



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE CIÊNCIAS APLICADAS

Bianca Santos Serafim

**Análise Envoltória de Dados como Ferramenta para
Análise de Competitividade e Planejamento Estratégico**

Limeira

2020

Bianca Santos Serafim

Análise Envoltória de Dados como Ferramenta para Análise de Competitividade e Planejamento Estratégico

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Ciências Aplicadas da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de bacharela em Administração.

Orientadora: Prof^ª Dr^ª Priscila Cristina Berbert Rampazzo

Este exemplar corresponde à versão final do Trabalho de Conclusão de Curso apresentado por Bianca Santos Serafim e orientado pela Prof^ª Dr^ª Priscila Cristina Berbert Rampazzo

Limeira

2020

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Faculdade de Ciências Aplicadas
Sueli Ferreira Júlio de Oliveira - CRB 8/2380

Se65a Serafim, Bianca Santos, 1992-
Análise envoltória de dados como ferramenta para análise de competitividade e planejamento estratégico / Bianca Santos Serafim. – Limeira, SP : [s.n.], 2021.

Orientador: Priscila Cristina Berbert Rampazzo.
Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Ciências Aplicadas.

1. Pesquisa operacional. 2. Administração. 3. Análise envoltória de dados. 4. Planejamento estratégico. I. Rampazzo, Priscila Cristina Berbert, 1984-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Ciências Aplicadas. III. Título.

Informações adicionais, complementares

Titulação: Bacharel em Administração

Data de entrega do trabalho definitivo: 11-01-2021

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus por me dar forças e disposição para correr atrás do meu sonho de me formar pela Unicamp, apesar de todas as dificuldades que apareceram no decorrer dessa jornada. Agradeço especialmente a minha orientadora Priscila, por sua paciência, carinho e dedicação em me mostrar a melhor forma de realizar esse trabalho. Manifesto também minha admiração a essa pessoa tão especial. Gostaria de agradecer minha família que sempre me motivou a cumprir meus objetivos, em especial minha mãe Marluce, que me deu o principal apoio para seguir esse sonho. Meus irmãos, Renan e Heloísa, também foram primordiais para proporcionar momentos de alegria nesse ano tão atípico, tornando essa fase mais leve. Gostaria de manifestar minha gratidão a todas as pessoas, amigos e familiares, que estiveram próximos e me apoiaram nessa fase tão importante da minha vida. Dedico esse trabalho ao meu sobrinho Davi, que chegou em nossas vidas esse ano e trouxe muito amor e alegria para todos nós.

“Consagre ao Senhor tudo o que você faz, e os seus planos serão bem-sucedidos”

- Provérbios 16:3

Resumo

Esse Trabalho de Conclusão de Curso deriva de uma Iniciação Científica realizada pela discente. O intuito deste projeto foi o de, primeiramente, identificar de que forma a Análise Envoltória de Dados (DEA), metodologia de Pesquisa Operacional (PO), poderia ser utilizada para a seleção de fornecedores de instituições privadas. O projeto contou com uma etapa de apresentação de conceitos que envolvem o processo de tomada de decisão e a metodologia de análise de eficiência. Em uma segunda etapa, os modelos matemáticos do método DEA foram implementados e resolvidos por um *solver* disponível no módulo *ortools*, em linguagem de Programação Python. O objetivo foi o de disponibilizar uma ferramenta que possibilite o Planejamento Estratégico e auxilie as instituições que lidam com problemas de monitoramento de produtividade de unidades de decisão no dia-a-dia, mas não conhecem metodologias quantitativas que possam auxiliar no processo decisório.

Esse projeto contava com a aplicação prática para problemas reais, porém a pesquisa de campo junto às empresas foi prejudicada em decorrência da pandemia COVID-19. Sendo assim implementou-se um modelo computacional que auxilia a identificar fornecedores mais eficientes em uma concorrência de preços de *e-commerces*. Além disso houve a inclusão de conteúdo teórico sobre outros tipos de Métodos de Apoio a Decisão Multicritério (MCDA) além da DEA, abordagem que foi proposta inicialmente.

Palavras-chave: Administração, Pesquisa Operacional, DEA, Algoritmos, Planejamento Estratégico.

Abstract

This work derives from a Scientific Initiation carried out by the student. This project's purpose was first to identify how the Data Envelopment Analysis (DEA), an Operational Research methodology (PO), could be used to select private institutions' suppliers. The project included a stage for presenting concepts that involve the decision-making process and the efficiency analysis methodology. In a second step, the DEA method's mathematical models were implemented and solved by a solver available in the ortools module, in Python programming language. The objective is to provide a tool that turns possible Strategic Planning and helps the institutions which hang with daily productive monitoring problems of the Decision Maker Unities but do not know quantitative methodologies useful in the decision process.

This project had a practical application for real problems. However, the COVID-19 pandemic prejudiced the field research with the companies. So was implemented a computational model to identify efficient suppliers from e-commerces. Besides that, there was included theoretical content about other types of Mult-Criterial Decision Analysis (MCDA) beyond the DEA, which one was initially proposed.

Keywords: Administration, Operational Research, DEA, algorithms, Strategic Planning.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Modelo CCR dos Multiplicadores Orientados aos <i>Inputs</i>	21
Figura 2 – Modelo CCR dos Multiplicadores Orientado aos Outputs	22
Figura 3 – Leitura dos Dados.	23
Figura 4 – Implementação do Modelo DEA - parte 1.	24
Figura 5 – Implementação do Modelo DEA - parte 2.	24
Figura 6 – Exemplo de Execução do Programa.	24
Figura 7 – Apresentação dos Parâmetros.	26
Figura 8 – Eficiência das 16 DMUs.	26
Figura 9 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 0.	27
Figura 10 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 1.	27
Figura 11 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 2.	28
Figura 12 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 3.	28
Figura 13 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 4.	28
Figura 14 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 5.	29
Figura 15 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 6.	29
Figura 16 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 7.	29
Figura 17 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 8	30
Figura 18 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 9.	30
Figura 19 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 10.	30
Figura 20 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 11.	31
Figura 21 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 12.	31
Figura 22 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 13.	31
Figura 23 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 14.	32
Figura 24 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 15.	32
Figura 25 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 0.	32
Figura 26 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 1.	33
Figura 27 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 2	33
Figura 28 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 3.	33
Figura 29 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 4.	34
Figura 30 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 5.	34
Figura 31 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 6.	34
Figura 32 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 7.	35
Figura 33 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 8.	35
Figura 34 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 9.	35
Figura 35 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 10.	36
Figura 36 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 11.	36

Figura 37 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 12.	36
Figura 38 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 13.	37
Figura 39 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 14.	37
Figura 40 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 15.	37

Lista de abreviaturas e siglas

DEA	Análise Envoltória de Dados
PO	Pesquisa Operacional
DMU	Unidades Tomadoras de Decisão
MCDA	Análise de Decisão Multicritério
AHP	Análise Hierárquica de Processo

