo a quantidade total de elementos.

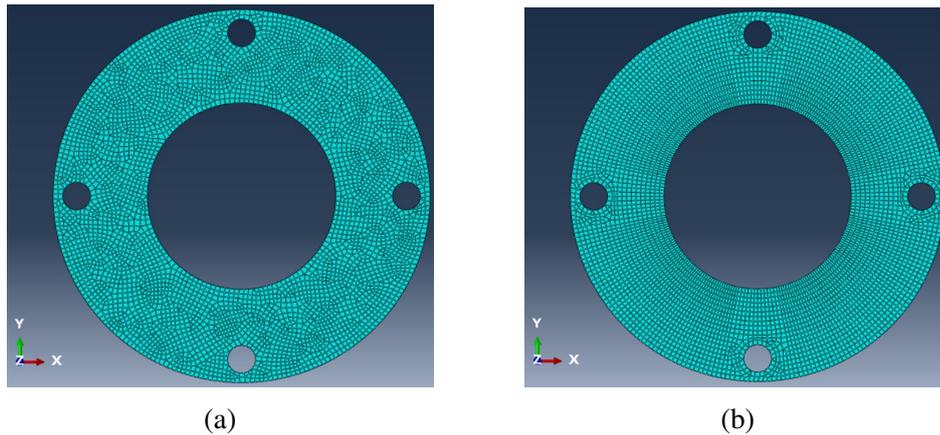


Figura 4.4 – Geração de malha com mesmo tamanho de elemento (a) livre, (b) particionada.

O particionamento é feito através da combinação de três modificações na seção do disco, conforme Figura 4.5, descritas abaixo:

- A primeira é feita ao considerar novas circunferência em torno dos quatro furos e afastadas de 1 mm destes;
- A segunda insere divisões radiais com intervalos angulares de $11,25^\circ$ em relação ao centro dos furos;
- A terceira é a adição de uma nova circunferência de raio 15mm, a partir do centro do disco.

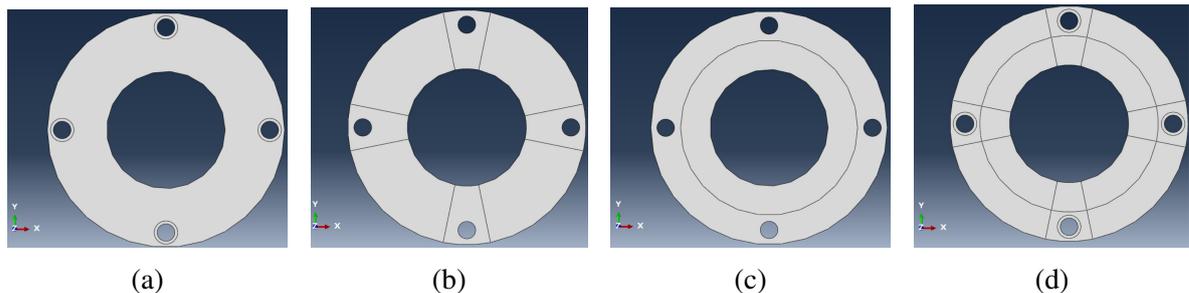


Figura 4.5 – Seccionamento do disco para geração de malha (a) região circular nos furos, (b) região radial nos furos, (c) região circular média no disco e (d) partição final.

A partir da configuração final, a distribuição de tensão no disco com tamanho global de elemento 0,15 mm e 52339 elementos é dada na Figura 4.6. Observando o campo de tensão, nota-se uma grande variação nas regiões próximas aos furos, e pouca mudança nas demais áreas. Assim, é possível inferir que um refino maior é necessário na proximidade dos furos e, no restante do disco, uma malha mais grosseira é suficiente.

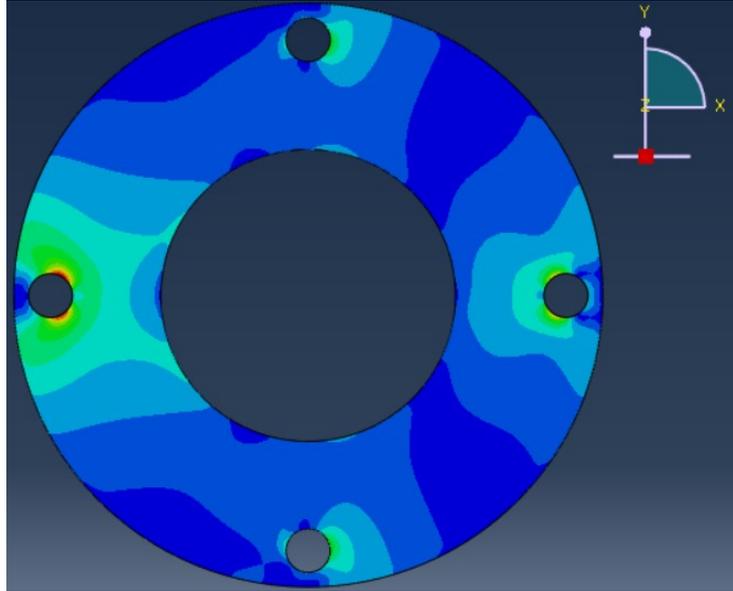


Figura 4.6 – Tensão de von Mises no disco submetido a desalinhamento angular com 52339 elementos.

Sabendo que grandes diferenças no tamanho dos elementos numa mesma malha pode gerar maiores distorções, cinco níveis de discretizações, com mesmo tamanho global de elemento em cada modelo, são aplicados para avaliar a convergência, partindo de uma malha grosseira para uma extremamente refinada. Como na malha com maior número de elementos há uma grande diferença no tempo de processamento, e sabendo que a região do furo apresenta maior gradiente nos valores de tensão, duas discretizações adicionais foram feitas para avaliar o impacto do refinamento localizado na região dos furos. A Tabela 4.3 mostra o tamanho e a quantidade dos elementos, com as máximas tensões correspondentes para cada nível de discretização, enquanto a Figura 4.7 mostra a malha para cada uma das discretizações do discos.

Tabela 4.3 – Máximas tensões de von Mises para diferentes malhas.

Malha	Elementos	Graus de liberdade	Tamanho dos elementos nos furos [mm]	Tamanho dos elementos no corpo [mm]	Tensão máxima [MPa]
1	1206	28944	1	1	160,4
2	4774	114576	0,5	0,5	183,1
3	18984	455616	0,25	0,25	209,7
4	52339	1256136	0,15	0,15	220,8
5	241140	5787360	0,07	0,07	227,6
6	29250	702000	0,05	0,3	229,4
7	49280	1182720	0,035	0,3	231,5

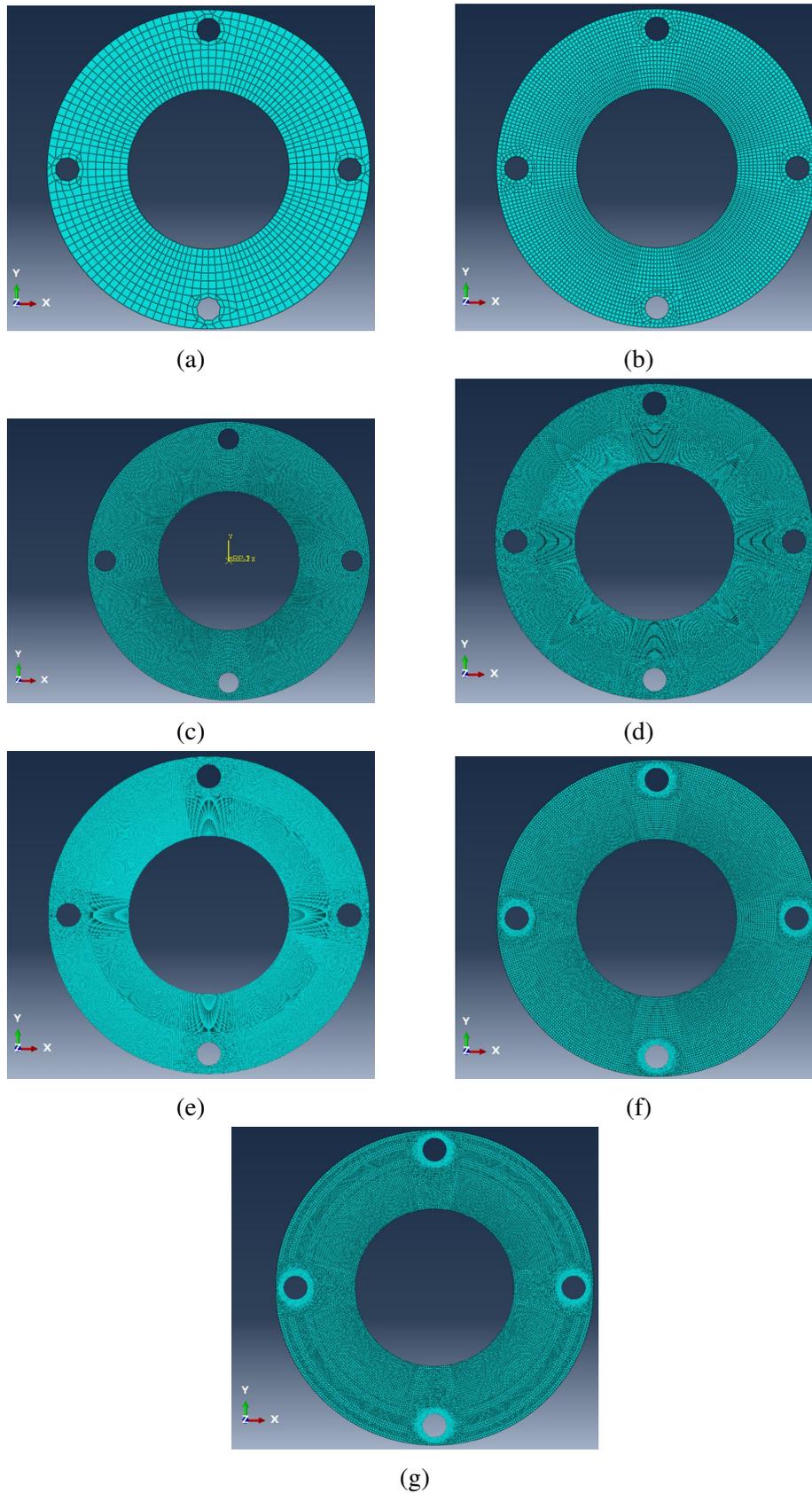


Figura 4.7 – Malha (números de elementos): (a) 1 (1206), (b) 2 (4774), (c) 3 (18984), (d) 4 (52339), (e) 5 (241140), (f) 6 (29250) e (g) 7 (49280).

