

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação - IMECC

O ESTIMADOR DE RAZÃO EM CADEIA

KARLA GIOVANI SOARES MENDES

Orientador: Prof. Dr. SEBASTIÃO DE AMORIM

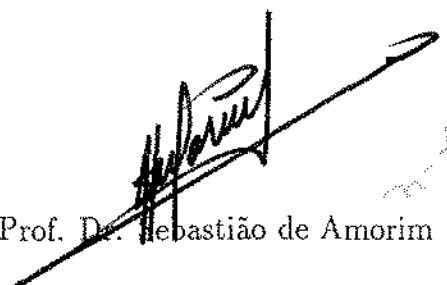
CAMPINAS - SÃO PAULO

Janeiro de 1991

O ESTIMADOR DE RAZÃO EM CADEIA

Este exemplar corresponde a redação final da tese devidamente corrigida e defendida pela Sra. Karla Giovani Soares Mendes e aprovada pela Comissão Julgadora.

Campinas, 24 de janeiro de 1991


Prof. Dr. Sebastião de Amorim

Orientador

Universidade Estadual de Campinas
Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, UNICAMP, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Estatística.

AGRADECIMENTOS

Ao Sebastião de Amorim, pela orientação, apoio e também pela amizade que esteve sempre presente durante este trabalho;

Às grandes companheiras Socorro, Adriana e Cassiana que fizeram do meu dia-a-dia em Campinas, uma experiência inesquecível;

À amiga Inês, pela profunda amizade e pela alegria dos sobrinhos postigos, Arthur e Bernardo;

Aos colegas de curso, pela convivência e pelos bons momentos juntos;

Ao Humberto, pelo amor, paciência e compreensão nos momentos mais difíceis;

Aos meus pais, pelo eterno incentivo e orgulho com que vêem meu trabalho;

À Isabel, Cidinha e Luís pela constante boa vontade com que me atenderam;

Às instituições CNPQ, FAPESP e UNICAMP, pelo apoio financeiro.

Aos meus pais
Moacir e Lauriza
e ao meu marido
Humberto

ÍNDICE

| | |
|---|-----|
| RESUMO | 1. |
| CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO | 3. |
| CAPÍTULO 2 - O ESTIMADOR DE RAZÃO EM CADEIA | 16. |
| 2.1 Introdução | 16. |
| 2.2 Propriedades Básicas: Esperança, Variância e Distribuição Assintótica | 20. |
| 2.3 O Problema da Alocação: a Escolha Ótima de m e n | 27. |
| CAPÍTULO 3 - O ESTIMADOR DE RAZÃO EM CADEIA: QUANDO UTILIZAR | 32. |
| 3.1 Introdução | 32. |
| 3.2 Comparando \hat{Y}_C vs. \hat{Y}_{RW} | 33. |
| 3.3 Comparando \hat{Y}_C vs. \hat{Y}_G | 37. |
| 3.4 Conclusão | 42. |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 44. |
| APÊNDICE A | 45. |

RESUMO

A estimação de \bar{Y} , a média de uma variável Y numa população finita, é o problema mais frequente e corriqueiro em planos amostrais. A partir de uma amostra aleatória simples, com ou sem reposição, a média amostral \bar{y} é o estimador canônico empregado. Suas propriedades estatísticas são interessantes e podem ser estabelecidas de forma simples e elegante.

Na sua simplicidade, \bar{y} tem, naturalmente, limitações. Estas limitações foram sendo atacadas por diversos meios, e a literatura apresenta uma abundância de alternativas, algumas gerais e outras voltadas a contextos particulares. O Estimador de Razão (ER) é uma opção prática, versátil e altamente eficaz, sempre que se dispõe de uma variável de apoio X , com média populacional \bar{X} conhecida e bem correlacionada com Y , de forma que a população possa ser considerada uma amostra de uma super população onde $Y = \beta X + \varepsilon$, onde β é uma constante e ε um desvio aleatório de esperança zero.

O ER é bastante conhecido e utilizado. Suas propriedades são apresentadas e discutidas em qualquer texto de Amostragem. Ver, por exemplo, Cochran (1977) Cap 6. Uma generalização do estimador de razão é obtida, substituindo-se \bar{X} por sua estimativa \bar{x} baseada numa amostra grande. A variável Y só é avaliada em uma sub-amostra. Este Estimador de Razão Generalizado (ERG) é útil quando \bar{X} é desconhecido, mas o custo amostral de X , c_X , é bem menor que c_Y , o custo amostral de Y . Sob este ponto de vista, como uma generalização do Estimador de Razão, esta alternativa foi estudada por Amorim e Boché (1990). Entre as con-

clusões principais a que chegaram está a de que o ERG tem vício menor que o ER correspondente, e de que em se considerando os custos amostrais, o ER quase nunca é a melhor alternativa. Mais explicitamente, se o tamanho populacional é N e m e n são respectivamente os tamanhos da sub-amostra e da amostra ($m \leq n \leq N$), então, sob um modelo linear de custos a alocação ótima (determinação de n e m que minimizam a variância do estimador), só excepcionalmente escolherá $n = N$. Assim, só excepcionalmente o estimador de razão $\hat{Y}_R = (\bar{y}_s/\bar{x}_s) \bar{X}$ seria uma alternativa melhor que $\hat{Y}_G = (\bar{y}_s/\bar{x}_s) \bar{x}$.

O que acontece aqui é que, para uma amostra grande, (n grande), \bar{x} pode ter já uma variância tão pequena, que aumentos adicionais em n não acarretariam melhor precisão. Isto acontece quando N é muito grande, \bar{X} é desconhecido e c_X , embora menor que c_Y , não é nulo.

Nasce aqui a idéia do Estimador de Razão em Cadeia (ERC), que é o tema central deste trabalho. Se queremos \bar{x} tão perto quanto possível de \bar{X} , podemos utilizar em seu lugar um estimador de razão de \bar{X} , desde que haja uma variável de apoio, W , de custo amostral desprezível e convenientemente correlacionada com Y e X . O ERC, dado por $\hat{Y}_C = (\bar{y}_s/\bar{x}_s)(\bar{x}/\bar{w})\bar{W}$ tem como ponto de partida o ERG, e busca reduzir o tamanho amostral n utilizando um estimador mais eficiente de \bar{X} .

Todos os resultados teóricos apresentados são estabelecidos de forma objetiva e provados rigorosamente. Estão nesta categoria as propriedades estatísticas básicas - esperança, variância e normalidade assintótica - do estimador, a questão da alocação ótima, e os contextos relativos à estrutura de correlação, custos amostrais e disponibilidade de recursos em que o ERC é a melhor alternativa sobre o ER clássico e o ERG.

Os resultados teóricos são abundantemente ilustrados através de simulações. Procuramos com isto melhorar as qualidades didáticas do texto, quebrando, de tempo em tempo, a relativa aridez dos desenvolvimentos teóricos formais.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

O problema mais comum em planos amostrais é a estimação de \bar{Y} , a média populacional de uma certa variável Y , numa população finita. A qualidade da estimativa depende tanto do plano amostral quanto do estimador utilizado, além, naturalmente, de depender da variabilidade de Y na população. Supondo-se uma amostra aleatória simples, sem reposição (AAS-SR), a questão que se apresenta é a escolha do estimador a ser utilizado.

Assim, com base numa AAS-SR de tamanho n , retirada de uma população de N indivíduos, tem-se como uma opção imediata a média amostral dada por

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (1.1)$$

onde y_i , $i = 1, \dots, n$, são os valores observados de Y na amostra. Este estimador é conhecido pela sua simplicidade e por possuir algumas propriedades de interesse (Cochran, 1977, Capítulo 2), sendo que

$$E(\bar{y}) = \bar{Y} \quad (1.2)$$

e

$$\text{Var}(\bar{y}) = \frac{1}{n} S_Y^2 \left[1 - \frac{n}{N} \right] \quad (1.3)$$

onde $S_Y^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2$.

A prova dos dois resultados acima é simples e elegante. Para populações finitas, Hájek (1960) apresentou condições necessárias e suficientes sob as quais a sua distribuição converge à Normal.

Por outro lado a média amostral, na sua simplicidade conceitual, tem limitações. A teoria da amostragem oferece diversas alternativas vantajosas a \bar{y} , desde que condições específicas sejam satisfeitas. Por exemplo, com frequência é possível e conveniente estratificar a população antes de se sortear a amostra; significativas reduções de variância podem ser obtidas para um mesmo tamanho amostral. Em outras situações, quando uma variável X , de baixo custo amostral e bem correlacionada com Y , for disponível, pode-se pensar em alternativas como o estimador de razão ou de regressão. Tudo isto sem considerar as variações em torno de \bar{y} que buscam lhe conferir robustez, como a média winsorizada e a média podada, por exemplo; mas não trataremos aqui destas questões.

Como o objetivo principal é obter boas estimativas a partir dos dados observados, o uso de informações auxiliares pode aumentar a precisão das estimativas produzidas. Em muitas situações reais existe uma variável auxiliar X , positivamente correlacionada com Y , cuja média populacional, \bar{X} , é conhecida. Se, nestas situações a população puder ser considerada como uma amostra de uma superpopulação, onde a relação entre X e Y , é dada por

$$Y = \beta X + \varepsilon \quad (1.4)$$

onde $\beta > 0$ e ε é um desvio aleatório com $E(\varepsilon) = 0$, então uma outra alternativa, que tira proveito deste relacionamento é dada por

$$\hat{Y}_{R_X} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \bar{X} \quad (1.5)$$

onde \bar{x} é a média amostral de X . Este estimador, denominado Estimador de Razão, também já é bastante conhecido e utilizado, estando clara e detalhadamente descrito no Capítulo 6 de Cochran(1977). Aqui adicionamos o índice x para indicar um Estimador de Razão baseado em X como variável de apoio. Tal identificação é necessária porque outras variáveis serão utilizadas neste trabalho.

Existem dificuldades óbvias no tratamento teórico do Estimador de Razão \hat{Y}_{R_X} , uma vez que ele envolve uma razão entre duas variáveis aleatórias, \bar{y}/\bar{x} . Todavia estes problemas já foram satisfatoriamente contornados através de resultados teóricos aproximados, que permitem algumas conclusões importantes como, por exemplo, que o Estimador Razão é viciado, exceto para alguns tipos especiais de população. Além disso, Brewer(1963) e Royal(1970), mostraram que em populações finitas, se a relação entre X e Y for uma reta passando pela origem e se a variância de Y em torno desta reta for proporcional a X , o Estimador de Razão, \hat{Y}_{R_X} , é BLUE. E ainda, sob algumas condições pouco restritivas, a sua distribuição converge à normal(Scott e Wu, 1982).

A esperança e a variância aproximadas de \hat{Y}_{R_X} são dadas respectivamente por

$$E(\hat{Y}_{R_X}) \doteq \bar{Y} \quad (1.6)$$

e

$$\text{Var}(\hat{Y}_{R_X}) \doteq \frac{1}{n} S_{D_X}^2 \left[1 - \frac{n}{N} \right] \quad (1.7)$$

onde $S_{D_X}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - R_X X_i)^2$ e $R_X = \bar{Y}/\bar{X}$ é a razão populacional, Cochran(1977).

Em muitos casos de interesse prático, sob condições bastante gerais a respeito da correlação entre X e Y , a variância de \hat{Y}_{R_X} é substancialmente menor que a de \bar{y} o que faz do Estimador de Razão uma ferramenta versátil e de grande utilidade.

Diversas situações práticas sugerem o uso do Estimador de Razão. Em levantamentos censitários frequentemente já se dispõe de dados referentes a um levantamento anterior. Outras vezes X é a medida de uma certa grandeza por um método pouco preciso, porém barato, enquanto Y é a medida da mesma grandeza por um método de alta precisão, mas caro e demorado. Um exemplo interessante de aplicação dos estimadores de razão ocorre em inventário florestal: Quer-se determinar o volume médio das árvores num reflorestamento de eucalipto. A medição do volume (Y) é demorada, já a medição do diâmetro do tronco a 130 cm da base - denominado DAP, para Diâmetro à Altura do Peito -, é simples e rápida, fornecendo uma variável de apoio X de excelente correlação com Y .

Vejamos um exemplo que ilustra o emprego do ER, comparando-o com a média amostral.

Exemplo 1.1. *Considere o Conjunto de Dados $N^{\circ} 1$ do Apêndice A, onde $\bar{Y} = 399.04$. Suponha o problema de estimar \bar{Y} , a partir de uma AAS-SR, utilizando a média amostral \bar{y} e o estimador de razão, \hat{Y}_{R_X} . Para tamanhos amostrais iguais a 20, 40, 60, 80, 100, 150, 200 e 250, e com base em 1000 repetições de Monte Carlo para cada caso, obtivemos a média, o desvio padrão, DP_{MC} , de cada estimador.*

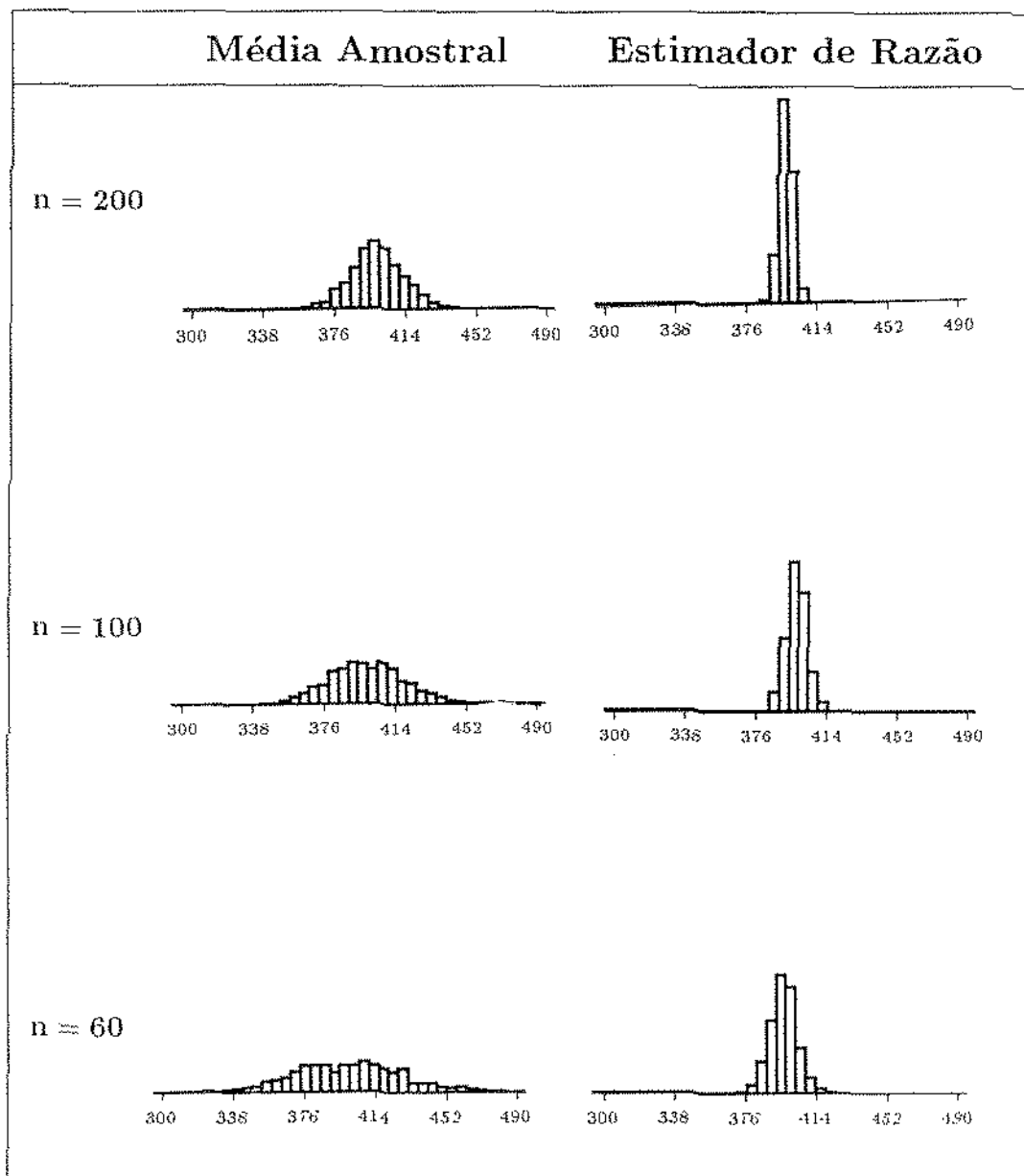
Estes resultados estão apresentados na tabela abaixo, onde também apresentamos o desvio padrão teórico de \hat{Y}_{RX} , DP_{Teor} , obtido da expressão aproximada para a variância, dada por (1.7). Vemos que o desvio padrão de \bar{y} é cerca de 4 vezes o desvio padrão de \hat{Y}_{RX} .

Tabela 1.1. Resultados de 1000 repetições de Monte Carlo para diversos tamanhos de amostra.

| n | | \bar{y} | \hat{Y}_{RX} |
|-----|---------------------|-----------|----------------|
| 20 | Média | 402.42 | 398.84 |
| | D.P _{MC} | 46.40 | 11.73 |
| | D.P _{Teor} | - | 11.96 |
| 40 | Média | 399.44 | 398.81 |
| | D.P _{MC} | 31.95 | 8.37 |
| | D.P _{Teor} | - | 8.37 |
| 60 | Média | 399.41 | 398.99 |
| | D.P _{MC} | 25.96 | 6.71 |
| | D.P _{Teor} | - | 6.76 |
| 80 | Média | 398.84 | 398.71 |
| | D.P _{MC} | 22.89 | 5.90 |
| | D.P _{Teor} | - | 5.80 |

| n | | \bar{y} | \hat{Y}_{RX} |
|-----|---------------------|-----------|----------------|
| 100 | Média | 400.09 | 398.86 |
| | D.P _{MC} | 19.73 | 5.22 |
| | D.P _{Teor} | - | 5.13 |
| 150 | Média | 399.16 | 398.88 |
| | D.P _{MC} | 15.49 | 4.08 |
| | D.P _{Teor} | - | 4.07 |
| 200 | Média | 398.25 | 398.84 |
| | D.P _{MC} | 12.86 | 3.40 |
| | D.P _{Teor} | - | 3.42 |
| 250 | Média | 394.08 | 398.99 |
| | D.P _{MC} | 11.18 | 3.02 |
| | D.P _{Teor} | - | 2.96 |

Figura 1.1. Visualização dos resultados apresentados na Tabela 1.1. para $n=60$, 100 e 200



□

Na utilização do Estimador de Razão geralmente se supõe que o custo amostral unitário da variável X é nulo. Para ilustração, e já para introduzir alguns conceitos básicos que empregaremos mais adiante, consideremos o seguinte modelo linear de custos $C = C_o + n_X \cdot c_X + n_Y \cdot c_Y$, onde C é o custo total do plano amostral, C_o são os custos iniciais fixos, c_X e c_Y são os custos amostrais unitários das variáveis X e Y respectivamente, e n_X e n_Y o número de unidades em que X e Y serão medidas respectivamente.

Exemplo 1.2. *Suponhamos agora que os custos amostrais unitários de X e Y sejam respectivamente, $c_X = 1$ e $c_Y = 10$, isto é, X é bem mais barato que Y , mas não é grátis. Suponhamos ainda que a quantidade de recursos disponíveis para esta pesquisa seja $C = 2000$, com custos fixos $C_o = 400$. Desta forma, avaliando-se X para toda a população, o disponível para Y será igual a $C - C_o - N \cdot c_X = 1600 - 1000 = 600$, e portanto $n = 60$. Por outro lado, se todo o recurso é utilizado para amostrar Y , então $n = 160$. Através da tabela a seguir podemos comparar a performance dos dois estimadores, sob a restrição de recursos. Verificamos, que o desvio padrão de \bar{y} é ainda maior que o dobro de \hat{Y}_{R_X} .*

Tabela 1.2. Resultados de 1000 repetições de Monte Carlo, considerando a mesma estrutura de custos, $C - C_o = 1600$, com $c_X = 1$ e $c_Y = 10$, utilizando \bar{Y} e \hat{Y}_{R_X} . Para \bar{y} , $n = 1600/10 = 160$ e para \hat{Y}_{R_X} , $n = (1600 - 1000)/10 = 60$.

| | \bar{y} | \hat{Y}_{R_X} |
|-------|-----------|-----------------|
| n | 160 | 60 |
| Média | 398.88 | 398.99 |
| D.P. | 15.30 | 6.71 |

□

O Estimador de Razão na grande maioria das vezes representa uma melhoria substancial na precisão da estimativa. Por outro lado, se \bar{X} não for previamente conhecido, a sua utilização envolve a medição de X para toda a população. Portanto se c_X não for pequeno ou ainda, se a população for muito grande pode ser totalmente inviável economicamente esta avaliação.

Todavia, se X embora não sendo gratuita for consideravelmente mais barata que $Y - c_X$ muito menor que c_Y - e além disso a correlação entre X e Y for grande, então o desconhecimento de \bar{X} e portanto a impossibilidade de se usar o Estimador de Razão poderia ser contornada através de uma boa estimativa de \bar{X} . Esta é a idéia do Estimador de Razão Generalizado (ERG).

O ERG, baseia-se nos valores de X observados numa amostra de tamanho n e nos valores de Y , numa sub-amostra de tamanho m ($m < n$), retirada aleatoriamente e sem reposição, dos n elementos da amostra. Formalmente o ERG de Y é dado por

$$\hat{Y}_G = \frac{\bar{y}_s}{\bar{x}_s} \bar{x} \quad (1.8)$$

onde s indica as medidas na sub-amostra, ou seja, \bar{y}_s e \bar{x}_s são as médias na sub-amostra de Y e X , respectivamente e \bar{x} é a média de X na amostra.

O termo “generalizado” surge do fato de que o estimador de razão clássico é o limite de \hat{Y}_G quando $n \rightarrow N$. Além disso, quando n cresce de m para N , \hat{Y}_G varia da média da sub-amostra, \bar{y}_s , até $\hat{Y}_{R_X} = \frac{\bar{y}_s}{\bar{x}_s} \bar{X}$, o Estimador de Razão também baseado na sub-amostra. Este fato sugere que as propriedades estatísticas de \hat{Y}_G devam se encontrar em algum ponto entre as propriedades destes dois estimadores limites. A este respeito ver Amorim e Boché(1990).

O valor esperado de \hat{Y}_G é aproximadamente igual a \bar{Y} e uma boa expressão aproximada para sua variância é

$$\text{Var}(\hat{Y}_G) \doteq \left[\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right] S_{D_X}^2 + \left[\frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right] S_Y^2 \quad (1.9)$$

onde $S_Y^2 = \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 / (N - 1)$ e $S_{D_X}^2 = \sum_{i=1}^N (Y_i - R_X X_i)^2 / (N - 1)$, $R_X = \bar{Y} / \bar{X}$.

Vamos ilustrar as idéias acima com um exemplo.

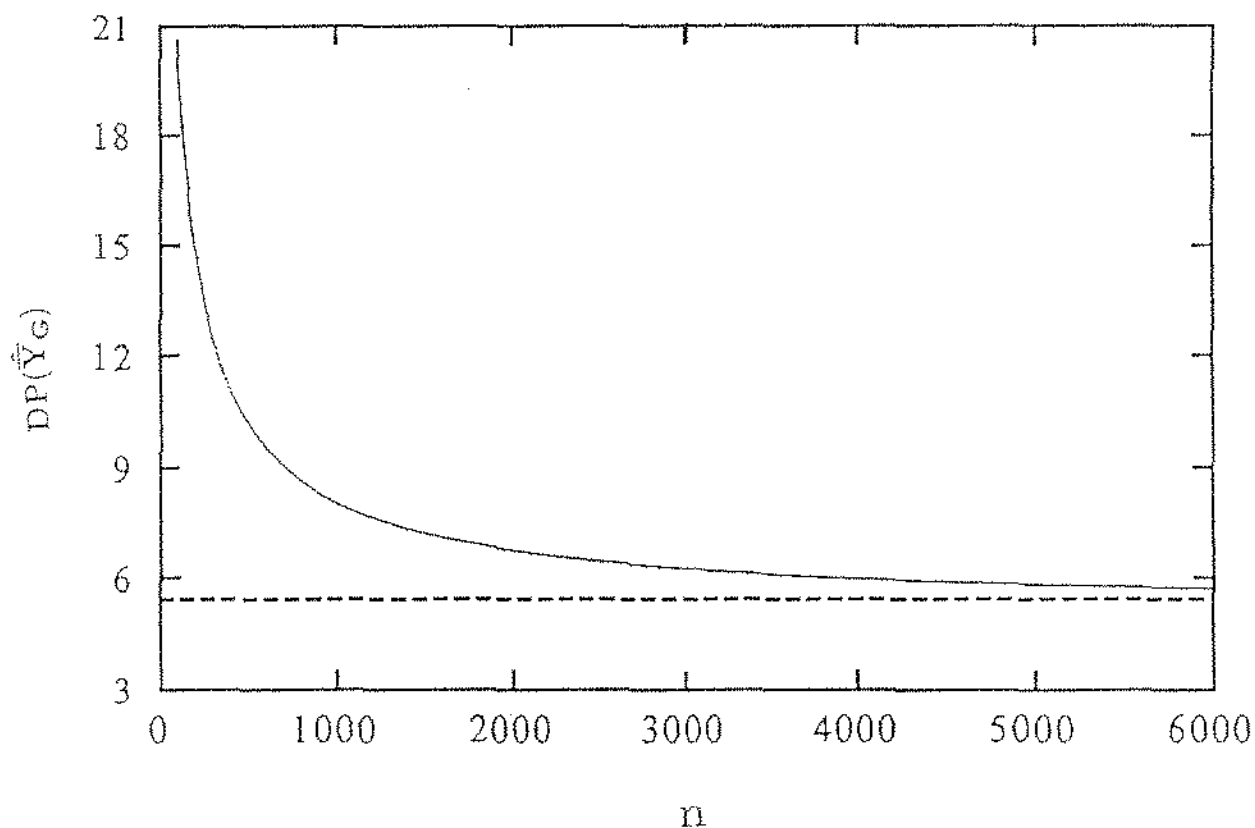
Exemplo 1.3. *Considere ainda o Conjunto de Dados N^o 1, porém utilizando \hat{Y}_G para estimar \bar{Y} . Mantendo a mesma estrutura de custos, ou seja, $C - C_o = 1600$, $c_X = 1$ e $c_Y = 10$, e considerando a função linear de custos $C - C_o = mc_Y + nc_X$, ou seja, $1600 = 10m + n$, temos vários possíveis tamanhos de amostra, n , e subamostra, m . Podemos variar de $n = 1000$ e portanto $m = (1600 - 1000) / 10 = 60$, ou seja, $\hat{Y}_G = \hat{Y}_{R_X}$, até $n = 150$, $m = (1600 - 150) / 10 = 145$, o valor de m mais próximo de n que podemos chegar. Isto porque se $m = 146$, então $n = 1600 - 10(146) = 140$ e portanto $n < m$. Mas $n > m$ sempre, pois m é uma subamostra de n .*

Tabela 1.3. Resultados de 1000 repetições de Monte Carlo para alguns tamanhos de m e n , sujeitos à $C - Co = 1600$, $c_X = 1$, $c_Y = 10$.

| n | m | (\bar{Y}_{R_X}) | $E(\bar{Y}_G)$ | $Var(\bar{Y}_G)$ | $V(\bar{Y}_G)$ |
|------|-----|-------------------|----------------|------------------|----------------|
| 1000 | 60 | (\bar{Y}_{R_X}) | 398.99 | $(6.71)^2$ | $(6.76)^2$ |
| ⋮ | ⋮ | | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 900 | 70 | | 399.25 | $(6.23)^2$ | $(6.58)^2$ |
| 890 | 71 | | 399.44 | $(6.69)^2$ | $(6.57)^2$ |
| 880 | 72 | | 399.01 | $(6.55)^2$ | $(6.57)^2$ |
| 870 | 73 | | 398.96 | $(6.58)^2$ | $(6.56)^2$ |
| 860 | 74 | | 398.61 | $(6.60)^2$ | $(6.56)^2$ |
| 850 | 75 | | 398.90 | $(6.48)^2$ | $(6.57)^2$ |
| 840 | 76 | | 399.13 | $(6.98)^2$ | $(6.57)^2$ |
| 830 | 77 | | 399.10 | $(6.70)^2$ | $(6.58)^2$ |
| 820 | 78 | | 399.29 | $(6.63)^2$ | $(6.58)^2$ |
| 810 | 79 | | 398.94 | $(6.55)^2$ | $(6.59)^2$ |
| 800 | 80 | | 398.54 | $(6.59)^2$ | $(6.76)^2$ |
| ⋮ | ⋮ | | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 250 | 135 | | 399.34 | $(12.10)^2$ | $(11.81)^2$ |
| 240 | 136 | | 398.64 | $(12.46)^2$ | $(12.08)^2$ |
| 230 | 137 | | 399.01 | $(12.38)^2$ | $(12.37)^2$ |
| 220 | 138 | | 399.00 | $(12.33)^2$ | $(12.68)^2$ |
| 210 | 139 | | 398.92 | $(12.33)^2$ | $(13.01)^2$ |
| 200 | 140 | | 398.90 | $(13.72)^2$ | $(13.37)^2$ |
| 190 | 141 | | 398.87 | $(13.85)^2$ | $(13.76)^2$ |
| 180 | 142 | | 399.22 | $(14.49)^2$ | $(14.17)^2$ |
| 170 | 143 | | 398.77 | $(14.90)^2$ | $(15.09)^2$ |
| 160 | 144 | | 399.27 | $(15.15)^2$ | $(15.12)^2$ |
| 150 | 145 | | 398.60 | $(15.39)^2$ | $(15.66)^2$ |

Um fato importante a ser observado em estudos amostrais é o ganho que se obtém, em termos da precisão da estimativa, à medida que o tamanho da amostra, n , cresce. Como a variância decresce com o recíproco de n , muito frequentemente o custo de se aumentar n pode não vir acompanhado de uma significativa queda na variância do estimador. No caso do ERG, é interessante observar como sua variância decresce, para m fixo, e com n crescendo de aproximadamente m até N .

Para ilustrarmos o comportamento da variabilidade de \hat{Y}_G , comparando-o com a de \hat{Y}_{RX} , vamos considerar uma população com a mesma estrutura de covariância que a dos exemplos anteriores, porém com $N = 50000$. Isto nos permitirá maior flexibilidade de variações de m e n , nos possibilitando estudar as propriedades relativas dos estimadores considerados num contexto mais amplo. Para $m = 100$ observamos a seguinte situação:



Neste caso, observamos que para $n = 4000$ temos $DP(\hat{Y}_G) = 6.16$ e ao aumentarmos 1000 unidades em n , i.é, passarmos para $n = 5000$ o desvio padrão diminui para 6.04, um ganho irrelevante. Além disso, o mínimo desta curva é $DP(\bar{Y}_G) = 5.6$, para $n = N = 50000$ que pode ser técnica e economicamente inviável. Assim, buscando uma relação custo-benefício baixa poderíamos optar por n em torno de 4000. \square

Assim, no caso de termos um recurso disponível que nos coloque na região onde já tenhamos uma precisão aceitável e onde grandes aumentos de n não impliquem em ganhos significativos, podemos encerrar nossas buscas. Por outro lado, imagine que nos encontremos na região onde ainda há muito a ganhar com pequenos aumentos de n , porém o recurso disponível não nos permite mais mobilidade. Nesta situação, o que se precisa é um estimador que desempenhe melhor nesta região que o recurso nos impõe. É neste quadro que apresentamos o Estimador de Razão em Cadeia (ERC).

O ERC é uma outra variante do Estimador de Razão, que utiliza da informação auxiliar não apenas de X , mas também de outra variável, W , positivamente correlacionada com X . A idéia básica é que W seja absolutamente barata, ou, preferencialmente, gratuita. Desta forma \bar{W} , a média populacional de W , pode ser conhecida a custo desprezível.

Do mesmo modo que o Estimador Razão Generalizado, mede-se Y apenas na sub-amostra e a variável X na amostra, obtendo-se o ERC da seguinte forma

$$\hat{Y}_C = \frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \frac{\bar{x}}{\bar{y}} \bar{W} \quad (1.10)$$

onde \bar{y}_S e \bar{x}_S são as respectivas médias de X e Y na sub-amostra, \bar{x} e \bar{w} são as médias amostrais de X e W , respectivamente e \bar{W} é a média populacional de W

A diferença entre \hat{Y}_C e \hat{Y}_G é que o primeiro usa um estimador razão,

baseado em W , para estimar \bar{X} , enquanto o último estima \bar{X} através da média amostral \bar{x} .

Capítulo 2

O ESTIMADOR DE RAZÃO EM CADEIA

2.1. Introdução

A estimação de \bar{Y} , a média de uma variável Y numa população finita, é em geral o primeiro problema tratado numa exposição clássica da Teoria da Amostragem.

A solução mais simples para este problema emprega a média amostral \bar{y} , de uma amostra aleatória simples sem reposição (AAS-SR). Num contexto particular, quando uma variável de apoio X é disponível, o Estimador de Razão (ER) frequentemente permite reduções consideráveis da variância, sem implicar em custos adicionais significativos. Quando a avaliação de \bar{X} é impraticável por restrições de tempo ou de custos, o ERG se constitui numa alternativa de grande praticidade, conforme vimos no Capítulo 1. Vimos ainda que mesmo quando existem recursos para a avaliação de \bar{X} , o ERG pode ainda assim ser a melhor alternativa (ver Exemplo 1.3.).

