



Camile Mendes Castilho

Estudo de Correlações Angulares entre Raios Cósmicos de Energias Ultra-Altas Detectados pelo Observatório Pierre Auger

Campinas, 2013



Universidade Estadual de Campinas

Instituto de Física Gleb Wataghin

Camile Mendes Castilho

Estudo de Correlações Angulares entre Raios Cósmicos de Energias Ultra-Altas Detectados pelo Observatório Pierre Auger

Dissertação de Mestrado apresentada à Pós-Graduação do Instituto de Física Gleb Wataghin da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), para a obtenção do título de Mestre em Física. Área de concentração: Física

Orientadora: Prof^a Dr^a Carola Dobrigkeit Chinellato

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação de mestrado defendida pela aluna Camile Mendes Castilho e orientada pela Prof^a Dr^a Carola Dobrigkeit Chinellato.


Prof^a Dr^a Carola Dobrigkeit Chinellato

Campinas, 2013

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA POR
VALKÍRIA SUCCI VICENTE – CRB8/5398 - BIBLIOTECA DO IFGW
UNICAMP**

C278e Castilho, Camile Mendes, 1985-
Estudo de correlações angulares entre raios cósmicos de energias ultra-altas detectados pelo Observatório Pierre Auger / Camile Mendes Castilho. -- Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Carola Dobrigkeit Chinellato.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física “Gleb Wataghin”.

1. Observatório Pierre Auger. 2. Correlações angulares.
3. Raios cósmicos. 4. Multipletos. I. Chinellato, Carola Dobrigkeit, 1952- II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física “Gleb Wataghin”. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em inglês: Study of angular correlations of ultra-high-energy cosmic rays detected by Pierre Auger Observatory

Palavras-chave em inglês:

Pierre Auger Observatory
Angular correlations
Cosmic rays
Multiplets

Área de Concentração: Física

Titulação: Mestre em Física

Banca Examinadora:

Carola Dobrigkeit Chinellato [Orientador]
Márcio José Menon
Luiz Vitor de Souza Filho

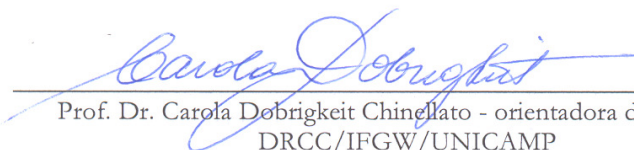
Data da Defesa: 22-02-2013

Programa de Pós-Graduação em: Física



Secretaria de Pós-Graduação – Tel: (19) 3521-5305 FAX: (19) 3521-4142
Membros da Comissão Julgadora de Dissertação de Mestrado de Camile Mendes Castilho - RA
040551, apresentada e aprovada ao Instituto de Física “Gleb Wataghin”, da Universidade Estadual de
Campinas, em 22/02/2013.

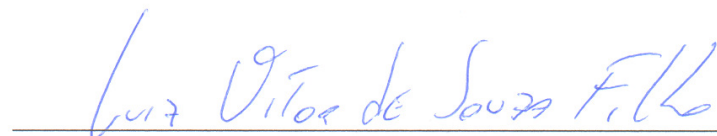
Comissão Julgadora:



Prof. Dr. Carola Dobrigkeit Chinellato - orientadora da candidata
DRCC/IFGW/UNICAMP



Prof. Dr. Márcio José Menon
DRCC/IFGW/UNICAMP



Prof. Dr. Luiz Vitor de Souza Filho
IFSC/USP

Abstract

Two important questions in the study of ultra-high-energy cosmic rays are related to the astrophysical sources of these particles and the characteristics of the magnetic field they have traversed in their way from the sources to Earth.

The Pierre Auger Observatory was designed and built in Argentina in order to address these and other questions about ultra-high energy cosmic rays. Its design goals included being able to measure ultra-high energy cosmic rays (above 1 EeV) with unprecedented statistics.

Considering that the trajectories of ultra-high energy particles are deflected by the magnetic fields traversed and that the deflection is inversely proportional to their energies, it can be expected that particles having different energies and coming from a single source will arrive at Earth with their directions aligned on the celestial sphere and with angular deviations satisfying that dependence with the energy. A group of cosmic rays with their directions and energies satisfying those characteristics is called a multiplet.

In this work, we search for multiplets in a data sample of 2196 cosmic rays with energies above 20 EeV recorded by the Pierre Auger Observatory between 1st January

2004 and 22nd November 2012.

We applied the method of the minimum spanning tree to separate the whole data set into subsets and then analyzed the subsets, checking whether the directions of the cosmic rays in each subset satisfy the expected correlation with the inverse of their energies.

After identifying multiplets which satisfy the correlation, it is possible to find the position of the sources of the cosmic rays and estimate the deflection power of the magnetic field these particles must have traversed in the corresponding directions of the sources.

In the period covered by our analysis we have found three multiplets with twelve or more events. For each multiplet we have found the direction of the possible source and the deflection power of the magnetic field and looked for nearby astrophysical objects in a catalog.

Resumo

Duas questões importantes no estudo da física de raios cósmicos são quais são as fontes astrofísicas dessas partículas e como é o campo magnético por elas atravessado.

O Observatório Pierre Auger, localizado na província de Mendoza, na Argentina, é um experimento que tem como objetivo estudar raios cósmicos de altas energias (superior a 1 EeV). Entre os objetivos do observatório, está buscar possíveis fontes desses raios cósmicos e estudar o campo magnético por eles atravessado.

Considerando que partículas ultra-energéticas sofrem deflexões em campos magnéticos que são inversamente proporcionais às suas energias, espera-se que aquelas provenientes de uma mesma fonte cheguem à Terra com suas direções alinhadas sobre a esfera celeste e com desvios angulares satisfazendo essa dependência com a energia. Um grupo de raios cósmicos com suas direções e energias satisfazendo essas características é chamado de multipletos.

Nesta dissertação, foram analisados 2196 raios cósmicos com energias acima de 20 EeV, detectados pelo Observatório Pierre Auger entre 1º de janeiro de 2004 e 22 de novembro de 2012, a fim de realizar uma busca por multipletos.

Para encontrar estes multipletos, foi utilizado o Método da Árvore de Extensão Mínima. Este método é utilizado para separar o conjunto de raios cósmicos em subconjuntos.

Uma vez encontrados esses subconjuntos, foi verificado se as direções dos raios cósmicos do subconjunto satisfazem a correlação esperada entre as suas direções e os inversos de suas energias. Para isso foi calculado o coeficiente de correlação e a dispersão angular nas coordenadas dos raios cósmicos de cada subconjunto em um plano tangente à esfera celeste no ponto correspondente à direção média. Se o coeficiente de correlação for superior a um valor mínimo e a dispersão angular for menor do que um valor máximo pré-estabelecidos, o multipletos em questão é considerado um multipletos correlacionado.

Após identificarmos estes multipletos, foi possível encontrar as posições das possíveis fontes dos raios cósmicos que o compõem e obter informação sobre o poder de deflexão do campo magnético por eles atravessado nas direções das respectivas fontes.

Para o período em questão foram encontrados três multipletos correlacionados com um número de eventos igual ou superior a doze. Para estes três multipletos foram procuradas posições de possíveis fontes. Realizando uma comparação entre as posições encontradas e um catálogo de objetos astrofísicos, foram encontrados objetos próximos às direções das fontes encontradas.

Sumário

Agradecimentos	xiii
1 Introdução	1
2 Física de Raios Cósmicos	5
2.1 Espectro	5
2.2 Composição	7
2.3 Efeito GZK	11
2.4 Mecanismos de Aceleração	14
2.5 Detecção	18
2.6 Anisotropia	21
3 Observatório Pierre Auger	23
3.1 Detectores de Fluorescência	25
3.2 Detectores de Superfície	29
3.3 Exposição Relativa	33

3.4	Reconstrução Híbrida	36
4	Campo Magnético Galáctico	43
4.1	Separação Zeeman	45
4.2	Emissão de Radiação Síncrotron	45
4.3	Rotação de Faraday	46
4.4	Polarização da Luz das Estrelas	47
4.5	Modelo BSS-S para o Campo Magnético Galáctico	48
4.6	Propagação do Raio Cósmico no Meio Galáctico	49
5	Busca por Possíveis Fontes de Raios Cósmicos de Altas Energias	53
5.1	Reconstrução da Posição das Fontes	54
5.2	Método da Árvore de Extensão Mínima	59
5.3	Busca de Multipletos Utilizando o Método da Árvore de Extensão Mínima	68
6	Resultados	77
7	Conclusões	93
	Bibliografia	99
A	Cálculo da média de direções angulares utilizando cossenos diretores	109

Agradecimentos

Não só pela orientação, mas também por sua amizade, muito tenho a agradecer à minha orientadora Carola, que sempre esteve disponível para me ajudar. Ao colega Daniel Pakk pela grande ajuda, principalmente na parte final do trabalho.

Aos meus pais e toda minha família por todo apoio, compreensão, por sempre acreditarem na minha capacidade de estudar o que sempre sonhei e por entenderem a minha ausência em alguns momentos. Ao Tiago, que além de ser uma pessoa muito especial para mim, sempre esteve ao meu lado em todos os momentos, foi quem me mostrou que eu só seria feliz se fizesse algo que amasse e me deu coragem e força de começar tudo de novo.

Não poderia deixar de agradecer aos grandes amigos que fiz durante todo o curso.

À FAPESP pela bolsa concedida, que me permitiu ter uma dedicação exclusivamente à pesquisa durante o período da bolsa.

A Deus, por colocar pessoas maravilhosas no meu caminho e nunca me deixar desanimar.

Introdução

A história dos raios cósmicos começa em 1912, quando o físico Victor F. Hess [1] mostrou que a corrente em um eletroscópio aumentava com a altitude ao subir 5 km a bordo de um balão, comprovando a existência de uma radiação ionizante vinda do espaço. Hess observou também que a intensidade desta radiação não se modificava se sua medida era feita durante o dia ou à noite, e assim concluiu que o Sol não poderia ser a fonte desta nova radiação. Em 1938, o físico Pierre Victor Auger [2, 3] e seus colaboradores observaram pela primeira vez uma distribuição lateral da radiação observada por Hess, com o auxílio de dois contadores Geiger-Müller montados no solo separados por distâncias da ordem de metros até centenas de metros. Assim, foi introduzido o conceito de chuva atmosférica extensa (EAS, do inglês *Extensive Air Shower*), já que podia ser observada a passagem de um fluxo de partículas simultaneamente nos dois contadores. Na figura 1.1 pode-se observar um esquema de um EAS. A extensão do

chuveiro no solo está diretamente ligada à energia do raio cósmico primário, à inclinação com que este chega à atmosfera terrestre e ao tipo de partícula primária.

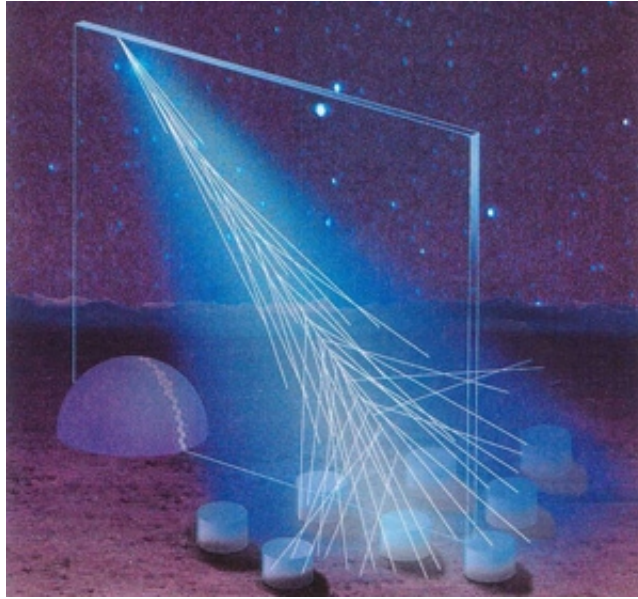


Figura 1.1: Esquema do chuveiro atmosférico [4].

Hoje sabe-se que os raios cósmicos de altas energias ($E > 10^{15}$ eV) são partículas carregadas e que são predominantemente prótons ou núcleos mais pesados. Entretanto, a localização de suas fontes e sua propagação pelo espaço não são totalmente compreendidas. Assim, existem diversos estudos de direções de chegada de raios cósmicos que estão sendo realizados a fim de confirmar algumas hipóteses.

O Observatório Pierre Auger (OPA), localizado na província de Mendoza, na Argentina, é um dos experimentos que se dedica a estudar os raios cósmicos de energias acima de 10^{18} eV.

Dados de diversos experimentos realizados para detectar raios cósmicos, mostram

que o espectro de energia segue uma lei de potência que pode variar doze ordens de grandeza em energia e trinta e duas ordens de grandeza em fluxo. Este espectro de energia está mostrado na figura 1.2.

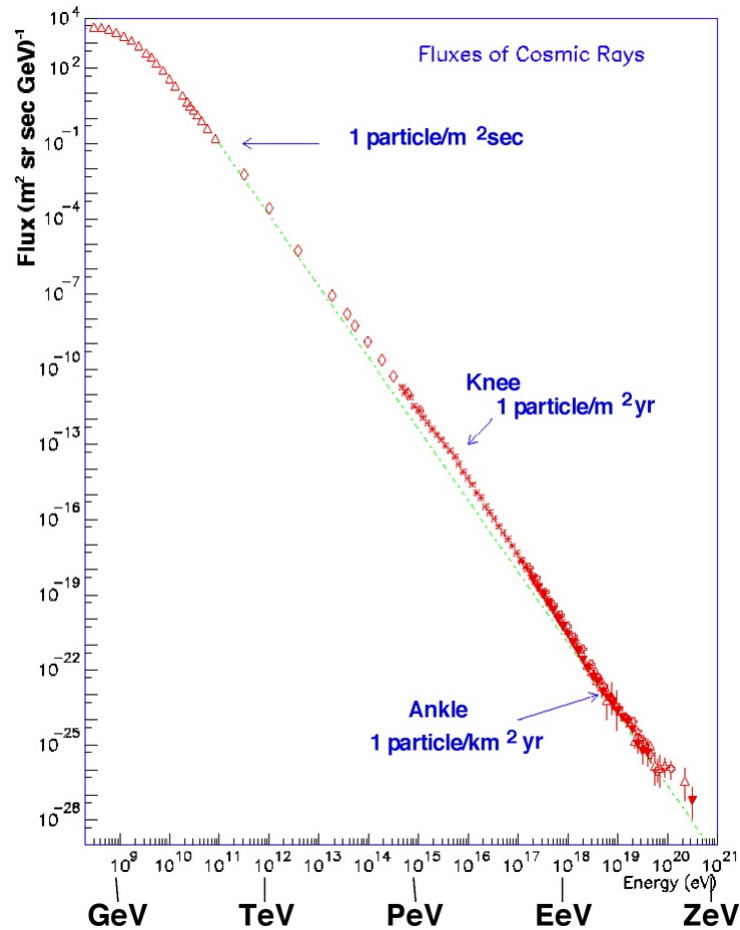


Figura 1.2: Espectro de energia de raios cósmicos compilado por S. Swordy a partir de vários dados publicados pelos experimentos LEAP, Proton, Akeno, AGASA, Fly's Eye, Haverah Park e Yakutsk [5].

Como se pode observar na figura 1.2, o fluxo de raios cósmicos a altas energias é baixo (para partículas com energia acima de 10^{19} eV, por exemplo, o fluxo consiste de 1 partícula por km^2 por século), sendo necessária uma grande área para a detecção de um

número razoável de partículas primárias. Assim, para que um observatório seja capaz de detectar um número suficiente de raios cósmicos de altas energias, ele deve cobrir uma grande área. O Observatório Pierre Auger se estende por uma área total de 3000 km² e pode detectar tais raios cósmicos.

Em 2008, a Colaboração Auger mostrou evidências de correlação de raios cósmicos de energias acima de 55 EeV com núcleos ativos de galáxias próximas, em uma escala angular de 3.1° [6, 7]. Esses núcleos ativos de galáxias constam do catálogo Véron-Cetty e Véron [8] e distam da Terra até 75 Mpc.

Mais recentemente, esta análise foi repetida com dados obtidos até 31 de dezembro de 2009 e uma média mais precisa da fração de correlação foi publicada [9]. Nesta publicação, as distribuições das direções de raios cósmicos de energias acima de 55 EeV também foram examinadas em relação a outras populações de objetos astrofísicos próximos que constam em outros catálogos e comparados com o esperado a partir da hipótese de isotropia. Os resultados das análises justificam o interesse no estudo das direções de chegada dos raios cósmicos de altas energias.

Nesta dissertação, serão analisados dados obtidos pelo Observatório Pierre Auger a fim de buscar possíveis fontes de raios cósmicos com energias superiores a 20 EeV e obter informação sobre o campo magnético galáctico atravessado por estes raios cósmicos.

Física de Raios Cósmicos

2.1 Espectro

Através de dados combinados de diversos experimentos utilizados para a detecção de raios cósmicos, pode-se ver uma variação de energia destes de cerca de doze ordens de grandeza (variando desde 10^8 eV até 10^{20} eV). Por estes dados vê-se que o seu fluxo segue uma lei de potência em função da energia da forma

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-\lambda}, \quad (2.1)$$

onde N é o número de raios cósmicos, E a energia e λ é o índice espectral.

Na figura 1.2 pode-se ver o espectro medido através da união dos dados de diversos experimentos. Estes dados foram obtidos utilizando diversas técnicas de observação de acordo com a faixa de energia. Fazendo uma análise desta figura, pode-se observar

algumas mudanças no índice espectral com a energia. A primeira mudança ocorre perto da energia 3×10^{15} eV, onde o índice espectral muda de 2.7 para 3.0. Este ponto é conhecido como “joelho” do espectro [10, 11]. A uma energia de aproximadamente 8×10^{16} eV, se observa mais um aumento do índice espectral para 3.2. Este ponto é conhecido com “segundo joelho” [12]. A outra mudança ocorre perto da energia de 3×10^{18} eV, onde o índice espectral volta a diminuir e atinge um valor de 2.6. Este ponto é chamado de “tornozelo” do espectro. A última mudança ocorre a uma energia aproximada de 3×10^{19} eV, onde o índice espectral cresce rapidamente para 4.3 [12, 13].

A primeira mudança no índice espectral (“joelho”) é atribuída a uma mudança na composição dos raios cósmicos primários de prótons para núcleos mais pesados. A explicação para que ocorra esta mudança na composição é de que os prótons produzidos dentro da nossa galáxia com energia desta ordem de grandeza escapam da galáxia mais facilmente do que os núcleos mais pesados. A terceira mudança no espectro (“tornozelo”) é usualmente atribuída ao início da transição do domínio dos raios cósmicos galácticos para o domínio de raios cósmicos extragalácticos. Em [14] é apresentada uma discussão de três modelos para essa transição. Um dos modelos diz que a transição do domínio dos raios cósmicos galácticos para o domínio de raios cósmicos extragalácticos ocorre no “segundo joelho” do espectro [15].

A última mudança do índice espectral para 4.3 não foi detectada nos dados do Observatório AGASA [16, 17]. Ela foi detectada com os dados do Observatório HiRes [18] e do Observatório Pierre Auger [19]. Essa variação do índice espectral e a consequente

supressão do fluxo são usualmente interpretadas como evidência do efeito GZK, que será abordado na seção 2.3. Porém, ainda não se pode excluir a hipótese de que a essas energias as fontes dos raios cósmicos já tenham se exaurido, ou seja, de que já tenha sido atingido o limite de aceleração dessas fontes.

De acordo com o fluxo dos raios cósmicos, sua detecção pode ser feita de maneira direta ou indireta. Para raios cósmicos de baixa energia, onde se tem um fluxo alto, essa medida pode ser feita de maneira direta utilizando balões ou satélites. Já para raios cósmicos de altas energias, acima de 10^{15} eV, onde o fluxo é muito baixo, precisa-se de uma área muito grande para fazer a detecção, tornando inviável a montagem de detectores em balões ou satélites. Neste caso, a medida dos raios cósmicos é feita de maneira indireta, através das partículas secundárias que são formadas através da colisão dos raios cósmicos primários com a atmosfera terrestre.

2.2 Composição

A descoberta dos raios cósmicos ocorre juntamente com a descoberta do poder ionizante das emissões radioativas. Uma ionização no ar era observada através de eletroscópios e acreditava-se que esta era devido às emissões radioativas. Entretanto, essa ionização era observada mesmo na ausência de qualquer fonte radioativa. Após essa observação, acreditou-se que a ionização observada seria resultante da radiação residual que era emitida pelos elementos radioativos presentes no solo.

Nos primeiros anos após a descoberta dos raios cósmicos, não havia sido descartada

a hipótese de que essa ionização poderia ser causada por emissões radioativas da atmosfera. Em 1917, provou-se que a ionização na atmosfera devido a esses raios tinha uma absorção muito menor do que a dos raios gama (candidatos naturais, já que constituíam a radiação mais penetrante conhecida na época) emitidos por elementos radioativos, assim a possibilidade de que essa ionização fosse causada pelas emissões radioativas da atmosfera foi descartada.

Em 1927, foi descoberto o efeito geomagnético e juntamente com esta descoberta, Compton começou a investigar a variação da intensidade dos raios cósmicos com a latitude. Em 1933, [20] foi observado que a intensidade de radiação era maior nas proximidades do Equador, o que indicava que os raios cósmicos eram partículas carregadas.

Para baixas energias, o fluxo de raios cósmicos é cerca de uma partícula/m²s, sendo possível uma medida direta dos mesmos e conseguindo-se medir sua composição. Para energias de até 10¹⁵ eV tem-se aproximadamente 50% de prótons, 25% de partículas α , 13% de núcleos de carbono, nitrogênio e oxigênio e 13% de núcleos de ferro. Elétrons e raios γ constituem frações menores do fluxo, em comparação com as anteriores, de $\leq 10^{-2}$ e 10^{-3} , respectivamente [21].

Para altas energias (em torno de 10¹⁸ eV) tem-se um fluxo que é cerca de uma partícula/km²s, o que torna sua medida direta impossível de ser realizada. Desta forma, deve-se utilizar formas indiretas de detecção e analisar as cascatas de partículas que se formam na atmosfera. Neste caso, a identificação do raio cósmico primário depende do modelo de interação entre o raios cósmico e as partículas da atmosfera.

Para analisar um chuva atmosférico formado pela interação do raio cósmico primário com a atmosfera, têm sido tradicionalmente usada uma das abordagens, ou mesmo ambas simultaneamente: analisar o perfil lateral do chuva e o seu desenvolvimento longitudinal. O perfil lateral é analisado utilizando dados obtidos por detectores posicionados no solo, enquanto que o desenvolvimento longitudinal do chuva é analisado utilizando dados obtidos por detectores que captam a luz de fluorescência que é produzida quando um raio cósmico interage com as moléculas de nitrogênio da atmosfera (detectores de fluorescência).

O desenvolvimento longitudinal de um chuva atmosférico é descrito pelo número de partículas no chuva, $N(X)$, em função da profundidade atmosférica X . A profundidade atmosférica é usualmente expressa em g/cm^2 , e corresponde à integral da densidade atmosférica, ρ , (em g/cm^3) multiplicada pela distância desde o topo da atmosfera, dl , (em cm), ao longo do chuva:

$$X = \int_0^{l_A} \rho dl. \quad (2.2)$$

A profundidade atmosférica na qual o chuva atinge o seu número máximo de partículas é chamada de X_{max} .

Se um certo experimento consegue medir o desenvolvimento do chuva atmosférico em diferentes profundidades atmosféricas, pode-se utilizar o método que analisa seu perfil longitudinal para conseguir identificar o raio cósmico primário. Este método

utiliza a profundidade X_{max} para a identificação desta partícula.

O valor médio de X_{max} para um chuveiro iniciado por uma partícula de número de massa A é dado por [22]

$$\langle X_{max} \rangle = D_p \left[\ln \frac{E}{E_0} - \langle \ln A \rangle \right] + c_p, \quad (2.3)$$

onde D_p é a taxa de variação de X_{max} como função da energia para o próton, conhecida como “taxa de alongação”, c_p é a profundidade média do máximo de um chuveiro iniciado por um próton com energia de referência E_0 e A é o número de massa da partícula com energia E . D_p e c_p dependem da natureza das interações hadrônicas e como ainda existem muitas incertezas sobre estas interações no chuveiro formado em colisão dos raios cósmicos com as partículas da atmosfera, os resultados de simulações (que podem ser feitas, por exemplo, no programa CORSIKA com modelos para as interações hadrônicas) que o descrevem podem variar bastante de acordo com os parâmetros utilizados nas simulações.

A largura da distribuição de X_{max} é um parâmetro importante para o estudo da composição dos raios cósmicos pois para chuveiros iniciados por núcleos pesados esperam-se flutuações menores do que para chuveiros iniciados por prótons [23].

Os experimentos que são utilizados para analisar o chuveiro quando ele chega no solo utilizam o perfil lateral do chuveiro para esta análise. Neste método analisa-se a densidade de partículas em função da distância ao eixo do chuveiro em um plano

perpendicular a seu eixo.

