Universidade Estadual de Campinas

Faculdade de Educação

Valéria de Araújo Lima

Afetividade e o Ensino de Matemática

Campinas/SP

2014

Universidade Estadual de Campinas

Faculdade de Educação

Valéria de Araújo Lima

Afetividade e o Ensino de Matemática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Educação da UNICAMP, para obtenção do título de Bacharel em Pedagogia, sob a orientação do Prof. Dr. Sérgio Antônio da Silva Leite.

Campinas/SP

2014

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO/UNICAMP
Gildenir Carolino Santos – CRB-8ª/5447

Lima, Valéria de Araújo, 1991-
L628a Afetividade e o ensino de matemática. – Campinas, SP: [s.n.], 2014.

Orientador: Sérgio Antônio da Silva Leite.
Co-orientador: Anna Regina Lenner de Moura.
Trabalho de conclusão de curso (graduação) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

1. Mediação pedagógica. 2. Afetividade. 3. Matemática. 4. Prática pedagógica. I. Leite, Sérgio Antônio da Silva, 1946- II. Moura, Anna Regina Lenner de, 1945- III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. IV. Título.

14-011-BFE

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Sérgio Antônio da Silva Leite

____

Prof. Dra. Anna Regina Lanner de Moura

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço ao meu Deus, Jesus Cristo, que me fortaleceu, inspirou e dirigiu em todos os momentos; desde a escolha pelo curso de Pedagogia, até o encontro com o Prof. Dr. Sérgio Antônio da Silva Leite, o qual me apresentou a temática da afetividade e, como um pai, muito me ensinou e ajudou. Obrigada por ter me orientado nesta pesquisa, sendo um exemplo de humildade e professor para mim.

Agradeço ao meu amado esposo, Tomás Vicente Lima, que me apoiou, amou e incentivou em todos os momentos, sendo compreensivo com minhas ausências.

Agradeço a minha mãe, Silvana Pessagno, que sempre se sacrificou para que seus filhos pudessem crescer e se desenvolver plenamente, nos dando todo amor, apoio e carinho de que necessitávamos.

Agradeço aos meus avós, Walkyria Pessagno e Mario Teodoro, exemplos de caráter para mim; e aos meus irmãos, Frederico e Henrique Araújo, cujas inteligências sempre me foram inspiradoras. Todos fundamentais para meu desenvolvimento como pessoa.

Agradeço aos meus amigos Lara, Anderson, Flávia, Daniele, Hanna, Marina, Lívia, Marianne, Daniel, Mariana, Cláudia e Heloísa, que torceram por mim e me acompanham. Agradeço também ao TF teen de Campinas, grupo do qual faço parte e que também compreendeu minha ausência, especialmente Daniel e Karina Vitorino.

Agradeço à Prof. Dra. Anna Regina Lanner de Moura, pela leitura atenciosa deste trabalho.

Agradeço ao Prof. Pedro, aos alunos e a escola, que aceitaram participar deste trabalho, expondo suas vidas para que eu as estudasse.

RESUMO

Este trabalho busca compreender um dos aspectos da complexa realidade educacional: a mediação pedagógica. Toma-se como aporte teórico a concepção histórico-cultural, que concebe o ser humano como ser monista, não cindido entre razão e emoção, e como ser cultural, fundamentalmente constituído nas e pelas relações sociais, as quais sempre são mediadas por sistemas simbólicos. Admite-se, assim, que o processo de apropriação do conhecimento pelos alunos é mediado, sendo o principal agente mediador o professor. Contudo, as relações que se estabelecem nesse processo não tem apenas caráter cognitivo, mas, também, forte componente afetivo. Esta dimensão pode produzir movimentos em dupla direção: sendo positivo, colabora para a aproximação do aluno com o conhecimento, mas, sendo negativo, produz o movimento de afastamento do mesmo. Neste sentido, buscou-se identificar aspectos de uma prática pedagógica que podem ser considerados facilitadores do processo de aproximação afetiva entre o aluno e os conteúdos de um campo específico do conhecimento: a matemática. Para isso, foi feita a observação da prática pedagógica de um professor de matemática em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio, além de entrevistas com o professor e alguns dos alunos, realizadas após cada sessão de observação. A partir do material coletado, foram criados núcleos temáticos com o intuito de reproduzir todos os aspectos identificados nos dados que possam ser interpretados como fatores de natureza afetiva e que, portanto, produzem impactos positivos ou negativos. Com isso demonstrou-se que as relações que se estabelecem entre sujeito (aluno) e objeto (conhecimento) são determinadas basicamente pela mediação do professor, sendo que tais relações são, também, de natureza afetiva.

Palavras-chave: mediação pedagógica, afetividade, matemática, aproximação afetiva.

ABSTRACT

This work seeks to understand one aspect of the complex educational reality: the pedagogical mediation. Is taken as the theoretical historical-cultural design, which conceives the human being as a monistic, not split between reason and emotion, and how to be cultural, fundamentally constituted in and through social relations, which are always mediated by symbolic systems. It is accepted, therefore, that the process of appropriation of knowledge by students is mediated, being the main agent mediating the teacher. However, the relationships established in this process has not only cognitive character, but also strong affective component. This dimension can produce movements in two directions: being positive, the approach contributes to the student with the knowledge, but being negative, produces the movement away from same. Accordingly, we sought to identify aspects of a pedagogical practice that can be considered facilitators of affective approach process between the student and the contents of a specific field of knowledge: mathematics. For this, the observation of pedagogical practice of a mathematics teacher in a class of first year of high school was made, plus interviews with the teacher and some students, performed after each observation session. From the collected material, thematic groups were created in order to reproduce all aspects identified in the data that can be interpreted as affective nature factors and therefore produce positive or negative impacts. Than it was shown that the relations established between subject (student) and object (knowledge) are determined primarily by the mediation of the teacher, and these relationships are also affective nature.

Key words: pedagogical mediation, affectivity, mathematics, affective approach.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A presente pesquisa tem por objetivo identificar aspectos de uma prática pedagógica que podem ser considerados facilitadores do processo de aproximação afetiva entre o aluno e os conhecimentos da matemática. Parte-se do pressuposto de que a relação de ensino é mediada, sendo o professor o principal agente mediador deste processo na sala de aula, e que a mediação pedagógica feita por ele sempre produz diferentes impactos nos estudantes, dentre eles, os de natureza afetiva. Quando os impactos afetivos são positivos, produzem o movimento de aproximação entre os alunos (sujeitos) e os conteúdos, incluindo os da matemática aqui estudados (objeto do conhecimento); porém, quando negativos, produzem o movimento de afastamento afetivo.

Assim, entendendo a mediação pedagógica como práticas concretas passíveis de serem observadas, buscou-se identificar quais aspectos da prática pedagógica de um professor específico que facilitam o processo de aproximação afetiva entre os alunos e os conteúdos da matemática, ou seja, produzem impactos afetivamente positivos.

Vale destacar, que esta linha de pesquisa vem sendo desenvolvida há alguns anos pelo Grupo do Afeto, grupo de estudos no qual a pesquisadora pôde apropriar-se das discussões acerca da afetividade. Através das reuniões e leituras do grupo, foi possível o acesso aos trabalhos que discutem a constituição docente de sujeitos cujas práticas enquadram-se como *práticas de sucesso* – trabalhos sobre professores inesquecíveis. Acesso, também, aos trabalhos que estudam diferentes práticas pedagógicas, discutindo seus impactos na relação que se estabelece entre os alunos e o conhecimento.

Foram estas leituras e discussões que a levaram a interessar-se pela prática de alguns professores que conhecia e considerava que poderiam enquadrar-se como práticas de sucesso, dentre elas a de um professor de matemática. Além disso, com as leituras sobre a constituição de alunos leitores, a pesquisadora questionou-se sobre quais os motivos que levavam a matemática a ser uma disciplina, em geral, evitada por grande parte dos estudantes e quais práticas docentes poderiam contribuir para o apresso a este campo do conhecimento.

Assim, a princípio objetivava-se identificar quais mediações pedagógicas colaboravam para uma relação afetiva positiva e quais produziam marcas afetivas negativas. Contudo, com o desenvolvimento da pesquisa, constatou-se que a prática do professor estudado efetivamente enquadrava-se no que o Grupo do Afeto define como prática de sucesso, o que alterou o objetivo, que passou a ser apenas identificar os aspectos que colaboravam com o processo de aproximação afetiva.

. Para concretizar tal objetivo, a abordagem metodológica escolhida foi a qualitativa (LÜDKE & ANDRÉ, 1986), optando-se pela observação e videogravação das aulas ministradas por um professor de matemática do nível médio, além de entrevistas com ele e seus alunos. A escolha dos sujeitos se deu primeiramente pelo docente, o qual deveria possuir uma prática pedagógica com qualidade reconhecida por alunos e colegas de trabalho. Então, a pesquisadora optou em convidar um professor de matemática que lhe deu aulas durante todo o ensino médio, visto que já conhecia sua prática e personalidade. Escolhido o professor, e com a autorização deste e da escola em que atua, a própria instituição educacional determinou em que turma a pesquisa poderia se desenvolver (no caso, uma das turmas de primeiro ano médio da escola). Foram três meses de observação e videogravação, período no qual foi possível obter informações que, depois de transcritas, representaram os dados brutos desta pesquisa.

A análise dos dados foi realizada tomando por base duas perspectivas teóricas: os estudos sobre afetividade e sobre educação matemática. No campo da afetividade tomam-se como referência os trabalhos de Vygotsky e Wallon, além de outros recentemente produzidos pelo Grupo do Afeto – Almeida (1997), Arantes & Aquino (1968), Leite (2012), Leite & Tassoni (2002), Mahoney (1993), Tagliaferro (2003), Tassoni (2000), dentre outros. Estes trabalhos baseiam-se na perspectiva histórico-cultural, que concebe o ser humano como um ser cultural constituído por meio das relações sociais com o mundo exterior, as quais sempre são mediadas por sistemas simbólicos. Tais relações não envolvem apenas a dimensão cognitiva, possuindo também fortes marcas afetivas. Já no campo da educação matemática, o estudo voltou-se para as principais tendências de ensino desta disciplina e para as pesquisas que relacionam o ensino de matemática com as emoções, como DeBeliis & Goldin (1991); Bishop (1999); Adams (1989); Goméz Chácon (2003); dentre outros.

Deve-se salientar que os trabalhos do campo da educação matemática não incorporam as discussões sobre afetividade realizadas pela psicologia. Pelo contrário, consideram qualquer tipo de reação subjetiva dos alunos como emoção ou afeto, vistos como sinônimos. Assim, a presente pesquisa representa um ganho para o campo da educação matemática, pois insere as discussões psicológicas sobre afetividade no estudo do ensino específico deste campo do conhecimento.

Na sequência, o primeiro capítulo descreve o referencial teórico utilizado, tanto no campo da afetividade como no da educação matemática. No segundo capítulo, detalhou-se o perfil dos sujeitos e os procedimentos e método utilizado. No terceiro, apresentaram-se os resultados obtidos através das observações em campo, seguidos pela discussão dos mesmos, feita no quarto capítulo. Por fim, seguem algumas considerações sobre a pesquisa e perspectivas de trabalhos futuros.

1. BASES TEÓRICAS

Tendo em vista o objetivo deste trabalho – identificar aspectos de uma prática pedagógica que podem ser considerados facilitadores do processo de aproximação afetiva entre o aluno e os conhecimentos da matemática – faz-se necessário, para seu embasamento teórico, a ênfase em dois campos de estudo: o da afetividade e o da educação matemática. Assim, o presente capítulo está organizado em duas partes, contemplando cada um dos campos citados.

A primeira parte aborda a questão da afetividade, fazendo uma breve retomada histórica do pensamento filosófico subjacente e a descrição de parte da teoria de dois autores que muito contribuíram para sua compreensão. A segunda aborda o campo da educação matemática, apresentando as principais tendências de ensino da disciplina e uma linha recente de estudo: a matemática emocional.

1.1 Afetividade

1.1.1 Dualismo X Monismo

Desde a Antiguidade, observa-se o predomínio de uma concepção dualista de ser humano, marcada por diversos antagonismos, dentre eles o da razão em contraposição à emoção. Tal postura pode ser vista na oposição que se colocava entre conhecimento sensível (não científico) e conhecimento inteligível (científico). (TASSONI, 2008). Sócrates, Platão, Aristóteles e outros filósofos da época partilhavam desta concepção que via o homem como um ser cindido entre razão e emoção, pois defendiam que a razão deveria reger a alma humana.

Na Idade Média, com o domínio da Igreja Católica, fortaleceu-se a concepção dualista, pois a razão era vista como a única forma de dominar a natureza pecaminosa do homem, de forma que o dualismo colocava-se no embate entre a razão e a fé. Na Modernidade, com as mudanças trazidas pelo Renascimento, Reforma Protestante e Revolução Científica, abandonou-se o teocentrismo da Idade das Trevas, surgindo novos valores. Contudo, influenciado principalmente pelo pensamento de Descartes, prevaleceu o dualismo entre mente x corpo e razão x emoção, sendo a razão considerada como o marco da racionalidade que justificava a existência do homem. (TASSONI, 2008).

Somente com as ideias de Espinosa (SPINOZA, 2009), no século XVII, foi possível avançar quanto à concepção de homem. Para ele, corpo e mente são dois componentes diferenciados, mas partes de um mesmo corpo sem hierarquia entre si, ou seja, uma concepção monista de ser humano. Entretanto, outros pensadores que vieram após Espinosa não partilhavam desta mesma concepção, continuando a defender o antagonismo entre razão e emoção. É o caso, por exemplo, de Kant (1999), representante do Iluminismo, que defendia a existência de dois tipos de conhecimento, um puro, advindo da razão, e outro sensível, advindo dos sentidos.

Na Contemporaneidade, com o positivismo, Comte contribuiu para o fortalecimento da visão dualista, pois defendeu a valorização da razão como única forma válida de produção de conhecimento. Porém, com o materialismo dialético de Marx e Engels, pôde-se alcançar um entendimento que não contrapõe razão e emoção, mas que assume que a subjetividade é fruto de um processo histórico, sendo socialmente construída e estreitamente determinada pelas relações sociais vivenciadas pelo sujeito (TASSONI, 2008). Nesse sentido, o homem é capaz de interagir com o ambiente de maneira dialética, transformando-o e sendo transformado por ele.

Tomando por base o materialismo dialético, algumas correntes psicológicas se desenvolveram, como a concepção histórico-cultural, da qual partilham Vygotsky e Wallon. Estes dois autores, cujas sínteses teóricas serão apresentadas adiante, partem de uma visão monista para desenvolver suas pesquisas, entendo que afeto e cognição fazem parte de um mesmo ser: o homem.

Com base nestes dois autores, bem como em uma concepção monista e dialética, recentes estudos vêm sendo desenvolvidos pelo Grupo do Afeto[1]. Além disto, trabalhos como os de Almeida (1997), Arantes & Aquino (1968), Leite (2012), Leite & Tassoni (2002), Mahoney (1993), Tagliaferro (2003), Tassoni (2000), dentre outros, buscam compreender a realidade educacional sob a perspectiva da afetividade, entendendo que a mediação pedagógica sempre produz marcas afetivas no sujeito. Assim, no cenário educacional, a ação pedagógica não envolve somente a dimensão cognitiva, mas, também, a afetiva.

---

[1] Grupo formado por orientandos de diferentes níveis que pesquisam a temática da afetividade. Criado no final dos anos 1990 pelo Prof. Dr. Antônio Sérgio da Silva Leite, o Grupo do Afeto é parte integrante do grupo de pesquisa ALLE – Alfabetização Leitura Escrita, da Faculdade de Educação da Unicamp.

1.1.2 Lev Semenovich Vygotsky

Lev S. Vygotsky nasceu em 1896, em Bielarus, país da extinta União Soviética. Sua família era de origem judia e desfrutava de uma confortável situação financeira e ambiente bastante intelectualizado. Formou-se em Direito e também frequentou cursos de história, filosofia e literatura, ainda que sem título algum. Posteriormente, para melhor compreender o funcionamento neurológico do homem, estudou medicina. Teve uma vasta produção científica, apesar da morte prematura em 1934.

Fortemente influenciado pelo momento histórico em que viveu – Rússia pós-Revolução – Vygotsky fazia parte de um grupo de jovens intelectuais que acreditavam na emergência de uma nova sociedade com bases socialistas, criticando a abordagem psicológica da época, que concebia o homem basicamente como um corpo de natureza biológica, inclusive as emoções (OLIVEIRA, 1997). Tais teorias defendiam um caráter organicista às emoções, afirmando que a origem das mesmas estava no corpo, mais especificamente nas sensações orgânicas sentidas por ele.

Assim, baseando-se em outros estudos da época, bem como na visão materialista dialética trazida por Marx e Engels, Vygotsky empenhou-se por criar uma teoria do desenvolvimento humano que contemplasse, também, as emoções. Para ele, era indispensável este tipo de análise, pois era observável que os adultos tinham uma vida emocional mais refinada que a infantil, o que indicava que esta dimensão desenvolvia-se ao longo da vida humana. Como manifestações iniciais determinadas pela herança biológica, as emoções evoluem de um caráter instintivo para uma dimensão consciente, através das interações sociais (TASSONI, 2008).

Dessa forma, para desenvolver sua teoria, Vygotsky (1984) dedicou-se ao estudo do desenvolvimento das *funções psicológicas superiores*, aquelas tipicamente humanas e que envolvem controle consciente do comportamento. Diferentemente de ações instintivas, das quais os animais também partilham, as funções superiores envolvem intencionalidade, memória voluntária, planejamento, etc. Como Marta Kohl afirma:

> Um exemplo interessante ilustra a diferença entre processos elementares e processos superiores: é possível ensinar um animal a acender a luz num quarto escuro. Mas o animal não seria capaz de, **voluntariamente**, deixar de realizar o gesto aprendido porque vê uma pessoa dormindo no quarto. Esse comportamento de tomada de decisão a partir de uma informação nova é um comportamento superior, tipicamente humano. (OLIVEIRA, 1997, p. 26).

Além do conceito de funções psicológicas superiores, a *mediação* é outro ponto central na teoria vygotskyana. De forma geral, ela corresponde à intervenção de um elemento em uma relação, que deixa de ser direta para ser mediada (OLIVEIRA, 1997). Assim, um processo que era marcado pela relação estímulo-resposta, torna-se mais complexo, na medida em que a relação se dá por meio da mediação entre estímulo e a resposta.

Segundo Vygotsky (1984), este mediador pode ser um instrumento ou um signo. O instrumento é algo externo, ligado à relação de trabalho humano, representando um elemento intermediário entre o homem e seu trabalho, modificando a forma como este intervém na natureza. O machado, por exemplo, exerce a função de corte melhor do que a mão humana; a roda permitiu um deslocamento maior e mais veloz do que as pernas humanas poderiam alcançar; dentre outros exemplos. Em suma, o instrumento é um objeto criado com finalidade específica, que modifica a forma como o homem relaciona-se com o mundo.

O signo, por sua vez, age como uma espécie de "instrumento psicológico", não de maneira externa, auxiliando ações concretas, mas voltado para o controle interno das ações psicológicas. Um exemplo histórico do uso de signos é a utilização de marcas externas para contagem: os pastores utilizavam pedras e varetas para auxiliar a contagem das ovelhas e registrar tal quantidade. Hoje, observa-se o ser humano fazendo listas de compras por escrito, trocando anéis de dedo para lembrar-se de uma tarefa ou compromisso, dentre outros signos que possibilitam, através de sua mediação, um maior controle da ação psicológica. (OLIVEIRA, 1997).

Independentemente do tipo de mediador, o que Vygotsky constatou foi que a relação do homem com meio, gradativamente, deixa de ser direta e passa a ser mediada por instrumentos e signos, o que é essencial para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, pois é o processo de mediação que possibilita ações voluntárias, intencionais e controladas pelo homem.

Deve-se salientar que o tipo de mediação também evolui com o homem. Com o passar dos anos, os mediadores externos vão sendo internalizados, transformando-se em processos internos independentes de signos ou instrumentos exteriores, ou seja, representações mentais do mundo real, ainda que na ausência dele. Isso permite que homem crie sistemas simbólicos, que organizam os signos de tal forma que podem ser compartilhados socialmente entre os indivíduos. Por exemplo, ao pronunciar a palavra carro, o indivíduo consegue formar a imagem do objeto em sua mente (mesmo sem a presença dele), pois compartilha culturalmente deste signo. Um sujeito que nunca tenha tido contato com um automóvel, certamente não criará a representação mental ao ouvir tal palavra.

É justamente o compartilhamento de signos que permite a comunicação entre os indivíduos, sendo a linguagem o sistema simbólico básico de qualquer grupo cultural. Assim:

> Os sistemas de representação da realidade – e a linguagem é o sistema simbólico básico de todos os grupos humanos – são, portanto, socialmente dados. É o grupo cultural onde o indivíduo se desenvolve que lhe fornece formas de perceber e organizar o real, as quais vão constituir os instrumentos psicológicos que fazem a mediação entre o indivíduo e o mundo. (OLIVEIRA, 1997, p. 36).

Contudo, vale destacar que este processo de internalização cultural não corresponde a uma simples absorção. Pelo contrário, o homem é transformado pela cultura internalizada, mas também a transforma, em um processo de síntese. Dessa forma, percebe-se que, para Vygotsky, as funções psicológicas humanas têm suporte biológico, na medida em que são produtos da atividade cerebral. Porém, tais funções desenvolvem-se fundamentalmente através das relações sociais que o homem estabelece com o mundo exterior, com a cultura em que está inserido, sendo um processo histórico.

Sendo a linguagem o sistema simbólico básico de qualquer grupo cultural, Vygotsky destinou grande parte de seus esforços no estudo de seu desenvolvimento e sua relação com o pensamento. Para ele a linguagem tem duas funções básicas: o *intercâmbio social* e o *pensamento generalizante*. Intercâmbio social corresponde ao esforço humano de se comunicar, o que exige que sejam utilizados signos, e não a simples emissão de sons; é o caso do exemplo da palavra carro, descrito anteriormente. Ao se estabelecer a comunicação social através dos signos, é possível que a segunda função da linguagem seja observada, pois o pensamento generalizante é a organização e classificação do real através de categorias definidas pelos signos compartilhados. Assim, um carro específico partilha de certas características que permitem que seja agrupado na categoria carro, mas, simultaneamente, diferencia-se de outras categorias, como escola, clube, mesa, etc.

Marta Kohl de Oliveira (1997) explica que é a função classificatória do pensamento generalizante que faz da linguagem um instrumento do pensamento. Através dela são estabelecidos os conceitos e, consequentemente, a forma como o real será organizado a partir deles. Assim sendo, os conceitos e a organização do real fornecidos pela linguagem, passam a mediar a relação que o homem mantém com o meio onde vive, o que faz da linguagem um objeto de estudo fundamental para a compreensão do funcionamento psicológico do homem.

Em seus estudos, Vygotsky percebeu que pensamento e linguagem possuem desenvolvimentos inicialmente independentes, mas que se unem ao longo da trajetória do desenvolvimento humano. Ele assim o fez, ao buscar compreender a história da espécie humana (filogênese) e a história do indivíduo da espécie (ontogênese).

No caso da filogênese, em estudos feitos com chimpanzés, constatou-se que estes possuem formas de funcionamento intelectual que lhes permitem resolver problemas práticos, utilizando instrumentos externos como mediadores. Por exemplo, se um chimpanzé com fome vê uma penca de bananas em um lugar elevado, pode utilizar uma vareta para alcançá-los. Neste caso a vareta foi um instrumento que mediou a sua ação e o auxiliou a transformar o ambiente para resolver seu problema. Este tipo de inteligência independe do uso da linguagem; é a inteligência prática que caracteriza o que Vygotsky nomeou como *fase pré-verbal do pensamento*.

Concomitantemente a este tipo de pensamento, os primatas demonstraram utilizar uma linguagem própria – sons, expressões faciais e gestos – como forma de liberar estados emocionais e manter contato psicológico com o grupo. Entretanto, essa linguagem não possui a função de signo, sendo que caracteriza a *fase pré-intelectual da linguagem*.

> Existe, assim, a trajetória do pensamento desvinculado da linguagem e a trajetória da linguagem independente do pensamento. Num determinado momento do desenvolvimento filogenético, essas duas trajetórias se unem e o pensamento se torna verbal e a linguagem racional. A associação entre pensamento e linguagem é atribuída à necessidade de intercambio dos indivíduos durante o trabalho, atividade tipicamente humana. (OLIVEIRA, 1997, p. 45).

Como pôde ser visto no excerto acima, no caso da espécie humana, o encontro entre a trajetória da linguagem e do pensamento se deu devido às relações de trabalho. Nelas, o homem precisou se comunicar, planejar, utilizar instrumentos de trabalho, enfim, necessitou utilizar a linguagem como signo e uma forma de funcionamento psicológico tipicamente humano, o pensamento verbal.

Analogamente ao desenvolvimento filogenético, Vygotsky observou que, na ontogênese, a criança pequena, que ainda não domina a linguagem, é capaz de emitir sons, gestos e choro como forma de alívio emocional e contato psicológico com os outros. Contudo, tais manifestações não possuem função de signo, servindo como comunicação precisa com o grupo. Além disso, a criança também é capaz de modificar o ambiente a fim de solucionar problemas práticos, como subir em uma cadeira para alcançar um brinquedo, por exemplo.

Assim, no início do desenvolvimento de cada sujeito, observam-se trajetórias independentes do pensamento e da linguagem. A criança está em uma fase pré-verbal do pensamento e pré-intelectual da linguagem. Contudo,

> Assim como ocorreu no desenvolvimento da espécie humana, num determinado momento do desenvolvimento da criança (por volta dos dois anos de idade) o percurso do pensamento encontra-se como da linguagem e inicia-se uma nova forma de funcionamento psicológico: a fala torna-se intelectual, com função simbólica, generalizante, e o pensamento torna-se verbal, mediado por significados dados pela linguagem. (OLIVEIRA, 1997, p. 47).

É interessante notar que esta nova organização não faz com que sejam extintos o pensamento pré-verbal e linguagem pré-intelectual. Em determinadas situações o homem ainda pode manifestá-los, como na repetição mecânica de textos decorados ou situações que requerem apenas a inteligência prática. Contudo, há o predomínio da linguagem intelectual e pensamento verbal, que tornam as relações humanas com o mundo mais sofisticadas.

Dessa forma, percebe-se que a linguagem é o sistema simbólico básico para compreender o desenvolvimento humano, na medida em que é o principal mediador do pensamento do homem. Tendo isso em vista, Vygotsky persistiu na busca da compreensão do desenvolvimento humano, tema que perpassa todas as suas obras, focando-se, também, nos estudos sobre *aprendizagem e desenvolvimento*.

Para ele, estes dois processos estão intimamente interligados, de forma que o homem desenvolve-se, também, por ter a capacidade de aprender. Isso significa que o desenvolvimento humano se dá, em parte, por questões de maturação biológica, ligados à espécie a que pertence. Porém, no contato com o meio sócio-cultural, é a capacidade de aprendizado que permite que o homem desenvolva determinados processos internos tipicamente humanos. A fala é um bom exemplo disso: o sujeito aprende a língua materna em contato com o grupo cultural em que está inserido, pois os membros mais antigos a transmitem. Mas, caso um indivíduo cresça isolado de qualquer grupo humano[2], certamente não desenvolverá a fala simbólica, pois é o aprendizado da língua que colabora para o desenvolvimento interno desta função.

Observa-se, então, que a relação com o ambiente sócio-cultural é fundamental no desenvolvimento humano. Como afirma Oliveira (1997), Vygotsky valoriza muito o papel do outro no desenvolvimento do homem, o que é evidente na formulação de um importante conceito em sua teoria, relacionado com a relação entre aprendizagem e desenvolvimento: o conceito de *zona de desenvolvimento proximal* (ZDP).

Ao se pensar no nível de desenvolvimento que determinado indivíduo alcançou, busca-se identificar aquilo que ele consegue realizar com autonomia, sem o auxílio de terceiros. Ou seja, é o desenvolvimento do que já foi consolidado por ele, o que Vygotsky nomeia como *nível de desenvolvimento real*. Contudo, para compreender o processo de desenvolvimento em toda sua complexidade, não basta analisar apenas o que foi consolidado, mas deve-se considerar o que o sujeito tem potencial de fazer, ainda que com ajuda. A isto, Vygotsky nomeou *nível de desenvolvimento potencial*.

Vale destacar que o nível de desenvolvimento potencial não significa que qualquer sujeito pode realizar qualquer tarefa com ajuda. Por exemplo, uma criança de aproximadamente cinco anos de idade, pode conseguir escrever o próprio nome com o auxílio de um adulto ou criança mais experiente, ainda que não alfabetizada. Contudo, isso não é possível com uma criança de dois ou três anos, mesmo com ajuda. Assim, a ideia de desenvolvimento potencial refere-se aos próximos níveis de desenvolvimento que o sujeito vai alcançar, nos quais a interferência do outro causa mudanças significativas na ação individual.

É a partir destes dois níveis de desenvolvimento que Vygotsky conceitua a ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal – afirmando que ela é

[2] Já foram encontrados alguns casos de seres humanos abandonados que cresceram sem contato com grupos culturais. Estes não desenvolveram a fala e nem certas funções tipicamente humanas, comportando-se semelhantemente aos animais com os quais conviveram.

> A distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. (...) A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão presentemente em estado embrionário. (VYGOTSKY, 1984, p. 97).

Assim, a ZDP é o percurso pelo qual o indivíduo deve seguir para fazer com o que seu nível de desenvolvimento potencial transforme-se em real, através da aprendizagem. Tal percurso não é percorrido isoladamente, mas a mediação do outro se faz extremamente necessária, de forma que esta intervenção produz maiores transformações justamente quando feita na ZDP.

No contexto educacional não é diferente. As implicações da teoria vygotskyana são muitas, dentre elas a compreensão do papel da mediação pedagógica. Visto que é a aprendizagem que impulsiona o desenvolvimento, a escola tem um importante papel na vida dos indivíduos escolarizados, pois ela é responsável por boa parte de suas aprendizagens.

Contudo, sua intervenção deve ser pensada de forma a atuar naquilo que o aluno é capaz de aprender em cada momento, ou seja, a escola deve atuar na ZDP de seus alunos. Partindo do nível de desenvolvimento real, o planejamento do processo de ensino deve ter como objetivo o nível potencial dos estudantes. Isso significa que, trabalhar algo que já foi consolidado ou algo que esteja fora da capacidade de aprendizado daquele determinado momento, será uma tarefa vã.

Dentro do ambiente escolar coexistem diversos agentes mediadores, como livros, colegas, vídeos, imagens, pesquisas de campo, etc. Porém, o professor possui um papal privilegiado neste processo, pois é ele quem faz, ou deveria fazer, o maior número de intervenções na ZDP dos alunos, impulsionando um desenvolvimento que não ocorreria espontaneamente.

É importante ressaltar que a postura assumida por Vygotsky não indica uma proposta diretiva para a educação, como um retorno à educação tradicional, em que o professor é o único responsável pelo ensino e o aluno passivamente aprende. Pelo contrário, partindo de uma visão dialética, ele assume que o sujeito reelabora constantemente o que o meio cultural lhe oferece, enfatizando, apenas, a importância deste meio na constituição do indivíduo.

1.1.3 Henri Wallon

Henri Wallon nasceu na França, em 1879, e morreu em 1962, vivendo períodos de grande instabilidade social, como as duas guerras mundiais, avanço do fascismo, revoluções socialistas, dentre outros. Neste contexto, formou-se em Filosofia, atuando como professor desta disciplina. Com inclinações políticas bem definidas, com simpatia por regimes socialistas, Wallon foi Deputado na Assembleia Constituinte, oportunidade em que criou a “emenda Wallon”, que introduziu o termo “república” na Constituição Francesa. (GALVÃO, 1996).

Filiou-se ao partido comunista em 1942, porém, declarou-se contra as atrocidades cometidas por Stalin. Integrou um grupo de intelectuais que se reuniam a fim de estudar o materialismo dialético e suas possibilidades como referencial teórico aos vários campos da ciência. Tais discussões influenciaram muito os trabalhos de Wallon, pois ele defendia as ideias de Marx não quanto sistema de governo, mas como método científico.

Interessado em ampliar os estudos sobre o psiquismo humano, Wallon cursou medicina, visto não existirem cursos específicos de psicologia na época. Trabalhou durante muitos anos como neurologista infantil em instituições psiquiátricas e, posteriormente, como médico no exército francês. Isso possibilitou muitos conhecimentos sobre neurologia e psicopatologia, o que contribuiu para o desenvolvimento de seus trabalhos.

Ao longo de sua carreira, foi clara sua aproximação com o campo da educação. Para ele, a psicologia e a pedagogia deveriam ter uma relação de contribuição recíproca, o que o levou a escrever diversos artigos relacionados à educação. (GALVÃO, 1996). Em 1944, Henri Wallon integrou a comissão do Ministério da Educação Nacional que deveria realizar uma reformulação do sistema educacional francês, o que resultou no Plano Langevin-Wallon, expressão do pensamento pedagógico de Wallon.

Assim como Vygotsky, Wallon (1968, 1971, 1979) utiliza uma abordagem genética[3] para compreender os processos psíquicos, buscando na criança os elementos para compreender o indivíduo adulto. Ele critica, também, outras correntes psicológicas da época, que apresentavam uma visão reducionista quanto ao desenvolvimento humano. Semelhante à teoria vygotskyana, Henri Wallon defendia que o homem é determinado biológica e socialmente, pois as pessoas, a cultura, o ambiente físico, a linguagem e todos os elementos do entorno social de cada sujeito, formam o contexto do desenvolvimento, que ocorrerá de acordo com as disponibilidades orgânicas de cada idade. Enquanto os fatores orgânicos são responsáveis pela sequência fixa dos estágios de desenvolvimento, com presença marcante em seu início, gradativamente cedem lugar aos fatores sociais, que passam a ter maior influência no desenvolvimento das condutas psicológicas.

De acordo com estes pressupostos, Wallon desenvolve seus estudos, criando uma teoria do desenvolvimento completa, com diferentes estágios de desenvolvimento[4] que contemplam o homem em suas diferentes dimensões: afetiva, cognitiva e motora, que constituem a pessoa. A estas dimensões, Wallon nomeia *campos ou conjuntos funcionais*, os quais serão detalhados a seguir.

A princípio, é necessário ter claro que os conjuntos funcionais são conceitos de que a teoria walloniana se vale para compreender e explicar o funcionamento do indivíduo. É uma ferramenta meramente didática, pois, na prática, estes campos encontram-se sintetizados na pessoa, influenciando-se mutuamente, como pode ser observado na breve descrição que se segue sobre cada um deles.

A função motora possibilita os diferentes movimentos corpóreos, essenciais para que o ser humano atue no ambiente. Assim, representa um recurso de visibilidade, na medida em que torna visível ao outro as ações do indivíduo (MAHONEY, 2004). É, sem dúvida, muito importante e preponderante no início do desenvolvimento, quando a

[3] Abordagem genética é aquela que busca compreender a origem e o desenvolvimento do psiquismo humano. Não se refere ao sentido biológico de genética, de transmissão de genes, mas à gênese, à origem dos processos psicológicos no desenvolvimento humano.

[4] Wallon delimita cinco estágios de desenvolvimento humano: *impulsivo-emocional* – até o primeiro ano de vida; *sensório-motor e projetivo* – até o terceiro ano; *personalismo* – dos três aos seis anos; *categorial* – início aos seis ou sete anos até a puberdade; e *adolescência*. Eles não serão detalhados neste trabalho, por não ser este o foco do estudo. Porém, é válido registrar sua importância, visto que através deles Wallon pôde desenvolver uma teoria que integra todos os campos funcionais ao longo do desenvolvimento humano.

criança ainda não desenvolveu a linguagem e formas mais refinadas de sentir e pensar. Isso porque torna-se o primeiro recurso de sociabilidade e aproximação com o outro, dando apoio tônico para que as emoções se manifestem corporeamente. Além disso, desempenha papel fundamental no processo de aprendizagem, pois permite a primeira forma de exploração do mundo, bem como a imitação dos sons da língua materna, de forma que o desenvolvimento direciona-se do motor para o mental. Assim,

> Inicialmente o comportamento motor prepondera sobre o conceitual. Sem ação motora ou verbal, falta à ideia o vigor necessário para se formar e manter-se. A direção do desenvolvimento vai do motor para o mental. Daí a necessidade imperiosa de liberdade de movimentos nas atividades que contribuem para a construção do conhecimento.
> (...) O ato motor é, portanto, indispensável para a constituição do conhecimento e para a expressão das emoções, portanto inerente – junto ao cognitivo e ao afetivo – à constituição da pessoa. (MAHONEY, 2004, p. 17).

Já o conjunto afetivo sinaliza como o indivíduo é afetado pelo mundo, através das *emoções, sentimentos e paixões*, que possuem significados distintos para Wallon. As emoções correspondem a manifestações de estados subjetivos com caráter orgânico, intenso e de curta duração. Geralmente pouco controlada pelo sujeito, a emoção é a forma afetiva mais primitiva, predominante na vida do recém-nascido. Os estados subjetivos que o bebê possui ainda são difusos, fortemente ligados aos estados viscerais, o que faz com ele encontre no choro, por exemplo, uma forma de liberar e comunicar seu estado afetivo. Contudo, assim que a situação que lhe gera desconforto termina, interrompe-se também o choro.

Desta forma, Wallon identifica três principais características das emoções: o *contágio*, que permite que as pessoas ao redor sejam contagiadas pelo estado emotivo; a *plasticidade*, pelo fato de as emoções se manifestarem corporeamente; e *regressividade*, pois pode regredir a capacidade de raciocínio. Tais características fazem da emoção a primeira forma de contato psicológico do sujeito com o mundo, obtido, também, graças à contribuição da dimensão motora que permite que ela seja externalizada. Ao chorar, por exemplo, o bebê consegue contagiar as pessoas ao seu redor, que atribuem sentido às suas reações emocionais, transformando-as em formas de expressão e comunicação.

Os sentimentos, por sua vez, dizem respeito a manifestações de estados subjetivos que envolvem componentes representacionais, maior durabilidade e controle. São manifestações mais refinadas, que envolvem a dimensão cognitiva com maior intensidade, na medida em que estão ligadas a representações internas do indivíduo. Já a paixão, diferentemente do significada de senso comum, não necessita de tanta visibilidade, é mais contida, intensa e duradoura, que possibilita o autocontrole do comportamento (MAHONEY, 2004).

Assim, o conjunto afetivo relaciona-se claramente com os demais, sendo responsável pela criação de valores, preferências, vontades, escolhas e motivação.

> O afetivo é, portanto, indispensável para energizar a dar direção ao ato motor e ao cognitivo. Assim como o ato motor é indispensável para a expressão do afetivo, o cognitivo é indispensável na avaliação das situações que estimularão emoções e sentimentos. (MAHONEY, 2004, p. 18).

Parcialmente já comentado nos conjuntos acima expostos, o campo cognitivo é responsável pela ação de conhecer, pois transforma em conhecimento os dados difusos provenientes da experiência concreta. Além disso, é responsável pela capacidade de registrar o presente, refletir sobre o passado e planejar o futuro, bem como do desenvolvimento da linguagem, que permite que o pensamento baseie-se em signos. Também proporciona a criação de representações, recursos mentais que organizam a experiência, o que é fundamental para o desenvolvimento dos sentimentos.

São estes três campos – motor, afetivo e cognitivo – que constituem a pessoa, quarto campo funcional. Contudo, ele não é formado apenas pela somatória dos outros três, mas sim por uma reorganização interna que permite que, em cada etapa do desenvolvimento, esteja presente uma pessoa completa. Neste sentido, a integração dos três conjuntos permite a formação das diferentes personalidades dos indivíduos, limitadas apenas pela ação da cultura. A este processo de integração do ato motor, afetividade e cognição, Wallon nomeou *integração funcional*.

No processo de desenvolvimento, existem períodos de *predominância funcional*, em que determinado conjunto ganha destaque. Neles, o indivíduo desenvolve determinado aspecto com maior intensidade, porém, este ganho não se restringe apenas à função desenvolvida, mas é incorporado, também, pelos demais campos funcionais. Por exemplo, no primeiro estágio do desenvolvimento (impulsivo-emocional), ocorre a predominância da dimensão afetiva, sobretudo do que Wallon caracteriza como emoção. Nele, o contato físico e a dimensão orgânica estão fortemente presentes. No segundo estágio (sensório-motor e projetivo), com preponderância do campo da cognição, a criança volta-se para a exploração sensório-motora do mundo, projetando seus esforços para conhecer o mundo ao seu redor, ocasião em que desenvolve a linguagem. No terceiro estágio (personalismo), retorna a preponderância afetiva, mas não como no primeiro, pois já incorporou as conquistas cognitivas do segundo estágio, sobretudo a linguagem.

Desta forma, percebe-se que a cada etapa os conjuntos funcionais desenvolvem-se e influenciam-se mutuamente, de forma que não se pode conceber a integração funcional como simples justaposição dos mesmos. Como afirma Regina Prandini (2004):

> O disco de cores é uma boa imagem para ilustrar o conceito de integração funcional. Quando o disco está parado é possível perceber cada cor em sua área respectiva, mas uma vez posto em movimento a cor que se vê é o branco, resultado da integração de todas as cores. (...) Assim como o branco que se vê, quando o disco está em movimento, não é igual à soma das cores e sim o resustado da interação delas, também a pessoa não é o resultado da soma, da justaposição de suas partes. (p. 31).

Assim, da mesma forma como foi feito o processo de análise dos conjuntos funcionais, separando didaticamente os mesmos para estudo, há que se fazer o processo inverso: recompô-los para compreender o ser humano em movimento, compreender a pessoa completa. Além disso, o conceito de integração funcional traz uma contribuição valiosíssima: se os campos estão integrados, então as diferentes situações e experiências pelas quais o ser humano passa, seja cognitiva, afetiva ou motora, geram impactos em todos os conjuntos.

> O motor, o afetivo, o cognitivo, a pessoa, embora cada um desses aspectos tenha identidade estrutural e funcional diferenciada, estão tão integrados que cada um é parte constitutiva dos outros. Sua separação se faz necessária apenas para a descrição do processo. Uma das consequências dessa interpretação é de que qualquer atividade humana sempre interfere em todos eles. Qualquer atividade motora tem ressonâncias afetivas e cognitivas; toda disposição afetiva tem ressonâncias motoras e cognitivas; toda operação mental tem ressonâncias motoras. E todas essas ressonâncias têm um impacto no quarto conjunto: a pessoa. (MAHONEY, 2000, p.15).

Tal pressuposto traz claras implicações para a educação. Em geral, os objetivos educacionais contemplam apenas a dimensão cognitiva. Contudo, ao conceber que qualquer atividade gera impactos em todos os conjuntos, conclui-se que as atividades de ensino, ainda que focando a aprendizagem de conceitos, geram, também, impactos afetivos e motores na pessoa. Na alfabetização, por exemplo, estão presentes a dimensão cognitiva, no sentido da apreensão da língua escrita; a dimensão motora, pois o aluno deverá aprender a desenhar as letras, sentirá dores e cansaço nas mãos; e a afetiva, pois o processo de alfabetização gera sentimentos e emoções que fazem com que o aluno evite ou se aproxime da escrita.

Assim, não é possível planejar uma atividade que seja apenas cognoscente, pois ela sempre terá outros impactos. Para Henri Wallon, uma educação comprometida com o desenvolvimento integral do indivíduo é aquela que planeja as situações de ensino considerando o aluno na totalidade de suas dimensões. Neste sentido, o maior objetivo da educação deveria ser o desenvolvimento da pessoa completa, ou seja, o desenvolvimento de todos os seus conjuntos funcionais, inclusive ela mesma.

1.1.4 Afetividade e a mediação pedagógica

Tendo em vista os pressupostos teóricos acima expostos – concepção monista de homem, teoria vygotskyana e walloniana – pesquisas recentes vêm sendo realizadas a fim de ampliar os conhecimentos sobre as implicações da mediação pedagógica na dimensão afetiva. Como exemplos, citem-se os trabalhos realizados pelo Grupo do Afeto (LEITE, 2006).

Eles assumem como pressuposto que o ser humano não é cindido entre razão e emoção, mas que ambas as dimensões compõem o homem sem diferenças hierárquicas entre elas. Assumem o conceito de mediação proposto por Vygotsky, entendendo que o homem se constitui a partir da herança biológica e, fundamentalmente, pelas relações sociais que estabelece com o meio cultural, sendo estas relações mediadas.

Entendem que são diversos os agentes mediadores no ambiente da sala de aula, mas concentram seus esforços no estudo daquele que possui papel de destaque neste processo: o professor, mais especificamente, na mediação pedagógica que este exerce. Com aporte teórico nos estudos de Henri Wallon, o Grupo do Afeto assume que toda mediação produz, também, impactos afetivos (LEITE, 2012).

Tais impactos revelam-se em diferentes níveis, como na relação interpessoal que se coloca entre o professor e seus alunos, na relação entre o docente e o conhecimento sobre o qual leciona e na relação que os alunos estabelecem com o objeto do conhecimento. É sobre esta última relação que o referido grupo fixa a sua atenção, assumindo que a mediação realizada pelo docente gera impactos afetivos na relação que os estudantes estabelecem com os diferentes conteúdos escolares. Quando positiva, esta relação produzirá o movimento de aproximação afetiva entre ambos e, quando negativa, o movimento de afastamento afetivo.

Assim sendo, a qualidade da mediação pedagógica realizada pelo professor é um forte determinante da qualidade da relação que cada aluno estabelece com o saber, como afirma Leite (2012):

> Em outras palavras, o tipo de relação afetiva que vai se estabelecer entre o aluno e determinado conteúdo escolar (...) vai depender, em grande medida, da concretude das práticas de mediação pedagógicas planejadas e desenvolvidas em sala de aula (p. 362).

Portanto, os estudos sobre a mediação pedagógica e afetividade são fundamentais, pois permitem que práticas pedagógicas concretas sejam analisadas e discutidas, a fim de identificar os impactos afetivos que elas produzem nos alunos.

1.2 Educação Matemática

1.2.1 Conceito e principais tendências de ensino

Antes da descrição das principais tendências de ensino de matemática, é necessário compreender o que é o campo da *educação matemática*. Ela corresponde a uma área do saber que busca, de forma sistemática, investigar os problemas e indagações relativos ao ensino e aprendizagem deste campo específico do conhecimento.

Fiorentini (1994) realizou um estudo detalhado das pesquisas brasileiras em educação matemática, descrevendo e analisando as pesquisas realizadas desde a década de 1970. Segundo ele,

> Fazendo um pequeno balanço do que foi exposto até aqui, verificamos que a educação matemática brasileira, enquanto campo de produção de conhecimento, apresenta, por um lado, uma vitalidade e volume expressivo de tentativas de estudo/pesquisas, mas, por outro, essas iniciativas e esforços de produção de conhecimento parecem não passar de iniciativas isoladas que, via de regra, não são socializadas e

> nem avaliadas pela comunidade nacional de educação matemática. Essa realidade evidencia que esses esforços efetivamente pouco contribuem para a melhoria da prática pedagógica relativa ao ensino de matemática. (FIORANTINI, 1994, p. 26).

São exatamente estas produções que o autor analisa, identificando as principais tendências de ensino de matemática: tendências formalista-clássica e formalista-moderna, tendência tecnicista e suas variações, tendências ativas – empírico-ativista e construtivista – e tendência sócio-cultural ou crítico-popular. Para isso, ele toma como critério de separação a concepção de matemática, as finalidades atribuídas ao ensino de matemática, a visão de mundo subjacente, a concepção do processo de ensino aprendizagem, relação professor-aluno e a perspectiva de estudo/pesquisa com vista a melhorar o ensino de matemática (FIORANTINI, 1994, p. 38).

A tendência *formalista-clássica*, predominante até o final da década de 1950, baseia-se no modelo euclidiano, que defende a lógica matemática expressa através de teoremas, axiomas e definições, e na concepção platônica de matemática, que a considera estática, a-histórica e com existência independente do ser humano. Diante disso, a finalidade do ensino era desenvolver a "disciplina mental" (pensamento lógico-dedutivo), de forma que a aprendizagem da matemática era considerada uma forma de elevação espiritual e mental. Neste sentido, o ensino era livresco, com material didático partindo de definições, com a introdução posterior de demonstrações e, só depois, seguiam-se exercícios de fixação. O professor tinha papel central, pois transmitia os conhecimentos que passivamente os estudantes absorviam, memorizando e reproduzindo os raciocínios empregados. No que diz respeito ao caráter sociopolítico deste ensino, era restrito a poucos privilegiados que podiam desfrutar dos saberes matemáticos. Quanto às classes menos abastadas, tinham apenas um ensino pragmático, voltado para a instrumentalização técnica para a resolução de problemas práticos.

A tendência *formalista-moderna*, por sua vez, sofreu influência de uma sequência de cinco Congressos Brasileiros de Ensino de Matemática (1955, 1957, 1959, 1961 e 1966), que geraram uma mobilização para a reforma do ensino desta disciplina, constituindo o Movimento de Matemática Moderna (MMM). Apesar das mudanças, o formalismo matemático permaneceu, bem como uma relação professor-aluno de transmissor-receptor. Na prática, a diferença relacionava-se a uma estrutura e à linguagem matemática moderna, que não concebia mais este campo do saber como exercício das disciplinas mentais, mas sim como forma de desenvolver certas estruturas de pensamento que auxiliam a aprendizagem dos demais campos, ou seja, a matemática com valor em si mesma.

Foram os fracassos desta tendência que levaram os pensadores da época a buscar apoio em teorias psicológicas, principalmente de Frederic Skinner e Jean Piaget, que deram origem às tendências tecnicista e ativa. A tendência *tecnicista* possui origem americana, relacionada à otimização dos resultados escolares por meio do emprego de técnicas especiais de ensino e administração escolar eficiente. Fundamenta-se sócio-filosoficamente no funcionalismo e, psicologicamente, no behaviorismo.

Esta tendência teve dois desdobramentos: o tecnicismo-formalista e o tecnicismo-pragmático. O primeiro é um misto do tecnicismo com a influência da MMM, o que resultou na utilização de técnicas autoinstrutivas para o ensino de matemática, com o conteúdo apresentado em passos sequenciais e privilegiando o treino técnico através de exercícios do tipo "resolva segundo o modelo" (FIORANTINI, 1994, p. 47). Contudo, o caráter formalista permaneceu, no sentido do estudo da matemática com valor intrínseco, iniciando o ensino por definições e fórmulas em detrimento da compreensão dos conceitos. Já no tecnicismo-pragmático, o formal cede lugar ao pragmático, ou seja, a matemática é concebida como um conjunto de técnicas sem a necessidade de fundamentação teórica. É o fazer em detrimento do compreender (FIORANTINI, 1994, p. 48).

Assim, percebe-se que a tendência tecnicista e suas variações, concebem o ensino da matemática como o desenvolvimento de habilidades de manipulação algébrica para a resolução de problemas padrão, ou seja, um ensino acrítico que visa apenas à preparação técnica dos sujeitos. Como Fiorantini afirma:

> O método japonês "Kumon" de aprendizagem da matemática é o exemplo mais autentico da pedagogia tecnicista. Muitos cursinhos pré-vestibulares e alguns cursos vestibulares também reforçam este tipo de ensino. De fato, estes enfatizam apenas questões ou atividades explorando unicamente: 1º) a memorização de princípios e fórmulas; 2º) habilidades de manipulação de algoritmos ou de expressões algébricas; 3º) habilidades na resolução de problemas-tipo. Raramente aparecem questões exigindo do aluno explicações, ilustrações, construção de modelos matemáticos que descrevam situações problemas, análises, justificações ou deduções. Na verdade, enquanto persistir essa visão tecnicista de ensino e de avaliação, o método "Kumon" e os cursinhos pré-vestibulares continuarão sendo paliativos "bem-sucedidos" para o sistema, pois o aluno que os frequenta passa a ter sucesso escolar. (1994, P. 49).

Assim, no tecnicismo o ensino não se centra no professor ou no aluno, mas nos recursos e técnicas de ensino, de forma que o conteúdo são informações, regras e macetes organizados em materiais de ensino que possuem papal central no processo de aprendizagem.

As *tendências ativas* são aquelas que concebem o aluno como um sujeito ativo no processo de ensino, sendo o professor apenas um facilitador da aprendizagem. Negam, assim, a concepção tradicional, que reduz o papel do aluno, concebendo-o como central no processo de ensino. Desta forma, os conteúdos são selecionados de acordo com o interesse e desenvolvimento psicológico dos alunos, sendo trabalhados por meio de atividades em grupos com experimentos e pesquisas, em um ambiente rico.

O ideário da pedagogia ativa possui duas principais correntes: a empírico-ativista, baseada em Dewey, Decroly e Montessori; e a construtivista, com fundamento nos trabalhos de Piaget e, no caso da matemática, Dienes. Para a primeira corrente, empírico-ativista, os saberes matemáticos emergem do mundo físico e são captados pelos sentidos, de forma que o ensino deve permitir que o aluno "aprenda fazendo", através de pesquisas, estudos do meio, resoluções de situação-problema, etc. Além disso, defendem a aprendizagem da matemática mediante generalizações e abstrações indutivas, bem como o trabalho com matemática aplicada e Modelagem Matemática[5].

No caso da segunda corrente, construtivista, prevalece a concepção de construção do conhecimento pelo aluno, sendo que este aprende na medida em que interage com o meio disponível. O ensino da matemática possui finalidade formativa, sendo que o principal não é aprender determinado conteúdo matemático, mas aprender a aprender matemática, ou seja, desenvolver o pensamento lógico-formal. O autor ainda destaca outra corrente, a qual nomeia construtivismo atual (FIORANTINI, 1994, p. 55), relacionada às ideias de Vygotsky. A despeito da nomenclatura utilizada[6], segundo Fiorantini esta corrente preocupa-se não só com o desenvolvimento de estruturas mentais, mas com a construção de conceitos pelo aluno, considerando, também, as

[5] A Modelagem Matemática (MM) é um tipo particular de Resolução de Problemas. Partindo da realidade concreta, identifica-se e formula-se um problema, que será descrito de forma abstrata por um modelo matemático, o qual será avaliado como válido ou não para a resolução.

[6] Tanto em estudos educacionais quanto psicológicos, não se costuma utilizar o termo "construtivismo atual" para referenciar os trabalhos de Vygotsky, mas sim perspectiva histórico-cultural ou sócio-cultural. O termo construtivismo faz referência direta aos trabalhos de Jean Piaget e outros autores que partilhavam de suas ideias, como Emília Ferreiro.

dimensões sociais, políticas e culturais. Nesta perspectiva, a ação de conhecer modifica o sujeito e o próprio mundo que conhece, em um processo dialético.

Por fim, a tendência *sócio-cultural* ou *crítico-popular* surge como resposta ao fracasso do MMM e, principalmente, da dificuldade de aprendizagem de matemática das classes populares. Os teóricos observaram que muitas crianças, mal sucedidas na aprendizagem formal da matemática, desenvolviam outras formas de solucionar problemas cotidianos, utilizando o mesmo princípio lógico-matemático que usariam na aprendizagem formal. Assim, surge a teoria da diferença cultural (FIORANTINI, 1994, p. 58), que defende que as crianças de classes populares não são carentes em conhecimentos e estruturas cognitivas, mas, talvez, apenas não tenham habilidades formais desenvolvidas, utilizando procedimentos matemáticos não formais.

A estes procedimentos matemáticos não formais, Ubiratan D'Ambrósio (1990) denominou *etnomatemática*, que é a matemática não acadêmica e sistematizada, a matemática oral, informal, espontânea, aplicada por grupos culturais específicos, ou seja, é a função antropológica, política e social da matemática. Dentro desta perspectiva, a matemática só possui significado no interior de cada grupo cultural e das atividades que praticam, como artesanato, construção civil, agricultura, etc., pois tem como finalidade a desmistificação do real, partindo de problemas pertencentes ao cotidiano dos alunos. Esta concepção relaciona-se à educação proposta por Paulo Freire, uma educação fundamentalmente dialógica, em que professor e alunos estabelecem uma relação de troca de conhecimentos que não são previamente determinados por um currículo padrão, mas definidos de acordo com a relevância que possuem para cada população.

1.2.2 Matemática emocional

Dentro do campo de estudo da educação matemática, recentemente a dimensão afetiva vem ganhando espaço, sendo realizados inúmeros trabalhos nesta perspectiva. Esta linha de pesquisa busca compreender os efeitos da relação professor-aluno na aprendizagem de matemática e, também, quais as emoções e sentimentos gerados nos estudantes nas diferentes situações de ensino da disciplina, sobretudo na resolução de problemas.

Um dos principais autores que defenderam o papel das emoções no processo de ensino de matemática foi McLeod (1985,1988,1989,1990,1992, 1994). Este autor focou seus esforços na realização de uma revisão bibliográfica sobre o assunto, objetivando configurar um marco teórico para o afeto na resolução de problemas matemáticos. Tais pesquisas investigaram quais sentimentos eram provocados nos alunos em situação de resolução de problemas, tanto quando conseguiam resolvê-los, como em situações de fracasso frente a eles. McLeod também investigou a interação entre cognição e afeto e as diferenças entre as reações emocionais de especialistas e iniciantes em matemática.

Mais recentemente, inúmeros pesquisadores passaram a estudar o assunto, como DeBeliis & Goldin, 1991; Bishop, 1999; Adams, 1989; Goméz Chácon, 2003; dentre outros. Chácon (2003), em seu livro denominado *Matemática Emocional,* apresenta as pesquisas de todos os autores acima citados, descrevendo brevemente o objetivo de cada um. Além disso, explica como a situação de resolução de problemas produz diferentes sentimentos nos alunos e discorre sobre as emoções provocadas nos alunos na relação que se estabelece com o professor de matemática.

Contudo, vale ressaltar que a concepção de emoção utilizada no campo da educação matemática não é a mesma utilizada pela perspectiva histórico-cultural. Em primeiro lugar, porque a distinção entre emoção, sentimentos e paixão não se aplica nos estudos de matemática emocional. Emoção e sentimentos são tratados como sinônimos, representando os estados subjetivos do indivíduo.

Além disso, enquanto a educação matemática volta-se para aspectos específicos do ensino-aprendizagem de conteúdos desta área do conhecimento – como, por exemplo, a resolução de problemas matemáticos, as crenças que os alunos desenvolvem sobre a disciplina, dentre outros – a perspectiva histórico-cultural foca-se no impacto da mediação pedagógica nas relações que se estabelecem entre sujeito e objeto, supondo que estas relações são, também, de natureza afetiva.

Assim, percebe-se que os estudos de afetividade realizados dentro da perspectiva da educação matemática centram-se nas reações dos alunos, sejam especialistas ou iniciantes. Já no caso da perspectiva histórico-cultural, busca-se compreender o que as práticas pedagógicas concretas, desenvolvidas pelo professor, provocam nos estudantes. Mais especificamente, se os fazem sentirem-se atraídos ou não pelo conhecimento.

2. MÉTODO

2.1 Fundamentação teórica

Durante muitos anos, defendeu-se como método científico válido aquele pautado em situações controláveis, em que o real é mensurável e passível de ser reproduzido. Tal método, típico das ciências exatas, foi seguido também em pesquisas em ciências humanas, a despeito de suas especificidades (LÜDKE & ANDRÉ, 1986, p.3). Contudo, já há algumas décadas, com o avanço das pesquisas em metodologia, percebeu-se a necessidade de uma forma própria de investigar o campo das ciências sociais, no qual se inclui a educação.

A abordagem qualitativa foi a escolha das novas linhas de pesquisa em ciências sociais. Fundamentada em uma investigação rica em detalhes, a pesquisa qualitativa em educação é descrita por Bogdan & Biklen (1991) como aquela formulada com o objetivo de estudar os fenômenos em toda a sua complexidade e em contexto natural. Ou seja, o fato não é adaptado e/ou modificado a fim de facilitar a pesquisa ou verificar uma hipótese, mas através da observação do fato em sua totalidade, busca-se compreender o comportamento dos sujeitos considerando a perspectiva dos mesmos.

Foi exatamente esta abordagem a elegida para o presente trabalho, tendo em vista seu objetivo de identificar aspectos de uma prática pedagógica que podem ser considerados facilitadores do processo de aproximação afetiva entre o aluno e os conhecimentos da matemática. Para que isso pudesse ser efetuado, foi necessária a escolha de procedimentos que permitissem a observação contextualizada desta prática docente, além de uma reflexão sobre a mesma, que nos levasse aos aspectos da mediação pedagógica que representam fatores facilitadores do referido processo de aproximação afetiva. Assim sendo, o método considerado adequado ao objetivo assumido foi o qualitativo.

Um dos procedimentos essenciais da pesquisa qualitativa é a observação. Segundo Lüdke & André (1986),

> A observação direta permite também que o observador chegue mais perto da ‘perspectiva dos sujeitos’, um importante alvo das abordagens qualitativas. Na medida em que o observador acompanha in loco as experiências diárias dos sujeitos, pode tentar apreender a sua visão de mundo, isto é, o significado que eles atribuem à realidade que os cerca e às suas próprias ações. (p. 26).

Desta forma, percebemos a relevância do procedimento de observação, pois permite acompanhar o cotidiano dos sujeitos e, através disto, conhecê-los e se fazer conhecer por eles, ganhando sua confiança. Tudo o que é observado e registrado em sala de aula torna-se dado importante para a pesquisa.

Vale destacar que a presença do pesquisador não é neutra, mas intervém na realidade do que é observado, visto que os comportamentos dos sujeitos podem ser alterados pela presença do mesmo. Contudo, com um longo período de convivência, o pesquisador passa a estabelecer um nível de interação que o torna parte do cotidiano do grupo estudado, tornando sua presença não mais ameaçadora aos sujeitos, que têm maior liberdade para tomarem suas decisões.

Outro procedimento que está na base da coleta de dados da abordagem qualitativa são as entrevistas. Existem diversos tipos de entrevistas, dependendo do nível de direcionamento e flexibilidade de roteiro da mesma. Neste trabalho, optou-se pela entrevista em profundidade (BOGDAN & BIKLEN, 1991), também nomeada não estruturada (MACCOBY e MACCOBY, 1954) ou aberta (JAHODA, DEUTSCH e COOK, 1951), dentre outras nomenclaturas. Segundo Bogdan & Biklen (1991), neste tipo de entrevista:

> O objectivo do investigador é o de compreender, com bastante detalhe, o que é que professores, directores e estudantes pensam e como é que desenvolveram os seus quadros de referência. Este objectivo implica que o investigador passe, frequentemente, um tempo considerável com os sujeitos no seu ambiente natural, elaborando questões abertas do tipo "descreva um dia típico" ou "de que é que mais gosta no seu trabalho?", registando as respectivas respostas. O carácter flexível deste tipo de abordagem permite aos sujeitos responderem de acordo com a sua perspectiva pessoal, em vez de terem de se moldar a questões previamente elaboradas. (p.17).

Os mesmos autores comentam que tais entrevistas não possuem caráter formal e rigoroso, assemelhando-se mais a uma conversa informal que capta o que é importante do ponto de vista dos sujeitos.

Por fim, vale destacar mais uma característica da pesquisa qualitativa. Devido ao caráter subjetivo dos dados, bem como o anseio em compreender o que é observado tendo como parâmetro a perspectiva dos sujeitos, as pesquisas qualitativas tendem a analisar os dados de forma indutiva. Isso significa que o pesquisador não busca verificar uma hipótese ou mesmo analisar os fragmentos coletados do real, conduzindo-os a uma forma já conhecida. Pelo contrário, na medida em que os dados são coletados e examinados constrói-se o quadro de análise. Dessa forma, pode-se falar em decisões de caráter inferencial, visto que a natureza dos dados coletados, bem como o referencial teórico assumido, embasam tais decisões de forma coerente e fidedigna (LEITE e COLOMBO, 2006, p.7).

2.2 Escolha dos sujeitos e inserção no campo

Dado o objetivo da pesquisa, que envolve a análise da prática pedagógica de um professor de matemática, identificando seus possíveis impactos na relação que se estabelece entre os alunos e os conteúdos deste campo do conhecimento, fez-se necessária a escolha, como sujeitos, de um professor de matemática e uma turma de alunos para os quais lecione. Visto que também seriam feitas entrevistas com os estudantes, optou-se pelo primeiro ano do nível médio, pois assim, os sujeitos teriam entre 15 e 16 anos, podendo responder com mais autonomia às entrevistas, e não estariam tão próximos aos exames de vestibular. Quanto ao docente, deveria ser reconhecido pelos alunos e colegas como um profissional competente no sentido de desenvolver uma prática pedagógica de sucesso. Por prática de sucesso, incluem-se as habilidades de possibilitar aos alunos o acesso ao conhecimento e, simultaneamente, uma relação afetiva positiva com a matemática.

Definido o perfil dos sujeitos, iniciou-se a seleção dos mesmos, começando pela escolha do docente. O docente deveria lecionar para o ensino médio e ser considerado um professor bem sucedido, conforme acima exposto. Para tal, a pesquisadora tomou como primeira referência àqueles que foram seus professores em um reconhecido colégio particular no qual estudou.

Esta instituição educacional, fundada em 1900, é tradicional na cidade em que se encontra e possui qualidade reconhecida pela população, atendendo alunos de classes média e alta. Dessa forma, o primeiro contato foi realizado com a gestão da escola, via e-mail, no qual foram explicitados o objetivo da pesquisa, seu procedimento e tempo de duração. Em seguida, a própria instituição mediou a comunicação com o docente, que aceitou participar da pesquisa, indicando uma de suas turmas na qual a pesquisa poderia ser desenvolvida.

A partir de então, foi agendada a primeira visita ao campo. Nela, além da apresentação de uma Autorização (Anexo III) a ser assinada pela escola, foi realizada uma conversa com o docente, na qual novamente foram explicitados o objetivo e perfil da pesquisa, bem como o TCLE – Termo de Consentimento e Livre Esclarecido – do professor (Anexo III).

Com a confirmação da participação da escola e do docente, que recebeu o nome fictício de Pedro, iniciaram-se as sessões de observação. A pesquisadora foi apresentada à turma e pôde explicar sobre o que se tratava a pesquisa, entregando a todos os alunos um TCLE do aluno (Anexo III), que deveria ser assinado também pelos responsáveis, visto tratar-se de menores de idade. Foi esclarecido que a participação era voluntária e que a observação seria realizada do fundo da sala, de modo a não visualizar os rostos dos mesmos. Além disso, caso não concordassem em participar da pesquisa, suas intervenções e participação seriam desconsideradas. Vale destacar, que o projeto desta pesquisa foi submetido à análise do Comitê de Ética em Pesquisa da Unicamp, aprovado sob o protocolo (CAAE) 22456613.3.0000.5404.

Dos dezoito estudantes que compunham a turma, onze assinaram o termo consentindo em participar da pesquisa, recebendo, cada um, um nome fictício. Com o decorrer da pesquisa, pode-se notar que o perfil dos participantes era variado, contendo desde alunos com desempenho abaixo da média até alunos com excelente desempenho. Contudo, em geral, a maioria demonstrava ou até mesmo declarava, possuir apresso pela matemática, sendo que apenas um dos sujeitos afirmou não gostar deste campo de conhecimento, por achá-lo muito complexo.

Quanto ao docente, professor Pedro, trata-se de um profissional de 42 anos de idade, com licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (1998) e mestrado em Matemática pela mesma Universidade (2001). É professor no Ensino Médio no Colégio em questão e professor em duas faculdades na região onde atua. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Ensino, atuando principalmente nos seguintes temas: ensino de matemática para o ensino médio; ensino de matemática para o ensino superior nos cursos de licenciatura em matemática, administração, engenharias civil, de produção, de alimentos, ambiental e de controle e automação; ensino de matemática financeira em cursos de especialização. Além disso, possui inúmeros trabalhos publicados, incluindo a participação em livros. (Fonte: Currículo Lattes).

2.3 Procedimentos de coleta e análise de dados

O procedimento de coleta de dados baseou-se em dois eixos: a observação das aulas de um professor de matemática e entrevistas com ele e seus alunos. No que diz respeito à observação, foi utilizado o recurso de videogravação das aulas, as quais eram feitas do fundo da sala, de modo a captar toda a movimentação realizada pelo docente, suas falas e registros feitos na lousa. Além disso, ao posicionar o aparelho de filmagem[7] desta maneira, foi possível não captar os rostos dos alunos, protegendo sua identidade e resguardando aqueles que optaram por não participar da pesquisa.

A pesquisadora chagava ao campo no horário do intervalo antes da aula (8h50 na terça-feira e 10h50 na quarta-feira), pois assim podia conversar com o docente durante o café. Depois, entrava na sala junto com ele e logo se posicionava no fundo da classe para começar a gravação, antes mesmo do início da aula, o que possibilitou captar conversas e posturas informais entre os alunos e o docente.

A filmagem estendia-se até o final de cada aula, com duração de 1h40 cada, sem interrupções. Simultaneamente, a pesquisadora fazia anotações em seu diário de campo, registrando o tempo do vídeo correspondente ao fato observado. Após as observações, pequenas entrevistas eram realizadas com professor e/ou alunos, dentro da própria sala de aula (geralmente enquanto os estudantes organizavam seus materiais). Essas entrevistas podiam ser individuais ou em grupos, e possuíam caráter informal, aproximando-se do que Bogdan & Biklen (1991) afirmam:

> (...) as entrevistas que efetuam são mais semelhantes a conversas entre dois confidentes do que a uma sessão formal de perguntas e respostas entre um investigador e um sujeito. Esta é a única maneira de captar aquilo que é verdadeiramente importante do ponto de vista do sujeito. (p. 69).

Apesar de um roteiro pré-determinado, as perguntas eram modificadas de acordo com questões que surgiam a partir da observação das aulas, possuindo um caráter geral típico de entrevistas em profundidade. Nelas, era solicitado ao sujeito que comentasse livremente sobre determinado assunto, de forma que novas perguntas só eram formuladas ao não se compreender com clareza o ponto de vista do entrevistado.

[7] Tablet da marca Apple – iPad 2.

De início, os alunos estavam um pouco acanhados, mas, com o passar dos meses pelos quais se estendeu a pesquisa, criou-se uma liberdade e confiança maior, o que se refletiu na forma como alunos e professor respondiam as questões. O docente, por sua vez, demonstrou liberdade com a pesquisadora desde o início, visto ter sido seu professor durante todo o ensino médio, período no qual ambos desenvolveram uma boa relação interpessoal.

De início foram previstos dois meses para a coleta de dados, mas esse período se ampliou para três meses. O fato de a pesquisa ter se estendido por um razoável período de tempo parece ter sido fundamental para qualidade das reflexões e inferências realizadas. Isso porque, com esse tipo de acompanhamento do cotidiano dos sujeitos, foi possível apreender a percepção dos mesmos, visto tratar-se de suas atitudes em seu ambiente natural. Além disso, com a convivência estendida por um longo período, desenvolveu-se uma relação de confiança e liberdade com a pesquisadora, evidenciada na forma como os estudantes chagavam-se até ela para conversar ou mesmo fazer brincadeiras com o docente pelo fato de sua aula estar sendo videogravada.

Foram salvas aproximadamente 30 horas de gravação, contudo, nem todas foram transcritas. Após assistir novamente a todos os vídeos, a pesquisadora selecionou aqueles que considerou relevantes, tomando como critério de exclusão as gravações com registros muito semelhantes. O trabalho de transcrição tomou grande parte da pesquisa, visto que se buscou registrar todos os detalhes da dinâmica em sala de aula, inclusive expressões faciais, mudanças de entonação de voz e registros feitos na lousa.

