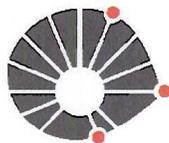




Daniel Francisco Boriero

Fenomenologia de neutrinos massivos em cosmologia

Campinas,
2013



UNICAMP

Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Física “Gleb Wataghin”

Daniel Francisco Boriero

Fenomenologia de neutrinos massivos em cosmologia

Orientador: Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda

Tese de Doutorado apresentada ao
Instituto de Física “Gleb Wathagin” da
UNICAMP para obtenção do título de
Doutor em Ciências.

Este exemplar corresponde à versão final
da tese defendida pelo aluno Daniel
Francisco Boriero e orientada pelo Prof.
Dr. Pedro Cunha de Holanda

Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda

Campinas,
2013

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA POR
VALKÍRIA SUCCI VICENTE – CRB8/5398 - BIBLIOTECA DO IFGW
UNICAMP**

B644f Boriero, Daniel Francisco, 1981-
Fenomenologia de neutrinos massivos em cosmologia /
Daniel Francisco Boriero. -- Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Pedro Cunha de Holanda.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas,
Instituto de Física “Gleb Wataghin”.

1. Neutrinos. 2. Cosmologia. 3. Cosmologia de
neutrinos. I. Holanda, Pedro Cunha de, 1973-
II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física
“Gleb Wataghin”. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em inglês: Phenomenology of massive neutrinos in cosmology

Palavras-chave em inglês:

Neutrinos

Cosmology

Neutrino cosmology

Área de Concentração: Física

Titulação: Doutor em Ciências

Banca Examinadora:

Pedro Cunha de Holanda [Orientador]

Marcelo Moraes Guzzo

José Augusto Chinellato

Saulo Carneiro de Souza Silva

Célio Adrega de Moura Junior

Data da Defesa: 18-02-2013

Programa de Pós-Graduação em: Física



Secretaria de Pós-Graduação – Tel: (19) 3521-5305 FAX: (19) 3521-4142
Membros da Comissão Julgadora de tese de doutorado de Daniel Francisco Boriero – RA 008396,
apresentada e aprovada ao Instituto de Física “Gleb Wataghin”, da Universidade Estadual de Campinas, em
18/02/2013.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda - orientador do candidato.
DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. José Augusto Chinellato
DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo
DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Célio Adrega de Moura Junior
CCNH/UFABC

Prof. Dr. Saulo Carneiro de Souza Silva
IF/UFBA

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todos que de alguma forma contribuíram para a conclusão deste trabalho. Especialmente, gostaria de agradecer ao meu orientador, Professor Pedro Cunha de Holanda, e aos Professores Marcelo Moraes Guzzo e Orlando Peres. Também gostaria de agradecer à Professora Yvonne Wong e ao Doutor Subinoy Das. Gostaria de agradecer a todos do grupo de fenomenologia de neutrinos, à ajuda dos colegas de trabalho e aos amigos pelos conselhos e sugestões. À minha família, meus pais Francisco Boriero e Maria Aparecida, aos meus irmãos Marcos, Josemare, Jaine e Guilherme, agradeço por tudo que fizeram por mim, ao suporte durante estes anos de estudo e por toda minha vida possibilitando estar aonde estou hoje.

Resumo

Cosmologia de neutrinos é a atividade de pesquisa dedicada ao teste de propriedades de neutrinos através de observáveis cosmológicos. Particularmente, as propriedades estudadas e testadas ao longo desta tese de doutorado foram a massa dos neutrinos e o número de estados estéreis. Ambas propriedades são motivadas pela observação em experimentos terrestres do fenômeno de oscilação entre estados de interação. Diferentemente da existência de estados massivos, os indícios da existência de estados estéreis são tenuemente sugeridos, contudo ambas propriedades representariam um grande impacto no modelo cosmológico caso sejam observados sinais positivos de suas existências e por esse motivo justificam-se suas análises. A utilização da cosmologia como um laboratório de física de neutrinos é possível graças à imensa abundância de neutrinos remanescentes do universo primordial além da sensibilidade sem precedentes das observações realizadas. Telescópios e detectores em planejamento ou em implementação supostamente alcançarão a sensibilidade equivalente aos valores mínimos das massas determinados pelo fenômeno de oscilação. A perspectiva de tais sensibilidades experimentais deve ser acompanhada pelo aumento equivalente da precisão obtida nas previsões teóricas dos efeitos pelos quais pretende-se detectar a presença de neutrinos massivos ou de estados estéreis. Nesta tese de doutorado, além de ser detalhadamente desenvolvida a teoria e a metodologia convencionais na análise de dados cosmológicos para obtenção de medidas ou limites para estes dois parâmetros, também foram desenvolvidos métodos para aumentar a precisão da previsibilidade teórica. Foram abordados dois desafios teóricos prementes, a imprecisão das previsões no regime não-linear de perturbação para neutrinos massivos e a degenerescência em relação aos parâmetros de modelos cosmológicos estendidos. As melhorias obtidas não compõem soluções definitivas, mas sim metodologias a serem desenvolvidas sistematicamente ao longo da obtenção de novos dados reais e simulados.

Abstract

Neutrino cosmology is the research activity dedicated to test neutrino properties by cosmological observables. Specially, the properties studied and tested along this graduate research were the neutrino mass and the sterile states. Both properties are motivated from observations in terrestrial experiments of the phenomenon of oscillation between interaction states. Differently from the existence of massive states, the signals of sterile states are weakly suggested, however both properties would mean a sizeable impact in the cosmological model in case any positive signal is detected and, therefore, their analysis are justified. The utilization of cosmology as a laboratory of neutrino physics is possible thanks to the high abundance of remaining neutrinos from the primordial universe, besides the unprecedented sensitivity of experimental observations. Telescopes and detectors planned or under construction will supposedly reach the sensitivity equivalent to the minimal neutrinos masses given by the oscillation phenomenon. The perspective of such experimental sensitivities must be followed by the equivalent improvement in the theoretical predictability for the effects with which it is intended to detect a positive signal of massive neutrinos or sterile states. In this Ph.D. Thesis, besides being developed in detail the theory and methodology used in the analysis of cosmological data to measure or constrain these two parameters, we also developed methods and tools to improve the theoretical predictability. Two pressing theoretical challenges were addressed, the imprecision of the predictions in the non-linear regime of perturbations for massive neutrinos and the degeneracy related to parameters of extended cosmological models. The improvements obtained do not make up a definitive solution, but rather methodologies to be systematically developed along with the achievement or the eventuality of new real and simulated data.

Conteúdo

Agradecimentos	vii
Resumo	ix
Abstract	xi
1 Introdução	1
2 Neutrinos massivos	5
2.1 Oscilação dos estados de interação	5
2.2 Limites cinemáticos para a massa dos neutrinos	7
3 Cosmologia de neutrinos	9
3.1 Desacoplamento e abundância de neutrinos primordiais	9
3.2 Número efetivo de estados de neutrinos	14
3.3 Formação de matéria escura quente	16
3.4 Evolução de perturbações sobre o fundo homogêneo de neutrinos	22
3.4.1 Regime ultra-relativístico	23
3.4.2 Regime não-relativístico	24
3.4.3 Acoplamento gravitacional com o restante do universo	25
3.4.4 Condições iniciais	25
3.5 Detecção direta	27
4 Observáveis relevantes	29
4.1 Nucleossíntese primordial	30
4.1.1 Abundância de hélio	31
4.2 Formação de estruturas de larga escala	34
4.2.1 Luminosidade aparente de supernovas	35
4.2.2 Anisotropias da radiação cósmica de fundo	38
4.2.3 Espectro de potência da matéria	42
4.2.4 Lente gravitacional fraca galáctica	45
4.3 Ferramentas de análise	48
4.4 Análise estatística e resultados	50
5 Efeitos de perturbação no regime não-linear	55
5.1 Metodologia para implementar correções não-lineares	57
5.2 A correção m_ν HALOFIT para neutrinos massivos	59

6	Degenerescência com modelos cosmológicos estendidos	63
6.1	Conversão de matéria escura não relativística em relativística	64
6.1.1	Revisão do modelo	65
6.1.2	Resultados	68
6.2	Modelo cosmológico camaleão	73
6.2.1	Revisão do modelo	74
6.2.2	Solução atratora	77
6.2.3	Resultados	78
7	Discussão e conclusões	83

Lista de Figuras

1	Massas dos neutrinos considerando as diferenças quadráticas de massa dos experimentos de oscilação em função do valor da menor massa.	6
2	Soma das massas dos neutrinos, para a hierarquia normal e invertida, em função da massa do estado mais leve.	7
3	Magnitude aparente de supernovas do tipo Ia em função do desvio para o vermelho.	36
4	Espectros teóricos de anisotropias da radiação cósmica de fundo obtidos para os modelos Λ CDM, $N_{\text{eff}}\Lambda$ CDM e $m_\nu\Lambda$ CDM.	39
5	Efeitos no espectro de anisotropias da radiação cósmica de fundo devido à presença de neutrinos massivos e de estados extras de neutrinos em comparação com o modelo cosmológico padrão.	40
6	Espectro de potência da matéria para diferentes modelos cosmológicos contendo a abundância de objetos em função de sua escala.	43
7	Efeitos no espectro de potência da matéria devido a presença de neutrinos massivos ou estados extras de neutrinos em comparação com o modelo cosmológico padrão.	44
8	Espectro de potência da convergência de lente gravitacional fraca para diferentes valores de massa para o neutrino.	46
9	Correlação entres os parâmetros N_{eff} e $\sum m_\nu$ para 68% CCI e 95% CCI para o modelo cosmológico padrão estendido.	53
10	Espectros de potência da matéria para neutrinos massivos. Contendo a previsão pela teoria de perturbação linear, pela previsão do regime não-linear e do constatado em simulações.	58
11	Supressão de espectros de potência da matéria devido à presença de neutrinos massivos. Contendo a previsão pela teoria de perturbação linear, pela previsão do regime não-linear e do constatado em simulações.	59
12	Divergência do efeito de presença de neutrinos massivos previsto pelo HALOFIT em relação à simulação de n-corpos utilizada como modelo fiducial, para dois valores da soma das massas dos neutrinos.	60
13	Divergência do efeito de presença de neutrinos massivos previsto pelo m_ν HALOFIT, portanto já corrigido, em relação à simulação de n-corpos utilizada como modelo fiducial, para dois valores da soma das massas dos neutrinos.	61
14	Espectro das anisotropias da radiação cósmica contendo o melhor ajuste do modelo Λ CDM e o modelo com conversão de matéria escura Λ HCDM.	65
15	Espectro de potência da matéria contendo o melhor ajuste do modelo Λ CDM e do modelo com conversão de matéria escura Λ HCDM.	67
16	Correlação dos parâmetros a_i e η do modelo com conversão de matéria escura Λ HCDM, apresentado para regiões de 68% CL e 95% CL e para diferentes combinações de dados experimentais.	69

17	Probabilidade posterior para os parâmetros a_i e η do modelo com conversão de matéria escura Λ HCDM. Todos os outros parâmetros estão marginalizados em seus valores médios.	71
18	Probabilidade posterior para todos os parâmetros padrões para os modelos Λ CDM e para o modelo com conversão de matéria escura Λ HCDM.	72
19	Potencial efetivo do modelo camaleão e o conjunto de pontos do mínimo do potencial.	77
20	Correlação dos parâmetros α e β do modelo camaleão considerando diferentes conjuntos de dados.	81

Lista de Tabelas

1	Conjunto de parâmetros dos modelos testados, extensões mínimas do modelo cosmológico padrão para atribuir massa e estados extras aos neutrinos.	50
2	Descrição individual dos parâmetros utilizados nos modelos testados, contendo extensões mínimas para incluir neutrinos massivos e estados extras.	51
3	Valores médios e limites de 95% CL para a massa dos neutrinos e número de estados para diferentes conjuntos de dados.	54
4	Valores médios e limites de 95% CL para a massa dos neutrinos para diferentes conjuntos de dados, contendo a comparação entre resultados obtidos com a fórmula HALOFIT e a versão corrigida m_{ν} HALOFIT. A diferença entre os melhores ajustes também é apresentada para cada combinação de dados experimentais, onde $\Delta\chi^2_{\text{Min}} = \chi^2_{\text{HALOFIT}} - \chi^2_{m_{\nu}\text{HALOFIT}}$	61
5	Parâmetros do modelo com conversão de matéria escura fria para matéria escura quente. . . .	68
6	Valores médios e limites de 95% CL para os parâmetros do modelo cosmológico com conversão de matéria escura fria para matéria escura quente.	70
7	Descrição dos parâmetros do modelo cosmológico camaleão.	79
8	Limites para 95% CL e as médias para o modelo camaleão e dados testados assim como a comparação com o modelo $N_{\text{eff}}\Lambda\text{CDM}$	80

What shadows we are, and what shadows we pursue.

Edmund Burke.

1 Introdução

Neutrinos foram criados em profusão no universo primordial, da mesma forma como as outras partículas do modelo padrão de partículas elementares. Pelo fato de serem estáveis, os neutrinos cosmológicos ainda existem em estado livre e na mesma abundância de quando estavam em equilíbrio com o restante do universo. Devido às baixas seções de choque dos neutrinos, as interações com as outras partículas pelos vértices do modelo padrão ocorrem apenas por um breve período da história. Pelo mesmo motivo, nunca foi possível detectar diretamente os neutrinos cosmológicos, embora exista um conjunto de evidências indiretas de sua existência, tais como as abundâncias de elementos leves primordiais e o formato das anisotropias da radiação cósmica de fundo. De forma que todos os modelos cosmológicos modernos incluem neutrinos na relação de partículas que compõem o universo, ainda que por motivos históricos e de simplicidade, os neutrinos são em geral incluídos como partículas não massivas. Resumidamente, a presença de três estados de interação é necessária para explicar os dados cosmológicos, mas não há qualquer indício cosmológico consistente de que sejam massivos ou da presença de estados de interação estéreis.

Apesar de, na prática, o universo ser transparente aos neutrinos cosmológicos, por toda a evolução do universo sua presença é sentida pelos efeitos gravitacionais que provoca. Sob o paradigma da relatividade geral, a taxa de expansão do universo depende de seu conteúdo energético, ao qual deve ser somado a densidade de energia em neutrinos. Pelo fato de serem partículas relativísticas durante a maior parte da história, a diluição da densidade de neutrinos em função do tamanho do universo será diferente da diluição da matéria escura e da matéria bariônica. Apesar de neutrinos e fótons diluírem-se igualmente, fótons cosmológicos possuem sua densidade altamente restringida por medidas diretas e precisas de sua temperatura, além de possuírem diversos efeitos observáveis devido ao espalhamento com bárions. Devido a essas diferenças, os neutrinos possuem uma assinatura muito distinta na evolução do universo.

Por outro lado, experimentos que detectam oscilações entre neutrinos produzidos no Sol, na atmosfera, em reatores nucleares e em aceleradores de partículas demonstram inequivocamente que neutrinos possuem massa. Essa descoberta criou a possibilidade e despertou o interesse em utilizar observáveis cosmológicos como um laboratório para medir a massa dos neutrinos. Apesar de serem relativísticos durante a maior parte da evolução do universo, o fato de serem massivos aumenta drasticamente sua densidade, pois esta passa a depender linearmente da soma das massas dos neutrinos. Este aumento da densidade cosmológica torna a contribuição energética dos neutrinos mais relevante em relação às outras partículas que formam o universo, principalmente quando comparado com a situação em que neutrinos não são massivos. Este aumento da relevância possibilita a utilização de observáveis cosmológicos como um laboratório sensível para ajustar modelos cosmológicos que incluam neutrinos massivos e, por consequência, medir esta propriedade dos neutrinos. Além do aumento da densidade e seus reflexos na taxa de expansão do universo, neutrinos massivos possuem um livre caminho médio dependente de sua massa. Ao atravessarem regiões do espaço formados por poços gravitacionais com dimensões superiores ao seu livre caminho médio, os neutrinos aglomeram-se em seu

interior e passam a fazer parte do sistema ligado auto-gravitante. Diferentemente, ao atravessarem regiões com poços gravitacionais de dimensões inferiores ao comprimento de seu livre caminho médio, os neutrinos passam a fazer pressão e a alargar o poço pelo qual atravessam. A dinâmica é semelhante ao encontrado em sistemas compostos por gases auto-gravitantes, a dimensão do sistema será necessariamente superior ao livre caminho médio dos gases que o compõe, como no caso de estrelas. Os poços gravitacionais que formarão as futuras estruturas galácticas são compostos por halos de matéria escura. No caso em que os halos são menores que o livre caminho médio dos neutrinos, estes comportam-se como partículas relativísticas no interior do halo, suavizando as inhomogeneidades e impedindo o crescimento das perturbações na densidade que formarão as futuras estruturas dentro do halo. Este fenômeno é conhecido como efeito de livre dissipação e tem papel central nas expectativas em se medir a massa do neutrino por seu grande potencial de detectabilidade em futuros experimentos, mesmo para a massa mínima estabelecida pelos experimentos de oscilação. Dados de oscilação entre estados de neutrinos também apresentam indícios da existência de estados estéreis, embora esses indícios sejam tênues, suas implicações para a cosmologia seriam revolucionáveis e, portanto, o número efetivo de estados também é incluído na parametrização fenomenológica ao testar as propriedades de neutrinos em cosmologia.

Essencialmente, a tarefa de impor limites às massas dos neutrinos e ao número de estados estéreis utilizando-se de dados cosmológicos resume-me em calcular quanta matéria relativística é possível adicionar aos modelos sem degradar seus ajustes quando comparados com dados experimentais. Há diversos observáveis com diferentes sensibilidades aos efeitos de massa e número de estados de neutrinos, além da presença de degenerescências entre parâmetros do modelo cosmológico padrão necessários para restringir quantitativamente esses efeitos. Portanto, não é possível utilizar de apenas um observável cosmológico para restringir unicamente as propriedades dos neutrinos. A abordagem fenomenológica deve incluir o modelo cosmológico padrão completo, acrescido dos parâmetros de massa e do número de estados de neutrinos, para realizar um ajuste global com diferentes conjuntos de dados cosmológicos.

No capítulo 2 será detalhado como efeitos de oscilação entre estados de interação implicam na existência de massa para os neutrinos, apesar de não oferecerem nenhuma estimativa de seus valores. O capítulo 3 contém a descrição teórica completa do papel dos neutrinos na evolução cosmológica, assim como as descrições de como as propriedades de massa e número efetivo de estados dos neutrinos são incluídas no modelo padrão. No capítulo 4 são detalhados os observáveis cosmológicos pertinentes à medida das propriedades dos neutrinos, a forma como podem ser estimados teoricamente a partir dos modelos, os dados utilizados e o método de análise estatística dos modelos quando comparados com os dados. Neste capítulo também são apresentados resultados do ajuste do modelo com neutrinos massivos e estados extras para diferentes conjuntos de dados. No capítulo 5 é abordado o primeiro dos desafios em gerar previsões confiáveis para o modelo contendo neutrinos massivos, que é a discrepância ao utilizar a teoria de perturbação no regime não-linear de aglomeração de matéria. Neste capítulo é apresentado um método de corrigir essas discrepâncias em conjunto com novos limites para a massa do neutrino contendo essa correção. No capítulo 6 é apresentado

o segundo desafio teórico ao analisar dados reais, que é a degenerescência com parâmetros do modelo padrão e também em relação a parâmetros de modelos cosmológicos estendidos. Neste capítulo é apresentado a delimitação dessas degenerescências considerando-se algumas possibilidades de extensões do modelo padrão. Finalmente, no capítulo 7 é apresentado ponderações sobre a tarefa de determinar a massa dos neutrinos e o número de estados utilizando-se de observáveis cosmológicos, além das conclusões finais desta tese de doutorado.

2 Neutrinos massivos

Desde sua proposição para explicar a não conservação do momento angular e o espectro de energia durante o decaimento β , os neutrinos têm integrado o modelo padrão como partículas não massivas. O motivo de serem introduzidos dessa forma é devido à existência de elétrons do decaimento β com energias no extremo superior do espectro. Ao detectar-se elétrons carregando quase todo o momento desse decaimento em três corpos enquanto o próton permanece imóvel, pode-se concluir que o neutrino que acompanha o lépton carregado deve ser muito leve. Dada a sensibilidade dos experimentos em medir o momento dos elétrons mais energéticos nesse decaimento, e da mesma forma em outros decaimentos envolvendo léptons carregados mais pesados, nunca foi possível excluir a possibilidade das massas dos neutrinos serem nulas. Pelo motivo de ser impossível determinar o valor esperado no vácuo do acoplamento do bóson de Higgs com os férmions de outra forma que não experimentalmente, os termos de massa dos neutrinos nunca foram adicionados na Lagrangiana do modelo padrão. Além do fato de não se saber o valor do termo de massa de Dirac, também não se sabe se há termos de massa de Majorana. Considerando-se que o neutrino é uma partícula neutra, é possível que seja sua própria antipartícula e tenha os dois tipos de massa, de Dirac e de Majorana, portanto não se sabe nem mesmo a natureza do termo de massa a ser adicionado na Lagrangiana do modelo padrão de partículas.

2.1 Oscilação dos estados de interação

O efeito de oscilação é o fenômeno responsável por serem observadas famílias de léptons carregados acompanhando o processo de detecção de neutrinos diferentes daquelas famílias que acompanharam o processo de criação. Uma das condições necessárias para que esse fenômeno ocorra é que os estados de massa possuam diferentes dispersões mesmo quando criados com o mesmo momento. Sob a condição de que os neutrinos obedeçam a equação de dispersão de Einstein, tais estados de massa só poderiam ter diferentes dispersões caso possuíssem diferentes valores de massa, dessa forma a observação de oscilação é uma evidência de que, exceto pelo estado de massa mais leve, todos os outros estados de massa devem ser massivos. Primeiramente apontado por B. Pontecorvo no ano de 1957 [1], a probabilidade de ocorrer oscilação entre diferentes estados de neutrinos dependerá da diferença do quadrado das massas dos estados da Hamiltoniana. Para o caso simplificado de dois estados de interação descritas como uma superposição de dois estados de massa, a probabilidade de oscilação entre os estados de interação será

$$P_{\nu_{\alpha \rightarrow \beta}} = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right), \quad (1)$$

onde α e β são os estados dos léptons carregados que acompanham os processos de criação e detecção dos neutrinos ($\alpha, \beta = e, \mu, \tau$), θ é o ângulo de mistura, L é a distância de propagação, E é a energia do neutrino e a diferença quadrática de massa é dada por $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$. O fenômeno típico causado pela oscilação é um número de eventos de neutrinos detectados menor que do que o número esperado dado um conhecimento consideravelmente acurado da fonte produtora e do fluxo resultante na região do detector. O deficit de

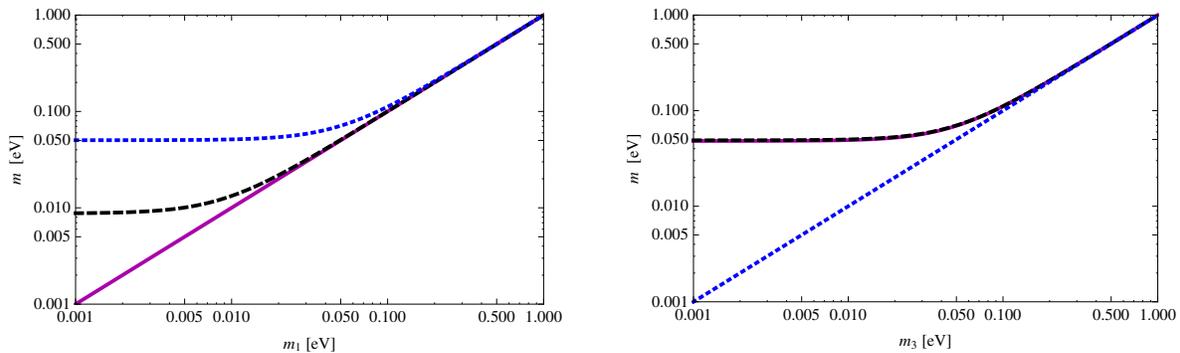


Figura 1: Valores das massas dos autoestados da Hamiltoniana considerando as diferenças quadráticas de massa dos experimentos de oscilação em função do valor da menor massa. À esquerda as massas estão distribuídas na hierarquia normal e à direita na hierarquia invertida. A linha contínua em magenta representa o estado m_1 , em preto tracejado o estado m_2 e em azul pontilhado o estado m_3 .

neutrinos solares foi o primeiro indício de que neutrinos eletrônicos provenientes do Sol estavam oscilando para outros estados de interação e tornando-se invisíveis aos detectores [2, 3, 4, 5]. A construção de experimentos dedicados à hipótese da oscilação possibilitou a detecção de neutrinos eletrônicos em um canal e neutrinos de todas os estados de interação em um segundo canal [6, 7], confirmando que os neutrinos desaparecidos estavam oscilando para outros estados de interação. O deficit de neutrinos produzidos em colisões de raios cósmicos na atmosfera necessitou de um ângulo de oscilação e diferença de massa diferentes para ser explicado. O fenômeno também foi confirmado em neutrinos produzidos em aceleradores de partículas e reatores nucleares, onde foi possível detectar o aparecimento de neutrinos diferentes daqueles produzidos de forma controlada. As evidências experimentais desse fenômeno foram acumuladas ao longo das últimas décadas. Tais experimentos possibilitaram estabelecer valores consistentes para quase todos os elementos da matriz de mistura dos estados de sabor e de propagação. Uma análise global recente [8] contendo todos os dados provenientes de experimentos de oscilação obteve os seguintes valores

$$\Delta m_{21}^2 = 7,62_{-0,19}^{+0,19} \times 10^{-5} \text{ eV}^2, \quad \Delta m_{31}^2 = 2,53_{-0,10}^{+0,08} \left(-2,40_{-0,07}^{+0,10} \right) \times 10^{-3} \text{ eV}^2, \quad (2)$$

$$\sin^2(\theta_{12}) = 0,320_{-0,017}^{+0,015}, \quad \sin^2(\theta_{23}) = 0,49_{-0,05}^{+0,08} \left(0,53_{-0,07}^{+0,05} \right), \quad \sin^2(\theta_{13}) = 0,026_{-0,004}^{+0,003} \left(0,027_{-0,004}^{+0,003} \right), \quad (3)$$

$$\delta_{\text{CP}} = 0,80\pi_{0\pi}^{2\pi} \left(-0,03\pi_{0\pi}^{2\pi} \right), \quad (4)$$

onde os valores apresentados correspondem ao ajuste com hierarquia normal das massas e entre parênteses os valores com hierarquia invertida, o limite de 1σ para δ_{CP} na hierarquia invertida é compatível com os limites $0 - 2\pi$. Outra análise obteve valores similares [9] e discussões detalhadas podem ser encontradas em livros publicados recentemente [10, 11]. Apesar da precisão alcançada ou esperada para medir estes parâmetros

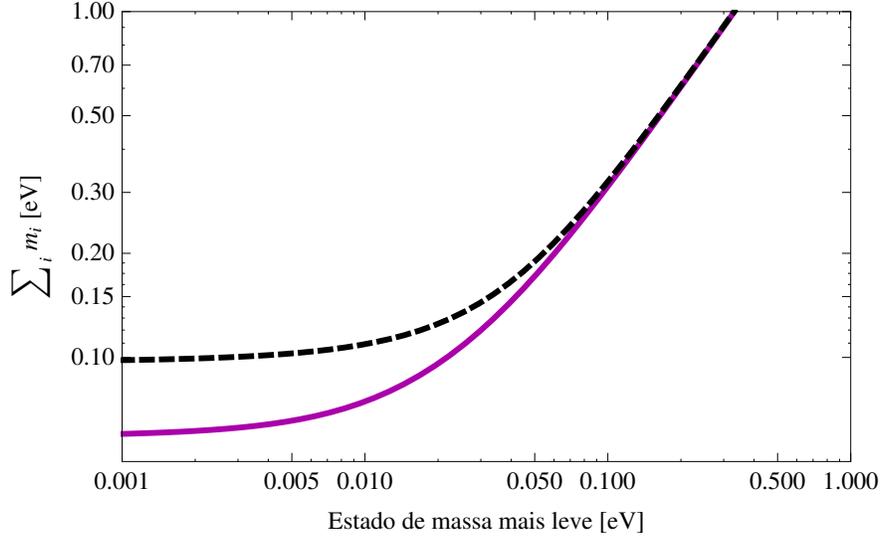


Figura 2: Soma das massas dos neutrinos, para a hierarquia normal (linha contínua magenta) e invertida (tracejada preta), em função da massa do estado mais leve.

da matriz de mistura, é teoricamente impossível determinar o valor absoluto das massas dos neutrinos através de experimentos de oscilação pois estes são sensíveis somente às diferenças entre o quadrado das massas. Considerando-se os esquemas de hierarquia normal e invertida entre as massas, em combinação com as diferenças de massa para cada caso, pode-se calcular os possíveis valores absolutos para as massas dos neutrinos em função da massa do estado mais leve, conforme figura 1. Com relação aos observáveis cosmológicos, as diferenças entre as massas dos neutrinos são de difícil distinção, embora não impossível. A maior sensibilidade em cosmologia está no número efetivo de estados de neutrinos e na soma das massas de todas os estados existentes, pois estes parâmetros definem o conteúdo de matéria relativística que não fótons. A maior possibilidade de distinguir diferentes estados de massa em cosmologia está na possibilidade do limite superior da soma das massas ultrapassar a barreira inferior prevista em uma das hierarquias. Na figura 2 é exibida a soma das massas em função do valor da massa do estado mais leve para as duas hierarquias possíveis, caso seja possível impor um limite superior na soma das massas abaixo de ~ 0.1 eV seria possível excluir a hierarquia invertida como solução.

2.2 Limites cinemáticos para a massa dos neutrinos

Para medir valores absolutos das massas dos neutrinos em experimentos terrestres é necessário dispor de experimentos de base cinemática sensíveis o suficiente para detectar diferenças da ordem de $\sim eV$ na cinemática dos processos. Experimentos baseados em processos como decaimento β , β duplo sem neutrinos e decaimentos do π e τ , descritos em [12, 13, 14], possuem a possibilidade teórica de alcançar esta

sensibilidade. Nenhum experimento dos tipos citados foi capaz de obter um sinal positivo da massa dos neutrinos, permitindo apenas colocar limites superiores. O melhor limite é dado por $m_{\nu_e} < 2,3$ eV (95%), proveniente de medidas do decaimento β do tritium pelo experimento Mainz [15], onde a massa m_{ν_e} pode ser entendida como uma massa efetiva do neutrino eletrônico do decaimento β . Este mesmo processo contará com o experimento KATRIN [16] com a sensibilidade esperada de $\sim 0,2$ eV para medir o valor absoluto da massa do neutrino eletrônico. Decaimentos envolvendo léptons mais pesados possuem menor sensibilidade, resultando em limites menos restritivos. No entanto, dada as diferenças quadráticas entre massas medidas em experimentos de oscilação, sabe-se que os estados de massa não podem ser significativamente maiores que o limite na massa efetiva do neutrino eletrônico, portanto esse limite cinemático aplica-se a todos os estados de massa, $m_i < 2,3$ eV para $i = 1, 2, 3$.

3 Cosmologia de neutrinos

Por cosmologia de neutrinos entende-se a fenomenologia de modelos cosmológicos como laboratório do setor de neutrinos. A atividade possui uma abordagem dupla é possível utilizar os observáveis cosmológicos como laboratório de propriedades de neutrinos pouco conhecidas ou utilizar propriedades de neutrinos determinadas em experimentos terrestres para explicar algum fenômeno cosmológico. O exemplo clássico da utilização da física de neutrinos na descrição da evolução do universo é a previsão da abundância de elementos leves produzidos no universo primordial. Por outro lado, a capacidade do laboratório cosmológico é preponderante na determinação da massa absoluta dos neutrinos e do número de estados estéreis. Essas duas propriedades, a massa absoluta e o número de estados estéreis, são as extensões mais bem motivadas no setor de neutrinos tanto do modelo padrão de partículas elementares como do modelo padrão cosmológico, por esse motivo são os principais focos da área de cosmologia de neutrinos. Outras propriedades hipotéticas dos neutrinos, tais como acoplamentos com outras partículas ou comportamentos dinâmicos inusuais, são comumente testadas sem no entanto serem incluídas nas análises que acompanham a publicação de novos dados experimentais ou em simulações de N-corpos. Há dois métodos capazes de determinar o número efetivo de estados de neutrinos em cosmologia. O primeiro método é através de alterações na temperatura do desacoplamento dos neutrinos com o restante do universo (seção 3.2) e as consequências dessa alteração na abundância de elementos leves produzidos na nucleossíntese primordial (seção 4.1). O segundo método é através dos efeitos provocados na formação de estruturas de grande escala (seção 3.3) e os subsequentes efeitos na população de galáxias e aglomerados (seção 4.2). A abundância de elementos leves não é sensível à presença de massa nos neutrinos devido ao fato dos neutrinos serem relativísticos na época da nucleossíntese primordial mesmo sendo massivos. Por outro lado a densidade de matéria escura quente cresce linearmente com a massa do neutrino, alterando rápida e distintamente a formação de estruturas, o que torna os observáveis da formação de estruturas sensíveis a pequenos valores de massa. O detalhamento da origem dos neutrinos cosmológicos é o primeiro passo para descrever como neutrinos afetam a evolução do universo e por consequência como podem ter suas propriedades mensuradas (seção 3.1).

3.1 Desacoplamento e abundância de neutrinos primordiais

O modelo cosmológico padrão baseia-se no paradigma da teoria do *big bang*, a qual estabelece que o universo atravessou etapas de expansão que, embora diferentes entre si, sempre resultaram em uma expansão positiva. Voltando suficientemente no tempo sempre é possível alcançar uma densidade alta o suficiente tal que a temperatura gerada permita a produção termal de cada tipo de partícula que constitui o universo. Sob este modelo, processos de criação e aniquilação de léptons carregados ocorrendo a uma taxa maior que a própria taxa de expansão do universo possibilitou a geração em profusão de neutrinos e antineutrinos de

todos os estados de interação, permitindo a formação de uma distribuição de Fermi-Dirac de neutrinos em equilíbrio termodinâmico com o restante do universo. De forma equivalente, pode-se entender o estado de equilíbrio dos neutrinos ao verificar que durante esse período seu livre caminho médio era maior que o próprio horizonte de partículas do universo. No decorrer da expansão, eventualmente a taxa de expansão do universo ultrapassa a taxa da interação, ou equivalentemente o horizonte de partículas torna-se maior que o livre caminho médio do neutrino, e a partir desse momento os neutrinos desacoplam-se do restante do universo passando a propagar-se livremente. No processo de desacoplamento os neutrinos ainda eram partículas relativísticas, dessa forma os espectros de energia dos diferentes tipos de neutrinos conservam o formato que possuíam imediatamente antes do desacoplamento mesmo quando estes tornam-se não relativísticos. Embora não interajam de nenhuma outra forma além da interação gravitacional, os neutrinos continuam a carregar a mesma temperatura do restante do universo em seu espectro de corpo negro além de anisotropias em perturbações de sua temperatura como resultado de inhomogeneidades presentes na última superfície de espalhamento da interação nuclear fraca. Apesar de ser teoricamente possível estimar a densidade de neutrinos cosmológicos unicamente com a medida de sua temperatura, por constituir um espectro de corpo negro, não é possível utilizar este método pois os neutrinos cosmológicos nunca foram detectados diretamente. Por interagirem unicamente pela força nuclear fraca e considerando sua energia, os neutrinos possuem uma seção de choque muito menor que os fótons da radiação cósmica, de forma que o sinal esperado em detectores terrestres esta ordens de grandeza abaixo da sensibilidade dos atuais experimentos. A única forma de calcular a densidade dos neutrinos é de forma indireta, estimando sua temperatura a partir da temperatura dos fótons. Após desacoplar do restante do universo, os neutrinos dispersaram-se como um gás livre cuja temperatura decai com o inverso do fator de escala

$$T_\nu(a) \propto a^{-1}, \quad (5)$$

de forma que a temperatura hoje $T_\nu(a_0)$ possui uma proporção direta com a temperatura no momento do desacoplamento $T_\nu(a_{D\nu})$

$$a_{D\nu}T_\nu(a_{D\nu}) = a_0T_\nu(a_0). \quad (6)$$

O fator de escala a transforma o espaço comóvel em espaço próprio de um universo em expansão homogênea e isotrópica, conforme descrita pela métrica de FriedmannRobertsonWalke (FRW)

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)dx^2, \quad (7)$$

que aplicadas nas equações de Einstein para um fluido perfeito resultam nas equações de Friedmann

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} - \frac{\Lambda}{3} = -\frac{8\pi G}{3}\rho, \quad (8)$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} - \Lambda = -8\pi Gp, \quad (9)$$

onde k é a curvatura intrínseca do universo, Λ é uma constante cosmológica, ρ e p a densidade e pressão do fluido composto pelas diferentes partículas existentes em cada momento. Essas duas equações governam

a evolução do fator de escala e, por consequência, como o espaço expande ao longo do tempo. Também é comumente utilizado o parâmetro de Hubble ($H \equiv \dot{a}/a$) como descritivo da taxa de expansão do universo, a partir da qual obtêm-se a constante de Hubble H_0 , definida como a taxa de expansão atual do universo.

