



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA AGRÍCOLA

**ANTONIO PEDRO GALLINUCCI**

**DEMANDA ENERGÉTICA DE REDUTORES PLANETÁRIOS  
E CICLOIDAIIS:  
COMPARATIVO APLICADO A VEÍCULOS AGRÍCOLAS  
ELÉTRICOS**

CAMPINAS

2021

**ANTONIO PEDRO GALLINUCCI**

**DEMANDA ENERGÉTICA DE REDUTORES PLANETÁRIOS  
E CICLOIDAIS: COMPARATIVO APLICADO A VEÍCULOS  
AGRÍCOLAS ELÉTRICOS**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Agrícola da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Agrícola, na Área de Máquinas Agrícolas.

Orientador: Prof. Dr. William Martins Vicente

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL  
DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO  
ANTONIO PEDRO GALLINUCCI E ORIENTADA  
PELO PROF. DR. WILLIAM MARTINS VICENTE

CAMPINAS

2021

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura  
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

G137d Gallinucci, Antonio Pedro, 1959-  
Demanda energética de redutores planetários e cicloidais : comparativo aplicado a veículos agrícolas elétricos / Antonio Pedro Gallinucci. – Campinas, SP : [s.n.], 2021.

Orientador: William Martins Vicente.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Agrícola.

1. Veículos elétricos. 2. Agricultura de precisão. 3. Máquinas agrícolas. I. Vicente, William Martins, 1980-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Agrícola. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em outro idioma:** Energy demand of planetary and cycloidal gearboxes : comparative applied to electric agricultural vehicles

**Palavras-chave em inglês:**

Electric vehicles

Precision agriculture

Agricultural machinery

**Área de concentração:** Máquinas Agrícolas

**Titulação:** Mestre em Engenharia Agrícola

**Banca examinadora:**

William Martins Vicente

Ronnie Rodrigo Rego

Daniel Albiero

**Data de defesa:** 17-12-2021

**Programa de Pós-Graduação:** Engenharia Agrícola

**Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)**

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0000-0001-5371-5534>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/7427930411956998>

Este exemplar corresponde à redação final da **Dissertação de Mestrado** defendida por **Antonio Pedro Gallinucci**, aprovada pela Comissão Julgadora em 17 de dezembro de 2021, na Faculdade de Engenharia Agrícola da Universidade Estadual de Campinas.

**FEAGRI**

---

**Prof. Dr. William Martins Vicente – Presidente e Orientador**

---

**Dr. Ronnie Rodrigo Rego – Membro Titular**

---

**Dr. Daniel Albiero – Membro Titular**

Faculdade de  
**Engenharia Agrícola**  
Unicamp

**A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.**

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho à minha esposa, que me deu forças para completar essa complexa realização durante tempos tão difíceis de pandemia. Também dedico aos meus filhos que, como eu, tornaram-se engenheiros e respeitadores da ciência, na intenção de servir de exemplo de perseverança e dedicação, independentemente da idade.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Quando decidi a enfrentar o desafio de escrever essa dissertação, mal poderia imaginar que tantas pessoas participariam diretamente a sua realização. Se aqui descrevo aqueles que consigo lembrar, perdoem-me aqueles que esqueço. Meus agradecimentos a (o, os):

- Prof. Dr. Angel Pontin Garcia, que me incentivou a iniciar a pós-graduação e me acolheu dentro da FEAGRI;
- Prof. Dr. William Martins Vicente, meu orientador, pela sua paciência e dedicação às revisões;
- Dr. Ronnie Rodrigo Rego, membro da Banca Examinadora, cujo respeito e admiração trago de longa data;
- Dr. Daniel Albiero, membro da Banca examinadora, que contribuiu definitivamente nas análises críticas às estatísticas;
- Todos do corpo técnico do Laboratório de Instrumentação e Controle da FEAGRI, os quais, através da competência técnica incomparável, contribuíram definitivamente para a conclusão deste trabalho: Cláudio, José Maria, Henrique, Rodrigo, Fabrício;
- Meu amigo João Monteiro, que dedicou seu tempo e seus equipamentos para construir os redutores testados, com a toda a responsabilidade profissional e compromisso que traz dentro de si;
- Meu amigo e companheiro de longas experiências na estatística industrial, Marcelo Almeida, pela inestimável ajuda na conclusão desse trabalho;
- Funcionários da Engrecon, onde exerço minha profissão de engenheiro, e que contribuíram com os programas de CNC, com as preparações de máquinas e com as medições para fabricar os rotores cicloidais: Hélio, Willian, Tiago, Sérgio, Claudir (I.M.), Arivaldo, Moura, André;
- Diretores da Engrecon, que permitiram utilizar os equipamentos para fabricar as engrenagens do redutor planetário e os rotores cicloidais;

Um agradecimento especial ao maior companheiro nessa empreitada de projeto, que esteve ao meu lado a todo instante corrigindo, ensinando, realizando e ajudando. Alguém em que me espelho por vários momentos, tentando alcançar parte da sua ética e energia. Mais do que um amigo, mais do que um irmão: obrigado Prof. Hugo Rafacho, por todos os momentos em que sofremos juntos, mesmo enfrentando a pandemia, para transformar esse projeto em realidade.

## RESUMO

A robotização tem apresentado um expressivo desenvolvimento ao longo das últimas décadas com a aplicação da mobilidade elétrica, permitindo, por exemplo, a criação de veículos autônomos para explorar relevos acidentados como os solos de prática agrícola. Entretanto, tais veículos apresentam fontes de energia a partir de baterias, que limitam a autonomia de trabalho quando comparados com veículos movidos por motores a combustão. Desta maneira, a eficiência da transmissão desempenha um fator crítico na concepção de um veículo elétrico. Nos motores elétricos tal eficiência está associada à alta rotação e baixo torque, portanto a multiplicação do torque e a redução da velocidade são características importantes no projeto de um veículo elétrico. Considerando-se que é comum o emprego de redutores planetários para aplicação de altos torques onde a perda de eficiência aumenta na mesma proporção da relação de transmissão, torna-se interessante explorar outras configurações de redutores mais eficientes, com a intenção de poupar as baterias. Sob essa premissa e focando as transmissões de equipamentos agrícolas, este trabalho teve por objetivo comparar um sistema de redução planetário com um redutor cicloidal com relação de transmissão de 36:1. Para isso, foram projetados e fabricados dois redutores com as mesmas dimensões externas e mesma relação de transmissão, além de várias outras similaridades, sendo um deles planetário na configuração clássica de dois estágios, e o outro cicloidal com curva conjugada em substituição aos tradicionais roletes. Testes em bancada, sob condições idênticas, permitiram comparar eficiências de torques de transmissão de ambos. Ao final do projeto, comprovou-se que o redutor cicloidal possui melhor eficiência de transmissão que o redutor planetário de dois estágios nas condições estudadas, indicando a viabilidade da utilização de redutores cicloidais para aplicação elétrica.

**PALAVRAS-CHAVE:** Veículos elétricos, Agricultura de precisão, Máquinas agrícolas

## ABSTRACT

Robotization has shown an expressive development over the last decades with the application of electric mobility, allowing, for example, the creation of autonomous vehicles to explore rugged terrains such as agricultural practice soils. However, such vehicles have energy sources from batteries, which limit the working autonomy when compared to vehicles powered by combustion engines. In this way, transmission efficiency plays a critical factor in the design of an electric vehicle. In electric motors, such efficiency is associated with high rotation and low torque, so torque multiplication and speed reduction are important features in the design of an electric vehicle. Considering that it is common to use planetary gearboxes to apply high torques where the loss of efficiency increases in the same proportion of the transmission ratio, it becomes interesting to explore other more efficient gearbox configurations, with the intention of saving the batteries. Under this premise and focusing on the transmissions of agricultural equipment, this work aimed to compare a planetary reduction system with a cycloidal gearbox with a transmission ratio of 36:1. For this, two gearboxes were designed and manufactured with the same external dimensions and the same transmission ratio, in addition to several other similarities, one of them being planetary in the classic two-stage configuration, and the other cycloidal with a conjugate curve to replace the traditional rollers. Bench tests, under identical conditions, made it possible to compare the transmission torque efficiencies of both. At the end of the project, it was proved that the cycloidal gearbox has better transmission efficiency than the two-stage planetary gearbox under the conditions studied, indicating the feasibility of using cycloidal gearboxes for electrical application.

**KEYWORDS:** Electric vehicles, Precision agriculture, Agricultural machinery

**LISTA DE SÍMBOLOS UTILIZADOS NESTE TRABALHO E QUE NÃO SE ENCONTRAM EXPLICADOS EM FIGURAS OU TABELAS**

SÍMBOLO	SIGNIFICADO	UNIDADE
K	número inteiro	-
Z1	número de dentes do pinhão central	-
Z2	número de dentes da planetária	-
Z3	número de dentes da engrenagem anelar	-
Q	número de engrenagens satélites equidistantes	-
m0	módulo da ferramenta	mm
C1=	distância de trabalho entre o pinhão solar e a planetária	mm
C01	distância normalizada entre o pinhão solar e a planetária	mm
C2	distância de trabalho entre planetária e engrenagem anelar	mm
C02	distância normalizada entre a planetária e a engrenagem anelar	mm
$\alpha_0$	ângulo de pressão da ferramenta	radianos/graus
$\alpha$	ângulo de pressão de trabalho	radianos/graus
x1	coeficiente de correção do pinhão solar	-
x2	coeficiente de correção da planetária	-
x3	coeficiente de correção da engrenagem anelar	-
d3	diâmetro de trabalho da engrenagem anelar	mm
d2	diâmetro de trabalho da planetária	mm
d1	diâmetro de trabalho do pinhão solar	mm
$\beta_0$	ângulo de hélice (neste estudo, $\beta_0=0$ )	radianos/graus
inv	função evolvente do círculo ( $\text{inv}\alpha=\tan\alpha-\alpha$ )	radianos/graus
I	relação de transmissão por estágio	

## SUMÁRIO

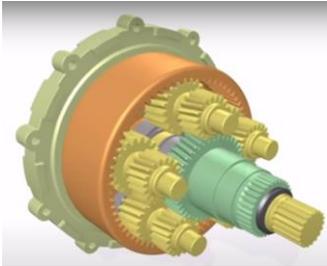
	Página
<b>1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA</b>	<b>11</b>
<b>2 PROBLEMATIZAÇÃO E HIPÓTESE</b>	<b>20</b>
<b>3 OBJETIVO</b>	<b>20</b>
<b>4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>20</b>
<b>4.1 Redutores planetários</b>	<b>20</b>
<b>4.2 Redutores cicloidais</b>	<b>23</b>
<b>5 MATERIAIS E MÉTODOS</b>	<b>29</b>
<b>5.1 Cálculo da geometria do redutor planetário</b>	<b>29</b>
<b>5.2 Cálculo da geometria do redutor cicloidal</b>	<b>34</b>
<b>5.3 Projetos e processos de construção dos redutores</b>	<b>39</b>
5.3.1 Projeto do redutor planetário	39
5.3.2 Projeto do redutor cicloidal	40
<b>5.4 Projeto, construção e descrição da bancada de testes</b>	<b>44</b>
<b>6 RESULTADOS OBTIDOS</b>	<b>50</b>
<b>6.1 Redutores reais e bancada</b>	<b>50</b>
<b>6.2 Dados dos sensores da bancada</b>	<b>51</b>
<b>7 TRATAMENTO ESTATÍSTICO DE DADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>52</b>
<b>8 CONCLUSÕES</b>	<b>57</b>
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	60
APÊNDICE 1: CARACTERÍSTICAS DAS ENGRENAGENS DO REDUTOR PLANETÁRIO	67
APÊNDICE 2: TABELAS DAS MÉDIAS DOS RESULTADOS DE BANCADA	71
APÊNDICE 3: ANÁLISE DE MODELOS LINEARES GENERALIZADOS	82

## 1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

A exploração de terrenos acidentados tem impulsionado desenvolvimentos tecnológicos expressivos nas últimas décadas (SCHENKER et al., 2001), destacando-se a robótica e os veículos elétricos como forma de movimentação e coleta de dados (GHOTBI et al., 2015; IAGNEMMA; DUBOWSKY, 2004; SCHENKER et al., 2001; SILVA et al., 2010; YANG et al., 2004). A semelhança destes terrenos com os relevos de práticas agrícolas sugere uma possível utilização da mesma tecnologia, aplicando conceitos robóticos diferentes dos até então usados nos equipamentos agrícolas convencionais (BECHAR; VIGNEAULT, 2016).

Historicamente, os projetos de veículos agrícolas não focam diretamente a eficiência, mas sim a eficácia (ZOZ; GRISSO, 2003), isto é, considera-se a efetividade da operação agrícola imperativa sobre o consumo de combustível. Neles, a integração entre elementos de transmissão e suas funções utilizam basicamente a mecânica e a hidráulica (BECHAR; VIGNEAULT, 2016; D'ANDREA-NOVEL; CAMPION; BASTIN, 1995; GIL LONDOÑO, 2006; OSINENKO; STREIF, 2017; OSINENKO; GEISLER; HERLITZIUS, 2015; PESCE, [s.d.]; SILVA; MEGGIOLARO, 2008). Deve-se considerar, inclusive, que os arranjos físicos destas transmissões (ZHAO et al., 2013) ocupam espaços importantes no veículo agrícola e reduzem condições de dirigibilidade. O espaço ocupado por um eixo diferencial sob o veículo pode raspar e prejudicar a parte superior exposta de algumas plantações, assim como as limitações de esterçamento das rodas tendem a aumentar o terreno para manobra, fato que exige maior área livre não plantada. Observe-se também a consequente redução da eficiência, resultante do aumento de peso e das perdas inerentes aos sistemas mecânicos e hidráulicos (AMERICAN SOCIETY OF AGRICULTURAL AND BIOLOGICAL ENGINEERS, 2005). As figuras 1, 2, 3 e 4 apresentam uma aplicação típica de redução de velocidade com conceito planetário no cubo de roda de um trator, onde a demanda de torque é crítica. Este conjunto multiplicador de torque poderia, eventualmente, ser substituído por um conjunto cicloidal.

Figura 1 – desenho em 3D de um redutor planetário montado com aplicação em cubo de roda de veículo agrícola



Fonte: catálogo John Deere

Figura 2 – aplicação do redutor planetário no cubo de roda dianteiro de um trator



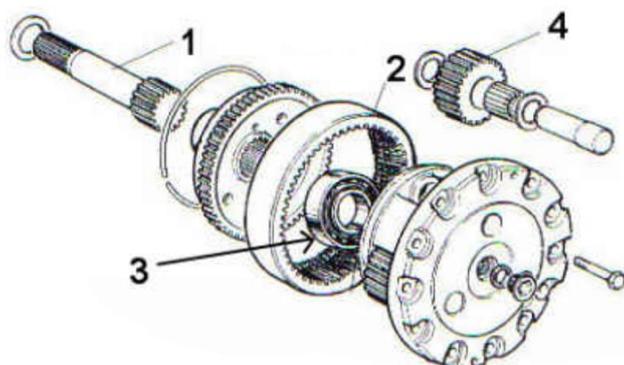
Fonte: catálogo John Deere

Figura 3 – detalhe da aplicação do redutor planetário no eixo traseiro de um trator



Fonte: catálogo John Deere

Figura 4 – vista explodida de um redutor planetário agrícola típico



Fonte: catálogo John Deere

Projetos mecânicos e hidráulicos foram sofrendo melhorias, porém seguindo a mesma tendência histórica (OSINENKO; GEISSLER; HERLITZIUS, 2015; PRANAV et al., 2012). Entretanto, com o crescimento da preocupação no controle de emissões e aumento da eficiência energética, novos veículos agrícolas estão sendo desenvolvidos (BECHAR; VIGNEAULT, 2016), dando destaque também a outras características, tais como consumo de combustível, peso bruto, conforto e nível de ruído (HOY, ROGER M.; ROHRER, RODNEY; LISKA, ADAM; LUCK, JOE D.; ISOM, LOREN; AND KESHWANI, 2014). Sob essa ótica, o avanço da elétrica e eletrônica tem permitido novas soluções e, dentre elas, a tração através de motores elétricos aparece como uma opção interessante (SALAMA et al., 2018) por permitir descentralizar a convencional distribuição de potência através de elementos mecânicos ou hidráulicos. Outra vantagem é apresentar maior eficiência do que os motores a combustão (ZOZ; GRISSO, 2003). Em veículos agrícolas, como já mencionado, a independência das transmissões nas rodas e nas articulações de direção também contribui para diminuir a perda de energia nos elementos mecânicos além de permitir melhor manobrabilidade.

Particularmente, em veículos elétricos em geral, todavia com foco na aplicação agrícola, a eficiência é um ponto de atenção, uma vez que a energia disponível é difícil de ser armazenada (PRANKL; NADLINGER, 2010). Atualmente, a autonomia das baterias ainda é relativamente inferior quando comparada à energia química dos combustíveis utilizada em motores a combustão e, para justificar sua utilização, novos desenvolvimentos devem ter como premissa a redução das perdas do sistema. Tanto os motores a combustão quanto os motores elétricos têm melhor eficiência associada a uma determinada faixa de rotação e, desta forma, é conveniente que um elemento de transformação de rotação e torque esteja associado,

permitindo que o motor trabalhe em faixas de maior eficiência. Os motores elétricos, por sua vez, caracterizam-se por possuir uma faixa mais extensa de rotação com boa eficiência, o que permite reduzir a quantidade de variações na relação de transmissão para a otimização do sistema. Podem, assim, existir casos de veículos agrícolas onde apenas uma redução de velocidade seja suficiente para a realização do trabalho de locomoção dentro de uma faixa aceitável de eficiência e torque.

As considerações até aqui conduzem a possíveis soluções eletromecânicas, compactas, de boa flexibilidade na escolha das relações de transmissão, com alta eficiência e que possam ocupar espaços estratégicos no veículo agrícola (SILVA et al., 2010). Dentro das possíveis opções economicamente viáveis, duas formas construtivas de redutores são passíveis de aplicação: redutores planetários, redutores cicloidais.

Os redutores planetários são utilizados em larga escala na construção de máquinas agrícolas (figuras 1 a 4). Têm boa aceitação e suas condições de projeto e aplicação são bem conhecidas. Possuem limitações na relação de transmissão por conta das interferências naturais dos perfis evolventes. Em reduções acima de 8:1 não é incomum adicionar-se uma segunda redução integrada à primeira (HENRIOT, G. 1982). Porém, devido à grande quantidade de componentes, existem muitos pontos de atrito internos na transmissão que diminuem a eficiência do conjunto. Um redutor planetário pode ter sua eficiência reduzida em 30% (PENNESTRÈ; FREUDENSTEIN, 1993), por exemplo, se projetado ou construído inadequadamente, ou se tiver vários estágios de redução. Para evitar a queda da eficiência decorrente do contato entre vários elementos, os processos de acabamento dos componentes precisam ser muito precisos, tais como retíficas ou polimentos nas superfícies de atrito, a fim de melhorar o comportamento tribológico do conjunto, contudo, com aumento significativo do custo de produção.

Em contrapartida, os redutores cicloidais são utilizados frequentemente em equipamentos de alta sollicitação e condições severas de choques, tais como equipamentos de mineração e laminação de aço. Raramente aplicam-se na agricultura, devido à presença histórica da solução planetária, como já descrito. Redutores cicloidais podem apresentar eficiência na faixa de 80% a 90% (GORLA et al., 2008), mesmo em altas reduções. Eles permitem formas construtivas compactas e possuem alta densidade de potência transmitida. A geometria dos dentes cicloidais é diferente da geometria da evolvente e, enquanto a geometria dos dentes a evolvente possui normas desenvolvidas e aceitas, os dentes cicloidais ainda não

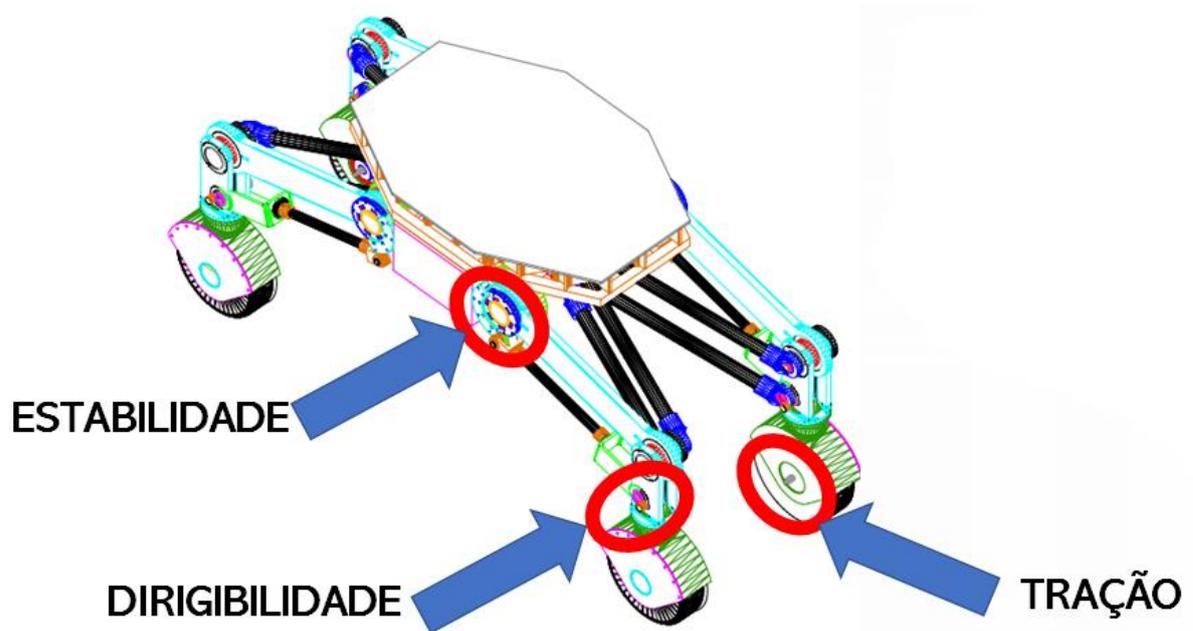
possuem estas diretrizes, de maneira que cada caso deve ser analisado e desenvolvido individualmente.

De maneira geral, pode-se dizer que as dimensões de um redutor são parâmetros interessantes para comparar conceitos, pois traduzem o volume ocupado no espaço e possibilitam justificar a decisão para optar por um conceito dentre os vários tipos disponíveis de redutores. Assim, se uma área de um veículo limita o espaço a ser usado para uma certa transmissão, o foco estará na capacidade de carga e na eficiência, e a decisão sobre a aplicação resultará na forma construtiva que reunir as melhores propriedades. Logo, redutores com mesmas dimensões ou mesmo volume ocupado no espaço proporcionam uma oportunidade interessante para obter resultados efetivos quando suas performances são comparadas entre si, se sujeitos às mesmas condições de trabalho ou teste. Por exemplo, em um veículo agrícola elétrico pode-se imaginar a estratégia de posicionar transmissões compactas dentro dos cubos de roda, até mesmo unidas aos corpos dos seus respectivos motores elétricos. Desta forma, obtém-se várias vantagens, tais como manobrabilidade, independência de tração e inexistência das uniões e de elementos mecânicos que restrinjam movimentos do veículo. O espaço, por ser restrito, faz com que a relação tamanho/torque passe a ter destaque. Ao explorar esta condição, a coaxialidade torna-se uma característica importante, que nos traz aos redutores mencionados neste trabalho.

Até o momento não foram identificados trabalhos científicos publicados abordando a comparação entre as eficiências de redutores coaxiais que possuam o mesmo volume, mesma redução, mesma aplicação, porém com conceitos de transmissão totalmente diferentes. Assim, um campo a ser investigado teria como princípio a comparação entre redutores planetários e cicloidais. Neste trabalho, a pesquisa focou na eficiência de torque de cada conceito. O primeiro, por ser largamente utilizado em veículos agrícolas, e o segundo, por ser uma opção robusta e compacta, compatível com a severidade da aplicação. Foram projetados e construídos protótipos com mesmas dimensões externas e foram comparados os parâmetros de eficiência. Uma bancada de testes também foi projetada e construída, específica para esta aplicação.