Lista de símbolos

x_{ik}	<i>input</i> i da k -ésima DMU
y_{jk}	<i>output</i> j da k -ésima DMU
v_i	pesos dos <i>inputs</i>
u_j	pesos dos <i>outputs</i>
Eff_o	eficiência das DMUs

Sumário

	INTRODUÇÃO	12
1	REVISÃO DA LITERATURA	14
1.1	Armadilhas e Protocolos do Modelo DEA	14
1.2	Seleção de Fornecedores Através do Método <i>FiTradeoff</i>	14
1.3	DEA como Ferramenta de <i>Benchmarking</i>	15
1.4	DEA na Área de Construção Civil	15
1.5	Seleção de Fornecedores Através do Método AHP	16
2	APLICAÇÕES PROPOSTAS PELA AUTORA	17
2.1	Poder de Barganha dos Fornecedores	17
2.2	Ameaça de Produtos Substitutos	17
2.3	Ameaça de Novos Entrantes	18
3	MODELOS DEA	19
3.1	Entendendo os Modelos	20
3.2	Implementações Computacionais	23
4	MODELO DEA APLICADO AO PLANEJAMENTO ESTRATÉGICO PARA SELEÇÃO DE FORNECEDORES	25
4.1	Resultados	25
5	CONCLUSÃO	38
5.1	Trabalhos Futuros	38
	REFERÊNCIAS	39

Introdução

A Pesquisa Operacional (TAHA, 2007; WINSTON, 2004) tem tido um impacto crescente nas mais diversas áreas de aplicação, sendo usada amplamente em diferentes tipos de organizações. Suas técnicas envolvem idéias sofisticadas e métodos quantitativos eficientes de matemática, computação, teoria da probabilidade e estatística; aplicados na resolução de um problema de tomada de decisão.

Dentre as metodologias de Pesquisa Operacional, está a Programação Linear; uma técnica baseada em modelos que assumem a forma de equações ou inequações e que traduzem uma representação de um sistema e de seu comportamento. O conjunto destas equações, juntamente com uma função-objetivo, constituem um modelo de decisão, que representam problemas nos quais o objetivo é determinar, segundo um critério, a melhor escolha dentro de um conjunto de alternativas.

O desenvolvimento das áreas de Engenharias, Computação, Administração e Economia tem sido caracterizado pelo crescente emprego de modelos de otimização como paradigmas para representação e resolução de problemas de tomada de decisão. Inúmeras empresas, indústrias e organizações governamentais enfrentam problemas que podem ser causados pela alocação indevida de recursos e processos mal definidos. Podemos otimizar os processos e analisar eficiências, resultando na melhoria do controle e cumprimento de metas.

Atualmente os administradores dispõem de muitas ferramentas para a análise do mercado e de gestão da empresa (MARTINS; TURRIONI, 2002); como exemplos mais conhecidos estão *Balanced Scorecard* (BSC) (PRIETO et al., 2006), Análise SWOT (SANTOS; FERNANDES, 2015), *Benchmarking* (CAMP, 2018), Modelo das Cinco Forças de Porter (NAKAGAWA, 2019). Esses modelos são úteis para avaliar o desempenho da instituição, mas existem algumas dificuldades para identificar os fatores que devem ser considerados nessas análises por se tratar de itens subjetivos; por exemplo, como ter certeza de que a fraqueza da instituição apontada pelo gestor na análise SWOT reflete a realidade, ou é apenas sua impressão diante do cenário limitado que ele visualiza. Pode ser que para grandes empresas esses fatores sejam mais fáceis de identificar e analisar, pois essas empresas investem seus recursos da melhor maneira para garantir que os estudos de mercado sejam coerentes com a realidade, e ainda assim em alguns casos há erros nesse processo (GUIMARÃES, 2016). Porém, para empreendedores que estão iniciando suas atividades, realizar essa análise não é uma tarefa simples pois, por mais que tenham domínio sobre as técnicas para o desenvolvimento de seus produtos e serviços, trabalhar como administrador requer uma visão estratégica de análise de mercado que vai além do

know-how da empresa.

Levando em consideração essas dificuldades expostas, uma alternativa que pode ajudar a transpor o desafio da subjetividade na administração estratégica é fazer uso de uma ferramenta que utilize critérios objetivos e de fácil identificação pelos usuários, a partir de uma abordagem lógica e quantitativa que aproxime o empreendedor o máximo possível da realidade do mercado.

A Análise Envoltória de Dados, em inglês *Data Envelopment Analysis* (DEA) (MELLO et al., 2005), é uma ferramenta a qual mensura a eficiência de unidades produtivas, que são denominadas como DMUs (do inglês *Decision Making Units*), através de modelos matemáticos. Essa avaliação é feita a partir da relação dos recursos que a empresa dispõe (*inputs*) e resultados obtidos (*outputs*). Portanto, levando em consideração os benefícios que a DEA pode trazer como uma ferramenta de apoio à tomada de decisão, esse projeto tem como objetivo desenvolver essa ferramenta com uma orientação à análise do mercado competitivo e desenvolvimento de planejamento estratégico, tornando essa ferramenta acessível para pequenas e médias empresas, através da análise de variáveis objetivas a partir de uma visão de mercado realista. Assim, abordagens qualitativas e quantitativas podem ser utilizadas em conjunto para guiar o processo de tomada de decisão.

Estrutura do Trabalho

Esse trabalho se divide em cinco capítulos, sendo o primeiro uma revisão literária que apresenta diferentes conceitos de Análise de Decisão Multicritério (MCDA), com destaque para a Análise Envoltória de Dados (DEA). A leitura crítica dos artigos na primeira etapa do projeto contribuiu para o entendimento sobre como devem ser definidos os critérios, e quais são os protocolos a serem seguidos para obter-se sucesso ao desenvolver o modelo DEA. Dentre o material estudado, está uma das principais referências da literatura: Dyson et al. (2001a). O segundo capítulo desse trabalho sugere aplicações do modelo DEA porpostas pela autora, com base no método de análise de mercado das Cinco Forças de Porter.

No terceiro capítulo o modelo DEA e suas particularidades são apresentados. Para entendimento dos diferentes modelos DEA, BCC e CCR, tanto Modelos Envelope quanto Modelos dos Multiplicadores, com orientação a *input* ou *output*, o material principal de estudo foi o minicurso proposto por Mello et al. (2005).

O quarto capítulo conta com os resultados obtidos na aplicação do modelo formulado. Por fim, o quinto capítulo conta com a conclusão deste trabalho e a sugestão de trabalhos futuros.

1 Revisão da Literatura

Para aprofundar o conhecimento em DEA, e assim desenvolver um projeto focado nessa metodologia utilizada no Planejamento Estratégico das empresas, foram estudados e analisados alguns trabalhos que discorrem sobre sua aplicação adequada, e outros que mostram exemplos de aplicação em diversas áreas. A revisão bibliográfica deste projeto conta com o conteúdo teórico sobre outras metodologias de Análise a Decisão Multicritério, em inglês *Multi-Criteria Decision Analysis* (MCDA), visando contribuir com a análise crítica dos resultados obtidos pela DEA. A análise resumida dos trabalhos são apresentadas nas seções a seguir.

