

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

CURSO DE MESTRADO EM FÍSICA

**MODULAÇÃO DE ÍNDICE DE REFRAÇÃO DE
GRANDE AMPLITUDE EM CRISTAIS
FOTORREFRATIVOS**

ELABORADA POR

IVAN DE OLIVEIRA

COMO REQUISITO PARCIAL PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE

MESTRE EM FÍSICA

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Jaime Frejlich - Orientador - DFMC/IFGW/Unicamp

Prof. Dr. Cid Bartolomeu de Araújo - DF/UFPe

Prof. Dr. Lucila Helena Deliesposte Cescato - DFMC/IFGW/Unicamp

Campinas Agosto de 2002.

Dedico esse trabalho a meus pais, Geraldo e Clarice a minha esposa Jussara e ao meu filho Pedro, pelo amor e carinho que sempre me dedicaram.

Dedico esse trabalho a meus pais, Geraldo e Clarice a minha esposa Jussara e ao meu filho Pedro, pelo amor e carinho que sempre me dedicaram.

Dedico esse trabalho a meus pais, Geraldo e Clarice a minha esposa Jussara e ao meu filho Pedro, pelo amor e carinho que sempre me dedicaram.

Agradecimentos

- À Maria pelo apoio e carinho.
- Ao Prof. Jaime Frejlich pela orientação e dedicação.
- Aos professores Dario e Dimas da Universidade Estadual Paulista, (Unesp) Campus de Rio Claro, pela dedicação e orientação em minha iniciação científica.
- Aos amigos Marcelo e José Roberto (Borba) pela grande amizade e ajuda durante a realização desse trabalho.
- Aos colegas do Laboratório de Óptica, Prof. Lunazzi, Profa. Lucila, Luis, Paulo Magno, Agnaldo, André, Cristiano, Elso e Donga pelo ótimo ambiente de trabalho.
- Aos funcionários do Laboratório de Óptica, Alcides, Do Carmo e principalmente a Del.
- À Maria Ignez, Armandinho e Carlinhos, da CPG IFGW, pela atenção e paciência que sempre me dedicaram.
- Ao grupo de crescimento de cristais do IFSC/USP-São Carlos, pelas amostras de $Bi_{12}TiO_{20}$.
- À Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo apoio financeiro.

- Finalmente agradeço a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desse trabalho

RESUMO

Neste trabalho estudamos o registro holográfico em cristais fotorrefrativos, na presença de auto-difração e forte absorção óptica, utilizando técnicas holográficas. Utilizamos os hologramas em movimento e a evolução temporal do holograma para a caracterização do cristal $Bi_{12}TiO_{20}$. O uso de hologramas em movimento é uma técnica interessante para caracterizar o material e obter valores altos para a eficiência de difração. Verificamos que a aplicação de campo elétrico externo no processo de registro holográfico em cristais fotorrefrativos aumenta a eficiência de difração introduzindo, porém, perturbações no registro holográfico. Conhecendo os parâmetros que caracterizam o cristal, encontramos as melhores condições experimentais para obter hologramas com a maior eficiência de difração possível.

ABSTRACT

In this work we have studied the holographic recording in photorefractive crystals taking into account self-diffraction and strong optical absorption, by means of holographic techniques. We have used running holograms and the hologram temporal evolution for the characterization of a $Bi_{12}TiO_{20}$ crystal sample. The use of running holograms is an interesting technique for such characterizations and for the obtention of high values of diffraction efficiency. We verified that applying an external electric field during the holographic recording process increases the diffraction efficiency, although it introduces perturbations in the holographic recordings. Once the parameters that characterize the crystal were known we found the best experimental conditions in order to obtain holograms with the highest possible diffraction efficiency.

Introdução Geral do Trabalho

Os materiais fotorrefrativos são fotocondutores e eletro-ópticos. Quando nesses materiais incidimos um padrão de luz, excitamos portadores de cargas de centros fotoativos para a banda de condução ou para a banda de valência. Após um processo de múltiplas excitação e recombinações há um acúmulo de cargas de um sinal nas regiões iluminadas e de sinal contrário nas regiões escuras do cristal. Devido a modulação de cargas resultante, aparece um campo elétrico que modula o índice de refração do material via o efeito eletro-óptico, registrando dessa forma um holograma de fase no volume do material.

O objetivo desse trabalho foi encontrar as melhores condições experimentais para obter valores altos para a modulação de índice de refração em cristais fotorrefrativos do tipo $Bi_{12}TiO_{20}$ nominalmente puro e produzido no Brasil.

Para isso foi necessário estudar a teoria da formação do holograma em cristais fotorrefrativos, realizando uma revisão bibliográfica que será descrita nos capítulos 1 e 2. Foi necessário também, caracterizar o cristal para podermos assim determinar as melhores condições experimentais para obter a maior modulação de índice possível. Esta etapa do trabalho foi a mais difícil e interessante, pois desenvolvemos métodos originais e obtivemos resultados inéditos, tais como:

- Uma nova formulação para o relaxamento holográfico em materiais fotorrefrativos com forte absorção óptica.
- Utilizando uma técnica para a medida simultânea e não destrutiva da eficiência de difração conseguimos pela primeira vez utilizar os hologramas em movimento para caracterizar os cristais fotorrefrativos.
- Uma nova técnica para produzir hologramas mais estáveis, utilizando a amplificação de

ganho negativo.

As técnicas e os resultados obtidos para a caracterização do cristal $Bi_{12}TiO_{20}$ utilizando os hologramas em movimento e relaxamento holográfico serão descritos no cap. 3.

No capítulo 4, utilizando os parâmetros que caracterizam o cristal e a teoria desenvolvida nos capítulos 1 e 2, conseguimos descrever a influência das variáveis experimentais, tais como, campo elétrico, intensidade da luz e frequência espacial da rede sobre a eficiência de difração. Estudamos também a influência dos harmônicos espaciais superiores, gerados pela presença de uma forte visibilidade do padrão de luz, sobre a modulação de índice. Para a amostra em estudo e nossas limitações experimentais conseguimos uma eficiência de difração de 16% para o comprimento de onda $514.5nm$. Essa eficiência de difração corresponde a uma modulação de índice de aproximadamente 3.2×10^{-5} .

