

Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Airton Kist

O uso de ondaletas em modelos FANOVA

Programa: Doutorado em Estatística

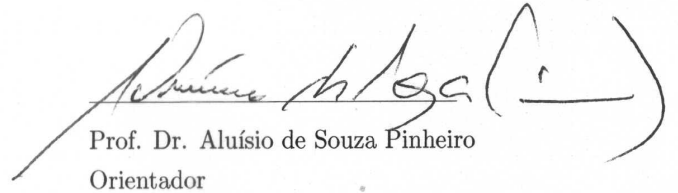
Orientador: Aluísio de Souza Pinheiro

Campinas, 2011

O uso de ondaletas em modelos FANOVA

Este exemplar corresponde à redação final da tese devidamente corrigida e defendida por Airton Kist e aprovada pela Comissão Julgadora

Campinas, 13 de dezembro de 2011



Prof. Dr. Aluísio de Souza Pinheiro
Orientador

Banca Examinadora:

- Prof. Dr. Aluísio de Souza Pinheiro (IMECC-UNICAMP) - orientador
- Prof. Dr. Luiz Koodi Hotta (IMECC-UNICAMP)
- Prof. Dr. Alejandro César Frery Orgambide (UFAL)
- Prof. Dr. Nikolai Valtchev Kolev (IME-USP)
- Prof. Dr. Pedro Alberto Morettin (IME-USP)

Tese apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Estatística.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA POR ANA REGINA MACHADO – CRB8/5467
 BIBLIOTECA DO INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E
 COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA – UNICAMP

K644u	<p>Kist, Airton, 1971- O uso de ondaletas em modelos FANOVA / Airton Kist. - Campinas, SP : [s.n.], 2011.</p> <p>Orientador: Aluísio de Souza Pinheiro. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.</p> <p>1. Wavelets (Matemática). 2. Análise de variância funcional. 3. Teste de hipótese não paramétrico. 4. Erros correlacionados (Estatística). 5. Estatística matemática. I. Pinheiro, Aluísio de Souza, 1967-. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. III. Título.</p>
-------	---

Informações para Biblioteca Digital

Título em inglês: Wavelets FANOVA models

Palavras-chave em inglês:

Wavelets (Mathematics)

Functional analysis of variance

Nonparametric hypothesis testing

Correlated errors (Statistics)

Mathematical statistics

Área de concentração: Estatística

Titulação: Doutor em Estatística

Banca examinadora:

Aluísio de Souza Pinheiro [Orientador]

Luiz Koodi Hotta

Alejandro César Frery Orgambide

Nikolai Valtchev Kolev

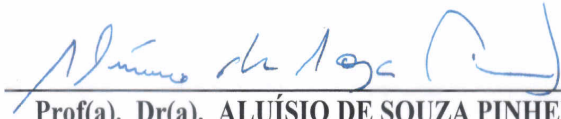
Pedro Alberto Morettin

Data da defesa: 20-10-2011

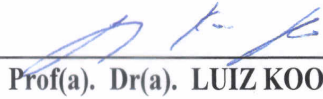
Programa de Pós-Graduação: Estatística

Tese de Doutorado defendida em 20 de outubro de 2011 e aprovada

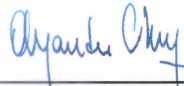
Pela Banca Examinadora composta pelos Profs. Drs.



Prof(a). Dr(a). ALUÍSIO DE SOUZA PINHEIRO



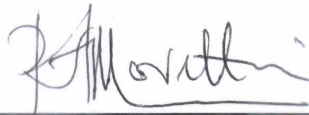
Prof(a). Dr(a). LUÍZ KOODI HOTTA



Prof(a). Dr(a). ALEJANDRO CÉSAR FRERY ORGAMBIDÉ



Prof(a). Dr(a). NIKOLAI VALTCHEV KOLEV



Prof(a). Dr(a). PEDRO ALBERTO MORETTIN

À minha esposa Denise e ao meu
filho Lucas que sempre estiveram ao
meu lado.

Agradecimentos

A Deus pela saúde, sabedoria e por me dar esta oportunidade única em minha vida.

À minha esposa Denise pela sua paciência, apoio, incentivo e compreensão em todos os momentos.

Ao meu filho Lucas pela sua compreensão e pelas vezes que interrompeu meus estudos para brincar ou conversar sobre suas brincadeiras (goooooooooolllll).

Ao meu orientador Aluísio pela disponibilidade e incentivo constante e pelas discussões e sugestões que possibilitaram que este trabalho fosse realizado.

Aos meus pais, Canisio e Lucena e irmãos que sempre me apoiaram apesar da distância. À minha sogra Gema e ao Frei Ildo pelo apoio.

Aos amigos Marcio e Karen pela amizade, apoio e bons momentos de convivência.

Ao colega e amigo Giuliano pela amizade e pelo acolhimento no início do doutorado.

A todos os colegas em especial aos amigos Marcio Rodrigues, Lorena, Beatriz, Marcio Dinis, Guilherme, Lucas, Rodrigo, Edinho e Diego pelo apoio e amizade que foi construída e cultivada durante estes anos de estudo.

À Universidade Estadual de Ponta Grossa e colegas e amigos do DEMAT pela liberação integral para cursar o doutorado.

Aos professores do departamento de estatística pela disponibilidade e ao IMECC e UNICAMP pela ótima estrutura oferecida.

Enfim, agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho. Obrigado a todos!

Resumo

O problema de estimação funcional vem sendo estudado de formas variadas na literatura. Uma possibilidade bastante promissora se dá pela utilização de bases ortonormais de wavelets (ondaletas). Essa solução é interessante por sua: frugalidade; otimalidade assintótica; e velocidade computacional.

O objetivo principal do trabalho é estender os testes do modelo FANOVA de efeitos fixos, com erros i.i.d., baseados em ondaletas propostos em Abramovich et al. (2004), para modelos FANOVA de efeitos fixos com erros dependentes. Propomos um procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt para estimar os parâmetros e a função. A função é estimada de forma não paramétrica via estimador ondaleta que limiariza termo a termo ou estimador linear núcleo ondaleta.

Mostramos que, com erros i.i.d., a convergência individual do estimador núcleo ondaleta em pontos diádicos para uma variável aleatória com distribuição normal implica na convergência conjunta deste vetor para uma variável aleatória com distribuição normal multivariada. Além disso, mostramos a convergência em erro quadrático do estimador nos pontos diádicos. Sob uma restrição é possível mostrar que este estimador converge nos pontos diádicos para uma variável com distribuição normal mesmo quando os erros são correlacionados. O vetor das convergências individuais também converge para uma variável normal multivariada. **Palavras-chave:** Ondaletas, teste FANOVA, estimador não paramétrico, erros correlacionados.

Abstract

The functional estimation problem has been studied variously in the literature. A promising possibility is by use of orthonormal bases of wavelets. This solution is appealing because of its: frugality, asymptotic optimality, and computational speed.

The main objective of the work is to extend the tests of fixed effects FANOVA model with iid errors, based on wavelet proposed in Abramovich et al. (2004) to fixed effects FANOVA models with dependent errors. We propose an iterative procedure Cocharane-Orcutt type to estimate the parameters and function. The function is estimated through a nonparametric wavelet estimator that thresholded term by term or wavelet kernel linear estimator.

We show that, with iid errors, the individual convergence of the wavelet kernel estimator in dyadic points for a random variable with normal distribution implies the joint convergence of this vector to a random variable with multivariate normal distribution. Furthermore, we show the convergence of the squared error estimator in the dyadic points. Under a restriction is possible to show that this estimator converges in dyadic points to a variable with normal distribution even when errors are correlated. The vector of individual convergences also converges to a multivariate normal variable.

Keywords: Wavelet, FANOVA test, nonparametric estimator, correlated errors.

Sumário

1	Introdução	1
2	Movimento browniano e integral de Itô	3
2.1	Movimento browniano	3
2.2	Integral de Itô	5
2.3	Equações diferenciais e processo de Ornstein-Uhlenbeck	9
3	Ondaletas	13
3.1	Introdução	13
3.2	Ondaleta de Haar	13
3.3	Análise de Multirresolução	16
3.3.1	Bases ortonormais	17
3.3.2	Representação de ondaletas	18
3.4	Regularidade das ondaletas	19
3.5	Aproximações e caracterizações de espaços funcionais	22
3.6	Estimação não paramétrica dos coeficientes	24
3.6.1	Encolhimento da estimativa por ondaletas	25
4	Estimadores por ondaleta	29
4.1	Incrementos independentes	29
4.2	Estimadores por ondaleta lineares	30
4.2.1	Núcleo ondaleta	30
4.2.2	Estimador de ajuste local constante para curvas	31
4.3	Estimadores ondaleta linearizados	33
4.4	Estudo de simulação	34
4.5	Convergência do EQMI	38
4.6	Convergência conjunta para erros iid	41
4.7	Incrementos dependentes	51
4.8	Estimadores ondaleta lineares com erros dependentes	52
4.9	Estimador ondaleta linear com erros autocorrelacionados	56
4.10	Convergência conjunta para erros dependentes	60

5	Modelos FANOVA com erros iid	71
5.1	Introdução	71
5.2	Teste de média normal em alta dimensão	71
5.2.1	Teste de análise de variância de alta dimensão - HANOVA	71
5.2.2	Teste Neyman adaptativo	72
5.2.3	Teste de comparação de múltiplos grupos de curvas	73
5.3	Modelos FANOVA de efeitos fixos	74
5.3.1	Definições básicas	76
5.4	Testes ótimos para modelos FANOVA de efeitos fixos	77
5.4.1	Teste minimax não adaptativo	79
5.4.2	Teste minimax adaptativo	81
5.4.3	Realização dos testes minimax	82
6	Modelos FANOVA com erros dependentes	83
6.1	Modelo FANOVA de efeitos fixos com erros dependentes	83
6.1.1	Aproximação com tempo contínuo de um processo autorregressivo	83
6.1.2	Especificação do modelo com erros correlacionados	84
6.1.3	Estimação dos parâmetros	86
6.1.4	Algoritmo de estimação	89
6.2	Testes em modelos FANOVA com erros correlacionados	90
6.3	Descrição do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt	92
6.3.1	Convergência do procedimento iterativo	94
6.4	Estudo de simulação	95
6.4.1	Discussão dos resultados	96
6.5	Aplicação do procedimento iterativo	114
6.5.1	Resultados	114
6.5.2	Teste FANOVA	123
7	Discussão dos resultados	125
A	Estudo de simulação do estimador linear	127
A.1	Estudo de simulação	127
B	Estudo de simulação do procedimento iterativo	143
B.1	Discussão dos resultados	143
	Referências Bibliográficas	249

Lista de Figuras

2.1	Quatro realizações ou caminhos de um movimento browniano $\{W(t)\}_{t \in [0,1]}$. . .	5
3.1	Base de Haar.	15
3.2	Aproximações pela ondaleta Haar	16
3.3	Limiar duro e suave.	25
4.1	Gráficos das funções teste usadas nas simulações.	34
4.2	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_3	49
4.3	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_4	49
4.4	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_5	49
4.5	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_6	50
4.6	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_7	50
4.7	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_8	50
4.8	Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.99$, da projeção de f em V_3 . .	67
4.9	Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.99$, da projeção de f em V_4 . .	67
4.10	Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.99$, da projeção de f em V_5 . .	67
4.11	Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.99$, da projeção de f em V_6 . .	68
4.12	Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.99$, da projeção de f em V_7 . .	68
4.13	Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.99$, da projeção de f em V_8 . .	68
4.14	Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.9999$, da projeção de f em V_3 .	69
4.15	Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.9999$, da projeção de f em V_4 .	69
4.16	Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.9999$, da projeção de f em V_5 .	69
4.17	Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.9999$, da projeção de f em V_6 .	70
4.18	Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.9999$, da projeção de f em V_7 .	70
4.19	Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.9999$, da projeção de f em V_8 .	70
6.1	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.99$ - Box-plot das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt com $\text{SNR} = 1$	105
6.2	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.99$ - Box-plot das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt com $\text{SNR} = 3$	105

6.3	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.99$ - Box-plot das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt com SNR = 7	106
6.4	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	106
6.5	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.99$ - Box-plot do número de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir com SNR = 1	108
6.6	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.99$ - Box-plot do número de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir com SNR = 3	108
6.7	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.99$ - Box-plot do número de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir com SNR = 7	109
6.8	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.9999$ - Box-plot das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt com SNR = 1	109
6.9	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.9999$ - Box-plot das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt com SNR = 3	110
6.10	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.9999$ - Box-plot das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt com SNR = 7	110
6.11	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	112
6.12	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.9999$ - Box-plot do número de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir com SNR = 1	112
6.13	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.9999$ - Box-plot do número de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir com SNR = 3	113
6.14	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.9999$ - Box-plot do número de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir com SNR = 7	113
6.15	Gráfico das estimativas da variável temperatura	116
6.16	Gráfico das estimativas da variável umidade	116
6.17	Gráfico das estimativas da variável pressão	117
6.18	Gráfico das médias das estimativas da temperatura do ar	118
6.19	Gráfico da temperatura observada e estimada	119
6.20	Gráfico da umidade observada e estimada	120
6.21	Gráfico da pressão observada e estimada	121
6.22	Curva observada e a curva estimada da variável temperatura no mês de dezembro de 2009 para a cidade de São Luiz	122

Lista de Tabelas

3.1	Expoentes de regularidade das funções escala Daubechies	22
4.1	Erro quadrático médio da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com $\text{SNR} = 3$ e função ondaleta ‘db6’	36
4.2	Número de vezes em que o EQM do estimador núcleo ondaleta foi o menor na projeção de f no espaço V_j para cada tamanho amostral, função ondaleta e SNR considerados.	37
4.3	Número de vezes em que o EQM do estimador núcleo ondaleta foi o menor na projeção de f no espaço V_j	37
4.4	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_3	45
4.5	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_4	45
4.6	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_5	46
4.7	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_6	46
4.8	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_7	46
4.9	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_8	47
4.10	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_3 com $\rho = 0.99$. . .	62
4.11	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_4 com $\rho = 0.99$. . .	62
4.12	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_5 com $\rho = 0.99$. . .	62
4.13	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_6 com $\rho = 0.99$. . .	63
4.14	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_7 com $\rho = 0.99$. . .	63
4.15	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_8 com $\rho = 0.99$. . .	63
4.16	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_3 com $\rho = 0.9999$. .	64
4.17	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_4 com $\rho = 0.9999$. .	64
4.18	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_5 com $\rho = 0.9999$. .	64
4.19	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_6 com $\rho = 0.9999$. .	65
4.20	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_7 com $\rho = 0.9999$. .	65
4.21	Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_8 com $\rho = 0.9999$. .	65
6.1	Posto médio e mediano do menor EQMI	96

6.2	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt.	107
6.3	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt.	111
6.4	Estimativas de ρ para a ondaleta ‘db6’	115
6.5	Estimativas das correlações residuais	123
6.6	Resultados do teste do teste de hipótese	124
A.1	Erro quadrático médio da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 1 e função ondaleta ‘db3’	128
A.2	Erro quadrático médio da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 1 e função ondaleta ‘db6’	129
A.3	Erro quadrático médio da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 1 e função ondaleta ‘sym8’	130
A.4	Erro quadrático médio da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 3 e função ondaleta ‘db3’	131
A.5	Erro quadrático médio da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 3 e função ondaleta ‘db6’	132
A.6	Erro quadrático médio da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 3 e função ondaleta ‘sym8’	133
A.7	Erro quadrático médio da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 5 e função ondaleta ‘db3’	134
A.8	Erro quadrático médio da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 5 e função ondaleta ‘db6’	135
A.9	Erro quadrático médio da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 5 e função ondaleta ‘sym8’	136
A.10	Erro quadrático médio da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 7 e função ondaleta ‘db3’	137
A.11	Erro quadrático médio da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 7 e função ondaleta ‘db6’	138
A.12	Erro quadrático médio da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 7 e função ondaleta ‘sym8’	139
A.13	Número de vezes em que o EQM do estimador núcleo ondaleta foi o menor na projeção de f no espaço V_j para cada tamanho amostral, função ondaleta e SNR considerados.	140
A.14	Número de vezes em que o EQM do estimador núcleo ondaleta foi o menor na projeção de f no espaço V_j	141

B.1	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	152
B.2	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	153
B.3	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	154
B.4	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	155
B.5	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	156
B.6	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	157
B.7	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	158
B.8	Função <i>Doppler</i> e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	159
B.9	Função <i>HeaviSine</i> e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	160
B.10	Função <i>HeaviSine</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	161
B.11	Função <i>HeaviSine</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	162
B.12	Função <i>HeaviSine</i> e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	163
B.13	Função <i>HeaviSine</i> e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	164
B.14	Função <i>HeaviSine</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	165
B.15	Função <i>HeaviSine</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	166
B.16	Função <i>HeaviSine</i> e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	167
B.17	Função <i>Bumps</i> e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	168
B.18	Função <i>Bumps</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	169
B.19	Função <i>Bumps</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	170

B.20	Função <i>Bumps</i> e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	171
B.21	Função <i>Bumps</i> e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	172
B.22	Função <i>Bumps</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	173
B.23	Função <i>Bumps</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	174
B.24	Função <i>Bumps</i> e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	175
B.25	Função <i>Blocks</i> e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	176
B.26	Função <i>Blocks</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	177
B.27	Função <i>Blocks</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	178
B.28	Função <i>Blocks</i> e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	179
B.29	Função <i>Blocks</i> e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	180
B.30	Função <i>Blocks</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	181
B.31	Função <i>Blocks</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	182
B.32	Função <i>Blocks</i> e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	183
B.33	Função <i>Spikes</i> e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	184
B.34	Função <i>Spikes</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	185
B.35	Função <i>Spikes</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	186
B.36	Função <i>Spikes</i> e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	187
B.37	Função <i>Spikes</i> e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	188
B.38	Função <i>Spikes</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	189

B.39 Função <i>Spikes</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	190
B.40 Função <i>Spikes</i> e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	191
B.41 Função <i>Blip</i> e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	192
B.42 Função <i>Blip</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	193
B.43 Função <i>Blip</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	194
B.44 Função <i>Blip</i> e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	195
B.45 Função <i>Blip</i> e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	196
B.46 Função <i>Blip</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	197
B.47 Função <i>Blip</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	198
B.48 Função <i>Blip</i> e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	199
B.49 Função <i>Corner</i> e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	200
B.50 Função <i>Corner</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	201
B.51 Função <i>Corner</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	202
B.52 Função <i>Corner</i> e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	203
B.53 Função <i>Corner</i> e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	204
B.54 Função <i>Corner</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	205
B.55 Função <i>Corner</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	206
B.56 Função <i>Corner</i> e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	207
B.57 Função <i>Wave</i> e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	208

B.58 Função <i>Wave</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	209
B.59 Função <i>Wave</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	210
B.60 Função <i>Wave</i> e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	211
B.61 Função <i>Wave</i> e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	212
B.62 Função <i>Wave</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	213
B.63 Função <i>Wave</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	214
B.64 Função <i>Wave</i> e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	215
B.65 Função <i>Angles</i> e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	216
B.66 Função <i>Angles</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	217
B.67 Função <i>Angles</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	218
B.68 Função <i>Angles</i> e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	219
B.69 Função <i>Angles</i> e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	220
B.70 Função <i>Angles</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	221
B.71 Função <i>Angles</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	222
B.72 Função <i>Angles</i> e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	223
B.73 Função <i>Parabolas</i> e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	224
B.74 Função <i>Parabolas</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	225
B.75 Função <i>Parabolas</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	226
B.76 Função <i>Parabolas</i> e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	227

B.77 Função <i>Parabolas</i> e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	228
B.78 Função <i>Parabolas</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	229
B.79 Função <i>Parabolas</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	230
B.80 Função <i>Parabolas</i> e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	231
B.81 Função <i>Time Shifted Sine</i> e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	232
B.82 Função <i>Time Shifted Sine</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	233
B.83 Função <i>Time Shifted Sine</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	234
B.84 Função <i>Time Shifted Sine</i> e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	235
B.85 Função <i>Time Shifted Sine</i> e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	236
B.86 Função <i>Time Shifted Sine</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	237
B.87 Função <i>Time Shifted Sine</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	238
B.88 Função <i>Time Shifted Sine</i> e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	239
B.89 Função <i>Cusp</i> e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	240
B.90 Função <i>Cusp</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	241
B.91 Função <i>Cusp</i> e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	242
B.92 Função <i>Cusp</i> e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	243
B.93 Função <i>Cusp</i> e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	244
B.94 Função <i>Cusp</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	245
B.95 Função <i>Cusp</i> e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt.	246

B.96 Função <i>Cusp</i> e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir.	247
---	-----

Capítulo 1

Introdução

Equipamentos sofisticados de detecção e monitorização são rotineiramente utilizados em pesquisas na medicina, sismologia, meteorologia, fisiologia, mercado financeiro e muitos outros campos. Isso permite aos pesquisadores coletar um grande número de observações, em particular ao longo do tempo, que podem ser modelado, essencialmente, como curvas contínuas (funções).

Dados funcionais apresentam dois obstáculos às metodologias tradicionais estatísticas: a complexidade das relações de dependência dentro de cada observação; e a inviabilidade da utilização de métodos computacionalmente ineficientes seja por excessivo tempo de processamento ou uso de memória.

Ondaletas são candidatas ideais para a formulação de metodologias eficientes computacionalmente e estatisticamente nessa situação. Os resultados de sua otimalidade assintótica, viabilidade numérica e capacidade de adaptação incluem: Donoho (1993); Donoho e Johnstone (1998, 1999); Fan e Koo (2002); Abramovich et al. (2004); Abramovich e Angelini (2006); e Klemelä (2006).

Modelos para dados funcionais são motivados e suas idéias basais são apresentadas em Ramsay e Silverman (2002, 2005). Resultados gerais de equivalência assintótica, no sentido de Le Cam (1986), são apresentadas em Nussbaum (1996) e Brown e Low (1996). Modelos e resultados assintoticamente ótimos baseados em ondaletas são propostos por: Fan e Koo (2002); Abramovich et al. (2004); Abramovich e Angelini (2006); e Klemelä (2006).

Nosso objetivo principal neste trabalho é estender os estimadores e testes do modelo FANOVA de efeitos fixos, com erros i.i.d., baseados em ondaletas propostos em Abramovich et al. (2004), para modelos FANOVA de efeitos fixos com erros dependentes. Mais precisamente, para o modelo em que os erros são definidos como um processo autorregressivo com tempo contínuo de ordem um (CAR(1)).

Ao realizar o procedimento de teste em amostras finitas é necessário estimar o parâmetro autorregressivo ρ e a função f de forma simultânea. Então propomos um procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt que estima ρ , por mínimos quadrados, e f de forma não paramétrica. Para ilustrar o desempenho do procedimento iterativo fez-se um estudo de

simulação. Apresentam-se os resultados da implementação do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt para dois estimadores ondaleta (passo funcional linear e não linear).

Obtivemos também alguns resultados para o estimador ondaleta linear com erros i.i.d.. Mostramos a convergência do erro quadrático médio integrado do estimador. Além disso, estudamos a convergência conjunta do vetor das estimativas pontuais, em pontos diádicos, desse estimador. Ilustramos através de alguns casos particulares a convergência assintótica conjunta deste vetor para uma distribuição normal multivariada, tanto para erros i.i.d. como para erros dependentes.

Os Capítulos 2, 3 e 5 são dedicados a resultados conhecidos na literatura. As contribuições da tese estão nos Capítulos 4 e 6. A tese é organizada da seguinte forma. No Capítulo 2 são apresentados as definições de movimento browniano e integral de Itô e suas principais propriedades. O capítulo 3 é dedicado aos resultados relativos à ondaletas, como análise de multirresolução, estimação não paramétrica dos coeficientes ondaleta e caracterização de espaços funcionais. Os estimadores funcionais por ondaletas, com incrementos independentes e dependentes, são estudados no Capítulo 4. No Capítulo 5 apresentamos uma discussão sobre o teste de média normal em alta dimensão e teste FANOVA de efeitos fixos propostos em Abramovich et al. (2004). Uma extensão dos estimadores e testes do modelo FANOVA de efeitos fixos com erros i.i.d., para erros autocorrelacionados, é proposta no Capítulo 6. Propomos um procedimento iterativo para estimar o parâmetro autorregressivo e a função. Também nesse Capítulo apresentam-se ilustrações do procedimento iterativo por simulação e um conjunto de dados real. E por fim, no Capítulo 7 é feita uma discussão dos resultados. Os detalhes das simulações são apresentados no Apêndice B.

Capítulo 2

Movimento browniano e integral de Itô

Neste capítulo são apresentadas as definições de movimento browniano e integral de Itô e algumas de suas principais propriedades. Estudos mais completos podem ser encontrados em Karatzas e Shreve (1991), Wiersema (2008) e Klebaner (2005). A maioria das definições e resultados deste capítulo foram formulados a partir desses livros.

2.1 Movimento browniano

O movimento browniano tem um papel relevante na teoria de probabilidade e aplicações. Começamos com a definição deste importante processo e depois enunciaremos algumas propriedades elementares.

Suponha um espaço amostral (Ω, \mathcal{F}) equipado com uma *filtragem*, isto é, uma família não decrescente $\{\mathcal{F}_t\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ da sub- σ -álgebra de \mathcal{F} : $\mathcal{F}_s \subseteq \mathcal{F}_t \subseteq \mathcal{F}$ para $0 < s < t < \infty$.

Dado um processo estocástico $\{X(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$, a escolha mais simples de filtragem é aquela gerada pelo próprio processo, isto é,

$$\mathcal{F}_t^X = \sigma(X(s); 0 \leq s \leq t),$$

a menor σ -álgebra com respeito a qual $X(s)$ é mensurável para todo $s \in [0, t]$.

O processo estocástico $\{X(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ é adaptado à filtragem $\{\mathcal{F}_t\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ se, para cada $t > 0$, $X(t)$ é uma variável aleatória \mathcal{F}_t -mensurável.

O *movimento browniano* ou um *processo de Wiener* é um processo adaptado, contínuo $\{W(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$, definido em algum espaço de probabilidade (Ω, \mathcal{F}, P) , com as propriedades que $W(0) = 0$ com probabilidade 1, e para $0 < s < t$, o incremento $W(t) - W(s)$ é independente de \mathcal{F}_s e é normalmente distribuído com média zero e variância $t - s$.

Se $\{W(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ é um movimento browniano e $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n < \infty$, então os incrementos $\{W(t_j) - W(t_{j-1})\}_{j=1}^n$ são independentes e a distribuição de $W(t_j) - W(t_{j-1})$ depende de t_j e t_{j-1} apenas pela diferença $t_j - t_{j-1}$. Dizemos que o processo $\{W(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ tem incrementos independentes estacionários.

O movimento browniano $\{W(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ serve como um modelo básico para o efeito cumulativo de ruído puro. Se $W(t)$ denota a posição de uma partícula no tempo t , então o

deslocamento $W(t) - W(0)$ é o efeito do bombardeamento puramente aleatório do fluido, ou o efeito do ruído sobre o tempo t .

Suponha, sem perda de generalidade, que o processo $\{W(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ comece em 0 com probabilidade 1, isto é, $W(0) = 0$. Então, $W(t)$ tem distribuição $N(0, t)$. No caso geral, a distribuição condicional de $W(t+s)$ dado que $W(s) = x$ é $N(x, t)$. A função transição $P(y, t, s)$ é a função distribuição acumulada de $P(y, t, s) = P(W(t+s) \leq y | W(s) = 0) = P(W(t) \leq y)$. A função densidade dessa distribuição é a função densidade de probabilidade de transição do movimento browniano,

$$p_t(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} e^{-y^2/2t}.$$

As distribuições de dimensão finita podem ser calculadas com a ajuda da função densidade de probabilidade de transição, usando a independência dos incrementos

$$\begin{aligned} P(W(t_1) \leq x_1, W(t_2) \leq x_2, \dots, W(t_n) \leq x_n) \\ = \int_{-\infty}^{x_1} p_{t_1}(y_1) dy_1 \int_{-\infty}^{x_2} p_{t_2-t_1}(y_1, y_2) dy_2 \cdots \int_{-\infty}^{x_n} p_{t_n-t_{n-1}}(y_{n-1}, y_n) dy_n. \end{aligned}$$

Um *processo gaussiano* é uma coleção de variáveis aleatórias normais tal que qualquer número finito delas tem uma distribuição normal multivariada conjunta. Assim, os incrementos do movimento browniano são um processo gaussiano. Considere a covariância entre as posições do movimento browniano em quaisquer tempos s e t , com $s < t$. Este é o valor esperado do produto dos desvios dessas variáveis aleatórias de suas respectivas médias

$$\text{Cov}(W(s), W(t)) = \mathbb{E}\{[X(s) - \mathbb{E}X(s)][X(t) - \mathbb{E}X(t)]\}$$

Como $\mathbb{E}W(s) = \mathbb{E}W(t) = 0$, $\text{Cov}(W(s), W(t)) = \mathbb{E}\{W(s)W(t)\}$. Então

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[W(s)W(t)] &= \mathbb{E}\{W^2(s) + W(s)[W(t) - W(s)]\} \\ &= \mathbb{E}W^2(s) + \mathbb{E}W(s)[W(t) - W(s)] \\ &= s, \end{aligned}$$

pela independência de $W(s)$ e $W(t) - W(s)$. Em geral, para quaisquer tempos s e t , tem-se

$$\mathbb{E}\{W(s)W(t)\} = \min(s, t).$$

Para incrementos em quaisquer dois intervalos de tempo não sobrepostos $[t_1, t_2]$ e $[t_3, t_4]$, $W(t_2) - W(t_1)$ é independente de $W(t_4) - W(t_3)$, então

$$\mathbb{E}\{[W(t_2) - W(t_1)][W(t_4) - W(t_3)]\} = \mathbb{E}[W(t_2) - W(t_1)]\mathbb{E}[W(t_4) - W(t_3)] = 0,$$

enquanto $\mathbb{E}\{W(t_1)W(t_3)\} = t_1$.

Na Figura 2.1 estão quatro realizações do movimento browniano $\{W(t)\}_{t \in [0,1]}$.

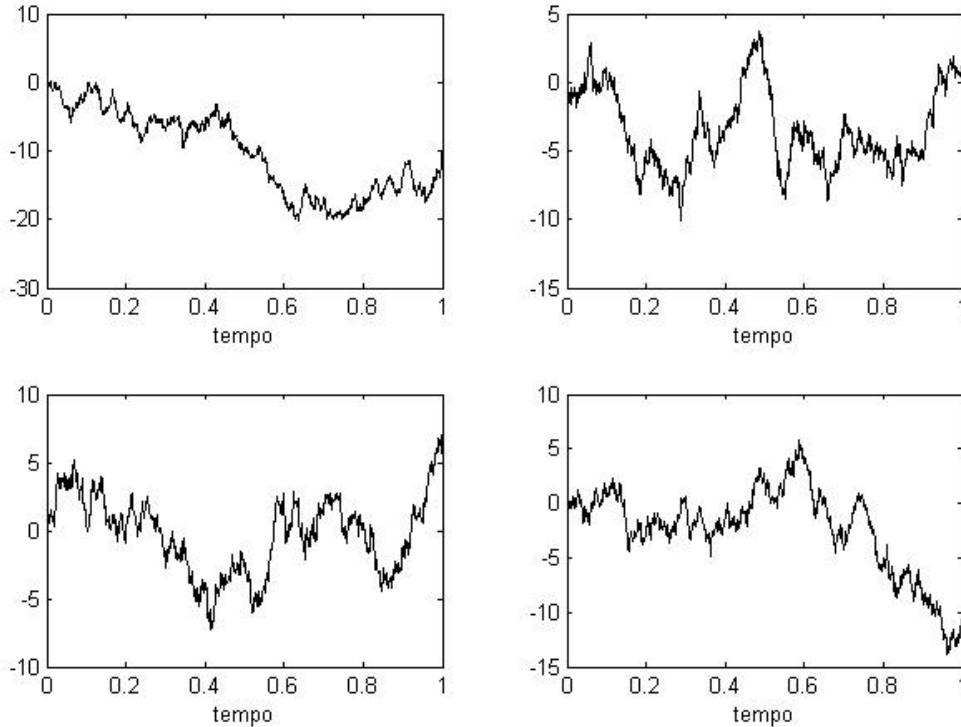


Figura 2.1: Quatro realizações ou caminhos de um movimento browniano $\{W(t)\}_{t \in [0,1]}$.

2.2 Integral de Itô

A integral de Itô representa o limite $\int_0^T X(t)dW(t)$, da soma de Itô. Os resultados desta seção podem ser encontrados no livro Klebaner (2005), capítulo 4, seções 1, 2, 4 e 5.

Para começar, definiremos a integral estocástica $\int_0^T X(t)dW(t)$ para um conjunto de processos chamados processos simples.

Definição 2.2.1 *Um processo adaptado $\{X(t), 0 \leq t \leq T\}$ é chamado simples se existem tempos $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = T$ e variáveis aleatórias $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_{n-1}$ tais que ξ_0 é uma constante, ξ_i é \mathcal{F}_{t_i} -mensurável (depende do valor de $W(t)$ para $t \leq t_i$, mas não dos valores de $W(t)$ para $t > t_i$), e $\mathbb{E}(\xi_i^2) < \infty$, para todo $i = 0, 1, \dots, n-1$; e*

$$X(t) = \xi_0 \mathbf{1}_{\{0\}}(t) + \sum_{i=0}^{n-1} \xi_i \mathbf{1}_{(t_i, t_{i+1}]}(t); \quad 0 \leq t \leq T.$$

Para um processo adaptado simples a integral de Itô $\int_0^T X(t)dW(t)$ é definida como

$$\int_0^T X(t)dW(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \xi_i [W(t_{i+1}) - W(t_i)]. \quad (2.2.1)$$

O ponto chave a ser observado aqui é que para cada i , ξ_i é \mathcal{F}_{t_i} -mensurável, enquanto $[W(t_{i+1}) - W(t_i)]$ é $\mathcal{F}_{t_{i+1}}$ -mensurável e independente de \mathcal{F}_{t_i} . Portanto, ξ_i e $[W(t_{i+1}) - W(t_i)]$ são variáveis aleatórias independentes para cada i . Quando os ξ_i 's são não aleatórios, a integral tem distribuição normal, fato que não se repete necessariamente quando tomamos ξ_i 's aleatórios.

Seja $\{\{X^{(n)}(t)\}_{n=1}^\infty\}_{0 \leq t \leq T}$ uma sequência de processos simples convergindo em probabilidade para um processo $\{X(t)\}_{0 \leq t \leq T}$. Então, sob algumas condições de regularidade, a sequência de integrais $\{\int_0^T X^{(n)}(t)dW(t)\}_{n=1}^\infty$ também converge em probabilidade para um limite J . A variável aleatória J é tomada como sendo a integral $\int_0^T X(t)dW(t)$.

Teorema 2.2.1 *Seja $\{X(t)\}_{0 \leq t \leq T}$ um processo (não necessariamente um processo simples) tal que $X(t)$ é \mathcal{F}_t -mensurável, $\forall t \in [0, T]$, e $\mathbb{E} \int_0^T X^2(t)dt < \infty$. Então, existe uma sequência de processos simples $\{\{X^{(n)}(t)\}_{n=1}^\infty\}_{0 \leq t \leq T}$ tal que*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E} \int_0^T (X^{(n)}(t) - X(t))^2 dt = 0.$$

Assim pode-se definir agora

$$\int_0^T X(t)dW(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^T X^{(n)}(t)dW(t).$$

É possível mostrar que

$$\int_0^T W(t)dW(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^T X^{(n)}(t)dW(t) = \frac{1}{2}W^2(T) - \frac{1}{2}T$$

quando $\max_i \{t_{i+1}^n - t_i^n\} \rightarrow 0$, em que $X^{(n)}(t) = \sum_{i=0}^{n-1} W(t_i^n) \mathbf{1}_{(t_i^n, t_{i+1}^n]}(t)$ e $0 = t_0^n < t_1^n < t_2^n < \dots < t_n^n = T$ é uma partição de $[0, T]$.

Se $\{X(t)\}_{0 \leq t \leq T}$ é um processo diferenciável (mais geralmente, uma função de variação finita), então a integral estocástica $\int_0^T X(t)dW(t)$ pode ser definida formalmente usando a integração por partes:

$$\int_0^T X(t)dW(t) = X(T)W(T) - X(0)W(0) - \int_0^T W(t)dX(t).$$

Um movimento browniano não tem derivadas, mas tem uma derivada generalizada como uma distribuição de Schwartz. Ela é definida pela relação a seguir. Para uma função suave g com

suporte compacto,

$$\int g(t)W'(t)dt := - \int W(t)g'(t)dt.$$

Essa abordagem não é válida quando $g(t)$ depende de $W(t)$ (veja o livro Klebaner (2005), capítulo 4, seção 1).

Seja $\{X(t)\}_{0 \leq t \leq T}$ um processo adaptado regular tal que $\int_0^T X^2(t)dt < \infty$, com probabilidade um. Então a integral de Itô $\int_0^T X(t)dW(t)$ é definida e tem as seguintes propriedades:

1. *Linearidade.* Se as integrais de Itô de $X(t)$ e $Y(t)$ estão definidas e α e β são constantes então

$$\int_0^T [\alpha X(t) + \beta Y(t)]dW(t) = \alpha \int_0^T X(t)dW(t) + \beta \int_0^T Y(t)dW(t).$$

- 2.

$$\int_0^T X(t)\mathbf{1}_{[a,b]}(t)dW(t) = \int_a^b X(t)dW(t).$$

As duas propriedades abaixo são válidas quando o processo satisfaz uma suposição adicional, ou seja, quando

$$\int_0^T \mathbb{E}X^2(t)dt < \infty. \quad (2.2.2)$$

3. *Média zero.*

$$\mathbb{E} \int_0^T X(t)dW(t) = 0.$$

4. *Isometria.*

$$\mathbb{E} \left(\int_0^T X(t)dW(t) \right)^2 = \int_0^T \mathbb{E}X^2(t)dt. \quad (2.2.3)$$

As integrais de Itô não necessariamente tem média e variância, mas quando as tem, a média é zero e a variância é dada por (2.2.3).

Das propriedades da integral de Itô segue o seguinte

Corolário 2.2.1 *Se $\{X(t)\}_{0 \leq t \leq T}$ é um processo adaptado contínuo, então a integral de Itô $\int_0^T X(t)dW(t)$ existe. Em particular, $\int_0^T f(W(t))dW(t)$, em que f é uma função contínua sobre \mathbb{R} , está bem definida.*

Uma consequência da propriedade de isometria é a esperança do produto de duas integrais de Itô.

Teorema 2.2.2 *Sejam $\{X(t)\}_{0 \leq t \leq T}$ e $\{Y(t)\}_{0 \leq t \leq T}$ processos adaptados regulares (apenas com descontinuidades do tipo salto), tais que $\mathbb{E} \int_0^T X^2(t)dt < \infty$ e $\mathbb{E} \int_0^T Y^2(t)dt < \infty$. Então*

$$\mathbb{E} \left(\int_0^T X(t)dW(t) \int_0^T Y(t)dW(t) \right) = \int_0^T \mathbb{E}(X(t)Y(t))dt.$$

Definição 2.2.2 (*Variação quadrática da integral de Itô.*) Se g é uma função com valores reais, define-se a sua variação quadrática sobre o intervalo $[0, t]$ como o limite (quando ele existe)

$$[g](t) = \lim_{\delta_n \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n (g(t_i^n) - g(t_{i-1}^n))^2,$$

onde o limite é tomado sobre partições do intervalo $[0, t]$, $0 = t_0^n < t_1^n < \dots < t_n^n = t$, com $\delta_n = \max_{1 \leq i \leq n} (t_i^n - t_{i-1}^n) \rightarrow 0$, quando $n \rightarrow \infty$.

A Integral de Itô $Y(t) = \int_0^t X(s) dW(s)$, $0 \leq t \leq T$, é uma função aleatória em t . Ela é contínua e adaptada. A variação quadrática de Y é definida por

$$[Y, Y](t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} (Y(t_{i+1}^n) - Y(t_i^n))^2,$$

em que para cada n , $\{t_i^n\}_{i=0}^n$, é uma partição de $[0, t]$, e o limite é em probabilidade, tomado sobre todas as partições com $\delta_n = \max_i (t_{i+1}^n - t_i^n) \rightarrow 0$, quando $n \rightarrow \infty$.

Teorema 2.2.3 A variação quadrática da integral de Itô, $Y(t) = \int_0^t X(s) dW(s)$, é dada por

$$[Y, Y](t) = \left[\int_0^t X(s) dW(s), \int_0^t X(s) dW(s) \right] (t) = \int_0^t X^2(s) ds.$$

A fórmula de Itô, também conhecida como a mudança de variável e regra da cadeia, é uma das principais ferramentas de cálculo estocástico. Ela dá origem a muitas outras, tais como Dynkin, Feynman-Kac e a fórmula de integração por partes (Klebaner, 2005).

Teorema 2.2.4 Se $\{W(t)\}_{0 \leq t \leq T}$ é um movimento browniano e $f(\cdot)$ é uma função duas vezes continuamente diferenciável em \mathbb{R} , então para qualquer $t \in [0, T]$

$$f(W(t)) = f(0) + \int_0^t f'(W(s)) dW(s) + \frac{1}{2} \int_0^t f''(W(s)) ds.$$

A fórmula de Itô fornece uma regra para “diferenciar” expressões da forma $f(W(t))$, em que $f(\cdot)$ é uma função diferenciável. Se $\{W(t)\}_{0 \leq t \leq T}$ também é diferenciável, então pela regra da cadeia temos

$$\frac{d}{dt} f(W(t)) = f'(W(t)) W'(t),$$

que pode ser escrita em notação diferencial como

$$df(W(t)) = f'(W(t)) W'(t) dt = f'(W(t)) dW(t).$$

Entretanto, $\{W(t)\}_{0 \leq t \leq T}$ não é diferenciável no sentido usual (por representar um movimento browniano), em particular tem variação quadrática não nula, assim a fórmula correta tem um

termo extra, a saber,

$$df(W(t)) = f'(W(t))dW(t) + \frac{1}{2}f''(W(t)) \underbrace{dt}_{dW(t)dW(t)}.$$

Essa é a *fórmula (ou regra) de Itô na forma diferencial* (f é suposta pertencer a classe de funções continuamente diferenciáveis de ordem dois para que f'' exista). Integrando esta, obtemos a *fórmula de Itô na forma integral*:

$$f(W(t)) - \underbrace{f(W(0))}_{f(0)} = \int_0^t f'(W(s))dW(s) + \frac{1}{2} \int_0^t f''(W(s))ds,$$

em que $W(t)$ é um movimento browniano em $[0, T]$.

Por exemplo, a derivada de Itô de $W^2(t)$ é

$$dW^2(t) = 2W(t)dW(t) + dt$$

que verificamos, checando que

$$W^2(t) = 2 \int_0^t W(u)dW(u) + \int_0^t du.$$

Para finalizar a seção, vamos definir um processo de Itô (Klebaner, 2005, p. 108). Um processo de Itô tem a forma

$$Y(t) = Y(0) + \int_0^t \mu(s)ds + \int_0^t \sigma(s)dW(s), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (2.2.4)$$

em que $Y(0)$ é \mathcal{F}_0 -adaptado, os processos $\mu(t)$ e $\sigma(t)$ são \mathcal{F}_t -adaptados, tal que $\int_0^T |\mu(t)|dt < \infty$ e $\int_0^T \sigma^2(t)dt < \infty$.

Diz-se que o processo $Y(t)$ tem *diferencial estocástica* em $[0, T]$

$$dY(t) = \mu(t)dt + \sigma(t)dW(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (2.2.5)$$

Ressaltamos que uma representação (2.2.5) só tem sentido pela forma integral (2.2.4), e nenhum outro. Os processos μ e σ em (2.2.4) podem depender de $Y(t)$ ou $W(t)$.

Pode-se definir também a variação quadrática de um processos Itô. Resultados sobre o assunto podem ser encontrados em Klebaner (2005), capítulo 4, seção 5.

2.3 Equações diferenciais e processo de Ornstein-Uhlenbeck

Os resultados desta seção podem ser encontrados em Karatzas e Shreve (1991) ou em Klebaner (2005), capítulo 4, seções 1 e 5.

Um processo *ruído branco* $\{\xi(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ é definido como a derivada do movimento browniano

$$\xi(t) = \frac{dW(t)}{dt} = W'(t).$$

Ele não existe como função de t no sentido usual, uma vez que o movimento browniano não é diferenciável em nenhuma parte.

Se $\sigma(x, t)$ é a intensidade do ruído no ponto x no instante t , então

$$\int_0^T \sigma(X(t), t) \xi(t) dt = \int_0^T \sigma(X(t), t) W'(t) dt = \int_0^T \sigma(X(t), t) dW(t), \quad (2.3.1)$$

em que a integral à direita de (2.3.1) é uma integral de Itô.

Equações diferenciais estocásticas surgem, por exemplo, quando os coeficientes de equações ordinárias são perturbadas por um ruído branco.

A teoria das equações diferenciais estocásticas (EDE) é uma ferramenta para expressar modelos dinâmicos que incluem tanto forças aleatórias como não aleatórias, e é baseada na integral de Itô.

Definição 2.3.1 *Seja $\{W(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ um movimento browniano. Uma equação da forma*

$$dX(t) = \mu(X(t), t)dt + \sigma(X(t), t)dW(t), \quad (2.3.2)$$

em que as funções $\mu(x, t)$ e $\sigma(x, t)$ são conhecidas e $\{X(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ é um processo desconhecido, é chamado de equação diferencial estocástica regida pelo movimento browniano. As funções $\mu(x, t)$ e $\sigma(x, t)$ são chamadas coeficientes.

Definição 2.3.2 *Um processo $\{X(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ é chamado solução forte da EDE (2.3.2) se para todo $t > 0$, as integrais $\int_0^t \mu(X(s), s)ds$ e $\int_0^t \sigma(X(s), s)dW(s)$ existem, e*

$$X(t) = X(0) + \int_0^t \mu(X(u), u)du + \int_0^t \sigma(X(u), u)dW(u)$$

Observação 2.3.1

1. *Uma solução forte é um funcional $F(t, (W(s), s < t))$ de algum movimento browniano $\{W(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$.*
2. *Quando $\sigma = 0$, a EDE se torna uma equação diferencial ordinária.*
3. *Outra interpretação de (2.3.2), chamada de solução fraca, é uma solução em distribuição (distribuição de Schwartz).*

Equações da forma (2.3.2) são EDEs do tipo difusão. De forma mais geral as EDEs tem a forma

$$dX(t) = \mu(t)dt + \sigma(t)dW(t),$$

em que $\mu(t)$ e $\sigma(t)$ podem depender de t e de todo o passado dos processos $\{X(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ e $\{W(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ ($X(s), W(s), s \leq t$), isto é, $\mu((X(s), s \leq t), t)$, $\sigma((X(s), s \leq t), t)$. A única restrição sobre $\mu(t)$ e $\sigma(t)$ é que eles precisam ser processos adaptados, com respectivas integrais definidas.

Definição 2.3.3 *O processo de Ornstein-Uhlenbeck é um processo estocástico que satisfaz a seguinte equação diferencial estocástica:*

$$dX(t) = -\alpha X(t)dt + \sigma dW(t),$$

em que $\alpha > 0$ e $\sigma > 0$ são parâmetros e $\{W(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ é um movimento browniano.

A solução da equação diferencial estocástica definindo o processo de Ornstein-Uhlenbeck, para qualquer $0 \leq t \leq \infty$, é:

$$X(t) = X(0)e^{-\alpha t} + \int_0^t \sigma e^{\alpha(s-t)} dW(s).$$

Para chegar a esta solução, resolve-se a equação diferencial estocástica pelo método de variação de parâmetros. Inicialmente aplica-se a fórmula de Itô à função

$$f(X(t), t) = X(t)e^{\alpha t}$$

para obter

$$\begin{aligned} df(X(t), t) &= \alpha X(t)e^{\alpha t}dt + e^{\alpha t}dX(t) \\ &= \alpha X(t)e^{\alpha t}dt + e^{\alpha t}[-\alpha X(t)dt + \sigma dW(t)] \\ &= \sigma e^{\alpha t}dW(t). \end{aligned}$$

Integrando de 0 a t obtemos

$$X(t)e^{\alpha t} - X(0) = \sigma \int_0^t e^{\alpha t} dW(t).$$

Assim a solução da equação diferencial estocástica definindo o processo de Ornstein-Uhlenbeck é:

$$X(t) = X(0)e^{-\alpha t} + \sigma \int_0^t e^{\alpha(s-t)} dW(s).$$

Também podemos encontrar a dependência funcional da solução da trajetória movimento browniano. Realizando a integração por partes, encontramos a função que dá a solução forte

$$X(t) = X(0)e^{-\alpha t} + \sigma W(t) - \sigma\alpha \int_0^t e^{\alpha(s-t)} W(s) ds.$$

A solução $\{X(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ é um processo gaussiano. Se assumirmos que $\mathbb{E}X^2(0) < \infty$, temos as seguintes expressões para as funções esperança, variância e covariância

$$\begin{aligned} \mathbb{E}X(t) &= \mathbb{E}X(0)e^{-\alpha t}, \\ \text{Var}X(t) &= \frac{\sigma^2}{2\alpha} + \left(\text{Var}X(0) - \frac{\sigma^2}{2\alpha} \right) e^{-2\alpha t}, \\ \text{Cov}(X(s), X(t)) &= \left(\text{Var}X(0) + \frac{\sigma^2}{2\alpha} (e^{2\alpha \min(s,t)} - 1) \right) e^{-\alpha(s+t)}. \end{aligned}$$

Observação 2.3.2 *Se a variável aleatória inicial $X(0)$ tem uma distribuição normal com média zero e variância $\frac{\sigma^2}{2\alpha}$, então $\{X(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ é um processo gaussiano estacionário com média zero e função de covariância $\text{Cov}(X(s), X(t)) = \frac{\sigma^2}{2\alpha} e^{-\alpha|t-s|}$. O processo de Ornstein-Uhlenbeck é o único processo que é simultaneamente gaussiano, markoviano e estacionário.*

Através de uma transformação linear é possível tornar os incrementos de um processo de Ornstein-Uhlenbeck ortogonais. Seja $\{X(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ um processo de Ornstein-Uhlenbeck. A distribuição conjunta de $X(t_1)$ e $X(t_2)$, é normal bivariada $N(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$, com

$$\underline{\Sigma} = \begin{bmatrix} \text{Var}X(t_1) & \text{Cov}(X(t_1), X(t_2)) \\ \text{Cov}(X(t_2), X(t_1)) & \text{Var}X(t_2) \end{bmatrix}.$$

Seja $t_1 < t_2$ e suponha $\mathbb{E}X(0) = 0$ ($\Rightarrow \mathbb{E}X(t) = 0 \forall t \geq 0$) e $\mathbb{E}X^2(0) = 0$, então temos que

$$\begin{aligned} \mathbb{E}X(t) &= 0, \forall t \geq 0, \\ \text{Var}X(t_i) &= \frac{\sigma^2}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha t_i}), \quad i = 1, 2, \\ \text{Cov}(X(t_1), X(t_2)) &= \frac{\sigma^2}{2\alpha} (e^{2\alpha t_1} - 1) e^{-\alpha(t_1+t_2)} = \frac{\sigma^2}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha t_1}) e^{-\alpha(t_2-t_1)}. \end{aligned}$$

Seja $\underline{X} = [X(t_1) \ X(t_2)]'$. A transformação linear que torna os incrementos ortogonais no processo de Ornstein-Uhlenbeck $\{X(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ é

$$T(\underline{X}) = T \left(\begin{bmatrix} X(t_1) \\ X(t_2) \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -e^{-\alpha(t_2-t_1)} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(t_1) \\ X(t_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X(t_1) \\ X(t_2) - e^{-\alpha(t_2-t_1)} X(t_1) \end{bmatrix}.$$

Capítulo 3

Ondaletas

3.1 Introdução

As wavelets (ondaletas) são simplesmente ondas de curta duração com energia concentrada num intervalo de tempo curto com certas propriedades matemáticas e que são definidas no espaço de funções quadrado integráveis. Existem muitas classes de ondaletas. Pode-se escolher entre ondaletas suaves, ondaletas com suporte compacto, ondaletas com expressões matemáticas simples, ondaletas com filtros associados pequenos etc. Há uma bibliografia extensa sobre desenvolvimentos teóricos e motivação estatística de ondaletas, como Antoniadis e Oppenheim (1995), Goswami e Chan (1999), Härdle et al. (1998), Mallat (1989), Meyer (1992), Morettin (1999), Teolis (1998), Vidakovic (1999) e Wojtaszczyk (1999). O conteúdo deste capítulo foi extraído dos livros Morettin (1999), Nason (2008) e Vidakovic (1999).

3.2 Ondaleta de Haar

A base de Haar é conhecida desde 1910 (Haar, 1910). Ela é o exemplo mais antigo e simples de ondaleta.

Dada qualquer função real $p(t)$ podemos formar uma versão (diadicamente) escalada ou translada $p_{j,k}(t)$ definida por $p_{j,k}(t) = 2^{j/2}p(2^j t - k)$ para todo $t \in \mathbb{R}$ e em que j, k são inteiros. O fator $2^{j/2}$ assegura que $p_{j,k}(t)$ tem a mesma norma que $p(t)$.

Com uma sequência discreta, a melhor resolução que se pode alcançar é a da sequência em si e, para ondaleta Haar, os coeficientes ondaleta da escala mais fina envolvem pares desses valores da sequência. A transformada ondaleta discreta Haar progride da escala mais fina para a escala mais grossa. Quando conhece-se a função por completo, pode-se, em princípio, investigá-lo em qualquer escala que se deseje. Então, normalmente, para iniciar a transformada ondaleta Haar é preciso escolher uma escala mais fina fixa a partir da qual começar.

Suponha que temos uma sequência discreta de uma função $f(t)$ definida em \mathbb{R} . Seja $\phi(2^J t)$ a *ondaleta Haar pai* na escala 2^J , em que $\phi(t) = \mathbf{1}_{[0,1]}(t)$. Então defina os coeficientes ondaleta do nível mais fino (escala 2^J) como sendo $c_{J,k} = \int_0^1 f(s)\phi_{J,k}(s)ds = \langle f, \phi_{J,k} \rangle$, em que $\phi_{J,k}(t)$ vale $2^{J/2}$ no intervalo $I_{J,k} = [2^{-J}k, 2^{-J}(k+1)]$ e zero caso contrário. Se a função $f(t)$ é

definida no intervalo $[0,1]$, então a variação de k , em que $I_{J,k}$ sobrepõe $[0,1]$, é de 0 até $2^J - 1$. Assim, o coeficiente $c_{J,k}$ é apenas a integral de $f(t)$ no intervalo $I_{J,k}$ (e proporcional a média local de $f(t)$ sobre o intervalo $I_{J,k}$).

Na verdade, o conjunto de coeficientes $\{c_{J,k}\}_{k=0}^{2^J-1}$ e a ondaleta pai Haar associada nessa escala define uma aproximação $f_J(t)$ para $f(t)$ definida por $f_J(t) = \sum_{k=0}^{2^J-1} c_{J,k} \phi_{J,k}(t)$. Poderíamos calcular a média ao longo destes intervalos diádicos $I_{j,k}$ para qualquer j e k . Uma situação interessante ocorre quando se quer calcular a integral de $f(t)$ sobre $I_{J-1,k}$ - que é o intervalo com o dobro da largura de $I_{J,k}$ e contém os intervalos de $I_{J,2k}$ e $I_{J,2k+1}$. Com isso podemos reescrever $c_{J-1,k}$ em termos de $c_{J,2k}$ e $c_{J,2k+1}$ da seguinte maneira: $c_{J-1,k} = 2^{-1/2}(c_{J,2k} + c_{J,2k+1})$. Isso é a transição da escala $J-1$ para a escala J . Esta etapa pode acontecer porque, para a ondaleta Haar $\phi(s) = \phi(2s) + \phi(2s-1)$. Fazendo $s = 2^{J-1}t - k$ temos que $\phi(2^{J-1}t - k) = \phi(2^J t - 2k) + \phi(2^J t - 2k - 1)$.

Suponha que temos duas aproximações Haar da mesma função, mas em dois diferentes níveis de escala. Por definição suponha que temos $f_0(t)$ e $f_1(t)$, duas aproximações mais grosseiras. A primeira, $f_0(t)$, é apenas uma função constante $c_{0,0}\phi(t)$, uma múltipla da ondaleta pai. A aproximação $f_1(t)$ é dada por: $f_1(t) = c_{1,0}\phi_{1,0}(t) + c_{1,1}\phi_{1,1}(t) = c_{1,0}2^{1/2}\phi(2t) + c_{1,1}2^{1/2}\phi(2t-1)$. A diferença entre $f_1(t)$ e $f_0(t)$ é o ‘detalhe’ perdido em ir de uma representação mais fina, f_1 , para uma mais grossa, f_0 . Matematicamente,

$$f_1(t) - f_0(t) = \{(c_{1,1} - c_{1,0})\phi(2t) + (c_{1,0} - c_{1,1})\phi(2t-1)\}/\sqrt{2}.$$

Seja $d_{0,0} = (c_{1,1} - c_{1,0})\sqrt{2}$, então a diferença torna-se $f_1(t) - f_0(t) = d_{0,0}\{\phi(2t) - \phi(2t-1)\}$. Agora vamos definir a *ondaleta Haar mãe* por $\psi(t) = \phi(2t) - \phi(2t-1)$, ou seja,

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq t < 1/2 \\ -1 & \text{se } 1/2 \leq t < 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}.$$

Então a diferença entre duas aproximações nas escalas um e zero é dada por $f_1(t) - f_0(t) = d_{0,0}\psi(t)$, que pode ser reescrita como $f_1(t) = c_{0,0}\phi(t) + d_{0,0}\psi(t)$. Em outras palavras, a aproximação mais fina no nível 1 pode ser obtida a partir da aproximação grosseira no nível 0 mais o detalhe em $d_{0,0}$. Isso pode ser generalizado e funciona em todos os níveis e pode-se obter

$$f_{j+1}(t) = f_j(t) + \sum_{k=0}^{2^j-1} d_{j,k}\psi_{j,k}(t) = \sum_{k=0}^{2^j-1} c_{j,k}\phi_{j,k}(t) + \sum_{k=0}^{2^j-1} d_{j,k}\psi_{j,k}(t).$$

A aproximação por ondaleta Haar pai na escala mais fina $j+1$ pode ser obtida usando a aproximação equivalente a escala j mais os detalhes armazenados em $\{d_{j,k}\}_{k=0}^{2^j-1}$.

As representações acima para a ondaleta Haar pode ser telescópica para dar uma repre-

sentação em escala fina de uma função

$$f(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_{j_0, k} \phi_{j_0, k}(t) + \sum_{j=j_0}^{\infty} \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j, k} \psi_{j, k}(t).$$

Esta representação diz que uma função geral $f(t)$ pode ser representada como uma parte ‘suave’ envolvendo o $\phi_{j_0, k}$ e um conjunto que representa os detalhes $\sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j, k} \psi_{j, k}(t)$ acumulando informação em um conjunto de escalas j variando de j_0 ao infinito.

Os gráficos da função escala, $\phi(t)$, e da função ondaleta, $\psi(t)$, de Haar podem ser vistos na Figura 3.1.

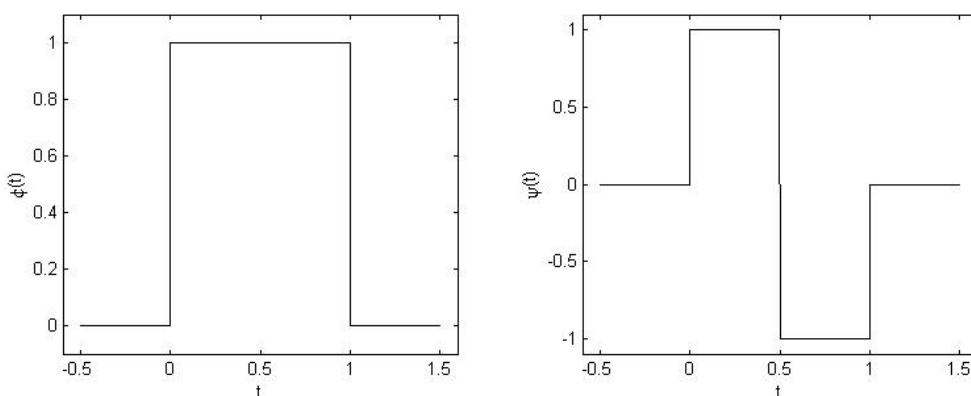


Figura 3.1: Base de Haar.

Assim pode-se aproximar uma função por ondaletas Haar. São três formas para fazer isso. Pode-se aproximar a função f usando os coeficientes ondaleta de uma certa escala, digamos j_0 ; usar os coeficientes da escala j_0 e os detalhes; ou ainda, usar os coeficientes de escala e usar uma regra de encolhimento nos coeficientes de detalhe.

A ondaleta Haar aproxima qualquer função de quadrado integrável. Na Figura 3.2 está representada a aproximação da função densidade da normal padrão $f(t) = e^{-t^2/2}$ pela ondaleta Haar, com tamanho amostral 1024 e 5 e 6 níveis de escala respectivamente.

Como pode-se perceber na Figura 3.2, a base Haar não é uma base apropriada para aproximar a função f . A ondaleta Haar é constante por partes (descontínua portanto) e obviamente não é eficaz na aproximação de funções suaves. A função f considerada tem infinitas derivadas porém a sua aproximação pela ondaleta Haar sequer é contínua. Claro que a aproximação melhora se mais níveis forem usados, mas ainda assim a aproximação será por uma função descontínua (constante por partes). Para resolver este tipo de problema, ondaletas com outras bases foram construídas, e hoje há uma grande diversidade de bases com propriedades desejáveis.

Nesta tese, trabalharemos apenas com a transformada ondaleta discreta e com duas on-

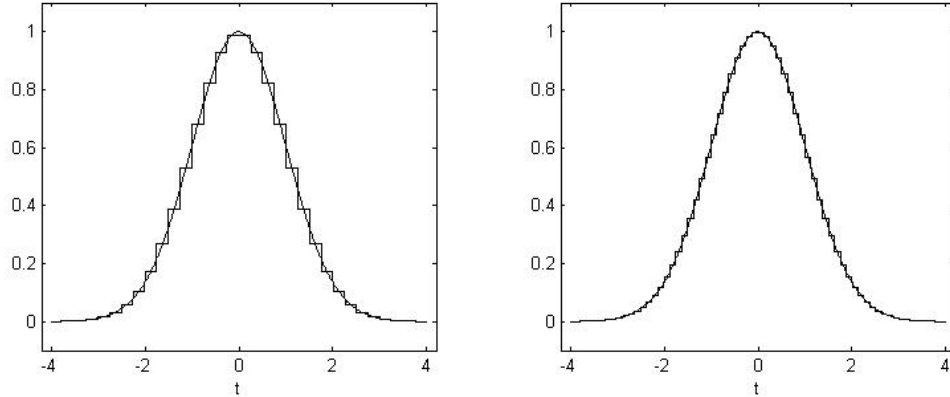


Figura 3.2: Gráfico da função densidade normal padrão e aproximações pela ondaleta Haar com 5 e 6 níveis respectivamente.

daletas da família Daubechies e uma da família Symmlet, cujas bases são ortogonais e têm suporte compacto.

3.3 Análise de Multirresolução

A análise de multirresolução (AMR) foi formulada em Mallat (1989). A AMR permite uma formulação para o entendimento da transformada ondaleta discreta, que a torna mais intuitiva e facilita diversos aspectos da análise. De interesse direto para a Estatística, a AMR permite analisar os dados disponíveis em várias escalas de resolução.

Formalmente, uma análise de multirresolução em $L^2(\mathbb{R})$ é uma sequência crescente de subespaços fechados $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$, que aproximam $L^2(\mathbb{R})$ de modo que

- 1) $\{0\} \subset \dots \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \dots \subset L^2(\mathbb{R})$;
- 2) os espaços hierárquicos tem uma intersecção trivial e união densa em $L^2(\mathbb{R})$, isto é

$$\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\} \quad \text{e} \quad \overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L^2(\mathbb{R});$$

- 3) os espaços V_j e V_{j+1} são autossimilares, ou seja,

$$f(t) \in V_j \iff f(2t) \in V_{j+1}, \quad j \in \mathbb{Z}; \quad (3.3.1)$$

e

- 4) existe uma função de escala $\phi \in V_0$ tal que a sequência $\{\phi(\cdot - k)\}_{k \in \mathbb{Z}}$ é uma base ortonormal do espaço referência V_0 , ou seja, para uma sequência de constantes $\{c_k\}_k$,

$$V_0 = \left\{ f \in L^2(\mathbb{R}) : f(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_k \phi(t - k) \right\}. \quad (3.3.2)$$

De (3.3.1)-(3.3.2), segue que:

$$\begin{aligned} f(t-k) \in V_0 &\iff f(t) \in V_0, \forall k \in \mathbb{Z} \text{ e} \\ f(t) \in V_j &\iff f(t-2^j k) \in V_j, \forall k, j \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

A condição (3.3.1) se refere à dilatação ou compressão de escala (resolução). É intuitivo dobrar ou reduzir pela metade a escala em que se está trabalhando. Quando se passa de V_j para V_{j+1} , a escala é dobrada, ou seja, $f(2t)$ é uma versão comprimida de $f(t)$.

3.3.1 Bases ortonormais

Agora vamos apresentar algumas definições matemáticas sobre conjuntos ortonormais e teorema de projeção. Estas definições e teorema foram extraídos do livro Vidakovic (1999), capítulo 2, seção 1.

Definição 3.3.1 *Sejam $f, g \in \mathcal{H}$, em que \mathcal{H} é um espaço de Hilbert. Então, diz-se que f e g são ortogonais se $\langle f, g \rangle = 0$. Escreve-se $f \perp g$. Sejam $\mathcal{V}, \mathcal{W} \subseteq \mathcal{H}$. $\mathcal{V} \perp \mathcal{W}$ se $f \perp g$ para toda $f \in \mathcal{V}$ e $g \in \mathcal{W}$.*

Definição 3.3.2 *Um subconjunto ortonormal de um espaço de Hilbert \mathcal{H} é um subconjunto $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{H}$ tal que: (a) $\forall e \in \mathcal{E}$, $\|e\| = 1$; (b) $\forall e_1, e_2 \in \mathcal{E}$ e $e_1 \neq e_2$ então $e_1 \perp e_2$.*

A norma $\|f\|$, $f \in \mathcal{H}$, é definida pelo produto interno, $\|f\| = \sqrt{\langle f, f \rangle}$. Um espaço de Hilbert é separável se $\mathcal{H} = \overline{\text{span}\{e_i\}_{i \in I}}$ para algum $\mathcal{E} = \{e_i\}_{i \in I}$ finito ou enumerável. Tal conjunto é chamado de *base*. Se, além disso, o conjunto \mathcal{E} é ortonormal então \mathcal{E} é uma *base ortonormal*.

O complemento ortogonal de um subconjunto \mathcal{V} de \mathcal{H} é definido como sendo o conjunto \mathcal{V}^\perp de todos os elementos de \mathcal{H} que são ortogonais a todo elemento de \mathcal{V} , isto é, $f \in \mathcal{V}^\perp$ se, e somente se, $\langle f, g \rangle = 0$, para todo $g \in \mathcal{V}$. Se \mathcal{V} é qualquer subconjunto de um espaço de Hilbert \mathcal{H} , então \mathcal{V}^\perp é um subespaço de \mathcal{H} .

Teorema 3.3.1 *(Teorema de projeção.) Se \mathcal{V} é um subespaço fechado do espaço de Hilbert \mathcal{H} e $f \in \mathcal{H}$, então:*

- (i) *existe um único elemento $\hat{f} \in \mathcal{V}$ tal que $\|f - \hat{f}\| = \inf_{g \in \mathcal{V}} \|f - g\|$; e*
- (ii) *$\|f - \hat{f}\| = \inf_{g \in \mathcal{V}} \|f - g\| \iff \hat{f} \in \mathcal{V}$ e $(\hat{f} - f) \in \mathcal{V}^\perp$.*

O elemento \hat{f} é chamado *projeção ortogonal* de f em \mathcal{V} e é denotado por $\text{Proj}_{\mathcal{V}} f$.

A idéia que está por detrás das relações da AMR é a seguinte. Para uma função $f \in L^2(\mathbb{R})$, quer-se obter aproximações de f em vários níveis de resolução. Cada espaço V_j é constituído por funções aproximantes, sendo que a melhor aproximação fixada a escala j , é obtida considerando a projeção ortogonal de f sobre cada V_j .

Outra propriedade derivada da AMR é a existência de subespaços detalhes. Seja W_j o complemento ortogonal de V_j em V_{j+1} , isto é,

$$V_j \cap W_j = \{0\} \text{ e } V_{j+1} = V_j \oplus W_j, \text{ com } V_j \perp W_j, \text{ para } j \in \mathbb{Z}. \quad (3.3.3)$$

Como os subespaços W_j são ortogonais entre si,

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j = V_{j-1} \oplus W_{j-1} \oplus W_j = \cdots = V_{j_0} \oplus \bigoplus_{l=j_0}^j W_l,$$

para algum inteiro $j_0 \leq j$. Por causa da propriedade de completamento da AMR dos espaços V_j , a saber, $\lim_{j \rightarrow \infty} V_j = L^2(\mathbb{R})$ e $\lim_{j \rightarrow -\infty} V_j = \{0\}$, $L^2(\mathbb{R})$ também pode ser escrito como soma direta de todos os subespaços ondaleta

$$L^2(\mathbb{R}) = \cdots \oplus W_{-1} \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus \cdots = \bigoplus_{j=-\infty}^{\infty} W_j. \quad (3.3.4)$$

3.3.2 Representação de ondaletas

As *ondas* que geram o espaço $L^2(\mathbb{R})$ devem decair rapidamente para zero (Morettin, 1999). A idéia é considerar dilatações (ou compressões) e translações de uma única função ψ , de modo a cobrir \mathbb{R} . Seja, $\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2}\psi(2^j t - k)$, $j, k \in \mathbb{Z}$, em que $\psi_{j,k}(t)$ é obtida de $\psi(t)$ por uma dilatação binária $2^{j/2}$ e uma translação diádica $k2^{-j}$. As funções $\{\psi_{j,k}(t), j, k \in \mathbb{Z}\}$ formam uma base ortonormal para $L^2(\mathbb{R})$ gerada por ψ . Assim qualquer função $f(t)$ de quadrado integrável pode ser escrita, no sentido de aproximação em norma, como

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{j,k} \psi_{j,k}(t). \quad (3.3.5)$$

A série (3.3.5) é uma *série de ondaletas* de $f(t)$ e os *coeficientes ondaletas* são dados por $d_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{j,k}(t) dt$, e vale identidade de Parseval

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \sum_j \sum_k d_{j,k}^2.$$

As funções ψ e $\psi_{j,k}$ apresentam certas propriedades:

P1. $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$ (admissibilidade);

P2. $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)| dt < \infty$;

P3. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\widehat{\psi}(w)|^2}{|w|} dw < \infty$, em que $\widehat{\psi}$ é a transformada de Fourier de ψ .

Uma condição para P3. valer é que $\widehat{\psi}(0) = 0$, que é equivalente a P1..

P4. Os primeiros $N-1$ momentos de ψ anulam-se, isto é, $\int_{-\infty}^{\infty} t^i \psi(t) dt = 0$, $i = 0, 1, \dots, N-1$, para algum $N \geq 1$ e $\int_{-\infty}^{\infty} |t^N \psi(t)| dt < \infty$.

O valor de N está ligado ao grau de suavidade (regularidade) de ψ : quanto maior N , mais regular será ψ .

Existem procedimentos específicos para encontrar ψ quando ϕ é conhecida (Daubechies, 1992, seção 5.1). Uma maneira de gerar a *função escala*, ou *ondaleta pai*, ϕ , é resolver a

equação

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \ell_k \phi(2t - k). \quad (3.3.6)$$

Essa função gera uma família ortonormal em $L^2(\mathbb{R})$, $\phi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \phi(2t - k)$, $j, k \in \mathbb{Z}$. Nessas condições, ψ pode ser obtida de ϕ por

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k \phi(2t - k), \quad (3.3.7)$$

em que $h_k = (-1)^k \ell_{1-k}$, a chamada relação de filtros espelhados (*quadrature mirror filter relations*). Esses coeficientes são dados por

$$\ell_k = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \phi(2t - k) dt \quad \text{e} \quad h_k = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \phi(2t - k) dt.$$

As equações (3.3.6) e (3.3.7) são chamadas *equações de dilatação*.

Pode-se mostrar que $\{\phi_{j,k}(t), k \in \mathbb{Z}\}$ forma uma base ortogonal para V_j e que $\{\psi_{j,k}(t), k \in \mathbb{Z}\}$ forma uma base ortogonal para W_j . Como V_j e W_j são ortogonais convém, então, considerar o sistema ortogonal $\{\phi_{j,k}(t), \psi_{j,k}(t), j, k \in \mathbb{Z}\}$ de tal forma que podemos escrever qualquer função $f \in L^2(\mathbb{R})$ como

$$f(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j \geq j_0} \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j,k} \psi_{j,k}(t), \quad (3.3.8)$$

em que

$$c_{j_0,k} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \phi_{j_0,k}(t) dt \quad \text{e} \quad d_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{j,k}(t) dt.$$

Sendo j_0 que é a escala de resolução mais grosseira. Nesta tese, usaremos apenas bases ortogonais ou ortonormais. Pode-se também trabalhar com bases não ortogonais para os subespaços V_j e W_j . Para discussão sobre decomposição biortogonal e semiortogonal veja por exemplo Goswami e Chan (1999).

3.4 Regularidade das ondaletas

Pode-se construir ondaletas com diferentes propriedades de suavidade, simetria e suporte. O conceito de regularidade provém de uma medida de suavidade para funções ondaleta e escala (Daubechies, 1988b). A regularidade (suavidade) das ondaletas está relacionada com a taxa de decaimento das funções escala e ondaleta. Por exemplo, a ondaleta Haar tem somente o ‘zero-ésimo’ momento nulo, resultando em uma função ondaleta descontínua. Os resultados sobre este assunto podem ser encontrados em Vidakovic (1999) pp. 80-6 ou diretamente em Daubechies (1992).

A conexão entre a regularidade das ondaletas e o número de momentos nulos é uma consequência do seguinte teorema.

Teorema 3.4.1 *Sejam $\{\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k), j, k \in \mathbb{Z}\}$ um sistema ortonormal de funções em $L^2(\mathbb{R})$ e $|\psi(t)| \leq C_1 / (1 + |t|)^\alpha$ com $\alpha > N$. Suponha que $\psi \in \mathcal{C}^{N-1}(\mathbb{R})$, com as derivadas*

$\psi^{(\ell)}(t)$ limitadas para $\ell = 0, 1, \dots, N - 1$. Então, ψ tem N momentos nulos, isto é,

$$\int t^\ell \psi(t) dt = 0, \quad \text{para } \ell = 0, 1, \dots, N - 1.$$

A demonstração deste teorema é baseada em argumentos de séries de Taylor e propriedades das funções ondaleta (Daubechies, 1992, pp. 153-5).

A seguinte definição de regularidade é frequentemente usada.

Definição 3.4.1 *A análise de multirresolução de $L^2(\mathbb{R})$ (ou, a função escala $\phi(\cdot)$) é dita ser r -regular ($r \in \mathbb{N}$) se para qualquer $\alpha \in \mathbb{Z}$,*

$$\left| \frac{d^\ell \phi}{dt^\ell}(t) \right| \leq \frac{C_\alpha}{(1 + |t|)^\alpha}, \quad \text{para } \ell = 0, 1, \dots, r,$$

em que C_α é uma constante genérica que depende somente de α .

Daubechies (1992), Daubechies e Lagarias (1991) e Volkmer (1992), entre outros, obtiveram os expoentes de regularidade para ondaletas na família Daubechies.

Além dos espaços funcionais mais usuais como o espaços das funções contínuas, espaço das funções continuamente diferenciáveis e os espaços $L^p(\mathbb{R})$, que não definiremos aqui, existem outros espaços funcionais importantes que usamos na tese. Vamos definir os espaços de Sobolev, Hölder e Besov.

Os espaços de Sobolev e Hölder são usados na seção 4.2 onde trabalhamos com o estimador linear núcleo ondaleta de Antoniadis et al. (1994). Já o espaço de Besov é usado na seção 5.4. Inicialmente vamos definir o espaço de Sobolev, para isso precisamos definir a derivada fraca ou generalizada.

Definição 3.4.2 *(Derivada fraca ou generalizada.) Dada uma função $u \in L^p(\Omega)$, Ω um aberto limitado do \mathbb{R}^n , diz-se que $v_i \in L^p(\Omega)$ é a derivada fraca (ou generalizada) de u em relação a componente x_i da variável x , se*

$$\int_{\Omega} u(x) \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x_i} dx = - \int_{\Omega} v_i(x) \varphi(x) dx, \quad \forall \varphi \in \mathcal{D}(\Omega),$$

em que $\mathcal{D}(\Omega)$ é o espaço das funções de classe $C^\infty(\mathbb{R}^n)$, com suporte compacto contido em Ω e $v_i = \partial u / \partial x_i$.

Podemos ter então derivadas fracas de ordens mais altas. Em geral para $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathbb{N}^n$, $D^\alpha u = \partial^{|\alpha|} u / \partial x_1^{\alpha_1} \dots \partial x_n^{\alpha_n}$, em que $|\alpha| = \alpha_1 + \dots + \alpha_n$.

O espaço de Sobolev, $W^{m,p}(\Omega)$, é o espaço vetorial de todas as funções $u \in L^p(\Omega)$ tais que para todo $\alpha \in \mathbb{N}^n$, com $|\alpha| \leq m$, $D^\alpha u \in L^p(\Omega)$ (m inteiro, $1 \leq p \leq \infty$), sendo $D^\alpha u$ a derivada de u no sentido fraco ou generalizado. Resumidamente, $W^{m,p}(\Omega) = \{u \in L^p(\Omega) : D^\alpha u \in L^p(\Omega), |\alpha| \leq m\}$. $W^{m,p}$ é um espaço de Banach com a norma

$$\|u\|_{W^{m,p}(\Omega)} = \|u\|_{m,p} = \left(\sum_{|\alpha| \leq m} \|D^\alpha u\|_{L^p(\Omega)}^p \right)^{\frac{1}{p}} = \left(\sum_{|\alpha| \leq m} \int_{\Omega} |D^\alpha u|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

Quando $p = 2$, $W^{m,2}(\Omega) = H^m(\Omega)$ é um espaço de Hilbert com o produto escalar

$$\langle\langle u, v \rangle\rangle_{H^m(\Omega)} = \sum_{|\alpha| \leq m} \langle D^\alpha u, D^\alpha v \rangle_{L^2(\Omega)}, \quad \forall u, v \in H^m(\Omega).$$

Os espaços de Hölder, $\mathbb{C}^s(\mathbb{R})$, são definidos por

(i) Para $0 < s < 1$,

$$\mathbb{C}^s(\mathbb{R}) = \left\{ f \in L^\infty(\mathbb{R}) : \sup_h \frac{|f(x+h) - f(x)|}{|h|^s} < \infty \right\};$$

(ii) Para $s = n + s'$, $0 < s' < 1$,

$$\mathbb{C}^s(\mathbb{R}) = \left\{ f \in L^\infty(\mathbb{R}) \cap \mathcal{C}^n(\mathbb{R}) : \frac{d^n f(x)}{dx^n} \in \mathbb{C}^{s'}(\mathbb{R}) \right\}.$$

A seguinte caracterização de espaços de Besov segue de DeVore e Popov (1988), Vidakovic (1999) em conexão com Donoho e Johnstone (1998). Assuma que $f \in L^p(\mathbb{R})$, $1 \leq p \leq \infty$. Seja $\Delta_h^{(0)} f(t) = f(t)$ e defina a diferença de r -ésima ordem por

$$\Delta_h^{(r)} f = \Delta_h^{(r-1)} f(x+h) - \Delta_h^{(r-1)} f(x) = \sum_{k=0}^r \binom{r}{k} (-1)^k f(t+kh).$$

$\Delta_h^{(r)}$ é definida para $x \in I_{rh} = \{x \in I : x+rh \in I\}$, em que $I \subset \mathbb{R}$. O módulo de suavidade de ordem r de $f \in L^p(I)$ é denotado por $\omega_{r,p}(f, h) = \sup_{|h| \leq t} \|\Delta_h^{(r)} f\|_{L^p(I_{rh})}$, com a norma do supremo quando $p = \infty$.

Para $s > 0$, $0 < p \leq \infty$, e $0 < q \leq \infty$ selecionados, escolha r tal que $r-1 \leq s \leq r$. A *semi-norma de Besov* de índices (s, p, q) é definida por

$$|f|_{B_{p,q}^s} = \begin{cases} \left[\int_0^1 \left(\frac{\omega_{r,p}(f, h)}{h^s} \right)^q \frac{dh}{h} \right]^{\frac{1}{q}}, & 1 \leq q < \infty \\ \sup_h \frac{\omega_{r,p}(f, h)}{h^s}, & q = \infty. \end{cases}$$

A *norma de Besov* $\|f\|_{B_{p,q}^s}$ é definida por $\|f\|_{L^p(I)} + |f|_{B_{p,q}^s}$. Uma função $f : I \rightarrow \mathbb{R}$, com $f \in L^p(\mathbb{R})$ pertence ao espaço de Besov $B_{p,q}^s$ quando $|f|_{B_{p,q}^s}$ é finito. Vamos nos referir a uma *bola de Besov* de raio M como o conjunto

$$B_{p,q}^s(M) = \{f : f \in B_{p,q}^s, |f|_{B_{p,q}^s} \leq M\}.$$

Os espaços de Besov são espaços bem gerais, compreendendo muitos outros espaços como casos especiais. Por exemplo, o espaço de Sobolev $W^{m,2}$ é $B_{2,2}^m$. Para $p \neq 2$, os espaços de Sobolev $W^{m,p}$ não coincidem com $B_{p,p}^m$. Outro exemplo de espaço de Besov é o espaço de Hölder \mathbb{C}^s que é $B_{\infty,\infty}^s$.

Seja ϕ a função escala da ondaleta Daubechies com N momentos nulos (db N). Existem duas medidas populares de regularidade de ϕ , os expoentes de regularidade de Sobolev e Hölder. Seja α_N^* o supremo dos β 's tal que

$$\int (1 + |\omega|^\beta) |\Phi(\omega)| d\omega < \infty,$$

e seja α_N o expoente do espaço de Hölder \mathbb{C}^{α_N} para o qual a função escala ϕ pertence. Na Tabela 3.1 estão os expoentes de regularidade de Sobolev e Hölder para a função escala da família Daubechies com N momentos nulos.

Tabela 3.1: Expoentes de regularidade de Sobolev α_N^* e Hölder α_N da função escala da família Daubechies com N momentos nulos.

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α_N^*	0.5	1	1.415	1.775	2.096	2.388	2.658	2.914	3.161	3.402
α_N		0.550	0.915	1.275	1.596	1.888	2.158	2.415	2.661	2.902

O seguinte resultado descreve o comportamento limite de α_N .

Teorema 3.4.2 (Volkmer, 1992)

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\alpha_N}{N} = 1 - \frac{\log 3}{2 \log 2} \approx 0.2075.$$

Da Tabela 3.1, teríamos que db4 seria a primeira ondaleta diferenciável, uma vez que $\alpha_4 > 1$ e $\alpha_3 < 1$. Mas Vidakovic (1999) p. 85, observa que limites mais precisos para α_N mostram que a função escala, ϕ , da família db3 é, de fato, a primeira função escala diferenciável ($\alpha_3 = 1.0878$). Mais discussões sobre regularidade de ondaletas podem ser encontradas em Daubechies (1992), p. 239.

Como observado por Burrus et al. (1998) as regularidades de Sobolev e Hölder estão relacionadas por causa das inclusões $W^{\alpha_N^*+1/2} \subset \mathbb{C}^{\alpha_N} \subset W^{\alpha_N^*}$. Portanto, o Teorema 3.4.2 vale para o expoente α_N^* também.

Ondaletas Daubechies tem um suporte de comprimento mínimo para qualquer número de momentos nulos. A proposição a seguir estabelece uma relação entre o suporte das funções escala e ondaleta e o número de momentos nulos das mesmas. A demonstração deste resultado pode ser encontrada, por exemplo, em Mallat (1989).

Proposição 3.4.1 (Daubechies: Mallat, 1989) *Se ψ é uma função ondaleta com N momentos nulos que gera uma base ortonormal de $L^2(\mathbb{R})$, então ela tem um suporte de comprimento maior do que ou igual a $2N - 1$. As ondaletas Daubechies tem suporte mínimo igual a $[N - 1, N]$. O suporte da função de escala ϕ é $[0, 2N - 1]$.*

3.5 Aproximações e caracterizações de espaços funcionais

Qualquer função $f \in L^2(\mathbb{R})$ pode ser representada como $f(t) = \sum_{j,k} d_{j,k} \psi_{j,k}(t)$, e essa representação única corresponde à decomposição multirresolução $L^2(\mathbb{R}) = \bigoplus_{j=-\infty}^{\infty} W_j$. Para

qualquer j_0 fixado, a decomposição $L^2(\mathbb{R}) = V_{j_0} \oplus \bigoplus_{j=j_0}^{\infty} W_j$ corresponde a representação

$$f(t) = \sum_k c_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j \geq j_0} \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j,k} \psi_{j,k}(t). \quad (3.5.1)$$

A primeira soma em (3.5.1) é a projeção ortogonal, $P_{V_{j_0}}$, de f em V_{j_0} . Em geral, é possível limitar $\|P_{V_{j_0}} f - f\| = \|(I - P_{V_{j_0}})f\|$ se a regularidade das funções f e ϕ for conhecida.

Quando ambas f e ϕ tem N derivadas contínuas, Meyer (1991) prova que existe uma constante C tal que

$$\|(I - P_{V_{j_0}})f\| \leq C 2^{-Nj_0} \|f\|_{L^2(\mathbb{R})}.$$

Classes importantes de espaços de funções podem ser completamente caracterizadas pelos coeficientes de ondaletas. Por exemplo, uma função f pertence ao espaço de Hölder $\mathbb{C}^s(\mathbb{R})$ se, e somente se, existe uma constante C tal que em uma AMR r -regular ($r > s$) os coeficientes ondaleta satisfazem

$$(i) |c_{j_0,k}| \leq C, \text{ e}$$

$$(ii) |d_{j,k}| \leq C 2^{-j(s+1/2)}, \quad j \geq j_0, k \in \mathbb{Z}.$$

Uma função f pertence ao espaço de Sobolev $W^{2,s}(\mathbb{R})$ se, e somente se, $\sum_{j,k} |d_{j,k}|^2 (1 + 2^{2js}) < \infty$. Igualmente os espaços de Besov (não homogêneos) podem ser caracterizados por módulos de coeficientes ondaleta de seus elementos. Para uma AMR r -regular dada, com $r > \max(s, 1)$, vale o seguinte resultado.

Teorema 3.5.1 (Meyer, 1992, p. 200.) *Seja I_j um conjunto de índices tal que $\{\psi_i, i \in I_j\}$ constitui uma base ortonormal do detalhe W_j . Então existem duas constantes $C' \geq C > 0$ tais que, para todo expoente $p \in [1, \infty)$, para cada $j \in \mathbb{Z}$ e para todo elemento $f(t) = \sum_{i \in I_j} d_i \psi_i(t)$*

$$C \|f\|_p \leq 2^{j/2} 2^{-j/p} \left(\sum_{i \in I_j} |d_i|^p \right)^{1/p} \leq C' \|f\|_p,$$

em que $\|\cdot\|_p$ é a norma L^p .

A seguinte caracterização dos espaços de Besov $B_{p,q}^s$ (veja seção 3.4) pode ser obtida diretamente deste resultado. Se a AMR tem regularidade $r > s$, então as bases ondaletas são bases Riesz para todo $1 \leq p, q \leq \infty$, $0 < s < r$. Se a função $f \in B_{p,q}^s(M)$ e a decomposição da base ondaleta tem regularidade $r > \max(1, s)$, então para alguma constante C os coeficientes ondaleta associados pertencem a uma bola de Besov

$$\Theta_{p,q}^s = \left\{ c_{j_0,k}, d_{j,k} : \left(\sum_{k=0}^{2^{j_0}-1} |c_{j_0,k}|^p \right)^{1/p} + \left[\sum_{j \geq j_0} \left(2^{j(s+1/2-1/p)} \left(\sum_{k=0}^{2^j-1} |d_{j,k}|^p \right)^{1/p} \right)^q \right]^{1/q} < C \right\},$$

com a usual modificação quando $q = \infty$.

Para uma ondaleta r -regular, a seminorma de Besov é

$$|d|_{B_{p,q}^s} = \left\{ \sum_{j \geq j_0} \left[2^{j(s+1/2-1/p)} \left(\sum_{k=0}^{2^j-1} |d_{j,k}|^p \right)^{1/p} \right]^q \right\}^{1/q}.$$

Como a norma da função em Besov é equivalente à norma dos coeficientes ondaleta,

$$\|f\|_{B_{p,q}^s} \asymp \|c_{j_0, \cdot}\|_p + |d|_{B_{p,q}^s},$$

em que “ \asymp ” significa que a razão entre ambos os lados é limitada por duas constantes, o tamanho dos coeficientes fornece caracterizações de suavidade dos espaços de Besov. A norma de Besov em espaços funcionais é, portanto, equivalente à norma das sequências dos coeficientes ondaleta de f . Para mais detalhes veja seção 6.10 de Meyer (1992), Triebel (1992) e Härdle et al. (1998).

Os resultados listados são tratados como resultados de regularidade global. A regularidade local de funções também pode ser estudada por inspeção dos tamanhos dos coeficientes ondaleta. Para mais detalhes veja Jaffard (1989), Jaffard (1991) e Jaffard e Laurençot (1992).

3.6 Estimação não paramétrica dos coeficientes

Nesta seção discutiremos procedimentos estatísticos de estimação não paramétrica baseados em ondaletas. Sabemos que qualquer função $f \in L^2(\mathbb{R})$ pode ser decomposta em coeficientes ondaleta da seguinte forma:

$$f(t) = \sum_{k=0}^{2^{j_0}-1} c_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j \geq j_0} \sum_{k=0}^{2^j-1} d_{j,k} \psi_{j,k}(t). \quad (3.6.1)$$

Assim, estimar f equivale a estimar os coeficientes ondaleta $c_{j_0,k}$'s e $d_{j,k}$'s. A construção de algoritmos para obter tais estimadores depende da natureza da amostra $\{Y_{t_i}\}_{i=1}^n$ de uma função f , com $t_0 = 0$ e $t_n = T$. Nesta tese suporemos que a amostragem é regular, amostrada em pontos equiespaçados e o tamanho amostral, n , é uma potência de 2, isto é, $n = 2^J$, para algum $J \in \mathbb{N}$.

Quando utilizamos uma amostra para estimar os coeficientes, existe um nível máximo de resolução, $J-1$, que é definido como sendo a própria amostra, ou seja, não podemos obter uma resolução maior do que aquela definida pela amostra em si. Baseando-se em uma amostra, podemos reescrever (3.6.1) como

$$f(t) \simeq \sum_{k=0}^{2^{j_0}-1} c_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j=j_0}^{J-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} d_{j,k} \psi_{j,k}(t),$$

em que j_0 e $J-1$ são, respectivamente, os níveis mínimo e máximo de resolução. Para definir o nível mínimo de resolução j_0 , ou seja, em qual subespaço V_{j_0} a função f é projetada, pode-se

utilizar diversos critérios, que em sua maioria, dependem da base de ondaletas utilizada.

3.6.1 Encolhimento da estimativa por ondaletas

O encolhimento da estimativa de ondaletas serve para retirar o ruído do sinal ou suavizar a estimativa. Existem várias técnicas de encolhimento. A técnica de encolhimento não linear mais simples é conhecida como *encolhimento por limiar*. Ela consiste basicamente em duas regras: a dura e a suave.

Definição 3.6.1

- *Limiar Duro* (Hard Threshold) de um coeficiente $d_{j,k}$ utilizando o limiar $\lambda > 0$ é definido por

$$\delta_{\lambda}^H(d_{j,k}) = \begin{cases} 0, & \text{se } |d_{j,k}| \leq \lambda \\ d_{j,k}, & \text{se } |d_{j,k}| > \lambda. \end{cases}$$

- *Limiar Suave* (Soft Threshold) de um coeficiente $d_{j,k}$ utilizando o limiar $\lambda > 0$ é definido por

$$\delta_{\lambda}^S(d_{j,k}) = \begin{cases} 0, & \text{se } |d_{j,k}| \leq \lambda \\ \text{sign}(d_{j,k})(|d_{j,k}| - \lambda), & \text{se } |d_{j,k}| > \lambda. \end{cases}$$

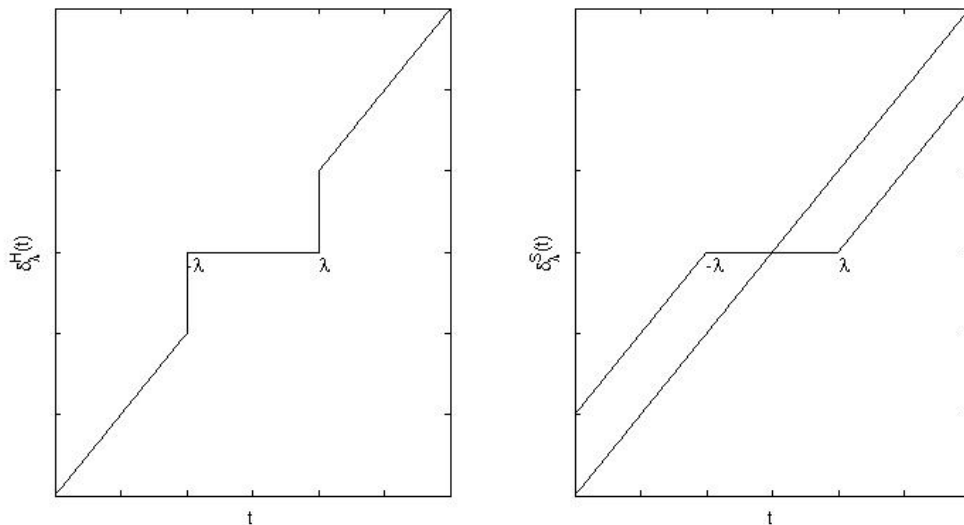


Figura 3.3: Limiar duro e suave.

A Figura 3.3 mostra como as duas regras de encolhimento agem sobre os coeficientes.

Para a escolha de parâmetro λ pode-se usar um *limiar global*, aplicável a todos os níveis, ou limiares que dependem do nível j , nesse caso, para cada escala teremos um limiar λ_j . As principais propostas para a escolha do limiar são apresentadas a seguir (Morettin, 1999, pp. 194-8). Donoho e Johnstone (1994) para o estimador minimax de f , denominado *VisuShrink* propõe usar o parâmetro de limiaridade $\lambda_n = \lambda_{j,n} = \sigma\sqrt{2\log n}$, que não depende da escala e é chamado *universal*. O nível de ruído σ tem que ser estimado a partir dos dados. Num

outro artigo, Donoho e Johnstone (1995) sugere o procedimento *SureShrink*. Em cada nível de resolução se minimiza um estimador não viesado do risco de Stein. Para o nível j define-se o limiar $\lambda = \operatorname{argmin}_{0 \leq t \leq \sqrt{2 \log n_j}} \operatorname{SURE}(y_j, t)$, em que n_j é o número de coeficientes do nível j e $\operatorname{SURE}(y_j, t) = n_j - 2 \sum_{k=1}^{n_j} \mathbf{1}_{\{|y_{j,k}| \leq t \sigma_j\}} + \sum_{k=1}^{n_j} \{(y_{j,k}/\sigma_j)^2 \wedge t^2\}$, onde σ_j é o nível de ruído para cada escala j . Porém, o procedimento não funciona bem se muitos coeficientes em dado nível são nulos. Neste caso Donoho e Johnstone (1995) sugere usar o limiar universal $\sqrt{2 \log n_j}$. Donoho et al. (1995) usa o limiar $\lambda_T = \sigma \sqrt{2 \log n/n}$, que é uma variante do limiar universal e suas propriedades são análogas às do universal. Spokoiny (1996) propõe o limiar nível dependente $\lambda_j = 4\sigma \sqrt{(j - j_0 + 8)n^{-1} \log 2}$, em que os níveis j a serem limiarizados, $j_0 = j < J - 1$, dependem do tamanho do ruído e dos parâmetros da bola de Besov ao qual a função a ser estimada pertence na hipótese alternativa. Os níveis menores que j_0 não são limiarizados. Este limiar é usado também por Abramovich et al. (2004) e Abramovich e Angelini (2006). Nas simulações nós também usaremos este limiar.

Os limiares apresentados até agora limiarizam cada coeficiente ondaleta, $d_{j,k}$, separadamente e a sua estimativa, $\hat{d}_{j,k}$, depende unicamente de $d_{j,k}$. Os demais coeficientes têm nenhuma influência sobre $\hat{d}_{j,k}$. Além dos estimadores que limiarizam os coeficientes individualmente, existem estimadores que limiarizam os coeficientes em blocos. A limiarização em blocos utiliza informações de coeficientes ondaleta vizinhos e faz decisões simultâneas sobre todos os coeficientes dentro de um bloco. As regras de limiarização em blocos local foram introduzidas pela primeira vez por Hall et al. (1998) e Hall et al. (1999). No procedimento de limiarização em blocos os coeficientes ondaleta empíricos de cada nível de resolução j são divididos em blocos não sobrepostos de comprimento L . Seja $B_j = \{1, 2, \dots, b_j\}$ o conjunto dos índices dos blocos do nível j . Se necessário, tomar o último bloco menor para garantir que os blocos não sejam sobrepostos. Seja $S_{b_j}^2 = \sum_{k \in b_j} d_{j,k}^2$ a soma dos quadrados dos coeficientes empíricos do bloco. O bloco b_j é considerado importante se $S_{b_j}^2$ é maior que o limiar $T = \lambda L n^{-1} \sigma^2$ e então todos os coeficientes são mantidos; caso contrário, o bloco é considerado insignificante e todos os coeficientes do bloco são descartados. Estimadores limiarização em bloco dependem da escolha do tamanho do bloco L e da constante de limiarização λ . O estimador termo a termo *VisuShrink* é um caso especial de limiarização em bloco com $L = 1$ e $\lambda = 2 \log n$. Cai (1999, 2002) mostram que o estimador de f , com tamanho de bloco $L = \log n$ e constante de limiarização $\lambda = 4.50524$, atinge adaptividade local e global. Nas simulações sugere não limiarizar 3 níveis para os tamanhos amostrais 512, 1024 e 2048 e 4 níveis para 4096 e 8192. Os demais níveis devem ser limiarizados seguindo a regra acima.

Existem outras versões de limiarização termo a termo e em blocos. Por outro lado, há outras formas de limiarização, como por exemplo, limiarização por Validação Cruzada e Curva de Lorentz. Existe uma vasta literatura a respeito de estimação não paramétrica de curvas via ondaletas e formas de limiarização. Para mais detalhes veja Vidakovic (1999) e Morettin

(1999).

A maioria dos limiares depende do tamanho do ruído, ou fator de escala σ . Em geral σ não é conhecido e este precisa ser estimado para ser usado na hora de limiarizar. Existem várias formas de estimar σ a partir dos coeficientes ondaletas empíricos. Morettin (1999), pp. 198-9 apresenta três formas de fazê-lo. Nesta tese usaremos o estimador MAD (*median absolute deviation from the median*) para estimar σ

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{0.6745} \text{MAD} \left(\underline{d}^{(J-1)} \right) = \frac{1}{0.6745} \text{med} \left(\left| \underline{d}^{(J-1)} - \text{med} \left(\underline{d}^{(J-1)} \right) \right| \right),$$

em que $\underline{d}^{(J-1)}$ é o vetor dos coeficientes dos detalhes mais finos associado ao subespaço multirresolução W_{J-1} (se os dados originais “residem” em V_J). O fator 0.6745 tem a ver com o fato que $0.6745 < \Phi(1) - \Phi(-1)$, em que Φ denota a função de distribuição acumulada da variável aleatória normal padrão.

Capítulo 4

Estimadores por ondaleta

Estimadores de regressão ondaleta linear fazem parte da classe dos estimadores por projeção, em que o operador de projeção envolve núcleos baseados em ondaletas (Vidakovic, 1999, p. 170). O objetivo é estudar modelos cujas observações sejam curvas.

Descreveremos o modelo e o estimador núcleo ondaleta propostos por Antoniadis et al. (1994), bem como os seus principais resultados. Na sequência provaremos a convergência do erro quadrático médio integrado do estimador \hat{f} para f . Por fim, apresentaremos um estudo da distribuição assintótica conjunta das estimativas pontuais em ponto diádicos. Os resultados das seções 4.4, 4.5, 4.6, 4.9 e 4.10 são parte das contribuições desta tese.

4.1 Incrementos independentes

Considere o problema de estimar-se uma função $f(\cdot)$ no modelo cujas observações são caminhos amostrais de um processo estocástico dado por

$$d\mathcal{Y}_j(t) = f_j(t)dt + \frac{\sigma_j}{\sqrt{n}}dW_j(t), \quad t \in [0, 1], \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (4.1.1)$$

em que: σ_j é o parâmetro de difusão; m é um inteiro positivo finito; $f_j(\cdot)$ são funções desconhecidas de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; e $W_j(t)$, $j = 1, \dots, m$, representam realizações independentes de um movimento browniano unidimensional padrão.

Discretizando-se o modelo (4.1.1) em $n + 1$ pontos equiespaçados tem-se

$$\mathcal{Y}_j(i/n) = F_j(i/n) + \frac{\sigma_j}{\sqrt{n}}W_j(i/n), \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

Podemos escrever

$$\mathcal{Y}_j((i+1)/n) - \mathcal{Y}_j(i/n) = F_j((i+1)/n) - F_j(i/n) + \frac{\sigma_j}{\sqrt{n}}[W_j((i+1)/n) - W_j(i/n)], \quad (4.1.2)$$

para $i = 0, 1, \dots, n$. Tomando-se $y_{i,j} = n[\mathcal{Y}_j((i+1)/n) - \mathcal{Y}_j(i/n)]$ e $\epsilon_{i,j} = \sqrt{n}[W_j((i+1)/n) - W_j(i/n)]$ podemos reescrever o modelo (4.1.2) como

$$y_{i,j} = f_j(i/n) + \sigma_j \epsilon_{i,j}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (4.1.3)$$

com $\epsilon_{i,j} \perp \epsilon_{i',j'}$ para todo $(i, j) \neq (i', j')$ e cada $\epsilon_{i,j} \sim N(0, 1)$. Assim, para cada $j = 1, 2, \dots, m$ e cada $i = 1, 2, \dots, n$ tem-se que $y_{i,j} \sim N(f_j(i/n), \sigma_j^2)$.

Sem perda de generalidade, no restante do capítulo consideraremos $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ e $m = 1$ em (4.1.3). Então temos o modelo de regressão

$$y_i = f(i/n) + \sigma\epsilon_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (4.1.4)$$

em que: σ é o nível do ruído; ϵ_i 's são i.i.d. com distribuição $N(0, 1)$ e $f(\cdot)$ é uma função desconhecida a ser estimada a partir das observações.

4.2 Estimadores por ondaleta lineares

A seguir apresentaremos algumas propriedades do núcleo ondaleta e os principais resultados de Antoniadis et al. (1994) para estimadores lineares baseados em núcleo ondaleta.

4.2.1 Núcleo ondaleta

Tem-se que

$$\mathbb{K}(t, s) = \sum_k \phi(t - k)\phi(s - k) \quad (4.2.1)$$

é um núcleo de reprodução de V_0 (Vidakovic, 1999, p. 171). Pela autossimilaridade dos subespaços de multirresolução

$$\mathbb{K}_j(t, s) = 2^j \mathbb{K}(2^j t, 2^j s) \quad (4.2.2)$$

é um núcleo de reprodução de V_j . A projeção de f no espaço V_j é dada por

$$P_{V_j} f(t) = \int 2^j \mathbb{K}_j(2^j t, 2^j s) f(s) ds.$$

Os espaços de detalhes W_j são espaços de Hilbert núcleo de reprodução, e

$$P_{W_j} f(t) = \int 2^j \mathbb{Q}_j(2^j t, 2^j s) f(s) ds,$$

em que $\mathbb{Q}(t, s) = \sum_k \psi(t - k)\psi(s - k)$ (Vidakovic, 1999).

Lema 4.2.1 (Vidakovic, 1999) Para qualquer j , $\int \mathbb{K}_j(t, s) ds = 1$.

O próximo resultado mostra que os limites superiores de $|\mathbb{K}_j|$ dependem do comportamento da cauda da função de escala.

Teorema 4.2.1 (Kelly et al., 1994) Seja $\mathbb{K}_j(t, s)$ o núcleo ondaleta do espaço V_j gerado pela função escala ϕ .

(a) Se ϕ tem decaimento exponencial, isto é, $\phi(t) \leq e^{-a|t|}$ para algum número positivo a , então

$$|\mathbb{K}_j(t, s)| \leq C 2^j e^{-a|t-s|/2}.$$

(b) Se ϕ tem decaimento algébrico, isto é, $\phi(t) \leq C_N/(1 + |t|)^N$ para algum $N > 1$, então

$$|\mathbb{K}_j(t, s)| \leq C_N 2^j / (1 + 2^j |t - s|)^N \leq C_N 2^j, \text{ para } N > 1.$$

4.2.2 Estimador de ajuste local constante para curvas

Os resultados desta subseção podem ser encontrados em Antoniadis et al. (1994). É considerado o modelo (4.1.4) com $i/n = t_i$, ou seja, o modelo $y_i = f(t_i) + \sigma\epsilon_i$, $i = 1, \dots, n$, em que os t_i são pontos não aleatórios ordenados $0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n \leq 1$. Antoniadis et al. (1994) propõe o estimador núcleo ondaletizado (Gasser e Müller, 1979, 1984)

$$\hat{f}(\cdot) = \sum_{i=1}^n y_i \int_{A_i} \mathbb{K}_j(\cdot, s) ds, \quad (4.2.3)$$

em que \mathbb{K}_j é definido como em (4.2.2). Os A_i são intervalos que particionam $[0, 1]$ tal que $t_i \in A_i$. Uma forma de definir os intervalos $A_i = [s_{i-1}, s_i]$ é tomar $s_0 = 0$, $s_n = 1$, e $s_i = (t_i + t_{i+1})/2$, $i = 1, \dots, n-1$. A soma dos pesos $\int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds$ é um, e não é necessário normalizar as estimativas.

O estimador é uma sequência delta suave baseado em núcleos ondaleta $\mathbb{K}_j(\cdot, \cdot)$ (Meyer, 1990). Esses núcleos representam operadores integrais \mathbb{K}_j que projetam \underline{y} em V_j . A sequência crescente de subespaços V_j forma a chamada *análise de multirresolução*. A idéia básica é que V_j fornece aproximações sucessivas, com detalhes sendo adicionados à medida que j cresce. Assim, j atua como um parâmetro de ajuste, tal como o parâmetro de suavização ou janela ('bandwidth') atua na estimação por função núcleo padrão. Um aspecto chave de estimadores ondaleta é que as faixas de ajuste de parâmetros são um conjunto de valores muito mais limitado do que em outras técnicas de regressão não paramétrica. Na prática, apenas um pequeno número de valores de j (digamos três ou quatro) precisam ser considerados, o que é uma vantagem quando se trata de validação cruzada e os estimadores ondaleta podem competir de forma eficaz com outros estimadores não paramétricos (Antoniadis et al., 1994).

O estimador (4.2.3) é consistente sob algumas condições.

Teorema 4.2.2 (Antoniadis et al., 1994) *Seja f é contínua em $t \in [0, 1]$. Considere, $j \rightarrow \infty$ e $\max_i |t_i - t_{i-1}| = o(2^{-j})$. Então, $\hat{f}(t)$ é consistente em média quadrática em t , isto é, $\mathbb{E}[\hat{f}(t) - f(t)]^2 \rightarrow 0$ quando $j \rightarrow \infty$.*

Consistência forte de $\hat{f}(t)$ pode ser obtida sob condições mais refinadas na taxa de crescimento de j . Consideremos as seguintes condições de regularidade:

(B1) $f \in H^s$, para algum $s > 1/2$, ($H^s = W^{s,2}$ é um espaço de Sobolev);

(B2) f é Lipschitz de ordem $\gamma > 0$;

(B3) ϕ tem suporte compacto com $N(\geq 3)$ momentos nulos;

(B4) ϕ é Lipschitz;

(B5) $|\hat{\phi}(\xi) - 1| = O(|\xi|)$ quando $\xi \rightarrow 0$, em que $\hat{\phi}$ é a transformada de Fourier de ϕ ;

(B6) ϕ é regular de ordem $r \geq s$;

(B7) $\max_i |t_i - t_{i-1}| = O(n^{-1})$;

(B8) $\beta(n) = \max_i |s_i - s_{i-1} - \kappa(s_i)/n| = o(n^{-1})$, em que $A_i = [s_{i-1}, s_i]$ e $\kappa(\cdot)$ é uma função Lipschitz.

Funções pertencentes a H^s com $s > 3/2$ são continuamente diferenciáveis (Trèves, 1967, p. 331). Portanto a condição (B2) é redundante quando $s > 3/2$. As suposições (B3)-(B6) são suposições sobre a função de escala ϕ . Em particular, a condição (B5) é satisfeita pelas ondaletas da família Daubechies (Daubechies, 1988a, p. 963). Para derivar os resultados de normalidade assintótica é necessário que ϕ seja regular de ordem $r \geq 1$. No entanto, para obtenção de bons índices de convergência para o erro quadrático médio de \hat{f} precisa-se adaptar a regularidade de ϕ à suavidade de f (condição (B6)). A condição (B7), usada por Antoniadis et al. (1994) para estudar o erro quadrático médio de \hat{f} , é a mesma usada por Gasser e Müller (1979).

Teorema 4.2.3 (Antoniadis et al., 1994) *Considere y dado por (4.1.4). Suponha as condições (B1)-(B8) satisfeitas. Então*

$$\mathbb{E}\hat{f}(t) - f(t) = O(n^\gamma) + O(\eta_j),$$

em que

$$\eta_j = \begin{cases} (1/2^j)^{s-1/2} & \text{se } 1/2 < s < 3/2 \\ \sqrt{j}/2^j & \text{se } s = 3/2 \\ 1/2^j & \text{se } s > 3/2 \end{cases}.$$

As constantes s e γ são os expoentes de Sobolev e Lipschitz de f , respectivamente.

Para obter uma expansão assintótica da variância e um resultado de normalidade assintótica precisamos considerar uma aproximação para \hat{f} baseada em seus valores nos pontos diádicos de ordem j . Seja $\hat{f}_d(t) = \hat{f}(t^{(j)})$, em que $t^{(j)} = [2^j t]/2^j$. Assim, \hat{f}_d é uma aproximação constante por partes de \hat{f} na resolução 2^j .

Teorema 4.2.4 (Antoniadis et al., 1994) *Considere y dado por (4.1.4). Suponha as condições (B1)-(B8) satisfeitas. Seja $t \in [0, 1]$ um ponto diádico. Então*

$$\text{Var}[\hat{f}_d(t)] = \frac{\sigma^2 2^j}{n} \kappa(t) (\omega_0^2 + o(1)) + O(2^j \beta(n)) + O\left(\frac{2^{2j}}{n^2}\right),$$

em que $\omega_0^2 = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \phi^2(k)$. Para t não diádico, o termo principal da variância de $\hat{f}(t)$ é $\sigma^2 2^j n^{-1} \kappa(t) \omega^2(t_j)$, em que $t_j = 2^j t - [2^j t]$ e $\omega^2(u) = \int_{\mathbb{R}} \mathbb{K}^2(u, v) dv$. O termo principal nesse caso é $O(2^j/n)$.

Para t diádico e j suficientemente grande, $t_j \simeq 0$. Logo a variância de $\hat{f}(t)$ é assintoticamente estável. Mas se t é não diádico, então a sequência t_j oscila num intervalo não convergindo (Antoniadis et al., 1994).

A melhor taxa para o erro quadrático médio (EQM) de $\hat{f}_d(t)$ é $n^{-2s^*/(2s^*+1)}$, e é atingida para $j = \log_2(n/(2s^* + 1))$, em que $s^* = \min(3/2, s, \gamma + 1/2) - \varepsilon$. O valor de $\varepsilon = 0$ se $s \neq 3/2$, e $\varepsilon > 0$ se $s = 3/2$. A melhor taxa é comparável às dos estimadores núcleo usuais.

Teorema 4.2.5 (*Antoniadis et al., 1994*) *Considere y dado por (4.1.4). Suponha as condições (B1)-(B8) satisfeitas. Seja $t \in [0, 1]$ um ponto diádico. Se $n2^{-j} \rightarrow \infty$ e $n2^{-2js^*} \rightarrow 0$, então*

$$\sqrt{n2^{-j}}(\hat{f}_d(t) - f(t)) \xrightarrow{d} N(0, \sigma^2 \omega_0^2 \kappa(t))$$

Para a escolha do valor ótimo de j Antoniadis et al. (1994) sugere a utilização do critério de validação cruzada.

4.3 Estimadores ondaleta limiarizados

Considere o modelo (4.1.4) e seja $\hat{f}(\cdot)$ um estimador de f . Duas medidas de precisão usualmente empregadas são o erro quadrático médio integrado (EQMI) e a perda esperada num ponto. O EQMI é dado por

$$R(\hat{f}, f) = \mathbb{E} \|\hat{f} - f\|_{L^2([0,1])}^2$$

e a perda esperada no ponto t_0 é dada por

$$R(\hat{f}(t_0), f(t_0)) = \mathbb{E}(\hat{f}(t_0) - f(t_0))^2.$$

Ondaletas são uma ferramenta eficaz para a regressão não paramétrica. Métodos por ondaleta atingem adaptação através do encolhimento dos coeficientes ondaleta empíricos. Os principais métodos de encolhimento foram discutidos na seção 3.6.

O princípio de encolhimento (shrinkage) ou limiarização (thresholding) tem por objetivo a redução, ou mesmo a remoção, do ruído presente num sinal, diminuindo (ou zerando) a magnitude de alguns coeficientes de ondaletas. O procedimento de encolhimento consiste em três estágios: 1. Toma-se a transformada ondaleta discreta do vetor de observações y ; 2. Usa-se o limiar para reduzir ou anular os coeficientes abaixo de um certo valor. Assim mantém-se apenas os coeficientes “desprovidos” de ruído; e 3. Toma-se a transformada de ondaletas inversa dos coeficientes limiarizados no estágio 2. para obter as estimativas de $\hat{f}(x)$.

Aplicando a transformada ondaleta ao modelo (4.1.4) obtemos

$$y_{j,k} = \theta_{j,k} + \sigma \xi_{j,k}, \quad j \geq -1, \quad k = 0, 1, \dots, 2^j - 1 \quad (4.3.1)$$

em que $\theta_{j,k}$ são os coeficientes de ondaletas de $f(i/n)$ e $\xi_{j,k} \stackrel{\text{i.i.d.}}{\sim} N(0, 1)$, pois a transformada ondaleta é ortogonal e ela transforma ruído branco em ruído branco. A identidade (4.3.1) nos diz que os coeficientes de ondaletas de uma curva com ruído podem ser escritos como coeficientes de ondaletas sem ruído adicionados a um ruído branco. Após escolhida a regra de encolhimento, aplica-se a mesma aos coeficientes ondaleta empíricos $y_{j,k}$ e então tem-se as

estimativas de $\theta_{j,k}$, $\hat{\theta}_{j,k}$. Uma estimativa de f , \hat{f} , é obtida aplicando a transformada ondaleta inversa ao vetor $\hat{\theta} = (\hat{c}_{j_0,k}, \hat{d}_{j,k}, -1 \leq j_0 \leq J-1, j_0 \leq j \leq J-1, k = 0, 1, \dots, 2^j - 1)'$. Com a notação usual, a estimativa ondaleta linearizada é, portanto, dada por

$$\hat{f}(t) = \sum_{k=0}^{2^{j_0}-1} \hat{c}_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j \geq j_0}^{J-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} \hat{d}_{j,k} \psi_{j,k}(t),$$

em que $n = 2^J$ é o tamanho amostral.

4.4 Estudo de simulação

Nesta seção vamos fazer um estudo de simulação para o estimador linear núcleo ondaleta definido em (4.2.3). O objetivo do estudo é descobrir o melhor espaço V_j , em termos de erro quadrático médio (EQM), para projetar a função f . O estimador \hat{f} fornece a estimativa f em 2^j pontos. Para os demais pontos faremos uma interpolação. A interpolação escolhida é o spline cúbico. Para tal estudo considerou-se o modelo de regressão não paramétrico padrão (4.1.4) com $\sigma = 1$.

No estudo de simulações usa-se doze funções teste diferentes para representar diferentes níveis de variabilidade e regularidade (Donoho e Johnstone, 1994; Cai, 1999). As doze funções teste foram normalizadas para todas terem o mesmo desvio padrão = 1. Os gráficos das funções teste podem ser vistos na Figura 4.1.

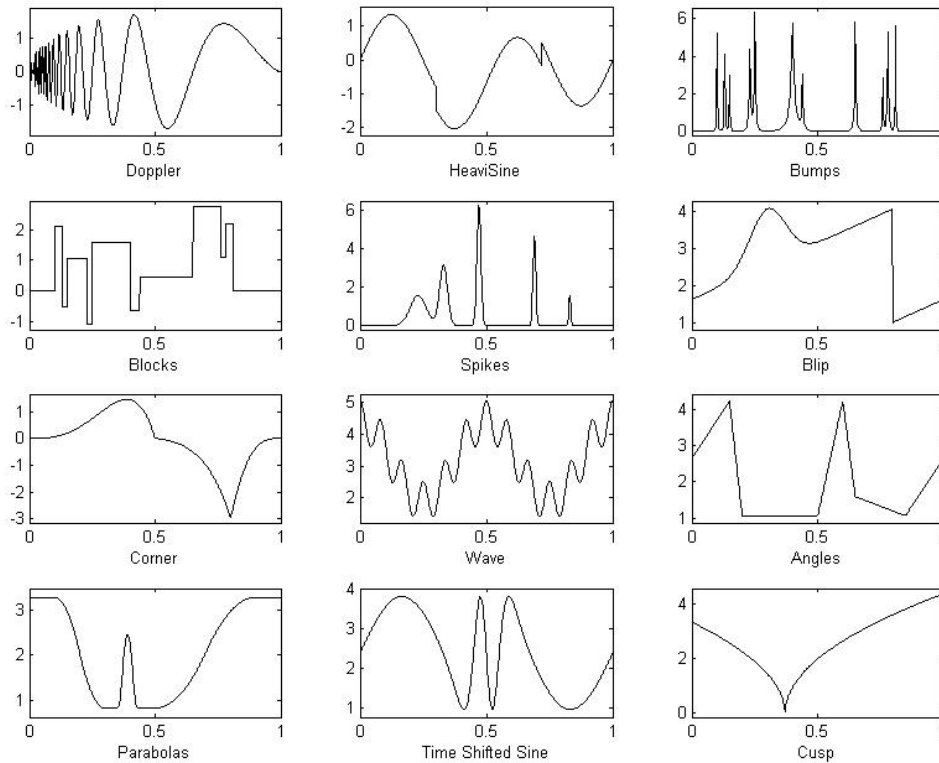


Figura 4.1: Gráficos das funções teste usadas nas simulações.

Antes de continuar vamos definir o que é o SNR (*signal-to-noise ratio*). O SNR é uma relação de desvios padrão do sinal e ruído (Vidakovic, 1999). Portanto é a relação sinal-ruído ou razão sinal-ruído.

Para cada função teste, SNR = 1; 3; 5; 7, ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ e tamanho amostral n foram geradas 1000 replicações do modelo (4.1.4). Estimou-se a função f por \hat{f} em 2^j pontos diádicos do intervalo $[0,1]$ e fez-se a interpolação por spline cúbico para ter n estimativas de f . Em seguida calculou-se a média do EQM das 1000 estimativas.

Os resultados das simulações foram tabulados. Na Tabela 4.1 estão os resultados da projeção das funções teste através do estimador núcleo ondaleta, para diferentes tamanhos amostrais n , isto é, a média do erro quadrático médio das 1000 replicações da projeção da função teste no espaço V_j , com SNR=3 e função ondaleta ‘db6’. A lista completa de tabelas, com todos os resultados da simulação, pode ser encontrada no Apêndice A.

Pelo Teorema 4.2.5 (Teorema 3.4 de Antoniadis et al. (1994)), a condição $n2^{-j} \rightarrow \infty$ e $n2^{-2js^*} \rightarrow 0$, em que $s^* = \min(3/2, s, \gamma + 1/2) - \epsilon$, com $\epsilon = 0$ se $s \neq 3/2$ e $\epsilon > 0$ se $s = 3/2$, traz restrições aos espaços V_j onde a função deve ser projetada, por isso os espaços vazios nas tabelas. Considerando $s^* = 3/2$ e $n = 2^J$ temos que:

$$\begin{aligned} n2^{-j} = 2^{J-j} \rightarrow \infty &\iff J - j \rightarrow \infty; \text{ e} \\ n2^{-2js^*} = 2^{J-2j3/2} = 2^{J-3j} \rightarrow 0 &\iff J - 3j \rightarrow -\infty. \end{aligned}$$

Assim, $o(j) < o(J) < o(3j)$ ou $j < J < 3j$. Portanto o espaço V_j em que devemos projetar a função deve satisfazer $J/3 < j < J$. Considerando $n = 2^J$, para $J \leq 8$ o j mínimo é três, já para $J = 9, 10$ ou 11 o j mínimo é quatro, enquanto que para $J = 12$ ou 13 o j mínimo é cinco.

Na Tabela 4.2 estão resumidas as informações das simulações considerando as 12 funções teste conjuntamente. Ela informa a quantidade de vezes em que a média do erro quadrático médio das 1000 replicações é a menor para cada subespaço V_j , SNR e função ondaleta considerados. Já na Tabela 4.3 estão resumidas as informações da Tabela 4.2 pelo espaço projeção V_j .

Analisando os resultados da simulação pode-se tirar as seguintes conclusões. Segundo o critério menor média do EQM, a presença de um ruído maior (SNR menor) na curva, tende escolher um espaço projeção, V_j , com j menor. Não há diferença significativa na escolha do espaço quanto a função ondaleta usada. Os espaços projeção V_j com menor média de EQM são praticamente os mesmos para as três funções ondaleta consideradas. Se não for levado em conta a SNR da curva, pelas simulações feitas, escolheremos o espaço projeção V_5 para os tamanhos amostrais de 128 a 512 e o espaço V_6 para os tamanhos amostrais de 1024 a 8192. Mas a diferença em termos de EQM é pequena se escolhermos V_7 ao invés de V_6 , e além do mais, nos casos em que o espaço escolhido seria V_7 em vez de V_6 a diferença em

Tabela 4.1: Erro quadrático médio (1000 replicações) da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 3 e função ondaleta ‘db6’ para diferentes tamanhos amostrais n .