A motivação deste trabalho foi a concepção dos sistemas de movimentação no desenvolvimento de uma plataforma robótica autônoma totalmente elétrica, de utilização genérica agrícola, esquematizada na figura 5. Esta plataforma é um projeto do Laboratório de Instrumentação e Controle da Faculdade de engenharia Agrícola da Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP.

Figura 5 – plataforma autônoma elétrica e locais de aplicação de redutores



Neste projeto, os movimentos das articulações necessitam de alto torque, como já mencionado. Os redutores para essa finalidade foram projetados e modelados (figuras 6, 7, 8 e 9) e depois construídos em impressão 3D para testar o conceito (figuras 10 e 11). Em seguida foram analisados criticamente e construídos em aço (figuras 12 e 13).

Figura 6 – Modelo em 3D do redutor planetário montado deste trabalho

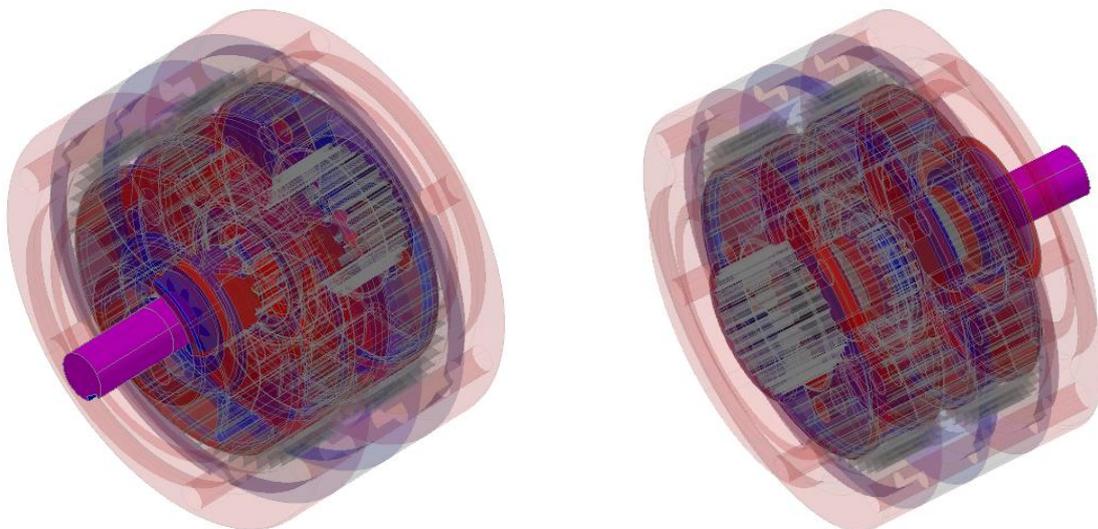


Figura 7 – Vista explodida do redutor planetário deste trabalho

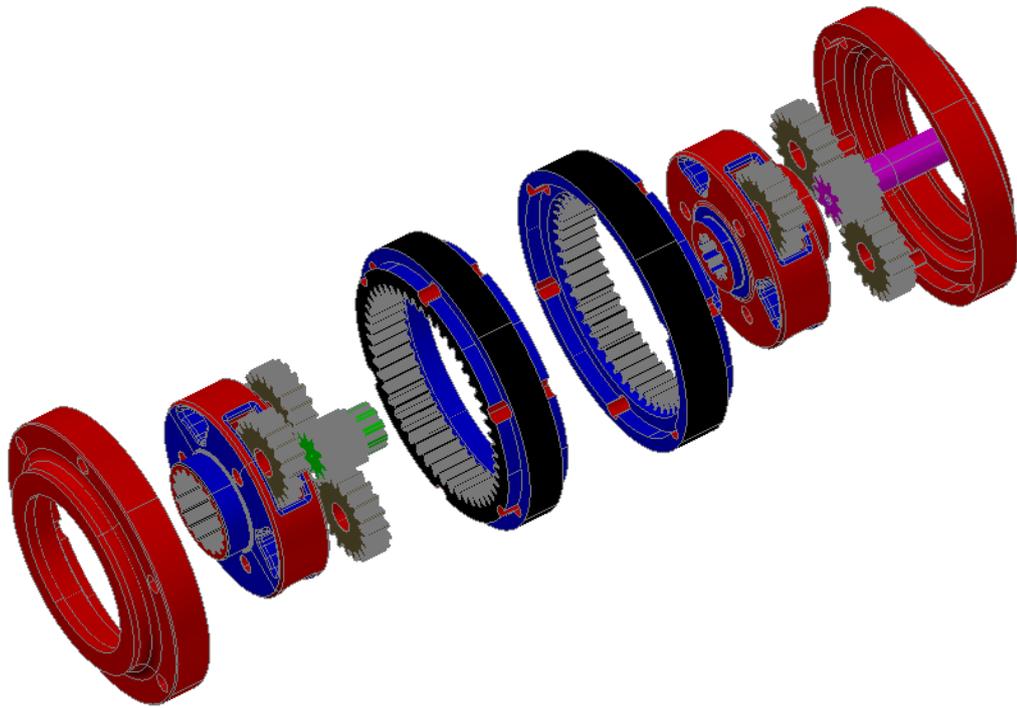


Figura 8 – Modelo 3D do redutor cicloidal deste trabalho

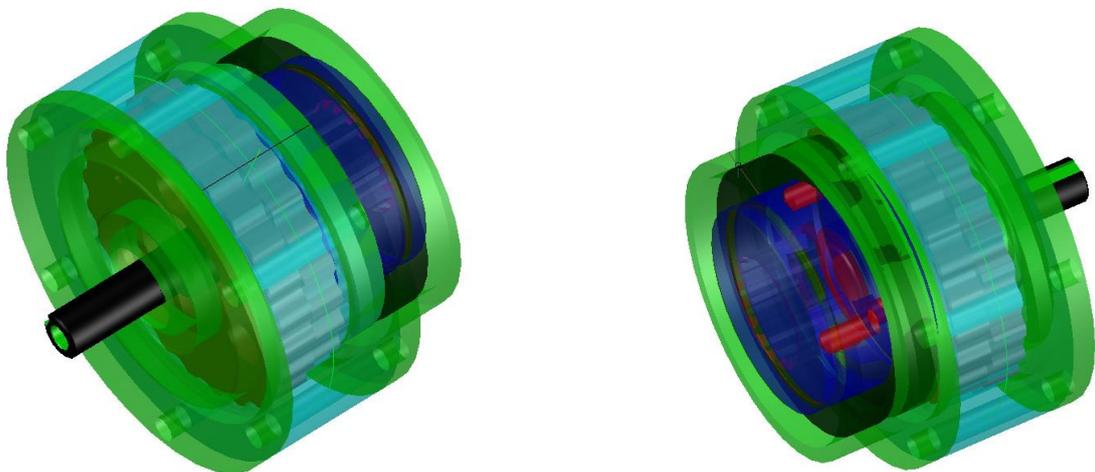


Figura 9 – Vista explodida do redutor cicloidal deste trabalho

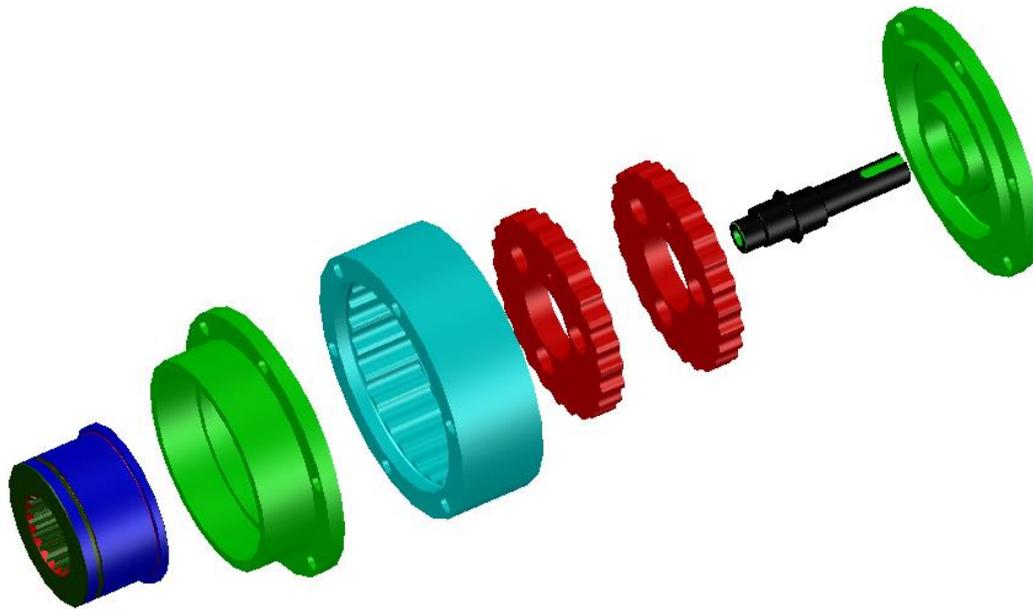


Figura 10 – Modelo do redutor cicloidal impresso em 3D



Figura 11 – Modelo do redutor planetário impresso em 3D



Figura 12 – redutor cicloidal em aço



Figura 13 – redutor planetário em aço



## **2 PROBLEMATIZAÇÃO E HIPÓTESE**

O consumo de energia de um equipamento agrícola está associado à eficiência da transmissão. Isto é um fator relevante para veículos com motores a combustão ou elétricos, apresentando destaque para estes últimos, já que a autonomia é um dos principais pontos limitantes do uso desta fonte de energia.

A comparação entre dois redutores de conceitos diferentes é tão mais significativa quanto maior a semelhança entre eles. Para tanto, os redutores foram projetados considerando-se a maior similaridade entre eles, por exemplo: mesma relação de transmissão, mesmo material com mesma dureza, mesmas condições de fabricação, mesmos rolamentos de saída, mesmo diâmetro externo, mesmo comprimento, mesmo lubrificante e mesma quantidade, sujeitos às mesmas cargas com suas correspondentes velocidades de içamento.

Dada a relevância do tema frente à literatura de pesquisa, o presente trabalho buscou provar a seguinte hipótese: Se dois redutores tiverem suas eficiências de torque comparadas, sendo um planetário e o outro cicloidal e obedecendo às premissas de projeto acima descritas, então o redutor cicloidal possui maior ou igual eficiência que o planetário.

## **3 OBJETIVO**

O trabalho teve como objetivo comparar as eficiências de torque de duas formas construtivas de redutores coaxiais (planetária e cicloidal), de maneira a incluir a utilização de redutores cicloidais como opção na aplicação de veículos de mobilidade elétrica com ênfase em equipamentos agrícolas.

Com este objetivo, foram consideradas as limitações entre os dois modelos e o comparativo entre torques utilizados no içamento de cargas iguais entre os dois redutores.

## **4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **4.1 Redutores Planetários**

Basicamente, um redutor planetário é composto por quatro elementos: a carcaça, que normalmente contém a engrenagem de dentes internos chamada de anelar; o pinhão solar que fica ao centro do redutor e não tem contato direto com a engrenagem anelar; as engrenagens satélites, que são elementos de ligação entre a anelar e o pinhão solar, ficando entre eles; a(s)

gaiola(s) que contém as engrenagens satélites. Em redutores planetários de múltiplos estágios a saída de um estágio é a entrada do próximo, e assim por diante, como normalmente utilizado nos equipamentos agrícolas. Esta é a forma de aumentar a relação de transmissão com consequente aumento de torque. Os redutores planetários podem ser montados segundo várias estratégias, pois considerando-se partes móveis e partes fixas pode-se alterar a relação de transmissão sem alterar as relações entre os números de dentes dos seus componentes. Por exemplo, normalmente a carcaça é a parte fixa, mas não obrigatoriamente, então pode-se fixar o eixo de saída e fazer o torque ser transmitido pela carcaça. Neste caso, a relação de transmissão se altera.

A eficiência tem sido uma preocupação nos projetos de redutores planetários, principalmente quando possuem vários estágios de redução, devido aos atritos internos gerados pelos vários componentes utilizados. Acabamentos superficiais usando técnicas denominadas *honing* (traduzido para o português como brunimento) seja nos flancos dos dentes, seja nos diâmetros de rolamentos, ajudam na redução de atrito. Há projetos que utilizam o diâmetro interno das engrenagens satélites como a própria pista dos roletes, economizando assim a inserção das pistas postiças e diminuindo a quantidade de elementos na transmissão. Nestes diâmetros, usualmente também é feito o brunimento para melhorar a rugosidade superficial. Vale mencionar que o brunimento tem uma relevância particular: além de melhorar a rugosidade superficial, ele também contribui para uma melhor lubrificação e um aumento substancial das tensões de compressão residuais na superfície, o que evita o surgimento de micro-trincas as quais eventualmente poderiam tornar-se *pitting* (formação de pequenas cavidades que progridem até a falha superficial do elemento).

Parte da literatura para o cálculo das engrenagens que compõe uma transmissão planetária pode ser encontrada em livros de elementos de máquinas ou na norma ISO 6336 (60812, 2006), apesar de não conter diretamente os cálculos para a eficiência da transmissão. Isto é devido à complexidade dos conjuntos, formados por muitos componentes que geram atritos entre si, não se limitando às engrenagens unicamente (SCHULZE, 2013).

Várias ideias e arranjos permitiram a exploração de geometrias particulares nos redutores planetários. Por exemplo, focando em pedais de bicicletas, MUNDO (2006) desenvolveu uma transmissão planetária onde as engrenagens não possuem a forma cilíndrica. A aplicação visa originar uma saída da transmissão que seja variável senoidalmente no tempo, assim como os esforços dos pés. DOBARIYA (2018) apresentou a análise e o design de arranjos

de engrenagens planetárias que fornecem relações de transmissão altas com múltiplos estágios. A atenção do artigo está na relação de transmissão, na combinação de dentes da engrenagem, nas tensões e no fator de segurança.

Com o intuito de minimizar peso das transmissões planetárias, HÖHN; STAHL; GWINNER (2013) tiveram por objetivo calcular e comparar o volume, o peso e a eficiência de três transmissões de engrenagens planetárias básicas com um grau de liberdade, aplicando três relações de transmissão diferentes (5, 25 e 125). Devido ao fato de que este estudo se concentrou na redução de volume e peso, o menor número possível de dentes de engrenagem e o maior número possível de planetárias foram aplicados a cada conceito a fim de atingir uma densidade de potência alta. Para atender à demanda de valores de alta eficiência foram projetadas engrenagens especiais de baixa perda de carga com baixo coeficiente de atrito entre as superfícies dos dentes. As engrenagens foram projetadas de acordo com a ISO 6336 (60812, 2006), com parâmetros de ferramenta otimizados. O volume de cada redutor foi calculado assumindo que as engrenagens eram cilindros sólidos. Por uma questão de simplicidade, o autor não detalhou geometrias do eixo, bem como o peso e as perdas de potência adicionais de rolamentos e outros componentes.

Exemplificando um campo mais amplo para a aplicação de redutores planetários, encontra-se em SALGADO et al. (2017) um projeto ideal de uma caixa de engrenagens planetária para transformar uma máquina-ferramenta convencional em equipamento de alta velocidade. Em relação ao projeto da caixa de engrenagens diferentes soluções específicas para diferentes relações de transmissão, potência e torque foram apresentadas.

É importante salientar que as transmissões planetárias não estão restritas a engrenagens cilíndricas de eixos paralelos. LITVIN et al. (2004) propôs o projeto de um novo tipo de acionamento que poderia ser aplicado em aeronaves, dada sua geometria peculiar com economia de espaço. Trata-se do estudo de redutores planetários com eixos coaxiais de transmissão por engrenagens de face, a ser explorada.

Com relação à eficiência da transmissão, dois procedimentos foram apresentados por DEL CASTILLO (2002) a fim de obter a expressão analítica para a eficiência de qualquer transmissão planetária. O primeiro aplicou as equações de torque e velocidade e o conceito de relações virtuais entre dentes de engrenagens. O segundo baseou-se na correlação entre a potência da transmissão e a relação de velocidade. Tal correlação é aplicável a qualquer

transmissão de dentes retos e permite obter valores de eficiência com a aplicação das fórmulas ali desenvolvidas.

## 4.2 Redutores Cicloidais

Os perfis cicloidais referidos aqui são, na verdade, epitrocóides encurtadas equidistantes da cicloide. Há anos que as cicloides possuem aplicações na mecânica, além de participarem no projeto de redutores. Vários exemplos podem ser observados em POLLITT (1960). Nos trabalhos de LITVIN; FENG (1996) foram desenvolvidas as equações utilizando álgebra vetorial para a geração dos perfis cicloidais, a equação da curvatura dos perfis estáticos, e foi investigada a reta normal aos perfis de contato e seu comportamento durante o processo de engrenamento. Muitos outros desenvolvimentos partiram deste mesmo princípio desenvolvido por LITVIN; FENG (1996), tornando-o uma sólida base para estudos futuros.

Um artigo que aplicou os modelos matemáticos para a manufatura dos rotores de redutores foi LAI (2006), onde foi determinado o caminho da ferramenta para usinagem em uma máquina de controle numérico. Um novo método de modificação do dente do disco cicloide foi apresentado por REN et al. (2017). A ideia principal foi projetar as curvas de folga. Foi desenvolvido um procedimento detalhado da nova curva de folga, que pôde ser definida ajustando a posição de 5 pontos-chave. Um modelo dinâmico não-linear Multi-DOF de redutor de velocidade cicloidal foi estabelecido, e então o deslocamento rotacional do disco cicloide e a velocidade de rotação versus tempo de diferentes folgas foram resolvidos pelo método numérico de Runge-kutta. Os resultados mostraram que este método pode melhorar a capacidade de transporte do acionamento cicloidal, eliminar ruídos e vibrações e desenvolver uma melhor precisão da transmissão.

GORLA et al. (2008) apresentou o estudo sobre um redutor cicloidal invertido em relação aos pinos: tem uma coroa no estator, cujo perfil transversal é uma epicicloide conjugada com os rolos cilíndricos que estão no rotor. Foram investigadas as características estruturais e os princípios cinemáticos desse tipo de redutor. Uma abordagem teórica baseada na teoria da engrenagem seguindo LITVIN; FENG (1996) foi desenvolvida e comparada a um desenvolvimento da abordagem de BLANCHE; YANG (1989).

Um modelo com cilindros no rotor e na carcaça foi idealizado por LAI (2004), porém a aplicação prática ainda precisa ser estudada.

No trabalho de CHANG (2003), o ângulo de pressão, que influencia a direção e a magnitude da força nas transmissões por engrenagens, foi derivado para as cicloides com base na teoria da geometria diferencial. O perfil do cortador caracol para a fabricação dos rotores foi também obtido. Isto ajuda a diminuir os custos de fabricação, pois podem ser utilizadas cortadoras e retificadoras de engrenagens comuns para a produção de perfis cicloidais, evitando assim novos investimentos.

Através de CHEN et al. (2008), a teoria geral para geração de epicloides foi desenvolvida. A condição de engrenamento, a linha de contato, a razão de contato e o método de cálculo para o ponto de contato máximo do dente com o pino foram estabelecidos. A investigação sobre a teoria do engrenamento conjugado foi realizada para diferenças no número de dentes entre a roda dentada e a engrenagem cicloidal iguais a 1, 2, 3 e -1. Um método geral chamado “Método de Envelopamento para Gerar Hipocicloide e Epicloide” foi aqui apresentado.

Um exemplo didático de cálculo e verificação de uma transmissão cicloidal como segundo estágio após uma redução planetária pode ser observado em BORISLAVOV; BORISOV; PANCHEV (2012). Neste trabalho nota-se a tendência de aplicar definições similares às utilizadas para engrenagens a dentes com curva evolvente. A determinação das forças atuantes, as tensões na superfície e nas regiões críticas, as deformações e os efeitos dos esforços em função do ângulo de orientação do eixo de entrada foram analisados por TSETSERUKOU et al. (2012) e TSAI et al. (2015). Foram desenvolvidos estudos sobre o comportamento dos dentes de um redutor cicloidal sob carga, obtendo assim dados sobre as condições de contato entre as superfícies atuantes.

A criação de unidades mais sofisticadas utilizando a geometria cicloidal pode ser verificada em LI et al. (2004). Neste artigo, foi apresentado um novo acionamento chamado de acionador cicloide do tipo placa dupla com manivela dupla. Diferente do redutor cicloidal tradicional, ele não requer unidade de saída e a rigidez do eixo de saída é alta. Os rolamentos foram colocados fora da engrenagem, ao contrário dos acionamentos cicloidais tradicionais. Portanto, o tamanho dos rolamentos não se apresentou mais como uma restrição. Este arranjo foi capaz de transferir torques maiores do que um acionamento cicloidal planetário típico.

Uma nova ideia foi apresentada por EFREMENKOV; KOBZA; EFREMENKOVA (2015), onde duas cicloides (uma interna, outra externa) são conjugadas com pinos entre elas. Desta maneira, a quantidade de pinos é a quantidade de lóbulos da engrenagem interna menos um, e o disco cicloidal tem o número de lóbulos igual à quantidade de pinos menos um. Neste trabalho foram apresentadas as limitações relativas ao ângulo de cunha de atrito e a dependência das forças atuantes nos pinos.

Modificações de perfil foram propostas por LIN; SHIH; LEE (2014) para melhorar vibrações e distribuir o carregamento de maneira mais homogênea na superfície ativa dos dentes. Os estudos tomaram como base resultados de análises gráficas obtida através de TCA, ou análise de contato dos dentes. As equações da curva conjugada de uma cicloide podem ser encontradas em SHUNG; PENNOCK, (1994). Entretanto, têm aplicação mais direta em compressores e motores, mas não em redutores, já que estes utilizam a cicloide estendida.

Em um estudo realizado por HSIEH (2015) foi construído um modelo analítico da dinâmica do sistema em um redutor cicloide com uma pequena diferença no número de dentes. Especificamente, tendo uma relação de transmissão de 17:1 como exemplo, ele analisou os designs de pino rotativo e pino fixo para mostrar as deficiências dos projetos tradicionais. Em seguida, ele propôs um design sem pinos que melhora essas deficiências, no qual o estator é substituído por uma engrenagem interna cicloidal conjugada à cicloide do motor. Adotando a teoria da engrenagem, ele construiu um modelo matemático do projeto sem pinos com uma diferença de vários dentes e derivou equações dos pontos de interferência para verificar a existência do *undercut* no perfil do dente. Através da análise dinâmica, primeiro identificou essas deficiências incluindo ondulação de alta velocidade de saída, flutuações de tensão irregulares, grandes flutuações de trinca e distribuição de tensão irregular. Mostrou então que o design proposto para o modelo sem pinos pode melhorar os pontos fracos, produzindo uma flutuação de tensão mais regular e eliminando os picos. Em particular, o desenho sem pinos com dois dentes ou mais de diferença não apenas reduziu a ondulação da velocidade de saída (para aproximadamente  $\pm 2\%$ ), mas também diminuiu as flutuações de tensão e uniformizou suas distribuições (estator e rotor). Através do método de envelopamento de curvas ACCESSION (2006) também desenvolveu uma série de equações para identificar o perfil cicloidal do rotor conjugado aos pinos do estator, assim como as forças atuantes nos pinos, além de estabelecer as principais condições para evitar-se interferência, descontinuidade ou dobra na curva.

Trabalho semelhante foi desenvolvido por HWANG; HSIEH (2007) aplicando a teoria dos engrenamentos. Condições de *undercut* e aplicações em georotores fizeram igualmente parte dos modelos matemáticos.

BLAGOJEVIC et al. (2011) desenvolveu um modelo compacto com apenas dois rotores para uma mesma redução de velocidade. Juntamente com a modelagem matemática, foram estudadas as tensões atuantes nos pontos críticos de concentração através do método de elementos finitos (FEM). As comprovações foram obtidas através de testes experimentais com o uso de *strain gauges*, e as curvas levantadas atestaram o bom funcionamento deste projeto. No artigo de LIU et al. (2012) foi desenvolvida uma cicloide nos dentes com um trecho de alívio na porção externa convexa, de maneira a aliviar os esforços radiais que não contribuem para a transmissão de torque efetivo. Levou-se ainda em conta o conceito da curvatura normal induzida, cuja geometria melhorou as condições de lubrificação e distribuição de carga: quanto menor a curvatura normal induzida, melhores as condições de transmissão.

