UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE CIÊNCIAS APLICADAS

NATHÁLIA BUENO DA SILVA

ANÁLISE MULTICRITÉRIO DAS MEDIDAS DE DESEMPENHO DE UM PROGRAMA DE PRODUÇÃO

Limeira
2016

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE CIÊNCIAS APLICADAS

NATHÁLIA BUENO DA SILVA

ANÁLISE MULTICRITÉRIO DAS MEDIDAS DE DESEMPENHO DE UM PROGRAMA DE PRODUÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção à Faculdade de Ciências Aplicadas da Universidade Estadual de Campinas.

Orientador: Prof. Dr. Anibal Tavares de Azevedo

Limeira
2016

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Faculdade de Ciências Aplicadas
Renata Eleuterio da Silva - CRB 8/9281

Si38a

Silva, Nathália Bueno da, 1994-
Análise multicritério das medidas de desempenho de um programa de produção / Nathália Bueno da Silva. – Limeira, SP : [s.n.], 2016.

Orientador: Anibal Tavares de Azevedo.
Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Ciências Aplicadas.

1. Agenda de execução (Administração). 2. Simulated annealing (Matemática). 3. Processo decisório por critério múltiplo. 4. Planejamento da produção. I. Azevedo, Anibal Tavares de,1977-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Ciências Aplicadas. III. Título.

Informações adicionais, complementares

Título em outro idioma: Multicriteria analysis of performance measures of a production program
Palavras-chave em inglês:
Production scheduling
Simulated annealing (Mathematics)
Decision making by multiple criteria
Production planning
Titulação: Bacharel em Engenharia de Produção
Banca examinadora:
Carla Taviane Lucke da Silva Ghidini
Data de entrega do trabalho definitivo: 29-11-2016

Autor: NATHÁLIA BUENO DA SILVA

Título: ANÁLISE MULTICRITÉRIO DAS MEDIDAS DE DESEMPENHO DE UM PROGRAMA DE PRODUÇÃO

Natureza: Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia de Produção

Instituição: Faculdade de Ciências Aplicadas, Universidade Estadual de Campinas

Aprovado em: 29 / 11 / 2016.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Anibal Tavares de Azevedo – Presidente
Faculdade de Ciências Aplicadas (FCA/UNICAMP)

Profa. Dra. Carla Taviane Lucke da Silva Ghidini – Avaliadora
Faculdade de Ciências Aplicadas (FCA/UNICAMP)

Este exemplar corresponde à versão final da monografia aprovada.

Prof. Dr. Anibal Tavares de Azevedo
Faculdade de Ciências Aplicadas (FCA/UNICAMP)

SILVA, Nathália Bueno da. ANÁLISE MULTICRITÉRIO DAS MEDIDAS DE DESEMPENHO DE UM PROGRAMA DE PRODUÇÃO. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) – Faculdade de Ciências Aplicadas. Universidade Estadual de Campinas. Limeira, 2016.

RESUMO

As principais atividades do planejamento e controle da produção influenciam diretamente a eficiência do chão de fábrica e, consequentemente, as margens de lucro e a competitividade. Uma dessas atividades é o sequenciamento de tarefas, cuja distribuição dentro do ambiente de processamento pode melhorar a eficiência da linha de produção. Para a avaliação da qualidade de um programa de produção são utilizadas diversas medidas de desempenho, como o makespan, o tempo de fluxo total, o atraso máximo, o atraso total, a soma dos atrasos e avanços e o número de tarefas atrasadas. Porém, métricas diferentes priorizam de formas distintas o sequenciamento de tarefas, fazendo com que tais critérios sejam conflitantes. Tendo isso em vista, o objetivo do presente trabalho é, baseando-se em um exemplo da literatura, analisar o sequenciamento de tarefas que melhor atende diferentes critérios de avaliação do programa de produção. Para isso, foi elaborado um algoritmo Simulated Annealing para fornecer os melhores sequenciamentos de acordo com cada critério isoladamente e, em seguida, foi feita uma análise considerando-se os múltiplos critérios em conjunto, utilizando-se o software Promethee.

Palavras-chave: Programação da produção. Simulated Annealing. Multicritério. Promethee.

SILVA, Nathália Bueno da. MULTICRITERIA ANALYSIS OF PERFORMANCE MEASURES OF A PRODUCTION PROGRAM. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) – Faculdade de Ciências Aplicadas. Universidade Estadual de Campinas. Limeira, 2016.

ABSTRACT

The main activities of planning and control of production directly influence the shop floor efficiency and, consequently, profit margins and competitiveness. One such activity is the sequencing of tasks, whose distribution within the processing can improve the efficiency of the production line. For evaluating the quality of a production program are used several performance measures such as makespan, the total flow time, the maximum delay, the total delay, the sum of the delays and advances and the number of overdue tasks. However, different metrics prioritize in different ways sequencing tasks, making such criteria conflicting. With this in mind, the aim of this paper is, based on an example of literature, analyze the sequence of tasks that best meets different evaluation criteria of the production program. For that purpose, a Simulated Annealing algorithm was designed to provide the best sequencing according to each criterion separately, and then, an analysis was made considering the multiple criteria simultaneously, using the Promethee software.

Keywords: Production scheduling. Simulated Annealing. Multicriteria. Promethee.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Matriz s e matriz t.....	27
Figura 2	Datas de entrega multiplicadas pelo fator 1.....	27
Figura 3	Datas de entrega multiplicadas pelo fator 1,5.....	28
Figura 4	Datas de entrega multiplicadas pelo fator 2.....	28
Figura 5	Datas de entrega multiplicadas pelo fator 3.....	28
Figura 6	Visão geral das alternativas e critérios do Cenário 1.....	29
Figura 7	Visão geral das alternativas e critérios do Cenário 2.....	30
Figura 8	Visão geral das alternativas e critérios do Cenário 3.....	30
Figura 9	Visão geral das alternativas e critérios do Cenário 4.....	30
Figura 10	Resultado gráfico do sequenciamento.....	32
Figura 11	Medida de soma de avanços e atrasos para uma tarefa.....	33
Figura 12	Análise Promethee Rainbow das alternativas.....	35
Figura 13	Plano Gaia.....	37
Figura 14	Análise do peso do critério Makespan.....	41

Figura 15 Análise do peso do critério Fluxo Total..... 42

Figura 16 Análise do peso do critério Atraso Máximo..... 43

Figura 17 Análise do peso do critério Tarefas Atrasadas..... 44

Figura 18 Análise do peso do critério Soma dos Atrasos..... 45

Figura 19 Análise do peso do critério Soma dos Atrasos e Avanços..... 46

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Exemplo de tabela de avaliação.....	18
Tabela 2	Funções de preferência do PROMETHEE.....	21
Tabela 3	Sequências de rotação.....	24
Tabela 4	Nomeação das alternativas de sequenciamento.....	29
Tabela 5	Soluções correspondentes às sequências no Cenário 1.....	31
Tabela 6	Soluções correspondentes às sequências no Cenário 2.....	31
Tabela 7	Soluções correspondentes às sequências no Cenário 3.....	31
Tabela 8	Soluções correspondentes às sequências no Cenário 4.....	31
Tabela 9	Resultados obtidos para os quatro cenários.....	34
Tabela 10	Fluxo de preferência das alternativas.....	34
Tabela 11	Fluxo de preferência das alternativas para o Cenário 1.....	38
Tabela 12	Fluxo de preferência das alternativas para o Cenário 2.....	39
Tabela 13	Fluxo de preferência das alternativas para o Cenário 3.....	39
Tabela 14	Fluxo de preferência das alternativas para o Cenário 4.....	40

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	Contextualização	10
1.2	Objetivo	12
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1	Simulated Annealing	12
2.2	Múltiplos Critérios	14
3	MODELO MATEMÁTICO	15
3.1	Modelo de Sequenciamento de Tarefas Monocritério	15
3.2	Modelo de Decisão Multicritério	18
4	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	24
5	MÉTODO DE SOLUÇÃO	25
5.1	Simulated Annealing	25
5.2	Aplicação do Simulated Annealing	26
5.3	Input dos Dados no Promethee	28
6	RESULTADOS	32
6.1	Sequenciamento de Tarefas	32
6.2	Decisão Multicritério	34
6.2.1	Análise Geral	34
6.2.2	Análise entre Cenários	38
6.2.3	Análise dos Pesos	41
7	CONCLUSÃO	47
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	48

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

O atual ambiente de negócios das corporações é caracterizado por uma grande competitividade. Nesse cenário, as exigências e expectativas dos clientes têm se tornado cada vez maiores em termos de qualidade, custo e tempo de entrega (ARTIGUES et al., 2008). Dessa forma, no âmbito industrial, tem-se dado uma considerável importância para a eficiência da linha de produção, focando-se não só em baixos custos, como também na velocidade de produção (MANSOUR et al., 2009).

As atividades do planejamento e controle da produção, no contexto do processo geral, são a identificação dos sistemas de produção, a previsão de vendas, o planejamento de recursos, a administração dos estoques e a programação das atividades (GUERRINI et al., 2014). A definição de todas essas etapas influencia diretamente a eficiência da produção, as margens de lucro e a competitividade.

As etapas envolvidas na programação de atividades são o carregamento, que verifica a capacidade de trabalho do centro de trabalho e define quais tarefas serão executadas; o sequenciamento, que estabelece a ordem na qual as atividades serão executadas; e a programação, que estabelece as datas nas quais a sequência de tarefas será executada (GUERRINI et al., 2014).

O presente trabalho abordará mais especificamente o sequenciamento de tarefas, que segundo Jarboui et al. (2013), é a determinação da ordem na qual uma série de tarefas é executada em um grupo de máquinas e o instante de início e término de cada processamento, com o objetivo de otimizar algum critério de performance respeitando algumas restrições tecnológicas, como a quantidade de recursos ou precedência das tarefas. Assim, um sequenciamento eficiente é capaz de proporcionar a satisfação das exigências dos clientes a partir de um uso eficaz dos recursos disponíveis.

A programação da produção sempre esteve presente nas indústrias, mas atualmente enfrenta um aumento de complexidade devido ao grande número de tarefas que devem ser executadas simultaneamente com tempos de processamento cada vez menores (ARTIGUES et al., 2008). Nesta vasta área, segundo Arenales et al. (2007), diversos tipos de cenários podem ser encontrados, por exemplo:

- Programação de uma máquina: sequenciamento de operações em uma única máquina;
- Máquinas paralelas: várias máquinas podem ser usadas para a execução das tarefas e podem ter diferentes tempos de preparação e processamento para cada uma delas;
- Job Shop: cada tarefa é processada em uma sequência diferente nas máquinas, de acordo com um roteiro preestabelecido. Ou seja, o fluxo é multidirecional;
- Flow Shop: é um caso particular de um ambiente Job Shop, onde todas as tarefas têm o mesmo sequenciamento nas máquinas. Nesse caso, o fluxo é unidirecional. É chamado de permutacional quando a sequência das tarefas é a mesma em todas as máquinas;
- Open Shop: cada tarefa a ser processada tem uma sequência nas máquinas totalmente livre, ou seja, não existe uma ordem imposta entre as operações, tornando esses problemas extremamente combinatórios (ARTIGUES et. al., 2008).

Ainda segundo Arenales et al. (2007), as principais medidas de desempenho para avaliação da qualidade de um programa de produção são o makespan, o tempo de fluxo total, o atraso máximo, o atraso total, a soma dos atrasos e avanços e o número de tarefas atrasadas. O makespan é o instante de término de processamento de todas as tarefas a serem processadas, sendo uma medida da utilização do sistema de produção. Já o tempo de fluxo total é a soma dos instantes de término de processamento das tarefas, que mede o estoque em processamento. Todas as demais medidas estão relacionadas às datas de entrega das tarefas, sendo que se estas terminam atrasadas são penalizadas, porém se terminam antes da data de entrega podem incorrer em custo de estoque.