1.1 Armadilhas e Protocolos do Modelo DEA

O trabalho de Dyson et al. (2001b) foi muito importante neste projeto para a construção da ideia de como a DEA deve ser aplicada, pois trouxe a discussão sobre como DMUs, *inputs* e *outputs* devem ser definidos. Essa discussão é relevante pois a utilização indevida desses dados leva a resultados deturpados, que conseqüentemente tem um impacto negativo através de uma avaliação inadequada. Dyson et al. (2001b) propôs assumir premissas de homogeneidade para que as DMUs comparadas não sejam divergentes entre si. Dentre tais premissas estão: a execução de produtos e serviços comparáveis; a utilização de um denominador de custo comum no caso de utilização de recursos diferentes (funcionários, matéria-prima, equipamentos); DMUs que atuam com uma similaridade de desenvolvimento. Para cada uma das situações de não-homogeneidade ocorrentes há um protocolo a seguir, assim a utilização da DEA se torna mais adequada e os resultados mais precisos.

1.2 Seleção de Fornecedores Através do Método *FiTradeoff*

Quando o assunto é compras de materiais, geralmente, há uma atenção especial para o fator preço, e as empresas procuram uma vantagem competitiva através da redução de custos. Porém, o trabalho de Frej e Almeida (2016) aborda essa situação através de MCDA, deixando claro que tomar a decisão com base na vantagem que um único critério oferece pode ser prejudicial para o processo como um todo.

O estudo de caso foi de uma indústria alimentícia e os materiais considerados foram os envoltórios, que são usados para embalar os produtos vendidos, devido ao alto custo e exigência de cuidados específicos para esse material. Diante disso, foram selecionados

cinco fornecedores desses materiais e avaliados considerando os seguintes critérios: preço, responsabilidade pelo frete, acuracidade, pontualidade, qualidade, *lead time* e flexibilidade.

A leitura desse projeto foi essencial para o início dessa pesquisa, pois a partir da percepção da importância de uma análise multicritério despertou-se o interesse em encontrar soluções de vantagem competitiva através da metodologia DEA, como alternativa à abordagem utilizada pelos autores.

1.3 DEA como Ferramenta de *Benchmarking*

A intenção do trabalho (PEREIRA et al., 2019) é mensurar o quão eficientes algumas empresas são em transformar o índice de internacionalização e difusão geográfica em inovação. Para isso foi utilizada a DEA, que permitiu o estabelecimento de um *benchmarking* entre as empresas avaliadas.

Esse trabalho deixa bem claro como a DEA pode ser utilizada para medir a vantagem competitiva, relacionando essa metodologia quantitativa com resultados de inovação, que influenciam na competitividade das empresas, no comportamento do mercado e na economia regional. Isso traz uma base do quão útil e impactante pesquisas como essa podem ser, uma vez que o fator principal que motiva a busca pela inovação é o desenvolvimento econômico.

Como base de dados para essa pesquisa foi utilizada a Pesquisa de Inovação (PINTEC), que mostra dados para a elaboração indicadores de inovação das atividades empresas brasileiras (IBGE, 2014). Também foram citados alguns cuidados que precisam ser considerados ao utilizar dados para aplicar a metodologia DEA, o que remeteu à utilização prática do artigo de Dyson et al. (2001b).

1.4 DEA na Área de Construção Civil

O artigo de Horta et al. (2012) mostra tendências de desempenho de indústrias da construção, avaliando as regiões Ásia, Europa e América do Norte. A intenção do artigo foi analisar os efeitos da localização e atividade nos níveis de eficiência em construtoras nas seguintes atividades: construção de edifícios, construção civil de grande porte e construtoras especializadas em comércios.

Para essa análise foram usadas outras ferramentas para complementar a DEA, como o Índice *Malmquist* aplicado à avaliação da mudança de produtividade e os resultados obtidos nessas análises foram refinados por *Bootstrapping*. As convergências a respeito das eficiências nas regiões foram avaliadas através da regressão de dados truncados.

Esse trabalho permitiu observar como pode ser útil a aplicação de metodologias

em conjunto, de maneira que uma pode complementar a outra. Isso mostra a relevância de buscar métodos complementares, que no caso deste projeto é a utilização da DEA como metodologia quantitativa, complementando metodologias qualitativas de Estratégia e Planejamento.

1.5 Seleção de Fornecedores Através do Método AHP

O trabalho de Reami (2018) consiste na aplicação do método Análise Hierárquica de Processos (AHP) para a seleção de fornecedores no ramo automobilístico. A AHP é uma metodologia MCDA que consiste na atribuição de pesos conforme as preferências do tomador de decisão para os critérios estabelecidos, o que resultará em alternativas que serão avaliadas e selecionadas conforme os pesos definidos. Para que isso ocorra o problema avaliado é dividido em níveis hierárquicos, sendo o objetivo o principal elemento da hierarquia, os critérios correspondem ao segundo nível hierárquico e as alternativas de soluções correspondem ao último nível. Tendo determinado a estrutura hierárquica do problema em questão, serão elaboradas matrizes para os critérios estabelecidos e para as alternativas propostas, com seus respectivos pesos. Para cada um dos critérios que atende ao objetivo, é elaborada uma matriz de decisão, que utiliza um determinado peso para definir sua importância. Para cada uma das alternativas que atendem aos critérios do problema, é elaborada uma matriz de decisão que também utiliza pesos para especificar sua respectiva importância. Nota-se que a AHP permite uma influência direta do tomador de decisão sobre quais critérios devem ser mais ou menos valorizados, por outro lado a DEA não permite tal interferência, pois os pesos são estabelecidos através do próprio modelo matemático.

2 Aplicações Propostas pela Autora

Com base nos estudos bibliográficos demonstrados anteriormente, foi possível consolidar o conhecimento de aplicações de DEA para então desenvolver novas ideias de implementação, em conjunto com métodos qualitativos de Estratégia e Planejamento. Para ilustrar a aplicação da metodologia, foram elaboradas algumas situações hipotéticas de utilização da DEA. Tais situações foram elaboradas com base em 3 das 5 Forças de mercado estabelecidas por *Porter* (NAKAGAWA, 2019), conforme os tópicos a seguir.

2.1 Poder de Barganha dos Fornecedores

Com base nos benefícios da análise multicritério para a seleção de fornecedores demonstrada por Frej e Almeida (2016), pode-se propor uma modelagem desse problema a partir da DEA, considerando critérios que a empresa estabelecer como importantes. Tudo isso mediante a função objetivo de maximizar a eficiência de cada DMU, que são os fornecedores. Essa solução pode ser útil para o problema de poder de barganha dos fornecedores uma vez que a empresa tomadora de decisão tenha uma diversidade de opções e um histórico de compras para ser analisado. Diante disso, não se renderá apenas às condições impostas pelo mercado, mas poderá demonstrar que sua escolha é pautada por fatores quantitativos e uma análise cuidadosa, levando aos fornecedores a possibilidade de melhorarem sua eficiência diante dos resultados apresentados.

