

**Fenomenologia dos Decaimentos de Neutrinos de  
Supernovas**

**Luis Carlos Tapia Herrera/dissertação**

**Orientador:**

Prof. Dr. Orlando Luis Goulart Peres

---

Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto de Física Gleb Wataghin para a obtenção do título de Mestre em física.

---

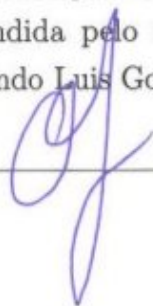
**Banca examinadora:**

Prof. Dr. Orlando Luis Goulart Peres (Orientador)

Prof. Dr. Jorge Ernesto Horvath

Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda

Este exemplar corresponde à versão final da dissertação defendida pelo aluno, e orientada pelo professor Dr. Orlando Luis Goulart Peres



---

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA POR  
SANDRA MARIA CARLOS CARTAXO – CRB8/7088 - BIBLIOTECA DO IFGW  
UNICAMP**

T162f	<p>Tapia Herrera, Luis Carlos , 1982- Fenomenologia dos decaimentos de neutrinos de supernova / Luis Carlos Tapia Herrera. – Campinas,SP: [s.n.], 2011.</p> <p>Orientador: Orlando Luis Goulart Peres. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física “Gleb Wataghin”.</p> <p>1. Neutrinos. 2. Decaimento. 3. Neutrinos de supernova. I. Peres, Orlando Luis Goulart, 1969- II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física “Gleb Wataghin”. III. Título.</p>
-------	---

Informações para Biblioteca Digital

**Título em inglês:** Decay phenomenology of supernova neutrinos

**Palavras-chave em inglês:**

Neutrinos

Decay

Supernova neutrino

**Área de Concentração:**

**Titulação:** Mestre em Física

**Banca Examinadora:**

Orlando Luis Goulart Peres [Orientador]

Jorge Ernesto Horvath

Pedro Cunha de Holanda

**Data da Defesa:** 17-11-2011

**Programa de Pós-Graduação em:** Física



MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE MESTRADO DE **LUIS CARLOS TAPIA HERRERA** – R.A. **098217** APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN”, DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 17/11/2011.

**COMISSÃO JULGADORA:**

Prof. Dr. Orlando Luis Goulart Peres - Orientador do Candidato  
DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Jorge Ernesto Horvath – IAG/USP

Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda – DRCC/IFGW/UNICAMP

---

No puedo más que dedicarle este trabajo a mis  
Señores Padres Aristides y Luz Mercedes, por  
el constante e invaluable apoyo que me dieron.



---

## **Agradecimentos**

Aos professores Orlando Luis Goulart Peres e Marcelo Moraes Guzzo, por seus aportes, e discussões que ajudaram ao progresso do meu trabalho, e contribuíram com minha formação.

Aos meus colegas de estudo La costeña, Yiovanny, Harley, Monstruo, Jhojana, Yeimi, Mónica e amigos de Republica, da Colômbia e do Brasil.

A mis hermanos Daniel, Marce y Didi, finalmente a mi amigo Mauricio, presentes en los momentos buenos y malos.

À Capes pelo apoio financeiro.

---

“Lo poco que sé, se lo debo a mi ignorancia”.

*Platon*

---

## Resumo

Apresentamos neste trabalho um estudo da fenomenologias dos neutrinos, que inicia com um modelo além do Modelo Padrão, que gera massa e decaimento para os neutrinos. O modelo foi proposto por Gelmini e Roncadelli [3], no modelo é introducido um tripleto escalar que interage com o dubleto de Higgs a través de um potencial escalar. O tripleto interage também com os leptons da teoria a través de um potencial de Yukawa, é este potencial que conjuntamente com a quebra espontânea da simetria gera as massas e decaimentos para os neutrinos. O modelo foi descartado experimentalmente mas modelos mais gerais que estão baseados no modelo de Gelmini e Roncadelli, ainda podem ser testados experimentalmente.

Como seguinte passo no nosso trabalho, estudamos os fluxos de neutrinos de Supernovas que aconteceram no passado do Universo e que chegam até à Terra. Estudamos os efeitos de oscilação na matéria, por causa de que o neutrino atravessa médios de densidades altas dentro da Supernova. Fizemos a comparação dos fluxos de neutrinos e antineutrinos eletrônicos, levando em conta dois casos com e sem oscilação. Encontramos que a oscilação faz com que o fluxo de neutrinos e antineutrinos seja menor, e mais quente para energias maiores a 10 MeV.

Estudamos conjuntamente o decaimento e suas conseqüências no fluxo de neutrinos de Supernova relíquia. Encontramos uma forte dependência com a hierarquia de massas dos neutrinos. Concluimos que se a hierarquia de massas é normal, o decaimento faz com que o fluxo de neutrinos e antineutrinos eletrônicos seja incrementado. Se a hierarquia é invertida encontramos que o fluxo dos dois tipos de neutrinos é suprimido. Fizemos também uma comparação dos fluxos obtidos neste trabalho, com valores de fluxos reportados na literatura. Finalmente estudamos o comportamento do número de eventos dos fluxos de neutrinos e antineutrinos eletrônicos, para distintos tempos de vida dos neutrinos.

---

## Abstract

Here we present a study of the phenomenology of neutrinos, which starts with a model beyond the Standard Model, which generates mass and decay to neutrinos. The model was proposed by Gelmini and Roncadelli cite Gelmini: 1981, the model needs a triplet that interacts with the scaling doublet Higgs through different potential climb. The triplet also interacts with leptons theory through different potential of Yukawa, is this potential which, together with spontaneous symmetry breaking generates the masses and decays to neutrinos. The model was experimentally ruled out but more general models that are based on the model of Gelmini and Roncadelli, can still be tested experimentally.

As a next step in our work, we study the flow of neutrinos from supernovae that happened in the past of the universe and reach the Earth. We studied the effects of oscillations in matter, because of the neutrino cross mean high densities within the Supernova. We compared the flow of neutrinos and antineutrinos electronics, taking into consider two cases with and without oscillation. We have found that the oscillation causes the flux of neutrinos and antineutrinos is smaller and warmer to higher energies to 10 MeV

We studied together and the decay and its consequences in the flow of neutrinos from supernova relic. We find a strong dependence on the hierarchy mass of neutrinos. We conclude that if the hierarchy is normal masses, the decay is that the flux of neutrinos and electronic antineutrinos is incremented. If the hierarchy is found that the reverse flow of the two types of neutrinos is deleted. We also a comparison of fluxes obtained in this work, with values of flows reported in the literature. Finally we study the behavior of the number of events flows of neutrinos and antineutrinos electronics, for different lifetimes of neutrinos.

# Conteúdo

<b>Resumo</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xi</b>
<b>Introdução</b>	<b>xii</b>
<b>1 Neutrinos Massivos e Decaimento</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	1
1.2 Modelo Padrão . . . . .	2
1.2.1 Quiralidade no Modelo Padrão . . . . .	3
1.2.2 Invariância de Gauge . . . . .	3
1.2.3 Mecanismo de Higgs . . . . .	5
1.2.4 Massas dos Férmions . . . . .	8
1.3 Modelo de Gelmini e Roncadelli . . . . .	10
1.3.1 Setor Escalar do Modelo GR . . . . .	11
1.3.2 Setor de Yukawa . . . . .	16
1.4 Modelo 1-2-3 . . . . .	17
1.4.1 Derivada Covariante e Potencial . . . . .	17
<b>2 Fluxo de Neutrinos de Supernova Relíquia</b>	<b>20</b>
2.1 Introdução . . . . .	20
2.2 Fluxo de Neutrinos de Supernova Relíquia . . . . .	23
2.2.1 Emissão de Neutrinos . . . . .	23
2.2.2 Modelos de Taxas Criação de Supernovas . . . . .	26

2.3	Fluxo de Neutrinos . . . . .	26
2.3.1	Neutrinos de Supernova e Outros Sinais . . . . .	27
2.4	Oscilações e Efeitos de Matéria . . . . .	27
2.4.1	Efeitos Na Matéria . . . . .	29
2.4.2	Oscilações na Matéria com Densidade Variável . . . . .	31
2.4.3	Três Famílias de Neutrinos . . . . .	33
2.4.4	Condições Iniciais e Probabilidades de Conversão . . . . .	37
2.5	Resultados . . . . .	40
2.5.1	Fluxos de Neutrinos e Antineutrinos . . . . .	40
2.5.2	Comparação de Resultados . . . . .	42
<b>3</b>	<b>Efeitos de Decaimento</b>	<b>44</b>
3.1	Introdução . . . . .	44
3.1.1	Neutrinos Instáveis e Equação Boltzmann . . . . .	45
3.2	Fluxo de Neutrinos Com Decaimento . . . . .	49
3.2.1	Decaimento na Hierarquia Normal . . . . .	50
3.2.2	Decaimento na Hierarquia Invertida . . . . .	53
3.3	Cálculo do Número de Eventos em SK . . . . .	54
3.3.1	Número de Eventos na Hierarquia Normal . . . . .	56
3.3.2	Número de Eventos na Hierarquia Invertida . . . . .	57
3.3.3	Comparação dos Resultados . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Conclusões</b>	<b>61</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>63</b>

# Lista de Figuras

1.1	Comportamento do potencial para duas configurações de parâmetros, esquerda potencial com mínimo único na teoria, direita potencial com mínimo degenerado. . . . .	7
2.1	Evolução Supernova . . . . .	21
2.2	Fluxo Neutrinos Supernovas . . . . .	22
2.3	Espectro Neutrinos de Supernovas . . . . .	25
2.4	Neutrinos de Supernova e Outras Fontes . . . . .	27
2.5	Probabilidade em função da energia . . . . .	32
2.6	Auto valores massa Vs Densidade Eletrônica, na hierarquia normal. Gráfica tomada de [25] . . . . .	36
2.7	Geração de Neutrinos e seu caminho a Terra. . . . .	37
2.8	Fluxos de neutrinos e antineutrinos eletrônicos por unidade de tempo (seg), por unidade de área ( $\text{cm}^2$ ), por unidade de energia (MeV ), no eixo das ordenadas, e no eixo das abscisas a energia em (MeV). As duas figuras superiores (inferiores) correspondem ao caso adiabático (não adiabático). . . . .	41
2.9	Comparação entre limites teóricos do fluxo de Neutrinos linhas contínuas e pontilhadas e limites superiores para os fluxos, linhas horizontais, tomado de [26] . . . . .	42
2.10	Comparação fluxos de neutrinos e antineutrinos eletrônicos com resultados reportados na literatura. Primeira fila caso adiabático na ressonância alta, segunda fila caso não adiabático. . . . .	43

3.1	Na parte esquerda da Figura apresentamos o esquema da hierarquia normal e decaimento, na parte direita temos o esquema da hierarquia invertida e decaimento. . . . .	46
3.2	Fluxo de Neutrinos de Supernova Relíquia na hierarquia normal. No eixo das ordenadas o fluxo de neutrinos por unidade do tempo (seg), por unidade de área ( $\text{cm}^2$ ), por unidade de energia (MeV ), e no eixo das abscisas a energia em (MeV). Caso não adiabático parte esquerda da figura, caso adiabático parte direita da figura. . . . .	52
3.3	Fluxo de Antineutrinos de Supernova Relíquia na hierarquia normal. No eixo das ordenadas o fluxo de antineutrinos respectivamente por unidade do tempo (seg), por unidade de área ( $\text{cm}^2$ ), por unidade de energia (MeV ), e no eixo das abscisas a energia em (MeV). . . . .	53
3.4	Fluxo de Antineutrinos de Supernova Relíquia hierarquia invertida. No eixo das ordenadas o fluxo de neutrinos por unidade do tempo (seg), por unidade de área ( $\text{cm}^2$ ), por unidade de energia (MeV ), e no eixo das abscisas a energia em (MeV).Caso não adiabático parte esquerda da figura, caso adiabático parte direita da figura. . . . .	54
3.5	Fluxo de Neutrinos de Supernova Relíquia hierarquia na hierarquia invertida. No eixo das ordenadas o fluxo de neutrinos por unidade do tempo (seg), por unidade de área ( $\text{cm}^2$ ), por unidade de energia (MeV ), e no eixo das abscisas a energia em (MeV). . . . .	55
3.6	Fluxo de Neutrinos (Antineutrinos) eletrônicos parte superior (inferior) hierarquia normal, comparados com limites superiores reportados em [27, 28, 29], para os casos adiabático esquerda da figura, e o caso não adiabático direita. As diferentes curvas coloridas correspondem a diferentes tempos de vida, azul, verde e vermelha para tempos de vida zero, finito e infinito respectivamente. . . . .	59
3.7	Fluxo de Antineutrinos (Neutrinos) eletrônicos parte superior (inferior) hierarquia invertida, comparados com limites superiores reportados em [27, 28, 29], para os casos adiabático esquerda da figura, e o caso não adiabático direita. As diferentes curvas coloridas correspondem a diferentes tempos de vida, verde e vermelha corresponde a tempos de vida zero, finito e infinito respectivamente. . . . .	60



# Lista de Tabelas

1.1	Interações da matéria, partículas mediadoras e alcance das interações . . .	3
1.2	Conteúdo de Partículas do Modelo Padrão. Aqui somente apresentamos as primeiras famílias de leptons e quarks. A carga relacionada com os operadores $I$ e $Y$ pela Equação $Q = I_{3L} + Y/2$ . . . . .	5
2.1	Densidade de energia para distintos tipos de radiações do Universo [18]. . .	23
2.2	Parâmetros energia média inicial (MeV) para neutrinos valores obtidos de distintos modelos [18]. . . . .	25
3.1	Apresentamos os distintos tipos de decaimento que nós consideramos no presente trabalho. . . . .	51
3.2	Número de eventos para o fluxo de neutrinos na hierarquia normal, para os distintos casos de decaimento. . . . .	56
3.3	Número de eventos para o fluxo de antineutrinos na hierarquia normal, para os distintos casos de decaimento. . . . .	57
3.4	Número de eventos para o fluxo de neutrinos na hierarquia invertida, para os distintos casos de decaimento. . . . .	57
3.5	Número de eventos para o fluxo de antineutrinos na hierarquia invertida, para os distintos casos de decaimento. . . . .	58

# Introdução

Os neutrinos são partículas fundamentais que não possuem carga elétrica, no Modelo Padrão das partículas são consideradas partículas sem massa, elas não sofrem interações fortes nem eletromagnéticas, e interagem a través da interação fraca. São partículas muito abundantes no Universo, e que podem ser geradas com muita facilidade. Uma prova disso é que existem inúmeras fontes de neutrinos.

Uma fonte de neutrinos são as Supernovas. Elas são explosões que registram o final da vida de estrelas, que possuem massas com no mínimo oito vezes a massa do Sol. Elas emitem o 99% da energia gravitacional em forma de neutrinos. Se nós consideramos que este tipo de eventos aconteceram com uma regularidade de tempo no Universo, nós podemos afirmar que existe um sinal de Neutrinos de Supernovas, produto da soma de este tipo de eventos [27, 28]. Na teoria este sinal pode ser medido numa faixa de energia acima de 20 MeV, aproximadamente.

No presente trabalho quantificamos o fluxo de neutrinos e antineutrino eletrônicos vindos de Supernovas relíquia, considerando efeitos de oscilação, desde o ponto de criação dos neutrinos, no interior da supernova, sua propagação no vácuo, até chegar à Terra. Baseados em modelos além do Modelo Padrão de partículas [3, 4], consideramos a possibilidade de ter neutrinos instáveis, e como isso tem conseqüências no fluxo de neutrinos e antineutrinos eletrônicos vindos de Supernovas.

# 1

## Neutrinos Massivos e Decaimento

### 1.1 Motivação

Nós podemos dizer que uma teoria física teve sucesso quando ela descreve muitos fenômenos da natureza numa estrutura coerente, e que além do mais permite fazer previsões de eventos com algum grau de certeza. Quando nossas teorias ou modelos apresentam falhas, em outras palavras, os experimentos mostram que fenômenos que não são preditos pela teoria acontecem, temos que modificar nossas estruturas. Assim nós devemos procurar novos modelos que expliquem as anomalias apresentadas. O Modelo Padrão da física de partículas baseado na simetria do grupo gauge  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ , é um modelo que explica com sucesso a maior parte da física de partículas, mas não prediz alguns fenômenos.

A oscilação de neutrinos de distintos sabores é um exemplo dos fenômenos não descritos pelo Modelo Padrão. Dados experimentais mostram que o fluxo de neutrinos vindos do Sol são aproximadamente um terço das previsões teóricas feitas [1], em outras palavras os neutrinos eletrônicos estão desaparecendo no seu caminho do Sol até a Terra. O modelo de oscilação de neutrinos [2] explica que os neutrinos não desaparecem, eles oscilam entre distintos sabores.

Baseados na evidência experimental de oscilação de neutrinos precisamos estender o Modelo Padrão das partículas elementares, um exemplo de um modelo com características além do Modelo Padrão, temos o modelo de Gelmini-Roncadelli [3]. Neste modelo mostraremos como construir massas e decaimentos para neutrinos. Embora tal modelo foi descartado por medições experimentais, podemos tomar este modelo como base para construir modelos mais complexos, que sejam válidos, como os modelos chamados de modelos (1-2-3), [4] que acoplam singletos, dubletos e tripletos na teoria do Modelo Padrão.

O processo físico que nós queremos estudar é o decaimento de um neutrino pesado em duas partículas, um escalar sem massa e um neutrino mais leve [3, 4, 5], descrito assim

$$\nu_i \Rightarrow \nu_j + \chi$$

onde  $\nu_i$  são neutrinos massivos cujo valor para a massa não pode ultrapassar a ordem dos eV, a partícula  $\chi$  é o escalar sem massa ou bóson de Goldstone. Um lagrangiano que descreve o processo anterior tem a seguinte forma geral

$$g_{ij}\bar{\nu}_i\nu_j\chi + ih_{ij}\bar{\nu}_i\gamma^5\nu_j\chi \quad (1.1)$$

onde o primeiro termo é um escalar de Lorentz e o segundo termo é um pseudoescalar de Lorentz.

## 1.2 Modelo Padrão

Quatro são os distintos tipos de interações que conhecemos, a Tabela (1.1) apresenta as distintas forças e as partículas intermediadoras. Três das interações, eletromagnética, fraca e forte, são descritas no Modelo Padrão, sendo a gravidade a única força que não é descrita no Modelo.

Nesta seção vamos apresentar as características mais importantes do Modelo Padrão, como são por exemplo a simetria de Gauge, o mecanismo de quebra espontânea de simetria e também vamos ver como com este mecanismo algumas partículas ganham massa.

Interação	Mediadores
Forte	Glúons
Eletromagnética	Fótons
Fraca	Bósons W e Z
Gravidade	Grávitons (Hipotéticos)

Tabela 1.1: Interações da matéria, partículas mediadoras e alcance das interações

### 1.2.1 Quiralidade no Modelo Padrão

Vamos descrever um fermion qualquer  $\Psi$  no Modelo Padrão diferenciado por duas quiralidades que são, a quiralidade de mão direita

$$\Psi_R = \left( \frac{1 + \gamma_5}{2} \right) \Psi, \quad (1.2)$$

ou a quiralidade de mão esquerda

$$\Psi_L = \left( \frac{1 - \gamma_5}{2} \right) \Psi. \quad (1.3)$$

### 1.2.2 Invariância de Gauge

O hoje conhecido Modelo Padrão das interações eletrofracas foi introduzido por Glashow-Weinberg-Salam [6] e o ponto de partida é a simetria do grupo de gauge

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y, \quad (1.4)$$

onde  $SU(3)_C$ , é o grupo de simetria não abeliano das interações fortes,  $SU(2)_L$  a simetria do isospin e a simetria  $U(1)_Y$  da hipercarga. A Tabela (1.2) apresenta o conteúdo de partículas do modelo. Como a teoria eletrofraca esta baseada no grupo de simetria não abeliano  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  nosso campo de estudo vai ficar concentrado nesta simetria.

Um principio que está presente no Modelo Padrão é a invariância dos lagrangianos por transformações locais de fase dos campos [7]. As transformações são do tipo

$$\psi \rightarrow \psi' = U\psi, \quad (1.5)$$

sendo a transformação unitária  $U$  dada pela expressão

$$U = \exp\left(-i\frac{T^a}{2}\alpha^a(x)\right) \quad (1.6)$$

onde  $(T^a)$  são os geradores da simetria do grupo e  $\alpha^a(x)$  são os parâmetros das transformações.