2.3 Efeito GZK

Logo após a descoberta da radiação cósmica de fundo, em 1965, K. Greisen [24] e, independentemente, G. Zatsepin e V. Kuz'min [25] previram, em 1966, que os fluxos de prótons da radiação cósmica com energias da ordem de 6×10^{19} eV e acima seriam fortemente atenuados sobre distâncias de algumas dezenas de Mpc. Tal atenuação ocorreria devido às perdas de energia causadas por processos de fotoprodução de píons nas interações dos prótons com os fótons da radiação cósmica de fundo. Também núcleos mais pesados acelerados por fontes cósmicas poderiam fotodesintegrar em núcleos mais leves ao interagirem com os fótons da radiação cósmica de fundo durante a propagação desde as suas fontes. Desse modo, os produtos dessas interações teriam uma energia significativamente menor ao chegarem à Terra. Como consequência, o fluxo a energias acima de 6×10^{19} eV sofreria forte supressão. Esse efeito é conhecido como efeito GZK. Tanto prótons, quanto núcleos mais pesados poderiam ainda perder energia em processos de produção de pares. Porém, a fração da energia perdida por um próton, por interação, é somente 0.1%, menor do que aquela perdida pelo próton na fotoprodução de píons, que é da ordem de 20% [26].

Assim, as principais reações possíveis entre prótons e fótons da radiação cósmica de fundo são [26]:

$$p + \gamma_{2.7K} \rightarrow n + \pi^+ \quad (2.4)$$

$$p + \gamma_{2.7K} \rightarrow p + \pi^0 \quad (2.5)$$

$$p + \gamma_{2.7K} \rightarrow p + e^+ + e^- \quad (2.6)$$

Pode-se estimar que, devido a essas interações, 90% dos prótons que chegam à Terra com energias acima de 8×10^{19} eV foram produzidos em fontes distantes não mais que 90 Mpc da Terra [27]. Na figura 2.1 pode-se observar a fração de prótons que chegam à Terra com energias superiores a E_{th} com origem a distâncias maiores do que uma distância D . Esta figura foi obtida supondo que as fontes desses prótons possuam a mesma luminosidade, que estejam distribuídas uniformemente e que o espectro de emissão dos prótons por essas fontes siga uma lei de potência da forma $E^{-\alpha}$, onde α é um índice espectral.

Pode-se ver que existe um limite superior para a distância que as fontes de raios cósmicos poderiam estar da Terra, e que, quanto maior a energia destes raios cósmicos, este limite é menor.

A supressão do fluxo para energias acima de 3×10^{19} eV foi confirmada pelo experimento HiRes [18] e pelo Observatório Pierre Auger, conforme já foi mencionado anteriormente [19].

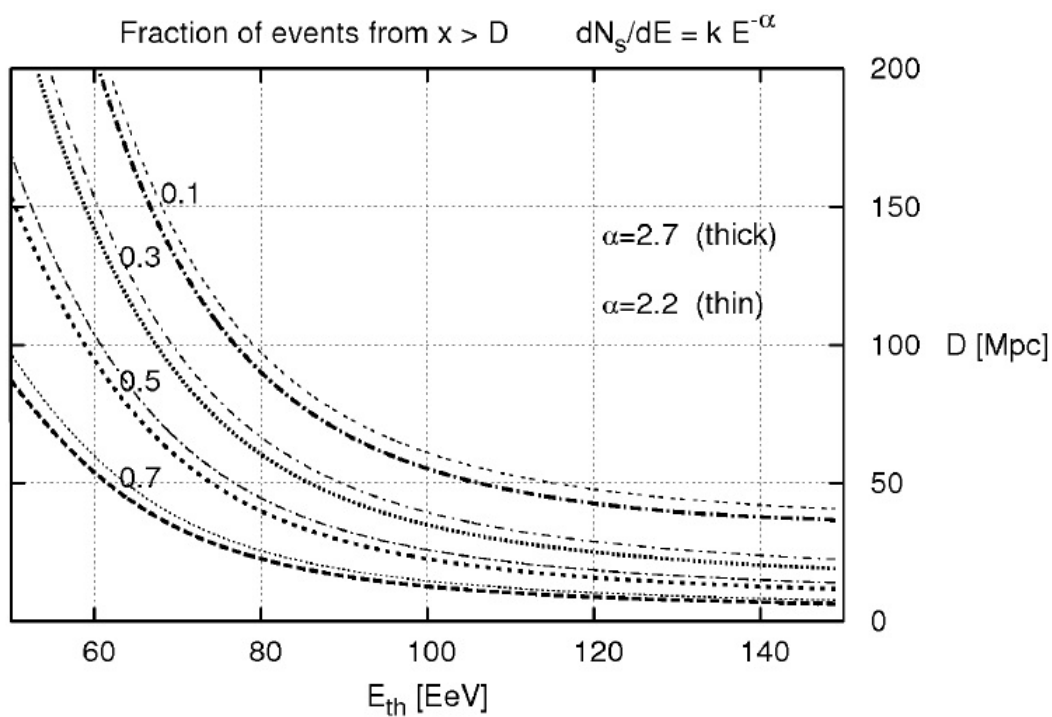


Figura 2.1: Fração de prótons com energias acima de E_{th} com origem a distâncias maiores do que D para dois valores de índice espectral diferentes. A linha mais fina representa a fração para o caso de um índice espectral 2.2 e a mais grossa, para o caso de índice espectral 2.7 [27].

2.4 Mecanismos de Aceleração

Ao estudar os mecanismos de aceleração de raios cósmicos, deve-se levar em consideração modelos que consigam explicar como as partículas atingem energias altíssimas como as dos raios cósmicos de altas energias.

Sabe-se que o raio da órbita de uma partícula carregada com uma carga $q = Ze$, que está em movimento circular em uma região com um campo magnético \vec{B} , é dado por

$$R_L = \frac{E}{ZeB} \sim 11kpcZ^{-1} \left(\frac{\mu G}{B} \right) \left(\frac{E}{10EeV} \right), \quad (2.7)$$

que é conhecido como raio de Larmor [28].

Pode-se ver que, conforme a energia desta partícula aumenta, ocorre também um aumento do raio de Larmor.

Um dos modelos para a aceleração dos raios cósmicos diz que, para que um certo objeto astrofísico consiga acelerar uma partícula a altas energias, este objeto deve possuir um campo magnético com intensidade e extensão suficientes para conseguir manter a partícula em sua região de aceleração, até que esta atinja uma energia E_{max} .

Desta forma, o aumento do raio de Larmor faz com que a probabilidade de que a partícula escape da região de aceleração aumente, o que acaba limitando o valor da energia dos raios cósmicos. A energia máxima atingida pela partícula carregada

confinada na região de aceleração de extensão R e intensidade do campo magnético \vec{B} é dada por

$$E_{max} = Ze\xi \frac{B}{1\mu G} \frac{R}{1kpc} EeV, \quad (2.8)$$

onde ξ representa a velocidade da onda de choque aceleradora ou a eficiência do acelerador [13].

Desta forma, temos uma redução dos possíveis candidatos a aceleradores dos raios cósmicos. Hillas comparou os mecanismos para acelerar núcleos de ferro e prótons. Esta comparação está representada na figura 2.2, conhecida como o Diagrama de Hillas [29]. Existem alguns objetos astrofísicos que poderiam ser os responsáveis pela aceleração dos raios cósmicos de energias extremas. São eles: núcleos ativos de galáxias, pulsares, explosões de supernovas.

Outro modelo importante é o modelo de aceleração estocástica que foi proposto por E. Fermi em 1949 [31]. Fermi propôs que a aceleração das partículas era devido a interações destas partículas com ondas de choques geradas por núcleos galácticos ativos ou explosões de supernovas. Ele supôs que a cada interação as partículas ganhavam uma energia de ϵE , e desta forma, após n colisões a energia final de uma partícula com energia inicial E_0 seria:

$$E_n = E_0(1 + \epsilon)^n. \quad (2.9)$$

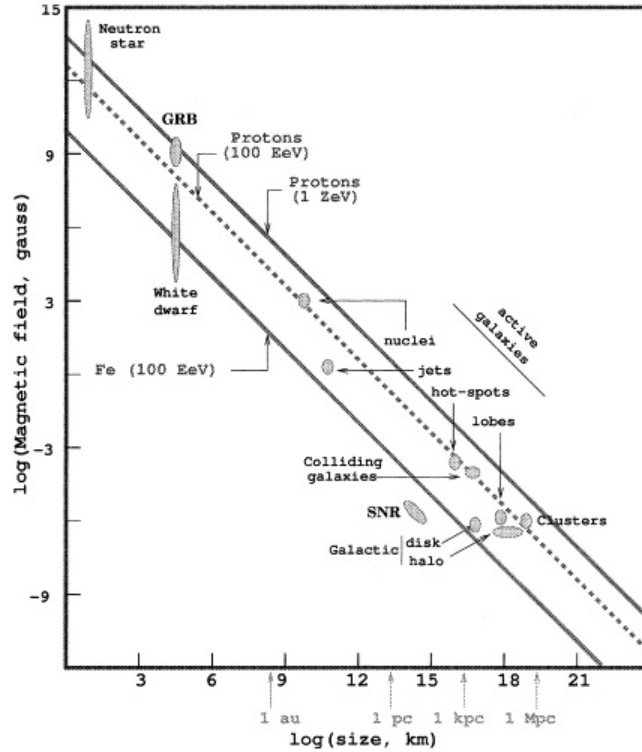


Figura 2.2: Diagrama de Hillas que representa a intensidade do campo magnético de possíveis regiões aceleradoras dos raios cósmicos. A linha contínua superior representa prótons a 1000 EeV, a linha pontilhada representa prótons a 100 EeV e a linha contínua inferior representa os núcleos de Fe a 100 EeV. Da esquerda para a direita, os candidatos que aparecem na figura são: estrelas de nêutrons, explosões de raios- γ , estrelas anãs brancas, núcleos de galáxias ativos, remanescentes de explosões de supernovas, lobos de rádio-galáxias, colisões de galáxias, disco e halo galáctico e aglomerados de galáxias [30].

Assim, pode-se encontrar o n3mero de intera33es sofridas por uma certa part3cula para atingir a energia E_n . Este n3mero 3 dado por:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{E_n}{E_0}\right)}{\ln(1 + \epsilon)}. \quad (2.10)$$

Considerando uma regi3o de acelera33o, pode-se supor que a probabilidade de que uma part3cula consiga escapar desta regi3o 3 p , assim a probabilidade de que esta part3cula continue na regi3o de acelera33o ser3

$$P = (1 - p), \quad (2.11)$$

e a probabilidade de que ela continue na regi3o de acelera33o ap3s n intera33es ser3

$$P_n = (1 - p)^n. \quad (2.12)$$

Pode-se ainda encontrar o n3mero de part3culas N que conseguem atingir uma energia E superior 3 energia E_n . Este valor 3 dado por

$$N(E \geq E_n) = N_0 \frac{(1 - p)^n}{p}, \quad (2.13)$$

e utilizando o valor de n dado em (2.10) tem-se

$$N(E \geq E_n) = N_0 \frac{(1 - p)^{\frac{\ln\left(\frac{E_n}{E_0}\right)}{\ln(1 + \epsilon)}}}{p}. \quad (2.14)$$

Fazendo algumas manipulações algébricas pode-se verificar que

$$N(E \geq E_n) = N_0 \frac{1}{p} \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-\gamma}, \quad (2.15)$$

onde $\gamma = \frac{\ln(\frac{1}{1-p})}{1+\epsilon}$ é o índice espectral.

Existe ainda um outro modelo de aceleração que é chamado de indutores unipolares que aparecem em plasmas magnetizados que giram a altas velocidades. Um exemplo seriam as estrelas de nêutrons que, por girarem rapidamente, geram ventos relativísticos que, por sua vez, geram campos eletromagnéticos intensos que podem acelerar partículas carregadas a altas energias. Além deste efeito aparecer nas estrelas de nêutrons, pode surgir também em jatos de matéria que são gerados dos discos de acreção de buracos negros [32, 33].

2.5 Detecção

Para poder estudar os tipos de detecção de raios cósmicos deve-se dividir os mesmos em dois grupos: raios cósmicos de baixas energias (aproximadamente até 10^{14} eV) e raios cósmicos de altas energias.

Para raios cósmicos de baixas energias, a detecção pode ser realizada de forma direta colocando-se detectores em balões ou satélites, já que o fluxo destes raios cósmicos é muito alto.

Para raios cósmicos com energias acima de 10^{18} eV, o fluxo é baixo (cerca de uma

partícula por quilômetro quadrado por ano), logo a detecção direta destes raios cósmicos se torna difícil pois para poder detectar um grande número de raios cósmicos demoraria um tempo muito longo e, para que fosse possível a detecção em um tempo razoável, o detector deveria cobrir uma área muito extensa, o que impossibilitaria a colocação deste detector em um balão ou satélite.

Assim, a detecção de raios cósmicos de altas energias deve ser realizada de maneira indireta, ou seja, através dos chuveiros atmosféricos gerados da interação dos raios cósmicos (partículas primárias) com as partículas da atmosfera. Nesta interação são produzidas partículas chamadas de secundárias.

A figura 2.3 mostra esquematicamente o desenvolvimento do chuveiro atmosférico.

Existem vários tipos de detectores para raios cósmicos. Dois deles são os detectores de radiação Cherenkov de superfície e os detectores de fluorescência.

Os detectores de radiação Cherenkov do Observatório Auger, por exemplo, são instrumentados com fotomultiplicadoras que detectam a radiação Cherenkov que é produzida quando uma partícula carregada atravessa o meio material do detector com uma velocidade maior do que a velocidade da luz naquele meio. Um material utilizado neste tipo de detector pode ser a água purificada.

Sabe-se que, quando um raio cósmico atravessa a atmosfera, ele excita as moléculas de nitrogênio presentes na mesma. Quando essas moléculas sofrem desexcitação, é emitida luz de fluorescência, que pode ser detectada pelos detectores de fluorescência. Assim, é possível observar o desenvolvimento longitudinal do chuveiro. Este tipo

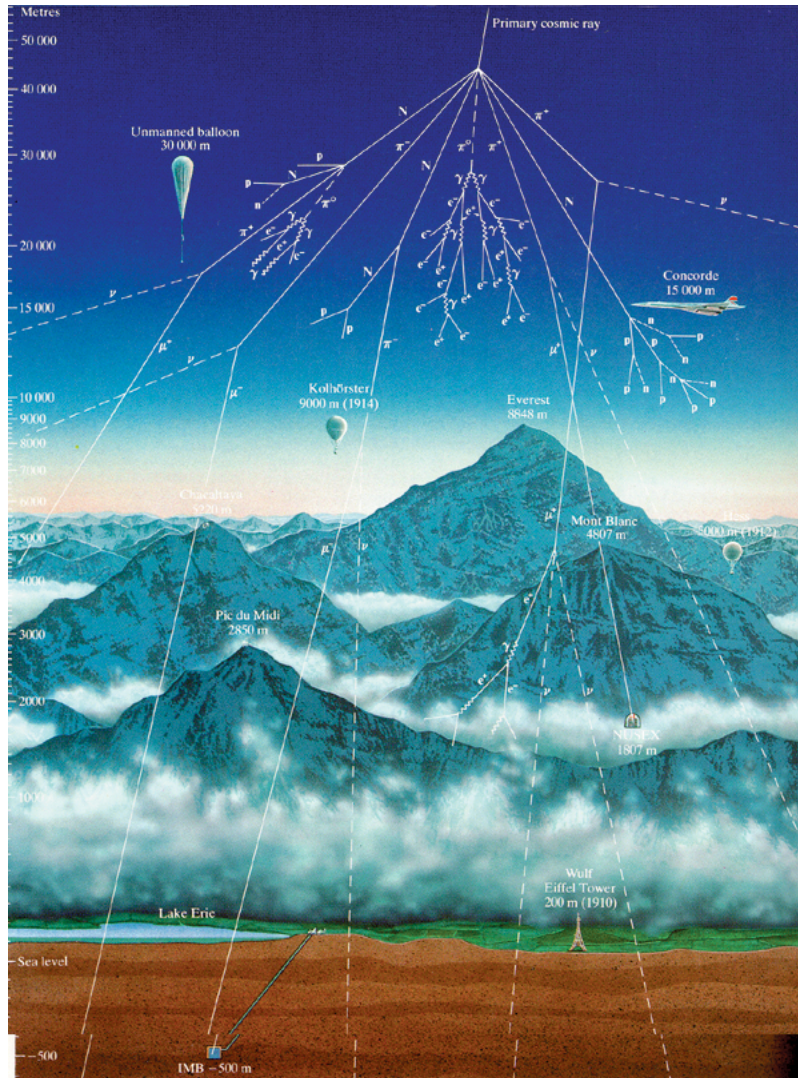


Figura 2.3: Esquema do desenvolvimento do chuveiro atmosférico desde a primeira interação do raios cósmico primário com partículas da atmosfera até a chegada das partículas secundárias ao solo [34].

de detector só pode funcionar durante as noites com pouca luz e sob boas condições atmosféricas, o que representa, por exemplo, cerca de 13% do tempo para o caso do Observatório Auger. Mesmo tendo seu tempo de observação reduzido, o detector de fluorescência consegue uma melhor reconstrução da energia dos raios cósmicos.

2.6 Anisotropia

Duas das questões mais importantes no estudo da física de raios cósmicos são quais são as fontes astrofísicas destas partículas e como é o campo magnético por elas atravessado.

Na procura por fontes, estuda-se a distribuição angular das direções de chegada dos raios cósmicos, buscando eventuais desvios da isotropia.

Pode-se estudar dois tipos de anisotropia, a de grande escala e de pequena escala.

Uma anisotropia de grande escala é caracterizada por uma correlação da direção de chegada dos raios cósmicos com concentrações de matéria como, por exemplo, o centro ou o disco galáctico e uma anisotropia de pequena escala é caracterizada pela correlação da direção de chegada com fontes astrofísicas pontuais.

Nesta dissertação estuda-se a anisotropia de pequena escala.

O estudo da anisotropia para raios cósmicos de altas energias ainda está em aberto já que o fluxo de partículas com energias da ordem de 10^{19} eV é muito pequeno e ainda não se tem uma quantidade suficiente de dados para poder caracterizar definitivamente esta anisotropia.

Observatório Pierre Auger

O Observatório Pierre Auger localiza-se próximo à cidade de Malargüe, na Província de Mendoza, na Argentina (69.3° W, 35.3° S e 1400 m acima do nível do mar). Seu objetivo é estudar raios cósmicos de altíssimas energias, acima de 10^{18} eV, com grande estatística e boa resolução angular a fim de compreender sua origem e composição, os mecanismos de propagação e identificar suas fontes.

A detecção de raios cósmicos de energias acima de 10^{18} eV requer a instrumentação de uma grande área de detecção, devido ao fluxo extremamente baixo de partículas a essas energias ultra-altas.

A construção do Observatório Pierre Auger foi concluída em junho de 2008 e o observatório vem operando continuamente e tomando dados desde janeiro de 2004.

Os raios cósmicos que atingem a atmosfera terrestre são chamados de raios cósmicos primários e esses podem chegar à nossa atmosfera com energia altas. Após entrar

na atmosfera, estas partículas colidem com núcleos de átomos presentes na atmosfera terrestre produzindo diversas partículas que, por sua vez, também podem interagir ou decair. As partículas produzidas formam o que se chama de chuva atmosférica e são conhecidas como partículas secundárias. As partículas detectadas pelo Observatório Pierre Auger são as secundárias.

A técnica utilizada pelo Observatório Pierre Auger para realizar a detecção destes raios cósmicos é chamada híbrida, pois utiliza de forma independente dois tipos de detectores, os detectores de superfície e os detectores de fluorescência.

Os detectores de superfície detectam a radiação Cherenkov emitida pelas partículas secundárias carregadas do chuva atmosférica que se movem com uma velocidade superior à velocidade da luz na água contida nos detectores. Um esquema e uma foto de um dos detectores podem ser observados na figura 3.1.

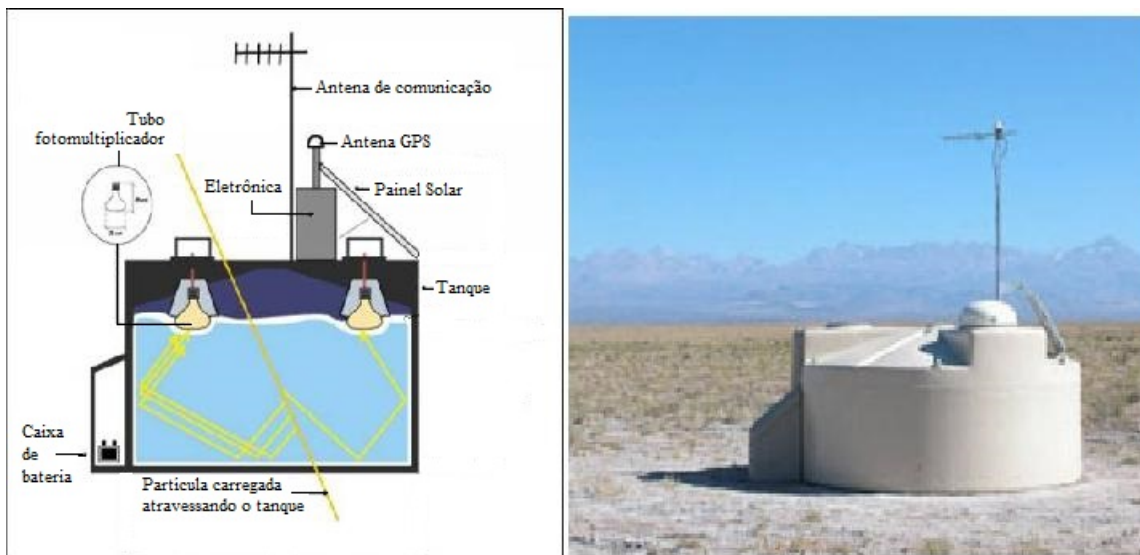


Figura 3.1: Esquema interno e foto de um detector de superfície [4].

Os detectores de fluorescência detectam a luz ultravioleta emitida pela interação das partículas carregadas da radiação cósmica com as moléculas de nitrogênio da atmosfera.

O Observatório Pierre Auger consiste de um arranjo de 1660 detectores de superfície, dispostos em uma área total de 3000 km² e espaçados em uma rede triangular de 1.5 km. Vinte e sete telescópios de fluorescência, situados em quatro prédios na periferia do arranjo, apontam para a atmosfera acima e medem a luz de fluorescência emitida pelos chuueiros atmosféricos.

Um esquema da disposição dos detectores de superfície e dos quatro prédios que abrigam os telescópios de fluorescência pode ser observado na figura 3.2, onde cada ponto corresponde a um detector de superfície.

3.1 Detectores de Fluorescência

Os detectores de fluorescência observam a luz de fluorescência produzida quando um raio cósmico interage com as moléculas de nitrogênio da atmosfera. Pelo fato destes detectores observarem essa luz de fluorescência pode-se ter acesso ao desenvolvimento longitudinal do chuueiro atmosférico. Estes detectores operam apenas cerca de 13% do tempo e só podem funcionar durante noites em que a luz da lua é fraca, com boas condições atmosféricas [35].

Os telescópios dos detectores de fluorescência são formados por espelhos esféricos segmentados e um conjunto de fotomultiplicadoras que são posicionadas na superfície focal destes espelhos. Uma representação esquemática de um telescópio de fluorescência

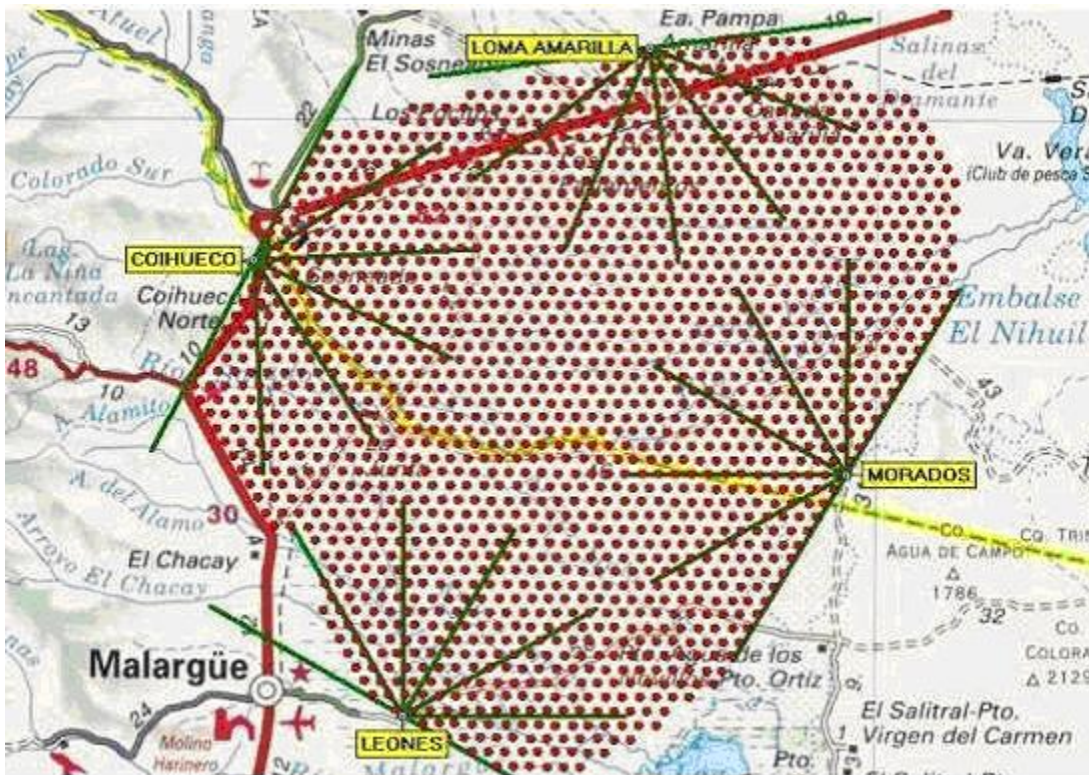


Figura 3.2: Disposição dos detectores de superfície e dos quatro edifícios que abrigam os telescópios de fluorescência do Observatório Pierre Auger [4].

