

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Relatório Final
Trabalho de Conclusão de Curso

Modelagem de Trincas em Engrenagens

Autor: **Roberto Rema Gaudeoso Filho**
Orientador: **Prof. Dr. Hélio Fiori de Castro**

Campinas, agosto de 2020

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Relatório Final
Trabalho de Conclusão de Curso

Modelagem de Trincas em Engrenagens

Autor: **Roberto Rema Gaudeoso Filho**

Orientador: **Prof. Dr. Hélio Fiori de Castro**

Curso: Engenharia Mecânica

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado à Comissão de Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Campinas, 2020

S.P. – Brasil

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser realizado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Agradeço à instituição de ensino UNICAMP pela participação essencial no processo da minha formação no curso de Engenharia Mecânica, pela dedicação, e pelo aprendizado que me foi fornecido ao longo dos anos do curso.

Ao Prof. Dr. Hélio Fiori de Castro e à doutoranda Lais Bittencourt Visnadi pelas orientações e materiais apresentados, que serviram de base para a pesquisa bibliográfica utilizada neste relatório.

Aos meus pais, avós e irmão, que me incentivaram nos momentos difíceis e compreenderam a minha ausência enquanto me dedicava à realização deste trabalho.

Aos amigos, que sempre estiveram ao meu lado, pela amizade incondicional e pelo apoio demonstrado ao longo de todo o curso.

Índice

	Resumo	1
	Lista de Figuras	2
	Lista de Tabelas	3
	Siglas	4
Capítulo 1	Introdução	5
Capítulo 2	Revisão Bibliográfica	10
Capítulo 3	Fundamentação Teórica	19
	3.1. Conceitos Básicos e Nomenclatura	19
	3.1.1. Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos (ECCR)	19
	3.1.2. Engrenagens de dentes helicoidais	22
	3.2. Geometria do engrenamento	23
	3.2.1. Relação de velocidades	23
	3.2.2. Perfil do dente evolvental	24
	3.2.3. Linha de ação e razão de contato	25
	3.3. Análise das tensões nos dentes das engrenagens	27
	3.4. Forças transmitidas no engrenamento	29
	3.5. Tensões de flexão na raiz dos dentes	33
	3.5.1. Fator geométrico de resistência de flexão J	35
	3.5.2. Fator dinâmico K_v	38
	3.5.3. Fator de distribuição de carga K_m	39
	3.5.4. Fator de aplicação K_a	40
	3.5.5. Fator de tamanho K_s	41
	3.5.6. Fator de espessura de borda K_B	41
	3.5.7. Fator de ciclo de carga K_l	42
	3.5.8. Resistência à fadiga por flexão na raiz do dente	42
	3.6. Tensões superficiais entre dentes	45
	3.6.1. Fator geométrico de superfície I	46
	3.6.2. Coeficiente elástico C_p	46
	3.6.3. Coeficiente de acabamento superficial C_F	47
	3.6.4. Resistências à fadiga de superfície em engrenagens	47

3.7. Introdução à Mecânica da Fratura	51
3.8.Introdução ao Método dos Elementos Finitos	53
3.8.1.Malha	54
3.8.2.Submodelagem	55
3.8.3.Método dos Elementos Finitos Estendido (XFEM)	57
3.8.3.1.Funções de enriquecimento	58
3.8.3.2. Funções assintóticas de ponta de trinca	60
3.8.3.3. Modelagem da propagação de trincas	61
3.8.3.4 Nós fantasmas	63
3.8.4.Trajectoria de Propagação da Trinca	64
Referências Bibliográficas	69

Resumo

GAUDEOSO, Rema Roberto, *Modelagem de Trincas em Engrenagens*, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Trabalho de Conclusão de Curso, (2020).

A maneira como as engrenagens operam, alterando sua condição de carregamento a cada instante, é a principal responsável pela formação e propagação das trincas em seus dentes, sejam causadas por fadiga superficial ou pela flexão dos mesmos. O estudo da propagação dessas trincas permite prever situações críticas nas quais ocorrerá dano catastrófico ao sistema, prevenindo acidentes ou a inoperância da máquina, uma vez que as mesmas encurtam a vida do mecanismo. A fim de evitar esses problemas e suas consequências, uma análise minuciosa a respeito dos tipos de trinca e seus efeitos, bem como o cálculo para previsão da ocorrência devem ser realizados, e para isso diversas fontes na literatura podem ser consultadas de maneira a trabalhar com as várias ferramentas e fórmulas existentes.

Os objetivos descritos acima serão alcançados com o auxílio de pesquisas bibliográficas, tomando como base referências conhecidas no estudo do assunto mencionado.

Palavras Chave: Modelagem, Propagação, Trincas, Engrenagens, Previsão, Falhas.

Lista de Figuras

Figura 1.1. Tipos de engrenamentos	5
Figura 1.2. Interferência de engrenamento	6
Figura 1.3. Dente de engrenagem que falhou por fadiga	7
Figura 1.4. Falha por sobrecarga em dente de engrenagem	8
Figura 1.5. Caixa de redução	9
Figura 2.1. Superfícies características de uma fratura em fadiga	14
Figura 2.2. Fluxograma do estudo da propagação de trincas por simulação numérica	17
Figura 3.1. Elementos de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos	19
Figura 3.2. Elementos dos dentes de uma engrenagem	20
Figura 3.3. Elementos dos dentes de uma engrenagem helicoidal	22
Figura 3.4. Engrenagens representadas como cilindros em contato	23
Figura 3.5. Perfil do dente evolvental	25
Figura 3.6. Linha de ação	25
Figura 3.7. Contato entre dentes e <i>loadingsharing ratio</i>	27
Figura 3.8. Distribuição das forças ao longo do dente	27
Figura 3.9. Resultados do MEF para uma engrenagem de transmissão veicular	28
Figura 3.10. Forças no pinhão e na engrenagem	29
Figura 3.11. Raio de carga e ângulo de carga	30
Figura 3.12. Plano transversal da linha de ação de duas engrenagens em contato	31
Figura 3.13. Plano transversal da linha de ação de duas engrenagens em contato	33
Figura 3.14. Plano transversal da linha de ação de duas engrenagens em contato	33
Figura 3.15. Dente de engrenagem para avaliação dos parâmetros s_f e h_f	35
Figura 3.16. Fatores dinâmicos da AGMA K_v	39
Figura 3.17. Altura do dente (H) e altura da alma da engrenagem (B)	42
Figura 3.18. Fator de vida para resistência à flexão da AGMA	45
Figura 3.19. Fator de vida C_L de resistência à fadiga de superfície da AGMA	49
Figura 3.20. Rugosidade desvio médio quadrático R_q	50
Figura 3.21. Modos de propagação da trinca	51
Figura 3.22. Campo de tensões próximo a ponta de trinca	51
Figura 3.23. Modelo de elementos finitos para dente de engrenagem trincado	53
Figura 3.24. Perfis de elementos finitos tetraédricos e hexaédricos para melhor acomodação da malha	55
Figura 3.25. Simplificação por simetria	55

Figura 3.26. Submodelagem do contato entre engrenagens	56
Figura 3.27. Fluxograma para XFEM	57
Figura 3.28. Malha de elementos finitos perto de uma ponta de trinca	58
Figura 3.29. Malha regular sem rachaduras	58
Figura 3.30. Malha e trinca não alinhadas	60
Figura 3.31. Malha e trinca com ponta não coincidente à aresta do elemento finite	60
Figura 3.32. Gráfico Tração x Separação	62
Figura 3.33. Nós fantasmas gerados a partir da separação do elemento finite	63
Figura 3.34. Trajetória de propagação da trinca em engrenagens.	64
Figura 3.35. Posição inicial da trinca	64
Figura 3.36. Efeito da razão de recuo e posição inicial da trinca	65
Figura 3.37. Efeito da razão de recuo e ângulo inicial de crescimento da trinca	66
Figura 3.38. Fator de intensidade de tensão para o Modo I para engrenagens com: a) $m_B=0,5$; b) $m_B=0,65$ e c) $m_B=0,8$	66
Figura 3.39. Fator de intensidade de tensão para o Modo II para engrenagens com: a) $m_B=0,5$; b) $m_B=0,65$ e c) $m_B=0,8$	67

Lista de Tabelas

Tabela 3.1. Módulos normalizados Segundo DIN 780	21
Tabela 3.2. Fator geométrico de flexão J da AGMA para 20°, dentes de profundidade completa com carregamento na ponta	36
Tabela 3.3. Fator geométrico de flexão J da AGMA para 20°, dentes de profundidade completa com carregamento HPSTC	36
Tabela 3.4. Fator geométrico de flexão J da AGMA para 20°, dentes de adendos alongados 25% com carregamento na ponta	37
Tabela 3.5. Fator geométrico de flexão J da AGMA para 20°, dentes de adendos alongados 25% com carregamento HPSTC	37
Tabela 3.6. Fator de distribuição de carga K_m	40
Tabela 3.7. Fator de aplicação K_a	41
Tabela 3.8. Resistências à fadiga de flexão S_{fb} da AGMA para seleção de materiais para engrenagem	43
Tabela 3.9. Fator de confiabilidade K_R	44
Tabela 3.10. C_p da AGMA em unidades de $(psi)^{0,5}$	47

Tabela 3.11. Resistências à fadiga de superfície S_{fc} da AGMA para seleção de materiais para engrenagem 48

Tabela 3.12. Direção de propagação da trinca para diferentes backup ratio e posições de início da trinca 65

Siglas

FAC	Fadiga de Alto Ciclo
FBT	Fadiga em Baixa Tensão
ADI	Austempered Ductile Iron Ferro (Ferro Fundido Nodular Austemperado)
WTG	Gerador de Turbina Eólica (<i>Wind Turbine Generator</i>)
ECDR	Engrenagem Cilíndrica de Dentes Retos
HPSTC	Highest Point of Single Tooth Contact
HPSTC	Lowest Point of Single Tooth Contact
MEF	Método dos Elementos Finitos
AGMA	American Gear Manufacturers Association
XFEM	Extended Finite Element Method

Capítulo 1

Introdução

Engrenagens são elementos mecânicos rotativos que compõem o sistema de transmissão de potência em uma máquina. Tratando-se de componentes cuja característica é a de possuir dentes em sua extremidade, exercem a função principal de transmitir movimento entre eixos, através do encaixe em conjunto a outro elemento dentado. As engrenagens estão presentes na indústria mecânica nas mais variadas formas e tamanhos, compondo sistemas complexos desde motores que operam em alta velocidade, até moinhos que atingem grandes proporções. A Figura 1.1 abaixo ilustra quatro conjuntos de engrenagens comumente encontrados.

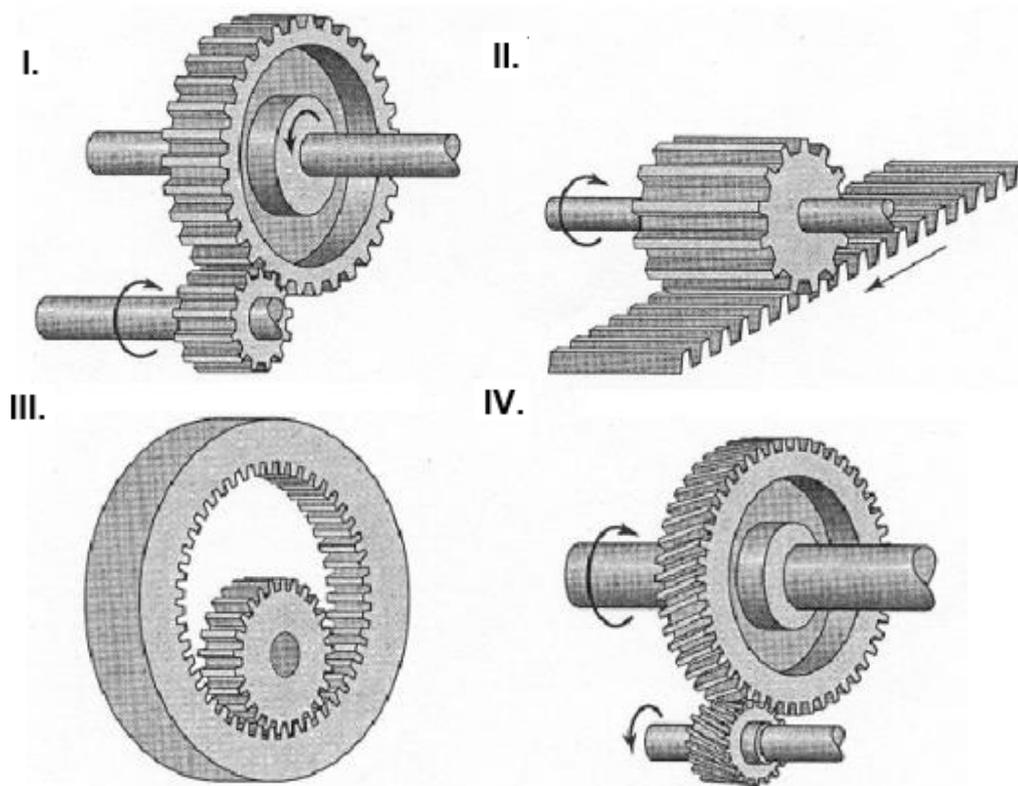


Figura 1.1. Tipos de engrenamentos. Fonte: DANTAS (2010).

Acima estão esquematizados os engrenamentos compostos por **I**.Engrenagens cilíndricas; **II**.Pinhão-cremalheira; **III**.Engrenagem interna; **IV**.Engrenagens helicoidais.

Ao definir o modo de funcionamento de uma engrenagem, diversos procedimentos de cálculo devem ser realizados durante a fase de projeto, a fim de garantir propriedades específicas de operação, sendo a mais importante a equivalência das velocidades dos pontos de contato entre os dentes. A preocupação em cumprir esse critério é justificada pela perda de contato e travamento que podem ocorrer no movimento caso uma engrenagem motora transmita uma velocidade além daquela capaz de se transmitir por seu par (SANTOS,2002). Isso influi diretamente na decisão do diâmetro da engrenagem, uma vez que a diferença de tamanho altera as velocidades de rotação e conseqüentemente, os respectivos torques. A Figura 1.2 ilustra o encaixe entre os dentes de um engrenamento, destacando seus pontos de contato e os perfis de circunferências que definem a engrenagem.

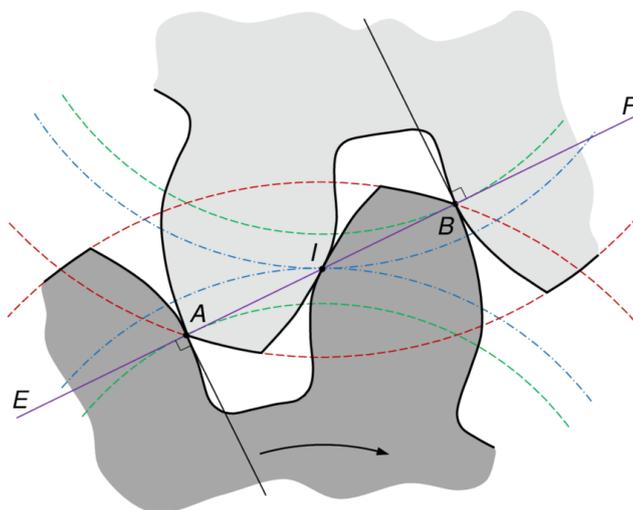


Figura 1.2. Interferência de engrenamento. Fonte: FLORES (2016)

Uma avaliação não satisfatória na etapa de projeto gera imperfeições nesse contato, sendo estas as principais fontes de falhas em engrenagens. O desgaste e as forças atuantes no sistema danificam o mecanismo, sendo um dos danos mais críticos a quebra dos dentes, capaz de comprometer toda a operação. Estas falhas são percebidas através de vários fatores como ruído anormal e até parada completa das atividades.

De acordo com Lynwander (1984), a quebra dos dentes em um engrenamento é considerada a falha mais catastrófica para este tipo de mecanismo, devido ao fato da mesma ocorrer de maneira inesperada e praticamente instantânea a partir do momento em que a trinca cresce e adquire tamanho suficiente para concentrar tensão acima da resistência do material. Quando o problema se estende na quebra de mais de um dente, a

transmissão é criticamente afetada de forma que a transmissão de movimento não é mais possível, enquanto que em casos mais simples, em que ocorra a fratura de apenas um dente, além desta porção ser capaz de causar danos a outros componentes, a carga transmitida por cada elemento é ampliada, gerando maiores tensões.

Entre os agentes causadores das falhas mencionadas acima estão as trincas e, levando-se em consideração que as engrenagens são elementos comumente encontrados em equipamentos que operam em um número elevado de rotações em sua vida, trincas podem se desenvolver por fadiga superficial e pela constante flexão a qual os dentes são submetidos ao longo do tempo, além daquelas originadas no processo de fabricação devido a algum tratamento térmico realizado incorretamente e que, caso não sejam detectadas, crescerão até causar a falha. De maneira a ilustrar as formas com as quais ocorrem a quebra dos dentes, a Figura 1.3. apresenta uma fotografia de dentes em uma engrenagem que falharam por fadiga.



Figura 1.3. Dente de engrenagem que falhou por fadiga. Fonte: LYNWANDER (1984).

No caso de falhas nas quais a tensão de flexão supera a resistência do material ao transmitir torque, a falha ocorre precocemente em comparação à falha por fadiga. A Figura 1.4 apresenta dentes de engrenagem após falha por sobrecarga.



Figura 1.4. Falha por sobrecarga em dente de engrenagem. Fonte: LYNWANDER (1984).

Tratando-se especificamente do assunto “trincas”, as mesmas afetam a integridade do equipamento ao atuarem como intensificadores de tensão, concentrando esforços em sua extremidade que aumentam gradualmente e superam o limite de resistência do material, momento este em que ocorre a fratura. A importância da modelagem delas está justamente em se prever a formação e propagação das mesmas a fim de se evitar danos no sistema ou até uma falha catastrófica capaz de interromper as operações, permitindo assim, avaliar a necessidade de manutenção preditiva, de forma que esta ocorra estrategicamente e com impacto mínimo nos custos e na produtividade final, alterando o destino da operação. Vale ressaltar que se a falha surge como um imprevisto, os danos acabam sendo exponencialmente maiores, podendo ocasionar um efeito cascata. Além disso, sabendo o histórico da trinca, o tempo de parada necessário é menor, uma vez que já se possui uma estimativa da gravidade do problema a ser enfrentado antes mesmo dele aparecer.

Aplicações na indústria mecânica, nas quais a modelagem e o acompanhamento das falhas nas engrenagens ao longo da vida são de suma importância, são as caixas de redução. Tratam-se de máquinas empregadas com a finalidade de se obter grandes reduções de transmissões, sem necessidade de recorrer à engrenagens motoras de poucos dentes ou componentes de grandes diâmetros. É justamente pelos constantes esforços sofridos por estes elementos que o maior índice de falhas em equipamentos como o mencionado ocorrem no próprio par engrenado, devido a desgastes severos e à presença de trincas.

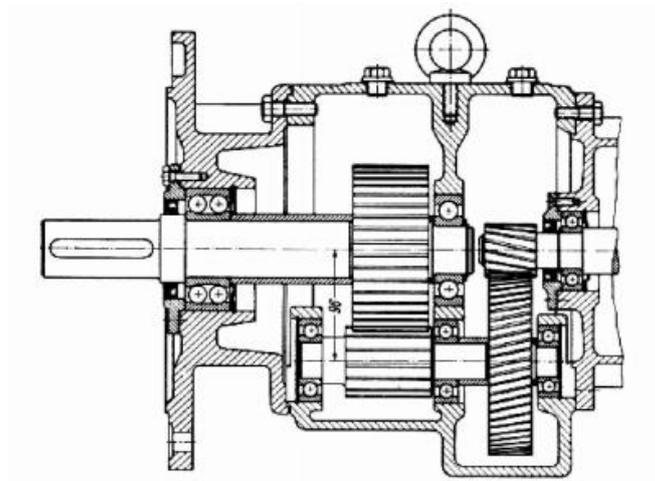


Figura 1.5. Caixa de redução. Fonte: BRIGATON (2011).

Desta maneira, entendendo-se como modelagem matemática a descrição e simulação de fenômenos reais por meio de equações, a fim de prever seu comportamento, objetiva-se com este trabalho apresentar, a partir do estudo e análise das diversas referências da área, alternativas que trabalhem a modelagem de trincas nos dentes de um engrenamento permitindo o monitoramento da condição do mecanismo, bem como avaliar parâmetros representativos do mesmo.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Há uma vasta gama de documentos que tratam como foco de pesquisa a modelagem e análise de falhas consequentes da propagação das trincas. O presente capítulo possui a finalidade de apresentar referências que aprofundam as alternativas de desenvolvimento do estudo tratado neste relatório.