Na ausência de dados experimentais, não havendo o valor esperado para a tensão máxima e para o campo de tensões, adota-se como referência a malha com maior valor de tensão máxima, malha 7, pois maiores tensões resultam em maior possibilidade de falha. Além disso, esta malha é a com maior refinamento próximo aos furos, região de maior gradiente de tensões e de maiores valores absolutos das tensões. A malha escolhida consiste naquela com erro relativo das máximas tensões de von Mises inferior a 1% em relação a referência. O erro relativo e_{Ri} da malha i pode ser calculado por:

$$e_{Ri} = \left\| \frac{\sigma_i - \sigma_{ref}}{\sigma_{ref}} \right\| \quad (4.1)$$

O resultado na Figura 4.8 mostra o erro considerando a malha 7 como referência de σ_{ref} . Por apresentar erro aceitável, a malha 6 é selecionada, atendendo ao critério de convergência.

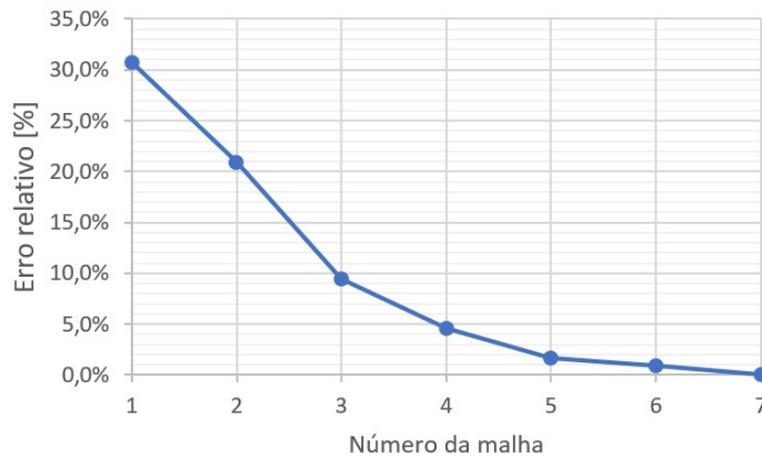


Figura 4.8 – Erro relativo das máximas tensões de von Mises para as malhas de diferentes refinamentos.

Utilizando a malha 6 para analisar a deformação no disco na posição inicial, com rotação 0° , a vista frontal e lateral com tensões de von Mises são mostradas nas Figura 4.9a e Figura 4.9b, respectivamente. Rotacionando o disco em torno do eixo Z em 30° no sentido anti-horário, a vista frontal e lateral são mostradas nas Figura 4.9c e Figura 4.9d, respectivamente.

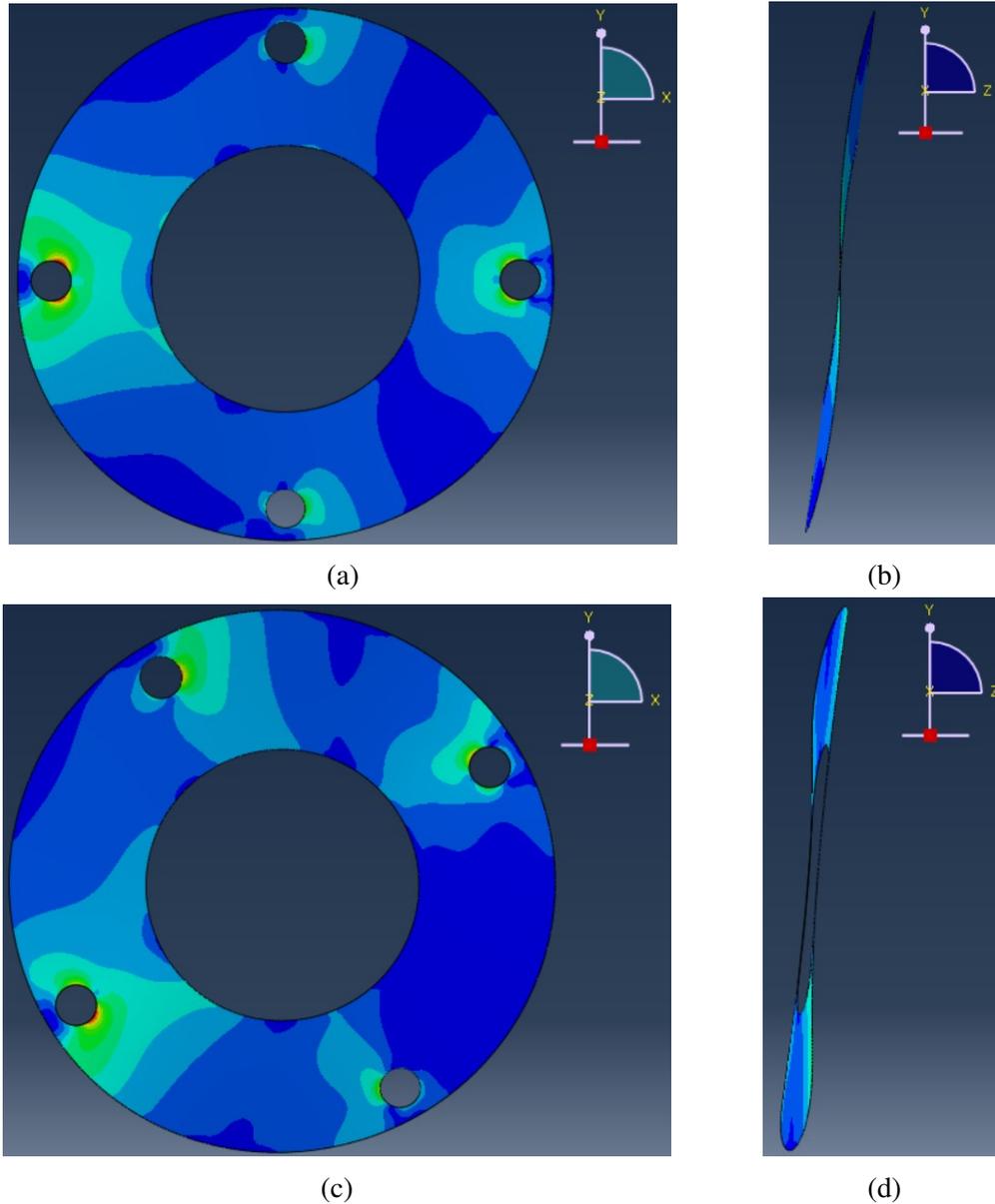


Figura 4.9 – Mapa de cor da tensão de von Mises e deformação em escala ampliada em 15 vezes do disco com a malha 6: (a) vista frontal com rotação 0° , (b) vista lateral com rotação 0° , (c) vista frontal com rotação 30° e (d) vista lateral com rotação 30° .

4.2 Fator de segurança em vida infinita

Para calcular a vida em fadiga do disco, após realizar a análise estática com rotação, os tensores de tensão são transferidos do programa Abaqus para o software fe-safe. Em seguida, os carregamentos referentes a um ciclo completo, propriedades do material, temperatura, fatores de correção e método para cálculo da vida são aplicadas neste último programa. O resultado final é composto por um modelo 3D com os coeficientes de segurança de vida infinita em cada ponto do disco, calculados através de diagrama similar ao Goodman modificado, Figura 2.7.

Por fim, a confiabilidade é calculada em função da máxima tensão de projeto e do limite de fadiga do material.

A transferência do modelo estático com rotação para o fe-safe inclui a geometria e tensores de tensões no disco, a cada 10° de rotação. Cada elemento possui um tensor associado por ângulo de rotação, assim a cada incremento da rotação são transferidos diferentes valores de tensões. As tensões são aplicados a partir dos tensores em cada ângulo de rotação, de forma sequencial de 0° a 360° até completar uma rotação, ou um ciclo de fadiga.

Para calcular a vida em fadiga, a tensão limite de ruptura (σ_{ut}) do aço 301 1/8 é tabelada. O limite de fadiga também é tabelado para algumas espessuras de camada endurecida, e quando não disponível, o que ocorre para 1/8 e 3/4 duro, foi estimado em função da razão $\frac{S_e}{S_{ut}}$ conhecidas, por uma razão média baseada nas variações do aço 301 com diferentes espessuras de camada endurecida. Os três pontos da curva SN são determinados baseados em S_{ut} e S_e , conforme explicado no terceiro parágrafo da Seção 3.3. Estes dados são apresentados na Tabela 4.4. A temperatura considerada foi de 20°C, e os fatores de correção são aplicados no cálculo do método de tensão de Brown-Miller.

Tabela 4.4 – Propriedades físicas das variações do aço 301 a 20°C.

Têmpera	Tensão última [MPa] (ATI, 2022)	Limite de fadiga [MPa] (ATI, 2022)	Razão $\frac{S_e}{\sigma_{ut}}$ [%]	Nº de ciclos da curva SN	Tensão da curva SN [MPa]
Revenido	515	241	46,60	$10^3, 10^6$	463,5 ; 515
1/8 duro	690 (Azom, 2022)	270 (estimado)	39,13 (média)	$10^3, 10^6$	621; 690
1/4 duro	862	303	35,15	$10^3, 10^6$	775,8; 862
1/2 duro	1034	379	36,65	$10^3, 10^6$	930,6; 1034
3/4 duro	1207	458 (estimado)	37,95 (média)	$10^3, 10^6$	1086,3; 1207
1/1 duro	1276	552	43,26	$10^3, 10^6$	1148,4; 1276

Os resultados obtidos pelo fe-safe para o disco circular, são mostrados na Figura 4.10. O local do menor coeficiente de segurança está localizado na região do furo, conforme esperado, e seu valor é de 1,092.