é apresentada na figura 3.3. A luz de fluorescência emitida pelas moléculas de nitrogênio excitadas pelas partículas do chuveiro entra por uma abertura de 1.7 m de diâmetro, é refletida por um espelho esférico na forma de um quadrado com 3.5 m de lado e focalizada sobre uma câmera de 440 fotomultiplicadoras de abertura angular $30^\circ \times 30^\circ$. É utilizado ainda um anel corretor de Schmidt em torno da abertura a fim de minimizar a aberração esférica devido aos raios de luz que incidem próximo às bordas do espelho [36].

O Observatório Pierre Auger possui quatro prédios com seis telescópios cada, instalados no topo de morros de alturas entre 60 e 200 m. Uma representação de uma estação com os telescópios de fluorescência é apresentada na figura 3.4. Estes telescópios cobrem 30° de elevação e 30° em azimute. Assim, os seis telescópios em cada prédio cobrem uma região de 30° de elevação e 180° de azimute. Há ainda três telescópios adicionais que são capazes de cobrir elevação de 30° a 60° . Estes são chamados de HEAT (do inglês *High Elevation Auger Telescopes*) [37].

O fato de o Observatório Pierre Auger possuir esses telescópios operando em coincidência com os detectores de superfície possibilita uma reconstrução geométrica do chuveiro com maior precisão.

Calibração Fotométrica

Nos detectores de fluorescência são realizadas dois tipos de calibração fotométrica, as calibrações absolutas e as calibrações relativas.

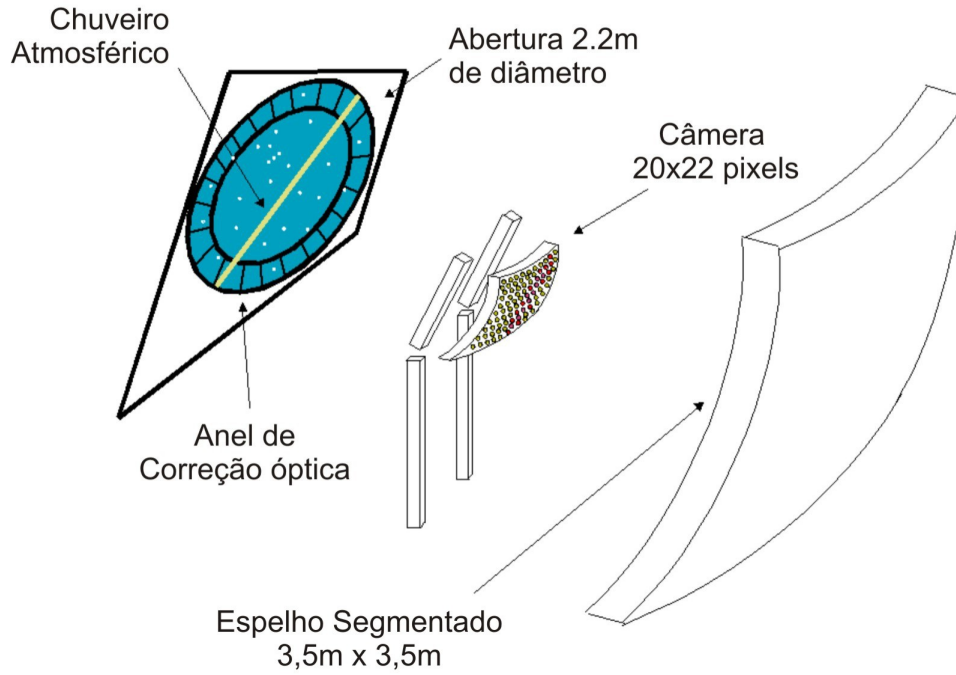


Figura 3.3: Representação esquemática de um telescópio de fluorescência [38].

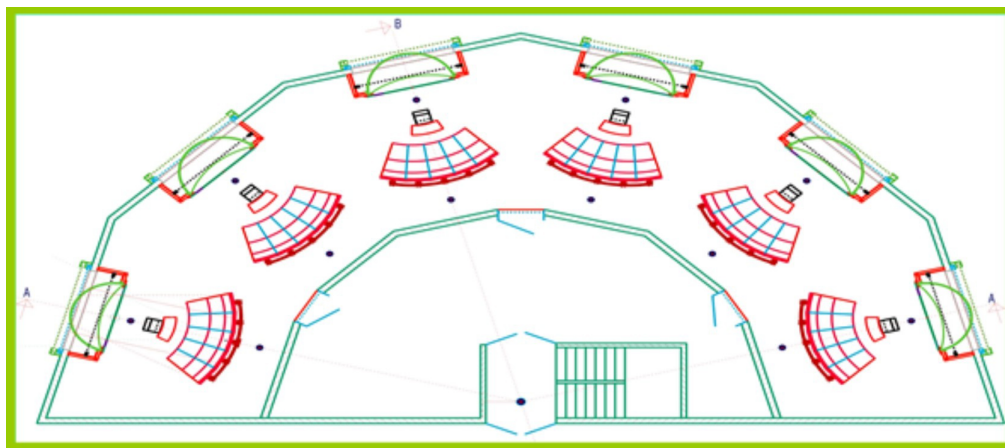


Figura 3.4: Representação a disposição dos seis telescópios de fluorescência do Observatório Pierre Auger em um dos prédios [38].

As calibrações absolutas são realizadas cerca de três ou quatro vezes ao ano. Esta calibração consiste em posicionar uma fonte de luz extensa na frente do detector e assim realizar a calibração sabendo-se os efeitos causados pelos filtros, a refletividade dos espelhos entre outros. A incerteza sistemática após a calibração para os detectores de fluorescência é de 7.5%.

As calibrações relativas são realizadas todas as noites em que o detector está em funcionamento, antes e depois de ter sido realizada a coleta de dados. Estas calibrações são realizadas através de lâmpadas de xenônio, e a luz emitida por estas lâmpadas é conduzida por fibras óticas até três posições diferentes do telescópio. Após esta calibração, a incerteza sistemática é da ordem de 9%.

3.2 Detectores de Superfície

Os detectores de superfície são tanques que contêm 12000 litros de água purificada e com paredes internas revestidas de material refletor, instrumentados com três fotomultiplicadoras, painel solar, baterias, antenas para transmissão de dados para o sistema central de aquisição de dados e antena de GPS para registro do tempo. Partículas secundárias que possuem uma velocidade maior do que a velocidade da luz na água contida nos tanques atravessam estes detectores e produzem a emissão de uma luz devido ao efeito Cherenkov. Esta luz é refletida no revestimento interno do tanque e detectada pelas fotomultiplicadoras direcionadas para o interior dos tanques. Pode-se mostrar que o número de fótons produzidos é aproximadamente proporcional à energia

do chuveiro. Na figura 3.5 pode-se ver um dos detectores de superfície do Observatório Pierre Auger. Estes detectores operam 100% do tempo.

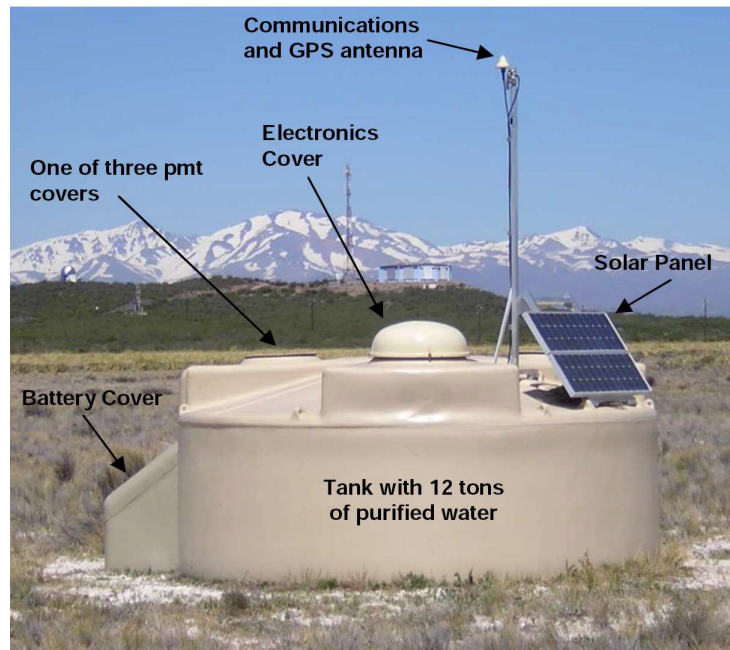


Figura 3.5: Um dos detectores de superfície do Observatório Pierre Auger [39].

Nesta dissertação são utilizados apenas dados obtidos com os detectores de superfície do Observatório Pierre Auger. Cada raio cósmico primário tem sua energia e direção no céu estimadas através de um procedimento de reconstrução de cada chuveiro atmosférico detectado.

Calibração

As calibrações nos detectores de superfície são realizadas a cada minuto para poder determinar a resposta de seus componentes eletrônicos correspondentes a 1 VEM utilizando múons atmosféricos.

A unidade “VEM” é utilizada para quantificar a energia depositada nos detectores. Um VEM é a carga depositada por um múon incidindo verticalmente sobre o centro do tanque.

Utiliza-se essa unidade para lidar com o fato de uma mesma quantidade de energia depositada em um tanque, em geral, não gerar um sinal de mesma intensidade em diferentes tanques, ou mesmo na mesma estação em instantes diferentes [40].

Informações sobre calibração e monitoramento (temperatura e voltagem nas fotomultiplicadoras e no restante dos equipamentos eletrônicos) são enviadas para o “Central Data Acquisition Server” (CDAS) a cada seis minutos.

Seleção de Eventos

Pelo fato dos detectores de superfície operarem 100% do tempo, pode ocorrer de serem detectados certos sinais que não são necessariamente causados por chuvaros de raios cósmicos. Desta forma, precisa-se diferenciar os sinais que são realmente causados por raios cósmicos de sinais que são apenas coincidências aleatórias. Para isso os eventos que são detectados pelos detectores de superfície passam por cinco níveis de gatilhos até realmente identificar um evento [41].

O primeiro gatilho (T1) e o segundo gatilho (T2) são executados pelos próprios componentes eletrônicos de cada estação.

O gatilho T1 verifica se ocorreu uma coincidência na detecção de um sinal entre pelo menos duas das três fotomultiplicadoras de uma única estação.

O gatilho T2 seleciona sinais do gatilho T1 que possam ser de chuviros atmosféricos. Esta seleção é realizada utilizando como bandeira a condição ToT (*Time over Threshold*) e verificando se existe coincidência entre duas fotomultiplicadoras de uma mesma estação em que o sinal nas mesmas tenha se mantido acima de um certo valor mínimo fixado durante no mínimo 13 intervalos dentre o total de 120 intervalos de tempo consecutivos, onde cada intervalo de tempo dura 25 ns.

A taxa de ocorrência do ToT é de 1.6 Hz e é eficiente para selecionar eventos com baixo sinal mas espalhados temporalmente, fazendo com que os ruídos gerados por múons atmosféricos sejam eliminados. Existe outro gatilho de primeiro nível que é capaz de selecionar coincidências em um mesmo intervalo de tempo mas com três fotomultiplicadoras e sua taxa de ocorrência é de 100 Hz, mas o ToT é necessário para selecionar eventos rápidos que são característicos de chuviros horizontais. Os eventos que são selecionados por ToT são automaticamente promovidos ao T2.

O terceiro gatilho (T3) funciona na central do observatório e verifica se existe uma correlação espacial e temporal dos eventos que passaram por T2 e seleciona coincidências entre pelo menos três estações que foram selecionadas por ToT. A fim de facilitar a localização das estações utiliza-se o conceito de “coroas”. Tomando como base uma certa estação, chamamos de coroa 1 (C1) o conjunto de seis estações mais próximas a ela, de coroa 2 (C2) as doze estações na segunda posição mais próxima e assim por diante. Desta forma, o gatilho T3 verifica se existe pelo menos uma estação em C1 e uma em C2 que tenham sido disparadas. 90% dos eventos que são selecionados por este

gatilho são chuveiros reais, principalmente verticais.

Para conseguir selecionar chuveiros horizontais deve-se executar outro gatilho T3 em que é exigida uma coincidência temporal de pelo menos quatro estações que não podem estar separadas por uma distância superior a 6 km.

O quarto gatilho (T4) diminui o número de coincidências aleatórias dos eventos que passaram por T3 selecionando eventos que foram detectados por estações que formam uma configuração compacta (uma estação em coincidência com no mínimo duas estações de C1) ou que uma das estações esteja cercada por pelo menos três estações de C1.

O quinto e último gatilho (T5) deve ser utilizado para garantir a qualidade da reconstrução do evento. Ele exige que a estação que foi disparada com maior sinal esteja cercada de pelo menos cinco estações em funcionamento. Este gatilho é utilizado pois podem ocorrer casos em que o evento é detectado na borda da área coberta pelos detectores de superfície e desta forma o eixo do chuveiro pode estar fora dessa área, prejudicando a reconstrução do evento.

3.3 Exposição Relativa

A exposição de um arranjo de detectores leva em conta:

- A área total efetiva do arranjo de detectores, perpendicular a uma direção do céu (na direção do zênite do Observatório Pierre Auger, esta área corresponde à área total coberta pelos detectores de superfície do observatório, ou seja, 3000 km²).

- O intervalo de tempo no qual o detector aponta para uma dada direção do céu.
- A ascensão reta e a declinação da direção considerada (α, δ) , coordenadas que serão definidas na seção 5.2.
- A latitude geográfica do observatório ($a_0 = -35.25^\circ$).
- O ângulo máximo formado entre o eixo do chuveiro atmosférico e o zênite do Observatório Pierre Auger ($\theta_{max} = 60^\circ$). Este ângulo define um cone com o eixo correspondente ao zênite do Observatório Pierre Auger, dentro do qual tem-se uma eficiência máxima na observação dos raios cósmicos e os eventos detectados são bem reconstruídos.

A variação da exposição com a ascensão reta é pequena e será desprezada nesta dissertação.

A integral da exposição sobre toda a esfera celeste é chamada de exposição total integrada e sua unidade é $km^2 \cdot ano$.

Outra grandeza importante é a exposição relativa $(\frac{\omega(\delta)}{\omega_{max}})$. Esta é dada pela exposição em uma dada direção dividida pela maior exposição no céu e, desta forma, é uma função adimensional limitada entre 0 e 1.

Como se pode observar na figura 3.6 a declinação deve variar de -90.00° até 24.75° e, portanto, tem-se uma declinação mínima (δ_{min}) e máxima (δ_{max}) de -90.00° e 24.75° , respectivamente, para $\theta_{max} = 60^\circ$.

Define-se a exposição como [43]

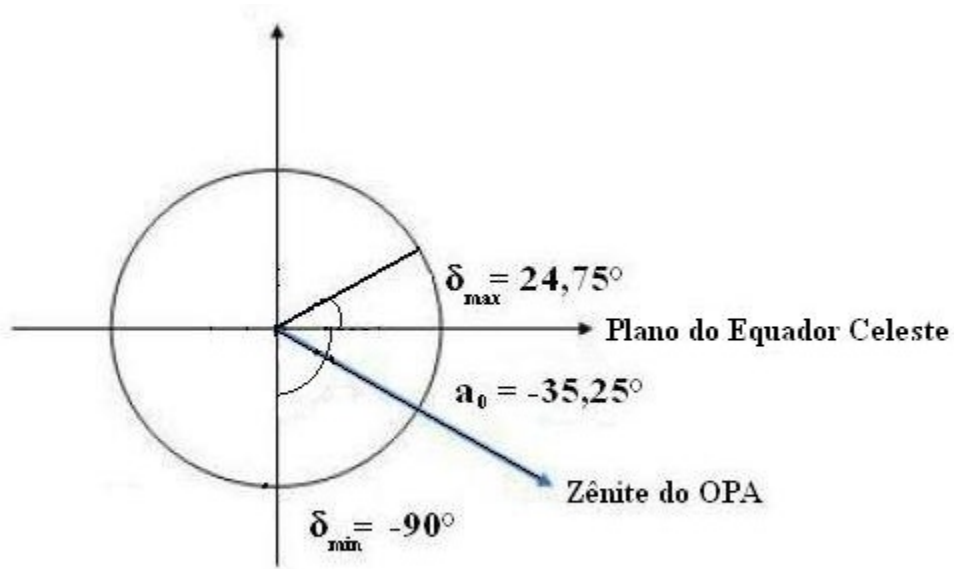


Figura 3.6: Figura esquemática da posição geográfica do Observatório Pierre Auger e sua área de visão do céu.

$$\omega(\delta) \propto \alpha_{max} \sin(\delta) \sin(a_0) + \cos(\delta) \cos(a_0) \sin(\alpha_{max}), \quad (3.1)$$

onde

$$\alpha_{max} = \begin{cases} 0 & \text{se } \xi > 1 \\ \pi & \text{se } \xi < -1 \\ \arccos(\xi) & \text{se } -1 \leq \xi \leq 1 \end{cases}$$

e

$$\xi = \frac{\cos(\theta_m) - \sin(\delta) \sin(a_0)}{\cos(\delta) \cos(a_0)}. \quad (3.2)$$

Pode-se ver na figura 3.7 a variação da exposição relativa (normalizada a 1 no pólo Sul, que corresponde a ω_{max}) com a declinação. Observa-se um pequeno platô no ponto máximo, que se deve ao fato de que a exposição relativa atinge seu máximo em uma declinação de -84.75° e, permanece neste valor até a declinação de -90° .

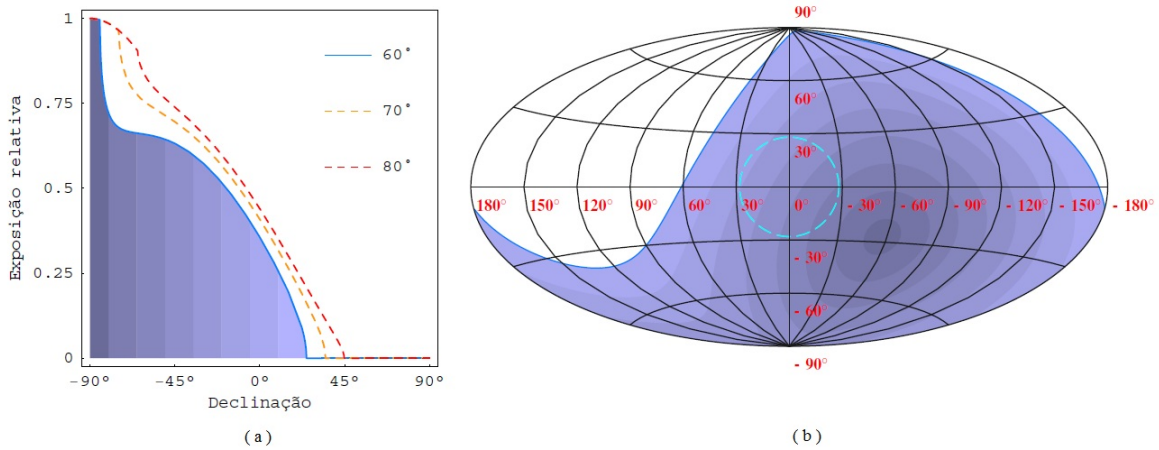


Figura 3.7: (a) Exposição relativa normalizada do Observatório Pierre Auger, em função da declinação. (b) Exposição relativa do Observatório Pierre Auger em coordenadas galácticas. O círculo tracejado em torno da origem em (b) possui um raio de aproximadamente 25.2° e representa o bojo da Via Láctea, como observado a partir da posição da Terra. As faixas indicadas pelas tonalidades de azul representam intervalos de 15° [42].

3.4 Reconstrução Híbrida

Uma característica do Observatório Pierre Auger é a capacidade de detectar a chegada de um raio cósmico através dos detectores de fluorescência e de superfície, simultaneamente. A reconstrução híbrida é a reconstrução que utiliza as informações obtidas por estes dois tipos de detectores. A reconstrução geométrica destes eventos

possui uma maior precisão comparado com a precisão de uma reconstrução que utiliza as informações apenas de um dos tipos de detectores [44].

Os eventos híbridos que puderem ser reconstruídos independentemente a partir das medidas em cada um dos detectores, são utilizados para compor uma curva de calibração do sinal medido nos detectores de superfície. Uma vez obtida a curva para esses eventos híbridos que relaciona a energia reconstruída com as medidas do detector de fluorescência com o sinal correspondente obtido nos detectores de superfície, é possível obter o valor da energia para todos os demais eventos que foram detectados apenas pelos detectores de superfície.

A direção de chegada dos raios cósmicos é medida através dos detectores de superfície conhecendo os tempos de disparo das diferentes estações que detectam o chuveiro atmosférico. Realiza-se um ajuste da densidade de sinal registrada em função da distância perpendicular ao eixo do chuveiro através da função de distribuição lateral que é dada por

$$S(r) = S(1000) \left(\frac{r}{1000m} \right)^{\beta(\theta) + \gamma(\theta) \ln\left(\frac{r}{1000m}\right)}. \quad (3.3)$$

O expoente $\beta(\theta)$ é um parâmetro livre para os eventos que foram detectados com mais de cinco detectores de superfície. Este expoente é parametrizado por

$$\beta(\theta) = (3.5 \pm 0.3) \cos^2 \theta + (-7.6 \pm 0.4) \cos \theta + (0.20 \pm 0.07). \quad (3.4)$$

O expoente γ é obtido através de simulações de dados (a quantidade de dados reais do observatório não permite realizar um ajuste de β e γ ao mesmo tempo). Seu valor está entre $-0.8 \leq \gamma \leq -0.39$ [28].

Através do ajuste da equação 3.3 pode-se encontrar $S(1000)$ que é o sinal a 1000 m do eixo do chuveiro atmosférico. Esta é a distância entre os detectores do observatório para a qual se observa a menor flutuação da função de distribuição lateral [45].

Um chuveiro que atravessa a atmosfera é mais, ou menos, atenuado dependendo do seu ângulo zenital. Assim, para corrigir o efeito da atenuação na atmosfera, padroniza-se o sinal a 1000 m do centro do chuveiro atmosférico, corrigindo-o para o valor do sinal que este chuveiro deixaria nos detectores se viesse com um ângulo $\theta = 38^\circ$, que corresponde à mediana de uma distribuição isotrópica de raios cósmicos no topo da atmosfera.

O sinal que o chuveiro atmosférico deixaria nos detectores se viesse com um ângulo $\theta = 38^\circ$ é dado por

$$S_{38^\circ} \equiv \frac{S(1000)}{CIC(\theta)}, \quad (3.5)$$

onde CIC é o fator que corrige o sinal pela atenuação dependente do θ .

Pode-se ajustar o CIC como um polinômio quadrático da forma

$$CIC(\theta) = 1 + ax + bx^2, \quad (3.6)$$

onde $x = \cos^2 \theta - \cos^2 38^\circ$, $a = (0.87 \pm 0.04)$ e $b = (-1.49 \pm 0.20)$ [28].

Analisando os eventos híbridos observa-se uma relação entre a energia do chuveiro medida pelo detector de fluorescência E_{FD} e o sinal S_{38° obtido a partir do procedimento descrito acima. A relação entre as duas grandezas é dada por

$$E_{FD} = AS_{38^\circ}^B. \quad (3.7)$$

Realizando um ajuste desta equação encontra-se $A = (1.68 \pm 0.05) \times 10^{17}$ eV e $B = (1.035 \pm 0.009)$ [46]. Através desta relação pode-se obter a energia do raio cósmico conhecendo o sinal S_{38° produzido pelo chuveiro atmosférico deste raio cósmico.

Na figura 3.8 pode-se verificar este ajuste.

A resolução da energia é em torno de 14% e a escala absoluta de energia medida pelo detector de fluorescência possui uma incerteza sistemática de 22% [46].

Através da figura 3.9 pode-se ver que a resolução angular da reconstrução da direção de chegada do raio cósmico para energias maiores do que 10 EeV e que foi detectado por pelo menos seis estações é menor do que 1° [47].