Segundo Wulpi (1999), melhorias significativas na qualidade de produtos, sistemas e processos de fabricação são alcançadas com a implementação de medidas preventivas utilizando ferramentas para análise de falhas. Assim, faz-se necessária a leitura sobre o estudo que envolve essa análise, a área da Engenharia Mecânica que trata da fratura dos materiais.

A Mecânica da Fratura é o campo da engenharia responsável pelo estudo dos processos mecânicos de criação e propagação de defeitos, capazes de diminuir a resistência do material e provocar a fratura do mesmo, inutilizando-o. Seus conceitos foram introduzidos no ano de 1920 por Alan Arnold Griffith ao desenvolver uma relação quantitativa para a fratura de sólidos frágeis, relacionando-a à energia envolvida na propagação de trincas de natureza elíptica. O denominado Critério de Griffith estabelece, em suma, que quando uma trinca se propaga, ocorre um acréscimo em energia superficial equivalente à perda decorrente da deformação do material.

Foi a partir de 1920, com a publicação do trabalho "The phenomenon of rupture and flow in solids", que a indústria sofreu fortes mudanças e evoluiu, passando a aplicar métodos de "endurecimento" de materiais, uma vez que processos como laminação à frio já não eram mais enigmáticos. A Aeronáutica passou a compreender as falhas em seus projetos, que muitas vezes possuíam propriedades acima das necessárias para garantir segurança, e a polir os metais a fim de eliminar as trincas. O resultado pôde ser acompanhado por produtos como o Boeing 247 criado na década de 1930.

Em meados de 1950, Irwin, buscando expandir o trabalho de Griffith para a maioria dos materiais, definiu a taxa de liberação de energia (G) como sendo a força motriz de propagação da trinca, este valor pode ser comparado à resistência do material ao crescimento da falha, que depende do trabalho elástico e plástico necessário para produzir duas novas superfícies.

Dentre as alternativas de ferramentas para o estudo das falhas estão métodos analíticos e experimentais da Mecânica dos Sólidos que buscam respectivamente calcular a força motriz em uma trinca, bem como obter o comportamento do material quando solicitado até a fratura. Trata-se de uma ferramenta fundamental na busca por equipamentos e componentes com desempenho superior, que aplica teorias relativas à elasticidade e plasticidade dos materiais para prever falhas mecânicas macroscópicas na peça.

Neste trabalho buscar-se-á utilizar como principais fontes de informação, os títulos “Projeto de Máquinas: Uma abordagem integrada” de Robert L. Norton e “Elementos de Máquinas de Shigley” de Richard G. Budynas e J. Keith Nisbett, livros reconhecidos na área de Projetos Mecânicos. Tratam-se de duas referências no estudo do comportamento e análise de falhas em mecanismos, sendo utilizados nas disciplinas de Elementos de Máquinas possuindo foco em combinar o desenvolvimento fundamental de conceitos com a especificação prática de componentes. Os dois materiais seguem um mesmo escopo, introduzindo primeiramente o material base para compreender o projeto mecânico, apresentando os diversos tipos de materiais e suas propriedades, processos de fabricação de componentes e métodos para determinação das solicitações as quais os mesmos são submetidos, informações necessárias em capítulos posteriores dedicados à análise de falhas estáticas, por fadiga e superficial (apenas no Capítulo 7 de Norton) , estas duas últimas de suma importância para o desenvolvimento deste trabalho. É a partir do Capítulo 13 de “Elementos de Máquinas de Shigley” que o estudo referente especificamente às engrenagens se inicia, denominado “Uma visão geral sobre as engrenagens”, o texto define componentes, fundamentos e relações que regem seu funcionamento e tensões as quais as mesmas são constantemente subordinadas. Segue-se aprofundando o estudo nos Capítulos 14, especificando as relações para engrenagens cilíndricas de dentes retos e cilíndricas helicoidais, o título “Projeto de Máquinas: Uma abordagem integrada” difere nesta etapa destinando capítulos focados em cada uma dessas especificações (Capítulo

12 para engrenagens cilíndricas retas e Capítulo 13 para helicoidais, cônicas e sem-fim). Levando-se em consideração as diversas vantagens, decorrentes da utilização de procedimentos numéricos, na determinação de soluções para geometrias complexas, inclusão de propriedades distintas em materiais dissimilares e identificação de efeitos localizados (concentradores de tensões), ambas as referências possuem capítulos direcionados para a análise de mecanismos por elementos finitos (Capítulo 8 de Norton e Capítulo 19 de Budynas et al.), método este explorado em artigos mencionados no decorrer deste capítulo, nos quais a definição de malhas é ferramenta primordial para a modelagem e previsão de falhas em engrenagens. Baseando-se nesses dois materiais, através de pesquisas bibliográficas reuniu-se documentos com foco no tema tratado capazes de exemplificar as informações extraídas até o momento.

O primeiro passo para se estudar a propagação de trincas em um componente, não se limitando apenas às engrenagens, e isso é claramente informado nos textos citados acima, é atentar-se à configuração estrutural do material do qual ele é composto. Assim, as três primeiras referências deste capítulo apresentam teoria e análise focadas em aspectos qualitativos da formação e crescimento das trincas sob aspectos das propriedades dos materiais.

Primeiramente, tem-se Magno (2004). Trata-se de uma importante referência com foco nos efeitos microscópicos das impurezas no material e nucleação de defeitos nos contornos de grão. O trabalho não trata em seu escopo especificamente das falhas ocorrentes em engrenagens, mas apresenta o comportamento de trincas originadas por fadiga, um dos principais mecanismos responsáveis pela formação de trincas nos dentes desses componentes.

O fenômeno conhecido como fadiga foi observado e descrito pela primeira vez em meados de 1800. Na ocasião, eixos pertencentes a um vagão ferroviário passaram a apresentar problemas após um pequeno período em serviço e, apesar de serem produzidos com aço dúctil, características de fraturas frágeis e repentinas podiam ser vistas. Segundo Rankine (1843), o material se “cristalizou”, tornando-se frágil devido às tensões flutuantes (ABRAHÃO et al., 2008).

As trincas de fadiga geralmente se iniciam em um concentrado de tensão ou entalhe (ABRAHÃO et al., 2008), podendo resumir seu ciclo em três estágios principais:

- início da trinca, sendo de pequena duração caso o material apresente tensões concentradas;
- propagação da trinca, que ocorre pelo maior tempo ao longo da vida de uma peça;
- ruptura repentina devido ao crescimento instável da trinca.

Uma importante observação a ser comentada é que o desenvolvimento de trincas dentro das bandas de escorregamento pelo mecanismo de fadiga deve-se principalmente ao movimento das discordâncias, de forma que, uma vez iniciada, ela se propaga macroscopicamente e de maneira descontínua em um plano orientado formando um ângulo reto com relação ao plano de tensões principais presente no corpo (SOUZA, 1982).

É possível mencionar outra relevante característica do fenômeno da fadiga, são as denominadas “marcas de praia”, caracterizadas pelo formato semicircular que pode ser comparado ao observado nas estrias, diferindo no entanto, pela proporção que as mesmas atingem, permitindo a visibilidade a olho nu. Esses efeitos podem ser formados através dos diferentes graus de oxidação consequentes da constante variação nas condições de carregamento, representando quantidades enormes de ciclos de funcionamento da peça, com a característica de apontarem sempre para o local de início da trinca. A relação entre o período de propagação e a ruptura final indicam o coeficiente de segurança do componente ou grau de sobrecarga ao qual o mesmo foi submetido (SHIGLEY, 2005).

As trincas formadas se propagam em cada ciclo de tensão, gerando as estrias até a instabilidade determinada pela mecânica da fratura, resultando no aspecto que pode ser visto na figura 2.1, onde se notam as marcas de praia. Nota-se claramente o ponto de nucleação das trincas, a área de propagação e a área de ruptura catastrófica, essas etapas podem ser observadas também na Figura 1.3 do capítulo inicial deste trabalho.

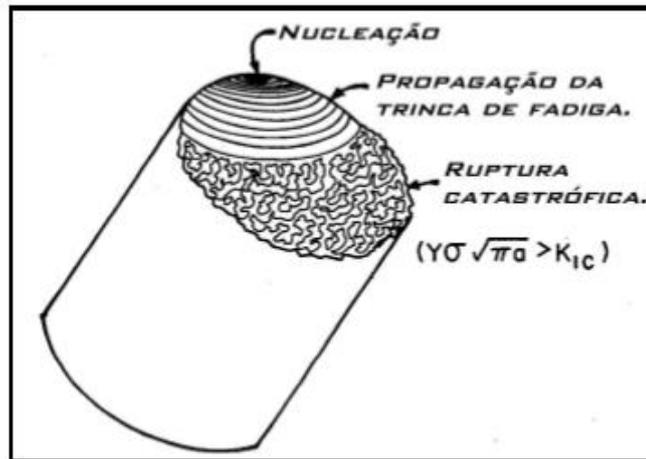


Figura 2.1. Superfícies características de uma fratura em fadiga. Fonte:

Retornando à análise, a referência anterior explicita também a importância do acabamento superficial com argumentos de que a grande maioria dos defeitos de fadiga se iniciam na superfície do material, portanto a condição do acabamento é de extrema importância na performance do componente. Na busca por materiais com melhores propriedades, tratamentos termoquímicos como a cementação são comumente utilizados em aços para obter uma configuração capaz de aliar duas características que à princípio são consideradas antagônicas, a união entre uma superfície dura com um núcleo tenaz pode conferir maior resistência e eficiência em sistemas compostos por dentes de engrenagens, matrizes de estampagem, pinos móveis e eixos (COLPAERT, 2008).

Angeloni (2018) é mais uma referência da importância do conhecimento das configurações do material do componente mecânico, tratando em seu texto especificamente do assunto “engrenagens”. Os procedimentos apresentados visam a análise das falhas presentes nos dentes da engrenagem com um foco mais qualitativo, utilizando como motivação as mudanças trazidas por normas ambientais e de segurança, que se tornam cada vez mais rígidas na mesma medida em que ocorre o aumento da competitividade advinda da globalização. Há uma crescente busca por caracterizar melhor os materiais principalmente no que se refere ao seu comportamento dúctil-frágil, garantindo maior segurança e confiabilidade aos mecanismos e, tendo isso como objetivo, o texto procura determinar a causa principal da fratura de um dente de engrenagem com o auxílio de ensaios de análise química por espectrometria de emissão óptica por centelhamento, análise macroestrutural e perfil de microdureza. Ao final, obtém-se a composição e propriedades do material, tensões concentradas durante a fabricação e a

medição da faixa de microdureza em vickers localizada entre a superfície e o centro da peça.

Complementa-se a discussão com Ihara e Tanaka (2016), outro exemplo da utilização de ferramentas de ensaios do material na busca de obter a composição da peça e assim, realizar a análise de falha dos dentes de uma engrenagem bihelicoidal do redutor de um turbogerador de grande porte. No decorrer do estudo foram realizadas análises de espectrofotometria para determinação da composição química do material base, uma análise microestrutural com auxílio da microscopia óptica na qual foi revelada a estrutura martensítica com austenita retida dos dentes. Assim como na referência anterior, um perfil de microdureza foi desenvolvido no plano transversal do dente, indicando o tratamento superficial de cementação durante a fabricação. Com o auxílio de fractografia macroscópica foi possível a observação e identificação das estruturas indicadas pela Figura 2.1 e através da ferramenta de microscopia eletrônica de varredura, determinou-se a localização do início da trinca. Concluiu-se, portanto, que a falha foi motivada pelo mecanismo de fadiga por flexão do dente.

Assim, tem-se como ferramenta primordial para o início do estudo e modelagem das trincas em engrenagens, a ocorrência de ensaios mecânicos, que podem ser classificados como não destrutivos, nos quais a peça não é afetada, ou destrutivos, ao promover a inutilização do componente. Os ensaios mecânicos são utilizados para determinação de algumas propriedades físicas do material, bem como para detecção de falhas internas (SOUZA, 1982).

O material de Ruchert (2014) inicia a sequência de documentos referentes ao estudo quantitativo e modelagem da propagação das trincas. A apresentação introduz a teoria de Griffith, anteriormente citada, de maneira a tornar possível a aplicação de conceitos da análise de tensão de trinca e tenacidade à fratura. Segue-se o texto desmembrando o fenômeno da fadiga, explicitando causas e tipos de carregamento, bem como as filosofias de projeto para construção de mecanismos que satisfaçam critérios de vida infinita, vida finita, falha segura ou tolerância ao dano. Uma informação pertinente documentada diz respeito às tensões cíclicas, justamente por se tratar da condição a qual os dentes das engrenagens são submetidos durante o funcionamento, sua avaliação torna-se de grande importância. Baseando-se nas filosofias de projeto mencionadas, o material

expõe métodos para cálculo do número de ciclos que um componente é capaz de resistir à fadiga, entre eles o Método S-N (Tensão-Vida), utilizado para critérios de vida infinita e vida finita e quando os níveis de tensão são muito inferiores ao limite de escoamento do material, motivo pelo qual também é conhecido como Fadiga de Alto Ciclo (FAC) ou Fadiga em Baixa Tensão (FBT). Através da observação das curvas S-N, é possível definir o limite de fadiga do material, exceto para casos como de ligas não ferrosas que não exibem claramente essa propriedade. Outro método é a quantificação da vida em fadiga com o auxílio da Equação de Paris, que relaciona a taxa de propagação da trinca (da/dN) com a variação do fator de intensidade de tensão na ponta da mesma (ΔK). O autor conclui a apresentação ao destacar técnicas como Clip Gage, Réplica de Acetato e Queda de Potencial na medição da taxa de propagação das trincas. Definindo-se a base necessária para seguir adiante na análise, unindo as referências acima aos estudos apresentados a seguir é possível direcionar as teorias envolvidas na mecânica da fratura de componentes genéricos, relacionando e aprofundando-as para o campo das engrenagens.

Tratando-se dos aspectos presentes nas etapas de projeto de engrenamentos, Brigaton (2011) detalha todos os conceitos que envolvem o desenvolvimento de cada componente de uma caixa de redução, entre eles as engrenagens responsáveis pela transmissão mecânica. O documento explicita todos os cálculos referentes aos processos de dimensionamento dos parâmetros e fabricação dos componentes, especificando relações pertinentes à análise das forças e tensões no dente, conhecimento necessário no processo de acompanhamento das trincas. O autor expõe diversos dados construtivos, incluindo a relação entre os diâmetros das engrenagens calculado na interferência, além de todos os parâmetros necessários para se avaliar a pressão máxima no flanco do dente e pressão admissível em função da dureza e da vida útil da engrenagem. No decorrer do texto são anexadas tabelas referentes à tensão de flexão alternada no pé do dente para vários materiais, inclusive aqueles tratados termicamente, informando também características importantes como a dureza Brinell e, de maneira a garantir uma maior abrangência de conceitos, levando em consideração a existência de variadas classes de engrenagens, o material apresenta as etapas de dimensionamento de parâmetros e análise de forças, tensões máximas e pressões admissíveis para engrenagens helicoidais, permitindo a modelagem das trincas para elementos com essas configurações.

Sabe-se que questionamentos de engenharia podem ser solucionados por uma vasta gama de metodologias. De forma a exemplificar e aprofundar os conceitos referentes à solução por métodos numéricos, a apresentação de Silva (2015), inicia sua abordagem tratando das engrenagens. Após introduzir os conceitos de concentradores de tensão, o autor inicia a análise numérica no campo da mecânica das fraturas através do acompanhamento do fluxograma ilustrado na Figura 2.2, se apoiando em informações contidas em gráficos que relacionam propriedades como número de dentes e tamanho do elemento com as tensões de flexão.

ESTUDO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS

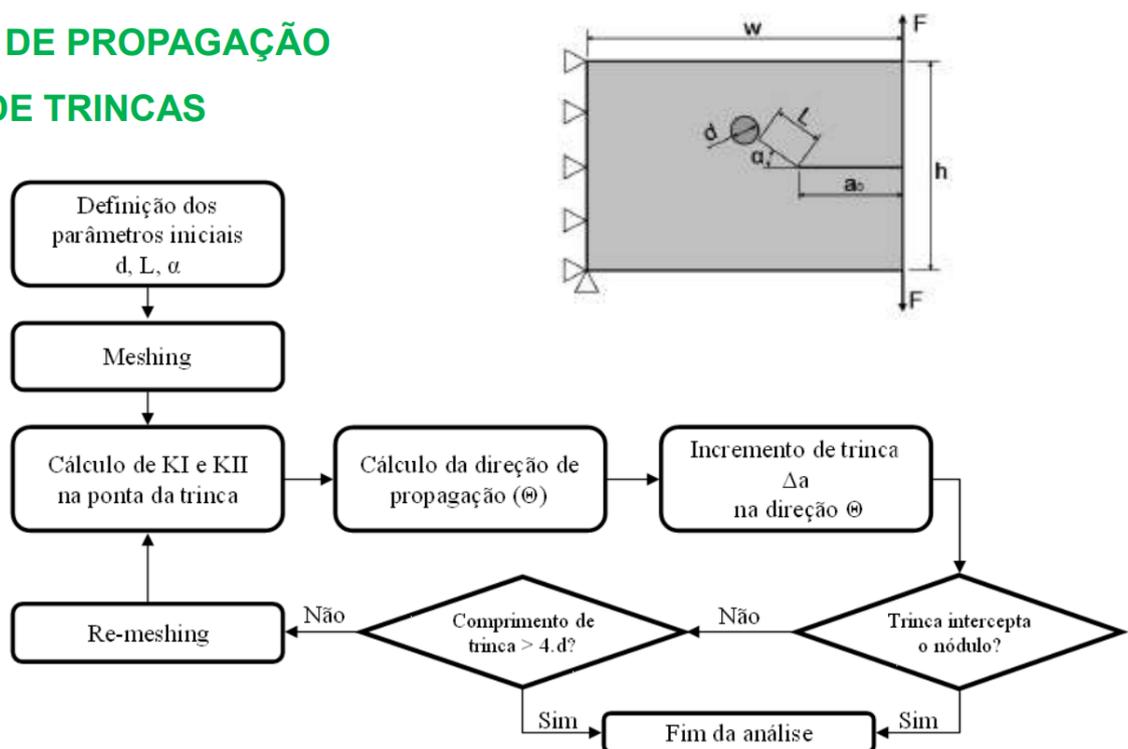


Figura 2.2. Fluxograma do estudo da propagação de trincas por simulação numérica. Fonte: SILVA (2015)

Quadros (2018) e Lazzaron (2016) destacam em seus trabalhos o crescente uso do ferro fundido nodular austemperado (ADI), consequente de suas boas propriedades mecânicas como a usinabilidade, resistência à tração, limite de fadiga e resistência ao desgaste. O texto expõe os problemas existentes devido à presença de nódulos de grafita em sua microestrutura que atuam como concentradores mas equilibram seus efeitos ao garantirem ductilidade. Introduzido os conceitos referentes ao material, o estudo tem como principal ferramenta a modelagem de um par de engrenagens cilíndricas de dentes retos procurando simular o contato entre os dentes ao ser aplicado uma carga no ponto denominado raio de carga. Posteriormente, a análise prossegue introduzindo uma trinca no

modelo, bem como nódulos na região próxima a extremidade, de maneira que o método dos elementos finitos possa ser utilizado para avaliar as modificações nas propriedades decorrentes da propagação da trinca. A escolha em utilizar o método estendido na primeira referência é justificada pela possibilidade de realizar a análise completa sem a necessidade do refino da malha (etapa de remeshing da Figura 2.2). A partir dos resultados obtidos, constatou-se que a posição e tamanho do nódulo acabam por ser os maiores influenciadores sobre a propagação da falha.

Referências como Endeshaw et al. (2017) tratam, em seu artigo, da modelagem das trincas com o auxílio de ferramentas probabilísticas, as quais são mais aprofundadas e mais específicas em relação ao escopo das disciplinas desempenhadas na graduação, mas que ainda assim, acrescentam importantes informações a este trabalho. O documento explora uma alternativa para a previsão de falhas nas caixas de câmbio de turbinas eólicas (WTGs), utilizando como motivação fatores relacionados a custos de manutenção e perda da produtividade devido à inatividade, já mencionados anteriormente. Tratando-se de uma das causas mais comuns da falha prematura dos WTGs, a fratura por fadiga dos dentes de engrenagem é causada pelo torque flutuante e cíclico, resultante do carregamento estocástico do vento, transmitido para a caixa de velocidades, além disso, as incertezas inerentes às propriedades materiais resultam em previsão de vida incerta para os GTS e por esse motivo, é essencial quantificá-las na estimativa de vida das engrenagens. Apoiando-se em um modelo dinâmico de uma caixa de câmbio de um estágio, um método de elemento finito e um modelo de degradação para a estimativa da propagação da trinca em fadiga na engrenagem, os dados históricos de tempo de torque de um rotor de turbina eólica foram dimensionados e utilizados para simular a característica estocástica do carregamento e as incertezas nas constantes materiais do modelo de degradação. A partir dos resultados, o autor é capaz de demonstrar que a quantificação das incertezas, referentes às constantes de carga e do material, fornecem uma estimativa razoável da distribuição do comprimento da rachadura no dente da engrenagem durante a vida do componente.