Conteúdo

1	Formação do Holograma	2
1.1	Introdução	2
1.2	Modelo de Transporte de Bandas	3
1.3	Hogramas em Movimento	11
2	Teoria das Ondas Acopladas	13
2.1	Introdução	13
2.2	Equações das Ondas Acopladas	14
2.2.1	Solução das Equações das Ondas Acopladas	17
2.2.2	Eficiência de Difração	20
3	Caracterização do Cristal $Bi_{12}TiO_{20}$, utilizando Técnicas Holográficas	26
3.1	Modulação de Fase	27
3.2	Montagem Holográfica Utilizada para os Hogramas em Movimento	30
3.2.1	Ajuste da Diferença de Caminho Óptico Zero	31
3.2.2	Ajuste da Polarização da Luz	32
3.3	Medida da Eficiência de Difração e da Fase utilizando os Hogramas em Movimento	34

3.3.1	Resultados	37
3.3.2	Discussões e Conclusões	39
3.4	Apagamento Holográfico	40
3.4.1	Teoria	41
3.4.2	Montagem Holográfica Utilizada para o Apagamento Holográfico	43
3.4.3	Medida da Eficiência de Difração utilizando o Apagamento Holográfico	44
3.4.4	Resultados	45
3.4.5	Medida da Condutividade no Escuro	48
3.4.6	Discussões e Conclusões	49
3.5	Estabilidade dos Hogramas	50
3.5.1	Verificação da Instabilidade	53
3.5.2	Resultados	54
3.5.3	Discussões e Conclusões	55
4	Máxima Modulação de Índice	57
4.1	Influência das Variáveis Experimentais sobre a Eficiência de Difração	58
4.1.1	Influência do Campo Externo sobre η	59
4.1.2	Influência da Intensidade da Luz sobre η	60
4.1.3	Influência da Freqüência Espacial K sobre η	61
4.1.4	Influência dos Harmônicos Espaciais sobre η	62
4.1.5	Discussões e Conclusões	63
5	Conclusões Gerais	65
A	Propagação de Ondas em Meios Anisotrópicos	67

A.1	Introdução	67
A.2	Tensor dielétrico de um meio anisotrópico	68
A.3	Efeito Eletro-Óptico	70
A.4	Difração Anisotrópica	74
A.4.1	Difração anisotrópica na ausência de atividade óptica	74
A.4.2	Difração anisotrópica na presença de atividade óptica	76

Lista de Figuras

1.1	<i>Processo de Excitação e Recombinação</i>	4
1.2	<i>Processo de Registro de Hologramas</i>	4
2.1	<i>Processo de leitura de redes em volume</i>	14
2.2	<i>Processo de escrita e leitura de redes em volume</i>	17
3.1	<i>Difração da luz pelo Holograma</i>	28
3.2	<i>Montagem Experimental</i>	30
3.3	<i>Visibilidade das Franjas vs Posição do PZT</i>	32
3.4	<i>Polarização da luz</i>	33
3.5	<i>Esquema do cristal utilizado</i>	34
3.6	<i>Esquema da montagem utilizada para a medida de η e φ</i>	36
3.7	<i>Eficiência de Difração η vs Ω</i>	37
3.8	<i>Eficiência de Difração η vs Campo Aplicado E_0</i>	38
3.9	<i>Evolução da $\tan \varphi$ vs Ω</i>	38
3.10	<i>Montagem utilizada no estudo do apagamento holográfico</i>	43
3.11	<i>Montagem simplificada para o estudo do apagamento holográfico</i>	44
3.12	<i>Estado estacionário e apagamento do holograma</i>	45
3.13	<i>Evolução da eficiência de difração</i>	46

3.14	$1/\tau_{sc}(0)$ vs Intensidade	47
3.15	$\tau_{sc}(0)I_R(0)$ vs K^2	47
3.16	Influência do pulso sobre rede	48
3.17	Sistema de Amplificação	52
3.18	Evolução de η e φ com ganho negativo.	54
3.19	Evolução de η e φ com ganho positiv.	54
4.1	Influência de K sobre η - para os hologramas em movimento, com $L_D =$ 0.16 (μm), $l_s = 0.033$ (μm), $\Phi = 0.40$, $E_0 = 7.4$ kV/cm e $\beta^2 = 35$	58
4.2	Influência do Campo E_0 sobre η - para os hologramas em movimento, com $L_D = 0.16$ (μm), $l_s = 0.033$ (μm), $\Phi = 0.40$ e $\beta^2 = 35$	59
4.3	Eficiência de Difração η vs Campo Aplicado E_0 -Condições experimentais: $I_R^0 + I_S^0 = 247.7W/m^2$, $\beta^2 = 1.19$, $K = 2.55(\mu m)^{-1}$	60
4.4	Eficiência de Difração η vs Intensidade I_0 -Condições experimentais: $E_0 =$ 4.2kV/cm, $K = 2.55(\mu m)^{-1}$, $\beta^2 = 40$ e ganho negativo.	60
4.5	Eficiência de difração vs Freqüência Espacial K -Condições experimentais: $E_0 = 7.4kV/cm$, $\beta^2 = 40$, ganho negativo e $\Omega = 0$	61
4.6	Parte Real e Imaginária de κ vs Visibilidade das Franjas m -Condições ex- perimentais: $E_0 = 4.2kV/cm$, $K = 2.55(\mu m)^{-1}$, ganho negativo e $\Omega = 0$	62
4.7	Eficiência de Difração vs Ω -Condições experimentais: $E_0 = 7.3kV/cm$, $K = 2.55(\mu m)^{-1}$, $I_T = 247.7W/m^2$, $\beta^2 = 1.19$	64
A.1	Mudança do elipsóide de índices devido a aplicação do campo elétrico externo	70
A.2	Representação dos eixos cristalográficos para cristais do grupo 23.	72
A.3	Rotação de $\frac{\pi}{4}$ sobre o eixo z	73

Capítulo 1

Formação do Holograma

1.1 Introdução

O efeito fotorrefrativo é o termo usado para descrever a variação de índice de refração causada pela ação da luz em alguns materiais fotocondutores e eletro-ópticos. Os materiais que apresentam esse efeito são chamados "*fotorrefrativos*".

O processo de registro holográfico em cristais fotorrefrativos está baseado na geração e recombinação de portadores de cargas. O modelo mais utilizado para descrever esse fenômeno é chamado de transporte de bandas [1].

Quando incidimos sobre os cristais fotorrefrativos um padrão luz de determinado comprimento de onda, excitamos portadores de cargas para a banda de condução ou para a banda de valência. Após múltiplas excitações e recombinações, há acúmulo de cargas de um sinal nas regiões escuras do cristal e de sinal contrário nas regiões iluminadas, causando dessa maneira uma modulação espacial de cargas no volume do material. Devido a essa modulação de cargas, aparece um campo elétrico que modula o índice de refração via efeito eletro-óptico, surgindo assim um holograma de fase no volume do material.

O holograma formado pode ser caracterizado pela sua eficiência de difração η , a qual está relacionada, entre outras coisas, à modulação de índice de refração.

O cálculo de η para hologramas em volume foi formulado por Kogelnik [2] na chamada “teoria das ondas acopladas”. Esta teoria porém, descreve apenas o caso de um holograma estático, cujas características não são modificadas pelos raios de leitura. Esse não é o caso dos cristais fotorrefrativos onde existe uma interação contínua entre os feixes de escrita/leitura e o holograma que está sendo registrado. Tal situação é conhecida como auto-difração.

Neste capítulo descrevemos resumidamente a teoria envolvida no processo de registro dos hologramas em cristais fotorrefrativos. Iniciaremos desenvolvendo o modelo de transporte de bandas [1].