Assim para o caso particular dos dubletos do Modelo Padrão as transformações são

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = U_L(x)e^{iY\beta(x)}\psi(x) \quad (1.7)$$

onde  $e^{iY\beta(x)}$  corresponde à transformação unitária do grupo  $U(1)_Y$ , e onde a transformação unitária  $U_L(x)$  é dada pela seguinte expressão

$$U_L = \exp\left(-i\frac{\tau^a}{2}\alpha^a(x)\right),$$

que é a transformação do grupo  $SU(2)_L$  onde nós temos três geradores, as três matrizes de Pauli  $\tau^a$  ( $a = 1,2,3$ )

$$\tau^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.8)$$

Para os singletos temos que as transformações são

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{iY\beta(x)}\phi(x), \quad (1.9)$$

que são transformações do grupo  $U(1)$ .

Para manter a invariância dos lagrangianos do Modelo quando implementamos as transformações dos campos dadas pelas Equações (1.7) e (1.9) temos que fazer também uma mudança da derivada como a seguinte para os dubletos

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + \frac{1}{2}ig'YB_\mu + \frac{1}{2}ig \sum_{a=1}^3 \tau_a W_\mu^a, \quad (1.10)$$

onde  $D_\mu$  é a derivada covariante. Os geradores da simetria do grupo  $SU(2)_L$  são as matrizes de Pauli  $\tau^a$ ,  $Y$  é a hipercarga e  $g, g'$  são constantes reais de acoplamento. Esta derivada

Nome	Representação	$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
quarks	$(u_L \ d_L)$	$(3, 2, \frac{1}{6})$
	$u_R^c$	$(3, 1, -\frac{2}{3})$
	$d_R^c$	$(3, 1, \frac{1}{3})$
Leptons	$(\nu_L \ L_L)$	$(1, 2, -\frac{1}{2})$
	$L_R^c$	$(1, 1, 1)$
Higgs	$(\varphi^+ \ \varphi^0)$	$(1, 2, \frac{1}{2})$
B Bóson	$B^0$	$(1, 1, 0)$
W Bóson	$W^{(1)} \ W^{(2)} \ W^{(3)}$	$(1, 3, 0)$
gluons	g	$(8, 1, 0)$

Tabela 1.2: Conteúdo de Partículas do Modelo Padrão. Aqui somente apresentamos as primeiras famílias de leptons e quarks. A carga relacionada com os operadores  $I$  e  $Y$  pela Equação  $Q = I_{3L} + Y/2$ .

tem a seguinte forma

$$D_\mu = \begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{1}{2}ig'Y_\varphi B_\mu + \frac{1}{2}igW_\mu^{(3)} & \frac{1}{2}g(iW_\mu^{(1)} + W_\mu^{(2)}) \\ \frac{1}{2}g(W_\mu^{(1)} - W_\mu^{(2)}) & \partial_\mu + \frac{1}{2}ig'Y_\varphi B_\mu - \frac{1}{2}igW_\mu^{(3)} \end{pmatrix}. \quad (1.11)$$

Para os singletos a derivada muda assim

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + \frac{1}{2}ig'Y B_\mu. \quad (1.12)$$

A introdução das derivadas covariantes Equações (1.10) e (1.12), além de manter a invariância dos lagrangianos, também introduz as interações na teoria.

### 1.2.3 Mecanismo de Higgs

Dentro do Modelo Padrão temos que o mecanismo de Higgs é responsável pela quebra da simetria e também faz com que as partículas ganhem massa. Nós vamos a trabalhar os resultados mais importantes deste mecanismo.

## Quebra da Simetria

O Modelo Padrão postula um dubleto escalar de Higgs como o seguinte [7]

$$\hat{\varphi} = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix}, \quad (1.13)$$

que contém um escalar carregado  $\varphi^+$  e um escalar sem carga  $\varphi^0$ . O lagrangiano do campo escalar de Higgs tem a seguinte expressão

$$\mathcal{L}_{Higgs} = D_\mu \hat{\varphi}^\dagger D^\mu \hat{\varphi} - V(\hat{\varphi}^\dagger, \hat{\varphi}), \quad (1.14)$$

onde a primeira parte do lagrangiano anterior contém os termos cinético e de interação com os bósons da teoria como é dado pela expressão da derivada covariante (1.11). Finalmente o potencial  $V(\hat{\varphi}^\dagger, \hat{\varphi})$  dado pela expressão

$$V(\hat{\varphi}^\dagger, \hat{\varphi}) = \mu^2 \hat{\varphi}^\dagger \hat{\varphi} + \lambda (\hat{\varphi}^\dagger \hat{\varphi})^2, \quad (1.15)$$

contém os termos de auto interação do campo escalar [8], finalmente  $\mu^2$  e  $\lambda$  são constantes reais.

Nós podemos ver o comportamento do potencial para dois tipos de parâmetros da teoria na Figura (1.1). Assim quando os dois parâmetros da teoria  $\mu^2$ ,  $\lambda$  são positivos temos um mínimo para a teoria que é o caso representado na esquerda da Figura (1.1), quando temos  $\mu^2 < 0$  e  $\lambda > 0$  a simetria é quebrada e temos um mínimo a mais na teoria, parte direita da Figura (1.1).

Implementando a quebra da simetria da seguinte forma

$$\langle \varphi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.16)$$

obtemos uma simetria residual depois da quebra que é a simetria  $U(1)_\gamma$  do eletromagnetismo.

## Massa dos Bósons da Teoria

Partindo do lagrangiano dado pela Equação (1.14) com a derivada covariante para o dubleto dada pela Equação (1.11), e com a quebra da simetria dada pela Equação (1.16),



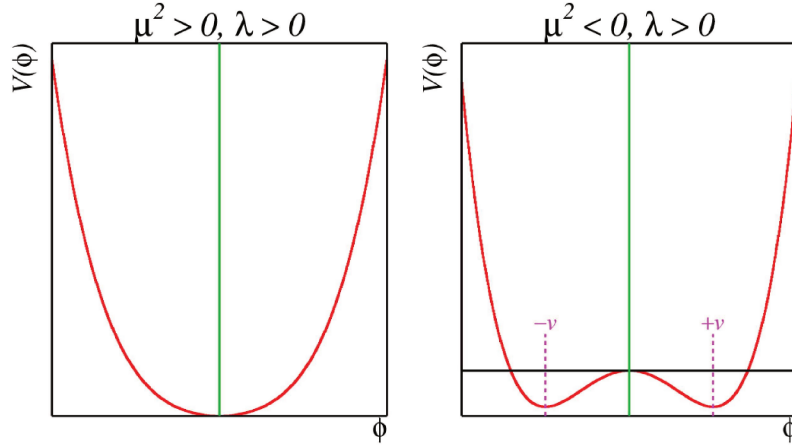


Figura 1.1: Comportamento do potencial para duas configurações de parâmetros, esquerda potencial com mínimo único na teoria, direita potencial com mínimo degenerado.

obtemos as massas dos bósons. Assim temos que uma parte do lagrangiano escalar fica escrita assim

$$\mathcal{L}_{Higgs} = \frac{1}{8}g^2v^2 \sum_{i=1}^2 W_\mu^{(i)}W^{(i)\mu} + \frac{1}{8}v^2 \left[ \begin{pmatrix} B_\mu & W_\mu^{(3)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g'^2 & -gg' \\ -gg' & g^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B^\mu \\ W^{(3)\mu} \end{pmatrix} \right] + \dots \quad (1.17)$$

Com as seguintes definições dos campos nós podemos diagonalizar a matriz contida na segunda parte do lagrangiano anterior

$$\begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B^\mu \\ W^{(3)\mu} \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

com as definições para os ângulos

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}} \quad \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}},$$

e finalmente podemos definir os bósons carregados assim

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^{(1)} \mp iW_\mu^{(2)}}{\sqrt{2}}. \quad (1.19)$$

Assim com as transformações dadas por as Equações (1.18) e (1.19), o lagrangiano contido em (1.17), pode se reescrever

$$\mathcal{L}_{Higgs} = \frac{1}{4}g^2v(W_\mu^+W^{-\mu}) + \frac{1}{8}v \left[ \begin{pmatrix} Z_\mu & A_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} \right] + \dots, \quad (1.20)$$

da Equação anterior podemos estabelecer os valores das massas para os bósons intermediários da teoria onde a massa para a partícula  $W$

$$M_W = \frac{gv}{2}, \quad (1.21)$$

para os bóson  $Z^0$

$$M_Z = \frac{v}{2}(g^2 + g'^2)^{1/2}, \quad (1.22)$$

e finalmente o fóton fica sem massa

$$M_\gamma = 0. \quad (1.23)$$

### 1.2.4 Massas dos Férmions

No Modelo Padrão nós temos uma interação entre os campos fermiônicos e o dubleto de Higgs, conhecida como interação de Yukawa. Ela induz a massa para os férmions. A forma desta interação para os leptons que nós vamos nomear da seguinte forma  $\mathcal{L}_{L,\varphi}$ , está dada pela expressão

$$\mathcal{L}_{L,\varphi} = - \sum_{i,j=3}^3 \hat{y}_{ij}^l \bar{L}^i_L \varphi E_R^j + h.c. \quad (1.24)$$

$y_{ij}^l$  é o acoplamento da interação,  $\varphi$  é o dubleto de Higgs,  $L_L^i$  pode ser algum dos seguintes dubletos

$$L_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L. \quad (1.25)$$

Finalmente  $E_R^j$  é algum dos seguintes singletos

$$E_R = (e_R, \mu_R, \tau_R). \quad (1.26)$$

Assim com a quebra espontânea da simetria nós temos massa para  $e$ ,  $\tau$  e  $\mu$ . Como nós não temos as componentes de mão direita para os neutrinos eles ficam sem massa.

Para os quarks down e up nós temos que a interação de Yukawa que gera massa com a quebra da simetria é a seguinte

$$\mathcal{L}_{Q,\varphi} = -\bar{Q}_L \varphi \hat{y}^d D_R - \bar{Q}_L \tilde{\varphi} \hat{y}^u U_R + hc. \quad (1.27)$$

onde  $\hat{y}^d$  e  $\hat{y}^u$  são os acoplamentos de Yukawa para os quarks up e down,  $\bar{Q}_L$  é algum dos seguintes campos

$$Q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \quad (1.28)$$

$D_R$  são os campos de mão direita dos quarks de carga  $q = \frac{2}{3}$ ,

$$D_R = (d_R, s_R, b_R). \quad (1.29)$$

Finamente  $U_R$  são os campos de quarks de mão direita de carga  $q = -\frac{1}{3}$ ,

$$U_R = (u_R, c_R, t_R), \quad (1.30)$$

onde  $\tilde{\varphi} \equiv i\sigma_2 \varphi^*$ . Neste capítulo nós mostraremos que um acoplamento de Yukawa entre um tripleto e os leptons do Modelo Padrão permite gerar massas para os neutrinos.

### Lagrangianos das Massa dos Neutrinos

Podemos gerar massas para os neutrinos com campos de mão esquerda e direita da seguinte forma:

- 1) Com campos de mão esquerda  $\psi_L$  e direita  $\psi_R$

$$\mathcal{L} = -m_D(\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L).$$

- 2) Com apenas campos de mão esquerda

$$\mathcal{L} = -m_{DM}(\bar{\psi}_L^c \psi_L + \bar{\psi}_L \psi_L^c).$$

- 3) Com apenas campos de mão direita

$$\mathcal{L} = -m_M(\bar{\psi}_R^c \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_R^c).$$

O caso 1) descreve os férmions do Modelo Padrão. No caso geral que os três termos diferentes de massas estão presentes teremos, que os espinores podem satisfazer a condição de Majorana,

$$\Psi = \Psi^c, \quad (1.31)$$

com  $\Psi^c$  definido pela seguinte expressão

$$\Psi^c = C\bar{\Psi}^T,$$

onde  $C$  é a matriz de conjugação de carga.

### 1.3 Modelo de Gelmini e Roncadelli

O modelo de Gelmini e Roncadelli (GR) [3], adiciona à teoria do Modelo Padrão um tripleto escalar como o seguinte

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^{++} \\ \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix}, \quad (1.32)$$

ele vai interagir com os léptons da teoria a través de uma interação de Yukawa. Além disso vamos ter que modificar o lagrangiano escalar do Modelo Padrão Equação (1.14), com termos que incluem o tripleto na teoria.

Resumindo o lagrangiano da teoria está composto pelos seguintes termos apresentados no trabalho [3]

$$\mathcal{L}_{GR} = \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_{F,\varphi} + \mathcal{L}_{F,\Phi} + \mathcal{L}_{\varphi,\Phi}. \quad (1.33)$$

- $\mathcal{L}_F$  contém os termos cinéticos dos férmions;
- $\mathcal{L}_G$  contém a parte cinética dos campos de bósons;
- $\mathcal{L}_{F,\varphi}$  contém os termos de interação de Yukawa entre férmions e dubleto de Higgs;
- $\mathcal{L}_{F,\Phi}$  tem os novos termos de Yukawa entre o tripleto e os léptons;
- $\mathcal{L}_{\varphi,\Phi}$  leva em conta a parte cinética e os termos de interação do potencial escalar do tripleto e o dubleto de Higgs;

### 1.3.1 Setor Escalar do Modelo GR

Baseados nas modificações propostas pelo modelo GR, vamos estudar primeiro o setor escalar. Também vamos implementar a quebra espontânea de simetria no dubleto e no tripleto, para assim calcular as massas das partículas intermediadoras das interações.

#### Derivada Covariante

O setor escalar do modelo tem um lagrangiano dado pela expressão

$$\mathcal{L}_{\varphi,\Phi} = |D_\mu^{(2\times 2)}\varphi|^2 + |D_\mu^{(3\times 3)}\Phi|^2 - V(\varphi,\Phi), \quad (1.34)$$

temos que  $\varphi$  é o dubleto de Higgs dado pela Equação (1.13), e  $\Phi$ , o tripleto da teoria Equação (1.32). Finalmente  $V(\varphi,\Phi)$  é o potencial de interação entre os campos escalares que apresentaremos posteriormente.

Lembrando que a derivada covariante da teoria tem a seguinte forma

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{1}{2}ig'YB_\mu + \frac{1}{2}ig \sum_{a=1}^3 \tau_a W_\mu^a, \quad (1.35)$$

onde no caso do dubleto as matrizes  $\tau_a$  são as matrizes de Pauli contidas na Equação (1.8). A derivada covariante neste caso tem a expressão dada pela Equação (1.11), que apresentamos de novo

$$D_\mu^{(2\times 2)} = \begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{1}{2}ig'Y_\varphi B_\mu + \frac{1}{2}igW_\mu^{(3)} & \frac{1}{2}g(iW_\mu^{(1)} + W_\mu^{(2)}) \\ \frac{1}{2}g(W_\mu^{(1)} - W_\mu^{(2)}) & \partial_\mu + \frac{1}{2}ig'Y_\varphi B_\mu - \frac{1}{2}igW_\mu^{(3)} \end{pmatrix}.$$

Lembrando que  $Y_\varphi = 1$  é o valor da hipercarga para o dubleto.

No caso do tripleto temos que na derivada covariante as matrizes  $\tau_a$  estão dadas pelas representações  $3 \times 3$  da simetria  $SU(2)$

$$\tau_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.36)$$

Isso leva que a derivada covariante tenha uma estrutura de matriz ( $3 \times 3$ ) como a seguinte

$$D_\mu^{(3 \times 3)} = \begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{1}{2}ig'Y_\Phi B_\mu + igW_\mu^{(3)} & \frac{1}{\sqrt{2}}g(iW_\mu^{(1)} + W_\mu^{(2)}) & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}g(iW_\mu^{(1)} - W_\mu^{(2)}) & \partial_\mu + \frac{1}{2}ig'B_\mu Y_\Phi & \frac{1}{\sqrt{2}}g(iW_\mu^{(1)} + W_\mu^{(2)}) \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}g(iW_\mu^{(1)} - W_\mu^{(2)}) & \partial_\mu + \frac{1}{2}ig'Y_\Phi B_\mu + igW_\mu^{(3)} \end{pmatrix}, \quad (1.37)$$

onde temos que  $Y_\Phi = 2$  é o valor da hipercarga do tripleto.

### Potencial Escalar da Teoria

O potencial de interação mais geral entre o dubleto e o tripleto  $V(\varphi, \Phi)$  contido na Equação (1.34), tem a seguinte forma

$$V(\varphi, \Phi) = \mu_1^2 \varphi^\dagger \varphi + \mu_2^2 [Tr(\Phi^\dagger \Phi)] + \lambda_1 (\varphi^\dagger \varphi)^2 + \lambda_2 [tr(\Phi^\dagger \Phi)]^2 \\ \lambda_3 (\varphi^\dagger \varphi) Tr(\Phi^\dagger \Phi) + \lambda_4 [Tr(\Phi^\dagger \Phi \Phi^\dagger \Phi)] + \lambda_5 (\varphi^\dagger \Phi^\dagger \Phi \varphi). \quad (1.38)$$

as constantes  $\mu_i$  e  $\lambda_i$  são constantes reais. Nós usamos uma representação matricial do tripleto dada pela seguinte expressão

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^0 & \Phi^+/\sqrt{2} \\ \Phi^+/\sqrt{2} & \Phi^{++} \end{pmatrix} \quad (1.39)$$

esta representação simplifica os cálculos que surgem do potencial entre os campos tripleto e dubleto escalar.

### Massas dos Bósons Intermediários

Com a teoria apresentada até agora nós podemos calcular as massas das partículas intermediadoras das forças e dos campos escalares. Para isso vamos trabalhar na fase quebrada do dubleto

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\rho_1 + i\eta_1 + v_1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.40)$$

e na fase quebrada do tripleto

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^{++} \\ \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\rho_2 + i\eta_2 + v_2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.41)$$

onde  $\rho_i$  são as componentes reais dos campos dubleto e tripleto,  $\eta_i$  são as componentes imaginárias e finalmente  $v_i$  são os valores esperados no vácuo dos campos escalares, com  $i = 1, 2$ .

Agora substituindo as expressões dos campos escalares na fase quebrada nas Equações (1.40) e (1.41), e o potencial escalar Equação (1.38), no lagrangiano dado pela Equação (1.34) obtemos que uma parte do lagrangiano escalar tem a seguinte expressão

$$\mathcal{L}_{\varphi, \Phi} = \frac{1}{8}g^2(v_1^2 + 2v_2^2) \sum_{i=1}^2 W_\mu^{(i)} W^{(i)\mu} + \frac{1}{8}(v_1^2 + 4v_2^2) \left[ \begin{pmatrix} B_\mu & W_\mu^{(3)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g'^2 & -gg' \\ -gg' & g^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B^\mu \\ W^{(3)\mu} \end{pmatrix} \right] + \dots \quad (1.42)$$

se nós comparamos o lagrangiano anterior com aquele que resulta do Modelo Padrão Equação (1.17), concluímos que a introdução do valor esperado do tripleto muda o lagrangiano. Mas as transformações implementadas no Modelo Padrão podem ser usadas de novo Equações (1.18) e (1.19), para assim encontrar as massas para as partículas intermediárias das interações eletrofracas no modelo GR

$$\mathcal{L}_{\varphi, \Phi} = \frac{1}{4}g'^2(v_1^2 + 2v_2^2)(W_\mu^+ W^{-\mu}) + \frac{1}{8}(v_1^2 + 4v_2^2) \left[ \begin{pmatrix} Z_\mu & A_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} \right] + \dots \quad (1.43)$$

Assim o nosso modelo dá as seguintes massas para as partículas intermediárias

$$M_W^{GR} = \frac{1}{2}g(v_1^2 + 2v_2^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.44)$$

$$M_Z^{GR} = \frac{g}{2 \cos \theta_W}(v_1^2 + 4v_2^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.45)$$

$$M_\gamma = 0. \quad (1.46)$$

se nós comparamos os resultados das massas para os bósons  $W^\pm$ ,  $Z$  e a massa para o fóton  $\gamma$  com aquelas que nós temos do Modelo Padrão Equações (1.21), (1.22), (1.23) temos que duas partículas  $W^\pm$  e  $Z^0$  mudam os valores das suas massas e o fóton fica sem massa como

nós esperamos.