As transcrições foram feitas em formato de tabelas, aqui denominada de matriz (Anexo II). Estas foram identificadas com numeração correspondente ao vídeo a que se referem. Cada matriz contém sua identificação; data em que foi realizada a observação; nome, duração e síntese da atividade transcrita; a descrição da atividade; e inferências feitas pela pesquisadora. Para auxiliar na clareza e fidedignidade dos dados, grande parte da fala dos sujeitos também foram transcritas.

Terminadas as transcrições, avançou-se para uma segunda etapa: a análise de dados. Vale destacar que o próprio movimento de transcrição em formato de matrizes, contendo inferências, já representa uma primeira etapa do processo de análise, visto existir uma escolha intencional da organização dos dados. Contudo, para efeito desta pesquisa, considerou-se como dado bruto fundamental aquele registrado textualmente nas matrizes.

Todas as matrizes foram lidas e relidas diversas vezes. Nestas leituras, a pesquisadora buscava identificar aspectos da prática do docente que considerava de grande influência na relação afetiva que se estabelecia entre os alunos e os conhecimentos matemáticos. Assim, foi realizado um estudo aprofundado da prática docente, que permitiu descrever o que o professor em questão faz em sala de aula que colabora para a aproximação afetiva entre os alunos e o conhecimento, ou seja, que tipo de mediação pedagógica é feita por esse professor e como isso influencia na relação que os estudantes estabelecem com a matemática. Desta análise, foram criados núcleos temáticos, expostos no quadro abaixo e descritos no capítulo Resultados.

Núcleo 1: Postura do Professor

- 1.1 Descontração
- 1.2 Acolhimento
- 1.3 Observação do desempenho dos alunos
- 1.4 Participação e controle da atenção

Núcleo 2: Estratégias de Ensino

- 2.1 Aula expositiva
- 2.2 Uso de exemplos numéricos e concretos
  - 2.2.1 Do exemplo à abstração
  - 2.2.2 A busca por exemplos adequados
  - 2.2.3 O exemplo como estratégia de explicação
- 2.3 Desenvolvimento de fórmulas
- 2.4 Ênfase na conceituação e desenvolvimento do raciocínio matemático
- 2.5 Representações
- 2.6 Análise dos conteúdos matemáticos
- 2.7 Discussão da relevância do conteúdo ensinado
- 2.8 O trabalho com cultura matemática

Núcleo 3: A Lousa como Recurso

- 3.1 Organização das informações e conteúdos
- 3.2 Cópia

Núcleo 4: Exercícios e Resoluções

- 4.1 Exercícios individuais
- 4.2 Resoluções e correções coletivas
- 4.3 Orientações para a resolução do aluno

Núcleo 5: Resolução de Dúvidas

5.1 Liberdade para perguntar

5.2 Resolução de dúvidas entre alunos

5.3 Disposição para responder

5.4 Respostas do docente

5.4.1 Identificando a dúvida do aluno

5.4.2 Nova explicação do conteúdo

5.4.3 Resposta indireta

Núcleo 6: Atividade coerente de avaliação

6.1 Orientações para a prova

6.2 Compatibilidade aula-avaliação

6.3 Revisão

Núcleo 7: Concepções em relação à matemática

Quadro I – Núcleos Temáticos, Subnúcleos e Itens.

3. RESULTADOS

Como visto no capítulo anterior, a organização dos núcleos e subnúcleos encontra-se sistematizada no Quadro I. O rol dos conteúdos que os compõe, encontra-se no Anexo I. Segue-se, neste capítulo, a apresentação de cada núcleo, subnúcleo e item de forma mais detalhada, com exemplos que possibilitem ao leitor atentar para o que os dados revelam.

Núcleo 1: Postura do Professor

Ao analisar a prática docente do professor Pedro, um dos aspectos que se destacaram foi a postura assumida pelo mesmo. Por postura, entendem-se comportamentos que o docente apresentava em sala de aula que pareciam influenciar no processo de ensino-aprendizagem. Neste sentido, destacam-se os seguintes subnúcleos: *Descontração, Acolhimento, Observação do desempenho dos alunos* e *Participação e controle da atenção.*

1.1 Descontração

Trata-se de momentos em que o docente altera o clima afetivo da sala, tornando as ocasiões tensas, ou de muita concentração para a compreensão de um conteúdo complexo, em momentos descontraídos. Ele o faz de diferentes formas, sendo que um dos recursos é o uso de pequenas piadas, como nos exemplos abaixo:

> *Nesse momento, após o comentário, três alunos começam a conversar entre si: Daniela "a aula do Afonso era tão legal...", Aluna "e a aula do José, era legal?", Daniela "ah, era meio monótona", Isabela "Eu amo o Zé!", Daniela "eu também, mas é que o Pedro é bem mais agitado", Isabela "É, rsrsrs". O docente, que escuta esse final da conversa diz "É que eu me drogo com café antes de vir para aula (todos riem)". (Matriz 4.1 Turno 16).*

> *Depois de esperar poucos minutos até que todos abrissem o material, momento no qual faziam comentários e brincadeiras sobre a prova (por exemplo: "Pedro, fale qual o conteúdo de cada questão?" "A claro, rsrs, ontem antes de dormir, da 00h20 á 1h18, eu fiquei decorando a prova para falar para vocês" – tom de brincadeira entre alunos e prof. Pedro). (Matriz 2 Turno 2).*

> *Professor coloca o quarto exemplo de PG (5,5,5,5,...) "Diga-me tudo o que você sabe sobre a sequência 5,5,5,5 (...) São as notas que você tirou neste ano, rsrsrs (alunos riem bastante)". (Matriz 3.2 Turno 5).*

> *O docente coloca figuras de vegetais e pergunta: "O que isso tem ver com a aula? É para curtir a paisagem, imaginar você andando em uma monocultura... (alunos riem). Preste atenção, o que você vê aqui? (apontando para uma planta que parecia uma samambaia)" Guilherme "Sierpinski" (...) (Matriz 6.1 Turno 26).*

Como pode ser observado, as piadas variam quanto ao seu conteúdo, podendo ser sobre o próprio professor, sobre o conteúdo matemático ou a respeito dos momentos de avaliação. Nas situações em que foram observadas, notou-se que o clima afetivo da sala de aula alterou-se, de forma que, em ocasiões de temor com relação à avaliação, a piada sobre ela parecia desmistificar esse momento; em ocasiões de tensão pelo esforço para compreensão ou pela não compreensão do conteúdo ensinado, as risadas representavam uma forma de liberar o estado emocional tenso; e, ainda, em momentos em que os alunos pareciam cansados, as piadas retomavam o ânimo e os despertavam para continuarem atentos à explicação.

Outro recurso utilizado são as variações da entonação da voz e ênfases em determinadas palavras. Abaixo, seguem alguns registros de tais ocasiões:

> *(...) Prof. Pedro "Suponha você que o comerciante observou que está caindo igual o número de ingressos, e falou 'Ow, está caindo igual, então, eu aprendi no Ensino Médio...'" (tom de brincadeira). Alunos "Rsrsrs, é, ele vai lembrar!" Professor " e ele vai falar 'Isso é uma função afim!'" (mudando tom de voz, como locutor de rádio) Aluno: "vi isso na aula 37" (todos riem). (Matriz 2 Turno 12).*
>
> *Após terminar a correção, Pedro pergunta "Alguma dúvida? (silêncio) O que você aprendeu nesta aula? Nada" (ênfase em nada. Alunos e professor riem). (Matriz 1.2 Turno 12).*

Nota-se que, ao variar a entonação da voz (imitando locutor de rádio, como em um dos excertos acima) e enfatizar determinadas palavras, o docente novamente alterou o clima afetivo em sala de aula. Similarmente ao efeito das piadas, tais posturas "quebram o gelo" em sala de aula, ou seja, podem ser vistas como recursos que tornam momentos tensos, em geral pelo esforço exigido para a compreensão, em situações descontraídas, pela liberação da tensão. Os próprios alunos percebem essa postura do docente, como resposta de entrevista na qual se questionou o que a estudante achava da aula de Pedro:

> *Eu gosto bastante da aula do Pedro, ele descontraí e isso ajuda. (Entrevista com aluna Isabela, 02/10/13).*

Assim, percebe-se que, tanto as piadas quanto a variação de entonação e ênfase em palavras, dentre outras pequenas posturas de mesmo gênero, são aspectos da postura assumida pelo docente que pode ser classificada como descontração. Tal postura demonstrou-se fundamental para tornar o clima afetivo em sala de aula mais agradável, o que influencia diretamente na forma como os estudantes dispensam energia e esforços para compreender os conteúdos matemáticos.

1.2 Acolhimento

Por acolhimento entende-se a postura do docente em relação aos estudantes que inclui proximidade física, formas de valorização do conhecimento prévio dos alunos, a forma como o docente repreende os estudantes e disponibilidade para atendê-los e conversar sobre temas diversos, ainda que não relacionados ao conteúdo trabalhado. Nos excertos abaixo, podem ser observados todos estes aspectos:

> *Ao entrar na sala, Pedro percebe que alguns estudantes fizeram uma brincadeira com ele, escrevendo uma "simulação" da rotina da aula como sempre o docente faz. Todos dão risada e alguns dos alunos responsáveis pela brincadeira abraçam o professor. Pedro apenas corrige as páginas que serão trabalhadas, deixando o restante do registro com a letra dos alunos. (Matriz 11.1 Turno 1).*
>
> *(...) o docente já coloca o título da aula expositiva: Aula 38 – Comprimento de uma Circunferência, e então começa: "Daniela, você fez com quem na amostra cultural o trabalho?". A aluna responde algo que não consigo escutar e Pedro responde "Sabia que esta aula é exatamente aquilo?" Daniela "Ah, é?". Professor "O que é o π? Vocês não demonstraram o que é o π?" Isabela "Vai lá Dani! Rsrs!" Pedro volta-se para a turma e pergunta "Será que o π está aqui nesta caneta?" Alunos "está" Prof. "Está, como é que eu acho o π utilizando essa caneta?" Daniela "divida o comprimento pelo diâmetro" Prof. "Isso (...)". (Matriz 4.2 Turnos 1 e 2).*
>
> *Neste momento duas alunas conversavam bastante e o professor pede, com calma e educação, que uma delas mude de lugar: "Não vai dar para continuar assim... Natália, sente longe dela, pule umas três carteiras. (aluna o faz) Isso, então vamos lá". E o docente retoma a aula. (Matriz 8.2 Turnos 3).*
>
> *Pedro observa dois alunos conversando sobre a probabilidade de gabaritar uma prova teste escolhendo aleatoriamente as respostas. Aproxima-se e participa da conversa, explicando que é muito baixa a chance. (Matriz 14 Turnos 8).*
>
> *O docente termina a breve revisão e pede aos estudantes que façam os exercícios da aula 37, continuação da aula 36. Enquanto preparam o*

> *material, Isabela (sentada na primeira fileira) comenta "Pedro, olha isso (e lhe mostra uma borracha bem gasta) minha meta do ano é acabar com essa borracha". Daniela "Minha meta de ano era entrar no aprofundamento!" Prof. "Sua meta deveria ser fazer a borracha durar até o final do ano! Você sabia que eu tenho uma bolacha... Uma bolacha, rsrsrs (Isabela, Daniela e alunos que estavam na conversa riem) eu tenho uma borracha do meu ensino médio ainda?" Aluna amiga de Isabela "Viu, nunca acaba!" Prof. "Eu tenho a borracha, a minha lapiseira, azul. Eu fiz todo o meu ensino médio com ela" Daniela "É igual a essa não é?" Prof. "É, mas a sua é 0.9, a minha é 0.7". Neste momento, Guilherme, do fundo da classe, diz "Pedro! É igual a essa (mostra a lapiseira azul)" Pedro "Isso, igualzinha!" Isabela "o Guilherme é o Pedro quando estava no Ensino Médio!" (Pedro e Guilherme riem, bem como os demais alunos que passaram a prestar atenção na conversa). (Matriz 4.1 Turnos 6 e 7).*

Percebe-se que Pedro recebe e valoriza o conhecimento prévio que cada aluno traz consigo e, nos momentos em que tem que repreender aos estudantes, o faz de forma calma e educada, posturas que evidenciam um respeito do professor para com seus alunos. Além disso, ao manter uma proximidade física com eles e permitir (quando não incentivar) conversas informais sobre temas diversos, demonstra aos estudantes que está perto e receptível a eles, mantendo uma relação interpessoal positiva com a turma.

É evidente que, como mencionado no subnúcleo anterior, o docente faz piadas com a turma e até chama alguns alunos pelo nome (subnúcleo 1.4). Mas tais práticas não possuem um tom pejorativo, pelo contrário, sugerem uma liberdade dos alunos em relação ao docente e vice-versa.

Desta forma, percebe-se que a postura acolhedora do docente em relação aos estudantes contribui, em muito, para o estabelecimento de uma relação interpessoal positiva entre professor e alunos. Tal relação, certamente, influencia no processo de ensino-aprendizagem, visto que, no momento da aula, não estão envolvidos apenas os conteúdos programáticos de ensino, mas também a forma e postura daquele que os apresenta.

1.3 Observação do desempenho dos alunos

Enquanto os estudantes fazem exercícios ou copiam as informações da lousa, o docente, frequentemente, circula pelas carteiras observando o trabalho dos alunos e se colocando à disposição para resolver possíveis dúvidas. Mesmo quando não solicitado, caso observe um equívoco ou problema de um aluno, o professor o orienta individualmente.

> *Enquanto os estudantes resolvem os exercícios, Pedro circula pelas carteiras observando-os e retirando possíveis dúvidas. Os alunos têm liberdade para fazer perguntas ao professor e também para conversarem entre si e ajudarem-se mutuamente. O docente parece já conhecer os alunos com maior dificuldade, passando com mais frequência perto destes. (Matriz 11.1 Turno 12).*
>
> *Ao terminar, o docente passa pelas carteiras verificando se os estudantes copiavam corretamente os exemplos e os gráficos, além de solucionar possíveis dúvidas. (Matriz 13.1 Turno 22).*
>
> *Ao circular pela classe, o docente mantém contato visual com os alunos, então, Jenifer lhe faz uma pergunta (a qual não consigo escutar) e Pedro responde (...). (Matriz 1.2 Turno 2).*
>
> *(...) observa a resolução de Henrique, comentando: "O quê é isso Henrique? Não entendi nada". Henrique "É o s" Pedro "Hum... Nossa, só para escrever dois dados você ocupou ¼ do disponível para responder a questão. Você pode organizar melhor o espaço." (Matriz 14 Turno 8).*

Percebe-se que o fato de o docente circular pela classe enquanto os alunos fazem os exercícios parece influenciar na liberdade que os estudantes têm para perguntar, pois, como mencionado no subnúcleo anterior, a proximidade física estabelecida aumenta a liberdade dos alunos para com o docente. Além disso, Pedro não assume tal postura apenas com o objetivo de retirar possíveis dúvidas, visto que observa os alunos trabalhando e, mesmo sem ser solicitado, faz apartes e observações individuais aos estudantes.

Essa postura revela uma preocupação do docente para com seus alunos e, certamente, afeta a relação de ensino. Isso porque, além dos estudantes perceberem esse cuidado e proximidade, sobretudo os mais tímidos têm oportunidade de fazer perguntas que provavelmente não fariam diante de toda a classe. Assim, esses momentos representam um trato individualizado a cada estudante, momento no qual o docente também pode fazer uma avaliação processual da aprendizagem da turma.

1.4 Participação e controle da atenção

A postura de participação e controle da atenção certamente é uma das mais presentes na prática do professor Pedro. São momentos nos quais ele procura estimular a participação dos estudantes e mantê-los atentos à aula. Ele o faz de diferentes formas, sendo uma delas a comunicação com os alunos através de perguntas, que podem ser dirigidas para a sala em geral ou para um aluno específico, sempre chamado pelo nome. Os excertos abaixo são exemplos destes momentos:

> *Começa a explicação do 1º subitem, Três termos em PA (escreve na lousa), dizendo que já viram isso antes. Conversa com os alunos: "Imagine que você tem três termos em PA, o que você pode fazer com eles? (silêncio) Como representar três termos em PA?" Isabela "coloca x, x-1, x+1" Prof. Pedro "Isso, se tem três termos tem um termo central, então o termo do meio você pode chamar de x. (escrevendo na lousa) Se eles estão em PA e o termo do meio é x, o termo seguinte é?" (perguntando para a classe toda) Isabela "x+1" Prof. Pedro "Mais 1? Por que mais 1?" Alunos "Porque é o sucessor" Professor "ao somar 1 encontramos o sucessor dos números naturais, mas aqui queremos o sucessor da PA" Alunos "mais a razão" Prof. Pedro "Mais a razão. Será mais 1 se a razão for 1. Então você concorda que se aqui é x, aqui é x mais a razão? E o anterior?" Alunos "menos a razão". (Matriz 1.1 Turno 3).*
>
> *Prof. "Sabe qual a vantagem de escrever assim? Some todos os termos, o que vai acontecer Natália?" Natália: "hum... vai achar o do meio". (Matriz 1.1 Turno 6).*

Percebe-se que o docente procura estabelecer, mesmo em situações de aula expositiva, uma forte interação com os alunos, impulsionando-os a participar da aula através das respostas às perguntas feitas por ele. Em ocasiões em que percebe que um aluno específico está se dispersando, chama-o pelo nome, para que ele responda a pergunta. Em entrevista na qual o docente foi questionado quanto a essa postura, obteve-se a seguinte resposta:

> *Um dos motivos é quando percebo que estão ficando desatentos, assim os chamo de volta para a aula. A expressão dos alunos fala muito, então a questão de solucionar dúvidas também acontece, você percebe quando não estão entendendo. A Daniela, por exemplo, ao ter dificuldade não demonstra, por isso eu a chamo com mais frequência. Mas é mais o primeiro caso do que esse... Tem também a questão de manter a aula dinâmica e a classe atenta, pois eles sabem que podem ser chamados a qualquer momento. (Entrevista com Prof. Pedro 23/10/13).*

Assim, fica evidente que a interação através de perguntas tem, também, a função de solucionar e/ou identificar possíveis dúvidas, visto que através da leitura facial dos alunos o docente consegue identificar aqueles que, possivelmente, não estão compreendendo a explicação. Porém, o principal objetivo declarado por Pedro é o controle da atenção, pois os alunos "sabem que podem ser chamados a qualquer momento", mantendo-se atentos, e estimular a participação através das respostas. Além disso, o docente também mantém continuamente o contato visual com os estudantes, como pode ser observado nos excertos abaixo e em entrevista com o docente:

> *Professor (aumentando a altura de voz e olhando para toda a sala): "Então o que nós temos na nossa função? (...)". (Matriz 2 Turno 6).*
>
> *Ao circular pela classe, o docente mantém contato visual com os alunos (...). (Matriz 1.2 Turno 2).*
>
> *Agora, eu só chamo aqueles com quem eu tenho um vínculo mais forte, tem alguns que eu sei que são muito tímidos e que se eu chamar ficarão desestabilizados. Com esses eu mantenho apenas o contato visual, mostrando que eu também estou dando aula para eles e que são importantes, mas sem expô-los. Por isso que eu chamo os mais próximos, esses alunos são importantes para eu manter o vínculo com a sala no geral, através deles eu consigo isso, por isso eu chamo mais eles. (Entrevista com Prof. Pedro 23/10/13).*

Analisando a fala do docente, nota-se que ele conhece os alunos da turma. Nas sessões de observação pode-se perceber que alguns alunos nunca eram chamados pelo nome, a não ser em situações de dúvida. Com tais alunos, que eram considerados mais tímidos, o docente mantinha um contato visual intenso, como ele mesmo declara na entrevista. Um contato visual que tem como função prender a atenção dos estudantes à explicação do docente e proporcionar um sentimento de valorização nos alunos.

Outras formas de controle da atenção são a alternância da altura da voz e a postura de entusiasmo constante demonstrada pelo docente:

> *Pedro "Sierpinski, olhe para a folha, não é um triângulo de Sierpinski?" Isabela "Nossa, é verdade!" Pedro "Dê um zoom num raminho, ele não repete o original?" Daniela "Aham!" Pedro "Dê um zoom no <u>raminho do raminho</u> (mudando altura da voz, alunos riem) ele não repete o original? É um <u>fractal</u>! (mudando radicalmente a entonação, com tom de descoberta/espanto). Aluna "ohh!". (Matriz 6.1 Turno 26).*
>
> *"(...) Henrique, qual é a área deste triângulo aqui?" Henrique "base.altura/2" Pedro "Então vai ser base, 2πr, vezes a altura, que é r, dividido por 2 (2πr.r/2). Corta o 2 isso dá πr^2, olha que lindo!"(mudando a entonação de voz demonstrando entusiasmo). (Matriz 11.2 Turno 9).*

Como pode ser observado, a alternância da altura da voz é uma forma de controle da atenção, pois não torna o discurso monótono. Em diversas sessões de observação notou-se que, ao aumentar ou diminuir a intensidade da voz, Pedro conseguiu manter atentos alguns dos alunos que estavam cansados, por exemplo. Além disso, o docente demonstra grande entusiasmo em ensinar os conteúdos matemáticos, o que representa outro fator que prende a atenção dos estudantes às explicações.

Desta forma, é possível notar que esse conjunto de posturas assumidas pelo docente tem clara influência no nível de atenção que os alunos têm nas aulas. Com o acompanhamento da prática docente do professor Pedro, notou-se que os alunos sempre estavam atentos às aulas, sendo que apenas um não conseguia manter a atenção durante todo o tempo. Este dado é de fundamental importância para a compreensão do sucesso da prática deste docente, tendo em vista que a manutenção da atenção da turma representa um fator decisivo na compreensão dos conteúdos pela mesma.

Núcleo 2: Estratégias de Ensino

Através dos procedimentos adotados para a observação da prática pedagógica do professor Pedro, foi possível identificar as estratégias de ensino utilizadas por ele no processo de ensino-aprendizagem, incluindo tanto as ocasiões de apresentação do novo conteúdo, quanto de retomada e/ou aprofundamento de conteúdos já trabalhados. Este é, sem dúvida, um dos núcleos temáticos mais importantes – e mais extensos – deste trabalho, pois reúne as situações que revelam como o professor ensina. Nele destacam-se os seguintes subnúcleos: *Aula expositiva, Uso de exemplos numéricos e concretos, Desenvolvimento de fórmulas, Ênfase na conceituação e desenvolvimento do raciocínio matemático, Representações, Análise dos conteúdos matemáticos, Discussão da relevância do conteúdo ensinado* e *O trabalho com cultura matemática.*

2.1 Aula expositiva

Uma das estratégias de ensino utilizada pelo docente é aula expositiva. Nela, estão presentes várias outras estratégias, visto tratar-se de uma situação ampla que envolve diversas decisões. Assim, tomaremos como referência para a discussão deste momento as situações de exposição oral dos conteúdos, sendo que, as demais decisões, por não serem exclusivas do momento de aula expositiva, serão apresentadas nos demais subnúcleos aqui descritos. Abaixo, seguem alguns exemplos em que o docente expõe oralmente os conteúdos:

> *Prof. Pedro "Agora nós vamos ver outro tipo de sequência. Quando a diferença não é constante, mas a razão, o quociente entre dois termos consecutivos é constante.". Então o docente demonstra que ao dividir um termo qualquer por seu antecessor, encontra-se um valor constante, o quociente q (exatamente a definição de PG escrita na lousa), explicando aos alunos o que é quociente e que ele, ao ser*

> *constante em uma progressão, é a razão q da PG.(Matriz 3.2 Turno 3).*
>
> *O professor inicia a aula colocando, como de costume, o que será feito no dia, e pergunta "Nós estamos muito distantes da última aula em que esse assunto foi tratado. Você se lembra de polígonos regulares?" Alunos "Não". Assim o docente faz uma breve revisão do assunto, o qual é base para o que será desenvolvido no dia. (...). O docente continua revisão explicando que o triângulo, ao ter lados iguais, tem também os ângulos congruentes. Porém, o quadrilátero é diferente, ele pode ter os lados iguais e ângulos diferentes, não sendo regular (losango). Ele faz o desenho do losango na lousa e pergunta "Isso é um quadrado porque tem todos os lados iguais?" Diversos alunos respondem, mas a voz de Isabela sobressai "Não, é um losango!" Prof. "Defina o que é um quadrado então. Eu entendia que um quadrado era aquele que tinha todos os lados iguais". A voz de Isabela sobressai novamente "Tem ângulo de 90º!" Prof. "Só?" Isabela "e lados iguais" Prof. "Então um polígono regular é aquele que tem lados e ângulos congruentes". (Matriz 4.1 Turnos 1 e 3).*
>
> *Prof. (...) "O que vocês aprenderam? (...) Você aprendeu a interpolar qualquer quantidade de termos, mesmo a razão não sendo simpática, dando fração, é possível montar uma progressão. Você aprendeu que é possível escrever os termos com x e r, onde o x pode ser o termo da PA ou pode não ser o termo da PA. Esse último não foi usado nestes exercícios, mas na tarefa do lar, Henrique, vocês vão usar". (Matriz 1.2 Turno 12).*

Percebe-se que o docente expõe o conteúdo de maneira bem detalhada, explicando cada item em sua especificidade, sem, contudo, tornar a exposição maçante ou demasiadamente complexa. Com direta relação com o primeiro núcleo temático, o docente procura expor o conteúdo de forma a prender a atenção dos estudantes, fazendo um encadeamento coerente das explicações. Por encadeamento coerente, entende-se aquele que começa com um menor nível de dificuldade, avaliando, inclusive, se os alunos possuem o conhecimento prévio necessário para a compreensão do novo conteúdo, e avança para níveis mais complexos. Além disso, uma espécie de síntese do conceito estudado é feita pelo professor no final de cada explicação.

Assim, percebe-se que a exposição oral feita por Pedro não é uma mera transmissão de informações acerca da matemática. Ela representa um momento no qual ele pode esmiuçar, explicar e discutir os conceitos matemáticos com os estudantes. É uma ocasião de fundamental importância no processo de ensino, pois é um momento em que o docente pode mediar a aquisição de novos saberes pelos estudantes, utilizando como estratégia, a explicação oral.

2.2 Uso de exemplos numéricos e concretos

Em diversos momentos de suas aulas, o docente utiliza a estratégia de propor exemplos numéricos e/ou concretos para melhor compreensão do conteúdo pelos estudantes. Além de exemplos, ele também faz uso de exercícios, muitas vezes explicando os conteúdos matemáticos através deles. Para a apresentação de tal estratégia, seguem-se os itens: *Do exemplo à abstração, A busca por exemplos adequados* e *O exemplo como estratégia de explicação.*

2.2.1 Do exemplo à abstração

No desenvolvimento de certos conteúdos, o docente utiliza a estratégia de partir de exemplos numéricos e/ou situações-problema para, posteriormente, chegar ao pensamento abstrato, fazendo a resolução dos mesmos na lousa. Seguem os excertos que demonstram tal estratégia:

> *Depois, faz o desenvolvimento de uma fórmula (...). Contudo, não informa diretamente a fórmula, primeiro utiliza os espaços em branco da lousa para dar exemplos numéricos (que depois serão apagados), para que os alunos compreendam o raciocínio para chegar à fórmula. Ao demonstrá-la, explica porque a PA se chama Progressão Aritmética: por todos os termos serem a soma aritmética de outros dois simétricos. (Matriz 1.1 Turno 4).*

> *Ao perceber que compreenderam exemplos numéricos, Pedro faz a 'transposição' para a forma abstrata (PA (a,b,c,d), representada por (x-5h, x-3h, x-h, x+h, x+3h, x+5h); sendo r=2h), explicando porque multiplicar por 3 e 5 (meia razão – h – mais uma ou duas razões – 2h ou 4h). (Matriz 1.1 Turno 11).*

Percebe-se que, nestas ocasiões, o docente permite que os alunos tenham como referência algo concreto, para depois consolidarem a conceituação do conteúdo. Tal prática tem grande influência na aquisição destes conceitos, visto que determinados conteúdos matemáticos exigem um nível de abstração grande, que parte dos alunos possivelmente não conseguiria atingir caso lhes fosse exigido que o fizessem diretamente. Assim, conduzindo os estudantes de situações concretas para depois levá-los à abstração, Pedro facilita a aquisição dos conteúdos, possibilitando que um maior número de alunos compreenda os conceitos matemáticos de maneira menos traumática.

2.2.2 A busca por exemplos adequados

Outra característica do uso de exemplos concretos pelo docente é a busca por exemplos adequados. Exemplos adequados, neste contexto, são considerados aqueles compatíveis com a realidade e com o nível de compreensão dos estudantes. Tal preocupação foi perceptível principalmente pelo fato de o docente não se constranger em alterar os exemplos quando julgava necessário. Abaixo, seguem algumas dessas situações:

> *Aluna levanta a mão e diz como resolveria. Inicia-se uma discussão a respeito do problema e o professor resolve mudar um pouco a questão "Não fui muito feliz no exemplo, vamos mudar... mas, eu volto nesse". Fornece outro exemplo da mesma linha de raciocínio, mas um pouco mais simples. (Matriz 1.1 Turno 15).*
>
> *Prof. "Então é o seguinte, vamos pegar uma bicicleta que tenha raio igual a 70cm (escreve na lousa r = 70), rodona considerável (tom de brincadeira, alunos riem). Quanto que mede o diâmetro? 1,40m... um pouco fora da realidade" (alunos riem e comentam). Prof. "Quer diminuir? Qual é a realidade? Quanto mede aproximadamente? Imagine você subindo na bicicleta, compare com a sua altura... você conhece as medidas do seu corpo?" (alunos riem). "Vamos pegar uma bicicleta pequena, de raio 35cm, certo? Uma bicicleta pequena demais. Ó, 35 cm, cabeção... eu tô colocando os números e vocês não estão participando de naaada! Aceitam qualquer coisa que eu coloco na lousa!" (...) Os estudantes continuam conversando entre si sobre qual raio é razoável para uma bicicleta. O docente, ao ver a movimentação, comenta: "Muitas questões de vestibular pedem que você estime alguma coisa, por exemplo, a altura de uma sala é comum a gente ter que estimar, ter uma ideia. Quanto você diria que mede essa sala?". Então começam a conversar sobre a medida da sala e pé direito. (Matriz 4.2 Turnos 7 e 9).*

Nota-se que Pedro procura utilizar valores e medidas que, ainda que estimados, sejam plausíveis, adequando os exemplos à realidade. Além disso, busca exemplos compatíveis ao nível de compreensão dos estudantes, ou seja, exemplos que objetivam avançar no desenvolvimento do conhecimento adquirido, oferecendo um nível de dificuldade que não esteja muito além daquilo que eles apresentam para atuar com independência.

Assim, a busca por exemplos adequados é importante tanto pelo fato de proporcionar coerência ao exemplo, quanto por não gerar desânimo nos alunos, que podem sentir-se desmotivados diante de um desafio que acreditam não poderem resolver.

2.2.3 O exemplo como estratégia de explicação

Outra função do uso de exemplos numéricos e concretos é como recurso explicativo. Ao perceber dificuldade de compreensão durante as explicações orais ou mesmo resolução de exercícios, o docente recorre a exemplos numéricos e/ou concretos para auxiliar a explicação do conteúdo.

> *Os alunos têm dificuldade para compreender e o professor dá um exemplo numérico: "Vamos pegar um valor para você entender melhor (...)". (Matriz 1.1 Turno 9).*
>
> *O docente propõe um exemplo concreto para esclarecer o conceito de taxa de variação: "Por exemplo, você subiu uma escada de 8 metros, uma escada alta, 8 metros de altura por 4 metros de comprimento. O que significa isso? Em que razão você está subindo a escada?" Após breve silêncio alunos respondem "2" Professor "Certo a razão é igual a 2. Quem traduz (aumentando a altura da voz) o que está ocorrendo aqui? (silêncio) Para cada metro que eu andar na horizontal eu subo 2 metros de altura. É a razão 2 para 1. Entenderam o que é razão?". (Matriz 2 Turno 9).*
>
> ***Comente um pouco sobre (...) a forma como ele explica a matéria, usando exemplos.***
> *É muito bom, na hora de estudar eu nem preciso pegar o livro texto, só pelo caderno eu entendo, porque ele dá exemplos e eu não preciso ficar decorando. (Entrevista com aluna Isabela 02/10/13).*

Pela análise dos excertos, fica evidente a importância deste recurso explicativo, visto que os alunos que estavam com dúvidas demonstraram chegar à compreensão do conteúdo pela mediação do exemplo. Além disso, pelas palavras de Isabela, nota-se que os estudantes apreciam tal prática, pois auxilia no processo de compreensão, não sendo necessária a memorização mecânica dos conteúdos.

2.3 Desenvolvimento de fórmulas

O desenvolvimento de fórmulas é outra estratégia de ensino utilizada pelo professor Pedro. Ainda que não previstas no material didático, o docente desenvolve diversas fórmulas com os estudantes, como observado nos excertos abaixo:

> *Prof. Pedro procura demonstrar como representar três termos genéricos em PA (a,b,c) com uma única incógnita em função da razão, o fazendo de duas formas. A 1ª representação de termos em PA é a já descrita no turno anterior (x-r, x, x+r).*
> *Depois, faz o desenvolvimento de uma fórmula (no caso, a fórmula de que um termo qualquer da PA é a média aritmética de dois outros*

termos simétricos em relação a ele: b = [a+c]/2) – 2ª representação de termos em PA. (Matriz 1.1 Turno 4).

(...) Pedro questiona "De onde vem isso daqui? (fórmula da área do círculo) Prestem atenção, só para a gente ter uma noção." Pedro "Imagine que você colocou um prego na parede. Em volta dele você colocou um barbante e emendou as pontas perfeitamente, colando-o na parede (Pedro faz o desenho na lousa conforme faz a descrição). Daí, em volta desse barbante você colocou outro da mesma forma. O comprimento dos dois barbantes que eu coloquei é o mesmo?" Lucas "Não" Pedro "Vai aumentando, cada barbante que você coloca aumenta um pouco o comprimento, certo? Então eu vou colando mais barbantes, até que vai chegar um momento que eu tenho um grande círculo, certo?" Natália "Depois de muitos barbantes!". Pedro "Esse círculo grande que eu formei não está todo forrado de barbantes no meio? É verdade que a aérea do círculo é a área dos barbantes todos?" Alunos ponderam e respondem "É" Pedro "Então vamos imaginar que o maior tem raio r, o último barbante que eu coloquei tem raio r. Daí você coloca um anteparo na parede, vem com uma tesoura e corta o último barbante aqui em cima, e ele vai cair no anteparo" (Pedro faz o desenho do barbante cortado, utilizando cores diferentes).
Pedro "Quanto mede o comprimento deste barbante verde? Aluno "Dois pirralho" Pedro "Isso, 2πr. Eu vou cortar o próximo barbante, que é vermelho, o que vai acontecer? (silêncio) Vai dar o mesmo comprimento do primeiro?" Jenifer "Não, vai dar um pouco menor" Pedro "Então ó, cortei o próximo, que vai ser só um pouco menor". Pedro "O que vai acontecer na medida em que eu for cortando todos os barbantes? A pilha de barbantes cortados empilhados está formando que figura matemática? Você está enxergando?" Francisco "Uma pirâmide!" Pedro "Um triângulo aqui ó (fazendo o desenho na lousa). Os barbantinhos estão formando aproximadamente um triângulo de qual base?" Alunos "2πr" Pedro "E qual altura?" Alunos "r". Pedro "Eu não usei os mesmos barbantes do círculo para construir os triângulos? Então a área do círculo é igual a área do triângulo? Henrique, qual é a área deste triângulo aqui?" Henrique "base.altura/2" Pedro "Então vai ser base, 2πr, vezes a altura, que é r, dividido por 2 (2πr.r/2). Corta o 2 isso dá πr^2, olha que lindo!" (mudando a entonação de voz demonstrando entusiasmo). Pedro "Então você entendeu porque a área de um círculo é πr^2?". (Matriz 11.2 Turnos 4 a 10).

Percebe-se que o desenvolvimento feito por Pedro não tem apenas uma função isolada, ou seja, o desenvolvimento pelo desenvolvimento, mas sim um caráter explicativo, de forma auxiliar na compreensão do conceito do que é ensinado. Quando questionados sobre o que achavam dessa prática de seu professor, os alunos entrevistados declararam:

Guilherme: *Bom! Ajuda a lembrar da fórmula depois, eu consigo até desenvolver a fórmula na hora da prova, é bom para fazer ponte com outros assuntos da matemática também.*

> Henrique: *Eu anoto só as fórmulas, acho desnecessária a dedução.*
> Lucas: *Eu acho que é bom, ajuda a lembrar da fórmula. Ou, ainda que você não lembre, se você entendeu a dedução às vezes você consegue resolver sem a fórmula, só usando o raciocínio. (Entrevista com alunos Guilherme, Henrique e Lucas 04/12/13).*

E ainda:

> Daniela: *Eu acho legal.*
> Isabela: *É, fica a critério do aluno. O Pedro faz toda a explicação da fórmula e depois coloca em destaque, se você quiser estudar para entender o raciocínio você pode, mas se quiser só a fórmula também dá. Mas é como ele fala, não precisa decorar.*
> Daniela: *É, eu acho que isso é bem compatível com a prova dele, porque na prova ele não pede 'resolve' e você tem que ter a fórmula decorada. Tem todo um contexto...*
> Isabela: *É, você precisa entender como e quando usar a fórmula, para quê ela serve. (Entrevista com alunos Isabela e Daniela 26/11/13).*

E, quando questionadas se achavam que as deduções eram curiosidade, as alunas responderam:

> Isabela: *Eu acho mais curiosidade*
> Daniela: *Ah... não. Eu acho que ajuda para entender, saber aplicar, acho que depende da fórmula.*
> Isabela: *Hum... É verdade. Tipo, você não vai ficar lembrando de onde veio o Bhaskara, mas tem coisa que ajuda a entender, depende da fórmula. (Entrevista com alunos Isabela e Daniela 26/11/13).*

Como pode ser observado, apenas um aluno acredita ser desnecessário o desenvolvimento de fórmulas, os demais valorizam tais momentos. Eles declaram que a dedução de fórmulas auxilia na compreensão do conteúdo e ajuda a não terem que ficar memorizando-as. Ademais, as alunas Isabela e Daniela demonstram que o trabalho com fórmulas proposto por Pedro está direcionado para "como e quando" utilizá-las, ou seja, é um trabalho contextualizado.

Assim sendo, a prática de dedução de fórmulas com caráter explicativo demonstrou-se uma estratégia de ensino fundamental para a prática de sucesso de Pedro. Com as deduções, o docente conseguiu atribuir sentido às fórmulas, que deixaram de ser meras informações a serem memorizadas, para se tornarem ferramentas as quais os estudantes podem acessar para resolverem os problemas matemáticos.

2.4 Ênfase na conceituação e desenvolvimento do raciocínio matemático

Através da observação da prática pedagógica de Pedro, percebeu-se que ele valoriza a compreensão do raciocínio matemático e do conceito que é ensinado, e não a memorização ou aplicação mecânica dos conteúdos, como demonstram os excertos abaixo:

> *Durante a resolução, aluna questiona sobre qual fórmula está sendo usada: Prof. "Não, isso você está decorando, sem necessidade" e explica o raciocínio. Prof. "Eu insisti para que vocês não decorassem a fórmula, mas entendessem o que é o termo geral da PA", retoma essa explicação conceitual com exemplos (explicação 'extra' à interpolação de meios aritméticos) e critica a "decoreba" de fórmulas. (Matriz 1.1 Turno 21).*

> *Pedro "Como que você faria para calcular um setor circular? (silêncio) Se esse ângulo fosse 180º, ao invés de 60º, o que teria a ver com a área toda?" Lucas e Isabela "Seria a metade". Pedro "E se fosse 90º? Galera, acompanhem esse raciocínio porque é isso que importa, guardou o raciocínio não precisa de fórmula nenhuma." (Matriz 11.2 Turnos 11 e 12).*

Como pode ser visto, o docente deixa clara a sua postura de reprovação à memorização e aplicação mecânica de fórmulas, enfatizando a necessidade de se compreender o conceito e raciocínio exigido. Além de enfatizar tal importância, procura direcionar a atenção dos alunos para que compreendam o conceito que está sendo abordado, utilizando, como estratégia de ensino, uma sequência de perguntas em crescente nível de dificuldade:

> *Prof. Pedro "Suponha – muita calma, estou calmo (alunos riem) – que você tem (10,16, 22, 28). Qual é o termo que está bem no meio de 16 e 22?" Alunos "19" Pedro "Isso, ele não é termo da PA, mas está entre os dois termos centrais da PA. Como é que eu faço para obter todos os outros quatro termos da PA a partir do 19? O que o 16 tem a ver com o 19?" Alunos "19-3" Pedro" E esse outro (22)?" Alunos "19+3" Pedro "Certo, muita calma que essa abstração não é fácil, não é bater o olho e já ver. A razão da PA é 3?" Alunos "Não, é 6" Pedro "E o que o 3 tem a ver com a razão?" Guilherme "É metade da razão". O docente continua a explicação fazendo diversas perguntas em crescente dificuldade para os alunos desenvolverem todas as etapas do raciocínio. (Matriz 1.1 Turno 9).*

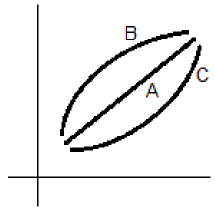
Vale destacar que essas perguntas relacionam-se com o subnúcleo Participação e controle da atenção (1.4), pois também têm a função de estimular a participação dos estudantes através das respostas. Porém, é perceptível uma sutil singularidade, visto que estas sequências de perguntas parecem conduzir, passo a passo, o raciocínio dos alunos à compreensão do conceito que se quer ensinar.

Assim, tal estratégia de ensino revelou-se parte fundamental da prática docente de Pedro, pois, através dela, ele conseguia levar os estudantes à compreensão dos conceitos matemáticos.

2.5 Representações

Neste subnúcleo verificamos mais um recurso explicativo utilizado pelo docente: a representação dos conteúdos matemáticos por meio de desenhos, tabelas e gráficos. Ele os faz em escala e proporção adequadas, além de utilizar diferentes cores para o registro, que podem ser manualmente feitos na lousa ou em imagem digital, através de apresentações de slides. Optou-se por descrever este tópico aqui, pelo fato de as representações serem utilizadas por Pedro como forma de explicação dos conteúdos. Verifica-se, pelos excertos abaixo, que o docente frequentemente representa na lousa os conteúdos matemáticos:

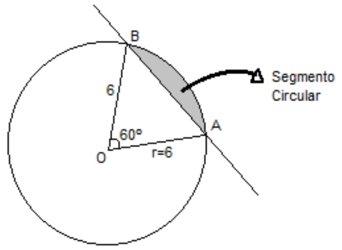
> *O docente volta à proposta do cubo (sempre mostrando as imagens nos slides): "Pegue um cubo, recorte o cubo como eu recortei o tapete de Sierpinski, faça retas em todas as faces do cubo. Antes de eu furar, quantos cubinhos eu terei? (silêncio) É a noção de volume, vocês vão ter volume só no 2º ano, mas a noção de volume vocês já tem" Guilherme "27" Aluna "Por quê?" O docente faz o desenho em profundidade para explicar noção de volume para a aluna. Ao fazer o desenho, antes mesmo de começar a explicar, a aluna já enxerga a noção e diz que entendeu (mas mesmo assim o docente faz a explicação). (Matriz 6.1 Turno 17).*
>
> *Pedro coloca, então, três exemplos de curvas na lousa, como no desenho abaixo:*



> *Pedro "Agente já estudou isso no passado. Curva A, curva B e curva C. Como que a curva A está crescendo? Sempre na mesma velocidade, cada vez mais rápido, cada vez mais devagar?" Alunos "Constante" Pedro "E a curva C? Se você aumentar um pouquinho o x, o y aumenta muito ou aumenta pouco?" Alunos "Muito". O docente continua discutindo os tipos de curvas, explicando que, no caso da função do exemplo a curva seria do tipo C. (Matriz 13.1 Turnos 5 e 6).*
>
> *Professor volta, então, ao exercício do cinema e faz um esboço da forma gráfica do problema, a partir da tabela que havia montado. Após esta visualização, propõe que encontrem a expressão do problema, partindo da genérica f(x)=mx+n. Descobrem o valor de m*

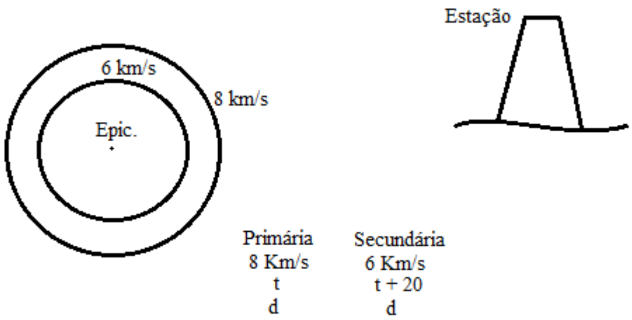
e n, e chegam à função q=-16p + 640, sendo q a quantidade de pessoas e p o preço. (Matriz 2 Turno 15).

Pedro "Então vamos lá, entenda o que é um segmento circular. Se você fizer um corte em um círculo (Pedro o faz), esse carinha aqui ó é um segmento circular (pintando de verde). Aqui é o raio, 6, e aqui também é o raio. E vamos supor que o ângulo formado entre os raios é 60º. Entenderam até aqui?".



(Matriz 12.1 Turno 6).

Pedro "(...) O enunciado diz assim, 'Do epicentro de um terremoto partiram, num dado instante, uma onda primária e uma secundária, que propagaram-se, nesta ordem, com velocidades constantes de 8km/s e 6km/s. Sabendo que a onda secundária chegou em uma estação sismológica 20 segundos depois da onda primária, qual é a distância desta estação ao epicentro?' (...)". A representação feita pelo docente na lousa foi a seguinte:



(Matriz 14 Turnos 9 e 11).

Vale destacar que as representações são de duas naturezas. Elas podem fazer parte do próprio conteúdo ensinado ou apenas auxiliarem na compreensão de algum conteúdo ou exercício. Os gráficos, por exemplo, por si só podem ser o próprio conteúdo matemático que o professor deseja ensinar. É o caso do trabalho com funções: é inconcebível o ensino de função afim, sem mostrar aos alunos o impacto gráfico de uma função afim linear (crescente ou decrescente) ou constante.

Já a representação como recurso auxiliar da explicação, trata-se de ocasiões em que a compreensão objetivada não é a representação, mas esta auxilia na compreensão do próprio conteúdo. Os desenhos são um bom exemplo deste uso: na resolução de um exercício envolvendo uma situação-problema, fazer o desenho esquemático do que é narrado no enunciado pode auxiliar na própria compreensão do mesmo. No ensino do cálculo da área de um setor circular, por exemplo, fazer a representação da figura na lousa permite que os estudantes tenham uma referencial visual do que é um setor circular.

Assim, percebe-se que a estratégia assumida pelo docente tem grande valor. Independente da natureza da representação, tal prática demonstrou exercer uma influência positiva no processo de ensino. Isso porque, além de ser um recurso explicativo, como já exposto acima, as representações em escala e proporção adequadas são, no mínimo, um modelo para os estudantes.

2.6 Análise dos conteúdos matemáticos

Trata-se de ocasiões em que o docente faz o desenvolvimento da análise dos conteúdos matemáticos, situação em que cada elemento do objeto de estudo é identificado e estudado. Isso ocorre, principalmente, em momentos de resolução de exercícios e explicações na lousa, nos quais o docente registra todas as etapas do raciocínio exigido separadamente. Abaixo, seguem alguns excertos em que tal estratégia pode ser observada:

> *O docente continua a resolução do exercício, perguntando o que podem fazer após chegarem em $2^x.2^2 + 2^x/2^2 = 17/2$. Como ninguém sugere nada, o docente começa a explicar que o primeiro passo (indica na resolução) é substituir a potência com incógnita por outra variável, o que forma uma equação de primeiro grau (1º: $2^x = M$, assim $M.2^2 + M/2^2 = 17/2$). Então, após resolver a equação, o docente chega em M = 2, indicando que muitas pessoas erram por achar que já chegaram ao resultado, quando o que procuravam era o valor de x. Assim começa o 2º passo, encontrar o resultado final (2º: voltar para x, como $M = 2^x$, $2^x = 2$, portanto, x = 1). A resolução completa feita por ele na lousa fica da seguinte forma:*
>
> 1) $2^{x+2} + 2^{x-2} = 17/2$
> $2^x.2^2 + 2^x/2^2 = 17/2$
>
> 1º: Seja $2^x = M$
> $M.4 + M/4 = 17/2$ x4
> $16M + M = 34$
> $17M = 34$
> $M = 34/17$
> $M = 2$
>
> 2º: Voltar para x
> Como $2^x = M$
> $\Rightarrow \cancel{2}^x = \cancel{2}$
> $x = 1$
> $\boxed{S = \{1\}}$
>
> *(Matriz 8.1 Turnos 6 e 7).*

> *Pedro "(...) No item a ele pergunta qual a área da porção sombreada em função de x. Você entendeu o que ele quer saber? (silêncio) Se o lado do quadrado fosse 4, como você calcularia a área sombreada?" Isabela "Eu faria o total menos o quadrado". Pedro "Então ó, área*

> *sombreada é igual à área do retângulo menos a área do quadrado, você concorda até aí?" Alunos "Sim" Pedro "E agora, o que devo fazer?" Alunos "Calcule as áreas".*
> *Então o docente faz o que os alunos indicaram, de tal forma que a resolução fica da seguinte forma:*
> $A_{somb.} = A_{ret.} – A_{quad.}$
> $A = 10.15 – x^2$
> $A = 150 – x^2$
> *E comenta o fato da função ser quadrática, discutindo se a concavidade seria voltada para cima ou para baixo com os estudantes. Pedro passa para o item b, que perguntava qual deveria ser o valor de x para que a área fosse 101. O docente questiona qual incógnita da função encontrada no item anterior deveria ser substituída por 101, e os estudantes respondem na área sombreada. A resolução fica da seguinte forma:*
>
> $A = 150 – x^2$ $\quad$ $x = \sqrt{49}$
> $101 = 150 – x^2$ $\quad$ $x = \pm 7$
> $x^2 = 150 – 101$ $\quad$ $x = -7$ não convém, $\therefore$ $\underline{x = 7m}$
> $x^2 = 49$
> *Sendo que o docente destaca o fato de que não se pode colocar x=7 direto, pois a raiz pode ser positiva ou negativa. Deve-se indicar os dois resultados possíveis, excluindo-se o que não convém, visto que área é sempre positiva. (Matriz 11.1 Turnos 5 a 8).*

Percebe-se, pelos excertos, que o docente procura explicar cada parte do conteúdo separadamente, avançando no nível de dificuldade na medida em que os estudantes compreendem cada etapa. Tal estratégia de ensino revelou-se de grande valor, pois, através dela, Pedro parecia avançar no desenvolvimento da compreensão dos conteúdos pelos estudantes.

2.7 Discussão da relevância do conteúdo ensinado

O docente discute a relevância do conteúdo que é ensinado, explicitando, sobretudo, sua funcionalidade. Ele o faz demonstrando a vantagem de utilizá-los em exercícios ou utiliza exemplos, esforçando-se para aproximar o conteúdo da realidade. Tais exemplos são seguidos de um discurso que indica a importância dos conhecimentos recém aprendidos, através de discussões (muitas vezes de cunho político) sobre os impactos destes na sociedade. Abaixo, seguem alguns excertos em que tal estratégia pode ser observada:

> *Professor continua explicando a vantagem de escrever pela 1ª representação: "Sabe qual a vantagem de escrever assim? Some todos os termos, o que vai acontecer (...) vai cancelar todos os r's, ..., vai sobrar só x. Então se ele (exercício) falar qualquer coisa sobre a soma dos termos da PA você sabe que desta forma descobrimos o x.*

Mas é vantajoso porque eu montei PA de forma simétrica, de forma a cancelar todos os r's". (Matriz 1.1 Turno 6).

Professor apaga a lousa e diz que vai fazer uma observação sobre um assunto que está muito em pauta, as pirâmides financeiras: "Vocês já ouviram falar em pirâmides financeiras? Telexfree?" Alguns alunos respondem que sim outros não respondem nada, mas todos voltam-se para o docente prestando muita atenção. "Tem cidades por aí, principalmente de interior, em que as pessoas pediram as contas no emprego só para trabalhar na Telexfree e um mês depois a Telexfree foi judicialmente travada. Vamos ver o que isso tem a ver com a aula de hoje".
Prof. Pedro "Quem sabe do que eu estou falando? Da Telexfree?" Alguns alunos levantam a mão e Isabela comenta: "Eu ouvi o meu pai falando alguma coisa disso, mas não sei o que é" Prof. "Então eu vou explicar. Isso existe desde que o mundo é mundo, esse golpe financeiro. É terminantemente proibido por lei fazer esse tipo de atividade, mas os caras sempre acham um jeitinho de fazer como se fosse uma outra coisa." (...)
O docente explica, então, como funciona a pirâmide financeira (cada pessoa que entra paga um valor, mas o recupera através de novos adeptos que deve angariar, sendo que o valor dos novos adeptos sempre é dividido entre todos da pirâmide). (...)
Prof. Pedro "O número de pessoas entrando na pirâmide é um progressão geométrica, cresce geometricamente com razão 3 – eu escolhi o 3, poderia ter sido 2 ou outro – então, 3^{12}, quanto dá isso, alguém faça na calculadora" Alunos "531.441" Professor "Isso é a metade da população de Campinas, isso deveria entrar na pirâmide em um ano. Agora pensa, um mês depois disso, vai multiplicando por 3 (...)Ou seja, para a pirâmide funcionar, no décimo oitavo mês teriam que entrar todas essa pessoas novas. Eu te pergunto, se sustenta esse sistema?" Alunos "Não". Professor e alunos iniciam uma conversa sobre o golpe financeiro, um dos alunos afirma que atinge até a população mundial e professor argumenta que sim, que somente os que estão no topo da pirâmide ganham realmente dinheiro, os da base não, pois torna-se mais difícil angariar novos adeptos. Além disso, mostra como é possível implantar esse sistema de forma disfarçada. (Matriz 3.2 Turnos 7 a 12).

O docente para a correção e comenta sobre a utilidade de log. Pedro "Newton descobriu – não precisa copiar, obviamente – que quando uma pessoa é assassinada, acontece o seguinte. A temperatura do corpo é em média 36º, o que acontece quando uma pessoa é assassinada?" Alunos "A temperatura cai" Pedro "Até chegar aonde, até zerar? Não, ela não vai congelar, ao menos que ela esteja no pólo Norte, rsrsrs" Guilherme "vai até 24º" Pedro "Vai até a temperatura ambiente de onde ela estiver, vamos supor 25º". Pedro "Newton percebeu que quando uma pessoa é assassinada, a temperatura cai eeeexponencialmente (desenha o gráfico na lousa) até atingir a temperatura do ambiente." Aluna "por que assassinada?" Pedro "Quando alguém é assassinado, é necessário encontrar o culpado, e qual uma das coisas que o legista quer saber? A hora que ocorreu o assassinato, limitando as suspeitas."
O docente continua a explicação, mostrando que para encontrar a hora da morte é necessário utilizar os conhecimentos sobre

exponenciais e logaritmos, pois, medindo em duas vezes a temperatura do corpo em um dado intervalo de tempo, é possível encontrar a função da curva (utiliza-se exponencial para modelamento da curva de cada sujeito e log para o cálculo do tempo da morte). Henrique "Mas e se a pessoa estivesse com febre, por exemplo?" Pedro "Daí não vai dar exato, por isso que é importante até para um advogado conhecer as limitações desta fórmula. Então, ainda que você queira ser um advogado, por exemplo, você precisa conhecer um pouquinho de onde as coisas vêm. (...) Eu estou dizendo isso porque, ainda que você não pretenda ser engenheiro, você precisa entender de onde as coisas vêm, como funcionam". (Matriz 14 Turnos 15 a 18).

Como pode ser observado, Pedro utiliza-se de diferentes formas para discutir a relevância do que é ensinado. Com essa discussão, ele proporciona o estabelecimento de uma relação significativa com os conteúdos, pois os estudantes passam a compreender não apenas uma técnica ou conceito novo, mas, junto a isso, eles compreendem a importância de tais conhecimentos. É o caso do ensino de logaritmos, um tema bastante abstrato e que grande parte dos estudantes tem dificuldade de compreender e, em geral, não gostam. Ao demonstrar sua utilidade na vida cotidiana, Pedro indica a importância de aprender esse conteúdo, ainda que o aluno não deseje seguir uma carreira dentro do campo das ciências exatas.

2.8 O trabalho com cultura matemática

A última estratégia de ensino aqui destacada é o trabalho com cultura matemática. Por cultura matemática entende-se o desenvolvimento de conceitos mais complexos (muitas vezes próprios do ensino superior) que visam desenvolver o aprendizado da forma de raciocinar própria da disciplina, utilizada por profissionais da área. Abaixo, seguem excertos que descrevem momentos nos quais o docente abordou esse assunto:

Após registrar o que será trabalhado no dia, Pedro inicia a explicação teórica da Área do Círculo e suas partes, perguntando aos alunos "o que você vai aperfeiçoando e vira um círculo?". Como ninguém responde, ele comenta sobre um livro chamado "O País Plano". Esse livro aborda a questão das dimensões, sendo que, no país plano, só existem duas dimensões e os habitantes são figuras geométricas (reta, triângulo, quadrado, pentágono, etc.). À medida que os habitantes evoluem, aumentam o número de lados, até se tornarem círculos. Todos os estudantes estão atentos ao comentário.
O docente explica qual a visão que cada figura teria uma da outra em duas dimensões, pedindo que os estudantes imaginassem tal situação. Depois informa que o livro narra a chegada de uma esfera ao país,

figura tridimensional, pedindo que os estudantes tentassem imaginar como seria a visão das figuras planas sobre a esfera. Então, Pedro explica que o autor discute justamente o fato de que nós, humanos, que vivemos em três dimensões, não conseguimos conceber mais dimensões, mas isso não significa que elas não existam. Assim Pedro comenta sobre a garrafa de Klein, uma projeção de um objeto de quatro dimensões, estudada por cientistas. (Matriz 11.2 Turnos 1 a 3).

O docente começa, então, a apresentação sobre Sequências numéricas e Aplicações (...) de maneira bastante entusiasmada: "Isso daqui é cultura matemática, eu sei que você acha estranho isso, mas é muito sério. O que seria cultura matemática? É conhecer os principais temas e abordagens da matemática (...) coisas que têm várias aplicações e implicações na matemática e em outras áreas do conhecimento. Aqui vai ter biologia, engenharia, artes e várias outras coisas que usam isso, por isso é cultura matemática." (Matriz 6.1 Turnos 7 e 8).

(...) Razão Áurea: "Vocês vão ouvir falar com frequência da razão áurea." E começa e discorrer sobre ela. Pedro "Os gregos queriam encontrar um padrão de beleza. Quando vou construir algo, quais as proporções que deve ter? Uma obra, uma construção, uma casa um templo... quais proporções ele deve ter para ficar agradável para os olhos? (...) Então eles pensaram 'bem, encontrar a proporção ideal para as coisas é encontrar a proporção da figura mais ideal que existe, o corpo humano' (...). Mas quais são as proporções do corpo humano? Se eu pegar um rosto bonito como o meu (alunos riem) quais são as proporções?" O docente continua a explicação sobre a proporção dos dedos de nossas mãos, afirmando que um grego percebeu que a razão entre as medidas entre os ossos dos dedos é a proporção ideal, a razão áurea - φ - calculando o valor de φ com os alunos $(1 + \sqrt{5}/2)$. Pedro "Então eles descobriram que, se eu quiser dividir alguma coisa de tal forma que a proporção se mantenha na sequência, a razão terá que ser essa. Não é uma razão nada bonita, dá aproximadamente 1,6.".
Pedro "Calma que é agora que você vai ver a beleza disso, você entendeu o que é a razão áurea? Entendeu de onde vem?"Alunos "Sim" Pedro "Se eu quiser construir um retângulo áureo... Daniela se eu quiser construir um retângulo áureo, uma tela - Da Vinci fez isso – o que seria um retângulo áureo? Seria uma tela cuja altura dividida pela largura dá φ. "Mas isso não é o mais interessante. A razão áurea aparece em vários fenômenos da natureza!". Então o docente ensina como desenhar um retângulo áureo e faz uma relação com a sequência de Fibonacci, já estudada na primeira aula de sequências, mostrando que esta contém a razão áurea (ao dividir um termo da sequência pelo seu antecessor encontramos um resultado e, conforme avançamos na sequência fazendo está divisão, mais nos aproximamos da razão áurea). (Matriz 6.1 Turnos 21 a 25).

Estes excertos têm apenas a função de exemplificar o trabalho feito por Pedro, pois o docente chegou a destinar duas aulas apenas para discussão desde assunto, o que revela o valor que ele atribui à cultura matemática. Abaixo, segue a resposta dada por

Pedro em entrevista, quando questionado sobre o que era cultura matemática para ele e por que ele optava em trabalhar esse assunto com os alunos:

> *Eu não fico me prendendo ao conceito formal de cultura matemática. O que é cultura? É ter o domínio básico de determinada ciência, conseguir se virar dentro daquilo. Alguém que é culto em artes, por exemplo, é alguém que tem os conhecimentos básicos deste campo e consegue raciocinar dentro deste universo. No caso da matemática, é alguém que consegue "se virar" dentro dos conhecimentos da matemática. Alguém que sabe a função, a história da matemática. Não é uma coisa tecnicista, saber resolver equações e operações técnicas da matemática, mas saber a importância do conhecimento matemático e a relação que tem com outros campos do saber e, assim, perceber sua importância. Saber de onde as coisas vêm, como que o pensamento matemático se desenvolveu historicamente e como está presente e nos é útil na vida. Enfim, alguém que possui cultura matemática, ou é culto em matemática, é alguém que domina a cultura sem, necessariamente, dominar bem a técnica, o que alcança a um maior número de pessoas, pois não é só quem gosta de matemática, da parte técnica, mas quem gosta de conhecer.*
> *Eu trabalho isso com os alunos porque acho que, assim, a matemática fica mais interessante. Eles vão perceber que matemática não é só técnica. Eu sei que a matemática tem coisas muito técnicas que são chatas, mas quanto mais os alunos perceberem sua relação com outras áreas, mais vão se interessar pela matemática. Possibilita outra perspectiva, não só a técnica, o que abrange tanto os que gostam da técnica quanto os que não gostam. É fazer a matemática mais atrativa, porque o aluno pode gostar de certos conceitos mesmo sem gostar da matemática tecnicista, é ver outro lado da matemática. (Entrevista com Prof. Pedro – 19/05/14).*

Fica evidente, pelo discurso do professor, o caráter intencional de tal prática, que envolve, sobretudo, "fazer a matemática mais atrativa" e atingir a um maior número de alunos, tanto os que gostam da parte técnica da matemática, quanto os que não gostam. Essa intenção parece ter sido atingida, pois os alunos, quando questionados sobre o que achavam do trabalho com cultura matemática, responderam:

> Francisco: *Eu acho legal, em qualquer disciplina eu gosto de ver essas curiosidades que se relacionam com outras matérias. Como eu já te disse, desde o 6º ano a gente vê coisas do tipo.*
> Guilherme: *Eu acho legal, porque você pode ver a matemática de forma interdisciplinar. (Entrevista com alunos Francisco e Guilherme 13/11/13).*

Assim, os dados indicam que o trabalho com cultura matemática gera impactos positivos no processo de ensino-aprendizagem, sendo mais um dos fatores que fazem da prática do professor Pedro uma prática de sucesso.

<u>Núcleo 3: A Lousa como Recurso</u>

Um dos aspectos que se destacam na prática de Pedro é o uso que ele faz da lousa. Utilizando-a como mais um recurso para as situações de ensino, o docente possui uma forma própria de fazer os registros e propor a cópia dos mesmos. Tais registros envolvem tanto conceitos escritos como representações; contudo, optou-se por descrever com detalhes as representações no núcleo Estratégias de ensino (2), visto que essas são utilizadas por Pedro como forma de explicação dos conteúdos. Assim, podem-se identificar dois pontos fundamentais do uso da lousa, descritos nos subnúcleos *Organização das informações e conteúdos* e *Cópia.*

3.1 Organização das informações e conteúdos

Pedro procura organizar as informações e conteúdos na lousa com bastante clareza, de forma a facilitar a compreensão dos estudantes e proporcionar um registro organizado no caderno. Para isso ele mantém o hábito de anotar as informações do que será trabalhado no dia, no canto superior da lousa, de forma que o registro inicia-se com a referência do que se seguirá. Além disso, o docente separa os conteúdos com títulos e subtítulos, aos quais atribui uma numeração ou marcador diferente (triângulos, quadrados, asteriscos, etc.), utilizando, também, diferentes cores para o registro e destacando as informações principais. Um exemplo de tais características pode ser visto nos excertos abaixo, todos de uma mesma aula:

> *Após entrar na sala, conversando informalmente com os alunos, o professor Pedro inicia a aula informando com o que irão trabalhar e escreve no canto esquerdo da lousa tais informações ("Bom Dia! 17/09; Hoje: Mat A; Aulas 51/52; p.74"). Escreve na lousa o título Aula 51 – Propriedades da PA (em vermelho) e o subitem Três termos em PA (em verde). (Matriz 1.1 Turno 1).*
>
> *Começa a explicação do 1º subitem, Três termos em PA (escreve na lousa, em verde), dizendo que já viram isso antes. (Matriz 1.1 Turno 3).*
>
> *Pedro parte para o 2º subitem: Cinco Termos em PA (escreve na lousa, em verde). (Matriz 1.1 Turno 5).*
>
> *Após uma pausa para alunos terminarem de copiar e finalizar o raciocínio anterior (...), o professor começa outro item: Interpolação de meios aritméticos (escreve na lousa, em vermelho). (Matriz 1.1 Turno 13).*

Nestes excertos pode-se ver um exemplo que se repete em todas as aulas do professor. As características de seu registro parecem agradar aos estudantes, pois alguns deles, quando questionados sobre o que achavam do uso da lousa pelo docente, declararam:

> Daniela e Isabela juntas: *É bem organizada!*
> Isabela: *Eu acho legal que ele fala o que é para copiar e o que não é, daí o que é está bem organizado, com as coisas importantes em destaque.*
> Daniela: *Eu acho que o que ajuda é que ele segue sempre o mesmo padrão de lousa, então agente já sabe o que tem que prestar atenção, o que tem que copiar, o que é só um comentário... (Entrevista com alunas Isabela e Daniela 26/11/13).*

Assim, fica evidente que as estratégias de registro utilizadas por Pedro colaboram para a clareza e organização das informações e conteúdos, fator importante no momento em que os estudantes necessitarem consultar seus cadernos para estudo.

3.2 Cópia

Este subnúcleo aborda a maneira como o docente propõe a cópia dos registros feitos por ele na lousa. Por conseguinte, trata, também, de aspectos da organização do caderno dos estudantes, no que se refere à cópia da lousa. Abaixo seguem os excertos:

> *Enquanto espera os alunos abrirem o caderno e copiarem, percebe que uma das alunas mistura as anotações de Matemática A (álgebra) e B (geometria) e pergunta: "Você mistura tudo... álgebra, geometria?" Aluna responde afirmativamente e o professor argumenta: "E depois, como você estuda? Pulando?" Aluna: "É" Professor "não faça isso... quem faz separado?" (pergunta para a turma – maior parte faz separado) "É a melhor maneira... faça separado, assim não mistura os exercícios... na maioria das vezes são professores diferentes que dão essas matérias, fica mais organizado". (Matriz 1.1 Turno 2).*
>
> *Como representar três termos em PA?" Isabela "coloca x, x-1, x+1" Prof. Pedro "Isso, se tem três termos tem um termo central, então o termo do meio você pode chamar de x. (escrevendo na lousa) Se eles estão em PA e o termo do meio é x, (...) aqui é x mais a razão? E o anterior?" Alunos "menos a razão". O professor continua a explicação (...). Conforme explica oralmente e os alunos respondem, faz o registro na lousa, de forma que os alunos fazem a cópia na medida em que se desenvolve a exposição. (Matriz 1.1 Turno 3).*
>
> *Os alunos estão atentos, sem preocupações com a cópia. Ao terminar de resolver, utilizando conceitos de PA (demonstra que a razão corresponde à distância entre dois telefones consecutivos), Prof. Pedro apaga o exemplo e passa para outro. Aluna: "Mas não deu para copiar..." Prof. "Não é para copiar, não vai fazer sentido*

> *algum, ainda mais se você copiou junto com geometria (alunos e professor riem). Prestem atenção agora". (Matriz 1.1 Turno 16).*

Percebe-se que o docente não exige que tudo o que é colocado na lousa seja copiado: pelo contrário, como demonstrado no subnúcleo anterior, a organização da lousa permite que os alunos identifiquem o que deve ou não ser copiado.

Além de não incentivar a cópia desnecessária, Pedro propõe que ela seja feita na medida em que se desenvolve a explicação, ou seja, ele não registra o conteúdo na lousa, espera os alunos copiarem e depois faz a explicação. Mas, conforme explica o conteúdo, já faz o registro e os alunos o copiam, o que evita gasto de tempo desnecessário e a dispersão dos estudantes.

Por fim, nota-se que o docente fornece orientações de como pode ser efetuada a cópia para que esta fique organizada no caderno. Ele indica número de linhas que os alunos devem utilizar, orienta a separação temática do caderno, dentre outros pequenos comentários de mesmo gênero.

<u>Núcleo 4: Exercícios e Resoluções</u>

Outro aspecto que merece destaque na prática de Pedro são os momentos em que ele propõe exercícios de fixação do conteúdo trabalhado e desenvolve as resoluções dos mesmos na lousa. Nele encontram-se os subnúcleos: *Exercícios individuais, Resoluções e correções coletivas* e *Orientações para a resolução do aluno*.

4.1 Exercícios individuais

Após trabalhar um conteúdo com os estudantes, uma das estratégias de fixação utilizada por Pedro é a resolução de exercícios individualmente. Em geral, ele seleciona exercícios propostos no material didático, fornecendo tempo necessário para que os alunos os resolvam, como observado nos excertos abaixo:

> *Após terminar a explicação do conteúdo, professor solicita que os alunos resolvam individualmente aos exercícios correspondentes na apostila. Enquanto alunos resolvem, Prof. Pedro circula pela sala retirando possíveis dúvidas. (Matriz 1.2 Turno 1).*

> *Após terminar as resoluções e explicações de todos os exemplos, o docente solicita que os alunos façam exercícios de fixação da apostila*

> *da aula 59. Enquanto os alunos fazem, o docente fica entre as carteiras, próximo aos alunos. (Matriz 8.1 Turno 9).*

É evidente que o fato de a proposta ser a resolução individual, não exclui a interação entre os alunos e destes para com o docente. Porém, mesmo com essas interferências, as situações de exercícios individuais demonstraram-se de grande valor, pois Pedro podia observar os estudantes e avaliar se compreenderam ou não o conteúdo ensinado.

4.2 Resoluções e correções coletivas

Após os exercícios individuais, o docente faz a correção dos mesmos na lousa. Além disso, para a fixação do conteúdo estudado, propõe resoluções coletivas em que coloca um exercício (do material didático ou preparado por ele) na lousa e resolve junto com toda a classe, aceitando a possibilidade de diferentes formas de resolução.