Neste capítulo vamos introduzir o conceito de Estimador de Razão

em Cadeia (ERC). Partimos do ERG numa situação em que exista uma terceira variável, W , cuja correlação com X pode ser utilizada para melhorar a estimativa de \bar{X} .

Assim, vamos supor que a população seja uma amostra de uma super população onde

$$\begin{pmatrix} Y = \beta X + \varepsilon \\ X = \gamma W + \delta \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

com β e γ fixos e ε e δ independentes e com esperanças nulas.

O ERC será útil quando o custo amostral unitário, c_Y , for muito maior que c_X , e c_W for muito baixo ou, preferencialmente, nulo. Neste caso, se a correlação de Y com X não for consideravelmente maior que a de Y com W , a variável X se torna obsoleta, e um ER poderá ser empregado usando W como variável de apoio.

Assim, falando em termos puramente qualitativos, o ERC, que definimos por

$$\hat{Y}_C = \frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \frac{\bar{x}}{\bar{w}} \bar{W} \quad (2.2)$$

será uma alternativa vantajosa quando

$$c_W \ll c_X \ll c_Y$$

e

$$\text{Corr}(W, Y) \ll \text{Corr}(X, Y)$$

No próximo capítulo exploraremos mais rigorosamente estas condições.

Considerando-se \bar{W} conhecido, o procedimento prático inicia-se com a retirada de uma AAS-SR de tamanho n da população, onde se observa X e W . Em seguida, sorteia-se m elementos dentre os n já selecionados ($m < n$) e mede-se Y nesta sub-amostra. Com base nos valores observados de Y , X e W estima-se \bar{Y} via ERC, como acima.

Como procuramos sugerir no próprio nome, o ERC é um encadeamento de Estimadores Razão. É fácil ver que, à medida que o tamanho da amostra se aproxima do da sub-amostra, i.é., $n \downarrow m$, o limite de \hat{Y}_C é \hat{Y}_{RW} , o estimador de razão que utiliza W como variável auxiliar. Por outro lado, mantendo-se m fixo, se $n \uparrow N$, então $\hat{Y}_C \rightarrow \hat{Y}_{RX}$, o Estimador Razão baseado em X . Esquemáticamente temos, para m fixo

$$\underbrace{\frac{\bar{y}_s}{\bar{w}_s} \cdot \bar{W}}_{\hat{Y}_{RW}} \xleftarrow{m \rightarrow n} \underbrace{\frac{\bar{y}_s}{\bar{x}_s} \frac{\bar{x}}{\bar{w}} \cdot \bar{W}}_{\hat{Y}_C} \xrightarrow{n \rightarrow m} \underbrace{\frac{\bar{y}_s}{\bar{x}_s} \cdot \bar{X}}_{\hat{Y}_{RX}}$$

Assim, além de ser um encadeamento de Estimadores de Razão, o ERC está limitado por Estimadores Razão. Este fato sugere que as suas propriedades não devem diferir substancialmente das daquele estimador. O exemplo abaixo ilustra estas idéias.

Exemplo 2.1. *Vamos considerar novamente o Conjunto de Dados N^o 1 descrito no Apêndice A, onde $N = 1000$ e $\bar{Y} = 399.04$. Com base em 1000 simulações de Monte Carlo, calculamos a média e o desvio padrão de \hat{Y}_C , fixando $m = 100$ e variando n de m até N . Assim, podemos observar a performance de \hat{Y}_C , à medida que ele se distancia de \hat{Y}_{RW} . Estes resultados estão apresentados na tabela a seguir.*

Tabela 2.1. Resultados de 1000 simulações de Monte Carlo para $m=100$ e n variando de m a N , e correspondentemente, \hat{Y}_C variando de \hat{Y}_{RW} a \hat{Y}_{RX} .

| n | Média | D.P. |
|------|--------|-------|
| 100 | 399.44 | 11.78 |
| 150 | 398.95 | 9.09 |
| 200 | 399.08 | 8.42 |
| 250 | 399.05 | 7.63 |
| 300 | 398.99 | 6.99 |
| 350 | 399.25 | 6.99 |
| 400 | 399.13 | 6.52 |
| 450 | 398.99 | 6.25 |
| 500 | 399.44 | 6.09 |
| 600 | 398.95 | 5.83 |
| 700 | 398.90 | 5.55 |
| 800 | 398.98 | 5.39 |
| 900 | 399.10 | 5.31 |
| 1000 | 398.86 | 5.19 |

Vemos que há uma queda acentuada no desvio para pequenas mudanças de n , na faixa de 100 até 250. A partir daí, o ganho não é tão substancial, sendo que para obtermos a menor variância, significaria observar X para todo N e portanto usar \hat{Y}_{RX} , representando uma redução de desvio padrão da ordem de 30%, com relação a $n = 250$, para um gasto muitas vezes impraticável. \square

2.2. Propriedades Básicas: Esperança, Variância e Distribuição Assintótica

A partir dos resultados aproximados já conhecidos para o Estimador de Razão, e tomando-se as esperança e variância condicionais de \hat{Y}_C , dada a amostra observada, obtém-se os seguintes resultados

Resultado 2.1. A esperança de \hat{Y}_C é aproximadamente igual a \bar{Y} .

Prova: Seja $E(\hat{Y}_C/A)$ a esperança condicional de \hat{Y}_C dada a amostra. Considerando-se que a amostra seja conhecida, temos que \hat{Y}_C é, a menos da constante (\bar{W}/\bar{w}) , um estimador de razão clássico para a média amostral \bar{y} , baseado na variável X , observada numa sub-amostra de tamanho m . Assim, conclui-se por (1.6) que $E(\hat{Y}_C/A) \doteq \bar{y} \cdot (\bar{W}/\bar{w})$ e portanto obtém-se um outro estimador razão, agora para a média populacional, \bar{Y} , utilizando W , com base numa amostra de tamanho n . Novamente por (1.6), segue-se o resultado.

□

É fácil verificar que, apesar de viciado, como o ER o ERC é consistente.

Resultado 2.2. A variância de \hat{Y}_C , $\text{Var}(\hat{Y}_C)$ é dada aproximadamente por $V(\hat{Y}_C)$, definida por

$$V(\hat{Y}_C) = \left[\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right] \cdot S_{D_x}^2 + \left[\frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right] \cdot S_{D_w}^2 \quad (2.3)$$

onde

$$S_{D_X}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - R_X X_i)^2, \quad R_X = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}}$$

e

$$S_{D_W}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - R_W W_i)^2, \quad R_W = \frac{\bar{Y}}{\bar{W}}$$

Prova: Sabe-se que $\text{Var}(\hat{Y}_C) = E[\text{Var}(\hat{Y}_C/A)] + \text{Var}[E(\hat{Y}_C/A)]$. Do Resultado 2.1. tem-se que $E(\hat{Y}_C/A) \doteq \hat{Y}_{R_W}$, o Estimador de Razão baseado em W . Agora,

$$\text{Var}(\hat{Y}_C/A) = \frac{\bar{W}^2}{\bar{w}^2} \text{Var}(\hat{Y}_{R_X}) \doteq \frac{\bar{W}^2}{\bar{w}^2} s_{d_x}^2 \left[\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right]$$

onde

$$s_{d_x}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{R}_X x_i)^2, \quad \hat{R}_X = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}.$$

Se n é grande, \bar{w} não difere muito de \bar{W} , logo, $\text{Var}(\hat{Y}_C/A) = s_{d_x}^2 \left[\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right]$. Assim $E[\text{Var}(\hat{Y}_C/A)] \doteq S_{D_X}^2 \left[\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right]$ provando o resultado.

□

Com algumas simulações Monte Carlo procuramos ilustrar abaixo a qualidade destes resultados aproximados. Com base nestas e outras simulações, pudemos verificar que as aproximações são tão boas quanto no caso do Estimador de Razão clássico.

Exemplo 2.2. Considerando ainda o conjunto de dados $N^{\circ} 1$, fizemos simulações para $n = 10, 20, 50, 150, 200, 250, 300$ e $m = 2, 5, 10, 30, 50$. Na tabela a seguir apresentamos estes resultados que mostram a performance de \hat{Y}_C , bem como a qualidade de $V(\hat{Y}_C)$ como expressão aproximada para $\text{Var}(\hat{Y}_C)$. Para cada combinação de n e m efetuamos 1000 repetições de Monte Carlo.

Tabela 2.2. Resultados de simulações de Monte Carlo para vários tamanhos de m a n .

| n | | m | | | | |
|-----|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 2 | 5 | 10 | 30 | 50 |
| 10 | Média | 398.71 | 403.88 | 402.39 | | |
| | $DP_{MC}(\hat{Y}_C)$ | 49.57 | 41.81 | 39.21 | - | - |
| | $DP_{Teor}(\hat{Y}_C)$ | 50.43 | 40.83 | 37.09 | | |
| 20 | Média | 400.47 | 401.41 | 400.47 | | |
| | $DP_{MC}(\hat{Y}_C)$ | 43.46 | 33.40 | 28.63 | - | - |
| | $DP_{Teor}(\hat{Y}_C)$ | 44.66 | 33.45 | 28.75 | | |
| 50 | Média | 398.15 | 399.61 | 399.15 | 400.17 | 399.03 |
| | $DP_{MC}(\hat{Y}_C)$ | 38.02 | 27.98 | 21.89 | 17.79 | 16.49 |
| | $DP_{Teor}(\hat{Y}_C)$ | 40.81 | 28.10 | 22.31 | 17.40 | 16.25 |
| 100 | Média | 398.35 | 400.09 | 398.18 | 399.21 | 399.08 |
| | $DP_{MC}(\hat{Y}_C)$ | 36.66 | 25.56 | 19.50 | 13.88 | 12.65 |
| | $DP_{Teor}(\hat{Y}_C)$ | 39.45 | 26.08 | 19.69 | 13.90 | 12.42 |
| 150 | Média | 398.82 | 398.70 | 398.87 | 398.53 | 399.37 |
| | $DP_{MC}(\hat{Y}_C)$ | 37.66 | 25.09 | 18.48 | 12.41 | 11.04 |
| | $DP_{Teor}(\hat{Y}_C)$ | 38.98 | 25.36 | 18.74 | 12.51 | 10.85 |
| 200 | Média | 397.30 | 398.18 | 399.48 | 399.28 | 399.27 |
| | $DP_{MC}(\hat{Y}_C)$ | 36.84 | 23.66 | 18.28 | 11.87 | 9.65 |
| | $DP_{Teor}(\hat{Y}_C)$ | 38.75 | 25.00 | 18.25 | 11.76 | 9.97 |
| 250 | Média | 400.23 | 401.22 | 399.73 | 398.84 | 399.28 |
| | $DP_{MC}(\hat{Y}_C)$ | 37.34 | 23.94 | 17.49 | 11.19 | 9.57 |
| | $DP_{Teor}(\hat{Y}_C)$ | 38.60 | 24.78 | 17.95 | 11.28 | 9.40 |
| 300 | Média | 398.29 | 399.15 | 398.77 | 399.16 | 398.70 |
| | $DP_{MC}(\hat{Y}_C)$ | 35.80 | 24.58 | 17.71 | 11.09 | 9.04 |
| | $DP_{Teor}(\hat{Y}_C)$ | 38.51 | 24.63 | 17.74 | 10.96 | 9.01 |

É interessante notar que

$$V(\hat{Y}_C) = \frac{\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right)}{\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{N}\right)} V\left(\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \bar{X}\right) + V\left(\frac{\bar{y}}{\bar{w}} \bar{W}\right) \quad (2.4)$$

e portanto, que $V(\hat{Y}_C) \rightarrow V\left(\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \bar{X}\right)$ quando n se aproxima de N . Este fato será utilizado na prova do Resultado 2.3.

A normalidade assintótica de um estimador permite que, para amostras de moderadas a grandes, a teoria normal possa ser aplicada para a construção de estimadores por intervalo e para o teste de hipóteses. No resultado abaixo, e nas mesmas condições do Teorema Central do Limite para Estimadores de Razão (Scott e Wu, 1982), nós estabelecemos a normalidade assintótica do ERC.

Resultado 2.3. Sob condições de Scott e Wu, a distribuição de \hat{Y}_C é assintoticamente Normal.

Prova: Queremos provar que

$$\frac{\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \frac{\bar{x}}{\bar{w}} \bar{W} - \bar{Y}}{\sqrt{V\left(\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \frac{\bar{x}}{\bar{w}} \bar{W}\right)}} \xrightarrow[m \rightarrow \infty]{D} N(0, 1) \quad (2.5)$$

Sabemos que $\bar{x} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{P} \bar{X}$ e $\bar{w} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{P} \bar{W}$. Como $\bar{W} \neq 0$, pois W é positiva, temos que $\frac{\bar{x}}{\bar{w}} \bar{W} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{P} \bar{X}$, pelo Teorema de Slutsky.

Ainda pelo Teorema de Slutsky, concluímos que, quando $n \rightarrow \infty$,

$$\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \frac{\bar{x}}{\bar{w}} \bar{W} \xrightarrow{D} \frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \bar{X} \quad (2.6)$$

Como demonstrado em Scott e Wu (1982), sob condições bastante gerais, o Teorema Central do Limite se aplica para $\hat{Y}_{R_X} = \frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \bar{X}$, ou seja, quando $m \rightarrow \infty$

$$\frac{\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{V\left(\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \bar{X}\right)}} \xrightarrow{D} N(0,1) \quad (2.7)$$

De (2.6), vem que, quando $n \rightarrow \infty$

$$\frac{\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \frac{\bar{x}}{\bar{w}} \bar{W} - \bar{Y}}{\sqrt{V\left(\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \frac{\bar{x}}{\bar{w}} \bar{W}\right)}} \xrightarrow{D} \frac{\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{V\left(\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \bar{X}\right)}} \quad (2.8)$$

mas

$$V\left(\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \frac{\bar{x}}{\bar{w}} \bar{W}\right) = \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right) S_{Dw}^2 + \frac{\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right)}{\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{N}\right)} V\left(\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \bar{X}\right) \quad (2.9)$$

assim de (2.4), temos que $V(\hat{Y}_C) \rightarrow V\left(\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \bar{X}\right)$ quando $n \rightarrow \infty$

$$\frac{\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \frac{\bar{x}}{\bar{w}} \bar{W} - \bar{Y}}{\sqrt{V\left(\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \frac{\bar{x}}{\bar{w}} \bar{W}\right)}} \xrightarrow{D} \frac{\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{V\left(\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \bar{X}\right)}} \quad (2.10)$$

logo por (2.7), quando $m \rightarrow \infty$,

$$\frac{\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \frac{\bar{x}}{\bar{w}} \bar{W} - \bar{Y}}{\sqrt{V\left(\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \frac{\bar{x}}{\bar{w}} \bar{W}\right)}} \xrightarrow{D} N(0,1) \quad (2.11)$$

provando o resultado. □

Vamos ilustrar a qualidade da aproximação normal, com base em simulações Monte Carlo sobre o Conjunto de Dados N^o 2. Para vários tamanhos de amostra e sub-amostra, constuiremos intervalos de 95% de confiança para \bar{Y} , a partir do ERC, utilizando-se de estimativas amostrais de $V(\hat{Y}_C)$ dadas por

$$v(\hat{Y}_C) = \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right) s_{d_x}^2 + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right) s_{d_w}^2$$

onde

$$s_{d_x}^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m \left(y_i - \frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} x_i \right)^2$$

$$s_{d_w}^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m \left(y_i - \frac{\bar{y}_S}{\bar{w}_S} w_i \right)^2$$

O intervalo fica então definido por $\hat{Y}_C \pm t\sqrt{v(\hat{Y}_C)}$, com t da distribuição t de Student com $m-1$ graus de liberdade.

Simultaneamente, para comparação, construiremos também intervalos de 95% de confiança para \bar{Y} em torno de $\hat{Y}_{R_X} = \frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \bar{X}$, o ER de \bar{Y} baseado na sub-amostra e apoiado em X e para $\hat{Y}_G = \left(\frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S}\right) \bar{x}$. Os intervalos de confiança são definidos por $\hat{Y}_{R_X} \pm t\sqrt{v(\hat{Y}_{R_X})}$, onde $v(\hat{Y}_{R_X}) = \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{N}\right) s_{d_x}^2$ e $\hat{Y}_G \pm t\sqrt{v(\hat{Y}_G)}$, onde $v(\hat{Y}_G) = \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right) s_{d_x}^2 + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right) s_y^2$, respectivamente.

Como sub-produto destas simulações, obtivemos também estimativas Monte Carlo de $E(\hat{Y}_C)$, $E(\hat{Y}_{R_X})$ e $E(\hat{Y}_G)$. Estes resultados ilustram o comportamento dos vícios destes estimadores, nos contextos considerados.

Exemplo 2.3. *Considere o Conjunto de Dados N^o 2 onde $\bar{Y} = 1391.24$ e $N = 2500$. Com base nestes dados fizemos 1000 simulações de Monte Carlo para $n = 10, 20, 50, 100, e 200$ e $m = 5, 10, 20, 50 e 100$, onde verificamos o número de vezes em que o intervalo de 95% de confiança baseado na t de Student com $m-1$ graus de liberdade tanto para \hat{Y}_C como para $\hat{Y}_{R_X} = \frac{\bar{y}_S}{\bar{x}_S} \bar{X}$ e \hat{Y}_G não cobriu \bar{Y} .*

Tabela 2.3. Número de vezes em que o intervalo de 95% de confiança baseado na t de Student com $m - 1$ graus de liberdade para $\hat{Y}_{RX} = \frac{\hat{y}_s}{\hat{x}_s} \bar{X}$, \hat{Y}_G e \hat{Y}_C , não cobriu o valor verdadeiro em 1000 simulações Monte Carlo para as várias combinações de m e n . As médias das 1000 estimativas obtidas em cada caso são também apresentadas. Note que se $U \sim b(1000, 0.05)$ então $P[37 \leq U \leq 63] = 0.9504$.

| n | | 5 | | 10 | | 20 | | 50 | | 100 | |
|-----|-----|---------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|
| | | Média | Erros | Média | Erros | Média | Erros | Média | Erros | Média | Erros |
| | ER | 1389.57 | 77 | | | | | | | | |
| 10 | ERG | 1389.06 | 56 | | | | | | | | |
| | ERC | 1419.85 | 77 | | | | | | | | |
| | ER | 1392.18 | 67 | 1391.06 | 87 | | | | | | |
| 20 | ERG | 1401.07 | 55 | 1394.51 | 56 | | | | | | |
| | ERC | 1394.78 | 60 | 1400.93 | 60 | | | | | | |
| | ER | 1389.17 | 80 | 1388.75 | 87 | 1388.25 | 71 | | | | |
| 50 | ERG | 1389.64 | 44 | 1392.06 | 49 | 1388.21 | 59 | | | | |
| | ERC | 1392.32 | 46 | 1393.12 | 80 | 1391.29 | 70 | | | | |
| | ER | 1394.20 | 79 | 1391.92 | 64 | 1391.67 | 91 | 1389.89 | 46 | | |
| 100 | ERG | 1393.35 | 35 | 1392.71 | 47 | 1390.07 | 50 | 1388.60 | 66 | | |
| | ERC | 1395.81 | 44 | 1393.82 | 58 | 1390.00 | 53 | 1392.01 | 57 | | |
| | ER | 1389.79 | 77 | 1389.08 | 67 | 1390.90 | 60 | 1391.09 | 66 | 1391.73 | 45 |
| 200 | ERG | 1389.37 | 44 | 1391.08 | 44 | 1390.84 | 46 | 1392.51 | 43 | 1391.60 | 49 |
| | ERC | 1390.62 | 47 | 1391.53 | 57 | 1393.20 | 41 | 1393.18 | 49 | 1391.85 | 48 |

□

Em termos das distorções apresentadas pelo nível de significância real, vemos que o ERG tem o melhor desempenho, mas com o ERC vindo em seguida, ambos desempenhando sistematicamente melhor que o ER.

Com respeito ao vício, vemos que para amostras menores que 20, o ERC apresenta valores sistematicamente altos. Todavia, mesmo no pior caso, ele teve pouco impacto sobre o EQM. Vejamos este caso onde $n = 10$ e $m = 5$. O vício foi estimado em $\hat{v} = 28.61$. Mas para este caso $V(\hat{Y}_C) = 31072.99$. Este fato explica nossa decisão de, neste trabalho, só considerar a variância, não nos preocupando com o EQM, dada a pouca diferença entre os dois, mesmo nos casos de vício acentuado. Ressaltando ainda a pouca influência do vício no ERC, vimos também para este caso, que o vício relativo, $v/\sqrt{\text{Var}(\hat{Y}_C)}$, foi estimado em apenas 16.2%.

2.3. O Problema da Alocação: a Escolha Ótima de m e n

Uma etapa importante em levantamentos amostrais é a determinação dos tamanhos de amostra a serem considerados. Esta escolha envolve principalmente dois fatores: a precisão desejada para a estimativa e a quantidade total de recursos disponíveis para o estudo. Estes dois pontos são conflitantes, já que um aumento de precisão normalmente envolve também um acréscimo no custo. Deve-se, nestes casos, buscar um compromisso adequado entre custo e precisão. Todavia, são frequentes as situações onde o custo envolvido na estimação está fixado e portanto o que se procura é minimizar a variância, dentro do orçamento existente.

A precisão é medida através da variância do estimador que está sendo usado e o caminho é escolher n de tal modo que se obtenha a menor variância, sujeito às limitações de custos, ou seja, fazer-se a escolha ótima. O delineamento amostral para o estimador de razão em cadeia implica na determinação de m e n , o tamanho da sub-amostra e amostra, respectivamente.

Neste trabalho vamos sempre considerar $c_W = 0$. O caso mais geral onde $0 < c_W < c_X < c_Y$ pode ter interesse prático, mas não será tratado.

Supondo o seguinte modelo de custos

$$C = C_o + n.c_X + m.c_Y \quad (2.12)$$

provamos o seguinte resultado:

Resultado 2.4. Considerando a função de custos dada por (2.12) a alocação ótima para \bar{Y}_C é dada pela relação

$$\frac{n_o}{m_o} = \left[\frac{S_{D_w}^2 - S_{D_x}^2}{S_{D_x}^2} \frac{c_Y}{c_X} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.13)$$

onde n_o e m_o são as escolhas ótimas para n e m . E portanto, fazendo-se $\lambda = [(S_{D_w}^2 - S_{D_x}^2)/S_{D_x}^2](c_Y/c_X)]^{\frac{1}{2}}$, temos

$$n_o = \lambda.(C - C_o)/(c_Y + \lambda.c_X) \quad (2.14)$$

e

$$m_o = (C - C_o)/c_Y + \lambda.c_X. \quad (2.15)$$

Prova: Da função de custos (2.12) obtemos

$$m = ((C - C_o) - n.c_X)/c_Y \quad (2.16)$$

Substituindo esta expressão de m em $V(\hat{Y}_C)$ como dada em (2.3), e diferenciando com respeito a n , obtemos

$$\frac{\partial}{\partial n} V(\hat{Y}_C) = -\frac{1}{n^2}(S_{D_w}^2 - S_{D_x}^2) + \frac{1}{m^2}S_{D_x}^2$$

igualando a zero, para $n = n_o$ e $m = m_o$, obtemos o resultado, já que

$$\frac{\partial^2}{\partial n^2} V(\hat{Y}_C) = \frac{2}{n^3}(S_{D_w}^2 - S_{D_x}^2) + \frac{2}{m^3}S_{D_x}^2 \left(\frac{c_X}{c_Y} \right)^2 > 0$$

pois, por hipótese, $S_{D_w}^2 > S_{D_x}^2$. \square

Ilustrando o efeito da escolha de n e m , sujeita a restrições de recursos, temos o exemplo abaixo.

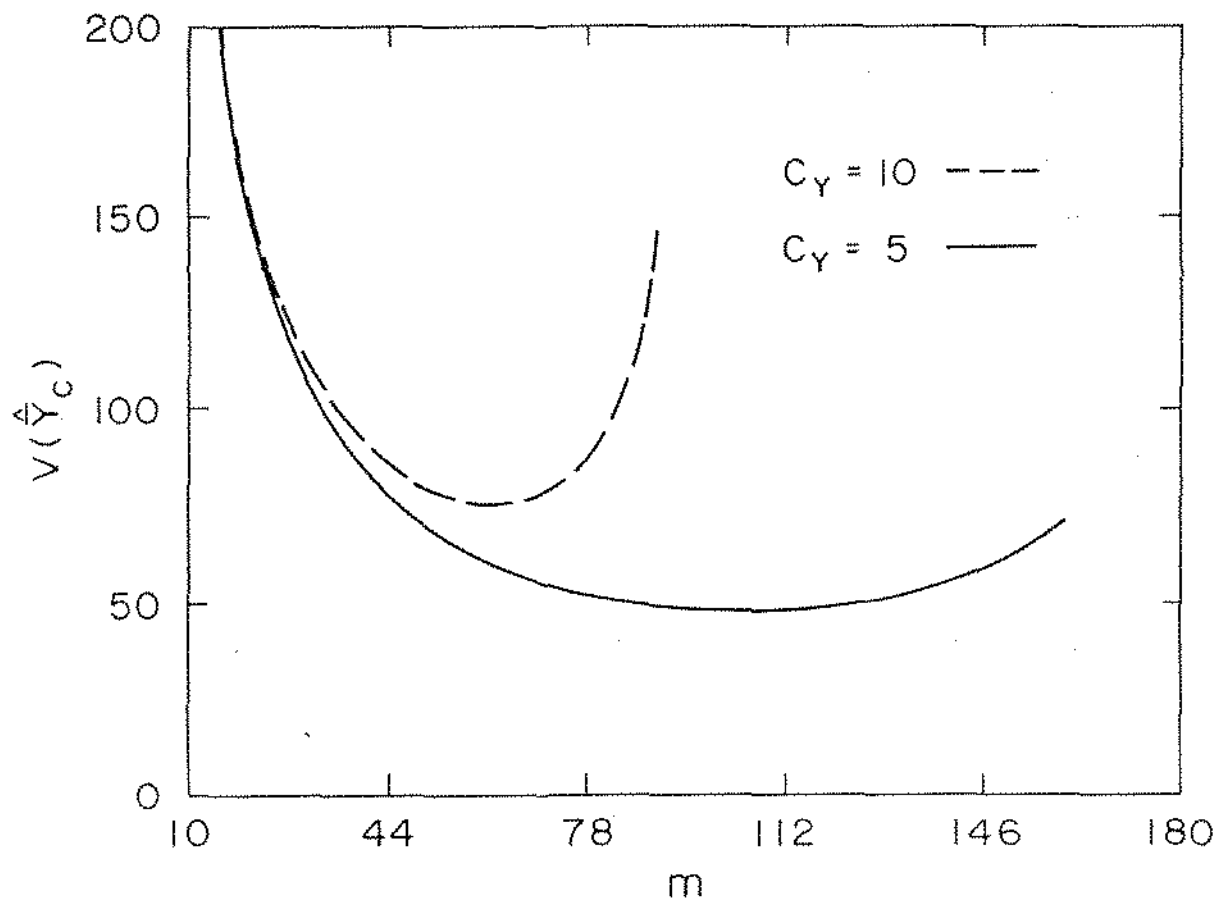
Exemplo 2.4. *Vamos novamente, como no Exemplo 1.3, considerar uma população com a mesma estrutura de covariância dos exemplos anteriores, porém com $N = 50.000$. Supondo $c_w = 0$, $c_X = 1$ e $c_Y = 5, 10, 25$ e 30 , com $C - C_o = 1000$ e 2000 , obtivemos a escolha ótima de n e m e o correspondente valor de $V(\hat{\bar{Y}}_C)$. Para $S_{D_X}^2$, $S_{D_W}^2$, c_W , c_X e c_Y fixos, n_o e m_o são proporcionais a $C - C_o$. Como, $\hat{\bar{Y}}_{RW}$ seria uma alternativa natural a $\hat{\bar{Y}}_C$, calculamos também a sua variância, para $n = (C - C_o)/c_Y$. Os valores encontrados estão na tabela a seguir.*

Tabela 2.4. Valores de $V(\hat{\bar{Y}}_C)$ para a escolha ótima de n e m com $c_W = 0$, $c_X = 1$ e $c_Y = 5, 10, 25$ e 50 . n_o e m_o calculados segundo (2.14) e (2.15) respectivamente.

| c_Y | $C - C_o = 1000$ | | | | $C - C_o = 2000$ | | | |
|-------|-------------------------|---------------------------|-------|-------|-------------------------|---------------------------|-------|-------|
| | $V(\hat{\bar{Y}}_{RW})$ | $V_{ot}(\hat{\bar{Y}}_C)$ | m_o | n_o | $V(\hat{\bar{Y}}_{RW})$ | $V_{ot}(\hat{\bar{Y}}_C)$ | m_o | n_o |
| 5 | 69.19 | 40.5 | 107 | 465 | 34.46 | 25.17 | 214 | 930 |
| 10 | 138.66 | 75.7 | 62 | 380 | 69.19 | 37.71 | 124 | 760 |
| 25 | 347.07 | 140.3 | 29 | 275 | 173.40 | 70.03 | 58 | 550 |
| 50 | 694.42 | 237.1 | 16 | 200 | 347.07 | 118.32 | 31 | 450 |

Na Figura 2.1 apresentamos, sob a hipótese de $c_Y = 5$ e 10 e $C - C_o = 1000$, o valor de $V(\hat{\bar{Y}}_C)$ como função de m .

Figura 2.1. $V(\hat{Y}_C)$ para $C - C_o = 1000$ e $c_Y = 5$ e 10 .



□

Em situações onde a correlação entre Y e X não é consideravelmente superior à correlação entre Y e W , e c_X também não é substancialmente menor que c_Y , pode-se imaginar que o estimador de razão usual, baseado em W , \hat{Y}_{RW} , seja uma opção mais vantajosa. Por exemplo, se $\rho(X, Y) = 0.8$, $\rho(W, Y) = 0.7$ e $c_Y = 10$, $c_X = 9$ e $c_W = 0$, muito provavelmente a utilização de \hat{Y}_C não será interessante, pois o custo de X é quase tão alto quanto de Y e a estrutura de correlação existente entre as variáveis consideradas também não justifica a observação de X . Nestes casos, \hat{Y}_{RW} pode ser uma alternativa melhor que \hat{Y}_C . Por outro lado, se c_X é bem menor que c_Y e a correlação entre X e W também não é consideravelmente grande então \hat{Y}_C pode ser uma escolha mais satisfatória. Por outro lado, se, por exemplo,

$\rho(X, Y) = 0.9$, $\rho(W, Y) = 0.6$, $c_Y = 10$, $c_X = 1$ e $c_W = 0$, parece natural esperar que a variável X seja útil na estimativa de \bar{Y} via ERC. Considerando estas questões, tratamos no Capítulo 3, de maneira formal e rigorosa, as situações onde \hat{Y}_C pode não ser a melhor opção.

Capítulo 3

O ESTIMADOR DE RAZÃO EM CADEIA: QUANDO UTILIZAR

3.1. Introdução

O ERC, que introduzimos no Capítulo 2, pressupõe a existência de duas variáveis de apoio, X e W . A conveniência do ERC para \bar{Y} , em lugar de seus competidores imediatos, \hat{Y}_{RX} , \hat{Y}_{RW} , \hat{Y}_G , depende da estrutura de covariância entre W , X e Y , bem como dos custos unitários c_W , c_X e c_Y , como vimos no Exemplo 2.4. Naquele caso, para $\rho(X, Y) = 0.9658$ e $\rho(W, Y) = 0.8579$ o ERC teve eficiência alta com relação a \hat{Y}_{RW} para todas as alternativas consideradas de c_Y e c_X , mas a eficiência caiu com a queda de c_Y para c_X fixo.

Já no Capítulo 2 sugerimos de maneira informal e qualitativa, que condições devem satisfazer as correlações e os custos, para que o ERC seja a melhor alternativa. Em particular, é bastante óbvio que se $\rho(Y, X)$ não for significativamente maior que $\rho(Y, W)$, a variável X fica obsoleta, e o estimador de razão apoiado em W deverá ser o escolhido. E mais, a superioridade de $\rho(Y, X)$ sobre

$\rho(Y, W)$ deve ser tão maior quanto maior for c_X , para c_W fixo. ⁽¹⁾

Neste capítulo vamos procurar ampliar e aprofundar estas análises, buscando maior rigor. Vamos aqui desenvolver um roteiro simples de análise que permita avaliar objetivamente os ganhos implicados pela inclusão da variável de apoio W , via ERC, na variância do estimador de \bar{Y} , bem como a influência dos parâmetros de correlação e custos nesta decisão.

