



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Faculdade de Engenharia Mecânica

THAIRON REIS COSTA

**Modelo elastoplástico para avaliação rápida
da vida em fadiga de trilhos ferroviários
submetidos a carregamentos de contato variáveis**

CAMPINAS

2022

THAIRON REIS COSTA

**Modelo elastoplástico para avaliação rápida
da vida em fadiga de trilhos ferroviários
submetidos a carregamentos de contato variáveis**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia
Mecânica da Universidade Estadual de Campinas
como parte dos requisitos exigidos para obtenção de
título de Doutor em Engenharia Mecânica na Área de
Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Auteliano Antunes dos Santos Júnior

Co-orientador: Dr. Allan Patrick Cordeiro Dias

ESTE TRABALHO CORRESPONDE À VERSÃO FINAL
DA TESE DEFENDIDA PELO ALUNO THAIRON REIS COSTA, E
ORIENTADA PELO PROF. DR. AUTELIANO ANTUNES DOS
SANTOS JÚNIOR.

CAMPINAS

2022

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Elizangela Aparecida dos Santos Souza - CRB 8/8098

C823m Costa, Thairon Reis, 1989-
Modelo elastoplástico para avaliação rápida da vida em fadiga de trilhos ferroviários submetidos a carregamentos de contato variáveis / Thairon Reis Costa. – Campinas, SP : [s.n.], 2022.

Orientador: Auteliano Antunes dos Santos Júnior.
Coorientador: Allan Patrick Cordeiro Dias.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Plasticidade. 2. Método dos elementos finitos. 3. Ferrovias. 4. Materiais - Fadiga. I. Santos Júnior, Auteliano Antunes dos, 1963-. II. Dias, Allan Patrick Cordeiro, 1984-. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Elastic-plastic model for rapid evaluation of fatigue life of railway tracks under variable contact loads

Palavras-chave em inglês:

Plasticity

Finite element method

Railway

Materials - Fatigue

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Doutor em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Auteliano Antunes dos Santos Júnior [Orientador]

Renato Pavanello

Marco Lúcio Bittencourt

Roberto Martins de Souza

Alfredo Gay Neto

Data de defesa: 03-06-2022

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0000-0002-5662-559>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/2184229808734855>

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

TESE DE DOUTORADO ACADÊMICO

**Modelo elastoplástico para avaliação rápida
da vida em fadiga de trilhos ferroviários
submetidos a carregamentos de contato variáveis**

Autor: **Thairon Reis Costa**

Orientador: **Prof. Dr. Auteliano Antunes dos Santos Júnior**

Coorientador: **Dr. Allan Patrick Cordeiro Dias**

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:

Prof. Dr. Auteliano Antunes dos Santos Júnior, Presidente

Faculdade de Engenharia Mecânica – FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Renato Pavanello

Faculdade de Engenharia Mecânica – FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt

Faculdade de Engenharia Mecânica – FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Roberto Martins de Souza

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – Poli/USP

Prof. Dr. Alfredo Gay Neto

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – Poli/USP

A Ata de Defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

Campinas, 3 de junho de 2022.

Agradecimentos

Ao Prof. Auteliano Antunes dos Santos Jr e ao Allan Patrick Cordeiro Dias pela confiança, incentivo e ensinamentos.

À minha família pelo apoio incondicional.

Aos professores da Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP pelos ensinamentos.

Aos colegas do laboratório de ferrovias (LAFER) pelo companheirismo.

Aos profissionais da VALE S.A. pela colaboração e ensinamentos.

À VALE S.A. pelo apoio financeiro e incentivo à pesquisa.

RESUMO

Esta tese propõe um modelo para avaliação da vida em fadiga de trilhos ferroviários sujeitos a contato em rolamento, que permita obter respostas mais rápidas que os modelos atualmente empregados e com precisão suficiente para análise de Fadiga Multiaxial, podendo ser adaptado para outros empregos. Inicialmente, o trilho é modelado utilizando o Método dos Elementos Finitos – MEF, considerando regime linear elástico; e a aplicação de carga de contato é feita utilizando uma abordagem analítico-numérica. Em seguida, um conjunto de simulações é realizado empregando uma estratégia especialmente desenvolvida para obter a resposta pseudo-elástica do trilho para quaisquer posições e áreas de contato. O resultado desse conjunto de simulações é organizado de modo a gerar um mapa, com o qual o ciclo das componentes da tensão pseudo-elástica referente a uma passagem de roda pode ser definido para qualquer condição de contato (dimensão da área de contato, posição e cargas normal, lateral e longitudinal). Utilizando o mapeamento previamente obtido e dados de simulações de dinâmica de multicorpos, o histórico das componentes de tensão pseudo-elástica é calculado. As tensões pseudo-elásticas são então convertidas em elastoplásticas utilizando um algoritmo incremental, proposto originalmente para correção de tensões em entalhes e estendido no presente trabalho para o caso do contato em rolamento. As tensões elastoplásticas são utilizadas para avaliação de falha por Fadiga Multiaxial empregando o modelo de Dang Van. A análise e os resultados foram comparados com os resultados obtidos com um modelo elastoplástico não linear amplamente utilizado na literatura, que emprega o MEF, para um carregamento típico de ferrovias *heavy haul*. Para a análise comparativa de fadiga, duas abordagens diferentes foram empregadas, uma baseada em tensões e outra em deformações. A comparação do dano calculado com o modelo proposto e com o modelo não linear em MEF mostrou que o modelo desenvolvido é adequado para avaliar a vida em fadiga de trilhos. A principal vantagem do novo modelo em relação a outros modelos presentes na literatura é a de ser rápido sem comprometer a precisão dos resultados. Enquanto o modelo não linear baseado no MEF requer 40 horas de simulação para calcular um ciclo de contato de rolamento, o modelo proposto requer apenas 8 horas de simulação, requerendo apenas alguns segundos adicionais por ciclo para calcular uma resposta elastoplástica completa. Devido à sua rapidez, o modelo proposto viabiliza a obtenção da resposta de tensões para longos históricos de carga em problemas reais.

ABSTRACT

This work proposes a model for fatigue life evaluation of railroad rails subjected to rolling contact loads which produces results faster than the models currently employed in the literature. The accuracy of the proposed model is high enough for use in multiaxial fatigue analysis and can be adapted for other applications. Initially, the rail is modelled with the Finite Element Method – FEM, considering the linear elastic regime; the load application is done by a coupled analytical and numerical approach. Then, a set of simulations is executed by employing a specially developed strategy to get the pseudo-elastic response of the rail for any position and contact area. This set of pseudo-elastic responses is arranged to generate a map with which the cycle of the pseudo-elastic stress components referring to a wheel passage can be defined for any contact condition (contact dimensions, position, and normal, lateral, and longitudinal loads). Using the previously obtained map, and data from multibody dynamics simulations, the time histories of the pseudo-elastic stress components are calculated. The pseudo-elastic stresses are converted into elastic-plastic stresses by using an incremental algorithm originally proposed for notch root stresses. The approach is extended to the rolling contact problem in this work. The elastic-plastic stresses are used for the multiaxial fatigue analysis by employing the Dang Van fatigue criterion. The analysis and the results of the proposed model were compared with results obtained from a non-linear elastic-plastic model employing FEM, that is widely used in the literature. A typical load case observed in heavy haul railroads is simulated using the non-linear model in FEM and in the proposed model. For the comparative fatigue analysis, two fatigue approaches are used: stress-based and strain-based. The comparison of the damage calculated with the proposed model and with the non-linear model in FEM showed that the proposed model is suitable for evaluating the fatigue life of rails. The main advantage of the new model when it is compared to other models present in the literature, is that it is fast, and the accuracy of the results is not compromised. The non-linear model in FEM requires 40 hours of simulation to calculate one rolling contact cycle. To accomplish the same task, the proposed model requires a set of pseudo-elastic responses which can be obtained in only 8 hours of simulation. The set of pseudo-elastic responses is calculated only once and, additionally, only a few seconds per cycle are needed to calculate the complete elastic-plastic response. Due to the significant reduction in the calculation time, the proposed model enables quick the calculation of long elastic-plastic responses observed in real problems.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Partes constituintes do trilho ferroviário (REIS et al., 2018).	24
Figura 2 – Rodeiro ferroviário em um pátio da VALE S.A.	24
Figura 3 – Representação esquemática do rodeiro e dos trilhos em um trecho tangente (figura fora de escala).	25
Figura 4 – Representação esquemática do rodeiro e trilhos em uma curva para a esquerda (figura fora de escala).	25
Figura 5 – Ciclo completo de tensões em uma seção transversal do trilho (figura fora de escala).	26
Figura 6 – Ciclo incompleto de tensões em uma seção transversal do trilho (figura fora de escala).	27
Figura 7 – Malha de elementos finitos proposta para o trilho.	29
Figura 8 – Malha de elementos finitos em perspectiva.	29
Figura 9 – Simulação de rolamento com abordagem analítico-numérica (vista superior).	31
Figura 10 – Esquema para obtenção do histórico de tensões com destaque aos nós ao longo da direção longitudinal do trilho e seção transversal no ponto médio.	33
Figura 11 – Eixos da elipse de contato.	34
Figura 12 – Vista de topo do trilho (plano x - y) ilustrando a posição de contato na pista de rolamento.	34
Figura 13 – Modelo para simulação dinâmica da composição analisada.	37
Figura 14 – Representação dos históricos das variáveis a , b , P , F_N , F_{Ty} e F_{Tx} e o histórico das componentes de tensões σ_{ij}^e correspondentes.	39
Figura 15 – Trajetória do contato roda-trilho na pista de rolamento.	40
Figura 16 – Distâncias entre rodas em uma composição.	40
Figura 17 – Definição dos instantes de tempo referentes aos ciclos de carga.	41
Figura 18 – Representação gráfica da discretização da curva tensão-deformação e das superfícies de escoamento (INCE, GLINKA, 2013).	47
Figura 19 – Curva tensão em função da deformação plástica discretizada.	48
Figura 20 – Campos de módulo plástico constante.	49
Figura 21 – Translação da superfície de escoamento – Parte 1.	50

Figura 22 – Translação da superfície de escoamento – Parte 2.....	51
Figura 23 – Translação da superfície de escoamento – Parte 3.....	52
Figura 24 – Translação da superfície de escoamento – Parte 4.....	53
Figura 25 – Translação da superfície de escoamento – Parte 5.....	54
Figura 26 – Representação gráfica da regra de Neuber na forma incremental (INCE, GLINKA, 2013).	57
Figura 27 – Esquema gráfico do algoritmo para obtenção das tensões e deformações elastoplásticas.	60
Figura 28 – Comportamento da tensão versus deformação em um laço de histerese (DOWLING, 1988).	62
Figura 29 – Deformações elástica, plástica e total em função do número de ciclos (DOWLING, 1988) - adaptada.	63
Figura 30 – Tensões atuantes em um plano qualquer (SOCIE, MARQUIS, 2000).	66
Figura 31 – Critério de Dang Van: (A) ciclo de carga seguro; (B) previsão de falha. ...	70
Figura 32 – Esquema geral para comparação dos modelos. (A) modelo proposto, (B) modelo elastoplástico MEF.	74
Figura 33 – Ciclo de tensão equivalente dos pontos analisados.	80
Figura 34 – Análise da influência da vizinhança nos pontos analisados.	81
Figura 35 – Força normal de contato (F_N).	83
Figura 36 – Força lateral de contato (F_{Ty}).	83
Figura 37 – Força longitudinal de contato (F_{Tx}).	83
Figura 38 – Semi-eixo longitudinal a da elipse de contato.	84
Figura 39 – Semi-eixo lateral b da elipse de contato.	84
Figura 40 – Posição lateral de contato P na pista de rolamento.	84
Figura 41 – Mapeamento de tensões pseudo-elásticas, componente σ_{xx} . A) Referente à carga normal. B) Referente à carga lateral. C) Referente à carga longitudinal.	86
Figura 42 – Mapeamento de tensões pseudo-elásticas, componente σ_{xy} . A) Referente à carga normal. B) Referente à carga lateral. C) Referente à carga longitudinal.	87
Figura 43 – Mapeamento de tensões pseudo-elásticas, componente σ_{xz} . A) Referente à carga normal. B) Referente à carga lateral. C) Referente à carga longitudinal.	88

Figura 44 – Mapeamento de tensões pseudo-elásticas, componente σ_{yy} . A) Referente à carga normal. B) Referente à carga lateral. C) Referente à carga longitudinal.	89
Figura 45 – Mapeamento de tensões pseudo-elásticas, componente σ_{yz} . A) Referente à carga normal. B) Referente à carga lateral. C) Referente à carga longitudinal.	90
Figura 46 – Mapeamento de tensões pseudo-elásticas, componente σ_{zz} . A) Referente à carga normal. B) Referente à carga lateral. C) Referente à carga longitudinal.	91
Figura 47 – Históricos das componentes de tensão pseudo-elásticas.	93
Figura 48 – Detalhe ampliado de um ciclo do histórico de tensões pseudo-elásticas. ...	93
Figura 49 – Histórico das componentes de tensões elastoplásticas.	94
Figura 50 – Detalhe ampliado de um ciclo do histórico de tensões elastoplásticas.	94
Figura 51 – Posição final das superfícies de escoamento no plano normal ao eixo hidrostático.	95
Figura 52 – Superfície de escoamento de von Mises. A) Vista tridimensional passando pelos três planos principais. B) Vista no plano normal ao eixo hidrostático (NORTON, 2013) - adaptada.	96
Figura 53 – Dano de fadiga segundo Dang Van para diferentes profundidades.	97
Figura 54 – Dano acumulado ao longo dos ciclos de carga.	97

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades do material (SANTOS, 2008).	30
Tabela 2 – Distâncias entre rodas da composição usada neste trabalho.....	40
Tabela 3 – Propriedades utilizadas no modelo de Dang Van (Moyar e Stone, 2018)....	73
Tabela 4 – Parâmetros para obtenção da distribuição de pressão normal	75
Tabela 5 – Erro absoluto e relativo para o Parâmetro de dano de Mataka.	79
Tabela 6 – Erro absoluto e relativo para o Parâmetro de dano de Brown e Miller	80
Tabela 7 – Limites e discretização do mapeamento das tensões pseudo-elásticas.....	85
Tabela 8 – Resultados da análise de fadiga com o modelo de Dang Van	96

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras latinas

a	semi-eixo longitudinal da elipse de contato
$a_{m\acute{a}x}$	limite superior do semi-eixo longitudinal da elipse de contato no mapeamento das tensões
$a_{m\acute{i}n}$	limite inferior do semi-eixo longitudinal da elipse de contato no mapeamento das tensões
a_{DV}	constante que quantifica a influência da tensão hidrostática no critério de Dang Van
A_e	erro absoluto
b	semi-eixo lateral da elipse de contato
$b_{m\acute{a}x}$	limite superior do semi-eixo lateral da elipse de contato no mapeamento das tensões
$b_{m\acute{i}n}$	limite inferior do semi-eixo lateral da elipse de contato no mapeamento das tensões
B	expoente de resistência a fadiga da parte elástica
C	expoente de resistência a fadiga da parte plástica
de_{ij}	incremento das componentes de deformação deviatórica
dS_{ij}	incremento das componentes de tensão deviatórica
$d\epsilon_{eq}$	incremento de deformação equivalente
$d\epsilon_{ij}$	incremento das componentes de deformação
$d\sigma_{ij}$	incremento das componentes de tensão
D_{DV}	dano referente a um ciclo calculado utilizando a tensão equivalente de Dang Van
DT_{DV}	dano total calculado utilizando a tensão equivalente de Dang Van
e_{ij}	componentes de deformação deviatórica
E	módulo de rigidez
E^P	módulo de plasticidade uniaxial
E^P_T	módulo de plasticidade generalizado
F_n	enésima superfície de escoamento
F_N	força normal de contato
F_{Tx}	força tangencial longitudinal de contato
F_{Ty}	força tangencial lateral de contato
G	módulo de elasticidade em cisalhamento
k_M	constante do material utilizada no critério de Matake
LC	critério de carregamento
M	número de simulações estáticas referente a uma passagem de roda
N_f	número de ciclos para falha
N_t	número de simulações estáticas para obtenção do mapeamento
P	posição de contato

$P_{m\acute{a}x}$	limite superior da posi de contato no mapeamento das tensões
$P_{m\acute{i}n}$	limite inferior da posi de contato no mapeamento das tensões
P_N	pressão normal de contato
P_{Ty}	tensão tangencial lateral de contato
P_{Tx}	tensão tangencial longitudinal de contato
PD	parâmetro de dano
R	razão entre deformação máxima e mínima
R_e	erro relativo
S_{ij}	componentes de tensão deviatórica
t	tempo
X	eixo coordenado longitudinal
Y	eixo coordenado lateral
Z	eixo coordenado vertical

Letras gregas

α_{ij}	tensor <i>backstress</i>
α_{BM}	parâmetro utilizado no critério de Brown e Miller
δ_{ij}	delta de kronecker
ϵ_{eq}	deformação equivalente
ϵ_{ij}	componentes de deformação
ϵ'_f	coeficiente de ductilidade à fadiga
ϵ_{Mises}	deformação equivalente de von Mises
ϵ_{BM}	parâmetro de dano segundo o critério de Brown e Miller
θ	primeiro ângulo de rotação para varredura de planos
σ_e	limite de resistência à fadiga
σ_{eq}	tensão equivalente
σ_{ij}	componentes de tensão
σ_h	tensão hidrostática
σ_{meso}	tensão em escala mesoscópica
$\sigma_{n,m\acute{a}x}$	tensão normal máxima atuante em um plano
σ_y	limite de escoamento
σ'_f	coeficiente de resistência à fadiga
τ_e	limite de resistência à fadiga em cisalhamento
τ_{DV}	tensão equivalente de Dang Van

τ_M	parâmetro de dano de Mataké
ν	coeficiente de Poisson
ν_{ef}	coeficiente de Poisson efetivo
φ	segundo ângulo de rotação para varredura de planos
ψ	tensão residual estabilizada

Subscritos e sobrescritos

<i>a</i>	atualizado ou corrigido
<i>ciclo</i>	ciclo
<i>e</i>	elástico ou pseudo-elástico
<i>máx</i>	máximo
<i>mín</i>	mínimo
<i>MEF</i>	método dos elementos finitos
<i>MP</i>	modelo proposto
<i>N</i>	normal
<i>p</i>	plástico
<i>T_y</i>	tangencial na direção lateral
<i>T_x</i>	tangencial na direção longitudinal
<i>unit</i>	unitário

Abreviaturas

APDL	ANSYS Parametric Design Language
MEF	Método dos Elementos Finitos
MTBT	milhões de toneladas brutas transportadas
RCF	<i>Rolling Contact Fatigue</i>

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	17
2. OBJETIVO	22
3. MÉTODO	23
3.1 Considerações sobre o problema do contato roda-trilho	23
3.2 Histórico de tensões pseudo-elásticas.....	27
3.2.1 Modelo de Elementos Finitos do trilho	27
3.2.2 Abordagem analítico-numérica do carregamento de contato de rolamento.....	30
3.2.3 Mapeamento das tensões pseudo-elásticas	33
3.2.4 Modelo dinâmico para o cálculo das forças normal, lateral e longitudinal, posição e tamanho da área do contato roda-trilho.....	36
3.2.5 Histórico das tensões pseudo-elásticas a partir do mapeamento e da simulação dinâmica	38
3.3 Correção elastoplástica do histórico de tensões pseudo-elásticas	41
3.3.1 Equações constitutivas	42
3.3.2 Sistema de equações para correção das tensões pseudo-elásticas.....	55
3.3.3 Procedimento computacional para obtenção do histórico de tensões e de deformações elastoplásticas	58
3.4 Fadiga de contato em rolamento – RCF	61
3.4.1 Conceitos básicos sobre falha por fadiga	61
3.4.2 Modelo de Dang Van para falha por fadiga multiaxial não proporcional.....	69
3.5 Comparação do modelo proposto com um modelo convencional.....	73
3.5.1 Modelo elastoplástico MEF.....	74
3.5.2 Modelos para análise de fadiga	75
4. RESULTADOS	78
4.1 Comparação do modelo proposto com um modelo convencional.....	78

4.2 Simulação dinâmica - forças normal, lateral e tangencial, posição e tamanho da área do contato roda-trilho.....	82
4.3 Mapeamento das tensões pseudo-elásticas	85
4.4 Histórico das componentes da tensão pseudo-elástica	92
4.5 Histórico das componentes de tensão elastoplásticas.....	94
4.6 Análise de vida em fadiga.....	96
5. CONCLUSÕES	100
6. TRABALHOS FUTUROS	102
7. REFERÊNCIAS.....	103

1. INTRODUÇÃO

As ferrovias chamadas de *heavy haul* são ferrovias destinadas ao transporte de cargas elevadas. Os veículos que as transportam são considerados “material rodante” e os esforços resultantes da operação são transferidos para os trilhos por meio do contato destes com as rodas. A constante demanda por maiores cargas a serem transportadas nas ferrovias *heavy haul*, bem como as falhas em componentes decorrentes do transporte de cargas elevadas, têm motivado o desenvolvimento de modelos que sejam capazes de descrever os fenômenos físicos que ocorrem na interface entre roda e trilho para a análise e prevenção de falhas (BRYAN, WEISBROD, MARTLAND, 2017; JOHANSEN, et al., 2011).

Diferentes tipos de falha são identificados na região do contato roda-trilho, destacando-se o desgaste e a fadiga de contato de rolamento, mais conhecida pelo acrônimo do termo em inglês *Rolling Contact Fatigue* (RCF). Os dois tipos de falha possuem diferentes mecanismos que deterioram o material e, por isso, são considerados limitantes para a vida útil de rodas e trilhos. Os fenômenos associados a cada uma das falhas podem ocorrer simultaneamente de modo que a falha resultante depende da severidade e das características de cada um. O desgaste pode afetar a geometria dos componentes, proporcionando condições de contato que favorecem o aparecimento de trincas por RCF. Por outro lado, altas taxas de desgaste promovem a remoção de material antes da gênese de uma trinca ou de trincas previamente existentes, antes que elas atinjam um comprimento crítico para propagação instável (EKBERG, AKESSON, KABO, 2014; DIRKS, ENBLOMB, 2010).

A importância dessas falhas está ligada ao impacto financeiro e à segurança das operações ferroviárias. A BNSF Railway, importante companhia ferroviária americana, reportou gastos anuais da ordem de 100 milhões de dólares com esmerilhamento e reparos em trilhos e cerca de 200 milhões de dólares com substituição desse componente. A Administração Ferroviária Federal dos Estados Unidos (*US-Federal Railroad Administration*) reportou que mais de 40% dos descarrilamentos são causados por RCF (SHEPERD, MAGEL, HARRIS, 2016).

A falha por RCF, foco do presente trabalho, ocorre basicamente pela presença de altas tensões cisalhantes desenvolvidas no contato entre a roda e o trilho. Essas tensões

são cíclicas e responsáveis por acumular dano no material, culminando no surgimento de trincas, que podem aparecer abaixo ou na superfície do trilho. Em caso de predominância de tensões de contato normais, as maiores tensões de cisalhamento são encontradas a poucos milímetros abaixo da superfície e, por conseguinte, observa-se maior tendência de iniciação de trincas subsuperficiais. Em casos com tensões de contato tangenciais elevadas, associadas a níveis elevados de *creepage*, as tensões mais críticas se apresentam na superfície (EKBERG, KABO, 2005). Após a nucleação, a trinca geralmente se propaga atingindo poucos milímetros de profundidade, provocando o desprendimento de pequenas porções de material. Há também registros de trincas com origem distante da superfície, todavia essas não estão associadas ao fenômeno local de contato, mas à concentração de tensões ligadas às inclusões e aos vazios no material.

As análises envolvendo a previsão de RCF em trilhos e rodas requerem a descrição das características do contato, como a forma e o tamanho da área de contato, a distribuição da carga, a magnitude e a direção dos esforços. Para tensões de contato normais, o modelo proposto por Hertz (1881) é amplamente utilizado em aplicações envolvendo roda e trilho. Este modelo considera uma área de contato em forma elíptica e uma distribuição de pressão normal elipsoidal.

A descrição das tensões tangenciais de contato foi abordada por diferentes autores, dentre os quais destacam-se os trabalhos de Kalker (1982, 1990, 1991). De acordo com Kalker, dois corpos rígidos postos em contato podem deslizar um em relação ao outro ou permanecerem aderidos em razão da força de atrito ou pela falta de estímulo. No contexto de corpos elásticos em rolamento, é observável uma situação intermediária em que parte do contato se encontra em deslizamento enquanto outra permanece aderida. A este tipo de deslizamento dá-se o nome de *creepage*. O *creepage* pode ser quantificado como a diferença relativa entre a velocidade que o corpo em rolamento teria, caso não deslizesse, e a velocidade real de deslocamento linear do eixo de rotação (KALKER, 1990).

A distribuição das tensões tangenciais desenvolvidas no contato entre corpos em rolamento é limitada pelo atrito estático máximo. Como há, simultaneamente, deslizamento e adesão (*stick-slip*), depreende-se que as tensões tangenciais superam o limite imposto pelo atrito em determinados pontos e em outros não. Isto ocorre por causa do efeito da elasticidade dos corpos. Conforme o contato avança sobre um ponto do corpo, a deformação progride e, conseqüentemente, a tensão de contato no mesmo ponto gradativamente aumenta. Quando o limite é atingido, a tensão tangencial se iguala a tensão de atrito máxima e ocorre o deslizamento (KALKER, 1990). A modelagem das

tensões tangenciais pode ser simplificada considerando-as proporcionais à tensão normal (EKBERG, KABO, ANDERSSON, 2002; TARAF, et al., 2010). Ringsberg (2001) adotou tal simplificação para modelar o contato de rolamento e prever a vida até a iniciação de trincas por RCF em trilhos. Em seu estudo, Ringsberg comparou os resultados obtidos pelo modelo adotado com testes realizados em ensaios do tipo disco-disco e observações em campo. O trabalho reportou adequada coerência entre os resultados, demonstrando que o modelo adotado é suficiente para a modelagem do problema de contato entre roda e trilho para fins de análise de RCF.

Devido às altas cargas provenientes do material rodante, trocadas entre roda e trilho por meio da pequena área de contato, o material experimenta tensões que, invariavelmente, ultrapassam seu limite de escoamento. Dado o caráter cíclico da carga, quatro tipos de respostas do material podem ser observadas diante de solicitações de contato de rolamento (JOHNSON, 1989; WILLIAMS, 2005): o material não excede o limite de escoamento e, portanto, se comporta elasticamente; o material excede o limite de escoamento, encrua e adquire tensões residuais de modo que a resposta retoma o comportamento elástico e, neste caso, diz-se que o material alcançou o chamado *Shakedown* elástico; o material apresenta a resposta de *Shakedown* plástico, em que se deforma cíclica e plasticamente, sem acúmulo de deformação plástica com a evolução dos ciclos; e, por fim, o material apresenta a resposta de *Ratcheting*, quando o acúmulo de plasticidade não cessa ao longo das solicitações. A ocorrência dos diferentes tipos de resposta do material identificadas na região de contato depende da magnitude da carga de contato, do encruamento do material, do estado das tensões residuais e das diferentes condições de contato.

Para cada tipo de resposta, o dano acumulado pelo material é diferente. Por isso, a adoção de um modelo de falha que não faz distinção das diferentes respostas pode gerar resultados incorretos (RINGSBERG, JOSEFSON, 2001). Kapoor (1994) reforça que a fadiga e o *Ratcheting* são diferentes mecanismos para iniciação de trincas. Os dois mecanismos competem de modo que, a priori, não é possível prever qual destes causa a falha primeiro. Por isso, em casos com ocorrência de *Ratcheting*, faz-se necessária a aplicação de dois modelos diferentes, um para avaliação da falha por *Ratcheting* e outro para falha por fadiga, elegendo-se como responsável pela falha aquele que levar à menor vida.

A análise das falhas por RCF requer a modelagem do contato roda-trilho e da resposta elastoplástica do material para a obtenção dos históricos de tensão e deformação

nas estruturas da roda e do trilho. Para isso, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é comumente empregado. O desenvolvimento do modelo numérico do conjunto roda-trilho utilizando o MEF é caracterizado por duas não linearidades, uma referente ao contato e outra ao material. A simulação nesse contexto tem um alto custo computacional devido não apenas às não linearidades inerentes à análise, mas também ao refinamento necessário na região de contato. Para evitar a não linearidade de contato, e assim diminuir o custo computacional envolvido, alguns autores optam por modelar o contato adotando uma estratégia analítico-numérica em que apenas o componente de interesse é modelado (REIS et al., 2018; SRIVASTAVA et al., 2017). Essa estratégia permite uma redução do custo computacional; no entanto, a não linearidade devido ao material permanece.

Devido ao alto custo computacional, os modelos para obtenção das distribuições de tensão e deformação em trilhos apresentados na literatura limitam-se a casos de carregamento particulares com poucos ciclos de carga (NEJAD, 2020; SRIVASTAVA, 2017; RINGSBERG, 2001). Cada caso particular é normalmente caracterizado por uma posição de contato, uma carga normal e tangencial e, conseqüentemente, uma área de contato. Adota-se ainda as suposições de que a roda sempre passa pelo mesmo ponto e que a carga tem amplitude constante. No entanto, estas suposições podem levar a previsões de respostas do material diferentes da resposta real. Como exemplo, uma resposta estabilizada (*shakedown*), alcançada em um modelo com amplitude constante, poderia não se estabilizar caso as variações da posição de contato e da amplitude de carga fossem consideradas. Isso pode ocorrer, pois a distribuição de tensões é alterada quando a posição de aplicação de carga varia. Visto que diferentes respostas causam diferentes danos, tal exemplo indica que a adoção de históricos de carga curtos e particulares podem levar a resultados não representativos e não conservadores.

Diante da necessidade de considerar longos históricos de carga com posição e amplitude variáveis na análise de contato roda-trilho, os modelos atuais se mostram limitados, uma vez que são inviáveis em termos de custo computacional para considerar o nível de detalhamento da carga observada em campo. Diante dessa limitação dos modelos encontrados na literatura, o presente trabalho propõe um novo modelo capaz de avaliar o dano por fadiga em trilhos ferroviários submetidos ao contato de rolamento, incluindo os esforços normal e tangencial. O modelo proposto considera a variação das cargas normal, lateral e longitudinal e da área e posição de contato. Para isso, o modelo utiliza o MEF e uma estratégia analítico-numérica de aplicação de carga de contato para mapear as tensões pseudo-elásticas. Para contornar a não linearidade do material, estende

o método de Ince e Glinka (2013), originalmente proposto para análise de entalhes, para o caso do contato. Para o cálculo do dano e estimativa de vida em fadiga foi adotado o modelo de Dang Van (2003). O modelo proposto é uma alternativa às análises não lineares complexas que utilizam o MEF. Verificou-se que o modelo requer apenas algumas horas de simulação na obtenção do mapeamento das tensões pseudo-elásticas. Adicionalmente, poucos segundos são necessários para o cálculo de longos históricos elastoplásticos de tensão. Outrossim, o mapeamento deve ser realizado apenas uma vez, de modo que, para a avaliação de outros *load cases*, poucos segundos são necessários.