> *Professor inicia a correção dos exercícios na lousa. No registro que faz, coloca o número do exercício e depois todas as informações dadas pelo enunciado e o que é pedido que se faça, não em formato de texto, mas em linguagem matemática (por exemplo: 1) a_5=35; r=8; a_{12}=?). Então ele comenta a questão "Você tem duas opções para encontrar o a_{12}. (...) qual o jeito mais rápido de fazer: é comparar o que você tem (grifando os dados do exercício) com o que você quer (grifa o que precisa descobrir). Você tem o a_5 e quer o a_{12}, qual é a relação entre a_5 e a_{12}?" Lucas "É o a_5+7r". Assim o docente continua resolvendo o exercício em interação com os alunos através de perguntas. (Matriz 1.2 Turnos 9 e 10).*
>
> *Ao perceber que a classe terminou os exercícios, Prof. Pedro começa a fazer a correção dos mesmos na lousa: "Ó, eu aposto que ninguém fez do jeito como eu vou fazer aqui, então, com alguma modéstia, anote em um cantinho está forma para você ter também. Exercício 1, ele fala o seguinte, $a_2 + a_{50} = 200$ (escreve na lousa), certo? E depois ele pede quanto vale $a_1 + a_{51} = ?$ (escreve na lousa). Ó, olha aqui, o que tem a ver esse termo (a_2) com esse (a_1)? É um antes não é? E esse (a_{50}) com esse (a_{51})? É um depois. Então aquela ideia de PA (10, 14, 18, 22, 26, 30), se eu somo o a_1 com o a_6 quanto dá? Alunos "40", Pedro "E se eu somo o a_2 com o a_5?", Alunos "40 também" Prof. Pedro "Por que deu o mesmo resultado, tecnicamente falando? Porque aqui aumentou a razão e aqui diminuiu, então o resultado se mantém igual. Mas como que eu provo isso algebricamente? Já está entendido, mas precisamos enxergar algebricamente." O docente passa, então, a resolver a questão em linguagem matemática, substituindo o a_2 por a_1+r e o a_{50} por a_{51}-r (dado $a_2 + a_{50} = 200$, com a substituição temos $a_1+r + a_{51}-r = 200$, ou seja, $a_1 + a_{51} = 200$). (Matriz 3.1 Turnos 7 e 8).*
>
> *O docente propõe um exercício para perceber se os estudantes realmente compreenderam o conceito de log. Pede que calculem o*

valor de alguns logaritmos conhecidos, como $\log_3^{27}$*, e os faz junto com os alunos, fazendo perguntas e anotando o raciocínio na lousa (por exemplo,* $\log_3^{27}$ *= 3, pois* 3^3 *= 27). (Matriz 8.2 Turno 10).*

Na verdade o que eu percebo é que ajuda muito eu fazer o desenvolvimento completo na lousa, eles já progrediram muito. (Entrevista com Prof. Pedro (após a aula) 12/11/13).

Percebe-se que, nessas correções e resoluções coletivas, em que há uma forte interação com os estudantes, o professor procura direcionar a atenção deles para, em primeiro lugar, compreenderem o próprio enunciado e o que o exercício solicita que seja feito. Além disso, as resoluções feitas por Pedro são completas (com todas as etapas do raciocínio), servindo como modelo de resolução para os alunos. Em alguns casos, o docente aproveita a situação para realizar uma breve revisão do conteúdo. Em entrevista, os alunos Francisco e Guilherme declaram suas opiniões quanto às resoluções coletivas:

Guilherme: Eu gosto mais de fazer os exercícios sozinho, acho que fixo mais. Mas tem momentos que é bom para entender, para desenvolver o raciocínio, mas eu gosto mais de fazer sozinho.
Francisco: Eu também gosto de fazer sozinho, é bom para desenvolver seu raciocínio. Mas eu gosto quando ele faz, porque desenvolve outra linha de raciocínio. Às vezes eu ia fazer de um jeito muito complicado e eu aprendo a desenvolver o raciocínio com ele. Aluno Guilherme concorda com Francisco mexendo a cabeça. (Entrevista com alunos Francisco e Guilherme 13/11/13).

Assim, os dados evidenciam que a prática de resoluções coletivas parece auxiliar no processo de ensino aprendizagem. Conforme afirmam os alunos, colabora para o desenvolvimento do raciocínio matemático, sendo os exercícios individuais os destinados à fixação.

4.3 Orientações para a resolução do aluno

Pedro também sinaliza como deve ser a resolução feita pelos alunos, dando orientações específicas de como devem ser registradas para que sejam claras:

A mesma aluna do turno 6 diz que não conseguiu resolver o exercício. Pedro vai até ela e percebe que, mais uma vez, o problema está no fato de ela não desenvolver o problema em todas as suas etapas. Novamente a orienta a desenvolver o raciocínio e aluna refaz com todas as etapas e argumenta: "Pedro deu a mesma coisa!" Prof. "Sim, mas esse 2 não é razão, como você tinha chegado antes. (aluna *percebe que o resultado numérico é o mesmo, mas significa outra coisa) Viu como desenvolver o problema muda tudo?”.* (Matriz 1.2 Turno 8).

Ao final da aula, professor passou a dar orientações específicas para a prova: “Eu tenho tido um problema muito sério com as resoluções de prova do 1º ano.” (...) Pedro “A pessoa faz um rascunho e não uma resolução. Eu fico decorando exercícios, faço resolução na lousa, uso cor, aí você chega na prova...” Aluna “uso cor, rs” Prof. “...é eu uso várias cores que eu não entendo...” (alunos riem) “... daí você chega na prova, tem o espaço para resolver a questão, e você começa a resolver aqui no meio cabeção, para quê isso?!” (alunos riem) “aonde agente começa a resolver uma questão no espaço em branco a ela destinado?!” (ênfase em espaço em branco, alunos riem bastante) Professor e alunos dizem juntos “No meio, rsrs” Professor “No canto superior esquerdo, certo? Desenvolve utilizando somente metade do espaço, se for possível, e depois passa para o outro lado.” (Matriz 2 Turno 24).

Percebe-se que o docente valoriza a clareza e o registro completo do raciocínio utilizado, fornecendo aos estudantes não só as orientações necessárias para que consigam atingir este tipo de resolução, mas também suas próprias resoluções como modelo. Abaixo, segue dados coletados através de uma entrevista sobre o assunto, feita com o docente:

Percebi que você faz as resoluções bem completas na lousa, tudo bem descrito. Os alunos fazem igual nas provas?
Não, não são todos que resolvem igual ao que eu faço. Metade das meninas consegue e alguns meninos, o restante faz uma resolução compreensível, mas não totalmente sinalizada. Apenas três têm problemas de clareza, sendo um mais grave. Na verdade o que eu percebo é que ajuda muito eu fazer o desenvolvimento completo na lousa, eles já progrediram muito. O problema é que alguns não copiam todos os passos, colocam só o resultado, depois quando vão estudar ficam perdidos no raciocínio. Eu tenho que chamar a atenção ‘olha a cópia’. (...) Antes, eu não fazia assim, eu explicava e abreviava o raciocínio, pois era ‘óbvio’ para mim. Daí, chegava a prova era um desastre: não dava para entender nada, umas resoluções horríveis. Foi ai que eu percebi que eu estava cobrando uma coisa na prova que não fazia em sala, e comecei a fazer as resoluções completas, ainda que a etapa seja muito evidente, percebo que isso ajuda... Então digamos que 40% fazem completo, 3 não são claros e o restante ao menos compreensível.
Mas e ao longo dos anos, você percebe alguma mudança?
Ah sim! O avanço é visível, no 2º e no 3º eles progridem muito! Para você ter uma noção, eu demoro uma hora para corrigir as provas do 3º e três horas para corrigir as do 1º, isso com o mesmo número de

> *alunos e com as questões do 3º mais complexas! (Entrevista com Prof. Pedro (após a aula) 12/11/13).*

Desta forma, é notória a preocupação do docente com a resolução dos alunos. Preocupação esta que não fica apenas no nível da cobrança de boas resoluções, mas que envolve o ensino de como resolver com clareza e o fornecimento de modelos de resoluções completas.

<u>Núcleo 5: Resolução de Dúvidas</u>

Outro tema fundamental, ao se discutir a prática docente, é como se dão as resoluções de dúvidas em sala de aula. No caso do professor Pedro esses momentos foram tão ricos que possibilitaram os subnúcleos: *Liberdade para perguntar, Resolução de dúvidas entre alunos, Disposição para responder* e *Respostas do docente.*

5.1 Liberdade para perguntar

Durante as aulas, tanto expositivas quanto de exercícios, os estudantes demonstraram ter total liberdade para fazer perguntas e comentários sobre os conteúdos. Isso porque, durante o período pelo qual se estendeu a pesquisa, foi possível notar que os estudantes faziam perguntas e apartes com muita frequência. Abaixo, seguem algumas situações em que isso pode ser observado:

> *Pedro coloca outro exemplo (6, 14, 22, 30) e pede que os estudantes façam a representação individualmente. Logo em seguida faz junto com eles (18-3.4, 18-4, 18,18+4, 18+3.4), sendo que os alunos têm liberdade para perguntar e fazer suposições (por exemplo: Aluno "e se tivesse mais um termo, como representaria?" e professor faz o exemplo com um termo a mais). (Matriz 1.1 Turno 10).*

> *Durante a explicação surge uma dúvida de uma das alunas: "Ô Pedro eu não sei o que é o n" Prof. "É esse daqui ó" (mostrando na lousa) Aluna "não, o m é a taxa de variação, mas o n, o que é?" Prof. "Ah, boa, agora eu entendi. (Matriz 2 Turno 13).*

> *Os estudantes continuam resolvendo os exercícios e o docente circulando pela classe. Os alunos têm liberdade para conversar entre si e ajudarem-se mutuamente, além de acesso total ao docente. (Matriz 3.1 Turno 6).*

E, ainda, a opinião de uma aluna sobre a retirada de dúvidas na aula de Pedro:

> *Daniela: Ah, é tranquilo, a gente pode tirar dúvidas numa boa. (Entrevista com alunas Isabela e Daniela 26/11).*

A partir de tais informações, fica evidente que os estudantes têm liberdade para retirar dúvidas na aula do professor. Essa postura parece compatível com o incentivo à participação dos estudantes, descrita no subnúcleo Participação e controle da atenção (1.4), pois uma das formas deles participarem é através de perguntas. Além disso, a liberdade dada por Pedro aos alunos é fundamental para que o processo de ensino-aprendizagem tenha sucesso, visto que ele permite àqueles que não compreenderam manifestarem-se e terem nova oportunidade de aprender.

5.2 Resolução de dúvidas entre alunos

A resolução de dúvidas e a liberdade para perguntar não se restringem apenas à relação professor-aluno. O docente também permite, e de certa forma estimula, que os estudantes resolvam dúvidas entre si, tanto em momentos de exercícios individuais, quando podem se dirigir à mesa do colega, como em momentos de dúvidas acerca da explicação do conteúdo, em que um ou mais alunos podem sanar a dúvida do outro, diante da turma inteira. Abaixo, seguem os excertos:

> *Nesta transposição, uma das alunas continua com dúvida, não compreendendo porque multiplicar por 3 e 5. A aluna Isabela procura auxiliar a colega: "Porque é assim, do x para o c é um h, daí do c para o d são 2h". Professor "Isso, o x não é termo da PA, é um auxiliar". (Matriz 1.1 Turno 11).*
>
> *Uma aluna tem dificuldade em resolver uma questão, e a colega da frente tenta ajudá-la, informando os valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis. Ao perceber a dúvida, Guilherme, ao lado, também tenta ajudá-la "é só você guardar o seno e o cosseno, porque a tangente vai ser a divisão de um pelo outro" Aluna "mas daí eu tenho que dividir por ½?" Guilherme "dividir por ½ é a mesma coisa que multiplicar por 2. Então se você pegar e dividir √3/2 por 2, multiplicar ... o sen60º é √3/2, se dividir pelo cosseno é a mesma coisa que multiplicar por 2" Aluna "Ah.....". (Matriz 4.1 Turno 10).*

Essas situações ocorrem com muita naturalidade no grupo e representam uma postura positiva assumida por Pedro. Ao aceitar que um aluno tome um momento da explicação e explique em seu lugar, o docente indica reconhecer que existem outros mediadores além dele em sala de aula, permitindo que seus alunos experimentem outras formas de compreensão do conteúdo.

5.3 Disposição para responder

O docente demonstra constante disposição para responder às dúvidas dos estudantes. Isso fica evidente em situações em que ele incentiva os alunos a perguntar, não se importando se o tema do que é perguntado já não está mais em debate. Além disso, faz a socialização das dúvidas que considera importante e não hesita em mudar a forma de explicação ou dar mais exemplos até que o estudante compreenda a questão. Abaixo, vemos alguns exemplos de tais situações:

> *Alunos voltam a perguntar do subitem anterior, professor explica novamente e faz um exemplo numérico para esclarecer a questão. (Matriz 1.1 Turno 7).*
>
> *Pedro registra na lousa o que será trabalhado no dia. Enquanto escreve, duas alunas se aproximam para solucionar dúvidas da tarefa de casa. O docente para o que estava fazendo e começa a explicar para elas (utilizando alguns minutos para tal), enquanto os demais alunos conversam baixo.(Matriz 8.1 Turno 2).*
>
> *(...) Pedro "Olha galera, a pergunta dela muita gente não entendeu e é importante. Ela perguntou assim, 'eu entendi que o m é a taxa de variação, mas e o n eu não entendi ainda o que é?', alguém sabe responder essa pergunta para ela?" (Matriz 2 Turno 13).*
>
> *Professor pergunta se alguém tem dúvidas e vê duas alunas conversando baixo sobre o exemplo 3, então pede para que a aluna com dúvida verbalize sua dúvida para ele ajudar. (Matriz 3.2 Turno 6).*
>
> *Um dos alunos diz que já fez e que passará os outros dois resultados. Professor aceita, mas, ao se deparar com a resposta, percebe um erro de soma com frações e retoma esse conteúdo (teoricamente do Ensino Fundamental) com a turma. (Matriz 1.1 Turno 22).*

Nota-se que, ao dar esse tipo de tratamento às perguntas dos estudantes, o docente valoriza o ato de resolução de dúvidas e, principalmente, demonstra que está à disposição dos mesmos para saná-las. Por conseguinte, a aluna Daniela registrou a seguinte opinião em entrevista:

> *Daniela: (...) Mas ele sempre responde. Tem professor que pede para ir direto para o reforço, mas o Pedro sempre responde, mesmo que tenha passado um tempinho.(...) Ele também explica quantas vezes forem necessárias. (Entrevista com alunas Isabela e Daniela 26/11).*

Assim, nota-se que os estudantes percebem a postura assumida pelo professor. Durante os três meses em que se desenvolveu a pesquisa, não se observou uma única vez em que o docente deixou um aluno sem resposta; pelo contrário, quando vinham no início da aula solucionar uma dúvida, ele prontamente os atendia individualmente, ainda que atrasasse um pouco a aula.

5.4 Respostas do docente

Diretamente relacionado ao subnúcleo anterior, este descreve, em detalhes, como são as respostas de Pedro, ou seja, sua forma de solucionar as dúvidas trazidas pelos alunos. Para isso, foram separados três itens: *Identificando a dúvida do aluno, Nova explicação do conteúdo* e *Resposta indireta.*

5.4.1 Identificando a dúvida do aluno

Antes de responder exatamente ao que o aluno perguntou, o docente procura compreender a origem de sua dúvida, auxiliando-o no processo de verbalização e compreensão da mesma, como pode ser visto abaixo:

> *Retoma a explicação anterior, mostrando que é o mesmo raciocínio, visto que ambas têm um termo central (PA com 3 ou 5 termos), e faz a 1ª representação (x-2r, x-r, x, x+r, x+2r). Aluna "Não entendi direito...". Prof. "Pergunte, qual a parte que você não entendeu?". Aluna "Duas vezes a razão". Prof. Pedro "Ó (...)". (Matriz 1.1 Turno 5).*
>
> *Enquanto o docente passa pelas carteiras verificando possíveis dúvidas, alguns alunos começam a comentar: Isabela "Ai Pedro, eu não sei fazer isso" Daniela "Eu também não" Pedro "Porque você não sabe? O que está te incomodando aí?" Isabela "É que está diferente" Pedro "Então é só deixar igual, colocar em um formato mais amigável. Não é o 0,01 que está estranho? Então livre-se dele, o transforme em base 0,1". (Matriz 14 Turno 2).*

Como observado, Pedro busca identificar a dúvida dos alunos através de perguntas que busquem especificá-la, ou mesmo pela observação dos registros dos estudantes, analisando se existe algum erro no desenvolvimento da resolução de um exercício, por exemplo. Tal postura demonstrou-se fundamental, sugerindo que o primeiro passo para solucionar uma dúvida é compreender exatamente qual é a dúvida.

5.4.2 Nova explicação do conteúdo

Sendo a dúvida identificada, passa-se para a segunda etapa: a resolução da mesma. Quando o docente percebe que a dúvida do estudante está relacionada à não compreensão dos conceitos ensinados, retoma o assunto, explicando-o de outras maneiras.

Como os alunos ainda pareciam não ter compreendido como resolver o exercício, Pedro chama a atenção da turma toda e retoma o conteúdo, fazendo esboços de gráficos e explicações sobre o conteúdo do exercício. Por fim, resolve a questão que os estudantes estavam com dificuldade. (Matriz 14 Turno 3).

Como a aluna que havia feito a pergunta ainda não tinha entendido, Pedro vai até a lousa para explicar novamente: "Calma, vocês não estão enxergando. Ó, o a, por exemplo, $_{20}$. Ele guarda alguma relação com o a_{15}? O que separa o a_{20} do a_{15}?" Aluna "5" Prof. "5 o quê?" Aluna "r" Prof. "5 vezes a razão. Se eu pegar o a_{15} e acrescentar a ele 5r eu chego no a_{20}. Então, há uma equação que relaciona os dois" (professor escreve essa equação na lousa). (Matriz 1.2 Turno 4).

Aluna "Pedro, f(x) então é a mesma coisa que y?" Pedro "f(x) é y, ó, y depende de x" (mostrando no gráfico) "para cada vez que eu troco o valor de x eu não encontro um y diferente? Então no 1 o y vale 5, a função vale 5; no 3 a função vale 9 (...)". (Matriz 2 Turno 7).

Ao passar por uma carteira, uma aluna faz uma pergunta. O docente, observando o registro que ela faz no caderno, pede que ela equacione passo a passo e não escreva somente o resultado, dizendo que mais importante que a resposta é o processo. (O erro e dúvida da aluna advinham do fato dela pular etapas do processo e confundir-se nas operações). (Matriz 1.2 Turno 6).

Observa-se que Pedro também fornece exemplos mais simples para levar os alunos à compreensão, quando julga necessário. Isso representa algo positivo, pois, caso o estudante esteja com dificuldade devido ao nível de abstração exigido, o exemplo auxilia fornecendo um referencial concreto para o mesmo.

5.4.3 Resposta indireta

Outra forma de responder às dúvidas são as respostas indiretas. Quando os questionamentos dos estudantes não se referem a problemas conceituais, mas à dificuldade em utilizar o conceito ou compreender o raciocínio exigido em um problema, o docente não responde diretamente ao que foi perguntado, mas fornece pequenas dicas, ou mesmo outras perguntas, que direcionam o raciocínio do aluno para a solução do problema.

Após encontrar a resposta, a soma dos n primeiros termos em função de n, Pedro propõe o caminho inverso: Como encontrar a PA a partir da equação da soma em função de n. Ao perguntar se alguém sabia fazer, nenhum aluno respondeu. Então o docente calcula a soma dos dois primeiros termos, perguntando o que significava o resultado obtido. Os alunos responderam que era a soma de a_1 e a_2 e, logo em seguida, já perceberam que o que tinham que fazer era calcular a *soma do primeiro termo, que seria ele mesmo, assim resolveriam o problema. (Matriz 3.1 Turno 3).*

(...) Jenifer lhe faz uma pergunta (a qual não consigo escutar) e Pedro responde "O que o a_5 tem a ver com o a_1? (silêncio da aluna) Eu pergunto e eu mesmo respondo: a_7 não tem a ver com o a_1? (aluna responde algo que não consigo escutar) O a_7 não é o a_1 + 6r em qualquer PA?" Jenifer "É. Então a_5 é a_1 + 4r" Professor "Isso, escreva essa equação". (Matriz 1.2 Turno 2).

(...) Professor percebe que o equívoco do estudante está em tentar aplicar a fórmula, sem refletir em como aplicá-la. Prof. "É só pensar quanto o a_5 está antes do a_{12}. É aquele conceito que eu expliquei, por isso que eu falo, não dependa de fórmula" (...).(Matriz 1.2 Turno 7).

Verifica-se que Pedro não fornece a resposta direta por perceber que o aluno pode chegar até ela, necessitando apenas de uma direção para seu raciocínio. Esse tipo de resposta revelou-se interessante, pois os estudantes demonstravam um entusiasmo maior quando conseguiam compreender apenas com a dica do docente.

Núcleo 6: Atividade coerente de avaliação

Outro tópico que merece a atenção na análise da prática docente deste professor são as questões relativas ao processo de avaliação. Como a escola em questão tem avaliações padronizadas para todas as disciplinas, focou-se o olhar sobre as atividades de avaliação que estão sob o controle específico do professor Pedro, criando-se os seguintes subnúcleos: *Orientações para a prova, Compatibilidade aula-avaliação* e *Revisão.*

6.1 Orientações para a prova

O docente sempre informa detalhadamente os conteúdos que serão cobrados na avaliação, fornecendo dicas sobre ela e orientações de como estudar para a prova. Tais atitudes podem ser observadas nos trechos que se seguem:

Ao final da correção, o docente informa de maneira detalhada os conteúdos que serão cobrados nas provas teste e dissertativa, passando cada tópico e a numeração das aulas que devem ser estudadas. (Matriz 8.1 Turno 13).

O docente começa: "Exercícios, exercícios...Galera, a primeira coisa é: não estudar para a prova apenas pelos exercícios que eu fizer aqui. Eu tenho duas aulas, eu vou fazer o que der tempo de fazer nestas aulas, (...) não dá para cobrir todo o conteúdo. Eu vou começar pela

A, que é a matéria que mais aflige vocês, começa lá em funções, basicamente funções constantes, função linear e função afim." (Matriz 2 Turno 3).

Prof. Pedro "(...) Eu jamais vou perguntar o nome, 'classifique a função afim' (tom de voz diferenciado, como locutor de rádio), eu vou dar problemas que para resolver você vai precisar da função afim." E continua a explicação das diferentes classificações de função afim." (Matriz 2 Turno 4).

Tal postura parece ser fundamental para uma prática avaliativa coerente, pois não toma a prova como instrumento de classificação ou punição dos alunos, mas sim como uma das formas de verificar quais conhecimentos cada aluno adquiriu. Para isso, nada mais justo do que informar o que será cobrado e o que se espera dos alunos.

6.2 Compatibilidade aula-avaliação

Os dados coletados contêm situações que sugerem a compatibilidade existente entre a aula e a avaliação desenvolvida por Pedro. Enfatiza-se o que é desenvolvido por ele, pois, além das provas feitas pelos professores, a escola implanta exames de sistemas de ensino que não são de responsabilidade dos mesmos. Seguem os excertos:

Após terminar o exercício 2, o Prof. Pedro chama a atenção da turma para o de nº3, que é uma aplicação, afirmando que na prova existem mais exercícios de aplicação. (Matriz 2 Turno 10).

Isabela "Pedro, são só 10 questões, como você conseguiu colocar tanta aula em só 10 questões?" Daniela "É que é muita coisa... Um monte de aula para 10 questões" Prof. Pedro "Pois é... Mas eu sou obrigado a cobrar todos os tópicos destas aulas?" Guilherme "Na verdade são 20 questões, porque tem a e b" Prof. Pedro "Eu sei o que eu vou cobrar, você como não sabe o que eu vou cobrar você vai?" (tom de brincadeira; alunos respondem simultaneamente, não consegui compreender) Prof. "qual é o objetivo disso? Fazer vocês estudarem!". (Matriz 1.2 Turno 13).

Percebe-se que o docente trabalha em sala o conteúdo que será cobrado na prova, sinalizando isso aos estudantes. Além disso, os alunos reclamam da quantidade de conteúdo cobrado na prova bimestral, porém, a aluna Daniela, quando questionada sobre outro assunto (dedução de fórmulas) acaba revelando a compatibilidade entre aula-prova:

Daniela: É, eu acho que isso é bem compatível com a prova dele, porque na prova ele não pede 'resolve' e você tem que ter a fórmula decorada. Tem todo um contexto... (Entrevista com as alunas Isabela e Daniela 26/11/13).

E, quando questionadas especificamente sobre a avaliação, as alunas declaram:

> *Daniela: Não é fácil, mas também não é difícil.*
> *Isabela: É, eu acho que se você estudar você vai bem, e os exercícios da prova sempre são similares a alguns da apostila ou que ele fez em sala.*
> *Daniela: Eu acho que é compatível com a aula dele, é coerente. (Entrevista com as alunas Isabela e Daniela 26/11/13).*

Assim, parece evidente a existência de compatibilidade entre a avaliação feita pelo docente e suas aulas. Essa postura é de fundamental importância, pois, além de interferir diretamente no desempenho dos alunos, é a base para uma prática pedagógica coerente.

6.3 Revisão

Além das orientações para a avaliação, o docente também faz revisões da matéria para a prova, podendo utilizar uma aula exclusivamente para isso, ou apenas um momento de outra aula para fazê-lo. Seguem-se os excetos:

> *Esta aula é a que antecede a semana de provas, assim, logo que o professor adentra na sala, os alunos começam a perguntar se ele fará revisão. Ele responde "Revisão?" (tom de brincadeira) e depois diz que será feita a revisão de matemática A e B. Professor: "qual parte vocês querem revisar primeiro, a A ou a B? Qual está mais difícil?" Alunos em coro: "a A" (Matriz 2 Turno 1).*
>
> *Pedro escreve uma função na lousa (f(x)=mx+n), perguntando se a função é afim, linear ou constante. Alunos: "afim" Prof. Pedro: "toda a função que é escrita desta forma é afim, mas ela pode receber uma classificação mais específica, dependo dos valores de m e n. Entendeu o que eu falei?" Alunos "sim, que ela é afim..." Prof. Pedro "Esta função é afim, mas vai ser constante, crescente ou decrescente dependendo do valor de m. (...)" (Matriz 2 Turno 4).*
>
> *Passa para a revisão de matemática B, seguindo os mesmos moldes da A: utilizou exemplos concretos para a revisão, em geral que abrangiam mais de um conteúdo estudado. Além disso, interagiu com os alunos, através de perguntas gerais para a classe ou diretas a algum aluno. (Matriz 2 Turno 23).*

Nota-se que os estudantes apreciam os momentos de revisão, pois, além de revisar o conteúdo que será cobrado, é, no mínimo, uma forma de acolher a ansiedade diante da avaliação. Assim, esses momentos relacionam-se diretamente com o subnúcleo anterior, pois fazem parte da busca por uma prática avaliativa coerente.

Núcleo 7: Concepções em relação à matemática

Por fim, buscou-se reunir as impressões subjetivas explicitadas pelo docente e pelos alunos em relação à matemática. Estas foram coletadas por meio de entrevistas ou em conversas informais entre alunos e/ou professor captadas nas gravações.

> *O docente inicia a aula dizendo que, ao invés de trabalhar com matemática A, prevista para o dia, trabalhará com a B para terminar o conteúdo para a prova. Neste momento, três alunos começam a conversar entre si: Henrique "Eu gosto de log..." Jenifer "Sério? Porque?" Henrique "Sei lá... É legal" Jenifer "Eu também gosto" Lucas "Por que você gosta?" Jenifer "Porque eu entendo. A gente só gosta do que a gente entende." (Matriz 12.1 Turno 1).*
>
> *Ao final da aula, enquanto os estudantes terminavam a cópia da lousa, a pesquisadora espera o docente terminar de arrumar seu material para saírem da sala. Nesse instante, Jenifer começa uma conversa com ela:*
> *Jenifer: Por que você escolheu matemática? Logo matemática, tem tanta matéria! Biologia, por exemplo...*
> ***Pesquisadora: Então, eu escolhi justamente porque é uma das matérias que os alunos têm mais dificuldade.***
> *Francisco: Por que as pessoas têm mais facilidade em humanas?*
> ***Pesquisadora: Isso é o que eu quero descobrir, rsrsrs. Mas isso é relativo...***
> *Francisco: Eu, por exemplo, eu gosto de humanas e acho mais fácil, mas fico muito mais feliz quando consigo resolver um problema de matemática, porque é mais difícil.*
> *Jenifer: Isso é verdade! É muito mais legal quando a gente consegue resolver um problema de matemática!*
> ***Pesquisadora: É porque é um desafio. Mas você não gosta de matemática?***
> *Jenifer: Eu odeio!*
> ***Pesquisadora: As duas, a A e a B?***
> *Jenifer: Então... Antes eu gostava mais ou menos da B, porque eu não entendia de jeito nenhum a A. Mas agora eu estou entendendo, então eu tô gostando.*
> ***Pesquisadora: Hum... mas isso é relativo, tem pessoas que acham muito mais difícil fazer uma boa redação do que matemática.***
> *Guilherme: Para mim isso é verdade! Matemática é muito mais fácil do que fazer redação!*
> *Prof. Pedro: É isso é relativo, veja língua portuguesa, por exemplo, não é algo simples, é bem complexo. Tem pessoas que acham muito mais fácil fazer grandes cálculos matemáticos do que pensar na conjugação verbal. Na verdade isso está ligado ao entendimento. Em geral as pessoas gostam e acabam se dedicando mais ao que entendem com mais facilidade. (Conversa com os alunos Francisco, Guilherme e Jenifer, com a participação do Prof. Pedro 29/10/2013).*
>
> ***Como é o seu relacionamento com a matemática?***
> *É fácil.*

Mas você gosta?
Eu gosto, gosto de exatas, química, física, matemática.
E o que você acha que te faz gostar?
Ah... Eu não sei. Eu sempre tive facilidade, sempre gostei. Acho mais legal que humanas, que tem que ficar interpretando texto... Apesar de eu gostar de ler.
Tem algo que te incomoda?
Porcentagem. Eu sempre tive dificuldade, desde o 6º ano. Já disse até para o Pedro que preciso revisar essa parte, mas do resto é tranquilo, eu gosto.
E o que você acha que te faz gostar?
Ah... eu sempre gostei, tive bons professores. O André é um amor, o Afonso repetitivo e o Pedro locão, né? Rs, todos muito bons. E também eu vou querer engenharia química, então eu tenho meio que obrigação de gostar. (Entrevista com a aluna Vanessa 06/11/2013).

Em geral, nessas ocasiões, abordam-se temas sobre gostar ou não de determinado conteúdo, bem como os motivos que levam os sujeitos a tal postura. Como pode ser observado, tanto Pedro como os estudantes revelaram conceber que o apreço por determinado campo ou conteúdo está diretamente ligado ao entendimento que se tem do mesmo ou, no caso de Vanessa, aos professores que lecionam a disciplina.

4. DISCUSSÃO

No capítulo anterior, foram apresentados ao leitor os resultados da pesquisa através dos núcleos, subnúcleos e itens, incluindo exemplos visando auxiliar na compreensão dos mesmos. No presente capítulo, buscar-se-á destacar os principais resultados obtidos, sem o rigor da separação em núcleos e subnúcleos feita até aqui, e discuti-los à luz do referencial teórico assumido, de forma a atribuir uma significação teórica aos resultados.

Um dos pontos chave desta pesquisa é, sem dúvida, o papel da mediação pedagógica no processo de aprendizagem dos alunos. Através da observação e análise das práticas pedagógicas de Pedro, pôde-se alcançar um nível de detalhamento de sua mediação que permitiu identificar e descrever o que ele faz de concreto que torna sua intervenção uma prática de sucesso. Por prática de sucesso, incluem-se as habilidades de possibilitar aos alunos o acesso ao conhecimento e, simultaneamente, o estabelecimento de uma relação afetiva positiva com o mesmo.

Como já descrito no primeiro capítulo, Vygotsky (1984) desenvolveu o conceito de *mediação*, que se tornou central na sua teoria. Este autor dedicou-se ao estudo do desenvolvimento das *funções psicológicas superiores*, aquelas tipicamente humanas, que envolvem controle consciente do comportamento e intencionalidade (OLIVEIRA, 1997, p.26). Segundo ele, as funções psicológicas humanas têm suporte biológico, na medida em que são produtos da atividade cerebral. Porém, tais funções desenvolvem-se fundamentalmente através das relações sociais que o homem estabelece com o mundo exterior; essas relações são mediadas. Segundo Marta Kohl de Oliveira,

> Mediação, em termos genéricos, é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa, então, de ser **direta** e passa a ser **mediada** por esse elemento. Quando um indivíduo aproxima sua mão da chama de uma vela e a retira rapidamente ao sentir dor, está estabelecida uma relação direta entre o calor da chama e a retirada da mão. Se, no entanto, o indivíduo retirar a mão quando apenas sentir o calor e lembrar-se da dor sentida em outra ocasião, a relação entre a chama da vela e a retirada da mão estará mediada pela lembrança da experiência anterior. Se, em outro caso, o indivíduo retirar a mão quando alguém lhe disser que pode se queimar, a relação estará mediada pela intervenção dessa outra pessoa. (1997, p. 26, grifos da autora).

Ao longo do desenvolvimento humano, as relações diretas, gradualmente, cedem lugar às mediadas, sendo que a fala internalizada desempenha um papel fundamental nesse processo de mediação simbólica, uma vez que se torna instrumento do pensamento humano, na medida em que possibilita o desenvolvimento do pensamento verbal. Percebe-se, assim, que a introdução de elementos mediadores torna a relação entre o sujeito e o mundo mais complexa, de forma que a qualidade desta relação será, em grande parte, determinada pela qualidade da mediação ocorrida.

No contexto da sala de aula, identificam-se diversos agentes mediadores. O livro, os colegas, vídeos, imagens e outros materiais podem constituir-se como importantes elementos que mediam a relação entre o aluno e o conhecimento; porém, sem dúvida alguma, o professor possui papel de destaque neste processo. Assim sendo, é fundamental voltarmos o olhar para a mediação pedagógica, visto que ela tem grande influência na qualidade da apropriação que o aluno fará dos conteúdos ensinados.

Deve-se também destacar que essas relações não se restringem apenas à dimensão cognitiva, mas produzem continuamente impactos de natureza afetiva na relação que se estabelece entre o aluno e os respectivos conteúdos. O reconhecimento do papel da afetividade é recente, pois, durante séculos, prevaleceu no pensamento filosófico e educacional uma concepção dualista do ser humano, concepção esta que o considerava como ser cindido entre razão e emoção, sendo a primeira dimensão mais importante que a última. Além disso, não se considerava a emoção passível de abordagem científica. (LEITE, 2012, p. 356-7). Contudo, com o desenvolvimento de pesquisas em diversas áreas do conhecimento, avançou-se para uma concepção monista, que entende razão e emoção como partes indissociáveis do mesmo sujeito: o homem.

O papel da dimensão afetiva no processo de constituição do sujeito recebeu grande contribuição da teoria de Henri Wallon (1968, 1971, 1979). Este médico neurologista conseguiu formular uma teoria do desenvolvimento humano que contempla, simultaneamente, as dimensões afetiva, motora e intelectual, na constituição da pessoa. Partilhando dos mesmos pressupostos da abordagem histórico-cultural, Wallon descreve brilhantemente a relação que existe entre cognição e afeto, atribuindo a este um caráter desenvolvimentista.

Segundo Leite (2012), a teoria walloniana concebe as *emoções* como manifestações de estados subjetivos com componentes orgânicos, sendo a primeira forma de comunicação que o recém-nascido tem com o ambiente. Isso pelo fato de possuir a capacidade de contagiar o outro (contágio), de manifestar-se corporeamente através de contrações musculares e estados viscerais (plasticidade), e de regredir a capacidade de raciocínio (regressividade). Assim, ao chorar, por exemplo, o bebê consegue contagiar as pessoas ao seu redor, que atribuem sentido às suas reações emocionais, transformando-as em formas de expressão e comunicação.

Contudo, para Wallon, emoção e afetividade não são sinônimos. Enquanto as emoções referem-se a expressões efêmeras, ligadas ao movimento e com forte componente orgânico, a afetividade é uma dimensão mais complexa, contemplando, também, os *sentimentos.* Estes são reações mais bem elaboradas, envolvendo a dimensão cognitiva que atribui sentido ao estado afetivo e uma duração maior. Ou seja, a afetividade incorpora as conquistas da inteligência, confirmando a indissociabilidade entre afeto e cognição.

No que diz respeito à mediação pedagógica, como já mencionado, ela também implica em fortes marcas afetivas. Tais marcas são observadas tanto na relação que se estabelece entre o sujeito e o agente mediador, mas principalmente na relação que se estabelece entre o sujeito e o objeto do conhecimento. Se a relação estabelecida for afetivamente positiva, produzirá um movimento de aproximação do sujeito com o objeto do saber; porém, quando negativa, produzirá o movimento de afastamento. Como afirma Leite (2012):

> Em outras palavras, o tipo de relação afetiva que vai se estabelecer entre o aluno e determinado conteúdo escolar (...) vai depender, em grande medida, da concretude das práticas de mediação pedagógica planejadas e desenvolvidas em sala de aula (p. 362).

Assim, após analisar a prática docente do professor Pedro, descrevendo sua atuação concreta em sala de aula, faz-se necessário atentar para os impactos afetivos que sua mediação produziu na turma de alunos. O caminho escolhido para tal foi o mesmo de outros trabalhos desenvolvidos no Grupo do Afeto. Segundo Leite (2012), os dados reunidos pelas pesquisas realizadas pelo Grupo permitiram identificar cinco grandes decisões assumidas por um docente ao planejar e desenvolver seu curso. Não se trata de uma metodologia de ensino ou de pressupostos teóricos assumidos pelo professor, mas de decisões que devem ser tomadas no processo de ensino que fatalmente produzem impactos afetivos na relação aluno-conhecimento. As cinco decisões são: *a escolha dos objetivos de ensino; a decisão sobre o início do processo de ensino; a organização dos conteúdos de ensino; a escolha dos procedimentos e atividades de ensino;* e *a escolha dos procedimentos de avaliação do ensino*.

A escolha dos objetivos de ensino

Uma das primeiras decisões a serem tomadas no processo educativo é a escolha dos objetivos de ensino. Toda escolha envolve, necessariamente, determinados valores, crenças e concepções por parte de quem a toma, de forma que essa decisão não é neutra. No que diz respeito à afetividade, a escolha dos objetivos de ensino pode exercer grandes impactos nos alunos no que se refere à relevância e à clareza dos mesmos.

Quando os estudantes percebem a relevância dos objetivos propostos, estes ganham novo sentido para os mesmos, o que colabora para o estabelecimento de uma relação afetiva positiva entre aluno e conhecimento. Essa relevância pode ser com relação à vida pessoal do estudante, à sociedade onde vive ou quanto ao seu futuro profissional. Porém, quando os alunos não percebem alguma razão que justifique o empenho em aprender determinado assunto, este torna-se sem sentido e desmotivador, o que certamente pode contribuir para o desenvolvimento de um movimento de afastamento afetivo com relação ao mesmo.

Através da análise das práticas pedagógicas de Pedro, ficou evidente sua preocupação em selecionar objetivos e conteúdos relevantes e sinalizar essa relevância aos estudantes. Quando ele decide, por exemplo, trabalhar tópicos de cultura matemática com a turma, mostra como a matemática está presente em situações reais e de forma interdisciplinar com outros saberes. Além disso, Pedro declara que opta por abordar este assunto com os alunos para tornar a matemática "mais atrativa" e fazer com que eles percebam "a relação que tem com outros campos do saber e, assim, perceber sua importância" (Entrevista com Prof. Pedro – 19/05/14). Tal intenção parece ter sido bem sucedida, pois, nas ocasiões em que Pedro abordou tal temática, os alunos permaneciam atentos e participantes à aula, além de declararem valorizar e gostar do trabalho com cultura matemática, como pode ser visto abaixo, nas resposta à entrevista feita sobre o tema:

> *Francisco: Eu acho legal, em qualquer disciplina eu gosto de ver essas curiosidades que se relacionam com outras matérias. Como eu já te disse, desde o 6º ano a gente vê coisas do tipo.*
> *Guilherme: Eu acho legal, porque você pode ver a matemática de forma interdisciplinar. (Entrevista com alunos Francisco e Guilherme 13/11/13).*

Outro ponto que merece destaque é a prática frequente de Pedro discutir as implicações e a relevância dos conteúdos recém-ensinados. Após expor um novo conteúdo, o docente sempre procura sinalizar aos alunos a funcionalidade do mesmo, seja para a resolução de exercícios do vestibular (algo que os sujeitos em questão valorizam), seja como ferramenta para atuar na realidade (o que se aproxima do que os educadores matemáticos nomeiam como Modelagem Matemática), ou, simplesmente, sinalizando que o raciocínio utilizado será útil para a compreensão de conteúdos posteriores. Quando Pedro discute a utilidade dos logaritmos, por exemplo, fazendo a modelagem de um problema real em formato matemático (determinação do horário de um assassinato, considerando a variação da temperatura do corpo do cadáver, no qual se utiliza exponencial e logaritmo – Matriz 14 Turnos 15 a 18), está demonstrando aos estudantes que, em situações concretas do cotidiano social, utilizam-se estes conceitos matemáticos como recursos para a compreensão da própria realidade.

A decisão sobre o início do processo de ensino

Decidir em que ponto iniciar o processo de ensino não é uma tarefa que deve ser feita ao acaso. Os dados apontam que iniciar o processo partindo do que o aluno já sabe diminui as chances de fracasso escolar e, consequentemente, aumentam as possibilidades de estabelecimento de uma relação afetivamente positiva entre aluno e conhecimento. Neste sentido, identificar os conhecimentos que os estudantes efetivamente adquiriram, através de uma avaliação diagnóstica, no início do período letivo, por exemplo, é tarefa fundamental de um professor que planeja a situação de ensino-aprendizagem preocupando-se com o sucesso dos seus alunos, incluindo as relações afetivas que irão a se estabelecer entre eles e os respectivos conteúdos a serem abordados.

No que diz respeito às práticas de Pedro, não foi possível acompanhar o início do ano letivo para observar se foi realizada alguma avaliação diagnóstica dos estudantes. Contudo, foi notória a preocupação do docente em planejar o início de cada novo conteúdo programático, pois, sempre que começava um novo assunto, Pedro fazia retomadas dos conhecimentos prévios necessários para a compreensão do mesmo.

Além disso, durante o desenvolvimento de dado conteúdo, Pedro procura avaliar se os alunos estão efetivamente compreendendo para, só depois, avançar para os próximos tópicos. Ele o faz quando observa o trabalho dos estudantes, por exemplo. Ao passar pelas carteiras e observar como os alunos resolvem os exercícios individuais, Pedro já pode traçar um diagnóstico da compreensão da turma. Outra estratégia são as perguntas constantes que o professor faz para incentivar a participação dos alunos. Como já mencionado no capítulo anterior, a forte interação que ele mantém com a turma, durante as explicações, tem a função de estimular a participação e controlar a atenção dos alunos. Contudo, existe outra função inerente a tal prática: as respostas, e até mesmo o silêncio e as expressões faciais, que os estudantes apresentam diante das perguntas de Pedro funcionam como uma espécie de *feed back* da aprendizagem. Ou seja, o docente não precisa esperar o momento da prova ou de exercícios para avaliar a compreensão de seus alunos: durante a própria explicação do conteúdo, já consegue perceber se os estudantes captaram ou não o que ele deseja ensinar, tendo a oportunidade de alterar suas estratégias de ensino quando necessário, para que toda a turma possa compreender o conteúdo em questão. Pedro, ao ser questionado sobre tal postura em entrevista, afirmou:

> *(...) A expressão dos alunos fala muito, então a questão de solucionar dúvidas também acontece, você percebe quando não estão entendendo. A Daniela, por exemplo, ao ter dificuldade não demonstra, por isso eu a chamo com mais frequência.(...). (Entrevista com Prof. Pedro 23/10/13).*

Assim, essas duas atitudes – garantir a compreensão dos conhecimentos prévios e não avançar em novas explicações sem que os alunos tenham compreendido as anteriores – parecem ser fundamentais na prática de Pedro. Como dito anteriormente, com esses cuidados, diminuem as chances de fracasso escolar, pois eles possibilitam que os alunos apropriem-se dos conteúdos que condicionam a aprendizagem de outros novos, e não carreguem a sensação de sair de uma aula sem ter compreendido o assunto, o que certamente produz efeitos aversivos a qualquer estudante.

A organização dos conteúdos de ensino

A organização dos conteúdos de ensino diz respeito à forma como o docente faz o sequenciamento dos conteúdos e explicações, delimitando cada etapa do processo de ensino. Este sequenciamento deve ser feito de maneira a respeitar a lógica de organização epistemológica do próprio conhecimento da área estudada, atentando para como esses saberes relacionam-se entre si. Os dados de pesquisas indicam que, quando feita de forma aleatória, a organização dos conteúdos pode dificultar a apropriação por parte do aluno, colaborando para o estabelecimento de uma relação afetivamente negativa com a disciplina. Porém, quando o professor tem consciência de como se organiza o conhecimento de sua área de ensino, bem como as relações existentes entre os diferentes saberes, pode decidir sobre o que irá ensinar inicialmente, qual a sequência dos conteúdos que seguirá, quais relações podem ser estabelecidas, etc.

Na observação da prática pedagógica de Pedro, ficou evidente o cuidado do docente com a organização dos conteúdos do curso, bem como de cada item desenvolvido. Ao realizar o desenvolvimento de fórmulas, por exemplo, Pedro demonstra como o conhecimento matemático desenvolveu-se para chegar a uma forma sintética, que é a referida fórmula em questão. Na descrição do desenvolvimento do cálculo da área do círculo (Matriz 11.2 Turnos 4 a 10), pôde ser observado como Pedro se preocupa com a compreensão dos estudantes, utilizando uma linguagem acessível que permitisse os alunos acompanharem o raciocínio que leva à formula. Eles próprios declaram que essa prática "Ajuda a lembrar da fórmula depois, eu consigo até desenvolver a fórmula na hora da prova, é bom para fazer ponte com outros assuntos da matemática também." E que "(...) ainda que você não lembre, se você entendeu a dedução às vezes você consegue resolver sem a fórmula, só usando o raciocínio." (Entrevista com alunos Guilherme, Henrique e Lucas 04/12/13).

Outros momentos em que se pode notar a forma coerente como Pedro organiza os conteúdos são aqueles nos quais ele faz a análise dos conteúdos matemáticos, enfatizando a compreensão do conceito do que é ensinado. Por diversas vezes pôde-se observar o docente enfatizando que o fundamental era compreender o conceito matemático envolvido e o raciocínio exigido. Dessa forma, Pedro procurava direcionar o raciocínio dos estudantes, analisando cada etapa do mesmo, separadamente e em crescente nível de dificuldade, fazendo o registro completo do pensamento na lousa. Em outras palavras, ao desenvolver determinado conteúdo matemático, a primeira preocupação do docente era que os alunos compreendessem o conceito, e não simplesmente a aplicação técnica. Para isso, ele procurava direcionar a atenção dos alunos para que compreendessem a forma de raciocinar própria da disciplina, identificando cada etapa do raciocínio e explicando-o separadamente. Com tal postura, Pedro parecia assegurar um maior entendimento por parte dos estudantes, que não se tornavam hábeis apenas em aplicações técnicas, mas desenvolviam um nível de compreensão da matemática que os permitia enfrentar novos desafios e fazer inferências quanto aos temas apresentados.

Outro tópico que merece destaque é a forma como Pedro organiza sua aula expositiva. Os conteúdos são sequenciados ao longo das aulas, de acordo com a organização lógica do tema de forma bastante coerente, apresentando um nível crescente de dificuldade, estabelecendo relações entre os conteúdos com bastante clareza e detalhamento. Ao fazer uma exposição clara e respeitando a lógica de organização da disciplina (por exemplo, ensinando Progressões, para depois avançar para Progressão Aritmética e só depois Progressão Geométrica), Pedro contribui, em muito, para o sucesso na compreensão desses conteúdos pelos alunos. Além disso, o registro feito por ele na lousa segue os mesmos moldes: contempla todas as etapas do raciocínio, é bem detalhado e claro e respeita a organização dos saberes registrados.

Por fim, vale destacar um tópico já citado: o trabalho com cultura matemática. Além do que já foi exposto sobre o tema, propor o estudo de cultura matemática permite que os estudantes tenham contato com saberes peculiares da matemática, como Pedro declara:

> *Alguém que é culto em artes, por exemplo, é alguém que tem os conhecimentos básicos deste campo e consegue raciocinar dentro deste universo. No caso da matemática, é alguém que consegue "se virar" dentro dos conhecimentos da matemática. Alguém que sabe a função, a história da matemática. Não é uma coisa tecnicista, saber resolver equações e operações técnicas da matemática, mas saber a importância do conhecimento matemático e a relação que tem com outros campos do saber e, assim, perceber sua importância. Saber de onde as coisas vêm, como que o pensamento matemático se desenvolveu historicamente e como está presente e nos é útil na vida. (...) Eu trabalho isso com os alunos porque acho que, assim, a matemática fica mais interessante. Eles vão perceber que matemática não é só técnica. Eu sei que a matemática tem coisas muito técnicas que são chatas, mas quanto mais os alunos perceberem sua relação com outras áreas, mais vão se interessar pela matemática. (Entrevista com Prof. Pedro – 19/05/14).*

E, como observado no capítulo anterior, os estudantes demonstraram apreciar essa prática, que apresenta fortes indícios de proporcionar um efeito positivo na relação afetiva que se estabelece entre os alunos e a matemática, pois eles observam como se organiza o saber matemático de forma prática, em aplicações inter-relacionadas com outras áreas.

A escolha dos procedimentos e atividades de ensino

A escolha dos procedimentos e atividades diz respeito à forma como o professor decide ensinar seus alunos, concretamente, em sala de aula. Tendo em vista os objetivos que deseja alcançar, o docente escolhe se é mais adequado expor oralmente os conteúdos, propor uma atividade em grupo ou individual, um debate, uma pesquisa de campo, enfim, decide quais atividades são mais apropriadas para que os objetivos definidos sejam de fato efetivados. Assim, trata-se de situações em que a mediação pedagógica se faz evidente e suas consequências podem ser notadas.

Segundo Leite (2012), quando estas atividades são bem escolhidas e desenvolvidas, aumentam-se as chances de sucesso na apropriação dos conhecimentos pelo aluno, o que colabora para uma relação afetivamente positiva entre eles. Contudo, quando os procedimentos de ensino não são bem planejados, podem se tornar atividades desmotivadoras para os estudantes. Dessa forma, para que uma atividade seja adequada, ela deve ser planejada visando ao objetivo específico que se coloca no momento. Além disso, a atividade deve apresentar uma boa organização interna. Por organização interna, entendem-se instruções claras, intervenções adequadas do professor (quando necessário), correção/retorno, e a escolha de atividades relevantes e motivadoras para os alunos.

Na prática pedagógica de Pedro, observam-se escolhas cuidadosas com relação às atividades e procedimentos de ensino utilizados. Isso fica evidente, por exemplo, nos momentos em que escolhe a estratégia de aula expositiva para apresentar novos conteúdos. Pedro os expõe de maneira detalhada e em crescente nível de dificuldade, o que parece ser valorizado pelos alunos, pois, durante as aulas, estes permaneciam atentos e participando. Neste sentido, em entrevista uma aluna declara gostar muito da aula do professor: "Eu gosto bastante da aula do Pedro (...)" (Entrevista com aluna Isabela 02/10/2013). Outro caso é a utilização de exemplos concretos: quando o objetivo é levar os estudantes ao pensamento abstrato, Pedro frequentemente utiliza exemplos que possibilitam aos estudantes irem do pensamento concreto ao raciocínio abstrato. Além destes exemplos, as representações na lousa feitas pelo docente são extremamente adequadas, pois efetivamente auxiliam os estudantes a compreenderem os conceitos matemáticos, como no exceto abaixo:

O docente volta à proposta do cubo (sempre mostrando as imagens nos slides): "Pegue um cubo, recorte o cubo como eu recortei o tapete de Sierpinski, faça retas em todas as faces do cubo. Antes de eu furar, quantos cubinhos eu terei? (silêncio) É a noção de volume, vocês vão ter volume só no 2º ano, mas a noção de volume vocês já tem" Guilherme "27" Aluna "Por quê?" O docente faz o desenho em profundidade para explicar noção de volume para a aluna. Ao fazer o desenho, antes mesmo de começar a explicar, a aluna já enxerga a noção e diz que entendeu (mas mesmo assim o docente faz a explicação). (Matriz 6.1 Turno 17).

Como pode ser visto, a representação utilizada possibilitou que a aluna compreendesse a noção de volume, o que indica que o procedimento escolhido por Pedro foi adequado. Existe, ainda, a questão da coerência entre as situações de ensino e as atividades de avaliação, que também pode ser vista na prática de Pedro. Tal coerência é ressaltada, por exemplo, pela declaração de duas alunas, afirmando que consideram que o nível de exigência das avaliações é compatível com as atividades desenvolvidas em sala de aula:

O que vocês acham sobre o hábito do Pedro deduzir as fórmulas?
(...)
Daniela: É, eu acho que isso é bem compatível com a prova dele, porque na prova ele não pede 'resolve' e você tem que ter a fórmula decorada. Tem todo um contexto...
Entendi. Já que vocês falaram de avaliação, vou pedir que comentem um pouco sobre isso. (...)
Daniela: Não é fácil, mas também não é difícil.
Isabela: É, eu acho que se você estudar você vai bem, e os exercícios da prova sempre são similares a alguns da apostila ou que ele fez em sala.
Daniela: Eu acho que é compatível com a aula dele, é coerente. (Entrevista com as alunas Isabela e Daniela 26/11/13).

Com relação à organização interna das atividades, pode-se observar que Pedro procura fornecer instruções claras, como nos momentos de resolução de exercício, sempre fazendo a correção dos mesmos. Além disso, faz intervenções adequadas ao orientar como deve ser a resolução do aluno para que seja compreensível.

Por fim, vale destacar outro componente fundamental da escolha dos procedimentos e atividades de ensino. Por estar presente, também, uma intensa relação interpessoal entre professor e alunos, que inclui olhares, posturas, proximidade, tom de voz, acolhimento, dentre outros, tais momentos carregam uma forte carga afetiva que pode ser notada de forma concreta. No caso de Pedro, isso fica bem evidente na postura assumida por ele, pois ao fazer, durante o desenvolvimento das atividades, piadas e variações de entonação de voz, torna a aprendizagem dos conteúdos descontraída e motivadora. Ao assumir uma postura acolhedora com os estudantes, demonstra respeito e receptividade; ao circular pela classe e observar os alunos, Pedro demonstra estar preocupado com os mesmos, os quais tem maior liberdade de acesso ao professor. E, ainda, ao fazer perguntas para a sala ou aluno específico, o docente consegue tornar a aula dinâmica e atrativa para os estudantes, como uma aluna declara: “Eu gosto bastante da aula do Pedro, ele descontrai e isso ajuda. (Entrevista com aluna Isabela 02/10/2013).

A escolha dos procedimentos de avaliação do ensino

Diversas pesquisas são encontradas sobre o tema da avaliação, que procuram compreender como o processo avaliativo está inserido no contexto educacional e quais suas implicações. Estudam as avaliações de rede, institucionais, formais e informais, procurando compreender esse fenômeno em suas mais diversas formas (FREITAS et. al., 2012). Tais estudos contribuem para entender como o docente e a escola como um todo podem criar mecanismos perversos para avaliar seus alunos, servindo apenas para a classificação dos alunos e não como diagnóstico, visando à revisão das condições de ensino diante das dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos.

Segundo Leite (2012), diversas pesquisas do Grupo do Afeto demonstram que a avaliação tradicional é utilizada contra o aluno na medida em que seleciona os melhores e piores, sendo apontada como um dos principais fatores repensáveis pelo afastamento afetivo dos alunos em relação ao conhecimento. Contudo, se pensarmos a avaliação como um mecanismo poderoso de diagnóstico da aprendizagem, voltado para a reformulação da prática pedagógica, ela ganha outro significado.

Nesta perspectiva, a avaliação deve ser utilizada sempre a favor do aluno, sem caráter punitivo ou classificatório, mas sim para revisão das condições de ensino, objetivando que os estudantes efetivamente aprendam. É exatamente isso que ficou evidente na prática de Pedro. O docente não utiliza a prova como punição para alunos “desatentos” ou classificação da turma. Pelo contrário, sempre informa detalhadamente o que será cobrado nas avaliações, o que espera dos estudantes. Além disso, faz revisões para retirada de dúvidas e acolhimento da ansiedade frente à avaliação, mantendo uma coerência entre o que faz em sala de aula e que cobra na prova. Tais atitudes são percebidas pelos jovens, que declaram que a prova de Pedro “não é fácil, mas também não é difícil (...) eu acho que é compatível com a aula dele, é coerente.” (Entrevista com as alunas Isabela e Daniela 26/11/13).

***

O sucesso na aprendizagem

Após a exposição das cinco decisões pedagógicas, fica evidente que a dimensão afetiva envolve cada uma delas. Como afirmado anteriormente, quando os impactos são positivos, produzem um movimento de aproximação do aluno com o saber e, quando negativos, pode ocorrer um movimento de afastamento afetivo. Neste sentido, deve-se relembrar que a afetividade está sempre presente nas atividades desenvolvidas em sala de aula, produzindo, constantemente, algum tipo de impacto afetivo na relação que se estabelece entre o aluno e os conhecimentos abordados em sala de aula.

Notou-se que os dados coletados a partir das práticas pedagógicas desenvolvidas por Pedro indicam que o movimento de aproximação ou afastamento está fortemente relacionado com o fato de os alunos, efetivamente, se apropriarem dos conteúdos, percebendo seu sucesso e tendo consciência disto. Essa consciência gera o sentimento de sentir-se capaz de aprender, alegrando-se a cada nova aprendizagem. Isso ficou evidente em diversas ocasiões das aulas de Pedro, nas quais os estudantes declararam gostar de determinado assunto pelo fato de o terem compreendido:

> *O docente inicia a aula dizendo que, ao invés de trabalhar com matemática A, prevista para o dia, trabalhará com a B para terminar o conteúdo para a prova. Neste momento, três alunos começam a conversar entre si: Henrique “Eu gosto de log...” Jenifer “Sério? Por quê?” Henrique “Sei lá... É legal” Jenifer “Eu também gosto” Lucas “Por que você gosta?” Jenifer “Porque eu entendo. A gente só gosta do que a gente entende.” (Matriz 12.1 Turno 1).*

Além disso, uma conversa iniciada por uma aluna da sala esclareceu que os estudantes gostam quando conseguem compreender a matéria, como pode ser observado no trecho transcrito abaixo:

> *(...)*
> *Francisco: Eu, por exemplo, eu gosto de humanas e acho mais fácil, mas fico muito mais feliz quando consigo resolver um problema de matemática, porque é mais difícil.*
> *Jenifer: Isso é verdade! É muito mais legal quando a gente consegue resolver um problema de matemática!*

> ***Pesquisadora: É porque é um desafio. Mas você não gosta de matemática?***
> *Jenifer: Eu odeio!*
> ***Pesquisadora: As duas, a A e a B?***
> *Jenifer: Então... Antes eu gostava mais ou menos da B, porque eu não entendia de jeito nenhum a A. Mas agora eu estou entendendo, então eu tô gostando. (...). (Conversa com os alunos Francisco, Guilherme e Jenifer, com a participação do Prof. Pedro 29/10/2013).*

Mesmo aqueles com mais dificuldade (Francisco e Jenifer estavam de recuperação), sentem-se mais felizes ao conseguirem resolver corretamente um exercício de matemática, pois é uma situação de desafio para eles. Mesmo considerando algo difícil, e até mesmo ficando em recuperação, o impacto afetivo advindo da percepção da aprendizagem faz com que eles gostem e se esforcem em aprender matemática.

Assim, é inegável a presença da dimensão afetiva nas situações de ensino, de forma que a qualidade da mediação pedagógica realizada pelo professor está diretamente ligada à qualidade das relações que se estabelecem entre sujeito-objeto (LEITE, 2012, p. 365). Mesmo os alunos que apresentavam uma história de vida escolar marcada pela dificuldade em matemática, conseguiram estabelecer uma relação de aproximação afetiva positiva com ela, o que, em grande parte, foi determinado pela mediação pedagógica desenvolvida por Pedro. Portanto, para se pensar em uma escola e em uma prática docente que esteja preocupada com a internalização dos saberes e com o que seus alunos irão fazer com eles para além de seus muros, é necessário que o planejamento e o desenvolvimento do processo de ensino seja prevista, também, a dimensão afetiva.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a exposição apresentada neste trabalho, fica evidente que as decisões tomadas pelos professores em sala de aula geram claros impactos afetivos em seus alunos. Quando estes impactos são positivos, produzem o movimento de aproximação do aluno com o saber e, quando negativos, pode ocorrer o movimento de afastamento afetivo.

Através da observação das práticas pedagógicas de Pedro, professor de matemática, identificaram-se quais os aspectos de sua mediação pedagógica que facilitaram o processo de aproximação afetiva entre os alunos e os conhecimentos matemáticos. Estes aspectos, descritos nos 7 núcleos, 24 subnúcleos e 6 itens, são de grande valia.

Eles representam uma espécie de mapeamento de algumas posturas e atitudes que colaboram para o estabelecimento de uma relação afetivamente positiva entre os alunos e os conteúdos envolvidos, ou seja, o estabelecimento de uma relação de proximidade, atração e interesse. Como afirma Wallon, na construção do espaço mental estabelecem-se relações nas quais "*é grande o papel da afetividade, da pertença, do aproximar ou do evitar, da proximidade ou do afastamento*" (1979, p. 209).

Tais posturas e atitudes foram discutidas tomando por base cinco reconhecidas decisões pedagógicas, propostas por Leite (2012), o que permitiu um tratamento mais abrangente aos dados coletados, visto que estas decisões estão presentes não só no ensino específico de matemática. Desta forma, devido à quantidade e diversidade dos dados, outras discussões podem ser realizadas a partir deles, a fim de refinar ainda mais o debate sobre as mediações pedagógicas próprias do ensino de matemática e seus impactos afetivos.

Neste sentido, é notória a contribuição deste trabalho tanto para o ensino em geral quanto para o campo específico da educação matemática. Isso porque ele demonstra que as atividades de ensino, ainda que foquem o desenvolvimento cognitivo, sempre impactam as demais dimensões do indivíduo. Assim, é inconcebível pensar a situação de ensino sem considerar, também, as consequências afetivas. Além disso, ao discutir os impactos das cinco decisões pedagógicas inerentes ao processo de ensino, foi possível explicitar quais as ações concretas que devem ser cuidadosamente planejadas para que aumentem as chances de que os impactos afetivos sejam positivos nos alunos.

No caso da educação matemática, foi possível explicitar como estas decisões aplicam-se no ensino específico desta área de conhecimento, apresentando uma descrição detalhada de diversas estratégias que tiveram sucesso no processo de ensino-aprendizagem. Tal descrição permite a realização de outros estudos, pois ainda há que se aprofundar a análise destas estratégias. Além disso, este trabalho abre caminho para que outras pesquisas sejam realizadas de forma similar, não somente na Matemática, mas nos demais campos do conhecimento.

Por fim, vale destacar que a presente pesquisa representa um esforço em concretizar a contribuição recíproca entre a psicologia e a educação, proposta por Henri Wallon. De forma que se buscou efetivar o que ele defendeu: *A formação psicológica dos professores não pode ficar limitada aos livros. Deve ter uma referência perpétua nas experiências pedagógicas que eles próprios podem pessoalmente realizar.* (WALLON, 1975, p. 366).

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ADAMS, V. M. Affective issues in teaching problem solving: a teacher's perspective. In: D. B. Mcleod & V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective.* Nova York: Springer-Verlag, 1989, p. 192-201.

ALMEIDA, A. R. S. A emoção e o professor: um estudo à luz da teoria de Henri Wallon. *Psicologia: teoria e pesquisa*, *13*(2), 1997, p. 239-249.

ARANTES, V. A., & AQUINO, J. G. (Orgs.). *Afetividade na Escola. Alternativas teóricas e práticas.* São Paulo: Summus Editorial Ltda, 2003.

BISHOP, A. J. *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós. 1999.

Bogdan, R., & Biklen, S. *Investigação Qualitativa em Educação*. Portugal: Porto Editora Ltda, 1994.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Etnomatemática. São Paulo: Ática, 1990.

DEBELLIS, V. A. & GOLDIN, G. A. Interactions between cognition and affect in high school student's individual problem solving. In: R. G. Undehill (Ed) *Proceedings of the Thirteenth Annual Meeting on the Psycology of Mathematicas Education, North American Chapter of International Group.* Virginia Polytechinic Institute and State University. 1991, Vol. I, p.29-35.

FIORENTINI, Dário. *Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção cientifica em cursos de pós-graduação*. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, Unicamp. Campinas, 1994.

FREITAS, Luiz Carlos de... [et. al]. *Avaliação educacional:caminhando pela contramão*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012. (Coleção Fronteiras Educacionais).

GALVÃO, Izabel. *Henri Wallon: uma concepção dialética do desenvolvimento infantil.* Petrópolis, RJ: Vozes, 1995. – (Educação e Conhecimento).

GOMÉZ CHACÓN, Inés Mª. *Matemática emocional: os afetos na aprendizagem matemática.* Trad. Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

KANT, Immanuel. *Critica da razão pura.* São Paulo, SP: Nova Cultural, c1999. (Coleção Os Pensadores).

LEITE, S. A. da S., Afetividade nas práticas pedagógicas. *Temas em Psicologia*, 2012, Vol. 20, Nº 2, PP. 355 – 368.

Leite, S. A. da S., & Colombo, F. A. (2006). A voz do sujeito como fonte primária na pesquisa qualitativa: a autoscopia e as entrevistas recorrentes. In: S. G. Pimenta, E. Ghedin, & M. A. R. S. Franco (Orgs.). *Pesquisa em Educação: alternativas investigativas com objetos complexos.* (pp. 117-136). São Paulo: Edições Loyola.

LEITE, S. A. da S. & TASSONI, E. C. M. (2002). A afetividade em sala de aula: as condições de ensino e a mediação do professor. In R. Azzi, & A. M. Sadalla (Orgs.), *Psicologia e Formação Docente.* São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002, pp. 113-141.

LUDKE, M. & ANDRÉ, M. E. D. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.* São Paulo: EPU, 1986.

MAHONEY, A. A. Emoção e ação pedagógica na infância: contribuições da psicologia humanista. *Temas em Psicologia, 1*(3), 1993, p. 67-72.

MAHONEY, A. A. A constituição da pessoa: desenvolvimento e aprendizagem. In: MAHONEY, A. A. & ALMEIDA, Laurinda R. (org.). *A constituição da pessoa na proposta de Henri Wallon.* São Paulo: Loyola, 2004, (pp. 13-24).

MCLEOD, D. B. Affective issues in research on teaching mathematical problem solving. In: E.A. Silver (Ed), *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives.* Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1985, p. 267-279.

_________. Affective issues in mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1988, n.19, p. 134-141.

_________. The role of affect in mathematical problem solving. In: D. B. McLeod e V.M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective.* Nova York: Springer-Verlag, 1989, p. 20-36.

_________. Information-processing theories and mathematics learning: the role of affect. *International Journal of Educational Research*, 1990, n.14, p.13-29.

_________. Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In: Douglas A. Grows (Ed.), *Handbook ok Research on Mathematics Teaching and learning.* Nova York: Macmillan, NCTM, 1992, p.575-596.

_________. Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1994, n.25, (6), 637-647.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico.* São Paulo: Scipione, 1997. – (Pensamento e ação no magistério).

PRANDINI, Regina C. A. R. A constituição da pessoa: integração funcional. In: MAHONEY, A. A. & ALMEIDA, Laurinda R. (org.). *A constituição da pessoa na proposta de Henri Wallon.* São Paulo: Loyola, 2004, (pp. 25-46).

Spinoza. *Ética* (T. Tadeu, Trad.). São Paulo: Autêntica, 2009.

TAGLIAFERRO, A. R. *Meu professor inesquecível: a construção de uma memória coletiva.* Trabalho de Conclusão de Curso, Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas. 2003.

TASSONI, E. C. M. *Afetividade e Produção Escrita: a mediação do professor em sala de aula.* Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas. 2000.

TASSONI, E. C. M. *A dinâmica interativa na sala de aula: as manifestações afetivas no processo de escolarização.* Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas. 2008.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente.* São Paulo: Martins Fontes, 1984.

WALLON, H. *A evolução psicológica da criança.* Lisboa: Edições 70, 1968.

_________. *As origens do caráter na criança.* São Paulo: Difusão Europeia do Livro, 1971.

_________. Psicologia da Educação e da Infância. Lisboa, Portugal: Editora Estampa, 1975.

_________. *Do acto ao pensamento.* Lisboa: Moraes Editores, 1979.

Anexo I

Núcleos Temáticos, Subnúcleos e Itens.

Núcleo 1: Postura do Professor

Este núcleo aborda posturas assumidas pelo docente durante as aulas que parecem influenciar o processo de ensino-aprendizagem. Destacam-se os seguintes subnúcleos: *Descontração, Acolhimento, Observação do desempenho dos alunos* e *Participação e controle da atenção.*

1.1 Descontração

Trata-se de momentos em que o docente altera o clima afetivo da sala, tornando as ocasiões tensas, ou de muita concentração para a compreensão do conteúdo, em momentos descontraídos. Ele o faz através de pequenas piadas sobre ele mesmo ou sobre o conteúdo, piadas sobre o momento de avaliação, variações da entonação da voz (imitar locutor de rádio ao narrar um enunciado, por exemplo) e ênfases em determinadas palavras, dentre outras pequenas posturas de mesmo gênero. Abaixo, seguem os registros de tais ocasiões:

> Coloca a situação-problema envolvendo um dos alunos da turma e pergunta como os alunos resolveriam a questão. Alunos respondem e professor replica: "Isso, vocês usariam aaaritmética (ênfase no som), não usariam PA. Não precisa usar PA, mas eu vou fazer usando PA porque eu sou esquisito", alunos riem. (Matriz 1.1 Turno 14).
>
> Após terminar a correção, Pedro pergunta "Alguma dúvida? (silêncio) O que você aprendeu nesta aula? <u>Nada</u>" (ênfase em nada. Alunos e professor riem). (Matriz 1.2 Turno 12).
>
> (...) Pedro "O que vocês aprenderam?" Isabela "A distância lá" Prof. "'A distância lá'?" (risos) Isabela "Progressão Aritmética" Francisco "Interpolarizar" Prof. "Você aprendeu a interpolar, só isso?" (alunos respondem simultaneamente, não consigo compreender) Prof. "Você aprendeu a interpolar qualquer quantidade de termos, mesmo a razão não sendo simpática, dando fração, é possível montar uma progressão. Você aprendeu que é possível escrever os termos com x e r, onde o x pode ser o termo da PA ou pode não ser o termo da PA. Esse último não foi usado nestes exercícios, mas na tarefa do lar, Henrique, vocês vão usar". (Matriz 1.2 Turno 12).
>
> Depois de esperar poucos minutos até que todos abrissem o material, momento no qual faziam comentários e brincadeiras sobre a prova (por exemplo: "Pedro, fale qual o conteúdo de cada questão?" "A claro, rsrs, ontem antes de dormir, da 00h20 á 1h18, eu fiquei decorando a prova para falar para vocês" – tom de brincadeira entre alunos e prof. Pedro). (Matriz 2 Turno 2).
> Daí o cara que está analisando fala 'Opa! Isso não é uma reta, mas é quase uma reta', então agente aproxima (faz a reta aproximando os

pontos no gráfico, que sai torta, e os alunos riem) - rsrs, perfeita – então, agente aproxima por uma reta usando um conceito de estatística que se chama regressão linear, que se aprende no ensino superior, se você escolher ser feliz você vai aprender isso” Alunos “Ah! Rsrsrs, ser feliz!” Professor “Rsrsrs, bom, voltemos”.
Prof. Pedro “Suponha você que o comerciante observou que está caindo igual o número de ingressos, e falou ‘Ow, está caindo igual então, eu aprendi no Ensino Médio... ’” (tom de brincadeira) Alunos “Rsrsrs, é, ele vai lembrar!” Professor “e ele vai falar ‘Isso é uma função afim!’” (mudando tom de voz, como locutor de rádio) Aluno: “vi isso na aula 37” (todos riem). (Matriz 2 Turnos 11 e 12).