3.2. Comparando \hat{Y}_C vs. \hat{Y}_{RW}

Vamos comparar o ERC com o ER baseado em W , porque eles são claros competidores. Queremos aqui determinar as condições necessárias para que a consideração da variável X seja de algum valor na redução da variância do estimador. Assumiremos que $c_W = 0$, de forma que queremos determinar em que condições vale a pena desviar algum recurso da medição de Y , para medir também valores de X . Consideremos, para comparação, que a alocação ótima foi feita para o ERC. Assim, se $C_a = C - C_o$, a quantidade total de recursos para amostragem, então $n = C_a/c_Y$ é o tamanho amostral para o ER baseado em W , e n_o e m_o são a alocação ótima para o ERC. Provamos o seguinte resultado:

(1) É interessante notar aqui que para $c_W > 0$, surgem diversas alternativas curiosas, como o uso de uma estimativa amostral de \bar{W} , segundo a mesma idéia básica do ERG: $\frac{\bar{y}_{ss}}{\bar{x}_{ss}} \frac{\bar{z}_{ss}}{\bar{w}_{ss}} \bar{w}$. E se uma quarta variável, Z , fosse disponível, até mesmo um outro ERC, $\frac{\bar{y}_{ss}}{\bar{x}_{ss}} \frac{\bar{z}_{ss}}{\bar{w}_{ss}} \frac{\bar{w}}{\bar{z}} \bar{Z}$, e assim por diante, onde ss representa "sub-sub-amostra". Conceitualmente, pelo menos, podemos estender esta cadeia ilimitadamente, encaixando sub-amostra dentro de sub-amostra. O estudo das propriedades básicas de cada estimador poderá ser desenvolvido de forma semelhante. Embora não esperemos grande interesse prático nestes estimadores, imaginamos que possam apresentar algum valor teórico.

Resultado 3.1. O ERC tem variância menor que o ER de mesmo custo, baseado em W , se e somente se

$$\frac{S_{DX}^2}{S_{DW}^2} < \frac{n_o - n}{n_o - m_o} \frac{m_o}{n} = \gamma$$

Prova: De (1.7) e (2.3) temos que

$$\begin{aligned} \frac{V(\hat{Y}_C)}{V(\hat{Y}_{RW})} &= \frac{\left(\frac{1}{m_o} - \frac{1}{n_o}\right)S_{DX}^2 + \left(\frac{1}{n_o} - \frac{1}{N}\right)S_{DW}^2}{\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right)S_{DW}^2} \\ &= \frac{\left(\frac{1}{m_o} - \frac{1}{n_o}\right)}{\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right)} \frac{S_{DX}^2}{S_{DW}^2} + \frac{\left(\frac{1}{n_o} - \frac{1}{N}\right)}{\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right)} \end{aligned}$$

então $V(\hat{Y}_C) < V(\hat{Y}_{RW})$ se

$$\left[\left(\frac{1}{m_o} - \frac{1}{n_o}\right) \frac{S_{DX}^2}{S_{DW}^2} + \left(\frac{1}{n_o} - \frac{1}{N}\right) \right] / \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right) < 1$$

ou

$$\left(\frac{1}{m_o} - \frac{1}{n_o}\right) \frac{S_{DX}^2}{S_{DW}^2} < \frac{1}{n} - \frac{1}{n_o}$$

e o resultado segue. □

No exemplo abaixo ilustramos este resultado.

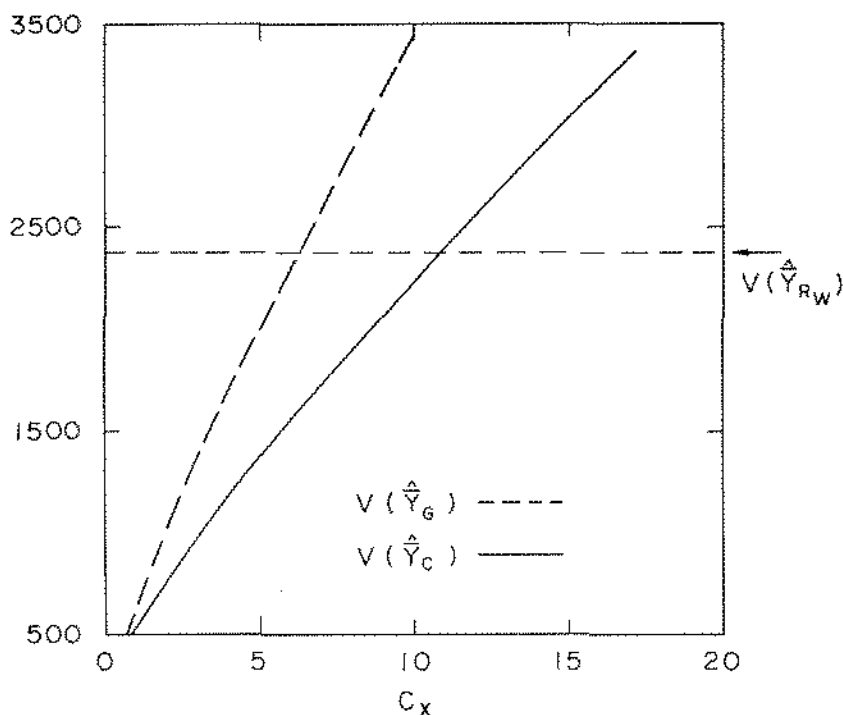
Exemplo 3.1 Considere o Conjunto de Dados $N^{\circ} 2$, onde $N = 2500$, com $C = C_o = 2300$, $c_Y = 20$. Para aqueles dados $\rho(Y, X) = 0.9735$, $\rho(W, Y) = 0.7775$ e $\rho(X, W) = 0.7989$. Assim, usando-se um ER apoiado em W , teremos uma amostra de tamanho 115 e $V(\hat{Y}_{RW}) = 2372.19$. Para este dados temos $S_{DX}^2/S_{DW}^2 = 25917.41/285956.41 = 0.0906$. Para diversas hipóteses sobre c_X , vejamos o valor de $V(\hat{Y}_C)$ e de γ .

Tabela 3.1. Alocação ótima de n , m e $V(\hat{Y}_C)$, para várias suposições de c_X e para $c_Y = 20$, $\rho(Y, X) = 0.9735$ e $\rho(W, Y) = 0.7775$.

| | | | | | | | |
|---------------------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| c_X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| n_o | 960 | 580 | 420 | 335 | 284 | 240 | 200 |
| m_o | 67 | 57 | 52 | 48 | 44 | 43 | 45 |
| γ | 0.5513 | 0.4407 | 0.3748 | 0.3200 | 0.2694 | 0.2373 | 0.2146 |
| $V_{ot}(\hat{Y}_C)$ | 543.32 | 788.65 | 1003.17 | 1201.80 | 1390.28 | 1571.84 | 1761.75 |

| | | | | | | |
|---------------------|---------|---------|---------|---------|---------|-----|
| c_X | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
| n_o | 190 | 180 | 160 | 140 | 135 | ... |
| m_o | 39 | 34 | 35 | 38 | 34 | ... |
| γ | 0.1684 | 0.1316 | 0.1096 | 0.0810 | 0.0585 | ... |
| $V_{ot}(\hat{Y}_C)$ | 1918.79 | 2092.56 | 2251.36 | 2483.54 | 2574.11 | ... |

Figura 3.1. $V(\hat{Y}_C)$ e $V(\hat{Y}_G)$ para c_Y variando de 1 até 17.



Vemos que para $c_X > 10$, a inclusão de X se torna prejudicial. A curva superior dá o valor de \hat{Y}_G para a alocação ótima.

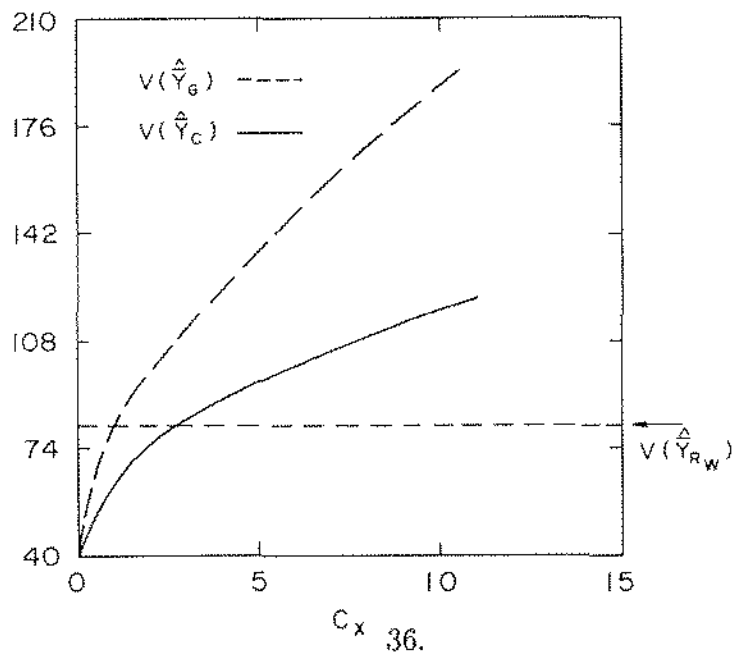
Para a mesma situação de custos, consideramos uma população onde $\rho(X, Y) = 0.8038$ e $\rho(W, Y) = 0.6990$, $S_Y^2 = 16575.42$, $S_{D_W}^2 = 9317.65$ e $S_{D_X}^2 = 5865.90$ e portanto $V(\hat{Y}_{R_W}) = 80.84$. Neste caso, as condições em c_X para que \hat{Y}_C seja vantajoso, são mais severas, conforme vemos na tabela e figura a seguir. Aqui $S_{D_X}^2/S_{D_W}^2 = 5865.90/9317.65 = 0.6295$

Tabela 3.2. Alocação ótima de n , m e $V(\hat{Y}_C)$, para várias suposições de c_X e $c_Y = 20$, para $\rho(Y, X) = 0.8038$ e $\rho(W, Y) = 0.6990$.

| | | | | | | |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| c_X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| n_o | 340 | 230 | 180 | 150 | 128 | 110 |
| m_o | 98 | 92 | 88 | 85 | 83 | 82 |
| γ | 0.7923 | 0.6667 | 0.5406 | 0.3980 | 0.2085 | - |
| $V_{ot}(\hat{Y}_C)$ | 42.60 | 75.04 | 82.11 | 88.30 | 93.91 | 99.19 |

| | | | | | | |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|-----|
| c_X | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |
| n_o | 100 | 95 | 100 | 82 | 80 | ... |
| m_o | 80 | 77 | 70 | 74 | 71 | ... |
| γ | - | - | - | - | - | |
| $V_{ot}(\hat{Y}_C)$ | 104.11 | 108.79 | 114.60 | 117.64 | 122.04 | ... |

Figura 3.2. $V(\hat{Y}_C)$ e $V(\hat{Y}_G)$ para c_Y variando de 1 até 11.



Vemos que para $c_X > 2$, a inclusão de X já se torna prejudicial. Novamente, curva pontilhada dá o valor de \hat{Y}_G para a alocação ótima.

3.3. Comparando \hat{Y}_C vs. \hat{Y}_G

Vamos agora comparar o ERC com seu outro competidor natural, o ERG. Em ambos os casos estamos tentando uma aproximação do ER, $\hat{Y}_{RX} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}\bar{X}$. No primeiro caso \bar{X} é substituído por seu estimador \bar{x} . É claro que a qualidade do ERG melhora, se aproximando do ER clássico, à medida que a precisão de \bar{x} melhora. Este aumento de precisão é alcançado com um aumento do tamanho amostral n . Alternativamente, podemos alcançar esta melhora substituindo \bar{x} por $(\bar{x}/\bar{w})\bar{W}$. No exemplo abaixo, comparamos a variância do ERG e do ERC, para a mesma situação considerada nos Exemplos 1.3 e 2.3. Antes porém determinamos a condição formal para que $V(\hat{Y}_C)$ seja menor que $V(\hat{Y}_G)$. Seja $C.V.(Y)$ o coeficiente de variação de Y , definido como $\sqrt{S_Y^2}/\bar{Y}$. Analogamente definimos os coeficientes de variação de X e de W .

Resultado 3.2. A variância de \hat{Y}_C dada por $V(\hat{Y}_C)$, é menor que $V(\hat{Y}_G)$ se e somente se $\rho(W, Y) > \frac{C.V.(W)}{2C.V.(Y)}$.

Prova: De (1.9) e (2.3), temos que $V(\hat{Y}_C) < V(\hat{Y}_G)$ se e somente se $S_{D_W}^2 < S_Y^2$.

Mas

$$S_{D_W}^2 < S_Y^2 \quad \text{implica}$$

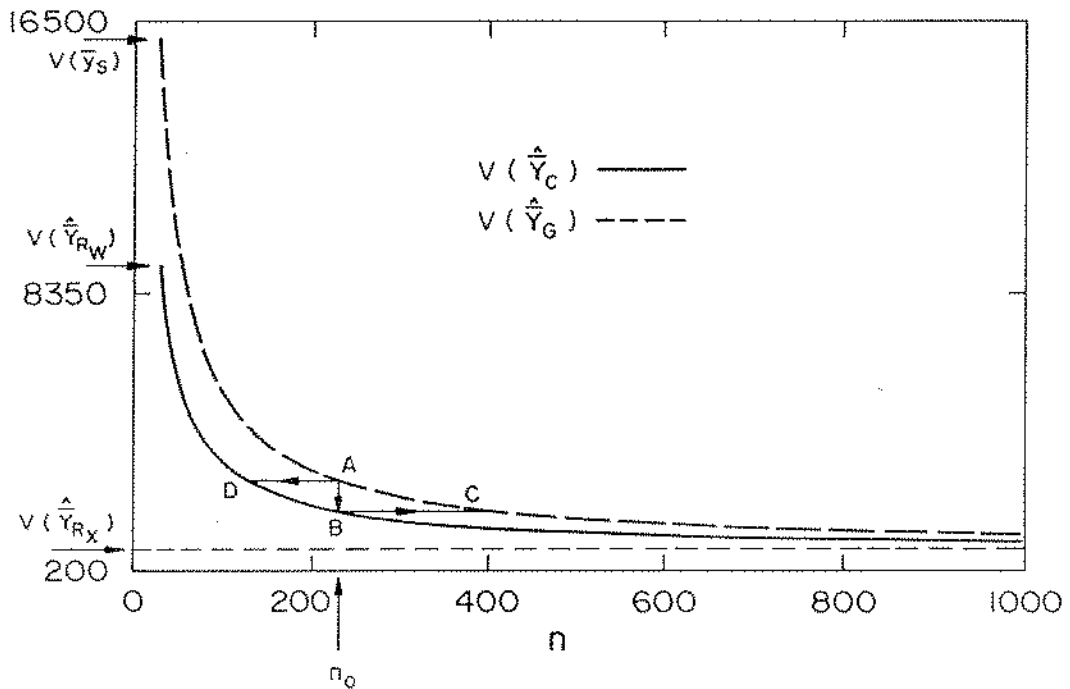
$$S_Y^2 + R_W^2 S_W^2 - 2 R_W \rho(W, Y) S_W S_Y < S_Y^2$$

ou

$$\rho(W, Y) > \frac{C.V.(W)}{2C.V.(Y)}$$

Exemplo 3.2. Considere o Conjunto de Dados N^o 2 descrito no Apêndice A onde, $\bar{Y} = 1391.24$, $\rho(Y, X) = 0.9658$, $\rho(Y, W) = 0.8579$ e $\rho(X, W) = 0.8736$. Porém vamos considerar como no Exemplo 1.3 que $N = 50.000$. As duas curvas a seguir dão $V(\hat{Y}_G)$ e $V(\hat{Y}_C)$ para $m = 31$ e n crescendo a partir de m .

Figura 3.3. $V(\hat{Y}_C)$ e $V(\hat{Y}_G)$ para $m = 31$ e n variando de m até 1000.



A diferença da curva superior para a curva inferior representa um limite inferior para o ganho decorrente da inclusão da variável W . Supondo uma configuração de correlações, custos e recursos que implique numa alocação ótima para \hat{Y}_G dada por $m = 31$ e $n = 230$ - Por exemplo, $C - C_0 = 1000$, $c_Y = 10$, $c_X = 3$ e $c_W = 0$ - vemos que a inclusão da variável de apoio W assegura, de imediato, uma redução da variância de 2866.60 para 1960.93 (Linha de A para B). Esta redução na variância poderia ter sido obtida sem a variável W , mas pelo aumento de n de $n_0 = 230$ para $n_1 = 355$. Concluimos assim que o valor de W pode ser medido

aqui por $(n_1 - n_0)c_X$. Por outro lado, percorrendo a linha AD , mantemos a mesma variância e economizamos no tamanho da amostra. Este cai de $n_0 = 230$ para $n_2 = 127$, representando assim uma economia de $c_X(n_0 - n_2)$, numa outra medida do valor de W .

Se, alternativamente, a alocação ótima fosse mais deslocada para a direita, o que ocorre em situações de grande disponibilidade de recursos - Por exemplo, $C - C_0 = 9100$, $c_Y = 100$, $c_X = 1$ e $n = 6000$ - a inclusão de W não representaria grande ganho absoluto em termos de variabilidade. Contudo ela pode implicar em considerável ganho financeiro. Para este exemplo, onde $n = 6000$, tem-se $V(\hat{Y}_G) = 904.36$ e $V(\hat{Y}_C) = 873.67$. Portanto, a inclusão de W permite uma redução de variância de apenas 3.4%. Porém, usando W , poderíamos reduzir n de 6000 para 3513 mantendo a variância constante igual a 904.36. Por outro lado, a redução da variância em 3.4%, sem W , só seria conseguida com um aumento de n de 6000 para 9875.

Assim, vimos que a importância financeira absoluta da inclusão de W foi bastante afetada pelo deslocamento do ponto ótimo. \square

No exemplo anterior, incluímos W mas mantivemos a mesma alocação ótima para o ERG. Com o ERC a alocação ótima pode ser outra, com variância ainda menor. Considerando a mesma configuração de custos e correlações, ou seja, $C - C_0 = 1000$, $c_Y = 10$, $c_X = 3$, $c_W = 0$, $\rho(X, Y) = 0.9658$, $\rho(X, W) = 0.8736$ e $\rho(Y, W) = 0.8579$ a alocação ótima para o ERG é $n_0 = 230$ e $m_0 = 31$ com $V(\hat{Y}_G) = 2866.60$. Incluindo W , a alocação ótima para o ERC é $n_0 = 210$, $m_0 = 37$, com uma variância igual a 1933.03, implicando numa redução de aproximadamente 33%. Se, alternativamente, $c_Y = 5$, $c_X = 1$ e $c_W = 0$ então a alocação ótima para o ERG seria $n_0 = 660$ e $m_0 = 68$, com $V(\hat{Y}_G) = 1082.30$. Já para o ERC, $n_0 = 590$, $m_0 = 82$ implicando em $V(\hat{Y}_G) = 751.09$, portanto uma redução em torno de 31%.

A partir das idéias discutidas acima desenvolvemos a alguns resultados que estão apresentados a seguir. No Resultado 3.3. calculamos o quanto custaria utilizar o ERG, exigindo que a sua variância seja igual ao do ERC, para a alocação

ótima sujeita a um dado recurso. Isto nos possibilita computar o gasto adicional a esse recurso disponível se optarmos pelo ERG.

Resultado 3.3. Seja $V_{ot}(\hat{Y}_C) = \varphi_c$, para $C - C_o = C_a$, dado pelo modelo de custos (2.12). Para que a variância de \hat{Y}_G seja igual a φ_c , temos que :

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad m^* &= \frac{S_{D_X}^2(c_Y + \lambda_G c_X)}{c_Y(\varphi_c + S_Y^2/N)} \\ \text{b)} \quad (C - C_o)^* &= \frac{m^2 c_Y(\varphi_c + S_Y^2/N) + m(c_X(S_Y^2 - S_{D_X}^2) - c_Y S_{D_X}^2)}{m(\varphi_c + S_Y^2/N) - S_{D_X}^2} \end{aligned}$$

onde λ_G é igual a (2.5), substituindo-se $S_{D_W}^2$ por S_Y^2 e m^* é o valor de m que minimiza $(C - C_o)^*$.

Prova: Igualando $V(\hat{Y}_G)$ a φ_c e usando modelo de custos dado por (2.4) temos

$$\frac{S_{D_X}^2}{m} + \frac{c_X \cdot (S_Y^2 - S_{D_X}^2)}{(C - C_o)^* - m \cdot c_Y} = \varphi_c + \frac{S_Y^2}{N} \quad (3.3)$$

isolando à esquerda os termos com $(C - C_o)^*$, obtemos (3.2). Derivando $(C - C_o)^*$ em relação a m e igualando a zero obtemos a seguinte equação de segundo grau

$$c_Y(\varphi_c + S_Y^2/N)^2 \cdot m^2 - 2 \cdot S_{D_X}^2 \cdot c_Y(\varphi_c + S_Y^2/N) \cdot m - (c_X S_{D_X}^2 (S_Y^2 - S_{D_X}^2) - c_Y S_{D_X}^4) = 0.$$

cujas raízes são

$$m_1 = \frac{S_{D_X}^2(c_Y + \lambda_G c_X)}{c_Y(\varphi_c + S_Y^2/N)} \quad m_2 = \frac{S_{D_X}^2(c_Y - \lambda_G c_X)}{c_Y(\varphi_c + S_Y^2/N)}. \quad (3.4)$$

Como $m > \frac{S_{D_X}^2}{\varphi_c + S_{D_X}^2/N}$ para que $m < n$, então o tamanho da sub-amostra que dará o mínimo de $(C - C_o)^*$ é $m^* = m_1$ em (3.4)

□

O Resultado 3.4. caminha no sentido inverso e oferece um meio de calcular a diminuição de custos ao usarmos o ERC ao invés do ERG. Isto quando fizermos a alocação ótima para o ERG e a variância obtida já for satisfatória, calcularmos o recurso necessário para que o ERC produza a mesma variância.

Resultado 3.4. - Seja $V_{ot}(\hat{Y}_G) = \varphi_G$, para $C - C_o = C_a$, dado pelo modelo de custos (2.4). Para que a variância de \hat{Y}_C seja igual a φ_G , temos que :

$$a) \quad m^* = \frac{S_{D_X}^2(c_Y + \lambda_c c_X)}{c_Y(\varphi_G + S_{D_W}^2/N)}$$

$$b) \quad (C - C_o)^* = \frac{m^2 c_Y(\varphi_G + S_{D_W}^2/N) + m(c_X(S_{D_W}^2 - S_{D_X}^2) - c_Y S_{D_X}^2)}{m(\varphi_G + S_{D_W}^2/N) - S_{D_X}^2}$$

onde λ_c é dado por (2.5) e m^* é o valor de m que minimiza $(C - C_o)^*$.

Prova: Igualando $V(\hat{Y}_c)$ a φ_G e usando modelo de custos dado por (2.4) temos

$$\frac{S_{D_X}^2}{m} + \frac{c_X \cdot (S_{D_W}^2 - S_{D_X}^2)}{(C - C_o)^* - m \cdot c_Y} = \varphi_G + \frac{S_{D_W}^2}{N} \quad (3.7)$$

isolando os termos com $(C - C_o)^*$ à esquerda obtemos (3.6). Derivando $(C - C_o)^*$ em relação a m e igualando a zero obtemos a seguinte equação de segundo grau

$$c_Y(\varphi_G + S_{D_W}^2/N)^2 \cdot m^2 - 2 \cdot S_{D_X}^2 \cdot c_Y(\varphi_G + S_{D_W}^2/N) \cdot m - (c_X S_{D_X}^2(S_{D_W}^2 - S_{D_X}^2) - c_Y S_{D_X}^4) = 0.$$

cujas raízes são

$$m_1 = \frac{S_{D_X}^2(c_Y + \lambda_c c_X)}{c_Y(\varphi_G + S_{D_W}^2/N)} \quad m_2 = \frac{S_{D_X}^2(c_Y - \lambda_c c_X)}{c_Y(\varphi_G + S_{D_W}^2/N)} \quad (3.8)$$

mas $m > \frac{S_{DX}^2}{\varphi_G + S_{DX}/N}$ para que $m < n$ e portanto o tamanho da sub-amostra que dará o mínimo de $(C - C_o)^*$ é dado por (3.5).

□

Os resultados apresentados no Exemplo 3.2. poderiam ter sido obtidos aplicando-se diretamente estas expressões.

3.4. Conclusão

O ER é uma ferramenta simples e bastante utilizada em planos amostrais. Seu tratamento teórico oferece alguns problemas, mas suas propriedades assintóticas são rigorosamente estabelecidas e seu desempenho para pequenas amostras é suficientemente bem descrito por um conjunto de resultados aproximados que, na maioria das vezes, apresentam desempenho adequado.

O ERC amplia de certa forma a variedade de situações práticas onde a idéia básica do ER pode oferecer contribuição. Suas propriedades assintóticas são bem estabelecidas, e como no caso clássico, os resultados aproximados para pequenas amostras são em geral bastante satisfatórios.

A conclusão a que se chega é que, de um modo geral, o ERC apresenta para pequenas amostras limitações da mesma ordem que o ER.

Quanto ao vício, diversos procedimentos alternativos existem para sua redução, conforme discutido em Cochran (1977). Esses procedimentos podem, em princípio ser adaptados para o caso do ERC. Em particular nós aplicamos o Jackknife, Quenoulli (1959), Durbin (1959), Miller (1974), no Exemplo 2.3, visando reduzir o vício observado para pequenas amostras. Reamostrando na sub-amostra, construímos o estimador \hat{Y}_C "Jackknifed". Verificou-se uma substancial redução do vício, mas às custas de um intolerável aumento da variância. Para $n = 10$, $m = 5$

e para $n = 20$, $m = 10$, efetuamos 1000 repetições Monte Carlo e obtivemos os seguintes resultados

| n | m | \hat{Y}_C | | \hat{Y}_C Jackknife | |
|-----|-----|-------------|-----------|-----------------------|-----------|
| | | Média | Variância | Média | Variância |
| 10 | 5 | 1413.59 | 31429.12 | 1391.90 | 104396.04 |
| 20 | 10 | 1402.16 | 16130.15 | 1389.20 | 93298.14 |

Trabalho de maior profundidade pode ser desenvolvido nesta direção, talvez com diferentes alternativas de aplicação do método Jackknife, ou ainda pelo emprego do Bootstrap, Efron (1979). Mais especificamente sobre o emprego do Bootstrap em Estimadores de Razão ver Biscola (1985).

Uma outra direção de possível interesse consiste na generalização de c_W , considerando $0 \leq c_W < c_X < c_Y$. A questão da alocação ótima deve aqui ganhar algumas conotações novas.

No Capítulo 3 procuramos desenvolver critérios formais para decisão entre o Estimador de Razão em Cadeia e seus competidores naturais, o Estimador de Razão baseado em W , e o Estimador de Razão Generalizado. Em todos os casos, a interpretação heurística das condições é bastante óbvia e imediata.

Finalizando, vemos no ERC uma ferramenta simples e versátil, que pode ser aplicada imediatamente a uma variedade de problemas práticos de ocorrência cotidiana. Os resultados teóricos que apresentamos aqui, permitem esse emprego.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) Amorim, S. e Boché, S.L. (1990). O Estimador de Razão Generalizado, Relatório Técnico
- (2) Biscola, J. (1985). Aplicação do Método Bootstrap na Estimação da Variância do Estimador de Razão - Tese de Mestrado - Departamento de Estatística - IMECC - UNICAMP.
- (3) Brewer, K.W.R. (1963). Ratio Estimation in finite populations : Some results deducible from the assumption of an underlying stochastic process. Australian Jour.Stat., 5, 93-105.
- (4) Cochran, W.G. (1977). *Sampling Techniques*, (3^a ed.), New York : Jonh Wiley.
- (5) Durbin, J. (1959). A note on the application of Quenoville's Method of bias reduction to the estimation or ratios. Biometrika, 46, 477-480.
- (6) Hájek, J.(1960). Limiting distributions in simple random sampling from a finite population. Pub. Math. Inst. Hungarian Acad. Sci., 5, 361-374.
- (7) Quenoville, M.H. (1956). Note on bias in estimation. Biometrika, 43, 353-360.
- (8) Miller, R.G. (1974). The Jackknife - a review. Biometrika, 61, 1-15.
- (9) Royal R.M. (1970). On finite population sampling theory under certain linear regression models. Biometrika, 57, 377-387.
- (10) Scott, A.J. and Wu, C.F. (1981). On asymptotic distribution Of Ratio and Regression Estimators. Journal of the American Statistical Association, 76, 98-102.

APÊNDICE A

I - O Conjunto de Dados N^o 1

Uma cooperativa rural congrega 1.000 produtores de um certo produto A. Anualmente a cooperativa faz levantamento amostral buscando estimar a safra. Em 1990/91 este estudo é tanto mais importante devido a um aumento considerável na área plantada. O tamanho das propriedades é bastante variável, mas os cooperados possuem um nível tecnológico avançado, de forma que a produtividade é alta e pouco variável de produtor a produtor.

Aqui \bar{Y} é a produção total por produtor, em toneladas nesta safra, X é a área plantada, nesta safra, seguindo a informação do produtor, e W foi a produção por propriedade na safra anterior, também em toneladas.

O valor da variável W é conhecido para cada produtor, e consta dos cadastros da cooperativa. A variável X pode ser obtida a baixo custo, a partir de uma entrevista com cada produtor. A variável Y é difícil de se avaliar, envolvendo um esforço considerável.

Usaremos esta situação fictícia para ilustrar diversas situações neste trabalho. Na tabela abaixo damos um sumário estatístico dos dados. Estes são apresentados integralmente na tabela seguinte.

Estes dados estão disponíveis em disquetes.

Tabela A.1 Sumário Descritivo dos 1000 Propriedades

| | W | X | Y |
|--------|----------|---------|----------|
| Mínimo | 25.610 | 9.720 | 48.900 |
| Máximo | 1179.710 | 288.650 | 1607.610 |
| Média | 240.789 | 80.078 | 399.045 |
| D.P. | 137.575 | 40.529 | 208.463 |

$$S_Y^2 = 43457.06$$

$$S_{D_W}^2 = 13893.93$$

$$S_{D_X}^2 = 2920.43$$

Estrutura de Correlações

$$\begin{array}{c}
 Y \\
 X \\
 W
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 & Y & X & W \\
 \left[\begin{array}{ccc}
 1.000 & & \\
 0.9658 & 1.000 & \\
 0.8579 & 0.8736 & 1.000
 \end{array} \right]
 \end{bmatrix}$$

Coefficientes de Variação

$$\begin{array}{l}
 \text{de } W : \frac{137.575}{240.789} = 0.5714 \\
 \text{de } X : \frac{40.529}{80.078} = 0.5061 \\
 \text{de } Y : \frac{208.463}{399.045} = 0.5224
 \end{array}$$

Figura A.1. Histogramas de W , X e Y e gráficos W vs. X , W vs. Y , X vs. Y .