É importante ressaltar que métricas diferentes priorizam de formas distintas o sequenciamento de tarefas (GUERRINI et al., 2014). Portanto, tais critérios são conflitantes e a otimização de mais de uma medida deve levar em consideração o trade-off caracterizado pela otimização com múltiplos objetivos, em que a melhoria segundo um critério causa uma deterioração em outro critério (ARENALES et al., 2007).

Assim, na busca de um sequenciamento de tarefas eficiente deve-se considerar o dilema dos objetivos conflituosos, o qual impede a existência da "solução ótima" e conduz à procura da "solução de melhor compromisso" (ZELENY, 1982). Em casos como esse, a metodologia Multicritério de Apoio à Decisão fornece ao tomador de decisão as ferramentas necessárias e suficientes para habilitá-lo nas soluções de problemas em que vários pontos de vista, até mesmo contraditórios, devem ser levados em consideração (VINCKE, 1992).

Um dos principais objetivos da abordagem Multicritério de Apoio à Decisão é ajudar o decisor a organizar e sintetizar as informações de uma forma que o faça se sentir confortável e confiante ao tomar a decisão, minimizando possíveis arrependimentos pós-decisão e deixando-o satisfeito, pois todos os critérios e fatores foram devidamente considerados (BELTON; STEWART, 2002).

Em um cenário de decisão multicritério, não existe “resposta certa” e nem o conceito de ótimo. Portanto, o principal benefício da metodologia Multicritério de Apoio à Decisão é facilitar o entendimento do decisor sobre o problema em questão, sobre ele mesmo, sobre as prioridades, valores e objetivos de outras partes, e explorar isso no contexto do problema para guiá-lo a identificar a alternativa preferida (BELTON; STEWART, 2002).

1.2 Objetivo

O objetivo do presente trabalho é, baseando-se em um exemplo da literatura, analisar o sequenciamento de tarefas que melhor atende diferentes critérios de avaliação do programa de produção. Para isso, será apresentado um algoritmo Simulated Annealing que fornecerá os melhores sequenciamentos de acordo com cada critério isoladamente e, em seguida, será feita uma análise considerando-se os múltiplos critérios em conjunto, utilizando-se o software Promethee.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Simulated Annealing

A maioria dos problemas clássicos de programação da produção são relacionados à otimização combinatória. Assim, torna-se muito difícil encontrar a

solução ótima, uma vez que o único método para isso seria enumerar uma quantidade exponencial de soluções possíveis. Tais problemas são chamados de NP-Completo e têm um elevado nível de complexidade (ARTIGUES et al., 2008). Segundo Abraham et al. (2008), o uso de métodos exatos para resolver problemas combinatórios tão complexos geralmente demanda tempos computacionais inviáveis.

Portanto, faz-se necessário encontrar um método de solução que forneça soluções de boa qualidade em uma quantidade razoável de tempo, que são requisitos encontrados nos métodos heurísticos (ARTIGUES et al., 2008). De acordo com Yang (2010), tais métodos usam uma estratégia de tentativa e erro com o objetivo de encontrar soluções factíveis e boas em um tempo aceitável, não havendo garantias de que se encontrará a solução ótima e não sendo possível conhecer a qualidade da solução obtida, ou seja, o quão próxima está da solução ótima.

Yang (2010) destaca também que os métodos meta-heurísticos são considerados um desenvolvimento dos algoritmos heurísticos, sendo que “meta” significa “além” ou “nível mais alto”, e eles geralmente são melhores do que as heurísticas simples. Abraham et al. (2008) explica que o objetivo desse método é explorar eficientemente o espaço de busca sendo guiado por movimentos lógicos e pelo conhecimento do efeito desses movimentos, escapando-se de soluções ótimas locais. Portanto, os dois principais componentes de qualquer algoritmo meta-heurístico são a seleção das melhores soluções, o que garante a convergência para a otimalidade, e a randomização, que evita que as soluções fiquem paradas em um ótimo local e aumenta a diversidade de soluções (YANG, 2010). Dentre as meta-heurísticas existentes, destacam-se: algoritmo genético, busca tabu, simulated annealing, scatter search, colônia de formigas e GRASP (greedy randomized adaptive search procedure) (ARENALES et al., 2007).

A meta-heurística utilizada no presente trabalho será o Simulated Annealing. Nesse método, a cada iteração do algoritmo os valores de duas soluções são comparados, sendo uma a solução atual e a outra uma nova solução selecionada. Gendreau et al. (2010) explica que resultados melhores são sempre aceitos, enquanto uma parte das soluções inferiores também é aceita para se escapar de ótimos locais em busca de um ótimo global. Esse algoritmo foi inspirado

no processo de recozimento (annealing) de metais, no qual eles são aquecidos e então resfriados lentamente, formando uma estrutura cristalina com energia mínima e maiores tamanhos dos cristais para reduzir os defeitos da estrutura metálica, sendo necessário o cuidado no controle da temperatura e da taxa de resfriamento (YANG, 2010). No algoritmo, a probabilidade de se aceitar soluções piores do que a atual depende do parâmetro da temperatura, o qual decresce a cada iteração, fazendo com que tais soluções sejam aceitas com menor frequência (GENDREAU et al., 2010). A principal vantagem desse método é sua capacidade de evitar ficar preso em um mínimo local, permitindo movimentos de “subida” (hill-climbing) e tendendo a convergir para uma solução ótima global (YANG, 2010).

2.2 Múltiplos Critérios

Segundo Araujo e Almeida (2009), a problemática da tomada de decisão nos dias atuais é caracterizada por um número crescente de alternativas e critérios conflitantes, dentre os quais os decisores necessitam selecionar, ordenar, classificar ou ainda descrever com detalhes as alternativas a serem selecionadas, considerando múltiplos critérios.

Para Brans e Mareschal (2005), a maioria dos problemas humanos são de natureza multicritério. Assim, levando-se em consideração as diversas aspirações humanas, não faz sentido, e nem é justo, selecionar uma decisão baseando-se apenas na avaliação de um critério. Portanto, problemas multicritério são extremamente importantes e exigem uma abordagem apropriada (BRANS; MARESCHAL, 2005).

A problemática da decisão multicritério pode ser modelada com o apoio de várias metodologias que avaliam e selecionam alternativas à luz de múltiplos critérios, muitas vezes conflitantes (ARAUJO; ALMEIDA, 2009). Na literatura, é possível encontrar diversos métodos multicritério para apoio à tomada de decisão.

Entre as diferentes metodologias, estão as da família PROMETHEE (Preference Ranking Method for Enrichment Evaluation). Tais metodologias foram apresentadas por Brans, Vincke e Mareschal (1986) e objetivam construir relações de sobreclassificação de valores em problemas de tomada de decisão (VINCKE,

1992). Suas principais características são simplicidade, clareza e estabilidade. A noção de critério generalizado é usada para construir uma relação de sobreclassificação valorada.

Brans e Mareschal (2005) explicam que os métodos de decisão multicritério se iniciam a partir da mesma tabela de avaliação, mas variam de acordo com essas informações adicionais que requerem. O método PROMETHEE requer informações que são claras e compreensíveis tanto para o analista como para o tomador de decisão.

Portanto, espera-se que a ferramenta PROMETHEE proporcione análises que fundamentem uma possível tomada de decisão. Mas Belton e Stewart (2002) lembram que as metodologias Multcritério de Apoio à Decisão não fornecem respostas certas e análises objetivas, e que não tiram a responsabilidade dos tomadores de decisão de fazer julgamentos difíceis.

3 MODELO MATEMÁTICO

3.1 Modelo de Sequenciamento de Tarefas Monocritério

Adaptando-se um modelo fornecido por Arenales et al. (2007), o problema de sequenciamento de tarefas pode ser modelado da seguinte forma:

M = número grande;

m = número de máquinas;

n = número de tarefas;

p_{ik} = tempo de processamento da tarefa i na máquina k;

s_{kj} = instante de início de processamento da tarefa na posição j na máquina k;

d_i = data de entrega da tarefa i;

$z_{ij} = \begin{cases} 1, \text{se a tarefa } i \text{ é designada à posição } j \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$;

$y_j = \begin{cases} 1, \text{se a tarefa } i \text{ está atrasada} \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$;

C_i = instante de término do processamento da tarefa *i;*

T_i = max { C_i - d_i , 0};

E_i = max { d_i - C_i , 0}.

Para a modelagem do problema, serão considerados tanto os parâmetros e variáveis descritos acima, como as restrições a seguir:

$$\min F \; ; \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} z_{ij} = 1, \; i = 1, \dots, \mathrm{n} \; ; \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} z_{ij} = 1, \; j = 1, \dots, \mathrm{n} \; ; \qquad (3)$$

$$s_{kj} + \sum_{i=1}^{n} p_{ik} \, z_{ij} \leq s_{k+1,j}, \quad j = 2, \dots, n; \quad k = 1, \dots, m-1 \; ; \qquad (4)$$

$$s_{kj} + \sum_{i=1}^{n} p_{ik} \, z_{ij} \leq s_{k,j+1}, \quad j = 1, \dots, n-1; \quad k = 2, \dots, m \; ; \qquad (5)$$

$$s_{11} = 0 \; ; \qquad (6)$$

$$\boldsymbol{s} \in R_{+}^{nm}, \boldsymbol{z} \in B^{nm} \; . \qquad (7)$$

A função objetivo (1) corresponde à minimização da medida de desempenho (F) a ser analisada. A restrição (2) garante que cada tarefa *i* está associada a uma única posição e a restrição (3) assegura que cada posição *j* está associada a uma única tarefa. Já a restrição (4) assegura que uma tarefa na posição *j* não pode ser iniciada na próxima máquina *k+1* antes do término do seu processamento na máquina corrente *k*. A restrição (5) garante que uma tarefa na posição *j+1* não pode iniciar em uma máquina *k* antes que o processamento da tarefa na posição *j* na mesma máquina *k* tenha sido completado. A restrição (6) estabelece que a primeira tarefa da sequência comece seu processamento na máquina 1 no instante 0. Por fim, a restrição (7) indica o tipo das variáveis.

Para esse caso de sequenciamento simples de tarefas, é necessário fazer algumas considerações, como: cada tarefa não pode ser processada em mais de

uma máquina simultaneamente e cada máquina não pode processar mais de uma tarefa simultaneamente, para cada máquina não há restrições de precedência entre tarefas, interrupções e cancelamentos não são permitidos, os tempos de processamento independem do sequenciamento, as tarefas podem se acumular para esperar uma máquina livre e as máquinas podem ficar ociosas esperando uma tarefa, as máquinas nunca quebram e estão sempre disponíveis durante o período programado, os tempos de preparação foram ignorados e todas as tarefas estão disponíveis no tempo zero.

Baseando-se no modelo descrito acima, é possível solucionar problemas de sequenciamento de tarefas com diferentes critérios de otimização, sendo os principais makespan, tempo de fluxo total, atraso máximo, atraso total, soma dos atrasos e avanços e número de tarefas atrasadas. Para tanto, a função objetivo deverá ser diferente para cada um dos critérios, conforme os modelos abaixo:

Makespan

$$\min C_{max}.$$

$$C_{max} \geq C_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Tempo de Fluxo Total

$$min \sum_{i=1}^{n} C_i.$$

Atraso Máximo

$$min\, T_{max}.$$

$$T_{max} \geq T_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Soma dos Atrasos

$$min \sum_{i=1}^{n} T_i.$$

Soma dos Atrasos e Avanços

$$min \sum_{i=1}^{n}(T_i + E_i).$$

Número de Tarefas Atrasadas

$$min \sum_{i=1}^{n} y_i.$$

$$T_i \leq My_i, \quad i = 1, \ldots, n.$$

3.2 Modelo de Decisão Multicritério

A partir dos modelos de sequenciamento já descritos, é possível sequenciar tarefas buscando minimizar diferentes medidas de desempenho da programação da produção. No entanto, tais medidas podem ser conflitantes. Dessa forma, para considerar todos os critérios simultaneamente, é necessário utilizar um modelo de decisão multicritério, que nesse caso será o Método PROMETHEE.