A partir dos diversos materiais apresentados e das discussões relacionadas, procura-se no Capítulo 3 explorar e aprofundar os conceitos reunidos até o momento, explicitando os procedimentos e cálculos que visam a modelagem da propagação das trincas nas engrenagens.

Capítulo 3

Fundamentação Teórica

3.1. Conceitos Básicos e Nomenclatura

3.1.1. Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos (ECCR)

A primeira etapa a ser considerada em uma modelagem é a nomenclatura dos diversos parâmetros que compõem um projeto de uma engrenagem além do conhecimento básico das leis que regem seus funcionamentos. Assim, os tópicos a seguir buscam apresentar tais conceitos necessários para a análise e previsão das falhas nesses componentes.

As engrenagens cilíndricas de dentes retos (ECCR) possuem a configuração mais simples e de fácil fabricação entre os modelos existentes, motivo pelo qual são amplamente utilizadas em sistemas que trabalham em baixas rotações, como redutores industriais.

O projeto de uma engrenagem surge, em primeira etapa, a partir da escolha dos perfis, implícitos em um disco bruto, que serão conjugados, a fim de que seja obtida uma peça final como a apresentada na Figura 3.1. Tal figura apresenta alguns termos que facilitam a compreensão das expressões advindas dos componentes de uma engrenagem e que serão posteriormente apresentadas.

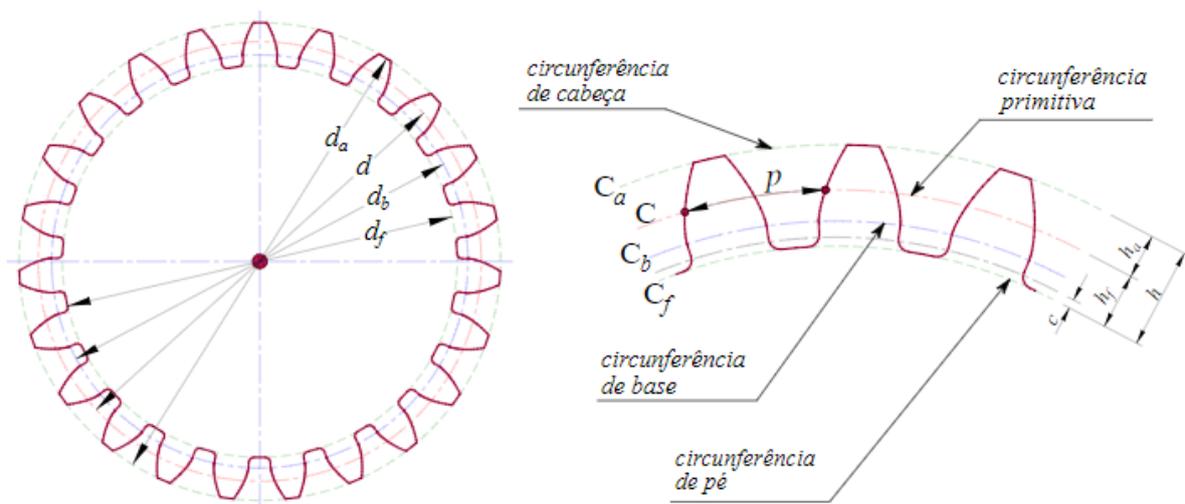


Figura 3.1. Elementos de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos.

Fonte: DEMEC UFPE (2018)

A partir da figura observa-se os seguintes elementos:

- Diâmetro primitivo (**d**): Diâmetro principal da engrenagem a partir do qual são desenvolvidas as principais expressões matemáticas;
- Diâmetro de cabeças (**d_a**): Diâmetro da circunferência externa que tangencia o topo dos dentes;
- Diâmetro de pé (**d_f**): Diâmetro da circunferência interna e que abarca a raiz dos dentes;
- Diâmetro de base (**d_b**): Diâmetro base para a criação das evolventes que constituem o perfil dos dentes;
- Passo circular (**p**): Distância entre dentes consecutivos, possuindo como referência a circunferência primitiva;
- Altura do dente (**h**): Distância do topo à base do dente;
- Altura de cabeça (**h_a**): Distância entre a circunferência primitiva ao topo do dente;
- Altura de pé (**h_f**): Distância entre a circunferência primitiva e a raiz do dente;
- Folga do dente (**c**): Folga entre a cabeça do dente da coroa e a base do pinhão.

De maneira a complementar as informações apresentadas na Figura 3.1, a Figura 3.2 abaixo ilustra um par de dentes especificando mais alguns elementos relativos ao perfil dos mesmos.

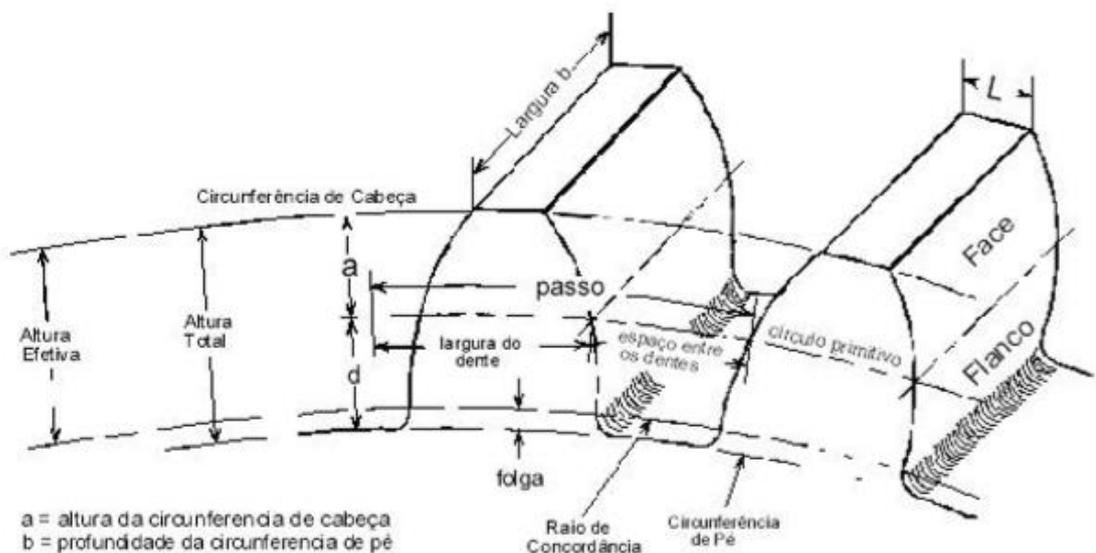


Figura 3.2. Elementos dos dentes de uma engrenagem. Fonte: SANTOS (2002)

O espaçamento entre dentes, também denominada *backlash*, possui dimensão próxima à largura do dente e pode sofrer variações causadas pelo desgaste durante a vida do mecanismo (SANTOS, 2002).

Como já mencionado anteriormente, o círculo primitivo possui grande importância nas formulações matemáticas que regem o funcionamento de uma engrenagem e, a partir dele, é possível o cálculo da razão de transmissão de torque e de velocidade. Tomando-se o mesmo como referência, também é possível o cálculo do passo circular p_c , definido como o quociente entre o perímetro formado pela circunferência primitiva e o número de dentes da engrenagem N_i (Equação 1).

$$p_c = \frac{\pi \cdot d}{N_i} = \pi \cdot m \quad (1)$$

Na equação acima, m é a razão entre d (em mm) e N_i , denominada módulo da engrenagem. Vale ressaltar que o sistema americano ou inglês trabalha com um parâmetro análogo, o *diametral pitch* (P), quociente entre N_i e d , este agora em polegadas.

A importância da quantificação do módulo na etapa de projeto está no fato de que um par de engrenagens deve possuir o mesmo valor para esse parâmetro, garantindo assim o acoplamento correto dos dentes, uma maneira de contornar esse problema é a utilização dos módulos recomendados por norma (Tabela 3.1).

Tabela 3.1. Módulos normalizados Segundo DIN 780. Fonte: MELCONIAN (2011)

Módulo (mm)	Incremento (mm)
0,3 a 1,0	0,10
1,0 a 4,0	0,25
4,0 a 7,0	0,50
7,0 a 16,0	1,00
16,0 a 24,0	2,00
24,0 a 45,0	3,00
45,0 a 75,0	5,00

Existem ainda recomendações acerca das dimensões h_a e h_f (Figura 3.1), respectivos a e d na Figura 3.2, nas quais é aconselhável que a distância entre a circunferência primitiva ao topo do dente seja equivalente ao módulo, enquanto para distância entre a circunferência primitiva e a raiz do dente o valor recomendado é de 1,25

vezes m . Além dessas variáveis, aconselha-se que a largura do denteado esteja dentro do intervalo de no mínimo 9 vezes o módulo e no máximo 14 vezes, enquanto o valor de $1/3$ do módulo vale para o raio de concordância no pé do dente (SANTOS, 2002).

Em suma, para engrenagens de dentes retos temos:

$$m = \frac{d}{N_i} = \frac{1}{P} \quad (2)$$

$$p_c = \frac{\pi \cdot d}{N_i} = \pi \cdot m \quad (3)$$

$$p_c \cdot P = \pi \quad (4)$$

Onde:

P = passo diametral (dentes por polegada);

N_i = número de dentes;

d = diâmetro primitivo;

m = módulo;

p_c = passo circular.

3.1.2. Engrenagens de dentes helicoidais

As formulações que representam a configuração de uma engrenagem de dentes helicoidais é semelhante às expressões encontradas nas ECDR, com a distinção de que os dentes são inclinados formando um ângulo β , denominado ângulo de hélice

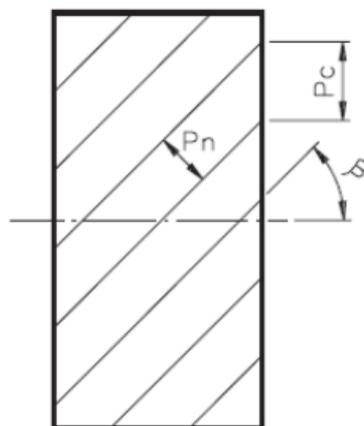


Figura 3.3. Elementos dos dentes de uma engrenagem helicoidal. Fonte: SANTI (2015)

No decorrer da passagem pelos elementos constituintes das ECDR, não houve distinção entre passo circular (p_c) e passo normal (p_n) justamente por serem equivalentes nas engrenagens com essa configuração. Isso não pode ser repetido para a engrenagem cilíndricas de dentes helicoidais, nas quais os parâmetros são quantificados com o auxílio de formulações trigonométricas.

$$p_c = \frac{p_n}{\cos \beta} \quad (5)$$

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} \quad (6)$$

Em que m_t é chamado de módulo transversal.

3.2. Geometria do engrenamento

3.2.1. Relação de velocidades

Como mencionado no Capítulo 1 deste trabalho, para garantir um funcionamento correto do sistema engrenado, uma equivalência entre as velocidades tangenciais ao círculo primitivo deve existir. Assim, buscando investigar essa característica, um engrenamento pode ser idealizado por dois cilindros em contato, cada um com seu respectivo diâmetro primitivo (Figura 3.4).

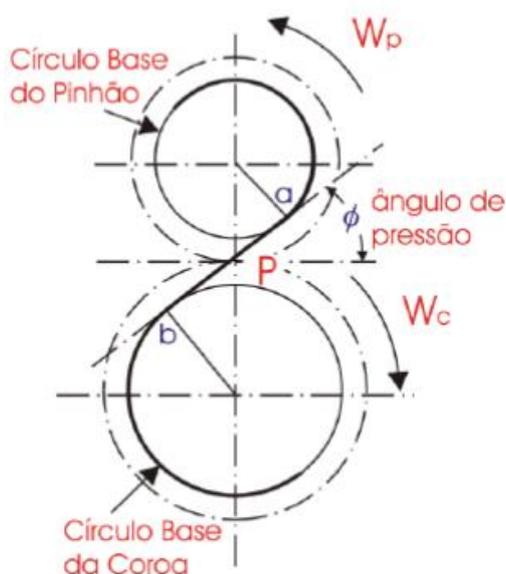


Figura 3.4. Engrenagens representadas como cilindros em contato. Fonte: DANTAS (2010)

Na figura, a circunferência superior é o pinhão que gira a uma velocidade angular W_p , enquanto o cilindro inferior possui uma velocidade W_c e representa a coroa. Observe o ponto de contato P e o ângulo de pressão ϕ que é comumente encontrado com valor de 20° , 25° ou $14,5^\circ$ em diferentes tipos de mecanismos.

A relação de velocidades é definida pela razão entre as velocidades angulares do pinhão e da coroa (Equação 7). Ressalta-se que, tratando-se de ECDR, esta razão é inversamente proporcional à relação dos diâmetros primitivos e dos números de dentes, justificando o fato de que a coroa sempre é a engrenagem que trabalha com a menor rotação.

$$R = \frac{W_p}{W_c} = \frac{d_c}{d_p} = \frac{N_{ic}}{N_{ip}} \quad (7)$$

3.2.2. Perfil do dente evolvental

O perfil do dente de engrenagem pode ser construído com o auxílio da curva conhecida como evolvente, que possui propriedades que a tornam extremamente importante para a indústria mecânica.

Sistemas de engrenagens evolventes permitem taxas relativas de rotação que não variam enquanto os dentes estão engatados, além de que garantem um contato permanente entre pinhão e coroa que ocorre ao longo de uma única linha de força constante, permitindo uma ação conjugada, suave e sem muito deslizamento, próxima a uma condição de rolamento. Com dentes de outros formatos, as velocidades e forças relativas aumentam e diminuem à medida que dentes sucessivos se engatam, resultando em vibração, ruído e desgaste excessivo. Por esse motivo, a maioria dos dentes de engrenagens modernas são fabricados a partir da forma evolvente (GOSS, 2013).

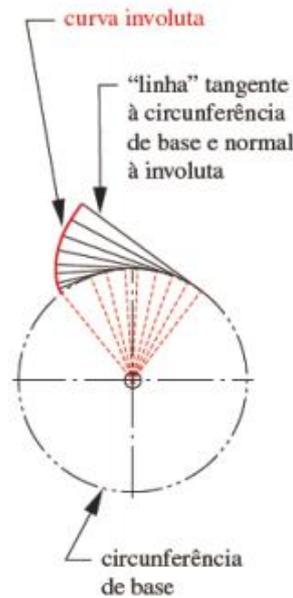


Figura 3.5. Perfil do dente evolvente. Fonte: NORTON (2013)

3.2.3. Linha de ação e razão de contato

No tópico anterior, mencionou-se a utilidade e vantagens relativas à configuração evolvente no engrenamento, entre elas a garantia de um contato constante que ocorre ao longo de uma linha, denominada linha de ação.

A linha de ação tangencia ao mesmo tempo ambas as circunferências de base, com uma inclinação definida pelo ângulo de pressão, ela descreve a trajetória dos pontos de contato durante a transmissão da força. Na Figura 3.4 ela já pôde ser observada como sendo a reta que liga os pontos **a** e **b**.

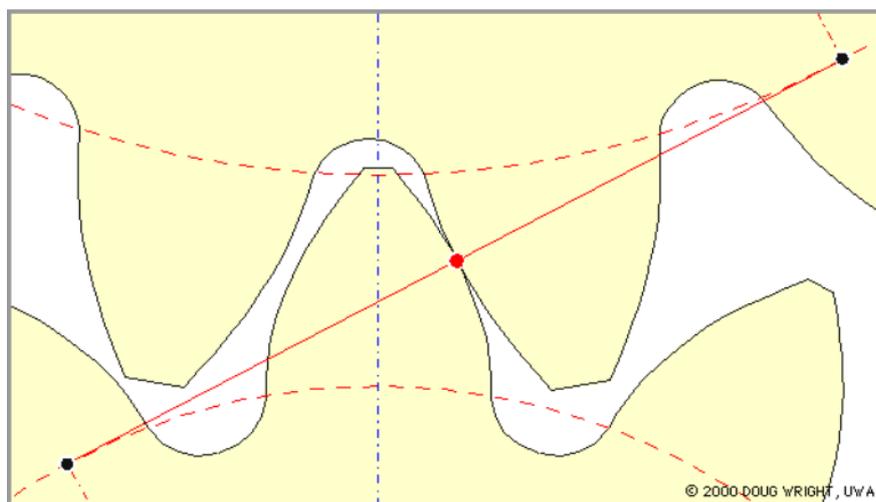


Figura 3.6. Linha de ação. Fonte: DANTAS (2010)

Durante o funcionamento de um par engrenado, a quantidade de pontos de contato pode variar, representando menos ou mais dentes em contato simultaneamente. Isso acontece porque antes de ocorrer a separação de um par de dentes que já estava em contato, outro par inicia o mesmo processo. A variável capaz de quantificar o número médio de dentes em contato é chamada razão de contato e pode ser calculada pela seguinte Equação 8 (SHIGLEY, MISCHKE, & BUDYNAS, 2005).

$$RC = \frac{L_{ab}}{m \cdot \pi \cdot \cos \beta} \quad (8)$$

Na equação acima L_{ab} representa o comprimento da linha de ação (Equação 9), m é o módulo e ϕ é o ângulo de pressão.

$$L_{ab} = \sqrt{(r_{p1} + h_{c1})^2 - (r_{p1} \cdot \cos \phi)^2} + \sqrt{(r_{p2} + h_{c2})^2 - (r_{p2} \cdot \cos \phi)^2} - a \cdot \sin \phi \quad (9)$$

Em que a é a distância entre centros das engrenagens; r_{pi} e h_{ci} representam, respectivamente, os raios primitivos e altura dos dentes, nos quais o índice 1 representa o pinhão e 2, a coroa.

A maioria dos pares engrenados trabalha com uma razão de contato 1 e 2 (NORTON, 2013) no entanto, uma razão de contato maior que 1 é recomendada na operação de engrenagens para evitar choques e ruídos que prejudicam o funcionamento e a vida do sistema. Para essas razões de contato maiores que 1, pode ser definido o chamado HPSTC (Highest Point of Single Tooth Contact), ponto no qual localiza-se o máximo momento fletor. (NORTON, 2013).

É importante salientar que nas ocasiões em que a razão de contato é 2, a força não é igualmente distribuída ao longo da linha de ação. Segundo Walker (1938), a distribuição das forças nos dentes das engrenagens pode ser avaliada com o auxílio da definição de *loadsharing ratio*, na qual para região central do dente, compreendida entre o HPSTC (Highest Point of Single Tooth Contact) e o LPSTC (Lowest Point of Single Tooth Contact), o contato ocorre em apenas um par de dentes e, conseqüentemente, a tensão se concentra nessa região. Nas regiões extremas do dente, ou seja, acima do HPSTC e

abaixo do LPSTC, o engrenamento ocorre com o contato de dois pares de dentes, distribuindo as forças que antes se concentravam em apenas um par.

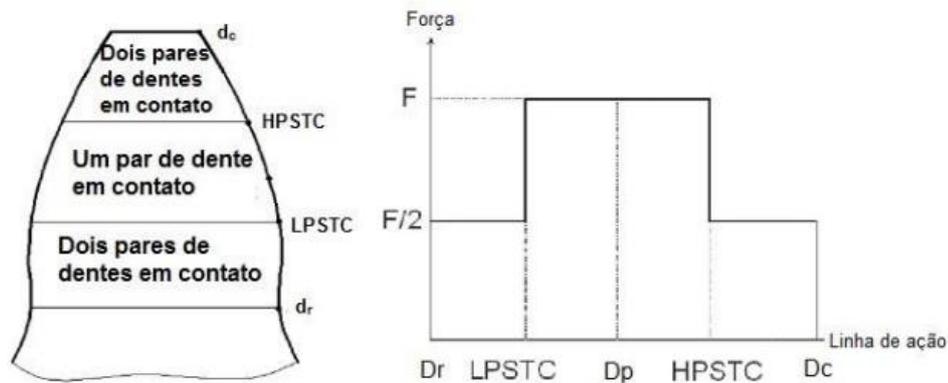


Figura 3.7. Contato entre dentes e *loadsharing ratio*. Fonte: IMREK (2009)

A Figura 3.8 ilustra a distribuição da força no dente, mesclando as informações contidas na Figura 3.7.

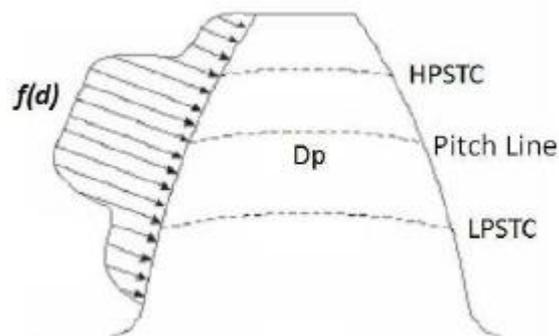


Figura 3.8. Distribuição das forças ao longo do dente. Fonte: IMREK (2009).