Nós podemos tentar encontrar um valor limite para o valor do vácuo do tripleto trabalhando com o parâmetro  $\rho$  definido teoricamente por

$$\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W}, \quad (1.47)$$

que tem o valor  $\rho = 1$ . Este parâmetro tem um valor experimental dado por [4]

$$\rho_{exp} = 1.001 \pm 0.002. \quad (1.48)$$

No caso particular do modelo que nós estamos trabalhando fica assim

$$\rho^{GR} = \frac{(v_1^2 + 2v_2^2)}{(v_1^2 + 4v_2^2)} \quad (1.49)$$

como  $\rho_{exp} \rightarrow 1$ , então nós temos que  $v_2 \ll v_1$ . Assumindo  $v_1 \simeq 174$  GeV, e trabalhando neste limite de  $v_2 \ll v_1$ , usamos a expressão de  $\rho^{GR}$  e valor para  $\rho_{exp}$  e podemos encontrar um valor limite para  $v_2$  que é

$$v_2 \leq 8GeV. \quad (1.50)$$

### Massas dos Campos Escalares

Agora estudando o potencial dado pela Equação (1.38), nós vamos obter duas informações relevantes, a primeira é o esquema de massas para os campos escalares. A segunda informação irá fixar as condições do mínimo da teoria.

No mínimo da teoria temos que qualquer termo com dependência linear dos campos escalares tem que se anular, no potencial escalar Equação (1.38), vão aparecer dois termos lineares com a seguinte forma

$$V_{linear} = l_1 \rho_1 + l_2 \rho_2 \quad (1.51)$$

onde temos que

$$l_1 = v_1 \left( \frac{1}{2} v_2^2 \lambda_3 + \frac{1}{2} v_2^2 \lambda_5 + \mu_1^2 + v_1^2 \lambda_1 \right) \quad (1.52)$$

e

$$l_2 = v_2 \left( \frac{1}{2} v_1^2 \lambda_3 + \frac{1}{2} v_1^2 \lambda_5 + \mu_2^2 + v_2^2 \lambda_2 + v_2^2 \lambda_4 \right) \quad (1.53)$$

assim temos que por condições de extremo  $l_i = 0$ , ( $i = 1, 2$ ).



Agora olhando os termos de massa para os escalares vamos ter que uma parte do lagrangiano tem a forma seguinte

$$\mathcal{L}_{\Phi,\varphi} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \rho_1 & \rho_2 \end{pmatrix} M_R^2 \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \eta_1 & \eta_2 \end{pmatrix} M_I^2 \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix} + \dots \quad (1.54)$$

onde a matriz  $M_R^2$  é a matriz de massas que envolve as componentes reais, e  $M_I^2$  a matriz de massa das componentes complexas dos campos dubleto e tripleto. Elas estão dadas pelas seguintes expressões

$$M_R^2 = \begin{pmatrix} 2\lambda_1 v_1^2 + \frac{l_1}{v_1} & (\lambda_3 + \lambda_5)v_1 v_2 \\ (\lambda_3 + \lambda_5)v_1 v_2 & 2(\lambda_2 + \lambda_4)v_2^2 + \frac{l_2}{v_2} \end{pmatrix},$$

$$M_I^2 = \begin{pmatrix} \frac{l_1}{v_1} & 0 \\ 0 & \frac{l_2}{v_2} \end{pmatrix}$$

Concluindo temos que os campos reais do dubleto e tripleto vão ficar com massas em geral distintas de zero. Além disso se implementamos as condições de mínimo da teoria  $l_i = 0$ , a matriz de massa para as componentes imaginárias vão ficar com autovalores das massas iguais a zero.

### Problemas do Modelo GR

O lagrangiano da Equação (1.34) tem ainda mais resultados importantes para nossa teoria. Depois de implementar as transformações (1.18) e (1.19) no lagrangiano nós temos um termo que tem a seguinte forma

$$\mathcal{L}_{Z \rightarrow \rho + \eta} = \frac{1}{2} (g^2 + g'^2)^{1/2} Z_\mu (\rho_1 \overleftrightarrow{\partial}^\mu \eta_1 + 2\rho_2 \overleftrightarrow{\partial}^\mu \eta_2), \quad (1.55)$$

este lagrangiano descreve o decaimento da partícula  $Z$  em bósons escalares  $Z \rightarrow \rho_1 + \eta_1$  e  $Z \rightarrow \rho_2 + \eta_2$ . A previsão da largura invisível do  $Z^0$  esta em acordo com o valor experimental, implicando que não existem outros canais de decaimento do  $Z^0$  em outras partículas [11]. Por esse motivo o modelo de Gelmini-Roncadelli esta excluído pelos dados experimentais; mas modelos mais complexos construídos baseados neste modelo ainda são possíveis.

### 1.3.2 Setor de Yukawa

O setor de Yukawa adiciona um termo que é da forma

$$\mathcal{L}_{F,\Phi} = -\alpha_M (\overline{L}_L)^c \vec{\tau} \cdot \vec{\Phi} L_L + h.c, \quad (1.56)$$

onde  $\tau$  são as matrizes de Pauli,  $\Phi$  e o nosso tripleto na representação dada pelas Equação (1.41), assim trabalhando com a primeira família de leptons temos que o lagrangiano anterior tem a seguinte forma

$$\mathcal{L}_{F,\Phi} = -\alpha_M \left( (\overline{\nu}_L)^c \nu_L \Phi^0 + [(\overline{e}_L)^c \nu_L + (\overline{\nu}_L)^c e_L] \Phi^+ + (\overline{e}_L)^c e_L \Phi^{++} \right). \quad (1.57)$$

Se nós substituimos o campo  $\Phi^0$  do tripleto dado pela Equação (1.41), na primeira parte do lagrangiano anterior vamos ter os seguintes termos

$$\mathcal{L} = \alpha_M (\overline{\nu}_L)^c \nu_L \left( \frac{\rho_2 + i\eta_2 + v_2}{\sqrt{2}} \right), \quad (1.58)$$

do termo que leva em conta o valor esperado do vácuo do tripleto temos que a massa para o neutrino é

$$m_\nu = \frac{\alpha_M v_2}{\sqrt{2}}. \quad (1.59)$$

Além disso do mesmo termo vai surgir um lagrangiano do tipo

$$\mathcal{L}_{\nu_i \rightarrow \nu_j + \eta} = -\frac{\alpha_M}{\sqrt{2}} (\overline{\nu}_L)^c \nu_L (\rho_2 + i\eta_2). \quad (1.60)$$

Nós podemos construir uma teoria mais geral de aquela contida no lagrangiano (1.57), se nós assumimos que a constante de acoplamento acopla neutrinos de distintas família, assim a Equação teria a seguinte forma

$$m_\nu = \alpha_{ij} (\overline{\nu}_L)^c_i (\nu_L)_j \Phi^0 \implies \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix}, \quad (1.61)$$

onde  $i, j = e, \mu, \tau$ .

Temos assim um mecanismo de geração de massas para os neutrinos que também daria conta das bases de auto estados de massas e sabores.

## 1.4 Modelo 1-2-3

O Modelo 1-2-3 é uma modificação do modelo GR, e a ideia geral é adicionar um singlete e manter as interações que nós já trabalhamos. A álgebra é a mesma e vamos ver que o esquema de massas para os escalares vai se modificar. Nas seções seguintes vamos refazer as contas que nós fizemos no modelo GR somente que agora vamos somar um singlete  $\sigma$  com hipercarga zero na teoria.

### 1.4.1 Derivada Covariante e Potencial

Na derivada covariante nós não temos muita mudança por que precisamos adicionar um termo cinético para o singlete que tem uma derivada covariante simples por causa da hipercarga com valor zero e por que não interage fracamente

$$\mathcal{L}_{\sigma,\varphi,\Phi} = |D_\mu^{(2\times 2)}\varphi|^2 + |D_\mu^{(3\times 3)}\Phi|^2 + |\partial_\mu\sigma|^2 - V(\sigma,\varphi,\Phi), \quad (1.62)$$

como primeira consequência deste lagrangiano temos que os resultados do setor de Gauge do modelo GR permanecem inalterados com a adição do singlete, em outras palavras as massas dos bósons intermediários ficam iguais, e igualmente para o parâmetro  $\rho$ .

#### Massas dos Campos Escalares

Por outro lado as massas dos campos escalares vão se modificar por causa do potencial de interação dos campos

$$\begin{aligned} V(\sigma,\varphi,\Phi) = & \mu_1^2\sigma^\dagger\sigma + \mu_2^2\varphi^\dagger\varphi + \mu_3^2\text{tr}(\Phi^\dagger\Phi) + \lambda_1(\varphi^\dagger\varphi)^2 + \lambda_2[\text{tr}(\Phi^\dagger\Phi)]^2 \\ & + \lambda_3\varphi^\dagger\phi\text{tr}(\Phi^\dagger\Phi) + \lambda_4\text{tr}(\Phi^\dagger\Phi\Phi^\dagger\Phi) + \lambda_5(\varphi^\dagger\Phi^\dagger\Phi\varphi) \\ & + \beta_1(\sigma^\dagger\sigma)^2 + \beta_2(\varphi^\dagger\varphi)(\sigma^\dagger\sigma) + \beta_3\text{tr}(\Phi^\dagger\Phi)\sigma^\dagger\sigma \\ & - \kappa(\varphi^T\Phi\varphi\sigma + \text{h.c.}), \end{aligned} \quad (1.63)$$

as constantes  $\kappa$ ,  $\mu_i$ ,  $\lambda_i$ ,  $\beta_i$  são constantes reais. Agora redefinimos as componentes dos campos que quebram a simetria do modelo assim

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{v_1}{\sqrt{2}} + \frac{\rho_1 + i\eta_1}{\sqrt{2}}, \\ \varphi^0 &= \frac{v_2}{\sqrt{2}} + \frac{\rho_2 + i\eta_2}{\sqrt{2}}, \\ \Phi^0 &= \frac{v_3}{\sqrt{2}} + \frac{\rho_3 + i\eta_3}{\sqrt{2}}\end{aligned}\tag{1.64}$$

de novo temos que  $v_i$  são os valores esperados do vácuo para os distintos campos,  $\rho_i$  as componentes reais dos campos, e  $\eta_i$  as componentes imaginárias.

Nós temos de novo que garantir que estamos trabalhando no mínimo da teoria e como no caso do Modelo GR nós vamos ter termos lineares nos campos reais dos campos escalares em (1.64) temos que fazer que sejam zero

$$V_{linear} = t_1\rho_1 + t_2\rho_2 + t_3\rho_3\tag{1.65}$$

onde temos que os termos lineares tem a seguinte forma

$$\begin{aligned}t_1 &= v_1(\mu_1^2 + \beta_1 v_1^2 + \frac{1}{2}\beta_2 v_2^2 + \frac{1}{2}\beta_3 v_3^2) - \frac{1}{2}\kappa v_2^2 v_3, \\ t_2 &= v_2(\mu_2^2 + \lambda_1 v_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_3 v_3^2 + \frac{1}{2}\beta_2 v_1^2 - \kappa v_1 v_3), \\ t_3 &= v_3(\mu_3^2 + \lambda_2 v_3 + \frac{1}{2}\lambda_3 v_2^2 + \lambda_4 v_3^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 v_2^2 + \frac{1}{2}\beta_3 v_1^2) - \frac{1}{2}\kappa v_1 v_2^2.\end{aligned}\tag{1.66}$$

No mínimo temos assim que  $t_i = 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

Assim de novo como no caso anterior do modelo GR nós podemos encontrar o esquema de massas para os campos escalares e obtemos o seguinte resultado

$$\mathcal{L}_{\sigma, \varphi, \Phi} = \frac{1}{2}\rho^T M_R^2 \rho + \frac{1}{2}\eta^T M_I^2 \eta + \tilde{\Phi}_+^\dagger M_+^2 \tilde{\Phi}_+ + m_{\Phi^{++}}^2 \Phi^{++} \Phi^{--}\tag{1.67}$$

onde temos

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{pmatrix}, \quad \eta = \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\Phi}_+ = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \varphi^+ \end{pmatrix}.\tag{1.68}$$

Onde temos  $M_R^2, M_I^2$  são as matrizes de massas das componentes reais e imaginárias dos

campos escalares apresentados na Equação (1.64),

$$M_R^2 = \begin{bmatrix} 2\beta_1 v_1^2 + \frac{1}{2}\kappa v_2^2 \frac{v_3}{v_1} + \frac{t_1}{v_1} & \beta_2 v_1 v_2 - \kappa v_2 v_3 & \beta_3 v_1 v_3 - \frac{1}{2}\kappa v_2^2 \\ \beta_2 v_1 v_2 - \kappa v_2 v_3 & 2\lambda_1 v_2^2 + \frac{t_2}{v_2} & (\lambda_3 + \lambda_5)v_2 v_3 - \kappa v_1 v_2 \\ \beta_3 v_1 v_3 - \frac{1}{2}\kappa v_2^2 & (\lambda_3 + \lambda_5)v_2 v_3 - \kappa v_1 v_2 & 2(\lambda_2 + \lambda_4)v_3^2 + \frac{1}{2}\kappa v_2^2 \frac{v_1}{v_3} + \frac{t_3}{v_3} \end{bmatrix}, \quad (1.69)$$

$$M_I^2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\kappa v_2^2 \frac{v_3}{v_1} + \frac{t_1}{v_1} & \kappa v_2 v_3 & \frac{1}{2}\kappa v_2^2 \\ \kappa v_2 v_3 & 2\kappa v_1 v_3 + \frac{t_2}{v_2} & \kappa v_1 v_2 \\ \frac{1}{2}\kappa v_2^2 & \kappa v_1 v_2 & \frac{1}{2}\kappa v_2^2 \frac{v_1}{v_3} + \frac{t_3}{v_3} \end{bmatrix}. \quad (1.70)$$

A matriz  $M_+^2$  de campos carregados esta dada pela expressão

$$M_+^2 = \frac{1}{2}(\kappa v_1 v_2 - \frac{1}{2}\lambda_5 v_2 v_3) \begin{bmatrix} 2v_3/v_2 & -\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & v_2/v_3 \end{bmatrix}, \quad (1.71)$$

esta matriz pode se diagonalizar com a ajuda da seguinte matriz

$$U = \frac{1}{\sqrt{v_2^2 + 2v_3^2}} \begin{bmatrix} \sqrt{2}v_3 & -v_2 \\ v_2 & \sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad (1.72)$$

assim temos os seguintes auto valores para as massas dos campos escalares que resultam são

$$UM_+^2 U^\dagger = \text{diag}(m_H^2, 0), \quad (1.73)$$

com

$$m_H^2 = \frac{1}{2} \left( \kappa v_1 v_2 - \frac{1}{2}\lambda_5 \right) (v_2^2 + 2v_3^2).$$

Finalmente temos que o valor para a massa do campo  $\Phi^{++}$  que nós vamos nomear de  $m_{\Phi^{++}}$  fica

$$m_{\Phi^{++}} = \frac{1}{2}\kappa \frac{v_1 v_2^2}{v_3} - \frac{1}{2}\lambda_5 v_2^2 - \lambda_4 v_3^2 \quad (1.74)$$

Os resultados obtidos no modelo GR para as massas dos bósons das interações fracas e eletromagnéticas ficam iguais para este ultimo modelo, por isso nós decidimos refazer as contas embora ele seja descartado experimentalmente. O modelo (1-2-3) é uma extensão do Modelo Padrão e ainda pode descrever a possibilidade de decaimento e gerar massas para os neutrinos com ajuda do termo de Yukawa mais a quebra espontânea da simetria.

# 2

## Fluxo de Neutrinos de Supernova Relíquia

### 2.1 Introdução

Existem varias fontes que podem gerar neutrinos, o Sol por exemplo é uma fonte continua de neutrinos que chegam até nossa Terra; chuueiros de partículas geradas por colisões energéticas que acontecem na atmosfera da Terra também geram neutrinos, e assim podemos falar de inúmeras fontes. A facilidade com que os neutrinos são gerados faz com que eles sejam as segundas partículas mais abundantes no universo depois dos fotóns. Nós neste trabalho vamos estudar os neutrinos vindos de supernovas que aconteceram no universo. Descreveremos o que são as supernovas, e os elementos que precisaremos para calcular o fluxo de neutrinos que vem de supernovas relíquia, e também apresentaremos os efeitos de oscilação que nós levaremos na conta dentro do nosso trabalho.

Vamos discutir sucintamente a evolução das estrelas. Nós temos que os processos que mantem o equilíbrio em uma estrela e permitem a radiação de energia surgem de duas fontes, a primeira fonte é a força gravitacional que tenta atrair a massa da estrela comprimindo-a, e

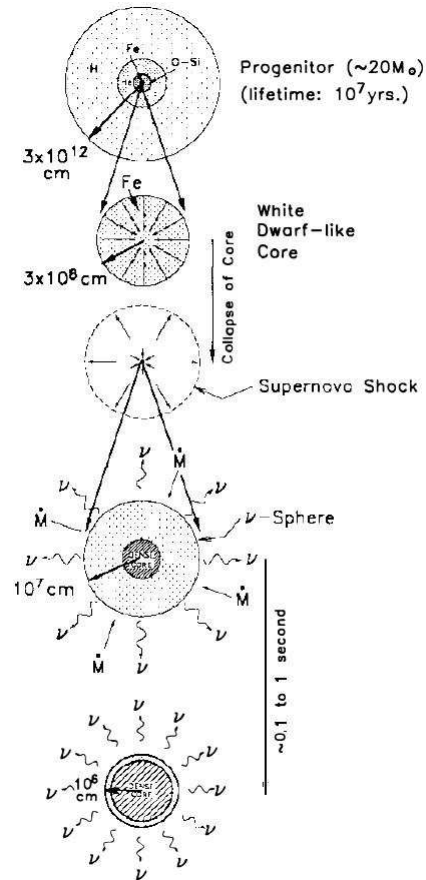


Figura 2.1: Evolução Supernova

a segunda são os processos nucleares de fusão que levam elementos leves em elementos mais pesados e evitam que a estrela colapse gravitacionalmente. Com o tempo os processos de fusão dentro da estrela vão esgotando suas fontes e a gravitação vai fazendo que a densidade de matéria aumente, até ela chegar a uma escala atômica. A temperatura interior da estrela aumenta e como resultado acontece uma explosão que libera a energia gravitacional acumulada no processo como é apresentado na Figura (2.1).

Estas explosões são nomeadas de supernovas e constituem o final da vida das estrelas com no mínimo uma massa maior do que 8 massas solares. A energia liberada na forma de neutrinos é da ordem de  $10^{53}$  erg. Se nós consideramos que no universo este tipo de eventos acontecem com alguma regularidade, podemos prever que existe um background de neutrinos emitidos pelas supernovas que aconteceram no passado do universo; este

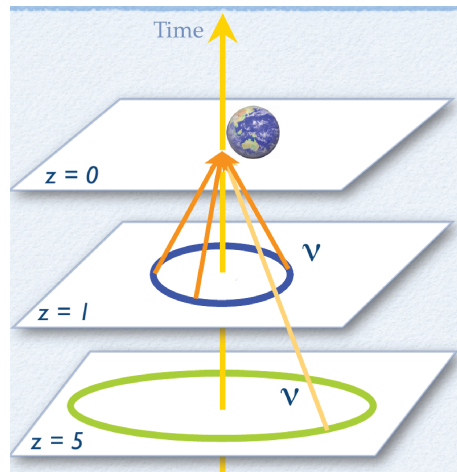


Figura 2.2: Fluxo Neutrinos Supernovas

tipo de background é nomeado de fluxo de neutrinos de supernova relíquia, apresentado esquematicamente na Figura (2.2).

Nos vamos a parametrizar as explosões de supernovas do passado pelo red shift  $z$  que é uma medida do efeito Doppler que sofre a emissão de luz emitida por uma fonte que esta se afastando do observador e é dada pela Equação

$$1 + z = \frac{\lambda_o}{\lambda_e}, \quad (2.1)$$

onde o subíndice  $o$  faz referencia à quantidade observada, e  $e$  faz referencia à longitude de onda de emissão, na Figura [2.2]  $z = 0$  corresponde ao tempo atual e para  $z > 0$ , corresponde a supernovas que aconteceram no passado do universo.