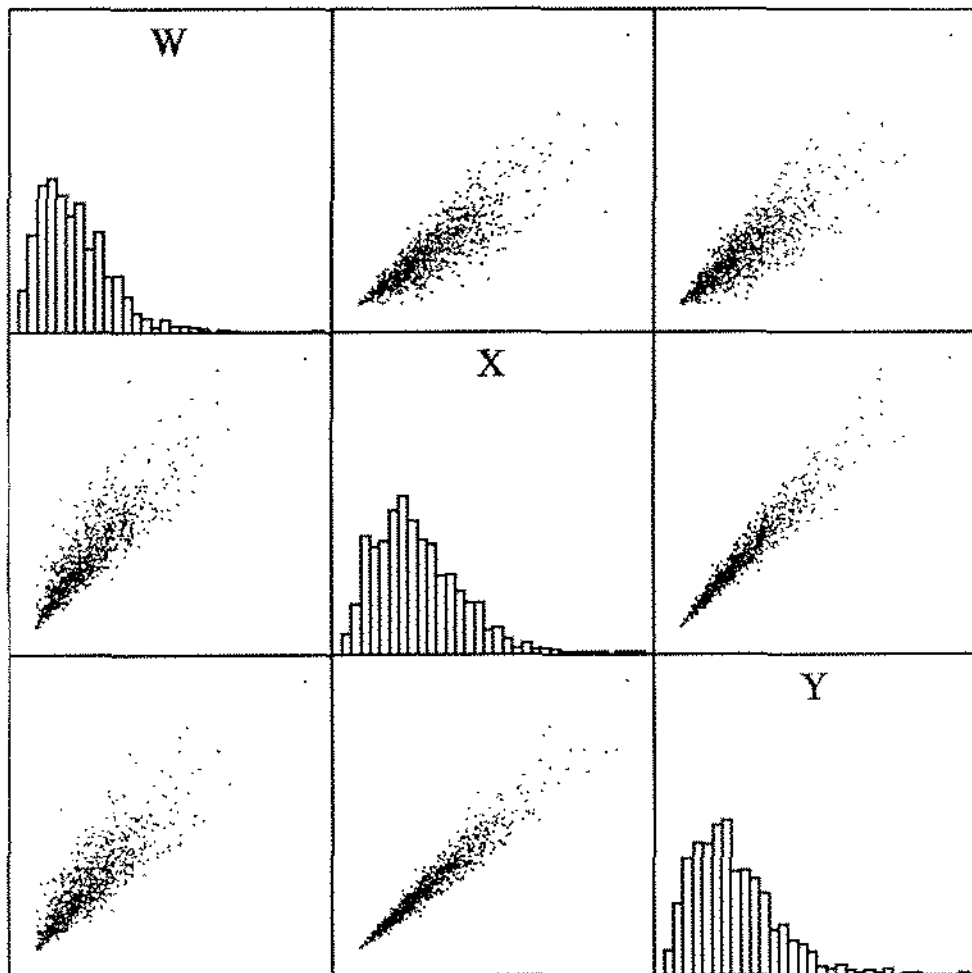


Tabela A.2. As 1000 propriedades

| W | | | | | | | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 231.27 | 330.07 | 63.69 | 105.73 | 62.24 | 102.39 | 440.70 | 411.36 | 100.74 | 441.85 | 600.11 | 77.31 |
| 167.81 | 456.28 | 100.85 | 139.54 | 153.74 | 90.27 | 215.41 | 407.44 | 337.79 | 346.70 | 39.11 | 337.71 |
| 110.57 | 108.52 | 40.72 | 115.63 | 269.35 | 76.89 | 125.46 | 101.96 | 411.74 | 231.13 | 139.05 | 128.66 |
| 401.44 | 102.20 | 367.79 | 316.64 | 354.68 | 209.86 | 570.45 | 199.32 | 140.40 | 320.48 | 577.48 | 358.06 |
| 206.06 | 186.61 | 516.55 | 294.22 | 83.45 | 219.03 | 297.97 | 207.15 | 402.27 | 147.68 | 139.87 | 274.64 |
| 257.45 | 528.48 | 266.55 | 382.60 | 187.42 | 214.11 | 254.52 | 246.98 | 354.33 | 251.35 | 183.33 | 100.19 |
| 804.18 | 269.52 | 201.29 | 485.88 | 133.61 | 112.58 | 296.11 | 427.83 | 251.86 | 302.32 | 273.93 | 323.19 |
| 110.38 | 90.40 | 325.05 | 346.31 | 334.16 | 413.72 | 328.09 | 152.37 | 210.07 | 296.04 | 268.20 | 153.25 |
| 288.63 | 25.61 | 130.85 | 416.68 | 133.90 | 120.18 | 161.46 | 86.07 | 47.87 | 318.81 | 267.24 | 348.70 |
| 221.42 | 110.43 | 192.38 | 55.92 | 182.06 | 454.62 | 674.86 | 475.48 | 284.55 | 123.67 | 414.09 | 165.39 |
| 300.04 | 528.36 | 412.78 | 260.03 | 369.90 | 115.52 | 77.20 | 156.73 | 221.17 | 314.72 | 230.43 | 167.55 |
| 253.24 | 332.93 | 297.58 | 149.39 | 315.30 | 130.93 | 167.19 | 341.74 | 175.72 | 545.35 | 165.43 | 123.74 |
| 114.36 | 330.04 | 257.09 | 326.80 | 419.17 | 128.61 | 176.60 | 405.02 | 243.19 | 92.11 | 65.61 | 103.42 |
| 144.93 | 200.78 | 81.91 | 210.72 | 216.55 | 55.10 | 204.13 | 104.75 | 334.26 | 199.19 | 100.13 | 182.40 |
| 199.21 | 464.75 | 436.28 | 410.26 | 324.81 | 218.00 | 131.80 | 34.81 | 270.05 | 342.46 | 209.27 | 108.11 |
| 90.13 | 170.91 | 152.78 | 143.72 | 119.73 | 265.66 | 212.35 | 633.64 | 75.03 | 174.42 | 148.20 | 121.67 |
| 408.99 | 289.38 | 108.29 | 100.40 | 166.95 | 504.97 | 413.76 | 57.10 | 79.38 | 301.35 | 258.93 | 297.45 |
| 260.08 | 285.36 | 102.77 | 805.93 | 134.34 | 407.43 | 173.60 | 451.47 | 326.80 | 110.74 | 245.81 | 254.00 |
| 146.95 | 104.02 | 194.31 | 323.93 | 178.44 | 291.65 | 259.71 | 310.62 | 119.25 | 140.40 | 414.05 | 317.63 |
| 360.64 | 192.42 | 184.94 | 180.30 | 153.86 | 141.86 | 170.34 | 219.51 | 97.38 | 185.58 | 409.66 | 33.61 |
| 305.74 | 250.43 | 171.14 | 590.89 | 72.34 | 333.35 | 205.65 | 88.55 | 119.13 | 198.08 | 252.23 | 43.64 |
| 278.36 | 157.01 | 140.01 | 443.98 | 102.21 | 122.38 | 216.32 | 137.52 | 410.41 | 152.15 | 225.66 | 137.22 |
| 270.60 | 68.70 | 200.82 | 249.72 | 108.61 | 195.32 | 298.88 | 147.20 | 228.93 | 231.16 | 87.99 | 169.00 |
| 360.86 | 180.21 | 240.81 | 239.45 | 159.87 | 115.41 | 241.48 | 193.90 | 168.51 | 851.18 | 42.50 | 338.74 |
| 250.67 | 302.36 | 140.56 | 245.11 | 395.35 | 400.69 | 143.40 | 177.39 | 72.82 | 351.89 | 639.13 | 338.84 |
| 199.08 | 280.73 | 266.39 | 165.85 | 135.25 | 250.99 | 642.54 | 271.85 | 276.53 | 148.13 | 269.06 | 317.06 |
| 256.51 | 247.58 | 284.90 | 94.08 | 173.24 | 196.87 | 111.87 | 363.90 | 86.18 | 104.73 | 163.86 | 307.10 |
| 55.79 | 542.85 | 417.55 | 159.34 | 146.73 | 337.09 | 163.37 | 251.04 | 120.70 | 136.50 | 352.65 | 161.75 |
| 114.18 | 168.92 | 163.87 | 239.12 | 110.07 | 269.19 | 253.87 | 129.46 | 351.10 | 136.85 | 81.80 | 103.75 |
| 265.41 | 42.93 | 265.53 | 440.09 | 177.56 | 319.44 | 81.41 | 104.16 | 160.18 | 696.49 | 140.12 | 200.97 |
| 491.16 | 546.73 | 151.44 | 455.86 | 109.40 | 215.39 | 311.94 | 184.56 | 79.45 | 89.06 | 203.90 | 386.43 |
| 419.05 | 141.68 | 156.93 | 643.13 | 319.81 | 264.22 | 277.34 | 221.82 | 111.76 | 642.20 | 346.06 | 249.27 |
| 571.78 | 725.91 | 245.00 | 90.25 | 108.01 | 238.70 | 510.42 | 106.46 | 190.11 | 291.61 | 595.16 | 355.19 |
| 216.15 | 248.93 | 93.40 | 301.45 | 317.74 | 136.19 | 401.95 | 88.31 | 45.59 | 213.99 | 173.69 | 143.12 |
| 371.55 | 36.86 | 287.40 | 408.31 | 293.23 | 69.77 | 206.94 | 142.26 | 375.34 | 194.43 | 176.80 | 175.41 |
| 206.87 | 89.53 | 468.45 | 127.62 | 143.72 | 145.65 | 70.48 | 353.97 | 258.34 | 219.81 | 117.29 | 601.13 |
| 351.57 | 423.29 | 252.45 | 183.55 | 221.82 | 109.80 | 274.78 | 121.80 | 187.37 | 309.45 | 163.25 | 239.25 |
| 269.00 | 219.24 | 174.20 | 78.18 | 511.77 | 232.10 | 286.49 | 124.47 | 160.86 | 142.65 | 492.23 | 198.81 |
| 105.29 | 154.81 | 268.67 | 184.77 | 171.15 | 217.43 | 204.80 | 327.71 | 322.28 | 39.99 | 104.69 | 90.58 |
| 348.54 | 390.23 | 408.14 | 74.13 | 259.82 | 325.61 | 274.79 | 331.08 | 267.26 | 120.11 | 344.74 | 375.32 |
| 294.89 | 205.61 | 430.13 | 242.99 | 86.44 | 51.13 | 270.15 | 415.46 | 238.73 | 185.44 | 100.69 | 229.07 |
| 264.08 | 360.92 | 259.34 | 48.00 | 297.51 | 238.44 | 443.20 | 101.80 | 152.93 | 323.78 | 166.03 | 526.67 |
| 147.29 | 110.81 | 175.12 | 126.32 | 566.70 | 347.00 | 166.53 | 112.02 | 424.39 | 331.27 | 64.54 | 77.37 |
| 110.21 | 206.29 | 357.32 | 100.91 | 351.82 | 158.31 | 99.59 | 189.09 | 122.83 | 100.96 | 182.61 | 203.12 |
| 673.70 | 140.12 | 515.12 | 237.76 | 191.06 | 160.67 | 129.25 | 339.43 | 134.47 | 261.64 | 288.63 | 260.12 |
| 241.01 | 269.16 | 317.18 | 231.06 | 278.39 | 269.35 | 187.44 | 330.06 | 96.56 | 235.67 | 140.07 | 160.45 |
| 243.63 | 268.24 | 131.86 | 423.59 | 181.00 | 143.02 | 248.39 | 89.37 | 139.28 | 260.70 | 281.84 | 195.98 |
| 55.78 | 343.03 | 252.24 | 65.71 | 97.91 | 385.60 | 192.68 | 71.48 | 269.88 | 137.55 | 150.13 | 201.28 |
| 280.78 | 161.76 | 204.43 | 582.85 | 335.24 | 25.76 | 87.72 | 224.97 | 704.66 | 60.01 | 53.99 | 357.20 |
| 216.43 | 148.65 | 259.89 | 332.38 | 207.82 | 234.58 | 163.41 | 257.82 | 86.27 | 90.43 | 89.03 | 245.03 |
| 42.69 | 325.41 | 219.66 | 125.16 | 150.59 | 241.64 | 204.54 | 345.27 | 443.63 | 223.67 | 123.93 | 365.09 |
| 155.51 | 242.15 | 150.28 | 257.23 | 48.64 | 310.91 | 205.52 | 203.74 | 438.13 | 199.60 | 138.44 | 193.44 |
| 139.91 | 378.85 | 196.75 | 334.27 | 214.69 | 198.92 | 27.20 | 57.58 | 202.80 | 287.72 | 434.27 | 164.25 |
| 257.45 | 262.24 | 309.17 | 424.79 | 299.20 | 72.14 | 216.58 | 398.24 | 323.55 | 274.68 | 221.10 | 430.99 |
| 124.94 | 215.95 | 113.33 | 173.33 | 320.31 | 88.77 | 427.10 | 84.89 | 73.11 | 92.74 | 124.66 | 329.64 |
| 184.96 | 743.59 | 184.47 | 369.33 | 169.53 | 190.38 | 297.49 | 214.42 | 368.79 | 329.77 | 357.08 | 203.86 |
| 1179.71 | 95.73 | 355.09 | 376.41 | 240.94 | 346.10 | 342.12 | 221.11 | 126.69 | 175.45 | 211.94 | 98.74 |
| 374.51 | 72.99 | 544.22 | 104.93 | 286.20 | 435.55 | 314.43 | 62.74 | 151.78 | 178.67 | 390.88 | 138.71 |
| 96.34 | 440.79 | 169.57 | 174.32 | 70.65 | 478.18 | 259.82 | 212.48 | 294.87 | 258.70 | 327.38 | 131.86 |
| 146.24 | 126.79 | 331.16 | 170.87 | 428.74 | 79.49 | 398.74 | 234.36 | 159.40 | 351.24 | 220.63 | 222.04 |
| 258.54 | 291.44 | 208.32 | 103.78 | 499.64 | 145.46 | 489.16 | 84.36 | 283.97 | 314.96 | 301.45 | 60.67 |
| 165.66 | 230.06 | 164.81 | 631.63 | 138.41 | 291.76 | 285.33 | 100.90 | 61.72 | 390.91 | 186.43 | 529.52 |
| 231.69 | 284.67 | 441.73 | 177.96 | 79.21 | 321.65 | 241.78 | 103.64 | 175.72 | 317.77 | 371.69 | 105.67 |

W

| | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 487.10 | 243.10 | 310.51 | 115.39 | 263.62 | 268.58 | 408.30 | 302.67 | 365.68 | 209.74 | 214.61 | 162.18 |
| 192.69 | 389.93 | 483.54 | 190.90 | 84.27 | 156.05 | 283.05 | 162.96 | 308.75 | 157.50 | 100.19 | 205.68 |
| 111.20 | 304.67 | 241.83 | 195.99 | 335.24 | 347.80 | 33.28 | 201.71 | 146.91 | 90.02 | 272.23 | 404.16 |
| 597.62 | 185.45 | 95.60 | 488.91 | 207.66 | 326.31 | 80.02 | 148.45 | 169.06 | 162.76 | 201.35 | 298.28 |
| 441.35 | 263.84 | 99.04 | 126.98 | 350.30 | 303.48 | 110.31 | 221.72 | 212.96 | 350.35 | 116.67 | 138.12 |
| 139.53 | 710.86 | 234.59 | 246.13 | 122.35 | 274.29 | 83.30 | 241.26 | 333.49 | 208.01 | 186.11 | 238.99 |
| 111.63 | 365.63 | 309.92 | 352.48 | 208.12 | 410.14 | 391.95 | 356.32 | 150.72 | 175.97 | 108.12 | 620.62 |
| 87.84 | 121.06 | 161.19 | 87.29 | 615.38 | 195.14 | 344.19 | 312.09 | 185.98 | 220.44 | 92.64 | 171.42 |
| 181.36 | 200.14 | 177.35 | 222.55 | 404.48 | 405.85 | 98.89 | 126.53 | 70.64 | 189.30 | 393.56 | 625.55 |
| 465.17 | 113.34 | 243.82 | 367.12 | 130.69 | 166.14 | 387.87 | 299.65 | 339.55 | 218.41 | 344.16 | 233.29 |
| 230.52 | 135.97 | 101.97 | 335.26 | 33.52 | 349.69 | 205.65 | 51.22 | 156.36 | 49.04 | 254.87 | 190.64 |
| 255.76 | 72.36 | 300.38 | 345.12 | 203.34 | 109.33 | 141.61 | 102.18 | 406.76 | 307.07 | 423.37 | 95.68 |
| 146.44 | 286.39 | 148.70 | 173.50 | 314.04 | 414.32 | 226.40 | 69.94 | 453.10 | 61.14 | 141.08 | 121.49 |
| 197.97 | 519.38 | 183.67 | 154.28 | 344.65 | 240.45 | 111.78 | 701.69 | 257.74 | 378.07 | 210.86 | 476.86 |
| 167.93 | 123.22 | 131.92 | 329.98 | 468.22 | 220.09 | 73.13 | 244.08 | 275.69 | 173.96 | 81.73 | 134.66 |
| 273.38 | 107.69 | 373.31 | 246.02 | 197.38 | 215.20 | 210.17 | 332.41 | 119.34 | 305.72 | 156.19 | 491.65 |
| 378.63 | 301.83 | 99.71 | 130.22 | 334.53 | 287.35 | 117.93 | 145.34 | 78.52 | 288.36 | 405.37 | 65.35 |
| 213.52 | 383.20 | 347.92 | 37.17 | 265.24 | 131.38 | 450.38 | 152.18 | 325.90 | 89.11 | 266.32 | 411.79 |
| 323.63 | 96.09 | 184.67 | 290.63 | 233.94 | 254.54 | 251.46 | 295.56 | 171.59 | 264.64 | 232.70 | 393.16 |
| 34.33 | 288.84 | 116.34 | 247.51 | 266.38 | 113.33 | 151.87 | 185.54 | 198.74 | 361.00 | 278.05 | 136.46 |
| 261.74 | 139.43 | 113.51 | 274.67 | | | | | | | | |

X

| | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 69.15 | 117.05 | 33.70 | 38.88 | 30.88 | 116.99 | 103.41 | 104.21 | 39.32 | 109.14 | 179.80 | 32.63 |
| 107.55 | 157.31 | 39.34 | 44.82 | 54.40 | 25.28 | 60.77 | 128.07 | 90.25 | 125.32 | 13.11 | 97.32 |
| 50.82 | 37.77 | 21.19 | 49.05 | 102.64 | 30.42 | 42.14 | 33.00 | 123.26 | 77.52 | 76.02 | 64.89 |
| 134.78 | 39.90 | 135.01 | 91.40 | 160.04 | 69.63 | 123.90 | 83.61 | 70.49 | 83.91 | 164.66 | 118.04 |
| 60.26 | 58.77 | 185.61 | 103.69 | 41.61 | 77.59 | 111.37 | 47.04 | 118.44 | 58.06 | 51.39 | 81.51 |
| 74.61 | 134.36 | 103.39 | 129.52 | 66.01 | 67.96 | 65.49 | 114.45 | 126.59 | 72.99 | 85.47 | 57.28 |
| 243.49 | 60.97 | 76.72 | 144.69 | 51.79 | 32.82 | 80.88 | 106.96 | 78.84 | 82.82 | 97.17 | 111.62 |
| 67.79 | 30.29 | 92.95 | 80.73 | 102.13 | 132.13 | 82.03 | 76.96 | 65.89 | 94.16 | 73.64 | 69.99 |
| 79.88 | 12.52 | 144.05 | 119.37 | 41.69 | 52.48 | 54.64 | 31.95 | 21.81 | 121.48 | 109.36 | 115.21 |
| 79.19 | 53.43 | 100.53 | 20.16 | 75.00 | 138.48 | 199.18 | 152.88 | 131.94 | 45.42 | 102.31 | 34.55 |
| 120.13 | 202.03 | 89.88 | 53.55 | 115.82 | 64.58 | 54.58 | 40.16 | 72.39 | 81.61 | 76.60 | 44.63 |
| 69.89 | 104.00 | 76.78 | 51.15 | 94.58 | 95.04 | 52.15 | 111.32 | 49.37 | 131.59 | 84.18 | 67.28 |
| 30.64 | 163.29 | 64.05 | 104.62 | 147.55 | 34.69 | 80.99 | 130.12 | 59.86 | 41.79 | 22.73 | 37.47 |
| 67.25 | 71.25 | 28.06 | 95.97 | 78.32 | 24.98 | 52.45 | 52.64 | 107.94 | 58.81 | 39.91 | 75.56 |
| 66.37 | 150.10 | 114.75 | 191.11 | 113.18 | 95.16 | 46.67 | 34.18 | 102.57 | 92.13 | 71.67 | 74.80 |
| 25.41 | 58.62 | 33.68 | 59.91 | 63.98 | 83.00 | 74.82 | 138.84 | 25.15 | 61.81 | 83.18 | 32.21 |
| 139.77 | 72.71 | 43.98 | 31.88 | 53.32 | 157.68 | 123.20 | 16.09 | 27.02 | 84.53 | 80.09 | 143.90 |
| 126.96 | 93.06 | 42.42 | 275.92 | 45.53 | 122.52 | 46.66 | 197.69 | 110.56 | 36.48 | 53.50 | 95.10 |
| 47.94 | 42.81 | 48.79 | 79.81 | 53.79 | 107.29 | 89.11 | 88.87 | 38.46 | 40.78 | 141.44 | 89.58 |
| 90.47 | 51.96 | 95.08 | 59.57 | 42.85 | 59.28 | 58.27 | 76.92 | 59.46 | 77.26 | 126.70 | 54.40 |
| 85.08 | 66.60 | 89.77 | 159.71 | 27.02 | 85.29 | 65.33 | 59.65 | 48.61 | 71.14 | 86.38 | 11.27 |
| 67.96 | 71.34 | 45.50 | 105.47 | 48.82 | 77.81 | 89.71 | 60.54 | 136.55 | 51.71 | 67.80 | 34.35 |
| 67.62 | 22.97 | 48.96 | 107.09 | 43.73 | 64.36 | 93.75 | 86.57 | 65.88 | 76.83 | 33.54 | 86.09 |
| 159.43 | 79.84 | 81.21 | 88.48 | 76.77 | 35.48 | 116.89 | 59.46 | 47.65 | 216.36 | 21.79 | 118.21 |
| 66.15 | 126.50 | 46.89 | 59.53 | 119.85 | 106.91 | 67.88 | 59.39 | 29.08 | 111.07 | 201.04 | 73.09 |
| 48.87 | 96.99 | 69.41 | 63.98 | 49.62 | 61.37 | 164.72 | 111.80 | 96.20 | 60.12 | 92.47 | 73.41 |
| 92.39 | 90.82 | 107.54 | 69.88 | 57.27 | 61.59 | 48.11 | 118.96 | 32.20 | 72.25 | 46.08 | 96.94 |
| 29.06 | 134.77 | 122.61 | 36.33 | 46.02 | 85.20 | 52.17 | 70.32 | 30.39 | 56.58 | 107.86 | 41.68 |
| 31.81 | 66.07 | 54.86 | 70.63 | 44.73 | 72.78 | 63.55 | 47.26 | 60.80 | 35.89 | 27.20 | 43.91 |
| 86.81 | 19.27 | 66.39 | 129.53 | 60.81 | 82.70 | 20.40 | 47.68 | 35.40 | 247.23 | 50.81 | 76.49 |
| 157.88 | 150.95 | 37.32 | 145.75 | 34.41 | 57.19 | 108.42 | 59.45 | 42.12 | 30.04 | 67.68 | 105.92 |
| 132.50 | 29.32 | 41.20 | 230.15 | 114.71 | 93.33 | 61.64 | 95.67 | 35.51 | 153.24 | 89.13 | 75.72 |
| 131.97 | 207.64 | 69.02 | 26.15 | 68.77 | 79.92 | 109.95 | 39.38 | 64.56 | 64.11 | 195.66 | 111.57 |
| 56.00 | 131.75 | 33.00 | 82.28 | 107.79 | 81.51 | 120.87 | 53.05 | 40.00 | 71.71 | 39.85 | 57.72 |
| 93.92 | 14.96 | 80.93 | 129.26 | 98.00 | 24.22 | 98.69 | 43.29 | 74.24 | 80.20 | 71.41 | 81.47 |
| 62.39 | 42.07 | 96.14 | 67.33 | 75.51 | 63.21 | 29.19 | 103.29 | 98.93 | 90.38 | 47.28 | 123.05 |
| 115.02 | 134.61 | 76.89 | 52.42 | 73.86 | 36.89 | 68.46 | 39.88 | 67.25 | 67.86 | 35.20 | 67.41 |
| 60.59 | 70.36 | 67.46 | 85.43 | 183.36 | 122.75 | 94.11 | 39.28 | 48.53 | 47.00 | 113.10 | 137.78 |
| 49.44 | 54.33 | 142.62 | 65.55 | 58.04 | 82.96 | 64.52 | 155.54 | 90.75 | 24.08 | 54.03 | 48.33 |
| 93.85 | 120.64 | 83.45 | 30.91 | 155.20 | 87.74 | 105.90 | 96.83 | 160.24 | 33.48 | 134.63 | 127.99 |
| 126.32 | 82.98 | 129.57 | 80.47 | 41.65 | 74.23 | 80.86 | 100.73 | 77.23 | 90.79 | 41.83 | 61.86 |
| 93.90 | 109.07 | 55.87 | 16.45 | 86.39 | 63.90 | 107.69 | 36.03 | 62.76 | 81.85 | 60.34 | 140.05 |
| 44.43 | 36.97 | 37.47 | 57.43 | 225.55 | 88.55 | 63.79 | 44.19 | 149.54 | 112.34 | 25.26 | 41.66 |
| 36.25 | 107.11 | 131.87 | 31.11 | 90.14 | 67.59 | 38.50 | 85.26 | 39.10 | 24.00 | 60.48 | 49.33 |
| 207.00 | 68.60 | 120.67 | 141.51 | 66.47 | 65.80 | 53.73 | 177.16 | 61.15 | 55.52 | 111.95 | 71.79 |
| 78.14 | 70.21 | 90.58 | 84.46 | 114.30 | 90.90 | 63.99 | 87.91 | 49.52 | 82.77 | 91.49 | 56.96 |
| 83.36 | 138.24 | 35.66 | 102.27 | 52.87 | 73.17 | 84.09 | 40.75 | 39.32 | 88.55 | 79.78 | 67.36 |
| 20.36 | 117.94 | 75.48 | 42.33 | 33.49 | 113.10 | 66.41 | 51.55 | 85.82 | 48.31 | 58.77 | 111.07 |
| 80.52 | 49.01 | 70.27 | 156.54 | 99.62 | 9.72 | 28.60 | 71.73 | 152.29 | 30.94 | 25.40 | 101.04 |
| 86.37 | 48.19 | 84.95 | 131.37 | 101.42 | 54.64 | 59.23 | 113.92 | 42.43 | 33.19 | 31.09 | 111.39 |
| 28.53 | 131.77 | 66.55 | 36.14 | 30.20 | 93.62 | 64.64 | 93.50 | 137.26 | 77.78 | 41.41 | 91.24 |
| 56.75 | 93.52 | 37.17 | 88.48 | 18.32 | 141.57 | 124.64 | 65.25 | 96.61 | 77.47 | 48.32 | 67.65 |
| 42.11 | 130.89 | 77.76 | 123.81 | 90.12 | 55.23 | 12.42 | 15.10 | 68.26 | 101.01 | 117.57 | 71.72 |
| 77.21 | 86.99 | 80.81 | 266.21 | 101.82 | 20.58 | 64.10 | 183.47 | 138.68 | 82.83 | 57.62 | 101.30 |
| 48.98 | 59.91 | 51.85 | 63.47 | 71.68 | 23.67 | 122.39 | 50.63 | 32.76 | 37.57 | 32.96 | 104.77 |
| 57.91 | 178.62 | 45.79 | 166.47 | 92.57 | 76.42 | 72.71 | 63.98 | 146.31 | 82.28 | 133.83 | 110.53 |
| 288.65 | 34.37 | 125.47 | 91.77 | 74.05 | 104.39 | 112.76 | 82.68 | 37.87 | 64.69 | 76.29 | 30.13 |
| 142.39 | 46.99 | 127.03 | 30.54 | 88.41 | 112.34 | 103.01 | 70.46 | 46.85 | 84.48 | 102.29 | 36.04 |
| 28.57 | 119.19 | 56.35 | 61.10 | 24.96 | 137.67 | 102.93 | 83.06 | 70.00 | 67.38 | 148.41 | 49.53 |
| 37.09 | 51.29 | 99.01 | 55.68 | 129.83 | 44.49 | 112.14 | 77.05 | 61.18 | 102.44 | 55.07 | 75.57 |
| 77.05 | 63.96 | 88.58 | 40.85 | 151.92 | 68.35 | 121.23 | 24.90 | 116.97 | 115.23 | 72.46 | 24.15 |
| 50.50 | 68.69 | 65.69 | 172.66 | 67.67 | 88.52 | 80.72 | 37.78 | 25.16 | 123.73 | 61.72 | 123.91 |
| 78.69 | 68.83 | 114.21 | 57.15 | 30.93 | 84.85 | 52.12 | 28.46 | 59.08 | 93.74 | 151.90 | 33.62 |

X

| | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 164.07 | 93.31 | 99.95 | 65.99 | 83.91 | 70.50 | 92.93 | 81.61 | 89.68 | 64.71 | 81.08 | 81.83 |
| 67.13 | 148.65 | 134.51 | 72.40 | 36.60 | 54.46 | 72.97 | 61.91 | 78.63 | 47.23 | 34.52 | 62.06 |
| 32.21 | 91.56 | 72.90 | 46.14 | 98.03 | 105.49 | 34.85 | 53.78 | 35.23 | 34.83 | 111.39 | 154.41 |
| 133.48 | 51.82 | 43.30 | 135.52 | 57.63 | 93.81 | 33.58 | 60.78 | 59.22 | 44.48 | 136.65 | 138.22 |
| 124.41 | 72.55 | 37.89 | 30.23 | 103.18 | 73.00 | 33.99 | 68.53 | 53.52 | 90.10 | 31.70 | 46.83 |
| 70.09 | 168.07 | 59.05 | 73.28 | 32.05 | 79.56 | 25.02 | 109.53 | 112.96 | 62.23 | 70.82 | 124.68 |
| 77.51 | 102.73 | 104.20 | 156.41 | 68.30 | 121.36 | 108.64 | 121.48 | 112.91 | 78.45 | 69.99 | 182.86 |
| 27.92 | 47.32 | 59.56 | 28.07 | 168.46 | 52.54 | 114.87 | 93.37 | 62.88 | 60.89 | 74.06 | 78.52 |
| 62.22 | 78.25 | 71.98 | 65.24 | 114.90 | 117.61 | 33.75 | 69.36 | 34.40 | 70.38 | 128.61 | 176.58 |
| 125.96 | 30.77 | 68.00 | 111.99 | 53.55 | 42.54 | 122.59 | 129.30 | 172.77 | 97.28 | 101.71 | 63.13 |
| 83.15 | 62.13 | 32.52 | 71.25 | 10.10 | 136.25 | 75.51 | 18.04 | 40.49 | 22.44 | 105.65 | 78.32 |
| 82.33 | 31.54 | 92.77 | 110.83 | 102.16 | 46.69 | 56.41 | 36.37 | 156.70 | 104.86 | 98.55 | 45.83 |
| 42.73 | 84.59 | 46.26 | 68.65 | 138.19 | 147.29 | 59.91 | 24.98 | 128.81 | 29.47 | 41.15 | 65.07 |
| 93.20 | 139.38 | 61.49 | 42.81 | 117.49 | 117.81 | 52.21 | 189.76 | 95.28 | 96.95 | 77.68 | 157.41 |
| 60.08 | 56.65 | 45.76 | 101.08 | 109.30 | 65.60 | 28.34 | 102.62 | 96.54 | 95.88 | 24.03 | 73.00 |
| 78.62 | 32.18 | 92.68 | 86.46 | 65.28 | 81.59 | 63.18 | 108.60 | 29.87 | 76.73 | 62.74 | 141.27 |
| 135.12 | 135.56 | 78.32 | 53.95 | 148.53 | 100.91 | 39.23 | 93.65 | 19.53 | 91.64 | 107.87 | 33.98 |
| 64.34 | 106.35 | 111.13 | 18.17 | 85.74 | 58.33 | 119.61 | 73.47 | 73.41 | 24.50 | 160.82 | 117.45 |
| 86.80 | 35.10 | 103.08 | 92.21 | 88.54 | 85.25 | 55.92 | 70.89 | 50.19 | 99.57 | 57.36 | 114.55 |
| 31.37 | 135.49 | 33.36 | 116.96 | 72.93 | 49.06 | 60.08 | 62.02 | 55.75 | 109.37 | 76.12 | 54.65 |
| 95.56 | 60.48 | 30.51 | 86.58 | | | | | | | | |