Adaptado por MURARO et. al (2011)

3.3. Análise das tensões nos dentes das engrenagens

Como mencionado nos capítulos anteriores, as trincas em engrenagens são geradas e propagadas pela incessante variação de esforços as quais as mesmas são submetidas. Seja por fadiga superficial ou pela tensão de flexão na raiz do dente, as trincas, quando não acompanhadas, se tornam concentradoras de tensão capazes de inviabilizar completamente o funcionamento do sistema. É importante ressaltar que a

quebra do dente pelo segundo tipo de esforço citado é mais incomum, e geralmente ocorre quando se tem uma etapa de projeto mal realizada. Sendo assim, a falha causada por fadiga superficial costuma ocorrer antes, principalmente por se tratar de uma consequência inevitável causada pelos constantes contatos entre dentes.

A maneira mais ilustrativa de se observar as tensões em mecanismos, não se limitando as engrenagens, é através de softwares que utilizam métodos de elementos finitos para modelar e simular o componente buscando os resultados mais próximos possíveis do real. A Figura 3.9 apresenta os contornos de estresse, obtidos do MEF, para o design de uma engrenagem de transmissão veicular. Percebe-se as maiores tensões de Von Mises (vermelho) nos pontos de contato e na raiz dos dentes, evidenciando as afirmações feitas até o momento.

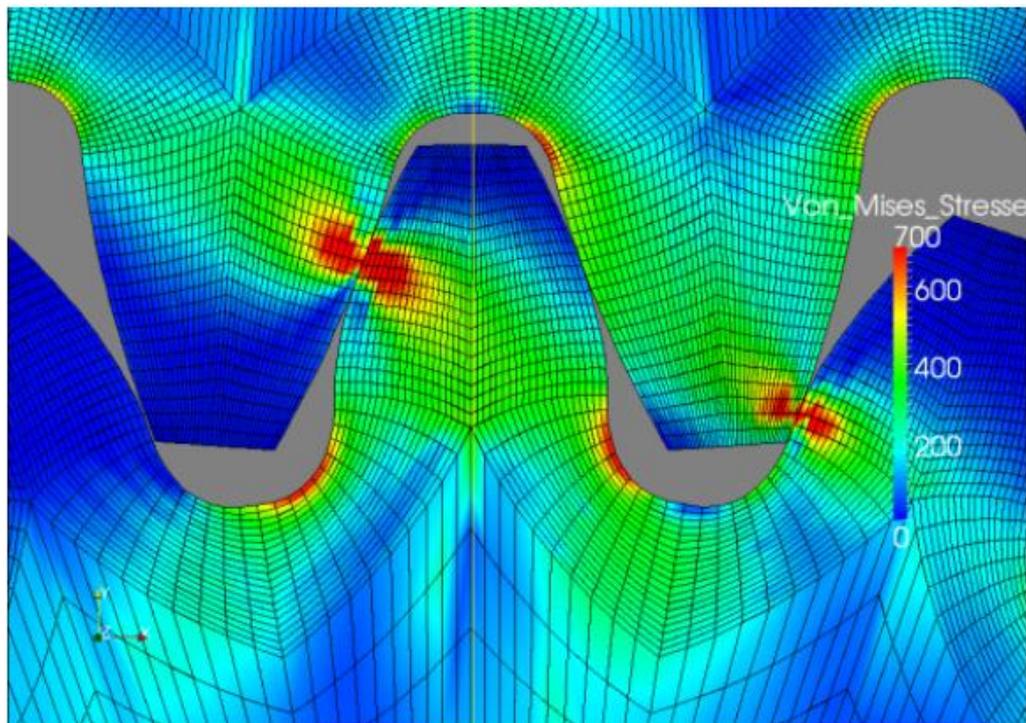


Figura 3.9. Resultados do MEF para uma engrenagem de transmissão veicular.

Fonte: (APAKIDZE) (2014).

3.4. Forças transmitidas no engrenamento

A força transmitida no funcionamento de um par de engrenagens pode ser dividida em duas componentes atuantes no ponto de contato do engrenamento, são elas a força tangencial e radial, que assumem mesmo módulo porém sentidos opostos para os dentes da coroa e do pinhão (Figura 3.10).

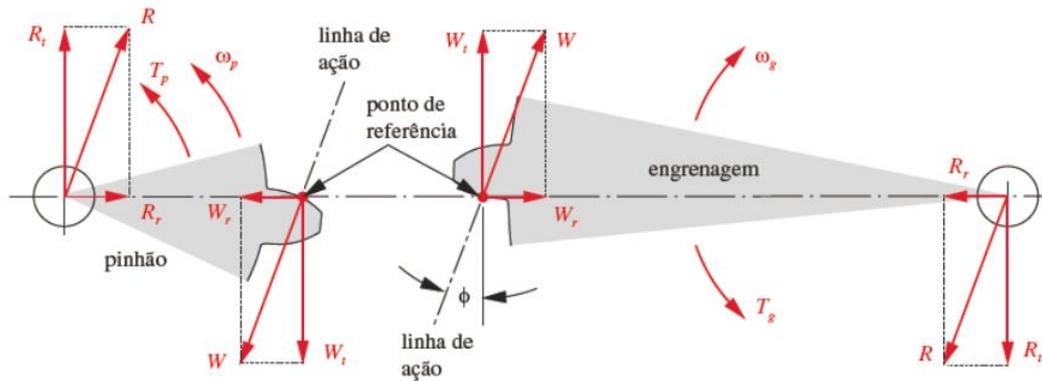


Figura 3.10. Forças no pinhão e na engrenagem. Fonte: NORTON (2013).

No estudo e análise dessas forças, tanto a potência quanto a velocidade costumam ser dados de entrada em problemas referentes ao projeto. Assim, uma avaliação a respeito da força tangencial deve ser realizada primeiramente para depois quantificar os esforços totais no ponto de contato (SANTOS, 2002). Tomando-se como base a ilustração da figura acima, as seguintes expressões retiradas de Norton (2013) são válidas:

$$W_t = \frac{T_p}{r_p} = \frac{2T_p}{d_p} = 2 \frac{p_d T_p}{N_p} \quad (10)$$

$$W_r = W_t \cdot \tan \phi \quad (11)$$

$$W = \frac{W_t}{\cos \phi} \quad (12)$$

Nas equações acima, T_p é o torque no eixo do pinhão, r_p e d_p representam, respectivamente, o raio e diâmetro primitivos, p_d é o passo diametral e N_p o número de dentes do pinhão. Os índices t e r indicam, respectivamente, as componentes tangencial e radial.

De acordo com a norma AGMA 908-B89 (1989), quando não há esforços na ponta do dente, a posição onde a força é aplicada pode ser definida por um raio de carga r_{nL} e um ângulo de carga ϕ_{nL} . A Figura 3.11 ilustra essas coordenadas para melhor visualização.

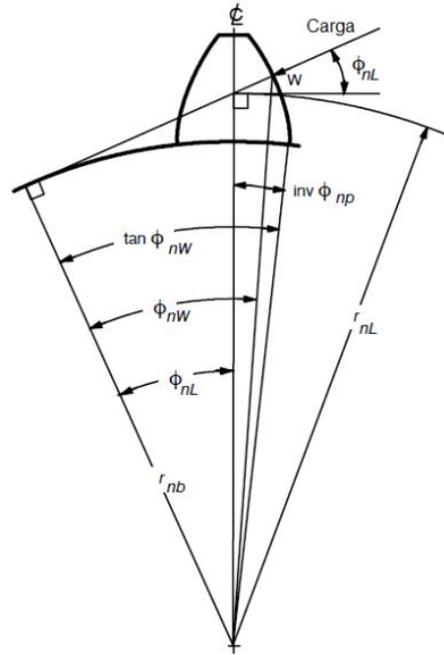


Figura 3.11. Raio de carga e ângulo de carga. Fonte: AGMA 908-B89 (1989).

Esses dois parâmetros que representam o local de aplicação da força W , podem ser avaliados pelas Equações 13 e 14 abaixo. R_{b1} é o raio de base do pinhão, S_n é a espessura do dente e Z é o número de dentes.

$$r_{nL} = \frac{R_{b1}}{\cos \phi_{nL}} \quad (13)$$

$$\phi_{nL} = \tan \phi_{nW} - \tan \phi + \phi - \frac{S_n}{Z \cdot m} \quad (14)$$

Dentre os elementos da Equação X, ϕ_{nW} pode ser obtido através de relação trigonométrica com a dimensão C_4 , representada na Figura 3.12.

$$\tan \phi_{nW} = \frac{C_4}{R_{b1}} \quad (15)$$

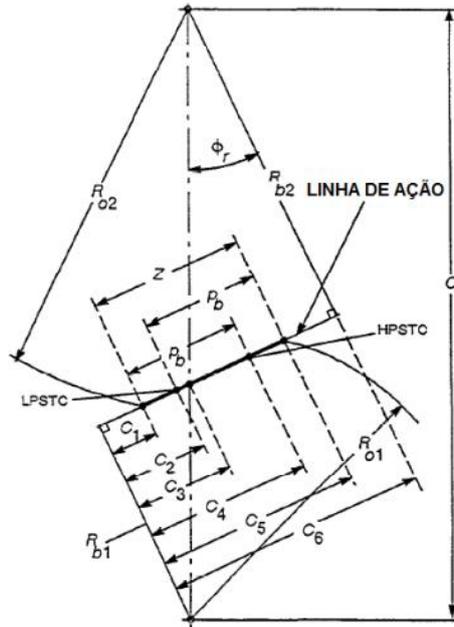


Figura 3.12. Plano transversal da linha de ação de duas engrenagens em contato.

Fonte: AGMA 908-B89 (1989)

É possível identificar na figura os pontos HPSTC e LPSTC, já definidos anteriormente. Uma observação interessante também é a de que a cota C_4 , necessária para avaliação da Equação 15, corresponde justamente ao ponto HPSTC.

Assim, para a determinação do valor de C_4 , alguns procedimentos devem ser realizados primeiramente. As equações que determinam os valores dos raios de base do pinhão e da coroa são, respectivamente:

$$R_{b1} = \frac{d_{p(\text{pinhão})}}{2} \cdot \cos \phi \quad (16)$$

$$R_{b2} = \frac{d_{p(\text{coroa})}}{2} \cdot \cos \phi \quad (17)$$

Os resultados obtidos para esses dois parâmetros permitem o cálculo do ângulo de pressão transversal de operação ϕ_r .

$$\phi_r = \cos^{-1} \left(\frac{R_{b2} \pm R_{b1}}{a} \right) \quad (18)$$

Para engrenamentos externos, utiliza-se o sinal positivo da Equação 18, enquanto o negativo é utilizado para engrenamentos internos.

O comprimento da linha de ação entre os raios de base do pinhão e da coroa, representado pela dimensão C_6 , é determinado por:

$$C_6 = a \cdot \text{sen}\phi_r \quad (19)$$

Com esses procedimentos apresentados, é possível obter a dimensão C_4 , com a Equação X.

$$C_4 = C_1 + p_b \quad (20)$$

Em que:

$$C_1 = \pm \left[C_6 - (R_{o2}^2 - R_{b2}^2)^{0,5} \right] \quad (21)$$

Em que R_{o2} é o raio de cabeça da coroa e a regra para utilização dos sinais é a mesma da Equação 18. O passo de base transversal p_b é definido pela Equação 22.

$$p_b = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{b1}}{z_1} \quad (22)$$

Conclui-se a avaliação da componente tangencial W_t da força, com a seguinte Equação 23 apresentada na norma AGMA

$$W_t = \frac{T}{r_{nL}} \quad (23)$$

É importante perceber que a Equação 23 não possui o raio primitivo como um de seus elementos. Isso ocorre pois em carregamentos do tipo HPSTC, as solicitações estão localizadas no ponto definido pelo raio de carga.

3.5. Tensões de flexão na raiz dos dentes

Wilfred Lewis (1982), ao aproximar os dentes das engrenagens por uma viga em balanço com seção crítica na raiz, foi responsável por apresentar a primeira expressão para avaliação da tensão de flexão nesses elementos (NORTON, 2013).

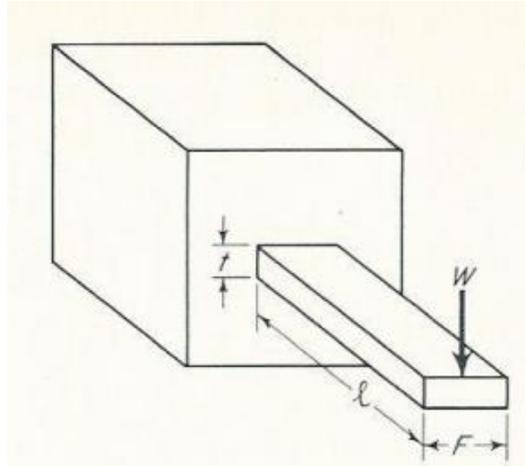


Figura 3.13. Plano transversal da linha de ação de duas engrenagens em contato.

Fonte: AGMA 908-B89 (1989)

Como já visto anteriormente, a tensão de flexão ocorre na raiz do dentes, enquanto na ponta há a concentração de esforços compressivos. Devido a sua alta suscetibilidade à danos de flexão na raiz, é comum, quando dentes se quebram, que eles tenham falhado por causa de trincas na base (DUDLEY, 1954). A expressão para as tensões na base engastada de uma viga é:

$$S_t = \frac{6 \cdot W \cdot l}{F \cdot t^2} \quad (24)$$

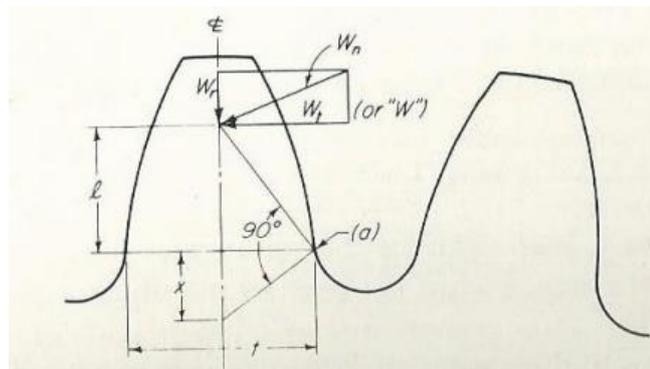


Figura 3.14. Plano transversal da linha de ação de duas engrenagens em contato.

Fonte: AGMA 908-B89 (1989)

A partir de relações trigonométricas aplicadas à Figura 3.14, Dudley (1954) chega a seguinte relação para a dimensão t^2 :

$$t^2 = 4 \cdot l \cdot x \quad (25)$$

Substituindo na Equação 24 e multiplicando o numerador e o denominador pelo passo diametral:

$$S_t = \frac{W \cdot p_d}{F \cdot \left(\frac{2x}{3}\right) p_d} \quad (26)$$

Obtém-se então, ao considerar $(2x/3) \cdot p_d = Y$, a equação de Lewis:

$$S_t = \frac{W \cdot p_d}{F \cdot Y} \quad (27)$$

A equação de Lewis, apresentada na forma acima, não é mais utilizada devido aos estudos e descobertas que surgem com o passar do tempo, como alguns mecanismos de falha que passaram a ser entendidos mais tarde. No entanto, a expressão de 1982, assim como diversos outros trabalhos, é referência para as novas relações que buscam incluir esses novos fatores na avaliação final. Um exemplo das modificações é a substituição do fator de forma Y pelo fator geométrico J , que inclui os efeitos da concentração de tensão na raiz do filete. A avaliação dos parâmetros relacionados a concentração de tensão pode ser realizada seguindo-se os procedimentos desenvolvidos por Broghammer e Dolan (1942).

A expressão a seguir corresponde àquela sugerida pela norma AGMA para o cálculo das tensões de flexão na raiz do dente:

$$\sigma_b = \frac{W_t}{FmJ} \frac{K_a K_m}{K_v} K_S K_B K_I \quad (28)$$

Em que J deve ser determinado para o raio de concordância recomendado e que leva em consideração o número médio de dentes em contato no engrenamento, os fatores K_i são modificadores para levar em conta diversas condições. O procedimento para cálculo desses fatores será explicitado a seguir.

Há ainda uma forma alternativa utilizada por Quadros (2015):

$$\sigma_{\max} = \frac{6 \cdot W_t \cdot h_f}{F \cdot s_f^2} \cdot k_f \quad (29)$$

Onde k_f é o fator de concentração de tensão na base do dente, F é a largura da engrenagem, s_f é a espessura do dente avaliada no ponto crítico e h_f é a altura da parábola de Lewis. Os dois últimos parâmetros podem ser determinados com os procedimentos geométricos propostos por Broghammer e Dolan (1942) e a Figura 3.15.



Figura 3.15. Dente de engrenagem para avaliação dos parâmetros s_f e h_f .

Fonte: BETIM (2015)

3.5.1. Fator geométrico de resistência de flexão J

A norma AGMA 908-B89 define um algoritmo complexo para o cálculo do fator geométrico J , porém também apresenta tabelas que podem ser utilizadas para determinados tipos de dentes padronizados, sejam eles de profundidade completa ou de adendos alongados (25% e 50%), possuindo ângulos de pressão equivalentes a 14,5°, 20° e 25°, valores já apresentados. Nas tabelas é possível notar que o valor correspondente de J depende do número de dentes no pinhão e na coroa e respeitam a hipótese de que não há interferência entre as pontas e os filetes de raiz dos dentes acoplados e não há adelgaçamento dos dentes abaixo do início teórico do perfil ativo. A norma também aconselha que as combinações capazes de causar interferência sejam evitadas. A seguir

são apresentadas as tabelas retiradas de Norton (2013), devido a grande quantidade optou-se por mostrar aqui apenas aquelas referentes ao ângulo de pressão de 20°, por ser o valor utilizado na grande maioria das vezes, a ponto de ser considerado um valor padrão (SANTOS, 2002).

Tabela 3.2. Fator geométrico de flexão J da AGMA para 20°, dentes de profundidade completa com carregamento na ponta. Fonte: NORTON (2013)

Dentes da engrenagem	Dentes do pinhão																
	12		14		17		21		26		35		55		135		
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	
12	U	U															
14	U	U	U	U													
17	U	U	U	U	U	U											
21	U	U	U	U	U	U	0,24	0,24									
26	U	U	U	U	U	U	0,24	0,25	0,25	0,25							
35	U	U	U	U	U	U	0,24	0,26	0,25	0,26	0,26	0,26					
55	U	U	U	U	U	U	0,24	0,28	0,25	0,28	0,26	0,28	0,28	0,28			
135	U	U	U	U	U	U	0,24	0,29	0,25	0,29	0,26	0,29	0,28	0,29	0,29	0,29	

Tabela 3.3. Fator geométrico de flexão J da AGMA para 20°, dentes de profundidade completa com carregamento HPSTC. Fonte: NORTON (2013)

Dentes da engrenagem	Dentes do pinhão																
	12		14		17		21		26		35		55		135		
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	
12	U	U															
14	U	U	U	U													
17	U	U	U	U	U	U											
21	U	U	U	U	U	U	0,33	0,33									
26	U	U	U	U	U	U	0,33	0,35	0,35	0,35							
35	U	U	U	U	U	U	0,34	0,37	0,36	0,38	0,39	0,39					
55	U	U	U	U	U	U	0,34	0,40	0,37	0,41	0,40	0,42	0,43	0,43			
135	U	U	U	U	U	U	0,35	0,43	0,38	0,44	0,41	0,45	0,45	0,47	0,49	0,49	

Tabela 3.4. Fator geométrico de flexão J da AGMA para 20°, dentes de adendos alongados 25% com carregamento na ponta. Fonte: NORTON (2013)

Dentes da engrenagem	Dentes do pinhão															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	0,27	0,19										
21	U	U	U	U	0,27	0,21	0,27	0,21								
26	U	U	U	U	0,27	0,22	0,27	0,22	0,28	0,22						
35	U	U	U	U	0,27	0,24	0,27	0,24	0,28	0,24	0,28	0,24				
55	U	U	U	U	0,27	0,26	0,27	0,26	0,28	0,26	0,28	0,26	0,29	0,26		
135	U	U	U	U	0,27	0,28	0,27	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28	0,29	0,28	0,30	0,28

Tabela 3.5. Fator geométrico de flexão J da AGMA para 20°, dentes de adendos alongados 25% com carregamento HPSTC. Fonte: NORTON (2013)

Dentes da engrenagem	Dentes do pinhão															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	0,36	0,24										
21	U	U	U	U	0,37	0,26	0,39	0,27								
26	U	U	U	U	0,37	0,29	0,39	0,29	0,41	0,30						
35	U	U	U	U	0,37	0,32	0,40	0,32	0,41	0,33	0,43	0,34				
55	U	U	U	U	0,38	0,35	0,40	0,36	0,42	0,36	0,44	0,37	0,47	0,39		
135	U	U	U	U	0,39	0,39	0,41	0,40	0,43	0,41	0,45	0,42	0,48	0,44	0,51	0,46

Nota-se nas tabelas apresentadas que os valores de **J** apresentam-se distintos dependendo da engrenagem analisada, sendo P e G índices relacionados respectivamente ao pinhão e a coroa. É fácil perceber então, que isso terá como consequência uma diferença nos resultados de tensão nos dentes para cada um dos elementos do engrenamento.