2.2 Ameaça de Produtos Substitutos

Uma maneira de enfrentar os produtos substitutos é trabalhar a percepção do cliente do valor agregado ao produto através da inovação. Isso pode ser claramente relacionado ao objetivo do trabalho de Pereira et al. (2019), que buscou identificar a capacidade das empresas em transformar índice de internacionalização e difusão geográfica em inovação. No contexto deste projeto, uma possibilidade é identificar o grau de percepção desse valor agregado pelos clientes, sendo então os produtos substitutos classificados como DMUs mais ou menos eficientes. Após a análise dos resultados é possível orientar o produto não eficiente a atingir a eficiência e, sendo assim, conquistar uma vantagem competitiva no quesito de inovação.

2.3 Ameaça de Novos Entrantes

Do ponto de vista de um pequeno e médio empreendimento, que é o objeto de estudo desta pesquisa, há uma grande dificuldade em entrar no mercado, pois existem barreiras impostas por empresas já estabelecidas que são difíceis de transpor. Nesse caso o conhecimento do mercado atuante pode ser útil se utilizado da maneira adequada. O trabalho de (HORTA et al., 2012) mostra uma análise de tendências de desempenho no setor de construção que exemplifica bem o tipo de solução que pode ser proposta para esse problema. Considerando que uma empresa queira realizar essa análise de mercado para descobrir possíveis vantagens de entrada, é interessante a aplicação da DEA estabelecendo a empresa e seus concorrentes como DMUs e a função objetivo de maximizar a eficiência diante do contexto mercadológico. Com o resultado obtido será possível perceber qual o melhor caminho a trilhar diante do desempenho das concorrentes. Porém, é importantíssimo considerar os protocolos estabelecidos por Dyson et al. (2001b) para que não haja uma comparação inadequada pelo porte das empresas, e conseqüentemente um resultado que não condiz com a realidade.

3 Modelos DEA

A parte inicial da pesquisa contemplou o estudo dos diferentes modelos de DEA: CCR, com retornos constantes de escala, ou seja, uma variação nos *inputs*, leva a uma variação proporcional nos *outputs*); e BCC, com retorno variável de escala; ambos tanto com orientação a *inputs* (tendo como possibilidade a alteração dos recursos das DMUs ineficientes), quanto com orientação a *outputs* (tendo como possibilidade a alteração dos resultados das DMUs ineficientes); com modelos nos formatos: Modelos dos Multiplicadores (Primal) e Modelos dos Envelopes (Dual). A principal referência foi o minicurso apresentado por Mello et al. (2005).

O modelo "CCR - Modelo dos Multiplicadores", com orientação a *input* serviu de base para a construção dos demais modelos. Neste modelo, as DMUs consomem múltiplos recursos (*inputs*) e geram resultados (*outputs*). Assim, definimos os dados de entrada do problema:

x_{ik} : *input* i da k-ésima DMU

y_{jk} : *output* j da k-ésima DMU

As variáveis de decisão representam a importância dos recursos e resultados e são definidas como:

v_i : pesos dos *inputs*

u_j : pesos dos *outputs*

Deseja-se maximizar a eficiência de determinada DMU o (Equações (3.1) e (3.2) devidamente tratadas), garantindo que nenhuma outra DMU obtenha mais que 100% de eficiência (Equação (3.3)) (MELLO et al., 2005). Logo, o Modelo dos Multiplicadores, CCR, orientado a *Input* (tendo como possibilidade a alteração dos *inputs* (entradas) para que uma DMU ineficiente se torne eficiente) é dado por (considerando s como o número de *outputs* e r como o número de *inputs*):

$$Max \quad Eff_o = \sum_{j=1}^s u_j \cdot y_{jo} \quad (3.1)$$

$$\sum_{i=1}^r v_i \cdot x_{io} = 1 \quad (3.2)$$

$$\sum_{j=1}^s u_j \cdot y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i \cdot x_{ik} \leq 0 \quad \forall k \quad (3.3)$$

$$v_i, u_j \geq 0 \quad \forall i, \forall j$$

Também é possível considerar o Modelo dos Multiplicadores, CCR, orientado a *Output* (tendo como possibilidade a alteração dos *outputs* (saídas) para que uma DMU ineficiente se torne eficiente):

$$\text{Min } Eff_o = \sum_{i=1}^s v_i \cdot x_{io} \quad (3.4)$$

$$\sum_{j=1}^r u_j \cdot y_{jo} = 1 \quad (3.5)$$

$$\sum_{j=1}^s u_j \cdot y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i \cdot x_{ik} \leq 0 \quad \forall k \quad (3.6)$$

$$v_i, u_j \geq 0 \quad \forall i, \forall j$$

3.1 Entendendo os Modelos

Na DEA, os Modelos do Envelope (modelo dual dos Modelos dos Multiplicadores) (TAHA, 2007; MELLO et al., 2005) também permitem que as DMUs ineficientes estabeleçam *benchmarks*, e indicam como os resultados e recursos devem ser geridos para alcançar a eficiência. Isso se dá através da análise das variáveis duais, sendo necessário identificar qual é o *benchmark* mais significativo para a DMU que procura alcançar a eficiência, considerando para isso a variável dual com maior valor.

Para entender melhor este conceito, um exemplo apresentado no trabalho de Mello et al. (2005) será utilizado na análise. Os dados deste exemplo estão apresentados na Tabela 1.

DMU (k)	Input1 (x_{1k})	Input2 (x_{2k})	Output (y_{1k})
A	4	3	1
B	26	12	4
C	16	2	2
D	4	2	1
E	6	12	3
F	20	2	2

Tabela 1 – Dados das DMUS, Inputs e Outputs, exemplo de Mello et al. (2005).

Por exemplo, analisando os resultados do Modelo CCR dos Multiplicadores, orientado a *inputs* (Figura 1), para este exemplo: para que a DMU A se torne eficiente, é necessário utilizar a DMU D como *benchmark*, pois o valor da variável dual associada à restrição (3.3) e relacionada à DMU D é aproximadamente 0,71, o maior valor entre as variáveis duais. Isto significa que a DMU D é parceiro de excelência para a DMU A: a DMU D proporcionará mais impacto se usada como referência para a DMU A.