Y

| | | | | | | | | | | | |
|---------|---------|--------|---------|---------|--------|--------|---------|--------|---------|---------|--------|
| 352.19 | 513.23 | 181.98 | 206.31 | 119.29 | 450.60 | 522.80 | 428.03 | 180.23 | 515.22 | 1052.55 | 152.76 |
| 487.83 | 793.64 | 225.28 | 202.82 | 310.68 | 135.07 | 335.79 | 492.13 | 463.83 | 527.33 | 62.59 | 548.61 |
| 235.58 | 207.71 | 113.69 | 229.86 | 544.38 | 156.68 | 156.66 | 164.67 | 570.55 | 513.04 | 406.35 | 333.73 |
| 648.71 | 186.40 | 636.29 | 388.86 | 847.11 | 373.89 | 612.26 | 446.53 | 365.99 | 497.99 | 752.92 | 521.65 |
| 300.52 | 249.99 | 820.40 | 446.45 | 234.68 | 376.88 | 635.51 | 275.44 | 550.24 | 294.90 | 292.27 | 397.01 |
| 418.21 | 773.99 | 493.98 | 696.87 | 344.75 | 323.04 | 301.59 | 551.19 | 627.78 | 374.69 | 448.90 | 272.83 |
| 1200.67 | 347.13 | 394.91 | 657.97 | 195.54 | 160.10 | 392.22 | 485.89 | 382.89 | 422.51 | 372.32 | 477.26 |
| 284.01 | 159.68 | 444.96 | 358.88 | 544.63 | 539.22 | 449.64 | 365.94 | 368.21 | 512.99 | 416.02 | 385.73 |
| 405.86 | 58.00 | 856.16 | 530.08 | 202.71 | 245.08 | 222.87 | 176.38 | 138.21 | 525.88 | 496.65 | 678.56 |
| 367.44 | 258.07 | 513.95 | 96.39 | 345.60 | 724.46 | 953.55 | 823.68 | 581.94 | 233.47 | 541.66 | 192.71 |
| 485.96 | 1001.54 | 480.92 | 207.50 | 581.82 | 300.76 | 306.36 | 169.35 | 341.63 | 364.41 | 285.38 | 209.05 |
| 310.26 | 537.01 | 446.15 | 206.29 | 450.28 | 482.53 | 258.83 | 591.07 | 250.41 | 584.00 | 373.39 | 313.57 |
| 167.27 | 737.33 | 402.49 | 504.24 | 717.38 | 196.12 | 435.20 | 703.16 | 276.89 | 275.89 | 110.09 | 159.86 |
| 385.74 | 426.95 | 128.40 | 502.24 | 384.44 | 131.57 | 256.63 | 247.53 | 505.39 | 272.43 | 203.24 | 347.22 |
| 342.77 | 807.10 | 603.62 | 841.13 | 554.24 | 600.65 | 210.03 | 155.59 | 507.05 | 583.61 | 348.14 | 380.27 |
| 135.42 | 244.30 | 162.99 | 355.61 | 257.42 | 412.13 | 341.43 | 646.70 | 134.42 | 233.27 | 381.49 | 181.62 |
| 637.89 | 401.80 | 232.86 | 140.83 | 320.76 | 904.97 | 532.62 | 80.85 | 144.04 | 345.34 | 341.59 | 703.27 |
| 547.88 | 510.60 | 216.34 | 1203.52 | 232.67 | 599.73 | 215.32 | 1137.23 | 523.04 | 171.05 | 247.42 | 460.72 |
| 199.81 | 204.47 | 299.01 | 322.43 | 264.49 | 529.67 | 412.33 | 508.97 | 179.69 | 204.98 | 701.66 | 414.51 |
| 464.80 | 227.15 | 460.20 | 325.49 | 222.90 | 293.86 | 317.86 | 413.50 | 350.84 | 411.48 | 499.93 | 267.42 |
| 454.24 | 370.72 | 441.29 | 645.17 | 136.92 | 434.20 | 306.76 | 329.13 | 235.87 | 358.67 | 515.27 | 51.03 |
| 325.49 | 334.17 | 245.84 | 583.55 | 233.66 | 336.48 | 502.23 | 325.58 | 701.62 | 222.22 | 396.11 | 147.11 |
| 330.40 | 95.48 | 203.53 | 522.35 | 208.35 | 317.99 | 420.20 | 437.38 | 284.16 | 414.17 | 171.34 | 384.03 |
| 800.19 | 382.01 | 446.74 | 432.59 | 388.20 | 213.69 | 571.53 | 261.22 | 245.83 | 1011.40 | 132.19 | 580.45 |
| 342.68 | 648.46 | 217.54 | 354.85 | 713.69 | 539.60 | 250.55 | 260.13 | 134.67 | 715.31 | 1283.30 | 422.58 |
| 267.99 | 443.42 | 321.72 | 310.23 | 228.52 | 342.13 | 710.19 | 546.72 | 523.72 | 251.87 | 516.14 | 331.11 |
| 513.32 | 415.05 | 463.42 | 331.74 | 322.47 | 307.49 | 208.90 | 541.46 | 156.53 | 343.32 | 242.14 | 493.07 |
| 145.13 | 767.88 | 619.99 | 153.32 | 220.06 | 396.09 | 281.31 | 361.21 | 155.66 | 266.07 | 478.80 | 176.39 |
| 162.31 | 283.06 | 318.32 | 315.48 | 219.80 | 342.64 | 336.85 | 197.98 | 277.08 | 165.36 | 128.60 | 274.77 |
| 418.57 | 110.54 | 265.67 | 529.83 | 294.03 | 393.11 | 92.73 | 222.62 | 159.96 | 1076.70 | 245.60 | 343.26 |
| 644.92 | 776.89 | 170.47 | 585.90 | 156.87 | 351.53 | 554.75 | 255.71 | 185.58 | 156.88 | 496.92 | 483.96 |
| 700.67 | 181.84 | 222.41 | 1202.92 | 442.95 | 579.16 | 291.56 | 429.41 | 191.92 | 665.79 | 459.69 | 494.46 |
| 944.65 | 1095.98 | 357.34 | 139.47 | 283.96 | 355.77 | 565.52 | 189.60 | 297.01 | 338.63 | 786.31 | 533.69 |
| 291.21 | 693.04 | 122.96 | 380.31 | 580.97 | 477.47 | 517.05 | 327.35 | 223.83 | 362.99 | 221.91 | 281.91 |
| 495.12 | 88.29 | 328.69 | 681.10 | 539.06 | 94.36 | 515.90 | 178.51 | 438.39 | 360.33 | 341.89 | 404.36 |
| 276.52 | 235.88 | 562.28 | 322.11 | 464.05 | 287.15 | 174.14 | 553.86 | 453.72 | 368.28 | 274.02 | 856.73 |
| 605.79 | 636.89 | 397.78 | 305.85 | 354.70 | 164.98 | 338.77 | 214.65 | 310.19 | 281.62 | 196.22 | 330.34 |
| 277.30 | 388.35 | 311.60 | 430.06 | 833.08 | 651.53 | 440.21 | 169.33 | 260.42 | 235.51 | 473.92 | 654.61 |
| 250.08 | 230.23 | 716.00 | 278.16 | 217.43 | 461.09 | 291.98 | 657.26 | 416.75 | 110.78 | 244.80 | 246.15 |
| 357.21 | 610.01 | 452.43 | 142.43 | 662.05 | 476.83 | 425.28 | 578.81 | 753.19 | 164.87 | 726.86 | 634.57 |
| 603.40 | 334.12 | 746.99 | 409.34 | 220.08 | 424.15 | 343.28 | 440.01 | 454.56 | 409.44 | 223.41 | 301.28 |
| 380.87 | 582.22 | 299.54 | 67.39 | 412.45 | 288.69 | 484.79 | 166.46 | 294.31 | 405.86 | 262.65 | 776.49 |
| 223.81 | 217.95 | 177.10 | 336.17 | 1090.56 | 363.81 | 283.63 | 205.84 | 750.00 | 439.34 | 107.74 | 250.68 |
| 138.43 | 558.59 | 683.02 | 186.32 | 434.43 | 278.71 | 200.85 | 439.70 | 224.01 | 143.90 | 307.71 | 277.32 |
| 1338.20 | 431.55 | 646.83 | 735.60 | 370.58 | 297.67 | 210.92 | 939.74 | 319.50 | 240.38 | 600.79 | 410.34 |
| 340.74 | 348.29 | 380.74 | 489.14 | 574.13 | 478.12 | 356.92 | 440.33 | 271.40 | 449.29 | 451.48 | 311.47 |
| 469.27 | 522.96 | 201.97 | 547.57 | 284.47 | 364.91 | 384.10 | 187.94 | 197.12 | 436.33 | 461.66 | 306.68 |
| 111.49 | 682.74 | 371.02 | 198.59 | 166.02 | 558.06 | 325.02 | 224.80 | 446.02 | 189.98 | 318.99 | 443.43 |
| 376.44 | 261.90 | 391.39 | 935.40 | 499.13 | 51.56 | 161.22 | 387.35 | 770.07 | 152.01 | 130.86 | 450.73 |
| 410.55 | 202.72 | 485.58 | 738.40 | 387.01 | 227.25 | 258.08 | 508.88 | 232.79 | 168.47 | 134.46 | 508.93 |
| 152.49 | 674.79 | 287.03 | 158.45 | 157.91 | 376.07 | 326.32 | 423.20 | 810.20 | 386.70 | 227.87 | 544.79 |
| 301.15 | 505.15 | 168.65 | 514.32 | 110.51 | 730.44 | 613.20 | 347.34 | 465.67 | 351.15 | 235.73 | 283.52 |
| 197.42 | 693.72 | 437.09 | 607.45 | 447.06 | 272.54 | 63.84 | 78.47 | 393.44 | 433.98 | 625.00 | 382.50 |
| 358.05 | 367.35 | 382.39 | 1190.66 | 547.48 | 89.32 | 322.94 | 944.88 | 688.90 | 471.30 | 340.05 | 530.05 |
| 247.59 | 289.33 | 214.01 | 278.11 | 322.70 | 138.29 | 636.11 | 297.41 | 160.47 | 201.20 | 165.43 | 574.77 |
| 271.05 | 789.14 | 198.66 | 764.37 | 476.10 | 423.49 | 356.12 | 323.94 | 765.52 | 415.62 | 819.83 | 599.38 |
| 1607.61 | 159.65 | 608.20 | 417.13 | 341.02 | 530.48 | 528.62 | 447.25 | 207.41 | 292.35 | 381.73 | 166.34 |
| 766.63 | 232.66 | 604.08 | 187.69 | 409.83 | 535.58 | 511.61 | 361.66 | 197.72 | 404.41 | 498.46 | 225.99 |
| 131.12 | 732.68 | 312.94 | 292.66 | 105.70 | 600.59 | 473.46 | 419.40 | 339.86 | 325.89 | 806.94 | 242.83 |
| 154.87 | 285.11 | 460.70 | 357.67 | 811.34 | 183.11 | 537.22 | 364.62 | 326.66 | 633.95 | 261.91 | 390.27 |
| 432.03 | 316.39 | 462.98 | 199.81 | 789.65 | 361.82 | 545.61 | 123.44 | 650.60 | 697.13 | 298.03 | 118.33 |
| 255.43 | 314.05 | 235.35 | 842.04 | 349.22 | 406.71 | 374.71 | 176.33 | 128.48 | 536.94 | 299.72 | 673.76 |
| 325.92 | 332.28 | 608.31 | 268.34 | 166.44 | 419.63 | 237.67 | 147.08 | 326.28 | 361.25 | 914.84 | 155.76 |

Y

| | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 697.95 | 493.22 | 521.35 | 349.10 | 511.05 | 351.82 | 562.91 | 452.54 | 375.69 | 313.80 | 370.20 | 462.18 |
| 344.26 | 629.30 | 625.43 | 227.13 | 138.11 | 378.34 | 396.93 | 329.04 | 429.85 | 271.09 | 183.55 | 292.54 |
| 160.31 | 419.46 | 378.37 | 261.70 | 484.61 | 499.72 | 185.53 | 247.29 | 146.96 | 178.93 | 552.27 | 941.75 |
| 622.39 | 243.41 | 221.44 | 755.88 | 288.91 | 497.78 | 144.51 | 300.18 | 277.48 | 269.19 | 690.43 | 634.48 |
| 551.15 | 354.47 | 171.13 | 146.82 | 480.80 | 364.62 | 194.73 | 316.61 | 307.30 | 451.67 | 120.68 | 239.06 |
| 350.18 | 827.36 | 320.80 | 257.71 | 157.98 | 377.69 | 116.48 | 577.58 | 664.40 | 286.34 | 310.82 | 577.59 |
| 435.94 | 445.62 | 642.67 | 903.73 | 318.10 | 694.49 | 536.95 | 679.03 | 511.96 | 484.57 | 311.02 | 896.55 |
| 138.27 | 262.42 | 254.22 | 121.66 | 777.48 | 256.35 | 529.09 | 415.05 | 361.40 | 363.39 | 308.93 | 363.36 |
| 246.57 | 443.01 | 376.08 | 337.06 | 618.54 | 555.01 | 145.99 | 284.79 | 189.01 | 259.41 | 734.21 | 982.29 |
| 698.47 | 135.42 | 323.21 | 566.97 | 249.16 | 216.14 | 639.76 | 584.16 | 967.75 | 514.13 | 482.02 | 328.55 |
| 352.85 | 318.20 | 151.31 | 366.90 | 48.90 | 539.72 | 348.73 | 76.57 | 224.04 | 110.56 | 407.46 | 341.05 |
| 360.79 | 172.95 | 450.29 | 507.25 | 530.65 | 215.83 | 255.52 | 185.83 | 764.89 | 519.00 | 598.34 | 237.45 |
| 222.14 | 417.56 | 232.81 | 338.04 | 620.76 | 611.79 | 346.02 | 147.89 | 803.48 | 146.98 | 218.80 | 317.27 |
| 525.09 | 741.67 | 318.11 | 190.30 | 621.65 | 576.26 | 302.07 | 824.06 | 409.53 | 438.10 | 363.62 | 764.34 |
| 313.64 | 257.93 | 191.34 | 483.71 | 637.73 | 337.29 | 127.72 | 660.62 | 508.19 | 600.71 | 120.56 | 356.68 |
| 463.78 | 156.45 | 508.97 | 482.32 | 368.13 | 476.06 | 330.40 | 567.05 | 111.95 | 422.01 | 305.63 | 674.59 |
| 588.56 | 571.16 | 452.65 | 237.03 | 648.41 | 559.47 | 134.73 | 416.60 | 107.81 | 463.42 | 558.22 | 155.94 |
| 330.10 | 593.37 | 528.58 | 80.07 | 422.30 | 266.72 | 787.57 | 295.99 | 352.10 | 122.54 | 693.81 | 677.93 |
| 430.86 | 184.29 | 555.52 | 545.94 | 360.70 | 341.64 | 266.10 | 371.33 | 263.79 | 509.79 | 307.95 | 681.76 |
| 142.27 | 602.84 | 200.20 | 651.35 | 349.28 | 210.38 | 329.17 | 293.40 | 278.76 | 539.70 | 448.59 | 241.47 |
| 465.59 | 332.65 | 142.76 | 521.72 | | | | | | | | |

II - O Conjunto de Dados Nº 2

Estes dados estão disponíveis em disquetes.

Tabela A.3. Sumário Descritivo dos Dados ($N=2500$).

| | W | X | Y |
|--------|---------|--------|---------|
| Mínimo | 12.5 | 12.31 | 93.73 |
| Máximo | 2815.21 | 857.23 | 6883.57 |
| Média | 1391.24 | 199.15 | 590.07 |
| D.P. | 703.72 | 98.34 | 359.37 |

$$S_Y^2 = 495222.47$$

$$S_{D_W}^2 = 285956.41$$

$$S_{D_X}^2 = 25917.41$$

Estrutura de Correlações

| | Y | X | W |
|-----|--------|--------|-------|
| Y | 1.000 | | |
| X | 0.9735 | 1.000 | |
| W | 0.7775 | 0.7989 | 1.000 |

Coefficientes de Variação

$$\text{de } W : \frac{703.72}{1391.24} = 0.5050$$

$$\text{de } X : \frac{98.34}{199.15} = 0.4938$$

$$\text{de } Y : \frac{359.37}{590.07} = 0.6090$$

Figura A.2. Histograma de W , X e Y e gráficos W vs. X , W vs. Y , X vs. Y .

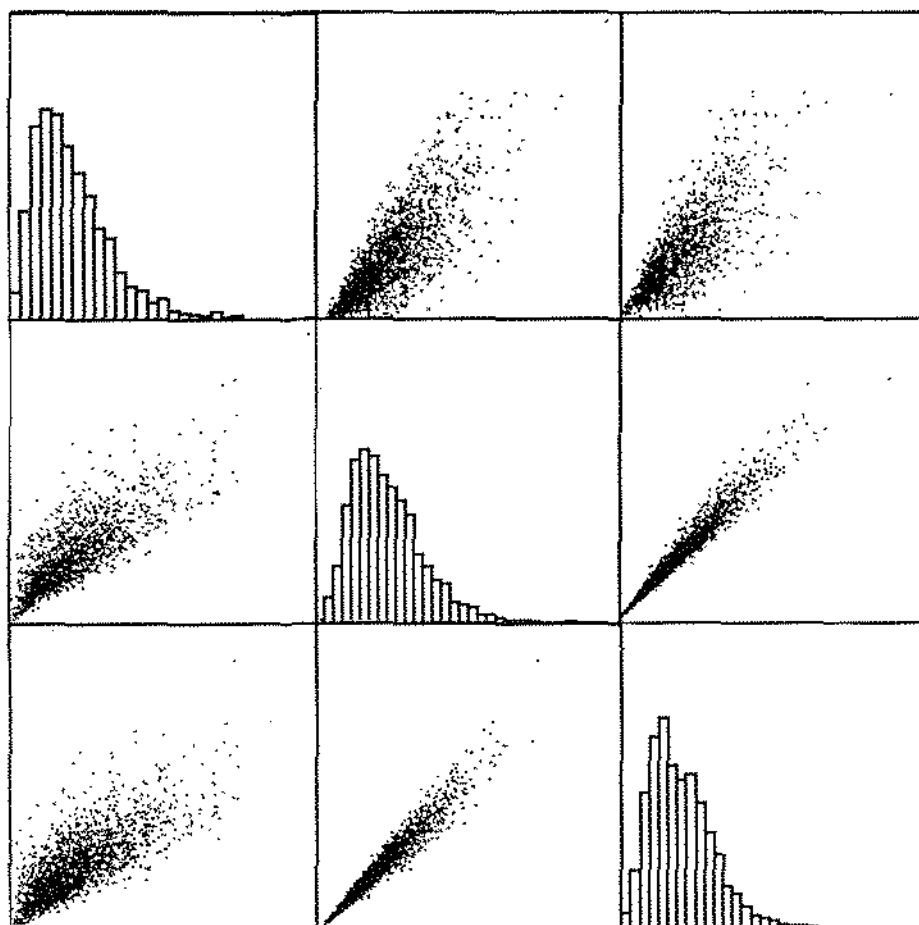


Tabela A.4 Os Dados

| W | | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 564.25 | 241.40 | 288.65 | 404.50 | 687.91 | 739.30 | 1126.93 | 476.73 | 348.64 | 530.70 | 241.15 | 564.05 |
| 445.14 | 578.56 | 1687.03 | 718.24 | 300.55 | 782.64 | 916.26 | 377.88 | 641.76 | 618.11 | 501.52 | 1343.66 |
| 699.93 | 1026.51 | 495.68 | 462.31 | 403.79 | 833.73 | 209.80 | 487.20 | 553.59 | 1141.26 | 373.32 | 351.68 |
| 1044.26 | 653.62 | 182.87 | 325.05 | 857.30 | 688.75 | 397.96 | 377.02 | 187.16 | 520.09 | 924.32 | 652.86 |
| 303.16 | 647.92 | 553.42 | 121.62 | 368.67 | 748.11 | 139.28 | 664.04 | 835.09 | 619.40 | 869.93 | 641.45 |
| 228.91 | 612.88 | 991.65 | 300.98 | 338.22 | 870.63 | 1159.36 | 285.80 | 223.18 | 574.60 | 730.84 | 860.97 |
| 623.02 | 1012.12 | 436.14 | 352.41 | 953.89 | 139.49 | 255.77 | 580.63 | 312.21 | 546.30 | 984.04 | 861.10 |
| 405.66 | 216.54 | 576.20 | 534.83 | 688.98 | 321.94 | 1914.41 | 741.77 | 518.71 | 1012.97 | 612.89 | 946.99 |
| 379.60 | 751.73 | 816.12 | 861.88 | 176.26 | 1236.83 | 545.42 | 280.19 | 380.56 | 903.41 | 1817.28 | 672.56 |
| 1538.79 | 510.68 | 510.29 | 446.97 | 496.21 | 990.77 | 457.15 | 424.62 | 879.08 | 726.73 | 706.97 | 271.11 |
| 522.23 | 293.27 | 647.18 | 81.97 | 329.50 | 256.95 | 397.84 | 808.62 | 715.54 | 665.42 | 1481.42 | 245.47 |
| 449.06 | 1003.85 | 1278.30 | 726.82 | 255.04 | 451.31 | 933.58 | 398.97 | 244.38 | 1514.80 | 649.90 | 618.93 |
| 371.18 | 638.10 | 1546.08 | 701.25 | 516.63 | 668.61 | 387.08 | 516.50 | 220.03 | 397.98 | 814.62 | 250.89 |
| 1100.62 | 118.36 | 752.68 | 792.03 | 264.25 | 557.74 | 902.72 | 307.59 | 1394.68 | 931.47 | 465.63 | 310.90 |
| 690.52 | 520.90 | 726.72 | 383.39 | 577.05 | 765.29 | 1295.67 | 94.76 | 225.05 | 126.04 | 297.55 | 266.64 |
| 573.67 | 295.61 | 512.11 | 294.30 | 533.04 | 835.34 | 570.51 | 343.75 | 516.57 | 1526.67 | 439.12 | 724.14 |
| 804.61 | 1338.36 | 742.82 | 138.64 | 324.21 | 929.92 | 204.04 | 379.59 | 918.24 | 992.47 | 1238.73 | 264.65 |
| 446.20 | 469.29 | 324.65 | 644.90 | 792.82 | 506.86 | 516.52 | 341.45 | 823.37 | 956.43 | 466.52 | 605.31 |
| 1214.92 | 589.21 | 721.34 | 772.97 | 1930.18 | 794.86 | 240.86 | 129.18 | 282.89 | 274.69 | 795.20 | 1426.75 |
| 1475.17 | 223.82 | 209.52 | 2147.77 | 476.09 | 770.77 | 670.58 | 953.96 | 306.93 | 527.98 | 281.53 | 922.86 |
| 81.47 | 520.09 | 569.51 | 552.42 | 521.46 | 555.44 | 659.42 | 325.28 | 736.50 | 411.02 | 281.10 | 813.41 |
| 976.29 | 690.71 | 448.74 | 1815.40 | 536.96 | 1611.54 | 685.31 | 513.17 | 1915.87 | 1169.32 | 1177.36 | 454.04 |
| 591.16 | 370.60 | 436.32 | 805.15 | 442.59 | 56.93 | 482.30 | 182.83 | 360.34 | 520.46 | 130.82 | 2101.63 |
| 328.10 | 274.70 | 488.79 | 592.77 | 378.63 | 1160.27 | 284.38 | 563.33 | 609.33 | 435.61 | 433.09 | 251.75 |
| 305.83 | 561.07 | 506.27 | 796.87 | 523.91 | 1284.66 | 284.86 | 159.82 | 794.52 | 448.85 | 445.64 | 389.24 |
| 333.07 | 284.61 | 86.10 | 143.84 | 678.30 | 284.49 | 722.52 | 1019.76 | 571.27 | 547.83 | 196.63 | 775.97 |
| 701.12 | 1164.44 | 468.36 | 1086.91 | 206.64 | 315.70 | 900.81 | 469.65 | 253.73 | 342.59 | 627.04 | 487.29 |
| 533.76 | 1159.73 | 612.37 | 466.55 | 221.45 | 458.94 | 731.65 | 329.31 | 615.11 | 362.01 | 443.11 | 727.84 |
| 397.61 | 630.67 | 229.23 | 469.55 | 95.45 | 631.81 | 573.95 | 688.66 | 240.87 | 555.03 | 204.19 | 650.30 |
| 122.57 | 664.71 | 281.62 | 429.74 | 146.13 | 1380.96 | 314.01 | 906.56 | 282.79 | 363.98 | 639.53 | 791.03 |
| 411.81 | 651.63 | 743.87 | 1305.39 | 732.44 | 427.10 | 894.44 | 554.96 | 127.63 | 1179.86 | 699.61 | 1109.45 |
| 461.46 | 371.93 | 355.22 | 325.76 | 329.37 | 409.12 | 1146.30 | 903.48 | 658.24 | 466.71 | 1400.83 | 594.51 |
| 1099.08 | 476.26 | 681.74 | 465.14 | 180.65 | 243.16 | 233.60 | 443.32 | 959.08 | 887.01 | 184.44 | 702.60 |
| 457.52 | 809.35 | 469.01 | 356.91 | 914.42 | 493.22 | 660.72 | 746.77 | 237.35 | 606.55 | 322.56 | 790.62 |
| 523.34 | 836.79 | 438.46 | 473.91 | 437.19 | 987.97 | 371.60 | 990.93 | 1177.13 | 59.10 | 550.32 | 911.27 |
| 700.32 | 619.55 | 1663.45 | 654.24 | 211.48 | 1495.10 | 529.69 | 552.43 | 136.52 | 379.38 | 195.72 | 455.49 |
| 710.82 | 878.02 | 586.99 | 816.58 | 818.20 | 554.37 | 598.13 | 538.99 | 161.84 | 602.09 | 515.63 | 833.26 |
| 910.23 | 553.19 | 299.95 | 561.18 | 531.68 | 757.07 | 450.19 | 1008.63 | 623.06 | 331.38 | 42.59 | 910.20 |
| 633.16 | 597.34 | 807.45 | 585.99 | 1054.34 | 350.30 | 459.95 | 100.35 | 611.67 | 213.63 | 301.34 | 328.13 |
| 651.74 | 456.73 | 720.06 | 335.93 | 625.69 | 605.03 | 1072.40 | 796.05 | 426.60 | 409.94 | 1006.21 | 542.38 |
| 1456.80 | 172.32 | 211.16 | 709.72 | 531.29 | 568.87 | 1072.83 | 386.17 | 104.52 | 921.59 | 685.17 | 569.77 |
| 382.79 | 1248.13 | 483.00 | 660.13 | 244.53 | 200.39 | 590.01 | 838.60 | 1541.94 | 404.51 | 500.61 | 163.07 |
| 462.46 | 514.40 | 239.39 | 531.78 | 576.09 | 741.34 | 351.11 | 769.18 | 216.82 | 554.80 | 280.88 | 1937.48 |
| 156.81 | 141.63 | 542.02 | 349.27 | 610.50 | 267.84 | 588.15 | 112.24 | 1048.23 | 625.12 | 171.36 | 872.36 |
| 336.14 | 587.38 | 667.76 | 567.01 | 967.80 | 858.33 | 464.05 | 863.38 | 340.00 | 334.06 | 1025.65 | 696.49 |
| 208.03 | 649.38 | 51.89 | 212.76 | 253.44 | 386.79 | 757.18 | 859.76 | 285.70 | 355.36 | 287.22 | 283.81 |
| 852.55 | 925.80 | 325.67 | 140.32 | 986.77 | 197.52 | 1304.60 | 155.27 | 294.56 | 445.54 | 234.80 | 388.75 |
| 589.23 | 483.58 | 625.12 | 642.97 | 710.87 | 790.08 | 716.87 | 239.38 | 239.93 | 654.88 | 214.70 | 597.34 |
| 159.34 | 806.54 | 879.62 | 1793.10 | 431.68 | 1411.09 | 210.56 | 227.03 | 590.28 | 284.14 | 745.36 | 1173.31 |
| 468.13 | 816.96 | 476.37 | 436.27 | 585.44 | 1559.36 | 505.17 | 212.60 | 1099.51 | 231.97 | 856.02 | 434.22 |
| 337.38 | 404.62 | 621.20 | 530.96 | 223.51 | 217.90 | 395.49 | 257.36 | 479.70 | 990.35 | 376.37 | 970.65 |
| 613.55 | 496.78 | 453.22 | 1077.17 | 123.02 | 262.69 | 574.46 | 565.92 | 144.66 | 262.93 | 532.26 | 720.45 |
| 546.82 | 426.79 | 345.43 | 469.64 | 898.94 | 330.12 | 1274.13 | 632.82 | 461.85 | 829.13 | 186.79 | 350.80 |
| 498.44 | 512.94 | 574.84 | 497.03 | 263.27 | 586.26 | 222.77 | 131.16 | 420.52 | 159.65 | 173.73 | 214.80 |
| 945.13 | 1700.98 | 816.54 | 170.38 | 564.09 | 541.86 | 204.85 | 279.73 | 637.26 | 395.27 | 1486.93 | 153.91 |
| 423.82 | 869.50 | 352.22 | 552.26 | 534.21 | 969.07 | 321.73 | 905.59 | 640.46 | 665.06 | 667.16 | 273.13 |
| 1079.21 | 366.77 | 560.77 | 124.35 | 468.20 | 493.85 | 1179.25 | 1033.56 | 567.48 | 213.41 | 327.96 | 855.94 |
| 408.42 | 422.36 | 624.68 | 1313.05 | 629.35 | 1069.18 | 582.57 | 713.43 | 552.76 | 1026.35 | 436.64 | 158.46 |
| 304.37 | 958.70 | 534.12 | 180.16 | 310.87 | 615.98 | 964.11 | 780.24 | 795.34 | 513.39 | 819.03 | 274.34 |
| 201.28 | 638.42 | 757.54 | 560.17 | 695.98 | 448.21 | 352.96 | 781.19 | 477.54 | 961.59 | 278.82 | 990.43 |
| 492.28 | 781.39 | 627.95 | 231.49 | 182.38 | 195.98 | 181.30 | 726.65 | 343.72 | 482.80 | 855.50 | 211.21 |
| 561.45 | 392.46 | 368.42 | 824.24 | 141.33 | 297.05 | 310.03 | 920.64 | 621.70 | 636.28 | 634.99 | 683.23 |
| 440.18 | 792.75 | 685.41 | 470.94 | 262.01 | 697.27 | 450.19 | 1102.86 | 1261.81 | 424.49 | 414.22 | 454.69 |