Nas combinações em que não há resultado numérico para **J**, mas sim a letra U, ocorre o denominado adelgaçamento causado pela interferência entre a ponta do dente da engrenagem e o flanco da raiz do pinhão.

Tratando-se da definição de qual tipo de carregamento deve-se consultar, a escolha é baseada na precisão com a qual a engrenagem foi fabricada. Nos casos em que as engrenagens são produzidas com alta precisão (tolerâncias menores), a divisão de esforços entre os dentes é aceitável, permitindo a utilização das tabelas com carregamento HPSTC. Entretanto, nos casos em que a precisão de fabricação não é alta, a probabilidade de que apenas um par de dentes estará submetido a todos os esforços na ponta é maior.

3.5.2. Fator dinâmico K_v

O fator dinâmico K_v , também denominado fator de impacto ou de velocidade, é o parâmetro utilizado para representar os efeitos das tolerâncias quando submetidas às cargas de vibração causadas pelos impactos dos dentes. Assim, espera-se que engrenagens com alta precisão de fabricação possuam um K_v próximo ao ideal, apresentando uma transmissão suave e com razão de velocidades constante. A AGMA apresenta curvas empíricas (Figura 3.16) definidas pelas Equação 30, na qual V_t é a velocidade da linha de passo em m/s.

$$K_v = \left(\frac{A}{A + \sqrt{200V_t}} \right)^B \quad (30)$$

Em que:

$$A = 50 + 56(1 - B) \quad (30)(a)$$

$$B = \frac{(12 - Q_v)^{\frac{2}{3}}}{4}, \text{ para } 6 \leq Q_v \leq 11 \quad (30)(b)$$

Q_v é o índice de qualidade da engrenagem com menor precisão de fabricação.

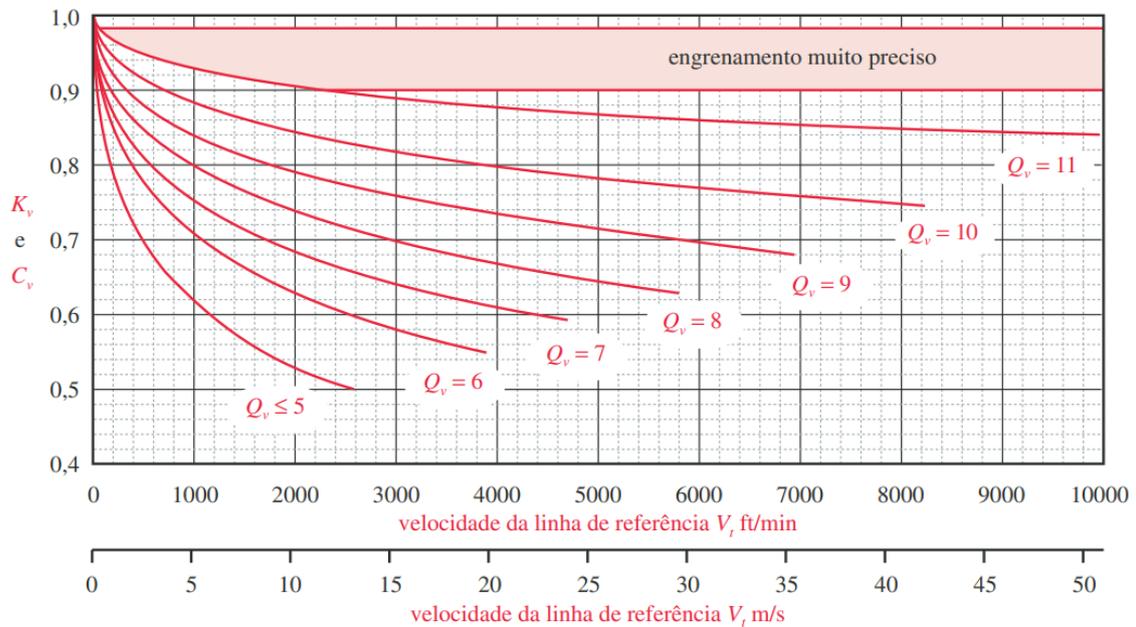


Figura 3.16. Fatores dinâmicos da AGMA K_v . Fonte: NORTON (2013)

Para Q_v menores ou iguais a 5, a seguinte equação é recomendada

$$K_v = \frac{50}{50 + \sqrt{200V_t}} \quad (31)$$

para $V_t < 13\text{m/s}$.

Quando o carregamento dinâmico real consequente dos erros de transmissão é conhecido e levado em conta aumentando a carga aplicada W_t , então o fator dinâmico K_v pode ser aproximado à unidade.

3.5.3. Fator de distribuição de carga K_m

O fator de distribuição de carga K_m é o elemento da Equação 28 responsável por incluir os efeitos de distribuição desigual dos esforços, causados por desalinhamentos axiais ou desvios nas formas e dimensões dos dentes, que fazem com que o contato entre dentes não ocorra ao longo de toda a largura do denteado. A Tabela 3.6 contém valores recomendados para o parâmetro para diferentes características de montagem.

Uma recomendação é definir uma largura da face F de uma engrenagem reta que esteja dentro dos limites $(8/P_d) < F < (16/P_d)$, com um valor nominal de $12/P_d$ (fator de largura de face).

Tabela 3.6. Fator de distribuição de carga K_m . Fonte: SANTOS (2002)

Características da Montagem e do Dispositivo	Largura da Face (mm)			
	0 a 50,8	Até 152	Até 228	Até 407
Montagens precisas, pequena folga nos mancais, deflexões mínimas e engrenagens de precisão.	1,3	1,4	1,5	1,8
Montagens não tão cuidadosas, engrenagens com fabricação não tão precisas, contato ao longo de toda a largura do dente	1,6	1,7	1,8	2,2
Montagem e Precisão de forma a que não haja contato ao longo de toda a largura do dente	Acima de 2,2			

3.5.4. Fator de aplicação K_a

Durante o funcionamento de um engrenamento, os carregamentos sofridos pelos dentes variam de acordo com a posição do ponto de contato na linha de ação. Por exemplo, os esforços aos quais um dente está submetido no início do contato não é o mesmo ao sair desse contato. Essa condição é agravada quando a máquina motora fornecer torques ou forças variáveis, o que geraria um aumento no carregamento acima dos valores médios normais.

A introdução do fator de aplicação K_a é importante nas ocasiões em que há ausência de informações referentes às cargas dinâmicas dessas máquinas motoras. Tal fator pode ser adicionado para aumentar a tensão de dente baseando-se nas “cargas de impacto” que os equipamentos introduzem no sistema. Por exemplo, nos casos em que os dispositivos motores possuem um funcionamento suave, adota-se $K_a = 1$. No entanto, se o contrário ocorre, como em dispositivos que introduzem períodos onde ocorrem impactos nos dentes, utiliza-se $K_a > 1$. A Tabela 3.7 apresenta os valores para o fator de aplicação de acordo com a AGMA.

Tabela 3.7. Fator de aplicação K_a . Fonte: SANTOS (2002)

Fonte de Potência	Choques Gerados pela Carga		
	<i>Uniformes</i>	<i>Moderados</i>	<i>Intensos</i>
Uniformes	1,00	1,25	1,75
Leves	1,25	1,50	2,00
Médios	1,50	1,75	2,25

3.5.5. Fator de tamanho K_s

O fator K_s é capaz de avaliar a tensão de dente levando em consideração os casos em que a região da peça que está sendo projetada possui medida maior que os corpos de prova de resistência à fadiga (diâmetro de aproximadamente 0,3 in). A AGMA recomenda que seu valor seja igual a 1, excetuando-se situações em que o próprio projetista faz uso de valores maiores e mais conservadores (próximos de 1,25 e 1,5) para casos específicos, como engrenagens com dentes muito grandes.

3.5.6. Fator de espessura de borda K_B

A AGMA introduziu o fator K_B para incluir na análise as situações em que a engrenagem de diâmetro maior, feita com um anel ou catraca em vez de com um disco sólido, tem uma profundidade de borda fina em comparação com a profundidade do disco (NORTON, 2013). O fator de espessura de borda K_B pode ser determinado com o auxílio da definição de razão de recuo (Equação 32), que deve ser utilizada nas expressões a seguir:

$$m_B = \frac{B}{H} \quad (32)$$

$$K_B = -2m_B + 3,4 \quad \text{para } 0,5 \leq m_B \leq 1,2 \quad (33)$$

$$K_B = 1,0 \quad \text{para } m_B > 1,2 \quad (34)$$

Ressalta-se que razões de recuo menores que 0,5 não são recomendadas e que engrenagens de disco sólido sempre apresentarão $K_b=1$.

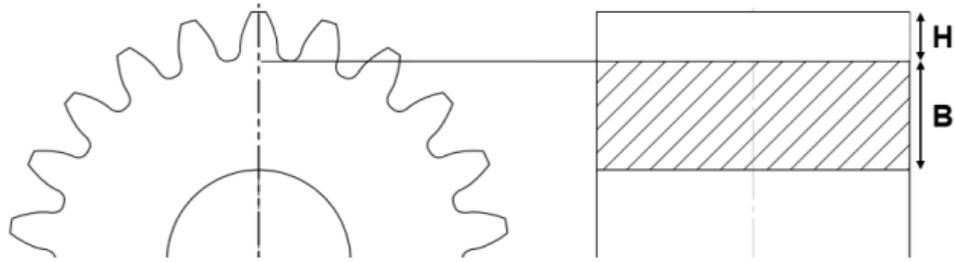


Figura 3.17. Altura do dente (**H**) e altura da alma da engrenagem (**B**).

Fonte: QUADROS (2018)

3.5.7. Fator de ciclo de carga K_f

Levando-se em consideração que uma engrenagem intermediária é submetida a um maior número de ciclos de tensão por tempo e maiores cargas alternadas, o fator de ciclo de carga K_f busca incluir tais características definindo o valor de 1,42 para as engrenagens intermediárias (livres) e 1,0 para as semelhantes engrenadas.

3.5.8. Resistência à fadiga por flexão na raiz do dente

A partir das tensões calculadas, parte-se para a avaliação da resistência à fadiga causada pela flexão dos dentes. A Equação 35 expressa, de maneira simplificada a resistência mencionada.

$$S_{fb} = \frac{K_L}{K_T K_R} S_{fb'} \quad (35)$$

Em que os valores de S_{fb}' são publicados pela AGMA (Tabela 3.8) obtidos através de ensaios de Moore.

Tabela 3.8. Resistências à fadiga de flexão S_{fb} da AGMA para seleção de materiais para engrenagem. Fonte: NORTON (2013)

Material	Classe AGMA	Designação do material	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima	Resistência à fadiga de flexão	
					psi x 10 ³	MPa
Aço	A1-A5		Endurecimento completo	≤ 180 HB	25-33	170-230
			Endurecimento completo	240 HB	31-41	210-280
			Endurecimento completo	300 HB	36-47	250-325
			Endurecimento completo	360 HB	40-52	280-360
			Endurecimento completo	400 HB	42-56	290-390
			Endurecimento por chama ou indução	Tipo A padronizado 50-55 HRC	45-55	310-380
			Endurecimento por chama ou indução	Tipo B padronizado	22	150
		Cementação por carbono e endurecimento superficial	55-64 HRC	55-75	380-520	
		AISI 4140	Nitretado	84,6 HR15N [†]	34-45	230-310
		AISI 4340	Nitretado	83,5 HR15N	36-47	250-325
		Nitroliga 135M	Nitretado	90,0 HR15N	38-48	260-330
Nitroliga	Nitretado	90,0 HR15N	40-50	280-345		
2,5% Cromo	Nitretado	87,5-90,0 15N	55-65	380-450		
Ferro recozido	20	Classe 20	Como fundido		5	35
	30	Classe 30	Como fundido	175 HB	8	69
	40	Classe 40	Como fundido	200 HB	13	90
Ferro nodular (dúctil)	A-7-a	60-40-18	Recozido	140 HB	22-33	150-230
	A-7-c	80-55-06	Revenido e temperado	180 HB	22-33	150-230
	A-7-d	100-70-03	Revenido e temperado	230 HB	27-40	180-280
	A-7-e	120-90-02	Revenido e temperado	230 HB	27-40	180-280
Ferro maleável (perlítico)	A-8-c	45007		165 HB	10	70
	A-8-e	50005		180 HB	13	90
	A-8-f	53007		195 HB	16	110
	A-8-i	80002		240 HB	21	145
Bronze	Bronze 2	AGMA 2C	Molde de areia	40 ksi resistência de tração mínima	5,7	40
	Al/Br 3	ASTM B-148 78 liga 954	Tratado termicamente	90 ksi resistência de tração mínima	23,6	160

O fator K_R relaciona-se à probabilidade de falha do componente e pode ser definido pela Tabela 3.9.

Tabela 3.9. Fator de confiabilidade K_R . Fonte: SANTOS (2002)

Confiabilidade	Fator K_R
50	1
90	0,897
99	0,814
99,9	0,753
99,99	0,702
99,999	0,659

Para considerar na análise os efeitos relacionados à temperatura, o fator K_t pode ser calculado pela Equação 36 para aços com temperaturas acima de 250°F, pois temperaturas menores recomenda-se a utilização do valor 1.

$$K_T = \frac{460 + T_F}{620} \quad (36)$$

O número de contatos de engrenamento é denominado número de ciclo de cargas. As expressões encontradas nas curvas da Figura 3.18 são utilizadas para obter o fator de vida K_L .

No gráfico da figura abaixo, a porção superior da zona hachurada refere-se à aplicações comerciais, enquanto a porção abaixo da zona hachurada é comumente utilizada para condições de serviço crítico nas quais pouca crateração e desgaste de dente são permissíveis e naquelas em que é requerida suavidade de operação e níveis baixos de vibração.

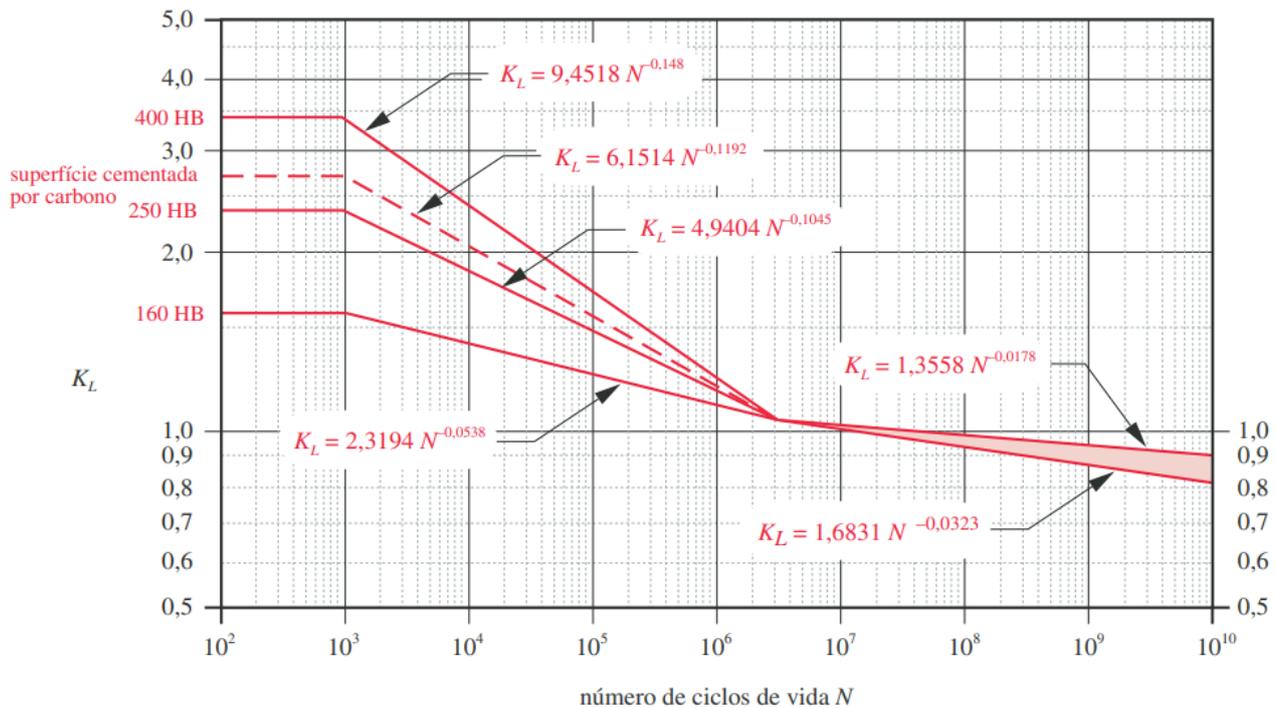


Figura 3.18. Fator de vida para resistência à flexão da AGMA.

Fonte: NORTON (2013)

3.6. Tensões superficiais entre dentes

Quando dois corpos curvos são colocados em contato, eles inicialmente se tocam em um ponto ou ao longo de uma linha, denominada linha de ação. Com a aplicação da carga inicial, a deformação elástica amplia as cargas para demais áreas de contato sendo as mesmas distribuídas como pressões. A primeira análise dessa situação foi apresentada por Hertz (1881) e sua derivação, após modificações de Buckingham, para o estudo das engrenagens resultou na seguinte Equação X.

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{W_t}{FId} \frac{C_a C_m}{C_v} C_s C_f} \quad (37)$$

Em que **d** é o diâmetro de referência da menor das duas engrenagens no engrenamento; **F** é a largura da face; **I** é fator geométrico de superfície para resistência à crateração; **C_p** é um coeficiente elástico que leva em conta as diferenças nas constantes do material do pinhão e engrenagem. Os fatores **C_a**, **C_m**, **C_v** e **C_s** equivalem respectivamente aos fatores **K_a**, **K_m**, **K_v** e **K_s** já apresentados.

3.6.1. Fator geométrico de superfície I

A AGMA define o fator geométrico de superfície a partir da seguinte expressão:

$$I = \frac{\cos \phi}{\left(\frac{1}{\rho_p} \pm \frac{1}{\rho_g} \right) d_p} \quad (38)$$

Onde ϕ é o ângulo de pressão; d_p é o diâmetro de referência do pinhão; ρ_p e ρ_g são os raios de curvatura dos dentes do pinhão e engrenagem, calculados por:

$$\rho_p = \sqrt{\left(r_p + \frac{1+x_p}{p_d} \right)^2 - (r_p \cos \phi)^2} - \frac{\pi}{p_d} \cos \phi \quad (39)$$

$$\rho_g = C \operatorname{sen} \phi \mp \rho_p \quad (40)$$

Em que p_d é o passo diametral, r_p é o raio de referência do pinhão; C é a distância entre o centro do pinhão e engrenagem e x_p é o coeficiente do adendo do pinhão, que é a porcentagem decimal referente ao alongamento do adendo para dentes de adendos desiguais. Deve-se atentar à utilização do sinal superior das expressões sempre que tratar de engrenagens externas, enquanto para engrenagens internas o sinal inferior é utilizado.

3.6.2. Coeficiente elástico C_p

É definido pela Equação 41, em que ν_p e ν_g são os coeficientes de Poisson do pinhão e engrenagem, respectivamente; E_p e E_g são os módulos de elasticidade.

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[\left(\frac{1-\nu_p^2}{E_p} \right) + \left(\frac{1-\nu_g^2}{E_g} \right) \right]}} \quad (41)$$

Para valores aproximados de $\nu=0,3$, a Tabela 3.10 organiza valores de C_p para alguns materiais comumente utilizados na fabricação de engrenagens.