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	<i>Doppler</i>						<i>HeaviSine</i>					
128	0.5959	0.3262	0.1820	0.1070	–	–	0.0394	0.0232	0.0297	0.0505	–	–
256	0.5905	0.3152	0.1633	0.0811	0.0674	–	0.0361	0.0164	0.0172	0.0273	0.0496	–
512	0.5865	0.3101	0.1561	0.0681	0.0436	0.0552	0.0344	0.0136	0.0109	0.0150	0.0262	0.0490
1024	0.5878	0.3094	0.1535	0.0625	0.0318	0.0325	0.0335	0.0121	0.0078	0.0085	0.0137	0.0258
2048	0.5876	0.3086	0.1520	0.0593	0.0252	0.0199	0.0332	0.0114	0.0063	0.0054	0.0073	0.0132
4096	–	0.3081	0.1510	0.0577	0.0220	0.0135	–	0.0111	0.0055	0.0038	0.0041	0.0069
8192	–	0.3078	0.1505	0.0568	0.0204	0.0103	–	0.0108	0.0051	0.0030	0.0025	0.0037
	<i>Bumps</i>						<i>Blocks</i>					
128	0.9386	0.7512	0.5164	0.3763	–	–	0.5222	0.3245	0.2505	0.1108	–	–
256	0.9314	0.7244	0.5025	0.3950	0.1702	–	0.5257	0.3229	0.2419	0.0932	0.0795	–
512	0.9344	0.7476	0.5347	0.4201	0.1919	0.1133	0.5217	0.3150	0.2374	0.0849	0.0613	0.0633
1024	0.9342	0.7483	0.5353	0.4179	0.1848	0.0949	0.5212	0.3175	0.2363	0.0826	0.0511	0.0418
2048	0.9342	0.7491	0.5369	0.4179	0.1823	0.0862	0.5233	0.3183	0.2376	0.0807	0.0449	0.0307
4096	–	0.7486	0.5356	0.4158	0.1785	0.0795	–	0.3184	0.2372	0.0793	0.0425	0.0249
8192	–	0.7485	0.5354	0.4151	0.1771	0.0765	–	0.3177	0.2368	0.0784	0.0412	0.0220
	<i>Spikes</i>						<i>Blip</i>					
128	0.8287	0.7603	0.2738	0.1046	–	–	0.1872	0.0982	0.0561	0.0617	–	–
256	0.8256	0.7548	0.2611	0.0817	0.0523	–	0.1866	0.0882	0.0420	0.0432	0.0551	–
512	0.8233	0.7515	0.2546	0.0690	0.0291	0.0488	0.1845	0.0868	0.0371	0.0299	0.0318	0.0525
1024	0.8237	0.7502	0.2511	0.0624	0.0164	0.0253	0.1830	0.0862	0.0346	0.0229	0.0196	0.0303
2048	0.8229	0.7495	0.2495	0.0591	0.0101	0.0129	0.1825	0.0850	0.0327	0.0200	0.0133	0.0176
4096	–	0.7491	0.2486	0.0576	0.0069	0.0065	–	0.0844	0.0318	0.0187	0.0101	0.0112
8192	–	0.7489	0.2482	0.0567	0.0053	0.0033	–	0.0843	0.0315	0.0178	0.0085	0.0081
	<i>Corner</i>						<i>Wave</i>					
128	0.1069	0.0208	0.0272	0.0492	–	–	0.2388	0.2205	0.0557	0.0497	–	–
256	0.1035	0.0144	0.0145	0.0258	0.0488	–	0.2390	0.2141	0.0425	0.0260	0.0489	–
512	0.1017	0.0114	0.0084	0.0133	0.0256	0.0488	0.2383	0.2108	0.0365	0.0135	0.0256	0.0488
1024	0.1007	0.0098	0.0052	0.0069	0.0130	0.0254	0.2365	0.2087	0.0330	0.0071	0.0130	0.0254
2048	0.1005	0.0092	0.0037	0.0038	0.0067	0.0129	0.2368	0.2079	0.0315	0.0039	0.0066	0.0129
4096	–	0.0087	0.0028	0.0021	0.0034	0.0065	–	0.2075	0.0308	0.0023	0.0034	0.0065
8192	–	0.0085	0.0024	0.0013	0.0018	0.0033	–	0.2073	0.0303	0.0015	0.0018	0.0033
	<i>Angles</i>						<i>Parabolas</i>					
128	0.2161	0.0723	0.0295	0.0499	–	–	0.0860	0.0451	0.0332	0.0490	–	–
256	0.2121	0.0660	0.0167	0.0263	0.0489	–	0.0827	0.0388	0.0209	0.0259	0.0491	–
512	0.2096	0.0631	0.0103	0.0137	0.0255	0.0488	0.0820	0.0357	0.0145	0.0133	0.0256	0.0489
1024	0.2084	0.0616	0.0071	0.0073	0.0130	0.0254	0.0813	0.0340	0.0113	0.0068	0.0130	0.0254
2048	0.2079	0.0611	0.0057	0.0042	0.0066	0.0129	0.0810	0.0334	0.0097	0.0036	0.0066	0.0129
4096	–	0.0606	0.0048	0.0025	0.0034	0.0065	–	0.0328	0.0089	0.0020	0.0034	0.0065
8192	–	0.0606	0.0045	0.0018	0.0019	0.0033	–	0.0328	0.0086	0.0013	0.0018	0.0033
	<i>Time Shifted Sine</i>						<i>Cusp</i>					
128	0.2210	0.2029	0.0312	0.0504	–	–	0.0222	0.0166	0.0267	0.0492	–	–
256	0.2186	0.1965	0.0179	0.0259	0.0493	–	0.0196	0.0106	0.0143	0.0262	0.0492	–
512	0.2168	0.1933	0.0112	0.0131	0.0253	0.0486	0.0179	0.0073	0.0077	0.0133	0.0255	0.0487
1024	0.2161	0.1918	0.0083	0.0069	0.0130	0.0254	0.0172	0.0058	0.0047	0.0070	0.0130	0.0254
2048	0.2160	0.1912	0.0067	0.0036	0.0066	0.0129	0.0171	0.0051	0.0030	0.0038	0.0066	0.0129
4096	–	0.1908	0.0059	0.0020	0.0034	0.0065	–	0.0047	0.0023	0.0022	0.0035	0.0065
8192	–	0.1906	0.0055	0.0012	0.0018	0.0033	–	0.0044	0.0019	0.0014	0.0019	0.0033

Tabela 4.2: Número de vezes em que o erro quadrático médio (1000 replicações) do estimador núcleo ondaleta foi o menor na projeção de f no espaço V_j para cada tamanho amostral, função ondaleta e SNR considerados.

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	db3 e SNR=1						db6 e SNR=1						sym8 e SNR=1					
128	3	6	3	-	-	-	2	5	5	-	-	-	3	4	5	-	-	-
256	2	4	5	1	-	-	1	3	5	2	1	-	2	4	3	2	1	-
512	-	4	4	3	1	-	-	3	5	3	1	-	-	4	4	3	1	-
1024	-	3	5	3	1	-	-	3	4	4	1	-	-	3	5	3	1	-
2048	-	1	7	2	1	1	-	-	6	2	3	1	-	1	7	2	1	1
4096	-	-	5	3	3	1	-	-	4	4	3	1	-	-	5	3	3	1
8192	-	-	3	5	2	2	-	-	-	7	3	2	-	-	1	6	3	2
	db3 e SNR=3						db6 e SNR=3						sym8 e SNR=3					
128	-	3	5	4	-	-	-	3	5	4	-	-	-	3	5	4	-	-
256	-	2	5	1	4	-	-	3	4	1	4	-	-	3	5	1	3	-
512	-	1	4	3	3	1	-	1	4	2	4	1	-	1	5	2	3	1
1024	-	-	3	5	2	2	-	-	4	3	3	2	-	-	5	2	3	2
2048	-	-	3	4	2	3	-	-	2	5	2	3	-	-	3	4	2	3
4096	-	-	1	5	2	4	-	-	-	7	1	4	-	-	1	6	2	3
8192	-	-	-	6	1	5	-	-	-	6	1	5	-	-	-	6	2	4
	db3 e SNR=5						db6 e SNR=5						sym8 e SNR=5					
128	-	1	5	6	-	-	-	1	5	6	-	-	-	2	5	5	-	-
256	-	1	4	3	4	-	-	1	4	2	5	-	-	1	5	1	5	-
512	-	-	3	4	3	2	-	-	3	4	2	3	-	-	5	2	3	2
1024	-	-	2	4	2	4	-	-	1	6	2	3	-	-	2	5	2	3
2048	-	-	1	5	2	4	-	-	1	6	2	3	-	-	1	6	2	3
4096	-	-	-	5	2	5	-	-	-	6	1	5	-	-	-	6	1	5
8192	-	-	-	2	5	5	-	-	-	5	2	5	-	-	-	5	2	5
	db3 e SNR=7						db6 e SNR=7						sym8 e SNR=7					
128	-	1	4	7	-	-	-	1	4	7	-	-	-	1	4	7	-	-
256	-	-	3	4	5	-	-	-	3	4	5	-	-	-	5	2	5	-
512	-	-	2	4	2	4	-	-	2	5	2	3	-	-	3	4	2	3
1024	-	-	1	5	2	4	-	-	1	6	1	4	-	-	1	6	2	3
2048	-	-	-	5	2	5	-	-	-	6	1	5	-	-	-	6	1	5
4096	-	-	-	2	5	5	-	-	-	4	3	5	-	-	-	5	2	5
8192	-	-	-	2	5	5	-	-	-	3	3	6	-	-	-	3	4	5

Tabela 4.3: Número de vezes em que o erro quadrático médio (1000 replicações) do estimador núcleo ondaleta foi o menor na projeção de f no espaço V_j em cada tamanho amostral independente do SNR e função ondaleta usadas.

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_{8+}
128	8	31	55	50	-	-
256	5	22	51	24	42	-
512	-	14	44	39	27	20
1024	-	9	34	52	22	27
2048	-	2	31	53	21	37
4096	-	-	16	56	28	44
8192	-	-	4	56	33	51

relação ao EQM de V_7 para V_6 é bem maior. Podemos separar as doze funções em três grupos em termos de espaço projeção V_j . No grupo I temos as funções: *Heavisine*, *Corner*, *Wave*, *Angles*, *Parabolas*, *Time Shifted Sine* e *Cusp*; no grupo II: *Spikes* e *Blip*; e no grupo III: *Dopler*, *Bumps* e *Blocks*. As funções do grupo I estão as funções com pequena variação e as funções mais regulares. O grupo II é composto por funções com variação média. No grupo III estão as funções que tem grande variação. As funções do grupo I, quando projetadas em espaços V_j com j menor, tem em média um EQM menor do que as funções dos grupos II e III.

Assim, para o estudo de simulação para erros correlacionados optou-se em projetar no espaço V_5 os tamanhos amostrais de 128 a 512, no espaço V_6 os tamanhos amostrais de 1024 e 2048 e os tamanhos amostrais 4096 e 8192 no espaço V_7 . A escolha dos espaços projeção é justificada pelo menor erro quadrático médio (1000 replicações) apresentado nas simulações feitas em curvas com erro normal i.i.d. baseado em doze funções teste, funções ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ e SNR = 1; 3; 5; 7.

4.5 Convergência do EQMI

Nesta seção vamos estudar o erro quadrático médio integrado (EQMI) de $\hat{f}(t)$ definido por Antoniadis et al. (1994). O EQMI de $\hat{f}(t)$ é definido por

$$\text{EQMI}(\hat{f}) = \mathbb{E} \int_{\mathbb{R}} (\hat{f}(t) - f(t))^2 w(t) dt, \quad (4.5.1)$$

em que $w(t)$ é uma função contínua não negativa com $\text{supp } w \subset (0, 1)$. Podemos escrever

$$\begin{aligned} \text{EQMI}(\hat{f}) &= \mathbb{E} \int_{\mathbb{R}} (\hat{f}(t) - f(t))^2 w(t) dt \\ &= \int_{\mathbb{R}} (\mathbb{E} \hat{f}(t) - f(t))^2 w(t) dt + \mathbb{E} \int_{\mathbb{R}} (\hat{f}(t) - \mathbb{E} \hat{f}(t))^2 w(t) dt \\ &\leq \int_{\mathbb{R}} (\mathbb{E} \hat{f}(t) - f(t))^2 w(t) dt + \sup_{t \in \mathbb{R}} w(t) \mathbb{E} \int_{\mathbb{R}} (\hat{f}(t) - \mathbb{E} \hat{f}(t))^2 dt \\ &= B_J^2 + \sup_{t \in \mathbb{R}} w(t) D_J \end{aligned}$$

Note que, usando-se (4.2.1) e (4.2.2), podemos reescrever (4.2.3) como

$$\hat{f}(t) = \sum_{i=1}^n y_i \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \hat{c}_{j(J),k} \phi_{j(J),k}(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \hat{c}_{j(J),k} \phi_{j(J),k}(t), \quad (4.5.2)$$

em que \mathbb{Z}_ϕ é o conjunto dos números inteiros contidos no suporte de $\phi_{j(J),k}$ e

$$\hat{c}_{j(J),k} = \sum_{i=1}^n y_i \int_{A_i} \phi_{j(J),k}(t) dt. \quad (4.5.3)$$

Temos as seguintes condições de regularidade

(C1) O tamanho amostral é n . Sem perda de generalidade, usaremos eventualmente que $n =$

2^J , com J sendo um inteiro positivo. Assim $n \rightarrow \infty \iff J \rightarrow \infty$. Os pontos amostrais são $0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n \leq 1$, com $\max_i |t_i - t_{i-1}| = O(n)$ (se os n pontos são equiespaçados no intervalo $[0, 1]$ essa condição não é necessária). Assim, $\max_i |s_i - s_{i-1}| = O(n)$.

(C2) O estimador núcleo ondaleta é a projeção ortogonal de f no subespaço fechado $V_{j(J)}$ de $L^2(\mathbb{R})$.

(C3) A função $f(t)$, $t \in [0, 1]$ a ser estimada é suposta pertencer ao espaço de Sobolev $H^s(\mathbb{R})$, com $s \geq 1/2$ e é Lipschitz de ordem $\gamma \geq 0$, isto é, para $x, y \in [0, 1]$, $\sup |f(x) - f(y)| \leq C|x - y|^\gamma$. Se $s > 3/2$ a condição Lipschitz é redundante, pois funções pertencentes a $H^s(\mathbb{R})$, com $s > 3/2$, são continuamente diferenciáveis.

(C4) As suposições sobre ϕ são as mesmas de Antoniadis et al. (1994), ou seja, ϕ satisfaz as condições (B3)-(B6).

Proposição 4.5.1 *Suponha que a função $f \in C^\gamma([0, 1])$, com $\gamma \geq 1$. Suponha também que as condições (B3)-(B6) da seção 4.2 são satisfeitas. Se $J \rightarrow \infty$, quando $n \rightarrow \infty$, valem as seguintes relações para o erro quadrático médio integrado*

$$\begin{aligned} B_J^2 &\leq C(O(2^j n^{-2}) + 2^{-2j(s \wedge r)}), \\ D_J &\leq C\sigma^2 \frac{1}{n}. \end{aligned}$$

Para provar a proposição usaremos as idéias de Genon-Catalot et al. (1992) e o seguinte lema

Lema 4.5.1 *(Meyer, 1990, p. 41.) Para qualquer função $f \in H^s(\mathbb{R})$, onde r é a regularidade da análise de multirresolução ($V_j, j \in \mathbb{Z}$), vale a seguinte desigualdade*

$$\|f - P_j f\|_{L^2(\mathbb{R})} \leq 2^{-j(s \wedge r)} \varepsilon_j, \quad (4.5.4)$$

em que $\varepsilon_j \rightarrow 0$ quando $j \rightarrow \infty$ e ε_j depende somente de f . Aqui $P_j f$ é a projeção ortogonal de f no subespaço V_j .

Primeiramente vamos estudar o termo do viés B_J^2 . Para obter uma limitação para B_J^2 precisamos calcular $\mathbb{E} \hat{f}(t) - f(t)$. Como a função escala ϕ tem suporte compacto e o suporte de f é o intervalo $[0, 1]$ ($\text{supp } f = [0, 1]$), usando (3.3.8) e (4.5.2), a primeira soma em $f(t)$ é sobre os mesmos inteiros k de $\hat{f}(t)$ se $t \in [0, 1]$. Usando (4.1.4) e (4.5.3), para $t \in [0, 1]$, obtemos que

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\hat{f}(t) - f(t)) &= \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \phi_{j(J), k}(t) \left(\sum_{i=1}^n f(i/n) \int_{A_i} \phi_{j(J), k}(t) dt - \int_0^1 f(t) \phi_{j(J), k}(t) dt \right) + \\ &\quad - \sum_{j \geq j(J)} \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j, k} \psi_{j, k}(t) = B_1(t) + B_2(t). \end{aligned}$$

Pelas propriedades da decomposição de ondaletas e pelo Lema 4.5.1, temos

$$\begin{aligned} \int_{\mathbb{R}} B_2^2(t)w(t)dt &\leq \sup_{t \in \mathbb{R}} w(t) \int_{\mathbb{R}} B_2^2(t)dt = C\|f - P_j f\|_{L^2(\mathbb{R})}^2 \\ &\leq C2^{-2j(J)(s \wedge r)} \varepsilon_{j(J)} \leq C \sup_J \{\varepsilon_{j(J)}\} 2^{-2j(J)(s \wedge r)} = C_2 2^{-2j(J)(s \wedge r)}. \end{aligned} \quad (4.5.5)$$

Agora vamos estudar o termo $B_1(t)$. Usando a definição dos coeficientes $c_{j,k}$ e o suporte das funções f e $\phi_{j(J),k}$.

$$\begin{aligned} B_1(t) &= \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \phi_{j(J),k}(t) \left(\sum_{i=1}^n f(i/n) \int_{A_i} \phi_{j(J),k}(t) dt - \int_0^1 f(t) \phi_{j(J),k}(t) dt \right) \\ &= \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \phi_{j(J),k}(t) \left(\sum_{i=1}^n f(i/n) \int_{A_i} \phi_{j(J),k}(t) dt - \sum_{i=1}^n \int_{A_i} f(t) \phi_{j(J),k}(t) dt \right) \\ &= \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \phi_{j(J),k}(t) \sum_{i=1}^n \int_{A_i} \phi_{j(J),k}(t) (f(i/n) - f(t)) dt \\ &\leq \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \phi_{j(J),k}(t) \sup_{\{i:t_i - t \in A_i\}_{i=1}^n} |f(t_i) - f(t)| \int_0^1 \phi_{j(J),k}(t) dt \\ &= C \sup_{\{i:t_i - t \in A_i\}_{i=1}^n} |f(t_i) - f(t)| \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \phi_{j(J),k}(t). \end{aligned}$$

Assim,

$$\begin{aligned} &\int_{\mathbb{R}} B_1^2(t)w(t)dt \\ &= \int_{\mathbb{R}} \left(\sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \phi_{j(J),k}(t) \left(\sum_{i=1}^n f(i/n) \int_{A_i} \phi_{j(J),k}(s) ds - \int_0^1 f(s) \phi_{j(J),k}(s) ds \right) \right)^2 w(t) dt \\ &\leq \left(C \sup_{\{i:t_i - t \in A_i\}_{i=1}^n} |f(t_i) - f(t)| \right)^2 \sup_{t \in \mathbb{R}} w(t) \int_{\mathbb{R}} \left(\sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \phi_{j(J),k}(t) \right)^2 dt \quad (4.5.6) \\ &= C_1 \left(\sup_{\{i:t_i - t \in A_i\}_{i=1}^n} |f(t_i) - f(t)| \right)^2 \text{Card}(\mathbb{Z}_\phi) \\ &= C_1 \left(\sup_{\{i:t_i - t \in A_i\}_{i=1}^n} |f(t_i) - f(t)| \right)^2 O(2^j) = C_3(O(n))^2 O(2^j) = C_3 O(n^2 2^j) \end{aligned}$$

Finalmente utilizando os resultados de (4.5.5) e (4.5.6) e a propriedade das bases de

ondaletas obtemos a seguinte limitação para o termo do viés

$$\begin{aligned} B_J^2 &= \int_{\mathbb{R}} \left(\mathbb{E}\hat{f}(t) - f(t) \right)^2 w(t) dt = \int_{\mathbb{R}} (B_1(t) + B_2(t))^2 w(t) dt = \int_{\mathbb{R}} (B_1^2(t) + B_2^2(t)) w(t) dt \\ &\leq C_1 \left(\sup_{\{i: t_i - t \in A_i\}_{i=1}^n} |f(t_i) - f(t)| \right)^2 O(2^j) + C_2 2^{-j(J)(s \wedge r)}. \end{aligned} \quad (4.5.7)$$

Agora vamos obter uma limitação para o termo da variância D_J . Inicialmente mostraremos que $D_J = \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \text{Var}(\hat{c}_{j(J),k})$. Para isso usaremos a propriedade das bases de ondaletas

$$\begin{aligned} D_J &= \mathbb{E} \int_{\mathbb{R}} \left(\hat{f}(t) - \mathbb{E}\hat{f}(t) \right)^2 dt \\ &= \mathbb{E} \int_{\mathbb{R}} \left(\sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \hat{c}_{j(J),k} \phi_{j(J),k}(t) - \mathbb{E} \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \hat{c}_{j(J),k} \phi_{j(J),k}(t) \right)^2 dt \\ &= \mathbb{E} \int_{\mathbb{R}} \left(\sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} (\hat{c}_{j(J),k} - \mathbb{E}\hat{c}_{j(J),k}) \phi_{j(J),k}(t) \right)^2 dt \\ &= \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \mathbb{E} (\hat{c}_{j(J),k} - \mathbb{E}\hat{c}_{j(J),k})^2 = \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \text{Var}(\hat{c}_{j(J),k}). \end{aligned}$$

Substituindo o termo $\hat{c}_{j(J),k}$, (4.5.3), e lembrando que os y_i 's são i.i.d. com $\text{Var}(y_i) = \sigma^2$ e que $\phi_{j(J),k}$ é contínua (para poder usar o teorema do valor médio para integrais) temos

$$\begin{aligned} D_J &= \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \text{Var}(\hat{c}_{j(J),k}) = \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \text{Var} \left(\sum_{i=1}^n y_i \int_{A_i} \phi_{j(J),k}(t) dt \right) \\ &= \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \sum_{i=1}^n \text{Var}(y_i) \left(\int_{A_i} \phi_{j(J),k}(t) dt \right)^2 = \sigma^2 \sum_{k \in \mathbb{Z}_\phi} \sum_{i=1}^n (|A_i| \phi_{j(J),k}(c_i))^2 \end{aligned}$$

(A quantidade de termos que contribuem com a soma em i é $O(n2^{-j(J)})$)

$$\begin{aligned} &\leq \sigma^2 \text{Card}(Z_\phi) O(n2^{-j(J)}) \left(\max_i |s_{i+1} - s_i| \sup_{t \in \mathbb{R}} \phi_{j(J),k}(t) \right)^2 \\ &= \sigma^2 O(2^{j(J)}) O(n2^{-j(J)}) O(n^{-2}) (\sup_{t \in \mathbb{R}} \phi_{j(J),k}(t))^2 = C\sigma^2 n^{-1} = C\sigma^2 2^{-J}. \end{aligned} \quad (4.5.8)$$

Portanto

$$\mathbb{E} \int_{\mathbb{R}} \left(\hat{f}(t) - f(t) \right)^2 w(t) dt \leq C_3 (O(n^{-2} 2^{j(J)}) + C_2 2^{-j(J)(s \wedge r)} + C\sigma^2 2^{-J}).$$

4.6 Convergência conjunta do estimador ondaleta linear para erros iid

Na seção 4.3 estudamos a distribuição assintótica dos estimadores pontuais no caso em que os erros são i.i.d. O Teorema 4.2.5 fornece a convergência assintótica pontual em cada ponto diádico $t^{(j)}$ para uma variável com distribuição normal. (Os estimadores $\hat{f}(t)$ e $\hat{f}_d(t)$)

coincidem nos pontos diádicos $t^{(j)} = [2^j t]/2^j$.) O objetivo aqui é estudar a distribuição assintótica conjunta desses estimadores pontuais, isto é, investigar se a distribuição limite do vetor de estimativas pontuais $\hat{f}_d = (\hat{f}_d(t_1), \hat{f}_d(t_2), \dots, \hat{f}_d(t_{2^j}))$ converge conjuntamente para um vetor limite com distribuição normal multivariada.

O resultado a seguir fornece a normalidade assintótica de \hat{f}_d .

Proposição 4.6.1 *Suponha que as hipóteses do Teorema 4.2.5 sejam satisfeitas para cada ponto diádico t_1, t_2, \dots, t_{2^j} do intervalo $[0, 1]$. Isto é, suponha que quando $n2^{-j} \rightarrow \infty$ e $n2^{-2js^*} \rightarrow 0$,*

$$Z_n(t_k) = \sqrt{n2^{-j}}(\hat{f}_d(t_k) - f(t_k)) \xrightarrow{d} N(0, \sigma^2 \omega_0^2 \kappa(t_k)) = Z(t_k), \quad k = 1, 2, \dots, 2^j.$$

Então

$$(Z_n(t_1), Z_n(t_2), \dots, Z_n(t_{2^j})) \xrightarrow{d} (Z(t_1), Z(t_2), \dots, Z(t_{2^j})). \quad (4.6.1)$$

Para cada n a matriz de variância-covariância do vetor $(Z_n(t_1), Z_n(t_2), \dots, Z_n(t_{2^j}))$ é não negativa definida. Vamos verificar para alguns casos que a matriz de variância-covariância é positiva definida. E assim ilustrar que a distribuição limite é uma variável normal multivariada não degenerada.

Temos que $\hat{f}(t) = \sum_{i=1}^n y_i \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds$. Portanto sua variância é dada por

$$\text{Var}(\hat{f}(t)) = \text{Var} \sum_{i=1}^n y_i \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds = \sigma^2 \sum_{i=1}^n \left(\int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds \right)^2,$$

$$\text{pois } \text{Cov}(y_i, y_k) = \begin{cases} \sigma^2 & \text{se } i = k \\ 0 & \text{se } i \neq k \end{cases}.$$

Para verificar a Proposição 4.6.1 precisamos calcular a matriz de variância-covariância das estimativas de f nos pontos diádicos. Sejam t_1^* e t_2^* dois pontos diádicos quaisquer, então

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\hat{f}(t_1^*), \hat{f}(t_2^*)) &= \text{Cov} \left(\sum_{i=1}^n y_i \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t_1^*, s) ds, \sum_{k=1}^n y_k \int_{A_k} \mathbb{K}_j(t_2^*, s) ds \right) \\ &= \sigma^2 \sum_{i=1}^n \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t_1^*, s) ds \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t_2^*, s) ds. \end{aligned} \quad (4.6.2)$$

Para calcular efetivamente essa covariância vamos desenvolver a expressão (4.6.2)

$$\begin{aligned}
\text{Cov}(\hat{f}(t_1^*), \hat{f}(t_2^*)) &= \sigma^2 \sum_{i=1}^n \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t_1^*, s) ds \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t_2^*, s) ds \\
&= \sigma^2 \sum_{i=1}^n \int_{A_i} 2^j \mathbb{K}(2^j t_1^*, 2^j s) ds \int_{A_i} 2^j \mathbb{K}(2^j t_2^*, 2^j s) ds \\
&= \sigma^2 \sum_{i=1}^n \int_{A_i} 2^j \sum_k \phi(2^j t_1^* - k) \phi(2^j s - k) ds \times \\
&\quad \int_{A_i} 2^j \sum_{k'} \phi(2^j t_2^* - k') \phi(2^j s - k') ds \\
&= \sigma^2 \sum_{i=1}^n \left[2^j \sum_k \phi(2^j t_1^* - k) \int_{A_i} \phi(2^j s - k) ds \right] \times \\
&\quad \left[2^j \sum_{k'} \phi(2^j t_2^* - k') \int_{A_i} \phi(2^j s - k') ds \right] \\
&= \sigma^2 \sum_{i=1}^n \left[2^j \sum_k \phi(2^j t_1^* - k) \int_{s_i}^{s_{i+1}} \phi(2^j s - k) ds \right] \times \\
&\quad \left[2^j \sum_{k'} \phi(2^j t_2^* - k') \int_{s_i}^{s_{i+1}} \phi(2^j s - k') ds \right].
\end{aligned}$$

Fazendo uma mudança de variável nas integrais temos

$$\begin{aligned}
\text{Cov}(\hat{f}(t_1^*), \hat{f}(t_2^*)) &= \\
&\sigma^2 \sum_{i=1}^n \left[2^j \sum_k \phi(2^j t_1^* - k) \int_{a_i(k)}^{a_{i+1}(k)} \phi(s) ds \right] \left[2^j \sum_{k'} \phi(2^j t_2^* - k') \int_{b_i(k')}^{b_{i+1}(k')} \phi(s) ds \right],
\end{aligned}$$

em que $a_i(k) = 2^j s_i - k$, $a_{i+1}(k) = 2^j s_{i+1} - k$, $b_i(k') = 2^j s_i - k'$, $b_{i+1}(k') = 2^j s_{i+1} - k'$. Dessa forma integra-se sempre a mesma função escala ϕ mesmo se a projeção de f for em um subespaço V_j diferente.

Usando funções escala ϕ com suporte compacto as somas em k e k' são finitas, e cada termo pode ser calculado pelo algoritmo cascata. A família de ondaletas Daubechies, por exemplo, tem suporte compacto. A função escala ϕ dessa família tem suporte

$$\text{supp } \phi = [0, 2N - 1],$$

em que N é o número de momentos nulos da ondaleta. Já $\text{supp } \phi_{j,k} = [k/2^j, (2N - 1 + k)/2^j]$. Assim para a família de ondaletas Daubechies a quantidade de parcelas em cada soma é dada pelo número de inteiros k que satisfazem a desigualdade

$$0 \leq 2^j t_1^* - k \leq 2N - 1 \iff 2^j t_1^* - 2N + 1 \leq k \leq 2^j t_1^*.$$

Para calcular as integrais e os valores da função ϕ nos pontos desejados, é necessário o auxílio de algum software estatístico ou matemático. Temos uma solução analítica, sem a necessidade do uso de software, para o cálculo da covariância apenas para ondaleta Haar. Assim a única forma de calcular as integrais, e por consequência a matriz de variância-covariância, é fazê-lo numericamente.

O método de integração numérico usado para calcular os pesos, isto é, as integrais em cada intervalo A_i , foi a *quadratura Gaussiana composta* de ordem 96 com quatro partições em cada intervalo A_i . Para calcular os valores das ondaletas nos pontos desejados usou-se (algoritmo cascata) o programa ‘Phijk.m’ implementado por Brani Vidakovic e disponível para download em <http://www2.isye.gatech.edu/brani/wavelet.html>. Para fazer estes cálculos usamos o software MatLab.

A projeção de f nos subespaços V_j é feita respeitando as restrições impostas pelo Teorema 4.2.5. Os tamanhos amostrais para os quais os pesos foram calculados são 2^J com $J=4, \dots, 13$. Para $J \leq 8$ o j mínimo é três, já para $J = 9, 10$ ou 11 o j mínimo é quatro, enquanto que para $J = 12$ ou 13 o j mínimo é cinco. Respeitando estas restrições calculou-se com o auxílio do MatLab os pesos da função ondaleta para fazer a projeção de f no subespaço V_j .

Depois calculou-se a matriz de covariância do estimador núcleo em pontos diádicos.

Para ilustrar a Proposição 4.6.1 usou-se os núcleos ondaleta \mathbb{K}_j , $j = 3, 4, \dots, 8$, funções escala Daubechies com três e seis momentos nulos e a ondaleta Symmlet 8 e tamanhos amostrais potências de dois desde 2^4 até 2^{13} . Em todos os casos calculou-se o determinante, o número condição e os autovalores da matriz de covariância. Para calcular o determinante, o número condição e os autovalores da matriz de covariância fixou-se $\sigma^2 = 1$. Após uma análise da matriz de covariância, com base nos autovalores pode-se concluir que em todos os casos considerados (diferentes tamanhos amostrais, diferentes ondaletas e diferentes núcleos) a matriz resultante é positiva definida, portanto não negativa definida.

O *número de condicionamento* ou *número de condição* de um problema é uma medida que indica se o problema tem “boas condições” para ser tratado numericamente. O número de condição depende da norma subjacente. No entanto, independentemente da norma, é sempre maior ou igual a um. Se ele está perto de um, a matriz é bem condicionada, o que significa sua inversa pode ser calculada com boa precisão. Se o número de condição é grande, então a matriz é dita ser mal condicionada. No MatLab, o número de condição é calculado pela norma euclidiana.

Nas Tabelas 4.4-4.9 estão os resultados da matriz de variância-covariância. Em cada tabela, para os tamanhos amostrais $n = 2^J$ e funções ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ estão o determinante (Det), número condição (NC) e o menor (λ_{\min}) e maior (λ_{\max}) autovalor da matriz covariância do vetor das estimativas de f projetadas no espaço V_j , para $j = 4, \dots, 8$.

Observação 4.6.1 Ao estimar f por $\hat{f}(t) = \sum_{i=1}^n y_i \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds$, em que t é um ponto diádico da projeção de f em V_j , a soma dos pesos calculados no MatLab nos primeiros e

últimos pontos diádicos do intervalo $[0,1]$ não é exatamente um. Para os pontos centrais os pesos somam um. Assim, foi necessário normalizar os pesos para serem unitários em cada ponto diádico. A normalização não interfere nas conclusões que a matriz de covariância é positiva definida. A normalização faz-se necessária para que a soma dos pesos seja sempre um.

Tabela 4.4: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_3

	J	4	5	6	7	8
$db3$	Det	1.35e-001	1.02e-003	5.12e-006	2.19e-008	8.90e-011
	NC	2.777	3.508	3.971	4.218	4.344
	λ_{\min}	0.4818	0.2439	0.1224	0.0612	0.0306
	λ_{\max}	1.3377	0.8557	0.4859	0.2582	0.1330
$db6$	Det	4.60e-003	2.77e-005	1.26e-007	5.16e-010	2.05e-012
	NC	2.163	2.695	2.879	2.955	2.990
	λ_{\min}	0.3740	0.1793	0.0898	0.0450	0.0225
	λ_{\max}	0.8087	0.4833	0.2586	0.1330	0.0674
$sym8$	Det	1.31e-002	9.63e-005	4.62e-007	1.93e-009	7.75e-012
	NC	1.922	2.399	2.623	2.733	2.787
	λ_{\min}	0.4375	0.2274	0.1152	0.0577	0.0289
	λ_{\max}	0.8410	0.5454	0.3021	0.1578	0.0805

Tabela 4.5: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_4

	J	5	6	7	8	9	10	11
$db3$	Det	1.68e-002	7.32e-007	1.63e-011	*	*	*	*
	NC	2.776	3.509	3.972	4.219	4.345	4.409	4.442
	λ_{\min}	0.4819	0.2439	0.1223	0.0612	0.0306	0.0153	0.0077
	λ_{\max}	1.3375	0.8557	0.4859	0.2582	0.1330	0.0675	0.0340
$db6$	Det	1.48e-005	5.32e-010	1.06e-014	*	*	*	*
	NC	2.176	2.696	2.879	2.955	2.990	3.007	3.016
	λ_{\min}	0.3717	0.1793	0.0898	0.0450	0.0225	0.0113	0.0056
	λ_{\max}	0.8087	0.4833	0.2586	0.1330	0.0674	0.0339	0.0170
$sym8$	Det	1.57e-004	6.93e-009	1.45e-013	*	*	*	*
	NC	1.930	2.399	2.623	2.733	2.787	2.814	2.827
	λ_{\min}	0.4376	0.2274	0.1151	0.0577	0.0289	0.0144	0.0072
	λ_{\max}	0.8446	0.5454	0.3021	0.1578	0.0805	0.0406	0.0204

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Tabela 4.6: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_5

	J	6	7	8	9	10	11	12	13
$db3$	Det	2.58e-04	3.80e-13	*	*	*	*	*	*
	NC	2.776	3.509	3.972	4.219	4.345	4.409	4.442	4.458
	λ_{\min}	0.4819	0.2439	0.1223	0.0612	0.0306	0.0153	0.0077	0.0038
	λ_{\max}	1.3375	0.8557	0.4859	0.2582	0.1330	0.0675	0.0340	0.0171
$db6$	Det	1.54e-10	*	*	*	*	*	*	*
	NC	2.187	2.696	2.879	2.955	2.990	3.007	3.016	3.020
	λ_{\min}	0.3698	0.1793	0.0898	0.0450	0.0225	0.0113	0.0056	0.0028
	λ_{\max}	0.8087	0.4833	0.2586	0.1330	0.0674	0.0339	0.0170	0.0085
$sym8$	Det	2.27e-08	*	*	*	*	*	*	*
	NC	1.945	2.399	2.623	2.733	2.787	2.814	2.827	2.834
	λ_{\min}	0.4376	0.2274	0.1151	0.0577	0.0289	0.0144	0.0072	0.0036
	λ_{\max}	0.8510	0.5454	0.3021	0.1578	0.0805	0.0406	0.0204	0.0102

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Tabela 4.7: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_6

	J	7	8	9	10	11	12	13
$db3$	Det	6.14e-008	*	*	*	*	*	*
	NC	2.776	3.509	3.972	4.219	4.345	4.409	4.442
	λ_{\min}	0.4819	0.2439	0.1223	0.0612	0.0306	0.0153	0.0077
	λ_{\max}	1.3375	0.8557	0.4859	0.2582	0.1330	0.0675	0.0340
$db6$	Det	*	*	*	*	*	*	*
	NC	2.194	2.696	2.879	2.955	2.990	3.007	3.016
	λ_{\min}	0.3686	0.1793	0.0898	0.0450	0.0225	0.0113	0.0056
	λ_{\max}	0.8087	0.4833	0.2586	0.1330	0.0674	0.0339	0.0170
$sym8$	Det	*	*	*	*	*	*	*
	NC	1.950	2.399	2.623	2.733	2.787	2.814	2.827
	λ_{\min}	0.4376	0.2274	0.1151	0.0577	0.0289	0.0144	0.0072
	λ_{\max}	0.8533	0.5454	0.3021	0.1578	0.0805	0.0406	0.0204

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Tabela 4.8: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_7

	J	8	9	10	11	12	13
$db3$	Det	3.47e-015	*	*	*	*	*
	NC	2.776	3.509	3.972	4.219	4.345	4.409
	λ_{\min}	0.4819	0.2439	0.1223	0.0612	0.0306	0.0153
	λ_{\max}	1.3375	0.8557	0.4859	0.2582	0.1330	0.0675
$db6$	Det	*	*	*	*	*	*
	NC	2.197	2.696	2.879	2.955	2.990	3.007
	λ_{\min}	0.3681	0.1793	0.0898	0.0450	0.0225	0.0113
	λ_{\max}	0.8087	0.4833	0.2586	0.1330	0.0674	0.0339
$sym8$	Det	*	*	*	*	*	*
	NC	1.952	2.399	2.623	2.733	2.787	2.814
	λ_{\min}	0.4376	0.2274	0.1151	0.0577	0.0289	0.0144
	λ_{\max}	0.8539	0.5454	0.3021	0.1578	0.0805	0.0406

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Tabela 4.9: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_8

	J	9	10	11	12	13
$db3$	Det	*	*	*	*	*
	NC	2.776	3.509	3.972	4.219	4.345
	λ_{\min}	0.4819	0.2439	0.1223	0.0612	0.0306
	λ_{\max}	1.3375	0.8557	0.4859	0.2582	0.1330
$db6$	Det	*	*	*	*	*
	NC	2.198	2.696	2.879	2.955	2.990
	λ_{\min}	0.3680	0.1793	0.0898	0.0450	0.0225
	λ_{\max}	0.8087	0.4833	0.2586	0.1330	0.0674
$sym8$	Det	*	*	*	*	*
	NC	1.952	2.399	2.623	2.733	2.787
	λ_{\min}	0.4376	0.2274	0.1151	0.0577	0.0289
	λ_{\max}	0.8541	0.5454	0.3021	0.1578	0.0805

* número menor que a precisão numérica do MatLab

A seguir, estuda-se a magnitude dos elementos das matrizes de variância-covariância. Lembrando que estas matrizes são positivas definidas e cada elemento da matriz de covariância, Σ , representa a covariância entre duas estimativas de f em pontos diádicos via núcleo ondaleta. A função f foi estimada em 2^j pontos diádicos que representa a projeção de f no subespaço V_j . Assim a matriz de covariância da projeção de f no subespaço V_j tem $(2^j)^2$ elementos. Como projetamos f em V_j , $j = 4, \dots, 8$, as matrizes tem 64, 256, 1024, 4096, 16384 e 65536 elementos respectivamente.

Para o estudo da magnitude dos elementos destas matrizes tomou-se como base o menor elemento da diagonal de cada matriz, ou seja, $\min\{diag(\Sigma)\}$. O estudo foi feito para todos os tamanhos amostrais, variação de função ondaleta e espaços projeção V_j considerados. Os elementos da matriz de covariância foram comparados com relação ao menor elemento da diagonal, $\min\{diag(\Sigma)\}$. Fez-se a comparação dos valores em módulo dos elementos não nulos da matriz de covariância com o vetor limiar

$$limiar = [0 \quad 10^{-6} \quad 10^{-5} \quad 10^{-4} \quad 10^{-3} \quad 10^{-2} \quad 10^{-1}] * \min\{diag(\Sigma)\}.$$

Nas Figuras 4.2-4.7, apresentam-se os resultados.

Em cada figura temos três gráficos, um para cada função ondaleta considerada. O eixo horizontal de cada gráfico representa o vetor limiar e o eixo vertical a quantidade de elementos não nulos da matriz de covariância. Estão representados nas figuras a quantidade de elementos maiores que o limiar, em módulo, para diferentes tamanhos amostrais $n = 2^J$. Os tamanhos escolhidos amostrais respeitam as condições do Teorema 4.2.5.

Analisando as curvas de cada gráfico e figura podemos concluir que temos menos elementos nulos conforme a regularidade da função ondaleta aumenta. Isto acontece para todos os tamanhos amostrais e subespaços projeção considerados. A matriz de covariância da ondaleta

‘db3’ tem mais elementos nulos do que a da ondaleta ‘db6’ e a ‘sym8’ e a matriz de covariância da ondaleta ‘db6’ tem mais zeros do que a matriz de ‘sym8’. Assim quanto mais regular a ondaleta menos elementos nulos tem a matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos.

Quando projetamos f num subespaço V_j a matriz de covariância tem exatamente a mesma quantidade de elementos nulos para diferentes tamanhos amostrais. Assim o tamanho amostral não influencia na quantidade de elementos nulos da matriz de covariância. Já a função ondaleta usada para fazer esta projeção influencia na quantidade de elementos nulos, bem como o subespaço V_j . Por exemplo, para a função ondaleta ‘db6’, a matriz de covariância da projeção de f em V_3 e V_4 não tem elementos nulos, já para V_5 , V_6 , V_7 e V_8 temos 90%, 55%, 30% e 15% dos elementos da matriz de covariância não nulos, respectivamente. Para a ondaleta ‘db3’ a quantidade de elementos nulos é bem maior. Apenas não temos elementos nulos para V_3 , para os demais subespaços V_4, \dots, V_8 temos 78%, 45%, 25%, 13% e 6.5% dos elementos não nulos, respectivamente, praticamente uma redução de 50% de um subespaço para outro. Para a ondaleta ‘sym8’, para os subespaços V_3 , V_4 e V_5 não há elementos nulos na matriz de covariância. Em V_6 , V_7 e V_8 temos 70%, 40% e 21% dos elementos não nulos, respectivamente, para os casos analisados. Quando comparamos o desempenho das funções ondaleta temos os seguintes resultados. Comparando ‘db3’ com ‘db6’ temos uma proporção de 77, 53, 46, 43 e 43 para $V_4 \dots, V_8$ respectivamente. Já para as ondaletas ‘db6’ e ‘sym8’, para os subespaços $V_5 \dots, V_8$ temos proporções de 88, 78, 73 e 71, respectivamente.

Para cada uma das três ondaletas analisadas a covariância decresce rapidamente quanto mais afastados estão os pontos onde a função f é estimada. Analisando as curvas das figuras, o comportamento (decréscimo) para as ondaletas ‘db6’ e ‘sym8’ é muito parecido. Há uma queda muito grande na quantidade de elementos maiores que o segundo elemento do limiar, $10^{-6} * \min\{diag(\Sigma)\}$, principalmente a partir do subespaço V_5 . Isso mostra que, apesar de nestes casos termos mais elementos não nulos na matriz de covariância, temos muitos valores muito próximos de zero, ou seja menores que $10^{-6} * \min\{diag(\Sigma)\}$.

Se fixarmos a ondaleta ‘db3’ e o subespaço V_j , a quantidade de elementos maiores que primeiro, quinto e sétimo limiar, respectivamente, são praticamente os mesmos para todos os tamanhos amostrais considerados. Para os demais elementos do limiar há uma alternância entre dois a quatro valores distintos. Para a ondaleta ‘db6’ estas igualdades acontecem para o primeiro, quarto e sétimo limiar e uma alternância de dois a três valores diferentes para os demais elementos do limiar. E por último, para a ondaleta ‘sym8’ temos a mesma quantidade para o primeiro e sexto elemento do limiar e uma alternância entre dois a quatro valores distintos para os demais elementos do limiar.

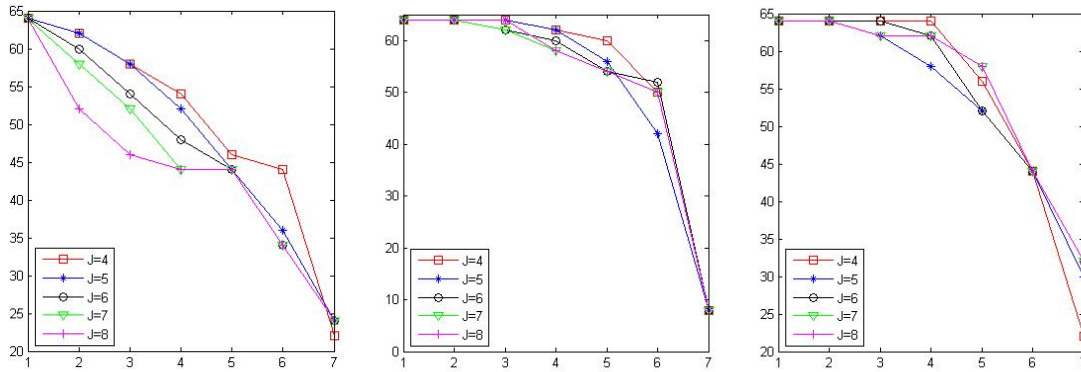


Figura 4.2: Resultados da matriz de covariância da projeção de f no subespaço V_3 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-6} \ 10^{-5} \ 10^{-4} \ 10^{-3} \ 10^{-2} \ 10^{-1}] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 4, \dots, 8$.

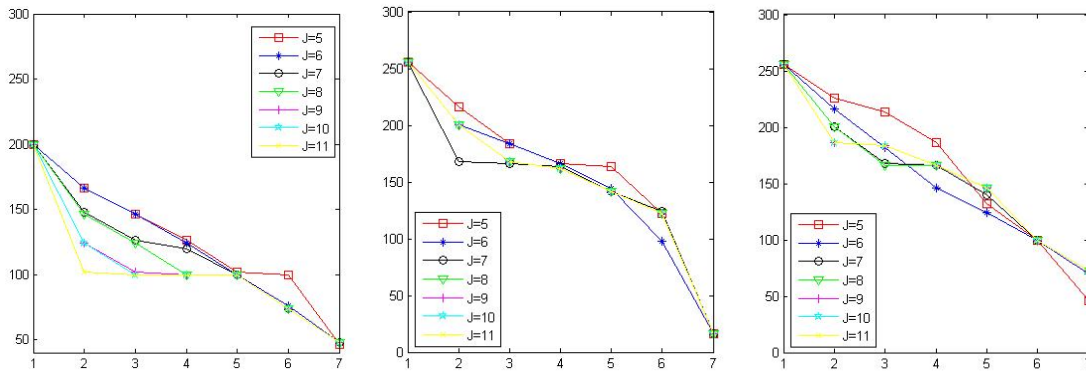


Figura 4.3: Resultados da matriz de covariância da projeção de f no subespaço V_4 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-6} \ 10^{-5} \ 10^{-4} \ 10^{-3} \ 10^{-2} \ 10^{-1}] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 5, \dots, 11$.

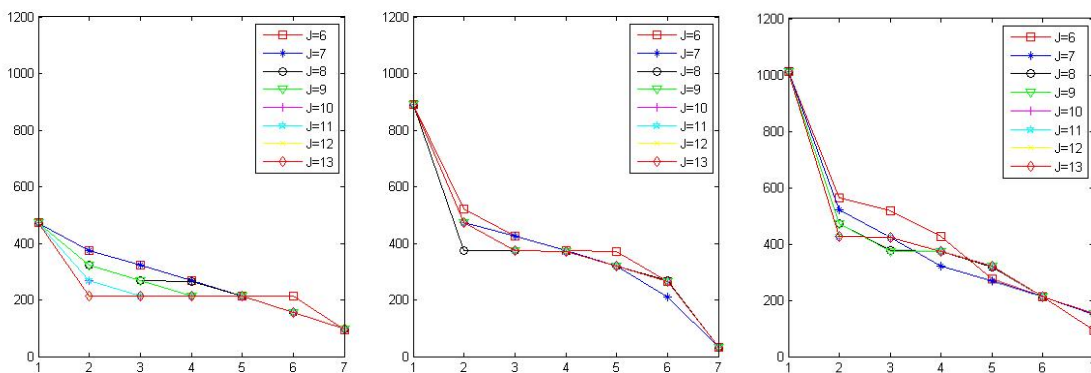


Figura 4.4: Resultados da matriz de covariância da projeção de f no subespaço V_5 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-6} \ 10^{-5} \ 10^{-4} \ 10^{-3} \ 10^{-2} \ 10^{-1}] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 6, \dots, 13$.

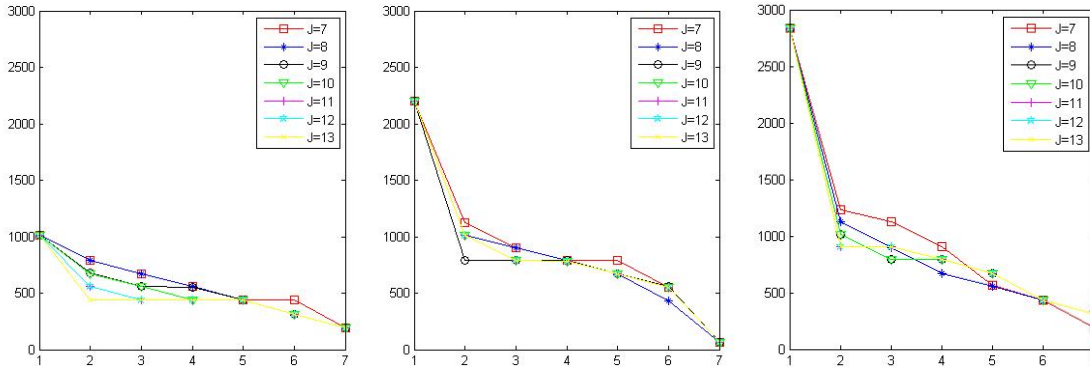


Figura 4.5: Resultados da matriz de covariância da projeção de f no subespaço V_6 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-6} \ 10^{-5} \ 10^{-4} \ 10^{-3} \ 10^{-2} \ 10^{-1}] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 7, \dots, 13$.

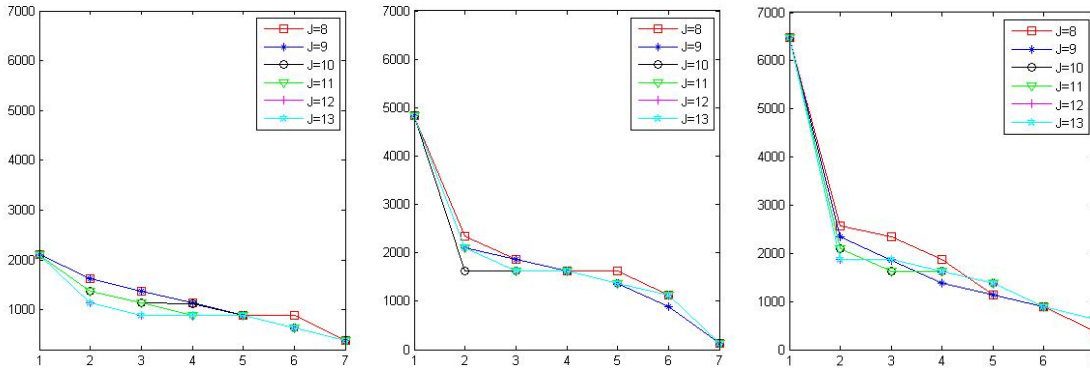


Figura 4.6: Resultados da matriz de covariância da projeção de f no subespaço V_7 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-6} \ 10^{-5} \ 10^{-4} \ 10^{-3} \ 10^{-2} \ 10^{-1}] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 8, \dots, 13$.

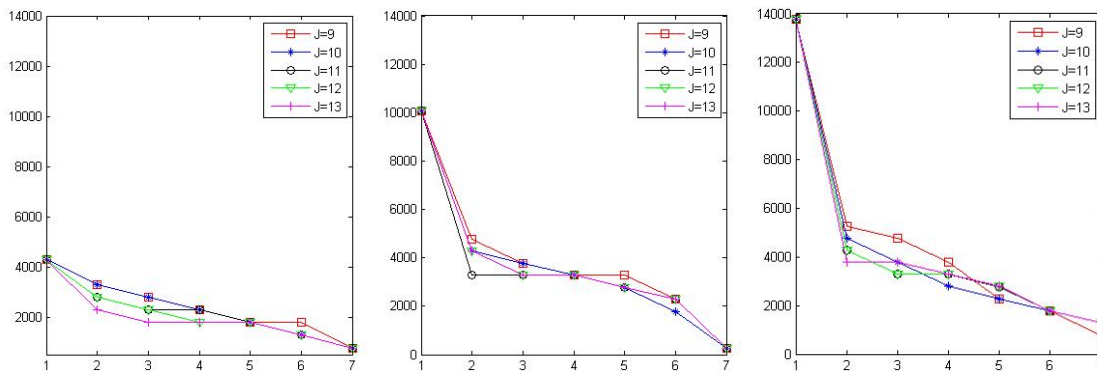


Figura 4.7: Resultados da matriz de covariância da projeção de f no subespaço V_8 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-6} \ 10^{-5} \ 10^{-4} \ 10^{-3} \ 10^{-2} \ 10^{-1}] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 9, \dots, 13$.

4.7 Incrementos dependentes

Nesta seção, estendemos o modelo clássico de efeitos aleatórios (4.1.1) introduzindo erros dependentes. Mais precisamente os erros são definidos como um processo autorregressivo com tempo contínuo. Considere o problema de estimar-se $f(\cdot)$ no modelo cujas observações são caminhos amostrais de um processo estocástico dado por

$$d\mathcal{Y}_j(t) = f_j(t)dt + \frac{1}{\sqrt{n}}\varepsilon_j(t)dt, \quad t \in [0, 1], \quad j = 1, 2, \dots, m,$$

em que: m é o número de curvas; $f_j(\cdot)$ são funções desconhecidas de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; e $\{\varepsilon_j(t)\}_{t \geq 0, j = 1, \dots, m}$, representam realizações independentes de um processo autorregressivo com tempo contínuo de ordem um, CAR(1).

O processo CAR(1) é a única solução estacionária da equação diferencial estocástica de primeira ordem

$$d\varepsilon(t) + \alpha\varepsilon(t)dt = \sigma dW(t),$$

em que: $W(t)$ é um movimento browniano padrão; e α e σ são parâmetros positivos desconhecidos a serem estimados.

Assim, o modelo geral unidimensional com erros autorregressivos pode ser escrito como

$$d\mathcal{Y}_j(t) = f_j(t)dt + \frac{1}{\sqrt{n}}\varepsilon_j(t)dt, \quad t \in [0, 1], \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (4.7.1)$$

em que: m é o número de curvas; $f_j(\cdot)$ são funções desconhecidas de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; e $\varepsilon_j(t)$ é a única solução estacionária da equação diferencial estocástica de primeira ordem

$$d\varepsilon_j(t) + \alpha_j\varepsilon_j(t)dt = \sigma_j dW_j(t), \quad (4.7.2)$$

em que: $W_j(t)$, $j = 1, \dots, m$, representam realizações independentes de um movimento browniano padrão; e α_j e σ_j são parâmetros positivos desconhecidos a serem estimados.

A solução para a j -ésima equação diferencial (4.7.2) é estacionária se, e somente se, $\alpha_j > 0$ e $\varepsilon_j(0) \sim N(0, \sigma_j^2/2\alpha_j)$. Sob estas condições, os momentos do processo são dados por

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \varepsilon_j(t) &= 0; \\ \text{Var} \varepsilon_j(t) &= \frac{\sigma_j^2}{2\alpha_j}; \end{aligned}$$

e a correlação é

$$\text{Corr}(\varepsilon_j(s), \varepsilon_j(t)) = e^{-\alpha_j(t-s)}, \quad \text{para } s < t;$$

e o processo é estacionário. Os momentos acima determinam as propriedades amostrais do

modelo com erros autorregressivos, a saber:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\mathcal{Y}_j(t)|f_j(t), \sigma_j^2, \alpha_j] &= f_j(t); \\ \text{Var}[\mathcal{Y}_j(t)|f_j(t), \sigma_j^2, \alpha_j] &= \frac{\sigma_j^2}{2\alpha_j};\end{aligned}$$

e a correlação, que é do tipo exponencial, é

$$\text{Corr}[\mathcal{Y}_j(s), \mathcal{Y}_j(t)|f_j(t), \sigma_j^2, \alpha_j] = e^{-\alpha_j(t-s)}, \text{ para } s < t.$$

Discretizando-se o modelo (4.7.1) em $n + 1$ pontos equiespaçados tem-se

$$\mathcal{Y}_j(i/n) = F_j(i/n) + \frac{1}{\sqrt{n}}\varepsilon_j(i/n), \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, m,$$

em que $\varepsilon_j(i/n)$; $i = 0, 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$, é uma sequência de variáveis aleatórias auto-correlacionadas satisfazendo

$$d\varepsilon_j(i/n) + \alpha_j\varepsilon_j((i-1)/n) = \sigma_j W_j(i/n).$$

Podemos escrever

$$\mathcal{Y}_j((i+1)/n) - \mathcal{Y}_j(i/n) = F_j((i+1)/n) - F_j(i/n) + \frac{1}{\sqrt{n}}[\varepsilon_j((i+1)/n) - \varepsilon_j(i/n)], \quad (4.7.3)$$

com

$$\varepsilon_j((i+1)/n) - \varepsilon_j(i/n) = -\alpha_j[\varepsilon_j((i)/n) - \varepsilon_j((i-1)/n)] + \sigma_j[W((i+1)/n) - W(i/n)], \quad (4.7.4)$$

para $i = 0, 1, \dots, n$.

Tomando-se $y_{i,j} = n[\mathcal{Y}_j((i+1)/n) - \mathcal{Y}_j(i/n)]$; $\varepsilon_{i,j} = \sqrt{n}[\varepsilon_j((i+1)/n) - \varepsilon_j(i/n)]$; e $u_{i,j} = \sqrt{n}[W((i+1)/n) - W(i/n)]$ podemos reescrever o modelo (4.7.3)-(4.7.4) como

$$y_{i,j} = f_{i,j} + \sigma\varepsilon_{i,j}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (4.7.5)$$

com $\varepsilon_{i,j}$; $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, m$, sendo uma sequência de variáveis autocorrelacionadas satisfazendo

$$\varepsilon_{i,j} = \rho_j\varepsilon_{i,j-1} + u_{i,j},$$

em que $\rho_j = e^{-\alpha_j/n}$ e $u_{i,j}$; $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$, é uma sequência de variáveis aleatórias $N(0, \sigma_{u_j}^2)$ mutuamente independentes, com $\sigma_{u_j}^2 = (1 - \rho_j^2)\sigma_j^2/2\alpha_j$.

4.8 Estimadores ondaleta lineares para curvas com erros dependentes

Na seção 4.2 estudamos o modelo de regressão não paramétrico, $y_i = f(t_i) + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$, que envolve uma função regressão desconhecida f . Os t_i 's são pontos não aleatórios ordenados $0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n \leq 1$ e os erros observados ε_i são i.i.d. com média zero e variância σ^2 . Para estimar f Antoniadis et al. (1994) propõe o estimador núcleo ondaletizado

$\hat{f}(t) = \sum_{i=1}^n Y_i \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds$, em que \mathbb{K}_j é definido como em (4.2.2). Os A_i são intervalos que particionam $[0, 1]$ tal que $t_i \in A_i$.

Vamos estender alguns resultados do estimador linear núcleo ondaleta, mas antes faremos uma breve revisão bibliográfica de alguns trabalhos de regressão não paramétrica por núcleo para dados com medidas repetidas.

Hart e Wehrly (1986) considera uma abordagem não paramétrica para problemas em que uma amostra aleatória de m unidades experimentais está disponível e os dados observados da j -ésima unidade são os valores $\{y_j(t_i)\}_{i=1}^n$ de uma variável resposta nos pontos t_i , $i = 1, \dots, n$. A função a ser estimada é f e $f(t)$ é a resposta média da população em $t \in [0, 1]$. Tais situações surgem naturalmente na análise de crescimento e das curvas dose-resposta (Grizzle e Allen, 1969). Por exemplo, pode-se querer estimar o tamanho médio do organismo (comprimento, peso, etc) como uma função da idade de algumas populações de organismos.

Hart e Wehrly (1986) estuda o modelo

$$y_j(t_i) = f(t_i) + \epsilon_j(t_i), \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m, \quad (4.8.1)$$

em que os t_i 's são fixos com $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_n \leq 1$ e os $\epsilon_j(t_i)$'s são variáveis aleatórias com média zero satisfazendo

$$\text{Cov}(\epsilon_{j_1}(t_{i_1}), \epsilon_{j_2}(t_{i_2})) = \begin{cases} \sigma^2 \rho(t_{i_1} - t_{i_2}), & j_1 = j_2 \\ 0, & j_1 \neq j_2 \end{cases}. \quad (4.8.2)$$

A função de correlação ρ satisfaz: $\rho(0) = 1$; e $|\rho(t)| \leq 1, \forall t \in [-1, 1]$.

Se $y_j(t_1), \dots, y_j(t_n)$ são observações do j -ésimo organismo, então este modelo implica que as observações do mesmo organismo são correlacionadas e as observações feitas em diferentes organismos são não correlacionadas. Seja $\bar{y}(t_i) = 1/m \sum_{j=1}^m y_j(t_i)$. Então, de (4.8.1) e (4.8.2),

$$\bar{y}(t_i) = f(t_i) + \bar{\epsilon}(t_i), \quad i = 1, \dots, n, \quad (4.8.3)$$

em que $\bar{\epsilon}(t_i) = 1/m \sum_{j=1}^m \epsilon_j(t_i)$ e

$$\text{Cov}(\bar{\epsilon}(t_{i_1}), \bar{\epsilon}(t_{i_2})) = \frac{\sigma^2}{m} \rho(t_{i_1} - t_{i_2}). \quad (4.8.4)$$

Agora f pode ser estimada a partir da média amostral $\bar{y}(t_i)$. Então Hart e Wehrly (1986) propõe o seguinte estimador núcleo para f ,

$$\hat{f}_h(t) = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n \bar{y}(t_i) \int_{s_{i-1}}^{s_i} K((t-u)/h) du, \quad (4.8.5)$$

em que $s_0 = 0$, $s_i = (t_i - t_{i-1})/2$ para $i = 1, \dots, n-1$ e $s_n = 1$, h é o parâmetro de suavização e K é uma função densidade com suporte $[-1, 1]$.

Se K satisfaz a condição Lipschitz

$$|K(s) - K(t)| \leq C|s - t|,$$

para todo s e t e alguma constante C , ρ é Lipschitz contínua e $\max_i |t_i - t_{i-1}| = O(1/n)$. Hart e Wehrly (1986) mostra que para cada $0 < t < 1$, quando $n, m \rightarrow \infty$ e $h \rightarrow 0$,

$$\text{Var } \hat{f}_h(t) = \frac{\sigma^2}{m} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \rho(h(u-v))K(u)K(v)dudv + O(1/nm).$$

Se além das condições acima a função f é Lipschitz contínua quando $n, m \rightarrow \infty$ e $h \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} \text{EQM}(\hat{f}_h(t)) &= \frac{\sigma^2}{m} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \rho(h(u-v))K(u)K(v)dudv \\ &+ \left[\int_{-1}^1 K(u)f(t-hu)du - f(x) \right]^2 + o(1/n). \end{aligned}$$

Este último resultado mostra que, com erros correlacionados, o estimador núcleo não é consistente para $f(t)$ a menos que o número de observações, m , em cada t_i tende ao infinito. Com m fixo, se $n \rightarrow \infty$, $h \rightarrow 0$ e $nh \rightarrow \infty$ (a receita habitual para a consistência de um estimador núcleo), então $\text{EQM}(\hat{f}_h(t)) \rightarrow \sigma^2/m$. Para um conjunto fixo de m unidades experimentais (animais, por exemplo), fazendo $n \rightarrow \infty$ somente nos dá informações mais completas sobre os m animais, mas não sobre toda a população de animais.

Mas se: $m/n = O(1)$, quando $n, m \rightarrow \infty$; a suposição de f ser Lipschitz contínua for substituída por f ter duas derivadas contínuas em $[0, 1]$, com $f''(t) \neq 0$; e ρ tem derivada à esquerda e à direita em 0 com $\rho'(0^-) \neq \rho'(0^+)$, então quando $n, m \rightarrow \infty$ e $h \rightarrow 0$

$$\text{EQM}(\hat{f}_h(t)) \sim \frac{\sigma^2}{m}(1 + \rho'(0^+)C_K h) + \frac{1}{4}h^4\sigma_K^4(f''(t))^2,$$

em que

$$C_K = 2 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (u-v)K(u)K(v)dudv \quad \text{e} \quad \sigma_K^2 = \int_{-1}^1 u^2K(u)du.$$

Se a condição sobre ρ for trocada, para duas derivadas contínuas em $[-1, 1]$ com $\rho''(0) \neq 0$, então quando $n, m \rightarrow \infty$ e $h \rightarrow 0$

$$\text{EQM}(\hat{f}_h(t)) \sim \frac{\sigma^2}{m}(1 + \rho''(0)\sigma_K^2 h^2) + \frac{1}{4}h^4\sigma_K^4(f''(t))^2.$$

Devido a inconsistência de se obter um estimador linear para os erros correlacionados, vários pesquisadores começaram a estudar modelos com outros tipos de dependência.

Altman (1990) estuda o modelo de regressão não paramétrico

$$y = f(t) + \epsilon, \tag{4.8.6}$$

em que $f(\cdot)$ é uma função média determinística suave e ϵ é um processo erro com média nula.

Ele propôs o estimador núcleo para a função $f(\cdot)$

$$\hat{f}_{h,n}(t) = \sum_{i=1}^n w_{h,n}(t, i) y_{n,i},$$

em que $w_{h,n}(t, i) = (K((t - t_{n,i})/h))/(nh)$. K é uma função núcleo, simétrica em torno do zero, Lipschitz e com suporte compacto contido no intervalo $(-1/2, 1/2)$, h o parâmetro de suavização e n o tamanho amostral.

Para uma amostra de tamanho n , as observações $y_{n,1}, \dots, y_{n,n}$ são geradas pelo modelo de regressão não paramétrico de equação (4.8.6) com observações feitas em pontos equiespaçados i/n . Os erros são realizações de um processo estacionário com função de covariância

$$\text{Cov}(\epsilon_{n,i}, \epsilon_{n,j}) = \sigma^2 \rho_n(|i - j|), \quad (4.8.7)$$

em que a variância, σ^2 , é independente de n , e ρ_n é uma função de correlação que depende de n . Esta formulação da função de covariância permite a autocorrelação entre os erros variar tanto com a distância entre os pontos do sinal como no tamanho amostral.

Um caso especial importante deste modelo é o processo com $\rho_n(i) = \rho(i/n)$, em que $\rho(\cdot)$ é contínua. Então, o processo dos erros é uma realização de um processo com parâmetro contínuo em $[0, 1]$. Este processo foi discutido por Hart e Wehrly (1986), Parzen (1959) e Parzen (1961). Um resultado importante desses trabalhos é: se apenas uma única realização do processo é observada, não há estimadores lineares consistentes da função média quando os pontos são amostrados cada vez mais densamente sobre o intervalo unitário. Os resultados de Parzen mostram que o único estimador linear não viesado de $f(t)$ é y_t (com variância σ^2). Hart e Wehrly (1986) mostra que os estimadores núcleo convergem para uma variável aleatória sob este modelo e que uma melhora considerável (em termos de erro quadrado médio) pode ser obtida usando estimadores núcleo com $h > 0$.

Um segundo caso especial importante é o processo com $\rho_n(i) = \rho(i)$. Neste caso, o processo de erro é constante, independentemente de quão perto ou juntos os pontos amostrais se tornam. Modelos intermediários entre o parâmetro de processo contínuo e esse processo também são permitidos pela equação (4.8.7).

Altman (1990) mostra que $\hat{f}_{h,n}(t)$ converge para $f(t)$, em erro quadrático médio, sob as seguintes condições sobre a sequência das funções de correlação:

A1. $\sum_i^{j/2} |\rho_n(i)|$ converge quando n e $j \rightarrow \infty$; e

A2. $\sum_i^{j/2} i \rho_n(i) = o(j)$ quando n e $j \rightarrow \infty$.

A suposição A1., que é comum em análise de séries temporais, garante que observações suficientemente distantes uma da outra são essencialmente não correlacionados, e que a soma das correlações está bem definida.

Hall et al. (1990) estuda o modelo de regressão não paramétrico

$$y_i = f(i/n) + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

em que f é uma função suave desconhecida e o processo estocástico $\{\epsilon_i, -\infty < i < \infty\}$ é estacionário de segunda ordem com média zero, isto é, $\mathbb{E}(\epsilon_i) = 0$ e $\mathbb{E}(\epsilon_i \epsilon_j) = \gamma(i - j)$ para cada i e j , em que γ é a função de covariância. Os resultados sobre taxa de convergência ótima são do tipo minimax.

Quando $\gamma(j) \rightarrow 0$, se $j \rightarrow \infty$, então a condição $h \rightarrow 0$ e $nh \rightarrow \infty$ são necessárias e suficientes, respectivamente, para o viés e a variância do estimador núcleo convergirem à zero. Estimadores consistentes para f não necessariamente são possíveis se $\gamma(j)$ não convergir para zero, mesmo se f é constante (Hall et al., 1990).

Seja n o tamanho amostral. Suponha que f tem duas derivadas limitadas no intervalo $(0, 1)$. Se $\sum \gamma(j) < \infty$, a taxa de convergência ótima é $n^{-2/5}$ e é atingida pelo estimador núcleo. Por outro lado, se $\sum \gamma(j) = \infty$, com $\gamma(j) \sim C|j|^{-\tau}$ ($C > 0$), a taxa de convergência ótima é $n^{-2\tau/(4+\tau)}$ (para $0 < \tau < 1$) ou $(n^{-1} \log n)^{2/5}$ (para $\tau = 1$). Se a função média f tem k derivadas limitadas no intervalo $(0, 1)$, a taxa de convergência para $\sum \gamma(j) = \infty$, com $\gamma(j) \sim C|j|^{-\tau}$ ($C > 0$), é $n^{-k\tau/(2k+\tau)}$ para $0 < \tau < 1$ ou $(n^{-1} \log n)^{k/(2k+1)}$ para $\tau = 1$ (Hall et al., 1990).

Hart (1991) estuda o modelo de regressão não paramétrico com erros dependentes. Assume que a função covariância entre os erros é um processo estacionário

$$\text{Cov}(\epsilon_i, \epsilon_{i+k}) = \gamma_n(k) = \gamma(k), \quad n \geq 1, \quad |k| = 0, 1, 2, \dots$$

Mostra que se $f \in \mathcal{C}^2([0, 1])$, $\gamma(0) < \infty$ e $\sum_{k=1}^{\infty} k|\gamma(k)| < \infty$, o estimador núcleo $\hat{f}_h(t)$ de $f(t)$, $t \in (0, 1)$, é consistente quando $n \rightarrow \infty$ e $h \rightarrow 0$.

4.9 Estimador ondaleta linear com erros autocorrelacionados

Agora vamos estender alguns resultados do estimador linear (4.2.3). Sem perda de generalidade suponha $m = 1$ em (4.7.5). Então temos o modelo para incrementos dependentes

$$y_i = f(i/n) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4.9.1)$$

com

$$\varepsilon_i = \rho \varepsilon_{i-1} + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4.9.2)$$

em que $\rho = e^{-\alpha/n}$ e u_i , $i = 1, 2, \dots, n$, é uma sequência de variáveis aleatórias mutuamente independentes com distribuição $N(0, (1-\rho^2)\sigma^2/2\alpha)$. A sequência de variáveis aleatórias ε_i , $i = 1, 2, \dots, n$ é autocorrelacionada de primeira ordem.

Como o parâmetro de autorregressão, $\rho = \rho(n)$, depende de n , a série gerada por (4.9.1)-(4.9.2) formalmente constitui um arranjo triangular do tipo $\{y_{ni} : i = 1, \dots, n; n = 1, 2, 3, \dots\}$.

Assim, o modelo (4.9.1)-(4.9.2) é na verdade

$$y_{n,i} = f_{n,i} + \varepsilon_{n,i}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4.9.3)$$

com

$$\varepsilon_{n,i} = \rho_n \varepsilon_{n,i-1} + u_{n,i}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.9.4)$$

Cada linha do arranjo triangular $\{y_{n,i}\}$ pode ser interpretada como um modelo autorregressivo com tempo discreto com intervalo amostral $1/n$. Os intervalos amostrais decrescem à medida que descemos no arranjo. Para cada valor de n , as expressões (4.9.1)-(4.9.2) são apenas casos especiais de (4.9.3)-(4.9.4).

O modelo (4.9.1)-(4.9.2) tem as seguintes propriedades amostrais

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[y_i | f(i/n), \sigma^2, \alpha] &= f(i/n); \\ \text{Var}[y_i | f(i/n), \sigma^2, \alpha] &= \frac{\sigma^2}{2\alpha} = \sigma_p^2; \end{aligned}$$

e

$$\text{Corr}[y_i, y_k | f(i/n), \sigma^2, \alpha] = e^{-\frac{\alpha}{n}|i-k|} = \rho^{|i-k|}.$$

A covariância é dada por

$$\text{Cov}(y_i, y_k | f(i/n), \sigma^2, \alpha) = \sigma_p^2 \rho^{|i-k|}.$$

Para estimar a curva $f(\cdot)$ no processo conduzido por (4.9.1)-(4.9.2) usaremos o estimador ondaletizado (4.2.3) que Antoniadis et al. (1994) usa para erros i.i.d.. Então a variância de $\hat{f}(t)$ tem a seguinte expressão

$$\begin{aligned} \text{Var} \hat{f}(t) &= \text{Var} \left(\sum_{i=1}^n y_i \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \text{Var}(y_i) \left(\int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds \right)^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \text{Cov}(y_i, y_k) \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds \int_{A_k} \mathbb{K}_j(t, s) ds \\ &= \sigma_p^2 \sum_{i=1}^n \left(\int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds \right)^2 + \sigma_p^2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \rho^{k-i} \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds \int_{A_k} \mathbb{K}_j(t, s) ds \end{aligned}$$

Proposição 4.9.1 *Considere y dado por (4.9.1)-(4.9.2). Suponha as condições (B1)-(B8) satisfeitas. Seja $t \in [0, 1]$ um ponto diádico. Então*

$$\text{Var}[\hat{f}_d(t)] = \frac{2^j}{n} \sigma_p^2 \kappa(t) (\omega_0^2 + o(1)) + O(2^j \beta(n)) + O\left(\frac{2^{2j}}{n^2}\right) + 2\sigma_p^2 \frac{\rho}{1-\rho} O\left(\frac{2^j}{n}\right),$$

em que, $\omega_0^2 = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \phi^2(k)$. Para t não diádico, o termo principal da variância de $\hat{f}(t)$ é $\sigma^2 2^j n^{-1} \kappa(t) \omega^2(t_j)$, em que $t_j = 2^j t - [2^j t]$ e $\omega^2(u) = \int_{\mathbb{R}} \mathbb{K}^2(u, v) dv$. O termo principal nesse caso é $O(2^j/n)$.

Demonstração: Seguindo a mesma idéia da demonstração do Teorema 4.2.4 (Teorema 3.3 de Antoniadis et al. (1994)) vamos inicialmente calcular a ordem de grandeza da diferença $|\text{Var}(\hat{f}(t)) - \sigma_p^2/n \int_0^1 \mathbb{K}_j^2(t, s)\kappa(s)ds|$. Antes porém, vamos fazer um cálculo auxiliar que será usada na demonstração.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \rho^{k-i} &= \sum_{i=1}^{n-1} \rho^{-i+1} \left[\sum_{k=1}^n \rho^{k-1} - \sum_{k=1}^i \rho^{k-1} \right] = \sum_{i=1}^{n-1} \rho^{-i+1} \left[\frac{1-\rho^n}{1-\rho} - \frac{1-\rho^i}{1-\rho} \right] \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\rho}{1-\rho} [1-\rho^{n-i}] = \frac{\rho}{1-\rho} \left[(n-1) - \sum_{i=1}^{n-1} \rho^{n-i} \right] \\ &= \frac{\rho}{1-\rho} \left[(n-1) - \sum_{i=1}^{n-1} \rho^{i-1} + 1 \right] = \frac{\rho}{1-\rho} \left[n - \frac{1-\rho^{n-1}}{1-\rho} \right]. \end{aligned}$$

Agora vamos calcular a ordem de grandeza da diferença acima mencionada.

$$\begin{aligned} &\left| \text{Var}(\hat{f}(t)) - \sigma_p^2 \frac{1}{n} \int_0^1 \mathbb{K}_j^2(t, s)\kappa(s)ds \right| \\ &= \sigma_p^2 \left| \sum_{i=1}^n \left(\int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s)ds \right)^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \rho^{k-i} \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s)ds \int_{A_k} \mathbb{K}_j(t, s)ds \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{n} \int_0^1 \mathbb{K}_j^2(t, s)\kappa(s)ds \right| \\ &\leq \sigma_p^2 \left| \sum_{i=1}^{n-1} \left(\int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s)ds \right)^2 + 2 \left| \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s)ds \right| \max_k \left\{ \left| \int_{A_k} \mathbb{K}_j(t, s)ds \right| \right\} \sum_{k=i+1}^n \rho^{k-i} \right. \\ &\quad \left. + \left(\int_{A_n} \mathbb{K}_j(t, s)ds \right)^2 - \frac{1}{n} \int_0^1 \mathbb{K}_j^2(t, s)\kappa(s)ds \right| \\ &\leq \sigma_p^2 \sum_{i=1}^n \left| (s_i - s_{i-1})^2 \mathbb{K}_j^2(t, u_i) + 2(s_i - s_{i-1}) |\mathbb{K}_j(t, u_i)| (s_{k_m} - s_{k_m-1}) |\mathbb{K}_j(t, u_{k_m})| \frac{\rho}{1-\rho} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{n} (s_i - s_{i-1}) \mathbb{K}_j^2(t, v_i)\kappa(v_i) \right| \\ &\quad (\text{em que } u_i \text{ e } v_i \text{ pertencem a } A_i; \ k_m \text{ é o índice do } \max_k |\cdot|; \text{ e } \frac{\rho}{1-\rho} [1 - \rho^{n-i}] \leq \frac{\rho}{1-\rho}) \\ &= \sigma_p^2 \sum_{i=1}^n \left| (s_i - s_{i-1}) \left[(s_i - s_{i-1} - \frac{\kappa(s_i)}{n}) \mathbb{K}_j^2(t, u_i) + 2 \frac{\rho}{1-\rho} |\mathbb{K}_j(t, u_i)| (s_{k_m} - s_{k_m-1}) \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. |\mathbb{K}_j(t, u_{k_m})| - \frac{1}{n} [\mathbb{K}_j^2(t, v_i)\kappa(v_i) - \mathbb{K}_j^2(t, u_i)\kappa(s_i)] \right] \right| \\ &= O\left(\frac{1}{n}\right) \sigma_p^2 \sum_{i=1}^n \left| (s_i - s_{i-1} - \frac{\kappa(s_i)}{n}) \mathbb{K}_j^2(t, u_i) + 2 \frac{\rho}{1-\rho} |\mathbb{K}_j(t, u_i)| (s_{k_m} - s_{k_m-1}) \times \right. \\ &\quad \left. |\mathbb{K}_j(t, u_{k_m})| - \frac{1}{n} [\mathbb{K}_j^2(t, v_i)\kappa(v_i) - \mathbb{K}_j^2(t, u_i)\kappa(s_i)] \right|. \end{aligned}$$

O número de termos que contribuem para a soma acima é da ordem $O(n2^{-j})$. Portanto usando a limitação $\sup_{t,s} \mathbb{K}_j^2(t,s) \leq 2^{2j}$, e a propriedade Lipschitz de κ (que implica $\kappa(v_i) = \kappa(s_i) + O(n^{-1})$), a última quantidade é delimitada por

$$O(1/n)O(n2^{-j}) \left[\beta(n)2^{2j} + \frac{1}{n}2^{2j}\frac{1}{n} + \frac{1}{n} \sup_i |\mathbb{K}_0^2(2^j t, 2^j v_i) - \mathbb{K}_j^2(2^j t, 2^j u_i)| + \frac{\rho}{1-\rho} O(2^{2j} n^{-1}) \right].$$

Usando o suporte compacto e propriedades Lipschitz de ϕ , pode-se mostrar que $\mathbb{K}_0(t, \cdot)$ é Lipschitz (uniformemente em t), tal que

$$\sup_i |\mathbb{K}^2(2^j t, 2^j v_i) - \mathbb{K}^2(2^j t, 2^j u_i)| = O(2^j n^{-1}).$$

Simplificando, obtemos

$$\left| \text{Var}(\hat{f}(t)) - \sigma_p^2 \frac{1}{n} \int_0^1 \mathbb{K}_j^2(t,s) \kappa(s) ds \right| = O(2^j \beta(n)) + O(2^{2j} n^{-2}) + \frac{\rho}{1-\rho} O(2^j n^{-1}).$$

A demonstração está concluída, apelando para o seguinte lema.

Lema 4.9.1 (*Antoniadis et al., 1994*)

(a) Se $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua em t , então

$$\lim_{j \rightarrow \infty} 2^{-j} \int_{\mathbb{R}} \mathbb{K}_j^2(t^{(j)}, s) h(s) ds = h(t) \omega_0^2.$$

(b) Se $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é limitada em uma vizinhança de t , então

$$\int_{\mathbb{R}} \mathbb{K}_j^2(t, s) h(s) ds = O(2^j).$$

Observação 4.9.1 O termo $\rho/(1-\rho)$, da Proposição 4.9.1, é da ordem $O(n)$. Assim, com as suposições da proposição, não temos a ordem de grandeza desejado para o termo da variância. O resultado é válido, mas a conclusão não é exatamente a esperada.

A partir demonstração desta proposição, pode-se observar que o termo principal da variância de $\hat{f}(t)$ é $\sigma^2 2^{2j} n^{-1} \kappa(t) \omega^2(t_j)$, em que $t_j = 2^j t - [2^j t]$ e ω^2 é a função definida por $\omega^2(u) = \int_{\mathbb{R}} \mathbb{K}^2(u, v) dv$.

A próxima proposição fornece a normalidade assintótica de \hat{f}_d desde que $\rho/(1-\rho) = O(1)$ para termos variância finita. Da forma como está posto $\rho/(1-\rho) = O(n)$.

Proposição 4.9.2 Considere y dado por (4.9.1)-(4.9.2). Suponha que $\rho/(1-\rho) = O(1)$ e que as condições (B1)-(B8) sejam satisfeitas. Seja $t \in [0, 1]$ um ponto diádico. Se $n2^{-j} \rightarrow \infty$ e $n2^{-2js^*} \rightarrow 0$, então

$$\sqrt{n2^{-j}}(\hat{f}_d(t) - f(t)) \xrightarrow{d} N(0, \sigma_p^2 w_0^2 \kappa(t) + 2\sigma_p^2 \rho/(1-\rho)),$$

em que s^* é o mesmo do Teorema 4.2.5.

Demonstração: Para provar o teorema vamos apelar ao TCL para somas ponderadas de

variáveis aleatórias dependentes, para obter

$$\frac{\hat{f}_d(t) - \mathbb{E}(f_d(t))}{\sqrt{\text{Var}(\hat{f}_d(t))}} \rightarrow N(0, 1).$$

Para completar a demonstração precisamos checar a condição tipo Lindeberg

$$\frac{\max_{1 \leq i \leq n} |w_i|^2}{\text{Var}(\hat{f}_d(t))} \rightarrow 0,$$

em que $w_i = w_{ni} = \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds$, e mostrar que

$$\text{Var}(\hat{f}_d(t)) \sim \frac{2^j}{n} \sigma_p^2 \omega_0^2 \kappa(t) + 2\sigma_p^2 \frac{\rho}{1 - \rho}.$$

Da Proposição 4.9.1 e $\beta(n) = o(n^{-1})$ (condição (B8)) temos

$$\frac{n}{2^j} \text{Var}(\hat{f}_d(t)) = \sigma_p^2 \omega_0^2 \kappa(t) + o(1) + O(2^j n^{-1}) + 2\sigma_p^2 \frac{\rho}{1 - \rho} \rightarrow \sigma_p^2 \omega_0^2 \kappa(t) + 2\sigma_p^2 \frac{\rho}{1 - \rho}.$$

Para terminar a demonstração vamos usar o fato que $\max_{1 \leq i \leq n} |w_i|^2 = O(2^{2j} n^{-2})$. Temos

$$\frac{\max_{1 \leq i \leq n} |w_i|^2}{\text{Var}(\hat{f}_d(t))} = \frac{O(2^j n^{-1})}{n 2^{-j} \text{Var}(\hat{f}_d(t))} \rightarrow 0,$$

tal que a condição de Lindeberg é satisfeita.

4.10 Convergência conjunta do estimador ondaleta linear com erros dependentes

Na seção 4.2 estudamos a distribuição assintótica dos estimadores pontuais no caso em que os erros são i.i.d. O Teorema 4.2.5 fornece a convergência assintótica pontual, para uma variável com distribuição, em cada ponto diádico $t^{(j)}$. (Os estimadores $\hat{f}(t)$ e $\hat{f}_d(t)$ coincidem nos pontos diádicos $t^{(j)} = [2^j t]/2^j$.) Na seção 4.6 estudamos a distribuição assintótica conjunta destes estimadores pontuais, isto é, investigamos a distribuição limite do vetor $\underline{\hat{f}}_d = (\hat{f}_d(t_1), \hat{f}_d(t_2), \dots, \hat{f}_d(t_{2^j}))$. Através de resultados numéricos ilustramos que o vetor converge conjuntamente para um vetor limite com distribuição normal multivariada.

Agora iremos mostrar um resultado análogo para o caso em que os erros seguem um processo de Ornstein-Uhlenbeck.

Proposição 4.10.1 *Suponha que as hipóteses da Proposição 4.9.2 são satisfeitas para cada ponto diádico t_1, t_2, \dots, t_{2^j} do intervalo $[0, 1]$. Isto é, suponha que quando $n 2^{-j} \rightarrow \infty$ e $n 2^{-2j s^*} \rightarrow 0$,*

$$Z_n(t_k) = \sqrt{n 2^{-j}} (\hat{f}_d(t_k) - f(t_k)) \xrightarrow{d} N(0, \sigma^2 \omega_0^2 \kappa(t_k)) = Z(t_k), \quad k = 1, 2, \dots, 2^j.$$

Então

$$(Z_n(t_1), Z_n(t_2), \dots, Z_n(t_{2^j})) \xrightarrow{d} (Z(t_1), Z(t_2), \dots, Z(t_{2^j})). \quad (4.10.1)$$

Para cada n a matriz de variância-covariância do vetor $(Z_n(t_1), Z_n(t_2), \dots, Z_n(t_{2^j}))$ é não

negativa definida. Vamos verificar para alguns casos que a matriz de variância-covariância é positiva definida. E assim ilustrar que a distribuição limite é uma variável normal multivariada não degenerada.

Temos que $\hat{f}(t) = \sum_{i=1}^n y_i \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds$. Portanto sua variância é dada por

$$\text{Var } \hat{f}(t) = \sigma_p^2 \sum_{i=1}^n \left(\int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds \right)^2 + \sigma_p^2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \rho^{k-i} \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t, s) ds \int_{A_k} \mathbb{K}_j(t, s) ds,$$

em que $\sigma_p^2 = \sigma^2/2\alpha$ e $\rho = \rho(n) = e^{-\alpha/n}$.

Para ilustrar a Proposição 4.10.1 precisamos calcular a matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos. Sejam t_1^* e t_2^* dois pontos diádicos quaisquer, então

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\hat{f}(t_1^*), \hat{f}(t_2^*)) &= \text{Cov} \left(\sum_{i=1}^n y_i \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t_1^*, s) ds, \sum_{k=1}^n y_k \int_{A_k} \mathbb{K}_j(t_2^*, s) ds \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \text{Cov}(y_i, y_k) \int_{A_i} \mathbb{K}_j(t_1^*, s) ds \int_{A_k} \mathbb{K}_j(t_2^*, s) ds, \end{aligned}$$

com $\text{Cov}(y_i, y_k) = \sigma_p^2 e^{-\alpha|i-k|/n}$. Para o cálculo efetivo das covariâncias procedeu-se analogamente como na seção 4.6. Foram usadas as mesmas funções escala ϕ , tamanhos amostrais e subespaços V_j do caso com erros i.i.d.. Calculou-se a matriz de variância-covariância do estimador núcleo em pontos diádicos. Em todos os casos calculou-se o determinante, o número condição e os autovalores da matriz de covariância. Para calcular o determinante, o número condição e os autovalores da matriz de covariância fixou-se ρ em 0.99 e 0.9999.

Nas Tabelas 4.10-4.15 estão os resultados para $\rho = 0.99$, enquanto que os resultados para $\rho = 0.9999$ estão nas Tabelas 4.16-4.21. Em cada uma das tabelas estão, para os tamanhos amostrais $n = 2^J$ e funções ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, o determinante (Det), número condição (NC) e o maior (λ_{\max}) e menor (λ_{\min}) autovalor da matriz de covariância do vetor das estimativas de f projetadas no espaço V_j .

Tabela 4.10: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_3 com $\rho = 0.99$

	J	4	5	6	7	8
$db3$	Det	5.58e-010	5.57e-008	5.39e-006	4.00e-004	1.76e-002
	NC	5.66e+02	2.84e+02	1.30e+02	5.45e+01	2.05e+01
	λ_{\min}	0.0134	0.0254	0.0506	0.1009	0.1997
	λ_{\max}	7.592	7.220	6.558	5.501	4.089
$db6$	Det	2.92e-011	3.17e-009	3.04e-007	2.20e-005	9.30e-004
	NC	1.62e+03	7.84e+02	3.57e+02	1.50e+02	5.66e+01
	λ_{\min}	0.0047	0.0092	0.0184	0.0366	0.0723
	λ_{\max}	7.596	7.223	6.562	5.506	4.093
$sym8$	Det	7.10e-011	7.75e-009	7.50e-007	5.51e-005	2.39e-003
	NC	8.82e+02	4.24e+02	1.93e+02	8.12e+01	3.05e+01
	λ_{\min}	0.0086	0.0170	0.0340	0.0678	0.1338
	λ_{\max}	7.594	7.222	6.560	5.503	4.088

Tabela 4.11: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_4 com $\rho = 0.99$

	J	5	6	7	8	9	10	11
$db3$	Det	*	*	4.69e-012	4.76e-008	1.58e-004	6.76e-002	9.18e-001
	NC	1.10e+03	5.26e+02	2.21e+02	8.21e+01	2.65e+01	7.73	2.34
	λ_{\min}	0.0132	0.0249	0.0496	0.0990	0.1962	0.3787	0.6589
	λ_{\max}	14.425	13.089	10.961	8.123	5.195	2.927	1.541
$db6$	Det	*	*	8.47e-015	8.39e-011	2.67e-007	1.05e-004	1.24e-003
	NC	3.65e+03	1.69e+03	7.08e+02	2.63e+02	8.48e+01	2.47e+01	7.31
	λ_{\min}	0.0040	0.0078	0.0155	0.0309	0.0613	0.1185	0.2100
	λ_{\max}	14.428	13.092	10.964	8.126	5.196	2.926	1.535
$sym8$	Det	*	*	8.17e-014	8.21e-010	2.68e-006	1.11e-003	1.41e-002
	NC	1.70e+03	7.79e+02	3.26e+02	1.21e+02	3.92e+01	1.15e+01	3.46
	λ_{\min}	0.0085	0.0168	0.0336	0.0670	0.1325	0.2549	0.4424
	λ_{\max}	14.427	13.091	10.962	8.124	5.195	2.925	1.532

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Tabela 4.12: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_5 com $\rho = 0.99$

	J	6	7	8	9	10	11	12	13
$db3$	Det	*	*	*	*	1.28e-08	3.48e-03	7.77e-01	1.04e-02
	NC	1.99e+03	8.83e+02	3.28e+02	1.05e+02	2.98e+01	8.07	2.35	2.00
	λ_{\min}	0.0131	0.0248	0.0494	0.0987	0.1956	0.3781	0.6589	0.6670
	λ_{\max}	26.167	21.903	16.224	10.370	5.838	3.052	1.550	1.331
$db6$	Det	*	*	*	*	2.20e-14	5.50e-09	1.04e-06	1.06e-08
	NC	6.95e+03	2.97e+03	1.10e+03	3.53e+02	1.00e+02	2.70e+01	7.69	3.42
	λ_{\min}	0.0038	0.0074	0.0147	0.0294	0.0583	0.1130	0.2014	0.2804
	λ_{\max}	26.169	21.905	16.226	10.371	5.838	3.052	1.548	0.960
$sym8$	Det	*	*	*	*	3.39e-12	8.85e-07	1.80e-04	1.95e-06
	NC	3.08e+03	1.30e+03	4.84e+02	1.55e+02	4.41e+01	1.20e+01	3.50	1.81
	λ_{\min}	0.0085	0.0168	0.0336	0.0669	0.1324	0.2548	0.4424	0.5337
	λ_{\max}	26.168	21.904	16.225	10.371	5.838	3.052	1.548	0.968

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Tabela 4.13: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_6 com $\rho = 0.99$

	J	7	8	9	10	11	12	13
$db3$	Det	*	*	*	*	*	9.22e-006	5.58e-001
	NC	3.34e+03	1.31e+03	4.20e+02	1.18e+02	3.12e+01	8.18	2.36
	λ_{\min}	0.0131	0.0248	0.0494	0.0986	0.1955	0.3781	0.6589
	λ_{\max}	43.798	32.440	20.733	11.671	6.101	3.093	1.553
$db6$	Det	*	*	*	*	*	*	7.42e-013
	NC	1.18e+04	4.46e+03	1.43e+03	4.03e+02	1.06e+02	2.77e+01	7.80
	λ_{\min}	0.0037	0.0073	0.0145	0.0290	0.0575	0.1116	0.1990
	λ_{\max}	43.799	32.441	20.733	11.671	6.101	3.093	1.553
$sym8$	Det	*	*	*	*	*	5.66e-013	2.94e-008
	NC	5.15e+03	1.93e+03	6.18e+02	1.74e+02	4.61e+01	1.21e+01	3.51
	λ_{\min}	0.0085	0.0168	0.0336	0.0669	0.1324	0.2548	0.4424
	λ_{\max}	43.799	32.440	20.733	11.671	6.101	3.093	1.553

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Tabela 4.14: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_7 com $\rho = 0.99$

	J	8	9	10	11	12	13
$db3$	Det	*	*	*	*	*	6.47e-11
	NC	4.94e+03	1.67e+03	4.72e+02	1.24e+02	3.16e+01	8.21
	λ_{\min}	0.0131	0.0248	0.0494	0.0986	0.1955	0.3781
	λ_{\max}	64.875	41.463	23.340	12.201	6.186	3.105
$db6$	Det	*	*	*	*	*	*
	NC	1.75e+04	5.73e+03	1.61e+03	4.22e+02	1.08e+02	8.63e+04
	λ_{\min}	0.0037	0.0072	0.0145	0.0289	0.0573	0.0012
	λ_{\max}	64.876	41.463	23.340	12.201	6.186	99.468
$sym8$	Det	*	*	*	*	*	*
	NC	7.63e+03	2.47e+03	6.96e+02	1.82e+02	4.67e+01	1.22e+01
	λ_{\min}	0.0085	0.0168	0.0336	0.0669	0.1324	0.2548
	λ_{\max}	64.876	41.463	23.340	12.201	6.186	3.105

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Tabela 4.15: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_8 com $\rho = 0.99$

	J	9	10	11	12	13
$db3$	Det	*	*	*	*	*
	NC	6.32e+03	1.88e+03	4.94e+02	1.25e+02	3.18e+01
	λ_{\min}	0.0131	0.0248	0.0494	0.0986	0.1955
	λ_{\max}	82.924	46.680	24.402	12.372	6.210
$db6$	Det	*	*	*	*	*
	NC	2.24e+04	6.45e+03	1.69e+03	4.29e+02	1.08e+02
	λ_{\min}	0.0037	0.0072	0.0145	0.0289	0.0573
	λ_{\max}	82.924	46.680	24.402	12.372	6.210
$sym8$	Det	*	*	*	*	*
	NC	9.75e+03	2.78e+03	7.27e+02	1.85e+02	4.69e+01
	λ_{\min}	0.0085	0.0168	0.0336	0.0669	0.1324
	λ_{\max}	82.924	46.680	24.402	12.372	6.210

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Tabela 4.16: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_3 com $\rho = 0.9999$

	J	4	5	6	7	8
$db3$	Det	*	*	*	*	1.45e-015
	NC	5.99e+04	3.16e+04	1.58e+04	7.90e+03	3.93e+03
	λ_{\min}	1.33e-04	2.53e-04	5.05e-04	1.01e-03	2.02e-03
	λ_{\max}	7.996	7.992	7.983	7.966	7.933
$db6$	Det	*	*	*	*	*
	NC	1.72e+05	8.70e+04	4.35e+04	2.17e+04	1.08e+04
	λ_{\min}	4.66e-05	9.18e-05	1.84e-04	3.67e-04	7.34e-04
	λ_{\max}	7.996	7.992	7.983	7.967	7.933
$sym8$	Det	*	*	*	*	*
	NC	9.33e+04	4.71e+04	2.35e+04	1.17e+04	5.85e+03
	λ_{\min}	8.57e-05	1.70e-04	3.39e-04	6.78e-04	1.36e-03
	λ_{\max}	7.996	7.992	7.983	7.967	7.933

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Tabela 4.17: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_4 com $\rho = 0.9999$

	J	5	6	7	8	9	10	11
$db3$	Det	*	*	*	*	*	*	*
	NC	1.22e+05	6.45e+04	3.22e+04	1.61e+04	7.96e+03	3.91e+03	1.89e+03
	λ_{\min}	1.31e-04	2.48e-04	4.94e-04	9.88e-04	1.98e-03	3.95e-03	7.91e-03
	λ_{\max}	15.983	15.966	15.932	15.865	15.731	15.470	14.968
$db6$	Det	*	*	*	*	*	*	*
	NC	4.06e+05	2.07e+05	1.03e+05	5.14e+04	2.55e+04	1.25e+04	6.06e+03
	λ_{\min}	3.94e-05	7.72e-05	1.54e-04	3.09e-04	6.17e-04	1.23e-03	2.47e-03
	λ_{\max}	15.983	15.966	15.932	15.865	15.732	15.471	14.969
$sym8$	Det	*	*	*	*	*	*	*
	NC	1.89e+05	9.54e+04	4.76e+04	2.37e+04	1.17e+04	5.78e+03	2.79e+03
	λ_{\min}	8.47e-05	1.67e-04	3.35e-04	6.70e-04	1.34e-03	2.68e-03	5.36e-03
	λ_{\max}	15.983	15.966	15.932	15.865	15.732	15.470	14.969

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Tabela 4.18: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_5 com $\rho = 0.9999$

	J	6	7	8	9	10	11	12	13
$db3$	Det	*	*	*	*	*	*	*	*
	NC	2.44e+05	1.29e+05	6.44e+04	3.19e+04	1.57e+04	7.60e+03	3.56e+03	1.58e+03
	λ_{\min}	0.0001	0.0002	0.0005	0.0010	0.0020	0.0039	0.0079	0.0158
	λ_{\max}	31.932	31.864	31.729	31.462	30.938	29.931	28.070	24.871
$db6$	Det	*	*	*	*	*	*	*	*
	NC	8.52e+05	4.35e+05	2.16e+05	1.07e+05	5.28e+04	2.55e+04	1.20e+04	5.30e+03
	λ_{\min}	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003	0.0006	0.0012	0.0023	0.0047
	λ_{\max}	31.932	31.864	31.729	31.462	30.938	29.931	28.071	24.872
$sym8$	Det	*	*	*	*	*	*	*	*
	NC	3.77e+05	1.91e+05	9.49e+04	4.70e+04	2.31e+04	1.12e+04	5.25e+03	2.33e+03
	λ_{\min}	0.0001	0.0002	0.0003	0.0007	0.0013	0.0027	0.0053	0.0107
	λ_{\max}	31.932	31.864	31.729	31.462	30.938	29.931	28.071	24.872

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Tabela 4.19: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_6 com $\rho = 0.9999$

	J	7	8	9	10	11	12	13
$db3$	Det	*	*	*	*	*	*	*
	NC	4.88e+05	2.57e+05	1.28e+05	6.29e+04	3.04e+04	1.43e+04	6.32e+03
	λ_{\min}	0.0001	0.0002	0.0005	0.0010	0.0020	0.0039	0.0079
	λ_{\max}	63.728	63.458	62.923	61.874	59.860	56.136	49.735
$db6$	Det	*	*	*	*	*	*	*
	NC	1.72e+06	8.77e+05	4.35e+05	2.14e+05	1.03e+05	4.85e+04	2.15e+04
	λ_{\min}	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003	0.0006	0.0012	0.0023
	λ_{\max}	63.728	63.458	62.923	61.874	59.860	56.136	49.736
$sym8$	Det	*	*	*	*	*	*	*
	NC	7.53e+05	3.80e+05	1.88e+05	9.25e+04	4.48e+04	2.10e+04	9.30e+03
	λ_{\min}	0.0001	0.0002	0.0003	0.0007	0.0013	0.0027	0.0053
	λ_{\max}	63.728	63.458	62.923	61.874	59.860	56.136	49.736

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Tabela 4.20: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_7 com $\rho = 0.9999$

	J	8	9	10	11	12	13
$db3$	Det	*	*	*	*	*	*
	NC	9.72e+05	5.10e+05	2.51e+05	1.22e+05	5.70e+04	2.53e+04
	λ_{\min}	0.0001	0.0002	0.0005	0.0010	0.0020	0.0039
	λ_{\max}	126.915	125.845	123.748	119.718	112.269	99.467
$db6$	Det	*	*	*	*	*	*
	NC	3.45e+06	1.75e+06	8.59e+05	4.15e+05	1.95e+05	8.63e+04
	λ_{\min}	0.000003	0.0001	0.0001	0.0003	0.0006	0.0012
	λ_{\max}	126.915	125.845	123.748	119.718	112.269	99.468
$sym8$	Det	*	*	*	*	*	*
	NC	1.50e+06	7.53e+05	3.70e+05	1.79e+05	8.39e+04	3.72e+04
	λ_{\min}	0.0001	0.0002	0.0003	0.0007	0.0013	0.0027
	λ_{\max}	126.915	125.845	123.748	119.718	112.269	99.468

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Tabela 4.21: Resultados da matriz de covariância da projeção de f em V_8 com $\rho = 0.9999$

	J	9	10	11	12	13
$db3$	Det	*	*	*	*	*
	NC	1.93e+06	1.00e+06	4.87e+05	2.28e+05	1.01e+05
	λ_{\min}	0.0001	0.0002	0.0005	0.0010	0.0020
	λ_{\max}	251.690	247.495	239.435	224.537	198.933
$db6$	Det	*	*	*	*	*
	NC	6.84e+06	3.44e+06	1.66e+06	7.80e+05	3.45e+05
	λ_{\min}	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003	0.0006
	λ_{\max}	251.690	247.495	239.435	224.537	198.933
$sym8$	Det	*	*	*	*	*
	NC	2.97e+06	1.48e+06	7.16e+05	3.36e+05	1.49e+05
	λ_{\min}	0.0001	0.0002	0.0003	0.0007	0.0013
	λ_{\max}	251.690	247.495	239.435	224.537	198.933

* número menor que a precisão numérica do MatLab

Assim, como no caso i.i.d. as matrizes são positivas definidas e cada elemento da matriz de covariância, Σ , representa a covariância entre duas estimativas de f , via núcleo ondaleta. A seguir, estuda-se a magnitude dos elementos das matrizes de variância-covariância. Os elementos da matriz de covariância são comparados com relação ao menor elemento da diagonal, $\min\{diag(\Sigma)\}$. Fez-se a comparação dos valores em módulo dos elementos não nulos da matriz de covariância com o limiar

$$limiar = [0 \quad 10^{-5} \quad 10^{-3} \quad 10^{-1} \quad 1] * \min\{diag(\Sigma)\}$$

para $\rho = 0.99$. Com $\rho = 0.9990$ usa-se o limiar

$$limiar = [0 \quad 10^{-1} \quad 1/2 \quad 3/4 \quad 1] * \min\{diag(\Sigma)\}.$$

Nas Figuras 4.8-4.19, apresentam-se os resultados.

Em cada figura temos três gráficos, um para cada função ondaleta considerada. O eixo horizontal de cada gráfico representa o vetor limiar e o eixo vertical a quantidade de elementos não nulos da matriz de covariância. Estão representados nas figuras a quantidade de elementos maiores que o limiar, em módulo, para diferentes tamanhos amostrais $n = 2^j$. Os tamanhos escolhidos amostrais respeitam as condições do Teorema 4.2.5.

Analisando as curvas de cada gráfico e figura podemos concluir que tanto para ρ igual a 0.99 e 0.9999 não há elementos iguais a zero na matriz de covariância. Esta conclusão vale para as três funções ondaletas analisadas. Aliás, não há diferença substancial entre as três ondaletas, os resultados são muito parecidos. Outra conclusão geral que podemos tirar das matrizes de covariância é que os valores da covariância diminuem com o aumento do tamanho amostral mantendo o espaço projeção fixo. Para $\rho = 0.99$ os valores da covariância entre as estimativas cai mais rapidamente o que motivou o uso de limiares diferentes para os ρ 's considerados. Para tamanho amostral menor ou igual a 256 todos os valores da matriz de covariância, para $\rho = 0.99$, são maiores que o penúltimo limiar, ou seja, as covariâncias são maiores que $10^{-1} * \min\{diag(\Sigma)\}$. Enquanto que para $\rho = 0.9999$ os valores da covariância são maiores que $3/4 * \min\{diag(\Sigma)\}$ para $n \leq 2048$. Isto quer dizer que os valores decaem de forma bem mais lenta para ρ maior.

Para $\rho = 0.99$ a partir do subespaço V_j , $j \geq 4$, e tamanho amostral maior ou igual que 512 os valores da matriz de covariância diminuem. Quanto maior a amostra menores os valores da covariância. O mesmo acontece para $\rho = 0.9999$ só que de forma muito mais lenta. Apenas para o tamanho amostral 8192 e a partir do subespaço V_5 em torno da metade dos valores da matriz de covariância são menores que o limiar $3/4 * \min\{diag(\Sigma)\}$.

Isto mostra que as matrizes de covariância para os dois casos são matrizes cheias (sem zeros) e com valores relativamente grandes para $\rho = 0.9999$.

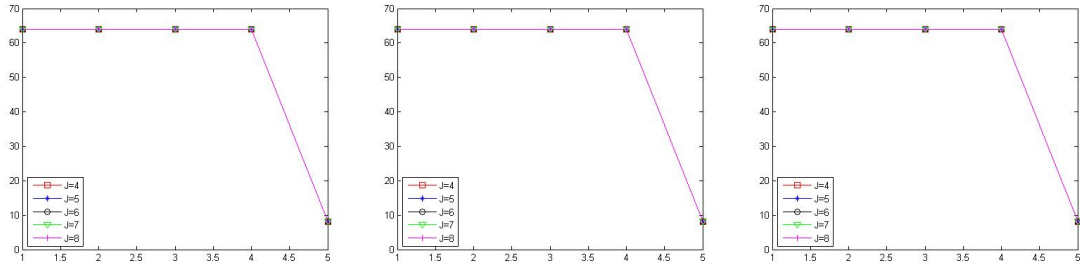


Figura 4.8: Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.99$, da projeção de f no subespaço V_3 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-5} \ 10^{-3} \ 10^{-1} \ 1] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 4, \dots, 8$.

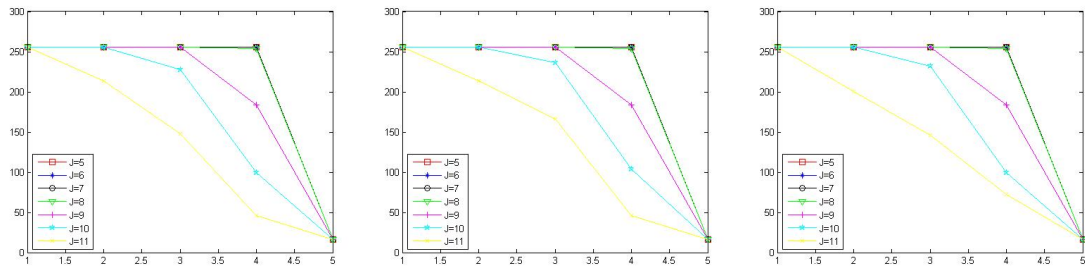


Figura 4.9: Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.99$, da projeção de f no subespaço V_4 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-5} \ 10^{-3} \ 10^{-1} \ 1] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 5, \dots, 11$.

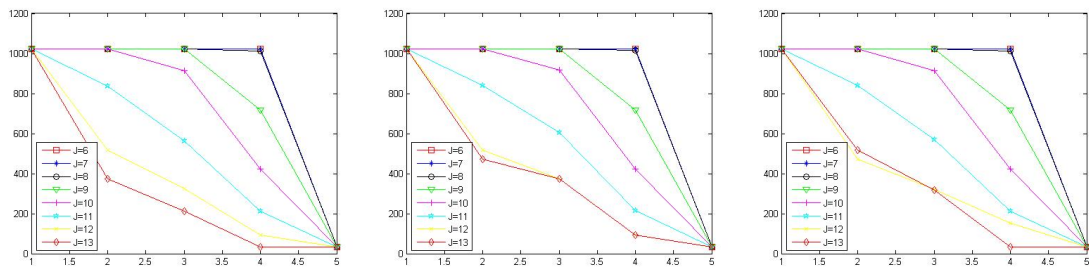


Figura 4.10: Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.99$, da projeção de f no subespaço V_5 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-5} \ 10^{-3} \ 10^{-1} \ 1] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 6, \dots, 13$.

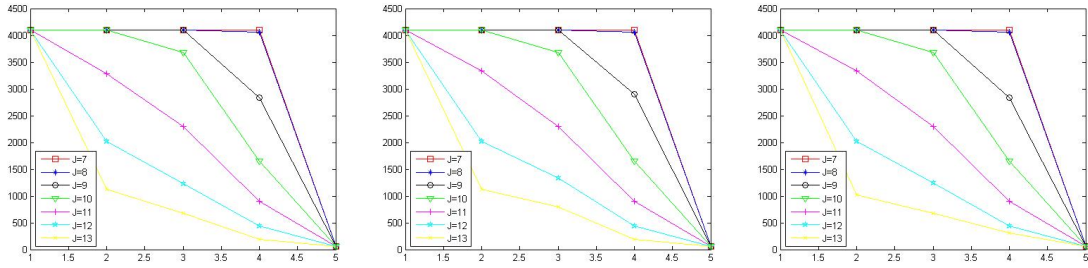


Figura 4.11: Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.99$, da projeção de f no subespaço V_6 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-5} \ 10^{-3} \ 10^{-1} \ 1] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 7, \dots, 13$.

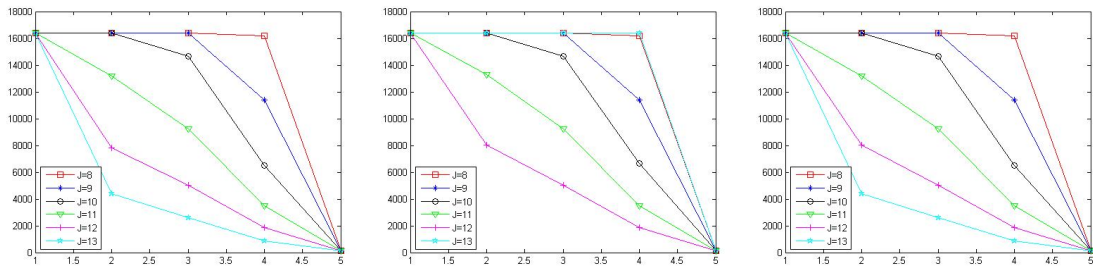


Figura 4.12: Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.99$, da projeção de f no subespaço V_7 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-5} \ 10^{-3} \ 10^{-1} \ 1] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 8, \dots, 13$.

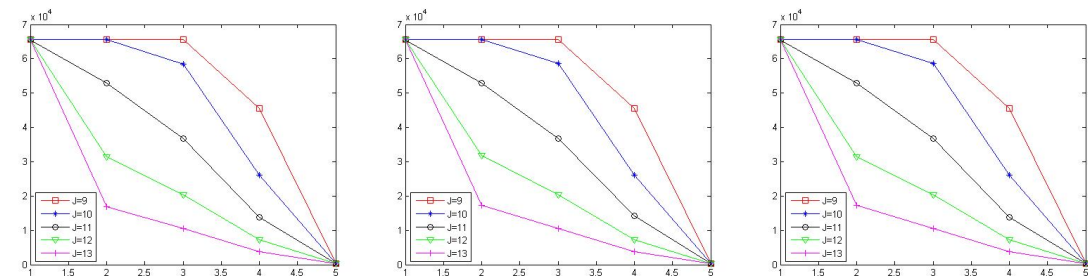


Figura 4.13: Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.99$, da projeção de f no subespaço V_8 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-5} \ 10^{-3} \ 10^{-1} \ 1] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 9, \dots, 13$.

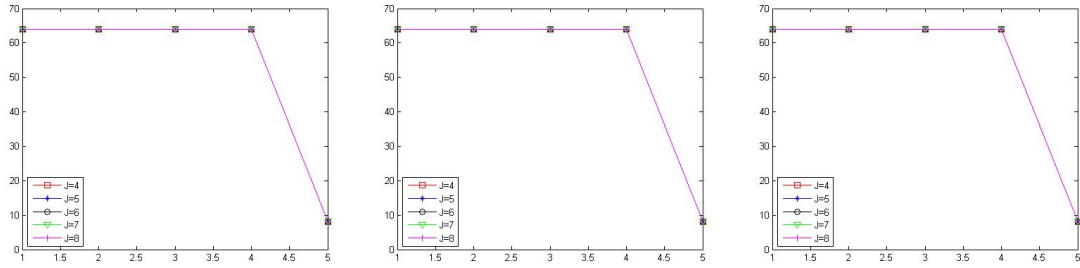


Figura 4.14: Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.9999$, da projeção de f no subespaço V_3 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-5} \ 10^{-3} \ 10^{-1} \ 1] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 4, \dots, 8$.

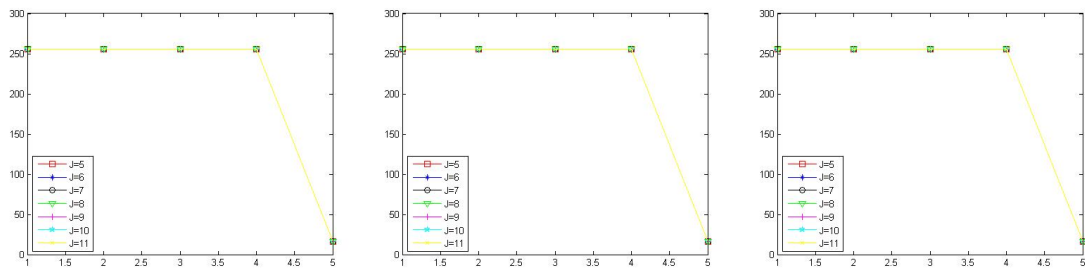


Figura 4.15: Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.9999$, da projeção de f no subespaço V_4 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-5} \ 10^{-3} \ 10^{-1} \ 1] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 5, \dots, 11$.

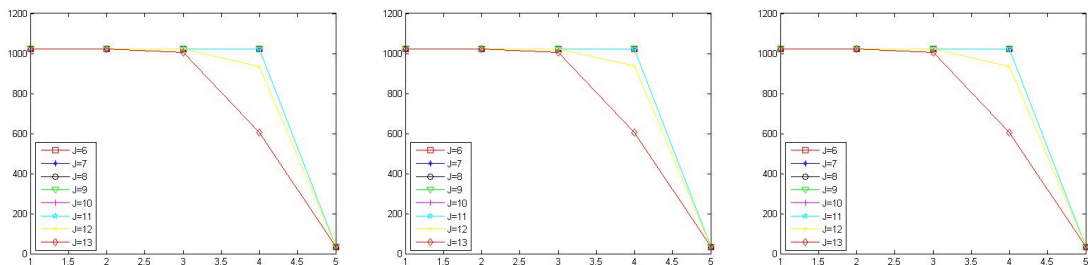


Figura 4.16: Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.9999$, da projeção de f no subespaço V_5 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-5} \ 10^{-3} \ 10^{-1} \ 1] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 6, \dots, 13$.

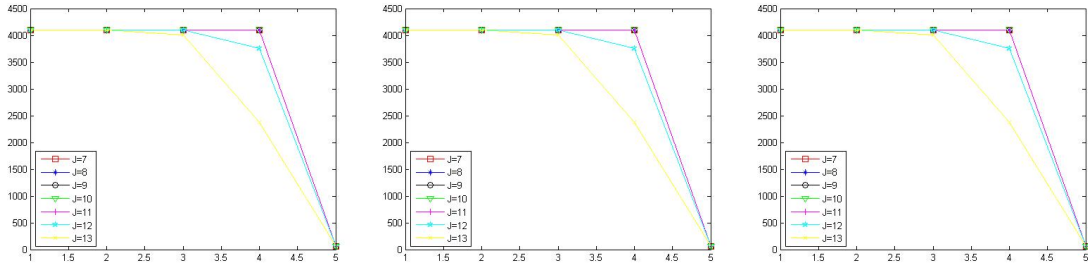


Figura 4.17: Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.9999$, da projeção de f no subespaço V_6 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-5} \ 10^{-3} \ 10^{-1} \ 1] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 7, \dots, 13$.

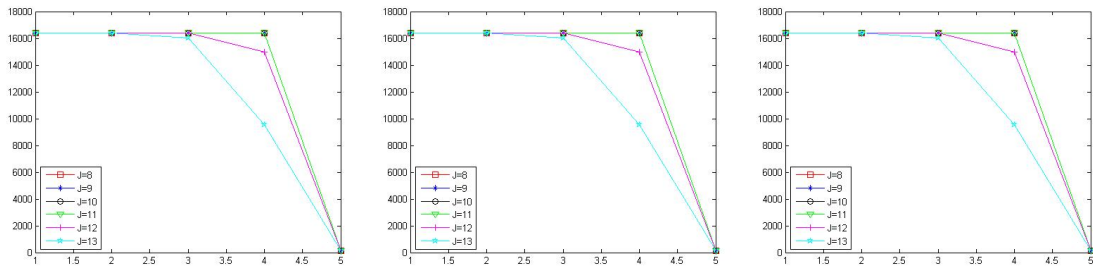


Figura 4.18: Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.9999$, da projeção de f no subespaço V_7 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-5} \ 10^{-3} \ 10^{-1} \ 1] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 8, \dots, 13$.

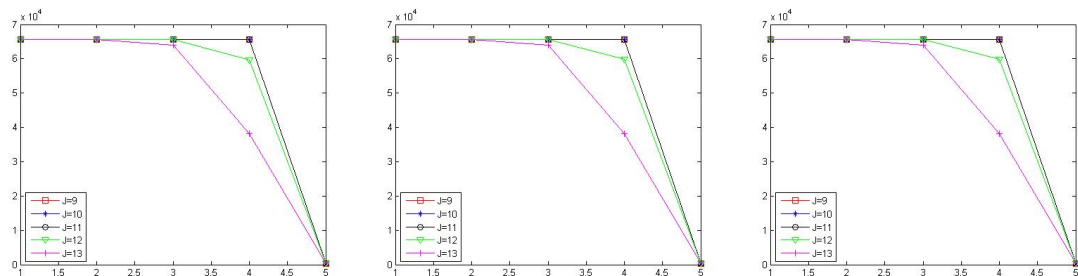


Figura 4.19: Resultados da matriz de covariância, com $\rho = 0.9999$, da projeção de f no subespaço V_8 pelas ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ respectivamente. Cada figura mostra a quantidade de elementos da matriz de covariância das estimativas de f nos pontos diádicos maiores que o limiar $[0 \ 10^{-5} \ 10^{-3} \ 10^{-1} \ 1] * \min\{diag(\Sigma)\}$ para os tamanhos amostrais $n = 2^J$, $J = 9, \dots, 13$.

Capítulo 5

Modelos FANOVA com erros iid

5.1 Introdução

Neste capítulo vamos considerar um problema análogo ao (4.1.1). Estamos interessados em estimar uma função $f(\cdot)$ no modelo cujas observações são caminhos amostrais de um processo estocástico conduzido por

$$dY_i(t) = f_i(t)dt + \epsilon dW_i(t), \quad t \in [0, 1], \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (5.1.1)$$

ou da sua versão discreta

$$dY_i(\iota/n) = f_i(\iota/n)dt + \epsilon dW_i(\iota/n), \quad \iota = 1, 2, \dots, n, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (5.1.2)$$

em que ϵ é um parâmetro de difusão, r é um inteiro positivo finito, $f_i(\cdot)$ são funções desconhecidas de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $\{W_i(t) : t \in \mathbb{R}\}$ representam processos estocásticos independentes, para $i = 1, \dots, r$.

Continuaremos com um modelo contínuo, embora na prática tem-se em geral observações amostras em n pontos ao longo do tempo para cada curva.