W

| | | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 869.45 | 707.63 | 423.69 | 456.03 | 384.91 | 1411.72 | 405.42 | 391.90 | 288.39 | 404.23 | 583.59 | 268.22 |
| 270.68 | 296.60 | 1026.46 | 92.01 | 1919.95 | 163.17 | 753.19 | 321.73 | 1081.30 | 1044.89 | 504.32 | 321.59 |
| 920.60 | 1305.03 | 430.41 | 626.86 | 197.17 | 1250.23 | 326.78 | 489.02 | 548.30 | 507.66 | 1203.04 | 905.53 |
| 504.84 | 434.44 | 794.14 | 86.27 | 2119.46 | 82.72 | 77.64 | 442.54 | 749.04 | 674.55 | 1410.81 | 575.38 |
| 765.76 | 148.35 | 1057.71 | 244.22 | 270.40 | 717.64 | 414.59 | 510.36 | 755.05 | 446.29 | 517.80 | 965.16 |
| 221.69 | 586.67 | 754.95 | 200.35 | 78.39 | 826.61 | 212.48 | 680.54 | 512.39 | 481.02 | 1011.24 | 87.64 |
| 588.66 | 498.23 | 375.75 | 1041.97 | 275.24 | 448.01 | 1706.71 | 528.12 | 285.04 | 331.23 | 329.89 | 623.92 |
| 777.92 | 826.11 | 684.42 | 577.02 | 1372.49 | 203.72 | 1180.95 | 737.39 | 1156.52 | 491.08 | 327.89 | 1710.69 |
| 552.38 | 296.59 | 732.46 | 411.27 | 139.16 | 190.53 | 482.92 | 985.36 | 411.72 | 678.05 | 291.47 | 608.61 |
| 97.27 | 1115.09 | 281.92 | 434.67 | 1468.68 | 941.90 | 183.12 | 203.33 | 279.99 | 420.39 | 684.55 | 169.72 |
| 624.57 | 1071.96 | 447.35 | 625.71 | 590.21 | 638.66 | 1306.51 | 202.79 | 215.63 | 349.76 | 238.47 | 276.67 |
| 480.80 | 863.56 | 680.27 | 244.30 | 505.86 | 698.93 | 1456.82 | 428.60 | 191.14 | 415.57 | 410.78 | 133.49 |
| 83.77 | 495.12 | 969.64 | 1110.64 | 392.10 | 447.06 | 388.37 | 127.19 | 802.23 | 533.37 | 325.25 | 648.31 |
| 141.74 | 797.99 | 71.18 | 944.34 | 665.27 | 1042.66 | 691.32 | 314.94 | 216.27 | 331.66 | 1447.19 | 811.42 |
| 330.13 | 389.06 | 572.36 | 226.16 | 311.70 | 650.27 | 456.86 | 160.37 | 357.50 | 501.96 | 395.86 | 489.40 |
| 109.49 | 455.99 | 137.41 | 2037.51 | 307.31 | 490.12 | 468.20 | 455.94 | 216.70 | 456.63 | 779.53 | 278.29 |
| 559.13 | 391.56 | 818.02 | 1156.93 | 110.51 | 304.82 | 232.77 | 108.54 | 392.10 | 680.68 | 685.52 | 598.18 |
| 606.04 | 1418.56 | 876.39 | 715.93 | 1396.35 | 538.70 | 352.89 | 236.11 | 814.41 | 935.92 | 661.84 | 249.80 |
| 568.42 | 1038.37 | 1262.52 | 423.56 | 954.53 | 207.65 | 1481.27 | 1675.64 | 1062.89 | 1135.57 | 1234.53 | 493.54 |
| 472.79 | 195.26 | 382.74 | 239.97 | 179.78 | 283.23 | 696.46 | 909.69 | 482.06 | 251.99 | 296.23 | 449.44 |
| 181.22 | 419.31 | 301.48 | 785.30 | 581.66 | 336.95 | 1313.55 | 485.03 | 938.65 | 497.44 | 343.18 | 473.06 |
| 600.44 | 651.07 | 302.64 | 153.49 | 621.73 | 1196.85 | 868.29 | 573.75 | 765.63 | 190.19 | 712.95 | 654.92 |
| 372.70 | 484.84 | 848.85 | 825.67 | 285.58 | 95.12 | 192.08 | 536.29 | 1176.55 | 859.46 | 434.09 | 527.21 |
| 360.29 | 1175.46 | 469.65 | 292.44 | 311.24 | 362.81 | 1918.89 | 726.08 | 180.03 | 284.00 | 975.25 | 290.96 |
| 1449.77 | 370.80 | 62.36 | 765.12 | 226.68 | 279.87 | 323.88 | 1362.73 | 517.73 | 279.26 | 1021.42 | 202.02 |
| 1448.31 | 864.54 | 227.05 | 160.44 | 73.68 | 779.68 | 382.99 | 1969.80 | 1062.69 | 457.12 | 865.10 | 228.00 |
| 602.81 | 831.77 | 419.37 | 31.77 | 373.68 | 470.16 | 1285.17 | 782.86 | 566.77 | 186.03 | 644.24 | 782.29 |
| 1086.42 | 984.06 | 1097.20 | 606.55 | 1413.72 | 428.83 | 459.13 | 1241.00 | 317.26 | 296.20 | 301.95 | 92.22 |
| 226.91 | 585.12 | 301.60 | 1125.10 | 174.65 | 666.26 | 414.27 | 557.60 | 653.72 | 968.41 | 140.46 | 948.23 |
| 579.69 | 400.30 | 409.05 | 165.11 | 1283.83 | 614.21 | 126.53 | 461.32 | 543.19 | 856.54 | 191.19 | 283.78 |
| 282.55 | 331.61 | 355.26 | 328.88 | 232.64 | 934.55 | 746.28 | 380.60 | 438.99 | 272.22 | 742.39 | 907.39 |
| 719.52 | 1154.36 | 256.22 | 579.80 | 936.48 | 363.17 | 397.48 | 983.98 | 173.43 | 1550.06 | 1016.13 | 1955.03 |
| 633.27 | 1269.96 | 809.85 | 678.53 | 790.25 | 920.26 | 633.94 | 543.07 | 700.59 | 615.83 | 323.13 | 446.92 |
| 358.14 | 495.43 | 199.08 | 928.04 | 538.53 | 569.49 | 326.14 | 213.85 | 799.49 | 353.19 | 162.48 | 753.00 |
| 519.12 | 817.05 | 493.01 | 792.48 | 679.67 | 1027.11 | 64.04 | 311.35 | 1801.56 | 275.70 | 177.56 | 812.16 |
| 794.89 | 186.88 | 499.12 | 429.47 | 183.34 | 409.51 | 272.42 | 1122.53 | 1291.82 | 98.98 | 497.27 | 156.22 |
| 392.09 | 728.74 | 361.69 | 218.17 | 234.66 | 300.27 | 544.56 | 826.70 | 288.26 | 351.78 | 1252.82 | 469.93 |
| 442.29 | 302.22 | 167.15 | 527.48 | 1518.17 | 1336.70 | 359.76 | 1160.50 | 655.92 | 284.17 | 796.48 | 169.98 |
| 436.66 | 498.96 | 593.77 | 437.37 | 632.27 | 477.08 | 651.16 | 1243.20 | 599.68 | 301.36 | 148.04 | 385.64 |
| 133.26 | 612.02 | 412.16 | 175.17 | 1323.31 | 363.08 | 965.01 | 216.02 | 180.45 | 793.43 | 939.22 | 219.30 |
| 898.17 | 672.46 | 1704.22 | 296.66 | 191.25 | 321.53 | 443.37 | 116.19 | 573.79 | 321.67 | 105.96 | 392.46 |
| 704.44 | 394.52 | 276.90 | 168.83 | 553.80 | 492.51 | 1502.64 | 1290.22 | 900.46 | 876.37 | 715.98 | 237.97 |
| 228.05 | 483.28 | 381.64 | 620.59 | 323.81 | 249.50 | 427.42 | 794.56 | 414.16 | 1094.25 | 622.84 | 567.01 |
| 731.58 | 1059.99 | 152.47 | 836.08 | 409.72 | 700.86 | 758.24 | 1661.12 | 329.25 | 22.49 | 453.40 | 1034.19 |
| 463.11 | 641.73 | 898.97 | 558.57 | 301.81 | 2130.60 | 1075.00 | 1283.19 | 40.98 | 467.28 | 314.65 | 148.19 |
| 442.93 | 376.35 | 245.33 | 238.36 | 252.74 | 815.07 | 431.22 | 420.69 | 291.89 | 341.06 | 265.48 | 162.03 |
| 421.90 | 416.49 | 552.16 | 366.64 | 751.88 | 924.27 | 545.83 | 760.59 | 892.18 | 229.88 | 894.86 | 430.72 |
| 141.32 | 993.13 | 667.87 | 1000.75 | 868.80 | 177.33 | 933.18 | 859.97 | 685.99 | 740.62 | 1122.72 | 12.15 |
| 268.71 | 978.57 | 695.54 | 1282.25 | 816.41 | 711.00 | 192.51 | 423.97 | 211.23 | 260.44 | 739.26 | 717.68 |
| 920.84 | 1565.07 | 671.67 | 644.61 | 203.70 | 241.10 | 872.07 | 280.09 | 371.96 | 527.60 | 673.58 | 263.08 |
| 403.16 | 171.53 | 920.63 | 554.36 | 895.71 | 683.90 | 357.73 | 818.01 | 213.88 | 399.44 | 507.42 | 327.71 |
| 303.58 | 285.55 | 774.88 | 740.66 | 216.50 | 1264.56 | 766.81 | 581.29 | 145.86 | 454.32 | 204.04 | 103.72 |
| 397.14 | 499.80 | 302.71 | 252.16 | 973.24 | 620.37 | 765.86 | 704.77 | 947.89 | 918.80 | 250.71 | 339.77 |
| 228.65 | 1179.37 | 537.77 | 253.65 | 131.28 | 758.73 | 1077.82 | 706.58 | 878.24 | 691.87 | 455.41 | 354.06 |
| 383.09 | 464.31 | 122.75 | 715.98 | 357.85 | 703.35 | 510.43 | 388.24 | 561.30 | 352.60 | 213.52 | 1365.62 |
| 291.97 | 1004.27 | 156.29 | 113.84 | 936.92 | 773.94 | 563.36 | 241.39 | 510.92 | 547.95 | 369.15 | 163.20 |
| 366.61 | 667.82 | 128.24 | 1723.33 | 875.84 | 781.07 | 1391.71 | 586.32 | 1089.33 | 526.16 | 454.31 | 645.58 |
| 506.36 | 583.97 | 670.88 | 493.39 | 511.48 | 241.99 | 375.87 | 109.90 | 432.35 | 389.97 | 1036.22 | 245.01 |
| 766.31 | 333.48 | 426.99 | 355.43 | 566.49 | 1058.07 | 562.74 | 256.79 | 458.99 | 351.34 | 455.63 | 313.95 |
| 338.92 | 356.19 | 132.89 | 316.42 | 736.11 | 600.47 | 1134.42 | 725.05 | 680.36 | 402.01 | 38.36 | 686.84 |
| 624.20 | 1934.85 | 583.53 | 557.25 | 622.48 | 588.31 | 458.48 | 536.24 | 326.71 | 677.80 | 496.21 | 354.14 |
| 309.53 | 463.97 | 284.95 | 882.10 | 989.19 | 578.18 | 215.12 | 923.51 | 354.13 | 425.74 | 687.40 | 280.34 |
| 705.76 | 193.18 | 939.23 | 199.86 | 1362.68 | 882.22 | 278.17 | 950.84 | 1406.79 | 271.10 | 566.67 | 680.02 |

W

| | | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 364.11 | 694.45 | 1275.03 | 403.56 | 408.86 | 536.93 | 602.90 | 890.32 | 1180.86 | 869.45 | 275.74 | 222.79 |
| 165.52 | 857.75 | 817.41 | 496.37 | 936.08 | 329.95 | 367.32 | 355.77 | 1226.62 | 440.01 | 1199.24 | 349.87 |
| 320.57 | 358.85 | 492.65 | 207.58 | 490.89 | 1418.76 | 438.63 | 161.78 | 93.00 | 451.30 | 196.66 | 586.71 |
| 1431.38 | 123.01 | 2003.81 | 695.00 | 338.08 | 527.42 | 682.93 | 565.28 | 849.25 | 836.47 | 629.91 | 497.87 |
| 357.90 | 634.23 | 1422.94 | 201.67 | 645.41 | 589.37 | 425.02 | 389.11 | 673.14 | 483.48 | 489.51 | 193.33 |
| 1341.03 | 664.75 | 466.85 | 410.78 | 717.89 | 711.97 | 572.00 | 303.24 | 186.26 | 808.89 | 737.21 | 1013.91 |
| 454.05 | 666.37 | 462.09 | 315.72 | 520.19 | 596.27 | 323.96 | 159.48 | 257.00 | 615.38 | 234.35 | 205.37 |
| 1920.38 | 852.04 | 554.22 | 1375.01 | 597.56 | 414.80 | 752.23 | 1510.10 | 233.03 | 733.21 | 923.16 | 536.27 |
| 330.75 | 212.93 | 324.86 | 566.12 | 992.23 | 133.31 | 824.71 | 721.61 | 488.71 | 809.14 | 989.12 | 155.97 |
| 1115.19 | 99.71 | 1070.70 | 902.35 | 937.88 | 394.50 | 324.16 | 698.22 | 720.78 | 212.50 | 683.74 | 257.50 |
| 490.68 | 846.56 | 107.99 | 935.80 | 123.32 | 203.36 | 330.97 | 160.47 | 300.27 | 316.77 | 259.13 | 935.81 |
| 378.14 | 490.06 | 530.43 | 578.40 | 843.10 | 579.76 | 781.95 | 406.67 | 580.77 | 306.35 | 395.00 | 260.42 |
| 582.74 | 746.84 | 863.76 | 473.42 | 238.06 | 534.14 | 453.96 | 327.36 | 690.15 | 344.66 | 322.69 | 615.34 |
| 423.22 | 1313.16 | 223.70 | 380.16 | 875.14 | 590.16 | 1283.99 | 1944.96 | 264.17 | 193.03 | 1884.20 | 653.73 |
| 307.05 | 1249.61 | 288.89 | 582.47 | 1129.51 | 228.39 | 513.51 | 671.08 | 561.15 | 61.64 | 139.87 | 561.32 |
| 777.19 | 889.79 | 280.13 | 656.90 | 480.56 | 945.23 | 362.02 | 647.05 | 709.94 | 498.99 | 283.62 | 843.10 |
| 1304.51 | 717.93 | 603.20 | 2815.21 | 256.43 | 384.80 | 42.68 | 500.37 | 415.29 | 236.61 | 172.72 | 498.03 |
| 911.88 | 126.95 | 709.64 | 932.75 | 814.45 | 975.29 | 527.93 | 674.37 | 760.59 | 956.87 | 799.75 | 491.93 |
| 781.24 | 531.53 | 449.72 | 311.65 | 461.22 | 1084.82 | 540.09 | 376.17 | 627.44 | 310.40 | 249.22 | 598.94 |
| 174.08 | 294.31 | 287.82 | 331.39 | 516.22 | 226.02 | 147.19 | 747.00 | 275.74 | 318.76 | 666.33 | 360.59 |
| 1455.67 | 740.71 | 698.47 | 671.45 | 644.13 | 1076.02 | 411.16 | 544.28 | 790.35 | 1492.17 | 400.11 | 1055.04 |
| 509.55 | 704.51 | 539.23 | 304.80 | 350.57 | 1383.16 | 649.88 | 1378.66 | 333.64 | 140.99 | 738.42 | 373.52 |
| 1260.09 | 484.82 | 481.43 | 1347.00 | 268.50 | 705.02 | 785.34 | 500.39 | 1557.03 | 777.91 | 663.03 | 475.95 |
| 822.69 | 329.73 | 479.11 | 321.19 | 1018.63 | 290.52 | 479.96 | 821.97 | 171.51 | 814.51 | 830.80 | 217.95 |
| 620.60 | 444.99 | 933.18 | 322.86 | 664.06 | 321.29 | 209.17 | 1241.36 | 645.39 | 977.94 | 817.50 | 531.93 |
| 439.30 | 662.28 | 1268.09 | 258.85 | 151.56 | 591.10 | 527.83 | 338.73 | 526.13 | 796.03 | 1063.66 | 841.04 |
| 380.95 | 391.81 | 161.80 | 379.93 | 303.67 | 449.73 | 1052.43 | 437.36 | 99.03 | 789.76 | 325.66 | 491.23 |
| 239.42 | 2070.39 | 218.13 | 1292.69 | 311.16 | 886.18 | 916.07 | 608.77 | 980.29 | 514.82 | 302.07 | 838.60 |
| 895.63 | 410.15 | 229.82 | 258.94 | 170.71 | 305.76 | 212.03 | 276.32 | 499.42 | 1158.65 | 169.94 | 874.20 |
| 205.92 | 146.14 | 160.76 | 356.78 | 452.53 | 1283.27 | 403.19 | 821.35 | 254.43 | 1445.49 | 687.86 | 726.87 |
| 401.74 | 92.13 | 621.70 | 218.34 | 526.66 | 626.62 | 332.22 | 210.41 | 312.04 | 349.51 | 709.89 | 461.36 |
| 792.60 | 490.34 | 638.36 | 682.39 | 724.24 | 78.36 | 699.08 | 433.61 | 461.36 | 588.62 | 486.59 | 360.79 |
| 401.73 | 169.66 | 553.43 | 936.72 | 372.78 | 822.63 | 662.25 | 372.42 | 433.15 | 652.51 | 565.32 | 568.67 |
| 380.91 | 519.88 | 372.85 | 157.65 | 652.46 | 538.54 | 341.75 | 506.13 | 1286.70 | 931.86 | 934.32 | 947.52 |
| 442.51 | 566.22 | 592.96 | 293.43 | 436.05 | 1209.91 | 350.32 | 524.58 | 662.04 | 688.69 | 231.36 | 445.11 |
| 765.73 | 935.72 | 307.31 | 275.17 | 693.61 | 836.70 | 277.61 | 549.65 | 483.49 | 216.26 | 350.66 | 378.11 |
| 1097.79 | 293.84 | 437.45 | 353.68 | 349.80 | 328.24 | 694.67 | 373.20 | 928.93 | 427.84 | 402.17 | 58.90 |
| 255.82 | 1404.88 | 599.91 | 132.42 | 369.44 | 159.80 | 570.51 | 529.25 | 334.63 | 767.74 | 280.41 | 473.23 |
| 532.35 | 477.99 | 561.80 | 215.21 | 893.17 | 483.32 | 762.63 | 522.48 | 625.25 | 169.29 | 362.39 | 551.72 |
| 1941.99 | 786.43 | 803.74 | 515.72 | 416.07 | 700.23 | 1492.69 | 666.43 | 759.41 | 182.10 | 661.78 | 714.58 |
| 762.74 | 148.62 | 868.70 | 268.59 | 319.81 | 1293.58 | 1110.03 | 598.22 | 708.54 | 1093.80 | 702.75 | 436.47 |
| 253.62 | 243.36 | 600.78 | 280.46 | 392.84 | 358.47 | 570.42 | 1174.32 | 338.16 | 155.83 | 472.48 | 288.55 |
| 390.12 | 917.09 | 514.48 | 641.70 | 630.23 | 299.95 | 298.97 | 181.30 | 1139.84 | 845.28 | 374.28 | 632.62 |
| 377.06 | 385.97 | 1497.27 | 1320.05 | 755.40 | 459.25 | 519.59 | 438.61 | 1060.01 | 699.87 | 819.75 | 239.65 |
| 1699.39 | 473.48 | 841.50 | 452.53 | 503.09 | 587.53 | 177.96 | 420.48 | 1177.66 | 643.74 | 728.90 | 395.59 |
| 425.17 | 317.91 | 395.89 | 346.86 | 275.98 | 706.86 | 484.68 | 201.04 | 414.45 | 925.92 | 463.37 | 328.96 |
| 403.67 | 134.89 | 257.08 | 463.56 | 531.27 | 476.99 | 608.32 | 964.21 | 855.81 | 583.78 | 1593.10 | 1455.85 |
| 957.67 | 708.72 | 539.15 | 652.65 | 460.50 | 663.17 | 822.86 | 372.90 | 586.56 | 872.77 | 363.29 | 464.60 |
| 674.77 | 614.84 | 765.73 | 545.84 | 516.43 | 456.89 | 643.70 | 584.15 | 255.56 | 836.61 | 289.05 | 1164.69 |
| 649.77 | 167.06 | 207.44 | 710.21 | 905.66 | 371.49 | 672.36 | 541.90 | 564.71 | 332.05 | 364.01 | 621.71 |
| 275.07 | 1051.96 | 697.29 | 685.62 | 230.31 | 733.59 | 715.99 | 837.45 | 976.82 | 165.38 | 760.32 | 851.30 |
| 844.44 | 1055.78 | 1051.13 | 67.94 | 498.43 | 731.65 | 297.87 | 134.87 | 2161.37 | 79.14 | 1070.75 | 553.12 |
| 152.80 | 363.68 | 328.79 | 221.14 | 1232.44 | 405.33 | 819.27 | 312.69 | 441.74 | 396.43 | 202.50 | 1088.86 |
| 1206.27 | 298.23 | 962.27 | 940.00 | 838.40 | 238.49 | 124.23 | 386.66 | 388.66 | 386.98 | 1276.67 | 1638.24 |
| 728.96 | 832.44 | 420.58 | 699.86 | 1028.77 | 760.89 | 1056.40 | 484.55 | 642.97 | 1221.47 | 66.60 | 805.07 |
| 563.56 | 405.81 | 306.67 | 262.47 | 61.14 | 806.11 | 302.01 | 266.55 | 670.76 | 909.55 | 729.00 | 208.45 |
| 464.08 | 498.35 | 401.89 | 279.01 | 243.89 | 463.09 | 637.86 | 111.08 | 577.63 | 725.08 | 1278.78 | 838.12 |
| 277.49 | 415.41 | 747.41 | 329.52 | 227.12 | 935.54 | 336.44 | 204.71 | 1096.29 | 274.04 | 305.02 | 358.67 |
| 599.52 | 195.96 | 390.71 | 589.20 | 372.48 | 227.65 | 375.14 | 322.73 | 311.69 | 785.55 | 1118.37 | 436.39 |
| 954.74 | 375.67 | 1106.15 | 954.00 | 166.13 | 495.56 | 459.69 | 1103.05 | 766.41 | 992.14 | 375.38 | 354.92 |
| 380.02 | 522.82 | 158.58 | 241.31 | 490.68 | 335.31 | 1045.32 | 751.44 | 246.65 | 370.94 | 317.36 | 126.95 |
| 419.50 | 1024.10 | 603.31 | 1121.07 | 658.88 | 605.66 | 99.11 | 602.46 | 1095.32 | 700.54 | 1538.36 | 599.08 |
| 206.55 | 218.97 | 799.48 | 583.71 | 926.15 | 1408.99 | 510.72 | 993.97 | 497.26 | 271.73 | 864.54 | 776.76 |

W

| | | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|---------|
| 487.50 | 246.45 | 561.97 | 368.15 | 272.15 | 354.23 | 831.79 | 614.87 | 752.58 | 894.59 | 647.88 | 473.67 |
| 537.47 | 522.07 | 1113.92 | 347.10 | 387.47 | 515.23 | 337.94 | 208.65 | 442.08 | 1004.03 | 548.25 | 793.90 |
| 761.12 | 227.89 | 488.08 | 13.08 | 398.26 | 271.45 | 1168.21 | 739.22 | 371.07 | 408.76 | 272.36 | 272.62 |
| 1238.92 | 1639.41 | 1258.79 | 371.01 | 148.76 | 377.19 | 475.67 | 262.56 | 374.64 | 170.42 | 291.19 | 751.20 |
| 200.21 | 1152.18 | 690.18 | 938.92 | 605.46 | 328.83 | 367.38 | 699.22 | 1088.22 | 448.19 | 682.20 | 98.65 |
| 882.97 | 238.59 | 120.30 | 782.34 | 731.39 | 1075.48 | 464.63 | 1273.67 | 925.66 | 597.66 | 289.29 | 427.19 |
| 482.07 | 710.91 | 627.40 | 620.80 | 460.41 | 589.72 | 673.19 | 445.27 | 531.01 | 286.55 | 373.55 | 595.85 |
| 482.13 | 280.21 | 806.00 | 297.28 | 337.09 | 890.44 | 705.54 | 434.54 | 900.47 | 1244.44 | 409.11 | 786.16 |
| 571.68 | 959.01 | 1112.33 | 479.69 | 940.26 | 814.11 | 279.65 | 564.56 | 1159.45 | 821.63 | 344.63 | 240.58 |
| 386.83 | 1082.01 | 308.55 | 390.05 | 232.50 | 594.14 | 154.53 | 859.51 | 717.20 | 214.17 | 657.06 | 305.85 |
| 1138.99 | 872.60 | 224.00 | 370.53 | 540.29 | 1482.73 | 536.98 | 298.90 | 337.81 | 387.91 | 845.00 | 387.69 |
| 265.65 | 969.95 | 1079.55 | 281.32 | 950.49 | 559.58 | 960.89 | 975.01 | 799.25 | 284.83 | 454.07 | 520.46 |
| 481.95 | 614.78 | 192.70 | 400.42 | 142.60 | 326.01 | 880.87 | 376.15 | 1075.63 | 388.38 | 193.41 | 52.53 |
| 147.16 | 1626.81 | 648.92 | 221.38 | 256.96 | 453.85 | 255.91 | 747.29 | 326.17 | 446.80 | 275.60 | 1823.85 |
| 1471.18 | 881.88 | 107.35 | 493.94 | 509.15 | 838.64 | 1349.45 | 342.01 | 688.32 | 798.01 | 135.57 | 906.96 |
| 486.73 | 861.80 | 374.55 | 603.32 | 361.67 | 477.09 | 440.72 | 1121.89 | 2004.43 | 131.11 | 893.74 | 833.07 |
| 453.61 | 1665.02 | 209.73 | 522.17 | 562.35 | 491.51 | 1006.97 | 576.36 | 723.95 | 451.09 | 280.56 | 449.95 |
| 936.77 | 957.29 | 749.38 | 425.83 | 1790.50 | 1415.91 | 541.20 | 481.11 | 313.15 | 199.29 | 727.40 | 292.32 |
| 308.31 | 910.91 | 530.03 | 1289.68 | 460.58 | 454.57 | 468.82 | 868.01 | 644.64 | 532.36 | 270.97 | 397.23 |
| 355.61 | 243.79 | 406.51 | 378.93 | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 204.91 | 99.64 | 97.94 | 99.23 | 177.76 | 205.37 | 187.42 | 137.74 | 134.89 | 274.49 | 87.86 | 136.64 |
| 135.71 | 168.01 | 447.59 | 184.92 | 114.69 | 177.89 | 227.63 | 122.04 | 192.40 | 194.61 | 144.25 | 302.44 |
| 241.97 | 398.65 | 223.52 | 132.10 | 102.64 | 254.16 | 76.47 | 240.37 | 173.01 | 331.31 | 144.45 | 129.17 |
| 235.88 | 211.57 | 145.48 | 104.93 | 177.27 | 162.79 | 97.35 | 110.50 | 176.33 | 160.82 | 286.50 | 202.02 |
| 152.04 | 265.53 | 303.77 | 66.42 | 100.85 | 270.52 | 96.93 | 302.29 | 175.82 | 395.88 | 208.03 | 260.23 |
| 80.23 | 187.74 | 251.28 | 118.57 | 230.37 | 252.08 | 352.67 | 93.24 | 201.78 | 186.28 | 163.04 | 353.34 |
| 135.35 | 263.69 | 122.93 | 149.39 | 212.09 | 154.25 | 153.70 | 157.57 | 151.12 | 129.34 | 357.70 | 226.75 |
| 156.62 | 232.58 | 160.84 | 249.63 | 206.31 | 133.12 | 444.06 | 235.93 | 179.20 | 312.44 | 162.03 | 207.02 |
| 114.16 | 307.18 | 337.71 | 248.62 | 80.99 | 356.69 | 193.01 | 126.35 | 132.59 | 339.15 | 571.16 | 371.34 |
| 358.04 | 124.94 | 170.01 | 117.23 | 129.56 | 441.89 | 176.06 | 230.10 | 232.17 | 299.16 | 198.36 | 82.04 |
| 151.81 | 150.06 | 300.22 | 53.19 | 179.88 | 152.33 | 153.86 | 261.54 | 220.60 | 146.61 | 463.29 | 219.85 |
| 213.40 | 363.13 | 359.06 | 208.74 | 123.05 | 165.68 | 289.69 | 188.63 | 111.64 | 363.88 | 238.42 | 256.11 |
| 164.31 | 228.52 | 341.52 | 191.15 | 301.52 | 266.21 | 205.84 | 251.55 | 198.55 | 150.86 | 330.79 | 64.74 |
| 360.13 | 151.88 | 260.83 | 242.68 | 193.70 | 137.20 | 239.92 | 134.02 | 288.29 | 359.68 | 150.22 | 172.43 |
| 240.70 | 140.13 | 189.16 | 89.97 | 227.33 | 513.26 | 350.26 | 154.87 | 96.03 | 57.77 | 234.41 | 210.33 |
| 202.95 | 285.01 | 111.74 | 264.24 | 182.43 | 273.55 | 320.10 | 144.34 | 196.11 | 368.16 | 97.34 | 293.56 |
| 257.76 | 300.51 | 236.85 | 76.74 | 104.76 | 297.21 | 126.91 | 150.28 | 203.66 | 341.00 | 391.13 | 167.88 |
| 147.88 | 235.26 | 129.57 | 325.84 | 250.19 | 137.90 | 164.48 | 138.96 | 242.72 | 224.00 | 290.86 | 164.81 |
| 272.69 | 117.07 | 280.29 | 247.99 | 490.44 | 213.50 | 150.94 | 81.23 | 93.43 | 130.97 | 343.18 | 302.99 |
| 300.49 | 72.79 | 82.71 | 427.16 | 152.98 | 209.40 | 303.99 | 250.71 | 249.00 | 193.23 | 72.19 | 349.57 |
| 76.49 | 159.05 | 152.68 | 199.31 | 109.93 | 170.47 | 295.05 | 166.30 | 202.24 | 177.68 | 163.33 | 391.93 |
| 232.83 | 143.41 | 131.62 | 416.41 | 189.16 | 568.00 | 232.26 | 191.11 | 360.83 | 306.78 | 341.40 | 157.98 |
| 300.06 | 109.04 | 273.99 | 256.10 | 172.61 | 48.08 | 181.15 | 69.90 | 280.95 | 225.03 | 50.45 | 453.38 |
| 112.22 | 269.26 | 231.41 | 238.92 | 251.53 | 261.49 | 210.41 | 189.94 | 211.70 | 107.65 | 224.42 | 77.25 |
| 120.10 | 198.92 | 181.63 | 227.36 | 218.66 | 411.46 | 130.63 | 89.20 | 194.17 | 141.84 | 117.33 | 265.63 |
| 264.56 | 97.20 | 68.04 | 37.74 | 210.51 | 95.93 | 193.90 | 303.69 | 153.99 | 175.80 | 72.56 | 180.20 |
| 139.78 | 406.15 | 100.04 | 247.68 | 87.83 | 211.26 | 226.10 | 122.56 | 138.57 | 172.50 | 254.12 | 241.32 |
| 193.64 | 332.44 | 307.19 | 266.91 | 130.64 | 201.63 | 179.78 | 134.84 | 114.93 | 133.09 | 137.07 | 213.92 |
| 174.70 | 165.48 | 62.46 | 158.10 | 114.41 | 186.71 | 363.06 | 235.96 | 190.29 | 247.46 | 61.90 | 263.55 |
| 206.03 | 124.52 | 94.97 | 208.19 | 70.21 | 463.29 | 206.48 | 322.48 | 126.23 | 185.54 | 216.73 | 231.61 |
| 128.24 | 176.55 | 196.10 | 310.67 | 254.34 | 192.35 | 216.21 | 139.91 | 197.95 | 237.16 | 235.45 | 259.75 |
| 158.27 | 81.29 | 204.51 | 122.65 | 129.74 | 125.16 | 251.56 | 211.23 | 283.06 | 137.55 | 391.45 | 293.97 |
| 223.61 | 261.54 | 173.61 | 175.41 | 116.68 | 147.95 | 80.32 | 344.22 | 259.39 | 244.72 | 60.44 | 239.56 |
| 85.47 | 224.11 | 180.47 | 133.39 | 261.17 | 142.64 | 353.05 | 193.82 | 103.74 | 131.84 | 136.97 | 226.77 |
| 135.17 | 213.23 | 124.82 | 348.38 | 222.79 | 275.72 | 73.62 | 276.13 | 251.54 | 20.76 | 168.74 | 284.16 |
| 137.24 | 187.26 | 345.94 | 161.95 | 62.97 | 449.57 | 262.08 | 103.66 | 49.80 | 199.65 | 108.15 | 129.31 |
| 256.81 | 209.51 | 168.89 | 246.25 | 246.74 | 276.76 | 240.92 | 107.61 | 89.72 | 159.78 | 255.55 | 332.99 |
| 331.44 | 151.47 | 133.04 | 249.82 | 123.10 | 365.50 | 176.65 | 288.11 | 247.66 | 197.52 | 45.16 | 321.55 |
| 151.23 | 228.00 | 184.34 | 180.30 | 217.98 | 100.68 | 124.09 | 45.29 | 224.94 | 160.43 | 80.49 | 160.61 |
| 239.36 | 172.53 | 239.22 | 133.91 | 346.94 | 194.18 | 273.28 | 265.90 | 115.15 | 102.52 | 223.78 | 209.15 |
| 444.29 | 78.78 | 93.13 | 239.81 | 168.99 | 337.93 | 230.21 | 125.85 | 105.30 | 201.24 | 158.44 | 187.74 |
| 90.02 | 343.99 | 166.22 | 187.87 | 89.75 | 257.17 | 219.11 | 269.96 | 424.30 | 114.55 | 126.43 | 39.51 |
| 109.22 | 227.68 | 148.10 | 303.11 | 181.88 | 172.48 | 107.78 | 275.58 | 78.86 | 222.25 | 87.50 | 485.87 |
| 71.27 | 35.67 | 182.93 | 111.89 | 267.99 | 116.23 | 144.55 | 39.69 | 288.87 | 218.15 | 117.48 | 207.17 |
| 123.62 | 174.15 | 211.51 | 181.54 | 155.54 | 206.31 | 180.20 | 222.06 | 117.57 | 147.61 | 248.86 | 400.11 |
| 55.09 | 262.34 | 28.44 | 105.36 | 110.60 | 147.43 | 168.97 | 256.46 | 199.80 | 112.10 | 145.30 | 95.06 |
| 267.21 | 175.59 | 190.55 | 50.99 | 307.33 | 65.23 | 301.02 | 51.03 | 106.17 | 165.33 | 150.94 | 132.81 |
| 180.10 | 247.59 | 207.84 | 339.62 | 192.99 | 208.65 | 232.91 | 109.80 | 127.36 | 234.72 | 79.75 | 178.28 |
| 101.64 | 219.84 | 213.08 | 361.47 | 118.51 | 354.27 | 121.47 | 268.02 | 202.22 | 150.82 | 234.28 | 512.13 |
| 123.14 | 224.51 | 138.29 | 314.27 | 119.34 | 362.85 | 195.37 | 197.29 | 290.69 | 134.39 | 239.25 | 153.73 |
| 96.63 | 216.29 | 186.68 | 153.14 | 229.78 | 77.35 | 174.00 | 134.09 | 334.31 | 282.49 | 140.40 | 294.99 |
| 320.77 | 254.99 | 184.02 | 247.60 | 67.28 | 99.34 | 289.24 | 152.63 | 89.85 | 131.96 | 120.69 | 186.08 |
| 135.64 | 161.92 | 142.13 | 118.80 | 281.54 | 157.73 | 388.14 | 330.61 | 143.43 | 222.19 | 80.72 | 125.58 |
| 197.23 | 134.09 | 121.29 | 128.48 | 109.26 | 316.01 | 86.30 | 201.05 | 117.21 | 108.05 | 156.94 | 94.25 |
| 259.94 | 371.21 | 161.11 | 59.76 | 140.72 | 255.54 | 67.22 | 174.46 | 330.11 | 192.52 | 364.95 | 73.49 |
| 150.53 | 199.63 | 168.71 | 142.44 | 183.73 | 215.95 | 255.32 | 309.65 | 370.97 | 250.26 | 200.42 | 112.94 |
| 311.71 | 124.34 | 195.93 | 155.36 | 261.69 | 122.13 | 231.25 | 354.32 | 159.27 | 90.04 | 130.31 | 344.61 |
| 142.20 | 145.60 | 273.65 | 278.04 | 307.28 | 430.94 | 196.32 | 167.46 | 183.88 | 290.22 | 156.88 | 63.74 |
| 86.36 | 301.55 | 298.69 | 71.99 | 102.14 | 204.05 | 251.92 | 462.78 | 193.36 | 111.08 | 240.88 | 100.04 |
| 122.37 | 188.65 | 245.05 | 180.48 | 232.26 | 149.50 | 129.73 | 234.83 | 243.32 | 265.15 | 196.39 | 283.64 |
| 167.50 | 217.57 | 161.93 | 118.00 | 50.76 | 144.54 | 175.06 | 194.23 | 183.07 | 149.55 | 373.40 | 92.21 |
| 199.28 | 116.39 | 147.89 | 195.77 | 68.46 | 78.07 | 96.16 | 181.62 | 364.67 | 248.57 | 220.02 | 300.02 |
| 174.15 | 236.74 | 291.32 | 129.74 | 121.62 | 312.13 | 219.83 | 276.26 | 271.11 | 179.21 | 220.62 | 336.21 |