1.2 Modelo de Transporte de Bandas

O processo de registro holográfico é descrito pelo modelo de transporte de bandas [1]. O modelo considera que portadores de cargas, elétrons ou buracos, são excitados de centros doadores ou centros aceitadores para a banda de condução ou banda de valência. Os portadores de cargas negativas (elétrons) vão para a banda de condução e os portadores de cargas positivas (buracos) para a banda de valência. Esses portadores de cargas, após múltiplas excitações e recombinações, acabam acumulando-se nas regiões escuras do cristal. A consequente separação de cargas resulta em um campo elétrico que modula o índice de refração do cristal via efeito eletro-óptico. As figuras (1.1) e (1.2) abaixo representam o processo.

Nesse trabalho será considerado que os portadores de cargas negativas (elétrons) são

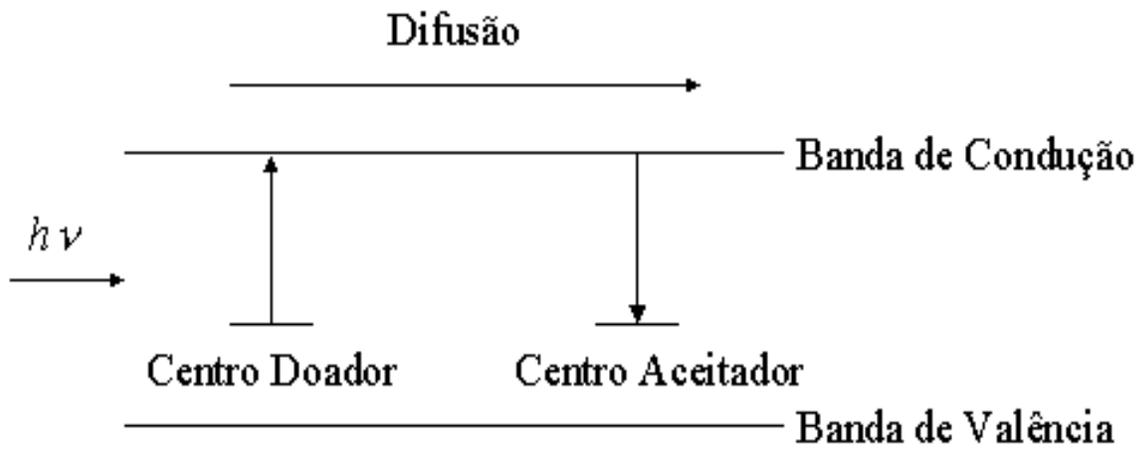


Figura 1.1: *Processo de Excitação e Recombinação*

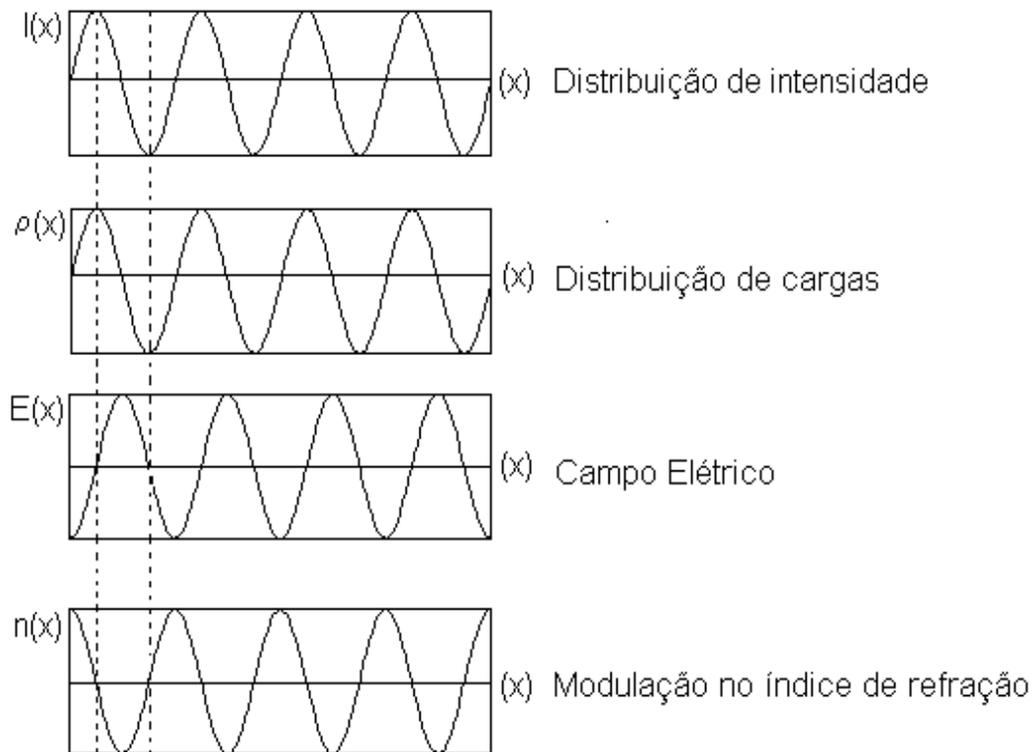


Figura 1.2: *Processo de Registro de Hologramas*

majoritários. Vários autores [3, 4, 5, 6] têm estudado o efeito fotorrefrativo na presença simultânea de elétrons e buracos. A presença simultânea de portadores de cargas pos-

ativas (buracos), ao compensar parcialmente a distribuição espacial de cargas negativas (elétrons), diminui a modulação de cargas líquida [4, 6]. As equações que descrevem a formação de hologramas em cristais fotorrefrativos são [7]

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial N_D^+}{\partial t} + \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{J}, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = (N_D - N_D^+)(sI + \beta) - \gamma_R N_D^+ n, \quad (1.2)$$

$$\vec{J} = \vec{J}_{dif.} + \vec{J}_{ext.} \quad (1.3)$$

e

$$\vec{\nabla} \cdot (\varepsilon_0 \epsilon \vec{E}) = q(N_D^+ - N_A - n). \quad (1.4)$$

A equação da continuidade para os elétrons móveis na banda de condução é descrita pela equação (1.1), onde n representa a densidade de elétrons livres na banda de condução, N_D^+ a densidade de doadores ionizados e \vec{J} a densidade de corrente. O primeiro termo dessa equação descreve a taxa de geração e recombinação dos elétrons, e está representado pela equação (1.2), o segundo termo descreve a densidade de corrente gerada pela fotoexcitação. A densidade de corrente é composta pela corrente de difusão e pela corrente devida a um campo externo (1.3) e são definidas da seguinte forma [8]:

$$\vec{J}_{dif.} = qD\vec{\nabla}n \quad (1.5)$$

e

$$\vec{J}_{ext.} = qn\mu\vec{E}_0, \quad (1.6)$$

onde q , D , μ e E_0 são, respectivamente, a carga do portador, o coeficiente de difusão, a mobilidade e o campo elétrico externo aplicado.