Usando como referência o exemplo de Mello et al. (2005), os resultados de eficiência e os *benchmarks* identificados pelos modelos implementados foram validados e são apresentados nas Figuras 1 e 2 a seguir.

```

-----
Modelo CCR MULTIPLICADORES INPUT
=====

DMU A   Eficiência = 85.71
Para se tornar eficiente, DMU A deve diminuir os inputs multiplicando-os por 0.86
Restrição Igualdade, variável dual = 0.857143
Restrição Desigualdade k = 0, DMU A, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU B, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU C, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU D, variável dual = 0.714286
Restrição Desigualdade k = 4, DMU E, variável dual = 0.095238
Restrição Desigualdade k = 5, DMU F, variável dual = -0.000000

DMU B   Eficiência = 64.86
Para se tornar eficiente, DMU B deve diminuir os inputs multiplicando-os por 0.65
Restrição Igualdade, variável dual = 0.648649
Restrição Desigualdade k = 0, DMU A, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU B, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU C, variável dual = 0.108108
Restrição Desigualdade k = 3, DMU D, variável dual = 3.783784
Restrição Desigualdade k = 4, DMU E, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU F, variável dual = -0.000000

DMU C   Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU A, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU B, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU C, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU D, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU E, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU F, variável dual = 0.000000

DMU D   Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU A, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU B, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU C, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU D, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU E, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU F, variável dual = -0.000000

DMU E   Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU A, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU B, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU C, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU D, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU E, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU F, variável dual = 0.000000

DMU F   Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU A, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU B, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU C, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU D, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU E, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU F, variável dual = 1.000000
-----

```

Figura 1 – Modelo CCR dos Multiplicadores Orientados aos *Inputs*.

```

-----
Modelo CCR MULTIPLICADORES OUTPUT
-----

DMU A  Eficiência = 85.71
Para se tornar eficiente, DMU A deve aumentar os outputs multiplicando-os por 1.17
Restrição Igualdade, variável dual = 1.166667
Restrição Desigualdade k = 0, DMU A, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU B, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU C, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU D, variável dual = -0.833333
Restrição Desigualdade k = 4, DMU E, variável dual = -0.111111
Restrição Desigualdade k = 5, DMU F, variável dual = 0.000000

DMU B  Eficiência = 64.86
Para se tornar eficiente, DMU B deve aumentar os outputs multiplicando-os por 1.54
Restrição Igualdade, variável dual = 1.541667
Restrição Desigualdade k = 0, DMU A, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU B, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU C, variável dual = -0.166667
Restrição Desigualdade k = 3, DMU D, variável dual = -5.833333
Restrição Desigualdade k = 4, DMU E, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU F, variável dual = 0.000000

DMU C  Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU A, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU B, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU C, variável dual = -1.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU D, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU E, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU F, variável dual = 0.000000

DMU D  Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU A, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU B, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU C, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU D, variável dual = -1.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU E, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU F, variável dual = 0.000000

DMU E  Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU A, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU B, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU C, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU D, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU E, variável dual = -1.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU F, variável dual = 0.000000

DMU F  Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU A, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU B, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU C, variável dual = -1.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU D, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU E, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU F, variável dual = 0.000000
-----

```

Figura 2 – Modelo CCR dos Multiplicadores Orientado aos **Outputs**.

3.2 Implementações Computacionais

Os modelos foram implementados em linguagem de programação *Python* em ambiente Google Colab, importando o pacote *ortools*. O OR-Tools (OR-TOOLS, 2019) é uma biblioteca de código aberto utilizada para escrever os modelos de otimização através de uma linguagem de modelagem algébrica. Após a implementação do modelo, o programa é executado por um *solver*. Existem vários pacotes comerciais e pacotes gratuitos disponíveis para resolver problemas de programação linear. Em geral, eles diferem entre si nos métodos implementados e nos tipos de problemas que são capazes de resolver. Neste trabalho, utilizaremos o *solver* GLOP.

Inicialmente houve um empenho para entender lógica e linguagem de programação *Python* através de exercícios simples de implementação de modelos otimização e, a partir disso, entender os conceitos para generalização de comandos para problemas e modelos mais complexos. Posteriormente, implementou-se os Modelos dos Multiplicadores CCR, atribuído à proposta de trabalho, em linguagem de programação *Python*, com importação do pacote *ortools* e manipulação das informações (através de leitura) de planilhas eletrônicas, para facilitar a utilização pelos possíveis usuários.

As implementações estão apresentadas a seguir (Figuras 3, 4 e 5).

```
!pip install ortools # somente no colab, para instalar o ortools e usar o solver
from ortools.linear_solver import pywraplp # importa pacote para usar o solver
import pandas as pd # importação para uso de arquivos em Excel

def leitura(arquivo):

    ARQ = pd.read_excel(arquivo, sheet_name='Qtde') # abre o arquivo para leitura, aba Qtde
    # ARQ é uma referência para o arquivo
    DMU = ARQ.at[0, 'Valores']
    IN = ARQ.at[1, 'Valores']
    OUT = ARQ.at[2, 'Valores']

    ARQ = pd.read_excel(arquivo, sheet_name='Input')
    x = [] # Todas as colunas
    # percorre todas as colunas
    for i in range(IN): # para cada input
        nomecoluna = "Input"+str(i+1) # Input1, Input2...
        xI = [] # uma coluna de inputs
        for k in range(DMU): # para cada linha sob a coluna Input1 (quantas linhas? depende DMU)
            xIK = ARQ.at[k, nomecoluna] # um número de input
            xI.append(xIK) # coloco um número de input na coluna
        x.append(xI) # coloco a coluna em x

    ARQ = pd.read_excel(arquivo, sheet_name='Output')
    y = []
    for j in range(OUT):
        nomecoluna = "Output"+str(j+1)
        yJ = []
        for k in range(DMU):
            yJK = ARQ.at[k, nomecoluna]
            yJ.append(yJK)
        y.append(yJ)

    return DMU, IN, OUT, x, y
```

Figura 3 – Leitura dos Dados.

```

# DMU - guarda a quantidade de DMUs
# IN - guarda a quantidade de inputs
# OUT - guarda a quantidade de outputs
# i - índice para inputs
# j - índice para outputs
# k - índice para DMUs
# x - lista com todos os inputs, uso: inputs[i][k]
# y - lista com todos os outputs, uso: outputs[j][k]

# CCR com orientação a input
def CCR_MULTIPLICADORES_INPUT(dmu0, DMU, IN, OUT, x, y):

    v = [0]*IN # alocando memória para um vetor com IN elementos v = [0]
    u = [0]*OUT # alocando memória para um vetor com OUT elementos u = [0,0,0,0,0]
    restrD = [0]*DMU # alocando memória para a restrição de desigualdade (vetor)
    restrI = 0 # restrição de igualdade (apenas uma!)

    pl = pywraplp.Solver('CCR - Multiplicadores - Input', pywraplp.Solver.GLOP_LINEAR_PROGRAMMING)

    # declarar as variáveis de decisão: pesos do input
    for i in range(IN): # percorre as linhas: para cada input
        v[i] = pl.NumVar(0, pl.infinity(), 'v'+str(i)) # min, max, nome

    # declarar as variáveis de decisão: pesos do output
    for j in range(OUT): # percorre as linhas: para cada output
        u[j] = pl.NumVar(0, pl.infinity(), 'u'+str(j)) # min, max, nome

```

Figura 4 – Implementação do Modelo DEA - parte 1.

```

# declarar as restrições
restrI = pl.Constraint(1, 1) # min, max
for k in range(DMU):
    restrD[k] = pl.Constraint(-pl.infinity(), 0) # <=0 min, max

# definir os coeficientes das variáveis nas restrições
for i in range(IN):
    restrI.SetCoefficient(v[i], float(x[i][dmu0]))

for k in range(DMU): # para toda restrição de desigualdade
    for i in range(IN):
        restrD[k].SetCoefficient(v[i], float(-x[i][k]))
    for j in range(OUT):
        restrD[k].SetCoefficient(u[j], float(y[j][k]))

# declaração da função-objetivo
objetivo = pl.Objective()
for j in range(OUT):
    objetivo.SetCoefficient(u[j], float(y[j][dmu0]))

objetivo.SetMaximization()

# Resolve
status = pl.Solve()
eff = 100*pl.Objective().Value()
print("DMU", dmu0, " Eficiência = %.2f" % eff)
return

```

Figura 5 – Implementação do Modelo DEA - parte 2.

```

# PROGRAMA PRINCIPAL

# Lê planilha e executa todos os problemas
DMU, IN, OUT, x, y = leitura("Dados.xlsx")
for o in range(DMU): # para cada DMU o, roda o modelo CCR
    CCR_MULTIPLICADORES_INPUT(o, DMU, IN, OUT, x, y)

```

Figura 6 – Exemplo de Execução do Programa.