A utilidade potencial de modelos simples como o definido por (5.1.1) pode ser justificada pela teoria de equivalência assintótica no sentido de Le Cam (1986) como visto em Brown e Low (1996) e Nussbaum (1996). Nesta configuração, Klemelä (2006) mostrou que métodos ondaletas adaptativos produzirão resultados minimax ótimos para funcionais quadráticos no sentido de Donoho e Johnstone (1998, 1999).

5.2 Teste de média normal em alta dimensão

Apresentaremos alguns testes de análise de variância de alta dimensão e testes Neyman adaptativos, bem como teste de múltiplos grupos de curvas. Estes testes foram propostos em Fan (1996) e Fan e Lin (1998).

5.2.1 Teste de análise de variância de alta dimensão - HANOVA

Fan (1996) estuda o modelo em que $\underline{Y} \sim N(\underline{\theta}, \mathbf{I}_n)$, um vetor aleatório normal n -dimensional. O objetivo é testar

$$H_0 : \underline{\theta} = 0 \quad \text{versus} \quad H_1 : \underline{\theta} \neq 0. \quad (5.2.1)$$

Dada uma alternativa específica $\underline{\theta} = \underline{\theta}_1$, o teorema fundamental de Neyman-Pearson estabelece que o melhor procedimento de teste para o problema

$$H_0 : \underline{\theta} = 0 \quad \text{versus} \quad H_1 : \underline{\theta} = \underline{\theta}_1$$

é rejeitar H_0 quando $\underline{\theta}_1^T \underline{Y} > \|\underline{\theta}_1\| \Phi^{-1}(1 - \alpha)$, em que α é o nível de significância, Φ é a função distribuição normal padrão e $\|\cdot\|$ é a norma $L^2(\mathbb{R})$. O poder deste teste ótimo é $1 - \Phi(z_{1-\alpha} - \|\underline{\theta}_1\|)$ com $z_{1-\alpha} = \Phi^{-1}(1 - \alpha)$. Mas este teste ótimo depende da alternativa específica. Uma ingênua imitação deste procedimento de teste consiste em estimar $\underline{\theta}_1$ por \underline{Y} e usar o procedimento de teste $\|\underline{Y}\|^2$. O teste resultante tem poder muito baixo na alternativa $\underline{\theta}_1$. O poder de tal teste é aproximadamente

$$1 - \Phi\left(\frac{z_{1-\alpha} - \|\underline{\theta}_1\|/\sqrt{2n}}{\sqrt{1 + 2\|\underline{\theta}_1\|^2/n}}\right) \approx 1 - \Phi(z_{1-\alpha} - \|\underline{\theta}_1\|/\sqrt{2n}), \quad (5.2.2)$$

uma vez que $\underline{\theta}_1 = o(n)$, e converge para α apesar de $\|\underline{\theta}_1\| \rightarrow \infty$, com $\|\underline{\theta}_1\|^2 = o(\sqrt{n})$. Mas como a dimensionalidade é alta, ao testar todas as dimensões acumula-se erro estocástico, o que deteriora o desempenho do procedimento de teste (5.2.2). O preço está refletido no fator $1/\sqrt{n}$ do lado direito de (5.2.2). Dessa forma, o teste de Neyman que testa

$$H_0 : \underline{\theta} = 0 \quad \text{versus} \quad H_1 : \underline{\theta} = \underline{\theta}_1$$

apresenta problemas de dimensionalidade.

5.2.2 Teste Neyman adaptativo

A expressão (5.2.2) sugere que testar todas as componentes do vetor $\underline{\theta}$ não é uma boa idéia. Então Fan (1996) propõe um teste Neyman adaptativo que testa primeiro o subproblema m -dimensional, levando à estatística de teste $\sum_{j=1}^m Y_j^2$ ou, equivalentemente, sua forma padronizada $(2m)^{-1/2} \sum_{j=1}^m (Y_j^2 - 1)$. Baseado no poder, Fan (1996) propõe usar

$$\hat{m} = \arg \max_{m: 1 \leq m \leq n} \left\{ m^{-1/2} \sum_{j=1}^m (Y_j^2 - 1) \right\}.$$

Isso leva à estatística do teste Neyman adaptativo

$$T_{AN}^* = \frac{1}{\sqrt{2\hat{m}}} \sum_{j=1}^{\hat{m}} (Y_j^2 - 1) = \max_{1 \leq m \leq n} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2m}} \sum_{j=1}^m (Y_j^2 - 1) \right\},$$

e rejeita H_0 quando T_{AN}^* é muito grande, ou quando

$$T_{AN} = \sqrt{2 \log \log n} T_{AN}^* - (2 \log \log n + 0, 5 \log \log \log n - 0, 5 \log(4\pi))$$

é muito grande. Este teste reduz para m o número total de testes.

A distribuição assintótica de T_{AN} sob H_0 é dada por

$$P(T_{AN} \leq x) \rightarrow \exp(-\exp(-x)),$$

isto é, a estatística do teste converge em distribuição para a distribuição extrema III. Mas Fan (1996) salienta também que a convergência é muito lenta.

5.2.3 Teste de comparação de múltiplos grupos de curvas

Fan e Lin (1998) propõe testes de comparação de dois ou mais grupos de curvas do modelo (5.1.1). Para isso considera o modelo

$$Y_{i,j}(t) = f_i(t) + \epsilon_{i,j}(t), \quad t \in [0, 1],$$

em que $j = 1, \dots, n_i$, $i = 1, \dots, r$ e t é discretamente observado em n pontos igualmente espaçados. Além disso, os ϵ 's são estacionários com média zero. O objetivo é testar

$$H_0 : f_i(t) = f(t), \quad i = 1, \dots, r, \quad t \in [0, 1].$$

Esse problema pode ser tratado de uma forma semelhante ao problema de análise de variância de alta dimensionalidade (HANOVA). A solução assintótica para o problema HANOVA é o mesmo se os ϵ 's são independentemente distribuídos ou simplesmente estacionários. A aplicação de testes clássicos irá resultar em um procedimento de baixo poder, com erros acumulados devido à configuração de alta dimensionalidade.

De modo análogo, como Fan (1996), Fan e Lin (1998) propõe um procedimento de teste Neyman adaptativo com a seguinte estatística de teste

$$F_{\hat{m}} = \max_{1 \leq m \leq T^*} \frac{1}{\sqrt{2(r-1)m}} \left\{ \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^r n_i \sigma_i^*(k)^{-2} (\bar{Y}_i^*(k) - \bar{Y}^*(k))^2 - (r-1)m \right\}$$

em que T^* é o número máximo de dimensões a serem testadas e $\bar{Y}_i^*(k)$ é a curva média do i -ésimo grupo no domínio frequência, isto é,

$$\bar{Y}_i^*(k) = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} Y_{i,j}^*(k),$$

sendo $Y_{i,j}^*(\cdot)$ a transformada de Fourier discreta das observações $Y_{i,j}$ e

$$\sigma_i^{*2}(k) = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{i,j}^*(k) - \bar{Y}_i^*(k))^2.$$

A versão normalizada do teste é dada por

$$T_{HANOVA} = \sqrt{2 \log \log T^*} F_{\hat{m}}^* - (2 \log \log T^* + 0,5 \log \log T^* - 0,5 \log(4\pi)).$$

Além disso Fan e Lin (1998) apresenta uma tabela com p valores simulados, baseada em 1000000 de simulações, e aborda a questão do poder do teste. Também mostra a convergência em distribuição da estatística do teste para a distribuição extrema III, mas salienta que a convergência é lenta.

5.3 Modelos FANOVA de efeitos fixos

Abramovich et al. (2004) obtém testes de hipóteses funcionais ótimos (no sentido minimax) assintoticamente (quando $\epsilon \rightarrow 0$) para modelos de análise de variância funcional (FANOVA) de efeitos fixos. O modelo considerado é aquele em que os caminhos amostrais do processo estocástico são impulsionados por

$$dY_i(t) = f_i(t)dt + \epsilon dW_i(t), \quad i = 1, \dots, r; \quad t \in [0, 1], \quad (5.3.1)$$

em que $\epsilon > 0$ é o parâmetro de difusão, r é um inteiro positivo finito, $f_i(\cdot)$ são funções desconhecidas de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $W_i(t)$ representam movimentos brownianos padrão independentes, para $i = 1, 2, \dots, r$. Na prática, obviamente, sempre se observa caminhos amostrais discretos de tamanho n com um ruído de variância σ^2 , mas sob algumas condições gerais o modelo discreto correspondente é assintoticamente equivalente ao modelo de ruído branco (5.3.1) com $\epsilon = \sigma/\sqrt{n}$ (Brown e Low, 1996).

Da mesma forma como Antoniadis (1984), Abramovich et al. (2004) também propõe que no modelo FANOVA de efeitos fixos cada uma das r funções resposta (observações dos caminhos amostrais) do modelo (5.3.1) sejam estudadas pela decomposição de $f_i(t)$ a seguir, única com probabilidade um,

$$f_i(t) = m_0 + \mu(t) + a_i + \gamma_i(t), \quad i = 1, \dots, r; \quad t \in [0, 1] \quad (5.3.2)$$

em que: m_0 representa a média geral (constante); $\mu(t)$ representa o efeito principal em t ; a_i representa o efeito principal em i ; $\gamma_i(t)$ representa o efeito da interação entre i e t . As componentes da decomposição (5.3.2) satisfazem as seguintes condições de identificabilidade

$$\int_0^1 \mu(t)dt = 0; \quad \sum_{i=1}^r a_i = 0; \quad \sum_{i=1}^r \gamma_i(t) = 0; \quad \int_0^1 \gamma_i(t)dt = 0, \quad \forall i = 1, \dots, r; \quad t \in [0, 1]. \quad (5.3.3)$$

Assim como nos modelos ANOVA de efeitos fixos clássicos, interessa testar a significância dos efeitos principais e as componentes de interação do modelo FANOVA de efeitos fixos (5.3.1)-(5.3.3). Testar a significância dos efeitos principais e interações é equivalente a testar as seguintes hipóteses:

$$H_0 : \mu(t) \equiv 0, \quad t \in [0, 1]; \quad (5.3.4)$$

$$H_0 : a_i \equiv 0, \quad i = 1, \dots, r; \quad \text{e} \quad (5.3.5)$$

$$H_0 : \gamma_i(t) \equiv 0, \quad i = 1, \dots, r \quad t \in [0, 1]. \quad (5.3.6)$$

A hipótese (5.3.4) pode ser interpretada como uma falta de tendência global. Sob (5.3.5) não há diferenças nos níveis do tratamento. Finalmente, se a hipótese dada em (5.3.6) for verdadeira não existem diferenças na forma (devido a interação da média no tempo e os níveis de efeitos do tratamento).

Integrando (5.3.1) com respeito a t e usando as condições de identificabilidade (5.3.3), temos

$$Y_i^* = m_0 + a_i + \epsilon \xi_i, \quad i = 1 \dots, r, \quad \sum_{i=1}^r a_i = 0,$$

em que $Y_i^* = \int_0^1 dY_i(t)$ e ξ_i são variáveis aleatórias independentes com distribuição $N(0, 1)$. Este é o clássico modelo ANOVA de efeitos fixos unidirecional. Assim a hipótese dada em (5.3.5) equivale às clássicas hipóteses de análise de variância e pode ser tratada por técnicas usuais. Por outro lado, as hipóteses (5.3.4) e (5.3.6) são funcionais em essência e suas alternativas podem ser formuladas para que testes consistentes sejam realizados. Nenhuma forma paramétrica é especificada para $\mu(t)$ e $\gamma_i(t)$ sob a hipótese alternativa e deseja-se testar a hipótese nula contra uma classe de alternativas tão grande quanto possível.

A conexão natural entre espaços de Besov e análise ondaleta (veja seção 3.5) pode ser usada para formular hipóteses alternativas para os quais testes ótimos possam ser realizados. Descrições completas dos aspectos matemáticos de ondaletas e sua ligação natural com os espaços de Besov podem ser encontradas em Meyer (1992), Daubechies (1992) e Wojtaszczyk (1999).

Em particular, assume-se que $f_i(t)$, e portanto $\mu(t)$ e $\gamma_i(t)$, pertencem a alguma bola de Besov de raio $C > 0$ em $[0, 1]$, $B_{p,q}^s(C)$, em que $s > 0$ e $1 \leq p, q \leq \infty$. O parâmetro p pode ser visto como um grau de homogeneidade da função, enquanto s é uma medida de sua suavidade. A grosso modo, o parâmetro s (não necessariamente inteiro) indica o número de derivadas da função, onde a sua existência é no sentido L^p , enquanto o parâmetro adicional q fornece uma gradação mais fina ainda. Classes de Besov englobam várias classes de funções. Em particular, elas incluem as tradicionais classes de funções suaves Hölder e Sobolev ($p = q = \infty$ e $p = q = 2$, respectivamente), mas também diversas classes de funções espacialmente heterogêneas como a classe de funções de variação ensanduichada entre $B_{1,\infty}^1$ e $B_{1,1}^1$. Para definições rigorosas e estudo detalhado dos espaços de Besov veja Meyer (1992).

Além disso, há também a preocupação quanto a taxa de decrescimento à zero da distância entre a hipótese nula e a alternativa para permitir que testes consistentes ainda sejam realizados. O conjunto de hipóteses alternativas também deve estar afastado das hipóteses nulas, (5.3.4) e (5.3.6), a uma distância ρ em $L^2([0, 1])$. As hipóteses alternativas serão formuladas na subseção 5.4.3

5.3.1 Definições básicas

Considere o modelo padrão “sinal + ruído branco”

$$dZ(t) = f(t)dt + \epsilon dW(t), \quad t \in [0, 1], \quad (5.3.7)$$

em $\epsilon > 0$ e $W(\cdot)$ é um processo browniano padrão. Suponha que deseja-se testar

$$H_0 : f \equiv 0 \quad \text{versus} \quad H_1 : f \in \mathcal{F}(\rho) \quad (5.3.8)$$

em que $\mathcal{F}(\rho) = \{f \in B_{p,q}^s(C) : \|f\| \geq \rho\}$ ($\|\cdot\|$ representa a norma de $L^2([0, 1])$). Ao testar (5.3.8), estamos testando se f pertence a uma bola de Besov de raio $C > 0$ assumindo que f é um elemento do espaço de Besov $B_{p,q}^s(C)$ com $s > 0$ e $1 \leq p, q \leq \infty$.

Um teste ϕ (não aleatorizado) é uma função mensurável das observações com dois valores $\{0, 1\}$, em que $\phi = 0$ e $\phi = 1$ corresponde aceitar e rejeitar a hipótese nula H_0 , respectivamente.

A otimalidade de um teste é medida pela rapidez da taxa de decaimento para zero do chamado limiar indiferença $\rho = \rho(\epsilon)$, quando $\epsilon \rightarrow 0$ (que é a condição de equivalência assintótica do caso contínuo para $n \rightarrow \infty$ no caso discreto) (Brown e Low, 1996). A qualidade do teste ϕ é medido pelos erros do Tipo I (rejeição errônea de H_0) e Tipo II (aceitação errônea de H_0). As probabilidades de erros do Tipo I e Tipo II são definidas como

$$\alpha(\phi) = P_{H_0}(\phi = 1) \quad e \quad \beta(\phi) = \sup P_{H_1}(\phi = 1),$$

respectivamente, em que ϕ é a função teste não aleatorizada. A taxa minimax do teste $\rho(\epsilon)$ é definida da seguinte forma (Abramovich et al., 2004).

Definição 5.3.1 *Uma sequência $\rho(\epsilon)$ é a taxa minimax do teste se*

(i) $\rho(\epsilon) \rightarrow 0$ quando $\epsilon \rightarrow 0$;

(ii) se considerarmos outra regra de limiarização $\rho'(\epsilon)$ tal que

$$\rho'(\epsilon)/\rho(\epsilon) = o_\epsilon(1),$$

isto é, que tem taxa de decaimento mais rápida que $\rho(\epsilon)$, tem-se

$$\inf_{\phi_\epsilon} [\alpha(\phi_\epsilon) + \beta(\phi_\epsilon, \rho'(\epsilon))] = 1 - o_\epsilon(1),$$

em que $o_\epsilon(1)$ é uma sequência que tende a zero quando $\epsilon \rightarrow 0$; e

(iii) para todo $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ existe uma constante $c > 0$ e um teste ϕ_ϵ^* tal que

$$\alpha(\phi_\epsilon^*) < \alpha + o_\epsilon(1) \quad e$$

$$\beta(\phi_\epsilon^*, c\rho(\epsilon)) \leq \beta + o_\epsilon(1).$$

A segunda condição na Definição 5.3.1 significa simplesmente que um teste com uma taxa mais rápida do que $\rho(\epsilon)$ é impossível, enquanto que a terceira condição significa aproximada-

mente que, ao contrário, se a distância é de ordem $\rho(\epsilon)$, então o teste pode ser feito com probabilidades de erro prescrito. O teste ϕ_ϵ^* é chamado um teste minimax assintoticamente.

Além de definir a taxa minimax $\rho(\epsilon)$ as condições acima fornecem um teste ϕ_ϵ^* minimax assintoticamente. Se $s > 1/p$, Ingster (1993) e Lepski e Spokoiny (1999) mostram que, a taxa minimax assintoticamente para H_0 versus H_1 é dada por

$$\rho(\epsilon) = \epsilon^{4s''/(4s''+1)}, \quad (5.3.9)$$

em que $s'' = \min(s, 2 - 1/2p + 1/4)$. Além da taxa ótima, teste ótimos assintoticamente também são propostos embora não sejam adaptativos, isto é, os parâmetros da bola de Besov precisam ser conhecidos para os procedimentos de teste ótimos. Testes adaptativos, que em vez de fixar o valor do parâmetro permitem variá-lo dentro de um intervalo fixado, são propostos em Horowitz e Spokoiny (2001), Spokoiny (1996) e Abramovich et al. (2004). A taxa minimax exata não pode ser atingida uniformemente no intervalo prescrito, isto é, a hipótese funcional necessita adaptividade. A taxa minimax adaptativa ótima é dada por

$$\rho(\epsilon t_\epsilon) = (\epsilon t_\epsilon)^{4s''/(4s''+1)}, \quad (5.3.10)$$

em que $t_\epsilon = (\ln \ln \epsilon^{-2})^{1/4}$. Assim a taxa ótima adaptativa está somente a um fator $\log - \log$ distante da taxa ótima minimax (Horowitz e Spokoiny, 2001).

5.4 Testes ótimos para modelos FANOVA de efeitos fixos

Os seguintes testes adaptativos e não adaptativos para o modelo FANOVA de efeitos fixos são derivados em Abramovich et al. (2004).

Para obter as estatísticas dos testes para testar (5.3.4) e (5.3.6) Abramovich et al. (2004), toma a média dos r caminhos amostrais no modelo FANOVA de efeitos fixos (5.3.1)-(5.3.2) e impõe-se as condições de identificabilidade (5.3.3). Assim tem-se o seguinte modelo FANOVA de efeitos fixos

$$d\bar{Y}(t) = (m_0 + \mu(t))dt + \epsilon d\bar{W}(t), \quad t \in [0, 1], \quad (5.4.1)$$

que, em vista de (5.3.4)-(5.3.6) implica que

$$d(Y_i - \bar{Y})(t) = (a_i + \gamma_i(t))dt + \epsilon d(W_i - \bar{W})(t), \quad i = 1, \dots, r; \quad t \in [0, 1], \quad (5.4.2)$$

em que $\bar{W}(t)$ é a média dos r processos brownianos padrão independentes. Note que os processos de inovações $(W_i - \bar{W})(t)$, $i = 1, \dots, r$, não são independentes. Eles tem um núcleo de covariância dado por

$$C(s, t) = \frac{r-1}{r} \min(s, t).$$

Usando as propriedades de incrementos dos processos brownianos padrão pode-se reescre-

ever (5.4.1) e cada um dos r modelos da equação (5.4.2) na seguinte forma geral

$$dZ(t) = f(t)dt + \eta dW(t), \quad t \in [0, 1], \quad (5.4.3)$$

em que $Z(t) = \bar{Y}(t)$ e $f(t) = m_0 + \mu(t)$, $\eta = \epsilon/\sqrt{r}$ para o modelo (5.4.1) e $Z(t) = (Y_i - \bar{Y})(t)$, $f(t) = a_i + \gamma_i(t)$ e $\eta = \epsilon/\sqrt{(r-1)/r}$ para o i -ésimo modelo em (5.4.2). Aqui $\{W(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ denota um processo browniano padrão.

Para ambos os casos, sob a hipótese nula (5.3.4) e (5.3.6), $f(t)$ é uma função constante, embora para o último caso, a hipótese nula composta contém r restrições desse tipo. Assim, o objetivo é derivar um teste ótimo para testar

$$H_0 : f \equiv \text{constante} \quad \text{versus} \quad H_1 : \left(f - \int_0^1 f(t)dt \right) \in \mathcal{F}(\rho), \quad (5.4.4)$$

no modelo geral (5.4.3), em que $\mathcal{F}(\rho) = \{f \in B_{p,q}^s(C) : \|f\| \geq \rho\}$, e obviamente, constante $= \int_0^1 f(t)dt$.

Para realizar os teste escolhe-se uma base ondaleta ψ de regularidade ν maior que s . Aplica-se uma transformação ondaleta periódica em (5.4.3), tem-se

$$Y_{j,k} = \theta_{j,k} + \eta \xi_{j,k}, \quad j \geq -1; \quad k = 0, 1, \dots, 2^j - 1, \quad (5.4.5)$$

em que $Y_{j,k} = \int_0^1 \psi_{j,k}(t)dZ(t)$, $\theta_{j,k} = \int_0^1 \psi_{j,k}(t)f(t)dt$ e $\{\xi_{j,k}\}_{j,k}$ forma um sistema de variáveis aleatórias independentes, cada uma com distribuição normal padrão. Note que, como $\int_0^1 \psi_{j,k}(t) = 0$ para todo j, k , se $j \geq 0$, sob a hipótese nula (f é uma função constante) $\theta_{j,k} \equiv 0$ para todas as combinações j, k . Portanto, testar

$$H_0 : f \equiv \text{constante}$$

é equivalente a testar

$$H_0 : \theta_{j,k} = 0 \quad \forall j \geq 0, \quad k = 0, 1, \dots, 2^j - 1.$$

Observação 5.4.1 *A única possibilidade de coeficiente não nulo, sob $H_0 : f = \text{constante}$, da decomposição ondaleta de f é o coeficiente de escala $\theta_{-10} = \int_0^1 f(t)dt$.*

A transformada ondaleta é justificada pelas seguintes propriedades de isometria (Triebel, 1992, p. 240).

(i) Para qualquer função $f \in L^2([0, 1])$,

$$\|f\|^2 = \|\theta\|^2 := \sum_{j,k} \theta_{j,k}^2.$$

(ii) Existem duas constantes C_1 e C_2 tal que

$$C_1 \|f\|_{B_{p,q}^s} \leq \|\theta\|_{b_{p,q}^s} \leq C_2 \|f\|_{B_{p,q}^s},$$

em que

$$\|\theta\|_{b_{p,q}^s} = \begin{cases} \left\{ \sum_{j \geq j_0} \left[2^{j(s+1/2-1/p)} \left(\sum_{k=0}^{2^j-1} |\theta_{j,k}|^p \right)^{1/p} \right]^q \right\}^{1/q}, & q < \infty \\ \sup_{j \geq j_0} \left\{ 2^{j(s+1/2-1/p)} \left(\sum_{k=0}^{2^j-1} |\theta_{j,k}|^p \right)^{1/p} \right\}, & q = \infty. \end{cases}$$

Para realizar os testes minimax assintoticamente no modelo FANOVA de efeitos fixos (5.3.1)-(5.3.2) supõe-se que os parâmetros da correspondente bola de Besov $B_{p,q}^s(C)$ de raio $C > 0$ satisfazem $1 \leq p, q \leq \infty$. Tais suposições são comuns em estimação de funções via ondaletas (Donoho e Johnstone, 1995, 1998)

5.4.1 Teste minimax não adaptativo

No teste não adaptativo assume-se que todos os parâmetros s , p , q e o raio C da bola de Besov $B_{p,q}^s(C)$ sejam conhecidos. A taxa minimax ótima depende somente de $s'' = \min(s, 2 - 1/2p + 1/4)$. Sempre que $p \geq 2$ a condição extra $s > 1/p$ implica que $s'' > 1/p$ enquanto, para $1 \leq p < 2$, esta condição implica que $s'' > 3/4p$. Spokoiny (1996) prova que a taxa ótima minimax assintoticamente para testar (5.4.4) é dada por

$$\rho(\eta) = \eta^{4s''/(4s''+1)}.$$

Testes que permitem atingir essa taxa minimax correspondente serão dados logo abaixo. A estatística do teste resultante tem um significado claro e intuitivo. Note que, em termos de coeficientes ondaleta $\theta_{j,k}$ a hipótese nula

$$H_0 : f = \text{constante}$$

pode ser reformulada como

$$H_0 : \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{2^j-1} \theta_{j,k}^2 = 0,$$

e a estatística do teste será essencialmente baseada na soma dos quadrados dos coeficientes ondaleta empíricos $Y_{j,k}$ limiarizados com limiar nível-dependente adequadamente escolhido. A hipótese nula então será rejeitada quando esta soma dos quadrados é maior que um valor crítico.

Defina o nível $j(s)$ como a parte inteira de

$$j(s) = \frac{2}{4s'' + 1} \log_2 (C\eta^{-2})$$

e o nível j_η como o maior inteiro possível tal que $j_\eta \leq \log_2 \eta^{-2}$. Assintoticamente pode-se assumir que $j_\eta = \log_2 \eta^{-2}$. Pode-se provar que, para qualquer valor de s admissível, $j(s) < j_\eta$ e que $j(s), j_\eta \rightarrow \infty$ quando $\eta \rightarrow 0$. Seja $\mathcal{J} = \mathcal{J}_- \cup \mathcal{J}_+$, em que \mathcal{J}_- é o conjunto dos níveis de resolução menores que $j(s)$ e \mathcal{J}_+ é o conjunto dos níveis de resolução entre $j(s)$ e $j_\eta - 1$, isto é,

$$\mathcal{J}_- = \{0, \dots, j(s) - 1\}, \quad \mathcal{J}_+ = \{j(s), \dots, j_\eta - 1\}.$$

Defina

$$S_j = \sum_{k=0}^{2^j-1} (Y_{j,k}^2 - \eta^2), \quad \text{para } j \in \mathcal{J}_- \quad (5.4.6)$$

$$S_j(\lambda) = \sum_{k=0}^{2^j-1} [Y_{j,k}^2 \mathbf{1}(|Y_{j,k}| > \eta\lambda) - \eta^2 b(\lambda)], \quad \text{para } j \in \mathcal{J}_+, \quad (5.4.7)$$

em que $\lambda > 0$ é o valor do limiar dado, $\mathbf{1}(A)$ é a função indicadora do conjunto A e $b(\lambda)$ é o valor esperado do quadrado da variável aleatória normal padrão λ -limiarizada, isto é, $b(\lambda) = \mathbb{E} [\xi^2 \mathbf{1}(|\xi| > \lambda)]$ e ξ é uma variável aleatória normal padrão. Note que os termos em $S_j(\lambda)$ para $j \in \mathcal{J}_+$ são definidos aplicando-se limiarização dura nos coeficientes ondaleta, que é o procedimento padrão para estimação ondaleta minimax em regressão não paramétrica. Não é necessário limiarizar nos níveis inferiores $j \in \mathcal{J}_-$. Os coeficientes resultantes são então centrados para implicar $\mathbb{E}S_j = 0$ e $\mathbb{E}S_j(\lambda) = 0$ sob H_0 .

Com a notação acima, introduz-se a seguinte estatística de teste

$$T(j(s)) = \sum_{j=0}^{j(s)-1} S_j \quad \text{e} \quad (5.4.8)$$

$$Q(j(s)) = \sum_{j=j(s)}^{j_\eta-1} S_j(\lambda_j), \quad (5.4.9)$$

em que $\lambda_j = 4\sqrt{(j - j(s) + 8) \ln 2}$ é o limiar nível dependente. As variâncias de $T(j(s))$ e $Q(j(s))$ sob H_0 podem ser escritas, respectivamente, como

$$v_0^2(j(s)) = 2\eta^4(2^{j(s)} - 1) \quad \text{e} \quad w_0^2(j(s)) = \eta^4 \sum_{j=j(s)}^{j_\eta-1} 2^j d(\lambda_j),$$

em que $d(\lambda_j) = \mathbb{E} (\xi^4 \mathbf{1}(|\xi| > \lambda_j) - b^2(\lambda_j))$.

Para um nível de significância $\alpha \in (0, 1)$ dado, seja ϕ^* o teste definido por

$$\phi^* = \begin{cases} \mathbf{1} \{T(j(s)) > v_0(j(s))z_{1-\alpha}\} & \text{para } p \geq 2; \text{ ou} \\ \mathbf{1} \left\{ T(j(s)) + Q(j(s)) > \sqrt{v_0^2(j(s)) + w_0^2(j(s))} z_{1-\alpha} \right\} & \text{para } 1 \leq p < 2. \end{cases} \quad (5.4.10)$$

Isto é, um teste de nível α de (5.4.4) rejeita H_0 se sua estatística de teste é igual a um, se $T(j(s)) > v_0(j(s))z_{1-\alpha}$, para $p \geq 2$, ou $T(j(s)) + Q(j(s)) > \sqrt{v_0^2(j(s)) + w_0^2(j(s))} z_{1-\alpha}$, para $1 \leq p < 2$, em que $z_{1-\alpha}$ é o $(1 - \alpha)100\%$ -ésimo percentil da distribuição normal padrão.

O seguinte resultado estabelece a otimalidade assintótica de ϕ^* .

Proposição 5.4.1 (Abramovich et al., 2004) *Seja $\psi(t)$ a ondaleta mãe de regularidade $\nu > s$, e sejam os parâmetros s, p, q e o raio C da bola de Besov $B_{p,q}^s(C)$ conhecidos, em que $1 \leq p, q \leq \infty$, $s > 1/p$ e $C > 0$. Então, para um nível de significância $\alpha \in (0, 1)$ fixado, o teste ϕ^* , definido em (5.4.10), para testar*

$$H_0 : f \equiv \text{constante} \left(= \int_0^1 f(t) dt \right) \quad \text{versus} \quad H_1 : \left(f - \int_0^1 f(t) dt \right) \in \mathcal{F}(\rho),$$

em que $\mathcal{F}(\rho) = \{f \in B_{p,q}^s(C) : \|f\| \geq \rho\}$, é um teste minimax assintoticamente de nível α , quando $\eta \rightarrow 0$. Isto é, para qualquer $\beta \in (0, 1)$, ele atinge a taxa minimax do teste

$$\rho(\eta) = \eta^{4s''/(4s''+1)},$$

em que $s'' = \min(s, 2 - 1/2p + 1/4)$.

Este teste é ótimo assintoticamente no sentido minimax. Porém, como ele requer o conhecimento dos parâmetros da bola de Besov, s, p, q e C , a taxa ótima geralmente é inatingível na prática. Para contornar este problema Abramovich et al. (2004) propõe um teste adaptativo.

5.4.2 Teste minimax adaptativo

A taxa ótima do teste derivado na subseção anterior é atingida se conhecemos os parâmetros da bola de Besov (s, p, q, C) . Na prática, entretanto, tipicamente eles são desconhecidos.

Para realizar um teste minimax adaptativo os parâmetros s, p, q e o raio C da bola de Besov $B_{p,q}^s(C)$ não são especificados a priori, mas supõe-se que os valores máximos de s e C são conhecidos ou que possa-se limitar a variação de s e C por s_{\max} e C_{\max} , respectivamente. Defina R como sendo a região de variação de s, p, q, C , isto é,

$$R = \{(s, p, q, C) : 0 < s < s_{\max}; 1 \leq p, q \leq \infty; s > 1/p; 0 < C < C_{\max}\},$$

e defina também $t_\eta = (\ln \ln \eta^{-2})^{1/4}$ e $j_{\min} = 2/(4s_{\max} + 1) \log_2 \eta^{-2}$. Finalmente, note que deve-se escolher uma ondaleta mãe $\psi(t)$ de regularidade maior do que qualquer valor possível de s , isto é, $\nu > s_{\max}$. A idéia básica detrás do teste adaptativo é calcular a estatística do teste para cada valor possível de $j(s)$ e rejeitar H_0 quando qualquer um desses testes levaria a uma rejeição. A estatística do teste ϕ^* , corrigida por Bonferroni, é então dada por $\phi_\eta^* = 1$

se

$$\phi_\eta^* = \max_{j_{\min} \leq j(s) \leq j_\eta - 1} \left\{ \frac{T(j(s)) + Q(j(s))}{\sqrt{v_0^2(j(s)) + w_0^2(j(s))}} \right\} > \sqrt{2 \ln \ln \eta^{-2}}.$$

Mas, se é sabido que $p \geq 2$ o teste se reduz a $\phi_\eta^* = 1$ se

$$\phi_\eta^* = \max_{j_{\min} \leq j(s) \leq j_\eta - 1} \left\{ \frac{T(j(s))}{\sqrt{v_0^2(j(s))}} \right\} > \sqrt{2 \ln \ln \eta^{-2}}.$$

Repetindo os argumentos correspondentes de Spokoiny (1996), Abramovich et al. (2004) verifica que a taxa do teste adaptativo ϕ_η^* é $(\eta t_\eta)^{4s''/(4s''+1)}$ que, a menos um fator $\log - \log$ inevitável, é de taxa ótima (5.4.1). Em ambos os casos, $p \geq 2$ ou não, o teste atinge a taxa minimax adaptativa ótima.

5.4.3 Realização dos testes minimax

Para realizar efetivamente o teste minimax não adaptativo e o teste minimax adaptativo suponha que $f_i(t)$, $\mu(t)$ e $\gamma_i(t)$, $i = 1, \dots, r$ são elementos da bola de Besov $B_{p,q}^s(C)$ com raio $C > 0$ em $[0, 1]$, $s > 0$, e $1 \leq p, q \leq \infty$. Considere as seguintes hipóteses alternativas

$$H_{1\rho} : \mu \in \mathcal{F}(\rho); \quad \text{e} \quad (5.4.11)$$

$$H_{1\rho} : \gamma_i \in \mathcal{F}(\rho), \quad \text{para pelo menos um } i = 1, \dots, r, \quad (5.4.12)$$

para (5.4.11) e (5.4.12) respectivamente, em que $\mathcal{F}(\rho) = \{f \in B_{p,q}^s(C) : \|f\| \geq \rho\}$.

O teste adaptativo e o teste não adaptativo para essas hipóteses são obtidos diretamente dos testes acima mencionados, usando a representação $Z(\cdot) = \bar{Y}(\cdot)$, $f(\cdot) = m_0 + \mu(\cdot)$ e $\eta = \epsilon/\sqrt{r}$ para (5.4.1) e $Z(\cdot) = Y(\cdot) - \bar{Y}(\cdot)$, $f(\cdot) = a_i + \gamma_i(\cdot)$ e $\eta = \epsilon\sqrt{(r-1)/r}$ para (5.4.2).

Capítulo 6

Modelos FANOVA com erros dependentes

6.1 Definição e estimação dos parâmetros do modelo FANOVA de efeitos fixos com erros correlacionados

Nesta seção, estenderemos o modelo clássico de efeitos fixos (5.1.1) introduzindo erros autocorrelacionados. Mais precisamente os erros são definidos como um processo autorregressivo com tempo contínuo de ordem 1 - CAR(1).

6.1.1 Aproximação com tempo contínuo de um processo autorregressivo

A equação de diferenças estocásticas

$$y_t = \rho y_{t-1} + e_t, \quad t = 1, 2, \dots, n, \quad (6.1.1)$$

em que $y_0 = b$, uma constante fixa, e $e_t \stackrel{\text{i.i.d.}}{\sim} N(0, \sigma^2)$ tem sido extensivamente estudada. O estimador de máxima verossimilhança irrestrito para ρ (condicionado a observação inicial y_0) baseado na sequência de observações $\{y_t\}_{t=0}^n$ é o estimador de mínimos quadrados

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=1}^n y_t y_{t-1}}{\sum_{t=1}^n y_{t-1}^2}.$$

Nos últimos anos uma nova classe de modelos tem sido estudada. O processo aleatório quase integrado em que o parâmetro autorregressivo é definido por

$$\rho = e^{c/n}. \quad (6.1.2)$$

A constante c é uma medida do desvio da raiz unitária. O modelo (6.1.1)-(6.1.2) pode também ser descrito como tendo uma raiz unitária local: à medida que o tamanho amostral aumenta o parâmetro autorregressivo converge para a unidade. Quando $c < 0$, o processo $\{y_t\}_t$ é dito ser (localmente) estacionário e quando $c > 0$, diz-se ser (localmente) explosivo (Perron, 1991).

O propósito aqui é fazer uma abordagem diferente daquela usual em que o tamanho da amostra cresce para o infinito de acordo com o intervalo amostral. Em vez disso, o tamanho da amostra cresce para o infinito mantendo fixo o intervalo de amostragem. Utilizaremos a chamada análise assintótica de registro contínuo onde n cresce para o infinito mantendo o tamanho do intervalo fixo, isto é, o intervalo de amostragem converge para zero na mesma taxa que n cresce para o infinito. Este método está intimamente relacionado com a distribuição

dos estimadores com tempo contínuo.

Considere o seguinte processo de difusão Ornstein-Uhlenbeck com tempo contínuo

$$dy(t) = \rho_c y(t)dt + \sigma dW(t); \quad y_0 = b, \quad t > 0. \quad (6.1.3)$$

ρ_c e $\sigma > 0$ são parâmetros desconhecidos e $W(t)$ é um movimento browniano padrão. A única solução para $\{y(t)\}_t$ (no sentido de média quadrática) é dada por (Arnold, 1974)

$$y_t = e^{\rho_c t} b + \sigma \int_0^t e^{\rho_c(t-s)} dW(s) = e^{\rho_c t} b + \sigma J_{\rho_c}(t) \quad (6.1.4)$$

em que $J_{\rho_c}(t)$ é uma integral estocástica definida por $J_{\rho_c}(t) = \int_0^t e^{\rho_c(t-s)} dW(s)$. Note que $J_{\rho_c}(t) \sim N(0, (e^{\rho_c t} - 1)/2\rho_c)$. Suponha que queiramos estimar o parâmetro desconhecido ρ_c a partir de um único caminho amostral de observações $\{y(t)\}_{0 \leq t \leq T}$, em que $T < \infty$ é a extensão dos dados. O análogo ao procedimento de mínimos quadrados com tempo contínuo produz o seguinte estimador

$$\hat{\rho}_c = \int_0^T y(t) dy(t) / \int_0^T y(t) dt. \quad (6.1.5)$$

$\hat{\rho}_c$ também é o estimador de máxima verossimilhança irrestrito quando $b = 0$. A representação com tempo discreto do processo é dada por

$$y_{t,h} = e^{\rho_c h} y_{(t-1),h} + u_{t,h}, \quad y_0 = b, \quad t > 0, \quad (6.1.6)$$

em que $u_{t,h} \sim N(0, \sigma^2(e^{2\rho_c h} - 1)/2\rho_c)$ e h é o intervalo amostral. Nesta estrutura de tempo discreto, o objetivo é estimar a quantidade desconhecida $\rho_h = e^{\rho_c h}$, dada uma sequência de observações $\{y_{t,h}\}_{t=0}^n$, em que $n = T/h$ é o número total de observações disponível (menos uma dada a condição inicial y_0). O estimador de mínimos quadrados (e o estimador de máxima verossimilhança condicionado a y_0) é

$$\hat{\rho}_h = \sum_{t=1}^n y_{t,h} y_{(t-1),h} / \sum_{t=1}^n y_{(t-1),h}^2.$$

Perron (1991) estuda e deriva a distribuição limite de $n(\hat{\rho}_h - \rho_h)$ sob (6.1.6), quando $h \rightarrow 0$ com T fixo e mostra que ela é idêntica a distribuição exata de $T(\hat{\rho}_c - \rho_c)$ sob (6.1.3).

6.1.2 Especificação do modelo com erros correlacionados

Com o intuito de estender os resultados do modelo clássico de efeitos fixos (5.1.1) introduziremos erros correlacionados. Mais precisamente, os erros são definidos como um processo autorregressivo com tempo contínuo (CAR). A representação da i -ésima curva deste modelo é assumida ser

$$dy_i(t) = f_i(t)dt + \varepsilon_i(t)dt, \quad t \in [0, 1], \quad i = 1, \dots, r, \quad (6.1.7)$$

em que r é o número de curvas e $\{\varepsilon(t) : t \geq 0\}$ é um processo autorregressivo com tempo

contínuo de ordem 1, CAR(1), independente para cada i . (CAR(1) é uma generalização do processo autorregressivo AR(1).)

O processo CAR(1) é a única solução estacionária da equação diferencial estocástica de primeira ordem

$$d\varepsilon(t) + \alpha\varepsilon(t)dt = \sigma dW(t), \quad (6.1.8)$$

em que $W(t)$ é um movimento browniano padrão e α e σ são parâmetros positivos desconhecidos a serem estimados. (É também conhecido como processo estacionário de Ornstein-Uhlenbeck.) Uma forma de mostrar isso, é pelos seguintes momentos condicionais

$$\mathbb{E}[\varepsilon(t)|\varepsilon(0)] = e^{-\alpha t}\varepsilon(0) \quad (6.1.9)$$

$$\text{Var}[\varepsilon(t)|\varepsilon(0)] = \frac{\sigma^2}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha t}). \quad (6.1.10)$$

A única solução $\{\varepsilon(t)\}$, da equação diferencial (6.1.8), é dada por

$$\varepsilon(t) = e^{-\alpha t}\varepsilon(0) + \sigma \int_0^t e^{-\alpha(t-s)} dW(s) = e^{-\alpha t}\varepsilon(0) + \sigma J_\alpha(t)$$

em que $J_\alpha(t)$, como acima, é uma integral estocástica definida por $J_\alpha(t) = \int_0^t e^{-\alpha(t-s)} dW(s)$ cuja distribuição é $J_\alpha(t) \sim N(0, (1 - e^{-2\alpha t})/2\alpha)$.

A solução é estacionária se, e somente se, $\alpha > 0$ e $\varepsilon(0) \sim N(0, \sigma^2/2\alpha)$. De fato,

$$\varepsilon(t) \sim [e^{-\alpha t}N(0, \sigma^2/2\alpha) + \sigma N(0, (1 - e^{-2\alpha t})/2\alpha)] = N(0, \sigma^2/2\alpha), \quad \forall t \geq 0$$

e o processo é estacionário. Sob a condição de estacionariedade e $\alpha > 0$ os momentos do processo $\{\varepsilon(t)\}_t$ são dados por

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \varepsilon(t) &= 0, \\ \text{Var} \varepsilon(t) &= \frac{\sigma^2}{2\alpha} \end{aligned}$$

e a correlação é

$$\text{Corr}(\varepsilon(s), \varepsilon(t)) = e^{-\alpha(t-s)} \quad \text{para } s < t.$$

Os momentos acima determinam as propriedades amostrais do modelo com erros autorregressivos, a saber

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[y_i(t)|f_i(t), \sigma^2, \alpha] &= f_i(t), \\ \text{Var}[y_i(t)|f_i(t), \sigma^2, \alpha] &= \frac{\sigma^2}{2\alpha} \end{aligned}$$

e

$$\text{Corr}[y_i(s), y_i(t) | f_i(t), \sigma^2, \alpha] = e^{-\alpha(t-s)}, \quad \text{para } s < t,$$

o que torna a estrutura de correlação tipo exponencial.

Se o processo CAR(1) é amostrado em intervalos igualmente espaçados com espaçamento $h = 1/n$ ($t \in [0, 1]$ e n é o número de pontos amostrados de $[0, 1]$ menos 1), um processo AR(1) com tempo discreto é obtido com parâmetro autorregressivo

$$\rho = \rho(\alpha, h) = e^{-\alpha h}.$$

Ambos, o processo discreto e o contínuo, CAR(1), tem uma constante de escala relacionada com a variância da variável de entrada. A variância do processo com tempo contínuo e a versão discretizada deve ser a mesma. Seja σ_p^2 a variância do processo, então

$$\sigma_p^2 = \frac{\sigma^2}{2\alpha}$$

e a variância da variável de entrada sobre o passo de comprimento h é $\sigma_p^2(1 - e^{-2\alpha h}) = \sigma_p^2(1 - \rho^2)$, que está de acordo com a variância do caso discreto.

Um processo CAR(1) discretizado em pontos equiespaçados, de comprimento h , é um AR(1) da forma

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t, \quad t \in [0, 1],$$

em que $\rho = e^{-\alpha h}$, $u_t \sim N(0, (1 - \rho^2)\sigma^2/2\alpha)$, $h = 1/n$ e $\varepsilon_0 \sim N(0, \sigma^2/2\alpha)$.

6.1.3 Estimação dos parâmetros

Para estimar os parâmetros ρ e σ vamos usar a versão discreta do modelo de efeitos fixos com erros correlacionados (6.1.7)-(6.1.8). Discretizando o intervalo $[0, 1]$ em n pontos equiespaçados $t_j = j/n$, $j = 1, \dots, n$ temos o seguinte modelo

$$y_{i,t} = f_{i,t} + \varepsilon_{i,t}, \quad i = 1, \dots, r, \quad (6.1.11)$$

com $\varepsilon_{i,t} = \rho\varepsilon_{i,t-1} + u_{i,t}$ um CAR(1) discretizado independente para cada i . Os $u_{i,t}$ são seqüências de variáveis aleatórias i.i.d. com média zero e variância σ_u^2 que também são descorrelacionadas com o passado do processo $\varepsilon_{i,t}$ para cada i .

Verossimilhança

Vamos determinar a função de verossimilhança para uma curva do modelo (6.1.11), é ela que expressa a informação contida na amostra. Para determinar a verossimilhança vamos usar a equação diferença

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t \quad (6.1.12)$$

em que $\rho = e^{-\alpha h} = e^{-\alpha/n}$ e u_t são variáveis com distribuição normal independentes com

média zero e variância $\sigma_u^2 = (1 - \rho^2)\sigma^2/2\alpha$, e $h = t_j - t_{j-1}$, $j = 2, \dots, n$, o intervalo entre as observações. Os $\{\varepsilon_t\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ são realizações do processo CAR(1) com parâmetros α e σ e os pontos são tais que $t_{j-1} < t_j$.

Para a derivação da fórmula da função de verossimilhança do processo AR(1), veja por exemplo Wei (2006), p. 143.

Tomando uma curva do modelo (6.1.11) e fazendo $y_t - \rho y_{t-1}$ tem-se

$$\begin{aligned} y_t - \rho y_{t-1} &= f_t - \rho f_{t-1} + u_t; \\ z_t &= \rho z_{t-1} + u_t. \end{aligned}$$

em que $z_t = y_t - f_t$. A função densidade de probabilidade conjunta de $\underline{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, dadas a média f_t , ρ e a variância σ_u^2 pode ser escrita como:

$$g(\underline{y}|\underline{f}_t, \rho, \sigma_u^2) = g(\underline{z}|\underline{f}_t, \rho, \sigma_u^2) = g_0(z_1) \prod_{t=2}^n g(z_t|z_{t-1}), \quad (6.1.13)$$

em que $g_0(z_1) = \frac{\sqrt{1-\rho^2}}{\sigma_u} \phi\left(\frac{z_1 \sqrt{1-\rho^2}}{\sigma_u}\right)$, $g(z_t|z_{t-1}) = \frac{1}{\sigma_u} \phi\left(\frac{z_t - \rho z_{t-1}}{\sigma_u}\right)$, e $\phi(\cdot)$ denota a função densidade normal padrão. Substituindo $g_0(z_1)$ e $g(z_t|z_{t-1})$ em (6.1.13) tem-se a função de verossimilhança exata de \underline{z}

$$\begin{aligned} FV = g(\underline{z}|\underline{f}_t, \rho, \sigma_u^2) &= \left[\frac{1-\rho^2}{2\pi\sigma_u^2}\right]^{1/2} \exp\left[-\frac{z_1^2(1-\rho^2)}{2\sigma_u^2}\right] \cdot \left[\frac{1}{2\pi\sigma_u^2}\right]^{(n-1)/2} \times \\ &\quad \times \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_u^2} \sum_{t=2}^n (z_t - \rho z_{t-1})^2\right]. \end{aligned}$$

Tomando logaritmo na função de verossimilhança temos a função log-verossimilhança

$$\ln FV = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) + \frac{1}{2} \ln(1-\rho^2) - \frac{n}{2} \ln \sigma_u^2 - \frac{1}{2\sigma_u^2} \left[z_1^2(1-\rho^2) + \sum_{t=2}^n [z_t - \rho z_{t-1}]^2 \right],$$

ou

$$\begin{aligned} \ln FV(\underline{y}|\underline{f}_t, \rho, \sigma_u^2) &= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) + \frac{1}{2} \ln(1-\rho^2) - \frac{n}{2} \ln \sigma_u^2 + \\ &\quad - \frac{1}{2\sigma_u^2} \left[(y_1 - f_1)^2(1-\rho^2) + \sum_{t=2}^n [(y_t - f_t) - \rho(y_{t-1} - f_{t-1})]^2 \right]. \end{aligned} \quad (6.1.14)$$

Os estimadores de máxima verossimilhança de f_t , ρ e σ_u^2 são os valores que maximizam $\ln FV(\underline{y}|\underline{f}_t, \rho, \sigma_u^2)$.

Informação de Fisher

A *Informação de Fisher*, $I(\theta)$, em que θ é um parâmetro, é a informação que \underline{y} tem sobre

o parâmetro. Esse valor depende da parametrização escolhida. A Informação de Fisher é definida por

$$I(\theta) = \mathbb{E} \left(-\frac{\partial^2 \ln FV}{\partial \theta^2} \right).$$

Usando a log verossimilhança (6.1.14) podemos calcular a matriz Informação de Fisher. Supondo todos os parâmetros desconhecidos temos que $\theta = (f_t, \rho, \sigma_u^2)$. Inicialmente vamos calcular as derivadas parciais de primeira e segunda ordem da função de log-verossimilhança para depois obter a matriz informação de Fisher.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln FV}{\partial f} &= \frac{1}{\sigma_u^2} \left[(y_1 - f_1)(1 - \rho^2) + \sum_{t=2}^n [y_t - f_t - \rho(y_{t-1} - f_{t-1})](1 - \rho) \right]; \\ \frac{\partial \ln FV}{\partial \rho} &= -\frac{\rho}{1 - \rho^2} + \frac{1}{\sigma_u^2} \left[(y_1 - f_1)^2 \rho + \sum_{t=2}^n [y_t - f_t - \rho(y_{t-1} - f_{t-1})](y_{t-1} - f_{t-1}) \right]; \\ \frac{\partial \ln FV}{\partial \sigma_u^2} &= -\frac{n}{2\sigma_u^2} + \frac{1}{2\sigma_u^4} \left[(y_1 - f_1)^2 (1 - \rho^2) + \sum_{t=2}^n [(y_t - f_t) - \rho(y_{t-1} - f_{t-1})]^2 \right]; \\ \frac{\partial^2 \ln FV}{\partial f^2} &= -\frac{1}{\sigma_u^2} \left[1 - \rho^2 + \sum_{t=2}^n (1 - \rho)^2 \right] = -\frac{1}{\sigma_u^2} [1 - \rho^2 + (n-1)(1 - \rho)^2]; \\ \frac{\partial^2 \ln FV}{\partial f \partial \rho} &= -\frac{1}{\sigma_u^2} \left[(y_1 - f_1)2\rho + \sum_{t=2}^n [y_t - f_t - (1 - 2\rho)(y_{t-1} - f_{t-1})] \right]; \\ \frac{\partial^2 \ln FV}{\partial f \partial \sigma_u^2} &= -\frac{1}{\sigma_u^4} \left[(y_1 - f_1)(1 - \rho^2) + \sum_{t=2}^n [y_t - f_t - \rho(y_{t-1} - f_{t-1})](1 - \rho) \right]; \\ \frac{\partial^2 \ln FV}{\partial \rho^2} &= -\frac{1 + \rho^2}{(1 - \rho^2)^2} + \frac{1}{\sigma_u^2} \left[(y_1 - f_1)^2 - \sum_{t=2}^n (y_{t-1} - f_{t-1})^2 \right]; \\ \frac{\partial^2 \ln FV}{\partial \rho \partial \sigma_u^2} &= -\frac{1}{\sigma_u^4} \left[(y_1 - f_1)^2 \rho + \sum_{t=2}^n [y_t - f_t - \rho(y_{t-1} - f_{t-1})](y_{t-1} - f_{t-1}) \right]; \\ \frac{\partial^2 \ln FV}{\partial \sigma_u^4} &= \frac{n}{2\sigma_u^4} - \frac{1}{\sigma_u^6} \left[(y_1 - f_1)^2 (1 - \rho^2) + \sum_{t=2}^n [(y_t - f_t) - \rho(y_{t-1} - f_{t-1})]^2 \right]. \end{aligned}$$

Agora que temos as derivadas de segunda ordem podemos calcular a esperança das mesmas. Para isso vamos usar as seguintes propriedades do nosso processo $z_t = \rho z_{t-1} + u_t$, em que $z_t = y_t - f_t$ para, $t = 1, 2, \dots, n$: (i) $z_t \sim N(0, \sigma_u^2/(1 - \rho^2))$ para todo t ; (ii) $u_1 \sim N(0, \sigma_u^2/(1 - \rho^2))$

e demais $u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$, $2 \leq t \leq n$.

$$\begin{aligned}\mathbb{E} \left(-\frac{\partial^2 \ln FV}{\partial f^2} \right) &= \frac{1}{\sigma_u^2} (1 - \rho^2 + (n-1)(1-\rho)^2); \\ \mathbb{E} \left(-\frac{\partial^2 \ln FV}{\partial f \partial \rho} \right) &= 0; \\ \mathbb{E} \left(-\frac{\partial^2 \ln FV}{\partial f \partial \sigma_u^2} \right) &= 0; \\ \mathbb{E} \left(-\frac{\partial^2 \ln FV}{\partial \rho^2} \right) &= \frac{1 + \rho^2}{(1 - \rho^2)^2} + (n-2) \frac{1}{1 - \rho^2} = \frac{n-1 + (3-n)\rho^2}{(1 - \rho^2)^2}; \\ \mathbb{E} \left(-\frac{\partial^2 \ln FV}{\partial \rho \partial \sigma_u^2} \right) &= \frac{1}{\sigma_u^2(1 - \rho^2)}; \\ \mathbb{E} \left(-\frac{\partial^2 \ln FV}{\partial \sigma_u^4} \right) &= \frac{n}{2\sigma_u^4}.\end{aligned}$$

Assim a matriz informação de Fisher é

$$I(f_t, \rho, \sigma_u^2) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_u^2} (1 - \rho^2 + (n-1)(1-\rho)^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n-1 + (3-n)\rho^2}{(1 - \rho^2)^2} & \frac{1}{\sigma_u^2(1 - \rho^2)} \\ 0 & \frac{1}{\sigma_u^2(1 - \rho^2)} & \frac{n}{2\sigma_u^4} \end{bmatrix}.$$

Como a matriz informação de Fisher é ortogonal para f_t e ρ e σ_u^2 , os estimadores de máxima verossimilhança de f_t e ρ e σ_u^2 são ortogonais. Assim pode-se, por exemplo, estimar f_t por um outro método que isso não afetará os estimadores de máxima verossimilhança para ρ e σ_u^2 . Pode-se por exemplo estimar f_t via transformada ondaleta.

6.1.4 Algoritmo de estimação

Para estimar os parâmetros ρ e σ_u e a função f_t vamos reescrever o modelo para deixar os erros descorrelacionados. O objetivo inicial é reescrever o modelo (6.1.11) de tal forma que o termo aleatório não seja mais ε_t , e sim u_t . Para tal vamos multiplicar a equação (6.1.11) por ρ e defasá-la em um período

$$\rho y_{t-1} = \rho f_{t-1} + \rho \varepsilon_{t-1}, \quad (6.1.15)$$

agora subtraindo (6.1.15) de (6.1.11) tem-se

$$\begin{aligned}y_t - \rho y_{t-1} &= f_t - \rho f_{t-1} + \varepsilon_t - \rho \varepsilon_{t-1}; \\ y_t - \rho y_{t-1} &= f_t - \rho f_{t-1} + u_t.\end{aligned} \quad (6.1.16)$$

Assim em (6.1.16) não existe mais o problema da autocorrelação. Porém, para esta transformação ser possível é necessário que ρ seja conhecido. Como esse não é o caso, é necessário o uso de um procedimento que estima os parâmetro de forma conjunta. Vamos usar o procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt para estimar os parâmetros ρ , σ_u e a função f .

O procedimento consiste em:

- (1) Solução inicial para $\rho : \hat{\rho} (\in (-1, 1))$;
- (2) Gerar a equação transformada

$$y_t - \hat{\rho}y_{t-1} = f_t - \hat{\rho}f_{t-1} + u_t, \quad \text{ou seja, } z_t = g_t + u_t$$

e estimar g_t , por \hat{g}_t , de forma linear ou não linear;

- (3) Estimar f por: $f_t = \hat{g}_t + \hat{\rho}f_{t-1}$, fazendo $f_0 = y_0$;
- (4) Com os resíduos obtidos, estimar ρ , por meio de

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^n e_t e_{t-1}}{\sum_{t=2}^n e_t^2}, \quad e_t = y_t - \hat{f}_t;$$

- (5) Testar a convergência (pela proximidade de duas estimativas subsequentes de ρ);
- (6) Repetir os passos (2)-(5) até que haja convergência do valor estimado para ρ ou o número máximo de iterações é atingido.

Observação 6.1.1 *A variância σ_u^2 precisa ser estimada em cada iteração se for usado um estimador ondaleta não linear em que o limiar depende de σ_u . Se no passo (2) for usado um estimador ondaleta linear não é necessário estimar σ_u^2 em cada passo, mas sim apenas no final do processo de estimação. Para estimar σ_u pode-se usar um estimador padrão ou um mais robusto MAD (mediana dos desvios absolutos da mediana dos coeficientes ondaleta do último nível). Ambos os métodos podem ser encontrados em Vidakovic (1999) pp. 196-7.*

6.2 Testes em modelos FANOVA de efeitos fixos com erros correlacionados

Vamos agora realizar testes de modelos FANOVA de efeitos fixos análogos aos realizados em Abramovich et al. (2004) e descritos na seção 5.4.

Após aplicar o procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt para estimar os parâmetros ρ , σ_u e a função f , se ρ e σ_u forem bem estimados pode-se dizer que a transformação $y_t - \hat{\rho}y_{t-1}$ descorrelaciona os erros e o modelo tem erros normais i.i.d. com média zero e variância estimada $\hat{\sigma}_u^2$.

Na seção 5.4 foi descrito o teste que testa a hipótese que f é constante contra a alternativa que f pertence a uma bola de Besov de raio C . Devido a propriedade de isometria, para qualquer função $f \in L^2([0, 1])$,

$$\|f\|^2 = \|\theta\|^2 := \sum_{j,k} \theta_{j,k}^2,$$

em que $\theta_{j,k}$ são os coeficientes ondaleta de f , testar $H_0 : f \equiv \text{constante}$ é equivalente a testar $H_0 : \theta_{j,k} = 0, \forall j \geq 0, k = 0, 1, \dots, 2^j - 1$.

Em amostras de tamanho finito, f é estimada pela transformada ondaleta inversa dos coeficientes ondaleta limiarizados da transformada ondaleta aplicada ao vetor observação. Com isso e mais a propriedade de isometria justifica-se a equivalência do teste acima também para amostras finitas.

Com o verdadeiro valor de ρ , ao calcular a transformação $z_t = y_t - \rho y_{t-1}$ no modelo (6.1.11) os erros tornam-se descorrelacionados. Após aplicar a transformada ondaleta ao vetor \underline{z} estimamos g pela transformada ondaleta inversa dos coeficientes limiarizados e depois estimamos f por $f_t = g_t - \rho f_{t-1}$, $t = 1, \dots, n$ com $f_0 = y_0$. Pelo exposto acima, testar se g é constante é equivalente a testar se todos os coeficientes ondaleta limiarizados da transformada ondaleta em \underline{z} são nulos. Mas na prática queremos testar se f é constante. Assim precisamos responder a seguinte pergunta. Testar que f é constante é equivalente a testar que g é constante?

Com o intuito de responder esta questão vamos inicialmente mostrar que $f \equiv C_1$ implica que $g \equiv C_2$, em que C_1 e C_2 são constantes. Supondo $f \equiv C_1$ implica que $f_t = C_1$, $\forall t = 0, 1, \dots, n$. Mas como $g_t = f_t - \rho f_{t-1}$, $\forall t = 1, \dots, n$ temos que $g_t = f_t - \rho f_{t-1} = C_1 - \rho C_1 = (1 - \rho)C_1$. Logo $f \equiv C_1 \implies g \equiv (1 - \rho)C_1 = C_2$, o que prova que se f é constante g também é constante.

Agora queremos mostrar a recíproca da afirmação acima, ou seja, mostrar que $g \equiv C_2$ implica que $f \equiv C_1$. Para isso seja $C_2 = (1 - \rho)C_1$. Como $g_t = f_t - \rho f_{t-1}$, $\forall t = 1, \dots, n$ temos que $f_t = g_t + \rho f_{t-1}$, $\forall t = 1, \dots, n$. Substituindo $g_t = C_2 = C_1 - \rho C_1$ em $f_t = g_t + \rho f_{t-1}$, $t = 1, \dots, n$, segue que

$$\begin{aligned} f_1 &= g_1 + \rho f_0 = C_2 - \rho f_0 = C_1 - \rho C_1 + \rho f_0; \\ f_2 &= g_2 + \rho f_1 = C_2 + \rho(C_1 - \rho C_1 + \rho f_0) = C_1 - \rho^2(C_1 - f_0); \\ f_3 &= g_3 + \rho f_2 = C_2 + \rho(C_1 - \rho^2(C_1 - f_0)) = C_1 + \rho^3(C_1 - f_0); \\ &\vdots \\ f_t &= g_t + \rho f_{t-1} = C_1 + (-1)^{t-1} \rho^t (C_1 - f_0). \end{aligned}$$

Assim basta escolher $C_1 = f_0$ para que $f_t = C_1$, $\forall t = 0, 1, \dots, n$, o que mostra que, se g é constante f também é constante, desde que $f_0 = C_1$.

Assim, testar que g é constante é equivalente a testar que f é constante, desde que $f_0 = C_1$. Portanto testar que f é constante é equivalente a testar que os coeficientes ondaleta limiarizados de \underline{z} são zero.

Com os parâmetros ρ e σ_u^2 bem estimados, podemos realizar testes para o modelo com os erros correlacionados, análogos aos feitos em Abramovich et al. (2004) para o modelo com erros i.i.d..

Observação 6.2.1 Para mostrar que $g \equiv C_2$ implica que $f \equiv C_1$ precisamos da condição inicial $f_0 = C_1$. Além disso, como $|\rho| < 1$, $\rho^t \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, então para t suficientemente

grande f_t praticamente não depende do valor inicial f_0 .

6.3 Descrição do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt para regressão não paramétrica

O objetivo é estimar a função média, $f(t)$, no problema de regressão não paramétrico

$$y = f(t) + \varepsilon,$$

em que os erros são correlacionados.

O modelo que vamos estudar aqui, descrito na seção 6.1.2, é o seguinte

$$\begin{aligned} y_t &= f_t + \varepsilon_t, & f_t &= f(t/n), & t &= 1, \dots, n; \\ \varepsilon_t - \rho\varepsilon_{t-1} &= u_t, & u_t &\stackrel{\text{i.i.d.}}{\sim} N(0, \sigma_u^2), & t &= 1, \dots, n. \end{aligned}$$

O objetivo é minimizar a função F com relação ρ e f

$$F(\hat{\rho}, \rho, \hat{f}, f) = G(\hat{\rho}, \rho, \hat{f}) + R(\hat{\rho}, \hat{f}, f),$$

em que

$$\begin{aligned} G(\hat{\rho}, \rho, \hat{f}) &= \|u\|_2^2 = \sum_{t=1}^n u_t^2 = \sum_{t=1}^n (y_t - f_t - \rho(y_{t-1} - f_{t-1}))^2; & \text{e} \\ R(\hat{\rho}, \hat{f}, f) &= \|\mathbb{E}\|\hat{f} - f\|_2\|_\infty = \sup_{f \in \mathcal{F}} \mathbb{E} \sum_{t=1}^n (\hat{f}_t - f_t)^2. \end{aligned}$$

Assim,

$$F(\hat{\rho}, \rho, \hat{f}, f) = \|u\|_2^2 + \|\mathbb{E}\|\hat{f} - f\|_2\|_\infty,$$

com $f \in \mathcal{F}$ (uma classe de funções).

Observação 6.3.1 *Pode-se usar outra forma de estimar f que não seja o estimador minimax, como por exemplo, os estimadores lineares núcleo e núcleo ondaleta. Neste caso a função R será outra.*

O procedimento de estimação consiste em minimizar F em dois passos, em um passo minimiza-se F com relação a ρ e no outro a minimização será com relação a f . Vamos descrever o procedimento que inicialmente estima a função f e supõe $\rho^{(0)} = 0$. Assim estima-se f , por $\hat{f}^{(0)}$, como sendo o estimador minimax com limiarização sugerida em Abramovich et al. (2004). Neste caso, f é estimada supondo o modelo $y_t = f_t + \varepsilon_t$, $t = 1, \dots, n$, com $\varepsilon_t \stackrel{\text{i.i.d.}}{\sim} N(0, \sigma_u)$. Quando supõe-se σ_u desconhecido, este pode ser estimado robustamente pelo estimador MAD. Em seguida substitui-se $\hat{f}^{(0)}$ no modelo

$$y_t = \hat{f}_t^{(0)} + \varepsilon_t - (\hat{f}_t^{(0)} - f_t), \quad \text{com } \varepsilon_t - \rho\varepsilon_{t-1} = u_t$$

e calcula-se

$$\begin{aligned} y_t - \rho y_{t-1} &= \hat{f}_t^{(0)} - \rho \hat{f}_{t-1}^{(0)} + u_t - [(\hat{f}_t^{(0)} - f_t) - \rho(\hat{f}_{t-1}^{(0)} - f_{t-1})]; \\ y_t - \hat{f}_t^{(0)} - \rho(y_{t-1} - \hat{f}_{t-1}^{(0)}) &= u_{1t}^{(0)}. \end{aligned}$$

Substitui-se $\hat{f}^{(0)}$ na função F

$$F(0, \rho, \hat{f}^{(0)}, f) = G(0, \rho, \hat{f}^{(0)}) + R(0, \hat{f}^{(0)}, f) = \sum_t (u_{1t}^{(0)})^2 + \sup_{f \in \mathcal{F}} \mathbb{E} \sum_t (\hat{f}_t^{(0)} - f_t)^2$$

e minimiza-se com relação a ρ . Minimizar F com relação a ρ é equivalente a minimizar G com relação a ρ , pois R é constante com relação a ρ . Minimizar F com relação a ρ significa encontrar um $\hat{\rho}^{(1)} \in (-1, 1)$ tal que $F(0, \hat{\rho}^{(1)}, \hat{f}^{(0)}, f) \leq F(0, \rho, \hat{f}^{(0)}, f)$ para todo $\rho \in (-1, 1)$. Assim

$$\hat{\rho}^{(1)} = \min_{\rho} F(0, \rho, \hat{f}^{(0)}, f) = \min_{\rho} G(0, \rho, \hat{f}^{(0)}) = \sum_{t=2}^n e_t e_{t-1} / \sum e_{t-1}^2, \quad e_t = y_t - \hat{f}_t^{(0)}.$$

Para estimar f , substitui-se $\hat{\rho}^{(1)}$ no modelo e calcula-se a transformação $y_t - \hat{\rho}^{(1)} y_{t-1}$

$$\begin{aligned} y_t - \hat{\rho}^{(1)} y_{t-1} &= f_t - \hat{\rho}^{(1)} f_{t-1} + \varepsilon_t - \hat{\rho}^{(1)} \varepsilon_{t-1} = f_t - \hat{\rho}^{(1)} f_{t-1} + u_t - (\hat{\rho}^{(1)} - \rho) \varepsilon_{t-1}; \\ y_t - \hat{\rho}^{(1)} y_{t-1} &= f_t - \hat{\rho}^{(1)} f_{t-1} + u_{2t}^{(1)}. \end{aligned}$$

Substitui-se $\hat{\rho}^{(1)}$ em F

$$F(\hat{\rho}^{(1)}, \hat{\rho}^{(0)}, \hat{f}, f) = G(\hat{\rho}^{(1)}, \hat{\rho}^{(0)}, \hat{f}^{(0)}) + R(\hat{\rho}^{(1)}, \hat{f}, f) = \sum_t (u_{2t}^{(1)})^2 + \sup_{f \in \mathcal{F}} \mathbb{E} \sum_t (\hat{f}_t - f_t)^2$$

e minimiza-se F com relação a f . Mas minimizar F com a f é equivalente a minimizar R em relação a f , pois a função G não depende de f . Minimizar F com relação a f , significa encontrar um $\hat{f}^{(1)} \in \mathcal{F}$ tal que $F(\hat{\rho}^{(1)}, \hat{\rho}^{(0)}, \hat{f}^{(1)}, f) \leq F(\hat{\rho}^{(1)}, \rho, \hat{f}, f)$ para toda $\hat{f} \in \mathcal{F}$. Então

$$\hat{f}^{(1)} = \inf_{\hat{f}} F(\hat{\rho}^{(1)}, \hat{\rho}^{(0)}, \hat{f}, f) = \inf_{\hat{f}} R(\hat{\rho}^{(1)}, \hat{f}, f) = \inf_{\hat{f}} \sup_{f \in \mathcal{F}} \mathbb{E} \sum_t (\hat{f}_t - f_t)^2.$$

Assim, temos agora estimadores para ρ e f que minimizam a função F em cada passo.

Desta forma o procedimento de estimação iterativo tipo Cochrane-Orcutt tem dois passos. Na iteração $\ell + 1$,

Passo 1: Calcula-se os resíduos $e_t^{(\ell)} = y_t - \hat{f}_t^{(\ell)}$, $t = 1, \dots, n$ e estima-se ρ por

$$\hat{\rho}_t^{(\ell+1)} = \sum_{t=2}^n e_t^{(\ell)} e_{t-1}^{(\ell)} / \sum (e_{t-1}^{(\ell)})^2;$$

Passo 2: Calcula-se a transformação $y_t - \hat{\rho}_t^{(\ell+1)} y_{t-1}$ e estima-se f por

$$\hat{f}_t^{(\ell+1)} = \inf_{\hat{f}} \sup_{f \in \mathcal{F}} \mathbb{E} \|\hat{f} - f\|_2^2.$$

Os passos 1 e 2 são repetidos alternativamente até que haja convergência, isto é, até que a diferença $|\hat{\rho}_t^{(\ell+1)} - \hat{\rho}_t^{(\ell)}|$ seja menor que uma constante positiva anteriormente definida.

Observação 6.3.2

1. Em vez de começar o processo de estimação com $\rho = 0$, pode-se começá-lo com qualquer outro valor $\rho = \rho^{(0)} \in (-1, 1)$.
2. Pode-se também começar o procedimento iterativo supondo uma forma para f , como por exemplo $f \equiv 0$.
3. Como critério de convergência pode-se usar outras medidas, como por exemplo, proximidade das estimativas de f ou mesmo a verossimilhança.

6.3.1 Convergência do procedimento iterativo

Quando minimizamos a função F com relação ρ , esta depende da estimativa de f da iteração anterior. Da mesma forma quando minimizamos F com relação f precisamos da estimativa de ρ no passo anterior.

Temos que

$$F(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}, f) = \min_{\rho} F(\rho, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}, f) = \left[\min_{\rho} G(\rho, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}) \right] + R(\hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}, f).$$

Encontrar $\hat{\rho}^{(\ell+1)} \in (-1, 1)$ tal que $F(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}, f) \leq F(\rho, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}, f)$, $\forall \rho \in (-1, 1)$, é equivalente a encontrar $\hat{\rho}^{(\ell+1)} \in (-1, 1)$ tal que $G(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}) \leq G(\rho, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)})$, $\forall \rho \in (-1, 1)$. Por outro lado,

$$F(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell+1)}, f) = \inf_{\hat{f} \in \mathcal{F}} F(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}, f) = G(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}) + \left[\inf_{\hat{f} \in \mathcal{F}} R(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{f}, f) \right].$$

E encontrar $\hat{f}^{(\ell+1)} \in \mathcal{F}$ tal que $F(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell+1)}, f) \leq F(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}, f)$, $\forall \hat{f} \in \mathcal{F}$, é equivalente a encontrar $\hat{f}^{(\ell+1)} \in \mathcal{F}$ tal que $R(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{f}^{(\ell+1)}, f) \leq R(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{f}, f)$, $\forall \hat{f} \in \mathcal{F}$.

Portanto podemos concluir que

- (i) $F(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}, f) \leq F(\hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}, f)$, valendo a igualdade se, e somente se, $G(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}) = G(\hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)})$;
- (ii) $F(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell+1)}, f) \leq F(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}, f)$, valendo a igualdade se, e somente se, $R(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{f}^{(\ell+1)}, f) = R(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{f}^{(\ell)}, f)$.

Assim, de (i) e (ii) segue que o procedimento tipo Cochrane-Orcutt diminui F em cada passo e/ou iteração e

$$F(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell+1)}, f) \leq F(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}, f) \leq F(\hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}, f),$$

com igualdades se, e somente se, $G(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)}) = G(\hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{\rho}^{(\ell)}, \hat{f}^{(\ell)})$ e $R(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{f}^{(\ell+1)}, f) = R(\hat{\rho}^{(\ell+1)}, \hat{f}^{(\ell)}, f)$.

Observação 6.3.3 *O problema, minimizar F , tem solução, e a existência de solução (mínimo local) para F segue diretamente da convexidade da função F que é a soma de duas normas (funções convexas).*

6.4 Estudo de simulação

Foram feitas várias simulações para verificar se o procedimento de estimação tipo Cochrane-Orcutt funciona e avaliar o seu desempenho. Nas simulações usou-se 12 funções teste diferentes, as mesmas do capítulo 4. Para cada função teste fez-se 1000 replicações para: tamanho amostral $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$; SNR = 1; 3; 7; ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Além disso fixou-se ρ em 0.99 e 0.9999. Como $\rho = e^{-\alpha/n} \iff \alpha = -n \log \rho$. Assim, para $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$ e $\rho = 0.99$ temos, respectivamente, os seguintes valores para $\alpha = 5.14; 10.29; 20.58; 41.16; 82.33$. Por outro quando $\rho = 0.9999$ temos $\alpha = 0.051; 0.102; 0.204; 0.409; 0.819$, respectivamente.

O procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt foi implementado para dois estimadores ondaleta, um com passo funcional linear e outro com passo funcional não linear. O estimador ondaleta linear é o proposto por Antoniadis et al. (1994) e discutido na seção 4.2. Já o estimador ondaleta não linear limiariza os coeficientes ondaleta termo a termo com limiar nível-dependente. Este procedimento foi proposto em Spokoiny (1996) e Abramovich et al. (2004) e foi discutido na seção 5.4.

Para o estimador ondaleta linear o vetor z , do passo (2) do procedimento de estimação, foi projetado no espaço V_5 para $n = 512$, em V_6 para $n = 1024; 2048$ e em V_7 para $n = 4096; 8192$.

Para o estimador ondaleta com passo funcional não linear limiarizou-se os níveis quatro à sete nos tamanhos amostrais 512, 1024 e 2048 e os níveis cinco à oito para os tamanhos amostrais 4096 e 8192. Os níveis inferiores não são limiarizados. Durante o procedimento de estimação usou-se o procedimento que limiariza termo a termo. Após ter estimado ρ estimou-se f de duas forma diferentes. Uma em que os coeficientes são limiarizados termo a termo (Spokoiny, 1996; Abramovich et al., 2004) e outra em que os coeficientes ondaleta são limiarizados em blocos Cai (1999, 2002).

Os dados foram gerados a partir do modelo

$$y_t = f_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, n, \quad (6.4.1)$$

com $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$ um CAR(1) discretizado, em que $\rho = e^{-\alpha/n}$, $u_t \sim N(0, (1 - \rho^2)\sigma^2/2\alpha)$, $\varepsilon_0 \sim N(0, \sigma^2/2\alpha)$ e f_t uma função teste.

Fixou-se $\rho = 0.99; 0.9999$ e $\sigma^2 = 1$. Então as funções teste foram reescaladas para termos o SNR desejado (1, 3 ou 7). A função f e o parâmetro ρ foram estimados através do procedimento tipo Cocharane-Orcutt descrito na seção 6.3.

Para cada ρ , função teste, tamanho amostral, ondaleta e SNR o processo de estimação iterativo, para estimar f e ρ , foi iniciado em 50 valores de ρ gerados a partir de uma variável aleatória uniforme $U(-1, 1)$. Para o estimador não linear o limiar depende de σ_u . Então

este foi estimado robustamente pelo estimador MAD em cada iteração. O procedimento foi replicado 1000 vezes para cada caso. Como critério de parada usou-se a proximidade de duas estimativas subsequentes de ρ ($< 10^{-15}$) ou o número máximo de iterações igual a 250.

Fez-se também um estudo de simulação, para um caso particular, para estudar a qualidade do ajuste da função estimada. Para tal estudo usou-se a função $f(t) = \sin(2\pi t)$ com tamanho amostral 1025. Além disso fixou-se $\text{SNR} = 7$ e $\rho = 0.99; 0.999; 0.9999$. Aplicou-se o procedimento iterativo tipo Cocharane-Orcutt, com a ondaleta ‘db6’, para estimar ρ e a função f . Número de replicações: 1000. A função foi estimada a partir do estimador não linear que limiariza termo a termo, proposto em Abramovich et al. (2004). Para estimar ρ o limiar aplicado preserva os 3 primeiros níveis da decomposição em coeficientes ondaleta e limiariza os níveis de quatro a sete. Após ter estimado o ρ estimou-se a função preservando quatro níveis e limiarizando os níveis cinco a oito. Foram considerados mais onze ρ 's fixos, $-0.9, -0.7, -0.5, -0.3, -0.1, 0, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$. Fez-se também o estudo com dez ρ 's fixos, excluindo $\rho = 0.9$. Para medir a qualidade do ajuste calculou-se o EQMI do resíduo obtido a partir da diferença entre a função estimada com cada um dos doze ρ 's, onze fixos e o estimado, e a verdadeira função. O EQMI mede o erro de precisão do ajuste da curva obtida com os doze ρ 's com relação a curva verdadeira. Para cada uma das 1000 replicações calculou-se o posto do menor EQMI relativo aos doze ρ 's. Na Tabela 6.1 estão a média e a mediana do posto para as 1000 replicações com $\rho = 0.99; 0.999; 0.9999$. Como $\rho = e^{-\alpha/n}$ tem-se, respectivamente, $\alpha = 10.2915; 1.0245; 0.1024$.

Tabela 6.1: Posto médio e mediano do menor EQMI da diferença entre a função estimada com cada um dos: doze ρ 's, onze fixos e o estimado; e para onze ρ 's, dez fixos e o estimado, respectivamente, e a verdadeira função, para 1000 replicações. A função usada foi $f(t) = \sin(2\pi t)$, $\text{SNR} = 7$, ondaleta ‘db6’ e tamanho amostral 1025.

posto \ ρ	0.99	0.999	0.9999
médio	11.3820	11.1420	11.1370
mediano	11	12	12
médio	10.7610	10.3940	10.3110
mediano	11	11	11

Com base nos resultados da Tabela 6.1 pode-se concluir que em geral o melhor ajuste ocorre com o ρ estimado. Considerando um erro de estimação de 10%, na estimação de ρ , quase todas as vezes a melhor estimativa ocorre com o ρ estimado.

6.4.1 Discussão dos resultados

Apresentam-se a seguir os resultados da implementação do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt para dois estimadores ondaleta (passo funcional linear e não linear). Para cada função teste e ρ foram feitas tabelas contendo ρ médio - $\bar{\rho}$; erro quadrático médio das estimativas de ρ - $EQM(\bar{\rho})$; erro quadrático médio integrado da função teste - $EQMI(f)$; e o número médio e mediano de de iterações nas simulações. Algumas discussões individuais,

por tipo de função e valor de ρ são feitas. Posteriormente, apresenta-se uma visão geral dos resultados.

Para a função teste *Doppler* com $\rho = 0.99$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, em onze vezes o estimador não linear tem viés e EQM menor do que o estimador linear. A posição do menor viés coincide onze vezes com a do menor EQM. O menor viés ocorre duas, nove e quatro vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8', enquanto que o menor EQM ocorre duas, onze e duas vezes, respectivamente, nessas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em oito das quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas para o que limiariza em blocos. O menor EQMI ocorre duas, cinco e oito vezes, respectivamente, para a ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8'. Assim, para a função *Doppler* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta 'db6', e o melhor estimador para a função f é o não linear que limiariza em blocos com a ondaleta 'sym8'.

Para a função teste *Doppler* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, em dez vezes o estimador não linear tem viés e EQM menor do que o estimador linear. Em todas as quinze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM, sendo que nove vezes na ondaleta 'db3' e seis na 'db6'. A função estimada apresenta menor EQMI com o estimador não linear que limiariza em blocos em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, sendo que em uma, cinco e nove vezes, respectivamente, para a ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8'. Assim, para a função *Doppler* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o linear com a ondaleta 'db3' e a função f é melhor estimada pelo estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta 'sym8'.

Para a função teste *HeaviSine* com $\rho = 0.99$ em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's o estimador não linear tem viés e EQM menor do que o estimador linear. A posição do menor viés coincide oito vezes com a do menor EQM. O menor viés ocorre quatro, oito e três vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8', enquanto que o menor EQM ocorre nove, cinco e uma vez, respectivamente, nessas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em onze das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre onze vezes na ondaleta 'db6' e quatro vezes na 'sym8'. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR's considerados, para a função *HeaviSine* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta 'db3' ou 'db6' e a função f é melhor estimada de forma linear com a ondaleta 'db6'.

Para a função teste *HeaviSine* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, em dez vezes o estimador não linear tem viés e EQM menor. Em todas as quinze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés e EQM ocorre cinco, nove e uma vez, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8'. A função estimada apresenta menor EQMI em doze das quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, o menor EQMI ocorre nove, cinco e uma vez, respectivamente, para a ondaleta 'db3',

‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para a função *HeaviSine* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta ‘db6’ e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta ‘db3’.

Para a função teste *Bumps* com $\rho = 0.99$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em nove vezes o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em doze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre cinco, sete e três vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre cinco, oito e duas vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em doze das quinze vezes para o estimador não linear, todas para o que limiariza em blocos. O menor EQMI ocorre dez, dois e três vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR’s considerados, para a função *Bumps* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta ‘db6’ e a função f é melhor estimada pelo estimador não linear que limiariza em blocos com ondaleta ‘db6’.

Para a função teste *Bumps* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em treze vezes o estimador linear tem viés e EQM menor do que o estimador não linear. Em todas as vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés e EQM ocorre sete e oito vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’ e ‘db6’. A função estimada apresenta menor EQMI nas quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, o menor EQMI ocorre catorze vezes na ondaleta ‘db3’, e uma vez na ‘db6’. Assim, para a função *Bumps* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o linear com a ondaleta ‘db3’ ou ‘db6’ e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta ‘db3’.

Para a função teste *Blocks* com $\rho = 0.99$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em onze vezes o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em catorze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre sete, sete e uma vez, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre seis, sete e duas vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em dez das quinze vezes para o estimador não linear, sendo nove vezes para o estimador que limiariza em blocos. O menor EQMI ocorre quatro, quatro e sete vezes, respectivamente na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR’s considerados, para a função *Blocks* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta ‘db3’ ou ‘db6’ e a função f é melhor estimada pelo estimador não linear que limiariza em blocos com ondaleta ‘sym8’.

Para a função teste *Blocks* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em catorze vezes o estimador linear tem viés e EQM menor. Em todas as vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés e EQM ocorre onze, três

e uma vez, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. A função estimada apresenta menor EQMI nas quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, o menor EQMI ocorre doze vezes na ondaleta ‘db3’ e três vezes na ‘sym8’. Assim, para a função *Blocks* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o linear com a ondaleta ‘db3’ e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta ‘db3’

Para a função teste *Spikes* com $\rho = 0.99$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em onze vezes o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em doze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre seis, seis e três vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, já o menor EQM ocorre seis, sete e duas vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em oito das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre uma, seis e oito vezes, respectivamente, para a ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR’s considerados, para a função *Spikes* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta ‘db3’ ou ‘db6’ e a função f é melhor estimada de forma linear pela ondaleta ‘sym8’.

Para a função teste *Spikes* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em nove vezes o estimador linear tem viés e EQM menor do que o não linear. Em todas as quinze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM, sendo que duas vezes na ondaleta ‘db3’, oito na ‘db6’ e cinco na ‘sym8’. A função estimada apresenta doze vezes o menor EQMI com o estimador não linear, todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s em cinco, três e sete vezes, respectivamente, o EQMI é menor para a ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para a função *Spikes* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o linear com a ondaleta ‘db6’ e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta ‘sym8’.

Para a função teste *Blip* com $\rho = 0.99$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em treze vezes o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em dez vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre sete, sete e uma vez, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre quatro, oito e três vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em nove das quinze vezes para o estimador não linear, sendo oito vezes para o estimador que limiariza em blocos. O menor EQMI ocorre duas, oito e cinco vezes, respectivamente, para a ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR’s considerados, para a função *Blip* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta ‘db3’ ou ‘db6’ e a função f é melhor estimada de forma não linear pelo estimador que limiariza em blocos com a ondaleta ‘db6’.

Para a função teste *Blip* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em oito vezes o estimador linear tem viés e EQM menor do que o não linear. Em

todas as quinze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM, sendo que dez vezes na ondaleta ‘db3’ e cinco na ‘db6’. A função estimada em todas as quinze vezes apresenta o menor EQMI com o estimador não linear, sendo treze vezes com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s em sete, quatro e quatro vezes, respectivamente, o EQMI é menor para a ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para a função *Blip* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o linear com a ondaleta ‘db3’ e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta ‘db3’.

Para a função teste *Corner* com $\rho = 0.99$ em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em nove vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés e EQM ocorre seis, três e seis vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, já o menor EQM ocorre três, sete e cinco vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em onze das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre treze vezes na ondaleta ‘db6’ e duas vezes na ‘sym8’. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR’s considerados, para a função *Corner* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear e o melhor estimador para a função f é o linear com ondaleta ‘db6’.

Para a função teste *Corner* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em catorze vezes o estimador não linear tem viés e EQM menor do que o linear. Em onze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre oito, quatro e três vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre sete, cinco e três vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta nove vezes o menor EQMI com o estimador linear. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s em duas, nove e quatro vezes, respectivamente, o EQMI é menor para a ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para a função *Corner* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta ‘db3’ e o melhor estimador para a função f é o estimador linear com a ondaleta ‘db6’.

Para a função teste *Wave* com $\rho = 0.99$ em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em nove vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre duas, onze e duas vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre duas, doze e uma vez, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em dez das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre três vezes na ondaleta ‘db3’ e doze vezes na ‘db6’. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR’s considerados, para a função *Wave* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta ‘db6’ e a função f é melhor estimada de forma linear pela ondaleta ‘db6’.

Para a função teste *Wave* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em treze e onze vezes, respectivamente, o estimador não linear tem viés e EQM

menor. A posição do menor viés coincide onze vezes com a do menor EQM. O menor viés ocorre duas, cinco e oito vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre quatro, cinco e seis vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em doze das quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, o menor EQMI ocorre três vezes para a ondaleta ‘db3’ e doze vezes na ‘db6’. Assim, para a função *Wave* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta ‘sym8’ e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta ‘db6’.

Para a função teste *Angles* com $\rho = 0.99$ em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em oito vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre nove, cinco e uma vez, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre e seis, oito e uma vez, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em treze das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre onze vezes na ondaleta ‘db6’ e quatro vezes na ‘sym8’. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR’s considerados, para a função *Angles* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta ‘db3’ ou ‘db6’ e a função f é melhor estimada de forma linear com a ondaleta ‘db6’.

Para a função teste *Angles* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em doze vezes o estimador não linear tem viés e EQM menor do que o estimador linear. Em cinco vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre oito, quatro e três vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre seis, quatro e cinco vezes, respectivamente, nessas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em dez das quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, o menor EQMI ocorre quatro, oito e três vezes, respectivamente, para a ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para a função *Angles* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta ‘db3’ e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta ‘sym8’.

Para a função teste *Parabolas* com $\rho = 0.99$ em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em sete vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre seis, seis e três vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre e três, onze e uma vez, respectivamente, nessas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em onze das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre catorze vezes na ondaleta ‘db6’ e uma vez na ‘sym8’. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR’s considerados, para a função *Parabolas* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta ‘db3’ ou ‘db6’ e a função f é melhor estimada de forma linear pela ondaleta

‘db6’.

Para a função teste *Parabolas* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em catorze vezes o estimador não linear tem viés e EQM menor. Em oito vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. Ao estimar ρ , o menor viés ocorre quatro, três e oito vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre quatro, quatro e sete vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em nove das quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s o menor EQMI ocorre duas, onze e duas vezes, respectivamente, para a ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para a função *Parabolas* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta ‘sym8’ e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta ‘db6’.

Para a função teste *Time Shifted Sine* com $\rho = 0.99$ em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em nove vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. Ao estimar ρ , o menor viés ocorre cinco, seis e quatro vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre quatro, oito e três vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em doze das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre treze vezes na ondaleta ‘db6’ e duas vezes na ‘sym8’. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR’s considerados, para a função *Time Shifted Sine* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta ‘db3’ ou ‘db6’ e a função f é melhor estimada de forma linear pela ondaleta ‘db6’.

Para a função teste *Time Shifted Sine* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em doze vezes o estimador não linear tem viés e EQM menor do que o linear. Em cinco vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. Ao estimar ρ , o menor viés ocorre quatro, seis e cinco vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre duas, oito e cinco vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em dez das quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, o menor EQMI ocorre quatro, oito e três vezes, respectivamente, para a ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para a função *Time Shifted Sine* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta ‘db6’ e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta ‘db6’.

Para a função teste *Cusp* com $\rho = 0.99$ em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em onze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. Ao estimar ρ , o menor viés ocorre cinco, seis e quatro vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o

menor EQM ocorre quatro, oito e três vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em dez das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre onze vezes na ondaleta ‘db6’ e quatro vezes na ‘sym8’. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR’s considerados, para a função *Cusp* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta ‘db6’ e a função *f* é melhor estimada de forma linear pela ondaleta ‘db6’.

Para a função teste *Cusp* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em treze e doze vezes, respectivamente, o estimador não linear tem viés e EQM menor. Em nove vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. Ao estimar ρ , o menor viés ocorre três, doze vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’ e ‘db6’, enquanto que o menor EQM ocorre duas e doze vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em sete das quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s o menor EQMI ocorre seis, quatro e cinco vezes, respectivamente, para a ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para a função *Cusp* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta ‘db6’ e o melhor estimador para a função *f* é o estimador linear com a ondaleta ‘db3’.

O viés do estimador linear nos dois ρ ’s considerados, em geral, diminui em cada SNR quando o tamanho amostral cresce, principalmente para SNR=7. O ρ médio estimado para $n = 2048$ apresenta viés menor do que para $n = 1024$, o mesmo acontecendo para $n = 8192$ e $n = 4096$. Porém, várias vezes o viés para $n = 2048$ é menor do que para $n = 4096$. Além disso, em alguns casos o ρ médio para $n = 512$ é o que tem menor viés dentre os cinco tamanhos amostrais considerados. Essa diferença de desempenho com relação aos tamanhos amostrais é devido a projeção em subespaços V_j diferentes conforme o tamanho amostral aumenta. Nas simulações projetou-se o tamanho amostral 512 no subespaço V_5 , os tamanhos amostrais 1024 e 2048 em V_6 e os tamanhos amostrais 4096 e 8192 em V_7 . O subespaço onde a função é projetada influencia na estimativa de ρ . Possivelmente se tivéssemos tomado o mesmo subespaço V_j para todos os tamanhos amostrais considerados o viés diminuiria com o aumento do tamanho amostral para todos os SNR’s.

O estimador não linear tem um comportamento parecido ao do linear, só que em proporções menores. Em algumas funções teste, principalmente com $\rho = 0.99$ e SNR = 1;3, o viés para $n = 2048$ é menor que o viés para $n = 4096$. O viés diminui conforme o tamanho amostral cresce de 512, 1024 e 2048. O mesmo acontece para os tamanhos amostrais 4096 e 8192. Esta mudança no comportamento quando o tamanho amostral muda de 2048 para 4096 é devida à limiarização usada. Enquanto que, para $n = 512; 1024; 2048$ limiariza-se os níveis de três à sete, para $n = 4096; 8192$ limiariza-se os níveis de quatro à oito. Assim, a escolha do limiar influencia na estimativa de ρ .

Para estimar o ρ , o estimador não linear tem desempenho melhor do que o linear. Com

$\rho = 0.99$, o ρ médio estimado via estimador não linear tem, em geral, precisão de duas ou mais casas decimais no tamanho amostral maior ou igual a 1024. Enquanto que o estimador linear atinge um casa decimal de precisão apenas com $n = 8192$. Já com $\rho = 0.9999$ a precisão da estimativa de ρ para o estimador não linear varia muito de acordo com a função teste em questão. Há funções em que a precisão chega a três casas decimais já com tamanho amostral 512, enquanto que em outras a precisão chega apenas a uma ou duas casas decimais. O estimador linear chega a duas ou três casas decimais de precisão apenas no tamanho amostral 8192.

Os dois estimadores, linear e o não linear, melhoram de desempenho assintoticamente em n . A presença de menos ruído (SNR maior) também melhora a estimativa de ρ . Em algumas situações específicas o estimador linear estima ρ melhor do que o não linear, mas no geral o estimador não linear tem desempenho melhor do que o linear.

Em vários casos o estimador linear é melhor que o estimador não linear em termos de EQMI. Porém, em alguns casos o estimador linear é muito ruim. O estimador não linear apresenta um desempenho mais regular. Apesar do estimador linear ser melhor que o não linear em várias situações, a diferença de desempenho nesses casos é pequena. Assim, o estimador não linear deve ser usado também na hora de estimar a função f .

Portanto, com base nas simulações realizadas, o estimador não linear que limiariza termo a termo deve ser usado no procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt para estimar o parâmetro ρ . No último passo do procedimento troca-se o estimador que limiariza termo a termo pelo que limiariza em blocos para estimar a função f .

Os dois ρ 's considerados são dois casos extremos e além disso, as simulações foram feitas de forma não adaptativa, ou seja, não levou-se em conta a regularidade das funções ao escolher a limiarização. Em várias funções teste o estimador não linear que limiariza termo a termo subestima a função. Uma simulação adaptativa, que leva em conta regularidade da função, certamente melhoraria o desempenho do estimador não linear que limiariza termo a termo.

A seguir serão apresentadas gráficos e tabelas referentes à função teste *Doppler*. A discussão completa juntamente com todas as tabelas pode ser encontrada no Apêndice B.

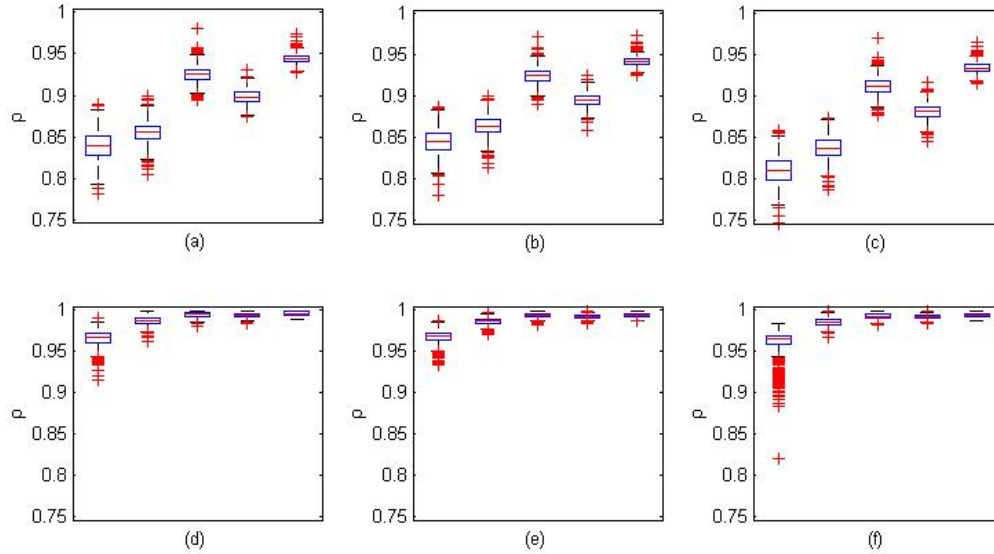


Figura 6.1: Função *Doppler* e $\rho = 0.99$ - Box-plot das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt com $\text{SNR} = 1$ para os tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. Número de replicações - 1000. 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. Figuras (a),(b) e (c) com passo funcional linear e ondaletas ‘db3’, ‘db6’; e ‘sym8’, respectivamente. As figuras (d), (e) e (f) são com passo funcional não linear para essas ondaletas.

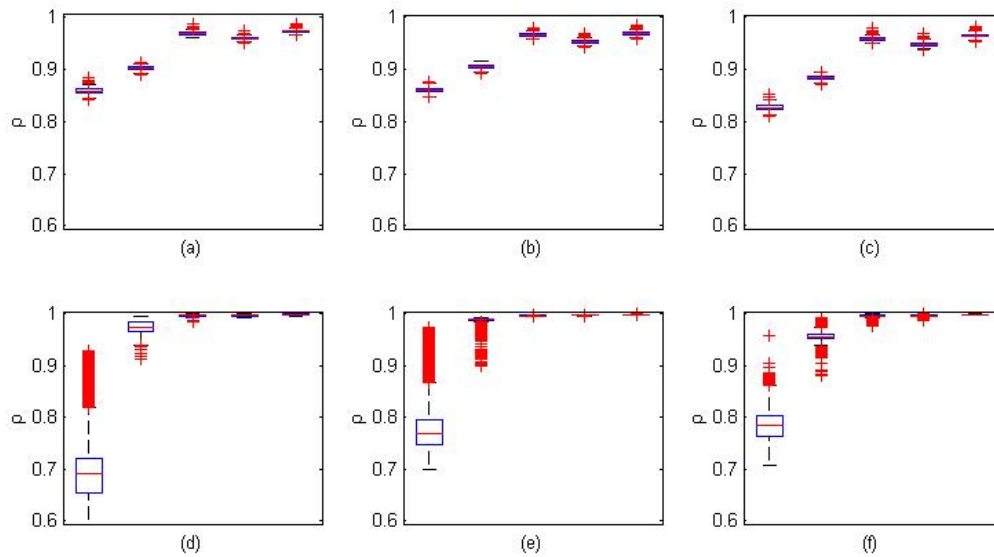


Figura 6.2: Função *Doppler* e $\rho = 0.99$ - Box-plot das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt com $\text{SNR} = 3$ para os tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. Número de replicações - 1000. 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. Figuras (a),(b) e (c) com passo funcional linear e ondaletas ‘db3’, ‘db6’; e ‘sym8’, respectivamente. As figuras (d), (e) e (f) são com passo funcional não linear para essas ondaletas.

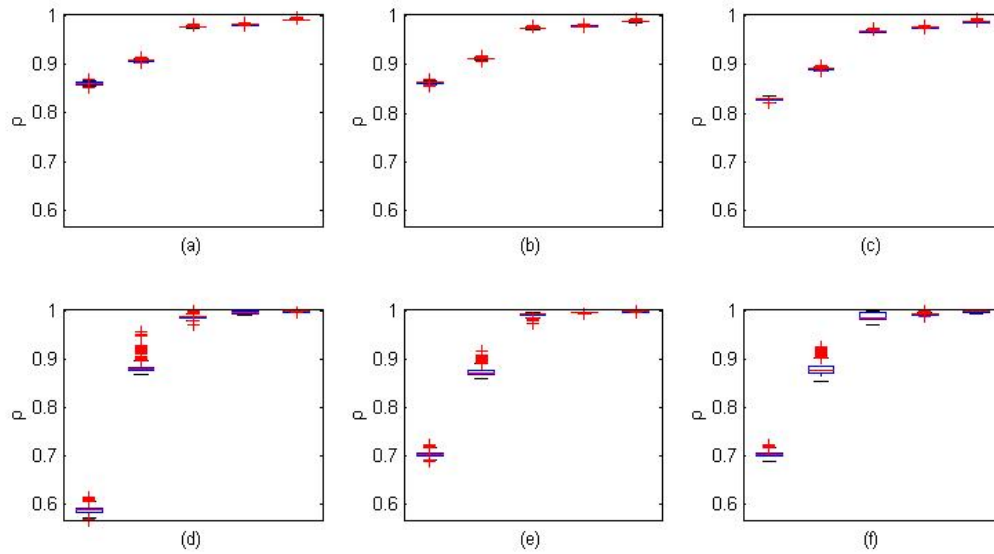


Figura 6.3: Função *Doppler* e $\rho = 0.99$ - Box-plot das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt com $\text{SNR} = 7$ para os tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. Número de replicações - 1000. 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. Figuras (a),(b) e (c) com passo funcional linear e ondaletas ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’, respectivamente. As figuras (d), (e) e (f) são com passo funcional não linear para essas ondaletas.

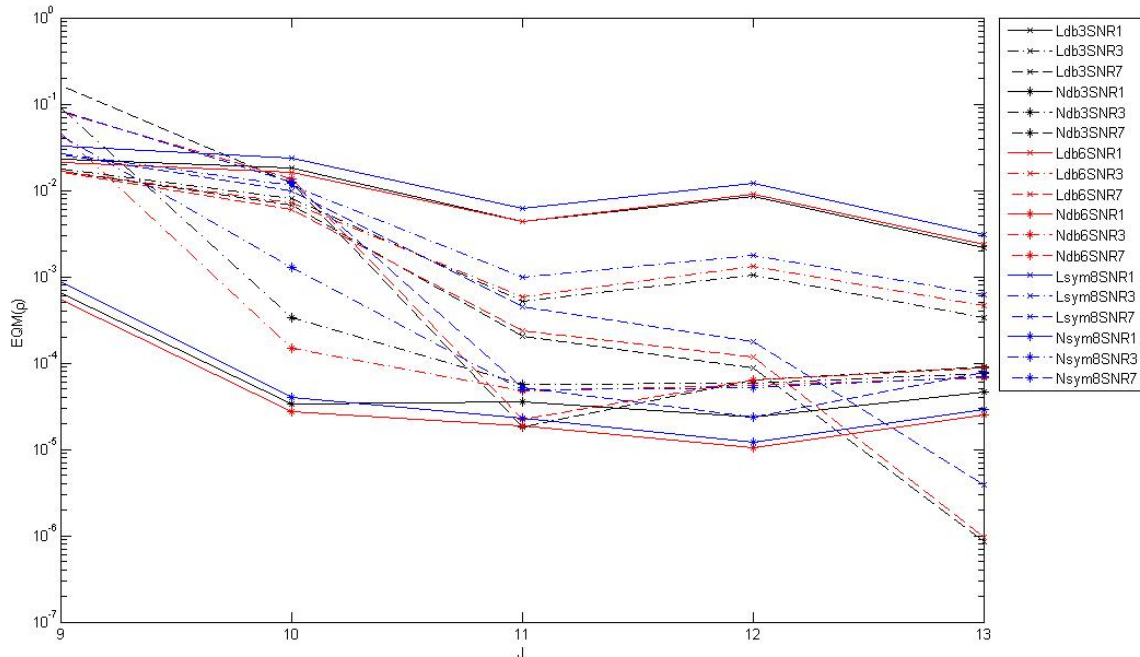


Figura 6.4: Função *Doppler* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. $\text{SNR} = 1; 3; 7$. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela média.

Tabela 6.2: Função *Doppler* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	0.104	0.052	0.026	0.012	0.006	0.155	0.078	0.040	0.015	0.007	0.408	0.205	0.111	0.028	0.014
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.104	0.052	0.026	0.012	0.006	0.155	0.078	0.040	0.015	0.007	0.408	0.205	0.111	0.028	0.014
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.104	0.052	0.026	0.012	0.006	0.155	0.078	0.040	0.015	0.007	0.408	0.205	0.111	0.028	0.014
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.151	0.138	0.372	0.099	0.225	0.108	0.170	0.748	0.236	0.432	0.118	0.061	0.383	0.540	1.137
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.151	0.138	0.372	0.099	0.225	0.108	0.170	0.748	0.236	0.432	0.118	0.061	0.382	0.540	1.137
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.151	0.138	0.372	0.099	0.225	0.109	0.170	0.748	0.236	0.432	0.118	0.061	0.380	0.540	1.137
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.107	0.068	0.089	0.033	0.054	0.094	0.050	0.029	0.023	0.025	0.093	0.045	0.027	0.013	0.008
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.107	0.068	0.089	0.033	0.054	0.094	0.050	0.029	0.023	0.025	0.093	0.045	0.027	0.013	0.008
EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.107	0.068	0.089	0.033	0.054	0.094	0.050	0.029	0.023	0.025	0.093	0.045	0.027	0.013	0.008	
db6	EQMI(f_{1L})	0.103	0.050	0.024	0.011	0.005	0.167	0.078	0.038	0.014	0.006	0.483	0.217	0.107	0.026	0.013
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.103	0.050	0.024	0.011	0.005	0.167	0.078	0.038	0.014	0.006	0.483	0.217	0.107	0.026	0.013
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.103	0.050	0.024	0.011	0.005	0.167	0.078	0.038	0.014	0.006	0.483	0.217	0.107	0.026	0.013
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.151	0.078	0.065	0.017	0.018	0.119	0.296	0.248	0.077	0.051	0.131	0.058	0.375	0.191	0.184
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.151	0.078	0.065	0.017	0.018	0.119	0.296	0.248	0.077	0.051	0.131	0.058	0.380	0.192	0.184
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.151	0.078	0.065	0.017	0.018	0.121	0.297	0.248	0.077	0.051	0.131	0.058	0.385	0.193	0.184
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.103	0.059	0.048	0.023	0.021	0.093	0.050	0.084	0.082	0.066	0.093	0.045	0.024	0.011	0.072
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.103	0.059	0.048	0.023	0.021	0.093	0.050	0.084	0.082	0.066	0.093	0.045	0.024	0.011	0.072
EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.103	0.059	0.048	0.023	0.021	0.093	0.050	0.084	0.082	0.066	0.093	0.045	0.024	0.011	0.072	
sym8	EQMI(f_{1L})	0.101	0.050	0.024	0.012	0.005	0.148	0.072	0.035	0.014	0.006	0.381	0.178	0.089	0.024	0.012
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.101	0.050	0.024	0.012	0.005	0.148	0.072	0.035	0.014	0.006	0.381	0.178	0.089	0.024	0.012
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.101	0.050	0.024	0.012	0.005	0.148	0.072	0.035	0.014	0.006	0.381	0.178	0.089	0.024	0.012
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.139	0.072	0.116	0.022	0.065	0.116	0.080	0.304	0.080	0.133	0.131	0.062	0.465	0.086	0.483
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.139	0.072	0.116	0.022	0.065	0.116	0.080	0.304	0.080	0.133	0.131	0.062	0.465	0.086	0.483
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.139	0.072	0.116	0.022	0.065	0.116	0.080	0.304	0.080	0.133	0.131	0.063	0.466	0.086	0.483
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.104	0.060	0.091	0.025	0.029	0.093	0.044	0.067	0.073	0.076	0.093	0.044	0.041	0.022	0.099
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.104	0.060	0.091	0.025	0.029	0.093	0.044	0.067	0.073	0.076	0.093	0.044	0.041	0.022	0.099
EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.104	0.060	0.091	0.025	0.029	0.093	0.044	0.067	0.073	0.076	0.093	0.044	0.040	0.022	0.099	

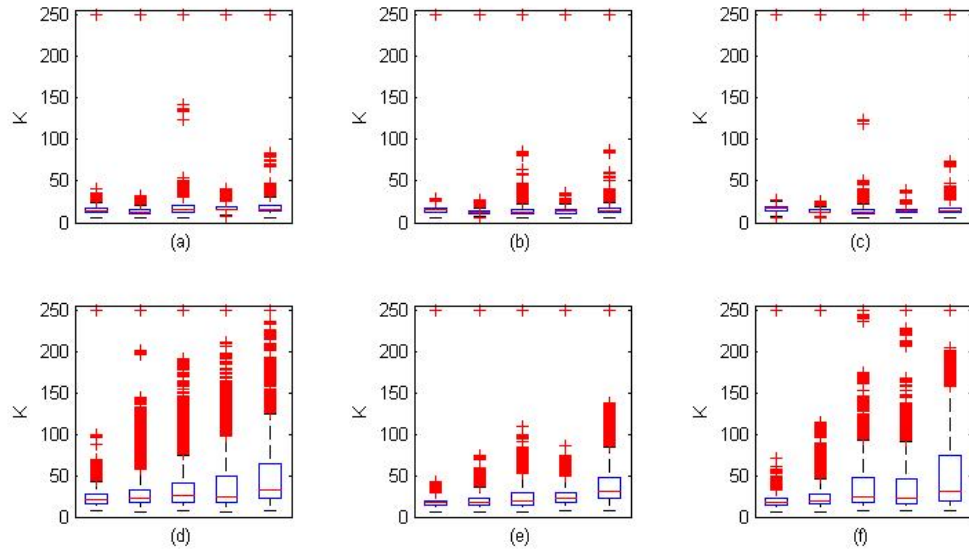


Figura 6.5: Função *Doppler* e $\rho = 0.99$ - Box-plot do número de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir com $\text{SNR} = 1$ e para os tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. Número de replicações - 1000. 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. Figuras (a), (b) e (c) com passo funcional linear e ondaletas 'db3'; 'db6'; e 'sym8', respectivamente. As figuras (d), (e) e (f) são com passo funcional não linear para essas

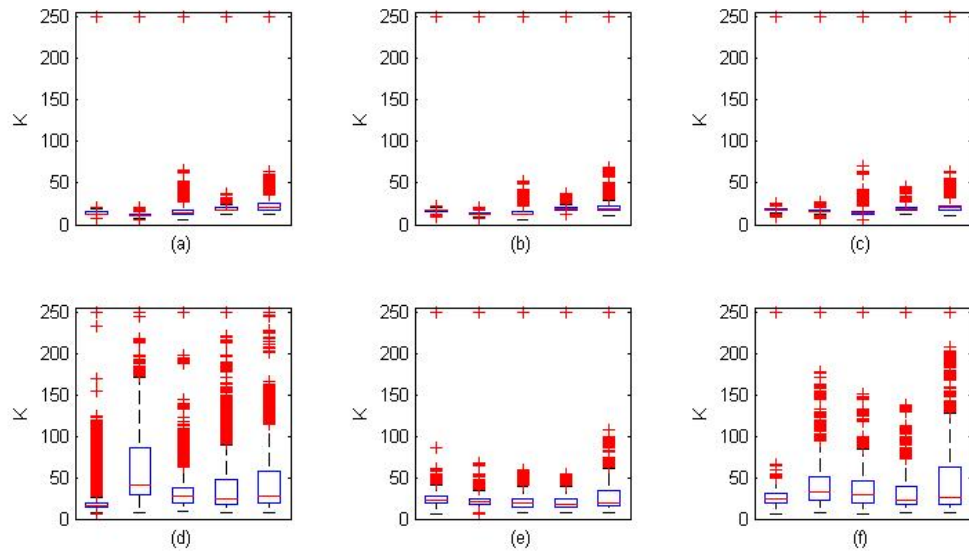


Figura 6.6: Função *Doppler* e $\rho = 0.99$ - Box-plot do número de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir com $\text{SNR} = 3$ e para os tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. Número de replicações - 1000. 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. Figuras (a), (b) e (c) com passo funcional linear e ondaletas 'db3'; 'db6'; e 'sym8', respectivamente. As figuras (d), (e) e (f) são com passo funcional não linear para essas

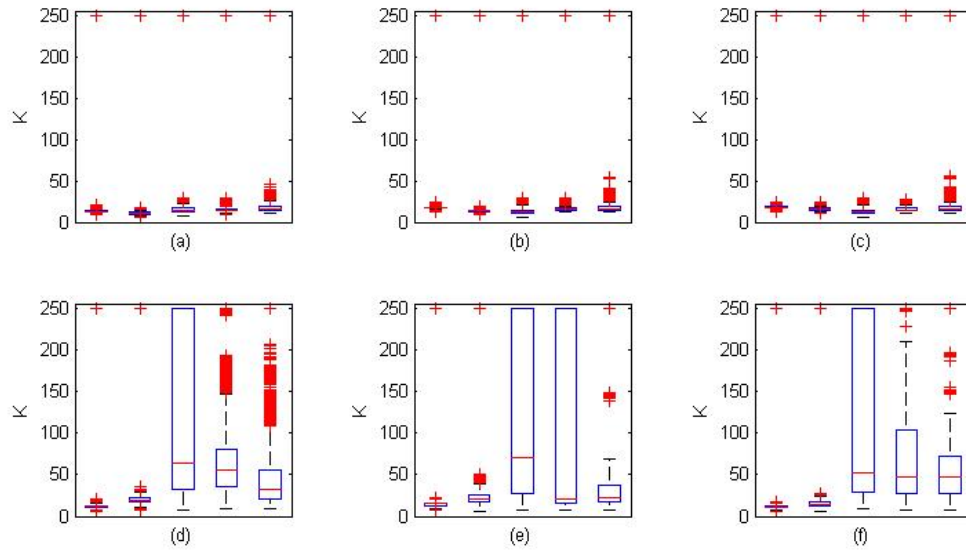


Figura 6.7: Função *Doppler* e $\rho = 0.99$ - Box-plot do número de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir com $\text{SNR} = 7$ e para os tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. Número de replicações - 1000. 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. Figuras (a), (b) e (c) com passo funcional linear e ondaletas ‘db3’, ‘db6’, e ‘sym8’, respectivamente. As figuras (d), (e) e (f) são com passo funcional não linear para essas ondaletas.

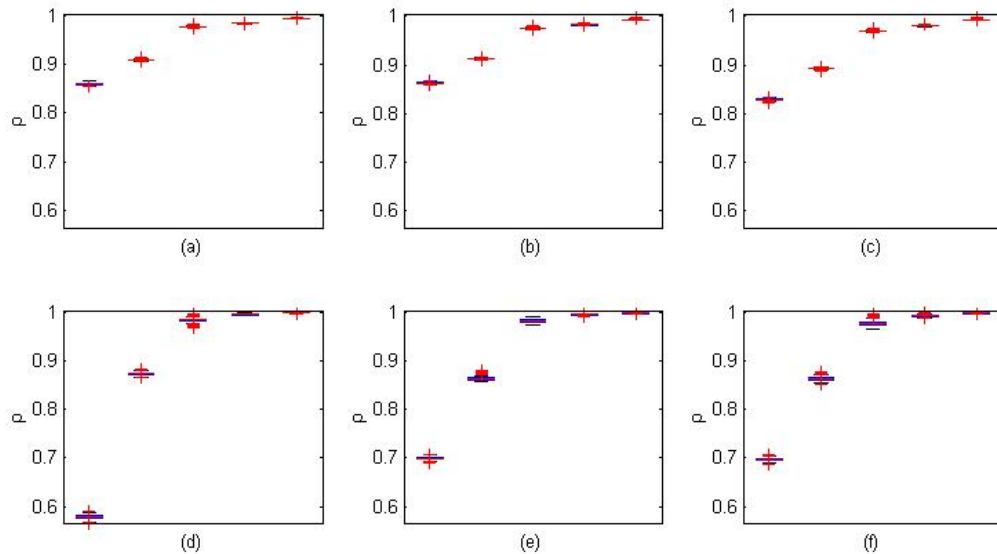


Figura 6.8: Função *Doppler* e $\rho = 0.9999$ - Box-plot das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt com $\text{SNR} = 1$ para os tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. Número de replicações - 1000. 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. Figuras (a), (b) e (c) com passo funcional linear e ondaletas ‘db3’, ‘db6’, e ‘sym8’, respectivamente. As figuras (d), (e) e (f) são com passo funcional não linear para essas ondaletas.

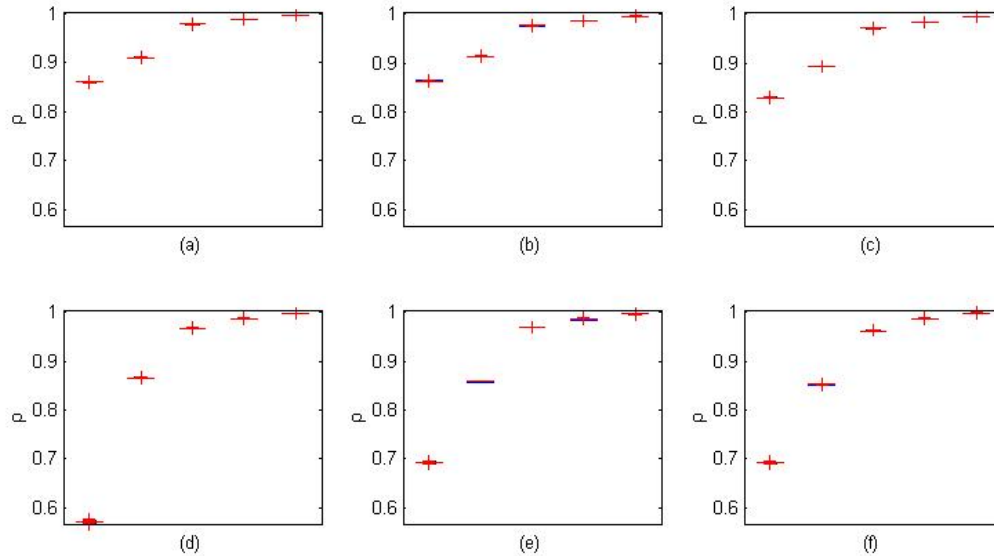


Figura 6.9: Função *Doppler* e $\rho = 0.9999$ - Box-plot das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt com $\text{SNR} = 3$ para os tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. Número de replicações - 1000. 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. Figuras (a), (b) e (c) com passo funcional linear e ondaletas 'db3'; 'db6'; e 'sym8', respectivamente. As figuras (d), (e) e (f) são com passo funcional não linear para essas ondaletas.

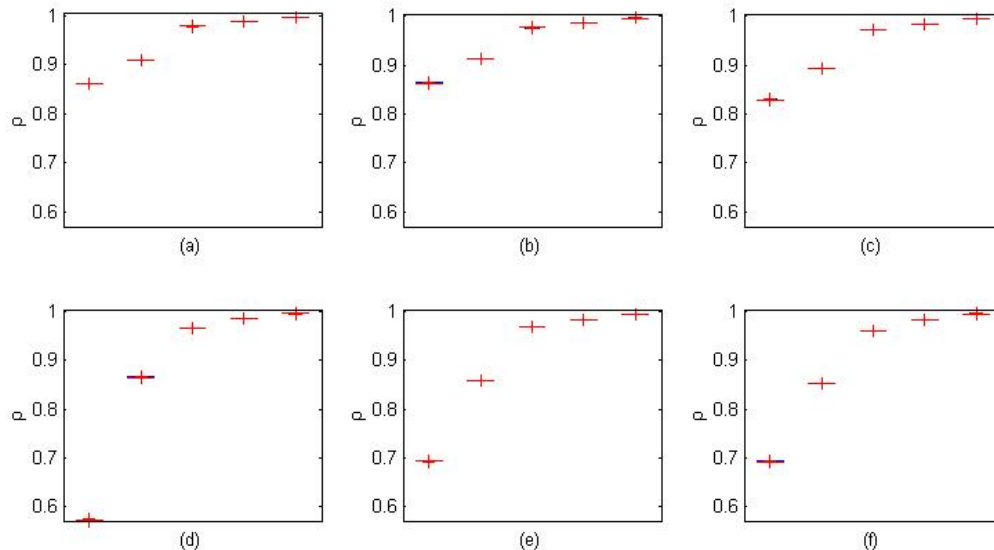


Figura 6.10: Função *Doppler* e $\rho = 0.9999$ - Box-plot das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt com $\text{SNR} = 7$ para os tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. Número de replicações - 1000. 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. Figuras (a), (b) e (c) com passo funcional linear e ondaletas 'db3'; 'db6'; e 'sym8', respectivamente. As figuras (d), (e) e (f) são com passo funcional não linear para essas ondaletas.