A equação (1.2) é a equação da continuidade para os doadores ionizados, onde N_D

é a densidade total de doadores, s é seção eficaz de choque para a fotoexcitação, I é a intensidade da luz incidente sobre o cristal, β a taxa com que os elétrons são excitados termicamente e γ_R a constante de recombinação. Os doadores ionizados são imóveis por isso a equação (1.2) não contém termo correspondente a densidade de corrente. A equação de Gauss para o sistema é dada para a equação (1.4), onde ε_0 , ϵ e N_A são a permeabilidade do vácuo, a constante dielétrica do material e a densidade de centros negativos não fotoativos, respectivamente. O termo N_A aparece para manter a neutralidade elétrica do material no equilíbrio, quando $N_A = N_D^+$.

Através da solução das equações (1.1), (1.2), (1.3) e (1.4) podemos determinar o valor do campo elétrico que modula o índice de refração do material. Elas formam um sistema de equações não lineares. Esse conjunto de equações só pode ser resolvido analiticamente através de um processo de linearização, tal processo é conhecido como aproximação do primeiro harmônico espacial [1].

Quando incidimos sobre um cristal fotorrefrativo um padrão de luz

$$I(x) = I_0[1 + |m| \cos(Kx)] \quad (1.7)$$

onde I_0 é a intensidade total sobre o cristal, $|m|$ a visibilidade das franjas e K sendo dado por

$$K = \frac{2\pi}{\Lambda}, \quad (1.8)$$

onde Λ é o período do padrão luminoso, excitamos elétrons para a banda de condução.

A aproximação do primeiro harmônico espacial, mencionada acima, consiste em ter um padrão de luz sobre o cristal com pequena visibilidade, ou seja $|m| \ll 1$. Na aproximação do primeiro harmônico espacial, podemos escrever a densidade de elétrons

fotogerados na banda de condução da forma [9]

$$n(x, t) = n_0 + \frac{n_0}{2}[a(t) \exp(iKx) + a^*(t) \exp(-iKx)], \quad (1.9)$$

onde n_0 é a densidade média de elétrons excitados no estado estacionário sob iluminação uniforme I_0 e $a(t)$ é a amplitude da modulação de cargas fotogeradas. Seguindo a mesma técnica de linearização a densidade de centros aceitadores carregados positivamente é representado por [9]

$$N_D^+(x, t) = N_{D0}^+ + \frac{N_{D0}^+}{2}[A(t) \exp(iKx) + A^*(t) \exp(-iKx)], \quad (1.10)$$

onde N_{D0}^+ é a densidade média de aceitadores e $A(t)$ é a amplitude. Similarmente, a distribuição de campo elétrico no cristal é escrita como

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 + \vec{E}_{sc}(x, t) \quad (1.11)$$

onde \vec{E}_0 é o campo elétrico aplicado externamente e \vec{E}_{sc} o campo elétrico produzido pela distribuição de cargas. O valor do campo \vec{E}_{sc} é representado na forma

$$E_{sc}(x, t) = \frac{1}{2}[E_{sc}(t) \exp(iKx) + E_{sc}^*(t) \exp(-iKx)]. \quad (1.12)$$

Logo a equação (1.11) fica

$$E(x, t) = E_0 + \frac{1}{2}[E_{sc}(t) \exp(iKx) + E_{sc}^*(t) \exp(-iKx)]. \quad (1.13)$$

A equação (1.7) pode ser escrita na forma

$$I(x) = I_0 + \frac{I_0}{2}[m \exp(iKx) + m^* \exp(-iKx)]. \quad (1.14)$$

Substituindo as equações (1.9), (1.10) e (1.14) na equação (1.2), com um pouco de álgebra e considerando apenas termos de primeira ordem temos que a taxa de geração pode ser escrita da forma [9]

$$G = G_0 + \frac{G_0'}{2}[g(t) \exp(iKx) + g^*(t) \exp(-iKx)], \quad (1.15)$$

onde

$$G_0 = (N_D - N_D^+) \frac{(sI_0 + \beta)}{h\nu} \left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{N_A}{N_D - N_D^+} \frac{sI_0}{sI_0 + \beta} [A(t)m^* + A(t)^*m], \right\} \quad (1.16)$$

$$G'_0 = (N_D - N_D^+) \frac{(sI_0 + \beta)}{h\nu} \quad (1.17)$$

e

$$g(t) = \frac{sI_0 m}{sI_0 + \beta} - \frac{N_D^+}{N_D - N_D^+} A(t). \quad (1.18)$$

Analogamente, a taxa de recombinação pode ser escrita com auxílio das equações (1.9) e (1.10) como [9]

$$R = R_0 + \frac{R_0}{2} [r(t) \exp(iKx) + r^*(t) \exp(-iKx)], \quad (1.19)$$

onde

$$R_0 = \gamma_R N_D^+ n \quad (1.20)$$

$$r(t) = [a(t) + A(t)]. \quad (1.21)$$

Logo as taxas de geração e recombinação são, respectivamente,

$$G = G_0 + \frac{G'_0}{2} [g(t) \exp(iKx) + g^*(t) \exp(-iKx)] \quad (1.22)$$

e

$$R = R_0 + \frac{R_0}{2} [r(t) \exp(iKx) + r^*(t) \exp(-iKx)]. \quad (1.23)$$

Para o caso em que o tempo de recombinação (τ) dos elétrons é muito menor que o tempo de registro (τ_{sc}) podemos considerar uma situação quase estacionária [9], e nessas condições a equação (1.1) fica

$$G - R = -\frac{1}{q} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}, \quad (1.24)$$

ou, com auxílio da equação

$$\vec{J} = \vec{J}_{dif} + \vec{J}_{ext}, \quad (1.25)$$

torna-se

$$G - R = \nabla \cdot (-D \vec{\nabla} n - \mu n \vec{E}). \quad (1.26)$$

Através da substituição das equações (1.22) e (1.23) na equação (1.26), podemos escrever a equação para a variação temporal da amplitude do campo elétrico que modula o índice de refração do material como

$$\frac{\partial E_{sc}}{\partial t} = -\frac{m_{eff}(E_0 + iE_D) + E_{sc}(1 + K^2 l_s^2 - iKl_E)}{\tau_M(1 + K^2 L_D^2 - iKL_E)} \quad (1.27)$$

ou

$$\tau_{sc} \frac{\partial E_{sc}}{\partial t} + E_{sc} = -m_{eff} E_{eff}, \quad (1.28)$$

onde

$$m_{eff} = \frac{msI_0}{sI_0 + \beta}, \quad (1.29)$$

$$E_{eff} = \frac{1}{\tau_M} \frac{E_0 + iE_D}{1 + K^2 L_D^2 - iKL_E}, \quad (1.30)$$

e

$$\tau_{sc} = \tau_M \frac{1 + K^2 L_D^2 - iKL_E}{1 + K^2 l_s^2 - iKl_E}, \quad (1.31)$$

onde L_D , l_s , E_D e τ_M são o comprimento de difusão dos elétrons, o comprimento de blindagem de Debye, o campo de difusão e o tempo de relaxação dielétrica respectivamente, sendo definidos como