X

| | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 289.32 | 169.19 | 123.72 | 169.51 | 117.00 | 306.30 | 166.43 | 104.48 | 88.79 | 154.29 | 278.66 | 116.79 |
| 87.61 | 89.98 | 368.58 | 125.81 | 518.19 | 160.12 | 333.24 | 103.97 | 274.05 | 225.86 | 273.59 | 92.76 |
| 377.23 | 339.88 | 115.64 | 192.26 | 53.45 | 437.13 | 93.88 | 211.29 | 289.19 | 139.72 | 368.53 | 284.14 |
| 205.49 | 107.20 | 190.68 | 31.35 | 723.07 | 120.55 | 79.67 | 107.84 | 211.41 | 241.25 | 457.21 | 208.41 |
| 262.22 | 75.60 | 306.09 | 128.56 | 119.44 | 281.14 | 251.10 | 214.63 | 198.70 | 116.68 | 150.88 | 255.43 |
| 120.43 | 261.23 | 303.04 | 78.75 | 47.35 | 242.38 | 70.91 | 200.48 | 239.99 | 170.48 | 262.35 | 196.52 |
| 255.13 | 109.18 | 86.44 | 228.11 | 125.79 | 138.41 | 317.80 | 151.01 | 108.56 | 116.84 | 253.81 | 161.85 |
| 212.81 | 224.00 | 220.81 | 133.21 | 401.34 | 213.69 | 402.64 | 161.45 | 263.43 | 135.96 | 197.47 | 349.13 |
| 199.79 | 100.47 | 166.35 | 192.49 | 53.25 | 48.49 | 131.17 | 216.04 | 169.59 | 242.06 | 117.46 | 161.87 |
| 35.73 | 255.67 | 99.24 | 115.18 | 273.99 | 268.79 | 235.79 | 54.42 | 112.08 | 111.41 | 156.02 | 87.99 |
| 256.75 | 245.64 | 139.66 | 180.95 | 260.54 | 162.32 | 396.28 | 71.92 | 164.53 | 134.99 | 72.99 | 119.51 |
| 123.03 | 195.14 | 218.57 | 153.47 | 128.89 | 201.77 | 306.84 | 188.44 | 107.18 | 104.12 | 227.08 | 62.35 |
| 30.59 | 195.48 | 175.52 | 310.04 | 130.39 | 183.94 | 178.55 | 48.07 | 280.61 | 132.95 | 113.98 | 216.93 |
| 53.25 | 340.56 | 208.28 | 228.05 | 282.92 | 302.28 | 138.88 | 84.48 | 93.35 | 127.00 | 366.09 | 203.41 |
| 125.02 | 189.06 | 222.74 | 79.90 | 114.82 | 320.64 | 148.42 | 93.89 | 100.33 | 453.82 | 326.68 | 106.32 |
| 33.80 | 135.24 | 114.43 | 573.17 | 108.34 | 261.44 | 191.90 | 290.28 | 38.67 | 200.30 | 262.79 | 161.03 |
| 179.72 | 182.46 | 238.24 | 243.59 | 32.61 | 98.63 | 93.13 | 76.70 | 195.54 | 243.88 | 275.07 | 156.94 |
| 183.07 | 443.05 | 268.53 | 185.30 | 384.52 | 109.58 | 83.25 | 110.88 | 273.22 | 259.28 | 258.81 | 110.07 |
| 149.43 | 280.60 | 480.20 | 223.31 | 207.78 | 54.31 | 309.08 | 359.59 | 242.53 | 308.11 | 439.85 | 244.26 |
| 273.69 | 81.63 | 107.00 | 95.63 | 62.77 | 105.03 | 240.70 | 456.22 | 173.47 | 137.40 | 125.57 | 124.91 |
| 74.92 | 229.54 | 164.49 | 276.34 | 151.31 | 120.40 | 416.11 | 188.23 | 239.76 | 157.06 | 86.68 | 133.91 |
| 138.35 | 161.55 | 102.68 | 104.51 | 263.10 | 274.76 | 270.44 | 125.27 | 195.58 | 55.93 | 161.39 | 250.58 |
| 262.45 | 113.51 | 245.62 | 217.92 | 134.32 | 41.66 | 81.68 | 281.61 | 587.80 | 351.26 | 136.97 | 145.29 |
| 85.29 | 544.29 | 193.13 | 138.38 | 175.78 | 95.27 | 489.33 | 220.58 | 66.20 | 125.02 | 321.92 | 125.48 |
| 432.78 | 271.34 | 28.23 | 258.71 | 105.34 | 64.82 | 216.00 | 432.41 | 207.99 | 153.21 | 361.48 | 207.94 |
| 371.21 | 286.61 | 98.00 | 137.55 | 17.03 | 194.83 | 90.35 | 389.75 | 229.67 | 140.72 | 244.83 | 103.94 |
| 537.24 | 203.74 | 152.26 | 71.15 | 173.28 | 168.01 | 334.93 | 303.50 | 167.72 | 117.66 | 225.65 | 237.98 |
| 255.71 | 380.83 | 249.70 | 181.29 | 502.46 | 144.50 | 230.96 | 351.66 | 142.43 | 125.30 | 89.07 | 130.44 |
| 94.58 | 237.43 | 83.88 | 189.77 | 123.91 | 240.38 | 145.57 | 141.38 | 198.46 | 576.77 | 48.31 | 503.33 |
| 183.64 | 161.48 | 187.45 | 146.81 | 266.75 | 228.94 | 37.42 | 125.58 | 244.76 | 351.31 | 89.26 | 193.32 |
| 72.18 | 86.38 | 102.37 | 148.43 | 142.98 | 254.84 | 214.02 | 166.08 | 91.97 | 102.10 | 404.53 | 296.46 |
| 341.63 | 263.71 | 94.70 | 137.88 | 372.99 | 145.72 | 140.69 | 339.95 | 119.69 | 475.16 | 336.93 | 394.07 |
| 185.62 | 387.09 | 160.38 | 279.80 | 235.86 | 243.30 | 136.66 | 198.53 | 223.59 | 241.93 | 139.90 | 114.17 |
| 120.27 | 116.35 | 51.19 | 258.04 | 145.24 | 203.17 | 214.55 | 252.58 | 298.11 | 121.90 | 81.76 | 248.25 |
| 205.68 | 268.41 | 174.31 | 231.80 | 184.40 | 338.20 | 81.14 | 168.56 | 361.85 | 47.09 | 154.89 | 354.42 |
| 202.34 | 151.17 | 104.99 | 145.56 | 50.78 | 101.88 | 99.08 | 268.85 | 322.24 | 67.08 | 178.94 | 53.83 |
| 174.79 | 165.05 | 122.23 | 85.84 | 157.70 | 112.38 | 168.20 | 312.93 | 136.65 | 124.97 | 414.27 | 174.60 |
| 198.82 | 130.36 | 61.99 | 171.58 | 381.87 | 328.09 | 152.57 | 398.15 | 305.69 | 211.67 | 214.57 | 95.11 |
| 127.75 | 316.56 | 132.00 | 95.26 | 241.21 | 129.46 | 145.14 | 418.28 | 219.67 | 108.27 | 238.47 | 140.41 |
| 77.99 | 244.84 | 91.42 | 106.58 | 217.63 | 143.61 | 318.41 | 160.44 | 62.90 | 192.71 | 264.19 | 97.68 |
| 228.36 | 195.63 | 373.95 | 140.35 | 96.60 | 175.33 | 150.56 | 74.05 | 175.95 | 143.19 | 36.65 | 105.62 |
| 291.06 | 110.57 | 100.46 | 151.66 | 249.64 | 300.45 | 478.56 | 210.72 | 366.28 | 227.00 | 221.86 | 251.94 |
| 134.51 | 224.51 | 209.34 | 246.40 | 92.75 | 92.25 | 125.12 | 334.83 | 180.61 | 264.11 | 161.43 | 184.69 |
| 220.45 | 282.54 | 91.03 | 227.98 | 152.23 | 165.41 | 256.23 | 482.51 | 108.82 | 73.21 | 110.28 | 394.70 |
| 125.98 | 214.74 | 301.13 | 284.02 | 118.62 | 617.88 | 270.58 | 415.65 | 32.66 | 279.55 | 101.49 | 50.05 |
| 176.63 | 124.27 | 105.10 | 116.24 | 115.81 | 231.41 | 149.74 | 95.10 | 202.54 | 311.27 | 149.50 | 121.96 |
| 170.67 | 107.64 | 206.14 | 125.41 | 264.07 | 204.05 | 141.31 | 227.58 | 330.53 | 132.22 | 279.46 | 114.54 |
| 37.17 | 273.62 | 156.87 | 344.21 | 186.83 | 64.79 | 344.55 | 297.84 | 193.24 | 205.89 | 264.15 | 195.38 |
| 121.41 | 259.14 | 288.83 | 301.11 | 286.19 | 162.46 | 108.81 | 163.32 | 55.68 | 92.93 | 234.88 | 260.92 |
| 278.69 | 426.38 | 163.95 | 146.16 | 145.13 | 125.73 | 203.57 | 195.39 | 106.07 | 189.14 | 221.75 | 82.04 |
| 224.71 | 50.63 | 267.59 | 409.68 | 273.27 | 270.27 | 109.78 | 167.12 | 104.69 | 120.92 | 265.50 | 146.56 |
| 109.04 | 73.11 | 160.54 | 266.08 | 148.78 | 428.55 | 295.32 | 249.07 | 47.52 | 141.03 | 155.21 | 102.05 |
| 205.03 | 182.32 | 155.98 | 119.62 | 452.32 | 261.44 | 156.08 | 189.55 | 445.56 | 210.11 | 119.31 | 107.58 |
| 87.69 | 409.55 | 128.32 | 370.30 | 42.77 | 294.25 | 309.56 | 241.18 | 351.55 | 148.73 | 219.95 | 171.39 |
| 148.04 | 150.81 | 112.98 | 422.67 | 115.25 | 219.12 | 198.55 | 148.71 | 262.52 | 127.75 | 115.55 | 284.45 |
| 114.70 | 406.06 | 78.42 | 80.66 | 252.43 | 185.76 | 208.17 | 156.42 | 259.34 | 138.27 | 106.37 | 62.52 |
| 108.49 | 165.43 | 130.60 | 609.59 | 312.14 | 350.01 | 313.02 | 215.95 | 354.17 | 151.34 | 151.01 | 212.63 |
| 173.05 | 190.24 | 239.10 | 298.40 | 207.68 | 79.96 | 144.78 | 168.56 | 119.60 | 260.89 | 251.29 | 86.39 |
| 316.12 | 152.79 | 122.06 | 133.45 | 194.32 | 348.80 | 176.97 | 107.96 | 220.58 | 124.60 | 99.27 | 103.48 |
| 110.51 | 118.04 | 52.44 | 157.01 | 247.78 | 394.87 | 305.63 | 344.91 | 187.16 | 106.97 | 28.88 | 201.92 |
| 146.89 | 541.01 | 217.99 | 191.15 | 305.61 | 257.88 | 129.68 | 166.47 | 103.68 | 210.42 | 146.42 | 158.16 |
| 152.08 | 146.65 | 128.10 | 235.97 | 166.58 | 137.58 | 148.39 | 278.01 | 116.32 | 286.12 | 124.79 | 74.43 |
| 318.53 | 63.77 | 267.07 | 108.79 | 402.29 | 251.79 | 101.88 | 219.48 | 328.63 | 117.10 | 185.49 | 225.64 |

X

| | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 215.52 | 145.35 | 333.38 | 119.25 | 99.37 | 188.93 | 205.79 | 230.61 | 255.80 | 244.06 | 156.90 | 145.12 |
| 95.14 | 250.57 | 224.01 | 139.29 | 336.55 | 122.91 | 126.13 | 135.53 | 318.70 | 182.38 | 247.60 | 79.11 |
| 98.89 | 156.13 | 240.93 | 132.37 | 129.19 | 476.97 | 224.04 | 115.10 | 342.65 | 136.51 | 83.73 | 157.88 |
| 442.20 | 100.14 | 707.31 | 176.42 | 124.26 | 156.65 | 215.72 | 171.53 | 297.76 | 252.18 | 180.84 | 137.16 |
| 179.68 | 195.63 | 312.78 | 103.11 | 125.54 | 228.11 | 163.94 | 126.48 | 262.23 | 95.50 | 166.72 | 59.01 |
| 301.32 | 220.49 | 95.42 | 182.91 | 221.85 | 222.37 | 174.15 | 113.18 | 106.42 | 257.49 | 215.75 | 205.86 |
| 152.44 | 308.38 | 248.55 | 217.05 | 287.95 | 197.12 | 77.00 | 43.86 | 97.58 | 372.04 | 79.60 | 83.07 |
| 390.95 | 205.12 | 143.90 | 325.17 | 208.75 | 160.78 | 178.61 | 413.35 | 54.41 | 226.64 | 248.10 | 163.90 |
| 103.71 | 99.44 | 90.39 | 160.94 | 271.30 | 152.47 | 202.71 | 168.79 | 110.49 | 202.24 | 325.67 | 152.73 |
| 403.68 | 75.04 | 233.69 | 280.49 | 285.15 | 99.45 | 185.89 | 106.82 | 213.13 | 65.74 | 260.22 | 81.76 |
| 349.38 | 356.87 | 25.79 | 252.62 | 210.33 | 76.40 | 98.46 | 102.74 | 175.21 | 202.32 | 207.09 | 238.21 |
| 112.35 | 173.12 | 257.53 | 147.36 | 155.14 | 228.30 | 232.15 | 170.13 | 212.68 | 133.77 | 130.50 | 170.42 |
| 162.69 | 231.79 | 263.92 | 125.50 | 64.71 | 121.46 | 149.89 | 110.35 | 275.02 | 107.81 | 98.96 | 152.01 |
| 155.97 | 349.09 | 74.60 | 198.42 | 301.56 | 260.67 | 460.94 | 387.77 | 104.94 | 105.03 | 426.30 | 186.65 |
| 86.74 | 288.95 | 132.69 | 196.29 | 330.97 | 99.60 | 226.73 | 214.43 | 147.55 | 36.06 | 63.58 | 240.84 |
| 232.60 | 256.69 | 77.94 | 384.33 | 155.72 | 262.24 | 117.42 | 178.55 | 356.80 | 364.33 | 71.23 | 382.11 |
| 438.33 | 212.24 | 110.77 | 857.23 | 143.77 | 183.49 | 12.31 | 205.28 | 149.47 | 250.74 | 46.37 | 180.24 |
| 328.47 | 71.27 | 188.20 | 199.90 | 321.03 | 193.53 | 121.36 | 145.22 | 361.09 | 278.51 | 307.67 | 157.74 |
| 197.42 | 165.24 | 143.38 | 107.99 | 183.87 | 192.99 | 216.73 | 157.53 | 136.58 | 89.21 | 152.15 | 226.62 |
| 40.76 | 82.64 | 116.95 | 125.95 | 118.47 | 197.20 | 121.70 | 216.09 | 102.26 | 92.20 | 283.00 | 156.41 |
| 278.79 | 274.33 | 263.28 | 203.41 | 123.65 | 315.89 | 213.47 | 153.86 | 151.63 | 344.80 | 116.40 | 234.08 |
| 191.77 | 183.62 | 171.01 | 112.69 | 125.04 | 315.43 | 174.43 | 400.36 | 148.10 | 62.18 | 369.56 | 121.52 |
| 323.54 | 110.15 | 143.73 | 296.88 | 81.89 | 220.54 | 387.59 | 152.91 | 358.54 | 228.41 | 231.54 | 121.69 |
| 289.91 | 68.21 | 176.10 | 95.08 | 265.57 | 94.44 | 214.95 | 323.95 | 131.74 | 273.14 | 189.94 | 67.36 |
| 156.73 | 167.07 | 354.09 | 202.74 | 166.72 | 104.19 | 182.27 | 286.08 | 485.89 | 205.48 | 218.77 | 219.88 |
| 169.35 | 254.84 | 350.80 | 96.55 | 57.89 | 165.84 | 186.68 | 107.80 | 156.73 | 180.45 | 211.04 | 444.12 |
| 146.21 | 127.73 | 59.55 | 74.79 | 140.65 | 189.14 | 258.95 | 133.22 | 65.67 | 217.21 | 103.01 | 210.53 |
| 91.91 | 502.70 | 94.45 | 366.64 | 175.25 | 171.06 | 317.86 | 215.89 | 432.54 | 127.94 | 123.86 | 276.34 |
| 223.40 | 107.94 | 121.93 | 138.18 | 59.97 | 130.41 | 71.33 | 103.93 | 148.16 | 305.08 | 62.46 | 229.87 |
| 76.72 | 85.44 | 73.24 | 124.39 | 185.96 | 242.15 | 211.15 | 278.72 | 124.81 | 564.61 | 177.02 | 279.28 |
| 157.14 | 140.94 | 190.48 | 103.14 | 219.76 | 137.25 | 145.46 | 80.30 | 202.12 | 193.53 | 255.88 | 140.55 |
| 251.18 | 150.51 | 159.62 | 248.16 | 126.93 | 95.64 | 211.13 | 188.11 | 119.88 | 156.95 | 165.04 | 131.43 |
| 256.71 | 80.62 | 209.99 | 239.22 | 123.05 | 225.49 | 214.31 | 103.67 | 164.19 | 241.91 | 211.39 | 227.21 |
| 139.89 | 197.27 | 160.97 | 70.90 | 211.43 | 208.38 | 151.50 | 176.01 | 228.34 | 270.67 | 299.24 | 357.31 |
| 188.15 | 152.35 | 287.58 | 111.33 | 244.05 | 347.45 | 198.49 | 118.01 | 272.17 | 155.02 | 90.64 | 150.45 |
| 206.36 | 235.19 | 185.69 | 89.04 | 166.59 | 190.51 | 220.95 | 171.93 | 152.71 | 89.07 | 130.54 | 128.81 |
| 303.13 | 150.13 | 144.17 | 76.52 | 121.61 | 75.56 | 421.62 | 81.48 | 260.43 | 124.39 | 127.37 | 287.22 |
| 170.94 | 384.09 | 181.61 | 47.40 | 225.50 | 75.54 | 198.82 | 117.88 | 136.95 | 161.65 | 165.06 | 168.73 |
| 168.51 | 191.66 | 210.70 | 83.76 | 276.01 | 115.52 | 333.34 | 248.61 | 160.61 | 49.66 | 374.98 | 173.24 |
| 408.81 | 192.59 | 178.62 | 143.63 | 114.77 | 228.55 | 317.54 | 240.64 | 173.99 | 332.57 | 218.86 | 332.27 |
| 253.75 | 71.30 | 236.29 | 129.00 | 120.60 | 353.74 | 281.91 | 156.92 | 267.36 | 342.24 | 238.63 | 124.47 |
| 99.98 | 102.87 | 188.66 | 140.91 | 148.93 | 187.59 | 175.96 | 334.11 | 105.15 | 82.44 | 329.65 | 75.47 |
| 179.09 | 235.17 | 158.43 | 262.08 | 322.61 | 121.16 | 138.99 | 51.60 | 246.09 | 194.97 | 223.41 | 177.48 |
| 139.60 | 155.61 | 278.05 | 410.71 | 212.61 | 246.00 | 171.33 | 91.80 | 320.64 | 228.57 | 210.60 | 77.66 |
| 364.36 | 110.72 | 312.22 | 225.13 | 164.17 | 247.31 | 206.49 | 153.97 | 384.71 | 222.12 | 226.72 | 95.46 |
| 223.64 | 138.18 | 259.70 | 153.50 | 131.18 | 185.14 | 129.11 | 48.59 | 96.82 | 307.93 | 233.92 | 123.29 |
| 128.27 | 42.98 | 86.35 | 176.14 | 266.15 | 146.91 | 108.05 | 267.12 | 315.40 | 208.51 | 296.70 | 484.85 |
| 399.88 | 243.25 | 181.82 | 175.92 | 253.59 | 164.02 | 164.31 | 117.65 | 171.98 | 424.68 | 167.99 | 129.11 |
| 331.44 | 281.89 | 298.46 | 241.91 | 183.19 | 208.44 | 179.63 | 216.74 | 117.08 | 233.35 | 134.79 | 241.65 |
| 154.71 | 84.17 | 97.20 | 278.26 | 224.29 | 194.77 | 159.19 | 139.45 | 327.06 | 156.04 | 98.61 | 355.38 |
| 86.45 | 311.72 | 207.08 | 238.78 | 158.60 | 315.97 | 377.94 | 214.51 | 254.73 | 180.79 | 185.83 | 233.93 |
| 278.37 | 252.69 | 321.48 | 19.23 | 225.78 | 224.88 | 82.10 | 32.63 | 581.96 | 32.03 | 265.55 | 368.51 |
| 66.57 | 134.40 | 122.13 | 79.30 | 277.15 | 127.23 | 313.97 | 121.46 | 121.35 | 122.92 | 58.56 | 257.97 |
| 391.29 | 133.31 | 204.95 | 281.40 | 239.89 | 110.16 | 53.66 | 195.98 | 122.23 | 157.20 | 387.92 | 447.38 |
| 253.92 | 282.34 | 472.81 | 186.09 | 276.10 | 192.09 | 242.46 | 125.28 | 209.61 | 440.53 | 124.29 | 293.22 |
| 221.21 | 99.29 | 122.20 | 176.44 | 203.83 | 284.17 | 71.94 | 96.13 | 178.92 | 356.02 | 198.03 | 164.10 |
| 128.63 | 192.07 | 91.01 | 106.11 | 148.71 | 111.04 | 290.04 | 82.68 | 319.94 | 169.50 | 286.79 | 224.86 |
| 229.50 | 143.67 | 235.77 | 96.48 | 144.21 | 239.07 | 152.98 | 81.32 | 339.56 | 75.87 | 164.26 | 195.55 |
| 213.91 | 124.84 | 110.84 | 165.33 | 84.70 | 89.03 | 171.41 | 128.43 | 132.43 | 251.07 | 298.20 | 139.95 |
| 312.85 | 149.17 | 286.00 | 315.72 | 150.43 | 153.59 | 194.45 | 382.54 | 396.61 | 245.78 | 96.89 | 137.95 |
| 140.09 | 183.85 | 106.33 | 94.62 | 254.89 | 80.08 | 359.26 | 217.98 | 193.94 | 83.92 | 69.15 | 80.40 |
| 174.19 | 439.17 | 326.72 | 385.28 | 220.14 | 192.75 | 80.49 | 161.24 | 305.67 | 233.71 | 331.45 | 171.11 |
| 56.23 | 63.90 | 232.11 | 295.12 | 269.54 | 450.22 | 224.65 | 317.76 | 157.40 | 161.60 | 255.74 | 176.81 |

X

| | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 225.93 | 94.60 | 231.13 | 124.35 | 146.38 | 261.82 | 252.13 | 151.63 | 276.44 | 292.83 | 220.80 | 166.57 |
| 162.96 | 156.40 | 244.20 | 107.67 | 131.32 | 196.92 | 163.54 | 76.75 | 83.64 | 323.96 | 184.69 | 228.03 |
| 198.61 | 108.06 | 172.80 | 232.28 | 124.35 | 176.42 | 286.43 | 295.42 | 169.04 | 138.27 | 133.04 | 91.33 |
| 217.13 | 597.36 | 352.68 | 147.16 | 89.71 | 255.75 | 134.88 | 142.19 | 101.78 | 83.62 | 143.45 | 194.68 |
| 261.22 | 269.83 | 151.77 | 206.01 | 186.72 | 84.27 | 169.35 | 247.95 | 334.29 | 196.92 | 279.35 | 220.06 |
| 232.17 | 171.67 | 222.80 | 198.90 | 214.59 | 256.02 | 132.01 | 292.24 | 319.52 | 209.10 | 87.38 | 93.18 |
| 124.08 | 216.12 | 128.12 | 210.96 | 165.79 | 161.80 | 237.70 | 320.07 | 152.56 | 103.25 | 132.32 | 174.90 |
| 273.88 | 187.33 | 246.61 | 119.80 | 146.48 | 314.64 | 236.48 | 232.47 | 251.80 | 316.75 | 114.81 | 262.15 |
| 202.06 | 246.34 | 247.89 | 275.66 | 243.46 | 170.71 | 74.90 | 143.22 | 282.38 | 188.98 | 135.92 | 108.98 |
| 138.01 | 313.62 | 82.08 | 144.17 | 175.71 | 167.06 | 128.52 | 290.94 | 193.81 | 154.02 | 228.72 | 90.76 |
| 279.20 | 271.70 | 205.15 | 105.61 | 159.06 | 522.08 | 137.41 | 100.52 | 76.39 | 291.92 | 192.21 | 191.54 |
| 87.79 | 364.33 | 225.64 | 154.76 | 317.37 | 141.38 | 281.60 | 278.03 | 244.01 | 143.97 | 212.53 | 144.04 |
| 149.75 | 159.62 | 126.34 | 197.02 | 102.68 | 165.29 | 235.57 | 157.96 | 180.65 | 119.46 | 155.06 | 42.90 |
| 81.39 | 334.82 | 140.12 | 88.40 | 68.39 | 261.16 | 145.11 | 204.30 | 268.88 | 203.55 | 126.17 | 422.64 |
| 478.22 | 268.77 | 55.73 | 226.86 | 218.81 | 294.86 | 414.99 | 103.13 | 247.33 | 263.02 | 313.59 | 312.76 |
| 187.52 | 209.58 | 160.23 | 145.82 | 166.19 | 193.84 | 139.71 | 267.02 | 457.16 | 47.25 | 285.90 | 259.01 |
| 241.72 | 416.60 | 64.84 | 194.23 | 299.32 | 232.27 | 271.61 | 205.99 | 327.50 | 146.72 | 132.03 | 146.67 |
| 441.47 | 429.88 | 222.16 | 333.62 | 416.71 | 369.95 | 172.77 | 228.54 | 92.23 | 140.60 | 271.16 | 201.95 |
| 102.45 | 265.34 | 232.04 | 339.18 | 142.25 | 135.73 | 215.20 | 273.36 | 236.98 | 139.55 | 161.55 | 174.11 |
| 118.19 | 139.63 | 136.41 | 212.08 | | | | | | | | |

Y

| | | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1311.66 | 681.74 | 612.10 | 709.56 | 1174.75 | 1250.33 | 1209.47 | 935.84 | 918.19 | 2051.22 | 723.35 | 899.16 |
| 806.60 | 983.80 | 2674.14 | 1531.90 | 863.68 | 1471.97 | 1710.89 | 937.47 | 1441.99 | 1462.06 | 990.95 | 2040.48 |
| 1611.16 | 2460.97 | 1304.42 | 917.93 | 769.95 | 2040.34 | 591.52 | 1480.39 | 982.30 | 2199.38 | 977.26 | 882.56 |
| 1441.88 | 1647.53 | 787.98 | 732.94 | 1196.81 | 1316.86 | 642.07 | 741.09 | 1232.63 | 997.59 | 1969.12 | 1370.23 |
| 961.85 | 1838.43 | 2262.76 | 440.58 | 670.83 | 2134.07 | 892.28 | 1547.82 | 1485.25 | 3469.71 | 1425.74 | 1897.70 |
| 595.25 | 1278.16 | 1716.20 | 626.27 | 1888.55 | 1755.82 | 2338.93 | 589.68 | 1447.14 | 1454.12 | 948.12 | 1838.34 |
| 829.56 | 1644.00 | 842.62 | 1004.89 | 1914.05 | 1247.00 | 1121.33 | 1063.42 | 1163.47 | 957.34 | 3046.48 | 1712.76 |
| 1287.18 | 1559.74 | 923.66 | 2106.93 | 1304.78 | 1053.64 | 3354.68 | 1390.65 | 1527.33 | 1957.42 | 1115.85 | 1288.47 |
| 777.98 | 1969.25 | 2710.65 | 1634.08 | 621.17 | 2572.85 | 1421.81 | 852.06 | 953.95 | 2493.62 | 3768.53 | 2589.07 |
| 2586.77 | 859.14 | 1122.89 | 745.47 | 949.06 | 2851.44 | 1141.68 | 1727.42 | 1787.44 | 2227.61 | 1555.50 | 540.66 |
| 867.57 | 994.87 | 1947.13 | 293.52 | 1417.48 | 1143.94 | 978.03 | 1757.99 | 1539.40 | 871.72 | 3454.75 | 1497.85 |
| 1533.15 | 2672.30 | 2396.92 | 1636.28 | 890.97 | 1106.31 | 2192.79 | 1566.86 | 761.59 | 2854.17 | 1861.96 | 1865.93 |
| 1140.05 | 1672.72 | 2142.50 | 1532.80 | 2090.74 | 1907.82 | 1416.62 | 1729.38 | 1546.84 | 1238.40 | 2411.60 | 416.15 |
| 2627.36 | 1092.30 | 1679.51 | 1935.76 | 1328.41 | 863.79 | 1600.28 | 851.34 | 1821.13 | 2262.38 | 1027.52 | 1220.32 |
| 1579.45 | 1044.55 | 1449.36 | 617.23 | 1608.72 | 3268.00 | 2003.70 | 1070.08 | 549.60 | 403.28 | 1639.36 | 1571.14 |
| 1364.54 | 1662.79 | 932.11 | 1941.50 | 1441.02 | 1903.63 | 2203.73 | 1005.98 | 1237.13 | 2431.26 | 664.48 | 2368.29 |
| 1645.81 | 2555.39 | 1672.17 | 619.27 | 749.54 | 2238.67 | 878.54 | 1005.41 | 1089.04 | 3180.58 | 2580.13 | 906.49 |
| 968.53 | 1606.87 | 1018.59 | 2435.93 | 1720.85 | 781.63 | 1336.24 | 991.80 | 1930.91 | 1653.21 | 1858.37 | 1097.65 |
| 2284.48 | 827.67 | 2107.44 | 1712.55 | 3088.50 | 1471.93 | 1013.91 | 639.68 | 561.55 | 947.63 | 2205.23 | 2189.76 |
| 1860.16 | 519.61 | 532.90 | 2998.84 | 933.61 | 1369.21 | 1878.42 | 1463.58 | 1297.05 | 1537.35 | 517.63 | 2405.36 |
| 491.05 | 1129.57 | 1162.03 | 1302.57 | 625.46 | 1259.21 | 1731.45 | 1264.39 | 1552.07 | 1155.14 | 1222.38 | 2735.11 |
| 1796.82 | 1074.74 | 827.79 | 3077.22 | 1327.88 | 3384.76 | 1589.79 | 1469.66 | 2615.95 | 2304.54 | 2796.67 | 1153.51 |
| 1578.75 | 770.81 | 2042.58 | 1827.70 | 1142.11 | 382.02 | 1268.31 | 377.98 | 1895.55 | 1615.84 | 354.23 | 3017.20 |
| 754.28 | 1593.11 | 1645.45 | 1292.18 | 1547.57 | 1652.79 | 1225.92 | 1546.34 | 1490.64 | 703.80 | 1700.73 | 572.65 |
| 738.01 | 1704.25 | 1131.28 | 1614.01 | 1306.29 | 2546.49 | 1055.82 | 672.61 | 1419.45 | 996.98 | 862.00 | 1691.02 |
| 1949.47 | 651.70 | 515.80 | 230.19 | 1349.49 | 704.33 | 1115.47 | 2500.75 | 1103.23 | 1387.06 | 599.62 | 1155.23 |
| 1085.95 | 3190.98 | 730.22 | 2208.14 | 620.14 | 1507.68 | 1865.41 | 759.86 | 929.86 | 1189.88 | 2034.24 | 1822.19 |
| 1422.91 | 2513.66 | 2212.20 | 1859.51 | 842.98 | 1458.42 | 1054.44 | 1052.01 | 887.93 | 973.66 | 917.98 | 1572.51 |
| 1157.44 | 1283.94 | 412.22 | 962.42 | 916.53 | 1535.38 | 2048.68 | 1862.27 | 1511.33 | 1840.83 | 433.46 | 1783.87 |
| 1294.26 | 838.25 | 721.24 | 1545.92 | 508.69 | 3737.10 | 1648.76 | 1977.20 | 836.56 | 1229.21 | 1559.00 | 1619.60 |
| 973.93 | 1244.75 | 1544.85 | 1419.70 | 1690.12 | 1291.32 | 1451.77 | 1053.29 | 1434.28 | 1591.06 | 1503.25 | 1882.02 |
| 1102.76 | 534.45 | 1566.47 | 941.92 | 863.53 | 949.18 | 1969.09 | 1553.73 | 1813.69 | 912.46 | 2767.58 | 2113.00 |
| 1555.91 | 1916.69 | 1287.10 | 1145.06 | 871.37 | 1012.60 | 522.87 | 2301.81 | 1963.96 | 1558.65 | 369.10 | 1617.80 |
| 457.93 | 1582.07 | 1573.46 | 943.00 | 2020.25 | 918.88 | 2024.10 | 1221.47 | 679.63 | 979.59 | 915.05 | 1440.78 |
| 1014.45 | 1355.18 | 978.25 | 2699.31 | 1894.59 | 1699.91 | 596.56 | 1767.60 | 1977.58 | 149.65 | 1135.08 | 2026.21 |
| 952.27 | 1122.44 | 2404.52 | 1172.80 | 404.17 | 3745.61 | 1708.68 | 742.17 | 389.69 | 1391.39 | 716.38 | 976.98 |
| 1561.77 | 1611.34 | 1277.79 | 1938.67 | 1587.30 | 1984.24 | 1663.16 | 582.00 | 675.72 | 985.70 | 2069.49 | 1979.42 |
| 2336.53 | 954.33 | 1015.33 | 1499.31 | 775.41 | 2736.69 | 1437.71 | 2244.67 | 1400.86 | 1578.19 | 313.57 | 2157.66 |
| 1012.17 | 1417.23 | 1158.57 | 1233.16 | 1376.20 | 733.88 | 731.96 | 326.28 | 1622.82 | 1237.52 | 572.92 | 1290.63 |
| 1525.93 | 1344.64 | 1668.57 | 781.21 | 2802.56 | 1262.16 | 1792.24 | 2007.73 | 889.06 | 784.37 | 1429.26 | 1721.89 |
| 2448.64 | 585.64 | 725.99 | 1910.40 | 1303.05 | 2254.71 | 1526.87 | 873.97 | 761.46 | 1518.52 | 1258.21 | 1250.06 |
| 639.72 | 2706.89 | 1241.61 | 1003.34 | 609.87 | 1490.80 | 1679.52 | 1573.32 | 3088.27 | 791.42 | 1028.75 | 247.65 |
| 776.86 | 1502.83 | 1061.10 | 1835.35 | 1117.22 | 1340.80 | 779.20 | 2109.27 | 568.65 | 1752.13 | 628.33 | 3314.38 |
| 501.99 | 219.80 | 1337.30 | 906.78 | 1769.36 | 854.77 | 1009.08 | 284.68 | 2070.35 | 1651.22 | 882.60 | 1327.92 |
| 1060.89 | 1081.58 | 1759.37 | 1357.64 | 1120.63 | 1563.70 | 1026.97 | 1851.88 | 745.19 | 1030.95 | 1570.70 | 2266.89 |
| 367.80 | 1818.71 | 158.37 | 729.34 | 754.88 | 1068.79 | 1305.35 | 1927.25 | 1090.15 | 789.20 | 910.43 | 659.96 |
| 1732.29 | 1194.65 | 1362.84 | 352.11 | 1772.19 | 568.73 | 2171.89 | 347.32 | 794.03 | 1197.33 | 1209.91 | 873.98 |
| 1011.29 | 1593.75 | 1288.23 | 2057.90 | 1390.10 | 1380.83 | 1743.93 | 817.03 | 931.39 | 1708.54 | 580.00 | 1273.31 |
| 718.97 | 1606.33 | 1292.72 | 2663.69 | 892.57 | 2843.91 | 866.09 | 1931.45 | 1339.03 | 1187.04 | 1450.52 | 3220.76 |
| 939.61 | 1767.79 | 995.01 | 1860.22 | 820.83 | 2335.26 | 1370.52 | 1308.58 | 1926.80 | 822.13 | 1511.47 | 1070.55 |
| 625.30 | 1538.74 | 1251.24 | 1156.23 | 1707.90 | 496.86 | 1368.25 | 1121.80 | 2216.99 | 2223.43 | 1033.30 | 2035.96 |
| 2025.35 | 1858.13 | 1289.22 | 1598.49 | 533.67 | 725.49 | 2255.59 | 1072.79 | 705.92 | 1001.97 | 644.93 | 1238.32 |
| 787.96 | 1248.59 | 943.99 | 959.10 | 2113.06 | 1068.84 | 2251.91 | 2427.38 | 1031.04 | 1717.49 | 623.67 | 875.45 |
| 1541.14 | 1046.56 | 824.51 | 801.75 | 806.47 | 1827.64 | 549.64 | 1473.21 | 822.27 | 813.40 | 894.46 | 516.24 |
| 1741.92 | 2628.22 | 1070.87 | 428.06 | 986.90 | 1815.59 | 454.98 | 1366.90 | 2086.94 | 1149.70 | 2601.90 | 585.07 |
| 927.23 | 1444.53 | 1061.33 | 1050.88 | 1337.24 | 1689.75 | 1710.54 | 2206.78 | 2280.16 | 1904.58 | 1367.45 | 786.84 |
| 2068.38 | 813.22 | 1441.69 | 1022.25 | 1867.25 | 775.81 | 1704.76 | 2246.10 | 920.35 | 591.01 | 903.95 | 2333.86 |
| 930.13 | 1164.31 | 1733.12 | 1953.83 | 2476.55 | 3289.66 | 1737.29 | 1267.80 | 1145.58 | 2013.97 | 986.56 | 439.21 |
| 562.85 | 1733.46 | 2039.42 | 490.77 | 762.13 | 1598.46 | 1737.91 | 3567.61 | 1539.39 | 707.61 | 1553.80 | 796.62 |
| 900.62 | 1234.33 | 1748.59 | 1295.84 | 1601.24 | 1003.18 | 1025.65 | 1625.69 | 1685.84 | 1660.62 | 1435.42 | 1979.30 |
| 1243.00 | 1497.95 | 1179.81 | 687.12 | 315.78 | 1004.93 | 1082.40 | 1429.35 | 1029.92 | 983.33 | 2305.45 | 589.37 |
| 1579.20 | 830.00 | 1136.74 | 1153.71 | 447.80 | 529.46 | 707.18 | 1375.09 | 2378.25 | 1716.45 | 1350.77 | 2130.17 |
| 1055.38 | 1799.25 | 1698.77 | 838.41 | 780.99 | 2153.74 | 1588.71 | 1527.46 | 1697.37 | 1329.51 | 1536.11 | 2195.17 |