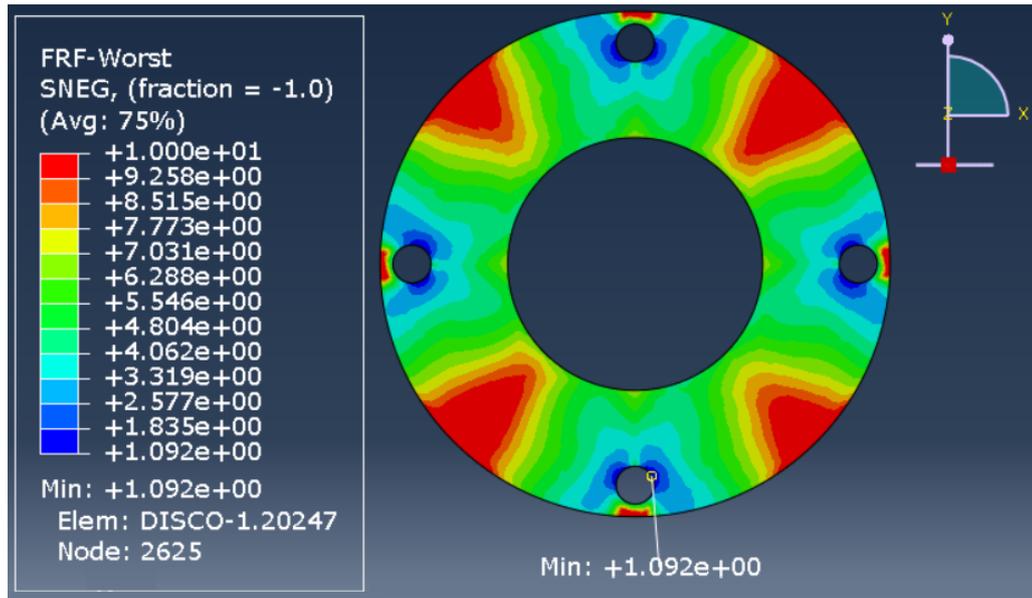


Figura 4.10 – Coeficientes de segurança em vida infinita do disco circular.

Visto que há muitas incertezas envolvidas nos valores das propriedades dos materiais, estes não devem ser entendidos como determinísticos, e sim como faixas aceitáveis. É de conhecimento geral que as propriedades fornecidas em literatura, como módulo de elasticidade e tensões, apresentam dispersão nos seus resultados. [Bright et al. \(2011\)](#) e [Jesus et al. \(2006\)](#) sugerem diferentes valores para desvio padrão em propriedades físicas de aços, para incorporar a variabilidade. O valor adotado neste trabalho para o limite de fadiga e tensão máxima no disco é de 8%, com o intuito de fazer uma consideração conservadora. Como forma de robustecer as conclusões apresentadas, a partir da análise dos resultados calcula-se a confiabilidade. A probabilidade de falha (PF) pode ser determinada através da área de interseção entre duas distribuições de probabilidade, destacada em amarelo na Figura 4.11. Uma distribuição representa o limite de resistência de fadiga do material, e outra a máxima tensão de von Mises de projeto. A confiabilidade (R) pode ser calculada por:

$$R = 1 - PF \quad (4.2)$$

Para $R=1$, o projeto é 100% seguro, o que não é viável na prática. Se $R < 1$, então existe a probabilidade da tensão no disco estar acima do limite de fadiga do material, podendo ocorrer a falha do componente.

A distribuição de probabilidade utilizada será a curva gaussiana, ou normal, por se adaptar de forma razoável ao problema de variabilidade nas propriedades do material e nas tensões de projeto. Esta distribuição é contínua e definida pelos parâmetros média (μ), desvio

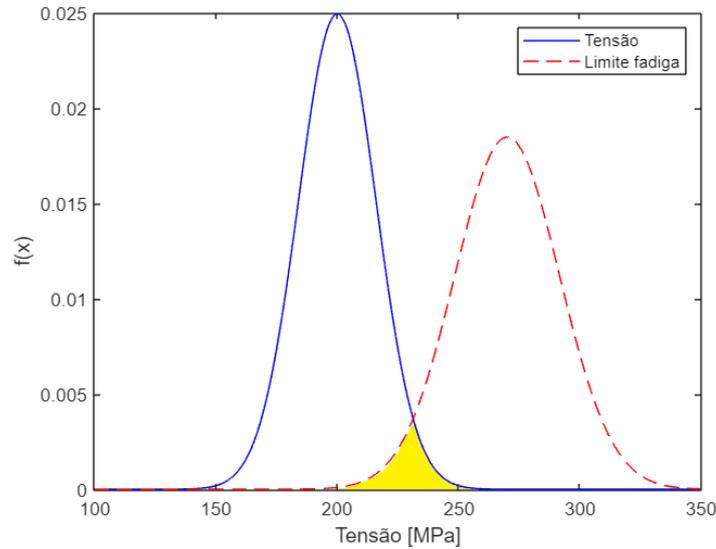


Figura 4.11 – Probabilidade de falha para limite de fadiga e tensão máxima de von Mises.

padrão (σ) e a variável aleatória x :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (4.3)$$

A confiabilidade é calculada na posição em que o menor coeficiente de segurança é encontrado. Para o aço 301 1/8 é de 42,55%, e o gráfico de probabilidade de falha é mostrado na Figura 4.12a.

Visto que coeficiente de segurança maior que 1,5 e a confiabilidade superior a 99% são valores adotados como critérios necessários para o disco otimizado, materiais com maiores valores de limite de fadiga são desejados. O aço mola 301 apresenta variações em função da sua espessura endurecida através de tratamento térmico de têmpera, conforme Tabela 4.4. Repetindo o procedimento acima para essas variações, os resultados dos menores coeficientes de segurança e sua confiabilidade mostram que os critérios requeridos para estes parâmetros são atendidos a partir da têmpera 1/2, destacados em verde e apresentados na Tabela 4.5. Os gráficos correspondentes de probabilidade de falha são mostrados na Figura 4.12.

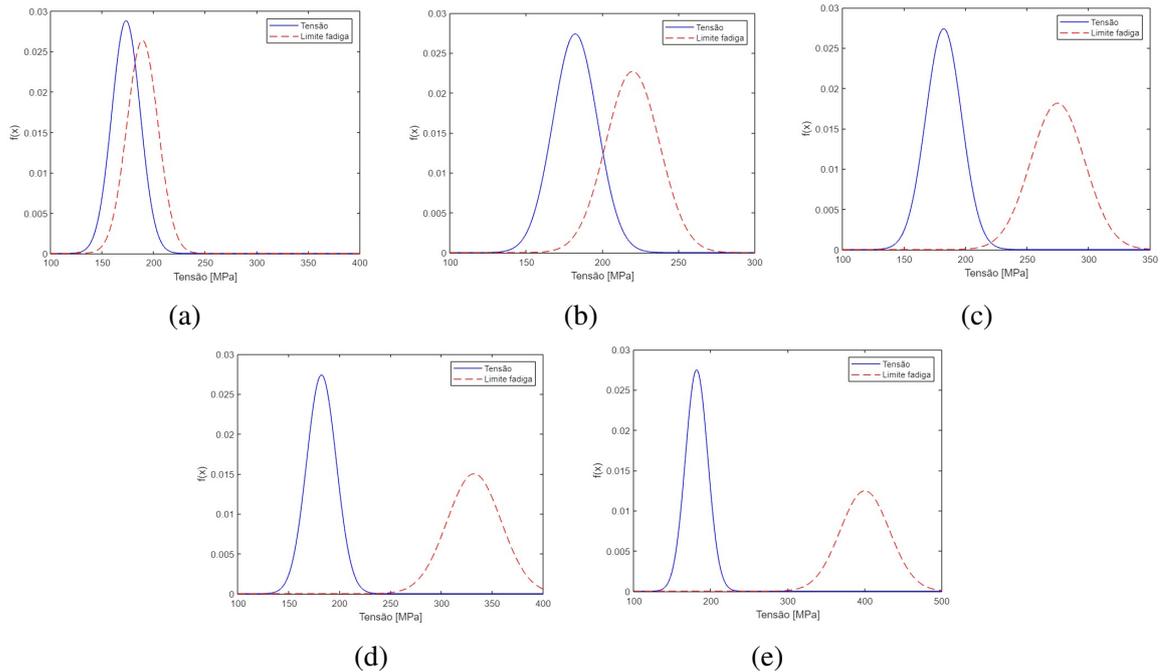


Figura 4.12 – Probabilidade de falha das variações do 301: (a) 1/8, (b) 1/4, (c) 1/2 e (d) 3/4 e (e) 1.

Tabela 4.5 – Coeficientes de segurança para variações do aço 301 a 20°C.

Têmpera	Coeficiente de segurança	Confiabilidade [%]
1/8 duro	1,092	42,55
1/4 duro	1,228	81,17
1/2 duro	1,534	99,30
3/4 duro	1,851	99,98
1/1 duro	2,22	99,99

4.3 Otimização Topológica do disco flexível

A otimização topológica é realizada no programa computacional Tosca, e baseada na análise estática do disco. A proposta é maximizar a função objetivo energia de deformação, a fim de reduzir a rigidez estrutural e, conseqüentemente, os momentos de restituição. As restrições utilizadas são: volume total do disco e simetria rotacional a cada 90°. A otimização em relação aos coeficientes de segurança em fadiga seria ideal por ser baseada diretamente nos parâmetros a serem otimizados, e não em propriedades indiretas que têm relação proporcional às primeiras, com a clara desvantagem de aumentar o custo computacional exponencialmente, o que pode inviabilizar a sua realização.

Partindo do disco original circular, dado na Figura 4.2, com a malha 6 da Seção 4.1.1, aço 301 1/8 duro, excluindo a região dos furos da área de design, conforme mostrado na Figura 4.13a, o resultado com volume final (V_f) maior ou igual a 90% do volume original (V_0) é dado pela Figura 4.13b.