O trabalho está organizado em quatro capítulos, a saber: Objetivo, Método, Resultados e Conclusões. Inicialmente, o objetivo é apresentado e a hipótese a ser avaliada é definida. Em seguida, é apresentado o método proposto. Neste capítulo, são expostos e detalhados os modelos, as estratégias e as abordagens utilizadas para atingir o objetivo. No capítulo Resultados, são apresentados os resultados e discussões pertinentes. Por último, são apresentadas as conclusões.

2. OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é desenvolver um novo modelo para avaliar a vida em fadiga de trilhos ferroviários sujeitos a longos históricos de carga que possa ser empregado para a análise de forma mais rápida que as alternativas atuais, com precisão adequada. O modelo considera as variações da posição de contato, do tamanho da área de contato e das cargas normal, lateral e longitudinal. Além disso, inclui o comportamento elastoplástico do material, analisando o dano gerado por fadiga multiaxial. Assim, a hipótese a ser testada é se o modelo que emprega as simplificações propostas e a abordagem de Ince e Glinka (2013) para entalhes pode ser usado para reduzir significativamente o tempo de processamento com resultados adequados, permitindo a simulação de longos trechos de ferrovia sem acréscimo expressivo no tempo de processamento para poucos ciclos de carregamento.

3. MÉTODO

Neste capítulo, é apresentado o método utilizado para o desenvolvimento do modelo proposto no presente trabalho. A apresentação do método é feita em cinco partes. Na primeira, são feitas considerações sobre o problema, introduzindo os conceitos básicos. Em seguida, é mostrado como é obtido o histórico das tensões pseudo-elásticas. Nesta parte, é apresentado um modelo de trilho linear utilizando o MEF, incluindo a geometria, malha de elementos finitos, condições de contorno e carregamento. Ainda nesta parte, é detalhado o procedimento para mapear as tensões pseudo-elásticas, isto é, obter a resposta pseudo-elástica para os diferentes cenários possíveis de carga de contato. Na terceira parte, é apresentado o método utilizado para obter o histórico das tensões e deformações elastoplásticas a partir das tensões pseudo-elásticas. Na quarta parte, é apresentado o modelo para análise de fadiga multiaxial. Por último, é apresentado um modelo não linear utilizando o MEF amplamente adotado pela literatura, que é empregado para comparação com o modelo proposto.

Para uma melhor compreensão, dois termos utilizados ao longo do texto são previamente distinguidos, tensões de contato e tensões devido ao contato. Entende-se por tensões de contato, ou carregamento de contato, as tensões desenvolvidas nas superfícies dos corpos em contato, podendo estas serem normais ou tangenciais. As tensões devido ao contato são as tensões desenvolvidas no material devido a uma carga de contato, isto é, as componentes do tensor de tensões para qualquer ponto da estrutura analisada.

3.1 Considerações sobre o problema do contato roda-trilho

A descrição do problema do contato roda-trilho requer o conhecimento prévio do trilho e do rodeiro ferroviário. O trilho ferroviário é composto pelo patim, pela alma e pelo boleto, parte superior onde ocorre o contato com a roda. Na Figura 1, são apresentadas as partes constituintes de um trilho ferroviário e a orientação dos eixos coordenados conforme são utilizados convencionalmente na literatura, X – longitudinal, Y – lateral e Z – normal.

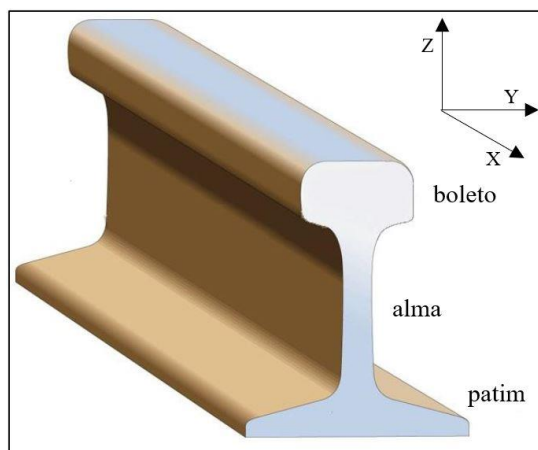


Figura 1 – Partes constituintes do trilho ferroviário (REIS et al., 2018).

O rodeiro ferroviário é um componente composto por duas rodas e por um eixo. Na Figura 2, é apresentado um rodeiro ferroviário em um pátio da VALE S.A.

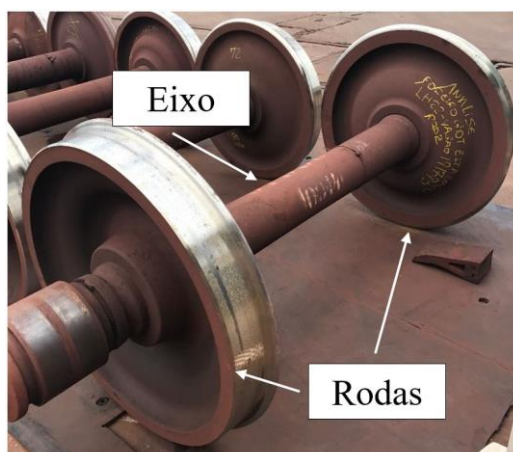


Figura 2 – Rodeiro ferroviário em um pátio da VALE S.A.

Sabe-se que para realizar curvas sem que haja deslizamento no ponto de contato, as rodas com mesmo raio de rolamento devem ter rotações diferentes. No entanto, as rodas que compõem um rodeiro são solidárias ao eixo de modo que não há movimento relativo entre esses componentes. Para que os rodeiros ferroviários possam realizar curvas sem que haja deslizamento, as rodas possuem uma conicidade na pista de rolamento, superfície onde ocorre o contato com o trilho. Essa característica geométrica permite que o raio da roda varie em função da posição de contato com o trilho. Além disso, os trilhos também são montados com alguma inclinação, normalmente 1:40.

Para melhor visualização do mecanismo descrito, as rodas podem ser esquematicamente representadas por dois cones, conforme mostrado na Figura 3. A situação ilustrada na Figura 3 refere-se a um trecho tangente, em que o rodeiro se desloca em linha reta. Para esse caso, o raio do cone na região de contato do lado direito, Rd , é igual ao raio do cone na região de contato do lado esquerdo, Re .

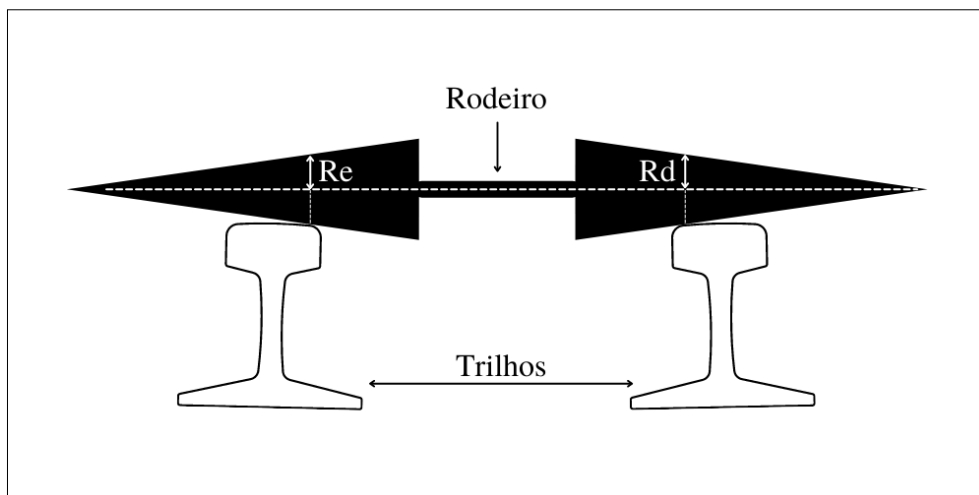


Figura 3 – Representação esquemática do rodeiro e dos trilhos em um trecho tangente (figura fora de escala).

Na Figura 4, é ilustrada uma configuração do rodeiro em um trecho de curva para a esquerda. Neste caso, o raio do cone no ponto de contato do lado esquerdo, Re , é menor que do lado direito, Rd .

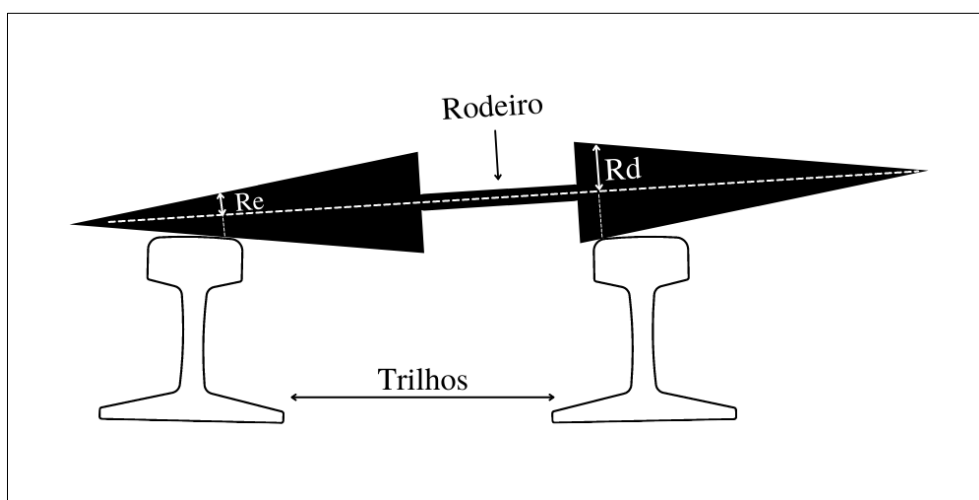


Figura 4 – Representação esquemática do rodeiro e trilhos em uma curva para a esquerda (figura fora de escala).

É importante destacar que, devido ao mecanismo de funcionamento descrito acima, o ponto de contato entre roda e trilho não ocorre sempre no mesmo lugar. Consequentemente, a área de contato, a distribuição de tensões de contato normais e tangenciais também são variáveis.

Outra característica a ser observada, que é relevante na modelagem do trilho é a suposição de que esse componente pode ser considerado como infinitamente longo na direção do eixo longitudinal. Por isso, é suficiente conhecer as tensões em uma seção transversal para que um ciclo de carga seja definido. No entanto, para que uma seção transversal seja representativa, o ciclo de tensão referente a uma passagem de roda, em qualquer ponto dessa seção, deve ser completo.

Para ilustrar o ciclo de tensões em uma seção transversal, considere a Figura 5. A Figura 5 (A) representa, esquematicamente, o trilho e uma roda se deslocando no sentido longitudinal. O ponto P representa um ponto genérico em uma seção transversal localizada no ponto médio do trilho. O gráfico ao lado direito, Figura 5 (B), representa a variação de uma componente de tensão no ponto P devido à passagem da roda, a qual sai do ponto inicial e chega no ponto final. Para que o ciclo de carga referente à passagem da roda no ponto P seja completo, o comprimento x deve ser suficientemente longo de modo que no início e no fim do ciclo as tensões sejam zero, considerando um comportamento linear elástico do material.

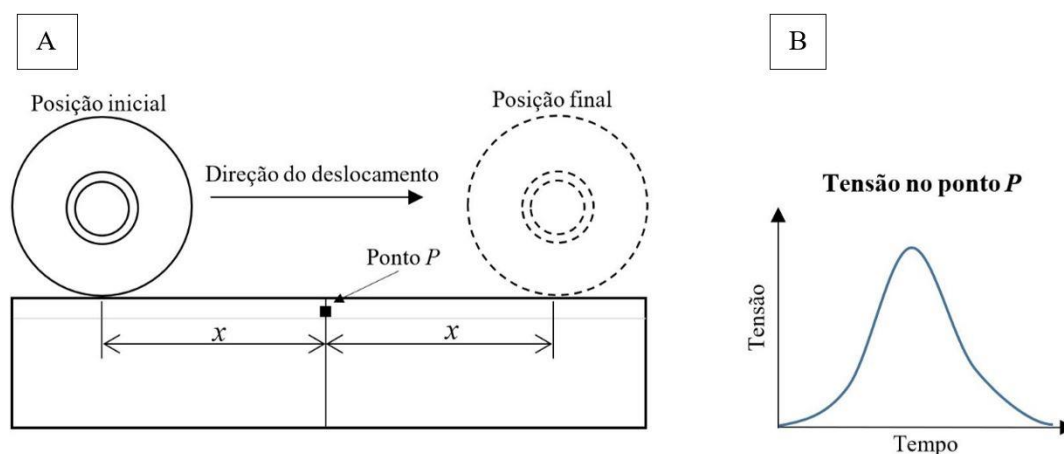


Figura 5 – Ciclo completo de tensões em uma seção transversal do trilho (figura fora de escala).

Na Figura 6, o mesmo cenário é representado; no entanto, nesse caso, o comprimento x' não é suficiente para detectar completamente o ciclo de carga referente a

uma passagem de roda. Tal fato pode ser verificado por meio do gráfico da Figura 6 (B), em que o início e o fim do ciclo de tensão não foram detectados.

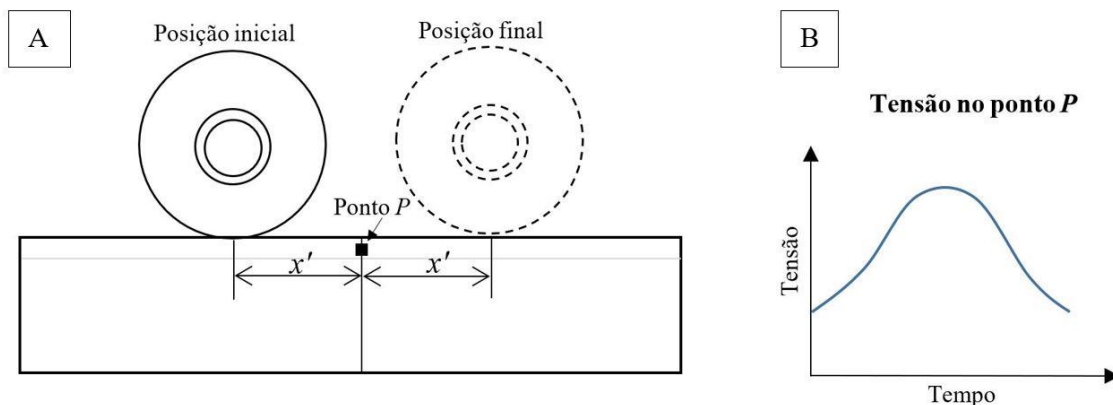


Figura 6 – Ciclo incompleto de tensões em uma seção transversal do trilho (figura fora de escala).

3.2 Histórico de tensões pseudo-elásticas

Nesta seção, são apresentados os detalhes da modelagem do contato entre roda e trilho para obtenção do histórico da distribuição das tensões pseudo-elásticas no trilho, considerando um comportamento linear elástico e isotrópico do material. Entende-se por tensão pseudo-elástica a resposta em termos de tensão de um material assumida como elástica para qualquer amplitude de carga aplicada. Destaca-se que o contato entre roda e trilho geralmente leva à superação do limite de elasticidade do material, de modo que o problema não pode ser completamente descrito e resolvido linearmente. A presente seção se limita à obtenção das tensões pseudo-elásticas devido ao contato. Uma abordagem elastoplástica é adotada e descrita na Seção 3.3, por meio da qual as tensões assumidas como pseudo-elásticas em um primeiro momento são corrigidas, uma vez atingido o limite de elasticidade do material.

3.2.1 Modelo de Elementos Finitos do trilho

Para avaliar a vida em fadiga de trilhos ferroviários sob solicitações de rolamento aleatórias, Reis (2018) utilizou uma abordagem analítico-numérica para calcular as tensões devido ao contato. A fim de definir o refino de malha adequado para as análises realizadas, o autor comparou as tensões próximas ao contato obtidas analiticamente com

as obtidas por um modelo numérico utilizando diferentes níveis de refinamento de malha. A análise demonstrou que elementos do tipo C3D8R (*Eight-Node Linear Hexahedral Solid Element*), presente na biblioteca do software ABAQUS®, com arestas de 1 mm apresentaram uma relação satisfatória entre tempo de simulação e acurácia de solução.

No presente trabalho, o software ANSYS® foi adotado para o desenvolvimento do modelo em elementos finitos do trilho. Esse software foi adotado por permitir a modelagem por uma linguagem de programação (*ANSYS parametric design language - APDL*), auxiliando na manipulação dos parâmetros e na realização automática de um grande número de simulações. Foi empregado o elemento SOLID185, que é um elemento sólido, hexaédrico com interpolação linear, análogo ao elemento do tipo C3D8R do software ABAQUS®. Sabe-se que o elemento com interpolação linear não é a melhor opção na análise de tensões. No entanto, para o presente caso, a malha utilizando elementos com interpolação linear foi previamente testada por Reis (2018) e comparada com resultados obtidos analiticamente. Na região de interesse, próxima ao contato, foi construída uma malha homogênea com elementos com aresta de 1 mm. Esse refino de malha foi definido com base no estudo apresentado por Reis (2018), para o mesmo problema de contato roda-trilho. O estudo comparou os resultados de tensão obtidos por modelos com diferentes níveis de refinamento com um modelo analítico, e mostrou que a malha com elementos hexaédricos com interpolação linear e 1 mm de aresta é adequada em modelos de contato roda-trilho utilizando a abordagem analítico-numérica. O perfil de trilho TR68 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2012) foi adotado para a definição da geometria analisada por ser amplamente empregado em ferrovias *heavy haul*, especialmente pela VALE S.A. Para o comprimento longitudinal, foi adotado 90 mm. O comprimento adotado levou em conta o valor mínimo necessário para representar um ciclo completo na seção transversal do ponto médio, conforme detalhado na seção 3.1, Figura 5 e Figura 6.

Na Figura 7, é apresentado o perfil do trilho utilizado e a malha de elementos finitos, evidenciando o refino na região do boleto.

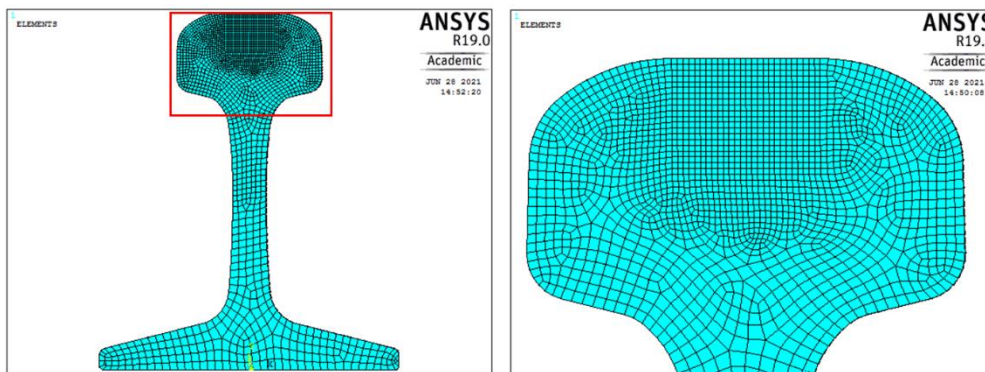


Figura 7 – Malha de elementos finitos proposta para o trilho.

A malha de elementos finitos composta por 229320 nós e 214110 elementos é apresentada em perspectiva na Figura 8.

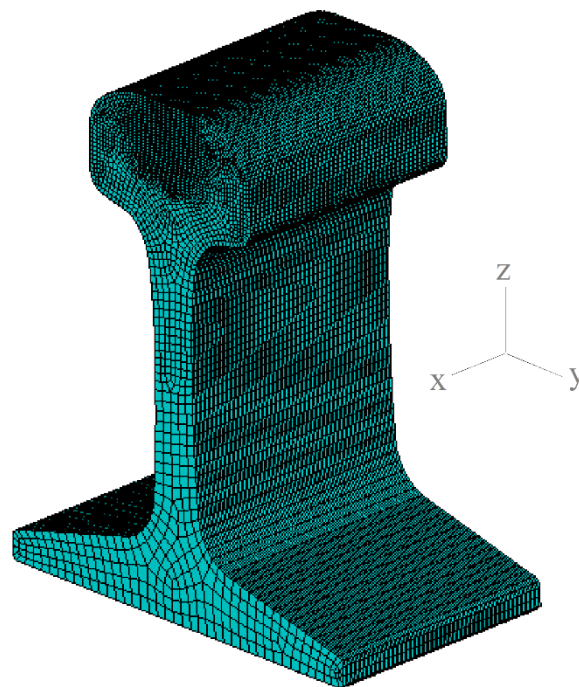


Figura 8 – Malha de elementos finitos em perspectiva.

No que se refere às condições de contorno, foram impostas restrições de deslocamento em todas as direções nas faces laterais e na base do trilho. A restrição de deslocamento nas faces laterais foi adotada uma vez que o trecho de trilho considerado é relativamente pequeno. Consequentemente, a alma do trilho possui baixa rigidez à flexão no sentido do eixo Y. Foi verificado que a concentração de tensões devido à restrição das faces laterais não afeta os resultados na região central de interesse.

O material adotado para o trilho é considerado isotrópico e suas propriedades utilizadas nas análises estáticas lineares são exibidas na Tabela 1.

Tabela 1 – Propriedades do material (SANTOS, 2008).

Propriedade	Valor	Unidade
Módulo de rigidez (E)	210	GPa
Coef. de Poisson (ν)	0,3	-

3.2.2 Abordagem analítico-numérica do carregamento de contato de rolamento

No presente trabalho, o carregamento referente ao contato entre roda e trilho foi aplicado adotando-se uma abordagem analítico-numérica, na qual a distribuição da pressão de contato é calculada analiticamente e então aplicada discretamente na malha de elementos finitos. A distribuição da tensão normal de contato foi obtida analiticamente pelo modelo de contato proposto por Hertz (1881). Para isso, foi desenvolvido um código na linguagem APDL, no ambiente do ANSYS®, com objetivo de calcular a distribuição de tensão de contato e aplicá-la sobre a pista de rolamento.

A distribuição de pressão normal, P_N , segundo Hertz é elipsoidal e tem a forma da equação:

$$P_N(x, y) = \frac{3F_N}{2\pi ab} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}, \quad (1)$$

na qual F_N é a força normal, a e b os semieixos da elipse de contato.

A distribuição de tensões tangenciais na direção lateral, P_{Ty} , no contato foi modelada como sendo proporcional à tensão normal, conforme a equação:

$$P_{Ty}(x, y) = \frac{3F_{Ty}}{2\pi ab} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}, \quad (2)$$

na qual F_{Ty} é a força tangencial na direção lateral.

Analogamente, a distribuição de tensões tangenciais na direção longitudinal, P_{Tx} , no contato foi modelada como sendo proporcional à tensão normal, conforme a equação

$$P_{Tx}(x, y) = \frac{3F_{Tx}}{2\pi ab} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}, \quad (3)$$

na qual F_{Tx} é a força tangencial na direção longitudinal.

A avaliação da vida em fadiga requer não apenas as tensões e/ou deformações devido ao contato em um dado instante do ciclo de carga, mas todo o histórico de variação dessas tensões e/ou deformações no interior do trilho. Para isso, quando a abordagem analítico-numérica é adotada, a carga referente ao contato é aplicada na pista de rolamento de maneira sequencial. Aplica-se a carga na pista de rolamento em uma análise estática, em seguida, a carga é removida e aplicada em uma região vizinha. O procedimento é realizado até que a carga percorra um trecho da pista, simulando o rolamento. Na Figura 9, é ilustrada a pista de rolamento e as distribuições de carga referentes ao contato, representadas por $L1, L2, L3 \dots LM$. Para cada uma destas distribuições de carga, devem ser analisadas as distribuições de tensões e deformações nos pontos da secção transversal de análise do trilho, localizada no ponto de interesse (médio) do comprimento longitudinal de rolamento.

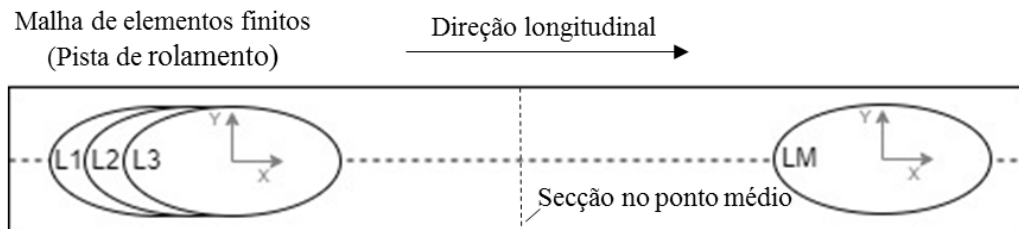


Figura 9 - Simulação de rolamento com abordagem analítico-numérica (vista superior).

Com esta estratégia, para cada passagem de uma roda, M simulações estáticas devem ser realizadas a fim de gerar um histórico de variação das tensões na secção de análise. Para avaliar a vida em fadiga de trilhos ferroviários no presente trabalho, é necessária a obtenção do histórico com um grande número de passagens de roda, o que torna a análise do problema computacionalmente onerosa.

A necessidade de considerar muitas passagens de roda na análise de fadiga em trilhos é devida a dois aspectos que caracterizam o problema de contato roda-trilho. O primeiro é o fato de a roda passar em diferentes posições sobre o boleto do trilho. Por essa razão, é necessário conhecer a distribuição de tensão para cada condição de contato

diferente, já que a distribuição de tensões no material varia em função da posição de contato. O segundo aspecto refere-se à resposta elastoplástica do material, a qual é dependente da sequência dos eventos de carga (*path dependent*). Por isso, o ciclo de tensão referente a uma carga específica pode não ser representativo do histórico de tensões experimentado pelo material em campo.

Com o intuito de reduzir o número de simulações, foi proposta uma modificação na estratégia analítico-numérica apresentada, com a qual apenas uma simulação estática é suficiente para definir o histórico de tensões referente a uma passagem de roda. A modificação na estratégia baseia-se em uma mudança de referencial. Para a estratégia original apresentada anteriormente na Figura 9, a variação da tensão em um ponto é analisada alterando a posição da carga de contato ao longo da pista de rolamento. A modificação proposta consiste em manter a carga fixa e avaliar as tensões em pontos longitudinalmente distantes da seção de aplicação da carga, gerando resultados de análises equivalentes para a obtenção das tensões de uma seção em momentos diferentes do ciclo de rolamento. É importante destacar que a modificação da estratégia proposta foi utilizada para a obtenção dos históricos de tensões pseudo-elásticas, pois só é aplicável no contexto do material linear elástico.

Inicialmente, a carga referente ao contato é aplicada no ponto médio do trilho por meio de uma análise linear estática. O histórico das componentes de tensão referente a uma passagem da roda em um ponto localizado no ponto médio do trilho é representado pela Equação (4), em que cada valor de tensão, $\sigma_{ij}(t)$, representa um instante do ciclo de carga.

$$\sigma_{ij}^{ciclo} = \sigma_{ij}(t_1), \sigma_{ij}(t_2), \sigma_{ij}(t_3) \dots \sigma_{ij}(t_M). \quad (4)$$

Na Figura 10, é ilustrada esquematicamente a obtenção do histórico das componentes de tensão. À esquerda da figura, são ilustrados diferentes nós ao longo da direção longitudinal do trilho, destacando o ponto médio (plano x-z). À direita da figura é ilustrada a seção transversal no ponto médio e a carga de contato na pista de rolamento (plano y-z).

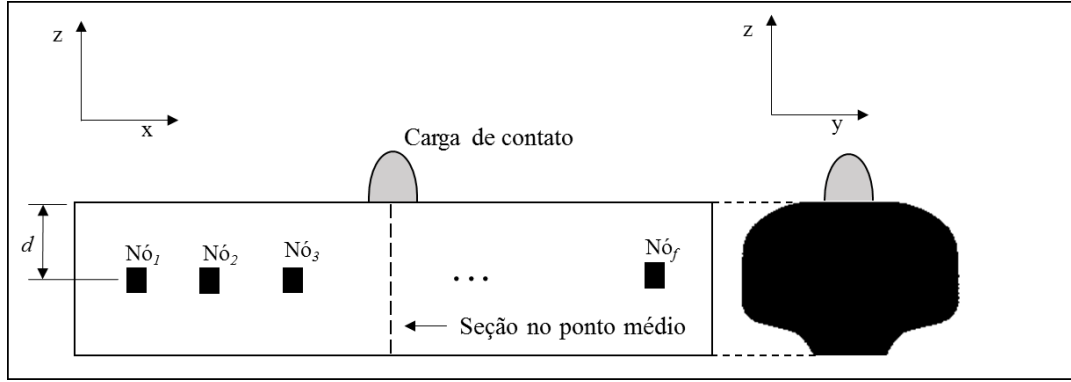


Figura 10 – Esquema para obtenção do histórico de tensões com destaque aos nós ao longo da direção longitudinal do trilho e seção transversal no ponto médio.

Matematicamente, pode-se calcular as tensões em diferentes instantes de tempo do ciclo de carga com base nas relações:

$$\sigma_{ij}(t_1) \equiv \sigma_{ij(N1)}, \quad (5)$$

$$\sigma_{ij}(t_2) \equiv \sigma_{ij(N2)}, \quad (6)$$

$$\sigma_{ij}(t_3) \equiv \sigma_{ij(N3)}, \quad (7)$$

...

$$\sigma_{ij}(t_f) \equiv \sigma_{ij(Nf)}, \quad (8)$$

nas quais $\sigma_{ij(Nn)}$ é a componente de tensão, σ_{ij} , no nó n devido a carga de contato aplicada na seção no ponto médio, conforme representação da Figura 10.

3.2.3 Mapeamento das tensões pseudo-elásticas para diferentes condições de contato

Sabe-se que a resposta em termos de tensão no trilho devido à passagem de uma roda é função das características do contato como, em especial para o presente trabalho,

a carga, o tamanho da elipse de contato e a posição onde o contato ocorre sobre a pista de rolamento.

Antes de detalhar o procedimento de mapeamento das tensões pseudo-elásticas, foram definidas as dimensões da elipse de contato e a posição de contato.