$$L_D = \sqrt{D\tau} \quad \tau = (\gamma_R N_D^+)^{-1}, \quad (1.32)$$

$$K^2 l_s^2 = \frac{E_D}{E_q} = K^2 \frac{\epsilon \epsilon_0 k_B T}{q^2 N_{eff}}, \quad (1.33)$$

$$E_D = K \frac{k_B T}{q}, \quad (1.34)$$

$$\tau_M = \frac{\epsilon \epsilon_0}{qn_0 \mu}, \quad (1.35)$$

$$KL_E = K^2 L_D^2 \frac{E_0}{E_D}, \quad (1.36)$$

$$Kl_E = \frac{E_0}{E_q} = \frac{K\epsilon\epsilon_0 E_0}{qN_{\text{eff}}} \quad N_{\text{eff}} = \frac{N_D^+(N_D - N_D^+)}{N_A}, \quad (1.37)$$

e

$$E_q = \frac{qN_{\text{eff}}}{K\epsilon\epsilon} \quad (1.38)$$

onde E_0 é o campo elétrico externo aplicado, T a temperatura, q a carga do portador e k_B a constante de Boltzmann. O campo elétrico externo E_0 é aplicado através de eletrodos colados ao cristal. A equação (1.38) é o campo de saturação e N_{eff} a densidade efetiva de centros. A equação (1.31) determina o tempo de escrita e apagamento do holograma.

No estado estacionário, a amplitude do campo que modula o índice de refração pode ser escrita na forma

$$E_{sc} = -m_{\text{eff}} \frac{(E_0 + iE_D)}{(1 + K^2 l_s^2 - iKl_E)}. \quad (1.39)$$

A equação (1.27) descreve a evolução temporal do campo elétrico que modula o índice de refração do material, para um padrão de luz estacionário. Podemos ver através da equação (1.28) que a evolução (escrita e apagamento) do holograma segue uma lei exponencial. Na presença de uma forte absorção óptica, a lei que descreve a evolução do holograma não é mais descrita por uma função exponencial mas sim por uma função integral exponencial [10]. Esse fato está relacionado ao tempo de relaxação dielétrico do material (1.35), que depende da fotocondutividade e essa, por sua vez, da intensidade da luz. Como a intensidade da luz na presença de absorção óptica varia ao longo do material, o tempo de relaxação dielétrica (1.35) também varia. Podemos dizer, em outras palavras, que em cada plano do volume do material o holograma formado tem um tempo de relaxação dielétrica diferente.

1.3 Hologramas em Movimento

Como já foi dito, a equação (1.27) descreve a evolução do holograma gerado através de um padrão de luz estacionário. Neste trabalho estaremos interessados em estudar os hologramas em movimento. Os hologramas em movimento são interessantes pois permitem obter valores altos para a eficiência de difração [11]. Os hologramas em movimento são obtidos através da aplicação de campo externo [11] e incidindo sobre o cristal fotorrefrativo um padrão de franjas em movimento [9]. Frejlich et al. [12] tem conseguido hologramas em movimento através de um processo de retroalimentação negativa controlada. Neste trabalho os hologramas em movimento serão obtidos incidindo sobre o cristal fotorrefrativo um padrão de luz da forma

$$I(x) = I_0 + I_0 \frac{1}{2} \{ m \exp[i(Kx - \Omega t)] + m^* \exp[-i(Kx - \Omega t)] \} \quad (1.40)$$

onde $\Omega \equiv Kv$ define a velocidade do holograma. A velocidade das franjas, e conseqüentemente a do holograma, no estado estacionário, pode ser obtida provocando, com auxílio de um espelho piezoelétrico, um deslocamento contínuo na fase de um dos feixes de escrita. Tal procedimento será descrito mais adiante.

Para obtermos a equação que descreve o campo que modula o índice de refração do material para hologramas em movimento, devemos substituir nas equações (1.9), (1.10), (1.13) e (1.14), $iKx \rightarrow i(Kx - \Omega t)$. Após, seguindo o mesmo procedimento descrito anteriormente, chegamos à seguinte equação para o estado estacionário [9]

$$E_{sc} = -m_{\text{eff}} \frac{(E_0 + iE_D)}{(1 + K^2 L_D^2 - iK L_E) \tau_M (\omega + i\gamma - i\Omega)}, \quad (1.41)$$

onde

$$\omega + i\gamma = \frac{1}{\tau_M} \frac{1 + K^2 l_s^2 - iK l_E}{1 + K^2 L_D^2 - iK L_E}. \quad (1.42)$$

A equação (1.41) pode ser escrita na forma

$$|E_{sc}|^2 = \frac{m_{\text{eff}}^2 (E_0^2 + E_D^2)}{\tau_M^2 [\omega^2 + (\gamma - \Omega)^2] [(1 + K^2 L_D^2)^2 + K^2 L_E^2]} \quad (1.43)$$

se fizermos

$$\omega = \frac{1}{\tau_M} \frac{(1 + K^2 l_s^2)(1 + K^2 L_D^2) + K^2 L_E l_E}{(1 + K^2 L_D^2)^2 + K^2 L_E^2} \quad (1.44)$$

e

$$\gamma = \frac{1}{\tau_M} \frac{K L_E (1 + K^2 l_s^2) - K l_E (1 + K^2 L_D^2)}{(1 + K^2 L_D^2)^2 + K^2 L_E^2}. \quad (1.45)$$

É interessante notar que a equação (1.41) tem características de um sistema ressonante, ou seja, há uma frequência para a qual a amplitude do campo que modula o índice de refração é máxima. Podemos calcular a frequência de ressonância através da equação (1.43). É fácil mostrar que essa frequência é dada por

$$\Omega_0 = \gamma = \frac{1}{\tau_M} \frac{K L_E (1 + K^2 L_s^2) - K l_E (1 + K^2 L_D^2)}{(1 + K^2 L_D^2)^2 + K^2 L_E^2}. \quad (1.46)$$

O fator de qualidade Q para esse sistema é [13]

$$Q = \frac{\omega}{\gamma} = \frac{(K^2 L_D^2 - K^2 l_s^2) \frac{E_0}{E_D}}{(1 + K^2 l_s^2)(1 + K^2 L_D^2) + K^2 L_E l_E}. \quad (1.47)$$

O fato de os hologramas em movimento terem características ressonantes é que os torna interessantes para o estudo das condições de eficiência de difração máxima. Veremos mais adiante que a eficiência de difração está relacionada diretamente com a equação (1.41).