Em redutores cicloidais de dois dentes de diferença entre o estator e o rotor há tendência para a geração de picos nos pontos mais externos da curva. Este fenômeno diminui a capacidade de carga além de trazer outros inconvenientes no projeto, tais como concentração de tensões e deflexões das regiões próximas quando submetidas a cargas. Uma solução proposta por LAI; LYU (2006) desenvolveu uma curva de ajuste através da interpolação de Bezier em substituição a estes trechos considerando-se a continuidade tangencial. O artigo de KARAMOOZRAVARI (2011) trouxe um estudo sobre bombas de óleo cujo modelo matemático utiliza elipses ao invés de pinos cilíndricos para a geração das cicloides. Apesar de não mencionar diretamente a aplicação em redutores, é uma boa referência para estudo, posto que o método de desenvolvimento do modelo matemático segue a mesma linha dos desenvolvimentos de rotores e estatores dos redutores cicloidais.

O modelo proposto por WANG; CHEN (2015) considerou um duplo envelopamento da curva cicloidal, de maneira que dois ramos diferentes puderam ter, cada um deles, um ponto de contato com o elemento gerado. Nessa configuração, as tensões aplicadas durante o movimento de engrenamento foram distribuídas em dois pontos, ao invés de um único ponto. O modelo não se limitou às cicloides geradas por círculos, mas também considerou outros elementos, como elipses e parábolas.

Um modelo teórico, sem levar em conta atritos, distorções e desvios foi desenvolvido por LI (2014). No desenvolvimento foram aplicadas ferramentas como AutoCAD para criar o perfil trocoidal derivado da cicloide básica, e daí o modelo em 3D. Com a utilização de FEM foi possível identificar pontos de concentração de tensões onde poderiam originar falhas.

Um trabalho de conteúdo considerável e que incorpora muitos dos trabalhos individuais de outros autores foi realizado por KUMAR (2015). Nele são analisados e detalhados os aspectos dinâmicos e suas conseqüentes vibrações torcionais. O autor fez comparações do sistema cicloidal com outros sistemas de redução, e apresentou patentes de alguns fabricantes. Os modelos utilizados nos estudos foram comprovados através de criteriosos testes de bancada.

Devido às inevitáveis variações nas dimensões dos componentes durante os processos de fabricação, podem ocorrer pontos de contato com pressão além do esperado. Em contrapartida, pela mesma razão podem existir pontos sem contato. Estes desvios dos modelos teóricos precisam ser ajustados para uma condição real. Esta condição real foi estudada por IVANOVIĆ et al. (2012) e uma solução inovadora foi apresentada por KOSTIĆ et al. (2018) utilizando algoritmo baseado em aprendizado de máquina, que otimizou a determinação de correções na geometria dos dentes.

Um fenômeno que merece investigação é o efeito do atrito nos elementos mecânicos. Os redutores cicloidais têm uma geometria complicada, porém o atrito tem um impacto significativo nos parâmetros de resistência e eficiência. As investigações realizadas por REDUCER (2011) e BLAGOJEVIC et al. (2012) mostraram a dependência da força de contato, torque de atrito e eficiência em relação ao coeficiente de atrito. É importante ressaltar que somente o atrito em contato com o disco cicloide e os rolos da carcaça foram levados em conta nos estudos, enquanto a fricção em todos os outros locais foi negligenciada no cálculo dos valores de força de contato e torque de atrito. Os autores estabeleceram um modelo de dinâmica de contato de um sistema de transmissão de rodas cicloidais com pinos múltiplos em XU; YANG (2016). No modelo comparou-se um design com e outro sem rolamento central, onde foi considerado o contato multiponto entre a engrenagem cicloidal e os pinos, bem como o contato entre os corpos rolantes e as pistas internas e externas do rolamento central. Através de um exemplo numérico, os autores analisaram as características de contato da malha de múltiplos dentes da transmissão do rotor cicloidal com pinos e a distribuição da carga de

contato. Por outro lado, analisaram a distribuição e a variação de amplitude da carga suportada por cada elemento rolante no rolamento central. Sem considerar a folga radial do rolamento e todos os tipos de defeitos geométricos, a pesquisa concluiu que o rolamento central não exerce nenhuma influência sobre as características da resposta de movimento do sistema de transmissão cicloidial com pinos sob condições ideais.

Uma abordagem realizada por HSIEH (2014) considerou a comparação do comportamento dinâmico entre duas formas básicas de redutores cicloidiais: com pinos no estator versus com curva conjugada no estator em substituição aos pinos. Em termos práticos, a versão com curva conjugada teve uma série de vantagens em relação à versão com pinos. Os pontos positivos foram não somente a usinagem mais rápida e precisa, como também a diminuição dos erros de espaçamentos entre os pinos, ou a possibilidade de implementar modificações de perfil necessárias à melhoria de performance do conjunto, ou ainda a redução da quantidade de elementos (rolamentos, buchas, pinos), maior em um projeto com pinos. Um teste de torção feito posteriormente nesse mesmo trabalho de (HSIEH, 2015) sugeriu que a taxa de saída de torque é maior na versão sem pinos.

Com base nessas referências, pode-se classificar os redutores cicloidiais em dois grupos distintos. O primeiro grupo refere-se ao redutor de desenho clássico, o estator sendo uma “gaiola” formada por pinos equidistantes do centro rigidamente fixados na estrutura. O rotor, por sua vez, tem lóbulos ou dentes que engrenam com estes pinos através do movimento excêntrico. É comum que o rotor tenha um dente a menos que o estator, de maneira que a cada rotação do eixo excêntrico o rotor atrasa-se de um lóbulo em relação ao estator. Por exemplo, caso o estator tenha 26 dentes e o rotor 25 dentes, o eixo excêntrico terá que rodar 25 vezes para que o rotor complete uma volta. Esse movimento é transferido para o eixo de saída nessa mesma relação de transmissão, portanto, reduzindo 25 vezes a rotação de entrada. Dependendo da eficiência pretendida, há construções nas quais os pinos são revestidos por rolamentos de agulhas. Nesta arquitetura, a quantidade de componentes aumenta e o conjunto torna-se complexo e dependente de manufatura precisa para obter-se o efeito desejado. Já o segundo grupo possui uma condição destacada por uma menor quantidade de componentes e permite-se soluções inovadoras na sua geometria. Os pinos são substituídos por uma curva conjugada ao rotor, a qual passa a ser uma peça curva semelhante ao rotor, porém com um dente a mais. Há casos de diferenças maiores entre os números de dentes, porém esta discussão não se aplica a este trabalho. Explicando de maneira mais objetiva, o modelo matemático parte de pinos para gerar a curva do rotor, e posteriormente o estator é redesenhado através da curva conjugada.

Ambos, rotor e estator, podem ser fabricados em modernas máquinas a controle numérico com precisão de milésimos de milímetros, fato que contribui para o aumento da eficiência e da suavidade da transmissão.

## 5 MATERIAIS E METODOS

Seguindo a premissa deste trabalho, as principais dimensões do redutor cicloidal, tais como diâmetro externo e comprimento, tiveram as mesmas dimensões básicas do redutor planetário. Com isto, a comparação entre as duas formas construtivas (planetária e cicloidal) foi mais efetiva. Aplica-se, assim, uma das vantagens mais expressivas dos redutores cicloidais: por exemplo, uma redução de 36:1 pode ser realizada em um único estágio, ao passo que o redutor planetário necessita de 2 estágios.

Ambos os redutores, planetário e cicloidal, foram construídos em aço SAE 1045 com dureza 192+/-10 HBR. Os diâmetros externos foram limitados a 100 mm, e o comprimento total do corpo sem considerar o eixo de saída foi limitado a 70 mm. Não foram incluídos retentores em ambos os redutores, pois poderiam mascarar a eficiência dos demais elementos.

Para os testes com carga foi construída uma bancada de torque reativo com diferentes pesos a serem içados associados a diferentes rotações.

### 5.1 Cálculo Da Geometria Do Redutor Planetário

As fórmulas, princípios, determinação das dimensões externas, componentes, materiais, estão conforme norma (60812, 2006; BRITISH STANDARD INSTITUTION, 2008). Estas fórmulas foram compiladas em linguagem LISP dando origem a um software desenvolvido pelo autor, que utiliza o ambiente AutoCAD. Após os cálculos, além dos dados de saída constantes no Apêndice 1, o software permitiu que fossem criados sólidos eletrônicos representativos das peças reais.

Apesar de bem conhecidas as fórmulas de cálculo geométrico das engrenagens com dentes a evolvente, uma transmissão planetária tem várias restrições, a começar pelos números de dentes das engrenagens, que devem obedecer às seguintes imposições:

$$(Z1 + Z2)/Q = K \quad (01)$$

$$C1 = C2 \quad (02)$$

$$C1 = C01 \cdot \frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha} \quad (03)$$

$$C01 = \frac{m_0}{\cos\beta} \cdot \frac{(Z1+Z2)}{2} \quad (04)$$

$$inv\alpha = inv\alpha_0 + 2 \cdot \tan\alpha_0 \frac{x2+x1}{z2+z1} \quad (05)$$

$$Z3 \geq Z1 + Z2 \quad (06)$$

$$I = 1 + Z3/Z1 \quad (07)$$

Os valores  $x_1$  e  $x_2$  representam os coeficientes de correção do dentado evolvente, como mencionado na tabela no início deste trabalho. Foge ao escopo desta dissertação detalhar características específicas de engrenagens a evolvente. Entretanto, uma simples explicação pode ajudar no melhor entendimento do leitor. Os coeficientes de correção alteram as características do dentado através do deslocamento da cremalheira de referência e o valor deles, quando positivo e multiplicado pelo módulo, é igual ao afastamento dessa cremalheira. No caso de engrenagens a evolvente, a cremalheira é solidificada pelo cortador que usa as engrenagens. Valores positivos de  $x_1$  ou  $x_2$  fazem com que a base dos dentes aumente de espessura com o conseqüente aumento do ângulo de pressão dos dentes, além do aumento da resistência à flexão. A recíproca é verdadeira quando os valores são negativos. Deste modo, os valores de  $x_1$  e  $x_2$  foram convenientemente escolhidos de modo a evitar-se grandes valores para o escorregamento dos perfis conjugados na região do addendum, que poderia resultar em travamento do par. Para tanto, utilizou-se a equação abaixo (60812, 2006; BRITISH STANDARD INSTITUTION, 2008):

$$x1 = \lambda \frac{z2-z1}{z2+z1} + \Sigma x \frac{z1}{z2+z1} \quad (07)$$

O fator  $\lambda$  pode variar entre 0.5 e 0.75, segundo a mesma norma, enquanto o termo da somatória das correções ( $\Sigma x = x_1 + x_2$ ) deve ter origem no balanceamento da velocidade de deslizamento entre os perfis. Entretanto, como o dimensionamento crítico ocorre no par mais solicitado (pinhão solar e planetárias), tomou-se o valor resultante desta distância entre centros  $C1$  e foi realizado o cálculo inverso para obter o valor do provável coeficiente de correção da engrenagem anelar a fim de satisfazer a condição da equação (02).

Neste trabalho adotou-se a relação de transmissão 36:1 de maneira a ser transmitida por dois estágios no redutor planetário, formada por 6:1 no primeiro e 6:1 no segundo estágio. Essa relação foi originada pelas limitações descritas a seguir.

Adequar dois redutores de conceitos tão diferentes para um mesmo volume foi um trabalho à parte. Deve-se observar que, para que tivessem o mesmo diâmetro externo, os elementos mecânicos com dentes internos, fosse no redutor planetário ou no cicloidal, deveriam ter o mesmo diâmetro de referência. Assumiu-se aqui, que o maior diâmetro da engrenagem de dentes internos do redutor planetário fosse igual ao diâmetro maior dos lóbulos internos do anel do redutor cicloidal. Quando foi colocada essa restrição, surgiu a necessidade de encontrarmos os números de dentes correspondentes ao ferramental normalizado e disponível para corte das engrenagens, bem como um diâmetro de fresa de topo adequado à usinagem dos lóbulos cicloidais. Outro ponto foi o número mínimo de dentes do pinhão planetário que deve ser 8 (para ângulo de pressão normalizado  $20^\circ$ ), pois, abaixo disso, a interferência da trocoide causaria fragilidade no pé dos dentes e, quando se aplica coeficientes de correção positivos para compensar essa falha, conseqüentemente as evolventes dos flancos se encontrariam deixando o topo do dente pontiagudo como uma lâmina.

Para esta pesquisa assumiu-se que o diâmetro externo das transmissões seria de 100 mm. Considerando-se que deve existir parede suficiente entre o maior diâmetro da engrenagem de dentes internos e o diâmetro externo de 100 mm, foi construída a tabela 1 e, dentre as poucas possibilidades, foi escolhida a relação 36:1

Tabela 1 - Possíveis relações de dentes em uma redução planetária de módulo 1,75 mm

MÓDULO 1,75 mm					
<b>z1</b>	<b>z3</b>	<b>(z1+z3)/3</b>	<b>z3/z1</b>	<b>d0(m=1.75)</b>	<b>z2</b>
8	38	15,33	4,75	66,5	15
8	39	15,67	4,88	68,25	15,5
<b>8</b>	<b>40</b>	<b>16</b>	<b>5</b>	<b>70</b>	<b>16</b>
8	41	16,33	5,13	71,75	16,5
8	42	16,67	5,25	73,5	17
9	43	17,33	4,78	75,25	17
9	44	17,67	4,89	77	17,5
<b>9</b>	<b>45</b>	<b>18</b>	<b>5</b>	<b>78,75</b>	<b>18</b>
9	46	18,33	5,11	80,5	18,5
9	47	18,67	5,22	82,25	19

Tabela 2 - Possíveis relações de dentes em uma redução planetária de módulo 1,5 mm

MÓDULO 1,50 mm					
<b>z1</b>	<b>z3</b>	<b>(z1+z3)/3</b>	<b>z3/z1</b>	<b>d0(m=1.50)</b>	<b>z2</b>
9	43	17,33	4,78	64,5	17
9	44	17,67	4,89	66	17,5
<b>9</b>	<b>45</b>	<b>18</b>	<b>5</b>	<b>67,5</b>	<b>18</b>
9	46	18,33	5,11	69	18,5
9	47	18,67	5,22	70,5	19
10	48	19,33	4,8	72	19
10	49	19,67	4,9	73,5	19,5
<b>10</b>	<b>50</b>	<b>20</b>	<b>5</b>	<b>75</b>	<b>20</b>
10	51	20,33	5,1	76,5	20,5
10	52	20,67	5,2	78	21

A ferramenta de corte de dentes para engrenagens disponível era a de módulo  $m=1,5\text{mm}$ , de maneira que foram escolhidos  $z=10$  e  $z_3=50$ , conforme a tabela 2. A relação de transmissão  $I$  (equação 07) resultou no valor de 6:1 e, com um segundo estágio, alcançou  $6 \times 6=36$ , ou seja, 36:1 como relação total de transmissão deste redutor planetário.

Seguem, portanto, os dados básicos para o pinhão solar, a engrenagem anelar e a planetária na tabela 3:

Tabela 3 – Dados das engrenagens do redutor planetário escolhido

DADOS DE ENTRADA PARA O REDUTOR PLANETÁRIO					
Z1	Z2	Z3	Q	K	d3
10	19	50	3	20	78.56

O número de dentes  $Z_2$  calculado na tabela 3 é originalmente 20, porém isto não permitiria reforçar os dentes do pinhão solar. É uma prática comum no dimensionamento de engrenagens subtrair-se um ou dois dentes de uma das engrenagens para que a soma dos coeficientes de correção seja positiva e diferente de zero, reforçando a base dos dentes como mencionado anteriormente. Adotou-se, portanto, 19 dentes para  $Z_2$ .

De maneira geral, o engrenamento entre dentes internos e externos deve preconizar verificações de possíveis interferências com os dentes da engrenagem par. Neste caso, a análise teve referência na análise de interferência, ou seja, condição em que a engrenagem anelar com

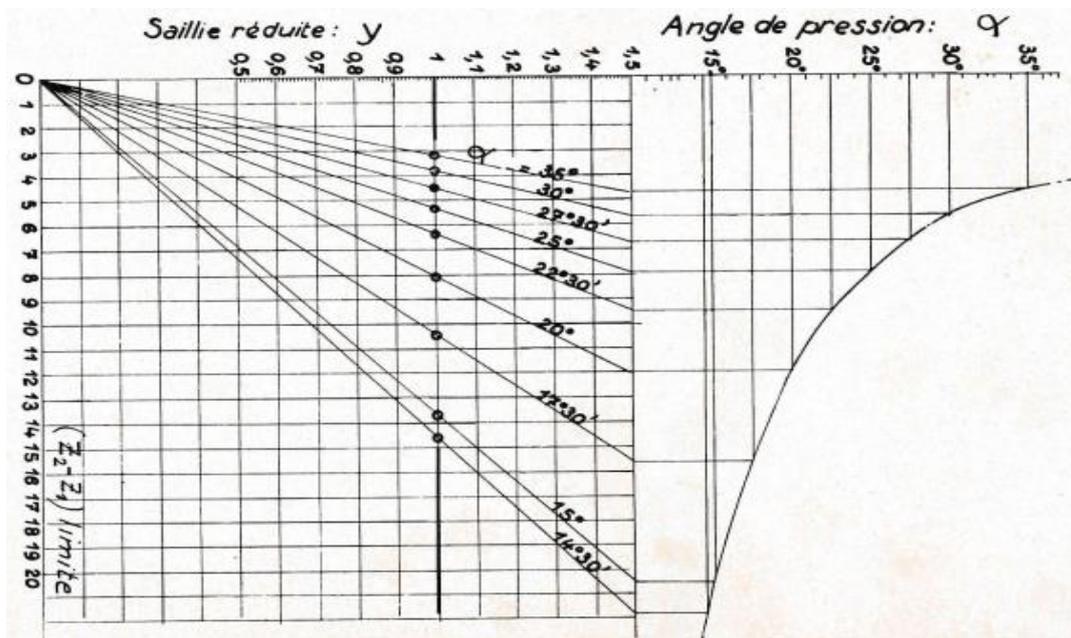
dentes internos não tivesse a aresta do dente no diâmetro menor tocando o dente conjugado abaixo do diâmetro de base, onde não existe evolvente, mas sim trocoide. A fórmula (08) expressa a condição para evitar-se interferência primária (HENRIOT, G. 1982):

$$rf3 \geq \sqrt{rb3^2 + [(r3 - r2) \cdot \sin \alpha]^2} \quad (08)$$

Onde:  $rf3 = \frac{df3}{2}$ ;  $r3 = \frac{d03}{2}$ ;  $r2 = \frac{d02}{2}$

A interferência secundária leva em conta a trajetória do dente da engrenagem anelar e a trajetória do dente da engrenagem satélite, quando ambos se tocam devido à condição de sincronização deste movimento. O fenômeno é amplamente descrito por HENRIOT, G. (1982), e é determinado um sistema não linear de 3 equações a 3 incógnitas de resolução complexa, cujas soluções são plotadas no ábaco da figura 14, o qual facilitou a interpretação e a obtenção dos resultados.

Figura 14 – Ábaco para verificação da interferência secundária em engrenagens de um sistema planetário



Fonte: (G. Henriot, Traité Théorique et Pratique des Engrenages, 1982, ed. Dunod)

Os valores das geometrias das engrenagens estão no Apêndice 1 e foram obtidos através do software DIMGEAR11 em linguagem AutoLisp, desenvolvido para este trabalho.

## 5.2 Cálculo Da Geometria Do Redutor Cicloidal

Foi adotada a solução proposta pelo segundo tipo de redutor cicloidal (perfis conjugados ao invés de pinos), com a compensação dos erros de manufatura através da proposital imposição de uma folga entre dentes do estator e do rotor. Em alguns dos trabalhos mencionados acima (BLANCHE; YANG, 1989; LIU et al., 2012; REN et al., 2017), os autores propuseram soluções para estas compensações no intuito de melhorar a performance do engrenamento considerando erros de fabricação. Todavia, diferente da curva evolvente dos dentes das engrenagens convencionais em que a variação da distância entre centros não afeta o movimento homocinético, as cicloides perdem significativamente esta propriedade na presença destes erros. Sabe-se que, apesar de todos os dentes do rotor e do estator estarem em contato em qualquer momento teoricamente, a transmissão de torque efetivamente ocorre sobre menos da metade deles (TSAI et al., 2015). Ainda assim, os erros de fabricação podem causar travamento, interferência ou má performance no redutor. Tais cuidados foram tomados como descrito adiante, em 5.3.

O redutor cicloidal neste trabalho foi composto de um estator, dois discos rotores opostos a 180° montados sobre um eixo de entrada com dois diâmetros excêntricos também dispostos a 180°, um eixo de saída com a tomada de torque, uma tampa de entrada e uma de saída e rolamentos diversos. Vale reforçar que o maior diâmetro da engrenagem de dentes internos deve ser igual ao diâmetro maior da cicloide do estator, para que ambas as reduções (planetária e cicloidal) ocupem o mesmo diâmetro externo.

O maior diâmetro interno do redutor planetário a ser considerado foi o maior diâmetro da engrenagem anelar, ou seja:

$$da3 = 78.76 \text{ mm}$$

Quando a diferença entre o número de lóbulos do estator e o número de dentes do rotor é 1, a relação de transmissão fica igual ao número de dentes do rotor, pois ele se desloca um passo a cada volta completa do eixo excêntrico, como mostra a tabela 4.

Tabela 4 – Características adotadas para o redutor cicloidal

DADOS DE ENTRADA PARA A TRANSMISSÃO CICLOIDAL		
Número de dentes do estator	$Z_{est}$	37
Número de dentes do rotor	$Z_{rot}$	36
Excentricidade	$c$	0,8 mm
Raio do pino teórico conjugado:	$\rho$	2,0 mm

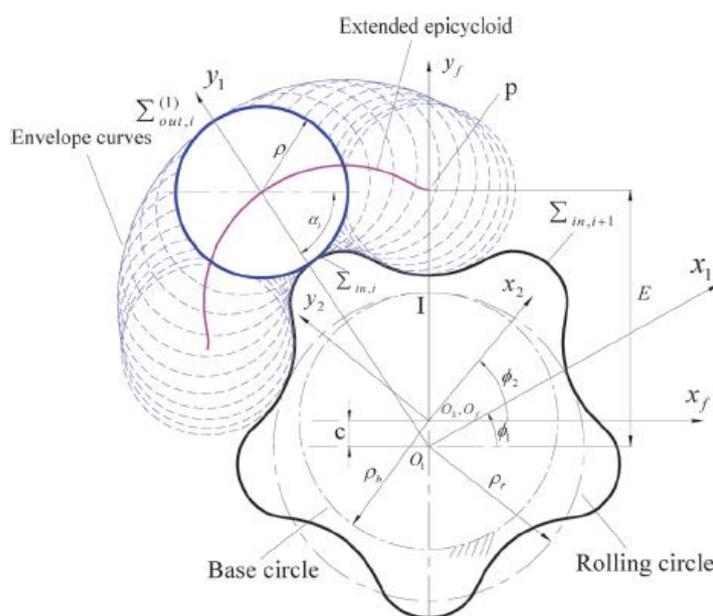
Distância do centro do estator até o centro do pino no ponto mais baixo da geração:

$$E = \frac{da_3}{2} - 2c + \rho \quad (09)$$

Ou:  $E = 39.775mm$

A geometria da cicloide externa como sendo o estator foi baseada nos seguintes modelos matemáticos, desenvolvidos por HSIEH (2014) (figura 15).

Figura 15 – cicloide estendida originada a partir da rotação excêntrica de um rotor.