Professor coloca o quarto exemplo de PG (5,5,5,5,...) “Diga-me tudo o que você sabe sobre a sequência 5,5,5,5 (...) São as notas que você tirou neste ano, rsrsrs (alunos riem bastante)”. (Matriz 3.2 Turno 5).

“Muito bem, estamos falando disso porque nós queremos relembrar o que é um polígono regular, vocês lembraram?” Alunos “Sim” Prof. “Esta sequência de aulas, começava lá na aula 36, última aula do caderno anterior, o caderno 3. Nós fizemos algo importante nessa aula, já faz mais ou menos um mês que vimos isso. Então você lembrou o que é um polígono regular, eu não estou escrevendo a teoria porque tem no intocável, você sabe quem é o intocável?” Aluna “O livro texto” Prof. “isso mesmo o livro texto” (alunos riem) Aluna “Nossa, eu acho que eu só abri o de biologia!”. (Matriz 4.1 Turno 4).

Daniela responde como começou a resolver o exercício, e o docente vai escrevendo passo a passo o que ela fez, verbalizando aos demais alunos. Porém, ao perceber um equívoco da estudante, retoma a correção: “Calma aí, você está fazendo alguma coisa errada, esse não é ângulo central. Ó, esse triângulo que está desenhado aqui é <u>equilátero</u> (ênfase na palavra), ele não representa parte de um polígono regular, ele próprio é um polígono regular, certo?” Daniela “Sim” Prof. “Então esse raciocínio aqui está equivocaaado (abaixando o tom de equivocado, Daniela ri)”. (Matriz 4.1 Turno 12).

Nesse momento, após o comentário, três alunos começam a conversar entre si Daniela “a aula do Afonso era tão legal...” Aluna “e a aula do José, era legal?” Daniela “ah, era meio monótona” Isabela “Eu amo o Zé!” Daniela “eu também, mas é que o Pedro é bem mais agitado’ Isabela “é, rsrsrs”. O docente, que escuta esse final da conversa diz “É que eu me drogo com café antes de vir para aula (todos riem)” e as estudantes continuam conversando sobre a aula do Prof. Pedro, mas em tom que não foi possível compreender totalmente. (Matriz 4.1 Turno 16).

Prof. “(...) Isso dá 5.000. 5.000 o quê? Dias?’ (alunos riem) Alunos “número de voltas” Prof. “Isso muda a vida da pessoa, saber quantas voltas a roda dela vai dar (alunos riem). Não, mas agente resolve situações mais relevantes com esse raciocínio.” (Matriz 4.2 Turno 16).

Eu gosto bastante da aula do Pedro, ele descontraí e isso ajuda. (Entrevista com aluna Isabela, 02/10/13).

> O docente começa, então, a fazer perguntas para os alunos sobre a remoção de cubinhos do cubo grande, à semelhança de Sierpinski. Durante a explicação, Jenifer diz “Nossa, que confuso” Pedro “Mas é para isso que nós estamos estudando! Para não ficar tão confuso na vida da gente. Já pensou você da de cara com um desse no vestibular? Unicamp o ano passado, a única diferença é que era um queijo (alunos riem). Um desocupado pegou um <u>queijo</u>, um <u>queeijo</u>, e foi dividindo... quem que pega e fica cortando a casquinha do queijo em cubos? Ninguém! Mas na questão do ano passado de matemática da Unicamp tinha isso... Eu só como queijo assim, se não for um cubo perfeito eu devolvo!” (alunos riem). (Matriz 6.1 Turno 18).

> O docente coloca figuras de vegetais e pergunta: “O que isso tem ver com a aula? É para curtir a paisagem, imaginar você andando em uma monocultura... (alunos riem). Preste atenção, o que você vê aqui? (apontando para uma planta que parecia uma samambaia)” Guilherme “Sierpinski” (...) (Matriz 6.1 Turno 26).

> Pedro “Vamos voltar lá para abril, quando estudamos porcentagem. (...) vocês se lembram disso? (silêncio) Não lembram nada, né? Não se lembram do que aconteceu segunda-feira quanto mais o que aconteceu em maio/abril! (todos riem)”. (Matriz 13.1 Turno 14).

> Pedro “Então vocês viram mais uma aplicação de log. Log é uma coisa <u>estranha</u> (muda entonação), você fala ‘meu Deus, tomara que eu nunca precise disso na minha vida’ e aí você vê que você vai estudar terremoto tem log no meio, vai fazer pesquisas sociais sobre crescimento populacional você usa log. Isso não é lindo? (alunos riem) Saber que log vai poder te acompanhar nos momentos mais difíceis da sua vida? (alunos riem).” O docente encerra a aula. (Matriz 14 Turno 19).

1.2 Acolhimento

Por acolhimento entende-se a postura do docente em relação aos estudantes, analisada, sobretudo, nas sessões de observação. Tal postura inclui proximidade física, formas de valorização do conhecimento prévio dos alunos, disponibilidade para atendê-los e conversar sobre temas diversos, ainda que não relacionados ao conteúdo trabalhado, e até mesmo a forma como o docente repreende os estudantes.

> O docente termina a breve revisão e pede aos estudantes que façam os exercícios da aula 37, continuação da aula 36. Enquanto preparam o material, Isabela (sentada na primeira fileira) comenta “Pedro, olha isso (e lhe mostra uma borracha bem gasta) minha meta do ano é acabar com essa borracha” Daniela “Minha meta de ano era entrar no aprofundamento!” Prof. “Sua meta deveria ser fazer a borracha durar até o final do ano! Você sabia que eu tenho uma bolacha... Uma bolacha, rsrsrs (Isabela, Daniela e alunos que estavam na conversa riem) eu tenho uma borracha do meu ensino médio ainda?” Aluna

amiga de Isabela “Viu, nunca acaba!” Prof. “Eu tenho a borracha, a minha lapiseira, azul. Eu fiz todo o meu ensino médio com ela” Daniela “É igual a essa não é?” Prof. “É, mas a sua é 0.9, a minha é 0.7”. Neste momento, Guilherme, do fundo da classe, diz “Pedro! É igual a essa (mostra a lapiseira azul)” Pedro “Isso, igualzinha!” Isabela “o Guilherme é o Pedro quando estava no Ensino Médio!” (Pedro e Guilherme riem, bem como os demais alunos que passaram a prestar atenção na conversa). (Matriz 4.1 Turnos 6 e 7).

Neste momento, um grupo de 3 amigos, Guilherme, Francisco e Lucas, chamam o docente e comentam que aprenderam a fazer regra de três na aula de química e os quatro conversam sobre isso. (Matriz 4.1 Turno 8).

(...) o docente já coloca o título da aula expositiva: *Aula 38 – Comprimento de uma Circunferência*, e então começa “Daniela, você fez com quem na amostra cultural o trabalho?” A aluna responde algo que não consigo escutar e Pedro responde “Sabia que esta aula é exatamente aquilo?” Daniela “Ah, é?”. Professor “O que é o π? Vocês não demonstraram o que é o π?” Isabela “Vai lá Dani! Rsrs!” Pedro volta-se para a turma e pergunta “Será que o π está aqui nesta caneta?” Alunos “está” Prof. “Está, como é que eu acho o π utilizando essa caneta?” Daniela “divida o comprimento pelo diâmetro” Prof. “Isso (...)”. (Matriz 4.2 Turnos 1 e 2).

Os alunos se interessam pela questão, então o docente resolve a questão da Unicamp e uma aluna comenta “Eu não vou prestar Unicamp!” Pedro “Claro que vai, você está se preparando para isso, faltam dois anos e meio ainda!”. O docente termina a resolução da questão e volta a discussão do cubo de Sierpinski. (Matriz 6.1 Turno 19).

Antes de iniciar a aula, o Pedro vai até Guilherme, aluno com bastante facilidade, e retoma a aula de cultura matemática, perguntando se ele havia conseguido resolver o desafio da Curva de Colchi que passou. O aluno responde que não havia tentado, e o docente afirma que resolveu e pede que ele tente fazer, que enviaria a resolução. (Matriz 8.1 Turno 1).

Enquanto fazem, o docente questiona um cartaz de um jogo de videogame colado na parede, iniciando uma conversa informal com os estudantes. Na conversa, surge assunto do preço muito alto de um novo videogame e vários alunos se interessam na conversa. O docente aproveita para discutir porque, no Brasil, o produto chegou a esse preço, debatendo sobre os altos impostos cobrados no país. (Matriz 8.1 Turno 10).

Neste momento duas alunas conversavam bastante e o professor pede, com calma e educação, que uma delas mude de lugar: “Não vai dar para continuar assim... Natália, sente longe dela, pule umas três carteiras. (aluna o faz) Isso, então vamos lá”. E o docente retoma a aula. (Matriz 8.2 Turno 3).

Pedro coloca alguns logs na base 10 que devem ser conhecidos, como $\log 100 = 2$, $\log 10 = 1$ e $\log 1 = 0$, sempre perguntando as respostas aos alunos e registrando o raciocínio exponencial. Neste momento Isabela comenta “Qualquer log de 1 vai ser 0, porque qualquer número elevado a 0 dá 1” Pedro “Isso, vamos escrever o que você está falando (...).” (Matriz 8.2 Turno 11 e 12).

Ao entrar na sala, Pedro percebe que alguns estudantes fizeram uma brincadeira com ele, escrevendo uma “simulação” da rotina da aula como sempre o docente faz. Todos dão risada e alguns dos alunos responsáveis pela brincadeira abraçam o professor. Pedro apenas corrige as páginas que serão trabalhadas, deixando o restante do registro com a letra dos alunos. (Matriz 11.1 Turno 1).
O que é um setor circular, Henrique. Henrique se concentre na aula... Estranhamente você está desatento hoje (ênfase)”. (Matriz 11.1 Turno 10).

Os estudantes brincam com o docente e conversam sobre assuntos diversos. Depois de poucos minutos, Pedro coloca na lousa o que irão trabalhar no dia (...).(Matriz 14 Turno 1).

Pedro observa dois alunos conversando sobre a probabilidade de gabaritar uma prova teste escolhendo aleatoriamente as respostas. Aproxima-se e participa da conversa, explicando que é muito baixa a chance. (Matriz 14 Turnos 8).

1.3 Observação do desempenho dos alunos

Enquanto os estudantes fazem exercícios ou copiam as informações da lousa, o docente, frequentemente, circula pelas carteiras observando o trabalho dos alunos e se colocando à disposição para resolver possíveis dúvidas. Mesmo quando não solicitado, caso observe um equívoco ou problema de um aluno, o professor o orienta individualmente.

Ao circular pela classe, o docente mantém contato visual com os alunos, então, Jenifer lhe faz uma pergunta (a qual não consigo escutar) e Pedro responde (...) (Matriz 1.2 Turno 2).

Enquanto os alunos resolvem os exercícios, Prof. Pedro circula pela sala observando a resolução dos alunos, fazendo interferências quando necessário e retirando possíveis dúvidas. (Matriz 3.1 Turno 4).

Docente continua circulando pela sala e explica individualmente questões para alunos com dúvidas. Quando necessário, utiliza a lousa para fazer esboços e auxiliar na compreensão da questão. (Matriz 4.1 Turno 9).

Enquanto os estudantes resolvem os exercícios, Pedro circula pelas carteiras observando-os e retirando possíveis dúvidas. Os alunos têm liberdade para fazer perguntas ao professor e também para conversarem entre si e ajudarem-se mutuamente. O docente parece já conhecer os alunos com maior dificuldade, passando com mais frequência perto destes. (Matriz 11.1 Turno 12).

Após registrar o que será trabalhado no dia, Pedro inicia a explicação teórica da *Área do Círculo e suas partes*, perguntando aos alunos "o que você vai aperfeiçoando e vira um círculo?". Como ninguém responde, ele comenta sobre um livro chamado "O País Plano". Esse livro aborda a questão das dimensões, sendo que, no país plano, só existem duas dimensões e os habitantes são figuras geométricas (reta, triângulo, quadrado, pentágono, etc.). À medida que os habitantes evoluem, aumentam o número de lados, até se tornarem círculos. Todos os estudantes estão atentos ao comentário.
O docente explica qual a visão que cada figura teria uma da outra em duas dimensões, pedindo que os estudantes imaginassem tal situação. Depois informa que o livro narra a chegada de uma esfera ao país, figura tridimensional, pedindo que os estudantes tentassem imaginar como seria a visão das figuras planas sobre a esfera. Então, Pedro explica que o autor discute justamente o fato de que nós, humanos, que vivemos em três dimensões, não conseguimos conceber mais dimensões, mas isso não significa que elas não existam. Assim Pedro comenta sobre a garrafa de Klein, uma projeção de um objeto de quatro dimensões, estudada por cientistas. (Matriz 11.2 Turnos 1 a 3).

Ao terminar, o docente passa pelas carteiras verificando se os estudantes copiavam corretamente os exemplos e os gráficos, além de solucionar possíveis dúvidas. (Matriz 13.1 Turno 22).

Enquanto os estudantes resolvem os exercícios, Pedro circula pelas carteiras e observa como os estudantes estão fazendo. Além de retirar dúvidas, quando julga necessário, faz comentários sobre a forma de resolução dos alunos e organização da resposta: Pedro "Jenifer, note que aqui é maior <u>ou igual</u> à 13". (Matriz 14 Turno 6).

(...) observa a resolução de Henrique, comentando: "O quê é isso Henrique? Não entendi nada". Henrique "É o s" Pedro "Hum... Nossa, só para escrever dois dados você ocupou ¼ do disponível para responder a questão. Você pode organizar melhor o espaço." (Matriz 14 Turno 8).

1.4 Participação e controle da atenção

São momentos nos quais o docente procura estimular a participação dos estudantes e mantê-los atentos à aula. Para isso, ele estabelece durante as explicações uma forte interação com os alunos através de perguntas, que podem ser dirigidas para a sala em geral ou para um aluno específico, sempre chamado pelo nome. Além disso, o docente também mantém continuamente o contato visual com os estudantes, demonstra entusiasmo constante e procura alternar a altura da voz, o que não torna o discurso monótono.

Começa a explicação do 1º subitem, *Três termos em PA* (escreve na lousa), dizendo que já viram isso antes. Conversa com os alunos: “Imagine que você tem três termos em PA, o que você pode fazer com eles? (silêncio) Como representar três termos em PA?” Isabela “coloca x, x-1, x+1” Prof. Pedro “Isso, se tem três termos tem um termo central, então o termo do meio você pode chamar de x. (escrevendo na lousa) Se eles estão em PA e o termo do meio é x, o termo seguinte é?” (perguntando para a classe toda) Isabela “x+1” Prof. Pedro “Mais 1? Por que mais 1?” Alunos “Porque é o sucessor” Professor “ao somar 1 encontramos o sucessor dos números naturais, mas aqui queremos o sucessor da PA” Alunos “mais a razão” Prof. Pedro “Mais a razão. Será mais 1 se a razão for 1. Então você concorda que se aqui é x, aqui é x mais a razão? E o anterior?” Alunos “menos a razão”. (Matriz 1.1 Turno 3).

Prof. “Sabe qual a vantagem de escrever assim? Some todos os termos, o que vai acontecer Natália?” Natália: “hum... vai achar o do meio”. (Matriz 1.1 Turno 6).

Continua a resolução, sempre mantendo a interação com os alunos através de perguntas (exemplo, “Quantos termos teremos aqui?”; “quanto será a razão?”; “no contexto do problema, o que esse resultado nos informa?”), os quais participam respondendo. (Matriz 1.1 Turno 18).

Após colocar o enunciado na lousa, pergunta “Será que vocês já entenderam como fazer isso? Perceberam o que tem que fazer? É como se o telefone tivesse que ser colocado entre o 20 e o 84”. (Matriz 1.1 Turno 20).

Ao perceber que alguns alunos não estão participando muito, os chama pelo nome para fazer perguntas sobre o exercício (os chama para resolver junto). (Matriz 1.1 Turno 22).
Ao circular pela classe, o docente mantém contato visual com os alunos (...). (Matriz 1.2 Turno 2).

(...) Professor: “E ai, como é que faz? Lucas, por onde você começaria?” Lucas, apontando para o gráfico: “o 2... a média entre o 3 e o 1...” Prof. Pedro “a variação você quer dizer?” Lucas “É, e entre o 5 e o 9 é 7... então a variação é 2” Prof. Pedro “a variação é 2, quem que é dois aqui na nossa fórmula? Lucas “É o m”. Professor (aumentando a altura de voz e olhando para toda a sala) “Então o que nós temos na nossa função?”. (Matriz 2 Turno 5 e 6).

Professor pede sugestões de valores para preencher a tabela e, como os alunos começam com preços baixos, à medida que aumentam o valor, a receita também cresce. Professor pergunta se pode colocar um preço alto que vai aumentar a receita também, e alunos respondem que não, que existe um limite. (Matriz 2 Turno 18).
Neste processo o docente espera a participação dos alunos. Quando estes ficam em silêncio, Pedro retoma a pergunta de maneira mais detalhada até que consigam formular respostas às perguntas. Neste processo de interação (perguntas do professor e respostas dos alunos),

o docente aproveita para revisar o conteúdo ensinado nas aulas anteriores. (Matriz 3.1 Turno 2).

Pedro coloca, então, um exemplo de PG (5, 10, 20, 40, 80,...) e pergunta aos alunos o que está ocorrendo nesta sequência.
Aluna Vanessa responde “ela é o dobro” Prof. “Isso, um termo é sempre o dobro do anterior, ou seja, ela tem um padrão. Então ela é uma PA porque tem o padrão assim de dobrar? Certo ou errado?” Isabela “Errado” Prof. “Por que está errado? Como você ousa duvidar do professor?” (alunos riem) Vanessa “porque a média aritmética dos termos não é igual” (...).(Matriz 3.2 Turnos 1 e 2).

(...) Você percebeu quando que uma PG vai ser creeescente e quando que uma PG vai ser deeecrescente?” Aluna “Vai ser crescente quando o quociente for maior que 1” (Matriz 3.2 Turno 4).

Prof. “Deem um exemplo de polígono regular” Vários alunos respondem, mas a voz de Lucas sobressai “Quadrado!” Aluna “Triângulo retângulo!” Prof. “Não, o triângulo retângulo é polígono regular?” Lucas “Não” Prof. “Para ser regular que condições um polígono deve satisfazer?” Lucas “Tem que ter lados iguais” Prof. “Os lados iguais, se os lados tiverem medidas iguais ele já é regular?” Diversos alunos “Não” Lucas “Não, tem que ter ângulos iguais” Prof. “Precisa ter os ângulos internos também iguais”. (Matriz 4.1 Turno 2).

Professor retoma a atenção da classe para iniciar a correção “Vamos lá? Vamos voltar para a aula? A Daniela está conversando bastante e eu suponho que ela já resolveu todos os exercícios. Então a Daniela vai, muito gentilmente, voluntariamente, ajudar a resolver o exercício (tom de brincadeira, Daniela ri). (Matriz 4.1 Turno 11).

Pedro volta-se para a turma e pergunta “Será que o π está aqui nesta caneta?” Alunos “está” Prof. “Está, como é que eu acho o π utilizando essa caneta?” Daniela “divida o comprimento pelo diâmetro” Prof. “Isso, basta dividir o comprimento dela pelo diâmetro. Não foi isso que os gregos observaram? Se você pegar uma circunferência qualquer e dividir o comprimento pelo diâmetro o que vai acontecer?” Jenifer “π”. (Matriz 4.2 Turno 2).

(...) “Você percebe que ficaram 3 triângulos vermelhos com a mesma área do branco?” Alunos “Sim” Pedro “Então, a área que restou tem que relação com o original?” Isabela “¾” Pedro “isso, ¾. (...)”. (Matriz 6.1 Turno 11).

Pedro “Sierpinski, olhe para a folha, não é um triângulo de Sierpinski?” Isabela “Nossa, é verdade!” Pedro “Dê um zoom num raminho, ele não repete o original?” Daniela “Aham!” Pedro “Dê um zoom no raminho do raminho (mudando altura da voz, alunos riem) ele não repete o original? É um fractal! (mudando radicalmente a entonação, com tom de descoberta/espanto). Aluna “ohh!”. (Matriz 6.1 Turno 26).

Percebi que você tem o costume de chamar alguns alunos pelo nome para participarem durante a aula. Tem algum motivo específico, é por perceber que estão com dúvidas?
Um dos motivos é quando percebo que estão ficando desatentos, assim os chamo de volta para a aula. A expressão dos alunos fala muito, então a questão de solucionar dúvidas também acontece, você percebe quando não estão entendendo. A Daniela, por exemplo, ao ter dificuldade não demonstra, por isso eu a chamo com mais frequência. Mas é mais o primeiro caso do que esse... Tem também a questão de manter a aula dinâmica e a classe atenta, pois eles sabem que podem ser chamados a qualquer momento. Agora, eu só chamo aqueles com quem eu tenho um vínculo mais forte, tem alguns que eu sei que são muito tímidos e que se eu chamar ficarão desestabilizados. Com esses eu mantenho apenas o contato visual, mostrando que eu também estou dando aula para eles e que são importantes, mas sem expô-los. Por isso que eu chamo os mais próximos, esses alunos são importantes para eu manter o vínculo com a sala no geral, através deles eu consigo isso, por isso eu chamo mais eles. (Entrevista com Prof. Pedro 23/10/13).

"E o raciocínio inverso? Você está vendo o raciocínio inverso aqui? (silêncio) Como você pode separar isso daqui? (apontando para o primeiro termo da soma, 2^{x+2})" Guilherme "$2^x.2^{2}$" Pedro "$2^x.2^2$, não é?". O docente passa a explicar porque se pode e deve fazer tal operação. (Matriz 8.1 Turno 4).

Generalização: log1 em qual base? Qualquer, então $\log_b^1 = 0$, desde que... a base de um logaritmo não pode ser qualquer uma, ela é a base de um exponencial, então quais características ela tem que atender?" Isabela "Não pode ser negativo" Pedro "não pode ser negativo e deve ser > 0 e ≠ 1." (Matriz 8.2 Turno 12).

Pedro "Que figura matemática que ficou ali no meio?" Alunos "Um octógono" Pedro "Então como calcular a área?" Aluna "Faz a área do retângulo menos as dos triângulos" Pedro "Então calma, eu quero montar o que você está falando. Primeiro eu tenho que enxergar o que eu tenho que fazer e depois fazer os detalhes.". O docente registra na lousa o raciocínio da aluna ($A = A_{ret} – 4A_{triang}$).
"Todo mundo está acompanhando? Até você, Lucas Almeida? (aluno estava distraído mexendo no sapato – Lucas responde que sim, está acompanhando) Vocês enxergam que é só isso?" Alunos "Sim". (...) (Matriz 11.1 Turnos 15 e 16).

"(...) Henrique, qual é a área deste triângulo aqui?" Henrique "base.altura/2" Pedro "Então vai ser base, 2πr, vezes a altura, que é r, dividido por 2 (2πr.r/2). Corta o 2 isso dá πr^2, olha que lindo!"(mudando a entonação de voz demonstrando entusiasmo). (Matriz 11.2 Turno 9).

Pedro "(...) Então se eu tenho R$1.000 e ganho 0,5% quanto que eu vou ter?" Alunos "1000.1,005" Pedro "E dois meses? Quanto que eu vou ter se eu ganhar 0,5% no mês seguinte de novo? Não é só pegar esse valor e multiplicar por 1,005 de novo? E daqui x meses, qual o valor que eu vou ter?” Guilherme “1000.$(1,005)^x$”. (Matriz 13.1 Turno 15).

(...) O docente continua acrescentando mais dados na lousa: “Você sabe que a onda que demorou mais para chegar é a que tem menor velocidade, então se o tempo da primária chegar à estação for t segundos, a outra demora?” Guilherme “t + 20” Pedro “t + 20. (...) E a distância percorrida pelas ondas? É a mesma, certo? Distância d.” (Matriz 14 Turno 11).

<u>Núcleo 2: Estratégias de Ensino</u>

Neste núcleo estão reunidas as estratégias utilizadas pelo docente para o processo de ensino-aprendizagem. Incluem-se aqui tanto as ocasiões de apresentação do novo conteúdo, quanto de retomada e/ou aprofundamento de conteúdos já trabalhados. Destacam-se os seguintes subnúcleos: *Aula expositiva, Uso de exemplos numéricos e concretos, Desenvolvimento de fórmulas, Ênfase na conceituação e desenvolvimento do raciocínio matemático, Representações, Análise dos conteúdos matemáticos, Discussão da relevância do conteúdo ensinado* e *O trabalho com cultura matemática.*

2.1 Aula expositiva

Trata-se das aulas em que o docente utiliza a exposição oral dos conteúdos como estratégia de ensino. Ele o faz de maneira bem detalhada, explicando cada item em sua especificidade, sem, contudo, tornar a exposição maçante ou demasiadamente complexa. Vale destacar que outros subnúcleos aqui descritos estão presentes em situações de aula expositiva, porém, por não serem exclusivos destes momentos, foram analisados separadamente.

Prof. “Mas isso só deu certo porque tínhamos um termo central, o que fazer quando tivermos quatro termos em PA?” Escreve na lousa o subitem 3: *Quatro termos em PA*. Mostra que não adianta fazer a 1ª representação, pois na soma não vai cancelar todos os r’s, para isso deve existir simetria, ou seja, um termo central. (...) pergunta quem tem uma ideia do que fazer neste caso e deixa alunos participarem. Depois explica a forma: termo auxiliar X, que não faz parte da PA, mas que é média dos dois termos centrais da PA, expresso não em função da razão r, mas de outro valor h que corresponde à metade da razão. (Matriz 1.1 Turnos 7 e 8).

Explica, então, porque esse conteúdo se chama interpolação de meios aritméticos (números que estão entre pólos e seguem uma regra aritmética). Professor “Eu não posso colocar de qualquer forma os termos, a distância entre eles tem que dar sempre a mesma, ou seja, essa distância tem que ser a razão da PA”. (...) Ao terminar a resolução, comenta “eu estou colocando termos entre termo existentes de tal forma que os novos termos formem com os anteriores e entre eles uma PA. Isso é interpolação de meios aritméticos”. (Matriz 1.1 Turnos 17 e 18).

Prof. Pedro “Agora nós vamos ver outro tipo de sequência. Quando a diferença não é constante, mas a razão, o quociente entre dois termos consecutivos é constante.”. Então o docente demonstra que ao dividir um termo qualquer por seu antecessor, encontra-se um valor constante, o quociente q (exatamente a definição de PG escrita na lousa), explicando aos alunos o que é quociente e que ele, ao ser constante em uma progressão, é a razão q da PG. (Matriz 3.2 Turno 3).

O professor inicia a aula colocando, como de costume, o que será feito no dia, e pergunta “Nós estamos muito distantes da última aula em que esse assunto foi tratado. Você se lembra de polígonos regulares?” Alunos “Não”. Assim o docente faz uma breve revisão do assunto, o qual é base para o que será desenvolvido no dia. (...). O docente continua revisão explicando que o triângulo, ao ter lados iguais, tem também os ângulos congruentes. Porém, o quadrilátero é diferente, ele pode ter os lados iguais e ângulos diferentes, não sendo regular (losango). Ele faz o desenho do losango na lousa e pergunta “Isso é um quadrado porque tem todos os lados iguais?” Diversos alunos respondem, mas a voz de Isabela sobressai “Não, é um losango!” Prof. “Defina o que é um quadrado então. Eu entendia que um quadrado era aquele que tinha todos os lados iguais”. A voz de Isabela sobressai novamente “Tem ângulo de 90º!” Prof. “Só?” Isabela “e lados iguais” Prof. “Então um polígono regular é aquele que tem lados e ângulos congruentes”. (Matriz 4.1 Turnos 1 e 3).

O docente continua a revisão, retomando o conteúdo da aula 36 (hexágono regular, polígonos regulares inscritos em circunferência, etc). Contudo, o faz sem o rigor de uma aula expositiva de um novo conteúdo, fazendo esboços na lousa e conversando com os alunos a fim de relembrá-los o conteúdo (sobretudo através de perguntas). (Matriz 4.1 Turno 5).

Prof. Pedro “Então para calcular o cumprimento de uma circunferência qualquer precisamos conhecer o que dela?” Guilherme “o raio” Prof. “Isso, o raio. Por exemplo, pense em uma bicicleta, quem gosta de andar de bicicleta? Quanto mede aproximadamente...” Aluna “Ah! Eu gosto de andar na bicicleta, não calcular suas medidas!” (alunos e prof. riem e fazem mais brincadeiras sobre o assunto)”. (Matriz 4.2 Turno 6).

O professor continua “Galera, vamos lá, anotem aí uma coisa” Isabela “Pedrooo, deixa agente fazer exercício” Prof. “Não, vamos lá, está acabando!”. E o docente começa a explicação do *Comprimento de um arco*, subitem do tema tratado: “É comum termos que calcular não o comprimento da circunferência, mas de um arco dela.” (...) O docente termina a explicação, mostrando que deve-se olhar para a fração que o ângulo central representa com o total, 360º, que será a mesma fração do arco com o comprimento total. (Matriz 4.2 Turnos 17 e 19).

O docente passa a explicar porque se pode e deve fazer tal operação. Pedro “esse daqui é uma soma (2^{x+2}), então colocamos multiplicando, Jenifer. E esse que é divisa... ops! Já entreguei! (alunos riem) E esse que é uma diferença (2^{x-2})? Fica $2^x/2^2$, certo? Entendido?” (...). (Matriz 8.1 Turno 5).

Pedro “Olha aqui (aponta para o exemplo) 2 elevado a alguma coisa dá 8, você sabe me dizer qual é essa coisa?” Isabela “3” Pedro “Toda vez que agente não conhece, embora seja óbvio e esse agente já conhece, a matemática criou uma maneira diferente de dizer o que está procurando. Essa pergunta ‘2 elevado a quanto que dá 8?’, é feita assim ó $\log_2^8$. Entendeu a pergunta, rs” (alunos riem e dizem que não).

Pedro “Quando eu escrevo $\log_2^8$ eu estou dizendo assim, que expoente eu tenho que colocar no dois (Pedro aponta para o nº 2) para dar oito (aponta para nº 8). (...) Como que se lê?” Alunos “log de 8 na base 2”. O docente continua explicando, repetindo algumas vezes e de diferentes formas o que significa log. Coloca, então, o resultado da operação (3), afirmando que isso significa que $2^3 = 8$. (Matriz 8.2 Turnos 4 e 5).

O docente pede para que coloquem a pergunta em forma de log, e eles respondem $\log_2^{10}$. O docente escreve $\log_2^{10} = x$, visto que eles não sabiam o resultado, explicando que sempre que não souberem o valor do log, eles colocam a incógnita, pois o log sempre é um número. Os alunos perguntam se a equação ficará em função de x, e o docente responde que por hora sim, pois eles ainda não aprenderam a calcular o log. O docente continua a explicação perguntando o que significa dizer que $\log_{10}^2 \approx 0{,}3$, e os estudantes, depois de pensarem um pouco dizem que $10^{0,3} \approx 2$. Então o docente explica que, quando um log estiver na base 10, é permitido omitir a base, fornecendo o exemplo de $\log 100 = 2$, ou seja, $10^2 = 100$. (Matriz 8.2 Turnos 8 e 9).

(...) Ele (Pedro) explica: “Esta função (...) é na verdade uma sequência, eu vou pular alguns termos, fica assim ó (..., 1, 2, 4, 8, 16, ...). O que é isso que você já aprendeu?” Lucas “PG” Pedro “Isso, é uma PG de razão 2. Você lembra que você aprendeu que uma PG de razão 2 é uma PG crescente?”

Pedro “Você lembra quando que uma PG era crescente?” Alunos “Quando a razão era maior que 1” Pedro “Isso, quando a razão for 1 a PG é constante, quando maior que 1 crescente, e menor que 1 decrescente. O mesmo raciocínio vale para a função exponencial, a base desta potência é 2. Quando a base da exponencial for maior do que 1 vai implicar em uma função crescente, pois vai dar uma PG com razão maior do que 1.”. O docente termina a explicação e pergunta se alguém ficou com dúvida, sendo que ninguém se manifesta. (Matriz 13.1 Turnos 11 a 13).

> Ao perceber que todos terminaram seus gráficos, finaliza a explicação resaltando que uma função decrescente significa que, ao aumentar o valor do expoente, diminui-se o valor da função. (Matriz 13.1 Turno 22).

2.2 Uso de exemplos numéricos e concretos

Em diversos momentos de suas aulas, o docente utiliza a estratégia de propor exemplos numéricos e/ou concretos para melhor compreensão do conteúdo. Além de exemplos, ele também faz uso de exercícios, muitas vezes explicando os conteúdos matemáticos através deles. Para a discussão de tal estratégia, seguem-se os itens: *Do exemplo à abstração, A busca por exemplos adequados* e *O exemplo como estratégia de explicação.*

2.2.1 Do exemplo à abstração

No desenvolvimento de certos conteúdos, o docente utiliza a estratégia de partir de exemplos numéricos e/ou situações-problema para, posteriormente, chegar ao pensamento abstrato. Fazendo a resolução dos mesmos na lousa, o docente permite que os alunos tenham como referência algo concreto, para depois consolidarem a conceituação do conteúdo. Seguem os excertos que demonstram tal estratégia:

> Depois, faz o desenvolvimento de uma fórmula (...). Contudo, não informa diretamente a fórmula, primeiro utiliza os espaços em branco da lousa para dar exemplos numéricos (que depois serão apagados), para que os alunos compreendam o raciocínio para chegar à fórmula. Ao demonstrá-la, explica porque a PA se chama Progressão Aritmética: por todos os termos serem a soma aritmética de outros dois simétricos. (Matriz 1.1 Turno 4).

> Ao perceber que compreenderam exemplos numéricos, Pedro faz a ‘transposição’ para a forma abstrata (PA (a,b,c,d), representada por (x-5h, x-3h, x-h, x+h, x+3h, x+5h); sendo r=2h), explicando porque multiplicar por 3 e 5 (meia razão – h – mais uma ou duas razões – 2h ou 4h). (Matriz 1.1 Turno 11).

> Pedro coloca, então, um exemplo de PG (5, 10, 20, 40, 80,...) e pergunta aos alunos o que está ocorrendo nesta sequência. (...). Pedro “(...) essa sequência não é PA porque a <u>diferença</u> entre dois termos consecutivos não é constante (ênfase em diferença). Vocês lembram que eu defini PA assim? Como uma sequência em que eu pego um termo menos o seu antecessor e dá sempre o mesmo resultado. Esse resultado, essa <u>diferença</u> é chamada de razão da PA.” (ênfase em diferença). (Matriz 3.2 Turnos 1 e 2).

Pedro passa, então, para um segundo exemplo: “Vou pegar (5/2, 5/4, 5/8, ...). O que você vê de interessante nesta sequência? (silêncio) Está dividindo por 2? Dividir por 2 é a mesma coisa que multiplicar por?” Alunos “ ½” Prof. “Isso, nesta sequência (exemplo 1) o multiplicador é 2, nesta (exemplo 2) o multiplicador é ½. Então a razão q desta PG é ½. Eu dei dois exemplos de PGs, uma de razão 2 e uma de razão ½, e ai apareceram crescente e decrescente. (...) Prof. Pedro “Quando a razão for maior que 1 ela vai ser crescente, e quando menor do que 1?” Alunos “decrescente” Prof. “Ai nós temos que tomar cuidado, porque menor do que 1 inclui os negativos”. Então o docente faz um terceiro exemplo mostrando que quando a razão é negativa, alternam-se termos positivos e negativos. (Matriz 3.2 Turno 4).

Professor coloca o quarto exemplo de PG (5,5,5,5,...) (...) e alunos respondem que é uma PG de razão 1. Professor demonstra que está correto, calculando o quociente, mas também pede para os alunos calcularem a diferença, que dá zero, demonstrando que a sequência é PA e PG simultaneamente. Informa que esse tipo de sequência constante chama-se *estacionária*. (Matriz 3.2 Turno 5).

O docente volta à explicação teórica, fornecendo como exemplo a PG (5, 15, 45, 135,...) de razão q= 3, e argumenta: “Você se lembra que é possível encontrar o termo geral de uma PA usando a razão e o a_1? Na PG é a mesma coisa, um termo qualquer pode ser obtido achando a razão e o a_1.” O docente passa a explicar qual o raciocínio para encontrar o termo geral (não fórmula), utilizando o exemplo dado. (Matriz 3.2 Turno 15).

O docente começa a explicar as propriedades de uma PG, utilizando para tal um exemplo, a PG (10, 20, 40, 80, 160). O docente pergunta qual o resultado ao se multiplicar o a_1 pelo a_5, e os alunos respondem 1.600. Depois o docente pergunta se ele “aumentar um e diminuir outro”, ou seja, o a_2 pelo a_4, que também dá 1.600. Por fim, pede que calculem o $(a_3)^2$. O docente questiona se essa propriedade vale somente neste exemplo ou em qualquer PG, fazendo um segundo exemplo sem números, de forma abstrata (a_1, a_2, a_3, ...) e pedindo que os alunos provem que, se $a_1.a_5 = M$, então $a_2.a_4 = M$. Os alunos começam a dar sugestões de como provar isso, e o docente diz que vai fazer de uma forma mais simples, comparando o a_2 com o a_1. (Matriz 6.1 Turnos 3 e 4).

Ao terminar a explicação, retoma a atenção da classe e começa a aula 59 – *Equações exponenciais*, colocando um exemplo na lousa (*Exemplos – Resolva: 1)* $2^{x+2} + 2^{x-2} = 17/2$). Pedro “Na aula de ontem nós aprendemos a trabalhar com potências, nós aprendemos que quando multiplicamos duas potencias de mesma base nós mantemos a base e somamos os expoentes.” (Matriz 8.1 Turno 3).

O docente coloca então o primeiro exemplo numérico na primeira coluna, $2^? = 8$, e pergunta “Ei, ei, você conseguiria enxergar qual pergunta está sendo feita ai?” Jenifer “Qual a forma exponencial do 8” Pedro “Isso, qual expoente eu tenho que colocar no 2 para obter 8?” (Matriz 8.2 Turno 2).

Pedro propõe mais um exemplo, afirmando “Esse, eu vou fazer uns dois desse, você vai decorar uma regra, na verdade agente vai criar uma regra, criar literalmente a regra, se não fica muito artificial.” O docente coloca então o exemplo na lousa $2^{\log_2^7}$ = ? e logo uma aluna comenta que terão que calcular o $\log_2^7$ primeiro, e o docente responde “Nós sabemos de cor o valor de $\log_2^7$?” (alunos ficam em silêncio). “E se fosse $\log_2^8$ qual seria a resposta? Daria 3 aqui em cima? (alunos respondem que sim) E 2^3 da 8. E se fosse 16 na base 2?” Alunos “4” Pedro “E 2^4?” Alunos “16” Isabela “Então a resposta é o número do log?” Pedro “Vocês perceberam? O que tem de comum nos dois exemplos? A resposta deu o número que estava aqui em cima”. (Matriz 8.2 Turnos 14 e 15).

Após alguns exemplos, o docente faz a generalização (registrando na lousa): “Vamos lá, generalizando – usando letrinhas – uma base a, elevada a um log de b também na base a – vou até destacar o a – dá b.” (registro na lousa: $a^{\log_a^b}$ = b. O docente destaca com cores diferentes as incógnitas e destaca a generalização). (Matriz 8.2 Turno 18).

Pedro passa a explicar sobre a *Área de um segmento circular* e, enquanto faz o desenho na lousa, afirma: “Eu vou começar com um exemplo numérico para vocês entenderem como pensar e não ficar decorando fórmulas”. (Matriz 12.1 Turno 5).

Pedro “O exemplo 1 pede para você analisar a seguinte função: f(x) = 2^x. O que você faz quando você tem que construir o gráfico de uma função que você desconhece completamente o formato?” Após breve silêncio, uma aluna afirma “você não faz, rsrsrs” (todos riem) Pedro “Como que funciona o gráfico desta função: a exponencial pode ter dois formatos de gráficos. Se você não sabe o que fazer, você constrói uma tabelinha, chutando valores para x e encontrando o f(x).” (Matriz 13.1 Turno 2).

O docente volta para o exemplo, e preenche a tabela com valores negativos para x, encontrando os pontos (-1, 1/2), (-2, 1/4) e (-3, 1/8). Pedro “Então o que está acontecendo com o valor de 2^x? Se eu aumento o valor de x o valor de 2^x dispara? E se eu diminuo o valor de x? (silêncio) Ele dispara para menos infinito ou ele tende a travar em algum valor? (...) O que acontece, ele diminui se aproximando de qual valor?” Alunos “Zero” Pedro “Isso, zero, mas vai chegar a zero?” Alunos “Não”. Pedro “Então em uma função como esta, o valor explode para o infinito ou diminui tendendo a zero, mas nunca chega à zero. É por isso que na sua apostila está escrito, olha aí, que $2^x > 0$ para todo valor de x, positivo ou negativo.” (Matriz 13.1 Turnos 8 e 9).
Pedro finaliza a explicação fazendo pequenos exemplos de exponenciais com base em fração, perguntando aos alunos se eram exponenciais crescentes ou decrescentes. (Matriz 13.1 Turno 23).

2.2.2 A busca por exemplos adequados

O docente procura selecionar exemplos compatíveis com a realidade, utilizando valores e medidas que, ainda que estimados, sejam plausíveis. Além disso, busca exemplos adequados ao nível de compreensão dos estudantes, exemplos que objetivam avançar no desenvolvimento do conhecimento adquirido, oferecendo um nível de dificuldade que não esteja muito além daquilo que eles apresentam para atuar com independência. Tal preocupação foi perceptível nas sessões de observação, principalmente pelo fato de o docente não se constranger em alterar os exemplos quando julgava necessário.

> Aluna levanta a mão e diz como resolveria. Inicia-se uma discussão a respeito do problema e o professor resolve mudar um pouco a questão "Não fui muito feliz no exemplo, vamos mudar... mas, eu volto nesse". Fornece outro exemplo da mesma linha de raciocínio, mas um pouco mais simples. (Matriz 1.1 Turno 15).
>
> Prof. "Então é o seguinte, vamos pegar uma bicicleta que tenha raio igual a 70cm (escreve na lousa r = 70), rodona considerável (tom de brincadeira, alunos riem). Quanto que mede o diâmetro? 1,40m... um pouco fora da realidade" (alunos riem e comentam) Prof. "Quer diminuir? Qual é a realidade? Quanto mede aproximadamente? Imagine você subindo na bicicleta, compare com a sua altura... você conhece as medidas do seu corpo?" (alunos riem). "Vamos pegar uma bicicleta pequena, de raio 35cm, certo? Uma bicicleta pequena demais. Ó, 35 cm, cabeção... eu tô colocando os números e vocês não estão participando de naaada! Aceitam qualquer coisa que eu coloco na lousa!" (...) Os estudantes continuam conversando entre si sobre qual raio é razoável para uma bicicleta. O docente, ao ver a movimentação, comenta: "Muitas questões de vestibular pedem que você estime alguma coisa, por exemplo, a altura de uma sala é comum a gente ter que estimar, ter uma ideia. Quanto você diria que mede essa sala?". Então começam a conversar sobre a medida da sala e pé direito. (Matriz 4.2 Turnos 7 e 9).
>
> Ao perceber que a turma compreendeu o significado de log, o docente coloca um exemplo que não é possível visualizar o resultado com facilidade, $2^? = 10$, e pergunta aos alunos como achar esse resultado. Como ninguém responde, ele pergunta em que intervalo estará o resultado. Os alunos respondem entre 3 e 4, e o professor já argumenta que sabem que o resultado é '3, alguma coisa'. (Matriz 8.2 Turno 7).

2.2.3 O exemplo como estratégia de explicação

Ao perceber dificuldade de compreensão, durante as explicações orais ou mesmo resolução de exercícios, o docente recorre a exemplos numéricos e/ou concretos para auxiliar a explicação do conteúdo.

Os alunos têm dificuldade para compreender e o professor dá um exemplo numérico: “Vamos pegar um valor para você entender melhor (...)”. (Matriz 1.1 Turno 9).

Pedro propõe outro exemplo concreto para explicar o conceito de n, o de um plano de telefonia, afirmando que neste plano o cliente paga R$40 pela linha e R$1,20 por minuto. Então, escreve a função deste plano telefônico na lousa (c(x)=40 + 1,2x), perguntando aos alunos qual o custo para o cliente quando falar 1 minuto, 2, 5 e quando não realizar ligações. Ao responderem que o custo é R$40 quando não forem efetuadas ligações, ou seja, o x=0, os alunos entendem o que representa o n, o “ponto de partida”. (Matriz 2 Turno14).

O docente propõe um exemplo concreto para esclarecer o conceito de taxa de variação: “Por exemplo, você subiu uma escada de 8 metros, uma escada alta, 8 metros de altura por 4 metros de comprimento. O que significa isso? Em que razão você está subindo a escada?” Após breve silêncio alunos respondem “2” Professor “Certo a razão é igual a 2. Quem traduz (aumentando a altura da voz) o que está ocorrendo aqui? (silêncio) Para cada metro que eu andar na horizontal eu subo 2 metros de altura. É a razão 2 para 1. Entenderam o que é razão?”. (Matriz 2 Turno 9).

O docente começa a fazer o comentário, que na verdade é um exemplo numérico que envolve todos os conteúdos estudados. Afirma que geralmente as pessoas tem muita dificuldade em resolver questões deste tipo, mas que eles não terão, porque vão aprender nesta aula. Coloca um exemplo de PA na lousa e começa a fazer perguntas sobre ela aos alunos. A primeira é “qual o termo geral desta PA em função de N?”, depois “qual a soma dos n primeiros termos desta PA em função de N?” (...). (Matriz 3.1 Turno 2).

O docente volta ao problema da bicicleta: “Se o raio da bicicleta tem 35 cm, a cada volta que a roda dá, quanto a bicicleta anda? Considerando $\pi \approx 22/7$. Vocês sacaram onde eu quero chegar? O que eu vou fazer para saber quanto que a bicicleta anda? (silêncio) O que o comprimento da circunferência, o perímetro, tem a ver com quanto a bicicleta anda?” (silêncio). Como nenhum aluno responde, o docente faz uma representação do problema (desenho), explicando que na medida em que a roda gira, cada ponto da mesma toca o chão, até chegar novamente ao ponto de origem, quando completa uma volta. Faz a demonstração utilizando um objeto da sala girando sobre seu braço, mostrando que o ponto de origem só voltará a tocar seu braço quanto todos os pontos já tiverem tocado, ou seja, quando todo o comprimento da circunferência tiver tocado seu braço.
O docente pergunta se todos entenderam e a sala fica em silêncio, alguns afirmam que sim com a cabeça e outros demonstram expressão de dúvida, franzindo a testa. O docente explica de outra forma: “imagine que você pegou uma tesourinha (faz o desenho da tesoura na ilustração da roda) e ‘tchuc’, cortou e uma pontinha veio para cá e outra para lá (‘estendeu’ a roda cortada em linha reta). Essa linha é o que?” Isabela “o perímetro” Prof. “Isso, o perímetro. Quando ela está rodando não é a mesma coisa?”.
“Então isso daqui é o perímetro, o comprimento. Agora eu te pergunto, qual é o comprimento? $2\pi r$, certo? De qualquer

circunferência o comprimento é $2\pi r$. Então aqui fica 2π... não, já vou trocar, agora você vai entender a função do 22/7". O docente continua resolvendo o problema, $2.{}^{22}/_{7}.35 = 220$, evidenciando a vantagem do π estar representado na forma fracionária. O docente enfatiza a necessidade de colocar a unidade de medida: "220 o quê?" Alunos "centímetros" Prof. "Que em metros dá o quê? 2,2 metros? O que é o 2,2m na história do movimento dessa bicicleta?" Guilherme "A distância percorrida em cada volta da bicicleta" Prof. "Cada vez que a roda com este raio der uma volta completa ela anda 2,2m". (Matriz 4.2 Turnos 10 a 14).

Comente um pouco sobre (...) a forma como ele explica a matéria, usando exemplos.
É muito bom, na hora de estudar eu nem preciso pegar o livro texto, só pelo caderno eu entendo, porque ele dá exemplos e eu não preciso ficar decorando. (Entrevista com aluna Isabela 02/10/13).

O docente coloca, então, alguns exemplos envolvendo o conteúdo recém ensinado. São questões concretas, envolvendo situações-problema. Pedro desenvolve os exemplos junto com os alunos, permitindo que eles criem hipóteses de resolução e fazendo perguntas para instigar o raciocínio (similar ao feito com o cálculo do segmento circular). (Matriz 12.1 Turno 10).

(...). Pedro passa, então, a propor uma discussão sobre um exemplo concreto de função exponencial: os juros de banco (poupança, cheque especial, cartão de crédito, etc.).
Pedro "Vamos voltar lá para abril, quando estudamos porcentagem. Suponha que você colocou R$ 1.000 no banco ganhando 0,5% ao mês, é o que está pagando a poupança mais ou menos. Se o rendimento fosse de 10%, bastaria multiplicar esse valor por 1,10 que eu teria o valor após um mês, vocês se lembram disso? (...) Então o docente relembra rapidamente esse conteúdo ensinado no primeiro semestre.
Pedro "Então eu posso escrever assim ó: $f(x) = 1000.(1,005)^x$. O que o x representa?" Isabela "O número de meses" Pedro "E o f(x)?" Guilherme "O dinheiro que você vai ficar" Pedro "Isso, o saldo final, juros mais o valor que eu depositei. Então isso é uma função, que tipo de função? De primeiro grau, segundo grau, exponencial, nenhuma das alternativas?" Alunos "Exponencial". Qual a diferença desta função para aquela ($f(x) = 2^x$)? Muita, né? Qual é a base daquela? Dois, e essa? (silêncio) Vocês entenderam o que é a base de uma exponencial? O que está elevado a x é a base da exponencial. Então a base é 1,005. Isso é maior do que 1?"Alunos "Sim" Pedro "Então o gráfico vai ser crescente, mas sem dobrar como o outro.". O docente faz, então, um esboço do gráfico desta função. (Matriz 13.1 Turnos 13, 14, 16 e 17).

2.3 Desenvolvimento de fórmulas

Este subnúcleo destaca os momentos em que o docente desenvolve fórmulas com os estudantes, ainda que estas não estejam previstas no material didático. Além do registro da observação destes momentos, os excertos contêm as opiniões dos estudantes sobre tal prática.

> Prof. Pedro procura demonstrar como representar três termos genéricos em PA (a,b,c) com uma única incógnita em função da razão, o fazendo de duas formas. A 1ª representação de termos em PA é a já descrita no turno anterior (x-r, x, x+r).
> Depois, faz o desenvolvimento de uma fórmula (no caso, a fórmula de que um termo qualquer da PA é a média aritmética de dois outros termos simétricos em relação a ele: b = [a+c]/2) – 2ª representação de termos em PA. (Matriz 1.1 Turno 4).

> Ele afirma: "Galera, o conceito que vai ter aqui, vai ter cabeção querendo decorar fórmula e não vai entender nunca, mas os que vão entender a generalização é que vão guardar. O que o a_2 tem a ver com o a_1? (silêncio) Você concorda que o a_2 é 5.3, ou seja, $a_2= a_1.q$, faz sentido?" Alunos "Sim" Pedro "Agora, eu quero o a_3 não comparado com o a_2, mas com o a_1. Como eu salto do a_1 lá para o a_3? (silêncio) Eu tenho que fazer 5.3.3, ou seja, $a_3= a_1.q^2$. Vocês já sacaram o que está acontecendo? Quem é o a_4?" Guilherme "Ah, entendi. É o $a_1.q^{n-1}$ (diminuindo a altura da voz)". Apenas o aluno Guilherme manifestou ter compreendido a propriedade, os demais permaneceram em silêncio. Então, Pedro resolve fazer mais um exemplo, o a_4 e pergunta novamente: "Você enxergou a propriedade? Eu vou fazer com um número, porque eu gosto de generalizar com um número antes, a_{10} seria o quê? Preste atenção, é isso que você deve guardar, não a fórmula!" Alunos respondem "a_{10} é o $a_1.q^9$" Prof. Pedro "Tá vendo como vocês enxergaram com facilidade? E você não fica dependendo da porcaria da fórmula, que não dá vontade nem de escrever! Qual é fórmula? (alunos riem) Eu odeio essas fórmulas! A fórmula é uma generalização daquele conceito, mas é nele que você tem que pensar!" Alunos "é $a_n= a1.q^{n-1}$". Professor finaliza a aula e passa exercícios para casa. (Matriz 3.2 Turnos 16 e 17).

> O docente volta a para a explicação do conceito de π, e deduz a fórmula do comprimento da circunferência: "Então, em uma circunferência, se você dividir o comprimento pelo diâmetro, ou seja, 2r, dá uma constante que os gregos resolveram chamar de π, certo? (enquanto fala, escreve na lousa $C/2r = \pi$)" Alunos respondem que sim com a cabeça, docente continua "O que sai daqui? Olhe para isso. É verdade então que em qualquer circunferência o comprimento dividido pelo diâmetro dá uma constante, π? Então se eu passar isso para cá (passa o 2r multiplicando π) o que vai acontecer? O comprimento da circunferência será o quê? Dois π vezes o raio (escreve $C = 2\pi r$, destacando está fórmula em vermelho e com círculo em volta). (Matriz 4.2 Turno 5).

> (...) registro na lousa: $a^{\log_a^b} = b$ (...). Pedro "Vamos provar que isso dá b? Essa aqui é a regra, essa aqui vai dar sempre, mas vamos entender por que. Seja $\log_a^b = e$, então $a^e = b$. Agora volte na equação original, $a^{\log_a^b}$, nós não queremos calcular o valor de $\log_a^b$? E nós dissemos que ele é e, então $a^{\log_a^b} = a^e = b$". (Matriz 8.2 Turnos 18 e 19).

(...) Pedro questiona “De onde vem isso daqui? (fórmula da área do círculo) Prestem atenção, só para a gente ter uma noção.” Pedro “Imagine que você colocou um prego na parede. Em volta dele você colocou um barbante e emendou as pontas perfeitamente, colando-o na parede (Pedro faz o desenho na lousa conforme faz a descrição). Daí, em volta desse barbante você colocou outro da mesma forma. O comprimento dos dois barbantes que eu coloquei é o mesmo?” Lucas “Não” Pedro “Vai aumentando, cada barbante que você coloca aumenta um pouco o comprimento, certo? Então eu vou colando mais barbantes, até que vai chegar um momento que eu tenho um grande círculo, certo?” Natália “Depois de muitos barbantes!”. Pedro “Esse círculo grande que eu formei não está todo forrado de barbantes no meio? É verdade que a aérea do círculo é a área dos barbantes todos?” Alunos ponderam e respondem “É” Pedro “Então vamos imaginar que o maior tem raio r, o último barbante que eu coloquei tem raio r. Daí você coloca um anteparo na parede, vem com uma tesoura e corta o último barbante aqui em cima, e ele vai cair no anteparo” (Pedro faz o desenho do barbante cortado, utilizando cores diferentes).
Pedro “Quanto mede o comprimento deste barbante verde? Aluno “Dois pirralho” Pedro “Isso, 2πr. Eu vou cortar o próximo barbante, que é vermelho, o que vai acontecer? (silêncio) Vai dar o mesmo comprimento do primeiro?” Jenifer “Não, vai dar um pouco menor” Pedro “Então ó, cortei o próximo, que vai ser só um pouco menor”. Pedro “O que vai acontecer na medida em que eu for cortando todos os barbantes? A pilha de barbantes cortados empilhados está formando que figura matemática? Você está enxergando?” Francisco “Uma pirâmide!” Pedro “Um triângulo aqui ó (fazendo o desenho na lousa). Os barbantinhos estão formando aproximadamente um triângulo de qual base?”Alunos “2πr” Pedro “E qual altura?” Alunos “r”. Pedro “Eu não usei os mesmos barbantes do círculo para construir os triângulos? Então a área do círculo é igual a área do triângulo? Henrique, qual é a área deste triângulo aqui?” Henrique “base.altura/2” Pedro “Então vai ser base, 2πr, vezes a altura, que é r, dividido por 2 (2πr.r/2). Corta o 2 isso dá πr^2, olha que lindo!” (mudando a entonação de voz demonstrando entusiasmo). Pedro “Então você entendeu porque a área de um círculo é πr^2?”. (Matriz 11.2 Turnos 4 a 10).

Após terminar a resolução, o professor pergunta “Tudo bem até aqui? Vocês entenderam como calcular a área do setor? Mais importante: vocês entenderam o que é um setor circular?” Alunos “Sim” Pedro “Então vamos lá, exemplos!”. (Matriz 12.1 Turno 10).

Certo, e o que vocês acham sobre o hábito do Pedro deduzir as fórmulas?
Daniela: *Eu acho legal.*
Isabela: *É, fica a critério do aluno. O Pedro faz toda a explicação da fórmula e depois coloca em destaque, se você quiser estudar para entender o raciocínio você pode, mas se quiser só a fórmula também dá. Mas é como ele fala, não precisa decorar.*
Daniela: *É, eu acho que isso é bem compatível com a prova dele, porque na prova ele não pede ‘resolve’ e você tem que ter a fórmula decorada. Tem todo um contexto...*

Isabela: *É, você precisa entender como e quando usar a fórmula, para quê ela serve.*
Mas vocês acham que é mais curiosidade ou o desenvolvimento de fórmulas ajuda na compreensão?
Isabela: *Eu acho mais curiosidade*
Daniela: *Ah... não. Eu acho que ajuda para entender, saber aplicar, acho que depende da fórmula.*
Isabela: *Hum... É verdade. Tipo, você não vai ficar lembrando de onde veio o Bhaskara, mas tem coisa que ajuda a entender, depende da fórmula.* (Entrevista com alunos Isabela e Daniela 26/11/13).

E com relação às deduções de fórmulas feitas por Pedro, o que vocês acham?
Guilherme: *Bom! Ajuda a lembrar da fórmula depois, eu consigo até desenvolver a fórmula na hora da prova, é bom para fazer ponte com outros assuntos da matemática também.*
Henrique: *Eu anoto só as fórmulas, acho desnecessária a dedução.*
Lucas: *Eu acho que é bom, ajuda a lembrar da fórmula. Ou, ainda que você não lembre, se você entendeu a dedução às vezes você consegue resolver sem a fórmula, só usando o raciocínio.* (Entrevista com alunos Guilherme, Henrique e Lucas 04/12/13).

2.4 Ênfase na conceituação e desenvolvimento do raciocínio matemático

O docente valoriza a compreensão do raciocínio matemático e do conceito que é ensinado, e não a memorização ou aplicação mecânica dos conteúdos. Além de enfatizar tal importância, procura direcionar a atenção dos alunos para que compreendam o conceito que está sendo abordado, através de uma sequência de perguntas que direcionam o raciocínio dos mesmos.

> Prof. Pedro “Suponha – muita calma, estou calmo (alunos riem) – que você tem (10,16, 22, 28). Qual é o termo que está bem no meio de 16 e 22?” Alunos “19” Pedro “Isso, ele não é termo da PA, mas está entre os dois termos centrais da PA. Como é que eu faço para obter todos os outros quatro termos da PA a partir do 19? O que o 16 tem a ver com o 19?” Alunos “19-3” Pedro” E esse outro (22)?” Alunos “19+3” Pedro “Certo, muita calma que essa abstração não é fácil, não é bater o olho e já ver. A razão da PA é 3?” Alunos “Não, é 6” Pedro “E o que o 3 tem a ver com a razão?” Guilherme “É metade da razão”. O docente continua a explicação fazendo diversas perguntas em crescente dificuldade para os alunos desenvolverem todas as etapas do raciocínio. (Matriz 1.1 Turno 9).

> (...) o professor começa outro item: *Interpolação de meios aritméticos* (escreve na lousa). Prof. “Então vamos lá, Interpolação de meios aritméticos. Eu vou começar através de um problema, mas vou resolver o problema só no final, quero conceituar antes”. (Matriz 1.1 Turno 13).

Durante a resolução, aluna questiona sobre qual fórmula está sendo usada: Prof. “Não, isso você está decorando, sem necessidade” e explica o raciocínio. Prof. “Eu insisti para que vocês não decorassem a fórmula, mas entendessem o que é o termo geral da PA”, retoma essa explicação conceitual com exemplos (explicação ‘extra’ à interpolação de meios aritméticos) e critica a “decoreba” de fórmulas. (Matriz 1.1 Turno 21).

Prof. “(...) por isso que eu falo, não dependa de fórmula” Henrique “Mas não pode usar aqui?” “Não, pode; pode Henrique, mas eu to falando pense mais, seja menos dependente de fórmula.” (Matriz 1.2 Turno 7).

Pedro “(...) quanto será que a função vale quando x for 5? Dá para deduzir?” Aluna “Dá, porque de 1 para 3 mudou 5,6,7,8” Professor “Aí! É isso que eu quero, raciocínio lógico” Aluna “de 3 para 5 vai mudar a mesma coisa” Professor “Isso, é a mesma taxa”. (Matriz 2 Turno 7).

Após explicação da dúvida, professor volta para a resolução do exercício, continuando a interlocução com os alunos, como descrito acima. Ao chegar no resultado, enfatiza o conceito de taxa de variação (m), que não é a diferença entre os valores do gráfico, mas a razão entres as diferenças dos dois eixos. (Matriz 2 Turno 8).

O docente continua o problema “Um sujeito vai fazer um percurso de 11 km até a escola, quantas voltas a roda vai dar? É possível saber, sem regra de três? (silêncio) Como eu faço sem a porcaria da regra de três que só limita o raciocínio das pessoas? Isabela “Pedro como você ficou bravo, rsrsrs” Prof. “Eu odeio regra de três” (alunos riem). “Ó, vamos pensar, se ela fosse andar 4,4 m, quantas voltas a roda vai dar?” Alunos “2” Prof “que conta que você fez na cabeça? 4,4 dividido por 2,2, não foi? Então você pega a distância a percorrer, que são 11km – só que eu tenho que transformar em metros, são 11.000 metros – e divido por 2,2?” Alunos “É” Prof. “(...) Isso dá 5.000. 5.000 o quê? Dias?’ (alunos riem) Alunos “número de voltas” (...). (Matriz 4.2 Turnos 15 e 16).

O docente faz um exemplo na lousa, com o desenho da figura, para explicar o que é um arco de circunferência (L). E pergunta como os alunos fariam para resolver, sem usar fórmulas, com raciocínio lógico. Guilherme responde “O ângulo central é 60º, 1/6 de 360º, então o comprimento é 1/6 do total” Prof. “Isso, gostei desse raciocínio”. (...) Após explicar esse raciocínio, também deduz a fórmula e a deixa registrada para os alunos, mas deixa claro que não é necessário memorizar a formula, é só utilizar o raciocínio. (Matriz 4.2 Turno 18 e 19).

Então, o docente apresenta exemplos de questões de vestibular em que é necessário o conhecimento do triângulo de Sierpinski (e tapete de Sierpinski - mesmo raciocínio, mas com o quadrado/retângulo). Os alunos prestam bastante atenção (desde o início mantém a atenção). (Matriz 6.1 Turno 15).

O docente coloca então o exemplo na lousa $2^{\log_2^7}$ = ? e logo uma aluna comenta que terão que calcular o $\log_2^7$ primeiro, e o docente responde "Nós sabemos de cor o valor de $\log_2^7$?" (alunos ficam em silêncio). "E se fosse $\log_2^8$ qual seria a resposta? Daria 3 aqui em cima? (alunos respondem que sim) E 2^3 da 8. E se fosse 16 na base 2?" Alunos "4" Pedro "E 2^4?" Alunos "16" Isabela "Então a resposta é o número do log?" Pedro "Vocês perceberam? O que tem de comum nos dois exemplos? A resposta deu o número que estava aqui em cima". (Matriz 8.2 Turnos 14 e 15).

Pedro "Como que você faria para calcular um setor circular? (silêncio) Se esse ângulo fosse 180º, ao invés de 60º, o que teria a ver com a área toda?" Lucas e Isabela "Seria a metade". Pedro "E se fosse 90º? Galera, acompanhem esse raciocínio porque é isso que importa, guardou o raciocínio não precisa de fórmula nenhuma." (...) Então vocês concordam que eu posso escrever uma fórmulinha assim ó: $A_{setor} = \alpha/360^o.\pi r^2$. Quem entendeu? Por que eu coloquei $\alpha/360^o$?" Alunos "Porque é a fração do setor". O docente termina de resolver o exemplo dado e salienta que não é necessário decorar fórmulas, apenas saber a área do círculo e utilizar raciocínio lógico. (Matriz 11.2 Turnos 11 e 12).

Pedro "Coroa é essa faixa aqui ó (pintando de azul), como calcular a área azul?" Henrique "Só fazer a área do círculo maior menos o menor" Pedro "Isso, então a $A_{coroa} = \pi R^2 - \pi r^2 \rightarrow \pi(R^2 - r^2)$. Não decorem isso, entendam o que é essa faixa azul". (Matriz 12.1 Turno 3).

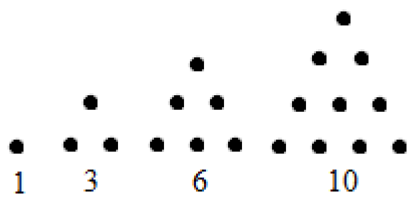
Pedro "Com as informações que temos na lousa, é possível calcular a área do segmento?" Isabela "Sim" Pedro "Eu espero que você saiba chegar lá sem decoreba, só usando o básico. O que você faria? (silêncio) Eu tenho que fazer primeiro o quê? (silêncio) É uma área indireta, não tem uma fórmula pronta". Isabela "Calcular a área do triângulo" Pedro "É possível encontrar a área do triângulo BOA?" Lucas "Usando abseno" Pedro "isso, mas porque eu preciso calcular a área do triângulo? Eu quero a área verde" Isabela "Mas daí você subtrai da área total" Pedro "Que área total?" Alunos "Do círculo" Pedro "Não..." Isabela "Do setor". (Matriz 12.1 Turnos 7 e 8).

Pedro "Dá uma analisada se você já enxergou um padrão. (silêncio) O que está acontecendo? Olhe bem, o x está sobre o meu controle, eu escolhi os valores de x e escolhi que variassem de 1 em 1. Agora o f(x) é resultado, não está sobre o meu controle, é consequência. Então na medida em que eu aumento 1 o que acontece com o valor da função?" Alunos "dobra" Pedro "Isso, dobra." Pedro "Então, você consegue enxergar o que está acontecendo aqui? Quando você aumenta o valor de x, o valor da função está aumentando cada vez mais rápido, em uma constante, ou cada vez mais devagar?" Alunos "Cada vez mais rápido". (Matriz 13.1 Turnos 4 e 5).

2.5 Representações

Neste subnúcleo verificamos mais um recurso explicativo utilizado pelo docente: a representação dos conteúdos matemáticos por meio de desenhos, tabelas e gráficos. O docente os faz em escala e proporção adequadas, além de utilizar diferentes cores para o registro, que podem ser manualmente feitos na lousa ou em imagem digital, através de apresentações de slides.

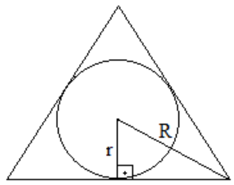
> Professor desenvolve o exemplo concreto (colocada de telefones equidistantes em trechos da estrada), fazendo o desenho do problema na lousa. (Matriz 1.1 Turno 16).
>
> O professor volta para o primeiro problema proposto (mais complexo), relatando novamente o enunciado e fazendo a representação do problema na lousa através de desenho. (Matriz 1.1 Turno 17).
>
> O professor desenha o gráfico, em escala (todos os desenhos e gráficos feitos por ele respeitam a escala, com exceção de alguns esboços, feitos apenas para ilustração), na lousa. (Matriz 2 Turno 5).
>
> Professor volta, então, ao exercício do cinema e faz um esboço da forma gráfica do problema, a partir da tabela que havia montado. Após esta visualização, propõe que encontrem a expressão do problema, partindo da genérica f(x)=mx+n. Descobrem o valor de m e n, e chegam à função q=-16p + 640, sendo q a quantidade de pessoas e p o preço. (Matriz 2 Turno 15).
>
> Pedro começa, então, a montar uma segunda tabela, com preço, demanda e receita, afirmando que para cada preço de ingresso existe uma demanda (função já conhecida) e também uma receita, possível de ser encontrada pela multiplicação do preço pela quantidade de pessoas que compraram o ingresso. (Matriz 2 Turno 18).
>
> Então Pedro começa a fazer o esboço do gráfico da receita, para melhor visualização dos alunos. Prof. Pedro "A receita aumenta à medida que o preço aumenta, mas se eu exagerar no preço ela cai. Certo? Então é uma parábola voltada para baixo, e o vértice é o que dá o preço ideal, o que dá a receita máxima. Certo? (...)" (Matriz 2 Turno 19).
>
> Pedro começa, então, a explicar o que são números triangulares, fazendo desenhos para auxiliar na compreensão dos alunos, como na ilustração abaixo, mostrando que um número é triangular justamente pelo fato de que, ao pegarmos o número de pontos correspondente a ele, conseguimos formar um triângulo.



(Matriz 3.1 Turno 9).

Para a explicação, o docente faz a representação em esquema, montando realmente a pirâmide. Durante a explicação, o docente sempre faz perguntas aos alunos.
Ao perceber que os estudantes entenderam o funcionamento da pirâmide, o docente não continua o esquema gráfico, mas monta uma tabela dos meses em função do número de novos adeptos e total de participantes, utilizando apenas o raciocínio abstrato para preenchê-la. (Matriz 3.2 Turnos 9 e 10).

Daniela, como você fez para resolver esse exercício?" (Abaixo, figura do exercício desenhada pelo docente na lousa)

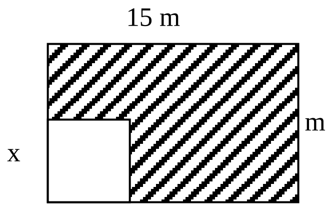


(Matriz 4.1 Turno 11).

O docente volta à proposta do cubo (sempre mostrando as imagens nos slides): "Pegue um cubo, recorte o cubo como eu recortei o tapete de Sierpinski, faça retas em todas as faces do cubo. Antes de eu furar, quantos cubinhos eu terei? (silêncio) É a noção de volume, vocês vão ter volume só no 2º ano, mas a noção de volume vocês já tem" Guilherme "27" Aluna "Por quê?" O docente faz o desenho em profundidade para explicar noção de volume para a aluna. Ao fazer o desenho, antes mesmo de começar a explicar, a aluna já enxerga a noção e diz que entendeu (mas mesmo assim o docente faz a explicação). (Matriz 6.1 Turno 17).