Se nós queremos ter uma aproximação da densidade de energia do fluxo de neutrinos emitidos pelas supernovas que aconteceram no universo a seguinte conta pode ajudar [12]

$$\frac{3 \times 10^{53} \text{erg}}{\text{SN}} \quad \frac{10^{-4} \text{yr}^{-1} \text{Mpc}^{-3}}{\text{Taxa Global SN}} \quad \frac{10^{10} \text{yr}}{\text{Tempo}} \approx 10^{-14} \text{erg} \cdot \text{cm}^{-3} \quad \frac{\text{Energia}}{\text{Volume}} \quad (2.2)$$

A tabela [2.1] compara distintas grandezas da densidade de energia para distintos tipos de radiações que estão presentes no universo. Onde CMB (Cosmic Microwave Background) é a radiação cósmica de fundo, DSN $\nu$ B (Diffuse Supernova Neutrino Background) é o fluxo de neutrino que surge das supernovas que aconteceram no Universo, CIB (Cosmic Infrared



Tipo de Radiação	Densidade de Energia (erg cm <sup>-3</sup> )
CMB	$4 \times 10^{-13}$
DSN $\nu$ B	$10^{-13}$ - $10^{-14}$
CIB	$3 \times 10^{-14}$
CXB	$10^{-16}$
CGB	$10^{-17}$

Tabela 2.1: Densidade de energia para distintos tipos de radiações do Universo [18].

Background) radiação infravermelha, CXB (Cosmic X-ray Background) e finalmente CGB (Cosmic Gamma-Ray Background). Agora podemos dizer que temos uma ideia mais clara do lugar que ocupa a radiação que nós queremos estudar, dentro dos distintos tipos de radiações.

Estudar eventos deste tipo pode dar informação em muitas áreas da física. Podemos corroborar com a detecção na Terra, a existencia do fluxo de neutrinos de supernova relíquia levando na conta processos de oscilação [13], também teríamos a possibilidade de obter informação da historia de formação de estrelas no universo [13, 14, 28].

Finalmente podemos testar a estabilidade dos neutrinos [30, 16], é esta última possibilidade que nós estudaremos neste trabalho.

Neste capitulo vamos estudar as componentes que precisamos para o cálculo de fluxo de neutrinos de supernova relíquia, como a taxa de formação de estrelas, a emissão de neutrinos pelas supernovas e também os efeitos de oscilação dentro da matéria.

## 2.2 Fluxo de Neutrinos de Supernova Relíquia

Nesta seção apresentaremos as quantidades basicas que precisamos para calcular o fluxo de neutrinos vindos de supernovas que aconteceram no passado

- A forma de emissão dos neutrinos pelas supernovas.
- A frequencia com a qual acontecem as explosões de supernovas no universo.

### 2.2.1 Emissão de Neutrinos

O final de estrelas massivas que ocorre depois de uma explosão conhecida como core collapse supernovae em inglês, é dos eventos mais energéticos do universo, além de ser

fonte de elementos entre o oxigênio e o ferro. No nosso trabalho não vamos descrever a forma como acontece a explosão de supernova, vamos descrever os estágios de emissão de neutrinos. Temos três estágios nos quais ocorre a emissão de neutrinos [19]

1) A emissão de neutrinos eletrônicos com uma duração de milissegundos e uma taxa de  $\sim 10^{53}$  erg seg<sup>-1</sup>

2) A fase de Kelvin-Helmholtz, que é uma fase de resfriamento da estrela de neutrons. Nesta fase são emitidos neutrinos e antineutrinos de todos os sabores, a duração é de 10 seg. A energia liberada em forma de neutrinos corresponde a  $\sim 10^{53}$  erg. A energia média dos neutrinos é de 10 a 25 MeV.

3) Finalmente temos uma fase de resfriamento com duração de 10 a 100 segundos.

Modelos numéricos sugerem [20] nós podemos simular o processo de emissão de neutrinos por supernovas com ajuda de funções do tipo

$$F_{\nu_w}(E) = \frac{E_b}{6\langle E_{\nu_w} \rangle} \frac{(\alpha + 1)^{\alpha+1}}{\Gamma(\alpha + 1)} \left( \frac{E}{\langle E_{\nu_w} \rangle} \right)^\alpha \frac{e^{-(\alpha+1)E/\langle E_{\nu_w} \rangle}}{\langle E_{\nu_w} \rangle}, \quad (2.3)$$

onde nós temos três parâmetros,  $\alpha$  é parâmetro adimensional,  $E_{\nu_w}$  energia média do neutrino e  $E_b$  que é a energia total emitida pela supernova na forma de neutrinos.

Por causa das distintas interações dos neutrinos com o meio nós vamos ter que as energias médias de emissão dos neutrinos obedecem a seguinte desigualdade

$$\langle E_{\nu_e} \rangle < \langle E_{\bar{\nu}_e} \rangle < \langle E_{\nu_x} \rangle. \quad (2.4)$$

Indicando que os neutrinos eletrônicos ( $\nu_e$ ) interagem mais fortemente com o meio que os antineutrinos eletrônicos ( $\bar{\nu}_e$ ) e os neutrinos ( $\nu_\tau, \bar{\nu}_\tau, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$ ).

Os parâmetros que nós trabalhamos são os seguintes [20]

$$\begin{aligned} \langle E_{\nu_e} \rangle &= 12 \text{ MeV}, \quad \langle E_{\bar{\nu}_e} \rangle = 15 \text{ MeV}, \quad \langle E_{\nu_x} \rangle = 18 \text{ MeV}, \\ \alpha &= 3, \quad E_b = 3.12 \times 10^{58} \text{ MeV} \end{aligned} \quad (2.5)$$

A Figura [2.3] apresenta alguns exemplos de gráficas das funções de emissão dos neutrinos, Equação (2.3) com os parâmetros contidos na Equação (2.5).

A tabela [2.2] apresenta diferentes parâmetros sugeridos por distintos modelos de emissão de supernovas contidos em [18].

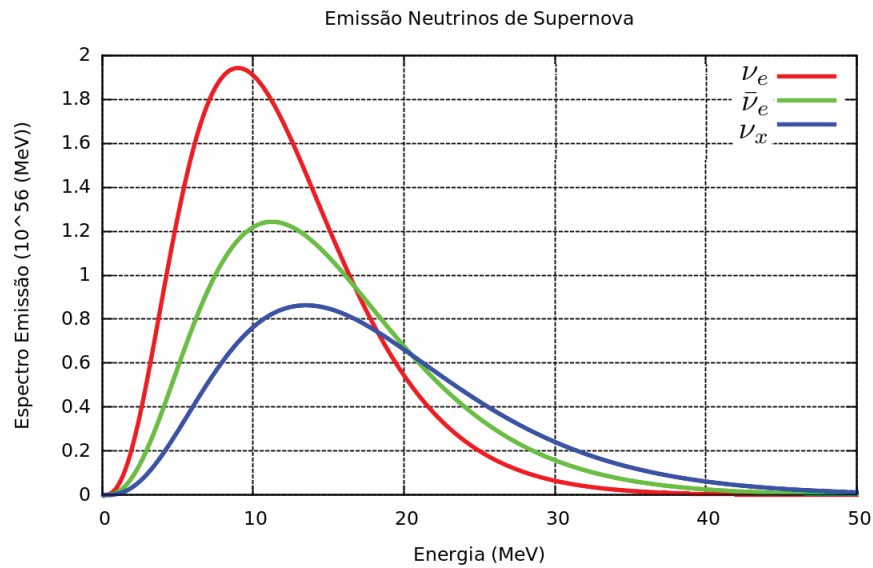


Figura 2.3: Espectro Neutrinos de Supernovas

Modelo	$\langle E_{\nu_e} \rangle$	$\langle E_{\bar{\nu}_e} \rangle$	$\langle E_{\nu_x} \rangle$
L	12	15	24
G1	12	15	18
G2	12	15	15

Tabela 2.2: Parâmetros energia média inicial (MeV) para neutrinos valores obtidos de distintos modelos [18].

## 2.2.2 Modelos de Taxas Criação de Supernovas

O modelo que seguimos para quantificar a taxa de formação de supernovas foi implementado em [21], onde nós vamos introduzir duas quantidades que são  $R_{SF}(z)$  é a taxa de formação de estrelas definida como a masa que contribui a formação de estrelas por unidade de tempo por unidade de volume e  $R_{SN}(z)$  que é a taxa de formação de supernovas, essas quantidades estão relacionadas da seguinte forma

$$R_{SN}(z) = \frac{\int_{8M_{\odot}}^{50M_{\odot}} \phi(m) dm}{\int_{0.1M_{\odot}}^{100M_{\odot}} m \phi(m) dm} R_{SF}(z) \simeq 0.0122 M_{\odot}^{-1} R_{SF}(z). \quad (2.6)$$

A quantidade  $\phi(m)$  é uma função de distribuição de massa de estrelas, e os limites de integração levam em conta que as estrelas com massas maiores a 8 massas solares se tornam supernovas. A parametrização da taxa de formação de estrelas que nós utilizamos foi

$$R_{SF}(z) = A \frac{a + bz}{1 + (z/c)^d} M_{\odot} \text{ yr}^{-1} \text{ Mpc}^{-3} \quad (2.7)$$

onde os parâmetros que trabalhamos são  $A = 0.00845$ ,  $a = 0.0170$ ,  $b = 0.13$ ,  $c = 3.3$ ,  $d = 5.3$  tomada da referencia [22].

## 2.3 Fluxo de Neutrinos

Nós podemos calcular o fluxo de neutrinos gerados por uma supernova com a seguinte integral

$$\Phi_{\nu_{\alpha}}^0(E) = \int_0^t F_{\nu_{\alpha}}^0(E, t') dt', \quad (2.8)$$

mas como nós temos que somar as contribuições de todas as supernovas que aconteceram, e além disso temos que levar na conta que a expansão do Universo afeta o espectro de emissão de neutrinos pelas supernova mudando  $E$  por  $E' = E(1 + z)$  na Equação (2.3). O fluxo será calculado com a seguinte expressão

$$\Phi_{\nu}^0(E) = \frac{c}{H_0} \int_0^{z_{max}} R_{SN}(z) F_{\nu}^0(E(1 + z)) \frac{dz}{\sqrt{\Omega_m(1 + z)^3 + \Omega_{\Lambda}}}, \quad (2.9)$$

onde  $z$  é o redshift,  $\Omega_{\Lambda}$  e  $\Omega_m$  são frações da densidade de energia cósmica na matéria e densidade de matéria escura,  $H_0$  é a constante de Hubble finalmente  $c$  é a velocidade da luz.

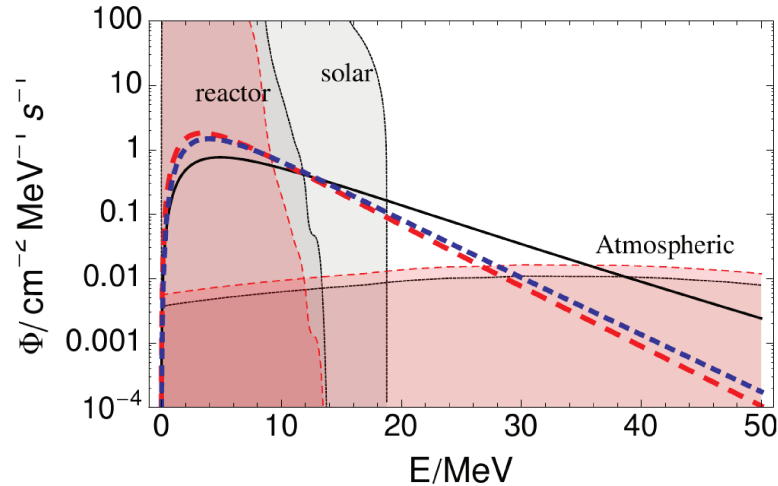


Figura 2.4: Neutrinos de Supernova e Outras Fontes

### 2.3.1 Neutrinos de Supernova e Outros Sinais

A Figura [2.4] apresenta o fluxo por unidade de área por unidade de tempo por unidade de energia para distintas fontes de neutrinos que compartilhem a mesma faixa de energia do fluxo de neutrino de supernova. Podemos notar que teoricamente temos uma janela de energia para os neutrinos de supernova de 20 MeV a 40 MeV aproximadamente que não tem sinais de outras fontes. Esta janela vai ser usada mais para a frente no nosso trabalho para calcular o número de eventos já que ela não tem fluxo de outras fontes.

## 2.4 Oscilações e Efeitos de Matéria

Nesta seção nós vamos apresentar os efeitos de oscilação para os neutrinos na matéria e no vácuo para duas famílias, a extensão para três famílias sera feita brevemente nas subseções seguintes.

Nós temos para os neutrinos duas bases uma base chamada base de massa onde os valores das massas dos neutrinos estão bem definidas, e uma base de sabor que define os estados de interação dos neutrinos. Estas duas bases levam a que os neutrinos oscilem como vamos ver mais para frente. Agora vamos trabalhar duas famílias, assim os autoestados de massa

e sabor tem as seguintes bases [23]

$$\nu^f = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}, \quad \nu^m = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

onde temos a transformação unitária

$$\nu^f = U\nu^m, \quad (2.11)$$

$U$  é dada pela matriz

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

se nós partimos do hamiltoniano na base de matéria no vácuo a equação de evolução fica

$$i\frac{d}{dt}\nu^m = H\nu^m, \quad (2.13)$$

onde nós temos que ele é diagonal na base de massa. Se tomamos uma aproximação relativista do hamiltoniano temos

$$E_\alpha = \sqrt{P^2 + m_\alpha^2} \simeq |P| + \frac{m_\alpha^2}{2|P|} \quad (2.14)$$

o nosso hamiltoniano vai ficar com a seguinte forma

$$H = |P|I + \begin{pmatrix} \frac{m_1^2}{2|P|} & 0 \\ 0 & \frac{m_2^2}{2|P|} \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Nós podemos escrever o hamiltoniano da seguinte forma se fazemos a aproximação  $|P| = E$

$$H = \left( E + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E} \right) I - \frac{\Delta}{4E} \sigma_3, \quad (2.16)$$

onde  $\sigma_3$  é a matriz de Pauli

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

e  $\Delta = m_2^2 - m_1^2$ . Transformamos o hamiltoniano na base de sabores e obtemos

$$H' = UHU^\dagger, \quad (2.18)$$

que escrevemos com ajuda das matrizes de Pauli da seguinte forma

$$H' = \left( E + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E} \right) I - \frac{\Delta}{4E} (\sigma_1 \sin 2\theta - \sigma_3 \cos 2\theta), \quad (2.19)$$

lembrando que o angulo de mistura é dado pela expressão  $\tan(2\theta) = \frac{2H'_{12}}{H'_{22} - H'_{11}}$ .

Podemos encontrar o operador de evolução no vácuo se aproveitamos a seguinte propriedade

$$e^{i\vec{\sigma} \cdot \vec{n} \frac{\phi}{2}} = \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) I - i\vec{\sigma} \cdot \vec{n} \sin\left(\frac{\phi}{2}\right), \quad (2.20)$$

e assim temos

$$e^{i\frac{\Delta}{4E}(\sigma_1, \sigma_3) \cdot (\sin 2\theta, \cos 2\theta)} = \cos\left(\frac{\Delta x}{4E}\right) - i(\sigma_1 \sin 2\theta - \sigma_3 \cos 2\theta) \sin\left(\frac{\Delta x}{4E}\right) \quad (2.21)$$

temos que a evolução nós estados pode ser escrita da seguinte forma

$$|\nu_e(x)\rangle = \left[ \cos\left(\frac{\Delta}{4E}x\right) + i \cos 2\theta \sin\left(\frac{\Delta}{4E}x\right) \right] |\nu_e\rangle - i \sin 2\theta \sin\left(\frac{\Delta}{4E}x\right) |\nu_\mu\rangle \quad (2.22)$$

$$|\nu_\mu(x)\rangle = -i \sin 2\theta \sin\left(\frac{\Delta}{4E}x\right) |\nu_e\rangle + \left[ \cos\left(\frac{\Delta}{4E}x\right) - i \cos 2\theta \sin\left(\frac{\Delta}{4E}x\right) \right] |\nu_\mu\rangle \quad (2.23)$$

Nós podemos encontrar que a probabilidade de conversão fica escrita

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = |\langle \nu_\mu(x) | \nu_e(0) \rangle|^2 = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta}{4E}x\right) \quad (2.24)$$

onde os estados de evolução são ortogonais.

### 2.4.1 Efeitos Na Matéria

Por causa do caminho que o neutrino percorre desde o ponto onde foi gerado dentro da supernova em condições de altas densidades de matéria até chegar aos detectores na Terra, temos que estudar os processos de conversão de neutrinos dentro e fora da matéria. Na matéria o hamiltoniano na base de sabores Equação (2.19) vai se modificar da seguinte

forma [23]

$$\tilde{H} = H' + \begin{pmatrix} \sqrt{2}G_f(n_e - \frac{1}{2}n_n) & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}}G_f n_n \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

nós temos que  $G_F$  é a constante de acoplamento da força fraca e  $n_e$  e  $n_n$  é a densidade de elétrons e neutrons no meio. Na matéria o hamiltoniano pode se rescrever assim

$$\tilde{H} = \left( E + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E} - \frac{1}{2}G_f n_n \right) I + \frac{1}{2E} \widetilde{M}^2 \quad (2.26)$$

onde  $\widetilde{M}^2$  é

$$\widetilde{M}^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\Delta \cos 2\theta + 2A & \Delta \sin 2\theta \\ \Delta \sin 2\theta & \Delta \cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

temos que  $A_{cc} = 2\sqrt{2}G_F n_e E$ . Este hamiltoniano é não diagonal e precisamos diagonalizar ele, para isso vamos ter que encontrar os auto vetores e auto valores da matriz associada, isso pode ser feito em termos de uma transformação unitária parametrizada por um angulo de mistura dentro da matéria  $\tilde{\theta}$  que é dado pela Equação

$$\tan 2\tilde{\theta} = \frac{\Delta \sin 2\theta}{\Delta \cos 2\theta - A_{cc}}. \quad (2.28)$$

Nós temos que a probabilidade de mistura que vai depender de  $\sin^2 2\tilde{\theta}$  dado pela seguinte Equação

$$\sin^2 2\tilde{\theta} = \frac{\Delta^2 \sin^2 2\theta}{(\Delta \cos 2\theta - A_{cc})^2 + \Delta^2 \sin^2 2\theta} \quad (2.29)$$

esta função vai ter um máximo quando

$$A_{cc} = \Delta \cos(2\theta), \quad (2.30)$$

a condição dada pela Equação anterior faz com que os termos na diagonal da matriz dada pela Equação (2.27) sejam idênticos. Este efeito de conversão ressonante é conhecido como efeito MSW (Miheyev-Smirnov-Wolfenstein) [10, 24]. Assim nós podemos encontrar para quais densidades ocorrem estas ressonâncias,

$$n_R = \frac{\Delta \cos 2\theta}{2\sqrt{2}G_f E}, \quad (2.31)$$



onde  $n_R$  a densidade de ressonância vai depender da diferença de massas  $\Delta$  o angulo de mistura  $\theta$  e a energia do neutrino  $E$ . A descrição para os antineutrinos vem dada quando fazemos a mudança  $A_{cc} \rightarrow -A_{cc}$  na matriz dada pela Equação (2.27).