Fonte: (HSIEH, 2014)

Traduzindo os elementos da figura 15 tem-se que:

*Extended epicycloid*: epiciclóide estendida;

*Envelope curves*: curvas de envelopamento, ou seja, curvas que definem o contorno da figura considerada;

*Rolling circle*: círculo de rolagem

*Base circle*: círculo de base, que é o círculo fixo

O raio vetor da cicloide em relação ao sistema  $\Sigma_1$  é expresso por:

$$r_1 = \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E \sin \xi_i + \rho \sin \alpha_i \\ E \cos \xi_i - \rho \cos \alpha_i \\ 1 \end{vmatrix} \quad (10)$$

onde  $\xi_1 = 0$  para o primeiro lóbulo a ser calculado. Para os demais lóbulos deve-se considerar  $\xi_i = 2\pi(1 - i)/Z_{est}$ , sendo  $i = 1, 2, \dots, Z_{est}$ . Desta forma, em relação ao sistema  $\Sigma_2$ , a cicloide gerada pelos pinos do estator pode ser calculada por:

$$r_2 = M_{21} \cdot r_1 \quad (11)$$

Onde:

$$M_{21} = \begin{vmatrix} \cos(\Phi_1 - \Phi_2) & -\sin(\Phi_1 - \Phi_2) & -c \sin \Phi_2 \\ \sin(\Phi_1 - \Phi_2) & \cos(\Phi_1 - \Phi_2) & -c \cos \Phi_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (12)$$

Resultando:

$$r_2 = \begin{vmatrix} E \sin(\xi_i - \Phi_1 + \Phi_2) + \rho \sin(\alpha_i + \Phi_1 - \Phi_2) - c \sin \Phi_2 \\ E \cos(\xi_i - \Phi_1 + \Phi_2) + \rho \cos(\alpha_i - \Phi_1 + \Phi_2) - c \cos \Phi_2 \\ 1 \end{vmatrix} \quad (13)$$

Para a determinação do ângulo  $\alpha_1$ , deve-se respeitar a lei do engrenamento:

$$\left(\frac{\partial r_1}{\partial \alpha_i} \times k\right) \cdot V_1^{(12)} = N_1 \cdot V_1^{(12)} = 0 \quad (14)$$

Onde o vetor da velocidade de escorregamento  $V^{(12)}$  é:

$$V_1^{(12)} = V_{x_1}^{(12)} + V_{y_1}^{(12)} = \left[ \left( \omega_1^{(1)} - \omega_1^{(2)} \right) \times r_1 \right] - \left( R_1 \times \omega_1^{(2)} \right) \quad (15)$$

Sendo:

$$\omega_1^{(1)} = k$$

$$\omega_1^{(2)} = \frac{N}{N-1} \cdot k$$

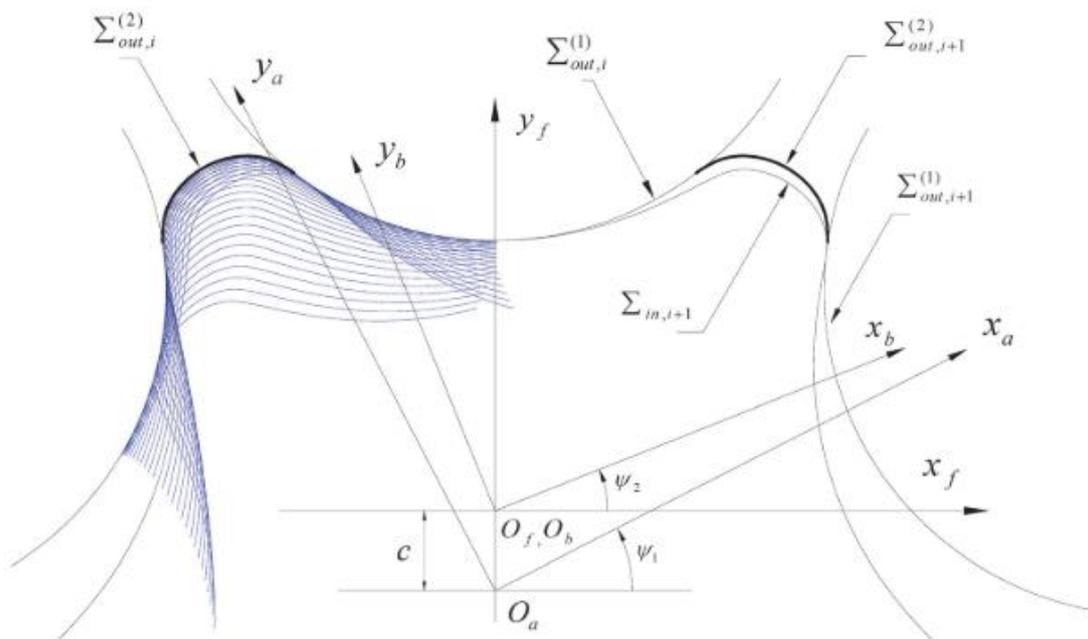
$$R_1 = [c \cdot \sin \Phi_1 \quad c \cdot \cos \Phi_1 \quad 1]$$

Resultando:

$$E \sin \alpha_i - c N \sin(\alpha_i + \Phi_1 - \xi_i) = 0 \quad (16)$$

Considerando-se a equação (13) e a equação (16), tornou-se possível calcular os pontos correspondentes à cicloide de lóbulos externos do rotor. O modelo matemático iniciou-se pela figura 16.

Figura 16 – cicloide conjugada originada a partir da rotação de um rotor gerado conforme figura 15.



Fonte: (HSIEH, 2014)

A geração das cicloides com lóbulos internos conjugados aos lóbulos externos da cicloide do rotor seguiu o mesmo princípio de dedução das fórmulas anteriores. Da figura 16 obteve-se:

$$r_b = M_{ba}r_a \quad (17)$$

$$M_{ba} = \begin{vmatrix} \cos(\psi_1 - \psi_2) & -\sin(\psi_1 - \psi_2) & c\sin\psi_2 \\ \sin(\psi_1 - \psi_2) & \cos(\psi_1 - \psi_2) & c\cos\psi_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (18)$$

O vetor  $r_a$  passou a ser igual ao vetor  $r_2$ , exceto pela escrita em relação ao sistema  $Sa$ . Na sequência, procedeu-se à equação da continuidade do movimento, de onde foi calculado o ângulo  $\psi_1$ , ou seja:

$$\left(\frac{\partial r_a}{\partial \Phi_1} \times k\right) \cdot V_a^{(ab)} = N_a \cdot V_a^{(ab)} = 0 \quad (19)$$

$$V_a^{(ab)} = V_{x_a}^{(ab)} + V_{y_a}^{(ab)} = \left[ \left( \omega_a^{(a)} - \omega_a^{(b)} \right) \times r_a \right] - \left( R_a \times \omega_a^{(b)} \right) \quad (20)$$

Onde:  $\omega_a^{(a)} = k$

$$\omega_a^{(b)} = \frac{N-1}{N} \cdot k$$

$$R_a = [c \cdot \sin \psi_1 \quad c \cdot \cos \psi_1 \quad 1]$$

Inserindo as equações (13) e (20) em (19), obteve-se o valor de  $\psi_1$ .

Estas equações e suas correspondentes variáveis deram origem a um programa em linguagem LISP para plotar as curvas do estator e do rotor cicloidais com a precisão desejada de incremento.

### 5.3 Projetos e Processos de Construção dos Redutores

Seguindo a mesma linha de raciocínio na comparação de dois redutores equivalentes com conceitos diferentes, as peças de ambos foram fabricadas com valores bem próximos de rugosidade superficial nas áreas de contato, por volta de Rz32+/-8  $\mu\text{m}$ . As engrenagens com perfil evolvente, as quais compuseram o redutor planetário, ficaram com qualidade final grau 9 segundo a norma DIN 3961 e 3962. Quanto ao redutor cicloidal, não há norma internacional para classificar a qualidade dentro de valores padrões. Contudo, os erros de usinagem de um centro CNC acusaram desvios da ordem de 0,020 mm, coerentes com os desvios da qualidade dos dentes evolventes fabricados neste experimento.

Uma vantagem importante que as transmissões com engrenagens com dentes de curva evolvente possuem é a baixa sensibilidade à variação da distância entre centros, onde os dentes podem ser reduzidos em espessura através de avanço radial da ferramenta. Esta é uma propriedade quase única das evolventes, e não pode ser aplicada nas cicloides.

#### 5.3.1 Projeto do Redutor Planetário

Antes de conceber o redutor planetário, algumas verificações são necessárias para

evitar interferências. Substituindo os dados na equação (08), que é uma das condições para evitar a interferência primária, resulta em:

$$36.18 \geq \sqrt{35.2385^2 + [(37.5 - 14.25) \cdot \sin 20^\circ]^2} = 36.12$$

Portanto, não houve interferência primária entre os dentes das planetárias e da engrenagem anelar.

A interferência secundária refere-se ao ábaco da figura 14, onde a mínima diferença entre o número de dentes da engrenagem anelar interna e da engrenagem satélite considerando-se addendum normalizado igual a  $m0$  e ângulo de pressão  $20^\circ$  é de 8 dentes. Neste estudo, como a engrenagem anelar interna tem 50 dentes e a satélite conjugada 19 dentes, esta diferença de 31 dentes significa que a isenção deste tipo de interferência foi garantida.

O processo de fabricação das engrenagens do redutor planetário utilizou fresa tipo caracol (*hob*) em máquina de geração contínua (*hobber*). A engrenagem anelar de dentes internos foi fabricada através do processo de eletroerosão a fio, onde o fio cortou os dentes seguindo o perfil gerado em Autocad pelo programa Gage4 em linguagem Autolisp, desenvolvido para este trabalho.

Caso a opção por cortar os dentes da engrenagem anelar fosse pelo processo *shaper*, seria necessário estudar a possível interferência da ferramenta. Através do mesmo ábaco, pode-se ainda verificar que, no caso de uma ferramenta cujo addendum seja  $1,25 \cdot m0$  (ou 1.875), a diferença limite entre o número de dentes da ferramenta e da engrenagem de dentes internos passaria a ser 10 dentes. Desta maneira, a ferramenta (*shaper*) poderia ter, no máximo, 40 dentes.

### 5.3.2 Projeto do Redutor Cicloidal

O processo de fabricação dos rotores cicloidalis realizou-se através de usinagem com fresa de topo cilíndrica de metal duro em centro vertical a comando numérico. O perfil do estator, por sua vez, foi cortado em processo de eletroerosão a fio. Todas as operações de referência, tais como o perfil, furos e diâmetro central foram realizados na mesma fixação, de maneira a minimizar os erros de geometria e de divisão entre eles.

No caso do redutor cicloidal, torna-se importante observar que as curvas do rotor e do estator são fortemente conjugadas, isto é, perdem a propriedade de transmitir movimento

suave se as distâncias entre centros não forem absolutamente exatas. Caso fossem feitas correções na direção radial para diminuir ligeiramente o diâmetro externo do rotor ou aumentar o diâmetro do estator (como um *offset* no desenho) para gerar uma folga entre os lóbulos, a transmissão também perderia a suavidade pelo mesmo motivo.

Com a finalidade de minimizar o movimento heterocinético na transmissão cicloidial, aqui foi proposta a alteração no perfil dos rotores de maneira a permitir folgas que compensem os erros de manufatura sem, contudo, afetar a suavidade da transmissão devido a isto. Tal modificação refere-se à redução da espessura dos lóbulos do rotor através de um deslocamento angular do trecho ativo do perfil. As figuras 17 e 18 exemplificam a criação da folga para evitar interferências durante o funcionamento.

Figura 17 – rotor e estator teóricos sem folgas – erros de manufatura fazem com que existam pontos de interferência entre os lóbulos

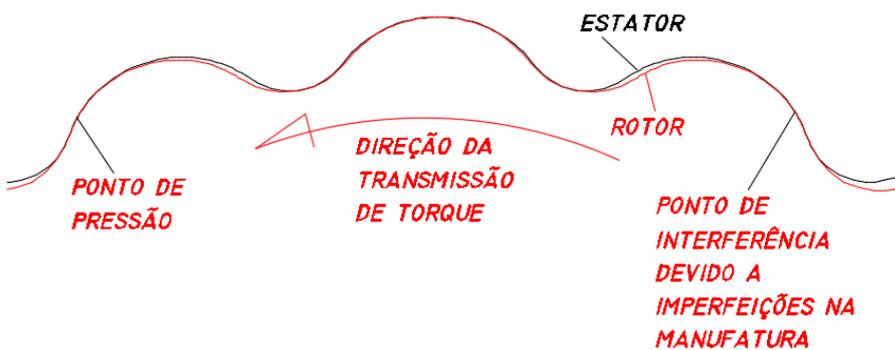
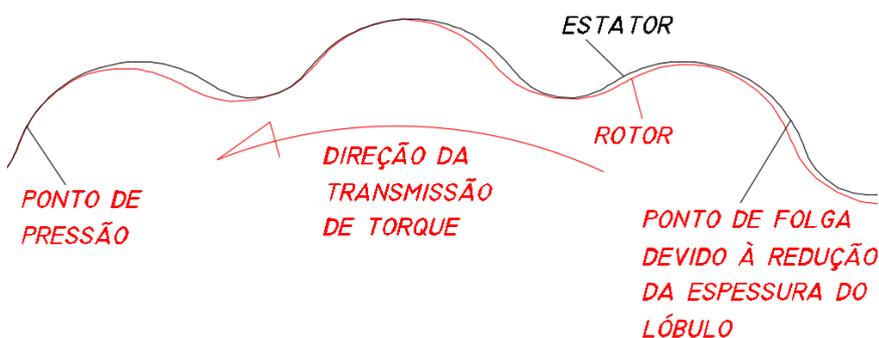


Figura 18 – rotor com correção angular do perfil – geração de folga proposital para absorver os erros de manufatura



Em outras palavras, o lóbulo do rotor cortado ao meio na direção radial, e rotacionado de um ângulo correspondente à folga desejada. Desta maneira, durante o funcionamento, a superfície oposta à transmissão do torque ficou afastada do perfil conjugado correspondente e pode absorver as variações geométricas e dimensionais da manufatura.

Os modelos gerados foram analisados quanto à inexistência de dobras ou interferências nas curvas plotadas, e optou-se por uma curva média entre as condições limites.

Na sequência, alguns exemplos de curvas geradas nas figuras 19, 20 e 21.

Figura 19 – Plotagem da cicloide do rotor e curva conjugada com excentricidade de 1,5 mm causando dobra na curva

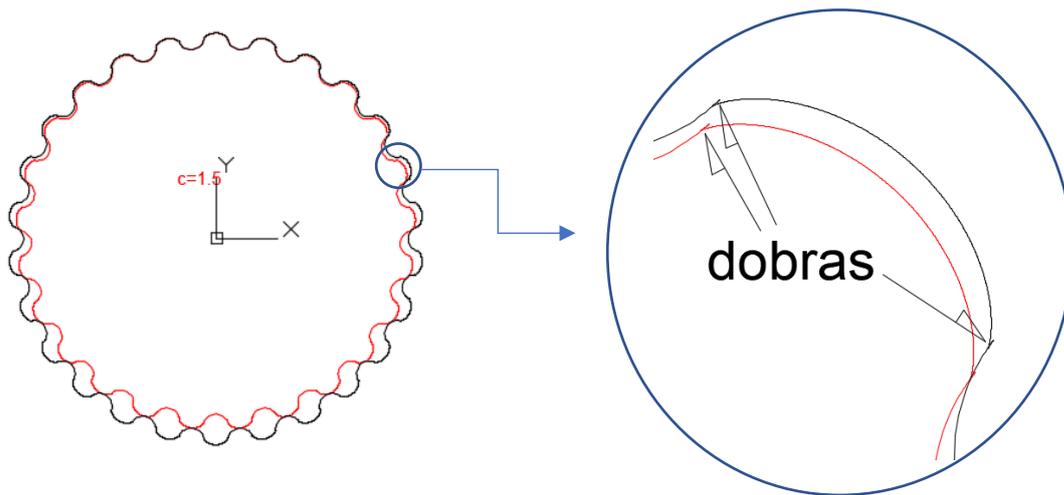


Figura 20 – Plotagem da cicloide do rotor e curva conjugada com excentricidade de 0.5 mm causando excesso de esforço radial devido à direção das componentes da força de contato

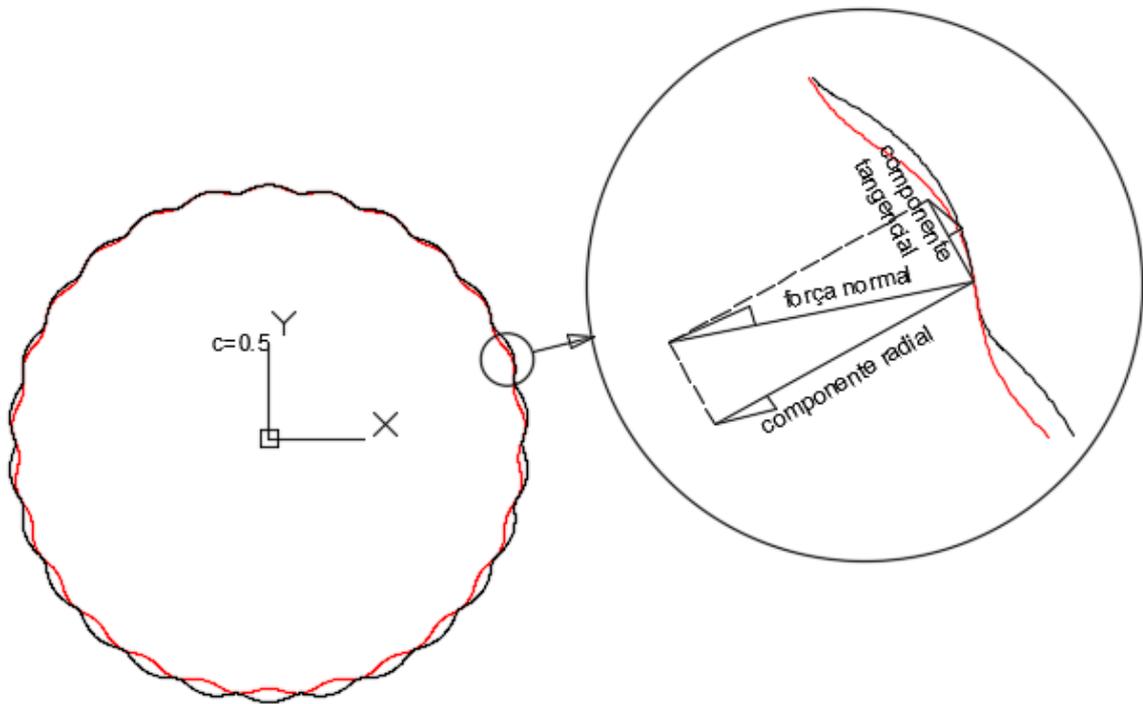
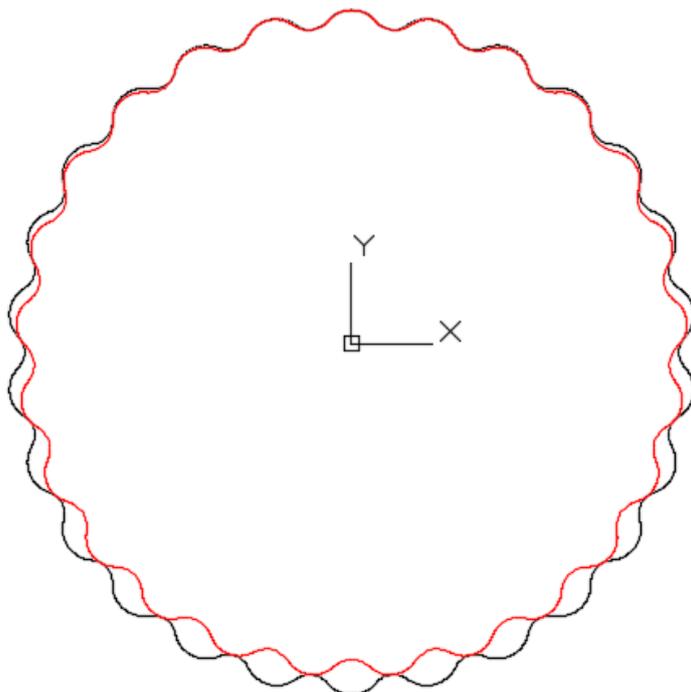


Figura 21 – Plotagem do perfil médio da cicloide do rotor e curva conjugada, sem dobras nas curvas e com boa distribuição de esforços



Com base nestas diferenças e suas consequências, adotou-se a excentricidade de 0,8 mm para este projeto, ligeiramente abaixo da média dos extremos apresentados, para não criar dobras na curva e para não aumentar a ação das componentes radiais, o que poderia sobrecarregar desnecessariamente os rolamentos dos rotores.

#### **5.4 PROJETO, CONSTRUÇÃO E DESCRIÇÃO DA BANCADA DE TESTES**

Neste trabalho foi construída uma bancadas de teste e, dentre suas vantagens, pode-se mencionar a possibilidade de isolar determinadas variáveis de estudo em detrimento de outras variáveis de influência no fenômeno durante a simulação do trabalho (LACOUR et al., 2014). A referência para estudo de eficiência e concepção da bancada deste trabalho foi o estudo de ANDRADE, N. M. (2018), que apresentou uma abordagem profunda sobre os efeitos de componentes na eficiência da transmissão por engrenagens, incluindo a influência das outras caixas de transmissão pertencentes ao ciclo de potência da bancada.

Os trabalhos de BUKASHKIN; DOBRETSOV; GALYSHEV (2017) , DIDIKOV; DOBRETSOV; GALYSHEV, (2018) , FERNANDES et al. (2016) , HU et al. (2019) , LACOUR et al. (2014) , SALAMA et al. (2018) e ZEBROWSKI (2010) foram complementos de diretrizes do projeto da bancada para simulação e avaliação de características associadas a grandes potências (CUTINI; BISAGLIA, 2013), comuns à aplicação agrícola onde se tem, comumente, motores de 125 HP a 800 HP.

Utilizou-se a bancada para testar resultados comparativos, dados os fatores de escala para reduzir torques e potências associados a modelos de tamanho reduzido para aplicações reais. O planejamento do experimento visando resultados passíveis de análises estatísticas tiveram como base os trabalhos de NETO et al. (2007) e KENNEDY et al. (1976). Para dar aderência natural à distribuição normal dos valores a serem processados para cada fator, trabalhou-se com médias de leituras e foi, portanto, possível aplicar o Teorema do Limite Central, que dispensa testes de aderência para uma distribuição normal, como Kolmogorov-Smirnov. Este planejamento simplifica e dá precisão aos modelos.

O trabalho foi idealizado e realizado no Laboratório de Instrumentação e Controle da Faculdade de Engenharia Agrícola da Unicamp. O suporte e o conhecimento científicos dos técnicos, engenheiros e professores que apoiaram e participaram da concepção e construção da bancada de testes foram pontos fundamentais na realização deste experimento.

O método de avaliação da eficiência dos redutores foi a comparação dos torques médios para realizar as mesmas tarefas de levantamento de cargas. Considerando a premissa deste trabalho, em que ambos os redutores terão dimensões externas iguais e a mesma relação de transmissão, suas respostas decorrentes das solicitações da bancada de teste resultaram em valores independentes de torque suscetíveis à comparação direta das eficiências relativas entre eles na bancada. Portanto, não foram tratados valores absolutos de eficiência, mas sim do torque médio efetivo que cada redutor aplicou em cada fase do experimento. Simplificadamente, os únicos elementos da bancada trocados entre um experimento e outro foram os redutores. Desta maneira, todos os outros componentes e perdas permaneceram constantes para os dois redutores em cada fase do experimento.