Tabela 3.10. C_p da AGMA em unidades de (psi)^{0.5}. Fonte: NORTON (2013)

Material pinhão	E_p psi (MPa)	Material da engrenagem					
		Aço	Ferro maleável	Ferro nodular	Ferro fundido	Alumínio bronze	Estanho bronze
Aço	30E6 (2E5)	2300 (191)	2180 (181)	2160 (179)	2100 (174)	1950 (162)	1900 (158)
Ferro maleável	25E6 (1,7E5)	2180 (181)	2090 (174)	2070 (172)	2020 (168)	1900 (158)	1850 (154)
Ferro nodular	24E6 (1,7E5)	2160 (179)	2070 (172)	2050 (170)	2000 (166)	1880 (156)	1830 (152)
Ferro fundido	22E6 (1,5E5)	2100 (174)	2020 (168)	2000 (166)	1960 (163)	1850 (154)	1800 (149)
Alumínio bronze	17,5E6 (1,2E5)	1950 (162)	1900 (158)	1880 (156)	1850 (154)	1750 (145)	1700 (141)
Estanho bronze	16E6 (1,1E5)	1900 (158)	1850 (154)	1830 (152)	1800 (149)	1700 (141)	1650 (137)

3.6.3. Coeficiente de acabamento superficial C_F

Recomenda-se C_F igual a 1 para engrenagens fabricadas por métodos convencionais. No entanto, isso não impede o projetista de acrescentar esse valor para levar em consideração acabamentos mais grosseiros e tensões residuais.

3.6.4. Resistências à fadiga de superfície em engrenagens

De maneira análoga à resistência à fadiga por flexão do dente, onde S_{fc} são valores publicados pela AGMA (Tabela 3.11), a resistência referente às tensões de superfície pode ser avaliada pela expressão 42.

$$S_{fc} = \frac{C_L C_H}{C_T C_R} S_{fc'} \quad (42)$$

Tabela 3.11. Resistências à fadiga de superfície S_{fc} da AGMA para seleção de materiais para engrenagem. Fonte: NORTON (2013)

Material	Classe AGMA	Designação do material	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima	Resistência à fadiga de flexão	
					psi x 10 ³	MPa
Aço	A1-A5	Endurecimento completo	≤ 180 HB	85-95	590-660	
			240 HB	105-115	720-790	
			300 HB	120-135	830-930	
			360 HB	145-160	1000-1100	
			400 HB	155-170	1100-1200	
			Endurecimento por chama ou indução 50 HRC	170-190	1200-1300	
			Endurecimento por chama ou indução 54 HRC	175-195	1200-1300	
		Cementação por carbono e endurecimento superficial	55-64 HRC	180-225	1250-1300	
			AISI 4140 Nitretado	84,6 HR15N [†]	155-180	1100-1250
			AISI 4340 Nitretado	83,5 HR15N	150-175	1050-1200
			Nitroliza 135M Nitretado	90,0 HR15N	170-195	1170-1350
Nitroliza Nitretado	90,0 HR15N	195-205	1340-1410			
Cromo 2,5% Nitretado	87,5 HR15N	155-172	1100-1200			
Cromo 2,5% Nitretado	90,0 HR15N	192-216	1300-1500			
Ferro fundido	20	Classe 20	Como fundido	50-60	340-410	
	30	Classe 30	Como fundido	175 HB	65-70	450-520
	40	Classe 40	Como fundido	200 HB	75-85	520-590
Ferro nodular (dúctil)	A-7-a	60-40-18	Recozido	140 HB	77-92	530-630
	A-7-c	80-55-06	Revenido e temperado	180 HB	77-92	530-630
	A-7-d	100-70-03	Revenido e temperado	230 HB	92-112	630-770
	A-7-e	120-90-02	Revenido e temperado	230 HB	103-126	710-870
Ferro maleável (perlítico)	A-8-c	45007		165 HB	72	500
	A-8-e	50005		180 HB	78	540
	A-8-f	53007		195 HB	83	570
	A-8-i	80002		240 HB	94	650
Bronze	Bronze 2	AGMA 2C	Molde de areia	40 ksi resistência de tração mínima	30	450
	Al/Br 3	ASTM B-148 78 liga 954	Tratado termicamente	90 ksi resistência de tração mínima	65	450

Na Equação 42, C_L representa o fator de vida de superfície e é obtido de maneira análoga ao fator de vida do cálculo da resistência devido a flexão do dente, diferindo pelo gráfico utilizado. A Figura 3.19 apresenta as curvas e expressões para cálculo desse coeficiente.

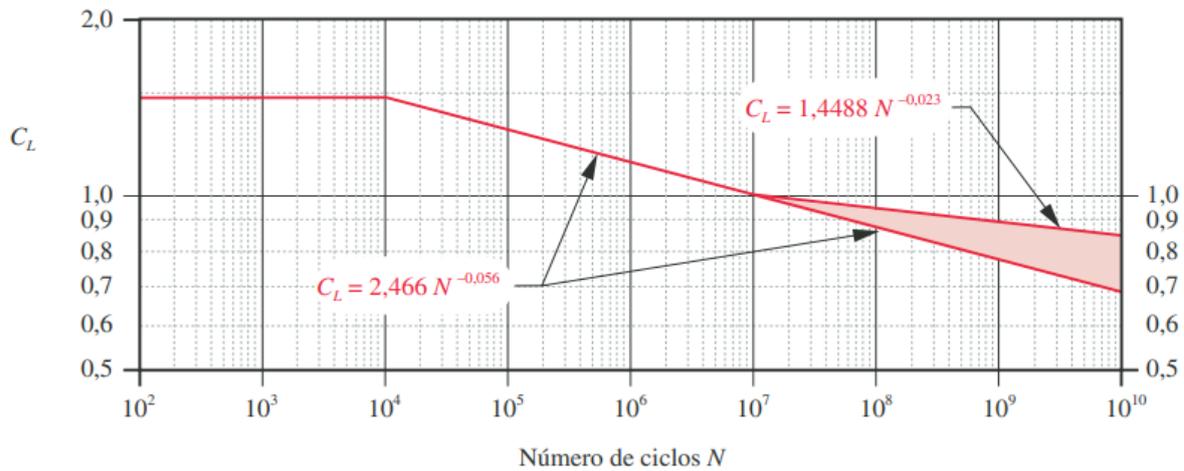


Figura 3.19. Fator de vida C_L de resistência à fadiga de superfície da AGMA.

Fonte: NORTON (2013)

C_H representa o fator de razão de dureza e seu valor depende da razão de engrenamento e da dureza relativa do pinhão e engrenagem. Trata-se de um parâmetro relacionado ao endurecimento da superfície do dente no funcionamento, e que não é aplicado para avaliação da resistência do pinhão. Em situações nas quais pinhão e engrenagem são completamente endurecidos utiliza-se a Equação 43.

$$C_H = 1 + A(m_G - 1) \quad (43)$$

Em que m_G é a razão de engrenamento e A pode ser definido a partir das relações abaixo de acordo com a razão entre as durezas Brinell do pinhão e da engrenagem:

$$A = 0 \quad \text{para} \quad \frac{HB_p}{HB_g} < 1,2 \quad (43)(a)$$

$$A = 0,00898 \frac{HB_p}{HB_g} - 0,00829 \quad \text{para} \quad 1,2 \leq \frac{HB_p}{HB_g} \leq 1,7 \quad (43)(b)$$

$$A = 0,00698 \quad \text{para} \quad \frac{HB_p}{HB_g} > 1,7 \quad (43)(c)$$

Quando o pinhão possui superfície endurecida cuja dureza é maior que 48 HRC e a engrenagem é completamente endurecida, deve-se optar pela expressão abaixo

$$C_H = 1 + B(450 - HB_g) \quad (44)$$

Em que o coeficiente B é calculado por:

$$B = 0,00075e^{-0,052R_q} \quad (45)$$

onde R_q é a rugosidade da superfície dos dentes do pinhão, definido como a média dos quadrados dos desvios, do perfil de rugosidade filtrado sobre o comprimento de avaliação (Figura 3.20).

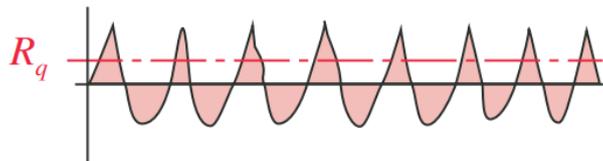


Figura 3.20. Rugosidade desvio médio quadrático R_q . Fonte: NORTON (2013)

3.7. Introdução à Mecânica da Fratura

Existem três maneiras principais, com as quais um esforço F é capaz de deslocar superfícies e propagar uma trinca em um material, são elas:

Modo I - Modo de abertura (tensão de tração normal ao plano da fissura);

Modo II - Modo deslizante (uma tensão de cisalhamento que atua paralelamente ao plano da trinca e perpendicular à frente da trinca);

Modo III - Modo de rasgo (tensão de cisalhamento atuando paralelamente ao plano da trinca e paralelo à frente da trinca).

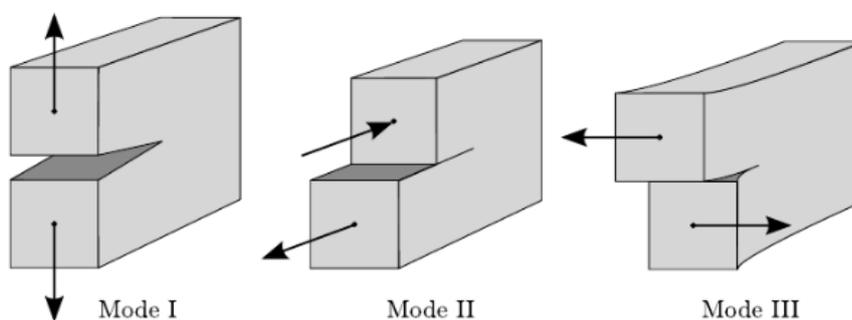


Figura 3.21. Modos de propagação da trinca. Fonte: KAMMER (2014).

Dentre os modos apresentados, aquele com maior ocorrência é o Modo I, e por isso é o que possui um maior desenvolvimento nos métodos analíticos e experimentais.

A Figura 3.22 esquematiza o campo de tensões formado próximo a ponta de uma trinca elíptica. Nela é possível identificar as componentes das tensões de tração (σ_{xx} e σ_{yy}) e cisalhamento (τ_{xy}), que podem ser avaliadas em função da distância r e ângulo θ .

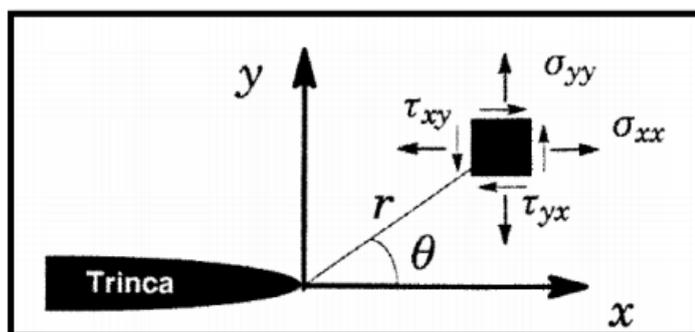


Figura 3.22. Campo de tensões próximo a ponta de trinca. Fonte: IGLÉSIAS (2015).

De acordo com Anderson (2005), tomando-se como base o sistema de coordenadas com origem na ponta da trinca, como ilustrado na Figura 3.22, o campo de tensões existente em um material com comportamento elástico linear e isotrópico pode ser representado por:

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^{(m)}(\theta) \quad (46)$$

Em que σ_{ij} é o tensor de tensão, k é uma constante, f_{ij} é uma função adimensional de θ , A_m é a amplitude e $g_{ij}^{(m)}$ é uma função adimensional de θ para o m-ésimo termo.

Para qualquer caso, a solução encontrada pela Equação 46 é proporcional a $1/\sqrt{r}$, o que indica que para o limite em que $r \rightarrow 0$, ou seja, aproximando-se o ponto cada vez mais da ponta da trinca, a tensão avaliada cresce e tende ao infinito. Isso significa que a tensão na ponta da trinca também se aproxima do infinito.

Introduz-se na Equação 46, o fator de intensidade de tensões K , ao substituir a constante k , que é distinta para cada modo de propagação. A Equação 47 descreve, então, as componentes σ_{xx} e σ_{yy} , para a situação em que $\theta = 0$. Nota-se a dependência apenas do fator de intensidade para o Modo I (K_I) e r .

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (47)$$

$$K = k \cdot \sqrt{2\pi} \quad (48)$$

A importância do fator de intensidade de tensão está no fato de que com ele é mais fácil avaliar a probabilidade de crescimento da trinca ou não. Uma vez que K_I alcança um valor crítico que é propriedade do material estudado, a trinca passa a se propagar.

A norma E399-17 (ASTM, 2017) define os ensaios padrões capazes de avaliar os valores do fator de intensidade crítico para materiais.

$$K_I(\text{geometria, forças, } a) < K_{IC}(\text{material, temperatura, tratamentotérmico})$$

3.8.Introdução ao Método dos Elementos Finitos

O método dos elementos finitos (MEF ou FEM) começou com promessas significativas na modelagem de várias aplicações mecânicas relacionadas à engenharia aeroespacial e civil. As áreas problemáticas de interesse típicas incluem os campos tradicionais de análise estrutural, transferência de calor, fluxo de fluido, transporte de massa e potencial eletromagnético. O MEF é um método numérico específico para resolver equações diferenciais parciais em duas ou três variáveis espaciais. Para resolver um problema, o método segue o seguinte procedimento, simplificado em três etapas (REDDY, 2006):

1. Uma geometria complexa é subdividida em partes menores e mais simples, chamadas elementos finitos. Isso é alcançado por uma discretização específica nas dimensões espaciais, que é implementada pela construção de uma malha do objeto: o domínio numérico da solução, que possui um número finito de pontos. Cada elemento é visto como um domínio independente.
2. Para cada elemento, um problema de valor de contorno resulta em relações que descrevem o comportamento desse elemento.
3. As equações simples que modelam esses elementos finitos são então reunidas em um sistema maior de equações que modela todo o problema.

Vale ressaltar que as ferramentas referentes ao MEF se desenvolvem e são cada vez mais utilizadas, aliadas ao avanço da tecnologia e a produção de equipamentos com maior capacidade de processamento.

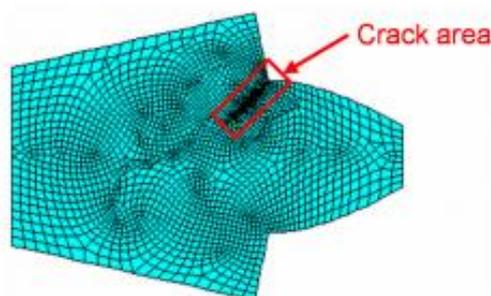


Figura 3.23. Modelo de elementos finitos para dente de engrenagem trincado.

Fonte: ENDESHAW et al. (2017).

3.8.1.Malha

Uma boa análise de elementos finitos se inicia com um entendimento da física do sistema a ser analisado e uma descrição completa da geometria do sistema. Essa geometria é representada através de um modelo CAD capaz de descrever com precisão a forma e a estrutura. Geralmente, tal modelo contém alguns recursos cosméticos ou detalhes de fabricação que podem ser estranhos para fins de modelagem de elementos finitos, assim, cabe ao analista julgar a engenharia ao examinar o modelo CAD e decidir se esses recursos e detalhes podem ser removidos ou simplificados antes da criação da malha. Começar com um modelo simples e adicionar complexidade é quase sempre mais fácil do que começar com um modelo complexo e simplificá-lo.

O analista também deve conhecer as propriedades dos materiais, as cargas, as restrições e quaisquer elementos que possam afetar os resultados de seu interesse, como as incertezas de entrada. É importante ter isso em mente durante o processo de modelagem, pois não há benefício em tentar resolver um modelo com maior precisão do que os dados de entrada admitem.

Tratando-se da geometria do material estudado, o formato para os elementos finitos deve ser definido a partir da complexidade geométrica da peça analisada, como pode ser observado na Figura 3.24, na qual nota-se a utilização da geometria tetraédrica para domínios mais complexos, enquanto o perfil hexaédrico é capaz de representar geometrias mais simples.

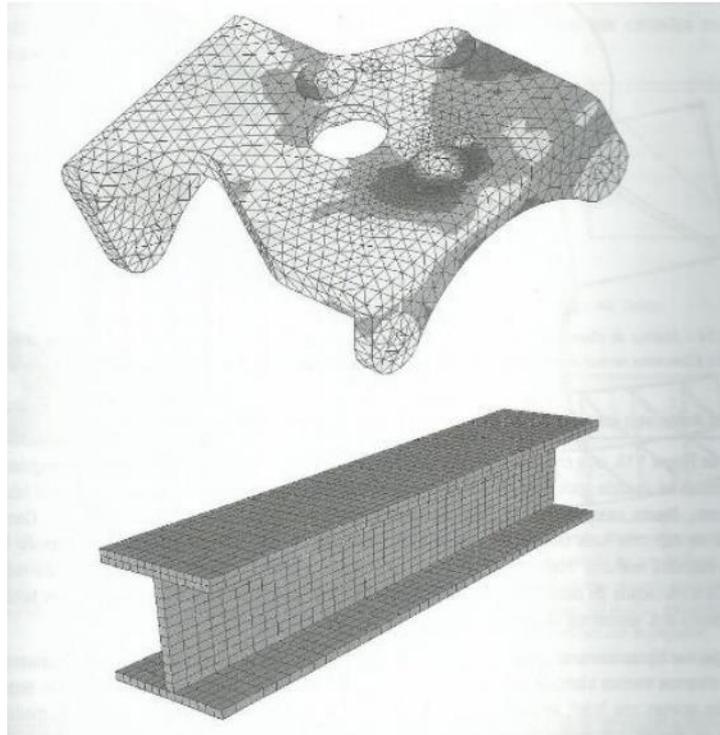


Figura 3.24. Perfis de elementos finitos tetraédricos e hexaédricos para melhor acomodação da malha. Fonte: FILHO (2007).

Deve-se atentar também às condições de contorno do problema a ser analisado. Segundo Bru (2015), uma condição de simetria pode simplificar a malha pois, excluindo uma das metades simétricas, é possível considerar apenas os efeitos da seção restante e repetí-los para o restante da peça. Além disso, um corpo rígido pode não necessitar de nós internos, dependendo das condições de contorno avaliadas.

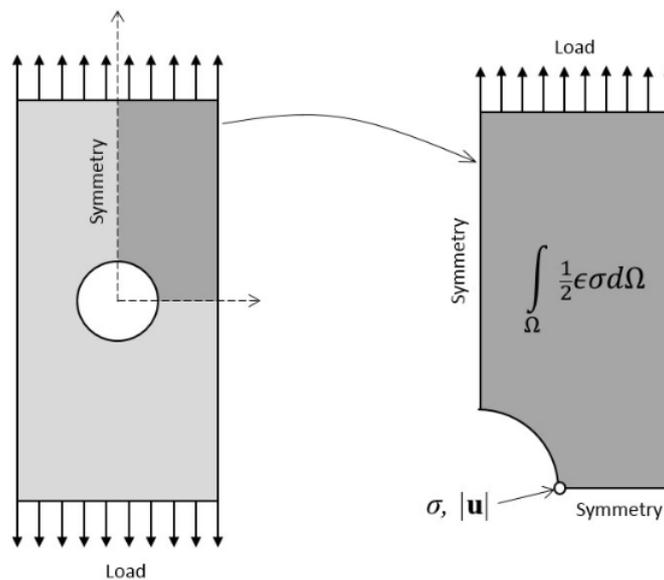


Figura 3.25. Simplificação por simetria. Fonte: COMSOL (2016)

3.8.2.Submodelagem

As simplificações dos modelos de elementos finitos podem ter um impacto significativo nos tempos de execução da análise. No entanto, essas simplificações, embora não afetem excessivamente a rigidez geral do modelo, podem resultar em menor resolução de tensões localizadas. Buscando-se contornar esse problema, faz-se necessária a utilização de um mecanismo que permita focar a análise nos detalhes para examinar o comportamento em áreas específicas. Submodelo é o nome dado a essa técnica, que permite obter soluções mais detalhadas e precisas através de um modelo refinado localmente.

Utilizando-se os parâmetros macroscópicos como dados iniciais para simulação, cria-se uma malha mais grosseira para modelagem do domínio global da peça. Após a simulação em nível macro do componente, a região crítica, foco da análise, é ampliada de maneira a ser representada por uma condição mais detalhada e com o auxílio de uma malha mais refinada. Vale ressaltar que, enquanto o submodelo deve ser resolvido localmente, a região mais afastada da área crítica deverá seguir representando fielmente o modelo global, de acordo com a solução obtida através das condições de contorno. A simulação com auxílio da submodelagem apresenta menor tempo computacional para conclusão da análise.