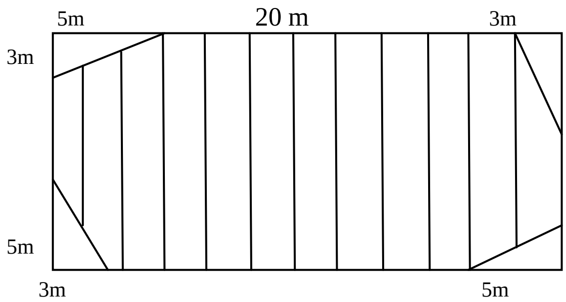
O docente continua preenchendo a tabela da mesma forma como descrito no primeiro exemplo, de forma que cada linha ficava da seguinte forma: $2^? = 8 \rightarrow \log_2^8 = 3$, pois
$2^3 = 8$. (Matriz 8.2 Turno 6).

Enquanto os estudantes leem o enunciado do primeiro exercício, Pedro faz a representação do mesmo em proporção na lousa, retomando o conteúdo de cálculo de áreas indiretas (...).



(Matriz 11.1 Turno 4).

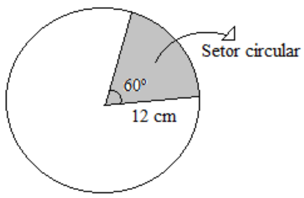
Ao terminar a correção, pergunta se alguém ficou com dúvida. Como ninguém se manifesta, o docente resolve fazer um exercício complementar e, enquanto descreve o enunciado, faz a representação do mesmo na lousa (o enunciado pedia que se calculasse a área da figura hachurada):



(Matriz 11.1 Turno 14).

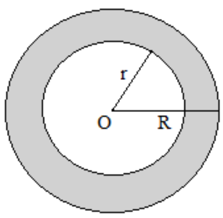
Pedro “Imagine que você colocou um prego na parede. Em volta dele você colocou um barbante e emendou as pontas perfeitamente, colando-o na parede (Pedro faz o desenho na lousa conforme faz a descrição). Daí, em volta desse barbante você colocou outro (...). Pedro “Esse círculo grande que eu formei não está todo forrado de barbantes no meio? É verdade que a área do círculo é a área dos barbantes todos?” Alunos ponderam e respondem “É” Pedro “Então vamos imaginar que o maior tem raio r, o último barbante que eu coloquei tem raio r. Daí você coloca um anteparo na parede, vem com uma tesoura e corta o último barbante aqui em cima, e ele vai cair no anteparo” (Pedro faz o desenho do barbante cortado, utilizando cores diferentes). (Matriz 11.1 Turnos 5 e 6).

Enquanto faz o desenho na lousa (figura abaixo), Pedro afirma (...)



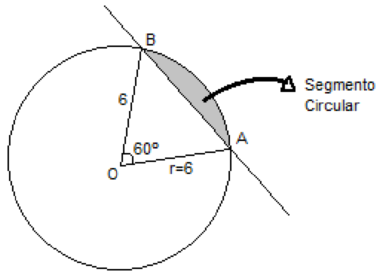
(Matriz 11.2 Turno 11).

Enquanto faz o desenho da coroa na lousa (figura abaixo), Pedro afirma que os estudantes vão aprender a calcular sua área sem fórmulas. Pedro “Coroa é essa faixa aqui ó (pintando de azul), como calcular a área azul?” Henrique “Só fazer a área do círculo maior menos o menor” Pedro “Isso, então a $A_{coroa} = \pi R^2 - \pi r^2 \rightarrow \pi(R^2 - r^2)$. Não decorem isso, entendam o que é essa faixa azul”.



O docente continua a explicação, pontuando que os dois círculos não precisam ser concêntricos, como ele desenhou. Ainda que eles se tangenciem, o raciocínio é o mesmo. (Matriz 12.1 Turnos 3 e 4).

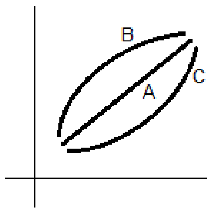
Pedro "Então vamos lá, entenda o que é um segmento circular. Se você fizer um corte em um círculo (Pedro o faz), esse carinha aqui ó é um segmento circular (pintando de verde). Aqui é o raio, 6, e aqui também é o raio. E vamos supor que o ângulo formado entre os raios é 60º. Entenderam até aqui?".



(Matriz 12.1 Turno 6).

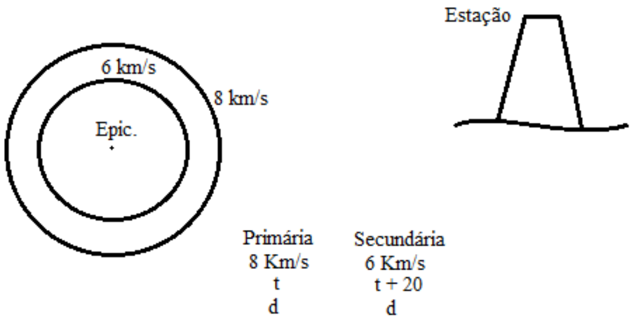
O docente monta a tabela explicando quais valores são os mais fáceis para substituir o x. Ele explica que essa tabela forma pares ordenados do gráfico, visto ter valores de x e f(x) correspondentes. Na primeira parte da substituição, apenas com valores ≥ 0, obtêm os seguintes pares ordenados: (0,1), (1,2), (2,4) e (3,8). (Matriz 13.1 Turno 3).

Pedro coloca, então, três exemplos de curvas na lousa, como no desenho abaixo:



Pedro "Agente já estudou isso no passado. Curva A, curva B e curva C. Como que a curva A está crescendo? Sempre na mesma velocidade, cada vez mais rápido, cada vez mais devagar?" Alunos "Constante" Pedro "E a curva C? Se você aumentar um pouquinho o x, o y aumenta muito ou aumenta pouco?" Alunos "Muito". O docente continua discutindo os tipos de curvas, explicando que, no caso da função do exemplo a curva seria do tipo C. (Matriz 13.1 Turnos 5 e 6).

Pedro "(...) O enunciado diz assim, 'Do epicentro de um terremoto partiram, num dado instante, uma onda primária e uma secundária, que propagaram-se, nesta ordem, com velocidades constantes de 8km/s e 6km/s. Sabendo que a onda secundária chegou em uma estação sismológica 20 segundos depois da onda primária, qual é a distância desta estação ao epicentro?' (...)". A representação feita pelo docente na lousa foi a seguinte:



(Matriz 14 Turnos 9 e 11).

2.6 Análise dos conteúdos matemáticos

Trata-se de ocasiões em que o docente faz o desenvolvimento da análise dos conteúdos matemáticos, situação em que cada elemento do objeto de estudo é identificado e estudado. Isso ocorre, principalmente, em momentos de resolução de exercícios e explicações na lousa, nos quais o docente registra todas as etapas do raciocínio exigido separadamente.

> Docente continua a correção dos demais exercícios, sempre fazendo perguntas para a classe em geral e detalhando cada passo da resolução. (Matriz 1.2 Turno 11).
>
> Enquanto apaga os desenhos, Pedro comenta “Daí você vai fazer em casa hoje, por pura diversão, antes do almoço ainda, os pentagonais. Eles não são tão óbvios como esses.” Então o docente continua a correção dos demais exercícios, sempre destacando os dados do enunciado, registrando todos os passos da resolução e mantendo a interlocução com os alunos. (Matriz 3.1 Turno 11).
>
> O docente questiona se essa propriedade vale somente neste exemplo ou em qualquer PG, (...) pedindo que os alunos provem que, se $a_1.a_5$ = M, então $a_2.a_4$ = M. (...). A demonstração fica da seguinte forma:
> $a_1.a_5$ = M
> $a_2.a_4$ = ? = a1.q.a_5/q = $a_1.a_5$ = M
> Sendo que, simultaneamente ao registro na lousa, o professor explica a demonstração, perguntando aos alunos o que o a_2 é em função de a_1, e a_4 em função de a_5 (e eles respondem). Pedro sinaliza a substituição e demonstra a equivalência (...). (Matriz 6.1 Turnos 4 e 5).
>
> O docente continua a resolução do exercício, perguntando o que podem fazer após chegarem em $2^x.2^2 + 2^x/2^2 = 17/2$. Como ninguém sugere nada, o docente começa a explicar que o primeiro passo (indica na resolução) é substituir a potência com incógnita por outra variável, o que forma uma equação de primeiro grau (1º: 2^x = M, assim $M.2^2 + M/2^2 = 17/2$). Então, após resolver a equação, o docente chega em M = 2, indicando que muitas pessoas erram por achar que já chegaram ao resultado, quando o que procuravam era o valor de x. Assim começa o 2º passo, encontrar o resultado final (2º: voltar para x, como M = 2^x, 2^x

= 2, portanto, x = 1). A resolução completa feita por ele na lousa fica da seguinte forma:

1) $2^{x+2} + 2^{x-2} = 17/2$
$2^x.2^2 + 2^x/2^2 = 17/2$

1º: Seja $2^x = M$
$M.4 + M/4 = 17/2$ x4
$16M + M = 34$
$17M = 34$
$M = 34/17$
$M = 2$

2º: Voltar para x
Como $2^x = M$
$\Rightarrow$ $\cancel{2}^x = \cancel{2}$
$x = 1$

$\boxed{S = \{1\}}$

(Matriz 8.1 Turnos 6 e 7).

Aluna "Então a resposta desse é 7?" Pedro "Nós estamos desconfiados que a resposta é 7, vamos ver." O docente substitui o expoente $\log_2^7$ pela incógnita "e", a fim de verificar a veracidade de suspeita que têm. Ele deduz da seguinte forma:

$2^{\log_2^7} = ?$

seja $\log_2^7 = e \rightarrow \therefore 2^e = 7$

Se $\log_2^7 = e$, então $2^{\log_2^7} = ? \rightarrow 2^e = ?$, ou seja, 7.

Simultaneamente ao registro na lousa da dedução acima exposta, o docente faz os seguintes comentários: "Nós sabemos o valor de $\log_2^7$? Não, então nós vamos escrever seja $\log_2^7 = e$. Tudo bem até ai? Então, preste atenção, olhe a mágica, o que isso vai dar? (silêncio) Monte a equação, o que vai dar isso?" (silêncio) Alunos "$2^e = 7$" Professor "Isso, $2^e = 7$. Quem que nós queremos encontrar? O valor de 2 elevado a $\log_2^7$, não é isso? Que nome que nós demos para $\log_2^7$?" Alunos "e" Pedro "Então isso daqui ($2^{\log_2^7}$) é 2^e?" Alunos "É" Pedro "Mas aqui não esta dizendo que $2^e = 7$?" Alunos "Aham" Pedro "Então isso daqui vale 7" Isabela "Ahh.... o quê que é isso!" Daniela "É mágica!" Pedro "Bruxaria, rsrs". (Matriz 8.2 Turno 16).

Pedro "(...) No item a ele pergunta qual a área da porção sombreada em função de x. Você entendeu o que ele quer saber? (silêncio) Se o lado do quadrado fosse 4, como você calcularia a área sombreada?" Isabela "Eu faria o total menos o quadrado". Pedro "Então ó, área sombreada é igual à área do retângulo menos a área do quadrado, você concorda até aí?" Alunos "Sim" Pedro "E agora, o que devo fazer?" Alunos "Calcule as áreas".

Então o docente faz o que os alunos indicaram, de tal forma que a resolução fica da seguinte forma:

$A_{somb.} = A_{ret.} - A_{quad.}$
$A = 10.15 - x^2$
$A = 150 - x^2$

E comenta o fato da função ser quadrática, discutindo se a concavidade seria voltada para cima ou para baixo com os estudantes. (Matriz 11.1 Turnos 5 a 7).

Pedro passa para o item b, que perguntava qual deveria ser o valor de x para que a área fosse 101. O docente questiona qual incógnita da função encontrada no item anterior deveria ser substituída por 101, e os estudantes respondem na área sombreada. A resolução fica da seguinte forma:

$A = 150 - x^2$ $\quad$ $x = \sqrt{49}$

$101 = 150 - x^2$ $\quad$ $x = \pm 7$

$x^2 = 150 - 101$ $\quad$ $x = -7$ não convém, $\therefore$ $\underline{x = 7m}$

$x^2 = 49$

Sendo que o docente destaca o fato de que não se pode colocar x=7 direto, pois a raiz pode ser positiva ou negativa. Deve-se indicar os dois resultados possíveis, excluindo-se o que não convém, visto que área é sempre positiva. (Matriz 11.1 Turno 8).

Então Pedro resolve o problema proposto, sempre fazendo perguntas aos alunos e esperando que eles cheguem à resposta. Ele registra todas as etapas do raciocínio que desenvolveu em conjunto com os estudantes:

Área do Setor: $\quad$ $\mathbf{A_{seg} = A_{set} - A_{BOA}}$

$A_{set} = 60/360.\pi.6^2 = 1/6.\pi.\ 36$ $\quad$ $\mathbf{A_{seg}} = 6\pi - 9\sqrt{3}$

$A_{set} = \underline{6\pi}$

Área do triângulo BOA: $\quad$ $\underline{\mathbf{A_{seg}} = 3(2\pi - 3\sqrt{3})\ cm^2}$

$A_{BOA} = 6.6.sen60º/2 = 18.\sqrt{3}/2$

$A_{BOA} = \underline{9\sqrt{3}}$

(Matriz 12.1 Turno 9).

O docente pergunta aos alunos qual conhecimento da física é necessário para o cálculo da distância, e eles respondem que é a fórmula da velocidade média. O docente continua a resolução, que segue da seguinte forma:

Primária $\quad$ Secundária

$d = v.t$ $\quad$ $d = v.t$

$d = 8.t$ $\quad$ $d = 6.\ (t+20)$

$d = 6t + 120$

$8t = 6t + 120$

$2t = 120$

$t = 60\ s$

$d = 8.60 = \underline{\underline{480\ Km}}$

(Matriz 14 Turno 12).

2.7 Discussão da relevância do conteúdo ensinado

O docente discute a relevância do conteúdo que é ensinado, explicitando, sobretudo, sua funcionalidade. Ele o faz demonstrando a vantagem de utilizá-los em exercícios ou utiliza exemplos, esforçando-se para aproximar o conteúdo da realidade. Tais exemplos são seguidos de um discurso que indica a importância dos conhecimentos recém aprendidos, através de discussões (muitas vezes de cunho político) sobre os impactos destes na sociedade.

Professor continua explicando a vantagem de escrever pela 1ª representação: “Sabe qual a vantagem de escrever assim? Some todos os termos, o que vai acontecer (...) vai cancelar todos os r’s, ..., vai sobrar só x. Então se ele (exercício) falar qualquer coisa sobre a soma dos termos da PA você sabe que desta forma descobrimos o x. Mas é vantajoso porque eu montei PA de forma simétrica, de forma a cancelar todos os r’s”. (Matriz 1.1 Turno 6).

Professor mostra, então, porque e em qual situação utilizar esse raciocínio, que é mais complexo. Afirma que eles podem fazer de outra forma, contudo, na soma dos termos, a vantagem de representar desta maneira é que cancelam todos os h’s. Prof. “O mais importante aqui foi a abstração que vocês fizeram nesta análise.” (Matriz 1.1 Turno 12).

Enquanto os alunos terminam de copiar a resolução, professor começa uma discussão sobre quais variáveis influenciam no número de pessoas, mostrando que outros fatores além do preço influenciam, como horário, localização, dia da semana, etc. Professor “Agora você já imaginou um economista ou matemático tentando considerar a influência de cada uma destas variáveis e escrever ‘receita é igual’ e dou outro lado todas essas variáveis?” Aluna “Ele fica maluquinho” Aluno “Ah, mas ele usa computador” Professor “Sim, usa, mas conceitualmente você tem que enxergar tudo isso. Tem gente que trabalha com isso, e ganha muito dinheiro.” (Matriz 2 Turno 21).

Professor apaga a lousa e diz que vai fazer uma observação sobre um assunto que está muito em pauta, as pirâmides financeiras: “Vocês já ouviram falar em pirâmides financeiras? Telexfree?” Alguns alunos respondem que sim outros não respondem nada, mas todos voltam-se para o docente prestando muita atenção. “Tem cidades por aí, principalmente de interior, em que as pessoas pediram as contas no emprego só para trabalhar na Telexfree e um mês depois a Telexfree foi judicialmente travada. Vamos ver o que isso tem a ver com a aula de hoje”.
Prof. Pedro “Quem sabe do que eu estou falando? Da Telexfree?” Alguns alunos levantam a mão e Isabela comenta: “Eu ouvi o meu pai falando alguma coisa disso, mas não sei o que é” Prof. “Então eu vou explicar. Isso existe desde que o mundo é mundo, esse golpe financeiro. É terminantemente proibido por lei fazer esse tipo de atividade, mas os caras sempre acham um jeitinho de fazer como se fosse uma outra coisa.” (...)
O docente explica, então, como funciona a pirâmide financeira (cada pessoa que entra paga um valor, mas o recupera através de novos adeptos que deve angariar, sendo que o valor dos novos adeptos sempre é dividido entre todos da pirâmide). (...)
Prof. Pedro “O número de pessoas entrando na pirâmide é um progressão geométrica, cresce geometricamente com razão 3 – eu escolhi o 3, poderia ter sido 2 ou outro – então, 3^{12}, quanto dá isso, alguém faça na calculadora” Alunos “531.441” Professor “Isso é a metade da população de Campinas, isso deveria entrar na pirâmide em um ano. Agora pensa, um mês depois disso, vai multiplicando por 3 (...)Ou seja, para a pirâmide funcionar, no décimo oitavo mês teriam que entrar todas essa pessoas novas. Eu te pergunto, se sustenta esse sistema?” Alunos “Não”. Professor e alunos iniciam uma conversa

sobre o golpe financeiro, um dos alunos afirma que atinge até a população mundial e professor argumenta que sim, que somente os que estão no topo da pirâmide ganham realmente dinheiro, os da base não, pois torna-se mais difícil angariar novos adeptos. Além disso, mostra como é possível implantar esse sistema de forma disfarçada. (Matriz 3.2 Turnos 7 a 12).

Após terminar a observação sobre pirâmides financeiras, Pedro volta à explicação teórica do conteúdo, passando a expor sobre o *Termo geral da PG*. Enquanto escrevia o subtítulo, alguns dos estudantes continuavam a comentar sobre as pirâmides com o docente, espantados com o fato de que em 19 meses a quantidade necessária de novos adeptos superaria a população mundial. Assim professor acaba fazendo outro comentário: "O que Malthus falou sobre PA e PG, já ouviram ou não?" Alunos "Não" "Sobre o crescimento da população mundial e a produção de alimentos, já ouviram isso? O professor Gustavo (geografia) não falou sobre isso?" Isabela "A professora Regina falou!".
Prof. Pedro "Então, o que Malthus falou foi que a população mundial cresce em progressão geométrica. Cresce rápido ou pouco rápido quando cresce em PG?" Alunos "Rápido" Pedro "E quando cresce em PA? Cresce no mesmo passo sempre não é? Então ele falou um pouco equivocadamente que o mundo é capaz de produzir cada vez mais alimentos, mas esse crescimento é aritmético, na mesma taxa todo ano. Já o número de pessoas no mundo cresce em PG". Então o docente faz a representação gráfica, explicando o que significa a teoria de Malthus e qual o erro por ele cometido. (Matriz 3.2 Turnos 13 e 14).

O docente ainda comenta o fato de π ser um número irracional, o qual não é possível ser obtido pela divisão de dois inteiros, mas que tem forma fracionária aproximada (22/7): "Veja a Unicamp adora trocar o π por isso, sabia? Por isso que eu estou comentando. 22 dividido por 7, dá o quê?". O docente faz a divisão e mostra que, apesar da semelhança até a segunda casa decimal, não é exatamente igual. Contudo, como, em geral, utilizamos o π só com duas casas decimais, é comum fazer a substituição, mostrando em que circunstancias é melhor substituir o π pela fração. (Matriz 4.2 Turno 4).

Pedro "Eu estou falando isso porque depois nós veremos gráfico com logaritmo, que será a outra curva. Na Unicamp caiu no vestibular de domingo uma questão que você tinha que olhar e ver, ela deu o gráfico e perguntou o que era, tinha uma curva exponencial e outra logarítmica, se você soubesse já matava a questão". (Matriz 13.1 Turno 7).

Pedro "Então quando você coloca dinheiro no banco, dá uma exponencial, partindo do valor que você colocou. Só que dá uma exponencial preguiçooosa, demora para embalar, mas um dia embala. Agora, vocês já ouviram os pais de vocês reclamando do juros do banco, que está muito alto? Se você deposita um dinheiro você ganha 0,5%, mas se você usa dinheiro do seu cheque especial, que é um dinheiro que eles deixam na conta para você usar sem pedir para ninguém, só tem que pagar por isso depois (risos) aí o juros é de cerca de 9% ao mês." Pedro "Qual a base da exponencial quando eu pego

dinheiro do banco? Se é 9% ao mês? Eu pego R$1000 do banco, o que vai mudar na função? Fica 1,?" Alunos "09" Pedro "A curva é uma curva mega apressada (faz o esboço). O que significa isso: se você põe dinheiro no banco o seu saldo cresce devagaaaar. Mas, se você pega dinheiro emprestado do banco, a sua dívida cresce muito rápido.
Pedro "Tudo isso é o quê? Exemplo de função?" Alunos e Pedro juntos "Exponencial" Pedro "Eu só estou comentando isso para dizer para você o seguinte: você está aprendendo exponencial, e vai aprender, com base 0,5; 2; 3. Mas no dia a dia, a base da exponencial é quase sempre 1,0 alguma coisa. Mais um exemplo de exponencial, mais para justificar porque estamos aprendendo isso." Então o docente dá mais exemplos de exponenciais (cartão de crédito, crescimento populacional, dentre outros). (Matriz 13.1 Turnos 18 a 20).

Pedro continua circulando e retirando as dúvidas dos alunos. Ao perceber que terminaram a lista, começa a correção: "Será que você perceberam a importância de saber fazer o cálculo da questão 1? O enunciado diz assim, 'Do epicentro de um terremoto partiram, num dado instante, uma onda primária e uma secundária, que propagaram-se, nesta ordem, com velocidades constantes de 8km/s e 6km/s. Sabendo que a onda secundária chegou em uma estação sismológica 20 segundos depois da onda primária, qual é a distância desta estação ao epicentro?' Qual a importância de se calcular isso?"
Todos ficam em silêncio, e Pedro continua "O que ele quer te mostrar com esse exercício? Pense como cientista!" O docente faz a representação do problema na lousa, explicando que o cálculo é importante para que o cientista que estiver na estação possa descobrir em qual raio ocorreu o terremoto, sem precisar sair da estação. (Matriz 14 Turnos 9 e 10).

O docente pergunta se alguém tem dúvidas e então comenta que, utilizando a variação de tempo entre as ondas, é possível calcular a magnitude do terremoto, que é a escala Richter. Ele explica que quando Richter foi calcular a magnitude, chegou a uma equação exponencial, sendo necessário utilizar log para solucioná-la, exatamente o tema da questão seguinte, a qual passa a resolver. (Matriz 14 Turno 13).

O docente para a correção e comenta sobre a utilidade de log. Pedro "Newton descobriu – não precisa copiar, obviamente – que quando uma pessoa é assassinada, acontece o seguinte. A temperatura do corpo é em média 36º, o que acontece quando uma pessoa é assassinada?" Alunos "A temperatura cai" Pedro "Até chegar aonde, até zerar? Não, ela não vai congelar, ao menos que ela esteja no pólo Norte, rsrsrs" Guilherme "vai até 24º" Pedro "Vai até a temperatura ambiente de onde ela estiver, vamos supor 25º". Pedro "Newton percebeu que quando uma pessoa é assassinada, a temperatura cai eeeexponencialmente (desenha o gráfico na lousa) até atingir a temperatura do ambiente." Aluna "por que assassinada?" Pedro "Quando alguém é assassinado, é necessário encontrar o culpado, e qual uma das coisas que o legista quer saber? A hora que ocorreu o assassinato, limitando as suspeitas."
O docente continua a explicação, mostrando que para encontrar a hora da morte é necessário utilizar os conhecimentos sobre exponenciais e logaritmos, pois, medindo em duas vezes a temperatura do corpo em

> um dado intervalo de tempo, é possível encontrar a função da curva (utiliza-se exponencial para modelamento da curva de cada sujeito e log para o cálculo do tempo da morte). Henrique “Mas e se a pessoa estivesse com febre, por exemplo?” Pedro “Daí não vai dar exato, por isso que é importante até para um advogado conhecer as limitações desta fórmula. Então, ainda que você queira ser um advogado, por exemplo, você precisa conhecer um pouquinho de onde as coisas vêm. (...) Eu estou dizendo isso porque, ainda que você não pretenda ser engenheiro, você precisa entender de onde as coisas vêm, como funcionam”. (Matriz 14 Turnos 15 a 18).

2.8 O trabalho com cultura matemática

Este subnúcleo descreve os momentos em que o docente desenvolve tópicos de cultura matemática com os estudantes. Por cultura matemática entende-se o trabalho com conceitos mais complexos (muitas vezes próprios do ensino superior) que visam desenvolver o aprendizado da forma de raciocinar própria da disciplina, utilizada por profissionais da área.

> O docente, enquanto espera os alunos fazerem os exercícios, comenta que o aprofundamento começará na próxima semana, pois ele ainda não divulgou a lista de participantes. E os alunos questionam: “Quanto você vai considerar para poder ir para o aprofundamento?” Prof. “Vou considerar 6, atingiu 6 na dissertativa está convocado para o aprofundamento, atingiu perto de 6 depende de mim, do meu estado de humor (risos dos alunos). Perto de 6 eu vou avaliar se a pessoa deve ir para o aprofundamento ou se ela deve se concentrar nos estudos de recuperação (...) quem tirou perto de 6 e quiser conversar comigo sobre pode ficar á vontade (...) ‘eu gostaria de participar’ ou ‘eu gostaria de ficar de fora’ (...). É pura cultura matemática o aprofundamento”. (Matriz 3.1 Turno 5).

> O docente fica em silêncio por alguns segundos e depois diz “Eu ia fazer um comentário, mas eu vou fazer no aprofundamento. No aprofundamento eu vou falar sobre números triangulares. Vou só comentar o que é e vou trabalhar com detalhes no aprofundamento.”(...) Então, Pedro diz que trabalhará com mais detalhes no aprofundamento, inclusive números quadrangulares, e pergunta: “Qual será o centésimo número triangular? (...) Talvez vocês tenham dificuldade em usar a aula, mas é a aula. Porque daqui para lá aumenta 2, mas depois 3, 4. Não é uma razão fixa. É um bonito desafio... Então como descobrir o centésimo? Alguém quer dar uma sugestão?” Guilherme “É só colocar 1, 1+2, 1+2+3...” Prof. Pedro “Sabe muito esse menino!”. Então o professor mostra para toda a turma como resolver o desafio e, por fim, faz a relação com a matéria que estava sendo ensinada. (Matriz 3.1 Turno 9 e 10).

Após deixar tudo pronto para a aula, o docente retoma a atenção dos alunos e começa a aula 57: “Galera, é o seguinte, está aula é super rápida, eu vou terminar, é a última aula de PG. E aí eu vou mostrar para vocês algumas aplicações de PG, alguns conceitos de matemática mais avançado, mas na verdade isso é cultura matemática, que aparece em questões de vestibular.” (Matriz 6.1 Turno 2).

O docente começa, então, a apresentação sobre *Sequências numéricas e Aplicações* (...) de maneira bastante entusiasmada: “Isso daqui é cultura matemática, eu sei que você acha estranho isso, mas é muito sério. O que seria cultura matemática? É conhecer os principais temas e abordagens da matemática (...) coisas que têm várias aplicações e implicações na matemática e em outras áreas do conhecimento. Aqui vai ter biologia, engenharia, artes e várias outras coisas que usam isso, por isso é cultura matemática.” (Matriz 6.1 Turnos 7 e 8).

O docente começa a comentar o primeiro assunto, o *Triângulo de Sierpinski*: “Comece com um triângulo vermelho, não importa quanto ele tenha de lado, pode ser qualquer triângulo (no slide tem a figura do triângulo vermelho). Mas, para ficar mais bonito, simpático e elegante eu vou pegar o triângulo equilátero. Triângulo equilátero de lado l, posso abstrair já?” Alunos “pode”. “Se eu pegar os pontos médios e ligar eu construo um novo triângulo, não é? (slide: triângulo vermelho com outro branco invertido no centro) Na verdade, eu dividi o triângulo anterior em quantos triângulos idênticos?” Alunos “4” Pedro “Isso, 4. Então o processo de Sierpinski foi dividir o triângulo em quatro triângulos congruentes e retirar o do meio”. “Você percebe que ficaram 3 triângulos vermelhos com a mesma área do branco?” Alunos “Sim” Pedro “Então, a área que restou tem que relação com o original?” Isabela “¾” Pedro “isso, ¾. Agora eu vou repetir o processo, continuar perfurando o triângulo. Vou pegar cada triângulo que restou e ligar os pontos médios e retirar (muda a figura do slide). Então quantos triângulos vermelhos ficaram?” Alunos “9”. “Se eu for olhar as áreas, eu tenho a área inicial A, depois do primeiro corte tenho ¾ da área inicial, ¾A (escreve na lousa). A questão é, qual é área vermelha depois do 3º corte?” Alunos divergem um pouco e docente coloca na lousa $^{9}/_{16}$A “dá para enxergar isso?” Alunos “Sim”. “Não está formando uma PG? As áreas?” Alunos “está” Pedro “de que razão?” Isabela “3/4” Pedro “Então isso daqui está dando uma PG, cuja razão é ¾, mas eu posso pensar em outras coisas. Aqui eu falei de área, mas eu posso falar de perímetro”. Então o docente faz o mesmo movimento analisando o perímetro ao longo das imagens. (Matriz 6.1 Turnos 9 a 13).

Prof. “Entendeu o que é o triângulo de Sierpinski? Aí você vai dividindo o triângulo e olha o que vai acontecer, agora é só para visualização” (Pedro passa as imagens do triângulo vermelho original sendo furado varias vezes). “Se você escolher qualquer triânguluzinho, der um zoom, ele não é a reprodução do original? Se você der um zoom em qualquer ponto ele é uma reprodução do todo?” Alunos “É” Pedro “Isso se chama *teoria dos fractais* na matemática (fazendo entonação de suspense) na natureza você enxerga isso. Coisas que a natureza produziu são exatamente assim, você dá um zoom, e ele é uma repetição do todo (entoação de descoberta/espanto)”. (Matriz 6.1 Turno 14).

O docente passa a outro assunto de cultura matemática, a *Curva de Colchi*. Segue o mesmo processo de interlocução com os alunos através de perguntas, sempre mostrando a representação visual nos slides. Utiliza diferentes entonações de voz, relaciona com PG, e faz referências a questões de vestibular e a fenômenos naturais em que a curva de Colchi pode ser vista (por exemplo, em determinadas plantas). (Matriz 6.1 Turno 20).

(...) *Razão Áurea*: "Vocês vão ouvir falar com frequência da razão áurea." E começa e discorrer sobre ela. Pedro "Os gregos queriam encontrar um padrão de beleza. Quando vou construir algo, quais as proporções que deve ter? Uma obra, uma construção, uma casa um templo... quais proporções ele deve ter para ficar agradável para os olhos? (...) Então eles pensaram 'bem, encontrar a proporção ideal para as coisas é encontrar a proporção da figura mais ideal que existe, o corpo humano' (...). Mas quais são as proporções do corpo humano? Se eu pegar um rosto bonito como o meu (alunos riem) quais são as proporções?" O docente continua a explicação sobre a proporção dos dedos de nossas mãos, afirmando que um grego percebeu que a razão entre as medidas entre os ossos dos dedos é a proporção ideal, a razão áurea - φ - calculando o valor de φ com os alunos ($1 + \sqrt{5}/2$). Pedro "Então eles descobriram que, se eu quiser dividir alguma coisa de tal forma que a proporção se mantenha na sequência, a razão terá que ser essa. Não é uma razão nada bonita, dá aproximadamente 1,6.".
Pedro "Calma que é agora que você vai ver a beleza disso, você entendeu o que é a razão áurea? Entendeu de onde vem?"Alunos "Sim" Pedro "Se eu quiser construir um retângulo áureo... Daniela se eu quiser construir um retângulo áureo, uma tela - Da Vinci fez isso – o que seria um retângulo <u>áureo</u>? Seria uma tela cuja altura dividida pela largura dá φ. "Mas isso não é o mais interessante. A razão áurea aparece em vários fenômenos da natureza!". Então o docente ensina como desenhar um retângulo áureo e faz uma relação com a sequência de Fibonacci, já estudada na primeira aula de sequências, mostrando que esta contém a razão áurea (ao dividir um termo da sequência pelo seu antecessor encontramos um resultado e, conforme avançamos na sequência fazendo está divisão, mais nos aproximamos da razão áurea). (Matriz 6.1 Turnos 21 a 25).

O docente continua fazendo relações do que foi visto com as demais imagens, mantendo a interação com os alunos por meio de perguntas e utilizando o recurso de mudança de entonação da voz (utiliza mais figuras, como o partes do corpo humano, obras de arte de Da Vinci, Parthenon, dentre outras). (Matriz 6.1 Turno 27).

Neste debate, Pedro explica sobre a *Curva de Lafer*, conceito de matemática financeira que explica o aumento da taxa de impostos em função da venda do produto. No gráfico da curva, o docente aponta que existe um ponto de faturamento máximo pelo governo, e esse não é quando se tem a maior tributação, mas um equilíbrio entre tributação e vendas do produto (Os alunos tem liberdade para fazerem comentários). (Matriz 8.1 Turno 11).

Após registrar o que será trabalhado no dia, Pedro inicia a explicação teórica da *Área do Círculo e suas partes*, perguntando aos alunos "o

que você vai aperfeiçoando e vira um círculo?". Como ninguém responde, ele comenta sobre um livro chamado "O País Plano". Esse livro aborda a questão das dimensões, sendo que, no país plano, só existem duas dimensões e os habitantes são figuras geométricas (reta, triângulo, quadrado, pentágono, etc.). À medida que os habitantes evoluem, aumentam o número de lados, até se tornarem círculos. Todos os estudantes estão atentos ao comentário.
O docente explica qual a visão que cada figura teria uma da outra em duas dimensões, pedindo que os estudantes imaginassem tal situação. Depois informa que o livro narra a chegada de uma esfera ao país, figura tridimensional, pedindo que os estudantes tentassem imaginar como seria a visão das figuras planas sobre a esfera. Então, Pedro explica que o autor discute justamente o fato de que nós, humanos, que vivemos em três dimensões, não conseguimos conceber mais dimensões, mas isso não significa que elas não existam. Assim Pedro comenta sobre a garrafa de Klein, uma projeção de um objeto de quatro dimensões, estudada por cientistas. (Matriz 11.2 Turnos 1 a 3).

Francisco: *Eu acho legal, em qualquer disciplina eu gosto de ver essas curiosidades que se relacionam com outras matérias. Como eu já te disse, desde o 6º ano a gente vê coisas do tipo.*
Guilherme: *Eu acho legal, porque você pode ver a matemática de forma interdisciplinar.* (Entrevista com alunos Francisco e Guilherme 13/11/13).

<u>Núcleo 3: A Lousa como Recurso</u>

Este núcleo reúne os dados que demonstram a forma pela qual o docente utiliza a lousa em suas aulas. Ele aborda a forma como o registro é feito na lousa e como a cópia é proposta pelo professor, tanto de conceitos e exercícios quanto de representações. Nele encontramos os subnúcleos *Organização das informações e conteúdos* e *Cópia*.

3.1 Organização das informações e conteúdos

Este subnúcleo inclui excertos que demonstram a forma como o docente registra as informações na lousa. Ele mantém o hábito de anotar as informações do que será trabalhado no dia, no canto superior da lousa, separa os conteúdos com títulos e subtítulos e utiliza cores diferentes, fazendo o registro com bastante clareza.

Após entrar na sala, conversando informalmente com os alunos, o professor Pedro inicia a aula informando com o que irão trabalhar e escreve no canto esquerdo da lousa tais informações ("Bom Dia! 17/09; Hoje: Mat A; Aulas 51/52; p.74"). Escreve na lousa o título

Aula 51 – Propriedades da PA (em vermelho) e o subitem *Três termos em PA* (em verde). (Matriz 1.1 Turno 1).

Começa a explicação do 1º subitem, *Três termos em PA* (escreve na lousa, em verde), dizendo que já viram isso antes. (Matriz 1.1 Turno 3).

Pedro parte para o 2º subitem: *Cinco Termos em PA* (escreve na lousa, em verde). (Matriz 1.1 Turno 5).

Escreve na lousa o subitem 3: *Quatro termos em PA*. (Matriz 1.1 Turno 7).

Após uma pausa para alunos terminarem de copiar e finalizar o raciocínio anterior (...), o professor começa outro item: *Interpolação de meios aritméticos* (escreve na lousa, em vermelho). (Matriz 1.1 Turno 13).

Pedro passa, então, a fazer anotações mais bem organizadas e sistematizadas na lousa, com os enunciados de todos exemplos. (Matriz 1.1 Turno 19).

O docente inicia a aula: "página 75, aulas 52 e 53. Eu dei teoria, expliquei o que é a soma dos termos de uma PA, expliquei a propriedade de termos equidistantes dos extremos, e aí nós fizemos algumas coisas aí... Eu vou começar com um comentário que vai te ajudar, que vai dar mais significado para o exercício 3. Um comentário que eu pensei em fazer ontem durante a aula e não fiz, não precisa anotar, pois daí no 3 fica registrado esse conhecimento". Então o docente escreve no canto da lousa a data e o que será trabalhado no dia. (Matriz 3.1 Turno 1).

Após o término da correção dos exercícios (matriz 3.1), o docente começa a exposição da aula 54, sobre *Progressão Geométrica (PG)*. Escreve o título e uma pequena definição de PG na lousa. (Matriz 3.2 Turno 1).

Enquanto os alunos terminam de copiar a resolução do último exercício (Matriz 4.1), o docente já coloca o título da aula expositiva: *Aula 38 – Comprimento de uma Circunferência*, (...). (Matriz 4.2 Turno 1).

O docente passa então a escrever o que acabou de comentar com os alunos na lousa, fazendo uma ilustração e registrando o conceito de π , bem como seu valor com 10 casas decimais ($C/2r = 3{,}1415...$). Passam então a conversar sobre o valor de π, comentando que não é necessário saber as 10 casas decimais, apenas 3,14. (Matriz 4.2 Turno 3).

O comprimento da circunferência será o quê? Dois π vezes o raio (escreve $C = 2\pi r$, destacando está fórmula em vermelho e com círculo em volta). (Matriz 4.2 Turno 5).

O docente inicia a aula colocando o que irão fazer no dia no canto esquerdo da lousa e indica o primeiro assunto a ser trabalhado: *Aula 57 – Propriedades de uma PG*. O docente também prepara o computador para uma apresentação de slides que fará na aula, enquanto o faz, os alunos conversam entre si. (Matriz 6.1 Turno 1).

Pedro sinaliza a substituição e demonstra a equivalência, finalizando com o registro destacado da definição "O produto de dois termos equidistantes é constante". (Matriz 6.1 Turno 5).

O docente continua resolvendo mais exemplos diferentes na lousa, sempre mantendo a interação com os estudantes por meio de perguntas e registrando organizadamente todas as etapas de resolução (utiliza até diferentes cores de caneta para cada etapa). (Matriz 8.1 Turno 8).

Ao terminar a correção dos exercícios da aula 59, Pedro escreve na lousa o título do próximo assunto: *Aula 60 – Conceito de logaritmo*, e abaixo faz uma tabela com duas colunas, a primeira com a forma exponencial do número e a segunda com a forma logarítmica. (Matriz 8.2 Turno 1).

O docente coloca a referência do que irão abordar na aula: *Aulas 44/45 – Área do círculo e suas partes*, fazendo uma retomada do que já foi trabalhado a esse respeito. Então começa a exposição sobre o cálculo da *Área de uma coroa circular*. (Matriz 12.1 Turno 2).

Daniela e Isabela juntas: *É bem organizada!*
Isabela: *Eu acho legal que ele fala o que é para copiar e o que não é, daí o que é está bem organizado, com as coisas importantes em destaque.*
Daniela: *Eu acho que o que ajuda é que ele segue sempre o mesmo padrão de lousa, então agente já sabe o que tem que prestar atenção, o que tem que copiar, o que é só um comentário...* (Entrevista com alunas Isabela e Daniela 26/11/13).

3.2 Cópia

Este subnúcleo aborda a maneira como o docente propõe a cópia dos registros feitos por ele na lousa. Por conseguinte, trata, também, de aspectos da organização do caderno dos estudantes, no que se refere à cópia da lousa.

Enquanto espera os alunos abrirem o caderno e copiarem, percebe que uma das alunas mistura as anotações de Matemática A (álgebra) e B (geometria) e pergunta: "Você mistura tudo... álgebra, geometria?" Aluna responde afirmativamente e o professor argumenta: "E depois, como você estuda? Pulando?" Aluna: "É" Professor "não faça isso... quem faz separado?" (pergunta para a turma – maior parte faz separado) "É a melhor maneira... faça separado, assim não mistura os exercícios... na maioria das vezes são professores diferentes que dão essas matérias, fica mais organizado". (Matriz 1.1 Turno 2).

Como representar três termos em PA?" Isabela "coloca x, x-1, x+1" Prof. Pedro "Isso, se tem três termos tem um termo central, então o termo do meio você pode chamar de x. (escrevendo na lousa) Se eles estão em PA e o termo do meio é x, (...) aqui é x mais a razão? E o anterior?" Alunos "menos a razão". O professor continua a explicação (...). Conforme explica oralmente e os alunos respondem, faz o registro na lousa, de forma que os alunos fazem a cópia na medida em que se desenvolve a exposição. (Matriz 1.1 Turno 3).

Os alunos estão atentos, sem preocupações com a cópia. Ao terminar de resolver, utilizando conceitos de PA (demonstra que a razão corresponde à distância entre dois telefones consecutivos), Prof. Pedro apaga o exemplo e passa para outro. Aluna: "Mas não deu para copiar..." Prof. "Não é para copiar, não vai fazer sentido algum, ainda mais se você copiou junto com geometria (alunos e professor riem). Prestem atenção agora". (Matriz 1.1 Turno 16).

Pedro apaga o exemplo para começar a escrever o que os alunos devem copiar. Aluna: "Não apaga Pedro!" Prof. "Não, eu vou escrever agora o que é para copiar. Ideias, isso é para vocês entenderem a ideia" (apaga a lousa) Aluna "não, mas eu não entendi o 5f...(diminuindo o tom de voz)" (prof. já tinha apagado) Professor, olhando para a aluna que tinha dúvida "...Eu vou fazer o passo a passo agora. (olha para a turma) Agora é hora de copiar" Alunos "Agora?!" Prof. "eu estava apresentando a ideia" (alunos riem). (Matriz 1.1 Turno 19).

Alunos começam a copiar, então professor diz que não é necessário, é só para eles enxergarem uma aplicação da teoria. (Matriz 3.2 Turno 9).

Após resolver um exercício pendente da aula anterior, fazendo uma revisão de log para tal, prof. Pedro inicia a exposição da *Aula 65 – Função Exponencial*. Pedro "Eu vou fazer direto usando os exercícios da aula, então é melhor vocês usarem o caderno para ter mais espaço, pois vou fazer vários comentários e anotações." (Matriz 13.1 Turno 1).

O docente começa a fazer o gráfico da função, dando as seguintes orientações: "Faça o gráfico da seguinte forma, não tenha dó do caderno, faça um gráfico grande. Pegue 8 linhas do seu caderno (Pedro utiliza 8 linhas da lousa quadriculada). Por que eu pedi 8? Lucas "Porque você quis?" Pedro "Não, porque a tabela me pediu. Por que a tabela me pediu? Porque o maior valor que eu tenho para a função é 8. E o x? O x variou de 3 a -3. Aqui não coloque muito pertinho, para não ficar ruim de enxergar." (Matriz 13.1 Turno 10).

Núcleo 4: Exercícios e Resoluções

Este núcleo aborda dados sobre os momentos em que o docente propõe exercícios e desenvolve as resoluções na lousa, referentes ao conteúdo já trabalhado com os estudantes. Nele encontram-se os subnúcleos: *Exercícios individuais, Resoluções e correções coletivas* e *Orientações para a resolução do aluno*.

4.1 Exercícios individuais

Trata-se de ocasiões em que o professor solicita aos estudantes que resolvam, individualmente, exercícios de fixação de conteúdos já trabalhados. Em geral, utiliza os exercícios propostos no material didático para tal.

> Após terminar a explicação do conteúdo, professor solicita que os alunos resolvam individualmente aos exercícios à ele correspondente na apostila. Enquanto alunos resolvem, Prof. Pedro circula pela sala retirando possíveis dúvidas. (Matriz 1.2 Turno 1).
>
> Terminado o comentário, o docente pede que os alunos resolvam os exercícios das aulas 52 e 53, dizendo que eles utilizarão o que ele acabou de comentar. (Matriz 3.1 Turno 4).
>
> Após terminar as resoluções e explicações de todos os exemplos, o docente solicita que os alunos façam exercícios de fixação da apostila da aula 59. Enquanto os alunos fazem, o docente fica entre as carteiras, próximo aos alunos. (Matriz 8.1 Turno 9).
> O docente faz mais um exemplo e finaliza a aula pedindo que os alunos façam os exercícios da apostila em casa, que são semelhantes aos feitos em classe. (Matriz 8.2 Turno 20).
>
> O docente passa para a próxima aula da apostila, *Aula 43 – Exercícios*. Antes de começar a resolver os exercícios, o docente desenha um triângulo na lousa e começa a relembrar diferentes formas do cálculo da área desta figura. Para isso, faz perguntas aos alunos, deixando que eles desenvolvam toda a resolução em busca da área. Depois desta pequena revisão, o docente pede que os estudantes olhem o exercício 1 da aula 43, relacionado ao cálculo da área de triângulos. Nesta aula, o docente solicita que os estudantes façam os exercícios individualmente. (Matriz 11.1 Turnos 10 e 11).
>
> (...). Ao final, pede que façam os exercícios da apostila individualmente. (Matriz 12.1 Turno 10).
>
> Por fim, o docente pede que os estudantes façam os exercícios da aula 65, sobre função exponencial. (Matriz 13.1 Turno 24).
>
> Depois de poucos minutos, Pedro coloca na lousa o que irão trabalhar no dia, aulas 67 a 69, de exercícios sobre diversos conteúdos já estudados. Pede que façam individualmente e depois fará a correção. (Matriz 14 Turno 1).

4.2 Resoluções e correções coletivas

Após os exercícios individuais, o docente faz a correção dos mesmos na lousa. Além disso, para a fixação do conteúdo estudado, propõe resoluções coletivas em que coloca um exercício (do material didático ou preparado por ele) na lousa e resolve junto com toda a classe, aceitando a possibilidade de diferentes formas de resolução. Nelas, o professor procura direcionar a atenção dos estudantes para, em primeiro lugar, compreenderem o próprio enunciado e o que o exercício solicita que seja feito. Em alguns casos, o docente aproveita para realizar uma breve revisão do conteúdo.

> Após colocar o enunciado na lousa, pergunta “Será que vocês já entenderam como fazer isso?” (...) Deixa os alunos tentarem resolver e ‘dá um tempinho para respirar’ (palavras do professor). Começa a resolução fazendo todas as indicações para que, através do registro no caderno, alunos consigam estudar. (Matriz 1.1 Turno 20).
>
> Professor inicia a correção dos exercícios na lousa. No registro que faz, coloca o número do exercício e depois todas as informações dadas pelo enunciado e o que é pedido que se faça, não em formato de texto, mas em linguagem matemática (por exemplo: 1) $a_5=35$; $r=8$; $a_{12}=?$).(Matriz 1.2 Turno 9).
>
> Então ele comenta a questão “Você tem duas opções para encontrar o a_{12}. Você sabe que o a_{12} é o a_1 mais 11 vezes a razão, não é isso?” Alunos “Humhu” prof. “Então você pensa, o r eu tenho, falta o a_1. Aí você vem aqui (apontando para o a_5) e lembra que o a_5 é o a_1 mais 4r. Aí você acha o a_1, substitui ali e descobre. Mas tem que fazer uma transição... qual o jeito mais rápido de fazer: é comparar o que você tem (grifando os dados do exercício) com o que você quer (grifa o que precisa descobrir). Você tem o a_5 e quer o a_{12}, qual é a relação entre a_5 e a_{12}?” Lucas “É o a_5+7r”. Assim o docente continua resolvendo o exercício em interação com os alunos através de perguntas. (Matriz 1.2 Turno 10).
>
> Ao terminar a explicação, apaga o que escreveu e coloca exercícios na lousa, aos quais resolve com os alunos, como no exemplo abaixo:
> Exercício 2: *Qual é a expressão da função afim*? O professor desenha o gráfico, em escala,(...) na lousa. (...) Professor (...) “Então o que nós temos na nossa função? Nós sabemos que a nossa função é f(x)=mx+n. Como eu sei? De onde eu tirei isso?”Aluno: “Porque é afim” Professor “porque no enunciado dizia que era afim e pelo gráfico nós temos uma reta. Toda vez que você olhar para o gráfico e ver uma reta que varia linearmente, de maneira constante, eu sei que a expressão é isso, y=mx+n.” (Matriz 2 Turnos 5 e 6).
>
> (...) Começa, então, a descrição do exercício, fazendo anotações dos dados na lousa enquanto fala: “Imagine que o dono de um cinema está analisando a influência que o preço do ingresso tem no público que

assiste a uma determinada sessão. Entendeu o que eu falei?" Alunos "não", Prof. "ele tem um filme que vai ficar um mês em cartaz e ele quer saber o preço ideal, (...) então ele quer saber o efeito que o preço causa na demanda por ingressos, o efeito que o preço do ingresso tem sobre o número de pessoas que assistem ao filme, supondo que é o mesmo filme. Tem muitas outras variáveis que influenciam, mas vamos olhar só para essa, hipoteticamente."
Então o professor relata o número de ingressos vendidos em diferentes preços, formando uma tabela que varia com mesma taxa, configurando uma função afim, e comenta: "Na verdade e em verdade eu vos digo, isso não dá perfeito na prática, mas dá quaaase uma reta, (...), não deu uma reta, mas se você olhar os pontos vai dando uma coisa mais ou menos assim ó (faz o gráfico). (...) Assim o professor continua resolvendo o exercício, comentando que o primeiro passo é descobrir a expressão desta função, que será algo do tipo f(x)=mx + n, já que ela é afim (todos os alunos prestam atenção). (Matriz 2 Turnos 10 a 12).

Descoberta a expressão do público em função do preço (questão inicial), Pedro propõe outra questão: "Suponha que a capacidade deste cinema seja de 800 pessoas. Qual é o preço que ele deve cobrar para lotar a sessão?" Alunos "É só colocar o 800 no lugar do q e achar o preço" Professor "Isso. Agora eu te pergunto: a melhor receita para o dono do cinema é aquela que lota o cinema?" Alunos "...não, sim... (divergem um pouco; não respondem com certeza) Professor "Não, eu posso cobrar um preço maior e ter menos pessoas, mas a receita ser maior, então vamos colocar aí pergunta B *qual o preço que dá a maior receita?* e C *qual é a maior receita?*".
Pedro "(...) Então é uma parábola voltada para baixo, e o vértice é o que dá o preço ideal, o que dá a receita máxima. Certo? Então agora temos um desafio mega interessante." Aluno "descobrir o vértice." Professor "É, mas primeiro temos que descobrir a função desta parábola" Aluna "Mas a pergunta não era qual é o preço que dá a maior receita?" Professor "Isso, mas para eu saber isso tenho que ter a função receita". Professor desenvolve então a função da receita ($R=-16p^2 + 640p$), que é quadrática, adentrando em outro conteúdo da revisão. O professor faz o gráfico da função, e pergunta o que é necessário encontrar. Alunos respondem que deve encontrar o vértice, e o docente questiona o que é o X do vértice e Y do vértice (preço do ingresso que gera a receita máxima e a própria receita máxima, respectivamente). Calculam os valores e respondem aos itens B e C. (Matriz 2 Turnos 16, 19 e 20).

Professor coloca na lousa mais exercícios, explicando que agora será mais objetivo nos exemplos, pois o anterior foi bem amplo, com deduções e envolvimento de vários conteúdos já trabalhados. Contudo, esses exercícios também eram concretos, de aplicação, apenas não tinham a dedução da tabela gerando a função, essa já era disponibilizada diretamente no enunciado. Também realizou os exercícios na lousa. (Matriz 2 Turno 22).

Ao perceber que a classe terminou os exercícios, Prof. Pedro começa a fazer a correção dos mesmos na lousa: "Ó, eu aposto que ninguém fez do jeito como eu vou fazer aqui, então, com alguma modéstia, anote em um cantinho está forma para você ter também. Exercício 1, ele fala

o seguinte, $a_2 + a_{50} = 200$ (escreve na lousa), certo? E depois ele pede quanto vale $a_1 + a_{51} = ?$ (escreve na lousa). Ó, olha aqui, o que tem a ver esse termo (a_2) com esse (a_1)? É um antes não é? E esse (a_{50}) com esse (a_{51})? É um depois. Então aquela ideia de PA (10, 14, 18, 22, 26, 30), se eu somo o a_1 com o a_6 quanto dá? Alunos "40", Pedro "E se eu somo o a_2 com o a_5?", Alunos "40 também" Prof. Pedro "Por que deu o mesmo resultado, tecnicamente falando? Porque aqui aumentou a razão e aqui diminuiu, então o resultado se mantém igual."
"Mas como que eu provo isso algebricamente? Já está entendido, mas precisamos enxergar algebricamente." O docente passa então a resolver a questão em linguagem matemática, substituindo o a_2 por a_1+r e o a_{50} por a_{51}-r (dado $a_2 + a_{50} = 200$, com a substituição temos $a_1+r + a_{51}-r = 200$, ou seja, $a_1 + a_{51} = 200$). (Matriz 3.1 Turnos 7 e 8).

O docente continua a correção do exercício, demonstrando como aproveitar todas as informações dadas no enunciado do problema (como no exemplo descrito acima, em que a constatação de que o segmento R era bissetriz adveio do fato do triângulo ser equilátero e a circunferência inscrita). Faz também a correção dos demais exercícios, mantendo a postura de fazer perguntas aos alunos e explicar todas as etapas de resolução.
Na resolução de um dos exercícios, em que perguntou como os alunos haviam feito e mostrou outra forma de resolução, o docente comenta: "Não está errado, mas é quase colocar a mesa embaixo da apostila. Ou como diria o Prof. Afonso (matemática), você foi para Barão Geraldo, mas antes você foi para São Paulo, Rio de Janeiro, e daí depois você foi para Barão Geraldo. Próximo". (matriz 4.1 Turnos 14 e 15).

O docente faz o exercício da apostila referente ao conteúdo na lousa, mantendo a interação com os estudantes através de perguntas ("Como você resolveria?"; "Como encontrar o a_6?"; dentre outras). (Matriz 6.1 Turno 6).

O docente retoma a atenção para a aula e faz a correção dos exercícios na lousa. Nela, o docente mantém a interação com os alunos através de perguntas a cada passo da resolução. (Matriz 8.1 Turno 12).

O docente propõe um exercício para perceber se os estudantes realmente compreenderam o conceito de log. Pede que calculem o valor de alguns logaritmos conhecidos, como $\log_3^{27}$, e os faz junto com os alunos, fazendo perguntas e anotando o raciocínio na lousa (por exemplo, $\log_3^{27} = 3$, pois $3^3 = 27$). (Matriz 8.2 Turno 10).

O docente continua dando mais exercícios de log, inclusive utilizando frações, raízes e incógnitas na base ou logaritmando. Registra todas as etapas do raciocínio para a resolução, mesmo daqueles os quais a resposta parecia evidente. Pedro mantém a interação com os estudantes através de perguntas durante a resolução. (Matriz 8.2 Turno 13).

Após alguns minutos, Pedro inicia a aula *42 – Exercícios*. Começando pelo nº1, o docente pede que os estudantes leiam o enunciado e digam o que tem que ser feito e, depois, faz a resolução junto com os estudantes na lousa. Enquanto os estudantes leem o enunciado do

primeiro exercício, Pedro faz a representação do mesmo em proporção na lousa, retomando o conteúdo de cálculo de áreas indiretas: “Vocês se lembram que eu falei de áreas indiretas? Áreas indiretas - como que eu componho conhecimentos para chegar a algo que aparentemente não tem uma fórmula para”.
Pedro “No enunciado ele informa que a parte branca é um quadrado, então nós sabemos que todos os lados valem x. No item a ele pergunta qual a área da porção sombreada em função de x. Você entendeu o que ele quer saber? (silêncio) Se o lado do quadrado fosse 4, como você calcularia a área sombreada?” Isabela “Eu faria o total menos o quadrado”. Pedro “Então ó, área sombreada é igual à área do retângulo menos a área do quadrado, você concorda até aí?” Alunos “Sim” Pedro “E agora, o que devo fazer?” Alunos “Calcule as áreas”. (Matriz 11.1 Turnos 3 a 6).

O docente continua fazendo os demais exercícios, similarmente ao que fez no primeiro. Contudo, antes de começar a resolução, deixa que os estudantes leiam e pensem individualmente no que deve ser feito (alguns até resolvem o problema antes do docente). Depois de alguns minutos, o docente começa a resolução da mesma forma que o primeiro: faz a representação gráfica, conversa sobre o que deve ser feito e escreve a resolução com todas as etapas do raciocínio, sempre fazendo perguntas aos alunos. (Matriz 11.1 Turno 9).

Ao perceber que a turma finalizou a tarefa, Pedro retoma com a correção dos exercícios. Ele faz a representação da figura na lousa (que em alguns casos só é descrita no enunciado) e sempre mantém a interação com estudantes através de perguntas, além de registrar todas as etapas do raciocínio. (Matriz 11.1 Turno 13).

Pedro “Que figura matemática que ficou ali no meio?” Alunos “Um octógono” Pedro “Então como calcular a área?” Aluna “Faz a área do retângulo menos as dos triângulos” Pedro “Então calma, eu quero montar o que você está falando. Primeiro eu tenho que enxergar o que eu tenho que fazer e depois fazer os detalhes.”. O docente registra na lousa o raciocínio da aluna ($A = A_{ret} - 4A_{triang}$). (...) Então o docente termina a resolução do exercício, evidenciando que, em casos como estes, não importa qual figura tenha-se que calcular a área, indiretamente chega-se à resposta. (Matriz 11.1 Turnos 15 e 16).

O docente continua a correção do exercício: “Essa figura é um triângulo equilátero, então, quanto mede esse ângulo?” Alunos “60º” Prof. “(...) certo, o que garante que esse segmento que sai do vértice e chega no centro da circunferência divide o ângulo do triângulo ao meio? Você pode lembrar que ele é bissetriz do ângulo (professor relembra a propriedade), tem uma outra forma menos a memória, se você puxar uma perpendicular aqui (saindo do centro da circunferência e chegando no ponto de tangência, o que forma outro pequeno triângulo interno ao lado do já existente), o que acontece com esses triângulinhos?” Alunos “São congruentes”. O professor demonstra porque os dois triângulos são congruentes, concluindo que o segmento R realmente divide o ângulo do triângulo equilátero ao meio. (Matriz 4.1 Turno 13).

Na verdade o que eu percebo é que ajuda muito eu fazer o desenvolvimento completo na lousa, eles já progrediram muito. (Entrevista com Prof. Pedro (após a aula) 12/11/13).

Guilherme: Eu gosto mais de fazer os exercícios sozinho, acho que fixo mais. Mas tem momentos que é bom para entender, para desenvolver o raciocínio, mas eu gosto mais de fazer sozinho.
Francisco: Eu também gosto de fazer sozinho, é bom para desenvolver seu raciocínio. Mas eu gosto quando ele faz, porque desenvolve outra linha de raciocínio. Às vezes eu ia fazer de um jeito muito complicado e eu aprendo a desenvolver o raciocínio com ele. Aluno Guilherme concorda com Francisco mexendo a cabeça. (Entrevista com alunos Francisco e Guilherme 13/11/13).

Então o docente passa para o próximo exercício, resolvendo-o em conjunto com os estudantes. Pedro "Vocês se lembram disso ($3^{x-1} + 3^{x+2} - 3^x > 25$)? É uma coisa mais antiga, já vimos faz tempo. Vocês sabem como fazer?" Alunos "$3^x/3^1 + 3^x.3^2 - 3^x > 25$" Pedro "Isso!". E continua a resolução.
O docente continua resolvendo mais alguns exercícios da lista em conjunto com os estudantes. Contudo, deu liberdade àqueles que já compreenderam bem o conteúdo para avançarem individualmente na lista. Depois de terminar a resolução de quatro exercícios, pede que os estudantes voltem a fazer individualmente, mas com liberdade para retirarem dúvidas entre si. (Matriz 14 Turnos 4 e 5).

4.3 Orientações para a resolução do aluno

Trata-se de momentos em que o docente sinaliza como deve ser a resolução feita pelos alunos, valorizando a clareza da mesma e o registro completo do raciocínio utilizado.

A mesma aluna do turno 6 diz que não conseguiu resolver o exercício. Pedro vai até ela e percebe que, mais uma vez, o problema está no fato de ela não desenvolver o problema em todas as suas etapas. Novamente a orienta a desenvolver o raciocínio e aluna refaz com todas as etapas e argumenta: "Pedro deu a mesma coisa!" Prof. "Sim, mas esse 2 não é razão, como você tinha chegado antes. (aluna percebe que o resultado numérico é o mesmo, mas significa outra coisa) Viu como desenvolver o problema muda tudo?". (Matriz 1.2 Turno 8).

"Eu tenho tido um problema muito sério com as resoluções de prova do 1º ano." (...) Prof. Pedro "A pessoa faz um rascunho e não uma resolução. Eu fico decorando exercícios, faço resolução na lousa, uso cor, ai você chega na prova..." Aluna "uso cor, rs" Prof. "...é eu uso várias cores que eu não entendo..." (alunos riem) "... daí você chega na prova, tem o espaço para resolver a questão, e você começa a resolver aqui no meio cabeção, para quê isso?!" (alunos riem) "aonde agente começa a resolver uma questão no <u>espaço em branco</u> a ela

destinado?!" (ênfase em espaço em branco, alunos riem bastante) Professor e alunos dizem juntos "No meio, rsrs" Professor "No canto superior esquerdo, certo? Desenvolve utilizando somente metade do espaço, se for possível, e depois passa para o outro lado."
E o docente continua "O aluno que fez minimamente a tarefa, ele começa a resolver a questão ele já sabe quanto vai precisar de espaço. Quando o aluno começa aqui no meio, depois vem para cá, depois vai para lá, e depois vem para cá... Eu estava acompanhando você fazer para saber seu raciocínio?" (...). (Matriz 2 Turnos 24 e 25).

Percebi que você faz as resoluções bem completas na lousa, tudo bem descrito. Os alunos fazem igual nas provas?
Não, não são todos que resolvem igual ao que eu faço. Metade das meninas consegue e alguns meninos, o restante faz uma resolução compreensível, mas não totalmente sinalizada. Apenas três têm problemas de clareza, sendo um mais grave. Na verdade o que eu percebo é que ajuda muito eu fazer o desenvolvimento completo na lousa, eles já progrediram muito. O problema é que alguns não copiam todos os passos, colocam só o resultado, depois quando vão estudar ficam perdidos no raciocínio. Eu tenho que chamar a atenção 'olha a cópia'. (...) Antes, eu não fazia assim, eu explicava e abreviava o raciocínio, pois era 'óbvio' para mim. Daí, chegava a prova era um desastre: não dava para entender nada, umas resoluções horríveis. Foi ai que eu percebi que eu estava cobrando uma coisa na prova que não fazia em sala, e comecei a fazer as resoluções completas, ainda que a etapa seja muito evidente, percebo que isso ajuda... Então digamos que 40% fazem completo, 3 não são claros e o restante ao menos compreensível.
Mas e ao longo dos anos, você percebe alguma mudança?
Ah sim! O avanço é visível, no 2º e no 3º eles progridem muito! Para você ter uma noção, eu demoro uma hora para corrigir as provas do 3º e três horas para corrigir as do 1º, isso com o mesmo número de alunos e com as questões do 3º mais complexas! (Entrevista com Prof. Pedro (após a aula) 12/11/13).

(...) Pedro "Hum... Nossa, só para escrever dois dados você ocupou ¼ do disponível para responder a questão. Você pode organizar melhor o espaço." O aluno apaga o que havia feito e segue as orientações do docente para resposta mais clara. (Matriz 14 Tunro 8).

Núcleo 5: Resolução de Dúvidas

Este núcleo aborda os eventos relativos à resolução de dúvidas na sala de aula, abordando a posição dos estudantes e do docente frente às mesmas. Seguem-se os seguintes subnúcleos: *Liberdade para perguntar, Resolução de dúvidas entre alunos, Disposição para responder* e *Respostas do docente.*

5.1 Liberdade para perguntar

Durante as aulas, tanto expositivas quanto de exercícios, os estudantes têm total liberdade para fazer perguntas e comentários sobre o conteúdo. Abaixo, seguem algumas situações em que isso pode ser observado.

> Pedro coloca outro exemplo (6, 14, 22, 30) e pede que os estudantes façam a representação individualmente. Logo em seguida faz junto com eles (18-3.4, 18-4, 18,18+4, 18+3.4), sendo que os alunos têm liberdade para perguntar e fazer suposições (por exemplo: Aluno "e se tivesse mais um termo, como representaria?" e professor faz o exemplo com um termo a mais). (Matriz 1.1 Turno 10).
>
> Durante a explicação os estudantes tem total liberdade para fazerem apartes e perguntas. (Matriz 1.2 Turno 11).
>
> Durante a explicação surge uma dúvida de uma das alunas: "Ô Pedro eu não sei o que é o n" Prof. "É esse daqui ó" (mostrando na lousa) Aluna "não, o m é a taxa de variação, mas o n, o que é?" Prof. "Ah, boa, agora eu entendi. (Matriz 2 Turno 13).
>
> Os estudantes continuam resolvendo os exercícios e o docente circulando pela classe. Os alunos têm liberdade para conversar entre si e ajudarem-se mutuamente, além de acesso total ao docente. (Matriz 3.1 Turno 6).
>
> Antes do início da aula, uma aluna se aproxima de Pedro para tirar uma dúvida. Ele para o que estava fazendo e explica na lousa a questão para a aluna. (Matriz 11.1 Turno 2).
>
> Enquanto o docente passa pelas carteiras verificando possíveis dúvidas, alguns alunos começam a comentar: Isabela "Ai Pedro, eu não sei fazer isso" (...). (Matriz 14 Turno 2).
>
> **Comentem um pouco sobre o tirar dúvidas na aula do Prof. Pedro.**
> Daniela: *Ah, é tranquilo, a gente pode tirar dúvidas numa boa.*
> Isabela: *A única coisa é que temos que tirar dúvida de matA na aula de A, e de matB na aula de B. Isso ele já falou no início do ano. E também tem que ser da lição atual, assim, ele passou uma lição, você não pode vir depois de um tempão perguntar sobre ela, quando ele já passou o assunto há muito tempo. (Entrevista com alunas Isabela e Daniela 26/11).*

5.2 Resolução de dúvidas entre alunos

O docente incentiva os estudantes a resolverem dúvidas entre si, tanto em momentos de exercícios individuais, quando podem levantar para se dirigir à mesa do colega, quanto em momentos de dúvidas acerca da explicação do conteúdo, em que um ou mais alunos podem sanar a dúvida do outro diante da turma inteira.

> Nesta transposição, uma das alunas continua com dúvida, não compreendendo porque multiplicar por 3 e 5. A aluna Isabela procura auxiliar a colega: "Porque é assim, do x para o c é um h, daí do c para o d são 2h". Professor "Isso, o x não é termo da PA, é um auxiliar". (Matriz 1.1 Turno 11).
>
> Assim que termina o atendimento à Jenifer, outra aluna o chama em outra parte da sala. Pedro vai até ela e escuta sua pergunta e responde-a. Em seguida, a mesma aluna faz outra pergunta relacionada à mesma questão e o professor compartilha com a classe (...). (Matriz 1.2 Turno 3).
>
> O docente continua passando pelas carteiras e retirando dúvidas. Neste processo, os alunos tem liberdade para conversar entre si e retirar/ajudar uns aos outros (ás vezes até levantam da carteira para ir até o outro colega com mais facilidade). (Matriz 1.2 Turno 5).
>
> Pedro "(...) alguém sabe responder essa pergunta para ela?" Dois alunos "é o início..." Prof. "isso, é o início da função, ela começa no n e vai crescendo conforme a taxa de variação". (Matriz 2 Turno 13).
>
> Uma aluna não entende porque um preço maior que tem menor demanda pode gerar uma receita maior. O aluno ao lado, com muita facilidade em matemática, responde, e a sala toda fica atenta a sua explicação, inclusive o docente: "eu posso vender 2 canetas a R$3 cada uma, ou 1 por R$7". A aluna compreende e professor diz para ela atentar para a resolução dos próximos itens que vai detalhar a questão. (Matriz 2 Turno 17).
>
> Professor circula pela sala enquanto alunos fazem os exercícios e estes conversam com os colegas próximos para tirar pequenas dúvidas e fazer comentários sobre os exercícios. (Matriz 4.1 Turno 8).
>
> Uma aluna tem dificuldade em resolver uma questão, e a colega da frente tenta ajudá-la, informando os valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis. Ao perceber a dúvida, Guilherme, ao lado, também tenta ajudá-la "é só você guardar o seno e o cosseno, porque a tangente vai ser a divisão de um pelo outro" Aluna "mas daí eu tenho que dividir por ½?" Guilherme "dividir por ½ é a mesma coisa que multiplicar por 2. Então se você pegar e dividir √3/2 por 2, multiplicar ... o sen60º é √3/2, se dividir pelo cosseno é a mesma coisa que multiplicar por 2" Aluna "Ah.....". (Matriz 4.1 Turno 10).

5.3 Disposição para responder

O docente demonstra constante disposição para responder às dúvidas dos estudantes. Isso fica evidente em situações em que ele incentiva os alunos a perguntar, não se importando se o tema do que é perguntado já não está mais em debate, faz a socialização das dúvidas que considera importante e por não hesitar em mudar a forma de explicação ou dar mais exemplos até que o estudante compreenda a questão.

> Alunos voltam a perguntar do subitem anterior, professor explica novamente e faz um exemplo numérico para esclarecer a questão. (Matriz 1.1 Turno 7).

> Um dos alunos diz que já fez e que passará os outros dois resultados. Professor aceita, mas, ao se deparar com a resposta percebe um erro de soma com frações e retoma esse conteúdo (teoricamente do Ensino Fundamental) com a turma. (Matriz 1.1 Turno 22).

> Olha galera, a pergunta dela muita gente não entendeu e é importante. Ela perguntou assim, 'eu entendi que o m é a taxa de variação, mas e o n eu não entendi ainda o que é?', alguém sabe responder essa pergunta para ela?". (Matriz 2 Turno 13).

> Professor pergunta se alguém tem dúvidas e vê duas alunas conversando baixo sobre o exemplo 3, então pede para que a aluna com dúvida verbalize sua dúvida para ele ajudar. (Matriz 3.2 Turno 6).