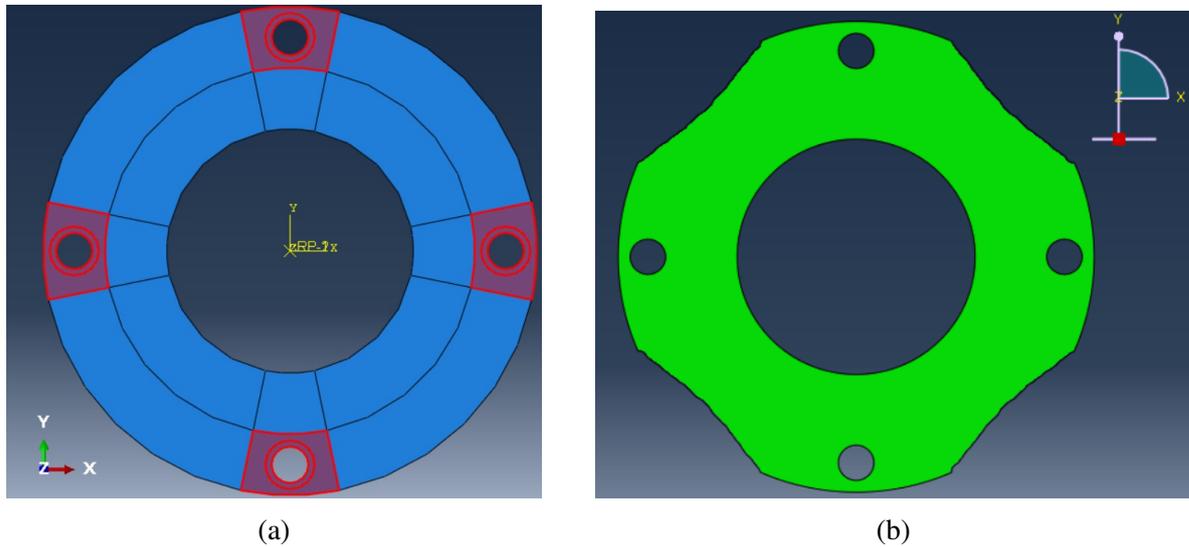


Figura 4.13 – (a) Região dos furos congelada em vermelho na otimização topológica e (b) Otimização topológica com $V_f = 90\%V_0$.

Como a geometria otimizada apresenta contorno irregular na parte externa, devido ao formato quadrangular dos elementos, uma suavização de contorno é aplicada manualmente para facilitar sua fabricação, resultando na geometria da Figura 4.14a. O gráfico que mostra o comportamento da convergência da função objetivo e volume com o número da iteração é apresentado na Figura 4.14b.

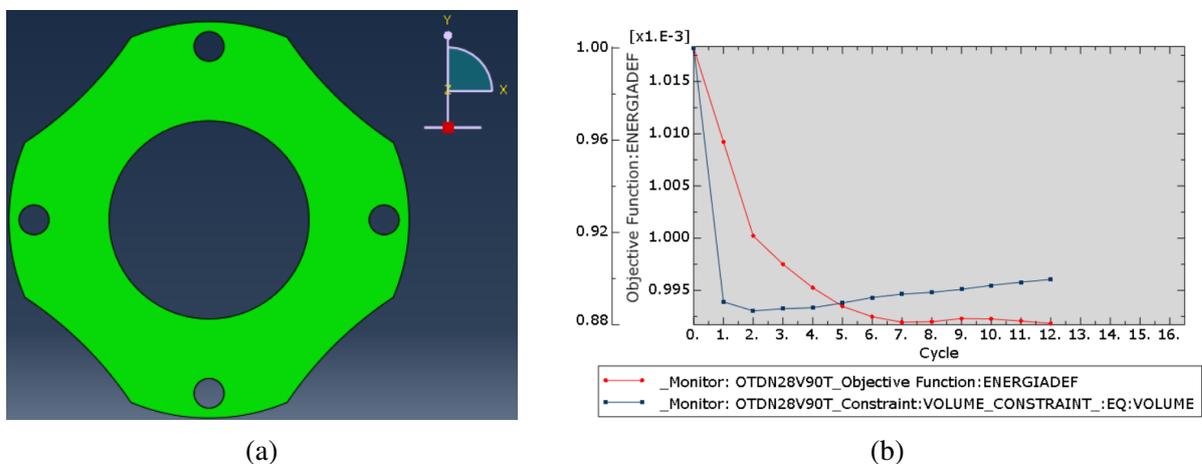
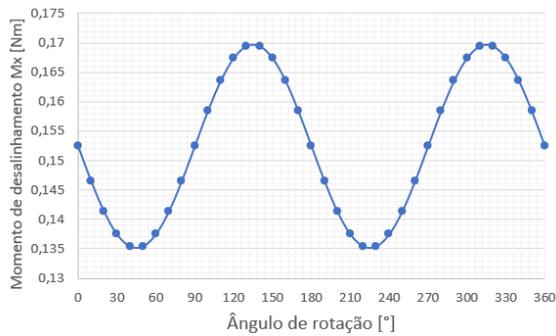


Figura 4.14 – (a) Otimização topológica com suavização $V_f = 90\%V_0$ e (b) convergência da função objetivo e volume.

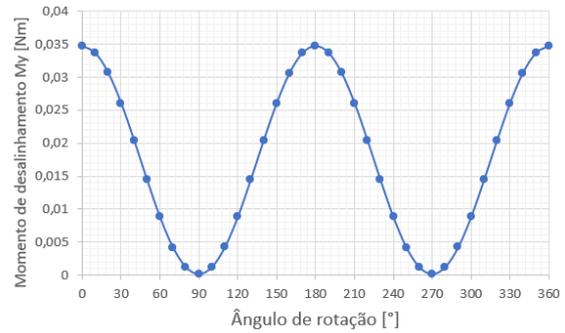
Aplicando os procedimentos mostrados nas Seções 4.1.1 e 4.2, é possível obter os resultados dos coeficientes de vida em fadiga com sua confiabilidade, mostrados na Tabela 4.6. Os seus momentos de reações em torno do eixo X e Y são mostrados na Figura 4.15, e a máxima tensão de von Mises no disco na Figura 4.16, ambas mostradas ao longo de uma rotação completa.

Tabela 4.6 – Coeficientes de segurança em fadiga e confiabilidade no disco otimizado a 90% V_0 com aço 301 1/8.

Coeficiente de segurança em fadiga	Confiabilidade [%]	Momento máximo [Nm]
1,15	63,20	0,169492



(a)



(b)

Figura 4.15 – Momentos de reação da otimização topológica com $V_f=90\%V_0$ ao longo de uma rotação: (a) Momento de reação em torno do eixo X e (b) Momento de reação em torno do eixo Y.

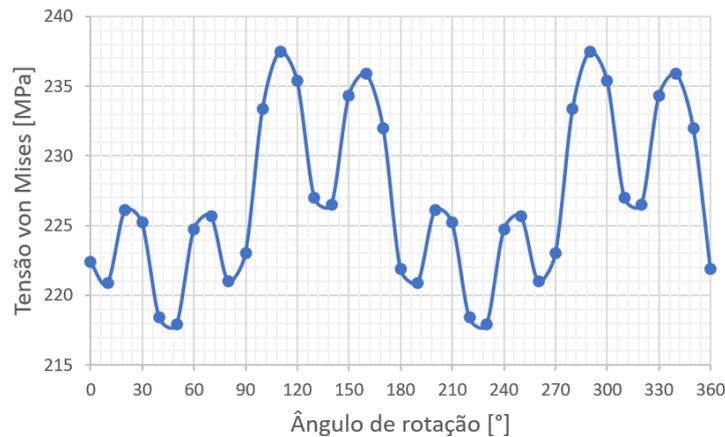


Figura 4.16 – Máxima tensão de von Mises no disco ao longo de uma rotação com $V_f=90\%V_0$.

Os valores do coeficiente de segurança em fadiga e confiabilidade não atingiram os critérios mínimos desejados de projeto. Portanto, novas otimizações são realizadas reduzindo o

volume em decrementos de 10%, até o limite de 20% do volume inicial, que é o ponto no qual o coeficiente de segurança em fadiga apresenta inflexão. Estes resultados são apresentados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Coeficientes de segurança, confiabilidade e momento de reação nos discos otimizados para aço 301 1/8 duro.

Volume final [%V ₀]	Coeficiente de segurança	Confiabilidade [%]	Momento máximo [Nm]	Redução do momento máximo [%]
100	1,092	42,55	0,176934	0,00
90	1,150	63,20	0,169492	4,21
80	1,229	81,47	0,155927	11,87
70	1,329	93,17	0,141396	20,09
60	1,462	98,36	0,124349	29,72
50	1,630	99,71	0,105603	40,32
40	1,854	99,98	0,0841292	52,45
30	1,972	99,99	0,0686296	61,21
20	1,100	44,96	0,0455699	74,24

Os gráficos de convergência são mostrados na Figura 4.17, formatos correspondentes dos discos com e sem suavização de contorno na Figura 4.18, momentos de reação na Figura 4.19 e máxima tensão de von Mises na Figura 4.20.