### 2.4.2 Oscilações na Matéria com Densidade Variável

Quando temos o efeito de neutrinos passando por um meio de densidade variável nossa equação de evolução temporal vai ficar modificada. Assumiremos que as massas e os ângulos de mistura agora dependem da posição assim temos que a Equação de evolução fica

$$i \frac{d}{dx} \nu^f = \frac{1}{2E} \widetilde{M}^2 \nu^f \quad (2.32)$$

$$\nu^f = U^m \nu^m \quad (2.33)$$

temos assim

$$i U^m \frac{d}{dx} \nu^m + i \left( \frac{d}{dx} U^m \right) \nu^m = \frac{1}{2E} \widetilde{M}^2 U^m \nu^m \quad (2.34)$$

agora se nós multiplicamos  $U^{m\dagger}$  pela esquerda temos

$$i \frac{d}{dx} \nu^m = \left( \frac{1}{2E} U^{m\dagger} \widetilde{M}^2 U^m - i U^{m\dagger} \left( \frac{d}{dx} U^m \right) \right) \nu^m \quad (2.35)$$

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu_{1m} \\ \nu_{2m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\widetilde{m}_1^2}{2E} & i \frac{d\widetilde{\theta}}{dx} \\ -i \frac{d\widetilde{\theta}}{dx} & \frac{\widetilde{m}_2^2}{2E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{1m} \\ \nu_{2m} \end{pmatrix}, \quad (2.36)$$

nós podemos concluir que os autoestados  $\nu_{1m}$  e  $\nu_{2m}$  não são mais autoestados do hamiltoniano, e agora podem acontecer transições entre os estados de massa. Para os termos não diagonais da matriz nós podemos determinar quando eles são ou não relevantes. Para isso define-se o parâmetro de adiabaticidade ( $\gamma$ ). O parâmetro de adiabaticidade no caso de duas familias é uma razão entre os termos da diagonal e os termos fora da diagonal da matriz (2.36)

$$\gamma(x, P) = \frac{|m_1^2 - m_2^2|/2P}{|d\widetilde{\theta}/dx|} \quad (2.37)$$

o processo é adiabático (não-adiabático) quando não temos (temos) transição de um estado de massa para outro, isto corresponde ao que o parâmetro de adiabaticidade  $\gamma$  é respectivamente muito maior (muito menor) do que 1.

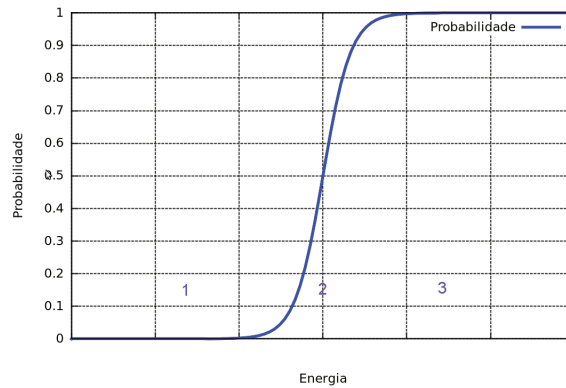


Figura 2.5: Probabilidade em função da energia

Assim vamos definir a probabilidade de transição de um auto estado de massa para outro como

$$P_f = |\langle \nu_{1m} | \nu_{2m} \rangle|^2, \quad (2.38)$$

pode ser escrita em termos do parâmetro de adiabaticidade da seguinte forma

$$P_f = e^{-\frac{\pi}{2}\gamma}, \quad (2.39)$$

que é conhecida como a probabilidade de Landau-Zener. Esta formula é válida para variações lineares da densidade perto da região de ressonância [25]. No caso geral nós vamos ter que a probabilidade vai depender da energia do neutrino como pode ser visto na Figura [2.5], se nós consideramos a região 2 vemos que a probabilidade de transição depende da energia, nas regiões 1 y 3 nós temos que a probabilidade não depende da energia, e justamente nós vamos trabalhar estes casos assintóticos onde temos o caso adiabático

$$\gamma \rightarrow \infty \Rightarrow P_f = 0,$$

e o caso não adiabático onde nós temos que a probabilidade de transição é

$$\gamma \rightarrow 0 \Rightarrow P_f = 1.$$

### 2.4.3 Três Famílias de Neutrinos

Agora vamos apresentar os efeitos de oscilação no vácuo e propagação na matéria para os neutrinos considerando três famílias, vamos também estudar as duas regiões de ressonância que surgem devido que agora estamos trabalhando com três famílias e vamos também encontrar as condições iniciais para os fluxos de neutrinos que são gerados no interior da supernova onde as condições de densidade de matéria são altas.

#### Parâmetros Oscilação Vácuo

Em três famílias assumiremos duas bases para os neutrinos e uma transformação unitária entre as bases de sabor ( $\nu_\alpha = \nu_e, \nu_\tau, \nu_\mu$ ) e a base de auto estados de massa ( $\nu_i = \nu_1, \nu_2, \nu_3$ )

$$\vec{\nu}_\alpha = U \vec{\nu}_i \quad (2.40)$$

a matriz  $U$  é escrita da seguinte forma

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & e^{-i\delta}s_{13} \\ -c_{23}s_{12} - e^{-i\delta}s_{23}s_{13}c_{12} & c_{23}c_{12} - e^{-i\delta}s_{23}s_{13}s_{12} & s_{23}c_{13} \\ e^{-i\delta}s_{23}s_{12} - c_{23}s_{13}c_{12} & e^{-i\delta}s_{23}c_{12} - c_{23}s_{13}s_{12} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (2.41)$$

que introduz três parâmetros que correspondem a três ângulos de mistura  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{13}$ , e  $\theta_{23}$  e duas diferenças de massas onde  $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$  e  $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$ .

A partir dos resultados dos experimentos de neutrinos vindos de fontes solares, reatores e atmosféricos temos que os parâmetros de diferença de massas e angulos de mistura são [30]

$$\Delta m_{12}^2 = m_2^2 - m_1^2 \cong 7.2 \times 10^{-5} eV^2$$

$$|\Delta m_{23}^2| = |m_3^2 - m_2^2| \cong 2.0 \times 10^{-3} eV^2$$

$$\sin^2 \theta_{12} \cong 0.29 \quad (2.42)$$

$$\sin^2 \theta_{23} \cong 0.50$$

$$\sin^2 \theta_{13} < 0.067.$$

Um tópico em aberto dos parâmetros de oscilação em três famílias é a diferença de massas  $\Delta m_{23} = m_3^2 - m_2^2$  que pode dar lugar a duas possibilidades uma que é chamada hierarquia

normal (HN) onde a diferença é maior do que zero

$$\Delta m_{23}^2 = (m_3^2 - m_2^2) > 0,$$

e o caso conhecido como hierarquia invertida (HI)

$$\Delta m_{23}^2 = (m_3^2 - m_2^2) < 0.$$

### Oscilação na Matéria

Em três famílias o hamiltoniano que descreve a propagação dos neutrinos na matéria é na base de sabores [25]

$$H = \frac{UM^2U^\dagger}{2E} + \widehat{V},$$

onde temos que  $M^2$  é a matriz de massas para três famílias

$$M^2 = \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix},$$

e a matriz  $\widehat{V}$  contém a interação carregada que afeta o estado de sabor do neutrino eletrônico assim

$$\widehat{V} = \begin{pmatrix} V_{cc} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

com o potencial dado pela expressão  $V_{cc} = \sqrt{2}G_F n_e$ , temos que  $n_e$  é a densidade de elétrons e  $G_F$  é a constante de acoplamento de Fermi para a interação fraca.

O hamiltoniano fica escrito da seguinte forma

$$H = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_{ee}^2 + 2EV_{cc} & m_{e\mu}^2 & m_{e\tau}^2 \\ m_{e\mu}^2 & m_{\mu\mu}^2 & m_{\mu\tau}^2 \\ m_{e\tau}^2 & m_{\mu\tau}^2 & m_{\tau\tau}^2 \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

podemos diagonalizar o subespaço  $H_{\alpha,\beta}$  com  $(\alpha, \beta = 2, 3)$  da matriz anterior  $H$ , pelo ângulo

de rotação  $\theta_{23}$  eliminando qualquer dependência deste ângulo no novo hamiltoniano

$$H' = U_{23} H U_{23}^\dagger \quad (2.44)$$

onde

$$\begin{pmatrix} \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

Por tanto nesta base o hamiltoniano não depende do ângulo  $\theta_{23}$ . Na nova base nova o hamiltoniano fica escrito

$$H' = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_{ee}^2 + 2EV_{cc} & m_{e\mu'}^2 & m_{e\tau'}^2 \\ m_{e\mu'}^2 & m_{\mu'\mu'}^2 & 0 \\ m_{e\tau'}^2 & 0 & m_{\tau'\tau'}^2 \end{pmatrix}, \quad (2.46)$$

onde

$$m_{\alpha,\beta} = m_{\alpha,\beta}(\theta_{ij}, \Delta m_{ij}^2)$$

é uma função das massas e os ângulos de mistura. Se nós consideramos que dentro da supernova para densidades muito altas na região mais interna da supernova temos  $V_{cc} \gg \frac{m_{ij}^2}{2E}$ , e por tanto nós podemos considerar o hamiltoniano diagonal

$$H' \approx \text{Diag}(V_{cc}, m_{\mu'\mu'}^2, m_{\tau'\tau'}^2), \quad (2.47)$$

na base de neutrinos dada pela matriz rodada na Equação (2.46)  $(\nu_e, \nu_{\mu'}, \nu_{\tau'})$ .

A Figura (2.6) apresenta no eixo das abscisas a densidade de elétrons e no eixo das ordenadas o comportamento dos autovalores de massa na matéria para os neutrinos na hierarquia normal. Para densidades de elétrons  $n_e > 0$  temos a descrição dos auto estados de massa na matéria dos neutrinos, e para densidades  $n_e < 0$  os auto estados de massa dos antineutrinos. Em termos do Hamiltoniano da Equação (2.43) a descrição para os antineutrinos é equivalente a mudar  $V_{cc} \rightarrow -V_{cc}$ .

Em analogia com o caso de dois neutrinos, a probabilidade de oscilação de neutrinos num médio de densidade variável terá termos que dependem da probabilidade de transição entre auto estados de massa na matéria Equação (2.38) e dos ângulos de mistura na matéria. Da mesma forma como temos duas diferenças de massas temos duas ressonâncias na matéria uma com a diferença de massa  $\Delta m_{12}^2$  e outra  $\Delta m_{23}^2$ . Conforme  $\Delta m_{12}^2 \ll \Delta m_{13}^2$ , as probabilidades de transição tem o seguinte comportamento  $P_{13}(\theta_{13}^2, \Delta m_{31}^2) \gg P_{12}(\theta_{12}^2, \Delta m_{21}^2)$

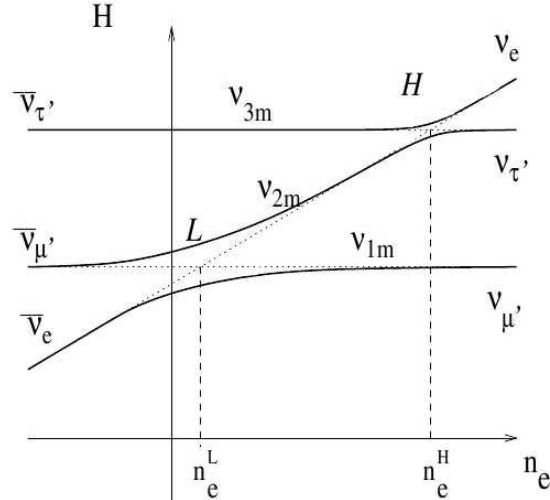


Figura 2.6: Auto valores massa Vs Densidade Eletrônica, na hierarquia normal. Gráfica tomada de [25]

### Oscilação de Neutrinos Numa Supernova

Na Figura (2.7) esquematizamos os processos que os neutrinos passam antes de chegar na Terra.

- 1) Em primeiro lugar na parte interior da supernova descrito pelo congelamento dos estados de sabor em estados  $(e, \mu', \tau')$  conforme a Equação (2.47).
- 2) Oscilação da parte interna até a primeira ressonância  $\rho(\Delta m_{21}^2)$
- 3) Transição ou não dos estados de massa nesta ressonância.
- 4) Oscilação da primeira ressonância até a segunda ressonância.
- 5) Transição ou não dos estados de massa na segunda ressonância.
- 6) Oscilação no vácuo entre a superfície da supernova até a Terra.
- 7) Oscilação dentro da Terra, não estudada neste caso.

Iremos discutir agora das zonas de ressonância dentro da supernova, vamos ter duas regiões de ressonância como é estudado também em [25, 26]

- Ressonância alta que ocorre para densidades perto de  $\rho_H \sim 10^3 \text{ g cm}^{-3}$  esta aproximação da densidade pode ser obtida da Equação (2.31), nós vamos assumir que os elementos da submatriz  $(H_{11}, H_{12}, H_{21}, H_{22})$  no hamiltoniano dado pela Equação (2.46) são muito pequenos comparado com os termos  $(H_{11}, H_{31}, H_{13}, H_{33})$  perto desta ressonância. A ressonância vai depender de duas variáveis, o ângulo de mistura  $\theta_{13}$

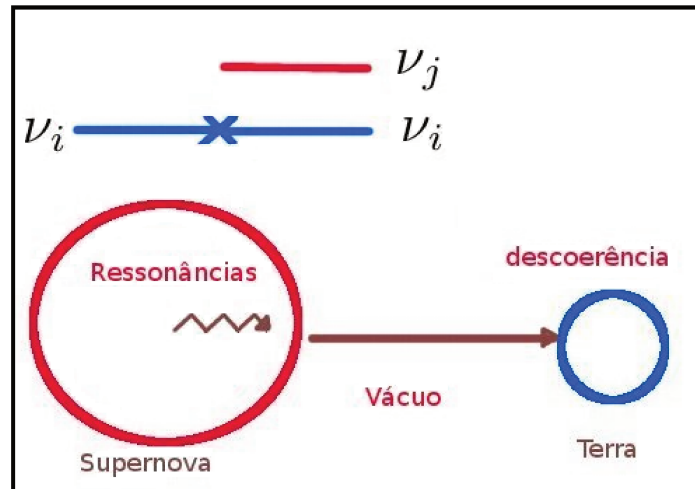


Figura 2.7: Geração de Neutrinos e seu caminho a Terra.

e a hierarquia de massas  $\Delta m_{31}^2$  dos neutrinos. Assim se a hierarquia é normal a ressonância afeta os neutrinos para a hierarquia invertida ela afeta os antineutrinos. Finalmente como foi discutido na seção (4.2) deste capítulo nós vamos trabalhar os casos onde a probabilidade é independente da energia do neutrino. Vamos nomear esta probabilidade de conversão como  $P_H(\theta_{13}, \Delta m_{31}^2)$  e vamos trabalhar o caso adiabático com probabilidade de transição  $P_H = 0$  que ocorre quando  $\theta_{13} \gg 10^{-2}$ , e o caso não adiabático com  $P_H = 1$  quando temos  $\theta_{13} \ll 10^{-6}$ .

- A segunda região de ressonância, chamada de ressonância baixa envolve transições entre os estados definidos pelo subespaço  $(H_{11}, H_{12}, H_{21}, H_{22})$  da matriz (2.46). Esta ressonância ocorre perto de densidades  $\rho_L \sim 10 \text{ g cm}^{-3}$  ela depende dos parâmetros  $\theta_{12}$  e  $\Delta m_{21}^2$ , em esta ressonância sabemos que o processo é adiabático e por tanto que a probabilidade de conversão nesta região  $P_H(\theta_{12}, \Delta m_{21}^2)$  é zero.

#### 2.4.4 Condições Iniciais e Probabilidades de Conversão

Agora nós vamos apresentar as considerações que implementamos para o cálculo do fluxo de neutrinos de supernova relíquia, onde assumimos que eles foram criados no interior da estrela e como sugere a Equação (2.47) os neutrinos estão congelados em estados de massa, por isso é fácil estudar a probabilidade de sobrevivência desde o centro da supernova até a superfície dela. Os feixes de neutrinos que chegam até a superfície da supernova são

descoerentes assim o mesmo estado de massa que saiu da supernova chega à Terra.

### Hierarquia Normal

Se olharmos o comportamento dos auto estados de massa em função da densidade eletrônica (2.6), podemos determinar também as condições iniciais para os fluxos. Por exemplo se consideramos o auto estado de massa  $m_3$  temos que para altas densidades ele se comporta como um neutrino eletrônico na hierarquia normal

$$\nu_3 \simeq \tilde{\nu}_e \quad (2.48)$$

Assim para a hierarquia normal temos que as seguintes condições iniciais com densidades muito altas  $\rho \gg \rho_L, \rho_H$ , para os neutrinos e antineutrinos são

$$\nu_{3m} \simeq \tilde{\nu}_e, \quad \nu_{2m} \simeq \tilde{\nu}_{\tau'}, \quad \nu_{1m} \simeq \tilde{\nu}_{\mu'}, \quad (2.49)$$

$$\bar{\nu}_{3m} \simeq \bar{\nu}_{\tau'}, \quad \bar{\nu}_{2m} \simeq \bar{\nu}_{\mu'}, \quad \bar{\nu}_{1m} \simeq \bar{\nu}_e, \quad (2.50)$$

Escrevendo agora os fluxos para os neutrinos que chegam à superfície da supernova em termos da probabilidade de transição na ressonância alta  $P_H$  temos como foi apresentado em [30].

A seguinte Equação apresenta as componentes do fluxo de neutrinos com auto estado de massa  $m_3$  que chegam até a superfície da supernova

$$\Phi_{\nu_3} = P_H \Phi_{\nu_x}^0 + (1 - P_H) \Phi_{\nu_e}^0, \quad (2.51)$$

a interpretação da Equação e a seguinte. Na hierarquia normal temos que o neutrino mais pesado no interior da supernova é o neutrino eletrônico Equação (2.48). Temos duas quantidades

- A quantidade  $(1 - P_H) \Phi_{\nu_e}^0$  leva na conta aquela parte do feixe que não muda de auto estado de massa.
- Finalmente temos que a quantidade  $P_H \Phi_{\nu_x}^0$  leva na conta a contribuição de neutrinos de auto estados de massa distintos a  $m_3$  que por causa da ressonância mudam para esse auto estado.



A interpretação para as outras equações é similar

$$\begin{aligned}\Phi_{\nu_2} &= (1 - P_H)\Phi_{\nu_x}^0 + P_H\Phi_{\nu_e}^0, \\ \Phi_{\nu_1} &= \Phi_{\nu_x}^0,\end{aligned}\tag{2.52}$$

Para os antineutrinos temos que na hierarquia normal a ressonância alta não vai afetar os auto estados de massa assim temos que os fluxos iniciais vão se manter até a superfície da supernova como é apresentado nas seguintes equações

$$\begin{aligned}\Phi_{\bar{\nu}_1} &= \Phi_{\bar{\nu}_e}^0, \\ \Phi_{\bar{\nu}_2} &= \Phi_{\bar{\nu}_x}^0, \\ \Phi_{\bar{\nu}_3} &= \Phi_{\bar{\nu}_x}^0.\end{aligned}\tag{2.53}$$

### Hierarquia Invertida

Agora para as regiões de alta densidade com hierarquia invertida  $\rho \gg \rho_H, \rho_L$  temos as seguintes condições iniciais para os neutrinos

$$\nu_{1m} \simeq \tilde{\nu}_{\mu'}, \quad \nu_{2m} \simeq \tilde{\nu}_e, \quad \nu_{3m} \simeq \tilde{\nu}_{\tau'}\tag{2.54}$$

e para os antineutrinos

$$\bar{\nu}_{1m} \simeq \bar{\nu}_{\tau'}, \quad \bar{\nu}_{2m} \simeq \bar{\nu}_{\mu'}, \quad \bar{\nu}_{3m} \simeq \bar{\nu}_e\tag{2.55}$$

Para a hierarquia invertida temos que os fluxos em termos das probabilidades de transição na ressonância alta para os neutrinos são

$$\begin{aligned}\Phi_{\nu_1} &= \Phi_{\nu_x}^0 \\ \Phi_{\nu_2} &= \Phi_{\nu_e}^0 \\ \Phi_{\nu_3} &= \Phi_{\nu_x}^0\end{aligned}\tag{2.56}$$

a ressonância alta não afeta os neutrinos ao invés temos que os antineutrinos vão se afetar

$$\begin{aligned}\Phi_{\bar{\nu}_1} &= (1 - P_H)\Phi_{\bar{\nu}_x}^0 + P_H\Phi_{\bar{\nu}_e}^0 \\ \Phi_{\bar{\nu}_2} &= \Phi_{\bar{\nu}_x}^0 \\ \Phi_{\bar{\nu}_3} &= P_H\Phi_{\bar{\nu}_x}^0 + (1 - P_H)\Phi_{\bar{\nu}_e}^0\end{aligned}\tag{2.57}$$

Depois do neutrino sair da Supernova o feixe é uma soma descoerente de auto estados de massa e para calcular o fluxo de neutrinos eletrônico por exemplo temos a seguinte

expressão

$$\Phi_{\nu_e}^{osc} = \sum_{i=1}^3 |\langle \nu_e | \nu_i \rangle|^2 \Phi_{\nu_i}. \quad (2.58)$$

Assim levando em conta todas as considerações que já apresentamos, a Equação do fluxo de neutrinos que chega na superfície da Terra é a seguinte

$$\Phi_{\nu_e}^{osc} \cong \cos^2 \theta_{12} \Phi_{\nu_1} + \sin^2 \theta_{12} \Phi_{\nu_2} + \sin^2 \theta_{13} \Phi_{\nu_3}. \quad (2.59)$$

## 2.5 Resultados

Nesta seção apresentamos os fluxos de neutrinos e antineutrinos de Supernova relíquia calculados seguindo a Equação (2.9), usamos a parametrização para a taxa de formação de supernovas equações (2.6), (2.7). A oscilação no vácuo foi implementada com os parâmetros de mistura apresentados na Equação (2.42), e finalmente consideramos os feixes de neutrinos auto estados de massa que atingem a superfície da estrela como está indicado nas equações (2.51), (2.52) e (2.53) para a hierarquia normal; e como esta indicado nas equações (2.56) e (2.57) para a hierarquia invertida.