4 Modelo DEA Aplicado ao Planejamento Estratégico para Seleção de Fornecedores

Conforme o trabalho de Frej e Almeida (2016), descrito nos tópicos anteriores, e devido a afinidade da aluna com tema de seleção de fornecedores, viu-se uma oportunidade de desenvolver uma ferramenta que auxilie empresas a escolher o melhor fornecedor em uma determinada concorrência, contribuindo para o Planejamento Estratégico da área de Suprimentos e impactando de maneira positiva em toda a Cadeia de Suprimentos. A função-objetivo foi definida como a maximização da eficiência da DMU (um modelo foi resilvido para cada DMU), correspondentes aos fornecedores, que têm os desempenhos comparados entre si.

Essa proposta foi validada por uma empresa, que não será revelada para assegurar a privacidade, que sugeriu o estabelecimento dos *inputs* e *outputs* da seguinte forma: o preço dos itens avaliados para compra correspondem ao *input*, pois refere-se ao recurso que a empresa irá dispor para obter determinados resultados; já o atendimento técnico do produto, a confiabilidade do fornecedor, o atendimento a localidade do comprador, a condição de pagamento oferecida e o prazo de entrega referem-se aos *outputs*, por corresponderem aos resultados oferecidos pelo fornecedor diante do investimento realizado. O último *output* citado, correspondente ao prazo de entrega, deve ser classificado como um "*output* indesejado" (DYSON et al., 2001b), uma vez que não há interesse em fazê-lo crescer, conforme espera-se dos outros resultados estipulados nesse modelo. Portanto, para que seja possível essa avaliação, esse indicador deve ser o resultado da razão do tipo: $1/(\text{o número de dias estipulado pelo fornecedor como prazo de entrega})$.

Após a definição dos critérios acima, o modelo foi aplicado para a comparação de fornecedores *e-commerce*, procurando o que obteria maior eficiência diante do cenário de compra de dois tipos de cama de casal: (produto P1) uma cama box conjugada, que atende dez dos critérios técnicos propostos pelo comprador, e (produto P2) uma cama comum confeccionada em madeira, que atende a sete dos critérios técnicos estabelecidos. Esses critérios técnicos correspondem ao *output* "atendimento técnico do produto" (Figura 7).

4.1 Resultados

A análise foi realizada para nove fornecedores de *e-commerce* distintos, estabelecendo então a comparação entre 16 DMUs (considerando que dois dos fornecedores ofertaram apenas um dos tipos de cama pesquisados). Através da organização dos dados em

	Produto	Fornecedores	Inputs		Outputs			
			Preço	Prazo de Entrega	Atendimento Técnico	Análise Financeira	Localidade	Condição de Pagamento
0	P1	Fornecedor 01	435,89	36 dias úteis	10	1	1	6x
1	P2	Fornecedor 01	438,44	21 dias úteis	7	1	1	12x
2	P1	Fornecedor 02	544,9	25 dias úteis	10	1	1	10x
3	P2	Fornecedor 02	438,44	21 dias úteis	7	1	1	12x
4	P1	Fornecedor 03	445,89	36 dias úteis	10	1	1	6x
5	P2	Fornecedor 03	438,44	21 dias úteis	7	1	1	12x
6	P1	Fornecedor 04	435,89	36 dias úteis	10	1	1	3x
7	P2	Fornecedor 04	438,44	21 dias úteis	7	1	1	12x
8	P1	Fornecedor 05	544,9	21 dias úteis	10	1	1	12x
9	P2	Fornecedor 05	438,44	21 dias úteis	7	1	1	15x
10	P1	Fornecedor 06	544,9	21 dias úteis	10	1	1	24x
11	P2	Fornecedor 06	433,44	21 dias úteis	7	1	1	12x
12	P1	Fornecedor 07	544,9	21 dias úteis	10	1	1	12x
13	P1	Fornecedor 08	644,9	21 dias úteis	10	1	1	12x
14	P2	Fornecedor 08	418,54	21 dias úteis	7	1	1	12x
15	P1	Fornecedor 09	438,44	21 dias úteis	7	1	1	7x

Figura 7 – Apresentação dos Parâmetros.

uma planilha eletrônica, foi possível realizar a leitura do arquivo pelo programa implementado, conforme descrito no tópico de implementações computacionais. Esse procedimento resultou em 5 DMUs eficientes e 11 ineficientes (Figura 8). A numeração das DMUs (de 0 a 15) segue a mesma ordem apresentada na Figura 7.

DMU 0	Eficiência = 100.00
DMU 1	Eficiência = 95.46
DMU 2	Eficiência = 89.29
DMU 3	Eficiência = 95.46
DMU 4	Eficiência = 97.76
DMU 5	Eficiência = 95.46
DMU 6	Eficiência = 100.00
DMU 7	Eficiência = 95.46
DMU 8	Eficiência = 94.87
DMU 9	Eficiência = 100.00
DMU 10	Eficiência = 100.00
DMU 11	Eficiência = 96.56
DMU 12	Eficiência = 94.87
DMU 13	Eficiência = 80.16
DMU 14	Eficiência = 100.00
DMU 15	Eficiência = 95.46

Figura 8 – Eficiência das 16 DMUs.

Identificou-se um comportamento já observado em Mello et al. (2005), que corresponde a DMUs que apresentam o mesmo resultado de eficiência diante de parâmetros diferentes. Esse resultado é curioso pois, em decorrência de como o modelo DEA é constituído, espera-se que uma DMU que tem um parâmetro de resultado menor do que a outra, porém que exige o mesmo valor para o único parâmetro de recurso estipulado (que nesse caso é o preço), seja menos eficiente. O que ocorre nesse caso é que uma DMU pode dominar a outra, sendo que ambas são localizadas na fronteira de eficiência e apresentam o mesmo resultado, contudo a DMU que apresenta mais resultados utilizando menos recursos

é dominante. DMUs que possuem esse comportamento também podem ser classificadas como “fortemente” ou “fracamente” eficientes.

Também foi possível estabelecer os *benchmarks* para cada DMU, considerando a execução dos dois modelos apresentados (Modelos dos Multiplicadores CCR, orientado a *input* e orientado a *output*).