Os métodos de decisão multicritério consideram um conjunto de alternativas $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_i, \ldots, a_n\}$ e um conjunto de critérios de avaliação $\{ g1(.), g2(.), \ldots, gj(.), \ldots, gk(.)\}$. Esses dados básicos de um problema multicritério consistem em uma tabela de avaliação (Tabela 1).

Tabela 1 - Exemplo de tabela de avaliação.

a	$g_1(\cdot)$	$g_2(\cdot)$	$\ldots$	$g_j(\cdot)$	$\ldots$	$g_k(\cdot)$
a_1	$g_1(a_1)$	$g_2(a_1)$	$\ldots$	$g_j(a_1)$	$\ldots$	$g_k(a_1)$
a_2	$g_1(a_2)$	$g_2(a_2)$	$\ldots$	$g_j(a_2)$	$\ldots$	$g_k(a_2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
a_i	$g_1(a_i)$	$g_2(a_i)$	$\ldots$	$g_j(a_i)$	$\ldots$	$g_k(a_i)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
a_n	$g_1(a_n)$	$g_2(a_n)$	$\ldots$	$g_j(a_n)$	$\ldots$	$g_k(a_n)$

Fonte: Brans e Mareschal (1992).

No entanto, a solução de um problema multicritério depende não só desses dados básicos, mas também do próprio tomador de decisão, afinal a melhor solução dependerá das suas preferências individuais (BRANS; MARESCHAL, 2005). Consequentemente, são necessárias informações adicionais que representam tais preferências. A relação de dominância associada aos problemas multicritério é definida da seguinte forma:

$$\begin{cases} \forall j : g_j(a) \geq g_j(b) \\ \exists k : g_k(a) > g_k(b) \end{cases} \iff aPb,$$

$$\forall j : g_j(a) = g_j(b) \iff aIb,$$

$$\begin{cases} \exists s : g_s(a) > g_s(b) \\ \exists r : g_r(a) < g_r(b) \end{cases} \iff aRb,$$

Onde P, I e R representam respectivamente preferência, indiferença e incomparabilidade. A preferência ocorre quando uma alternativa é melhor ou tão boa quanto outra alternativa em todos os critérios. Já a indiferença ocorre quando a avaliação entre duas alternativas é igual para todos os critérios. Mas se uma alternativa é melhor em um determinado critério e outra alternativa é melhor em algum outro critério, elas são incomparáveis. Alternativas que não são dominadas por nenhuma outra são chamadas de soluções eficientes.

A incomparabilidade acontece na grande maioria dos pares de alternativas, tornando-se impossível decidir sem outras informações adicionais. Uma dessas informações são os pesos relativos que cada um dos critérios têm para o tomador de decisão, os quais compõem o conjunto $\{wj,\ j = 1,2,\ \ldots,\ k\}$ de números não negativos. Assim, quanto maior o peso de um critério, maior sua importância para o decisor. Dessa forma, temos que

$$\sum_{j=1}^{k} w_j = 1.$$

A estrutura de preferências do PROMETHEE é baseada em comparações entre pares de alternativas. Nesse caso, considera-se o desvio entre as avaliações de duas alternativas em um determinado critério. Para desvios pequenos, o decisor terá pouca preferência pela melhor alternativa e até mesmo preferência nenhuma se

ele considerar tal desvio insignificante. Assim, quanto maior o desvio, maior a preferência. Portanto, para cada critério, o decisor possui a seguinte função

$$P_j(a,b) = F_j\left[d_j(a,b)\right] \quad \forall a,b \in A,$$

onde,

$$d_j(a,b) = g_j(a) - g_j(b).$$

no qual,

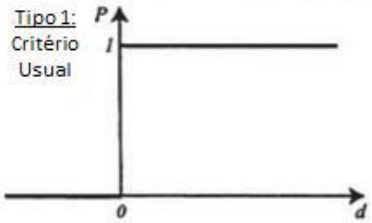
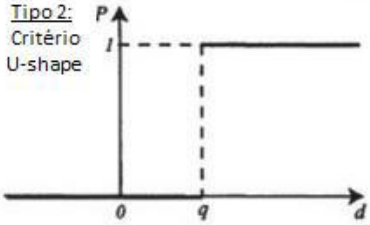
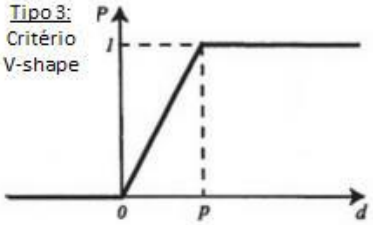
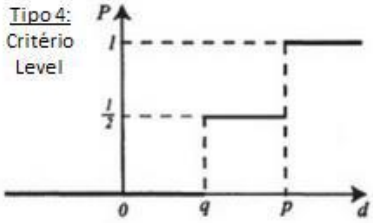
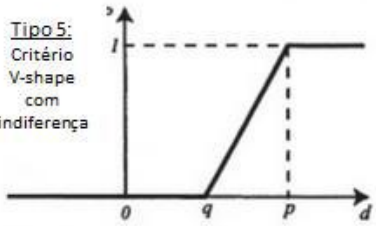
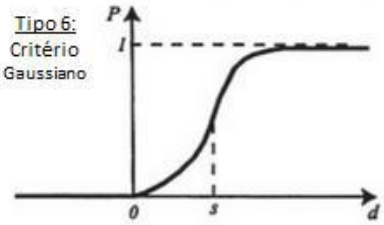
$$0 \leq P_j(a,b) \leq 1.$$

Para critérios a serem minimizados, a função tem que ser invertida:

$$P_j(a,b) = F_j\left[-d_j(a,b)\right].$$

O PROMETHEE permite que o tomador de decisão escolha uma entre seis funções para representar suas preferências em cada um dos critérios. Os seis tipos de funções de preferência são mostrados na Tabela 2 a seguir.

Tabela 2 - Funções de preferência do PROMETHEE.

Critério Generalizado	Definição	Parâmetro de Correção
Tipo 1: Critério Usual 	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ 1 & d > 0 \end{cases}$	–
Tipo 2: Critério U-shape 	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ 1 & d > q \end{cases}$	q
Tipo 3: Critério V-shape 	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ \frac{d}{p} & 0 \leq d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$	p
Tipo 4: Critério Level 	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ \frac{1}{2} & q < d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$	p, q
Tipo 5: Critério V-shape com indiferença 	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ \frac{d-q}{p-q} & q < d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$	p, q
Tipo 6: Critério Gaussiano 	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{d^2}{2s^2}} & d > 0 \end{cases}$	s

Fonte: Brans e Mareschal (1992).

Onde:

q é a limiar da indiferença,

p é a limiar da preferência,

s é um valor intermediário entre q e p.

Sabendo-se as intensidades de preferências entre os pares de alternativas, é possível obter o grau de sobreclassificação *π* para cada um deles da seguinte forma:

$$\begin{cases} \pi(a,b) = \sum_{j=1}^{k} P_j(a,b) w_j, \\ \pi(b,a) = \sum_{j=1}^{k} P_j(b,a) w_j. \end{cases}$$

Onde *π (a,b)* expressa em que grau *a* tem preferência sobre *b* em todos os critérios e *π (b,a)* expressa o grau de preferência de *b* sobre *a*. As seguintes propriedades valem para todo *(a,b)* ∈ A.

$$\begin{cases} \pi(a,a) = 0, \\ 0 \leq \pi(a,b) \leq 1, \\ 0 \leq \pi(b,a) \leq 1, \\ 0 \leq \pi(a,b) + \pi(b,a) \leq 1 \end{cases}$$

Portanto,

$\pi(a, b)$~0 expressa uma fraca preferência global de *a* sobre *b*;

$\pi(a, b)$~1 expressa uma forte preferência global de *a* sobre *b*.

O PROMETHEE cria uma classificação parcial para as *n* alternativas de acordo com os seguintes fluxos de preferência:

$$\phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(a,x)$$

$$\phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(x,a)$$

O fluxo de preferência positivo mede quanto a alternativa *a* tem preferência sobre todas as outras alternativas. Quanto maior $\emptyset+(a)$, melhor a alternativa. Já o fluxo de preferência negativo mede quanto as outras alternativas

têm preferência sobre a alternativa *a*. Quanto menor $\emptyset^{-}(a)$, melhor a alternativa. Dessa forma, obtém-se o fluxo de preferência normalizado:

$$\phi(a) = \phi^{+}(a) - \phi^{-}(a)$$

$\emptyset(a)$ representa o fluxo líquido de sobreclassificação e mostra o balanço entre os fluxos de preferência positivo e negativo da alternativa *a*. Quanto maior for $\emptyset(a)$, melhor a alternativa *a* será considerada.

A classificação parcial do PROMETHEE I (PI, II e RI) é obtida a partir dos fluxos positivos e negativos e é definida da seguinte forma:

$$\begin{cases} aP^I b & \text{iff} \begin{cases} \phi^+(a) > \phi^+(b) \text{ and } \phi^-(a) < \phi^-(b), \text{ or} \\ \phi^+(a) = \phi^+(b) \text{ and } \phi^-(a) < \phi^-(b), \text{ or} \\ \phi^+(a) > \phi^+(b) \text{ and } \phi^-(a) = \phi^-(b); \end{cases} \\ aI^I b & \text{iff} \quad \phi^+(a) = \phi^+(b) \text{ and } \phi^-(a) = \phi^-(b); \\ aR^I b & \text{iff} \begin{cases} \phi^+(a) > \phi^+(b) \text{ and } \phi^-(a) > \phi^-(b), \text{ or} \\ \phi^+(a) < \phi^+(b) \text{ and } \phi^-(a) < \phi^-(b); \end{cases} \end{cases}$$

Onde PI, II e RI representam preferência, indiferença e incomparabilidade, respectivamente.

A partir dos fluxos de preferência e do grau de sobreclassificação, temos:

$$\phi(a) = \phi^{+}(a) - \phi^{-}(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{k} \sum_{x \in A} \left[P_j(a,x) - P_j(x,a) \right] w_j$$

Consequentemente,

$$\phi(a) = \sum_{j=1}^{k} \phi_j(a) w_j$$

Se

$$\phi_j(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} [P_j(a,x) - P_j(x,a)] .$$

O $\emptyset j(a)$ é o fluxo líquido obtido quando um único critério gj (.) é considerado, e expressa o quanto a alternativa *a* está sobrepondo ($\emptyset j(a) > 0$) ou sendo sobreposta ($\emptyset j(a) < 0$) pelas demais alternativas nesse critério gj (.) .

Dessa forma, é possível traçar o perfil de cada uma das alternativas, o qual consiste no conjunto de todos os fluxos líquidos de cada critério, ou seja, $\emptyset j$ (a), $j = 1,2, \dots , k$.

4 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O problema de sequenciamento de tarefas a ser solucionado é um exemplo numérico fornecido por Taha et al. (2011). No exemplo, o produto em questão é constituído por 8 partes, sendo que cada uma delas segue uma determinada sequência de rotação entre 5 máquinas. A Tabela 3 fornece a sequência que cada uma das partes do produto deve seguir nas máquinas, assim como o tempo despendido em cada etapa.

Tabela 3 - Sequências de rotação.

Part	Sequence	Processing time (minute)
1	1,2,3	2,5,5
2	1,2,3,5	5,60,5,3
3	1,2,3,5	5,60,5,3
4	1,3,5	5,5,3
5	2,3,5	2,5,3
6	2,3,5	2,5,3
7	1,2,3,5	5,7,2,3
8	1,4,5	10,20,3

Fonte: Taha et al. (2011).