> O docente começa, então, a apresentação sobre *Sequências numéricas e Aplicações*, mas primeiro retoma o conceito de soma infinita, o qual será necessário para a apresentação. Neste momento, uma aluna faz uma pergunta da tarefa de casa sobre o assunto, e o docente para a explicação e responde. (Matriz 6.1 Turno 7).

> Pedro registra na lousa o que será trabalhado no dia. Enquanto escreve, duas alunas se aproximam para solucionar dúvidas da tarefa de casa. O docente para o que estava fazendo e começa a explicar para elas (utilizando alguns minutos para tal), enquanto os demais alunos conversam baixo. (Matriz 8.1 Turno 2).

> Os alunos ficam admirados com a dedução e alguns dizem que não entenderam. O docente faz mais exemplos (com a dedução), para fixar o conhecimento e resolver as dúvidas dos que não haviam compreendido. (Matriz 8.2 Turno 17).

> O docente continua circulando e Natália comenta "Eu vou ter que fazer esse por física" Pedro "A Natália disse que vai ter que fazer o primeiro por física, realmente, é pura física esse exercício, velocidade média". (Matriz 14 Turno 7).

> *Daniela: (...) Mas ele sempre responde. Tem professor que pede para ir direto para o reforço, mas o Pedro sempre responde, mesmo que tenha passado um tempinho.(...) Ele também explica quantas vezes forem necessárias. (Entrevista com alunas Isabela e Daniela 26/11).*

5.4 Respostas do docente

Neste subnúcleo estão reunidas situações que caracterizam a forma de solucionar as dúvidas pelo docente, subdivididas em três itens: *Identificando a dúvida do aluno, Nova explicação do conteúdo* e *Resposta indireta.*

5.4.1 Identificando a dúvida do aluno

Antes de responder exatamente ao que o aluno perguntou, o docente procura compreender a origem de sua dúvida, auxiliando-o no processo de verbalização e compreensão da mesma. Ele o faz através de perguntas que busquem especificar a dúvida, ou pela observação dos registros dos estudantes.

> Retoma a explicação anterior, mostrando que é o mesmo raciocínio, visto que ambas têm um termo central (PA com 3 ou 5 termos), e faz a 1ª representação (x-2r, x-r, x, x+r, x+2r). Aluna "Não entendi direito..."; Prof. "Pergunte, qual a parte que você não entendeu?"; Aluna "Duas vezes a razão" Prof. Pedro "Ó (...)". (Matriz 1.1 Turno 5).

> Ao passar por uma carteira, uma aluna faz uma pergunta. O docente, observando o registro que ela faz no caderno, pede que ela equacione passo a passo, e não escreva somente o resultado, dizendo que mais importante que a resposta é o processo. (O erro e dúvida da aluna advinham do fato dela pular etapas do processo e confundir-se nas operações). (Matriz 1.2 Turno 6).

> O aluno Henrique chama Pedro para retirada de uma dúvida (ainda da primeira questão, do a_5 em relação ao a_{12}). Ao observar sua resolução, o Professor percebe que o equívoco do estudante está em tentar aplicar a fórmula, sem refletir em como aplicá-la. (Matriz 1.2 Turno 7).

> Pedro "(...) Entendido?" Henrique "Não" Pedro "qual parte você não entendeu?" Henrique "o 17/2" Pedro "Não, ele foi dado, não chegamos a esse resultado, ele já estava ali." (Matriz 8.1 Turno 5).

> Enquanto o docente passa pelas carteiras verificando possíveis dúvidas, alguns alunos começam a comentar: Isabela "Ai Pedro, eu não sei fazer isso" Daniela "Eu também não" Pedro "Porque você não sabe? O que está te incomodando aí?" Isabela "É que está diferente" Pedro "Então é só deixar igual, colocar em um formato mais amigável. Não é o 0,01 que está estranho? Então livre-se dele, o transforme em base 0,1". (Matriz 14 Turno 2).

5.4.2 Nova explicação do conteúdo

Quando o docente percebe que a dúvida do estudante está relacionada à não compreensão dos conceitos ensinados, retoma o assunto, explicando-o de outras maneiras. Caso julgue necessário, também fornece exemplos mais simples.

> Aluna "Não entendi direito..." (...) Prof. Pedro "Ó, se eu estou neste termo e ele é x, o próximo vai ser x mais a razão, não é?" Aluna "Sim" Professor "E o seguinte? X mais a razão mais a razão, x mais duas vezes a razão". (Matriz 1.1 Turno 5).

Como a aluna que havia feito a pergunta ainda não tinha entendido, Pedro vai até a lousa para explicar novamente: “Calma, vocês não estão enxergando. Ó, o a, por exemplo, $_{20}$. Ele guarda alguma relação com o a_{15}? O que separa o a_{20} do a_{15}?” Aluna “5” Prof. “5 o quê?” Aluna “r” Prof. “5 vezes a razão. Se eu pegar o a_{15} e acrescentar a ele 5r eu chego no a_{20}. Então, há uma equação que relaciona os dois” (professor escreve essa equação na lousa). (Matriz 1.2 Turno 4).

Aluna “Pedro, f(x) então é a mesma coisa que y?” Pedro “f(x) é y, ó, y depende de x” (mostrando no gráfico) “para cada vez que eu troco o valor de x eu não encontro um y diferente? Então no 1 o y vale 5, a função vale 5; no 3 a função vale 9; (...)”.(Matriz 2 Turno 7).

(...) pede para que a aluna com dúvida verbalize sua dúvida para ele ajudar. Ela o faz e o professor retoma a explicação, fazendo um esboço da representação gráfica da PG para que ela entenda que a sequência oscila, não sendo crescente nem decrescente. (Matriz 3.2 Turno 6).

Como os alunos ainda pareciam não ter compreendido como resolver o exercício, Pedro chama a atenção da turma toda e retoma o conteúdo, fazendo esboços de gráficos e explicações sobre o conteúdo do exercício. Por fim, resolve a questão que os estudantes estavam com dificuldade. (Matriz 14 Turno 3).

5.4.3 Resposta indireta

Quando as dúvidas dos estudantes não se referem a questões conceituais, mas à dificuldade em utilizar o conceito ou compreender o raciocínio exigido pelo problema, o docente não responde diretamente ao que foi perguntado, mas fornece pequenas dicas, ou mesmo outras perguntas, que direcionam o raciocínio do aluno para a solução do problema.

Jenifer lhe faz uma pergunta (a qual não consigo escutar) e Pedro responde “O que o a_5 tem a ver com o a_1? (silêncio da aluna) Eu pergunto e eu mesmo respondo: a_7 não tem a ver com o a_1? (aluna responde algo que não consigo escutar) O a_7 não é o a_1 + 6r em qualquer PA?” Jenifer “É. Então a_5 é a_1 + 4r” Professor “Isso, escreva essa equação”. (Matriz 1.2 Turno 2).

(...) o professor compartilha com a classe: “Galera, o primeiro exercício tem duas maneiras de resolver. Achando o a_1 para depois achar o a_{12}, ou saltando do a_5 direto para o a_{12}. Eu já falei disso na aula anterior. O que o a_{12} tem a ver com a a_5? Quantos passos ele está à frente? Daniela “7” Prof. “7, ou seja, é somar a razão 7 vezes”. (Matriz 1.2 Turno 3).

Professor percebe que o equívoco do estudante está em tentar aplicar a fórmula, sem refletir em como aplicá-la. Prof. “É só pensar quanto o

> a_5 está antes do a_{12}. É aquele conceito que eu expliquei, por isso que eu falo, não dependa de fórmula" (...).(Matriz 1.2 Turno 7).
>
> Após encontrar a resposta, a soma dos n primeiros termos em função de n, Pedro propõe o caminho inverso: Como encontrar a PA a partir da equação da soma em função de n. Ao perguntar se alguém sabia fazer, nenhum aluno respondeu. Então o docente calcula a soma dos dois primeiros termos, perguntando o que significava o resultado obtido. Os alunos responderam que era a soma de a_1 e a_2 e, logo em seguida, já perceberam que o que tinham que fazer era calcular a soma do primeiro termo, que seria ele mesmo, assim resolveriam o problema. (Matriz 3.1 Turno 3).

<u>Núcleo 6: Atividade coerente de avaliação</u>

Este núcleo aborda questões relativas ao processo de avaliação realizada pelo docente. Como a escola em questão tem avaliações padronizadas para todas as disciplinas, focou-se o olhar sobre as atividades de avaliação que estão sob o controle específico do docente. Incluem-se os seguintes subnúcleos: *Orientações para a prova, Compatibilidade aula-avaliação* e *Revisão.*

6.1 Orientações para a prova

O docente sempre informa detalhadamente os conteúdos que serão cobrados na avaliação, fornece dicas sobre ela e dá orientações de como estudar para a prova.

> Finalizando a aula, Prof. Pedro afirma que esse conteúdo que acabaram de estudar não será cobrado na prova bimestral, e pergunta "O que cai na prova bimestral?" Alunos "Tudo!" (risos) prof. "Não, no terceiro bimestre não cai tudo" Aluna "É da aula 28 á 50" (...). (Matriz 1.2 Turno 13).
>
> O docente começa: "Exercícios, exercícios... Galera, a primeira coisa é: não estudar para a prova apenas pelos exercícios que eu fizer aqui. Eu tenho duas aulas, eu vou fazer o que der tempo de fazer nestas aulas, (...) não dá para cobrir todo o conteúdo. Eu vou começar pela A, que é a matéria que mais aflige vocês, começa lá em funções, basicamente funções constantes, função linear e função afim." (Matriz 2 Turno 3).
>
> Prof. Pedro "(...) Eu jamais vou perguntar o nome, 'classifique a função afim' (tom de voz diferenciado, como locutor de rádio), eu vou dar problemas que para resolver você vai precisar da função afim." E continua a explicação das diferentes classificações de função afim." (Matriz 2 Turno 4).

Após terminar o exercício 2, o Prof. Pedro chama a atenção da turma para o de nº3, que é uma aplicação, afirmando que na prova existem mais exercícios de aplicação. (Matriz 2 Turno 10).

Ao final da aula, professor passou a dar orientações específicas para a prova: "Eu tenho tido um problema muito sério com as resoluções de prova do 1º ano. Eu tenho recebido verdadeiros <u>lixos</u> para corrigir – o prof. Afonso diria assim não?" (ênfase em lixos, mas não em tom de bronca. Utiliza o recurso de variação de entonação de voz para enfatizar fatos, mas em tom que fica no limite entre o sério e o de brincadeira, às vezes os intercalando. Prof. Afonso: professor do Fundamental II) Alunos "Rsrsrs, diria!" Prof. Pedro "A pessoa faz um rascunho e não uma resolução. (...)" Professor "'Ah professor você não me entendeu', nem quero entender" (alunos riem) "porque você não quis se fazer entender, fez de qualquer jeito (...) então eu já combinei com as coordenadoras, questões mal resolvidas nota mal dada. Então olha, resolva direito, é uma prova dissertativa. A prova é um instrumento de comunicação, você está comunicando o que você sabe, o jeito que você resolve, o que você está pensando. (...) Eu já descontei no semestre passado, agora eu fazer um carimbinho 'rascunho', 'incompreensível'" Alunos (rindo) "inalcançável" (...) Professor "Galera, eu não permito vocês resolverem a questão inteira a lápis e colocar o resultado a caneta? Para quê que eu faço isso? Para vocês, errando, perceberem que o espaço está mal dimensionado, e começar de novo e fazer a coisa de forma organizada." Professor finaliza a aula agradecendo aos alunos. (Matriz 2 Turnos 24 e 25).

Ao final da correção, o docente informa de maneira detalhada os conteúdos que serão cobrados nas provas teste e dissertativa, passando cada tópico e a numeração das aulas que devem ser estudadas. (Matriz 8.1 Turno 13).

Então passa o conteúdo da prova dissertativa – última do ano – mais uma vez (já havia passado em outra aula), que será até a aula 64. (matriz 13.1 Turno 23).

6.2 Compatibilidade aula-avaliação

Neste subnúcleo serão abordadas situações que sugerem a compatibilidade existente entre a aula e a avaliação desenvolvida pelo docente. Enfatiza-se o que é desenvolvido por ele, pois, além das provas feitas pelos professores, a escola implanta exames de sistemas de ensino que não são de responsabilidade dos mesmos.

Isabela "Pedro, são só 10 questões, como você conseguiu colocar tanta aula em só 10 questões?" Daniela "É que é muita coisa... Um monte de aula para 10 questões" Prof. Pedro "Pois é... Mas eu sou obrigado a cobrar todos os tópicos destas aulas?" Guilherme "Na verdade são 20 questões, porque tem a e b" Prof. Pedro "Eu sei o que eu vou cobrar, você como não sabe o que eu vou cobrar você vai?" (tom de brincadeira; alunos respondem simultaneamente, não consegui compreender) Prof. “qual é o objetivo disso? Fazer vocês estudarem!”. (Matriz 1.2 Turno 13).

6.3 Revisão

Trata-se de aulas ou momentos em que o docente faz revisões da matéria para a prova, bem como as impressões demonstradas pelos alunos a respeito desta prática.

> Esta aula é a que antecede a semana de provas, assim, logo que o professor adentra na sala, os alunos começam a perguntar se ele fará revisão. Ele responde “Revisão?” (tom de brincadeira) e depois diz que será feita a revisão de matemática A e B. Professor: “qual parte vocês querem revisar primeiro, a A ou a B? Qual está mais difícil?” Alunos em coro: “a A”. (Matriz 2 Turno 1).

> Pedro escreve uma função na lousa (f(x)=mx+n), perguntando se a função é afim, linear ou constante. Alunos: “afim” Prof. Pedro: “toda a função que é escrita desta forma é afim, mas ela pode receber uma classificação mais específica, dependo dos valores de m e n. Entendeu o que eu falei?” Alunos “sim, que ela é afim...” Prof. Pedro “Esta função é afim, mas vai ser constante, crescente ou decrescente dependendo do valor de m. (...)” (Matriz 2 Turno 4).

> Passa para a revisão de matemática B, seguindo os mesmos moldes da A: utilizou exemplos concretos para a revisão, em geral que abrangiam mais de um conteúdo estudado. Além disso, interagiu com os alunos, através de perguntas gerais para a classe ou diretas a algum aluno. (Matriz 2 Turno 23).

> *Daniela: É, eu acho que isso é bem compatível com a prova dele, porque na prova ele não pede ‘resolve’ e você tem que ter a fórmula decorada. Tem todo um contexto... (Entrevista com as alunas Isabela e Daniela 26/11/13).*

> **Já que vocês falaram de avaliação, vou pedir que comentem um pouco sobre isso. Sei que existe um padrão no colégio, tem a prova teste, dissertativa e trabalho em grupo, fora os simulados. Mas o que o Pedro faz, o que é de responsabilidade dele, como é?**
> *Daniela: Não é fácil, mas também não é difícil.*
> *Isabela: É, eu acho que se você estudar você vai bem, e os exercícios da prova sempre são similares a alguns da apostila ou que ele fez em sala.*
> *Daniela: Eu acho que é compatível com a aula dele, é coerente. (Entrevista com as alunas Isabela e Daniela 26/11/13).*

<u>Núcleo 7: Concepções em relação à matemática</u>

Neste núcleo estão reunidas as situações em que o docente e os alunos explicitaram suas concepções com relação à matemática. Estas podem ter sido coletadas nas entrevistas ou em conversas entre alunos captadas nas gravações. Em geral, trata-se de discussões sobre o gostar ou não de determinado conteúdo e os motivos que os levam a tal postura.

> Ao final da aula, enquanto os estudantes terminavam a cópia da lousa, a pesquisadora espera o docente terminar de arrumar seu material para saírem da sala. Nesse instante, Jenifer começa uma conversa com ela:
>
> *Jenifer: Por que você escolheu matemática? Logo matemática, tem tanta matéria! Biologia, por exemplo...*
> ***Pesquisadora: Então, eu escolhi justamente porque é uma das matérias que os alunos têm mais dificuldade.***
> *Francisco: Por que as pessoas têm mais facilidade em humanas?*
> ***Pesquisadora: Isso é o que eu quero descobrir, rsrsrs. Mas isso é relativo...***
> *Francisco: Eu, por exemplo, eu gosto de humanas e acho mais fácil, mas fico muito mais feliz quando consigo resolver um problema de matemática, porque é mais difícil.*
> *Jenifer: Isso é verdade! É muito mais legal quando a gente consegue resolver um problema de matemática!*
> ***Pesquisadora: É porque é um desafio. Mas você não gosta de matemática?***
> *Jenifer: Eu odeio!*
> ***Pesquisadora: As duas, a A e a B?***
> *Jenifer: Então... Antes eu gostava mais ou menos da B, porque eu não entendia de jeito nenhum a A. Mas agora eu estou entendendo, então eu tô gostando.*
> ***Pesquisadora: Hum... mas isso é relativo, tem pessoas que acham muito mais difícil fazer uma boa redação do que matemática.***
> *Guilherme: Para mim isso é verdade! Matemática é muito mais fácil do que fazer redação!*
> *Prof. Pedro: É isso é relativo, veja língua portuguesa, por exemplo, não é algo simples, é bem complexo. Tem pessoas que acham muito mais fácil fazer grandes cálculos matemáticos do que pensar na conjugação verbal. Na verdade isso está ligado ao entendimento. Em geral as pessoas gostam e acabam se dedicando mais ao que entendem com mais facilidade. (Conversa com os alunos Francisco, Guilherme e Jenifer, com a participação do Prof. Pedro 29/10/2013).*

> ***Como é o seu relacionamento com a matemática?***
> *É fácil.*
> ***Mas você gosta?***
> *Eu gosto, gosto de exatas, química, física, matemática.*
> ***E o que você acha que te faz gostar?***
> *Ah... Eu não sei. Eu sempre tive facilidade, sempre gostei. Acho mais legal que humanas, que tem que ficar interpretando texto... Apesar de eu gostar de ler.*
> ***Tem algo que te incomoda?***
> *Porcentagem. Eu sempre tive dificuldade, desde o 6º ano. Já disse até para o Pedro que preciso revisar essa parte, mas do resto é tranquilo, eu gosto.*
> ***E o que você acha que te faz gostar?***
> *Ah... eu sempre gostei, tive bons professores. O André é um amor, o Afonso repetitivo e o Pedro locão, né? Rs, todos muito bons. E*

também eu vou querer engenharia química, então eu tenho meio que obrigação de gostar. (Entrevista com a aluna Vanessa 06/11/2013).

O docente inicia a aula dizendo que, ao invés de trabalhar com matemática A, prevista para o dia, trabalhará com a B para terminar o conteúdo para a prova. Neste momento, três alunos começam a conversar entre si: Henrique "Eu gosto de log..." Jenifer "Sério? Por quê?" Henrique "Sei lá... É legal" Jenifer "Eu também gosto" Lucas "Por que você gosta?" Jenifer "Porque eu entendo. A gente só gosta do que a gente entende." (a partir daqui não consegui mais escutar com clareza a conversa). (Matriz 12.1 Turno 1).

Anexo II

Matrizes das transcrições das videogravações e inferências

Matriz nº 1.1		
Data: 17/09/2013	Duração: 60 minutos	Atividade: Aula expositiva sobre Progressão Aritmética (PA)
Síntese da Atividade: Aula expositiva com forte interação com os estudantes. O docente faz uso da lousa com a finalidade de cópia, mas também a utiliza para fornecer exemplos concretos para auxiliar a compreensão que depois são apagados. Parte de exemplos numéricos e/ou concretos para depois chegar à abstração. Busca, pela exposição, levar os estudantes a compreensão dos conceitos estudados.		

Descrição:	Inferências:
TURNO 1 Após entrar na sala, conversando informalmente com os alunos, o professor Pedro inicia a aula informando com o que irão trabalhar e escreve no canto esquerdo da lousa tais informações (“Bom Dia! 17/09; Hoje: Mat A; Aulas 51/52; p.74”). Escreve na lousa o título *Aula 51 – Propriedades da PA* (em vermelho) e o subitem *Três termos em PA* (em verde).	Percebe-se a preocupação em situar os alunos no desenvolvimento dos diferentes conteúdos. Ao copiar essas informações no caderno, o aluno pode organizar melhor as próprias anotações.
TURNO 2 Enquanto espera os alunos abrirem o caderno e copiarem, percebe que uma das alunas mistura as anotações de Matemática A (álgebra) e B (geometria) e pergunta: “Você mistura tudo... álgebra, geometria?” Aluna responde afirmativamente e o professor argumenta: “E depois, como você estuda? Pulando?” Aluna: “É” Professor “não faça isso... quem faz separado?” (pergunta para a turma – maior parte faz separado) “É a melhor maneira... faça separado, assim não mistura os exercícios... na maioria das vezes são professores diferentes que dão essas matérias, fica mais organizado”.	O processo de ensino não se restringe apenas aos conteúdos matemáticos, mas outros componentes que o docente julga influenciar diretamente na aprendizagem.
TURNO 3 Começa a explicação do 1º subitem, *Três termos em PA* (escreve na lousa, em verde), dizendo que já viram isso antes. Conversa com os alunos: “Imagine	O fato de interagir com perguntas com os estudantes prende a atenção dos mesmos;

que você tem três termos em PA, o que você pode fazer com eles? (silêncio) Como representar três termos em PA?” Isabela “coloca x, x-1, x+1” Prof. Pedro “Isso, se tem três termos tem um termo central, então o termo do meio você pode chamar de x. (escrevendo na lousa) Se eles estão em PA e o termo do meio é x, o termo seguinte é?” (perguntando para a classe toda) Isabela “x+1” Prof. Pedro “Mais 1? Por que mais 1?” Alunos “Porque é o sucessor” Professor “ao somar 1 encontramos o sucessor dos números naturais, mas aqui queremos o sucessor da PA” Alunos “mais a razão” Prof. Pedro “Mais a razão. Será mais 1 se a razão for 1. Então você concorda que se aqui é x, aqui é x mais a razão? E o anterior?” Alunos “menos a razão”. O professor continua a explicação mantendo a interação com os alunos através de perguntas, como descrito acima. Conforme explica oralmente e os alunos respondem, faz o registro na lousa, de forma que os alunos fazem a cópia na medida em que se desenvolve a exposição. TURNO 4 Prof. Pedro procura demonstrar como representar três termos genéricos em PA (a,b,c) com uma única incógnita em função da razão, o fazendo de duas formas. A 1ª representação de termos em PA é a já descrita no turno anterior (x-r, x, x+r). Depois, faz o desenvolvimento de uma fórmula (no caso, a fórmula de que um termo qualquer da PA é a média aritmética de dois outros termos simétricos em relação a ele: b = [a+c]/2) – 2ª representação de termos em PA. Contudo, não informa diretamente a fórmula, primeiro utiliza os espaços em branco da lousa para dar exemplos numéricos (que depois serão apagados), para que os alunos compreendam o raciocínio para chegar à fórmula. Ao demonstrá-la, explica porque a PA se chama Progressão Aritmética: por todos os termos serem a soma aritmética de outros dois simétricos. TURNO 5 Pedro parte para o 2º subitem: *Cinco Termos em PA* (escreve na lousa, em verde). Retoma a explicação anterior, mostrando que é o mesmo raciocínio, visto que ambas têm um termo central (PA com 3 ou 5 termos), e faz a 1ª representação (x-2r, x-r, x, x+r, x+2r). Aluna “Não entendi direito...”; Prof. “Pergunte, qual a parte que você não entendeu?”; Aluna “Duas vezes a razão” Prof. Pedro “Ó, se eu	durante a aula todos estavam atentos à explicação e participavam da mesma. O docente não adota a prática de colocar o conteúdo na lousa, esperar a cópia e depois explicar o que foi colocado, o que pode gerar distrações. Ao fazer o registro na medida em que faz a exposição, respeitando o ritmo de cópia dos alunos, torna a aula mais dinâmica, além de evitar dispêndio desnecessário de tempo. Percebe-se a preocupação com que os alunos compreendam o raciocínio, e não simplesmente memorizem a fórmula. Além disso, professor não coloca diretamente o pensamento abstrato: parte de exemplos numéricos para depois fazer a abstração. Alunos têm liberdade para fazer perguntas. Professor auxilia no processo de verbalização da própria dúvida, o que é fundamental para posterior resolução da mesma.

estou neste termo e ele é x, o próximo vai ser x mais a razão, não é?" Aluna "Sim" Professor "E o seguinte? X mais a razão mais a razão, x mais duas vezes a razão".	
TURNO 6 Professor continua explicando a vantagem de escrever pela 1ª representação: "Sabe qual a vantagem de escrever assim? Some todos os termos, o que vai acontecer Natália?" Natália: "hum... vai achar o do meio" Prof. "vai cancelar todos os r's, ..., vai sobrar só x. Então se ele (exercício) falar qualquer coisa sobre a soma dos termos da PA você sabe que desta forma descobrimos o x. Mas é vantajoso porque eu montei PA de forma simétrica, de forma a cancelar todos os r's".	Docente procura demonstrar em qual situação é mais conveniente utilizar as diferentes representações.
TURNO 7 Prof. "Mas isso só deu certo porque tínhamos um termo central, o que fazer quando tivermos quatro termos em PA?" Escreve na lousa o subitem 3: *Quatro termos em PA*. Mostra que não adianta fazer a 1ª representação, pois na soma não vai cancelar todos os r's, para isso deve existir simetria, ou seja, um termo central. Alunos voltam a perguntar do subitem anterior, professor explica novamente e faz um exemplo numérico para esclarecer a questão.	Ao perceber que os alunos não compreenderam totalmente o conceito, retoma com mais exemplos numéricos.
TURNO 8 Volta para a explicação atual, e pergunta quem tem uma ideia do que fazer neste caso e deixa alunos participarem. Depois explica a forma: termo auxiliar X, que não faz parte da PA, mas que é média dos dois termos centrais da PA, expresso não em função da razão r, mas de outro valor h que corresponde à metade da razão.	Permite que eles busquem soluções por si, o que exige a articulação de todo conhecimento já aprendido.
TURNO 9 Os alunos têm dificuldade para compreender e o professor dá um exemplo numérico: "Vamos pegar um valor para você entender melhor. Suponha – muita calma, estou calmo (alunos riem) – que você tem (10,16, 22, 28). Qual é o termo que está bem no meio de 16 e 22?" Alunos "19" Pedro "Isso, ele não é termo da PA, mas está entre os dois termos centrais da PA. Como é que eu faço para obter todos os outros quatro termos da PA a partir do 19? O que o 16 tem a ver com o 19?" Alunos "19-3" Pedro" E esse outro (22)?" Alunos "19+3" Pedro "Certo,	O docente utiliza o recurso de propor um exemplo numérico para auxiliar a explicação do conteúdo. Ao fazer as perguntas "passo a passo", vai direcionando o raciocínio dos alunos em etapas (parece caminhar nas ZDPs dos alunos). Acolhe a ansiedade gerada pela dificuldade ao

muita calma que essa abstração não é fácil, não é bater o olho e já ver. A razão da PA é 3?” Alunos “Não, é 6” Pedro “E o que o 3 tem a ver com a razão?” Guilherme “É metade da razão”. O docente continua a explicação fazendo diversas perguntas em crescente dificuldade para os alunos desenvolverem todas as etapas do raciocínio.	informar que o conteúdo é complexo.
TURNO 10 Pedro coloca outro exemplo (6, 14, 22, 30) e pede que os estudantes façam a representação individualmente. Logo em seguida faz junto com eles (18-3.4, 18-4, 18,18+4, 18+3.4), sendo que os alunos têm liberdade para perguntar e fazer suposições (por exemplo: Aluno “e se tivesse mais um termo, como representaria?” e professor faz o exemplo com um termo a mais).	Ao solicitar que façam sozinhos, prof. tem a oportunidade de identificar se alunos adquiriram o conhecimento.
TURNO 11 Ao perceber que compreenderam exemplos numéricos, Pedro faz a ‘transposição’ para a forma abstrata (PA (a,b,c,d), representada por (x-5h, x-3h, x-h, x+h, x+3h, x+5h); sendo r=2h), explicando porque multiplicar por 3 e 5 (meia razão – h – mais uma ou duas razões – 2h ou 4h). Nesta transposição, uma das alunas continua com dúvida, não compreendendo porque multiplicar por 3 e 5. A aluna Isabela procura auxiliar a colega: “Porque é assim, do x para o c é um h, daí do c para o d são 2h”. Professor “Isso, o x não é termo da PA, é um auxiliar”.	Prof. Pedro parte de exemplos numéricos para depois chegar à forma abstrata. Concepção de que os colegas também são agentes mediadores da aprendizagem.
TURNO 12 Professor mostra, então, porque e em qual situação utilizar esse raciocínio, que é mais complexo. Afirma que eles podem fazer de outra forma, contudo, na soma dos termos, a vantagem de representar desta maneira é que cancelam todos os h’s. Prof. “O mais importante aqui foi a abstração que vocês fizeram nesta análise.”	Esforço em atribuir sentido ao conteúdo, mostrando-lhes a funcionalidade.
TURNO 13 Após uma pausa para alunos terminarem de copiar e finalizar o raciocínio anterior (momento em que aproveitam para perguntar sobre a prova da próxima semana), o professor começa outro item: *Interpolação de meios aritméticos* (escreve na lousa, em vermelho). Prof. “Então vamos lá, Interpolação de meios aritméticos. Eu vou começar através de um problema, mas vou resolver o problema só no final,	Preocupação com a compreensão do conceito e não de aquisição e aplicação de fórmulas.

quero conceituar antes”. TURNO 14 Coloca a situação-problema envolvendo um dos alunos da turma e pergunta como os alunos resolveriam a questão. Alunos respondem e professor replica: “Isso, vocês usariam aaaritmética (ênfase no som), não usariam PA. Não precisa usar PA, mas eu vou fazer usando PA porque eu sou esquisito”, alunos riem.	Aceita a existência de diferentes formas de resolução e traz isso para a turma. Mudança da entonação da voz: táticas que ‘quebram o gelo’ na sala de aula e tornam o clima afetivo mais agradável.
TURNO 15 Aluna levanta a mão e diz como resolveria. Inicia-se uma discussão a respeito do problema e o professor resolve mudar um pouco a questão “Não fui muito feliz no exemplo, vamos mudar... mas, eu volto nesse”. Fornece outro exemplo da mesma linha de raciocínio, mas um pouco mais simples.	Percepção de que não pode exigir raciocínios para além da ZDP dos alunos.
TURNO 16 Professor desenvolve o exemplo concreto (colocada de telefones equidistantes em trechos da estrada), fazendo o desenho do problema na lousa. Os alunos estão atentos, sem preocupações com a cópia. Ao terminar de resolver, utilizando conceitos de PA (demonstra que a razão corresponde à distância entre dois telefones consecutivos), Prof. Pedro apaga o exemplo e passa para outro. Aluna: “Mas não deu para copiar...” Prof. “Não é para copiar, não vai fazer sentido algum, ainda mais se você copiou junto com geometria (alunos e professor riem). Prestem atenção agora”.	O professor procura tornar a visualização do problema mais clara através do desenho. O primeiro passo para a resolução é a compreensão do problema. Percebe-se que não existe a preocupação apenas com a cópia, mas com a compreensão.
TURNO 17 O professor volta para o primeiro problema proposto (mais complexo), relatando novamente o enunciado e fazendo a representação do problema na lousa através de desenho. Explica, então, porque esse conteúdo se chama interpolação de meios aritméticos (números que estão entre pólos e seguem uma regra aritmética). Professor “Eu não posso colocar de qualquer forma os termos, a distância entre eles tem que dar sempre a mesma, ou seja, essa distância tem que ser a razão da PA”.	Busca fazer os alunos refletirem sobre o próprio título dos conteúdos para compreendê-los (dá sentido ao título).
TURNO 18 Continua a resolução, sempre mantendo a interação com os alunos através de perguntas (exemplo,	Fornece uma espécie de síntese do conteúdo após esmiuçá-lo/explicá-lo.

“Quantos termos teremos aqui?”; “quanto será a razão?”; “no contexto do problema, o que esse resultado nos informa?”), os quais participam respondendo. Ao terminar a resolução, comenta “eu estou colocando termos entre termo existentes de tal forma que os novos termos formem com os anteriores e entre eles uma PA. Isso é interpolação de meios aritméticos”.	
TURNO 19 Pedro apaga o exemplo para começar a escrever o que os alunos devem copiar. Aluna: “Não apaga Pedro!” Prof. “Não, eu vou escrever agora o que é para copiar. Ideias, isso é para vocês entenderem a ideia” (apaga a lousa) Aluna “não, mas eu não entendi o 5f...(diminuindo o tom de voz)” (prof. já tinha apagado) Professor, olhando para a aluna que tinha dúvida “...Eu vou fazer o passo a passo agora. (olha para a turma) Agora é hora de copiar” Alunos “Agora?!” Prof. “eu estava apresentando a ideia” (alunos riem). Pedro passa, então, a fazer anotações mais bem organizadas e sistematizadas na lousa, com os enunciados de todos os exemplos.	Ao perceber que a aluna tinha uma dúvida, mas já tinha apagado o exemplo, retoma-a na sequência. Preocupação com a organização da lousa para compreensão do registro feito pelos alunos no momento de estudo.
TURNO 20 Após colocar o enunciado na lousa, pergunta “Será que vocês já entenderam como fazer isso? Perceberam o que tem que fazer? É como se o telefone tivesse que ser colocado entre o 20 e o 84”. Deixa os alunos tentarem resolver e ‘dá um tempinho para respirar’ (palavras do professor). Começa a resolução fazendo todas as indicações para que, através do registro no caderno, alunos consigam estudar.	Preocupação com organização da lousa.
TURNO 21 Durante a resolução, aluna questiona sobre qual fórmula está sendo usada: Prof. “Não, isso você está decorando, sem necessidade” e explica o raciocínio. Prof. “Eu insisti para que vocês não decorassem a fórmula, mas entendessem o que é o termo geral da PA”, retoma essa explicação conceitual com exemplos (explicação ‘extra’ à interpolação de meios aritméticos) e critica a “decoreba” de fórmulas.	Reforçamento da importância em compreender o conteúdo, e não decorar.
TURNO 22 Volta para a explicação sobre meios aritméticos. Ao perceber que alguns alunos não estão participando	Em vários momentos da aula o docente utiliza o recurso de

muito, os chama pelo nome para fazer perguntas sobre o exercício (os chama para resolver junto). Depois de achar o terceiro termo diz que é esse o raciocínio, que o restante calcula-se da mesma maneira. Um dos alunos diz que já fez e que passará os outros dois resultados. Professor aceita, mas, ao se deparar com a resposta percebe um erro de soma com frações e retoma esse conteúdo (teoricamente do Ensino Fundamental) com a turma.	chamar alguns alunos pelos nomes e fazer perguntas diretas a eles (além das perguntas gerais que sempre faz para a classe). Não se importa em retomar conteúdos antigos, de outros anos. Procurar assegurar a compreensão plena dos conhecimentos pelos alunos.

Matriz nº 1.2		
Data: 17/09/2013	Duração: 30 minutos	Atividade: Exercícios de fixação e correção
Síntese da Atividade: Em continuidade a matriz 1.1, na qual o docente realizou uma aula expositiva sobre PA, ele propõe que os alunos façam exercícios sobre o novo conteúdo ensinado (propostos na apostila). Enquanto os alunos resolvem, o docente circula pelas carteiras solucionando possíveis dúvidas. Ao terminarem, professor faz a correção na lousa.		

Descrição:	Inferências:
TURNO 1 Após terminar a explicação do conteúdo, professor solicita que os alunos resolvam individualmente aos exercícios à ele correspondente na apostila. Enquanto alunos resolvem, Prof. Pedro circula pela sala retirando possíveis dúvidas.	Percebe-se uma postura proativa na retirada de dúvidas pelo professor.
TURNO 2 Ao circular pela classe, o docente mantém contato visual com os alunos, então, Jenifer lhe faz uma pergunta (a qual não consigo escutar) e Pedro responde "O que o a_5 tem a ver com o a_1? (silêncio da aluna) Eu pergunto e eu mesmo respondo: a_7 não tem a ver com o a_1? (aluna responde algo que não consigo escutar) O a_7 não é o $a_1 + 6r$ em qualquer PA?" Jenifer "É. Então a_5 é $a_1 + 4r$" Professor "Isso, escreva essa equação".	O contato visual e o fato de estar próximo aos estudantes parece dar maior liberdade para perguntas (sobretudo para aqueles que são tímidos). O docente não responde diretamente a pergunta, mas dá dicas ou faz novas perguntas que auxiliam o estudante a encontrar a resposta.
TURNO 3 Assim que termina o atendimento à Jenifer, outra aluna o chama em outra parte da sala. Pedro vai até ela e escuta sua pergunta e responde-a. Em seguida, a mesma aluna faz outra pergunta relacionada à mesma questão e o professor compartilha com a classe: "Galera, o primeiro exercício tem duas maneiras de resolver. Achando o a_1 para depois achar o a_{12}, ou saltando do a_5 direto para o a_{12}. Eu já falei disso na aula anterior. O que o a_{12} tem a ver com a a_5? Quantos	Valorização do ato de retirar dúvidas. Compartilha com a classe uma dúvida que considera que pode ser geral.

passos ele está à frente? Daniela “7” Prof. “7, ou seja, é somar a razão 7 vezes”.	
TURNO 4 Como a aluna que havia feito a pergunta ainda não tinha entendido, Pedro vai até a lousa para explicar novamente: “Calma, vocês não estão enxergando. Ó, o a, por exemplo, $_{20}$. Ele guarda alguma relação com o a_{15}? O que separa o a_{20} do a_{15}?” Aluna “5” Prof. “5 o quê?” Aluna “r” Prof. “5 vezes a razão. Se eu pegar o a_{15} e acrescentar a ele 5r eu chego no a_{20}. Então, há uma equação que relaciona os dois” (professor escreve essa equação na lousa). Vale ressaltar que, mesmo o professor tendo ido à lousa e explicado como que para a classe toda, somente os que queriam precisavam prestar atenção, pois vários, que já tinham compreendido o que o docente explicava, continuaram a fazer os exercícios.	Percebe-se que o docente explica quantas vezes forem necessárias, mudando os recursos (oral, lousa) com o objetivo de levar o aluno a compreensão.
TURNO 5 O docente continua passando pelas carteiras e retirando dúvidas. Neste processo, os alunos tem liberdade para conversar entre si e retirar/ajudar uns aos outros (ás vezes até levantam da carteira para ir até o outro colega com mais facilidade).	O docente não se importa do aparente “barulho” na sala por essa interação entre os estudantes. Parece conceber que os próprios colegas também são agentes mediadores.
TURNO 6 Ao passar por uma carteira, uma aluna faz uma pergunta. O docente, observando o registro que ela faz no caderno, pede que ela equacione passo a passo, e não escreva somente o resultado, dizendo que mais importante que a resposta é o processo. (O erro e dúvida da aluna advinham do fato dela pular etapas do processo e confundir-se nas operações).	Pedro não se limita a dar a resposta direta à pergunta do aluno, ele observa todo o conjunto para perceber o que realmente está dificultando o entendimento do aluno.
TURNO 7 O aluno Henrique chama Pedro para retirada de uma dúvida (ainda da primeira questão, do a_5 em relação ao a_{12}). Ao observar sua resolução, o Professor percebe que o equívoco do estudante está em tentar aplicar a fórmula, sem refletir em como aplicá-la. Prof. “É só pensar quanto o a_5 está antes do a_{12}. É aquele conceito que eu expliquei, por isso que eu falo, não dependa de fórmula” Henrique “Mas não pode usar aqui?” “Não, pode; pode Henrique, mas eu to falando pense mais, seja menos dependente de fórmula.”	Percebe-se que o docente valoriza o raciocínio empregado para a resolução do problema, e não a aplicação de fórmulas (estas só valem quando há a compreensão do conceito).

TURNO 8 A mesma aluna do turno 6 diz que não conseguiu resolver o exercício. Pedro vai até ela e percebe que, mais uma vez, o problema está no fato de ela não desenvolver o problema em todas as suas etapas. Novamente a orienta a desenvolver o raciocínio e aluna refaz com todas as etapas e argumenta: “Pedro deu a mesma coisa!” Prof. “Sim, mas esse 2 não é razão, como você tinha chegado antes. (aluna percebe que o resultado numérico é o mesmo, mas significa outra coisa) Viu como desenvolver o problema muda tudo?”.	Novamente percebemos a preocupação do docente com a compreensão dos alunos, e não simplesmente com o ensino de técnicas de resolução de exercícios. Além disso, ele demonstra preocupar-se, também, com o registro claro dos estudantes.
TURNO 9 Professor inicia a correção dos exercícios na lousa. No registro que faz, coloca o número do exercício e depois todas as informações dadas pelo enunciado e o que é pedido que se faça, não em formato de texto, mas em linguagem matemática (por exemplo: 1) a_5=35; r=8; a_{12}=?).	Professor destaca do enunciado as informações essenciais para a resolução (faz isso em todos os exercícios). Acredito que essa prática possa ajudar os estudantes na compreensão da questão a ser resolvida.
TURNO 10 Então ele comenta a questão “Você tem duas opções para encontrar o a_{12}. Você sabe que o a_{12} é o a_1 mais 11 vezes a razão, não é isso?” Alunos “Humhu” prof. “Então você pensa, o r eu tenho, falta o a_1. Aí você vem aqui (apontando para o a_5) e lembra que o a_5 é o a_1 mais 4r. Aí você acha o a_1, substitui ali e descobre. Mas tem que fazer uma transição... qual o jeito mais rápido de fazer: é comparar o que você tem (grifando os dados do exercício) com o que você quer (grifa o que precisa descobrir). Você tem o a_5 e quer o a_{12}, qual é a relação entre a_5 e a_{12}?” Lucas “É o a_5+7r”. Assim o docente continua resolvendo o exercício em interação com os alunos através de perguntas.	Discute a existência de mais de uma forma de resolução.
TURNO 11 Docente continua a correção dos demais exercícios, sempre fazendo perguntas para a classe em geral e detalhando cada passo da resolução. Durante a explicação os estudantes tem total liberdade para fazerem apartes e perguntas.	Ao detalhar cada passo da resolução, o docente, além de demonstrar e registrar cada etapa do raciocínio, oferece um ‘modelo’ de resolução aos alunos.
TURNO 12 Após terminar a correção, Pedro pergunta “Alguma dúvida? (silêncio) O que você aprendeu nesta aula? Nada” (ênfase em nada. Alunos e professor riem) “O que vocês aprenderam?” Isabela “A distância lá” Prof. “‘A distância lá’?” (risos) Isabela “Progressão	Faz uma espécie de feed back da aula com os estudantes, instigando-os, através das perguntas, a refletirem sobre o que acabaram de aprender.

Aritmética” Francisco “Interpolarizar” Prof. “Você aprendeu a interpolar, só isso?” (alunos respondem simultaneamente, não consigo compreender) Prof. “Você aprendeu a interpolar qualquer quantidade de termos, mesmo a razão não sendo simpática, dando fração, é possível montar uma progressão. Você aprendeu que é possível escrever os termos com x e r, onde o x pode ser o termo da PA ou pode não ser o termo da PA. Esse último não foi usado nestes exercícios, mas na tarefa do lar, Henrique, vocês vão usar”. TURNO 13 Finalizando a aula, Prof. Pedro afirma que esse conteúdo que acabaram de estudar não será cobrado na prova bimestral, e pergunta “O que cai na prova bimestral?” Alunos “Tudo!” (risos) prof. “Não, no terceiro bimestre não cai tudo” Aluna “É da aula 28 á 50” Isabela “Pedro, são só 10 questões, como você conseguiu colocar tanta aula em só 10 questões?” Daniela “É que é muita coisa... Um monte de aula para 10 questões” Prof. Pedro “Pois é... Mas eu sou obrigado a cobrar todos os tópicos destas aulas?” Guilherme “Na verdade são 20 questões, porque tem a e b” Prof. Pedro “Eu sei o que eu vou cobrar, você como não sabe o que eu vou cobrar você vai?” (tom de brincadeira; alunos respondem simultaneamente, não consegui compreender) Prof. “qual é o objetivo disso? Fazer vocês estudarem!”. Fim da aula.	 Estas ‘aulas’ à que professor e alunos se referem, não são as aulas ministradas pelo docente, mas sim a forma de divisão do conteúdo no material didático. Em geral, o docente ministra de 2 a 3 ‘aulas’ por encontro com os alunos (sendo que algumas delas são só exercícios). Estudantes reclamam da quantidade de ‘aulas’ que serão cobradas na avaliação.

Matriz nº 2		
Data: 18/09/2013	Duração: 1h40	Atividade: Revisão para a prova
Síntese da Atividade: Trata-se de uma revisão para a prova, na qual o professor solicita que os alunos escolham qual parte da matéria desejam se aprofundar. Como metodologia, o docente escolhe resolver exercícios na lousa que exijam o conhecimento dos conteúdos ensinados, sempre mantendo a interação com os alunos por meio de perguntas e deixando-os sugerir formas de resolução. Ao final, o professor passa informações específicas para a prova.		

Descrição:	Inferências:
TURNO 1 Esta aula é a que antecede a semana de provas, assim, logo que o professor adentra na sala, os alunos começam a perguntar se ele fará revisão. Ele responde "Revisão?" (tom de brincadeira) e depois diz que será feita a revisão de matemática A e B. Professor: "qual parte vocês querem revisar primeiro, a A ou a B? Qual está mais difícil?" Alunos em coro: "a A".	Apesar do planejamento da aula de revisão, professor permite uma flexibilidade na escolha dos conteúdos à serem revisados pelos alunos.
TURNO 2 Depois de esperar poucos minutos até que todos abrissem o material, momento no qual faziam comentários e brincadeiras sobre a prova (por exemplo: "Pedro, fale qual o conteúdo de cada questão?" "A claro, rsrs, ontem antes de dormir, da 00h20 á 1h18, eu fiquei decorando a prova para falar para vocês" – tom de brincadeira entre alunos e prof. Pedro).	As brincadeiras sobre a prova parecem ser uma forma de tornar esse momento, tenso para vários estudantes, descontraído.
TURNO 3 O docente começa: "Exercícios, exercícios...Galera, a primeira coisa é: não estudar para a prova apenas pelos exercícios que eu fizer aqui. Eu tenho duas aulas, eu vou fazer o que der tempo de fazer nestas aulas, (...) não dá para cobrir todo o conteúdo. Eu vou começar pela A, que é a matéria que mais aflige vocês, começa lá em	Professor dá orientações de como estudar para a prova: não se deter apenas nos exercícios de revisão, mas estudar todo o conteúdo já trabalhado.

funções, basicamente funções constantes, função linear e função afim." TURNO 4 Pedro escreve uma função na lousa (f(x)=mx+n), perguntando se a função é afim, linear ou constante. Alunos: "afim" Prof. Pedro: "toda a função que é escrita desta forma é afim, mas ela pode receber uma classificação mais específica, dependo dos valores de m e n. Entendeu o que eu falei?" Alunos "sim, que ela é afim..." Prof. Pedro "Esta função é afim, mas vai ser constante, crescente ou decrescente dependendo do valor de m. Eu jamais vou perguntar o nome, 'classifique a função afim' (tom de voz diferenciado, como locutor de rádio), eu vou dar problemas que para resolver você vai precisar da função afim." E continua a explicação das diferentes classificações de função afim.	Movimento de fazer perguntas para os alunos e deixá-los pensar na resposta antes de desenvolvê-la na lousa.
TURNO 5 Ao terminar a explicação, apaga o que escreveu e coloca exercícios na lousa, aos quais resolve com os alunos, como no exemplo abaixo: Exercício 2: *Qual é a expressão da função afim*? O professor desenha o gráfico, em escala (todos os desenhos e gráficos feitos por ele respeitam a escala, com exceção de alguns esboços, feitos apenas para ilustração), na lousa. Professor: "E ai, como é que faz? Lucas, por onde você começaria?" Lucas, apontando para o gráfico: "o 2... a média entre o 3 e o 1..." Prof. Pedro "a variação você quer dizer?" Lucas "É, e entre o 5 e o 9 é 7... então a variação é 2" Prof. Pedro "a variação é 2, quem que é dois aqui na nossa fórmula? Lucas "É o m".	A demonstração gráfica parece auxiliar na visualização do problema. O respeito à escala torna o gráfico feito pelo professor um modelo para os alunos. O professor procura manter a interação e participação dos alunos através de perguntas, que podem ser gerais para a classe, ou específicas para determinado aluno.
TURNO 6 Professor (aumentando a altura de voz e olhando para toda a sala) "Então o que nós temos na nossa função? Nós sabemos que a nossa função é f(x)=mx+n. Como eu sei? De onde eu tirei isso?"Aluno: "Porque é afim" Professor "porque no enunciado dizia que era afim e pelo gráfico nós temos uma reta. Toda vez que você olhar para o gráfico e ver uma reta que varia linearmente, de maneira constante, eu sei que a expressão é isso, y=mx+n."	Mudanças na altura e tom de voz, bem como o contato visual, são recursos que também compõe e significam a situação de ensino.
TURNO 7 Aluna "Pedro, f(x) então é a mesma coisa que y?"	Alunos tem total liberdade para

Pedro “f(x) é y, ó, y depende de x” (mostrando no gráfico) “para cada vez que eu troco o valor de x eu não encontro um y diferente? Então no 1 o y vale 5, a função vale 5; no 3 a função vale 9; quanto será que a função vale quando x for 5? Dá para deduzir?” Aluna “Dá, porque de 1 para 3 mudou 5,6,7,8” Professor “Aí! É isso que eu quero, raciocínio lógico” Aluna “de 3 para 5 vai mudar a mesma coisa” Professor “Isso, é a mesma taxa”.	fazer perguntas durante a explicação/exposição, e professor se empenha em solucioná-las.
TURNO 8 Após explicação da dúvida, professor volta para a resolução do exercício, continuando a interlocução com os alunos, como descrito acima. Ao chegar no resultado, enfatiza o conceito de taxa de variação (m), que não é a diferença entre os valores do gráfico, mas a razão entres as diferenças dos dois eixos.	Percebe-se que o docente valoriza a compreensão do conceito e raciocínio lógico, e não a mera memorização de fórmulas e resoluções.
TURNO 9 O docente propõe um exemplo concreto para esclarecer o conceito de taxa de variação: “Por exemplo, você subiu uma escada de 8 metros, uma escada alta, 8 metros de altura por 4 metros de comprimento. O que significa isso? Em que razão você está subindo a escada?” Após breve silêncio alunos respondem “2” Professor “Certo a razão é igual a 2. Quem traduz (aumentando a altura da voz) o que está ocorrendo aqui? (silêncio) Para cada metro que eu andar na horizontal eu subo 2 metros de altura. É a razão 2 para 1. Entenderam o que é razão?”.	Como estratégia para levar os estudantes a essa compreensão, o docente utiliza os exemplos concretos.
TURNO 10 Após terminar o exercício 2, o Prof. Pedro chama a atenção da turma para o de nº3, que é uma aplicação, afirmando que na prova existem mais exercícios de aplicação. Começa, então, a descrição do exercício, fazendo anotações dos dados na lousa enquanto fala: “Imagine que o dono de um cinema está analisando a influência que o preço do ingresso tem no público que assiste a uma determinada sessão. Entendeu o que eu falei?” Alunos “não”, Prof. “ele tem um filme que vai ficar um mês em cartaz e ele quer saber o preço ideal, (...) então ele quer saber o efeito que o preço causa na demanda por ingressos, o efeito que o preço do ingresso tem sobre o número de pessoas que assistem ao filme, supondo que é o mesmo filme. Tem muitas outras variáveis que influenciam, mas	O discurso de que na prova predominará exercícios de aplicação parece compatível com o que é feito nesta aula de revisão: a maioria dos exercícios são de aplicações e situações concretas.

vamos olhar só para essa, hipoteticamente.” TURNO 11 Então o professor relata o número de ingressos vendidos em diferentes preços, formando uma tabela que varia com mesma taxa, configurando uma função afim, e comenta: “Na verdade e em verdade eu vos digo, isso não dá perfeito na prática, mas dá quaaase uma reta, (...), não deu uma reta, mas se você olhar os pontos vai dando uma coisa mais ou menos assim ó (faz o gráfico). Daí o cara que está analisando fala ‘Opa! Isso não é uma reta, mas é quase uma reta’, então agente aproxima (faz a reta aproximando os pontos no gráfico, que sai torta, e os alunos riem) - rsrs, perfeita – então, agente aproxima por uma reta usando um conceito de estatística que se chama regressão linear, que se aprende no ensino superior, se você escolher ser feliz você vai aprender isso” Alunos “Ah! Rsrsrs, ser feliz!” Professor “Rsrsrs, bom, voltemos.”	Professor utiliza tom descontraído para explicação, com variação de entonação e permitindo a interlocução dos alunos, o que permite uma maior intimidade entre professor e aluno, além de mantê-los atentos à explicação.
TURNO 12 Prof. Pedro “Suponha você que o comerciante observou que está caindo igual o número de ingressos, e falou ‘Ow, está caindo igual então, eu aprendi no Ensino Médio...’” (tom de brincadeira) Alunos “Rsrsrs, é, ele vai lembrar!” Professor “ e ele vai falar ‘Isso é uma função afim!’” (mudando tom de voz, como locutor de rádio) Aluno: “vi isso na aula 37” (todos riem). Assim o professor continua resolvendo o exercício, comentando que o primeiro passo é descobrir a expressão desta função, que será algo do tipo f(x)=mx + n, já que ela é afim (todos os alunos prestam atenção).	Percebe-se, mais uma vez, que a variação do tom de voz, no caso descontraído, parece gerar um clima afetivamente acolhedor. Em momentos como este todos ficam atentos à aula.
TURNO 13 Durante a explicação surge uma dúvida de uma das alunas: “Ô Pedro eu não sei o que é o n” Prof. “É esse daqui ó” (mostrando na lousa) Aluna “não, o m é a taxa de variação, mas o n, o que é?” Prof. “Ah, boa, agora eu entendi. Olha galera, a pergunta dela muita gente não entendeu e é importante. Ela perguntou assim, ‘eu entendi que o m é a taxa de variação, mas e o n eu não entendi ainda o que é?’, alguém sabe responder essa pergunta para ela?” Dois alunos “é o início...” Prof. “isso, é o início da função, ela começa no n e vai crescendo conforme a taxa de variação”.	Liberdade ao tirar dúvidas (e valorização da mesma pelo docente). Docente permite que outros estudantes participem deste momento de retirada de dúvidas.

TURNO 14 Pedro propõe outro exemplo concreto para explicar o conceito de n, o de um plano de telefonia, afirmando que neste plano o cliente paga R$40 pela linha e R$1,20 por minuto. Então, escreve a função deste plano telefônico na lousa (c(x)=40 + 1,2x), perguntando aos alunos qual o custo para o cliente quando falar 1 minuto, 2, 5 e quando não realizar ligações. Ao responderem que o custo é R$40 quando não forem efetuadas ligações, ou seja, o x=0, os alunos entendem o que representa o n, o "ponto de partida".	Professor interrompe a resolução do exercício para esclarecer a dúvida, utilizando outro exemplo para que o conceito fique bem claro para os estudantes.
TURNO 15 Professor volta, então, ao exercício do cinema e faz um esboço da forma gráfica do problema, a partir da tabela que havia montado. Após esta visualização, propõe que encontrem a expressão do problema, partindo da genérica f(x)=mx+n. Descobrem o valor de m e n, e chegam à função q=-16p + 640, sendo q a quantidade de pessoas e p o preço.	Novamente o docente utiliza o recurso de representação gráfica e, a partir desta representação, os estudantes devem deduzir a expressão matemática do problema.
TURNO 16 Descoberta a expressão do público em função do preço (questão inicial), Pedro propõe outra questão: "Suponha que a capacidade deste cinema seja de 800 pessoas. Qual é o preço que ele deve cobrar para lotar a sessão?" Alunos "É só colocar o 800 no lugar do q e achar o preço" Professor "Isso. Agora eu te pergunto: a melhor receita para o dono do cinema é aquela que lota o cinema?" Alunos "...não, sim... (divergem um pouco; não respondem com certeza) Professor "Não, eu posso cobrar um preço maior e ter menos pessoas, mas a receita ser maior, então vamos colocar aí pergunta B *qual o preço que dá a maior receita?* e C *qual é a maior receita?*".	Neste processo de interlocução com perguntas o professor já induz o desenvolvimento do raciocínio necessário para resolver o problema: as perguntas são "etapas" do raciocínio.
TURNO 17 Uma aluna não entende porque um preço maior que tem menor demanda pode gerar uma receita maior. O aluno ao lado, com muita facilidade em matemática, responde, e a sala toda fica atenta a sua explicação, inclusive o docente: "eu posso vender 2 canetas a R$3 cada uma, ou 1 por R$7". A aluna compreende e professor diz para ela atentar para a resolução dos próximos itens que vai detalhar a questão.	Professor permite a interlocução entre os estudantes, deixando que se ajudem mutuamente.

TURNO 18 Pedro começa, então, a montar uma segunda tabela, com preço, demanda e receita, afirmando que para cada preço de ingresso existe uma demanda (função já conhecida) e também uma receita, possível de ser encontrada pela multiplicação do preço pela quantidade de pessoas que compraram o ingresso. Professor pede sugestões de valores para preencher a tabela e, como os alunos começam com preços baixos, à medida que aumentam o valor, a receita também cresce. Professor pergunta se pode colocar um preço alto que vai aumentar a receita também, e alunos respondem que não, que existe um limite.	O docente parece instigar o raciocínio dos alunos através de questionamentos.
TURNO 19 Então Pedro começa a fazer o esboço do gráfico da receita, para melhor visualização dos alunos. Prof. Pedro “A receita aumenta à medida que o preço aumenta, mas se eu exagerar no preço ela cai. Certo? Então é uma parábola voltada para baixo, e o vértice é o que dá o preço ideal, o que dá a receita máxima. Certo? Então agora temos um desafio mega interessante.” Aluno “descobrir o vértice.” Professor “É, mas primeiro temos que descobrir a função desta parábola” Aluna “Mas a pergunta não era qual é o preço que dá a maior receita?” Professor “Isso, mas para eu saber isso tenho que ter a função receita”. Professor desenvolve então a função da receita ($R=-16p^2 + 640p$), que é quadrática, adentrando em outro conteúdo da revisão.	Percebe-se que Pedro faz passo a passo a resolução, sempre debatendo com os alunos seu significado, para maior compreensão do problema. Neste caso, o esboço do gráfico foi feito antes mesmo de encontrarem a função da parábola, mas os estudantes tiveram a oportunidade de visualizar o problema (uso da tabela) e entender porque encontrar a função da mesma.
TURNO 20 O professor faz o gráfico da função, e pergunta o que é necessário encontrar. Alunos respondem que deve encontrar o vértice, e o docente questiona o que é o X do vértice e Y do vértice (preço do ingresso que gera a receita máxima e a própria receita máxima, respectivamente). Calculam os valores e respondem aos itens B e C.	Novamente percebe-se a preocupação do docente em que os alunos compreendam o significado do que estão fazendo.
TURNO 21 Enquanto os alunos terminam de copiar a resolução, professor começa uma discussão sobre quais variáveis influenciam no número de pessoas, mostrando que outros fatores além do preço influenciam, como horário, localização, dia da semana, etc. Professor “Agora você já imaginou	Professor procura situar o problema de forma mais real, mostrando aos alunos que a realidade é complexa, mas que, com as ferramentas que estão aprendendo, é possível nela

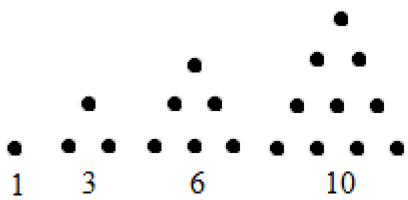
um economista ou matemático tentando considerar a influência de cada uma destas variáveis e escrever ‘receita é igual’ e dou outro lado todas essas variáveis?” Aluna “Ele fica maluquinho” Aluno “Ah, mas ele usa computador” Professor “Sim, usa, mas conceitualmente você tem que enxergar tudo isso. Tem gente que trabalha com isso, e ganha muito dinheiro.”	intervir.
TURNO 22 Professor coloca na lousa mais exercícios, explicando que agora será mais objetivo nos exemplos, pois o anterior foi bem amplo, com deduções e envolvimento de vários conteúdos já trabalhados. Contudo, esses exercícios também eram concretos, de aplicação, apenas não tinham a dedução da tabela gerando a função, essa já era disponibilizada diretamente no enunciado. Também realizou os exercícios na lousa.	Ao realizar os exercícios na lousa, passo a passo, o docente disponibiliza “modelos” de resolução. Modelos no sentido de organização do raciocínio e clareza para demonstrá-lo.
TURNO 23 Passa para a revisão de matemática B, seguindo os mesmos moldes da A: utilizou exemplos concretos para a revisão, em geral que abrangiam mais de um conteúdo estudado. Além disso, interagiu com os alunos, através de perguntas gerais para a classe ou diretas a algum aluno.	
TURNO 24 Ao final da aula, professor passou a dar orientações específicas para a prova: “Eu tenho tido um problema muito sério com as resoluções de prova do 1º ano. Eu tenho recebido verdadeiros lixos para corrigir – o prof. Afonso diria assim não?” (ênfase em lixos, mas não em tom de bronca. Utiliza o recurso de variação de entonação de voz para enfatizar fatos, mas em tom que fica no limite entre o sério e o de brincadeira, às vezes os intercalando. Prof. Afonso: professor do Fundamental II) Alunos “Rsrsrs, diria!” Prof. Pedro “A pessoa faz um rascunho e não uma resolução. Eu fico decorando exercícios, faço resolução na lousa, uso cor, ai você chega na prova...” Aluna “uso cor, rs” Prof. “...é eu uso várias cores que eu não entendo...” (alunos riem) “... daí você chega na prova, tem o espaço para resolver a questão, e você começa a resolver aqui no meio cabeção, para quê isso?!” (alunos riem) “aonde agente começa a resolver uma questão no espaço em branco a ela destinado?!” (ênfase em espaço em branco, alunos riem	Percebe-se que, mesmo em um discurso de crítica aos alunos, o docente o faz de forma descontraída, o que não torna o momento tenso, mas permite, também, que os alunos demonstrem suas opiniões sobre o que está sendo discutido. O docente usa cores diferentes na lousa, tanto nos gráficos quanto nas etapas da resolução, o que parece auxiliar na clareza e visualização pelos alunos.

bastante) Professor e alunos dizem juntos "No meio, rsrs" Professor "No canto superior esquerdo, certo? Desenvolve utilizando somente metade do espaço, se for possível, e depois passa para o outro lado.". TURNO 25 E o docente continua "O aluno que fez minimamente a tarefa, ele começa a resolver a questão ele já sabe quanto vai precisar de espaço. Quando o aluno começa aqui no meio, depois vem para cá, depois vai para lá, e depois vem para cá... Eu estava acompanhando você fazer para saber seu raciocínio?" Alunos "Não" Professor "'Ah professor você não me entendeu', nem quero entender" (alunos riem) "porque você não quis se fazer entender, fez de qualquer jeito (...) então eu já combinei com as coordenadoras, questões mal resolvidas nota mal dada. Então olha, resolva direito, é uma prova dissertativa. A prova é um instrumento de comunicação, você está comunicando o que você sabe, o jeito que você resolve, o que você está pensando. (...) Eu já descontei no semestre passado, agora eu fazer um carimbinho 'rascunho', 'incompreensível'" Alunos (rindo) "inalcançável" (...) Professor "Galera, eu não permito vocês resolverem a questão inteira a lápis e colocar o resultado a caneta? Para quê que eu faço isso? Para vocês, errando, perceberem que o espaço está mal dimensionado, e começar de novo e fazer a coisa de forma organizada." Professor finaliza a aula agradecendo aos alunos.	 Docente explica o motivo da decisão tomada (de reduzir a nota quando a resolução não for compreensível). Apesar de uma medida rígida, a forma como é justificada e apresentada para os alunos parece a tornar menos aversiva, visto a reação de risos e brincadeiras dos alunos com a situação.

Matriz nº 3.1		
Data: 01/10/2013	Duração: 50min	Atividade: Exercícios envolvendo os conteúdos ensinados e correção
Síntese da Atividade: O docente propõe a realização de exercícios da apostila referentes às aulas anteriores, envolvendo todo o conteúdo de PA estudado. Antes dos alunos começarem, o professor faz um pequeno comentário, uma explicação sobre a aplicação de conceitos que, em geral, as pessoas têm dificuldade em fazer e estavam presentes na lista de exercícios. Depois, fornece o tempo para os alunos se dedicarem às resoluções, circulando pelas carteiras e permitindo a interação entre os estudantes para a retirada de dúvidas. Por fim faz a correção, com um desafio para os alunos.		

Descrição:	Inferências:
TURNO 1 O docente inicia a aula: “página 75, aulas 52 e 53. Eu dei teoria, expliquei o que é a soma dos termos de uma PA, expliquei a propriedade de termos equidistantes dos extremos, e aí nós fizemos algumas coisas aí... Eu vou começar com um comentário que vai te ajudar, que vai dar mais significado para o exercício 3. Um comentário que eu pensei em fazer ontem durante a aula e não fiz, não precisa anotar, pois daí no 3 fica registrado esse conhecimento”. Então o docente escreve no canto da lousa a data e o que será trabalhado no dia.	O docente inicia a aula retomando tudo o que já foi estudado sobre o tema, pois os exercícios se referiam a ele. Percebe-se a preocupação em localizar os alunos sobre o que será feito nesta aula.
TURNO 2 O docente começa a fazer o comentário, que na verdade é um exemplo numérico que envolve todos os conteúdos estudados. Afirma que geralmente as pessoas tem muita dificuldade em resolver questões deste tipo, mas que eles não terão, porque vão aprender nesta aula. Coloca um exemplo de PA na lousa e começa a fazer perguntas sobre ela aos alunos. A primeira é “qual o termo geral desta PA em função de N?”, depois “qual a soma dos n primeiros termos desta PA em função de N?”. Neste processo o docente espera a participação dos alunos. Quando estes ficam em silêncio, Pedro retoma a pergunta de maneira mais detalhada até que consigam formular respostas às perguntas. Neste processo de interação (perguntas do professor e respostas dos alunos), o docente aproveita para revisar o conteúdo	Sabendo do nível de dificuldade do exercício que iria propor, o docente já se antecipa em explicá-lo (com outro exemplo), o que pode evidenciar um cuidado em não exigir o manejo de conhecimentos para além da capacidade dos alunos (não ir além da ZDP). Quando as perguntas utilizadas para incentivar a participação são muito difíceis, Pedro as simplifica

ensinado nas aulas anteriores.	até que os alunos consigam respondê-las.
TURNO 3 Após encontrar a resposta, a soma dos n primeiros termos em função de n, Pedro propõe o caminho inverso: Como encontrar a PA a partir da equação da soma em função de n. Ao perguntar se alguém sabia fazer, nenhum aluno respondeu. Então o docente calcula a soma dos dois primeiros termos, perguntando o que significava o resultado obtido. Os alunos responderam que era a soma de a_1 e a_2 e, logo em seguida, já perceberam que o que tinham que fazer era calcular a soma do primeiro termo, que seria ele mesmo, assim resolveriam o problema.	Novamente observa-se que, ao perceber que os alunos ainda não conseguiram formular respostas, ou seja, ainda não compreenderam, o docente fornece "dicas", ajudando os alunos a realizarem as etapas do raciocínio exigido pelo problema.
TURNO 4 Terminado o comentário, o docente pede que os alunos resolvam os exercícios das aulas 52 e 53, dizendo que eles utilizarão o que ele acabou de comentar. Enquanto os alunos resolvem os exercícios, Prof. Pedro circula pela sala observando a resolução dos alunos, fazendo interferências quando necessário e retirando possíveis dúvidas.	Mesmo quando os alunos não fazem nenhuma pergunta, ao circular pelas carteiras e observar algum erro ou falta de atenção, aponta para o aluno.
TURNO 5 O docente, enquanto espera os alunos fazerem os exercícios, comenta que o aprofundamento começará na próxima semana, pois ele ainda não divulgou a lista de participantes. E os alunos questionam: "Quanto você vai considerar para poder ir para o aprofundamento?" Prof. "Vou considerar 6, atingiu 6 na dissertativa está convocado para o aprofundamento, atingiu perto de 6 depende de mim, do meu estado de humor (risos dos alunos). Perto de 6 eu vou avaliar se a pessoa deve ir para o aprofundamento ou se ela deve se concentrar nos estudos de recuperação (...) quem tirou perto de 6 e quiser conversar comigo sobre pode ficar á vontade (...) 'eu gostaria de participar' ou 'eu gostaria de ficar de fora' (...). É pura cultura matemática o aprofundamento".	O aprofundamento é um estudo mais aprofundado de matemática que acontece no contraturno. Diferente do reforço, nele os estudantes estudam os conteúdos trabalhados no semestre de forma mais detalhada e aprofundada. Àqueles que não conseguiram dominar o conteúdo base, não são indicados para o aprofundamento, mas para o reforço. Vários alunos vinham ao final e início da aula perguntar quanto precisavam tirar para poderem participar do mesmo, o que indica um esforço motivado pelo aprofundamento.
TURNO 6 Os estudantes continuam resolvendo os exercícios e o docente circulando pela classe. Os alunos têm liberdade para conversar entre si e ajudarem-se mutuamente, além de acesso total ao docente.	Alunos tem liberdade para tirarem dúvidas, tanto com o professor quanto com os colegas.
TURNO 7 Ao perceber que a classe terminou os exercícios, Prof. Pedro começa a fazer a correção dos mesmos na lousa:	O docente escreve os dados

"Ó, eu aposto que ninguém fez do jeito como eu vou fazer aqui, então, com alguma modéstia, anote em um cantinho está forma para você ter também. Exercício 1, ele fala o seguinte, $a_2 + a_{50} = 200$ (escreve na lousa), certo? E depois ele pede quanto vale $a_1 + a_{51} = ?$ (escreve na lousa). Ó, olha aqui, o que tem a ver esse termo (a_2) com esse (a_1)? É um antes não é? E esse (a_{50}) com esse (a_{51})? É um depois. Então aquela ideia de PA (10, 14, 18, 22, 26, 30), se eu somo o a_1 com o a_6 quanto dá? Alunos "40", Pedro "E se eu somo o a_2 com o a_5?", Alunos "40 também" Prof. Pedro "Por que deu o mesmo resultado, tecnicamente falando? Porque aqui aumentou a razão e aqui diminuiu, então o resultado se mantém igual."	do problema em linguagem matemática, e preocupa-se, primeiro, com a compreensão do problema pelos estudantes.
TURNO 8 "Mas como que eu provo isso algebricamente? Já está entendido, mas precisamos enxergar algebricamente." O docente passa então a resolver a questão em linguagem matemática, substituindo o a_2 por a_1+r e o a_{50} por a_{51}-r (dado $a_2 + a_{50} = 200$, com a substituição temos $a_1+r + a_{51}-r = 200$, ou seja, $a_1 + a_{51} = 200$).	Após a compreensão, passa para a representação algébrica.
TURNO 9 O docente fica em silêncio por alguns segundos e depois diz "Eu ia fazer um comentário, mas eu vou fazer no aprofundamento. No aprofundamento eu vou falar sobre números triangulares. Vou só comentar o que é e vou trabalhar com detalhes no aprofundamento." Pedro começa, então, a explicar o que são números triangulares, fazendo desenhos para auxiliar na compreensão dos alunos, como na ilustração abaixo, mostrando que um número é triangular justamente pelo fato de que, ao pegarmos o número de pontos correspondente a ele, conseguimos formar um triângulo. 	Novamente vemos a presença do aprofundamento, como se o docente fizesse uma prévia dele, o que pode instigar a curiosidade dos estudantes. Ilustração auxiliando a compreensão. É visível o conceito de número triangular.
TURNO 10 Então, Pedro diz que trabalhará com mais detalhes no aprofundamento, inclusive números quadrangulares, e pergunta: "Qual será o centésimo número triangular? (...) Talvez vocês tenham dificuldade em usar a aula, mas é a aula. Porque daqui para lá aumenta 2, mas depois 3, 4. Não é uma razão fixa. É um bonito	O docente coloca um desafio para a turma relacionado à matéria estudada. Neste momento, todos estão fixos na explicação do professor.

desafio... Então como descobrir o centésimo? Alguém quer dar uma sugestão?" Guilherme "É só colocar 1, 1+2, 1+2+3..." Prof. Pedro "Sabe muito esse menino!". Então o professor mostra para toda a turma como resolver o desafio e, por fim, faz a relação com a matéria que estava sendo ensinada. TURNO 11 Enquanto apaga os desenhos, Pedro comenta "Daí você vai fazer em casa hoje, por pura diversão, antes do almoço ainda, os pentagonais. Eles não são tão óbvios como esses." Então o docente continua a correção dos demais exercícios, sempre destacando os dados do enunciado, registrando todos os passos da resolução e mantendo a interlocução com os alunos.	O docente não fornece apenas o gabarito dos exercícios. Ele os faz passo a passo, mostrando todas as etapas do raciocínio.