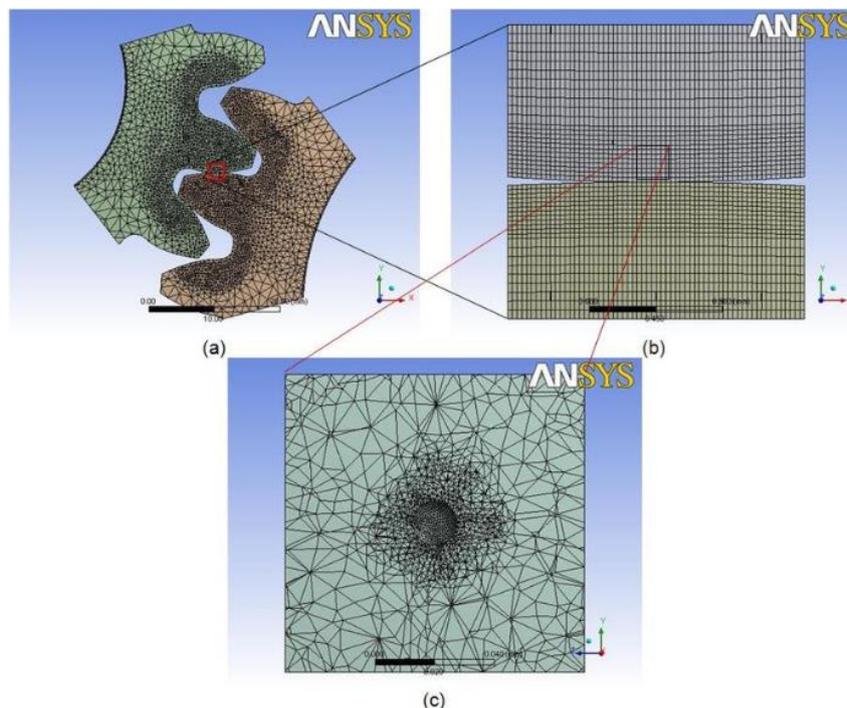


Figura 3.26. Submodelagem do contato entre engrenagens. Fonte: GANS et al. (2014)

3.8.3. Método dos Elementos Finitos Estendido (XFEM)

Moës, Dolbow e Belytschko (1999) e também Belytschko e Black (1999) apresentaram em seus estudos, uma extensão do Método dos Elementos Finitos para modelagem de trincas na estrutura. Apoiando-se nas definições de função de enriquecimento, o XFEM favorece as aproximações nas regiões próximas à rachaduras ao incorporar os campos descontínuos e os campos assintóticos da ponta próxima por meio de um método de partição da unidade. A técnica, utilizada no trabalho de Quadros (2018) é denominada “Método level set” e foi desenvolvida por Osher e Setian (1988). Trata-se de uma ferramenta que permite que toda a trinca seja representada independentemente da malha e, portanto, é possível evitar a etapa conhecida como “remeshing” (Figura 2.2), na qual uma constante atualização da malha é necessária para acompanhar o crescimento da trinca.

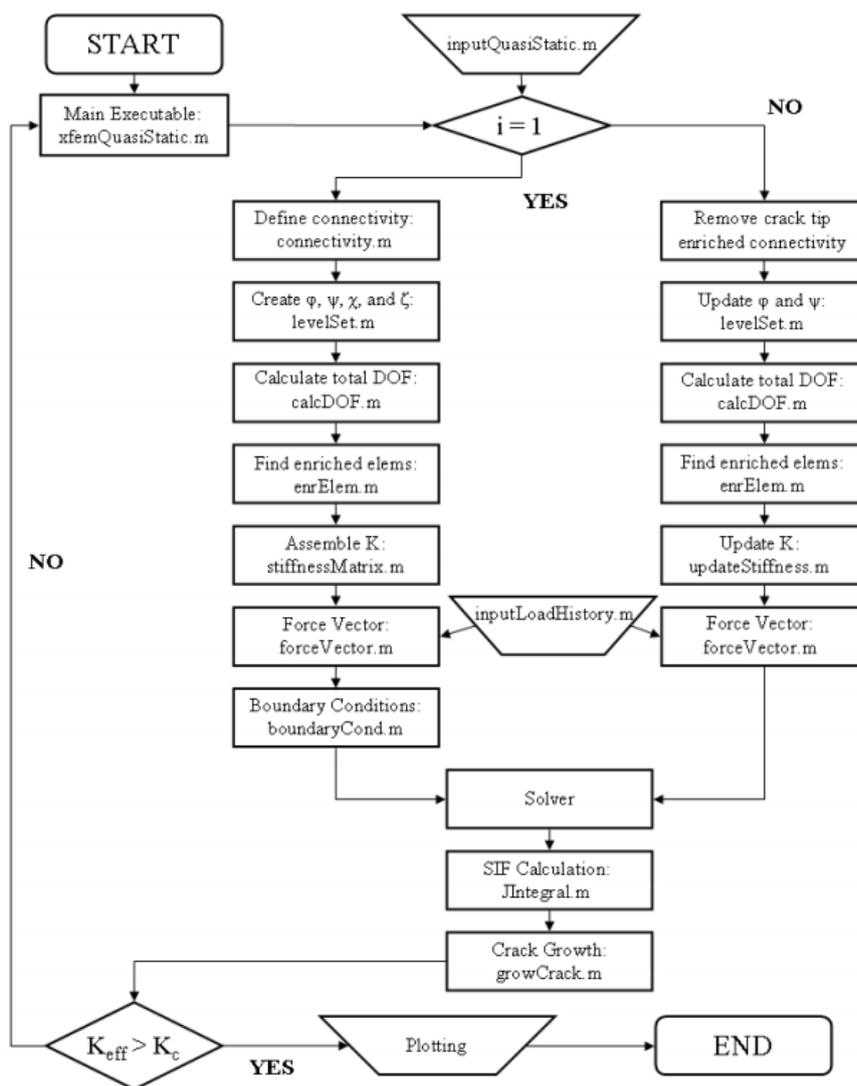


Figura 3.27. Fluxograma para XFEM. Fonte: PAIS (2010)

3.8.3.1. Funções de enriquecimento

Para introduzir a noção de enriquecimento descontínuo, considera-se um caso simples de uma trinca de aresta modelada por quatro elementos (Figura 3.28), na qual as coordenadas partem da ponta da mesma. Deseja-se ilustrar como um espaço discreto equivalente pode ser construído com a malha mostrada na Figura 3.29 e a adição de um campo descontínuo.

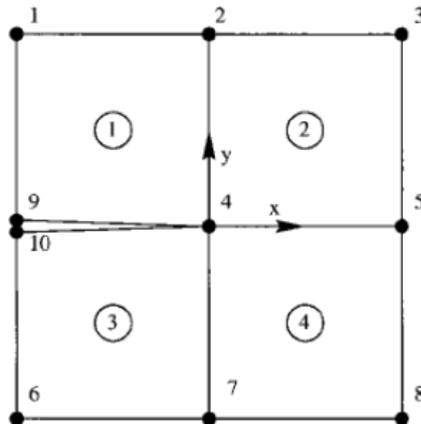


Figura 3.28. Malha de elementos finitos perto de uma ponta de trinca.

Fonte: MÖES et al. (1999)

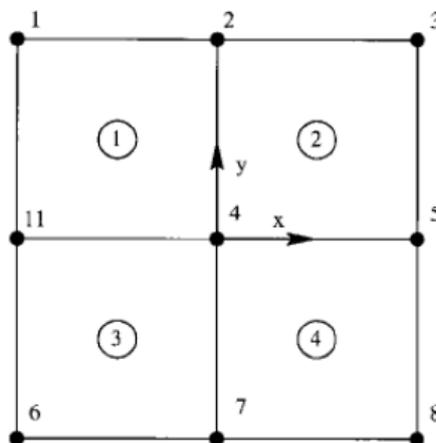


Figura 3.29. Malha regular sem rachaduras. Fonte: MÖES et al. (1999)

A aproximação do elemento associado à malha na Figura 3.28 é:

$$u^h = \sum_{i=1}^{10} u_i \phi_i \quad (49)$$

onde u_i é o deslocamento no nó i e ϕ_i é a função de forma bilinear associada ao mesmo nó. Defini-se, após essa etapa,

$$a = \frac{u_9 + u_{10}}{2} \quad (50)$$

$$b = \frac{u_9 - u_{10}}{2} \quad (51)$$

Assim:

$$u_9 = a + b \quad (52)$$

$$u_{10} = a - b \quad (53)$$

Introduzindo as duas relações acima na Equação 49, obtém-se a expressão abaixo:

$$u^h = \sum_{i=1}^8 u_i \phi_i + a(\phi_9 + \phi_{10}) + b(\phi_9 - \phi_{10})H(x) \quad (54)$$

Em que $H(x)$ é uma função salto que representa a descontinuidade da malha e é definida, no sistema de coordenadas da trinca, por:

$$H(x, y) = 1 \quad \text{se } y > 0 \quad (55)$$

$$H(x, y) = -1 \quad \text{se } y < 0$$

Se considerarmos agora a malha na Figura 3.29 (sem rachadura), $\phi_9 + \phi_{10}$ pode ser substituído por ϕ_{11} e a por u_{11} . A aproximação do elemento finito agora é representada por:

$$u^h = \sum_{i=1}^8 u_i \phi_i + u_{11} \phi_{11} + b \phi_{11} H(x) \quad (56)$$

Os dois primeiros termos do lado direito representam a aproximação clássica do elemento finito, enquanto o último representa a adição de um enriquecimento descontínuo. Em termos de enriquecimento com a função de salto, adota-se a convenção de que um nó é enriquecido se seu suporte for dividido em duas partes pela trinca, assim como o nó 11 do exemplo anterior. A Figura 3.30 ilustra a aplicação desta regra quando a trinca não é alinhada com as arestas dos elementos da malha.

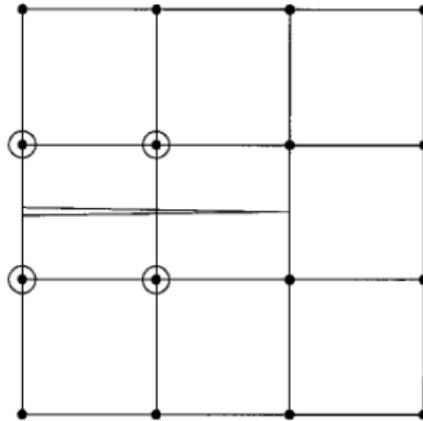


Figura 3.30. Malha e trinca não alinhadas. Fonte: MÖES et al. (1999)

3.8.3.2. Funções assintóticas de ponta de trinca

As funções assintóticas de ponta de trinca foram apresentadas por Belytschko e Black (1999) buscando representar a descontinuidade causada por esses elementos nos casos em que a propagação da trinca ocorre de maneira que a ponta da rachadura não é coincidente à aresta de algum dos elementos (Figura 3.31). A expressão para esses casos toma a forma da Equação 57.

$$u^h = \sum_{i \in I} u_i \phi_i + \sum_{j \in J} b \phi_j H(x) + \sum_{k \in K} \phi_k \left(\sum_{l=1}^4 c_k^l F_l(x) \right) \quad (57)$$

em que \mathbf{J} é o conjunto de nós circulados e \mathbf{K} o conjunto de nós quadrados da Figura 3.31.

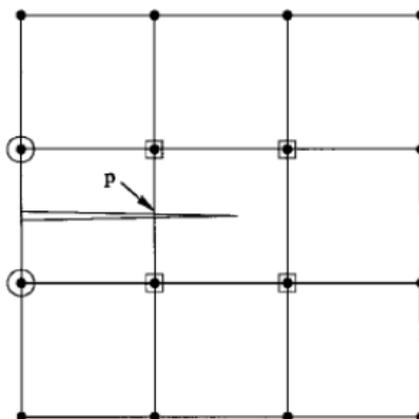


Figura 3.31. Malha e trinca com ponta não coincidente à aresta do elemento finito.

Fonte: MÖES et al. (1999)

As funções $F_i(\mathbf{x})$ são definidas por:

$$\{F_i(r, \theta)\} = \left\{ \sqrt{r} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\theta, \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\theta \right\} \quad (58)$$

onde $(r; \theta)$ são as coordenadas polares da ponta da trinca. Nota-se que o primeiro termo $(\sqrt{r} \operatorname{sen}(\theta/2))$, é uma função descontínua nas faces da fissura, enquanto as três últimas funções são contínuas.

3.8.3.3. Modelagem da propagação de trincas

Segundo Quadros (2018), uma modelagem eficiente da singularidade na ponta de uma trinca depende de um correto e constante acompanhamento da direção de propagação da mesma. Assim, o autor utiliza em seus estudos o software Abaqus para realizar a modelagem numérica.

O Abaqus é um programa capaz de modelar as trincas estacionárias através das funções assintóticas apresentadas. No entanto, para trincas em propagação utiliza dois métodos distintos, um baseado no que conhecemos como elementos coesivos, e outro tomando como referência os princípios da mecânica da fratura linear elástica.

A modelagem através de elementos coesivos é realizada com a introdução de elementos localizados na interface entre os elementos finitos sólidos. O comportamento dessas regiões é associado a uma lei constitutiva que podem ser divididas em três fases:

1. Fase de carregamento: início do gráfico Tração x Separação (Figura 3.32) na qual ainda não ocorre dano;

2. Fase de amolecimento: tem início na abertura crítica $(\delta_{nc}, \delta_{tc})$, ponto no qual as tensões máximas são geradas (T_{max}) . Na fase de amolecimento inicia-se o dano na peça até a separação das interfaces coesivas no ponto (δ_n, δ_t) , no qual ocorre a falha completa. A área abaixo do gráfico da Figura 3.32 representa a energia crítica de fratura G_c . Tanto o deslocamento efetivo até a falha completa quanto a energia crítica de fratura G_c podem ser obtidos por ensaios experimentais.

3. Fase de descarregamento: Devido aos danos decorrentes da etapa de amolecimento, nos casos em que a carga aplicada ao material é retirada, a curva Tração x

Separação, assumirá uma trajetória diferente, representada pela reta crescente 3 do gráfico.

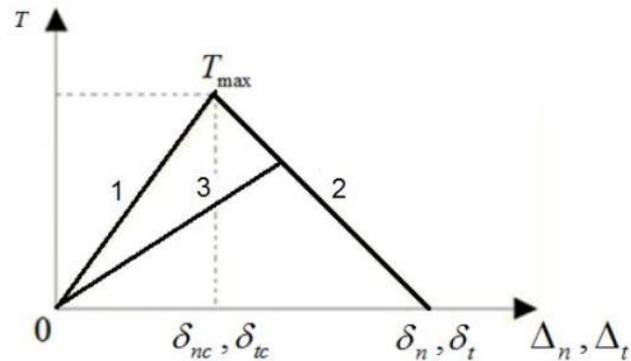


Figura 3.32. Gráfico Tração x Separação. Fonte: SANTANA (2004)

A fase de amolecimento, apresentada acima, é a etapa na qual ocorre o dano na peça e é caracterizada pela existência de tensões ou deformações que satisfazem o critério de fratura. Quadros (2018) utiliza em seu trabalho o critério da tensão máxima principal:

$$f_1 = \left\{ \frac{\langle \sigma_{\max}^n \rangle}{\sigma_{\max}^0} \right\} \quad (59)$$

onde σ_{\max}^0 representa a tensão máxima principal permitida. Na utilização deste critério, a direção de propagação da trinca é sempre ortogonal à direção da tensão máxima (QUADROS, 2018) e o dano se inicia quando o numerador se iguala ao denominador, o que torna a razão unitária.

A lei de evolução de danos procura descrever o comportamento da interface coesiva a partir do momento em que se inicia a degradação do material. As componentes de tensão normal (t_n) e cisalhante (t_s) são afetadas pelo dano de acordo com:

$$t_n = (1-D)T_n \quad \text{para } T_n \geq 0 \quad (60)$$

$$t_n = T_n \quad \text{para } T_n < 0 \quad (61)$$

$$t_s = (1-D)T_s \quad (62)$$

Em que \mathbf{D} varia de 0 (antes do dano) até 1 (após o dano) e é o parâmetro que representa o dano geral médio na região localizada entre a trinca e o elementos coesivos. \mathbf{T}_n e \mathbf{T}_s são as tensões normal e cisalhante antes do dano ocorrer.

3.8.3.4 Nós fantasmas

Com a progressão do dano causado pela trinca em um material, surge a necessidade de representar as descontinuidades do modelo. A introdução de nós fantasmas à malha, sobrepostos aos nós reais é ferramenta para realizar tal análise. Baseada na abordagem de Hansbo (2004), a técnica apresentada por Song et al. (2006) parte do princípio de que, quando intacto, os nós reais e fantasmas estão fixos um ao outro. Porém, basta a nucleação e início da propagação da trinca para que a malha seja composta por uma combinação de ambos os nós, capazes de se movimentar livremente.

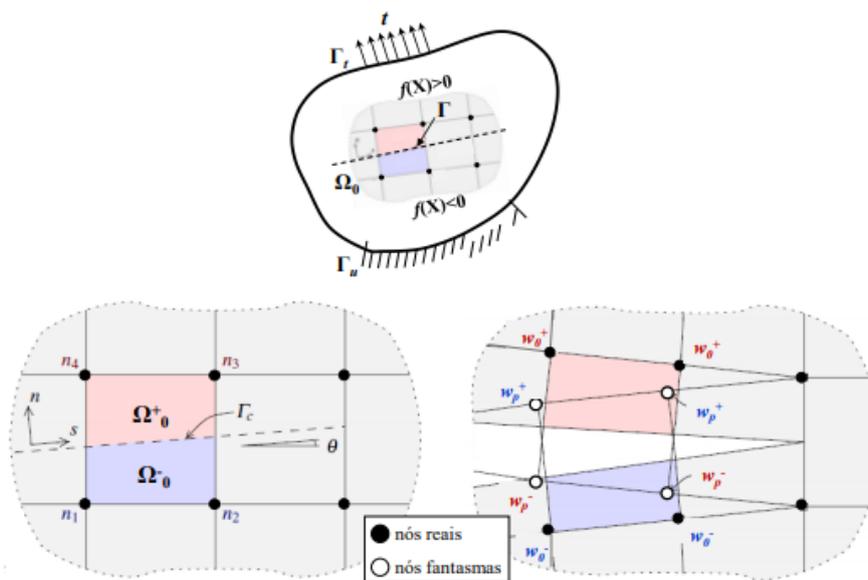


Figura 3.33. Nós fantasmas gerados a partir da separação do elemento finito.

Fonte: SANTANA (2004)

3.8.4. Trajetória de Propagação da Trinca

De acordo com Curà et al. (2014), em seus estudos a respeito da relação entre a geometria da engrenagem e a direção de propagação da trinca, além da preocupação na etapa de projeto de um componente para que o mesmo não falhe, deve-se incluir nos cálculos que, caso a falha venha a ocorrer, esta ocorra de maneira a ser considerada uma “falha segura”. A Figura 3.34 ilustra as trajetórias possíveis para crescimento da trinca e sua classificação quanto a falha proporcionada.

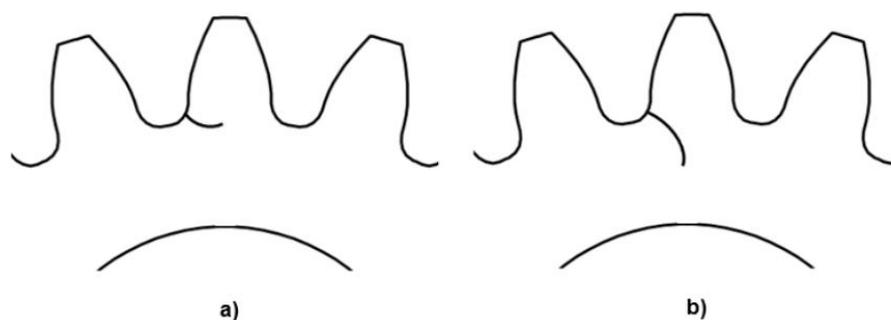


Figura 3.34. Trajetória de propagação da trinca em engrenagens.

Fonte: CURÀ et al. (2014)

Através da variação do *backup ratio* (razão de recuo, apresentada em 3.6.6. **Fator de espessura de borda K_b**) e do ponto inicial de formação da trinca, Curà et al. (2014) e Lewicki (2001) também foram capazes de determinar a relação existente entre tais parâmetros e a falha consequente desta configuração. A Figura 3.35 em conjunto da Tabela 3.12. ilustram e organizam os resultados obtidos pela primeira referência, enquanto a Figura 3.36 apresenta as modelagens numéricas para a trajetória das trincas, obtidas por Lewicki.



Figura 3.35. Posição inicial da trinca. Fonte: CURÀ et al. (2014)

Tabela 3.12. Direção de propagação da trinca para diferentes backup ratio e posições de início da trinca. Fonte: CURÀ et al. (2014)

Backup ratio	Initial crack position point				
	A	B	C	D	E
Full Gear	S	S	S	S	S
1	S	S	S	C	C
0.5	S	C	C	C	C
0.4	C	C	C	C	C
0.3	C	C	C	C	C

Na Tabela 3.12, “S” representa a “falha segura”, enquanto “C” a “falha catatrófica”.