### 2.5.1 Fluxos de Neutrinos e Antineutrinos

Na Figura (2.8) apresentamos os fluxos de neutrinos por unidade de tempo (seg), por unidade de área ( $\text{cm}^2$ ), por unidade de energia (MeV), no eixo das ordenadas, e no eixo das abscisas a energia em (MeV).

A curvas para os fluxos de neutrinos e antineutrinos no caso adiabático  $P_H = 0$  é apresentada na Figura (2.8). As duas figuras superiores correspondem ao caso adiabático. Onde a curva vermelha corresponde ao fluxo de neutrinos eletrônicos sem oscilação, a curva azul o fluxo de neutrinos hierarquia invertida, finalmente a curva verde corresponde ao caso com hierarquia normal.

O fluxo de neutrinos e antineutrinos eletrônicos, no caso não adiabático é apresentado na Figura (2.8), figuras inferiores. A descrição para as curvas resultantes é igual que no caso já descrito anteriormente. Temos que notar que a escala no eixo das ordenadas é distinta para os casos de neutrinos e antineutrinos. O fluxo de neutrinos em todos os casos apresenta o mesmo comportamento, a oscilação faz com que o fluxo seja menor e fique mais quente, ou seja que energias maiores a 10 MeV aproximadamente, é maior do que aquele sem oscilação.

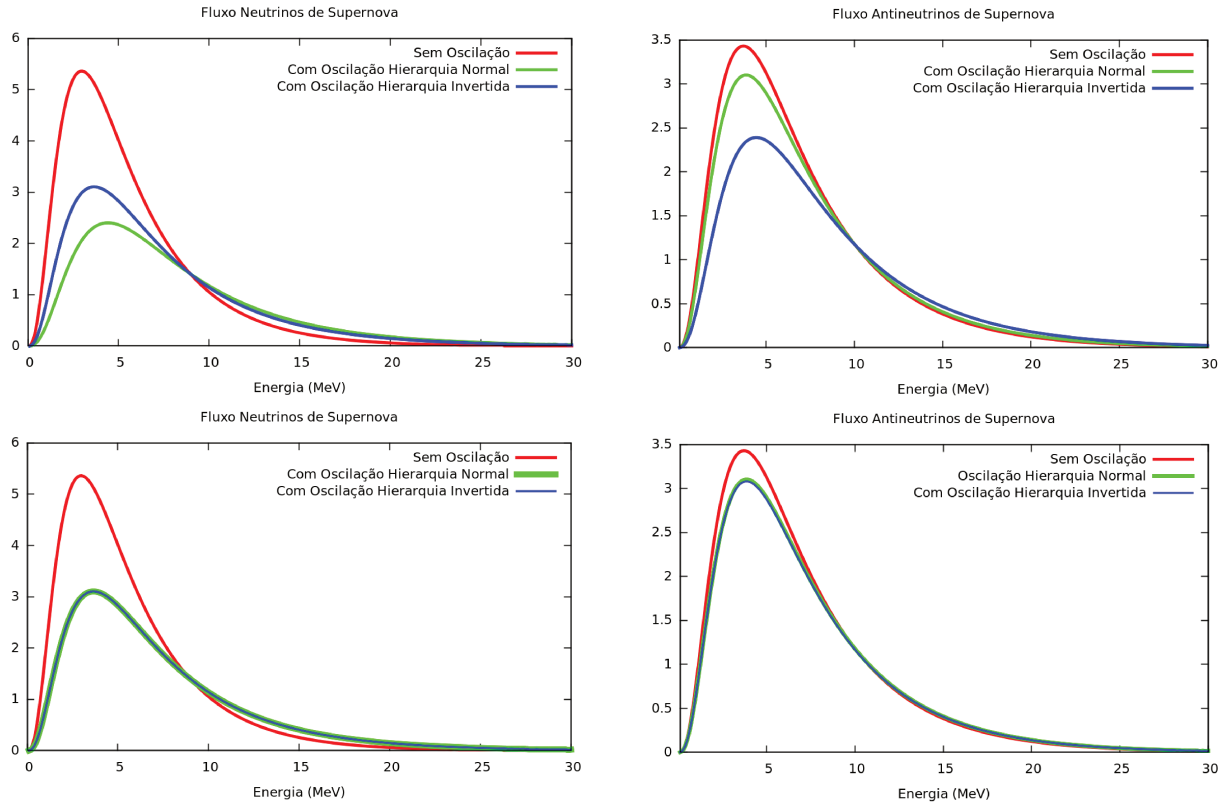


Figura 2.8: Fluxos de neutrinos e antineutrinos eletrônicos por unidade de tempo (seg), por unidade de área ( $\text{cm}^2$ ), por unidade de energia (MeV), no eixo das ordenadas, e no eixo das abscisas a energia em (MeV). As duas figuras superiores (inferiores) correspondem ao caso adiabático (não adiabático).

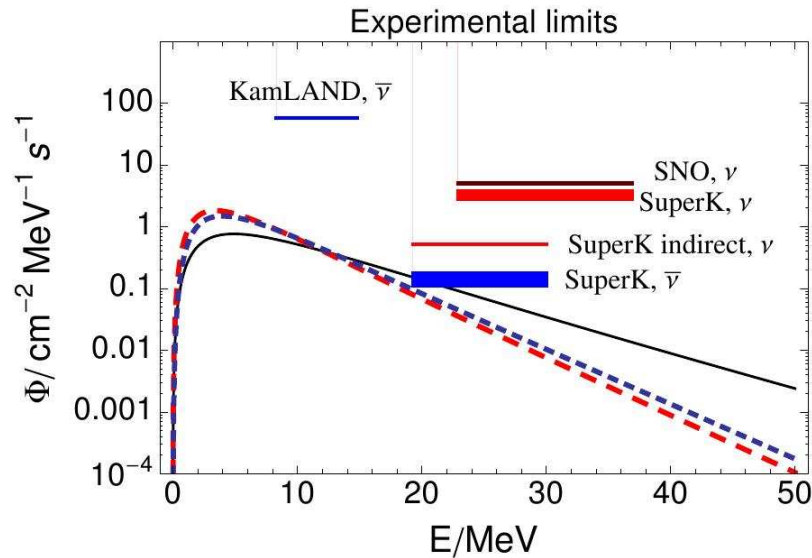


Figura 2.9: Comparação entre limites teóricos do fluxo de Neutrinos linhas contínuas e pontilhadas e limites superiores para os fluxos, linhas horizontais, tomado de [26]

## 2.5.2 Comparação de Resultados

Para fazer uma comparação entre os resultados teóricos obtidos neste trabalho e resultados vindos de outras fontes podemos ver a figura (2.9), os resultados teóricos dos fluxos de neutrinos eletrônicos são representados pelas linhas contínuas e pontilhadas; e os limites calculados para diferentes experimentos são apresentados pelas linhas horizontais onde a altura faz referencia ao limite máximo do fluxo e a largura indica o intervalo de energia no qual o limite é valido [27, 28, 29].

A figura (2.10), apresenta a comparação entre os fluxos calculados neste trabalho e os limites obtidos das referencias [27, 28, 29]. A primeira fila contém as curvas dos fluxos de neutrinos (antineutrinos) eletrônicos direita (esquerda), no caso adiabático na ressonância alta. A segunda fila apresenta as curvas dos fluxos de neutrinos (antineutrinos) eletrônicos direita (esquerda), no caso não adiabático na ressonância alta.

Pode se ver que no caso do fluxo de neutrinos eletrônicos as curvas, estão sempre abaixo dos limites reportados na literatura.

No caso dos antineutrinos eletrônicos, os fluxos e os limites reportados estão mais proximos um do outro.

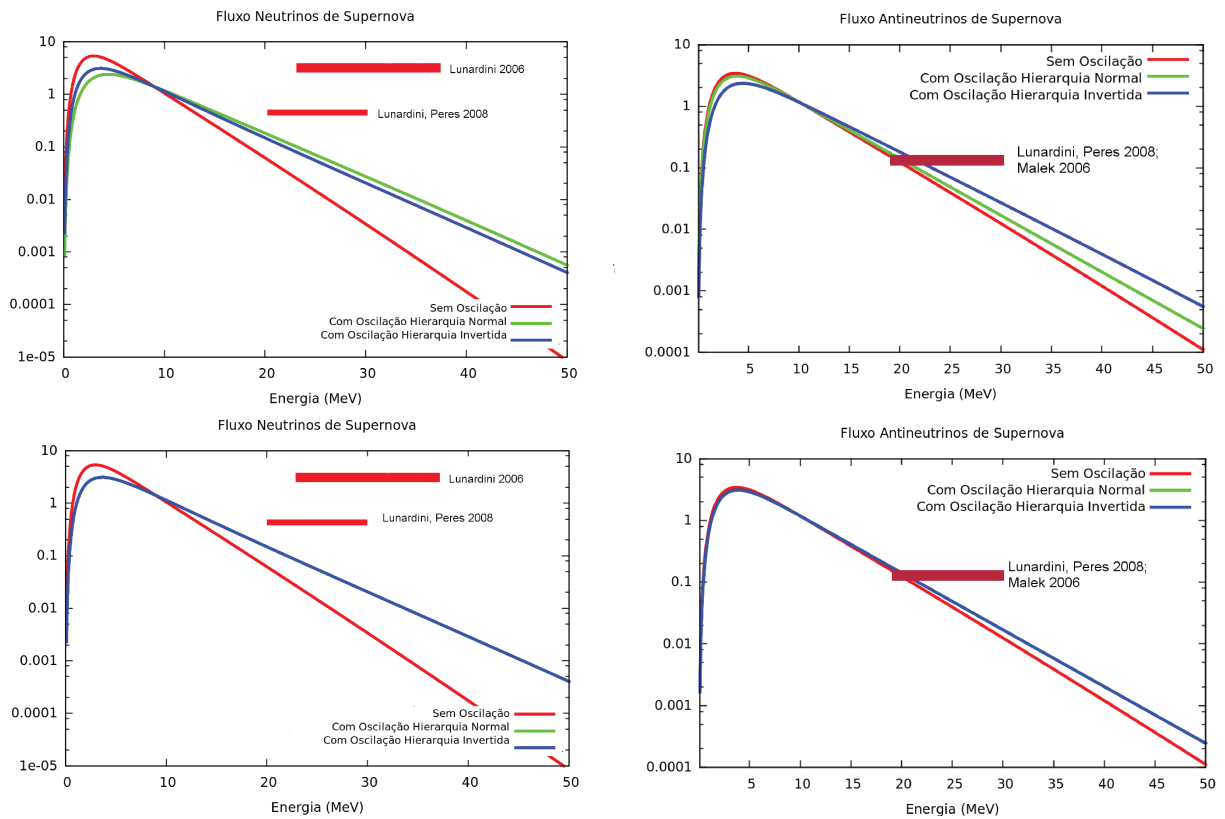


Figura 2.10: Comparação fluxos de neutrinos e antineutrinos eletrônicos com resultados reportados na literatura. Primeira fila caso adiabático na ressonância alta, segunda fila caso não adiabático.

# 3

## Efeitos de Decaimento

### 3.1 Introdução

Apresentamos no primeiro capítulo desta dissertação um modelo que gera massa e canais de decaimento para os neutrinos. Postulamos uma possibilidade considerada em trabalhos anteriores [16, 17, 30] de que um neutrino pesado  $\nu_i$  de massa  $m_i$ , pode decair numa partícula escalar sem massa  $\chi$  e um neutrino mais leve  $\nu_j$  com massa  $m_j$

$$\nu_i \Rightarrow \nu_j + \chi.$$

assim podemos associar ao neutrino  $\nu_i$  um tempo de vida o  $\tau_i$ , onde  $\nu_i$  e  $\nu_j$  são autoestados de massa. Se existir um fluxo de neutrinos  $\Phi_i^0$ , e este for instável, então o fluxo de neutrinos num tempo  $t$  é dado por

$$\Phi_i(t) = \Phi_i^0 e^{-\frac{m_i t}{E\tau_i}}, \quad (3.1)$$

$m_i$ ,  $\tau_i$  e  $E$  são respectivamente a massa, o tempo de vida no sistema centro de massa e a energia do neutrino com autoestado de massa  $m_i$ . Isso implica para  $t \gg \frac{m_i}{E\tau_i}$  o fluxo de neutrinos vai para a zero.

Este tempo de decaimento para os neutrinos, tem que estar dentro de um intervalo que não afete a fenomenologia deles conhecida até hoje.

Até hoje não foi encontrada em qualquer experimento de neutrinos alguma evidência de distorção do espectro como mostrada na Equação (3.1) , quando temos a instabilidade de neutrinos, por tanto existem limites sobre a razão vindos de diferentes experimentos. Estes vínculos são

- O fluxo de neutrinos solares sugere um limite inferior para a razão  $\frac{\tau_i}{m_i}$  como o seguinte [31]

$$\frac{\tau_i}{m_i} 5 \times 10^{-4} \frac{s}{eV}.$$

- Dos eventos de neutrinos obtidos da supernova (SN) 1987A temos [30]

$$\frac{\tau_i}{m_i} O(10^5) \frac{s}{eV}.$$

- Se consideramos que os efeitos de decaimento devem ser observáveis no nosso Universo [30]

$$\frac{\tau_i}{m_i} O(10^{11}) \frac{s}{eV}.$$

O objetivo deste capítulo é testar esta possível propriedade dos neutrinos. Aplicaremos o decaimento dos neutrinos no vácuo, e estudaremos as consequências diretas no fluxo de Neutrinos de Supernova Relíquia. Como foi feito no capítulo anterior vamos considerar os efeitos da oscilação dos neutrinos dentro da Supernova, e no vácuo. Finalmente vamos calcular o número de eventos para os fluxos de neutrinos e antineutrinos eletrônicos.

### 3.1.1 Neutrinos Instáveis e Equação Boltzmann

Vamos considerar os neutrinos dentro do nosso modelo como partículas instáveis. Neutrinos mais pesados podem decair em neutrinos mais leves. Nós vamos considerar três estados de massas para os neutrinos, e como no capítulo anterior vamos considerar duas hierarquias de massas. Hierarquia Normal e Hierarquia Invertida esquematizadas na Figura (3.1). Naturalmente vamos ter mudanças no fluxo dos neutrinos causadas pelo decaimento.

Por exemplo se olhamos o esquema de decaimento para a hierarquia normal, parte esquerda da Figura (3.1). Podemos ver que o fluxo de neutrinos com autoestado de massa  $m_1$  incrementa sua grandeza, por causa das contribuições dos fluxos de neutrinos com

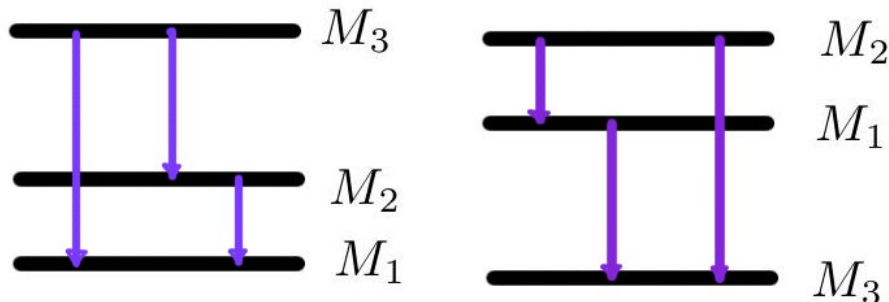


Figura 3.1: Na parte esquerda da Figura apresentamos o esquema da hierarquia normal e decaimento, na parte direita temos o esquema da hierarquia invertida e decaimento.

autoestados de massas  $m_2$  e  $m_3$ . Assim para um tempo longo suficiente todos os neutrinos vão popular o fluxo de neutrinos com autoestado de massa  $m_1$ . No caso da hierarquia invertida acontece a mesma coisa com o autoestado de massa  $m_3$ . Esta diferença entre as hierarquias vai implicar em fluxos diferentes de neutrinos e antineutrinos eletrônicos, para cada uma das hierarquias.

### Solução Equação Boltzmann

Nós vamos quantificar as mudanças dos decaimentos com ajuda da equação de Boltzmann, que leva em conta variações dos fluxos de neutrinos devidas ao decaimento. A forma da equação tem dois operadores envolvidos, o primeiro é conhecido como operador de Liouville  $\mathcal{L}$ , o segundo operador é conhecido como o operador de Colisão  $\mathcal{C}$  [30]. Temos que a equação é escrita assim

$$\mathcal{L}[\Phi_{\nu_i}] = \mathcal{C}[\Phi_{\nu_i}], \quad (3.2)$$

onde  $\Phi_{\nu_i}$  será o Fluxo de Neutrinos de Supernovas Relíquia. Nós vamos considerar  $\nu_i$  como os fluxos com autoestado de massa  $m_i$ , que partem da superfície da supernova.

A expressão para  $\mathcal{L}[\Phi_{\nu_i}(E,t)]$  tem a seguinte forma

$$\mathcal{L}[\Phi_{\nu_i}(E,t)] = \left( \frac{\partial}{\partial t} - H(t)E \frac{\partial}{\partial E} - H(t) \right) \Phi_{\nu_i}(E,t), \quad (3.3)$$

onde  $H(t)$ , é a constante de Hubble que depende do tempo, e  $E$  é a energia do fluxo. O



operador de colisão  $\mathcal{C}[\Phi_{\nu_i}(E,t)]$  esta dado pela expressão

$$\mathcal{C}[\Phi_{\nu_i}(E,t)] = R_{SN}(t)F_{\nu_i}(E,t) + \sum_{m_i < m_j} q_{ij}(E,t) - \Gamma_i \frac{m_i}{E} \Phi_{\nu_i}(E,t), \quad (3.4)$$

onde esta equação contém três termos que apresentam as seguintes características:

1) O primeiro termo do operador colisão, Equação na (3.4), que envolve as quantidades

$$R_{SN}(t)F_{\nu_i}(E,t)$$

dá conta do fluxo de neutrinos sem decaimento como o estudado no capítulo anterior. Onde lembramos que  $R_{SN}(t)$  é a taxa de formação de supernovas, e  $F_{\nu_i}(E,t)$  é o espectro de emissão de neutrinos de massa  $m_i$ .

2) O segundo termo é um somatório, sobre os tipos de neutrinos  $\nu_j$  mais pesados do que  $\nu_i$  ( $m_j > m_i$ ). Este termo leva em conta o aumento no número de neutrinos do tipo  $i$ , por conta do decaimento de neutrinos mais pesados do tipo  $j$ . A expressão para esse termo é a seguinte

$$q_{ij}(E,t) = \int_E^\infty \Phi_{\nu_j}(E',t) \Gamma(\nu_j \rightarrow \nu_i) \frac{m_j}{E'} \psi_{\nu_j \rightarrow \nu_i}(E',E) dE', \quad (3.5)$$

onde temos que:

- $\Phi_{\nu_j}(E',t)$  é o fluxo de neutrinos mais pesados do tipo  $j$ , com energia  $E'$ .
- $\Gamma(\nu_j \rightarrow \nu_i)$  é o inverso do tempo do decaimento do neutrino pesado  $\nu_j$

$$\Gamma(\nu_j \rightarrow \nu_i) = \frac{1}{\tau_j}. \quad (3.6)$$

- $\psi_{\nu_j \rightarrow \nu_i}(E',E)$  é uma função que quantifica a transferência de energia do neutrino pesado com energia  $E'$  para o neutrino mais leve com energia final  $E$  e vamos tomar como uma delta de Dirac  $\delta(E - E')$ .