Tabela 6.3: Função *Doppler* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.929	7.644	3.727	1.683	0.734	19.993	10.231	5.101	1.938	0.857	45.020	23.056	12.186	3.216	1.530
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.929	7.644	3.727	1.683	0.734	19.993	10.231	5.101	1.938	0.857	45.020	23.056	12.186	3.216	1.530
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.929	7.644	3.727	1.683	0.734	19.993	10.231	5.101	1.938	0.857	45.020	23.056	12.186	3.216	1.530
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.349	7.339	3.753	1.870	1.705	14.633	7.359	3.556	1.668	0.811	15.680	7.405	3.471	1.631	0.755
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.349	7.339	3.753	1.870	1.705	14.633	7.359	3.556	1.668	0.811	15.680	7.405	3.471	1.631	0.755
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.349	7.339	3.753	1.870	1.705	14.633	7.359	3.556	1.668	0.811	15.680	7.405	3.471	1.631	0.755
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.303	7.316	3.556	1.652	0.718	14.313	7.305	3.507	1.642	0.710	13.988	7.154	3.441	1.597	0.713
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.303	7.316	3.556	1.652	0.718	14.313	7.305	3.507	1.642	0.710	13.988	7.154	3.441	1.597	0.713
EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.303	7.316	3.556	1.652	0.718	14.313	7.305	3.507	1.642	0.710	13.988	7.154	3.441	1.597	0.713	
db6	EQMI(\hat{f}_{1L})	15.078	7.671	3.721	1.679	0.730	21.382	10.488	5.049	1.917	0.841	52.649	24.468	11.914	3.120	1.460
	EQMI(\hat{f}_{2L})	15.078	7.671	3.721	1.679	0.730	21.382	10.488	5.049	1.917	0.841	52.649	24.468	11.914	3.120	1.460
	EQMI(\hat{f}_{3L})	15.078	7.671	3.721	1.679	0.730	21.382	10.488	5.049	1.917	0.841	52.649	24.468	11.914	3.120	1.460
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.366	7.326	3.700	1.793	0.910	14.849	7.337	3.548	1.681	0.797	16.904	7.273	3.475	1.634	0.737
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.366	7.326	3.700	1.793	0.910	14.849	7.337	3.548	1.681	0.797	16.904	7.273	3.475	1.634	0.737
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.366	7.326	3.701	1.793	0.910	14.849	7.337	3.548	1.681	0.797	16.904	7.273	3.475	1.634	0.737
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.302	7.315	3.557	1.650	0.746	14.312	7.305	3.507	1.642	0.708	13.987	7.153	3.441	1.596	0.713
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.302	7.315	3.557	1.650	0.746	14.312	7.305	3.507	1.642	0.708	13.987	7.153	3.441	1.596	0.713
EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.302	7.315	3.557	1.650	0.746	14.312	7.305	3.507	1.642	0.708	13.987	7.153	3.441	1.596	0.713	
sym8	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.874	7.591	3.685	1.676	0.729	19.526	9.767	4.717	1.882	0.823	42.498	20.545	10.086	2.922	1.363
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.874	7.591	3.685	1.676	0.729	19.526	9.767	4.717	1.882	0.823	42.498	20.545	10.086	2.922	1.363
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.874	7.591	3.685	1.676	0.729	19.526	9.767	4.717	1.882	0.823	42.498	20.545	10.086	2.922	1.363
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.365	7.329	3.660	1.798	1.353	14.845	7.332	3.535	1.705	0.794	16.892	7.290	3.461	1.627	0.757
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.365	7.329	3.660	1.798	1.353	14.845	7.332	3.535	1.705	0.794	16.892	7.290	3.461	1.627	0.757
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.365	7.329	3.660	1.798	1.353	14.845	7.332	3.535	1.705	0.794	16.892	7.290	3.461	1.627	0.757
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.302	7.315	3.552	1.673	0.718	14.313	7.304	3.507	1.642	0.708	13.987	7.153	3.441	1.596	0.713
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.302	7.315	3.552	1.673	0.718	14.313	7.304	3.507	1.642	0.708	13.987	7.153	3.441	1.596	0.713
EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.302	7.315	3.552	1.673	0.718	14.313	7.304	3.507	1.642	0.708	13.987	7.153	3.441	1.596	0.713	

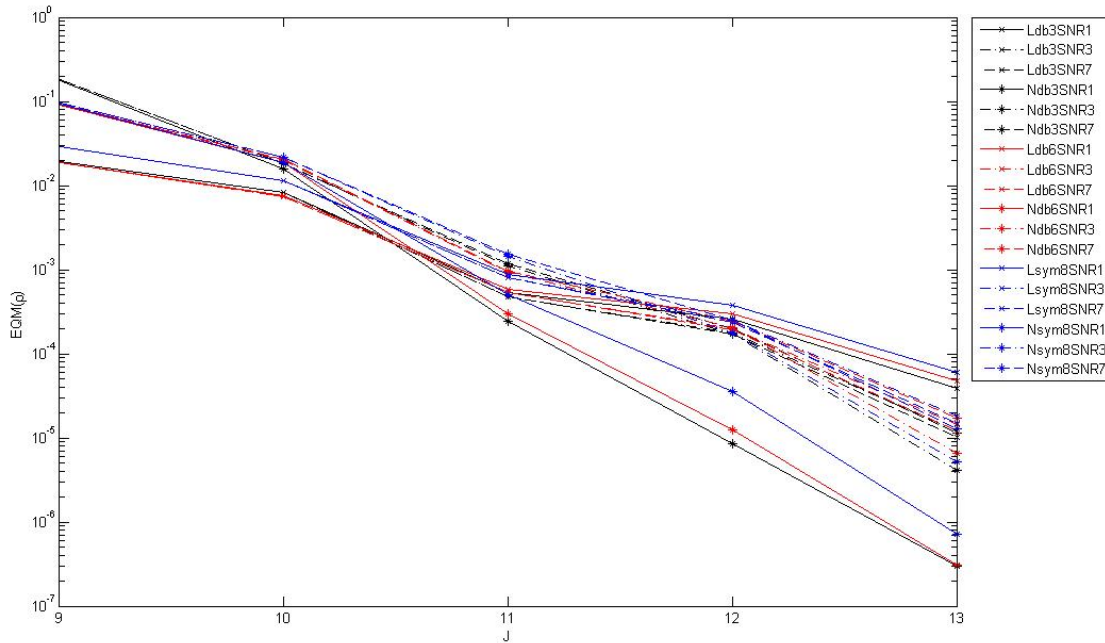


Figura 6.11: Função *Doppler* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - 'db3'; 'db6'; e 'sym8'. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela média.

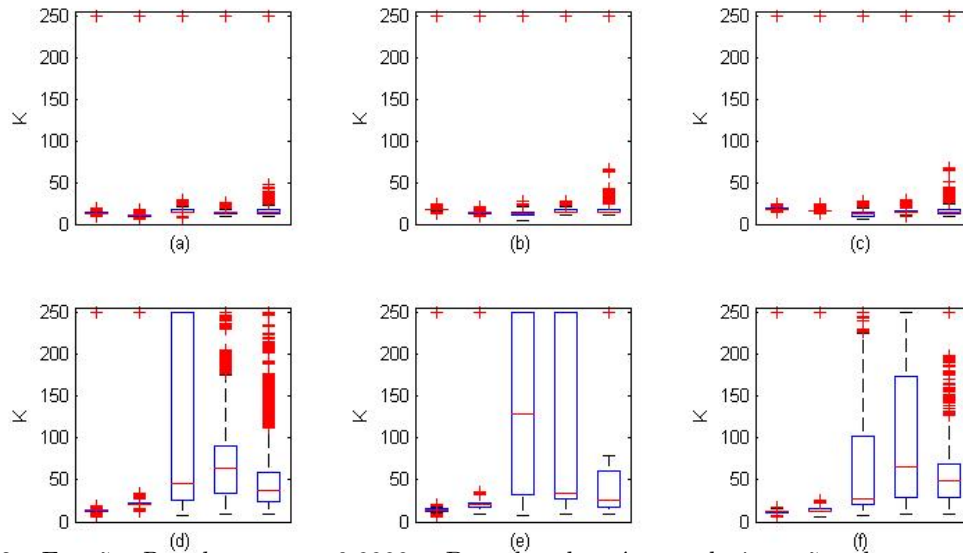


Figura 6.12: Função *Doppler* e $\rho = 0.9999$ - Box-plot do número de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir com SNR = 1 e para os tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. Número de replicações - 1000. 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. Figuras (a), (b) e (c) com passo funcional linear e ondaletas 'db3'; 'db6'; e 'sym8', respectivamente. As figuras (d), (e) e (f) são com passo funcional não linear para essas ondaletas.

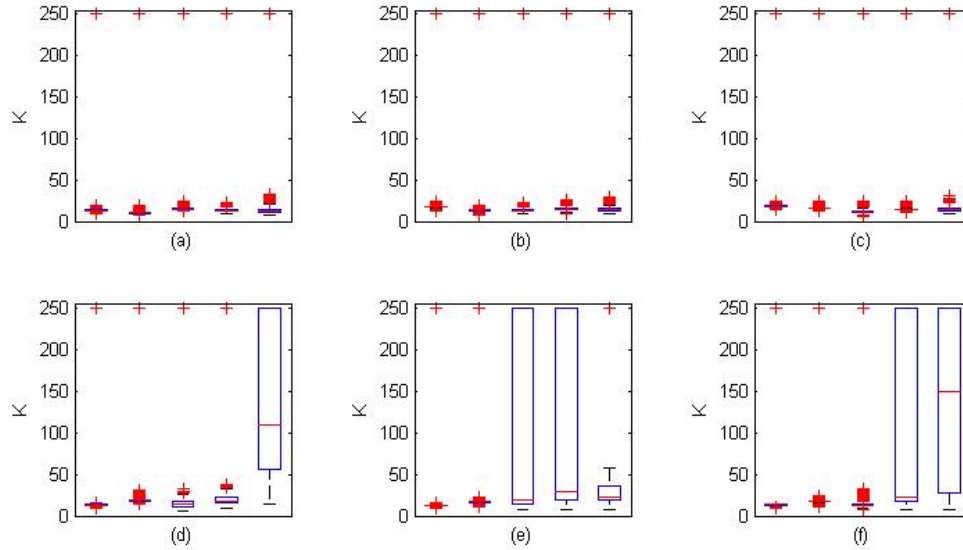


Figura 6.13: Função *Doppler* e $\rho = 0.9999$ - Box-plot do número de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir com $\text{SNR} = 3$ e para os tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. Número de replicações - 1000. 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. Figuras (a), (b) e (c) com passo funcional linear e ondaletas 'db3'; 'db6'; e 'sym8', respectivamente. As figuras (d), (e) e (f) são com passo funcional não linear para essas ondaletas.

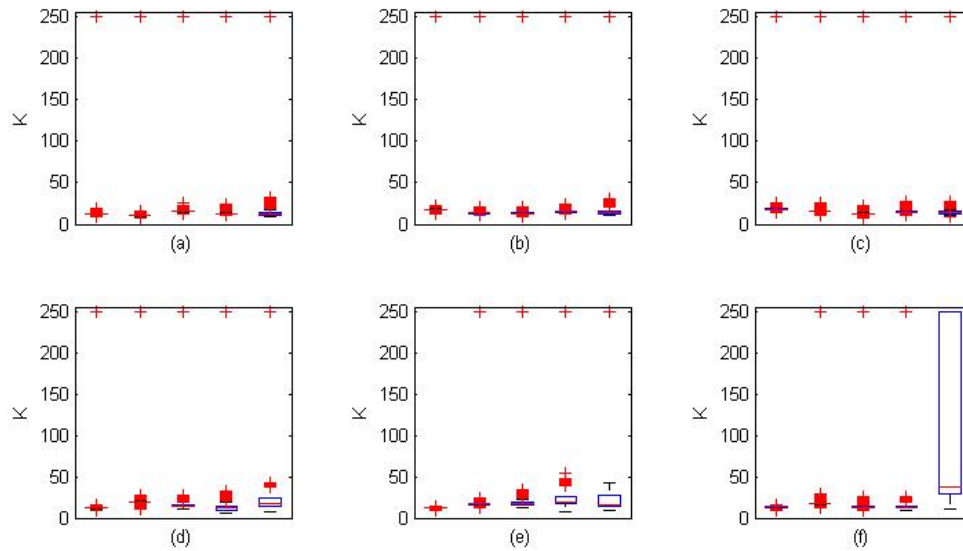


Figura 6.14: Função *Doppler* e $\rho = 0.9999$ - Box-plot do número de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir com $\text{SNR} = 7$ e para os tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. Número de replicações - 1000. 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. Figuras (a), (b) e (c) com passo funcional linear e ondaletas 'db3'; 'db6'; e 'sym8', respectivamente. As figuras (d), (e) e (f) são com passo funcional não linear para essas ondaletas.

6.5 Aplicação do procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt

Após ter feito o desenvolvimento teórico e um estudo de simulação do procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt aplicaremos este procedimento a dados reais.

Os dados foram obtidos do SONDA - Sistema de Organização Nacional de Dados Ambientais através do site <http://sonda.ccst.inpe.br/>. A rede SONDA tem sua base de dados dividida em dois grupos: dados ambientais e dados anemométricos. Os dados ambientais tem periodicidade: médias de um em um minuto, enquanto que os dados anemométricos tem periodicidade: médias de dez em dez minutos.

Os dados que analisaremos são os ambientais dos meses de março, junho, setembro e dezembro de 2009. A escolha por estes meses foi pelo fato que nestes meses começam as estações do ano. As variáveis escolhidas são: temperatura do ar na superfície, umidade relativa do ar e pressão do ar. A temperatura do ar superficial é medida em °C, a umidade relativa do ar em % e a pressão atmosférica em milibares. Para estas três variáveis o minuto especificado indica a média dos 60 segundos posteriores.

Os dados que analisaremos aqui são das estações de Brasília, Ourinhos e São Luiz. Como os dados são de minuto em minuto, temos 1440 observações diárias e 43200 ou 44640 observações mensais. Assim o tamanho amostral usado é $2^{15} = 32768$ que corresponde a 22.75 dias. Os dados mensais começam às zero horas do dia primeiro.

No procedimento iterativo utiliza-se a função ondaleta ‘db6’, com $n = 2^{15}$ que corresponde a 22.75 dias, com cinco valores iniciais para ρ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. A função será estimada neste procedimento iterativo via estimador ondaleta que limiariza termo a termo. A quantidade de níveis não limiarizados é quatro. Os níveis cinco à oito (inclusive) serão limiarizados. Após ter a estimativa para ρ , no último passo serão utilizados sete (4+3) níveis sem limiarizar e limiarizaremos os níveis oito e nove somente. O limiar usado foi o nível dependente proposto em Abramovich et al. (2004).

Para cada uma das três variáveis uma curva para os primeiros 22 dias dos meses considerados é estimada pelo procedimento iterativo. Apresentaremos nas figuras abaixo a curva diária de cada uma das variáveis para a cidade de Brasília.

Observação 6.5.1 *Ao estimar a função f via estimador ondaleta que limiariza em blocos verificou-se a presença de ruído na estimativa. Então fez-se a opção pelo estimador ondaleta que limiariza termo a termo.*

6.5.1 Resultados

Na Tabela 6.4 estão as estimativas de ρ para as estações de Brasília, Ourinhos e São Luiz, com uso da ondaleta ‘db6’, $n = 2^{15}$ para os meses de março, junho, setembro e dezembro de 2009. A estimativa para ρ não depende do chute inicial, as 5 estimativas são iguais em todos os casos considerados.

Analisando os resultados da Tabela 6.4 pode-se concluir que para a variável temperatura na cidade de Brasília o ρ estimado é 0.9995 para os 4 meses analisados. O mesmo acontece

Tabela 6.4: Estimativas de ρ para a ondaleta ‘db6’. $\hat{\rho}_3$, $\hat{\rho}_6$, $\hat{\rho}_9$ e $\hat{\rho}_{12}$ são as estimativas de ρ para os meses de março, junho, setembro e dezembro respectivamente. Tamanhos amostral de 2^{15} para as cidades de Brasília, Ourinhos e São Luiz isto corresponde a 22.75 dias analisados em cada mês. No procedimento iterativo de estimação com limiarização termo a termo quatro níveis não foram limiarizados e aplicou-se o limiar nos níveis cinco a oito (inclusive).

	temp.	umid.	pressão
Brasília $\hat{\rho}_3$	0.9996	0.8807	0.9992
Brasília $\hat{\rho}_6$	0.9996	0.9764	0.9992
Brasília $\hat{\rho}_9$	0.9995	0.9968	0.9994
Brasília $\hat{\rho}_{12}$	0.9994	0.9499	0.9993
Ourinhos $\hat{\rho}_3$	0.9988	0.9975	0.9985
Ourinhos $\hat{\rho}_6$	0.9992	0.9978	0.9983
Ourinhos $\hat{\rho}_9$	0.9990	0.9963	0.9985
Ourinhos $\hat{\rho}_{12}$	0.9989	0.9932	0.9987
São Luiz $\hat{\rho}_3$	0.9982	0.9913	0.9995
São Luiz $\hat{\rho}_6$	0.9988	0.9932	0.9985
São Luiz $\hat{\rho}_9$	0.9005	0.9960	0.9989
São Luiz $\hat{\rho}_{12}$	0.9981	0.9972	0.9981

para a cidade de Ourinhos, só com $\hat{\rho} = 0.999$ para os 4 meses. Porém para a cidade de São Luiz há uma diferença nas estimativas de ρ dependendo do mês considerado. Enquanto que para os meses de março e dezembro temos $\hat{\rho} = 0.9981$, no mês de junho temos $\hat{\rho} = 0.9988$ e no mês de setembro temos $\hat{\rho} = 0.9005$, que difere muito dos demais 3 meses da mesma cidade.

A umidade relativa do ar tem comportamento homogêneo para as cidades de Ourinhos e São Luiz tendo $\hat{\rho}$ em torno de 0.9985 nos 4 meses para as duas cidades. A cidade de Brasília apresenta diferentes valores para cada um dos meses analisados. O ρ estimado é 0.8807, 0.9764, 0.9968 e 0.9499 para os meses de março, junho, setembro e dezembro respectivamente.

A pressão atmosférica para a cidade de Brasília tem ρ estimado em torno de 0.9993 para os 4 meses, enquanto que Ourinhos tem ρ em torno de 0.9985 para os 4 meses e São Luiz tem 0.9995 para o mês de março e em torno de 0.9985 para os demais meses considerados.

Estes altos valores para ρ mostram a grande dependência dos dados observados. Como os dados são de minuto em minuto espera-se que haja grande dependência de uma observação para a outra em cada uma destas 3 variáveis ambientais consideradas.

Nas Figuras 6.15, 6.16 e 6.17 estão as estimativas da curva temperatura do ar, umidade relativa do ar e pressão atmosférica dos primeiros 22 dias dos meses de março, junho, setembro e dezembro de 2009 da cidade de Brasília.

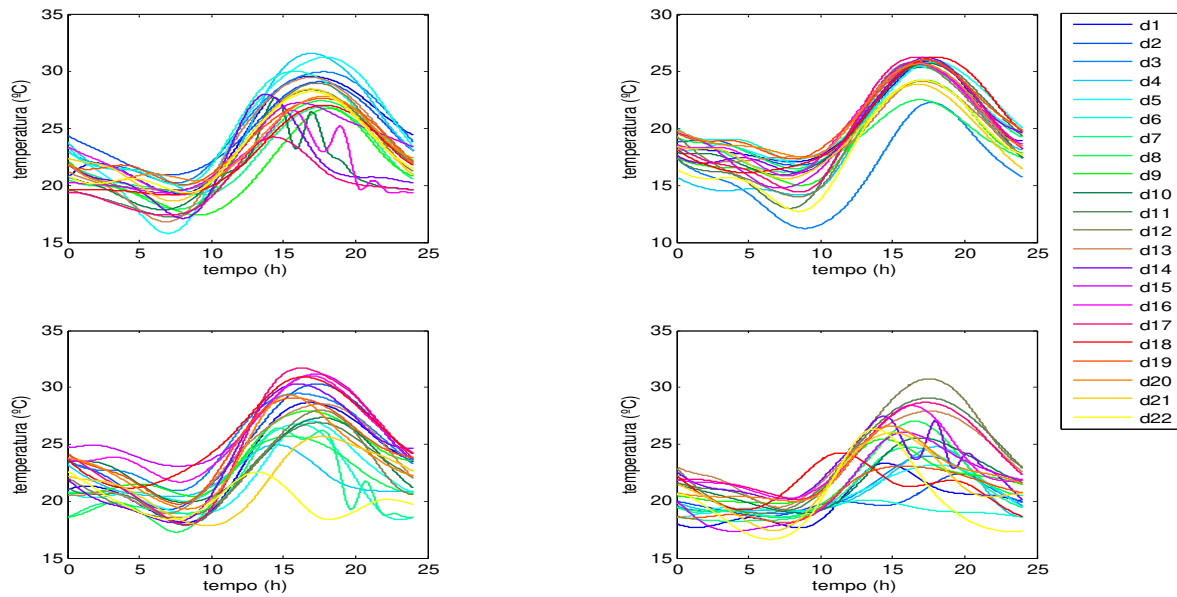


Figura 6.15: Gráfico das estimativas da variável temperatura do dia 1 ao dia 22 dos meses de março, junho, setembro e dezembro de 2009 da cidade de Brasília. d1, ..., d22 representam os dias 1 a 22 do respectivo mês.

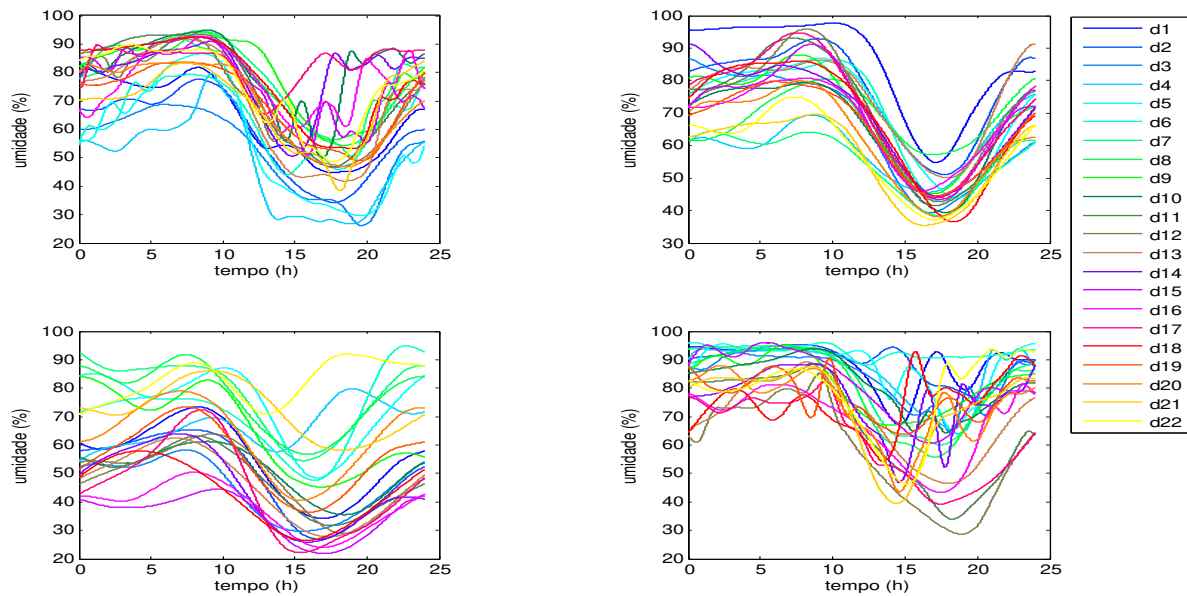


Figura 6.16: Gráfico das estimativas da variável umidade do dia 1 ao dia 22 dos meses de março, junho, setembro e dezembro de 2009 da cidade de Brasília.

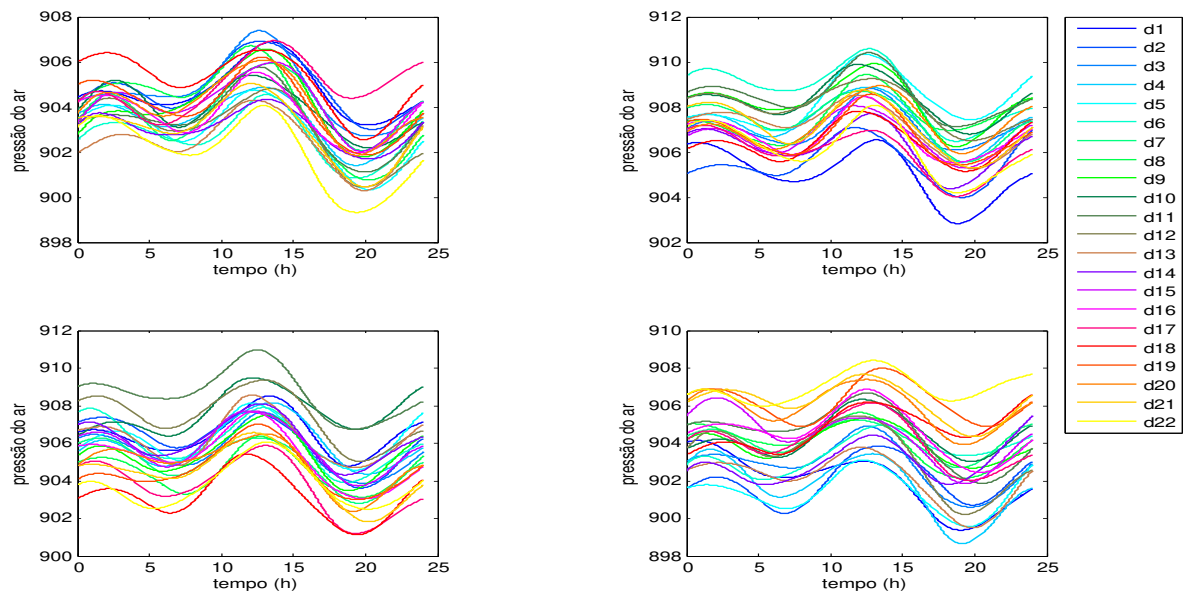


Figura 6.17: Gráfico das estimativas da variável pressão do dia 1 ao dia 22 dos meses de março, junho, setembro e dezembro de 2009 da cidade de Brasília.

No mês de março a temperatura diminui com o passar dos dias. As temperaturas mais altas ocorreram no início do mês e foram baixando com o passar dos dias. As temperaturas mínimas diárias ocorreram em torno das 8 horas nos meses de março, setembro e dezembro e em torno das 9 horas no mês de junho. As mais altas em torno das 17 horas nos meses de março e dezembro e em torno entre 16 e 17 horas nos outros dois meses.

A umidade do ar nos primeiros dias do mês de março é bastante baixa aumentando no decorrer dos dias. Acontecendo o inverso no mês de dezembro. Nos meses de junho e setembro há uma variação grande de um dia para o outro, aumentando e diminuindo conforme o mês passa. No mês de dezembro há uma grande variação na umidade num mesmo dia enquanto que no mês de junho é mais estável. Em torno das 9 horas a umidade atinge seu máximo em geral e é mais baixa entre as 16 e 18 horas em geral.

A pressão atmosférica começa aumentando no início do dia até em torno das 2 horas quando começa a diminuir até às 7 horas e volta a aumentar, atingindo seu máximo diário em torno do meio dia quando volta a cair, atingindo o mínimo diário em torno das 19 horas quando volta a aumentar. Nos meses de março, junho e setembro a pressão atmosférica aumenta e diminui com o passar dos dias, no mês de dezembro ela é mais baixa no início do mês.

Na Figura 6.18 estão as médias das estimativas dos 22 dias dos 4 meses considerados. O mês de junho tem a estimativa média diária mais baixa da temperatura em geral, porém entre as 17 e 20 horas é maior do a temperatura média estimada dos 22 dias de dezembro, que é

o mês com a segunda menor temperatura média diária dos meses considerados. Os meses de março e setembro tem as temperaturas médias mais altas, ficando com médias muito próximas. O mês de setembro tem a menor umidade relativa do ar em média, depois junho, março e dezembro respectivamente. A pressão atmosférica dos meses de março e dezembro é em geral duas unidades mais baixa que no mês de setembro durante todo o dia, e esta é em torno de duas unidades mais baixa que no mês de junho, que tem a maior pressão atmosférica diária na média.

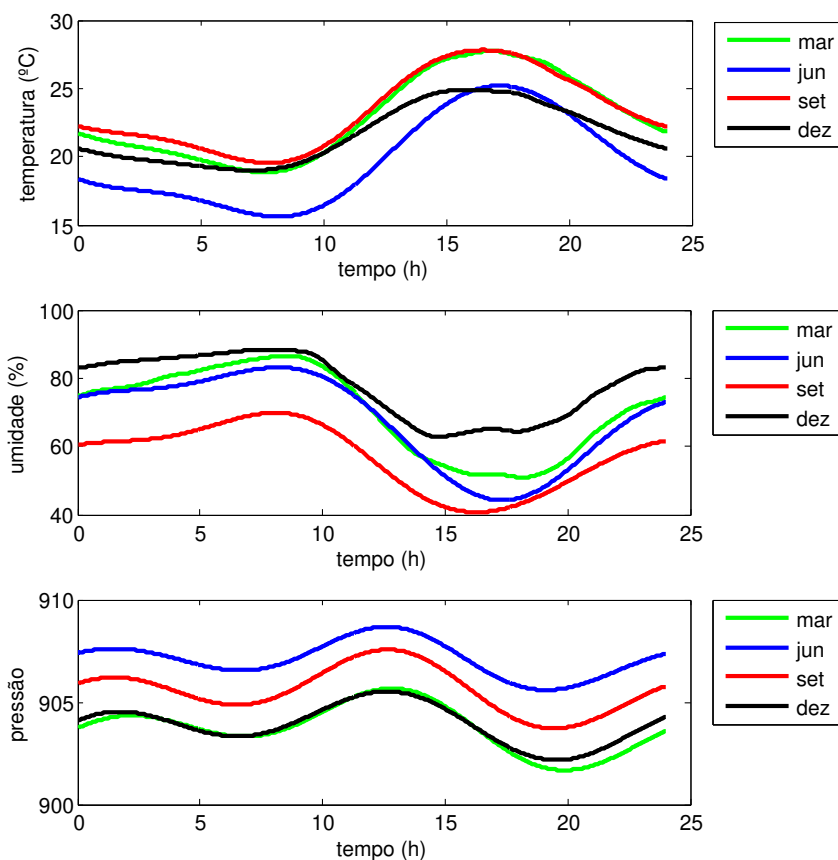


Figura 6.18: Gráfico das médias das estimativas da temperatura do ar, umidade do ar e pressão atmosférica do dia 1 ao dia 22 dos meses de março, junho, setembro e dezembro de 2009 da cidade de Brasília.

Nas Figuras 6.19, 6.20 e 6.21 estão representadas a temperatura observada e estimada diárias do mês de março, umidade do ar observada e estimada diárias do mês de dezembro e pressão atmosférica observada e estimada diárias de junho respectivamente. Cada uma das figuras traz os dados observados e a curva estimativa para cada um dos 22 dias do mês considerado. O que pode-se ver é que no geral a estimativa é bastante boa em todos os casos considerados, quatro meses e três variáveis para a cidade de Brasília.

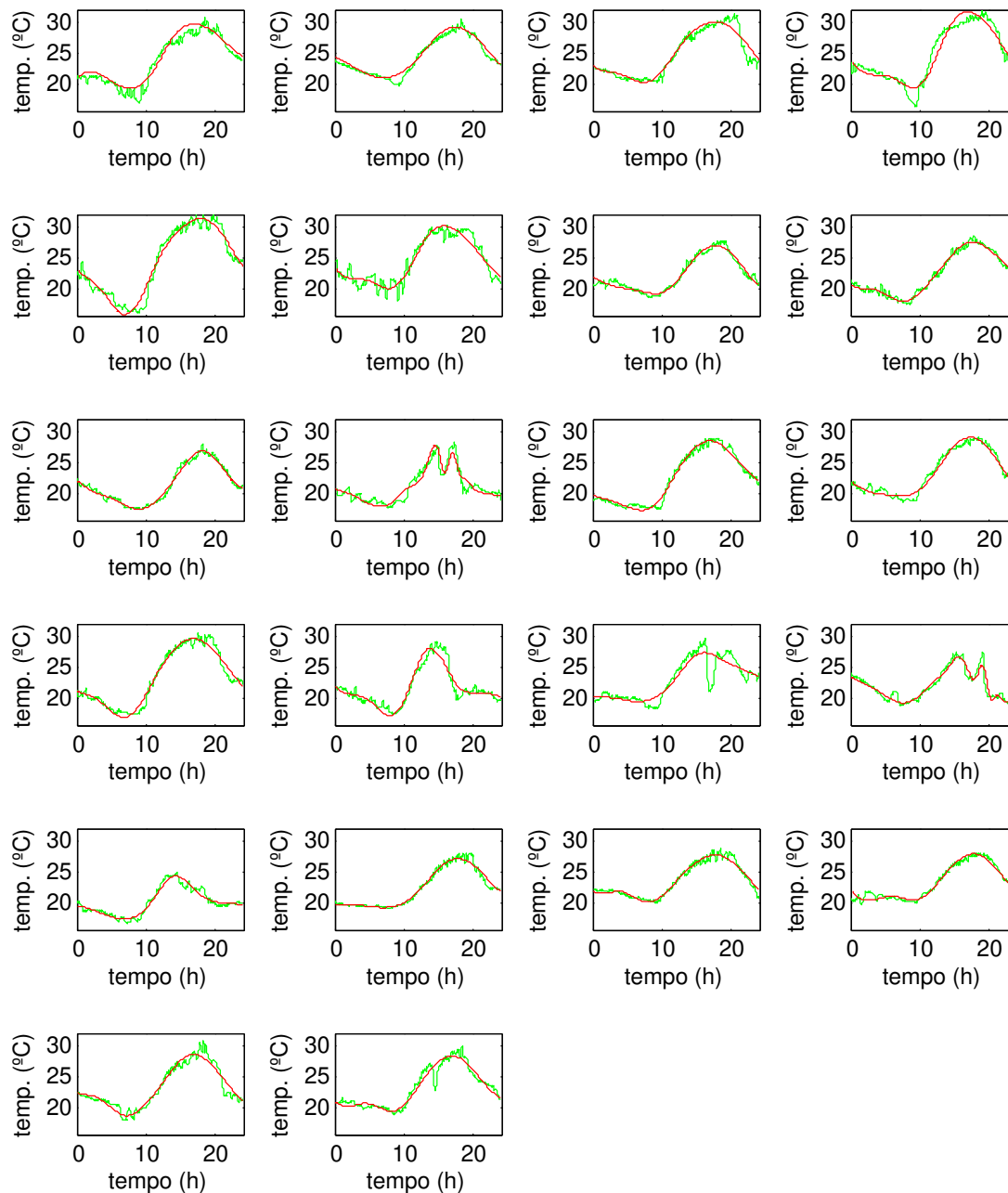


Figura 6.19: Gráfico da temperatura observada e estimada dos 22 primeiros dias do mês de março de 2009 da cidade de Brasília

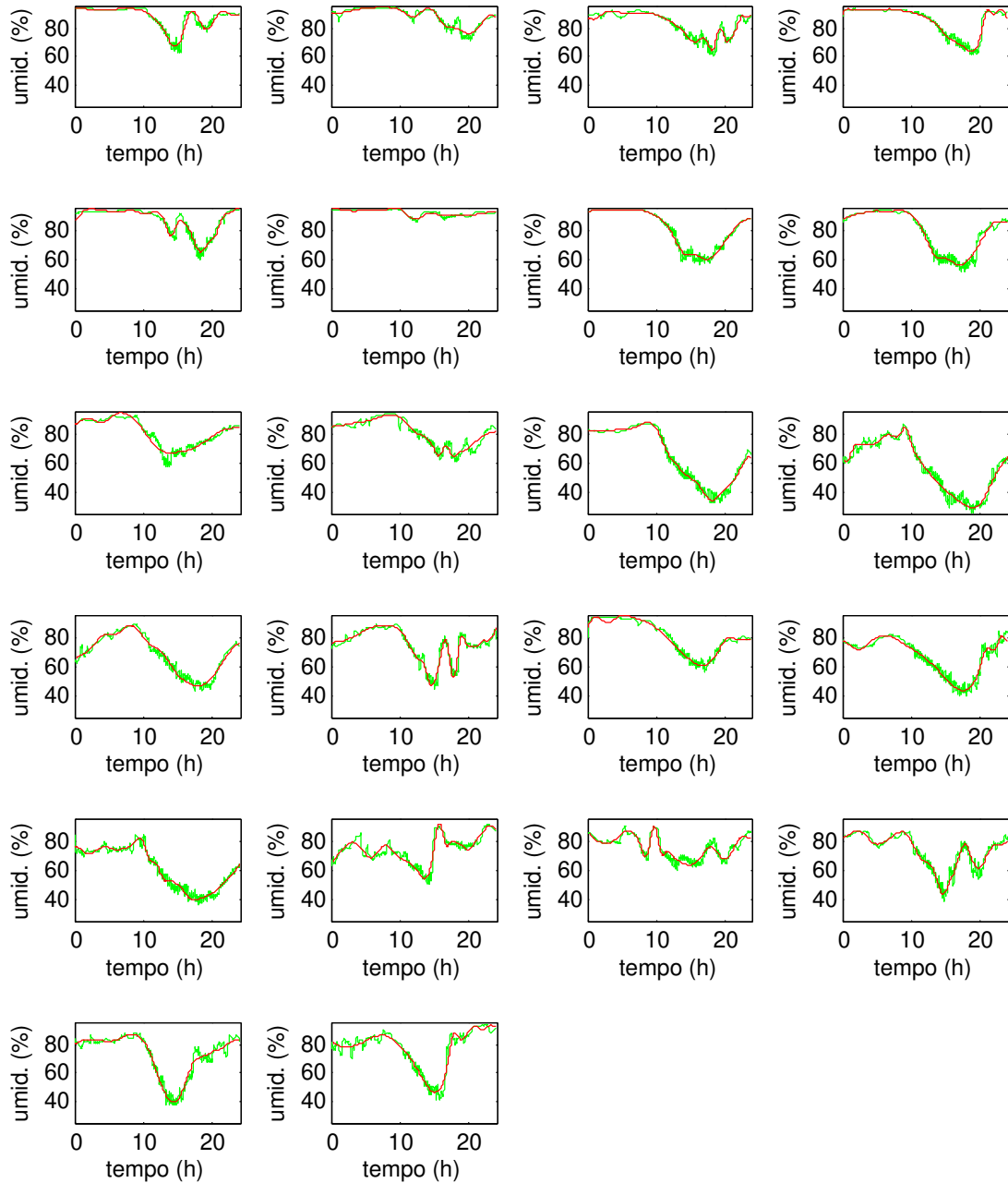


Figura 6.20: Gráfico da umidade observada e estimada dos 22 primeiros dias do mês de dezembro de 2009 da cidade de Brasília

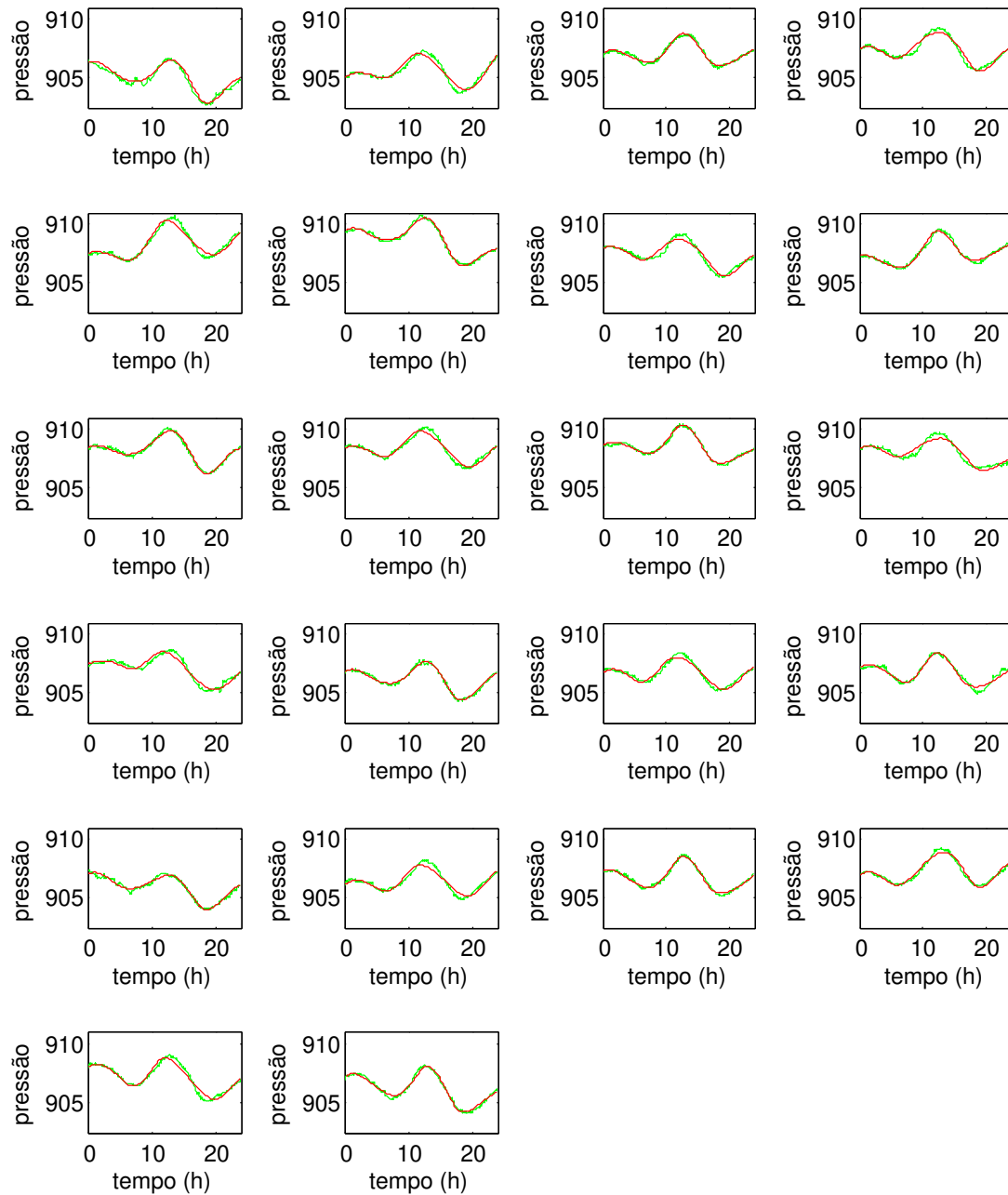


Figura 6.21: Gráfico da pressão observada e estimada dos 22 primeiros dias do mês de junho de 2009 da cidade de Brasília

Após ter aplicado o procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt para estimar ρ , estimou-se a curva. Para verificar se a curva estimada a partir do ρ estimado é adequada, fez-se um estudo comparativo dessa curva com curvas obtidas a partir de vários ρ 's fixos. Para este estudo foram utilizados os seguintes valores fixos para ρ : $-0.9; -0.7; -0.5; -0.3; -0.1; 0; 0.1; 0.3; 0.5; 0.7$.

Em todos os casos (três variáveis, quatro meses das três estações meteorológicas) a curva estimada com ρ estimado é visualmente mais suave. A curva estimada a partir dos 10 ρ 's fixos, visualmente, tende a seguir os dados observados, apresentando ruído. Na Figura 6.22 são apresentados o gráfico de uma parte dos dados observados e a curva estimada a partir de três diferentes ρ 's ($-0.9; 0$; e estimado) da variável temperatura no mês de dezembro da estação de São Luiz. Na figura são mostrados as primeiras 5000 observações juntamente com a curva estimada.

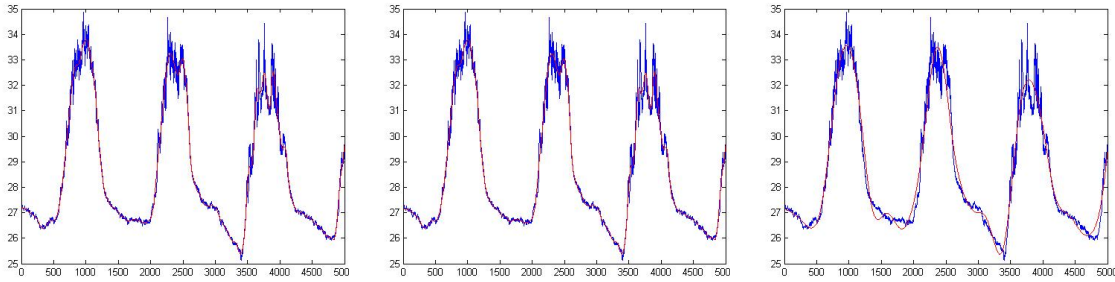


Figura 6.22: Curva observada (azul) e a curva estimada (vermelha) da variável temperatura no mês de dezembro de 2009 para a cidade de São Luiz. Figuras com $\rho = -0.9; 0$; e estimado, respectivamente.

Fez-se também um estudo da autocorrelação residual na curva estimada para as variáveis temperatura, umidade, e pressão do ar, respectivamente, para os quatro meses considerados das estações de Brasília, São Luiz e Ourinhos. Calculou-se a autocorrelação do resíduo obtido a partir da diferença entre a função estimada com o ρ estimado e a função obtida com cada um dos demais 10 ρ 's fixos considerados ($\hat{f}_{\rho_{\text{est}}} - \hat{f}_{\rho_{\text{fixo}}}$). Para evidenciar o que acontece com esse resíduo a medida que ρ varia, optou-se em apresentar essas autocorrelações em termos de α ao invés de ρ . No modelo estudado temos que $\rho = e^{-\alpha/n}$. Seja $\hat{\rho}$ a autocorrelação do resíduo (autocorrelação da diferença entre a função estimada com o ρ estimado e a função obtida com os ρ 's fixos).

Na Tabela 6.5 estão os valores de $\hat{\rho} = e^{-\alpha/n}$ para o meses de março e dezembro da estação de São Luiz. A autocorrelação diminui gradativamente para as três variáveis consideradas a medida que ρ varia: $-0.9, -0.7, \dots, 0.7$. Para o mês de dezembro, essa autocorrelação diminui também a medida que o espaçamento entre os pontos considerados aumenta: 1-1 (todos os pontos), de dois em dois, de quatro em quatro, de 16 em 16, porém, a partir de 32 em 32 há um aumento no valor do $\hat{\rho}$ (autocorrelação). Quando consideram-se valores de 100 em 100 a autocorrelação já é maior que 1. Para o mês de março há uma diminuição da autocorrelação quando o ρ fixado cresce de $-0.9, \dots, 0.7$, porém, ela aumenta a medida que o espaçamento

entre os pontos aumenta. Os resultados para os demais meses e estações seguem o mesmo padrão.

Tabela 6.5: Estimativas das correlações residuais ($\hat{\rho} = e^{-\alpha/n}$), em que $\hat{\rho}$ é a autocorrelação da diferença entre a função estimada a partir do ρ estimado e cada uma das funções obtidas com os 10 ρ 's fixados ($\hat{f}_{\rho est} - \hat{f}_{\rho fixo}$) para as variáveis temperatura, umidade e pressão do ar, respectivamente, relativo aos meses de março e dezembro de 2009, respectivamente, para a cidade de São Luiz. A espp. corresponde ao espaçamento dos pontos considerados: 1-1, todos os pontos; 2-2, espaçamento de dois em dois (metade dos pontos); e assim por diante.

espp. \ ρ	-0.9	-0.7	-0.5	-0.3	-0.1	0	0.1	0.3	0.5	0.7
1-1	14.8640	14.7050	14.6700	14.6546	14.6421	14.6349	14.6241	14.6041	14.5563	14.3755
	15.9732	15.2886	15.1300	14.9972	14.9205	14.8595	14.8483	14.8352	14.9900	10.9138
	12.4477	8.8411	8.1236	7.8140	7.6451	7.5873	7.5474	7.4890	7.4240	7.0176
2-2	15.1416	14.8204	14.7330	14.6893	14.6577	14.6431	14.6262	14.5976	14.5452	14.3633
	15.8506	15.6077	15.3164	15.0046	14.8874	14.8127	14.7939	14.7592	14.9243	10.8661
	18.7645	11.7490	9.8952	8.9543	8.3527	8.1266	7.9463	7.6844	7.5043	7.0653
4-4	15.2087	14.8894	14.7941	14.7365	14.6890	14.6661	14.6408	14.5961	14.5299	14.3403
	16.0367	15.8022	15.4723	14.9737	14.8140	14.7238	14.6991	14.6253	14.8028	10.7760
	20.9613	13.9725	11.9198	10.6322	9.6348	9.2047	8.8214	8.1794	7.7107	7.1606
16-16	16.8305	16.4553	16.1438	15.8434	15.5534	15.4082	15.2555	14.9144	14.4127	13.5885
	18.3651	17.9823	17.0257	15.1284	14.6276	14.4165	14.3386	13.9968	14.1250	10.1942
	38.3878	31.1826	26.0204	21.4314	17.4847	15.7502	14.1812	11.4963	9.4070	8.1455
32-32	59.9926	60.0512	60.3538	60.8528	61.4851	61.8522	62.2400	63.2971	64.4241	62.8682
	39.7318	38.5076	36.9953	33.7312	33.0610	32.9353	33.4441	34.2271	34.8400	26.9033
	78.9145	67.4709	57.4868	48.6674	41.1725	37.9204	35.0618	30.3687	26.7795	23.8056
100-100	-8.9860	-10.9311	-12.8336	-14.6983	-16.6185	-17.3917	-18.4363	-21.5025	-23.6015	-30.4163
	96.1744	89.2330	83.1191	72.0294	62.0316	62.3607	62.0258	62.4235	59.7192	75.7814
	148.4483	112.8042	81.7193	53.9238	30.3685	19.5980	9.1852	-6.0957	-26.6780	-38.8348
1-1	44.0269	43.9306	43.8288	43.7048	43.5388	43.4295	43.2597	42.8504	42.2034	41.0902
	127.3231	127.1085	126.5398	126.2869	125.8616	125.6781	126.0076	132.3127	135.0850	130.2106
	67.0746	66.8704	66.7019	66.4777	66.2169	65.9892	65.7751	64.9218	61.6448	61.9820
2-2	43.5260	43.3672	43.2575	43.1319	42.9627	42.8553	42.6884	42.2864	41.6508	40.5625
	126.2976	126.1645	125.5953	125.3407	124.9249	124.7397	125.0678	131.3696	134.1211	129.2619
	66.1495	66.3015	66.1389	65.8896	65.6315	65.4058	65.1937	64.3512	61.0845	61.4109
4-4	42.3827	42.2274	42.1212	42.0000	41.8294	41.7263	41.5655	41.1778	40.5633	39.5218
	124.3900	124.2617	123.6988	123.4468	123.0547	122.8677	123.1939	129.4820	132.1886	127.3582
	65.0108	65.1673	65.0036	64.7181	64.4647	64.2430	64.0351	63.2146	59.9722	60.2746
16-16	36.3934	36.2427	36.1155	35.9699	35.7349	35.6265	35.4659	35.0671	34.4166	33.3741
	113.4151	113.2778	112.7218	112.4346	112.1291	111.9059	112.1885	118.1030	120.3888	115.6090
	58.6153	58.7343	58.4961	57.9375	57.6872	57.4751	57.2751	56.5378	53.4712	53.4860
32-32	51.0906	51.2981	51.6245	52.0193	52.4029	52.6346	52.8064	53.0794	53.1666	53.0726
	117.8039	117.8955	117.6246	117.5747	117.8368	118.0506	118.6200	123.2887	122.3706	114.6656
	63.0178	63.0745	63.0068	62.4950	62.5727	62.5593	62.5921	62.3815	60.7465	58.4037
100-100	-12.7940	-13.4218	-14.1861	-15.7066	-15.9708	-17.2490	-18.2488	-19.6255	-28.1750	-34.2191
	-0.7466	-1.9120	0.3281	-2.8285	-9.5332	-13.4902	-13.3949	-20.2266	-42.3278	-26.2288
	69.1681	68.0827	67.9049	66.4479	66.5417	67.0190	68.5960	70.1497	74.6136	50.4062

Com base nos resultados obtidos pode-se concluir que a função estimada a partir dos ρ 's fixos apresenta alta autocorrelação. Praticamente toda a autocorrelação permanece na função estimada quando consideram-se esses ρ 's. Isso era esperado conforme visto no estudo de simulação, Tabela 6.1.

6.5.2 Teste FANOVA

Para verificar se as curvas das três variáveis do ano de 2009 são as mesmas para o ano de 2010 fez-se um teste. Tomou-se as curvas observadas dos meses de junho e setembro de 2010 da estação de Brasília para realizar este teste. Os dados do mês de março estão incompletos e os do mês de dezembro foram perdidos. Como os dados são correlacionados não pode-se realizar o teste da Proposição 5.4.1 (Abramovich et al., 2004) diretamente. Para tanto, antes de realizar o teste fez-se a transformação $y_t - \hat{\rho}y_{t-1}$, $t = 1, 2, \dots, n$ nos dados observados para decorrelacionar os erros. Assim, $y_t - \hat{\rho}y_{t-1} = f_t - \hat{\rho}f_{t-1} + u_t \iff z_t = g_t + u_t$, em que os erros u_t tem distribuição aproximadamente $N(0, \sigma_u^2)$. Para realizar o teste substituiu-se a função f

pela sua estimativa do ano de 2009. Após testou-se

$$H_0 : z - g \equiv \text{constante} \quad \text{versus} \quad H_1 : (z - g - \text{constante}) \in \mathcal{F}(\varrho),$$

com nível de significância $\alpha = 5\%$. O resultado do teste para os meses de junho e setembro para a estação de Brasília estão na Tabela 6.6.

Tabela 6.6: Resultados do teste $H_0 : z - g \equiv \text{constante}$ versus $H_1 : (z - g - \text{constante}) \in \mathcal{F}(\varrho)$ com nível de significância $\alpha = 5\%$. $T(j(6)) + Q(j(6))$ é o valor da estatística e $\sqrt{v_0^2(6) + w_0^2(6)}z_{0.95}$ é o valor crítico

		temp.	umid.	pressão
junho	$T(j(6)) + Q(j(6))$	213.43	81900,00	215.69
	$\sqrt{v_0^2(6) + w_0^2(6)}z_{0.95}$	0.22	2.99	0.08
setembro	$T(j(6)) + Q(j(6))$	466.01	3396.40	43.94
	$\sqrt{v_0^2(6) + w_0^2(6)}z_{0.95}$	0.20	1.97	0.07

Em todos os casos rejeita-se a hipótese nula de que as curvas dos meses de junho e setembro de 2010 das variáveis temperatura, umidade relativa do ar e pressão atmosférica seguem a mesma curva dos respectivos meses do ano de 2009.

Capítulo 7

Discussão dos resultados

Estudamos estimadores funcionais por ondaleta com incrementos independentes e incrementos dependentes. Estendemos os estimadores e testes do modelo FANOVA de efeitos fixos, com erros i.i.d., baseados em ondaletas propostos em Abramovich et al. (2004), para modelos FANOVA de efeitos fixos com erros dependentes. Para estimar o parâmetro autorregressivo ρ e a função f propomos um procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt que estima ρ por mínimos quadrados e f de forma não paramétrica. Verificamos a equivalência entre os testes, desde que o parâmetro ρ seja bem estimado

Mostramos a convergência para um mínimo local do procedimento iterativo para o caso em que ρ é estimado por mínimos quadrados e f via estimador minimax. Para ilustrar o desempenho do procedimento iterativo fez-se um estudo de simulação e aplicação a dados reais. Implementou-se o procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt para dois estimadores ondaleta (passo funcional linear e não linear).

Com base nas simulações realizadas, o estimador não linear que limiariza termo a termo deve ser usado no procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt para estimar o parâmetro ρ . No último passo do procedimento troca-se o estimador que limiariza termo a termo pelo que limiariza em blocos para estimar a função f . Porém, ao aplicar o procedimento iterativo a dados reais o estimador ondaleta que limiariza termo a termo comportou-se de forma mais satisfatória. Essa diferença de desempenho do estimador que limiariza termo a termo deve-se ao fato que na aplicação usou-se mais níveis sem limiarizar no último passo. Na simulação a quantidade de níveis limiarizados e não limiarizados foi a mesma para os dois estimadores não lineares. O estimador que limiariza em blocos estimou a função f de forma mais ruidosa do que o estimador que limiariza termo a termo. Verificou-se a presença de ruído na estimativa. Então fez-se a opção pelo estimador ondaleta que limiariza termo a termo que estima uma curva mais suave.

Os dois ρ 's considerados na simulação são dois casos extremos. Além disso, a simulação foi feita de forma não adaptativa, ou seja, não levou-se em conta a regularidade das funções ao escolher a limiarização. Em várias funções teste o estimador não linear que limiariza termo a termo subestima a função. Uma simulação adaptativa, que leva em conta regularidade da função, certamente melhoraria o desempenho do estimador não linear que limiariza termo a

termo. Essa verificação deve ser feita num trabalho futuro.

Outra vantagem do estimador não linear é sua rapidez computacional. Calcula de forma rápida e eficiente as estimativas de ρ e f . O estimador linear tem um custo computacional maior, principalmente para tamanho amostral grande, pois necessita o cálculo dos pesos. Por outro lado, tem a vantagem de se adaptar a qualquer tamanho amostral.

Derivamos também alguns resultados para o estimador ondaleta linear com erros i.i.d.. Mostramos a convergência do erro quadrático médio integrado desse estimador. Sob uma restrição é possível mostrar que este estimador converge nos pontos diádicos para uma variável com distribuição normal mesmo quando os erros correlacionados. O vetor das convergências individuais também converge para uma variável normal multivariada. Além disso, estudamos a convergência conjunta do vetor das estimativas pontuais, em pontos diádicos, desse estimador. Ilustramos através de alguns casos particulares a convergência assintótica conjunta deste vetor para uma variável com distribuição normal multivariada, tanto para erros i.i.d. como para erros dependentes. Ou seja, a convergência pontual nos pontos diádicos da estimativa de f para uma variável aleatória normal, implica na convergência conjunta do vetor das convergências individuais para uma distribuição normal multivariada. Foi feito também um estudo dos elementos da matriz de covariância das estimativas nos pontos diádicos. Com os erros i.i.d. os elementos da matriz de covariância decaem a zero rapidamente. Com erros dependentes a matriz de covariância é uma matriz cheia (sem zeros).

Como trabalho futuro pretendemos aplicar o modelo proposto nesta tese a outros conjuntos de dados reais e estender os resultados para modelos em que os erros seguem um CTARMA (ARMA com tempo contínuo).

Apêndice A

Estudo de simulação do estimador por ondaleta linear

A seguir apresentaremos o estudo de simulação do estimador linear núcleo ondaleta.

A.1 Estudo de simulação

Nesta seção vamos fazer um estudo de simulação para o estimador linear núcleo ondaleta definido em (4.2.3). O objetivo do estudo é descobrir o melhor espaço V_j , em termos de erro quadrático médio (EQM), para projetar a função f . O estimador \hat{f} fornece a estimativa f em 2^j pontos. Para os demais pontos faremos uma interpolação. A interpolação escolhida é o spline cúbico. Para tal estudo considerou-se o modelo de regressão não paramétrico padrão (4.1.4) com $\sigma = 1$.

No estudo de simulações usa-se doze funções teste diferentes para representar diferentes níveis de variabilidade e regularidade (Donoho e Johnstone, 1994; Cai, 1999). As doze funções teste foram normalizadas para todas terem o mesmo desvio padrão = 1. Os gráficos das funções teste podem ser vistos na Figura 4.1.

Para cada função teste, SNR = 1; 3; 5; 7, ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ e tamanho amostral n foram geradas 1000 replicações do modelo (4.1.4). Estimou-se a função f por \hat{f} em 2^j pontos diádicos do intervalo $[0,1]$ e fez-se a interpolação por spline cúbico para ter n estimativas de f . Em seguida calculou-se a média do EQM das 1000 estimativas.

Os resultados das simulações foram tabulados. Em cada uma das Tabelas A.1-A.12 estão os resultados da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta, para diferentes tamanhos amostrais n .

Pelo Teorema 4.2.5 (Teorema 3.4 de Antoniadis et al. (1994)), a condição $n2^{-j} \rightarrow \infty$ e $n2^{-2js^*} \rightarrow 0$, em que $s^* = \min(3/2, s, \gamma + 1/2) - \epsilon$, com $\epsilon = 0$ se $s \neq 3/2$ e $\epsilon > 0$ se $s = 3/2$, traz restrições aos espaços V_j onde a função deve ser projetada, por isso os espaços vazios nas tabelas. Considerando $s^* = 3/2$ e $n = 2^J$ temos que:

$$\begin{aligned} n2^{-j} = 2^{J-j} \rightarrow \infty &\iff J - j \rightarrow \infty; \text{ e} \\ n2^{-2js^*} = 2^{J-2j3/2} = 2^{J-3j} \rightarrow 0 &\iff J - 3j \rightarrow -\infty. \end{aligned}$$

Assim, $o(j) < o(J) < o(3j)$ ou $j < J < 3j$. Portanto o espaço V_j em que devemos projetar a função deve satisfazer $J/3 < j < J$. Considerando $n = 2^J$, para $J \leq 8$ o j mínimo é três,

Tabela A.1: Erro quadrático médio (1000 replicações) da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 1 e função ondaleta ‘db3’ para diferentes tamanhos amostrais n .

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	<i>Doppler</i>						<i>HeaviSine</i>					
128	0.6977	0.4953	0.5238	0.7465	–	–	0.1652	0.2088	0.3730	0.6917	–	–
256	0.6517	0.4045	0.3337	0.4194	0.6991	–	0.1166	0.1177	0.1944	0.3679	0.6868	–
512	0.6239	0.3572	0.2459	0.2429	0.3768	0.6833	0.0971	0.0705	0.1022	0.1873	0.3593	0.6806
1024	0.6182	0.3372	0.2012	0.1540	0.2030	0.3643	0.0842	0.0469	0.0564	0.0959	0.1841	0.3573
2048	0.6117	0.3257	0.1780	0.1085	0.1124	0.1896	0.0795	0.0356	0.0330	0.0508	0.0944	0.1834
4096	–	0.3196	0.1662	0.0856	0.0663	0.0994	–	0.0311	0.0224	0.0284	0.0482	0.0925
8192	–	0.3162	0.1607	0.0742	0.0436	0.0537	–	0.0274	0.0164	0.0166	0.0253	0.0469
	<i>Bumps</i>						<i>Blocks</i>					
128	1.0517	0.9063	0.8922	1.0053	–	–	0.7118	0.5279	0.5771	0.7484	–	–
256	0.9926	0.7995	0.6990	0.7277	0.8101	–	0.6682	0.4433	0.4054	0.4358	0.7156	–
512	0.9724	0.7786	0.6450	0.5884	0.5354	0.7414	0.6410	0.3920	0.3164	0.2640	0.3973	0.6949
1024	0.9661	0.7608	0.6027	0.5022	0.3655	0.4274	0.6324	0.3737	0.2733	0.1762	0.2239	0.3751
2048	0.9571	0.7473	0.5815	0.4584	0.2770	0.2542	0.6303	0.3636	0.2531	0.1322	0.1347	0.2014
4096	–	0.7413	0.5702	0.4353	0.2323	0.1640	–	0.3581	0.2415	0.1089	0.0896	0.1112
8192	–	0.7404	0.5653	0.4246	0.2094	0.1185	–	0.3553	0.2360	0.0976	0.0671	0.0663
	<i>Spikes</i>						<i>Blip</i>					
128	0.9714	0.8731	0.6251	0.7422	–	–	0.3760	0.2738	0.3993	0.7043	–	–
256	0.9247	0.7800	0.4514	0.4206	0.6917	–	0.3251	0.1798	0.2176	0.3804	0.6882	–
512	0.8983	0.7347	0.3637	0.2498	0.3704	0.6839	0.3038	0.1366	0.1299	0.2045	0.3688	0.6865
1024	0.8891	0.7115	0.3157	0.1584	0.1924	0.3600	0.2986	0.1135	0.0846	0.1116	0.1904	0.3621
2048	0.8864	0.7014	0.2945	0.1134	0.1018	0.1838	0.2940	0.1019	0.0617	0.0659	0.1003	0.1872
4096	–	0.6950	0.2823	0.0899	0.0560	0.0927	–	0.0959	0.0501	0.0434	0.0549	0.0966
8192	–	0.6919	0.2758	0.0782	0.0331	0.0472	–	0.0936	0.0446	0.0322	0.0323	0.0512
	<i>Corner</i>						<i>Wave</i>					
128	0.2104	0.2111	0.3700	0.6899	–	–	0.3924	0.4161	0.3864	0.6940	–	–
256	0.1613	0.1168	0.1920	0.3622	0.6836	–	0.3503	0.3246	0.2116	0.3624	0.6819	–
512	0.1382	0.0722	0.0990	0.1847	0.3597	0.6791	0.3331	0.2820	0.1228	0.1921	0.3610	0.6817
1024	0.1300	0.0493	0.0539	0.0946	0.1830	0.3578	0.3220	0.2589	0.0762	0.0999	0.1852	0.3595
2048	0.1202	0.0370	0.0304	0.0489	0.0925	0.1827	0.3120	0.2451	0.0529	0.0532	0.0930	0.1835
4096	–	0.0319	0.0194	0.0265	0.0476	0.0923	–	0.2407	0.0416	0.0302	0.0475	0.0923
8192	–	0.0305	0.0144	0.0150	0.0246	0.0468	–	0.2377	0.0360	0.0189	0.0248	0.0465
	<i>Angles</i>						<i>Parabolas</i>					
128	0.4775	0.2679	0.3736	0.6912	–	–	0.2798	0.2263	0.3750	0.6888	–	–
256	0.4226	0.1822	0.1983	0.3643	0.6857	–	0.2288	0.1359	0.1942	0.3611	0.6853	–
512	0.4017	0.1367	0.1050	0.1860	0.3578	0.6785	0.2105	0.0901	0.1037	0.1847	0.3554	0.6780
1024	0.3897	0.1128	0.0578	0.0954	0.1832	0.3595	0.1994	0.0698	0.0598	0.0960	0.1830	0.3552
2048	0.3846	0.1029	0.0356	0.0504	0.0931	0.1827	0.1931	0.0580	0.0366	0.0499	0.0929	0.1825
4096	–	0.0967	0.0237	0.0270	0.0476	0.0925	–	0.0515	0.0249	0.0267	0.0472	0.0917
8192	–	0.0930	0.0182	0.0156	0.0246	0.0466	–	0.0493	0.0196	0.0155	0.0246	0.0465
	<i>Time Shifted Sine</i>						<i>Cusp</i>					
128	0.3672	0.3478	0.3822	0.6865	–	–	0.1346	0.2001	0.3667	0.6900	–	–
256	0.3253	0.2581	0.2058	0.3659	0.6845	–	0.0937	0.1075	0.1895	0.3609	0.6835	–
512	0.3010	0.2112	0.1110	0.1855	0.3569	0.6787	0.0683	0.0632	0.0997	0.1874	0.3620	0.6809
1024	0.2895	0.1882	0.0653	0.0945	0.1842	0.3581	0.0587	0.0408	0.0533	0.0943	0.1837	0.3565
2048	0.2845	0.1763	0.0425	0.0494	0.0928	0.1818	0.0517	0.0288	0.0303	0.0493	0.0931	0.1818
4096	–	0.1708	0.0314	0.0272	0.0476	0.0921	–	0.0223	0.0188	0.0263	0.0473	0.0921
8192	–	0.1687	0.0261	0.0156	0.0244	0.0466	–	0.0205	0.0133	0.0150	0.0247	0.0466

já para $J = 9, 10$ ou 11 o j mínimo é quatro, enquanto que para $J = 12$ ou 13 o j mínimo é cinco.

Na Tabela A.13 estão resumidas as informações das simulações considerando as 12 funções teste conjuntamente. Ela informa a quantidade de vezes em que a média do erro quadrático médio das 1000 replicações é a menor para cada subespaço V_j , SNR e função ondaleta con-

Tabela A.2: Erro quadrático médio (1000 replicações) da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 1 e função ondaleta ‘db6’ para diferentes tamanhos amostrais n .

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	<i>Doppler</i>						<i>HeaviSine</i>					
128	0.6629	0.4359	0.3887	0.5003	–	–	0.1125	0.1370	0.2413	0.4470	–	–
256	0.6400	0.3761	0.2689	0.2853	0.4561	–	0.0834	0.0804	0.1271	0.2349	0.4442	–
512	0.6187	0.3443	0.2118	0.1726	0.2463	0.4437	0.0710	0.0515	0.0683	0.1196	0.2304	0.4389
1024	0.6206	0.3339	0.1848	0.1166	0.1354	0.2355	0.0638	0.0369	0.0395	0.0624	0.1169	0.2283
2048	0.6157	0.3266	0.1708	0.0879	0.0781	0.1231	0.0601	0.0293	0.0249	0.0338	0.0602	0.1165
4096	–	0.3227	0.1632	0.0735	0.0490	0.0656	–	0.0275	0.0183	0.0198	0.0312	0.0589
8192	–	0.3207	0.1596	0.0661	0.0346	0.0367	–	0.0248	0.0144	0.0124	0.0168	0.0301
	<i>Bumps</i>						<i>Blocks</i>					
128	1.0122	0.8656	0.7282	0.7729	–	–	0.5949	0.4373	0.4594	0.5045	–	–
256	0.9810	0.7888	0.6105	0.6007	0.5620	–	0.5740	0.3856	0.3510	0.3007	0.4738	–
512	0.9702	0.7855	0.5913	0.5260	0.3968	0.5031	0.5573	0.3520	0.2942	0.1902	0.2660	0.4534
1024	0.9660	0.7744	0.5670	0.4726	0.2885	0.2990	0.5518	0.3417	0.2677	0.1372	0.1549	0.2443
2048	0.9603	0.7669	0.5550	0.4460	0.2345	0.1888	0.5531	0.3367	0.2564	0.1093	0.0976	0.1339
4096	–	0.7628	0.5477	0.4316	0.2057	0.1314	–	0.3331	0.2495	0.0951	0.0696	0.0768
8192	–	0.7628	0.5449	0.4246	0.1917	0.1029	–	0.3317	0.2461	0.0878	0.0555	0.0485
	<i>Spikes</i>						<i>Blip</i>					
128	0.9015	0.8731	0.4863	0.4993	–	–	0.2608	0.2101	0.2650	0.4585	–	–
256	0.8746	0.8191	0.3688	0.2856	0.4446	–	0.2321	0.1492	0.1488	0.2492	0.4468	–
512	0.8599	0.7882	0.3112	0.1747	0.2344	0.4409	0.2189	0.1248	0.0945	0.1357	0.2377	0.4443
1024	0.8522	0.7742	0.2820	0.1162	0.1203	0.2293	0.2140	0.1107	0.0660	0.0769	0.1234	0.2329
2048	0.8525	0.7686	0.2685	0.0878	0.0628	0.1160	0.2108	0.1029	0.0513	0.0485	0.0658	0.1205
4096	–	0.7642	0.2610	0.0733	0.0341	0.0586	–	0.0997	0.0443	0.0345	0.0372	0.0631
8192	–	0.7624	0.2574	0.0660	0.0196	0.0297	–	0.0981	0.0409	0.0273	0.0228	0.0345
	<i>Corner</i>						<i>Wave</i>					
128	0.1812	0.1350	0.2358	0.4445	–	–	0.3138	0.3324	0.2610	0.4436	–	–
256	0.1543	0.0776	0.1221	0.2323	0.4412	–	0.2847	0.2752	0.1522	0.2302	0.4399	–
512	0.1367	0.0482	0.0654	0.1183	0.2294	0.4381	0.2770	0.2497	0.0947	0.1202	0.2314	0.4401
1024	0.1310	0.0345	0.0365	0.0607	0.1162	0.2286	0.2693	0.2346	0.0648	0.0617	0.1176	0.2298
2048	0.1239	0.0258	0.0214	0.0317	0.0590	0.1158	0.2626	0.2261	0.0505	0.0326	0.0593	0.1163
4096	–	0.0228	0.0147	0.0178	0.0306	0.0586	–	0.2231	0.0433	0.0181	0.0305	0.0584
8192	–	0.0224	0.0117	0.0108	0.0161	0.0298	–	0.2213	0.0401	0.0110	0.0163	0.0298
	<i>Angles</i>						<i>Parabolas</i>					
128	0.2930	0.1867	0.2407	0.4450	–	–	0.1611	0.1591	0.2431	0.4470	–	–
256	0.2604	0.1294	0.1257	0.2348	0.4428	–	0.1314	0.1010	0.1273	0.2308	0.4426	–
512	0.2442	0.1007	0.0674	0.1193	0.2287	0.4375	0.1185	0.0722	0.0708	0.1180	0.2281	0.4374
1024	0.2380	0.0855	0.0380	0.0610	0.1163	0.2290	0.1123	0.0591	0.0433	0.0614	0.1167	0.2274
2048	0.2351	0.0795	0.0245	0.0329	0.0595	0.1160	0.1092	0.0523	0.0288	0.0324	0.0594	0.1158
4096	–	0.0757	0.0170	0.0183	0.0306	0.0586	–	0.0479	0.0213	0.0179	0.0305	0.0583
8192	–	0.0735	0.0135	0.0111	0.0161	0.0297	–	0.0471	0.0181	0.0108	0.0162	0.0297
	<i>Time Shifted Sine</i>						<i>Cusp</i>					
128	0.2969	0.3166	0.2408	0.4442	–	–	0.0945	0.1301	0.2357	0.4450	–	–
256	0.2669	0.2594	0.1278	0.2330	0.4427	–	0.0701	0.0734	0.1208	0.2308	0.4398	–
512	0.2522	0.2303	0.0683	0.1182	0.2283	0.4373	0.0537	0.0445	0.0652	0.1191	0.2314	0.4404
1024	0.2464	0.2161	0.0394	0.0605	0.1164	0.2284	0.0480	0.0306	0.0359	0.0611	0.1170	0.2281
2048	0.2425	0.2085	0.0249	0.0319	0.0591	0.1155	0.0437	0.0233	0.0217	0.0323	0.0593	0.1153
4096	–	0.2057	0.0181	0.0178	0.0306	0.0585	–	0.0188	0.0142	0.0177	0.0304	0.0584
8192	–	0.2048	0.0148	0.0107	0.0161	0.0297	–	0.0182	0.0110	0.0108	0.0162	0.0297

Tabela A.3: Erro quadrático médio (1000 replicações) da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com $\text{SNR} = 1$ e função ondaleta ‘sym8’ para diferentes tamanhos amostrais n .

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	<i>Doppler</i>						<i>HeaviSine</i>					
128	0.6275	0.4247	0.4093	0.5549	–	–	0.1127	0.1530	0.2730	0.5058	–	–
256	0.5946	0.3576	0.2695	0.3147	0.5111	–	0.0776	0.0871	0.1430	0.2691	0.5027	–
512	0.5727	0.3208	0.2044	0.1864	0.2753	0.4996	0.0636	0.0535	0.0759	0.1366	0.2626	0.4971
1024	0.5697	0.3085	0.1735	0.1218	0.1484	0.2659	0.0548	0.0365	0.0430	0.0707	0.1338	0.2607
2048	0.5644	0.3002	0.1568	0.0890	0.0825	0.1378	0.0509	0.0283	0.0262	0.0380	0.0689	0.1333
4096	–	0.2956	0.1481	0.0724	0.0491	0.0722	–	0.0255	0.0187	0.0219	0.0355	0.0672
8192	–	0.2931	0.1440	0.0641	0.0326	0.0390	–	0.0226	0.0142	0.0133	0.0189	0.0343
	<i>Bumps</i>						<i>Blocks</i>					
128	1.0020	0.8303	0.7570	0.7901	–	–	0.6107	0.4507	0.4702	0.5505	–	–
256	0.9613	0.7490	0.6247	0.6047	0.5999	–	0.5848	0.3917	0.3457	0.3221	0.5277	–
512	0.9491	0.7431	0.5979	0.5137	0.4090	0.5487	0.5646	0.3536	0.2817	0.1966	0.2958	0.5104
1024	0.9463	0.7309	0.5693	0.4517	0.2864	0.3182	0.5584	0.3411	0.2511	0.1340	0.1688	0.2752
2048	0.9395	0.7219	0.5553	0.4214	0.2235	0.1923	0.5586	0.3348	0.2375	0.1024	0.1035	0.1488
4096	–	0.7174	0.5467	0.4045	0.1907	0.1266	–	0.3307	0.2291	0.0859	0.0714	0.0836
8192	–	0.7171	0.5434	0.3967	0.1745	0.0938	–	0.3289	0.2251	0.0777	0.0552	0.0511
	<i>Spikes</i>						<i>Blip</i>					
128	0.9237	0.7989	0.4642	0.5279	–	–	0.2874	0.2106	0.2939	0.5167	–	–
256	0.8915	0.7334	0.3342	0.2881	0.5011	–	0.2524	0.1406	0.1615	0.2810	0.5042	–
512	0.8730	0.6996	0.2687	0.1621	0.2659	0.4995	0.2366	0.1113	0.0983	0.1527	0.2698	0.5018
1024	0.8657	0.6827	0.2351	0.0958	0.1353	0.2619	0.2318	0.0947	0.0656	0.0852	0.1395	0.2647
2048	0.8650	0.6758	0.2192	0.0628	0.0692	0.1330	0.2288	0.0860	0.0489	0.0522	0.0738	0.1366
4096	–	0.6709	0.2105	0.0462	0.0363	0.0670	–	0.0820	0.0407	0.0360	0.0411	0.0707
8192	–	0.6689	0.2062	0.0378	0.0197	0.0340	–	0.0803	0.0367	0.0278	0.0247	0.0379
	<i>Corner</i>						<i>Wave</i>					
128	0.1452	0.1526	0.2699	0.5038	–	–	0.3176	0.3506	0.2740	0.5033	–	–
256	0.1125	0.0854	0.1396	0.2648	0.4997	–	0.2858	0.2842	0.1474	0.2625	0.4985	–
512	0.0945	0.0521	0.0734	0.1348	0.2623	0.4962	0.2754	0.2547	0.0826	0.1374	0.2638	0.4986
1024	0.0884	0.0359	0.0405	0.0693	0.1331	0.2609	0.2665	0.2374	0.0485	0.0704	0.1346	0.2623
2048	0.0806	0.0263	0.0234	0.0360	0.0674	0.1326	0.2589	0.2275	0.0319	0.0368	0.0678	0.1332
4096	–	0.0228	0.0155	0.0199	0.0349	0.0671	–	0.2243	0.0237	0.0202	0.0347	0.0670
8192	–	0.0221	0.0120	0.0118	0.0183	0.0341	–	0.2222	0.0197	0.0120	0.0184	0.0340
	<i>Angles</i>						<i>Parabolas</i>					
128	0.3444	0.1947	0.2720	0.5052	–	–	0.1922	0.1683	0.2749	0.5042	–	–
256	0.3047	0.1313	0.1422	0.2662	0.5016	–	0.1557	0.1026	0.1422	0.2632	0.5005	–
512	0.2868	0.0977	0.0752	0.1357	0.2610	0.4958	0.1420	0.0694	0.0766	0.1343	0.2599	0.4955
1024	0.2796	0.0807	0.0409	0.0696	0.1330	0.2617	0.1346	0.0548	0.0452	0.0699	0.1333	0.2594
2048	0.2756	0.0736	0.0251	0.0372	0.0680	0.1328	0.1304	0.0466	0.0285	0.0366	0.0677	0.1326
4096	–	0.0693	0.0164	0.0202	0.0348	0.0672	–	0.0415	0.0200	0.0199	0.0347	0.0667
8192	–	0.0665	0.0124	0.0120	0.0182	0.0340	–	0.0404	0.0163	0.0119	0.0183	0.0340
	<i>Time Shifted Sine</i>						<i>Cusp</i>					
128	0.3006	0.2945	0.2714	0.5019	–	–	0.0990	0.1476	0.2682	0.5040	–	–
256	0.2683	0.2291	0.1426	0.2666	0.5006	–	0.0701	0.0812	0.1389	0.2632	0.4990	–
512	0.2512	0.1955	0.0744	0.1349	0.2606	0.4957	0.0513	0.0485	0.0738	0.1367	0.2642	0.4984
1024	0.2438	0.1791	0.0413	0.0688	0.1335	0.2609	0.0449	0.0324	0.0402	0.0693	0.1337	0.2603
2048	0.2396	0.1704	0.0247	0.0361	0.0676	0.1320	0.0393	0.0237	0.0237	0.0366	0.0678	0.1321
4096	–	0.1667	0.0167	0.0200	0.0349	0.0669	–	0.0188	0.0152	0.0199	0.0347	0.0669
8192	–	0.1653	0.0129	0.0117	0.0182	0.0339	–	0.0179	0.0115	0.0118	0.0184	0.0340

Tabela A.4: Erro quadrático médio (1000 replicações) da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 3 e função ondaleta ‘db3’ para diferentes tamanhos amostrais n .

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	<i>Doppler</i>						<i>HeaviSine</i>					
128	0.6036	0.3283	0.1973	0.1354	–	–	0.0618	0.0325	0.0442	0.0777	–	–
256	0.5922	0.3139	0.1701	0.0988	0.0933	–	0.0543	0.0216	0.0245	0.0417	0.0767	–
512	0.5886	0.3067	0.1592	0.0789	0.0580	0.0817	0.0513	0.0170	0.0145	0.0224	0.0407	0.0758
1024	0.5867	0.3053	0.1547	0.0698	0.0395	0.0468	0.0501	0.0145	0.0095	0.0122	0.0212	0.0402
2048	0.5863	0.3040	0.1522	0.0647	0.0294	0.0272	0.0496	0.0135	0.0071	0.0072	0.0112	0.0206
4096	–	0.3033	0.1509	0.0623	0.0243	0.0171	–	0.0129	0.0059	0.0047	0.0061	0.0106
8192	–	0.3029	0.1503	0.0609	0.0218	0.0121	–	0.0125	0.0052	0.0034	0.0035	0.0056
	<i>Bumps</i>						<i>Blocks</i>					
128	0.9452	0.7292	0.5620	0.3951	–	–	0.6098	0.3545	0.2508	0.1377	–	–
256	0.9279	0.7046	0.5328	0.4093	0.2029	–	0.6062	0.3506	0.2366	0.1123	0.1077	–
512	0.9302	0.7243	0.5579	0.4239	0.2136	0.1371	0.5972	0.3391	0.2298	0.0978	0.0782	0.0897
1024	0.9295	0.7263	0.5558	0.4177	0.2020	0.1080	0.5972	0.3417	0.2265	0.0920	0.0615	0.0569
2048	0.9293	0.7264	0.5563	0.4156	0.1958	0.0925	0.5980	0.3419	0.2264	0.0882	0.0520	0.0390
4096	–	0.7255	0.5543	0.4122	0.1902	0.0821	–	0.3414	0.2255	0.0856	0.0477	0.0296
8192	–	0.7253	0.5538	0.4111	0.1878	0.0772	–	0.3404	0.2250	0.0844	0.0453	0.0248
	<i>Spikes</i>						<i>Blip</i>					
128	0.8658	0.6958	0.2963	0.1294	–	–	0.2722	0.0984	0.0711	0.0896	–	–
256	0.8597	0.6870	0.2828	0.1005	0.0831	–	0.2652	0.0872	0.0514	0.0571	0.0821	–
512	0.8560	0.6822	0.2739	0.0831	0.0479	0.0759	0.2641	0.0836	0.0428	0.0379	0.0469	0.0791
1024	0.8563	0.6798	0.2693	0.0736	0.0287	0.0401	0.2630	0.0812	0.0379	0.0276	0.0279	0.0445
2048	0.8551	0.6783	0.2671	0.0689	0.0188	0.0208	0.2610	0.0795	0.0351	0.0226	0.0179	0.0249
4096	–	0.6777	0.2659	0.0665	0.0138	0.0107	–	0.0789	0.0338	0.0203	0.0130	0.0148
8192	–	0.6773	0.2651	0.0652	0.0113	0.0056	–	0.0787	0.0332	0.0189	0.0104	0.0099
	<i>Corner</i>						<i>Wave</i>					
128	0.1031	0.0355	0.0422	0.0762	–	–	0.2906	0.2426	0.0630	0.0795	–	–
256	0.0979	0.0251	0.0225	0.0405	0.0753	–	0.2884	0.2327	0.0446	0.0442	0.0760	–
512	0.0953	0.0201	0.0126	0.0208	0.0400	0.0754	0.2862	0.2276	0.0341	0.0248	0.0402	0.0756
1024	0.0942	0.0176	0.0075	0.0107	0.0204	0.0398	0.2844	0.2249	0.0289	0.0145	0.0206	0.0397
2048	0.0938	0.0166	0.0051	0.0058	0.0104	0.0203	0.2845	0.2235	0.0264	0.0095	0.0104	0.0203
4096	–	0.0158	0.0038	0.0032	0.0053	0.0103	–	0.2231	0.0251	0.0070	0.0054	0.0103
8192	–	0.0154	0.0031	0.0018	0.0028	0.0052	–	0.2228	0.0244	0.0057	0.0028	0.0052
	<i>Angles</i>						<i>Parabolas</i>					
128	0.3688	0.0966	0.0464	0.0770	–	–	0.1715	0.0537	0.0472	0.0763	–	–
256	0.3622	0.0883	0.0267	0.0409	0.0757	–	0.1663	0.0438	0.0278	0.0409	0.0761	–
512	0.3595	0.0837	0.0167	0.0214	0.0399	0.0757	0.1650	0.0386	0.0175	0.0212	0.0401	0.0758
1024	0.3565	0.0812	0.0116	0.0113	0.0205	0.0398	0.1637	0.0361	0.0125	0.0111	0.0205	0.0399
2048	0.3551	0.0804	0.0091	0.0063	0.0104	0.0202	0.1632	0.0350	0.0100	0.0060	0.0103	0.0203
4096	–	0.0799	0.0078	0.0037	0.0053	0.0103	–	0.0343	0.0087	0.0034	0.0053	0.0102
8192	–	0.0797	0.0072	0.0024	0.0028	0.0052	–	0.0342	0.0081	0.0022	0.0028	0.0052
	<i>Time Shifted Sine</i>						<i>Cusp</i>					
128	0.2640	0.1745	0.0548	0.0780	–	–	0.0323	0.0255	0.0413	0.0762	–	–
256	0.2599	0.1635	0.0338	0.0411	0.0764	–	0.0274	0.0159	0.0221	0.0408	0.0760	–
512	0.2576	0.1584	0.0239	0.0212	0.0396	0.0756	0.0247	0.0106	0.0117	0.0208	0.0398	0.0756
1024	0.2556	0.1559	0.0192	0.0114	0.0205	0.0399	0.0237	0.0081	0.0069	0.0108	0.0204	0.0397
2048	0.2552	0.1548	0.0166	0.0063	0.0104	0.0203	0.0229	0.0069	0.0043	0.0057	0.0104	0.0203
4096	–	0.1542	0.0154	0.0037	0.0053	0.0103	–	0.0063	0.0030	0.0032	0.0053	0.0102
8192	–	0.1538	0.0148	0.0025	0.0028	0.0052	–	0.0059	0.0024	0.0019	0.0028	0.0052

Tabela A.5: Erro quadrático médio (1000 replicações) da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 3 e função ondaleta ‘db6’ para diferentes tamanhos amostrais n .

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	<i>Doppler</i>						<i>HeaviSine</i>					
128	0.5959	0.3262	0.1820	0.1070	–	–	0.0394	0.0232	0.0297	0.0505	–	–
256	0.5905	0.3152	0.1633	0.0811	0.0674	–	0.0361	0.0164	0.0172	0.0273	0.0496	–
512	0.5865	0.3101	0.1561	0.0681	0.0436	0.0552	0.0344	0.0136	0.0109	0.0150	0.0262	0.0490
1024	0.5878	0.3094	0.1535	0.0625	0.0318	0.0325	0.0335	0.0121	0.0078	0.0085	0.0137	0.0258
2048	0.5876	0.3086	0.1520	0.0593	0.0252	0.0199	0.0332	0.0114	0.0063	0.0054	0.0073	0.0132
4096	–	0.3081	0.1510	0.0577	0.0220	0.0135	–	0.0111	0.0055	0.0038	0.0041	0.0069
8192	–	0.3078	0.1505	0.0568	0.0204	0.0103	–	0.0108	0.0051	0.0030	0.0025	0.0037
	<i>Bumps</i>						<i>Blocks</i>					
128	0.9386	0.7512	0.5164	0.3763	–	–	0.5222	0.3245	0.2505	0.1108	–	–
256	0.9314	0.7244	0.5025	0.3950	0.1702	–	0.5257	0.3229	0.2419	0.0932	0.0795	–
512	0.9344	0.7476	0.5347	0.4201	0.1919	0.1133	0.5217	0.3150	0.2374	0.0849	0.0613	0.0633
1024	0.9342	0.7483	0.5353	0.4179	0.1848	0.0949	0.5212	0.3175	0.2363	0.0826	0.0511	0.0418
2048	0.9342	0.7491	0.5369	0.4179	0.1823	0.0862	0.5233	0.3183	0.2376	0.0807	0.0449	0.0307
4096	–	0.7486	0.5356	0.4158	0.1785	0.0795	–	0.3184	0.2372	0.0793	0.0425	0.0249
8192	–	0.7485	0.5354	0.4151	0.1771	0.0765	–	0.3177	0.2368	0.0784	0.0412	0.0220
	<i>Spikes</i>						<i>Blip</i>					
128	0.8287	0.7603	0.2738	0.1046	–	–	0.1872	0.0982	0.0561	0.0617	–	–
256	0.8256	0.7548	0.2611	0.0817	0.0523	–	0.1866	0.0882	0.0420	0.0432	0.0551	–
512	0.8233	0.7515	0.2546	0.0690	0.0291	0.0488	0.1845	0.0868	0.0371	0.0299	0.0318	0.0525
1024	0.8237	0.7502	0.2511	0.0624	0.0164	0.0253	0.1830	0.0862	0.0346	0.0229	0.0196	0.0303
2048	0.8229	0.7495	0.2495	0.0591	0.0101	0.0129	0.1825	0.0850	0.0327	0.0200	0.0133	0.0176
4096	–	0.7491	0.2486	0.0576	0.0069	0.0065	–	0.0844	0.0318	0.0187	0.0101	0.0112
8192	–	0.7489	0.2482	0.0567	0.0053	0.0033	–	0.0843	0.0315	0.0178	0.0085	0.0081
	<i>Corner</i>						<i>Wave</i>					
128	0.1069	0.0208	0.0272	0.0492	–	–	0.2388	0.2205	0.0557	0.0497	–	–
256	0.1035	0.0144	0.0145	0.0258	0.0488	–	0.2390	0.2141	0.0425	0.0260	0.0489	–
512	0.1017	0.0114	0.0084	0.0133	0.0256	0.0488	0.2383	0.2108	0.0365	0.0135	0.0256	0.0488
1024	0.1007	0.0098	0.0052	0.0069	0.0130	0.0254	0.2365	0.2087	0.0330	0.0071	0.0130	0.0254
2048	0.1005	0.0092	0.0037	0.0038	0.0067	0.0129	0.2368	0.2079	0.0315	0.0039	0.0066	0.0129
4096	–	0.0087	0.0028	0.0021	0.0034	0.0065	–	0.2075	0.0308	0.0023	0.0034	0.0065
8192	–	0.0085	0.0024	0.0013	0.0018	0.0033	–	0.2073	0.0303	0.0015	0.0018	0.0033
	<i>Angles</i>						<i>Parabolas</i>					
128	0.2161	0.0723	0.0295	0.0499	–	–	0.0860	0.0451	0.0332	0.0490	–	–
256	0.2121	0.0660	0.0167	0.0263	0.0489	–	0.0827	0.0388	0.0209	0.0259	0.0491	–
512	0.2096	0.0631	0.0103	0.0137	0.0255	0.0488	0.0820	0.0357	0.0145	0.0133	0.0256	0.0489
1024	0.2084	0.0616	0.0071	0.0073	0.0130	0.0254	0.0813	0.0340	0.0113	0.0068	0.0130	0.0254
2048	0.2079	0.0611	0.0057	0.0042	0.0066	0.0129	0.0810	0.0334	0.0097	0.0036	0.0066	0.0129
4096	–	0.0606	0.0048	0.0025	0.0034	0.0065	–	0.0328	0.0089	0.0020	0.0034	0.0065
8192	–	0.0606	0.0045	0.0018	0.0019	0.0033	–	0.0328	0.0086	0.0013	0.0018	0.0033
	<i>Time Shifted Sine</i>						<i>Cusp</i>					
128	0.2210	0.2029	0.0312	0.0504	–	–	0.0222	0.0166	0.0267	0.0492	–	–
256	0.2186	0.1965	0.0179	0.0259	0.0493	–	0.0196	0.0106	0.0143	0.0262	0.0492	–
512	0.2168	0.1933	0.0112	0.0131	0.0253	0.0486	0.0179	0.0073	0.0077	0.0133	0.0255	0.0487
1024	0.2161	0.1918	0.0083	0.0069	0.0130	0.0254	0.0172	0.0058	0.0047	0.0070	0.0130	0.0254
2048	0.2160	0.1912	0.0067	0.0036	0.0066	0.0129	0.0171	0.0051	0.0030	0.0038	0.0066	0.0129
4096	–	0.1908	0.0059	0.0020	0.0034	0.0065	–	0.0047	0.0023	0.0022	0.0035	0.0065
8192	–	0.1906	0.0055	0.0012	0.0018	0.0033	–	0.0044	0.0019	0.0014	0.0019	0.0033

Tabela A.6: Erro quadrático médio (1000 replicações) da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 3 e função ondaleta ‘sym8’ para diferentes tamanhos amostrais n .

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	<i>Doppler</i>						<i>HeaviSine</i>					
128	0.5568	0.2988	0.1712	0.1104	–	–	0.0309	0.0229	0.0328	0.0570	–	–
256	0.5460	0.2876	0.1494	0.0817	0.0694	–	0.0267	0.0151	0.0184	0.0309	0.0561	–
512	0.5437	0.2816	0.1409	0.0668	0.0430	0.0598	0.0246	0.0117	0.0111	0.0167	0.0298	0.0554
1024	0.5419	0.2812	0.1379	0.0603	0.0294	0.0342	0.0236	0.0099	0.0075	0.0093	0.0156	0.0294
2048	0.5415	0.2803	0.1361	0.0566	0.0220	0.0198	0.0232	0.0091	0.0058	0.0057	0.0083	0.0151
4096	–	0.2796	0.1351	0.0547	0.0183	0.0125	–	0.0087	0.0049	0.0039	0.0046	0.0078
8192	–	0.2792	0.1346	0.0538	0.0164	0.0088	–	0.0085	0.0044	0.0030	0.0027	0.0041
	<i>Bumps</i>						<i>Blocks</i>					
128	0.9196	0.6989	0.5153	0.3429	–	–	0.5311	0.3218	0.2319	0.1039	–	–
256	0.9080	0.6768	0.5018	0.3708	0.1569	–	0.5325	0.3209	0.2221	0.0855	0.0828	–
512	0.9126	0.7008	0.5338	0.3933	0.1747	0.1072	0.5266	0.3125	0.2174	0.0758	0.0623	0.0678
1024	0.9127	0.7025	0.5336	0.3898	0.1676	0.0854	0.5265	0.3148	0.2158	0.0724	0.0504	0.0436
2048	0.9128	0.7034	0.5351	0.3894	0.1641	0.0747	0.5281	0.3153	0.2165	0.0699	0.0434	0.0309
4096	–	0.7027	0.5336	0.3870	0.1599	0.0671	–	0.3154	0.2159	0.0682	0.0405	0.0242
8192	–	0.7026	0.5333	0.3862	0.1582	0.0635	–	0.3147	0.2155	0.0673	0.0390	0.0208
	<i>Spikes</i>						<i>Blip</i>					
128	0.8422	0.6691	0.2240	0.0805	–	–	0.2054	0.0812	0.0544	0.0679	–	–
256	0.8381	0.6623	0.2106	0.0553	0.0570	–	0.2028	0.0715	0.0399	0.0457	0.0613	–
512	0.8352	0.6588	0.2036	0.0413	0.0307	0.0552	0.2012	0.0693	0.0335	0.0311	0.0351	0.0581
1024	0.8359	0.6568	0.1998	0.0339	0.0162	0.0289	0.2001	0.0682	0.0302	0.0234	0.0210	0.0332
2048	0.8349	0.6558	0.1981	0.0303	0.0090	0.0148	0.1989	0.0670	0.0282	0.0200	0.0139	0.0186
4096	–	0.6554	0.1972	0.0285	0.0053	0.0074	–	0.0663	0.0272	0.0184	0.0103	0.0113
8192	–	0.6551	0.1967	0.0275	0.0035	0.0038	–	0.0662	0.0268	0.0174	0.0085	0.0077
	<i>Corner</i>						<i>Wave</i>					
128	0.0625	0.0223	0.0305	0.0556	–	–	0.2361	0.2226	0.0384	0.0560	–	–
256	0.0589	0.0148	0.0162	0.0295	0.0551	–	0.2355	0.2154	0.0239	0.0296	0.0554	–
512	0.0572	0.0113	0.0091	0.0151	0.0292	0.0552	0.2344	0.2117	0.0165	0.0154	0.0293	0.0552
1024	0.0563	0.0095	0.0054	0.0078	0.0148	0.0290	0.2325	0.2095	0.0128	0.0080	0.0149	0.0290
2048	0.0562	0.0088	0.0037	0.0042	0.0076	0.0148	0.2325	0.2085	0.0109	0.0043	0.0075	0.0147
4096	–	0.0082	0.0027	0.0023	0.0039	0.0075	–	0.2082	0.0100	0.0025	0.0039	0.0075
8192	–	0.0079	0.0022	0.0014	0.0020	0.0038	–	0.2079	0.0095	0.0015	0.0020	0.0038
	<i>Angles</i>						<i>Parabolas</i>					
128	0.2581	0.0662	0.0316	0.0561	–	–	0.1076	0.0401	0.0346	0.0554	–	–
256	0.2531	0.0598	0.0170	0.0297	0.0553	–	0.1037	0.0328	0.0204	0.0295	0.0555	–
512	0.2509	0.0566	0.0097	0.0155	0.0291	0.0552	0.1030	0.0292	0.0129	0.0151	0.0292	0.0554
1024	0.2488	0.0547	0.0061	0.0081	0.0149	0.0290	0.1023	0.0273	0.0093	0.0078	0.0149	0.0291
2048	0.2479	0.0542	0.0043	0.0045	0.0076	0.0147	0.1019	0.0266	0.0075	0.0041	0.0075	0.0148
4096	–	0.0538	0.0033	0.0026	0.0039	0.0074	–	0.0260	0.0066	0.0022	0.0039	0.0074
8192	–	0.0537	0.0029	0.0017	0.0021	0.0038	–	0.0259	0.0062	0.0014	0.0021	0.0038
	<i>Time Shifted Sine</i>						<i>Cusp</i>					
128	0.2188	0.1661	0.0327	0.0568	–	–	0.0187	0.0181	0.0301	0.0557	–	–
256	0.2157	0.1582	0.0172	0.0296	0.0558	–	0.0154	0.0111	0.0160	0.0299	0.0557	–
512	0.2136	0.1544	0.0098	0.0149	0.0289	0.0552	0.0134	0.0073	0.0086	0.0151	0.0290	0.0552
1024	0.2126	0.1526	0.0062	0.0078	0.0149	0.0291	0.0127	0.0055	0.0051	0.0079	0.0148	0.0289
2048	0.2124	0.1519	0.0044	0.0041	0.0076	0.0148	0.0121	0.0047	0.0032	0.0042	0.0075	0.0148
4096	–	0.1515	0.0036	0.0023	0.0039	0.0075	–	0.0042	0.0023	0.0025	0.0039	0.0074
8192	–	0.1512	0.0031	0.0013	0.0020	0.0038	–	0.0039	0.0018	0.0015	0.0021	0.0038

Tabela A.7: Erro quadrático médio (1000 replicações) da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 5 e função ondaleta ‘db3’ para diferentes tamanhos amostrais n .

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	<i>Doppler</i>						<i>HeaviSine</i>					
128	0.5958	0.3143	0.1707	0.0878	–	–	0.0521	0.0182	0.0181	0.0288	–	–
256	0.5874	0.3060	0.1564	0.0731	0.0447	–	0.0494	0.0148	0.0114	0.0163	0.0281	–
512	0.5860	0.3034	0.1525	0.0660	0.0325	0.0332	0.0483	0.0131	0.0077	0.0092	0.0152	0.0275
1024	0.5851	0.3028	0.1512	0.0631	0.0263	0.0211	0.0475	0.0121	0.0059	0.0055	0.0081	0.0148
2048	0.5848	0.3025	0.1502	0.0612	0.0227	0.0142	0.0472	0.0117	0.0050	0.0038	0.0045	0.0078
4096	–	0.3020	0.1497	0.0603	0.0209	0.0106	–	0.0114	0.0045	0.0028	0.0027	0.0041
8192	–	0.3019	0.1494	0.0598	0.0200	0.0088	–	0.0114	0.0043	0.0024	0.0018	0.0023
	<i>Bumps</i>						<i>Blocks</i>					
128	0.9363	0.7153	0.5358	0.3472	–	–	0.6034	0.3414	0.2254	0.0887	–	–
256	0.9226	0.6965	0.5188	0.3835	0.1549	–	0.6003	0.3430	0.2231	0.0868	0.0588	–
512	0.9269	0.7203	0.5506	0.4106	0.1878	0.0884	0.5934	0.3355	0.2227	0.0845	0.0526	0.0418
1024	0.9266	0.7235	0.5519	0.4107	0.1887	0.0824	0.5952	0.3387	0.2230	0.0853	0.0485	0.0316
2048	0.9271	0.7243	0.5538	0.4119	0.1890	0.0793	0.5964	0.3398	0.2243	0.0846	0.0454	0.0261
4096	–	0.7241	0.5530	0.4106	0.1868	0.0755	–	0.3397	0.2242	0.0838	0.0443	0.0230
8192	–	0.7243	0.5529	0.4101	0.1861	0.0739	–	0.3394	0.2240	0.0833	0.0436	0.0215
	<i>Spikes</i>						<i>Blip</i>					
128	0.8560	0.6817	0.2703	0.0795	–	–	0.2637	0.0850	0.0453	0.0407	–	–
256	0.8539	0.6795	0.2693	0.0744	0.0342	–	0.2601	0.0797	0.0381	0.0318	0.0338	–
512	0.8532	0.6779	0.2670	0.0701	0.0225	0.0276	0.2601	0.0789	0.0354	0.0245	0.0216	0.0308
1024	0.8532	0.6770	0.2660	0.0671	0.0157	0.0147	0.2601	0.0785	0.0342	0.0208	0.0148	0.0189
2048	0.8526	0.6766	0.2650	0.0654	0.0122	0.0078	0.2607	0.0780	0.0331	0.0192	0.0114	0.0119
4096	–	0.6763	0.2646	0.0646	0.0104	0.0042	–	0.0776	0.0325	0.0184	0.0096	0.0083
8192	–	0.6762	0.2644	0.0642	0.0096	0.0024	–	0.0775	0.0324	0.0179	0.0087	0.0066
	<i>Corner</i>						<i>Wave</i>					
128	0.0948	0.0210	0.0163	0.0275	–	–	0.2825	0.2276	0.0372	0.0307	–	–
256	0.0925	0.0175	0.0093	0.0147	0.0274	–	0.2820	0.2250	0.0308	0.0185	0.0276	–
512	0.0919	0.0159	0.0057	0.0077	0.0144	0.0272	0.2829	0.2236	0.0269	0.0114	0.0145	0.0272
1024	0.0913	0.0150	0.0038	0.0040	0.0074	0.0143	0.2825	0.2227	0.0252	0.0078	0.0074	0.0143
2048	0.0912	0.0146	0.0029	0.0022	0.0038	0.0073	0.2822	0.2222	0.0242	0.0060	0.0038	0.0073
4096	–	0.0143	0.0024	0.0013	0.0019	0.0037	–	0.2217	0.0238	0.0051	0.0020	0.0037
8192	–	0.0142	0.0022	0.0008	0.0010	0.0019	–	0.2218	0.0235	0.0046	0.0011	0.0019
	<i>Angles</i>						<i>Parabolas</i>					
128	0.3618	0.0833	0.0202	0.0280	–	–	0.1644	0.0399	0.0212	0.0280	–	–
256	0.3572	0.0807	0.0132	0.0154	0.0275	–	0.1631	0.0366	0.0144	0.0151	0.0274	–
512	0.3551	0.0797	0.0097	0.0082	0.0145	0.0272	0.1619	0.0345	0.0105	0.0080	0.0144	0.0272
1024	0.3537	0.0788	0.0079	0.0046	0.0074	0.0143	0.1607	0.0337	0.0088	0.0043	0.0073	0.0142
2048	0.3528	0.0784	0.0070	0.0027	0.0038	0.0073	0.1603	0.0332	0.0078	0.0025	0.0037	0.0073
4096	–	0.0782	0.0065	0.0018	0.0020	0.0037	–	0.0330	0.0074	0.0016	0.0019	0.0037
8192	–	0.0785	0.0063	0.0014	0.0011	0.0019	–	0.0329	0.0072	0.0011	0.0010	0.0019
	<i>Time Shifted Sine</i>						<i>Cusp</i>					
128	0.2558	0.1600	0.0276	0.0284	–	–	0.0236	0.0116	0.0153	0.0279	–	–
256	0.2540	0.1560	0.0206	0.0153	0.0271	–	0.0221	0.0083	0.0086	0.0147	0.0274	–
512	0.2535	0.1542	0.0173	0.0082	0.0144	0.0272	0.0212	0.0064	0.0049	0.0078	0.0144	0.0273
1024	0.2531	0.1534	0.0155	0.0046	0.0074	0.0143	0.0209	0.0056	0.0031	0.0041	0.0074	0.0144
2048	0.2530	0.1530	0.0145	0.0028	0.0037	0.0073	0.0205	0.0051	0.0022	0.0022	0.0038	0.0073
4096	–	0.1527	0.0141	0.0019	0.0019	0.0037	–	0.0049	0.0018	0.0013	0.0020	0.0037
8192	–	0.1526	0.0139	0.0014	0.0010	0.0019	–	0.0048	0.0015	0.0009	0.0011	0.0019

Tabela A.8: Erro quadrático médio (1000 replicações) da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 5 e função ondaleta ‘db6’ para diferentes tamanhos amostrais n .

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	<i>Doppler</i>						<i>HeaviSine</i>					
128	0.5900	0.3165	0.1659	0.0760	–	–	0.0332	0.0139	0.0129	0.0189	–	–
256	0.5861	0.3096	0.1544	0.0648	0.0358	–	0.0323	0.0117	0.0086	0.0111	0.0183	–
512	0.5840	0.3074	0.1515	0.0598	0.0274	0.0240	0.0318	0.0107	0.0064	0.0065	0.0099	0.0179
1024	0.5853	0.3075	0.1509	0.0581	0.0233	0.0162	0.0312	0.0102	0.0053	0.0042	0.0054	0.0096
2048	0.5852	0.3072	0.1504	0.0570	0.0210	0.0117	0.0312	0.0100	0.0048	0.0031	0.0031	0.0051
4096	–	0.3069	0.1500	0.0564	0.0198	0.0094	–	0.0097	0.0044	0.0025	0.0020	0.0027
8192	–	0.3068	0.1499	0.0560	0.0192	0.0082	–	0.0098	0.0043	0.0022	0.0014	0.0016
	<i>Bumps</i>						<i>Blocks</i>					
128	0.9325	0.7422	0.4997	0.3451	–	–	0.5171	0.3157	0.2337	0.0791	–	–
256	0.9272	0.7187	0.4937	0.3786	0.1389	–	0.5220	0.3179	0.2337	0.0768	0.0479	–
512	0.9317	0.7448	0.5300	0.4117	0.1754	0.0818	0.5189	0.3122	0.2326	0.0766	0.0450	0.0323
1024	0.9316	0.7465	0.5327	0.4136	0.1765	0.0786	0.5194	0.3151	0.2339	0.0783	0.0428	0.0256
2048	0.9320	0.7476	0.5354	0.4156	0.1780	0.0779	0.5213	0.3166	0.2360	0.0785	0.0407	0.0225
4096	–	0.7474	0.5346	0.4144	0.1764	0.0753	–	0.3168	0.2362	0.0779	0.0403	0.0207
8192	–	0.7476	0.5347	0.4144	0.1760	0.0744	–	0.3168	0.2361	0.0777	0.0401	0.0199
	<i>Spikes</i>						<i>Blip</i>					
128	0.8223	0.7507	0.2576	0.0731	–	–	0.1813	0.0886	0.0393	0.0301	–	–
256	0.8213	0.7494	0.2524	0.0654	0.0211	–	0.1826	0.0832	0.0333	0.0268	0.0237	–
512	0.8210	0.7485	0.2498	0.0604	0.0127	0.0175	0.1812	0.0840	0.0326	0.0214	0.0155	0.0215
1024	0.8209	0.7481	0.2485	0.0580	0.0082	0.0091	0.1806	0.0842	0.0321	0.0186	0.0112	0.0140
2048	0.8206	0.7478	0.2480	0.0568	0.0059	0.0046	0.1812	0.0836	0.0312	0.0178	0.0090	0.0094
4096	–	0.7478	0.2476	0.0563	0.0048	0.0023	–	0.0832	0.0308	0.0174	0.0079	0.0070
8192	–	0.7478	0.2475	0.0559	0.0042	0.0012	–	0.0832	0.0307	0.0170	0.0074	0.0060
	<i>Corner</i>						<i>Wave</i>					
128	0.1011	0.0118	0.0106	0.0178	–	–	0.2333	0.2113	0.0391	0.0179	–	–
256	0.0999	0.0096	0.0062	0.0094	0.0177	–	0.2344	0.2090	0.0342	0.0096	0.0178	–
512	0.0988	0.0084	0.0038	0.0049	0.0092	0.0175	0.2353	0.2078	0.0318	0.0050	0.0092	0.0176
1024	0.0981	0.0078	0.0026	0.0025	0.0047	0.0091	0.2352	0.2070	0.0305	0.0027	0.0047	0.0091
2048	0.0980	0.0076	0.0021	0.0014	0.0024	0.0046	0.2350	0.2066	0.0300	0.0016	0.0024	0.0046
4096	–	0.0074	0.0018	0.0008	0.0012	0.0023	–	0.2063	0.0298	0.0010	0.0012	0.0023
8192	–	0.0073	0.0016	0.0005	0.0007	0.0012	–	0.2063	0.0296	0.0007	0.0007	0.0012
	<i>Angles</i>						<i>Parabolas</i>					
128	0.2108	0.0630	0.0126	0.0183	–	–	0.0805	0.0362	0.0167	0.0179	–	–
256	0.2077	0.0611	0.0081	0.0099	0.0178	–	0.0796	0.0338	0.0123	0.0094	0.0177	–
512	0.2068	0.0602	0.0058	0.0053	0.0093	0.0176	0.0792	0.0327	0.0099	0.0048	0.0092	0.0176
1024	0.2060	0.0597	0.0047	0.0030	0.0047	0.0092	0.0785	0.0320	0.0088	0.0025	0.0047	0.0091
2048	0.2056	0.0594	0.0041	0.0018	0.0024	0.0046	0.0782	0.0317	0.0082	0.0013	0.0024	0.0046
4096	–	0.0593	0.0038	0.0013	0.0013	0.0024	–	0.0316	0.0079	0.0008	0.0012	0.0023
8192	–	0.0595	0.0037	0.0010	0.0007	0.0012	–	0.0316	0.0078	0.0005	0.0006	0.0012
	<i>Time Shifted Sine</i>						<i>Cusp</i>					
128	0.2150	0.1934	0.0137	0.0180	–	–	0.0164	0.0077	0.0100	0.0180	–	–
256	0.2140	0.1914	0.0090	0.0093	0.0176	–	0.0156	0.0055	0.0056	0.0095	0.0177	–
512	0.2140	0.1906	0.0068	0.0047	0.0091	0.0175	0.0152	0.0044	0.0033	0.0050	0.0093	0.0176
1024	0.2137	0.1899	0.0057	0.0025	0.0047	0.0091	0.0150	0.0039	0.0021	0.0027	0.0048	0.0092
2048	0.2138	0.1897	0.0052	0.0013	0.0024	0.0046	0.0148	0.0036	0.0015	0.0015	0.0024	0.0046
4096	–	0.1896	0.0049	0.0008	0.0012	0.0024	–	0.0035	0.0013	0.0010	0.0013	0.0024
8192	–	0.1895	0.0047	0.0005	0.0007	0.0012	–	0.0034	0.0012	0.0007	0.0007	0.0012

Tabela A.9: Erro quadrático médio (1000 replicações) da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 5 e função ondaleta ‘sym8’ para diferentes tamanhos amostrais n .

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	<i>Doppler</i>						<i>HeaviSine</i>					
128	0.5516	0.2882	0.1522	0.0753	–	–	0.0240	0.0122	0.0136	0.0212	–	–
256	0.5424	0.2815	0.1392	0.0629	0.0339	–	0.0226	0.0097	0.0087	0.0123	0.0206	–
512	0.5421	0.2784	0.1358	0.0574	0.0244	0.0244	0.0218	0.0085	0.0061	0.0071	0.0112	0.0202
1024	0.5403	0.2788	0.1351	0.0553	0.0198	0.0155	0.0212	0.0079	0.0048	0.0044	0.0061	0.0108
2048	0.5401	0.2786	0.1344	0.0540	0.0172	0.0104	0.0211	0.0076	0.0042	0.0031	0.0034	0.0057
4096	–	0.2782	0.1340	0.0533	0.0158	0.0077	–	0.0073	0.0038	0.0024	0.0021	0.0030
8192	–	0.2780	0.1338	0.0529	0.0152	0.0064	–	0.0074	0.0037	0.0021	0.0014	0.0017
	<i>Bumps</i>						<i>Blocks</i>					
128	0.9128	0.6887	0.4962	0.3074	–	–	0.5255	0.3117	0.2130	0.0682	–	–
256	0.9037	0.6706	0.4916	0.3521	0.1217	–	0.5282	0.3152	0.2122	0.0667	0.0470	–
512	0.9098	0.6977	0.5284	0.3835	0.1560	0.0716	0.5234	0.3094	0.2122	0.0662	0.0437	0.0327
1024	0.9100	0.7003	0.5307	0.3848	0.1580	0.0667	0.5246	0.3123	0.2131	0.0674	0.0409	0.0251
2048	0.9105	0.7018	0.5333	0.3868	0.1592	0.0651	0.5263	0.3136	0.2149	0.0673	0.0386	0.0215
4096	–	0.7015	0.5326	0.3856	0.1574	0.0623	–	0.3138	0.2148	0.0668	0.0380	0.0194
8192	–	0.7017	0.5326	0.3854	0.1570	0.0611	–	0.3138	0.2147	0.0665	0.0377	0.0184
	<i>Spikes</i>						<i>Blip</i>					
128	0.8347	0.6586	0.2047	0.0446	–	–	0.1989	0.0707	0.0351	0.0320	–	–
256	0.8334	0.6565	0.2008	0.0366	0.0214	–	0.1986	0.0658	0.0300	0.0271	0.0259	–
512	0.8330	0.6553	0.1983	0.0316	0.0119	0.0199	0.1977	0.0660	0.0282	0.0215	0.0166	0.0229
1024	0.8330	0.6546	0.1971	0.0290	0.0068	0.0104	0.1974	0.0661	0.0274	0.0185	0.0115	0.0145
2048	0.8325	0.6543	0.1964	0.0277	0.0042	0.0053	0.1980	0.0655	0.0266	0.0175	0.0091	0.0093
4096	–	0.6541	0.1961	0.0271	0.0029	0.0027	–	0.0651	0.0261	0.0170	0.0079	0.0065
8192	–	0.6541	0.1959	0.0267	0.0022	0.0014	–	0.0651	0.0260	0.0166	0.0072	0.0053
	<i>Corner</i>						<i>Wave</i>					
128	0.0562	0.0119	0.0117	0.0200	–	–	0.2304	0.2121	0.0194	0.0203	–	–
256	0.0549	0.0094	0.0066	0.0107	0.0201	–	0.2305	0.2097	0.0141	0.0109	0.0201	–
512	0.0541	0.0080	0.0039	0.0055	0.0105	0.0198	0.2311	0.2084	0.0113	0.0056	0.0105	0.0199
1024	0.0537	0.0073	0.0025	0.0028	0.0053	0.0104	0.2309	0.2076	0.0099	0.0030	0.0053	0.0104
2048	0.0536	0.0070	0.0019	0.0015	0.0027	0.0053	0.2306	0.2072	0.0092	0.0017	0.0027	0.0053
4096	–	0.0069	0.0016	0.0009	0.0014	0.0027	–	0.2069	0.0090	0.0010	0.0014	0.0027
8192	–	0.0068	0.0014	0.0005	0.0007	0.0014	–	0.2069	0.0087	0.0007	0.0007	0.0014
	<i>Angles</i>						<i>Parabolas</i>					
128	0.2527	0.0559	0.0124	0.0204	–	–	0.1019	0.0299	0.0157	0.0202	–	–
256	0.2489	0.0542	0.0072	0.0111	0.0201	–	0.1008	0.0273	0.0106	0.0107	0.0201	–
512	0.2473	0.0533	0.0045	0.0059	0.0105	0.0199	0.1003	0.0259	0.0078	0.0055	0.0105	0.0199
1024	0.2463	0.0527	0.0032	0.0032	0.0054	0.0104	0.0993	0.0252	0.0065	0.0028	0.0053	0.0104
2048	0.2456	0.0524	0.0026	0.0019	0.0027	0.0053	0.0990	0.0249	0.0058	0.0015	0.0027	0.0053
4096	–	0.0523	0.0022	0.0012	0.0014	0.0027	–	0.0248	0.0055	0.0008	0.0014	0.0027
8192	–	0.0525	0.0021	0.0009	0.0008	0.0014	–	0.0247	0.0054	0.0005	0.0007	0.0014
	<i>Time Shifted Sine</i>						<i>Cusp</i>					
128	0.2120	0.1553	0.0127	0.0204	–	–	0.0121	0.0078	0.0112	0.0204	–	–
256	0.2108	0.1524	0.0073	0.0106	0.0199	–	0.0110	0.0054	0.0062	0.0108	0.0200	–
512	0.2104	0.1512	0.0047	0.0054	0.0105	0.0199	0.0104	0.0041	0.0035	0.0057	0.0106	0.0199
1024	0.2101	0.1506	0.0034	0.0028	0.0054	0.0104	0.0101	0.0035	0.0023	0.0030	0.0054	0.0105
2048	0.2102	0.1503	0.0028	0.0015	0.0027	0.0053	0.0099	0.0031	0.0016	0.0017	0.0028	0.0053
4096	–	0.1501	0.0025	0.0008	0.0014	0.0027	–	0.0030	0.0013	0.0010	0.0015	0.0027
8192	–	0.1500	0.0023	0.0005	0.0007	0.0014	–	0.0029	0.0011	0.0007	0.0008	0.0014

Tabela A.10: Erro quadrático médio (1000 replicações) da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 7 e função ondaleta ‘db3’ para diferentes tamanhos amostrais n .

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	<i>Doppler</i>						<i>HeaviSine</i>					
128	0.5946	0.3105	0.1634	0.0740	–	–	0.0497	0.0145	0.0111	0.0154	–	–
256	0.5866	0.3040	0.1526	0.0659	0.0315	–	0.0484	0.0126	0.0075	0.0091	0.0146	–
512	0.5862	0.3023	0.1506	0.0623	0.0254	0.0199	0.0473	0.0118	0.0058	0.0056	0.0082	0.0143
1024	0.5845	0.3021	0.1500	0.0612	0.0227	0.0140	0.0468	0.0114	0.0049	0.0037	0.0045	0.0077
2048	0.5842	0.3019	0.1496	0.0603	0.0209	0.0106	0.0465	0.0112	0.0044	0.0028	0.0027	0.0041
4096	–	0.3017	0.1494	0.0598	0.0200	0.0088	–	0.0110	0.0042	0.0023	0.0018	0.0023
8192	–	0.3016	0.1492	0.0595	0.0196	0.0079	–	0.0110	0.0041	0.0021	0.0013	0.0014
	<i>Bumps</i>						<i>Blocks</i>					
128	0.9344	0.7121	0.5290	0.3332	–	–	0.6008	0.3376	0.2181	0.0751	–	–
256	0.9213	0.6941	0.5147	0.3761	0.1410	–	0.5991	0.3406	0.2194	0.0800	0.0455	–
512	0.9257	0.7192	0.5488	0.4070	0.1808	0.0752	0.5928	0.3344	0.2208	0.0809	0.0455	0.0286
1024	0.9258	0.7231	0.5509	0.4089	0.1851	0.0754	0.5943	0.3379	0.2219	0.0833	0.0448	0.0246
2048	0.9263	0.7241	0.5534	0.4109	0.1873	0.0757	0.5952	0.3394	0.2238	0.0836	0.0436	0.0225
4096	–	0.7239	0.5527	0.4099	0.1859	0.0737	–	0.3395	0.2238	0.0833	0.0433	0.0212
8192	–	0.7240	0.5527	0.4098	0.1856	0.0730	–	0.3391	0.2238	0.0830	0.0431	0.0206
	<i>Spikes</i>						<i>Blip</i>					
128	0.8538	0.6780	0.2623	0.0655	–	–	0.2614	0.0809	0.0380	0.0272	–	–
256	0.8523	0.6774	0.2656	0.0673	0.0208	–	0.2589	0.0776	0.0344	0.0247	0.0205	–
512	0.8524	0.6765	0.2652	0.0662	0.0153	0.0143	0.2597	0.0778	0.0337	0.0210	0.0146	0.0175
1024	0.8520	0.6761	0.2649	0.0654	0.0123	0.0078	0.2594	0.0778	0.0332	0.0190	0.0113	0.0120
2048	0.8519	0.6760	0.2644	0.0645	0.0104	0.0042	0.2593	0.0774	0.0325	0.0182	0.0095	0.0084
4096	–	0.6759	0.2643	0.0640	0.0095	0.0024	–	0.0771	0.0322	0.0179	0.0087	0.0065
8192	–	0.6759	0.2641	0.0639	0.0091	0.0015	–	0.0771	0.0321	0.0176	0.0082	0.0057
	<i>Corner</i>						<i>Wave</i>					
128	0.0930	0.0173	0.0090	0.0141	–	–	0.2798	0.2240	0.0302	0.0174	–	–
256	0.0917	0.0156	0.0055	0.0076	0.0140	–	0.2815	0.2232	0.0269	0.0112	0.0141	–
512	0.0910	0.0147	0.0037	0.0040	0.0073	0.0139	0.2819	0.2225	0.0251	0.0078	0.0075	0.0140
1024	0.0907	0.0143	0.0028	0.0021	0.0038	0.0073	0.2818	0.2218	0.0240	0.0060	0.0038	0.0073
2048	0.0905	0.0141	0.0023	0.0012	0.0019	0.0037	0.2815	0.2215	0.0236	0.0050	0.0020	0.0037
4096	–	0.0140	0.0021	0.0007	0.0010	0.0019	–	0.2216	0.0233	0.0046	0.0011	0.0019
8192	–	0.0139	0.0020	0.0005	0.0010	0.0010	–	0.2215	0.0232	0.0044	0.0006	0.0010
	<i>Angles</i>						<i>Parabolas</i>					
128	0.3600	0.0793	0.0129	0.0148	–	–	0.1615	0.0361	0.0140	0.0143	–	–
256	0.3557	0.0785	0.0094	0.0081	0.0140	–	0.1599	0.0343	0.0105	0.0078	0.0139	–
512	0.3536	0.0783	0.0078	0.0045	0.0074	0.0139	0.1599	0.0334	0.0086	0.0043	0.0073	0.0139
1024	0.3527	0.0779	0.0068	0.0027	0.0038	0.0073	0.1599	0.0330	0.0077	0.0025	0.0038	0.0073
2048	0.3516	0.0780	0.0064	0.0018	0.0020	0.0037	0.1605	0.0327	0.0073	0.0015	0.0019	0.0037
4096	–	0.0778	0.0062	0.0013	0.0010	0.0019	–	0.0326	0.0070	0.0011	0.0010	0.0019
8192	–	0.0780	0.0060	0.0011	0.0006	0.0010	–	0.0325	0.0069	0.0008	0.0005	0.0010
	<i>Time Shifted Sine</i>						<i>Cusp</i>					
128	0.2531	0.1556	0.0200	0.0146	–	–	0.0210	0.0076	0.0082	0.0140	–	–
256	0.2528	0.1540	0.0170	0.0082	0.0140	–	0.0205	0.0061	0.0048	0.0077	0.0141	–
512	0.2523	0.1532	0.0152	0.0045	0.0073	0.0138	0.0202	0.0053	0.0030	0.0040	0.0074	0.0139
1024	0.2523	0.1526	0.0144	0.0027	0.0038	0.0073	0.0201	0.0049	0.0021	0.0022	0.0038	0.0073
2048	0.2523	0.1525	0.0140	0.0018	0.0019	0.0037	0.0200	0.0046	0.0016	0.0013	0.0020	0.0037
4096	–	0.1523	0.0137	0.0013	0.0010	0.0019	–	0.0045	0.0014	0.0008	0.0010	0.0019
8192	–	0.1523	0.0136	0.0011	0.0005	0.0009	–	0.0045	0.0013	0.0006	0.0006	0.0010

Tabela A.11: Erro quadrático médio (1000 replicações) da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 7 e função ondaleta ‘db6’ para diferentes tamanhos amostrais n .