A bancada de testes descrita nas figuras 22 e 23 foi concebida para comparar as eficiências das transmissões já descritas, redutores esses que possuem mesmo volume ocupado em uma instalação, salvo algumas pequenas diferenças na geometria, e mesma relação de transmissão. Os principais componentes foram:

1. célula de carga para medição de torque reativo até 100Nm,
2. motor elétrico de 2CV/1750rpm assíncrono, marca WEG,
3. tacômetro TS-TADIG com saída de 0 a 5Vdc e encoder de 1 pulso/revolução
4. inversor de frequência
5. redutores (um planetário e um cicloidal, ambos com relação de transmissão 36:1 em aço SAE 1045 normalizado com 192HB de dureza),
6. acoplamentos, rolamentos, eixos e buchas de interligação,
7. tambor de aço com 140 mm de diâmetro;
8. cabo de aço trançado com malha fina de bitola 1/8” e 2 polias direcionadoras;
9. estrutura soldada em perfil “L” de 1 ½ “
10. Placas de acrílico de espessura 3/8” cortadas em laser para formar as caixas e suportes dos componentes, parafusos/porcas e arruelas
11. Pesos diversos para testes de carga;
12. Labview 2016 para gerenciamento dos testes e monitoramento de dados.

Figura 22 – Desenho esquemático da bancada de testes para comparação de eficiência

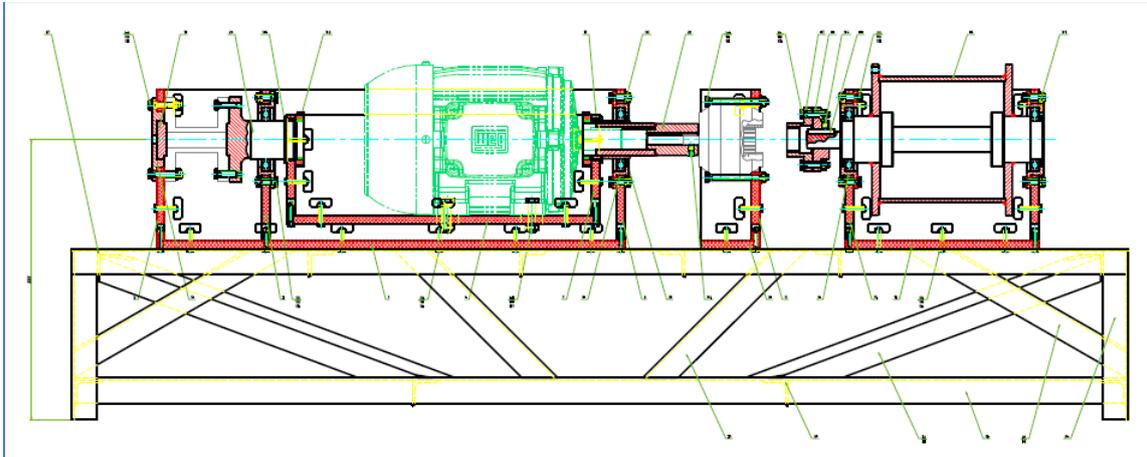
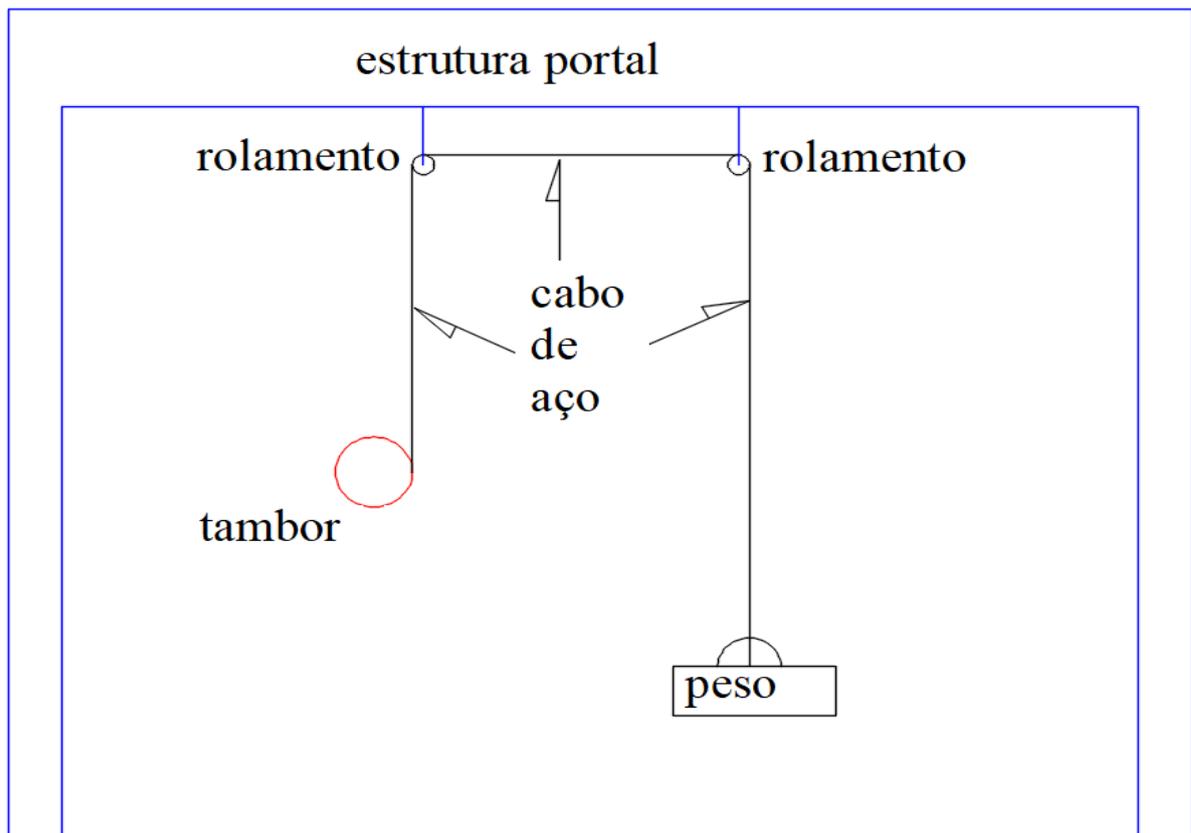


Figura 23 – Projeto da estrutura para içamento das cargas



O conceito do experimento foi baseado na associação do aumento de torque devido à maior perda de potência nos redutores, segundo ANDRADE, N. M. (2018). A célula de reação leu o torque que o motor aplicou para içar uma determinada carga. Partindo da estrutura fixa para o tambor giratório e seguindo o fluxo da energia tem-se:

1. Célula de torque que fixou a base do motor à estrutura da bancada: o motor foi montado sobre um berço com grau de liberdade de giro em torno do próprio eixo. Todo torque aplicado pelo eixo do motor foi lido pela célula de carga em função da resistência ao giro.
2. A rotação do motor foi ajustada através do inversor de frequência que assumiu os valores de teste equivalentes aos seguintes valores nominais: 250/500/750/1000 e 1250 rpm.
3. O eixo do motor foi ligado ao eixo de entrada do redutor (para qualquer um dos dois modelos estudados) através de uma bucha de acoplamento. A rotação e o torque foram transmitidos para os redutores, cuja taxa de redução da rotação foi igual a 36. Conseqüentemente, o torque transmitido no eixo de saída foi 36 vezes maior sem considerar as perdas de potência nos vários elementos da bancada;
4. A saída do redutor esteve acoplada ao eixo de um tambor de aço tubular de diâmetro 140mm e parede 8mm com flanges laterais. As rotações do tambor correspondentes às rotações nominais do motor foram: 6,94/13,89/20,83/27,78 e 34,72 rpm respectivamente;
5. O cabo de aço foi fixado neste tambor, e subiu até uma polia a 4 metros do solo. Uma segunda polia horizontalmente espaçada da primeira conduziu o cabo para a região de segurança onde ele pendia perpendicularmente até os pesos a serem levantados do solo. Os pesos para esta experiência foram 200/500 e 700 N (adotando-se  $g=10\text{m/s}^2$ ).

A bancada foi instrumentada com dois sensores. O primeiro foi um transdutor de torque rigidamente ligado ao berço flutuante, fixo à base do motor elétrico. Este berço pode girar livremente nos rolamentos que estavam alinhados com o eixo de saída do motor. A outra extremidade da célula foi rigidamente ligada à estrutura da bancada, de maneira que o torque na carcaça do motor, reativo do torque do eixo, foi sentido e medido integralmente por este transdutor. Supõe-se que as perdas nos rolamentos do berço não tenham sido significativas, pois as deflexões foram pequenas, iguais ao desvio angular do corpo da célula sob carga. Esse torque percebido foi, no caso do teste em questão e sem considerar perdas, 36 vezes menor do que o torque do tambor de levantamento. O transdutor de torque foi calibrado para um fundo de escala de  $431,52 \times 10^{-3} \text{N.m}$  através de pesos calibrados em uma balança de precisão.

O segundo sensor foi um tacômetro instalado no eixo do motor, que marcou um

pulso a cada rotação desse eixo.

Como fundamento científico para a análise de dados, considerou-se que a eficiência fosse função direta do torque para cada rotação, como observado por ANDRADE, N. M. (2018): para um evento específico na bancada, considerando um peso a ser levantado e uma leitura no tacômetro, realizando um ciclo para cada tipo de redutor, a diferença do torque do motor para uma certa velocidade de um redutor para outro é diretamente proporcional à diferença de eficiência entre os redutores.

Outro fator a ser considerado foi o amortecimento das variações cíclicas derivadas das energias elásticas do sistema como, por exemplo, a distensão do cabo, as acelerações e desacelerações, as torções dos eixos e as folgas e torções da estrutura durante a coleta de dados. Para tanto, foram usadas as médias dos torques dentro dos intervalos considerados, bem como as médias das rotações nos mesmos intervalos, lembrando que tais intervalos foram selecionados dentro de variações de rotação menores que 1 rpm, na prévia intenção de se excluir as rampas de aceleração e desaceleração dos testes.

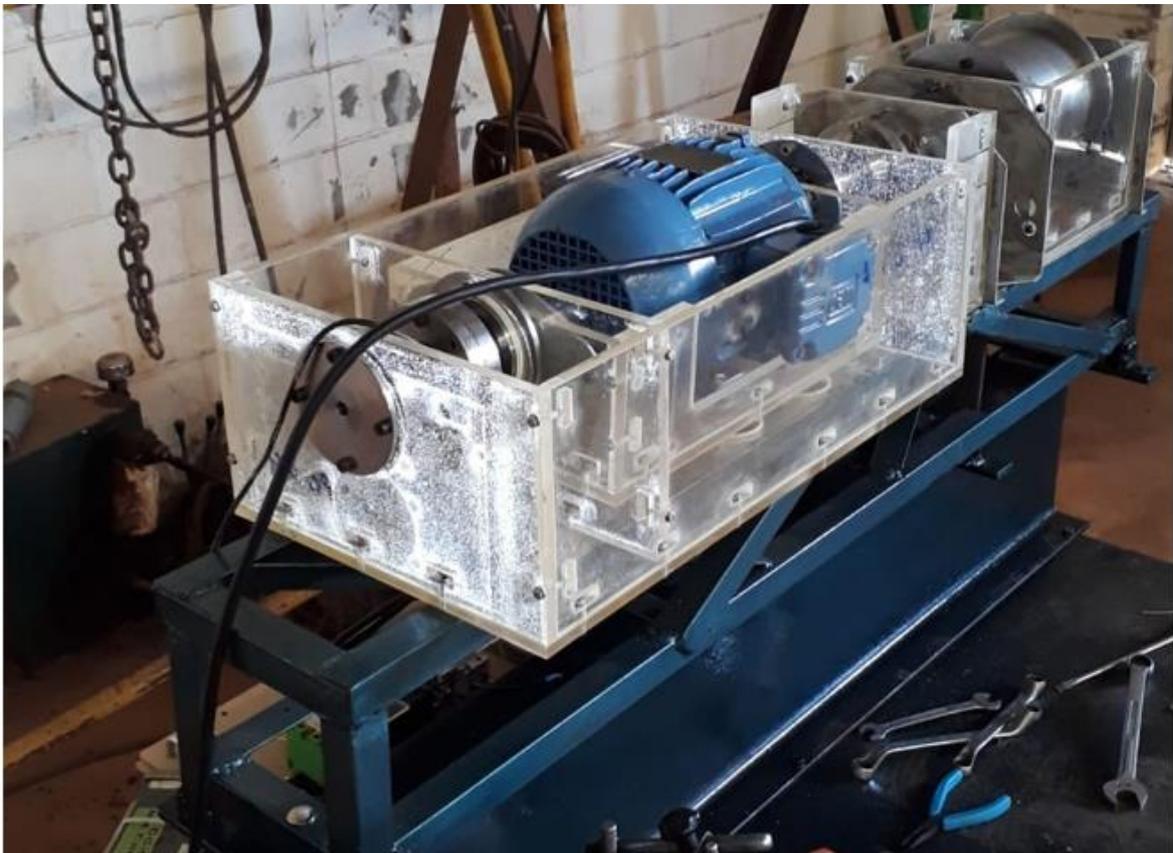
A variação de temperatura durante os experimentos merece comentário à parte, por ser normalmente um fator de variação em experimentos onde avalia-se a eficiência de transmissões. Entretanto, neste experimento, os ciclos de carga foram realizados em intervalos de tempo relativamente reduzidos quando comparados a testes de durabilidade. Foram menores que 50 segundos, insuficientes para elevar substancialmente a temperatura dos redutores. A existência de intervalos entre cada ciclo de carga e o tempo para cada preparação também contribuíram para estabilizar a temperatura a níveis não percebidos ao toque. Foram desconsiderados, portanto, neste experimento, o efeito da variação da temperatura na comparação das eficiências dos dois redutores.

A bancada de testes foi construída em grande parte com material reciclado do Laboratório de Instrumentação e Controle (LIC), conforme as figuras 24 e 25.

Figura 24 – foto lateral da bancada vista pelo tambor de içamento



Figura 25 – lateral da bancada de teste vista pela célula de carga reativa e motor elétrico



## 6 RESULTADOS OBTIDOS

### 6.1 Redutores Reais

Após a construção em aço conforme figura 26, os redutores tiveram os pesos apresentados na tabela 5, evidenciando que o redutor cicloidal ficou 11,9% mais leve que o planetário, devido principalmente à reduzida quantidade de componentes.

Tabela 5 – Pesos dos redutores

COMPARATIVO DE PESOS (N)			
PLANETÁRIO	CICLOIDAL	DIFERENÇA	% PESO
29,5	26,0	3,5	11,9%

Figura 26 – Redutor planetário à direita e cicloidal à esquerda depois de construídos em aço



## 6.2 Dados dos Sensores da Bancada

Os dados foram compilados nas tabelas 1 a 30 do Apêndice 2, as quais derivaram dos valores das médias dos valores obtidos nas diversas condições dos testes de bancada. Em seguida, a tabela 6 traz a compilação desses resultados de maneira condensada:

Tabela 6 – Resumo dos dados retirados pelos sensores da bancada de testes

CARGA	PLANETÁRIO			CICLOIDAL		
	ROTAÇÃO MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO (Nm)	POTÊNCIA MÉDIA (W)	ROTAÇÃO MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO (Nm)	POTÊNCIA MÉDIA (W)
200 N	244,79	0,72	19,29	244,70	0,74	18,88
	518,75	0,64	34,95	518,65	0,69	37,30
	793,36	0,85	70,34	792,80	0,67	55,90
	1067,68	0,78	87,58	1066,65	0,67	74,84
	1351,28	0,76	107,54	1347,22	0,65	91,23
500 N	235,37	1,72	42,48	244,70	1,53	39,21
	519,29	1,73	94,26	518,59	1,55	83,99
	793,33	1,73	144,00	792,53	1,50	124,21
	1067,47	1,68	188,17	1066,49	1,46	163,43
	1341,01	1,66	233,11	1340,41	1,54	216,17
700 N	234,80	2,10	51,63	234,87	2,19	53,78
	496,52	2,13	109,21	508,79	2,10	112,07
	789,17	2,13	237,52	792,57	2,10	174,02
	1066,46	2,22	247,94	1066,60	2,15	232,70
	1341,18	2,24	314,60	1340,20	2,15	301,74

## 7 TRATAMENTO ESTATÍSTICO DE DADOS E DISCUSSÕES

Para a análise estatística dos dados obtidos neste experimento foi necessário estabelecer premissas e definições específicas, a fim de possibilitar uma correta interpretação dos valores obtidos e seus campos de validade. Entretanto, devido às limitações da bancada em termos de reprodutibilidade de setup, existência de harmônicos, sensibilidade dos sensores, pequenas variações de temperatura, vibrações gerais por baixa rigidez da estrutura e desconhecimento inicial dos comportamentos dos atritos internos dos redutores, uma análise mais precisa dos dados incluiu a observação e quantificação dessas influências.

A ferramenta indicada, ao serem consideradas 3 variáveis e seus respectivos níveis para analisar os efeitos individuais e possíveis interações, foi a análise de variâncias (ANOVA), que permitiu comparar os redutores nas diferentes condições de carga e rotação. Desta maneira, os valores usados como referência para avaliar os efeitos do uso de redutores de conceitos diferentes em condições distintas de carga e rotação foram médias de médias repetidas com o intuito de reduzir os erros de medição, onde o desvio padrão ficou associado aos erros de repetibilidade e reprodutibilidade do sistema de medição, dividido pela raiz quadrada do número de observações. Em outras palavras, crescendo-se a quantidade de leituras repetidas, diminuem-se os erros de medição.

As repetições aqui apresentadas foram o resultado de medições realizadas nas mesmas condições de montagem (mesma preparação), enquanto as replicações fizeram referência aos resultados de medições realizadas para os mesmos parâmetros em preparações diferentes. Complementando, o resíduo foi igual à diferença do valor médio do ensaio em uma condição específica de preparação e o valor médio de todos os ensaios juntos.

O processamento dos dados foi realizado utilizando-se o software Minitab® 19 com o objetivo de verificar se há efeito significativo dos fatores tipo de redutor, carga e rotação. As tabelas e gráficos a seguir foram importadas diretamente do Minitab® 19. Segue, portanto, análise da variância (ANOVA) sem, contudo, considerar potenciais efeitos de interação entre os fatores.

Tabela 7 – ANOVA: TORQUE MÉDIO versus redutor / carga / rotação Informações dos Fatores

Fator	Tipo	Níveis	Valores
Redutor	Fixo	2	cicloidal; planetário
Carga	Fixo	3	200; 500; 700
RPM	Fixo	5	250; 500; 750; 1000; 1250

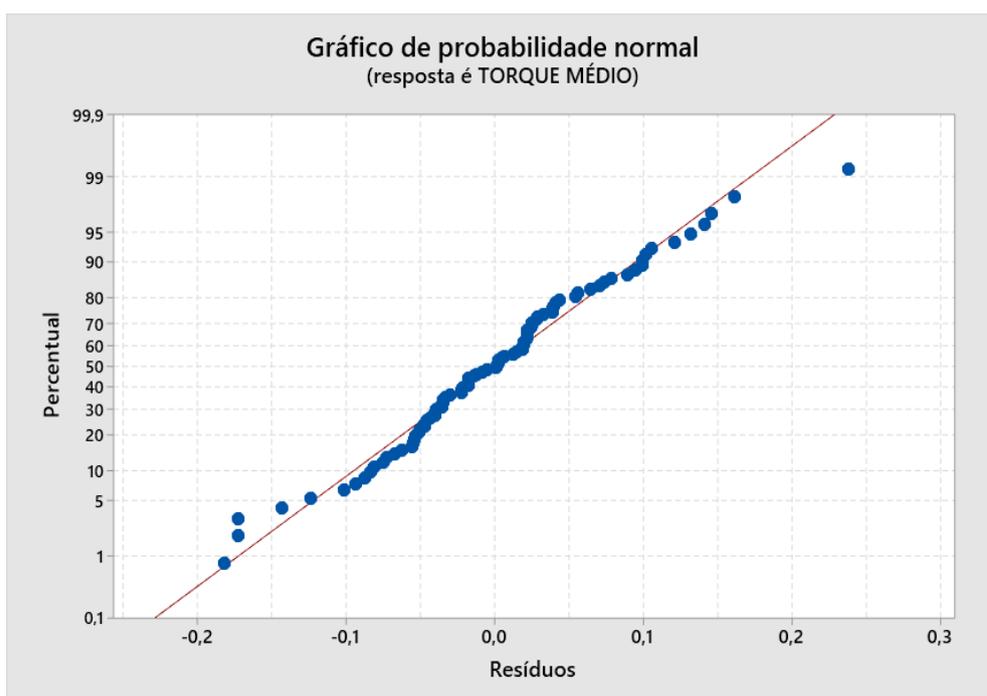
Tabela 8 – Análise de Variância para TORQUE MÉDIO

Fonte	GL	SQ	QM	F	P
Redutor	1	0,1559	0,1559	26,28	0
Carga	2	31,424	15,7118	2648,6	0
RPM	4	0,0461	0,0115	1,94	0,111
Erro	82	0,4864	0,0059		
Total	89	32,112			

Tabela 9 – Sumário do Modelo

S	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> (aj)
0,077021	98,49%	98,36%

Figura 27 – Gráfico da distribuição dos resíduos

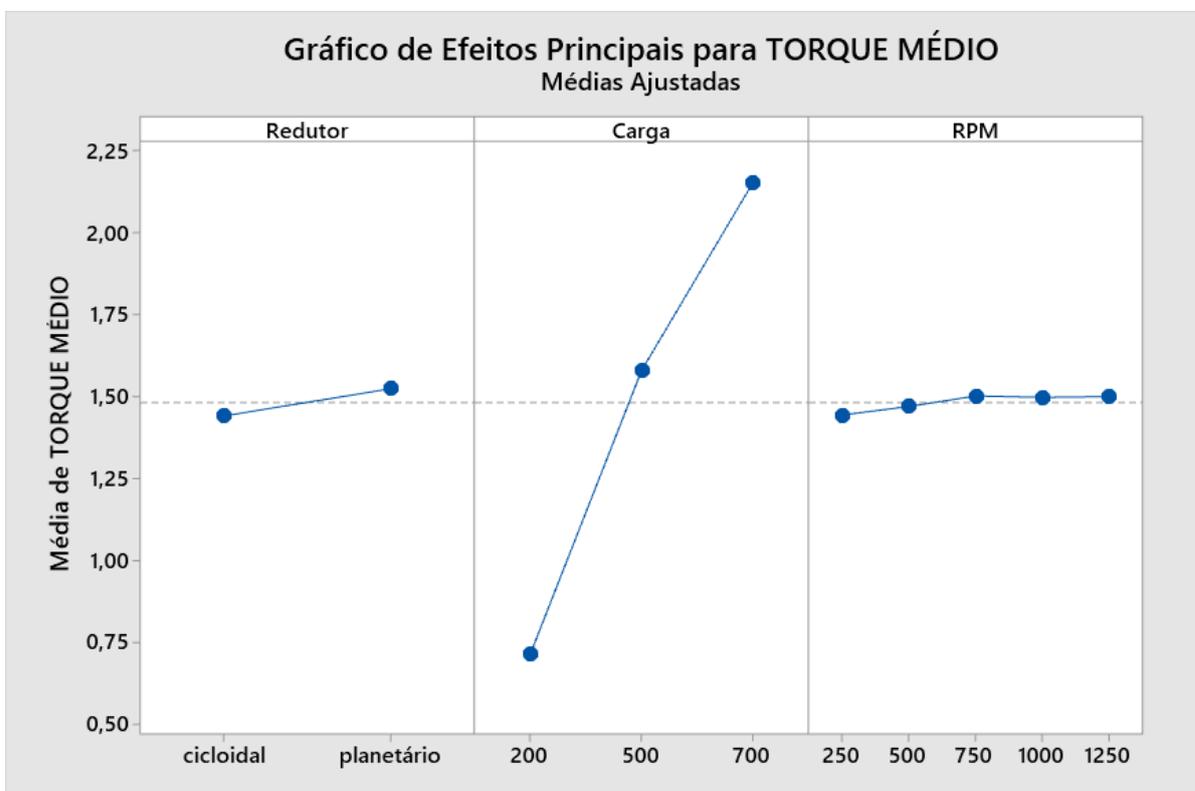


Pela análise dos resultados das tabelas 7 e 8 nota-se que apenas o tipo de redutor e carga tiveram efeitos estatisticamente significativos, pois o p-valor foi menor que 0,05. Analogamente, para o efeito da rotação o p-valor resultou maior que 0,05 e isto significa que esse fator não teve influência isolada estatisticamente significativa no resultado do torque médio. Tal resultado era esperado, pois os atritos internos dos redutores, responsáveis pelo aumento do torque para levantar pesos iguais, não deveriam se alterar com a variação da rotação. Por outro lado, foi importante confirmar essa correspondência, pois dentro da coleta e seleção de dados o intervalo foi escolhido com variações de rotação menores que 1 rpm.