A seguir são indicados os *benchmarks* de cada DMU, obtidos com o Modelo CCR dos Multiplicadores, orientado a *input*.

```

DMU 0   Eficiência = 100.00
Para se tornar eficiente, DMU 0 deve diminuir os inputs multiplicando-os por 1.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 9 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 0.

```

DMU 1   Eficiência = 95.46
Para se tornar eficiente, DMU 1 deve diminuir os inputs multiplicando-os por 0.95
Restrição Igualdade, variável dual = 0.954612
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 10 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 1.

```

DMU 2   Eficiência = 89.29
Para se tornar eficiente, DMU 2 deve diminuir os inputs multiplicando-os por 0.89
Restrição Igualdade, variável dual = 0.892873
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.671351
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.049279
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 0.399099
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 11 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 2.

```

DMU 3   Eficiência = 95.46
Para se tornar eficiente, DMU 3 deve diminuir os inputs multiplicando-os por 0.95
Restrição Igualdade, variável dual = 0.954612
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 12 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 3.

```

DMU 4   Eficiência = 97.76
Para se tornar eficiente, DMU 4 deve diminuir os inputs multiplicando-os por 0.98
Restrição Igualdade, variável dual = 0.977573
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 13 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 4.

```

DMU 5   Eficiência = 95.46
Para se tornar eficiente, DMU 5 deve diminuir os inputs multiplicando-os por 0.95
Restrição Igualdade, variável dual = 0.954612
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 14 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 5.

```

DMU 6   Eficiência = 100.00
Para se tornar eficiente, DMU 6 deve diminuir os inputs multiplicando-os por 1.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 15 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 6.

```

DMU 7   Eficiência = 95.46
Para se tornar eficiente, DMU 7 deve diminuir os inputs multiplicando-os por 0.95
Restrição Igualdade, variável dual = 0.954612
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 16 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 7.

```

DMU 8   Eficiência = 94.87
Para se tornar eficiente, DMU 8 deve diminuir os inputs multiplicando-os por 0.95
Restrição Igualdade, variável dual = 0.948692
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.486486
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.040541
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 0.675676
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 17 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 8

```

DMU 9   Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 18 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 9.

```

DMU 10  Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 19 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 10.

```

DMU 11   Eficiência = 96.56
Para se tornar eficiente, DMU 11 deve diminuir os inputs multiplicando-os por 0.97
Restrição Igualdade, variável dual = 0.965624
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 20 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 11.

```

DMU 12   Eficiência = 94.87
Para se tornar eficiente, DMU 12 deve diminuir os inputs multiplicando-os por 0.95
Restrição Igualdade, variável dual = 0.948692
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.486486
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.040541
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 0.675676
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 21 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 12.

```

DMU 13   Eficiência = 80.16
Para se tornar eficiente, DMU 13 deve diminuir os inputs multiplicando-os por 0.80
Restrição Igualdade, variável dual = 0.801585
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.486486
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.040541
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 0.675676
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 22 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 13.

```

DMU 14  Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 23 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 14.

```

DMU 15  Eficiência = 95.46
Para se tornar eficiente, DMU 15 deve diminuir os inputs multiplicando-os por 0.95
Restrição Igualdade, variável dual = 0.954612
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = -0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = -0.000000

```

Figura 24 – Modelo Orientado a Inputs - Benchmark para a DMU 15.

A seguir são indicados os *benchmarks* dos Modelos CCR dos Multiplicadores, orientados a *output*.

```

DMU 0  Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = -1.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000

```

Figura 25 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 0.

```

DMU 1  Eficiência = 95.46
Para se tornar eficiente, DMU 1 deve aumentar os outputs multiplicando-os por 1.05
Restrição Igualdade, variável dual = 1.047546
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -1.047546
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000

```

Figura 26 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 1.

```

DMU 2  Eficiência = 89.29
Para se tornar eficiente, DMU 2 deve aumentar os outputs multiplicando-os por 1.12
Restrição Igualdade, variável dual = 1.119900
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = -0.751900
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.055192
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -0.446983
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000

```

Figura 27 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 2

```

DMU 3  Eficiência = 95.46
Para se tornar eficiente, DMU 3 deve aumentar os outputs multiplicando-os por 1.05
Restrição Igualdade, variável dual = 1.047546
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -1.047546
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000

```

Figura 28 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 3.

```
DMU 4 Eficiência = 97.76
Para se tornar eficiente, DMU 4 deve aumentar os outputs multiplicando-os por 1.02
Restrição Igualdade, variável dual = 1.022942
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = -1.022942
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000
```

Figura 29 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 4.

```
DMU 5 Eficiência = 95.46
Para se tornar eficiente, DMU 5 deve aumentar os outputs multiplicando-os por 1.05
Restrição Igualdade, variável dual = 1.047546
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -1.047546
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000
```

Figura 30 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 5.

```
DMU 6 Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = -1.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000
```

Figura 31 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 6.

```

DMU 7   Eficiência = 95.46
Para se tornar eficiente, DMU 7 deve aumentar os outputs multiplicando-os por 1.05
Restrição Igualdade, variável dual = 1.047546
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -1.047546
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000

```

Figura 32 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 7.

```

DMU 8   Eficiência = 94.87
Para se tornar eficiente, DMU 8 deve aumentar os outputs multiplicando-os por 1.05
Restrição Igualdade, variável dual = 1.054083
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = -0.512797
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.042733
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -0.712218
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000

```

Figura 33 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 8.

```

DMU 9   Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = -1.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000

```

Figura 34 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 9.

```

DMU 10   Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -1.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000

```

Figura 35 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 10.

```

DMU 11   Eficiência = 96.56
Para se tornar eficiente, DMU 11 deve aumentar os outputs multiplicando-os por 1.04
Restrição Igualdade, variável dual = 1.035600
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -1.035600
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000

```

Figura 36 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 11.

```

DMU 12   Eficiência = 94.87
Para se tornar eficiente, DMU 12 deve aumentar os outputs multiplicando-os por 1.05
Restrição Igualdade, variável dual = 1.054083
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = -0.512797
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.042733
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -0.712218
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000

```

Figura 37 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 12.

```

DMU 13   Eficiência = 80.16
Para se tornar eficiente, DMU 13 deve aumentar os outputs multiplicando-os por 1.25
Restrição Igualdade, variável dual = 1.247528
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = -0.606905
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = -0.050575
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -0.842924
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000

```

Figura 38 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 13.

```

DMU 14   Eficiência = 100.00
Restrição Igualdade, variável dual = 1.000000
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -1.000000
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000

```

Figura 39 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 14.