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	<i>Doppler</i>						<i>HeaviSine</i>					
128	0.5886	0.3143	0.1612	0.0671	–	–	0.0316	0.0114	0.0084	0.0103	–	–
256	0.5849	0.3083	0.1519	0.0603	0.0273	–	0.0311	0.0103	0.0062	0.0064	0.0096	–
512	0.5835	0.3068	0.1502	0.0575	0.0229	0.0154	0.0308	0.0098	0.0052	0.0042	0.0054	0.0094
1024	0.5845	0.3069	0.1502	0.0569	0.0210	0.0117	0.0305	0.0097	0.0046	0.0030	0.0031	0.0051
2048	0.5844	0.3068	0.1499	0.0563	0.0198	0.0094	0.0306	0.0095	0.0043	0.0024	0.0020	0.0028
4096	–	0.3066	0.1497	0.0560	0.0192	0.0082	–	0.0095	0.0042	0.0022	0.0014	0.0016
8192	–	0.3065	0.1496	0.0558	0.0189	0.0076	–	0.0094	0.0041	0.0020	0.0011	0.0010
	<i>Bumps</i>						<i>Blocks</i>					
128	0.9309	0.7394	0.4950	0.3366	–	–	0.5151	0.3133	0.2289	0.0705	–	–
256	0.9263	0.7177	0.4912	0.3739	0.1302	–	0.5209	0.3163	0.2311	0.0722	0.0392	–
512	0.9308	0.7441	0.5288	0.4094	0.1710	0.0732	0.5181	0.3113	0.2313	0.0743	0.0405	0.0238
1024	0.9309	0.7459	0.5320	0.4124	0.1742	0.0741	0.5186	0.3146	0.2331	0.0771	0.0405	0.0211
2048	0.9314	0.7472	0.5350	0.4149	0.1769	0.0757	0.5205	0.3163	0.2356	0.0779	0.0395	0.0202
4096	–	0.7472	0.5344	0.4141	0.1758	0.0742	–	0.3167	0.2359	0.0776	0.0397	0.0196
8192	–	0.7472	0.5344	0.4142	0.1757	0.0738	–	0.3165	0.2359	0.0775	0.0398	0.0193
	<i>Spikes</i>						<i>Blip</i>					
128	0.8209	0.7489	0.2532	0.0647	–	–	0.1797	0.0860	0.0347	0.0214	–	–
256	0.8204	0.7482	0.2500	0.0610	0.0125	–	0.1816	0.0818	0.0311	0.0223	0.0152	–
512	0.8203	0.7480	0.2486	0.0582	0.0082	0.0090	0.1807	0.0831	0.0313	0.0191	0.0111	0.0129
1024	0.8200	0.7476	0.2477	0.0568	0.0059	0.0047	0.1800	0.0838	0.0314	0.0174	0.0090	0.0096
2048	0.8201	0.7475	0.2475	0.0562	0.0047	0.0024	0.1803	0.0831	0.0308	0.0172	0.0079	0.0072
4096	–	0.7475	0.2474	0.0559	0.0041	0.0012	–	0.0828	0.0305	0.0171	0.0074	0.0059
8192	–	0.7474	0.2473	0.0557	0.0039	0.0006	–	0.0829	0.0305	0.0168	0.0070	0.0054
	<i>Corner</i>						<i>Wave</i>					
128	0.0994	0.0092	0.0060	0.0091	–	–	0.2313	0.2088	0.0343	0.0093	–	–
256	0.0986	0.0082	0.0037	0.0049	0.0090	–	0.2337	0.2077	0.0319	0.0050	0.0091	–
512	0.0977	0.0076	0.0025	0.0025	0.0047	0.0090	0.2347	0.2070	0.0306	0.0027	0.0047	0.0090
1024	0.0975	0.0073	0.0020	0.0014	0.0024	0.0047	0.2345	0.2064	0.0299	0.0015	0.0024	0.0047
2048	0.0974	0.0072	0.0017	0.0008	0.0012	0.0024	0.2345	0.2062	0.0296	0.0009	0.0012	0.0024
4096	–	0.0071	0.0015	0.0005	0.0006	0.0012	–	0.2061	0.0295	0.0007	0.0006	0.0012
8192	–	0.0070	0.0014	0.0003	0.0004	0.0006	–	0.2061	0.0294	0.0005	0.0003	0.0006
	<i>Angles</i>						<i>Parabolas</i>					
128	0.2094	0.0604	0.0080	0.0096	–	–	0.0789	0.0336	0.0121	0.0091	–	–
256	0.2068	0.0595	0.0057	0.0053	0.0091	–	0.0781	0.0324	0.0098	0.0047	0.0090	–
512	0.2059	0.0595	0.0045	0.0030	0.0047	0.0090	0.0778	0.0318	0.0087	0.0025	0.0047	0.0089
1024	0.2053	0.0592	0.0040	0.0018	0.0024	0.0047	0.0777	0.0315	0.0081	0.0013	0.0024	0.0047
2048	0.2049	0.0591	0.0037	0.0012	0.0013	0.0024	0.0780	0.0313	0.0078	0.0007	0.0012	0.0024
4096	–	0.0590	0.0035	0.0009	0.0007	0.0012	–	0.0313	0.0076	0.0004	0.0006	0.0012
8192	–	0.0591	0.0035	0.0008	0.0004	0.0006	–	0.0312	0.0076	0.0003	0.0003	0.0006
	<i>Time Shifted Sine</i>						<i>Cusp</i>					
128	0.2134	0.1906	0.0090	0.0090	–	–	0.0145	0.0050	0.0053	0.0091	–	–
256	0.2132	0.1901	0.0067	0.0048	0.0091	–	0.0145	0.0041	0.0031	0.0050	0.0091	–
512	0.2131	0.1895	0.0056	0.0024	0.0047	0.0089	0.0143	0.0036	0.0020	0.0026	0.0047	0.0090
1024	0.2131	0.1893	0.0050	0.0013	0.0024	0.0047	0.0143	0.0033	0.0015	0.0015	0.0025	0.0047
2048	0.2133	0.1893	0.0047	0.0007	0.0012	0.0024	0.0143	0.0032	0.0012	0.0009	0.0013	0.0024
4096	–	0.1892	0.0046	0.0004	0.0006	0.0012	–	0.0031	0.0010	0.0006	0.0007	0.0012
8192	–	0.1892	0.0045	0.0003	0.0003	0.0006	–	0.0031	0.0009	0.0005	0.0004	0.0006

Tabela A.12: Erro quadrático médio (1000 replicações) da projeção das funções teste no espaço V_j através do estimador núcleo ondaleta com SNR = 7 e função ondaleta ‘sym8’ para diferentes tamanhos amostrais n .

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	<i>Doppler</i>						<i>HeaviSine</i>					
128	0.5507	0.2854	0.1468	0.0654	–	–	0.0222	0.0095	0.0084	0.0115	–	–
256	0.5416	0.2798	0.1365	0.0578	0.0242	–	0.0214	0.0081	0.0059	0.0070	0.0108	–
512	0.5421	0.2776	0.1344	0.0547	0.0192	0.0147	0.0209	0.0075	0.0047	0.0044	0.0061	0.0105
1024	0.5400	0.2782	0.1342	0.0539	0.0171	0.0103	0.0205	0.0073	0.0040	0.0031	0.0034	0.0057
2048	0.5398	0.2780	0.1339	0.0533	0.0158	0.0077	0.0205	0.0072	0.0037	0.0024	0.0021	0.0031
4096	–	0.2778	0.1337	0.0529	0.0151	0.0064	–	0.0071	0.0035	0.0021	0.0014	0.0017
8192	–	0.2776	0.1336	0.0527	0.0148	0.0057	–	0.0070	0.0034	0.0019	0.0011	0.0011
	<i>Bumps</i>						<i>Blocks</i>					
128	0.9111	0.6859	0.4909	0.2976	–	–	0.5235	0.3090	0.2076	0.0584	–	–
256	0.9026	0.6690	0.4889	0.3468	0.1118	–	0.5271	0.3135	0.2095	0.0615	0.0372	–
512	0.9088	0.6968	0.5271	0.3810	0.1509	0.0620	0.5228	0.3085	0.2108	0.0635	0.0386	0.0231
1024	0.9092	0.7000	0.5299	0.3834	0.1554	0.0616	0.5238	0.3117	0.2123	0.0660	0.0382	0.0200
2048	0.9099	0.7015	0.5329	0.3860	0.1579	0.0626	0.5254	0.3133	0.2144	0.0666	0.0373	0.0189
4096	–	0.7013	0.5323	0.3852	0.1567	0.0609	–	0.3136	0.2145	0.0664	0.0374	0.0181
8192	–	0.7014	0.5323	0.3852	0.1566	0.0605	–	0.3135	0.2146	0.0663	0.0374	0.0177
	<i>Spikes</i>						<i>Blip</i>					
128	0.8331	0.6559	0.1994	0.0347	–	–	0.1971	0.0679	0.0299	0.0222	–	–
256	0.8322	0.6550	0.1981	0.0314	0.0117	–	0.1976	0.0643	0.0273	0.0220	0.0162	–
512	0.8323	0.6543	0.1969	0.0290	0.0068	0.0101	0.1973	0.0651	0.0268	0.0189	0.0115	0.0131
1024	0.8319	0.6540	0.1963	0.0277	0.0042	0.0053	0.1968	0.0655	0.0266	0.0172	0.0089	0.0095
2048	0.8320	0.6539	0.1960	0.0270	0.0028	0.0027	0.1969	0.0650	0.0261	0.0168	0.0078	0.0067
4096	–	0.6538	0.1958	0.0266	0.0022	0.0014	–	0.0647	0.0258	0.0166	0.0072	0.0053
8192	–	0.6537	0.1957	0.0265	0.0018	0.0007	–	0.0648	0.0258	0.0163	0.0068	0.0047
	<i>Corner</i>						<i>Wave</i>					
128	0.0544	0.0090	0.0064	0.0103	–	–	0.2282	0.2093	0.0142	0.0105	–	–
256	0.0538	0.0078	0.0038	0.0055	0.0102	–	0.2299	0.2082	0.0113	0.0056	0.0103	–
512	0.0533	0.0071	0.0024	0.0028	0.0054	0.0102	0.2304	0.2075	0.0098	0.0030	0.0054	0.0102
1024	0.0531	0.0068	0.0018	0.0015	0.0027	0.0053	0.2302	0.2069	0.0091	0.0016	0.0027	0.0053
2048	0.0531	0.0066	0.0015	0.0008	0.0014	0.0027	0.2301	0.2067	0.0088	0.0010	0.0014	0.0027
4096	–	0.0065	0.0013	0.0005	0.0007	0.0014	–	0.2067	0.0086	0.0007	0.0007	0.0014
8192	–	0.0065	0.0012	0.0003	0.0004	0.0007	–	0.2066	0.0085	0.0005	0.0004	0.0007
	<i>Angles</i>						<i>Parabolas</i>					
128	0.2512	0.0530	0.0071	0.0107	–	–	0.0998	0.0270	0.0104	0.0102	–	–
256	0.2477	0.0524	0.0044	0.0058	0.0102	–	0.0988	0.0256	0.0077	0.0054	0.0101	–
512	0.2463	0.0523	0.0031	0.0032	0.0054	0.0102	0.0986	0.0250	0.0064	0.0028	0.0053	0.0101
1024	0.2454	0.0521	0.0025	0.0018	0.0028	0.0053	0.0986	0.0246	0.0057	0.0014	0.0027	0.0053
2048	0.2447	0.0522	0.0021	0.0012	0.0014	0.0027	0.0990	0.0245	0.0054	0.0008	0.0014	0.0027
4096	–	0.0519	0.0020	0.0008	0.0007	0.0014	–	0.0244	0.0052	0.0004	0.0007	0.0014
8192	–	0.0521	0.0019	0.0007	0.0004	0.0007	–	0.0243	0.0051	0.0003	0.0004	0.0007
	<i>Time Shifted Sine</i>						<i>Cusp</i>					
128	0.2101	0.1522	0.0073	0.0102	–	–	0.0102	0.0048	0.0059	0.0103	–	–
256	0.2097	0.1510	0.0046	0.0054	0.0102	–	0.0098	0.0038	0.0034	0.0056	0.0103	–
512	0.2095	0.1503	0.0033	0.0028	0.0053	0.0101	0.0095	0.0031	0.0021	0.0030	0.0054	0.0102
1024	0.2095	0.1499	0.0026	0.0014	0.0027	0.0053	0.0094	0.0029	0.0015	0.0017	0.0028	0.0053
2048	0.2095	0.1499	0.0023	0.0008	0.0014	0.0027	0.0094	0.0027	0.0011	0.0010	0.0015	0.0027
4096	–	0.1497	0.0021	0.0004	0.0007	0.0014	–	0.0026	0.0010	0.0006	0.0008	0.0014
8192	–	0.1497	0.0021	0.0003	0.0004	0.0007	–	0.0026	0.0009	0.0005	0.0004	0.0007

Tabela A.13: Número de vezes em que o erro quadrático médio (1000 replicações) do estimador núcleo ondaleta foi o menor na projeção de f no espaço V_j para cada tamanho amostral, função ondaleta e SNR considerados.

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
	db3 e SNR=1						db6 e SNR=1						sym8 e SNR=1					
128	3	6	3	-	-	-	2	5	5	-	-	-	3	4	5	-	-	-
256	2	4	5	1	-	-	1	3	5	2	1	-	2	4	3	2	1	-
512	-	4	4	3	1	-	-	3	5	3	1	-	-	4	4	3	1	-
1024	-	3	5	3	1	-	-	3	4	4	1	-	-	3	5	3	1	-
2048	-	1	7	2	1	1	-	-	6	2	3	1	-	1	7	2	1	1
4096	-	-	5	3	3	1	-	-	4	4	3	1	-	-	5	3	3	1
8192	-	-	3	5	2	2	-	-	-	7	3	2	-	-	1	6	3	2
	db3 e SNR=3						db6 e SNR=3						sym8 e SNR=3					
128	-	3	5	4	-	-	-	3	5	4	-	-	-	3	5	4	-	-
256	-	2	5	1	4	-	-	3	4	1	4	-	-	3	5	1	3	-
512	-	1	4	3	3	1	-	1	4	2	4	1	-	1	5	2	3	1
1024	-	-	3	5	2	2	-	-	4	3	3	2	-	-	5	2	3	2
2048	-	-	3	4	2	3	-	-	2	5	2	3	-	-	3	4	2	3
4096	-	-	1	5	2	4	-	-	-	7	1	4	-	-	1	6	2	3
8192	-	-	-	6	1	5	-	-	-	6	1	5	-	-	-	6	2	4
	db3 e SNR=5						db6 e SNR=5						sym8 e SNR=5					
128	-	1	5	6	-	-	-	1	5	6	-	-	-	2	5	5	-	-
256	-	1	4	3	4	-	-	1	4	2	5	-	-	1	5	1	5	-
512	-	-	3	4	3	2	-	-	3	4	2	3	-	-	5	2	3	2
1024	-	-	2	4	2	4	-	-	1	6	2	3	-	-	2	5	2	3
2048	-	-	1	5	2	4	-	-	1	6	2	3	-	-	1	6	2	3
4096	-	-	-	5	2	5	-	-	-	6	1	5	-	-	-	6	1	5
8192	-	-	-	2	5	5	-	-	-	5	2	5	-	-	-	5	2	5
	db3 e SNR=7						db6 e SNR=7						sym8 e SNR=7					
128	-	1	4	7	-	-	-	1	4	7	-	-	-	1	4	7	-	-
256	-	-	3	4	5	-	-	-	3	4	5	-	-	-	5	2	5	-
512	-	-	2	4	2	4	-	-	2	5	2	3	-	-	3	4	2	3
1024	-	-	1	5	2	4	-	-	1	6	1	4	-	-	1	6	2	3
2048	-	-	-	5	2	5	-	-	-	6	1	5	-	-	-	6	1	5
4096	-	-	-	2	5	5	-	-	-	4	3	5	-	-	-	5	2	5
8192	-	-	-	2	5	5	-	-	-	3	3	6	-	-	-	3	4	5

siderados. Já na Tabela A.14 estão resumidas as informações da Tabela A.13 pelo espaço projeção V_j .

Analisando os resultados da simulação pode-se tirar as seguintes conclusões. Segundo o critério menor média do EQM, a presença de um ruído maior (SNR menor) na curva, tende escolher um espaço projeção, V_j , com j menor. Não há diferença significativa na escolha do espaço quanto a função ondaleta usada. Os espaços projeção V_j com menor média de EQM são praticamente os mesmos para as três funções ondaleta consideradas. Se não for levado em conta a SNR da curva, pelas simulações feitas, escolheremos o espaço projeção V_5 para os tamanhos amostrais de 128 a 512 e o espaço V_6 para os tamanhos amostrais de 1024 a 8192. Mas a diferença em termos de EQM é pequena se escolhermos V_7 ao invés de V_6 , e além do mais, nos casos em que o espaço escolhido seria V_7 em vez de V_6 a diferença em relação ao EQM de V_7 para V_6 é bem maior. Podemos separar as doze funções em três grupos

Tabela A.14: Número de vezes em que o erro quadrático médio (1000 replicações) do estimador núcleo ondaleta foi o menor na projeção de f no espaço V_j em cada tamanho amostral independente do SNR e função ondaleta usadas.

n	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_{8+}
128	8	31	55	50	–	–
256	5	22	51	24	42	–
512	–	14	44	39	27	20
1024	–	9	34	52	22	27
2048	–	2	31	53	21	37
4096	–	–	16	56	28	44
8192	–	–	4	56	33	51

em termos de espaço projeção V_j . No grupo I temos as funções: *Heavisine*, *Corner*, *Wave*, *Angles*, *Parabolas*, *Time Shifted Sine* e *Cusp*; no grupo II: *Spikes* e *Blip*; e no grupo III: *Dopler*, *Bumps* e *Blocks*. As funções do grupo I estão as funções com pequena variação e as funções mais regulares. O grupo II é composto por funções com variação média. No grupo III estão as funções que tem grande variação. As funções do grupo I, quando projetadas em espaços V_j com j menor, tem em média um EQM menor do que as funções dos grupos II e III.

Assim, para o estudo de simulação para erros correlacionados optou-se em projetar no espaço V_5 os tamanhos amostrais de 128 a 512, no espaço V_6 os tamanhos amostrais de 1024 e 2048 e os tamanhos amostrais 4096 e 8192 no espaço V_7 . A escolha dos espaços projeção é justificada pelo menor erro quadrático médio (1000 replicações) apresentado nas simulações feitas em curvas com erro normal i.i.d. baseado em doze funções teste, funções ondaletas ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’ e SNR = 1; 3; 5; 7.

Apêndice B

Estudo de simulação do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt

B.1 Discussão dos resultados

Apresentam-se a seguir os resultados da implementação do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt para dois estimadores ondaleta (passo funcional linear e não linear). Para cada função teste e ρ foram feitas tabelas contendo ρ médio - $\bar{\rho}$; erro quadrático médio das estimativas de ρ - $EQM(\bar{\rho})$; erro quadrático médio integrado da função teste - $EQMI(f)$; e o número médio e mediano de de iterações nas simulações. Algumas discussões individuais, por tipo de função e valor de ρ são feitas. Posteriormente, apresenta-se uma visão geral dos resultados.

Para a função teste *Doppler* com $\rho = 0.99$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, em onze vezes o estimador não linear tem viés e EQM menor do que o estimador linear. A posição do menor viés coincide onze vezes com a do menor EQM. O menor viés ocorre duas, nove e quatro vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8', enquanto que o menor EQM ocorre duas, onze e duas vezes, respectivamente, nessas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em oito das quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas para o que limiariza em blocos. O menor EQMI ocorre duas, cinco e oito vezes, respectivamente, para a ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8'. Assim, para a função *Doppler* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta 'db6', e o melhor estimador para a função f é o não linear que limiariza em blocos com a ondaleta 'sym8'.

Para a função teste *Doppler* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, em dez vezes o estimador não linear tem viés e EQM menor do que o estimador linear. Em todas as quinze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM, sendo que nove vezes na ondaleta 'db3' e seis na 'db6'. A função estimada apresenta menor EQMI com o estimador não linear que limiariza em blocos em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, sendo que em uma, cinco e nove vezes, respectivamente, para a ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8'. Assim, para a função *Doppler* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o linear com a ondaleta 'db3' e a função f é melhor estimada pelo estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta 'sym8'.

Para a função teste *HeaviSine* com $\rho = 0.99$ em todas as quinze combinações de tamanhos

amostrais e SNR's o estimador não linear tem viés e EQM menor do que o estimador linear. A posição do menor viés coincide oito vezes com a do menor EQM. O menor viés ocorre quatro, oito e três vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8', enquanto que o menor EQM ocorre nove, cinco e uma vez, respectivamente, nessas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em onze das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre onze vezes na ondaleta 'db6' e quatro vezes na 'sym8'. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR's considerados, para a função *HeaviSine* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta 'db3' ou 'db6' e a função f é melhor estimada de forma linear com a ondaleta 'db6'.

Para a função teste *HeaviSine* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, em dez vezes o estimador não linear tem viés e EQM menor. Em todas as quinze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés e EQM ocorre cinco, nove e uma vez, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8'. A função estimada apresenta menor EQMI em doze das quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, o menor EQMI ocorre nove, cinco e uma vez, respectivamente, para a ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8'. Assim, para a função *HeaviSine* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta 'db6' e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta 'db3'.

Para a função teste *Bumps* com $\rho = 0.99$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, em nove vezes o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em doze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre cinco, sete e três vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8', enquanto que o menor EQM ocorre cinco, oito e duas vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em doze das quinze vezes para o estimador não linear, todas para o que limiariza em blocos. O menor EQMI ocorre dez, dois e três vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8'. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR's considerados, para a função *Bumps* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta 'db6' e a função f é melhor estimada pelo estimador não linear que limiariza em blocos com ondaleta 'db6'.

Para a função teste *Bumps* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, em treze vezes o estimador linear tem viés e EQM menor do que o estimador não linear. Em todas as vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés e EQM ocorre sete e oito vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3' e 'db6'. A função estimada apresenta menor EQMI nas quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, o menor EQMI ocorre catorze vezes na ondaleta 'db3', e uma vez na 'db6'. Assim, para a função *Bumps* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o linear com a ondaleta 'db3' ou

‘db6’ e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta ‘db3’.

Para a função teste *Blocks* com $\rho = 0.99$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em onze vezes o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em catorze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre sete, sete e uma vez, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre seis, sete e duas vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em dez das quinze vezes para o estimador não linear, sendo nove vezes para o estimador que limiariza em blocos. O menor EQMI ocorre quatro, quatro e sete vezes, respectivamente na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR’s considerados, para a função *Blocks* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta ‘db3’ ou ‘db6’ e a função f é melhor estimada pelo estimador não linear que limiariza em blocos com ondaleta ‘sym8’.

Para a função teste *Blocks* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em catorze vezes o estimador linear tem viés e EQM menor. Em todas as vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés e EQM ocorre onze, três e uma vez, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. A função estimada apresenta menor EQMI nas quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, o menor EQMI ocorre doze vezes na ondaleta ‘db3’ e três vezes na ‘sym8’. Assim, para a função *Blocks* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o linear com a ondaleta ‘db3’ e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta ‘db3’.

Para a função teste *Spikes* com $\rho = 0.99$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em onze vezes o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em doze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre seis, seis e três vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, já o menor EQM ocorre seis, sete e duas vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em oito das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre uma, seis e oito vezes, respectivamente, para a ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR’s considerados, para a função *Spikes* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta ‘db3’ ou ‘db6’ e a função f é melhor estimada de forma linear pela ondaleta ‘sym8’.

Para a função teste *Spikes* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em nove vezes o estimador linear tem viés e EQM menor do que o não linear. Em todas as quinze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM, sendo que duas vezes na ondaleta ‘db3’, oito na ‘db6’ e cinco na ‘sym8’. A função estimada apresenta doze vezes o menor EQMI com o estimador não linear, todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s em cinco, três e sete vezes, respectiva-

mente, o EQMI é menor para a ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para a função *Spikes* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o linear com a ondaleta ‘db6’ e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta ‘sym8’.

Para a função teste *Blip* com $\rho = 0.99$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em treze vezes o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em dez vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre sete, sete e uma vez, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre quatro, oito e três vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em nove das quinze vezes para o estimador não linear, sendo oito vezes para o estimador que limiariza em blocos. O menor EQMI ocorre duas, oito e cinco vezes, respectivamente, para a ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR’s considerados, para a função *Blip* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta ‘db3’ ou ‘db6’ e a função f é melhor estimada de forma não linear pelo estimador que limiariza em blocos com a ondaleta ‘db6’.

Para a função teste *Blip* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em oito vezes o estimador linear tem viés e EQM menor do que o não linear. Em todas as quinze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM, sendo que dez vezes na ondaleta ‘db3’ e cinco na ‘db6’. A função estimada em todas as quinze vezes apresenta o menor EQMI com o estimador não linear, sendo treze vezes com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s em sete, quatro e quatro vezes, respectivamente, o EQMI é menor para a ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’. Assim, para a função *Blip* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o linear com a ondaleta ‘db3’ e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta ‘db3’.

Para a função teste *Corner* com $\rho = 0.99$ em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em nove vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés e EQM ocorre seis, três e seis vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, já o menor EQM ocorre três, sete e cinco vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em onze das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre treze vezes na ondaleta ‘db6’ e duas vezes na ‘sym8’. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR’s considerados, para a função *Corner* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear e o melhor estimador para a função f é o linear com ondaleta ‘db6’.

Para a função teste *Corner* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR’s, em catorze vezes o estimador não linear tem viés e EQM menor do que o linear. Em onze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre oito, quatro e três vezes, respectivamente, na ondaleta ‘db3’, ‘db6’ e ‘sym8’, enquanto que o menor EQM ocorre sete, cinco e três vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A

função estimada apresenta nove vezes o menor EQMI com o estimador linear. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's em duas, nove e quatro vezes, respectivamente, o EQMI é menor para a ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8'. Assim, para a função *Corner* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta 'db3' e o melhor estimador para a função f é o estimador linear com a ondaleta 'db6'.

Para a função teste *Wave* com $\rho = 0.99$ em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em nove vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre duas, onze e duas vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8', enquanto que o menor EQM ocorre duas, doze e uma vez, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em dez das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre três vezes na ondaleta 'db3' e doze vezes na 'db6'. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR's considerados, para a função *Wave* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta 'db6' e a função f é melhor estimada de forma linear pela ondaleta 'db6'.

Para a função teste *Wave* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, em treze e onze vezes, respectivamente, o estimador não linear tem viés e EQM menor. A posição do menor viés coincide onze vezes com a do menor EQM. O menor viés ocorre duas, cinco e oito vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8', enquanto que o menor EQM ocorre quatro, cinco e seis vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em doze das quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, o menor EQMI ocorre três vezes para a ondaleta 'db3' e doze vezes na 'db6'. Assim, para a função *Wave* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta 'sym8' e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta 'db6'.

Para a função teste *Angles* com $\rho = 0.99$ em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em oito vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre nove, cinco e uma vez, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8', enquanto que o menor EQM ocorre e seis, oito e uma vez, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em treze das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre onze vezes na ondaleta 'db6' e quatro vezes na 'sym8'. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR's considerados, para a função *Angles* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta 'db3' ou 'db6' e a função f é melhor estimada de forma linear com a ondaleta 'db6'.

Para a função teste *Angles* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, em doze vezes o estimador não linear tem viés e EQM menor do que o estimador linear. Em cinco vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre oito, quatro e três vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8', enquanto

que o menor EQM ocorre seis, quatro e cinco vezes, respectivamente, nessas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em dez das quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, o menor EQMI ocorre quatro, oito e três vezes, respectivamente, para a ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8'. Assim, para a função *Angles* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta 'db3' e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta 'sym8'.

Para a função teste *Parabolas* com $\rho = 0.99$ em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em sete vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. O menor viés ocorre seis, seis e três vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8', enquanto que o menor EQM ocorre e três, onze e uma vez, respectivamente, nessas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em onze das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre catorze vezes na ondaleta 'db6' e uma vez na 'sym8'. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR's considerados, para a função *Parabolas* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta 'db3' ou 'db6' e a função f é melhor estimada de forma linear pela ondaleta 'db6'.

Para a função teste *Parabolas* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, em catorze vezes o estimador não linear tem viés e EQM menor. Em oito vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. Ao estimar ρ , o menor viés ocorre quatro, três e oito vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8', enquanto que o menor EQM ocorre quatro, quatro e sete vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em nove das quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's o menor EQMI ocorre duas, onze e duas vezes, respectivamente, para a ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8'. Assim, para a função *Parabolas* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta 'sym8' e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta 'db6'.

Para a função teste *Time Shifted Sine* com $\rho = 0.99$ em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em nove vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. Ao estimar ρ , o menor viés ocorre cinco, seis e quatro vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8', enquanto que o menor EQM ocorre quatro, oito e três vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em doze das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre treze vezes na ondaleta 'db6' e duas vezes na 'sym8'. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR's considerados, para a função *Time Shifted Sine* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta 'db3' ou 'db6' e a função f é melhor estimada de forma linear pela ondaleta 'db6'.

Para a função teste *Time Shifted Sine* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, em doze vezes o estimador não linear tem viés e EQM menor do que o linear. Em cinco vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. Ao estimar ρ , o menor viés ocorre quatro, seis e cinco vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8', enquanto que o menor EQM ocorre duas, oito e cinco vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em dez das quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, o menor EQMI ocorre quatro, oito e três vezes, respectivamente, para a ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8'. Assim, para a função *Time Shifted Sine* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta 'db6' e o melhor estimador para a função f é o estimador não linear que limiariza em blocos com a ondaleta 'db6'.

Para a função teste *Cusp* com $\rho = 0.99$ em todas as quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's o estimador não linear apresenta o menor viés e EQM. Em onze vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. Ao estimar ρ , o menor viés ocorre cinco, seis e quatro vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8', enquanto que o menor EQM ocorre quatro, oito e três vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em dez das quinze vezes para o estimador linear. O menor EQMI ocorre onze vezes na ondaleta 'db6' e quatro vezes na 'sym8'. Assim, para os tamanhos amostrais e SNR's considerados, para a função *Cusp* e $\rho = 0.99$ o melhor estimador para ρ é o não linear com ondaleta 'db6' e a função f é melhor estimada de forma linear pela ondaleta 'db6'.

Para a função teste *Cusp* com $\rho = 0.9999$, das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's, em treze e doze vezes, respectivamente, o estimador não linear tem viés e EQM menor. Em nove vezes a posição do menor viés coincide com a do menor EQM. Ao estimar ρ , o menor viés ocorre três, doze vezes, respectivamente, na ondaleta 'db3' e 'db6', enquanto que o menor EQM ocorre duas e doze vezes, respectivamente, para essas ondaletas. A função estimada apresenta menor EQMI em sete das quinze vezes para o estimador não linear, sendo que todas com o que limiariza em blocos. Das quinze combinações de tamanhos amostrais e SNR's o menor EQMI ocorre seis, quatro e cinco vezes, respectivamente, para a ondaleta 'db3', 'db6' e 'sym8'. Assim, para a função *Cusp* e $\rho = 0.9999$ o melhor estimador para ρ é o não linear com a ondaleta 'db6' e o melhor estimador para a função f é o estimador linear com a ondaleta 'db3'.

O viés do estimador linear nos dois ρ 's considerados, em geral, diminui em cada SNR quando o tamanho amostral cresce, principalmente para SNR=7. O ρ médio estimado para $n = 2048$ apresenta viés menor do que para $n = 1024$, o mesmo acontecendo para $n = 8192$ e $n = 4096$. Porém, várias vezes o viés para $n = 2048$ é menor do que para $n = 4096$. Além disso, em alguns casos o ρ médio para $n = 512$ é o que tem menor viés dentre os cinco

tamanhos amostrais considerados. Essa diferença de desempenho com relação aos tamanhos amostrais é devido a projeção em subespaços V_j diferentes conforme o tamanho amostral aumenta. Nas simulações projetou-se o tamanho amostral 512 no subespaço V_5 , os tamanhos amostrais 1024 e 2048 em V_6 e os tamanhos amostrais 4096 e 8192 em V_7 . O subespaço onde a função é projetada influencia na estimativa de ρ . Possivelmente se tivéssemos tomado o mesmo subespaço V_j para todos os tamanhos amostrais considerados o viés diminuiria com o aumento do tamanho amostral para todos os SNR's.

O estimador não linear tem um comportamento parecido ao do linear, só que em proporções menores. Em algumas funções teste, principalmente com $\rho = 0.99$ e $\text{SNR} = 1; 3$, o viés para $n = 2048$ é menor que o viés para $n = 4096$. O viés diminui conforme o tamanho amostral cresce de 512, 1024 e 2048. O mesmo acontecendo para 4096 e 8192. Esta mudança no comportamento quando o tamanho amostral muda de 2048 para 4096 é devida à limiarização usada. Enquanto que, para $n = 512; 1024; 2048$ limiariza-se os níveis de três à sete, para $n = 4096; 8192$ limiariza-se os níveis de quatro à oito. Assim, a escolha do limiar influencia na estimativa de ρ .

Para estimar o ρ , o estimador não linear tem desempenho melhor do que o linear. Com $\rho = 0.99$, o ρ médio estimado via estimador não linear tem, em geral, precisão de duas ou mais casas decimais no tamanho amostral maior ou igual a 1024. Enquanto que o estimador linear atinge um casa decimal de precisão apenas com $n = 8192$. Já com $\rho = 0.9999$ a precisão da estimativa de ρ para o estimador não linear varia muito de acordo com a função teste em questão. Há funções em que a precisão chega a três casas decimais já com tamanho amostral 512, enquanto que em outras a precisão chega apenas a uma ou duas casas decimais. O estimador linear chega a duas ou três casas decimais de precisão apenas no tamanho amostral 8192.

Os dois estimadores, linear e o não linear, melhoram de desempenho assintoticamente em n . A presença de menos ruído (SNR maior) também melhora a estimativa de ρ . Em algumas situações específicas o estimador linear estima ρ melhor do que o não linear, mas no geral o estimador não linear tem desempenho melhor do que o linear.

Em vários casos o estimador linear é melhor que o estimador não linear em termos de EQMI. Porém, em alguns casos o estimador linear é muito ruim. O estimador não linear apresenta um desempenho mais regular. Apesar do estimador linear ser melhor que o não linear em várias situações, a diferença de desempenho nesses casos é pequena. Assim, o estimador não linear deve ser usado também na hora de estimar a função f .

Portanto, com base nas simulações realizadas, o estimador não linear que limiariza termo a termo deve ser usado no procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt para estimar o parâmetro ρ . No último passo do procedimento troca-se o estimador que limiariza termo a termo pelo que limiariza em blocos para estimar a função f .

Os dois ρ 's considerados são dois casos extremos e além disso, as simulações foram feitas

de forma não adaptativa, ou seja, não levou-se em conta a regularidade das funções ao escolher a limiarização. Em várias funções teste o estimador não linear que limiariza termo a termo subestima a função. Uma simulação adaptativa, que leva em conta regularidade da função, certamente melhoraria o desempenho do estimador não linear que limiariza termo a termo.

Tabela B.1: Função *Doppler* e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondas - ‘db3’, ‘db6’, e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8398 (0.01685)	0.8553 (0.01243)	0.9251 (0.00962)	0.8984 (0.00853)	0.9439 (0.00571)	0.8578 (0.00586)	0.9004 (0.00386)	0.9673 (0.00309)	0.9578 (0.00284)	0.9720 (0.00301)	0.8602 (0.00248)	0.9076 (0.00160)	0.9758 (0.00125)	0.9806 (0.00065)	0.9906 (0.00068)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8398 (0.01685)	0.8553 (0.01243)	0.9251 (0.00962)	0.8984 (0.00853)	0.9439 (0.00571)	0.8578 (0.00586)	0.9004 (0.00386)	0.9673 (0.00309)	0.9578 (0.00284)	0.9720 (0.00301)	0.8602 (0.00248)	0.9076 (0.00160)	0.9758 (0.00125)	0.9806 (0.00065)	0.9906 (0.00068)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8398 (0.01685)	0.8553 (0.01243)	0.9251 (0.00962)	0.8984 (0.00853)	0.9439 (0.00571)	0.8578 (0.00586)	0.9004 (0.00386)	0.9673 (0.00309)	0.9578 (0.00284)	0.9720 (0.00301)	0.8602 (0.00248)	0.9076 (0.00160)	0.9758 (0.00125)	0.9806 (0.00065)	0.9906 (0.00068)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9663 (0.00901)	0.9875 (0.00524)	0.9948 (0.00348)	0.9938 (0.00302)	0.9963 (0.00260)	0.6837 (0.04257)	0.9750 (0.01094)	0.9974 (0.00161)	0.9976 (0.00119)	0.9987 (0.00091)	0.5884 (0.00691)	0.8811 (0.00630)	0.9896 (0.00425)	0.9978 (0.00179)	0.9994 (0.00075)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9663 (0.00905)	0.9875 (0.00524)	0.9948 (0.00348)	0.9938 (0.00302)	0.9963 (0.00260)	0.6871 (0.04141)	0.9749 (0.01077)	0.9974 (0.00161)	0.9976 (0.00119)	0.9987 (0.00091)	0.5884 (0.00688)	0.8810 (0.00621)	0.9896 (0.00424)	0.9978 (0.00179)	0.9994 (0.00075)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9663 (0.00903)	0.9875 (0.00524)	0.9948 (0.00348)	0.9938 (0.00302)	0.9963 (0.00260)	0.6957 (0.04144)	0.9750 (0.01049)	0.9974 (0.00160)	0.9976 (0.00119)	0.9987 (0.00091)	0.5884 (0.00688)	0.8810 (0.00613)	0.9896 (0.00423)	0.9978 (0.00180)	0.9994 (0.00075)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8451 (0.01456)	0.8635 (0.01188)	0.9249 (0.00950)	0.8952 (0.00859)	0.9419 (0.00548)	0.8611 (0.00497)	0.9057 (0.00358)	0.9662 (0.00303)	0.9538 (0.00328)	0.9689 (0.00321)	0.8631 (0.00209)	0.9122 (0.00144)	0.9747 (0.00123)	0.9792 (0.00092)	0.9895 (0.00087)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8451 (0.01456)	0.8635 (0.01188)	0.9249 (0.00950)	0.8952 (0.00859)	0.9419 (0.00548)	0.8611 (0.00497)	0.9057 (0.00358)	0.9662 (0.00303)	0.9538 (0.00328)	0.9689 (0.00321)	0.8631 (0.00209)	0.9122 (0.00144)	0.9747 (0.00123)	0.9792 (0.00092)	0.9895 (0.00087)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8451 (0.01456)	0.8635 (0.01188)	0.9249 (0.00950)	0.8952 (0.00859)	0.9419 (0.00548)	0.8611 (0.00497)	0.9057 (0.00358)	0.9662 (0.00303)	0.9538 (0.00328)	0.9689 (0.00321)	0.8631 (0.00209)	0.9122 (0.00144)	0.9747 (0.00123)	0.9792 (0.00092)	0.9895 (0.00087)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9680 (0.00749)	0.9865 (0.00386)	0.9934 (0.00267)	0.9924 (0.00223)	0.9944 (0.00228)	0.7725 (0.03675)	0.9865 (0.01219)	0.9969 (0.00084)	0.9974 (0.00050)	0.9982 (0.00044)	0.7042 (0.00463)	0.8745 (0.00772)	0.9942 (0.00235)	0.9980 (0.00064)	0.9993 (0.00020)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9680 (0.00749)	0.9865 (0.00386)	0.9934 (0.00267)	0.9924 (0.00223)	0.9944 (0.00228)	0.7734 (0.03644)	0.9866 (0.01206)	0.9969 (0.00084)	0.9974 (0.00050)	0.9982 (0.00044)	0.7042 (0.00463)	0.8744 (0.00735)	0.9942 (0.00233)	0.9980 (0.00064)	0.9993 (0.00020)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9680 (0.00749)	0.9865 (0.00386)	0.9934 (0.00267)	0.9924 (0.00223)	0.9944 (0.00228)	0.7792 (0.03635)	0.9866 (0.01163)	0.9969 (0.00084)	0.9974 (0.00050)	0.9982 (0.00044)	0.7042 (0.00462)	0.8743 (0.00721)	0.9942 (0.00227)	0.9980 (0.00062)	0.9993 (0.00020)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8101 (0.01611)	0.8371 (0.01266)	0.9123 (0.01016)	0.8812 (0.00964)	0.9347 (0.00616)	0.8267 (0.00563)	0.8839 (0.00401)	0.9588 (0.00359)	0.9484 (0.00368)	0.9653 (0.00368)	0.8288 (0.00234)	0.8914 (0.00161)	0.9690 (0.00151)	0.9767 (0.00102)	0.9883 (0.00098)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8101 (0.01611)	0.8371 (0.01266)	0.9123 (0.01016)	0.8812 (0.00964)	0.9347 (0.00616)	0.8267 (0.00563)	0.8839 (0.00401)	0.9588 (0.00359)	0.9484 (0.00368)	0.9653 (0.00368)	0.8288 (0.00234)	0.8914 (0.00161)	0.9690 (0.00151)	0.9767 (0.00102)	0.9883 (0.00098)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8101 (0.01611)	0.8371 (0.01266)	0.9123 (0.01016)	0.8812 (0.00964)	0.9347 (0.00616)	0.8267 (0.00563)	0.8839 (0.00401)	0.9588 (0.00359)	0.9484 (0.00368)	0.9653 (0.00368)	0.8288 (0.00234)	0.8914 (0.00161)	0.9690 (0.00151)	0.9767 (0.00102)	0.9883 (0.00098)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9628 (0.01207)	0.9856 (0.00449)	0.9934 (0.00336)	0.9922 (0.00270)	0.9947 (0.00263)	0.7826 (0.02748)	0.9553 (0.01093)	0.9960 (0.00364)	0.9971 (0.00102)	0.9983 (0.00079)	0.7032 (0.00512)	0.8792 (0.00826)	0.9888 (0.00718)	0.9944 (0.00209)	0.9988 (0.00120)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9628 (0.01114)	0.9856 (0.00449)	0.9934 (0.00336)	0.9922 (0.00270)	0.9947 (0.00263)	0.7831 (0.02712)	0.9553 (0.01093)	0.9961 (0.00355)	0.9971 (0.00102)	0.9983 (0.00079)	0.7032 (0.00512)	0.8792 (0.00819)	0.9888 (0.00717)	0.9944 (0.00209)	0.9988 (0.00120)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9629 (0.01089)	0.9856 (0.00449)	0.9934 (0.00336)	0.9922 (0.00270)	0.9947 (0.00263)	0.7842 (0.02653)	0.9557 (0.01068)	0.9961 (0.00340)	0.9971 (0.00101)	0.9983 (0.00079)	0.7033 (0.00511)	0.8794 (0.00809)	0.9888 (0.00715)	0.9944 (0.00209)	0.9988 (0.00120)

Tabela B.2: Função *Doppler* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	2.28e-2	1.83e-2	4.30e-3	8.46e-3	2.15e-3	1.75e-2	8.04e-3	5.26e-4	1.04e-3	3.32e-4	1.69e-2	6.79e-3	2.02e-4	8.81e-5	8.57e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	2.28e-2	1.83e-2	4.30e-3	8.46e-3	2.15e-3	1.75e-2	8.04e-3	5.26e-4	1.04e-3	3.32e-4	1.69e-2	6.79e-3	2.02e-4	8.81e-5	8.57e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	2.28e-2	1.83e-2	4.30e-3	8.46e-3	2.15e-3	1.75e-2	8.04e-3	5.26e-4	1.04e-3	3.32e-4	1.69e-2	6.79e-3	2.02e-4	8.81e-5	8.57e-7
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	6.43e-4	3.36e-5	3.55e-5	2.39e-5	4.67e-5	9.57e-2	3.46e-4	5.74e-5	5.91e-5	7.58e-5	1.61e-1	1.19e-2	1.82e-5	6.40e-5	8.90e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	6.45e-4	3.36e-5	3.55e-5	2.39e-5	4.67e-5	9.35e-2	3.43e-4	5.74e-5	5.91e-5	7.58e-5	1.61e-1	1.19e-2	1.81e-5	6.40e-5	8.90e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	6.44e-4	3.36e-5	3.55e-5	2.39e-5	4.67e-5	8.83e-2	3.34e-4	5.74e-5	5.91e-5	7.58e-5	1.61e-1	1.19e-2	1.81e-5	6.40e-5	8.90e-5
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	2.12e-2	1.61e-2	4.33e-3	9.06e-3	2.34e-3	1.66e-2	7.12e-3	5.76e-4	1.32e-3	4.56e-4	1.61e-2	6.05e-3	2.35e-4	1.17e-4	9.61e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	2.12e-2	1.61e-2	4.33e-3	9.06e-3	2.34e-3	1.66e-2	7.12e-3	5.76e-4	1.32e-3	4.56e-4	1.61e-2	6.05e-3	2.35e-4	1.17e-4	9.61e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	2.12e-2	1.61e-2	4.33e-3	9.06e-3	2.34e-3	1.66e-2	7.12e-3	5.76e-4	1.32e-3	4.56e-4	1.61e-2	6.05e-3	2.35e-4	1.17e-4	9.61e-7
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	5.40e-4	2.71e-5	1.87e-5	1.06e-5	2.47e-5	4.87e-2	1.60e-4	4.79e-5	5.55e-5	6.80e-5	8.17e-2	1.34e-2	2.30e-5	6.38e-5	8.69e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	5.40e-4	2.71e-5	1.87e-5	1.06e-5	2.47e-5	4.82e-2	1.57e-4	4.79e-5	5.55e-5	6.80e-5	8.17e-2	1.34e-2	2.28e-5	6.37e-5	8.69e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	5.40e-4	2.71e-5	1.87e-5	1.06e-5	2.47e-5	4.57e-2	1.47e-4	4.79e-5	5.55e-5	6.80e-5	8.17e-2	1.34e-2	2.25e-5	6.37e-5	8.69e-5
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	3.26e-2	2.35e-2	6.14e-3	1.19e-2	3.10e-3	2.67e-2	1.13e-2	9.87e-4	1.74e-3	6.25e-4	2.60e-2	9.72e-3	4.45e-4	1.78e-4	3.91e-6
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	3.26e-2	2.35e-2	6.14e-3	1.19e-2	3.10e-3	2.67e-2	1.13e-2	9.87e-4	1.74e-3	6.25e-4	2.60e-2	9.72e-3	4.45e-4	1.78e-4	3.91e-6
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	3.26e-2	2.35e-2	6.14e-3	1.19e-2	3.10e-3	2.67e-2	1.13e-2	9.87e-4	1.74e-3	6.25e-4	2.60e-2	9.72e-3	4.45e-4	1.78e-4	3.91e-6
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	8.83e-4	3.94e-5	2.30e-5	1.21e-5	2.87e-5	4.38e-2	1.32e-3	4.97e-5	5.19e-5	6.99e-5	8.23e-2	1.24e-2	5.30e-5	2.33e-5	7.83e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	8.62e-4	3.94e-5	2.30e-5	1.21e-5	2.87e-5	4.35e-2	1.32e-3	4.92e-5	5.19e-5	6.99e-5	8.23e-2	1.23e-2	5.29e-5	2.33e-5	7.83e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	8.55e-4	3.94e-5	2.30e-5	1.21e-5	2.87e-5	4.30e-2	1.29e-3	4.84e-5	5.18e-5	6.99e-5	8.22e-2	1.23e-2	5.25e-5	2.33e-5	7.83e-5

Tabela B.3: Função *Doppler* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	0.104	0.052	0.026	0.012	0.006	0.155	0.078	0.040	0.015	0.007	0.408	0.205	0.111	0.028	0.014
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.104	0.052	0.026	0.012	0.006	0.155	0.078	0.040	0.015	0.007	0.408	0.205	0.111	0.028	0.014
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.104	0.052	0.026	0.012	0.006	0.155	0.078	0.040	0.015	0.007	0.408	0.205	0.111	0.028	0.014
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.151	0.138	0.372	0.099	0.225	0.108	0.170	0.748	0.236	0.432	0.118	0.061	0.383	0.540	1.137
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.151	0.138	0.372	0.099	0.225	0.108	0.170	0.748	0.236	0.432	0.118	0.061	0.382	0.540	1.137
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.151	0.138	0.372	0.099	0.225	0.109	0.170	0.748	0.236	0.432	0.118	0.061	0.380	0.540	1.137
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.107	0.068	0.089	0.033	0.054	0.094	0.050	0.029	0.023	0.025	0.093	0.045	0.027	0.013	0.008
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.107	0.068	0.089	0.033	0.054	0.094	0.050	0.029	0.023	0.025	0.093	0.045	0.027	0.013	0.008
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.107	0.068	0.089	0.033	0.054	0.094	0.050	0.029	0.023	0.025	0.093	0.045	0.027	0.013	0.008
db6	EQMI(f_{1L})	0.103	0.050	0.024	0.011	0.005	0.167	0.078	0.038	0.014	0.006	0.483	0.217	0.107	0.026	0.013
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.103	0.050	0.024	0.011	0.005	0.167	0.078	0.038	0.014	0.006	0.483	0.217	0.107	0.026	0.013
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.103	0.050	0.024	0.011	0.005	0.167	0.078	0.038	0.014	0.006	0.483	0.217	0.107	0.026	0.013
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.151	0.078	0.065	0.017	0.018	0.119	0.296	0.248	0.077	0.051	0.131	0.058	0.375	0.191	0.184
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.151	0.078	0.065	0.017	0.018	0.119	0.296	0.248	0.077	0.051	0.131	0.058	0.380	0.192	0.184
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.151	0.078	0.065	0.017	0.018	0.121	0.297	0.248	0.077	0.051	0.131	0.058	0.385	0.193	0.184
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.103	0.059	0.048	0.023	0.021	0.093	0.050	0.084	0.082	0.066	0.093	0.045	0.024	0.011	0.072
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.103	0.059	0.048	0.023	0.021	0.093	0.050	0.084	0.082	0.066	0.093	0.045	0.024	0.011	0.072
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.103	0.059	0.048	0.023	0.021	0.093	0.050	0.084	0.082	0.066	0.093	0.045	0.024	0.011	0.072
sym8	EQMI(f_{1L})	0.101	0.050	0.024	0.012	0.005	0.148	0.072	0.035	0.014	0.006	0.381	0.178	0.089	0.024	0.012
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.101	0.050	0.024	0.012	0.005	0.148	0.072	0.035	0.014	0.006	0.381	0.178	0.089	0.024	0.012
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.101	0.050	0.024	0.012	0.005	0.148	0.072	0.035	0.014	0.006	0.381	0.178	0.089	0.024	0.012
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.139	0.072	0.116	0.022	0.065	0.116	0.080	0.304	0.080	0.133	0.131	0.062	0.465	0.086	0.483
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.139	0.072	0.116	0.022	0.065	0.116	0.080	0.304	0.080	0.133	0.131	0.062	0.465	0.086	0.483
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.139	0.072	0.116	0.022	0.065	0.116	0.080	0.304	0.080	0.133	0.131	0.063	0.466	0.086	0.483
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.104	0.060	0.091	0.025	0.029	0.093	0.044	0.067	0.073	0.076	0.093	0.044	0.041	0.022	0.099
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.104	0.060	0.091	0.025	0.029	0.093	0.044	0.067	0.073	0.076	0.093	0.044	0.041	0.022	0.099
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.104	0.060	0.091	0.025	0.029	0.093	0.044	0.067	0.073	0.076	0.093	0.044	0.040	0.022	0.099

Tabela B.4: Função *Doppler* e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1,1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	16.2	17.5	29.3	27.3	39.5	13.9	12.5	23.4	30.8	47.2	15.1	13.0	23.5	21.9	37.0
	\bar{K}_{2L}	14.0	13.0	15.0	16.0	16.0	13.0	11.0	14.0	18.0	20.0	13.0	11.0	15.0	14.0	16.0
	\bar{K}_{1N}	30.6	37.7	44.7	55.6	64.6	20.2	83.0	45.4	54.1	65.0	12.7	31.8	113.0	76.7	66.7
	\bar{K}_{2N}	20.3	22.0	25.0	23.5	31.0	16.0	40.0	26.0	23.3	25.0	12.0	19.0	61.0	52.0	29.0
db6	\bar{K}_{1L}	17.2	14.3	20.6	19.3	30.3	19.3	14.9	20.2	25.9	34.9	20.9	16.4	20.9	20.8	29.1
	\bar{K}_{2L}	16.0	12.0	13.0	13.0	14.0	17.0	13.0	13.0	18.0	19.0	17.0	14.0	13.0	16.0	16.0
	\bar{K}_{1N}	32.2	34.9	38.6	51.4	62.5	38.1	52.0	41.6	56.7	64.4	21.3	38.4	136.2	95.8	69.9
	\bar{K}_{2N}	17.0	17.0	20.0	21.0	30.0	23.5	20.5	18.0	18.0	20.0	15.0	21.0	62.0	20.0	21.5
sym8	\bar{K}_{1L}	19.4	16.5	24.6	20.8	30.2	20.5	19.8	21.9	27.4	39.2	20.8	18.9	20.7	22.3	29.7
	\bar{K}_{2L}	17.0	13.0	13.0	14.0	14.0	18.0	16.0	14.0	19.0	19.5	18.0	16.0	12.0	15.0	16.0
	\bar{K}_{1N}	31.3	36.4	48.8	59.5	69.5	48.2	66.8	50.5	58.0	67.3	11.4	28.2	101.6	85.9	72.6
	\bar{K}_{2N}	17.5	19.8	24.0	21.3	30.0	24.0	31.0	27.0	21.0	24.8	11.0	14.0	50.0	44.5	45.0

Tabela B.5: Função *Doppler* e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8603 (0.00177)	0.9086 (0.00113)	0.9770 (0.00087)	0.9838 (0.00040)	0.9936 (0.00036)	0.8606 (0.00060)	0.9093 (0.00037)	0.9780 (0.00029)	0.9866 (0.00011)	0.9964 (0.00007)	0.8607 (0.00025)	0.9094 (0.00016)	0.9781 (0.00013)	0.9869 (0.00005)	0.9967 (0.00003)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8603 (0.00177)	0.9086 (0.00113)	0.9770 (0.00087)	0.9838 (0.00040)	0.9936 (0.00036)	0.8606 (0.00060)	0.9093 (0.00037)	0.9780 (0.00029)	0.9866 (0.00011)	0.9964 (0.00007)	0.8607 (0.00025)	0.9094 (0.00016)	0.9781 (0.00013)	0.9869 (0.00005)	0.9967 (0.00003)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8603 (0.00177)	0.9086 (0.00113)	0.9770 (0.00087)	0.9838 (0.00040)	0.9936 (0.00036)	0.8606 (0.00060)	0.9093 (0.00037)	0.9780 (0.00029)	0.9866 (0.00011)	0.9964 (0.00007)	0.8607 (0.00025)	0.9094 (0.00016)	0.9781 (0.00013)	0.9869 (0.00005)	0.9967 (0.00003)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.5780 (0.00376)	0.8740 (0.00248)	0.9849 (0.00429)	0.9973 (0.00138)	0.9996 (0.00048)	0.5715 (0.00103)	0.8660 (0.00060)	0.9666 (0.00041)	0.9867 (0.00039)	0.9979 (0.00013)	0.5707 (0.00043)	0.8655 (0.00019)	0.9654 (0.00009)	0.9857 (0.00010)	0.9965 (0.00006)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.5780 (0.00376)	0.8740 (0.00247)	0.9849 (0.00428)	0.9973 (0.00138)	0.9996 (0.00048)	0.5715 (0.00103)	0.8660 (0.00060)	0.9666 (0.00041)	0.9867 (0.00039)	0.9979 (0.00012)	0.5707 (0.00043)	0.8655 (0.00019)	0.9654 (0.00009)	0.9857 (0.00010)	0.9965 (0.00006)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.5780 (0.00376)	0.8740 (0.00247)	0.9849 (0.00423)	0.9973 (0.00138)	0.9996 (0.00048)	0.5715 (0.00103)	0.8659 (0.00059)	0.9666 (0.00041)	0.9867 (0.00039)	0.9979 (0.00012)	0.5707 (0.00043)	0.8655 (0.00019)	0.9654 (0.00009)	0.9857 (0.00010)	0.9965 (0.00006)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8632 (0.00148)	0.9131 (0.00104)	0.9758 (0.00087)	0.9827 (0.00061)	0.9930 (0.00052)	0.8634 (0.00050)	0.9137 (0.00033)	0.9768 (0.00029)	0.9858 (0.00019)	0.9961 (0.00013)	0.8635 (0.00021)	0.9138 (0.00014)	0.9769 (0.00012)	0.9861 (0.00008)	0.9964 (0.00005)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8632 (0.00148)	0.9131 (0.00104)	0.9758 (0.00087)	0.9827 (0.00061)	0.9930 (0.00052)	0.8634 (0.00050)	0.9137 (0.00033)	0.9768 (0.00029)	0.9858 (0.00019)	0.9961 (0.00013)	0.8635 (0.00021)	0.9138 (0.00014)	0.9769 (0.00012)	0.9861 (0.00008)	0.9964 (0.00005)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8632 (0.00148)	0.9131 (0.00104)	0.9758 (0.00087)	0.9827 (0.00061)	0.9930 (0.00052)	0.8634 (0.00050)	0.9137 (0.00033)	0.9768 (0.00029)	0.9858 (0.00019)	0.9961 (0.00013)	0.8635 (0.00021)	0.9138 (0.00014)	0.9769 (0.00012)	0.9861 (0.00008)	0.9964 (0.00005)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.6995 (0.00279)	0.8637 (0.00267)	0.9830 (0.00428)	0.9964 (0.00051)	0.9994 (0.00023)	0.6930 (0.00077)	0.8583 (0.00052)	0.9694 (0.00033)	0.9855 (0.00071)	0.9974 (0.00056)	0.6928 (0.00033)	0.8580 (0.00021)	0.9688 (0.00008)	0.9843 (0.00009)	0.9958 (0.00007)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.6995 (0.00278)	0.8637 (0.00267)	0.9830 (0.00426)	0.9964 (0.00050)	0.9994 (0.00023)	0.6930 (0.00077)	0.8583 (0.00052)	0.9694 (0.00033)	0.9855 (0.00071)	0.9974 (0.00056)	0.6928 (0.00033)	0.8580 (0.00021)	0.9688 (0.00008)	0.9843 (0.00009)	0.9958 (0.00007)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.6995 (0.00278)	0.8637 (0.00266)	0.9830 (0.00423)	0.9964 (0.00049)	0.9994 (0.00023)	0.6930 (0.00077)	0.8583 (0.00052)	0.9694 (0.00033)	0.9855 (0.00071)	0.9974 (0.00056)	0.6928 (0.00033)	0.8580 (0.00021)	0.9688 (0.00008)	0.9843 (0.00009)	0.9958 (0.00007)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8290 (0.00169)	0.8924 (0.00116)	0.9703 (0.00107)	0.9806 (0.00067)	0.9921 (0.00059)	0.8292 (0.00057)	0.8932 (0.00037)	0.9715 (0.00035)	0.9841 (0.00021)	0.9957 (0.00015)	0.8292 (0.00024)	0.8933 (0.00016)	0.9717 (0.00015)	0.9845 (0.00009)	0.9960 (0.00006)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8290 (0.00169)	0.8924 (0.00116)	0.9703 (0.00107)	0.9806 (0.00067)	0.9921 (0.00059)	0.8292 (0.00057)	0.8932 (0.00037)	0.9715 (0.00035)	0.9841 (0.00021)	0.9957 (0.00015)	0.8292 (0.00024)	0.8933 (0.00016)	0.9717 (0.00015)	0.9845 (0.00009)	0.9960 (0.00006)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8290 (0.00169)	0.8924 (0.00116)	0.9703 (0.00107)	0.9806 (0.00067)	0.9921 (0.00059)	0.8292 (0.00057)	0.8932 (0.00037)	0.9715 (0.00035)	0.9841 (0.00021)	0.9957 (0.00015)	0.8292 (0.00024)	0.8933 (0.00016)	0.9717 (0.00015)	0.9845 (0.00009)	0.9960 (0.00006)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.6965 (0.00300)	0.8633 (0.00354)	0.9782 (0.00602)	0.9944 (0.00225)	0.9994 (0.00069)	0.6920 (0.00077)	0.8526 (0.00060)	0.9619 (0.00047)	0.9866 (0.00046)	0.9977 (0.00052)	0.6918 (0.00034)	0.8523 (0.00025)	0.9606 (0.00009)	0.9840 (0.00011)	0.9963 (0.00006)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.6965 (0.00300)	0.8632 (0.00349)	0.9782 (0.00601)	0.9944 (0.00224)	0.9994 (0.00069)	0.6920 (0.00077)	0.8526 (0.00060)	0.9619 (0.00047)	0.9866 (0.00046)	0.9977 (0.00051)	0.6918 (0.00034)	0.8523 (0.00025)	0.9606 (0.00009)	0.9840 (0.00011)	0.9963 (0.00006)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.6965 (0.00300)	0.8631 (0.00349)	0.9783 (0.00599)	0.9944 (0.00223)	0.9994 (0.00069)	0.6920 (0.00077)	0.8526 (0.00060)	0.9619 (0.00047)	0.9866 (0.00045)	0.9977 (0.00051)	0.6918 (0.00034)	0.8523 (0.00025)	0.9606 (0.00009)	0.9840 (0.00011)	0.9963 (0.00006)

Tabela B.6: Função *Doppler* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’, ‘db6’, e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	1.95e-2	8.34e-3	5.27e-4	2.60e-4	3.93e-5	1.94e-2	8.21e-3	4.81e-4	1.78e-4	1.22e-5	1.94e-2	8.20e-3	4.77e-4	1.70e-4	1.03e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	1.95e-2	8.34e-3	5.27e-4	2.60e-4	3.93e-5	1.94e-2	8.21e-3	4.81e-4	1.78e-4	1.22e-5	1.94e-2	8.20e-3	4.77e-4	1.70e-4	1.03e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	1.95e-2	8.34e-3	5.27e-4	2.60e-4	3.93e-5	1.94e-2	8.21e-3	4.81e-4	1.78e-4	1.22e-5	1.94e-2	8.20e-3	4.77e-4	1.70e-4	1.03e-5
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.78e-1	1.59e-2	2.44e-4	8.43e-6	2.96e-7	1.84e-1	1.79e-2	1.11e-3	1.74e-4	4.07e-6	1.84e-1	1.81e-2	1.19e-3	2.01e-4	1.14e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.78e-1	1.59e-2	2.44e-4	8.43e-6	2.96e-7	1.84e-1	1.79e-2	1.11e-3	1.74e-4	4.06e-6	1.84e-1	1.81e-2	1.19e-3	2.01e-4	1.14e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.78e-1	1.59e-2	2.43e-4	8.42e-6	2.96e-7	1.84e-1	1.79e-2	1.11e-3	1.74e-4	4.07e-6	1.84e-1	1.81e-2	1.19e-3	2.01e-4	1.14e-5
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	1.87e-2	7.54e-3	5.80e-4	2.96e-4	4.79e-5	1.86e-2	7.42e-3	5.33e-4	1.99e-4	1.43e-5	1.86e-2	7.41e-3	5.28e-4	1.90e-4	1.20e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	1.87e-2	7.54e-3	5.80e-4	2.96e-4	4.79e-5	1.86e-2	7.42e-3	5.33e-4	1.99e-4	1.43e-5	1.86e-2	7.41e-3	5.28e-4	1.90e-4	1.20e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	1.87e-2	7.54e-3	5.80e-4	2.96e-4	4.79e-5	1.86e-2	7.42e-3	5.33e-4	1.99e-4	1.43e-5	1.86e-2	7.41e-3	5.28e-4	1.90e-4	1.20e-5
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	9.03e-2	1.86e-2	3.04e-4	1.23e-5	3.11e-7	9.42e-2	2.01e-2	9.28e-4	2.07e-4	6.48e-6	9.43e-2	2.01e-2	9.68e-4	2.43e-4	1.71e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	9.03e-2	1.86e-2	3.03e-4	1.23e-5	3.10e-7	9.42e-2	2.01e-2	9.28e-4	2.07e-4	6.47e-6	9.43e-2	2.01e-2	9.68e-4	2.43e-4	1.71e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	9.03e-2	1.86e-2	3.02e-4	1.23e-5	3.10e-7	9.42e-2	2.01e-2	9.28e-4	2.07e-4	6.47e-6	9.43e-2	2.01e-2	9.68e-4	2.43e-4	1.71e-5
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	2.92e-2	1.16e-2	8.75e-4	3.71e-4	6.07e-5	2.91e-2	1.14e-2	8.05e-4	2.49e-4	1.80e-5	2.91e-2	1.14e-2	7.97e-4	2.38e-4	1.50e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	2.92e-2	1.16e-2	8.75e-4	3.71e-4	6.07e-5	2.91e-2	1.14e-2	8.05e-4	2.49e-4	1.80e-5	2.91e-2	1.14e-2	7.97e-4	2.38e-4	1.50e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	2.92e-2	1.16e-2	8.75e-4	3.71e-4	6.07e-5	2.91e-2	1.14e-2	8.05e-4	2.49e-4	1.80e-5	2.91e-2	1.14e-2	7.97e-4	2.38e-4	1.50e-5
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	9.21e-2	1.87e-2	5.06e-4	3.58e-5	7.06e-7	9.48e-2	2.17e-2	1.44e-3	1.78e-4	5.18e-6	9.49e-2	2.18e-2	1.54e-3	2.52e-4	1.29e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	9.21e-2	1.87e-2	5.07e-4	3.58e-5	7.06e-7	9.48e-2	2.17e-2	1.44e-3	1.78e-4	5.17e-6	9.49e-2	2.18e-2	1.54e-3	2.52e-4	1.29e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	9.21e-2	1.87e-2	5.05e-4	3.57e-5	7.06e-7	9.48e-2	2.17e-2	1.44e-3	1.78e-4	5.17e-6	9.49e-2	2.18e-2	1.54e-3	2.52e-4	1.29e-5

Tabela B.7: Função *Doppler* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	14.929	7.644	3.727	1.683	0.734	19.993	10.231	5.101	1.938	0.857	45.020	23.056	12.186	3.216	1.530
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.929	7.644	3.727	1.683	0.734	19.993	10.231	5.101	1.938	0.857	45.020	23.056	12.186	3.216	1.530
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.929	7.644	3.727	1.683	0.734	19.993	10.231	5.101	1.938	0.857	45.020	23.056	12.186	3.216	1.530
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.349	7.339	3.753	1.870	1.705	14.633	7.359	3.556	1.668	0.811	15.680	7.405	3.471	1.631	0.755
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.349	7.339	3.753	1.870	1.705	14.633	7.359	3.556	1.668	0.811	15.680	7.405	3.471	1.631	0.755
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.349	7.339	3.753	1.870	1.705	14.633	7.359	3.556	1.668	0.811	15.680	7.405	3.471	1.631	0.755
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.303	7.316	3.556	1.652	0.718	14.313	7.305	3.507	1.642	0.710	13.988	7.154	3.441	1.597	0.713
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.303	7.316	3.556	1.652	0.718	14.313	7.305	3.507	1.642	0.710	13.988	7.154	3.441	1.597	0.713
EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.303	7.316	3.556	1.652	0.718	14.313	7.305	3.507	1.642	0.710	13.988	7.154	3.441	1.597	0.713	
db6	EQMI(f_{1L})	15.078	7.671	3.721	1.679	0.730	21.382	10.488	5.049	1.917	0.841	52.649	24.468	11.914	3.120	1.460
	EQMI(\hat{f}_{2L})	15.078	7.671	3.721	1.679	0.730	21.382	10.488	5.049	1.917	0.841	52.649	24.468	11.914	3.120	1.460
	EQMI(\hat{f}_{3L})	15.078	7.671	3.721	1.679	0.730	21.382	10.488	5.049	1.917	0.841	52.649	24.468	11.914	3.120	1.460
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.366	7.326	3.700	1.793	0.910	14.849	7.337	3.548	1.681	0.797	16.904	7.273	3.475	1.634	0.737
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.366	7.326	3.700	1.793	0.910	14.849	7.337	3.548	1.681	0.797	16.904	7.273	3.475	1.634	0.737
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.366	7.326	3.701	1.793	0.910	14.849	7.337	3.548	1.681	0.797	16.904	7.273	3.475	1.634	0.737
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.302	7.315	3.557	1.650	0.746	14.312	7.305	3.507	1.642	0.708	13.987	7.153	3.441	1.596	0.713
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.302	7.315	3.557	1.650	0.746	14.312	7.305	3.507	1.642	0.708	13.987	7.153	3.441	1.596	0.713
EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.302	7.315	3.557	1.650	0.746	14.312	7.305	3.507	1.642	0.708	13.987	7.153	3.441	1.596	0.713	
sym8	EQMI(f_{1L})	14.874	7.591	3.685	1.676	0.729	19.526	9.767	4.717	1.882	0.823	42.498	20.545	10.086	2.922	1.363
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.874	7.591	3.685	1.676	0.729	19.526	9.767	4.717	1.882	0.823	42.498	20.545	10.086	2.922	1.363
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.874	7.591	3.685	1.676	0.729	19.526	9.767	4.717	1.882	0.823	42.498	20.545	10.086	2.922	1.363
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.365	7.329	3.660	1.798	1.353	14.845	7.332	3.535	1.705	0.794	16.892	7.290	3.461	1.627	0.757
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.365	7.329	3.660	1.798	1.353	14.845	7.332	3.535	1.705	0.794	16.892	7.290	3.461	1.627	0.757
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.365	7.329	3.660	1.798	1.353	14.845	7.332	3.535	1.705	0.794	16.892	7.290	3.461	1.627	0.757
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.302	7.315	3.552	1.673	0.718	14.313	7.304	3.507	1.642	0.708	13.987	7.153	3.441	1.596	0.713
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.302	7.315	3.552	1.673	0.718	14.313	7.304	3.507	1.642	0.708	13.987	7.153	3.441	1.596	0.713
EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.302	7.315	3.552	1.673	0.718	14.313	7.304	3.507	1.642	0.708	13.987	7.153	3.441	1.596	0.713	

Tabela B.8: Função *Doppler* e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1,1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	15.3	13.7	21.8	20.8	29.2	14.3	12.7	21.0	20.2	37.3	13.5	11.3	21.6	19.2	32.7
	\bar{K}_{2L}	13.0	11.0	15.0	14.0	14.0	13.0	11.0	15.0	13.0	12.0	13.0	11.0	15.0	13.0	12.0
	\bar{K}_{1N}	13.6	30.5	107.2	81.3	67.7	16.5	25.8	53.4	61.7	149.7	12.8	26.4	31.6	42.4	64.8
	\bar{K}_{2N}	14.0	21.0	43.0	59.0	34.0	14.0	19.0	14.0	18.0	101.5	13.0	19.0	15.0	12.0	17.5
db6	\bar{K}_{1L}	20.3	16.3	20.9	19.9	26.1	19.9	16.3	19.4	21.9	30.9	19.2	14.9	17.3	20.2	27.9
	\bar{K}_{2L}	17.0	14.0	13.0	15.0	15.0	17.0	14.0	13.0	15.0	14.0	17.0	14.0	13.0	15.0	14.0
	\bar{K}_{1N}	21.4	29.3	142.6	99.0	78.6	13.4	19.9	89.7	95.5	75.1	12.9	20.1	36.8	65.6	70.0
	\bar{K}_{2N}	14.0	20.0	76.0	34.0	23.0	13.0	17.0	18.0	29.5	22.5	13.0	17.0	17.0	20.0	16.0
sym8	\bar{K}_{1L}	21.1	18.9	22.9	19.7	26.4	21.3	20.7	22.4	18.6	24.7	20.1	19.1	18.9	22.6	29.8
	\bar{K}_{2L}	18.0	16.0	12.0	15.0	14.3	18.0	16.0	12.0	14.0	13.5	18.0	16.0	12.0	14.0	14.0
	\bar{K}_{1N}	12.3	18.2	80.8	103.0	73.7	13.7	19.2	28.3	89.8	141.7	13.7	18.1	28.4	35.4	102.9
	\bar{K}_{2N}	12.0	13.0	28.0	56.0	46.0	14.0	17.0	13.0	22.0	81.0	14.0	17.0	13.0	13.0	38.0

Tabela B.9: Função *HeaviSine* e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7644 (0.03693)	0.7595 (0.02583)	0.8763 (0.01512)	0.8744 (0.01001)	0.9361 (0.00623)	0.7710 (0.03046)	0.7647 (0.02200)	0.8770 (0.01447)	0.8746 (0.00943)	0.9367 (0.00588)	0.7764 (0.01774)	0.7726 (0.01409)	0.8792 (0.01117)	0.8759 (0.00897)	0.9369 (0.00551)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7644 (0.03693)	0.7595 (0.02583)	0.8763 (0.01512)	0.8744 (0.01001)	0.9361 (0.00623)	0.7710 (0.03046)	0.7647 (0.02200)	0.8770 (0.01447)	0.8746 (0.00943)	0.9367 (0.00588)	0.7764 (0.01774)	0.7726 (0.01409)	0.8792 (0.01117)	0.8759 (0.00897)	0.9369 (0.00551)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7644 (0.03693)	0.7595 (0.02583)	0.8763 (0.01512)	0.8744 (0.01001)	0.9361 (0.00623)	0.7710 (0.03046)	0.7647 (0.02200)	0.8770 (0.01447)	0.8746 (0.00943)	0.9367 (0.00588)	0.7764 (0.01774)	0.7726 (0.01409)	0.8792 (0.01117)	0.8759 (0.00897)	0.9369 (0.00551)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9794 (0.00844)	0.9892 (0.00537)	0.9944 (0.00385)	0.9903 (0.00524)	0.9944 (0.00428)	0.9843 (0.01393)	0.9921 (0.00625)	0.9964 (0.00237)	0.9921 (0.00400)	0.9953 (0.00343)	0.7999 (0.11045)	0.9804 (0.01879)	0.9962 (0.00387)	0.9941 (0.00199)	0.9969 (0.00176)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9795 (0.00805)	0.9892 (0.00535)	0.9944 (0.00385)	0.9903 (0.00524)	0.9944 (0.00428)	0.9837 (0.01200)	0.9922 (0.00588)	0.9964 (0.00228)	0.9921 (0.00400)	0.9953 (0.00343)	0.8038 (0.10469)	0.9805 (0.01831)	0.9962 (0.00378)	0.9941 (0.00200)	0.9969 (0.00176)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9795 (0.00804)	0.9892 (0.00535)	0.9944 (0.00385)	0.9903 (0.00524)	0.9944 (0.00428)	0.9837 (0.01141)	0.9923 (0.00554)	0.9964 (0.00219)	0.9921 (0.00400)	0.9953 (0.00343)	0.8146 (0.09683)	0.9807 (0.01755)	0.9962 (0.00367)	0.9941 (0.00200)	0.9969 (0.00176)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7718 (0.03418)	0.7681 (0.02483)	0.8754 (0.01452)	0.8745 (0.00994)	0.9349 (0.00606)	0.7877 (0.02635)	0.7835 (0.02245)	0.8791 (0.01445)	0.8751 (0.00960)	0.9356 (0.00583)	0.8002 (0.01484)	0.8038 (0.01385)	0.8882 (0.01127)	0.8791 (0.00940)	0.9367 (0.00579)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7718 (0.03418)	0.7681 (0.02483)	0.8754 (0.01452)	0.8745 (0.00994)	0.9349 (0.00606)	0.7877 (0.02635)	0.7835 (0.02245)	0.8791 (0.01445)	0.8751 (0.00960)	0.9356 (0.00583)	0.8002 (0.01484)	0.8038 (0.01385)	0.8882 (0.01127)	0.8791 (0.00940)	0.9367 (0.00579)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7718 (0.03418)	0.7681 (0.02483)	0.8754 (0.01452)	0.8745 (0.00994)	0.9349 (0.00606)	0.7877 (0.02635)	0.7835 (0.02245)	0.8791 (0.01445)	0.8751 (0.00960)	0.9356 (0.00583)	0.8002 (0.01484)	0.8038 (0.01385)	0.8882 (0.01127)	0.8791 (0.00940)	0.9367 (0.00579)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9831 (0.00939)	0.9888 (0.00550)	0.9921 (0.00419)	0.9866 (0.00404)	0.9911 (0.00370)	0.9857 (0.02146)	0.9940 (0.01053)	0.9972 (0.00245)	0.9873 (0.00387)	0.9915 (0.00341)	0.9318 (0.03977)	0.9807 (0.01083)	0.9911 (0.00774)	0.9889 (0.00286)	0.9932 (0.00239)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9831 (0.00924)	0.9888 (0.00550)	0.9921 (0.00419)	0.9866 (0.00404)	0.9911 (0.00370)	0.9856 (0.02137)	0.9940 (0.01038)	0.9972 (0.00245)	0.9873 (0.00387)	0.9915 (0.00341)	0.9321 (0.03922)	0.9807 (0.01080)	0.9911 (0.00774)	0.9889 (0.00286)	0.9932 (0.00239)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9831 (0.00916)	0.9888 (0.00550)	0.9921 (0.00419)	0.9866 (0.00404)	0.9911 (0.00370)	0.9859 (0.02075)	0.9941 (0.01013)	0.9972 (0.00242)	0.9873 (0.00387)	0.9915 (0.00341)	0.9336 (0.03712)	0.9808 (0.01070)	0.9912 (0.00770)	0.9889 (0.00286)	0.9932 (0.00239)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7400 (0.03710)	0.7351 (0.02687)	0.8593 (0.01598)	0.8578 (0.01078)	0.9269 (0.00663)	0.7542 (0.02915)	0.7489 (0.02304)	0.8624 (0.01527)	0.8588 (0.01017)	0.9279 (0.00625)	0.7655 (0.01620)	0.7678 (0.01405)	0.8697 (0.01166)	0.8635 (0.00985)	0.9290 (0.00601)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7400 (0.03710)	0.7351 (0.02687)	0.8593 (0.01598)	0.8578 (0.01078)	0.9269 (0.00663)	0.7542 (0.02915)	0.7489 (0.02304)	0.8624 (0.01527)	0.8588 (0.01017)	0.9279 (0.00625)	0.7655 (0.01620)	0.7678 (0.01405)	0.8697 (0.01166)	0.8635 (0.00985)	0.9290 (0.00601)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7400 (0.03710)	0.7351 (0.02687)	0.8593 (0.01598)	0.8578 (0.01078)	0.9269 (0.00663)	0.7542 (0.02915)	0.7489 (0.02304)	0.8624 (0.01527)	0.8588 (0.01017)	0.9279 (0.00625)	0.7655 (0.01620)	0.7678 (0.01405)	0.8697 (0.01166)	0.8635 (0.00985)	0.9290 (0.00601)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9732 (0.01072)	0.9859 (0.00569)	0.9917 (0.00430)	0.9868 (0.00458)	0.9910 (0.00411)	0.9669 (0.02868)	0.9855 (0.01514)	0.9944 (0.00541)	0.9873 (0.00421)	0.9917 (0.00397)	0.9145 (0.03869)	0.9683 (0.01412)	0.9863 (0.00812)	0.9888 (0.00324)	0.9933 (0.00292)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9733 (0.01023)	0.9859 (0.00568)	0.9917 (0.00430)	0.9868 (0.00458)	0.9910 (0.00411)	0.9669 (0.02732)	0.9856 (0.01482)	0.9944 (0.00533)	0.9873 (0.00421)	0.9917 (0.00397)	0.9147 (0.03809)	0.9683 (0.01406)	0.9864 (0.00812)	0.9888 (0.00324)	0.9933 (0.00292)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9733 (0.01011)	0.9859 (0.00568)	0.9917 (0.00430)	0.9868 (0.00458)	0.9910 (0.00411)	0.9673 (0.02639)	0.9857 (0.01440)	0.9945 (0.00523)	0.9873 (0.00421)	0.9917 (0.00397)	0.9168 (0.03606)	0.9686 (0.01381)	0.9864 (0.00805)	0.9888 (0.00324)	0.9933 (0.00292)

Tabela B.10: Função *HeaviSine* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’, ‘db6’, e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	5.23e-2	5.38e-2	1.31e-2	1.35e-2	2.94e-3	4.89e-2	5.12e-2	1.30e-2	1.34e-2	2.87e-3	4.59e-2	4.74e-2	1.24e-2	1.31e-2	2.85e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	5.23e-2	5.38e-2	1.31e-2	1.35e-2	2.94e-3	4.89e-2	5.12e-2	1.30e-2	1.34e-2	2.87e-3	4.59e-2	4.74e-2	1.24e-2	1.31e-2	2.85e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	5.23e-2	5.38e-2	1.31e-2	1.35e-2	2.94e-3	4.89e-2	5.12e-2	1.30e-2	1.34e-2	2.87e-3	4.59e-2	4.74e-2	1.24e-2	1.31e-2	2.85e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.83e-4	2.94e-5	3.41e-5	2.76e-5	3.77e-5	2.26e-4	4.34e-5	4.62e-5	2.03e-5	4.03e-5	4.83e-2	4.44e-4	5.36e-5	2.07e-5	5.06e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.74e-4	2.92e-5	3.41e-5	2.76e-5	3.77e-5	1.83e-4	3.95e-5	4.61e-5	2.03e-5	4.03e-5	4.56e-2	4.26e-4	5.30e-5	2.07e-5	5.06e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.74e-4	2.92e-5	3.41e-5	2.76e-5	3.77e-5	1.70e-4	3.61e-5	4.61e-5	2.03e-5	4.03e-5	4.02e-2	3.95e-4	5.20e-5	2.07e-5	5.06e-5
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	4.88e-2	4.98e-2	1.33e-2	1.34e-2	3.07e-3	4.16e-2	4.31e-2	1.25e-2	1.33e-2	2.99e-3	3.62e-2	3.49e-2	1.05e-2	1.24e-2	2.87e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	4.88e-2	4.98e-2	1.33e-2	1.34e-2	3.07e-3	4.16e-2	4.31e-2	1.25e-2	1.33e-2	2.99e-3	3.62e-2	3.49e-2	1.05e-2	1.24e-2	2.87e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	4.88e-2	4.98e-2	1.33e-2	1.34e-2	3.07e-3	4.16e-2	4.31e-2	1.25e-2	1.33e-2	2.99e-3	3.62e-2	3.49e-2	1.05e-2	1.24e-2	2.87e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.36e-4	3.18e-5	2.20e-5	2.77e-5	1.49e-5	4.79e-4	1.27e-4	5.79e-5	2.22e-5	1.38e-5	4.96e-3	2.04e-4	6.13e-5	9.44e-6	1.58e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.33e-4	3.18e-5	2.20e-5	2.77e-5	1.49e-5	4.75e-4	1.24e-4	5.79e-5	2.22e-5	1.38e-5	4.90e-3	2.03e-4	6.12e-5	9.44e-6	1.58e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.31e-4	3.18e-5	2.20e-5	2.77e-5	1.49e-5	4.48e-4	1.19e-4	5.78e-5	2.22e-5	1.38e-5	4.56e-3	1.99e-4	6.06e-5	9.44e-6	1.58e-5
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	6.39e-2	6.57e-2	1.73e-2	1.76e-2	4.02e-3	5.64e-2	5.87e-2	1.65e-2	1.73e-2	3.90e-3	5.07e-2	4.96e-2	1.46e-2	1.61e-2	3.75e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	6.39e-2	6.57e-2	1.73e-2	1.76e-2	4.02e-3	5.64e-2	5.87e-2	1.65e-2	1.73e-2	3.90e-3	5.07e-2	4.96e-2	1.46e-2	1.61e-2	3.75e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	6.39e-2	6.57e-2	1.73e-2	1.76e-2	4.02e-3	5.64e-2	5.87e-2	1.65e-2	1.73e-2	3.90e-3	5.07e-2	4.96e-2	1.46e-2	1.61e-2	3.75e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	3.97e-4	4.91e-5	2.15e-5	3.11e-5	1.80e-5	1.35e-3	2.50e-4	4.88e-5	2.53e-5	1.87e-5	7.20e-3	6.68e-4	7.93e-5	1.20e-5	1.92e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	3.84e-4	4.91e-5	2.15e-5	3.11e-5	1.80e-5	1.28e-3	2.40e-4	4.82e-5	2.53e-5	1.87e-5	7.12e-3	6.67e-4	7.92e-5	1.20e-5	1.92e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	3.82e-4	4.91e-5	2.15e-5	3.11e-5	1.80e-5	1.21e-3	2.26e-4	4.75e-5	2.53e-5	1.87e-5	6.66e-3	6.49e-4	7.75e-5	1.20e-5	1.92e-5

Tabela B.11: Função *HeaviSine* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.098	0.050	0.025	0.012	0.006	0.106	0.052	0.026	0.013	0.006
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.098	0.050	0.025	0.012	0.006	0.106	0.052	0.026	0.013	0.006
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.098	0.050	0.025	0.012	0.006	0.106	0.052	0.026	0.013	0.006
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.123	0.098	0.149	0.023	0.084	0.235	0.189	0.197	0.032	0.072	0.126	0.254	0.333	0.042	0.073
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.123	0.098	0.149	0.023	0.084	0.250	0.189	0.197	0.032	0.072	0.129	0.262	0.336	0.042	0.073
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.123	0.098	0.149	0.023	0.084	0.254	0.189	0.197	0.032	0.072	0.130	0.269	0.337	0.042	0.073
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.106	0.070	0.074	0.032	0.058	0.133	0.088	0.092	0.033	0.066	0.094	0.060	0.075	0.028	0.048
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.106	0.070	0.074	0.032	0.058	0.130	0.088	0.093	0.033	0.066	0.094	0.059	0.074	0.028	0.048
EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.106	0.070	0.074	0.032	0.058	0.130	0.088	0.093	0.033	0.066	0.094	0.058	0.072	0.028	0.048	
db6	EQMI(f_{1L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.048	0.023	0.011	0.005	0.107	0.051	0.025	0.012	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.048	0.023	0.011	0.005	0.107	0.051	0.025	0.012	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.048	0.023	0.011	0.005	0.107	0.051	0.025	0.012	0.005
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.124	0.067	0.044	0.007	0.006	0.378	0.253	0.169	0.008	0.006	0.187	0.269	0.345	0.015	0.010
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.124	0.067	0.044	0.007	0.006	0.379	0.253	0.169	0.008	0.006	0.187	0.269	0.345	0.015	0.010
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.124	0.067	0.044	0.007	0.006	0.380	0.254	0.169	0.008	0.006	0.187	0.269	0.346	0.015	0.010
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.110	0.053	0.033	0.010	0.011	0.125	0.075	0.104	0.011	0.009	0.096	0.070	0.047	0.013	0.009
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.110	0.053	0.033	0.010	0.011	0.125	0.075	0.104	0.011	0.009	0.096	0.070	0.047	0.013	0.009
EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.110	0.053	0.033	0.010	0.011	0.125	0.075	0.104	0.011	0.009	0.096	0.070	0.047	0.013	0.009	
sym8	EQMI(f_{1L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.048	0.023	0.012	0.005	0.104	0.050	0.025	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.048	0.023	0.012	0.005	0.104	0.050	0.025	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.048	0.023	0.012	0.005	0.104	0.050	0.025	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.094	0.050	0.045	0.007	0.016	0.161	0.105	0.084	0.009	0.011	0.149	0.096	0.091	0.015	0.016
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.094	0.050	0.045	0.007	0.016	0.168	0.106	0.084	0.009	0.011	0.149	0.096	0.091	0.015	0.016
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.094	0.050	0.045	0.007	0.016	0.171	0.107	0.084	0.009	0.011	0.150	0.097	0.093	0.015	0.016
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.091	0.047	0.040	0.014	0.021	0.105	0.064	0.061	0.013	0.024	0.097	0.052	0.049	0.014	0.024
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.091	0.047	0.040	0.014	0.021	0.107	0.063	0.061	0.013	0.024	0.097	0.052	0.049	0.014	0.024
EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.091	0.047	0.040	0.014	0.021	0.107	0.063	0.062	0.013	0.024	0.097	0.052	0.049	0.014	0.024	

Tabela B.12: Função *HeaviSine* e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	16.8	14.6	22.4	22.3	38.3	15.5	14.8	21.3	21.2	33.7	14.3	15.6	17.7	20.5	30.8
	\bar{K}_{2L}	15.0	13.0	14.0	14.0	15.0	14.0	12.0	14.0	13.0	15.0	13.0	13.0	12.0	13.0	14.0
	\bar{K}_{1N}	78.5	46.9	44.2	53.9	67.7	173.5	128.4	95.2	55.3	64.0	33.1	107.0	145.8	55.2	61.9
	\bar{K}_{2N}	39.3	27.0	24.8	29.0	36.0	250.0	74.0	44.0	25.0	32.0	22.0	34.0	122.0	23.0	26.0
db6	\bar{K}_{1L}	15.6	13.5	17.8	17.2	26.5	15.0	14.5	16.8	16.2	24.0	15.6	13.0	17.5	19.4	25.1
	\bar{K}_{2L}	14.0	13.0	13.0	12.0	13.0	14.0	12.0	13.0	12.0	13.0	14.0	12.0	12.0	14.0	14.0
	\bar{K}_{1N}	35.2	33.3	39.5	49.1	61.7	30.9	37.7	43.8	48.5	56.3	28.5	35.5	40.6	47.9	62.3
	\bar{K}_{2N}	21.0	21.0	23.0	23.0	33.0	21.0	23.0	24.0	22.0	31.0	22.0	23.0	21.8	20.0	29.0
sym8	\bar{K}_{1L}	15.2	14.1	18.9	17.5	28.0	14.5	15.6	18.6	17.3	24.4	14.2	16.9	18.1	19.4	25.9
	\bar{K}_{2L}	14.0	12.0	13.0	12.0	13.0	13.0	12.0	12.0	12.0	13.0	12.0	14.0	12.0	12.0	13.0
	\bar{K}_{1N}	92.4	56.7	52.3	52.5	67.7	174.5	153.4	129.6	51.2	69.1	29.9	45.7	69.1	48.8	71.4
	\bar{K}_{2N}	46.8	29.0	25.3	23.0	32.0	250.0	226.8	70.5	23.0	32.0	18.0	19.0	21.0	23.0	32.0

Tabela B.13: Função *HeaviSine* e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7785 (0.01329)	0.7744 (0.01156)	0.8798 (0.00904)	0.8771 (0.00758)	0.9380 (0.00478)	0.7800 (0.00479)	0.7773 (0.00407)	0.8816 (0.00363)	0.8785 (0.00367)	0.9378 (0.00263)	0.7802 (0.00199)	0.7778 (0.00181)	0.8816 (0.00157)	0.8789 (0.00168)	0.9378 (0.00121)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7785 (0.01329)	0.7744 (0.01156)	0.8798 (0.00904)	0.8771 (0.00758)	0.9380 (0.00478)	0.7800 (0.00479)	0.7773 (0.00407)	0.8816 (0.00363)	0.8785 (0.00367)	0.9378 (0.00263)	0.7802 (0.00199)	0.7778 (0.00181)	0.8816 (0.00157)	0.8789 (0.00168)	0.9378 (0.00121)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7785 (0.01329)	0.7744 (0.01156)	0.8798 (0.00904)	0.8771 (0.00758)	0.9380 (0.00478)	0.7800 (0.00479)	0.7773 (0.00407)	0.8816 (0.00363)	0.8785 (0.00367)	0.9378 (0.00263)	0.7802 (0.00199)	0.7778 (0.00181)	0.8816 (0.00157)	0.8789 (0.00168)	0.9378 (0.00121)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.5707 (0.07450)	0.9016 (0.04301)	0.9916 (0.00746)	0.9950 (0.00188)	0.9978 (0.00122)	0.3025 (0.00813)	0.7307 (0.00687)	0.8971 (0.00746)	0.9278 (0.01059)	0.9868 (0.00546)	0.2883 (0.00305)	0.7176 (0.00226)	0.8725 (0.00163)	0.8901 (0.00182)	0.9486 (0.00166)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.5801 (0.06909)	0.9018 (0.04264)	0.9916 (0.00742)	0.9950 (0.00187)	0.9978 (0.00122)	0.3025 (0.00813)	0.7307 (0.00687)	0.8970 (0.00744)	0.9278 (0.01058)	0.9868 (0.00546)	0.2883 (0.00305)	0.7176 (0.00226)	0.8725 (0.00163)	0.8901 (0.00182)	0.9486 (0.00166)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.5932 (0.06801)	0.9047 (0.04065)	0.9916 (0.00731)	0.9950 (0.00185)	0.9978 (0.00122)	0.3025 (0.00813)	0.7307 (0.00686)	0.8971 (0.00741)	0.9281 (0.01041)	0.9869 (0.00541)	0.2883 (0.00305)	0.7176 (0.00226)	0.8725 (0.00163)	0.8901 (0.00182)	0.9486 (0.00166)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8039 (0.01094)	0.8093 (0.01123)	0.8915 (0.00882)	0.8821 (0.00822)	0.9383 (0.00521)	0.8063 (0.00379)	0.8159 (0.00395)	0.8969 (0.00341)	0.8877 (0.00411)	0.9409 (0.00293)	0.8065 (0.00158)	0.8168 (0.00171)	0.8974 (0.00148)	0.8888 (0.00188)	0.9417 (0.00136)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8039 (0.01094)	0.8093 (0.01123)	0.8915 (0.00882)	0.8821 (0.00822)	0.9383 (0.00521)	0.8063 (0.00379)	0.8159 (0.00395)	0.8969 (0.00341)	0.8877 (0.00411)	0.9409 (0.00293)	0.8065 (0.00158)	0.8168 (0.00171)	0.8974 (0.00148)	0.8888 (0.00188)	0.9417 (0.00136)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8039 (0.01094)	0.8093 (0.01123)	0.8915 (0.00882)	0.8821 (0.00822)	0.9383 (0.00521)	0.8063 (0.00379)	0.8159 (0.00395)	0.8969 (0.00341)	0.8877 (0.00411)	0.9409 (0.00293)	0.8065 (0.00158)	0.8168 (0.00171)	0.8974 (0.00148)	0.8888 (0.00188)	0.9417 (0.00136)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.8012 (0.07786)	0.9616 (0.03324)	0.9893 (0.00614)	0.9912 (0.00248)	0.9959 (0.00142)	0.5742 (0.00903)	0.7081 (0.00741)	0.9026 (0.00748)	0.9289 (0.01233)	0.9897 (0.00699)	0.5559 (0.00285)	0.6934 (0.00246)	0.8805 (0.00174)	0.8839 (0.00220)	0.9403 (0.00222)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.8034 (0.07559)	0.9617 (0.03291)	0.9893 (0.00614)	0.9912 (0.00248)	0.9959 (0.00142)	0.5743 (0.00902)	0.7081 (0.00740)	0.9025 (0.00746)	0.9289 (0.01231)	0.9897 (0.00699)	0.5559 (0.00285)	0.6934 (0.00246)	0.8805 (0.00174)	0.8839 (0.00220)	0.9403 (0.00222)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.8107 (0.07047)	0.9624 (0.03145)	0.9893 (0.00611)	0.9912 (0.00248)	0.9959 (0.00142)	0.5743 (0.00903)	0.7081 (0.00740)	0.9027 (0.00742)	0.9296 (0.01209)	0.9898 (0.00691)	0.5559 (0.00285)	0.6934 (0.00246)	0.8805 (0.00174)	0.8839 (0.00220)	0.9403 (0.00222)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7690 (0.01194)	0.7728 (0.01142)	0.8721 (0.00927)	0.8668 (0.00834)	0.9307 (0.00535)	0.7716 (0.00421)	0.7788 (0.00397)	0.8768 (0.00360)	0.8729 (0.00400)	0.9335 (0.00289)	0.7718 (0.00177)	0.7796 (0.00176)	0.8772 (0.00155)	0.8741 (0.00183)	0.9344 (0.00134)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7690 (0.01194)	0.7728 (0.01142)	0.8721 (0.00927)	0.8668 (0.00834)	0.9307 (0.00535)	0.7716 (0.00421)	0.7788 (0.00397)	0.8768 (0.00360)	0.8729 (0.00400)	0.9335 (0.00289)	0.7718 (0.00177)	0.7796 (0.00176)	0.8772 (0.00155)	0.8741 (0.00183)	0.9344 (0.00134)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7690 (0.01194)	0.7728 (0.01142)	0.8721 (0.00927)	0.8668 (0.00834)	0.9307 (0.00535)	0.7716 (0.00421)	0.7788 (0.00397)	0.8768 (0.00360)	0.8729 (0.00400)	0.9335 (0.00289)	0.7718 (0.00177)	0.7796 (0.00176)	0.8772 (0.00155)	0.8741 (0.00183)	0.9344 (0.00134)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.8162 (0.06380)	0.9172 (0.04327)	0.9844 (0.00701)	0.9913 (0.00263)	0.9962 (0.00173)	0.5624 (0.00887)	0.6751 (0.00798)	0.8704 (0.00671)	0.9076 (0.00888)	0.9853 (0.00807)	0.5457 (0.00290)	0.6561 (0.00279)	0.8531 (0.00197)	0.8745 (0.00204)	0.9437 (0.00162)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.8176 (0.06183)	0.9173 (0.04282)	0.9844 (0.00701)	0.9913 (0.00263)	0.9962 (0.00173)	0.5625 (0.00887)	0.6751 (0.00795)	0.8704 (0.00670)	0.9076 (0.00887)	0.9853 (0.00807)	0.5457 (0.00290)	0.6561 (0.00279)	0.8531 (0.00196)	0.8745 (0.00204)	0.9437 (0.00162)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.8230 (0.05806)	0.9194 (0.04037)	0.9845 (0.00695)	0.9913 (0.00262)	0.9962 (0.00173)	0.5626 (0.00888)	0.6751 (0.00793)	0.8705 (0.00670)	0.9079 (0.00888)	0.9854 (0.00800)	0.5457 (0.00290)	0.6561 (0.00279)	0.8531 (0.00196)	0.8745 (0.00204)	0.9437 (0.00162)

Tabela B.14: Função *HeaviSine* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	4.92e-2	5.10e-2	1.45e-2	1.51e-2	3.86e-3	4.84e-2	4.96e-2	1.40e-2	1.47e-2	3.87e-3	4.83e-2	4.93e-2	1.40e-2	1.46e-2	3.86e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	4.92e-2	5.10e-2	1.45e-2	1.51e-2	3.86e-3	4.84e-2	4.96e-2	1.40e-2	1.47e-2	3.87e-3	4.83e-2	4.93e-2	1.40e-2	1.46e-2	3.86e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	4.92e-2	5.10e-2	1.45e-2	1.51e-2	3.86e-3	4.84e-2	4.96e-2	1.40e-2	1.47e-2	3.87e-3	4.83e-2	4.93e-2	1.40e-2	1.46e-2	3.86e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.90e-1	1.15e-2	1.25e-4	2.75e-5	6.06e-6	4.86e-1	7.25e-2	1.06e-2	5.31e-3	2.01e-4	5.06e-1	7.97e-2	1.62e-2	1.21e-2	2.64e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.81e-1	1.14e-2	1.24e-4	2.75e-5	6.06e-6	4.86e-1	7.25e-2	1.06e-2	5.31e-3	2.01e-4	5.06e-1	7.97e-2	1.62e-2	1.21e-2	2.63e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.70e-1	1.07e-2	1.22e-4	2.74e-5	6.06e-6	4.86e-1	7.25e-2	1.06e-2	5.26e-3	1.99e-4	5.06e-1	7.97e-2	1.62e-2	1.21e-2	2.63e-3
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	3.85e-2	3.64e-2	1.18e-2	1.39e-2	3.82e-3	3.75e-2	3.39e-2	1.06e-2	1.26e-2	3.49e-3	3.74e-2	3.35e-2	1.05e-2	1.23e-2	3.39e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	3.85e-2	3.64e-2	1.18e-2	1.39e-2	3.82e-3	3.75e-2	3.39e-2	1.06e-2	1.26e-2	3.49e-3	3.74e-2	3.35e-2	1.05e-2	1.23e-2	3.39e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	3.85e-2	3.64e-2	1.18e-2	1.39e-2	3.82e-3	3.75e-2	3.39e-2	1.06e-2	1.26e-2	3.49e-3	3.74e-2	3.35e-2	1.05e-2	1.23e-2	3.39e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	4.56e-2	2.57e-3	1.50e-4	8.18e-5	1.77e-5	1.81e-1	8.52e-2	9.53e-3	5.19e-3	1.52e-4	1.97e-1	9.39e-2	1.43e-2	1.35e-2	3.56e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	4.43e-2	2.54e-3	1.50e-4	8.18e-5	1.77e-5	1.81e-1	8.52e-2	9.53e-3	5.19e-3	1.52e-4	1.97e-1	9.39e-2	1.43e-2	1.35e-2	3.56e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	4.08e-2	2.40e-3	1.49e-4	8.17e-5	1.77e-5	1.81e-1	8.52e-2	9.51e-3	5.09e-3	1.50e-4	1.97e-1	9.39e-2	1.43e-2	1.35e-2	3.56e-3
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	5.34e-2	5.17e-2	1.64e-2	1.78e-2	4.82e-3	5.22e-2	4.89e-2	1.52e-2	1.62e-2	4.41e-3	5.20e-2	4.85e-2	1.51e-2	1.58e-2	4.30e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	5.34e-2	5.17e-2	1.64e-2	1.78e-2	4.82e-3	5.22e-2	4.89e-2	1.52e-2	1.62e-2	4.41e-3	5.20e-2	4.85e-2	1.51e-2	1.58e-2	4.30e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	5.34e-2	5.17e-2	1.64e-2	1.78e-2	4.82e-3	5.22e-2	4.89e-2	1.52e-2	1.62e-2	4.41e-3	5.20e-2	4.85e-2	1.51e-2	1.58e-2	4.30e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	3.78e-2	8.72e-3	2.88e-4	8.13e-5	1.68e-5	1.91e-1	1.06e-1	1.68e-2	8.60e-3	2.77e-4	2.06e-1	1.18e-1	2.15e-2	1.57e-2	3.16e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	3.71e-2	8.65e-3	2.89e-4	8.13e-5	1.68e-5	1.91e-1	1.06e-1	1.68e-2	8.60e-3	2.77e-4	2.06e-1	1.18e-1	2.15e-2	1.57e-2	3.16e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	3.46e-2	8.11e-3	2.85e-4	8.13e-5	1.68e-5	1.91e-1	1.06e-1	1.68e-2	8.53e-3	2.74e-4	2.06e-1	1.18e-1	2.15e-2	1.57e-2	3.16e-3

Tabela B.15: Função *HeaviSine* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.323	7.328	3.562	1.653	0.719	14.489	7.389	3.549	1.654	0.715	14.965	7.607	3.663	1.652	0.742
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.323	7.328	3.562	1.653	0.719	14.489	7.389	3.549	1.654	0.715	14.965	7.607	3.663	1.652	0.742
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.323	7.328	3.562	1.653	0.719	14.489	7.389	3.549	1.654	0.715	14.965	7.607	3.663	1.652	0.742
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.313	7.344	3.825	1.691	0.783	14.340	7.313	3.517	1.646	0.728	14.133	7.175	3.457	1.599	0.715
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.314	7.343	3.827	1.691	0.783	14.340	7.313	3.517	1.646	0.728	14.133	7.175	3.457	1.599	0.715
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.314	7.344	3.830	1.691	0.783	14.340	7.313	3.517	1.646	0.728	14.133	7.175	3.457	1.599	0.715
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.303	7.316	3.587	1.661	0.748	14.313	7.305	3.507	1.642	0.708	13.988	7.154	3.441	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.303	7.316	3.587	1.661	0.748	14.313	7.305	3.507	1.642	0.708	13.988	7.154	3.441	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.303	7.316	3.586	1.661	0.748	14.313	7.305	3.507	1.642	0.708	13.988	7.154	3.441	1.597	0.714
db6	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.331	7.328	3.560	1.652	0.718	14.560	7.408	3.553	1.654	0.714	15.335	7.714	3.694	1.655	0.742
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.331	7.328	3.560	1.652	0.718	14.560	7.408	3.553	1.654	0.714	15.335	7.714	3.694	1.655	0.742
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.331	7.328	3.560	1.652	0.718	14.560	7.408	3.553	1.654	0.714	15.335	7.714	3.694	1.655	0.742
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.333	7.412	3.757	1.661	0.720	14.346	7.316	3.520	1.649	0.742	14.134	7.206	3.453	1.601	0.716
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.334	7.413	3.757	1.661	0.720	14.346	7.316	3.520	1.649	0.742	14.134	7.206	3.453	1.601	0.716
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.335	7.413	3.758	1.661	0.720	14.346	7.316	3.520	1.649	0.742	14.134	7.206	3.453	1.601	0.716
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.302	7.320	3.569	1.656	0.719	14.313	7.305	3.507	1.643	0.710	13.987	7.154	3.442	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.302	7.320	3.569	1.656	0.719	14.313	7.305	3.507	1.643	0.710	13.987	7.154	3.442	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.301	7.320	3.569	1.656	0.719	14.313	7.305	3.507	1.643	0.710	13.987	7.154	3.442	1.597	0.714
sym8	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.325	7.326	3.560	1.652	0.718	14.506	7.389	3.546	1.652	0.714	15.046	7.612	3.652	1.648	0.739
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.325	7.326	3.560	1.652	0.718	14.506	7.389	3.546	1.652	0.714	15.046	7.612	3.652	1.648	0.739
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.325	7.326	3.560	1.652	0.718	14.506	7.389	3.546	1.652	0.714	15.046	7.612	3.652	1.648	0.739
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.345	7.343	3.609	1.658	0.724	14.349	7.315	3.511	1.644	0.727	14.133	7.204	3.451	1.600	0.715
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.345	7.343	3.609	1.658	0.724	14.349	7.315	3.511	1.644	0.727	14.133	7.204	3.451	1.600	0.715
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.347	7.344	3.609	1.658	0.724	14.349	7.315	3.511	1.644	0.727	14.133	7.204	3.451	1.600	0.715
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.303	7.317	3.568	1.656	0.731	14.313	7.305	3.507	1.643	0.708	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.303	7.317	3.567	1.656	0.731	14.313	7.305	3.507	1.643	0.708	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.303	7.317	3.567	1.656	0.731	14.313	7.305	3.507	1.643	0.708	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714

Tabela B.16: Função *HeaviSine* e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	14.2	18.4	18.0	19.8	28.9	13.7	19.0	16.8	16.5	23.2	13.0	18.4	15.5	12.4	18.6
	\bar{K}_{2L}	12.0	15.0	11.0	12.0	14.0	12.0	16.0	12.0	10.0	12.0	12.0	16.0	12.0	9.0	11.0
	\bar{K}_{1N}	22.3	38.2	106.6	56.0	64.3	13.2	33.7	42.5	46.0	77.6	13.9	33.4	33.8	24.9	27.6
	\bar{K}_{2N}	16.0	23.0	34.0	24.0	27.0	13.0	28.0	27.0	18.0	28.0	13.0	30.0	26.0	15.0	14.0
db6	\bar{K}_{1L}	17.4	13.9	16.8	21.0	26.4	17.3	13.5	16.7	21.7	24.0	17.1	14.0	16.4	18.7	21.1
	\bar{K}_{2L}	15.0	12.0	12.0	15.0	15.0	16.0	12.0	13.0	17.0	16.0	16.0	12.0	13.0	17.0	17.0
	\bar{K}_{1N}	24.2	37.8	42.1	47.6	55.6	17.8	28.7	31.6	36.6	71.2	17.9	26.1	25.2	16.4	31.0
	\bar{K}_{2N}	19.0	26.0	23.0	20.3	23.0	15.0	21.0	22.0	18.0	26.0	13.0	23.0	17.0	12.0	19.0
sym8	\bar{K}_{1L}	14.2	18.6	20.9	20.1	27.0	14.0	19.3	20.8	18.4	23.9	13.8	18.7	18.7	15.8	20.1
	\bar{K}_{2L}	12.0	15.0	13.0	13.0	13.0	12.0	16.0	15.0	13.0	13.0	12.0	16.0	15.0	13.0	13.0
	\bar{K}_{1N}	29.9	34.2	49.7	49.8	61.3	13.3	16.4	32.5	37.9	64.7	13.6	19.1	29.5	25.3	26.5
	\bar{K}_{2N}	19.0	21.0	20.0	22.0	27.0	13.0	14.0	22.0	18.0	25.5	14.0	16.0	23.0	18.0	15.0

Tabela B.17: Função *Bumps* e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondasletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7149 (0.01084)	0.8556 (0.00607)	0.9456 (0.00346)	0.9502 (0.00296)	0.9705 (0.00276)	0.7116 (0.00357)	0.8637 (0.00196)	0.9562 (0.00094)	0.9729 (0.00056)	0.9895 (0.00047)	0.7114 (0.00159)	0.8645 (0.00088)	0.9574 (0.00039)	0.9760 (0.00021)	0.9928 (0.00011)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7149 (0.01084)	0.8556 (0.00607)	0.9456 (0.00346)	0.9502 (0.00296)	0.9705 (0.00276)	0.7116 (0.00357)	0.8637 (0.00196)	0.9562 (0.00094)	0.9729 (0.00056)	0.9895 (0.00047)	0.7114 (0.00159)	0.8645 (0.00088)	0.9574 (0.00039)	0.9760 (0.00021)	0.9928 (0.00011)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7149 (0.01084)	0.8556 (0.00607)	0.9456 (0.00346)	0.9502 (0.00296)	0.9705 (0.00276)	0.7116 (0.00357)	0.8637 (0.00196)	0.9562 (0.00094)	0.9729 (0.00056)	0.9895 (0.00047)	0.7114 (0.00159)	0.8645 (0.00088)	0.9574 (0.00039)	0.9760 (0.00021)	0.9928 (0.00011)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.7452 (0.03532)	0.9489 (0.01060)	0.9865 (0.00587)	0.9924 (0.00276)	0.9964 (0.00229)	0.5942 (0.00686)	0.8804 (0.00686)	0.9711 (0.00370)	0.9918 (0.00118)	0.9979 (0.00079)	0.5788 (0.00206)	0.8512 (0.00128)	0.9566 (0.00110)	0.9825 (0.00131)	0.9970 (0.00046)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.7463 (0.03479)	0.9489 (0.01060)	0.9865 (0.00587)	0.9924 (0.00276)	0.9964 (0.00229)	0.5943 (0.00682)	0.8804 (0.00686)	0.9711 (0.00370)	0.9918 (0.00118)	0.9979 (0.00079)	0.5788 (0.00206)	0.8512 (0.00128)	0.9566 (0.00110)	0.9825 (0.00131)	0.9970 (0.00046)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.7488 (0.03427)	0.9489 (0.01054)	0.9865 (0.00587)	0.9924 (0.00276)	0.9964 (0.00229)	0.5943 (0.00681)	0.8805 (0.00681)	0.9712 (0.00367)	0.9918 (0.00118)	0.9979 (0.00079)	0.5788 (0.00206)	0.8512 (0.00128)	0.9566 (0.00110)	0.9825 (0.00130)	0.9970 (0.00046)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7211 (0.01203)	0.8560 (0.00578)	0.9438 (0.00325)	0.9504 (0.00309)	0.9698 (0.00291)	0.7176 (0.00403)	0.8637 (0.00189)	0.9542 (0.00090)	0.9735 (0.00057)	0.9896 (0.00047)	0.7175 (0.00176)	0.8644 (0.00082)	0.9554 (0.00038)	0.9767 (0.00022)	0.9929 (0.00011)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7211 (0.01203)	0.8560 (0.00578)	0.9438 (0.00325)	0.9504 (0.00309)	0.9698 (0.00291)	0.7176 (0.00403)	0.8637 (0.00189)	0.9542 (0.00090)	0.9735 (0.00057)	0.9896 (0.00047)	0.7175 (0.00176)	0.8644 (0.00082)	0.9554 (0.00038)	0.9767 (0.00022)	0.9929 (0.00011)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7211 (0.01203)	0.8560 (0.00578)	0.9438 (0.00325)	0.9504 (0.00309)	0.9698 (0.00291)	0.7176 (0.00403)	0.8637 (0.00189)	0.9542 (0.00090)	0.9735 (0.00057)	0.9896 (0.00047)	0.7175 (0.00176)	0.8644 (0.00082)	0.9554 (0.00038)	0.9767 (0.00022)	0.9929 (0.00011)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.8277 (0.02546)	0.9474 (0.00828)	0.9829 (0.00410)	0.9911 (0.00177)	0.9950 (0.00164)	0.6039 (0.00654)	0.8793 (0.00965)	0.9776 (0.00184)	0.9927 (0.00068)	0.9975 (0.00037)	0.5867 (0.00180)	0.8492 (0.00110)	0.9556 (0.00109)	0.9854 (0.00207)	0.9976 (0.00014)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.8278 (0.02501)	0.9474 (0.00828)	0.9829 (0.00410)	0.9911 (0.00177)	0.9950 (0.00164)	0.6039 (0.00653)	0.8793 (0.00963)	0.9776 (0.00184)	0.9927 (0.00068)	0.9975 (0.00037)	0.5867 (0.00180)	0.8492 (0.00110)	0.9556 (0.00109)	0.9854 (0.00206)	0.9976 (0.00014)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.8286 (0.02422)	0.9475 (0.00827)	0.9829 (0.00410)	0.9911 (0.00177)	0.9950 (0.00164)	0.6040 (0.00653)	0.8796 (0.00953)	0.9776 (0.00184)	0.9927 (0.00068)	0.9975 (0.00037)	0.5867 (0.00180)	0.8492 (0.00110)	0.9556 (0.00109)	0.9854 (0.00205)	0.9976 (0.00014)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7079 (0.01091)	0.8425 (0.00592)	0.9387 (0.00342)	0.9416 (0.00333)	0.9651 (0.00314)	0.7059 (0.00359)	0.8513 (0.00190)	0.9504 (0.00092)	0.9680 (0.00064)	0.9874 (0.00055)	0.7058 (0.00159)	0.8522 (0.00085)	0.9517 (0.00039)	0.9717 (0.00024)	0.9914 (0.00013)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7079 (0.01091)	0.8425 (0.00592)	0.9387 (0.00342)	0.9416 (0.00333)	0.9651 (0.00314)	0.7059 (0.00359)	0.8513 (0.00190)	0.9504 (0.00092)	0.9680 (0.00064)	0.9874 (0.00055)	0.7058 (0.00159)	0.8522 (0.00085)	0.9517 (0.00039)	0.9717 (0.00024)	0.9914 (0.00013)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7079 (0.01091)	0.8425 (0.00592)	0.9387 (0.00342)	0.9416 (0.00333)	0.9651 (0.00314)	0.7059 (0.00359)	0.8513 (0.00190)	0.9504 (0.00092)	0.9680 (0.00064)	0.9874 (0.00055)	0.7058 (0.00159)	0.8522 (0.00085)	0.9517 (0.00039)	0.9717 (0.00024)	0.9914 (0.00013)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.7819 (0.03611)	0.9460 (0.00874)	0.9827 (0.00434)	0.9909 (0.00204)	0.9951 (0.00204)	0.5994 (0.00595)	0.8713 (0.00613)	0.9708 (0.00382)	0.9911 (0.00120)	0.9974 (0.00063)	0.5860 (0.00176)	0.8505 (0.00135)	0.9554 (0.00115)	0.9788 (0.00126)	0.9970 (0.00044)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.7827 (0.03557)	0.9460 (0.00874)	0.9827 (0.00434)	0.9909 (0.00204)	0.9951 (0.00204)	0.5995 (0.00596)	0.8713 (0.00613)	0.9708 (0.00382)	0.9911 (0.00120)	0.9974 (0.00063)	0.5860 (0.00176)	0.8505 (0.00135)	0.9554 (0.00115)	0.9788 (0.00126)	0.9970 (0.00044)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.7857 (0.03407)	0.9460 (0.00870)	0.9827 (0.00434)	0.9909 (0.00204)	0.9951 (0.00204)	0.5995 (0.00597)	0.8714 (0.00608)	0.9708 (0.00379)	0.9911 (0.00119)	0.9974 (0.00063)	0.5860 (0.00176)	0.8505 (0.00135)	0.9555 (0.00115)	0.9788 (0.00126)	0.9970 (0.00044)

Tabela B.18: Função *Bumps* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	7.58e-2	1.81e-2	1.99e-3	1.60e-3	3.90e-4	7.75e-2	1.60e-2	1.15e-3	2.93e-4	4.33e-7	7.76e-2	1.57e-2	1.07e-3	1.95e-4	7.95e-6
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	7.58e-2	1.81e-2	1.99e-3	1.60e-3	3.90e-4	7.75e-2	1.60e-2	1.15e-3	2.93e-4	4.33e-7	7.76e-2	1.57e-2	1.07e-3	1.95e-4	7.95e-6
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	7.58e-2	1.81e-2	1.99e-3	1.60e-3	3.90e-4	7.75e-2	1.60e-2	1.15e-3	2.93e-4	4.33e-7	7.76e-2	1.57e-2	1.07e-3	1.95e-4	7.95e-6
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	6.12e-2	1.80e-3	4.70e-5	1.33e-5	4.64e-5	1.57e-1	1.21e-2	3.69e-4	4.59e-6	6.31e-5	1.69e-1	1.93e-2	1.12e-3	5.81e-5	4.89e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	6.06e-2	1.80e-3	4.70e-5	1.33e-5	4.64e-5	1.57e-1	1.21e-2	3.69e-4	4.59e-6	6.31e-5	1.69e-1	1.93e-2	1.12e-3	5.81e-5	4.89e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	5.93e-2	1.80e-3	4.70e-5	1.33e-5	4.64e-5	1.57e-1	1.20e-2	3.68e-4	4.59e-6	6.31e-5	1.69e-1	1.93e-2	1.12e-3	5.80e-5	4.89e-5
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	7.24e-2	1.80e-2	2.14e-3	1.58e-3	4.16e-4	7.42e-2	1.60e-2	1.28e-3	2.71e-4	3.44e-7	7.43e-2	1.58e-2	1.20e-3	1.77e-4	8.62e-6
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	7.24e-2	1.80e-2	2.14e-3	1.58e-3	4.16e-4	7.42e-2	1.60e-2	1.28e-3	2.71e-4	3.44e-7	7.43e-2	1.58e-2	1.20e-3	1.77e-4	8.62e-6
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	7.24e-2	1.80e-2	2.14e-3	1.58e-3	4.16e-4	7.42e-2	1.60e-2	1.28e-3	2.71e-4	3.44e-7	7.43e-2	1.58e-2	1.20e-3	1.77e-4	8.62e-6
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	2.70e-2	1.88e-3	6.69e-5	4.24e-6	2.76e-5	1.49e-1	1.24e-2	1.58e-4	7.91e-6	5.71e-5	1.63e-1	1.98e-2	1.18e-3	2.56e-5	5.78e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	2.69e-2	1.88e-3	6.69e-5	4.24e-6	2.76e-5	1.49e-1	1.24e-2	1.58e-4	7.91e-6	5.71e-5	1.63e-1	1.98e-2	1.18e-3	2.55e-5	5.78e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	2.67e-2	1.88e-3	6.69e-5	4.24e-6	2.76e-5	1.49e-1	1.23e-2	1.58e-4	7.91e-6	5.71e-5	1.63e-1	1.98e-2	1.18e-3	2.54e-5	5.78e-5
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	7.97e-2	2.18e-2	2.64e-3	2.35e-3	6.31e-4	8.07e-2	1.92e-2	1.57e-3	4.83e-4	6.88e-6	8.08e-2	1.90e-2	1.46e-3	3.33e-4	1.88e-6
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	7.97e-2	2.18e-2	2.64e-3	2.35e-3	6.31e-4	8.07e-2	1.92e-2	1.57e-3	4.83e-4	6.88e-6	8.08e-2	1.90e-2	1.46e-3	3.33e-4	1.88e-6
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	7.97e-2	2.18e-2	2.64e-3	2.35e-3	6.31e-4	8.07e-2	1.92e-2	1.57e-3	4.83e-4	6.88e-6	8.08e-2	1.90e-2	1.46e-3	3.33e-4	1.88e-6
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	4.46e-2	2.02e-3	7.19e-5	5.04e-6	3.03e-5	1.53e-1	1.41e-2	3.84e-4	2.57e-6	5.57e-5	1.63e-1	1.95e-2	1.20e-3	1.26e-4	4.95e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	4.43e-2	2.02e-3	7.19e-5	5.04e-6	3.03e-5	1.53e-1	1.41e-2	3.84e-4	2.57e-6	5.57e-5	1.63e-1	1.95e-2	1.20e-3	1.26e-4	4.95e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	4.29e-2	2.01e-3	7.19e-5	5.04e-6	3.03e-5	1.53e-1	1.41e-2	3.83e-4	2.56e-6	5.57e-5	1.63e-1	1.95e-2	1.20e-3	1.26e-4	4.95e-5