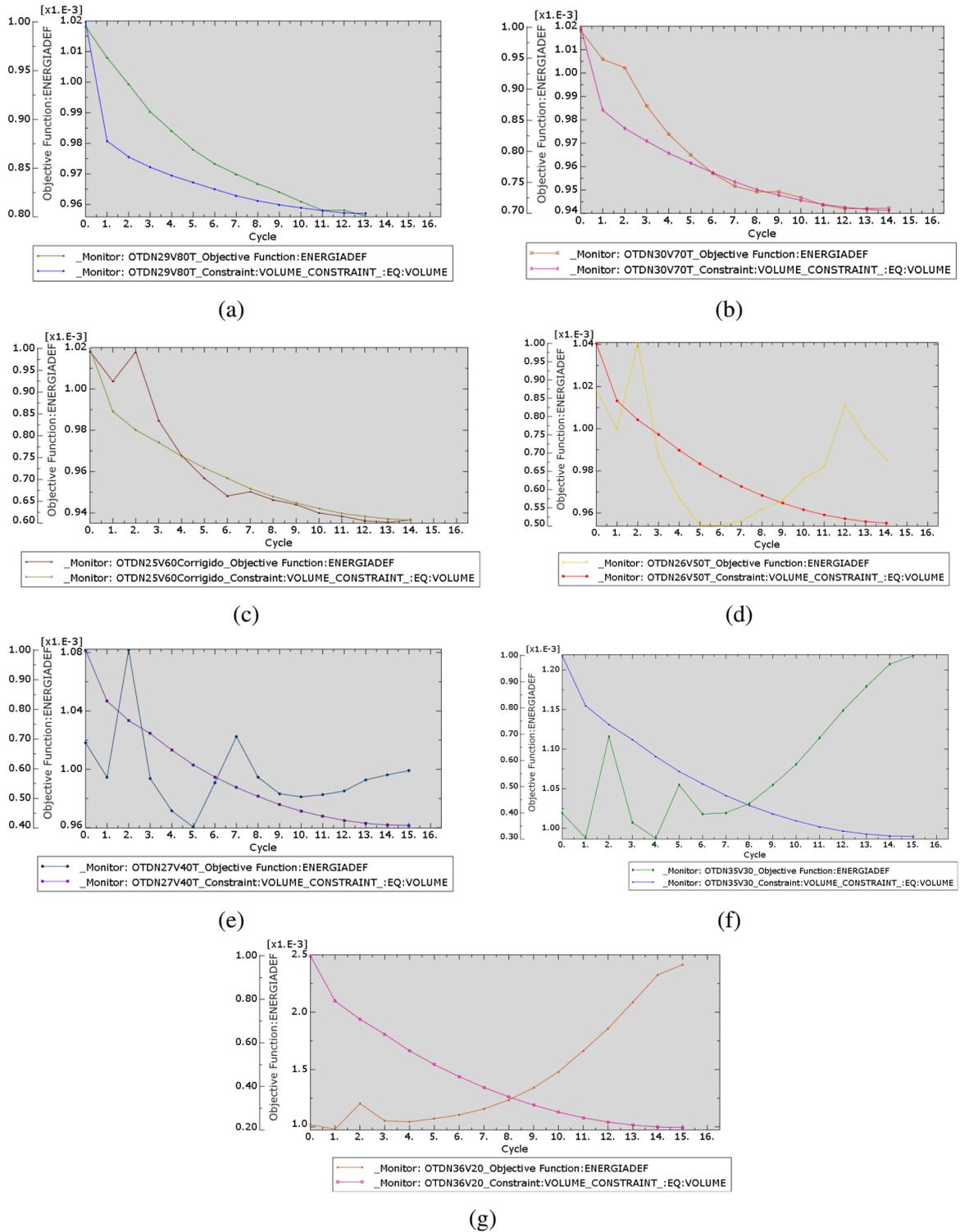


Figura 4.17 – Convergência da função objetivo e volume: (a) 80% V_0 , (b) 70% V_0 , (c) 60% V_0 , (d) 50% V_0 , (e) 40% V_0 , (f) 30% V_0 e (g) 20% V_0 .

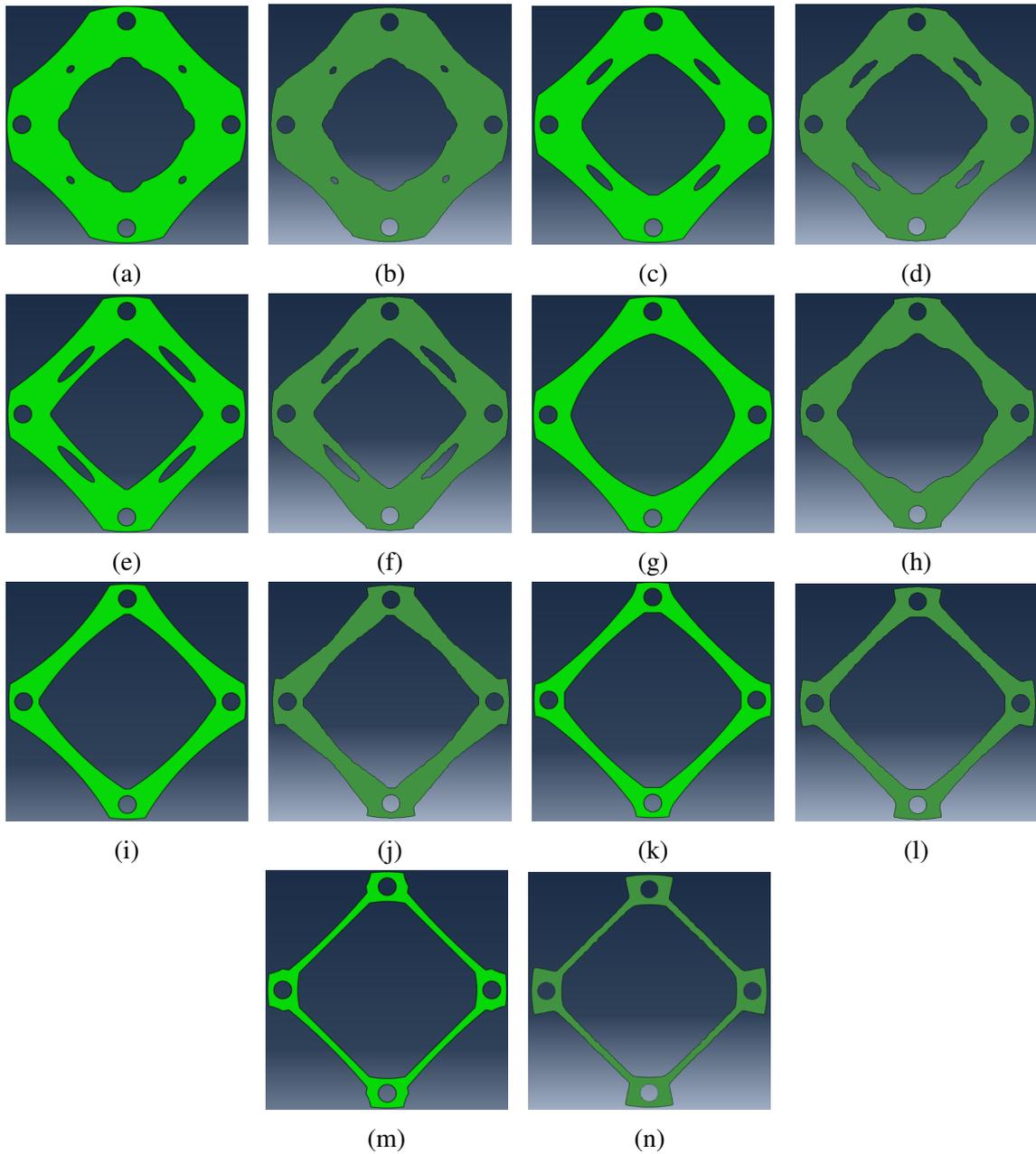


Figura 4.18 – Discos otimizados com volumes finais de: (a) 80% V_0 suavizado, (b) 80% V_0 , (c) 70% V_0 suavizado, (d) 70% V_0 , (e) 60% V_0 suavizado, (f) 60% V_0 , (g) 50% V_0 suavizado, (h) 50% V_0 , (i) 40% V_0 suavizado, (j) 40% V_0 , (k) 30% V_0 suavizado, (l) 30% V_0 , (m) 20% V_0 suavizado e (n) 20% V_0 .

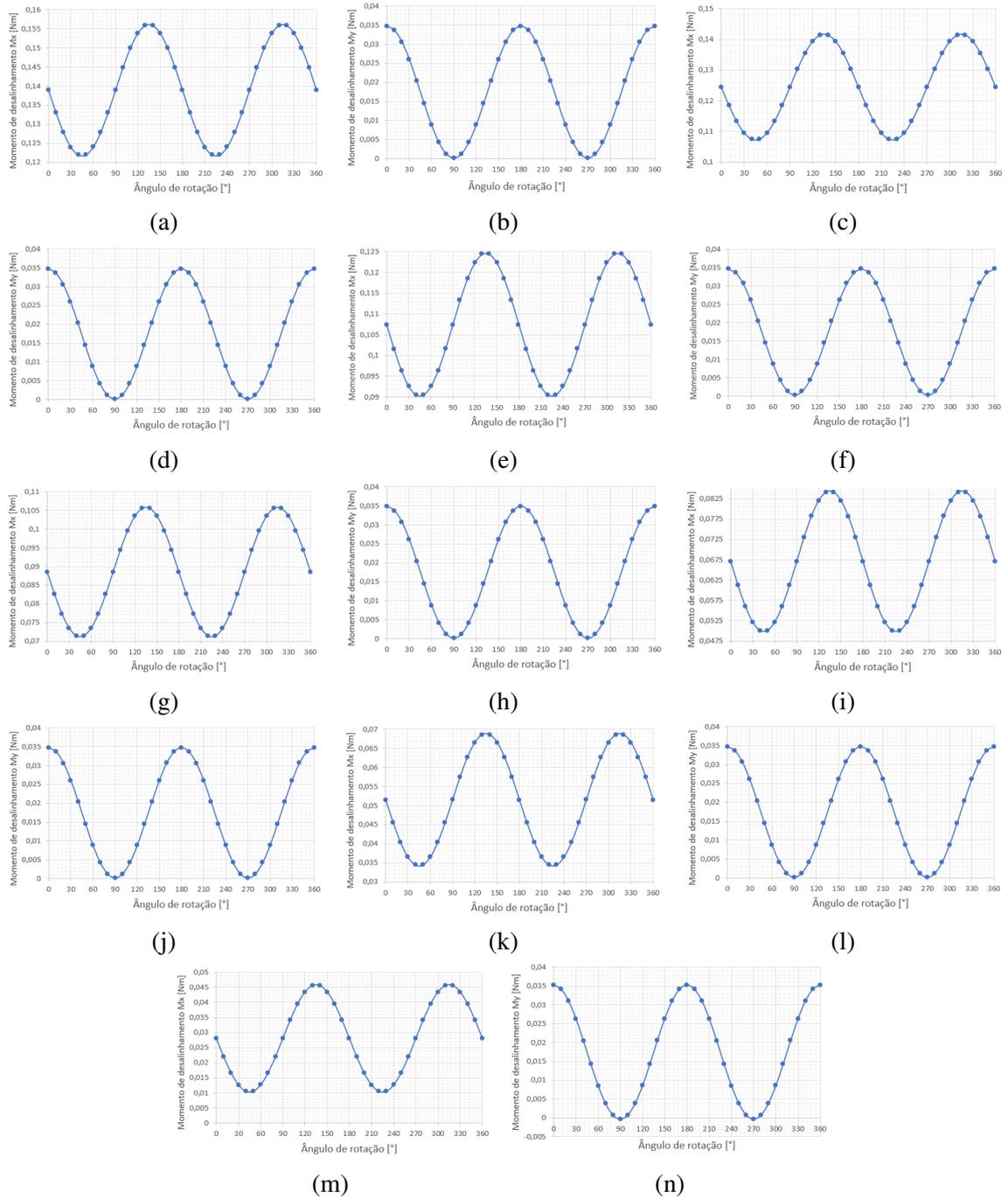


Figura 4.19 – Momentos de reação nos volumes finais de: (a) M_x 80% V_0 , (b) M_y 80% V_0 , (c) M_x 70% V_0 , (d) M_y 70% V_0 , (e) M_x 60% V_0 , (f) M_y 60% V_0 , (g) M_x 50% V_0 , (h) M_y 50% V_0 , (i) M_x 40% V_0 , (j) M_y 40% V_0 , (k) M_x 30% V_0 , (l) M_y 30% V_0 , (m) M_x 20% V_0 e (n) M_y 20% V_0 .