Os neutrinos possuíam a mesma temperatura dos fótons antes do desacoplamento, como a temperatura dos fótons também decai com o inverso do fator de escala poderia-se concluir que a temperatura dos neutrinos hoje é igual à temperatura dos fótons da radiação cósmica. No entanto, após o desacoplamento dos neutrinos a temperatura da radiação cósmica de fundo eventualmente caiu abaixo da massa do elétron favorecendo o aniquilamento elétron-pósitron que reaqueceu os fótons, provocando a perda da correspondência direta com a temperatura dos neutrinos. No entanto, o reaquecimento pela transferência de entropia pode ser calculada pela diferença no número de partículas em equilíbrio. A entropia de partículas relativísticas, seja férmions ou bósons, é dada por

$$s = \frac{4\rho}{3T}, \quad (10)$$

onde ρ é a densidade e T a temperatura da partícula. O plasma relativístico formado pelas partículas ainda em equilíbrio pode ter sua temperatura parametrizada como a própria temperatura dos fótons com os quais ainda estão em equilíbrio, dessa forma a densidade do plasma será

$$\rho = \frac{\pi^2}{30} g_* T_\gamma^4, \quad (11)$$

sendo g_* o número de graus de liberdade total do plasma primordial. Substituindo o termo acima na entropia obtém-se

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_* T_\gamma^3, \quad (12)$$

a entropia do universo em função da temperatura dos fótons, equação válida apenas enquanto o plasma estiver em equilíbrio com a radiação eletromagnética. A quantidade realmente conservada é a entropia comóvel $s \times a^3 = const.$, mas pelo fato de fótons e neutrinos comportarem-se igualmente de forma relativística, é possível equacionar diretamente a entropia

$$s(T \gtrsim T_{\text{Aniquilamento}}) = s(T \lesssim T_{\text{Aniquilamento}}), \quad (13)$$

cuja conservação em um processo finito pode ser garantido desde que seja um processo adiabático. Substituindo a entropia pela eq.(12) para o plasma relativístico imediatamente antes e depois do aniquilamento de pósitrons-elétrons

$$g_* T_\gamma^3|_{T_\gamma \gtrsim T_{\text{Aniquilamento}}} = g_* T_\gamma^3|_{T_\gamma \lesssim T_{\text{Aniquilamento}}}. \quad (14)$$

Por esse resultado poderia-se esperar que a temperatura permanecesse igual, no entanto, o número de graus de liberdade em geral depende da temperatura

$$g_* = g_*(T), \quad (15)$$

pois pode-se tomar um intervalo de temperatura cujo número de graus de liberdade sofra uma alteração, que é justamente o que ocorre no momento do reaquecimento da radiação cósmica de fundo devido ao

aniquilamento de pares elétrons-pósitrons

$$T_{\gamma} (T_{\gamma} \lesssim T_{\text{Aniquilamento}}) = \left[\frac{g_{\star}(T_{\gamma} \gtrsim T_{\text{Aniquilamento}})}{g_{\star}(T_{\gamma} \lesssim T_{\text{Aniquilamento}})} \right]^{1/3} T_{\gamma} (T_{\gamma} \gtrsim T_{\text{Aniquilamento}}) . \quad (16)$$

O número de graus de liberdade dos fótons são dois, referentes aos dois estados de polarização, no entanto, apesar de se utilizar a temperatura dos fótons como referência, o plasma relativístico também é composto por outras partículas cujos graus de liberdade devem ser somados. A densidade total será

$$\rho_{\text{Total}} = \sum_i^{\text{bósons}} \frac{\pi^2}{30} g_{\star i} T_i^4 + \sum_j^{\text{férmions}} \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} g_{\star j} T_j^4 , \quad (17)$$

como todas as partículas em equilíbrio compartilham a mesma temperatura ($T_i = T_{\gamma}$), pode-se definir um número efetivo de graus de liberdade relativísticos

$$\mathbf{g}_{\star} = \sum_i^{\text{bósons}} g_i + \frac{7}{8} \sum_i^{\text{férmions}} g_i , \quad (18)$$

de forma que a densidade total será

$$\rho_{\text{Total}} = \frac{\pi^2}{30} \mathbf{g}_{\star} T_{\gamma}^4 . \quad (19)$$

Após a aniquilação de pares e^+e^- , o plasma resume-se ao gás livre de fótons com dois graus de liberdade referentes aos dois estados de polarização da radiação eletromagnética

$$\mathbf{g}_{\star}(T_{\gamma} \lesssim T_{\text{Aniquilamento}}) = g_{\gamma} = 2 , \quad (20)$$

antes da aniquilação deve-se somar os dois estados de *spin* do par de férmions e^+e^-

$$\mathbf{g}_{\star}(T_{\gamma} \gtrsim T_{\text{Aniquilamento}}) = g_{\gamma} + \frac{7}{8} (g_{e^+} + g_{e^-}) = 2 + \frac{7}{8} (2 + 2) = \frac{11}{2} . \quad (21)$$

Substituindo os dois valores acima de \mathbf{g}_{\star} na eq.(16), e considerando que a temperatura dos neutrinos e dos fótons antes do aniquilamento eram iguais, obtém-se a seguinte equação

$$T_{\gamma} (T_{\gamma} \lesssim T_{\text{Aniquilamento}}) = \left(\frac{11}{4} \right)^{1/3} T_{\gamma} (T_{\gamma} \gtrsim T_{\text{Aniquilamento}}) , \quad (22)$$

que é uma relação com a qual pode-se definir dois regimes de correspondência

$$T_{\nu} = \begin{cases} T_{\gamma} & , T_{\gamma} \gtrsim T_{\text{Aniquilamento}} \\ (4/11)^{1/3} T_{\gamma} & , T_{\gamma} \lesssim T_{\text{Aniquilamento}} \end{cases} ; \quad (23)$$

lembrando que ambas temperaturas escalam com a^{-1} , a temperatura atual dos neutrinos cosmológicos será

$$T_{\nu}(a_0) = \left(\frac{4}{11} \right)^{1/3} T_{\gamma}(a_0) , \quad (24)$$

com uma dependência direta com a temperatura da radiação cósmica de fundo, medida com grande precisão pelo experimento *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (WMAP) [17],

$$T_{\nu}(a_0) = (1,945 \pm 0,001) \text{ K} = (1,676 \pm 0,001) \times 10^{-4} \text{ eV} . \quad (25)$$

A partir da temperatura dos neutrinos e considerando que estes mantiveram o espectro de Fermi-Dirac gerado quando estavam em equilíbrio, pode-se calcular seu número densidade, sendo o número de graus de liberdade $g_{\star\nu} = 6$, correspondente a três estados ativos e suas antipartículas

$$n_\nu = \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_{\star\nu} T_\nu^3 = 0,67213 \text{ K}^3 \cong 320,6 \text{ cm}^{-3}, \quad (26)$$

que pode ser comparado com o número de fótons da radiação cósmica, calculada de forma mais direta pois pode-se detectá-los e medir sua temperatura de corpo negro

$$n_\gamma \cong 410 \text{ cm}^{-3}, \quad (27)$$

comparando esses números pode-se ver que o neutrino é a segunda partícula mais abundante do universo, é de se esperar pois que suas propriedades afetem de forma distinta os observáveis cosmológicos, a partir dos quais seria possível determinar as propriedades dos neutrinos. A única condição assumida para determinar o número de neutrinos cosmológicos foi a condição de equilíbrio termodinâmico, que gera um espectro de Fermi-Dirac mantendo-se após seu desacoplamento. A densidade cosmológica em energia ou fração da densidade crítica do universo dependerá se os neutrinos são massivos ou não. Para o caso de não serem massivos, é possível determinar a densidade dos neutrinos em função da densidade dos fótons, utilizando da relação entre as temperaturas e da proporção entre os número de graus de liberdade $g_{\star\nu} = 3g_{\star\gamma}$

$$\rho_\nu = \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} g_\nu T_\nu^4 = \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} 3g_\gamma \left[\left(\frac{4}{11} \right)^{1/3} T_\gamma \right]^4, \quad (28)$$

$$\rho_\nu = \left[3 \frac{7}{8} \left(\frac{4}{11} \right)^{4/3} \right] \rho_\gamma \cong 0,18 \text{ eVcm}^{-3}. \quad (29)$$

Como fração da densidade crítica do universo ($\rho_{\text{cr}} = 10^4 h^2 \text{ eVcm}^{-3}$), o parâmetro de densidade de neutrinos cosmológicos não massivos será

$$\Omega_\nu h^2 = 1,683 \times 10^{-5}, \quad (30)$$

onde a constante h é proporcional à taxa de expansão atual do universo ($H_0 = 100h \text{ km sec}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$). Para o caso dos neutrinos serem massivos, sua densidade será proporcional à densidade dos fótons apenas no período restrito em que os neutrinos ainda estavam no regime relativístico ($T_\gamma \gg m_\nu$). Considerando que atualmente esses neutrinos não seriam relativísticos, embora ainda mantenham a mesma abundância $n_{\nu_i} = n_\nu/3$, a densidade em energia será

$$\rho_\nu = \sum_i m_{\nu_i} n_{\nu_i} = 106,87 \left(\sum_i m_{\nu_i} \right) \text{ cm}^{-3}. \quad (31)$$

A densidade de neutrinos cosmológicos massivos como fração da densidade crítica será

$$\Omega_\nu h^2 = \frac{\sum_i m_{\nu_i}}{93,57 \text{ eV}}. \quad (32)$$

O elevado valor do parâmetro de densidade dos neutrinos, resultante de sua grande abundância, demonstra quão sensível a evolução cosmológica pode ser em relação à massa dos neutrinos e, em contrapartida, a

viabilidade de utilizar o sinal da presença de massa para determinar o valor da própria massa do neutrino. Devido às altas temperaturas que o universo primordial pode assumir, os neutrinos podem assumir diferentes regimes relativísticos, onde sua densidade será dada ora pela densidade de neutrinos não massivos, ora pela densidade de neutrinos massivos. Em intervalos intermediários é recomendável realizar a integral completa sobre a distribuição de Fermi-Dirac ao invés de utilizar aproximações válidas apenas nos limites

$$\Omega_\nu h^2 = \begin{cases} 1,683 \times 10^{-5} & , T_\nu \gg m_\nu \\ g_{\star_\nu} 10^{-4} \text{eV}^{-1} \text{cm}^3 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left(e^{\sqrt{p^2 + m_\nu^2}/T_\nu} + 1 \right)^{-1} & , T_\nu \approx m_\nu \\ \sum_i m_{\nu_i} / 93,57 \text{ eV} & , T_\nu \ll m_\nu \end{cases} \quad (33)$$

onde a condição $T_\nu \approx m_\nu$ não permite realizar a aproximação da energia pela massa ou pelo momento, de forma que a densidade deve ser calculada pela integral explícita da função de distribuição de Fermi-Dirac para os neutrinos.

3.2 Número efetivo de estados de neutrinos

O número de estados de neutrinos afeta a evolução cosmológica principalmente ao alterar o conteúdo de partículas relativísticas. Esse efeito torna a formação de elementos leves durante a nucleossíntese primordial extremamente sensível à estados extras de neutrinos em equilíbrio, sejam estados de interação ativos ou estéreis. A sensibilidade da nucleossíntese está no fato do número de estados alterar a época em que os neutrinos desacoplaram do plasma primordial, modificando a abundância de nêutrons disponíveis para formar os elementos leves. Anteriormente ao desacoplamento, o equilíbrio dos neutrinos com o plasma cosmológico ocorre devido às seguintes interações eletrofracas

$$\nu + \bar{\nu} \rightleftharpoons e^+ + e^- \quad (34)$$

$$\nu + e^\pm \rightleftharpoons \nu + e^\pm \quad (35)$$

que são as principais reações no intervalo $1 \text{ MeV} \leq T \leq 100 \text{ MeV}$. A taxa de interação dos neutrinos é dada pela seção de choque da interação eletrofraca

$$\Gamma_\nu \simeq \langle \sigma_W n_\nu v_\nu \rangle \quad (36)$$

Para energias menores que a massa dos bósons W^\pm e considerando ainda que os neutrinos estão no regime relativístico ($T \gg m_\nu$), a seção de choque será

$$\sigma_W \simeq G_F^2 E^2 = G_F^2 T^2 \quad (37)$$

onde G_F é a constante de acoplamento da interação eletrofraca de Fermi, dada por $G_F = 1,166364 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$. A taxa de interação nessas condições para a abundância cosmológica de neutrinos será

$$\Gamma_\nu(T) \simeq 0,73G_F^2 T^5, \quad (38)$$

onde há um termo proporcional a T^2 devido à interação eletrofraca e outro termo proporcional à T^3 devido à abundância cosmológica. Os processos considerados na taxa de interação acima incluem os processos relevantes a mais baixa energia possível, não existindo processos capazes de gerar um equilíbrio térmico a uma temperatura mais baixa.

O equilíbrio térmico de uma determinada partícula com o plasma cosmológico ocorre quando a taxa de interação com as outras partículas que compõem o plasma é maior ou igual que a própria taxa de expansão do universo. O instante de desacoplamento ocorrerá quando o universo em expansão resfriar-se o suficiente para que as taxas de interações tornem-se insuficientes para manter a partícula em equilíbrio. O exato momento do desacoplamento é quando as duas taxas igualam-se, que para o caso do neutrino será

$$\Gamma_\nu(T_{D\nu}) = H(T_{D\nu}), \quad (39)$$

onde a temperatura $T_{D\nu}$ é a temperatura de desacoplamento dos neutrinos e $H(T)$ é o parâmetro de Hubble. A taxa de expansão do universo é dada pela equação de Friedmann

$$H(T)^2 = \left(\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \times \rho, \quad (40)$$

onde G é a constante gravitacional, ρ a densidade do universo e a é o fator de escala responsável pela expansão da métrica em função do tempo. No caso acima, é assumido que o universo é intrinsecamente plano ($k=0$) e que a constante cosmológica compõe uma densidade de vácuo ($\rho_\Lambda = \Lambda = 8\pi\Lambda$). No período do desacoplamento dos neutrinos, a densidade do universo era totalmente dominada pelas componentes relativísticas

$$H(T)^2 = \frac{8\pi G}{3} \times \frac{\pi^2}{30} g_\star T^4 = 2,76g_\star \frac{T^4}{M_{\text{Pl}}^2}. \quad (41)$$

igualando a taxa de Hubble acima com a taxa de interação eletrofraca

$$0,73G_F^2 T_{D\nu}^5 = 1,66g_\star^{1/2} \frac{T_{D\nu}^2}{M_{\text{Pl}}}, \quad (42)$$

obtem-se a temperatura de desacoplamento dos neutrinos

$$T_{D\nu} \simeq 1,1g_\star^{1/6} \text{ MeV}. \quad (43)$$

O número de graus de liberdade relativísticos de um gás composto é dado pela eq.(18), que para o momento no qual os neutrinos ainda estavam acoplados será

$$g_\star = \underbrace{g_\gamma}_2 + \frac{7}{8} \times \left(\underbrace{N_\nu}_3 \underbrace{g_\nu}_1 + \underbrace{N_{\bar{\nu}}}_3 \underbrace{g_{\bar{\nu}}}_1 + \underbrace{g_e}_2 + \underbrace{g_{\bar{e}}}_2 \right) = 10,75, \quad (44)$$

de forma que a temperatura de desacoplamento para três estados de neutrino será

$$T_{D\nu} \simeq 1,8 \text{ MeV} . \quad (45)$$

A diferença entre g_e e g_ν deve-se ao fato de que na interação eletrofraca, apenas neutrinos de mão esquerda são interagentes. Elétrons e pósitrons saem de equilíbrio mais tarde que múons, taus e suas respectivas anti-partículas. Portanto, neutrinos eletrônicos interagem mais fortemente com o plasma resultando em uma temperatura de desacoplamento menor. Cálculos mais detalhados [18] que consideram esta diferença obtêm os seguintes valores

$$T_{D\nu_e} \simeq 1,3 \text{ MeV} , \quad (46)$$

$$T_{D\nu_\mu, \nu_\tau} \simeq 1,5 \text{ MeV} . \quad (47)$$

Como pode ser visto na eq.(43), a temperatura do desacoplamento do neutrino depende do número total de graus de liberdade relativísticos. Como os processos envolvendo neutrinos que ocorrem até seu desacoplamento interferem na quantidade de nêutrons e prótons, a alteração da temperatura do desacoplamento afeta a proporção entre nêutrons e prótons e, por consequência, altera a quantidade de nêutrons disponíveis durante a nucleossíntese primordial e a atual abundância de elementos leves como o ^4He . Dessa forma, medidas de abundância de elementos leves primordiais pode ser utilizado para determinar a temperatura do desacoplamento dos neutrinos e assim o número efetivo de estados de neutrinos relativísticos e em equilíbrio. Embora também seja possível determinar esse número através da análise da radiação cósmica de fundo e dos dados combinados com estruturas de grande escala, a nucleossíntese primordial é o observável mais sensível ao número efetivo de neutrinos. Quanto à hipótese de existirem estados extras de neutrinos, apesar de ser bem estabelecido pelo experimento *Apparatus for Large Electron-Positron Collider PHysics at CERN* (LEP-1 ALEPH) [19] que existem apenas três neutrinos autoestados de interação com massas abaixo da massa dos bósons da interação, é possível que existam neutrinos estéreis leves ou algum outro tipo de partícula relativística não-padrão que em algum momento remoto esteve em equilíbrio com o universo. Por convenção denota-se qualquer conteúdo extra de radiação como número extra de estados de neutrinos ΔN_ν , tal excesso de estados representa uma alteração no número de graus de liberdade utilizada para recalcular a temperatura de desacoplamento dos neutrinos

$$\Delta g_\star = \frac{7}{4} \Delta N_\nu , \quad (48)$$

onde supõe-se que cada partícula extra possui pelo menos dois estados possíveis, a partícula e sua anti-partícula. Hipóteses de novas partículas podem ser testadas utilizando-se da abundância de hélio, por exemplo, em função desse parâmetro ΔN_ν . Por outro lado, novas análises de dados experimentais usualmente apresentam seus resultados também no número extra de neutrinos permitidos pelos dados.

3.3 Formação de matéria escura quente

Dada a abundância de neutrinos cosmológicos, mesmo um pequeno valor de massa da ordem de elétron-volts é suficiente para que os neutrinos formem a totalidade da matéria escura. O fato de interagir apenas gravitacionalmente após seu desacoplamento, institui definitivamente os neutrinos ativos como um componente da matéria escura, mesmo que seja um componente subdominante. Para o caso de neutrinos massivos, apenas com o limite superior da densidade da matéria total, obtêm-se limites para a massa dos neutrinos competitivos com os melhores resultados provenientes de experimentos cinemáticos

$$\Omega_\nu \leq \Omega_M \quad \Longrightarrow \quad m_\nu \leq 4,05 \text{ eV} , \quad (49)$$

onde Ω_M é o parâmetro de densidade do total de matéria no universo e o limite aplica-se para três neutrinos de massa degenerada. Para efeito de comparação, o melhor limite cinemático é $m_\nu < 2,3 \text{ eV}$, dado pelo experimento Mainz [15].

Observações de galáxias distantes demonstraram que a formação das estruturas de grande escala obedeceram a uma ordem hierárquica crescente de formação, compatível com matéria escura não relativística, o que vêm reforçando o modelo de matéria escura fria como o modelo de consenso. Matéria escura fria é caracterizada por não possuir velocidade significativa além da ausência de pressão bariônica, tais propriedades permitem a formação rápida de poços gravitacionais de todas as dimensões, incluindo poços de dimensões galácticas, o que explicaria a existência de galáxias emitindo radiação com elevadíssimos valores de deslocamento para o vermelho. Ao mesmo tempo que a ausência de pressão bariônica permite a formação de halos, também impede o colapso estelar devido à inexistência de um canal de irradiação da energia cinética por choque, aquecimento e conseqüente emissão de radiação de corpo negro como ocorre no colapso estelar de bárions. Subseqüentemente à formação dos halos de matéria escura, bárions são aprisionados no sistema gravitacional e em pontos de maior concentração eventualmente colapsarão formando as primeiras estrelas sem, no entanto, afetar a estrutura dos halos.

Por serem partículas muito leves, os neutrinos ainda eram relativísticos no momento de seu desacoplamento do restante do universo, mantendo esse regime relativístico na maior parte da formação das estruturas de larga escala. O fato de serem partículas relativísticas durante a formação das estruturas é que qualifica os neutrinos como matéria escura quente. Não há uma relação direta entre uma partícula não interagente ser leve e ser matéria escura quente, pois partículas extremamente leves, como os áxions, podem ser criadas sem energia cinética e portanto formar matéria escura fria. O que realmente caracteriza uma partícula não interagente como matéria escura quente é ser relativística durante a formação de estruturas, o que causará os efeitos típicos da presença desse tipo de partícula. No entanto, uma partícula não interagente e leve como o neutrino e que tenha desacoplado na mesma época será inevitavelmente matéria escura quente, pois o equilíbrio anterior com o universo garantirá que possua energia cinética suficiente para ser relativística na época da formação de estruturas. No caso citado dos áxions, apesar de ser leve essa partícula nunca teria estado em equilíbrio com o universo e por esse motivo seria hipoteticamente criada sem energia cinética.

Uma conseqüência muito importante de ser matéria escura quente é que os neutrinos cosmológicos atuam

como dissipadores de perturbações de pequena escala através do efeito de livre dissipação¹, suavizando a distribuição da matéria na escala de seu livre caminho médio. Caso formassem a totalidade da matéria escura, qualquer halo menor que o próprio livre caminho médio do neutrino seria automaticamente redimensionado de forma a ser capaz de conter a partícula que o forma, como ocorre em qualquer modelo de gás autogravitante. Esse limiar violado da dimensão permitida para uma galáxia é a responsável pela exclusão da hipótese do neutrino formar o total da matéria escura. No segundo caso, necessariamente verdadeiro por exclusão, dos neutrinos formarem uma componente subdominante da matéria escura, o efeito de livre dissipação de uma parte das partículas que formam o poço gravitacional não é capaz de impedir totalmente a formação de halos, mas suprime estatisticamente o seu número. O desafio de determinar limites menores para a massa dos neutrinos pelo efeito de dissipação implica em medir espectros de potência em escalas cada vez menores e com maior precisão, dessa forma, comparando com o modelo de consenso Λ CDM é possível excluir supressões mais sutis e avançar para baixo no limite superior para o valor da massa dos neutrinos.

Enquanto os neutrinos comportam-se relativisticamente, seu caminho livre médio será o próprio diâmetro de Hubble do universo. Para calcular o limiar abaixo do qual estruturas serão suprimidas, basta calcular o diâmetro de Hubble $d_H(a)$ no momento da transição dos neutrinos do regime ultra-relativístico para o não-relativístico $a_{R \rightarrow NR}$. A partir do momento da transição, perturbações dentro do horizonte deixariam de ser suprimidas pela presença dos neutrinos e as externas formariam as primeiras estruturas observadas. Assim, através da estimativa do momento de inflexão no crescimento de estruturas é possível determinar o livre caminho médio do neutrino e por consequência impor limites à sua massa e também à densidade com a qual contribui no universo. O livre caminho médio dos neutrinos será então o comprimento físico do diâmetro de Hubble no momento da transição de regime relativístico

$$\lambda_\nu = \frac{d_H(a_{R \rightarrow NR})}{a_{R \rightarrow NR}}. \quad (50)$$

Em um universo dominado pela matéria escura não relativística, descrito pelo modelo *Einstein-de Sitter*, o fator de escala é proporcional a uma potência fixa em relação ao tempo, $a(t) \propto t^{2/3}$. Apesar de não ser um modelo válido para descrever toda a evolução cosmológica, é verossímil quando restrita ao período que a densidade de matéria escura fria era dominante em relação a todas as outras formas de matéria, período este que engloba o momento de transição de regime relativístico dos neutrinos. Nessa situação, o diâmetro de Hubble será

$$d_H(t) = 3t = \frac{2}{H(t)}, \quad (51)$$

e o parâmetro de Hubble em função do fator de escala no modelo *Einstein-de Sitter* será

$$H(a) \simeq H_0 a^{-3/2} \Omega_M^{1/2}, \quad (52)$$

onde Ω_M é o parâmetro de densidade do total da matéria. Portanto, o livre caminho médio do neutrino será igual a

$$\lambda_\nu = \frac{2}{H_0} \sqrt{\frac{a_{R \rightarrow NR}}{\Omega_M}}. \quad (53)$$

¹Conhecido pelo termo em inglês *free-streaming effect*.

A temperatura do neutrino escala com a^{-1} e, portanto, pode-se utilizar novamente a relação entre temperaturas em diferentes instantes para calcular o fator de escala do momento em que ocorre a transição entre regimes relativísticos

$$a_{\text{R} \rightarrow \text{NR}} T_\nu(a_{\text{R} \rightarrow \text{NR}}) = a_0 T_\nu(a_0) . \quad (54)$$

A transição entre regimes relativísticos ocorrerá quando a temperatura dos neutrinos for aproximadamente igual à sua própria massa ($T_\nu(a_{\text{R} \rightarrow \text{NR}}) \sim m_\nu/3$), onde a energia relacionada a massa deve ser dividida pelo número de estados ativos de neutrinos. Dessa forma, o fator de escala de transição será

$$a_{\text{R} \rightarrow \text{NR}} \simeq 5 \times 10^{-4} \left(\frac{\text{eV}}{m_\nu} \right) , \quad (55)$$

para três neutrinos ativos com massa degenerada. É utilizada a temperatura atual dos neutrinos contida na eq.(25) e a definição do fator de escala, pela qual $a_0 = 1$. Substituindo na eq.(50), obtém-se o livre caminho médio dos neutrinos

$$\lambda_\nu \simeq \frac{1,3 \times 10^2}{\Omega_{\text{M}}^{1/2}} \left(\frac{\text{eV}}{m_\nu} \right)^{1/2} h^{-1} \text{Mpc} , \quad (56)$$

e em termos do número de onda ($k = 2\pi/\lambda$)

$$k_\nu \simeq 4,7 \times 10^{-2} \left(\frac{m_\nu}{\text{eV}} \right)^{1/2} \Omega_{\text{M}}^{1/2} h \text{Mpc}^{-1} , \quad (57)$$

pode-se determinar a escala de perturbações primordiais a partir da qual haverá supressão ($k \geq k_\nu$).

Para mensurar a supressão na amplitude do espectro de potência deve-se considerar as perturbações na densidade de matéria escura composta por partículas não relativísticas. A partir de um fundo homogêneo na densidade de partículas, perturbações na densidade podem surgir devido a diversos motivos, por exemplo: instabilidades gravitacionais na expansão da métrica, flutuações quânticas da energia de vácuo, além de outras hipóteses em geral relacionadas com a expansão exponencial que o universo experimentou no período inflacionário. Essas perturbações formam poços gravitacionais que, amplificados ao longo da história, atrairão os bárions responsáveis pela formação das estruturas de larga escala, como as anisotropias da radiação cósmica e os aglomerados galácticos. A evolução de perturbações no universo primordial pode ser descrita por um sistema de equações acopladas entre si, sendo uma hierarquia de equações de Boltzmann para cada tipo de partícula e uma equação de perturbações na métrica descrita pelas equações da relatividade geral. Além dos acoplamentos existentes entre partículas e entre as partículas e perturbações na métrica em expansão, também devem ser incluídas particularidades como: regime relativístico, velocidade média e viscosidade. A primeira ordem na hierarquia das perturbações na densidade de uma partícula não relativística em um universo plano e em expansão é dada por [20]

$$\ddot{\delta}_i + 2H\dot{\delta}_i + (v_s^i)^2 k^2 \delta_i = 4\pi G \sum_j \rho_j \delta_j , \quad (58)$$

onde δ é a variação fracional de densidade ($\delta = (\delta\rho - \rho)/\rho$) Para a matéria escura fria ($i = \text{CDM}$), a velocidade média é aproximadamente nula² ($v_s^{\text{CDM}} \simeq 0$) e o acoplamento gravitacional com diferentes espécies

²A pesar da velocidade não ser necessariamente nula, por ser muito pequena é possível definir a velocidade da matéria escura fria como o referencial no qual as equações de movimento são derivadas.

é negligenciável ($\delta_{j \neq \text{CDM}} \simeq 0$) nos períodos iniciais da formação de estruturas

$$\ddot{\delta}_{\text{CDM}} + \frac{4}{3t} \dot{\delta}_{\text{CDM}} - \frac{2}{3t^2} \Omega_{\text{CDM}} \delta_{\text{CDM}} = 0, \quad (59)$$

onde o parâmetro de Hubble é aproximado pela solução *Einstein-de Sitter* ($H(t) = 2t/3$), válida na era de dominação da densidade total por matéria não relativística ($\rho_M/\rho_{\text{cr}} \simeq 1$). A solução crescente da equação acima será

$$\delta_{\text{CDM}} \propto t^x, \quad (60)$$

onde a constante x é dada por

$$x = \frac{\sqrt{1 + 24\Omega_{\text{CDM}}} - 1}{6} \simeq \frac{2}{3} \left(1 - \frac{3\Omega_\nu}{5\Omega_M} \right), \quad (61)$$

e considera-se a dominância da matéria ($\rho_{\text{CDM}} + \rho_\nu = \rho_M$), além do fato da densidade de neutrinos ser subdominante ($\Omega_\nu \ll 1$). Nesse regime específico as perturbações da densidade de matéria escura fria evoluem da seguinte forma

$$\delta_{\text{CDM}} \propto t^{\frac{2}{3} \left(1 - \frac{3\Omega_\nu}{5\Omega_M} \right)} \propto a^{\left(1 - \frac{3\Omega_\nu}{5\Omega_M} \right)}. \quad (62)$$

A formação de estruturas ocorre entre a transição da era da radiação para a era da matéria (a_{eq}) e da era da matéria para a era da energia escura (a_Λ), ou seja, a razão de crescimento das perturbações será

$$\frac{\delta_{\text{CDM}}(a_\Lambda)}{\delta_{\text{CDM}}(a_{eq})} \simeq \left(\frac{a_\Lambda}{a_{eq}} \right)^{1 - \frac{3\Omega_\nu}{5\Omega_M}}, \quad (63)$$

onde o fator de escala para o instante de transição de dominância de radiação para dominância de matéria será

$$\frac{\rho_R}{\rho_M} = 1 = \frac{\Omega_R}{a_{eq}^4} \div \frac{\Omega_M}{a_{eq}^3} \implies a_{eq} = \frac{\Omega_R}{\Omega_M}, \quad (64)$$

e para a transição de dominância da matéria para dominância de energia escura

$$\frac{\rho_M}{\rho_\Lambda} = 1 = \frac{\Omega_M}{a_\Lambda^3} \div \Omega_\Lambda \implies a_\Lambda = \left(\frac{\Omega_M}{\Omega_\Lambda} \right)^{1/3}, \quad (65)$$

substituindo na equação anterior, temos

$$\frac{\delta_{\text{CDM}}(a_\Lambda)}{\delta_{\text{CDM}}(a_{eq})} \simeq \left(\frac{\Omega_M^{4/3}}{\Omega_R \Omega_\Lambda^{1/3}} \right)^{1 - \frac{3\Omega_\nu}{5\Omega_M}}. \quad (66)$$

O espectro de potência é o valor esperado do quadrado da amplitude das perturbações, $P(k) = \langle \delta_{\text{CDM}}(k) \delta_{\text{CDM}}(k') \rangle$.

Dessa forma, a razão entre os espectros contendo neutrinos massivos e espectros apenas com matéria escura fria será

$$\frac{P(k)|_{\Omega_\nu}}{P(k)|_{\Omega_\nu=0}} \simeq \left(\frac{\Omega_M^{4/3}}{\Omega_R \Omega_\Lambda^{1/3}} \right)^{-\frac{6\Omega_\nu}{5\Omega_M}} = e^{-\frac{6\Omega_\nu}{5\Omega_M} \text{Ln} \left[\frac{\Omega_M^{4/3}}{\Omega_R \Omega_\Lambda^{1/3}} \right]}, \quad (67)$$

com essa expectativa da supressão entre espectros, pode-se definir uma taxa de supressão exponencial

$$\frac{P(k)|_{\Omega_\nu}}{P(k)|_{\Omega_\nu=0}} = e^R, \quad (68)$$

cujos expoente será

$$R = -\frac{6\Omega_\nu}{5\Omega_M} \text{Ln} \left[\left(\frac{\Omega_M^{4/3}}{\Omega_R \Omega_\Lambda^{1/3}} \right) \right], \quad (69)$$

e a taxa de supressão

$$\Delta P(k) = RP(k), \quad (70)$$

de forma que a variação $\Delta P(k)$ será dada por

$$\frac{\Delta P(k)}{P(k)} = -\frac{6\Omega_\nu}{5\Omega_M} \text{Ln} \left[\frac{\Omega_M^{4/3}}{\Omega_R \Omega_\Lambda^{1/3}} \right]. \quad (71)$$

Para valores específicos dos parâmetros ($\Omega_M \simeq 0,3$; $\Omega_\Lambda \simeq 0,7$ e $\Omega_R = \Omega_\gamma + \Omega_\nu = 8,4 \times 10^{-5}$), a taxa de supressão será

$$\frac{\Delta P(k)}{P(k)} \simeq -10 \frac{\Omega_\nu}{\Omega_M}. \quad (72)$$

O resultado acima é uma estimativa aproximada da supressão que o espectro de potência da matéria experimentalizará na presença de neutrinos massivos em escalas abaixo do livre caminho médio do próprio neutrino

$$\lambda_\nu \simeq \frac{1,3 \times 10^2}{\Omega_M^{1/2}} \left(\frac{\text{eV}}{m_\nu} \right)^{1/2} h^{-1} \text{Mpc}. \quad (73)$$

Apesar desses resultados refletirem corretamente o efeito esperado da livre dissipação provocado pelos neutrinos, a magnitude e a dependência com a escala não são rigorosamente precisos. A resolução numérica do sistema completo de equações de Boltzmann acopladas em conjunto com a evolução da métrica descrita pelas equações da relatividade geral fornecem um resultado muito mais detalhado e preciso dos processos envolvidos no efeito. No entanto, a partir das duas equações acima é possível observar como o efeito de supressão do espectro de potência da matéria em função da densidade de neutrinos massivos, que por sua vez possui uma dependência direta com a soma das massas dos neutrinos,

$$\Omega_\nu h^2 = \frac{\sum_i m_{\nu_i}}{93,57 \text{ eV}}, \quad (74)$$

pode ser utilizado para calcular limites para suas massas a partir de observações de estruturas com dimensões menores que o livre caminho médio do próprio neutrino. Ou seja, do requisito que os neutrinos massivos não suprimam em demasiado a formação de estruturas de pequenas escalas observadas, obtêm-se limites para a densidade que podem possuir e por consequência limites para a soma de suas massas. Apesar das eqs.(72) e (73) serem boas estimativas semianalíticas, o nível de sensibilidade dos experimentos excede a precisão contida nestas aproximações. De forma que, embora sejam elucidativas, estas estimativas não podem ser utilizadas para o cálculo de máxima verossimilhança, para esse propósito deve-se realizar a evolução integral do sistema de equações que descrevem o fundo homogêneo e a perturbações com todos os acoplamentos pertinentes.

3.4 Evolução de perturbações sobre o fundo homogêneo de neutrinos

O efeito da presença de neutrinos massivos entre as partículas que compõem o universo é bem conhecido e é possível obter estimativas semianalíticas desse efeito, como calculado na subseção anterior. No entanto, há uma série de degenerescências da massa dos neutrinos com outros parâmetros além dos próprios experimentos possuírem sensibilidades que requerem maior precisão das previsões teóricas. Para realizar uma análise consistente deve-se utilizar o sistema completo de equações. A atual fase de sensibilidade dos experimentos e consequentemente a requerida precisão nas previsões teóricas é reconhecida como cosmologia de precisão, essa combinação tem permitido a medida de parâmetros subdominantes cujos sinais provocam alterações da ordem de $\sim 1\%$ nos observáveis. A abordagem consensual na medida da massa dos neutrinos é considerá-la a única extensão presente no modelo cosmológico, ou seja, utiliza-se como paradigma o modelo de matéria escura fria (CDM) e constante cosmológica (Λ) acrescentando-se massa aos neutrinos ($m_\nu \Lambda$ CDM). Considerando-se este paradigma, decide-se por dispensar a dedução das equações de Boltzmann das demais partículas assim como das perturbações na métrica, estas podem ser consultadas em referências dedicadas [21, 20, 22, 23, 24]. Apesar da dedução detalhada abaixo para a perturbação na distribuição de neutrinos não ser diferente daquela encontrada nas referências citadas, ao longo da tese serão acrescentadas alterações para inclusão de hipotéticas interações e comportamentos a serem testados, além da necessidade em descrever em detalhes a evolução da partícula cuja presença busca-se observar através de sinais indiretos. Por esses motivos é incluída a dedução das perturbações na distribuição de neutrinos, apesar de ser adotada a abordagem convencional, mas não se detalham as perturbações na distribuição ou densidade das outras partículas que compõem o universo.