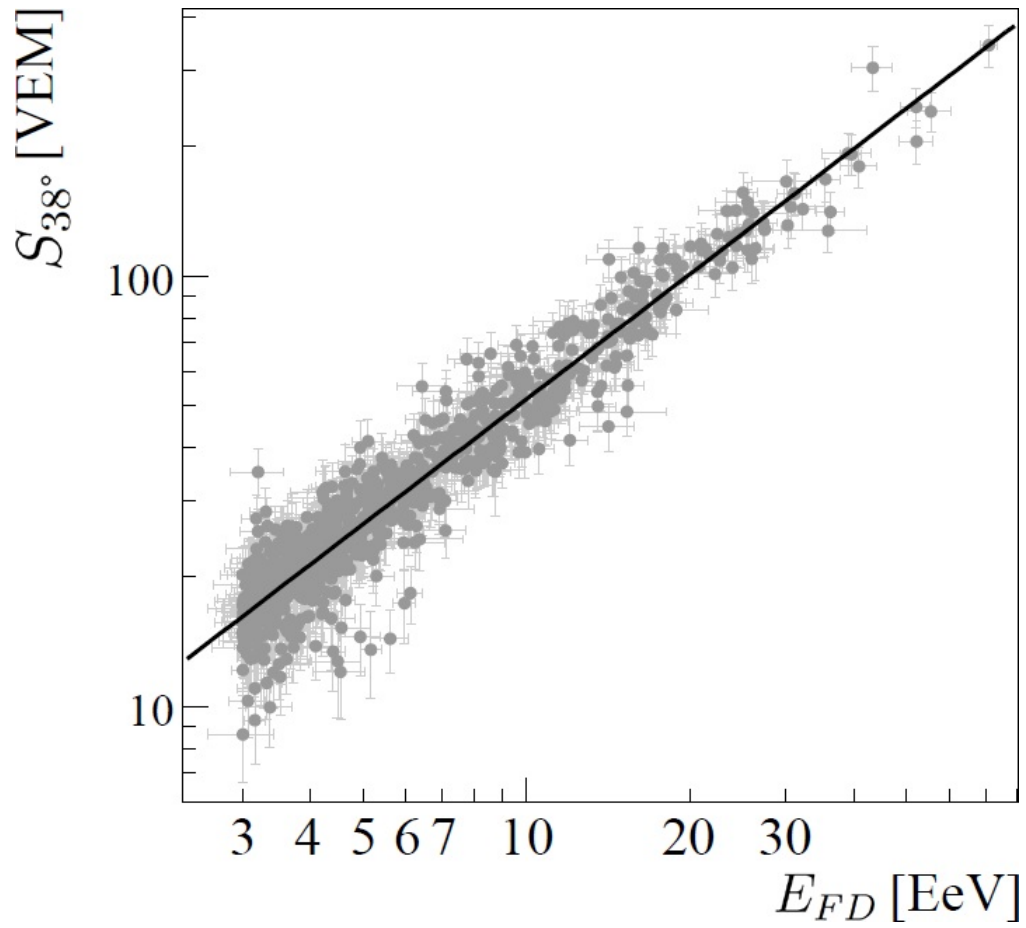


Figura 3.8: Correlação entre a energia de fluorescência E_{FD} e o sinal S_{38° de eventos híbridos detectados pelo Observatório Pierre Auger e o ajuste realizado para a calibração da energia medida com o detector de superfície [46].

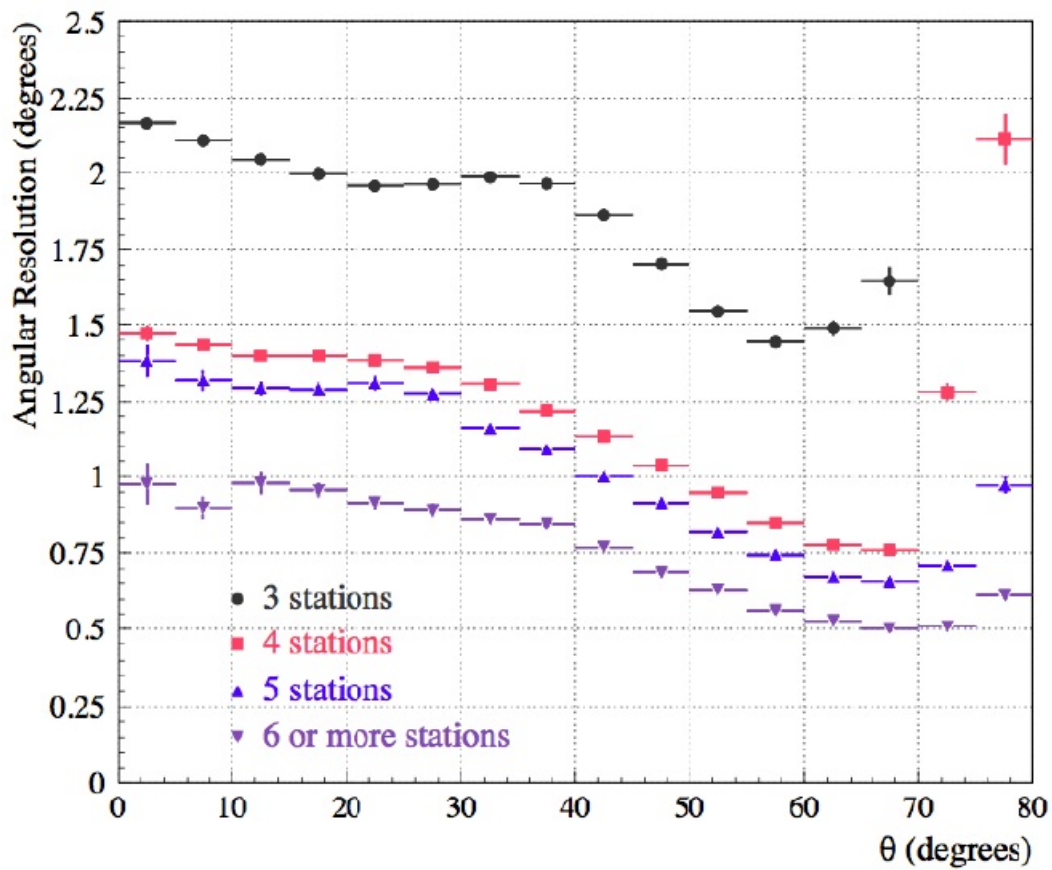


Figura 3.9: Resolução angular em função do ângulo zenital do chuveiro atmosférico θ para eventos que ativaram três, quatro, cinco e seis ou mais detectores de superfície [47].

Campo Magnético Galáctico

Até os dias atuais não se tem um conhecimento pleno dos campos magnéticos galáctico e extragaláctico, mas se estima que o campo magnético galáctico seja da ordem de μG , e que o campo magnético seja da ordem de $n\text{G}$. Nesta dissertação iremos considerar apenas a influência do campo magnético galáctico na propagação dos raios cósmicos, e, por este motivo, apenas o campo magnético galáctico será descrito com mais detalhes. O efeito do campo magnético extragaláctico na propagação dos raios cósmicos de altas energias pode até ser importante, porém ele ainda não está muito claro e vários estudos realizados até o momento obtiveram resultados diferentes [48, 49, 50].

Geralmente, o campo magnético galáctico é descrito como uma superposição de uma componente regular e de uma componente turbulenta. A componente regular do campo magnético pode ser descrita como uma função contínua durante toda a trajetória do raio cósmico em nossa galáxia. Já a componente turbulenta não pode ser descrita desta

forma. Ela tem como característica domínios de dimensão L_c , que é chamado de comprimento de coerência. Em cada domínio, o campo magnético aponta em uma direção e tem um módulo diferentes, que não se relacionam com aqueles no domínio anterior, o que faz com que o raio cósmico desvie em cada domínio para direções diferentes. Na figura 4.1 pode-se ver uma representação dos domínios da componente turbulenta do campo magnético.

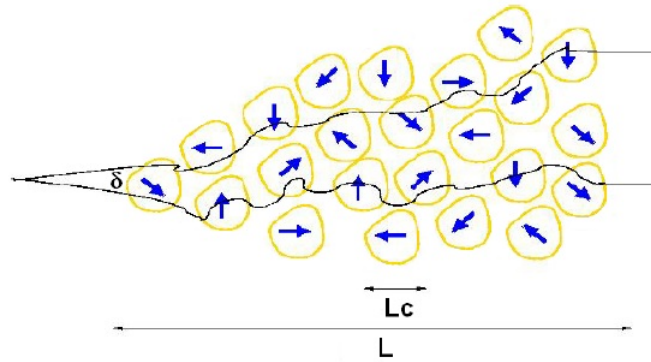


Figura 4.1: Representação da componente turbulenta do campo magnético galáctico [28].

Assim, para um partícula carregada atravessando uma região de dimensão L , com comprimento de coerência $L_c \ll L$, pode-se considerar que a deflexão resultante causada pela componente turbulenta do campo magnético é uma ordem de grandeza menor em relação àquela devida ao campo magnético regular, conforme representada na esquematicamente na figura 4.1.

Há vários métodos para medir as características do campo magnético galáctico regular e diversos modelos que o descrevem.

Alguns dos métodos usados para medir as características do campo magnético galáctico utilizam a separação Zeeman, a emissão de radiação síncrotron, a rotação de Faraday e a polarização da luz das estrelas [51, 52, 53, 54].

4.1 Separação Zeeman

Quando um átomo está na presença de um campo magnético externo, ocorre um desdobramento das linhas espectrais para os orbitais degenerados. Utilizando a separação entre estas linhas espectrais, é possível medir a componente paralela à linha de visão na região de absorção ou emissão de nuvens moleculares.

Esta é uma medida difícil de ser realizada, já que, para conseguir medir esta separação com precisão, é necessário que a região em que ocorra esse desdobramento esteja a baixa temperatura e altamente magnetizada, caso contrário, este desdobramento é pequeno quando comparado com a largura térmica das linhas espectrais [55].

4.2 Emissão de Radiação Síncrotron

Um elétron relativístico em movimento circular em um campo magnético emite uma radiação que é chamada de radiação síncrotron. A intensidade da radiação síncrotron é uma medida da densidade de elétrons relativísticos e do módulo da componente do campo magnético perpendicular à linha de visão na área de emissão. Sabe-se que 75% da emissão corresponde à polarização linear para a componente regular do campo magnético. A emissão da radiação não polarizada é utilizada para determinar as propriedades

da componente turbulenta do campo magnético [52].

4.3 Rotação de Faraday

Sabe-se que uma onda eletromagnética linearmente polarizada pode ser descrita como uma superposição de duas ondas circularmente polarizadas com helicidades opostas. Se estas duas ondas possuírem velocidades de fase diferentes e interagirem com um campo magnético, ocorrerá uma rotação no plano de polarização. Esta rotação é chamada de rotação de Faraday.

Se considerarmos que uma fonte astrofísica emite uma radiação linearmente polarizada a um ângulo ϕ_0 , de comprimento de onda λ (medido em m), e que esta atravessa uma região com um campo magnético \vec{B} (medido em μG), esta interação fará com que o ângulo de polarização da onda passe a ser ϕ que é dado por

$$\phi = \phi_0 + \lambda^2 0.812 \int_0^D n_e \vec{B} \cdot d\vec{l} \equiv \phi_0 + \lambda^2 RM, \quad (4.1)$$

onde RM é a medida da rotação (medida em rad m^{-2}), n_e é a densidade de elétrons (medida em cm^{-3}), \vec{B} é o vetor campo magnético (medido em μG) e $d\vec{l}$ é o vetor elemento de linha (medido em pc).

Pode-se ainda determinar o valor médio da componente paralela do campo ponderada pela densidade de elétrons

$$\langle B_{\parallel} \rangle = \frac{\int_0^D n_e \vec{B} \cdot d\vec{l}}{\int_0^D n_e dl} = 1.232 \frac{RM}{DM}, \quad (4.2)$$

onde temos $DM = \int_0^D n_e dl$, que é a integral de linha da densidade de elétrons. As unidades de RM , DM e B_{\parallel} são, respectivamente, rad m^{-2} , $\text{m}^{-3} \text{ pc}$ e μG .

Desta forma, pode-se ver que, conhecendo a densidade de elétrons, é possível determinar a integral de linha da componente paralela do campo magnético regular.

Sabendo que pulsares são tipos de fontes que emitem radiação eletromagnética altamente linearmente polarizadas e que é possível encontrar sua distância D , este tipo de fonte é muito utilizada para caracterizar o campo magnético galáctico [53].

4.4 Polarização da Luz das Estrelas

Este método é eficiente para determinar a direção do campo magnético galáctico e utiliza a polarização da luz de estrelas brilhantes que estão a uma distância máxima de um ou dois kpc do Sol.

Sabe-se que os grãos de poeira, que estão alinhados ao longo das linhas do campo magnético, absorvem, preferencialmente, a componente da luz das estrelas com campo elétrico paralelo ao eixo maior desses grãos. Desta forma, a luz das estrelas, que é não polarizada, tende a se polarizar na direção do campo magnético [56].

4.5 Modelo BSS-S para o Campo Magnético Galáctico

Existem diversos modelos que descrevem a componente regular do campo magnético galáctico. Para uma galáxia espiral como a Via Láctea, estes modelos estão divididos em dois grupos: os modelos axissimétricos (ASS), com simetria de 2π , e os modelos bissimétricos (BSS), com simetria de π . Estes dois grupos dividem-se ainda em outros dois grupos: o simétrico (S) e o antissimétrico (A) com relação ao plano galáctico [57].

Até o momento, é difícil dizer ao certo qual modelo descreve melhor o campo magnético em nossa galáxia. Medidas utilizando a rotação de Faraday favorecem o modelo BSS [58].

Pode-se modelar o campo magnético galáctico que segue um modelo BSS como

$$B_\rho = B_{SP} \sin p, \quad (4.3)$$

$$B_\theta = B_{SP} \cos p, \quad (4.4)$$

$$B_{SP} = B_0(\rho) \cos \left(\theta - \beta \ln \left(\frac{\rho}{\xi_0} \right) \right), \quad (4.5)$$

$$B_0(\rho) = \frac{3r_0}{\rho} \tanh^3 \left(\frac{\rho}{\rho_1} \right) \mu G, \quad (4.6)$$

onde θ é a coordenada azimutal ao redor do centro galáctico, ρ é o raio em coordenadas cilíndricas, $\xi_0 = 10.55$ kpc é a distância desde o centro até o máximo do campo em

nosso braço espiral, p é o ângulo de passo ¹, $\beta = \frac{1}{\tan p} = -5.67$, B_ρ é a componente radial do campo magnético, B_θ a componente azimutal, $r_0 = 8.5$ kpc é a distância do Sol até o centro galáctico e $\rho_1 = 2$ kpc.

A dependência em z é modelada como

$$\vec{B}(\rho, \theta, z) = \vec{B}(\rho, \theta, z = 0) \left(\frac{1}{2 \cosh \frac{z}{z_1}} + \frac{1}{2 \cosh \frac{z}{z_2}} \right), \quad (4.7)$$

onde o primeiro termo se deve a uma contribuição devido ao disco galáctico ($z_1 = 0.3$ kpc) e o segundo termo se deve a uma contribuição do halo ($z_2 = 4$ kpc) [57].

O modelo BSS para a componente regular do campo magnético galáctico adotado em [28] para o campo magnético galáctico, usado nas simulações de trajetórias de raios cósmicos desde suas fontes até a Terra, é o simétrico na coordenada z (BSS-S). Um esquema deste modelo está apresentado na figura 4.2.

Nas simulações feitas em [28] que estabeleceram os critérios adotados nesta dissertação é assumido um campo magnético do tipo BSS-S seguindo a parametrização apresentada acima.

4.6 Propagação do Raio Cósmico no Meio Galáctico

Sabe-se que raios cósmicos que são emitidos por uma mesma fonte astrofísica com energias de 1 EeV e 100 EeV possuem diferentes trajetórias. Pela figura 4.3 pode-se

¹O ângulo de passo é o ângulo de crescimento de uma espiral, em relação à tangente a um círculo naquele ponto. O ângulo é definido como o ângulo entre a tangente a um braço espiral e a perpendicular à direção do centro galáctico.

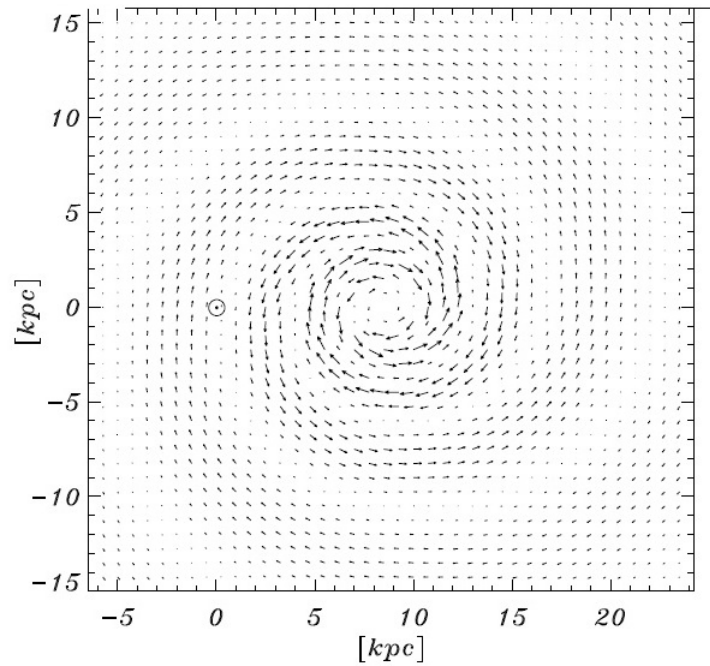


Figura 4.2: Modelo BSS-S para a componente regular do campo magnético da Via Láctea. A posição do Sol, e conseqüentemente da Terra, está representada por um círculo [28].

ver que um raio cósmico com uma energia em torno de 1 EeV descreve uma trajetória emaranhada, enquanto um raio cósmico com energia de 100 EeV segue uma trajetória que pode ser descrita aproximadamente como uma linha reta.

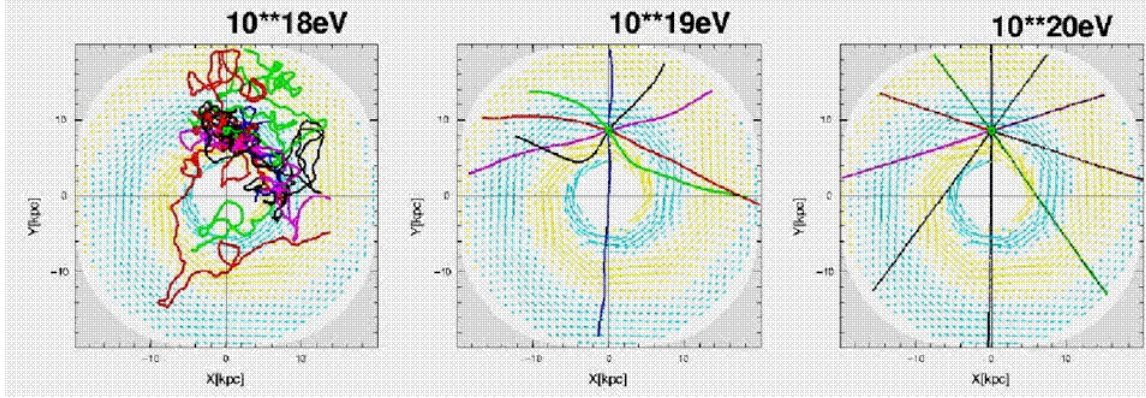


Figura 4.3: Representação da trajetória de raios cósmicos com energias de 1 EeV, 10 EeV e 100 EeV onde a espiral sombreada representa nossa galáxia [59].

Assim, para que seja possível encontrar a posição da fonte destes raios cósmicos, deve-se estudar raios cósmicos com energias acima de 10 EeV.

Considerando um raio cósmico com energia E e número atômico Z , que atravessa uma região com um campo magnético \vec{B} por uma distância L , sabe-se que sobre este raio cósmico irá atuar uma força de Lorentz que é dada por

$$\vec{F}(\vec{\theta}) = Ze \int_0^L d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{l}) \quad (4.8)$$

onde $\vec{\theta}$ representa um vetor unitário na direção de chegada do raio cósmico na esfera celeste.

Esta força fará com que esse raio cósmico desvie de sua trajetória e esta deflexão é

dada por

$$\Delta\vec{\theta} = \frac{Zec}{E} \int_0^L d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{l}). \quad (4.9)$$

Nesta dissertação consideram-se apenas as deflexões sofridas devido ao campo magnético galáctico. Como o campo magnético galáctico é composto por uma componente regular e uma componente turbulenta deve-se investigar o valor das deflexões causadas por cada uma destas componentes.

Considerando que nossa galáxia tem um raio de 20 kpc, que o campo magnético é da ordem de μG e lembrando que o objetivo deste trabalho é estudar raios cósmicos com energias da ordem de EeV, pode-se dizer que os valores típicos da deflexão sofrida por um raio cósmico devido à componente regular do campo é

$$\Delta\theta = 8^\circ \frac{40\text{EeV}}{E/Z} \left| \int_0^L \frac{d\vec{l}}{3\text{kpc}} \times \frac{\vec{B}}{2\mu\text{G}} \right|, \quad (4.10)$$

enquanto que a deflexão devido à componente turbulenta do campo é

$$\Delta\theta_{rms} \approx 0.8^\circ \frac{40\text{EeV}}{E/Z} \frac{B_{rms}}{3\mu\text{G}} \sqrt{\frac{L}{1\text{kpc}}} \sqrt{\frac{L_c}{50\text{pc}}}. \quad (4.11)$$

Para o caso dos raios cósmicos ultra energéticos ($E \geq 20$ EeV) detectados pelo Observatório Pierre Auger tem-se que as deflexões são da ordem de alguns poucos graus.

Busca por Possíveis Fontes de Raios Cós- micos de Altas Energias

Nesta dissertação, realiza-se uma busca por possíveis fontes de raios cósmicos de altas energias. Se a densidade de fontes for muito alta (superior a 10^{-4} Mpc $^{-3}$), imagina-se que, ao analisar um certo subconjunto de eventos detectados pelo Observatório Pierre Auger que tenham chegado na Terra com direções próximas, encontraríamos eventos vindos de diferentes fontes em um mesmo subconjunto. Considerando esta densidade de fontes muito alta, os eventos chegariam à Terra de forma isotrópica. Supondo que a densidade de possíveis fontes não seja muito alta (abaixo de 10^{-4} Mpc $^{-3}$), ao realizar uma análise dos eventos detectados, pode-se esperar encontrar agrupamentos de eventos vindos de uma mesma fonte, mas com diferentes energias.

A ideia é que seja possível, conhecendo as direções de chegada de um número de

raios cósmicos próximos e suas energias, encontrar a posição de sua fonte e também obter informações sobre o campo magnético pelo qual estes raios cósmicos passaram.

5.1 Reconstrução da Posição das Fontes

Considera-se que a deflexão de um raio cósmico atravessando um campo magnético \vec{B} seja dada pela equação 4.9.

Supondo que \vec{B} varia pouco com $\vec{\theta}_s$, que é a direção no céu em que se observa a fonte, em primeira ordem, que todas as partículas provenientes de uma mesma fonte atravessam o mesmo campo magnético e que as partículas são predominantemente prótons, tem-se

$$\vec{\theta} = \vec{\theta}_s + \frac{\vec{D}(\vec{\theta}_s)}{E}, \quad (5.1)$$

onde $\vec{\theta}$ é a direção no céu em que se observa a chegada do raio cósmico e \vec{D} é chamado poder de deflexão que pode ser definido, observando a equação 4.9, como

$$\vec{D} = Zec \int_0^L d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{l}). \quad (5.2)$$

Na figura 5.1 pode-se ver um esquema da relação geométrica entre a direção de chegada dos raios cósmicos provenientes da fonte, $\vec{\theta}$, e a posição da fonte $\vec{\theta}_s$. A figura representa um corte da esfera celeste, no plano que contém os vetores $\vec{\theta}_s$, \vec{D} e $\vec{\theta}$.

Deseja-se buscar uma correlação linear entre a direção de chegada dos raios cósmicos

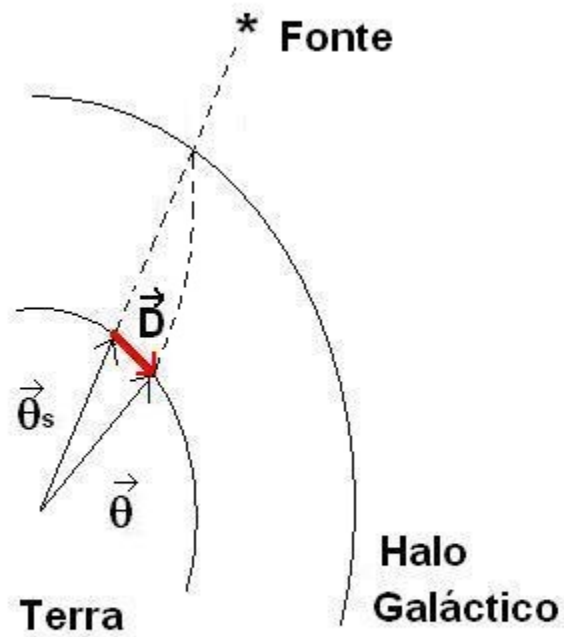


Figura 5.1: Rela3o geom3trica entre a dire3o de chegada do raio c3smico $\vec{\theta}$ e a pos3o da fonte $\vec{\theta}_s$. O esquema est3 desenhado no plano que cont3m os vetores $\vec{\theta}_s$, \vec{D} e uma das dire33es de chegada, representada por $\vec{\theta}$. O esquema n3o est3 em escala.

e suas energias em cada agrupamento, ou subconjunto, de eventos. Uma forma de testar essa correlação é projetar as direções de chegada dos raios cósmicos em um plano tangente à esfera celeste, no ponto médio do subconjunto e determinar a direção de deflexão para as coordenadas (x, y) de cada direção de chegada projetada no plano tangente.

Depois de ter sido determinada essa direção de deflexão, realizamos uma rotação do sistema de coordenadas (x, y) para um sistema de coordenadas (u, w) de tal forma que, neste novo sistema, o eixo u esteja ao longo da direção de deflexão e o eixo w seja perpendicular a ele. Na figura 5.2 pode-se ver o sistema de coordenadas (u, w) para um certo subconjunto.