Matriz nº 3.2		
Data: 01/10/2013	Duração: 50 min.	Atividade: Aula expositiva sobre PG.
Síntese da Atividade: Aula expositiva sobre PG. O docente escreve a definição na lousa para a cópia e depois faz vários exemplos para explicar o conceito aos alunos. Faz um comentário sobre a aplicação do conceito na vida real, debatendo um tema atual com os mesmos. No fim, faz a dedução de uma fórmula com/para os estudantes.		

Descrição:	Inferências:
TURNO 1 Após o término da correção dos exercícios (matriz 3.1), o docente começa a exposição da aula 54, sobre *Progressão Geométrica (PG)*. Escreve o título e uma pequena definição de PG na lousa. Enquanto escreve, alunos começam a copiar. Pedro coloca, então, um exemplo de PG (5, 10, 20, 40, 80,...) e pergunta aos alunos o que está ocorrendo nesta sequência.	O docente faz o movimento de instigar os alunos criar hipóteses sobre o que será trabalhado.
TURNO 2 Aluna Vanessa responde “ela é o dobro” Prof. “Isso, um termo é sempre o dobro do anterior, ou seja, ela tem um padrão. Então ela é uma PA porque tem o padrão assim de dobrar? Certo ou errado?” Isabela “Errado” Prof. “Por que está errado? Como você ousa duvidar do professor?” (alunos riem) Vanessa “porque a média aritmética dos termos não é igual” Prof. “Então, Vanessa, essa sequência não é PA porque a <u>diferença</u> entre dois termos consecutivos não é constante (ênfase em diferença). Vocês lembram que eu defini PA assim? Como uma sequência em que eu pego um termo menos o seu antecessor e dá sempre o mesmo resultado. Esse resultado, essa <u>diferença</u> é chamada de razão da PA.” (ênfase em diferença).	Docente ministra a aula fazendo inúmeras perguntas aos alunos, o que parece ser um fator que os mantém atentos. Faz paralelo com conteúdo já trabalhado e similar ao ensinado no momento.
TURNO 3 Prof. Pedro “Agora nós vamos ver outro tipo de	O docente não se limita a fornecer a definição de PG, mas

sequência. Quando a diferença não é constante, mas a razão, o quociente entre dois termos consecutivos é constante.”. Então o docente demonstra que ao dividir um termo qualquer por seu antecessor, encontra-se um valor constante, o quociente q (exatamente a definição de PG escrita na lousa), explicando aos alunos o que é quociente e que ele, ao ser constante em uma progressão, é a razão q da PG.	procura explicar o que significa a definição.
TURNO 4 Pedro passa, então, para um segundo exemplo: “Vou pegar (5/2, 5/4, 5/8, ...). O que você vê de interessante nesta sequência? (silêncio) Está dividindo por 2? Dividir por 2 é a mesma coisa que multiplicar por?” Alunos “ ½” Prof. “Isso, nesta sequência (exemplo 1) o multiplicador é 2, nesta (exemplo 2) o multiplicador é ½. Então a razão q desta PG é ½. Eu dei dois exemplos de PGs, uma de razão 2 e uma de razão ½, e ai apareceram crescente e decrescente. Você percebeu quando que uma PG vai ser <u>creeescente</u> e quando que uma PG vai ser <u>deeecrescente</u>?” Aluna “Vai ser crescente quando o quociente for maior que 1” Prof. Pedro “Quando a razão for maior que 1 ela vai ser crescente, e quando menor do que 1?” Alunos “decrescente” Prof. “Ai nós temos que tomar cuidado, porque menor do que 1 inclui os negativos”. Então o docente faz um terceiro exemplo mostrando que quando a razão é negativa, alternam-se termos positivos e negativos.	Prof. Pedro utiliza exemplos numéricos para explicar a teoria, não parte diretamente à abstração, mas utiliza os exemplos para chegar à ela. O docente frequentemente utiliza o recurso de mudança da entonação da voz, de forma que seu discurso não se torna monótono. Constante interação com os alunos.
TURNO 5 Professor coloca o quarto exemplo de PG (5,5,5,5,...) “Diga-me tudo o que você sabe sobre a sequência 5,5,5,5 (...) São as notas que você tirou neste ano, rsrsrs (alunos riem bastante)”. Professor retoma a pergunta e alunos respondem que é uma PG de razão 1. Professor demonstra que está correto, calculando o quociente, mas também pede para os alunos calcularem a diferença, que dá zero, demonstrando que a sequência é PA e PG simultaneamente. Informa que esse tipo de sequência constante chama-se *estacionária*.	Brincadeiras durante a explicação que tornam o clima mais descontraído em sala de aula.
TURNO 6 Professor pergunta se alguém tem dúvidas e vê duas alunas conversando baixo sobre o exemplo 3, então pede para que a aluna com dúvida verbalize sua dúvida para ele ajudar. Ela o faz e o professor retoma a explicação, fazendo um esboço da representação gráfica da PG para que ela entenda que a sequência	O docente mantém um intenso contato visual durante a aula, o que parece ajudá-lo a perceber se os alunos estão compreendendo. Ele estimula a

oscila, não sendo crescente nem decrescente. TURNO 7 Professor apaga a lousa e diz que vai fazer uma observação sobre um assunto que está muito em pauta, as pirâmides financeiras: “Vocês já ouviram falar em pirâmides financeiras? Telexfree?” Alguns alunos respondem que sim outros não respondem nada, mas todos voltam-se para o docente prestando muita atenção. “Tem cidades por aí, principalmente de interior, em que as pessoas pediram as contas no emprego só para trabalhar na Telexfree e um mês depois a Telexfree foi judicialmente travada. Vamos ver o que isso tem a ver com a aula de hoje”. TURNO 8 Prof. Pedro “Quem sabe do que eu estou falando? Da Telexfree?” Alguns alunos levantam a mão e Isabela comenta: “Eu ouvi o meu pai falando alguma coisa disso, mas não sei o que é” Prof. “Então eu vou explicar. Isso existe desde que o mundo é mundo, esse golpe financeiro. É terminantemente proibido por lei fazer esse tipo de atividade, mas os caras sempre acham um jeitinho de fazer como se fosse uma outra coisa.” TURNO 9 Alunos começam a copiar, então professor diz que não é necessário, é só para eles enxergarem uma aplicação da teoria. O docente explica, então, como funciona a pirâmide financeira (cada pessoa que entra paga um valor, mas o recupera através de novos adeptos que deve angariar, sendo que o valor dos novos adeptos sempre é dividido entre todos da pirâmide). Para a explicação, o docente faz a representação em esquema, montando realmente a pirâmide. Durante a explicação, o docente sempre faz perguntas aos alunos. TURNO 10 Ao perceber que os estudantes entenderam o funcionamento da pirâmide, o docente não continua o esquema gráfico, mas monta uma tabela dos meses em função do número de novos adeptos e total de participantes, utilizando apenas o raciocínio abstrato para preenchê-la. TURNO 11 A tabela dos novos adeptos em função dos meses fica da seguinte forma: 3, 9, 3^3, 3^4, 3^5. E o docente	retirada de dúvidas. O docente traz um tema atual para debater com os estudantes, o que parece gerar interesse nos mesmos, pois todos ficam atentos à conversa. Docente preocupa-se em situar aqueles que não sabem sobre o assunto. O docente parece não gostar de cópias desnecessárias. Representação iconográfica como recursos da explicação. Novamente percebe-se uma intensa interação e comunicação

pergunta quantos novos adeptos serão necessários um ano depois. Ele aponta: "O que dá isso daqui? 3, 9, 3^3? Isso é uma PG?" Alunos "É" Prof. Pedro "O número de pessoas entrando na pirâmide é um progressão geométrica, cresce geometricamente com razão 3 – eu escolhi o 3, poderia ter sido 2 ou outro – então, 3^{12}, quanto dá isso, alguém faça na calculadora" Alunos "531.441" Professor "Isso é a metade da população de Campinas, isso deveria entrar na pirâmide em um ano. Agora pensa, um mês depois disso, vai multiplicando por 3 , não vai dar mais de 1,5 milhões de pessoas? E 18 meses depois, vamos calcular" Henrique "387.420.489" Prof. "e eu te pergunto, isso é maior ou menor do que a população brasileira? Ou seja, para a pirâmide funcionar, no décimo oitavo mês teriam que entrar todas essa pessoas novas. Eu te pergunto, se sustenta esse sistema?" Alunos "Não".	entre alunos e professor, sobretudo através de perguntas feitas pelo docente.
TURNO 12 Professor e alunos iniciam uma conversa sobre o golpe financeiro, um dos alunos afirma que atinge até a população mundial e professor argumenta que sim, que somente os que estão no topo da pirâmide ganham realmente dinheiro, os da base não, pois torna-se mais difícil angariar novos adeptos. Além disso, mostra como é possível implantar esse sistema de forma disfarçada.	A conversa sobre o assunto não se restringe apenas ao conteúdo especificamente matemático, mas a aspectos concretos do tema abordado.
TURNO 13 Após terminar a observação sobre pirâmides financeiras, Pedro volta à explicação teórica do conteúdo, passando a expor sobre o *Termo geral da PG*. Enquanto escrevia o subtítulo, alguns dos estudantes continuavam a comentar sobre as pirâmides com o docente, espantados com o fato de que em 19 meses a quantidade necessária de novos adeptos superaria a população mundial. Assim professor acaba fazendo outro comentário: "O que Malthus falou sobre PA e PG, já ouviram ou não?" Alunos "Não" "Sobre o crescimento da população mundial e a produção de alimentos, já ouviram isso? O professor Gustavo (geografia) não falou sobre isso?" Isabela "A professora Regina falou!".	Os alunos demonstraram interesse pelo tema. Docente aproveita para fazer outro comentário, que envolve outros assuntos para além da matemática (geografia, por exemplo).
TURNO 14 Prof. Pedro "Então, o que Malthus falou foi que a população mundial cresce em progressão geométrica. Cresce rápido ou pouco rápido quando cresce em PG?" Alunos "Rápido" Pedro "E quando cresce em	O conteúdo é visto em situações concretas, e não apenas de

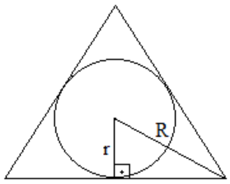
PA? Cresce no mesmo passo sempre não é? Então ele falou um pouco equivocadamente que o mundo é capaz de produzir cada vez mais alimentos, mas esse crescimento é aritmético, na mesma taxa todo ano. Já o número de pessoas no mundo cresce em PG". Então o docente faz a representação gráfica, explicando o que significa a teoria de Malthus e qual o erro por ele cometido. TURNO 15 O docente volta à explicação teórica, fornecendo como exemplo a PG (5, 15, 45, 135,...) de razão q= 3, e argumenta: "Você se lembra que é possível encontrar o termo geral de uma PA usando a razão e o a_1? Na PG é a mesma coisa, um termo qualquer pode ser obtido achando a razão e o a_1." O docente passa a explicar qual o raciocínio para encontrar o termo geral (não fórmula), utilizando o exemplo dado. TURNO 16 Ele afirma: "Galera, o conceito que vai ter aqui, vai ter cabeção querendo decorar fórmula e não vai entender nunca, mas os que vão entender a generalização é que vão guardar. O que o a_2 tem a ver com o a_1? (silêncio) Você concorda que o a_2 é 5.3, ou seja, a_2= a_1.q, faz sentido?" Alunos "Sim" Pedro "Agora, eu quero o a_3 não comparado com o a_2, mas com o a_1. Como eu salto do a_1 lá para o a_3? (silêncio) Eu tenho que fazer 5.3.3, ou seja, a_3= $a_1.q^2$. Vocês já sacaram o que está acontecendo? Quem é o a_4?" Guilherme "Ah, entendi. É o $a_1.q^{n-1}$ (diminuindo a altura da voz)". TURNO 17 Apenas o aluno Guilherme manifestou ter compreendido a propriedade, os demais permaneceram em silêncio. Então, Pedro resolve fazer mais um exemplo, o a_4 e pergunta novamente: "Você enxergou a propriedade? Eu vou fazer com um número, porque eu gosto de generalizar com um número antes, a_{10} seria o quê? Preste atenção, é isso que você deve guardar, não a fórmula!" Alunos respondem "a_{10} é o $a_1.q^9$" Prof. Pedro "Tá vendo como vocês enxergaram com facilidade? E você não fica dependendo da porcaria da fórmula, que não dá vontade nem de escrever! Qual é fórmula? (alunos riem) Eu odeio essas fórmulas! A fórmula é uma generalização daquele conceito, mas é nele que você tem que pensar!" Alunos "é a_n= $a1.q^{n-1}$". Professor finaliza a aula e passa exercícios para casa.	forma artificial. Valorização da compreensão do conceito e generalização, e não memorização de fórmulas. Docente faz uma espécie de dedução da fórmula, mostra qual raciocínio ela utiliza. O docente não se deteve na resposta do aluno Guilherme, provavelmente por considerar que a maior parte da turma ainda não havia compreendido. Docente faz exemplos até os estudantes conseguirem fazer a generalização.

Matriz nº 4.1		
Data: 02/10/2013	Duração: 50 min.	Atividade: Pequena revisão, exercícios e correção.
Síntese da Atividade: O docente propõe a realização de exercícios da apostila referentes a um conteúdo trabalhado a um mês. Antes dos alunos começarem, faz uma revisão simples, sem cópias, em estilo de conversa com os alunos. Enquanto estes resolviam as questões, o docente circula pela sala retirando dúvidas. Ao término, faz a correção dos exercícios na lousa, com desenhos em escala e registro de todas as etapas de resolução.		

Descrição:	Inferências:
TURNO 1 O professor inicia a aula colocando, como de costume, o que será feito no dia, e pergunta “Nós estamos muito distantes da última aula em que esse assunto foi tratado. Você se lembra de polígonos regulares?” Alunos “Não”. Assim o docente faz uma breve revisão do assunto, o qual é base para o que será desenvolvido no dia.	O docente não começa diretamente a aula, faz um trabalho de situar os alunos no conteúdo.
TURNO 2 Prof. “Deem um exemplo de polígono regular” Vários alunos respondem, mas a voz de Lucas sobressai “Quadrado!” Aluna “Triângulo retângulo!” Prof. “Não, o triângulo retângulo é polígono regular?” Lucas “Não” Prof. “Para ser regular que condições um polígono deve satisfazer?” Lucas “Tem que ter lados iguais” Prof. “Os lados iguais, se os lados tiverem medidas iguais ele já é regular?” Diversos alunos “Não” Lucas “Não, tem que ter ângulos iguais” Prof. “Precisa ter os ângulos internos também iguais”.	No trabalho de rememorização dos alunos, o docente não informa diretamente os conceitos, mas incita os alunos a se esforçarem em recordar. Os estudantes parecem bastante eufóricos neste momento, querendo responder ao docente.
TURNO 3 O docente continua revisão explicando que o triângulo, ao ter lados iguais, tem também os ângulos congruentes. Porém, o quadrilátero é diferente, ele pode ter os lados iguais e ângulos diferentes, não sendo regular (losango). Ele faz o desenho do losango na lousa e pergunta “Isso é um quadrado	Novamente percebemos um entusiasmo dos alunos em responder, evidenciado, sobretudo, pela elevação do tom de voz dos mesmos no

porque tem todos os lados iguais?” Diversos alunos respondem, mas a voz de Isabela sobressai “Não, é um losango!” Prof. “Defina o que é um quadrado então. Eu entendia que um quadrado era aquele que tinha todos os lados iguais”. A voz de Isabela sobressai novamente “Tem ângulo de 90º!” Prof. “Só?” Isabela “e lados iguais” Prof. “Então um polígono regular é aquele que tem lados e ângulos congruentes”. TURNO 4 “Muito bem, estamos falando disso porque nós queremos relembrar o que é um polígono regular, vocês lembraram?” Alunos “Sim” Prof. “Esta sequência de aulas, começava lá na aula 36, última aula do caderno anterior, o caderno 3. Nós fizemos algo importante nessa aula, já faz mais ou menos um mês que vimos isso. Então você lembrou o que é um polígono regular, eu não estou escrevendo a teoria porque tem no intocável, você sabe quem é o intocável?” Aluna “O livro texto” Prof. “isso mesmo o livro texto” (alunos riem) Aluna “Nossa, eu acho que eu só abri o de biologia!”. TURNO 5 O docente continua a revisão, retomando o conteúdo da aula 36 (hexágono regular, polígonos regulares inscritos em circunferência, etc). Contudo, o faz sem o rigor de uma aula expositiva de um novo conteúdo, fazendo esboços na lousa e conversando com os alunos a fim de relembrá-los o conteúdo (sobretudo através de perguntas). TURNO 6 O docente termina a breve revisão e pede aos estudantes que façam os exercícios da aula 37, continuação da aula 36. Enquanto preparam o material, Isabela (sentada na primeira fileira) comenta “Pedro, olha isso (e lhe mostra uma borracha bem gasta) minha meta do ano é acabar com essa borracha” Daniela “Minha meta de ano era entrar no aprofundamento!” Prof. “Sua meta deveria ser fazer a borracha durar até o final do ano! Você sabia que eu tenho uma bolacha... Uma bolacha, rsrsrs (Isabela, Daniela e alunos que estavam na conversa riem) eu tenho uma borracha do meu ensino médio ainda?” Aluna amiga de Isabela “Viu, nunca acaba!” Prof. “Eu tenho a borracha, a minha lapiseira, azul. Eu fiz todo o meu ensino médio com ela” Daniela “É igual a essa não é?” Prof. “É, mas a	momento da resposta. Pedro utiliza-se bastante do recurso de fazer perguntas aos alunos. Docente faz algumas “piadas” durante a aula, o que torna o clima mais descontraído. Há um indício de que os estudantes, ao afirmarem não utilizar o livro texto (teórico), baseiam-se mais nas explicações das aulas. Sem uma revisão dos conteúdos os alunos certamente teriam mais dificuldade na realização dos exercícios, o que poderia gerar frustrações e situações aversivas. Os alunos têm liberdade e acesso com o docente. Essa situação demonstra uma relação interpessoal positiva entre professor e alunos.

sua é 0.9, a minha é 0.7”. TURNO 7 Neste momento, Guilherme, do fundo da classe, diz “Pedro! É igual a essa (mostra a lapiseira azul)” Pedro “Isso, igualzinha!” Isabela “o Guilherme é o Pedro quando estava no Ensino Médio!” (Pedro e Guilherme riem, bem como os demais alunos que passaram a prestar atenção na conversa). Docente pede que os alunos voltem a fazer os exercícios.	No fim, grande parte dos alunos passou a prestar atenção na conversa do docente, tendo liberdade para conversar com o mesmo. Esses comentários parecem não prejudicar o desenvolvimento da aula, pois logo o docente já retoma a atenção dos estudantes.
TURNO 8 Professor circula pela sala enquanto alunos fazem os exercícios e estes conversam com os colegas próximos para tirar pequenas dúvidas e fazer comentários sobre os exercícios. Neste momento, um grupo de 3 amigos, Guilherme, Francisco e Lucas, chamam o docente e comentam que aprenderam a fazer regra de três na aula de química e os quatro conversam sobre isso.	Existe liberdade de acesso ao docente.
TURNO 9 Docente continua circulando pela sala e explica individualmente questões para alunos com dúvidas. Quando necessário, utiliza a lousa para fazer esboços e auxiliar na compreensão da questão.	Facilita retirada de dúvidas, sobretudo para alunos tímidos.
TURNO 10 Uma aluna tem dificuldade em resolver uma questão, e a colega da frente tenta ajudá-la, informando os valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis. Ao perceber a dúvida, Guilherme, ao lado, também tenta ajudá-la “é só você guardar o seno e o cosseno, porque a tangente vai ser a divisão de um pelo outro” Aluna “mas daí eu tenho que dividir por ½?” Guilherme “dividir por ½ é a mesma coisa que multiplicar por 2. Então se você pegar e dividir $\sqrt{3}/2$ por 2, multiplicar ... o sen60º é $\sqrt{3}/2$, se dividir pelo cosseno é a mesma coisa que multiplicar por 2” Aluna “Ah.....”.	Colegas também são agentes mediadores e Pedro não reprime essas ações.
TURNO 11 Professor retoma a atenção da classe para iniciar a correção “Vamos lá? Vamos voltar para a aula? A Daniela está conversando bastante e eu suponho que ela já resolveu todos os exercícios. Então a Daniela vai, muito gentilmente, <u>voluntariamente</u>, ajudar a resolver o exercício (tom de brincadeira, Daniela ri). Daniela, como você fez para resolver esse exercício?” (Abaixo, figura do exercício desenhada	Percebi que a aluna não ficou constrangida com o comentário do docente. Pelo contrário, sua risada e descontração demonstram que não é um ato aversivo para ela.

pelo docente na lousa)  	
TURNO 12 Daniela responde como começou a resolver o exercício, e o docente vai escrevendo passo a passo o que ela fez, verbalizando aos demais alunos. Porém, ao perceber um equívoco da estudante, retoma a correção: "Calma aí, você está fazendo alguma coisa errada, esse não é ângulo central. Ó, esse triângulo que está desenhado aqui é <u>equilátero</u> (ênfase na palavra), ele não representa parte de um polígono regular, ele próprio é um polígono regular, certo?" Daniela "Sim" Prof. "Então esse raciocínio aqui está equivocaaado (abaixando o tom de equivocado, Daniela ri)".	O docente soube indicar o erro da aula sem humilhá-la ou ofendê-la. Utilizando tom descontraído, fez do erro motivo de risada pela aluna.
TURNO 13 O docente continua a correção do exercício: "Essa figura é um triângulo equilátero, então, quanto mede esse ângulo?" Alunos "60º" Prof. "(...) certo, o que garante que esse segmento que sai do vértice e chega no centro da circunferência divide o ângulo do triângulo ao meio? Você pode lembrar que ele é bissetriz do ângulo (professor relembra a propriedade), tem uma outra forma menos a memória, se você puxar uma perpendicular aqui (saindo do centro da circunferência e chegando no ponto de tangência, o que forma outro pequeno triângulo interno ao lado do já existente), o que acontece com esses triângulinhos?" Alunos "São congruentes". O professor demonstra porque os dois triângulos são congruentes, concluindo que o segmento R realmente divide o ângulo do triângulo equilátero ao meio.	Na resolução, o docente demonstra como aproveitar todas as informações dadas no enunciado do problema.
TURNO 14 O docente continua a correção do exercício, demonstrando como aproveitar todas as informações dadas no enunciado do problema (como no exemplo descrito acima, em que a constatação de que o segmento R era bissetriz adveio do fato do triângulo ser equilátero e a circunferência inscrita). Faz também a correção dos demais exercícios, mantendo a postura de fazer perguntas aos alunos e explicar todas as etapas de resolução.	O docente deixa registradas todas as etapas de resolução, o que pode servir de modelo de resolução para os alunos.

TURNO 15 Na resolução de um dos exercícios, em que perguntou como os alunos haviam feito e mostrou outra forma de resolução, o docente comenta: “Não está errado, mas é quase colocar a mesa embaixo da apostila. Ou como diria o Prof. Afonso (matemática), você foi para Barão Geraldo, mas antes você foi para São Paulo, Rio de Janeiro, e daí depois você foi para Barão Geraldo. Próximo”.	Não afirma que a forma (mais complicada) de resolução dos alunos está errada, apenas indica que existe uma forma mais simples.
TURNO 16 Nesse momento, após o comentário, três alunos começam a conversar entre si Daniela “a aula do Afonso era tão legal...” Aluna “e a aula do José, era legal?” Daniela “ah, era meio monótona” Isabela “Eu amo o Zé!” Daniela “eu também, mas é que o Pedro é bem mais agitado’ Isabela “é, rsrsrs”. O docente, que escuta esse final da conversa diz “É que eu me drogo com café antes de vir para aula (todos riem)” e as estudantes continuam conversando sobre a aula do Prof. Pedro, mas em tom que não foi possível compreender totalmente.	A conversa das estudantes indica que elas apreciam jeito “agitado” do docente.

Matriz nº 4.2		
Data: 02/10/2013	Duração: 30 min.	Atividade: Aula expositiva sobre comprimento da Circunferência
Síntese da Atividade: Esta é a segunda parte da aula do dia 02/10, na qual antes foram feitos exercícios e a correção dos mesmos. Neste momento, o docente faz uma aula expositiva sobre comprimento da circunferência, utilizando exemplos para a explicação e mantendo a interação com os estudantes através de perguntas. Também foram feitas deduções de fórmulas e a cópia da lousa ocorria na medida em que a exposição se desenvolvia.		

Descrição:	Inferências:
TURNO 1 Enquanto os alunos terminam de copiar a resolução do último exercício (Matriz 4.1), o docente já coloca o título da aula expositiva: *Aula 38 – Comprimento de uma Circunferência*, e então começa “Daniela, você fez com quem na amostra cultural o trabalho?” A aluna responde algo que não consigo escutar e Pedro responde “Sabia que esta aula é exatamente aquilo?” Daniela “Ah, é?”.	O docente inicia a aula chamando a atenção dos estudantes para algo que eles já tinham referência (a apresentação de uma das colegas na Amostra Cultural da escola).
TURNO 2 Professor “O que é o π? Vocês não demonstraram o que é o π?” Isabela “Vai lá Dani! Rsrs!” Pedro volta-se para a turma e pergunta “Será que o π está aqui nesta caneta?” Alunos “está” Prof. “Está, como é que eu acho o π utilizando essa caneta?” Daniela “divida o comprimento pelo diâmetro” Prof. “Isso, basta dividir o comprimento dela pelo diâmetro. Não foi isso que os gregos observaram? Se você pegar uma circunferência qualquer e dividir o comprimento pelo diâmetro o que vai acontecer?” Jenifer “π”.	O docente retoma e valoriza a pesquisa/conhecimento de uma das alunas diante da turma.
TURNO 3 O docente passa então a escrever o que acabou de comentar com os alunos na lousa, fazendo uma ilustração e registrando o conceito de π , bem como seu valor com 10 casas decimais ($C/2r = 3,1415...$).	

Passam então a conversar sobre o valor de π, comentando que não é necessário saber as 10 casas decimais, apenas 3,14. TURNO 4 O docente ainda comenta o fato de π ser um número irracional, o qual não é possível ser obtido pela divisão de dois inteiros, mas que tem forma fracionária aproximada (22/7): "Veja a Unicamp adora trocar o π por isso, sabia? Por isso que eu estou comentando. 22 dividido por 7, dá o quê?". O docente faz a divisão e mostra que, apesar da semelhança até a segunda casa decimal, não é exatamente igual. Contudo, como, em geral, utilizamos o π só com duas casas decimais, é comum fazer a substituição, mostrando em que circunstancias é melhor substituir o π pela fração.	O docente justifica seu comentário pelo fato de vestibulares cobrarem tal peculiaridade e também mostra em qual situação é conveniente utilizá-la.
TURNO 5 O docente volta a para a explicação do conceito de π, e deduz a fórmula do comprimento da circunferência: "Então, em uma circunferência, se você dividir o comprimento pelo diâmetro, ou seja, 2r, dá uma constante que os gregos resolveram chamar de π, certo? (enquanto fala, escreve na lousa C/2r = π)" Alunos respondem que sim com a cabeça, docente continua "O que sai daqui? Olhe para isso. É verdade então que em qualquer circunferência o comprimento dividido pelo diâmetro dá uma constante, π? Então se eu passar isso para cá (passa o 2r multiplicando π) o que vai acontecer? O comprimento da circunferência será o quê? Dois π vezes o raio (escreve C = 2πr, destacando está fórmula em vermelho e com círculo em volta).	Percebi que o docente valoriza a dedução das fórmulas, bem como o raciocínio em que se baseiam.
TURNO 6 Prof. Pedro "Então para calcular o cumprimento de uma circunferência qualquer precisamos conhecer o que dela?" Guilherme "o raio" Prof. "Isso, o raio. Por exemplo, pense em uma bicicleta, quem gosta de andar de bicicleta? Quanto mede aproximadamente..." Aluna "Ah! Eu gosto de andar na bicicleta, não calcular suas medidas!" (alunos e prof. riem e fazem mais brincadeiras sobre o assunto)".	No processo de explicação do conceito, o docente fornece um exemplo para auxiliar na compreensão.
TURNO 7 Prof. "Então é o seguinte, vamos pegar uma bicicleta que tenha raio igual a 70cm (escreve na	O docente percebe que alunos

lousa r = 70), rodona considerável (tom de brincadeira, alunos riem). Quanto que mede o diâmetro? 1,40m... um pouco fora da realidade" (alunos riem e comentam) Prof. "Quer diminuir? Qual é a realidade? Quanto mede aproximadamente? Imagine você subindo na bicicleta, compare com a sua altura... você conhece as medidas do seu corpo?" (alunos riem). "Vamos pegar uma bicicleta pequena, de raio 35cm, certo? Uma bicicleta pequena demais. Ó, 35 cm, cabeção... eu tô colocando os números e vocês não estão participando de naaada! Aceitam qualquer coisa que eu coloco na lousa!"	acharam absurda a medida, e faz questão de alterá-la para algo que faça sentido para eles.
TURNO 8 "Eu vou fazer como o professor Ruy, professor histórico daqui de Campinas, um cara genial.". Esse professor dava a aula de forma envolvente e coloca diversas coisas na lousa, tudo errado. Os alunos copiavam, prestavam atenção e não questionavam nada do que o docente falava, ainda que fosse absurdo. Na aula seguinte ele questionava os alunos, dizendo para eles desconsiderarem o que copiaram na aula anterior, pois estava errado e ensinava que eles tinham que avaliar o que era dito pelo docente, criticar o que se está ouvindo. E Pedro finaliza " Ninguém criticava, porque 'ele é o professor, ele sabe tudo'. Se eu falar que o raio da bicicleta mede 2,5cm vocês vão anotar 2,5? Eu dou quinhentas pistas para vocês calcularem e naaada!". Então discute com os alunos se o valor de 35cm de raio é razoável.	O momento dá aula não se resume a explicações de conceitos matemáticos. Neste episódio, percebe-se o incentivo ao desenvolvimento de uma visão crítica.
TURNO 9 Os estudantes continuam conversando entre si sobre qual raio é razoável para uma bicicleta. O docente, ao ver a movimentação, comenta: "Muitas questões de vestibular pedem que você estime alguma coisa, por exemplo, a altura de uma sala é comum a gente ter que estimar, ter uma ideia. Quanto você diria que mede essa sala?". Então começam a conversar sobre a medida da sala e pé direito.	Novamente a referencia ao vestibular, algo que parece fortemente presente na vida dos alunos.
TURNO 10 O docente volta ao problema da bicicleta: "Se o raio da bicicleta tem 35 cm, a cada volta que a roda dá, quanto a bicicleta anda? Considerando $\pi \approx 22/7$. Vocês sacaram onde eu quero chegar? O que	Pedro não fornece a resposta diretamente, induz os estudantes a tentarem encontrá-la.

eu vou fazer para saber quanto que a bicicleta anda? (silêncio) O que o comprimento da circunferência, o perímetro, tem a ver com quanto a bicicleta anda?" (silêncio).	
TURNO 11 Como nenhum aluno responde, o docente faz uma representação do problema (desenho), explicando que na medida em que a roda gira, cada ponto da mesma toca o chão, até chegar novamente ao ponto de origem, quando completa uma volta. Faz a demonstração utilizando um objeto da sala girando sobre seu braço, mostrando que o ponto de origem só voltará a tocar seu braço quanto todos os pontos já tiverem tocado, ou seja, quando todo o comprimento da circunferência tiver tocado seu braço.	O docente se utiliza de diversos recursos para explicar, até mesmo corpóreo.
TUNO 12 O docente pergunta se todos entenderam e a sala fica em silêncio, alguns afirmam que sim com a cabeça e outros demonstram expressão de dúvida, franzindo a testa. O docente explica de outra forma: "imagine que você pegou uma tesourinha (faz o desenho da tesoura na ilustração da roda) e 'tchuc', cortou e uma pontinha veio para cá e outra para lá ('estendeu' a roda cortada em linha reta). Essa linha é o que?" Isabela "o perímetro" Prof. "Isso, o perímetro. Quando ela está rodando não é a mesma coisa?".	Pode-se inferir que o docente tem certa 'sensibilidade' para perceber se os alunos compreenderam ou não. O professor muda a forma de explicar até que os alunos entendam.
TURNO 13 "Então isso daqui é o perímetro, o comprimento. Agora eu te pergunto, qual é o comprimento? $2\pi r$, certo? De qualquer circunferência o comprimento é $2\pi r$. Então aqui fica 2π... não, já vou trocar, agora você vai entender a função do 22/7". O docente continua resolvendo o problema, $2.{}^{22}/_{7}.35 = 220$, evidenciando a vantagem do π estar representado na forma fracionária.	
TURNO 14 O docente enfatiza a necessidade de colocar a unidade de medida: "220 o quê?" Alunos "centímetros" Prof. "Que em metros dá o quê? 2,2 metros? O que é o 2,2m na história do movimento dessa bicicleta?" Guilherme "A distância percorrida em cada volta da bicicleta" Prof. "Cada vez que a roda com este raio der uma volta completa ela anda 2,2m".	A pergunta do docente indica que o mesmo queria avaliar se os estudantes compreenderam o significado do raciocínio utilizado.

TURNO 15 O docente continua o problema "Um sujeito vai fazer um percurso de 11 km até a escola, quantas voltas a roda vai dar? É possível saber, sem regra de três? (silêncio) Como eu faço sem a porcaria da regra de três que só limita o raciocínio das pessoas? Isabela "Pedro como você ficou bravo, rsrsrs" Prof. "Eu odeio regra de três" (alunos riem).	Pedro expõe sua opinião sobre uma técnica de resolução.
TURNO 16 "Ó, vamos pensar, se ela fosse andar 4,4 m, quantas voltas a roda vai dar?" Alunos "2" Prof "que conta que você fez na cabeça? 4,4 dividido por 2,2, não foi? Então você pega a distância a percorrer, que são 11km – só que eu tenho que transformar em metros, são 11.000 metros – e divido por 2,2?" Alunos "É" Prof. "(...) Isso dá 5.000. 5.000 o quê? Dias?' (alunos riem) Alunos "número de voltas" Prof. "Isso muda a vida da pessoa, saber quantas voltas a roda dela vai dar (alunos riem). Não, mas agente resolve situações mais relevantes com esse raciocínio."	Docente leva os alunos a compreenderem o raciocínio utilizado, e não fazer automaticamente.
TURNO 17 O professor continua "Galera, vamos lá, anotem aí uma coisa" Isabela "Pedrooo, deixa agente fazer exercício" Prof. "Não, vamos lá, está acabando!". E o docente começa a explicação do *Comprimento de um arco*, subitem do tema tratado: "É comum termos que calcular não o comprimento da circunferência, mas de um arco dela.".	Professor motiva os alunos cansados.
TURNO 18 O docente faz um exemplo na lousa, com o desenho da figura, para explicar o que é um arco de circunferência (L). E pergunta como os alunos fariam para resolver, sem usar fórmulas, com raciocínio lógico. Guilherme responde "O ângulo central é 60º, 1/6 de 360º, então o comprimento é 1/6 do total" Prof. "Isso, gostei desse raciocínio".	Valorização do raciocínio lógico, não memorização de fórmulas.
TURNO 19 O docente termina a explicação, mostrando que deve-se olhar para a fração que o ângulo central representa com o total, 360º, que será a mesma fração do arco com o comprimento total. Após explicar esse raciocínio, também deduz a fórmula e a deixa registrada para os alunos, mas deixa claro que não é necessário memorizar a formula, é só utilizar o raciocínio.	

Entrevista com aluna Isabela – 02/10/2013

Isabela, comente um pouco o que você achou da aula de hoje, percebi que você participa bastante da aula.

Eu gosto bastante da aula do Pedro, ele descontraí e isso ajuda.

E a forma como ele explica a matéria, usando exemplos?

É muito bom, na hora de estudar eu nem preciso pegar o livro texto, só pelo caderno eu entendo, porque ele dá exemplos e eu não preciso ficar decorando.

Matriz nº 6.1		
Data: 22/10/2013	Duração: 1h40min	Atividade: Apresentação de slides sobre Cultura Matemática.
Síntese da Atividade: Trata-se de uma aula expositiva na qual o docente faz, no início, uma rápida explanação finalizando o conteúdo que vinha sendo trabalhado (PG). Em seguida, começa uma apresentação de slides sobre *Cultura Matemática*, abordando aplicações de todo o conteúdo de sequências estudado até o momento.		

Descrição:	Inferências:
TURNO 1 O docente inicia a aula colocando o que irão fazer no dia no canto esquerdo da lousa e indica o primeiro assunto a ser trabalhado: *Aula 57 – Propriedades de uma PG*. O docente também prepara o computador para uma apresentação de slides que fará na aula, enquanto o faz, os alunos conversam entre si.	O docente se preocupa em situar os estudantes no conteúdo. O faz em todas as aulas, sem exceção.
TURNO 2 Após deixar tudo pronto para a aula, o docente retoma a atenção dos alunos e começa a aula 57: "Galera, é o seguinte, está aula é super rápida, eu vou terminar, é a última aula de PG. E aí eu vou mostrar para vocês algumas aplicações de PG, alguns conceitos de matemática mais avançado, mas na verdade isso é cultura matemática, que aparece em questões de vestibular."	
TURNO 3 O docente começa a explicar as propriedades de uma PG, utilizando para tal um exemplo, a PG (10, 20, 40, 80, 160). O docente pergunta qual o resultado ao se multiplicar o a_1 pelo a_5, e os alunos respondem 1.600. Depois o docente pergunta se ele "aumentar um e diminuir outro", ou seja, o a_2 pelo a_4, que também dá 1.600. Por fim, pede que calculem o $(a_3)^2$.	Pedro usa exemplos numéricos para explicar o conteúdo, somente depois passa para a forma abstrata.
TURNO 4 O docente questiona se essa propriedade vale	

somente neste exemplo ou em qualquer PG, fazendo um segundo exemplo sem números, de forma abstrata (a_1, a_2, a_3, ...) e pedindo que os alunos provem que, se $a_1.a_5$ = M, então $a_2.a_4$ = M. Os alunos começam a dar sugestões de como provar isso, e o docente diz que vai fazer de uma forma mais simples, comparando o a_2 com o a_1. TURNO 5 A demonstração fica da seguinte forma: $a_1.a_5 = M$ $a_2.a_4 = ? = a1.q.a_5/q = a_1.a_5 = M$ Sendo que, simultaneamente ao registro na lousa, o professor explica a demonstração, perguntando aos alunos o que o a_2 é em função de a_1, e a_4 em função de a_5 (e eles respondem). Pedro sinaliza a substituição e demonstra a equivalência, finalizando com o registro destacado da definição "O produto de dois termos equidistantes é constante". TURNO 6 O docente faz o exercício da apostila referente ao conteúdo na lousa, mantendo a interação com os estudantes através de perguntas ("Como você resolveria?"; "Como encontrar o a_6?"; dentre outras). TURNO 7 O docente começa, então, a apresentação sobre *Sequências numéricas e Aplicações*, mas primeiro retoma o conceito de soma infinita, o qual será necessário para a apresentação. Neste momento, uma aluna faz uma pergunta da tarefa de casa sobre o assunto, e o docente para a explicação e responde. TURNO 8 Pedro volta à apresentação de maneira bastante entusiasmada: "Isso daqui é cultura matemática, eu sei que você acha estranho isso, mas é muito sério. O que seria cultura matemática? É conhecer os principais temas e abordagens da matemática (...) coisas que têm várias aplicações e implicações na matemática e em outras áreas do conhecimento. Aqui vai ter biologia, engenharia, artes e várias outras coisas que usam isso, por isso é cultura matemática." TURNO 9 O docente começa a comentar o primeiro assunto, o *Triângulo de Sierpinski*: "Comece com um triângulo vermelho, não importa quanto ele tenha de lado, pode	O docente faz inúmeras perguntas os alunos, instigando as etapas do raciocínio exigido para a demonstração. Depois de demonstrado todo o raciocínio o docente destaca a definição. Este tipo de exercício funciona não só como fixação, pois os alunos não o fazem sozinhos, mas acompanham a resolução do docente. Ele acaba complementando a própria explicação. Os alunos tem liberdade para fazerem perguntas, ainda que não se relacionem com o assunto específico trabalhado no momento. O docente sempre introduz o que será trabalhado. No caso, ele estava muito animado explicando o conteúdo, utilizando diferentes tipos de entonações ao longo da explicação. Nesta exposição, os slides parecem ter sido bem pertinentes: a visualização da

ser qualquer triângulo (no slide tem a figura do triângulo vermelho). Mas, para ficar mais bonito, simpático e elegante eu vou pegar o triângulo equilátero. Triângulo equilátero de lado l, posso abstrair já?” Alunos “pode”.	figura era indispensável para a compreensão, sendo que seria inviável fazê-las manualmente na lousa.
TURNO 10 “Se eu pegar os pontos médios e ligar eu construo um novo triângulo, não é? (slide: triângulo vermelho com outro branco invertido no centro) Na verdade, eu dividi o triângulo anterior em quantos triângulos idênticos?” Alunos “4” Pedro “Isso, 4. Então o processo de Sierpinski foi dividir o triângulo em quatro triângulos congruentes e retirar o do meio”.	Mais uma vez podemos observar a postura de fazer perguntas aos estudantes, o que parece prender a atenção dos mesmos.
TURNO 11 “Você percebe que ficaram 3 triângulos vermelhos com a mesma área do branco?” Alunos “Sim” Pedro “Então, a área que restou tem que relação com o original?” Isabela “¾” Pedro “isso, ¾. Agora eu vou repetir o processo, continuar perfurando o triângulo. Vou pegar cada triângulo que restou e ligar os pontos médios e retirar (muda a figura do slide). Então quantos triângulos vermelhos ficaram?” Alunos “9”.	
TURNO 12 “Se eu for olhar as áreas, eu tenho a área inicial A, depois do primeiro corte tenho ¾ da área inicial, ¾A (escreve na lousa). A questão é, qual é área vermelha depois do 3º corte?” Alunos divergem um pouco e docente coloca na lousa $^{9}/_{16}A$ “dá para enxergar isso?” Alunos “Sim”.	Pedro permite que os alunos formulem hipóteses antes de informar a resposta correta.
TURNO 13 “Não está formando uma PG? As áreas?” Alunos “está” Pedro “de que razão?” Isabela “3/4” Pedro “Então isso daqui está dando uma PG, cuja razão é ¾, mas eu posso pensar em outras coisas. Aqui eu falei de área, mas eu posso falar de perímetro”. Então o docente faz o mesmo movimento analisando o perímetro ao longo das imagens.	Pedro faz a conexão com o conteúdo estudado (sequências).
TURNO 14 Prof. “Entendeu o que é o triângulo de Sierpinski? Aí você vai dividindo o triângulo e olha o que vai acontecer, agora é só para visualização” (Pedro passa as imagens do triângulo vermelho original sendo furado varias vezes). “Se você escolher qualquer triânguluzinho, der um zoom, ele não é a reprodução do original? Se você der um zoom em qualquer ponto	Neste caso podemos observar a postura de mudança de entonação. O docente parece muito empolgado e envolvido com o conteúdo, parece valorizá-lo.

ele é uma reprodução do todo?" Alunos "É" Pedro "Isso se chama *teoria dos fractais* na matemática (fazendo entonação de suspense) na natureza você enxerga isso. Coisas que a natureza produziu são exatamente assim, você dá um zoom, e ele é uma repetição do todo (entoação de descoberta/espanto)".	
TURNO 15 Então, o docente apresenta exemplos de questões de vestibular em que é necessário o conhecimento do triângulo de Sierpinski (e tapete de Sierpinski - mesmo raciocínio, mas com o quadrado/retângulo). Os alunos prestam bastante atenção (desde o início mantém a atenção).	Percebe-se uma valorização do vestibular, tanto da parte do docente quanto dos alunos, que se interessam pelas questões.
TURNO 16 O docente propõe pensarem no mesmo desafio, mas utilizando um cubo. Neste momento um aluno faz um pergunta e docente responde. A partir daqui, percebi que alguns alunos começaram a ficar cansados, pois dois debruçaram-se sobre a carteira.	Este era o primeiro dia do horário de verão, vários docentes reclamaram que os estudantes estavam com sono. No caso, o fato da apresentação de slides ser um pouco extensa, pode ter sido cansativa para alguns estudantes.
TURNO 17 O docente volta à proposta do cubo (sempre mostrando as imagens nos slides): "Pegue um cubo, recorte o cubo como eu recortei o tapete de Sierpinski, faça retas em todas as faces do cubo. Antes de eu furar, quantos cubinhos eu terei? (silêncio) É a noção de volume, vocês vão ter volume só no 2º ano, mas a noção de volume vocês já tem" Guilherme "27" Aluna "Por quê?" O docente faz o desenho em profundidade para explicar noção de volume para a aluna. Ao fazer o desenho, antes mesmo de começar a explicar, a aluna já enxerga a noção e diz que entendeu (mas mesmo assim o docente faz a explicação).	Neste caso podemos observar como a construção da ilustração do problema auxiliou na compreensão da aluna.
TURNO 18 O docente começa, então, a fazer perguntas para os alunos sobre a remoção de cubinhos do cubo grande, à semelhança de Sierpinski. Durante a explicação, Jenifer diz "Nossa, que confuso" Pedro "Mas é para isso que nós estamos estudando! Para não ficar tão confuso na vida da gente. Já pensou você da de cara com um desse no vestibular? Unicamp o ano passado, a única diferença é que era um queijo (alunos riem). Um desocupado pegou um <u>queijo</u>, um <u>queeijo</u>, e foi dividindo... quem que pega e fica cortando a casquinha do queijo em cubos? Ninguém! Mas na questão do ano passado de matemática da	Pedro estimula/motiva a aluna. Docente faz uma "piada" com a questão de vestibular, o que torna o momento mais descontraído (neste momento os alunos que haviam se debruçado nas carteiras voltam a prestar atenção).

Unicamp tinha isso... Eu só como queijo assim, se não for um cubo perfeito eu devolvo!” (alunos riem). TURNO 19 Os alunos se interessam pela questão, então o docente resolve a questão da Unicamp e uma aluna comenta “Eu não vou prestar Unicamp!” Pedro “Claro que vai, você está se preparando para isso, faltam dois anos e meio ainda!”. O docente termina a resolução da questão e volta a discussão do cubo de Sierpinski.	O docente parece estar atento ao movimento de interesse da classe. Mais uma vez motiva a aluna.
TURNO 20 O docente passa a outro assunto de cultura matemática, a *Curva de Colchi*. Segue o mesmo processo de interlocução com os alunos através de perguntas, sempre mostrando a representação visual nos slides. Utiliza diferentes entonações de voz, relaciona com PG, e faz referências a questões de vestibular e a fenômenos naturais em que a curva de Colchi pode ser vista (por exemplo, em determinadas plantas).	O fato de fazer constantes perguntas aos alunos parece ajudar na atenção dos mesmos, pois mantém a interação entre professor e aluno, tornando a aula mais dinâmica. O uso de diferentes entonações é outro recurso que ajuda a tornar a aula mais dinâmica e divertida.
TURNO 21 O docente começa a ponderar sobre o tempo restante da aula, afirmando que não será possível abordar tudo o que preparou. Então, escolhe o último tema a ser abordado, a *Razão Áurea*: “Vocês vão ouvir falar com frequência da razão áurea.” E começa e discorrer sobre ela.	
TURNO 22 “Os gregos queriam encontrar um padrão de beleza. Quando vou construir algo, quais as proporções que deve ter? Uma obra, uma construção, uma casa um templo... quais proporções ele deve ter para ficar agradável para os olhos? (...) Então eles pensaram ‘bem, encontrar a proporção ideal para as coisas é encontrar a proporção da figura mais ideal que existe, o corpo humano’ (...). Mas quais são as proporções do corpo humano? Se eu pegar um rosto bonito como o meu (alunos riem) quais são as proporções?”	Pedro faz a contextualização histórica para que os estudantes entendam a origem e o conceito de razão áurea.
TURNO 23 O docente continua a explicação sobre a proporção dos dedos de nossas mãos, afirmando que um grego percebeu que a razão entre as medidas entre os ossos dos dedos é a proporção ideal, a razão áurea - φ -	No cálculo da razão áurea, o docente explica seu conceito e faz a demonstração de como calculá-la.

calculando o valor de φ com os alunos $(1 + \sqrt{5}/2)$. Pedro “Então eles descobriram que, se eu quiser dividir alguma coisa de tal forma que a proporção se mantenha na sequência, a razão terá que ser essa. Não é uma razão nada bonita, dá aproximadamente 1,6.”.	
TURNO 24 Pedro “Calma que é agora que você vai ver a beleza disso, você entendeu o que é a razão áurea? Entendeu de onde vem?”Alunos “Sim” Pedro “Se eu quiser construir um retângulo áureo... Daniela se eu quiser construir um retângulo áureo, uma tela - Da Vinci fez isso – o que seria um retângulo áureo? Seria uma tela cuja altura dividida pela largura dá φ.	Aqui observamos algo comumente praticado pelo docente: o ato de chamar alunos pelo nome para participarem da aula.
TURNO 25 “Mas isso não é o mais interessante. A razão áurea aparece em vários fenômenos da natureza!”. Então o docente ensina como desenhar um retângulo áureo e faz uma relação com a sequência de Fibonacci, já estudada na primeira aula de sequências, mostrando que esta contém a razão áurea (ao dividir um termo da sequência pelo seu antecessor encontramos um resultado e, conforme avançamos na sequência fazendo está divisão, mais nos aproximamos da razão áurea).	O docente demonstra um entusiasmo muito grande ao explicar os tópicos de cultura matemática.
TURNO 26 O docente coloca figuras de vegetais e pergunta: “O que isso tem ver com a aula? É para curtir a paisagem, imaginar você andando em uma monocultura... (alunos riem). Preste atenção, o que você vê aqui? (apontando para uma planta que parecia uma samambaia)” Guilherme “Sierpinski” Pedro “Sierpinski, olhe para a folha, não é um triângulo de Sierpinski?” Isabela “Nossa, é verdade!” Pedro “Dê um zoom num raminho, ele não repete o original?” Daniela “Aham!” Pedro “Dê um zoom no raminho do raminho (mudando altura da voz, alunos riem) ele não repete o original? É um fractal! (mudando radicalmente a entonação, com tom de descoberta/espanto). Aluna “ohh!”.	Novamente o docente faz comentários engraçados que servem como momento de descontração. As alunas ficam impressionadas ao verem um conceito matemático na natureza. Recurso da mudança de entonação e altura de voz.
TURNO 27 O docente continua fazendo relações do que foi visto com as demais imagens, mantendo a interação com os alunos por meio de perguntas e utilizando o	

recurso de mudança de entonação da voz (utiliza mais figuras, como o partes do corpo humano, obras de arte de Da Vinci, Parthenon, dentre outras).	

Entrevista com aluno Francisco – 22/10/13

A pesquisadora se aproxima de uma dos alunos que se debruçou na carteira e pergunta:

E então, ficou cansado da aula?

É, rsrs... Na verdade não é por causa da matemática, com a mudança do horário de verão eu dormi pouco, tá todo mundo cansado. Agente já vê Fibonacci desde o 7º ano, já estamos familiarizados. Além disso, essa turma começou com 26 alunos, era mais agitado, agora são só 18. Rende mais, mas fica mais silêncio, então tem que se esforçar para se concentrar.

Entendo. Mas você gosta do que o Pedro trabalhou hoje?

Gosto sim.

Entrevista com Prof. Pedro – 23/10/13

Percebi que você tem o costume de chamar alguns alunos pelo nome para participarem durante a aula. Tem algum motivo específico, é por perceber que estão com dúvidas?

Um dos motivos é quando percebo que estão ficando desatentos, assim os chamo de volta para a aula. A expressão dos alunos fala muito, então a questão de solucionar dúvidas também acontece, você percebe quando não estão entendendo. A Daniela, por exemplo, ao ter dificuldade não demonstra, por isso eu a chamo com mais frequência. Mas é mais o primeiro caso do que esse... Tem também a questão de manter a aula dinâmica e a classe atenta, pois eles sabem que podem ser chamados a qualquer momento. Agora, eu só chamo aqueles com quem eu tenho um vínculo mais forte, tem alguns que eu sei que são muito tímidos e que se eu chamar ficarão desestabilizados. Com esses eu mantenho apenas o contato visual, mostrando que eu também estou dando aula para eles e que são importantes, mas sem expô-los. Por isso que eu chamo os mais próximos, esses alunos são importantes para eu manter o vínculo com a sala no geral, através deles eu consigo isso, por isso eu chamo mais eles.

Matriz nº 8.1		
Data: 29/10/2013	Duração: 60 min.	Atividade: Explicação do conteúdo através da resolução de exercícios.
Síntese da Atividade: Trata-se de uma aula em que o docente usa, quase que exclusivamente, a metodologia de resolução conjunta (professor e alunos) de exercícios para a exposição dos conteúdos. Ao final, os alunos também fazem exercícios de fixação com posterior correção pelo docente.		

Descrição:	Inferências:
TURNO 1 Antes de iniciar a aula, o Pedro vai até Guilherme, aluno com bastante facilidade, e retoma a aula de cultura matemática, perguntando se ele havia conseguido resolver o desafio da Curva de Colchi que passou. O aluno responde que não havia tentado, e o docente afirma que resolveu e pede que ele tente fazer, que enviaria a resolução.	Percebe-se que o docente tem um conhecimento de cada aluno. O desafio foi passado ao aluno que se interessa muito por matemática.
TURNO 2 Pedro registra na lousa o que será trabalhado no dia. Enquanto escreve, duas alunas se aproximam para solucionar dúvidas da tarefa de casa. O docente para o que estava fazendo e começa a explicar para elas (utilizando alguns minutos para tal), enquanto os demais alunos conversam baixo.	Observa-se uma liberdade para a retirada de dúvidas, e o docente não se incomoda em ocupar o tempo da aula com isso.
TURNO 3 Ao terminar a explicação, retoma a atenção da classe e começa a aula 59 – *Equações exponenciais*, colocando um exemplo na lousa (*Exemplos – Resolva: 1)* $2^{x+2} + 2^{x-2} = 17/2$). Pedro “Na aula de ontem nós aprendemos a trabalhar com potências, nós aprendemos que quando multiplicamos duas potencias de mesma base nós mantemos a base e somamos os expoentes.”	Aqui o exercício não tem função de fixação ou apenas exemplificação do conteúdo, ele serve como forma de explicar a matéria.

TURNO 4 “E o raciocínio inverso? Você está vendo o raciocínio inverso aqui? (silêncio) Como você pode separar isso daqui? (apontando para a primeira parcela da soma, 2^{x+2})” Guilherme “$2^x.2^2$” Pedro “$2^x.2^2$, não é?”. O docente passa a explicar porque se pode e deve fazer tal operação.	O docente não faz a resolução diretamente, instiga os alunos a desenvolverem o raciocínio. O docente explica porque é melhor utilizar a operação indicada.
TURNO 5 Pedro “esse daqui é uma soma (2^{x+2}), então colocamos multiplicando, Jenifer. E esse que é divisa... ops! Já entreguei! (alunos riem) E esse que é uma diferença (2^{x-2})? Fica $2^x/2^2$, certo? Entendido?” Henrique “Não” Pedro “qual parte você não entendeu?” Henrique “o 17/2” Pedro “Não, ele foi dado, não chegamos a esse resultado, ele já estava ali.”	Pedro sempre pede que os estudantes verbalizem de forma clara o que não compreenderam.
TURNO 6 O docente continua a resolução do exercício, perguntando o que podem fazer após chegarem em $2^x.2^2 + 2^x/2^2 = 17/2$. Como ninguém sugere nada, o docente começa a explicar que o primeiro passo (indica na resolução) é substituir a potência com incógnita por outra variável, o que forma uma equação de primeiro grau (1º: $2^x = M$, assim $M.2^2 + M/2^2 = 17/2$).	Observa-se que o docente desenvolve todas as etapas do raciocínio matemático com os estudantes.
TURNO 7 Então, após resolver a equação, o docente chega em M = 2, indicando que muitas pessoas erram por achar que já chegaram ao resultado, quando o que procuravam era o valor de x. Assim começa o 2º passo, encontrar o resultado final (2º: voltar para x, como $M = 2^x$, $2^x = 2$, portanto, x = 1). A resolução completa feita por ele na lousa fica da seguinte forma: 1) $2^{x+2} + 2^{x-2} = 17/2$ $2^x.2^2 + 2^x/2^2 = 17/2$ 1º: Seja $2^x = M$ $M.4 + M/4 = 17/2$ $\boxed{x4}$ $16M + M = 34$ $17M = 34$ $M = 34/17$ M = 2 2º: Voltar para x Como $2^x = M$ ⇨ $\cancel{2}^x = \cancel{2}$ x = 1 S = {1}	Pedro indica erros comumente praticados antes mesmo que eles ocorram. Podemos notar que o docente deixa registrado de forma organizada todas as etapas da resolução, o que pode facilitar a compreensão e servir de modelo para os estudantes.
TURNO 8 O docente continua resolvendo mais exemplos diferentes na lousa, sempre mantendo a interação com os estudantes por meio de perguntas e registrando organizadamente todas as etapas de resolução (utiliza até diferentes cores de caneta para cada etapa). Aproveita, também, os exercícios	A prática de fazer perguntas parece tornar a aula mais dinâmica e ser um fator que colabora para a concentração dos alunos.

para explicar o conteúdo, como descrito acima. TURNO 9 Após terminar as resoluções e explicações de todos os exemplos, o docente solicita que os alunos façam exercícios de fixação da apostila da aula 59. Enquanto os alunos fazem, o docente fica entre as carteiras, próximo aos alunos. TURNO 10 Enquanto fazem, o docente questiona um cartaz de um jogo de videogame colado na parede, iniciando uma conversa informal com os estudantes. Na conversa, surge assunto do preço muito alto de um novo videogame e vários alunos se interessam na conversa. O docente aproveita para discutir porque, no Brasil, o produto chegou à esse preço, debatendo sobre os altos impostos cobrados no país. TURNO 11 Neste debate, Pedro explica sobre a *Curva de Lafer*, conceito de matemática financeira que explica o aumento da taxa de impostos em função da venda do produto. No gráfico da curva, o docente aponta que existe um ponto de faturamento máximo pelo governo, e esse não é quando se tem a maior tributação, mas um equilíbrio entre tributação e vendas do produto (Os alunos tem liberdade para fazerem comentários). TURNO 12 O docente retoma a atenção para a aula e faz a correção dos exercícios na lousa. Nela, o docente mantém a interação com os alunos através de perguntas a cada passo da resolução. TURNO 13 Ao final da correção, o docente informa de maneira detalhada os conteúdos que serão cobrados nas provas teste e dissertativa, passando cada tópico e a numeração das aulas que devem ser estudadas.	Neste caso o exercício funciona como fixação. Pedro mantém conversas informais que descontraem o clima afetivo em sala de aula. Uma conversa aparentemente simples se torna uma oportunidade para a discussão de aspectos políticos também. O docente aproveita a discussão para introduzir um conhecimento matemático que enriquece o conhecimento e a discussão sobre o assunto, ainda que não esteja em seu programa de ensino. Sempre que solicita aos estudantes que façam exercícios, o docente faz, também, a correção dos mesmos. Percebe-se que o docente preocupa-se em dar um direcionamento para os estudos dos alunos, deixa claro o que irá avaliar na prova.

Matriz nº 8.2		
Data: 29/10/2013	Duração: 30 min.	Atividade: Aula teórica sobre o conceito de logaritmo.
Síntese da Atividade: Trata-se de uma aula teórica sobre o conceito de logaritmo. O docente expõe o conteúdo em constante interação com os alunos através de perguntas. Não o expõe diretamente, mas através de questionamentos e exemplos numéricos apresenta o conteúdo para, apenas no final da aula, chegar à generalização.		

Descrição:	Inferências:
TURNO 1 Ao terminar a correção dos exercícios da aula 59, Pedro escreve na lousa o título do próximo assunto: *Aula 60 – Conceito de logaritmo*, e abaixo faz uma tabela com duas colunas, a primeira com a forma exponencial do número e a segunda com a forma logarítmica.	A opção pelo registro em tabela permite que seja feita uma comparação entre as duas formas representadas.
TURNO 2 O docente coloca então o primeiro exemplo numérico na primeira coluna, $2^? = 8$, e pergunta “Ei, ei, você conseguiria enxergar qual pergunta está sendo feita ai?” Jenifer “Qual a forma exponencial do 8” Pedro “Isso, qual expoente eu tenho que colocar no 2 para obter 8?”	Antes de passar a definição, o docente fornece exemplos numéricos, partindo do concreto para depois chegar à abstração.
TURNO 3 Neste momento duas alunas conversavam bastante e o professor pede, com calma e educação, que uma delas mude de lugar: “Não vai dar para continuar assim... Natália, sente longe dela, pule umas três carteiras. (aluna o faz) Isso, então vamos lá”. E o docente retoma a aula.	Não ocorreu constrangimento na forma como o docente chamou a atenção das meninas, provavelmente pela forma como o fez.
TURNO 4 Pedro “Olha aqui (aponta para o exemplo) 2 elevado a alguma coisa dá 8, você sabe me dizer qual é essa coisa?” Isabela “3” Pedro “Toda vez que agente não	Pedro procura fazer com que os estudantes compreendam o conceito de log antes de explorar o conteúdo.

conhece, embora seja óbvio e esse agente já conhece, a matemática criou uma maneira diferente de dizer o que está procurando. Essa pergunta ‘2 elevado a quanto que dá 8?’, é feita assim ó $\log_2^8$. Entendeu a pergunta, rs” (alunos riem e dizem que não).	
TURNO 5 Pedro “Quando eu escrevo $\log_2^8$ eu estou dizendo assim, que expoente eu tenho que colocar no dois (Pedro aponta para o nº 2) para dar oito (aponta para nº 8). (...) Como que se lê?” Alunos “log de 8 na base 2”. O docente continua explicando, repetindo algumas vezes e de diferentes formas o que significa log. Coloca, então, o resultado da operação (3), afirmando que isso significa que $2^3 = 8$.	Repete várias vezes e de diferentes formas o significado de log, parece não se incomodar em usar o tempo da aula com isso.
TURNO 6 O docente continua preenchendo a tabela da mesma forma como descrito no primeiro exemplo, de forma que cada linha ficava da seguinte forma: $2^? = 8 \rightarrow$ $\log_2^8 = 3$, pois $2^3 = 8$.	Na lousa, registra todas as etapas do raciocínio.
TURNO 7 Ao perceber que a turma compreendeu o significado de log, o docente coloca um exemplo que não é possível visualizar o resultado com facilidade, $2^? = 10$, e pergunta aos alunos como achar esse resultado. Como ninguém responde, ele pergunta em que intervalo estará o resultado. Os alunos respondem entre 3 e 4, e o professor já argumenta que sabem que o resultado é ‘3, alguma coisa’.	Percebe-se que o docente começa com exemplos mais simples e, na medida em que percebe que os alunos estão acompanhando o raciocínio, aumenta o nível de complexidade.
TURNO 8 O docente pede para que coloquem a pergunta em forma de log, e eles respondem $\log_2^{10}$. O docente escreve $\log_2^{10} = x$, visto que eles não sabiam o resultado, explicando que sempre que não souberem o valor do log, eles colocam a incógnita, pois o log sempre é um número. Os alunos perguntam se a equação ficará em função de x, e o docente responde que por hora sim, pois eles ainda não aprenderam a calcular o log.	O docente mantém a interação através de perguntas com os estudantes. As respostas (erradas, corretas ou ausentes) parecem indicar para Pedro como os alunos estão compreendendo o que está sendo ensinado.
TURNO 9 O docente continua a explicação perguntando o que significa dizer que $\log_{10}^2 \approx 0{,}3$, e os estudantes, depois de pensarem um pouco dizem que $10^{0,3} \approx 2$.	

Então o docente explica que, quando um log estiver na base 10, é permitido omitir a base, fornecendo o exemplo de log100 = 2, ou seja, $10^2 = 100$.	
TURNO 10 O docente propõe um exercício para perceber se os estudantes realmente compreenderam o conceito de log. Pede que calculem o valor de alguns logaritmos conhecidos, como $\log_3^{27}$, e os faz junto com os alunos, fazendo perguntas e anotando o raciocínio na lousa (por exemplo, $\log_3^{27} = 3$, pois $3^3 = 27$).	Os exercícios parecem ter a função de fixar o conteúdo recentemente trabalhado e de diagnosticar se os estudantes realmente o compreenderam.
TURNO 11 Pedro coloca alguns logs na base 10 que devem ser conhecidos, como log100 = 2, log10 = 1 e log1 = 0, sempre perguntando as respostas aos alunos e registrando o raciocínio exponencial.	O docente aproveita para mostrar exemplos comuns de logs que poderiam gerar confusão nos estudantes.
TURNO 12 Neste momento Isabela comenta "Qualquer log de 1 vai ser 0, porque qualquer número elevado a 0 dá 1" Pedro "Isso, vamos escrever o que você está falando. Generalização: log1 em qual base? Qualquer, então $\log_b^1 = 0$, desde que... a base de um logaritmo não pode ser qualquer uma, ela é a base de um exponencial, então quais características ela tem que atender?" Isabela "Não pode ser negativo" Pedro "não pode ser negativo e deve ser > 0 e ≠ 1."	O docente valoriza a percepção dos alunos e parece conduzir sua aula para que eles desenvolvam esse tipo de raciocínio, não fornecendo regras prontas.
TURNO 13 O docente continua dando mais exercícios de log, inclusive utilizando frações, raízes e incógnitas na base ou logaritmando. Registra todas as etapas do raciocínio para a resolução, mesmo daqueles os quais a resposta parecia evidente. Pedro mantém a interação com os estudantes através de perguntas durante a resolução.	
TURNO 14 Pedro propõe mais um exemplo, afirmando "Esse, eu vou fazer uns dois desse, você vai decorar uma regra, na verdade agente vai criar uma regra, criar literalmente a regra, se não fica muito artificial." O docente coloca então o exemplo na lousa $2^{\log_2^7} = ?$ e logo uma aluna comenta que terão que calcular o $\log_2^7$ primeiro, e o docente responde "Nós sabemos de cor o valor de $\log_2^7$?" (alunos ficam em silêncio).	Pedro faz a dedução de uma regra com os estudantes, de

TURNO 15 “E se fosse $\log_2^8$ qual seria a resposta? Daria 3 aqui em cima? (alunos respondem que sim) E 2^3 da 8. E se fosse 16 na base 2?” Alunos “4” Pedro “E 2^4?” Alunos “16” Isabela “Então a resposta é o número do log?” Pedro “Vocês perceberam? O que tem de comum nos dois exemplos? A resposta deu o número que estava aqui em cima”	forma que, ainda que decorem a regra, saberão o porquê dela. Com suas perguntas, parece induzir o raciocínio dos alunos para chegarem à generalização.
TURNO 16 Aluna “Então a resposta desse é 7?” Pedro “Nós estamos desconfiados que a resposta é 7, vamos ver.” O docente substitui o expoente $\log_2^7$ pela incógnita “e”, a fim de verificar a veracidade de suspeita que têm. Ele deduz da seguinte forma: $2^{\log_2^7} = ?$ seja $\log_2^7 = e \rightarrow \therefore 2^e = 7$ Se $\log_2^7 = e$, então $2^{\log_2^7} = ? \rightarrow 2^e = ?$, ou seja, 7.	Percebe-se que o docente desenvolve todas as etapas do raciocínio matemático com os alunos, fazendo uma espécie de analise do mesmo. Além de explicitar tais etapas, Pedro também as registra na lousa.
Simultaneamente ao registro na lousa da dedução acima exposta, o docente faz os seguintes comentários: “Nós sabemos o valor de $\log_2^7$? Não, então nós vamos escrever seja $\log_2^7 = e$. Tudo bem até ai? Então, preste atenção, olhe a mágica, o que isso vai dar? (silêncio) Monte a equação, o que vai dar isso?” (silêncio) Alunos “$2^e = 7$” Professor “Isso, $2^e = 7$. Quem que nós queremos encontrar? O valor de 2 elevado a $\log_2^7$, não é isso? Que nome que nós demos para $\log_2^7$?” Alunos “e” Pedro “Então isso daqui ($2^{\log_2^7}$) é 2^e?” Alunos “É” Pedro “Mas aqui não esta dizendo que $2^e = 7$?” Alunos “Aham” Pedro “Então isso daqui vale 7” Isabela “Ahh.... o quê que é isso!” Daniela “É mágica!” Pedro “Bruxaria, rsrs”.	O docente também utiliza o recurso de fazer perguntas para a classe a fim de direcionar o raciocínio dos alunos para a compreensão.
TURNO 17 Os alunos ficam admirados com a dedução e alguns dizem que não entenderam. O docente faz mais exemplos (com a dedução), para fixar o conhecimento e resolver as dúvidas dos que não haviam compreendido.	A reação dos alunos à dedução demonstra claramente como o processo de ensino-aprendizagem contempla, também, a dimensão afetiva.
TURNO 18 Após alguns exemplos, o docente faz a generalização (registrando na lousa): “Vamos lá, generalizando – usando letrinhas – uma base a, elevada a um log de b também na base a – vou até destacar o a – dá b.” (registro na lousa: $a^{\log_a^b} = b$. O docente destaca com	Uso de diferentes cores para o registro na lousa.

cores diferentes as incógnitas e destaca a generalização). TURNO 19 "Vamos provar que isso dá b? Essa aqui é a regra, essa aqui vai dar sempre, mas vamos entender por que. Seja $\log_a^b =$ e, então $a^e = b$. Agora volte na equação original, $a^{\log_a^b}$, nós não queremos calcular o valor de $\log_a^b$? E nós dissemos que ele é e, então $a^{\log_a^b} = a^e = b$ ". TURNO 20 O docente faz mais um exemplo e finaliza a aula pedindo que os alunos façam os exercícios da apostila em casa, que são semelhantes aos feitos em classe.	Pedro se preocupa não só em informar a regra ou fórmula, mas em que os alunos a compreendam.