Neste caso, trata-se de um ambiente Flow Shop, uma vez que as tarefas percorrem um fluxo unidirecional nas máquinas, seguindo uma numeração crescente destas. Portanto, para cada máquina tem-se 8! possibilidades de permutação de

tarefas, ou seja, 40320 soluções possíveis. Considerando-se as cinco máquinas, tem-se 40320*5 = 201600 possibilidades. No entanto, uma simplificação pode ser feita, considerando-se assim uma única permutação de tarefas em todas as máquinas, fazendo com que o número de soluções possíveis diminua para 40320. Neste caso, trata-se de um Flow Shop Permutacional e também um Skip-Shop, pois as tarefas “pulam” algumas máquinas enquanto seguem a sequência numérica crescente (MANSOUR et al., 2009). Além disso, os tempos de 60 e 20 minutos foram reduzidos para 6 e 2 minutos respectivamente, para que o problema pudesse ser melhor analisado.

Assim, sabendo-se a sequência que cada tarefa deve seguir no chão de fábrica e o tempo despendido em cada máquina foi possível elaborar o algoritmo Simulated Annealing no software Mathematica.

5 MÉTODO DE SOLUÇÃO

5.1 Simulated Annealing

A seguir será apresentado o algoritmo básico referente ao Simulated Annealing, adaptado de McMullen e Frazier (2000).

Algoritmo: Simulated Annealing
Início
// s_0: uma solução inicial; T_0: temperatura inicial; α: taxa de resfriamento;
// f (s_0): avaliação da solução inicial de acordo com a função objetivo;
// SAmax: o número máximo de iterações para atingir o equilíbrio térmico;
$s^* \leftarrow s_0$; { s* : melhor solução}
$s \leftarrow s_0$; { s : solução corrente}
$T \leftarrow T_0$; { T: temperatura corrente}
cont ← 0; {cont: total de avaliações realizadas}
IterT ← 0; {IterT: número de iterações na temperatura T}

enquanto (T > 0.001)e(cont <= 30000**) faça**
inicio
enquanto (IterT < SAmax) e(cont <= 30000) **faça**

```
inicio
    IterT ← IterT + 1;
    cont ← cont + 1;
    Gere um vizinho qualquer s' ϵ N^k (s);
    Δ = f (s') - f (s);
    se (Δ ≤ 0) então
        inicio
            s ← s';
            se (f (s') <f (s*)) então s* ← s';
        fim
    senão
        inicio
            seja x ϵ [0, 1];
            se (x < e^(-Δ / T) ) então s ← s';
        fim;
  fim; // enquanto
  T ← α × T;
  IterT ← 0;
fim; // enquanto
retorne(s*);
fim. // SA
```

5.2 Aplicação do Simulated Annealing

Para o problema em questão, o algoritmo implementado no software Wolfram Mathematica obedece a seguinte estrutura lógica:

a) Input dos dados de alocação de tarefas (s) e de tempo de processamento (t) em forma matricial, onde as linhas representam as máquinas e as colunas representam as tarefas. Um exemplo dessas matrizes pode ser observado na Figura 1.

Figura 1 - Matriz s de alocação de tarefas e matriz t de tempo de processamento.

$$s = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 & 0 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 5 & 6 & 7 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix} \qquad t = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 & 5 & 0 & 0 & 5 & 10 \\ 5 & 6 & 6 & 0 & 2 & 2 & 7 & 0 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Fonte: Software Wolfram Mathematica.

No Simulated Annealing, a matriz s será a solução inicial s_0 e f(s) guardará a informação sobre a medida de desempenho a ser minimizada. Relacionando-se essa configuração com o modelo proposto anteriormente, o número *m* de máquinas é o número de linhas das matrizes e o número *n* de tarefas é o número de colunas das matrizes. Na matriz s, a posição *j* de cada tarefa é indicada pela coluna onde essa se encontra. Assim, por exemplo, $z_{33} = 1$, pois a tarefa 3 está alocada na posição 3. Na matriz *t*, cada elemento representa o tempo de processamento da tarefa *i* na máquina *k*, ou seja, é o parâmetro p_{ik} indicado no modelo.

b) Input das datas de entrega das tarefas. No exemplo fornecido por Taha et al. (2011) não havia informações sobre o momento em que as tarefas deveriam ser entregues. Portanto, para que o problema pudesse ser melhor analisado, foram considerados quatro cenários com diferentes datas de entrega. Tais cenários foram gerados a partir do tempo total de processamento de cada tarefa que foi calculado e multiplicado por quatro diferentes fatores (1; 1,5; 2 e 3). Nas Figuras 2 a 5, pode-se observar a matriz de input das datas de entrega (a), na qual a primeira linha mostra a tarefa e a segunda mostra sua respectiva data de entrega.

Figura 2 - Datas de entrega multiplicadas pelo fator 1.

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 12 & 19 & 19 & 13 & 10 & 10 & 17 & 15 \end{pmatrix}$$

Fonte: Software Wolfram Mathematica.

Figura 3 - Datas de entrega multiplicadas pelo fator 1,5.

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 18. & 28.5 & 28.5 & 19.5 & 15. & 15. & 25.5 & 22.5 \end{pmatrix}$$

Fonte: Software Wolfram Mathematica.

Figura 4 - Datas de entrega multiplicadas pelo fator 2.

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 24 & 38 & 38 & 26 & 20 & 20 & 34 & 30 \end{pmatrix}$$

Fonte: Software Wolfram Mathematica.

Figura 5 - Datas de entrega multiplicadas pelo fator 3.

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 36 & 57 & 57 & 39 & 30 & 30 & 51 & 45 \end{pmatrix}$$

Fonte: Software Wolfram Mathematica.

c) Foram determinados os seguintes parâmetros:

$T_0 = 1000$;

$\alpha = 0,7$;

$SA_{max} = 2000$.

Além disso, determinou-se que a variável *T* deveria ser reduzida no máximo até 20 e a variável *cont* deveria ser implementada até 22000. A determinação de todos esses parâmetros foi feita com base no método empírico de tentativas e erros, buscando-se os melhores valores para que o tempo computacional despedido fosse razoável e as soluções obtidas tivessem boa qualidade.

5.3 Input dos dados no PROMETHEE

Primeiramente, foram inseridos os critérios de avaliação no Promethee. Para todos eles, foram usados os mesmos parâmetros: escala numérica, função de preferência usual, pesos iguais e objetivo de minimização. A unidade utilizada para todos os critérios foi “Minutos”, exceto para Tarefas Atrasadas, para a qual utilizou-se simplesmente “Unidade”. Em seguida, foram inseridas as alternativas de

sequenciamento de tarefas. Para facilitar o entendimento, cada alternativa foi nomeada de acordo com a função objetivo utilizada no Simulated Annealing para gerá-la, conforme a Tabela 4, a seguir.

Tabela 4 - Nomeação das alternativas de sequenciamento.

Função Objetivo	Alternativa
Makespan	Sequência 1
Fluxo Total	Sequência 2
Atraso Máximo	Sequência 3
Tarefas Atrasadas	Sequência 4
Soma dos Atrasos	Sequência 5
Soma dos Atrasos e Avanços	Sequência 6

Após a inserção dos critérios e das alternativas, foram inseridas também as avaliações de todas as alternativas segundo todos os critérios, conforme mostra a Figura 6.

Figura 6 - Visão geral das alternativas e critérios do Cenário 1.

	Cenário 1	Makespan	Fluxo Total	Atraso Máximo	Tarefas Atra...	Soma Atrasos	Soma Atraso...
	Unit	Minutos	Minutos	Minutos	Unidade	Minutos	Minutos
	Cluster/Group	◆	◆	◆	◆	◆	◆
	Preferences						
	Min/Max	min	min	min	min	min	min
	Weight	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	Preference Fn.	Usual	Usual	Usual	Usual	Usual	Usual
	Thresholds	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute
	- Q: Indifference	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
	- P: Preference	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
	- S: Gaussian	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
	Statistics						
	Minimum	37	198	24	6	83	83
	Maximum	51	227	41	7	112	112
	Average	41	205	27	7	90	90
	Standard Dev.	5	10	6	0	10	10
	Evaluations						
☑	Sequência 1	37	206	24	7	88	88
☑	Sequência 2	40	198	25	7	83	83
☑	Sequência 3	37	203	24	7	88	88
☑	Sequência 4	51	227	41	6	112	112
☑	Sequência 5	40	198	25	7	83	83
☑	Sequência 6	40	198	25	7	83	83

Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

Aqui pode-se observar que cada sequência tem a avaliação ótima no respectivo critério que baseou seu cálculo no Simulated Annealing. Os resultados mostrados na Figura 6 são aqueles obtidos com o fator 1 para a data de entrega. Da mesma forma, foram construídos mais três cenários para os demais fatores de multiplicação da data de entrega, como mostram as Figuras 7 a 9.

Figura 7 - Visão geral das alternativas e critérios do Cenário 2.

	Evaluations						
☑	Sequência 1		37	203	12	3	21	69
☑	Sequência 2		40	198	10	1	10	52
☑	Sequência 3		46	212	8	3	17	52
☑	Sequência 4		40	198	10	1	10	52
☑	Sequência 5		40	198	10	1	10	52
☑	Sequência 6		47	236	9	5	19	32

Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

Figura 8 - Visão geral das alternativas e critérios do Cenário 3.

	Evaluations						
☑	Sequência 1		37	203	0	0	0	142
☑	Sequência 2		40	198	0	0	0	147
☑	Sequência 3		47	244	0	0	0	101
☑	Sequência 4		48	242	0	0	0	103
☑	Sequência 5		48	231	0	0	0	114
☑	Sequência 6		51	287	2	1	2	62

Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

Figura 9 - Visão geral das alternativas e critérios do Cenário 4.

	Evaluations						
☑	Sequência 1		37	203	18	4	47	63
☑	Sequência 2		40	198	18	5	38	51
☑	Sequência 3		46	227	18	6	69	84
☑	Sequência 4		42	218	24	4	66	86
☑	Sequência 5		40	200	18	4	37	47
☑	Sequência 6		42	210	20	6	41	44

Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

É importante ressaltar que as sequências, apesar de serem nomeadas da mesma forma, não são as mesmas para todos os cenários. Por exemplo, a Sequência 5 que otimiza o critério “Soma dos Atrasos” no cenário 1 é diferente da Sequência 5 que otimiza o mesmo critério nos outros cenários. As Tabelas 5 a 7 fornecem para cada cenário as soluções correspondentes a cada sequência.

Tabela 5 – Soluções correspondentes às sequências no Cenário 1.

Cenário 1								
Alternativa	**Solução**							
Sequência 1	6	5	3	7	4	2	1	8
Sequência 2	6	5	7	4	1	3	2	8
Sequência 3	6	5	3	7	4	2	1	8
Sequência 4	5	1	3	4	7	8	2	6
Sequência 5	6	5	7	4	1	3	2	8
Sequência 6	6	5	7	4	1	2	3	8

Tabela 6 – Soluções correspondentes às sequências no Cenário 2.

Cenário 2								
Alternativa	**Solução**							
Sequência 1	6	5	3	7	4	2	1	8
Sequência 2	6	5	7	4	1	3	2	8
Sequência 3	5	3	6	1	7	8	4	2
Sequência 4	6	1	3	2	4	7	5	8
Sequência 5	5	6	1	7	4	2	3	8
Sequência 6	5	6	4	1	7	2	3	8

Tabela 7 – Soluções correspondentes às sequências no Cenário 3.

Cenário 3								
Alternativa	**Solução**							
Sequência 1	6	5	3	7	4	2	1	8
Sequência 2	6	5	7	4	1	3	2	8
Sequência 3	6	4	5	2	1	7	8	3
Sequência 4	6	5	7	4	1	3	2	8
Sequência 5	5	6	7	4	1	3	2	8
Sequência 6	4	6	5	1	7	8	3	2

Tabela 8 – Soluções correspondentes às sequências no Cenário 4.