O tamanho da elipse de contato é definido pelos dois eixos da elipse, a e b , conforme mostrados na Figura 11, que variam de acordo com a intensidade de aplicação da carga de contato, geometria e propriedades dos materiais dos corpos em contato.

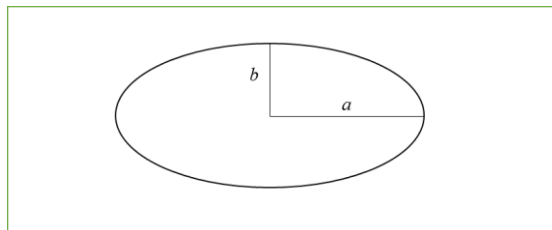


Figura 11 - Eixos da elipse de contato.

Conforme mostrado na Seção 3.1, o ponto de contato entre roda e trilho varia. Por isso, posições definidas do contato foram analisadas (discretas), varrendo toda a região onde o contato pode ocorrer.

Uma posição qualquer de contato, P , é definida pela distância do centro da elipse de contato a uma linha de referência, coincidente com a linha de simetria do trilho. Na Figura 12, é ilustrada uma elipse de contato genérica, P_y , a uma distância y da referência.

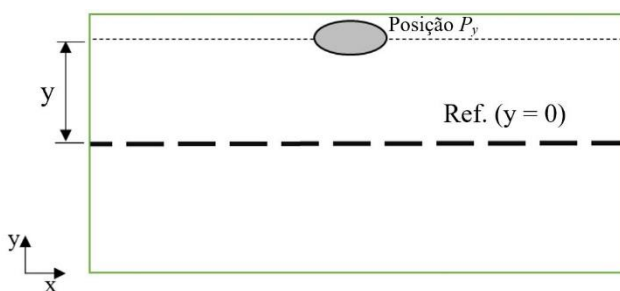


Figura 12 – Vista de topo do trilho (plano x - y) ilustrando a posição de contato na pista de rolamento.

A fim de obter o histórico das componentes de tensão para diferentes dimensões da área de contato e da posição de contato, foi proposto um mapeamento das tensões em função de diferentes combinações de área e posição de contato. Este mapeamento consiste

na obtenção do histórico de tensões referente a uma passagem de roda com carga unitária para um número discreto de combinações possíveis de posição lateral de contato (Figura 12) e tamanho dos eixos da elipse de contato (Figura 11). Destaca-se que o mapeamento é obtido para qualquer ponto da seção transversal no ponto médio.

Para isso, determinam-se os limites inferiores e superiores das variáveis a , b e P . Estes limites podem ser obtidos a partir dos resultados da simulação dinâmica da composição ferroviária, detalhada posteriormente. Além dos limites, define-se a discretização de cada variável:

$$a: a_{\min}, a_{\max} \text{ e } \Delta a \rightarrow N_a, \quad (9)$$

$$b: b_{\min}, b_{\max} \text{ e } \Delta b \rightarrow N_b, \quad (10)$$

$$P: P_{\min}, P_{\max} \text{ e } \Delta P \rightarrow N_P, \quad (11)$$

nas quais os subscritos *mín* e *máx* referem-se aos limites inferiores e superiores, respectivamente, Δ refere-se ao intervalo de discretização e N é o número de valores obtidos considerando os limites e os intervalos de discretização.

O resultado do mapeamento das tensões para uma carga unitária pode ser entendido como uma função discreta com a forma:

$$\sigma_{ij}^{ciclo,unit}(a, b, P). \quad (12)$$

Em outras palavras, o mapeamento fornece a resposta em termos das componentes de tensões pseudo-elásticas para uma passagem de roda com carga unitária para qualquer combinação de a , b e P , dentro dos limites definidos em (9), (10) e (11).

Utilizando a estratégia para obtenção do histórico de tensões referente a uma passagem de roda, descrita na Seção 3.2.2, e considerando uma carga total unitária, foi realizado um conjunto de N_t simulações, em que

$$N_t = N_a N_b N_P. \quad (13)$$

O mapeamento discreto das tensões, dado pela função discreta na forma apresentada em (12), é obtido para carga unitária normal,

$$\sigma_{ijN}^{ciclo,unit}(a, b, P), \quad (14)$$

lateral,

$$\sigma_{ijTy}^{ciclo,unit}(a, b, P), \quad (15)$$

e longitudinal,

$$\sigma_{ijTx}^{ciclo,unit}(a, b, P). \quad (16)$$

Desta forma, têm-se a resposta devido às cargas unitárias normal ((14), lateral, (15) e longitudinal (16), individualmente, para qualquer valor de a , b e P , em qualquer ponto da seção transversal analisada.

É importante destacar que o mapeamento das tensões pseudo-elásticas proposto tem como hipótese o contato hertziano, e que a elipse de contato é sempre paralela ao trilho, isto é, os eixos longitudinal e lateral da elipse são paralelos aos eixos longitudinal e lateral do trilho, respectivamente.

3.2.4 Modelo dinâmico para o cálculo das forças normal, lateral e longitudinal, posição e tamanho da área do contato roda-trilho

A obtenção das forças normal, lateral e longitudinal, dos tamanhos dos eixos da elipse de contato e da posição de contato em função do tempo foi feita no presente trabalho utilizando o software Simpack[®], que é um software de simulação de dinâmica de sistemas multicorpos.

O modelo dinâmico da composição utilizado como exemplo foi composto por uma Locomotiva e 100 vagões do tipo gôndola GDT carregados (31,50 ton/eixo). A massa

total da locomotiva e dos 48 primeiros vagões foi modelada por um bloco motriz com perfil de velocidade constante de 19,44 m/s (70 km/h). Os vagões 49 e 50 são movidos pelo bloco motriz e transferem o movimento aos blocos adjacentes, 51 a 100. Os vagões adjacentes são modelados como um bloco de massa total equivalente, como ilustrado na Figura 13. Esse tipo de modelo descreve a dinâmica longitudinal de composições acoplada à dinâmica transversal do veículo (vagão) e tem sido usado pelo grupo de pesquisa da UNICAMP para a análise acoplada das duas dinâmicas, com baixo custo computacional.

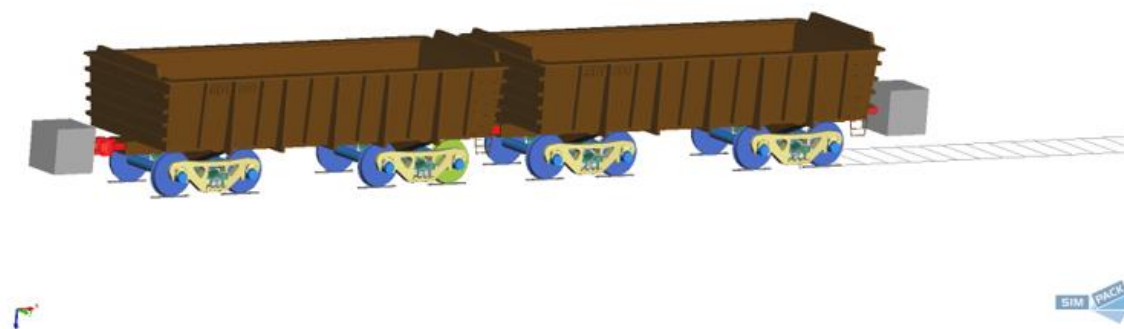


Figura 13 – Modelo para simulação dinâmica da composição analisada.

A via simulada corresponde a um trecho tangente de 500 m de extensão com uma irregularidade teórica FRA 6 (lateral e vertical), conforme estabelecido pela Administração Federal de Ferrovias dos Estados Unidos (*US Federal Railroad Administration*). A irregularidade se inicia em 30 m do início do trecho e tem um *fade-in* que se estende até 50 m.

Os resultados obtidos pela análise dinâmica têm a forma: $a(t)$, $b(t)$, $P(t)$, $F_N(t)$, $F_{Ty}(t)$, $F_{Tx}(t)$, em que t é o tempo. Estes resultados são utilizados juntamente com o mapeamento discreto das tensões (Seção 3.2.3) para a composição do histórico das tensões, descrito detalhadamente na seção seguinte.

No exemplo simulado, apenas um ponto de contato por passagem de roda é identificado. No entanto, vários pontos de contato podem ser considerados simultaneamente, desde que estejam dentro dos limites de mapeamento definidos. Essa possibilidade decorre do princípio da superposição, que caracteriza sistemas lineares. Segundo esse princípio, a resposta de um sistema linear devido a várias entradas pode ser obtida pela soma das respostas causadas por cada entrada individualmente.

3.2.5 Histórico das tensões pseudo-elásticas a partir do mapeamento e da simulação dinâmica

Os estados de tensão para várias combinações possíveis de a , b e P foram obtidos anteriormente, com o procedimento de mapeamento para uma carga unitária (Seção 3.2.3). Com isso, para cada combinação de a , b e P instantânea, obtida com a simulação dinâmica (3.2.4), um ciclo de tensão pseudo-elástica é calculado considerando também as forças normal, lateral e longitudinal instantâneas reais correspondentes. É importante destacar que o procedimento para esse cálculo só é válido porque as tensões são consideradas elásticas.

Para uma passagem de roda sobre o trilho num instante t , determina-se a resposta em termos das componentes de tensão pseudo-elástica, σ_{ij}^{ciclo} , conforme a equação

$$\sigma_{ij}^{ciclo}(a, b, P) = \sigma_{ijN}^{ciclo}(a, b, P) + \sigma_{ijTy}^{ciclo}(a, b, P) + \sigma_{ijTx}^{ciclo}(a, b, P), \quad (17)$$

na qual a componente de tensão resultante do esforço normal é dada pela equação

$$\sigma_{ijN}^{ciclo}(a, b, P) = \sigma_{ijN}^{ciclo,unit}(a(t), b(t), P(t)) \cdot F_N(t) \quad (18)$$

a componente de tensão resultante do esforço lateral pela equação

$$\sigma_{ijTy}^{ciclo}(a, b, P) = \sigma_{ijTy}^{ciclo,unit}(a(t), b(t), P(t)) \cdot F_{Ty}(t), \quad (19)$$

e a componente de tensão resultante do esforço longitudinal é dado pela equação

$$\sigma_{ijTx}^{ciclo}(a, b, P) = \sigma_{ijTx}^{ciclo,unit}(a(t), b(t), P(t)) \cdot F_{Tx}(t), \quad (20)$$

O histórico das componentes de tensão pseudo-elásticas, $\sigma_{ij}^e(t)$, é obtido pela sequência de ciclos de carga (passagens de roda) obtidos individualmente pela Equação (17). Conforme ilustrado na Figura 14, em um determinado instante t_1 , a simulação dinâmica identificou que os eixos da elipse de contato são $a(t_1)$ e $b(t_1)$, que o contato ocorre na posição $P(t_1)$ e que as cargas normal, lateral e longitudinal são $F_N(t_1)$, $F_{Ty}(t_1)$, $F_{Tx}(t_1)$, respectivamente. Nessas condições, o Ciclo 1 das componentes de tensão pseudo-elásticas é definido, conforme Equação (17).

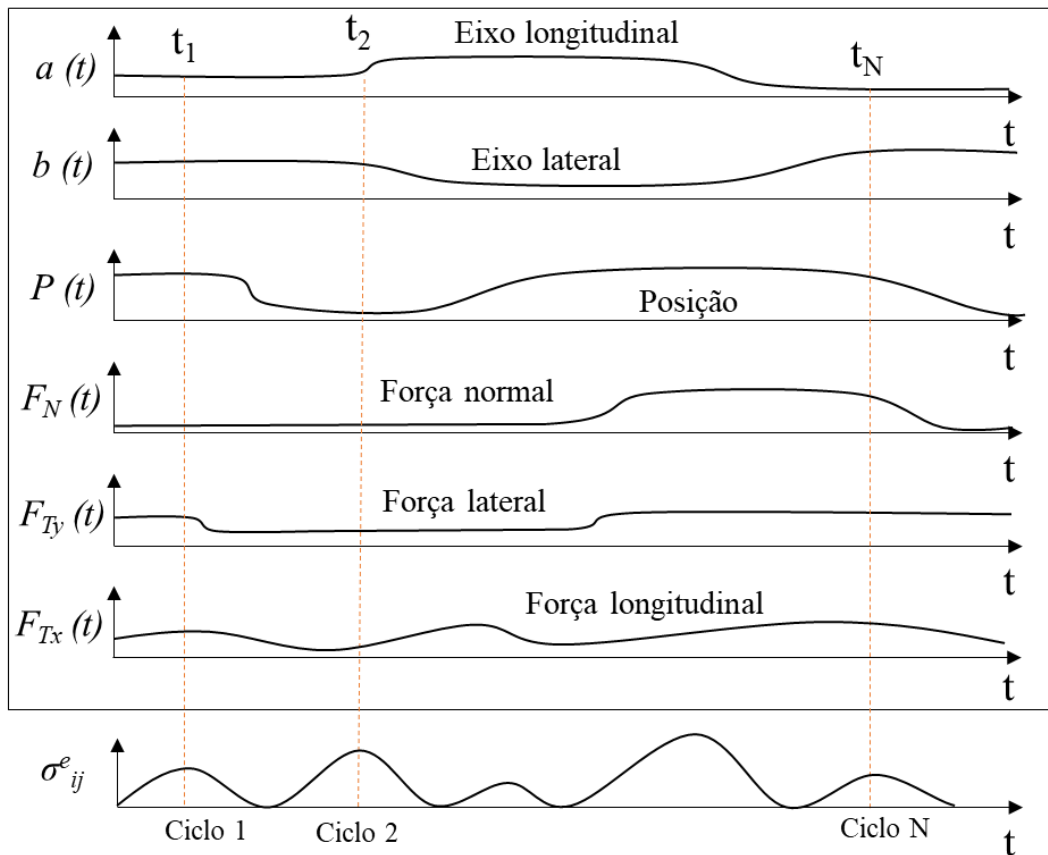


Figura 14 – Representação dos históricos das variáveis a , b , P , F_N , F_{Ty} e F_{Tx} e o histórico das componentes de tensões σ_{ij}^e correspondentes.

O histórico completo das componentes de tensão pseudo-elásticas é composto pela sequência dos ciclos calculados até o fim da simulação dinâmica. É importante destacar que as características do contato ao longo do tempo (a , b , P , F_N , F_{Ty} , F_{Tx}) foram obtidas para uma roda e, portanto, a estratégia ilustrada na Figura 14 foi proposta com a hipótese de que as características do contato de uma roda sejam representativas para uma seção transversal do trilho.

Para melhor compreensão da hipótese adotada na obtenção do histórico das tensões pseudo-elásticas, considere a Figura 15. Nesta figura, é ilustrada a pista de rolamento em uma vista de topo. A linha pontilhada representa a trajetória do contato roda-trilho, e a elipse representa o contato em um instante qualquer. Para cada instante, o contato roda-trilho encontra-se em uma posição ao longo do sentido longitudinal do trilho. Assim, o contato analisado passará apenas uma vez em uma determinada seção transversal, e apenas um ciclo de carga pode ser obtido.

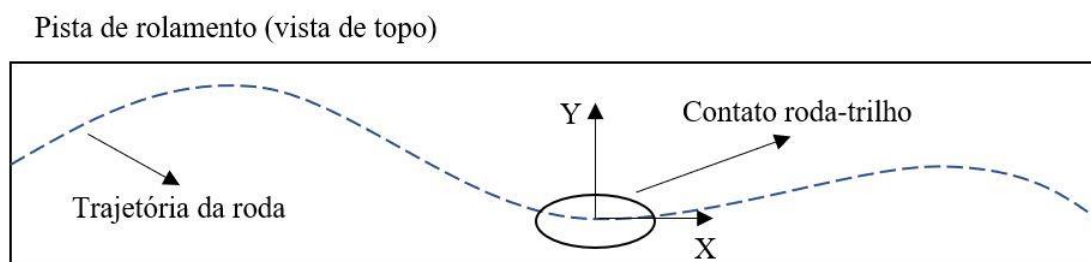


Figura 15 – Trajetória do contato roda-trilho na pista de rolamento.

A fim de utilizar o contato entre roda e trilho referente a uma roda como sendo representativo de todas as rodas que passam em uma seção transversal, cada instante foi associado a uma roda, respeitando as distâncias entre rodas da composição. As distâncias entre rodas no mesmo truque, d_1 , rodas entre truques no mesmo vagão, d_2 , e rodas entre vagões, d_3 , são representadas na Figura 16; os valores dessas distâncias são apresentados na Tabela 2.

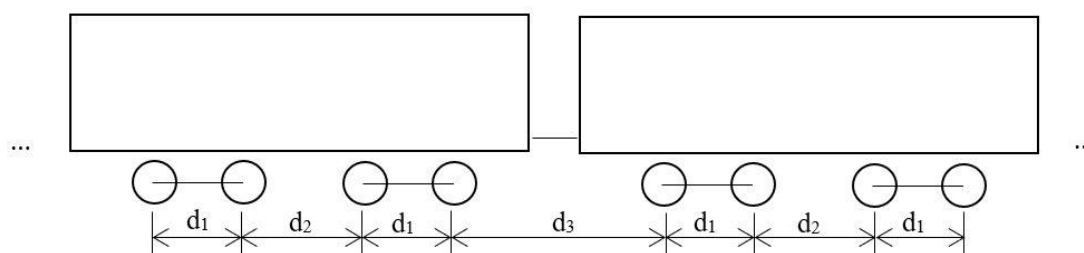


Figura 16 – Distâncias entre rodas em uma composição.

Tabela 2 – Distâncias entre rodas da composição usada neste trabalho.

Distância	Valor
d_1	1,828 m
d_2	3,582 m
d_3	2,562 m

O intervalo entre um ciclo e outro depende da distância entre as rodas e da velocidade da composição. Esse intervalo de tempo é obtido pela razão entre a distância e a velocidade.

Na Figura 17, cada característica do contato é representada no eixo das ordenadas e os instantes de tempo no eixo das abscissas. Para cada instante, t_n , um ciclo é definido com as características do contato correspondente $a(t_n)$, $b(t_n)$, $P(t_n)$, $F_N(t_n)$, $F_{Ty}(t_n)$, $F_{Tx}(t_n)$.

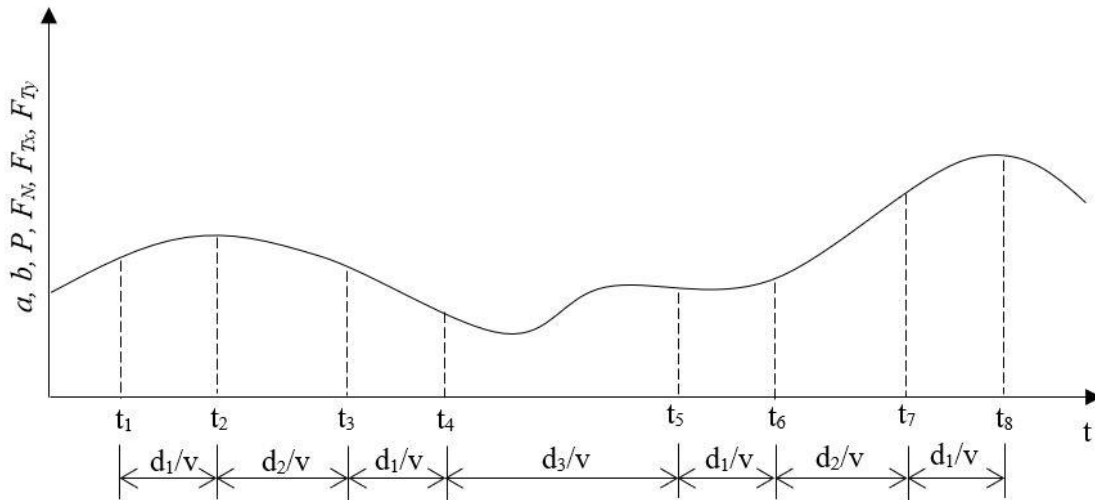


Figura 17 – Definição dos instantes de tempo referentes aos ciclos de carga.

No presente estudo foi simulado um trecho tangente, mas o procedimento descrito pode ser aplicado também a um caso de curva. Isso é possível pois o trecho de trilho modelado é pequeno (90 mm) quando comparado com os raios das curvas identificadas em campo (> 360 m).

3.3 Correção elastoplástica do histórico de tensões pseudo-elásticas

Nesta seção é apresentado o método desenvolvido para calcular o histórico das tensões e deformações elastoplásticas a partir do histórico das tensões pseudo-elásticas obtidas na seção anterior, Seção 3.2. Para isso, um conjunto de equações lineares composto pelas equações constitutivas de Prandtl e Reuss (1924, 1930) e pelas equações de correção de entalhes de Neuber (1961) é resolvido para cada incremento do histórico pseudo-elástico. A solução do sistema fornece o incremento das tensões e deformações elastoplásticas. O encruamento do material é considerado, incluindo o modelo de encruamento cinemático de Garud (1981).

O método foi proposto originalmente por Ince e Glinka (2013) para correção de tensões em entalhes e, no presente trabalho, foi estendido para o caso de contato roda-trilho. Previamente, foi feito um estudo para a validação do método para o caso de contato

roda-trilho (REIS, DIAS, SANTOS, 2022). O estudo comparativo, detalhado na seção 3.5, avaliou a acurácia do método aplicado ao problema de contato roda-trilho na análise de RCF. Um modelo elastoplástico equivalente desenvolvido em elementos finitos foi utilizado para fins de comparação. A comparação foi feita em termos de parâmetros de dano de fadiga em planos críticos, utilizando um modelo de dano baseado em tensões e outro baseado em deformações.

As seções seguintes apresentam o método de correção das tensões elastoplásticas desenvolvido, o modelo de encruamento adotado e o procedimento computacional elaborado para calcular o histórico das tensões elastoplásticas, detalhando as equações utilizadas.

3.3.1 Equações constitutivas

Os modelos constitutivos de material que consideram deformação plástica podem ser divididos em duas categorias (KHAN, HUANG, 1995). A primeira delas admite que há uma fronteira bem definida que delimita os comportamentos elástico e plástico. A segunda assume que não há uma fronteira precisa delimitando as duas regiões. No presente trabalho, assume-se o primeiro caso.

Abaixo do limite de escoamento, a relação entre as tensões e deformações pode ser representada pela lei de Hooke, que estabelece uma relação linear entre tensão e deformação definida pelo módulo de elasticidade, ou módulo de Young, E , e pelo coeficiente de Poisson, ν . A lei de Hooke na forma incremental pode ser escrita como:

$$d\varepsilon_{ij}^e = \frac{1 + \nu}{E} d\sigma_{ij}^e - \frac{\nu}{E} d\sigma_{kk}^e \delta_{ij}, \quad (21)$$

na qual $d\varepsilon_{ij}^e$ é o incremento de deformação elástica, $d\sigma_{ij}^e$ é o incremento de tensão elástica e δ_{ij} o delta de Kronecker.

Ultrapassando o limite de escoamento, o comportamento constitutivo do material requer três elementos para ser modelado, a saber: um critério de escoamento, uma regra de fluxo e uma regra de encruamento.

3.3.1.1 Critério de escoamento

O limite de escoamento define a fronteira a partir da qual o material sofre deformações plásticas. Para o estado mais geral de tensões, o limite de escoamento

configura-se como uma superfície no espaço das tensões. Tal superfície pode ser entendida como o lugar geométrico que contém todas as combinações das seis componentes de tensão que levam ao escoamento. O critério de von Mises é o critério mais empregado na engenharia para avaliar se uma estrutura atingiu o limite de escoamento em determinado ponto onde o estado de tensão pode ser analisado. Este critério assume que a parte hidrostática das tensões não tem influência no escoamento e que, portanto, apenas a porção deviatórica da tensão é capaz de levar o material ao escoamento.

Para o estado geral de tensões, a tensão equivalente de von Mises, σ_{eq} , em termos das tensões deviatóricas pode ser escrita como

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}}, \quad (22)$$

na qual S_{ij} são as componentes de tensão deviatórica.

3.3.1.2 Regra de fluxo

A regra de fluxo define a relação entre tensão e deformação no campo plástico. A fim de estabelecer essa relação, Levy e Mises (1871, 1913), em trabalhos independentes, propuseram a teoria conhecida atualmente como teoria da plasticidade de Levy-Mises. A abordagem de Levy-Mises assume que a deformação elástica é pequena em comparação com a deformação plástica e, por isso, pode ser negligenciada. Além disso, prevê que os incrementos de tensão e deformação são coaxiais. Visto que o eixo principal da tensão total coincide com o eixo principal da tensão deviatórica, o incremento de deformação é também coaxial com o incremento de tensão deviatórica. Baseando-se nisso, a regra de fluxo de Levy-Mises pode ser escrita na forma

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda S_{ij}, \quad (23)$$

na qual $d\varepsilon_{ij}$ é o incremento de deformação, S_{ij} são as tensões deviatóricas, e $d\lambda$ é um multiplicador escalar positivo, definido a partir do critério de escoamento.

Para calcular $d\lambda$, adota-se o critério de escoamento de von Mises e reescreve-se a Equação (22) da seguinte forma:

$$S_{ij}S_{ij} = \frac{2}{3}\sigma_y^2, \quad (24)$$

na qual σ_y é a tensão de escoamento.

Elevando a Equação (23) ao quadrado, tem-se a equação

$$d\varepsilon_{ij} d\varepsilon_{ij} = d\lambda^2 S_{ij}S_{ij}. \quad (25)$$

Substituindo a Equação (24) na Equação (25), obtém-se a equação para $d\lambda$

$$d\lambda = \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon_{eq}}{\sigma_{eq}}, \quad (26)$$

na qual $d\varepsilon_{eq}$ é o incremento de deformação equivalente.

Definido o parâmetro $d\lambda$, a Equação (23) pode ser reescrita na seguinte forma

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon_{eq}}{\sigma_{eq}} S_{ij}. \quad (27)$$

A Equação (27) é aplicável aos casos em que as deformações plásticas são muito maiores que as deformações elásticas, de tal modo que seja razoável aproximar a deformação total pela deformação plástica.

A fim de levar em conta também a deformação elástica, Prandtl e Reuss (1924, 1930) propuseram uma extensão da teoria da plasticidade de Levy-Mises, incluindo a parte elástica da deformação.

De acordo com a abordagem dos autores, o incremento de deformação elástica deviatórica, de_{ij}^e , pode ser escrito como

$$de_{ij}^e = \frac{dS_{ij}}{2G}, \quad (28)$$

onde G é o módulo de elasticidade em cisalhamento.

Pelo fato de o incremento de deformação plástica ser coaxial com o incremento de tensão deviatórica, o incremento de deformação plástica pode ser escrito conforme a equação

$$de_{ij}^p = d\lambda S_{ij}, \quad (29)$$

na qual de_{ij}^p é o incremento de deformação plástica e o parâmetro $d\lambda$ é um escalar positivo determinado a partir do critério de escoamento de maneira análoga à realizada para a teoria de Levy-Mises. Destaca-se que o incremento de deformação plástica é puramente deviatórico, uma vez que se trata de uma transformação isocórica (ou isovolumétrica).

Para a proposta de Prandtl e Reuss, o parâmetro $d\lambda$ assume a forma da equação

$$d\lambda = \frac{3d\varepsilon_{eq}^p}{2\sigma_{eq}}, \quad (30)$$

onde $d\varepsilon_{eq}^p$ é o incremento de deformação plástica equivalente.

Substituindo a Equação (30) na Equação (29), obtém-se o incremento de deformação plástica dado pela equação

$$de_{ij}^p = \frac{3d\varepsilon_{eq}^p}{2\sigma_{eq}} S_{ij}. \quad (31)$$

O incremento de deformação deviatórica total pode ser escrito como a soma das contribuições elástica e plástica, conforme a equação

$$de_{ij} = de_{ij}^e + de_{ij}^p. \quad (32)$$

Substituindo as equações (28) e (31) na Equação (32), o incremento de deformação deviatórica pode ser reescrito como

$$de_{ij} = \frac{dS_{ij}}{2G} + \frac{3d\varepsilon_{eq}^p}{2\sigma_{eq}} S_{ij}. \quad (33)$$

A relação entre incrementos de deformação plástica equivalente e tensão equivalente pode ser obtida experimentalmente a partir da curva de tração uniaxial, utilizando a seguinte relação

$$d\varepsilon_{eq}^p = \frac{d\sigma_{eq}}{E_T^p}, \quad (34)$$

na qual E_T^p é o módulo de plasticidade generalizado, obtido a partir do módulo de plasticidade uniaxial, E^p , definido conforme a equação

$$E_T^p = \frac{2}{3} E^p. \quad (35)$$

Substituindo a Equação (34) na Equação (33), o incremento de deformação deviatórica pode ser reescrito na seguinte forma

$$de_{ij} = \frac{dS_{ij}}{2G} + \frac{3d\sigma_{eq}}{2E_T^p \sigma_{eq}} S_{ij}. \quad (36)$$

3.3.1.3 Regra de encruamento

O terceiro elemento necessário para a modelagem do comportamento constitutivo do material é a regra de encruamento. Esta regra controla a variação da resistência ao escoamento do material em função da deformação plástica. Tal variação pode ser modelada como uma modificação da superfície de escoamento definida pelo critério de escoamento discutido na Seção 3.3.1.1. Os modelos de encruamento adotam diferentes estratégias para modificar a superfície de escoamento, podendo fazê-lo por meio da variação do tamanho da superfície (modelos isotrópicos), da translação da superfície (modelos cinemáticos) ou de ambos (modelos combinados).

No presente trabalho, o encruamento cinemático é contemplado utilizando o modelo de encruamento de Garud (1981). O modelo proposto por Garud é baseado na abordagem chamada de *multisurface*, segundo a qual a curva tensão-deformação uniaxial não linear é dividida em segmentos para definir campos de módulo plástico constante (KHAN, HUANG, 1995).

Cada trecho da discretização é associada a uma superfície, a qual é definida pelo seu centro, $\alpha_{ij}(k)$, também chamado de *backstress*, e pelo limite de escoamento, $\sigma_y(k)$, para os quais k varia de 1 até o número total de superfícies discretizadas. A discretização da curva tensão deformação e as superfícies de escoamento correspondentes são representadas graficamente na Figura 18.