Por possuir diferentes regimes relativísticos, perturbações na distribuição de neutrinos são incluídas na própria função de distribuição

$$f(x^i, p_j, \tau) = f_0(q, m_\nu) \times [1 + \Psi(x^i, q, n_j, \tau)] , \quad (75)$$

onde a função Ψ é a perturbação na distribuição de Fermi-Dirac original $f_0(q, m_\nu)$

$$f_0(q, m_\nu) = \frac{1}{e^{E(q, m_\nu)/T_\nu} + 1} . \quad (76)$$

A evolução de um fluido perfeito descrito pela função f será dada pela equação de Boltzmann

$$\frac{df}{d\tau} = \frac{\partial f}{\partial \tau} + \frac{dx^i}{d\tau} \frac{\partial f}{\partial x^i} + \frac{dq}{d\tau} \frac{\partial f}{\partial q} + \frac{dn_i}{d\tau} \frac{\partial f}{\partial n_i} = \left(\frac{\partial f}{\partial \tau} \right)_C , \quad (77)$$

onde no caso dos neutrinos do modelo padrão de partículas o termo de colisão é nulo ($\partial f / \partial \tau|_C = 0$), pois a formação de estruturas ocorre após o desacoplamento. A equação de Boltzmann com o termo de colisão nulo também é conhecida como equação de Vlasov e expõe a conservação do número de partículas não interagentes. A interação dos neutrinos via interação eletrofraca só é relevante para a formação de elementos leves na nucleossíntese primordial. Substituindo a função de distribuição perturbada dos neutrinos na equação de

Boltzmann e mantendo apenas a primeira ordem de perturbação, obtém-se

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} + i \frac{q}{E(q, m_\nu)} (\vec{k} \cdot \hat{n}) \Psi + \frac{d \text{Ln}[f_0(q, m_\nu)]}{d \text{Ln}[q]} \left[\dot{\eta} - \frac{\dot{h} + 6\dot{\eta}}{2} (\hat{k} \cdot \hat{n})^2 \right] = 0, \quad (78)$$

onde η e h são decomposições da perturbação h_{ij} no elemento da métrica ds^2

$$h_{ij}(\vec{x}, \tau) = \int d^3 k e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} \left\{ \hat{k}_i \hat{k}_j h(\vec{k}, \tau) + \left(\hat{k}_i \hat{k}_j - \frac{\delta_{ij}}{3} \right) 6\eta(\vec{k}, \tau) \right\}, \quad (79)$$

$$ds^2 = a^2 [-d\tau^2 + (\delta_{ij} - h_{ij}) dx^i dx^j]. \quad (80)$$

A introdução dos campos h e η como perturbações na métrica chama-se *Synchronous gauge*. A eq.(78) pode ser resolvida para Ψ de diferentes formas ao abordar diferentes regimes relativísticos.

3.4.1 Regime ultra-relativístico

No regime ultra-relativístico ($T_\nu \gg m_\nu$) é possível tratar as perturbações na densidade dos neutrinos de forma semelhante a forma que os fótons são tratados, com a única diferença de não possuírem o termo de colisão dos fótons devido ao espalhamento Thomson. Em analogia aos fótons, pode-se definir uma razão da integral sobre o momento entre as funções de distribuição perturbada e original

$$\mathcal{N} \equiv \frac{\int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} f_0(q) \Psi}{\int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} f_0(q)} = \sum_{l=0}^{\infty} (-i)^l (2l+1) \mathcal{N}_l P_l, \quad (81)$$

onde a distribuição de Fermi-Dirac ($f_0(q, m_\nu) \cong f_0(q)$) é integrada com a aproximação relativística na qual a função de dispersão é dada unicamente pelo momento ($E(q) \cong q$) ao desprezar-se o termo de massa. Com o objetivo de simplificar o cálculo numérico, perturbações na função de distribuição dos neutrinos são descritas por uma expansão em polinômios de Legendre, sendo P_l o polinômio de Legendre de ordem l . Para obter \mathcal{N} , integra-se a eq.(78) em $\frac{d^3 p}{(2\pi)^3} f_0(q)$ e depois divide-se o resultado por $\int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} f_0(q)$

$$\dot{\mathcal{N}} + ik \hat{k} \cdot \hat{n} \mathcal{N} + \frac{2}{3} \dot{h} + \frac{4}{3} (\dot{h} + 6\dot{\eta}) P_2(\hat{k} \cdot \hat{n}) = 0, \quad (82)$$

onde os campos foram transferidos para o espaço de momento através de uma transformada de Fourier convencional. A função \mathcal{N} possui uma natureza perturbativa, portanto é conveniente descrevê-la através de uma expansão em polinômios de Legendre cujos termos possuirão evoluções temporais independentes entre si e, portanto, computacionalmente mais simples. Os primeiros e mais importantes termos são: o termo correspondente a perturbações na densidade

$$\delta_\nu \equiv \mathcal{N}_0, \quad (83)$$

o termo correspondente ao divergente da velocidade do fluido ($\theta_\nu = ik_j v_j$)

$$\theta_\nu \equiv \frac{3}{4} k \mathcal{N}_1, \quad (84)$$

e o termo correspondente ao estresse anisotrópico do fluido

$$\sigma_\nu \equiv \frac{1}{2} \mathcal{N}_2. \quad (85)$$

Substituindo a expansão em polinômios de Legendre contida na eq.(81) na equação de evolução da perturbação na eq.(82) e utilizando-se das propriedades de ortonormalidade dos polinômios obtém-se a hierarquia em multipolos das perturbações na distribuição de neutrinos no regime ultra-relativístico

$$\dot{\delta}_\nu = -\frac{4}{3}\theta_\nu - \frac{2}{3}\dot{h}, \quad (86)$$

$$\dot{\theta}_\nu = k^2 \left(\frac{1}{4}\delta_\nu - \sigma_\nu \right), \quad (87)$$

$$\dot{\sigma}_\nu = \frac{4}{15}\theta_\nu - \frac{3}{10}k\mathcal{N}_3 + \frac{2}{15}\dot{h} + \frac{4}{5}\dot{\eta}. \quad (88)$$

Sendo que os multipolos superiores ($l \geq 3$) podem ser obtidos por indução

$$\dot{\mathcal{N}}_l = \frac{k}{2l+1} [l\mathcal{N}_{l-1} - (l+1)\mathcal{N}_{l+1}], \quad (89)$$

e a pressão do fluido de neutrinos é a pressão de um fluido perfeito de férmions, $\rho_\nu = 3P_\nu$. A expansão é realizada até uma determinada ordem l_{\max} onde a série é truncada conforme a média abaixo [20]

$$\mathcal{N}_{l_{\max}+1} \approx \frac{(2l_{\max}+1)}{k\tau} \mathcal{N}_{l_{\max}} - \mathcal{N}_{l_{\max}-1}. \quad (90)$$

prefere-se uma aproximação para os últimos termos da expansão pois um truncamento descontínuo introduziria um erro que propagaria para ordens menores da expansão.

3.4.2 Regime não-relativístico

Embora o efeito de oscilação entre estados de interação esteja bem estabelecido como solução do fenômeno do deficit de neutrinos e este implique na existência de neutrinos massivos, seus valores são muito pequenos mesmo quando os neutrinos estão no regime não-relativístico ($T_\nu \ll m_\nu$). Portanto, não é possível desconsiderar multipolos superiores ($l \geq 2$) de perturbações na distribuição de neutrinos massivos como é feito para bárions e matéria escura fria, pois apesar do neutrino cosmológico possuir massa, esta é comparável a sua própria temperatura. Por outro lado, também não é possível fazer a aproximação da energia pelo momento ($E(q) \neq p$) como é feito para o caso dos fótons e neutrinos no regime ultra-relativístico, o que torna muito complexo trabalhar com a razão entre a distribuição perturbada e não-perturbada. Dessa forma, o método mais simples é trabalhar diretamente com elementos da decomposição da perturbação Ψ em polinômios de Legendre

$$\Psi = \sum_{l=0}^{\infty} (-i)^l (2l+1) \Psi_l P_l, \quad (91)$$

onde utilizando-se novamente das regras de ortonormalidade dos polinômios de Legendre é possível desenvolver uma hierarquia de equações em multipolos com contribuição decrescente. Substituindo a expansão na eq.(78), obtém-se o seguinte sistema de equações diferenciais acopladas

$$\dot{\Psi}_0 = -\frac{qk}{E(q, m_\nu)} \Psi_1 + \frac{1}{6} \dot{h} \frac{dLn[f_0(q, m_\nu)]}{dLn[q]}, \quad (92)$$

$$\dot{\Psi}_1 = \frac{qk}{3E(q, m_\nu)} (\Psi_0 - 2\Psi_2) , \quad (93)$$

$$\dot{\Psi}_2 = \frac{qk}{5E(q, m_\nu)} (2\Psi_1 - 3\Psi_3) - \left(\frac{1}{15}\dot{h} + \frac{2}{5}\dot{\eta} \right) \frac{dLn[f_0(q, m_\nu)]}{dLn[q]} , \quad (94)$$

onde os elementos superiores ($l \geq 3$) dessa expansão também podem ser computados pela regra de indução

$$\dot{\Psi}_l = \frac{qk}{(2l+1)E(q, m_\nu)} [l\Psi_{l-1} - (l+1)\Psi_{l+1}] , \quad (95)$$

e o truncamento por um mesmo tipo de média

$$\Psi_{l_{\max}+1} \approx \frac{(2l_{\max}+1)E(q, m_\nu)}{qk\tau} \Psi_{l_{\max}} - \Psi_{l_{\max}-1} , \quad (96)$$

onde a única diferença nas últimas duas equações para o caso ultra-relativístico é a utilização da função de dispersão completa.

3.4.3 Acoplamento gravitacional com o restante do universo

O termo “desacoplamento” dos neutrinos geralmente refere-se ao momento em que a interação eletrofraca tornou-se ineficiente devido à altas taxas de expansão do universo. No entanto, os neutrinos permanecem indefinidamente acoplados com o restante do universo via interação gravitacional. Dessa forma, a densidade de neutrinos afeta a própria taxa de expansão do universo

$$H(a) = H_0 \left[\frac{\Omega_\gamma}{a^4} + \frac{\Omega_\nu}{a^4} + \frac{\Omega_B}{a^3} + \frac{\Omega_{\text{CDM}}}{a^3} + \frac{\Omega_K}{a^2} + \frac{\Omega_\Lambda}{a^{3(w+1)}} \right]^{1/2} . \quad (97)$$

Além da densidade, flutuações na densidade dos neutrinos também afetam os poços gravitacionais formados por perturbações na densidade da matéria escura fria. O acoplamento gravitacional entre perturbações de diferentes tipos de partículas pode ser calculada através do termo espaço-espaço das equações da relatividade geral aplicada à métrica perturbada contida na eq.(80). Mantendo somente termos de primeira ordem de perturbação, obtêm-se

$$\dot{h} = \frac{2k^2\eta}{a^2H} - \frac{8\pi G}{H} [4\rho_\gamma\theta_0 + 4\rho_\nu\mathcal{N}[\Psi]_0 + \rho_B\delta_B + \rho_{\text{CDM}}\delta_{\text{CDM}}] , \quad (98)$$

$$\dot{\eta} = -\frac{4\pi aG}{k^2} [4i\rho_\gamma\theta_1 + 4i\rho_\nu\mathcal{N}[\Psi]_1 - \rho_B\theta_B] , \quad (99)$$

onde $\theta_{0(1)}$ são os termos de monopolo (dipolo) da perturbação na temperatura dos fótons, δ_B e θ_B perturbações na densidade e velocidade dos bárions, δ_{CDM} perturbação na densidade da matéria escura fria e $\mathcal{N}[\Psi]_{0(1)}$ são os termos de monopolo (dipolo) das perturbações na distribuição de neutrinos para o regime ultra-relativístico [não-relativístico]. Nesta derivação também foi considerado que as partículas que formam o universo podem ser descritas por um fluido perfeito sujeito a perturbações anisotrópicas.

3.4.4 Condições iniciais

Para resolver o sistema de equações que governam as perturbações no universo primordial é necessário utilizar-se de métodos numéricos e, como qualquer método iterativo, é preciso fornecer valores iniciais para

as variáveis utilizadas para descrever estas perturbações. A primeira época na qual as perturbações evoluem, e portanto o regime no qual as condições iniciais devem ser definidas, é a era dominada pela matéria relativística, fótons e neutrinos massivos ou não massivos. Apesar das perturbações na matéria não crescerem na era da radiação, seus espectros sofrerão efeitos da passagem por essa época localizada entre a origem no período inflacionário e o período da dominação da matéria quando as estruturas serão formadas. Nos primeiros instantes da expansão todos os modos de perturbação possuem comprimentos de onda maiores que o próprio diâmetro de Hubble, ou seja, os modos de perturbação estão fora do horizonte ($k\tau \ll 1$). A medida que o universo expande-se, os modos entram dentro do horizonte e, tornando-se causalmente conectados, passam a evoluir e a interagir com o próprio universo. Perturbações que ainda localizam-se fora do horizonte do universo possuem a evolução suprimida por não estarem em contato causal com o restante do universo e seu comportamento será determinado unicamente pelo *gauge* escolhido para descrever as perturbações, sendo que diferenças devido a diferentes *gauges* não afetam os comprimentos de onda ao entrarem dentro do horizonte e, portanto, trata-se apenas de uma degenerescência teórica. As principais características do comportamento das perturbações na proximidade dos valores iniciais é a completa supressão de termos superiores em ordens de perturbação ($k\tau \ll 1$) e a expansão do universo dominada por radiação ($\dot{a}/a = \tau^{-1}$), onde τ é a distância comóvel de Hubble. Dessa forma, as condições iniciais para perturbações na distribuição de neutrinos utilizam a solução ultra-relativística, cujos resultados estão nas eqs.(86), (87) e (88). Devido ao fato dos modos de perturbação estarem externos ao horizonte, serão desconsiderados termos de ordens superiores ($\mathcal{N}_l = 0; l \geq 3$) assim como termos proporcionais à derivada das velocidades ($\dot{\theta}_\nu = \dot{\theta}_\gamma = 0$). Valores iniciais para δ_ν , θ_ν e σ_ν descreverão totalmente as condições iniciais para a perturbação na distribuição dos neutrinos. Com a evolução posterior ao entrar dentro do horizonte, ordens superiores de perturbação serão gradualmente populadas a partir do acoplamento com as ordens inferiores. Resolvendo as equações de perturbações para os neutrinos não massivos, eqs.(86) a (88), em combinação com as equações de perturbações na métrica, eqs.(98) e (99), pode-se obter as condições iniciais das perturbações na distribuição de neutrinos em função de alguns poucos parâmetros livres

$$\delta_\nu = \frac{4}{3}\delta_{\text{CDM}} , \quad (100)$$

$$\theta_\nu = -\frac{23 + 4R_\nu}{15 + 4R_\nu}C(k^4\tau^3) , \quad (101)$$

$$\sigma_\nu = \frac{4C}{3(15 + 4R_\nu)}C(k\tau)^2 , \quad (102)$$

onde $R_\nu = \rho_\nu/(\rho_\nu + \rho_\gamma)$ é a razão da densidade de matéria relativística na forma de neutrinos. Por convenção adota-se a perturbação na densidade de matéria escura fria como a proponente de perturbação nas outras componentes do universo. Para neutrinos massivos, utiliza-se a relação entre os termos da expansão \mathcal{N} e Ψ contida na eq.(81) para obter as condições iniciais dos multipolos Ψ_l para as ordens mais baixas a partir das condições iniciais do caso ultra-relativístico

$$\Psi_0 = -\frac{1}{4}\delta_\nu \frac{dLn[f_0(q, m_\nu)]}{dLn[q]} , \quad (103)$$

$$\Psi_1 = -\frac{E(q, m_\nu)}{3qk} \theta_\nu \frac{dLn[f_0(q, m_\nu)]}{dLn[q]}, \quad (104)$$

$$\Psi_2 = -\frac{1}{2} \sigma_\nu \frac{dLn[f_0(q, m_\nu)]}{dLn[q]}. \quad (105)$$

Este tipo de redução das equações de perturbação para a solução de super-horizonte em função da perturbação na densidade da matéria escura é chamada de condições iniciais adiabáticas, na qual parte-se do princípio da conservação da entropia entre as diferentes componentes do universo durante a formação das perturbações primordiais.

3.5 Detecção direta

Considerando que os neutrinos já estiveram acoplados com o plasma cosmológico e após o desacoplamento expandiram-se livremente, a temperatura dos neutrinos cósmicos de fundo também possuem anisotropias, geradas pelas inhomogeneidades na última superfície de espalhamento eletrofraca e que, portanto, possuem informações sobre perturbações em uma época muito anterior a época do desacoplamento dos fótons ($t_{D_\gamma} \sim 400.000$ anos $\gg t_{D_\nu} \sim 0,2$ segundo). A variedade de informações em diferentes épocas é fundamental para compreender-se a evolução do universo, além da possibilidade de inferir propriedades mais fundamentais das perturbações geradas durante a inflação e, portanto, da própria natureza do período inflacionário. No entanto, os neutrinos cósmicos de fundo ($C\nu B$) nunca foram detectados, o motivo é que sua seção de choque que já é inerentemente pequena por se tratar da seção de choque típica da interação fraca, é muito menor que a seção de choque de neutrinos produzidos em processos atuais, pois os neutrinos criados no universo primordial tiveram suas energias diluídas, pelo efeito de deslocamento para o vermelho, provocado pela expansão do universo. A energia atual dos neutrinos cósmicos de fundo, deduzida a partir da temperatura da radiação de fótons, é aproximadamente $(1,676 \pm 0,001) \times 10^{-4}$ eV. Considerando o método convencional de detecção de neutrinos por corrente carregada

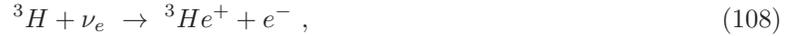
$$\nu + e^\pm \rightleftharpoons \nu + e^\pm, \quad (106)$$

a qual possui as seguintes seções de choque possíveis

$$\sigma_{C\nu B}^{CC} = \begin{cases} G_F^2 (T_\nu^0)^2 \cong 4 \times 10^{-64} \text{ cm}^2, & \text{Neutrinos não massivos} \\ G_F^2 (m_\nu)^2 \cong 10^{-56} \left(\frac{m_\nu}{\text{eV}}\right)^2 \text{ cm}^2, & \text{Neutrinos massivos} \end{cases} \quad (107)$$

é possível compreender a dificuldade e o motivo dos neutrinos cósmicos de fundo não terem sido detectados. Considerando ainda que as anisotropias são frações da temperatura, proporcionais ao período em que desacoplaram, a probabilidade de um experimento medi-las é extremamente pequena com as atuais tecnologias experimentais para o processo descrito acima. Além da baixa seção de choque há o limiar cinemático, dada pela energia mínima que o neutrino deve ter para induzir a reação. No entanto, há um outro processo que apresenta maior seção de choque, além da ausência de um limiar de energia, que é a captura de neutrinos

por núcleos atômicos em processo de decaimento β inverso, por exemplo, no decaimento apresentado pelo tritium



cuja seção de choque [25] é dada por

$$\sigma_{\text{C}\nu\text{B}}^{\text{Captura}} \cong (7,84 \pm 0,03) \times 10^{-45} \text{ cm}^2 , \quad (109)$$

o que implica em 10 eventos anuais para 100g de ${}^3\text{H}$. No entanto, por tratar-se de um experimento cinemático, é requerida uma precisão da ordem de $\sim 2m_\nu$ na medida da energia do elétron para distinguir entre o decaimento com a captura de um processo convencional de decaimento β , tal distinção comprovaria a detecção do neutrino cosmológico. Um método experimental que possui expectativas para atingir essa sensibilidade é a utilização de radiação síncroton dos elétrons do decaimento quando imersos em um campo magnético alto [26]. De qualquer forma, qualquer experimento hipotético para detectar os neutrinos cosmológicos seria obrigatoriamente uma segunda geração do experimento de base cinemática capaz de medir a massa do próprio neutrino, pois somente uma medida de sua massa com grande precisão poderia detectar o excesso de energia no elétron do decaimento β originado pela captura de um neutrino cosmológico.

4 Observáveis relevantes

O modelo cosmológico padrão é um paradigma que contém três submodelos que encaixam-se na seguinte sequência temporal:

Inflação Quente \rightarrow Nucleossíntese Primordial \rightarrow Constante Cosmológica+Matéria Escura Fria

sendo a nucleossíntese primordial geralmente denotada pelo acrônimo em inglês BBN (*Big Bang Nucleosynthesis*) e o modelo de constante cosmológica e matéria escura fria pelo acrônimo Λ CDM (Λ +*Cold Dark Matter*).

A abordagem desta tese de doutorado será restrita aos períodos descritos pelos modelos da BBN e Λ CDM. O motivo dessa restrição é o foco da fenomenologia em cosmologia de neutrinos massivos do modelo padrão de partículas elementares. Não há nenhum problema em adicionar termos de massa para os neutrinos na lagrangiana do modelo padrão, embora não se saiba se o termo a ser adicionado seja do tipo Dirac, Majorana ou ambos. Não obstante a imprecisão semântica, por neutrinos massivos do modelo padrão compreende-se, e esta tese assume, que são os neutrinos ativos do modelo padrão de partículas elementares acrescidos da propriedade de massa, com propriedades macroscópicas idênticas à massa de qualquer outro férmion.

Esta definição do tipo de neutrino abordado faz-se necessária para justificar a delimitação do estudo fenomenológico aos períodos abordados pelos modelos da BBN e Λ CDM. Existem teorias leptogênicas onde neutrinos estéreis supermassivos poderiam gerar assimetrias bariônicas no período inflacionário além de induzir a própria inflação. No entanto, o período inflacionário não seria afetado pelo tipo de neutrino massivo abordado nesta tese, por esse motivo a inflação não será incluída na análise fenomenológica a ser desenvolvida. A escolha dos períodos da evolução, abordados pelos modelos BBN e Λ CDM, também justifica-se pela possibilidade de serem testados em laboratórios terrestres. Os processos envolvidos na BBN são completamente conhecidos e delimitados por experiências com reatores e colisores, por sua vez o modelo Λ CDM é parcialmente conhecido, sendo que a componente da matéria escura está atualmente sendo testada em experiências com colisores, detectores diretos e indiretos, apesar de não haver perspectivas de testar em laboratório a componente dominante de energia escura.

Em relação à consistência dos observáveis testados com o período inflacionário, salienta-se que não há observáveis disponíveis com a tecnologia atual que permitam a observação direta de eventos ocorridos durante este período. No entanto, os observáveis emitidos durante os períodos subsequentes são extremamente dependentes de condições iniciais geradas no final do período inflacionário, tais como: isotropia da radiação cósmica fora do horizonte de eventos (causalmente desconectados), assimetria bariônica, natureza plana do universo, criação das partículas do modelo padrão em estado de equilíbrio, geração de perturbações iniciais na distribuição homogênea das partículas e taxa de expansão inicial positiva. Como o tipo de neutrino estudado não afeta o período inflacionário, será simplesmente assumido que tais condições iniciais são geradas anteriormente à nucleossíntese primordial.

Também é interessante diferenciar a natureza dos modelos BBN e Λ CDM. O modelo BBN é um modelo derivado totalmente do modelo padrão de partículas elementares submetido a um ambiente especial com condições iniciais específicas. Por outro lado, a natureza do modelo Λ CDM é inerentemente dinâmica, apesar de imprimir uma assinatura própria na evolução das partículas elementares criadas nas fases anteriores, tais assinaturas são reflexo unicamente de efeito gravitacional.

Por esse motivo, o modelo da BBN é apropriado para testar propriedades dos estados de interação dos neutrinos, tais como taxa de interação e número de estados de interação, enquanto que o modelo Λ CDM é apropriado para testar propriedades dinâmicas, tais como a massa e o número de estados, pois estas também afetam a densidade total de matéria relativística escura. Devido a essa diferença de natureza, observáveis dos dois períodos serão detalhados separadamente.

A forma utilizada para encontrar o modelo cosmológico que melhor descreva os dados observados é o método de máxima verossimilhança. Essa metodologia de ajuste baseia-se em varrer o espaço de parâmetros do modelo a ser testado e calcular o χ^2 para cada valor testado dos parâmetros e para todos os pontos experimentais. Com o conjunto completo dessas medidas constrói-se uma distribuição probabilística dos parâmetros do modelo testado em relação aos dados. A partir dessas distribuições de verossimilhança é possível, então, determinar pontos de melhor ajuste, médias globais e médias dentro de intervalos de confiança.

Na subseção 4.3 será detalhado como os observáveis cosmológicos são utilizados numericamente para analisar as previsões teóricas e fornecer limites ou mesmo medidas de parâmetros do modelo cosmológico. Finalmente, na subseção 4.4 são apresentados resultados de análises parciais e globais dos observáveis cosmológicos contendo limites para a soma das massas dos neutrinos e também para o número de estados.

4.1 Nucleossíntese primordial

Em um cenário com abundância de nêutrons e prótons livres dotados de altas energias, é natural a formação de núcleos leves, cujas quantidades produzidas dependerão da quantidade e proporção de nucleons disponíveis. Neutrinos afetam essa abundância pois são seus processos que mantêm o número de nêutrons em equilíbrio com o número de prótons imediatamente antes da formação dos elementos através dos processos listados na equação 110. Após o desacoplamento dos neutrinos do plasma primordial, os nêutrons passam a decair sem a contrapartida da criação nos processos que necessitam de neutrinos em equilíbrio. Essa assimetria entre decaimento e produção é a responsável por alterar a proporção de nêutrons em relação aos prótons, conseqüentemente afetando a produção dos núcleos leves. Apesar do ambiente ser o universo primordial, os processos físicos que ocorrem durante o processo da nucleossíntese primordial são extremamente bem conhecidos através de experimentos com aceleradores, como por exemplo a medida da massa do τ ($m_\tau = 1776,61 \pm 0,13(stat) \pm 0,35(sys)$ MeV/ c^2 [27]). De forma que as seções de choque e tempos de vida de todas as partículas envolvidas na nucleossíntese são informações utilizadas como dados de entrada para

descrever um sistema em equilíbrio termodinâmico, dependente de apenas dois parâmetros livres: a fração de bárions em relação aos fótons e o número de estados de neutrinos. O produto final desse sistema será uma abundância teórica de cinco elementos leves, essas previsões são então comparadas com as abundâncias observadas no gás intergaláctico de aglomerados distantes. Apesar de cinco elementos terem sido produzidos na nucleossíntese primordial em quantidade suficiente para serem testados, a verificação do mais abundante entre eles, o hélio, é suficiente para restringir fortemente o número de estados de neutrinos, por esse motivo será detalhado apenas a produção desse elemento específico.

4.1.1 Abundância de hélio

Antes do desacoplamento, os neutrinos interagem em um estado de equilíbrio térmico, o que mantém o potencial químico do próton e do nêutron iguais através do decaimento β e do decaimento β inverso

$$\mu_p = \mu_n \Leftarrow \begin{cases} n + e^+ \rightleftharpoons p + \bar{\nu}_e \\ n + e^- \rightleftharpoons \bar{p} + \nu_e \\ n \rightleftharpoons p + e + \bar{\nu}_e \end{cases}, \quad (110)$$

onde μ_p e μ_n são os potenciais químicos de prótons e nêutrons respectivamente. Considerando que prótons e nêutrons estão em equilíbrio e estão no regime não-relativístico na época da nucleossíntese, seu número de densidade será dado pela distribuição de Maxwell-Boltzmann

$$n_i(T) = g_{\star_i} \left(\frac{m_i T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{\mu_i - m_i}{T}}. \quad (111)$$

A partir de suas distribuições, é possível calcular a razão entre as densidades no momento do desacoplamento do neutrino

$$\frac{n_n(T_{D\nu})}{n_p(T_{D\nu})} = e^{\left(\frac{m_p - m_n}{1 \text{ MeV}}\right)} \simeq \frac{1}{6}. \quad (112)$$

No entanto, essa proporção não permanecerá fixa, dado que o decaimento β ocorrerá apenas em um sentido após o desacoplamento dos neutrinos

$$n \longrightarrow p + e + \bar{\nu}_e, \quad (113)$$

o que provoca a redução da razão entre nêutrons e prótons, devido ao decaimento do nêutron. Em função do tempo, o decaimento dessa razão até um momento arbitrário será

$$\frac{n_n(t)}{n_p(t)} = \frac{n_n(t_{D\nu})}{n_p(t_{D\nu})} e^{-\frac{t - t_{D\nu}}{\tau_n}} \simeq \frac{1}{6} e^{-\frac{t - t_{D\nu}}{\tau_n}}, \quad (114)$$

onde τ_n é o tempo de vida do nêutron. Com a equação acima, basta determinar o momento de formação do hélio para obter-se a razão entre a abundância de nêutrons e prótons para então calcular a abundância de hélio produzido. Poderia-se supor que a partir do momento que a temperatura do plasma primordial caia abaixo da energia de ligação do hélio ($T_{4He}^{\text{Ligação}} \cong 28,32 \text{ MeV}$), seria o exato momento de formação

dos átomos de hélio. No entanto, como o número de fótons é muito maior que de bárions, mesmo uma pequena fração de fótons localizados no extremo superior do espectro de energia é suficiente para ionizar todos os nucleons imediatamente após a formação dos estados ligados. Somente quando a expansão do universo provocar um esfriamento para uma temperatura suficiente baixa ($T_\gamma \lesssim 1$ MeV), coincidentemente próxima à temperatura de desacoplamento do neutrino, é que os fótons deixarão de ionizar os nucleons e os primeiros núcleos poderão ser formados e permanecerem intactos. Apesar de não ser idêntica, a temperatura do plasma primordial quando ocorrerá a formação dos núcleos dependerá da energia de ligação do tipo de núcleo formado ($T_{4He} \sim 0,7$ MeV). A razão entre nêutrons e prótons entre o momento da formação do hélio e do momento do desacoplamento dos neutrinos eletrônicos, será então

$$\frac{n_n(t_{4He})}{n_p(t_{4He})} = \frac{n_n(t_{D\nu})}{n_p(t_{D\nu})} e^{-\frac{t_{4He}-t_{D\nu}}{\tau_n}} \simeq \frac{1}{6} e^{-\frac{t_{4He}-t_{D\nu}}{\tau_n}} \simeq \frac{1}{7}. \quad (115)$$

onde $t_{D\nu}$ é dada pela eq.(46). Pelo fato do hélio 4 ser o núcleo composto e estável com a menor energia de ligação entre todos os elementos, pode-se supor que a maioria dos nêutrons disponíveis formarão ${}^4\text{He}$, portanto o número densidade de hélio em função dos nêutrons disponíveis será

$$n_{4He} = 4 \left(\frac{n_n}{2} \right). \quad (116)$$

A proporção de nucleons contidos em átomos de hélio em relação à quantidade total de nucleons no universo será

$$Y_{4He}^{\text{Teórico}} \equiv \frac{n_{4He}}{n_p(t_{4He}) + n_n(t_{4He})} = 0,25, \quad (117)$$

onde $n_p(t_{4He})$ é substituído por $7 \times n_n(t_{4He})$, conforme eq.(115). O valor previsto acima, vale ressaltar que utilizando apenas as seções de choque do modelo padrão de partículas elementares, está dentro dos limites observados [28]

$$Y_{4He}^{\text{Observado}} = 0,249 \pm 0,009. \quad (118)$$

Supondo que a temperatura de desacoplamento dos neutrinos possa sofrer uma variação $\Delta T_{D\nu}$, essa variação será propagada na previsão teórica gerando uma variação ΔY_{4He} da proporção de hélio formado

$$\Delta Y_{4He} = -2(m_p - m_n) e^{-\frac{m_p - m_n}{T_{D\nu}}} \left[1 + e^{-\frac{m_p - m_n}{T_{D\nu}}} \right]^{-2} T_{D\nu}^{-2} \Delta T_{D\nu}. \quad (119)$$

Como descrito na seção 3.2, a temperatura de desacoplamento dos neutrinos dependerá do número de graus de liberdade relativísticos, eq.(43) abaixo reproduzida

$$T_{D\nu} \simeq 1,1g_\star^{1/6} \text{ MeV}, \quad (120)$$

portanto, variações na temperatura do desacoplamento podem ser causadas por variações do número de graus de liberdade

$$\Delta T_{D\nu} = \frac{T_{D\nu} \Delta g_\star}{6g_\star}. \quad (121)$$

Em hipótese, é possível parametrizar variações no número de graus de liberdade (Δg_\star) em função de uma partícula bosônica ou fermiônica ainda não detectada. No entanto, entre todas as partículas do modelo

padrão, os neutrinos são os melhores candidatos a possuírem estados extras não detectados, em especial devido a motivações teóricas e experimentais para a existência de neutrinos singletos em $SU(2)_L \times U(1)_Y$, o que os caracterizaria como neutrinos estéreis. Devido a essas motivações, e a uma convenção adotada, variações no número de graus de liberdade relativísticos são parametrizadas em função de variações no número de estados de neutrinos ΔN_ν

$$\Delta g_\star = \frac{7}{4} \Delta N_\nu , \quad (122)$$

onde a relação acima é derivada da eq.(48). Substituindo a relação acima na eq.(121) e então na eq.(119), obtém-se

$$\Delta Y_{4He} \simeq 0,013 \Delta N_\nu , \quad (123)$$

a previsão de variações na abundância de hélio 4 em função de estados extras de neutrinos. Variações entre a abundância prevista, considerando somente o conteúdo do modelo padrão, e a observada indicam portanto presença de física além do modelo padrão. Comparando o valor teórico e observado da abundância de hélio 4

$$\Delta Y_{4He} \equiv Y_{4He}^{\text{Observado}} - Y_{4He}^{\text{Teórico}} , \quad (124)$$

pode-se estimar um valor permitido para o número de estados extras de neutrinos

$$\Delta N_\nu \leq 0,77 . \quad (125)$$

Um valor não inteiro para o número extra de estados não exclui a possibilidade da existência de uma nova partícula. É possível observar-se um sinal positivo com valor fracionário de estado extra de neutrino porque ao parametrizar graus extras de liberdade relativística como estados extras de neutrinos, automaticamente faz-se a suposição de que a nova partícula desacoplou do plasma primordial no mesmo instante que os neutrinos. Como isso não é necessariamente verdade, é possível que uma partícula que tenha desacoplado do restante do universo anteriormente aos neutrinos manifeste-se como um estado extra fracionário. Se for suposto uma partícula χ que desacoplou do plasma primordial em um momento diferente do desacoplamento dos neutrinos, devido ao número diferente de graus de liberdade entre esses dois instantes, haverá uma diferença na temperatura entre essas duas partículas, da mesma forma que no caso entre fótons e neutrinos denotada pela eq.(16), reescrita abaixo

$$T_{D\chi} = \left[\frac{g_\star(T_{D\chi})}{g_\star(T_{D\nu})} \right]^{1/3} T_{D\nu} . \quad (126)$$

Nesse caso a partícula χ desacopla do restante do universo com uma temperatura $T_{D\chi}$, por causa do seu próprio desacoplamento e eventualmente do desacoplamento de outras partículas, o número de partículas em equilíbrio diminuirá e a transferência de entropia aumentará a temperatura das partículas ainda acopladas. Devido à diferença da temperatura entre os diferentes momentos de desacoplamento, a partícula χ terá uma densidade diferente da densidade de neutrinos, de forma similar como foi calculado para os neutrinos em relação aos fótons, mas nesse caso considerando que a partícula χ também é um férmion, a densidade dessa

nova partícula será

$$\rho_\chi = \frac{7 \pi^2}{8 \cdot 30} g_{\star_\chi} T_\chi^4. \quad (127)$$

Supondo ainda que a partícula possui dois graus de liberdade ($g_{\star_\chi} = 2$) e considerando que a temperatura da nova partícula (T_χ) pode ser calculada pela diferença de graus de liberdade em relação ao momento do desacoplamento dos neutrinos, contido na eq.(126), pode-se determinar a densidade de χ em função do número de graus de liberdade e da temperatura de desacoplamento dos neutrinos

$$\rho_\chi = \frac{7 \pi^2}{8 \cdot 30} 2 \left(\left[\frac{g_\star(T_{D\chi})}{g_\star(T_{D\nu})} \right]^{1/3} T_{D\nu} \right)^4, \quad (128)$$

que é dada pela integral do produto da energia pela função de distribuição de Fermi-Dirac. Revertendo o argumento para o cenário da totalidade das partículas, pode-se representar este acréscimo na densidade total ($\Delta\rho_{\text{Total}} = \rho_\chi$) através de um acréscimo no número de graus de liberdade relativísticos total (g_\star)

$$\Delta g_\star = \frac{7}{4} \left[\frac{g_\star(T_{D\chi})}{g_\star(T_{D\nu})} \right]^{4/3}, \quad (129)$$

que por sua vez pode ser denotado em função do número de estados extras de neutrinos, conforme relação contida na eq.(122)

$$\Delta N_\nu = \left[\frac{g_\star(T_{D\chi})}{g_\star(T_{D\nu})} \right]^{4/3}. \quad (130)$$

Portanto, caso um número não inteiro de estados extras de neutrinos seja medido, é possível interpretar esse resultado como um número inteiro de partículas que tenham desacoplado em um momento diferente do desacoplamento dos neutrinos. A partir da equação acima é possível determinar o número de graus de liberdade relativísticos existentes no momento do desacoplamento das novas partículas, e por consequência obter a própria temperatura de seu desacoplamento que, por sua vez, permite estimar a seção de choque da nova partícula.