Tabela B.19: Função *Bumps* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	0.140	0.069	0.035	0.015	0.007	0.483	0.240	0.124	0.035	0.018	2.203	1.087	0.565	0.135	0.067
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.140	0.069	0.035	0.015	0.007	0.483	0.240	0.124	0.035	0.018	2.203	1.087	0.565	0.135	0.067
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.140	0.069	0.035	0.015	0.007	0.483	0.240	0.124	0.035	0.018	2.203	1.087	0.565	0.135	0.067
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.120	0.069	0.074	0.033	0.078	0.157	0.105	0.089	0.066	0.088	0.352	0.097	0.091	0.073	0.107
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.120	0.069	0.074	0.033	0.078	0.157	0.105	0.089	0.066	0.088	0.352	0.097	0.091	0.073	0.107
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.120	0.069	0.074	0.033	0.078	0.157	0.105	0.089	0.066	0.088	0.352	0.097	0.091	0.073	0.107
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.095	0.050	0.040	0.027	0.060	0.095	0.047	0.024	0.018	0.031	0.094	0.046	0.023	0.011	0.008
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.095	0.050	0.040	0.027	0.060	0.095	0.047	0.024	0.018	0.031	0.094	0.046	0.023	0.011	0.008
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.095	0.050	0.040	0.027	0.060	0.095	0.047	0.024	0.018	0.031	0.094	0.046	0.023	0.011	0.008
db6	EQMI(f_{1L})	0.139	0.068	0.033	0.014	0.007	0.496	0.239	0.118	0.035	0.017	2.278	1.091	0.541	0.141	0.069
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.139	0.068	0.033	0.014	0.007	0.496	0.239	0.118	0.035	0.017	2.278	1.091	0.541	0.141	0.069
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.139	0.068	0.033	0.014	0.007	0.496	0.239	0.118	0.035	0.017	2.278	1.091	0.541	0.141	0.069
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.148	0.069	0.038	0.019	0.014	0.160	0.109	0.131	0.079	0.054	0.327	0.095	0.080	0.119	0.145
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.148	0.069	0.038	0.019	0.014	0.160	0.109	0.131	0.079	0.054	0.327	0.095	0.080	0.119	0.145
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.148	0.069	0.038	0.019	0.014	0.160	0.109	0.131	0.079	0.054	0.327	0.095	0.080	0.119	0.145
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.096	0.047	0.026	0.017	0.016	0.095	0.048	0.028	0.029	0.038	0.094	0.047	0.025	0.014	0.035
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.096	0.047	0.026	0.017	0.016	0.095	0.048	0.028	0.029	0.038	0.094	0.047	0.025	0.014	0.035
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.096	0.047	0.026	0.017	0.016	0.095	0.048	0.028	0.029	0.038	0.094	0.047	0.025	0.014	0.035
sym8	EQMI(f_{1L})	0.135	0.066	0.033	0.014	0.006	0.454	0.221	0.110	0.031	0.015	2.048	0.994	0.498	0.114	0.056
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.135	0.066	0.033	0.014	0.006	0.454	0.221	0.110	0.031	0.015	2.048	0.994	0.498	0.114	0.056
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.135	0.066	0.033	0.014	0.006	0.454	0.221	0.110	0.031	0.015	2.048	0.994	0.498	0.114	0.056
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.131	0.068	0.035	0.018	0.019	0.158	0.085	0.088	0.060	0.048	0.351	0.103	0.085	0.053	0.113
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.131	0.068	0.035	0.018	0.019	0.158	0.085	0.088	0.060	0.048	0.351	0.103	0.085	0.053	0.113
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.132	0.068	0.035	0.018	0.019	0.158	0.085	0.088	0.061	0.048	0.351	0.103	0.085	0.053	0.113
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.096	0.050	0.028	0.018	0.031	0.095	0.048	0.025	0.023	0.042	0.095	0.047	0.023	0.013	0.033
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.096	0.050	0.028	0.018	0.031	0.095	0.048	0.025	0.023	0.042	0.095	0.047	0.023	0.013	0.033
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.096	0.050	0.028	0.018	0.031	0.095	0.048	0.025	0.023	0.042	0.095	0.047	0.023	0.013	0.033

Tabela B.20: Função *Bumps* e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	9.7	17.5	26.6	32.7	52.8	8.4	17.3	26.1	27.5	46.2	8.0	16.8	23.8	27.5	36.0
	\bar{K}_{2L}	9.0	15.0	15.0	12.0	15.0	8.0	15.0	15.0	10.0	12.0	8.0	15.0	14.0	10.0	10.0
	\bar{K}_{1N}	16.0	27.7	47.0	51.5	65.0	12.8	24.4	39.4	51.4	61.7	12.6	11.5	37.1	59.8	61.0
	\bar{K}_{2N}	15.0	17.0	28.0	23.0	30.0	12.0	18.0	15.0	20.0	23.0	13.0	9.0	17.0	21.0	21.0
db6	\bar{K}_{1L}	14.0	12.5	20.8	23.3	39.4	14.1	11.5	20.8	22.0	36.3	14.1	11.5	19.3	25.2	40.9
	\bar{K}_{2L}	14.0	11.0	11.0	13.0	15.0	14.0	10.0	10.0	10.0	11.0	14.0	10.0	10.0	9.0	10.0
	\bar{K}_{1N}	14.1	19.3	37.5	48.4	55.0	12.4	20.0	30.7	57.1	58.1	12.1	11.2	31.1	60.8	66.0
	\bar{K}_{2N}	14.0	14.0	19.0	18.0	26.0	11.0	15.0	13.0	14.0	16.0	11.0	9.0	14.0	21.0	15.0
sym8	\bar{K}_{1L}	10.2	12.4	22.0	25.9	41.1	10.2	11.9	20.7	32.1	40.5	10.1	11.7	21.6	29.6	41.7
	\bar{K}_{2L}	10.0	11.0	11.0	12.0	13.0	10.0	10.0	10.0	12.0	12.0	10.0	10.0	10.0	12.0	11.0
	\bar{K}_{1N}	13.6	18.6	40.9	50.3	66.7	14.3	16.5	31.4	50.2	62.5	12.5	23.1	31.6	62.2	61.0
	\bar{K}_{2N}	14.0	13.0	18.5	19.0	29.0	13.0	12.0	17.0	16.0	20.5	11.0	12.0	13.0	21.0	18.0

Tabela B.21: Função *Bumps* e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7113 (0.00109)	0.8647 (0.00058)	0.9575 (0.00027)	0.9764 (0.00014)	0.9932 (0.00007)	0.7113 (0.00036)	0.8647 (0.00021)	0.9576 (0.00009)	0.9767 (0.00005)	0.9936 (0.00002)	0.7113 (0.00016)	0.8648 (0.00009)	0.9576 (0.00004)	0.9768 (0.00002)	0.9936 (0.00001)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7113 (0.00109)	0.8647 (0.00058)	0.9575 (0.00027)	0.9764 (0.00014)	0.9932 (0.00007)	0.7113 (0.00036)	0.8647 (0.00021)	0.9576 (0.00009)	0.9767 (0.00005)	0.9936 (0.00002)	0.7113 (0.00016)	0.8648 (0.00009)	0.9576 (0.00004)	0.9768 (0.00002)	0.9936 (0.00001)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7113 (0.00109)	0.8647 (0.00058)	0.9575 (0.00027)	0.9764 (0.00014)	0.9932 (0.00007)	0.7113 (0.00036)	0.8647 (0.00021)	0.9576 (0.00009)	0.9767 (0.00005)	0.9936 (0.00002)	0.7113 (0.00016)	0.8648 (0.00009)	0.9576 (0.00004)	0.9768 (0.00002)	0.9936 (0.00001)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.5768 (0.00112)	0.8493 (0.00069)	0.9533 (0.00053)	0.9782 (0.00107)	0.9960 (0.00051)	0.5761 (0.00038)	0.8481 (0.00021)	0.9514 (0.00010)	0.9739 (0.00008)	0.9933 (0.00010)	0.5761 (0.00016)	0.8480 (0.00009)	0.9513 (0.00004)	0.9735 (0.00003)	0.9930 (0.00002)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.5768 (0.00112)	0.8493 (0.00069)	0.9533 (0.00053)	0.9782 (0.00107)	0.9960 (0.00051)	0.5761 (0.00038)	0.8481 (0.00021)	0.9514 (0.00010)	0.9739 (0.00008)	0.9933 (0.00010)	0.5761 (0.00016)	0.8480 (0.00009)	0.9513 (0.00004)	0.9735 (0.00003)	0.9930 (0.00002)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.5768 (0.00112)	0.8493 (0.00069)	0.9533 (0.00053)	0.9783 (0.00107)	0.9960 (0.00051)	0.5761 (0.00038)	0.8481 (0.00021)	0.9514 (0.00010)	0.9739 (0.00008)	0.9933 (0.00010)	0.5761 (0.00016)	0.8480 (0.00009)	0.9513 (0.00004)	0.9735 (0.00003)	0.9930 (0.00002)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7173 (0.00124)	0.8646 (0.00056)	0.9555 (0.00026)	0.9771 (0.00014)	0.9933 (0.00007)	0.7173 (0.00040)	0.8647 (0.00019)	0.9557 (0.00009)	0.9774 (0.00005)	0.9937 (0.00002)	0.7173 (0.00018)	0.8647 (0.00008)	0.9557 (0.00004)	0.9774 (0.00002)	0.9937 (0.00001)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7173 (0.00124)	0.8646 (0.00056)	0.9555 (0.00026)	0.9771 (0.00014)	0.9933 (0.00007)	0.7173 (0.00040)	0.8647 (0.00019)	0.9557 (0.00009)	0.9774 (0.00005)	0.9937 (0.00002)	0.7173 (0.00018)	0.8647 (0.00008)	0.9557 (0.00004)	0.9774 (0.00002)	0.9937 (0.00001)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7173 (0.00124)	0.8646 (0.00056)	0.9555 (0.00026)	0.9771 (0.00014)	0.9933 (0.00007)	0.7173 (0.00040)	0.8647 (0.00019)	0.9557 (0.00009)	0.9774 (0.00005)	0.9937 (0.00002)	0.7173 (0.00018)	0.8647 (0.00008)	0.9557 (0.00004)	0.9774 (0.00002)	0.9937 (0.00001)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.5845 (0.00107)	0.8482 (0.00069)	0.9532 (0.00056)	0.9771 (0.00099)	0.9968 (0.00033)	0.5840 (0.00034)	0.8470 (0.00021)	0.9513 (0.00010)	0.9731 (0.00007)	0.9932 (0.00009)	0.5839 (0.00015)	0.8469 (0.00009)	0.9512 (0.00004)	0.9729 (0.00002)	0.9928 (0.00001)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.5845 (0.00107)	0.8482 (0.00069)	0.9532 (0.00056)	0.9771 (0.00098)	0.9968 (0.00033)	0.5840 (0.00034)	0.8470 (0.00021)	0.9513 (0.00010)	0.9731 (0.00007)	0.9932 (0.00009)	0.5839 (0.00015)	0.8469 (0.00009)	0.9512 (0.00004)	0.9729 (0.00002)	0.9928 (0.00001)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.5845 (0.00107)	0.8482 (0.00069)	0.9532 (0.00055)	0.9771 (0.00098)	0.9968 (0.00033)	0.5840 (0.00034)	0.8470 (0.00021)	0.9513 (0.00010)	0.9731 (0.00007)	0.9932 (0.00009)	0.5839 (0.00015)	0.8469 (0.00009)	0.9512 (0.00004)	0.9729 (0.00002)	0.9928 (0.00001)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7057 (0.00111)	0.8523 (0.00056)	0.9519 (0.00027)	0.9722 (0.00016)	0.9919 (0.00008)	0.7057 (0.00036)	0.8524 (0.00019)	0.9520 (0.00009)	0.9726 (0.00005)	0.9923 (0.00002)	0.7057 (0.00016)	0.8524 (0.00008)	0.9520 (0.00004)	0.9726 (0.00002)	0.9923 (0.00001)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7057 (0.00111)	0.8523 (0.00056)	0.9519 (0.00027)	0.9722 (0.00016)	0.9919 (0.00008)	0.7057 (0.00036)	0.8524 (0.00019)	0.9520 (0.00009)	0.9726 (0.00005)	0.9923 (0.00002)	0.7057 (0.00016)	0.8524 (0.00008)	0.9520 (0.00004)	0.9726 (0.00002)	0.9923 (0.00001)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7057 (0.00111)	0.8523 (0.00056)	0.9519 (0.00027)	0.9722 (0.00016)	0.9919 (0.00008)	0.7057 (0.00036)	0.8524 (0.00019)	0.9520 (0.00009)	0.9726 (0.00005)	0.9923 (0.00002)	0.7057 (0.00016)	0.8524 (0.00008)	0.9520 (0.00004)	0.9726 (0.00002)	0.9923 (0.00001)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.5835 (0.00124)	0.8478 (0.00074)	0.9527 (0.00054)	0.9740 (0.00111)	0.9952 (0.00062)	0.5815 (0.00034)	0.8461 (0.00021)	0.9507 (0.00011)	0.9697 (0.00010)	0.9923 (0.00010)	0.5814 (0.00015)	0.8460 (0.00008)	0.9506 (0.00004)	0.9693 (0.00003)	0.9919 (0.00002)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.5835 (0.00124)	0.8478 (0.00074)	0.9527 (0.00054)	0.9740 (0.00110)	0.9952 (0.00062)	0.5815 (0.00034)	0.8461 (0.00021)	0.9507 (0.00011)	0.9697 (0.00010)	0.9923 (0.00010)	0.5814 (0.00015)	0.8460 (0.00008)	0.9506 (0.00004)	0.9693 (0.00003)	0.9919 (0.00002)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.5835 (0.00124)	0.8478 (0.00074)	0.9527 (0.00054)	0.9740 (0.00110)	0.9952 (0.00062)	0.5815 (0.00034)	0.8461 (0.00021)	0.9507 (0.00011)	0.9697 (0.00010)	0.9923 (0.00010)	0.5814 (0.00015)	0.8460 (0.00008)	0.9506 (0.00004)	0.9693 (0.00003)	0.9919 (0.00002)

Tabela B.22: Função *Bumps* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	8.33e-2	1.83e-2	1.80e-3	5.51e-4	4.43e-5	8.33e-2	1.83e-2	1.79e-3	5.36e-4	3.98e-5	8.33e-2	1.83e-2	1.79e-3	5.35e-4	3.93e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	8.33e-2	1.83e-2	1.80e-3	5.51e-4	4.43e-5	8.33e-2	1.83e-2	1.79e-3	5.36e-4	3.98e-5	8.33e-2	1.83e-2	1.79e-3	5.35e-4	3.93e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	8.33e-2	1.83e-2	1.80e-3	5.51e-4	4.43e-5	8.33e-2	1.83e-2	1.79e-3	5.36e-4	3.98e-5	8.33e-2	1.83e-2	1.79e-3	5.35e-4	3.93e-5
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.79e-1	2.27e-2	2.17e-3	4.70e-4	1.51e-5	1.80e-1	2.30e-2	2.35e-3	6.78e-4	4.33e-5	1.80e-1	2.31e-2	2.37e-3	6.96e-4	4.80e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.79e-1	2.27e-2	2.17e-3	4.70e-4	1.51e-5	1.80e-1	2.30e-2	2.35e-3	6.78e-4	4.33e-5	1.80e-1	2.31e-2	2.37e-3	6.96e-4	4.80e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.79e-1	2.27e-2	2.17e-3	4.70e-4	1.51e-5	1.80e-1	2.30e-2	2.35e-3	6.78e-4	4.33e-5	1.80e-1	2.31e-2	2.37e-3	6.96e-4	4.80e-5
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	7.99e-2	1.83e-2	1.97e-3	5.21e-4	4.29e-5	7.99e-2	1.83e-2	1.96e-3	5.07e-4	3.85e-5	7.99e-2	1.83e-2	1.96e-3	5.05e-4	3.81e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	7.99e-2	1.83e-2	1.97e-3	5.21e-4	4.29e-5	7.99e-2	1.83e-2	1.96e-3	5.07e-4	3.85e-5	7.99e-2	1.83e-2	1.96e-3	5.05e-4	3.81e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	7.99e-2	1.83e-2	1.97e-3	5.21e-4	4.29e-5	7.99e-2	1.83e-2	1.96e-3	5.07e-4	3.85e-5	7.99e-2	1.83e-2	1.96e-3	5.05e-4	3.81e-5
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.73e-1	2.30e-2	2.18e-3	5.19e-4	9.90e-6	1.73e-1	2.34e-2	2.36e-3	7.18e-4	4.49e-5	1.73e-1	2.34e-2	2.37e-3	7.30e-4	5.09e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.73e-1	2.30e-2	2.18e-3	5.19e-4	9.90e-6	1.73e-1	2.34e-2	2.36e-3	7.18e-4	4.49e-5	1.73e-1	2.34e-2	2.37e-3	7.30e-4	5.09e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.73e-1	2.30e-2	2.18e-3	5.19e-4	9.90e-6	1.73e-1	2.34e-2	2.36e-3	7.18e-4	4.49e-5	1.73e-1	2.34e-2	2.37e-3	7.30e-4	5.09e-5
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	8.65e-2	2.18e-2	2.31e-3	7.68e-4	6.45e-5	8.66e-2	2.17e-2	2.29e-3	7.47e-4	5.79e-5	8.65e-2	2.17e-2	2.29e-3	7.45e-4	5.72e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	8.65e-2	2.18e-2	2.31e-3	7.68e-4	6.45e-5	8.66e-2	2.17e-2	2.29e-3	7.47e-4	5.79e-5	8.65e-2	2.17e-2	2.29e-3	7.45e-4	5.72e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	8.65e-2	2.18e-2	2.31e-3	7.68e-4	6.45e-5	8.66e-2	2.17e-2	2.29e-3	7.47e-4	5.79e-5	8.65e-2	2.17e-2	2.29e-3	7.45e-4	5.72e-5
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.73e-1	2.31e-2	2.23e-3	6.71e-4	2.25e-5	1.75e-1	2.36e-2	2.42e-3	9.13e-4	5.83e-5	1.75e-1	2.37e-2	2.43e-3	9.37e-4	6.40e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.73e-1	2.31e-2	2.23e-3	6.71e-4	2.25e-5	1.75e-1	2.36e-2	2.42e-3	9.13e-4	5.83e-5	1.75e-1	2.37e-2	2.43e-3	9.37e-4	6.40e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.73e-1	2.31e-2	2.23e-3	6.71e-4	2.25e-5	1.75e-1	2.36e-2	2.42e-3	9.13e-4	5.83e-5	1.75e-1	2.37e-2	2.43e-3	9.37e-4	6.40e-5

Tabela B.23: Função *Bumps* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondasletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(\hat{f}_{1L})	18.629	9.450	4.667	1.903	0.843	53.227	26.489	13.498	3.906	1.831	225.825	111.593	57.834	13.916	6.818
	EQMI(\hat{f}_{2L})	18.629	9.450	4.667	1.903	0.843	53.227	26.489	13.498	3.906	1.831	225.825	111.593	57.834	13.916	6.818
	EQMI(\hat{f}_{3L})	18.629	9.450	4.667	1.903	0.843	53.227	26.489	13.498	3.906	1.831	225.825	111.593	57.834	13.916	6.818
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.807	7.396	3.609	1.702	0.816	18.782	7.845	3.576	1.671	0.767	38.285	10.041	3.675	1.629	0.774
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.807	7.396	3.609	1.702	0.816	18.782	7.845	3.576	1.671	0.767	38.285	10.041	3.675	1.629	0.774
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.807	7.396	3.609	1.703	0.816	18.782	7.845	3.576	1.671	0.767	38.285	10.041	3.675	1.629	0.774
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.304	7.317	3.556	1.651	0.718	14.314	7.305	3.507	1.643	0.709	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.304	7.317	3.556	1.651	0.718	14.314	7.305	3.507	1.643	0.709	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.304	7.317	3.556	1.651	0.718	14.314	7.305	3.507	1.643	0.709	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714
db6	EQMI(\hat{f}_{1L})	18.784	9.462	4.619	1.917	0.847	54.641	26.611	13.077	4.032	1.874	233.546	112.267	55.544	14.602	7.056
	EQMI(\hat{f}_{2L})	18.784	9.462	4.619	1.917	0.847	54.641	26.611	13.077	4.032	1.874	233.546	112.267	55.544	14.602	7.056
	EQMI(\hat{f}_{3L})	18.784	9.462	4.619	1.917	0.847	54.641	26.611	13.077	4.032	1.874	233.546	112.267	55.544	14.602	7.056
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.762	7.394	3.613	1.700	0.873	18.310	7.757	3.582	1.668	0.781	35.652	9.518	3.723	1.623	0.746
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.762	7.394	3.613	1.700	0.873	18.310	7.757	3.582	1.668	0.781	35.652	9.518	3.723	1.623	0.746
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.762	7.394	3.613	1.700	0.873	18.310	7.757	3.582	1.668	0.781	35.652	9.518	3.723	1.623	0.746
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.304	7.317	3.557	1.651	0.727	14.314	7.306	3.508	1.644	0.709	13.988	7.155	3.442	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.304	7.317	3.557	1.651	0.727	14.314	7.306	3.508	1.644	0.709	13.988	7.155	3.442	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.304	7.317	3.557	1.651	0.727	14.314	7.306	3.508	1.644	0.709	13.988	7.155	3.442	1.597	0.714
sym8	EQMI(\hat{f}_{1L})	18.314	9.262	4.530	1.862	0.820	50.407	24.811	12.281	3.539	1.630	210.481	102.465	51.211	11.917	5.727
	EQMI(\hat{f}_{2L})	18.314	9.262	4.530	1.862	0.820	50.407	24.811	12.281	3.539	1.630	210.481	102.465	51.211	11.917	5.727
	EQMI(\hat{f}_{3L})	18.314	9.262	4.530	1.862	0.820	50.407	24.811	12.281	3.539	1.630	210.481	102.465	51.211	11.917	5.727
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.792	7.392	3.617	1.687	0.791	18.442	7.762	3.602	1.678	0.770	36.368	9.523	3.727	1.628	0.776
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.792	7.392	3.617	1.687	0.791	18.442	7.762	3.602	1.678	0.770	36.368	9.523	3.727	1.628	0.776
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.792	7.392	3.617	1.687	0.791	18.442	7.762	3.602	1.678	0.770	36.368	9.523	3.727	1.628	0.776
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.304	7.317	3.557	1.653	0.725	14.314	7.306	3.508	1.643	0.711	13.988	7.154	3.443	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.304	7.317	3.557	1.653	0.725	14.314	7.306	3.508	1.643	0.711	13.988	7.154	3.443	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.304	7.317	3.557	1.653	0.725	14.314	7.306	3.508	1.643	0.711	13.988	7.154	3.443	1.597	0.714

Tabela B.24: Função *Bumps* e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	8.0	17.5	23.5	26.7	42.9	8.1	16.9	25.5	30.5	38.8	8.1	17.9	24.0	28.0	40.1
	\bar{K}_{2L}	8.0	15.0	14.0	10.0	10.0	8.0	15.0	14.0	11.0	10.0	8.0	15.0	14.0	11.0	10.0
	\bar{K}_{1N}	12.9	9.6	32.3	58.0	56.6	13.0	11.0	20.1	31.3	67.1	13.0	11.6	16.3	21.9	58.3
	\bar{K}_{2N}	13.0	8.5	16.0	22.0	24.0	13.0	9.0	10.0	11.0	20.0	13.0	9.0	7.0	10.5	13.0
db6	\bar{K}_{1L}	14.1	11.7	18.3	20.9	40.3	14.0	11.9	21.8	25.7	42.6	14.1	12.4	18.7	21.9	35.2
	\bar{K}_{2L}	14.0	10.0	10.0	9.0	9.0	14.0	10.0	10.0	8.0	9.0	14.0	10.0	9.5	8.0	9.0
	\bar{K}_{1N}	11.7	11.0	25.9	56.7	81.7	10.1	11.2	20.4	27.5	67.8	9.9	10.9	18.0	26.2	40.8
	\bar{K}_{2N}	10.0	9.0	13.0	18.0	24.3	10.0	9.0	10.0	11.0	17.0	10.0	9.0	10.0	11.0	9.0
sym8	\bar{K}_{1L}	10.1	10.8	18.3	26.8	39.6	10.0	11.9	20.8	27.1	39.3	10.0	11.6	20.2	29.8	41.7
	\bar{K}_{2L}	10.0	10.0	10.0	12.0	11.0	10.0	10.0	10.0	12.0	11.0	10.0	10.0	10.0	12.0	11.0
	\bar{K}_{1N}	11.0	11.7	29.1	56.8	59.8	10.7	12.5	24.9	34.6	72.0	10.7	12.9	18.7	32.2	59.9
	\bar{K}_{2N}	10.3	9.0	12.0	21.3	25.0	11.0	10.0	9.0	14.0	16.0	11.0	10.0	8.0	13.0	15.0

Tabela B.25: Função *Blocks* e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8034 (0.01633)	0.7626 (0.01744)	0.8773 (0.01149)	0.8810 (0.00876)	0.9388 (0.00535)	0.8107 (0.00564)	0.7641 (0.00706)	0.8786 (0.00522)	0.8902 (0.00462)	0.9439 (0.00321)	0.8115 (0.00249)	0.7647 (0.00317)	0.8786 (0.00244)	0.8926 (0.00220)	0.9460 (0.00157)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8034 (0.01633)	0.7626 (0.01744)	0.8773 (0.01149)	0.8810 (0.00876)	0.9388 (0.00535)	0.8107 (0.00564)	0.7641 (0.00706)	0.8786 (0.00522)	0.8902 (0.00462)	0.9439 (0.00321)	0.8115 (0.00249)	0.7647 (0.00317)	0.8786 (0.00244)	0.8926 (0.00220)	0.9460 (0.00157)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8034 (0.01633)	0.7626 (0.01744)	0.8773 (0.01149)	0.8810 (0.00876)	0.9388 (0.00535)	0.8107 (0.00564)	0.7641 (0.00706)	0.8786 (0.00522)	0.8902 (0.00462)	0.9439 (0.00321)	0.8115 (0.00249)	0.7647 (0.00317)	0.8786 (0.00244)	0.8926 (0.00220)	0.9460 (0.00157)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9486 (0.01581)	0.9770 (0.00954)	0.9902 (0.00583)	0.9905 (0.00406)	0.9949 (0.00334)	0.6249 (0.01926)	0.8241 (0.02283)	0.9774 (0.01728)	0.9905 (0.00156)	0.9956 (0.00148)	0.5557 (0.00512)	0.7541 (0.00455)	0.8682 (0.00434)	0.8955 (0.00453)	0.9626 (0.00538)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9486 (0.01581)	0.9770 (0.00954)	0.9902 (0.00583)	0.9905 (0.00406)	0.9949 (0.00334)	0.6253 (0.01915)	0.8243 (0.02267)	0.9775 (0.01724)	0.9905 (0.00156)	0.9956 (0.00148)	0.5557 (0.00512)	0.7541 (0.00455)	0.8682 (0.00434)	0.8955 (0.00453)	0.9626 (0.00538)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9486 (0.01578)	0.9770 (0.00954)	0.9902 (0.00583)	0.9905 (0.00406)	0.9949 (0.00334)	0.6259 (0.01952)	0.8279 (0.02227)	0.9777 (0.01666)	0.9905 (0.00156)	0.9956 (0.00148)	0.5557 (0.00513)	0.7541 (0.00455)	0.8682 (0.00433)	0.8956 (0.00452)	0.9628 (0.00535)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8298 (0.01382)	0.7596 (0.01664)	0.8717 (0.01161)	0.8783 (0.00894)	0.9366 (0.00530)	0.8388 (0.00444)	0.7570 (0.00693)	0.8692 (0.00537)	0.8846 (0.00509)	0.9401 (0.00356)	0.8398 (0.00196)	0.7571 (0.00306)	0.8688 (0.00246)	0.8862 (0.00246)	0.9416 (0.00179)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8298 (0.01382)	0.7596 (0.01664)	0.8717 (0.01161)	0.8783 (0.00894)	0.9366 (0.00530)	0.8388 (0.00444)	0.7570 (0.00693)	0.8692 (0.00537)	0.8846 (0.00509)	0.9401 (0.00356)	0.8398 (0.00196)	0.7571 (0.00306)	0.8688 (0.00246)	0.8862 (0.00246)	0.9416 (0.00179)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8298 (0.01382)	0.7596 (0.01664)	0.8717 (0.01161)	0.8783 (0.00894)	0.9366 (0.00530)	0.8388 (0.00444)	0.7570 (0.00693)	0.8692 (0.00537)	0.8846 (0.00509)	0.9401 (0.00356)	0.8398 (0.00196)	0.7571 (0.00306)	0.8688 (0.00246)	0.8862 (0.00246)	0.9416 (0.00179)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9376 (0.01330)	0.9703 (0.00767)	0.9858 (0.00489)	0.9868 (0.00334)	0.9920 (0.00287)	0.4882 (0.01919)	0.9282 (0.04229)	0.9803 (0.00521)	0.9874 (0.00164)	0.9934 (0.00104)	0.4452 (0.00512)	0.7486 (0.00509)	0.8561 (0.00453)	0.8967 (0.00667)	0.9811 (0.00754)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9376 (0.01330)	0.9703 (0.00767)	0.9858 (0.00489)	0.9868 (0.00334)	0.9920 (0.00287)	0.4922 (0.02242)	0.9283 (0.04191)	0.9803 (0.00521)	0.9874 (0.00164)	0.9934 (0.00104)	0.4452 (0.00512)	0.7486 (0.00509)	0.8561 (0.00453)	0.8967 (0.00667)	0.9811 (0.00754)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9376 (0.01328)	0.9703 (0.00767)	0.9858 (0.00489)	0.9868 (0.00334)	0.9920 (0.00287)	0.5077 (0.03042)	0.9297 (0.03952)	0.9804 (0.00516)	0.9874 (0.00164)	0.9934 (0.00104)	0.4452 (0.00512)	0.7487 (0.00509)	0.8561 (0.00452)	0.8969 (0.00667)	0.9812 (0.00743)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7923 (0.01538)	0.7205 (0.01857)	0.8532 (0.01305)	0.8640 (0.00948)	0.9295 (0.00571)	0.8007 (0.00515)	0.7148 (0.00792)	0.8484 (0.00619)	0.8731 (0.00514)	0.9343 (0.00364)	0.8017 (0.00227)	0.7142 (0.00353)	0.8474 (0.00288)	0.8755 (0.00245)	0.9363 (0.00180)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7923 (0.01538)	0.7205 (0.01857)	0.8532 (0.01305)	0.8640 (0.00948)	0.9295 (0.00571)	0.8007 (0.00515)	0.7148 (0.00792)	0.8484 (0.00619)	0.8731 (0.00514)	0.9343 (0.00364)	0.8017 (0.00227)	0.7142 (0.00353)	0.8474 (0.00288)	0.8755 (0.00245)	0.9363 (0.00180)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7923 (0.01538)	0.7205 (0.01857)	0.8532 (0.01305)	0.8640 (0.00948)	0.9295 (0.00571)	0.8007 (0.00515)	0.7148 (0.00792)	0.8484 (0.00619)	0.8731 (0.00514)	0.9343 (0.00364)	0.8017 (0.00227)	0.7142 (0.00353)	0.8474 (0.00288)	0.8755 (0.00245)	0.9363 (0.00180)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9472 (0.01444)	0.9739 (0.00847)	0.9871 (0.00522)	0.9878 (0.00343)	0.9926 (0.00309)	0.5247 (0.02226)	0.8277 (0.02578)	0.9751 (0.02151)	0.9893 (0.00128)	0.9944 (0.00108)	0.4505 (0.00608)	0.7582 (0.00481)	0.8735 (0.00513)	0.8972 (0.00485)	0.9624 (0.00535)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9472 (0.01444)	0.9739 (0.00846)	0.9871 (0.00522)	0.9878 (0.00343)	0.9926 (0.00309)	0.5257 (0.02239)	0.8281 (0.02565)	0.9752 (0.02142)	0.9893 (0.00128)	0.9944 (0.00108)	0.4506 (0.00608)	0.7582 (0.00481)	0.8735 (0.00513)	0.8972 (0.00484)	0.9624 (0.00535)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9473 (0.01443)	0.9739 (0.00846)	0.9871 (0.00522)	0.9878 (0.00343)	0.9926 (0.00309)	0.5321 (0.02698)	0.8340 (0.02477)	0.9755 (0.02057)	0.9893 (0.00128)	0.9944 (0.00108)	0.4506 (0.00608)	0.7582 (0.00482)	0.8735 (0.00513)	0.8973 (0.00483)	0.9627 (0.00531)

Tabela B.26: Função *Blocks* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	3.51e-2	5.20e-2	1.28e-2	1.19e-2	2.65e-3	3.22e-2	5.11e-2	1.24e-2	9.98e-3	2.13e-3	3.19e-2	5.08e-2	1.24e-2	9.48e-3	1.94e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	3.51e-2	5.20e-2	1.28e-2	1.19e-2	2.65e-3	3.22e-2	5.11e-2	1.24e-2	9.98e-3	2.13e-3	3.19e-2	5.08e-2	1.24e-2	9.48e-3	1.94e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	3.51e-2	5.20e-2	1.28e-2	1.19e-2	2.65e-3	3.22e-2	5.11e-2	1.24e-2	9.98e-3	2.13e-3	3.19e-2	5.08e-2	1.24e-2	9.48e-3	1.94e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.96e-3	2.59e-4	3.41e-5	1.67e-5	3.54e-5	1.34e-1	2.81e-2	4.56e-4	2.67e-6	3.36e-5	1.89e-1	5.57e-2	1.49e-2	8.94e-3	7.78e-4
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.96e-3	2.59e-4	3.41e-5	1.67e-5	3.54e-5	1.33e-1	2.80e-2	4.55e-4	2.67e-6	3.36e-5	1.89e-1	5.57e-2	1.49e-2	8.94e-3	7.78e-4
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.96e-3	2.59e-4	3.41e-5	1.67e-5	3.54e-5	1.33e-1	2.68e-2	4.29e-4	2.67e-6	3.36e-5	1.89e-1	5.57e-2	1.48e-2	8.93e-3	7.67e-4
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	2.59e-2	5.34e-2	1.41e-2	1.26e-2	2.88e-3	2.29e-2	5.44e-2	1.46e-2	1.11e-2	2.50e-3	2.25e-2	5.43e-2	1.47e-2	1.08e-2	2.34e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	2.59e-2	5.34e-2	1.41e-2	1.26e-2	2.88e-3	2.29e-2	5.44e-2	1.46e-2	1.11e-2	2.50e-3	2.25e-2	5.43e-2	1.47e-2	1.08e-2	2.34e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	2.59e-2	5.34e-2	1.41e-2	1.26e-2	2.88e-3	2.29e-2	5.44e-2	1.46e-2	1.11e-2	2.50e-3	2.25e-2	5.43e-2	1.47e-2	1.08e-2	2.34e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	2.92e-3	4.49e-4	4.16e-5	2.13e-5	1.21e-5	2.52e-1	5.61e-3	1.21e-4	9.53e-6	1.29e-5	2.97e-1	5.83e-2	1.79e-2	8.74e-3	1.35e-4
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	2.92e-3	4.49e-4	4.16e-5	2.13e-5	1.21e-5	2.48e-1	5.56e-3	1.21e-4	9.53e-6	1.29e-5	2.97e-1	5.83e-2	1.79e-2	8.74e-3	1.35e-4
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	2.92e-3	4.49e-4	4.16e-5	2.13e-5	1.21e-5	2.34e-1	5.20e-3	1.19e-4	9.52e-6	1.29e-5	2.97e-1	5.83e-2	1.79e-2	8.71e-3	1.32e-4
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	3.93e-2	7.30e-2	1.89e-2	1.60e-2	3.70e-3	3.59e-2	7.58e-2	2.01e-2	1.37e-2	3.12e-3	3.55e-2	7.61e-2	2.03e-2	1.31e-2	2.88e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	3.93e-2	7.30e-2	1.89e-2	1.60e-2	3.70e-3	3.59e-2	7.58e-2	2.01e-2	1.37e-2	3.12e-3	3.55e-2	7.61e-2	2.03e-2	1.31e-2	2.88e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	3.93e-2	7.30e-2	1.89e-2	1.60e-2	3.70e-3	3.59e-2	7.58e-2	2.01e-2	1.37e-2	3.12e-3	3.55e-2	7.61e-2	2.03e-2	1.31e-2	2.88e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	2.04e-3	3.31e-4	3.57e-5	1.67e-5	1.64e-5	2.17e-1	2.70e-2	6.84e-4	2.14e-6	2.06e-5	2.91e-1	5.38e-2	1.36e-2	8.63e-3	7.89e-4
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	2.04e-3	3.31e-4	3.57e-5	1.67e-5	1.64e-5	2.16e-1	2.69e-2	6.79e-4	2.14e-6	2.06e-5	2.91e-1	5.37e-2	1.36e-2	8.63e-3	7.89e-4
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	2.04e-3	3.31e-4	3.57e-5	1.67e-5	1.64e-5	2.10e-1	2.49e-2	6.33e-4	2.14e-6	2.06e-5	2.91e-1	5.37e-2	1.36e-2	8.62e-3	7.75e-4

Tabela B.27: Função *Blocks* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	0.105	0.052	0.026	0.013	0.006	0.175	0.083	0.042	0.017	0.009	0.522	0.236	0.119	0.039	0.020
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.105	0.052	0.026	0.013	0.006	0.175	0.083	0.042	0.017	0.009	0.522	0.236	0.119	0.039	0.020
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.105	0.052	0.026	0.013	0.006	0.175	0.083	0.042	0.017	0.009	0.522	0.236	0.119	0.039	0.020
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.152	0.086	0.098	0.027	0.069	0.127	0.065	0.139	0.068	0.053	0.181	0.071	0.038	0.018	0.015
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.152	0.086	0.098	0.027	0.069	0.127	0.065	0.139	0.068	0.053	0.181	0.071	0.038	0.018	0.015
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.152	0.086	0.098	0.027	0.069	0.127	0.065	0.139	0.068	0.053	0.181	0.071	0.038	0.018	0.016
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.115	0.063	0.051	0.025	0.050	0.095	0.048	0.031	0.020	0.023	0.094	0.046	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.115	0.063	0.051	0.025	0.050	0.095	0.048	0.031	0.020	0.023	0.094	0.046	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.115	0.063	0.051	0.025	0.050	0.095	0.048	0.031	0.020	0.023	0.094	0.046	0.023	0.011	0.005
db6	EQMI(f_{1L})	0.104	0.050	0.024	0.012	0.006	0.174	0.080	0.039	0.016	0.008	0.526	0.229	0.110	0.037	0.018
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.104	0.050	0.024	0.012	0.006	0.174	0.080	0.039	0.016	0.008	0.526	0.229	0.110	0.037	0.018
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.104	0.050	0.024	0.012	0.006	0.174	0.080	0.039	0.016	0.008	0.526	0.229	0.110	0.037	0.018
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.131	0.060	0.033	0.011	0.008	0.120	0.178	0.129	0.051	0.027	0.159	0.079	0.040	0.020	0.047
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.131	0.060	0.033	0.011	0.008	0.120	0.178	0.129	0.051	0.027	0.159	0.079	0.040	0.020	0.047
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.131	0.060	0.033	0.011	0.008	0.121	0.179	0.129	0.051	0.027	0.159	0.079	0.040	0.020	0.047
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.102	0.050	0.027	0.013	0.010	0.095	0.050	0.031	0.017	0.018	0.095	0.047	0.023	0.011	0.006
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.102	0.050	0.027	0.013	0.010	0.095	0.050	0.031	0.017	0.018	0.095	0.047	0.023	0.011	0.006
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.102	0.050	0.027	0.013	0.010	0.095	0.050	0.031	0.017	0.018	0.095	0.047	0.023	0.011	0.006
sym8	EQMI(f_{1L})	0.103	0.050	0.024	0.012	0.006	0.163	0.075	0.037	0.016	0.008	0.464	0.200	0.098	0.035	0.017
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.103	0.050	0.024	0.012	0.006	0.163	0.075	0.037	0.016	0.008	0.464	0.200	0.098	0.035	0.017
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.103	0.050	0.024	0.012	0.006	0.163	0.075	0.037	0.016	0.008	0.464	0.200	0.098	0.035	0.017
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.147	0.067	0.039	0.013	0.014	0.121	0.075	0.144	0.059	0.033	0.164	0.078	0.043	0.018	0.015
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.147	0.067	0.039	0.013	0.014	0.121	0.075	0.144	0.059	0.033	0.164	0.078	0.043	0.018	0.015
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.147	0.067	0.039	0.013	0.014	0.121	0.076	0.145	0.059	0.033	0.164	0.078	0.043	0.018	0.015
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.115	0.058	0.036	0.015	0.019	0.095	0.048	0.029	0.020	0.026	0.094	0.047	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.115	0.058	0.036	0.015	0.019	0.095	0.048	0.029	0.020	0.026	0.094	0.047	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.115	0.058	0.036	0.015	0.019	0.095	0.048	0.029	0.020	0.026	0.094	0.047	0.023	0.011	0.005

Tabela B.28: Função *Blocks* e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	15.0	15.7	20.2	23.9	41.3	13.5	16.0	20.6	22.8	38.1	12.6	15.9	19.5	23.2	34.3
	\bar{K}_{2L}	12.0	15.0	14.0	14.0	15.0	11.0	15.0	14.0	14.0	15.0	11.0	15.0	13.0	14.0	15.0
	\bar{K}_{1N}	26.7	37.5	47.6	53.3	65.7	23.6	28.1	45.4	49.1	63.6	12.8	16.5	19.7	29.1	57.6
	\bar{K}_{2N}	22.0	25.0	30.0	27.0	34.0	16.0	19.0	27.0	22.0	26.3	13.0	15.0	12.0	15.0	18.0
db6	\bar{K}_{1L}	18.4	12.7	15.2	16.5	26.1	20.1	11.5	14.7	15.3	24.6	20.6	11.6	15.0	15.2	23.9
	\bar{K}_{2L}	15.3	12.0	12.0	12.0	13.0	17.0	11.0	12.0	13.0	13.0	17.0	11.0	12.0	13.0	13.0
	\bar{K}_{1N}	25.9	31.3	44.3	48.3	60.7	16.4	40.0	45.9	52.6	63.5	16.4	23.3	20.3	26.3	70.4
	\bar{K}_{2N}	17.0	18.0	23.0	21.0	30.0	15.0	25.0	20.0	21.0	24.0	16.0	16.0	13.0	14.0	24.0
sym8	\bar{K}_{1L}	20.3	12.4	15.9	18.2	28.6	22.1	11.4	13.3	17.1	25.4	23.0	11.3	13.0	16.4	24.9
	\bar{K}_{2L}	18.0	12.0	12.0	12.0	13.0	20.0	11.0	11.0	12.0	12.0	20.0	11.0	10.0	11.5	12.0
	\bar{K}_{1N}	24.6	33.0	46.7	51.8	70.2	15.6	23.2	42.2	52.1	66.6	17.6	12.8	23.1	23.5	58.9
	\bar{K}_{2N}	19.0	21.0	26.0	21.0	31.0	15.0	17.0	25.0	19.0	24.0	17.0	11.0	17.0	13.0	18.0

Tabela B.29: Função *Blocks* e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondasletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8113 (0.00171)	0.7646 (0.00227)	0.8787 (0.00163)	0.8930 (0.00158)	0.9464 (0.00114)	0.8114 (0.00059)	0.7647 (0.00077)	0.8787 (0.00056)	0.8932 (0.00052)	0.9466 (0.00038)	0.8114 (0.00024)	0.7647 (0.00034)	0.8788 (0.00025)	0.8932 (0.00023)	0.9467 (0.00016)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8113 (0.00171)	0.7646 (0.00227)	0.8787 (0.00163)	0.8930 (0.00158)	0.9464 (0.00114)	0.8114 (0.00059)	0.7647 (0.00077)	0.8787 (0.00056)	0.8932 (0.00052)	0.9466 (0.00038)	0.8114 (0.00024)	0.7647 (0.00034)	0.8788 (0.00025)	0.8932 (0.00023)	0.9467 (0.00016)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8113 (0.00171)	0.7646 (0.00227)	0.8787 (0.00163)	0.8930 (0.00158)	0.9464 (0.00114)	0.8114 (0.00059)	0.7647 (0.00077)	0.8787 (0.00056)	0.8932 (0.00052)	0.9466 (0.00038)	0.8114 (0.00024)	0.7647 (0.00034)	0.8788 (0.00025)	0.8932 (0.00023)	0.9467 (0.00016)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.5488 (0.00326)	0.7482 (0.00299)	0.8613 (0.00234)	0.8834 (0.00251)	0.9478 (0.00249)	0.5458 (0.00093)	0.7439 (0.00087)	0.8568 (0.00070)	0.8727 (0.00060)	0.9366 (0.00048)	0.5456 (0.00040)	0.7436 (0.00037)	0.8567 (0.00030)	0.8722 (0.00027)	0.9358 (0.00019)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.5488 (0.00326)	0.7482 (0.00299)	0.8613 (0.00233)	0.8834 (0.00251)	0.9478 (0.00249)	0.5458 (0.00093)	0.7439 (0.00087)	0.8568 (0.00070)	0.8727 (0.00060)	0.9366 (0.00048)	0.5456 (0.00040)	0.7436 (0.00037)	0.8567 (0.00030)	0.8722 (0.00027)	0.9358 (0.00019)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.5488 (0.00326)	0.7482 (0.00299)	0.8613 (0.00233)	0.8834 (0.00251)	0.9478 (0.00249)	0.5458 (0.00093)	0.7439 (0.00087)	0.8568 (0.00070)	0.8727 (0.00060)	0.9366 (0.00048)	0.5456 (0.00040)	0.7436 (0.00037)	0.8567 (0.00030)	0.8722 (0.00027)	0.9358 (0.00019)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8397 (0.00138)	0.7570 (0.00218)	0.8687 (0.00171)	0.8863 (0.00181)	0.9419 (0.00130)	0.8399 (0.00047)	0.7570 (0.00073)	0.8686 (0.00058)	0.8866 (0.00057)	0.9421 (0.00044)	0.8399 (0.00019)	0.7569 (0.00032)	0.8686 (0.00025)	0.8866 (0.00025)	0.9421 (0.00018)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8397 (0.00138)	0.7570 (0.00218)	0.8687 (0.00171)	0.8863 (0.00181)	0.9419 (0.00130)	0.8399 (0.00047)	0.7570 (0.00073)	0.8686 (0.00058)	0.8866 (0.00057)	0.9421 (0.00044)	0.8399 (0.00019)	0.7569 (0.00032)	0.8686 (0.00025)	0.8866 (0.00025)	0.9421 (0.00018)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8397 (0.00138)	0.7570 (0.00218)	0.8687 (0.00171)	0.8863 (0.00181)	0.9419 (0.00130)	0.8399 (0.00047)	0.7570 (0.00073)	0.8686 (0.00058)	0.8866 (0.00057)	0.9421 (0.00044)	0.8399 (0.00019)	0.7569 (0.00032)	0.8686 (0.00025)	0.8866 (0.00025)	0.9421 (0.00018)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.4423 (0.00318)	0.7404 (0.00286)	0.8483 (0.00242)	0.8798 (0.00281)	0.9436 (0.00281)	0.4397 (0.00106)	0.7375 (0.00088)	0.8439 (0.00072)	0.8715 (0.00063)	0.9341 (0.00049)	0.4395 (0.00045)	0.7374 (0.00038)	0.8438 (0.00030)	0.8709 (0.00028)	0.9334 (0.00020)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.4423 (0.00318)	0.7404 (0.00286)	0.8483 (0.00241)	0.8798 (0.00281)	0.9436 (0.00281)	0.4397 (0.00106)	0.7375 (0.00088)	0.8439 (0.00072)	0.8715 (0.00063)	0.9341 (0.00049)	0.4395 (0.00045)	0.7374 (0.00038)	0.8438 (0.00030)	0.8709 (0.00028)	0.9334 (0.00020)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.4423 (0.00318)	0.7404 (0.00286)	0.8483 (0.00241)	0.8799 (0.00281)	0.9437 (0.00282)	0.4397 (0.00106)	0.7375 (0.00088)	0.8439 (0.00072)	0.8715 (0.00063)	0.9341 (0.00049)	0.4395 (0.00045)	0.7374 (0.00038)	0.8438 (0.00030)	0.8709 (0.00028)	0.9334 (0.00020)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8015 (0.00157)	0.7140 (0.00248)	0.8472 (0.00197)	0.8758 (0.00177)	0.9367 (0.00129)	0.8017 (0.00054)	0.7140 (0.00084)	0.8472 (0.00068)	0.8761 (0.00057)	0.9370 (0.00044)	0.8017 (0.00022)	0.7139 (0.00037)	0.8472 (0.00029)	0.8761 (0.00026)	0.9370 (0.00018)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8015 (0.00157)	0.7140 (0.00248)	0.8472 (0.00197)	0.8758 (0.00177)	0.9367 (0.00129)	0.8017 (0.00054)	0.7140 (0.00084)	0.8472 (0.00068)	0.8761 (0.00057)	0.9370 (0.00044)	0.8017 (0.00022)	0.7139 (0.00037)	0.8472 (0.00029)	0.8761 (0.00026)	0.9370 (0.00018)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8015 (0.00157)	0.7140 (0.00248)	0.8472 (0.00197)	0.8758 (0.00177)	0.9367 (0.00129)	0.8017 (0.00054)	0.7140 (0.00084)	0.8472 (0.00068)	0.8761 (0.00057)	0.9370 (0.00044)	0.8017 (0.00022)	0.7139 (0.00037)	0.8472 (0.00029)	0.8761 (0.00026)	0.9370 (0.00018)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.4435 (0.00349)	0.7520 (0.00262)	0.8619 (0.00282)	0.8786 (0.00275)	0.9489 (0.00245)	0.4385 (0.00104)	0.7465 (0.00082)	0.8557 (0.00076)	0.8691 (0.00059)	0.9355 (0.00045)	0.4383 (0.00044)	0.7462 (0.00035)	0.8553 (0.00033)	0.8685 (0.00026)	0.9348 (0.00019)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.4435 (0.00349)	0.7520 (0.00262)	0.8619 (0.00282)	0.8786 (0.00275)	0.9489 (0.00245)	0.4385 (0.00104)	0.7465 (0.00082)	0.8557 (0.00076)	0.8691 (0.00059)	0.9355 (0.00045)	0.4383 (0.00044)	0.7462 (0.00035)	0.8553 (0.00033)	0.8685 (0.00026)	0.9348 (0.00019)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.4435 (0.00349)	0.7520 (0.00261)	0.8619 (0.00282)	0.8786 (0.00275)	0.9489 (0.00244)	0.4385 (0.00104)	0.7465 (0.00082)	0.8557 (0.00076)	0.8691 (0.00059)	0.9355 (0.00045)	0.4383 (0.00044)	0.7462 (0.00035)	0.8553 (0.00033)	0.8685 (0.00026)	0.9348 (0.00019)

Tabela B.30: Função *Blocks* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	3.56e-2	5.54e-2	1.47e-2	1.14e-2	2.86e-3	3.55e-2	5.53e-2	1.47e-2	1.14e-2	2.84e-3	3.55e-2	5.53e-2	1.47e-2	1.14e-2	2.84e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	3.56e-2	5.54e-2	1.47e-2	1.14e-2	2.86e-3	3.55e-2	5.53e-2	1.47e-2	1.14e-2	2.84e-3	3.55e-2	5.53e-2	1.47e-2	1.14e-2	2.84e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	3.56e-2	5.54e-2	1.47e-2	1.14e-2	2.86e-3	3.55e-2	5.53e-2	1.47e-2	1.14e-2	2.84e-3	3.55e-2	5.53e-2	1.47e-2	1.14e-2	2.84e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	2.03e-1	6.33e-2	1.92e-2	1.36e-2	2.72e-3	2.06e-1	6.55e-2	2.05e-2	1.62e-2	4.01e-3	2.06e-1	6.57e-2	2.05e-2	1.63e-2	4.10e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	2.03e-1	6.33e-2	1.92e-2	1.36e-2	2.72e-3	2.06e-1	6.55e-2	2.05e-2	1.62e-2	4.01e-3	2.06e-1	6.57e-2	2.05e-2	1.63e-2	4.10e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	2.03e-1	6.33e-2	1.92e-2	1.36e-2	2.72e-3	2.06e-1	6.55e-2	2.05e-2	1.62e-2	4.01e-3	2.06e-1	6.57e-2	2.05e-2	1.63e-2	4.10e-3
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	2.57e-2	5.90e-2	1.72e-2	1.29e-2	3.36e-3	2.56e-2	5.90e-2	1.72e-2	1.28e-2	3.34e-3	2.56e-2	5.90e-2	1.72e-2	1.28e-2	3.34e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	2.57e-2	5.90e-2	1.72e-2	1.29e-2	3.36e-3	2.56e-2	5.90e-2	1.72e-2	1.28e-2	3.34e-3	2.56e-2	5.90e-2	1.72e-2	1.28e-2	3.34e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	2.57e-2	5.90e-2	1.72e-2	1.29e-2	3.36e-3	2.56e-2	5.90e-2	1.72e-2	1.28e-2	3.34e-3	2.56e-2	5.90e-2	1.72e-2	1.28e-2	3.34e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	3.11e-1	6.73e-2	2.30e-2	1.44e-2	3.17e-3	3.14e-1	6.89e-2	2.43e-2	1.65e-2	4.33e-3	3.14e-1	6.89e-2	2.44e-2	1.66e-2	4.42e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	3.11e-1	6.73e-2	2.30e-2	1.44e-2	3.17e-3	3.14e-1	6.89e-2	2.43e-2	1.65e-2	4.33e-3	3.14e-1	6.89e-2	2.44e-2	1.66e-2	4.42e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	3.11e-1	6.73e-2	2.30e-2	1.44e-2	3.17e-3	3.14e-1	6.89e-2	2.43e-2	1.65e-2	4.33e-3	3.14e-1	6.89e-2	2.44e-2	1.66e-2	4.42e-3
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	3.93e-2	8.18e-2	2.33e-2	1.54e-2	4.00e-3	3.93e-2	8.18e-2	2.33e-2	1.53e-2	3.96e-3	3.93e-2	8.18e-2	2.33e-2	1.53e-2	3.96e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	3.93e-2	8.18e-2	2.33e-2	1.54e-2	4.00e-3	3.93e-2	8.18e-2	2.33e-2	1.53e-2	3.96e-3	3.93e-2	8.18e-2	2.33e-2	1.53e-2	3.96e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	3.93e-2	8.18e-2	2.33e-2	1.54e-2	4.00e-3	3.93e-2	8.18e-2	2.33e-2	1.53e-2	3.96e-3	3.93e-2	8.18e-2	2.33e-2	1.53e-2	3.96e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	3.10e-1	6.15e-2	1.91e-2	1.47e-2	2.61e-3	3.15e-1	6.42e-2	2.08e-2	1.71e-2	4.14e-3	3.15e-1	6.44e-2	2.09e-2	1.73e-2	4.23e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	3.10e-1	6.15e-2	1.91e-2	1.47e-2	2.61e-3	3.15e-1	6.42e-2	2.08e-2	1.71e-2	4.14e-3	3.15e-1	6.44e-2	2.09e-2	1.73e-2	4.23e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	3.10e-1	6.15e-2	1.90e-2	1.47e-2	2.61e-3	3.15e-1	6.42e-2	2.08e-2	1.71e-2	4.14e-3	3.15e-1	6.44e-2	2.09e-2	1.73e-2	4.23e-3

Tabela B.31: Função *Blocks* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	15.183	7.706	3.752	1.708	0.746	22.209	10.787	5.266	2.146	0.965	56.959	26.118	13.011	4.334	2.103
	EQMI(\hat{f}_{2L})	15.183	7.706	3.752	1.708	0.746	22.209	10.787	5.266	2.146	0.965	56.959	26.118	13.011	4.334	2.103
	EQMI(\hat{f}_{3L})	15.183	7.706	3.752	1.708	0.746	22.209	10.787	5.266	2.146	0.965	56.959	26.118	13.011	4.334	2.103
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.461	7.350	3.573	1.658	0.722	15.655	7.533	3.583	1.666	0.716	21.271	8.374	3.843	1.720	0.743
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.461	7.350	3.573	1.658	0.722	15.655	7.533	3.583	1.666	0.716	21.271	8.374	3.843	1.720	0.743
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.461	7.350	3.573	1.658	0.722	15.655	7.533	3.583	1.666	0.716	21.271	8.374	3.843	1.720	0.743
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.304	7.317	3.556	1.651	0.717	14.314	7.305	3.507	1.643	0.709	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.304	7.317	3.556	1.651	0.717	14.314	7.305	3.507	1.643	0.709	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714
EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.304	7.317	3.556	1.651	0.717	14.314	7.305	3.507	1.643	0.709	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714	
db6	EQMI(f_{1L})	15.193	7.693	3.736	1.704	0.743	22.308	10.691	5.130	2.116	0.944	57.510	25.593	12.282	4.175	1.994
	EQMI(f_{2L})	15.193	7.693	3.736	1.704	0.743	22.308	10.691	5.130	2.116	0.944	57.510	25.593	12.282	4.175	1.994
	EQMI(f_{3L})	15.193	7.693	3.736	1.704	0.743	22.308	10.691	5.130	2.116	0.944	57.510	25.593	12.282	4.175	1.994
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.424	7.364	3.574	1.658	0.723	15.325	7.641	3.584	1.660	0.717	19.458	8.951	3.831	1.677	0.737
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.424	7.364	3.574	1.658	0.723	15.325	7.641	3.584	1.660	0.717	19.458	8.951	3.831	1.677	0.737
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.424	7.364	3.574	1.658	0.723	15.325	7.641	3.584	1.660	0.717	19.458	8.951	3.831	1.677	0.737
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.304	7.317	3.556	1.651	0.717	14.314	7.305	3.508	1.643	0.709	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.304	7.317	3.556	1.651	0.717	14.314	7.305	3.508	1.643	0.709	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714
EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.304	7.317	3.556	1.651	0.717	14.314	7.305	3.508	1.643	0.709	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714	
sym8	EQMI(f_{1L})	15.065	7.633	3.710	1.699	0.741	21.160	10.152	4.897	2.075	0.924	51.260	22.660	11.010	3.949	1.887
	EQMI(\hat{f}_{2L})	15.065	7.633	3.710	1.699	0.741	21.160	10.152	4.897	2.075	0.924	51.260	22.660	11.010	3.949	1.887
	EQMI(\hat{f}_{3L})	15.065	7.633	3.710	1.699	0.741	21.160	10.152	4.897	2.075	0.924	51.260	22.660	11.010	3.949	1.887
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.427	7.371	3.578	1.657	0.724	15.326	7.641	3.590	1.662	0.717	19.438	8.922	3.833	1.681	0.740
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.427	7.371	3.578	1.657	0.724	15.326	7.641	3.590	1.662	0.717	19.438	8.922	3.833	1.681	0.740
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.427	7.371	3.578	1.657	0.724	15.326	7.641	3.590	1.662	0.717	19.438	8.922	3.833	1.681	0.740
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.304	7.317	3.556	1.651	0.717	14.314	7.306	3.507	1.643	0.709	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.304	7.317	3.556	1.651	0.717	14.314	7.306	3.507	1.643	0.709	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714
EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.304	7.317	3.556	1.651	0.717	14.314	7.306	3.507	1.643	0.709	13.988	7.154	3.442	1.597	0.714	

Tabela B.32: Função *Blocks* e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	12.8	15.8	18.3	23.6	34.6	13.4	16.0	20.9	20.9	30.5	13.5	15.8	18.4	22.8	37.4
	\bar{K}_{2L}	11.0	15.0	13.0	14.0	15.0	11.0	15.0	13.0	14.0	14.0	11.0	15.0	13.0	14.0	15.0
	\bar{K}_{1N}	12.6	17.0	18.8	21.2	45.3	12.2	18.5	17.6	16.7	26.8	12.7	16.5	15.5	14.4	23.8
	\bar{K}_{2N}	13.0	16.0	13.0	11.5	14.0	12.0	16.0	13.0	9.0	9.0	12.0	16.0	13.0	9.0	8.5
db6	\bar{K}_{1L}	20.3	12.1	15.5	15.7	23.1	20.7	11.9	14.9	15.3	21.8	20.9	11.9	15.0	15.9	23.6
	\bar{K}_{2L}	17.0	12.0	12.0	13.0	13.0	17.0	12.0	12.0	13.0	13.0	17.0	12.0	12.0	13.0	13.0
	\bar{K}_{1N}	17.1	17.6	15.7	21.0	35.4	15.7	16.3	14.7	16.5	24.3	15.3	15.4	11.2	15.3	23.2
	\bar{K}_{2N}	16.0	15.0	11.0	13.0	17.0	15.0	15.0	9.0	13.0	13.0	15.0	15.0	8.0	12.0	13.0
sym8	\bar{K}_{1L}	23.5	11.4	12.6	15.9	23.8	23.3	11.3	11.4	16.8	24.9	22.9	11.3	12.1	16.1	26.0
	\bar{K}_{2L}	20.0	11.0	9.0	12.0	12.0	20.0	11.0	9.0	11.5	11.0	20.0	11.0	9.0	11.0	11.0
	\bar{K}_{1N}	16.5	13.8	21.8	21.3	41.0	16.2	14.3	17.5	16.3	28.3	16.0	11.0	18.0	14.8	27.7
	\bar{K}_{2N}	17.0	11.0	16.0	12.0	16.0	16.0	11.0	16.0	12.0	12.0	16.0	10.0	16.0	12.0	11.0

Tabela B.33: Função *Spikes* e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondasletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9432 (0.00368)	0.9153 (0.00821)	0.9363 (0.00903)	0.8839 (0.00903)	0.9393 (0.00565)	0.9586 (0.00074)	0.9690 (0.00078)	0.9836 (0.00118)	0.9291 (0.00513)	0.9556 (0.00423)	0.9603 (0.00029)	0.9765 (0.00020)	0.9921 (0.00022)	0.9753 (0.00141)	0.9810 (0.00170)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9432 (0.00368)	0.9153 (0.00821)	0.9363 (0.00903)	0.8839 (0.00903)	0.9393 (0.00565)	0.9586 (0.00074)	0.9690 (0.00078)	0.9836 (0.00118)	0.9291 (0.00513)	0.9556 (0.00423)	0.9603 (0.00029)	0.9765 (0.00020)	0.9921 (0.00022)	0.9753 (0.00141)	0.9810 (0.00170)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9432 (0.00368)	0.9153 (0.00821)	0.9363 (0.00903)	0.8839 (0.00903)	0.9393 (0.00565)	0.9586 (0.00074)	0.9690 (0.00078)	0.9836 (0.00118)	0.9291 (0.00513)	0.9556 (0.00423)	0.9603 (0.00029)	0.9765 (0.00020)	0.9921 (0.00022)	0.9753 (0.00141)	0.9810 (0.00170)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9806 (0.00478)	0.9911 (0.00324)	0.9954 (0.00252)	0.9951 (0.00208)	0.9969 (0.00204)	0.9683 (0.00830)	0.9914 (0.00198)	0.9974 (0.00111)	0.9980 (0.00077)	0.9990 (0.00062)	0.9255 (0.01262)	0.9838 (0.00189)	0.9971 (0.00090)	0.9986 (0.00063)	0.9993 (0.00042)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9806 (0.00478)	0.9911 (0.00324)	0.9954 (0.00252)	0.9951 (0.00208)	0.9969 (0.00204)	0.9683 (0.00820)	0.9914 (0.00198)	0.9974 (0.00111)	0.9980 (0.00077)	0.9990 (0.00062)	0.9255 (0.01261)	0.9838 (0.00188)	0.9971 (0.00090)	0.9986 (0.00063)	0.9993 (0.00042)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9806 (0.00478)	0.9911 (0.00324)	0.9954 (0.00252)	0.9951 (0.00208)	0.9969 (0.00204)	0.9683 (0.00810)	0.9914 (0.00197)	0.9974 (0.00111)	0.9980 (0.00077)	0.9990 (0.00062)	0.9259 (0.01237)	0.9838 (0.00188)	0.9971 (0.00090)	0.9986 (0.00063)	0.9993 (0.00042)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9416 (0.00421)	0.8964 (0.01200)	0.9193 (0.01110)	0.8783 (0.00963)	0.9362 (0.00579)	0.9590 (0.00079)	0.9690 (0.00085)	0.9833 (0.00131)	0.9047 (0.00678)	0.9430 (0.00506)	0.9608 (0.00032)	0.9770 (0.00019)	0.9924 (0.00021)	0.9502 (0.00294)	0.9607 (0.00319)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9416 (0.00421)	0.8964 (0.01200)	0.9193 (0.01110)	0.8783 (0.00963)	0.9362 (0.00579)	0.9590 (0.00079)	0.9690 (0.00085)	0.9833 (0.00131)	0.9047 (0.00678)	0.9430 (0.00506)	0.9608 (0.00032)	0.9770 (0.00019)	0.9924 (0.00021)	0.9502 (0.00294)	0.9607 (0.00319)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9416 (0.00421)	0.8964 (0.01200)	0.9193 (0.01110)	0.8783 (0.00963)	0.9362 (0.00579)	0.9590 (0.00079)	0.9690 (0.00085)	0.9833 (0.00131)	0.9047 (0.00678)	0.9430 (0.00506)	0.9608 (0.00032)	0.9770 (0.00019)	0.9924 (0.00021)	0.9502 (0.00294)	0.9607 (0.00319)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9778 (0.00371)	0.9894 (0.00218)	0.9939 (0.00194)	0.9938 (0.00150)	0.9953 (0.00167)	0.9653 (0.00830)	0.9934 (0.00112)	0.9970 (0.00065)	0.9979 (0.00046)	0.9987 (0.00035)	0.9111 (0.01206)	0.9828 (0.00179)	0.9959 (0.00081)	0.9991 (0.00028)	0.9994 (0.00019)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9778 (0.00371)	0.9894 (0.00218)	0.9939 (0.00194)	0.9938 (0.00150)	0.9953 (0.00167)	0.9653 (0.00806)	0.9934 (0.00112)	0.9970 (0.00065)	0.9979 (0.00046)	0.9987 (0.00035)	0.9111 (0.01196)	0.9829 (0.00172)	0.9959 (0.00080)	0.9991 (0.00028)	0.9994 (0.00019)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9778 (0.00371)	0.9894 (0.00218)	0.9939 (0.00194)	0.9938 (0.00150)	0.9953 (0.00167)	0.9653 (0.00792)	0.9934 (0.00111)	0.9970 (0.00065)	0.9979 (0.00046)	0.9987 (0.00035)	0.9114 (0.01187)	0.9829 (0.00168)	0.9959 (0.00079)	0.9991 (0.00028)	0.9994 (0.00019)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9358 (0.00424)	0.8817 (0.01646)	0.9043 (0.01605)	0.8589 (0.01061)	0.9275 (0.00630)	0.9545 (0.00081)	0.9649 (0.00098)	0.9804 (0.00159)	0.8724 (0.00844)	0.9297 (0.00614)	0.9566 (0.00032)	0.9742 (0.00022)	0.9912 (0.00026)	0.9107 (0.00570)	0.9379 (0.00494)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9358 (0.00424)	0.8817 (0.01646)	0.9043 (0.01605)	0.8589 (0.01061)	0.9275 (0.00630)	0.9545 (0.00081)	0.9649 (0.00098)	0.9804 (0.00159)	0.8724 (0.00844)	0.9297 (0.00614)	0.9566 (0.00032)	0.9742 (0.00022)	0.9912 (0.00026)	0.9107 (0.00570)	0.9379 (0.00494)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9358 (0.00424)	0.8817 (0.01646)	0.9043 (0.01605)	0.8589 (0.01061)	0.9275 (0.00630)	0.9545 (0.00081)	0.9649 (0.00098)	0.9804 (0.00159)	0.8724 (0.00844)	0.9297 (0.00614)	0.9566 (0.00032)	0.9742 (0.00022)	0.9912 (0.00026)	0.9107 (0.00570)	0.9379 (0.00494)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9762 (0.00349)	0.9894 (0.00303)	0.9944 (0.00241)	0.9942 (0.00176)	0.9958 (0.00198)	0.9553 (0.00939)	0.9921 (0.00153)	0.9973 (0.00087)	0.9983 (0.00038)	0.9990 (0.00041)	0.9162 (0.01518)	0.9858 (0.00273)	0.9972 (0.00057)	0.9990 (0.00024)	0.9993 (0.00026)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9762 (0.00349)	0.9894 (0.00303)	0.9944 (0.00241)	0.9942 (0.00176)	0.9958 (0.00198)	0.9554 (0.00919)	0.9921 (0.00153)	0.9973 (0.00087)	0.9983 (0.00038)	0.9990 (0.00041)	0.9162 (0.01508)	0.9858 (0.00272)	0.9972 (0.00057)	0.9990 (0.00024)	0.9993 (0.00026)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9762 (0.00349)	0.9894 (0.00303)	0.9944 (0.00241)	0.9942 (0.00176)	0.9958 (0.00198)	0.9554 (0.00907)	0.9921 (0.00153)	0.9973 (0.00087)	0.9983 (0.00038)	0.9990 (0.00041)	0.9165 (0.01463)	0.9858 (0.00272)	0.9972 (0.00057)	0.9990 (0.00024)	0.9993 (0.00026)

Tabela B.34: Função *Spikes* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	2.20e-3	5.64e-3	2.96e-3	1.13e-2	2.60e-3	9.85e-4	4.40e-4	4.19e-5	3.74e-3	1.20e-3	8.79e-4	1.83e-4	4.38e-6	2.17e-4	8.35e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	2.20e-3	5.64e-3	2.96e-3	1.13e-2	2.60e-3	9.85e-4	4.40e-4	4.19e-5	3.74e-3	1.20e-3	8.79e-4	1.83e-4	4.38e-6	2.17e-4	8.35e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	2.20e-3	5.64e-3	2.96e-3	1.13e-2	2.60e-3	9.85e-4	4.40e-4	4.19e-5	3.74e-3	1.20e-3	8.79e-4	1.83e-4	4.38e-6	2.17e-4	8.35e-5
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.11e-4	1.16e-5	3.58e-5	3.02e-5	5.19e-5	5.39e-4	5.81e-6	5.53e-5	6.50e-5	8.05e-5	4.32e-3	4.24e-5	5.16e-5	7.48e-5	8.64e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.11e-4	1.16e-5	3.58e-5	3.02e-5	5.19e-5	5.39e-4	5.80e-6	5.53e-5	6.50e-5	8.05e-5	4.31e-3	4.24e-5	5.16e-5	7.48e-5	8.64e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.11e-4	1.16e-5	3.58e-5	3.02e-5	5.19e-5	5.35e-4	5.79e-6	5.53e-5	6.50e-5	8.05e-5	4.26e-3	4.24e-5	5.16e-5	7.48e-5	8.64e-5
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	2.36e-3	8.90e-3	5.12e-3	1.26e-2	2.93e-3	9.64e-4	4.40e-4	4.61e-5	7.32e-3	2.23e-3	8.53e-4	1.69e-4	5.75e-6	1.59e-3	8.68e-4
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	2.36e-3	8.90e-3	5.12e-3	1.26e-2	2.93e-3	9.64e-4	4.40e-4	4.61e-5	7.32e-3	2.23e-3	8.53e-4	1.69e-4	5.75e-6	1.59e-3	8.68e-4
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	2.36e-3	8.90e-3	5.12e-3	1.26e-2	2.93e-3	9.64e-4	4.40e-4	4.61e-5	7.32e-3	2.23e-3	8.53e-4	1.69e-4	5.75e-6	1.59e-3	8.68e-4
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.63e-4	5.06e-6	1.90e-5	1.64e-5	3.11e-5	6.81e-4	1.29e-5	4.92e-5	6.25e-5	7.61e-5	6.37e-3	5.44e-5	3.54e-5	8.37e-5	8.85e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.63e-4	5.06e-6	1.90e-5	1.64e-5	3.11e-5	6.75e-4	1.29e-5	4.92e-5	6.25e-5	7.61e-5	6.36e-3	5.40e-5	3.55e-5	8.37e-5	8.85e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.63e-4	5.06e-6	1.90e-5	1.64e-5	3.11e-5	6.72e-4	1.29e-5	4.92e-5	6.25e-5	7.61e-5	6.31e-3	5.38e-5	3.54e-5	8.37e-5	8.85e-5
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	2.96e-3	1.20e-2	7.60e-3	1.73e-2	3.95e-3	1.26e-3	6.30e-4	9.42e-5	1.39e-2	3.67e-3	1.12e-3	2.49e-4	1.44e-6	6.32e-3	2.74e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	2.96e-3	1.20e-2	7.60e-3	1.73e-2	3.95e-3	1.26e-3	6.30e-4	9.42e-5	1.39e-2	3.67e-3	1.12e-3	2.49e-4	1.44e-6	6.32e-3	2.74e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	2.96e-3	1.20e-2	7.60e-3	1.73e-2	3.95e-3	1.26e-3	6.30e-4	9.42e-5	1.39e-2	3.67e-3	1.12e-3	2.49e-4	1.44e-6	6.32e-3	2.74e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	2.03e-4	9.49e-6	2.51e-5	2.04e-5	3.72e-5	1.29e-3	6.61e-6	5.35e-5	6.89e-5	8.04e-5	5.68e-3	2.51e-5	5.16e-5	8.05e-5	8.65e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	2.03e-4	9.49e-6	2.51e-5	2.04e-5	3.72e-5	1.28e-3	6.60e-6	5.35e-5	6.89e-5	8.04e-5	5.67e-3	2.50e-5	5.16e-5	8.05e-5	8.65e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	2.03e-4	9.49e-6	2.51e-5	2.04e-5	3.72e-5	1.28e-3	6.59e-6	5.35e-5	6.89e-5	8.04e-5	5.61e-3	2.49e-5	5.16e-5	8.05e-5	8.65e-5

Tabela B.35: Função *Spikes* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	0.109	0.053	0.026	0.012	0.006	0.207	0.090	0.043	0.013	0.007	0.698	0.270	0.124	0.016	0.008
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.109	0.053	0.026	0.012	0.006	0.207	0.090	0.043	0.013	0.007	0.698	0.270	0.124	0.016	0.008
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.109	0.053	0.026	0.012	0.006	0.207	0.090	0.043	0.013	0.007	0.698	0.270	0.124	0.016	0.008
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.155	0.124	0.162	0.041	0.090	0.227	0.200	0.247	0.108	0.146	0.212	0.190	0.348	0.170	0.220
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.155	0.124	0.162	0.041	0.090	0.226	0.200	0.247	0.108	0.146	0.212	0.190	0.348	0.170	0.220
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.155	0.124	0.162	0.041	0.090	0.226	0.200	0.247	0.108	0.146	0.213	0.190	0.348	0.170	0.220
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.103	0.069	0.077	0.044	0.077	0.111	0.072	0.065	0.047	0.074	0.095	0.057	0.046	0.043	0.041
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.103	0.069	0.077	0.044	0.077	0.111	0.072	0.065	0.047	0.074	0.095	0.058	0.046	0.043	0.041
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.103	0.069	0.077	0.044	0.077	0.111	0.072	0.065	0.047	0.074	0.095	0.058	0.046	0.043	0.041
db6	EQMI(f_{1L})	0.107	0.050	0.024	0.011	0.005	0.206	0.088	0.041	0.012	0.005	0.705	0.278	0.130	0.013	0.006
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.107	0.050	0.024	0.011	0.005	0.206	0.088	0.041	0.012	0.005	0.705	0.278	0.130	0.013	0.006
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.107	0.050	0.024	0.011	0.005	0.206	0.088	0.041	0.012	0.005	0.705	0.278	0.130	0.013	0.006
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.143	0.082	0.054	0.019	0.014	0.243	0.240	0.154	0.083	0.066	0.180	0.159	0.173	0.229	0.167
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.143	0.082	0.054	0.019	0.014	0.243	0.240	0.154	0.083	0.066	0.180	0.159	0.173	0.229	0.167
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.143	0.082	0.054	0.019	0.014	0.243	0.240	0.154	0.083	0.066	0.181	0.159	0.173	0.229	0.167
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.093	0.052	0.039	0.021	0.018	0.110	0.061	0.055	0.053	0.055	0.094	0.057	0.048	0.055	0.056
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.093	0.052	0.039	0.021	0.018	0.110	0.061	0.055	0.053	0.055	0.094	0.057	0.048	0.055	0.056
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.093	0.052	0.039	0.021	0.018	0.110	0.061	0.055	0.053	0.055	0.094	0.057	0.048	0.055	0.056
sym8	EQMI(f_{1L})	0.106	0.050	0.024	0.011	0.005	0.191	0.082	0.038	0.012	0.005	0.619	0.237	0.109	0.012	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.106	0.050	0.024	0.011	0.005	0.191	0.082	0.038	0.012	0.005	0.619	0.237	0.109	0.012	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.106	0.050	0.024	0.011	0.005	0.191	0.082	0.038	0.012	0.005	0.619	0.237	0.109	0.012	0.005
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.150	0.072	0.064	0.021	0.022	0.165	0.154	0.162	0.089	0.079	0.203	0.182	0.257	0.161	0.123
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.150	0.072	0.064	0.021	0.022	0.165	0.154	0.162	0.089	0.079	0.203	0.182	0.257	0.161	0.123
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.150	0.072	0.064	0.021	0.022	0.165	0.154	0.162	0.089	0.079	0.204	0.182	0.257	0.161	0.123
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.090	0.049	0.055	0.028	0.038	0.105	0.068	0.060	0.064	0.090	0.094	0.061	0.077	0.102	0.104
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.090	0.049	0.055	0.028	0.038	0.105	0.068	0.060	0.064	0.090	0.094	0.061	0.077	0.102	0.104
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.090	0.049	0.055	0.028	0.038	0.105	0.068	0.060	0.064	0.090	0.094	0.061	0.077	0.102	0.104

Tabela B.36: Função *Spikes* e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1,1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	14.5	19.3	29.0	23.9	38.9	14.2	17.1	24.3	28.0	46.6	14.5	13.8	16.8	25.4	40.0
	\bar{K}_{2L}	11.0	16.0	19.8	14.0	15.0	11.0	12.0	11.0	15.0	15.5	12.0	12.0	10.0	12.0	14.0
	\bar{K}_{1N}	27.0	36.3	39.2	49.7	62.7	34.8	31.1	38.6	52.1	55.2	63.3	69.8	41.8	49.3	70.9
	\bar{K}_{2N}	19.0	19.0	22.5	22.0	29.0	24.0	20.0	19.0	20.0	24.0	27.0	25.0	21.5	21.0	24.8
db6	\bar{K}_{1L}	18.9	26.1	28.0	17.2	25.0	15.9	16.2	26.0	25.3	31.5	14.5	12.2	16.9	23.5	41.6
	\bar{K}_{2L}	17.0	25.0	22.0	12.0	13.0	14.0	14.0	18.0	14.0	14.0	13.0	11.0	12.0	13.0	17.0
	\bar{K}_{1N}	23.0	29.8	37.1	49.0	60.2	44.8	51.8	38.0	49.7	59.6	48.2	41.2	66.8	59.6	59.3
	\bar{K}_{2N}	14.0	15.0	19.0	18.0	27.0	21.0	18.0	16.0	17.0	19.0	20.0	21.0	17.0	19.0	18.3
sym8	\bar{K}_{1L}	16.4	30.0	31.9	17.4	29.5	12.7	16.0	24.6	22.2	32.2	11.5	11.8	20.3	30.7	43.7
	\bar{K}_{2L}	14.0	29.0	26.0	12.0	13.0	11.0	13.0	17.0	13.0	13.0	10.0	10.0	12.0	15.0	17.0
	\bar{K}_{1N}	33.2	33.3	45.8	53.5	65.6	27.6	50.1	40.8	51.1	61.2	65.3	28.9	54.4	46.3	58.9
	\bar{K}_{2N}	15.0	17.0	22.0	20.0	29.5	18.0	18.0	19.0	18.0	22.0	34.0	21.0	21.0	17.0	22.0

Tabela B.37: Função *Spikes* e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondasletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9605 (0.00020)	0.9774 (0.00013)	0.9931 (0.00011)	0.9858 (0.00067)	0.9890 (0.00099)	0.9607 (0.00007)	0.9781 (0.00004)	0.9941 (0.00002)	0.9964 (0.00008)	0.9981 (0.00012)	0.9607 (0.00003)	0.9782 (0.00002)	0.9942 (0.00001)	0.9976 (0.00002)	0.9992 (0.00003)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9605 (0.00020)	0.9774 (0.00013)	0.9931 (0.00011)	0.9858 (0.00067)	0.9890 (0.00099)	0.9607 (0.00007)	0.9781 (0.00004)	0.9941 (0.00002)	0.9964 (0.00008)	0.9981 (0.00012)	0.9607 (0.00003)	0.9782 (0.00002)	0.9942 (0.00001)	0.9976 (0.00002)	0.9992 (0.00003)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9605 (0.00020)	0.9774 (0.00013)	0.9931 (0.00011)	0.9858 (0.00067)	0.9890 (0.00099)	0.9607 (0.00007)	0.9781 (0.00004)	0.9941 (0.00002)	0.9964 (0.00008)	0.9981 (0.00012)	0.9607 (0.00003)	0.9782 (0.00002)	0.9942 (0.00001)	0.9976 (0.00002)	0.9992 (0.00003)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9047 (0.00466)	0.9814 (0.00138)	0.9960 (0.00085)	0.9981 (0.00097)	0.9994 (0.00038)	0.8948 (0.00037)	0.9759 (0.00022)	0.9941 (0.00014)	0.9965 (0.00099)	0.9991 (0.00046)	0.8939 (0.00007)	0.9755 (0.00004)	0.9939 (0.00004)	0.9953 (0.00040)	0.9988 (0.00039)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9047 (0.00464)	0.9814 (0.00138)	0.9960 (0.00085)	0.9981 (0.00097)	0.9994 (0.00038)	0.8948 (0.00036)	0.9759 (0.00022)	0.9941 (0.00014)	0.9965 (0.00098)	0.9991 (0.00046)	0.8939 (0.00007)	0.9755 (0.00004)	0.9939 (0.00004)	0.9953 (0.00040)	0.9988 (0.00039)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9048 (0.00467)	0.9814 (0.00137)	0.9960 (0.00085)	0.9981 (0.00096)	0.9994 (0.00038)	0.8948 (0.00036)	0.9759 (0.00022)	0.9941 (0.00014)	0.9965 (0.00097)	0.9991 (0.00046)	0.8939 (0.00007)	0.9755 (0.00004)	0.9939 (0.00004)	0.9953 (0.00040)	0.9988 (0.00039)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9610 (0.00021)	0.9779 (0.00011)	0.9934 (0.00010)	0.9691 (0.00167)	0.9715 (0.00253)	0.9612 (0.00007)	0.9787 (0.00003)	0.9943 (0.00002)	0.9934 (0.00017)	0.9947 (0.00041)	0.9612 (0.00003)	0.9788 (0.00002)	0.9944 (0.00001)	0.9962 (0.00003)	0.9983 (0.00008)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9610 (0.00021)	0.9779 (0.00011)	0.9934 (0.00010)	0.9691 (0.00167)	0.9715 (0.00253)	0.9612 (0.00007)	0.9787 (0.00003)	0.9943 (0.00002)	0.9934 (0.00017)	0.9947 (0.00041)	0.9612 (0.00003)	0.9788 (0.00002)	0.9944 (0.00001)	0.9962 (0.00003)	0.9983 (0.00008)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9610 (0.00021)	0.9779 (0.00011)	0.9934 (0.00010)	0.9691 (0.00167)	0.9715 (0.00253)	0.9612 (0.00007)	0.9787 (0.00003)	0.9943 (0.00002)	0.9934 (0.00017)	0.9947 (0.00041)	0.9612 (0.00003)	0.9788 (0.00002)	0.9944 (0.00001)	0.9962 (0.00003)	0.9983 (0.00008)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.8891 (0.00411)	0.9801 (0.00135)	0.9952 (0.00052)	0.9980 (0.00076)	0.9995 (0.00023)	0.8726 (0.00065)	0.9745 (0.00023)	0.9939 (0.00011)	0.9981 (0.00070)	0.9990 (0.00040)	0.8711 (0.00015)	0.9741 (0.00004)	0.9935 (0.00006)	0.9956 (0.00036)	0.9991 (0.00036)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.8891 (0.00406)	0.9801 (0.00134)	0.9952 (0.00051)	0.9980 (0.00073)	0.9995 (0.00023)	0.8726 (0.00064)	0.9745 (0.00023)	0.9939 (0.00011)	0.9981 (0.00070)	0.9990 (0.00040)	0.8711 (0.00015)	0.9741 (0.00004)	0.9935 (0.00006)	0.9956 (0.00036)	0.9991 (0.00036)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.8891 (0.00405)	0.9801 (0.00134)	0.9952 (0.00050)	0.9980 (0.00069)	0.9995 (0.00023)	0.8726 (0.00064)	0.9745 (0.00023)	0.9939 (0.00011)	0.9981 (0.00070)	0.9990 (0.00040)	0.8711 (0.00015)	0.9741 (0.00004)	0.9935 (0.00006)	0.9956 (0.00036)	0.9991 (0.00036)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9568 (0.00021)	0.9753 (0.00013)	0.9924 (0.00013)	0.9384 (0.00446)	0.9463 (0.00447)	0.9570 (0.00008)	0.9762 (0.00004)	0.9935 (0.00002)	0.9903 (0.00034)	0.9889 (0.00130)	0.9570 (0.00003)	0.9763 (0.00002)	0.9936 (0.00001)	0.9952 (0.00005)	0.9973 (0.00016)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9568 (0.00021)	0.9753 (0.00013)	0.9924 (0.00013)	0.9384 (0.00446)	0.9463 (0.00447)	0.9570 (0.00008)	0.9762 (0.00004)	0.9935 (0.00002)	0.9903 (0.00034)	0.9889 (0.00130)	0.9570 (0.00003)	0.9763 (0.00002)	0.9936 (0.00001)	0.9952 (0.00005)	0.9973 (0.00016)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9568 (0.00021)	0.9753 (0.00013)	0.9924 (0.00013)	0.9384 (0.00446)	0.9463 (0.00447)	0.9570 (0.00008)	0.9762 (0.00004)	0.9935 (0.00002)	0.9903 (0.00034)	0.9889 (0.00130)	0.9570 (0.00003)	0.9763 (0.00002)	0.9936 (0.00001)	0.9952 (0.00005)	0.9973 (0.00016)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.8865 (0.00627)	0.9827 (0.00249)	0.9963 (0.00071)	0.9989 (0.00033)	0.9995 (0.00018)	0.8723 (0.00090)	0.9710 (0.00034)	0.9937 (0.00012)	0.9975 (0.00070)	0.9993 (0.00030)	0.8704 (0.00015)	0.9706 (0.00008)	0.9934 (0.00003)	0.9951 (0.00024)	0.9991 (0.00023)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.8866 (0.00621)	0.9827 (0.00248)	0.9963 (0.00071)	0.9989 (0.00032)	0.9995 (0.00018)	0.8723 (0.00089)	0.9710 (0.00033)	0.9937 (0.00012)	0.9975 (0.00068)	0.9993 (0.00029)	0.8704 (0.00015)	0.9706 (0.00008)	0.9934 (0.00003)	0.9951 (0.00024)	0.9991 (0.00023)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.8867 (0.00622)	0.9827 (0.00246)	0.9963 (0.00071)	0.9989 (0.00032)	0.9995 (0.00018)	0.8723 (0.00089)	0.9710 (0.00033)	0.9937 (0.00012)	0.9975 (0.00067)	0.9993 (0.00029)	0.8704 (0.00015)	0.9706 (0.00008)	0.9934 (0.00003)	0.9951 (0.00023)	0.9991 (0.00022)

Tabela B.38: Função *Spikes* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	1.55e-3	5.08e-4	4.57e-5	2.00e-4	1.21e-4	1.54e-3	4.74e-4	3.41e-5	1.20e-5	3.19e-6	1.53e-3	4.70e-4	3.30e-5	5.11e-6	4.30e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	1.55e-3	5.08e-4	4.57e-5	2.00e-4	1.21e-4	1.54e-3	4.74e-4	3.41e-5	1.20e-5	3.19e-6	1.53e-3	4.70e-4	3.30e-5	5.11e-6	4.30e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	1.55e-3	5.08e-4	4.57e-5	2.00e-4	1.21e-4	1.54e-3	4.74e-4	3.41e-5	1.20e-5	3.19e-6	1.53e-3	4.70e-4	3.30e-5	5.11e-6	4.30e-7
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	9.08e-3	3.45e-4	1.58e-5	4.21e-6	4.27e-7	1.11e-2	5.77e-4	3.37e-5	1.25e-5	7.89e-7	1.12e-2	5.95e-4	3.57e-5	2.12e-5	1.40e-6
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	9.08e-3	3.45e-4	1.58e-5	4.20e-6	4.27e-7	1.11e-2	5.77e-4	3.37e-5	1.24e-5	7.87e-7	1.12e-2	5.95e-4	3.57e-5	2.12e-5	1.40e-6
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	9.07e-3	3.45e-4	1.58e-5	4.18e-6	4.27e-7	1.11e-2	5.77e-4	3.37e-5	1.24e-5	7.85e-7	1.12e-2	5.95e-4	3.57e-5	2.12e-5	1.40e-6
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	1.51e-3	4.83e-4	4.21e-5	9.54e-4	8.12e-4	1.50e-3	4.50e-4	3.15e-5	4.18e-5	2.70e-5	1.50e-3	4.47e-4	3.06e-5	1.37e-5	2.58e-6
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	1.51e-3	4.83e-4	4.21e-5	9.54e-4	8.12e-4	1.50e-3	4.50e-4	3.15e-5	4.18e-5	2.70e-5	1.50e-3	4.47e-4	3.06e-5	1.37e-5	2.58e-6
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	1.51e-3	4.83e-4	4.21e-5	9.54e-4	8.12e-4	1.50e-3	4.50e-4	3.15e-5	4.18e-5	2.70e-5	1.50e-3	4.47e-4	3.06e-5	1.37e-5	2.58e-6
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.23e-2	3.95e-4	2.27e-5	4.02e-6	2.10e-7	1.62e-2	6.43e-4	3.59e-5	3.73e-6	9.97e-7	1.66e-2	6.68e-4	4.16e-5	1.83e-5	8.49e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.23e-2	3.95e-4	2.28e-5	3.99e-6	2.10e-7	1.62e-2	6.43e-4	3.59e-5	3.74e-6	9.98e-7	1.66e-2	6.68e-4	4.16e-5	1.83e-5	8.48e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.23e-2	3.95e-4	2.28e-5	3.94e-6	2.10e-7	1.62e-2	6.43e-4	3.59e-5	3.74e-6	9.98e-7	1.66e-2	6.68e-4	4.16e-5	1.82e-5	8.47e-7
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	1.86e-3	6.05e-4	5.59e-5	3.80e-3	2.90e-3	1.84e-3	5.60e-4	4.09e-5	9.26e-5	1.23e-4	1.84e-3	5.56e-4	3.95e-5	2.19e-5	6.92e-6
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	1.86e-3	6.05e-4	5.59e-5	3.80e-3	2.90e-3	1.84e-3	5.60e-4	4.09e-5	9.26e-5	1.23e-4	1.84e-3	5.56e-4	3.95e-5	2.19e-5	6.92e-6
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	1.86e-3	6.05e-4	5.59e-5	3.80e-3	2.90e-3	1.84e-3	5.60e-4	4.09e-5	9.26e-5	1.23e-4	1.84e-3	5.56e-4	3.95e-5	2.19e-5	6.92e-6
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.29e-2	3.02e-4	1.35e-5	1.12e-6	1.62e-7	1.63e-2	8.34e-4	3.80e-5	6.11e-6	4.63e-7	1.68e-2	8.60e-4	4.19e-5	2.30e-5	6.83e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.29e-2	3.02e-4	1.35e-5	1.12e-6	1.62e-7	1.63e-2	8.34e-4	3.80e-5	6.12e-6	4.62e-7	1.68e-2	8.60e-4	4.19e-5	2.30e-5	6.83e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.29e-2	3.02e-4	1.35e-5	1.11e-6	1.62e-7	1.63e-2	8.34e-4	3.80e-5	6.11e-6	4.62e-7	1.68e-2	8.60e-4	4.19e-5	2.30e-5	6.85e-7

Tabela B.39: Função *Spikes* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	15.542	7.774	3.758	1.660	0.723	25.443	11.399	5.311	1.719	0.750	74.555	29.432	13.259	2.009	0.935
	EQMI(\hat{f}_{2L})	15.542	7.774	3.758	1.660	0.723	25.443	11.399	5.311	1.719	0.750	74.555	29.432	13.259	2.009	0.935
	EQMI(\hat{f}_{3L})	15.542	7.774	3.758	1.660	0.723	25.443	11.399	5.311	1.719	0.750	74.555	29.432	13.259	2.009	0.935
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.343	7.478	3.787	1.791	0.981	14.366	7.382	3.640	1.724	0.886	14.004	7.248	3.616	1.672	0.815
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.343	7.478	3.787	1.790	0.981	14.366	7.382	3.640	1.724	0.886	14.004	7.248	3.616	1.672	0.815
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.343	7.478	3.787	1.790	0.981	14.366	7.382	3.640	1.724	0.886	14.004	7.248	3.616	1.672	0.815
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.303	7.319	3.564	1.670	0.747	14.313	7.305	3.507	1.644	0.716	13.988	7.155	3.441	1.597	0.716
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.304	7.319	3.564	1.670	0.747	14.313	7.305	3.507	1.644	0.716	13.988	7.155	3.441	1.597	0.716
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.303	7.319	3.564	1.670	0.747	14.313	7.305	3.507	1.644	0.716	13.988	7.155	3.441	1.597	0.716
db6	EQMI(f_{1L})	15.558	7.795	3.775	1.654	0.718	25.604	11.620	5.498	1.675	0.721	75.461	30.659	14.287	1.775	0.785
	EQMI(\hat{f}_{2L})	15.558	7.795	3.775	1.654	0.718	25.604	11.620	5.498	1.675	0.721	75.461	30.659	14.287	1.775	0.785
	EQMI(\hat{f}_{3L})	15.558	7.795	3.775	1.654	0.718	25.604	11.620	5.498	1.675	0.721	75.461	30.659	14.287	1.775	0.785
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.355	7.441	3.690	1.740	0.934	14.358	7.399	3.670	1.755	0.780	14.006	7.240	3.586	1.654	0.820
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.354	7.441	3.690	1.740	0.934	14.358	7.399	3.670	1.755	0.780	14.006	7.240	3.586	1.654	0.820
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.354	7.441	3.690	1.741	0.934	14.358	7.399	3.670	1.755	0.780	14.006	7.240	3.586	1.654	0.820
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.303	7.320	3.574	1.683	0.775	14.314	7.305	3.507	1.649	0.730	13.987	7.155	3.442	1.599	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.303	7.320	3.574	1.684	0.775	14.314	7.305	3.507	1.649	0.730	13.987	7.155	3.442	1.599	0.714
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.303	7.320	3.574	1.684	0.775	14.314	7.305	3.507	1.649	0.730	13.987	7.155	3.442	1.599	0.714
sym8	EQMI(f_{1L})	15.382	7.709	3.731	1.652	0.717	24.024	10.842	5.090	1.661	0.714	66.846	26.415	12.064	1.698	0.750
	EQMI(\hat{f}_{2L})	15.382	7.709	3.731	1.652	0.717	24.024	10.842	5.090	1.661	0.714	66.846	26.415	12.064	1.698	0.750
	EQMI(\hat{f}_{3L})	15.382	7.709	3.731	1.652	0.717	24.024	10.842	5.090	1.661	0.714	66.846	26.415	12.064	1.698	0.750
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.328	7.476	3.787	1.819	0.915	14.355	7.359	3.642	1.747	0.853	14.001	7.257	3.602	1.641	0.837
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.328	7.476	3.787	1.819	0.915	14.355	7.359	3.642	1.747	0.853	14.001	7.257	3.602	1.640	0.837
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.328	7.476	3.788	1.819	0.915	14.355	7.359	3.642	1.747	0.853	14.001	7.257	3.602	1.640	0.837
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.303	7.317	3.592	1.757	0.831	14.313	7.305	3.509	1.653	0.740	13.988	7.154	3.447	1.598	0.716
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.303	7.317	3.591	1.757	0.831	14.313	7.305	3.509	1.654	0.740	13.988	7.154	3.447	1.598	0.716
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.303	7.317	3.591	1.757	0.831	14.313	7.305	3.509	1.654	0.740	13.988	7.154	3.447	1.598	0.716

Tabela B.40: Função *Spikes* e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1,1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	13.9	14.1	17.0	24.0	37.5	13.9	14.0	16.0	22.3	30.2	14.4	15.4	22.6	17.0	24.8
	\bar{K}_{2L}	12.0	12.0	10.0	11.0	13.0	12.0	12.0	10.0	9.0	11.0	12.0	12.0	10.5	9.0	9.8
	\bar{K}_{1N}	24.0	43.8	41.6	56.7	60.1	19.3	16.1	42.1	81.4	60.2	14.4	12.1	24.2	69.6	58.4
	\bar{K}_{2N}	18.0	17.8	24.0	24.0	23.5	13.0	10.0	12.0	29.0	23.0	14.0	9.0	11.0	29.0	24.0
db6	\bar{K}_{1L}	14.1	12.4	16.2	23.0	32.7	14.5	12.9	14.0	17.5	25.6	14.4	12.3	18.8	15.0	23.2
	\bar{K}_{2L}	13.0	11.0	11.0	16.0	15.0	13.0	10.0	10.0	11.0	16.0	13.0	10.0	10.0	9.0	11.0
	\bar{K}_{1N}	38.9	28.9	42.5	148.8	68.1	22.2	23.4	32.7	64.9	53.9	22.5	19.3	39.8	65.7	69.6
	\bar{K}_{2N}	13.0	18.0	17.5	250.0	20.0	22.0	12.0	17.0	26.0	23.0	22.0	10.0	12.0	24.0	27.8
sym8	\bar{K}_{1L}	11.1	11.0	19.7	32.5	41.3	11.5	9.5	15.5	20.6	36.9	11.7	11.3	13.6	15.0	25.7
	\bar{K}_{2L}	10.0	9.0	10.5	25.0	18.0	10.0	7.0	9.0	13.0	29.0	10.0	7.0	8.0	9.0	13.0
	\bar{K}_{1N}	34.8	47.4	58.8	54.4	56.7	27.2	18.2	30.8	67.6	66.6	23.1	19.4	34.4	108.9	169.1
	\bar{K}_{2N}	20.0	20.0	23.0	19.0	21.0	21.0	14.0	16.0	29.0	28.5	22.0	13.0	11.0	43.5	250.0

Tabela B.41: Função *Blip* e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondasletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7480 (0.03348)	0.7613 (0.02292)	0.8767 (0.01396)	0.8749 (0.01002)	0.9364 (0.00593)	0.7358 (0.01780)	0.7676 (0.01294)	0.8777 (0.00932)	0.8757 (0.00832)	0.9360 (0.00517)	0.7334 (0.00852)	0.7698 (0.00607)	0.8781 (0.00452)	0.8769 (0.00490)	0.9361 (0.00323)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7480 (0.03348)	0.7613 (0.02292)	0.8767 (0.01396)	0.8749 (0.01002)	0.9364 (0.00593)	0.7358 (0.01780)	0.7676 (0.01294)	0.8777 (0.00932)	0.8757 (0.00832)	0.9360 (0.00517)	0.7334 (0.00852)	0.7698 (0.00607)	0.8781 (0.00452)	0.8769 (0.00490)	0.9361 (0.00323)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7480 (0.03348)	0.7613 (0.02292)	0.8767 (0.01396)	0.8749 (0.01002)	0.9364 (0.00593)	0.7358 (0.01780)	0.7676 (0.01294)	0.8777 (0.00932)	0.8757 (0.00832)	0.9360 (0.00517)	0.7334 (0.00852)	0.7698 (0.00607)	0.8781 (0.00452)	0.8769 (0.00490)	0.9361 (0.00323)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9682 (0.01555)	0.9846 (0.00881)	0.9926 (0.00542)	0.9908 (0.00498)	0.9945 (0.00412)	0.5410 (0.06866)	0.9161 (0.03618)	0.9862 (0.01120)	0.9911 (0.00384)	0.9959 (0.00253)	0.3243 (0.01185)	0.7741 (0.01067)	0.9162 (0.00885)	0.9511 (0.00930)	0.9902 (0.00423)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9682 (0.01555)	0.9846 (0.00881)	0.9926 (0.00542)	0.9908 (0.00498)	0.9945 (0.00412)	0.5512 (0.06638)	0.9162 (0.03595)	0.9862 (0.01114)	0.9911 (0.00384)	0.9959 (0.00253)	0.3242 (0.01179)	0.7741 (0.01061)	0.9162 (0.00882)	0.9511 (0.00925)	0.9902 (0.00423)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9683 (0.01534)	0.9846 (0.00881)	0.9926 (0.00542)	0.9908 (0.00498)	0.9945 (0.00412)	0.5685 (0.06578)	0.9180 (0.03435)	0.9862 (0.01096)	0.9911 (0.00382)	0.9959 (0.00253)	0.3242 (0.01178)	0.7741 (0.01056)	0.9165 (0.00876)	0.9513 (0.00911)	0.9902 (0.00420)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7407 (0.02940)	0.7776 (0.02436)	0.8794 (0.01433)	0.8741 (0.01008)	0.9350 (0.00592)	0.7134 (0.01434)	0.7971 (0.01404)	0.8890 (0.00985)	0.8742 (0.00945)	0.9345 (0.00569)	0.7067 (0.00678)	0.8029 (0.00651)	0.8938 (0.00485)	0.8745 (0.00591)	0.9342 (0.00389)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7407 (0.02940)	0.7776 (0.02436)	0.8794 (0.01433)	0.8741 (0.01008)	0.9350 (0.00592)	0.7134 (0.01434)	0.7971 (0.01404)	0.8890 (0.00985)	0.8742 (0.00945)	0.9345 (0.00569)	0.7067 (0.00678)	0.8029 (0.00651)	0.8938 (0.00485)	0.8745 (0.00591)	0.9342 (0.00389)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7407 (0.02940)	0.7776 (0.02436)	0.8794 (0.01433)	0.8741 (0.01008)	0.9350 (0.00592)	0.7134 (0.01434)	0.7971 (0.01404)	0.8890 (0.00985)	0.8742 (0.00945)	0.9345 (0.00569)	0.7067 (0.00678)	0.8029 (0.00651)	0.8938 (0.00485)	0.8745 (0.00591)	0.9342 (0.00389)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9611 (0.01414)	0.9795 (0.00852)	0.9889 (0.00521)	0.9868 (0.00393)	0.9913 (0.00357)	0.7546 (0.08542)	0.9541 (0.04359)	0.9907 (0.00418)	0.9876 (0.00290)	0.9931 (0.00220)	0.5750 (0.01340)	0.7399 (0.00970)	0.9164 (0.01026)	0.9483 (0.01602)	0.9874 (0.00682)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9611 (0.01414)	0.9795 (0.00852)	0.9889 (0.00521)	0.9868 (0.00393)	0.9913 (0.00357)	0.7581 (0.08346)	0.9541 (0.04336)	0.9908 (0.00400)	0.9876 (0.00289)	0.9931 (0.00220)	0.5752 (0.01338)	0.7400 (0.00966)	0.9164 (0.01015)	0.9483 (0.01603)	0.9874 (0.00682)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9611 (0.01402)	0.9795 (0.00852)	0.9889 (0.00520)	0.9868 (0.00393)	0.9913 (0.00357)	0.7713 (0.07810)	0.9552 (0.04133)	0.9908 (0.00388)	0.9876 (0.00289)	0.9931 (0.00220)	0.5753 (0.01339)	0.7400 (0.00968)	0.9174 (0.00995)	0.9488 (0.01568)	0.9874 (0.00673)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7143 (0.03539)	0.7443 (0.02456)	0.8631 (0.01513)	0.8584 (0.01090)	0.9273 (0.00639)	0.6911 (0.01929)	0.7631 (0.01380)	0.8719 (0.00993)	0.8623 (0.00974)	0.9280 (0.00587)	0.6856 (0.00929)	0.7685 (0.00639)	0.8760 (0.00479)	0.8660 (0.00573)	0.9297 (0.00383)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7143 (0.03539)	0.7443 (0.02456)	0.8631 (0.01513)	0.8584 (0.01090)	0.9273 (0.00639)	0.6911 (0.01929)	0.7631 (0.01380)	0.8719 (0.00993)	0.8623 (0.00974)	0.9280 (0.00587)	0.6856 (0.00929)	0.7685 (0.00639)	0.8760 (0.00479)	0.8660 (0.00573)	0.9297 (0.00383)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7143 (0.03539)	0.7443 (0.02456)	0.8631 (0.01513)	0.8584 (0.01090)	0.9273 (0.00639)	0.6911 (0.01929)	0.7631 (0.01380)	0.8719 (0.00993)	0.8623 (0.00974)	0.9280 (0.00587)	0.6856 (0.00929)	0.7685 (0.00639)	0.8760 (0.00479)	0.8660 (0.00573)	0.9297 (0.00383)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9659 (0.01484)	0.9814 (0.00866)	0.9900 (0.00559)	0.9873 (0.00414)	0.9918 (0.00403)	0.7175 (0.07051)	0.9129 (0.04254)	0.9880 (0.01093)	0.9889 (0.00349)	0.9940 (0.00246)	0.5565 (0.01265)	0.7016 (0.01073)	0.8975 (0.01435)	0.9434 (0.01422)	0.9877 (0.00326)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9659 (0.01480)	0.9814 (0.00866)	0.9900 (0.00559)	0.9873 (0.00414)	0.9918 (0.00403)	0.7217 (0.06804)	0.9130 (0.04222)	0.9880 (0.01081)	0.9889 (0.00346)	0.9940 (0.00246)	0.5567 (0.01266)	0.7016 (0.01067)	0.8975 (0.01432)	0.9434 (0.01417)	0.9877 (0.00325)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9659 (0.01454)	0.9814 (0.00866)	0.9900 (0.00559)	0.9873 (0.00414)	0.9918 (0.00403)	0.7343 (0.06404)	0.9153 (0.04014)	0.9881 (0.01062)	0.9889 (0.00344)	0.9940 (0.00245)	0.5568 (0.01269)	0.7015 (0.01065)	0.8985 (0.01411)	0.9438 (0.01383)	0.9877 (0.00323)

Tabela B.42: Função *Blip* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	5.97e-2	5.28e-2	1.30e-2	1.34e-2	2.91e-3	6.49e-2	4.96e-2	1.27e-2	1.31e-2	2.94e-3	6.59e-2	4.85e-2	1.25e-2	1.28e-2	2.91e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	5.97e-2	5.28e-2	1.30e-2	1.34e-2	2.91e-3	6.49e-2	4.96e-2	1.27e-2	1.31e-2	2.94e-3	6.59e-2	4.85e-2	1.25e-2	1.28e-2	2.91e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	5.97e-2	5.28e-2	1.30e-2	1.34e-2	2.91e-3	6.49e-2	4.96e-2	1.27e-2	1.31e-2	2.94e-3	6.59e-2	4.85e-2	1.25e-2	1.28e-2	2.91e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	7.16e-4	1.07e-4	3.63e-5	2.54e-5	3.75e-5	2.06e-1	6.77e-3	1.40e-4	1.59e-5	4.09e-5	4.43e-1	4.67e-2	5.52e-3	1.60e-3	1.79e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	7.16e-4	1.07e-4	3.63e-5	2.54e-5	3.75e-5	1.97e-1	6.74e-3	1.39e-4	1.59e-5	4.09e-5	4.43e-1	4.67e-2	5.52e-3	1.60e-3	1.79e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	7.08e-4	1.07e-4	3.63e-5	2.54e-5	3.75e-5	1.82e-1	6.36e-3	1.34e-4	1.58e-5	4.09e-5	4.43e-1	4.67e-2	5.48e-3	1.58e-3	1.76e-5
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	6.30e-2	4.57e-2	1.24e-2	1.35e-2	3.06e-3	7.67e-2	3.74e-2	1.03e-2	1.35e-2	3.12e-3	8.03e-2	3.50e-2	9.28e-3	1.34e-2	3.13e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	6.30e-2	4.57e-2	1.24e-2	1.35e-2	3.06e-3	7.67e-2	3.74e-2	1.03e-2	1.35e-2	3.12e-3	8.03e-2	3.50e-2	9.28e-3	1.34e-2	3.13e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	6.30e-2	4.57e-2	1.24e-2	1.35e-2	3.06e-3	7.67e-2	3.74e-2	1.03e-2	1.35e-2	3.12e-3	8.03e-2	3.50e-2	9.28e-3	1.34e-2	3.13e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.03e-3	1.83e-4	2.83e-5	2.54e-5	1.44e-5	6.27e-2	3.19e-3	1.80e-5	1.40e-5	1.46e-5	1.72e-1	6.26e-2	5.52e-3	2.00e-3	5.32e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.03e-3	1.83e-4	2.83e-5	2.54e-5	1.44e-5	6.07e-2	3.17e-3	1.66e-5	1.39e-5	1.46e-5	1.72e-1	6.26e-2	5.52e-3	2.00e-3	5.32e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.03e-3	1.83e-4	2.82e-5	2.54e-5	1.44e-5	5.39e-2	2.92e-3	1.56e-5	1.39e-5	1.46e-5	1.72e-1	6.26e-2	5.36e-3	1.94e-3	5.19e-5
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	7.72e-2	6.10e-2	1.63e-2	1.74e-2	3.97e-3	8.97e-2	5.17e-2	1.40e-2	1.64e-2	3.88e-3	9.27e-2	4.91e-2	1.30e-2	1.54e-2	3.65e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	7.72e-2	6.10e-2	1.63e-2	1.74e-2	3.97e-3	8.97e-2	5.17e-2	1.40e-2	1.64e-2	3.88e-3	9.27e-2	4.91e-2	1.30e-2	1.54e-2	3.65e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	7.72e-2	6.10e-2	1.63e-2	1.74e-2	3.97e-3	8.97e-2	5.17e-2	1.40e-2	1.64e-2	3.88e-3	9.27e-2	4.91e-2	1.30e-2	1.54e-2	3.65e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	7.99e-4	1.49e-4	3.12e-5	2.44e-5	1.94e-5	7.92e-2	7.76e-3	1.23e-4	1.35e-5	2.18e-5	1.88e-1	8.33e-2	8.76e-3	2.37e-3	1.61e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	8.00e-4	1.49e-4	3.12e-5	2.44e-5	1.94e-5	7.66e-2	7.70e-3	1.21e-4	1.33e-5	2.18e-5	1.88e-1	8.33e-2	8.75e-3	2.37e-3	1.61e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	7.90e-4	1.49e-4	3.12e-5	2.44e-5	1.94e-5	6.95e-2	7.19e-3	1.16e-4	1.31e-5	2.17e-5	1.88e-1	8.33e-2	8.57e-3	2.32e-3	1.58e-5

Tabela B.43: Função *Blip* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	0.098	0.049	0.025	0.012	0.006	0.112	0.057	0.028	0.013	0.007	0.181	0.093	0.046	0.017	0.009
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.098	0.049	0.025	0.012	0.006	0.112	0.057	0.028	0.013	0.007	0.181	0.093	0.046	0.017	0.009
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.098	0.049	0.025	0.012	0.006	0.112	0.057	0.028	0.013	0.007	0.181	0.093	0.046	0.017	0.009
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.124	0.084	0.129	0.023	0.068	0.094	0.059	0.119	0.034	0.060	0.099	0.047	0.027	0.013	0.027
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.124	0.084	0.129	0.023	0.068	0.094	0.059	0.118	0.034	0.060	0.099	0.047	0.027	0.013	0.027
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.124	0.084	0.129	0.023	0.068	0.094	0.059	0.118	0.034	0.060	0.099	0.047	0.027	0.013	0.027
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.107	0.061	0.068	0.030	0.056	0.094	0.046	0.043	0.018	0.044	0.094	0.045	0.021	0.010	0.009
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.107	0.061	0.068	0.030	0.056	0.094	0.046	0.043	0.018	0.044	0.094	0.045	0.021	0.010	0.009
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.107	0.061	0.068	0.030	0.056	0.094	0.046	0.043	0.018	0.044	0.094	0.045	0.021	0.010	0.009
db6	EQMI(f_{1L})	0.097	0.048	0.023	0.011	0.005	0.116	0.057	0.027	0.012	0.006	0.215	0.099	0.048	0.016	0.008
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.097	0.048	0.023	0.011	0.005	0.116	0.057	0.027	0.012	0.006	0.215	0.099	0.048	0.016	0.008
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.097	0.048	0.023	0.011	0.005	0.116	0.057	0.027	0.012	0.006	0.215	0.099	0.048	0.016	0.008
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.105	0.049	0.031	0.008	0.006	0.124	0.124	0.084	0.018	0.011	0.114	0.050	0.028	0.015	0.018
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.105	0.049	0.031	0.008	0.006	0.124	0.124	0.084	0.018	0.011	0.114	0.050	0.028	0.015	0.018
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.105	0.049	0.031	0.008	0.006	0.126	0.124	0.084	0.018	0.011	0.114	0.050	0.028	0.015	0.018
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.100	0.045	0.024	0.009	0.008	0.094	0.054	0.038	0.015	0.013	0.093	0.045	0.021	0.010	0.006
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.100	0.045	0.024	0.009	0.008	0.094	0.054	0.038	0.015	0.013	0.093	0.045	0.021	0.010	0.006
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.100	0.045	0.024	0.009	0.008	0.094	0.054	0.038	0.015	0.013	0.093	0.045	0.021	0.010	0.006
sym8	EQMI(f_{1L})	0.097	0.048	0.023	0.011	0.005	0.112	0.055	0.027	0.012	0.006	0.188	0.091	0.044	0.016	0.008
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.097	0.048	0.023	0.011	0.005	0.112	0.055	0.027	0.012	0.006	0.188	0.091	0.044	0.016	0.008
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.097	0.048	0.023	0.011	0.005	0.112	0.055	0.027	0.012	0.006	0.188	0.091	0.044	0.016	0.008
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.112	0.052	0.039	0.008	0.012	0.103	0.070	0.096	0.021	0.016	0.113	0.049	0.026	0.013	0.015
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.112	0.052	0.039	0.008	0.012	0.103	0.070	0.096	0.021	0.016	0.113	0.049	0.026	0.013	0.015
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.112	0.052	0.039	0.008	0.012	0.104	0.070	0.096	0.021	0.016	0.113	0.049	0.026	0.013	0.015
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.105	0.050	0.037	0.012	0.026	0.093	0.045	0.056	0.019	0.026	0.093	0.046	0.021	0.010	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.105	0.050	0.037	0.012	0.026	0.093	0.045	0.056	0.019	0.026	0.093	0.046	0.021	0.010	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.105	0.050	0.037	0.012	0.026	0.093	0.045	0.056	0.019	0.026	0.093	0.046	0.021	0.010	0.005

Tabela B.44: Função *Blip* e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1,1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	16.6	13.8	20.1	21.1	35.0	17.7	14.4	15.6	18.0	28.6	18.1	15.8	15.4	17.2	19.8
	\bar{K}_{2L}	16.0	12.0	13.0	14.0	15.0	18.0	14.0	11.0	14.0	15.0	18.0	15.0	13.0	14.0	15.0
	\bar{K}_{1N}	26.8	37.4	42.1	55.3	63.3	17.8	42.7	46.8	46.7	60.1	20.6	32.2	35.0	61.9	78.4
	\bar{K}_{2N}	21.3	23.0	27.0	29.0	35.0	16.0	23.0	25.0	26.0	33.0	20.0	27.0	22.0	22.0	27.0
db6	\bar{K}_{1L}	14.5	13.9	17.4	18.3	24.1	12.4	14.3	15.2	20.4	24.8	11.4	14.5	14.4	23.0	24.5
	\bar{K}_{2L}	14.0	13.0	13.0	13.0	13.0	12.0	14.0	14.0	18.0	17.0	12.0	15.0	14.0	22.0	21.0
	\bar{K}_{1N}	25.5	31.4	42.9	46.4	57.6	26.7	31.6	34.7	42.9	54.9	27.8	26.5	31.0	39.4	58.8
	\bar{K}_{2N}	19.0	21.0	25.0	23.0	32.0	21.0	22.0	21.0	20.0	28.0	20.0	23.0	22.0	21.0	23.0
sym8	\bar{K}_{1L}	16.3	13.3	17.7	17.7	24.1	18.5	11.9	14.5	19.9	26.3	19.0	12.7	14.0	19.7	23.0
	\bar{K}_{2L}	16.0	12.0	13.0	12.0	13.0	18.0	12.0	12.0	16.0	15.0	19.0	13.0	12.0	18.0	18.0
	\bar{K}_{1N}	23.5	32.3	45.3	50.3	64.0	25.6	31.0	38.8	43.8	61.6	17.0	19.7	25.1	38.4	75.2
	\bar{K}_{2N}	19.0	21.0	25.0	23.0	30.0	17.0	22.0	23.0	22.0	30.0	18.0	18.0	19.0	20.0	25.0

Tabela B.45: Função *Blip* e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondasletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7331 (0.00567)	0.7703 (0.00431)	0.8782 (0.00324)	0.8773 (0.00365)	0.9365 (0.00259)	0.7327 (0.00199)	0.7704 (0.00138)	0.8784 (0.00112)	0.8774 (0.00131)	0.9361 (0.00100)	0.7327 (0.00085)	0.7705 (0.00060)	0.8785 (0.00050)	0.8774 (0.00055)	0.9361 (0.00041)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7331 (0.00567)	0.7703 (0.00431)	0.8782 (0.00324)	0.8773 (0.00365)	0.9365 (0.00259)	0.7327 (0.00199)	0.7704 (0.00138)	0.8784 (0.00112)	0.8774 (0.00131)	0.9361 (0.00100)	0.7327 (0.00085)	0.7705 (0.00060)	0.8785 (0.00050)	0.8774 (0.00055)	0.9361 (0.00041)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7331 (0.00567)	0.7703 (0.00431)	0.8782 (0.00324)	0.8773 (0.00365)	0.9365 (0.00259)	0.7327 (0.00199)	0.7704 (0.00138)	0.8784 (0.00112)	0.8774 (0.00131)	0.9361 (0.00100)	0.7327 (0.00085)	0.7705 (0.00060)	0.8785 (0.00050)	0.8774 (0.00055)	0.9361 (0.00041)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.3049 (0.00712)	0.7560 (0.00574)	0.8982 (0.00540)	0.9284 (0.00684)	0.9797 (0.00557)	0.2906 (0.00224)	0.7439 (0.00143)	0.8823 (0.00103)	0.8967 (0.00120)	0.9479 (0.00112)	0.2891 (0.00097)	0.7427 (0.00062)	0.8812 (0.00043)	0.8939 (0.00045)	0.9447 (0.00040)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.3049 (0.00712)	0.7560 (0.00574)	0.8982 (0.00540)	0.9284 (0.00684)	0.9797 (0.00557)	0.2906 (0.00224)	0.7439 (0.00143)	0.8823 (0.00103)	0.8967 (0.00120)	0.9479 (0.00112)	0.2891 (0.00097)	0.7427 (0.00062)	0.8812 (0.00043)	0.8939 (0.00045)	0.9447 (0.00040)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.3049 (0.00712)	0.7560 (0.00574)	0.8982 (0.00537)	0.9285 (0.00676)	0.9797 (0.00552)	0.2906 (0.00224)	0.7439 (0.00143)	0.8823 (0.00103)	0.8967 (0.00120)	0.9479 (0.00112)	0.2891 (0.00097)	0.7427 (0.00062)	0.8812 (0.00043)	0.8939 (0.00045)	0.9447 (0.00040)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7060 (0.00453)	0.8041 (0.00458)	0.8944 (0.00343)	0.8745 (0.00469)	0.9344 (0.00329)	0.7052 (0.00160)	0.8046 (0.00152)	0.8953 (0.00120)	0.8745 (0.00167)	0.9339 (0.00128)	0.7052 (0.00067)	0.8047 (0.00066)	0.8954 (0.00053)	0.8744 (0.00071)	0.9339 (0.00053)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7060 (0.00453)	0.8041 (0.00458)	0.8944 (0.00343)	0.8745 (0.00469)	0.9344 (0.00329)	0.7052 (0.00160)	0.8046 (0.00152)	0.8953 (0.00120)	0.8745 (0.00167)	0.9339 (0.00128)	0.7052 (0.00067)	0.8047 (0.00066)	0.8954 (0.00053)	0.8744 (0.00071)	0.9339 (0.00053)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7060 (0.00453)	0.8041 (0.00458)	0.8944 (0.00343)	0.8745 (0.00469)	0.9344 (0.00329)	0.7052 (0.00160)	0.8046 (0.00152)	0.8953 (0.00120)	0.8745 (0.00167)	0.9339 (0.00128)	0.7052 (0.00067)	0.8047 (0.00066)	0.8954 (0.00053)	0.8744 (0.00071)	0.9339 (0.00053)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.5570 (0.00730)	0.7249 (0.00578)	0.8972 (0.00576)	0.9159 (0.00787)	0.9700 (0.00842)	0.5439 (0.00237)	0.7125 (0.00157)	0.8838 (0.00114)	0.8767 (0.00164)	0.9207 (0.00175)	0.5428 (0.00093)	0.7112 (0.00068)	0.8826 (0.00050)	0.8728 (0.00064)	0.9147 (0.00069)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.5570 (0.00731)	0.7249 (0.00578)	0.8972 (0.00575)	0.9159 (0.00787)	0.9700 (0.00842)	0.5439 (0.00237)	0.7125 (0.00157)	0.8838 (0.00114)	0.8767 (0.00164)	0.9207 (0.00175)	0.5428 (0.00093)	0.7112 (0.00068)	0.8826 (0.00050)	0.8728 (0.00064)	0.9147 (0.00069)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.5570 (0.00731)	0.7249 (0.00578)	0.8972 (0.00572)	0.9160 (0.00782)	0.9702 (0.00832)	0.5439 (0.00237)	0.7125 (0.00157)	0.8838 (0.00114)	0.8767 (0.00164)	0.9207 (0.00175)	0.5428 (0.00093)	0.7112 (0.00068)	0.8826 (0.00050)	0.8728 (0.00064)	0.9147 (0.00069)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.6848 (0.00620)	0.7695 (0.00452)	0.8766 (0.00339)	0.8669 (0.00442)	0.9304 (0.00316)	0.6842 (0.00221)	0.7700 (0.00147)	0.8773 (0.00118)	0.8676 (0.00156)	0.9307 (0.00121)	0.6842 (0.00093)	0.7701 (0.00064)	0.8774 (0.00052)	0.8676 (0.00066)	0.9307 (0.00050)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.6848 (0.00620)	0.7695 (0.00452)	0.8766 (0.00339)	0.8669 (0.00442)	0.9304 (0.00316)	0.6842 (0.00221)	0.7700 (0.00147)	0.8773 (0.00118)	0.8676 (0.00156)	0.9307 (0.00121)	0.6842 (0.00093)	0.7701 (0.00064)	0.8774 (0.00052)	0.8676 (0.00066)	0.9307 (0.00050)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.6848 (0.00620)	0.7695 (0.00452)	0.8766 (0.00339)	0.8669 (0.00442)	0.9304 (0.00316)	0.6842 (0.00221)	0.7700 (0.00147)	0.8773 (0.00118)	0.8676 (0.00156)	0.9307 (0.00121)	0.6842 (0.00093)	0.7701 (0.00064)	0.8774 (0.00052)	0.8676 (0.00066)	0.9307 (0.00050)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.5391 (0.00816)	0.6822 (0.00686)	0.8735 (0.00473)	0.9098 (0.00571)	0.9767 (0.00738)	0.5256 (0.00257)	0.6647 (0.00179)	0.8612 (0.00119)	0.8826 (0.00123)	0.9432 (0.00112)	0.5244 (0.00102)	0.6632 (0.00076)	0.8599 (0.00051)	0.8797 (0.00047)	0.9397 (0.00040)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.5391 (0.00817)	0.6822 (0.00685)	0.8735 (0.00472)	0.9098 (0.00572)	0.9768 (0.00738)	0.5256 (0.00257)	0.6647 (0.00179)	0.8612 (0.00119)	0.8826 (0.00123)	0.9432 (0.00112)	0.5244 (0.00102)	0.6632 (0.00076)	0.8599 (0.00051)	0.8797 (0.00047)	0.9397 (0.00040)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.5391 (0.00817)	0.6822 (0.00684)	0.8735 (0.00471)	0.9098 (0.00572)	0.9768 (0.00728)	0.5256 (0.00257)	0.6647 (0.00179)	0.8612 (0.00118)	0.8826 (0.00123)	0.9432 (0.00112)	0.5244 (0.00102)	0.6632 (0.00076)	0.8599 (0.00051)	0.8797 (0.00047)	0.9397 (0.00040)