Assim, ao realizar um ajuste linear entre u e $\frac{1}{E}$ da forma

$$u = u_s + \frac{D_u(\vec{\theta}_s)}{E}, \quad (5.3)$$

pode-se encontrar a posição da fonte $\vec{\theta}_s = (u_s, 0)$ e o poder de deflexão na direção da fonte $D_u(\vec{\theta}_s)$.

Isto pode ser feito considerando as hipóteses de que as partículas provenientes de uma mesma fonte atravessam uma região com mesmo campo magnético. Entretanto, se considerarmos partículas de energias mais baixas, que sofrem maior desvio no campo magnético, deve-se analisar o próximo termo da expansão realizada no poder de deflexão. Neste caso, tem-se

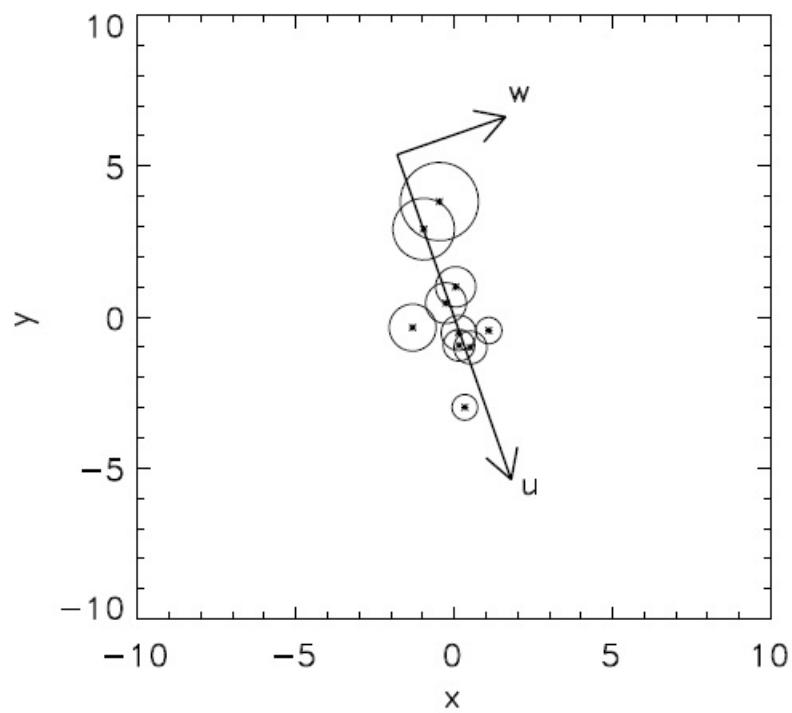


Figura 5.2: Representação dos sistemas de coordenadas (x, y) , (u, w) e dos pontos representando as direções de chegada dos raios cósmicos sobre um plano tangente à esfera celeste no seu ponto médio [28].

$$u = u_s + \frac{1}{E} \left[D_u(\vec{\theta}_s) + \frac{\partial D_u}{\partial u} \Big|_{\vec{\theta}_s} (u - u_s) \right], \quad (5.4)$$

e esta equação nos leva a uma equação quadrática em $\frac{1}{E}$ que é dada por

$$u \approx u_s + \frac{D_u(\vec{\theta}_s)}{E} + \frac{1}{E^2} D_u(\vec{\theta}_s) \frac{\partial D_u}{\partial u} \Big|_{\vec{\theta}_s}. \quad (5.5)$$

A fim de verificar se é possível encontrar a posição da fonte $\vec{\theta}_s$ e o poder de deflexão D_u com uma maior precisão, utilizando o ajuste linear ou o ajuste quadrático, foram realizadas algumas simulações em [28].

Em [28], foram simuladas trajetórias de prótons provenientes de cem fontes pontuais extragalácticas, distribuídas isotropicamente. Estas simulações foram realizadas considerando que estes prótons se propagam por nossa galáxia sob ação de um campo magnético do tipo BSS-S (considerando apenas a componente regular do campo magnético e também considerando as componentes regular e turbulenta) e que suas energias na fonte seguem uma lei de potência.

Para esses dados simulados foi encontrada a posição da fonte e o poder de deflexão, com suas respectivas incertezas, utilizando o ajuste linear dado na equação 5.3 e o ajuste quadrático dado na equação 5.5.

Para energias em torno de 30 EeV, encontrou-se que, utilizando as incertezas experimentais, a exatidão da reconstrução quando se utiliza o ajuste linear é melhor do que quando se utiliza o ajuste quadrático, tanto nas simulações em que foi considerada ape-

nas a componente regular do campo magnético, quanto para as simulações utilizando as componentes regular e turbulenta. O ajuste quadrático mostrou-se melhor apenas para energias significativamente menores do que 30 EeV.

Com estas simulações pôde-se ver ainda que a inclusão do efeito da componente turbulenta do campo magnético não modificou de forma significativa a exatidão da reconstrução da posição da fonte.

Em vista desses resultados obtidos em [28], nesta dissertação será utilizado apenas o ajuste linear conforme expresso na equação 5.3. Assim, tendo um número considerável de raios cósmicos detectados pelo Observatório Pierre Auger, pode-se reconstruir com boa exatidão a posição das possíveis fontes destes raios cósmicos e o poder de deflexão do campo magnético utilizando o ajuste linear dado na equação e considerando apenas a componente regular do campo magnético na análises realizadas.

5.2 Método da Árvore de Extensão Mínima

Raios cósmicos de ultra-altas energias provenientes de uma mesma fonte astrofísica serão defletidos nos campos magnéticos intervenientes quando de sua propagação desde a fonte até a Terra. Conforme mostrado anteriormente, a deflexão sofrida por um raio cósmico em um campo magnético é proporcional a sua carga elétrica e ao inverso de sua energia. Assumiremos como hipótese de trabalho que os raios cósmicos em questão sejam prótons ($Z = 1$). Se este não fosse o caso, as deflexões seriam maiores e a correlação entre as direções observadas em possíveis agrupamentos de raios cósmicos

provenientes de uma mesma fonte seria perdida e não seria facilmente observada.

A natureza dos raios cósmicos a energias acima de 10^{18} eV ainda é uma questão não resolvida. Resultados recentes obtidos pelo Observatório Pierre Auger, envolvendo a profundidade do máximo de chuueiros a essas energias e acima, indicam que ao menos uma fração dos raios cósmicos de altíssimas energias não é composta apenas de núcleons, mas sim, inclui núcleos mais pesados [22, 23]. As médias das profundidades dos máximos de chuueiros, medidas nos telescópios de fluorescência para chuueiros em diferentes intervalos de energias, são comparadas com previsões obtidas de simulações baseadas em diferentes modelos teóricos de interações hadrônicas. Para todos os modelos, a comparação das previsões com os resultados experimentais leva à conclusão de um aumento na fração de núcleos pesados com a energia acima de $10^{18.5}$ eV. Adicionalmente, devido à sua carga maior, núcleos poderiam ser mais facilmente acelerados até energias extremas do que prótons.

Por outro lado, a Colaboração Auger também reportou resultados da análise da correlação de raios cósmicos a energias acima de 57 EeV com posições de núcleos ativos de galáxias (AGN) distantes a menos de 75 Mpc, que constam do catálogo Véron-Cetty e Véron [6, 7, 9]. O nível de confiança da correlação observada é de 99%. Se a correlação observada for realmente um indicativo de que os AGN são as fontes, ela estaria também mostrando que as deflexões nos campos magnéticos extragalácticos seriam menores ou da ordem de poucos graus. Ademais, a composição química esperada teria que ser de núcleos leves, já que núcleos mais pesados já seriam defletidos de ângulos

maiores somente no próprio campo magnético galáctico. A observação da correlação é também largamente consistente com a observação da supressão do fluxo acima de 40 EeV, conforme esperado do efeito GZK devido a processos de produção de píons sofridos por núcleons de altíssimas energias interagindo com os fótons da radiação cósmica de fundo de micro-ondas.

Em conclusão, a situação experimental da natureza dos raios cósmicos de energia extrema ainda não está clara. Por esta razão, nesta dissertação adota-se como hipótese de trabalho a ser testada que os raios cósmicos de altíssimas sejam prótons, em razão de estarem sendo procuradas correlações angulares que seriam satisfeitas tão somente para pequenas deflexões.

A ideia em que se baseia o método é a de que raios cósmicos de altas energias provenientes de uma mesma fonte sofrerão deflexões pequenas, da ordem de 10° , e eles serão observados em uma região limitada no céu (por exemplo, em uma região de abertura angular $\sim 16^\circ$) com um alinhamento parcial, já que serão mais / menos defletidos, quanto menores / maiores forem suas energias. Sendo os desvios angulares supostamente pequenos, pode-se considerar, em primeira aproximação, que o campo magnético atravessado pelas partículas provenientes de uma mesma fonte astrofísica não varie significativamente.

Assim, os raios cósmicos provenientes de uma mesma fonte chegariam à Terra alinhados formando multipletos, como já foi dito anteriormente. Desta forma, se formos capazes de identificar estes multipletos e conhecer as direções de chegada e energias

dos raios cósmicos presentes em cada multipletto, será possível encontrar as posições de possíveis fontes e o poder de deflexão do campo magnético.

Para identificar esses multipletos utilizamos o Método da Árvore de Extensão Mínima.

Podemos definir uma árvore associada a um conjunto de pontos como sendo uma rede que conecta todos os seus pontos sem formar laços. Existem diversas redes possíveis para um mesmo conjunto de pontos sendo que a diferença entre estas redes é sua extensão total, ou seja, a soma das extensões de seus ramos. A Árvore de Extensão Mínima é a árvore formada com a menor extensão possível de ligação entre os pontos do conjunto estudado.

Para um conjunto de N pontos teremos $(N - 1)$ ramos. Se as distâncias entre os pontos forem diferentes, esta árvore será única e independente de qual foi o ponto inicial escolhido.

O método da Árvore de Extensão Mínima é utilizado para o estudo de agrupamentos em estruturas filamentosas de uma distribuição randômica de pontos.

Para a análise de uma distribuição de raios cósmicos, os pontos para a formação da Árvore de Extensão Mínima são as direções de chegada, sobre a esfera celeste, destes raios cósmicos detectados pelo Observatório Pierre Auger. O sistema utilizado nesta dissertação para a representação destes pontos é o sistema de coordenadas equatoriais, já que neste sistema as coordenadas não dependem do lugar nem do instante de observação e, posteriormente, pode-se passar para coordenadas galácticas. No sistema equatorial

as coordenadas são:

- Ascensão Reta (α): é o ângulo medido sobre o plano do equador celeste com origem no meridiano que passa pelo ponto de Áries e fim no meridiano do ponto de chegada do raio cósmico, lembrando que um ponto sobre a esfera celeste corresponde a uma direção no céu. Os meridianos estão representados na figura 5.3. Os limites de α são:

$$-180^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ. \quad (5.6)$$

- Declinação (δ): é o ângulo medido sobre o meridiano da direção de chegada do raio cósmico com origem no equador e fim no ponto em que desejamos saber a coordenada. Seus limites são:

$$-90^\circ \leq \delta \leq 90^\circ. \quad (5.7)$$

Estas coordenadas estão representadas na figura 5.4.

Como queremos aplicar o método da Árvore de Extensão Mínima a uma distribuição de pontos que representam as direções de chegada dos raios cósmicos, precisamos levar em consideração característica muito importante do Observatório Pierre Auger, sua exposição, descrita em detalhes na seção 3.3. Devido ao fato da exposição depender da direção no céu, para algumas regiões temos mais raios cósmicos detectados do que para outras.

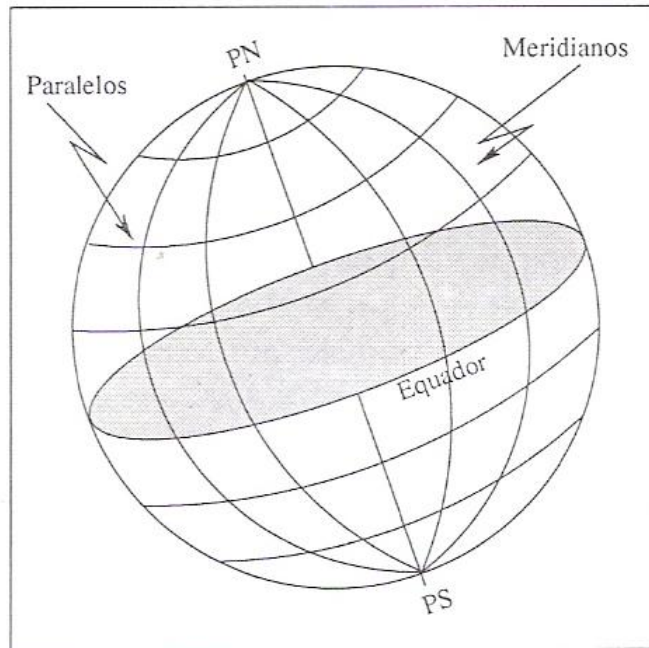


Figura 5.3: Esfera Celeste [61].

A exposição de um observatório para uma dada direção no céu depende da sua área projetada na perpendicular a essa direção, do ângulo sólido que o observatório cobre e do tempo. O Observatório Pierre Auger não tem a mesma exposição para todo o céu, e assim, há regiões do céu para as quais o Observatório Pierre Auger é “cego”, enquanto para outras regiões, o Observatório Pierre Auger é sensível por todo o tempo. Desta forma, quando iniciamos a construção da Árvore de Extensão Mínima a partir de um certo ponto (direção de um certo raio cósmico), a probabilidade de que seu vizinho mais próximo esteja na região onde o Observatório Pierre Auger tem uma maior exposição será maior do que na região de menor exposição.

Assim devemos compensar esta tendência, evitando um viés para as regiões de maior

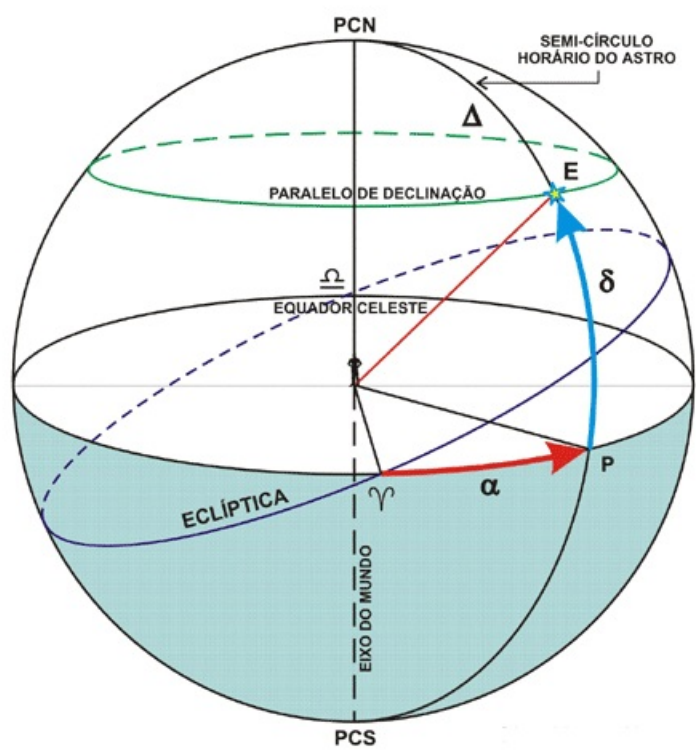


Figura 5.4: Sistema de coordenadas equatoriais. Υ representa o ponto de Áries [62].

exposição. Pode-se corrigir este efeito fazendo um re-escalamento da distância angular entre os pontos, multiplicando os comprimentos dos arcos pela raiz quadrada da exposição na sua direção média. Desta forma, evita-se um viés de escolher o vizinho mais próximo na região de maior exposição.

Pode-se começar a construir a Árvore de Extensão Mínima para um dado conjunto de pontos a partir de qualquer elemento deste conjunto. Com o primeiro ponto selecionado, procura-se seu vizinho mais próximo e liga-se estes dois pontos através de um segmento. Este é o primeiro ramo da árvore. Para construir o segundo ramo, deve-se procurar entre os demais pontos aquele que é o mais próximo de um dos dois pontos anteriores. Deve-se fazer este processo até que todos os pontos da distribuição estejam ligados entre si.

Neste momento, deve-se separar a rede formada em subconjuntos. Para isto deve-se “cortar” os ramos que possuem um comprimento maior que o comprimento médio dos ramos da árvore. Assim, conseguimos formar subconjuntos de pontos a partir de uma distribuição randômica de pontos.

O processo para a construção da árvore está representado na figura 5.5.

Ao final da construção da Árvore de Extensão Mínima, imagina-se que cada subconjunto de pontos que representam as direções de chegada dos raios cósmicos sobre a esfera celeste vieram de uma mesma fonte e espera-se que cada subconjunto apresente uma correlação entre a posição angular e o inverso da energia.

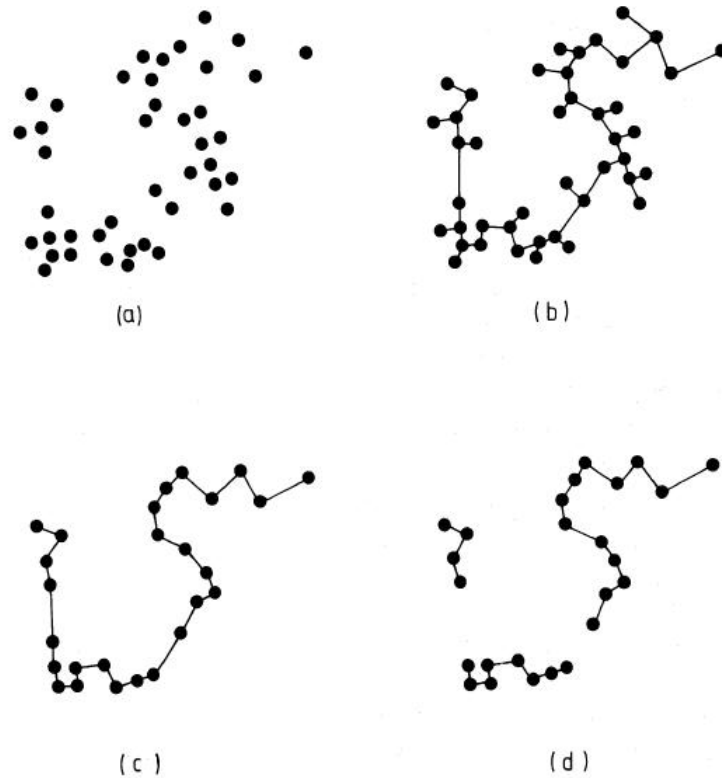


Figura 5.5: Construção e redução da Árvore de Extensão Mínima. (a) Representação do conjunto de pontos utilizado. (b) Construção da Árvore de Extensão Mínima de acordo com a descrição no texto. (c) Todos os pontos que não estão ligados a outros dois pontos, com exceção das extremidades, em (b) foram retirados até se obter uma linha contínua. (d) “cortam-se” os galhos que possuem comprimento maior que o comprimento médio.[63]

5.3 Busca de Multipletos Utilizando o Método da Árvore de Extensão Mínima

Para raios cósmicos com energias acima de 20 EeV vindos de uma mesma fonte astrofísica e que atravessam uma mesma região no espaço até chegar na Terra, pode-se dizer que sua direção de chegada com relação à posição da fonte é dada pela equação 5.1. Assim, para que possamos dizer que um certo subconjunto de eventos tenha vindo de uma mesma fonte, eles devem chegar à Terra alinhados e possuir uma correlação entre sua direção de chegada e o inverso de sua energia.

Para verificar se os eventos de um subconjunto estão alinhados e possuem a correlação procurada, considera-se que cada direção de chegada é um ponto sobre a esfera celeste. Desta forma, deve-se projetar estes pontos em um plano tangente à esfera no ponto médio do subconjunto que está sendo analisado. Assim temos um subconjunto de pontos no plano tangente, com coordenadas (x, y) , no qual deve-se verificar a existência de uma correlação entre posição e o inverso da energia. Para isso, calcula-se a covariância das coordenadas (x, y) com $\frac{1}{E}$. Estas covariâncias são dadas por

$$Cov(x, \frac{1}{E}) = \frac{1}{N} \sum_N (x_i - \langle x \rangle) \left(\frac{1}{E_i} - \left\langle \frac{1}{E} \right\rangle \right) \quad (5.8)$$

$$Cov(y, \frac{1}{E}) = \frac{1}{N} \sum_N (y_i - \langle y \rangle) \left(\frac{1}{E_i} - \left\langle \frac{1}{E} \right\rangle \right), \quad (5.9)$$

considerando um subconjunto com N eventos onde (x_i, y_i) e E_i são as coordenadas no

plano tangente à esfera celeste no ponto médio do subconjunto e a energia do evento i , respectivamente, e $\langle x \rangle$, $\langle y \rangle$ e $\langle \frac{1}{E} \rangle$ são os valores médios das direções angulares e a média do inverso da energia, respectivamente, dos eventos do subconjunto que está sendo analisado.

O que desejamos é encontrar um sistema de coordenadas no qual os pontos estejam praticamente alinhados em um de seus eixos, ou seja, queremos encontrar um novo sistema de coordenadas (u, w) em que tenhamos $Cov(w, \frac{1}{E}) = 0$ e $Cov(u, \frac{1}{E})$ seja máxima. Para isso, é preciso rotacionar o sistema de coordenadas (x, y) de um ângulo μ dado por

$$\mu = \arctan \left(\frac{Cov(y, \frac{1}{E})}{Cov(x, \frac{1}{E})} \right). \quad (5.10)$$

Pode-se medir a correlação entre a coordenada u e $\frac{1}{E}$ através do coeficiente de correlação dado por

$$C(u, \frac{1}{E}) = \frac{Cov(u, \frac{1}{E})}{\sqrt{Var(u)Var(\frac{1}{E})}}, \quad (5.11)$$

onde $Var(\xi) = Cov(\xi, \xi) = \langle (\xi - \langle \xi \rangle)^2 \rangle$ é a variância de ξ , que é uma medida da dispersão estatística da variável ξ .

Na figura 5.6 pode-se observar a rotação realizada para encontrar o sistema de coordenadas (u, w) para um subconjunto específico.

Deve-se ainda encontrar a dispersão na direção perpendicular W que é definida como

705.3 Busca de Multipletos Utilizando o Método da Árvore de Extensão Mínima

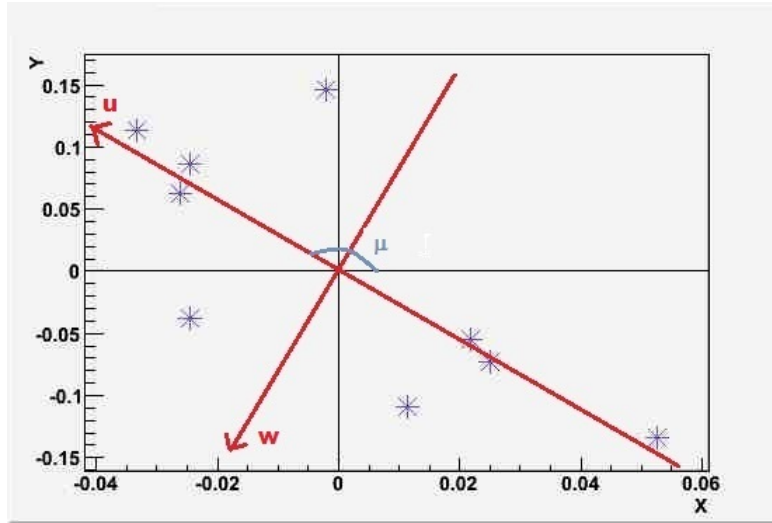


Figura 5.6: Representação de um conjunto de pontos no plano tangente à esfera celeste (x, y) , no ponto médio. O ângulo μ representa o valor que se deve rotacionar o sistema de coordenadas (x, y) para que se tenha um novo sistema de coordenadas (u, w) . No sistema de coordenadas (u, w) a covariância de u com o inverso da energia será máxima, e a covariância de w com o inverso da energia será mínima, por construção.

$$W = \max(|w_i - \langle w \rangle|). \quad (5.12)$$

Por fim, um subconjunto será considerado um multipletos correlacionado se possuir um coeficiente de correlação maior do que um valor mínimo C_{min} e uma dispersão angular menor do que um valor máximo W_{max} . Estes valores devem maximizar o sinal de uma fonte verdadeira e minimizar a chance de termos um evento “intruso” no multipletos, ou seja, um evento que não tenha vindo da mesma fonte que os demais.

Para isso foram feitas simulações em [28] a fim de encontrar os melhores valores para estas grandezas. Foram realizadas simulações de conjuntos de $N = 14, 13, 12$ prótons vindos de fontes extragalácticas e propagando em um campo bisimétrico com simetria

par com um valor de $2\mu\text{G}$, um efeito da componente do campo magnético turbulento de $\delta_{rms} = 1.5^\circ(20 \text{ EeV}/E)$ e com energias que seguiam um espectro de E^{-2} na fonte. Considerou-se a resolução angular na direção de chegada do raio cósmico igual a 0.9° e a incerteza experimental no valor da energia igual a 14%.