O Coeficiente de Determinação Ajustado  $R^2(aj)$  na tabela 9 indica que o modelo utilizando os fatores significativos deste estudo explicou 98,36% da variação do torque médio encontrado no ensaio. Isso significa que a equação gerada pela ANOVA teve alta representatividade do fenômeno estudado.

Os resíduos plotados na figura 27 comportaram-se suficientemente próximos da normalidade, demonstrando que não houve tendência ou ajuste forçado nas medições.

Figura 28 – Gráficos Fatoriais para TORQUE MÉDIO



Os resultados dessa primeira análise, constantes na tabela 9 e figuras 27 e 28, demonstram que o modelo tem qualidade suficiente para estimar valores de torque médio com alta previsibilidade nas condições estudadas. Nota-se, no estudo simplificado, que o redutor cicloidal apresentou valores de torque médio menores que o redutor planetário, indicando uma melhor eficiência. Entretanto, a diferença resultou relativamente pequena entre as duas médias, e tornou-se necessário realizar uma análise complementar, específica para confirmar se tais médias são, de fato, diferentes. Em outras palavras, torna-se necessário certificar-se de que as dispersões não confundem os valores das médias dentro de uma mesma nuvem de pontos.

A diferença foi confirmada através das comparações de Tukey, referentes à tabela 10 e figura 29. O resultado do estudo mostrou classes diferentes para cada média, o que nos deu 95% de certeza de que as médias foram efetivamente diferentes e, conseqüentemente, o maior valor de torque médio correspondeu à menor eficiência para realizar o levantamento das cargas.

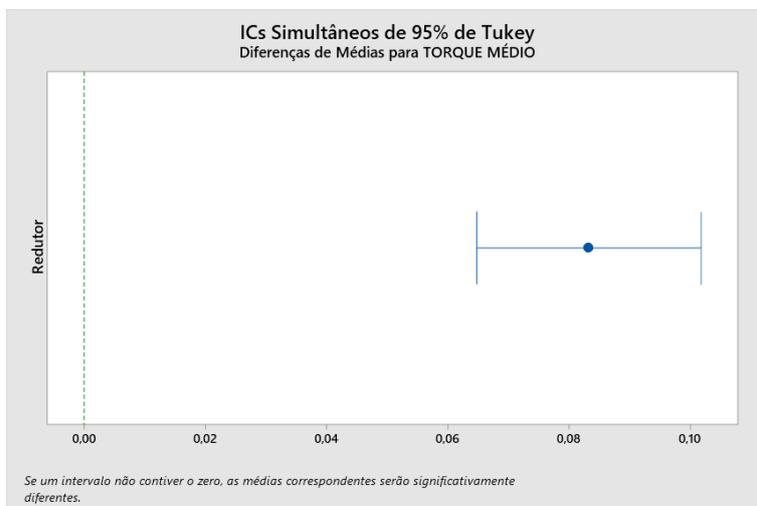
Tabela 10 – Comparações para TORQUE MÉDIO

Comparações Pareadas de Tukey: Redutor

Informações de Agrupamento Usando Método de Tukey e 95% de Confiança

<b>Redutor</b>	<b>N</b>	<b>Média</b>	<b>Agrupamento</b>
planetário	45	1,5238	A
cicloidal	45	1,4405	B

Figura 29 – comparações de Tukey



Houve, portanto, uma influência estatisticamente significativa da carga no torque médio exercida por cada redutor, de forma generalizada, sem, contudo, levar em conta os efeitos

de interação dos outros fatores.

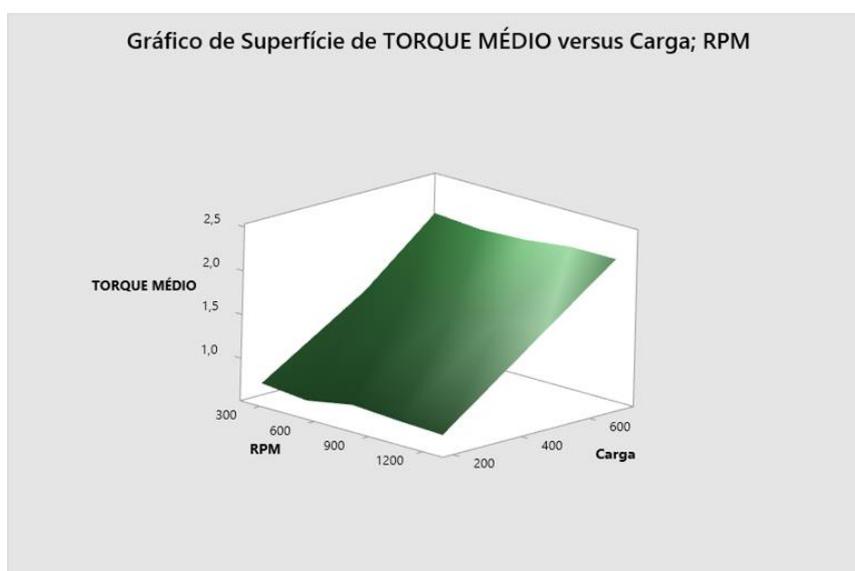
Um entendimento mais completo do comportamento do torque médio nas condições do ensaio com detalhes do estudo realizado pode ser apreciado no Apêndice 3. Nele, encontra-se a análise considerando os possíveis efeitos de interação entre os fatores, denominada Análise de Modelos Lineares Generalizados ou, simplificada, efeito combinado de fatores. Foi um refinamento da análise estatística que visou detectar a possibilidade de melhorar significativamente um modelo. No Apêndice 3 calculou-se um modelo que explicou o experimento com  $R^2(aj)$  igual a 99,46%, ao passo que o modelo simplificado explicou com  $R^2(aj)$  igual a 98,36%. Essa pequena diferença não justificou ampliar a discussão dos resultados nesse trabalho. Todavia, os resultados do modelo refinado constam no Apêndice 3 para uma eventual consulta.

## 8 CONCLUSÕES

A hipótese deste trabalho foi confirmada através dos testes de bancada realizados, cujos resultados demonstraram aderência estatística e precisão, apesar da simplicidade dos equipamentos utilizados.

Pode-se afirmar, portanto, que dadas as premissas assumidas, o redutor cicloidal comportou-se de maneira mais eficiente que o redutor planetário nas condições estudadas, reafirmando e alcançando os objetivos deste trabalho, conforme figura 30.

Figura 30 – Gráfico 3D Torque x Rotação x Redutor



Entretanto, como anteriormente mencionado, a bancada e as premissas do experimento não resultaram em diferenças absolutas, mas sim relativas entre estes parâmetros. Todas as perdas nos elementos de transmissão da bancada foram eliminadas do estudo por serem as mesmas para ambos os redutores, o que não influenciou na diferença relativa dos torques, simplificando substancialmente a análise estatística. Considerando-se a potência efetiva para comparação entre os dois redutores também pode-se observar a mesma tendência do cicloidal em ter menor potência para realizar o mesmo trabalho, quando comparado com o planetário. Esses valores de potência efetiva estão na tabela 6, onde novamente observa-se que o redutor cicloidal tem maior eficiência do que o redutor planetário em várias situações, apesar de não serem realizados estudos estatísticos com esses valores de potência, mas sim de torque.

Além destes resultados, o peso do redutor cicloidal ficou significativamente abaixo do redutor planetário, como apresentado na tabela 5. A característica peso está diretamente

ligada à eficiência do veículo, de maneira que o redutor mais leve fará com que diminua o consumo energia.

Os ciclos de teste da bancada não consideraram limites de torque suportados pelos redutores estudados. Entretanto, na configuração em que foram construídos, ambos apresentaram falha dos rolamentos de agulha no eixo de saída quando a carga de 900 N foi içada. Isto representa um limite interessante, passível de melhoria se for aumentado o número de pinos no eixo de saída. Conseqüentemente, nessa nova configuração haveria mais satélites na gaiola de saída do redutor planetário, contribuindo para um aumento do atrito interno e, na mesma direção, diminuindo sua eficiência. Há, portanto, limites para estas geometrias que precisam ser estudados caso a caso, evitando que, por exemplo, as planetárias se toquem. De maneira análoga, o limite dos discos do redutor planetário estaria na quantidade de furos para acomodar os rolamentos do eixo de saída, os quais precisariam deixar uma parede suficientemente resistente entre um furo e outro.

Os estudos deste trabalho foram limitados a rotações relativamente baixas quando comparadas com rotações de motores elétricos para mobilidade. Esta limitação foi devida às instalações onde a aplicação da carga estava restrita ao intervalo de tempo correspondente ao comprimento útil do cabo de içamento dos pesos. Para trabalhos futuros sugere-se aumentar as velocidades do motor elétrico para níveis de 20.000 a 30.000 rpm, que são mais significativas. Nesta condição, as cargas aplicadas precisarão de um sistema mais complexo, do tipo freio dinâmico controlado ou dinamômetro.

Como mencionado anteriormente, não existem normas internacionais regularizando a construção de redutores cicloidais como existem para os planetários com dentes a evolvente. Porém, um comparativo de vida sob carga controlada poderá trazer resultados importantes se considerarmos mesmas dimensões externas, mesma relação de transmissão, o maior número de características comuns entre os dois redutores, como realizado neste trabalho.

Um outro ponto de investigação que merece atenção está na diferença de resultados associada à qualidade dos componentes dos redutores. Por exemplo, os redutores poderiam ter seus dentes (planetário) ou lóbulos (cicloidal) retificados com acabamento em torno de Rz3 micra. Obviamente, isto demandaria um investimento razoável em ferramentas e dispositivos especiais para a fabricação desses elementos. Contudo, seria um ensaio razoavelmente alinhado às necessidades atuais de estudo para veículos elétricos.

Por fim, pode-se dizer que a pesquisa apresenta inovação ao aplicar tecnologia robótica e de veículos de exploração na concepção de veículos agrícolas ou de alto torque, em comparação aos modelos tradicionais de transmissão planetária. Os resultados permitiram estabelecer parâmetros de decisão para a escolha do modelo de melhor eficiência, por exemplo, no conceito de veículos elétricos, motivadores desta pesquisa.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

60812, I. International Standard International Standard. **61010-1** © **Iec:2001**, v. 2006, p. 13, 2006.

ACCESSION, B. L. C. GEOMETRY DESIGN AND ANALYSIS FOR TROCHOIDAL · TYPE SPEED REDUCERS : WITH CONJUGATE ENVELOPES Received November 2005 , Accepted April 2006 This paper illustrates the use of the envelope theorem for the geometric design of a cycloidal speed reducer . *Specif.* v. 30, n. 2, p. 261–278, 2006.

ANDRADE, N. M., Dynamic Behavior of Power Losses in a Power-Circulating Rig for Gear Testing, **Dissertation of Master of Science in Materials, Manufacturing and Automation Area – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2018**

AMERICAN SOCIETY OF AGRICULTURAL AND BIOLOGICAL ENGINEERS. ASAE D497.7 MAR2011 (R2015) Agricultural Machinery Management Data. v. 2011, 2005.

BECHAR, A.; VIGNEAULT, C. Agricultural robots for field operations: Concepts and components. **Biosystems Engineering**, v. 149, p. 94–111, 2016.

BLAGOJEVIC, M. et al. A New Design of a Two-Stage Cycloidal Speed Reducer. **Journal of Mechanical Design**, v. 133, n. 8, p. 085001, 2011.

BLAGOJEVIC, M. et al. Influence of the Friction on the Cycloidal Speed Reducer Efficiency. **Journal of the Balkan Tribological Association**, v. 18, n. 2, p. 217–227, 2012.

BLANCHE, J. G.; YANG, D. C. H. Cycloid drives with machining tolerances. **Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME**, v. 111, n. 3, p. 337–344, 1989.

BORISLAVOV, B.; BORISOV, I.; PANCHEV, V. Design of a Planetary-Cyclo-Drive Speed Reducer: Cycloid Stage, Geometry, Element Analyses. 2012.

BRITISH STANDARD INSTITUTION. Calculation of load capacity of spur and helical gears, Part 2: Calculation of surface durability (pitting). v. 2008, p. 41, 2008.

BUKASHKIN, A. Y.; DOBRETSOV, R. Y.; GALYSHEV, Y. V. Split Transmission of Tractor with Automatic Gearbox. **Procedia Engineering**, v. 206, p. 1728–1734, 2017.

CHANG, S. L. Studies on epitrochoid gear for cycloid drives. **Journal of Mechanics**, v. 19,

n. 2, p. 271–278, 2003.

CHEN, B. K. et al. Gear geometry of cycloid drives. **Science in China, Series E: Technological Sciences**, v. 51, n. 5, p. 598–610, 2008.

CUTINI, M.; BISAGLIA, C. Procedure and layout for the development of a fatigue test on an agricultural implement by a four poster test bench. **Journal of Agricultural Engineering**, v. 44, p. 402–405, 2013.

D'ANDREA-NOVEL, B.; CAMPION, G.; BASTIN, G. Control of Wheeled Mobile Robots not Satisfying Ideal Velocity Constraints: A Singular Perturbation Approach. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, v. 5, p. 243–267, 1995.

DEL CASTILLO, J. M. The analytical expression of the efficiency of planetary gear trains. **Mechanism and Machine Theory**, v. 37, n. 2, p. 197–214, 2002.

DIDIKOV, R.; DOBRETISOV, R.; GALYSHEV, Y. Power Distribution Control in the Transmission of the Perspective Wheeled Tractor with Automated Gearbox. **Advances in Intelligent Systems and Computing**, v. 692, p. 192–200, 2018.

DOBARIYA, M. Design of Compound Planetary Gear Train. **International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology**, v. 6, n. 4, p. 3179–3184, 2018.

EFREMENKOV, E. A.; KOBZA, E. E.; EFREMENKOVA, S. K. Force Analysis of Double Pitch Point Cycloid Drive with Intermediate Rolling Elements and Free Retainer. **Applied Mechanics and Materials**, v. 756, p. 29–34, 2015.

FERNANDES, C. M. C. G. et al. Energy efficiency tests in a full scale wind turbine gearbox. **Tribology International**, v. 101, p. 375–382, 2016.

GHOTBI, B. et al. A novel concept for analysis and performance evaluation of wheeled rovers. **Mechanism and Machine Theory**, v. 83, p. 137–151, 2015.

GIL LONDOÑO, N. Algoritmos genéticos. **Universidad Nacional de Colombia**, 2006.

GORLA, C. et al. Theoretical and Experimental Analysis of a Cycloidal Speed Reducer. **Journal of Mechanical Design**, v. 130, n. 11, p. 112604, 2008.

HENRIOT, G. *Traité Théorique et Pratique des Engrenages* Ed. **Dunod**, 1979.

HÖHN, B.-R.; STAHL, K.; GWINNER, P. Light-Weight Design for Planetary Gear Transmissions. **Gear Technology**, n. September, p. 96–103, 2013.

HOY, ROGER M.; ROHRER, RODNEY; LISKA, ADAM; LUCK, JOE D.; ISOM, LOREN; AND KESHWANI, D. R. Agricultural Industry Advanced Vehicle Technology: Benchmark Study for Reduction in Petroleum Use. n. September, 2014.

HSIEH, C.-F. Dynamics Analysis of Cycloidal Speed Reducers With Pinwheel and Nonpinwheel Designs. **Journal of Mechanical Design**, v. 136, n. 9, p. 091008, 2014.

HSIEH, C. F. Traditional versus improved designs for cycloidal speed reducers with a small tooth difference: The effect on dynamics. **Mechanism and Machine Theory**, v. 86, p. 15–35, 2015.

HU, X. et al. Churning power losses of a gearbox with spiral bevel geared transmission. **Tribology International**, v. 129, n. May 2018, p. 398–406, 2019.

HWANG, Y.-W.; HSIEH, C.-F. Geometric Design Using Hypotrochoid and Nonundercutting Conditions for an Internal Cycloidal Gear. **Journal of Mechanical Design**, v. 129, n. 4, p. 413, 2007.

IAGNEMMA, K.; DUBOWSKY, S. Traction control of wheeled robotic vehicles in rough terrain with application to planetary rovers. **International Journal of Robotics Research**, v. 23, n. 10–11, p. 1029–1040, 2004.

IVANOVIĆ, L. et al. Modeling of the Meshing of Trochoidal Profiles With Clearances. **Journal of Mechanical Design**, v. 134, n. 4, p. 041003, 2012.

KARAMOOZRAVARI, M. R. Elliptical lobe shape gerotor pump design to minimize wear. **Frontiers of Mechanical Engineering**, v. 6, n. 4, p. 429–434, 2011.

KAYSER, D. A.; SCHÄFER, D. I. Active Force-Feedback Applications Using Harmonic Drive® Gears. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 39, n. 16, p. 873–877, 2006.

KENNEDY, J. B.; NEVILLE, A.M. Basic Statistical Methods for Engineers and Scientists **Harper and Row Inc.**, New York, 2<sup>nd</sup> edition 1976

KOSTIĆ, N. et al. Determination of Real Clearances Between Cycloidal Speed Reducer

Elements by the Application of Heuristic Optimization. **Transactions of FAMENA**, v. 42, n. 1, p. 15–26, 2018.

KUMAR, N. Investigation of drive-train dynamics of mechanical transmissions incorporating Cycloidal drives. n. June, p. 316, 2015.

LACOUR, S. et al. A model to assess tractor operational efficiency from bench test data. **Journal of Terramechanics**, v. 54, p. 1–18, 2014.

LAI, T. S. Geometric design of roller drives with conical rollers. **Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering**, v. 28, n. 3–4, p. 581–591, 2004.

LAI, T. S. Design and machining of the epicycloid planet gear of cycloid drives. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 28, n. 7–8, p. 665–670, 2006.

LAI, T. S.; LYU, J. M. Addendum modifying of cycloid drives with two-tooth difference on the epicycloidal planet gear. **Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering**, v. 30, n. 2, p. 223–238, 2006.

LI, S. Design and strength analysis methods of the trochoidal gear reducers. **Mechanism and Machine Theory**, v. 81, p. 140–154, 2014.

LI, X. et al. A New Cycloid Drive With High-Load Capacity and High Efficiency. **Journal of Mechanical Design**, v. 126, n. 4, p. 683, 2004.

LIN, W. S.; SHIH, Y. P.; LEE, J. J. Design of a two-stage cycloidal gear reducer with tooth modifications. **Mechanism and Machine Theory**, v. 79, p. 184–197, 2014.

LITVIN, F. L. et al. New Design and Improvement of Planetary Gear Trains. **Nasa**, n. July, p. 1–26, 2004.

LITVIN, F. L.; FENG, P. H. Computerized design and generation of cycloidal gearings. **Mechanism and Machine Theory**, v. 31, n. 7, p. 891–911, 1996.

LIU, J. et al. Design of a Novel Cycloid Drive with a Cycloid-arc Gear and Analysis of Its Meshing Characteristic. **Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing**, v. 6, n. 2, p. 310–322, 2012.

MUNDO, D. Geometric design of a planetary gear train with non-circular gears. **Mechanism and Machine Theory**, v. 41, n. 4, p. 456–472, 2006.

NETO, B. de BARROS; SCARMINIO, I. S.; BRUNS, R. E. Como Fazer Experimentos. **Editora Unicamp**, 3<sup>a</sup> ed, Campinas, 2007.

OSINENKO, P.; STREIF, S. **Optimal traction control for heavy-duty vehicles** **Control Engineering Practice**, 2017.

OSINENKO, P. V.; GEISLER, M.; HERLITZIUS, T. A method of optimal traction control for farm tractors with feedback of drive torque. **Biosystems Engineering**, v. 129, p. 20–33, 2015.

PENNESTRÈ, E.; FREUDENSTEIN, F. The mechanical efficiency of epicyclic gear trains. **Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME**, v. 115, n. 3, p. 645–651, 1993.

PESCE, C. P. DINÂMICA DOS CORPOS RÍGIDOS. [s.d.].

POLLITT, E. P. Some Applications of the Cycloid in Machine Design. **Journal of Engineering for Industry**, v. 82, n. 4, p. 407, 1960.

PRANAV, P. K. et al. Automatic wheel slip control system in field operations for 2WD tractors. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 84, p. 1–6, 2012.

PRANKL, H.; NADLINGER, M. **Mobile electric power supply for agricultural machinery and implements. International Conference on Agricultural Engineering - AgEng 2010: towards environmental technologies, Clermont-Ferrand, France, 6-8 September 2010, 2010.** Disponível em: <<http://www.cabdirect.org/abstracts/20113082010.html>>

REDUCER, C. S. Influence of Friction on the Force Distribution At. **International Conference on Tribology**, p. 12–15, 2011.

REN, Z. Y. et al. Tooth modification and dynamic performance of the cycloidal drive. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 85, n. June 2016, p. 857–866, 2017.

SALAMA, M. A. et al. UGV with a distributed electric driveline: Controlling for maximum slip energy efficiency on stochastic terrain. **Journal of Terramechanics**, v. 79, p. 41–57, 2018.

SALGADO, D. R. et al. Optimal design of planetary gearboxes for application in machine tools. **Procedia Manufacturing**, v. 13, p. 267–274, 2017.

SCHENKER, P. S. et al. Robotic automation for space: planetary surface exploration, terrain-adaptive mobility, and multi-robot cooperative tasks. **Intelligent robots and computer vision XX: algorithms, techniques, and active vision**, v. 4572, p. 12–28, 2001.

SCHULZE, T. Design and Optimization of Planetary Gears Considering All Relevant Influences. **Gear Technology**, n. December, p. 96–102, 2013.

SHUNG, J. B.; PENNOCK, G. R. Geometry for trochoidal-type machines with conjugate envelopes. **Mechanism and Machine Theory**, v. 29, n. 1, p. 25–42, 1994.

SILVA, A. F. B. et al. A rough terrain traction control technique for all-wheel-drive mobile robots. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 32, n. 4, p. 489–501, 2010.

SILVA, A. F. B.; MEGGIOLARO, M. A. Traction Control of All-Wheel-Drive Independent Suspension Mobile Robots in 2D Rough Terrain. **Mechatronics**, v. 3, n. 1997, p. 256–265, 2008.

TSAI, S.-J. et al. Loaded tooth contact analysis of cycloid planetary gear drives. **2015 IFToMM World Congress Proceedings, IFToMM 2015**, 2015.

TSETSERUKOU, D. O. et al. Contact Force Distribution Among Pins of Trochoid Transmissions. p. 2–3, 2012.

TUTTLE, D., T. Understanding and Modelling the Behavior of a Harmonic Drive Gear System. 1992.

WANG, Y.; CHEN, B. The Generation Principle and Mathematical Models of Double-. **Proceedings of the ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference**, p. 1–8, 2015.

XU, L. X.; YANG, Y. H. Dynamic modeling and contact analysis of a cycloid-pin gear mechanism with a turning arm cylindrical roller bearing. **Mechanism and Machine Theory**, v. 104, p. 327–349, 2016.

YANG, S. X. et al. An embedded fuzzy controller for a behavior-based mobile robot with guaranteed performance. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, v. 12, n. 4, p. 436–446, 2004.

ZEBROWSKI, J. Traction efficiency of a wheeled tractor in construction operations. **Automation in Construction**, v. 19, n. 2, p. 100–108, 2010.

ZHAO, J.-S. et al. Design of an Ackermann-type steering mechanism. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 227, n. 11, p. 2549–2562, 2013.

ZOZ, F. M.; GRISPO, R. Traction and Tractor Performance. **Agricultural Equipment Technology Conference**, n. 913, p. 1–47, 2003.