3) O termo que leva em conta a diminuição do fluxo por conta do decaimento na Equação (3.4) é

$$\Gamma_i \frac{m_i}{E} \Phi_{\nu_i}(E,t), \quad (3.7)$$

onde  $\Gamma_i$  é amplitude de decaimento dos neutrinos  $\nu_i$ , no referencial CM.

Agora vamos ver a solução da equação de Boltzmann que foi apresentada em [30], nós vamos implementar as seguintes transformações

$$\begin{pmatrix} t \\ E \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} z \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{R_0}{R(t)} - 1 \\ \frac{E}{1+z} \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

onde  $R(t)$  é o fator de escala para a métrica de Friedmann-Robertson-Walker.

As derivadas parciais na Equação (3.4), vão se modificar da seguinte forma para obter as novas derivadas parciais

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial E} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial z}{\partial t} & \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \\ \frac{\partial z}{\partial E} & \frac{\partial \varepsilon}{\partial E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial E} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -H(z)((1+z)\frac{\partial}{\partial z} - \varepsilon\frac{\partial}{\partial \varepsilon}) \\ \frac{1}{1+z}\frac{\partial}{\partial \varepsilon} \end{pmatrix}.$$

Onde as seguintes expressões são usadas  $\dot{z} = -H(z)(1+z)$ ,  $H(t) = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)}$ .

Temos assim que a equação (3.2) fica escrita da seguinte forma

$$-H(z) \left[ \frac{\partial}{\partial z} [(1+z)\Phi_{\nu_i}(\varepsilon(1+z), z)] \right] = S_i(\varepsilon(1+z), z) - \Gamma_i \frac{m_i}{\varepsilon(1+z)} \Phi_{\nu_i}(\varepsilon(1+z), z) \quad (3.9)$$

Onde nós vamos chamar

$$S_i(\varepsilon(1+z), z) = R_{SN}(z)F_{\nu_i}(\varepsilon(1+z)) + \sum_{m_i < m_j} q_{ij}(\varepsilon(1+z), z), \quad (3.10)$$

Se nós fazemos a seguinte substituição na Equação (3.9)

$$y_i(z) = (1+z)\Phi_{\nu_i}(\varepsilon(1+z), z), \quad (3.11)$$

podemos obter a seguinte expressão para a equação diferencial

$$\alpha(z) \frac{\partial}{\partial z} (y_i(z)) - \frac{\alpha(z)\Gamma_i m_i}{\varepsilon H(z)(1+z)^2} y_i(z) = -\frac{1}{H(z)} S_i(\varepsilon(1+z), z). \quad (3.12)$$

O primeiro passo para resolver a equação anterior pelo método de fator integrante, é escrever ela da seguinte forma

$$\frac{\partial}{\partial z}(y_i(z)\alpha(z)) = -\frac{\alpha(z)}{H(z)}S_i(\varepsilon(1+z),z), \quad (3.13)$$

onde  $\alpha(z)$  o fator integrante que está dado pela equação

$$\alpha(z) = e^{\left[-\frac{\Gamma_i m_i}{\varepsilon} f(z)\right]}, \quad (3.14)$$

onde a variável  $\varepsilon$  está dada pela relação contida na Equação (3.8), e  $f(z)$  está definida

$$f(z) = \int_{z_0}^z \frac{dz'}{H(z')(1+z')^2}.$$

Agora integrando a Equação (3.13), obtemos

$$y(z)e^{\left[-\frac{\Gamma_i m_i}{\varepsilon} f(z)\right]} = - \int_{z_0}^z \frac{dz'}{H(z')} e^{\left[-\frac{\Gamma_i m_i}{\varepsilon} f(z')\right]} S_i(\varepsilon(1+z'),z') \quad (3.15)$$

finalmente usando de novo a substituição dada pela Equação (3.11), obtemos que a solução da Equação de Boltzmann é

$$\begin{aligned} \Phi_{\nu_i}(E,z) = & \frac{1}{1+z} \int_z^{z_0} \frac{dz'}{H(z')} R_{SN}(z') F_{\nu_i} \left( E \frac{(1+z')}{(1+z)} \right) + \\ & \sum_{m_i < m_j} q_{ij} \left( E \frac{(1+z')}{(1+z)}, z' \right) e^{\frac{\Gamma_i m_i (1+z)}{E} [f(z) - f(z')]} \end{aligned} \quad (3.16)$$

o tempo atual é  $z = 0$ , e lembramos que usamos a substituição  $\varepsilon = \frac{E}{(1+z)}$ . Se nos consideramos o caso onde  $\Gamma_i = 0$  ou seja que nós não temos decaimento, voltamos a equação para o fluxo de neutrinos que estudamos no capítulo anterior.

## 3.2 Fluxo de Neutrinos Com Decaimento

Nesta seção nós descreveremos os parâmetros e as considerações que levamos em conta, para calcular o fluxo de neutrinos de Supernova Relíquia nas hierarquias normal e invertida.

### 3.2.1 Decaimento na Hierarquia Normal

Para o cálculo do fluxo de neutrinos implementamos o programa Mathematica e calculamos iterativamente o fluxos. Na hierarquia normal temos que

$$m_3 > m_2 > m_1,$$

como é apresentado esquematicamente parte esquerda na Figura (3.1). Inicialmente calculamos o fluxo de neutrinos mais pesado  $\Phi_{\nu_3}(E, z)$  para o qual temos que  $q_{ij} = 0$ . Assim a Equação (3.16), para este tipo de neutrinos na hierarquia normal fica escrita

$$\Phi_{\nu_3}(E, z) = \int_0^z \frac{dz}{H(z)} [R_{SN}(z) F_{\nu_3}(E(1+z))] e^{\frac{\Gamma_3 m_3}{E} [f(0) - f(z)]}. \quad (3.17)$$

onde  $\Gamma_3$  é o inverso do tempo de decaimento,  $m_3$  é a massa do neutrino, e as funções  $R_{SN}(z)$  e  $F_{\nu_3}(E(1+z))$ , são a taxa de formação de Supernovas, e o espectro de emissão de neutrinos. Conforme podemos ver, o fluxo de neutrinos de supernovas relíquias é mais afetado a baixas energias, de forma análoga a Equação (3.1).

Os efeitos de oscilação na matéria ou seja, dentro da supernova estão levados na conta dentro da quantidade

$$F_{\nu_3}(E) = P_H F_{\nu_x}^0(E) + (1 - P_H) F_{\nu_e}^0(E) \quad (3.18)$$

como foi considerado no capítulo anterior, onde  $F_{\nu}^0(E)$  é a função de emissão dos neutrinos pela supernova.

Para o neutrino com autoestado de massa  $m_2$  temos que o fluxo levando em conta o decaimento é

$$\Phi_{\nu_2}(E, z) = \int_0^z \frac{dz}{H(z)} [R_{SN}(z) F_{\nu_2}(E(1+z)) + q_{23}(E(1+z), z)] e^{\frac{\Gamma_2 m_2}{E} [f(0) - f(z)]}, \quad (3.19)$$

onde a expressão da função  $q_{23}$  é a seguinte

$$q_{23}(E, t) = \int_E^\infty \Phi_{\nu_3}(E', t) \Gamma(\nu_3 \rightarrow \nu_2) \frac{m_3}{E'} \psi_{\nu_3 \rightarrow \nu_2}(E', E) dE', \quad (3.20)$$

nós usamos a função  $\Phi_{\nu_3}(E, t)$  como aquela dada pela Equação (3.17),  $\Gamma(\nu_3 \rightarrow \nu_2) = \frac{1}{\tau_3}$ .

Tempos de decaimento	
$\tau_i \rightarrow \infty$	Sem Decaimento
$\frac{\tau_i}{m_i} = 7 \times 10^{10} s/eV$	Decaimento Parcial
$\tau_i \rightarrow 0$	Decaimento Completo

Tabela 3.1: Apresentamos os distintos tipos de decaimento que nós consideramos no presente trabalho.

Finalmente o fluxo de neutrinos mais leve ficaria escrito assim

$$\Phi_{\nu_1}(E, z) = \int_0^z \frac{dz}{H(z)} [R_{SN}(z)F_{\nu_2}(E(1+z)) + q_{12}(E(1+z), z) + q_{13}(E(1+z), z)]. \quad (3.21)$$

onde os termos  $q_{13}(E(1+z), z)$  e  $q_{12}(E(1+z), z)$  levam em conta o aumento do fluxo, por causa do decaimento dos autoestado de massa  $m_3$  e  $m_2$ .

Nós vamos diferenciar três casos de decaimento apresentados na Tabela (3.1):

1) Fluxo sem decaimento que nós consideramos foi o seguinte

$$\Phi_{\nu_e}^{osc}(E) \cong \cos \theta_{12}^2 \Phi_{\nu_1}(E) + \sin \theta_{12}^2 \Phi_{\nu_2}(E). \quad (3.22)$$

onde os fluxos de neutrinos  $\Phi_{\nu_i}(E)$  ( $i = 1, 2$ ), foi apresentado no capítulo anterior.

2) Fluxo com decaimento parcial que nós consideramos tomando a razão  $\frac{\tau}{m} = 7 \times 10^{10} \frac{s}{eV}$ . O fluxo é dado de novo pela equação

$$\Phi_{\nu_e}^{osc} \cong \cos \theta_{12}^2 \Phi_{\nu_1}(E) + \sin \theta_{12}^2 \Phi_{\nu_2}(E). \quad (3.23)$$

onde os fluxos considerados  $\Phi_{\nu_1}(E)$  e  $\Phi_{\nu_2}(E)$ , estão dados pelas Equações (3.19) e (3.21), respectivamente.

3) Fluxo com decaimento completo, que é o caso hipotético onde todos os neutrinos instáveis populam o estado de massa menor. Para este caso particular, temos que o fluxo na Equação (3.22), fica escrito assim

$$\Phi_{\nu_e}^{osc} \cong \cos \theta_{12}^2 (\Phi_{\nu_e}^0 + 2\Phi_{\nu_x}^0). \quad (3.24)$$

As Figuras (3.2) e (3.3), apresentam no eixo das ordenadas o fluxo de neutrinos e antineutrinos respectivamente por unidade do tempo (seg), por unidade de área ( $\text{cm}^2$ ), por

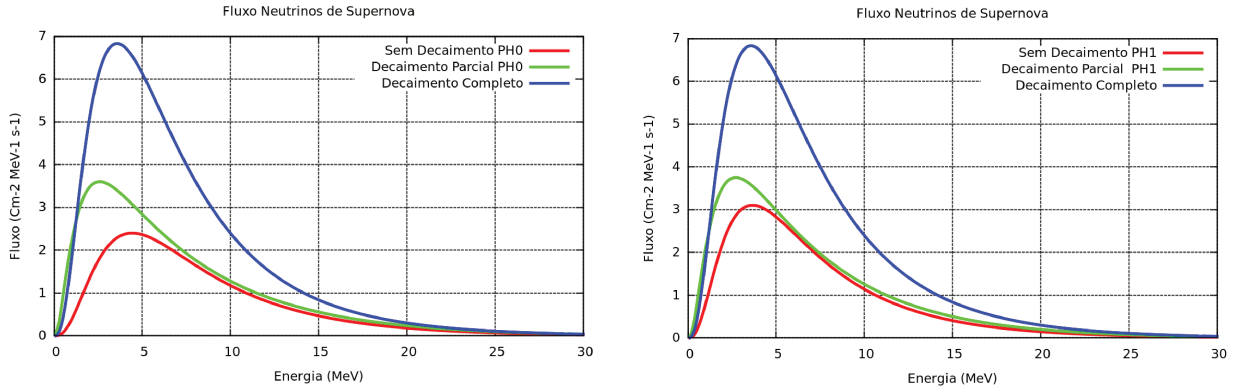


Figura 3.2: Fluxo de Neutrinos de Supernova Relíquia na hierarquia normal. No eixo das ordenadas o fluxo de neutrinos por unidade do tempo (seg), por unidade de área ( $\text{cm}^2$ ), por unidade de energia (MeV), e no eixo das abscisas a energia em (MeV). Caso não adiabático parte esquerda da figura, caso adiabático parte direita da figura.

unidade de energia (MeV), e no eixo das abscisas a energia em (MeV).

As curvas azuis nas Figuras (3.2) e (3.3), apresentam o comportamento do fluxo de neutrinos e antineutrinos para o decaimento completo. As curvas verdes apresentam o comportamento dos fluxos para o decaimento parcial, que é aquele com a condição  $\frac{\tau_i}{m_i} = 7 \times 10^{10} \frac{s}{eV}$ . Finalmente temos que as curvas vermelhas mostram o comportamento dos fluxos sem decaimento.

As curvas nas gráficas apresentam um comportamento crescente para o fluxo de neutrinos e antineutrinos. Isso acontece por que os estados dos neutrinos com massas  $m_1$  e  $m_2$  estão sendo populados. Assim temos que o fluxo dado pela Equação (3.22) aumenta sua grandeza.

Podemos ver também que em regiões de energias baixas, o comportamento do fluxo com decaimento parcial, é maior comparado com o decaimento completo e sem decaimento.

Lembramos que nesta hierarquia a transição de probabilidade na ressonância alta afeta o canal de neutrinos.

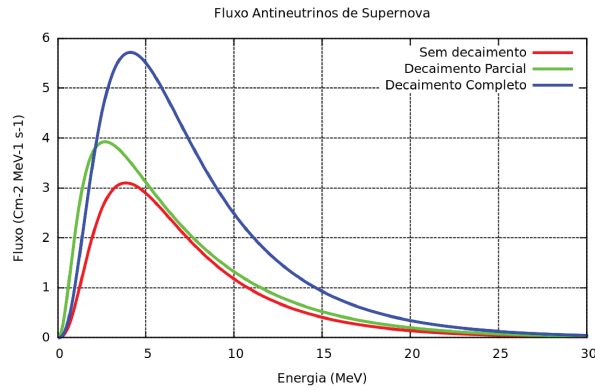


Figura 3.3: Fluxo de Antineutrinos de Supernova Relíquia na hierarquia normal. No eixo das ordenadas o fluxo de antineutrinos respectivamente por unidade do tempo (seg), por unidade de área ( $\text{cm}^2$ ), por unidade de energia (MeV), e no eixo das abscissas a energia em (MeV).

### 3.2.2 Decaimento na Hierarquia Invertida

Para esta hierarquia nós temos que os distintos autoestados de massa dos neutrinos satisfazem a seguinte desigualdade

$$m_3 < m_1 < m_2,$$

como é apresentado na direita da Figura (3.1).

Neste caso como os neutrinos estão populando o estado de neutrinos com massa  $m_3$ , nós temos diminuição dos fluxos de neutrinos com autoestados de massa  $m_2$  e  $m_1$ . Por causa disso o fluxo de neutrinos eletrônicos Equação (3.22), vai sofrer também uma diminuição. No caso hipotético onde temos decaimento total o fluxo de neutrinos e antineutrinos é zero, isso acontece por causa que todos os neutrinos de autoestados de massas  $m_1$  e  $m_2$ , decaírom completamente ao autoestado de massa  $m_3$ , assim aqueles fluxos são zero e temos que a Equação (3.22), é zero.

As Figuras (3.4) e (3.5), apresentam os resultados para os fluxos de antineutrinos e neutrinos vindos de Supernovas Relíquia respectivamente, na hierarquia invertida. As gráficas azuis mostram o comportamento do caso hipotético de decaimento completo, as gráficas verdes o comportamento dos fluxos no caso de decaimento parcial. Finalmente as gráficas vermelhas apresentam o caso sem decaimento.

Como foi discutido anteriormente temos que os fluxos de neutrinos e antineutrinos sofrem

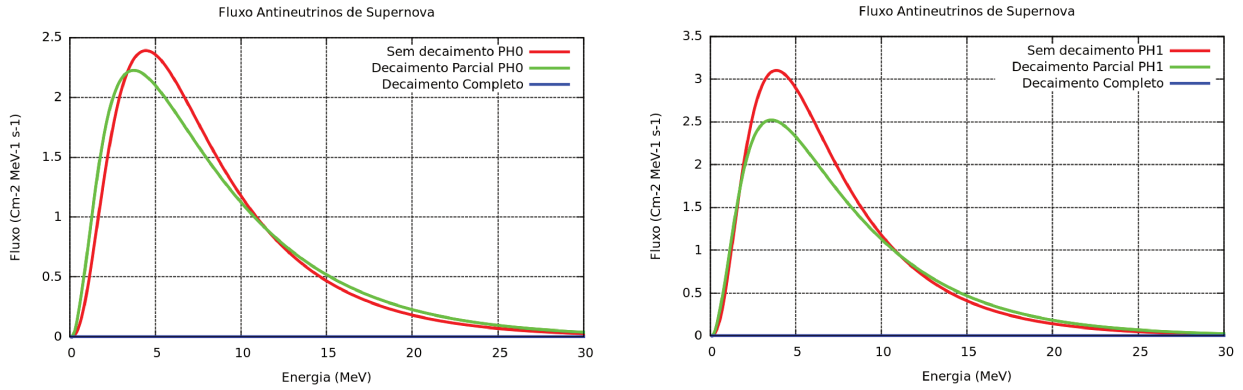


Figura 3.4: Fluxo de Antineutrinos de Supernova Relíquia hierarquia invertida. No eixo das ordenadas o fluxo de neutrinos por unidade do tempo (seg), por unidade de área ( $\text{cm}^2$ ), por unidade de energia (MeV), e no eixo das abscisas a energia em (MeV). Caso não adiabático parte esquerda da figura, caso adiabático parte direita da figura.

uma supressão, devida ao decaimento na hierarquia invertida.

### 3.3 Cálculo do Número de Eventos em SK

Para concluir o nosso estudo nós calculamos o número de eventos que resultaria do fluxo de neutrinos e antineutrinos, para as distintas hierarquias. Também consideramos os casos de decaimento parcial, completo e sem decaimento. A expressão que usamos para calcular o número de eventos foi a seguinte

$$N_\nu = N_t T \int_{E_{th}}^{\infty} \sigma(E) \Phi_\nu(E) dE, \quad (3.25)$$

onde  $\sigma(E)$  representa a seção de choque que nós vamos considerar,  $T$  é o tempo de exposição do experimento,  $N_t$  é o número de alvos,  $E_{th}$  é a energia mínima a partir da qual vamos considerar a interação. Finalmente  $\Phi_\nu(E)$  é o fluxo de neutrinos que vai depender do algum dos casos considerados na Tabela (3.1).

Os resultados apresentados nas Tabelas (3.2)- (3.5) levam em conta as seguintes considerações para o cálculo do número de eventos dado pela Equação (3.25)

- O número prótons e elétrons considerados nas interações foi o mesmo  $N_t = 3.34 \times 10^{32}$ ,



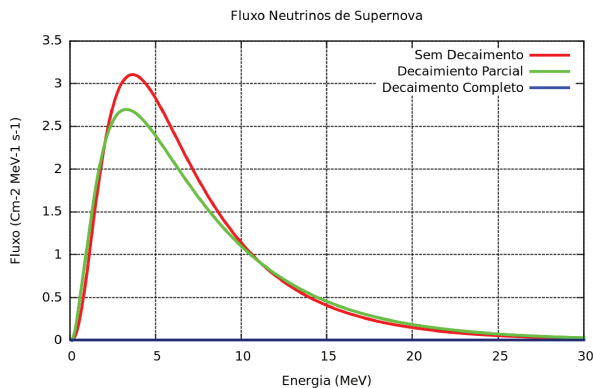


Figura 3.5: Fluxo de Neutrinos de Supernova Relíquia hierarquia na hierarquia invertida. No eixo das ordenadas o fluxo de neutrinos por unidade do tempo (seg), por unidade de área ( $\text{cm}^2$ ), por unidade de energia (MeV), e no eixo das abscissas a energia em (MeV).

que corresponde a 1 kTon de água em Super Kamiokande.