Cenário 4								
Alternativa	**Solução**							
Sequência 1	6	5	3	7	4	2	1	8
Sequência 2	6	5	7	4	1	3	2	8
Sequência 3	1	6	4	5	7	8	3	2
Sequência 4	8	6	5	2	4	1	7	3
Sequência 5	5	8	6	3	4	1	7	2
Sequência 6	3	6	5	1	4	2	8	7

6 RESULTADOS

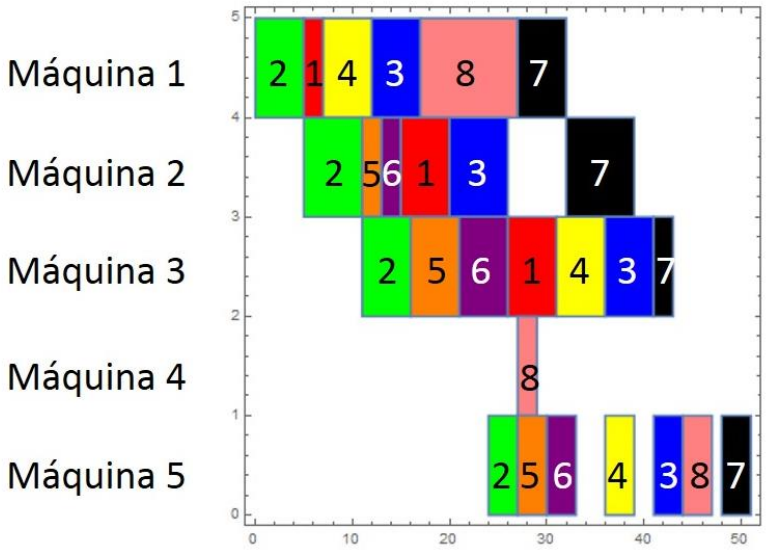
6.1 Sequenciamento de Tarefas

Considerando-se 6 critérios e 4 cenários com diferentes datas de entrega das tarefas, foram obtidos no total 24 resultados. No entanto, para os critérios Makespan e Tempo de Fluxo Total, o sequenciamento ótimo das tarefas foi o mesmo para todos os cenários, uma vez que nesses casos a data de entrega das tarefas não influencia na busca pelo melhor resultado. Portanto, foram gerados no total 18 sequenciamentos ótimos, os quais serão analisados a seguir.

Das 18 sequências ótimas, 14 se iniciam com as tarefas 5 ou 6. Isso se deve ao fato de que essas tarefas são as únicas que não passam pela primeira máquina e dessa forma o tempo é otimizado quando tais tarefas são iniciadas na segunda máquina ao mesmo tempo em que outra tarefa qualquer é iniciada na primeira máquina.

Nota-se que no critério de soma de atrasos e avanços, as máquinas podem ficar ociosas em alguns momentos, mesmo já podendo processar a tarefa seguinte. Pode-se observar na Figura 10 como isso ocorre para o fator de multiplicação 3.

Figura 10 - Resultado gráfico do sequenciamento que minimiza a soma dos atrasos e avanços.



Fonte: Software Wolfram Mathematica.

No gráfico, em cada linha é possível observar o sequenciamento de tarefas em cada máquina, sendo que no eixo x está representado o tempo em minutos no qual acontece todo o processo. Nota-se que em vários momentos, a máquina 5 fica ociosa. Por exemplo, a tarefa 2 poderia ser iniciada aos 19 minutos, mas foi iniciada aos 27 minutos. Da mesma forma, a tarefa 5 foi atrasada em 6 minutos, a tarefa 6 foi atrasada em 4 minutos e por fim, a tarefa 7 foi atrasada em 1 minuto. Isso ocorre porque a execução imediata da tarefa pode aumentar o custo de avanço, prejudicando a soma final de atrasos e avanços. A Figura 11 mostra a medida da soma de atrasos e avanços *f(t)* como função do instante de término do processamento *t* para uma dada tarefa com data de entrega *d*.

Figura 11 – Medida de soma de avanços e atrasos para uma tarefa.

Fonte: Arenales et al. (2007).

No entanto, todas as outras medidas não são decrescentes com o acréscimo do instante de término de processamento das tarefas, uma vez que dessa forma o resultado final sofreria um impacto negativo. Portanto, nesses casos as máquinas não ficam ociosas.

Para o fator 1, obviamente não houve tarefas entregues antecipadamente, sendo essas entregues na data correta ou atrasadas.

Para o fator 1,5, poucas tarefas puderam ser entregues com antecedência ou na data correta. Ainda assim, houve muitos atrasos, ainda que menos do que para o caso anterior.

Para o fator 2, a maioria das tarefas já puderam ser entregues com antecedência ou na data correta, mas os atrasos não foram eliminados.

Para o fator 3, devido à grande folga entre o tempo de processamento das tarefas e as suas datas de entrega, não houve atrasos para nenhum critério, exceto para a soma dos atrasos e avanços. Isso é justificado pelo fato de que nesse critério pode ser vantajoso atrasar alguma tarefa para otimizar o objetivo final.

A Tabela 9 mostra um resumo dos valores mínimos e máximos obtidos para cada um dos critérios de desempenho nos diferentes cenários.

Tabela 9 – Resultados obtidos para os quatro cenários.

	Fator 1	Fator 1,5	Fator 2	Fator 3
Makespan	37 - 51	37 - 46	37 - 47	37 - 51
Fluxo Total	198 - 227	198 - 227	198 - 236	198 - 287
Atraso Máximo	24 - 41	17,5 - 24	8 - 12	0 - 2
Tarefas Atrasadas	6 - 7	4 - 6	1 - 5	0 - 1
Soma dos Atrasos	83 - 112	37 - 69	10 - 21	0 - 2
Soma dos Atrasos e Avanços	83 - 112	43,5 - 85,5	32 - 69	62 - 147

6.2 Decisão Multicritério

6.2.1 Análise Geral

Primeiramente, os resultados obtidos no PROMETHEE serão analisados de maneira geral, considerando-se todos os cenários simultaneamente. A Tabela 10 de fluxo de preferência a seguir nos fornece informações sobre quais foram as melhores e as piores alternativas segundo todos os critérios e cenários.

Tabela 10 - Fluxo de preferência das alternativas.

PROMETHEE Flow Table

Rank	Car	Phi	Phi+	Phi-
1	Sequência 5	0,2917	0,4583	0,1667
2	Sequência 2	0,2833	0,4667	0,1833
3	Sequência 1	0,0083	0,4083	0,4000
4	Sequência 3	-0,1417	0,3167	0,4583
5	Sequência 4	-0,2083	0,2750	0,4833
6	Sequência 6	-0,2333	0,3167	0,5500

Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

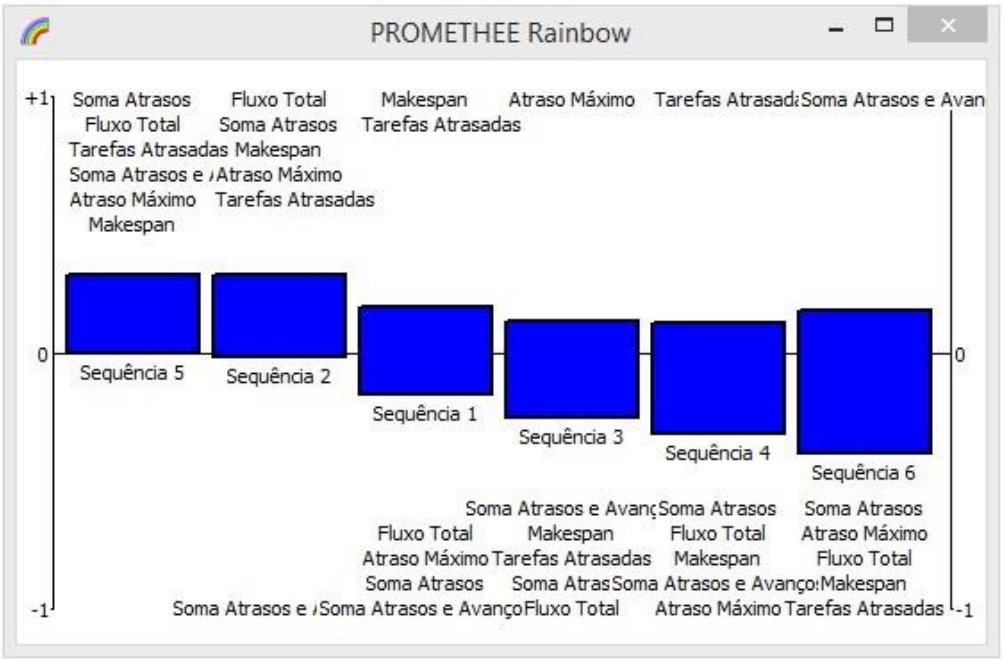
Segundo a análise feita pelo PROMETHEE, a Sequência 5 foi a que obteve os melhores resultados em relação a todos os critérios e cenários. Conforme já descrito acima, essa sequência foi obtida no Simulated Anneling por meio da minimização da soma dos atrasos. Portanto, pode-se dizer que minimizando-se esse critério, em geral, a minimização dos outros critérios também é atendida.

A Sequência 2 também teve um resultado bastante positivo, sendo muito próximo ao da Sequência 5. Essa sequência foi obtida por meio da minimização do tempo de fluxo total. Assim, esse critério ao ser minimizado também contribui para a minimização dos demais critérios.

Nota-se que a Sequência 6 obteve o pior resultado entre todas as alternativas. Dessa forma, a minimização da soma dos atrasos e avanços, em geral, não favorece a minimização dos outros critérios.

As observações acima são confirmadas com o PROMETHEE RAINBOW, o qual é mostrado na Figura 12. Essa análise nos fornece as informações sobre quais critérios contribuem positivamente ou negativamente para o flow score de cada alternativa.

Figura 12 - Análise Promethee Rainbow das alternativas.



Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

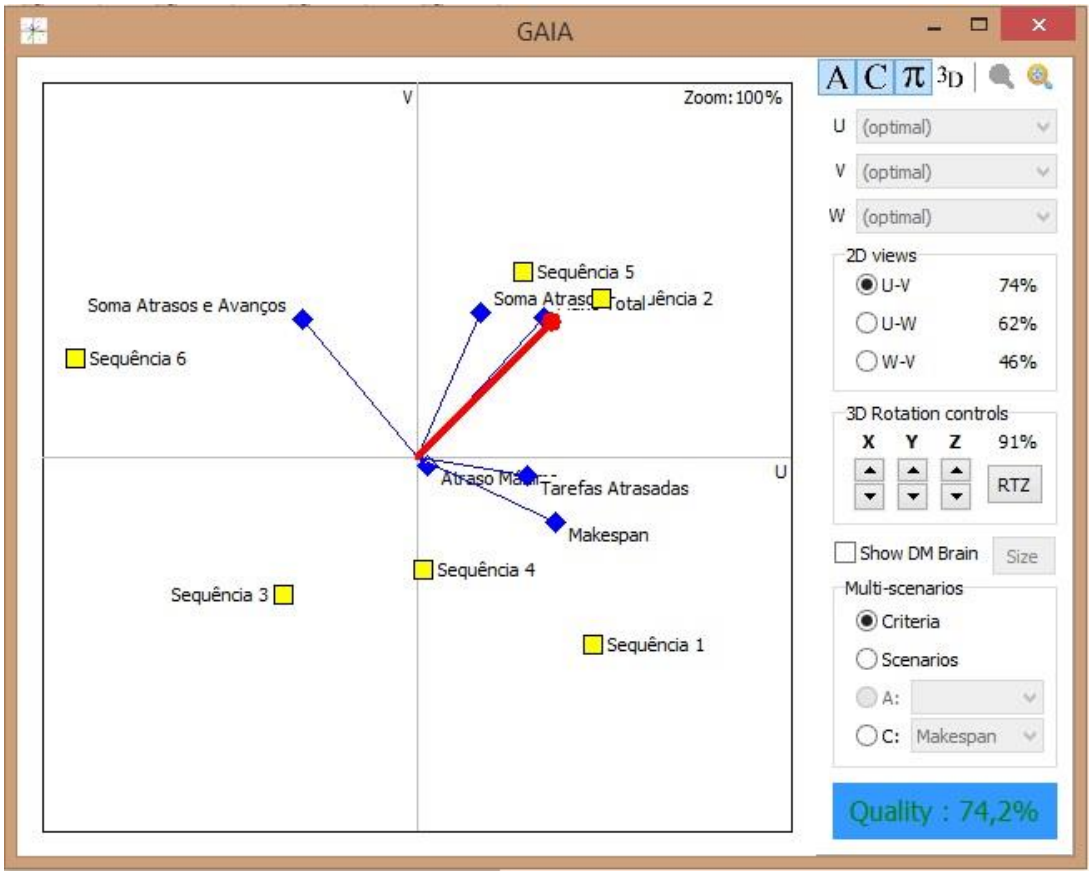
Nota-se que todos os critérios contribuem positivamente para o flow score da Sequência 5. Isso ocorre porque a minimização das somas dos atrasos faz com que todas as tarefas terminem o mais cedo possível em relação às suas datas de entrega, e dessa forma, minimiza-se todos os outros critérios.