Na figura 5.7 pode-se ver os resultados das simulações realizadas para multipletos de 14 eventos. Para a dispersão angular, figura 5.7 (a), obteve-se que se $W_{max} = 1.5^\circ$, 50% dos multipletos simulados passaram por este corte, 38% dos multipletos perderam um evento, ou seja, se tornaram um multipletos com 13 eventos e em 11% dos casos foram perdidos dois eventos, ou seja, se tornaram multipletos de 12 eventos.

Para o coeficiente de correlação, figura 5.7 (b), obteve-se um valor significativo que passaram por cortes desde 0.85 até 0.9. Para um corte de 0.9 obteve-se que 57% dos multipletos simulados passaram pelo corte, 12% dos multipletos perderam um evento e 11% perderam dois eventos.

Ainda com estas simulações foi calculada a probabilidade de ser encontrado um multipletos ao acaso, ou seja, encontrar um certo multipletos correlacionado quando na realidade ocorreu apenas um alinhamento ao acaso. Na figura 5.8 pode-se observar essas probabilidades para multipletos de oito, nove, dez, onze, doze, treze e quatorze eventos.

Foi simulada ainda a probabilidade de encontrarmos um multipletos de 12 eventos considerado correlacionados pelos critérios adotados e mesmo assim possuir eventos do fundo. O resultado encontrado foi que 29% dos multipletos não possuíam nenhum

7.3 Busca de Multipletos Utilizando o Método da Árvore de Extensão Mínima

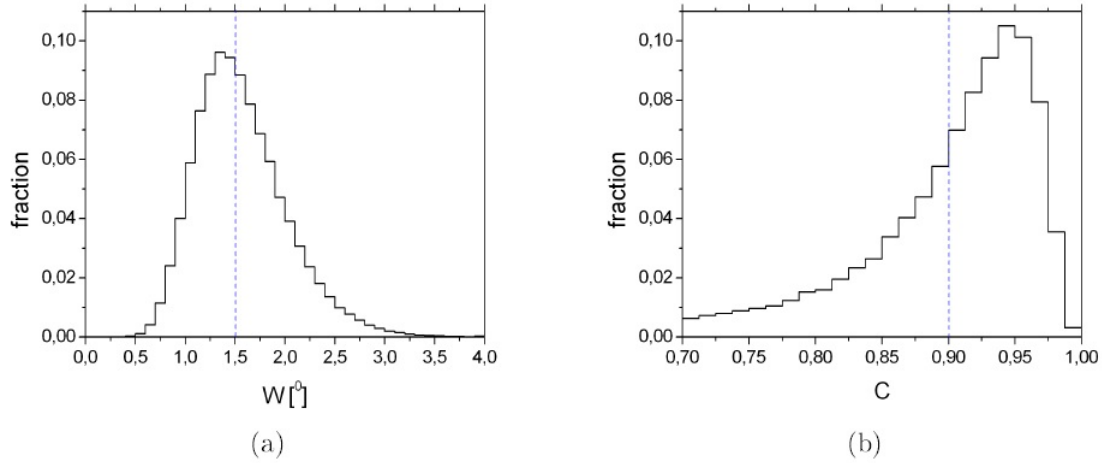


Figura 5.7: (a) Distribuição da dispersão angular máxima e (b) do coeficiente de correlação $C(u, \frac{1}{E})$ para multipletos de 14 eventos de fontes simuladas. As linhas pontilhadas marcam os melhores valores para estas duas grandezas, ou seja, W_{max} e C_{min} [60].

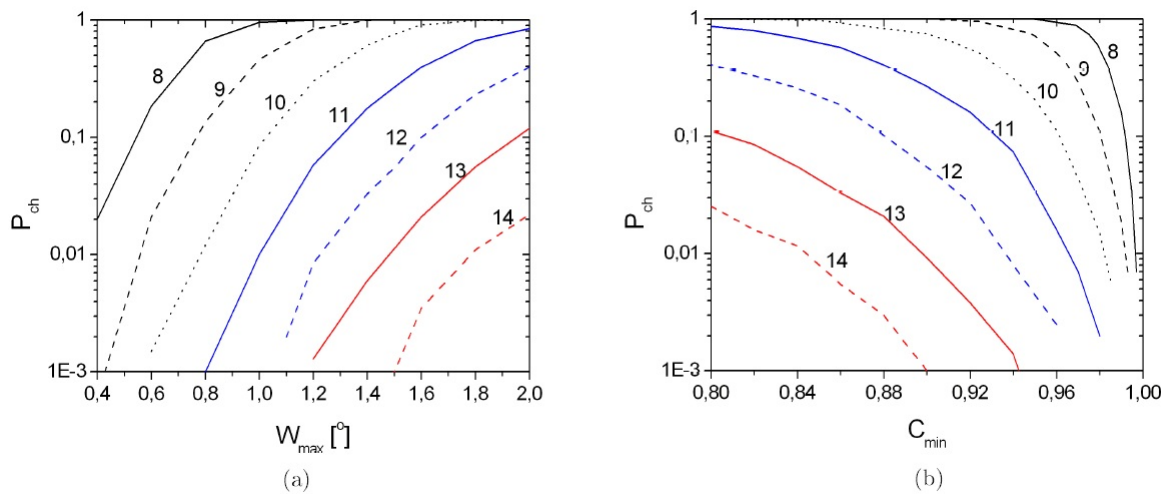


Figura 5.8: Probabilidade de encontrarmos multipletos de diferentes multiplicidades ao acaso dependendo dos valores de W_{max} (a) e de C_{min} (b) [60].

evento do fundo, 46% possuíam um evento do fundo e 25% possuíam dois ou mais eventos do fundo.

Fazendo uma análise dos resultados que foram encontrados, pode-se ver que utilizando o corte $W_{max} = 1.5^\circ$, os multipletos simulados foram reconstruídos em 99% dos casos e utilizando o corte $C_{min} = 0.9$, os multipletos foram reconstruídos em 80% dos casos.

Os multipletos não foram, em sua totalidade, reconstruídos com todos os eventos, já que em alguns casos foram perdidos um ou dois eventos na reconstrução, mas o fato importante é que grande parte destes multipletos foram identificados, o que permite estimar a posição da possível fonte e o poder de deflexão.

Desta forma, pode-se ver que utilizando os cortes $W_{max} = 1.5^\circ$ e $C_{min} = 0.9$ tem-se bons resultados para a construção da posição da fonte e do poder de deflexão.

Assim, após o processo de construção da árvore de extensão mínima ter sido finalizado, tem-se uma distribuição de pontos separada em subconjuntos. Deve-se agora, analisar todos estes subconjuntos de forma a buscar uma correlação linear entre sua posição no plano tangente (u) e o inverso de sua energia ($\frac{1}{E}$) como a mostrada na equação 5.3.

Considerando multipletos de dez eventos com energias maiores do que 20 EeV vindos de uma fonte com índice espectral $s = 2.5$, tem-se que o evento mais energético possui uma energia superior a 45 EeV com uma probabilidade de 97%.

Sabe-se ainda, que o espectro para energias acima de 25 EeV é proporcional a $E^{-4.3}$

745.3 Busca de Multipletos Utilizando o Método da Árvore de Extensão Mínima

enquanto que, para energias em torno de 20 EeV, o espectro é proporcional a $E^{-2.5}$ [19]. Assim o Observatório Pierre Auger detecta um número muito maior de eventos com energias em torno de 20 EeV do que com energias superiores a 25 EeV e, desta forma, quando é realizada a construção da Árvore de Extensão Mínima, um possível multipletto correlacionado pode ser separado.

Desta forma, deve-se, primeiramente, realizar uma busca por quadrupletos que estejam correlacionados, nos subconjuntos encontrados no processo de construção da árvore utilizando eventos com energias superiores a 25 EeV e em que o evento mais energético possua uma energia superior a 45 EeV.

Além disso, consideram-se quadrupletos em que a distância angular entre o evento mais e menos energético não seja superior a 15° , já que estamos supondo que eventos vindos de uma mesma fonte atravessam uma mesma região no espaço.

Os cortes iniciais utilizados na primeira parte da busca são $C_{min} = 0.85$ e $W_{max} = 1.5^\circ$.

Após terem sido encontrados os quadrupletos correlacionados iniciais, realiza-se uma nova busca por eventos com energias superiores a 20 EeV, que possam fazer parte do multipletto.

Estes eventos devem ter uma separação angular máxima de 20° do evento mais energético e uma dispersão angular máxima de 1.5° .

Esta segunda parte da busca é realizada desta forma pois supôs-se que todos os raios cósmicos provenientes de uma mesma fonte atravessariam o mesmo campo magnético

e se esta segunda busca fosse realizada fora dos crit3rios descritos acima poderia acontecer de os raios c3smicos terem atravessado campos magn3ticos muito diferentes e a aproxima33o linear que foi feita para obter a equa33o 5.1 deixaria de ser aplic3vel.

Com estes eventos selecionados, buscam-se multipletos que possuam um coeficiente de correla33o maior do que 0.9 e com uma dispers3o angular, entre os eventos do multipleto e a reta que melhor se ajusta a eles, de no m3ximo 1.5°.

Ap3s identificar os multipletos correlacionados, basta realizar um ajuste linear utilizando a equa33o 5.3 para ent3o encontrar a posi33o da poss3vel fonte no plano tangente (u_s) e o poder de deflex3o (D_u).

76.3 Busca de Multipletos Utilizando o Método da Árvore de Extensão Mínima

Resultados

A procura por multipletos nos dados do Observatório Pierre Auger já foi realizada anteriormente com dados obtidos do banco de dados Herald até 31/12/2010. A versão do Herald utilizada nessa análise havia sido a versão v4r8, anterior à corrente. Os resultados das análises foram publicados pela Colaboração Auger em [60].

Posteriormente, uma nova versão dos dados do Observatório Auger foi disponibilizada no dia 7 de dezembro de 2012 (v5r0). Algumas hipóteses e procedimentos envolvendo as condições de funcionamento dos detectores e condições de gatilhos (trigger) foram alterados em relação à versão v4r8. Na nova versão, foram incorporados novos controles do funcionamento dos detectores a fim de possibilitar uma melhor seleção dos eventos físicos e, conseqüentemente, uma melhor reconstrução. As alterações afetam majoritariamente a reconstrução dos eventos de menor energia. Deste modo, no tocante aos eventos com energia acima de 20 EeV incluídos das análises nesta dissertação, as

alterações de uma versão para a nova foram mínimas. A nova versão incluiu ainda a incorporação dos detectores do Infill, a região de 27 km² em que o arranjo espacial dos detectores tem espaçamento igual a 750 m, portanto, a metade daquele no arranjo de detectores de superfície. Os detectores do Infill fazem parte do detector AMIGA (Auger Muons and Infill for the Ground Array). Nesta dissertação são usados apenas os eventos detectados nos detectores de superfície do arranjo regular, e não os do Infill.

Para as análises nesta dissertação foi utilizada a versão corrente do banco de dados, a v5r0.

É interessante estudar como os resultados das análises publicados em [60] são alterados se forem usados os dados da nova versão v5r0. A comparação entre aqueles resultados anteriores e os obtidos com a nova versão do banco de dados incluindo eventos até 31/12/2010 permite checar a estabilidade do sinal dos multipletos frente às condições de gatilhos e funcionamento dos detectores. A repetição das análises até 22/11/2012 permite estudar se houve um aumento nos sinais de possíveis multipletos, quer seja incorporando novos eventos aos multipletos já encontrados ou mesmo encontrando novos multipletos.

Os eventos selecionados para realizar a busca por multipletos correlacionados foram os que passaram pelo critério de seleção T5 e que possuíam uma separação angular com o zênite do observatório de no máximo 60°. Esse limite é colocado pois, acima deste valor, os chuveiros detectados são considerados “chuveiros horizontais” e neste caso a reconstrução da direção de chegada do raio cósmico primário é realizada de maneira

diferente, quando comparada com a reconstrução das direções de chegada dos raios cósmicos dentro desse limite.

Para o período de análise de 01 de janeiro de 2004 a 31 de dezembro de 2010 foram encontrados 1509 eventos, lidos do Herald na versão v4r8, e cinco multipletos correlacionados: um multipleto com doze eventos e quatro multipletos com dez eventos (três destes multipletos não são independentes).

Os multipletos encontrados em [60] são apresentados na figura 6.1 em coordenadas galácticas.

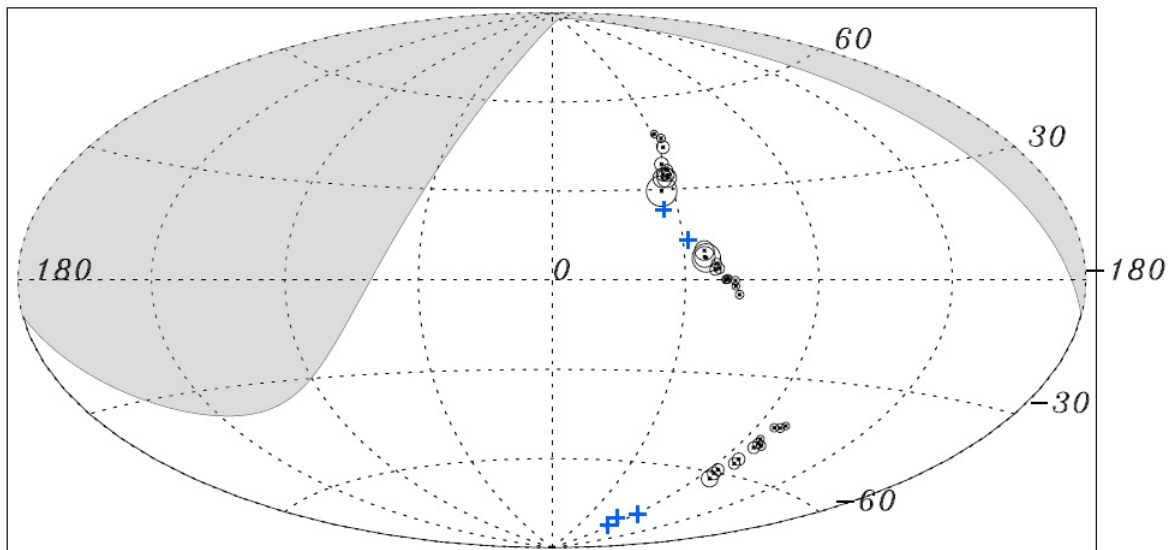


Figura 6.1: Multipletos encontrados em [60] para o período de análise de 01 de janeiro de 2004 a 31 de dezembro de 2010 em coordenadas galácticas. Os símbolos “+” azuis mostram as posições encontradas para as fontes.

Os resultados obtidos nesta comparação foram:

- O multipleto de dez eventos encontrado em [60] foi encontrado nesta dissertação

como um multipletos de nove eventos. Quando o evento encontrado a mais em [60] era adicionado ao multipletos encontrado aqui, este resultava em um coeficiente de correlação inferior a 0.9.

- Os três multipletos não independentes de dez eventos encontrados em [60] foram encontrados nesta dissertação como sendo um único multipletos de doze eventos.
- Para o multipletos encontrado em [60] com doze eventos também foi encontrado um evento a mais nesta dissertação.

Nas figuras 6.2, 6.3 e 6.4 pode-se ver a comparação entre os multipletos encontrados em [60] e os multipletos encontrados nesta dissertação para o mesmo período de análise.

Na tabela 6.1 pode-se ver uma comparação entre os resultados encontrados em [60] e os encontrados nesta dissertação.

Tabela 6.1: Comparação entre os resultados encontrados em [60] e nesta dissertação. O período de análise foi de 01 de janeiro de 2004 a 31 de dezembro de 2010. Na tabela N é o número de eventos, D_u é o poder de deflexão do campo magnético, (α, δ) é posição encontrada para a fonte e C é o coeficiente de correlação.

Resultados em [60]				Resultados nesta dissertação			
N	D_u [°100EeV]	(α, δ) [°]	C	N	D_u [°100EeV]	(α, δ) [°]	C
10	5.1 ± 0.9	(212.6,-36.8)	0.901	10	6.8 ± 0.9	(213.5,-39.3)	0.872
				9	5.3 ± 0.7	(212.2,-37.2)	0.958
10	8.2 ± 1.3	(18.5,-35.5)	0.920	12	8.5 ± 1.6	(18.6,-37.3)	0.904
10	7.6 ± 1.2	(18.7,-38.2)	0.919				
10	6.5 ± 1.1	(23.1,-38.5)	0.908				
12	4.3 ± 0.7	(208.2,-48.4)	0.903	13	4.5 ± 0.4	(208.3,-48.5)	0.912

Após ter sido realizada a comparação descrita acima, foram realizadas novas análises

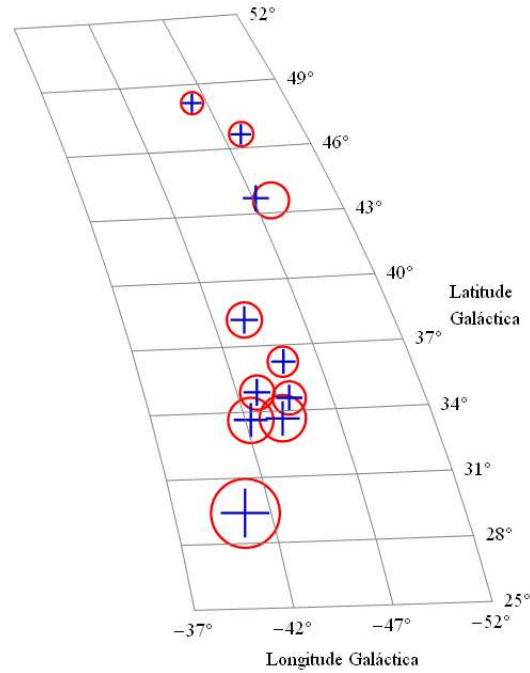


Figura 6.2: Comparação para o multipletto de dez eventos encontrado em [60]. Os eventos encontrados no multipletto em [60] estão representados por “+” e nesta dissertação estão representados por círculos. Os tamanhos dos símbolos “+” e dos círculos são proporcionais às energias dos eventos.

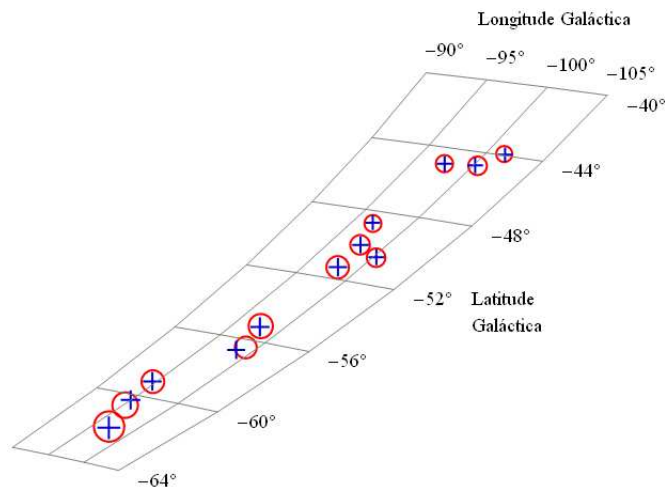


Figura 6.3: Comparação para os três multiplettos não independentes de dez eventos encontrados em [60]. Os eventos encontrados no multipletto em [60] estão representados por “+” e nesta dissertação estão representados por círculos. Os tamanhos dos símbolos “+” e dos círculos são proporcionais às energias dos eventos.

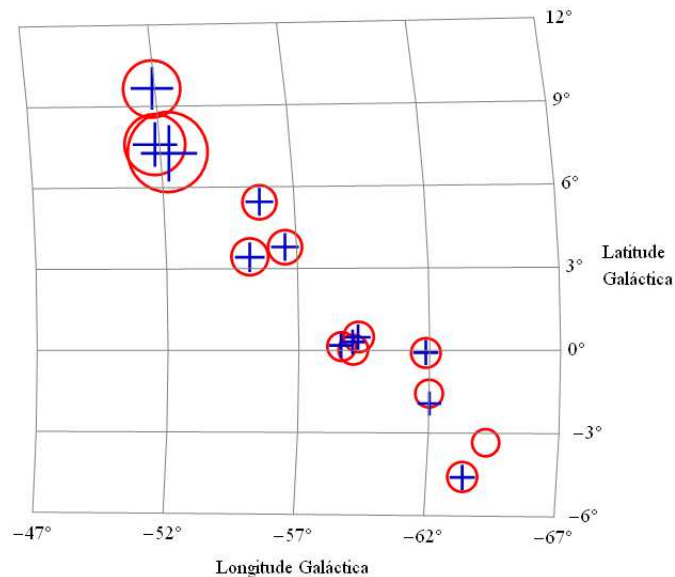


Figura 6.4: Comparação para o multipletto de doze eventos encontrado em [60]. Os eventos encontrados no multipletto em [60] estão representados por “+” e nesta dissertação estão representados por círculos. Os tamanhos dos símbolos “+” e dos círculos são proporcionais às energias dos eventos.

agora para eventos detectados pelo Observatório Pierre Auger de 01 de janeiro de 2004 a 22 de novembro de 2012.

Para este período foram encontrados 2196 eventos lidos do Herald na versão v5r0. Estes eventos são apresentados na figura 6.5.

Através do Método da Árvore de Extensão Mínima, utilizado para buscar possíveis multipletos, foram encontrados 66 subconjuntos de pontos com um número de eventos superior a quatro. Estes 66 subconjuntos são apresentados na figura 6.6.

A próxima parte da busca por multipletos consiste em encontrar quadrupletos em que o evento mais energético possua uma energia superior a 45 EeV. Dos 66 subconjuntos encontrados, 41 possuem ao menos um evento com energia superior a este valor.

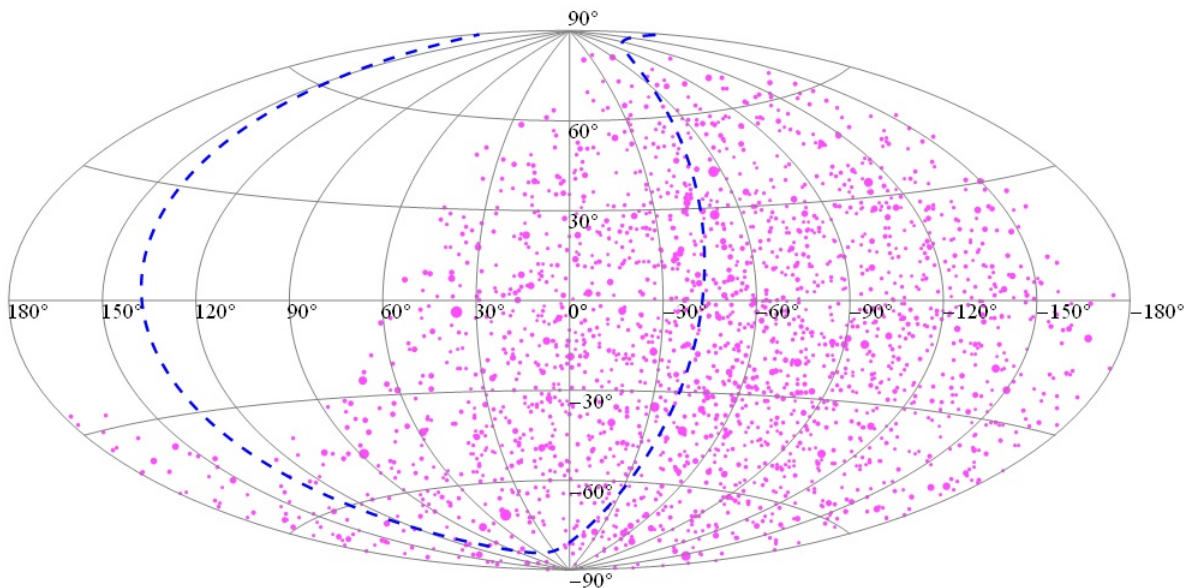


Figura 6.5: 2196 eventos detectados pelo Observatório Pierre Auger de 01 de janeiro de 2004 a 22 de novembro de 2012 que foram analisados. Cada ponto representa um evento em coordenadas galácticas. O tamanho dos pontos é proporcional à energia dos eventos. O pontilhado azul representa o plano supergaláctico.

Estes 41 subconjuntos são apresentados na figura 6.7.

Nesses 41 subconjuntos foi realizada uma busca inicial por quadrupletos que possuíam coeficiente de correlação superior a 0.85 e dispersão angular máxima de 1.5° . Foram encontrados quadrupletos satisfazendo estas condições em 27 subconjuntos. Estes subconjuntos são apresentados na figura 6.8.

Tendo os quadrupletos que passaram pelos primeiros cortes, foi realizada uma busca por eventos que poderiam fazer parte do multipletto nas proximidades de cada quadrupletto conforme foi descrito no capítulo 5.3.