Y

| | | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1764.01 | 1211.39 | 877.81 | 1448.94 | 750.52 | 2668.53 | 1154.44 | 758.14 | 629.38 | 1288.33 | 2277.08 | 822.30 |
| 607.45 | 562.16 | 2572.67 | 864.01 | 2818.79 | 1058.41 | 2165.43 | 812.41 | 1666.20 | 1570.91 | 1961.56 | 652.20 |
| 2618.55 | 2278.38 | 862.82 | 1517.95 | 379.71 | 2838.48 | 610.64 | 1453.78 | 1930.77 | 1138.83 | 2699.68 | 1944.28 |
| 1391.48 | 746.96 | 1291.98 | 206.18 | 6073.89 | 743.90 | 472.46 | 859.55 | 1366.59 | 1543.02 | 3660.69 | 1454.53 |
| 1925.32 | 492.58 | 2170.20 | 967.58 | 744.43 | 1986.70 | 1632.08 | 1618.81 | 1353.29 | 732.68 | 1252.33 | 1998.53 |
| 707.66 | 2039.65 | 2032.21 | 531.78 | 314.07 | 1635.57 | 555.22 | 1361.78 | 1585.89 | 810.04 | 1887.68 | 1247.07 |
| 1562.15 | 694.04 | 615.38 | 1460.79 | 752.54 | 1028.38 | 2209.34 | 1257.01 | 773.97 | 751.94 | 1923.69 | 1239.45 |
| 1268.65 | 1735.75 | 1753.93 | 1000.63 | 2696.48 | 1696.02 | 2647.44 | 918.20 | 1880.19 | 882.37 | 1279.69 | 2480.56 |
| 1555.22 | 773.79 | 959.28 | 1138.45 | 354.35 | 356.32 | 999.05 | 1501.89 | 1222.34 | 1692.43 | 684.04 | 1287.39 |
| 213.66 | 1738.63 | 667.26 | 790.78 | 1675.11 | 2108.35 | 1746.33 | 331.44 | 987.96 | 717.73 | 1002.67 | 550.88 |
| 1767.03 | 1570.02 | 966.90 | 1099.06 | 1606.23 | 1266.01 | 2409.17 | 589.85 | 1116.80 | 815.85 | 466.11 | 602.51 |
| 694.87 | 1276.29 | 1500.05 | 1006.68 | 818.59 | 1260.64 | 2200.26 | 1327.43 | 640.93 | 742.34 | 1619.94 | 461.62 |
| 202.51 | 1359.73 | 1381.07 | 2381.95 | 995.24 | 1173.35 | 1455.70 | 310.30 | 1976.91 | 897.46 | 865.04 | 1512.19 |
| 394.83 | 2916.33 | 1451.54 | 1772.00 | 2185.69 | 2013.52 | 1176.61 | 485.52 | 669.96 | 894.07 | 2490.34 | 1519.51 |
| 842.20 | 1291.19 | 1509.66 | 507.86 | 857.35 | 2045.83 | 810.57 | 701.61 | 658.41 | 3208.43 | 2412.42 | 775.28 |
| 247.13 | 872.44 | 868.34 | 4653.47 | 868.38 | 2113.56 | 1320.04 | 1942.93 | 291.97 | 1149.63 | 1931.37 | 1043.82 |
| 1258.82 | 1128.39 | 1790.48 | 1713.25 | 233.92 | 698.15 | 628.24 | 427.86 | 1331.83 | 1662.07 | 2164.57 | 1082.76 |
| 1245.40 | 3438.61 | 1994.96 | 1438.12 | 2576.08 | 902.02 | 598.17 | 711.44 | 1532.07 | 1742.97 | 1837.41 | 838.05 |
| 1064.99 | 2431.45 | 2416.14 | 1511.11 | 1557.71 | 367.09 | 2480.09 | 2239.50 | 1832.17 | 2529.74 | 3093.10 | 1622.49 |
| 1771.14 | 545.20 | 785.17 | 662.52 | 406.37 | 774.37 | 1794.11 | 2995.05 | 970.37 | 901.61 | 780.86 | 855.60 |
| 531.79 | 1255.10 | 1151.49 | 2000.68 | 1017.28 | 738.76 | 2850.05 | 1268.08 | 1644.66 | 1071.43 | 633.67 | 1041.72 |
| 880.83 | 1048.42 | 767.04 | 654.97 | 1995.42 | 1697.37 | 1822.66 | 935.92 | 1372.03 | 324.79 | 1215.04 | 1881.53 |
| 1794.45 | 838.38 | 1631.19 | 1736.72 | 939.67 | 247.44 | 620.10 | 2027.39 | 4226.12 | 2201.94 | 889.61 | 788.03 |
| 554.93 | 4487.46 | 1465.22 | 843.27 | 1191.21 | 589.63 | 3559.87 | 1623.45 | 488.61 | 682.47 | 2237.46 | 918.93 |
| 2910.66 | 2175.75 | 225.04 | 2187.20 | 621.80 | 390.36 | 1860.62 | 2960.45 | 1429.81 | 1031.72 | 2385.07 | 1340.19 |
| 2720.36 | 1968.44 | 621.69 | 885.28 | 125.51 | 1252.44 | 674.31 | 2570.07 | 2011.90 | 984.77 | 1647.89 | 760.19 |
| 3801.06 | 1477.44 | 1072.26 | 508.42 | 1373.51 | 1113.24 | 2365.71 | 2264.00 | 1147.05 | 760.45 | 1733.12 | 1767.75 |
| 2153.50 | 3242.06 | 1737.83 | 1334.17 | 3398.58 | 923.54 | 1357.94 | 2307.80 | 944.06 | 995.55 | 712.18 | 1077.24 |
| 564.04 | 1787.46 | 497.04 | 1250.62 | 1043.93 | 1780.78 | 870.53 | 1059.97 | 1259.85 | 3908.69 | 393.49 | 3998.47 |
| 1367.53 | 1131.65 | 1156.65 | 737.20 | 1954.05 | 1557.24 | 306.77 | 942.79 | 2103.34 | 2087.49 | 679.45 | 1249.96 |
| 498.59 | 540.35 | 675.46 | 1081.35 | 1048.10 | 1857.05 | 1463.96 | 1325.88 | 652.34 | 770.56 | 2284.76 | 2315.79 |
| 2449.13 | 1939.18 | 713.59 | 1118.99 | 2255.35 | 957.51 | 928.44 | 2758.26 | 877.69 | 3312.41 | 1899.83 | 2091.22 |
| 1312.95 | 2647.38 | 1073.68 | 1819.78 | 1752.04 | 1734.07 | 1034.03 | 1325.47 | 1528.77 | 1807.86 | 852.24 | 689.78 |
| 858.10 | 852.11 | 352.67 | 1796.95 | 992.83 | 1493.56 | 1385.41 | 1928.56 | 1972.70 | 887.86 | 660.74 | 1904.71 |
| 1329.20 | 1875.64 | 1300.97 | 1580.73 | 1119.29 | 2565.59 | 490.75 | 756.78 | 2386.14 | 359.72 | 960.87 | 2482.80 |
| 1490.08 | 1074.63 | 676.83 | 1210.02 | 322.76 | 670.84 | 599.08 | 1840.35 | 2176.78 | 485.86 | 953.14 | 437.15 |
| 1057.77 | 1281.78 | 822.81 | 607.15 | 1182.41 | 849.54 | 1092.26 | 2318.28 | 996.70 | 985.40 | 2840.33 | 1374.60 |
| 1552.67 | 808.81 | 399.67 | 1222.72 | 2825.53 | 2275.61 | 1126.35 | 2488.61 | 1967.84 | 1630.00 | 1531.79 | 723.11 |
| 851.66 | 2156.03 | 790.63 | 592.21 | 1628.08 | 721.92 | 863.15 | 2980.17 | 1511.16 | 670.62 | 1491.75 | 985.08 |
| 568.78 | 1545.88 | 568.65 | 652.40 | 1467.17 | 755.56 | 2236.58 | 962.65 | 486.42 | 1148.57 | 1689.81 | 657.26 |
| 1567.06 | 1284.92 | 2414.65 | 870.58 | 619.97 | 994.25 | 841.79 | 554.90 | 1232.35 | 1062.15 | 286.16 | 735.50 |
| 1799.28 | 657.76 | 767.78 | 1186.92 | 1871.21 | 2244.55 | 2774.49 | 1195.22 | 2285.93 | 1880.30 | 1579.70 | 1693.42 |
| 904.50 | 1454.55 | 1268.16 | 1824.89 | 677.75 | 609.44 | 891.43 | 2504.23 | 1330.49 | 1888.74 | 1138.19 | 1076.14 |
| 1590.86 | 1970.80 | 546.52 | 1516.37 | 1036.14 | 1125.65 | 2073.15 | 3093.23 | 671.98 | 537.83 | 876.29 | 3095.77 |
| 868.45 | 1448.19 | 2193.78 | 2125.03 | 927.81 | 4141.84 | 2087.89 | 2637.80 | 196.33 | 1890.17 | 649.53 | 429.92 |
| 1157.65 | 907.25 | 676.34 | 976.27 | 845.56 | 1790.51 | 1001.32 | 549.91 | 1436.23 | 1699.64 | 1014.37 | 698.82 |
| 1355.72 | 733.12 | 1452.56 | 940.89 | 1463.27 | 1472.25 | 821.29 | 1472.05 | 2311.44 | 967.70 | 2266.75 | 742.49 |
| 193.50 | 1976.40 | 1046.03 | 2656.07 | 1145.09 | 475.64 | 2773.89 | 2341.38 | 1273.70 | 1391.27 | 2009.43 | 1532.72 |
| 964.32 | 2137.71 | 2274.79 | 2088.56 | 2180.20 | 1157.74 | 723.26 | 1014.48 | 377.40 | 681.07 | 1504.43 | 1856.76 |
| 1458.51 | 2957.11 | 1145.89 | 1123.98 | 1100.89 | 851.01 | 1596.48 | 1385.86 | 686.64 | 1385.93 | 1456.50 | 639.80 |
| 1720.33 | 360.26 | 2020.11 | 2428.32 | 1931.51 | 2068.10 | 849.69 | 1134.85 | 592.75 | 923.95 | 1988.05 | 1062.37 |
| 800.41 | 416.83 | 1176.02 | 1889.49 | 903.62 | 3374.48 | 2296.72 | 1664.87 | 354.63 | 994.38 | 1010.58 | 698.49 |
| 1565.38 | 1343.61 | 995.77 | 740.22 | 3367.83 | 1903.50 | 1154.49 | 1378.10 | 3593.43 | 1580.73 | 676.09 | 707.32 |
| 524.19 | 2957.49 | 907.95 | 2843.96 | 345.15 | 1982.77 | 1698.78 | 1621.66 | 2186.60 | 1005.85 | 1479.44 | 1396.63 |
| 936.24 | 1178.08 | 869.07 | 3140.40 | 735.51 | 1934.70 | 1277.28 | 886.31 | 2188.87 | 975.03 | 701.97 | 2026.37 |
| 747.05 | 2947.60 | 542.93 | 548.72 | 2100.12 | 1258.46 | 1562.74 | 1092.88 | 1685.54 | 968.59 | 575.43 | 428.54 |
| 774.82 | 1223.28 | 906.62 | 4167.78 | 2054.89 | 2239.00 | 2138.50 | 1676.57 | 2280.25 | 1049.74 | 1029.43 | 1411.57 |
| 1318.21 | 1279.61 | 1404.75 | 1994.80 | 1525.65 | 568.72 | 1051.43 | 1166.89 | 863.73 | 1630.28 | 1996.56 | 603.96 |
| 1770.34 | 1052.55 | 747.11 | 714.52 | 1261.58 | 2332.20 | 1245.17 | 788.34 | 1565.80 | 873.56 | 596.07 | 822.17 |
| 771.61 | 930.70 | 387.25 | 1250.85 | 1716.29 | 3035.44 | 2420.31 | 1899.50 | 1201.90 | 840.99 | 229.71 | 1523.11 |
| 1027.41 | 4055.02 | 1781.85 | 1392.76 | 2418.83 | 1763.73 | 958.53 | 1316.19 | 711.19 | 1443.31 | 1101.16 | 893.82 |
| 1166.45 | 1083.32 | 859.16 | 1867.90 | 1123.11 | 949.34 | 1062.89 | 1757.88 | 862.92 | 2029.98 | 973.49 | 440.83 |
| 2070.30 | 418.39 | 1523.56 | 729.61 | 2764.43 | 1855.59 | 706.03 | 1479.84 | 1827.67 | 953.18 | 1299.29 | 1386.07 |

| | | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1595.26 | 1084.13 | 2271.02 | 859.22 | 609.01 | 1352.74 | 1426.96 | 1454.70 | 1868.09 | 1961.86 | 1180.70 | 1160.70 |
| 740.02 | 1735.13 | 1635.90 | 899.24 | 2274.98 | 1033.62 | 865.39 | 1118.35 | 1983.64 | 1286.13 | 1722.13 | 536.27 |
| 709.41 | 959.36 | 1837.30 | 900.82 | 749.60 | 3461.33 | 1537.41 | 738.79 | 2292.85 | 1009.82 | 667.58 | 990.53 |
| 3602.23 | 697.34 | 4259.18 | 1214.76 | 870.97 | 1033.67 | 1462.54 | 1042.18 | 1776.91 | 1791.24 | 1056.30 | 1085.04 |
| 1231.01 | 1245.06 | 2297.75 | 700.33 | 905.33 | 1918.38 | 1183.21 | 816.87 | 1971.65 | 682.75 | 1241.75 | 338.39 |
| 2364.15 | 1464.96 | 667.03 | 1110.83 | 1571.57 | 1646.15 | 1334.87 | 812.51 | 582.99 | 1867.75 | 1624.49 | 1422.79 |
| 1029.65 | 2143.47 | 2020.18 | 1697.14 | 2513.60 | 1391.11 | 485.66 | 267.14 | 694.17 | 2687.96 | 646.95 | 521.83 |
| 2667.35 | 1597.15 | 917.35 | 2376.95 | 1411.73 | 1044.40 | 1081.67 | 2477.24 | 433.32 | 1500.03 | 1586.76 | 1221.19 |
| 660.05 | 562.62 | 549.63 | 1101.89 | 2116.86 | 1085.08 | 1381.32 | 1360.22 | 807.83 | 1135.87 | 1972.97 | 1113.00 |
| 2651.71 | 521.34 | 1533.00 | 1983.06 | 2132.29 | 681.18 | 1094.48 | 733.23 | 1389.21 | 501.04 | 1803.64 | 591.12 |
| 2236.62 | 2700.07 | 193.34 | 1801.59 | 1360.11 | 460.53 | 611.67 | 689.82 | 1113.32 | 1507.16 | 1188.42 | 1580.45 |
| 778.89 | 1064.17 | 2028.81 | 955.64 | 959.29 | 1510.46 | 1655.33 | 1190.12 | 1441.83 | 1000.95 | 709.00 | 1246.44 |
| 1064.93 | 1857.13 | 1704.67 | 906.40 | 439.27 | 849.88 | 1032.25 | 688.32 | 1810.03 | 762.00 | 702.16 | 1120.93 |
| 1237.22 | 2404.05 | 453.56 | 1496.17 | 1984.63 | 1826.20 | 3323.41 | 2826.57 | 729.09 | 737.77 | 2319.65 | 1296.94 |
| 649.39 | 2149.21 | 882.41 | 1534.89 | 2636.35 | 710.13 | 1687.87 | 1231.13 | 772.51 | 270.05 | 426.15 | 1303.91 |
| 1584.55 | 2065.42 | 653.83 | 2460.48 | 980.10 | 1878.77 | 962.57 | 1000.84 | 2490.29 | 3127.48 | 461.28 | 2288.28 |
| 3062.37 | 1607.23 | 710.58 | 6883.57 | 923.84 | 1172.62 | 93.73 | 1530.27 | 958.17 | 1793.78 | 274.24 | 1017.24 |
| 2182.19 | 417.53 | 1464.03 | 1444.28 | 2206.28 | 1316.17 | 891.32 | 1000.88 | 2423.49 | 1393.39 | 1932.79 | 1078.28 |
| 1459.71 | 1082.94 | 1164.90 | 769.35 | 1219.34 | 1020.92 | 1368.98 | 1098.10 | 908.20 | 630.41 | 890.45 | 1478.11 |
| 335.61 | 663.16 | 883.66 | 1072.38 | 728.72 | 1394.05 | 801.12 | 1672.74 | 694.78 | 663.93 | 1872.03 | 1072.40 |
| 1877.90 | 1891.84 | 1808.63 | 1665.80 | 947.05 | 2164.98 | 1685.82 | 839.00 | 1048.89 | 2500.09 | 806.21 | 1781.52 |
| 1426.14 | 1092.23 | 1017.80 | 828.30 | 817.15 | 1800.29 | 1148.47 | 2593.56 | 1076.59 | 427.72 | 2383.92 | 866.57 |
| 2712.50 | 743.27 | 917.02 | 2389.04 | 534.93 | 1608.83 | 2583.90 | 1026.63 | 2806.94 | 1670.92 | 1352.82 | 843.27 |
| 1640.85 | 550.46 | 1211.89 | 679.83 | 2008.71 | 615.55 | 1447.29 | 2112.73 | 900.09 | 1893.53 | 1478.16 | 439.60 |
| 1143.84 | 1058.34 | 2530.57 | 1567.32 | 1080.37 | 839.11 | 1350.01 | 1495.93 | 4030.69 | 1442.37 | 1417.01 | 1822.85 |
| 1335.51 | 1754.75 | 2555.99 | 590.90 | 444.19 | 1050.78 | 1330.22 | 760.85 | 1200.72 | 1309.88 | 1457.45 | 2983.17 |
| 1069.96 | 923.95 | 415.89 | 477.41 | 1065.97 | 1497.42 | 1643.85 | 882.62 | 464.69 | 1408.28 | 747.40 | 1747.70 |
| 721.16 | 3976.80 | 612.74 | 2785.44 | 1275.17 | 1170.44 | 2416.30 | 1380.51 | 3247.91 | 997.57 | 871.63 | 1949.13 |
| 1740.59 | 803.11 | 805.43 | 894.93 | 446.01 | 799.03 | 499.83 | 793.45 | 987.33 | 1981.93 | 466.11 | 1656.92 |
| 579.19 | 490.48 | 504.39 | 865.47 | 1166.81 | 1434.76 | 1584.57 | 1430.21 | 799.22 | 4411.72 | 1366.73 | 1999.05 |
| 963.52 | 961.23 | 1158.45 | 650.68 | 1482.69 | 999.35 | 1215.26 | 555.91 | 1542.60 | 1198.92 | 1697.53 | 932.06 |
| 1787.64 | 1175.84 | 1166.35 | 1635.81 | 861.24 | 667.79 | 1477.80 | 1387.17 | 837.00 | 1089.54 | 1105.28 | 929.86 |
| 1690.17 | 512.64 | 1451.48 | 1941.12 | 862.61 | 1639.74 | 1572.26 | 745.33 | 1112.82 | 1703.60 | 1501.73 | 1563.01 |
| 815.35 | 1279.58 | 1211.40 | 561.85 | 1542.88 | 1611.54 | 1333.08 | 1251.46 | 1815.85 | 1979.03 | 2338.37 | 2850.07 |
| 1393.50 | 1098.50 | 1586.09 | 762.82 | 2001.72 | 2235.61 | 1485.50 | 906.45 | 2027.97 | 1166.90 | 681.38 | 1146.56 |
| 1600.53 | 1704.35 | 1469.38 | 614.04 | 1140.99 | 1273.34 | 1545.25 | 1391.29 | 1038.39 | 535.38 | 708.14 | 911.10 |
| 1996.57 | 1207.96 | 1107.40 | 532.94 | 766.73 | 589.03 | 2774.23 | 550.95 | 1787.69 | 768.12 | 777.90 | 2008.51 |
| 1152.68 | 2667.21 | 1063.37 | 333.90 | 1540.47 | 511.13 | 1278.78 | 794.30 | 921.37 | 1193.07 | 1349.76 | 1113.80 |
| 1068.79 | 1469.93 | 1469.70 | 540.83 | 2105.22 | 791.69 | 1852.18 | 1640.67 | 1104.64 | 369.86 | 2093.50 | 1157.56 |
| 2700.59 | 1507.59 | 1172.45 | 870.72 | 679.20 | 1656.65 | 1983.83 | 1918.88 | 1201.88 | 2559.90 | 1719.46 | 1961.30 |
| 1670.55 | 455.73 | 1603.38 | 919.14 | 873.82 | 2693.15 | 2226.92 | 1007.71 | 2097.45 | 2603.60 | 1849.57 | 916.07 |
| 725.36 | 634.52 | 1279.18 | 1081.81 | 1131.32 | 1386.69 | 1053.48 | 2455.97 | 711.95 | 627.23 | 2381.26 | 632.57 |
| 1374.63 | 1691.42 | 1110.62 | 2226.08 | 2556.39 | 853.91 | 969.54 | 391.37 | 1698.20 | 1448.91 | 1668.16 | 1695.34 |
| 819.41 | 953.62 | 1973.00 | 2776.78 | 1508.39 | 1751.89 | 1003.32 | 731.34 | 2397.05 | 1622.50 | 1431.42 | 606.32 |
| 2519.82 | 820.39 | 2442.56 | 1579.03 | 1064.25 | 1867.57 | 1385.42 | 1018.21 | 2918.00 | 1665.65 | 1765.25 | 813.29 |
| 1480.60 | 900.48 | 1830.44 | 1026.01 | 955.77 | 1263.78 | 866.62 | 319.39 | 757.18 | 2525.24 | 1715.64 | 926.61 |
| 788.68 | 327.44 | 611.60 | 1286.97 | 1689.94 | 1064.99 | 906.28 | 1837.35 | 2346.75 | 1713.08 | 2100.15 | 3195.49 |
| 3159.47 | 1601.14 | 1039.91 | 1333.24 | 2173.01 | 1287.69 | 1067.67 | 783.71 | 1059.32 | 2621.77 | 1257.79 | 835.41 |
| 2264.10 | 1890.54 | 2171.55 | 1693.23 | 1358.44 | 1252.54 | 1373.12 | 1742.99 | 819.30 | 1452.06 | 1032.27 | 1466.02 |
| 1080.12 | 598.16 | 636.08 | 1908.56 | 1412.52 | 1410.99 | 1130.38 | 949.21 | 2609.66 | 1114.46 | 687.10 | 1973.92 |
| 501.86 | 2269.16 | 1364.56 | 1723.09 | 1149.54 | 2156.89 | 2325.10 | 1649.37 | 1790.21 | 1286.66 | 1326.09 | 1788.29 |
| 2049.86 | 1800.94 | 2421.19 | 132.65 | 1584.33 | 1543.58 | 445.65 | 224.19 | 3719.97 | 262.68 | 1869.96 | 3053.05 |
| 467.47 | 1041.32 | 810.71 | 561.74 | 1963.17 | 782.43 | 2278.43 | 822.04 | 829.70 | 859.29 | 357.08 | 1926.99 |
| 2895.11 | 853.24 | 1269.52 | 1835.89 | 1336.71 | 774.83 | 428.32 | 1653.62 | 886.93 | 1015.50 | 2352.91 | 2658.25 |
| 2013.00 | 2011.04 | 2888.92 | 1366.60 | 1934.38 | 1354.77 | 1948.53 | 792.66 | 1602.29 | 2667.07 | 820.78 | 1813.61 |
| 1488.22 | 783.14 | 1016.07 | 1159.06 | 1431.89 | 1868.77 | 501.47 | 509.50 | 1258.30 | 2574.72 | 1504.22 | 1015.37 |
| 930.54 | 1280.56 | 626.31 | 650.89 | 949.47 | 882.58 | 2116.30 | 524.70 | 2104.65 | 1371.29 | 2052.81 | 1577.39 |
| 1665.84 | 1100.06 | 1655.85 | 648.07 | 1066.75 | 1578.94 | 1085.11 | 523.99 | 2017.58 | 630.05 | 1347.06 | 1517.33 |
| 1565.01 | 856.69 | 677.84 | 1257.55 | 583.46 | 597.82 | 1181.66 | 956.63 | 1029.23 | 1932.08 | 2058.22 | 1105.88 |
| 2237.95 | 1175.98 | 1786.48 | 2245.66 | 1140.22 | 991.75 | 1261.50 | 2515.85 | 2678.74 | 1673.08 | 683.56 | 986.37 |
| 927.83 | 1360.59 | 692.37 | 718.70 | 2041.31 | 552.26 | 2529.11 | 1635.69 | 1306.45 | 542.09 | 436.87 | 573.42 |
| 1189.78 | 3547.26 | 2286.88 | 2993.89 | 1712.58 | 1307.15 | 559.31 | 1198.76 | 2158.82 | 1917.99 | 2553.33 | 1190.32 |
| 415.08 | 427.84 | 1846.05 | 2077.56 | 1601.98 | 3468.62 | 1429.10 | 2135.12 | 835.21 | 1093.35 | 1900.69 | 1265.89 |

| Y | | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1621.24 | 616.56 | 1537.53 | 1087.56 | 993.31 | 1446.07 | 1917.64 | 1120.51 | 1965.13 | 1854.75 | 1395.68 | 984.13 |
| 962.94 | 1223.25 | 1804.88 | 643.36 | 1040.44 | 1554.89 | 1277.19 | 575.15 | 694.82 | 2625.76 | 1190.53 | 1442.83 |
| 1385.93 | 766.31 | 1069.22 | 1520.56 | 778.73 | 1135.98 | 1682.87 | 2267.28 | 1223.80 | 946.94 | 1102.05 | 703.88 |
| 1457.45 | 3946.09 | 2169.06 | 1001.69 | 643.21 | 1840.87 | 1052.22 | 1051.34 | 759.11 | 606.44 | 1179.26 | 1294.45 |
| 2166.76 | 1933.45 | 1348.13 | 1356.80 | 1402.45 | 592.84 | 1156.14 | 1741.00 | 2497.99 | 1524.13 | 2175.16 | 1775.41 |
| 1673.61 | 1078.79 | 1668.93 | 1429.93 | 1460.28 | 1459.54 | 1009.78 | 2062.58 | 2092.96 | 1605.95 | 654.80 | 550.76 |
| 804.16 | 1747.85 | 908.69 | 1741.64 | 986.43 | 1004.59 | 1748.43 | 2288.22 | 1146.06 | 802.09 | 1162.45 | 1155.46 |
| 2111.65 | 1255.25 | 1779.06 | 854.87 | 862.97 | 1880.66 | 1580.87 | 1652.63 | 1933.32 | 2213.34 | 831.62 | 1970.56 |
| 1301.60 | 1719.18 | 1757.61 | 1692.16 | 1629.90 | 1053.94 | 509.85 | 1060.01 | 2115.99 | 1355.95 | 878.88 | 821.62 |
| 1032.72 | 2145.71 | 667.93 | 964.85 | 1176.85 | 1245.92 | 710.32 | 2271.36 | 1324.11 | 1122.41 | 1680.69 | 633.66 |
| 1970.74 | 1692.78 | 1350.39 | 741.95 | 1092.46 | 3665.91 | 1011.03 | 735.03 | 524.01 | 2340.51 | 1325.84 | 1391.32 |
| 614.22 | 2729.14 | 1579.46 | 996.60 | 2189.89 | 1154.54 | 1802.67 | 2288.95 | 1414.30 | 991.53 | 1542.72 | 956.53 |
| 859.55 | 1072.12 | 847.94 | 1226.34 | 825.61 | 1043.33 | 1678.56 | 1044.79 | 1197.19 | 818.24 | 1030.20 | 283.04 |
| 603.44 | 2225.94 | 1008.57 | 581.91 | 489.24 | 1866.80 | 1056.75 | 1469.31 | 1915.88 | 1419.50 | 879.38 | 3031.35 |
| 3144.73 | 1958.57 | 412.68 | 1682.12 | 1641.79 | 1994.18 | 2547.03 | 697.84 | 1803.56 | 1939.73 | 2310.78 | 2100.21 |
| 1327.93 | 1669.50 | 1008.29 | 1083.04 | 1088.21 | 1142.23 | 924.78 | 1657.27 | 3147.18 | 324.15 | 1750.86 | 1959.64 |
| 1662.28 | 2851.76 | 456.25 | 1429.80 | 2354.08 | 1146.32 | 1761.11 | 1660.41 | 2593.31 | 925.94 | 817.08 | 1019.62 |
| 3042.28 | 2339.48 | 1690.82 | 2222.48 | 2774.68 | 2438.68 | 1244.42 | 1638.92 | 701.89 | 1119.41 | 1774.92 | 1615.62 |
| 719.68 | 1921.84 | 1534.01 | 2419.39 | 1037.58 | 917.72 | 1610.82 | 1920.58 | 1973.58 | 805.21 | 1005.58 | 1323.88 |
| 793.60 | 1067.21 | 911.96 | 1543.63 | | | | | | | | |