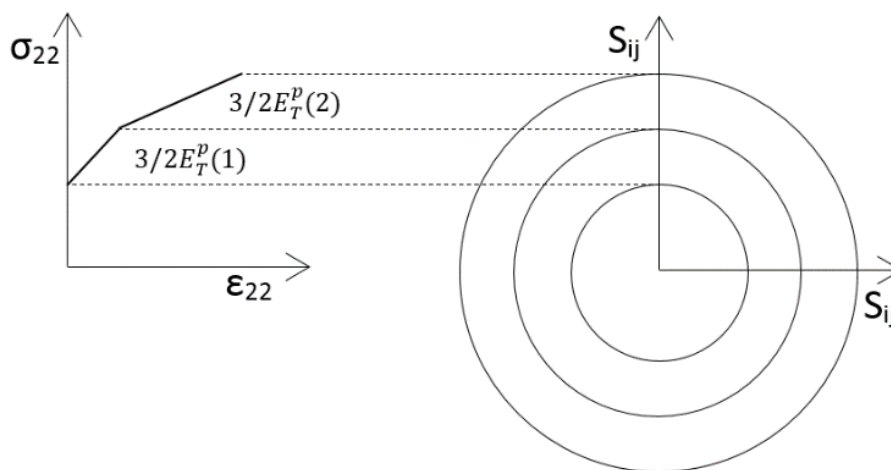


Figura 18 – Representação gráfica da discretização da curva tensão-deformação e das superfícies de escoamento (INCE, GLINKA, 2013).

Jiang e Sehitoglu (1995) estudaram o comportamento dos modelos de encruamento que utilizam a abordagem *multisurface* como os modelos de Mroz (1967) e de Garud (1981). O trabalho avaliou a influência do número de superfícies na modelagem e a resposta elastoplástica para carregamentos multiaxiais, proporcionais e não proporcionais. O estudo concluiu que os modelos não podem prever o fenômeno de *ratcheting* quando o carregamento é proporcional. No caso de carregamento não proporcional, os modelos são capazes de prever a resposta de *ratcheting*, no entanto a taxa de *ratcheting* prevista pelo modelo diverge de resultados obtidos experimentalmente. É importante destacar, portanto, que a resposta em termos de tensão e deformação obtida no presente trabalho não é adequada para quantificar o dano por *ratcheting*.

O número de superfícies, ou seja, o número de pontos na curva tensão-deformação, para aplicação de um modelo baseado na abordagem *multisurface* tem influência na precisão dos resultados, conforme discutido por Jiang e Sehitoglu (1995) e Meggiolaro, Castro e Wu (2015). Essa influência está relacionada com a direção de translação da superfície, a qual é influenciada pelo número de superfícies, bem como a descrição da variação do módulo de plasticidade. No entanto, essa relação entre precisão e número de superfícies ainda não foi descrita. Por um lado, utilizar um número maior de superfícies melhora a descrição da variação do módulo plástico. Com um número maior de pontos, a curva tensão-deformação é descrita com maior exatidão. Por outro lado, o número de superfícies influencia na direção de translação das superfícies. De

acordo com Meggiolaro, Castro e Wu (2015), maior precisão na resposta tensão-deformação não é necessariamente obtida com a adoção de um número maior de superfícies. Jiang e Sehigotlu (1995) compararam a resposta tensão-deformação obtida experimentalmente devido a carregamentos não proporcionais com a resposta obtida por simulação utilizando a abordagem *multisurface*. A simulação foi feita variando o número de superfícies para diferentes valores entre 5 e 100. Todavia, nenhuma conclusão a respeito da relação entre precisão e número de superfícies foi possível.

No presente estudo, a curva tensão-deformação foi dividida em 10 pontos igualmente espaçados no eixo das tensões e 10 superfícies relativas a esses pontos foram definidas. A curva tensão em função da deformação plástica e a discretização adotada na modelagem do encruamento cinemático são apresentados na Figura 19.

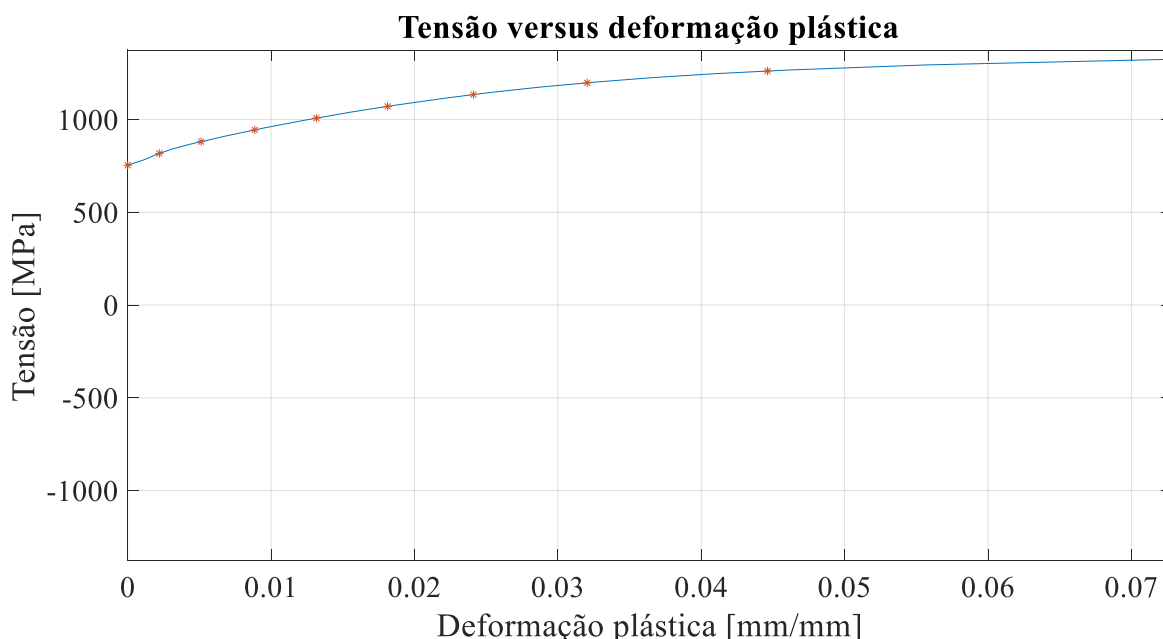


Figura 19 – Curva tensão em função da deformação plástica discretizada.

Para cada um dos 10 pontos definidos na discretização da curva tensão-deformação plástica mostrados na Figura 19, uma superfície é definida. Inicialmente, o material não apresenta tensões residuais, de modo que o *backstress* ($\alpha_{ij}(k)$) é zero e todas as superfícies são concêntricas com centro na origem, conforme apresentado na Figura 20.

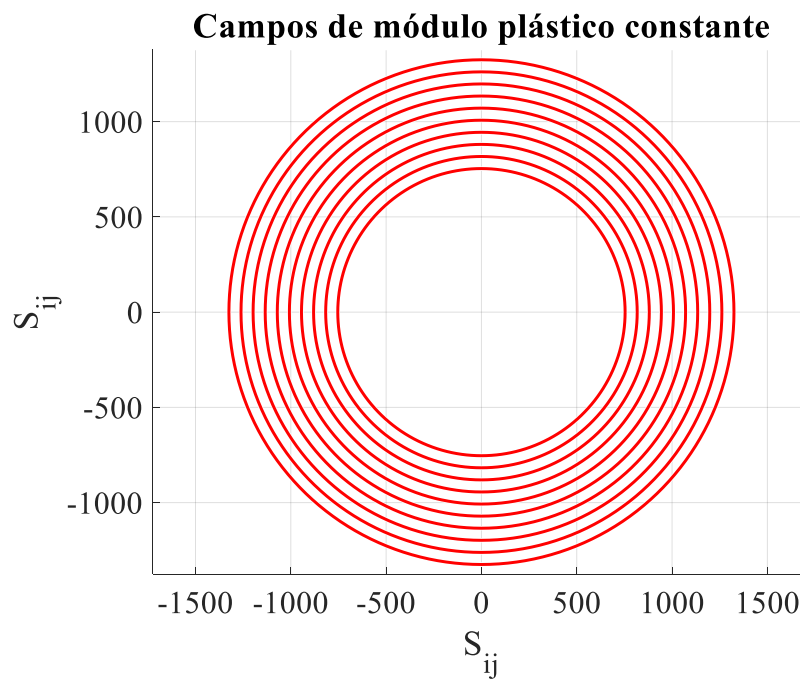


Figura 20 – Campos de módulo plástico constante.

A translação das superfícies conforme proposto por Garud (1981) é modelada como segue. Inicialmente, consideram-se duas superfícies de escoamento, F_1 e F_2 , e adota-se um incremento de tensão ΔS_{ij} . O estado de tensão considerado “atual” é definido por S_{ij} , que se encontra na superfície de escoamento F_1 , como ilustrado na Figura 21. Fisicamente, o limite de escoamento foi atingido. A superfície F_1 tem o status de ativa, ou seja, é aquela que se encontra em vigor no instante considerado.

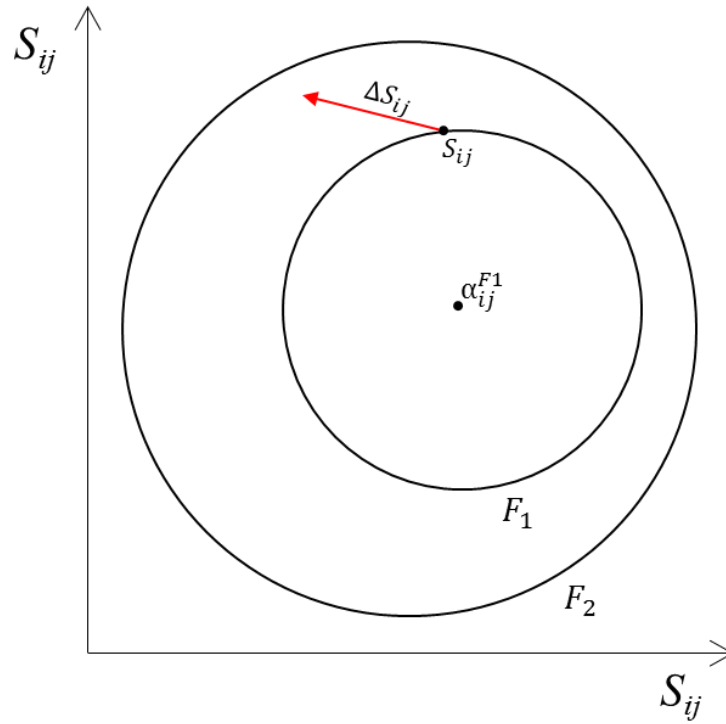


Figura 21 - Translação da superfície de escoamento – Parte 1.

O passo seguinte do procedimento é realizado estendendo o incremento ΔS_{ij} até que a superfície inativa F_2 seja atingida no ponto A_2 .

O ponto A_2 é definido pela equação

$$A_2 = S_{ij} + x \cdot \Delta S_{ij}, \quad (37)$$

na qual x é uma incógnita obtida pela solução da equação (38).

$$|S_{ij} + x \cdot \Delta S_{ij} - \alpha_{ij}^{F2}| = R_{F2}, \quad (38)$$

em que R_{F2} é o raio da superfície F_2 .

Em seguida, define-se o vetor n^{A2}_{ij} , normal à superfície F_2 no ponto A_2 , conforme mostrado na Figura 22.

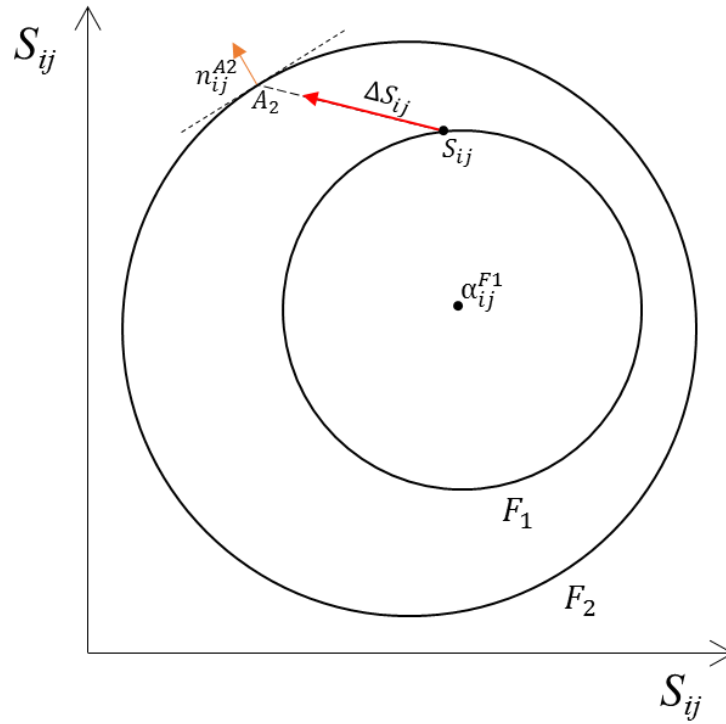


Figura 22 - Translação da superfície de escoamento – Parte 2.

O vetor normal n_{ij}^{A2} é obtido pela equação

$$n_{ij}^{A2} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{S_{ij}^{A2} - \alpha_{ij}^{F2}}{R_{F2}}. \quad (39)$$

Define-se o ponto A_1 , na superfície de escoamento ativa F_1 , onde o vetor n_{ij}^{A2} é normal a F_1 . O vetor normal a A_1 , denominado n_{ij}^{A1} , é mostrado na Figura 23.

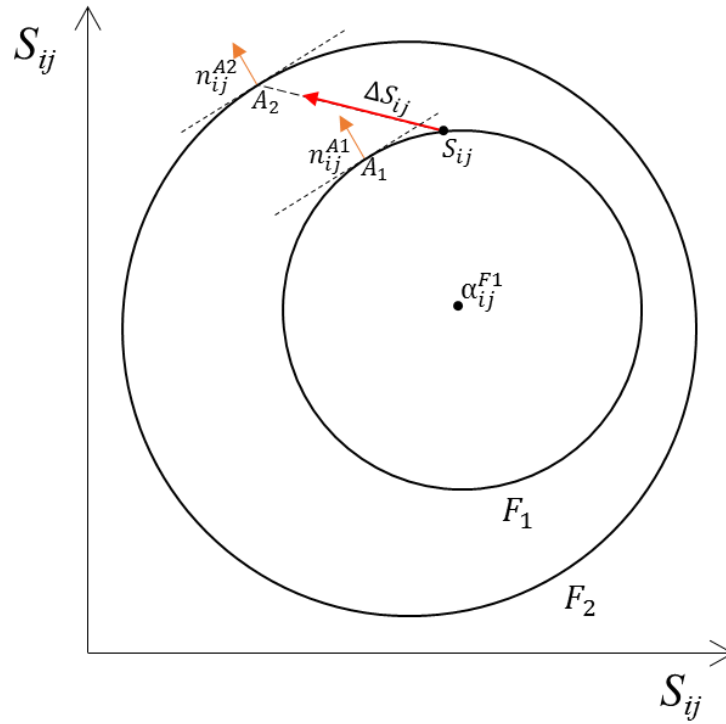


Figura 23 - Translação da superfície de escoamento – Parte 3.

O vetor n_{ij}^{A1} , normal à superfície F_1 no ponto A_1 pode ser obtido pela equação

$$n_{ij}^{A2} = n_{ij}^{A1} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{A_1 - \alpha_{ij}^{F1}}{R_{F1}}, \quad (40)$$

na qual em R_{F1} é o raio da superfície F_1 e o ponto A_1 pode ser obtido pela equação

$$A_1 = \frac{R_{F1}}{R_{F2}} (S_{ij}^{A2} - S_{ij}^{A1}) + \alpha_{ij}^{F1}. \quad (41)$$

O vetor A_1A_2 , definido pelos pontos A_1 e A_2 , mostrado em verde na Figura 24, indica a direção de translação da superfície F_1 .

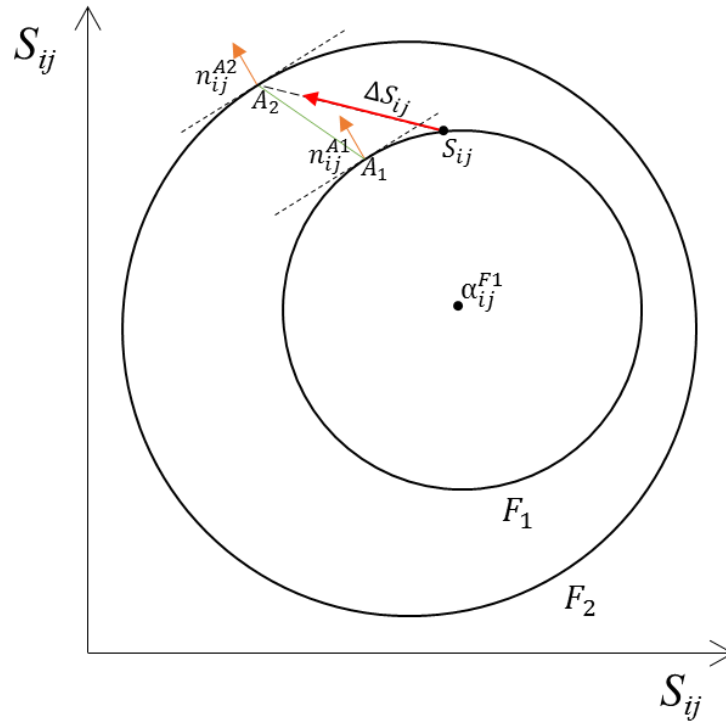


Figura 24 - Translação da superfície de escoamento – Parte 4.

O vetor A_1A_2 é definido pelos pontos A_1 e A_2 conforme equação

$$\overline{A_1A_2} = A_2 - A_1. \quad (42)$$

O *backstress*, α_{ij}^{F1} , referente à superfície F_1 , é deslocado ao longo da direção A_1A_2 até que a superfície coincida com a extremidade do vetor ΔS_{ij} , assumindo a nova posição, $\alpha_{ij}^{F1'}$, e definindo, assim, a nova posição da superfície F_1 , representada pela circunferência pontilhada na Figura 25. A alteração da posição da superfície por meio da variação do *backstress* representa fisicamente uma variação na resistência ao escoamento do material.

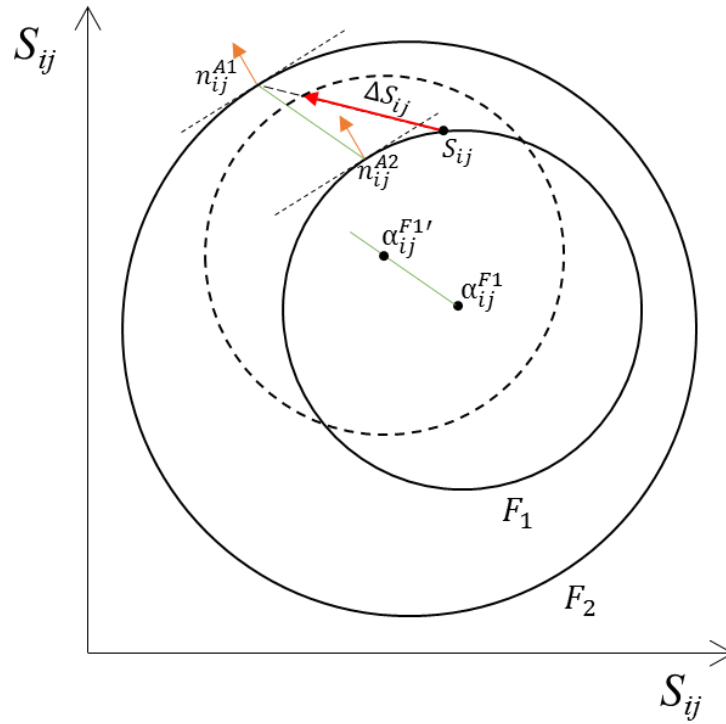


Figura 25 - Translação da superfície de escoamento – Parte 5.

A translação da superfície F_1 por meio do deslocamento de α_{ij}^{F1} pode ser representada pela equação

$$\alpha_{ij}^{F1'} = \alpha_{ij}^{F1} + \Delta\alpha_{ij}^{F1}, \quad (43)$$

na qual $\Delta\alpha_{ij}^{F1}$ é o incremento de deslocamento da superfície F_1 .

O incremento $\Delta\alpha_{ij}^{F1}$ pode ser obtido pela equação

$$\Delta\alpha_{ij}^{F1} = y \cdot (A_2 - A_1), \quad (44)$$

na qual y é a solução da equação

$$|\overline{S_{ij} + \Delta S_{ij} - \alpha_{ij}^{F1} - y \cdot (A_2 - A_1)}| = R_{F1}. \quad (45)$$

Se a translação da superfície ativa, F_1 , ocorrer de forma que a superfície F_2 seja atingida, a superfície F_2 passa a ter o status de superfície ativa (F_1) e a superfície adjacente

passa a ser chamada de F_2 . As superfícies internas à F_1 são transladadas respeitando a translação de F_1 , de modo que permaneçam tangentes conforme o carregamento avança.

Se o deslocamento da superfície ativa, F_1 , ocorrer de forma que a superfície F_2 seja ultrapassada, o incremento de tensão é bi seccionado. A primeira parte do incremento deve ser tal que a superfície ativa, F_1 , tangencie a superfície F_2 . Em seguida, a superfície F_2 passa a ter o status de superfície ativa (F_1) e a superfície adjacente passa a ser chamada de F_2 . A parte remanescente do incremento é então considerada empregando a nova configuração das superfícies.

3.3.2 Sistema de equações para correção das tensões pseudo-elásticas

Cada incremento do histórico de tensões pseudo-elásticas, definido na Seção 3.2.5, deve ser corrigido, determinando os incrementos de tensão e deformação elastoplásticos correspondentes. Para isso, dado um incremento de tensão pseudo-elástica, doze incógnitas - seis incrementos de tensão elastoplástica ($dS_{xx}^a, dS_{xy}^a, dS_{xz}^a, dS_{yy}^a, dS_{yz}^a, dS_{zz}^a$) e seis incrementos de deformação elastoplástica ($de_{xx}^a, de_{xy}^a, de_{xz}^a, de_{yy}^a, de_{yz}^a, de_{zz}^a$), devem ser determinadas.

Para resolver o problema definido acima, um sistema de doze equações lineares é utilizado. O sistema é composto por seis equações constitutivas de Prandt e Reuss, previamente definidas na seção anterior:

$$de_{xx}^a = \frac{dS_{xx}^a}{2G} + \frac{3d\sigma_{eq}^a}{2E_T^p \sigma_{eq}} S_{xx}^a, \quad (46)$$

$$de_{xy}^a = \frac{dS_{xy}^a}{2G} + \frac{3d\sigma_{eq}^a}{2E_T^p \sigma_{eq}} S_{xy}^a, \quad (47)$$

$$de_{xz}^a = \frac{dS_{xz}^a}{2G} + \frac{3d\sigma_{eq}^a}{2E_T^p \sigma_{eq}} S_{xz}^a, \quad (48)$$

$$de_{yy}^a = \frac{dS_{yy}^a}{2G} + \frac{3d\sigma_{eq}^a}{2E_T^p \sigma_{eq}} S_{yy}^a, \quad (49)$$

$$de_{yz}^a = \frac{dS_{yz}^a}{2G} + \frac{3d\sigma_{eq}^a}{2E_T^p \sigma_{eq}} S_{yz}^a, \quad (50)$$

$$de_{zz}^a = \frac{dS_{zz}^a}{2G} + \frac{3d\sigma_{eq}^a}{2E_T^p \sigma_{eq}} S_{zz}^a, \quad (51)$$

e seis equações propostas por Buczynski e Glinka (1999), que relacionam a densidade de energia de distorção entre os incrementos de tensão e deformação pseudo-elásticos e elastoplásticos:

$$S_{xx}^e de_{xx}^e + e_{xx}^e dS_{xx}^e = S_{xx}^a de_{xx}^a + e_{xx}^a dS_{xx}^a, \quad (52)$$

$$S_{xy}^e de_{xy}^e + e_{xy}^e dS_{xy}^e = S_{xy}^a de_{xy}^a + e_{xy}^a dS_{xy}^a, \quad (53)$$

$$S_{xz}^e de_{xz}^e + e_{xz}^e dS_{xz}^e = S_{xz}^a de_{xz}^a + e_{xz}^a dS_{xz}^a, \quad (54)$$

$$S_{yy}^e de_{yy}^e + e_{yy}^e dS_{yy}^e = S_{yy}^a de_{yy}^a + e_{yy}^a dS_{yy}^a, \quad (55)$$

$$S_{yz}^e de_{yz}^e + e_{yz}^e dS_{yz}^e = S_{yz}^a de_{yz}^a + e_{yz}^a dS_{yz}^a, \quad (56)$$

$$S_{zz}^e de_{zz}^e + e_{zz}^e dS_{zz}^e = S_{zz}^a de_{zz}^a + e_{zz}^a dS_{zz}^a, \quad (57)$$

Nas equações (46) a (57), o sobrescrito *e* refere-se à parte pseudo-elástica e o sobrescrito *a* refere-se à parte elastoplástica. Essas equações são análogas a regra de Neuber e foram utilizadas por Ince e Glinka (2013) para calcular as tensões e deformações elastoplásticas a partir dos incrementos de tensões pseudo-elásticas. As equações de Neuber na forma incremental podem ser representadas graficamente como na Figura 26.

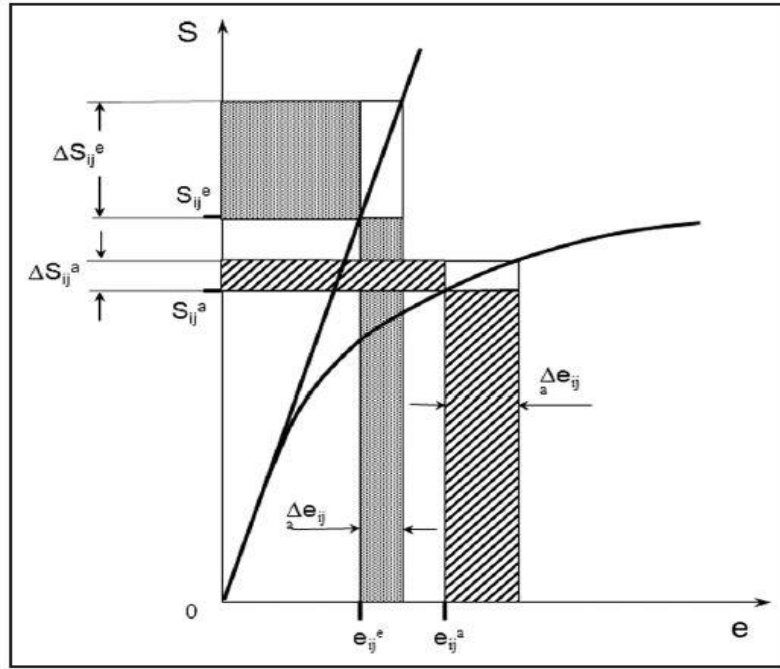


Figura 26 – Representação gráfica da regra de Neuber na forma incremental (INCE, GLINKA, 2013).

A área total dos retângulos hachurados representa o incremento de energia de deformação devido ao incremento de tensão pseudo-elástica. A área total dos retângulos listrados representa o incremento de energia de deformação devido ao incremento de tensão elastoplástica.

Conforme pode ser notado, resolver as equações constitutivas de Prandtl e Reuss no presente contexto requer a avaliação do incremento de tensão equivalente elastoplástico, $d\sigma_{eq}^a$. De acordo com Ince e Bang (2017), o incremento de tensão equivalente $d\sigma_{eq}^a$ pode ser calculado por

$$d\sigma_{eq}^a = \frac{3}{2} \frac{\sum S_{ij}^a dS_{ij}^a}{\sigma_{eq}^a}. \quad (58)$$

Para o caso geral de tensões, $\sum S_{ij}^a dS_{ij}^a$ pode ser escrito como:

$$\sum S_{ij}^a dS_{ij}^a = S_{xx}^a dS_{xx}^a + S_{yy}^a dS_{yy}^a + S_{zz}^a dS_{zz}^a + 2(S_{xy}^a dS_{xy}^a + S_{xz}^a dS_{xz}^a + S_{yz}^a dS_{yz}^a). \quad (59)$$

3.3.3 Procedimento computacional para obtenção do histórico de tensões e de deformações elastoplásticas

O modelo para obtenção das tensões e deformações elastoplásticas desenvolvido no presente trabalho foi implementado utilizando o software MATLAB[®]. O código desenvolvido possui como entrada os históricos de tensões pseudo-elásticas, $\sigma_{ij}^e(t)$, de cada ponto analisado, que foram obtidos com o modelo de elementos finitos do trilha desenvolvido no programa ANSYS[®], conforme apresentado na Seção 3.2. É importante destacar que, embora as tensões se apresentem em função do tempo, t , o problema tratado de forma quase-estática.

Inicialmente, as tensões e deformações elastoplásticas são iguais às tensões e deformações pseudo-elásticas e são dadas pelas equações

$$\sigma_{ij}^a(t = 0) = \sigma_{ij}^e(t = 0), \quad (60)$$

e

$$\varepsilon_{ij}^a(t = 0) = \varepsilon_{ij}^e(t = 0). \quad (61)$$

Ao tensor *backstress* inicial é atribuído o valor zero para todas as superfícies, de modo que o material não apresente tensões iniciais de nenhuma natureza e as superfícies de escoamento sejam todas concêntricas localizadas na origem.

Inicia-se o processo iterativo determinando um incremento de tensão deviatórica a partir do incremento de tensão pseudo-elástica, conforme a equação

$$dS_{ij}^e = d\sigma_{ij}^e - \frac{1}{3}d\sigma_{kk}^e\delta_{ij}. \quad (62)$$

Considerando o incremento pseudo-elástico, é verificado se o carregamento se encontra em regime elástico, ou se o limite de escoamento foi atingido. Se o limite de escoamento não é atingido, o incremento de tensão pseudo-elástica é adicionado ao histórico de tensões corrigidas, histórico elastoplástico. Neste caso, não é aplicada a correção elastoplástica no incremento pseudo-elástico considerado, já que a tensão pseudo-elástica é, de fato, elástica. Se o limite de escoamento é atingido, aplica-se a

correção elastoplástica e o incremento elastoplástico é então adicionado ao histórico de tensões elastoplásticas.

Se o carregamento se encontra na superfície de escoamento, avalia-se a condição de carregamento a fim verificar se o incremento de carga aplicado provoca um descarregamento elástico, um carregamento neutro, ou um carregamento elastoplástico.

Matematicamente, se

$$\frac{\partial F}{\partial S_{ij}} < 0, \quad (63)$$

a condição é de descarregamento elástico.

Se

$$\frac{\partial F}{\partial S_{ij}} = 0, \quad (64)$$

a condição é de carregamento neutro, ou seja, o carregamento se deslocou sobre a superfície de escoamento.