Tabela B.46: Função *Blip* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	7.12e-2	5.27e-2	1.48e-2	1.50e-2	4.03e-3	7.14e-2	5.27e-2	1.48e-2	1.50e-2	4.07e-3	7.14e-2	5.26e-2	1.47e-2	1.50e-2	4.07e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	7.12e-2	5.27e-2	1.48e-2	1.50e-2	4.03e-3	7.14e-2	5.27e-2	1.48e-2	1.50e-2	4.07e-3	7.14e-2	5.26e-2	1.47e-2	1.50e-2	4.07e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	7.12e-2	5.27e-2	1.48e-2	1.50e-2	4.03e-3	7.14e-2	5.27e-2	1.48e-2	1.50e-2	4.07e-3	7.14e-2	5.26e-2	1.47e-2	1.50e-2	4.07e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	4.83e-1	5.95e-2	1.04e-2	5.16e-3	4.40e-4	5.03e-1	6.56e-2	1.38e-2	1.06e-2	2.70e-3	5.05e-1	6.61e-2	1.41e-2	1.12e-2	3.05e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	4.83e-1	5.95e-2	1.04e-2	5.16e-3	4.40e-4	5.03e-1	6.56e-2	1.38e-2	1.06e-2	2.70e-3	5.05e-1	6.61e-2	1.41e-2	1.12e-2	3.05e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	4.83e-1	5.95e-2	1.04e-2	5.14e-3	4.37e-4	5.03e-1	6.56e-2	1.38e-2	1.06e-2	2.70e-3	5.05e-1	6.61e-2	1.41e-2	1.12e-2	3.05e-3
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	8.64e-2	3.84e-2	1.11e-2	1.57e-2	4.30e-3	8.68e-2	3.81e-2	1.10e-2	1.57e-2	4.35e-3	8.69e-2	3.81e-2	1.09e-2	1.57e-2	4.35e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	8.64e-2	3.84e-2	1.11e-2	1.57e-2	4.30e-3	8.68e-2	3.81e-2	1.10e-2	1.57e-2	4.35e-3	8.69e-2	3.81e-2	1.09e-2	1.57e-2	4.35e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	8.64e-2	3.84e-2	1.11e-2	1.57e-2	4.30e-3	8.68e-2	3.81e-2	1.10e-2	1.57e-2	4.35e-3	8.69e-2	3.81e-2	1.09e-2	1.57e-2	4.35e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.96e-1	7.57e-2	1.06e-2	7.12e-3	9.64e-4	2.08e-1	8.26e-2	1.35e-2	1.52e-2	6.27e-3	2.09e-1	8.34e-2	1.38e-2	1.62e-2	7.25e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.96e-1	7.57e-2	1.06e-2	7.12e-3	9.64e-4	2.08e-1	8.26e-2	1.35e-2	1.52e-2	6.27e-3	2.09e-1	8.34e-2	1.38e-2	1.62e-2	7.25e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.96e-1	7.56e-2	1.06e-2	7.10e-3	9.52e-4	2.08e-1	8.26e-2	1.35e-2	1.52e-2	6.27e-3	2.09e-1	8.34e-2	1.38e-2	1.62e-2	7.25e-3
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	9.93e-2	5.31e-2	1.52e-2	1.77e-2	4.84e-3	9.96e-2	5.29e-2	1.50e-2	1.75e-2	4.79e-3	9.97e-2	5.28e-2	1.50e-2	1.75e-2	4.78e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	9.93e-2	5.31e-2	1.52e-2	1.77e-2	4.84e-3	9.96e-2	5.29e-2	1.50e-2	1.75e-2	4.79e-3	9.97e-2	5.28e-2	1.50e-2	1.75e-2	4.78e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	9.93e-2	5.31e-2	1.52e-2	1.77e-2	4.84e-3	9.96e-2	5.29e-2	1.50e-2	1.75e-2	4.79e-3	9.97e-2	5.28e-2	1.50e-2	1.75e-2	4.78e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	2.12e-1	1.01e-1	1.60e-2	8.15e-3	5.91e-4	2.25e-1	1.12e-1	1.92e-2	1.38e-2	3.22e-3	2.26e-1	1.13e-1	1.96e-2	1.44e-2	3.63e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	2.12e-1	1.01e-1	1.60e-2	8.15e-3	5.90e-4	2.25e-1	1.12e-1	1.92e-2	1.38e-2	3.22e-3	2.26e-1	1.13e-1	1.96e-2	1.44e-2	3.63e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	2.12e-1	1.01e-1	1.60e-2	8.14e-3	5.84e-4	2.25e-1	1.12e-1	1.92e-2	1.38e-2	3.22e-3	2.26e-1	1.13e-1	1.96e-2	1.44e-2	3.63e-3

Tabela B.47: Função *Blip* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.484	7.411	3.602	1.663	0.723	15.922	8.141	3.912	1.744	0.758	22.744	11.706	5.640	2.140	0.979
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.484	7.411	3.602	1.663	0.723	15.922	8.141	3.912	1.744	0.758	22.744	11.706	5.640	2.140	0.979
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.484	7.411	3.602	1.663	0.723	15.922	8.141	3.912	1.744	0.758	22.744	11.706	5.640	2.140	0.979
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.316	7.319	3.560	1.651	0.719	14.451	7.340	3.532	1.648	0.708	14.732	7.348	3.583	1.631	0.716
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.316	7.319	3.560	1.651	0.719	14.451	7.340	3.532	1.648	0.708	14.732	7.348	3.583	1.631	0.716
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.316	7.319	3.560	1.651	0.719	14.451	7.340	3.532	1.648	0.708	14.732	7.348	3.583	1.631	0.716
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.303	7.316	3.555	1.650	0.716	14.313	7.305	3.506	1.643	0.708	13.987	7.154	3.441	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.303	7.316	3.555	1.650	0.716	14.313	7.305	3.506	1.643	0.708	13.987	7.154	3.441	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.303	7.316	3.555	1.650	0.716	14.313	7.305	3.506	1.643	0.708	13.987	7.154	3.441	1.597	0.714
db6	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.556	7.427	3.607	1.662	0.722	16.579	8.296	3.977	1.740	0.756	26.324	12.559	6.005	2.126	0.969
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.556	7.427	3.607	1.662	0.722	16.579	8.296	3.977	1.740	0.756	26.324	12.559	6.005	2.126	0.969
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.556	7.427	3.607	1.662	0.722	16.579	8.296	3.977	1.740	0.756	26.324	12.559	6.005	2.126	0.969
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.342	7.325	3.558	1.650	0.717	14.670	7.395	3.516	1.644	0.708	15.938	7.651	3.502	1.610	0.720
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.342	7.325	3.558	1.650	0.717	14.670	7.395	3.516	1.644	0.708	15.938	7.651	3.502	1.610	0.720
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.342	7.325	3.558	1.650	0.717	14.670	7.395	3.516	1.644	0.708	15.938	7.651	3.502	1.610	0.720
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.302	7.316	3.554	1.650	0.716	14.313	7.305	3.506	1.643	0.709	13.987	7.154	3.441	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.302	7.316	3.554	1.650	0.716	14.313	7.305	3.506	1.643	0.709	13.987	7.154	3.441	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.302	7.316	3.554	1.650	0.716	14.313	7.305	3.506	1.643	0.709	13.987	7.154	3.441	1.597	0.714
sym8	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.501	7.410	3.600	1.661	0.722	16.086	8.138	3.907	1.735	0.754	23.638	11.695	5.619	2.099	0.957
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.501	7.410	3.600	1.661	0.722	16.086	8.138	3.907	1.735	0.754	23.638	11.695	5.619	2.099	0.957
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.501	7.410	3.600	1.661	0.722	16.086	8.138	3.907	1.735	0.754	23.638	11.695	5.619	2.099	0.957
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.342	7.324	3.555	1.649	0.718	14.666	7.392	3.517	1.644	0.708	15.916	7.637	3.503	1.611	0.719
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.342	7.324	3.555	1.649	0.718	14.666	7.392	3.517	1.644	0.708	15.916	7.637	3.503	1.611	0.719
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.342	7.324	3.555	1.649	0.718	14.666	7.392	3.517	1.644	0.708	15.916	7.637	3.503	1.611	0.719
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.303	7.316	3.555	1.651	0.715	14.313	7.305	3.506	1.643	0.708	13.987	7.154	3.441	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.303	7.316	3.555	1.651	0.715	14.313	7.305	3.506	1.643	0.708	13.987	7.154	3.441	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.303	7.316	3.555	1.651	0.715	14.313	7.305	3.506	1.643	0.708	13.987	7.154	3.441	1.597	0.714

Tabela B.48: Função *Blip* e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1,1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	18.2	15.9	15.9	15.9	20.0	18.2	15.7	15.5	15.6	19.1	18.1	15.6	14.9	14.7	17.6
	\bar{K}_{2L}	18.0	15.0	13.0	14.0	15.0	18.0	16.0	13.0	14.0	15.0	18.0	16.0	13.0	14.0	15.0
	\bar{K}_{1N}	21.5	30.4	29.5	48.6	72.9	22.6	30.5	28.3	27.5	19.4	22.5	30.0	26.9	12.3	22.2
	\bar{K}_{2N}	21.0	28.0	23.0	19.0	26.0	22.0	29.0	25.0	11.0	16.0	22.0	30.0	25.0	10.0	17.0
db6	\bar{K}_{1L}	11.2	14.5	14.2	23.8	24.6	11.2	14.5	14.0	24.2	25.0	11.2	14.6	14.3	24.6	25.1
	\bar{K}_{2L}	11.0	15.0	13.0	23.0	22.0	11.0	15.0	13.0	24.0	23.0	11.0	15.0	13.0	24.0	23.0
	\bar{K}_{1N}	28.4	24.4	22.1	24.1	43.7	17.5	26.6	17.7	20.2	25.9	17.6	26.4	16.0	21.4	25.4
	\bar{K}_{2N}	20.0	24.0	16.0	18.0	19.0	18.0	25.0	15.0	19.0	23.0	18.0	26.0	15.0	20.0	23.0
sym8	\bar{K}_{1L}	19.2	13.1	13.2	19.8	23.3	19.2	12.9	14.2	19.8	23.6	19.1	12.9	13.5	19.7	22.0
	\bar{K}_{2L}	19.0	13.0	12.0	19.0	19.0	19.0	13.0	13.0	19.0	19.0	19.0	13.0	13.0	19.3	20.0
	\bar{K}_{1N}	19.1	20.8	25.8	25.9	64.0	19.6	21.7	26.2	17.2	21.5	19.6	21.3	24.5	16.5	24.4
	\bar{K}_{2N}	19.0	19.0	21.0	16.0	22.0	20.0	21.0	23.0	15.0	14.0	20.0	21.0	24.0	15.0	14.0

Tabela B.49: Função *Corner* e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7708 (0.03573)	0.7602 (0.02525)	0.8763 (0.01505)	0.8743 (0.00978)	0.9364 (0.00622)	0.8176 (0.02924)	0.7721 (0.02471)	0.8792 (0.01557)	0.8748 (0.00990)	0.9365 (0.00614)	0.9023 (0.01294)	0.8169 (0.01918)	0.8899 (0.01427)	0.8768 (0.00979)	0.9372 (0.00570)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7708 (0.03573)	0.7602 (0.02525)	0.8763 (0.01505)	0.8743 (0.00978)	0.9364 (0.00622)	0.8176 (0.02924)	0.7721 (0.02471)	0.8792 (0.01557)	0.8748 (0.00990)	0.9365 (0.00614)	0.9023 (0.01294)	0.8169 (0.01918)	0.8899 (0.01427)	0.8768 (0.00979)	0.9372 (0.00570)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7708 (0.03573)	0.7602 (0.02525)	0.8763 (0.01505)	0.8743 (0.00978)	0.9364 (0.00622)	0.8176 (0.02924)	0.7721 (0.02471)	0.8792 (0.01557)	0.8748 (0.00990)	0.9365 (0.00614)	0.9023 (0.01294)	0.8169 (0.01918)	0.8899 (0.01427)	0.8768 (0.00979)	0.9372 (0.00570)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9744 (0.01359)	0.9869 (0.00792)	0.9930 (0.00534)	0.9908 (0.00515)	0.9944 (0.00425)	0.9907 (0.00586)	0.9939 (0.00397)	0.9959 (0.00304)	0.9925 (0.00373)	0.9957 (0.00305)	0.9926 (0.00226)	0.9963 (0.00228)	0.9979 (0.00187)	0.9950 (0.00204)	0.9972 (0.00167)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9744 (0.01363)	0.9869 (0.00792)	0.9930 (0.00534)	0.9908 (0.00515)	0.9944 (0.00425)	0.9907 (0.00577)	0.9939 (0.00395)	0.9959 (0.00304)	0.9925 (0.00373)	0.9957 (0.00305)	0.9926 (0.00220)	0.9963 (0.00228)	0.9979 (0.00187)	0.9950 (0.00204)	0.9972 (0.00167)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9744 (0.01363)	0.9869 (0.00793)	0.9930 (0.00534)	0.9908 (0.00515)	0.9944 (0.00425)	0.9908 (0.00573)	0.9939 (0.00394)	0.9959 (0.00304)	0.9925 (0.00373)	0.9957 (0.00305)	0.9926 (0.00218)	0.9963 (0.00228)	0.9979 (0.00187)	0.9950 (0.00204)	0.9972 (0.00167)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7782 (0.03383)	0.7670 (0.02457)	0.8753 (0.01457)	0.8739 (0.00965)	0.9350 (0.00602)	0.8326 (0.02638)	0.7763 (0.02256)	0.8771 (0.01548)	0.8743 (0.00993)	0.9352 (0.00595)	0.9139 (0.00957)	0.8133 (0.01699)	0.8835 (0.01381)	0.8765 (0.00967)	0.9357 (0.00562)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7782 (0.03383)	0.7670 (0.02457)	0.8753 (0.01457)	0.8739 (0.00965)	0.9350 (0.00602)	0.8326 (0.02638)	0.7763 (0.02256)	0.8771 (0.01548)	0.8743 (0.00993)	0.9352 (0.00595)	0.9139 (0.00957)	0.8133 (0.01699)	0.8835 (0.01381)	0.8765 (0.00967)	0.9357 (0.00562)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7782 (0.03383)	0.7670 (0.02457)	0.8753 (0.01457)	0.8739 (0.00965)	0.9350 (0.00602)	0.8326 (0.02638)	0.7763 (0.02256)	0.8771 (0.01548)	0.8743 (0.00993)	0.9352 (0.00595)	0.9139 (0.00957)	0.8133 (0.01699)	0.8835 (0.01381)	0.8765 (0.00967)	0.9357 (0.00562)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9704 (0.01156)	0.9831 (0.00766)	0.9899 (0.00488)	0.9879 (0.00376)	0.9917 (0.00351)	0.9914 (0.00241)	0.9932 (0.00240)	0.9949 (0.00198)	0.9927 (0.00204)	0.9950 (0.00190)	0.9965 (0.00219)	0.9980 (0.00062)	0.9983 (0.00072)	0.9964 (0.00071)	0.9976 (0.00061)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9704 (0.01156)	0.9831 (0.00766)	0.9899 (0.00488)	0.9879 (0.00376)	0.9917 (0.00351)	0.9914 (0.00241)	0.9932 (0.00240)	0.9949 (0.00198)	0.9927 (0.00204)	0.9950 (0.00190)	0.9964 (0.00201)	0.9980 (0.00062)	0.9983 (0.00072)	0.9964 (0.00070)	0.9976 (0.00061)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9704 (0.01156)	0.9831 (0.00766)	0.9899 (0.00487)	0.9879 (0.00376)	0.9917 (0.00351)	0.9914 (0.00241)	0.9932 (0.00198)	0.9949 (0.00198)	0.9927 (0.00204)	0.9950 (0.00190)	0.9964 (0.00198)	0.9980 (0.00063)	0.9983 (0.00072)	0.9964 (0.00069)	0.9976 (0.00061)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7461 (0.03634)	0.7343 (0.02628)	0.8590 (0.01626)	0.8573 (0.01057)	0.9271 (0.00652)	0.7991 (0.02902)	0.7451 (0.02454)	0.8608 (0.01680)	0.8577 (0.01073)	0.9273 (0.00645)	0.8883 (0.01190)	0.7877 (0.01926)	0.8671 (0.01588)	0.8597 (0.01071)	0.9278 (0.00615)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7461 (0.03634)	0.7343 (0.02628)	0.8590 (0.01626)	0.8573 (0.01057)	0.9271 (0.00652)	0.7991 (0.02902)	0.7451 (0.02454)	0.8608 (0.01680)	0.8577 (0.01073)	0.9273 (0.00645)	0.8883 (0.01190)	0.7877 (0.01926)	0.8671 (0.01588)	0.8597 (0.01071)	0.9278 (0.00615)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7461 (0.03634)	0.7343 (0.02628)	0.8590 (0.01626)	0.8573 (0.01057)	0.9271 (0.00652)	0.7991 (0.02902)	0.7451 (0.02454)	0.8608 (0.01680)	0.8577 (0.01073)	0.9273 (0.00645)	0.8883 (0.01190)	0.7877 (0.01926)	0.8671 (0.01588)	0.8597 (0.01071)	0.9278 (0.00615)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9717 (0.01247)	0.9838 (0.00779)	0.9902 (0.00573)	0.9874 (0.00446)	0.9916 (0.00415)	0.9922 (0.00278)	0.9945 (0.00216)	0.9958 (0.00226)	0.9901 (0.00345)	0.9937 (0.00320)	0.9903 (0.00161)	0.9966 (0.00135)	0.9985 (0.00098)	0.9944 (0.00180)	0.9963 (0.00162)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9718 (0.01240)	0.9838 (0.00779)	0.9902 (0.00573)	0.9874 (0.00446)	0.9916 (0.00415)	0.9922 (0.00256)	0.9945 (0.00216)	0.9958 (0.00226)	0.9901 (0.00345)	0.9937 (0.00320)	0.9903 (0.00159)	0.9966 (0.00135)	0.9985 (0.00097)	0.9944 (0.00180)	0.9963 (0.00162)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9718 (0.01231)	0.9838 (0.00779)	0.9902 (0.00573)	0.9874 (0.00446)	0.9916 (0.00415)	0.9922 (0.00252)	0.9945 (0.00216)	0.9958 (0.00226)	0.9901 (0.00345)	0.9937 (0.00320)	0.9903 (0.00159)	0.9966 (0.00134)	0.9985 (0.00096)	0.9944 (0.00180)	0.9963 (0.00162)

Tabela B.50: Função *Corner* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	4.93e-2	5.35e-2	1.31e-2	1.35e-2	2.91e-3	3.06e-2	4.81e-2	1.25e-2	1.34e-2	2.90e-3	7.85e-3	3.03e-2	1.02e-2	1.29e-2	2.82e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	4.93e-2	5.35e-2	1.31e-2	1.35e-2	2.91e-3	3.06e-2	4.81e-2	1.25e-2	1.34e-2	2.90e-3	7.85e-3	3.03e-2	1.02e-2	1.29e-2	2.82e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	4.93e-2	5.35e-2	1.31e-2	1.35e-2	2.91e-3	3.06e-2	4.81e-2	1.25e-2	1.34e-2	2.90e-3	7.85e-3	3.03e-2	1.02e-2	1.29e-2	2.82e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	4.27e-4	7.23e-5	3.74e-5	2.72e-5	3.73e-5	3.48e-5	3.09e-5	4.44e-5	2.02e-5	4.13e-5	1.18e-5	4.53e-5	6.56e-5	2.96e-5	5.53e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	4.29e-4	7.24e-5	3.74e-5	2.72e-5	3.73e-5	3.39e-5	3.08e-5	4.44e-5	2.02e-5	4.13e-5	1.15e-5	4.53e-5	6.57e-5	2.96e-5	5.53e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	4.30e-4	7.24e-5	3.74e-5	2.72e-5	3.73e-5	3.34e-5	3.08e-5	4.44e-5	2.02e-5	4.13e-5	1.15e-5	4.53e-5	6.57e-5	2.96e-5	5.53e-5
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	4.60e-2	5.03e-2	1.34e-2	1.36e-2	3.06e-3	2.55e-2	4.62e-2	1.30e-2	1.35e-2	3.04e-3	5.88e-3	3.15e-2	1.15e-2	1.30e-2	2.98e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	4.60e-2	5.03e-2	1.34e-2	1.36e-2	3.06e-3	2.55e-2	4.62e-2	1.30e-2	1.35e-2	3.04e-3	5.88e-3	3.15e-2	1.15e-2	1.30e-2	2.98e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	4.60e-2	5.03e-2	1.34e-2	1.36e-2	3.06e-3	2.55e-2	4.62e-2	1.30e-2	1.35e-2	3.04e-3	5.88e-3	3.15e-2	1.15e-2	1.30e-2	2.98e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	5.19e-4	1.06e-4	2.38e-5	1.85e-5	1.54e-5	7.75e-6	1.61e-5	2.80e-5	1.16e-5	2.84e-5	4.64e-5	6.36e-5	6.88e-5	4.18e-5	5.85e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	5.19e-4	1.06e-4	2.38e-5	1.85e-5	1.54e-5	7.75e-6	1.61e-5	2.80e-5	1.16e-5	2.84e-5	4.53e-5	6.36e-5	6.88e-5	4.18e-5	5.85e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	5.19e-4	1.06e-4	2.38e-5	1.85e-5	1.54e-5	7.75e-6	1.61e-5	2.80e-5	1.16e-5	2.84e-5	4.50e-5	6.36e-5	6.88e-5	4.18e-5	5.85e-5
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	6.08e-2	6.61e-2	1.74e-2	1.77e-2	3.99e-3	3.73e-2	6.06e-2	1.70e-2	1.76e-2	3.97e-3	1.05e-2	4.13e-2	1.54e-2	1.71e-2	3.91e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	6.08e-2	6.61e-2	1.74e-2	1.77e-2	3.99e-3	3.73e-2	6.06e-2	1.70e-2	1.76e-2	3.97e-3	1.05e-2	4.13e-2	1.54e-2	1.71e-2	3.91e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	6.08e-2	6.61e-2	1.74e-2	1.77e-2	3.99e-3	3.73e-2	6.06e-2	1.70e-2	1.76e-2	3.97e-3	1.05e-2	4.13e-2	1.54e-2	1.71e-2	3.91e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	4.89e-4	9.88e-5	3.28e-5	2.67e-5	1.99e-5	1.26e-5	2.53e-5	3.88e-5	1.19e-5	2.37e-5	2.71e-6	4.48e-5	7.32e-5	2.25e-5	4.17e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	4.87e-4	9.88e-5	3.28e-5	2.67e-5	1.99e-5	1.16e-5	2.53e-5	3.88e-5	1.19e-5	2.37e-5	2.66e-6	4.47e-5	7.32e-5	2.25e-5	4.17e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	4.84e-4	9.87e-5	3.28e-5	2.67e-5	1.99e-5	1.14e-5	2.53e-5	3.88e-5	1.19e-5	2.37e-5	2.64e-6	4.48e-5	7.32e-5	2.25e-5	4.17e-5

Tabela B.51: Função *Corner* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.097	0.049	0.024	0.012	0.006	0.099	0.048	0.024	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.097	0.049	0.024	0.012	0.006	0.099	0.048	0.024	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.097	0.049	0.024	0.012	0.006	0.099	0.048	0.024	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.109	0.084	0.130	0.028	0.076	0.272	0.178	0.190	0.032	0.078	0.314	0.310	0.368	0.046	0.094
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.109	0.084	0.130	0.028	0.076	0.272	0.178	0.190	0.032	0.078	0.314	0.311	0.368	0.046	0.094
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.109	0.084	0.130	0.028	0.076	0.272	0.178	0.190	0.032	0.078	0.314	0.311	0.368	0.046	0.094
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.097	0.061	0.062	0.035	0.061	0.109	0.077	0.076	0.029	0.064	0.109	0.067	0.068	0.030	0.053
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.097	0.061	0.062	0.035	0.061	0.109	0.077	0.076	0.029	0.064	0.109	0.067	0.068	0.030	0.053
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.097	0.061	0.062	0.035	0.061	0.109	0.077	0.076	0.029	0.064	0.109	0.067	0.068	0.030	0.053
db6	EQMI(f_{1L})	0.095	0.046	0.022	0.011	0.005	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.046	0.022	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.095	0.046	0.022	0.011	0.005	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.046	0.022	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.095	0.046	0.022	0.011	0.005	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.046	0.022	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.091	0.043	0.029	0.008	0.006	0.213	0.106	0.065	0.016	0.012	0.722	0.404	0.225	0.039	0.030
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.091	0.043	0.029	0.008	0.006	0.213	0.106	0.065	0.016	0.012	0.724	0.404	0.225	0.039	0.030
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.091	0.043	0.029	0.008	0.006	0.213	0.106	0.065	0.016	0.012	0.724	0.404	0.225	0.039	0.030
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.088	0.040	0.023	0.009	0.009	0.099	0.053	0.049	0.021	0.018	0.113	0.070	0.095	0.045	0.042
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.088	0.040	0.023	0.009	0.009	0.099	0.053	0.049	0.021	0.018	0.113	0.070	0.095	0.045	0.042
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.088	0.040	0.023	0.009	0.009	0.099	0.053	0.049	0.021	0.018	0.113	0.070	0.095	0.045	0.042
sym8	EQMI(f_{1L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.046	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.046	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.046	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.092	0.044	0.038	0.007	0.018	0.241	0.125	0.084	0.011	0.019	0.223	0.246	0.267	0.022	0.027
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.092	0.044	0.038	0.007	0.018	0.241	0.125	0.084	0.011	0.019	0.223	0.246	0.267	0.022	0.027
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.092	0.044	0.038	0.007	0.018	0.241	0.125	0.084	0.011	0.019	0.223	0.246	0.267	0.022	0.027
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.092	0.043	0.037	0.012	0.028	0.112	0.073	0.065	0.019	0.038	0.097	0.063	0.068	0.030	0.049
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.092	0.043	0.037	0.012	0.028	0.112	0.073	0.065	0.019	0.038	0.097	0.063	0.068	0.030	0.049
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.092	0.043	0.037	0.012	0.028	0.112	0.073	0.065	0.019	0.038	0.097	0.063	0.068	0.030	0.049

Tabela B.52: Função *Corner* e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	17.3	15.1	22.1	22.4	35.6	18.0	17.0	22.0	21.5	33.4	17.9	21.0	23.9	24.2	31.4
	\bar{K}_{2L}	15.0	14.0	14.0	14.0	15.0	14.0	14.0	15.0	14.0	15.0	15.0	17.0	15.5	14.0	15.0
	\bar{K}_{1N}	32.1	37.3	45.2	53.0	63.7	25.9	34.5	39.9	55.4	62.7	40.5	35.4	44.1	64.3	67.5
	\bar{K}_{2N}	22.0	25.0	27.0	28.0	35.0	20.0	23.0	23.0	27.0	29.0	19.0	21.0	24.0	32.5	33.0
db6	\bar{K}_{1L}	16.3	13.8	17.0	16.5	24.5	15.8	15.1	19.1	17.9	25.1	16.3	16.5	20.9	20.7	24.7
	\bar{K}_{2L}	14.0	13.0	13.0	12.0	13.0	14.0	13.0	13.0	12.0	13.0	14.0	13.0	14.0	12.0	13.0
	\bar{K}_{1N}	25.5	31.5	40.1	47.9	60.6	19.9	25.6	33.2	44.3	57.2	74.9	23.3	30.3	68.0	61.1
	\bar{K}_{2N}	18.0	20.0	24.0	23.0	32.5	17.0	18.0	21.0	19.3	24.0	20.0	16.0	18.0	36.0	28.8
sym8	\bar{K}_{1L}	15.6	14.3	19.5	16.6	29.5	16.6	15.1	19.2	18.3	23.1	18.5	18.6	20.8	21.7	27.5
	\bar{K}_{2L}	14.0	12.8	13.0	12.0	13.0	14.0	13.0	13.0	12.0	13.0	16.0	14.0	14.0	12.0	13.0
	\bar{K}_{1N}	25.8	35.0	47.4	54.1	69.9	19.2	26.5	40.3	53.6	72.7	43.4	30.6	31.5	53.9	69.3
	\bar{K}_{2N}	19.0	22.0	26.0	23.0	33.0	15.0	18.0	23.0	23.0	29.0	27.0	17.0	19.0	28.0	32.0

Tabela B.53: Função *Corner* e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9323 (0.00736)	0.8557 (0.01475)	0.9019 (0.01207)	0.8792 (0.00972)	0.9392 (0.00579)	0.9711 (0.00111)	0.9545 (0.00222)	0.9620 (0.00382)	0.9060 (0.00725)	0.9462 (0.00553)	0.9759 (0.00039)	0.9752 (0.00058)	0.9855 (0.00080)	0.9546 (0.00319)	0.9658 (0.00327)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9323 (0.00736)	0.8557 (0.01475)	0.9019 (0.01207)	0.8792 (0.00972)	0.9392 (0.00579)	0.9711 (0.00111)	0.9545 (0.00222)	0.9620 (0.00382)	0.9060 (0.00725)	0.9462 (0.00553)	0.9759 (0.00039)	0.9752 (0.00058)	0.9855 (0.00080)	0.9546 (0.00319)	0.9658 (0.00327)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9323 (0.00736)	0.8557 (0.01475)	0.9019 (0.01207)	0.8792 (0.00972)	0.9392 (0.00579)	0.9711 (0.00111)	0.9545 (0.00222)	0.9620 (0.00382)	0.9060 (0.00725)	0.9462 (0.00553)	0.9759 (0.00039)	0.9752 (0.00058)	0.9855 (0.00080)	0.9546 (0.00319)	0.9658 (0.00327)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9951 (0.00135)	0.9972 (0.00131)	0.9984 (0.00127)	0.9968 (0.00156)	0.9983 (0.00109)	0.9756 (0.02055)	0.9973 (0.00139)	0.9991 (0.00043)	0.9989 (0.00063)	0.9994 (0.00059)	0.8908 (0.01095)	0.9829 (0.00399)	0.9971 (0.00169)	0.9989 (0.00079)	0.9996 (0.00028)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9951 (0.00132)	0.9972 (0.00131)	0.9984 (0.00127)	0.9968 (0.00155)	0.9983 (0.00109)	0.9751 (0.01838)	0.9972 (0.00132)	0.9991 (0.00043)	0.9989 (0.00063)	0.9994 (0.00059)	0.8911 (0.01061)	0.9833 (0.00319)	0.9971 (0.00160)	0.9989 (0.00078)	0.9996 (0.00028)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9951 (0.00132)	0.9972 (0.00130)	0.9984 (0.00127)	0.9968 (0.00155)	0.9983 (0.00109)	0.9750 (0.01759)	0.9972 (0.00130)	0.9991 (0.00043)	0.9989 (0.00063)	0.9994 (0.00059)	0.8914 (0.01055)	0.9834 (0.00303)	0.9971 (0.00153)	0.9989 (0.00077)	0.9996 (0.00028)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9381 (0.00536)	0.8467 (0.01321)	0.8914 (0.01230)	0.8784 (0.00970)	0.9373 (0.00581)	0.9696 (0.00092)	0.9526 (0.00230)	0.9469 (0.00595)	0.9021 (0.00724)	0.9425 (0.00536)	0.9739 (0.00032)	0.9761 (0.00058)	0.9827 (0.00110)	0.9449 (0.00318)	0.9580 (0.00370)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9381 (0.00536)	0.8467 (0.01321)	0.8914 (0.01230)	0.8784 (0.00970)	0.9373 (0.00581)	0.9696 (0.00092)	0.9526 (0.00230)	0.9469 (0.00595)	0.9021 (0.00724)	0.9425 (0.00536)	0.9739 (0.00032)	0.9761 (0.00058)	0.9827 (0.00110)	0.9449 (0.00318)	0.9580 (0.00370)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9381 (0.00536)	0.8467 (0.01321)	0.8914 (0.01230)	0.8784 (0.00970)	0.9373 (0.00581)	0.9696 (0.00092)	0.9526 (0.00230)	0.9469 (0.00595)	0.9021 (0.00724)	0.9425 (0.00536)	0.9739 (0.00032)	0.9761 (0.00058)	0.9827 (0.00110)	0.9449 (0.00318)	0.9580 (0.00370)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9893 (0.00347)	0.9985 (0.00094)	0.9990 (0.00045)	0.9976 (0.00052)	0.9984 (0.00046)	0.9750 (0.01435)	0.9946 (0.00121)	0.9981 (0.00062)	0.9984 (0.00055)	0.9994 (0.00031)	0.8774 (0.03671)	0.9775 (0.00728)	0.9957 (0.00137)	0.9985 (0.00051)	0.9993 (0.00045)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9892 (0.00309)	0.9985 (0.00091)	0.9990 (0.00045)	0.9976 (0.00052)	0.9984 (0.00046)	0.9750 (0.01369)	0.9946 (0.00119)	0.9981 (0.00061)	0.9984 (0.00054)	0.9994 (0.00031)	0.8779 (0.03619)	0.9775 (0.00714)	0.9957 (0.00129)	0.9985 (0.00051)	0.9993 (0.00044)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9892 (0.00300)	0.9985 (0.00090)	0.9990 (0.00045)	0.9976 (0.00052)	0.9984 (0.00046)	0.9751 (0.01299)	0.9946 (0.00118)	0.9981 (0.00060)	0.9984 (0.00054)	0.9994 (0.00031)	0.8795 (0.03565)	0.9776 (0.00708)	0.9957 (0.00123)	0.9985 (0.00049)	0.9993 (0.00043)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9187 (0.00711)	0.8277 (0.01551)	0.8751 (0.01408)	0.8614 (0.01060)	0.9291 (0.00620)	0.9627 (0.00128)	0.9496 (0.00245)	0.9397 (0.00749)	0.8849 (0.00794)	0.9335 (0.00609)	0.9691 (0.00045)	0.9747 (0.00062)	0.9806 (0.00125)	0.9332 (0.00410)	0.9482 (0.00443)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9187 (0.00711)	0.8277 (0.01551)	0.8751 (0.01408)	0.8614 (0.01060)	0.9291 (0.00620)	0.9627 (0.00128)	0.9496 (0.00245)	0.9397 (0.00749)	0.8849 (0.00794)	0.9335 (0.00609)	0.9691 (0.00045)	0.9747 (0.00062)	0.9806 (0.00125)	0.9332 (0.00410)	0.9482 (0.00443)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9187 (0.00711)	0.8277 (0.01551)	0.8751 (0.01408)	0.8614 (0.01060)	0.9291 (0.00620)	0.9627 (0.00128)	0.9496 (0.00245)	0.9397 (0.00749)	0.8849 (0.00794)	0.9335 (0.00609)	0.9691 (0.00045)	0.9747 (0.00062)	0.9806 (0.00125)	0.9332 (0.00410)	0.9482 (0.00443)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9926 (0.00111)	0.9966 (0.00082)	0.9986 (0.00072)	0.9969 (0.00126)	0.9980 (0.00099)	0.9544 (0.01099)	0.9963 (0.00298)	0.9992 (0.00034)	0.9989 (0.00031)	0.9995 (0.00030)	0.8942 (0.04135)	0.9725 (0.00501)	0.9948 (0.00157)	0.9983 (0.00072)	0.9995 (0.00028)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9926 (0.00109)	0.9966 (0.00081)	0.9986 (0.00072)	0.9969 (0.00126)	0.9980 (0.00099)	0.9544 (0.01006)	0.9963 (0.00286)	0.9992 (0.00034)	0.9989 (0.00031)	0.9995 (0.00029)	0.8945 (0.04019)	0.9727 (0.00392)	0.9948 (0.00137)	0.9983 (0.00069)	0.9995 (0.00028)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9926 (0.00109)	0.9966 (0.00080)	0.9986 (0.00071)	0.9969 (0.00126)	0.9980 (0.00099)	0.9544 (0.00952)	0.9963 (0.00278)	0.9992 (0.00034)	0.9989 (0.00031)	0.9995 (0.00028)	0.8959 (0.03783)	0.9729 (0.00354)	0.9948 (0.00132)	0.9983 (0.00065)	0.9995 (0.00027)

Tabela B.54: Função *Corner* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	4.63e-3	2.10e-2	9.75e-3	1.47e-2	3.71e-3	8.32e-4	2.07e-3	1.45e-3	8.87e-3	2.91e-3	5.76e-4	6.12e-4	2.08e-4	2.06e-3	1.17e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	4.63e-3	2.10e-2	9.75e-3	1.47e-2	3.71e-3	8.32e-4	2.07e-3	1.45e-3	8.87e-3	2.91e-3	5.76e-4	6.12e-4	2.08e-4	2.06e-3	1.17e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	4.63e-3	2.10e-2	9.75e-3	1.47e-2	3.71e-3	8.32e-4	2.07e-3	1.45e-3	8.87e-3	2.91e-3	5.76e-4	6.12e-4	2.08e-4	2.06e-3	1.17e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	2.50e-5	9.22e-6	3.83e-6	1.20e-5	3.69e-6	1.01e-3	8.92e-6	7.59e-7	1.42e-6	6.47e-7	1.20e-2	3.05e-4	1.07e-5	1.70e-6	1.55e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	2.48e-5	9.24e-6	3.82e-6	1.20e-5	3.69e-6	9.55e-4	8.78e-6	7.53e-7	1.42e-6	6.46e-7	1.19e-2	2.86e-4	1.03e-5	1.68e-6	1.56e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	2.48e-5	9.21e-6	3.82e-6	1.20e-5	3.69e-6	9.30e-4	8.75e-6	7.53e-7	1.41e-6	6.44e-7	1.19e-2	2.80e-4	9.93e-6	1.66e-6	1.56e-7
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	3.85e-3	2.37e-2	1.19e-2	1.48e-2	3.95e-3	9.17e-4	2.24e-3	2.85e-3	9.62e-3	3.32e-3	6.75e-4	5.65e-4	2.96e-4	3.03e-3	1.77e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	3.85e-3	2.37e-2	1.19e-2	1.48e-2	3.95e-3	9.17e-4	2.24e-3	2.85e-3	9.62e-3	3.32e-3	6.75e-4	5.65e-4	2.96e-4	3.03e-3	1.77e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	3.85e-3	2.37e-2	1.19e-2	1.48e-2	3.95e-3	9.17e-4	2.24e-3	2.85e-3	9.62e-3	3.32e-3	6.75e-4	5.65e-4	2.96e-4	3.03e-3	1.77e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.25e-4	2.74e-6	1.00e-6	5.70e-6	2.37e-6	8.24e-4	3.00e-5	3.60e-6	2.58e-6	3.44e-7	1.63e-2	5.56e-4	1.96e-5	2.23e-6	5.05e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.24e-4	2.68e-6	1.00e-6	5.70e-6	2.37e-6	8.07e-4	3.00e-5	3.58e-6	2.56e-6	3.44e-7	1.62e-2	5.52e-4	1.93e-5	2.21e-6	5.00e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.23e-4	2.66e-6	1.00e-6	5.71e-6	2.37e-6	7.84e-4	3.00e-5	3.55e-6	2.55e-6	3.43e-7	1.58e-2	5.49e-4	1.88e-5	2.21e-6	4.90e-7
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	6.64e-3	2.99e-2	1.58e-2	1.93e-2	5.05e-3	1.38e-3	2.54e-3	3.68e-3	1.33e-2	4.44e-3	9.52e-4	6.33e-4	3.74e-4	4.47e-3	2.69e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	6.64e-3	2.99e-2	1.58e-2	1.93e-2	5.05e-3	1.38e-3	2.54e-3	3.68e-3	1.33e-2	4.44e-3	9.52e-4	6.33e-4	3.74e-4	4.47e-3	2.69e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	6.64e-3	2.99e-2	1.58e-2	1.93e-2	5.05e-3	1.38e-3	2.54e-3	3.68e-3	1.33e-2	4.44e-3	9.52e-4	6.33e-4	3.74e-4	4.47e-3	2.69e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	5.44e-5	1.16e-5	2.13e-6	1.07e-5	4.41e-6	2.19e-3	2.17e-5	5.53e-7	1.08e-6	2.71e-7	1.29e-2	7.78e-4	2.85e-5	3.00e-6	2.13e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	5.43e-5	1.16e-5	2.12e-6	1.07e-5	4.41e-6	2.18e-3	2.13e-5	5.56e-7	1.08e-6	2.63e-7	1.27e-2	7.56e-4	2.76e-5	2.96e-6	2.13e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	5.42e-5	1.15e-5	2.12e-6	1.07e-5	4.41e-6	2.16e-3	2.11e-5	5.58e-7	1.08e-6	2.59e-7	1.22e-2	7.40e-4	2.77e-5	2.90e-6	2.12e-7

Tabela B.55: Função *Corner* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.312	7.320	3.558	1.652	0.718	14.378	7.321	3.513	1.644	0.710	14.320	7.227	3.470	1.600	0.716
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.312	7.320	3.558	1.652	0.718	14.378	7.321	3.513	1.644	0.710	14.320	7.227	3.470	1.600	0.716
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.312	7.320	3.558	1.652	0.718	14.378	7.321	3.513	1.644	0.710	14.320	7.227	3.470	1.600	0.716
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.603	7.610	3.984	1.696	0.824	14.403	7.712	4.115	1.834	0.965	14.001	7.250	3.739	1.814	1.049
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.603	7.610	3.984	1.696	0.824	14.406	7.719	4.116	1.834	0.965	14.001	7.249	3.737	1.813	1.049
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.603	7.610	3.984	1.696	0.824	14.406	7.723	4.116	1.834	0.965	14.001	7.246	3.734	1.813	1.049
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.301	7.340	3.611	1.664	0.762	14.311	7.299	3.516	1.661	0.736	13.986	7.152	3.436	1.615	0.744
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.301	7.340	3.611	1.664	0.762	14.311	7.301	3.516	1.661	0.736	13.986	7.152	3.438	1.615	0.744
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.301	7.340	3.611	1.664	0.762	14.311	7.301	3.516	1.661	0.737	13.986	7.152	3.438	1.615	0.744
db6	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.311	7.318	3.556	1.651	0.717	14.380	7.318	3.510	1.643	0.709	14.352	7.225	3.462	1.598	0.715
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.311	7.318	3.556	1.651	0.717	14.380	7.318	3.510	1.643	0.709	14.352	7.225	3.462	1.598	0.715
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.311	7.318	3.556	1.651	0.717	14.380	7.318	3.510	1.643	0.709	14.352	7.225	3.462	1.598	0.715
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.522	7.988	3.989	1.693	0.747	14.395	7.476	3.722	1.743	0.869	14.010	7.206	3.582	1.701	0.864
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.515	7.989	3.989	1.693	0.747	14.396	7.476	3.722	1.742	0.869	14.010	7.205	3.582	1.701	0.864
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.511	7.989	3.989	1.693	0.747	14.398	7.476	3.721	1.742	0.870	14.011	7.203	3.583	1.701	0.864
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.280	7.331	3.612	1.661	0.749	14.298	7.307	3.521	1.657	0.738	13.983	7.154	3.444	1.601	0.716
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.282	7.330	3.612	1.661	0.749	14.299	7.307	3.521	1.657	0.738	13.983	7.155	3.444	1.601	0.716
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.281	7.330	3.612	1.661	0.749	14.299	7.307	3.521	1.657	0.738	13.983	7.155	3.444	1.601	0.716
sym8	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.310	7.318	3.556	1.651	0.717	14.379	7.317	3.509	1.643	0.709	14.338	7.219	3.460	1.598	0.715
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.310	7.318	3.556	1.651	0.717	14.379	7.317	3.509	1.643	0.709	14.338	7.219	3.460	1.598	0.715
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.310	7.318	3.556	1.651	0.717	14.379	7.317	3.509	1.643	0.709	14.338	7.219	3.460	1.598	0.715
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.488	7.500	3.842	1.681	0.750	14.337	7.578	4.116	1.792	0.875	14.030	7.196	3.529	1.693	0.880
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.488	7.500	3.842	1.681	0.750	14.336	7.582	4.115	1.792	0.875	14.030	7.198	3.528	1.694	0.880
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.488	7.500	3.842	1.681	0.750	14.336	7.584	4.113	1.792	0.875	14.031	7.198	3.529	1.695	0.880
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.301	7.322	3.614	1.686	0.779	14.310	7.296	3.561	1.724	0.822	13.985	7.152	3.448	1.605	0.766
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.301	7.322	3.614	1.686	0.779	14.310	7.297	3.560	1.724	0.823	13.985	7.152	3.448	1.605	0.766
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.301	7.322	3.614	1.686	0.779	14.310	7.297	3.560	1.724	0.823	13.985	7.152	3.448	1.605	0.766

Tabela B.56: Função *Corner* e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	18.3	21.9	24.9	24.8	32.6	16.1	14.8	19.5	28.3	33.4	14.7	16.4	16.9	29.1	33.6
	\bar{K}_{2L}	15.0	17.0	16.0	14.0	15.0	13.0	11.5	12.0	15.0	15.0	12.0	12.0	12.0	15.0	16.0
	\bar{K}_{1N}	25.3	43.4	40.8	56.8	62.0	116.3	102.1	55.4	73.1	102.8	61.7	216.9	107.3	108.9	74.9
	\bar{K}_{2N}	16.0	20.0	22.0	34.0	32.0	56.0	39.8	22.0	30.0	40.3	27.0	250.0	38.0	33.8	27.0
db6	\bar{K}_{1L}	17.0	19.6	23.1	22.3	30.3	13.2	18.0	28.3	29.4	33.4	11.9	16.7	21.5	33.1	39.5
	\bar{K}_{2L}	14.0	14.0	14.0	12.0	13.0	11.0	15.0	21.0	13.0	13.0	11.0	11.0	16.0	15.5	16.5
	\bar{K}_{1N}	85.5	40.7	30.2	67.1	70.3	136.1	73.0	61.6	62.7	58.3	123.3	202.1	201.3	93.6	62.3
	\bar{K}_{2N}	25.0	20.0	17.0	36.0	32.0	80.0	28.0	21.0	27.0	25.0	62.0	250.0	250.0	30.5	24.0
sym8	\bar{K}_{1L}	18.5	22.8	22.6	23.7	29.2	12.5	17.8	29.1	28.1	35.0	11.0	14.1	22.5	30.1	39.3
	\bar{K}_{2L}	15.0	16.0	14.0	12.0	13.0	11.0	14.0	23.0	13.0	13.0	9.0	9.0	16.0	13.0	16.0
	\bar{K}_{1N}	36.3	49.5	34.9	48.6	64.3	32.1	91.8	43.9	41.4	104.4	106.2	240.1	139.6	167.9	61.6
	\bar{K}_{2N}	25.0	23.0	19.0	32.0	33.5	22.0	38.0	19.0	20.0	34.0	41.0	250.0	47.0	250.0	26.5

Tabela B.57: Função *Wave* e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8476 (0.02855)	0.7734 (0.02401)	0.8818 (0.01420)	0.8744 (0.01001)	0.9365 (0.00591)	0.9521 (0.00870)	0.8468 (0.01395)	0.9078 (0.01057)	0.8747 (0.01015)	0.9368 (0.00643)	0.9738 (0.00310)	0.9357 (0.00496)	0.9547 (0.00459)	0.8768 (0.01041)	0.9376 (0.00597)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8476 (0.02855)	0.7734 (0.02401)	0.8818 (0.01420)	0.8744 (0.01001)	0.9365 (0.00591)	0.9521 (0.00870)	0.8468 (0.01395)	0.9078 (0.01057)	0.8747 (0.01015)	0.9368 (0.00643)	0.9738 (0.00310)	0.9357 (0.00496)	0.9547 (0.00459)	0.8768 (0.01041)	0.9376 (0.00597)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8476 (0.02855)	0.7734 (0.02401)	0.8818 (0.01420)	0.8744 (0.01001)	0.9365 (0.00591)	0.9521 (0.00870)	0.8468 (0.01395)	0.9078 (0.01057)	0.8747 (0.01015)	0.9368 (0.00643)	0.9738 (0.00310)	0.9357 (0.00496)	0.9547 (0.00459)	0.8768 (0.01041)	0.9376 (0.00597)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9843 (0.00684)	0.9909 (0.00518)	0.9944 (0.00397)	0.9924 (0.00406)	0.9955 (0.00349)	0.9944 (0.00159)	0.9973 (0.00131)	0.9981 (0.00118)	0.9968 (0.00136)	0.9979 (0.00128)	0.9951 (0.00214)	0.9989 (0.00065)	0.9994 (0.00043)	0.9989 (0.00053)	0.9992 (0.00052)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9843 (0.00684)	0.9909 (0.00518)	0.9944 (0.00397)	0.9924 (0.00406)	0.9955 (0.00349)	0.9944 (0.00159)	0.9973 (0.00131)	0.9981 (0.00118)	0.9968 (0.00136)	0.9979 (0.00128)	0.9951 (0.00214)	0.9989 (0.00065)	0.9994 (0.00044)	0.9989 (0.00053)	0.9992 (0.00052)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9843 (0.00684)	0.9909 (0.00518)	0.9944 (0.00397)	0.9924 (0.00406)	0.9955 (0.00349)	0.9944 (0.00159)	0.9973 (0.00132)	0.9981 (0.00118)	0.9968 (0.00136)	0.9979 (0.00128)	0.9951 (0.00225)	0.9989 (0.00065)	0.9994 (0.00044)	0.9989 (0.00053)	0.9992 (0.00052)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8755 (0.01724)	0.7730 (0.02392)	0.8769 (0.01424)	0.8742 (0.01009)	0.9352 (0.00579)	0.9632 (0.00303)	0.8228 (0.01813)	0.8836 (0.01441)	0.8753 (0.01021)	0.9354 (0.00637)	0.9814 (0.00078)	0.9166 (0.01038)	0.9117 (0.01335)	0.8805 (0.00985)	0.9360 (0.00589)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8755 (0.01724)	0.7730 (0.02392)	0.8769 (0.01424)	0.8742 (0.01009)	0.9352 (0.00579)	0.9632 (0.00303)	0.8228 (0.01813)	0.8836 (0.01441)	0.8753 (0.01021)	0.9354 (0.00637)	0.9814 (0.00078)	0.9166 (0.01038)	0.9117 (0.01335)	0.8805 (0.00985)	0.9360 (0.00589)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8755 (0.01724)	0.7730 (0.02392)	0.8769 (0.01424)	0.8742 (0.01009)	0.9352 (0.00579)	0.9632 (0.00303)	0.8228 (0.01813)	0.8836 (0.01441)	0.8753 (0.01021)	0.9354 (0.00637)	0.9814 (0.00078)	0.9166 (0.01038)	0.9117 (0.01335)	0.8805 (0.00985)	0.9360 (0.00589)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9751 (0.00653)	0.9850 (0.00503)	0.9911 (0.00383)	0.9897 (0.00309)	0.9929 (0.00300)	0.9897 (0.00169)	0.9947 (0.00130)	0.9962 (0.00118)	0.9961 (0.00089)	0.9971 (0.00095)	0.9958 (0.00152)	0.9980 (0.00115)	0.9984 (0.00078)	0.9987 (0.00038)	0.9990 (0.00034)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9751 (0.00653)	0.9850 (0.00503)	0.9911 (0.00383)	0.9897 (0.00309)	0.9929 (0.00300)	0.9897 (0.00169)	0.9947 (0.00130)	0.9962 (0.00118)	0.9961 (0.00089)	0.9971 (0.00095)	0.9958 (0.00148)	0.9980 (0.00111)	0.9984 (0.00078)	0.9987 (0.00038)	0.9990 (0.00034)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9751 (0.00653)	0.9850 (0.00503)	0.9911 (0.00383)	0.9897 (0.00309)	0.9929 (0.00300)	0.9897 (0.00169)	0.9947 (0.00130)	0.9962 (0.00118)	0.9961 (0.00089)	0.9971 (0.00095)	0.9958 (0.00146)	0.9980 (0.00109)	0.9984 (0.00078)	0.9987 (0.00038)	0.9990 (0.00034)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7954 (0.03085)	0.7425 (0.02538)	0.8610 (0.01551)	0.8576 (0.01079)	0.9273 (0.00631)	0.9195 (0.01404)	0.8041 (0.01703)	0.8682 (0.01502)	0.8590 (0.01091)	0.9277 (0.00688)	0.9664 (0.00497)	0.9092 (0.00860)	0.8992 (0.01248)	0.8654 (0.01040)	0.9283 (0.00637)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7954 (0.03085)	0.7425 (0.02538)	0.8610 (0.01551)	0.8576 (0.01079)	0.9273 (0.00631)	0.9195 (0.01404)	0.8041 (0.01703)	0.8682 (0.01502)	0.8590 (0.01091)	0.9277 (0.00688)	0.9664 (0.00497)	0.9092 (0.00860)	0.8992 (0.01248)	0.8654 (0.01040)	0.9283 (0.00637)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7954 (0.03085)	0.7425 (0.02538)	0.8610 (0.01551)	0.8576 (0.01079)	0.9273 (0.00631)	0.9195 (0.01404)	0.8041 (0.01703)	0.8682 (0.01502)	0.8590 (0.01091)	0.9277 (0.00688)	0.9664 (0.00497)	0.9092 (0.00860)	0.8992 (0.01248)	0.8654 (0.01040)	0.9283 (0.00637)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9813 (0.00678)	0.9887 (0.00525)	0.9925 (0.00420)	0.9900 (0.00354)	0.9931 (0.00343)	0.9941 (0.00137)	0.9971 (0.00098)	0.9981 (0.00090)	0.9964 (0.00101)	0.9974 (0.00124)	0.9904 (0.00380)	0.9993 (0.00030)	0.9995 (0.00033)	0.9990 (0.00029)	0.9992 (0.00034)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9813 (0.00678)	0.9887 (0.00525)	0.9925 (0.00420)	0.9900 (0.00354)	0.9931 (0.00343)	0.9941 (0.00137)	0.9971 (0.00098)	0.9981 (0.00090)	0.9964 (0.00101)	0.9974 (0.00124)	0.9904 (0.00379)	0.9993 (0.00030)	0.9995 (0.00033)	0.9990 (0.00029)	0.9992 (0.00034)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9813 (0.00678)	0.9887 (0.00525)	0.9925 (0.00420)	0.9900 (0.00354)	0.9931 (0.00343)	0.9941 (0.00137)	0.9971 (0.00098)	0.9981 (0.00090)	0.9964 (0.00101)	0.9974 (0.00124)	0.9904 (0.00378)	0.9993 (0.00030)	0.9995 (0.00033)	0.9990 (0.00029)	0.9992 (0.00034)

Tabela B.58: Função *Wave* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	2.11e-2	4.75e-2	1.19e-2	1.35e-2	2.89e-3	1.51e-3	2.07e-2	6.88e-3	1.34e-2	2.87e-3	2.72e-4	2.98e-3	1.27e-3	1.29e-2	2.79e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	2.11e-2	4.75e-2	1.19e-2	1.35e-2	2.89e-3	1.51e-3	2.07e-2	6.88e-3	1.34e-2	2.87e-3	2.72e-4	2.98e-3	1.27e-3	1.29e-2	2.79e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	2.11e-2	4.75e-2	1.19e-2	1.35e-2	2.89e-3	1.51e-3	2.07e-2	6.88e-3	1.34e-2	2.87e-3	2.72e-4	2.98e-3	1.27e-3	1.29e-2	2.79e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	7.97e-5	2.76e-5	3.55e-5	2.21e-5	4.19e-5	2.16e-5	5.55e-5	6.71e-5	4.83e-5	6.44e-5	3.09e-5	7.96e-5	8.83e-5	7.97e-5	8.42e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	7.97e-5	2.76e-5	3.55e-5	2.21e-5	4.19e-5	2.16e-5	5.55e-5	6.71e-5	4.83e-5	6.44e-5	3.08e-5	7.96e-5	8.83e-5	7.97e-5	8.42e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	7.97e-5	2.76e-5	3.55e-5	2.21e-5	4.19e-5	2.16e-5	5.55e-5	6.71e-5	4.83e-5	6.44e-5	3.11e-5	7.97e-5	8.83e-5	7.97e-5	8.42e-5
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	1.34e-2	4.76e-2	1.30e-2	1.35e-2	3.03e-3	7.26e-4	2.83e-2	1.15e-2	1.33e-2	3.02e-3	7.49e-5	5.50e-3	6.31e-3	1.21e-2	2.95e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	1.34e-2	4.76e-2	1.30e-2	1.35e-2	3.03e-3	7.26e-4	2.83e-2	1.15e-2	1.33e-2	3.02e-3	7.49e-5	5.50e-3	6.31e-3	1.21e-2	2.95e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	1.34e-2	4.76e-2	1.30e-2	1.35e-2	3.03e-3	7.26e-4	2.83e-2	1.15e-2	1.33e-2	3.02e-3	7.49e-5	5.50e-3	6.31e-3	1.21e-2	2.95e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	2.65e-4	5.02e-5	1.58e-5	9.67e-6	1.73e-5	2.96e-6	2.35e-5	4.04e-5	3.76e-5	5.08e-5	3.58e-5	6.50e-5	7.20e-5	7.64e-5	8.05e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	2.65e-4	5.02e-5	1.58e-5	9.67e-6	1.73e-5	2.96e-6	2.35e-5	4.04e-5	3.76e-5	5.08e-5	3.57e-5	6.50e-5	7.20e-5	7.64e-5	8.05e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	2.65e-4	5.02e-5	1.58e-5	9.67e-6	1.73e-5	2.96e-6	2.35e-5	4.04e-5	3.76e-5	5.08e-5	3.57e-5	6.50e-5	7.19e-5	7.64e-5	8.05e-5
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	3.88e-2	6.19e-2	1.69e-2	1.77e-2	3.97e-3	5.17e-3	3.49e-2	1.50e-2	1.73e-2	3.93e-3	5.80e-4	6.61e-3	8.41e-3	1.56e-2	3.85e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	3.88e-2	6.19e-2	1.69e-2	1.77e-2	3.97e-3	5.17e-3	3.49e-2	1.50e-2	1.73e-2	3.93e-3	5.80e-4	6.61e-3	8.41e-3	1.56e-2	3.85e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	3.88e-2	6.19e-2	1.69e-2	1.77e-2	3.97e-3	5.17e-3	3.49e-2	1.50e-2	1.73e-2	3.93e-3	5.80e-4	6.61e-3	8.41e-3	1.56e-2	3.85e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.22e-4	2.93e-5	2.39e-5	1.25e-5	2.16e-5	1.88e-5	5.19e-5	6.68e-5	4.24e-5	5.58e-5	1.46e-5	8.57e-5	8.98e-5	8.04e-5	8.43e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.22e-4	2.93e-5	2.39e-5	1.25e-5	2.16e-5	1.88e-5	5.19e-5	6.68e-5	4.24e-5	5.58e-5	1.45e-5	8.57e-5	8.98e-5	8.04e-5	8.43e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.22e-4	2.93e-5	2.39e-5	1.25e-5	2.16e-5	1.88e-5	5.19e-5	6.68e-5	4.24e-5	5.58e-5	1.44e-5	8.57e-5	8.98e-5	8.04e-5	8.43e-5

Tabela B.59: Função *Wave* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	0.097	0.049	0.024	0.012	0.006	0.100	0.050	0.025	0.012	0.006	0.112	0.053	0.027	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.097	0.049	0.024	0.012	0.006	0.100	0.050	0.025	0.012	0.006	0.112	0.053	0.027	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.097	0.049	0.024	0.012	0.006	0.100	0.050	0.025	0.012	0.006	0.112	0.053	0.027	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.157	0.121	0.161	0.029	0.082	0.666	0.458	0.368	0.066	0.110	1.011	1.373	1.416	0.207	0.196
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.157	0.121	0.161	0.029	0.082	0.666	0.458	0.368	0.066	0.110	1.011	1.373	1.416	0.207	0.196
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.157	0.121	0.161	0.029	0.082	0.666	0.458	0.368	0.066	0.110	1.010	1.373	1.416	0.207	0.196
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.130	0.085	0.079	0.037	0.069	0.115	0.088	0.095	0.047	0.074	0.093	0.047	0.041	0.042	0.061
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.130	0.085	0.079	0.037	0.069	0.115	0.088	0.095	0.047	0.074	0.093	0.047	0.041	0.042	0.061
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.130	0.085	0.079	0.037	0.069	0.115	0.088	0.095	0.047	0.074	0.093	0.047	0.041	0.042	0.061
db6	EQMI(f_{1L})	0.096	0.047	0.022	0.011	0.005	0.101	0.048	0.023	0.011	0.005	0.124	0.050	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.096	0.047	0.022	0.011	0.005	0.101	0.048	0.023	0.011	0.005	0.124	0.050	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.096	0.047	0.022	0.011	0.005	0.101	0.048	0.023	0.011	0.005	0.124	0.050	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.098	0.048	0.033	0.010	0.007	0.325	0.170	0.097	0.035	0.024	0.745	0.492	0.321	0.146	0.086
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.098	0.048	0.033	0.010	0.007	0.325	0.170	0.097	0.035	0.024	0.744	0.492	0.321	0.146	0.086
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.098	0.048	0.033	0.010	0.007	0.325	0.170	0.097	0.035	0.024	0.745	0.492	0.321	0.146	0.086
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.089	0.044	0.026	0.011	0.010	0.140	0.074	0.043	0.026	0.028	0.115	0.095	0.074	0.063	0.054
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.089	0.044	0.026	0.011	0.010	0.140	0.074	0.043	0.026	0.028	0.115	0.095	0.074	0.063	0.054
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.089	0.044	0.026	0.011	0.010	0.140	0.074	0.043	0.026	0.028	0.115	0.095	0.074	0.063	0.054
sym8	EQMI(f_{1L})	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.100	0.048	0.023	0.011	0.005	0.121	0.050	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.100	0.048	0.023	0.011	0.005	0.121	0.050	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.100	0.048	0.023	0.011	0.005	0.121	0.050	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.121	0.063	0.048	0.011	0.013	0.401	0.305	0.218	0.036	0.035	0.421	1.319	1.064	0.155	0.106
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.121	0.063	0.048	0.011	0.013	0.401	0.305	0.218	0.036	0.035	0.421	1.319	1.064	0.155	0.106
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.121	0.063	0.048	0.011	0.013	0.401	0.305	0.218	0.036	0.035	0.421	1.319	1.064	0.155	0.106
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.107	0.059	0.046	0.015	0.028	0.115	0.094	0.127	0.051	0.054	0.099	0.060	0.134	0.110	0.107
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.107	0.059	0.046	0.015	0.028	0.115	0.094	0.127	0.051	0.054	0.099	0.060	0.134	0.110	0.107
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.107	0.059	0.046	0.015	0.028	0.115	0.094	0.127	0.051	0.054	0.099	0.060	0.134	0.110	0.107

Tabela B.60: Função *Wave* e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	21.9	16.9	22.7	21.5	32.5	20.1	18.4	22.9	23.1	30.7	19.8	21.2	27.5	27.8	33.3
	\bar{K}_{2L}	17.0	13.0	14.5	14.0	15.0	15.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	14.0	14.0	14.0	15.0
	\bar{K}_{1N}	29.4	36.2	44.3	51.5	62.5	24.0	31.8	40.9	47.6	57.2	43.7	36.4	37.2	46.5	56.7
	\bar{K}_{2N}	22.0	25.0	27.0	26.0	33.0	17.5	20.0	21.0	20.0	25.0	23.0	22.0	18.0	20.0	23.0
db6	\bar{K}_{1L}	18.5	15.3	18.3	17.1	24.5	17.5	19.0	21.5	23.6	27.9	18.3	24.4	29.1	26.6	31.6
	\bar{K}_{2L}	15.0	13.0	13.0	12.0	13.0	12.0	13.0	14.0	12.0	13.0	14.0	13.0	15.0	13.0	14.0
	\bar{K}_{1N}	28.8	36.0	41.6	43.9	56.5	30.9	32.3	39.2	46.5	55.4	87.7	30.6	46.6	44.2	56.4
	\bar{K}_{2N}	21.0	22.0	23.0	22.0	32.0	25.0	25.0	23.0	17.0	22.0	28.0	23.0	31.0	17.0	20.0
sym8	\bar{K}_{1L}	19.5	15.7	19.4	18.0	25.3	21.4	20.1	22.9	23.9	27.8	21.6	21.8	27.9	28.2	34.5
	\bar{K}_{2L}	16.0	12.0	13.0	12.0	13.0	16.0	12.0	13.0	12.0	13.0	16.0	13.0	14.0	12.0	14.0
	\bar{K}_{1N}	26.2	38.6	47.8	51.4	65.1	23.0	29.4	39.4	45.6	63.6	26.4	28.6	37.9	46.9	59.8
	\bar{K}_{2N}	19.0	25.0	29.0	23.0	31.3	14.0	18.0	22.0	19.0	26.5	18.0	18.0	22.0	19.0	23.0

Tabela B.61: Função *Wave* e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9767 (0.00204)	0.9609 (0.00243)	0.9712 (0.00288)	0.8809 (0.00969)	0.9402 (0.00630)	0.9790 (0.00068)	0.9923 (0.00032)	0.9950 (0.00037)	0.9127 (0.00782)	0.9518 (0.00538)	0.9792 (0.00029)	0.9963 (0.00012)	0.9984 (0.00009)	0.9611 (0.00443)	0.9750 (0.00355)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9767 (0.00204)	0.9609 (0.00243)	0.9712 (0.00288)	0.8809 (0.00969)	0.9402 (0.00630)	0.9790 (0.00068)	0.9923 (0.00032)	0.9950 (0.00037)	0.9127 (0.00782)	0.9518 (0.00538)	0.9792 (0.00029)	0.9963 (0.00012)	0.9984 (0.00009)	0.9611 (0.00443)	0.9750 (0.00355)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9767 (0.00204)	0.9609 (0.00243)	0.9712 (0.00288)	0.8809 (0.00969)	0.9402 (0.00630)	0.9790 (0.00068)	0.9923 (0.00032)	0.9950 (0.00037)	0.9127 (0.00782)	0.9518 (0.00538)	0.9792 (0.00029)	0.9963 (0.00012)	0.9984 (0.00009)	0.9611 (0.00443)	0.9750 (0.00355)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9919 (0.00203)	0.9986 (0.00084)	0.9996 (0.00034)	0.9992 (0.00047)	0.9995 (0.00031)	0.8764 (0.06045)	0.9815 (0.00782)	0.9981 (0.00268)	0.9996 (0.00013)	0.9998 (0.00011)	0.7885 (0.00224)	0.9495 (0.01322)	0.9961 (0.00199)	0.9984 (0.00159)	0.9990 (0.00041)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9919 (0.00202)	0.9986 (0.00084)	0.9996 (0.00034)	0.9992 (0.00047)	0.9995 (0.00031)	0.8750 (0.05790)	0.9812 (0.00769)	0.9981 (0.00243)	0.9996 (0.00013)	0.9998 (0.00011)	0.7886 (0.00211)	0.9494 (0.01118)	0.9959 (0.00154)	0.9984 (0.00145)	0.9990 (0.00040)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9919 (0.00202)	0.9986 (0.00084)	0.9996 (0.00034)	0.9992 (0.00047)	0.9995 (0.00031)	0.8763 (0.05472)	0.9810 (0.00802)	0.9981 (0.00233)	0.9996 (0.00013)	0.9998 (0.00011)	0.7887 (0.00212)	0.9497 (0.01059)	0.9958 (0.00148)	0.9983 (0.00140)	0.9989 (0.00040)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9836 (0.00049)	0.9488 (0.00676)	0.9323 (0.01247)	0.8879 (0.00872)	0.9380 (0.00620)	0.9856 (0.00015)	0.9913 (0.00163)	0.9839 (0.00463)	0.9394 (0.00486)	0.9476 (0.00611)	0.9858 (0.00007)	0.9968 (0.00050)	0.9970 (0.00153)	0.9818 (0.00261)	0.9707 (0.00523)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9836 (0.00049)	0.9488 (0.00676)	0.9323 (0.01247)	0.8879 (0.00872)	0.9380 (0.00620)	0.9856 (0.00015)	0.9913 (0.00163)	0.9839 (0.00463)	0.9394 (0.00486)	0.9476 (0.00611)	0.9858 (0.00007)	0.9968 (0.00050)	0.9970 (0.00153)	0.9818 (0.00261)	0.9707 (0.00523)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9836 (0.00049)	0.9488 (0.00676)	0.9323 (0.01247)	0.8879 (0.00872)	0.9380 (0.00620)	0.9856 (0.00015)	0.9913 (0.00163)	0.9839 (0.00463)	0.9394 (0.00486)	0.9476 (0.00611)	0.9858 (0.00007)	0.9968 (0.00050)	0.9970 (0.00153)	0.9818 (0.00261)	0.9707 (0.00523)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9942 (0.00217)	0.9985 (0.00062)	0.9989 (0.00054)	0.9987 (0.00039)	0.9994 (0.00022)	0.9461 (0.10100)	0.9859 (0.04688)	0.9985 (0.00057)	0.9988 (0.00284)	0.9992 (0.00038)	0.9279 (0.09036)	0.9910 (0.01151)	0.9985 (0.00425)	0.9997 (0.00016)	0.9995 (0.00189)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9942 (0.00214)	0.9984 (0.00061)	0.9989 (0.00054)	0.9987 (0.00039)	0.9994 (0.00022)	0.9500 (0.08783)	0.9841 (0.04519)	0.9985 (0.00056)	0.9987 (0.00271)	0.9992 (0.00038)	0.9338 (0.07812)	0.9910 (0.00916)	0.9985 (0.00420)	0.9997 (0.00015)	0.9995 (0.00176)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9942 (0.00212)	0.9984 (0.00060)	0.9989 (0.00054)	0.9987 (0.00039)	0.9994 (0.00022)	0.9520 (0.08077)	0.9837 (0.04205)	0.9985 (0.00053)	0.9987 (0.00254)	0.9992 (0.00038)	0.9370 (0.07132)	0.9906 (0.00886)	0.9982 (0.00428)	0.9997 (0.00015)	0.9995 (0.00163)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9727 (0.00325)	0.9443 (0.00533)	0.9206 (0.01116)	0.8742 (0.00923)	0.9302 (0.00674)	0.9779 (0.00107)	0.9899 (0.00095)	0.9784 (0.00397)	0.9334 (0.00426)	0.9406 (0.00590)	0.9784 (0.00046)	0.9960 (0.00027)	0.9947 (0.00127)	0.9799 (0.00218)	0.9652 (0.00488)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9727 (0.00325)	0.9443 (0.00533)	0.9206 (0.01116)	0.8742 (0.00923)	0.9302 (0.00674)	0.9779 (0.00107)	0.9899 (0.00095)	0.9784 (0.00397)	0.9334 (0.00426)	0.9406 (0.00590)	0.9784 (0.00046)	0.9960 (0.00027)	0.9947 (0.00127)	0.9799 (0.00218)	0.9652 (0.00488)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9727 (0.00325)	0.9443 (0.00533)	0.9206 (0.01116)	0.8742 (0.00923)	0.9302 (0.00674)	0.9779 (0.00107)	0.9899 (0.00095)	0.9784 (0.00397)	0.9334 (0.00426)	0.9406 (0.00590)	0.9784 (0.00046)	0.9960 (0.00027)	0.9947 (0.00127)	0.9799 (0.00218)	0.9652 (0.00488)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9904 (0.00205)	0.9987 (0.00068)	0.9998 (0.00017)	0.9993 (0.00023)	0.9996 (0.00020)	0.9866 (0.00445)	0.9953 (0.02437)	0.9991 (0.00159)	0.9991 (0.00040)	0.9994 (0.00037)	0.9809 (0.00424)	0.9960 (0.01020)	0.9740 (0.04566)	0.9988 (0.00023)	0.9995 (0.00020)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9904 (0.00201)	0.9987 (0.00068)	0.9998 (0.00017)	0.9993 (0.00023)	0.9996 (0.00020)	0.9866 (0.00432)	0.9955 (0.02277)	0.9991 (0.00158)	0.9991 (0.00040)	0.9994 (0.00037)	0.9810 (0.00392)	0.9960 (0.00984)	0.9721 (0.04214)	0.9988 (0.00025)	0.9995 (0.00019)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9904 (0.00197)	0.9987 (0.00068)	0.9998 (0.00017)	0.9993 (0.00023)	0.9996 (0.00020)	0.9866 (0.00427)	0.9956 (0.02078)	0.9991 (0.00157)	0.9991 (0.00040)	0.9994 (0.00037)	0.9811 (0.00391)	0.9960 (0.00893)	0.9701 (0.03945)	0.9988 (0.00028)	0.9995 (0.00019)

Tabela B.62: Função *Wave* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	5.43e-4	1.53e-3	8.29e-4	1.42e-2	3.60e-3	4.37e-4	5.78e-5	2.38e-5	7.66e-3	2.35e-3	4.27e-4	1.29e-5	2.15e-6	1.53e-3	6.31e-4
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	5.43e-4	1.53e-3	8.29e-4	1.42e-2	3.60e-3	4.37e-4	5.78e-5	2.38e-5	7.66e-3	2.35e-3	4.27e-4	1.29e-5	2.15e-6	1.53e-3	6.31e-4
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	5.43e-4	1.53e-3	8.29e-4	1.42e-2	3.60e-3	4.37e-4	5.78e-5	2.38e-5	7.66e-3	2.35e-3	4.27e-4	1.29e-5	2.15e-6	1.53e-3	6.31e-4
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	6.79e-5	2.35e-6	2.35e-7	7.42e-7	2.26e-7	1.89e-2	4.02e-4	1.04e-5	1.32e-7	2.96e-8	4.47e-2	2.71e-3	1.82e-5	4.69e-6	1.06e-6
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	6.78e-5	2.34e-6	2.35e-7	7.42e-7	2.26e-7	1.89e-2	4.10e-4	9.03e-6	1.32e-7	2.96e-8	4.46e-2	2.67e-3	1.86e-5	4.35e-6	1.06e-6
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	6.78e-5	2.33e-6	2.35e-7	7.41e-7	2.26e-7	1.83e-2	4.23e-4	8.55e-6	1.32e-7	2.95e-8	4.46e-2	2.64e-3	1.91e-5	4.48e-6	1.06e-6
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	2.65e-4	2.65e-3	4.73e-3	1.26e-2	3.87e-3	2.05e-4	7.71e-5	2.78e-4	3.69e-3	2.78e-3	1.99e-4	1.01e-5	1.08e-5	3.33e-4	8.78e-4
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	2.65e-4	2.65e-3	4.73e-3	1.26e-2	3.87e-3	2.05e-4	7.71e-5	2.78e-4	3.69e-3	2.78e-3	1.99e-4	1.01e-5	1.08e-5	3.33e-4	8.78e-4
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	2.65e-4	2.65e-3	4.73e-3	1.26e-2	3.87e-3	2.05e-4	7.71e-5	2.78e-4	3.69e-3	2.78e-3	1.99e-4	1.01e-5	1.08e-5	3.33e-4	8.78e-4
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	3.73e-5	2.47e-6	1.21e-6	1.51e-6	2.70e-7	1.31e-2	2.39e-3	2.41e-6	9.39e-6	6.92e-7	1.33e-2	2.12e-4	1.99e-5	8.49e-8	3.76e-6
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	3.73e-5	2.48e-6	1.21e-6	1.51e-6	2.70e-7	1.02e-2	2.29e-3	2.40e-6	8.72e-6	6.92e-7	1.05e-2	1.63e-4	1.97e-5	8.46e-8	3.31e-6
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	3.73e-5	2.52e-6	1.20e-6	1.50e-6	2.70e-7	8.82e-3	2.03e-3	2.33e-6	7.88e-6	6.92e-7	9.04e-3	1.65e-4	2.14e-5	8.44e-8	2.86e-6
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	7.50e-4	3.13e-3	6.42e-3	1.59e-2	4.90e-3	4.85e-4	1.01e-4	4.80e-4	4.44e-3	3.55e-3	4.60e-4	1.53e-5	2.83e-5	4.04e-4	1.22e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	7.50e-4	3.13e-3	6.42e-3	1.59e-2	4.90e-3	4.85e-4	1.01e-4	4.80e-4	4.44e-3	3.55e-3	4.60e-4	1.53e-5	2.83e-5	4.04e-4	1.22e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	7.50e-4	3.13e-3	6.42e-3	1.59e-2	4.90e-3	4.85e-4	1.01e-4	4.80e-4	4.44e-3	3.55e-3	4.60e-4	1.53e-5	2.83e-5	4.04e-4	1.22e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	9.41e-5	1.95e-6	5.16e-8	4.17e-7	1.50e-7	1.98e-4	6.15e-4	3.23e-6	7.52e-7	4.08e-7	3.78e-4	1.20e-4	2.76e-3	1.23e-6	1.91e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	9.43e-5	1.95e-6	5.16e-8	4.16e-7	1.50e-7	1.96e-4	5.38e-4	3.21e-6	7.53e-7	4.07e-7	3.74e-4	1.12e-4	2.55e-3	1.25e-6	1.91e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	9.41e-5	1.95e-6	5.16e-8	4.16e-7	1.50e-7	1.95e-4	4.50e-4	3.16e-6	7.52e-7	4.07e-7	3.67e-4	9.51e-5	2.45e-3	1.28e-6	1.91e-7

Tabela B.63: Função *Wave* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.346	7.330	3.563	1.652	0.718	14.652	7.404	3.558	1.645	0.710	15.663	7.665	3.719	1.600	0.716
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.346	7.330	3.563	1.652	0.718	14.652	7.404	3.558	1.645	0.710	15.663	7.665	3.719	1.600	0.716
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.346	7.330	3.563	1.652	0.718	14.652	7.404	3.558	1.645	0.710	15.663	7.665	3.719	1.600	0.716
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.580	8.375	5.380	1.976	1.050	14.345	7.401	4.394	2.171	1.145	14.011	7.186	3.566	1.739	0.818
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.581	8.374	5.380	1.976	1.050	14.345	7.387	4.393	2.171	1.145	14.011	7.181	3.575	1.736	0.818
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.581	8.374	5.380	1.976	1.050	14.346	7.383	4.385	2.171	1.145	14.011	7.180	3.579	1.734	0.818
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.311	7.313	3.556	1.663	0.761	14.315	7.306	3.513	1.648	0.715	13.988	7.154	3.442	1.600	0.717
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.311	7.313	3.556	1.663	0.761	14.315	7.307	3.513	1.648	0.715	13.988	7.154	3.442	1.600	0.717
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.311	7.313	3.556	1.663	0.761	14.315	7.307	3.513	1.648	0.715	13.988	7.154	3.442	1.599	0.716
db6	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.336	7.324	3.557	1.651	0.717	14.711	7.377	3.528	1.645	0.709	16.370	7.624	3.649	1.605	0.716
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.336	7.324	3.557	1.651	0.717	14.711	7.377	3.528	1.645	0.709	16.370	7.624	3.649	1.605	0.716
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.336	7.324	3.557	1.651	0.717	14.711	7.377	3.528	1.645	0.709	16.370	7.624	3.649	1.605	0.716
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	15.105	8.159	4.071	1.822	0.901	14.342	8.084	3.973	1.813	0.787	14.132	7.261	3.792	1.985	0.875
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	15.105	8.157	4.071	1.822	0.901	14.345	8.007	3.975	1.812	0.787	14.127	7.256	3.786	1.985	0.875
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	15.110	8.157	4.071	1.822	0.901	14.350	7.958	3.976	1.811	0.787	14.128	7.256	3.783	1.984	0.875
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.323	7.389	3.615	1.688	0.785	14.313	7.305	3.499	1.639	0.721	13.985	7.154	3.431	1.577	0.704
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.323	7.388	3.615	1.688	0.785	14.313	7.306	3.499	1.639	0.721	13.985	7.154	3.430	1.577	0.704
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.323	7.388	3.615	1.688	0.785	14.313	7.306	3.499	1.639	0.721	13.985	7.154	3.432	1.577	0.704
sym8	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.348	7.324	3.557	1.651	0.717	14.741	7.365	3.519	1.644	0.709	16.324	7.464	3.507	1.603	0.716
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.348	7.324	3.557	1.651	0.717	14.741	7.365	3.519	1.644	0.709	16.324	7.464	3.507	1.603	0.716
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.348	7.324	3.557	1.651	0.717	14.741	7.365	3.519	1.644	0.709	16.324	7.464	3.507	1.603	0.716
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.516	8.312	6.065	1.976	0.943	14.663	8.082	6.332	1.929	0.889	14.075	7.383	3.603	1.722	0.938
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.516	8.312	6.065	1.976	0.943	14.662	8.082	6.330	1.927	0.889	14.072	7.383	3.576	1.722	0.938
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.516	8.312	6.065	1.976	0.943	14.661	8.080	6.330	1.927	0.889	14.070	7.383	3.553	1.722	0.938
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.317	7.313	3.688	1.751	0.852	14.320	7.315	3.507	1.642	0.710	13.987	7.160	3.441	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.317	7.313	3.688	1.751	0.852	14.320	7.315	3.507	1.642	0.710	13.987	7.160	3.441	1.597	0.714
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.317	7.313	3.688	1.751	0.852	14.320	7.315	3.507	1.642	0.710	13.987	7.160	3.441	1.597	0.714

Tabela B.64: Função *Wave* e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	20.6	20.4	27.2	30.3	36.9	21.9	20.6	25.6	40.0	43.2	20.7	19.2	30.4	44.3	51.8
	\bar{K}_{2L}	17.0	13.0	14.0	14.0	16.0	17.0	11.0	11.0	14.5	16.0	17.0	11.0	11.0	15.0	15.5
	\bar{K}_{1N}	41.3	34.9	36.3	43.6	56.2	232.3	113.9	68.6	50.1	54.6	64.8	249.6	215.3	141.6	114.5
	\bar{K}_{2N}	22.0	21.0	19.0	21.0	24.0	250.0	61.3	26.0	18.0	20.0	24.0	250.0	250.0	50.8	33.5
db6	\bar{K}_{1L}	20.0	22.4	31.2	30.1	35.5	21.0	31.1	39.6	36.6	44.7	21.6	34.2	50.1	42.4	51.9
	\bar{K}_{2L}	14.0	13.0	15.0	13.0	14.0	15.0	21.0	19.0	14.0	15.5	15.0	25.0	40.0	16.0	17.0
	\bar{K}_{1N}	90.2	81.7	35.8	72.5	58.5	62.9	100.5	118.4	42.6	52.7	117.4	181.5	65.0	52.2	78.2
	\bar{K}_{2N}	30.0	19.0	24.0	20.0	20.0	33.0	25.0	21.5	21.0	22.5	55.0	250.0	20.0	24.5	27.0
sym8	\bar{K}_{1L}	22.1	20.2	30.3	30.1	35.4	23.2	21.2	32.4	37.1	44.0	22.6	22.7	34.6	38.4	52.7
	\bar{K}_{2L}	17.0	12.0	15.0	12.5	14.0	19.0	11.0	16.0	13.0	14.5	19.0	12.0	16.0	14.0	18.0
	\bar{K}_{1N}	25.5	34.4	39.3	54.1	59.2	57.4	53.6	46.6	54.6	59.7	177.0	26.5	57.5	45.4	71.3
	\bar{K}_{2N}	16.0	23.0	21.0	20.3	23.0	25.5	29.0	22.0	31.0	27.0	250.0	16.5	19.0	19.0	29.0

Tabela B.65: Função *Angles* e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
<i>n</i>		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7880 (0.03393)	0.7611 (0.02491)	0.8776 (0.01537)	0.8742 (0.00978)	0.9362 (0.00613)	0.8763 (0.01731)	0.7907 (0.02208)	0.8848 (0.01363)	0.8753 (0.01002)	0.9368 (0.00600)	0.9483 (0.00441)	0.8632 (0.01214)	0.9109 (0.01126)	0.8811 (0.00939)	0.9377 (0.00552)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7880 (0.03393)	0.7611 (0.02491)	0.8776 (0.01537)	0.8742 (0.00978)	0.9362 (0.00613)	0.8763 (0.01731)	0.7907 (0.02208)	0.8848 (0.01363)	0.8753 (0.01002)	0.9368 (0.00600)	0.9483 (0.00441)	0.8632 (0.01214)	0.9109 (0.01126)	0.8811 (0.00939)	0.9377 (0.00552)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7880 (0.03393)	0.7611 (0.02491)	0.8776 (0.01537)	0.8742 (0.00978)	0.9362 (0.00613)	0.8763 (0.01731)	0.7907 (0.02208)	0.8848 (0.01363)	0.8753 (0.01002)	0.9368 (0.00600)	0.9483 (0.00441)	0.8632 (0.01214)	0.9109 (0.01126)	0.8811 (0.00939)	0.9377 (0.00552)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9822 (0.00635)	0.9893 (0.00521)	0.9944 (0.00386)	0.9927 (0.00399)	0.9956 (0.00351)	0.9934 (0.00372)	0.9962 (0.00173)	0.9973 (0.00141)	0.9973 (0.00119)	0.9981 (0.00109)	0.9919 (0.00208)	0.9971 (0.00180)	0.9979 (0.00165)	0.9973 (0.00216)	0.9993 (0.00042)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9822 (0.00635)	0.9893 (0.00521)	0.9944 (0.00386)	0.9927 (0.00399)	0.9956 (0.00351)	0.9934 (0.00367)	0.9962 (0.00173)	0.9973 (0.00141)	0.9973 (0.00119)	0.9981 (0.00109)	0.9919 (0.00204)	0.9971 (0.00175)	0.9979 (0.00164)	0.9973 (0.00211)	0.9993 (0.00041)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9822 (0.00635)	0.9893 (0.00521)	0.9944 (0.00385)	0.9927 (0.00399)	0.9956 (0.00351)	0.9934 (0.00364)	0.9962 (0.00173)	0.9973 (0.00141)	0.9973 (0.00119)	0.9981 (0.00109)	0.9919 (0.00203)	0.9971 (0.00173)	0.9979 (0.00162)	0.9973 (0.00204)	0.9993 (0.00041)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7930 (0.03071)	0.7702 (0.02399)	0.8765 (0.01511)	0.8738 (0.00976)	0.9350 (0.00582)	0.8757 (0.01652)	0.8075 (0.02134)	0.8845 (0.01379)	0.8749 (0.01009)	0.9354 (0.00587)	0.9461 (0.00446)	0.8855 (0.01015)	0.9129 (0.01160)	0.8800 (0.00916)	0.9361 (0.00566)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7930 (0.03071)	0.7702 (0.02399)	0.8765 (0.01511)	0.8738 (0.00976)	0.9350 (0.00582)	0.8757 (0.01652)	0.8075 (0.02134)	0.8845 (0.01379)	0.8749 (0.01009)	0.9354 (0.00587)	0.9461 (0.00446)	0.8855 (0.01015)	0.9129 (0.01160)	0.8800 (0.00916)	0.9361 (0.00566)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7930 (0.03071)	0.7702 (0.02399)	0.8765 (0.01511)	0.8738 (0.00976)	0.9350 (0.00582)	0.8757 (0.01652)	0.8075 (0.02134)	0.8845 (0.01379)	0.8749 (0.01009)	0.9354 (0.00587)	0.9461 (0.00446)	0.8855 (0.01015)	0.9129 (0.01160)	0.8800 (0.00916)	0.9361 (0.00566)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9836 (0.00484)	0.9891 (0.00427)	0.9932 (0.00307)	0.9887 (0.00378)	0.9923 (0.00340)	0.9933 (0.00220)	0.9967 (0.00108)	0.9975 (0.00095)	0.9959 (0.00124)	0.9964 (0.00149)	0.9945 (0.00225)	0.9977 (0.00064)	0.9989 (0.00050)	0.9990 (0.00029)	0.9991 (0.00030)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9836 (0.00484)	0.9891 (0.00427)	0.9932 (0.00307)	0.9887 (0.00378)	0.9923 (0.00340)	0.9933 (0.00210)	0.9967 (0.00108)	0.9975 (0.00095)	0.9959 (0.00124)	0.9964 (0.00149)	0.9945 (0.00212)	0.9977 (0.00063)	0.9989 (0.00050)	0.9990 (0.00029)	0.9991 (0.00030)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9836 (0.00484)	0.9891 (0.00427)	0.9932 (0.00307)	0.9887 (0.00378)	0.9923 (0.00340)	0.9933 (0.00208)	0.9967 (0.00108)	0.9975 (0.00095)	0.9959 (0.00124)	0.9964 (0.00149)	0.9945 (0.00208)	0.9977 (0.00063)	0.9989 (0.00050)	0.9990 (0.00029)	0.9991 (0.00030)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7571 (0.03463)	0.7369 (0.02596)	0.8603 (0.01627)	0.8571 (0.01042)	0.9271 (0.00646)	0.8401 (0.02090)	0.7751 (0.02218)	0.8674 (0.01469)	0.8582 (0.01081)	0.9275 (0.00636)	0.9292 (0.00663)	0.8600 (0.01096)	0.8938 (0.01305)	0.8638 (0.01009)	0.9281 (0.00602)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7571 (0.03463)	0.7369 (0.02596)	0.8603 (0.01627)	0.8571 (0.01042)	0.9271 (0.00646)	0.8401 (0.02090)	0.7751 (0.02218)	0.8674 (0.01469)	0.8582 (0.01081)	0.9275 (0.00636)	0.9292 (0.00663)	0.8600 (0.01096)	0.8938 (0.01305)	0.8638 (0.01009)	0.9281 (0.00602)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7571 (0.03463)	0.7369 (0.02596)	0.8603 (0.01627)	0.8571 (0.01042)	0.9271 (0.00646)	0.8401 (0.02090)	0.7751 (0.02218)	0.8674 (0.01469)	0.8582 (0.01081)	0.9275 (0.00636)	0.9292 (0.00663)	0.8600 (0.01096)	0.8938 (0.01305)	0.8638 (0.01009)	0.9281 (0.00602)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9798 (0.00674)	0.9867 (0.00532)	0.9923 (0.00424)	0.9903 (0.00373)	0.9934 (0.00349)	0.9953 (0.00075)	0.9968 (0.00097)	0.9974 (0.00120)	0.9969 (0.00097)	0.9976 (0.00102)	0.9935 (0.00151)	0.9978 (0.00066)	0.9991 (0.00048)	0.9979 (0.00204)	0.9993 (0.00029)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9798 (0.00674)	0.9867 (0.00532)	0.9923 (0.00424)	0.9903 (0.00373)	0.9934 (0.00349)	0.9953 (0.00075)	0.9968 (0.00097)	0.9974 (0.00120)	0.9969 (0.00097)	0.9976 (0.00102)	0.9935 (0.00141)	0.9977 (0.00063)	0.9991 (0.00047)	0.9980 (0.00194)	0.9993 (0.00029)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9798 (0.00674)	0.9867 (0.00532)	0.9923 (0.00424)	0.9903 (0.00373)	0.9934 (0.00349)	0.9953 (0.00074)	0.9968 (0.00097)	0.9974 (0.00120)	0.9969 (0.00097)	0.9976 (0.00102)	0.9935 (0.00139)	0.9977 (0.00062)	0.9991 (0.00046)	0.9980 (0.00184)	0.9993 (0.00029)

Tabela B.66: Função *Angles* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	4.20e-2	5.30e-2	1.29e-2	1.35e-2	2.93e-3	1.32e-2	4.02e-2	1.13e-2	1.33e-2	2.87e-3	1.76e-3	1.62e-2	6.38e-3	1.19e-2	2.76e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	4.20e-2	5.30e-2	1.29e-2	1.35e-2	2.93e-3	1.32e-2	4.02e-2	1.13e-2	1.33e-2	2.87e-3	1.76e-3	1.62e-2	6.38e-3	1.19e-2	2.76e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	4.20e-2	5.30e-2	1.29e-2	1.35e-2	2.93e-3	1.32e-2	4.02e-2	1.13e-2	1.33e-2	2.87e-3	1.76e-3	1.62e-2	6.38e-3	1.19e-2	2.76e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.02e-4	2.77e-5	3.46e-5	2.33e-5	4.33e-5	2.57e-5	4.16e-5	5.58e-5	5.40e-5	6.68e-5	7.98e-6	5.35e-5	6.51e-5	5.73e-5	8.65e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.02e-4	2.77e-5	3.46e-5	2.33e-5	4.33e-5	2.49e-5	4.16e-5	5.58e-5	5.40e-5	6.68e-5	7.65e-6	5.34e-5	6.52e-5	5.74e-5	8.65e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.02e-4	2.77e-5	3.46e-5	2.33e-5	4.33e-5	2.45e-5	4.16e-5	5.57e-5	5.40e-5	6.68e-5	7.58e-6	5.34e-5	6.52e-5	5.77e-5	8.65e-5
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	3.97e-2	4.89e-2	1.31e-2	1.36e-2	3.06e-3	1.33e-2	3.38e-2	1.13e-2	1.34e-2	3.02e-3	1.95e-3	1.10e-2	6.08e-3	1.22e-2	2.94e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	3.97e-2	4.89e-2	1.31e-2	1.36e-2	3.06e-3	1.33e-2	3.38e-2	1.13e-2	1.34e-2	3.02e-3	1.95e-3	1.10e-2	6.08e-3	1.22e-2	2.94e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	3.97e-2	4.89e-2	1.31e-2	1.36e-2	3.06e-3	1.33e-2	3.38e-2	1.13e-2	1.34e-2	3.02e-3	1.95e-3	1.10e-2	6.08e-3	1.22e-2	2.94e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	6.46e-5	1.91e-5	1.98e-5	1.60e-5	1.67e-5	1.55e-5	4.61e-5	5.78e-5	3.62e-5	4.26e-5	2.52e-5	5.97e-5	7.91e-5	8.15e-5	8.26e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	6.46e-5	1.91e-5	1.98e-5	1.60e-5	1.67e-5	1.52e-5	4.61e-5	5.78e-5	3.62e-5	4.26e-5	2.47e-5	5.97e-5	7.92e-5	8.15e-5	8.26e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	6.46e-5	1.91e-5	1.98e-5	1.60e-5	1.67e-5	1.51e-5	4.61e-5	5.78e-5	3.62e-5	4.26e-5	2.45e-5	5.97e-5	7.92e-5	8.15e-5	8.26e-5
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	5.55e-2	6.47e-2	1.71e-2	1.78e-2	4.00e-3	2.29e-2	4.67e-2	1.52e-2	1.75e-2	3.95e-3	3.74e-3	1.70e-2	9.42e-3	1.60e-2	3.87e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	5.55e-2	6.47e-2	1.71e-2	1.78e-2	4.00e-3	2.29e-2	4.67e-2	1.52e-2	1.75e-2	3.95e-3	3.74e-3	1.70e-2	9.42e-3	1.60e-2	3.87e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	5.55e-2	6.47e-2	1.71e-2	1.78e-2	4.00e-3	2.29e-2	4.67e-2	1.52e-2	1.75e-2	3.95e-3	3.74e-3	1.70e-2	9.42e-3	1.60e-2	3.87e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.50e-4	3.91e-5	2.33e-5	1.40e-5	2.38e-5	2.84e-5	4.68e-5	5.65e-5	4.83e-5	5.95e-5	1.44e-5	6.09e-5	8.28e-5	6.72e-5	8.61e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.50e-4	3.91e-5	2.33e-5	1.40e-5	2.38e-5	2.84e-5	4.68e-5	5.65e-5	4.83e-5	5.95e-5	1.44e-5	6.04e-5	8.28e-5	6.75e-5	8.61e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.50e-4	3.91e-5	2.33e-5	1.40e-5	2.38e-5	2.84e-5	4.68e-5	5.65e-5	4.83e-5	5.95e-5	1.44e-5	6.03e-5	8.28e-5	6.79e-5	8.61e-5

Tabela B.67: Função *Angles* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.098	0.049	0.025	0.012	0.006	0.104	0.049	0.025	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.098	0.049	0.025	0.012	0.006	0.104	0.049	0.025	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.098	0.049	0.025	0.012	0.006	0.104	0.049	0.025	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.126	0.096	0.168	0.030	0.085	0.387	0.256	0.236	0.076	0.100	0.382	0.419	0.395	0.148	0.208
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.126	0.096	0.168	0.030	0.085	0.386	0.256	0.236	0.076	0.100	0.381	0.418	0.395	0.148	0.208
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.126	0.096	0.168	0.030	0.085	0.386	0.256	0.236	0.076	0.100	0.382	0.418	0.394	0.148	0.208
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.115	0.071	0.077	0.041	0.070	0.100	0.074	0.063	0.051	0.073	0.096	0.050	0.035	0.032	0.053
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.115	0.071	0.077	0.041	0.070	0.100	0.074	0.063	0.051	0.073	0.096	0.050	0.035	0.032	0.053
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.115	0.071	0.077	0.041	0.070	0.100	0.074	0.063	0.051	0.073	0.096	0.050	0.035	0.032	0.053
db6	EQMI(f_{1L})	0.095	0.047	0.022	0.011	0.005	0.097	0.047	0.023	0.011	0.005	0.105	0.048	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.095	0.047	0.022	0.011	0.005	0.097	0.047	0.023	0.011	0.005	0.105	0.048	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.095	0.047	0.022	0.011	0.005	0.097	0.047	0.023	0.011	0.005	0.105	0.048	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.117	0.066	0.049	0.009	0.008	0.269	0.235	0.159	0.034	0.020	0.495	0.384	0.421	0.168	0.094
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.117	0.066	0.049	0.009	0.008	0.269	0.235	0.159	0.034	0.020	0.496	0.384	0.421	0.168	0.094
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.117	0.066	0.049	0.009	0.008	0.269	0.235	0.159	0.034	0.020	0.496	0.384	0.421	0.168	0.094
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.104	0.058	0.038	0.013	0.012	0.130	0.090	0.085	0.050	0.029	0.132	0.089	0.091	0.069	0.075
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.104	0.058	0.038	0.013	0.012	0.130	0.090	0.085	0.050	0.029	0.132	0.089	0.091	0.069	0.075
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.104	0.058	0.038	0.013	0.012	0.130	0.090	0.085	0.050	0.029	0.132	0.089	0.091	0.070	0.075
sym8	EQMI(f_{1L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.047	0.023	0.011	0.005	0.104	0.048	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.047	0.023	0.011	0.005	0.104	0.048	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.047	0.023	0.011	0.005	0.104	0.048	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.104	0.051	0.049	0.011	0.020	0.438	0.214	0.136	0.043	0.036	0.511	0.460	0.479	0.140	0.117
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.104	0.051	0.049	0.011	0.020	0.438	0.214	0.136	0.043	0.036	0.512	0.460	0.479	0.140	0.117
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.104	0.051	0.049	0.011	0.020	0.438	0.214	0.136	0.043	0.036	0.512	0.460	0.479	0.142	0.117
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.100	0.049	0.047	0.017	0.029	0.104	0.075	0.076	0.052	0.053	0.096	0.048	0.037	0.089	0.096
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.100	0.049	0.047	0.017	0.029	0.104	0.075	0.076	0.052	0.053	0.096	0.048	0.037	0.089	0.096
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.100	0.049	0.047	0.017	0.029	0.104	0.075	0.076	0.052	0.053	0.096	0.048	0.037	0.089	0.096

Tabela B.68: Função *Angles* e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1,1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	17.3	16.0	22.8	19.5	36.0	19.5	16.9	21.6	22.1	28.7	17.3	20.2	27.1	24.5	32.3
	\bar{K}_{2L}	15.0	14.0	15.0	14.0	15.0	16.0	13.0	14.0	14.0	15.0	14.0	13.0	14.0	14.0	15.0
	\bar{K}_{1N}	35.7	39.9	42.8	53.1	64.8	33.0	34.2	41.8	50.0	60.7	66.8	137.5	54.3	58.8	62.4
	\bar{K}_{2N}	23.8	24.0	24.0	27.5	35.0	25.0	23.0	23.8	21.0	24.0	30.0	70.8	32.0	24.5	24.0
db6	\bar{K}_{1L}	16.4	14.1	17.5	16.7	25.1	17.9	17.1	19.7	18.8	24.9	15.8	22.3	24.3	22.8	28.3
	\bar{K}_{2L}	14.0	13.0	13.0	12.0	13.0	14.0	12.0	13.0	12.0	13.0	12.0	13.0	14.0	12.5	13.0
	\bar{K}_{1N}	36.2	35.6	40.7	46.8	65.9	40.6	39.3	50.0	47.9	58.5	56.6	58.9	59.9	48.8	57.7
	\bar{K}_{2N}	22.0	20.8	20.0	24.0	35.0	20.5	21.0	25.8	25.0	30.0	33.5	31.0	24.0	18.0	22.0
sym8	\bar{K}_{1L}	16.9	14.7	19.3	17.1	25.5	19.5	17.2	21.5	20.8	26.7	19.1	23.6	24.8	24.7	29.9
	\bar{K}_{2L}	14.0	12.3	13.0	12.0	13.0	15.0	13.0	13.0	12.0	13.0	15.0	14.5	14.0	13.0	13.0
	\bar{K}_{1N}	34.0	40.4	49.7	55.2	68.1	28.3	34.1	43.5	55.1	63.6	61.8	93.7	40.8	54.5	68.0
	\bar{K}_{2N}	23.0	23.0	25.0	24.0	34.0	20.0	23.0	25.0	20.5	25.0	18.0	25.0	24.0	22.0	24.0

Tabela B.69: Função *Angles* e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondasletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9623 (0.00248)	0.9005 (0.00762)	0.9300 (0.00821)	0.8881 (0.00928)	0.9413 (0.00576)	0.9751 (0.00053)	0.9661 (0.00123)	0.9786 (0.00166)	0.9385 (0.00467)	0.9586 (0.00434)	0.9765 (0.00019)	0.9771 (0.00037)	0.9904 (0.00033)	0.9777 (0.00108)	0.9827 (0.00161)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9623 (0.00248)	0.9005 (0.00762)	0.9300 (0.00821)	0.8881 (0.00928)	0.9413 (0.00576)	0.9751 (0.00053)	0.9661 (0.00123)	0.9786 (0.00166)	0.9385 (0.00467)	0.9586 (0.00434)	0.9765 (0.00019)	0.9771 (0.00037)	0.9904 (0.00033)	0.9777 (0.00108)	0.9827 (0.00161)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9623 (0.00248)	0.9005 (0.00762)	0.9300 (0.00821)	0.8881 (0.00928)	0.9413 (0.00576)	0.9751 (0.00053)	0.9661 (0.00123)	0.9786 (0.00166)	0.9385 (0.00467)	0.9586 (0.00434)	0.9765 (0.00019)	0.9771 (0.00037)	0.9904 (0.00033)	0.9777 (0.00108)	0.9827 (0.00161)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9929 (0.00196)	0.9964 (0.00141)	0.9985 (0.00106)	0.9971 (0.00120)	0.9990 (0.00090)	0.9424 (0.01847)	0.9947 (0.00222)	0.9988 (0.00091)	0.9991 (0.00047)	0.9994 (0.00041)	0.8647 (0.00756)	0.9638 (0.00447)	0.9963 (0.00188)	0.9985 (0.00089)	0.9995 (0.00038)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9929 (0.00189)	0.9964 (0.00138)	0.9985 (0.00104)	0.9971 (0.00120)	0.9990 (0.00089)	0.9425 (0.01817)	0.9947 (0.00220)	0.9988 (0.00090)	0.9991 (0.00047)	0.9994 (0.00041)	0.8647 (0.00741)	0.9637 (0.00416)	0.9963 (0.00184)	0.9985 (0.00088)	0.9995 (0.00038)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9929 (0.00188)	0.9964 (0.00137)	0.9985 (0.00104)	0.9971 (0.00120)	0.9990 (0.00088)	0.9429 (0.01790)	0.9947 (0.00218)	0.9988 (0.00088)	0.9991 (0.00047)	0.9994 (0.00041)	0.8648 (0.00729)	0.9637 (0.00409)	0.9963 (0.00181)	0.9985 (0.00087)	0.9995 (0.00038)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9600 (0.00250)	0.9191 (0.00580)	0.9323 (0.00822)	0.8869 (0.00954)	0.9387 (0.00593)	0.9733 (0.00053)	0.9708 (0.00093)	0.9778 (0.00166)	0.9357 (0.00507)	0.9539 (0.00481)	0.9747 (0.00020)	0.9789 (0.00031)	0.9890 (0.00037)	0.9762 (0.00124)	0.9786 (0.00213)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9600 (0.00250)	0.9191 (0.00580)	0.9323 (0.00822)	0.8869 (0.00954)	0.9387 (0.00593)	0.9733 (0.00053)	0.9708 (0.00093)	0.9778 (0.00166)	0.9357 (0.00507)	0.9539 (0.00481)	0.9747 (0.00020)	0.9789 (0.00031)	0.9890 (0.00037)	0.9762 (0.00124)	0.9786 (0.00213)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9600 (0.00250)	0.9191 (0.00580)	0.9323 (0.00822)	0.8869 (0.00954)	0.9387 (0.00593)	0.9733 (0.00053)	0.9708 (0.00093)	0.9778 (0.00166)	0.9357 (0.00507)	0.9539 (0.00481)	0.9747 (0.00020)	0.9789 (0.00031)	0.9890 (0.00037)	0.9762 (0.00124)	0.9786 (0.00213)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9813 (0.01272)	0.9982 (0.00067)	0.9990 (0.00037)	0.9989 (0.00031)	0.9995 (0.00021)	0.9226 (0.01529)	0.9892 (0.00430)	0.9987 (0.00102)	0.9979 (0.00032)	0.9989 (0.00040)	0.8686 (0.01000)	0.9668 (0.00355)	0.9928 (0.00089)	0.9980 (0.00078)	0.9992 (0.00030)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9815 (0.01161)	0.9982 (0.00065)	0.9990 (0.00037)	0.9989 (0.00031)	0.9995 (0.00021)	0.9230 (0.01438)	0.9892 (0.00395)	0.9987 (0.00100)	0.9979 (0.00032)	0.9989 (0.00040)	0.8687 (0.00991)	0.9668 (0.00340)	0.9928 (0.00085)	0.9980 (0.00075)	0.9992 (0.00029)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9815 (0.01111)	0.9982 (0.00063)	0.9990 (0.00036)	0.9989 (0.00031)	0.9995 (0.00021)	0.9234 (0.01398)	0.9892 (0.00376)	0.9987 (0.00097)	0.9979 (0.00032)	0.9989 (0.00039)	0.8690 (0.00987)	0.9668 (0.00332)	0.9928 (0.00080)	0.9980 (0.00073)	0.9992 (0.00029)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9486 (0.00378)	0.8994 (0.00638)	0.9135 (0.00965)	0.8704 (0.01034)	0.9306 (0.00646)	0.9672 (0.00086)	0.9661 (0.00119)	0.9679 (0.00242)	0.9236 (0.00561)	0.9456 (0.00537)	0.9692 (0.00033)	0.9773 (0.00041)	0.9845 (0.00061)	0.9710 (0.00146)	0.9730 (0.00265)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9486 (0.00378)	0.8994 (0.00638)	0.9135 (0.00965)	0.8704 (0.01034)	0.9306 (0.00646)	0.9672 (0.00086)	0.9661 (0.00119)	0.9679 (0.00242)	0.9236 (0.00561)	0.9456 (0.00537)	0.9692 (0.00033)	0.9773 (0.00041)	0.9845 (0.00061)	0.9710 (0.00146)	0.9730 (0.00265)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9486 (0.00378)	0.8994 (0.00638)	0.9135 (0.00965)	0.8704 (0.01034)	0.9306 (0.00646)	0.9672 (0.00086)	0.9661 (0.00119)	0.9679 (0.00242)	0.9236 (0.00561)	0.9456 (0.00537)	0.9692 (0.00033)	0.9773 (0.00041)	0.9845 (0.00061)	0.9710 (0.00146)	0.9730 (0.00265)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9919 (0.00212)	0.9975 (0.00065)	0.9990 (0.00040)	0.9980 (0.00086)	0.9992 (0.00080)	0.9438 (0.02050)	0.9914 (0.00268)	0.9989 (0.00043)	0.9991 (0.00037)	0.9997 (0.00015)	0.8632 (0.00560)	0.9754 (0.00465)	0.9945 (0.00141)	0.9982 (0.00060)	0.9994 (0.00020)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9919 (0.00186)	0.9975 (0.00062)	0.9990 (0.00040)	0.9980 (0.00086)	0.9992 (0.00079)	0.9440 (0.02025)	0.9914 (0.00219)	0.9989 (0.00042)	0.9991 (0.00037)	0.9997 (0.00015)	0.8635 (0.00541)	0.9755 (0.00441)	0.9945 (0.00109)	0.9982 (0.00057)	0.9994 (0.00020)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9919 (0.00182)	0.9975 (0.00061)	0.9990 (0.00039)	0.9980 (0.00086)	0.9992 (0.00076)	0.9444 (0.01954)	0.9915 (0.00200)	0.9989 (0.00041)	0.9991 (0.00037)	0.9997 (0.00015)	0.8636 (0.00532)	0.9757 (0.00428)	0.9946 (0.00101)	0.9983 (0.00055)	0.9994 (0.00020)

Tabela B.70: Função *Angles* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	1.42e-3	9.94e-3	4.96e-3	1.26e-2	3.46e-3	6.16e-4	1.14e-3	4.55e-4	3.79e-3	1.72e-3	5.49e-4	5.22e-4	9.11e-5	4.96e-4	3.00e-4
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	1.42e-3	9.94e-3	4.96e-3	1.26e-2	3.46e-3	6.16e-4	1.14e-3	4.55e-4	3.79e-3	1.72e-3	5.49e-4	5.22e-4	9.11e-5	4.96e-4	3.00e-4
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	1.42e-3	9.94e-3	4.96e-3	1.26e-2	3.46e-3	6.16e-4	1.14e-3	4.55e-4	3.79e-3	1.72e-3	5.49e-4	5.22e-4	9.11e-5	4.96e-4	3.00e-4
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	5.30e-5	1.39e-5	2.96e-6	9.11e-6	1.70e-6	3.65e-3	3.16e-5	2.13e-6	8.16e-7	4.60e-7	1.83e-2	1.33e-3	1.63e-5	2.75e-6	2.65e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	5.27e-5	1.38e-5	2.92e-6	9.11e-6	1.69e-6	3.62e-3	3.17e-5	2.11e-6	8.15e-7	4.60e-7	1.83e-2	1.33e-3	1.62e-5	2.73e-6	2.65e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	5.27e-5	1.38e-5	2.91e-6	9.11e-6	1.65e-6	3.57e-3	3.15e-5	2.08e-6	8.15e-7	4.59e-7	1.83e-2	1.33e-3	1.60e-5	2.73e-6	2.65e-7
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	1.60e-3	6.57e-3	4.64e-3	1.29e-2	3.78e-3	7.08e-4	8.48e-4	4.91e-4	4.15e-3	2.14e-3	6.33e-4	4.40e-4	1.19e-4	5.65e-4	4.58e-4
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	1.60e-3	6.57e-3	4.64e-3	1.29e-2	3.78e-3	7.08e-4	8.48e-4	4.91e-4	4.15e-3	2.14e-3	6.33e-4	4.40e-4	1.19e-4	5.65e-4	4.58e-4
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	1.60e-3	6.57e-3	4.64e-3	1.29e-2	3.78e-3	7.08e-4	8.48e-4	4.91e-4	4.15e-3	2.14e-3	6.33e-4	4.40e-4	1.19e-4	5.65e-4	4.58e-4
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	5.09e-4	3.39e-6	9.16e-7	1.01e-6	2.27e-7	6.21e-3	1.33e-4	2.49e-6	4.00e-6	1.15e-6	1.73e-2	1.11e-3	5.17e-5	4.20e-6	5.49e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	4.73e-4	3.35e-6	9.17e-7	1.01e-6	2.27e-7	6.12e-3	1.30e-4	2.45e-6	4.00e-6	1.14e-6	1.73e-2	1.11e-3	5.17e-5	4.14e-6	5.46e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	4.62e-4	3.34e-6	9.15e-7	1.01e-6	2.27e-7	6.04e-3	1.29e-4	2.40e-6	4.00e-6	1.12e-6	1.72e-2	1.11e-3	5.16e-5	4.08e-6	5.44e-7
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	2.65e-3	1.01e-2	7.56e-3	1.69e-2	4.84e-3	1.07e-3	1.14e-3	1.03e-3	5.86e-3	2.98e-3	9.42e-4	5.09e-4	2.37e-4	8.37e-4	7.32e-4
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	2.65e-3	1.01e-2	7.56e-3	1.69e-2	4.84e-3	1.07e-3	1.14e-3	1.03e-3	5.86e-3	2.98e-3	9.42e-4	5.09e-4	2.37e-4	8.37e-4	7.32e-4
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	2.65e-3	1.01e-2	7.56e-3	1.69e-2	4.84e-3	1.07e-3	1.14e-3	1.03e-3	5.86e-3	2.98e-3	9.42e-4	5.09e-4	2.37e-4	8.37e-4	7.32e-4
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	6.87e-5	6.04e-6	9.43e-7	4.43e-6	1.11e-6	3.56e-3	8.02e-5	1.29e-6	8.09e-7	7.41e-8	1.87e-2	6.24e-4	3.09e-5	3.17e-6	2.63e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	6.74e-5	5.98e-6	9.44e-7	4.43e-6	1.09e-6	3.53e-3	7.65e-5	1.27e-6	8.13e-7	7.40e-8	1.86e-2	6.15e-4	2.99e-5	3.09e-6	2.63e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	6.73e-5	5.94e-6	9.40e-7	4.43e-6	1.04e-6	3.46e-3	7.53e-5	1.27e-6	8.13e-7	7.41e-8	1.86e-2	6.06e-4	2.96e-5	3.02e-6	2.58e-7

Tabela B.71: Função *Angles* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.315	7.322	3.559	1.652	0.718	14.431	7.336	3.522	1.645	0.710	14.672	7.308	3.513	1.604	0.718
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.315	7.322	3.559	1.652	0.718	14.431	7.336	3.522	1.645	0.710	14.672	7.308	3.513	1.604	0.718
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.315	7.322	3.559	1.652	0.718	14.431	7.336	3.522	1.645	0.710	14.672	7.308	3.513	1.604	0.718
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.765	7.600	4.065	1.707	0.914	14.476	7.628	4.060	1.896	0.939	14.034	7.197	3.640	1.748	1.032
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.766	7.595	4.064	1.707	0.914	14.479	7.625	4.064	1.896	0.939	14.033	7.197	3.636	1.747	1.032
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.764	7.596	4.065	1.707	0.914	14.480	7.622	4.062	1.896	0.939	14.034	7.197	3.637	1.747	1.032
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.302	7.315	3.567	1.660	0.741	14.314	7.305	3.507	1.645	0.714	13.988	7.154	3.443	1.597	0.716
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.302	7.315	3.567	1.660	0.741	14.314	7.305	3.507	1.645	0.714	13.988	7.154	3.443	1.597	0.716
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.302	7.315	3.567	1.660	0.741	14.314	7.305	3.507	1.645	0.714	13.988	7.154	3.443	1.597	0.716
db6	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.322	7.322	3.557	1.651	0.717	14.490	7.345	3.520	1.644	0.709	14.996	7.362	3.507	1.602	0.716
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.322	7.322	3.557	1.651	0.717	14.490	7.345	3.520	1.644	0.709	14.996	7.362	3.507	1.602	0.716
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.322	7.322	3.557	1.651	0.717	14.490	7.345	3.520	1.644	0.709	14.996	7.362	3.507	1.602	0.716
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.699	7.981	3.931	1.802	0.879	14.373	7.438	4.009	1.711	0.791	14.028	7.210	3.529	1.709	0.830
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.676	7.984	3.931	1.802	0.879	14.374	7.445	4.012	1.711	0.792	14.028	7.211	3.530	1.710	0.830
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.676	7.985	3.931	1.802	0.879	14.374	7.447	4.013	1.711	0.792	14.028	7.211	3.530	1.711	0.830
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.292	7.305	3.549	1.664	0.748	14.310	7.308	3.508	1.644	0.711	13.988	7.155	3.443	1.597	0.717
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.295	7.306	3.550	1.664	0.748	14.310	7.307	3.508	1.644	0.711	13.988	7.155	3.443	1.597	0.717
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.298	7.306	3.549	1.664	0.748	14.310	7.307	3.508	1.644	0.711	13.988	7.155	3.443	1.597	0.717
sym8	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.319	7.321	3.557	1.651	0.717	14.467	7.334	3.515	1.644	0.709	14.861	7.301	3.481	1.601	0.716
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.319	7.321	3.557	1.651	0.717	14.467	7.334	3.515	1.644	0.709	14.861	7.301	3.481	1.601	0.716
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.319	7.321	3.557	1.651	0.717	14.467	7.334	3.515	1.644	0.709	14.861	7.301	3.481	1.601	0.716
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.853	7.786	4.031	1.708	0.867	14.475	7.560	4.049	1.782	0.934	14.032	7.280	3.590	1.692	0.830
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.855	7.785	4.030	1.708	0.868	14.470	7.576	4.048	1.782	0.934	14.031	7.279	3.590	1.694	0.830
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.857	7.785	4.030	1.708	0.868	14.470	7.584	4.050	1.782	0.934	14.031	7.280	3.588	1.694	0.829
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.305	7.320	3.562	1.688	0.782	14.313	7.306	3.513	1.656	0.737	13.987	7.154	3.452	1.608	0.719
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.305	7.320	3.562	1.688	0.782	14.313	7.306	3.513	1.656	0.737	13.987	7.154	3.451	1.608	0.719
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.305	7.320	3.562	1.688	0.782	14.313	7.306	3.513	1.656	0.737	13.987	7.154	3.451	1.608	0.719

Tabela B.72: Função *Angles* e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	16.1	22.6	26.9	26.7	34.6	12.5	18.2	23.2	31.1	40.0	14.0	19.8	23.3	29.7	37.5
	\bar{K}_{2L}	12.0	12.0	13.5	14.0	15.5	9.0	11.0	11.0	15.0	16.5	9.0	11.0	10.0	12.5	15.0
	\bar{K}_{1N}	83.3	86.2	120.1	55.1	63.0	122.5	193.1	90.7	53.2	60.4	110.0	143.8	210.0	156.5	81.0
	\bar{K}_{2N}	26.0	33.0	44.0	25.0	25.0	55.0	250.0	25.0	24.0	25.5	37.8	93.5	250.0	250.0	32.0
db6	\bar{K}_{1L}	15.2	21.5	24.4	24.9	30.3	11.6	17.6	25.3	30.6	39.3	13.3	15.4	24.1	30.6	41.8
	\bar{K}_{2L}	11.0	13.0	14.5	13.0	14.0	9.0	11.0	14.0	13.0	16.0	9.0	9.0	12.0	11.8	15.0
	\bar{K}_{1N}	83.8	64.5	58.4	68.4	62.8	73.3	181.5	82.8	64.5	103.7	69.3	118.4	205.5	83.3	73.3
	\bar{K}_{2N}	43.0	27.5	29.0	18.0	20.0	31.3	250.0	35.0	31.0	34.0	18.0	45.0	250.0	27.5	30.0
sym8	\bar{K}_{1L}	17.7	25.8	29.6	25.0	31.4	15.9	18.3	33.3	32.4	37.6	13.8	18.6	26.7	33.1	42.6
	\bar{K}_{2L}	13.0	15.0	16.0	12.3	14.0	11.0	11.0	17.0	13.5	15.0	10.0	9.0	13.0	12.0	15.0
	\bar{K}_{1N}	28.5	68.8	93.8	51.0	62.4	172.0	187.5	47.3	80.4	79.2	99.2	176.6	245.2	86.6	108.7
	\bar{K}_{2N}	18.0	20.0	28.0	30.5	25.0	250.0	250.0	18.0	29.0	26.5	28.3	250.0	250.0	24.8	29.0