A compatibilidade do modelo cosmológico com a nucleossíntese primordial é garantida através da correlação entre os parâmetros $\{N_{\text{eff}}, \Omega_b, Y_{\text{He}}\}$, onde o parâmetro Y_{He} é derivado a partir dos outros dois parâmetros conforme teoria desenvolvida acima. Essa compatibilização é realizada através de uma tabela contendo a correlação dos três parâmetros, em cujo cálculo foi considerado a nucleossíntese primordial de todos os elementos leves e realizada numericamente através do programa *Public Algorithm Evaluating the Nucleosynthesis of Primordial Elements* (PARthENoPE) [29]. Por fim, no ajuste do modelo cosmológico, compatibilizado com a BBN, além dos parâmetros N_{eff} e Ω_b afetarem sensivelmente os observáveis cosmológicos baseados em estruturas de larga escala, a própria fração de hélio Y_{He} determinará a profundidade óptica da radiação cósmica após seu desacoplamento, sendo portanto, indiretamente mensurável a partir dos dados de anisotropia da radiação cósmica de fundo.

4.2 Formação de estruturas de larga escala

Há duas formas pelas quais os neutrinos podem afetar estruturas de larga escala e terem sua abundância, e por consequência sua massa, restringida ou mesmo determinada. O primeiro efeito é o reflexo na taxa de expansão do universo pela mudança no conteúdo de densidade do fundo homogêneo. O segundo efeito é através de perturbações na distribuição de neutrinos propagando-se gravitacionalmente para perturbações na densidade de componentes visíveis como bárions ou fótons. Apesar das duas possibilidades, os únicos efeitos relevantes provocados por neutrinos são as mudanças na taxa de expansão do universo causada pela alteração na quantidade de matéria relativística entre as componentes do universo. Eventualmente, os experimentos podem alcançar sensibilidade suficiente para medir efeitos provocados pela propagação de perturbações de neutrinos nas componentes visíveis, no entanto, a magnitude dos efeitos de perturbações são muito menores que os efeitos na evolução do fundo homogêneo, para os quais a atual tecnologia possui sensibilidade apenas para impor limites superiores para os efeitos esperados.

Por sua vez, entre os observáveis cosmológicos também há dois tipos, aqueles gerados unicamente pela dinâmica da densidade do fundo homogêneo e aqueles reflexos de inhomogeneidades geradas por perturbações e também afetadas pela evolução do fundo. O único observável utilizado nesta tese dependente unicamente da evolução do fundo homogêneo é a medida de velocidade das supernovas do tipo Ia (SNIa), descrito na seção 4.2.1. Entre os observáveis que são gerados a partir de inhomogeneidades relevantes para a medida da massa do neutrino ou do número de estados, foi utilizado nesta tese as anisotropias da radiação cósmica, detalhada na seção 4.2.2, o espectro de potência da matéria na seção 4.2.3 e lente gravitacional fraca galáctica na seção 4.2.4.

4.2.1 Luminosidade aparente de supernovas

Em 1929, Edwin Powell Hubble fez as primeiras correlações entre a distância de nebulosas em função do desvio para o vermelho da radiação emitida por estrelas cefeidas contidas nas nebulosas, levando-o a atribuir diferentes velocidades de afastamento para as nebulosas em função da distância radial em relação ao observador [30]. A partir dessa medida, que constitui a primeira observação da cosmologia moderna, e utilizando-se da recém desenvolvida teoria geral da relatividade, Hubble concluiu que o universo encontrava-se em um processo de expansão, quebrando antigos paradigmas que estipulavam um universo estático e exigiam uma constante cosmológica para prevenir o colapso gravitacional.

A revolução permitida por observações de estrelas do tipo cefeidas, e mais tarde de supernovas do tipo Ia, reside no fato desses objetos possuírem uma potência padrão, que possui pouca variação em torno de um valor médio. Portanto, é possível estimar sua distância em relação a um observador apenas com a medida de sua luminosidade aparente medida por esse observador. Pelo motivo de apresentarem uma potência padrão, tais objetos são chamados de velas padrão. Por sua vez, a velocidade dessas velas padrões em relação ao observador podem ser medidas através do desvio para o vermelho da radiação emitida. A partir desses dados, é possível estabelecer uma relação entre a distância em que a supernova encontra-se e

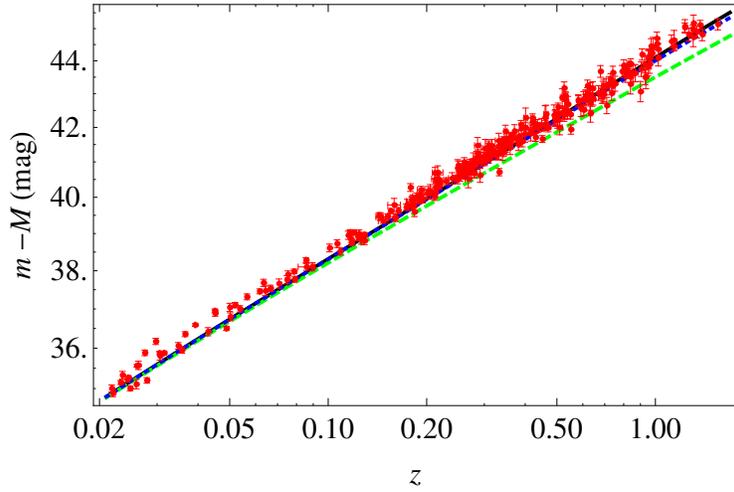


Figura 3: Magnitude aparente de supernovas do tipo Ia em função do desvio para o vermelho para três diferentes modelos: Λ CDM (linha contínua preta), CDM (verde tracejada) e $m_\nu\Lambda$ CDM (azul pontilhada; $\sum_i m_{\nu_i} = 4,59$ eV). Dados experimentais (pontos vermelhos) são medidas contidas na compilação UNION-2.

a taxa de expansão do universo naquela região prevista pelo modelo cosmológico. Estrelas do tipo cefeida possuem uma luminosidade padrão muito bem calibrada e as medidas realizadas por esse método possuem pouco questionamento, mas sua distribuição não se estende para regiões muito distantes o que impossibilita medidas precisas da taxa de expansão. Remanescentes de estrelas que se tornaram supernovas do tipo Ia estendem-se a distâncias muito maiores, no entanto há um grande questionamento se a calibração de sua luminosidade padrão é correta para supernovas formadas em diferentes épocas, o que pode ter acarretado em erros sistemáticos subestimados [31]. No entanto, a combinação de diferentes tipos de velas padrões e de réguas padrões, que estimam a expansão do universo através de sua geometria, confirmam as estimativas realizadas por supernovas do tipo Ia. A luminosidade observada, também chamada de luminosidade aparente (\mathcal{L}), pode ser obtida a partir da luminosidade intrínseca absoluta (L) através da conservação de fluxo eletromagnético em uma superfície esférica

$$\mathcal{L} = \frac{L}{4\pi r^2 a_0^2 (1+z)^2} = \frac{L}{4\pi D_L^2}, \quad (131)$$

onde D_L é definida como a distância de luminosidade, caracterizada por conter a informação da taxa de expansão do espaço entre objeto e observador. Dessa forma, a diferença entre a magnitude aparente (m) e a magnitude absoluta (M) será

$$[m - M(\text{mag})]^{\text{Observado}} = 5 \text{Log} \left[\frac{D_L}{10\text{pc}} \right]. \quad (132)$$

Por outro lado, a distância de luminosidade pode ser calculada teoricamente a partir da taxa de expansão

do universo estimada pela equação de Friedmann para um universo plano e isotrópico

$$[m - M(mag)]^{\text{Teórico}} = 5 \text{Log} \left[\frac{1}{10\text{pc}} \frac{c(1+z)}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_\gamma(1+z')^4 + \Omega_{\text{CDM}}(1+z')^3 + \Omega_{\text{B}}(1+z')^3 + \Omega_\nu(z') + \Omega_\Lambda}} \right], \quad (133)$$

onde o parâmetro de densidade dos neutrinos ($\Omega_\nu(z')$) terá uma dependência não trivial em relação ao deslocamento para o vermelho devido à natureza transiente entre regimes relativísticos dos neutrinos massivos. Como pode ser observado na equação acima, não é possível determinar nenhum parâmetro referente a anisotropias ou inhomogeneidades a partir da medida de velocidade de supernovas, no entanto, este observável é apropriado para estabelecer o conteúdo total de energia ($\Omega_{\text{CDM}}, \Omega_{\text{B}}, \Omega_\gamma, \Omega_\nu$ e Ω_Λ) e a taxa de expansão atual (H_0).

Medidas mais recentes da velocidade de recessão de SNIa mais longínquas, realizadas por [32, 33], não só confirmaram que o universo está em expansão, como também demonstraram que a expansão está sofrendo uma aceleração. Essa descoberta provocou uma revolução na cosmologia moderna ao apresentar a necessidade de incluir uma componente no universo com comportamento inverso da matéria convencional, pois esta sempre provocaria a retração da expansão e possivelmente seu colapso, enquanto que essa nova componente aparentemente acelera a expansão do universo. Essa descoberta foi premiada com o prêmio Nobel de 2011. A forma mais simples de implementar essa nova componente é através de uma constante, chamada constante cosmológica (Λ), introduzida nas equações de Einstein de tal forma que a equação de Friedmann passa a incluir uma densidade de energia (Ω_Λ) que não se dilui conforme o universo expande-se. O conteúdo energético da constante cosmológica, ou de algum campo elementar que a forme, é geralmente chamada de energia escura.

Os dados de SNIa utilizados para os ajustes experimentais realizados nesta tese são uma compilação da colaboração *The Supernova Cosmology Project*, que contempla medidas realizadas dos telescópios SDSS, ESSE, SNLS, Nearby e HST conjuntamente com os dados mais recentes provenientes do SDSS-II Supernova Survey [34], essa compilação de dados é conhecida como UNION-2 [35]. Para esse conjunto de dados de SNIa, o χ^2_{SNIa} utilizado para calcular a máxima verossimilhança dos modelos em relação aos dados será

$$\chi^2(\boldsymbol{\theta}|\text{UNION-2}) = \frac{\sum_i \left([(m - M(mag))(\boldsymbol{\theta})]_i^{\text{Teórico}} - [m - M(mag)]_i^{\text{Observado}} \right)^2}{C_{\text{UNION-2}}}, \quad (134)$$

onde $[m - M(mag)]_i$ são as matrizes contendo os valores observado e teórico para as magnitudes aparentes da i -ésima supernova, $\boldsymbol{\theta}$ é um conjunto hipótese de valores para os parâmetros do modelo. No caso de supernovas não há erro correlacionado entre diferentes medidas, portanto a matriz de covariância dos erros das supernovas C_{SNIa} será dada por

$$C_{\text{UNION-2}} = \sum_i (\sigma(mag)_i^2 + \sigma(z)_i^2 + \sigma(intr)_i^2)^{-1}, \quad (135)$$

onde soma-se os erros (σ_i) na medida da magnitude (mag), na medida do deslocamento para o vermelho (z) e no erro intrínseco do telescópio ($intr$). Na figura 3 são apresentados os dados da compilação UNION-2 assim

como a magnitude aparente prevista por três exemplos de parâmetros: CDM ($\Omega_{\text{CDM}} = 1; \Omega_{\Lambda} = \Omega_{\nu}(z') = \Omega_{\gamma} = \Omega_{\text{B}} = 0$), Λ CDM ($\Omega_{\text{CDM}} = 0,3; \Omega_{\Lambda} = 0,7; \Omega_{\nu}(z') = \Omega_{\gamma} = \Omega_{\text{B}} = 0$) e $m_{\nu}\Lambda$ CDM ($\Omega_{\text{CDM}} = 0,2; \Omega_{\Lambda} = 0,7; \Omega_{\nu} = 0,1; \Omega_{\gamma} = \Omega_{\text{B}} = 0$).

Também é possível utilizar diretamente uma estimativa da taxa de expansão atual do universo (H_0) a partir da extrapolação dos dados de supernovas. Nesse caso utiliza-se a estimativa obtida pela missão *Hubble Space Telescope* (HST) [36]. Nesse tipo de medida assume-se o modelo Λ CDM ao realizar a extrapolação de distâncias ao longo de diferentes desvios para o vermelho. Dessa forma, deve-se utilizar com cuidado medidas de H_0 para modelos cosmológicos alternativos, certificando-se que a taxa de Hubble no modelo a ser testado é igual ao do modelo cosmológico padrão no limite de baixos desvios para o vermelho. Para o modelo padrão com neutrinos massivos ou estados extras de neutrinos, essa equivalência é válida. O ajuste à medida do HST é realizado através do diâmetro angular d_l , calculado a partir da seguinte aproximação da taxa de Hubble para baixos desvios para o vermelho

$$d_l = \frac{cz}{H_0} \left[1 + \frac{1}{2}(1 - q_0) - \frac{1}{6}(1 - q_0 - 3q_0^2 - j_0)z^2 \right], \quad (136)$$

onde $H(t) = \dot{a}/a$, $q(t) = -(\ddot{a}/a)(\dot{a}/a)^{-2}$ e $j(t) = (\dddot{a}/a)(\dot{a}/a)^{-3}$. O ajuste do ângulo de abertura é então realizado através do seguinte χ^2

$$\chi^2(\theta|\text{HST}) = \frac{[d_l(z_0)^{\text{Teórico}} - d_l^{\text{Observado}}(z_0)]^2}{C_{\text{HST}}}, \quad (137)$$

sendo que os dados medidos pelo HST são $d_l^{\text{Observado}}(z_0) = 6,49405 \times 10^{-3}$, $z_0 = 0,04$, e $C_{\text{HST}} = 2 \times (9,93 \times 10^{-8})^2$.

4.2.2 Anisotropias da radiação cósmica de fundo

A radiação cósmica de fundo (CMB) é formada pelos fótons remanescentes do plasma primordial e que estiveram em equilíbrio com o universo, através de diversos processos e por último via espalhamento Compton com elétrons e prótons. O momento em que estes fótons desacoplaram de prótons e elétrons, dissociando o plasma primordial, foi quando o universo possuía aproximadamente ~ 400.000 anos de idade e, portanto, contém informações da estrutura do universo desta época. O espectro de energia dos fótons da CMB possui a mais precisa distribuição de corpo negro já observada. Com a medida da temperatura de corpo negro é possível prever o espectro de energia esperado e as variações de energia em torno do espectro teórico são frações da ordem de 10^{-5} . Apesar de sua diminuta magnitude, essas pequenas variações são a principal fonte de informações do universo primordial. Variações anisotrópicas são um reflexo das inhomogeneidades de densidade de matéria no período em que os fótons espalharam pela última vez nos bárions. Estas anisotropias são mensuradas através da função de correlação C_l dos coeficientes a_{lm}

$$C_l^{XY} = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l \langle |a_{lm}^X a_{lm}^{*Y}| \rangle, \quad (138)$$

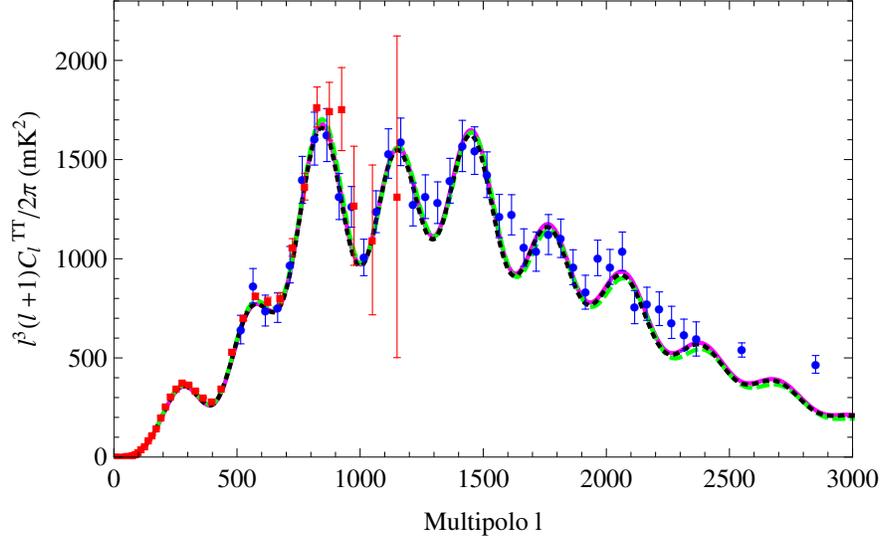


Figura 4: Espectro de anisotropias da radiação cósmica de fundo obtidos para os modelos Λ CDM (linha contínua magenta), $N_{\text{eff}}\Lambda$ CDM ($N_{\text{eff}} = 4, 24$; linha tracejada verde) e $m_\nu\Lambda$ CDM ($\sum m_\nu = 0, 2$ eV; linha pontilhada preta). Dados experimentais foram medidos pelo satélite WMAP [17] (pontos vermelhos) e ACT [37] (pontos azuis).

onde os termos a_{lm}^X são os coeficientes da expansão em esféricos harmônicos (Y_l^m) da correlação da transformada de Fourier ($\tilde{\Theta}_X$) das flutuações (Θ_X) de temperatura ou da polarização de fótons incidentes de diferentes direções (\hat{p}_1 e \hat{p}_2)

$$\langle \tilde{\Theta}_X(\mathbf{k}_1, \hat{p}_1) \tilde{\Theta}_Y(\mathbf{k}_2, \hat{p}_2) \rangle = \sum_{l_1=1}^{\infty} \sum_{m_1=-l_1}^{l_1} \sum_{l_2=1}^{\infty} \sum_{m_2=-l_2}^{l_2} \langle a_{l_1 m_1}^X a_{l_2 m_2}^{*Y} \rangle Y_{l_1}^{m_1}(\hat{p}_1) Y_{l_2}^{*m_2}(\hat{p}_2), \quad (139)$$

sendo que XY refere-se à correlação entre flutuações anisotrópicas de temperatura ou polarização, ou seja, $XY = TT$ para correlação de flutuações entre a temperatura (T) medida em fótons incidentes de diferentes direções. A figura 4 contém as medidas mais recentes do experimento WMAP [17], juntamente com dois espectros teóricos de C_l^{TT} , sendo um espectro contendo neutrinos massivos e outro sem neutrinos massivos. Além da função de correlação de flutuações na temperatura (C_l^{TT}), também é possível medir variações anisotrópicas na polarização dos fótons da CMB. A polarização dos fótons ocorreu quando o quadropolo de anisotropias da temperatura foram transformadas em polarizações lineares [38] ao espalharem pela última vez com os elétrons. Tais polarizações são decompostas nos modos gradiente (E) e rotacional (B), que são medidas isoladamente e então combinadas entre si para formarem as funções de correlação: temperatura-polarização (C_l^{TE}) e autocorrelação das polarizações (C_l^{EE} e C_l^{BB}). Em modelos com conservação de paridade, as correlações TB e EB são nulas. Apesar das medidas serem realizadas em cada modo isoladamente, apenas as correlações entre flutuações incidentes de diferentes direções são capazes de fornecer informações sobre as inhomogeneidades na última superfície de espalhamento.

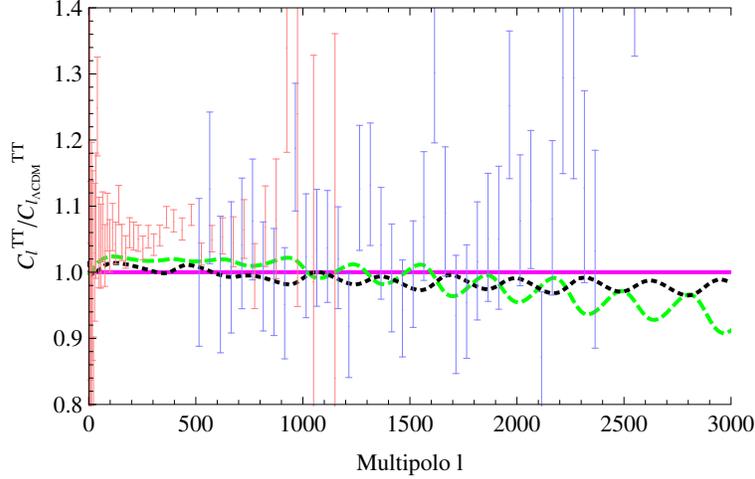


Figura 5: Efeitos no espectro de anisotropias da radiação cósmica de fundo devido à presença de neutrinos massivos ($m_\nu = 0, 2 \text{ eV}$; linha pontilhada preta) e de estados extras de neutrinos ($N_{\text{eff}} = 4, 24$; linha tracejada verde) em comparação com o modelo cosmológico padrão, com três estados não massivos. Barras de erro experimentais medidos pelo satélite WMAP [17] (barras vermelhas) e ACT [37] (barras azuis).

A dinâmica e condições iniciais das flutuações na temperatura dos fótons, o espalhamento nos bárions e os efeitos ao longo da propagação não sofrem modificações específicas ao introduzir-se neutrinos massivos no modelo cosmológico. Embora existam sinais observáveis nos espectros de anisotropias da CMB, estes sinais são provocados apenas pela modificação na evolução do parâmetro de Hubble. Portanto, não há nenhuma diferença na abordagem teórica adotada nesta tese em relação à origem, evolução e propagação das anisotropias da CMB quando comparada à abordagem do modelo padrão cosmológico. Por esse motivo, não será detalhado as equações de Boltzmann dos fótons da CMB, sendo que as principais referências utilizadas para implementar a análise de dados da CMB foram [39, 23, 17].

Os efeitos líquidos da presença de massa e da existência de estados extras nas anisotropias da CMB podem ser melhor visualizados utilizando-se da razão entre o espectro previsto para esses casos especiais e o espectro do modelo cosmológico padrão, como na figura 5. O principal efeito da presença de neutrinos massivos neste observável é provocar um deslocamento dos picos da oscilação acústica. Tal efeito é originado por uma menor quantidade de matéria escura fria, substituída por matéria escura quente, que altera a evolução do parâmetro de Hubble ao longo de, e imediatamente após, o estágio de igualdade da densidade de matéria e radiação. A posição dos picos acústicos na CMB quando comparada com a posição dos mesmos picos acústicos na distribuição de estruturas de larga escala permite uma medida geométrica da expansão do universo, além de restringir fortemente a posição dos picos. Tal combinação de dados, picos acústicos em diferentes épocas³, é a responsável por impor os limites mais fortes na densidade de neutrinos massivos, e por consequência no valor da soma das massas dos neutrinos. Essa capacidade é devido ao fato dos picos

³Conhecido pelo termo em inglês BAO (*Baryon Acoustic Oscillations*).

acústicos serem altamente sensíveis ao intervalo entre a equivalência de matéria e radiação e o momento da recombinação, de forma que qualquer decréscimo de matéria escura fria para acomodar densidades altas de neutrinos massivos influenciará no instante da igualdade e afetará a posição dos picos acústicos na CMB.

Estados extras de neutrinos afetam as anisotropias de forma semelhante aos neutrinos massivos, mas além de uma proporção maior em relação à matéria escura fria também possuem densidade maior em relação aos bárions e fótons. Essa modificação na quantidade de matéria escura quente posterga a época da igualdade de densidade de matéria e radiação, além de suprimir pequenas escalas de perturbação na época do desacoplamento que manifesta-se como um amortecimento da amplitude das anisotropias em altos multipolos [40], este efeito também pode ser visualizado na figura 5, onde é exibido a supressão causada para um modelo com número extra de estados de ΔN_{eff} .

Tanto na figura 4 quanto na figura 5 há um grau de liberdade que permite a renormalização arbitrária dos espectros. Além desse grau de liberdade, os pontos experimentais apresentados representam apenas as medidas não correlacionadas e aproximadas pela média para apenas alguns pólos, de forma que não estão apresentados os erros de fora da diagonal da matriz de correlação e tampouco todos os dados disponíveis. Também é importante salientar que o ajuste do modelo com dados da radiação cósmica de fundo inclui os espectros de anisotropias na temperatura, na polarização e na correlação entre temperatura e polarização, totalizando quatro diferentes espectros que devem ser ajustados simultaneamente. Ao ajuste dos quatro espectros provenientes da radiação cósmica de fundo, deve-se adicionar o ajuste da taxa de aceleração da expansão do universo e do espectro de potência da matéria. Por todos esses motivos, os pontos experimentais e a coincidência com os espectros teóricos nos gráficos citados devem ser considerados apenas como forma ilustrativa e não rigorosa. O ajuste estatístico é realizado a partir da matriz de correlação integral e com todos os dados originais, além da simultaneidade com o ajuste de todos os tipos de dados utilizados.

Os dados de espectros de anisotropias utilizados nas análises realizadas nesta tese foram os espectros medidos pelos experimentos WMAP-DR7 [17] e ACT [37]. Os diferentes espectros (TT, TE, BB, e EE) e as funções de verossimilhança desenvolvidas pelas colaborações experimentais do WMAP e ACT estão disponibilizadas no portal LAMBDA⁴ mantido pela agência espacial norte-americana.

Para o conjunto de dados de CMB do experimento WMAP, o χ^2_{WMAP} utilizado para calcular a máxima verossimilhança dos modelos em relação aos dados será

$$\chi^2(\boldsymbol{\theta}|\text{WMAP}) = \chi^2(\boldsymbol{\theta}|TT\text{-WMAP}) + \chi^2(\boldsymbol{\theta}|TE\text{-WMAP}) + \chi^2(\boldsymbol{\theta}|BB\text{-WMAP}) + \chi^2(\boldsymbol{\theta}|EE\text{-WMAP}), \quad (140)$$

onde, inicialmente, cada correlação possui a seguinte contribuição

$$\chi^2(\boldsymbol{\theta}|XY\text{-WMAP}) = \sum_{ij} \left(C_i^{XY}(\boldsymbol{\theta})^{\text{Teórico}} - C_i^{XY\text{Observado}} \right) (C_{XY\text{-WMAP}}^{-1})_{ij} \left(C_j^{XY}(\boldsymbol{\theta})^{\text{Teórico}} - C_j^{XY\text{Observado}} \right), \quad (141)$$

onde $(C_{XY\text{-WMAP}}^{-1})$ é a matriz de correlação entre diferentes momentos e que contém as diferentes contribuições de erros e $\boldsymbol{\theta}$ é um conjunto qualquer de valores para os parâmetros do modelo. O telescópio ACT

⁴<http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map>

mediu apenas flutuações na temperatura em torno de três frequências (148, 218, e 277 GHz), mas o ruído das frequências altas não permitem o isolamento do sinal original, de forma que apenas o espectro de 148 GHz será utilizado. Para os dados utilizados do telescópio ACT, o χ^2_{ACT} será

$$\chi^2(\boldsymbol{\theta}|\text{ACT}) = \sum_{ij} \left(C_i^{TT}(\boldsymbol{\theta})^{\text{Teórico}} - C_i^{TT\text{Observado } 148 \text{ GHz}} \right) \left(C_{TT\text{-ACT } 148 \text{ GHz}}^{-1} \right)_{ij} \times \left(C_j^{TT}(\boldsymbol{\theta})^{\text{Teórico}} - C_j^{TT\text{Observado } 148 \text{ GHz}} \right), \quad (142)$$

onde $(C_{TT\text{-ACT } 148 \text{ GHz}}^{-1})$ contém as contribuições dos erros do sinal e $\boldsymbol{\theta}$ é um conjunto qualquer de valores para os parâmetros do modelo. Além dos erros contidos nas matrizes de correlação, há também contaminações no sinal que podem ser modeladas e minimizadas como variáveis independentes. Para uma descrição detalhada e didática das diferentes contaminações e ruídos recomenda-se a referência [41]. Em ambos os casos, WMAP e ACT, as colaborações fornecem dados e funções de verossimilhança, incluindo estimativas de erros e ruídos.

4.2.3 Espectro de potência da matéria

O espectro de potência da matéria representa a distribuição da abundância de estruturas galácticas em função de seus diâmetros, tais estruturas compreendem: galáxias anãs, galáxias, aglomerados e super-aglomerados. A origem dessas abundâncias está nas perturbações primordiais. Dessa forma, correlaciona-se a amplitude de perturbações na densidade de matéria escura integradas ao longo do tempo em função de seus comprimentos de onda com a abundância atual de estruturas visíveis, formadas via colapso gravitacional nos poços criados pela matéria escura. O espectro é a função de correlação da transformada de Fourier de perturbações na densidade de matéria escura (δ) entre dois comprimentos de onda próximos \mathbf{k} e \mathbf{k}'

$$(2\pi)^3 P_\delta(k) \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \equiv \langle \delta(\mathbf{k}) \delta(\mathbf{k}') \rangle |_{\text{Hoje}}. \quad (143)$$

As perturbações agem sobre um espectro inicial de perturbações $P_I(\boldsymbol{\theta})$, supostamente gerado durante o período inflacionário, de forma que o espectro de potência da matéria escura é a projeção dessas perturbações nesse espectro inicial

$$P_k(\boldsymbol{\theta}) = P_\delta(k) \times P_I(\boldsymbol{\theta}), \quad (144)$$

parametrizado da seguinte forma

$$P(k)_I = A k^{n_s}, \quad (145)$$

onde A e n_s são parâmetros livres e estão contidos no conjunto $\boldsymbol{\theta}$ dos parâmetros do modelo cosmológico padrão. Obviamente que, na correlação entre os poços gravitacionais formados por matéria escura e a abundância de objetos visíveis há uma indeterminação dependente da história individual da formação de cada estrutura

$$P_g(k) = b(k)^2 P_\delta(k), \quad (146)$$

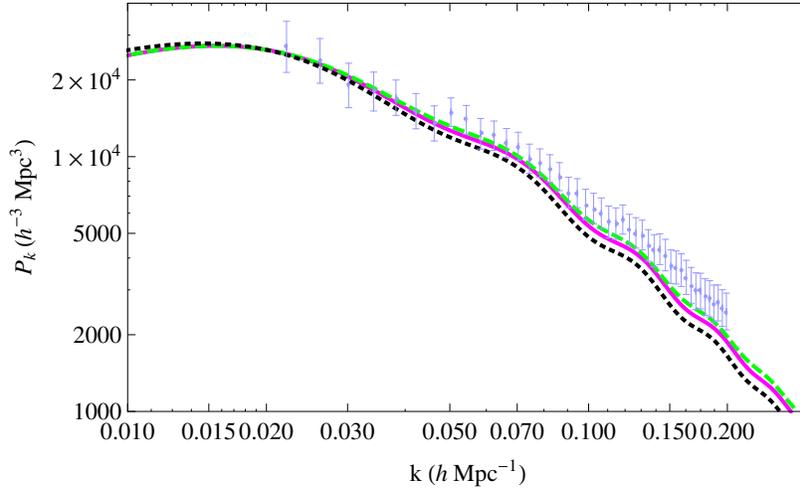


Figura 6: Espectro de potência da matéria para diferentes modelos cosmológicos contendo a abundância de objetos em função de sua escala, os dados exibidos são do telescópio SDSS (DR7 [42]; pontos azuis). Espectros teóricos foram obtidos com o melhor ajuste dos modelos Λ CDM (linha contínua magenta), $N_{\text{eff}}\Lambda$ CDM ($N_{\text{eff}} = 4, 24$; linha tracejada verde) e $m_\nu\Lambda$ CDM ($m_\nu = 0, 2$ eV; linha pontilhada preta) para o conjunto de dados WMAP+UNION-2+SDSS. Os espectros estão normalizados na escala de σ_8 para efeito de visualização apenas.

onde P_g é o espectro de objetos visíveis e P_δ o espectro da distribuição da matéria escura. O desconhecimento é descrito por um viés⁵ $b(k)$ que pode ser estimado em simulações de N-corpos, no entanto, mesmo tal procedimento implica em um erro sistemático que limita em muito a precisão deste observável. Mantendo-se no regime linear de aglomeração, essa função de correlação resume-se a uma constante que pode ser marginalizada ($b(k) \cong b_0$) [43]. Na figura 6 é apresentado dados do espectro de potência da matéria medidos pelo experimento *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS [44]), juntamente com espectros teóricos para o modelo cosmológico padrão e também para o modelo cosmológico contendo neutrinos massivos e estados extras de neutrinos. Na figura 7 é possível verificar o efeito de supressão da formação de estruturas devido a presença de neutrinos massivos. Este efeito é conhecido como efeito de livre dissipação, detalhado na seção 3.3 e estimado na eq.(72), abaixo reproduzida

$$\frac{\Delta P_k(\theta)}{P_k(\theta)} \simeq -10 \frac{\Omega_\nu}{\Omega_M}, \quad (147)$$

tal estimativa considera apenas um sistema composto unicamente de neutrinos massivos e de matéria escura fria, enquanto que a supressão contida na figura 7 é o resultado da solução numérica do sistema completo de equações que descrevem a evolução do universo. Embora a ausência de supressão do espectro de potência seja aparentemente a forma mais direta de impor limites à massa dos neutrinos, a existência de uma inde-

⁵Conhecido pelo termo em inglês “bias”.

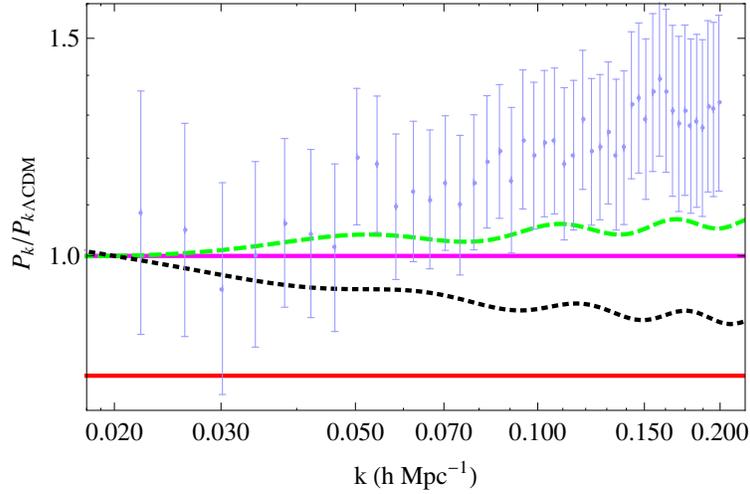


Figura 7: Efeitos no espectro de potência da matéria na presença de neutrinos massivos ($m_\nu = 0, 2$ eV; linha pontilhada preta) ou estados extras de neutrinos ($N_{\text{eff}} = 4, 24$; linha tracejada verde) quando comparado com o modelo cosmológico padrão (linha magenta). A linha vermelha contém a estimativa de supressão, eq.(72), para $m_\nu = 0, 2$ eV. Barras de erros em azul são do telescópio SDSS (DR7 [42]; barras azuis).

terminação na amplitude do espectro torna esse efeito pouco efetivo quando comparado com a capacidade da informação geométrica contida nas oscilações acústicas bariônicas [45]. Portanto, apesar do efeito de livre dissipação ser o sinal mais direto da existência de neutrinos massivos na formação de estruturas de larga escala, a escassez de dados observacionais precisos não permite sua utilização para limitar a massa dos neutrinos, sendo que os limites atuais são predominantemente determinados pelo reflexo no parâmetro de Hubble do efeito na evolução do fundo homogêneo ao acrescentar-se matéria escura quente.

O ajuste do espectro de potência de matéria é feito predominantemente através de dados de população de galáxias luminosas vermelhas (LRG; na sigla em inglês), tais como os obtidos pelo experimento SDSS e utilizados nesta tese. O ajuste é realizado pela minimização do seguinte χ^2

$$\chi^2(\boldsymbol{\theta}|\text{SDSS}) = \sum_{n=1}^3 \sum_{ij} (P_k^{z_n}(\boldsymbol{\theta})|_i^{\text{Teórico}} - P_g^{z_n}|_i^{\text{LRG observada}}) (C_{\text{SDSS}}^{-1})_{ij}^{z_n} (P_k^{z_n}(\boldsymbol{\theta})|_j^{\text{Teórico}} - P_g^{z_n}|_j^{\text{LRG observada}}), \quad (148)$$

onde $P_k|_i^{\text{LRG observado}}$ é a população de galáxias vermelhas luminosas de dimensão em torno de um determinado valor k e $\boldsymbol{\theta}$ é o conjunto de parâmetros do modelo a serem variados. Os dados observados são agrupados em três diferentes regiões de desvio para o vermelho ($z_1 = 0, 235$; $z_2 = 0, 342$; $z_3 = 0, 421$). Além do viés entre matéria escura e matéria luminosa, o espectro teórico também é corrigido para incluir a eficiência do telescópio, através de uma função janela, para incluir efeitos não-lineares, através de uma fórmula obtida a partir de simulações de N-corpos, e para fazer uma correção da projeção do espectro ao longo do desvio para o vermelho

$$P_k^{z_n}(\boldsymbol{\theta})|^{\text{Teórico}} \equiv W(z_n, k) \times r(k)_{\text{HALOFIT}} \times (b_0^{z_n})^2 \times f(z_n) \times P_k(\boldsymbol{\theta}), \quad (149)$$

onde $W(z_n, k)$ é a eficiência do telescópio fornecido pela colaboração experimental, $r(k)_{\text{HALOFIT}}$ a correção devido a efeitos não-lineares obtido por um conjunto de simulações chamado HALOFIT [46], o viés $b_0^{z_n}$ marginalizado independentemente para cada grupo de desvio para o vermelho e a projeção do espectro ao longo do desvio para o vermelho $f(z_n)$.