Para a Sequência 2, quase todos os critérios contribuem positivamente para o seu flow score, exceto a soma dos atrasos e avanços. Assim, da mesma forma que ocorre para a soma dos atrasos, a minimização do tempo de fluxo total evita que as tarefas terminem tarde. No entanto, para esse caso não são observadas as datas de entrega e assim, pode-se prejudicar a soma dos atrasos e avanços.

Já para a Sequência 6, todos os critérios contribuem negativamente para o seu flow score, exceto a soma dos atrasos e avanços, que é justamente o critério que essa alternativa busca minimizar. Isso ocorre porque esse é o único critério para a qual o adiantamento de uma tarefa é prejudicial para o resultado final. Assim, como já mostrado anteriormente, em muitos momentos algumas tarefas são atrasadas para que a soma final seja minimizada. Portanto, esses atrasos pioram o resultado do todos os outros critérios.

Todos esses resultados e outras análises podem ser observados no Plano Gaia, mostrado na Figura 13.

Figura 13 - Plano Gaia.



Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

A análise do Plano Gaia deve ser feita observando-se as seguintes propriedades:

- Quanto mais longo o eixo do critério, mais discriminante esse critério é;
- Critérios com preferências similares são orientados em direções próximas;
- Critérios com preferências conflitantes são orientados em direções opostas;
- Critérios com preferências não relacionadas são representados em eixos ortogonais;
- Alternativas similares são representadas próximas umas das outras;
- Alternativas consideradas boas em determinado critério, são representadas por pontos localizados na direção do eixo desse respectivo critério;
- O eixo de decisão (π) aponta para a melhor alternativa;

Analisando-se o Plano Gaia, nota-se que o eixo de decisão aponta para as duas melhores alternativas (sequências 5 e 2), como já era esperado. É possível observar também que a Sequência 5 está próxima ao critério de Soma de Atrasos e

a Sequência 2 está próxima ao critério de Tempo de Fluxo Total, o que é justificado pelo fato de que essas são as alternativas com os melhores resultados para esses critérios. No entanto, para os outros casos como Atraso Máximo, Tarefas Atrasadas e Makespan essa proximidade não é tão óbvia. Isso ocorre porque tais critérios não são tão discriminantes, como pode-se notar pelo tamanho de seus eixos. Dessa forma, ainda que existam sequências que apresentem resultados ótimos nesses critérios, tais resultados não se destacam tanto em relação aos demais.

Nota-se também que o eixo do critério de Soma dos Atrasos e Avanços está em uma direção oposta aos eixos dos critérios de Atraso Máximo, Tarefas Atrasadas e Makespan, o que indica que tais critérios têm preferências conflitantes. Tal resultado já era esperado, uma vez que a minimização dos atrasos e avanços pode fazer com que as tarefas terminem mais tarde, prejudicando assim os demais critérios.

6.2.2 Análise entre cenários

Cada cenário foi construído com base em diferentes datas de entrega, como já explicado anteriormente. As Tabelas 11 a 14 mostram os fluxos de preferência obtidos para cada um deles.

Tabela 11 - Fluxo de preferência das alternativas para o Cenário 1.

PROMETHEE Flow Table

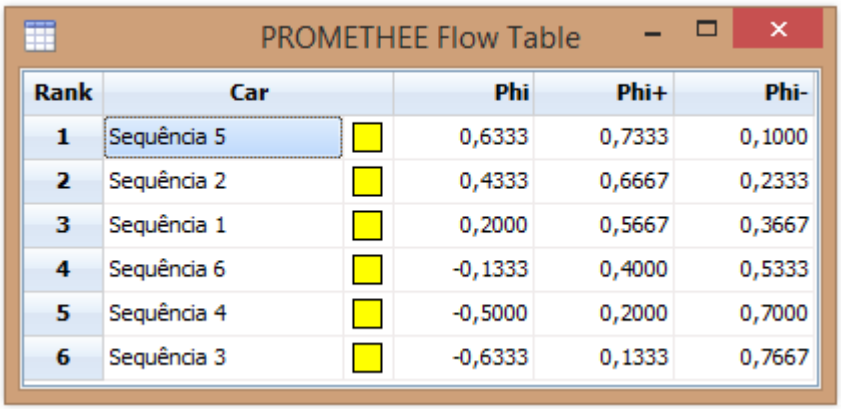
Rank	Car	Phi	Phi+	Phi-
1	Sequência 2	0,2000	0,3667	0,1667
1	Sequência 5	0,2000	0,3667	0,1667
1	Sequência 6	0,2000	0,3667	0,1667
4	Sequência 3	0,0667	0,4000	0,3333
5	Sequência 1	0,0000	0,3667	0,3667
6	Sequência 4	-0,6667	0,1667	0,8333

Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

No Cenário 1, as sequências 2, 5 e 6 obtiveram o mesmo fluxo de preferência e foram as melhores alternativas. A justificativa da preferência pelas sequências 2 e 5, em geral em todos os cenários, já foi mostrada na Análise Geral.

Nesse caso, não há diferença entre as sequências 5 e 6, já que elas buscam minimizar respectivamente a soma dos atrasos e a soma dos atrasos e avanços. Uma vez que no Cenário 1 as datas de entrega são exatamente o tempo total de processamento das tarefas, não há possibilidade de haver algum avanço, e dessa forma tais critérios terão sempre o mesmo resultado.

Tabela 12 - Fluxo de preferência das alternativas para o Cenário 2.



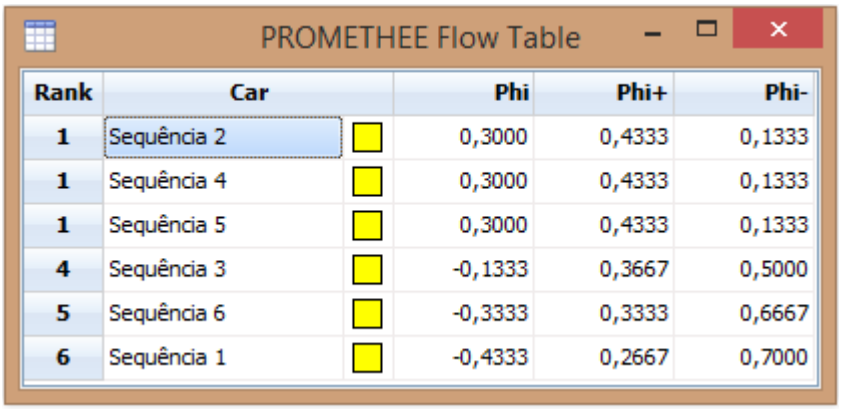
PROMETHEE Flow Table

Rank	Car	Phi	Phi+	Phi-
1	Sequência 5	0,6333	0,7333	0,1000
2	Sequência 2	0,4333	0,6667	0,2333
3	Sequência 1	0,2000	0,5667	0,3667
4	Sequência 6	-0,1333	0,4000	0,5333
5	Sequência 4	-0,5000	0,2000	0,7000
6	Sequência 3	-0,6333	0,1333	0,7667

Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

No Cenário 2, novamente as melhores alternativas foram as Sequências 5 e 2. No entanto, nesse caso não houve empate entre as alternativas, sendo que a Sequência 5 obteve o maior fluxo de preferência. Portanto, nesse cenário, a minimização da soma dos atrasos contribuiu mais para todos os outros critérios em geral.

Tabela 13 - Fluxo de preferência das alternativas para o Cenário 3.



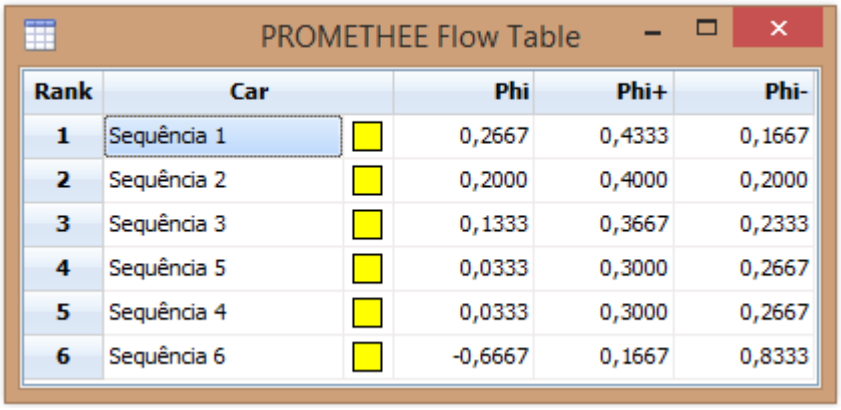
PROMETHEE Flow Table

Rank	Car	Phi	Phi+	Phi-
1	Sequência 2	0,3000	0,4333	0,1333
1	Sequência 4	0,3000	0,4333	0,1333
1	Sequência 5	0,3000	0,4333	0,1333
4	Sequência 3	-0,1333	0,3667	0,5000
5	Sequência 6	-0,3333	0,3333	0,6667
6	Sequência 1	-0,4333	0,2667	0,7000

Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

No Cenário 3, mais uma vez as sequências 5 e 2 obtiveram os melhores resultados. A Sequência 4 também aparece entre as melhores alternativas. Aqui, coincidentemente, para uma mesma sequência foi possível obter o menor tempo de fluxo total, a menor soma dos atrasos e a menor quantidade de tarefas atrasadas. Em geral, para todos os outros cenários, a Sequência 4 obteve baixos fluxos de preferência, e portanto, a minimização do número de tarefas atrasadas não é um critério que contribui para a minimização dos demais.

Tabela 14 - Fluxo de preferência das alternativas para o Cenário 4.



Rank	Car	Phi	Phi+	Phi-
1	Sequência 1	0,2667	0,4333	0,1667
2	Sequência 2	0,2000	0,4000	0,2000
3	Sequência 3	0,1333	0,3667	0,2333
4	Sequência 5	0,0333	0,3000	0,2667
5	Sequência 4	0,0333	0,3000	0,2667
6	Sequência 6	-0,6667	0,1667	0,8333

Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

Já no Cenário 4, os critérios relacionados as datas de entrega perdem sua importância uma vez que não existem mais atrasos (exceto para a Sequência 6, como já mencionado nos resultados do Simulated Annealing). Dessa forma, as sequências que minimizam tais critérios deixam de ser as melhores escolhas. Isso é evidenciado pelo fato de que as melhores sequências são a 1 e a 2, justamente as quais minimizam os critérios que não têm relação com as datas de entrega (makespan e fluxo total, respectivamente). A pior sequência nesse cenário é a 6, não só pelo fato de ser a única a ter atrasos, mas também por ter atingido os piores resultados em makespan e fluxo total para otimizar a soma de atrasos e avanços, o que ocorreu porque em alguns casos torna-se vantajoso adiar o início de uma tarefa para minimizar o seu avanço, aumentando assim o valor tanto do makespan quanto do fluxo total.