Tabela B.73: Função *Parabolas* e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7847 (0.03585)	0.7598 (0.02548)	0.8779 (0.01523)	0.8743 (0.00982)	0.9365 (0.00639)	0.8672 (0.02024)	0.7842 (0.02205)	0.8826 (0.01426)	0.8741 (0.00925)	0.9366 (0.00604)	0.9514 (0.00606)	0.8517 (0.01432)	0.9059 (0.01173)	0.8751 (0.00987)	0.9368 (0.00583)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7847 (0.03585)	0.7598 (0.02548)	0.8779 (0.01523)	0.8743 (0.00982)	0.9365 (0.00639)	0.8672 (0.02024)	0.7842 (0.02205)	0.8826 (0.01426)	0.8741 (0.00925)	0.9366 (0.00604)	0.9514 (0.00606)	0.8517 (0.01432)	0.9059 (0.01173)	0.8751 (0.00987)	0.9368 (0.00583)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7847 (0.03585)	0.7598 (0.02548)	0.8779 (0.01523)	0.8743 (0.00982)	0.9365 (0.00639)	0.8672 (0.02024)	0.7842 (0.02205)	0.8826 (0.01426)	0.8741 (0.00925)	0.9366 (0.00604)	0.9514 (0.00606)	0.8517 (0.01432)	0.9059 (0.01173)	0.8751 (0.00987)	0.9368 (0.00583)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9738 (0.01206)	0.9864 (0.00817)	0.9929 (0.00532)	0.9907 (0.00510)	0.9945 (0.00432)	0.9892 (0.00381)	0.9935 (0.00295)	0.9959 (0.00259)	0.9933 (0.00347)	0.9958 (0.00321)	0.9929 (0.00519)	0.9971 (0.00154)	0.9981 (0.00112)	0.9974 (0.00119)	0.9980 (0.00130)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9738 (0.01206)	0.9864 (0.00817)	0.9929 (0.00532)	0.9907 (0.00510)	0.9945 (0.00432)	0.9892 (0.00381)	0.9935 (0.00295)	0.9959 (0.00259)	0.9933 (0.00347)	0.9958 (0.00321)	0.9929 (0.00498)	0.9971 (0.00153)	0.9981 (0.00112)	0.9974 (0.00119)	0.9980 (0.00130)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9738 (0.01206)	0.9864 (0.00817)	0.9929 (0.00532)	0.9907 (0.00510)	0.9945 (0.00432)	0.9892 (0.00381)	0.9935 (0.00295)	0.9959 (0.00259)	0.9933 (0.00347)	0.9958 (0.00321)	0.9929 (0.00491)	0.9971 (0.00152)	0.9981 (0.00112)	0.9974 (0.00119)	0.9980 (0.00130)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8013 (0.03322)	0.7657 (0.02415)	0.8759 (0.01443)	0.8740 (0.01007)	0.9351 (0.00604)	0.8904 (0.01389)	0.7826 (0.02202)	0.8769 (0.01442)	0.8741 (0.00964)	0.9352 (0.00588)	0.9489 (0.00407)	0.8327 (0.01608)	0.8859 (0.01421)	0.8744 (0.00968)	0.9353 (0.00583)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8013 (0.03322)	0.7657 (0.02415)	0.8759 (0.01443)	0.8740 (0.01007)	0.9351 (0.00604)	0.8904 (0.01389)	0.7826 (0.02202)	0.8769 (0.01442)	0.8741 (0.00964)	0.9352 (0.00588)	0.9489 (0.00407)	0.8327 (0.01608)	0.8859 (0.01421)	0.8744 (0.00968)	0.9353 (0.00583)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8013 (0.03322)	0.7657 (0.02415)	0.8759 (0.01443)	0.8740 (0.01007)	0.9351 (0.00604)	0.8904 (0.01389)	0.7826 (0.02202)	0.8769 (0.01442)	0.8741 (0.00964)	0.9352 (0.00588)	0.9489 (0.00407)	0.8327 (0.01608)	0.8859 (0.01421)	0.8744 (0.00968)	0.9353 (0.00583)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9703 (0.01129)	0.9824 (0.00735)	0.9898 (0.00486)	0.9879 (0.00381)	0.9918 (0.00360)	0.9895 (0.00234)	0.9929 (0.00205)	0.9949 (0.00202)	0.9920 (0.00215)	0.9945 (0.00202)	0.9940 (0.00275)	0.9976 (0.00063)	0.9981 (0.00073)	0.9963 (0.00081)	0.9973 (0.00073)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9703 (0.01115)	0.9824 (0.00735)	0.9898 (0.00486)	0.9879 (0.00381)	0.9918 (0.00360)	0.9895 (0.00234)	0.9929 (0.00204)	0.9949 (0.00202)	0.9920 (0.00215)	0.9945 (0.00202)	0.9941 (0.00243)	0.9976 (0.00063)	0.9981 (0.00073)	0.9963 (0.00081)	0.9973 (0.00073)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9703 (0.01114)	0.9824 (0.00735)	0.9898 (0.00486)	0.9879 (0.00381)	0.9918 (0.00360)	0.9895 (0.00234)	0.9929 (0.00204)	0.9949 (0.00202)	0.9920 (0.00215)	0.9945 (0.00202)	0.9941 (0.00236)	0.9976 (0.00063)	0.9981 (0.00073)	0.9963 (0.00081)	0.9973 (0.00073)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7571 (0.03711)	0.7332 (0.02611)	0.8601 (0.01616)	0.8571 (0.01082)	0.9272 (0.00677)	0.8311 (0.02038)	0.7525 (0.02374)	0.8607 (0.01582)	0.8573 (0.01014)	0.9274 (0.00647)	0.9029 (0.00862)	0.8118 (0.01766)	0.8704 (0.01602)	0.8582 (0.01072)	0.9274 (0.00627)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7571 (0.03711)	0.7332 (0.02611)	0.8601 (0.01616)	0.8571 (0.01082)	0.9272 (0.00677)	0.8311 (0.02038)	0.7525 (0.02374)	0.8607 (0.01582)	0.8573 (0.01014)	0.9274 (0.00647)	0.9029 (0.00862)	0.8118 (0.01766)	0.8704 (0.01602)	0.8582 (0.01072)	0.9274 (0.00627)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7571 (0.03711)	0.7332 (0.02611)	0.8601 (0.01616)	0.8571 (0.01082)	0.9272 (0.00677)	0.8311 (0.02038)	0.7525 (0.02374)	0.8607 (0.01582)	0.8573 (0.01014)	0.9274 (0.00647)	0.9029 (0.00862)	0.8118 (0.01766)	0.8704 (0.01602)	0.8582 (0.01072)	0.9274 (0.00627)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9701 (0.01197)	0.9825 (0.00796)	0.9901 (0.00555)	0.9876 (0.00465)	0.9918 (0.00424)	0.9906 (0.00227)	0.9938 (0.00216)	0.9955 (0.00232)	0.9918 (0.00304)	0.9940 (0.00308)	0.9960 (0.00090)	0.9975 (0.00200)	0.9984 (0.00063)	0.9975 (0.00083)	0.9977 (0.00108)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9701 (0.01197)	0.9825 (0.00796)	0.9901 (0.00555)	0.9876 (0.00465)	0.9918 (0.00424)	0.9906 (0.00227)	0.9938 (0.00216)	0.9955 (0.00232)	0.9918 (0.00304)	0.9940 (0.00308)	0.9960 (0.00089)	0.9975 (0.00170)	0.9984 (0.00063)	0.9975 (0.00083)	0.9977 (0.00108)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9701 (0.01197)	0.9825 (0.00796)	0.9901 (0.00555)	0.9876 (0.00465)	0.9918 (0.00424)	0.9905 (0.00230)	0.9938 (0.00216)	0.9955 (0.00232)	0.9918 (0.00304)	0.9940 (0.00308)	0.9960 (0.00089)	0.9975 (0.00164)	0.9984 (0.00063)	0.9975 (0.00083)	0.9977 (0.00108)

Tabela B.74: Função *Parabolas* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	4.34e-2	5.37e-2	1.28e-2	1.35e-2	2.90e-3	1.55e-2	4.28e-2	1.17e-2	1.35e-2	2.89e-3	1.53e-3	1.93e-2	7.21e-3	1.33e-2	2.87e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	4.34e-2	5.37e-2	1.28e-2	1.35e-2	2.90e-3	1.55e-2	4.28e-2	1.17e-2	1.35e-2	2.89e-3	1.53e-3	1.93e-2	7.21e-3	1.33e-2	2.87e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	4.34e-2	5.37e-2	1.28e-2	1.35e-2	2.90e-3	1.55e-2	4.28e-2	1.17e-2	1.35e-2	2.89e-3	1.53e-3	1.93e-2	7.21e-3	1.33e-2	2.87e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	4.07e-4	7.96e-5	3.65e-5	2.65e-5	3.93e-5	1.51e-5	2.11e-5	4.17e-5	2.28e-5	4.36e-5	3.54e-5	5.31e-5	6.65e-5	5.68e-5	6.55e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	4.07e-4	7.96e-5	3.65e-5	2.65e-5	3.93e-5	1.51e-5	2.11e-5	4.17e-5	2.28e-5	4.36e-5	3.33e-5	5.31e-5	6.65e-5	5.68e-5	6.55e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	4.07e-4	7.96e-5	3.65e-5	2.65e-5	3.93e-5	1.51e-5	2.11e-5	4.17e-5	2.28e-5	4.36e-5	3.27e-5	5.31e-5	6.65e-5	5.68e-5	6.55e-5
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	3.67e-2	5.09e-2	1.32e-2	1.36e-2	3.05e-3	1.01e-2	4.35e-2	1.30e-2	1.35e-2	3.03e-3	1.71e-3	2.50e-2	1.10e-2	1.35e-2	3.03e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	3.67e-2	5.09e-2	1.32e-2	1.36e-2	3.05e-3	1.01e-2	4.35e-2	1.30e-2	1.35e-2	3.03e-3	1.71e-3	2.50e-2	1.10e-2	1.35e-2	3.03e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	3.67e-2	5.09e-2	1.32e-2	1.36e-2	3.05e-3	1.01e-2	4.35e-2	1.30e-2	1.35e-2	3.03e-3	1.71e-3	2.50e-2	1.10e-2	1.35e-2	3.03e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	5.17e-4	1.11e-4	2.37e-5	1.91e-5	1.61e-5	5.69e-6	1.27e-5	2.78e-5	8.57e-6	2.45e-5	2.36e-5	5.87e-5	6.58e-5	3.98e-5	5.35e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	5.13e-4	1.11e-4	2.37e-5	1.91e-5	1.61e-5	5.69e-6	1.26e-5	2.78e-5	8.57e-6	2.45e-5	2.23e-5	5.87e-5	6.58e-5	3.98e-5	5.35e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	5.12e-4	1.11e-4	2.37e-5	1.91e-5	1.61e-5	5.69e-6	1.26e-5	2.78e-5	8.57e-6	2.45e-5	2.21e-5	5.87e-5	6.57e-5	3.98e-5	5.35e-5
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	5.56e-2	6.66e-2	1.71e-2	1.78e-2	3.99e-3	2.57e-2	5.70e-2	1.70e-2	1.77e-2	3.97e-3	7.65e-3	3.21e-2	1.46e-2	1.75e-2	3.96e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	5.56e-2	6.66e-2	1.71e-2	1.78e-2	3.99e-3	2.57e-2	5.70e-2	1.70e-2	1.77e-2	3.97e-3	7.65e-3	3.21e-2	1.46e-2	1.75e-2	3.96e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	5.56e-2	6.66e-2	1.71e-2	1.78e-2	3.99e-3	2.57e-2	5.70e-2	1.70e-2	1.77e-2	3.97e-3	7.65e-3	3.21e-2	1.46e-2	1.75e-2	3.96e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	5.39e-4	1.19e-4	3.08e-5	2.74e-5	2.12e-5	5.47e-6	1.89e-5	3.55e-5	1.25e-5	2.55e-5	3.73e-5	6.07e-5	7.11e-5	5.66e-5	6.08e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	5.39e-4	1.19e-4	3.08e-5	2.74e-5	2.12e-5	5.47e-6	1.89e-5	3.55e-5	1.25e-5	2.55e-5	3.73e-5	5.96e-5	7.11e-5	5.66e-5	6.08e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	5.39e-4	1.19e-4	3.08e-5	2.74e-5	2.12e-5	5.59e-6	1.89e-5	3.55e-5	1.25e-5	2.55e-5	3.73e-5	5.91e-5	7.11e-5	5.66e-5	6.08e-5

Tabela B.75: Função *Parabolas* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.098	0.049	0.024	0.012	0.006	0.101	0.049	0.025	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.098	0.049	0.024	0.012	0.006	0.101	0.049	0.025	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.098	0.049	0.024	0.012	0.006	0.101	0.049	0.025	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.103	0.085	0.139	0.028	0.076	0.202	0.152	0.174	0.033	0.076	0.471	0.365	0.332	0.087	0.114
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.103	0.085	0.139	0.028	0.076	0.202	0.152	0.174	0.033	0.076	0.469	0.365	0.332	0.087	0.114
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.103	0.085	0.139	0.028	0.076	0.202	0.152	0.174	0.033	0.076	0.469	0.365	0.332	0.087	0.114
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.099	0.064	0.070	0.036	0.060	0.130	0.092	0.089	0.041	0.062	0.094	0.052	0.054	0.050	0.061
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.099	0.064	0.070	0.036	0.060	0.130	0.092	0.089	0.041	0.062	0.094	0.052	0.054	0.050	0.061
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.099	0.064	0.070	0.036	0.060	0.130	0.092	0.089	0.041	0.062	0.094	0.052	0.054	0.050	0.061
db6	EQMI(f_{1L})	0.095	0.046	0.022	0.011	0.005	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.100	0.047	0.022	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.095	0.046	0.022	0.011	0.005	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.100	0.047	0.022	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.095	0.046	0.022	0.011	0.005	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.100	0.047	0.022	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.087	0.041	0.028	0.008	0.006	0.182	0.099	0.065	0.014	0.011	0.447	0.347	0.211	0.037	0.027
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.087	0.041	0.028	0.008	0.006	0.182	0.099	0.065	0.014	0.011	0.448	0.347	0.211	0.037	0.027
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.087	0.041	0.028	0.008	0.006	0.182	0.099	0.065	0.014	0.011	0.448	0.347	0.211	0.037	0.027
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.088	0.040	0.023	0.009	0.010	0.140	0.079	0.049	0.020	0.015	0.099	0.064	0.035	0.039	0.037
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.088	0.040	0.023	0.009	0.010	0.140	0.079	0.049	0.020	0.015	0.099	0.064	0.035	0.039	0.037
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.088	0.040	0.023	0.009	0.010	0.140	0.079	0.049	0.020	0.015	0.099	0.064	0.035	0.039	0.037
sym8	EQMI(f_{1L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.100	0.047	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.100	0.047	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.100	0.047	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.087	0.041	0.036	0.008	0.016	0.195	0.104	0.077	0.014	0.020	0.582	0.317	0.210	0.056	0.043
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.087	0.041	0.036	0.008	0.016	0.195	0.104	0.077	0.014	0.020	0.582	0.317	0.210	0.056	0.043
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.087	0.041	0.036	0.008	0.016	0.195	0.104	0.077	0.014	0.020	0.582	0.317	0.210	0.056	0.043
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.088	0.041	0.035	0.014	0.031	0.126	0.079	0.068	0.025	0.035	0.091	0.049	0.091	0.082	0.064
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.088	0.041	0.035	0.014	0.031	0.126	0.079	0.068	0.025	0.035	0.091	0.049	0.091	0.082	0.064
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.088	0.041	0.035	0.014	0.031	0.126	0.079	0.068	0.025	0.035	0.091	0.049	0.091	0.082	0.064

Tabela B.76: Função *Parabolas* e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	18.0	15.8	22.7	21.0	33.4	20.5	18.3	23.8	23.3	32.1	20.9	22.5	25.9	25.9	32.7
	\bar{K}_{2L}	14.0	14.0	15.0	14.0	15.0	16.0	14.0	15.0	14.0	15.0	17.0	15.0	16.0	14.0	15.0
	\bar{K}_{1N}	32.3	37.2	46.1	53.0	66.1	29.0	36.5	43.5	51.8	63.5	30.4	33.5	44.6	53.5	64.7
	\bar{K}_{2N}	21.5	24.8	27.5	28.0	37.0	21.0	23.0	25.0	27.0	34.5	21.0	20.0	23.0	31.0	35.0
db6	\bar{K}_{1L}	17.3	14.2	17.7	17.4	24.2	29.3	17.8	20.9	20.5	25.9	24.3	22.6	24.4	25.4	30.5
	\bar{K}_{2L}	15.0	13.0	13.0	12.0	13.0	23.0	13.0	13.0	12.0	13.0	19.0	15.0	14.3	12.5	13.5
	\bar{K}_{1N}	25.6	31.6	42.2	46.8	58.3	25.4	33.7	38.3	49.1	60.8	40.6	38.5	43.2	53.1	65.5
	\bar{K}_{2N}	17.0	19.0	25.0	22.5	32.0	15.0	17.0	18.0	20.0	25.0	16.0	16.0	18.5	22.0	25.0
sym8	\bar{K}_{1L}	18.6	14.9	18.7	17.3	25.6	38.9	18.3	21.7	22.4	25.6	42.6	21.9	25.7	26.0	32.3
	\bar{K}_{2L}	15.0	12.0	13.0	12.0	13.0	29.0	13.0	13.0	12.0	13.0	30.0	15.0	14.0	12.0	13.5
	\bar{K}_{1N}	27.4	36.7	50.0	50.9	68.3	25.8	35.0	45.0	51.4	68.3	28.4	33.2	43.1	54.2	62.6
	\bar{K}_{2N}	18.0	21.0	27.0	24.0	32.5	17.0	19.0	23.0	26.0	32.0	14.0	17.0	21.0	28.0	34.0

Tabela B.77: Função *Parabolas* e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9695 (0.00267)	0.8941 (0.00982)	0.9257 (0.00945)	0.8785 (0.00975)	0.9390 (0.00635)	0.9859 (0.00037)	0.9746 (0.00124)	0.9809 (0.00177)	0.8983 (0.00744)	0.9439 (0.00526)	0.9876 (0.00014)	0.9890 (0.00032)	0.9944 (0.00033)	0.9441 (0.00370)	0.9613 (0.00367)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9695 (0.00267)	0.8941 (0.00982)	0.9257 (0.00945)	0.8785 (0.00975)	0.9390 (0.00635)	0.9859 (0.00037)	0.9746 (0.00124)	0.9809 (0.00177)	0.8983 (0.00744)	0.9439 (0.00526)	0.9876 (0.00014)	0.9890 (0.00032)	0.9944 (0.00033)	0.9441 (0.00370)	0.9613 (0.00367)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9695 (0.00267)	0.8941 (0.00982)	0.9257 (0.00945)	0.8785 (0.00975)	0.9390 (0.00635)	0.9859 (0.00037)	0.9746 (0.00124)	0.9809 (0.00177)	0.8983 (0.00744)	0.9439 (0.00526)	0.9876 (0.00014)	0.9890 (0.00032)	0.9944 (0.00033)	0.9441 (0.00370)	0.9613 (0.00367)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9904 (0.00503)	0.9958 (0.00289)	0.9986 (0.00094)	0.9980 (0.00105)	0.9990 (0.00069)	0.9954 (0.00184)	0.9969 (0.00234)	0.9979 (0.00160)	0.9983 (0.00094)	0.9991 (0.00061)	0.9163 (0.02065)	0.9961 (0.00206)	0.9987 (0.00108)	0.9983 (0.00090)	0.9988 (0.00077)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9905 (0.00477)	0.9958 (0.00279)	0.9986 (0.00093)	0.9980 (0.00105)	0.9990 (0.00069)	0.9953 (0.00175)	0.9969 (0.00223)	0.9979 (0.00151)	0.9983 (0.00093)	0.9991 (0.00061)	0.9165 (0.01998)	0.9961 (0.00180)	0.9987 (0.00102)	0.9983 (0.00089)	0.9988 (0.00076)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9905 (0.00475)	0.9958 (0.00275)	0.9986 (0.00093)	0.9980 (0.00105)	0.9990 (0.00069)	0.9953 (0.00175)	0.9969 (0.00220)	0.9979 (0.00148)	0.9983 (0.00092)	0.9991 (0.00061)	0.9175 (0.01948)	0.9961 (0.00172)	0.9987 (0.00100)	0.9983 (0.00089)	0.9988 (0.00076)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9636 (0.00226)	0.8729 (0.01206)	0.8962 (0.01310)	0.8772 (0.00981)	0.9368 (0.00623)	0.9805 (0.00042)	0.9681 (0.00147)	0.9603 (0.00499)	0.8950 (0.00758)	0.9382 (0.00573)	0.9826 (0.00016)	0.9862 (0.00035)	0.9883 (0.00080)	0.9395 (0.00392)	0.9464 (0.00534)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9636 (0.00226)	0.8729 (0.01206)	0.8962 (0.01310)	0.8772 (0.00981)	0.9368 (0.00623)	0.9805 (0.00042)	0.9681 (0.00147)	0.9603 (0.00499)	0.8950 (0.00758)	0.9382 (0.00573)	0.9826 (0.00016)	0.9862 (0.00035)	0.9883 (0.00080)	0.9395 (0.00392)	0.9464 (0.00534)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9636 (0.00226)	0.8729 (0.01206)	0.8962 (0.01310)	0.8772 (0.00981)	0.9368 (0.00623)	0.9805 (0.00042)	0.9681 (0.00147)	0.9603 (0.00499)	0.8950 (0.00758)	0.9382 (0.00573)	0.9826 (0.00016)	0.9862 (0.00035)	0.9883 (0.00080)	0.9395 (0.00392)	0.9464 (0.00534)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9892 (0.00256)	0.9976 (0.00152)	0.9987 (0.00057)	0.9971 (0.00169)	0.9984 (0.00053)	0.9788 (0.00747)	0.9954 (0.00242)	0.9985 (0.00049)	0.9984 (0.00050)	0.9993 (0.00037)	0.9489 (0.00775)	0.9901 (0.00399)	0.9977 (0.00073)	0.9983 (0.00058)	0.9993 (0.00036)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9893 (0.00228)	0.9976 (0.00138)	0.9987 (0.00057)	0.9971 (0.00161)	0.9984 (0.00053)	0.9789 (0.00608)	0.9955 (0.00207)	0.9985 (0.00048)	0.9984 (0.00050)	0.9993 (0.00036)	0.9490 (0.00712)	0.9904 (0.00361)	0.9977 (0.00067)	0.9982 (0.00054)	0.9993 (0.00035)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9894 (0.00222)	0.9976 (0.00131)	0.9987 (0.00057)	0.9971 (0.00153)	0.9984 (0.00053)	0.9789 (0.00569)	0.9954 (0.00200)	0.9985 (0.00047)	0.9984 (0.00049)	0.9993 (0.00035)	0.9492 (0.00669)	0.9906 (0.00348)	0.9977 (0.00063)	0.9982 (0.00051)	0.9993 (0.00035)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9302 (0.00572)	0.8580 (0.01306)	0.8818 (0.01526)	0.8615 (0.01066)	0.9289 (0.00689)	0.9754 (0.00112)	0.9651 (0.00172)	0.9529 (0.00570)	0.8834 (0.00791)	0.9305 (0.00618)	0.9812 (0.00041)	0.9863 (0.00042)	0.9859 (0.00099)	0.9355 (0.00387)	0.9403 (0.00573)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9302 (0.00572)	0.8580 (0.01306)	0.8818 (0.01526)	0.8615 (0.01066)	0.9289 (0.00689)	0.9754 (0.00112)	0.9651 (0.00172)	0.9529 (0.00570)	0.8834 (0.00791)	0.9305 (0.00618)	0.9812 (0.00041)	0.9863 (0.00042)	0.9859 (0.00099)	0.9355 (0.00387)	0.9403 (0.00573)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9302 (0.00572)	0.8580 (0.01306)	0.8818 (0.01526)	0.8615 (0.01066)	0.9289 (0.00689)	0.9754 (0.00112)	0.9651 (0.00172)	0.9529 (0.00570)	0.8834 (0.00791)	0.9305 (0.00618)	0.9812 (0.00041)	0.9863 (0.00042)	0.9859 (0.00099)	0.9355 (0.00387)	0.9403 (0.00573)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9959 (0.00186)	0.9975 (0.00247)	0.9988 (0.00131)	0.9978 (0.00141)	0.9990 (0.00052)	0.9930 (0.00363)	0.9985 (0.00064)	0.9991 (0.00042)	0.9989 (0.00057)	0.9990 (0.00061)	0.9604 (0.01108)	0.9958 (0.00229)	0.9990 (0.00067)	0.9986 (0.00094)	0.9988 (0.00066)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9959 (0.00183)	0.9975 (0.00239)	0.9988 (0.00116)	0.9978 (0.00138)	0.9990 (0.00052)	0.9929 (0.00330)	0.9985 (0.00063)	0.9991 (0.00040)	0.9989 (0.00056)	0.9990 (0.00061)	0.9604 (0.01051)	0.9958 (0.00215)	0.9990 (0.00063)	0.9986 (0.00094)	0.9988 (0.00065)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9959 (0.00182)	0.9975 (0.00234)	0.9988 (0.00110)	0.9978 (0.00134)	0.9990 (0.00052)	0.9928 (0.00326)	0.9985 (0.00063)	0.9991 (0.00040)	0.9989 (0.00056)	0.9990 (0.00060)	0.9605 (0.01029)	0.9958 (0.00203)	0.9990 (0.00061)	0.9986 (0.00093)	0.9988 (0.00064)

Tabela B.78: Função *Parabolas* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	9.32e-4	1.13e-2	5.59e-3	1.48e-2	3.75e-3	1.96e-4	6.40e-4	3.64e-4	1.04e-2	3.16e-3	1.50e-4	1.19e-4	3.01e-5	3.13e-3	1.50e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	9.32e-4	1.13e-2	5.59e-3	1.48e-2	3.75e-3	1.96e-4	6.40e-4	3.64e-4	1.04e-2	3.16e-3	1.50e-4	1.19e-4	3.01e-5	3.13e-3	1.50e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	9.32e-4	1.13e-2	5.59e-3	1.48e-2	3.75e-3	1.96e-4	6.40e-4	3.64e-4	1.04e-2	3.16e-3	1.50e-4	1.19e-4	3.01e-5	3.13e-3	1.50e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.15e-4	2.53e-5	2.55e-6	4.88e-6	1.36e-6	2.40e-5	1.46e-5	6.36e-6	3.38e-6	1.03e-6	7.41e-3	1.90e-5	2.57e-6	3.31e-6	1.73e-6
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.11e-4	2.45e-5	2.54e-6	4.87e-6	1.36e-6	2.39e-5	1.41e-5	6.09e-6	3.36e-6	1.03e-6	7.36e-3	1.78e-5	2.43e-6	3.31e-6	1.72e-6
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.11e-4	2.43e-5	2.52e-6	4.87e-6	1.36e-6	2.40e-5	1.41e-5	6.01e-6	3.34e-6	1.03e-6	7.16e-3	1.76e-5	2.38e-6	3.30e-6	1.70e-6
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	1.32e-3	1.63e-2	1.09e-2	1.52e-2	4.02e-3	3.75e-4	1.01e-3	1.59e-3	1.11e-2	3.84e-3	2.98e-4	1.88e-4	1.34e-4	3.66e-3	2.90e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	1.32e-3	1.63e-2	1.09e-2	1.52e-2	4.02e-3	3.75e-4	1.01e-3	1.59e-3	1.11e-2	3.84e-3	2.98e-4	1.88e-4	1.34e-4	3.66e-3	2.90e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	1.32e-3	1.63e-2	1.09e-2	1.52e-2	4.02e-3	3.75e-4	1.01e-3	1.59e-3	1.11e-2	3.84e-3	2.98e-4	1.88e-4	1.34e-4	3.66e-3	2.90e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.21e-4	7.77e-6	1.72e-6	1.09e-5	2.48e-6	5.01e-4	2.60e-5	2.14e-6	2.61e-6	5.25e-7	2.66e-3	1.11e-4	5.37e-6	3.03e-6	4.41e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.17e-4	7.29e-6	1.72e-6	1.05e-5	2.48e-6	4.79e-4	2.39e-5	2.13e-6	2.62e-6	5.20e-7	2.64e-3	1.03e-4	5.29e-6	3.01e-6	4.41e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.16e-4	7.05e-6	1.72e-6	1.01e-5	2.48e-6	4.73e-4	2.38e-5	2.11e-6	2.62e-6	5.15e-7	2.62e-3	9.92e-5	5.23e-6	2.99e-6	4.39e-7
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	4.89e-3	2.03e-2	1.42e-2	1.93e-2	5.09e-3	6.00e-4	1.21e-3	2.24e-3	1.36e-2	4.85e-3	3.50e-4	1.86e-4	1.96e-4	4.16e-3	3.59e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	4.89e-3	2.03e-2	1.42e-2	1.93e-2	5.09e-3	6.00e-4	1.21e-3	2.24e-3	1.36e-2	4.85e-3	3.50e-4	1.86e-4	1.96e-4	4.16e-3	3.59e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	4.89e-3	2.03e-2	1.42e-2	1.93e-2	5.09e-3	6.00e-4	1.21e-3	2.24e-3	1.36e-2	4.85e-3	3.50e-4	1.86e-4	1.96e-4	4.16e-3	3.59e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.97e-5	1.19e-5	3.01e-6	6.52e-6	1.14e-6	6.02e-5	2.43e-6	8.09e-7	1.26e-6	1.21e-6	1.68e-3	2.22e-5	1.34e-6	2.53e-6	1.59e-6
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.95e-5	1.15e-5	2.63e-6	6.39e-6	1.14e-6	5.98e-5	2.42e-6	7.97e-7	1.26e-6	1.21e-6	1.67e-3	2.15e-5	1.28e-6	2.53e-6	1.58e-6
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.95e-5	1.12e-5	2.50e-6	6.25e-6	1.14e-6	6.06e-5	2.41e-6	7.95e-7	1.26e-6	1.20e-6	1.66e-3	2.12e-5	1.25e-6	2.52e-6	1.57e-6

Tabela B.79: Função *Parabolas* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	14.312	7.321	3.558	1.652	0.718	14.400	7.331	3.520	1.644	0.710	14.415	7.276	3.506	1.599	0.716
	EQMI(f_{2L})	14.312	7.321	3.558	1.652	0.718	14.400	7.331	3.520	1.644	0.710	14.415	7.276	3.506	1.599	0.716
	EQMI(f_{3L})	14.312	7.321	3.558	1.652	0.718	14.400	7.331	3.520	1.644	0.710	14.415	7.276	3.506	1.599	0.716
	EQMI(f_{1NT})	14.578	7.582	4.004	1.735	0.860	14.894	7.723	3.835	1.753	0.882	14.038	7.646	3.944	1.708	0.813
	EQMI(f_{2NT})	14.578	7.581	4.003	1.735	0.860	14.920	7.715	3.836	1.753	0.882	14.036	7.629	3.946	1.708	0.814
	EQMI(f_{3NT})	14.578	7.581	4.003	1.735	0.860	14.925	7.712	3.836	1.752	0.882	14.038	7.626	3.946	1.709	0.814
	EQMI(f_{1NB})	14.299	7.315	3.570	1.670	0.748	14.298	7.304	3.519	1.647	0.721	13.987	7.157	3.445	1.602	0.717
	EQMI(f_{2NB})	14.299	7.315	3.570	1.670	0.748	14.297	7.302	3.520	1.647	0.721	13.987	7.157	3.446	1.602	0.717
	EQMI(f_{3NB})	14.299	7.315	3.570	1.670	0.748	14.297	7.302	3.520	1.647	0.721	13.987	7.157	3.446	1.602	0.717
db6	EQMI(f_{1L})	14.313	7.318	3.556	1.651	0.717	14.411	7.323	3.511	1.643	0.709	14.508	7.249	3.468	1.598	0.714
	EQMI(f_{2L})	14.313	7.318	3.556	1.651	0.717	14.411	7.323	3.511	1.643	0.709	14.508	7.249	3.468	1.598	0.714
	EQMI(f_{3L})	14.313	7.318	3.556	1.651	0.717	14.411	7.323	3.511	1.643	0.709	14.508	7.249	3.468	1.598	0.714
	EQMI(f_{1NT})	14.453	7.701	3.868	1.701	0.750	14.452	7.533	3.803	1.739	0.832	14.024	7.295	3.671	1.701	0.839
	EQMI(f_{2NT})	14.446	7.704	3.869	1.701	0.750	14.458	7.533	3.803	1.739	0.832	14.023	7.301	3.672	1.700	0.839
	EQMI(f_{3NT})	14.447	7.696	3.869	1.702	0.750	14.463	7.532	3.804	1.739	0.833	14.024	7.304	3.672	1.701	0.839
	EQMI(f_{1NB})	14.283	7.312	3.567	1.666	0.743	14.297	7.300	3.508	1.646	0.720	13.988	7.156	3.442	1.597	0.715
	EQMI(f_{2NB})	14.283	7.312	3.567	1.666	0.743	14.302	7.300	3.508	1.646	0.720	13.988	7.156	3.442	1.597	0.715
	EQMI(f_{3NB})	14.283	7.312	3.567	1.666	0.743	14.301	7.299	3.508	1.646	0.720	13.988	7.156	3.442	1.597	0.715
sym8	EQMI(f_{1L})	14.312	7.319	3.556	1.651	0.717	14.405	7.321	3.511	1.643	0.709	14.467	7.233	3.462	1.598	0.715
	EQMI(f_{2L})	14.312	7.319	3.556	1.651	0.717	14.405	7.321	3.511	1.643	0.709	14.467	7.233	3.462	1.598	0.715
	EQMI(f_{3L})	14.312	7.319	3.556	1.651	0.717	14.405	7.321	3.511	1.643	0.709	14.467	7.233	3.462	1.598	0.715
	EQMI(f_{1NT})	14.864	7.743	3.915	1.703	0.786	14.952	8.084	4.055	1.757	0.783	14.103	7.436	3.762	1.673	0.768
	EQMI(f_{2NT})	14.859	7.742	3.917	1.703	0.786	14.948	8.085	4.057	1.757	0.783	14.112	7.429	3.755	1.673	0.768
	EQMI(f_{3NT})	14.860	7.742	3.916	1.703	0.786	14.949	8.084	4.057	1.757	0.783	14.113	7.424	3.761	1.673	0.767
	EQMI(f_{1NB})	14.299	7.314	3.605	1.705	0.793	14.317	7.299	3.503	1.650	0.747	13.989	7.162	3.445	1.607	0.736
	EQMI(f_{2NB})	14.299	7.314	3.606	1.706	0.793	14.317	7.299	3.503	1.650	0.747	13.989	7.162	3.445	1.607	0.735
	EQMI(f_{3NB})	14.299	7.314	3.606	1.706	0.793	14.317	7.299	3.503	1.650	0.747	13.989	7.162	3.445	1.607	0.735

Tabela B.80: Função *Parabolas* e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	19.5	22.7	28.3	26.6	32.0	13.7	18.6	24.9	36.0	41.4	14.9	17.9	24.1	37.6	46.7
	\bar{K}_{2L}	15.0	14.0	16.0	14.0	15.0	10.0	10.0	12.0	15.0	16.0	10.0	10.0	11.0	14.5	17.0
	\bar{K}_{1N}	47.1	44.1	40.3	61.3	62.9	146.9	80.2	78.9	65.6	62.9	78.1	196.4	103.4	58.7	60.1
	\bar{K}_{2N}	30.0	22.3	20.5	26.3	30.0	129.3	31.0	28.0	27.0	27.5	24.0	250.0	28.0	26.8	27.0
db6	\bar{K}_{1L}	19.7	23.1	27.7	25.4	32.4	14.3	23.4	32.7	34.2	37.9	12.2	19.8	27.6	39.2	49.3
	\bar{K}_{2L}	15.0	16.0	16.0	13.0	14.0	9.0	12.0	19.0	14.0	14.5	9.0	10.0	13.0	15.0	17.0
	\bar{K}_{1N}	57.0	67.9	44.4	55.8	65.9	217.5	129.3	44.6	96.8	157.8	43.0	125.3	181.6	143.8	100.3
	\bar{K}_{2N}	30.0	19.0	18.0	21.0	24.0	250.0	44.0	21.0	32.0	250.0	29.0	56.5	250.0	55.0	36.0
sym8	\bar{K}_{1L}	26.1	23.3	27.3	27.6	33.4	18.7	21.7	32.9	32.6	37.6	19.3	22.8	29.4	39.1	45.1
	\bar{K}_{2L}	17.0	15.0	16.0	13.0	13.5	14.0	10.5	18.0	13.0	14.0	13.0	10.5	12.0	14.0	16.0
	\bar{K}_{1N}	36.9	36.2	42.4	57.0	64.3	169.7	52.2	47.5	63.8	68.1	213.6	137.0	154.9	116.0	128.4
	\bar{K}_{2N}	16.0	17.0	19.0	26.0	29.0	250.0	32.0	25.3	32.0	33.0	250.0	58.8	250.0	63.3	66.8

Tabela B.81: Função *Time Shifted Sine* e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8135 (0.02974)	0.7609 (0.02595)	0.8776 (0.01518)	0.8743 (0.01048)	0.9364 (0.00622)	0.9263 (0.00942)	0.7834 (0.02251)	0.8840 (0.01447)	0.8743 (0.01048)	0.9364 (0.00606)	0.9770 (0.00195)	0.8540 (0.01200)	0.9071 (0.01040)	0.8757 (0.00999)	0.9366 (0.00632)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8135 (0.02974)	0.7609 (0.02595)	0.8776 (0.01518)	0.8743 (0.01048)	0.9364 (0.00622)	0.9263 (0.00942)	0.7834 (0.02251)	0.8840 (0.01447)	0.8743 (0.01048)	0.9364 (0.00606)	0.9770 (0.00195)	0.8540 (0.01200)	0.9071 (0.01040)	0.8757 (0.00999)	0.9366 (0.00632)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8135 (0.02974)	0.7609 (0.02595)	0.8776 (0.01518)	0.8743 (0.01048)	0.9364 (0.00622)	0.9263 (0.00942)	0.7834 (0.02251)	0.8840 (0.01447)	0.8743 (0.01048)	0.9364 (0.00606)	0.9770 (0.00195)	0.8540 (0.01200)	0.9071 (0.01040)	0.8757 (0.00999)	0.9366 (0.00632)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9833 (0.00555)	0.9905 (0.00439)	0.9949 (0.00341)	0.9925 (0.00407)	0.9953 (0.00357)	0.9887 (0.00481)	0.9956 (0.00176)	0.9976 (0.00125)	0.9972 (0.00124)	0.9980 (0.00119)	0.9911 (0.00449)	0.9957 (0.00176)	0.9977 (0.00109)	0.9982 (0.00139)	0.9991 (0.00056)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9833 (0.00555)	0.9905 (0.00439)	0.9949 (0.00341)	0.9925 (0.00407)	0.9953 (0.00357)	0.9889 (0.00422)	0.9956 (0.00175)	0.9976 (0.00125)	0.9972 (0.00124)	0.9980 (0.00119)	0.9911 (0.00337)	0.9957 (0.00170)	0.9977 (0.00108)	0.9982 (0.00135)	0.9991 (0.00056)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9833 (0.00555)	0.9905 (0.00439)	0.9949 (0.00341)	0.9925 (0.00407)	0.9953 (0.00357)	0.9889 (0.00412)	0.9956 (0.00175)	0.9976 (0.00125)	0.9972 (0.00124)	0.9980 (0.00119)	0.9911 (0.00323)	0.9957 (0.00166)	0.9977 (0.00108)	0.9982 (0.00133)	0.9991 (0.00056)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.8066 (0.02881)	0.7686 (0.02390)	0.8755 (0.01462)	0.8741 (0.01035)	0.9351 (0.00599)	0.9104 (0.01069)	0.7942 (0.02049)	0.8782 (0.01454)	0.8742 (0.01048)	0.9351 (0.00595)	0.9686 (0.00259)	0.8670 (0.01023)	0.8885 (0.01282)	0.8771 (0.00960)	0.9353 (0.00619)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.8066 (0.02881)	0.7686 (0.02390)	0.8755 (0.01462)	0.8741 (0.01035)	0.9351 (0.00599)	0.9104 (0.01069)	0.7942 (0.02049)	0.8782 (0.01454)	0.8742 (0.01048)	0.9351 (0.00595)	0.9686 (0.00259)	0.8670 (0.01023)	0.8885 (0.01282)	0.8771 (0.00960)	0.9353 (0.00619)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.8066 (0.02881)	0.7686 (0.02390)	0.8755 (0.01462)	0.8741 (0.01035)	0.9351 (0.00599)	0.9104 (0.01069)	0.7942 (0.02049)	0.8782 (0.01454)	0.8742 (0.01048)	0.9351 (0.00595)	0.9686 (0.00259)	0.8670 (0.01023)	0.8885 (0.01282)	0.8771 (0.00960)	0.9353 (0.00619)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9849 (0.00515)	0.9898 (0.00377)	0.9932 (0.00315)	0.9895 (0.00334)	0.9927 (0.00298)	0.9953 (0.00115)	0.9968 (0.00104)	0.9979 (0.00076)	0.9961 (0.00086)	0.9969 (0.00095)	0.9954 (0.00352)	0.9988 (0.00126)	0.9991 (0.00039)	0.9982 (0.00055)	0.9990 (0.00030)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9849 (0.00515)	0.9898 (0.00377)	0.9932 (0.00315)	0.9895 (0.00334)	0.9927 (0.00298)	0.9953 (0.00115)	0.9968 (0.00104)	0.9979 (0.00076)	0.9961 (0.00086)	0.9969 (0.00095)	0.9954 (0.00338)	0.9988 (0.00125)	0.9991 (0.00039)	0.9982 (0.00053)	0.9990 (0.00030)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9849 (0.00515)	0.9898 (0.00377)	0.9932 (0.00315)	0.9895 (0.00334)	0.9927 (0.00298)	0.9953 (0.00115)	0.9968 (0.00103)	0.9979 (0.00076)	0.9961 (0.00086)	0.9969 (0.00095)	0.9954 (0.00334)	0.9988 (0.00121)	0.9991 (0.00039)	0.9982 (0.00052)	0.9990 (0.00030)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7613 (0.03501)	0.7364 (0.02633)	0.8598 (0.01593)	0.8575 (0.01132)	0.9272 (0.00650)	0.8571 (0.01643)	0.7697 (0.02144)	0.8628 (0.01607)	0.8578 (0.01131)	0.9272 (0.00641)	0.9447 (0.00544)	0.8589 (0.00990)	0.8752 (0.01354)	0.8611 (0.01044)	0.9273 (0.00674)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7613 (0.03501)	0.7364 (0.02633)	0.8598 (0.01593)	0.8575 (0.01132)	0.9272 (0.00650)	0.8571 (0.01643)	0.7697 (0.02144)	0.8628 (0.01607)	0.8578 (0.01131)	0.9272 (0.00641)	0.9447 (0.00544)	0.8589 (0.00990)	0.8752 (0.01354)	0.8611 (0.01044)	0.9273 (0.00674)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7613 (0.03501)	0.7364 (0.02633)	0.8598 (0.01593)	0.8575 (0.01132)	0.9272 (0.00650)	0.8571 (0.01643)	0.7697 (0.02144)	0.8628 (0.01607)	0.8578 (0.01131)	0.9272 (0.00641)	0.9447 (0.00544)	0.8589 (0.00990)	0.8752 (0.01354)	0.8611 (0.01044)	0.9273 (0.00674)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9804 (0.00552)	0.9883 (0.00407)	0.9929 (0.00386)	0.9898 (0.00371)	0.9930 (0.00345)	0.9885 (0.00460)	0.9958 (0.00124)	0.9975 (0.00099)	0.9967 (0.00099)	0.9973 (0.00113)	0.9923 (0.00569)	0.9963 (0.00119)	0.9978 (0.00084)	0.9974 (0.00114)	0.9992 (0.00030)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9804 (0.00552)	0.9883 (0.00407)	0.9929 (0.00386)	0.9898 (0.00371)	0.9930 (0.00345)	0.9886 (0.00408)	0.9958 (0.00121)	0.9975 (0.00099)	0.9967 (0.00099)	0.9973 (0.00113)	0.9921 (0.00473)	0.9963 (0.00113)	0.9978 (0.00083)	0.9973 (0.00110)	0.9992 (0.00030)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9804 (0.00552)	0.9883 (0.00407)	0.9929 (0.00386)	0.9898 (0.00371)	0.9930 (0.00345)	0.9886 (0.00399)	0.9958 (0.00120)	0.9975 (0.00099)	0.9967 (0.00099)	0.9973 (0.00113)	0.9920 (0.00465)	0.9963 (0.00112)	0.9978 (0.00081)	0.9973 (0.00108)	0.9992 (0.00030)

Tabela B.82: Função *Time Shifted Sine* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	3.20e-2	5.32e-2	1.29e-2	1.35e-2	2.91e-3	4.14e-3	4.32e-2	1.14e-2	1.35e-2	2.90e-3	1.73e-4	1.86e-2	6.99e-3	1.32e-2	2.89e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	3.20e-2	5.32e-2	1.29e-2	1.35e-2	2.91e-3	4.14e-3	4.32e-2	1.14e-2	1.35e-2	2.90e-3	1.73e-4	1.86e-2	6.99e-3	1.32e-2	2.89e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	3.20e-2	5.32e-2	1.29e-2	1.35e-2	2.91e-3	4.14e-3	4.32e-2	1.14e-2	1.35e-2	2.90e-3	1.73e-4	1.86e-2	6.99e-3	1.32e-2	2.89e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	7.63e-5	1.95e-5	3.54e-5	2.28e-5	4.13e-5	2.47e-5	3.45e-5	5.96e-5	5.35e-5	6.47e-5	2.14e-5	3.58e-5	6.05e-5	6.91e-5	8.33e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	7.63e-5	1.95e-5	3.54e-5	2.28e-5	4.13e-5	1.91e-5	3.45e-5	5.96e-5	5.35e-5	6.47e-5	1.25e-5	3.57e-5	6.06e-5	6.92e-5	8.33e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	7.63e-5	1.95e-5	3.54e-5	2.28e-5	4.13e-5	1.82e-5	3.45e-5	5.96e-5	5.35e-5	6.47e-5	1.16e-5	3.58e-5	6.06e-5	6.92e-5	8.33e-5
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	3.45e-2	4.96e-2	1.33e-2	1.35e-2	3.05e-3	6.45e-3	3.88e-2	1.27e-2	1.35e-2	3.05e-3	4.64e-4	1.52e-2	1.05e-2	1.28e-2	3.03e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	3.45e-2	4.96e-2	1.33e-2	1.35e-2	3.05e-3	6.45e-3	3.88e-2	1.27e-2	1.35e-2	3.05e-3	4.64e-4	1.52e-2	1.05e-2	1.28e-2	3.03e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	3.45e-2	4.96e-2	1.33e-2	1.35e-2	3.05e-3	6.45e-3	3.88e-2	1.27e-2	1.35e-2	3.05e-3	4.64e-4	1.52e-2	1.05e-2	1.28e-2	3.03e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	5.25e-5	1.42e-5	2.02e-5	1.14e-5	1.61e-5	2.99e-5	4.79e-5	6.23e-5	3.83e-5	4.90e-5	4.12e-5	7.91e-5	8.35e-5	6.73e-5	8.16e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	5.26e-5	1.42e-5	2.02e-5	1.14e-5	1.61e-5	2.99e-5	4.79e-5	6.23e-5	3.83e-5	4.90e-5	4.01e-5	7.90e-5	8.35e-5	6.71e-5	8.16e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	5.26e-5	1.42e-5	2.02e-5	1.14e-5	1.61e-5	2.99e-5	4.79e-5	6.23e-5	3.83e-5	4.90e-5	3.99e-5	7.89e-5	8.34e-5	6.69e-5	8.16e-5
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	5.35e-2	6.50e-2	1.72e-2	1.77e-2	3.98e-3	1.79e-2	4.90e-2	1.64e-2	1.76e-2	3.98e-3	2.09e-3	1.73e-2	1.34e-2	1.67e-2	3.97e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	5.35e-2	6.50e-2	1.72e-2	1.77e-2	3.98e-3	1.79e-2	4.90e-2	1.64e-2	1.76e-2	3.98e-3	2.09e-3	1.73e-2	1.34e-2	1.67e-2	3.97e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	5.35e-2	6.50e-2	1.72e-2	1.77e-2	3.98e-3	1.79e-2	4.90e-2	1.64e-2	1.76e-2	3.98e-3	2.09e-3	1.73e-2	1.34e-2	1.67e-2	3.97e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.23e-4	1.95e-5	2.35e-5	1.38e-5	2.07e-5	2.35e-5	3.49e-5	5.65e-5	4.54e-5	5.51e-5	3.79e-5	4.10e-5	6.19e-5	5.57e-5	8.55e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.23e-4	1.95e-5	2.35e-5	1.38e-5	2.07e-5	1.87e-5	3.49e-5	5.65e-5	4.54e-5	5.51e-5	2.68e-5	4.11e-5	6.19e-5	5.52e-5	8.55e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.23e-4	1.95e-5	2.35e-5	1.38e-5	2.07e-5	1.79e-5	3.49e-5	5.65e-5	4.54e-5	5.51e-5	2.55e-5	4.11e-5	6.20e-5	5.51e-5	8.55e-5

Tabela B.83: Função *Time Shifted Sine* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.098	0.049	0.025	0.012	0.006	0.104	0.049	0.025	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.098	0.049	0.025	0.012	0.006	0.104	0.049	0.025	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.098	0.049	0.025	0.012	0.006	0.104	0.049	0.025	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.136	0.111	0.151	0.033	0.074	0.221	0.225	0.258	0.074	0.086	0.312	0.272	0.294	0.146	0.189
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.136	0.111	0.151	0.033	0.074	0.220	0.225	0.258	0.074	0.086	0.304	0.272	0.294	0.146	0.189
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.136	0.111	0.151	0.033	0.074	0.220	0.225	0.258	0.074	0.086	0.303	0.271	0.294	0.146	0.189
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.116	0.078	0.075	0.033	0.064	0.113	0.078	0.075	0.044	0.059	0.112	0.078	0.073	0.038	0.056
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.116	0.078	0.075	0.033	0.064	0.113	0.078	0.075	0.044	0.059	0.114	0.078	0.073	0.038	0.056
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.116	0.078	0.075	0.033	0.064	0.114	0.078	0.075	0.044	0.059	0.114	0.078	0.073	0.038	0.056
db6	EQMI(f_{1L})	0.095	0.046	0.022	0.011	0.005	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.105	0.047	0.022	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.095	0.046	0.022	0.011	0.005	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.105	0.047	0.022	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.095	0.046	0.022	0.011	0.005	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.105	0.047	0.022	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.130	0.069	0.046	0.010	0.007	0.392	0.248	0.178	0.035	0.023	0.766	0.848	0.541	0.086	0.088
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.130	0.069	0.046	0.010	0.007	0.392	0.248	0.178	0.035	0.023	0.761	0.848	0.541	0.086	0.088
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.130	0.069	0.046	0.010	0.007	0.392	0.248	0.178	0.035	0.023	0.761	0.848	0.541	0.087	0.088
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.109	0.059	0.036	0.013	0.010	0.106	0.071	0.085	0.054	0.038	0.128	0.084	0.105	0.056	0.085
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.109	0.059	0.036	0.013	0.010	0.106	0.071	0.085	0.054	0.038	0.127	0.084	0.105	0.055	0.085
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.109	0.059	0.036	0.013	0.010	0.106	0.071	0.085	0.054	0.038	0.127	0.084	0.105	0.054	0.085
sym8	EQMI(f_{1L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.047	0.023	0.011	0.005	0.106	0.047	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.047	0.023	0.011	0.005	0.106	0.047	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.047	0.023	0.011	0.005	0.106	0.047	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.108	0.057	0.048	0.011	0.015	0.189	0.176	0.133	0.038	0.031	0.336	0.218	0.191	0.065	0.111
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.108	0.057	0.048	0.011	0.015	0.188	0.176	0.133	0.038	0.031	0.338	0.218	0.190	0.065	0.111
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.108	0.057	0.048	0.011	0.015	0.188	0.176	0.133	0.038	0.031	0.338	0.218	0.190	0.065	0.111
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.095	0.053	0.046	0.018	0.027	0.112	0.067	0.074	0.052	0.057	0.089	0.057	0.087	0.070	0.102
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.095	0.053	0.046	0.018	0.027	0.112	0.067	0.074	0.052	0.057	0.089	0.057	0.087	0.070	0.102
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.095	0.053	0.046	0.018	0.027	0.112	0.067	0.074	0.052	0.057	0.089	0.057	0.087	0.070	0.102

Tabela B.84: Função *Time Shifted Sine* e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	17.6	15.6	21.2	20.6	32.6	15.6	19.0	22.0	22.0	31.2	14.5	20.3	24.7	25.0	33.2
	\bar{K}_{2L}	15.0	14.0	14.0	14.0	15.0	13.0	13.5	14.3	14.0	15.0	11.0	13.0	14.0	14.0	15.0
	\bar{K}_{1N}	37.1	39.6	43.9	53.4	65.5	91.3	41.7	46.9	49.0	60.5	155.7	113.8	91.9	59.8	56.1
	\bar{K}_{2N}	23.0	23.0	23.0	27.0	35.5	36.0	25.0	24.0	23.0	27.0	250.0	57.0	45.0	24.0	26.0
db6	\bar{K}_{1L}	16.6	14.8	17.9	16.0	23.4	17.0	16.8	20.2	20.2	23.8	15.3	20.2	24.9	26.0	30.1
	\bar{K}_{2L}	14.0	13.0	13.0	12.0	13.0	14.0	13.0	13.0	12.0	13.0	11.0	12.0	13.0	12.5	14.0
	\bar{K}_{1N}	26.7	31.8	37.9	47.3	59.1	29.0	40.2	42.0	48.6	56.5	44.2	32.6	44.8	112.9	67.4
	\bar{K}_{2N}	18.0	19.0	22.0	22.0	31.0	18.0	21.0	21.0	18.0	23.0	21.0	19.0	21.0	24.0	21.0
sym8	\bar{K}_{1L}	16.5	14.4	18.1	18.1	25.9	20.1	17.4	20.6	20.7	25.7	17.6	20.3	24.3	24.5	28.9
	\bar{K}_{2L}	14.0	12.0	13.0	12.0	13.0	15.0	12.0	13.0	12.0	13.0	12.5	11.3	13.0	12.0	13.0
	\bar{K}_{1N}	36.2	41.8	50.1	52.2	65.4	76.1	38.4	48.2	52.7	63.6	38.5	70.6	86.7	92.4	65.3
	\bar{K}_{2N}	21.0	22.0	24.0	24.0	31.0	26.0	19.5	23.5	21.0	26.5	20.0	29.0	34.0	25.5	25.0

Tabela B.85: Função *Time Shifted Sine* e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9851 (0.00096)	0.8960 (0.00765)	0.9268 (0.00791)	0.8784 (0.00997)	0.9389 (0.00586)	0.9923 (0.00014)	0.9788 (0.00124)	0.9812 (0.00159)	0.8982 (0.00787)	0.9416 (0.00585)	0.9931 (0.00005)	0.9942 (0.00028)	0.9955 (0.00032)	0.9425 (0.00363)	0.9527 (0.00515)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9851 (0.00096)	0.8960 (0.00765)	0.9268 (0.00791)	0.8784 (0.00997)	0.9389 (0.00586)	0.9923 (0.00014)	0.9788 (0.00124)	0.9812 (0.00159)	0.8982 (0.00787)	0.9416 (0.00585)	0.9931 (0.00005)	0.9942 (0.00028)	0.9955 (0.00032)	0.9425 (0.00363)	0.9527 (0.00515)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9851 (0.00096)	0.8960 (0.00765)	0.9268 (0.00791)	0.8784 (0.00997)	0.9389 (0.00586)	0.9923 (0.00014)	0.9788 (0.00124)	0.9812 (0.00159)	0.8982 (0.00787)	0.9416 (0.00585)	0.9931 (0.00005)	0.9942 (0.00028)	0.9955 (0.00032)	0.9425 (0.00363)	0.9527 (0.00515)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9875 (0.01265)	0.9959 (0.00214)	0.9981 (0.00103)	0.9973 (0.00143)	0.9992 (0.00068)	0.9814 (0.01255)	0.9937 (0.00672)	0.9979 (0.00231)	0.9980 (0.00104)	0.9994 (0.00050)	0.9071 (0.05416)	0.9933 (0.00553)	0.9961 (0.00288)	0.9961 (0.00213)	0.9990 (0.00085)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9873 (0.01149)	0.9960 (0.00194)	0.9981 (0.00102)	0.9973 (0.00143)	0.9992 (0.00067)	0.9813 (0.01174)	0.9935 (0.00631)	0.9979 (0.00224)	0.9980 (0.00103)	0.9994 (0.00050)	0.9078 (0.05309)	0.9933 (0.00495)	0.9960 (0.00280)	0.9961 (0.00206)	0.9990 (0.00084)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9873 (0.01101)	0.9960 (0.00182)	0.9981 (0.00101)	0.9973 (0.00142)	0.9992 (0.00067)	0.9813 (0.01141)	0.9933 (0.00623)	0.9979 (0.00220)	0.9980 (0.00102)	0.9994 (0.00049)	0.9109 (0.05015)	0.9933 (0.00480)	0.9960 (0.00279)	0.9962 (0.00196)	0.9990 (0.00082)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9794 (0.00131)	0.9073 (0.00647)	0.9006 (0.01150)	0.8816 (0.00925)	0.9373 (0.00580)	0.9897 (0.00019)	0.9823 (0.00104)	0.9571 (0.00462)	0.9169 (0.00569)	0.9415 (0.00571)	0.9908 (0.00006)	0.9954 (0.00024)	0.9878 (0.00122)	0.9652 (0.00209)	0.9560 (0.00493)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9794 (0.00131)	0.9073 (0.00647)	0.9006 (0.01150)	0.8816 (0.00925)	0.9373 (0.00580)	0.9897 (0.00019)	0.9823 (0.00104)	0.9571 (0.00462)	0.9169 (0.00569)	0.9415 (0.00571)	0.9908 (0.00006)	0.9954 (0.00024)	0.9878 (0.00122)	0.9652 (0.00209)	0.9560 (0.00493)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9794 (0.00131)	0.9073 (0.00647)	0.9006 (0.01150)	0.8816 (0.00925)	0.9373 (0.00580)	0.9897 (0.00019)	0.9823 (0.00104)	0.9571 (0.00462)	0.9169 (0.00569)	0.9415 (0.00571)	0.9908 (0.00006)	0.9954 (0.00024)	0.9878 (0.00122)	0.9652 (0.00209)	0.9560 (0.00493)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9898 (0.00628)	0.9983 (0.00098)	0.9993 (0.00066)	0.9979 (0.00071)	0.9991 (0.00040)	0.9831 (0.01085)	0.9959 (0.00268)	0.9979 (0.00089)	0.9983 (0.00088)	0.9993 (0.00033)	0.9729 (0.00623)	0.9921 (0.00356)	0.9976 (0.00130)	0.9981 (0.00091)	0.9994 (0.00043)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9898 (0.00612)	0.9983 (0.00097)	0.9993 (0.00064)	0.9979 (0.00071)	0.9991 (0.00040)	0.9827 (0.00843)	0.9959 (0.00256)	0.9979 (0.00086)	0.9983 (0.00086)	0.9993 (0.00033)	0.9729 (0.00529)	0.9924 (0.00244)	0.9976 (0.00118)	0.9981 (0.00080)	0.9994 (0.00043)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9898 (0.00605)	0.9983 (0.00096)	0.9993 (0.00063)	0.9979 (0.00071)	0.9991 (0.00039)	0.9824 (0.00793)	0.9959 (0.00252)	0.9979 (0.00084)	0.9983 (0.00085)	0.9993 (0.00033)	0.9729 (0.00515)	0.9925 (0.00226)	0.9976 (0.00113)	0.9981 (0.00076)	0.9994 (0.00042)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9666 (0.00291)	0.9050 (0.00607)	0.8899 (0.01170)	0.8663 (0.01017)	0.9294 (0.00628)	0.9901 (0.00045)	0.9830 (0.00099)	0.9564 (0.00407)	0.9084 (0.00566)	0.9338 (0.00604)	0.9928 (0.00017)	0.9956 (0.00024)	0.9886 (0.00102)	0.9638 (0.00192)	0.9501 (0.00496)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9666 (0.00291)	0.9050 (0.00607)	0.8899 (0.01170)	0.8663 (0.01017)	0.9294 (0.00628)	0.9901 (0.00045)	0.9830 (0.00099)	0.9564 (0.00407)	0.9084 (0.00566)	0.9338 (0.00604)	0.9928 (0.00017)	0.9956 (0.00024)	0.9886 (0.00102)	0.9638 (0.00192)	0.9501 (0.00496)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9666 (0.00291)	0.9050 (0.00607)	0.8899 (0.01170)	0.8663 (0.01017)	0.9294 (0.00628)	0.9901 (0.00045)	0.9830 (0.00099)	0.9564 (0.00407)	0.9084 (0.00566)	0.9338 (0.00604)	0.9928 (0.00017)	0.9956 (0.00024)	0.9886 (0.00102)	0.9638 (0.00192)	0.9501 (0.00496)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9913 (0.00589)	0.9971 (0.00147)	0.9985 (0.00063)	0.9980 (0.00065)	0.9989 (0.00060)	0.9890 (0.00993)	0.9950 (0.00340)	0.9984 (0.00084)	0.9979 (0.00052)	0.9987 (0.00058)	0.9780 (0.00471)	0.9930 (0.00527)	0.9960 (0.00353)	0.9979 (0.00124)	0.9994 (0.00028)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9912 (0.00503)	0.9971 (0.00119)	0.9985 (0.00062)	0.9980 (0.00064)	0.9989 (0.00059)	0.9886 (0.00872)	0.9949 (0.00305)	0.9984 (0.00081)	0.9979 (0.00050)	0.9987 (0.00058)	0.9780 (0.00464)	0.9931 (0.00467)	0.9960 (0.00320)	0.9979 (0.00119)	0.9994 (0.00028)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9911 (0.00486)	0.9971 (0.00119)	0.9985 (0.00062)	0.9980 (0.00064)	0.9989 (0.00058)	0.9883 (0.00851)	0.9948 (0.00298)	0.9984 (0.00080)	0.9979 (0.00050)	0.9987 (0.00056)	0.9781 (0.00461)	0.9931 (0.00444)	0.9960 (0.00298)	0.9979 (0.00115)	0.9994 (0.00028)

Tabela B.86: Função *Time Shifted Sine* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	2.21e-4	1.09e-2	5.40e-3	1.49e-2	3.76e-3	5.71e-5	4.48e-4	3.52e-4	1.04e-2	3.43e-3	4.60e-5	3.28e-5	1.92e-5	3.30e-3	2.26e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	2.21e-4	1.09e-2	5.40e-3	1.49e-2	3.76e-3	5.71e-5	4.48e-4	3.52e-4	1.04e-2	3.43e-3	4.60e-5	3.28e-5	1.92e-5	3.30e-3	2.26e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	2.21e-4	1.09e-2	5.40e-3	1.49e-2	3.76e-3	5.71e-5	4.48e-4	3.52e-4	1.04e-2	3.43e-3	4.60e-5	3.28e-5	1.92e-5	3.30e-3	2.26e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	3.14e-4	2.04e-5	4.21e-6	8.71e-6	9.92e-7	4.99e-4	8.38e-5	9.20e-6	4.51e-6	5.29e-7	1.15e-2	7.39e-5	2.31e-5	1.91e-5	1.57e-6
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	2.90e-4	1.91e-5	4.19e-6	8.70e-6	9.90e-7	4.83e-4	8.13e-5	8.91e-6	4.49e-6	5.24e-7	1.13e-2	6.78e-5	2.28e-5	1.86e-5	1.55e-6
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	2.81e-4	1.83e-5	4.14e-6	8.66e-6	9.77e-7	4.75e-4	8.25e-5	8.75e-6	4.49e-6	5.17e-7	1.04e-2	6.70e-5	2.28e-5	1.78e-5	1.52e-6
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	4.23e-4	8.62e-3	9.99e-3	1.41e-2	3.95e-3	1.05e-4	3.12e-4	1.85e-3	6.93e-3	3.44e-3	8.33e-5	2.04e-5	1.48e-4	1.21e-3	1.96e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	4.23e-4	8.62e-3	9.99e-3	1.41e-2	3.95e-3	1.05e-4	3.12e-4	1.85e-3	6.93e-3	3.44e-3	8.33e-5	2.04e-5	1.48e-4	1.21e-3	1.96e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	4.23e-4	8.62e-3	9.99e-3	1.41e-2	3.95e-3	1.05e-4	3.12e-4	1.85e-3	6.93e-3	3.44e-3	8.33e-5	2.04e-5	1.48e-4	1.21e-3	1.96e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.42e-4	3.52e-6	7.97e-7	4.39e-6	8.32e-7	3.99e-4	2.31e-5	4.88e-6	3.40e-6	4.36e-7	7.69e-4	7.29e-5	7.00e-6	4.02e-6	4.84e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.40e-4	3.50e-6	7.74e-7	4.39e-6	8.37e-7	3.66e-4	2.24e-5	4.87e-6	3.37e-6	4.36e-7	7.56e-4	6.15e-5	6.71e-6	3.86e-6	4.82e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.39e-4	3.49e-6	7.62e-7	4.39e-6	8.37e-7	3.68e-4	2.21e-5	4.83e-6	3.34e-6	4.35e-7	7.57e-4	5.94e-5	6.61e-6	3.84e-6	4.75e-7
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	1.11e-3	9.03e-3	1.22e-2	1.79e-2	5.01e-3	9.53e-5	2.87e-4	1.91e-3	8.40e-3	4.41e-3	4.98e-5	1.86e-5	1.30e-4	1.31e-3	2.51e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	1.11e-3	9.03e-3	1.22e-2	1.79e-2	5.01e-3	9.53e-5	2.87e-4	1.91e-3	8.40e-3	4.41e-3	4.98e-5	1.86e-5	1.30e-4	1.31e-3	2.51e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	1.11e-3	9.03e-3	1.22e-2	1.79e-2	5.01e-3	9.53e-5	2.87e-4	1.91e-3	8.40e-3	4.41e-3	4.98e-5	1.86e-5	1.30e-4	1.31e-3	2.51e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.09e-4	9.85e-6	2.35e-6	3.92e-6	1.27e-6	2.17e-4	3.60e-5	2.97e-6	4.19e-6	1.81e-6	5.01e-4	7.57e-5	2.78e-5	5.54e-6	3.72e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.01e-4	9.06e-6	2.36e-6	3.91e-6	1.27e-6	2.05e-4	3.45e-5	2.92e-6	4.17e-6	1.81e-6	5.01e-4	6.85e-5	2.56e-5	5.43e-6	3.70e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.02e-4	9.17e-6	2.35e-6	3.90e-6	1.26e-6	2.08e-4	3.46e-5	2.87e-6	4.18e-6	1.79e-6	4.97e-4	6.59e-5	2.38e-5	5.35e-6	3.69e-7

Tabela B.87: Função *Time Shifted Sine* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.308	7.321	3.559	1.652	0.718	14.395	7.328	3.520	1.644	0.710	14.582	7.267	3.507	1.599	0.716
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.308	7.321	3.559	1.652	0.718	14.395	7.328	3.520	1.644	0.710	14.582	7.267	3.507	1.599	0.716
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.308	7.321	3.559	1.652	0.718	14.395	7.328	3.520	1.644	0.710	14.582	7.267	3.507	1.599	0.716
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.652	7.643	3.907	1.718	0.926	14.637	7.714	3.913	1.760	0.931	14.060	7.427	3.627	1.645	0.871
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.683	7.638	3.906	1.718	0.926	14.597	7.698	3.906	1.759	0.931	14.064	7.403	3.622	1.645	0.869
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.692	7.636	3.906	1.718	0.926	14.599	7.688	3.910	1.758	0.931	14.067	7.406	3.624	1.644	0.869
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.306	7.358	3.605	1.660	0.760	14.315	7.298	3.510	1.652	0.716	13.990	7.158	3.439	1.601	0.718
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.309	7.358	3.605	1.660	0.760	14.315	7.299	3.510	1.652	0.716	13.991	7.156	3.437	1.602	0.717
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.307	7.358	3.604	1.660	0.760	14.314	7.298	3.510	1.652	0.717	13.991	7.156	3.437	1.601	0.717
db6	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.320	7.320	3.556	1.651	0.717	14.481	7.330	3.510	1.643	0.709	15.042	7.292	3.460	1.599	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.320	7.320	3.556	1.651	0.717	14.481	7.330	3.510	1.643	0.709	15.042	7.292	3.460	1.599	0.714
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.320	7.320	3.556	1.651	0.717	14.481	7.330	3.510	1.643	0.709	15.042	7.292	3.460	1.599	0.714
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.542	7.923	4.303	1.708	0.800	14.497	7.555	3.702	1.761	0.849	14.027	7.281	3.592	1.687	0.858
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.546	7.923	4.303	1.708	0.800	14.501	7.556	3.703	1.761	0.849	14.026	7.314	3.588	1.691	0.858
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.547	7.922	4.303	1.708	0.800	14.504	7.556	3.703	1.761	0.849	14.029	7.318	3.589	1.694	0.859
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.399	7.356	3.584	1.659	0.746	14.316	7.318	3.523	1.647	0.716	13.978	7.160	3.455	1.598	0.710
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.397	7.355	3.585	1.659	0.747	14.314	7.317	3.523	1.647	0.716	13.978	7.158	3.454	1.598	0.710
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.397	7.355	3.585	1.659	0.746	14.314	7.317	3.523	1.647	0.716	13.976	7.158	3.454	1.598	0.710
sym8	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.323	7.320	3.556	1.651	0.717	14.489	7.332	3.510	1.643	0.709	15.053	7.297	3.462	1.599	0.714
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.323	7.320	3.556	1.651	0.717	14.489	7.332	3.510	1.643	0.709	15.053	7.297	3.462	1.599	0.714
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.323	7.320	3.556	1.651	0.717	14.489	7.332	3.510	1.643	0.709	15.053	7.297	3.462	1.599	0.714
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.879	7.660	3.758	1.706	0.804	14.714	7.585	3.874	1.690	0.768	14.151	7.345	3.640	1.669	0.818
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.848	7.659	3.758	1.706	0.804	14.707	7.590	3.881	1.690	0.768	14.153	7.339	3.634	1.669	0.818
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.841	7.659	3.758	1.706	0.804	14.697	7.591	3.885	1.690	0.768	14.152	7.331	3.630	1.670	0.818
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.300	7.315	3.589	1.713	0.800	14.317	7.305	3.514	1.651	0.750	13.989	7.161	3.440	1.597	0.732
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.299	7.315	3.589	1.713	0.800	14.316	7.304	3.515	1.651	0.750	13.989	7.161	3.442	1.597	0.732
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.299	7.315	3.590	1.714	0.799	14.316	7.304	3.515	1.651	0.750	13.989	7.161	3.441	1.597	0.732

Tabela B.88: Função *Time Shifted Sine* e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	14.4	21.1	25.2	28.9	32.8	12.8	18.8	22.9	34.3	38.7	15.0	21.0	22.6	40.1	47.0
	\bar{K}_{2L}	11.0	12.0	14.0	14.0	15.0	9.0	10.0	11.0	14.0	15.0	10.0	12.0	11.0	13.0	15.0
	\bar{K}_{1N}	97.7	137.5	93.8	48.7	67.3	114.6	97.4	112.2	111.0	94.6	104.5	170.3	151.8	155.9	101.5
	\bar{K}_{2N}	33.5	84.5	41.5	26.0	27.0	38.8	32.0	35.0	33.8	30.3	31.8	250.0	250.0	250.0	33.0
db6	\bar{K}_{1L}	14.3	22.7	26.0	25.7	32.0	15.7	17.8	32.6	36.2	41.4	14.0	27.1	31.9	35.3	47.9
	\bar{K}_{2L}	10.0	11.0	13.0	12.5	14.0	11.0	10.0	14.5	13.0	14.0	11.0	13.0	12.5	13.0	16.0
	\bar{K}_{1N}	62.5	45.8	40.6	49.9	98.7	239.1	74.7	106.4	70.6	54.3	204.0	238.4	156.7	201.8	99.5
	\bar{K}_{2N}	31.0	19.8	21.0	23.0	26.0	250.0	39.0	32.0	27.0	24.0	250.0	250.0	250.0	250.0	36.0
sym8	\bar{K}_{1L}	16.0	20.5	26.7	27.0	30.8	20.6	17.8	30.0	33.5	39.8	18.7	26.4	29.2	36.6	46.1
	\bar{K}_{2L}	11.0	11.0	13.0	12.0	13.5	12.0	9.5	13.0	13.0	14.0	13.0	13.0	12.0	12.0	15.0
	\bar{K}_{1N}	56.3	56.7	67.4	61.1	88.0	186.1	183.1	70.0	80.7	99.5	209.4	146.7	133.1	78.2	86.5
	\bar{K}_{2N}	21.0	25.0	27.0	21.5	29.0	250.0	250.0	27.0	40.8	42.0	250.0	126.3	42.0	36.0	37.5

Tabela B.89: Função *Cusp* e $\rho = 0.99$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7693 (0.03842)	0.7596 (0.02555)	0.8779 (0.01455)	0.8742 (0.01013)	0.9367 (0.00626)	0.8063 (0.03193)	0.7711 (0.02366)	0.8804 (0.01523)	0.8755 (0.00977)	0.9366 (0.00623)	0.8783 (0.01583)	0.8102 (0.01967)	0.8944 (0.01324)	0.8792 (0.00951)	0.9378 (0.00585)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7693 (0.03842)	0.7596 (0.02555)	0.8779 (0.01455)	0.8742 (0.01013)	0.9367 (0.00626)	0.8063 (0.03193)	0.7711 (0.02366)	0.8804 (0.01523)	0.8755 (0.00977)	0.9366 (0.00623)	0.8783 (0.01583)	0.8102 (0.01967)	0.8944 (0.01324)	0.8792 (0.00951)	0.9378 (0.00585)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7693 (0.03842)	0.7596 (0.02555)	0.8779 (0.01455)	0.8742 (0.01013)	0.9367 (0.00626)	0.8063 (0.03193)	0.7711 (0.02366)	0.8804 (0.01523)	0.8755 (0.00977)	0.9366 (0.00623)	0.8783 (0.01583)	0.8102 (0.01967)	0.8944 (0.01324)	0.8792 (0.00951)	0.9378 (0.00585)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9700 (0.01433)	0.9854 (0.00852)	0.9927 (0.00581)	0.9905 (0.00525)	0.9943 (0.00435)	0.9822 (0.00553)	0.9902 (0.00463)	0.9949 (0.00329)	0.9919 (0.00456)	0.9948 (0.00416)	0.9899 (0.00255)	0.9944 (0.00215)	0.9969 (0.00164)	0.9952 (0.00239)	0.9966 (0.00257)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9700 (0.01433)	0.9854 (0.00852)	0.9927 (0.00581)	0.9905 (0.00525)	0.9943 (0.00435)	0.9822 (0.00554)	0.9901 (0.00463)	0.9949 (0.00329)	0.9919 (0.00456)	0.9948 (0.00416)	0.9900 (0.00252)	0.9944 (0.00214)	0.9969 (0.00164)	0.9952 (0.00239)	0.9966 (0.00257)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9700 (0.01433)	0.9854 (0.00852)	0.9927 (0.00581)	0.9905 (0.00525)	0.9943 (0.00435)	0.9822 (0.00554)	0.9902 (0.00460)	0.9949 (0.00329)	0.9919 (0.00456)	0.9948 (0.00416)	0.9900 (0.00251)	0.9944 (0.00214)	0.9969 (0.00164)	0.9952 (0.00239)	0.9966 (0.00257)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7730 (0.03549)	0.7680 (0.02416)	0.8764 (0.01424)	0.8741 (0.01001)	0.9353 (0.00615)	0.8163 (0.03185)	0.7820 (0.02330)	0.8800 (0.01500)	0.8751 (0.00983)	0.9352 (0.00595)	0.8975 (0.01475)	0.8302 (0.01862)	0.8970 (0.01318)	0.8784 (0.00937)	0.9363 (0.00580)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7730 (0.03549)	0.7680 (0.02416)	0.8764 (0.01424)	0.8741 (0.01001)	0.9353 (0.00615)	0.8163 (0.03185)	0.7820 (0.02330)	0.8800 (0.01500)	0.8751 (0.00983)	0.9352 (0.00595)	0.8975 (0.01475)	0.8302 (0.01862)	0.8970 (0.01318)	0.8784 (0.00937)	0.9363 (0.00580)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7730 (0.03549)	0.7680 (0.02416)	0.8764 (0.01424)	0.8741 (0.01001)	0.9353 (0.00615)	0.8163 (0.03185)	0.7820 (0.02330)	0.8800 (0.01500)	0.8751 (0.00983)	0.9352 (0.00595)	0.8975 (0.01475)	0.8302 (0.01862)	0.8970 (0.01318)	0.8784 (0.00937)	0.9363 (0.00580)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9653 (0.01533)	0.9807 (0.00846)	0.9890 (0.00538)	0.9867 (0.00418)	0.9912 (0.00375)	0.9858 (0.00622)	0.9902 (0.00458)	0.9936 (0.00317)	0.9879 (0.00369)	0.9916 (0.00341)	0.9943 (0.00176)	0.9962 (0.00129)	0.9973 (0.00100)	0.9910 (0.00269)	0.9937 (0.00251)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9653 (0.01532)	0.9807 (0.00846)	0.9890 (0.00538)	0.9867 (0.00418)	0.9912 (0.00375)	0.9858 (0.00544)	0.9902 (0.00446)	0.9936 (0.00317)	0.9879 (0.00369)	0.9916 (0.00341)	0.9943 (0.00171)	0.9962 (0.00129)	0.9973 (0.00100)	0.9910 (0.00268)	0.9937 (0.00251)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9653 (0.01532)	0.9807 (0.00846)	0.9890 (0.00538)	0.9867 (0.00418)	0.9912 (0.00375)	0.9858 (0.00539)	0.9902 (0.00437)	0.9936 (0.00316)	0.9879 (0.00369)	0.9916 (0.00341)	0.9943 (0.00169)	0.9962 (0.00128)	0.9973 (0.00100)	0.9910 (0.00268)	0.9937 (0.00251)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.7434 (0.03970)	0.7347 (0.02611)	0.8606 (0.01549)	0.8574 (0.01084)	0.9275 (0.00668)	0.7896 (0.03389)	0.7493 (0.02478)	0.8638 (0.01624)	0.8585 (0.01046)	0.9273 (0.00654)	0.8767 (0.01591)	0.7981 (0.02006)	0.8804 (0.01441)	0.8612 (0.01017)	0.9283 (0.00627)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.7434 (0.03970)	0.7347 (0.02611)	0.8606 (0.01549)	0.8574 (0.01084)	0.9275 (0.00668)	0.7896 (0.03389)	0.7493 (0.02478)	0.8638 (0.01624)	0.8585 (0.01046)	0.9273 (0.00654)	0.8767 (0.01591)	0.7981 (0.02006)	0.8804 (0.01441)	0.8612 (0.01017)	0.9283 (0.00627)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.7434 (0.03970)	0.7347 (0.02611)	0.8606 (0.01549)	0.8574 (0.01084)	0.9275 (0.00668)	0.7896 (0.03389)	0.7493 (0.02478)	0.8638 (0.01624)	0.8585 (0.01046)	0.9273 (0.00654)	0.8767 (0.01591)	0.7981 (0.02006)	0.8804 (0.01441)	0.8612 (0.01017)	0.9283 (0.00627)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9612 (0.01610)	0.9798 (0.00915)	0.9889 (0.00614)	0.9870 (0.00460)	0.9915 (0.00428)	0.9788 (0.00659)	0.9873 (0.00506)	0.9925 (0.00404)	0.9888 (0.00415)	0.9922 (0.00387)	0.9901 (0.00426)	0.9941 (0.00181)	0.9963 (0.00163)	0.9937 (0.00247)	0.9949 (0.00259)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9612 (0.01610)	0.9798 (0.00915)	0.9889 (0.00614)	0.9870 (0.00460)	0.9915 (0.00428)	0.9788 (0.00659)	0.9873 (0.00506)	0.9925 (0.00404)	0.9888 (0.00415)	0.9922 (0.00387)	0.9901 (0.00425)	0.9941 (0.00181)	0.9963 (0.00163)	0.9937 (0.00247)	0.9949 (0.00259)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9612 (0.01609)	0.9798 (0.00915)	0.9889 (0.00614)	0.9870 (0.00460)	0.9915 (0.00428)	0.9788 (0.00659)	0.9873 (0.00506)	0.9925 (0.00404)	0.9888 (0.00415)	0.9922 (0.00387)	0.9901 (0.00423)	0.9941 (0.00181)	0.9963 (0.00163)	0.9937 (0.00247)	0.9949 (0.00259)

Tabela B.90: Função *Cusp* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	5.02e-2	5.38e-2	1.28e-2	1.35e-2	2.88e-3	3.48e-2	4.85e-2	1.22e-2	1.32e-2	2.89e-3	1.27e-2	3.27e-2	9.32e-3	1.24e-2	2.76e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	5.02e-2	5.38e-2	1.28e-2	1.35e-2	2.88e-3	3.48e-2	4.85e-2	1.22e-2	1.32e-2	2.89e-3	1.27e-2	3.27e-2	9.32e-3	1.24e-2	2.76e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	5.02e-2	5.38e-2	1.28e-2	1.35e-2	2.88e-3	3.48e-2	4.85e-2	1.22e-2	1.32e-2	2.89e-3	1.27e-2	3.27e-2	9.32e-3	1.24e-2	2.76e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	6.07e-4	9.41e-5	4.09e-5	2.79e-5	3.77e-5	9.14e-5	2.14e-5	3.49e-5	2.43e-5	4.00e-5	6.51e-6	2.36e-5	4.97e-5	3.29e-5	5.03e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	6.07e-4	9.41e-5	4.09e-5	2.79e-5	3.77e-5	9.17e-5	2.14e-5	3.49e-5	2.43e-5	4.00e-5	6.35e-6	2.36e-5	4.97e-5	3.29e-5	5.03e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	6.07e-4	9.41e-5	4.09e-5	2.79e-5	3.77e-5	9.18e-5	2.12e-5	3.49e-5	2.43e-5	4.00e-5	6.31e-6	2.36e-5	4.97e-5	3.29e-5	5.03e-5
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	4.83e-2	4.99e-2	1.31e-2	1.35e-2	3.03e-3	3.12e-2	4.38e-2	1.23e-2	1.33e-2	3.04e-3	8.77e-3	2.59e-2	8.83e-3	1.25e-2	2.92e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	4.83e-2	4.99e-2	1.31e-2	1.35e-2	3.03e-3	3.12e-2	4.38e-2	1.23e-2	1.33e-2	3.04e-3	8.77e-3	2.59e-2	8.83e-3	1.25e-2	2.92e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	4.83e-2	4.99e-2	1.31e-2	1.35e-2	3.03e-3	3.12e-2	4.38e-2	1.23e-2	1.33e-2	3.04e-3	8.77e-3	2.59e-2	8.83e-3	1.25e-2	2.92e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	8.43e-4	1.59e-4	2.99e-5	2.81e-5	1.56e-5	5.67e-5	2.10e-5	2.27e-5	1.81e-5	1.43e-5	2.18e-5	4.04e-5	5.39e-5	8.29e-6	1.97e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	8.43e-4	1.59e-4	2.99e-5	2.81e-5	1.56e-5	4.71e-5	2.00e-5	2.27e-5	1.81e-5	1.43e-5	2.17e-5	4.04e-5	5.39e-5	8.27e-6	1.97e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	8.43e-4	1.59e-4	2.99e-5	2.81e-5	1.56e-5	4.65e-5	1.92e-5	2.26e-5	1.81e-5	1.43e-5	2.17e-5	4.04e-5	5.39e-5	8.24e-6	1.97e-5
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	6.24e-2	6.59e-2	1.70e-2	1.77e-2	3.96e-3	4.13e-2	5.85e-2	1.62e-2	1.74e-2	3.97e-3	1.31e-2	3.72e-2	1.22e-2	1.67e-2	3.85e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	6.24e-2	6.59e-2	1.70e-2	1.77e-2	3.96e-3	4.13e-2	5.85e-2	1.62e-2	1.74e-2	3.97e-3	1.31e-2	3.72e-2	1.22e-2	1.67e-2	3.85e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	6.24e-2	6.59e-2	1.70e-2	1.77e-2	3.96e-3	4.13e-2	5.85e-2	1.62e-2	1.74e-2	3.97e-3	1.31e-2	3.72e-2	1.22e-2	1.67e-2	3.85e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	1.09e-3	1.87e-4	3.90e-5	3.02e-5	2.05e-5	1.68e-4	3.31e-5	2.24e-5	1.86e-5	1.99e-5	1.82e-5	2.03e-5	4.29e-5	1.95e-5	3.05e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	1.09e-3	1.87e-4	3.90e-5	3.02e-5	2.05e-5	1.68e-4	3.31e-5	2.24e-5	1.86e-5	1.99e-5	1.81e-5	2.03e-5	4.29e-5	1.95e-5	3.05e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	1.09e-3	1.87e-4	3.90e-5	3.02e-5	2.05e-5	1.68e-4	3.31e-5	2.24e-5	1.86e-5	1.99e-5	1.79e-5	2.03e-5	4.29e-5	1.95e-5	3.05e-5

Tabela B.91: Função *Cusp* e $\rho = 0.99$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(f_{1L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.097	0.049	0.024	0.012	0.006	0.098	0.048	0.024	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.097	0.049	0.024	0.012	0.006	0.098	0.048	0.024	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.097	0.048	0.024	0.012	0.006	0.097	0.049	0.024	0.012	0.006	0.098	0.048	0.024	0.012	0.006
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.095	0.077	0.134	0.029	0.070	0.126	0.098	0.139	0.029	0.073	0.234	0.176	0.216	0.049	0.089
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.095	0.078	0.134	0.029	0.070	0.126	0.098	0.139	0.029	0.073	0.234	0.176	0.216	0.049	0.089
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.095	0.078	0.134	0.029	0.070	0.126	0.098	0.139	0.029	0.073	0.234	0.176	0.216	0.049	0.089
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.093	0.059	0.068	0.034	0.063	0.116	0.076	0.080	0.038	0.062	0.110	0.084	0.100	0.051	0.074
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.093	0.059	0.068	0.034	0.063	0.116	0.076	0.080	0.038	0.062	0.110	0.084	0.100	0.051	0.074
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.093	0.059	0.068	0.034	0.063	0.116	0.076	0.080	0.038	0.062	0.110	0.084	0.100	0.051	0.074
db6	EQMI(f_{1L})	0.095	0.047	0.022	0.011	0.005	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.098	0.047	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.095	0.047	0.022	0.011	0.005	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.098	0.047	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.095	0.047	0.022	0.011	0.005	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.098	0.047	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.082	0.039	0.027	0.007	0.006	0.133	0.076	0.051	0.008	0.006	0.340	0.208	0.142	0.013	0.009
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.082	0.039	0.027	0.007	0.006	0.133	0.076	0.051	0.008	0.006	0.340	0.208	0.142	0.013	0.009
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.082	0.039	0.027	0.007	0.006	0.133	0.076	0.051	0.008	0.006	0.340	0.208	0.142	0.013	0.009
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.084	0.038	0.022	0.008	0.009	0.118	0.060	0.041	0.013	0.011	0.120	0.089	0.096	0.015	0.014
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.084	0.038	0.022	0.008	0.009	0.118	0.060	0.041	0.013	0.011	0.120	0.089	0.096	0.015	0.014
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.084	0.038	0.022	0.008	0.009	0.118	0.060	0.041	0.013	0.011	0.120	0.089	0.096	0.015	0.014
sym8	EQMI(f_{1L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.047	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{2L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.047	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{3L})	0.095	0.047	0.023	0.011	0.005	0.096	0.047	0.023	0.011	0.005	0.097	0.047	0.023	0.011	0.005
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	0.078	0.037	0.030	0.007	0.018	0.103	0.055	0.047	0.009	0.016	0.211	0.120	0.096	0.020	0.018
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	0.078	0.037	0.030	0.007	0.018	0.103	0.055	0.047	0.009	0.016	0.211	0.120	0.096	0.020	0.018
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	0.078	0.037	0.030	0.007	0.018	0.103	0.055	0.047	0.009	0.016	0.211	0.120	0.096	0.020	0.018
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	0.080	0.038	0.029	0.011	0.026	0.100	0.053	0.044	0.016	0.026	0.113	0.071	0.084	0.039	0.034
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	0.080	0.038	0.029	0.011	0.026	0.100	0.053	0.044	0.016	0.026	0.113	0.071	0.084	0.039	0.034
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	0.080	0.038	0.029	0.011	0.026	0.100	0.053	0.044	0.016	0.026	0.113	0.071	0.084	0.039	0.034

Tabela B.92: Função *Cusp* e $\rho = 0.99$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	18.2	16.8	20.9	21.1	32.4	19.5	18.5	23.9	23.0	30.6	20.0	22.2	26.0	27.8	33.0
	\bar{K}_{2L}	15.0	14.0	14.0	14.0	15.0	14.0	13.0	15.0	14.0	15.0	13.0	13.0	15.0	14.3	15.0
	\bar{K}_{1N}	32.3	38.2	46.7	54.1	66.2	50.4	44.7	44.0	54.3	67.1	40.7	53.6	56.7	52.1	63.3
	\bar{K}_{2N}	22.0	23.8	26.0	30.0	36.0	29.0	26.0	24.0	29.3	36.0	23.8	28.0	29.0	29.0	35.5
db6	\bar{K}_{1L}	16.5	15.3	17.9	17.5	22.1	20.5	18.4	22.7	20.6	28.1	21.1	21.5	26.8	27.5	31.2
	\bar{K}_{2L}	14.0	13.0	13.0	12.0	13.0	16.0	13.0	13.5	12.0	13.0	15.0	13.0	14.0	12.8	13.5
	\bar{K}_{1N}	27.8	34.5	43.2	48.3	57.0	37.9	38.2	38.6	45.6	56.8	32.2	42.1	49.6	45.2	55.9
	\bar{K}_{2N}	19.0	21.0	25.0	24.0	33.0	22.8	21.0	20.0	23.0	32.0	20.0	23.0	26.0	22.0	28.0
sym8	\bar{K}_{1L}	16.6	15.4	19.4	19.1	25.0	19.8	18.9	22.3	23.9	27.8	20.6	21.8	25.7	28.5	30.6
	\bar{K}_{2L}	14.0	12.0	13.0	12.0	13.0	15.0	12.0	13.0	12.0	13.0	13.0	13.0	13.0	12.5	13.5
	\bar{K}_{1N}	30.5	35.6	49.7	52.3	63.5	35.8	40.8	49.6	53.9	65.0	29.1	36.7	55.6	52.4	64.5
	\bar{K}_{2N}	19.0	21.0	26.0	23.0	31.0	22.0	22.0	23.0	26.0	33.0	19.0	21.0	26.0	28.0	35.0

Tabela B.93: Função *Cusp* e $\rho = 0.9999$ - Estimativas e Erros-padrão de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondasletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10% + 10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}$, $\bar{\rho}_{2L}$, $\bar{\rho}_{3L}$, $\bar{\rho}_{1N}$, $\bar{\rho}_{2N}$, $\bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}$, $\hat{\rho}_{2L}$, $\hat{\rho}_{3L}$, $\hat{\rho}_{1N}$, $\hat{\rho}_{2N}$, $\hat{\rho}_{3N}$, com seus respectivos erros-padrão também apresentados.

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9045 (0.00953)	0.8378 (0.01523)	0.9074 (0.01116)	0.8835 (0.00902)	0.9405 (0.00613)	0.9427 (0.00219)	0.9083 (0.00457)	0.9586 (0.00378)	0.9242 (0.00605)	0.9544 (0.00436)	0.9479 (0.00087)	0.9246 (0.00175)	0.9769 (0.00106)	0.9661 (0.00184)	0.9765 (0.00221)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9045 (0.00953)	0.8378 (0.01523)	0.9074 (0.01116)	0.8835 (0.00902)	0.9405 (0.00613)	0.9427 (0.00219)	0.9083 (0.00457)	0.9586 (0.00378)	0.9242 (0.00605)	0.9544 (0.00436)	0.9479 (0.00087)	0.9246 (0.00175)	0.9769 (0.00106)	0.9661 (0.00184)	0.9765 (0.00221)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9045 (0.00953)	0.8378 (0.01523)	0.9074 (0.01116)	0.8835 (0.00902)	0.9405 (0.00613)	0.9427 (0.00219)	0.9083 (0.00457)	0.9586 (0.00378)	0.9242 (0.00605)	0.9544 (0.00436)	0.9479 (0.00087)	0.9246 (0.00175)	0.9769 (0.00106)	0.9661 (0.00184)	0.9765 (0.00221)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9856 (0.01436)	0.9958 (0.00160)	0.9976 (0.00127)	0.9971 (0.00146)	0.9983 (0.00114)	0.8749 (0.04388)	0.9608 (0.03038)	0.9973 (0.00326)	0.9985 (0.00150)	0.9995 (0.00034)	0.7837 (0.03463)	0.8906 (0.00982)	0.9843 (0.00863)	0.9916 (0.00444)	0.9973 (0.00187)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9857 (0.01436)	0.9958 (0.00160)	0.9976 (0.00127)	0.9971 (0.00146)	0.9983 (0.00114)	0.8751 (0.04373)	0.9610 (0.03006)	0.9973 (0.00326)	0.9985 (0.00149)	0.9995 (0.00034)	0.7845 (0.03343)	0.8906 (0.00972)	0.9842 (0.00858)	0.9916 (0.00444)	0.9973 (0.00187)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9858 (0.01380)	0.9958 (0.00160)	0.9976 (0.00127)	0.9971 (0.00146)	0.9983 (0.00114)	0.8780 (0.04216)	0.9616 (0.02929)	0.9973 (0.00320)	0.9985 (0.00148)	0.9995 (0.00034)	0.7863 (0.03149)	0.8906 (0.00958)	0.9843 (0.00850)	0.9916 (0.00443)	0.9973 (0.00187)
db6	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9235 (0.00770)	0.8613 (0.01422)	0.9115 (0.01130)	0.8826 (0.00908)	0.9385 (0.00597)	0.9550 (0.00160)	0.9263 (0.00323)	0.9617 (0.00310)	0.9162 (0.00566)	0.9499 (0.00417)	0.9588 (0.00062)	0.9386 (0.00123)	0.9767 (0.00089)	0.9515 (0.00201)	0.9682 (0.00229)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9235 (0.00770)	0.8613 (0.01422)	0.9115 (0.01130)	0.8826 (0.00908)	0.9385 (0.00597)	0.9550 (0.00160)	0.9263 (0.00323)	0.9617 (0.00310)	0.9162 (0.00566)	0.9499 (0.00417)	0.9588 (0.00062)	0.9386 (0.00123)	0.9767 (0.00089)	0.9515 (0.00201)	0.9682 (0.00229)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9235 (0.00770)	0.8613 (0.01422)	0.9115 (0.01130)	0.8826 (0.00908)	0.9385 (0.00597)	0.9550 (0.00160)	0.9263 (0.00323)	0.9617 (0.00310)	0.9162 (0.00566)	0.9499 (0.00417)	0.9588 (0.00062)	0.9386 (0.00123)	0.9767 (0.00089)	0.9515 (0.00201)	0.9682 (0.00229)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9946 (0.00343)	0.9973 (0.00146)	0.9982 (0.00078)	0.9946 (0.00189)	0.9970 (0.00124)	0.9574 (0.04147)	0.9904 (0.00540)	0.9977 (0.00087)	0.9987 (0.00053)	0.9990 (0.00038)	0.8539 (0.01028)	0.8948 (0.01718)	0.9931 (0.00346)	0.9980 (0.00093)	0.9990 (0.00038)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9946 (0.00337)	0.9973 (0.00142)	0.9982 (0.00077)	0.9946 (0.00189)	0.9970 (0.00124)	0.9578 (0.04070)	0.9904 (0.00536)	0.9977 (0.00084)	0.9987 (0.00053)	0.9990 (0.00038)	0.8539 (0.01019)	0.8943 (0.01619)	0.9931 (0.00341)	0.9980 (0.00092)	0.9990 (0.00038)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9946 (0.00334)	0.9973 (0.00140)	0.9982 (0.00077)	0.9946 (0.00189)	0.9970 (0.00124)	0.9586 (0.03945)	0.9905 (0.00527)	0.9977 (0.00083)	0.9987 (0.00052)	0.9990 (0.00038)	0.8542 (0.00990)	0.8945 (0.01574)	0.9931 (0.00333)	0.9980 (0.00091)	0.9990 (0.00038)
sym8	$\bar{\rho}_{1L}$	0.9055 (0.00874)	0.8304 (0.01525)	0.8951 (0.01222)	0.8645 (0.00988)	0.9302 (0.00660)	0.9431 (0.00195)	0.9036 (0.00394)	0.9494 (0.00384)	0.8979 (0.00672)	0.9408 (0.00481)	0.9480 (0.00077)	0.9189 (0.00152)	0.9681 (0.00123)	0.9414 (0.00291)	0.9610 (0.00309)
	$\bar{\rho}_{2L}$	0.9055 (0.00874)	0.8304 (0.01525)	0.8951 (0.01222)	0.8645 (0.00988)	0.9302 (0.00660)	0.9431 (0.00195)	0.9036 (0.00394)	0.9494 (0.00384)	0.8979 (0.00672)	0.9408 (0.00481)	0.9480 (0.00077)	0.9189 (0.00152)	0.9681 (0.00123)	0.9414 (0.00291)	0.9610 (0.00309)
	$\bar{\rho}_{3L}$	0.9055 (0.00874)	0.8304 (0.01525)	0.8951 (0.01222)	0.8645 (0.00988)	0.9302 (0.00660)	0.9431 (0.00195)	0.9036 (0.00394)	0.9494 (0.00384)	0.8979 (0.00672)	0.9408 (0.00481)	0.9480 (0.00077)	0.9189 (0.00152)	0.9681 (0.00123)	0.9414 (0.00291)	0.9610 (0.00309)
	$\bar{\rho}_{1N}$	0.9859 (0.01215)	0.9961 (0.00118)	0.9977 (0.00105)	0.9965 (0.00143)	0.9978 (0.00123)	0.9464 (0.01116)	0.9734 (0.00960)	0.9960 (0.00428)	0.9984 (0.00113)	0.9994 (0.00023)	0.8492 (0.01255)	0.9055 (0.01255)	0.9898 (0.00487)	0.9956 (0.00143)	0.9981 (0.00085)
	$\bar{\rho}_{2N}$	0.9857 (0.01049)	0.9961 (0.00117)	0.9977 (0.00105)	0.9965 (0.00143)	0.9978 (0.00123)	0.9464 (0.01052)	0.9734 (0.00925)	0.9960 (0.00420)	0.9983 (0.00108)	0.9994 (0.00023)	0.8492 (0.01227)	0.9055 (0.01239)	0.9897 (0.00483)	0.9956 (0.00142)	0.9981 (0.00084)
	$\bar{\rho}_{3N}$	0.9856 (0.01013)	0.9961 (0.00117)	0.9977 (0.00105)	0.9965 (0.00143)	0.9978 (0.00123)	0.9466 (0.01017)	0.9737 (0.00874)	0.9960 (0.00403)	0.9983 (0.00105)	0.9994 (0.00023)	0.8496 (0.01211)	0.9062 (0.01227)	0.9897 (0.00473)	0.9956 (0.00142)	0.9981 (0.00084)

Tabela B.94: Função *Cusp* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio das estimativas de ρ por procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$ - sumarizados pela: mediana ($\hat{\rho}_1$); média truncada (10%+10% ($\hat{\rho}_2$)); e média ($\hat{\rho}_3$). $\bar{\rho}_{1L}, \bar{\rho}_{2L}, \bar{\rho}_{3L}, \bar{\rho}_{1N}, \bar{\rho}_{2N}, \bar{\rho}_{3N}$ são, respectivamente, as médias das 1000 estimativas de $\hat{\rho}_{1L}, \hat{\rho}_{2L}, \hat{\rho}_{3L}, \hat{\rho}_{1N}, \hat{\rho}_{2N}, \hat{\rho}_{3N}$ e EQM($\bar{\rho}_{1L}$), EQM($\bar{\rho}_{2L}$), EQM($\bar{\rho}_{3L}$), EQM($\bar{\rho}_{1N}$), EQM($\bar{\rho}_{2N}$), EQM($\bar{\rho}_{3N}$) são, respectivamente, os seus erros quadráticos médios.

n		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	9.19e-3	2.65e-2	8.69e-3	1.36e-2	3.56e-3	3.28e-3	8.41e-3	1.72e-3	5.76e-3	2.09e-3	2.71e-3	5.67e-3	5.32e-4	1.15e-3	5.52e-4
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	9.19e-3	2.65e-2	8.69e-3	1.36e-2	3.56e-3	3.28e-3	8.41e-3	1.72e-3	5.76e-3	2.09e-3	2.71e-3	5.67e-3	5.32e-4	1.15e-3	5.52e-4
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	9.19e-3	2.65e-2	8.69e-3	1.36e-2	3.56e-3	3.28e-3	8.41e-3	1.72e-3	5.76e-3	2.09e-3	2.71e-3	5.67e-3	5.32e-4	1.15e-3	5.52e-4
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	4.28e-4	1.96e-5	6.84e-6	1.00e-5	3.98e-6	1.76e-2	2.45e-3	1.73e-5	4.18e-6	3.14e-7	4.79e-2	1.20e-2	3.19e-4	8.87e-5	1.04e-5
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	4.09e-4	1.96e-5	6.84e-6	1.00e-5	3.98e-6	1.75e-2	2.42e-3	1.74e-5	4.15e-6	3.14e-7	4.75e-2	1.20e-2	3.19e-4	8.87e-5	1.05e-5
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	3.89e-4	1.96e-5	6.84e-6	1.00e-5	3.98e-6	1.66e-2	2.33e-3	1.71e-5	4.13e-6	3.14e-7	4.66e-2	1.20e-2	3.17e-4	8.85e-5	1.04e-5
db6	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	5.89e-3	1.94e-2	7.94e-3	1.39e-2	3.81e-3	2.02e-3	5.42e-3	1.47e-3	7.03e-3	2.52e-3	1.69e-3	3.75e-3	5.40e-4	2.34e-3	1.01e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	5.89e-3	1.94e-2	7.94e-3	1.39e-2	3.81e-3	2.02e-3	5.42e-3	1.47e-3	7.03e-3	2.52e-3	1.69e-3	3.75e-3	5.40e-4	2.34e-3	1.01e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	5.89e-3	1.94e-2	7.94e-3	1.39e-2	3.81e-3	2.02e-3	5.42e-3	1.47e-3	7.03e-3	2.52e-3	1.69e-3	3.75e-3	5.40e-4	2.34e-3	1.01e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	4.01e-5	9.13e-6	3.60e-6	3.22e-5	9.74e-6	3.53e-3	1.19e-4	5.55e-6	1.78e-6	9.72e-7	2.14e-2	1.13e-2	5.80e-5	4.61e-6	9.72e-7
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	3.97e-5	9.00e-6	3.59e-6	3.22e-5	9.74e-6	3.43e-3	1.19e-4	5.50e-6	1.79e-6	9.72e-7	2.14e-2	1.14e-2	5.80e-5	4.60e-6	9.72e-7
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	3.95e-5	8.89e-6	3.58e-6	3.22e-5	9.74e-6	3.27e-3	1.17e-4	5.47e-6	1.77e-6	9.72e-7	2.13e-2	1.14e-2	5.76e-5	4.58e-6	9.72e-7
sym8	EQM($\bar{\rho}_{1L}$)	8.99e-3	2.90e-2	1.11e-2	1.84e-2	4.90e-3	3.23e-3	9.28e-3	2.56e-3	1.05e-2	3.52e-3	2.70e-3	6.57e-3	1.01e-3	3.44e-3	1.52e-3
	EQM($\bar{\rho}_{2L}$)	8.99e-3	2.90e-2	1.11e-2	1.84e-2	4.90e-3	3.23e-3	9.28e-3	2.56e-3	1.05e-2	3.52e-3	2.70e-3	6.57e-3	1.01e-3	3.44e-3	1.52e-3
	EQM($\bar{\rho}_{3L}$)	8.99e-3	2.90e-2	1.11e-2	1.84e-2	4.90e-3	3.23e-3	9.28e-3	2.56e-3	1.05e-2	3.52e-3	2.70e-3	6.57e-3	1.01e-3	3.44e-3	1.52e-3
	EQM($\bar{\rho}_{1N}$)	3.44e-4	1.61e-5	6.12e-6	1.38e-5	5.82e-6	2.99e-3	7.95e-4	3.31e-5	3.65e-6	2.68e-7	2.29e-2	9.07e-3	1.27e-4	2.06e-5	3.81e-6
	EQM($\bar{\rho}_{2N}$)	3.12e-4	1.60e-5	6.12e-6	1.38e-5	5.82e-6	2.97e-3	7.86e-4	3.27e-5	3.59e-6	2.68e-7	2.29e-2	9.06e-3	1.27e-4	2.06e-5	3.81e-6
	EQM($\bar{\rho}_{3N}$)	3.08e-4	1.60e-5	6.12e-6	1.38e-5	5.82e-6	2.94e-3	7.62e-4	3.13e-5	3.54e-6	2.67e-7	2.27e-2	8.93e-3	1.25e-4	2.06e-5	3.79e-6

Tabela B.95: Função *Cusp* e $\rho = 0.9999$ - Erro Quadrático Médio Integrado das estimativas de f por procedimento iterativo tipo Cochran-Orcutt. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondas - ‘db3’, ‘db6’, e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (NT) ou (NB) que limiariza termo a termo ou em blocos, respectivamente. EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}) são, respectivamente, as médias dos 1000 erros quadráticos médios integrados de EQMI(\hat{f}_{1L}), EQMI(\hat{f}_{2L}), EQMI(\hat{f}_{3L}), EQMI(\hat{f}_{1NT}), EQMI(\hat{f}_{2NT}), EQMI(\hat{f}_{3NT}), EQMI(\hat{f}_{1NB}), EQMI(\hat{f}_{2NB}), EQMI(\hat{f}_{3NB}).

n	SNR=1					SNR=3					SNR=7					
	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	
db3	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.313	7.320	3.558	1.652	0.718	14.372	7.322	3.515	1.645	0.710	14.219	7.230	3.479	1.602	0.717
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.313	7.320	3.558	1.652	0.718	14.372	7.322	3.515	1.645	0.710	14.219	7.230	3.479	1.602	0.717
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.313	7.320	3.558	1.652	0.718	14.372	7.322	3.515	1.645	0.710	14.219	7.230	3.479	1.602	0.717
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.505	7.535	3.792	1.697	0.792	14.316	7.392	3.856	1.856	0.968	13.990	7.154	3.526	1.610	0.781
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.503	7.535	3.792	1.697	0.792	14.316	7.393	3.857	1.855	0.968	13.989	7.154	3.526	1.610	0.780
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.503	7.535	3.792	1.697	0.792	14.315	7.395	3.855	1.855	0.968	13.990	7.154	3.525	1.610	0.780
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.347	7.368	3.631	1.682	0.764	14.309	7.300	3.533	1.677	0.742	13.986	7.151	3.442	1.596	0.715
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.347	7.368	3.631	1.682	0.764	14.309	7.302	3.531	1.676	0.742	13.986	7.151	3.442	1.596	0.715
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.347	7.368	3.631	1.682	0.764	14.309	7.302	3.531	1.676	0.742	13.986	7.151	3.442	1.596	0.715
db6	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.313	7.319	3.556	1.651	0.717	14.384	7.325	3.514	1.644	0.709	14.295	7.253	3.478	1.599	0.716
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.313	7.319	3.556	1.651	0.717	14.384	7.325	3.514	1.644	0.709	14.295	7.253	3.478	1.599	0.716
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.313	7.319	3.556	1.651	0.717	14.384	7.325	3.514	1.644	0.709	14.295	7.253	3.478	1.599	0.716
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.968	7.656	3.746	1.655	0.717	14.722	7.527	3.722	1.771	0.781	14.026	7.167	3.593	1.692	0.783
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.970	7.656	3.746	1.655	0.717	14.725	7.527	3.723	1.771	0.781	14.026	7.167	3.590	1.692	0.783
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.968	7.656	3.746	1.655	0.717	14.727	7.527	3.724	1.771	0.781	14.026	7.167	3.589	1.692	0.783
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.431	7.339	3.623	1.659	0.729	14.334	7.319	3.512	1.657	0.726	13.986	7.153	3.439	1.601	0.718
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.431	7.339	3.623	1.659	0.729	14.334	7.319	3.512	1.657	0.726	13.986	7.153	3.439	1.601	0.718
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.431	7.339	3.623	1.659	0.729	14.334	7.319	3.512	1.657	0.726	13.986	7.153	3.439	1.601	0.718
sym8	EQMI(\hat{f}_{1L})	14.312	7.319	3.556	1.651	0.717	14.371	7.320	3.512	1.643	0.709	14.223	7.223	3.466	1.599	0.715
	EQMI(\hat{f}_{2L})	14.312	7.319	3.556	1.651	0.717	14.371	7.320	3.512	1.643	0.709	14.223	7.223	3.466	1.599	0.715
	EQMI(\hat{f}_{3L})	14.312	7.319	3.556	1.651	0.717	14.371	7.320	3.512	1.643	0.709	14.223	7.223	3.466	1.599	0.715
	EQMI(\hat{f}_{1NT})	14.484	7.497	3.675	1.673	0.743	14.376	7.341	3.765	1.751	0.856	14.023	7.168	3.512	1.629	0.756
	EQMI(\hat{f}_{2NT})	14.487	7.497	3.675	1.673	0.743	14.376	7.339	3.759	1.751	0.856	14.022	7.168	3.513	1.629	0.756
	EQMI(\hat{f}_{3NT})	14.488	7.497	3.675	1.673	0.743	14.375	7.339	3.759	1.751	0.856	14.022	7.168	3.514	1.629	0.756
	EQMI(\hat{f}_{1NB})	14.315	7.352	3.614	1.693	0.761	14.314	7.302	3.527	1.715	0.809	13.987	7.153	3.442	1.601	0.734
	EQMI(\hat{f}_{2NB})	14.315	7.352	3.614	1.693	0.761	14.314	7.301	3.524	1.714	0.809	13.987	7.153	3.442	1.601	0.734
	EQMI(\hat{f}_{3NB})	14.314	7.352	3.614	1.693	0.761	14.314	7.302	3.523	1.713	0.809	13.987	7.153	3.442	1.601	0.734

Tabela B.96: Função *Cusp* e $\rho = 0.9999$ - Número médio e mediano de iterações do procedimento iterativo tipo Cochrane-Orcutt até convergir. Tamanhos amostrais $n = 512; 1024; 2048; 4096; 8192$. SNR = 1; 3; 7. Número de replicações - 1000. Ondaletas - ‘db3’; ‘db6’; e ‘sym8’. Passo funcional linear (L) ou não linear (N). 50 valores iniciais de cada $\hat{\rho}$ escolhidos aleatoriamente de $U(-1, 1)$. \bar{K}_{1L} , \bar{K}_{2L} , \bar{K}_{1N} e \bar{K}_{2N} são, respectivamente, as médias ou medianas de 1000 médias ou medianas.

		SNR=1					SNR=3					SNR=7				
n		512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192	512	1024	2048	4096	8192
db3	\bar{K}_{1L}	17.8	21.4	27.8	31.3	37.1	17.7	20.9	30.8	34.2	43.9	22.6	28.4	31.1	37.8	43.2
	\bar{K}_{2L}	12.0	12.5	14.0	14.5	16.0	12.0	12.0	15.0	17.0	17.0	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0
	\bar{K}_{1N}	98.0	44.3	50.3	47.9	60.2	47.9	83.6	92.4	62.5	60.3	50.3	58.6	64.6	50.8	58.4
	\bar{K}_{2N}	35.0	25.0	26.0	23.0	27.8	22.5	31.0	36.0	22.0	24.0	32.0	35.0	23.0	28.0	28.0
db6	\bar{K}_{1L}	19.0	20.9	28.4	29.9	35.4	20.0	29.6	35.9	42.8	47.9	17.3	28.2	34.9	39.8	63.1
	\bar{K}_{2L}	13.0	13.0	14.0	13.0	13.5	11.0	16.0	17.0	19.0	17.0	11.0	16.0	16.0	18.0	22.0
	\bar{K}_{1N}	27.7	38.1	51.3	49.0	57.2	74.7	57.1	80.7	71.5	60.0	39.9	103.0	132.6	92.4	60.0
	\bar{K}_{2N}	18.0	21.0	24.5	25.0	25.0	30.0	30.0	44.0	23.0	26.0	22.0	43.8	71.8	25.0	26.0
sym8	\bar{K}_{1L}	20.0	24.2	26.7	30.2	36.5	21.2	31.6	35.9	41.7	45.6	23.7	38.5	35.3	36.7	48.7
	\bar{K}_{2L}	13.0	15.0	13.0	12.8	14.0	14.0	20.0	19.0	16.0	15.5	15.0	20.0	19.0	15.0	16.5
	\bar{K}_{1N}	44.1	35.1	45.7	48.5	63.5	139.0	171.1	64.6	92.4	57.8	44.7	31.4	167.6	56.2	67.8
	\bar{K}_{2N}	25.0	19.0	23.0	23.0	28.8	89.0	250.0	24.0	27.0	22.0	16.5	20.0	250.0	25.5	29.5

Referências Bibliográficas

- Abramovich, F. e Angelini, C. (2006). Testing in mixed-effects FANOVA models. *J. Statist. Plann. Inference*, 136(12):4326–4348. 1, 26
- Abramovich, F., Antoniadis, A., Sapatinas, T., e Vidakovic, B. (2004). Optimal testing in a fixed-effects functional analysis of variance model. *Int. J. Wavelets Multiresolut. Inf. Process.*, 2(4):323–349. vii, ix, 1, 2, 26, 74, 76, 77, 81, 82, 90, 91, 92, 95, 96, 114, 123, 125
- Altman, N. S. (1990). Kernel smoothing of data with correlated errors. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 85(411):749–759. 54, 55
- Antoniadis, A. (1984). Analysis of variance on function spaces. *Math. Operationsforsch. Statist. Ser. Statist.*, 15(1):59–71. 74
- Antoniadis, A., Grégoire, G., e McKeague, I. W. (1994). Wavelet methods for curve estimation. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 89(428):1340–1353. 20, 29, 30, 31, 32, 33, 35, 38, 39, 52, 57, 58, 59, 95, 127
- Antoniadis, A. e Oppenheim, G. (1995). Lecture notes in statistics 103. In *Wavelets and Statistics*. Springer-Verlag, New York. 13
- Arnold, L. (1974). *Stochastic differential equations: theory and applications*. Wiley-Interscience [John Wiley & Sons], New York. Translated from the German. 84
- Brown, L. D. e Low, M. G. (1996). Asymptotic equivalence of nonparametric regression and white noise. *Ann. Statist.*, 24(6):2384–2398. 1, 71, 74, 76
- Burrus, C. S., Gopinath, R. A., e Guo, H. (1998). *Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms: A Primer*. Prentice Hall. 22
- Cai, T. T. (1999). Adaptive wavelet estimation: a block thresholding and oracle inequality approach. *Ann. Statist.*, 27(3):898–924. 26, 34, 95, 127
- Cai, T. T. (2002). On block thresholding in wavelet regression: adaptivity, block size, and threshold level. *Statist. Sinica*, 12(4):1241–1273. 26, 95
- Daubechies, I. (1988a). Orthonormal bases of compactly supported wavelets. *Comm. Pure Appl. Math.*, 41(7):909–996. 32
- Daubechies, I. (1988b). Time-frequency localization operators: a geometric phase space approach. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 34(4):605–612. 19

- Daubechies, I. (1992). *Ten lectures on wavelets*, volume 61 of *CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA. 18, 19, 20, 22, 75
- Daubechies, I. e Lagarias, J. C. (1991). Two-scale difference equations. I. Existence and global regularity of solutions. *SIAM J. Math. Anal.*, 22(5):1388–1410. 20
- DeVore, R. A. e Popov, V. A. (1988). Interpolation of Besov spaces. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 305(1):397–414. 21
- Donoho, D. e Johnstone, I. (1999). Asymptotic minimaxity of wavelet estimators with sampled data. *Statistica Sinica*, 9:1–32. 1, 71
- Donoho, D. L. (1993). Unconditional bases are optimal bases for data compression and for statistical estimation. *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, 1(1):100–115. 1
- Donoho, D. L. e Johnstone, I. M. (1994). Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. *Biometrika*, 81(3):425–455. 25, 34, 127
- Donoho, D. L. e Johnstone, I. M. (1995). Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 90(432):1200–1224. 26, 79
- Donoho, D. L. e Johnstone, I. M. (1998). Minimax estimation via wavelet shrinkage. *Ann. Statist.*, 26(3):879–921. 1, 21, 71, 79
- Donoho, D. L., Johnstone, I. M., Kerkyacharian, G., e Picard, D. (1995). Wavelet shrinkage: asymptopia? *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B*, 57(2):301–369. With discussion and a reply by the authors. 26
- Fan, J. (1996). Test of significance based on wavelet thresholding and Neyman’s truncation. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 91(434):674–688. 71, 72, 73
- Fan, J. e Koo, J.-Y. (2002). Wavelet deconvolution. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 48(3):734–747. 1
- Fan, J. e Lin, S.-K. (1998). Test of significance when data are curves. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 93(443):1007–1021. 71, 73, 74
- Gasser, T. e Müller, H.-G. (1979). Kernel estimation of regression functions. In *Smoothing techniques for curve estimation (Proc. Workshop, Heidelberg, 1979)*, volume 757 of *Lecture Notes in Math.*, pages 23–68. Springer, Berlin. 31, 32
- Gasser, T. e Müller, H.-G. (1984). Estimating regression functions and their derivatives by the kernel method. *Scand. J. Statist.*, 11(3):171–185. 31
- Genon-Catalot, V., Laredo, C., e Picard, D. (1992). Nonparametric estimation of the diffusion coefficient by wavelets methods. *Scand. J. Statist.*, 19(4):317–335. 39
- Goswami, J. C. e Chan, K. A. (1999). *Fundamentals of wavelets : theory, algorithms, and applications*. Wiley series in microwave and optical engineering. J. Wiley, New York. 13, 19

- Grizzle, J. E. e Allen, D. M. (1969). Analysis of growth and dose response curves. *Biometrics*, 25(2):357–381. 53
- Haar, A. (1910). Zur theorie der orthogonalen funktionen-systeme. *Math. Ann*, 69:331–371. 13
- Hall, P., Kay, J. W., e Titterington, D. M. (1990). Asymptotically optimal difference-based estimation of variance in nonparametric regression. *Biometrika*, 77(3):521–528. 55, 56
- Hall, P., Kerkyacharian, G., e Picard, D. (1998). Block threshold rules for curve estimation using kernel and wavelet methods. *Ann. Statist.*, 26(3):922–942. 26
- Hall, P., Kerkyacharian, G., e Picard, D. (1999). On the minimax optimality of block thresholded wavelet estimators. *Statist. Sinica*, 9(1):33–49. 26
- Härdle, W., Kerkyacharian, G., Picard, D., e Tsybakov, A. (1998). *Wavelets, approximation, and statistical applications*, volume 129 of *Lecture Notes in Statistics*. Springer-Verlag, New York. 13, 24
- Hart, J. D. (1991). Kernel regression estimation with time series errors. *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B*, 53(1):173–187. 56
- Hart, J. D. e Wehrly, T. E. (1986). Kernel regression estimation using repeated measurements data. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 81(396):1080–1088. 53, 54, 55
- Horowitz, J. L. e Spokoiny, V. G. (2001). An adaptive, rate-optimal test of a parametric mean-regression model against a nonparametric alternative. *Econometrica*, 69(3):599–631. 77
- Ingster, Y. I. (1993). Asymptotically minimax hypothesis testing for nonparametric alternatives. III. *Math. Methods Statist.*, 2(4):249–268. 77
- Jaffard, S. (1989). Exposants de Hölder en des points donnés et coefficients d'ondelettes. *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math.*, 308(4):79–81. 24
- Jaffard, S. (1991). Pointwise smoothness, two-microlocalization and wavelet coefficients. *Publ. Mat.*, 35(1):155–168. Conference on Mathematical Analysis (El Escorial, 1989). 24
- Jaffard, S. e Laurençot, P. (1992). Orthonormal wavelets, analysis of operators, and applications to numerical analysis. In *Wavelets*, volume 2 of *Wavelet Anal. Appl.*, pages 543–601. Academic Press, Boston, MA. 24
- Karatzas, I. e Shreve, S. E. (1991). *Brownian motion and stochastic calculus*, volume 113 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, New York, second edition. 3, 9
- Kelly, S. E., Kon, M. A., e Raphael, L. A. (1994). Local convergence for wavelet expansions. *J. Funct. Anal.*, 126(1):102–138. 30
- Klebaner, F. C. (2005). *Introduction to stochastic calculus with applications*. Imperial College Press, London, second edition. 3, 5, 7, 8, 9

- Klemelä, J. (2006). Sharp adaptive estimation of quadratic functionals. *Probab. Theory Related Fields*, 134(4):539–564. 1, 71
- Le Cam, L. (1986). *Asymptotic methods in statistical decision theory*. Springer Series in Statistics. Springer-Verlag, New York. 1, 71
- Lepski, O. V. e Spokoiny, V. G. (1999). Minimax nonparametric hypothesis testing: the case of an inhomogeneous alternative. *Bernoulli*, 5(2):333–358. 77
- Mallat, S. (1989). A theory of multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11:674–693. 13, 16, 22
- Meyer, Y. (1990). *Ondelettes et opérateurs. I*. Actualités Mathématiques. [Current Mathematical Topics]. Hermann, Paris. Ondelettes. [Wavelets]. 31, 39
- Meyer, Y. (1992). *Wavelets and operators*, volume 37 of *Cambridge Studies in Advanced Mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge. Translated from the 1990 French original by D. H. Salinger. 13, 23, 24, 75
- Meyer, Y. F. (1991). Wavelets and applications. In *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Vol. I, II (Kyoto, 1990)*, pages 1619–1626, Tokyo. Math. Soc. Japan. 23
- Morettin, P. (1999). *Ondas e Ondaletas: Da Análise de Fourier à Análise de Ondaletas*. Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo. 13, 18, 25, 26, 27
- Nason, G. P. (2008). *Wavelet methods in statistics with R*. Use R! Springer, New York. 13
- Nussbaum, M. (1996). Asymptotic equivalence of density estimation and Gaussian white noise. *Annals of Statistics*, 25(4):2399–2430. 1, 71
- Parzen, E. (1959). Statistical inference on time series by hilbert space methods, i. Technical Report 23 (NR-C42-993), Stanford University, Dept. of Statistics. 55
- Parzen, E. (1961). Regression analysis of continuous parameter time series. In *Proc. 4th Berkeley Sympos. Math. Statist. and Prob., Vol. I*, pages 469–489. Univ. California Press, Berkeley, Calif. 55
- Perron, P. (1991). A continuous time approximation to the unstable first-order autoregressive process: the case without an intercept. *Econometrica*, 59(1):211–236. 83, 84
- Ramsay, J. O. e Silverman, B. W. (2002). *Applied functional data analysis*. Springer Series in Statistics. Springer-Verlag, New York. Methods and case studies. 1
- Ramsay, J. O. e Silverman, B. W. (2005). *Functional data analysis*. Springer Series in Statistics. Springer, New York, second edition. 1
- Spokoiny, V. G. (1996). Adaptive hypothesis testing using wavelets. *Ann. Statist.*, 24(6):2477–2498. 26, 77, 79, 82, 95

- Teolis, A. (1998). *Computational signal processing with wavelets*. Applied and Numerical Harmonic Analysis. Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA. 13
- Trèves, F. (1967). *Topological vector spaces, distributions and kernels*. Academic Press, New York. 32
- Triebel, H. (1992). *Theory of function spaces. II*, volume 84 of *Monographs in Mathematics*. Birkhäuser Verlag, Basel. 24, 78
- Vidakovic, B. (1999). *Statistical modeling by wavelets*. Wiley Series in Probability and Statistics: Applied Probability and Statistics. John Wiley & Sons Inc., New York. A Wiley-Interscience Publication. 13, 17, 19, 21, 22, 26, 29, 30, 35, 90
- Volkmer, H. (1992). On the regularity of wavelets. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 38(2, part 2):872–876. 20, 22
- Wei, W. W. S. (2006). *Time series analysis*. Addison Wesley/Pearson, Boston, MA, second edition. Univariate and multivariate methods. 87
- Wiersema, U. F. (2008). *Brownian motion calculus*. John Wiley & Sons Ltd, West Sussex, England. 3
- Wojtaszczyk, P. (1999). *A Mathematical Introduction to Wavelets*. Cambridge University Press, Cambridge. 13, 75

Índice Remissivo

- $P_j f$, 39
- \mathbb{Z}_ϕ , 38
- análise de multirresolução, 16
- base ortonormal, 17
- bola
 - de Besov, 21
- coeficiente ondaleta
 - encolhimento por limiar, 25
 - estimação, 24
- conjuntos ortogonais, 17
- derivada generalizada, 20
- equação diferencial estocástica
 - definição, 10
 - solução forte, 10
- espaços
 - $W^{m,p}$, 20
 - norma, 20
 - de Besov, 21
 - norma, 21
 - semi-norma, 21
 - de Hölder, 21
 - de Sobolev, 20
- fórmula de Itô, 8
- filtragem, 3
- Hanova, 71
- hipótese funcional, 75
- integral de Itô, 5
 - de processo simples, 6
 - para movimento browniano, 8
 - propriedades, 7
 - variação quadrática, 8
- limiar
 - duro, 25
 - suave, 25
- movimento browniano
 - covariância, 4
 - definição, 3
 - função transição, 4
- núcleo ondaleta, 30
- ondaleta
 - função escala, 18
 - Haar, 13
 - pai, 18
 - propriedades, 18
 - regularidade, 20
- processo de Ornstein-Uhlenbeck
 - definição, 11
 - incrementos ortogonais, 12
- processo estocástico
 - adaptado à filtragem, 3
- processo gaussiano, 4
- processo simples, 5
- quadrature mirror filter relation, 19
- ruído branco, 10
- SNR, 35
- teorema da projeção, 17
- teste minimax, 76
 - adaptativo, 81
 - não adaptativo, 79
- testes
 - adaptativos, 77
 - não adaptativos, 77