Nos espectros contidos nas figuras 6 e 7 há um grau de liberdade (o viés $b_0^{z_n}$) que permite a renormalização arbitrária dos espectros. Além dessa liberdade, o ajuste global implica que todos os espectros provenientes da radiação cósmica de fundo e da taxa de aceleração da expansão do universo devem ser ajustadas simultaneamente com o espectro de potência da matéria. Por esses motivos, a coincidência dos espectros teóricos com os dados apresentados nas figuras citadas deve ser relativizada ao considerar o grau de liberdade da renormalização e também com a simultaneidade do ajuste global ao incluir todos os dados cosmológicos.

4.2.4 Lente gravitacional fraca galáctica

O espectro de potência da matéria é um observável essencial para determinar como as flutuações primordiais na densidade do fluido cosmológico propagaram-se, sendo reforçadas ou suprimidas, formando as estruturas observadas. No entanto, como os dados têm indicado, a magnitude do efeito dos neutrinos massivos está abaixo da sensibilidade dos espectros construídos a partir de objetos visíveis. O efeito de lente gravitacional fraca⁶ é a melhor forma de reconstruir o espectro de potência da matéria contornando as limitações sistemáticas dos espectros de objetos visíveis.

Halos de matéria escura posicionados em nossa linha de visão agem como lentes gravitacionais fracas que defletem a luz emitida por galáxias elípticas localizadas atrás dos halos. A deflexão da luz causa uma aparente tensão de cisalhamento cósmico, o que modifica a elipsidade observada nas galáxias de fundo.

Medindo a elipsidade de pares de galáxias distantes ao redor de um ponto fixo sob uma abertura angular constante e fazendo a média entre diversos pares, é possível estimar a deformação na elipsidade provocada pela lente fraca posicionada entre o observador e os objetos, no caso, as galáxias elípticas. Repetindo o mesmo procedimento para diferentes ângulos de abertura, que representam lentes fracas de diferentes diâmetros, obtém-se a abundância $P_\kappa(L)$ das lentes gravitacionais fracas em função do ângulo de abertura ($\theta = L/f_K(\chi)$) necessárias para provocar a deformação observada. Em aproximação de lente fraca, tal abundância de lente gravitacional relaciona-se com o espectro de potência de matéria escura através do seguinte espectro de convergência

$$P_\kappa(L) = \frac{9H_0^4 \Omega_M^2}{4c^2} \int_0^{\chi_H} \frac{d\chi}{a^2(\chi)} P_\delta \left(k = \frac{L}{f_K(\chi)}; \chi \right) \times \left[\int_\chi^{\chi_H} d\chi' n(\chi') \frac{f_K(\chi' - \chi)}{f_K(\chi')} \right]^2. \quad (150)$$

Este espectro de potência da convergência de lente fraca nada mais é do que a projeção ao longo da linha de visão χ do espectro de potência da matéria escura $P_\delta(k, \chi)$, deformando uma distribuição de galáxias visíveis

⁶Conhecida pelo termo em inglês WL.

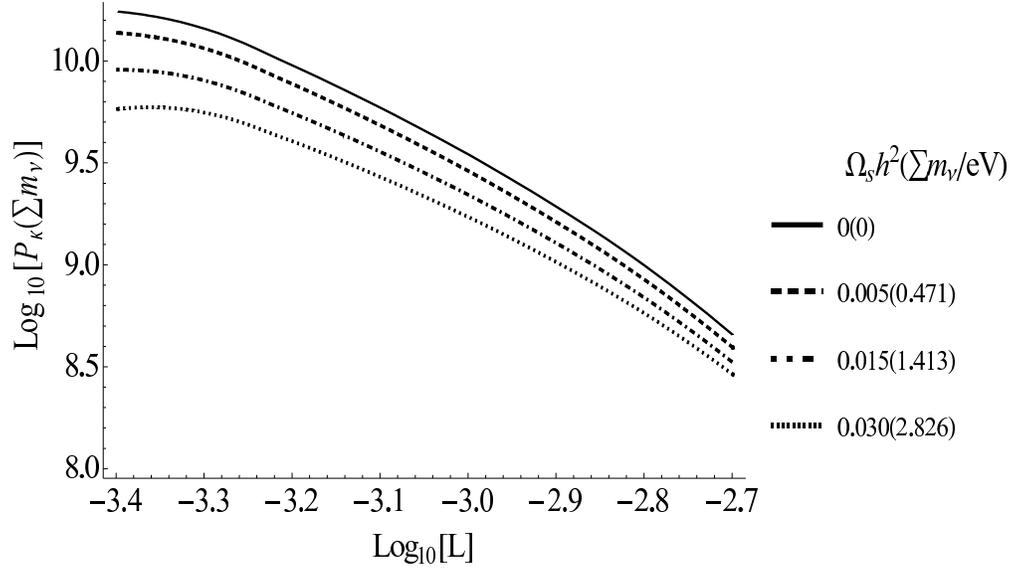


Figura 8: Espectro de potência da convergência de lente gravitacional fraca para diferentes valores de massa para o neutrino. Para valores maiores de massa é observado claramente uma supressão em pequenas escalas.

$n(\chi)$. Esta relação permite testar modelos cosmológicos a partir do espectro da matéria escura diretamente, sem o viés $b(k)$ existente em reconstrução do espectro a partir de objetos visíveis. Este observável introduziu a possibilidade de estimar o efeito da distribuição da matéria escura ao longo de um intervalo de distância radial maior e mais contínuo, o que permite a reconstrução de seu espectro de potência em três dimensões. A capacidade de realizar uma tomografia da distribuição de matéria pode ser observada na eq.(150), onde introduz-se o espectro com dois parâmetros, o vetor de onda k e a distância comóvel χ . Um exemplo de espectros de potência da convergência das lentes gravitacionais fracas pode ser visualizado na figura 8, construído para diferentes densidades de neutrino, o que é traduzido em diferentes valores de massa para os neutrinos conforme a eq.(32).

O interesse específico nas lentes gravitacionais fracas para a medida da massa dos neutrinos está na possibilidade de medir-se a supressão da potência causada pelo efeito de livre dissipação dos neutrinos, dificilmente detectável em espectros de galáxias. Não existe uma relação direta entre o espectro de convergência e a massa dos neutrinos, como pode ser observado na eq.(150), mas há duas características desse observável que potencializa sua sensibilidade ao efeito de livre dissipação. A primeira característica é que as lentes gravitacionais observadas podem ser formadas por halos com diâmetros de apenas $50kpc$, ou seja, é possível observar estruturas de matéria escura em escalas extremamente pequenas. A segunda característica é o fato dos halos estarem localizados a distâncias suficientemente grandes, o que equivale a estágios primitivos de evolução, de forma a serem apropriadamente descritos por teoria de perturbação linear mesmo em escalas pequenas. Essas duas características são importantes pois o efeito de livre dissipação dos neutrinos provoca a supressão do espectro da matéria escura em pequenas escalas ($\lambda_\nu < 0,5Mpc$), onde o próprio colapso gravi-

tacional dos neutrinos possui efeitos não-lineares quando em estágios avançados de sua evolução. Apesar de dificultar a realização das previsões teóricas, é possível estimar os efeitos não-lineares no colapso gravitacional de neutrinos através de simulações de N-corpos, mas a essa dificuldade deve-se somar o erro sistemático carregado pelo viés dependente de escala $b(k)$ quando o espectro é reconstruído a partir de objetos visíveis pequenos e em avançados estágios de evolução. A combinação do viés com os efeitos não-lineares do colapso dos neutrinos mascararia o sinal de supressão. Indica-se a [47] para uma descrição completa de teoria e fenomenologia das lentes gravitacionais fracas e a [48] para sua aplicabilidade na medida de massa dos neutrinos. Os espectros de correlações mensuráveis são as funções de correlação angular dos esféricos harmônicos

$$C_1(\theta) = \int_0^\infty \frac{ldl}{2\pi} P_\kappa(l) [J_0(l\theta) + J_4(l\theta)] , \quad (151)$$

$$C_2(\theta) = \int_0^\infty \frac{ldl}{2\pi} P_\kappa(l) [J_0(l\theta) - J_4(l\theta)] , \quad (152)$$

que possuem uma relação geométrica com o espectro de convergência das lentes gravitacionais fracas, onde $J_{0,4}$ são função de Bessel. Os dados de lente fraca utilizados nesta tese foram obtidos pelo satélite COSMOS [49]. Dados e função de verossimilhança para o espectro de correlação angular, conforme eqs.(151) e (151), seguiram o procedimento da referência [50]. O ajuste é realizado pela minimização do seguinte χ^2

$$\chi^2(\boldsymbol{\theta}|\text{COSMOS}) = \sum_k \sum_{ij} (C_k(\boldsymbol{\theta})|_i^{\text{Teórico}} - C_k|_i^{\text{WL observada}}) (C_{\text{COSMOS}}^{-1})_{ij} (P_l(\boldsymbol{\theta})|_j^{\text{Teórico}} - P_l|_j^{\text{WL observada}}) , \quad (153)$$

onde $C_k|_i^{\text{WL observada}}$ são os espectros angulares $C_1(\theta)$ e $C_2(\theta)$ da tensão de cisalhamento para um determinado ângulo de abertura θ . O conjunto $\boldsymbol{\theta}$ é o conjunto de parâmetros do modelo a serem variados. A matriz de correlação (C_{COSMOS}^{-1}) dos pontos experimentais contém os erros próprios do instrumento e também variáveis marginalizadas para absorver o ruído em cada grau de liberdade da tomografia. Para eliminar fontes intrínsecas de elipsidade, a medida $C_k|_i^{\text{WL observada}}$ já representa uma média vetorial das elipsidades de galáxias localizadas a uma abertura angular correspondente à metade do ângulo θ em torno no eixo central, para cada ângulo de abertura. A função $n(\chi)$ contém a distribuição observada das galáxias elípticas cuja luz sofrem a deflexão pela presença de matéria escura na linha de visão e que são especialmente visíveis para o telescópio em questão. O conjunto dessas galáxias visíveis e deformadas, introduzido pela função de distribuição de densidade observada $n(\chi)$, dependerá portanto da posição, cobertura do céu e profundidade de alcance de cada telescópio. No caso do COSMOS, a distribuição normalizada é dada por

$$n(z) = z^\alpha e^{-(1,41z/z_{\text{médio}})^\beta} , \quad (154)$$

onde $\alpha = 2$, $\beta = 1,5$ e $z_{\text{médio}} = 1,26$. Embora exista uma grande expectativa para este observável, foi averiguado que os dados existentes não acrescentam nenhuma melhora no ajuste global e por isso não serão incluídos nos resultados apresentados nesta tese. Apesar de não ser utilizado, decidiu-se por incluir a descrição desse observável pois este possui a melhor sensibilidade prevista para medir a massa dos neutrinos, correspondente ao limite mínimo na hierarquia normal ($\sigma_{m_\nu} \sim 0,06$ eV) [51].

4.3 Ferramentas de análise

Como o foco desta tese é a fenomenologia de neutrinos em cosmologia, a aquisição do potencial de testar modelos cosmológicos com dados reais foi direcionada para teorias e observáveis sensíveis às propriedades dos neutrinos, em especial sua massa. Dessa forma, adota-se a estratégia de tomar como primeiro passo a verificação de limites para a soma da massa de três neutrinos ativos, ou seja, neutrinos do modelo padrão de partículas elementares acrescidos de um termo de massa.

As ferramentas computacionais necessárias para testar modelos cosmológicos compreendem o programa responsável por resolver numericamente as equações que descrevem a evolução das partículas que compõem o universo e de sua métrica fornecendo as previsões teóricas para os observáveis, o programa responsável por testar o espaço de parâmetros e as subrotinas responsáveis por calcular a verossimilhança de cada modelo para cada conjunto de dados testados.

O programa utilizado para resolver as equações diferenciais acopladas que descrevem perturbações na densidade e temperatura das partículas componentes do universo, assim como a evolução do fundo homogêneo, foi o programa *Code for Anisotropies in the Microwave Background* (CAMB) [52], que pode ser copiado livremente⁷. Seus dados de entrada são os parâmetros do modelo cosmológico em questão (θ) e parâmetros de otimização de cálculos. Os dados de saída são os espectros das anisotropias da radiação cósmica de fundo, seja na temperatura ou nas polarizações, o espectro de potência da matéria e a taxa de expansão do universo. A versão padrão do CAMB possibilita a inclusão de um número arbitrário de estados não-massivos e massivos, além de permitir a divisão da densidade de energia em neutrinos de forma arbitrária entre os estados massivos existentes. Programas como o CAMB são conhecidos como códigos Boltzmann, pois são os responsáveis por resolver as equações de Boltzmann das partículas constituintes do universo.

A inclusão de massa para neutrinos dá-se unicamente através da função de dissipação relativística a ser utilizada na função de distribuição, utilizada para calcular a densidade de energia, pressão e tensão de cisalhamento.

A forma mais eficiente de realizar a varredura no espaço de parâmetros é utilizar-se de algum método do tipo Markov Chain Monte Carlo, o qual combina passos em direções aleatórias e concentração em regiões de melhor ajuste. O programa utilizado para esta tarefa é o *Cosmological Monte Carlo* (CosmoMC) [53], que pode ser copiado do portal⁸. Para cada conjunto tentativa de valor para os parâmetros do modelo testado, o CosmoMC executa o CAMB para obter as previsões teóricas para espectros de anisotropia da radiação cósmica, espectro da matéria e taxa de expansão do universo. Os dois programas, CosmoMC e CAMB, possuem grande compatibilidade, de forma que o pacote padrão do CosmoMC já contém o programa CAMB, embora seja possível modificá-lo para utilizar qualquer outro programa. A partir das previsões, o programa calcula o valor dos diferentes χ^2 correspondentes aos dados a serem ajustados e grava os resultados em

⁷<http://camb.info/>

⁸<http://cosmologist.info/cosmomc>

arquivos.

O pacote padrão do CosmoMC possui vários conjuntos de subrotinas de verossimilhança e dados implementados. No entanto, entre os conjuntos de dados já implementados, será utilizado a função de verossimilhança e dados de velocidade de supernovas, no caso o UNION-2 e a medida do parâmetro de Hubble atual H_0 pela missão HST. Entre os dados inclusos no pacote padrão do CosmoMC, também há dados das anisotropias da radiação cósmica e do espectro de potência da matéria, mas em ambos os casos trata-se de dados obsoletos. Os dados provenientes do WMAP, SDSS e COSMOS devem ser separadamente copiados e implementados no CosmoMC.

Nesta tese, e igualmente na maioria das referências, quando testa-se os efeitos de massa dos neutrinos, a densidade atribuída aos neutrinos massivos é igualmente dividida entre três estados massivos. Apesar de que, de forma rigorosa, o efeito de massa varie conforme a densidade está distribuída entre os estados, a diferença em relação à situação degenerada é muito menor do que o efeito em si. A forma mais eficiente de determinar a distribuição de massa entre os diferentes estados é obter limites mais rigorosos ao ponto de atingir as diferenças de massa requeridas por experimentos de oscilação de sabores nas duas possíveis hierarquias. Assim, é possível determinar o efeito subdominante da distribuição de massa a partir de observáveis cosmológicos através da combinação do efeito dominante da soma das massas em cosmologia com o fenômeno de oscilação, que é totalmente insensível aos valores absolutos das massas.

No caso de estados extras de neutrinos não massivos, é considerado que tais estados também estiveram em equilíbrio termodinâmico e, portanto, suas densidades são fixas e dadas pela eq.(30) corrigida para incluir um número N_{eff} efetivo de neutrinos

$$\Omega_\nu h^2 = 1,683 \times 10^{-5} \left(\frac{N_{\text{eff}}}{3,046} \right). \quad (155)$$

Esta metodologia utilizada para calcular a evolução do universo e de suas perturbações caracteriza-se por aplicar a teoria de perturbações, restritas às primeiras ordens ou incorporando correções de ordens superiores observadas em simulações de N-corpos. Por outro lado, as simulações de N-corpos não utilizam teoria de perturbações, o método que utiliza é a resolução explícita das equações de movimento de partículas representando galáxias e aglomerados. Enquanto que o método perturbativo é extremamente rápido e preciso para calcular a evoluções de estruturas de larga escala ($\lambda_{\text{Pert.}} > 5\text{Mpc}$), este método é impreciso e até mesmo incapaz de calcular fenômenos que ocorrem em pequenas escalas pois perturbações com baixos comprimentos de onda tornam-se não lineares rapidamente. As simulações de N-corpos são as ferramentas recomendáveis para estruturas de pequenas escalas ($\lambda_{\text{N-corpos}} > 10\text{kpc}$), mas ainda não foi possível codificar de forma confiável todos os fenômenos físicos que ocorrem em pequenas escalas, tais como os efeitos da presença de bárions e de ionização do meio provocada pelas estrelas primordiais. Outro grave problema relacionado às simulações de N-corpos é a sua falta de praticidade para testar diferentes modelos, pois cada conjunto de valores para seus parâmetros requer uma simulação exclusiva, e por sua vez um modelo diferente requererá todo um conjunto de novas simulações. Para comparação, um conjunto de valores de parâmetros pode

Tabela 1: Conjunto de parâmetros dos modelos testados, extensões mínimas do modelo cosmológico padrão para atribuir massa e estados extras aos neutrinos.

Sigla	Modelo	Conjunto de parâmetros
Λ CDM	Modelo cosmológico padrão	$\theta = \{\Omega_b h^2, \Omega_c h^2, \theta, \tau, n_s, A_s\}$
$N_{\text{eff}}\Lambda$ CDM	Modelo cosmológico com estados extras de neutrinos	$\theta = \{\Omega_b h^2, \Omega_c h^2, \theta, \tau, n_s, A_s, N_{\text{eff}}\}$
$m_\nu\Lambda$ CDM	Modelo cosmológico com neutrinos massivos	$\theta = \{\Omega_b h^2, \Omega_c h^2, \theta, \tau, n_s, A_s, f_\nu\}$
$N_{\text{eff}}m_\nu\Lambda$ CDM	Modelo cosmológico com neutrinos massivos e estados extras	$\theta = \{\Omega_b h^2, \Omega_c h^2, \theta, \tau, n_s, A_s, N_{\text{eff}}, f_\nu\}$

requerer 28 dias de processamento em uma simulação completa, como a simulação do milênio [54], enquanto que utilizando-se de teoria perturbativa necessita-se de apenas 30 segundos. Na verdade, as diferentes metodologias não são excludentes, mas sim complementares pois são aplicáveis em diferentes escalas.

4.4 Análise estatística e resultados

Nessa seção são apresentados os resultados de ajustes de modelos cosmológicos contendo extensões mínimas do modelo cosmológico padrão para atribuir massa e estados extras aos neutrinos. Para cada i -conjunto de dados considerado, o χ_i^2 correspondente é calculado e somado ao χ_{Total}^2 . Qualquer priori⁹ considerada também é somada ao ajuste total,

$$\chi^2(\theta|\mathbf{D}, I) = \sum_i^{N(\mathbf{D})} \chi_i^2(\theta|\mathbf{D}) + \sum_j^{N(I)} \frac{[p_j^{\text{Teórico}}(\theta) - p_j^{\text{Priori}}]^2}{2\sigma_{p_j}^2}, \quad (156)$$

onde p_j é o parâmetro para o qual deseja-se atribuir a priori e σ_{p_j} o desvio padrão aceitável no valor assumido, para um conjunto I de informações assumidas verossímeis. Nos modelos testados nesta tese, foi utilizada priori plana para todos os parâmetros, portanto não é somado qualquer priori ao $\chi^2(\theta|\mathbf{D}, I)$. Para cada iteração do algoritmo de Monte-Carlo, é escolhido um conjunto de valores para o modelo testado, esse conjunto é denotado por θ . Para todas as iterações, é realizado o ajuste para um mesmo conjunto de dados $|\mathbf{D}|$. Na tabela 1 está detalhado o conteúdo do conjunto de parâmetros para os modelos cosmológicos testados nessa seção, enquanto que na tabela 2 são descritos individualmente cada parâmetro. Na descrição de cada parâmetro, também é apresentado o intervalo de valores no qual o modelo foi testado, assumindo priori plana.

⁹Conhecimento prévio à tomada dos dados e considerado verossímil. Nesta tese, em conformidade com a literatura da área, o termo *priori* será utilizado em substituição à expressão *conhecimento a priori*. Igualmente, *posteriori* em substituição à *conhecimento a posteriori*.

Tabela 2: Descrição individual dos parâmetros utilizados em todos os modelos testados nessa seção, contendo extensões mínimas para incluir neutrinos massivos e estados extras. Também é apresentado o intervalo testado para cada parâmetro, no qual é assumido uma priori plana.

Parâmetro	Descrição	Min	Max
$\Omega_b h^2$	Densidade bariônica	0,005	0,1
$\Omega_c h^2$	Densidade de matéria escura fria	0,04	0,18
θ	Razão entre o horizonte acústico e o diâmetro angular na época do desacoplamento	0,5	10
τ	Profundidade óptica durante a reionização	0,01	0,8
n_s	Índice espectral do espectro de potência inicial na escala $k = 0,05h\text{Mpc}^{-1}$	0,5	1,5
$\log[10^{10} A_s]$	Amplitude do espectro de potência inicial na escala $k = 0,05h\text{Mpc}^{-1}$	2,7	4,0
f_ν	Fração da densidade de matéria escura na forma de neutrinos massivos	0	0,2
N_{eff}	Número efetivo de estados de neutrinos	0,1	10

É necessário garantir que o algoritmo Monte-Carlo construiu uma distribuição bem representativa do modelo, encontrado todas as regiões de melhor ajuste, para isso utiliza-se processos de Monte-Carlo paralelos e comunicantes, cada qual construindo uma tabela independente de $\chi_{\text{Total}}^2(\boldsymbol{\theta})$ iniciados em pontos diferentes do espaço de parâmetros. A comunicação entre os diferentes processos dá-se através da construção coletiva de uma matriz de correlação dos parâmetros para os dados ajustados na ocasião. A matriz de correlação é uma matriz unitária que indica qual a proporção entre cada par de parâmetros de forma a aproximar-se do melhor ajuste. A medida que cada cadeia encontra uma região com melhor ajuste do que as anteriores, esse processo atualiza a matriz de forma a indicar o novo caminho de correlação provável. Em uma nova iteração, o algoritmo de Monte-Carlo sorteia valores arbitrários para o primeiro parâmetros e para os demais valores arbitrários mas ao redor dos valores esperados dada a correlação informada pela matriz. Para parâmetros para os quais não foi encontrado correlação com os outros parâmetros, o valor sorteado será totalmente arbitrário. Dessa forma, compartilhando atualizações da matriz de correlação, diferentes cadeias tendem a convergir para um mesmo conjunto de valores ($\hat{\boldsymbol{\theta}}$) representantes do melhor ajuste. Além do compartilhamento do melhor ajuste entre cadeias, pelo qual um novo passo de iteração somente é efetivado se o ajuste é melhor que o atual, caso não seja, uma nova iteração é realizada para uma direção diferente no espaço de parâmetros. A memória de curtíssimo prazo caracteriza o critério de Markov, combinado com o algoritmo de Monte-Carlo do tipo Metrópolis para múltiplas cadeias, tal sistema é conhecido pelo termo *Markov-Chain Monte-Carlo*. A condição utilizada para encerrar o cálculo de diferentes $\chi_{\text{Total}}^2(\boldsymbol{\theta})$, é o critério conhecido como *condição R*

de *Gelman e Rubin*, que estabelece que a variância dos valores médios de $\chi_{\text{Total}}^2(\boldsymbol{\theta})$ em cada cadeia dividida pela média das variâncias de todas as cadeias deve se aproximar da unidade.

$$R_i = \text{var} \left(\overline{\chi_{i,\text{Total}}^2(\boldsymbol{\theta})} \right) \div \overline{\text{var} \left(\chi_{i,\text{Total}}^2(\boldsymbol{\theta}) \right)} \rightarrow 1 . \quad (157)$$

onde R_i representa a convergência da i -ésima cadeia, que deve ser satisfeita individualmente e por todas as cadeias. Dessa forma, garante-se que processos independentes de Monte-Carlo convirjam para o mesmo ponto de melhor ajuste, excluindo-se a hipótese de que este mínimo dificilmente é um ponto de mínimo local. Em geral, estabelece-se uma tolerância ao redor da condição ideal. No caso dos dados apresentados nessa seção, foi obtida uma convergência de $(R - 1) = 0,015$. A partir de tabelas contendo todos os $\chi_{\text{Total}}^2(\boldsymbol{\theta})$ calculados, correspondentes às cadeias de verossimilhança, constrói-se a distribuição da verossimilhança para cada parâmetro. Para tanto, utiliza-se o programa *GetDist*, incluído no pacote padrão do CosmoMC. A função de distribuição posterior normalizada, ou probabilidade posteriori, é obtida segundo o teorema de *Bayes*

$$P(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{D}, I)_{\text{Posteriori}} = \frac{P(\mathbf{D}|\boldsymbol{\theta}, I)_{\chi^2} \times P(\boldsymbol{\theta}|I)_{\text{Priori}}}{\int P(\mathbf{D}|\boldsymbol{\theta}, I)_{\chi^2} \times P(\boldsymbol{\theta}|I)_{\text{Priori}} d\boldsymbol{\theta}} . \quad (158)$$

A distribuição da amostragem dos dados, também denominada de verossimilhança ($\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = P(\mathbf{D}|\boldsymbol{\theta}, I)_{\chi^2}$), pode ser obtida a partir do ajuste do $\chi^2(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{D}, I)$ total

$$-2\text{Ln} [P(\mathbf{D}|\boldsymbol{\theta}, I)_{\chi^2}] = \chi^2(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{D}, I) , \quad (159)$$

calculado para um conjunto de dados \mathbf{D} considerando diferentes hipóteses $\boldsymbol{\theta}$ e assumindo possíveis conhecimentos prévios I . Rigorosamente, a verossimilhança não pode ser denominada de distribuição probabilística pois falta-lhe a normalização contida no denominador da eq.(158). Essa constante que normaliza a probabilidade posteriori é chamada de verossimilhança marginal ou ainda de evidência Bayesiana. Devido ao fato da verossimilhança multiplicar a probabilidade priori, é possível absorver a priori à verossimilhança somando-se ao ajuste do $\chi^2(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{D}, I)$ total, o χ^2 contendo os valores da priori, conforme anteriormente proposto na eq.(156). A partir da distribuição posterior, obtêm-se os valores médios totais

$$\langle \boldsymbol{\theta} \rangle = \int d\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\theta} P(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{D}, I) , \quad (160)$$

com os quais define-se as regiões centrais de credibilidade (CCI na sigla em inglês), como as regiões conectadas da área posterior que exclui frações $(1 - \gamma)/2$ idênticas para cada extremidade da distribuição, denotando frações na forma $(100\gamma\% \text{ CL}; \gamma = 0, 68; 0, 95; 0, 99)$ para cada parâmetro. Para parâmetros com apenas uma extremidade, como a massa dos neutrinos, a região excluída será de $(1 - \gamma)$ da extremidade existente. Para uma análise da probabilidade posteriori em um subespaço n -dimensional de parâmetros, a probabilidade é marginalizada pela média dos valores dos $N - n$ parâmetros desconsiderados

$$P(\{\theta_1, \dots, \theta_n\}|\mathbf{D}, I) = \int d\theta_{n+1} \dots \int d\theta_N P(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{D}, I) . \quad (161)$$

Também é possível calcular a mediana ($\theta_{\gamma=0,5}$) e o ponto de máxima verossimilhança ($\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg[P(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{D})_{\text{max}}]$), também denotado como ponto de melhor ajuste e correspondente ao mínimo global do $\chi^2(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{D}, I)$. No

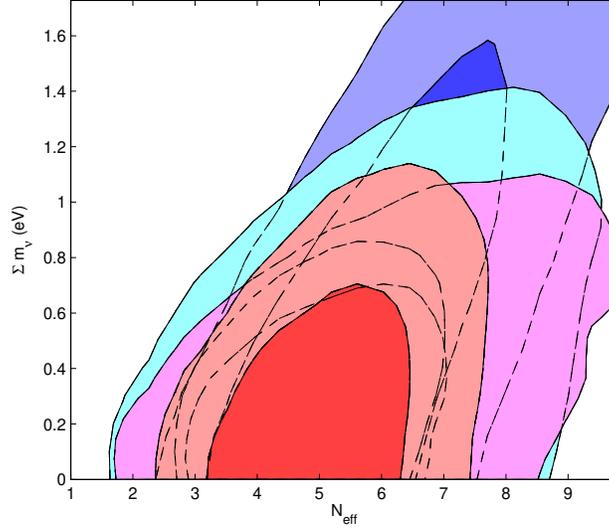


Figura 9: Correlação entres os parâmetros N_{eff} e $\sum m_\nu$ para 68% CCI (cor escura) e 95% CCI (cor clara) para o modelo cosmológico padrão estendido. Os ajustes foram realizados com WMAP+HST (azul), WMAP+SDSS (ciano), WMAP+SDSS+SNIa (magenta) e WMAP+HST+SDSS (vermelho). Para realizar essas correlações os outros parâmetros são marginalizados em seus valores médios.

entanto, dada a natureza das informações disponíveis por observáveis cosmológicos e a estatística utilizada, os valores médios totais e as regiões centrais de credibilidade são as informações mais relevantes e, portanto, tornaram-se a convenção em cosmologia. No entanto, também é usual apresentar o melhor ajuste, máxima verossimilhança, para os parâmetros e na forma de previsão para os observáveis, como nas figuras 4 e 6. Geralmente, também calcula-se o ponto de melhor ajuste ($\chi^2_{\text{Mínimo}}$) entre diferentes modelos cosmológicos a fim de qualificar qual modelo representa melhor os dados. Nesta situação comparamos diretamente os valores após dividir pela diferença de graus de liberdade

$$\Delta\chi^2 = (\chi^2_{\text{Mínimo - Modelo A}} - \chi^2_{\text{Mínimo - Modelo B}}) / \Delta d.o.f. . \quad (162)$$

Na referência [55] há uma discussão detalhada das diferentes informações que podem ser extraídas da probabilidade posterior e suas relevâncias em cosmologia. A abordagem estatística dos dados cosmológicos utilizada nesta tese de doutorado segue o padrão adotado na área de cosmologia numérica e observacional [56]. Por fim, são apresentadas na tabela 3 as médias totais da posteriori conjuntamente com os limites inferior e superior para as massas e número de estados, marginalizando-se os outros parâmetros. Os limites são apresentados para ajustes realizados com diferentes conjuntos de dados.

Os ajustes dos dados de lente gravitacional fraca galáctica provenientes do experimento COSMOS não contribuíram para diminuir os limites na massa dos neutrinos ou na precisão do número efetivo de estados, ao mesmo tempo que aumentou o valor absoluto do χ^2 . A degradação do ajuste, ao utilizar dados de lente gravitacional fraca de primeira geração, é devido à presença de erros sistemáticos acentuados e baixa es-

Tabela 3: Valores médios e limites de 95% CL para a massa dos neutrinos e número de estados para diferentes conjuntos de dados. A diferença do melhor ajuste ente Λ CDM e os modelos contendo neutrinos extras e/ou massivos também é apresentado para cada combinação de dados experimentais, onde $\Delta\chi_{\text{Min}}^2 = \chi_{\text{Alternativo}}^2 - \chi_{\Lambda\text{CDM}}^2$.

Modelo	Conjunto de dados \mathbf{D}	$\langle \sum m_\nu \rangle$ (95% CCI)	$\langle N_{\text{eff}} \rangle$ (95% CCI)	$\frac{\Delta\chi_{\text{Min}}^2}{\Delta d.o.f.}$
Λ CDM	WMAP+HST	0	3,046	–
	WMAP+SDSS	0	3,046	–
	WMAP+HST+SDSS	0	3,046	–
	WMAP+SNIa+SDSS	0	3,046	–
$m_\nu\Lambda$ CDM	WMAP+HST	$0,19^{0,55}$	3,046	-0,89/1
	WMAP+SDSS	$0,28^{0,68}$	3,046	-0,38/1
	WMAP+HST+SDSS	$0,18^{0,48}$	3,046	-0,003/1
	WMAP+SNIa+SDSS	$0,22^{0,54}$	3,046	-0,14/1
$N_{\text{eff}}\Lambda$ CDM	WMAP+HST	0	$4,3_{2,8}^{6,1}$	-0,55/1
	WMAP+SDSS	0	$4,5_{2,1}^{7,6}$	0,04/1
	WMAP+HST+SDSS	0	$4,3_{3,1}^{5,5}$	-0,93/1
	WMAP+SNIa+SDSS	0	$4,6_{2,4}^{7,4}$	-0,14/1
$N_{\text{eff}}m_\nu\Lambda$ CDM	WMAP+HST	$0,8^{2,3}$	$6,2_{3,5}^{9,3}$	-0,52/2
	WMAP+SDSS	$0,5^{1,3}$	$5,4_{2,8}^{8,9}$	-0,39/2
	WMAP+HST+SDSS	$0,4^{1,1}$	$5,2_{3,2}^{7,5}$	-1,36/2
	WMAP+SNIa+SDSS	$0,37^{0,88}$	$5,5_{3,2}^{8,6}$	-0,36/2

tatística. Futuros experimentos, telescópios projetados especialmente para o propósito de medir a tensão de cisalhamento cósmico proveniente do efeito de lente gravitacional, poderão superar as dificuldades encontradas nas medidas atuais e contribuir positivamente para selecionar o melhor modelo cosmológico. Entre os diversos projetos, destaca-se o telescópio EUCLID [57] que entrará em operação em 2019 e possui seu financiamento aprovado.

5 Efeitos de perturbação no regime não-linear

Há dois problemas principais que devem ser enfrentados para que seja possível utilizar dados futuros de observações cosmológicas de precisão para impor novos limites para a soma da massa dos neutrinos, ou mesmo para ser capaz de medir um sinal positivo de detecção. Estes desafios são: os efeitos no regime não-linear de perturbação e a degenerescência em relação a outros parâmetros de modelos estendidos. Nesta seção é abordado o problema de descrever apropriadamente o comportamento das perturbações na densidade de neutrinos massivos no regime não-linear de perturbações. Apesar de obter os melhores limites para a soma das massas dos neutrinos e a expectativa de que esses limites sejam ainda mais restritivos com a nova geração de observações cosmológicas, haverá um grande desafio teórico para interpretar esses dados. Isto ocorrerá porque nas pequenas escalas, onde podem ser observados os efeitos mais sensíveis da presença de neutrinos massivos, as contribuições de termos não-lineares nas perturbações tornam-se relevantes. A consequência é que as previsões tornam-se mais complexas de serem obtidas via teoria de perturbações convencional, no mínimo passam a carregar erros sistemáticos significativos.

É possível estimar semianaliticamente a supressão no espectro de potência da matéria causado pela efeito da presença de neutrinos massivos. Esta estimativa foi realizada na seção 3.3, cujo resultado está na eq.(72), e abaixo reproduzida

$$\left. \frac{\Delta P(k)}{P(k)} \right|_{\text{Semianalítico}} \simeq -10 \frac{\Omega_\nu}{\Omega_M}. \quad (163)$$

Por outro lado, foi realizado uma série de estimativas através de soluções numéricas para o sistema completo de equações do modelo cosmológico. A partir dessas soluções também é possível fazer uma estimativa da supressão assintótica do espectro de potência da matéria via teoria de perturbação linear. Utilizando-se do modelo cosmológico padrão, estendido unicamente para acomodar neutrinos massivos ($m_\nu \Lambda$ CDM), foi calculado o espectro de potência da matéria para neutrinos cuja somas das massas estavam no intervalo $\sum m_\nu : 0 \rightarrow 1,2$ eV. Dividindo o espectro de matéria com neutrinos massivos pelo espectro de matéria do modelo padrão cosmológico (Λ CDM), estima-se a supressão obtida como função da densidade de neutrinos utilizando-se de teoria de perturbação linear

$$\left. \frac{\Delta P(k)}{P(k)} \right|_{\text{Linear}} \simeq -8 \frac{\Omega_\nu}{\Omega_M}. \quad (164)$$

No entanto, considerando o espectro de potência da matéria adimensional ($\Delta^2(k) = k^3 P(k)/2\pi$), as contribuições de ordens superiores da teoria de perturbação tornam-se relevantes a partir de uma determinada escala ($k_{\text{Linear}} \leq 0,2$ hMpc). A partir desse limiar de escala, o próprio termo linear de perturbação torna-se maior que a unidade ($\Delta^2(k > k_{\text{Linear}})|_{\text{Linear}} > 1$), tornando a teoria de perturbação inválida para descrever o processo de aglomeração.