Capítulo 2

Teoria das Ondas Acopladas

2.1 Introdução

O processo de leitura dos hologramas em volume é de grande importância na caracterização dos cristais fotorrefrativos. Uma grandeza importante no estudo dos hologramas em volume é a eficiência de difração. A eficiência de difração determina a capacidade da rede (holograma) em difratar a luz. A formulação matemática da eficiência de difração dos hologramas em volume é descrita pela *Teoria das Ondas Acopladas* [2]. A seguir, determinaremos as equações das ondas acopladas. Através delas e de suas soluções, poderemos determinar a equação para a eficiência de difração e também estudar a troca de energia entre os feixes. O modelo proposto por Kogelnik [2] considera que a rede (holograma) está fixa no volume do material, garantindo dessa forma que não há interação entre o feixe de leitura e o holograma. Para os cristais fotorrefrativos o processo de registro dos hologramas é dinâmico, ou seja, há uma interação, em tempo real, dos feixes de escrita com a rede que se forma.

2.2 Equações das Ondas Acopladas

A teoria das ondas acopladas considera que a luz incidente sobre o holograma seja monocromática, incida no ângulo de Bragg e tenha polarização perpendicular ao plano de incidência. Para o nosso caso, consideraremos que a rede formada não esteja inclinada em relação ao eixo z . A figura abaixo mostra o esquema proposto pelo modelo,

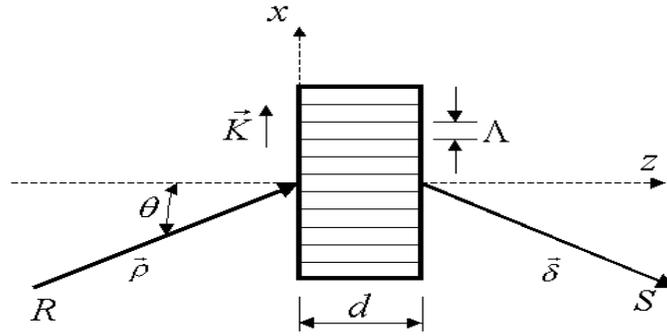


Figura 2.1: *Processo de leitura de redes em volume*

onde R e S são as ondas incidente e difratada, \vec{K} é o vetor da rede que é perpendicular às franjas e definido como

$$|\vec{K}| = \frac{2\pi}{\Lambda}, \quad (2.1)$$

onde

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2\pi \sin \theta} \quad (2.2)$$

é o período da rede e d sua espessura. Uma onda se propagando nesse meio obedece à equação

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0, \quad (2.3)$$

onde \vec{E} é o vetor campo elétrico da onda luminosa. Neste caso \vec{E} é independente de y (eixo perpendicular ao eixo x) e oscila com frequência angular ω . A constante de propagação

k relaciona a condutividade (σ) e a constante dielétrica (ϵ) do meio através da relação

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon - i\omega\mu\sigma, \quad (2.4)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo e μ é a permeabilidade do meio que assumiremos como sendo igual a permeabilidade do vácuo. No modelo proposto, o holograma é representado por uma modulação espacial da constante dielétrica e da condutividade elétrica do meio, que estão em fase, dadas por

$$\epsilon(x) = \epsilon_0 + \epsilon_1 \cdot \cos(\vec{K} \cdot \vec{x}) \quad (2.5)$$

$$\sigma(x) = \sigma_0 + \sigma_1 \cdot \cos(\vec{K} \cdot \vec{x}) \quad (2.6)$$

onde ϵ_0 e σ_0 são a constante dielétrica e a condutividade média do meio, respectivamente. Os termos ϵ_1 e σ_1 representam as amplitudes das modulações espaciais da constante dielétrica e da condutividade do meio, respectivamente. Substituindo as equações (2.5) e (2.6) em (2.4) temos

$$k^2 = \beta^2 - 2i\alpha\beta + 2\kappa\alpha\beta[\exp(i\vec{K} \cdot \vec{x}) + \exp(-i\vec{K} \cdot \vec{x})] \quad (2.7)$$

onde α , β e κ são as constantes de absorção, propagação e acoplamento, respectivamente. A constante κ descreve o acoplamento entre as ondas incidente R e difratada S , sendo ela a responsável pela troca de energia entre as ondas. Se κ é nulo não há acoplamento entre as ondas, portanto não há difração. Kogelnik [2] demonstrou que a constante de acoplamento pode ser escrita como

$$\kappa = \frac{n_1\pi}{\lambda} - i\frac{\alpha_1}{2}, \quad (2.8)$$

onde

$$n_1 = \frac{\epsilon_1}{2\sqrt{\epsilon_0}} \quad (2.9)$$

e

$$\alpha_1 = \frac{\mu c \sigma_1}{2\sqrt{\epsilon_0}}. \quad (2.10)$$

A modulação espacial indicada por n_1 e α_1 forma uma rede que acopla as duas ondas $R(z)$ e $S(z)$, permitindo uma troca de energia entre ambas. Podemos escrever essas ondas com amplitudes complexas que variam ao longo de z como resultado da troca de energia, ou por causa da perda de energia devida a absorção. O campo elétrico na rede é a superposição das ondas, transmitida R e difratada S , ou seja

$$E(x, z) = R(z) \exp(-i\vec{\rho} \cdot \vec{x}) + S(z) \exp(-i\vec{\delta} \cdot \vec{x}) \quad (2.11)$$

Os vetores $\vec{\rho}$ e $\vec{\delta}$ contém informações sobre a constante de propagação e sobre a direção de propagação das ondas R e S . O vetor $\vec{\rho}$ é suposto igual ao vetor da onda R na ausência de acoplamento, $\vec{\delta}$ está relacionado ao vetor $\vec{\rho}$ e ao vetor da rede \vec{K} por

$$\vec{\delta} = \vec{\rho} - \vec{K} \quad (2.12)$$

A equação (2.12) descreve a condição de Bragg. Como o campo elétrico na rede tem a forma da equação (2.11) podemos determinar as equações de ondas acopladas substituindo a equação (2.11) na equação (2.3). Difração de ordens superiores são desprezadas pois envolvem energias muito pequenas ou não existem. Considerando que a troca de energia entre S e R é lenta e que a energia é absorvida lentamente temos que as equações obtidas são

$$\cos \theta \frac{dR(z)}{dz} + \alpha R(z) = -i\kappa S(z) \quad (2.13)$$

e

$$\cos \theta \frac{dS(z)}{dz} + \alpha S(z) = -i\kappa R(z). \quad (2.14)$$

As equações (2.13) e (2.14) são conhecidas como equações das ondas acopladas. Neste trabalho será considerada apenas a rede devida a modulação de índice de refração. Para os cristais fotorrefrativos a amplitude da modulação no índice de refração é dada por (ver apêndice)

$$n_1 = -\frac{n^3 r_{41} E_{sc}}{2} \quad (2.15)$$

onde n é o índice de refração médio, r_{41} é o elemento do tensor eletro-óptico e E_{sc} a amplitude do campo que provoca a modulação no índice de refração do cristal.

2.2.1 Solução das Equações das Ondas Acopladas

Para o nosso caso consideraremos dois feixes incidindo no ângulo de Bragg e simétricos em relação ao eixo z , como mostrado na figura (2.2).