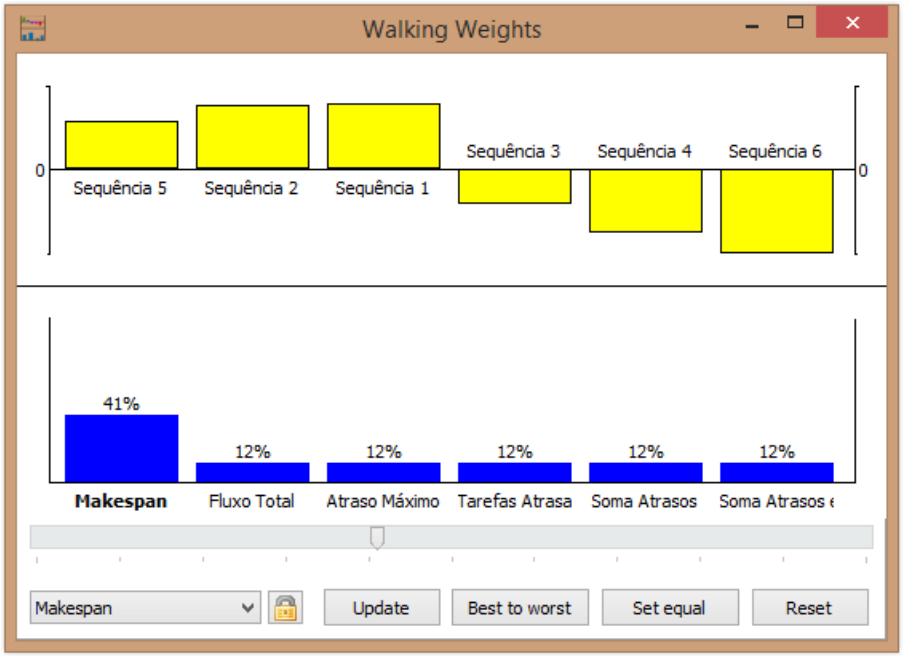
6.2.3 Análise dos pesos

Outra forma de fazer análises no PROMETHEE é por meio da utilização da ferramenta Walking Weights, a qual avalia qual seria o resultado dos fluxos de preferência modificando-se o peso de um determinado critério. A seguir temos a avaliação de todos os critérios.

Makespan

Sabe-se que a Sequência 1 é a que tem os melhores resultados para o Makespan. Dessa forma, avaliou-se qual o peso mínimo que esse critério deveria ter para que essa Sequência tivesse o melhor fluxo de preferência. A Figura 14 mostra os resultados obtidos.

Figura 14 - Análise do peso do critério Makespan.



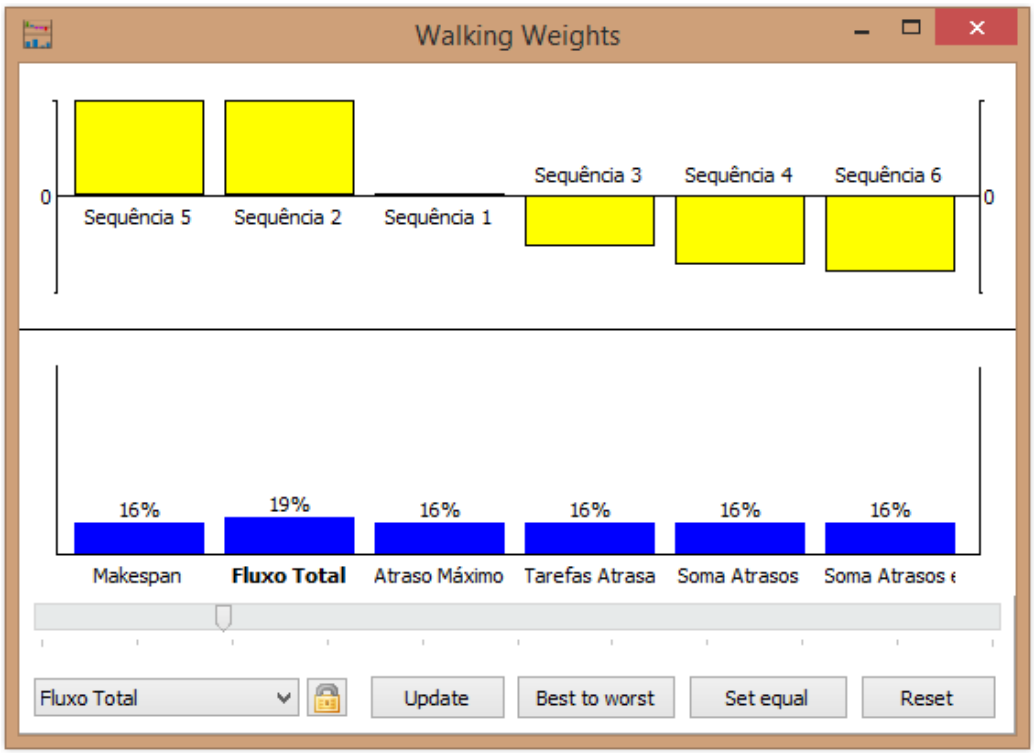
Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

Nota-se que o Makespan deveria ter no mínimo 41% do peso total para que a Sequência 1 fosse considerada a melhor de todas. Nesse caso, o fluxo dessa alternativa seria de 0,2833. Se o Makespan tivesse peso 0, o fluxo seria de -0,18 e caso tivesse peso 100%, o fluxo seria de 0,95.

Fluxo Total

Para o critério de Fluxo Total, os resultados são minimizados com a Sequência 2. A avaliação do peso desse critério pode ser observada na Figura 15.

Figura 15 - Análise do peso do critério Fluxo Total.



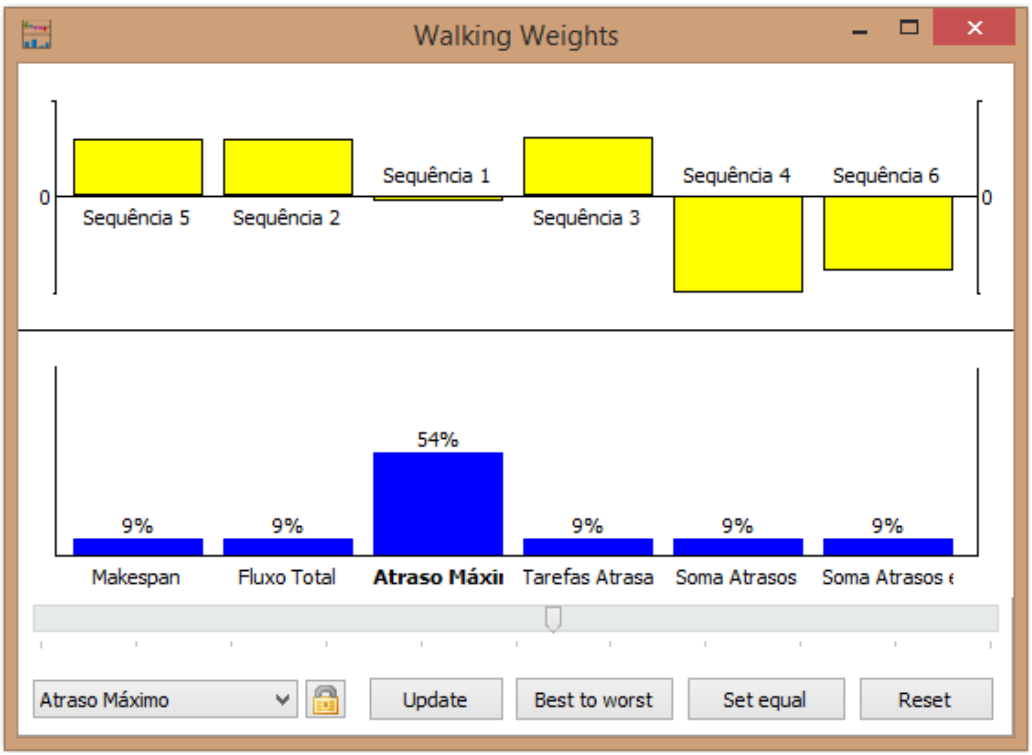
Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

Como a Sequência 2 já era considerada a segunda melhor alternativa com os pesos dos critérios sendo iguais (17%), foi necessário atribuir apenas mais 2% de peso para o critério de Fluxo Total para que essa alternativa tivesse o melhor fluxo de preferência (0,2978). Caso o peso do critério fosse 0%, o fluxo seria de 0,18, e caso o peso fosse 100%, o fluxo seria 0,18. Portanto, nota-se que a Sequência 2 é uma ótima alternativa, ainda que não seja considerado o critério no qual se destaca.

Atraso Máximo

A Sequência 3 minimiza os resultados para o critério de Atraso Máximo. A avaliação do peso desse critério pode ser observada na Figura 16.

Figura 16 - Análise do peso do critério Atraso Máximo.



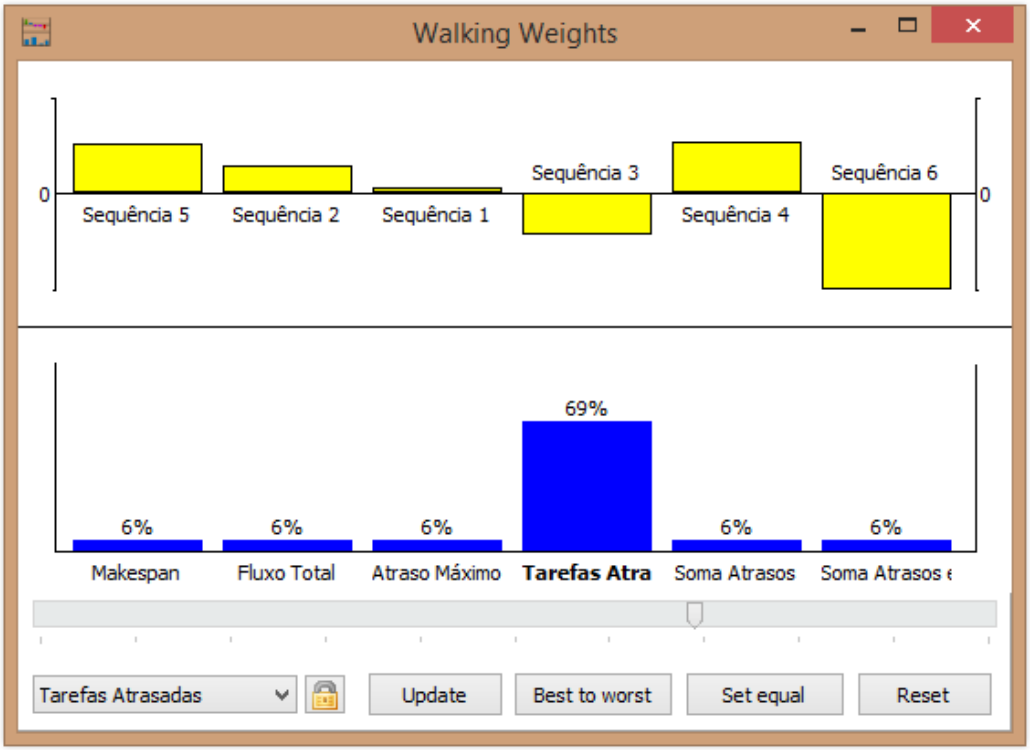
Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

Para que a Sequência 3 fosse considerada a melhor das alternativas, o Atraso Máximo deveria ter um peso de no mínimo 54%. Nesse caso, o fluxo de preferência dessa alternativa seria de 0,2130. Considerando-se um peso de 0% para esse critério, o fluxo seria de -0,3 e considerando-se um peso de 100%, o fluxo seria de 0,65. Portanto, observa-se que a Sequência 3 não possibilita grandes vantagens para os resultados dos demais critérios.

Tarefas Atrasadas

Sabe-se que a Sequência 4 é a que tem os melhores resultados para o critério de número de tarefas atrasadas. A avaliação do peso desse critério pode ser observada na Figura 17.

Figura 17 - Análise do peso do critério Tarefas Atrasadas.