Extensas simulações têm sido realizadas com o objetivo de descrever os processos de aglomeração de matéria no regime não-linear de perturbações. A partir de uma simulação específica foi estimada correções

necessárias no espectro de potência da matéria de forma a incluir os efeitos de aglomeração [58]. Essas correções provenientes dessa simulação foram codificadas em uma fórmula, conhecida como HALOFIT, que é facilmente implementada em programas que geram o espectro de potência da matéria. A supressão medida no espectro de matéria corrigido pelo HALOFIT é

$$\left. \frac{\Delta P(k)}{P(k)} \right|_{\text{HALOFIT}} \simeq -10, 2 \frac{\Omega_\nu}{\Omega_M}. \quad (165)$$

Como pode ser observado, espera-se limites mais restritivos ao considerar contribuições de termos não-lineares pois a supressão é significativamente maior. Dessa forma, é extremamente interessante que seja obtido uma forma confiável de realizar essa análise que pode ser responsável pelo primeiro sinal positivo da presença de massa nos neutrinos cosmológicos. Embora a correção proposta pelo HALOFIT seja proporcional à densidade de neutrinos, o HALOFIT utiliza-se de simulações contendo apenas matéria escura fria e constante cosmológica, portanto insensível à massa dos neutrinos. A proporcionalidade em relação à densidade dos neutrinos é proveniente do decréscimo da densidade de matéria escura fria necessária para incluir a densidade de neutrinos massivos, de forma semelhante como realizada na seção 3.3. Portanto, apesar de proporcional à massa dos neutrinos, o HALOFIT apenas corrige os efeitos não-lineares de aglomeração da matéria escura fria e não os efeitos peculiares da aglomeração de neutrinos massivos por colapso gravitacional. Correções do espectro de potência para explicitamente incluir ordens superiores têm sido desenvolvidos sob o paradigma do modelo padrão de perturbações (SPT na sigla em inglês) [43]. No entanto, ao incluir correções do tipo *loop*, é necessário normalizar a correção utilizando-se dos resultados provenientes de n-corpos. Dessa forma, ao abordar o problema do comportamento de neutrinos massivos no regime não-linear, optou-se nesta tese por utilizar diretamente resultados provenientes de simulações de n-corpos contendo neutrinos massivos [59, 60, 61], cuja supressão encontrada com a presença de neutrinos massivos é dada por

$$\left. \frac{\Delta P(k)}{P(k)} \right|_{\text{N-corpos}} \simeq -9, 8 \frac{\Omega_\nu}{\Omega_M}, \quad (166)$$

onde a simulação foi realizada para o intervalo de massa de $\sum m_\nu : 0 \rightarrow 1, 2$ eV. Apesar da dificuldade em reproduzir os detalhes contidos nesta simulação, esse resultado representa a mais correta descrição do processo de supressão do espectro da matéria devido à presença de neutrinos massivos. Dessa forma, considerou-se a supressão contida na simulação descrita em [59] como nosso modelo fiducial de efeitos da presença de neutrinos massivos no regime de perturbações não-lineares.

A supressão do espectro de potência da matéria encontrado nessas simulações foi incrementada em relação ao obtido no regime linear, mas é ligeiramente menor do que o previsto pela correção no HALOFIT. Essa diferença é compreensível, pois enquanto a teoria de perturbação linear não engloba o colapso gravitacional, a correção sugerida pelo HALOFIT inclui o colapso gravitacional dos neutrinos como se fossem matéria escura fria. Quando, na verdade, o comportamento dos neutrinos no processo de seu colapso gravitacional em halos de matéria escura é completamente diferente ao colapso de matéria escura fria, mas é ainda mais distante do cenário quando simplesmente é ignorada.

Em sequência, na seção 5.1 detalha-se a metodologia utilizada para corrigir divergências da fórmula HALOFIT em relação à simulação de n-corpos com neutrinos massivos, na seção 5.2 é apresentada a fórmula m_ν HALOFIT e resultados de ajuste de dados experimentais contendo a correção do espectro teórico devido à presença de neutrinos massivos.

5.1 Metodologia para implementar correções não-lineares

A metodologia utilizada foi calcular uma correção do espectro linear, já corrigida pelo HALOFIT, para incluir efeitos não-lineares exclusivamente devido aos neutrinos massivos. A escolha por implementar a correção sobre a correção já existente do HALOFIT deve-se ao fato dessa fórmula já corrigir o espectro de potência da matéria em função da variação de uma série de parâmetros, que não a massa do neutrinos, dos quais não há disposição de resultados de simulação. A abordagem mais diligente é propor correções ao HALOFIT para incluir novas contribuições de parâmetros ou efeitos não considerados nas simulações originais. Tais melhorias também devem ser calibradas com simulações, mas podem ser adicionadas aos efeitos já corrigidos. Obviamente que há um erro sistemático ao considerar-se que os parâmetros já corrigidos não possuem correlação com os parâmetros a serem corrigidos. O ideal seria dispor de simulações completas, mas na ausência de modelos fiduciais completos assume-se que as correções são dissociáveis, esperando que as correlações sejam apenas perturbações subdominantes.

Embora simulações de n-corpos possam descrever o comportamento de neutrinos massivos em pequenas escalas, quando as perturbações tornam-se não-lineares, é impraticável ter que recorrer a simulações sempre que for necessário construir um espectro de potência teórico com neutrinos massivos.

Através de dados de simulações contendo neutrinos massivos, cedidos pelos autores da referência [59], foi possível verificar as diferenças entre as previsões teóricas da teoria linear corrigidas pelo HALOFIT e as previsões fiduciais das simulações contendo neutrinos massivos. A partir das diferenças, obteve-se uma nossa versão da correção devido às contribuições não-lineares para neutrinos massivos, denominando-a de m_ν HALOFIT. O espectro de potência da matéria e sua supressão causada pela presença de neutrinos prevista pela teoria de perturbação linear, pela previsão do regime não-linear e do constatado em simulações podem ser observados na figura 10.

Propõe-se uma correção ao HALOFIT, que passará a depender explicitamente da densidade de energia em neutrinos massivos ($\Omega_\nu h^2$). Foi deduzida uma fórmula empírica de forma a satisfazer a supressão observada no espectro de potência de matéria observada nas simulações de [59]. Dessa forma, o novo espectro corrigido será

$$P(k, a, \Omega_\nu h^2)_{m_\nu \text{HALOFIT}} \equiv P(k, a)_{\text{HALOFIT}, \Omega_\nu h^2} \times r(k, a, \Omega_\nu h^2), \quad (167)$$

onde o espectro $P(k, a)_{\text{HALOFIT}, \Omega_\nu h^2}$ possui uma dependência indireta em relação à densidade em neutrinos massivos, devido unicamente ao decréscimo da densidade de matéria escura fria. Apesar do espectro de

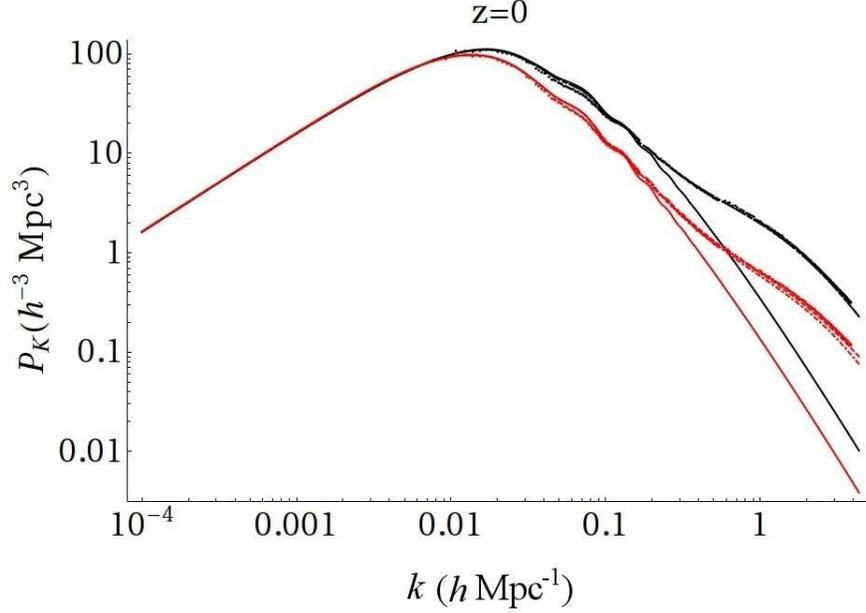


Figura 10: Espectros com a presença de neutrinos massivos. Contendo a previsão pela teoria de perturbação linear (linhas contínuas), pela previsão do HALOFIT (ponto-tracejadas), pela previsão do m_ν HALOFIT (tracejadas) e do constatado em simulações (pontilhadas) [59]. As previsões são apresentadas para neutrinos não-massivos (linhas pretas), para $\sum m_\nu = 0,3$ eV (linhas azuis) e para $\sum m_\nu = 1,2$ eV (linhas vermelhas).

potência da matéria ser geralmente calculado para épocas atuais ($a = a_0$), rigorosamente o espectro depende da época em que foi calculado. Embora os atuais observáveis cosmológicos baseados no espectro de potência da matéria estejam concentrados em baixos valores do fator de escala, espera-se que futuramente tenhamos acesso à evolução do espectro em função do fator de escala, através de medidas de lente gravitacional fraca. Dessa forma, decidiu-se por estender nosso ajuste também ao parâmetro do fator de escala, pois também dispõe-se do espectro gerado pelas simulações em diferentes épocas. O fator de correção foi calibrado da seguinte forma

$$r(k, a, \Omega_\nu h^2) = \text{Ajuste} \left\{ \left(\frac{P(k, a, \Omega_\nu h^2)_{\text{N-corpos}}}{P(k, a, \Omega_\nu h^2 = 0)_{\text{N-corpos}}} \right) \div \left(\frac{P(k, a)_{\text{HALOFIT}, \Omega_\nu h^2}}{P(k, a)_{\text{HALOFIT}, \Omega_\nu h^2 = 0}} \right) \right\}, \quad (168)$$

a calibração foi realizada através das supressões encontradas nas simulações para o intervalo de massa $\sum m_\nu : 0 \rightarrow 1,2$ eV, comparando-as às mesmas supressões obtidas pela teoria linear e corrigidas pelo HALOFIT original. Ao ajustar a correção em função da razão entre supressões, em detrimento à razão entre os espectros, isola-se o efeito desejado, excluindo efeitos provocados por outros parâmetros e problemas devidos a diferentes normalizações e *gauges* utilizados. Na figura 12 é exibido, para dois valores de massa, a razão entre a supressão obtida com as simulações e a supressão calculada pelo HALOFIT original, ou seja, a divergência mostrada nessa figura deve ser anulada o máximo possível pela correção aqui sugerida.

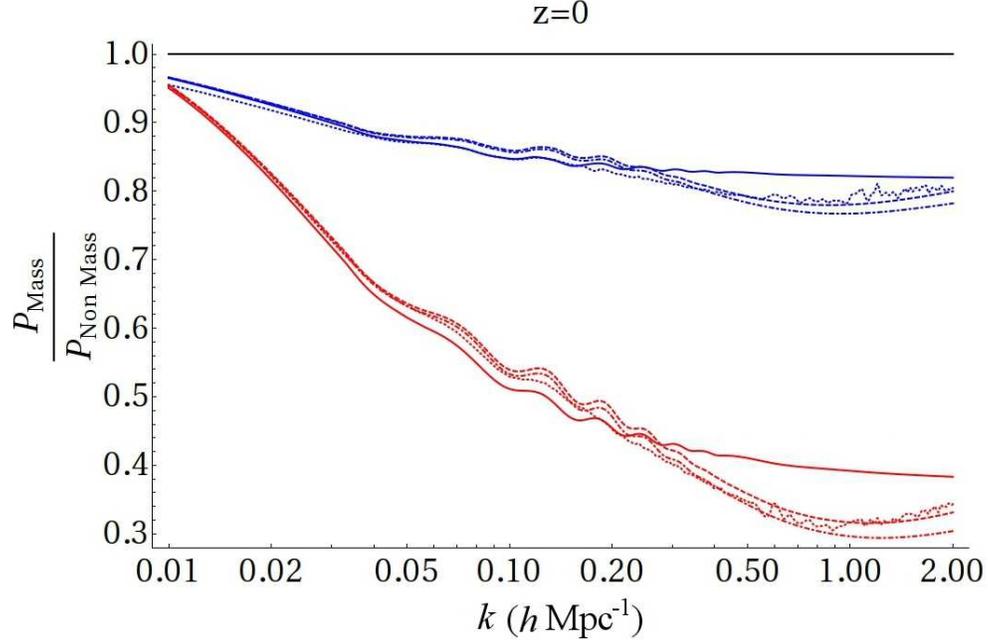


Figura 11: Supressões de espectros causadas pela presença de neutrinos massivos. Contendo a previsão pela teoria de perturbação linear (linhas contínuas), pela previsão do HALOFIT (ponto-tracejadas), pela previsão do m_ν HALOFIT (tracejadas) e do constatado em simulações (pontilhadas) [59]. As previsões são apresentadas para neutrinos não-massivos (linhas pretas), para $\sum m_\nu = 0,3$ eV (linhas azuis) e para $\sum m_\nu = 1,2$ eV (linhas vermelhas).

5.2 A correção m_ν HALOFIT para neutrinos massivos

Utilizando a metodologia descrita na seção anterior, foi constatado que a divergência da fórmula HALOFIT em relação à simulação de n-corpos com neutrinos massivos pode ser compensada pela seguinte correção

$$r(k, z, \Omega_\nu h^2) = 1 + p_1 k \left[p_2 k^{p_3} (1 + \text{Tanh}[1 - z]) + p_4 \text{Exp} \left(-\frac{(z - p_5 k^{p_6})^2}{p_7} \right) \right] \times (\Omega_\nu h^2 93, 57) , \quad (169)$$

sendo que foi utilizada a medida do desvio para o vermelho em detrimento do fator de escala como variável temporal. O último termo à direita, em parênteses, pode ser substituído pela soma das massas dos neutrinos. O melhor ajuste das constantes, obtida por minimização de quadrados, é dado por

$$\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7\} \rightarrow \{0, 558911; 0, 0410385; -0, 14217; 0, 264525; 2, 55267; 0, 550547; 7, 8116\} . \quad (170)$$

A partir da teoria de perturbação linear, corrigida com a nova versão do HALOFIT, a supressão assintótica

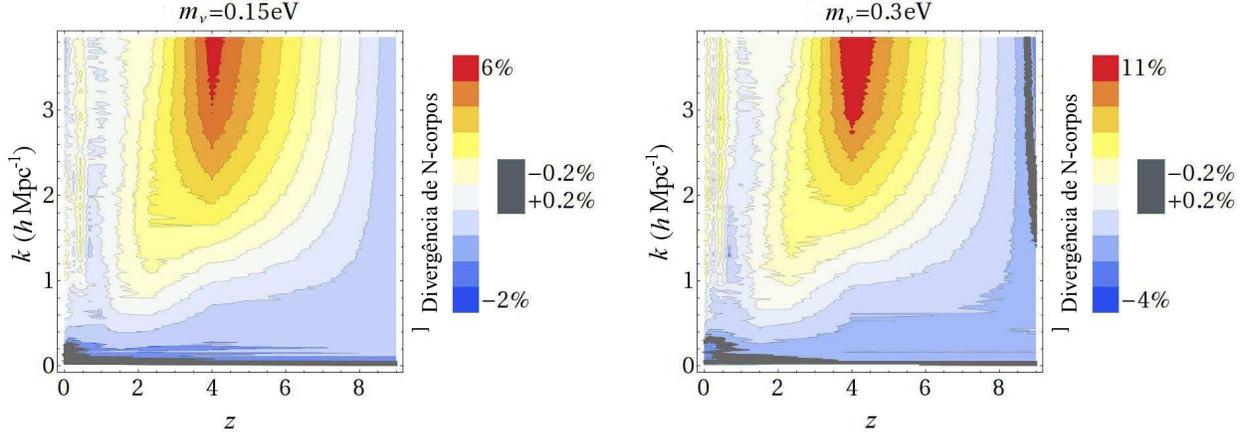


Figura 12: Divergência do efeito de presença de neutrinos massivos previsto pelo HALOFIT em relação à simulação de n-corpos utilizada como modelo fiducial, para dois valores da soma das massas dos neutrinos.

obtida para a época atual foi de

$$\left. \frac{\Delta P(k)}{P(k)} \right|_{m_\nu \text{HALOFIT}} \simeq -9,8 \frac{\Omega_\nu}{\Omega_M}, \quad (171)$$

apesar de aparentemente não diferir muito da supressão obtida com o HALOFIT original, eq.(165), esta diferença acentua-se em épocas mais remotas. Salienta-se que a supressão acima, obtida pela correção m_ν HALOFIT, coincide com a supressão original da simulação de n-corpos contida na eq.(166).

Na figura 13 é exibida, novamente para dois valores de massa, a razão entre a supressão obtida com as simulações e a supressão calculada pelo m_ν HALOFIT corrigido, ou seja, a divergência exibida nessa figura foi minimizada. A diferença ainda apresentada é provavelmente consequência de flutuações numéricas nas simulações. A fórmula de correção m_ν HALOFIT está descrita e publicada pelo autor desta tese na referência [62].

Conforme observado nas supressões do espectro contido na figura 10, o efeito previsto pelo HALOFIT original superestima a supressão, o que gera limites superiores para a soma das massas também superestimados, ou seja, mais restritivos do que deveriam. Na tabela 4 são apresentados limites para a soma das massas dos neutrinos utilizando a fórmula corrigida m_ν HALOFIT e a comparação com os mesmos limites obtidos com o HALOFIT original. A pouca variação dos limites experimentais não é inesperada, pois a dependência do efeito de supressão com a massa dos neutrinos ocorre apenas nos regimes quasilíneo e não-líneo, pouco explorados pela atual geração de observações experimentais. No entanto, para futuros experimentos que tenham sensibilidade para detectar a supressão do espectro de potência da matéria é imprescindível que exista uma previsão confiável da supressão em função da massa dos neutrinos. Na verdade, a diferença entre o previsto por HALOFIT e m_ν HALOFIT adquire mais relevância na medida que houver a disposição de observáveis medidos em escalas menores e distâncias maiores, como exibido na figura 12, e que é justamente o caso de medidas de lentes gravitacionais fracas a serem realizadas pelos experimentos LSST [63], BOSS

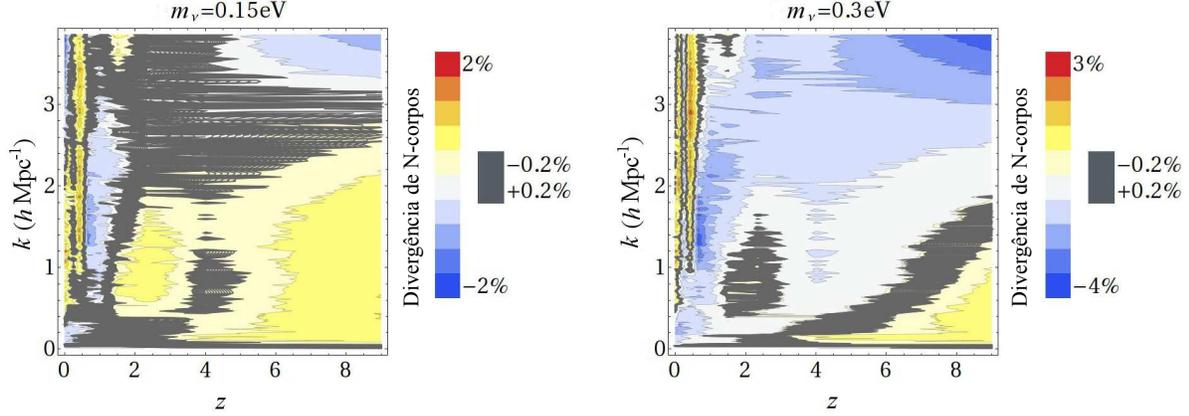


Figura 13: Divergência do efeito de presença de neutrinos massivos previsto pelo m_ν HALOFIT, portanto já corrigido, em relação à simulação de n-corpos utilizada como modelo fiducial, para dois valores da soma das massas dos neutrinos.

Tabela 4: Valores médios e limites de 95% CL para a massa dos neutrinos para diferentes conjuntos de dados, contendo a comparação entre resultados obtidos com a fórmula HALOFIT e a versão corrigida m_ν HALOFIT.

A diferença entre os melhores ajustes também é apresentada para cada combinação de dados experimentais,

onde $\Delta\chi_{\text{Min}}^2 = \chi_{\text{HALOFIT}}^2 - \chi_{m_\nu\text{HALOFIT}}^2$.

Correção não-linear	Conjunto de dados \mathbf{D}	$\langle \sum m_\nu \rangle$ (95% CCI)	$\frac{\Delta\chi_{\text{Min}}^2}{\Delta d.o.f.}$
HALOFIT	WMAP+HST	$0,18^{0,44}$	-
	WMAP+SNIa+SDSS	$0,22^{0,48}$	-
m_ν HALOFIT	WMAP+HST	$0,19^{0,47}$	-0,85/1
	WMAP+SNIa+SDSS	$0,22^{0,46}$	-0,18/1

[64] e EUCLID [57].

Apesar da correção implementada pelo m_ν HALOFIT representar um avanço na precisão das estimativas da massa dos neutrinos, a correção também contém limitações. A principal deficiência é a limitação no número de modelos fiduciais testados. A correção m_ν HALOFIT foi baseada em um único modelo fiducial

$$\{\Omega_b; \Omega_c; \Omega_\Lambda; h; \Omega_\nu; n_s; N_{\text{eff}}; w\} = \{0,05; 0,25 \times (1 - f_\nu); 0,7; 0,7; 0,25 \times f_\nu; 1; 3; -1\}. \quad (172)$$

Obviamente que haverá um viés ao corrigir modelos cujos parâmetros desviem significativamente dos valores acima. Por outro lado, é inviável executar simulações para todas as combinações possíveis de valores permitidos para todos os parâmetros. A solução é sistematicamente enriquecer o conjunto de dados obtidos por simulações de n-corpos com variações nos parâmetros com maior degenerescência em relação à massa dos neutrinos, por exemplo, o número de estados efetivos de neutrinos N_{eff} , a densidade total de matéria Ω_M , a

taxa de expansão h , o índice do espectro de potência inicial n_s e a equação de estado da energia escura w . A precisão das previsões também aumentaria com um conjunto mais completo de modelos fiduciais para a própria massa dos neutrinos, proporcional à fração f_ν . A dedução de uma fórmula corretiva em situações em que há um maior número de parâmetros envolvidos torna-se mais complexa e a metodologia adotada nessa tese pode tornar-se inviável. Uma solução possível é gerar uma matriz de correlação probabilística a partir das simulações de n-corpos, que relacione as regiões mais prováveis no espaço de supressão do espectro de potência para cada combinação de parâmetros. Essa metodologia de matriz de correlação seria semelhante ao adotado como ferramenta de análise para encontrar as regiões mais prováveis no espaço de χ^2 .

6 Degenerescência com modelos cosmológicos estendidos

Além da dificuldade em descrever o comportamento da aglomeração de neutrinos massivos no regime não-linear, há uma segunda dificuldade teórica a ser enfrentada quando houver a disposição de dados observacionais sensíveis o suficiente para detectar um efeito positivo da presença de neutrinos massivos em cosmologia. Essa dificuldade é devido ao fato de que o efeito observacional mais distinto de neutrinos massivos, a supressão do espectro de potência da matéria, está localizado em pequenas escalas onde há uma profusão de outros efeitos subdominantes que podem mascarar o sinal devido unicamente aos neutrinos massivos. Essa degenerescência entre diferentes efeitos, e por consequência diferentes parâmetros do modelo, acentua-se drasticamente quando modelos cosmológicos estendidos são considerados. Considerando os dados cosmológicos atuais, o principal limitante para aumentar a densidade em neutrinos massivos é a mudança na posição dos picos acústicos da CMB, complementada pela mesma informação também presente nos espectros de potência da matéria. Fenômenos que alteram a taxa de expansão de Hubble deslocando a posição dos picos acústicos possuem, portanto, uma degenerescência com a massa dos neutrinos quando são utilizados os dados cosmológicos atuais. Em relação ao número efetivo de estados de neutrinos (N_{eff}), estados extras aumentam a quantidade de matéria relativística no universo, o que causa a postergação da época da igualdade de densidades entre matéria e radiação (a_{eq}) e/ou causando uma supressão da formação de estruturas em pequenas escalas na CMB. Portanto, qualquer fenômeno que aumente a razão entre radiação e matéria acaba por provocar o mesmo efeito, o que torna tais fenômenos altamente degenerados.

A principal consequência da postergação do instante de igualdade a_{eq} é a diminuição do intervalo de tempo entre o início do crescimento de inhomogeneidades e o instante que os fótons da radiação cósmica espalham pela última vez no plasma primordial antes de desacoplarem-se. Com a redução do tempo disponível para a formação de inhomogeneidades, principalmente em pequenas escalas, há uma redução na quantidade de estruturas, reduzindo as anisotropias correspondentes em pequenas escalas produzidas no momento do desacoplamento. Esse efeito é observado como uma supressão da extremidade superior das anisotropias da radiação cósmica. Portanto, a degenerescência de possíveis fenômenos em relação à massa dos neutrinos e ao número de estados deve-se ao fato de existirem inúmeras mudanças possíveis na evolução da densidade de fundo que são capazes de diminuir o intervalo entre o instante da igualdade a_{eq} e o desacoplamento dos fótons e/ou de deslocar os picos acústicos em estruturas de larga escala. Abaixo é reproduzida a equação de Friedmann com o intuito de salientar a possibilidade de compensar um aumento na densidade de Ω_ν ao modificar as outras densidades

$$H(a) = H_0 \left[\frac{\Omega_\gamma}{a^4} + \frac{\Omega_\nu}{a^4} + \frac{\Omega_B}{a^3} + \frac{\Omega_{\text{CDM}}}{a^3} + \frac{\Omega_K}{a^2} + \frac{\Omega_\Lambda}{a^{3(w+1)}} \right]^{1/2}. \quad (173)$$

Também é possível modificar a equação acima incluindo novos componentes ou mesmo modificando a evolução dos já existentes, principalmente as componentes menos conhecidas como a matéria e a energia escura.

Neste capítulo é apresentado algumas extensões, em diferentes níveis, que introduzem degenerescências com o parâmetro da massa dos neutrinos e também com o número efetivo de estados. Na seção 6.1 é apresentado um modelo que possui um canal de conversão de matéria escura fria em matéria escura quente, o que afeta a quantidade possível de matéria escura quente na forma de neutrinos. Finalmente, na seção 6.2 é apresentado um modelo com interação entre matéria e energia escura, modificando a taxa de evolução de Hubble de tal forma a compensar ou competir com a densidade e número de estados de neutrinos. Esses modelos alternativos implicam em modificações com profundidade crescente quando comparados ao modelo cosmológico padrão e, apesar de não serem as únicas extensões que possuem degenerescências em relação às propriedades dos neutrinos, compõem um quadro demonstrativo.

6.1 Conversão de matéria escura não relativística em relativística

A matéria escura compõe 25% do conteúdo atual do universo, embora os neutrinos façam parte desse conteúdo escuro, a quantidade máxima restringi-se a apenas 4% da matéria escura ($f_\nu = \Omega_\nu/\Omega_c = 0,04$). Na dinâmica de larga escala, a matéria escura definitivamente comporta-se como uma partícula massiva sem pressão e com energia cinética desprezível. Essas características implicam em uma diluição em função do fator de escala elevado ao cubo

$$\rho_{\text{Matéria escura}} \cong \rho_c \times a^{-3}, \quad (174)$$

enquanto que a densidade de neutrinos dilui com o fator de escala elevado à quarta, ou seja, o cenário mais completo da diluição da matéria escura seria

$$\rho_{\text{Matéria escura}} \cong \rho_c + \rho_\nu \times 0,96\rho_{DM}a^{-3} + 0,04\rho_{DM}a^{-4}, \quad (175)$$

onde ρ_{DM} é a densidade total de matéria escura e o cenário acima representa o caso máximo permitido para densidade de matéria escura quente na forma de neutrinos. A decomposição da matéria escura acima, entre componentes quente e fria demonstra que qualquer variação na forma que a matéria escura fria comporta-se pode facilmente confundir-se ou compensar a presença de neutrinos.

Apesar da concordância do modelo de matéria escura fria em largas escalas, o mesmo não ocorre em pequenas escalas. Na verdade, há indicações que em escalas muito pequenas a densidade de matéria escura não comporta-se de forma completamente não relativística. Essas indicações são o déficit de galáxias anãs e o perfil suave de centros galácticos. Enquanto o modelo de matéria escura fria prevê centenas de sub-halos, formando galáxias anãs, ao redor da via-lactea, até o momento só foram observados algumas dezenas. No caso do centro galáctico, o colapso gravitacional de matéria sem pressão e sem energia cinética formaria uma concentração extremamente alta, no entanto, a densidade observada via efeitos gravitacionais é suave. Ambos os caso podem ser explicados pela hipótese da matéria escura adquirir velocidade cinética, tornando-se mais quente, em regiões pequenas. Essas inconsistências do modelo de matéria escura fria com as observações é conhecido pelos termos em inglês *subhalos deficit* e *cusp-core* [65].

Esses indícios observacionais representam perdas de potência de aglomeração em pequenas escalas, que podem ser causados por matéria escura gerando o efeito de livre dissipação em escalas menores que seu livre caminho médio, exatamente como ocorreria com os neutrinos, mas em uma amplitude muito menor e, portanto, também incompatível com um sinal positivo de neutrinos massivos.

Esse cenário levanta a possibilidade de que matéria escura fria converta-se em matéria escura quente, motivado pelo modelo desenvolvido em [66], explora-se a hipótese de que algum processo converta matéria escura fria em matéria escura quente de forma análoga com o que ocorre em explosões de supernovas.

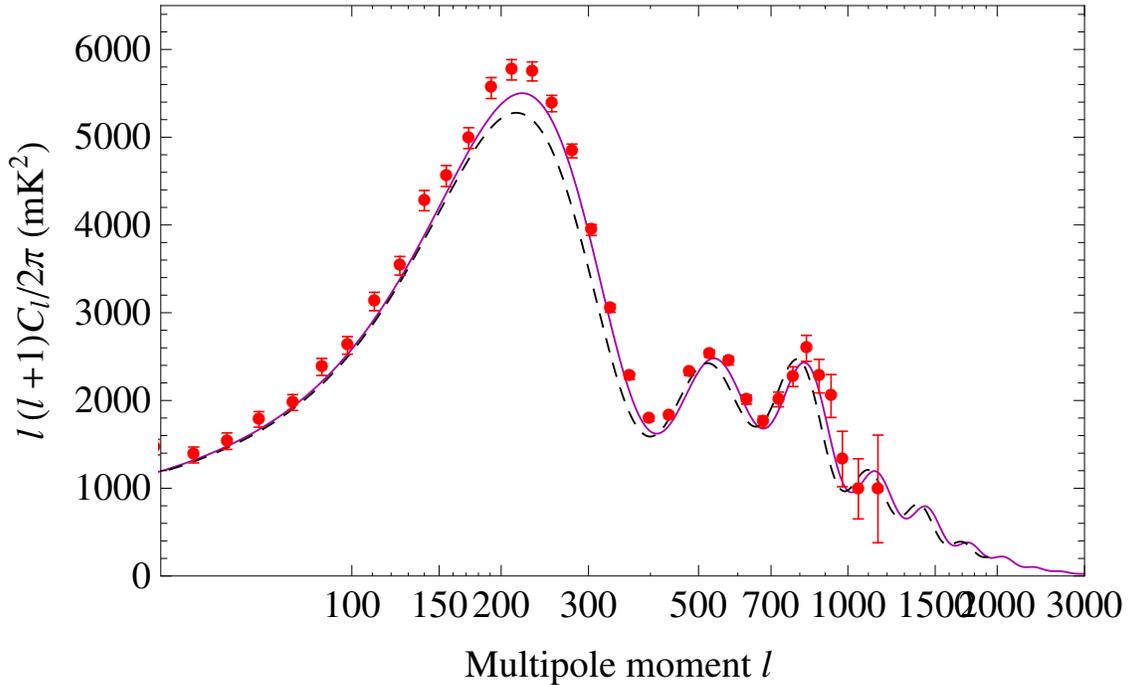


Figura 14: Espectro das anisotropias da radiação cósmica contendo o melhor ajuste do modelo Λ CDM (linha magenta contínua) e o modelo com conversão de matéria escura Λ HCDM (linha preta tracejada). Os ajustes foram realizados para o conjunto de dados WMAP+SDSS+SNIa e os dados experimentais do WMAP são apresentados em pontos vermelhos.

6.1.1 Revisão do modelo

Neste modelo, deduz-se novamente as equações de Boltzmann para a matéria escura fria e também para a matéria escura quente, semelhante aos neutrinos, com a diferença essencial de possuírem um canal de interação, o que significa um termo colisional não nulo na equação de Boltzmann. A hipótese sugerida em [66] é que a matéria escura fria de massa m_c converte-se a uma taxa dg_c/da para matéria escura quente de

massa m_h cuja função de distribuição está inicialmente não populada

$$\frac{df_c}{d\tau} = \frac{\partial f_c}{\partial \tau} + \frac{dx^i}{d\tau} \frac{\partial f_c}{\partial x^i} + \frac{dq}{d\tau} \frac{\partial f_c}{\partial q} + \frac{dn_i}{d\tau} \frac{\partial f_c}{\partial n_i} = \left(\frac{\partial f_c}{\partial \tau} \right)_C, \quad (176)$$

onde o termo $(\partial f_c / \partial \tau)_C$ é o termo de colisão, definido como qualquer variação temporal da função de distribuição. No cenário de matéria escura dinâmica, a função de distribuição total será dependente do momento e do fator de escala, onde considera-se que a função de distribuição será alterada de forma uniforme, o termo de colisão será

$$C[f_c(p, a)] = -\dot{a} f_c(p) \frac{dg_c(a)}{da}, \quad (177)$$

onde a função $g_c(a)$ representa um processo efetivo de conversão já normalizado. Integrando a função de distribuição, as equações finais para a densidade e para a perturbação na densidade serão

$$\dot{\rho}_c + 3\frac{\dot{a}}{a}\rho_c = -a\dot{a}\frac{dg_c(a)}{da}\rho_c, \quad (178)$$

$$\dot{\delta}_c + ikv_c + 3\dot{\Phi} = -a\dot{a}\frac{dg_c(a)}{da}\delta_c, \quad (179)$$

sendo que é suficiente, para partículas não relativísticas, estender-se a série que descreve as perturbação apenas até o termo de velocidade

$$\dot{v}_c + \frac{\dot{a}}{a}v_c + ik\Psi = -a\dot{a}\frac{dg_c(a)}{da}v_c. \quad (180)$$

Ordens superiores como pressão ou tensão de cisalhamento podem ser negligenciados. De forma análoga, mas considerando tratar-se de uma partícula relativística, é deduzida a equação de Boltzmann da partícula que forma a matéria escura quente

$$\frac{df_h}{d\tau} = C[f_h]. \quad (181)$$

A partir dessa equação também é possível obter a evolução da densidade e das perturbações na temperatura. Neste caso, será muito semelhante aos neutrinos, exceto pelo termo de colisão diferente de zero. A equação que descreve o comportamento desse componente da matéria escura será

$$f_h(x^i, p_j, \tau) = f_{h0}(p, \tau) \times [1 + \Psi(x^i, p, n_j, \tau)], \quad (182)$$

na qual é introduzida perturbações na temperatura de sua função de distribuição, diferentemente do caso da matéria escura fria que perturba-se diretamente sua densidade. O termo de colisão irá popular a distribuição de matéria escura quente a partir da distribuição de matéria escura fria

$$C[f_h(p, \tau)] = -\dot{a} f_c(p) \frac{dg_h(a)}{da}. \quad (183)$$

Considerando a conservação do tensor energia-momento aplicada à eq.(178), obtém-se o termo de colisão da partícula de matéria escura quente

$$C[f_h(p, \tau)] = \dot{a} f_c(p) \frac{dg_c(a)}{da}, \quad (184)$$

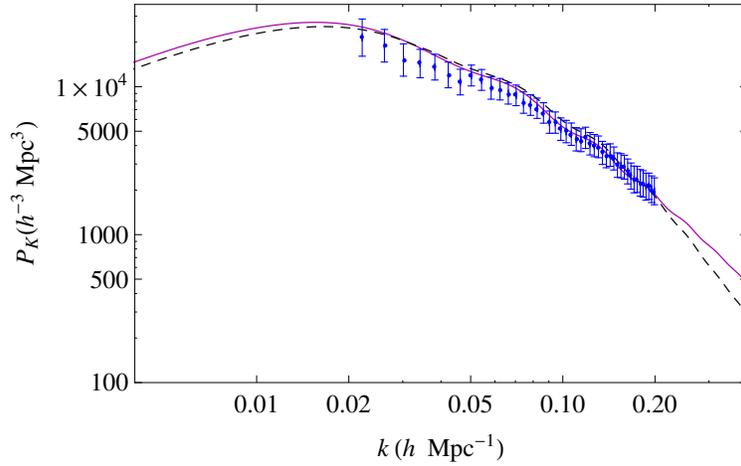


Figura 15: Espectro de potência da matéria contendo previsões teóricas para o melhor ajuste realizado com os dados de WMAP+SDSS+SNIa. Os modelos apresentados são Λ CDM (linha magenta contínua) e o modelo conversão de matéria escura Λ HCDM (linha preta tracejada). Os dados experimentais do SDSS são apresentados em pontos azuis.

e para o caso de uma partícula relativística, a densidade será dada por

$$\dot{\rho}_h + 4\frac{\dot{a}}{a}\rho_h = a\dot{a}\frac{dg_c(a)}{da}\rho_c. \quad (185)$$

Integrando novamente a função de distribuição, mas fazendo a integral sobre a expansão em polinômios de Legendre, obtém-se um sistema hierárquico de equações que descrevem as perturbações na temperatura da matéria escura quente. O monopolo e o dipolo serão, respectivamente

$$\dot{\delta}_h = -\left(\frac{4}{3}\theta_h - \dot{a}\frac{dg_c(a)}{da}\delta_c - 4\dot{\phi}\right), \quad (186)$$

$$\dot{\theta}_h = \left[k^2\left(\frac{1}{4}\delta_h - \sigma_h\right) + k^2\psi\right], \quad (187)$$

a partir dos dois primeiros polos, é possível calcular todas as ordens superiores da expansão através da seguinte fórmula de recorrência

$$\dot{\mathcal{N}}_l = \frac{k}{2l+1} [l\mathcal{N}_{l-1} - (l+1)\mathcal{N}_{l+1}], l \geq 2, \quad (188)$$

cujas séries devem ser truncadas até uma determinada ordem l_{max} , na qual a última contribuição será

$$\dot{\mathcal{N}}_{l_{max}+1} \approx \frac{(2l_{max}+1)}{k\tau}\mathcal{N}_{l_{max}} - \mathcal{N}_{l_{max}-1}. \quad (189)$$

Para uma taxa de conversão desejada, a taxa de conversão é introduzida *ad-hoc* [67]

$$\frac{dg_c(a)}{da} = \frac{\eta}{a}, \quad (190)$$

Tabela 5: Parâmetros do modelo com conversão de matéria escura fria para matéria escura quente. Os primeiros seis parâmetros fazem parte do modelo cosmológico padrão, os dois seguintes são extensões padrões, e os dois últimos parâmetros caracterizam a conversão de matéria escura proposta nesse modelo. Também são apresentados os limites em que os parâmetros foram testados com priori plana.