Dentre os quadrupletos iniciais foram encontrados três multipletos correlacionados com multiplicidade maior do que dez. Os subconjuntos a partir dos quais foram encon-

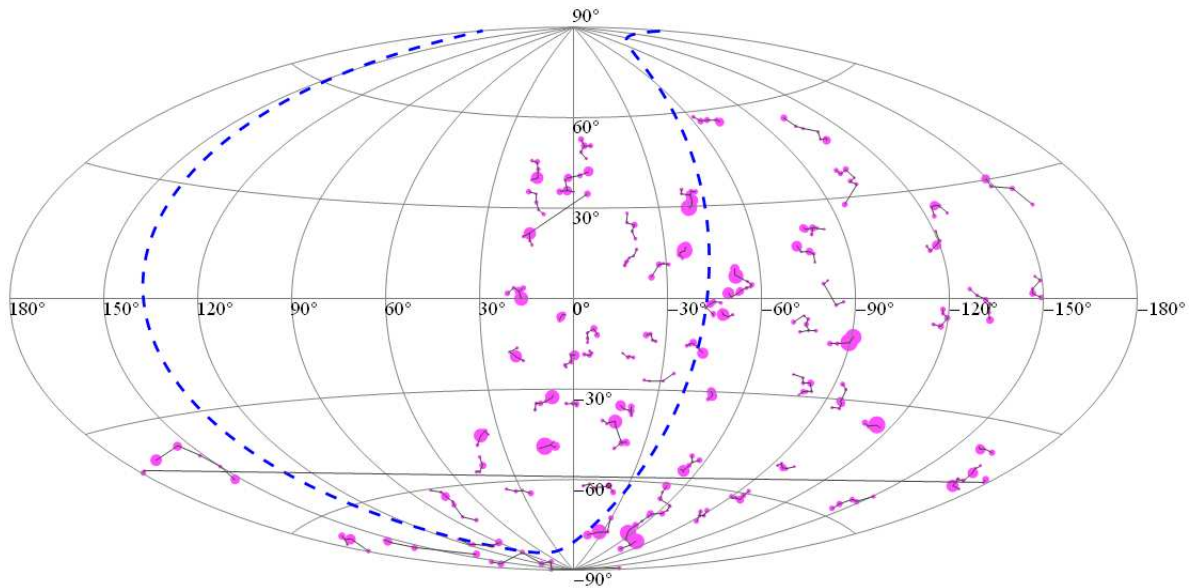


Figura 6.6: 66 subconjuntos com número de eventos superior a quatro encontrados através do Método da Árvore de Extensão Mínima. Cada ponto representa uma evento do subconjunto em coordenadas galácticas. O tamanho dos pontos é proporcional à energia dos eventos. O pontilhado azul representa o plano supergaláctico.

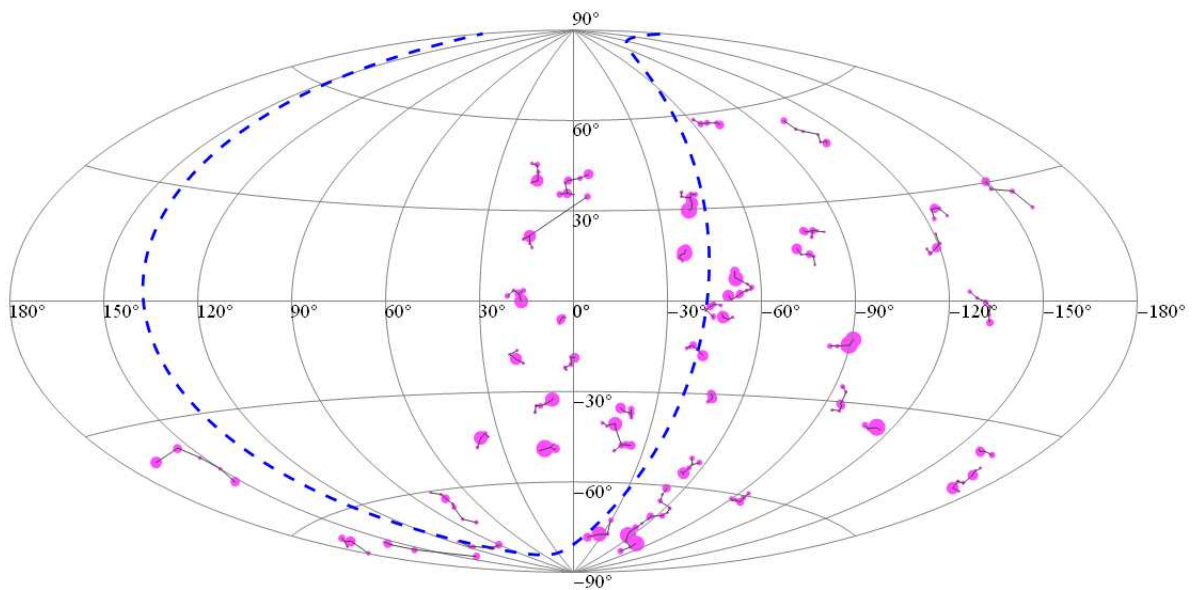


Figura 6.7: 41 subconjuntos que possuem ao menos um evento com energia superior a 45 EeV. Cada ponto representa um evento do subconjunto em coordenadas galácticas. O tamanho dos pontos é proporcional à energia dos eventos. O pontilhado azul representa o plano supergaláctico.

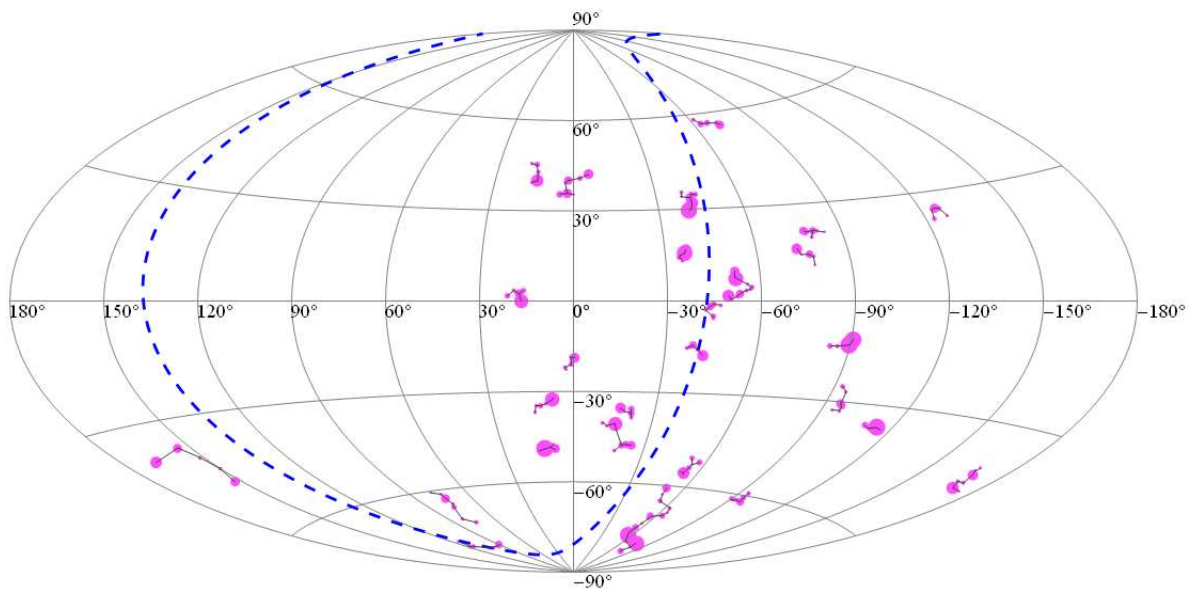


Figura 6.8: 27 subconjuntos em que foram encontrados quadrupletos que possuíam coeficiente de correlação superior a 0.85 e dispersão angular máxima de 1.5° . Cada ponto representa um evento do subconjunto em coordenadas galácticas. O tamanho dos pontos é proporcional à energia dos eventos. O pontilhado azul representa o plano supergaláctico.

trados multipletos são apresentados na figura 6.9.

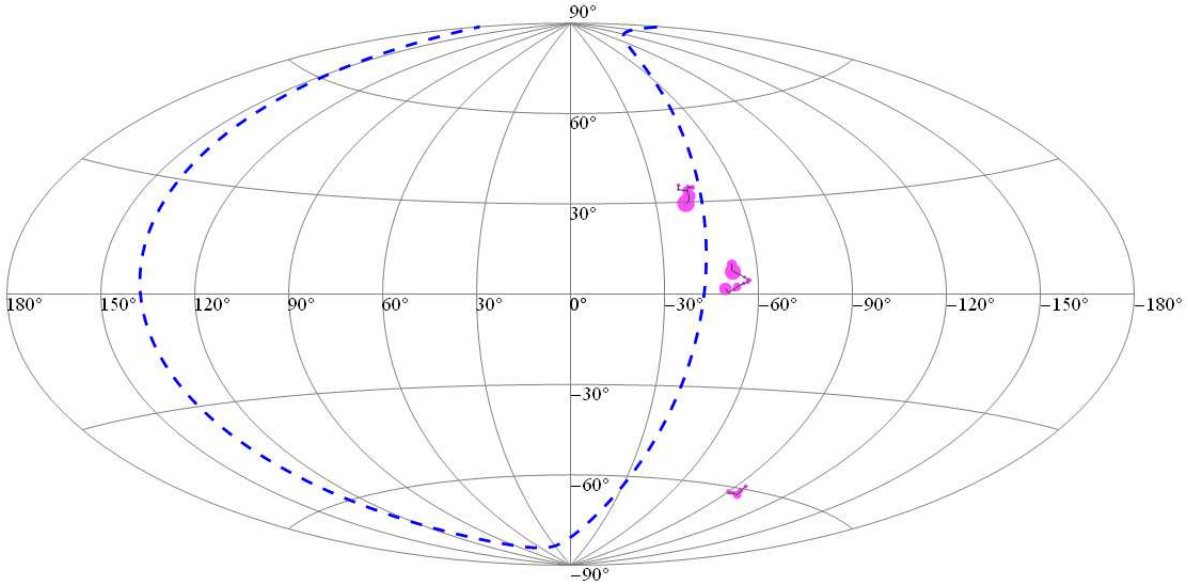


Figura 6.9: Três subconjuntos a partir dos quais foram encontrados multipletos correlacionados. Cada ponto representa um evento em coordenadas galácticas. O tamanho dos pontos é proporcional à energia dos eventos. O pontilhado azul representa o plano supergaláctico.

Os três multipletos encontrados possuem multiplicidades doze, treze e quatorze.

Para este três multipletos foram realizadas análises em busca de possíveis fontes.

Nas figuras 6.10, 6.11 e 6.12 pode-se ver as projeções dos multipletos no plano tangente à esfera celeste no ponto médio de cada multipletto.

Para encontrar a posição da fonte e o poder de deflexão foi feito um ajuste linear utilizando a equação 5.3 para esses três multipletos encontrados considerando a incerteza no valor da energia de 14% e uma resolução angular de 0.9° , a qual corresponde a uma incerteza em u de 0.6° .

Nas figuras 6.13, 6.14 e 6.15 temos os ajustes que foram realizados para os multipletos

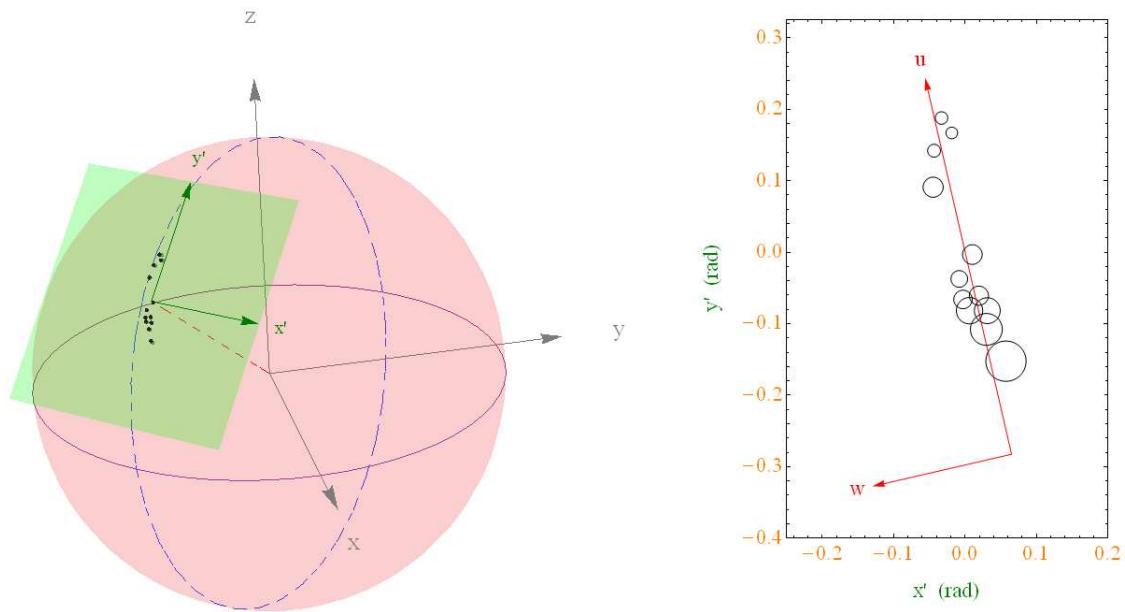


Figura 6.10: Projeção dos doze eventos do multipeto em um plano tangente à esfera celeste no ponto médio do multipeto.

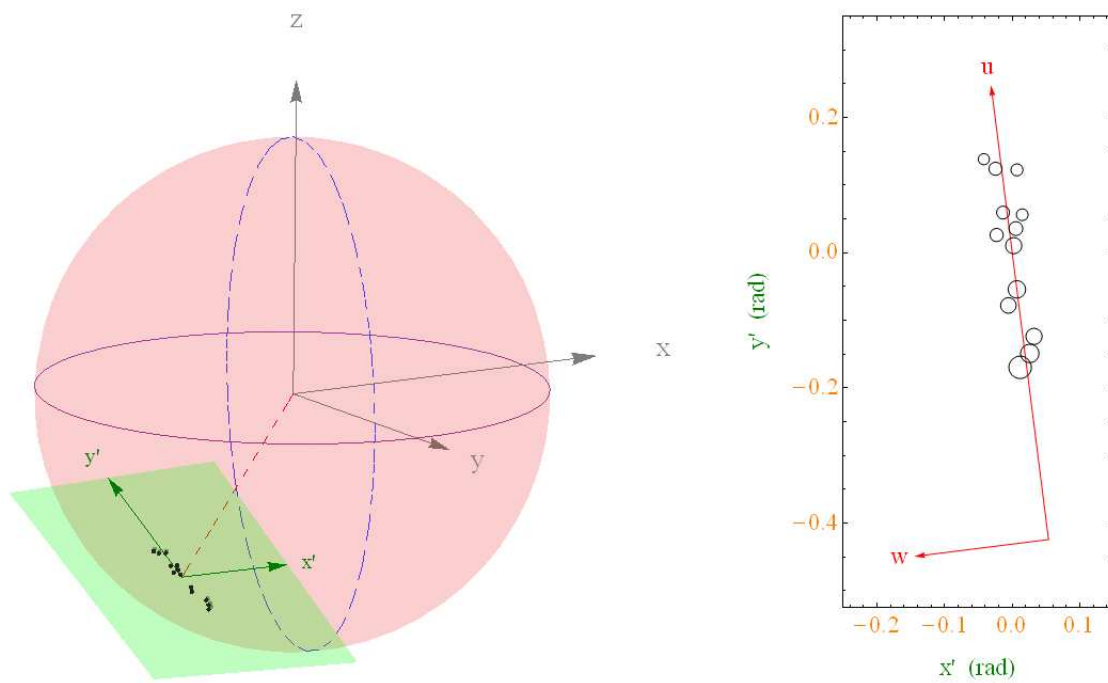


Figura 6.11: Projeção dos treze eventos do multipeto em um plano tangente à esfera celeste no ponto médio do multipeto.

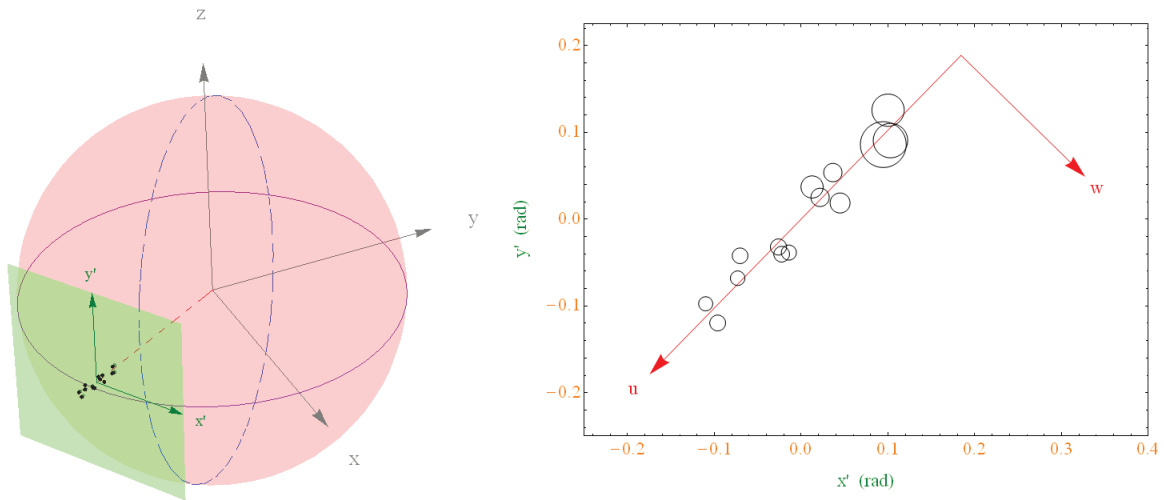


Figura 6.12: Projeção dos quatorze eventos do multipletto em um plano tangente à esfera celeste no ponto médio do multipletto.

com doze, treze e quatorze eventos, respectivamente. Os resultados encontrados para o poder de deflexão do campo magnético, a posição da fonte, coeficiente de correlação e a dispersão angular são apresentados na tabela 6.2.

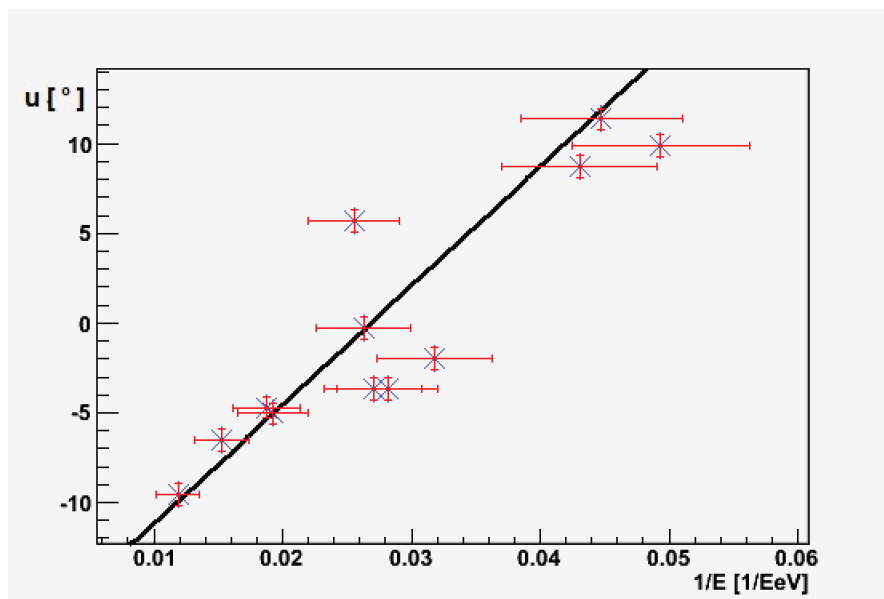


Figura 6.13: Ajuste linear dos eventos encontrados para o multipletto com doze eventos.

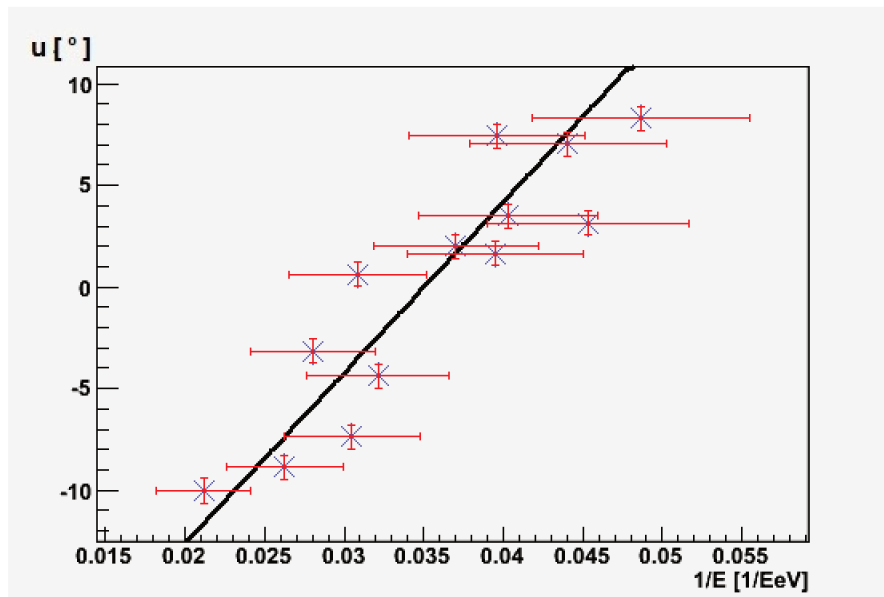


Figura 6.14: Ajuste linear dos eventos encontrados para o multipletto com treze eventos.

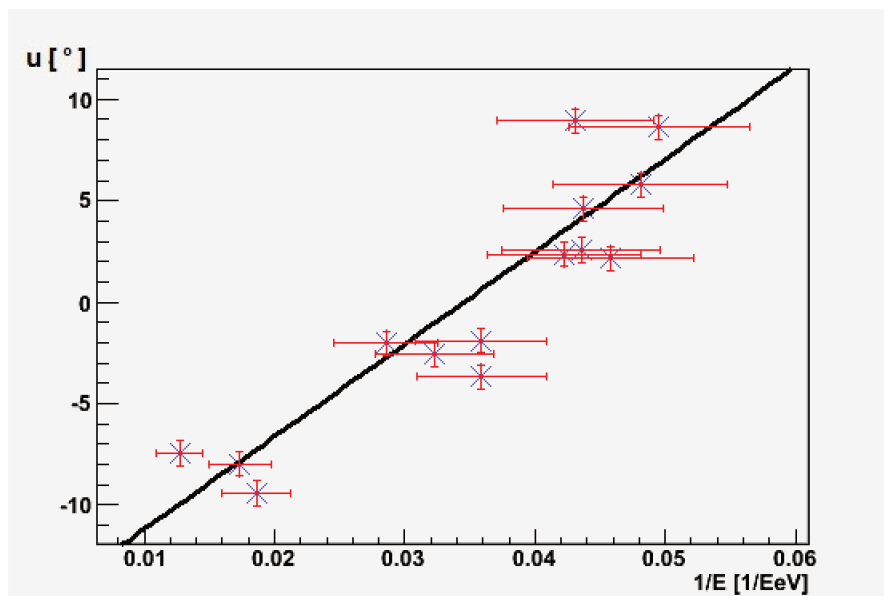


Figura 6.15: Ajuste linear dos eventos encontrados para o multipletto com quatorze eventos.

Tabela 6.2: Resultados para os multipletos encontrados a partir dos dados obtidos pelo Observatório Pierre Auger no período de 1 de janeiro de 2004 até 22 de novembro de 2012. Na tabela D_u é o poder de deflexão do campo magnético, (α, δ) é posição encontrada para a fonte, C é o coeficiente de correlação e W é a dispersão angular do multipletto.

Multipletto	D_u [°100 EeV]	(α, δ) [°]	Δu_S [°]	C	W [°]
Doze eventos	6.6 ± 0.8	(213.0 , -38.8)	1.7	0.91	0.5
Treze eventos	8.4 ± 1.5	(18.7 , -37.4)	5.0	0.91	0.7
Quatorze eventos	4.6 ± 0.4	(208.0 , -48.4)	1.3	0.91	0.6

Os três multipletos encontrados e apresentados na tabela 6.2 e as respectivas posições de possíveis fontes são apresentadas na figura 6.16.

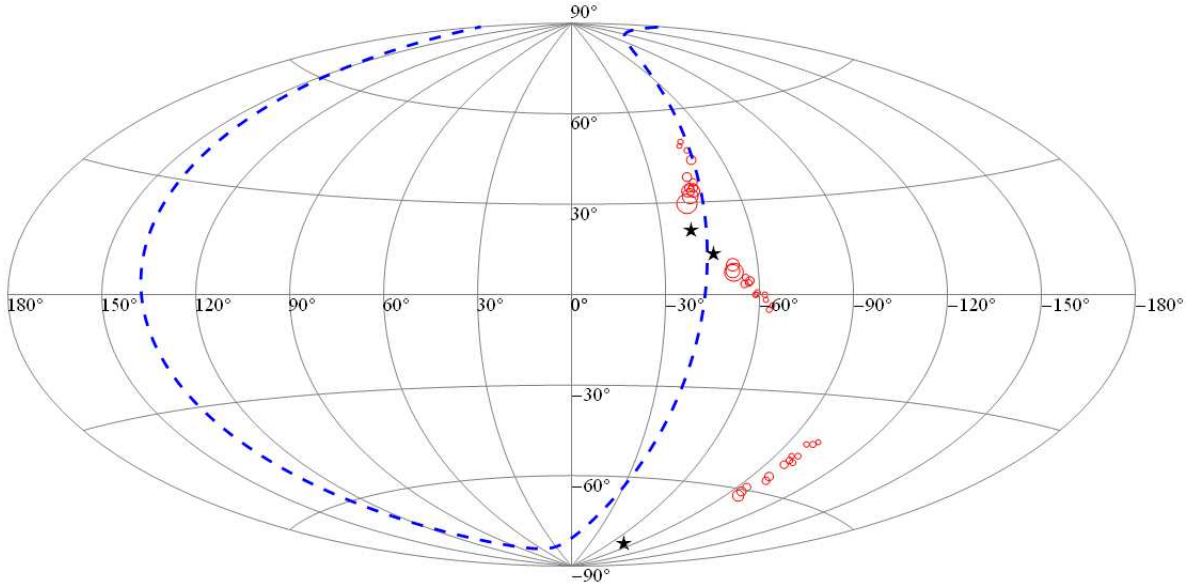


Figura 6.16: Três multipletos encontrados com mais de dez eventos em coordenadas galácticas. O tamanho dos pontos é proporcional à energia dos eventos. As estrelas representam as posições encontradas para as possíveis fontes dos multipletos. O pontilhado azul representa o plano supergaláctico.