```

DMU 15   Eficiência = 95.46
Para se tornar eficiente, DMU 15 deve aumentar os outputs multiplicando-os por 1.05
Restrição Igualdade, variável dual = 1.047546
Restrição Desigualdade k = 0, DMU 0, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 1, DMU 1, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 2, DMU 2, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 3, DMU 3, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 4, DMU 4, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 5, DMU 5, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 6, DMU 6, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 7, DMU 7, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 8, DMU 8, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 9, DMU 9, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 10, DMU 10, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 11, DMU 11, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 12, DMU 12, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 13, DMU 13, variável dual = 0.000000
Restrição Desigualdade k = 14, DMU 14, variável dual = -1.047546
Restrição Desigualdade k = 15, DMU 15, variável dual = 0.000000

```

Figura 40 – Modelo Orientado a Outputs - Benchmark para a DMU 15.

5 Conclusão

Apesar da impossibilidade de executar o modelo desenvolvido em uma situação real de compras em empresas, devido à dificuldade de acesso às mesmas proporcionada pela pandemia COVID-19, esse modelo foi executado em uma simulação de compras com dados reais de fornecedores *e-commerce*. Considerando o crescimento significativo de compras online em 39% no primeiro semestre de 2020, em comparação ao período anterior (G1, 2020), essa pesquisa propõe uma solução equivalente ao contexto vivido atualmente, pois implementou-se uma ferramenta relevante para a seleção de fornecedores, dada a importância do acesso à uma ferramenta que auxilie na escolha dos itens comprados, uma vez que as relações entre fornecedor e cliente foram modificadas.

Essa experiência foi válida para desenvolver uma visão crítica da implementação da DEA, pois a autora dessa pesquisa sentiu a necessidade de uma vivência maior com o setor estudado (Cadeia de Suprimentos) para que o trabalho pudesse ser desenvolvido da melhor forma para atender as necessidades da empresa. Como houve o déficit no contato para que essa vivência fosse desenvolvida, seria interessante o aprofundamento desse contato em trabalhos futuros.

5.1 Trabalhos Futuros

Considerando a importância de executar compras bem sucedidas, tanto para a administração de empresas quanto para administração pública, uma sugestão é desenvolver esse projeto voltado às compras em instituições públicas, adaptando-o às particularidades do setor. Considerando que o cenário de pandemia contribuiu para o crescimento de desvios de dinheiro por licitação, devido à necessidade de compras emergenciais (JUCÁ; BRONZE, 2020), uma ferramenta que facilite a avaliação de eficiência de fornecedores pode oferecer um impacto significativo na boa utilização nos recursos públicos.

Referências

CAMP, R. C. **Benchmarking - The Search for Industry Best Practices that lead to superior performance**. 2018. Src.sig.org/docs/Benchmarking-Guidelines.doc. Citado na página 12.

DYSON, R. G.; ALLEN, R.; CAMANHO, A. S.; PODINOVSKI, V. V.; SARRICO, C. S.; SHALE, E. A. Pitfalls and protocols in dea. **European Journal of Operational Research**, p. 245–259, 2001. Citado na página 13.

_____. Pitfalls and protocols in dea. *European Journal of Operational Research*, 2001. Citado 4 vezes nas páginas 14, 15, 18 e 25.

FREJ, E. A.; ALMEIDA, A. T. de. Seleção de fornecedores em uma indústria de alimentos com base no método multicritério fitradeoff. *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 14, 17 e 25.

G1. Faturamento de lojas online no Brasil cresce 47% no 1º semestre de 2020, maior alta em 20 anos. 2020.

<https://g1.globo.com/economia/tecnologia/noticia/2020/08/28/faturamento-de-lojas-online-no-brasil-cresce-47-por-cento-no-1o-semester-de-2020-maior-alta-em-20-anos.ghtml>. Citado na página 38.

GUIMARÃES, S. P. **25 empresas que quebraram ou passaram perto disso em 2013**. 2016. <https://exame.abril.com.br/negocios/25-empresas-que-quebraram-ou-se-esforçaram-para-isso-em-2013/>. Citado na página 12.

HORTA, I. M.; CAMANHO, A. S.; JOHNES, J.; JOHNES, G. Performance trends in the construction industry worldwide: an overview of the turn of the century. *Springer Science+Business Media*, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 18.

IBGE. **Pesquisa de Inovação - PINTEC**. 2014.

<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/multidominio/ciencia-tecnologia-e-inovacao/9141-pesquisa-de-inovacao.html?t=o-que-e>. Citado na página 15.

JUCÁ, J.; BRONZE, G. **Quase R\$ 2 bilhões: relembre operações da PF contra desvios na pandemia**. 2020. <https://www.cnnbrasil.com.br/nacional/2020/12/17/quase-r-2-bilhoes-relembre-operacoes-da-pf-contradesvios-na-pandemia>. Citado na página 38.

MARTINS, R. de F.; TURRIONI, J. B. Análise de swot e balanced scorecard: uma abordagem sistemática e holística para formulação da estratégia. In: **XXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção**. Curitiba - PR: ENEGEP, 2002. p. 1–8. Citado na página 12.

MELLO, J. C. C. B. S. de; MEZA, L. A.; GOMES, E. G.; NETO, L. B. **Curso de Análise de Envoltória de Dados**. 2005. XXXVII *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Citado 5 vezes nas páginas 13, 19, 20, 21 e 26.

- NAKAGAWA, M. **Ferramenta: 5 Forças de Porter (Clássico)**. 2019. [https://www.sebrae.com.br/Sebrae/Portal%20Sebrae/Anexos/ME₅ – Forcas – Porter.PDF](https://www.sebrae.com.br/Sebrae/Portal%20Sebrae/Anexos/ME5%20Forcas%20Porter.PDF). Citado 2 vezes nas páginas 12 e 17.
- OR-TOOLS, G. **Route. Schedule. Plan. Assign. Pack. Solve. OR-Tools is fast and portable software for combinatorial optimization**. 2019. <https://developers.google.com/optimization/>. Citado na página 23.
- PEREIRA, A. C. da R.; VECCHIA, F. D.; BROZE, T. S.; CATEN, C. S. T.; DANILEVICZ, A. de M. F. **Utilização da Análise Envoltória de Dados (DEA) como ferramenta de Benchmarking de Empresas Inovadoras Internacionalizadas**. 2019. LI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 17.
- PRIETO, V. C.; PEREIRA, F. L. A.; CARVALHO, M. M. de; LAURINDO, F. J. B. Fatores críticos na implementação do balanced scorecard. *Gestão e Produção*, 2006. Citado na página 12.
- REAMI, D. O. Aplicação de um método de apoio à decisão multicritério baseado na análise hierárquica de processos (ahp) para escolha de fornecedores na indústria automobilística: um estudo de caso. 2018. Citado na página 16.
- SANTOS, M. C.; FERNANDES, M. E. B. A. A ferramenta análise swot no processo de formulação nas pequenas empresas: um estudo de caso. *Revista FATEC Sebrae em debate: gestão, tecnologias e negócios*, 2015. Disponível em: <<http://revista.fatecsebrae.edu.br/index.php/em-debate/article/view/19/20>>. Citado na página 12.
- TAHA, H. A. **Pesquisa Operacional**. 8^aed. São Paulo: Pearson (Prentice Hall), 2007. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 20.
- WINSTON, W. L. **Operations Research**. 4^aed. United States: Brooks/Cole (Thomson), 2004. Citado na página 12.