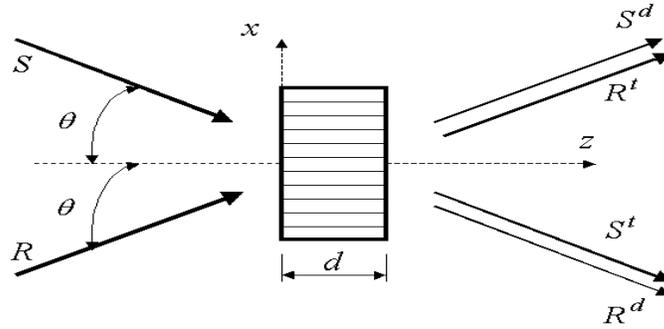


Figura 2.2: *Processo de escrita e leitura de redes em volume*

As soluções para as equações das ondas acopladas definidas pelo sistema de equações (2.13) e (2.14), para a configuração mostrada na figura (2.2), são facilmente obtidas e podem ser escritas como

$$R(z) = [C_0 \exp(i\kappa_0 z) + C_1 \exp(-i\kappa_0 z)] \exp(-\frac{\alpha_0}{2} z) \quad (2.16)$$

e

$$S(z) = [-C_0 \exp(i\kappa_0 z) + C_1 \exp(-i\kappa_0 z)] \exp(-\frac{\alpha_0}{2} z), \quad (2.17)$$

onde

$$\kappa_0 = \frac{\kappa}{\cos \theta} \quad (2.18)$$

e

$$\frac{\alpha_0}{2} = \frac{\alpha}{\cos \theta} \quad (2.19)$$

são a constante de acoplamento e o coeficiente de absorção do meio. As constantes C_0 e C_1 são determinadas através das condições de contorno.

As amplitudes das ondas R e S podem ser calculadas com ajuda das condições de contorno na face de entrada do cristal ($z = 0$) que são

$$R(0) = \sqrt{I_R^0} \exp(-i\phi_R^0) \quad (2.20)$$

e

$$S(0) = \sqrt{I_S^0} \exp(-i\phi_S^0), \quad (2.21)$$

onde I_R^0, I_S^0 são as intensidades incidentes na face de entrada do cristal. As fases das ondas R e S na face de entrada do cristal são ϕ_R^0 e ϕ_S^0 , respectivamente. Logo as amplitudes ficam

$$R(z) = [\sqrt{I_R^0} \cos(\kappa_0 z) \exp(-i\phi_R^0) - i\sqrt{I_S^0} \sin(\kappa_0 z) \exp(-i\phi_S^0)] \exp(-\frac{\alpha_0}{2} z) \quad (2.22)$$

e

$$S(z) = [-i\sqrt{I_R^0} \sin(\kappa_0 z) \exp(-i\phi_R^0) + \sqrt{I_S^0} \cos(\kappa_0 z) \exp(-i\phi_S^0)] \exp(-\frac{\alpha_0}{2} z). \quad (2.23)$$

Através das equações (2.22) e (2.23) podemos escrever as intensidades como

$$I_R = [I_R^0 \cos^2(\kappa_0 z) + I_S^0 \sin^2(\kappa_0 z) + \sqrt{I_R^0 I_S^0} \sin(2\kappa_0 z) \sin(\phi_R^0 - \phi_S^0)] \exp(-\frac{\alpha_0}{2} z) \quad (2.24)$$

e

$$I_S = [I_S^0 \cos^2(\kappa_0 z) + I_R^0 \sin^2(\kappa_0 z) - \sqrt{I_R^0 I_S^0} \sin(2\kappa_0 z) \sin(\phi_R^0 - \phi_S^0)] \exp(-\frac{\alpha_0}{2} z). \quad (2.25)$$

As equações acima são semelhantes a menos de um sinal. Esse fato interessante está relacionado com a troca de energia entre os feixes. Podemos notar que nas equações (2.24) e (2.25) quem determina o sentido da troca de energia é a diferença de fase $(\phi_R^0 - \phi_S^0)$. No modelo de Kogelnik [14] a diferença de fase $\phi_R^0 - \phi_S^0$ é a fase holográfica, ou seja, defasagem entre o padrão de franjas e o holograma resultante. Em cristais fotorrefrativos a fase holográfica depende do processo de registro do holograma [14]. De maneira geral podemos escrever a fase holográfica da seguinte forma [14]

$$\phi = \varphi \pm \frac{\pi}{2} \quad (2.26)$$

onde φ é a diferença de fase entre os feixes de escrita.

Como vimos no capítulo anterior, a equação do campo elétrico que modula o índice de refração do cristal, foi obtida fazendo uso da aproximação do primeiro harmônico espacial, ou seja $|m| \ll 1$. Na prática uma das maneiras de se obter um padrão de franjas com baixa visibilidade, $|m| \ll 1$, é ter um dos feixes de escrita do holograma com intensidade alta em comparação ao outro. O feixe com intensidade alta será denominado feixe forte e aquele com intensidade baixa, feixe fraco. A energia pode ser transferida do feixe fraco para o forte (ganho negativo) ou do forte para o fraco (ganho positivo). É fácil mostrar, utilizando a equação (2.11), que a intensidade total, na face de entrada, do material é dada por

$$I_T = I_0 \{1 + |m| \cos[Kx - (\phi_R^0 - \phi_S^0)]\}, \quad (2.27)$$

onde m é a modulação dos feixes, I_0 é a soma das intensidades incidentes sobre o cristal e $(\phi_R^0 - \phi_S^0)$ a diferença de fase entre as ondas, definidos como

$$|m| = \frac{2\sqrt{I_R^0 I_S^0}}{I_R^0 + I_S^0} \quad (2.28)$$

e

$$I_0 = I_R^0 + I_S^0. \quad (2.29)$$

2.2.2 Eficiência de Difração

Um parâmetro importante no estudo de hologramas em volume é a eficiência de difração. Como o próprio nome diz, a eficiência de difração mede quanto da luz incidente é difratada pela rede (holograma). A eficiência de difração é definida como[2]

$$\eta = \frac{|S^d|^2}{|S^i|^2} \quad (2.30)$$

onde S^d e S^i são amplitudes complexas das ondas difratadas e incidentes, respectivamente.