<u>Conversa com os alunos Francisco, Guilherme e Jenifer, com a participação do Prof. Pedro</u> – 29/10/2013

Ao final da aula, enquanto os estudantes terminavam a cópia da lousa, a pesquisadora espera o docente terminar de arrumar seu material para saírem da sala. Nesse instante, Jenifer começa uma conversa com ela:

Jenifer: *Por que você escolheu matemática? Logo matemática, tem tanta matéria! Biologia, por exemplo...*

Pesquisadora: **Então, eu escolhi justamente porque é uma das matérias que os alunos têm mais dificuldade.**

Francisco: *Por que as pessoas têm mais facilidade em humanas?*

Pesquisadora: **Isso é o que eu quero descobrir, rsrs. Mas isso é relativo...**

Francisco: *Eu, por exemplo, eu gosto de humanas e acho mais fácil, mas fico muito mais feliz quando consigo resolver um problema de matemática, porque é mais difícil.*

Jenifer: *Isso é verdade! É muito mais legal quando a gente consegue resolver um problema de matemática!*

Pesquisadora: **É porque é um desafio. Mas você não gosta de matemática?**

Jenifer: Eu odeio!

Pesquisadora: **As duas, a A e a B?**

Jenifer: Então... Antes eu gostava mais ou menos da B, porque eu não entendia de jeito nenhum a A. Mas agora eu estou entendendo, então eu tô gostando.

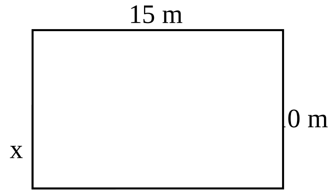
Pesquisadora: **Hum... mas isso é relativo, tem pessoas que acham muito mais difícil fazer uma boa redação do que matemática.**

Guilherme: Para mim isso é verdade! Matemática é muito mais fácil do que fazer redação!

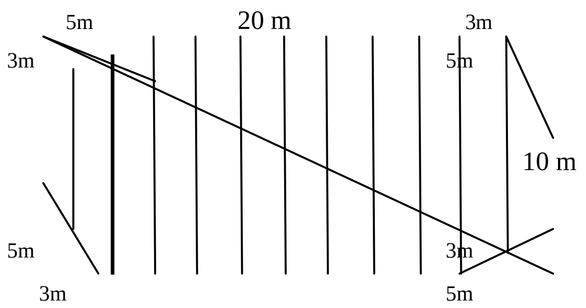
Prof. Pedro: É isso é relativo, veja língua portuguesa, por exemplo, não é algo simples, é bem complexo. Tem pessoas que acham muito mais fácil fazer grandes cálculos matemáticos do que pensar na conjugação verbal. Na verdade isso está ligado ao entendimento. Em geral as pessoas gostam e acabam se dedicando mais ao que entendem com mais facilidade.

Matriz nº 11.1		
Data: 06/11/2013	Duração: 60 min.	Atividade: Exercícios em conjunto com o docente e individualmente.
Síntese da Atividade: Trata-se de uma aula de exercícios sobre o conteúdo já trabalhado. O docente apresenta duas formas distintas de trabalhar com os mesmos: a primeira, aula 42 da apostila, em que faz os exercícios junto com os estudantes na lousa, aproveitando o momento para relembrar e explicar conceitos matemáticos; e a segunda, aula 43, em que deixa os estudantes fazerem individualmente os exercícios enquanto circula pelas carteiras, fazendo a posterior correção.		

Descrição:	Inferências:
TRUNO 1 Ao entrar na sala, Pedro percebe que alguns estudantes fizeram uma brincadeira com ele, escrevendo uma "simulação" da rotina da aula como sempre o docente faz. Todos dão risada e alguns dos alunos responsáveis pela brincadeira abraçam o professor. Pedro apenas corrige as páginas que serão trabalhadas, deixando o restante do registro com a letra dos alunos.	Percebe-se um bom relacionamento professor-aluno, visto que os estudantes têm liberdade para fazer brincadeiras amistosas com o docente.
TURNO 2 Antes do início da aula, uma aluna se aproxima de Pedro para tirar uma dúvida. Ele para o que estava fazendo e explica na lousa a questão para a aluna.	Liberdade para retirada de dúvidas e disposição do docente para tal.
TURNO 3 Após alguns minutos, Pedro inicia a aula *42 – Exercícios*. Começando pelo nº1, o docente pede que os estudantes leiam o enunciado e digam o que tem que ser feito e, depois, faz a resolução junto com os estudantes na lousa.	Percebe-se a intenção do docente de que, primeiramente, os estudantes compreendam o enunciado da questão.
TRUNO 4 Enquanto os estudantes leem o enunciado do primeiro exercício, Pedro faz a representação do mesmo em proporção na lousa, retomando o conteúdo de cálculo de áreas indiretas: "Vocês se lembram que eu falei de áreas indiretas? Áreas	A representação na lousa é feita em proporção, o que parece facilitar a visualização do problema.

indiretas - como que eu componho conhecimentos para chegar a algo que aparentemente não tem uma fórmula para”. 	O docente aproveita o exercício para relembrar o conteúdo já explicado.
TURNO 5 Pedro “No enunciado ele informa que a parte branca é um quadrado, então nós sabemos que todos os lados valem x. No item a ele pergunta qual a área da porção sombreada em função de x. Você entendeu o que ele quer saber? (silêncio) Se o lado do quadrado fosse 4, como você calcularia a área sombreada?” Isabela “Eu faria o total menos o quadrado”.	O docente não faz a resolução sozinho, mantém a interação com os estudantes. Com suas perguntas, os estimula a refletirem sobre o que se pede.
TURNO 6 Pedro “Então ó, área sombreada é igual à área do retângulo menos a área do quadrado, você concorda até aí?” Alunos “Sim” Pedro “E agora, o que devo fazer?” Alunos “Calcule as áreas”.	Percebe-se novamente que o docente deseja que os estudantes pensem no que deve ser feito.
TURNO 7 Então o docente faz o que os alunos indicaram, de tal forma que a resolução fica da seguinte forma: $A_{somb.} = A_{ret.} – A_{quad.}$ $A = 10.15 – x^2$ $A = 150 – x^2$ E comenta o fato da função ser quadrática, discutindo se a concavidade seria voltada para cima ou para baixo com os estudantes.	A resolução do problema escrita na lousa contém todas as etapas do raciocínio, o que pode servir como modelo de resolução para os estudantes.
TURNO 8 Pedro passa para o item b, que perguntava qual deveria ser o valor de x para que a área fosse 101. O docente questiona qual incógnita da função encontrada no item anterior deveria ser substituída por 101, e os estudantes respondem na área sombreada. A resolução fica da seguinte forma: $A = 150 – x^2$ $x = \sqrt{49}$ $101 = 150 – x^2$ $x = \pm 7$ $x^2 = 150 – 101$ $x = -7$ não convém, $x^2 = 49$ $\therefore$ <u>x = 7m</u> Sendo que o docente destaca o fato de que não se pode colocar x=7 direto, pois a raiz pode ser positiva ou negativa. Deve-se indicar os dois	Novamente percebemos a interação através de perguntas que “instigam” o raciocínio dos estudantes. Nota-se um registro da resolução completo. O docente evidencia que não se pode excluir diretamente a solução negativa, deve-se registra-la, explicando que não convém.

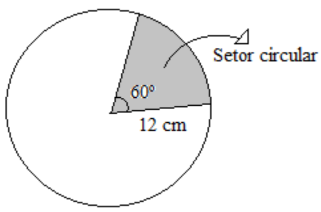
resultados possíveis, excluindo-se o que não convém, visto que área é sempre positiva.	
TURNO 9 O docente continua fazendo os demais exercícios, similarmente ao que fez no primeiro. Contudo, antes de começar a resolução, deixa que os estudantes leiam e pensem individualmente no que deve ser feito (alguns até resolvem o problema antes do docente). Depois de alguns minutos, o docente começa a resolução da mesma forma que o primeiro: faz a representação gráfica, conversa sobre o que deve ser feito e escreve a resolução com todas as etapas do raciocínio, sempre fazendo perguntas aos alunos.	Novamente Pedro sugere que os estudantes iniciem o pensamento por si, criem hipóteses. Parece que faz o movimento de transição entre aquilo que o estudante consegue fazer com auxílio e o que consegue fazer independentemente (aula 43).
TURNO 10 O docente passa para a próxima aula da apostila, *Aula 43 – Exercícios*. Antes de começar a resolver os exercícios, o docente desenha um triângulo na lousa e começa a relembrar diferentes formas do cálculo da área desta figura. Para isso, faz perguntas aos alunos, deixando que eles desenvolvam toda a resolução em busca da área. TURNO 11 Depois desta pequena revisão, o docente pede que os estudantes olhem o exercício 1 da aula 43, relacionado ao cálculo da área de triângulos. Nesta aula, o docente solicita que os estudantes façam os exercícios individualmente.	Percebe-se que, antes de propor que os alunos façam o exercício de área de triângulos, o docente relembra esse conteúdo. Isso permite que, ao analisar a resolução dos alunos, avalie-se a compreensão do conteúdo e não a memória. Além disso, diminui as chances de um momento aversivo frente à resolução dos exercícios.
TURNO 12 Enquanto os estudantes resolvem os exercícios, Pedro circula pelas carteiras observando-os e retirando possíveis dúvidas. Os alunos têm liberdade para fazer perguntas ao professor e também para conversarem entre si e ajudarem-se mutuamente. O docente parece já conhecer os alunos com maior dificuldade, passando com mais frequência perto destes.	Neste momento da pesquisa, já foi possível identificar alguns dos alunos com mais dificuldade. O doente circula pela sala toda, mas dá atenção especial aos com mais dificuldade.
TURNO 13 Ao perceber que a turma finalizou a tarefa, Pedro retoma com a correção dos exercícios. Ele faz a representação da figura na lousa (que em alguns casos só é descrita no enunciado) e sempre mantém a interação com estudantes através de perguntas, além de registrar todas as etapas do raciocínio.	O docente sempre faz as correções dos exercícios que propõe.

TURNO 14 Ao terminar a correção, pergunta se alguém ficou com dúvida. Como ninguém se manifesta, o docente resolve fazer um exercício complementar e, enquanto descreve o enunciado, faz a representação do mesmo na lousa (o enunciado pedia que se calculasse a área da figura hachurada): 	
TURNO 15 Pedro “Que figura matemática que ficou ali no meio?” Alunos “Um octógono” Pedro “Então como calcular a área?” Aluna “Faz a área do retângulo menos as dos triângulos” Pedro “Então calma, eu quero montar o que você está falando. Primeiro eu tenho que enxergar o que eu tenho que fazer e depois fazer os detalhes.”. O docente registra na lousa o raciocínio da aluna ($A = A_{ret} – 4A_{triang}$).	Na fala de Pedro fica claro que ele ensina aos estudantes que o primeiro passo na resolução de um exercício é compreender o que deve ser feito e registrar isso.
TURNO 16 “Todo mundo está acompanhando? Até você, Lucas Almeida? (aluno estava distraído mexendo no sapato – Lucas responde que sim, está acompanhando) Vocês enxergam que é só isso?” Alunos “Sim”. Então o docente termina a resolução do exercício, evidenciando que, em casos como estes, não importa qual figura tenha-se que calcular a área, indiretamente chega-se à resposta.	Aqui vemos um caso em que o docente chama o aluno pelo nome. Em diversas situações ele toma tal atitude e com diferentes alunos.

Matriz nº 11.2		
Data: 06/11/2013	Duração: 30 min.	Atividade: Aula expositiva sobre *Área do Círculo e suas partes*.
Síntese da Atividade: Trata-se de uma aula expositiva sobre a *Área do Círculo e suas partes*. O docente faz uma introdução razoavelmente longa sobre o livro "O País Plano" e depois inicia a parte teórica. Nela, faz deduções e mantém a interação com os estudantes através de perguntas diretas o para a classe em geral.		

Descrição:	Inferências:
TURNO 1 Após registrar o que será trabalhado no dia, Pedro inicia a explicação teórica da *Área do Círculo e suas partes*, perguntando aos alunos "o que você vai aperfeiçoando e vira um círculo?". Como ninguém responde, ele comenta sobre um livro chamado "O País Plano". Esse livro aborda a questão das dimensões, sendo que, no país plano, só existem duas dimensões e os habitantes são figuras geométricas (reta, triângulo, quadrado, pentágono, etc.). À medida que os habitantes evoluem, aumentam o número de lados, até se tornarem círculos. Todos os estudantes estão atentos ao comentário. TURNO 2 O docente explica qual a visão que cada figura teria uma da outra em duas dimensões, pedindo que os estudantes imaginassem tal situação. Depois informa que o livro narra a chegada de uma esfera ao país, figura tridimensional, pedindo que os estudantes tentassem imaginar como seria a visão das figuras planas sobre a esfera. TURNO 3 Então, Pedro explica que o autor discute justamente o fato de que nós, humanos, que vivemos em três dimensões, não conseguimos conceber mais dimensões, mas isso não significa que elas não	Toda a descrição feita nos turnos 1, 2 e 3 foi bem resumida. Esta etapa demorou aproximadamente 15 minutos. Durante a fala do docente, os alunos faziam inferências e o clima era bem descontraído, com ambos dando risadas. Os estudantes prestavam muita atenção nas palavras de Pedro, que utilizou bastante o recurso de mudança de entonação da voz.

existam. Assim Pedro comenta sobre a garrafa de Klein, uma projeção de um objeto de quatro dimensões, estudada por cientistas.	
TURNO 4 Após essa introdução, Pedro volta para a explicação sobre a área de círculo e suas partes, relembrando as fórmulas para o cálculo da área e comprimento do círculo. Pedro questiona “De onde vem isso daqui? (fórmula da área do círculo) Prestem atenção, só para a gente ter uma noção.”	Percebe-se uma valorização por parte do docente do entendimento da origem das fórmulas.
TURNO 5 Pedro “Imagine que você colocou um prego na parede. Em volta dele você colocou um barbante e emendou as pontas perfeitamente, colando-o na parede (Pedro faz o desenho na lousa conforme faz a descrição). Daí, em volta desse barbante você colocou outro da mesma forma. O comprimento dos dois barbantes que eu coloquei é o mesmo?” Lucas “Não” Pedro “Vai aumentando, cada barbante que você coloca aumenta um pouco o comprimento, certo? Então eu vou colando mais barbantes, até que vai chegar um momento que eu tenho um grande círculo, certo?” Natália “Depois de muitos barbantes!”.	Pedro faz a “dedução” da fórmula de área do circulo de uma forma bem acessível e concreta para os alunos.
TURNO 6 Pedro “Esse círculo grande que eu formei não está todo forrado de barbantes no meio? É verdade que a área do círculo é a área dos barbantes todos?” Alunos ponderam e respondem “É” Pedro “Então vamos imaginar que o maior tem raio r, o último barbante que eu coloquei tem raio r. Daí você coloca um anteparo na parede, vem com uma tesoura e corta o último barbante aqui em cima, e ele vai cair no anteparo” (Pedro faz o desenho do barbante cortado, utilizando cores diferentes).	O docente faz constantes questionamentos aos estudantes, o que parece colaborar para a atenção dos mesmos. O docente faz as representações gráficas na lousa e utiliza diferentes cores, o que parece facilitar a visualização pelos alunos.
TURNO 7 Pedro “Quanto mede o comprimento deste barbante verde? Aluno “Dois pirralho” Pedro “Isso, $2\pi r$. Eu vou cortar o próximo barbante, que é vermelho, o que vai acontecer? (silêncio) Vai dar o mesmo comprimento do primeiro?” Jenifer “Não, vai dar um pouco menor” Pedro “Então ó, cortei o próximo, que vai ser só um pouco menor”. TURNO 8 Pedro “O que vai acontecer na medida em que eu for	O docente parece fazer as perguntas de forma a conduzir o raciocínio dos estudantes, ou seja, elas não têm apenas a função de interlocução com a classe, mas de direcionar o raciocínio.

cortando todos os barbantes? A pilha de barbantes cortados empilhados está formando que figura matemática? Você está enxergando?” Francisco “Uma pirâmide!” Pedro “Um triângulo aqui ó (fazendo o desenho na lousa). Os barbantinhos estão formando aproximadamente um triângulo de qual base?” Alunos “2πr” Pedro “E qual altura?” Alunos “r”	
TURNO 9 Pedro “Eu não usei os mesmos barbantes do círculo para construir os triângulos? Então a área do círculo é igual a área do triângulo? Henrique, qual é a área deste triângulo aqui?” Henrique “base.altura/2” Pedro “Então vai ser base, 2πr, vezes a altura, que é r, dividido por 2 (2πr.r/2). Corta o 2 isso dá πr^2, olha que lindo!” (mudando a entonação de voz demonstrando entusiasmo).	Mais uma vez observamos o recurso de alteração na entonação da voz. Pedro demonstra grande entusiasmo em explicar o desenvolvimento da fórmula.
TURNO 10 Pedro “Então você entendeu porque a área de um círculo é πr^2? Depois disso – eu não vou nem fazer nenhum exemplo porque é só substituir o raio – a coisa mais importante é a *Área de um setor circular*. O que é um setor circular, Henrique. Henrique se concentre na aula... Estranhamente você está desatento <u>hoje</u> (ênfase)”.	O docente chama a atenção de um aluno, mas, aparentemente, sem constrangê-lo.
TURNO 11 Enquanto faz o desenho na lousa (figura abaixo), Pedro afirma “Eu vou fazer com número para depois vocês fazerem sem. O que é um setor circular... Isso aqui que você está vendo é um setor circular, uma fatiazinha de pizza. Como que você faria para calcular um setor circular? (silêncio) Se esse ângulo fosse 180º, ao invés de 60º, o que teria a ver com a área toda?” Lucas e Isabela “Seria a metade”  	
TURNO 12 Pedro “E se fosse 90º? Galera, acompanhem esse raciocínio porque é isso que importa, guardou o raciocínio não precisa de fórmula nenhuma.” Alunas “divide por 4” Pedro “Não é só dividir por 4? Por quê? Porque o ângulo de 90º é ¼ de 360º? E se fosse	Ao perceber que os estudantes não compreenderam como fazer, Pedro sugere outros valores de ângulos, até que eles compreendam o raciocínio.

60º, 1/6? Então a área azul corresponde à 1/6 da área total, porque 60º é 1/6 de 360º. TURNO 13 Então vocês concordam que eu posso escrever uma fórmulinha assim ó: $A_{setor} = \alpha/360º.\pi r^2$. Quem entendeu? Por que eu coloquei α/360º?" Alunos "Porque é a fração do setor". O docente termina de resolver o exemplo dado e salienta que não é necessário decorar fórmulas, apenas saber a área do círculo e utilizar raciocínio lógico.	Pedro demonstra não valorizar a fórmula, mas o raciocínio por de trás dela.

Entrevista com a aluna Vanessa – 06/11/13

Como é o seu relacionamento com a matemática?

É fácil.

Mas você gosta?

Eu gosto, gosto de exatas, química, física, matemática.

E o que você acha que te faz gostar?

Ah... Eu não sei. Eu sempre tive facilidade, sempre gostei. Acho mais legal que humanas, que tem que ficar interpretando texto... Apesar de eu gostar de ler.

Tem algo que te incomoda?

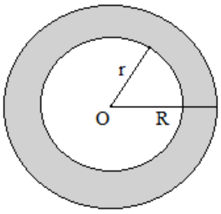
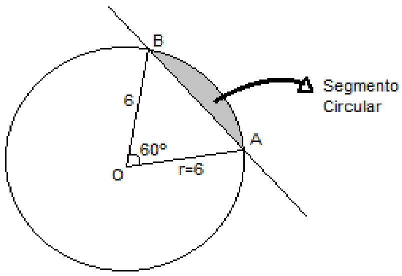
Porcentagem. Eu sempre tive dificuldade, desde o 6º ano. Já disse até para o Pedro que preciso revisar essa parte, mas do resto é tranquilo, eu gosto.

E o que você acha que te faz gostar?

Ah... eu sempre gostei, tive bons professores. O André é um amor, o Afonso repetitivo e o Pedro locão, né? Rs, todos muito bons. E também eu vou querer engenharia química, então eu tenho meio que obrigação de gostar.

Matriz nº 12.1		
Data: 12/11/2013	Duração: 40 min.	Atividade: Aula expositiva sobre *Área do círculo e suas partes*.
Síntese da Atividade: Aula expositiva sobre *Área do círculo e suas partes*. O docente faz a explicação solicitando a constante participação dos estudantes através de perguntas. Faz a representação do que discute na lousa, utilizando diferentes cores para a visualização. Em alguns casos, utiliza exemplos numéricos para a explicação. Ao final, propõe alguns exemplos envolvendo situações-problema, resolvendo-os em conjunto com os estudantes na lousa.		

Descrição:	Inferências:
TURNO 1 O docente inicia a aula dizendo que, ao invés de trabalhar com matemática A, prevista para o dia, trabalhará com a B para terminar o conteúdo para a prova. Neste momento, três alunos começam a conversar entre si: Henrique "Eu gosto de log..." Jenifer "Sério? Porque?" Henrique "Sei lá... É legal" Jenifer "Eu também gosto" Lucas "Por que você gosta?" Jenifer "Porque eu entendo. A gente só gosta do que a gente entende." (a partir daqui não consegui mais escutar com clareza a conversa).	A conversa espontânea dos estudantes revela um apresso pelo conteúdo ensinado em matemática A (log). Percebe-se que estabeleceu-se uma relação afetivamente positiva entre eles e o objeto de conhecimento.
TURNO 2 O docente coloca a referência do que irão abordar na aula: *Aulas 44/45 – Área do círculo e suas partes*, fazendo uma retomada do que já foi trabalhado a esse respeito. Então começa a exposição sobre o cálculo da *Área de uma coroa circular*.	O docente sempre faz o movimento de situar os estudantes no conteúdo ensinado.
TURNO 3 Enquanto faz o desenho da coroa na lousa (figura abaixo), Pedro afirma que os estudantes vão aprender a calcular sua área sem fórmulas. Pedro "Coroa é essa faixa aqui ó (pintando de azul), como calcular a área azul?" Henrique "Só fazer a área do círculo maior menos o menor" Pedro "Isso, então a $A_{coroa} = \pi R^2 - \pi r^2 \rightarrow \pi(R^2 - r^2)$. Não decorem isso, entendam o que é essa	Pedro utiliza o recurso do desenho com diferentes cores, o que parece auxiliar na visualização. Insiste para que os estudantes não decorem fórmulas, mas entendam o raciocínio.

<table>
<tr><td>faixa azul”.

</td><td></td></tr>
<tr><td>TURNO 4
O docente continua a explicação, pontuando que os dois círculos não precisam ser concêntricos, como ele desenhou. Ainda que eles se tangenciem, o raciocínio é o mesmo.</td><td></td></tr>
<tr><td>TURNO 5
Pedro passa a explicar sobre a Área de um segmento circular e, enquanto faz o desenho na lousa, afirma: “Eu vou começar com um exemplo numérico para vocês entenderem como pensar e não ficar decorando fórmulas”.</td><td>Vemos novamente a postura de Pedro não incentivar a memorização de fórmulas, mas a compreensão do raciocínio. Para que isso ocorra, o docente utiliza o exemplo numérico.</td></tr>
<tr><td>TURNO 6
Pedro “Então vamos lá, entenda o que é um segmento circular. Se você fizer um corte em um círculo (Pedro o faz), esse carinha aqui ó é um segmento circular (pintando de verde). Aqui é o raio, 6, e aqui também é o raio. E vamos supor que o ângulo formado entre os raios é 60º. Entenderam até aqui?”.

</td><td>Aqui vemos um exemplo da representação gráfica do problema feita por Pedro. Ele obedece proporções e procura fazer o desenho com diferentes cores, que parece auxiliar na visualização.</td></tr>
<tr><td>TURNO 7
Pedro “Com as informações que temos na lousa, é possível calcular a área do segmento?” Isabela “Sim” Pedro “Eu espero que você saiba chegar lá sem decoreba, só usando o básico. O que você faria? (silêncio) Eu tenho que fazer primeiro o quê? (silêncio) É uma área indireta, não tem uma fórmula pronta”.</td><td rowspan="2">Observamos o incentivo à participação dos estudantes através de perguntas. O docente permite que eles criem hipóteses e estratégias de resolução antes de resolver a questão. Com as perguntas o docente parece direcionar o raciocínio dos</td></tr>
<tr><td>TURNO 8
Isabela “Calcular a área do triângulo” Pedro “É possível encontrar a área do triângulo BOA?” Lucas “Usando abseno” Pedro “isso, mas porque eu preciso calcular a área do triângulo? Eu quero a área verde” Isabela “Mas daí você subtrai da área total” Pedro “Que área total?”</td></tr>
</table>

Alunos "Do círculo" Pedro "Não..." Isabela "Do setor". TURNO 9 Então Pedro resolve o problema proposto, sempre fazendo perguntas aos alunos e esperando que eles cheguem à resposta. Ele registra todas as etapas do raciocínio que desenvolveu em conjunto com os estudantes: Área do Setor: $A_{set} = 60/360.\pi.6^2 = 1/6.\pi.36$ $A_{set} = \underline{6\pi}$ Área do triângulo BOA: $A_{BOA} = 6.6.sen60º/2 = 18.\sqrt{3}/2$ $A_{BOA} = \underline{9\sqrt{3}}$ $\mathbf{A_{seg} = A_{set} - A_{BOA}}$ $\mathbf{A_{seg}} = 6\pi - 9\sqrt{3}$ $\underline{\mathbf{A_{seg}} = 3(2\pi - 3\sqrt{3})\ cm^2}$ TURNO 10 Após terminar a resolução, o professor pergunta "Tudo bem até aqui? Vocês entenderam como calcular a área do setor? Mais importante: vocês entenderam o que é um setor circular?" Alunos "Sim" Pedro "Então vamos lá, exemplos!". O docente coloca, então, alguns exemplos envolvendo o conteúdo recém ensinado. São questões concretas, envolvendo situações-problema. Pedro desenvolve os exemplos junto com os alunos, permitindo que eles criem hipóteses de resolução e fazendo perguntas para instigar o raciocínio (similar ao feito com o cálculo do segmento circular). Ao final, pede que façam os exercícios da apostila individualmente.	estudantes. Na resolução, Pedro registra todas as etapas do raciocínio, o que pode servir de modelo para os estudantes. Percebe-se que o docente procura extrapolar a compreensão abstrata do conteúdo, propondo que os estudantes visualizem a teoria em situações concretas. Ao realizar exemplos com os alunos, o docente parece fazer uma transição entre a resolução mediada e a autônoma.

<u>Conversa com o Prof. Pedro (antes da aula) – 12/11</u>

Tratou-se de uma conversa informal, na qual a pesquisadora perguntou a opinião do docente quanto ao material didático utilizado e obteve a seguinte resposta:

É um bom material, não é super, mas é bom. Ele dá conta da parte técnica, mas fica devendo em aplicações. Ele traz bastante manipulação algébrica, o que em geral os alunos não gostam, têm mais dificuldade, mas acabam tendo que fazer. No fim, os alunos não usam o livro texto, usam a aula para resolver os exercícios do caderno.

<u>Entrevista com o Prof. Pedro (após a aula) – 12/11</u>

Percebi que você faz as resoluções bem completas na lousa, tudo bem descrito. Os alunos fazem igual nas provas?

Não, não são todos que resolvem igual ao que eu faço. Metade das meninas consegue e alguns meninos, o restante faz uma resolução compreensível, mas não totalmente sinalizada. Apenas três têm problemas de clareza, sendo um mais grave. Na verdade o que eu percebo é que ajuda muito eu fazer o desenvolvimento completo na lousa, eles já progrediram muito. O problema é que alguns não copiam todos os passos, colocam só o resultado, depois quando vão estudar ficam perdidos no raciocínio. Eu tenho que chamar a atenção 'olha a cópia'. (...) Antes, eu não fazia assim, eu explicava e abreviava o raciocínio, pois era 'óbvio' para mim. Daí, chegava a prova era um desastre: não dava para entender nada, umas resoluções horríveis. Foi ai que eu percebi que eu estava cobrando uma coisa na prova que não fazia em sala, e comecei a fazer as resoluções completas, ainda que a etapa seja muito evidente, percebo que isso ajuda... Então digamos que 40% fazem completo, 3 não são claros e o restante ao menos compreensível.

Mas e ao longo dos anos, você percebe alguma mudança?

Ah sim! O avanço é visível, no 2º e no 3º eles progridem muito! Para você ter uma noção, eu demoro uma hora para corrigir as provas do 3º e três horas para corrigir as do 1º, isso com o mesmo número de alunos e com as questões do 3º mais complexas!

<table>
<tr><td colspan="3">Matriz nº 13.1</td></tr>
<tr><td>Data:

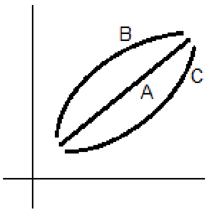
13/11/2013</td><td>Duração:

50 min.</td><td>Atividade:

Aula teórica sobre Função Exponencial com aplicações do conteúdo estudado.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Síntese da Atividade:

Trata-se de uma aula teórica sobre Função Exponencial. O docente utiliza exemplos numéricos (apropriando-se de exercícios da apostila) para a explicação, visto que, à medida que faz a resolução, desenvolve o conteúdo teórico com os estudantes. O faz mantendo a interação com os estudantes através de perguntas. O final, fornece diversos exemplos concretos de aplicações do conteúdo estudado.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Descrição:</td><td>Inferências:</td></tr>
<tr><td>TURNO 1
Após resolver um exercício pendente da aula anterior, fazendo uma revisão de log para tal, prof. Pedro inicia a exposição da Aula 65 – Função Exponencial. Pedro “Eu vou fazer direto usando os exercícios da aula, então é melhor vocês usarem o caderno para ter mais espaço, pois vou fazer vários comentários e anotações.”</td><td>Percebe-se que o docente tem preocupação em terminar o que foi começado, ainda que se trate de aulas anteriores.</td></tr>
<tr><td>TURNO 2
Pedro “O exemplo 1 pede para você analisar a seguinte função: $f(x) = 2^x$. O que você faz quando você tem que construir o gráfico de uma função que você desconhece completamente o formato?” Após breve silêncio, uma aluna afirma “você não faz, rsrsrs” (todos riem) Pedro “Como que funciona o gráfico desta função: a exponencial pode ter dois formatos de gráficos. Se você não sabe o que fazer, você constrói uma tabelinha, chutando valores para x e encontrando o f(x).”</td><td>O docente faz perguntas que mantém a interação entre professor – alunos. Além disso, parece instigar os alunos a traçarem alguma linha de pensamento antes que ele mostre a solução.</td></tr>
<tr><td>TURNO 3
O docente monta a tabela explicando quais valores são os mais fáceis para substituir o x. Ele explica que essa tabela forma pares ordenados do gráfico, visto ter valores de x e f(x) correspondentes. Na primeira parte da substituição, apenas com valores ≥ 0, obtêm os seguintes pares ordenados: (0,1), (1,2), (2,4) e</td><td>Durante a explicação o docente fornece espécies de ‘dicas’ para resolução mais facilitada. Ele justifica a escolha dos números, demonstrando que são os que tornam a resolução mais simples.</td></tr>
</table>

(3,8).	
TURNO 4 Pedro “Dá uma analisada se você já enxergou um padrão. (silêncio) O que está acontecendo? Olhe bem, o x está sobre o meu controle, eu escolhi os valores de x e escolhi que variassem de 1 em 1. Agora o f(x) é resultado, não está sobre o meu controle, é consequência. Então na medida em que eu aumento 1 o que acontece com o valor da função?” Alunos “dobra” Pedro “Isso, dobra.”	Mesmo com os estudantes não percebendo o padrão, o docente não fornece a resposta pronta, mas os instiga através de perguntas a desenvolverem o raciocínio.
TURNO 5 Pedro “Então, você consegue enxergar o que está acontecendo aqui? Quando você aumenta o valor de x, o valor da função está aumentando cada vez mais rápido, em uma constante, ou cada vez mais devagar?” Alunos “Cada vez mais rápido”. Pedro coloca, então, três exemplos de curvas na lousa, como no desenho abaixo:  	Antes de traçar o gráfico da função do exercício que resolviam, Pedro procura levar o entendimento aos estudantes do que é uma função crescente, decrescente e constante. Isso atreves da visualização gráfica.
TURNO 6 Pedro “Agente já estudou isso no passado. Curva A, curva B e curva C. Como que a curva A está crescendo? Sempre na mesma velocidade, cada vez mais rápido, cada vez mais devagar?” Alunos “Constante” Pedro “E a curva C? Se você aumentar um pouquinho o x, o y aumenta muito ou aumenta pouco?” Alunos “Muito”. O docente continua discutindo os tipos de curvas, explicando que, no caso da função do exemplo a curva seria do tipo C.	
TURNO 7 Pedro “Eu estou falando isso porque depois nós veremos gráfico com logaritmo, que será a outra curva. Na Unicamp caiu no vestibular de domingo uma questão que você tinha que olhar e ver, ela deu o gráfico e perguntou o que era, tinha uma curva exponencial e outra logarítmica, se você soubesse já matava a questão”.	Aqui vemos que o vestibular torna-se uma justificativa para o estudo deste conteúdo.
TURNO 8 O docente volta para o exemplo, e preenche a tabela	Novamente percebe-se que o

com valores negativos para x, encontrando os pontos (-1, 1/2), (-2, 1/4) e (-3, 1/8). Pedro “Então o que está acontecendo com o valor de 2^x? Se eu aumento o valor de x o valor de 2^x dispara? E se eu diminuo o valor de x? (silêncio) Ele dispara para menos infinito ou ele tende a travar em algum valor? (...) O que acontece, ele diminui se aproximando de qual valor?” Alunos “Zero” Pedro “Isso, zero, mas vai chegar a zero?” Alunos “Não”.	docente estimula os alunos a perceberem o que está ocorrendo.
TURNO 9 Pedro “Então em uma função como esta, o valor explode para o infinito ou diminui tendendo a zero, mas nunca chega à zero. É por isso que na sua apostila está escrito, olha aí, que $2^x > 0$ para todo valor de x, positivo ou negativo.”	Pode-se inferir que o docente buscou demonstrar o motivo de uma propriedade registrada na apostila.
TURNO 10 O docente começa a fazer o gráfico da função, dando as seguintes orientações: “Faça o gráfico da seguinte forma, não tenha dó do caderno, faça um gráfico grande. Pegue 8 linhas do seu caderno (Pedro utiliza 8 linhas da lousa quadriculada). Por que eu pedi 8? Lucas “Porque você quis?” Pedro “Não, porque a tabela me pediu. Por que a tabela me pediu? Porque o maior valor que eu tenho para a função é 8. E o x? O x variou de 3 a -3. Aqui não coloque muito pertinho, para não ficar ruim de enxergar.”	O docente fornece orientações objetivas de como os estudantes devem fazer para construir um gráfico claro. Além disso, explica o que os estudantes devem observar para saber o espaço necessário para a construção.
TURNO 11 Pedro preenche o gráfico com os pontos encontrados na tabela e depois liga-os, desenhando a curva em escala (utiliza cores diferentes para tal). Ele explica: “Esta função (...) é na verdade uma sequência, eu vou pular alguns termos, fica assim ó (..., 1, 2, 4, 8, 16, ...). O que é isso que você já aprendeu?” Lucas “PG” Pedro “Isso, é uma PG de razão 2. Você lembra que você aprendeu que uma PG de razão 2 é uma PG crescente?”	O docente utiliza cores diferentes para a construção do gráfico, o que parece auxiliar na visualização do mesmo. Além disso, faz correlação com outro conteúdo anteriormente estudado: PG.
TURNO 12 Pedro “Você lembra quando que uma PG era crescente?” Alunos “Quando a razão era maior que 1” Pedro “Isso, quando a razão for 1 a PG é constante, quando maior que 1 crescente, e menor que 1 decrescente. O mesmo raciocínio vale para a função exponencial, a base desta potência é 2. Quando a base da exponencial for maior do que 1 vai implicar em uma função crescente, pois vai dar uma PG com razão maior do que 1.”	Novamente vemos a correlação de conteúdos.

TURNO 13 O docente termina a explicação e pergunta se alguém ficou com dúvida, sendo que ninguém se manifesta. Pedro passa, então, a propor uma discussão sobre um exemplo concreto de função exponencial: os juros de banco (poupança, cheque especial, cartão de crédito, etc.).	O docente abre espaço para a retirada de dúvidas.
TURNO 14 Pedro "Vamos voltar lá para abril, quando estudamos porcentagem. Suponha que você colocou R$ 1.000 no banco ganhando 0,5% ao mês, é o que está pagando a poupança mais ou menos. Se o rendimento fosse de 10%, bastaria multiplicar esse valor por 1,10 que eu teria o valor após um mês, vocês se lembram disso? (silêncio) Não lembram nada, né? Não se lembram do que aconteceu segunda-feira quanto mais o que aconteceu em maio/abril! (todos riem)". Então o docente relembra rapidamente esse conteúdo ensinado no primeiro semestre.	Aqui vemos que o docente propõe uma situação concreta em que o conhecimento recém aprendido é utilizado.
TURNO 15 Pedro "(...) Então se eu tenho R$1.000 e ganho 0,5% quanto que eu vou ter?" Alunos "1000.1,005" Pedro "E dois meses? Quanto que eu vou ter se eu ganhar 0,5% no mês seguinte de novo? Não é só pegar esse valor e multiplicar por 1,005 de novo? E daqui x meses, qual o valor que eu vou ter?" Guilherme "$1000.(1,005)^x$".	Novamente vemos a postura de instigar a participação dos estudantes através de perguntas.
TURNO 16 Pedro "Então eu posso escrever assim ó: $f(x) = 1000.(1,005)^x$. O que o x representa?" Isabela "O número de meses" Pedro "E o f(x)?" Guilherme "O dinheiro que você vai ficar" Pedro "Isso, o saldo final, juros mais o valor que eu depositei. Então isso é uma função, que tipo de função? De primeiro grau, segundo grau, exponencial, nenhuma das alternativas?" Alunos "Exponencial".	Percebe-se uma preocupação do docente em fazer com que os estudantes compreendam o que representa cada incógnita.
TURNO 17 Qual a diferença desta função para aquela ($f(x) = 2^x$)? Muita, né? Qual é a base daquela? Dois, e essa? (silêncio) Vocês entenderam o que é a base de uma exponencial? O que está elevado a x é a base da exponencial. Então a base é 1,005. Isso é maior do que 1?" Alunos "Sim" Pedro "Então o gráfico vai ser crescente, mas sem dobrar como o outro." O docente faz, então, um esboço do gráfico desta função.	Vemos que o docente faz a discussão abstrata do que ocorre na função e depois desenha o esboço do gráfico, o que permite uma visualização mais concreta.

TURNO 18 Pedro “Então quando você coloca dinheiro no banco, dá uma exponencial, partindo do valor que você colocou. Só que dá uma exponencial preguiçooosa, demora para embalar, mas um dia embala. Agora, vocês já ouviram os pais de vocês reclamando do juros do banco, que está muito alto? Se você deposita um dinheiro você ganha 0,5%, mas se você usa dinheiro do seu cheque especial, que é um dinheiro que eles deixam na conta para você usar sem pedir para ninguém, só tem que pagar por isso depois (risos) aí o juros é de cerca de 9% ao mês.”	Novamente Pedro chama a atenção dos alunos para algo real, que faz parte do cotidiano dos mesmos.
TURNO 19 Pedro “Qual a base da exponencial quando eu pego dinheiro do banco? Se é 9% ao mês? Eu pego R$1000 do banco, o que vai mudar na função? Fica 1,?” Alunos “09” Pedro “A curva é uma curva mega apressada (faz o esboço). O que significa isso: se você põe dinheiro no banco o seu saldo cresce devagaaaar. Mas, se você pega dinheiro emprestado do banco, a sua dívida cresce muito rápido.	A comparação feita pelo docente chamou muito a atenção dos estudantes. Todos prestavam muita atenção e participavam da discussão.
TURNO 20 Pedro “Tudo isso é o quê? Exemplo de função?” Alunos e Pedro juntos “Exponencial” Pedro “Eu só estou comentando isso para dizer para você o seguinte: você está aprendendo exponencial, e vai aprender, com base 0,5; 2; 3. Mas no dia a dia, a base da exponencial é quase sempre 1,0 alguma coisa. Mais um exemplo de exponencial, mais para justificar porque estamos aprendendo isso.” Então o docente dá mais exemplos de exponenciais (cartão de crédito, crescimento populacional, dentre outros).	Na fala do docente fica evidente que ele busca mostrar aos alunos como e em quais situações usamos o conteúdo ensinado no dia a dia. A demonstração de sua função passa a ser uma justificativa para seu estudo.
TURNO 21 Após vários exemplos, nos quais também explicava o conteúdo, o docente volta para a explicação técnica, abordando exponenciais decrescentes. O faz da mesma forma como fez nas crescentes: utiliza exemplo numérico para a explicação, monta a tabela substituindo os valores, depois marca os pontos e desenha o gráfico em proporções adequadas. Neste processo, mantém a interação com os estudantes através de perguntas, fornece orientações para a construção adequada do gráfico e, por fim, dá exemplos de aplicações concretas.	O que pôde ser observado é que o docente utilizou a estratégia de trabalhar o conteúdo através de exemplos numéricos e concretos. Ele não passou o conteúdo abstrato em uma exposição e depois fez exemplos e exercícios. Através dos exemplos e exercícios, explicou o conteúdo abstrato.

TURNO 22 Ao terminar, o docente passa pelas carteiras verificando se os estudantes copiavam corretamente os exemplos e os gráficos, além de solucionar possíveis dúvidas. Ao perceber que todos terminaram seus gráficos, finaliza a explicação resaltando que uma função decrescente significa que, ao aumentar o valor do expoente, diminui-se o valor da função. TURNO 23 Pedro finaliza a explicação fazendo pequenos exemplos de exponenciais com base em fração, perguntando aos alunos se eram exponenciais crescentes ou decrescentes. Então passa o conteúdo da prova dissertativa – última do ano – mais uma vez (já havia passado em outra aula), que será até a aula 64. TUNRO 24 Por fim, o docente pede que os estudantes façam os exercícios da aula 65, sobre função exponencial.	Neste momento de maior proximidade, alguns alunos fizeram perguntas (as quais não pude ouvir) que não fizeram diante da sala toda. Isso pode indicar que tal proximidade gera uma liberdade maior para os alunos. Nota-se que, ainda que o conteúdo ensinado neste dia não vá cair na última prova do ano, todos os alunos prestavam atenção e anotavam a aula. Isso indica que o resultado na avaliação pode não ser o maior motivo pelo qual os estudantes se empenham nas aulas.

Entrevista com os alunos Francisco e Guilherme – 13/11/13

Percebi que o Prof. Pedro gosta de trabalhar com Cultura matemática, pois em algumas aulas faz comentários sobre o assunto e destinou uma aula inteira para isso. O que vocês acham sobre essa postura? Gostam de Cultura Matemática?

Francisco: *Eu acho legal, em qualquer disciplina eu gosto de ver essas curiosidades que se relacionam com outras matérias. Como eu já te disse, desde o 6º ano a gente vê coisas do tipo.*

Guilherme: *Eu acho legal porque você pode ver a matemática de forma interdisciplinar.*

Entendo. E a forma como o Prof. Pedro trabalha os exercícios, fazendo em conjunto com a sala e os utilizando para explicar o conteúdo. O que vocês acham?

Francisco: *Ah, eu sempre tive aulas de matemática assim aqui, então eu estou acostumado. Acho que eu aprendi a aprender assim.*

Guilherme: *Eu gosto mais de fazer os exercícios sozinho, acho que fixo mais. Mas tem momentos que é bom para entender, para desenvolver o raciocínio, mas eu gosto mais de fazer sozinho.*

Francisco: *Eu também gosto de fazer sozinho, é bom para desenvolver seu raciocínio. Mas eu gosto quando ele faz, porque desenvolve outra linha de raciocínio. Às vezes eu ia fazer de um jeito muito complicado e eu aprendo a desenvolver o raciocínio com ele.*

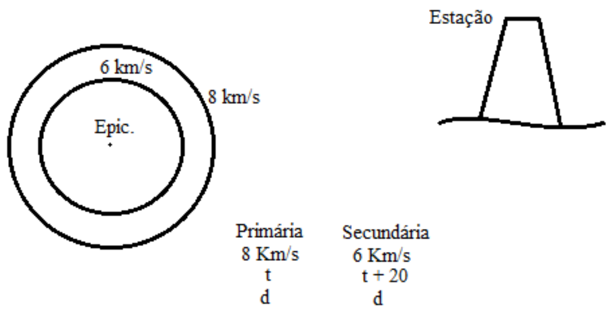
Aluno Guilherme concorda com Francisco mexendo a cabeça.

Matriz nº 14		
Data: 26/11/2013	Duração: 1h20min	Atividade: Aula de exercícios de fixação com posterior correção.
Síntese da Atividade: Trata-se de uma aula de exercícios de fixação, na qual o docente faz uma breve revisão ao perceber a dificuldade dos alunos. Tal revisão é feita através da resolução de alguns exercícios da lista na lousa, em conjunto com os estudantes. O docente mantém a interação com os alunos através de perguntas e, depois da retomada, pede que continuem os exercícios individualmente. Circula pelas carteiras enquanto os alunos trabalham e depois faz a correção de algumas questões. Ao final comenta sobre a utilidade de exponencial e logaritmo. Obs.: Todas as provas já haviam sido realizadas e ainda assim os estudantes estavam atentos na aula.		

Descrição:	Inferências:
TURNO 1 Os estudantes brincam com o docente e conversam sobre assuntos diversos. Depois de poucos minutos, Pedro coloca na lousa o que irão trabalhar no dia, aulas 67 a 69, de exercícios sobre diversos conteúdos já estudados. Pede que façam individualmente e depois fará a correção.	Os alunos tem liberdade para fazerem brincadeiras saudáveis com o docente, o que revela uma relação professor-aluno amistosa.
TURNO 2 Enquanto o docente passa pelas carteiras verificando possíveis dúvidas, alguns alunos começam a comentar: Isabela "Ai Pedro, eu não sei fazer isso" Daniela "Eu também não" Pedro "Porque você não sabe? O que está te incomodando aí?" Isabela "É que está diferente" Pedro "Então é só deixar igual, colocar em um formato mais amigável. Não é o 0,01 que está estranho? Então livre-se dele, o transforme em base 0,1".	Da mesma forma, os estudantes tem liberdade para expor suas dúvidas e dificuldades. O docente não fornece a resposta pronta, mas procura instigar as alunas a traçarem uma linha de raciocínio.
TURNO 3 Como os alunos ainda pareciam não ter compreendido como resolver o exercício, Pedro chama a atenção da turma toda e retoma o conteúdo, fazendo esboços de gráficos e explicações sobre o conteúdo do exercício. Por fim, resolve a questão que os estudantes estavam com dificuldade.	Pedro parece estar sensível a dificuldade dos alunos e decide fazer uma breve revisão.

TURNO 4 Então o docente passa para o próximo exercício, resolvendo-o em conjunto com os estudantes. Pedro “Vocês se lembram disso ($3^{x-1} + 3^{x+2} - 3^x > 25$)? É uma coisa mais antiga, já vimos faz tempo. Vocês sabem como fazer?” Alunos “$3^x/3^1 + 3^x.3^2 - 3^x > 25$” Pedro “Isso!”. E continua a resolução.	A forma como Pedro escolhe para fazer a revisão é a resolução de alguns exercícios da lista. Com suas perguntas, parece direcionar o raciocínio dos estudantes.
TURNO 5 O docente continua resolvendo mais alguns exercícios da lista em conjunto com os estudantes. Contudo, deu liberdade àqueles que já compreenderam bem o conteúdo para avançarem individualmente na lista. Depois de terminar a resolução de quatro exercícios, pede que os estudantes voltem a fazer individualmente, mas com liberdade para retirarem dúvidas entre si.	Parece que o docente permite que os estudantes tenham autonomia para decidirem se precisam atentar para a revisão ou se já podem fazer os demais exercícios.
TURNO 6 Enquanto os estudantes resolvem os exercícios, Pedro circula pelas carteiras e observa como os estudantes estão fazendo. Além de retirar dúvidas, quando julga necessário, faz comentários sobre a forma de resolução dos alunos e organização da resposta: Pedro “Jenifer, note que aqui é maior <u>ou igual</u> à 13”.	Enquanto circula, diversos alunos fazem perguntas ao docente. Por ser um momento de maior proximidade, parece que os estudantes tem maior liberdade para perguntar.
TURNO 7 O docente continua circulando e Natália comenta “Eu vou ter que fazer esse por física” Pedro “A Natália disse que vai ter que fazer o primeiro por física, realmente, é pura física esse exercício, velocidade média”.	
TURNO 8 Pedro observa dois alunos conversando sobre a probabilidade de gabaritar uma prova teste escolhendo aleatoriamente as respostas. Aproxima-se e participa da conversa, explicando que é muito baixa a chance. Pergunta, então, se conseguiram equacionar a questão da lista e observa a resolução de Henrique, comentando: “O quê é isso Henrique? Não entendi nada” Henrique “É o s” Pedro “Hum... Nossa, só para escrever dois dados você ocupou ¼ do disponível para responder a questão. Você pode organizar melhor o espaço.” O aluno apaga o que havia feito e segue as orientações do docente para resposta mais clara.	Pedro não só retira dúvidas, mas fica atento ao movimento geral da sala durante a resolução. Dá orientações não só quando é solicitado, mas observa o registro dos estudantes e dá orientações de como melhorá-lo.
TURNO 9 Pedro continua circulando e retirando as dúvidas dos alunos. Ao perceber que terminaram a lista, começa a correção: “Será que você perceberam a importância de saber fazer o cálculo da questão 1? O enunciado diz	

<table>
<tr>
<td>assim, ‘Do epicentro de um terremoto partiram, num dado instante, uma onda primária e uma secundária, que propagaram-se, nesta ordem, com velocidades constantes de 8km/s e 6km/s. Sabendo que a onda secundária chegou em uma estação sismológica 20 segundos depois da onda primária, qual é a distância desta estação ao epicentro?’ Qual a importância de se calcular isso?”

TURNO 10
Todos ficam em silêncio, e Pedro continua “O que ele quer te mostrar com esse exercício? Pense como cientista!” O docente faz a representação do problema na lousa, explicando que o cálculo é importante para que o cientista que estiver na estação possa descobrir em qual raio ocorreu o terremoto, sem precisar sair da estação.</td>
<td>Nota-se que o docente não se prende apenas à resolução da questão, mas procura fazer os estudantes perceberem a relevância do que está sendo questionado.</td>
</tr>
<tr>
<td>TURNO 11
A representação feita pelo docente na lousa foi a seguinte:


O docente continua acrescentando mais dados na lousa: “Você sabe que a onda que demorou mais para chegar é a que tem menor velocidade, então se o tempo da primária chegar à estação for t segundos, a outra demora?” Guilherme “t + 20” Pedro “t + 20. (...) E a distância percorrida pelas ondas? É a mesma, certo? Distância d.”</td>
<td>Os desenhos feitos por Pedro são em proporção e com cores diferentes, o que parece facilitar a visualização. Ele coloca todos os dados do enunciado: a situação narrada (desenho), as informações dadas direta e indiretamente (velocidades, tempo, etc), e o que é pedido (distância d).</td>
</tr>
<tr>
<td>TURNO 12
O docente pergunta aos alunos qual conhecimento da física é necessário para o cálculo da distância, e eles respondem que é a fórmula da velocidade média. O docente continua a resolução, que segue da seguinte forma:</td>
<td>Podemos observar a constante interação com os estudantes através de perguntas.</td>
</tr>
<tr>
<td>Primária Secundária
d = v.t d = v.t
d = 8.t d = 6. (t+20)
d = 6t + 120
8t = 6t + 120
2t = 120
t = 60 s
d = 8.60 = <u>480 Km</u></td>
<td>Percebe-se que o docente registra cada etapa do raciocínio, o que faz com que sua resolução possa servir de modelo aos alunos.</td>
</tr>
</table>

TURNO 13 O docente pergunta se alguém tem dúvidas e então comenta que, utilizando a variação de tempo entre as ondas, é possível calcular a magnitude do terremoto, que é a escala Richter. Ele explica que quando Richter foi calcular a magnitude, chegou a uma equação exponencial, sendo necessário utilizar log para solucioná-la, exatamente o tema da questão seguinte, a qual passa a resolver.	Pedro procura contextualizar os estudantes no problema, o que parece auxiliá-los na compreensão do mesmo.
TURNO 14 O docente continua a correção seguindo o mesmo padrão: mantém a interação com os estudantes através de perguntas; registra todas as informações do enunciado e, quando necessário, faz a representação gráfica; e registra todas as etapas da resolução.	É importante ressaltar que o docente corrige os exercícios que pede para os alunos fazerem.
TURNO 15 O docente para a correção e comenta sobre a utilidade de log. Pedro "Newton descobriu – não precisa copiar, obviamente – que quando uma pessoa é assassinada, acontece o seguinte. A temperatura do corpo é em média 36º, o que acontece quando uma pessoa é assassinada?" Alunos "A temperatura cai" Pedro "Até chegar aonde, até zerar? Não, ela não vai congelar, ao menos que ela esteja no pólo Norte, rsrsrs" Guilherme "vai até 24º" Pedro "Vai até a temperatura ambiente de onde ela estiver, vamos supor 25º".	Prof. Pedro passa a discutir a utilidade de log. Está parte da matemática é bastante abstrata, e parece não ter utilidade em nosso cotidiano. Assim, é valida a postura do docente, visto que pode auxiliar os estudantes a atribuir um significado mais positivo ao conteúdo.
TURNO 16 Pedro "Newton percebeu que quando uma pessoa é assassinada, a temperatura cai eeeexponencialmente (desenha o gráfico na lousa) até atingir a temperatura do ambiente." Aluna "por que assassinada?" Pedro "Quando alguém é assassinado, é necessário encontrar o culpado, e qual uma das coisas que o legista quer saber? A hora que ocorreu o assassinato, limitando as suspeitas.".	Pedro utiliza o recurso de mudança de entonação de voz. Os alunos prestavam bastante atenção na discussão colocada por ele, ainda que não houvesse mais avaliações.
TURNO 17 O docente continua a explicação, mostrando que para encontrar a hora da morte é necessário utilizar os conhecimentos sobre exponenciais e logaritmos, pois, medindo em duas vezes a temperatura do corpo em um dado intervalo de tempo, é possível encontrar a função da curva (utiliza-se exponencial para modelamento da curva de cada sujeito e log para o cálculo do tempo da morte).	

TURNO 18 Henrique "Mas e se a pessoa estivesse com febre, por exemplo?" Pedro "Daí não vai dar exato, por isso que é importante até para um advogado conhecer as limitações desta fórmula. Então, ainda que você queira ser um advogado, por exemplo, você precisa conhecer um pouquinho de onde as coisas vêm. (...) Eu estou dizendo isso porque, ainda que você não pretenda ser engenheiro, você precisa entender de onde as coisas vêm, como funcionam".	Pedro parece querer demonstrar que o conteúdo não é relevante apenas para quem já escolheu uma carreira de exatas. Através de situações concretas mostra a importância de aprender tais conhecimentos.
TURNO 19 Pedro "Então vocês viram mais uma aplicação de log. Log é uma coisa <u>estranha</u> (muda entonação), você fala 'meu Deus, tomara que eu nunca precise disso na minha vida' e aí você vê que você vai estudar terremoto tem log no meio, vai fazer pesquisa sociais sobre crescimento populacional você usa log. Isso não é lindo? (alunos riem) Saber que log vai poder te acompanhar nos momentos mais difíceis da sua vida? (alunos riem)." O docente encerra a aula.	Nota-se o apresso do docente pelo conteúdo ensinado. A forma como fala, as variações na entonação que usa e o tom de 'surpresa' e admiração empregados no discurso, revelam uma relação afetivamente positiva entre o docente e a matemática.

<u>Entrevista com as alunas Isabela e Daniela</u> – 26/11/13

Comentem um pouco sobre o tirar dúvidas na aula do Prof. Pedro.

Daniela: *Ah, é tranquilo, a gente pode tirar dúvidas numa boa.*

Isabela: *A única coisa é que temos que tirar dúvida de matA na aula de A, e de matB na aula de B. Isso ele já falou no início do ano. E também tem que ser da lição atual, assim, ele passou uma lição, você não pode vir depois de um tempão perguntar sobre ela, quando ele já passou o assunto há muito tempo.*

Daniela: *Mas ele sempre responde. Tem professor que pede para ir direto para o reforço, mas o Pedro sempre responde, mesmo que tenha passado um tempinho.*

Isabela: *Só não pode demorar muito, tipo um mês depois de ele ter passado a tarefa. Mas eu acho certo, porque assim a gente faz a tarefa em dia.*

Daniela: *Ele também explica quantas vezes forem necessárias.*

Isabela: *É! Só se é lição passada e ele explicou, você não entendeu, ele explicou de novo, e você não entendeu, e de novo e ainda não entendeu, daí ele pede para você ir para o reforço.*

Certo, e o que vocês acham sobre o hábito do Pedro deduzir as fórmulas?

Daniela: *Eu acho legal.*

Isabela: *É, fica a critério do aluno. O Pedro faz toda a explicação da fórmula e depois coloca em destaque, se você quiser estudar para entender o raciocínio você pode, mas se quiser só a fórmula também dá. Mas é como ele fala, não precisa decorar.*

Daniela: *É, eu acho que isso é bem compatível com a prova dele, porque na prova ele não pede 'resolve' e você tem que ter a fórmula decorada. Tem todo um contexto...*

Isabela: *É, você precisa entender como e quando usar a fórmula, para quê ela serve.*

Mas vocês acham que é mais curiosidade ou o desenvolvimento de fórmulas ajuda na compreensão?

Isabela: *Eu acho mais curiosidade*

Daniela: *Ah... não. Eu acho que ajuda para entender, saber aplicar, acho que depende da fórmula.*

Isabela: *Hum... É verdade. Tipo, você não vai ficar lembrando de onde veio o Bhaskara, mas tem coisa que ajuda a entender, depende da fórmula.*

Entendi. Já que vocês falaram de avaliação, vou pedir que comentem um pouco sobre isso. Sei que existe um padrão no colégio, tem a prova teste, dissertativa e trabalho em grupo, fora os simulados. Mas o que o Pedro faz, o que é de responsabilidade dele, como é?

Daniela: *Não é fácil, mas também não é difícil.*

Isabela: *É, eu acho que se você estudar você vai bem, e os exercícios da prova sempre são similares a alguns da apostila ou que ele fez em sala.*

Daniela: *Eu acho que é compatível com a aula dele, é coerente.*

Correto, então minha última pergunta, o que vocês acham da organização da lousa do Pedro?

Daniela e Isabela juntas: *É bem organizada!*

Isabela: *Eu acho legal que ele fala o que é para copiar e o que não é, daí o que é está bem organizado, com as coisas importantes em destaque.*

Daniela: *Eu acho que o que ajuda é que ele segue sempre o mesmo padrão de lousa, então a gente já sabe o que tem que prestar atenção, o que tem que copiar, o que é só um comentário...*

Entrevista com alunos Guilherme, Henrique e Lucas – 04/12/13

Em alguns momentos Prof. Pedro faz algumas referências ao vestibular. O que vocês acham disso?

Guilherme: *Eu gosto, acho que ajuda a ter uma noção de como é o vestibular, dá um incentivo.*

Lucas concorda com a cabeça.

E com relação às deduções de fórmulas feitas por Pedro, o que vocês acham?

Guilherme: *Bom! Ajuda a lembrar da fórmula depois, eu consigo até desenvolver a fórmula na hora da prova, é bom para fazer ponte com outros assuntos da matemática também.*

Henrique: *Eu anoto só as fórmulas, acho desnecessária a dedução.*

Lucas: *Eu acho que é bom, ajuda a lembrar da fórmula. Ou, ainda que você não lembre, se você entendeu a dedução às vezes você consegue resolver sem a fórmula, só usando o raciocínio.*

Entrevista com Prof. Pedro – 19/05/14

Percebi que você aborda assuntos de cultura matemática com os estudantes. O que é cultura matemática para você e o que te leva a trabalhá-la em sala de aula?

Eu não fico me prendendo ao conceito formal de cultura matemática. O que é cultura? É ter o domínio básico de determinada ciência, conseguir se virar dentro daquilo. Alguém que é culto em artes, por exemplo, é alguém que tem os conhecimentos básicos deste campo e consegue raciocinar dentro deste universo. No caso da matemática, é alguém que consegue "se virar" dentro dos conhecimentos da matemática. Alguém que sabe a função, a história da matemática. Não é uma coisa tecnicista, saber resolver equações e operações técnicas da matemática, mas saber a importância do conhecimento matemático e a relação que tem com outros campos do saber e, assim, perceber sua importância. Saber de onde as coisas vêm, como que o pensamento matemático se desenvolveu historicamente e como está presente e nos é útil na vida. Enfim, alguém que possui cultura matemática, ou é culto em matemática, é alguém que domina a cultura sem, necessariamente, dominar bem a técnica, o que alcança a um maior número de pessoas, pois não é só quem gosta de matemática, da parte técnica, mas quem gosta de conhecer.

Eu trabalho isso com os alunos porque acho que, assim, a matemática fica mais interessante. Eles vão perceber que matemática não é só técnica. Eu sei que a matemática tem coisas muito técnicas que são chatas, mas quanto mais os alunos perceberem sua relação com outras áreas, mais vão se interessar pela matemática. Possibilita outra perspectiva, não só a técnica, o que abrange tanto os que gostam da técnica quanto os que não gostam. É fazer a matemática mais atrativa, porque o aluno pode gostar de certos conceitos mesmo sem gostar da matemática tecnicista, é ver outro lado da matemática.

Anexo III

TCLE do Aluno e Professor e Autorização da Escola

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) participante:

O(A) Sr(a) está sendo convidado(a) a participar da pesquisa: "Afetividade e o Ensino de Matemática", que tem como objetivo: identificar aspectos de uma prática pedagógica que podem ser considerados facilitadores ou não do processo de aproximação afetiva entre o aluno e os conhecimentos da matemática.

Sua contribuição envolve permitir a filmagem de sua participação em sala de aula durante as atividades de ensino e conceder entrevistas após as sessões de observação. As filmagens serão vistas apenas pela pesquisadora e por seu orientador. As entrevistas serão gravadas e posteriormente, transcritas, se assim você permitir. A pesquisa, as filmagens e as entrevistas serão realizadas pela pesquisadora Valéria de Araújo Lima, estudante de graduação na Faculdade de Educação da UNICAMP, sob orientação do professor Dr. Sérgio Antônio da Silva Leite.

A participação nesse estudo é voluntária e se você decidir não participar, não desejar ser filmado(a) ou gravado(a), ou quiser desistir em qualquer momento, tem absoluta liberdade de fazê-lo. Sua recusa ou desistência não trará nenhum prejuízo em sua relação com a pesquisadora ou com a instituição em que estuda.

Na publicação dos resultados desta pesquisa, sua identidade será mantida no mais rigoroso sigilo. Serão omitidas todas as informações que permitam identificá-lo(a). Os dados coletados serão utilizados apenas nesta pesquisa. As gravações serão armazenadas em computador de acesso apenas da pesquisadora e descartadas após dois anos do fim da pesquisa.

O(A) Sr(a) não terá nenhum custo ou quaisquer compensações financeiras. Não existe previsão de riscos de qualquer natureza relacionada à sua participação. O benefício será o de contribuir para o aumento do conhecimento científico na área da Educação Matemática.

Se tiver qualquer dúvida a respeito dos objetivos da pesquisa, poderá entrar em contato com a pesquisadora pelo telefone (19) 99551-1552, pelo e-mail: val_araujo07@hotmail.com, ou pelo endereço Rua Francisco Teodoro, 729 – Vila Industrial, Campinas/SP; ou em contato com o orientador pelo telefone (11) 99932-4673, pelo e-mail sasleite@uol.com.br, ou pelo endereço Av. Bertrand Russell, 801 - Cidade Universitária "Zeferino Vaz" Campinas/SP. Se desejar obter mais informações ou realizar alguma reclamação/denúncia referente aos aspectos éticos da pesquisa, poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa da UNICAMP:

<u>Comitê de Ética em Pesquisa.</u> - Rua: Tessália Vieira de Camargo, 126 – Caixa Postal: 6111 13083-887 Campinas – SP. Fone: (19)3521-8936. E-mail: cep@fcm.unicamp.br

<u>Termo de Consentimento Livre e Esclarecido</u>

Se o(a) Sr(a) estiver de acordo em participar, deverá preencher e assinar a Declaração de Consentimento que se segue, e receberá uma cópia do presente Termo.

Eu ____, RG: _______________ responsável pelo aluno(a) ____,declaro que estou ciente do completo teor das informações constantes no presente Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, e que tive oportunidade de fazer perguntas, esclarecer dúvidas e autorizo meu filho(a) a participar voluntariamente da pesquisa.

Local: ____________________ Data: ____/_____/______

________________________________	________________________________
Assinatura do responsável	Assinatura da Pesquisadora Valéria de A. Lima
________________________________	________________________________
Assinatura do Aluno	Assinatura do Orientador Dr. Sérgio A. S. Leite

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) participante:

O(A) Sr(a) está sendo convidado(a) a participar da pesquisa: “Afetividade e o Ensino de Matemática”, que tem como objetivo: identificar aspectos de uma prática pedagógica que podem ser considerados facilitadores ou não do processo de aproximação afetiva entre o aluno e os conhecimentos da matemática.

Sua contribuição envolve permitir a filmagem de sua participação em sala de aula durante as atividades de ensino e conceder entrevistas após as sessões de observação. As filmagens serão vistas apenas pela pesquisadora e por seu orientador. As entrevistas serão gravadas e posteriormente, transcritas, se assim você permitir. A pesquisa, as filmagens e as entrevistas serão realizadas pela pesquisadora Valéria de Araújo Lima, estudante de graduação na Faculdade de Educação da UNICAMP, sob orientação do professor Dr. Sérgio Antônio da Silva Leite.

A participação nesse estudo é voluntária e se você decidir não participar, não desejar ser filmado(a) ou gravado(a), ou quiser desistir em qualquer momento, tem absoluta liberdade de fazê-lo. Sua recusa ou desistência não trará nenhum prejuízo em sua relação com a pesquisadora ou com a instituição em que estuda.

Na publicação dos resultados desta pesquisa, sua identidade será mantida no mais rigoroso sigilo. Serão omitidas todas as informações que permitam identificá-lo(a). Os dados coletados serão utilizados apenas nesta pesquisa. As gravações serão armazenadas em computador de acesso apenas da pesquisadora e descartadas após dois anos do fim da pesquisa.

O(A) Sr(a) não terá nenhum custo ou quaisquer compensações financeiras. Não existe previsão de riscos de qualquer natureza relacionada à sua participação. O benefício será o de contribuir para o aumento do conhecimento científico na área da Educação Matemática.

Se tiver qualquer dúvida a respeito dos objetivos da pesquisa, poderá entrar em contato com a pesquisadora pelo telefone (19) 99551-1552, pelo e-mail: val_araujo07@hotmail.com, ou pelo endereço Rua Francisco Teodoro, 729 – Vila Industrial, Campinas/SP; ou em contato com o orientador pelo telefone (11) 99932-4673, pelo e-mail sasleite@uol.com.br, ou pelo endereço Av. Bertrand Russell, 801 - Cidade Universitária "Zeferino Vaz" Campinas/SP. Se desejar obter mais informações ou realizar alguma reclamação/denúncia referente aos aspectos éticos da pesquisa, poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa da UNICAMP:

<u>Comitê de Ética em Pesquisa.</u> - Rua: Tessália Vieira de Camargo, 126 – Caixa Postal: 6111 13083-887 Campinas – SP. Fone: (19)3521-8936. E-mail: cep@fcm.unicamp.br

<u>Termo de Consentimento Livre e Esclarecido</u>

Se o(a) Sr(a) estiver de acordo em participar, deverá preencher e assinar a Declaração de Consentimento que se segue, e receberá uma cópia do presente Termo.

Eu ____, RG: _______________, declaro que estou ciente do completo teor das informações constantes no presente Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, e que tive oportunidade de fazer perguntas, esclarecer dúvidas e aceito participar voluntariamente da pesquisa.

Local: ____________________ Data: ____/_____/______

____ ____

Assinatura do voluntário | Assinatura da Pesquisadora Valéria de A. Lima

____

Assinatura do Orientador Dr. Sérgio A. S. Leite

AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA

Prezado(a) Diretor(a):

A escola está sendo convidada a participar da pesquisa: “Afetividade e o Ensino de Matemática”, que tem como objetivo: identificar aspectos de uma prática pedagógica que podem ser considerados facilitadores ou não do processo de aproximação afetiva entre o aluno e os conhecimentos da matemática.

Esta envolve a filmagem da prática pedagógica de um professor de matemática do Ensino Médio, em uma turma de primeiro ano, além de entrevistas com professor e/ou alunos após cada sessão de observação. As filmagens serão vistas apenas pela pesquisadora e por seu orientador. As entrevistas serão gravadas e posteriormente, transcritas. A pesquisa, as filmagens e as entrevistas serão realizadas pela pesquisadora Valéria de Araújo Lima, estudante de graduação na Faculdade de Educação da UNICAMP, sob orientação do professor Dr. Sérgio Antônio da Silva Leite.

A participação nesse estudo é voluntária e caso os sujeitos optem por não participar, não desejarem ser filmados ou gravados, ou quiserem desistir em qualquer momento, terão absoluta liberdade de fazê-lo. Na publicação dos resultados desta pesquisa, a identidade de todos, bem como da escola, será mantida no mais rigoroso sigilo. Serão omitidas todas as informações que permitam a identificação. Os dados coletados serão utilizados apenas nesta pesquisa. As gravações serão armazenadas em computador de acesso apenas da pesquisadora e descartadas após dois anos do fim da pesquisa.

A escola não terá nenhum custo ou quaisquer compensações financeiras. Não existe previsão de riscos de qualquer natureza relacionada à sua participação. O benefício será o de contribuir para o aumento do conhecimento científico na área da Educação Matemática.

Se tiver qualquer dúvida a respeito dos objetivos da pesquisa, poderá entrar em contato com a pesquisadora pelo telefone (19) 99551-1552, pelo e-mail: val_araujo07@hotmail.com, ou pelo endereço Rua Francisco Teodoro, 729 – Vila Industrial, Campinas/SP; ou em contato com o orientador pelo telefone (11) 99932-4673, pelo e-mail sasleite@uol.com.br, ou pelo endereço Av. Bertrand Russell, 801 - Cidade Universitária "Zeferino Vaz" Campinas/SP. Se desejar obter mais informações ou realizar alguma reclamação/denúncia referente aos aspectos éticos da pesquisa, poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa da UNICAMP:

<u>Comitê de Ética em Pesquisa.</u> - Rua: Tessália Vieira de Camargo, 126 – Caixa Postal: 6111 13083-887 Campinas – SP. Fone: (19)3521-8936. E-mail: cep@fcm.unicamp.br

<u>Autorização da Escola</u>

Se o(a) Sr(a), representante da escola, estiver de acordo em participar, deverá preencher e assinar a Declaração de Consentimento que se segue, e receberá uma cópia do presente Termo.

Eu ____, RG: _______________ representante da instituição ____,declaro que estou ciente do completo teor das informações constantes no presente Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, e que tive oportunidade de fazer perguntas, esclarecer dúvidas e autorizo o desenvolvimento da pesquisa na referida instituição.

Local: ____________________ Data: ____/_____/______

____
Assinatura e Carimbo do Diretor(a)

____
Assinatura da Pesquisadora Valéria de A. Lima

____
Assinatura do Orientador Dr. Sérgio A. S. Leite