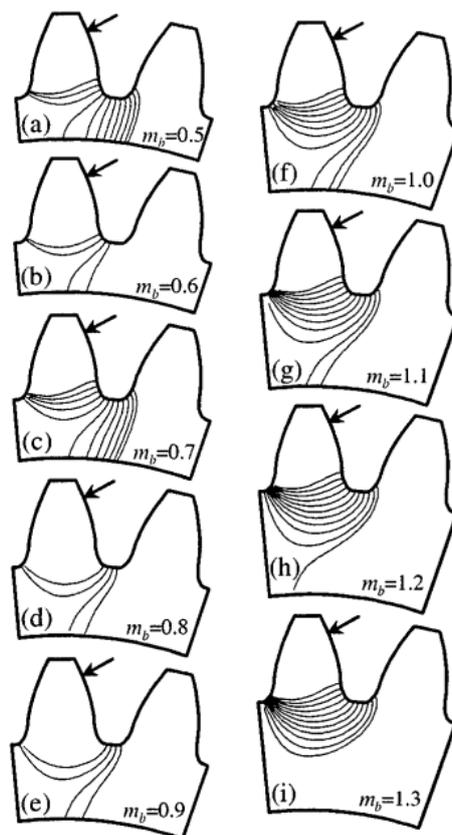


Figura 3.36. Efeito da razão de recuo e posição inicial da trinca. Fonte: LEWICKI (2001)

Percebe-se que engrenagens com $m_b > 1,3$ (letra “i” da Figura 3.36) apresentam falha segura.

Seguindo com as análises das direções de propagação das trincas, e sua relação com a posição inicial das mesmas, Chen et al. (2018) utilizaram o ângulo inicial de

crescimento da rachadura para prever a trajetória (Figura 3.37) e também determinar os fatores de intensidade de tensão para os Modos I (Figura 3.38) e II (Figura 3.39) de propagação de trincas.

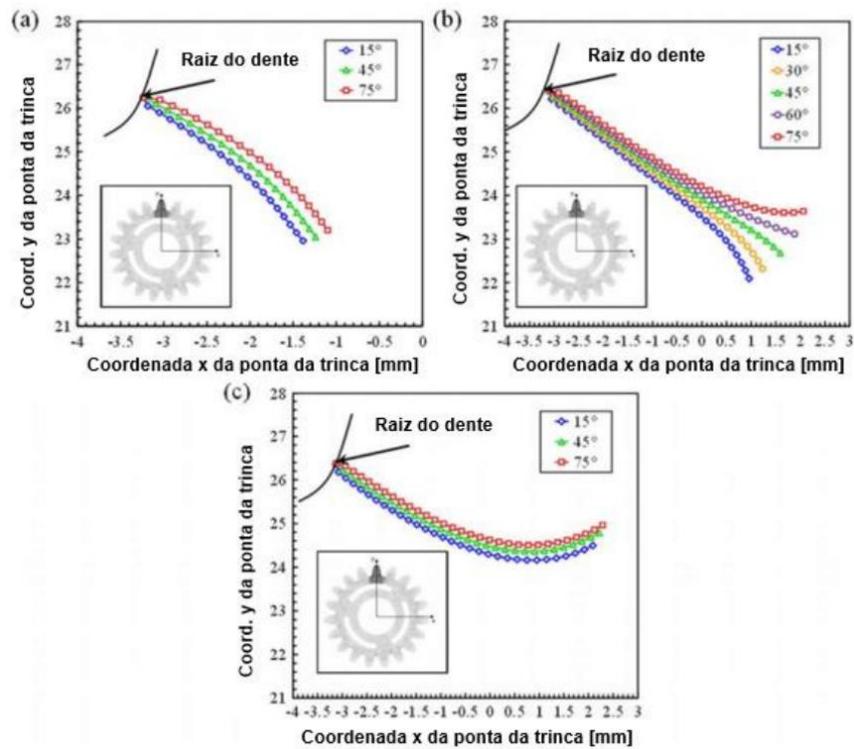


Figura 3.37. Efeito da razão de recuo e ângulo inicial de crescimento da trinca.

Fonte: CHEN et al. (2018)

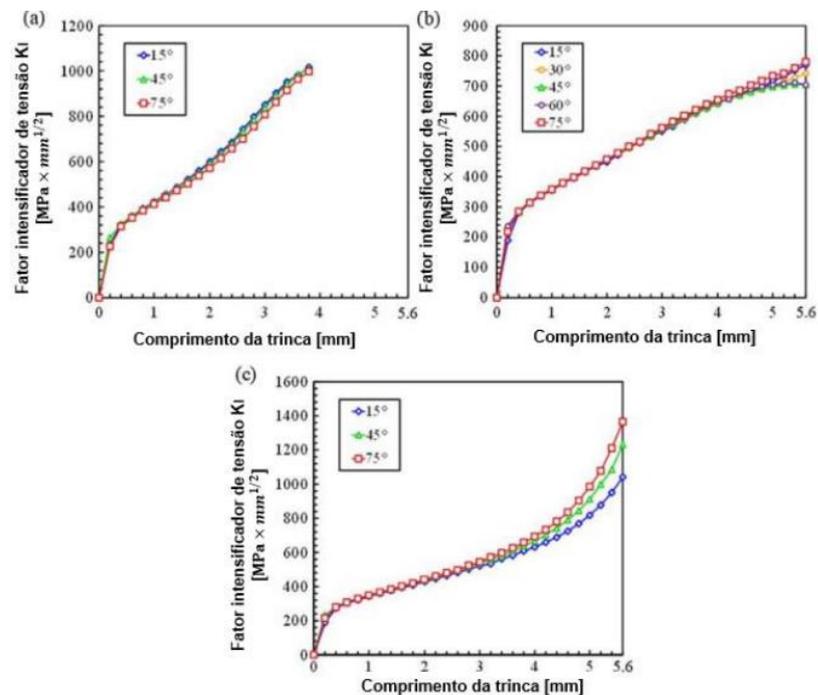


Figura 3.38. Fator de intensidade de tensão para o Modo I para engrenagens com:

a) $m_B=0,5$; b) $m_B=0,65$ e c) $m_B=0,8$. Fonte: CHEN et al. (2018)

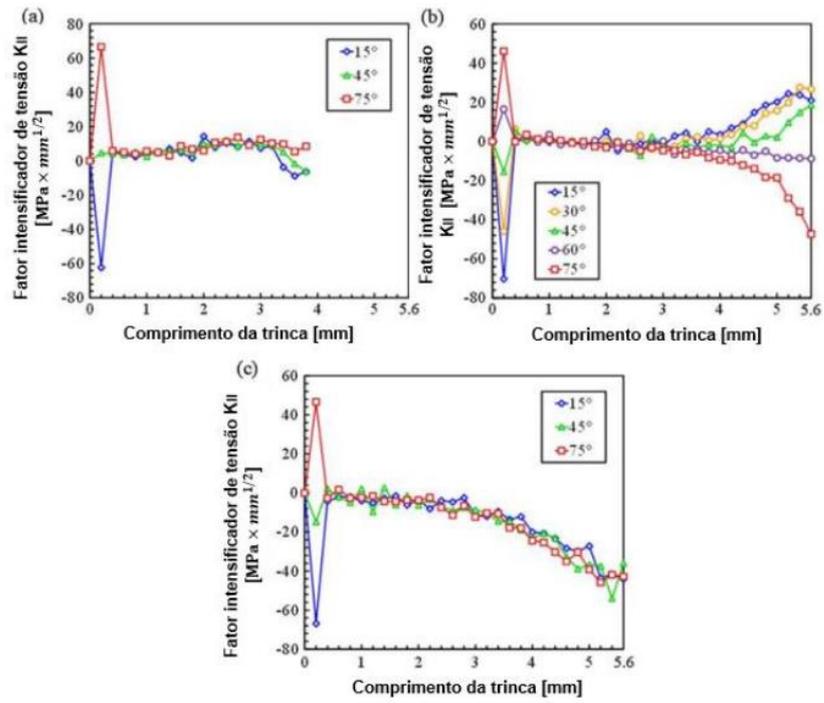


Figura 3.39. Fator de intensidade de tensão para o Modo II para engrenagens com:
a) $m_B=0,5$; b) $m_B=0,65$ e c) $m_B=0,8$. Fonte: CHEN et al. (2018)

Considerações finais

Constatou-se, a partir dos estudos analisados neste relatório, a existência de diversas ferramentas capazes de fornecer resultados satisfatórios para modelagem de trincas em engrenagens, permitindo uma correta etapa de projeto do componente, na qual as análises de tensão de flexão e superfície são de suma importância para evitar falhas catastróficas. Vale ressaltar a importância do correto acompanhamento das trincas para planejamento de manutenções preventivas a fim de evitar a quebra do componente, paralisação das atividades do maquinário e consequentes custos não previstos.

Buscou-se, apresentar de maneira clara, os métodos analíticos recomendados pela *American Gear Manufacturers Association (AGMA)* para avaliação das tensões nos dentes capazes de gerar e propagar rachaduras. Concluiu-se, através dos resultados apresentados em pesquisas bibliográficas que se trata de um método eficiente, embora possua uma quantidade significativa de detalhes e expressões que devem ser levadas em conta.

Uma alternativa amplamente utilizada nas mais variadas áreas da mecânica, considerada como método de modelagem mais fiel à realidade e que vem sendo desenvolvido constantemente, é a ferramenta de simulação numérica. Precisamente, foi introduzido neste trabalho o Método dos Elementos Finitos na versão estendida, com modificações capazes de reduzir o tempo de processamento, o que facilita a análise em máquinas com configurações inferiores e diminui o tempo de cálculo e atualização da malha. Além disso, o software Abaqus possui plena capacidade para utilização do XFEM, principalmente pelas ferramentas disponibilizadas pelo mesmo, como introdução de funções de enriquecimento, funções assintóticas de ponta de trinca, elementos coesivos, nós fantasmas e método level set.

Referências Bibliográficas

- [1] ABRAHÃO, R. R. R.; BITTENCOURT, C; TSURUTA, K. M.; RADE, R. S. L. Fadiga de Materiais, História da Falha por Fadiga. 2008. Disponível em: <<https://ssl4799.websiteseuro.com/swge5/seg/cd2008/PDF/IC2008-0165.PDF>> Seminários de Iniciação Científica, UFU, 2008. Acesso em: 02 jun. 2019.
- [2] AGMA 908-B89, A. G. (1989). Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/349126942/AGMA-908-B89>
- [3] ALLAIRE, G.; CRAIG, A.: Numerical Analysis and Optimization: An Introduction to Mathematical Modelling and Numerical Simulation. Oxford Science Publication, 2007
- [4] ANGELONI, M.; OLIVEIRA, S. M. C.; CAMILO, A. R. Análise de Falha em Dente de Engrenagem. 2018. Disponível em: <<http://sitefa.fatecsertaozinho.edu.br/index.php/sitefa/article/download/14/10/>>. Simpósio de Tecnologia da FATEC Sertãozinho. 2018. Acesso em: 27 mar. 2020.
- [5] APAKIDZE, T. Saturation Dive: Manual Transmission Gear Design. The Truth About Cars. 2014. Disponível em: <<https://www.thetruthaboutcars.com/2014/07/saturation-dive-manual-transmission-gear-design/>> Acesso em: 20 jul. 2020.
- [6] BELYTCHKO, T.; BLACK, T. Elastic Crack Growth in Finite Elements with Minimal Remeshing. International Journal for Numerical Methods In Engineering.1999. Disponível em:<<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/%28SICI%291097-0207%2819990620%2945%3A5%3C601%3A%3AAID-NME598%3E3.0.CO%3B2-S>> Acesso em 10 jun. 2020
- [7] BETIM, V. T. (2015). Análise da Relação Entre Tensões e Variações Geométricas em Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos Utilizando Método Analítico e Numérico. Curitiba, Brasil.
- [8] BRIGATON, C. Projetos Mecânicos. 2011. Disponível em:<http://www.etepiraciba.org.br/cursos/apostilas/mecanica/3_ciclo/projetos_mecanicos.pdf>. 3º Ciclo de Técnico em Mecânica, Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza. Acesso 17 mar. 2020.
- [9] BROGHAMMER, E. L., DOLAN, T. J. (1942). A Photoelastic Study of Stresses in Gear Tooth Fillets. Engineering Experiment Station.
- [10] BRU, L. B. W.: Uso do Método dos Elementos Finitos no Estudo das Tensões de Flexão em Engrenagens de Ferro Fundido Nodular. Engenharia Industrial Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2015.

- [11] BUCKINGHAM, E.; TALBOURDET, G. J. Recent Roll Tests on Endurance Limits of Materials. Mechanical Wear Symposium. 1950.
- [12] BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. Elementos de Máquinas de Shigley. 8ª Edição. AMGH, 2011.
- [13] CHEN, Y.; JIN, Y.; LIANG, X.; KANG, R. Propagation path and failure behavior analysis of cracked gears under different initial angles. Mechanical Systems And Signal Processing. 2018. Disponível em:< <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0888327018301547?via%3Dihub>>. Acesso em: 27 jun. 2020.
- [14] COLPAERT, H. Metalografia dos Produtos Siderúrgicos Comuns. Revisão técnica André Luiz V. da Costa e Silva. 4. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2008.
- [15] COMSOL: Finite Element Mesh Refinement. 2016. Disponível em:<<https://br.comsol.com/multiphysics/mesh-refinement>> Acesso em 8 jun. 2020.
- [16] CURÀ, F.; MURA, A.; ROSSO, C. Investigation about crack propagation paths in thin rim gears. Frattura Ed Integrità Strutturale. 2014. Disponível em:<<http://dx.doi.org/10.3221/igf-esis.30.54>>. Acesso em: 14 jun. 2020.
- [17] DANTAS, A. C. S. Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos. Disponível em:<<http://www.univasf.edu.br/~alan.dantas/disciplinas/Elementos2/Engrenagensretas.pdf>> Disciplina Elementos 2, UNIVASF. Acesso em 10 mar. 2020.
- [18] DEMEC UFPE. MECANISMOS. 2018. Disponível em:<<https://mecanismos.net.br/nomenclatura/>>
- [19] ENDESHAW, H. B.; OSIRE, S. E.; ALEMAYEHU, F. M.; DIAS, J. P. Evaluation of Fatigue Crack Propagation of Gears Considering Uncertainties in Loading and Material Properties. 2017. Disponível em:<https://www.researchgate.net/publication/321390588_Evaluation_of_Fatigue_Crack_Propagation_of_Gears_Considering_Uncertainties_in>Loading_and_Material_Properties>. Acesso em: 23 fev. 2020.
- [20] FLORES, P.; GOMES, J. R.; DOURADO, N. Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos. Universidade do Minho. 2016. Disponível em:<https://www.researchgate.net/figure/Engrenamento-de-um-par-de-dentes_fig3_292607879>. Acesso em 8 jun. 2020.
- [21] GANS, L. H. A.; MARTINEZ, J. A. B.; KODA, F.; GUESSER, W. L.; SILVA, C. H.: Effect of Size Nodule Graphite on the Wear Resistance of ADI: A Finite Element Study. TriboBR. 2014. Disponível em:<https://www.researchgate.net/publication/331233754_EFFECT_OF_SIZE_NODULE_GRAPHITE_ON_THE_WEAR_RESISTANCE_OF_ADI_A_FINITE_ELEMENT_STUDY#pf11> Acesso em 10 jun. 2020.

- [22] GOSS, V. G. A. Application of analytical geometry to the shape of gear teeth". 2013. Disponível em: < <https://link.springer.com/article/10.1007/s12045-013-0106-3>>. Acesso em: 8 jun. 2020.
- [23] GRIFFITH, A. A.: The phenomenon of rupture and flow in solids, Philosophical Transactions of the Royal Society, Vol. A221, páginas 163-98. 1920. Disponível em: <<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k560264/f178.table>>. Acesso em 02 jun. 2019
- [24] IGLÉSIAS, L. F. B. L. Efeito do Raio de Curvatura e do Entalhe Lateral na Metodologia de Abertura da Pré-Trinca em Polietileno de Alta Densidade. Universidade Federal do Rio de Janeiro. 2015. Disponível em: <<http://monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10014137.pdf>> Acesso em 15 jul. 2020
- [25] HERTZ, H. Contact of Elastic Solids. Ed. Macmillan & Co. Ltd. London.1896.
- [26] IHARA, L. M.; TANAKA, D. K. Análise de Falha de Engrenagens de Redutores de Grande Porte. 2016. Disponível em:<<https://abmproceedings.com.br/ptbr/article/analise-de-falha-de-engrenagens-de-redutores-grande-porte>>. 71º Congresso Anual, abm week, 2016. Acesso em: 25 mar. 2020.
- [27] IMREK, H. Performance improvement method for Nylon 6 spur gears. 2009. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/232392263_Performance_improvement_method_for_Nylon_6_spur_gears> Acesso em 10 jun. 2020.
- [28] JUVINALL, R. C. Stress, Strain and Strength. McGraw-Hill. New York. 1967.
- [29] KUGUEL, R. A Relation Between Theoretical Stress-Concentration Factor and Fatigue Notch Factor Deduced From the Concept of Highly Stressed Volume. Proc. ASTM. 1961.
- [30] LAZZARON, Jaqueline. Análise numérica do crescimento de trinca sob influência de nódulos de grafita submetida à flexão presente na raiz de dentes de engrenagem. 2016. 118 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016.
- [31] LEWICKI, D. G. Gear Crack Propagation Path Studies: Guidelines for UltraSafe Design. U.S. Army Research Laboratory. 2001. Disponível em: <<https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a398842.pdf>>. Acesso em: 17 jun. 2020.
- [32] LYNWNDER, Peter; Gear Drive Systems: Design and Application. New Jersey, Marcel Dekker INC., 1984.
- [33] MAGNO, R. Propagação de Trincas por Fadiga. Laboratório de Materiais do Centro Universitário da FEI. 2004. Disponível em:<https://fei.edu.br/~rodrmagno/PROJETOS_IC/rel04/GHBD04_2a.pdf>. Acesso em 27 mar. 2020.

- [34] MÖES, N.; DOLBOW, J.; BELYTSCHKO, T. A Finite Element Method for Crack Growth without Remeshing. International Journal for Numerical Methods In Engineering. 1999. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/51992357_A_Finite_Element_Method_for_Crack_Growth_without_Remeshing> Acesso em 10 jun. 2020
- [35] MURARO, M. A.; KODA, F.; REISDORFER, U.; SILVA, C.H H. The influence of contact stress distribution and specific film thickness on the wear of spur gears during pitting tests. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. 2012. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1678-58782012000200005>. Acesso em: 15 jul. 2020.
- [36] NORTON, R, L.: Projetos de Máquinas: Uma Abordagem Integrada. 4ª Edição. Bookman, 2013.
- [37] PAIS, M. J. MATLAB eXtended Finite Element Method (MXFEM) - User's Guide. Gainesville: University of Florida 2010.
- [38] QUADROS, P. M. S. de. Simulação numérica para o crescimento de trincas em dentes de engrenagens utilizando o método estendido dos elementos finitos. 2018. 148 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.
- [39] REDDY, J. N. (2006). An Introduction to the Finite Element Method. 3ª Edição. McGraw-Hill.
- [40] RUCHERT, C. Mecânica da Fratura e Fadiga dos Materiais. 2014. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/241323/mod_resource/content/2/AULA%20DE%20FADIGA%20E%20FRATURA2.pdf>. Escola de Engenharia de São Carlos, USP. Acesso em 8 abr. 2020.
- [41] SANTANA, W. C. Um Método Robusto de Elementos Finitos Generalizados Aplicado à Mecânica da Fratura. Puc-Rio. 2004. Disponível em: < <https://www.maxwell.vrac.pucrio.br/colecao.php?strSearch=fratura+computacional&strTit=&strAut=>> Acesso em 27. jun. 2020
- [42] SANTOS, A. A. S. Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos. 2002. Disponível em: <http://www.fem.unicamp.br/~lafer/em718/arquivos/engrenagens_cilindricas_dentes_retos.pdf> Apostila para o curso EM718-Elementos de Máquinas II, UNICAMP, 2002. Acesso em 10 mar. 2020.
- [43] SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. Projeto de Engenharia Mecânica. 7. ed. Porto Alegre: Editora Bookman, 2005.

- [44] SILVA, C. H. Tribologia de Elementos de Máquinas: Abordagem Experimental e Numérica. 2015. Disponível em:< <http://tricorrrmat.ufes.br/sites/tricorrrmat.ufes.br/files/field/anexo/Tribologia%20de%20Elementos%20de%20M%C3%A1quinas%20-%20Carlos%20Henrique%20%28UTFPR%29.pdf>>. Moqueca Tribológica, UFES. Acesso em 13 abr. 2020.
- [45] SOUZA, Sérgio Augusto de. Ensaio Mecânicos de Materiais Metálicos – Fundamentos teóricos e práticos – 5. ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher, 1982.
- [46] WALKER, H. Gear tooth deflection and profile modification. 1938.
- [47] WULPI, Donald J. Understanding How Components Fail, ASM International, Materials Park, Ohio, USA, 1999.