Caso

$$\frac{\partial F}{\partial S_{ij}} > 0, \quad (65)$$

a condição é de carregamento elastoplástico. Neste caso, as tensões e deformações elastoplásticas são calculadas resolvendo o sistema de equações composto pelas Equações (46) a (57). O sistema possui 12 equações e 12 incógnitas, sendo seis incrementos de deformação e seis incrementos de tensão elastoplásticas. O sistema é linear e foi resolvido utilizando o software MATLAB[®].

Determinadas as tensões e deformações elastoplásticas, as superfícies de escoamento são atualizadas pelo modelo cinemático de encruamento, segundo o procedimento apresentado na Seção 3.3.1.3.

O incremento subsequente de tensão pseudo-elástica é considerado, encerrando-se um ciclo do processo iterativo de correção das tensões pseudo-elásticas para elastoplásticas. O ciclo iterativo é repetido até que todo o histórico de carga seja analisado.

O procedimento computacional utilizado para obtenção do histórico das tensões e deformações elastoplásticas, $\sigma^{aj}(t)$, é ilustrado na Figura 27.

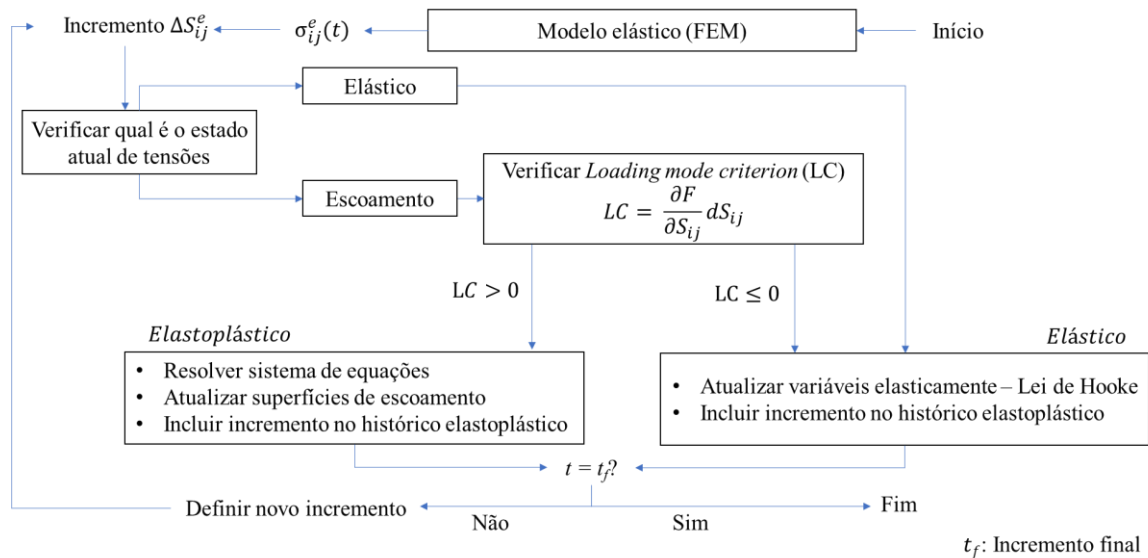


Figura 27 – Esquema gráfico do algoritmo para obtenção das tensões e deformações elastoplásticas.

Conforme ilustrado, o procedimento parte do histórico das tensões pseudo-elásticas, $\sigma^{eij}(t)$, o qual foi obtido utilizando o modelo elástico (FEM). Um incremento de tensão pseudo-elástica é definido e o estado atual de tensões é verificado. A verificação do estado atual de tensões consiste em determinar a posição da tensão atual em relação à superfície de escoamento. A tensão atual pode estar dentro da superfície de escoamento ou sobre ela. Se a tensão atual se encontra dentro da superfície de escoamento, o incremento de tensão será elástico. Se a tensão atual se encontra sobre a superfície de escoamento, o incremento de tensão pode causar um descarregamento elástico, um carregamento elastoplástico ou um carregamento neutro. Para o caso em que a tensão se encontra sobre a superfície de escoamento, o critério de carregamento (*Loading mode criterion* – *LC*) é calculado. Se o *LC* for menor ou igual a zero, trata-se de um descarregamento elástico ou de um carregamento neutro; se o *LC* for maior que zero, trata-se de um carregamento elastoplástico. Para o caso de descarregamento elástico ou carregamento neutro, a tensão pseudo-elástica é incluída no histórico elastoplástico, sem alterações, e o incremento de deformação é calculado utilizando a Lei de Hooke. Para o caso de carregamento elastoplástico, o sistema de equações é resolvido para obter as tensões e deformações elastoplásticas, as superfícies de escoamento são atualizadas e o

incremento elastoplástico é incluído no histórico elastoplástico. O procedimento é repetido até que todos os incrementos de tensões pseudo-elásticas sejam considerados.

3.4 Fadiga de contato em rolamento – RCF

Esta seção introduz conceitos fundamentais sobre o fenômeno de falha por fadiga, em especial a fadiga de contato em rolamento, que é caracterizada por um estado de carregamento multiaxial e não proporcional. Inicialmente, são apresentados os conceitos básicos para a abordagem do problema de fadiga no domínio do tempo, assim como as variáveis envolvidas na análise do problema, culminando no caso particular da falha por fadiga de contato em rolamento. Por fim, são apresentados os modelos utilizados na previsão desse tipo de falha.

3.4.1 Conceitos básicos sobre falha por fadiga

A falha por fadiga é um tipo de falha estrutural mecânica causada pela aplicação de cargas variáveis, caracterizadas por gerarem e/ou propagarem de maneira gradual uma trinca (CASTRO, MEGGIOLARO, 2009). A relação entre carga variável, quando cíclica, e falha pode ser descrita pela equação de Wöhler, que relaciona o número de ciclos necessários para a falha com uma tensão de amplitude constante (DOWLING, 1988). Esta relação pode ser obtida experimentalmente e permite identificar um valor limite de tensão abaixo do qual não se identifica dano por fadiga no material. Em termos práticos, o material apresenta baixa ou nenhuma sensibilidade a tensões com magnitudes inferiores a esse limite. Esse valor limite é tido como uma propriedade do material e recebe o nome de limite de resistência à fadiga.

A validade da equação de Wöhler restringe-se a níveis de tensão baixos, sem ocorrência de deformações plásticas, limitando-se a casos em que o número de ciclos esperado até a falha por fadiga seja superior a 1000, ou seja, casos de fadiga de alto ciclo. Analogamente, a relação pode ser feita em termos de deformação. Neste caso, a caracterização da resistência do material às solicitações cíclicas estende-se também às vidas curtas, nas quais as cargas são elevadas e o fenômeno da plasticidade é relevante (DOWLING, 1988).

A obtenção da curva que relaciona deformação com número de ciclos para falha é feita experimentalmente, submetendo um corpo de prova a ciclos de amplitudes de deformação constantes e completamente reversos ($R = -1$), ou seja, a razão entre a

deformação máxima e mínima é igual a -1. Os ciclos de carga com amplitude de deformação constante geram ciclos no espaço tensão versus deformação, chamados de laços (ou *loops*) de histerese e, a partir desses laços de histerese, é possível discriminar as amplitudes de tensão, de deformação plástica e de deformação elástica (DOWLING, 1988). As componentes de tensão e deformação em um laço de histerese são mostradas na Figura 28.

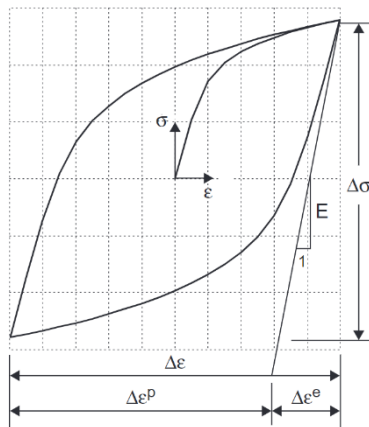


Figura 28 - Comportamento da tensão versus deformação em um laço de histerese (DOWLING, 1988).

Durante um ensaio, mesmo que sob amplitude de deformação constante, os laços de histerese não são sobrepostos, uma vez que pode ocorrer encruamento. Assim, há necessidade de eleger, dentre todos os laços obtidos, um único laço representativo de todo o experimento. A literatura recomenda a escolha de um laço obtido quando da metade da vida do corpo de prova como representativo de todo o ensaio (DOWLING, 1988).

Como mostrado na Figura 28, a deformação total, $\Delta\epsilon$, é dada pela soma das componentes elástica, $\Delta\epsilon^e$, e plástica, $\Delta\epsilon^p$. As amplitudes de deformação elástica e plástica em função do número de ciclos para a falha em uma escala logarítmica em ambos os eixos são mostradas na Figura 29.

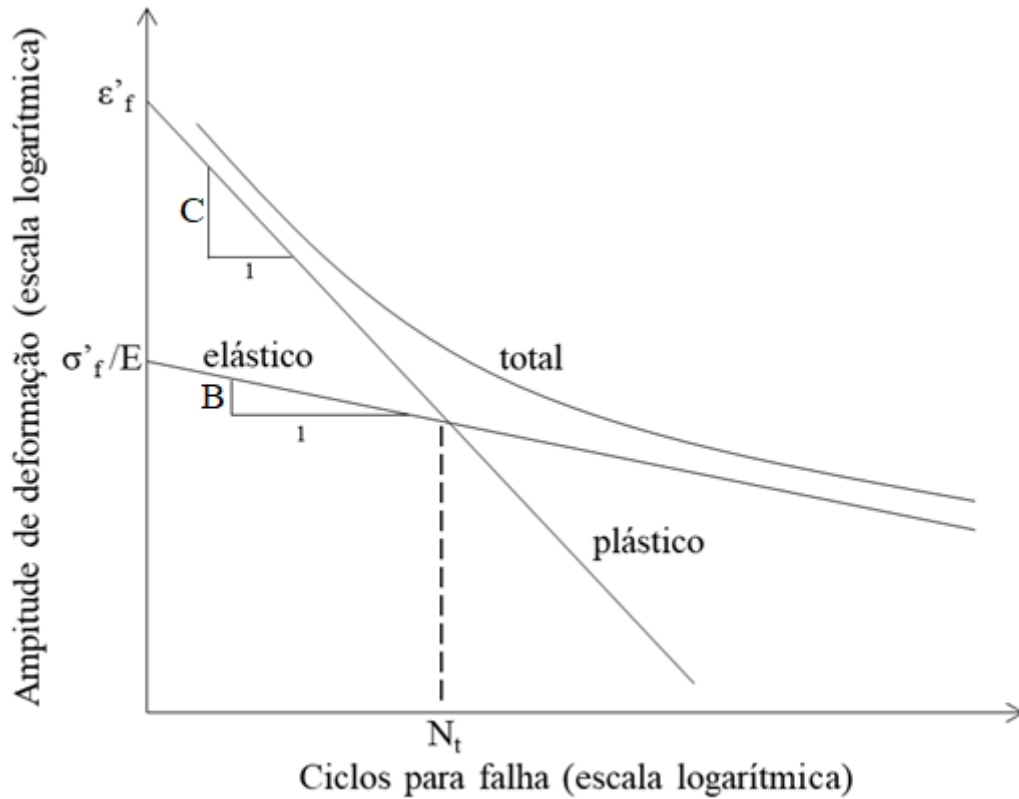


Figura 29 - Deformações elástica, plástica e total em função do número de ciclos (DOWLING, 1988) - adaptada.

Cada uma das relações entre as deformações e número de ciclos, parte elástica e parte plástica, pode ser definida pelas inclinações das retas, B e C , consecutivamente, e, por convenção, pela deformação correspondente à falha em meio ciclo. Para a parte elástica, a deformação pode ser obtida pelo módulo de elasticidade, haja visto seu comportamento linear. A expressão que relaciona a deformação elástica com o número de ciclos, N_f , pode ser escrita como:

$$\epsilon_{ea} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^B. \quad (66)$$

Analogamente, para a parte plástica, tem-se

$$\epsilon_{pa} = \epsilon'_f (2N_f)^C. \quad (67)$$

Os parâmetros σ'_f , B , ϵ'_f e C são considerados propriedades do material.

A soma das Equações (66) e (67) resulta na equação que relaciona a deformação total e número de ciclos para a falha, também conhecida como relação de Coffin-Manson:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^B + \varepsilon'_f (2N_f)^C. \quad (68)$$

A relação dada pela Equação (68) permite a estimativa da vida em fadiga em diferentes aplicações com amplitude de deformação constante.

A análise de falha por fadiga pode ser estendida para o caso de amplitude variável através de regras de acúmulo de dano, como a regra de Palmgren e Miner (1945, 1924). Segundo esta regra, o dano devido a um ciclo com amplitude S_i é equivalente a $1/N_i$, sendo N_i o número de ciclos previstos para a falha em um caso de amplitude constante igual a S_i . A regra de acúmulo de dano proposta por Miner e Palmgren baseia-se na ideia de que os eventos de carga danificam o material irreversível e cumulativamente, de modo que o dano resultante equivale à soma de todos os danos já sofridos.

A aplicação desta regra requer a caracterização individual de cada evento de carga. No entanto, em casos com históricos de carga variáveis, a tarefa de determinar onde se inicia e termina um ciclo, bem como a identificação da amplitude e média de cada ciclo, não é trivial. Neste contexto, diferentes técnicas para contabilizar e caracterizar ciclos em um histórico de carga foram propostas, destacando-se, entre estas técnicas, a regra conhecida como *Rainflow* (DOWLING, 1988).

A técnica *Rainflow* foi proposta por Matsuishi e Endo (1968). Permite quantificar e caracterizar os eventos de um carregamento de amplitude variável. A aplicação desta técnica baseia-se na adoção de três regras, a saber: 1) numerar sequencialmente todos os picos e vales do carregamento; 2) iniciar a contagem de ciclos de cada pico e vale, finalizando a contagem quando ocorrer um pico maior (ou vale menor) que o ponto inicial de contagem, uma contagem já iniciada anteriormente ou acabar a história de carregamento; 3) contar meio ciclo entre o maior pico e o menor vale compreendido no trecho definido no item 2).

Para cada meio ciclo definido, as tensões alternada, σ_a , e média, σ_m , são definidas respectivamente como

$$\sigma_a = \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right|, \quad (69)$$

e

$$\sigma_m = \left| \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \right|. \quad (70)$$

Até o presente momento foram descritas ferramentas para analisar a vida em fadiga de componentes submetidos a carregamentos uniaxiais. Entretanto, os problemas não se restringem a estados simples de carregamento, que podem ser biaxiais ou, no caso mais geral, multiaxiais.

Em especial para o caso do carregamento de contato, as distribuições das tensões e deformações nas estruturas em contato são multiaxiais, o que requer parâmetros de dano que considerem esta particularidade. No contato de rolamento, próximo à superfície, o material experimenta altas tensões de tração e cisalhamento, seguidas de compressão. Devido à mudança da posição de aplicação da carga (passagem da roda), as direções das tensões e deformações principais variam no tempo, configurando um carregamento não proporcional. Esta característica do carregamento faz com que não seja trivial a previsão da posição e orientação do início da trinca.

Para lidar com problemas com essas características, são usados modelos de Fadiga Multiaxial. Tais modelos propõem parâmetros de dano na forma de tensões ou deformações equivalentes a carregamentos complexos. Dessa forma, pode-se estimar o número de ciclos necessários para nucleação de trincas, comparando o parâmetro de dano a valores de tensão ou deformação obtidos para carregamentos uniaxiais (SOCIE, MARQUIS, 2000; TUPIASSU, MEGGIOLARO, 2009).

Dentre os modelos de Fadiga Multiaxial para o caso do contato, destacam-se os baseados em planos críticos. Esta abordagem baseia-se na avaliação de tensões ou deformações atuantes em diferentes planos com intuito de eleger o plano onde ocorrerá maior dano e assume-se que a falha ocorrerá neste plano (FATEMI, SOCIE, 1987; MATAKE, 1977).

A aplicação de modelos de fadiga que utilizam a abordagem baseada em planos críticos requer a determinação das tensões e/ou deformações em diferentes planos. Um plano qualquer pode ser definido por dois ângulos, θ e φ . Cada ângulo refere-se a uma rotação no espaço tridimensional, uma rotação em torno do eixo Z, a outra em torno do eixo Y', correspondente à nova direção de Y resultante da primeira rotação. Na Figura 30, são ilustrados os ângulos de rotação θ e φ e um plano qualquer em um novo sistema

de coordenadas rotacionado, $X'Y'Z'$. A tensão normal atuante no plano é representada por $\sigma_{x'}$, e a tensão cisalhante é representada por duas componentes, $\tau_{xy'}$ e $\tau_{xz'}$.

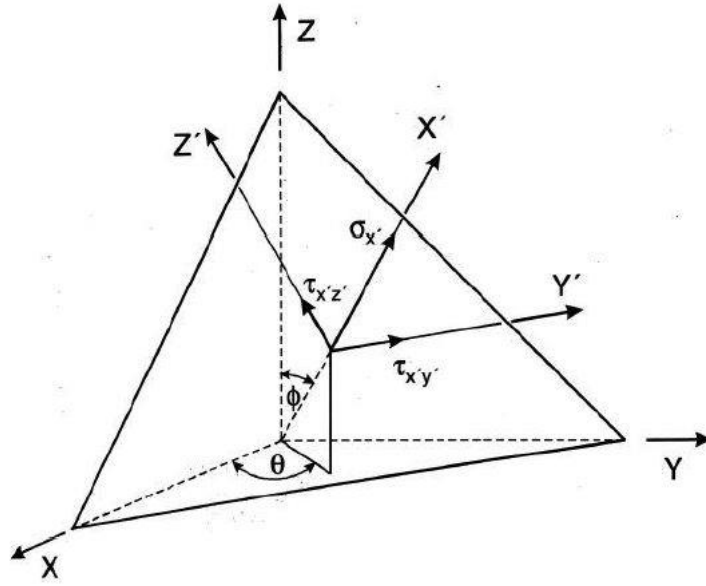


Figura 30 – Tensões atuantes em um plano qualquer (SOCIE, MARQUIS, 2000).

As componentes do tensor de tensões rotacionado podem ser obtidas aplicando a matriz de rotação M , conforme a equação

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x'} \\ \sigma_{y'} \\ \sigma_{z'} \\ \tau_{xy'} \\ \tau_{xz'} \\ \tau_{yz'} \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}, \quad (71)$$

na qual,

$$[M] = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 & a_{13}^2 & 2a_{11}a_{12} & 2a_{11}a_{13} & 2a_{13}a_{12} \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 & a_{23}^2 & 2a_{21}a_{22} & 2a_{21}a_{23} & 2a_{23}a_{22} \\ a_{31}^2 & a_{32}^2 & a_{33}^2 & 2a_{31}a_{32} & 2a_{31}a_{33} & 2a_{33}a_{32} \\ a_{11}a_{21} & a_{12}a_{22} & a_{13}a_{23} & (a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}) & (a_{13}a_{21} + a_{11}a_{23}) & (a_{12}a_{23} + a_{13}a_{22}) \\ a_{11}a_{31} & a_{12}a_{32} & a_{13}a_{33} & (a_{11}a_{32} + a_{12}a_{31}) & (a_{13}a_{31} + a_{11}a_{33}) & (a_{13}a_{32} + a_{12}a_{33}) \\ a_{21}a_{31} & a_{22}a_{32} & a_{23}a_{33} & (a_{21}a_{32} + a_{22}a_{31}) & (a_{23}a_{31} + a_{21}a_{33}) & (a_{22}a_{33} + a_{23}a_{32}) \end{bmatrix} \quad (72)$$

e,

$$a_{11} = \cos \theta \sin \varphi, \quad (73)$$

$$a_{12} = \sin \theta \sin \varphi, \quad (74)$$

$$a_{13} = \cos \varphi, \quad (75)$$

$$a_{21} = -\sin \varphi, \quad (76)$$

$$a_{22} = \cos \theta, \quad (77)$$

$$a_{23} = 0, \quad (78)$$

$$a_{31} = -\cos \theta \cos \varphi, \quad (79)$$

$$a_{32} = -\sin \theta \cos \varphi, \quad (80)$$

$$a_{33} = \sin \varphi. \quad (81)$$

Particularmente, a tensão normal, σ_x , que atua no plano definido pelos ângulos θ e φ pode ser obtida pela equação

$$\sigma_{x'} = \sigma_x a_{11}^2 + \sigma_y a_{12}^2 + \sigma_z a_{13}^2 + 2(\tau_{xy} a_{11} a_{12} + \tau_{xz} a_{11} a_{13} + \tau_{yz} a_{13} a_{12}). \quad (82)$$

As componentes τ_{xy}' e τ_{xz}' da tensão cisalhante que atuam no plano definido pelos ângulos θ e φ podem ser obtidas pela Equações (83) e (84), respectivamente.

$$\tau_{xy}' = \sigma_x a_{11} a_{21} + \sigma_y a_{12} a_{22} + \sigma_z a_{13} a_{33} + \tau_{xy}(a_{11} a_{22} + a_{12} a_{21}) + \tau_{yz}(a_{12} a_{23} + a_{13} a_{22}) + \tau_{zx}(a_{13} a_{21} + a_{11} a_{23}) \quad (83)$$

$$\tau_{xz}' = \sigma_x a_{11} a_{31} + \sigma_y a_{12} a_{32} + \sigma_z a_{13} a_{33} + \tau_{xy}(a_{11} a_{32} + a_{12} a_{31}) + \tau_{yz}(a_{12} a_{33} + a_{13} a_{32}) + \tau_{zx}(a_{13} a_{31} + a_{11} a_{33}) \quad (84)$$

Considerando as particularidades do estado de carregamento como multiaxial e não proporcional, a técnica *Rainflow* previamente apresentada para contabilizar e caracterizar os ciclos não é aplicável, pois os picos e vales dos históricos de cada componente de tensão não coincidem, dificultando a definição de início e término de um ciclo.

Para contornar este problema, Wang e Brown (1996) propuseram modificações no método *Rainflow* tradicional. O método modificado por Wang e Brown propõe a definição do histórico da deformação equivalente de von Mises correspondente ao histórico de carga aplicado. A deformação equivalente de von Mises, ε_{Mises} , é dada pela equação

$$\varepsilon_{Mises} = \frac{\sqrt{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{zz})^2 + (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})^2 + 1,5 \cdot (\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{xz}^2 + \varepsilon_{yz}^2)}}{\sqrt{2} \cdot (1 + \nu_{ef})}, \quad (85)$$

na qual ν_{ef} é o coeficiente de Poisson efetivo, dado pela equação

$$\nu_{ef} = \frac{(0,5\varepsilon_{pl} + \nu\varepsilon_{el})}{(\varepsilon_{pl} + \varepsilon_{el})}, \quad (86)$$

para a qual ε_{el} e ε_{pl} são as partes elástica e plástica das deformações máximas.

A utilização da deformação equivalente de von Mises acarreta a perda do sinal do carregamento, haja visto o sinal fundamentalmente positivo da equação. Por isso, utiliza-se a deformação relativa de von Mises no início da contagem de cada ciclo. A deformação de von Mises relativa ao ponto inicial é calculada subtraindo o tensor inicial de deformação dos tensores de deformação de todos os instantes, e, em seguida, aplicando a

expressão da deformação de von Mises. A partir dessa deformação relativa, realiza-se a contagem de meio ciclo. No início de cada contagem, a deformação equivalente relativa ao próximo ponto do histórico de carga é recalculada. Como no caso do *Rainflow* tradicional, o *Rainflow* multiaxial baseia-se em três regras: 1) a primeira contagem inicia-se no ponto com maior valor de deformação equivalente de toda a história de carregamento; 2) cada contagem deve iniciar-se em sequência em todo pico ou vale de qualquer um dos seis componentes de deformação (em todo ponto do histórico de deformação onde for identificado um pico ou um vale é iniciada uma contagem), e a deformação relativa de von Mises deve ser calculada com relação ao ponto inicial de cada contagem; 3) o ponto final de cada ciclo é definido ao ser atingido o maior valor de von Mises relativo da história, ou pelo início de um ciclo já contado anteriormente.

3.4.2 Modelo de Dang Van para falha por fadiga multiaxial não proporcional

Dang Van propôs um modelo para avaliar a ocorrência de falha por fadiga baseado em tensões mesoscópicas. Esta abordagem embasa-se na ideia de que as trincas iniciam em bandas de deslizamento em nível intergranular. As tensões alcançam valores consideravelmente maiores nesta escala do que em uma escala macroscópica (DANG VAN, LE DOUARON, LIEURADE, 1984).

A escala macroscópica é caracterizada por um volume elementar representativo que circunda um ponto do material. Trata-se da escala usual de engenharia, que é assumidamente homogênea, tendo dimensões suficientes para caracterizar a anisotropia do material. Já a escala mesoscópica é aquela que está entre a macroscópica e microscópica, sendo esta última utilizada para a descrição de tensões interatômicas. A escala mesoscópica se caracteriza por dimensões na ordem do grão do material e corresponde à subdivisão do volume elementar citado. Os parâmetros nesta escala não são homogêneos de um grão a outro (DANG VAN, LE DOUARON, LIEURADE, 1984).

O tensor de tensões mesoscópicas, $\sigma_{meso}(t)$, é obtido pela combinação do tensor de tensões macroscópicas, $\sigma(t)$, e a parte deviatórica da tensão residual estabilizada, ψ (DANG VAN, GRIVEAU, MESSAGE, 1989). Para um ponto do material, a relação entre a tensão em escala mesoscópica e macroscópica pode ser escrita como

$$\sigma_{meso}(t) = \sigma(t) + dev(\psi). \quad (87)$$

Dang Van e Papadopoulos (1999) demonstraram que a tensão residual estabilizada, ψ , pode ser obtida encontrando a menor hipersfera que circunscreva o ciclo de tensões deviatóricas macroscópicas.

O modelo de Dang Van consiste em uma combinação linear da tensão de cisalhamento τ , em escala mesoscópica, com a tensão hidrostática, σ_h , para definir uma tensão equivalente, τ_{DV} , da seguinte forma:

$$\tau_{DV} = \tau(t) + a_{DV}\sigma_h(t) \leq \tau_e, \quad (88)$$

na qual a_{DV} é uma constante que quantifica a influência da tensão hidrostática, dada pela relação:

$$a_{DV} = 3 \left(\frac{\tau_e}{\sigma_e} - \frac{1}{2} \right), \quad (89)$$

cujos termos τ_e e σ_e são os limites de resistência à fadiga do material em torção e tração, respectivamente.

A tensão de cisalhamento utilizada na equação é a máxima, e pode ser obtida pela equação

$$\tau(t) = \frac{1}{2}[\sigma_1(t) - \sigma_3(t)], \quad (90)$$

na qual σ_1 e σ_3 são as tensões principais.

Graficamente, o critério de Dang Van (Equação (88)) pode ser representado conforme ilustrado na Figura 31.

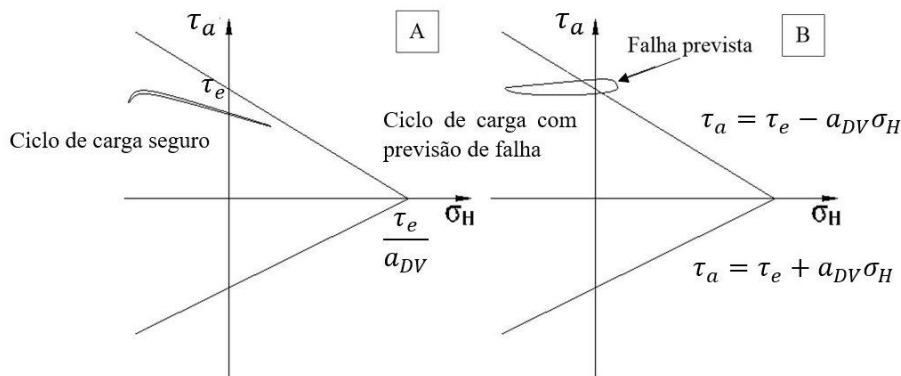


Figura 31 - Critério de Dang Van: (A) ciclo de carga seguro; (B) previsão de falha.

Na Figura 31, partes (A) e (B), o ciclo de tensões cisalhantes em função da tensão hidrostática é apresentado para duas situações diferentes. Nas figuras, são apresentadas também duas retas, uma definida pelos pontos $(0, \tau_e)$ e $(\tau_e/a_{DV}, 0)$ e outra definida pelos pontos $(0, -\tau_e)$ e $(\tau_e/a_{DV}, 0)$, nas quais τ_e é o limite de resistência a fadiga em torção. Tais retas definem um limite para ocorrência de falha por fadiga. Caso o ciclo de tensões não ultrapasse as referidas retas, como na parte (A) da Figura 31, o material apresenta, naquele ponto, regime de vida infinita. Caso o ciclo de carga ultrapasse a reta limite, como na parte (B) da Figura 31, o material falha por fadiga.

O critério de Dang Van foi originalmente proposto como um critério de limite para vida infinita. É importante notar que as retas que definem limites para vida infinita no critério de Dang Van dependem do limite de resistência à fadiga em cisalhamento, τ_e . A idealização de limite de resistência à fadiga é a de que o material não sofre dano quando submetido a tensões abaixo deste limite. Esta é a razão pela qual o critério prevê apenas se haverá ou não falha, não fornecendo informações sobre número de ciclos. No entanto, embora o critério de Dang Van tenha sido originalmente proposto como um critério de limite para vida infinita, ele também pode ser utilizado para estimativas de vida finita (SOCIE, MARQUIS, 2000). Nesse caso, a tensão equivalente de Dang Van, τ_{DV} , é utilizada como um parâmetro de dano e é associada a um número de ciclos correspondente na curva de tensão em função de número de ciclos obtido para o cisalhamento.

Nessa abordagem, baseada em tensões, assim como na abordagem baseada em deformações, um parâmetro de dano é definido na forma de uma tensão ou uma deformação equivalente, de modo que possa ser diretamente comparado com uma propriedade do material, tanto na curva tensão em função de número de ciclos ($S-N$) ou na curva deformação em função do número de ciclos ($\varepsilon-N$).

As curvas $S-N$ e $\varepsilon-N$ são obtidas em ensaios laboratoriais utilizando corpos de prova padronizados. Nesses ensaios, a falha referente a um número de ciclos é identificada quando da ruptura total do corpo de prova. O tempo para ruptura do corpo de prova engloba o tempo de iniciação e o tempo de propagação da trinca, mas os modelos que utilizam a abordagem descrita são apresentados como modelos de iniciação, levando a crer em um possível equívoco conceitual. No entanto, a abordagem é deliberada e apoia-se na hipótese de que, nos ensaios com corpos de prova padronizados e sem concentradores de tensão, a vida até a iniciação da trinca representa mais de 90% do tempo total para falha (SURESH, 1998).