Parâmetro	Descrição	Min	Max
$\Omega_b h^2$	Densidade bariônica	0,005	0,1
$\Omega_c h^2$	Densidade de matéria escura fria	0,04	0,18
θ	Razão entre o horizonte acústico e o diâmetro angular na época do desacoplamento	0,5	10
τ	Profundidade óptica durante a reionização	0,01	0,8
n_s	Índice espectral do espectro de potência inicial na escala $k = 0,05h\text{Mpc}^{-1}$	0,5	1,5
$\log[10^{10} A_s]$	Amplitude do espectro de potência inicial na escala $k = 0,05h\text{Mpc}^{-1}$	2,7	4,0
f_ν	Fração da densidade de matéria escura na forma de neutrinos massivos	0	0,2
w	Parâmetro da equação de estado da energia escura	-1,5	0,5
a_i	Fator de escala quando a conversão inicia	0,1	1,0
η	Taxa de conversão	0	2

a qual sendo substituída nas eqs.(178) e (185), resulta em

$$\rho_c = \frac{\rho_c^{(0)}}{a^3} \times e^{-\eta(a-a_i)} , \quad (191)$$

$$\rho_h = \frac{\rho_c^{(0)}(a_i + \eta^{-1})}{a^4} \times [1 - e^{-\eta(a-a_i)}] . \quad (192)$$

Considerando que a conversão é supostamente um efeito de ambiente relacionado ao colapso gravitacional de aglomerados de galáxias, foi incluída uma dependência com a escala de perturbação

$$\frac{dg_c(a, k)}{da} \rightarrow h(k, k_g) \times \frac{dg_c(a)}{da} , \quad (193)$$

$$\frac{dg_h(a, k)}{da} \rightarrow [1 - h(k, k_g)] \times \frac{dg_h(a)}{da} , \quad (194)$$

sendo que o termo adicionado é uma função suave e k_g é a escala onde a conversão atinge metade de seu máximo para cada época.

6.1.2 Resultados

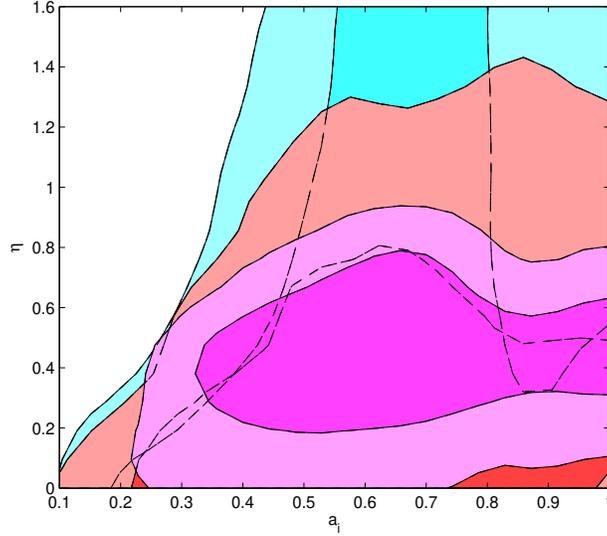


Figura 16: Correlação dos parâmetros a_i e η com as regiões de 68% CL (cor escura) e 95% CL (cor clara). Os outros parâmetros são marginalizados em seus valores médios. As diferentes regiões de confiança correspondem às seguintes combinações de dados: WMAP+SNIa (ciano), WMAP+SDSS (vermelho) e WMAP+SDSS+SNIa (magenta).

Estas modificações nas equações de Boltzmann foram implementadas no programa CAMB [52] e as curvas teóricas do melhor ajuste podem ser observadas nas figuras 14 e 15. Também são exibidos os pontos experimentais para os quais foram calculados os valores de máxima verossimilhança, onde o χ^2 minimizado é o melhor ajuste para os parâmetros e os limites superiores/inferiores definem a região conectada central de probabilidade posterior. Os parâmetros do modelo com a conversão estão resumidos na tabela 5. Foram calculadas cadeias de χ^2 para este modelo, variando todos os parâmetros dentro dos limites estabelecidos. O conjunto de dados para realizar o ajuste foi WMAP + SDSS + UNION-2. Para realizar o ajuste experimental, foi utilizada a metodologia empregada descrita na seção 4.2. Com o intuito de comparar o modelo com o cenário padrão, sem conversão, também são apresentados os valores médios e limites para o modelo cosmológico padrão. Utiliza-se como acrônimo do modelo com conversão a sigla Λ HCDM, enquanto que é mantida a sigla convencional para designar o modelo cosmológico padrão Λ CDM. Ao comparar os menores valores do χ^2 para cada modelo, obteve-se uma depreciação muito pequena com o novo modelo

$$\Delta\chi^2 = (\chi_{\Lambda\text{HCDM}}^2 - \chi_{\Lambda\text{CDM}}^2) / \Delta d.o.f. = 1,01/2. \quad (195)$$

Essa diferença está dentro do intervalo de 1σ do melhor ajuste, para o caso de dois graus extras de liberdade. O melhor ajuste, mínimo χ^2 , para os dois parâmetros do modelo com conversão são

$$\eta = 0,6, \quad a_i = 0,6, \quad (196)$$

onde o desvio padrão obtido não permitiu medidas mais precisas. Estes valores do melhor ajuste correspon-

Tabela 6: Valores médios ($\langle p \rangle$) com limites de 95% da região central de credibilidade (CCI) para os parâmetros do modelo cosmológico com conversão de matéria escura fria para matéria escura quente (Λ HCDM). Também é apresentado resultados para o modelo cosmológico padrão (Λ CDM). No último bloco são apresentados parâmetros derivados que possuem relevância histórica ou maior significado físico.

Tipo	Parâmetro	$\langle p \rangle$ (95% CCI)		\hat{p} (2σ CL)	
		Λ HCDM	Λ CDM	Λ HCDM	Λ CDM
Padrão	$\Omega_b h^2$	$0,0222_{0,0211}^{0,0234}$	$0,0226_{0,0214}^{0,0238}$	$0,0223_{0,0202}^{0,0245}$	$0,0226_{0,0209}^{0,0246}$
	$\Omega_c h^2$	$0,10_{0,06}^{0,14}$	$0,145_{0,132}^{0,160}$	$0,07_{0,03}^{0,16}$	$0,142_{0,122}^{0,165}$
	θ	$1,035_{1,030}^{1,040}$	$1,033_{1,028}^{1,039}$	$1,035_{1,024}^{1,053}$	$1,034_{1,024}^{1,042}$
	τ	$0,09_{0,06}^{0,12}$	$0,08_{0,07}^{0,11}$	$0,09_{0,04}^{0,15}$	$0,09_{0,05}^{0,13}$
	n_s	$0,973_{0,943}^{1,002}$	$0,99_{0,96}^{1,02}$	$0,98_{0,92}^{1,02}$	$1,00_{0,94}^{1,04}$
	$\log[10^{10} A_s]$	$3,11_{3,03}^{3,18}$	$3,13_{3,07}^{3,19}$	$3,10_{2,98}^{3,24}$	$3,14_{3,04}^{3,23}$
Estendido	f_ν	$0,03^{0,06}$	$0,02^{0,06}$	$0,02^{0,10}$	$0,02^{0,07}$
	$-w$	$0,88_{1,06}^{0,74}$	$0,83_{0,98}^{0,71}$	$0,88_{1,31}^{0,63}$	$0,82_{1,13}^{0,62}$
Derivado	Ω_Λ	$0,68_{0,62}^{0,72}$	$0,66_{0,61}^{0,71}$	$0,70_{0,54}^{0,76}$	$0,68_{0,58}^{0,73}$
	Age/Gyr	$13,3_{13,0}^{13,6}$	$12,6_{12,3}^{12,8}$	$13,2_{12,8}^{13,8}$	$12,5_{12,2}^{13,0}$
	σ_8	$0,71_{0,63}^{0,80}$	$0,76_{0,68}^{0,85}$	$0,72_{0,58}^{0,89}$	$0,78_{0,62}^{0,92}$
	z_{re}	11_8^{14}	11_9^{14}	11_6^{16}	11_7^{15}
	H_0	69_{65}^{73}	71_{67}^{75}	71_{61}^{77}	72_{65}^{77}
	$\sum m_\nu$ (eV)	$0,4^{0,8}$	$0,3^{0,8}$	$0,09^{1,4}$	$0,2^{1,1}$
Extra	a_i	$0,6_{0,3}$	N/A	0,6	N/A
	η	$0,4^{0,8}$	N/A	$0,6^{1,0}$	N/A
Extra derivado	$\Omega_h h^2$	$0,06^{0,10}$	N/A	$0,07^{0,13}$	N/A
	f	$0,4^{0,6}$	N/A	$0,5^{0,7}$	N/A

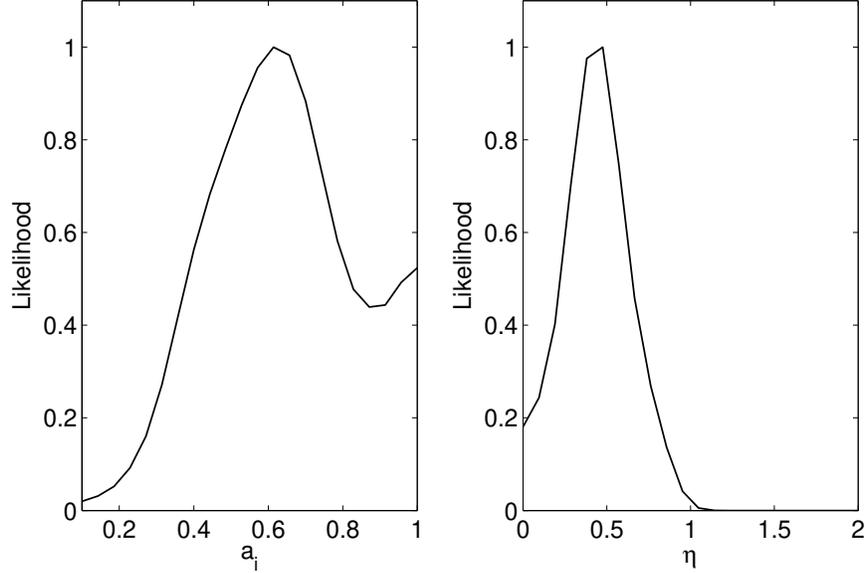


Figura 17: Probabilidade posterior para os parâmetros a_i e η do modelo com conversão de matéria escura Λ HCDM. Todos os outros parâmetros estão marginalizados em seus valores médios.

dem a uma quantidade integrada atual de 30% de matéria escura fria convertida em matéria escura quente. Na figura 14 são exibidas as previsões teóricas do espectro de anisotropias da radiação cósmica para o modelo padrão Λ CDM e para o modelo com conversão Λ HCDM, juntamente com os dados do WMAP.

As previsões teóricas contém os melhores ajustes para ambos os modelos para o mesmo conjunto de dados (WMAP+SDSS+UNION-2). Da mesma forma, o espectro de potência da matéria teórico é apresentado na figura 15, novamente para o melhor ajuste dos dois modelos para o mesmo conjunto de dados, também é apresentado os pontos experimentais do SDSS. Na figura 16 é mostrada a correlação entre os parâmetros a_i e η , enquanto que na figura 17 são apresentadas suas distribuições de verossimilhança. O relaxamento dos limites na soma das massas dos neutrinos é interessante para o caso em que se considere adicionar estados extras com massa da ordem de eV, como é sugerido pelas anomalias em oscilações de neutrinos [68], apesar do limite permitido ainda estar muito abaixo do necessário para acomodar as massas requeridas pelas anomalias ($\Delta m_{41}^2 \sim 0,46 \text{ eV}^2$ e $\Delta m_{51}^2 \sim 0,89 \text{ eV}^2$). O efeito mais interessante é o decréscimo da densidade de matéria escura fria em épocas tardias, sem alterar a densidade em épocas remotas de formação de estruturas de larga escala. Essa diminuição da densidade de matéria escura em regiões correspondentens à pequenas escalas e em tempos mais tardios é útil, pois torna o perfil de densidade mais suave nas regiões centrais e diminui a quantidade de sub-estruturas como galáxias anãs, justamente como observado e em conflito com o previsto por simulações de n-corpos para Λ CDM. Apesar do indício de que uma conversão tardia poderia compatibilizar as previsões com o observado, a comprovação requereria simulações dedicadas para o modelo cosmológico com conversão tardia de matéria escura. Na figura 18 é exibida a probabilidade posterior para

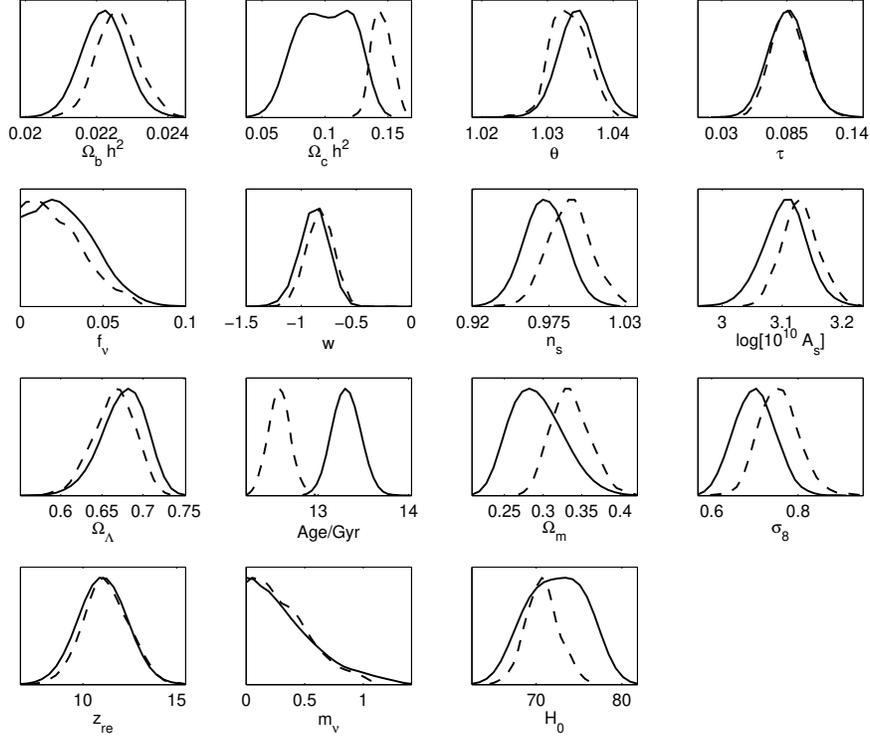


Figura 18: Probabilidade posterior para todos os parâmetros padrões para os modelos Λ CDM (linha tracejada) e para o modelo com conversão de matéria escura Λ HCDM (linha contínua). Ao construir a distribuição para cada parâmetro, todos os outros parâmetros são mantidos fixos em seus valores médios.

todos os parâmetros do modelo cosmológico padrão sobreposto às probabilidades do modelo com conversão de matéria escura. A partir dessa comparação, pode-se verificar o relaxamento de determinados parâmetros do modelo cosmológico padrão e utilizar essa capacidade de relaxamento para explicar algum fenômeno específico incompatível com o modelo padrão, por exemplo, o problema do deficit de sub-halos e do perfil suave de centros galácticos. A maior diferença ocorre para o parâmetro da densidade de matéria escura fria Ω_c . Dado que a conversão sugerida por esse modelo diminui a quantidade de matéria escura fria ao longo do tempo, não é inesperado que o melhor ajuste indique uma quantidade menor em tempos tardios enquanto mantém a compatibilidade com a densidade esperada pelo modelo Λ CDM em tempos remotos. A diferença para os outros parâmetros são pequenos e de difícil produção de efeitos observáveis. O fato da diferença entre os modelos Λ CDM e Λ HCDM estar concentrado na densidade de matéria escura fria não é acidental, pois o modelo Λ HCDM foi concebido justamente para diminuir a densidade atual de matéria escura fria em pequenas escalas sem afetar a compatibilidade com os dados em estruturas de larga escala.

Esse modelo possui uma degenerescência óbvia com a massa dos neutrinos, pois esta é proporcional à quantidade de matéria relativística composta por neutrinos massivos. A conversão de matéria escura fria contribui para o total de matéria escura quente permitida. No entanto, devido a esse modelo possuir

um parâmetro extra em relação ao modelo padrão com neutrinos massivos, a melhora no ajuste não é suficiente para justificar a adoção do modelo estendido, apesar de não descartá-lo totalmente. A desvantagem mais importante do modelo com conversão é em relação à sua motivação. Enquanto que neutrinos já foram detectados, sua abundância cosmológica ter sido indiretamente confirmada e obrigatoriamente serem massivos, a matéria escura nunca foi detectada e a hipótese da conversão para estados massivos mais leves é uma hipótese extra. Considerando as motivações e o melhor ajuste, o modelo com neutrinos massivos é preferível em relação ao modelo com conversão de matéria escura. No entanto, os critérios dessa preferência podem modificar com a obtenção de novos dados, de forma que seria mais seguro realizar novas análises comparativas a medida que novas informações estejam disponíveis.

A análise desse modelo está descrita e publicada pelo autor desta tese na referência [67].

6.2 Modelo cosmológico camaleão

Há vários indícios de que o universo experimenta uma fase atual de expansão acelerada. Esse fenômeno pode ser causado pela existência de uma constante cosmológica nas equações de Einstein, mas há motivações baseadas em naturalidade para substituir a constante cosmológica por um campo dinâmico: a) todas as outras fontes de curvatura nas equações de Einstein são provenientes de campos; b) a constante cosmológica compõe uma densidade coincidentemente muito próxima da densidade de matéria escura, tal problema é conhecido como problema da coincidência cósmica; c) indícios de que a equação de estado da energia escura assume valores que requerem uma fonte dinâmica para a densidade de energia escura ($w \neq -1$) [69]. Entre os campos descritos pela teoria quântica de campos, somente o campo escalar é capaz de desenvolver uma pressão negativa tal qual é necessário para prover uma expansão acelerada. Entre os muito modelos de energia escura com campo escalar, os mais populares são os modelos de quintessência [70, 71, 72], que utilizam um potencial do tipo rapidamente decrescente¹⁰, por exemplo os potenciais exponencialmente decrescentes, que devem ser finamente ajustados em suas condições iniciais de forma a resultar na densidade de energia escura observada atualmente. Uma forma de evitar a necessidade do ajuste fino é propor modelos com soluções atratoras. Nesses modelos atratores, independentemente das condições iniciais, o campo escalar evoluiria para um determinado valor de forma a minimizar o potencial efetivo, assumindo natural e dinamicamente a densidade desejada. Em geral, tais soluções atratoras são obtidas com modelos de energia escura acoplada [73, 74, 75]. Modelos de quintessência acoplada possuem dois parâmetros livres no mínimo, o mesmo número de parâmetros para ajustar finamente o valor inicial do campo escalar no caso em que não existe o acoplamento. No entanto, por ser uma solução dinâmica o potencial efetivo eventualmente encontra um ponto de equilíbrio para uma extensão de valores permitidos para os parâmetros muito maior. Ou seja, alguma condição ainda deve ser imposta ao potencial e ao acoplamento, mas não precisa ser ajustada finamente como no caso da quintessência sem o acoplamento.

¹⁰Conhecidos pelo termo em inglês *runaway potentials*.

O acoplamento de um suposto campo escalar responsável pela energia escura com outros campos componentes do universo introduz uma quinta força ativada a longas distâncias assim como uma massa dependente do tempo, essa dinâmica viola o princípio de equivalência (EP na sigla em inglês) que é fortemente limitada por testes realizados no sistema solar [76]. Para explicar a expansão acelerada evitando os problemas da coincidência cósmica, ajuste fino e princípio de equivalência foi proposto uma série de modelos de quintessência acoplada chamados de modelos camaleão [77]. Nos modelos do tipo camaleão, a massa do campo escalar depende da densidade local de matéria com a qual acopla, dessa forma, evita-se as restrições da EP em testes no sistema solar pois a alta densidade de matéria implica em um campo escalar pesado e de curto alcance de interação. Outra propriedade interessante no modelo de camaleão é a sua capacidade de desenvolver valores pequenos ($w < -1$) para a constante da equação de estado da energia escura, que de outra forma só manifesta-se em modelos instáveis com termos cinéticos negativos [78].

6.2.1 Revisão do modelo

A principal característica de um modelo do tipo camaleão é a transformação conforme da métrica

$$g_{\mu\nu}^{(i)} = e^{2\beta_i\phi/M_{Pl}} g_{\mu\nu} , \quad (197)$$

sendo que o spinor $\psi_m^{(i)}$ segue a geodésica dada por $g_{\mu\nu}^{(i)}$, a métrica original $g_{\mu\nu}$ é dada pela solução FLRW das equações de Einstein, $ds^2 = a^2(-d\tau^2 + dr^2)$. A ação assume a seguinte forma convencional com a adição do termo cinético e de potencial do campo escalar

$$S = \int d^4x \{ \sqrt{-g} \left[\frac{M_{Pl}^2}{2} \mathcal{R} - \frac{(\partial\phi)^2}{2} - V(\phi) \right] - \mathcal{L}_m(\psi_m^{(i)}, g_{\mu\nu}^{(i)}) \} . \quad (198)$$

A ação acima é idêntica a ação de modelos de quintessência convencional, exceto pela métrica transformada que vai introduzir a interação com o campo escalar ϕ . Derivando a ação com relação ao campo escalar para obter a equação de Klein-Gordon, obtém-se a equação do campo escalar acoplada com os campos de matéria

$$\nabla^2\phi = V(\phi)' - \sum_i \frac{\beta_i}{M_{Pl}} e^{4\beta_i\phi/M_{Pl}} g_{(i)}^{\mu\nu} T_{\mu\nu}^{(i)} , \quad (199)$$

sendo $T_{\mu\nu}^{(i)}$ o tensor energia momento do i -enésimo campo de partícula. Trata-se as partículas acopladas como fluidos perfeitos e restringe-se o acoplamento ao setor escuro $\beta_i \equiv \delta_{i,(c)}\beta$, dessa forma a contribuição da matéria escura será

$$g_{(i)}^{\mu\nu} T_{\mu\nu}^{(c)} = -\rho_c e^{3\beta/M_{Pl}} . \quad (200)$$

Ao restringir o acoplamento no setor escuro busca-se responder o problema da coincidência cósmica com o mecanismo atrator e ao mesmo tempo evitar as limitações impostas por testes gravitacionais com bárions, efeitos que embora muito pequenos possuem limites severos provenientes de experimentos ultra sensíveis realizados por satélites em órbita. Abrindo as derivadas na eq.(199) do campo escalar, obtêm-se

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -V(\phi)' - \beta\rho_c , \quad (201)$$

sendo que pontos representam derivadas em relação ao tempo físico t . Para construir um potencial efetivo que possua um mínimo que evolua seguindo a densidade de matéria escura é necessário que o potencial do campo escalar seja monotonicamente decrescente, para $\beta > 0$, tal como um função de potência inversa

$$V(\phi) = \frac{M_\phi^{4+\alpha}}{\phi^\alpha} , \quad (202)$$

sendo α uma constante positiva que caracteriza a auto-interação do campo escalar e M_ϕ sua escala de massa. A evolução do fluido composto com esse tipo de potencial está detalhado na referência [79], as condições para a estabilidade da interação encontradas nesse trabalho foram assumidas na realização do ajuste. Considerando que o tensor energia momento total do sistema acoplado deve ser conservado, obtém-se

$$T_{\nu;\mu}^{\mu(\text{Total})} = T_{\nu;\mu}^{\mu(c)} + T_{\nu;\mu}^{\mu(\phi)} = 0 , \quad (203)$$

cuja derivada implica na seguinte taxa de interação

$$T_{\nu;\mu}^{\mu(\phi)} = -\beta\phi_{,\nu}T_\gamma^{\gamma(c)} . \quad (204)$$

Pode-se concluir que, por conservação do tensor energia momento, para a componente da matéria escura obtém-se

$$T_{\nu;\mu}^{\mu(c)} = \beta\phi_{,\nu}T_\gamma^{\gamma(c)} , \quad (205)$$

que utilizando a aproximação de fluido perfeito pode ser reescrito como

$$\dot{\rho}_c + 3H\rho_c = \beta\dot{\phi}\rho_c . \quad (206)$$

A solução para a equação acima será

$$\rho_c = \frac{\rho_c^{(0)}}{a^3} e^{\beta(\phi-\phi_0)} , \quad (207)$$

onde $\rho_c^{(0)}$ é a densidade de matéria escura e o ϕ_0 o valor do campo escalar, ambos para épocas atuais ($a = a_0 = 1$). Das equações para a matéria escura e para o campo escalar pode-se deduzir um potencial efetivo

$$V(\phi)_{\text{eff}} = \frac{M_\phi^{4+\alpha}}{\phi^\alpha} + \frac{\rho_c^{(0)}}{a^3} e^{\beta(\phi-\phi_0)} , \quad (208)$$

cujos mínimos representam a solução atratora que adiabaticamente conduz a densidade do campos escalar em direção à densidade da energia escura observada atualmente. A equação de estado apenas para o campo escalar será

$$\omega_\phi = (\rho_\phi - p_\phi) \times (\rho_\phi + p_\phi)^{-1} , \quad (209)$$

mas para um modelo acoplado é conveniente definir uma equação efetiva que também contemple a mudança na evolução da matéria escura

$$\omega_{\text{eff}} = \omega_\phi \times (1 - x)^{-1} , \quad (210)$$

sendo que x é dado por

$$x \equiv -\frac{\rho_c^{(0)}}{a^3\rho_\phi} [-1] \geq 0 , \quad (211)$$

cuja condição de estabilidade, evolução adiabática, é satisfeita para um acoplamento crescente no tempo, possivelmente resultando em valores pequenos para o parâmetro da equação de estado efetiva ($\omega_{\text{eff}} < -1$). Finalmente, a equação de Friedmann completa o conjunto de equações necessárias para a evolução das densidades e suas perturbações

$$H^2 = \left(\frac{a'}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \left[\frac{\rho_\gamma^{(0)}}{a^4} + \frac{\rho_\nu^{(0)}}{a^4} + \frac{\rho_B^{(0)}}{a^3} + \frac{\rho_c^{(0)}}{a^3} e^{\beta(\phi-\phi_0)} + \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) \right], \quad (212)$$

onde a' é a derivada do fator de escala em relação ao tempo conforme τ e $\rho_\gamma^{(0)}$, $\rho_\nu^{(0)}$ e $\rho_B^{(0)}$ são respectivamente as densidades de fótons, neutrinos e bárions na atualidade.

Além da evolução da densidade de fundo, perturbações na densidade de matéria escura, do campo escalar e seu reflexo nas perturbações da métrica também são afetadas devido ao acoplamento. O método de deduzir a propagação de perturbações também baseia-se na equação de Boltzmann

$$\frac{df}{d\tau} = \frac{\partial f}{\partial \tau} + \frac{dx^i}{d\tau} \frac{\partial f}{\partial x^i} + \frac{dq}{d\tau} \frac{\partial f}{\partial q} + \frac{dn_i}{d\tau} \frac{\partial f}{\partial n_i} = \left(\frac{\partial f}{\partial \tau}\right)_C, \quad (213)$$

onde $(\partial f/\partial \tau)_C$ é termo de colisão responsável por absorver o acoplamento proposto. Considerando que a densidade média é dada por $\delta_c = (\rho_c - \bar{\rho}_c)/\bar{\rho}_c$, a perturbação para uma partícula não relativística, descrita como um fluido perfeito, será

$$\dot{\delta}_c = -\left(\frac{\theta_c}{a} + \frac{\dot{h}}{2}\right) + \beta \delta \dot{\phi}, \quad (214)$$

e o divergente da velocidade do fluido ($\theta_c = ik^j v_{jc}$)

$$\dot{\theta}_c = -H\theta_c + \beta \left(\frac{k^2}{a} \delta\phi - \dot{\phi}\theta_c\right). \quad (215)$$

Considerando as definições padrões de densidade

$$\rho = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f, \quad (216)$$

e velocidade

$$v^i = \frac{1}{\bar{\rho}} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{fp\hat{p}^i}{E}. \quad (217)$$

Em geral, como a matéria escura não é interagente, as equações de perturbação são desenvolvidas no referencial de velocidade da matéria escura ($\dot{\theta}_c^{(i)} = \theta_c^{(i)} = 0$), pois esta é pequena e não há fontes que a perturbem. No caso do modelo camaleão, não é possível desconsiderar a velocidade da matéria escura, pois a derivada do campo escalar é uma fonte de impulsos para a matéria escura.

Para o campo escalar, deduzindo a variação na densidade ($\delta\phi = \phi - \bar{\phi}$) e isolando a primeira ordem de perturbação para o tensor energia momento ($\delta T_j^{i(\phi)}$), obtém-se a equação de evolução das perturbações no campo escalar

$$\delta\ddot{\phi} + 3H\delta\dot{\phi} + \left(\frac{k^2}{a^2} + V(\phi)'\right)\delta\phi + \frac{1}{2}\dot{h}\dot{\phi} = -\beta\rho_c\delta_c. \quad (218)$$

Perturbações da matéria escura e do campo escalar, além de comunicarem-se entre si através do acoplamento de camaleão, também estão conectados com o restante do universo através de perturbações no potencial

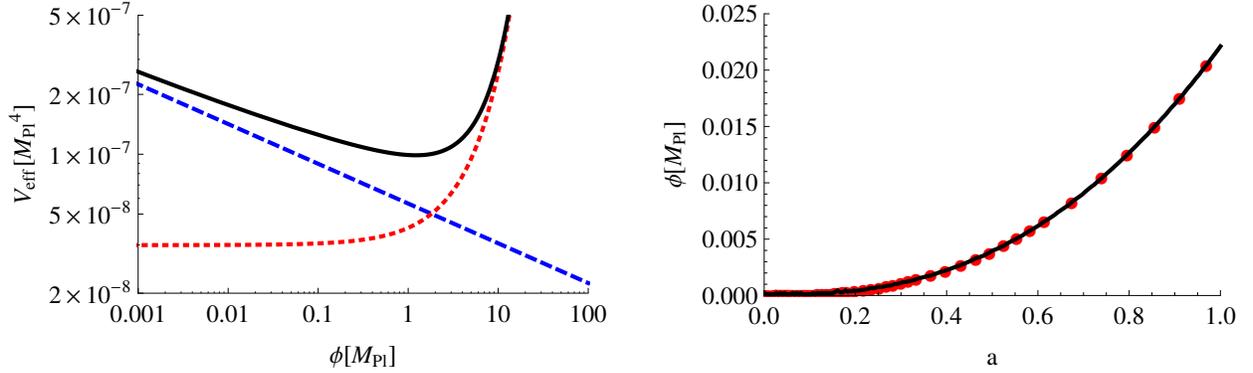


Figura 19: Painel esquerdo: evolução do potencial efetivo (linha preta contínua) do modelo de camaleão, responsável por conduzir o campo ϕ em direção à densidade de energia escura, como uma composição do potencial original (linha azul tracejada) e o acoplamento (linha vermelha pontilhada) com a matéria escura. Painel direito: solução numérica (vermelho pontilhada) para o campo ϕ oscilando ao redor do mínimo do potencial efetivo (linha preta contínua).

gravitacional causados por suas perturbações de densidade. As contribuições para os componentes tempo-tempo e longitudinal tempo-espaço das equações de Einstein perturbadas serão, respectivamente

$$\delta T_0^0 = \dot{\phi} \delta \dot{\phi} + V(\phi) \delta \phi, \quad (219)$$

$$ik^j \delta T_j^0 = ak^2 \dot{\phi} \delta \phi. \quad (220)$$

Essas contribuições devem ser adicionados à equação completa das perturbações na métrica, contidas nas eqs.(98) e (99), através da qual trocarão energia e informação com o restante do universo.

6.2.2 Solução atratora

A solução atratora e sua estabilidade foram estudados em trabalhos anteriores, [79, 80], e foram utilizadas as condições descritas em [79]. Essas condições garantem uma evolução adiabática para o modelo desenvolvido em [81] no regime estável, denominado pelo termo em inglês *undershooting regime*.

Considerando que o mínimo do potencial efetivo é alcançado no regime *undershooting* e, por consequência, permanece nesse mínimo até os dias atuais e pode ser considerado que para qualquer instante que

$$V(\phi)_{\text{eff}}' = 0, \quad (221)$$

que pode ser traduzido como um caminho para o mínimo do potencial efetivo para o campo escalar

$$f[\phi] = \left(\frac{\phi_0}{\phi_{\text{Min}}} \right)^{\alpha+1} - \frac{e^{\beta \times (\phi_{\text{Min}} - \phi_0)}}{a^3} \rightarrow 0, \quad (222)$$

que por sua vez pode ser resolvido como um algoritmo simples do tipo bissecção. A necessidade de que a densidade do potencial corresponda a densidade de energia escura e ao mesmo ponto que o campo escalar esteja no mínimo do potencial efeito implica que a energia cinética do campo escalar deve ser muito pequena

$$\rho_\phi^{(0)} = \frac{(\dot{\phi}_0)^2}{2} + V(\phi_0) \approx V(\phi_0) = \rho_\Lambda , \quad (223)$$

com essa consideração é possível calcular o valor atual esperado para o campo

$$\phi_0 \approx \frac{\alpha}{\beta} \times \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c^{(0)}} , \quad (224)$$

e a escala de massa do campo como uma função dos parâmetros α e β

$$M_\phi = [\phi_0^\alpha \times \rho_\Lambda]^{1/(\alpha+4)} . \quad (225)$$

Dado um modelo cosmológico plano, é natural parametrizar o modelo de camaleão unicamente com α e β , já que a massa M_ϕ pode ser derivada desses dois parâmetros e da densidade faltante para obter um universo plano, $\rho_\Lambda = 3H_0^2/8\pi G - \sum_i \rho_i^{(0)}$. A evolução do mínimo do potencial efetivo pode ser determinada pela eq.(222). Embora as equações são resolvidas numericamente, para determinar o regime do atrator, *undershooting* ou *overshooting*, é necessário determinar o valor inicial do campo escalar $\phi_{\text{Min}}^{(i)}$ no espaço de mínimos determinados pela eq.(222). A única condição para a estabilidade do atrator é que o valor inicial para o campo deve ser positivo e menor do que o valor inicial no mínimo do potencial efetivo, $0 < \phi^{(i)} < \phi_{\text{Min}}^{(i)}$. A evolução numérica do campo ϕ comparado ao mínimo esperado e a evolução do potencial efetivo podem ser observados na figura 19. Pelo motivo de que foi utilizado o regime estável, *undershooting*, como condição inicial, em todos o espaço de parâmetro testado o mecanismo atrator era esperado ser satisfeito, $(\phi)_{,\phi\phi}^{1/2}/H > 1$ e $\dot{\phi}^2/2V(\phi) < 1$, e foi por nós confirmado.