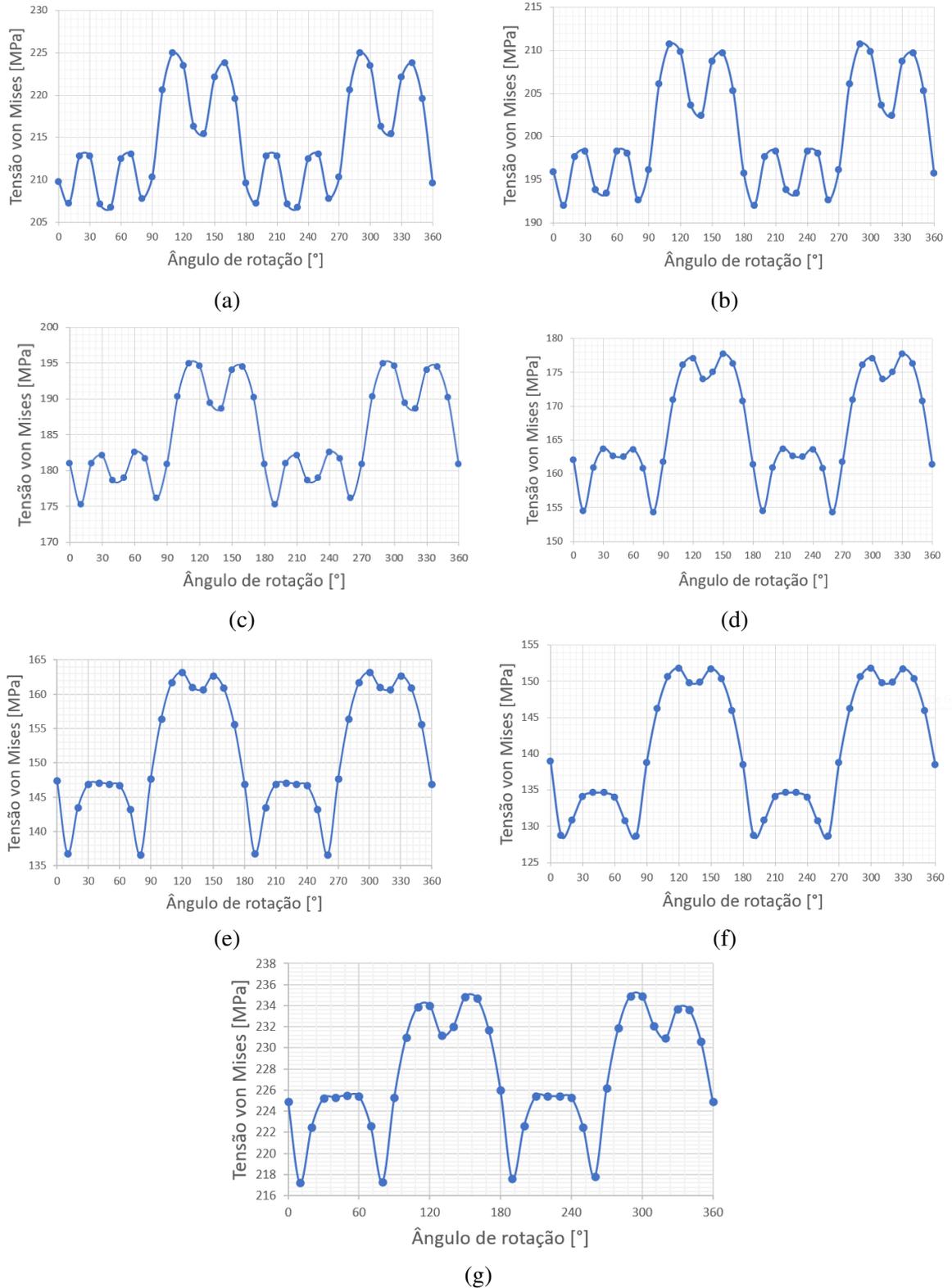


Figura 4.20 – Máxima tensão de von Mises nos discos ao longo de uma rotação: (a) 80% V_0 , (b) 70% V_0 , (c) 60% V_0 , (d) 50% V_0 , (e) 40% V_0 , (f) 30% V_0 e (g) 20% V_0 .

A Tabela 4.8 mostra os volumes dos discos otimizados sem e com suavização, calculados em função da área superficial de um lado do disco, visto que o processo manual implica

em pequenas diferenças nos volumes:

Tabela 4.8 – Volumes nos discos sem (SS) e com (CS) suavização.

V_f [% V_0]	Área SS [m ²]	Área CS [m ²]	Volume SS [% V_0]	Volume CS [% V_0]
100	9,14e-4	9,14e-4	100%	100 %
90	8,31e-4	8,26e-4	90,92%	90,37 %
80	7,45e-4	7,36e-4	81,51%	80,53 %
70	6,57e-4	6,42e-4	71,88%	70,24 %
60	5,69e-4	5,51e-4	62,25%	60,28 %
50	4,72e-4	4,42e-4	51,64%	48,36 %
40	3,79e-4	3,48e-4	41,47%	38,07 %
30	2,89e-4	2,76e-4	31,62%	30,20 %
20	2,00e-4	1,86e-4	21,88%	20,35%

Repetindo a análise para diferentes níveis de endurecimento do aço 301, os valores obtidos são dados na Tabela 4.9, na qual as combinações que atendem aos critérios são destacadas em verde. É possível concluir que a configuração de 50% V_0 com material 301 1/8 duro apresenta boa combinação de coeficiente de segurança e confiabilidade, dispensando a necessidade de utilizar um material com maior espessura de camada endurecida. Considerando a manufacturabilidade, é notável que este modelo é mais fácil de fabricar do que o de 40%, portanto, é selecionado como o modelo mais promissor por este estudo. As dimensões desse modelo são dadas na Figura 4.21.

Tabela 4.9 – Coeficientes de segurança e confiabilidade nos discos otimizados com variações do aço 301.

V_f [% V_0]	1/8 duro		1/4 duro		1/2 duro		3/4 duro		1/1 duro	
	CS	R[%]								
100	1,092	42,55	1,228	81,17	1,534	99,30	1,851	99,98	2,220	99,99
90	1,150	63,20	1,294	90,01	1,617	99,60	1,952	99,99	2,343	99,99
80	1,229	81,47	1,384	96,11	1,729	99,99	2,087	99,99	2,504	99,99
70	1,329	93,17	1,497	98,87	1,870	99,99	2,257	99,99	2,707	99,99
60	1,462	98,36	1,647	99,71	2,057	99,99	2,482	99,99	2,975	99,99
50	1,63	99,71	1,837	99,99	2,294	99,99	2,769	99,99	3,319	99,99
40	1,854	99,98	2,092	99,99	2,612	99,99	3,150	99,99	3,681	99,99
30	1,972	99,99	2,289	99,99	2,829	99,99	3,380	99,99	3,890	99,99
20	1,100	44,96	1,268	86,16	1,570	99,46	1,881	99,99	2,188	99,99

Comparando a geometria final com as geometrias disponíveis comercialmente, conforme Figura 4.22, nota-se grande semelhança entre eles. A maior diferença está na dimensão das reentrâncias dos diâmetros externos e interno, o que possivelmente dificulta a fabricação do

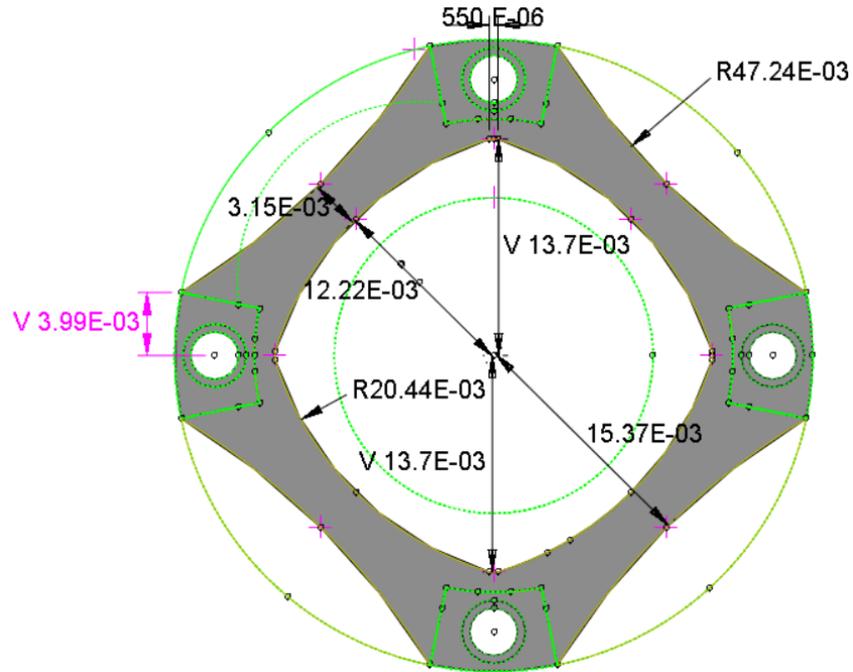


Figura 4.21 – Dimensões do disco otimizado em metro, com volume 50% V_0 .