O primeiro multipletto apresentado na tabela 6.2, em particular, foi encontrado inicialmente como um conjunto de onze eventos: dez em concordância com o primeiro

multipleteo da publicação [60] e um evento a mais, encontrado no período adicional entre 1º de janeiro de 2011 e 22 de novembro de 2012. Este conjunto, porém, possuía um coeficiente de correlação inferior ao corte de 0.9. Relaxando-se a condição de 20° para a separação angular máxima entre o evento de maior energia e o de menor energia para 21°, um evento adicional pode ser incorporado, e esse multipleteo passará a contar com 12 eventos, com coeficiente de correlação 0.91. O valor preciso desses cortes não é crucial desde que permita a inclusão de novos eventos de maneira segura, como apontado em [60].

Utilizando os dados de raios gama provenientes de emissões transientes detectados pelo Burst Alert Telescope (BAT) [64], pode-se ver que a direção da possível fonte encontrada para o multipleteo de 13 eventos fica a 3° da galáxia NGC 526, que está a 74 Mpc da Terra, portanto, dentro do horizonte GZK. Igualmente, para os dois outros multipletos, a posição das possíveis fontes é próxima à direção da radiogaláxia Cen A, a radiogaláxia mais próxima à Terra, a cerca de 4 Mpc, estando a 8° e 4.6° das posições das fontes encontradas para os multipletos de 12 e 14 eventos, respectivamente.

Analisando o gráfico que mostra a probabilidade de se obter um multipleteo ao acaso, obtido em [60], observa-se que a probabilidade de ser encontrado o multipleteo de doze eventos ao acaso é cerca 6%, para o multipleteo de treze eventos é de cerca de 1% e para o multipleteo de quatorze eventos essa probabilidade é menor do que 0.1%.

Para os multipletos com multiplicidades abaixo de dez eventos a probabilidade deles terem sido encontrados ao acaso é de 100%, por este motivo estes multipletos não foram

analisados nesta dissertação.

Conclusões

Nesta dissertação foi realizado um estudo de uma distribuição de raios cósmicos detectados pelo Observatório Pierre Auger. Este estudo tem como objetivo encontrar multipletos e posições de possíveis fontes de raios cósmicos com energias superiores a 20 EeV além obter alguma informação sobre o campo magnético atravessado por estes raios cósmicos.

Com o auxílio do Método da Árvore de Extensão Mínima foram encontrados subconjuntos a partir da distribuição de raios cósmicos analisada. Encontrados os subconjuntos, foram aplicados cortes nos mesmos a fim de encontrar multipletos que estivessem correlacionados e assim encontrar as possíveis posições de possíveis fontes astrofísicas dos raios cósmicos analisados.

Na busca por esses multipletos realizada nesta dissertação, foram utilizados dados registrados pelo Observatório Pierre Auger de 01 de janeiro de 2004 a 22 de novembro

de 2012. Neste período, foram encontrados 2196 eventos com energias superiores a 20 EeV e foram encontrados multipletos de doze, treze e quatorze eventos.

Devido à alta probabilidade de os multipletos com um número inferior a dez eventos terem sido encontrados ao acaso (100%), estes não foram analisados.

Com as análises realizadas, foi possível encontrar posições de possíveis fontes astrofísicas dos eventos que fazem parte dos multipletos e através do poder de deflexão D dos multipletos encontrados, podemos obter informações sobre o campo magnético atravessado pelos raios cósmicos dos multipletos, ou seja, pudemos observar que para um raio cósmico com uma energia de 100 EeV a deflexão sofrida, em relação à posição da fonte, devido ao campo magnético varia em torno de 4.6° a 8.4° .

Ao comparar a posição reconstruída das possíveis fontes dos multipletos com o catálogo de objetos astrofísicos Swift-BAT, foi possível encontrar alguns objetos dentro de uma abertura angular de no máximo 7° em relação às posições estimadas das fontes para os multipletos encontrados.

Para os multipletos de doze, treze e quatorze eventos representados nas figuras 7.1, 7.2 e 7.3, respectivamente, vemos que foi encontrado um número superior de eventos nesta dissertação comparado ao número de eventos dos multipletos encontrados em [60]. Isso já era esperado pois a análise realizada aqui possui como base um número maior de eventos detectados pelo Observatório Pierre Auger e a tendência é que ao aumentar o número de eventos detectados o número de eventos nos multipletos aumente também.

Fazendo uma comparação para o multipletos de treze eventos, representados na fi-

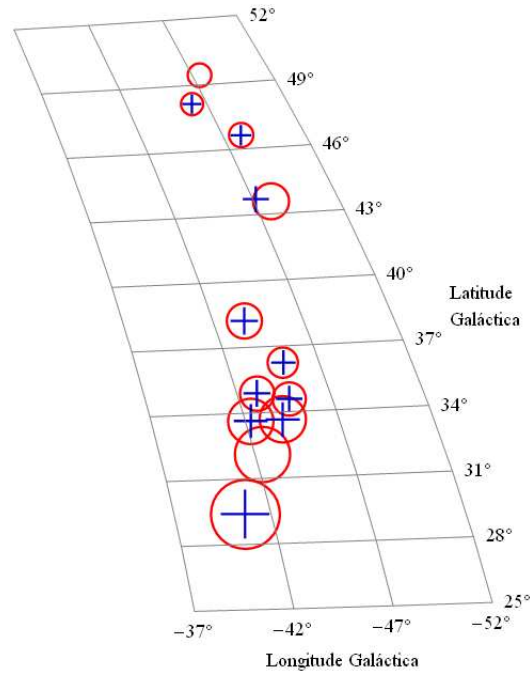


Figura 7.1: Comparação para o multipeto encontrado de doze eventos. Os eventos encontrados nesta dissertação estão representados por círculos e os eventos encontrados em [60] estão representados por “+”. Os tamanhos dos símbolos “+” e dos círculos são proporcionais às energias dos eventos.

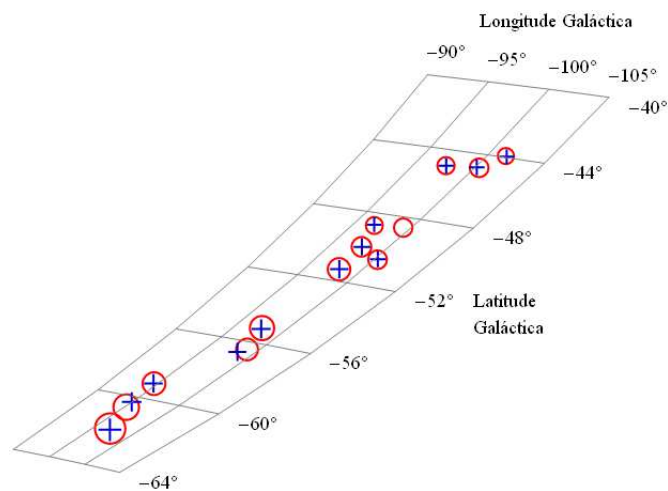


Figura 7.2: Comparação para o multipeto encontrado de treze eventos. Os eventos encontrados nesta dissertação estão representados por círculos e os eventos encontrados em [60] estão representados por “+”. Os tamanhos dos símbolos “+” e dos círculos são proporcionais às energias dos eventos.

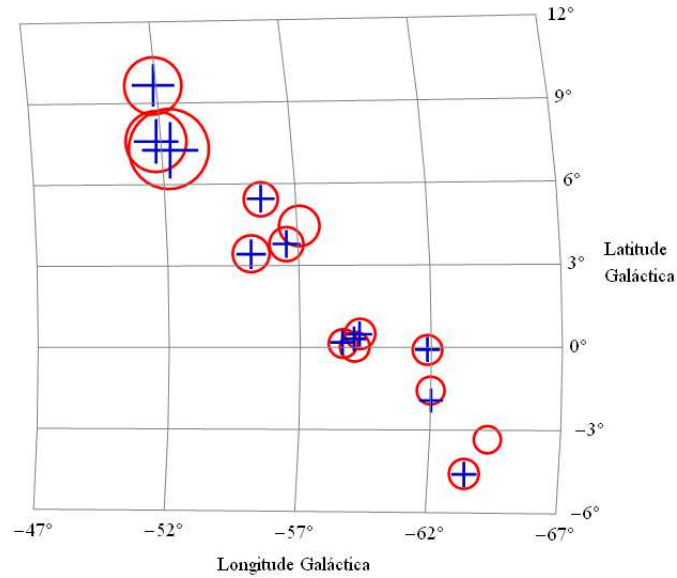


Figura 7.3: Comparação para o multipletto encontrado de quatorze eventos. Os eventos encontrados nesta dissertação estão representados por círculos e os eventos encontrados em [60] estão representados por “+”. Os tamanhos dos símbolos “+” e dos círculos são proporcionais às energias dos eventos.

gura 7.2, vemos que em [60] esse multipletto era formado por três multipletos, não independentes, de dez eventos cada, ou seja, era possível encontrar três combinações diferentes dos doze eventos que resultavam em um coeficiente de correlação superior a 0.9, mas quando eram considerados os doze eventos não era possível atingir este valor mínimo. Para as análises realizadas aqui vemos agora estes eventos, juntamente com um evento adicional, formam um multipletto com coeficiente de correlação que satisfaz o valor mínimo requerido. Mais uma vez, isso pode ter ocorrido devido ao fato de nesta dissertação ter sido utilizado dados da versão v5r0 e não da versão v4r8 como foi feito em [60], fazendo com que os três multipletos não independentes pudessem ser considerados um único multipletto apenas com um número de eventos maior. Além disso

vemos que temos ainda um evento adicional que foi detectado fora do período de análise de [60].

Desta forma, vemos que ao repetir a análise usando um período mais longo e portanto um número maior de eventos, foi possível confirmar os multipletos correlacionados e também aumentar suas multiplicidades.

Analisando o gráfico que mostra a probabilidade de se obter um multipletto ao acaso a partir de uma distribuição isotrópica, conforme consta em [60], observa-se que a probabilidade de ser encontrado um multipletto de doze eventos ao acaso é cerca de 6%, para um multipletto ao acaso de treze eventos é de cerca de 1% e para encontrar um de quatorze eventos ao acaso é de 0.1%. Assim, vemos que as evidências para a existência dos multipletos correlacionados são melhores do que aquelas apresentadas em [60]. Os multipletos encontrados serão acompanhados nos dados futuros do Observatório Auger, para observar se as suas multiplicidades irão aumentar, ou se novos mutlipletos de multiplicidades acima de 12 serão encontrados.

Referências Bibliográficas

- [1] V. F. Hess, “Über Beobachtungen der durchdringenden Strahlung bei sieben Freiballonfahrten”, *Physikalische Zeitschrift* 13 (1912) 1084.
- [2] P. Auger and R. Maze, “Les grandes gerbes cosmiques de l’atmosphère”, *Comptes Rendus* 207 (1938) 228.
- [3] P. Auger, P. Ehrenfest, R. Maze, J. Daudin, and R. A. Fréon, “Extensive cosmic ray showers,” *Reviews of Modern Physics* 11 (1939) 288.
- [4] <http://www.auger.org>.
- [5] J. W. Cronin, T. K. Gaisser e S. P. Swordy, “Cosmic Rays at the Energy Frontier”, *Scientific American* 276 (1997) 44.
- [6] J. Abraham et al., The Pierre Auger Collaboration, “Correlation of the highest energy cosmic rays with nearby extragalactic objects”, *Science* 318 (2007) 939.

- [7] J. Abraham et al., The Pierre Auger Collaboration, “Correlation of the highest-energy cosmic rays with the positions of nearby extragalactic objects”, *Astroparticle Physics* 29 (2008) 188.
- [8] M.-P. Véron-Cetty e P. Véron, *Astron. Astrophys.* 455 (2006) 773.
- [9] P. Abreu et al., The Pierre Auger Collaboration, “Update on the correlation of the highest energy cosmic rays with nearby extragalactic matter”, *Astroparticle Physics* 34 (2010) 314.
- [10] T. Antoni et al., KASCADE Collaboration, “Muon density measurements with the KASCADE central detector”, *Astropart. Phys.* 16 (2002) 373.
- [11] T. Antoni et al., KASCADE Collaboration, “KASCADE measurements of energy spectra for elemental groups of cosmic rays: Results and open problems”, *Astropart. Phys.* 24 (2005) 1.
- [12] W.D. Apel et al., The KASCADE-Grande Collaboration, “Kneelike Structure in the Spectrum of the Heavy Component of Cosmic Rays Observed with KASCADE-Grande”, *Phys. Rev. Lett.* 107 (2011) 171104.
- [13] A. Letessier-Selvon, T. Stanev, “Ultrahigh Energy Cosmic Rays”, *Rev. Mod. Phys.* 83 (2011) 907 [astro-ph/1103.0031].
- [14] R. Aloisio, V. Berezhinsky, A. Gazizov, “Transition from galactic to extragalactic cosmic rays”, *Astropart. Phys.* 39-40 (2012) 129.

- [15] V. Berezhinsky, “On Transition from Galactic to Extragalactic Cosmic Rays”, J. Phys. Conf. Ser. 47 (2006)142.
- [16] M. Takeda et al., “Extension of the Cosmic-Ray Energy Spectrum beyond the Predicted Greisen-Zatsepin-Kuzmin Cutoff”, Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 1163.
- [17] M. Takeda et al., “Energy Determination in the Akeno Giant Air Shower Array Experiment”, Astropart. Phys. 19 (2003) 447.
- [18] R. U. Abbasi et al., “Observation of the Ankle and Evidence for a High-Energy Break in the Cosmic Ray Spectrum”, Phys. Lett. B 619 (2005) 271 [astro-ph/0501317].
- [19] J. Abraham et al., [The Pierre Auger Collaboration], “Measurement of the Energy Spectrum of Cosmic Rays above 10^{18} eV using the Pierre Auger Observatory”, Phys. Lett.B 685 (2010) 239 [astro-ph/1002.1975].
- [20] A. H. Compton, “A geographic study of cosmic rays”, Phys. Rev. 43 (1933) 387.
- [21] P. Sokolsky, “Introduction to Ultrahigh Energy Cosmic Ray Physics”, Westview Press (2004).
- [22] M. Unger [The Pierre Auger Collaboration], “Study of the Cosmic Ray Composition above 0.4 EeV using the Longitudinal Profiles of Showers observed at the Pierre Auger Observatory”, Proceedings of the 30th ICRC, Mérida, México, 4 (2007) 373 [arXiv:astro-ph/0706.1495].

- [23] J. Abraham et al., [The Pierre Auger Collaboration], “Measurement of the Depth of Maximum of Extensive Air Showers above 10^{18} eV”, *Phys. Rev. Lett.* 104 (2010) 091101.
- [24] K. Greisen, “End to the Cosmic-Ray Spectrum?”, *Phys. Rev. Lett.* 16 (1966) 748.
- [25] G. Zatsepin e V. Kuz’min, “Upper Limit of the Spectrum of Cosmic Rays”, *JETP Lett.* 4 (1966) 78.
- [26] M. Nagano, A. A. Watson, “Observations and Implications of the Ultrahigh-Energy Cosmic Rays”, *Rev. Mod. Phys.* 72 (2000) 689.
- [27] D. Harari, S. Mollerach e E. Roulet, “On the Ultrahigh Energy Cosmic Ray Horizon” *JCAP* 0611 (2006) 012.
- [28] G. T. Golup, “Estudio de las direcciones de arribo de los rayos cósmicos de ultra-alta energía del Observatorio Pierre Auger”. Tese de doutorado, Instituto Balseiro, Universidad Nacional de Cuyo, Argentina, Março de 2012.
- [29] A. M. Hillas, “The Origin of Ultrahigh-Energy Cosmic Rays”, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 22 (1984) 425.
- [30] M. Ostrowski, “Mechanisms and sites of ultra high energy cosmic ray origin”, *Astropart. Phys.* 18 (2002) 229.
- [31] E. Fermi, “On the origin of cosmic radiation”, *Phys. Rev.* 75 (1949) 1169.

- [32] S. L. Shapiro, S. A. Teukolsky, “Black Holes, White Dwarfs and Neutrons Stars: The Physics of Compact Objects”, Wiley (1983).
- [33] P. Blasi, R. I. Epstein, A. V. Olinto, “Ultra-High-Energy Cosmic Rays from Young Neutron Star Winds”, *Ap. J. Lett.* 533 (2000) 123.
- [34] F. Close, M. Marten, C. Sutton, “The Particle Explosion”, Oxford University Press, USA, (1987).
- [35] B. B. Siffert, “Anisotropia de Raios C3smicos de Alt3ssimas Energias no Observat3rio Pierre Auger”. Tese de Doutorado, Instituto de F3sica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Mar3o de 2008.
- [36] J. Abraham et al., [Pierre Auger Collaboration], “The fluorescence detector of the Pierre Auger Observatory”, *NIM A* 620 (2010) 227.
- [37] T. Hermann-Josef Mathes, [Pierre Auger Collaboration], “The HEAT Telescopes of the Pierre Auger Observatory. Status and First Data”, *Proceedings 32nd ICRC, Beijing, China* 3 (2011) 153 [astro-ph/1107.4807].
- [38] R. M. Almeida, “Estudo de Anisotropias de UHECRs em dados do Observat3rio Pierre Auger”. Tese de Doutorado, Instituto de F3sica Gleb Wataghin, Universidade Estadual de Campinas, Agosto de 2009.

- [39] P. Younk, “Cosmic Rays at the Ankle. Composition Studies Using the Pierre Auger Observatory”. Tese de Doutorado, Michigan Technological University, Setembro de 2007.
- [40] M. Aglietta et al., “Calibration of the Surface Array of the Pierre Auger Observatory”, Proceedings of the 29th ICRC, Pune, Índia 7 (2005) 279.
- [41] D. Allard et al., “The trigger system of the Pierre Auger Surface Detector: operation, efficiency and stability”, Proceedings of the ICRC, Pune, Índia, 7 (2005) 287 [astro-ph/0510320].
- [42] D. P. Selmi-Dei, “O campo magnético da Via Láctea e a composição química dos raios cósmicos detectados no Observatório Pierre Auger”. Tese de doutorado, Instituto de Física Gleb Wataghin, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, Fevereiro de 2012.
- [43] P. Sommers, “Cosmic Ray Anisotropy Analysis with a Full-Sky Observatory”, Astropart. Phys. 14 (2011) 271.
- [44] B. Dawson et al., “Hybrid performance of the Pierre Auger Observatory”, Proceedings of the 30th ICRC, Mérida, México 4 (2007) 425.
- [45] D. Newton, J. Knapp, A. A. Watson, “The Optimum Distance at which to Determine the Size of a Giant Air Shower”, Astropart. Phys. 26 (2007) 414.

- [46] R. Pesce et al., [The Pierre Auger Colaboration], “Energy Calibration of Data Recorded with the Surface Detectors of the Pierre Auger Observatory: an update”, Proceedings of the 32nd ICRC, Beijing, China 2 (2011) 214 [astro-ph/1107.4809]
- [47] C. Bonifazi et al., The Pierre Auger Colaboration, “The Angular Resolution of the Pierre Auger Observatory”, Nucl. Phys. B Proc. Suppl 190 (2009) 20.
- [48] G. Sigl, F. Miniati, T. Ensslin, “Ultra-High Energy Cosmic Rays in a Structured and Magnetized Universe”, Phys. Rev. D 68 (2003) 043002 [astro-ph/0302388].
- [49] S. Das, H. Kang, D. Ryu, J. Cho, “Propagation of UHE Protons through Magnetized Cosmic Web”, Astrophys. J. 682 (2008) 29 [astro-ph/0801.0371].
- [50] E. Armengaud, G. Sigl, F. Miniati, “Ultrahigh Energy Nuclei Propagation in a Structure Magnetized Universe”, Phys. Rev. D 72 (2005) 043009 [astro-ph/0412525].
- [51] J. G. Bolton, J. P. Wild, “On the Possibility of Measuring Interstellar Magnetic Fields by 21-cm Zeeman Splitting”, Astrophys. J. 125 (1957) 296.
- [52] L. M. Widrow, “Origin of Galactic and Extragalactic Magnetic Fields”, Rev. Mod. Phys. 74 (2002) 775 [astro-ph/0207240].
- [53] J. L. Han, “Magnetic Structure of our Galaxy: A review of Observations”, IAU Symposium 259 (2009) 455 [astro-ph/0901.1165].

- [54] J. C. Brown, “The Magnetic Field of the Milky Way Galaxy”, ASP Conf. Series 438 (2011) 216 [astro-ph/1012.2932].
- [55] G. L. Verschuur, “Positive Determination of an Interstellar Magnetic Field by Measurement of the Zeeman Splitting of the 21-cm Hydrogen Line”, Phys. Rev. Lett. 21 (1968) 775.
- [56] J. S. Hall, A. H. Mikesell, “Observations of polarized light from stars.” Astron. J. 54 (1949) 187.
- [57] D. Harari, S. Mollerach, and E. Roulet. “The toes of the ultra high energy cosmic ray spectrum”, J. High Energy Phys. 08 (1999) 022 [astro-ph/9906309].
- [58] J. L. Han, “New Knowledge of the Galactic Magnetic Fields”, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 175 (2008) 62 [astro-ph/0901.0040].
- [59] <http://www1.na.infn.it/wsubnucl/cosm/JemEuso/slides/CosmicOrigin.gif>.
- [60] J. Abraham et al., The Pierre Auger Collaboration, “Search for signatures of magnetically-induced alignment in the arrival directions measured by the Pierre Auger Observatory”, Astroparticle Physics 35 (2012) 354.
- [61] K. S. O. Filho, M. F. O. Saraiva, “Astronomia e Astrofísica”, Livraria da Física (2004).
- [62] http://www.uranometrianova.pro.br/cursos/astronomia_esferica01/esferica1060.htm.

[63] J. D. Barrow, S. P. Bhavsar, D. H. Sonoda, “Minimal spanning trees, filaments and galaxy clustering”, *Mon. Not. R. Astr. Soc.* 216 (1985) 17.

[64] <http://swift.gsfc.nasa.gov/results/transients/index.html>

A

Cálculo da média de direções angulares utilizando cossenos diretores

Considera-se o sistema local de coordenadas representado na figura A.1.

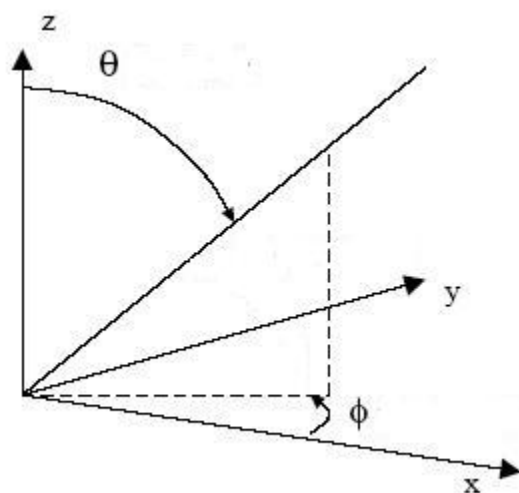


Figura A.1: Representação do sistema de coordenadas local.

Conhecendo os ângulos θ_i e ϕ_i de cada evento de um subconjunto escolhido, calculam-

se seus cossenos diretores observados

$$l_i = \sin \theta_i \cos \phi_i, \quad (\text{A.1})$$

$$m_i = \sin \theta_i \sin \phi_i, \quad (\text{A.2})$$

$$n_i = \cos \theta_i. \quad (\text{A.3})$$

Depois calculam-se as médias dos cossenos diretores que são dadas por

$$l_o = \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{R}, \quad (\text{A.4})$$

$$m_o = \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{R}, \quad (\text{A.5})$$

$$n_o = \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{R}, \quad (\text{A.6})$$

onde R é dado por

$$R = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n l_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n m_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n n_i\right)^2}. \quad (\text{A.7})$$

Pode-se também escrever as médias dos cossenos diretores em função das direções angulares médias $\langle \theta \rangle$ e $\langle \phi \rangle$:

$$l_0 = \sin\langle\theta\rangle \cos\langle\phi\rangle, \tag{A.8}$$

$$m_0 = \sin\langle\theta\rangle \sin\langle\phi\rangle, \tag{A.9}$$

$$n_0 = \cos\langle\theta\rangle. \tag{A.10}$$

Assim, conhecendo o valor de n_0 encontrado com a equação A.6, pode-se substituí-lo na equação A.10 e encontrar $\langle\theta\rangle$

$$\langle\theta\rangle = \arccos n_0. \tag{A.11}$$

Para encontrar $\langle\phi\rangle$ basta utilizar as equações A.8 e A.9 e encontrar a relação

$$\langle\phi\rangle = \arctan \frac{m_0}{l_0}. \tag{A.12}$$