## APÊNDICE 1: CARACTERÍSTICAS DAS ENGRENAGENS DO REDUTOR PLANETÁRIO

### Pinhão solar e satélite:

MÓDULO NORMAL.....[Mn]:	1.5mm
ADDENDUM DA FERRAMENTA.....[hf]:	1.875 mm
DEDENDUM DA FERRAMENTA.....[ha]:	1.5mm
NÚMERO DE DENTES DA ENGRENAGEM 1.....[Z1]:	10 (PINHÃO SOLAR)
LARGURA DOS DENTES DA ENGRENAGEM 1....[b1]:	9 mm
NÚMERO DE DENTES DA ENGRENAGEM 2.....[Z2]:	19 (ENGRENAGEM PLANETÁRIA)
LARGURA DOS DENTES DA ENGRENAGEM 2....[b2]:	9 mm
RELAÇÃO DE TRANSMISSÃO.....[Z2/Z1]:	1.9
ÂNGULO DE PRESSÃO NORMAL.....[α0]:	20°
ÂNGULO DE HÉLICE.....[β0]:	0°
DISTÂNCIA ENTRE CENTROS DE TRABALHO...[C1]:	22.803 mm
DIÂMETRO DO PINO DE MEDIÇÃO.....[dr1]:	3 mm
DIÂMETRO DO PINO DE MEDIÇÃO.....[dr2]:	3 mm
FOLGA MÍNIMA ENTRE DENTES.....[Blmin]:	0.1mm
FOLGA MÁXIMA ENTRE DENTES.....[Blmax]:	0.2mm
SOMA DAS CORREÇÕES .....[X1+X2]:	0.81259
DISTÂNCIA ENTRE CENTROS NORMALIZADA...[a0]:	21.75 mm
ÂNGULO DE PRESSÃO DE TRABALHO.....[α]:	26.3216°
ÂNGULO DE HÉLICE DE TRABALHO.....[β]:	0°
ÂNGULO DE HÉLICE DE BASE.....[betab]:	0°
MÓDULO DE TRABALHO.....[m´]:	1.573 mm
MÓDULO TRANSVERSAL (OU FRONTAL).....[ms]:	1.5mm
RELAÇÃO AUXILIAR.....[X1+X2/Z1+Z2]:	0.02802
COEFICIENTE DE CORREÇÃO DO BLANK.....[K]:	0.110924
ALTURA TOTAL DO DENTE CORRIGIDA.....[Ht]:	3.264 mm
GRAU DE RECOBRIMENTO TRANSVERSAL..[E-alfa]:	1.178044
GRAU DE RECOBRIMENTO LONGITUDINAL.[E-beta]:	0
GRAU DE RECOBRIMENTO TOTAL:.....[E-gama]:	1.178044

COEFICIENTE DE CORREÇÃO.....[x1]:	0.537581	
DIÂMETRO PRIMITIVO (TEÓRICO).....[d01]:	15 mm	
DIÂMETRO PRIMITIVO (DE TRABALHO).....[d1]:	15.726	mm
ADDENDUM REAL.....[ha1]:	2.14	mm
DIÂMETRO EXTERNO.....[da1]:	19.28	mm
DIÂMETRO DE RAIZ.....[df1]:	12.863	mm
DIÂMETRO DE BASE.....[db1]:	14.095	mm
RAIO DE INÍCIO DO PERFIL ATIVO.....[rs1]:	7.178	mm
INÍCIO DO PERFIL ATIVO (PARA MEDIÇÃO)[st1]:	1.361	mm
NÚMERO DE DENTES A MEDIR.....[k1]:	2	
MEDIDA SOBRE DENTES (NOMINAL).....[wk1]:	7.404	mm
MEDIDA SOBRE DENTES (MÍNIMA).....[wk1min]:	7.31	mm
MEDIDA SOBRE DENTES (MÁXIMA).....[wk1max]:	7.357	mm
MEDIDA SOBRE PINOS (NOMINAL).....[q1]:	20.696	mm
MEDIDA SOBRE PINOS (MÍNIMA).....[q1min]:	20.54	mm
MEDIDA SOBRE PINOS (MÁXIMA).....[q1max]:	20.618	mm
NÚMERO DE DENTES VIRTUAL.....[z1-v]:	10	
ESPESSURA TRANSVERSAL NO PRIMITIVO....[s1]:	2.943	mm
ESPESSURA NORMAL DA CABEÇA.....[sa1-n]:	0.554	mm
ESPESSURA TRANSVERSAL DA CABEÇA.....[sa1]:	0.554	mm
COEFICIENTE DE CORREÇÃO.....[x2]:	0.27500	
DIÂMETRO PRIMITIVO (TEÓRICO).....[d02]:	28.5	mm
DIÂMETRO PRIMITIVO (DE TRABALHO).....[d2]:	29.879	mm
ADDENDUM REAL.....[ha2]:	1.746	mm
DIÂMETRO EXTERNO.....[da2]:	31.992	mm
DIÂMETRO DE RAIZ.....[df2]:	25.575	mm
DIÂMETRO DE BASE.....[db2]:	26.781	mm
RAIO DE INÍCIO DO PERFIL ATIVO.....[rs2]:	13.849	mm
INÍCIO DO PERFIL ATIVO (PARA MEDIÇÃO)[st2]:	3.534	mm
NÚMERO DE DENTES A MEDIR.....[k2]:	3	
MEDIDA SOBRE DENTES (NOMINAL).....[wk2]:	11.752	mm

MEDIDA SOBRE DENTES (MÍNIMA).....[Wk2min]:	11.658	mm
MEDIDA SOBRE DENTES (MÁXIMA).....[Wk2max]:	11.705	mm
MEDIDA SOBRE PINOS (NOMINAL).....[q2]:	33.874	mm
MEDIDA SOBRE PINOS (MÍNIMA).....[q2min]:	33.686	mm
MEDIDA SOBRE PINOS (MÁXIMA).....[q2max]:	33.78	mm
NÚMERO DE DENTES VIRTUAL.....[z2-v]:	19	
ESPESSURA TRANSVERSAL NØ PRIMITIVO....[s2]:	2.656	mm
ESPESSURA NORMAL DA CABEÇA.....[sa2-n]:	1.07	mm
ESPESSURA TRANSVERSAL DA CABEÇA.....[sa2]:	1.07	mm
RENDIMENTO TEÓRICO DO PAR:.....[røTH]:	0.952	
QUANTIDADE DE PLANETÁRIAS:.....[Q]:	3	

#### **Engrenagem anelar:**

MÓDULO NORMAL.....[Mn]:	1.5mm	
ADDENDUM DA FERRAMENTA.....[hf]:	1.5mm	
DEDENDUM DA FERRAMENTA.....[ha]:	1.875	mm
NÚMERO DE DENTES DA ENGRENAGEM 3.....[Z3]:	50	
LARGURA DOS DENTES DA ENGRENAGEM 3....[b3]:	20	mm
RELAÇÃO DE TRANSMISSÃO.....[Z3/Z2]:	2.631579	
ÂNGULO DE PRESSÃO NORMAL.....[α0]:	20°	
ÂNGULO DE PRESSÃO DE TRABALHO.....[α]:	16.6377°	
ÂNGULO DE HÉLICE.....[Beta]:	0°	
DISTÂNCIA ENTRE CENTROS DE TRABALHO...[C3]:	22.8025	mm
DIÂMETRO DO PINO DE MEDIÇÃO.....[dr3]:	3	mm
FOLGA MÍNIMA ENTRE DENTES.....[Blmin]:	0.1mm	
FOLGA MÁXIMA ENTRE DENTES.....[Blmax]:	0.2mm	
SOMA DAS CORREÇÕES .....[X2+X3]:	0.275	
DISTÂNCIA ENTRE CENTROS NORMALIZADA...[a0]:	21.75	mm
COEFICIENTE DE CORREÇÃO.....[x3]:	0	
DIÂMETRO PRIMITIVO (TEÓRICO).....[d03]:	75	mm
ADDENDUM REAL.....[ha3]:	1.875	mm
DIÂMETRO MAIOR.....[da3]:	78.75	mm
DIÂMETRO MENOR.....[df3]:	72.36	mm

DIÂMETRO DE BASE.....[db3]:	70.477	mm
MEDIDA ENTRE PINOS (NOMINAL).....[q3]:	69.261	mm
MEDIDA ENTRE PINOS (MÍNIMA).....[q3min]:	69.301	mm
MEDIDA ENTRE PINOS (MÁXIMA).....[q3max]:	69.322	mm

## APÊNDICE 2– TABELAS DAS MÉDIAS DOS RESULTADOS DE BANCADA

Os testes foram realizados e os resultados foram condensados nas tabelas 1 a 30, com cada condição de teste aplicado, seja no redutor planetário, seja no redutor cicloidal. Apesar das tabelas indicarem a potência média, esses valores não foram considerados nesse estudo, mas sim as variações do torque, como já descrito anteriormente. Tais dados de potência podem, eventualmente, servir ao leitor como base para outras análises.

Tabela 1: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – primeira condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
200N/250rpm - 1	244,75	0,81	17,17	20,76
200N/250rpm - 2	244,81	0,71	27,45	18,20
200N/250rpm - 3	244,80	0,65	25,50	16,66
MÉDIA DAS MÉDIAS	244,79	0,72	23,37	18,54

Tabela 2: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – segunda condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
200N/500rpm - 1	519,37	0,79	1,85	42,97
200N/500rpm - 2	519,38	0,92	3,65	50,04
200N/500rpm - 3	519,21	0,87	5,00	47,30
MÉDIA DAS MÉDIAS	519,32	0,86	3,50	46,77

Tabela 3: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – terceira condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
200N/750rpm – 1	793,44	0,87	5,40	72,29
200N/750rpm – 2	793,04	0,84	3,00	69,76
200N/750rpm – 3	793,6	0,83	3,85	68,98
MÉDIA DAS MÉDIAS	793,36	0,85	4,08	70,34

Tabela 4: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – quarta condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
200N/1000rpm - 1	1067,28	0,81	2,10	90,53
200N/1000rpm - 2	1067,69	0,79	0,70	88,33
200N/1000rpm - 3	1068,08	0,75	1,15	83,89
MÉDIA DAS MÉDIAS	1067,68	0,78	1,32	87,58

Tabela 5: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – quinta condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
200N/1250rpm - 1	1351,09	0,78	0,80	110,36
200N/1250rpm - 2	1351,42	0,76	1,40	107,56
200N/1250rpm - 3	1351,34	0,74	1,05	104,72
MÉDIA DAS MÉDIAS	1351,28	0,76	1,08	107,54

Tabela 6: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – sexta condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
500N/250rpm – 1	235,34	1,73	2,30	42,64
500N/250rpm – 2	235,44	1,72	2,65	42,41
500N/250rpm – 3	235,33	1,72	3,15	42,39
MÉDIA DAS MÉDIAS	235,37	1,72	2,70	42,48

Tabela 7: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – sétima condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO (Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
500N/500rpm – 1	519,23	1,71	5,65	92,98
500N/500rpm – 2	519,27	1,75	9,10	95,16
500N/500rpm – 3	519,36	1,74	5,05	94,63
MÉDIA DAS MÉDIAS	519,29	1,73	6,60	94,26

Tabela 8: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – oitava condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO (Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
500N/750rpm – 1	793,32	1,74	3,90	144,55
500N/750rpm – 2	793,33	1,73	3,90	143,72
500N/750rpm – 3	793,35	1,73	5,70	143,73
MÉDIA DAS MÉDIAS	793,33	1,73	4,50	144,00

Tabela 9: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – nona condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO (Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
500N/1000rpm - 1	1067,48	1,68	3,15	187,80
500N/1000rpm - 2	1067,40	1,66	2,60	185,55
500N/1000rpm - 3	1067,53	1,71	2,70	191,16
MÉDIA DAS MÉDIAS	1067,47	1,68	2,82	188,17

Tabela 10: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – décima condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO (Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
500N/1250rpm - 1	1341,20	1,68	0,95	235,96
500N/1250rpm - 2	1340,46	1,66	0,30	233,02
500N/1250rpm - 3	1341,38	1,64	0,70	230,37
MÉDIA DAS MÉDIAS	1341,01	1,66	0,65	233,11

Tabela 11: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – décima primeira condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO (Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
700N/250rpm – 1	235,00	2,10	20,35	51,68
700N/250rpm – 2	234,16	2,12	23,65	51,98
700N/250rpm – 3	235,23	2,08	17,90	51,24
MÉDIA DAS MÉDIAS	234,80	2,10	20,63	51,63

Tabela 12: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – décima segunda condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO (Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
700N/500rpm - 1	509,58	2,08	6,45	111,00
700N/500rpm - 2	470,75	2,10	9,95	103,52
700N/500rpm - 3	509,54	2,12	10,65	113,12
MÉDIA DAS MÉDIAS	496,62	2,13	9,02	109,21

Tabela 13: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – décima terceira condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO (Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
700N/750rpm – 1	793,24	2,16	1,60	179,43
700N/750rpm – 2	792,73	2,15	1,25	178,48
700N/750rpm – 3	781,55	2,17	2,60	177,60
MÉDIA DAS MÉDIAS	789,17	2,16	1,82	178,50

Tabela 14: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – décima quarta condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO (Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
700N/1000rpm - 1	1064,86	2,13	1,70	237,52
700N/1000rpm - 2	1067,27	2,20	0,85	245,88
700N/1000rpm - 3	1067,24	2,33	1,00	260,40
MÉDIA DAS MÉDIAS	1066,46	2,22	1,18	247,94

Tabela 15: Dados médios de testes com redutor PLANETÁRIO – décima quinta condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO (Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
700N/1250rpm - 1	1341,37	2,24	1,10	314,65
700N/1250rpm - 2	1341,10	2,25	1,10	315,99
700N/1250rpm - 3	1341,08	2,23	1,85	313,18
MÉDIA DAS MÉDIAS	1341,18	2,24	1,35	314,60

Tabela 16: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – primeira condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
200N/250rpm - 1	244,66	0,78	20,95	19,98
200N/250rpm - 2	244,72	0,74	22,95	18,96
200N/250rpm - 3	244,73	0,69	26,35	17,68
MÉDIA DAS MÉDIAS	244,70	0,74	23,42	18,88

Tabela 17: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – segunda condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
200N/500rpm - 1	518,50	0,68	8,30	36,92
200N/500rpm - 2	518,76	0,70	11,00	38,03
200N/500rpm - 3	518,70	0,68	10,65	36,94
MÉDIA DAS MÉDIAS	518,65	0,69	9,98	37,30

Tabela 18: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – terceira condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
200N/750rpm - 1	792,78	0,68	5,25	56,45
200N/750rpm - 2	792,86	0,67	4,45	55,63
200N/750rpm - 3	792,75	0,67	6,25	55,62
MÉDIA DAS MÉDIAS	792,80	0,67	5,32	55,90

Tabela 19: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – quarta condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
200N/1000rpm - 1	1066,91	0,67	1,95	74,86
200N/1000rpm - 2	1066,48	0,67	1,55	74,83
200N/1000rpm - 3	1066,55	0,67	1,60	74,83
MÉDIA DAS MÉDIAS	1066,65	0,67	1,70	74,84

Tabela 20: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – quinta condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
200N/1000rpm - 1	1350,28	0,65	0,85	91,91
200N/1000rpm - 2	1340,72	0,65	0,55	91,26
200N/1000rpm - 3	1350,66	0,64	0,85	90,52
MÉDIA DAS MÉDIAS	1347,22	0,65	0,75	91,23

Tabela 21: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – sexta condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
500N/250rpm - 1	244,61	1,57	30,85	40,22
500N/250rpm - 2	244,75	1,50	31,95	38,45
500N/250rpm - 3	244,75	1,52	33,25	38,96
MÉDIA DAS MÉDIAS	244,70	1,53	32,02	39,21

Tabela 22: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – sétima condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
500N/500rpm - 1	518,55	1,54	14,05	83,63
500N/500rpm - 2	518,55	1,55	14,90	84,17
500N/500rpm - 3	518,67	1,55	14,55	84,19
MÉDIA DAS MÉDIAS	518,59	1,55	14,50	83,99

Tabela 23: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – oitava condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
500N/750rpm - 1	792,50	1,51	7,60	125,32
500N/750rpm - 2	792,53	1,51	8,75	125,32
500N/750rpm - 3	792,57	1,47	7,15	122,01
MÉDIA DAS MÉDIAS	792,53	1,50	7,83	124,21

Tabela 24: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – nona condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
500N/1000rpm - 1	1066,46	1,50	4,35	167,52
500N/1000rpm - 2	1066,47	1,41	3,95	157,47
500N/1000rpm - 3	1066,54	1,48	3,95	165,30
MÉDIA DAS MÉDIAS	1066,49	1,46	4,08	163,43

Tabela 25: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – décima condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
500N/1250rpm - 1	1340,24	1,56	1,70	218,95
500N/1250rpm - 2	1340,57	1,51	2,85	211,98
500N/1250rpm - 3	1340,43	1,55	2,05	217,57
MÉDIA DAS MÉDIAS	1340,41	1,54	2,20	216,17

Tabela 26: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – décima primeira condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
700N/250rpm - 1	234,88	2,31	19,80	56,82
700N/250rpm - 2	234,86	2,15	26,95	52,88
700N/250rpm - 3	234,87	2,10	27,60	51,65
MÉDIA DAS MÉDIAS	234,87	2,19	24,78	53,78

Tabela 27: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – décima segunda condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
700N/500rpm - 1	508,75	2,10	4,00	111,88
700N/500rpm - 2	508,83	2,11	4,90	112,43
700N/500rpm - 3	508,78	2,10	8,65	111,89
MÉDIA DAS MÉDIAS	508,79	2,10	5,85	112,07

Tabela 28: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – décima terceira condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
700N/750rpm - 1	792,49	2,09	3,15	173,45
700N/750rpm - 2	792,63	2,10	4,05	174,31
700N/750rpm - 3	792,59	2,10	3,05	174,30
MÉDIA DAS MÉDIAS	792,57	2,10	3,42	174,02

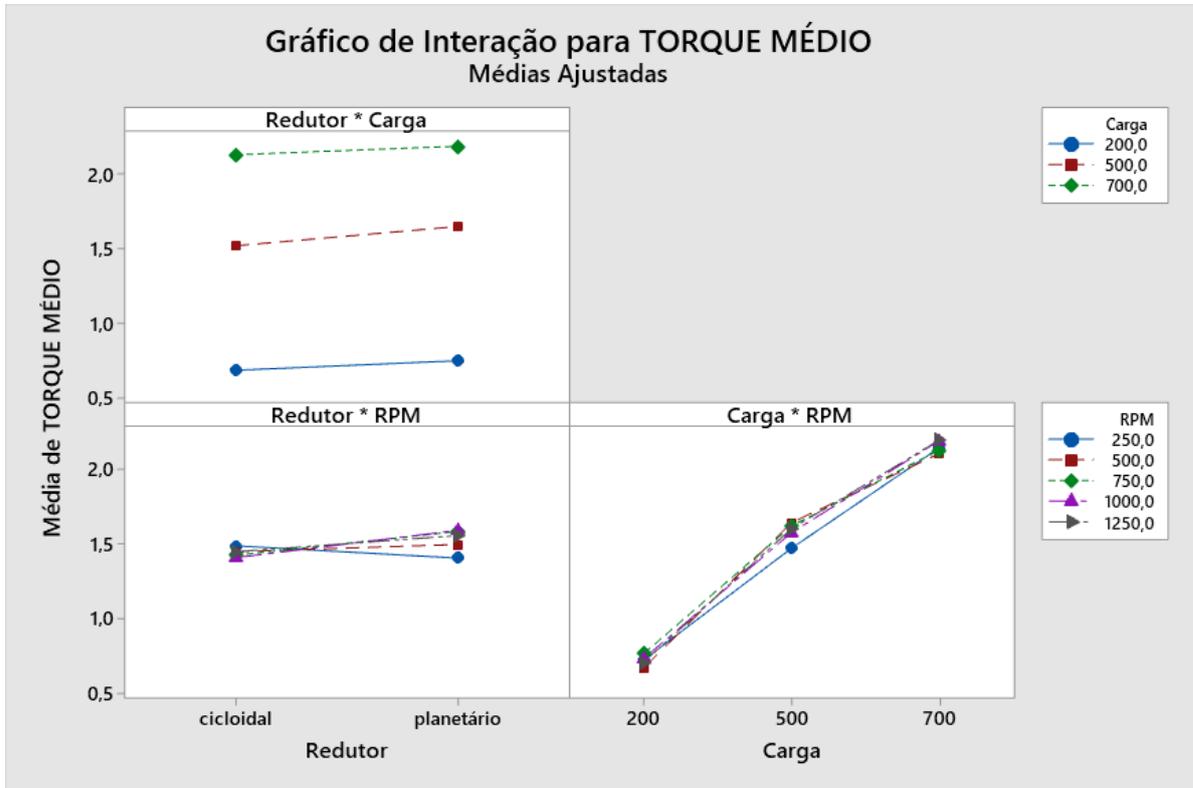
Tabela 29: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – décima quarta condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
700N/1000rpm - 1	1066,49	2,09	3,25	233,42
700N/1000rpm - 2	1066,66	2,07	2,85	231,22
700N/1000rpm - 3	1066,64	2,09	2,40	233,45
MÉDIA DAS MÉDIAS	1066,60	2,08	2,83	232,70

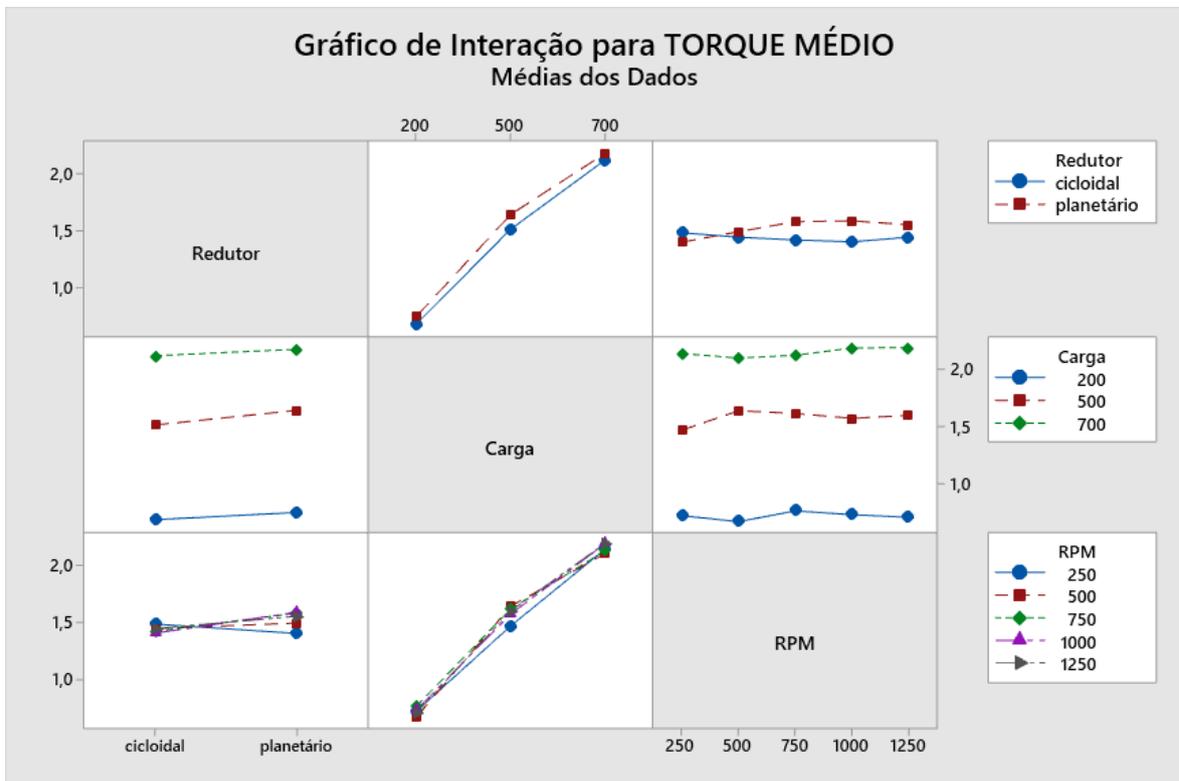
Tabela 30: Dados médios de testes com redutor CICLOIDAL – décima quinta condição