No presente trabalho, a carga possui amplitude variável e, portanto, cada ciclo causa um dano diferente a um determinado ponto do material. Além disso, o plano em que o parâmetro de dano (τ_{DV}) é máximo também varia a cada ciclo. Por isso, para cada ciclo, o dano foi avaliado em vários planos. Um plano crítico é definido como aquele que sofrer maior dano ao longo de todo histórico de carga.

O parâmetro de dano de Dang Van em um plano qualquer foi calculado pela equação

$$\tau_{DV}(\theta, \varphi) = \max_t \{ \tau_a(t, \theta, \varphi) + a_{DV} \sigma_H(t) \}, \quad (91)$$

na qual θ e φ são os dois ângulos de rotação do sistema de coordenadas para definir um plano.

O dano no plano definido pelas rotações θ e φ , $D_{DV}(\theta, \varphi)$, em porcentagem, pode ser calculado pela equação

$$D_{DV}(\theta, \varphi) = \frac{1}{2N\tau_{DV}(\theta, \varphi)} \times 100, \quad (92)$$

na qual $2N\tau_{DV}(\theta, \varphi)$ é o número de ciclos previsto para falha para o caso de tensão constante igual a $\tau_{DV}(\theta, \varphi)$. Este valor é obtido a partir da curva tensão em função do número de ciclos obtida em cisalhamento.

O dano total, $DT_{DV}(\theta, \varphi)$, é dado pela somatória de todos os danos sofridos pelo material ao longo de todos os ciclos, ou seja,

$$DT_{DV}(\theta, \varphi) = D_{DV1}(\theta, \varphi) + D_{DV2}(\theta, \varphi) \dots D_{DVn}(\theta, \varphi), \quad (93)$$

na qual $D_{DVn}(\theta, \varphi)$ é o dano sofrido pelo material no plano definido por θ e φ devido ao ciclo n .

Com base na hipótese proposta por Palmgren e Miner (1924,1945) a falha ocorrerá quando o dano acumulado for igual a 1, ou 100% se calculado na forma da Equação (92).

As propriedades do material adotadas para aplicação do modelo de Dang Van são apresentadas na

Tabela 3.

Tabela 3 – Propriedades utilizadas no modelo de Dang Van (Moyar e Stone, 2018).

Propriedade	Valor	Unidade
Limite de resistência à fadiga (σ_e)	336	MPa
Limite de resistência à fadiga em cisalhamento (τ_e)	194	MPa

3.5 Comparação do modelo proposto com um modelo convencional

A fim de avaliar o desempenho do modelo proposto quanto à precisão dos resultados e à demanda computacional, um caso particular de contato roda trilho foi simulado utilizando um modelo elastoplástico amplamente adotado na literatura, utilizando o MEF, e o modelo proposto. Os resultados obtidos pelos dois modelos foram comparados.

O modelo não linear com o MEF foi utilizado por Srivastava et al. (2017) para estimar a vida em fadiga de trilhos sujeitos a diferentes condições de contato. Caprioli e Ekberg (2013) utilizaram a mesma abordagem para analisar a resposta do material de rodas ferroviárias em condições de frenagem. Reis et al. (2018) também utilizaram o modelo elastoplástico com o MEF e a abordagem analítico numérica. Em seu estudo, avaliaram a iniciação de trincas em trilhos sujeitos a contato de rolamento em duas direções de deslocamento da composição.

Um modelo utilizando o MEF e a abordagem analítico numérica foi desenvolvido. O modelo é semelhante ao empregado pelos trabalhos citados no parágrafo anterior, nos quais um caso de carregamento típico em ferrovias *heavy haul* foi simulado. O mesmo carregamento também foi simulado utilizando o modelo proposto. Os resultados em termos de dano por fadiga obtidos pelos dois modelos foram comparados.

Os resultados referentes a esse estudo de comparação foram publicados no jornal científico *International Journal of Solids and Structures* com o título “*A fast method to estimate the multiaxial non-proportional elastic-plastic stress-strain in rail rolling contact fatigue problems*” (REIS, DIAS, SANTOS, 2022).

3.5.1 Modelo elastoplástico MEF

O modelo elastoplástico utilizando o MEF adotado para fins de comparação foi desenvolvido com todas as características (malha de elementos finitos, condições de contorno e carga) do modelo proposto no presente trabalho, com exceção do cálculo das tensões e deformações elastoplásticas. A estratégia de utilizar as mesmas características do modelo proposto no modelo elastoplástico MEF foi adotada para garantir melhor correspondência e similaridade entre os modelos.

Conforme previamente apresentado, o modelo proposto utiliza um modelo linear de elementos finitos e aplicação de carga de rolamento com a abordagem analítico numérica para obter o histórico das tensões pseudo-elásticas. Em seguida, as tensões pseudo-elásticas são corrigidas para a obtenção dos históricos de tensão e deformação elastoplásticas. Os históricos elastoplásticos são utilizados para avaliar o dano à fadiga. Paralelamente, conforme esquematizado na Figura 32, o modelo elastoplástico utilizando o MEF é desenvolvido utilizando a mesma malha de elementos finitos, condições de contorno e carga utilizados no modelo proposto. Todavia, o modelo de material adotado na análise pelo MEF é elastoplástico. Foi empregado o encruamento cinemático utilizando a curva tensão versus deformação apresentada na Figura 19. Dessa forma, a análise é não linear e o modelo fornece os históricos de tensão e deformação elastoplásticos.

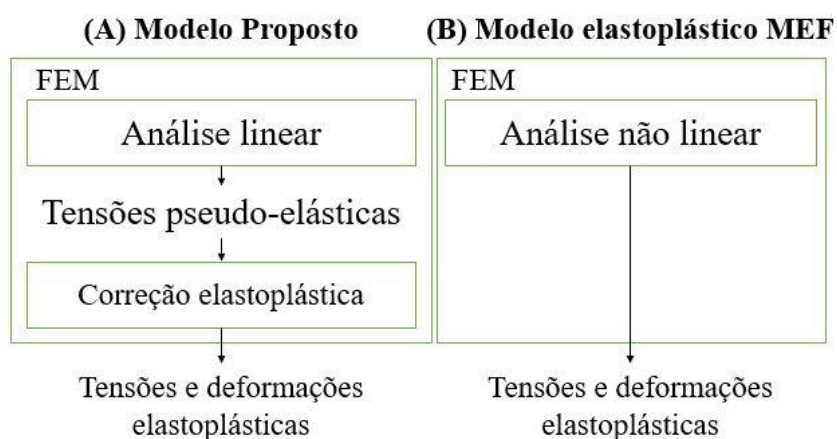


Figura 32 – Esquema geral para comparação dos modelos. (A) modelo proposto, (B) modelo elastoplástico MEF.

Em todas as simulações deste trabalho, foi adotada a carga de 32 toneladas por eixo. Essa carga refere-se a um caso típico de contato de rolamento observado em ferrovias *heavy haul* operadas pela VALE S.A., no Brasil. A distribuição da carga de contato foi estimada pelo modelo de Hertz. Os parâmetros utilizados na obtenção da distribuição da pressão de contato são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros para obtenção da distribuição de pressão normal.

Parâmetro	Valor	Unidade
Módulo de Young	210	GPa
Coefficiente de Poisson	0,3	-
Raio principal – Roda	475	mm
Raio ortogonal – Roda	∞	mm
Raio principal – Trilho	254	mm
Raio ortogonal – Trilho	∞	mm
Carga vertical	156800	N

Para os parâmetros apresentados na Tabela 4, o valor de pressão normal máxima desenvolvida no contato é de 1507 MPa, os semi-eixos longitudinal e lateral da elipse de contato possuem 8,67 e 5,73 mm, respectivamente. Para a presente comparação, assume-se que o centro da elipse de contato ocorra no centro do trilho.

3.5.2 Modelos para análise de fadiga

Para avaliar a qualidade dos resultados obtidos utilizando o modelo proposto na análise de fadiga, dois modelos de fadiga multiaxial foram adotados, o modelo de Matake (1977), baseado em tensões, e o modelo de Brown e Miller (1973), baseado em deformações. Ambos os modelos utilizam a abordagem de planos críticos, segundo a qual a trinca por fadiga inicia no plano que apresentar maior dano. O parâmetro de dano é definido como uma combinação de tensões e/ou deformações atuantes em planos candidatos, os quais são definidos discretizando o espaço em planos. Como já ressaltado, para cada plano o parâmetro de dano é calculado e o plano crítico é definido como aquele que apresentar maior dano.

Para a aplicação dos critérios de Matake e de Brown e Miller, o espaço angular foi dividido em ângulos de 15° em duas direções ortogonais, θ e φ . Desta forma, 144 planos

foram considerados. O erro absoluto e relativo entre os parâmetros de dano obtidos pelo modelo proposto e pelo modelo elastoplástico MEF foram utilizados para fins de avaliação de acurácia do modelo proposto.

3.5.2.1 Modelo de Matake

Segundo Matake (1977), o parâmetro de dano de fadiga é definido por uma combinação entre a tensão cisalhante máxima e pela tensão normal atuante no mesmo plano. A tensão normal que age no plano de máximo cisalhamento atua reduzindo o dano, quando tal tensão é de compressão. Em contrapartida, quando a tensão normal é de tração, o parâmetro de dano é intensificado. O parâmetro de dano de Matake é definido pela equação

$$\max(\tau_a(\theta, \varphi)) + k_M \sigma_{n,máx} = \tau_{Matake}, \quad (94)$$

na qual τ_a é a amplitude de tensão cisalhante que atua no plano definido por θ e φ , e k_M é uma constante do material definido pela equação

$$k_M = \frac{2\tau_e}{\sigma_e} - 1, \quad (95)$$

na qual τ_e é o limite de resistência à fadiga em cisalhamento e σ_e é o limite de resistência à fadiga em flexão alternada.

3.5.2.2 Modelo de Brown e Miller

Segundo Brown e Miller (1973), a nucleação da trinca ocorre devido ao ciclo de deformação cisalhante e a sua propagação ocorre devido à deformação normal. Com base nisso, Brown e Miller propuseram o modelo descrito pela equação

$$\frac{\Delta\gamma}{2} + \alpha_{BM} \Delta\epsilon_n = \beta_1 \left(\frac{\sigma_f'}{E} \right) (2N)^B + \beta_2 \epsilon_f' 2N^C, \quad (96)$$

na qual β_1 e β_2 são dados por

$$\beta_1 = (1 + \nu) + (1 - \nu), \quad (97)$$

$$\beta_2 = 1,5 + 0,5\alpha_{BM}, \quad (98)$$

nas quais ν é o coeficiente de Poisson, e α_{BM} é um parâmetro que depende do número de ciclos e varia entre 0,46 para vidas curtas e 0,30 para vidas longas, σ'_f é o coeficiente de resistência à fadiga, E é o módulo de Young, B é o expoente de resistência à fadiga da parte elástica, ε'_f é o coeficiente de ductilidade à fadiga e C o expoente de resistência à fadiga da parte plástica.

A comparação dos resultados foi feita em termos do parâmetro de dano de Brown e Miller, ε_{BM} , definido pela relação

$$\varepsilon_{BM} = \frac{\Delta\gamma}{2} + \alpha_{BM}\Delta\varepsilon_n. \quad (99)$$

4. RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados os resultados das análises da vida em fadiga de trilhos ferroviários sujeitos ao contato em rolamento obtidos com o novo modelo proposto, objeto desta tese de doutoramento. Inicialmente, são apresentados os resultados referentes ao estudo comparativo do modelo proposto com um modelo não linear utilizando o MEF. Em seguida, são apresentados os históricos das forças normal, lateral e longitudinal, dos eixos da elipse de contato e da posição de contato. Conforme detalhado na Seção 3.2.4, tais resultados foram obtidos por meio da análise dinâmica utilizando o software Simpack®. Em seguida, são apresentados os resultados referentes ao mapeamento das tensões pseudo-elásticas. O resultado do mapeamento, conforme detalhado na Seção 3.2.3, consiste em um conjunto de respostas do material devido ao carregamento para diferentes condições de contato roda-trilho. Os históricos das forças e características do contato roda-trilho, obtidos pela simulação dinâmica, e o mapeamento são utilizados para obter o histórico das tensões pseudo-elásticas para qualquer ponto da seção transversal no ponto médio do trilho. Finalmente, são apresentados os resultados referentes à análise de fadiga, que foram obtidos utilizando os históricos de tensões elastoplásticas empregando o modelo de Dang Van. Os históricos elastoplásticos foram calculados a partir do histórico das tensões pseudo-elásticas, conforme detalhado na Seção 3.3. Os resultados serão empregados para avaliar o atendimento aos objetivos propostos nessa tese, validando a hipótese feita e mostrando que o modelo proposto pode ser usado para reduzir significativamente o tempo de processamento com resultados adequados.

4.1 Comparação do modelo proposto com um modelo convencional

Os resultados apresentados na presente seção referem-se à comparação do modelo proposto com um modelo elastoplástico equivalente para um caso particular de contato roda trilho em rolamento puro. Os detalhes dos modelos, condições de contorno e carga foram apresentados na Seção 3.5.

A comparação visou avaliar a acurácia na análise de fadiga e o esforço computacional do modelo proposto quando comparado com um modelo elastoplástico amplamente utilizado na literatura. A comparação consistiu em obter, para um caso

particular, os históricos de tensão e deformação elastoplásticos utilizando os dois modelos. Em seguida, os ciclos de tensão e deformação foram utilizados para calcular o dano à fadiga utilizando duas abordagens diferentes, uma baseada em tensões, com a aplicação do modelo de Matake, e outra em deformações, com a aplicação do modelo de Brown e Miller.

Inicialmente, foi avaliada a semelhança nos resultados no cálculo do dano à fadiga. Como informado, para cada ponto avaliado, o espaço angular foi dividido em ângulos de 15° em duas direções ortogonais de modo que 144 planos foram avaliados, e o dano no plano crítico foi considerado para o cálculo do erro.

O erro absoluto (A_e) para os valores de parâmetro de dano (PD) foram calculados conforme equação

$$A_e = PD_{MEF} - PD_{MP}. \quad (100)$$

O erro relativo correspondente foi calculado conforme a equação

$$R_e = \frac{A_e}{PD_{MEF}} \times 100\%. \quad (101)$$

Os subscritos MP e MEF referem-se ao modelo utilizado no cálculo das tensões e deformações, modelo proposto e modelo elastoplástico MEF, respectivamente.

As diferenças obtidas em quatro pontos diferentes, P1, P2 P3 e P4, referentes à comparação em relação ao parâmetro de dano de Matake são apresentadas na Tabela 5. A escolha dos pontos para análise dos resultados baseou-se em simulações numéricas (REIS, 2018) e observações em campo (EKBERG, MARAIS, 2000) que sugerem que as trincas iniciam a cerca de 3,5 mm da superfície. Os pontos P1 a P4 estão localizados entre 1,5 e 7,5 mm da superfície. Assim, a análise compreende o ponto mais crítico e sua vizinhança.

Tabela 5 – Erro absoluto e relativo para o Parâmetro de dano de Matake no plano crítico.

Profundidade	Erro absoluto ($A_{e\tau_M}$) [MPa]	Erro relativo ($R_{e\tau_M}$) [%]
P1 (1,5 mm)	-4,8	-1,7
P2 (3,5 mm)	12,3	4,3
P3 (5,5 mm)	5,1	2,2
P4 (7,5 mm)	-5,0	-2,7

Para o parâmetro de dano de Brown e Miller, os erros obtidos nos quatro pontos considerados, P1, P2, P3 e P4, são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 - Erro absoluto e relativo para o Parâmetro de dano de Brown e Miller no plano crítico.

Profundidade	Erro absoluto ($A\epsilon_{TM}$) [MPa]	Erro relativo (Re_{TM}) [%]
P1 (1,5 mm)	$-3,9 \cdot 10^{-5}$	-0,8
P2 (3,5 mm)	$-1,5 \cdot 10^{-5}$	-0,4
P3 (5,5 mm)	$-8,6 \cdot 10^{-6}$	-0,3
P4 (7,5 mm)	$-4,2 \cdot 10^{-6}$	-0,2

É importante destacar que o parâmetro de dano proposto por Matake é um valor de tensão, já que a abordagem utilizada é baseada em tensões. Analogamente, o parâmetro de dano de Brown e Miller é um valor de deformação, uma vez que a abordagem utilizada por Brown e Miller é baseada em deformações.

Como pode ser visto pela análise dos resultados apresentados na Tabela 5, o erro máximo considerando o critério de Matake foi identificado no ponto P2. O erro absoluto encontrado nesse ponto foi de 12,3 MPa e o erro relativo correspondente foi de 4,3%.

Considerando o critério de Brown e Miller o erro máximo foi verificado no ponto P1, no qual o erro absoluto foi de $-3,9 \cdot 10^{-5}$ mm/mm. Nesse caso, o erro relativo máximo não foi superior a 1%.

Para cada ponto considerado, o ciclo de tensão equivalente de von Mises foi calculado e é apresentado na Figura 33.

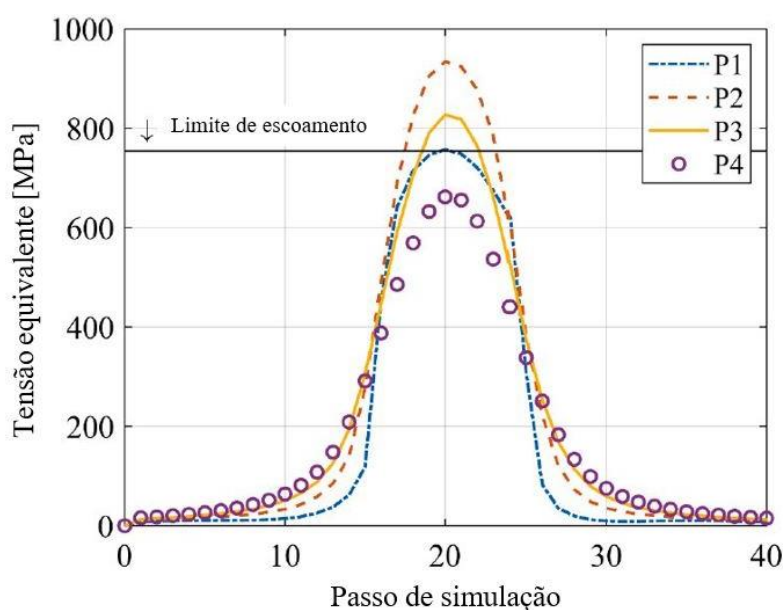


Figura 33 – Ciclo de tensão equivalente dos pontos analisados.

Nota-se que os pontos P1 e P4, localizados a 1,5 mm e 7,5 mm de profundidade não ultrapassam o limite de escoamento. O modelo proposto prevê que as respostas elastoplásticas nesses pontos são iguais às respostas pseudo-elásticas. Portanto, o erro nesses pontos deveria ser nulo, uma vez que não foi prevista nenhuma correção. No entanto, como pode ser visto pela Tabela 6 e pela Tabela 7, o erro nos pontos P1 e P4 não é nulo.

O erro identificado pode estar associado à influência da plastificação dos pontos da vizinhança. Diferentemente do modelo elastoplástico MEF, o modelo proposto não leva em conta a influência dos pontos da vizinhança para o cálculo das tensões e deformações elastoplásticas. Esse detalhe pode ser melhor discutido observando a Figura 34. Na figura, a linha sólida vermelha representa a tensão equivalente residual do modelo elastoplástico MEF ao longo da profundidade do trilho. Essa curva foi obtida após a passagem da carga de contato de rolamento sobre o trilho, após a remoção de todas as cargas externas. A linha sólida azul representa a tensão pseudo-elástica equivalente. A linha pontilhada vertical representa o limite de escoamento, 754 MPa. Os dois pontos de cruzamento entre a curva azul sólida e a linha pontilhada referente ao escoamento definem um intervalo em que o limite de escoamento é excedido. Esse intervalo é representado pela área sombreada, destacada na figura pela palavra “Escoamento”.

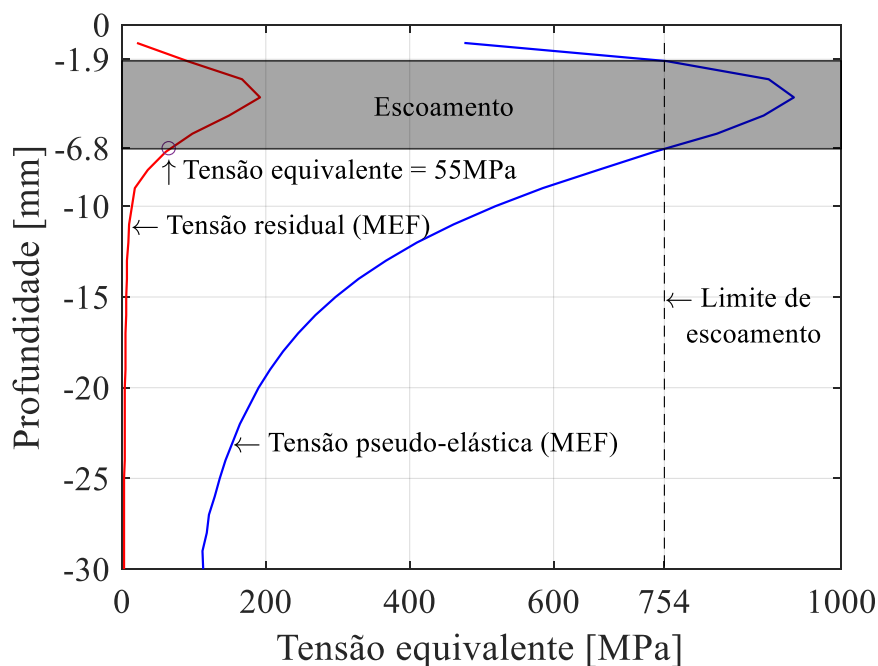


Figura 34 – Análise da influência da vizinhança nos pontos analisados.

No modelo proposto, apenas os pontos localizados dentro da área sombreada, ou seja, entre -1,9 mm e -6,8 mm ao longo da profundidade, são corrigidos pelo algoritmo de correção elastoplástica. Os pontos localizados fora desse intervalo possuem valores de tensão e deformação iguais à tensão e deformação pseudo-elástica, pois não atingiram o limite de escoamento. No entanto, para o modelo elastoplástico MEF os pontos na vizinhança dos limites definidos pela área sombreada também são afetados. Esse comportamento pode ser verificado pela linha sólida vermelha a qual apresenta valores de tensão residual abaixo de -6,8 mm e acima de -1,9 mm de profundidade. O valor da tensão residual abaixo de -6,8 mm é aproximadamente 55 MPa e reduz a zero a partir de 20 mm, aproximadamente.

A fim de comparar os modelos em termos de esforço computacional, a simulação referente a um ciclo, ou seja, uma passagem completa da roda sobre o trilho foi considerada. As simulações foram realizadas utilizando um computador Intel® Core™ i7-3770 CPU 3,40 GHz e 16,00 GB (RAM). O tempo necessário para simular um ciclo de carga utilizando o modelo elastoplástico MEF foi de cerca de 40 horas. Para realizar a mesma tarefa, o modelo proposto demanda cerca de 8 horas de simulação para obter o histórico das tensões pseudo-elásticas. No entanto, uma vez calculadas as tensões pseudo-elásticas, poucos segundos adicionais são necessários para obter a resposta elastoplástica de cada ciclo de tensão e deformação. Assim, mesmo que o histórico de cargas seja muito grande, apenas alguns segundos adicionais seriam necessários para obter a resposta elastoplástica correspondente, o que não é verdade para a análise empregando o MEF.

4.2 Simulação dinâmica - forças normal, lateral e tangencial, posição e tamanho da área do contato roda-trilho

Na Figura 35 a Figura 40 são mostradas as variações de F_N , F_{Ty} , F_{Tx} , a , b e P em função do tempo, respectivamente, obtidas pela análise dinâmica. A simulação considerou um trajeto de 500 m de via tangente a uma velocidade de 70 km/h (19,44 m/s), o que resultou em um intervalo de 25,7 segundos. Foi imposta uma irregularidade teórica FRA 6 (lateral e vertical), que se inicia em 30 m do início do trecho, e que aumenta gradativamente por 20 m (*fade-in*).

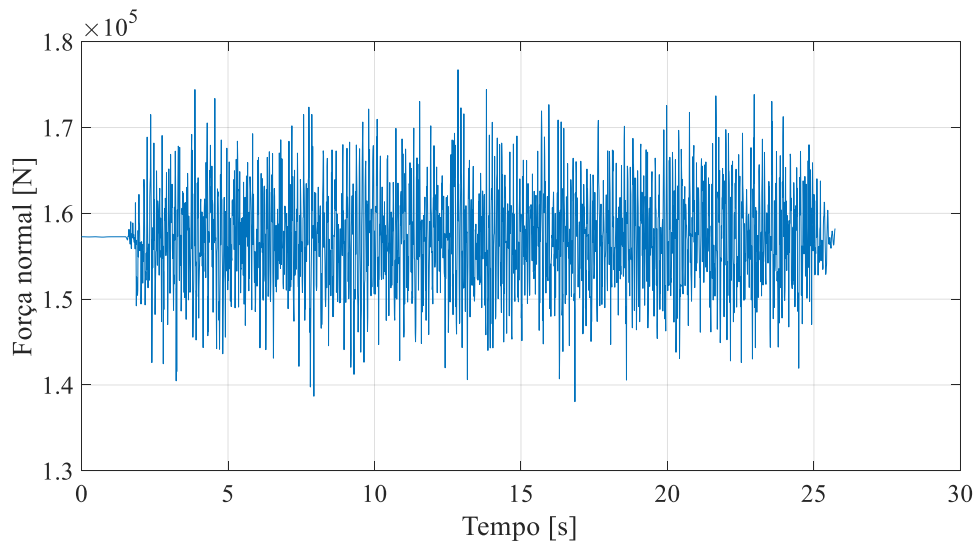


Figura 35 – Força normal de contato (F_N).

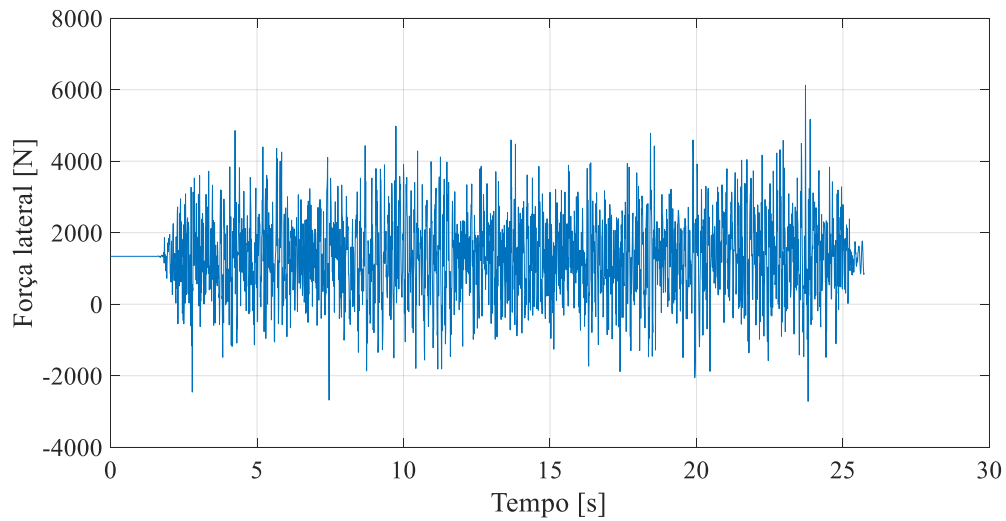


Figura 36 – Força lateral de contato (F_{Ty}).

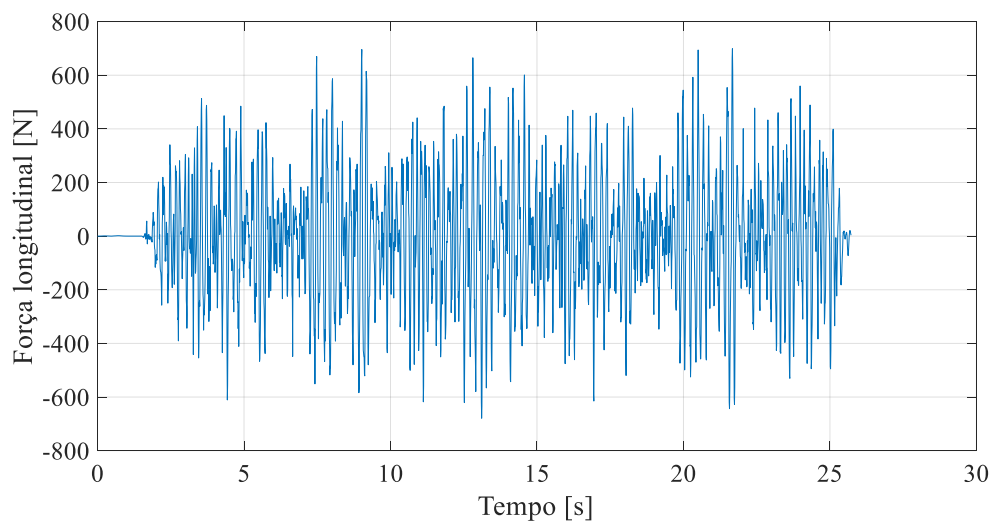


Figura 37 – Força longitudinal de contato (F_{Tx}).

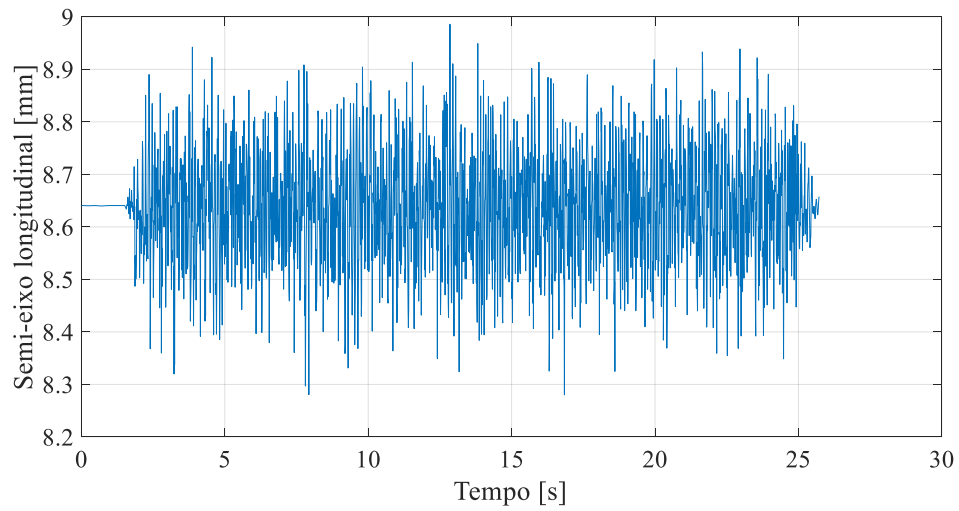


Figura 38 – Semi-eixo longitudinal a da elipse de contato.