(a)



(b)

Figura 4.22 – Discos ofertados em catálogos comerciais (a) (Lovejoy, 2022), (b) (Rexnord, 2022).

disco com maiores variações no contorno, com a geometria comercial sendo mais suave, além de simétrica, o que facilita o processo de montagem.

Analisando o percentual de redução do momento de reação em relação ao disco original, é evidente o ganho obtido com a otimização, no valor de 40,32% (Tabela 4.7). Isso indica que o procedimento atende ao objetivo inicial, mas que necessita de validação experimental para ratificar os valores calculados, assim como avaliar seu impacto no comportamento

vibracional do sistema rotativo.

5 CONCLUSÃO

O estudo realizado traz como contribuição a redução do momento de restituição gerado por desalinhamento angular em disco flexível, através da otimização topológica a partir do disco circular original, para minimizar a rigidez estrutural. Essa análise permitiu avaliar a redução nos momentos de reação, mantendo o coeficiente de segurança da vida em fadiga.

Primeiro, a geração da malha pelo MEF foi realizada com elementos de casca quadrangulares, assim como a análise de convergência da malha. A convergência foi analisada para a tensão máxima estática. Um modelo com boa precisão e menor custo computacional foi obtido. Foram considerados efeitos de não linearidade geométrica.

O comportamento dinâmico foi aproximado por rotações estáticas sequenciais a cada 10° em torno do eixo Z no disco, rotacionando até 360° ou uma revolução completa do disco. Os coeficientes de segurança para vida infinita foram calculados através do método tensão-vida de Brown-Miller modificado. A confiabilidade foi determinada baseada no limite de fadiga corrigido e na tensão de projeto no disco, através da curva de probabilidade de falha. Diferentes propriedades para o aço 301 foram analisadas para avaliar o impacto no coeficiente de segurança.

Por fim, uma otimização topológica foi realizada no disco circular através de análise estática. O parâmetro maximizado foi a energia de deformação, o que leva a redução da rigidez e, conseqüentemente, menores momentos de reação no disco. A restrição no volume final serviu como referência para a redução de material. Restrição geométrica a cada 90° também foi aplicada no modelo para evitar a assimetria rotacional. A geometria otimizada foi suavizada para eliminar descontinuidades agudas nos contornos e o formato final foi obtido. Novamente, o coeficiente de segurança e a confiabilidade da nova geometria foram obtidos. Para finalizar, o volume final foi reduzido até 20% do valor inicial, valor que apresenta inflexão no coeficiente de segurança em fadiga, e as geometrias finais reavaliadas com diferentes variações do aço 301.

Os resultados finais apresentaram-se coerentes com as geometrias de discos disponíveis no mercado. O modelo de volume final 50% V_0 apresentou a melhor combinação de coeficiente de viga em fadiga, confiabilidade e manufaturabilidade, portanto, foi o selecionado neste estudo. Os novos formatos indicam que a remoção de material no diâmetro interno também é vantajosa, apesar de ser potencialmente mais cara para a fabricação.

5.1 Sugestão para futuros trabalhos

Pesquisas futuras são sugeridas a partir da análise realizada, adversidades encontradas e resultados obtidos:

- Medir o comportamento dinâmico das geometrias do disco flexível otimizadas em bancada de teste com desalinhamento angular, e validar o modelo teórico;
- Medir vida em fadiga para as geometrias do disco flexível otimizadas;
- Realizar procedimento semelhante com disco circular de seis parafusos e comparar resultados teóricos e experimentais, a fim de identificar um padrão com o aumento do número de furos;
- Incluir desalinhamentos axiais e paralelos no modelo, e comparar com o comportamento do disco quando desalinhado angularmente;
- Adotar método de otimização que minimize diretamente o momento de restituição, e utilize o coeficiente de segurança da vida infinita como restrição, aplicado diretamente em análises dinâmicas;

REFERÊNCIAS

- Abaqus. 2022. <https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAEELMRefMap/simaelm-r-shellgeneral.htm>. Acesso em 30/03/2023.
- Abaqus. 2022. <https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs>. Acesso em 30/03/2023.
- Alonso, D.; Silva, E. Topology Optimization Applied to the Design of Tesla-type Turbine Devices. **Applied Mathematical Modelling**, v. 103, p. 764–791, 2022.
- ATI. 2022. <https://www.atimetals.com/Products/Pages/ati-301.aspx#>. Acesso em 30/03/2023.
- Azom. 2022. <https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=960>. Acesso em 30/03/2023.
- Basquin, O. The Exponential Law of Endurance Tests. **American Society for Testing and Materials Proceedings**, v. 10, p. 625–630, 1910.
- Bendsoe, M. P. Optimal Shape Design as a Material Distribution Problem. **Structural optimization**, v. 1, n. 4, p. 193–202, dez. 1989.
- Bendsoe, M. P.; Kikuchi, N. Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 71, n. 2, p. 197–224, nov. 1988.
- Bendsoe, M. P.; Sigmund, O. Material Interpolation Schemes in Topology Optimization. **Archive of Applied Mechanics**, v. 69, n. 9, p. 635–654, nov. 1999.
- Bendsoe, M. P.; Sigmund, O. L. E. **Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications**. 2nd 2003. corr. 2nd printing ed. edição. ed. Berlin ; New York: Springer, 2003. ISBN 978-3-540-42992-0.
- Bright, G. W.; Kennedy, J. I.; Robinson, F.; Evans, M.; Whittaker, M. T.; Sullivan, J.; Gao, Y. Variability in the Mechanical Properties and Processing Conditions of a High Strength Low Alloy Steel. **Procedia Engineering**, v. 10, p. 106–111, jan. 2011.
- Brown, M. W.; Miller, K. J. A Theory for Fatigue Failure under Multiaxial Stress-Strain Conditions. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, v. 187, n. 1, p. 745–755, jun. 1973.
- Budynas, R. G.; Nisbett, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 8ª edição. ed. [S.l.]: AMGH, 2011. ISBN 978-85-8055-554-7.
- Calistrat, M. M. METAL DIAPHRAGM COUPLING PERFORMANCE By. **Proceedings of the 5th Turbomachinery Symposium**, p. 117–123, 1976.
- Coffin Jr., L. F. A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stresses on a Ductile Metal. **Transactions of the American Society of Mechanical Engineers**, v. 76, n. 6, p. 931–949, 1954.
- Cook, R. D. **Finite Element Modeling for Stress Analysis**. 1ª edição. ed. New York: Wiley, 1995. ISBN 978-0-471-10774-3.

Cruces, A. S.; Garcia-Gonzalez, A.; Moreno, B.; Itoh, T.; Lopez-Crespo, P. Critical Plane Based Method for Multiaxial Fatigue Analysis of 316 Stainless Steel. **Theoretical and Applied Fracture Mechanics**, v. 118, p. 103273, abr. 2022.

Dowling, N. E. **Mechanical Behavior of Materials**. 4th revised ed. edição. ed. Boston: Prentice Hall, 2012. ISBN 978-0-13-139506-0.

Fatemi, A.; Shamsaei, N. Multiaxial Fatigue: An Overview and Some Approximation Models for Life Estimation. **International Journal of Fatigue**, v. 33, n. 8, p. 948–958, ago. 2011.

Fish, J.; Belytschko, T. **A First Course in Finite Elements**. 1ª edição. ed. Chichester, England ; Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2007. ISBN 978-0-470-03580-1.

Goodman, J. **Mechanics Applied to Engineering**. [S.l.]: Longmans, Green, and Company, 1904.

De Jesus, A. M. P.; Ribeiro, A. S.; Fernandes, A. A. Low and High Cycle Fatigue and Cyclic Elasto-Plastic Behavior of the P355NL1 Steel. **Journal of Pressure Vessel Technology**, v. 128, n. 3, p. 298–304, ago. 2006.

Kandil, F.; Brown, M.; Miller, K. **Biaxial Low-Cycle Fatigue Failure of 316 Stainless Steel at Elevated Temperatures**. United Kingdom: Metals Society, 1982. ISBN 978-0-904357-41-7.

Klebanov, B. M.; Barlam, D. M.; Nystrom, F. E. **Machine Elements: Life and Design**. Boca Raton: CRC Press, 2007. ISBN 978-0-429-12807-3.

Kumar, A.; Sathujoda, P.; Ranjan, V. Vibration Characteristics of a Rotor-Bearing System Caused Due to Coupling Misalignment – a Review. In: **Vibroengineering Procedia**. [S.l.: s.n.], 2021. v. 39, p. 1–10. ISSN 2345-0533.

Li, X.-Q.; Song, L.-K.; Bai, G.-C. Deep Learning Regression-Based Stratified Probabilistic Combined Cycle Fatigue Damage Evaluation for Turbine Bladed Disks. **International Journal of Fatigue**, v. 159, p. 106812, jun. 2022.

Liao, D.; Zhu, S.-P.; Correia, J. A. F. O.; De Jesus, A. M. P.; Calçada, R. Computational Framework for Multiaxial Fatigue Life Prediction of Compressor Discs Considering Notch Effects. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 202, p. 423–435, out. 2018.

Lopes, H.; Cunha, D.; Pavanello, R.; Mahfoud, J. Numerical and Experimental Investigation on Topology Optimization of an Elongated Dynamic System. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 165, 2022.

Love, A. E. H. The Small Free Vibrations and Deformation of a Thin Elastic Shell. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London. A**, v. 179, p. 491–546, 1888.

Lovejoy. 2022. <https://www.lovejoy-inc.com/products/disc-couplings/>. Acesso em 30/03/2023.

Lu, K.; Jin, Y.; Huang, P.; Zhang, F.; Zhang, H.; Fu, C.; Chen, Y. The Applications of POD Method in Dual Rotor-Bearing Systems with Coupling Misalignment. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 150, p. 107236, mar. 2021.