AMOSTRA	VELOCIDADE MÉDIA (rpm)	TORQUE MÉDIO(Nm)	INTERVALO DE TEMPO (s)	POTÊNCIA EFETIVA (W)
700N/1250rpm - 1	1340,29	2,15	1,35	301,76
700N/1250rpm - 2	1340,34	2,15	1,60	301,77
700N/1250rpm - 3	1339,96	2,15	1,35	301,69
MÉDIA DAS MÉDIAS	1340,20	2,15	1,43	301,74

**APÊNDICE 3: ANÁLISE DE MODELOS LINEARES GENERALIZADOS**



**Gráfico de Interação para TORQUE MÉDIO**



Modelo Linear Generalizado: TORQUE MÉDIO versus Redutor; Carga; RPM

Método

Codificação de fator (-1; 0; +1)

Informações dos Fatores

Fator	Tipo	Níveis	Valores
Redutor	Fixo	2	cicloidal; planetário
Carga	Fixo	3	200; 500; 700
RPM	Fixo	5	250; 500; 750; 1000; 1250

Análise de Variância

Fonte	GL	SQ (Aj.)	QM (Aj.)	Valor F	Valor-P
Redutor	1	0,1559	0,1559	80,67	0
Carga	2	31,4237	15,7118	8129,65	0
RPM	4	0,0461	0,0115	5,97	0
Redutor*Carga	2	0,0235	0,0117	6,07	0,004
Redutor*RPM	4	0,2029	0,0507	26,24	0
Carga*RPM	8	0,1287	0,0161	8,32	0
Erro	68	0,1314	0,0019		
Falta de ajuste	8	0,0622	0,0078	6,75	0
Erro puro	60	0,0692	0,0012	*	*
Total	89	32,1122			

Sumário do Modelo

S	R2	R2(aj)	R2(pred)
0,043962	99,59%	99,46%	99,28%

Coeficientes

Termo	Coef	EP de Coef	Valor-T	Valor-P	VIF
Constante	1,48216	0,00463	319,84	0	
Redutor					
cicloidal	-0,04162	0,00463	-8,98	0	1
Carga					
200	-0,76749	0,00655	-117,11	0	1,33
500	0,09748	0,00655	14,87	0	1,33
RPM					
250	-0,03882	0,00927	-4,19	0	1,6
500	-0,01271	0,00927	-1,37	0,175	1,6
750	0,01923	0,00927	2,08	0,042	1,6
1000	0,01501	0,00927	1,62	0,11	1,6

Redutor*Carga					
cicloidal 200	0,00962	0,00655	1,47	0,147	1,33
cicloidal 500	-0,02274	0,00655	-3,47	0,001	1,33
Redutor*RPM					
cicloidal 250	0,08273	0,00927	8,93	0	1,6
cicloidal 500	0,01773	0,00927	1,91	0,06	1,6
cicloidal 750	-0,0381	0,00927	-4,11	0	1,6
cicloidal 1000	-0,0501	0,00927	-5,41	0	1,6
Carga*RPM					
200 250	0,0425	0,0131	3,24	0,002	2,13
200 500	-0,037	0,0131	-2,82	0,006	2,13
200 750	0,0261	0,0131	1,99	0,05	2,13
200 1000	-0,003	0,0131	-0,23	0,819	2,13
500 250	-0,0725	0,0131	-5,53	0	2,13
500 500	0,0731	0,0131	5,58	0	2,13
500 750	0,0178	0,0131	1,36	0,179	2,13
500 1000	-0,0215	0,0131	-1,64	0,106	2,13

### Equações de Regressão

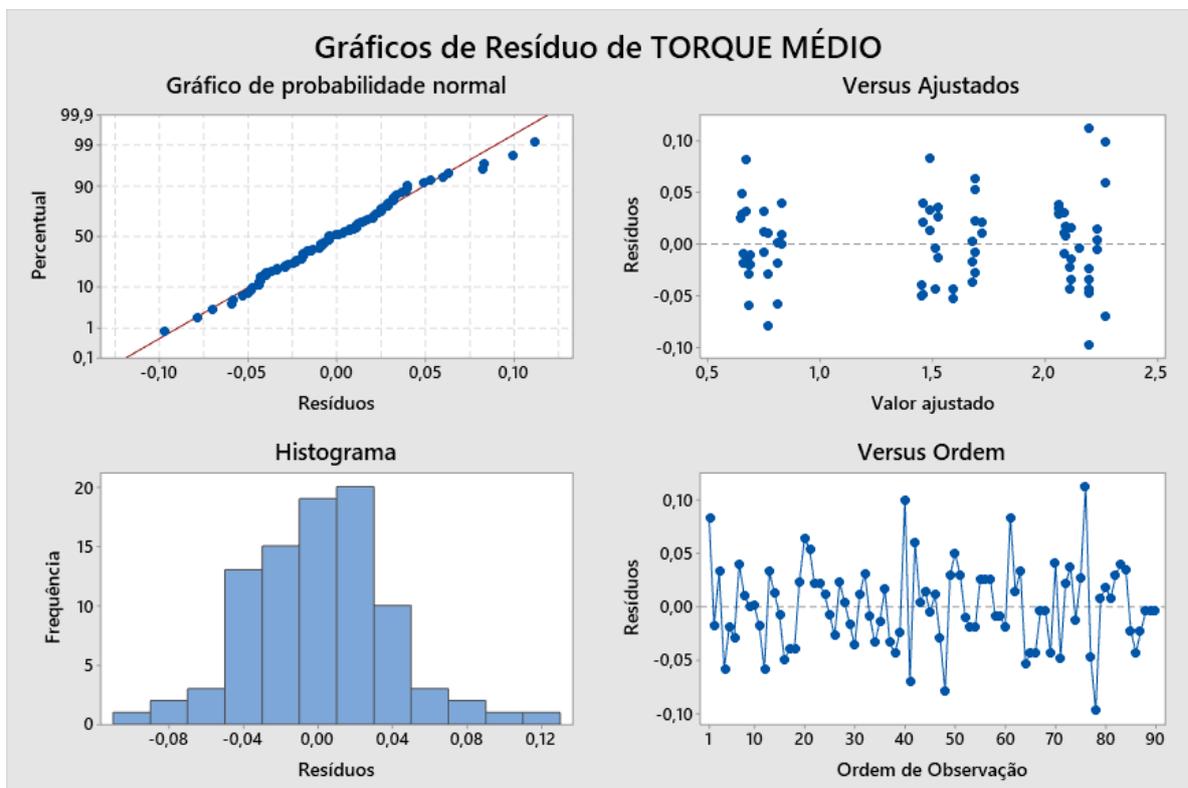
$$\begin{aligned}
 \text{TORQUE MÉDIO} = & 1,48216 - 0,04162 \text{ Redutor\_cicloidal} + 0,04162 \text{ Redutor\_planetário} \\
 & - 0,76749 \text{ Carga\_200} + 0,09748 \text{ Carga\_500} + 0,67001 \text{ Carga\_700} - 0,03882 \text{ RPM\_250} \\
 & - 0,01271 \text{ RPM\_500} + 0,01923 \text{ RPM\_750} + 0,01501 \text{ RPM\_1000} + 0,01729 \text{ RPM\_1250} \\
 & + 0,00962 \text{ Redutor*Carga\_cicloidal 200} - 0,02274 \text{ Redutor*Carga\_cicloidal 500} \\
 & + 0,01312 \text{ Redutor*Carga\_cicloidal 700} - 0,00962 \text{ Redutor*Carga\_planetário 200} \\
 & + 0,02274 \text{ Redutor*Carga\_planetário 500} - 0,01312 \text{ Redutor*Carga\_planetário 700} \\
 & + 0,08273 \text{ Redutor*RPM\_cicloidal 250} + 0,01773 \text{ Redutor*RPM\_cicloidal 500} \\
 & - 0,03810 \text{ Redutor*RPM\_cicloidal 750} - 0,05010 \text{ Redutor*RPM\_cicloidal 1000} \\
 & - 0,01227 \text{ Redutor*RPM\_cicloidal 1250} - 0,08273 \text{ Redutor*RPM\_planetário 250} \\
 & - 0,01773 \text{ Redutor*RPM\_planetário 500} + 0,03810 \text{ Redutor*RPM\_planetário 750} \\
 & + 0,05010 \text{ Redutor*RPM\_planetário 1000} + 0,01227 \text{ Redutor*RPM\_planetário 1250} \\
 & + 0,0425 \text{ Carga*RPM\_200 250} - 0,0370 \text{ Carga*RPM\_200 500} + 0,0261 \text{ Carga*RPM\_200} \\
 & \text{750} - 0,0030 \text{ Carga*RPM\_200 1000} - 0,0286 \text{ Carga*RPM\_200 1250} \\
 & - 0,0725 \text{ Carga*RPM\_500 250} + 0,0731 \text{ Carga*RPM\_500 500} + 0,0178 \text{ Carga*RPM\_500} \\
 & \text{750} - 0,0215 \text{ Carga*RPM\_500 1000} + 0,0031 \text{ Carga*RPM\_500 1250} \\
 & + 0,0300 \text{ Carga*RPM\_700 250} - 0,0361 \text{ Carga*RPM\_700 500} - 0,0439 \text{ Carga*RPM\_700} \\
 & \text{750} + 0,0245 \text{ Carga*RPM\_700 1000} + 0,0255 \text{ Carga*RPM\_700 1250}
 \end{aligned}$$

Ajustados e Diagnósticos para Observações Atípicas

Obs.	TORQUE	Ajuste	Resíduo
------	--------	--------	---------

	MÉDIO			Resíduo Pad	
1	0,75	0,6676	0,0824	2,16	R
40	2,37	2,2703	0,0997	2,61	R
48	0,69	0,7691	-0,0791	-2,07	R
61	1,57	1,4867	0,0833	2,18	R
76	2,31	2,1976	0,1124	2,94	R
78	2,1	2,1976	-0,0976	-2,55	R

*R = Resíduo grande*



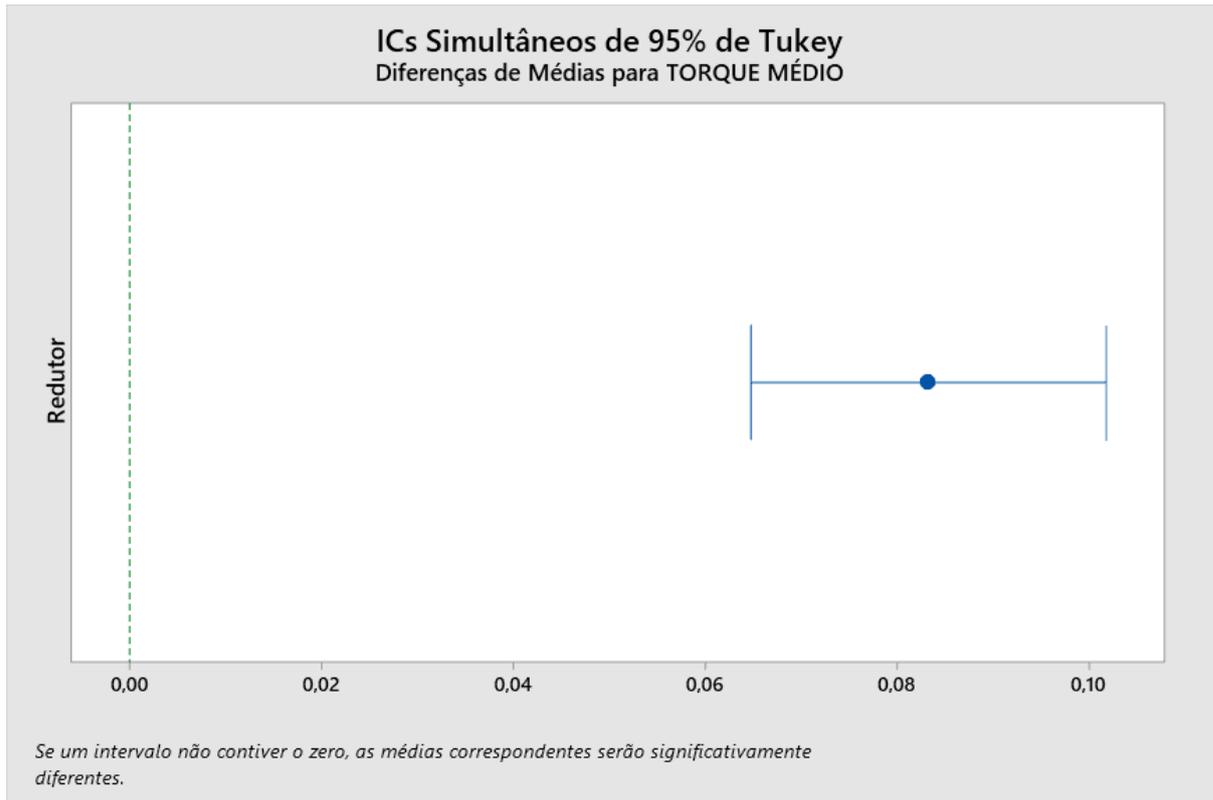
Se analisarmos os dados do ensaio verificando efeitos significativos de interação entre fatores pode-se ver que há interação entre Redutor\*RPM, Redutor\*Carga e Carga\*RPM.

Comparações para TORQUE MÉDIO

Comparações Pareadas de Tukey: Redutor

Informações de Agrupamento Usando Método de Tukey e 95% de Confiança

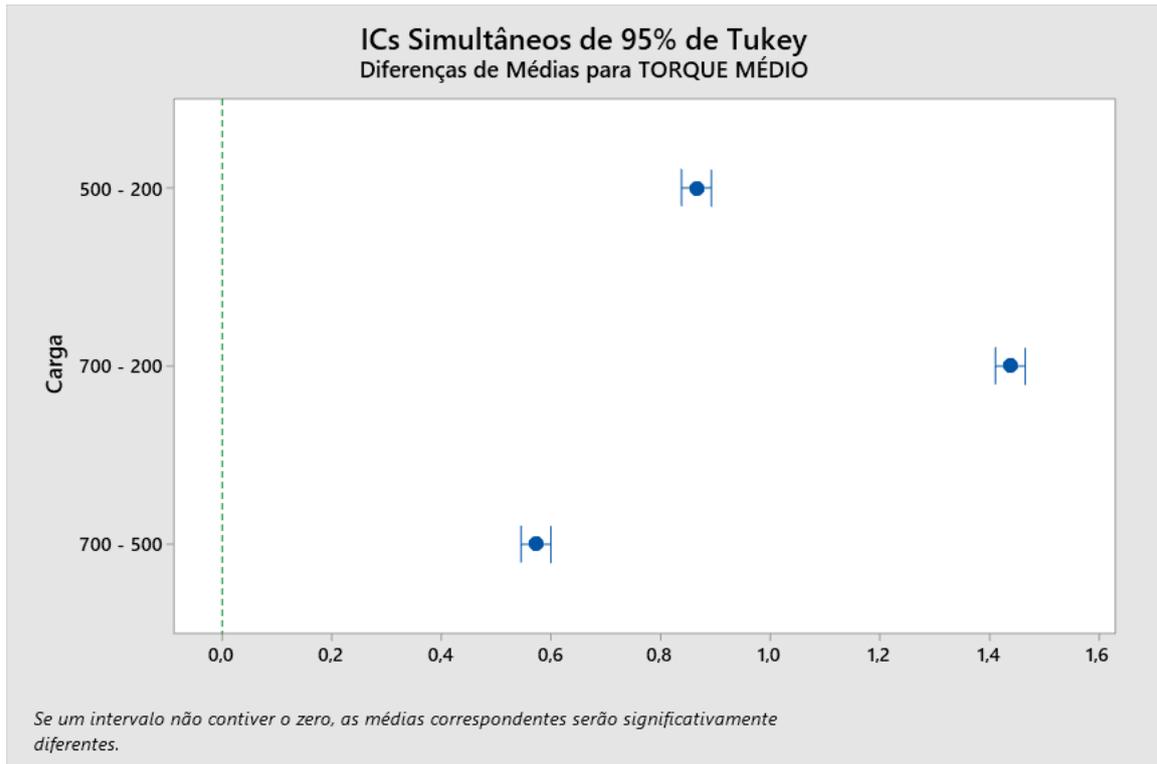
Redutor	N	Média	Agrupamento
planetário	45	1,5238	A
cicloidal	45	1,4405	B



Comparações Pareadas de Tukey: Carga

Informações de Agrupamento Usando Método de Tukey e 95% de Confiança

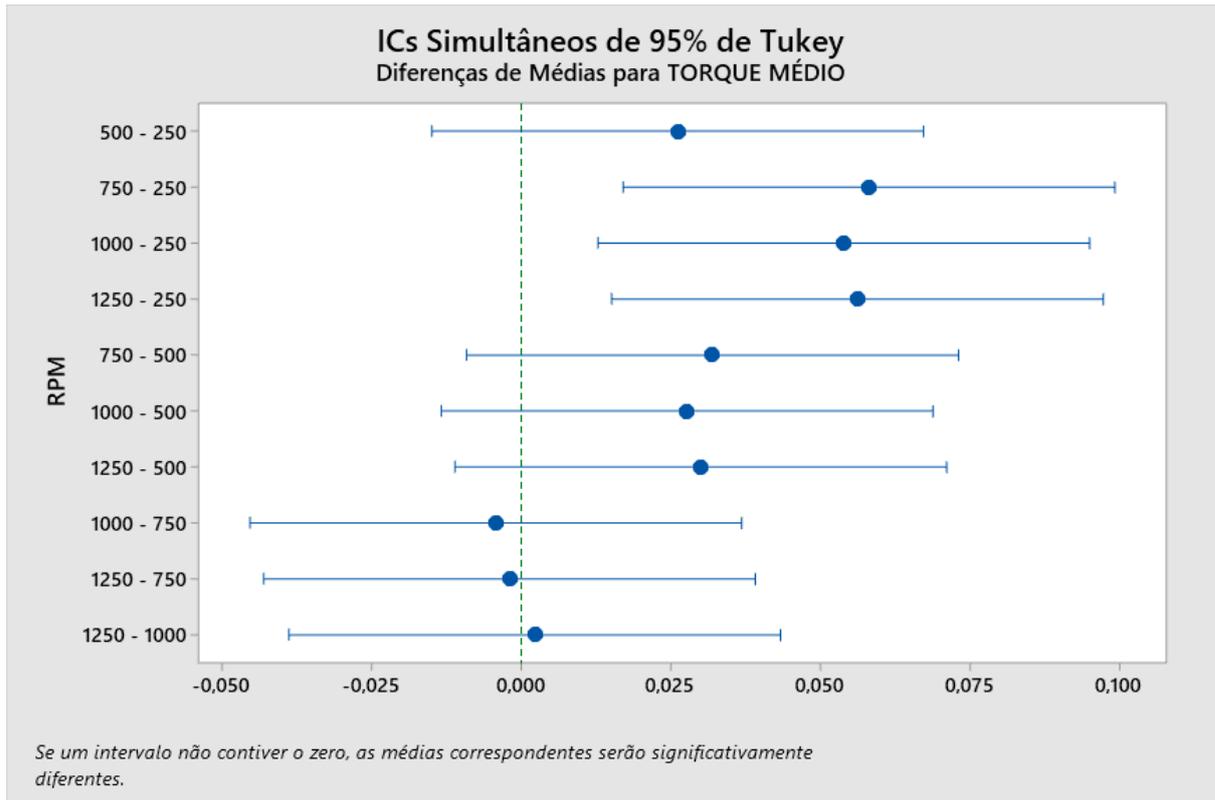
Carga	N	Média	Agrupamento
700	30	2,15217	A
500	30	1,57963	B
200	30	0,71467	C



Comparações Pareadas de Tukey: RPM

Informações de Agrupamento Usando Método de Tukey e 95% de Confiança

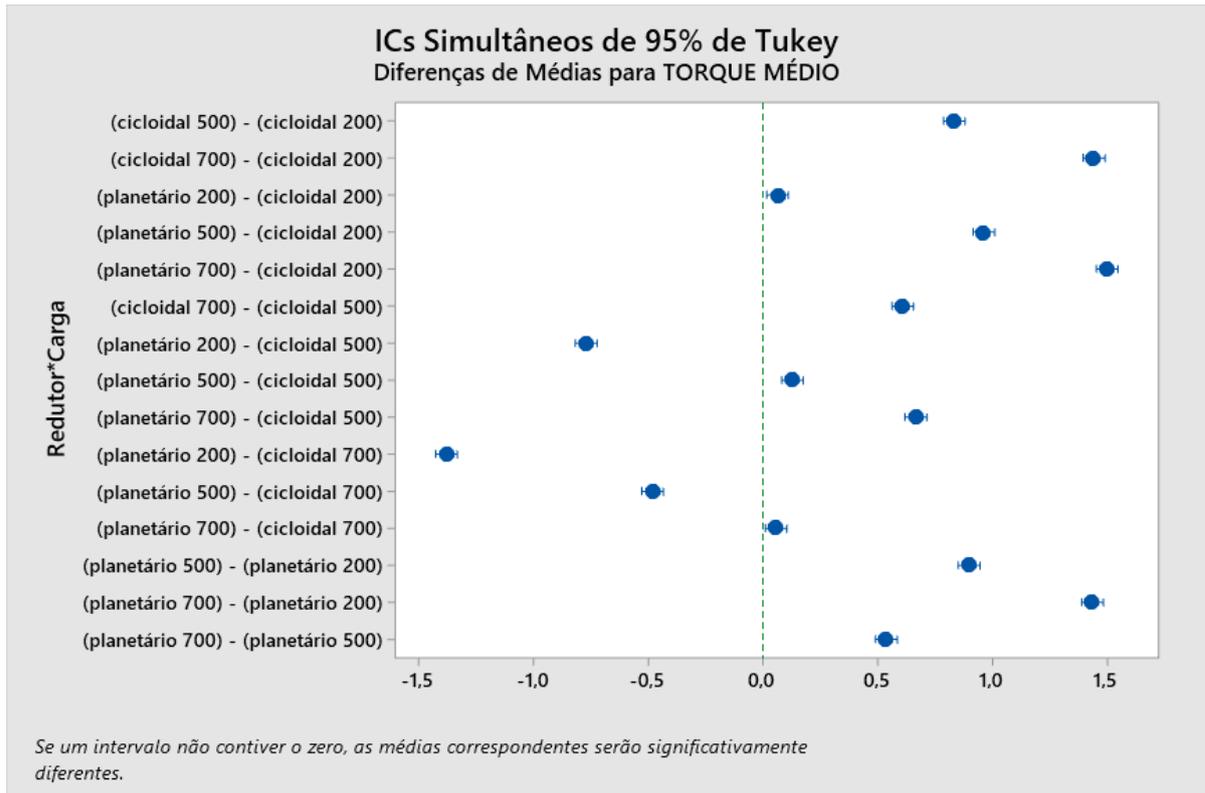
RPM	N	Média	Agrupamento
750	18	1,50139	A
1250	18	1,49944	A
1000	18	1,49717	A
500	18	1,46944	A B
250	18	1,44333	B



Comparações Pareadas de Tukey: Redutor\*Carga

Informações de Agrupamento Usando Método de Tukey e 95% de Confiança

Redutor*Carga	N	Média	Agrupamento
planetário 700	15	2,1807	A
cicloidal 700	15	2,1237	B
planetário 500	15	1,644	C
cicloidal 500	15	1,5153	D
planetário 200	15	0,7467	E
cicloidal 200	15	0,6827	F



Comparações Pareadas de Tukey: Redutor\*RPM

Informações de Agrupamento Usando Método de Tukey e 95% de confiança

Redutor*RPM	N	Média	Agrupamento				
planetário 1000	9	1,5889	A				
planetário 750	9	1,5811	A				
planetário 1250	9	1,5533	A	B			
planetário 500	9	1,4933		B	C		
cicloidal 250	9	1,4844			C	D	
cicloidal 500	9	1,4456			C	D	E
cicloidal 1250	9	1,4456			C	D	E
cicloidal 750	9	1,4217				D	E
cicloidal 1000	9	1,4054					E
planetário 250	9	1,4022					E