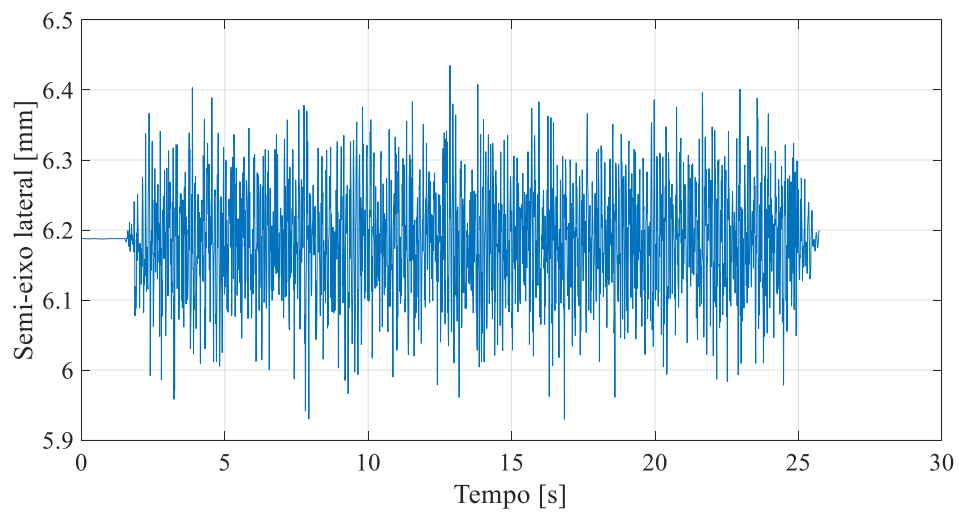


Figura 39 – Semi-eixo lateral b da elipse de contato.

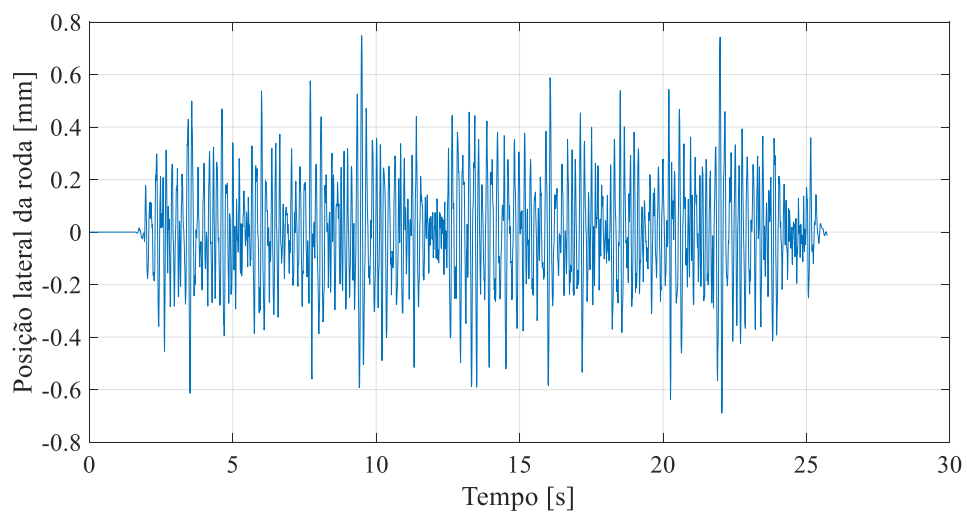


Figura 40 – Posição lateral de contato P na pista de rolamento.

Os resultados apresentados são utilizados para definir os limites do mapeamento discreto das tensões pseudo-elásticas e para a composição do histórico de tensões pseudo-elásticas, como descrito na Seção 3.2.3.

É importante destacar que os dados de simulação apresentados não foram obtidos como resultado do presente trabalho, sendo dados de entrada fornecidos pelo grupo de pesquisa do Laboratório Ferroviário da Unicamp – LAFER, para a condição de operação empregada nesta tese.

4.3 Mapeamento das tensões pseudo-elásticas

Os limites do mapeamento apresentados na Tabela 7 foram definidos a partir dos valores máximos e mínimos encontrados na simulação dinâmica para as variáveis a (Figura 38), b (Figura 39) e P (Figura 40).

Tabela 7 – Limites e discretização do mapeamento das tensões pseudo-elásticas.

	Valor mínimo [mm]	Valor máximo [mm]	Discretização [mm]	Nº valores
a	7	9	1	3
b	5	7	1	3
P	-5	5	1	11

Utilizando a Equação (10) apresentada na Seção 3.2.3, e os valores da Tabela 7, o número de respostas (ciclos de carga definidos por todas combinações de a , b e P) simuladas no mapeamento foi calculado ($N_t = 99$). Cada resposta corresponde ao histórico pseudo-elástico referente a uma passagem de roda com carga unitária, ou seja, um valor para a função (12), apresentada na Seção 3.2.3.

Nas Figura 41 à Figura 46 são apresentados os resultados do mapeamento das componentes de tensões pseudo-elásticas para um ponto localizado a 3 mm da superfície, para cargas unitárias normal, lateral e longitudinal. Para cada componente de tensão, σ_{ij} , é mostrado o histórico de uma passagem de roda para todas as 99 combinações de a , b e P , considerando cada carga unitária. Cada ciclo, determinado discretamente (Seção 3.2.3), é composto por um conjunto de pontos. Cada um dos pontos representa um instante do ciclo, conforme mostrado nas equações (5) a (8). Em outras palavras, cada ponto representa um instante ao longo de uma passagem de roda. Embora a análise utilizada para a obtenção dos ciclos de tensão seja quase-estática, os resultados são apresentados em função do tempo referente a uma passagem de roda. O tempo foi definido com base

na velocidade da composição (70 km/h) e na distância percorrida pela roda (60 mm) nas simulações do mapeamento das tensões pseudo-elásticas.

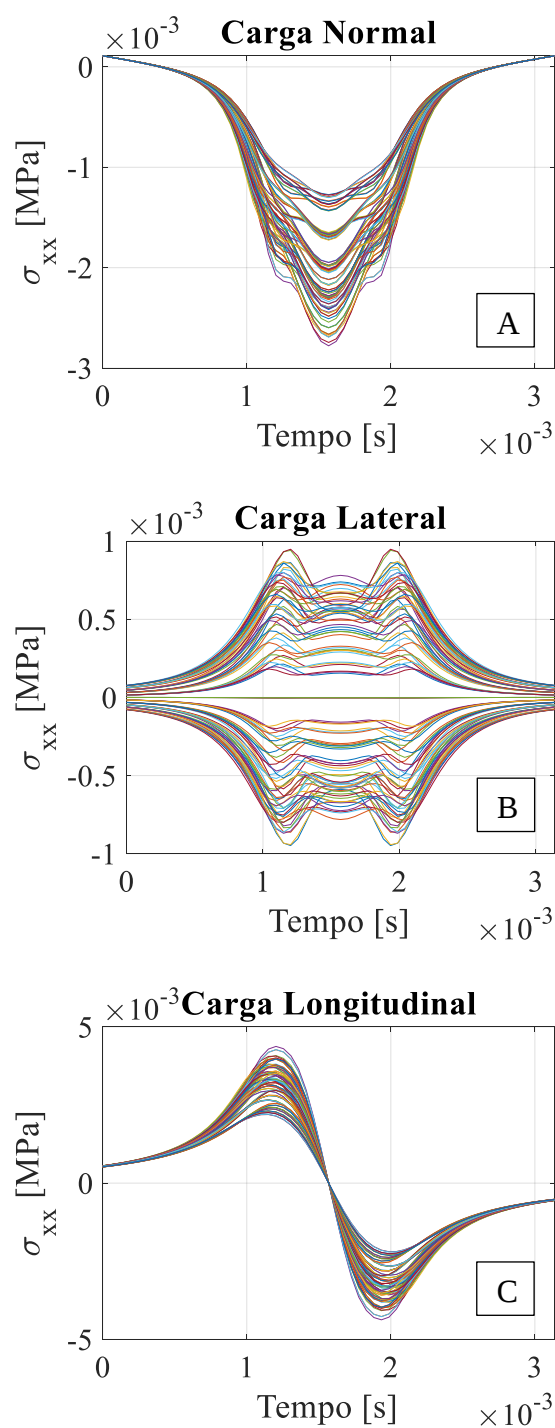


Figura 41 – Mapeamento de tensões pseudo-elásticas, componente σ_{xx} . A) Referente à carga normal. B) Referente à carga lateral. C) Referente à carga longitudinal.

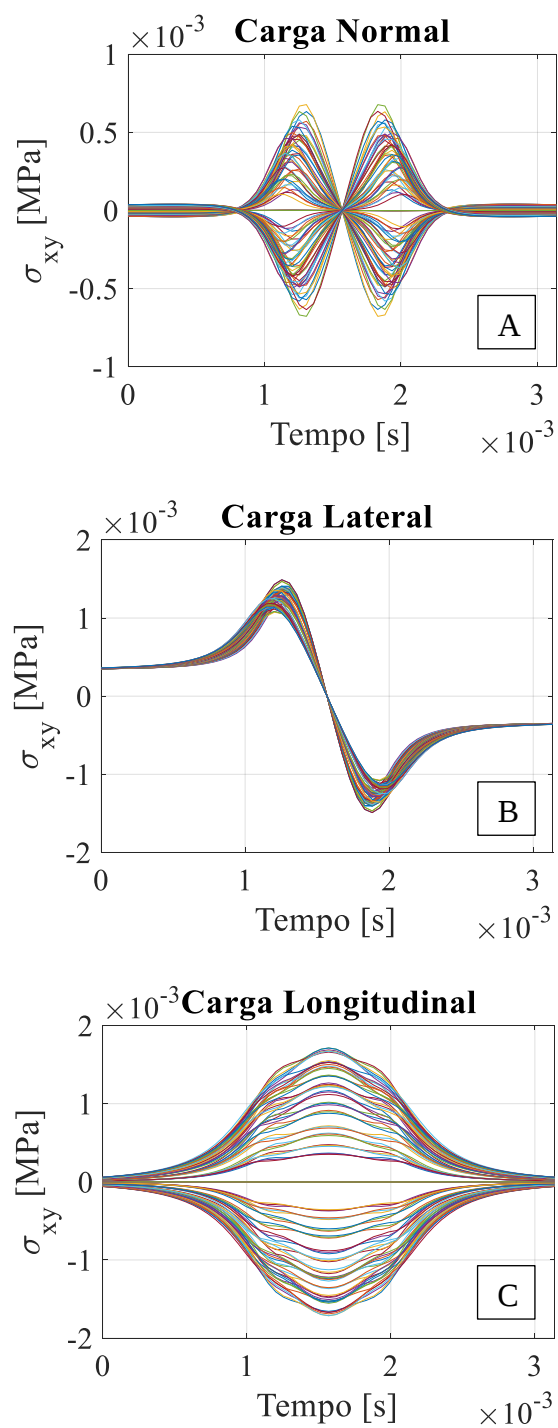


Figura 42 – Mapeamento de tensões pseudo-elásticas, componente σ_{xy} . A) Referente à carga normal. B) Referente à carga lateral. C) Referente à carga longitudinal.

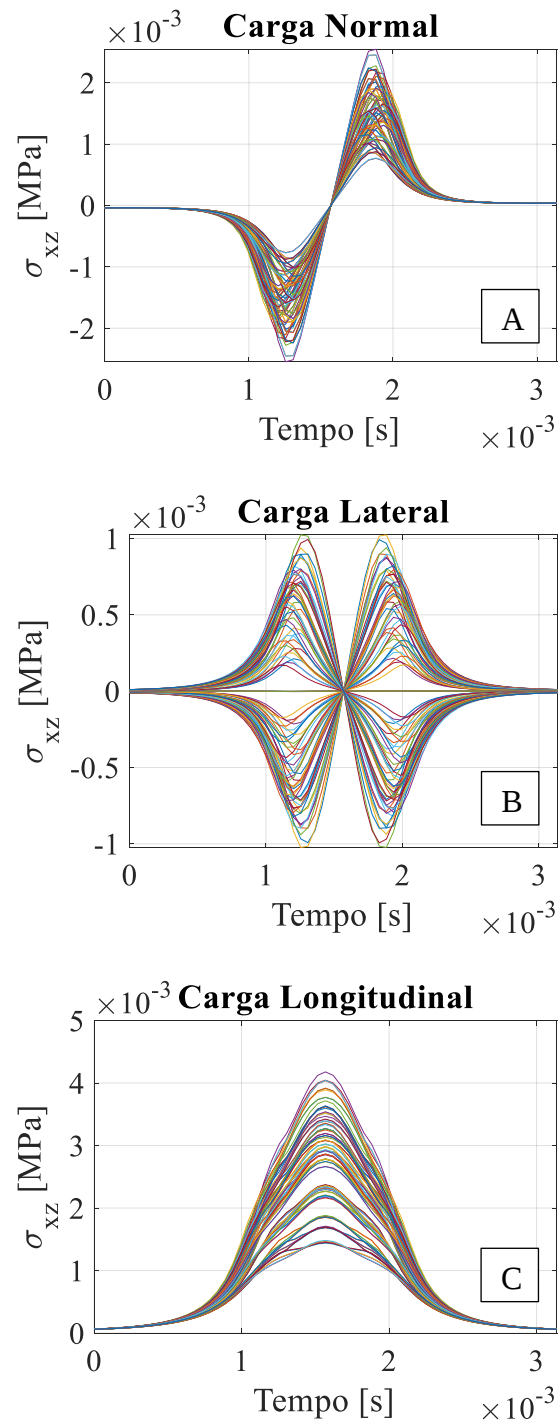


Figura 43 – Mapeamento de tensões pseudo-elásticas, componente σ_{xz} . A) Referente à carga normal. B) Referente à carga lateral. C) Referente à carga longitudinal.

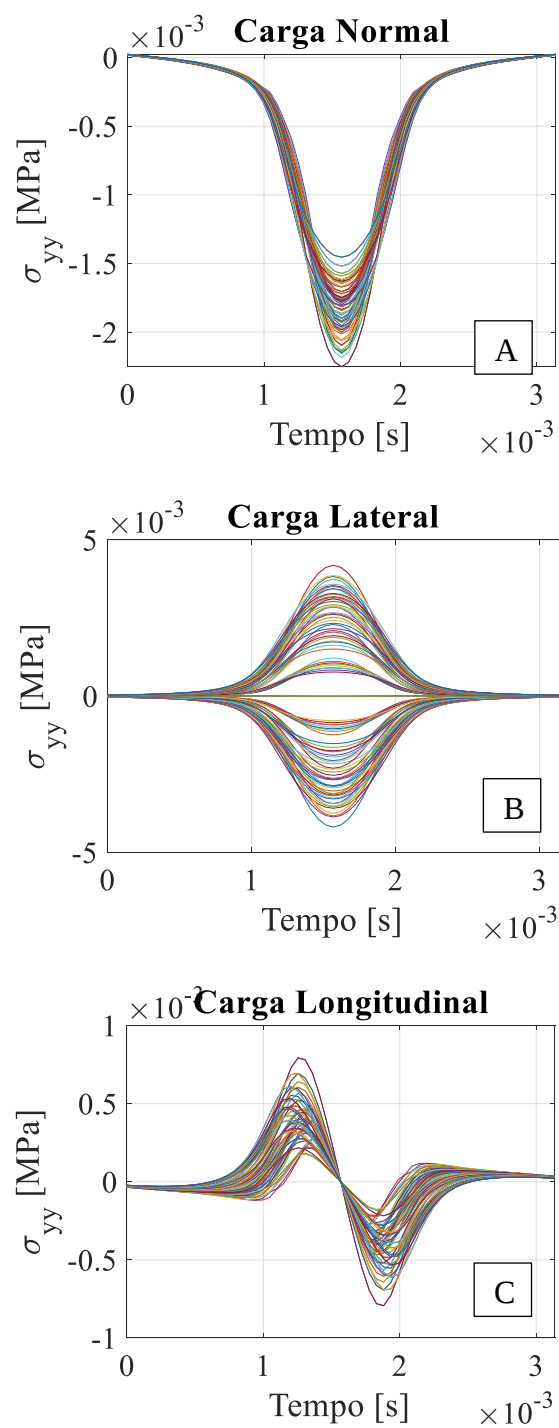


Figura 44 – Mapeamento de tensões pseudo-elásticas, componente σ_{yy} . A) Referente à carga normal. B) Referente à carga lateral. C) Referente à carga longitudinal.

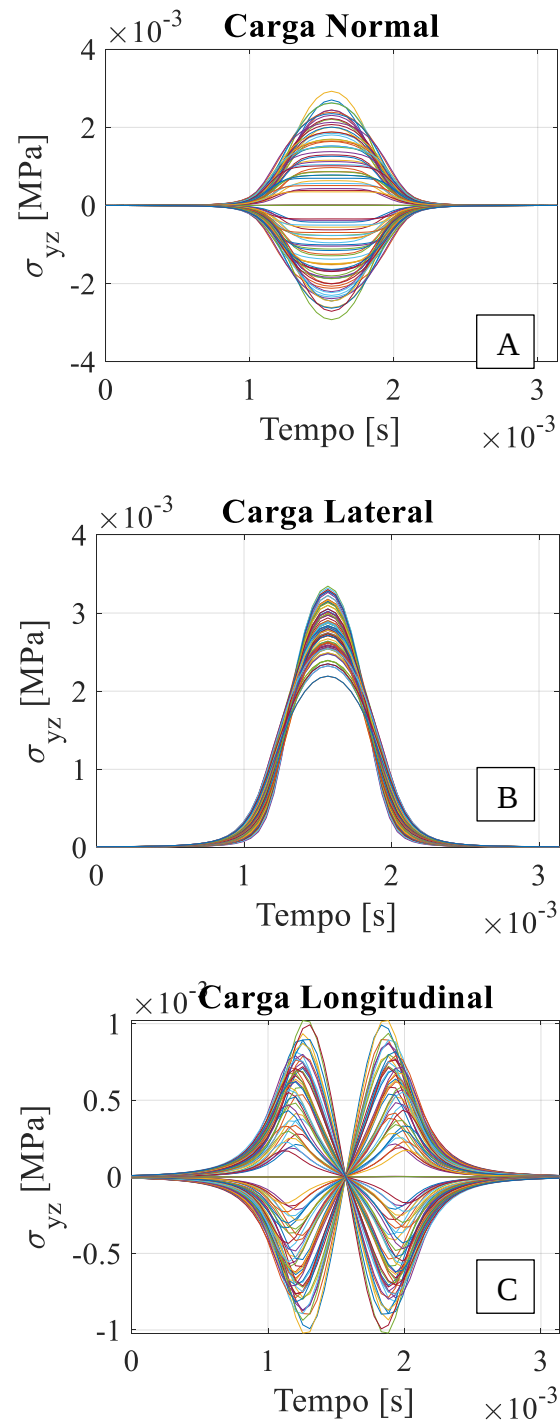


Figura 45 – Mapeamento de tensões pseudo-elásticas, componente σ_{yz} . A) Referente à carga normal. B) Referente à carga lateral. C) Referente à carga longitudinal.

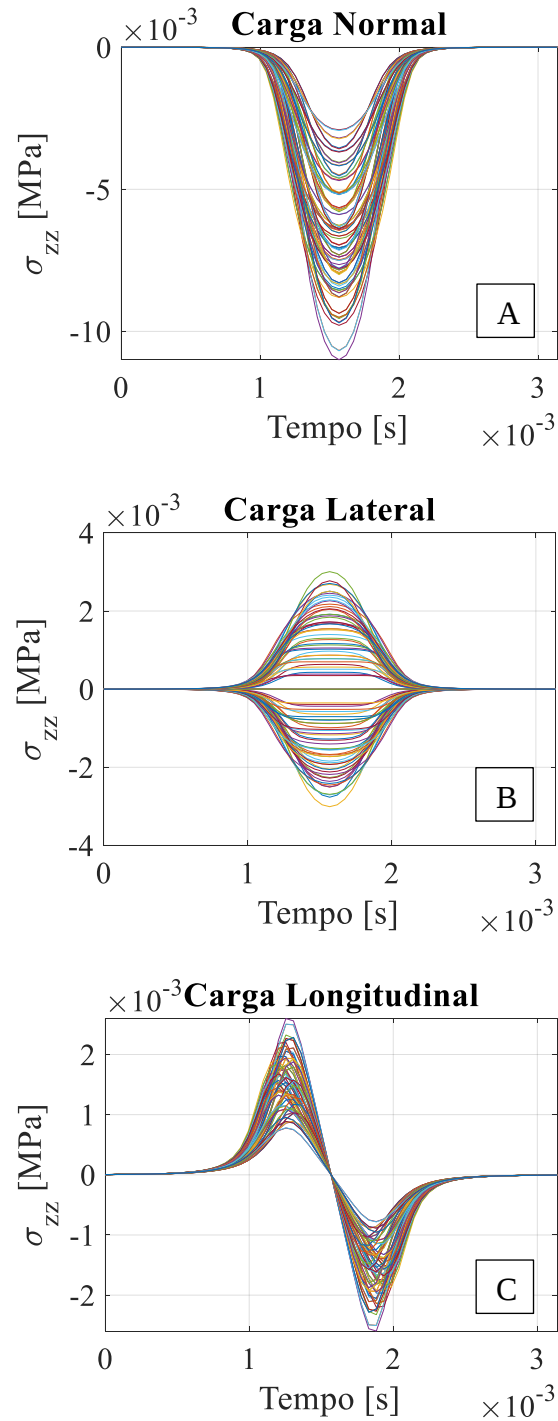


Figura 46 – Mapeamento de tensões pseudo-elásticas, componente σ_{zz} . A) Referente à carga normal. B) Referente à carga lateral. C) Referente à carga longitudinal.

O resultado do mapeamento confirma a característica de não proporcionalidade das tensões, esperada em carregamentos de contato. Essa característica pode ser observada comparando a variação das componentes de tensão para uma mesma direção de aplicação de carga, como por exemplo das componentes σ_{xx} e σ_{xy} , referentes à carga

normal, apresentadas na Figura 41-(A) e Figura 42-(A), respectivamente. A variação das componentes de tensão se difere, não apenas pela magnitude, mas também pela forma, indicando não-proporcionalidade.

Outro aspecto relevante observado a partir do resultado do mapeamento refere-se à sensibilidade das tensões com relação às características do contato P , a e b . Como exemplo, a componente σ_{zz} , referente a carga normal, representada na Figura 46-A, pode assumir valores de amplitude que variam entre $-2,5 \times 10^{-3}$ e $-11,0 \times 10^{-3}$. Nota-se que o valor máximo pode ser mais de quatro vezes superior ao valor mínimo, no entanto as variações de P , a e b no mapeamento não são expressivas. Para o caso estudado, considerou-se que P pode variar entre -5 e 5 mm, ou seja, as respostas previstas pelo mapeamento são para posições de contato em um intervalo de 10 mm, dentro da pista de rolamento. Para as variáveis a e b , a variação entre máximo e mínimo é de 2 mm, já que essas variam entre 7 e 9, e 5 e 7 mm, respectivamente (Tabela 7).

4.4 Histórico das componentes da tensão pseudo-elástica

Utilizando o mapeamento apresentado na Seção 4.3 e os históricos das variáveis a , b , P , F_N , F_{Tx} e F_{Ty} , apresentados na Seção 4.2, os históricos das componentes de tensão pseudo-elásticas foram obtidos conforme o procedimento descrito na Seção 3.2.5. O histórico das tensões pseudo-elásticas foi obtido para os pontos localizados a 0, 1, 2, 3, 4 e 5 mm abaixo da superfície. Os resultados apresentados a seguir referem-se ao ponto localizado a 3 mm abaixo da superfície. Esse posto foi escolhido porque apresentou maiores valores de tensão e maior criticidade em termos de dano por fadiga.

O histórico completo das componentes de tensões pseudo-elásticas devido às cargas normal, lateral e longitudinal de contato no ponto localizado a 3 mm abaixo da superfície é mostrado na Figura 47.

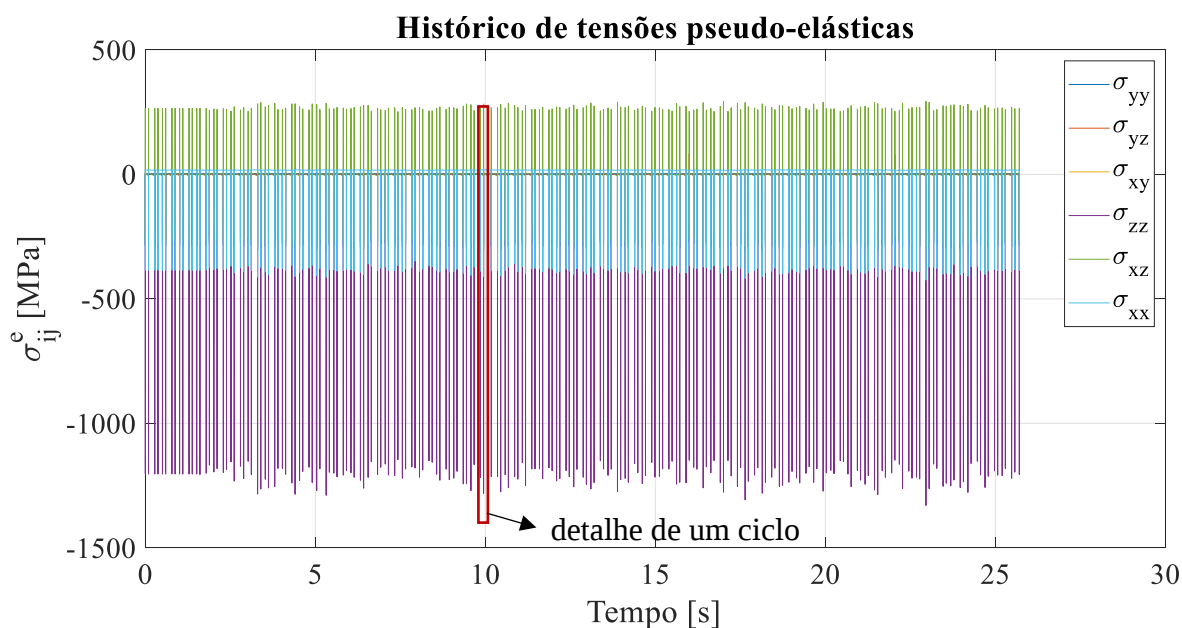


Figura 47 – Históricos das componentes de tensão pseudo-elásticas.

Durante o período de 25,6 segundos simulados na análise dinâmica, e considerando que a composição se desloca a 70 km/h, 205 rodas passam por uma seção transversal do trilho. Como pode ser observado na Figura 47, um ciclo de carga referente a uma passagem de roda ocorre em um intervalo de tempo curto. Considerando a velocidade de deslocamento da composição, o intervalo de tempo de um ciclo é de cerca de 0,003 segundos.

Na Figura 48 é mostrado em detalhe o ciclo de tensões pseudo-elásticas destacado na Figura 47,

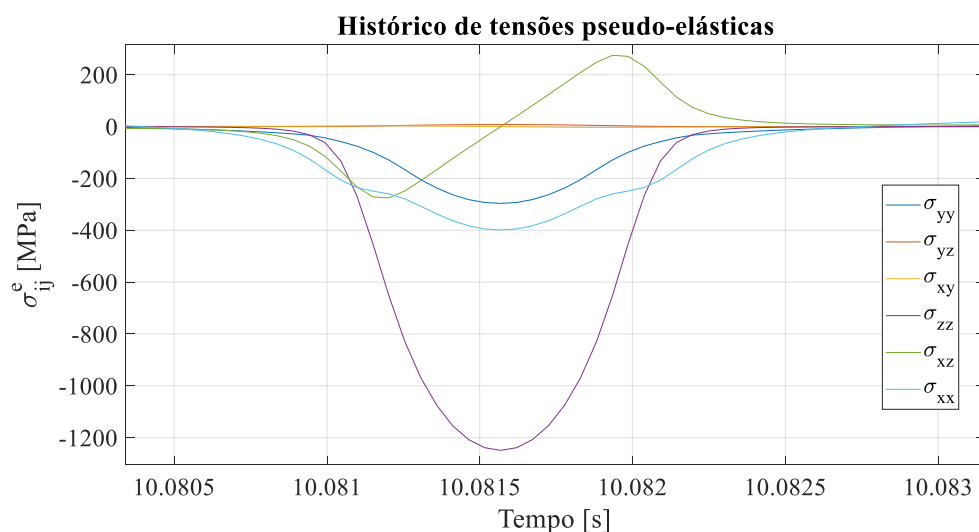


Figura 48 – Detalhe ampliado de um ciclo do histórico de tensões pseudo-elásticas.

4.5 Histórico das componentes de tensão elastoplásticas

Na Figura 49 é mostrado o histórico das componentes de tensão elastoplásticas obtido aplicando a correção elastoplástica no histórico pseudo-elástico (Figura 47), conforme apresentado na seção 3.3.

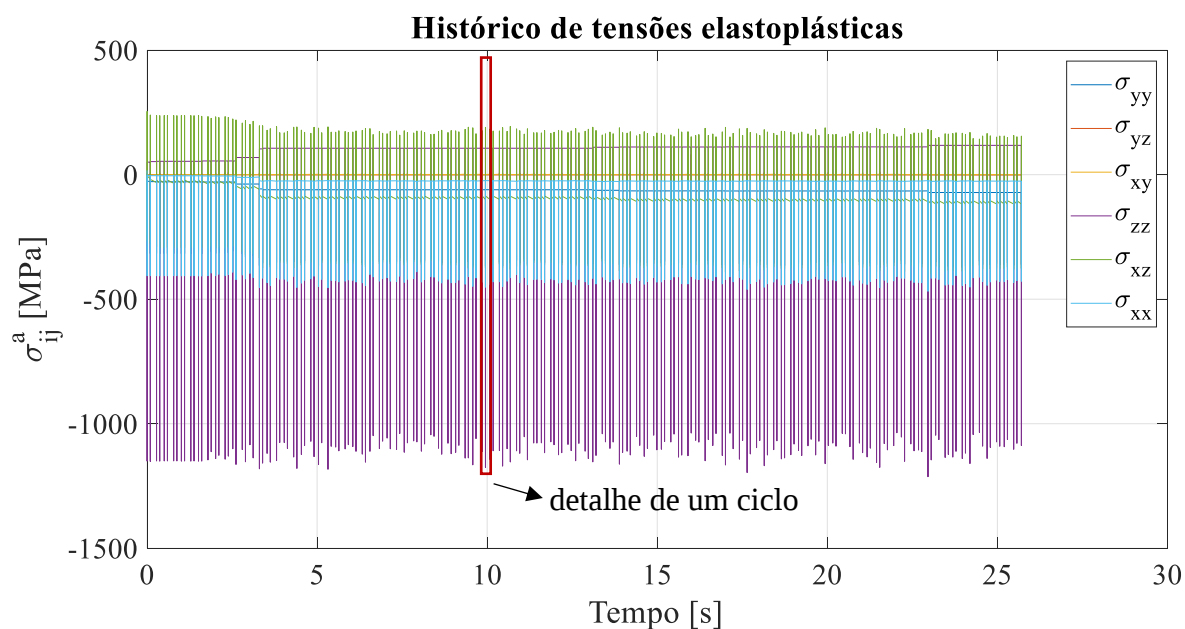


Figura 49 – Histórico das componentes de tensões elastoplásticas.