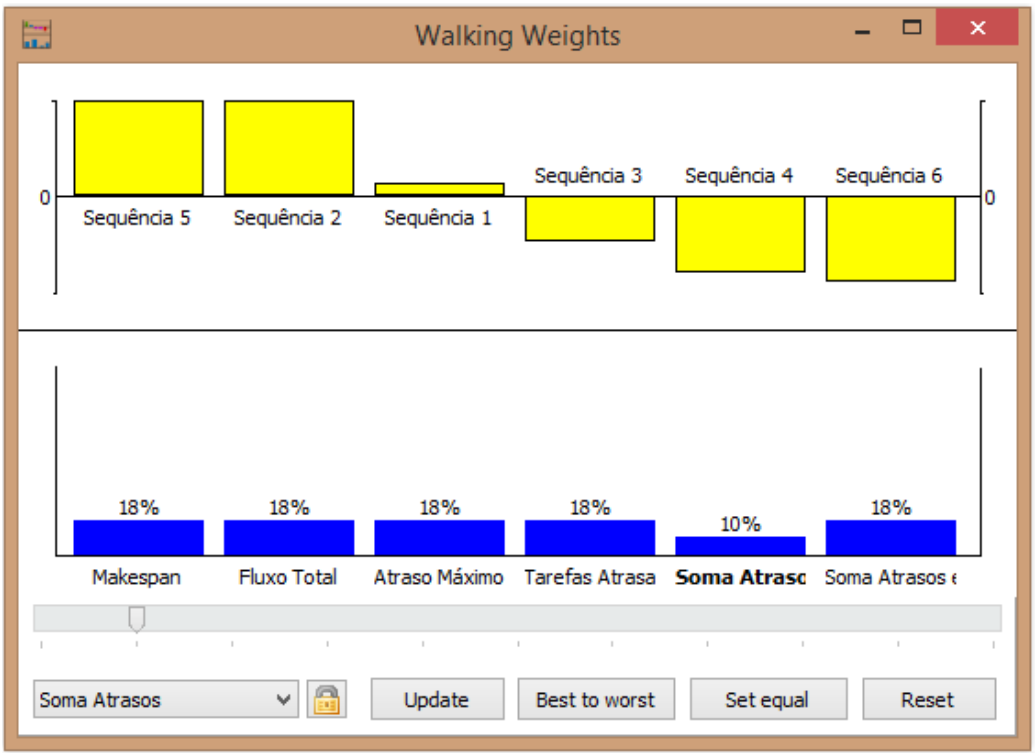
Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

Observa-se que o peso do critério de Tarefas Atrasadas deve ser muito alto (69%) para que a Sequência 4 fosse considerada a melhor alternativa. Tal resultado já era esperado, uma vez que considerando-se pesos iguais, essa alternativa era a segunda pior. Admitindo-se um peso de 0% para esse critério, o fluxo de preferência da Sequência 4 é de -0,37. Caso o peso fosse de 100%, o fluxo seria de 0,6.

Soma dos Atrasos

A Sequência 5 minimiza os resultados para o critério de Soma dos Atrasos. A avaliação do peso desse critério pode ser observada na Figura 18.

Figura 18 - Análise do peso do critério Somas dos Atrasos.



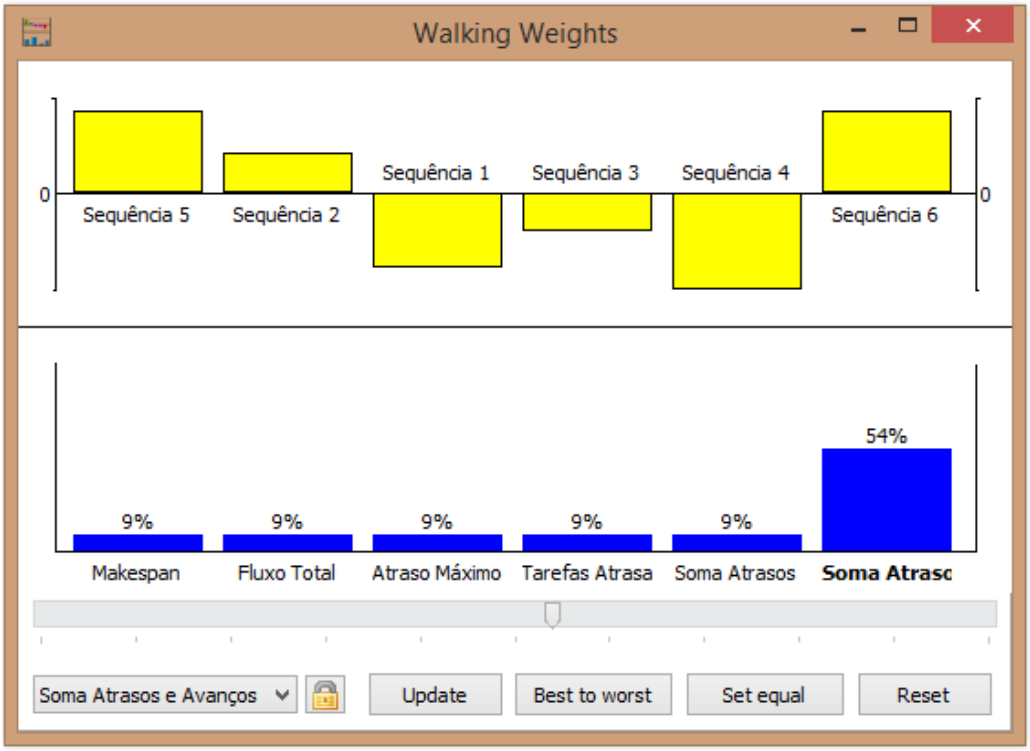
Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

A análise de pesos nos fornece a informação de que seria necessário atribuir um peso de apenas 10% para o critério de Soma dos Atrasos para que a Sequência 5 fosse considerada a melhor. Ainda que o peso desse critério fosse 0%, o fluxo dessa alternativa seria de 0,23 e ela ainda seria a segunda melhor. Caso o peso fosse 100%, o fluxo seria de 0,6. Portanto, reforça-se aqui a boa avaliação da Sequência 5 em relação a todos os critérios.

Soma dos Atrasos e Avanços

Para o critério de Soma dos Atrasos e Avanços, os resultados são minimizados com a Sequência 6. A avaliação do peso desse critério pode ser observada na Figura 19.

Figura 19 - Análise do peso do critério Somas dos Atrasos e Avanços.



Fonte: Software Visual PROMETHEE Academic.

Para que a Sequência 6 fosse considerada a melhor das alternativas, a Soma dos Atrasos e Avanços deveria ter um peso de no mínimo 54%. Nesse caso, o fluxo de preferência dessa alternativa seria de 0,2744. Considerando-se um peso de 0% para esse critério, o fluxo seria de -0,46 e considerando-se um peso de 100%, o fluxo seria de 0,90. Assim, nota-se que essa alternativa não é bem avaliada nos demais critérios, como já foi discutido anteriormente.

Por meio da análise dos pesos dos critérios é possível perceber o quão importante é o objetivo do decisor. Ainda que todos os outros parâmetros do problema sejam determinados, o resultado final e a consequente escolha da melhor alternativa dependerá das prioridades e escolhas do decisor.

7 CONCLUSÃO

O sequenciamento de tarefas entre as máquinas de uma indústria tem relevante importância no âmbito da programação da produção. Tanto a escolha da ordem em que as tarefas serão executadas em cada máquina quanto o momento em que isso ocorrerá afeta diretamente o desempenho produtivo de diversas formas. Assim, é possível avaliar a qualidade de um programa de produção por meio de diferentes medidas de desempenho.

No presente trabalho, buscou-se solucionar um problema de sequenciamento de tarefas considerando-se os principais critérios de avaliação, que são o makespan, o tempo de fluxo total, o atraso máximo, o atraso total, a soma dos atrasos e avanços e o número de tarefas atrasadas.

No entanto, o sequenciamento de tarefas é um problema extremamente combinatório, o que dificulta a obtenção de bons resultados utilizando-se um tempo computacional razoável. Nesses casos, as meta-heurísticas têm se mostrado como boas alternativas como métodos de solução. Assim, utilizando-se a meta-heurística Simulated Annealing, foi possível obter boas soluções para cada um dos critérios apresentados. Portanto, o método utilizado mostrou-se eficiente, considerando-se tanto o tempo computacional despendido quanto a qualidade da solução obtida, sendo indicado para solucionar diferentes tipos de problemas de programação da produção.

Mas segundo Arenales et al. (2007), as medidas de desempenho utilizadas para avaliar um sequenciamento de tarefas, em geral, são conflitantes. Portanto, para se otimizar mais de uma medida é preciso considerar que a melhoria segundo um critério pode causar uma deterioração segundo outro critério. Dessa forma, para que a análise do problema seja completa, é necessária a utilização de um método de decisão multicritério.

Para o exemplo em questão, utilizou-se o software PROMETHEE para que todos os critérios fossem analisados simultaneamente, obtendo-se assim os sequenciamentos de tarefas com os melhores resultados globais. Foi verificado que a minimização do atraso total, em geral, contribui para a minimização dos demais critérios, uma vez que essa função objetivo força todas as tarefas a terminarem mais

cedo. O mesmo ocorre para o critério de tempo de fluxo total, ainda que nesse caso não sejam observadas as datas de entrega. Em contrapartida, a minimização da soma dos atrasos e avanços pode piorar o resultado dos demais critérios, uma vez que esse é o único critério para a qual o adiantamento de uma tarefa é prejudicial para o resultado final.

No software PROMETHEE foi possível ainda analisar o problema considerando-se diferentes cenários de datas de entrega e diferentes pesos entre os critérios. Ficou evidente a importância dos objetivos do decisor, cujas prioridades e preferências podem determinar resultados diferentes.

Portanto, os métodos aqui utilizados se mostraram bastante eficientes na busca de soluções satisfatórias para problemas de alta complexidade. Além disso, o software PROMETHEE possui fácil usabilidade e fornece diversas formas de análise do problema, sendo indicado para quaisquer outras questões que envolvam múltiplos critérios.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAHAM, A. et al. **Metaheuristics for Scheduling in Industrial and Manufacturing Applications.** Berlin: Springer, 2008.

ARAUJO, A. G. de; ALMEIDA, A. T. de. **Apoio à decisão na seleção de investimentos em petróleo e gás: uma aplicação utilizando o método PROMETHEE.** Gest. Prod., São Carlos, v. 16, n. 4, p. 534-543, 2009.

ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

ARTIGUES, C. et al. **Production Scheduling.** Londres: ISTE, 2008.

BELTON, V; STEWART, T.J. **Multiple Criteria Decision Analysis.** Kluwer Academics Plubishers, 2002.

BRANS, J. P.; MARESCHAL, B. **Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys.** International Series in Operations Research & Management Science, v. 78, p. 163-186, 2005.

BRANS, J. P.; VINCKE, P.; MARESCHAL, B. **How to select and how to rank projects: the PROMETHEE method.** European Journal of Operational Research, v. 24, n. 2, p. 228-238, 1986.

GENDREAU, M. et al. **Handbook of Metaheuristics.** Berlin: Springer, 2010.

GUERRINI, F. et al. **Planejamento e Controle da Produção: Projeto e Operação de Sistemas.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

JARBOUI, B. et al. **Metaheuristics for Production Scheduling.** Londres: ISTE, 2013.

MCMULLEN, P.R.; FRAZIER, G.V., **A simulated annealing approach to mixed-model sequencing with multiple objectives on a JIT line.** IIETransactions, 32(8), p. 679-686, 2000.

MANSOUR, E. et al. **Computational Intelligence in flow shop and job shop scheduling.** Berlin: Springer, 2009.

TAHA, Z.; TAHIRI, F.; ZUHDI, A., Job Sequencing and Layout Optimization in Virtual Production Line, **J. of Quality**, v.18, no. 4, p. 351–374, 2011.

VINCKE, P. **Multicriteria decision-aid.** Bruxelles: John Wiley & Sons, 1992.

YANG, X. et al. **Engineering Optimization**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2010.

ZELENY, M. **Multiple criteria decision making.** New York: MacGraw-Hill, 1982.