- O tempo de exposição considerado foi de um ano.
- A energia  $E_{th}$  acima da qual consideramos a integração foi de 20 MeV, para nós ter um cálculo livre de ruídos de outros sinais, como foi discutido no capítulo anterior.

Para o caso de antineutrinos eletrônicos consideramos a seção de choque do decaimento inverso beta

$$\bar{\nu}_e + p \longrightarrow e^+ + n, \quad (3.26)$$

e para os neutrinos temos o espalhamento elástico

$$\nu_e + e^- \longrightarrow \nu_e + e^-. \quad (3.27)$$

onde trabalhamos com a seção de choque para esta interação trabalhada em [32], dada pela seguinte expressão

$$\sigma(\bar{\nu}_e p \longrightarrow e^+ n) \approx 10^{-43} \text{cm}^2 \sqrt{(E - \Delta)^2 - m_e^2} (E - \Delta) E^{-a+b \ln E - c \ln^3 E}, \quad (3.28)$$

a energia do neutrino  $E$  é dada em MeV,  $\Delta = m_n - m_p \approx 1.293$  MeV é a diferença entre as massas dos nucleones, finalmente  $m_e$  é a massa do elétron. Os valores das constantes  $a$ ,  $b$ ,  $c$

Número de Eventos de Neutrinos com Hierarquia Normal	
Tipo Decaimento	Número de Eventos/Ano $\times 10^{-3}$
$\tau_i \rightarrow 0$	4.06
$\frac{\tau_i}{m_i} = 7 \times 10^{10} s/eV, P_H=0$	2.92
$\frac{\tau_i}{m_i} = 7 \times 10^{10} s/eV, P_H=1$	2.92
$\tau_i \rightarrow \infty P_H=0$	2.58
$\tau_i \rightarrow \infty P_H=1$	2.01

Tabela 3.2: Número de eventos para o fluxo de neutrinos na hierarquia normal, para os distintos casos de decaimento.

são os seguintes

$$a = 0.07056, \quad b = 0.02018, \quad c = 0.001953.$$

A expressão para o espalhamento elástico do neutrino eletrônico, em função da sua energia  $E$  que foi usada é [33]

$$\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-) = 9.20 \times 10^{-45} \left( \frac{E}{MeV} \right) cm^2 \quad (3.29)$$

Podemos ver que a diferença em ordem de grandeza das duas seções de choque dadas pelas Equações (3.28) e (3.29), é de dois ordenes de magnitude.

### 3.3.1 Número de Eventos na Hierarquia Normal

A Tabela (3.2), apresenta o comportamento do número de eventos na hierarquia normal dos neutrinos, para distintos tipos de decaimento, diferenciado pelo tempo de vida dos neutrinos podemos determinar que com a diminuição do tempo de vida o número de eventos aumenta.

A Tabela (3.3), apresenta o comportamento do número de eventos na hierarquia normal dos antineutrinos, para distintos tipos de decaimento, de novo com a diminuição do tempo de vida o número de eventos aumenta.

Para esta hierarquia finalmente nós podemos concluir que o aumento do número de eventos neste tipo de fluxos é devida ao decaimento, que aumenta a quantidade de neutrinos de massa  $m_1$

Número de Eventos de Antineutrinos com Hierarquia Normal	
Tipo Decaimento	Número de Eventos/Ano $\times 10^{-1}$
$\tau_i \rightarrow 0$	9.09
$\frac{\tau_i}{m_i} = 7 \times 10^{10} s/eV$	5.27
$\tau_i \rightarrow \infty$	3.43

Tabela 3.3: Número de eventos para o fluxo de antineutrinos na hierarquia normal, para os distintos casos de decaimento.

Número de Eventos de Neutrinos com Hierarquia Invertida	
Tipo Decaimento	Número de Eventos/Ano $\times 10^{-3}$
$\tau_i \rightarrow 0$	0
$\frac{\tau_i}{m_i} = 7 \times 10^{10} s/eV$	2.020
$\tau_i \rightarrow \infty$	2.730

Tabela 3.4: Número de eventos para o fluxo de neutrinos na hierarquia invertida, para os distintos casos de decaimento.

### 3.3.2 Número de Eventos na Hierarquia Invertida

A Tabela (3.4), apresenta o comportamento do número de eventos na hierarquia invertida dos neutrinos, para distintos tipos de decaimento, diferenciado pelo tempo de vida dos deles podemos determinar que com a diminuição do tempo de vida o número de eventos sofre uma diminuição.

Na Tabela (3.5), temos o comportamento do número de eventos na hierarquia invertida dos antineutrinos, o padrão da diminuição do número de eventos não é tão claro aqui. Por exemplo se comparamos os números de eventos dados pela segunda e ultima fila da tabela, vemos que são muito parecidos, e por tanto nós não poderíamos diferenciar estes dois casos nesta hierarquia.

### 3.3.3 Comparação dos Resultados

Finalmente comparamos os resultados obtidos nesta seção com os limites superiores que nos introduzimos no capítulo anterior. Podemos ver que as para qualquer que seja a hierarquia, os fluxos de neutrinos eletrônicos Figuras (3.6) e (3.7) eles são menores que os limites reportados nas referencias [27, 28, 29].

Número de Eventos de Antineutrinos com Hierarquia Invertida	
Tipo Decaimento	Número de Eventos/Ano $\times 10^{-1}$
$\tau_i \rightarrow 0$	0
$\frac{\tau_i}{m_i} = 7 \times 10^{10} s/eV, P_H=0$	5.050
$\frac{\tau_i}{m_i} = 7 \times 10^{10} s/eV, P_H=1$	3.390
$\tau_i \rightarrow \infty P_H=0$	7.050
$\tau_i \rightarrow \infty P_H=1$	4.910

Tabela 3.5: Número de eventos para o fluxo de antineutrinos na hierarquia invertida, para os distintos casos de decaimento.

Para os antineutrinos eletrônicos temos que os limites calculados neste trabalho e os limites reportados, estão muito próximos.

Por ultimo queremos ressaltar, que este tipo de comparações entre fluxo de neutrinos e antineutrinos eletrônicos com decaimento, e limites reportados para estes fluxos, não tinha sido feito antes.

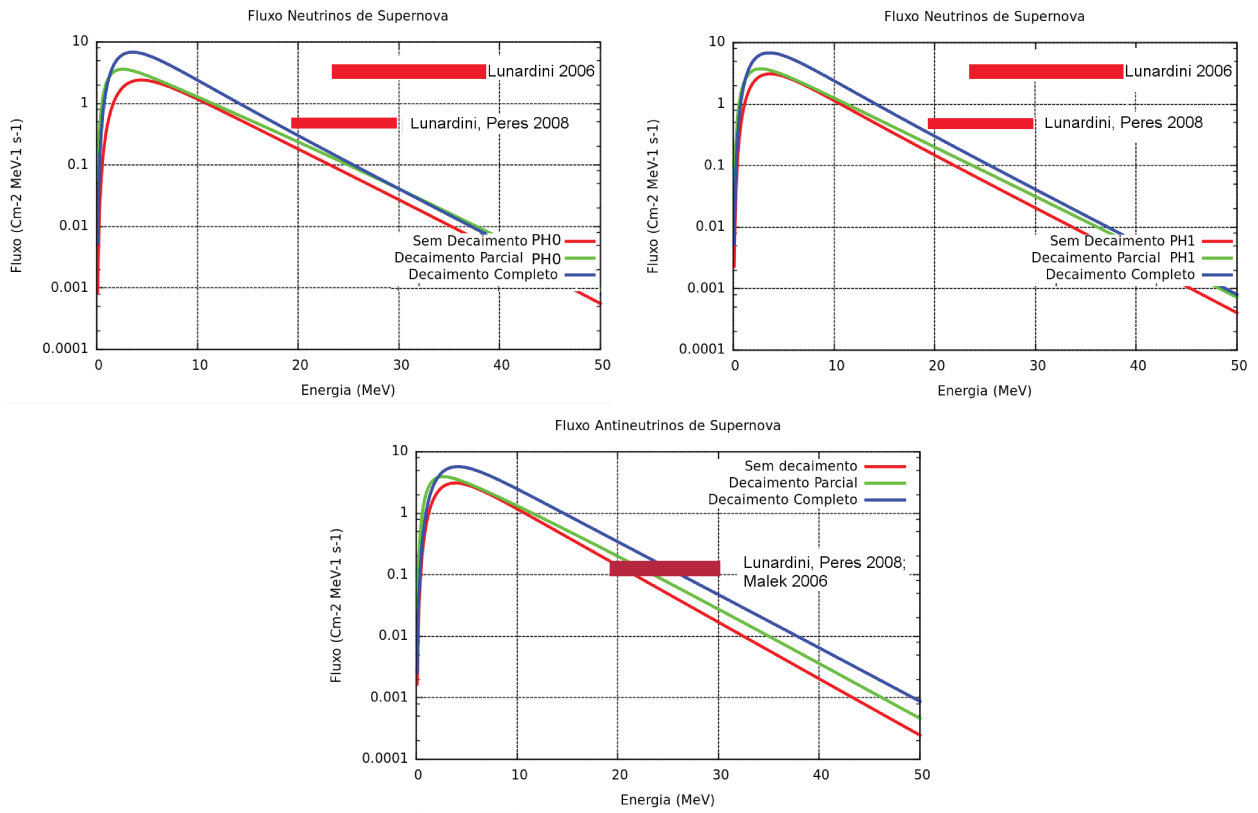


Figura 3.6: Fluxo de Neutrinos (Antineutrinos) eletrônicos parte superior (inferior) hierarquia normal, comparados com limites superiores reportados em [27, 28, 29], para os casos adiabático esquerda da figura, e o caso não adiabático direita. As diferentes curvas coloridas correspondem a diferentes tempos de vida, azul, verde e vermelha para tempos de vida zero, finito e infinito respectivamente.

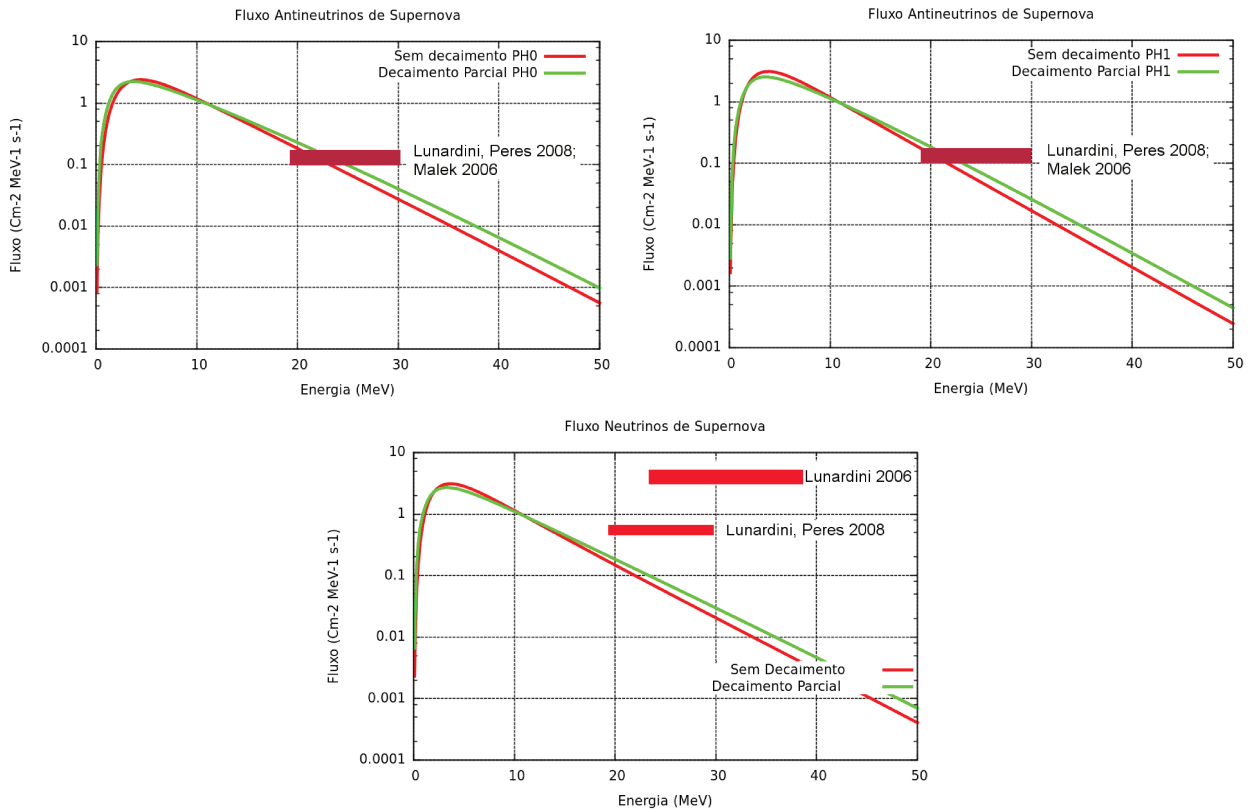


Figura 3.7: Fluxo de Antineutrinos (Neutrinos) eletrônicos parte superior (inferior) hierarquia invertida, comparados com limites superiores reportados em [27, 28, 29], para os casos adiabático esquerda da figura, e o caso não adiabático direita. As diferentes curvas coloridas correspondem a diferentes tempos de vida, verde e vermelha corresponde a tempos de vida zero, finito e infinito respectivamente.

# 4

## Conclusões

Este trabalho apresenta o estudo da geração de massas e tempos de vida distintas de zero, para neutrinos, em primeiro estudamos modelos que geram massas e tempos de vida finitos. Estudamos as consequências que apresentariam os fluxos de neutrinos difusos, vindos de explosões de supernovas relíquia.

Apresentamos neste trabalho o modelo de Gelmini e Roncadelli, como um laboratório de modelos que gera massas para os neutrinos, e também gera decaimento para estas partículas. Embora este modelo foi descartado experimentalmente, existem modelos que possuem características similares ao modelo estudado, e ainda podem ter validade experimental. Uma característica que faz com que este modelo seja interessante, é que as massas para os bósons das partículas intermediadoras das interações eletrofracas, tem o mesmo esquema de massas do Modelo Padrão. Os bósons das interações fracas  $W^\pm$  e  $Z^0$  são massivos, e temos o fóton o bóson da interação elétrica sem massa.

O Fluxo Difuso de Neutrinos de Supernova Relíquia foi estudado considerando diferentes padrões de oscilação, que dependem do ângulo de mistura  $\theta_{13}$ , e da hierarquia dos neutrinos. Uma delas é a hierarquia de massa destas partículas, que é desconhecida até hoje. Ela gera consequências distintas para as oscilações dentro da matéria, e para o decaimento.

Estudamos os fluxos dos neutrinos vindos de Supernovas sem decaimento. Por causa do que os neutrinos atravessam regiões de altas densidades de matéria, estudamos oscilações que podem acontecer dentro das supernovas. Podemos sumarizar os resultados afirmando que a oscilação, faz com que o fluxo seja menor e mais quente, em outras palavras o fluxo, para energias maiores a 10 MeV aproximadamente, é maior do que aquele sem oscilação.

Considerando os neutrinos como partículas que apresentam decaimento, encontramos que cada hierarquia de massa dos neutrinos, leva distintos comportamentos para os fluxos de neutrinos e antineutrinos eletrônicos. No caso da hierarquia normal temos que o decaimento faz com que o fluxo de neutrinos e antineutrinos eletrônicos aumente.

No caso da hierarquia invertida o fluxo de neutrinos e antineutrinos vai diminuir, por causa do decaimento, no caso hipotético de decaimento completo para esta hierarquia o fluxo de neutrinos e antineutrinos eletrônicos é nulo. Nós também comparamos os fluxos que resultam do decaimento, com limites obtidos de dados experimentais, ressaltamos que esta comparação não foi feita antes.

Encontramos que o número de eventos na hierarquia normal para neutrinos e antineutrinos eletrônicos, apresenta um comportamento crescente, quando consideramos que o tempo de vida dos neutrinos diminui. Assim se um detector mede este tipo de fluxo de neutrinos e antineutrinos, poderia diferenciar entre os casos, que dependem do tempo de vida dos neutrinos.

O comportamento do número de eventos na hierarquia invertida é um pouco mais complexo de distinguir num detector. Por causa do que o número de eventos, no caso de antineutrinos eletrônicos, não apresenta um comportamento homogêneo decrescente como esperaríamos.

Se comparamos o número de eventos dos neutrinos e antineutrinos temos, o número de eventos para os antineutrinos é dois ordens de grandeza maior do que o número de eventos para os neutrinos. Isso é consequência das seções de espalhamento que nos trabalhamos. Finalmente comentamos que os resultados que apresentamos dependem dos parâmetros que nós tomamos, um estudo com variações dos parâmetros esta em andamento.



# Bibliografía

- [1] A página, John Bahcall: <http://www.sns.ias.edu/jnb/>.
- [2] B. Pontecorvo, Phys. Rev. **28 B**, 493 (1969).
- [3] G.B. Gelmini, M. Roncadelli, Phys. Lett. **B99**, 41, (1981).
- [4] M. A. Diaz, M. A. Garcia-Jareño, D. A. Restrepo and J. W. F. Valle, Nucl. Phys. B **527**, 44 (1998) hep-ph/9803362.
- [5] J. Schechter and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **25**, 774 (1982).
- [6] S. L. Glashow Nucl. Phys. B **22**, 579 (1961); A. Salam, Proc. Eighth Nobel Symp., ed N. Svartholm (Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1968) p. 367; S. Weinberg, Phys. Rev. Lett **19** 1264 (1967).
- [7] S. F. Novaes. hep-ph/0001283.
- [8] M. Peskin, D. Schroeder, An Introduction to Quantum Field Theory, Addison Wesley, Advanced Book Program (1995).
- [9] E. Majorana, Nuovo. Cim. **14**, 171 (1937).
- [10] L. Wolfenstein Phys. Rev. D **17**, 2369 (1978).
- [11] J.W.F. Valle, Prog. Part. Nucl. Phys **26** (1991).
- [12] S. Ando, Neutrino Meeting Marseille, France (2008).
- [13] S. Ando, K. Sato, New. J. Phys **6**, 170 (2004).
- [14] T. Totani, K. Sato, Y. Yoshii Astrophys. J. **460**, 303 (1996).

- [15] G. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, D. Motanino, A. Palazzo Phys. Rev. D **69**, (2004) hep-ph/017301.
- [16] S. Ando, Phys. Lett. B **570**, 11 (2003).
- [17] Bruce Lehmann Sánchez Vega, Decaimento de Neutrinos induzidos por escalares e aplicações a supernovas, Tese Mestrado IFGW (2006).
- [18] R. Tomas, M. Kachelriess, G. Raffelt, G. Dighe, A. Janka, JCAP **0409**, 015 (2004).
- [19] A página <http://www.aspera-eu.org/images/stories/files/Roadmap.pdf>.
- [20] M. Keil, G. Raffelt, H. Janka, Astrophys. J. **590**, 971 (2003).
- [21] H. Yuksel, M.D. Kistler, J.F. Beacom, A. Hopkins, Astrophys. J. **683**, L5 (2008).
- [22] A. Hopkins, J. Beacom, Astrophys. J. Lett. B **651**, 142 (2006).
- [23] B.P. Palash, International Journal of Modern Physics A **7**, 5387 (1992).
- [24] S.P. Mikheyev, A.Y. Smirnov, Nuovo Cimento **C9** 17 (1986).
- [25] A. Dighe, Yu. Smirnov, Phys. Rev. D **62** (2000).
- [26] C. Lunardini, Difusse Supernova neutrinos at underground laboratories <http://arxiv.org/pdf/1007.3252v1>.
- [27] C. Lunardini, O.L.G. Peres, J. Cosmol. Astropart. Phys. JCAP08 (2008) 033.
- [28] C. Lunardini, Astropart. Phys. **26**,190 (2006).
- [29] M. Malek, **et al** Phys. Rev. Lett **90** (2003).
- [30] G.L. Fogli, E. Lisi, A. Mirizzi, D. Montarino, Phys. Rev. D **70**, 013001 (2004).
- [31] J.F. Beacom, N.F. Nicole. Phys. Rev. D **65**, 113009 (2002).
- [32] A. Strumia, F. Vissani, Phys. Lett B **564**, 42-54, (2003).
- [33] A.G. Cocco, A Ereditato, G. Fiorillo, JCAP **12**, 1475, (2004).