Na Figura 50 é apresentado em detalhe o ciclo de tensões pseudo-elásticas destacado na Figura 49. O ciclo elastoplástico apresentado na Figura 50 corresponde à correção elastoplástica do ciclo apresentado na Figura 48.

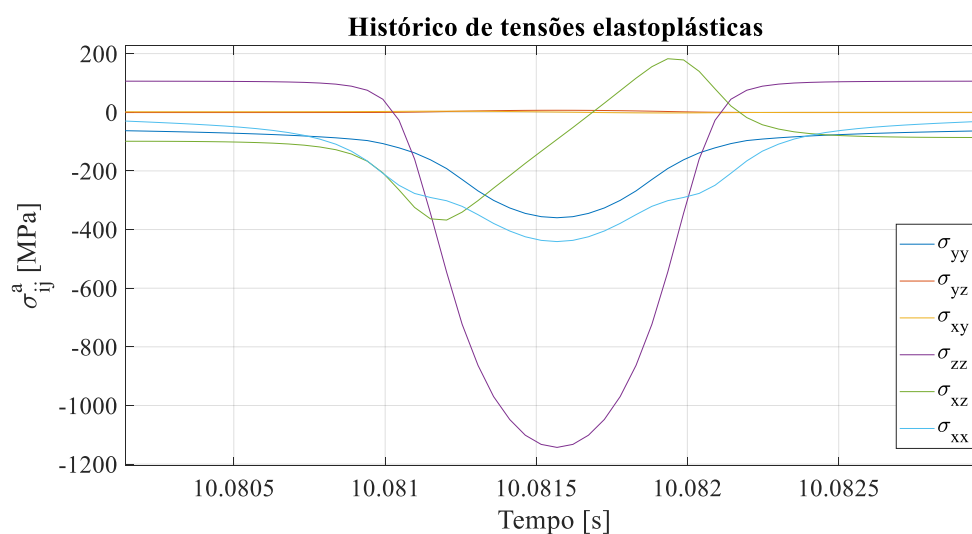


Figura 50 – Detalhe ampliado de um ciclo do histórico de tensões elastoplásticas.

Conforme detalhado na seção 3.3.1.3, o modelo de encruamento cinemático de Garud (1981) foi adotado. Na Figura 51 é apresentada a posição final das superfícies de escoamento de von Mises no espaço das tensões principais, em um plano normal ao eixo hidrostático. As circunferências representadas em vermelho foram excedidas e deslocadas, enquanto as representadas em preto permaneceram inalteradas.

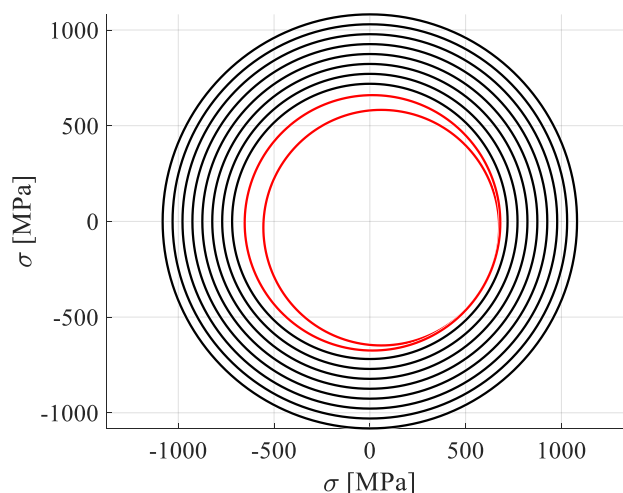


Figura 51 – Posição final das superfícies de escoamento no plano normal ao eixo hidrostático.

As circunferências mostradas na figura representam as superfícies de escoamento para os valores discretos da curva tensão-deformação plástica (ver Figura 19). Uma superfície de escoamento de von Mises no espaço das tensões principais é descrita por um cilindro com raio igual a $\sqrt{2/3}$ da tensão de escoamento em torno do eixo hidrostático. Portanto, quando representadas no plano normal ao eixo hidrostático, as superfícies são vistas como circunferências, conforme ilustrado na Figura 52.

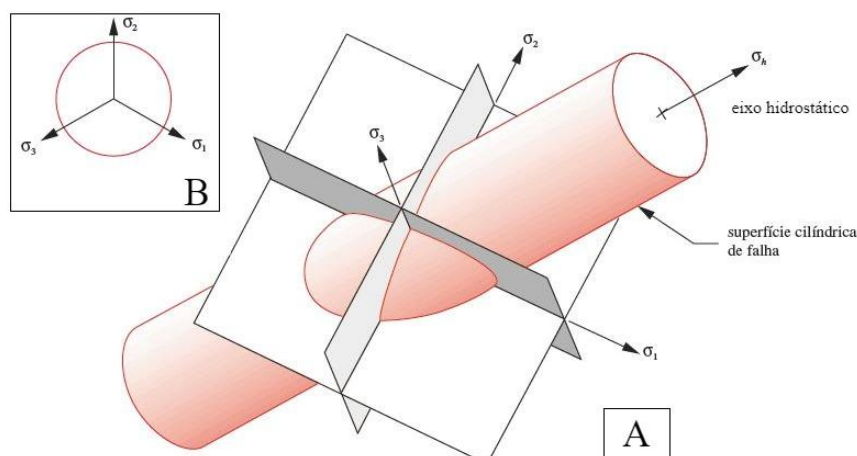


Figura 52 – Superfície de escoamento de von Mises. A) Vista tridimensional passando pelos três planos principais. B) Vista no plano normal ao eixo hidrostático (NORTON, 2013) - adaptada.

4.6 Análise de vida em fadiga

Nesta seção, são apresentados os resultados referentes à análise de fadiga utilizando o modelo de Dang Van. A análise considera o histórico das tensões elastoplásticas, mostrado na seção 4.5.

A Tabela 8 apresenta o número de ciclos para falha e a quantidade de carga em MTBT (milhão de tonelada bruta transportada) prevista em diferentes profundidades do trilho de acordo com o modelo de Fadiga Multiaxial de Dang Van.

Tabela 8 – Resultados da análise de fadiga com o modelo de Dang Van.

Profundidade	0 mm	1 mm	2 mm	3 mm	4 mm	5 mm
Nº ciclos	$1,23 \times 10^7$	$6,89 \times 10^6$	$7,43 \times 10^5$	$4,12 \times 10^5$	$4,17 \times 10^5$	$7,08 \times 10^5$
MTBT	388,40	217,30	23,40	12,97	13,15	22,30

Nos gráficos da Figura 53 é apresentado o dano no material para cada ciclo, em diferentes profundidades do trilho, de acordo com o modelo de Dang Van. O dano referente a cada ciclo foi calculado a partir da tensão equivalente de Dang Van em todos os planos considerados, conforme apresentado na seção 3.4.2.

O plano com maior dano pode variar a cada ciclo. Por isso, para cada plano, o dano total foi calculado considerando todos os danos causados ao longo de todo o histórico de carga. O plano crítico para cada ponto foi aquele que apresentou maior dano total. Na Figura 53, o dano no plano crítico é mostrado para os pontos localizados a 1, 2, 3, 4 e 5 mm abaixo da superfície. É importante destacar que o plano crítico é diferente para cada ponto.

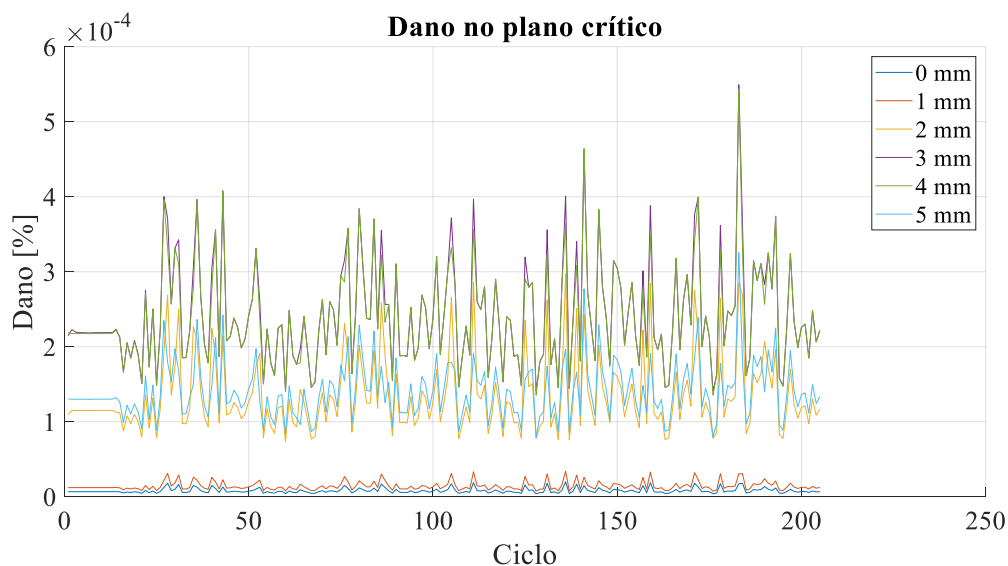


Figura 53 – Dano de fadiga segundo Dang Van para diferentes profundidades.

A comparação do dano entre dois pontos pode ser evidente em alguns casos, como entre o ponto localizado a 1 mm e o ponto localizado a 2 mm da superfície. Em nenhum instante do histórico de carga, o ponto localizado a 1 mm da superfície sofreu dano maior que o ponto localizado a 2 mm, indicando claramente que o ponto localizado a 2 mm apresentará falha primeiro. No entanto, para os pontos localizados a 3 e 4 mm da superfície, por exemplo, não é possível apontar qual é mais crítico uma vez que o ponto que apresenta maior dano varia a cada ciclo. Nesse caso, é necessário considerar o dano acumulado. Na Figura 54 é apresentado o dano acumulado ao longo dos ciclos de carga no plano crítico para os pontos localizados a 1, 2, 3, 4 e 5 mm da superfície.

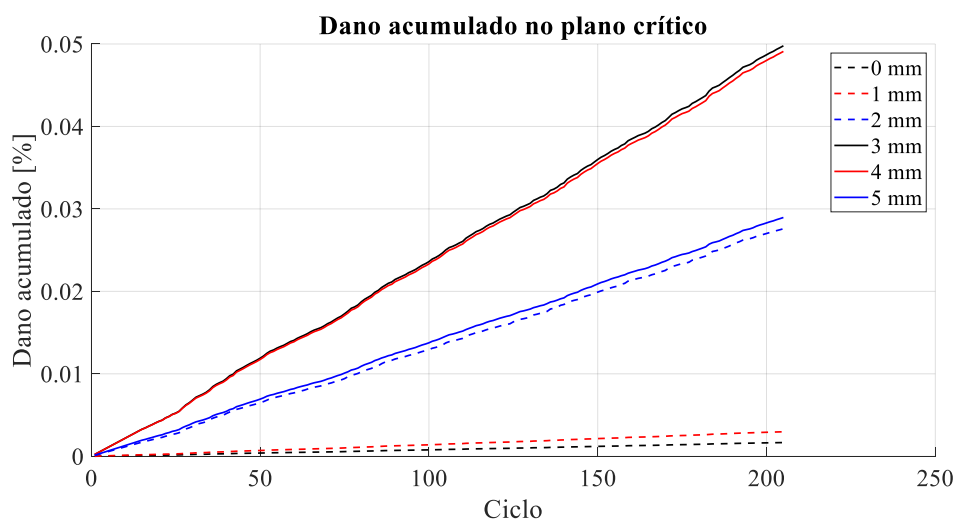


Figura 54 – Dano acumulado ao longo dos ciclos de carga.

A figura permite concluir que o ponto localizado a 3 mm da superfície apresentou maior dano por fadiga acumulado considerando todo o histórico de carga. Ou seja, a análise de fadiga indica menor vida para o ponto localizado a 3 mm da superfície, conforme mostrado na Tabela 8 e na Figura 54.

Durante os primeiros segundos da simulação dinâmica, não foram consideradas irregularidades de via, de modo que o dano por ciclo é constante, como pode ser observado na Figura 53. Na presença de irregularidades, a análise dinâmica detecta a variação das condições de contato como, por exemplo, as dimensões da elipse, a posição e as magnitudes das cargas normal, lateral e longitudinal. Por isso, o dano calculado a cada ciclo passa a ser variável.

A fim de verificar a influência da variação das condições de contato causada pela irregularidade da via, comparou-se o dano obtido para os primeiros ciclos, com o dano máximo obtido após as irregularidades serem detectadas. No início, quando a amplitude de carga é constante, o dano calculado foi de aproximadamente $2,2 \times 10^{-4} \%$. No entanto, considerando todo o histórico e as variação da amplitude de carga, foi identificado o valor máximo de aproximadamente $5,5 \times 10^{-4}$. Em valores percentuais, essa diferença representa um aumento de até 150 % no dano, quando comparados os trechos de via sem e com irregularidades. Esses resultados mostram que a avaliação da vida em fadiga sem levar em conta as variações das condições de contato e de longos históricos de carga pode levar a previsões acentuadamente não conservadoras.

Destaca-se que, para a obtenção do histórico elastoplástico, foram necessárias cerca de 8 h de simulação. No entanto, esse tempo de simulação está associado à obtenção do mapeamento das tensões pseudo-elásticas. Reforça-se que, uma vez mapeadas as respostas pseudo-elásticas são necessários poucos segundos para obtenção de um novo histórico elastoplástico referente à outra simulação dinâmica. É importante mencionar que o mapeamento continua válido, desde que a geometria do trilho permaneça inalterada e as características de contato como eixos da elipse de contato e posição de contato estejam dentro dos limites preestabelecidos no mapeamento.

Os resultados mostrados permitiram confirmar a hipótese de que o modelo que emprega as simplificações propostas e a abordagem de Ince e Glinka (2013) podem ser usados para reduzir significativamente o tempo de processamento com resultados adequados, permitindo a simulação de longos trechos de ferrovia sem a necessidade de acréscimo de tempo de processamento significativo. A maior parte do tempo de processamento é atribuída ao cálculo das tensões pseudo-elásticas. Por isso, a aplicação

de outros métodos que não o MEF para avaliação das tensões pseudo-elásticas poderia reduzir ainda mais significativamente o tempo total da abordagem.

5. CONCLUSÕES

O presente trabalho propôs um modelo para avaliar o dano por fadiga de trilhos ferroviários mais rápido e com precisão comparável aos modelos atuais, especialmente o MEF não linear. Tal modelo permitiu a avaliação de longos históricos de carga de contato de rolamento. No trabalho, o modelo proposto foi testado empregando os resultados de uma simulação dinâmica, mostrando que pode ser empregado para avaliar qualquer condição que possa ser modelada e seja representativa da operação ferroviária.

Um modelo linear baseado no MEF foi utilizado para obter a resposta pseudo-elástica devido ao contato de rolamento roda-trilho. Para a modelagem do contato de rolamento, foi utilizada uma abordagem analítico-numérica com uma proposta de modificação para torná-la mais rápida. Um conjunto de simulações estáticas foi realizado a fim de obter o mapeamento das tensões pseudo-elásticas. Os históricos das forças e das características de contato obtidas através de uma simulação dinâmica foram utilizados, juntamente com o mapeamento, para obter a resposta pseudo-elástica das tensões. Verificou-se que o mapeamento deve ser obtido apenas uma vez e pode ser utilizado em outras análises em trilhos com o mesmo perfil.

Foi feita a correção das tensões pseudo-elásticas para elastoplásticas utilizando um método originalmente desenvolvido para problemas de entalhes. Um estudo foi feito para validar o método para o caso do problema de contato roda-trilho. O estudo demonstrou que o método apresenta acurácia suficiente para calcular as tensões e deformações elastoplásticas em trilhos ferroviários sujeitos à carga de contato de rolamento.

Foi aplicado o modelo de Dang Van para avaliar o dano por fadiga. Os resultados mostraram uma grande variação no dano de fadiga quando a amplitude de carga é variável. Tal variação demonstrou a importância do modelo proposto, pois esse permite avaliar todo o histórico de carga ao invés de adotar históricos de carga com amplitudes constantes representativos do histórico real.

Para avaliar a precisão e rapidez do modelo proposto, este foi comparado com um modelo não linear equivalente utilizando o MEF. A comparação foi feita em termos de parâmetros de dano de fadiga por duas abordagens diferentes, uma baseada em tensões e outra em deformações. Em termos do parâmetro de dano baseado em tensão, foi

encontrado um erro absoluto máximo de 12,3 MPa, correspondente a um erro relativo máximo de 4,3 %. Para o parâmetro de dano baseado em deformações, foi encontrado um erro absoluto de $3,9 \times 10^{-5}$ mm/mm, correspondente a um erro relativo de 0,8%. Foi mostrado que o erro pode estar associado à influência que a vizinhança causa no ponto analisado. O modelo proposto não considera a influência da vizinhança, diferentemente do MEF.

Como um comentário final, destaca-se que a abordagem proposta mostra que o tempo empregado para a simulação elástica é basicamente o tempo da simulação toda, enquanto que para fazer a mesma análise empregando o MEF o tempo seria muitas vezes superior. Há no momento várias alternativas para a obtenção da distribuição elástica de tensões em corpos com formatos diversos, que poderiam, em estudos futuros, ser empregadas para reduzir o tempo total da análise elastoplástica para apenas alguns segundos. Essa pode ser uma derivação natural deste trabalho, permitindo a criação de um banco de formatos de trilhos para os quais poderiam ser analisadas às propensões à falha por fadiga, gerando um embrião de uma ferramenta de análise que levasse em conta esta propensão em cada estágio da vida de um trilho, permitindo identificar possíveis tendências a falhas por fadiga em diversos níveis de desgaste

6. TRABALHOS FUTUROS

Para dar continuidade a este trabalho, outros estudos podem ser desenvolvidos, tais como:

- Utilizar outros métodos para obtenção das tensões pseudo-elásticas, diferentes do MEF.
- Aplicar o modelo proposto no estudo de falhas por contato em outros componentes mecânicos, em especial as rodas ferroviárias.
- Incluir diferentes níveis de *creepage* no mapeamento das tensões pseudo-elásticas.
- Utilizar modelos mais precisos para obtenção da distribuição de tensões tangenciais de contato.
- Utilizar modelos de contato não hertzianos.
- Utilizar modelos de encruamento mais sofisticados para detectar falha por *ratcheting*.

7. REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 7590. Trilho Vignole – Requisitos**. P. 37. 2012.

BERNASCONI, A. et al. An integrated approach to rolling contact sub-surface fatigue assessment of railway wheels. **Wear**, p. 973-980, 2005.

BROWN, M. W.; MILLER, K. J. A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions. **Applied Mechanics Group**, v. 187, p. 745-771, 1973.

BRYAN, J.; WEISBROD, G.; MARTLAND, C. D. Rail Freight as a Means of Reducing Roadway Congestion: Feasibility Considerations for Transportation Planning. **Transportation Research Record: Journal of Transportation Research Board**, January 2017. 75-83.

BUCZYNSKI, A.; GLINKA, G. Elastic-plastic stress-strain analysis of notches under non-proportional loading paths. In: ELLYIN, F.; PROVAN, J. W. **Proceedings of the international conference on progress in mechanical behaviour of materials**. Victoria, BC, Canada. p. 1124-1130, 1999.

CAPRIOLI, S.; EKBERG, A. Numerical evaluation of the material response of railway wheel under thermomechanical breaking conditions. **Wear**, p. 1-8, 2013.

CASTRO, J. T. P.; MEGGIOLARO, M. A. **Fadiga - Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas Reais de Serviço**: Volume I: Createspace Independent Publishing Platform, 2009.

DANG VAN, K.; GRIVEAU, B.; MESSAGE, O. On a new multiaxial fatigue limit criterion: Theory and application. **Mechanical Engineering Publications**. p. 479-496, 1989.

DANG VAN, K.; LE DOUARON, A.; LIEURADE, H. P. **Multiaxial fatigue limit: A new approach**. Proceedings of the 6th International Conference on Fracture. New Delhi. p. 1879-1885, 1984.

DANG VAN, K.; MAITOURAM, M. H. Rolling contact in railways: Modeling, simulation and Damage prediction. **Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures**. p. 939-948, 2003.

DANG VAN, K.; PAPADOPOULOS, I. V. Introduction to fatigue Analysis in Mechanical Design of Metallinc Structures. In: **High-cycle metal fatigue - From theory to applications**: Springer, 1999.

DIRKS, B.; ENBLOMB, R. Prediction model for wheel profile wear and rolling contact fatigue. **Wear**, n. 271, p. 210-217, 2010.

DOWLING, N. E. **Mechanical Behaviour of Materials**. 4^a. ed. Virginia: Pearson, 1988.

DRUCKER, D. C. A more fundamental approach to plastic stress-strain relations. **Proc. First U.S Nat. Congr. Appl. Mech**, 487, 1951.

DUNNE, F.; PETRINIC, N. **Introduction to Computational Plasticity**. Orford: Oxford University Press, 2004.

EKBERG, A.; AKESSON, B.; KABO, E. Wheel/rail rolling contact fatigue – Probe, predict, prevent. **Wear**, p. 2-12, 2014.

EKBERG, A.; KABO, E. Fatigue of railway wheels and rails under rolling contact. **Wear**, p. 1288-1300, 2005.

EKBERG, A.; KABO, E. overview, Fatigue of railway wheels and rails under rolling contact and thermal loading - an. **Wear**, p. 1288-1300, 2005.

EKBERG, A.; KABO, E.; ANDERSSON, H. An engineering model for prediction of rolling contact fatigue of railway wheels. **Fatigue fract Engng Mater Struct**, n. 25, p. 899-909, 2002.

EKBERG, A., MARAIS, J. Effects of imperfections on fatigue initiation in railway wheels. *Proc. Inst. Mech. Eng., Part F: J. Rail Rapid Transit* 214 (1), 45–54, 2000.

FATEMI, A.; SOCIE, D. F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading. **Fatigue and fracture of engineering materials and structures**, p. 149-165, 15 October 1987.

FRANKLIN, F. J.; KAPOOR, T. C. A. A. Ratcheting and Fatigue-led wear in rail-wheel contact. **Fatigue e Fracture of Engineering Materials e Structures**, p. 949-955, 17 October 2003.

GARUD, Y. S. A new approach to the evaluation of fatigue under multiaxial loadings. **J. Eng. Mater. Technol**, v. 103, p. 118-125, April 1981.

HERTZ, H. On The Contact Of Elastic Solids. **J. Math**, p. 156-171, 1881.

INCE, A.; BANG, D. Deviatoric Neuber method for stress and strain analysis at notches under multiaxial loadings. **International Journal of fatigue**, p. 229-240, 2017.

INCE, A.; GLINKA, G. A numerical method for elasto-plastic notch-root stress-strain analysis. **J Strain Analysis**, p. 229-244, 2013.

J. TUNNA, J. S.; PEREZ, J. A review of wheel wear and rolling contact fatigue. **Part F: J. Rail and Rapid Transit**, v. 221, p. 271-289, 2007.

JIANG, Y.; SEHITOGLU, H. Comments on the Mroz multiple surface type plasticity models. **Int. J. Solids Structuress**, p. 1053-1068, 1995.

JOHANSEN, A. et al. Simulation of wheel–rail contact and damage in switches e crossings. **Wear**, p. 472-481, 18 May 2011.

JOHNSON, K. L. The strength of surfaces in rolling contact. **Journal of Mechanical Engineering Science**, Cambridge, p. 151-163, 1 May 1989.

KALKER, J. J. A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact. **Vehicle system dynamics: International Journal of vehicle mechanics and mobility**, p. 1-13, 1982.

KALKER, J. J. **Three dimensional elastic bodies in rolling contact**. Delft - Netherlands, 1990.

KALKER, J. J. Wheel-rail rolling contact theory. **Wear**, p. 243-261, 1991.

KAPOOR, A. A re-evaluation of the life to rupture of ductile metals by cyclic plastic strain. **Fatigue fract. Engng Mater: Struct.**, p. 201-219, 1994.

KHAN, A. S.; HUANG, S. In: **Continuum Theory of Plasticity**: John Wiley & Sons, 1995.

LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J. L. **Mechanics of solids**: Cambridge University, 1994.

LEVY, M. Extrait du Mémoire sur les équations générales des mouvements intérieurs des corps solides ductiles au delà des limites où l'élasticité pourrait les ramener à leur premier état. **Journal de mathématiques pures et appliquées**, 369-372, Paris, 20 juin 1871.

MATAKE, T. An explanation of fatigue limit under combined stress. **The Japan Society of Mechanical Engineers**, v. 20, p. 257-263, March 1977.

MATSUISHI, M.; ENDO, T. Fatigue Of Metals Subject To Varying Stresses. **Japan Society of Mechanical Engineers**, 1968.

MEGGIOLARO, M. A.; CASTRO, J. T. P.; WU, H. On the applicability of multi-surface, two-surface and non-linear kinematic hardening models in multiaxial fatigue. **Frattura ed Integrità Strutturale**, p. 357-367, 2015.

MINER, M. A. Cumulative damage in fatigue. **Journal of applied mechanics**, p. 159-164, 1945.

MISES, R. Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand. **Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse**, p. 582-592, 1913.

MODELO numérico elastoplástico de contato com rolamento aplicado à análise de fadiga de rodas ferroviárias. **Tese (Doutorado)**, Campinas, 2008.

MROZ, Z. On the description of anisotropic workhardening. **J. Mech Phys Solids**, p. 163-175, 1967.

NEJAD, R. M. Numerical study on rolling contact fatigue in rail steel under the influence of periodic overload. **Engineering Failure Analysis**. p. 1-12, 28 May 2020.

NEUBER, H. Theory of stress concentration for shear strained prismatic bodies with arbitrary stress-strain law. **J Appl Mech**, p. 544-550, 1961.

NORTON, R. L. **Projeto de máquinas**. Worcester, Massachusetts: Bookman, 2013.

PALMGREN. Endurance of ball-bearings. **V. Deut. Ingenieure**, 339, 1924.

PRAGER, W. The theory of plasticity: a survey of recent achievements. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, London, v. 169, p. 41-57, 1955.

PRANDTL, L. Spannungsverteilung in plastischen Koerpern. **Proc. 1st Int. Congr. on Appl. Mech.**, 43, 1924.

REIS, T. Estudo da vida em fadiga de trilhos ferroviários sob solicitações de rolamento aleatórias. **Dissertação de mestrado**, Campinas, 2018.

REIS, T. et al. Effect of plastic accumulation on the nucleation of cracks in railroad rails due to bidirectional loaded traffic. **International Journal of fatigue**, p. 181-188, 2018.

REIS, T. et al. Progression of plastic strain on heavy-haul railway rail under random pure rolling and its influence on crack nucleation. **Advances in Engineering Software**, 23, p. 10-21, August 2018.

REIS, T.; DIAS, A. P. C.; SANTOS, A. A. A fast method to estimate the multiaxial non-proportional elastic-plastic stress-strain in rail rolling contact fatigue problems. **International Journal of Solids and Structures**, 17 February 2022.

REUSS, A. Beruecksichtigung der elastischen Formaenderungen in der Plastizitaetstheorie. **Z. f. Angew. Math. Mech**, 266, 1930.

RINGSBERG, J. W. Cyclic ratchetting and failure of a pearlitic rail steel. **Fat. Fract. Engng Mater. Struct.**, p. 747-758, 2000.

RINGSBERG, J. W. Life Prediction of Rolling Contact Fatigue Crack Initiation. **International Journal of Fatigue**, p. 575-586, 2001.

RINGSBERG, J. W.; JOSEFSON, B. L. Finite element analysis of rolling contact fatigue crack initiation in railheads. **Journal of Rail and Rapid Transit**, 215, p. 243-259, 2001.

SHEPERD, D.; MAGEL, E.; HARRIS, B. The impact of RCF and Wear on service failures and broken rail derailments. **AREMA Annual Conference September**, 2016.

SOCIE, D. F.; MARQUIS, G. B. **Multiaxial Fatigue**. Warrendale: Society of Automotive Engineers, Inc, 2000.

SRIVASTAVA, J. P. et al. Rolling contact fatigue life of rail for different slip conditions. **Latin Journal of solid structures**, p. 2243-2264, 2017.

SURESH, S. **Fatigue of materials**: Cambridge University Press, 1998.

TARAF, M. et al. Numerical analysis for predicting the rolling contact fatigue crack initiation in a railway wheel steel. **Tribology International**, p. 585-593, 2010.

TUPIASSU, J.; MEGGIOLARO, A. **Fadiga - Técnicas e práticas de Dimensionamento estrutural sob cargas reais de serviço**: CreateSpace, 2009.

TYFOUR, W. R.; BEYNON, J. H.; KAPOOR, A. Deterioration of rolling contact fatigue life of pearlitic rail steel due to dry-wet rolling rolling-sliding line contact. **Wear**, p. 255-215, 1996.

WANG, C. H.; BROWN, M. W. Life Prediction Techniques for Variable Amplitude Multiaxial Fatigue - Part 1: Theories. **Journal of Engineering Materials and Technology**, v. 118, p. 3687-370, July 1996.

WILLIAMS, J. A. The influence of repeated loading, residual stresses and shakedown on the behaviour of tribological contacts. **Tribology international**, p. 786-797, 2005.

YANYAO, J.; SEHITOGLU, H. A model for rolling contact failure. **Wear**, n. 224, p. 38-49, September 1998.

ZIEGLER, H. A modification of prager's hardening rule. **Quarterly of Applied mathematics**, v. 17, n. 1, p. 55-65, 1959.