Mancuso, J. Disc vs Diaphragm Couplings. **Machine Design**, 1986.

- Mancuso, J. Flexible Couplings for Gas Turbine Applications. **Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition**, p. 1–10, 1989.
- Mancuso, J.; Corcoran, J. WHAT ARE THE DIFFERENCES IN HIGH PERFORMANCE FLEXIBLE COUPLINGS FOR TURBOMACHINERY? p. 20, 2003.
- Mancuso, J. R. **Couplings and Joints: Design, Selection & Application**. [S.l.]: CRC Press, 1999.
- Mancuso, J. R.; Gibbons, C. B. B.; Munyon, R. E. The Application Of Flexible Couplings For Turbomachinery. 1989.
- Manson, S. S. Fatigue: A Complex Subject - Some Simple Approximations. **Experimental Mechanics**, v. 5, n. 4, p. 193–226, jul. 1965.
- METALDRIVE. 2022. <https://sitspa.com/couplings/metaldrive-disc-couplings/>. Acesso em 30/03/2023.
- Mlejnek, H. P. Some aspects of the genesis of structures. **Structural optimization**, v. 5, n. 1, p. 64–69, mar. 1992.
- Muszynska, A. **Rotordynamics**. [S.l.]: CRC Press, 2005. ISBN 978-1-4200-2779-2.
- Niu, B.; Feng, N.; Lund, E.; Leng, Y. Discrete Material Optimization of Composite Structures Subjected to Initial Excitation for Minimum Residual Vibration. **Thin-Walled Structures**, v. 173, p. 108901, abr. 2022.
- Niu, X.-P.; Wang, R.-Z.; Liao, D.; Zhu, S.-P.; Zhang, X.-C.; Keshtegar, B. Probabilistic Modeling of Uncertainties in Fatigue Reliability Analysis of Turbine Bladed Disks. **International Journal of Fatigue**, v. 142, p. 105912, jan. 2021.
- Norton, R. L. **Projeto de Máquinas: Uma Abordagem Integrada**. 4ª edição. ed. [S.l.]: Bookman, 2013. ISBN 978-85-8260-022-1.
- Patel, T.; Darpe, A. Vibration Response of Misaligned Rotors. **Journal of Sound and Vibration**, v. 325, p. 609–628, ago. 2009.
- PowerTransmission. 2022. <https://www.powertransmissionworld.com/disc-couplings-improve-product-performance/>. Acesso em 30/03/2023.
- Reliance. 2022. <https://www.reliance.co.uk/catalogue/precision-couplings/>. Acesso em 30/03/2023.
- Rexnord. 2022. <https://www.rexnord.com/products-services/process-motion-control/couplings/disc-couplings/thomas-disc-couplings#>. Acesso em 30/03/2023.
- Sekhar, A. S.; Prabhu, B. S. Effects of Coupling Misalignment on Vibrations of Rotating Machinery. **Journal of Sound and Vibration**, v. 185, n. 4, p. 655–671, ago. 1995.
- Senhora, F. V.; Chi, H.; Zhang, Y.; Mirabella, L.; Tang, T. L. E.; Paulino, G. H. Machine Learning for Topology Optimization: Physics-based Learning through an Independent Training Strategy. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 398, p. 115116, ago. 2022.

- Sigmund, O.; Maute, K. Topology Optimization Approaches. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 48, n. 6, p. 1031–1055, dez. 2013.
- Song, L.-K.; Bai, G.-C.; Li, X.-Q.; Wen, J. A Unified Fatigue Reliability-Based Design Optimization Framework for Aircraft Turbine Disk. **International Journal of Fatigue**, v. 152, p. 106422, nov. 2021.
- Srinivas, R. S.; Tiwari, R.; Kannababu, Ch. Model Based Analysis and Identification of Multiple Fault Parameters in Coupled Rotor Systems with Offset Discs in the Presence of Angular Misalignment and Integrated with an Active Magnetic Bearing. **Journal of Sound and Vibration**, v. 450, p. 109–140, jun. 2019.
- Stephens, R. I.; Fatemi, A.; Stephens, R. R.; Fuchs, H. O. **Metal Fatigue in Engineering**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2000. ISBN 978-0-471-51059-8.
- Suresh, S.; Lindström, S. B.; Thore, C.-J.; Klarbring, A. Acceleration of Continuous-Time, High-Cycle Fatigue Constrained Problems in Topology Optimization. **European Journal of Mechanics - A/Solids**, v. 96, p. 104723, nov. 2022.
- Tosca. 2022. <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/tosca/structure/>. Acesso em 30/03/2023.
- Tuckmantel, F. W. d. S. **Análise de Modelo Numérico de Acoplamento de Disco Flexível**. Tese (Doutor Em Engenharia Mecânica) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, jan. 2018.
- Tuckmantel, F. W. d. S.; Cavalca, K. L. Vibration Signatures of a Rotor-Coupling-Bearing System under Angular Misalignment. **Mechanism and Machine Theory**, v. 133, p. 559–583, mar. 2019.
- Tuckmantel, F. W. S.; Castro, H. F.; Cavalca, K. L. Investigation on Vibration Response for Misaligned Rotor-Bearing-Flexible Disc Coupling System—Theory and Experiment. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 142, n. 2, jan. 2020.
- Ventsel, E.; Krauthammer, T. **Thin Plates and Shells: Theory, Analysis, and Applications**. Boca Raton: CRC Press, 2001. ISBN 978-0-429-22131-6.
- Wang, C.; Zhao, Z.; Zhou, M.; Sigmund, O.; Zhang, X. S. A Comprehensive Review of Educational Articles on Structural and Multidisciplinary Optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 64, n. 5, p. 2827–2880, nov. 2021.
- Wang, N.; Jiang, D. Vibration Response Characteristics of a Dual-Rotor with Unbalance-Misalignment Coupling Faults: Theoretical Analysis and Experimental Study. **Mechanism and Machine Theory**, v. 125, p. 207–219, jul. 2018.
- Wöhler, A. Wöhler's Experiments on the Strength of Metals. **Engineering**, p. 160, ago. 1967.
- Wolff, P. H. W. The Design of Flexible Disk Misalignment Couplings. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, v. 165, n. 1, p. 165–175, jun. 1951.
- Wu, K.; Liu, Z.; Ding, Q. Vibration Responses of Rotating Elastic Coupling with Dynamic Spatial Misalignment. **Mechanism and Machine Theory**, v. 151, p. 103916, set. 2020.

Xu, M.; Marangoni, R. D. Vibration Analysis Of A Motor-Flexible Coupling-Rotor System Subject To Misalignment And Unbalance, Part I: Theoretical Model And Analysis. **Journal of Sound and Vibration**, v. 176, n. 5, p. 663–679, out. 1994.

Xu, S.; Zhu, S.-P.; Hao, Y.-Z.; Liao, D.; Qian, G. A New Critical Plane-Energy Model for Multiaxial Fatigue Life Prediction of Turbine Disc Alloys. **Engineering Failure Analysis**, v. 93, p. 55–63, nov. 2018.

Zhou, M.; Fleury, R. Fail-Safe Topology Optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 54, n. 5, p. 1225–1243, nov. 2016.

Zhou, M.; Luo, Z.; Yi, P.; Cheng, G. A Two-Phase Approach Based on Sequential Approximation for Reliability-Based Design Optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 57, n. 2, p. 489–508, fev. 2018.

Zhou, M.; Rozvany, G. I. N. The COC algorithm, Part II: Topological, geometrical and generalized shape optimization. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 89, n. 1, p. 309–336, ago. 1991.

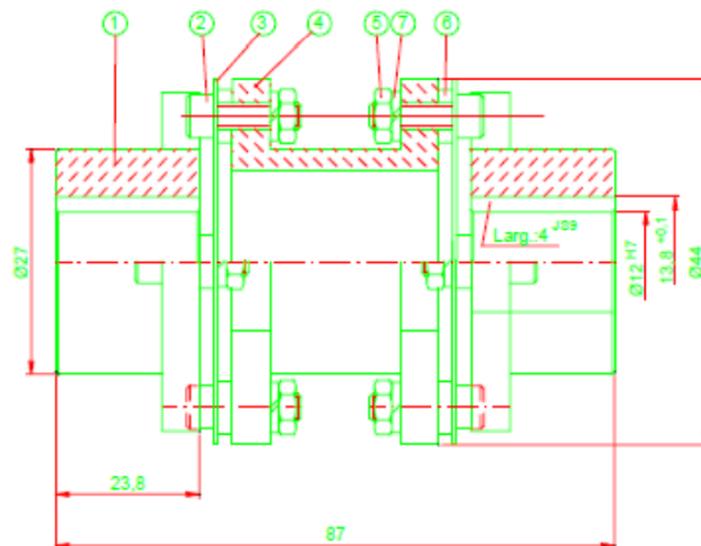
Zhu, S.-P.; Liu, Q.; Peng, W.; Zhang, X.-C. Computational-Experimental Approaches for Fatigue Reliability Assessment of Turbine Bladed Disks. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 142–143, p. 502–517, jul. 2018.

Zienkiewicz, O. C.; Taylor, R. L. **The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics**. 7ª edição. ed. Amsterdam ; Boston: Butterworth-Heinemann, 2013. ISBN 978-1-85617-634-7.

Zienkiewicz, O. C.; Taylor, R. L. **The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals**. 7th revised ed. edição. ed. Amsterdam: Butterworth-Heinemann, 2013. ISBN 978-1-85617-633-0.

ANEXO A – DOCUMENTAÇÃO TÉCNICA DO ACOPLAMENTO DE DISCO

Os dados técnicos do fabricante referente ao acoplamento de disco Vulkan Tormin L-1NZ são apresentados abaixo:



DADOS TÉCNICOS

MOMENTO MÁXIMO

$T_k\ max. = 4\ Nm$

ROTAÇÃO ADMISSÍVEL

$n = 20.000\ rpm$

DESALINHAMENTOS ADMISSÍVEIS

$\Delta K_a = \pm 0,5\ mm$

$\alpha^\circ = \pm 0,5^\circ$

$\Delta K_r = \pm 0,10\ mm$

Figura A.1 – Dados técnicos do disco Vulkan Tormin L-1NZ.