6.2.3 Resultados

As relações não triviais entre os diversos parâmetros para esse modelo cosmológico acoplado torna difícil qualquer inferência mais profunda do comportamento dos parâmetros quando testados com dados reais. Para delimitar tais relações, foi executado análises de χ^2 em regiões altamente desconectadas do espaço de parâmetros. Realizou-se uma análise ampla do espaço de parâmetros através de um algoritmo do tipo *Markov-Chain Monte-Carlo* (MCMC), onde o foco principal foi uma visão geral do comportamento dos parâmetros em detrimento da unicidade do ponto de melhor ajuste, dessa forma a comparação que é apresentada entre os melhores ajustes do modelo de camaleão e o modelo padrão Λ CDM são conservadores. A execução de uma varredura ampla ao invés de um processo mais focado não é na verdade uma escolha, uma vez que esta é a primeira vez que o modelo camaleão é testado com um conjunto completo de dados cosmológicos. A região de melhor ajuste não é conhecida, tampouco as regiões mais improváveis, de forma que a qualificação de todo o espaço de parâmetros é o primeiro passo óbvio. A ferramenta computacional utilizada para gerar o espectro de potência de perturbações da distribuição de matéria assim como das anisotropias da radiação cósmica do modelo camaleão foi uma versão alterada do código CAMB [52], onde foram

Tabela 7: Descrição dos parâmetros do modelo cosmológico camaleão. Os primeiros seis parâmetros fazem parte do modelo padrão Λ CDM. Os parâmetros sete e oito pertencem ao modelo padrão estendido com os quais são esperados certa degenerescência com os parâmetros próprios do modelo camaleão. Os parâmetros nove e dez são os parâmetros próprios do modelo camaleão. Também são apresentados os limites em que os parâmetros foram testados com priori plana e os parâmetros cuja distribuição possui apenas uma cauda são marcadas com asterisco.

Parâmetro	Descrição	Min	Max
$\Omega_b h^2$	Densidade bariônica	0,005	0,04
$\Omega_c h^2$	Densidade de matéria escura	0,01	0,99
H_0	Constante de Hubble	40	100
z_{re}	Desvio para o vermelho na reionização	3	35
n_s	Potência do espectro inicial na escala $k = 0,05 \text{ hMpc}^{-1}$	0,5	1,5
$\log[10^{10} A_s]$	Amplitude do espectro inicial na escala $k = 0,05 \text{ hMpc}^{-1}$	2,7	4,0
N_{eff}	Número efetivo de estados de neutrinos	1	9,8
m_ν^*	Soma das massas dos neutrinos em eV	0	2
α	Parâmetro característico do potencial do campo escalar	0	2
β	Intensidade do acoplamento do campo escalar	0	2

implementadas as equações detalhadas na seção 6.2.1. Para executar o MCMC foi utilizado uma versão alterada do código COSMOMC [53], que além de ser alterado para incorporar os novos parâmetros também foi modificado para ser menos ajustado ao modelo Λ CDM, que em contrapartida degradou seu potencial de convergência para um valor mais preciso do melhor ajuste. Essa degradação ocorreu principalmente por causa da substituição dos parâmetros τ e θ pelos parâmetros mais lentos e independentes de modelo z_{re} e H_0 . Erros sistemáticos restantes, que são resultantes de uma ferramenta computacional ajustada para o modelo Λ CDM, foi uma fonte de preocupação não totalmente controlada, trabalhos subsequentes deveriam preocupar-se mais atentamente com vícios caso pretendam encontrar com maior convergência um ponto de melhor ajuste e ao mesmo tempo manter o ajuste global confiável. Os parâmetros analisados estão descritos na tabela 7, juntamente com a priori plana considerada.

A condição para alcançar uma boa convergência do MCMC foi o critério de Gelman e Rubin (R). Dado o comportamento não usual da evolução das densidades no modelo camaleão e os erros sistemáticos não totalmente conhecidos, foi possível alcançar um valor relativamente alto de convergência, todos os resultados apresentados alcançaram pelo menos a convergência de $(R - 1) < 0,1$. Os resultados principais estão

Tabela 8: Limites para 95% CL e as médias para o modelo camaleão e dados testados assim como a comparação com o modelo $N_{\text{eff}}\Lambda\text{CDM}$. A diferença do melhor ajuste ente $N_{\text{eff}}\Lambda\text{CDM}$ e o modelo de camaleão também é apresentado para cada combinação de dados experimentais, onde $\Delta\chi_{\text{Min}}^2 = \chi_{N_{\text{eff}}\Lambda\text{CDM}}^2 - \chi_{\text{camaleão}}^2$. Nesta análise todos os neutrinos foram considerados não massivos ($m_{\nu_i} = 0$). Limites não exibidos significam compatibilidade com o limite correspondente na priori.

Modelo	Conjunto de dados \mathbf{D} WMAP	$\langle\alpha\rangle(95\% \text{ CCI})$	$\langle\beta\rangle(95\% \text{ CCI})$	$\langle N_{\text{eff}}\rangle(95\% \text{ CCI})$	$\frac{\Delta\chi_{\text{Min}}^2}{\Delta d.o.f.}$
Camaleão	+HST	0,08 ^{0,23}	0,09 ^{0,19}	3,046	-0,53/1
	+HST+ACT	0,07 ^{0,21}	0,09 ^{0,19}	3,046	-1,06/1
	+SDSS	0,23 ^{0,48}	0,09 ^{0,19}	3,046	+0,81/1
	+HST+SDSS	0,11 ^{0,27}	0,09 ^{0,19}	3,046	-0,77/1
	+SNIa+SDSS	0,08 ^{0,19}	0,09 ^{0,19}	3,046	-0,09/1
$N_{\text{eff}}\Lambda\text{CDM}$	+HST	-	-	4,3 ^{6,1} _{2,8}	-
	+HST+ACT	-	-	4,4 ^{5,7} _{3,2}	-
	+SDSS	-	-	4,5 ^{7,6} _{2,1}	-
	+HST+SDSS	-	-	4,3 ^{5,5} _{3,1}	-
	+SNIa+SDSS	-	-	4,6 ^{7,4} _{2,4}	-

resumidos na tabela 8, a correlação entre os parâmetros α e β estão apresentados na figura 20. Salienta-se que as regiões de confiança apresentadas (100 γ % CL; $\gamma = 0,68; 0,95$) são os intervalos centrais de confiança, dada pelo volume posterior conectado que exclui iguais frações $(1 - \gamma)/2$ das duas caudas da distribuição. Para distribuições com apenas um lado, a região excluída contém a fração $(1 - \gamma)$ do volume total e está localizada na única cauda existente. Para realizar uma análise da probabilidade posterior P de um subespaço n dimensional do espaço de parâmetros θ dado o conjunto de dados \mathbf{D} , como apresentado na figura 20, foi realizada uma marginalização da posterior sobre os valores médios dos $N - n$ parâmetros desconsiderados, $P(\theta_1, \dots, \theta_n) = \int d\theta_{n+1} \dots \int d\theta_N P(\theta|\mathbf{D})$. Para uma referência em diferentes inferências estatísticas relevantes para cosmologia de precisão, veja [55].

Consistentemente com a convenção em trabalhos da área, é apresentado como resultado a média da probabilidade posterior total, dada por $\langle\theta\rangle = \int d\theta\theta P(\theta|\mathbf{D})$, e não a mediana $\theta_{\gamma=0,5}$ nem tampouco o ponto de melhor ajuste $\hat{\theta} = \arg[\max P(\theta|\mathbf{D})]$. No entanto, calculou-se o afastamento do melhor χ^2 do modelo camaleão quando comparado com o modelo $N_{\text{eff}}\Lambda\text{CDM}$ para todos os conjuntos de dados testados, os resultados estão na tabela 8. Na análise do desvio do melhor ajuste, uma melhora no ajuste requer uma diferença no melhor χ^2 maior que um, após dividindo pelo grau extra de liberdade ($d.o.f.$). Como pode ser observado, não há nenhuma combinação de dados em que foi possível melhorar o ajuste, por outro lado a depreciação foi muito pequena. Salienta-se que todos os desvios estão dentro do intervalo de 1σ em relação ao

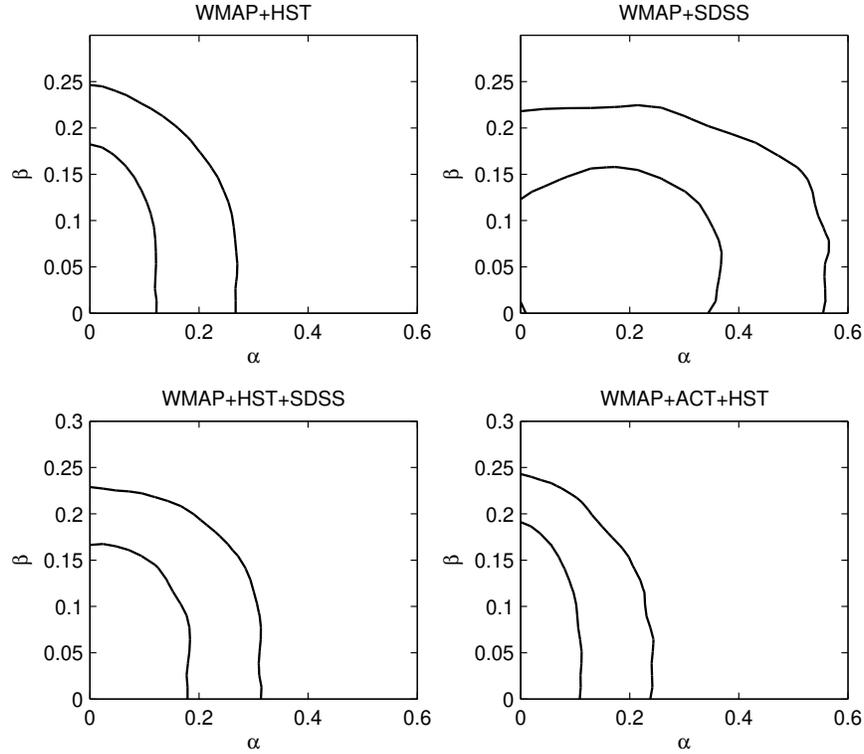


Figura 20: Correlação dos parâmetros α e β do modelo camaleão para 68% CL (curva interna) e 95% CL (curva externa). Nesta correlação, todos os outros parâmetros são marginalizados em seus valores médios.

melhor ajuste do respectivo ajuste para Λ CDM. Da mesma forma, todos os resultados de ajuste do modelo camaleão foram compatíveis a 1σ com o limite inferior da priori plana, a qual não inclui o valor zero apenas por problemas de estabilidade computacional, no entanto é possível garantir a redutibilidade do modelo camaleão em direção do modelo padrão Λ CDM para $\{\alpha, \beta\} \rightarrow 0$.

Esse modelo possui uma importante e direta degenerescência com o número de estados extras de neutrinos, pois ambos os modelos afetam a taxa de expansão do universo entre a época da igualdade radiação-matéria e a época do desacoplamento. Ambas modificações do modelo padrão alteram a posição dos picos acústicos e provocam a supressão do espectro da radiação cósmica em pequenas escalas. No entanto, devido a esse modelo possuir um parâmetro extra em relação ao modelo padrão com estados extras, a melhora no ajuste não é suficiente para justificar a adoção do modelo estendido, apesar de não descartá-lo. Ao contrário do modelo com conversão de matéria escura, o modelo cosmológico camaleão possui uma motivação mais ampla e profunda. A energia escura possui um comportamento muito mais excêntrico que a matéria escura, e qualquer modelo que explique o efeito de impelir a atual expansão do universo satisfatoriamente deve ser considerado, apesar dos modelos mais simples terem preferência. A desvantagem mais importante do modelo camaleão é a ligeira degradação no melhor ajuste, o que poderia ser resolvido com métodos estatísticos mais

apropriados para este modelo. Portanto, recomenda-se que sejam realizadas análises comparativas mais extensas entre o modelo estendido camaleão e o modelo com estados extras de neutrinos, tanto para garantir a confiabilidade na possível detecção de estados estéreis como para a igualmente interessante detecção de efeitos de energia escura dinâmica do tipo camaleão.

A análise desse modelo está descrita pelo autor desta tese na referência [82].

7 Discussão e conclusões

No atual estágio da cosmologia observacional, é possível testar a possibilidade dos neutrinos possuírem massa pelo efeito gravitacional que provocariam na expansão do universo e na formação de halos de matéria escura. Impõe-se limites rigorosos a partir da ausência dos efeitos previstos e para a próxima geração de observações espera-se alcançar sensibilidade abaixo dos valores mínimos das massas dos neutrinos implicados pelo fenômeno de oscilação entre estados de interação. Enquanto que o número de estados de interação determinado por experimentos terrestres foi confirmado pela abundância de elementos primordiais leves há mais de três décadas [83], foi possível estabelecer limites para a massa dos neutrinos somente com o advento da atual cosmologia de precisão. Embora não se possa negar que a formulação da relatividade geral e as primeiras medidas de aceleração de supernovas realizadas na primeira metade do século XX tenham inaugurado a cosmologia moderna, a verdadeira transição de uma área altamente especulativa para a condição de ciência experimental ocorreu devido aos avanços tecnológicos do final do século XX. A revolução ocorreu devido à combinação de métodos estatísticos próprios, poder computacional e principalmente por observações precisas de diferentes observáveis cosmológicos, da radiação cósmica pelos satélites COBE [84] e WMAP [17], de galáxias pelos telescópios 2dFGRS [85] e SDSS [42] e de medidas da aceleração de supernovas realizadas por diferentes telescópios [32, 33].

O arcabouço teórico para testar a hipótese da existência de massa para os neutrinos e de estados estéreis existe desde os primórdios da cosmologia observacional. No entanto, o interesse inicial era avaliar a viabilidade de neutrinos massivos formarem a totalidade da matéria escura observada em objetos astrofísicos e na formação de estruturas. Apesar dos neutrinos serem, definitivamente, uma forma de matéria escura, sua energia cinética é muito elevada para formarem estruturas de pequenas dimensões. Enquanto que os neutrinos comportam-se como matéria escura quente, é necessário que a matéria predominante no universo seja matéria escura fria. Apesar de não poderem formar a totalidade da matéria escura, ainda era possível que os neutrinos formassem uma parte desse total, cuja fração exata seria proporcional à soma de suas massas. No entanto, perdida a motivação de responder pela existência da totalidade da matéria escura, não havia razões para supor que neutrinos eram massivos e então passaram a integrar o modelo cosmológico como partículas não massivas, cuja densidade é proporcional apenas à sua temperatura. A motivação para reconsiderar a presença de neutrinos massivos na evolução do universo surgiu apenas com indícios independentes de que realmente eram partículas massivas, implicando no estabelecimento de um limite inferior para a soma das massas dos neutrinos.

Juntamente com a criação da tecnologia necessária para detectar neutrinos produzidos em fontes próximas e as primeiras medidas, também surgiu o problema do déficit do fluxo detectado em relação ao esperado. A solução já estabelecida para o problema dessa diferença é de que ao longo de sua propagação os neutrinos oscilam entre diferentes estados de interação, e tal efeito requer que os neutrinos sejam necessariamente massivos. Apesar de ainda não ser possível formar a totalidade da matéria escura, a determinação da massa

dos neutrinos através de dados cosmológicos passou a ser um fim em si mesmo, embora sua determinação também refinaria o modelo cosmológico. A partir desse momento, passou-se a desenvolver métodos de cálculo da evolução da densidade de neutrinos e de suas perturbações considerando valores não nulos para suas massas. Os limites têm sido melhorados ao longo dos últimos anos, mas nenhuma indicação consistente dos sinais da presença de massa foi detectado. Com a necessidade de aumentar a sensibilidade experimental também surge o problema da confiabilidade nas previsões teóricas para um determinado efeito dentro de um modelo com uma série de incógnitas extremamente relevantes, tais como a origem da matéria e energia escura, responsáveis por 95% da densidade atual do universo.

Essa tese de doutorado devotou-se em detalhar a teoria e a metodologia de analisar dados cosmológicos com o intuito de determinar parâmetros relacionados aos neutrinos, especificamente o valor de suas massas e o número efetivo de estados. Complementarmente à abordagem convencional adotada para incluir neutrinos massivos ao modelo cosmológico padrão, foram oferecidas soluções para tratar dois desafios teóricos para gerar previsões mais confiáveis ao considerar pequenos valores para as massas dos neutrinos. Nominalmente, correções para o regime não-linear das perturbações na densidade de neutrinos massivos e a degenerescência das propriedades dos neutrinos em relação a outros parâmetros ou modelos.

A solução proposta nesta tese para corrigir as previsões do efeito de livre dissipação dos neutrinos no regime de perturbações não-lineares foi baseado em simulações de n-corpos dedicadas para traçar o comportamento dos neutrinos massivos nos processos de crescimento de estruturas galácticas. Apesar de simulações com matéria escura quente existirem há muito tempo, apenas nos últimos anos foram desenvolvidas técnicas [59, 60, 61] para simular a evolução de um sistema composto por matéria escura fria e de matéria escura quente formada por neutrinos massivos. Utilizando-se do resultado de simulações em função da soma das massas dos neutrinos, foi possível propor uma fórmula corretiva para o espectro de potência de matéria, de forma a incluir o efeito de aglomeração de neutrinos massivos.

Para a degenerescência dos parâmetros que caracterizam a massa e o número efetivo de estados de neutrinos em relação a outros parâmetros, do modelo padrão ou de extensões, não há uma forma única e simples de lidar com todas as possíveis degenerescências. O método proposto por esta tese é sistematicamente analisar todas as combinações possíveis de parâmetros e conjuntos de dados. A partir da análise conjunta, é possível delimitar a sensibilidade possível de alcançar para os parâmetros pretendidos e para diferentes modelos considerados. Por fim, qualificam-se os modelos através da comparação do melhor ajuste alcançado por cada modelo, descontada a diferença do número de parâmetros.

Ao fim do desenvolvimento dessa tese, constatou-se que as soluções propostas estão corretas, mas que cabem melhorias. As simulações realizadas para descrever o comportamento dos neutrinos massivos no regime não-linear formam apenas um pequeno conjunto de cenários possíveis, é necessário um conjunto maior e mais completo de simulações para, inclusive, lidar com as degenerescências maximizadas nas pequenas escalas de perturbação. Quanto às degenerescências em si, também foi constatado que além de uma sistematização de maior volume e variedade dos ajustes, também é necessária a realização de ajustes comparativos com dados

sintéticos, os quais possuem maior pureza na origem do efeito e portanto mais confiabilidade na delimitação da degenerescência em questão.

Por fim, é importante salientar que a física experimental de neutrinos têm sido prolífica em observar fenômenos inexplicáveis sob o paradigma do modelo padrão de partículas elementares. Suas ramificações para além das escalas testáveis em física de partículas torna particularmente importante a cosmologia de neutrinos. Por outro lado, os modelos cosmológicos são amplamente dominados por incógnitas e não é desprezível a probabilidade dos neutrinos terem um papel ainda mais relevante do que o previsto, haja visto que são as únicas partículas estáveis conhecidas cuja componente cosmológica ainda não foi detectada e cujas propriedades ainda não estão totalmente delimitadas por experimentos terrestres. O futuro da cosmologia de neutrinos não oferece recompensas fáceis, como haveria de ser, mas esconde grandes tesouros, como deseja-se que seja.



Referências

- [1] B. Pontecorvo, “Neutrino experiments and the question of leptonic-charge conservation,” *Sov. Phys. JETP*, vol. 26, 1968.
- [2] J. Davis, Raymond, D. S. Harmer, and K. C. Hoffman, “Search for neutrinos from the sun,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 20, pp. 1205–1209, 1968.
- [3] M. B. Smy *et al.*, “Precise measurement of the solar neutrino day-night and seasonal variation in superkamiokande-i,” *Phys. Rev. D*, vol. 69, p. 011104, Jan 2004.
- [4] F. Kaether, W. Hampel, G. Heusser, J. Kiko, and T. Kirsten, “Reanalysis of the gallex solar neutrino flux and source experiments,” *Physics Letters B*, vol. 685, no. 1, pp. 47 – 54, 2010.
- [5] M. Altmann *et al.*, “Complete results for five years of gno solar neutrino observations,” *Physics Letters B*, vol. 616, no. 34, pp. 174 – 190, 2005.
- [6] Q. R. Ahmad *et al.*, “Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the sudbury neutrino observatory,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 89, p. 011301, Jun 2002.
- [7] G. Bellini *et al.*, “Precision measurement of the ^7Be solar neutrino interaction rate in borexino,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 107, p. 141302, Sep 2011.
- [8] D. V. Forero, M. Tórtola, and J. W. F. Valle, “Global status of neutrino oscillation parameters after recent reactor measurements,” 2012, arXiv:1205.4018v2 [hep-ph].
- [9] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, D. Montanino, A. Palazzo, and A. M. Rotunno, “Global analysis of neutrino masses, mixings and phases: entering the era of leptonic cp violation searches,” 2012, arXiv:1205.5254v3 [hep-ph].
- [10] C. Giunti and C. W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. Oxford University Press, 2007.
- [11] R. Mohapatra and P. Pal, *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*. World Scientific, 2004.
- [12] E. W. Otten and C. Weinheimer, “Neutrino mass limit from tritium beta decay,” *Reports on Progress in Physics*, vol. 71, no. 8, p. 086201, 2008.
- [13] C. Aalseth *et al.*, “Neutrinoless double beta decay and direct searches for neutrino mass,” 2004, arXiv/0412300v1.
- [14] S. Bilenky, C. Giunti, J. Grifols, and E. Massó, “Absolute values of neutrino masses: status and prospects,” *Physics Reports*, vol. 379, no. 2, pp. 69 – 148, 2003.

-
- [15] C. Kraus, B. Bornschein, L. Bornschein, J. Bonn, B. Flatt, A. Kovalik, B. Ostrick, E. W. Otten, J. P. Schall, T. Thümmeler, and C. Weinheimer, “Final results from phase ii of the mainz neutrino mass search in tritium β decay,” *The European Physical Journal C - Particles and Fields*, vol. 40, pp. 447–468, 2005.
- [16] R. G. H. Robertson, “KATRIN: an experiment to determine the neutrino mass,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 120, no. 5, p. 052028, 2008.
- [17] E. Komatsu *et al.*, “Seven-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Cosmological interpretation,” 2010, arXiv:1001.4538v2 [astro-ph.CO].
- [18] A. D. Dolgov, “Neutrinos in cosmology,” *Physics Reports*, vol. 370, no. 4-5, pp. 333–535, 2002.
- [19] S. Schael *et al.*, “Branching ratios and spectral functions of tau decays: Final ALEPH measurements and physics implications,” *Phys.Rept.*, vol. 421, pp. 191–284, 2005, hep-ex/0506072.
- [20] C.-P. Ma and E. Bertschinger, “Cosmological perturbation theory in the synchronous and conformal Newtonian gauges,” *Astrophys. J.*, vol. 455, pp. 7–25, 1995, astro-ph/9506072.
- [21] J. Bernstein, *Kinetic theory in the expanding universe*. Cambridge University Press, 1988.
- [22] A. Lewis and A. Challinor, “Evolution of cosmological dark matter perturbations,” *Phys. Rev.*, vol. D66, p. 023531, 2002, astro-ph/0203507.
- [23] S. Dodelson, *Modern Cosmology*. Academic Press, 2003.
- [24] S. Weinberg, *Cosmology*. Oxford, 2008.
- [25] A. G. Cocco, G. Mangano, and M. Messina, “Probing low energy neutrino backgrounds with neutrino capture on beta decaying nuclei,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 110, no. 8, p. 082014, 2008.
- [26] B. Monreal and J. A. Formaggio, “Relativistic cyclotron radiation detection of tritium decay electrons as a new technique for measuring the neutrino mass,” *Phys. Rev. D*, vol. 80, p. 051301, Sep 2009.
- [27] “Measurement of the τ lepton mass and an upper limit on the mass difference between τ^+ and τ^- , author = Belous, K. and others, collaboration = The Belle Collaboration, journal = Phys. Rev. Lett., volume = 99, issue = 1, pages = 011801, numpages = 6, year = 2007, month = Jul, doi = 10.1103/PhysRevLett.99.011801, url = <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.99.011801>, publisher = American Physical Society,”
- [28] K. A. Olive and E. D. Skillman, “A realistic determination of the error on the primordial helium abundance: Steps toward nonparametric nebular helium abundances,” *The Astrophysical Journal*, vol. 617, no. 1, p. 29, 2004.

-
- [29] O. Pisanti, A. Cirillo, S. Esposito, F. Iocco, G. Mangano, G. Miele, and P. Serpico, “Parthenope: Public algorithm evaluating the nucleosynthesis of primordial elements,” *Computer Physics Communications*, vol. 178, no. 12, pp. 956 – 971, 2008.
- [30] E. Hubble, “A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae,” in *Proceedings of the National Academy of Sciences*, pp. 15 (3): 168–173, 1929.
- [31] S. Linden, J.-M. Virey, and A. Tilquin, “Cosmological Parameter Extraction and Biases from Type Ia Supernova Magnitude Evolution,” *Astron.Astrophys.*, vol. 50, pp. 1095–1105, 2009, 0907.4495.
- [32] A. G. Riess *et al.*, “Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant,” *The Astronomical Journal*, vol. 116, no. 3, p. 1009, 1998.
- [33] S. Perlmutter *et al.*, “Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae,” *Astrophys. J.*, vol. 517, pp. 565–586, 1999, astro-ph/9812133v1.
- [34] R. Kessler *et al.*, “First-year sloan digital sky survey-ii supernova results: Hubble diagram and cosmological parameters,” *The Astrophysical Journal Supplement Series*, vol. 185, no. 1, p. 32, 2009.
- [35] N. Suzuki *et al.*, “The hubble space telescope cluster supernova survey: V. improving the dark energy constraints above $z > 1$ and building an early-type-hosted supernova sample,” astro-ph/1105.3470v1.
- [36] A. G. Riess, L. Macri, S. Casertano, M. Sosey, H. Lampeitl, H. C. Ferguson, A. V. Filippenko, S. W. Jha, W. Li, R. Chornock, and D. Sarkar, “A redetermination of the hubble constant with the hubble space telescope from a differential distance ladder,” *The Astrophysical Journal*, vol. 699, no. 1, p. 539, 2009.
- [37] J. Dunkley *et al.*, “The atacama cosmology telescope: Cosmological parameters from the 2008 power spectra,” 2010, astro-ph/1009.0866v1.
- [38] D. D. Harari and M. Zaldarriaga *Phys. Lett. B*, vol. 319, p. 96, 1993.
- [39] W. Hu, U. Seljak, M. J. White, and M. Zaldarriaga, “A complete treatment of CMB anisotropies in a FRW universe,” *Phys. Rev.*, vol. D57, pp. 3290–3301, 1998, astro-ph/9709066.
- [40] W. Hu and M. White, “The damping tail of cosmic microwave background anisotropies,” *The Astrophysical Journal*, vol. 479, no. 2, p. 568, 1997.
- [41] W. Hu, “Wandering in the background: A cmb explorer,” 1995, astro-ph/9508126v2.
- [42] B. A. Reid *et al.*, “Cosmological Constraints from the Clustering of the Sloan Digital Sky Survey DR7 Luminous Red Galaxies,” 2009, 0907.1659.

-
- [43] S. Saito, M. Takada, and A. Taruya, “Nonlinear power spectrum in the presence of massive neutrinos: Perturbation theory approach, galaxy bias, and parameter forecasts,” *Phys. Rev. D*, vol. 80, p. 083528, Oct 2009.
- [44] B. A. Reid *et al.*, “Cosmological constraints from the clustering of the sloan digital sky survey dr7 luminous red galaxies,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 404, no. 1, pp. 60–85, 2010.
- [45] J. Hamann, S. Hannestad, J. Lesgourgues, C. Ramp, and Y. Y. Y. Wong, “Cosmological parameters from large scale structure - geometric versus shape information,” 2010, astro-ph/1003.3999.
- [46] R. E. Smith, J. A. Peacock, A. Jenkins, S. D. M. White, C. S. Frenk, F. R. Pearce, P. A. Thomas, G. Efstathiou, and H. M. P. Couchman, “Stable clustering, the halo model and non-linear cosmological power spectra,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 341, no. 4, pp. 1311–1332, 2003.
- [47] P. Schneider, C. S. Kochanek, J. Wambsganss, and P. Schneider, “Weak gravitational lensing,” vol. 33, pp. 269–451.
- [48] S. Hannestad, H. Tu, and Y. Y. Y. Wong, “Measuring neutrino masses and dark energy with weak lensing tomography,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2006, no. 06, p. 025, 2006.
- [49] R. Massey, J. Rhodes, A. Leauthaud, P. Capak, R. Ellis, A. Koekemoer, A. Rfrgier, N. Scoville, J. E. Taylor, J. Albert, J. Berg, C. Heymans, D. Johnston, J.-P. Kneib, Y. Mellier, B. Mobasher, E. Semboloni, P. Shopbell, L. Tasca, and L. V. Waerbeke, “Cosmos: Three-dimensional weak lensing and the growth of structure,” *The Astrophysical Journal Supplement Series*, vol. 172, no. 1, p. 239, 2007.
- [50] J. Lesgourgues, M. Viel, M. G. Haehnelt, and R. Massey, “A combined analysis of 3d weak lensing, lyman- α ; forest and wmap year three data,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2007, no. 11, p. 008, 2007.
- [51] J. Hamann, S. Hannestad, and Y. Y. Wong, “Measuring neutrino masses with a future galaxy survey,” *JCAP*, vol. 1211, p. 052, 2012, 1209.1043.
- [52] A. Lewis, A. Challinor, and A. Lasenby, “Efficient computation of CMB anisotropies in closed FRW models,” *Astrophys. J.*, vol. 538, pp. 473–476, 2000, astro-ph/9911177.
- [53] A. Lewis and S. Bridle, “Cosmological parameters from CMB and other data: a Monte- Carlo approach,” *Phys. Rev.*, vol. D66, p. 103511, 2002, astro-ph/0205436.
- [54] V. Springel, S. D. White, A. Jenkins, C. S. Frenk, N. Yoshida, *et al.*, “Simulating the joint evolution of quasars, galaxies and their large-scale distribution,” *Nature*, vol. 435, pp. 629–636, 2005, astro-ph/0504097.

-
- [55] J. Hamann, S. Hannestad, G. G. Raffelt, and Y. Y. Y. Wong, “Observational bounds on the cosmic radiation density,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2007, no. 08, p. 021, 2007.
- [56] R. Trotta, “Bayes in the sky: Bayesian inference and model selection in cosmology,” *Contemporary Physics*, vol. 49, no. 2, pp. 71–104, 2008, <http://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/00107510802066753>.
- [57] A. Refregier, A. Amara, T. D. Kitching, A. Rassat, R. Scaramella, and J. Weller, “Euclid imaging consortium science book,” 2010, astro-ph/1001.0061v1.
- [58] R. E. Smith *et al.*, “Stable clustering, the halo model and nonlinear cosmological power spectra,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, vol. 341, p. 1311, 2003, astro-ph/0207664.
- [59] J. Brandbyge, S. Hannestad, T. Haugbølle, and B. Thomsen, “The effect of thermal neutrino motion on the non-linear cosmological matter power spectrum,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2008, no. 08, p. 020, 2008.
- [60] J. Brandbyge and S. Hannestad, “Grid based linear neutrino perturbations in cosmological n -body simulations,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2009, no. 05, p. 002, 2009.
- [61] J. Brandbyge and S. Hannestad, “Resolving cosmic neutrino structure: A hybrid neutrino n-body scheme,” 2009, arXiv:0908.1969v1.
- [62] D. Boriero, “A fitting formula for the effects of massive neutrinos in the nonlinear regime,” *J.Phys.Conf.Ser.*, vol. 375, p. 032002, 2012.
- [63] P. A. Abell *et al.* astro-ph/0912.0201v1.
- [64] D. J. Eisenstein *et al.*, “Sdss-iii: Massive spectroscopic surveys of the distant universe, the milky way, and extra-solar planetary systems,” *The Astronomical Journal*, vol. 142, no. 3, p. 72, 2011.
- [65] W. J. G. de Blok, “The Core-Cusp Problem,” *Advances in Astronomy*, vol. 2010, 2010, 0910.3538.
- [66] M. Motta, “Conversão de matéria escura não-relativística em relativística,” *Dissertação de Mestrado*, 2005.
- [67] M. Motta, D. Boriero, and P. de Holanda, “Limits in late time conversion of cold dark matter into hot dark matter,” 2012, astro-ph/1212.3792.
- [68] J. Kopp, M. Maltoni, and T. Schwetz, “Are there sterile neutrinos at the ev scale?,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 107, p. 091801, Aug 2011.
- [69] E. Majerotto, D. Sapone, and L. Amendola, “Supernovae type ia data favour coupled phantom energy,” 2004, astro-ph/0410543.

-
- [70] C. Wetterich, “Cosmology and the fate of dilatation symmetry,” *Nuclear Physics B*, vol. 302, no. 4, pp. 668 – 696, 1988.
- [71] P. J. E. Peebles and B. Ratra, “Cosmology with a time-variable cosmological ‘constant’,” *Astrophysical Journal*, vol. 325, pp. L17–L20, 1988.
- [72] R. R. Caldwell, R. Dave, and P. J. Steinhardt, “Cosmological imprint of an energy component with general equation of state,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 80, pp. 1582–1585, Feb 1998.
- [73] L. Amendola, “Coupled quintessence,” *Phys. Rev. D*, vol. 62, p. 043511, Jul 2000.
- [74] L. P. Chimento, A. S. Jakubi, D. Pavón, and W. Zimdahl, “Interacting quintessence solution to the coincidence problem,” *Phys. Rev. D*, vol. 67, p. 083513, Apr 2003.
- [75] D. Comelli, M. Pietroni, and A. Riotto, “Dark energy and dark matter,” *Physics Letters B*, vol. 571, no. 34, pp. 115 – 120, 2003.
- [76] C. M. Will, “The Confrontation between general relativity and experiment,” *Living Rev.Rel.*, vol. 4, p. 4, 2001, gr-qc/0103036.
- [77] J. Khoury and A. Weltman, “Chameleon fields: Awaiting surprises for tests of gravity in space,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 93, p. 171104, Oct 2004.
- [78] S. M. Carroll, M. Hoffman, and M. Trodden, “Can the dark energy equation-of-state parameter w be less than -1 ?,” *Phys. Rev. D*, vol. 68, p. 023509, Jul 2003.
- [79] P. S. Corasaniti, “Slow-roll suppression of adiabatic instabilities in coupled scalar field-dark matter models,” *Phys. Rev. D*, vol. 78, p. 083538, Oct 2008.
- [80] P. Brax, C. van de Bruck, A.-C. Davis, J. Khoury, and A. Weltman, “Detecting dark energy in orbit: The cosmological chameleon,” *Phys. Rev. D*, vol. 70, p. 123518, Dec 2004.
- [81] S. Das, P. S. Corasaniti, and J. Khoury, “Superacceleration as the signature of a dark sector interaction,” *Phys. Rev. D*, vol. 73, p. 083509, Apr 2006.
- [82] D. Boriero, S. Das, and Y. Y. Y. Wong, “Chameleon signatures in large scale structure and dark radiation behavior,” (*Em preparação*).
- [83] G. Steigman, D. N. Schramm, and J. E. Gunn, “Cosmological limits to the number of massive leptons,” *Physics Letters B*, vol. 66, no. 2, pp. 202 – 204, 1977.
- [84] G. S. C. B. E.L. Wright and P. Lubin, “Angular power spectrum of the microwave background anisotropy seen by the coBE differential microwave radiometer,” *Astrophysical Journal*, vol. 436, p. 443, 1994.
- [85] S. Cole *et al.*, “The 2df galaxy redshift survey: Power-spectrum analysis of the final dataset and cosmological implications,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, vol. 362, pp. 505–534, 2005, astro-ph/0501174.