Como podemos ver através da figura (2.2), temos, para cada feixe incidente, um feixe transmitido e outro difratado. Para determinarmos a eficiência de difração nas direções R e S temos que conhecer os feixes incidentes e difratados nas respectivas direções. Com auxílio da figura (2.2) e das equações (2.22) e (2.23) temos que os feixes incidentes e difratados na direção R são

$$S^i = \sqrt{I_S^0} \exp(-i\phi_R^0) \quad (2.31)$$

e

$$S^d = -i\sqrt{I_S^0} \sin(\kappa_0 z) \exp[-(i\phi_R^0 + \alpha_0 z)]. \quad (2.32)$$

Utilizando a equação (2.30) temos que a eficiência de difração fica

$$\eta = \sin^2(\kappa_0 z) \exp(-\alpha_0 z), \quad (2.33)$$

onde

$$\kappa_0 = \frac{\kappa}{\cos \theta} = \frac{n_1 \pi}{\lambda \cos \theta}. \quad (2.34)$$

Calculando a partir da direção do feixe S encontramos a mesma relação. Para os cristais fotorrefrativos podemos escrever a eficiência de difração da seguinte forma

$$\eta = \sin^2 \left[\frac{\pi n^3 r_{41} |E_{sc}| d}{2 \lambda \cos \theta} \right] \quad (2.35)$$

onde n , r_{41} , $|E_{sc}|$, λ , θ e d são o índice de refração do material, elemento do tensor eletro-óptico, o módulo do campo elétrico que modula o índice de refração, o comprimento de onda, o ângulo de incidência e a espessura da rede, respectivamente. O processo de registro de hologramas em cristais fotorrefrativos é um processo dinâmico, ou seja, há uma interação entre os feixes de escrita e o holograma que está sendo gravado. Essa interação causa mudança nas amplitudes e nas fases dos feixes de escrita. Esse processo é conhecido como auto-difração [15]. A fórmula de Kogelnik [2] não descreve a dependência da eficiência de difração na presença da auto-difração.

Determinaremos agora a equação para o caso em que temos a influência da auto-difração no processo de registro dos hologramas em cristais fotorrefrativos. Como já foi visto as equações de ondas acopladas são

$$\frac{dR(z)}{dz} = i \frac{\kappa}{\cos \theta} m(z) S(z) \quad (2.36)$$

e

$$\frac{dS(z)}{dz} = i \frac{\kappa^*}{\cos \theta} m^*(z) R(z), \quad (2.37)$$

onde

$$m(z) = 2 \frac{S^*(z) R(z)}{I}, \quad (2.38)$$

$$\kappa = \kappa_0 \exp(-i\phi) \quad (2.39)$$

e

$$\kappa_0 = \frac{-\pi n^3 r_{41} E_{\text{eff}}}{2\lambda}, \quad (2.40)$$

onde m é a visibilidade do padrão de luz, κ a constante de acoplamento e ϕ a fase holográfica, diferença de fase entre o padrão de luz e o holograma formado.

Substituindo as equações (2.38) e (2.39) nas equações (2.36) e (2.37) temos

$$\frac{dR}{dz} = \frac{2i\kappa_0}{\cos\theta} \frac{|S(z)|^2 R(z)}{I} \exp(-i\phi) \quad (2.41)$$

$$\frac{dS}{dz} = \frac{2i\kappa_0}{\cos\theta} \frac{|R(z)|^2 S(z)}{I} \exp(-i\phi) \quad (2.42)$$

As soluções das equações (2.41) e (2.42) são facilmente obtidas fazendo

$$R(z) = \sqrt{I_R(z)} \exp(-i\phi_R) \quad (2.43)$$

$$S(z) = \sqrt{I_S(z)} \exp(-i\phi_S) \quad (2.44)$$

onde ϕ_R e ϕ_S são as fases das ondas R e S respectivamente. Substituindo as equações (2.43) e (2.44) nas equações (2.36) e (2.37) temos

$$\frac{d}{dz} I_R = -4 \frac{\kappa_0}{\cos\theta} \frac{I_S I_R}{I_R + I_S} \sin\phi \quad (2.45)$$

$$\frac{d}{dz} I_S = -4 \frac{\kappa_0}{\cos\theta} \frac{I_S I_R}{I_R + I_S} \sin\phi \quad (2.46)$$

$$\frac{d}{dz} \phi_R = -2 \frac{\kappa_0}{\cos\theta} \frac{I_S}{I_R + I_S} \cos\phi \quad (2.47)$$

$$\frac{d}{dz} \phi_S = -2 \frac{\kappa_0}{\cos\theta} \frac{I_R}{I_R + I_S} \cos\phi \quad (2.48)$$

Considerando que temos apenas uma rede de fase pura (conservação de energia) podemos escrever

$$I_R + I_S = I = I_0 \quad (2.49)$$

onde $I_0 = (cte.)$ é o valor da intensidade na face de entrada, com isso e fazendo um pouco de cálculo, temos que

$$I_R(z) = I_R^0 \frac{1 + \beta^2}{\beta^2 + \exp(\Gamma z)} \quad (2.50)$$

e

$$I_S(z) = I_S^0 \frac{1 + \beta^2}{1 + \beta^2 \exp(-\Gamma z)}, \quad (2.51)$$

onde

$$\beta^2 = \frac{I_R^0}{I_S^0} \quad (2.52)$$

$$\Gamma = 4\kappa_0 \frac{\sin \phi}{\cos \theta} \quad (2.53)$$

A solução das equações (2.47) e (2.48) determina as fases das ondas R e S , portanto as fases são

$$\phi_R(z) = \phi_R^0 - \frac{\gamma z}{4} - \Theta \quad (2.54)$$

e

$$\phi_S(z) = \phi_S^0 - \frac{\gamma z}{4} + \Theta, \quad (2.55)$$

onde

$$\gamma = 4\kappa_0 \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \quad (2.56)$$

e

$$\Theta = \frac{1}{2 \tan \phi} \ln \frac{\exp(\frac{\Gamma z}{2}) + \beta^2 \exp(-\frac{\Gamma z}{2})}{1 + \beta^2}. \quad (2.57)$$

Na presença de absorção óptica as equações (2.50) e (2.51) ficam

$$I_R(z) = I_R^0 \frac{1 + \beta^2}{\beta^2 + \exp(\Gamma z)} \exp(-\alpha z) \quad (2.58)$$

$$I_S(z) = I_S^0 \frac{1 + \beta^2}{1 + \beta^2 \exp(-\Gamma z)} \exp(-\alpha z) \quad (2.59)$$

As equações (2.43) e (2.44) para R e S sempre resolvem o sistema de equações acopladas (2.36) e (2.37), mas podemos encontrar uma nova solução para esse sistema fazendo a transformação [16]

$$\mathcal{R} = -S^* \quad (2.60)$$

e

$$\mathcal{I} = R^*. \quad (2.61)$$

Como a nova solução é linearmente independente podemos determiná-la fazendo o produto de $\frac{R_0^*}{I}$ pela velha solução (R, S) e subtraindo o produto de $\frac{S_0^*}{I}$ pela nova solução $(\mathcal{R}, \mathcal{I})$ obtemos a solução para a onda difratada na direção de R , logo

$$\mathcal{R}_R = \frac{1}{I}[R_0^*R + S_0S^*] \quad \mathcal{R}_R^0 = 1. \quad (2.62)$$

$$\mathcal{I}_R = \frac{1}{I}[-S_0R^* + R_0^*S] \quad \mathcal{I}_R^0 = 0. \quad (2.63)$$

A eficiência de difração pode ser calculada utilizando a equação (2.30), ou seja

$$\eta = \frac{|\mathcal{I}_R|^2}{|\mathcal{R}_R^0|^2} \quad (2.64)$$

Utilizando as equações (2.43) e (2.44) e suas respectivas fases podemos facilmente mostrar que a eficiência de difração na presença de auto difração e de absorção óptica é dada por

$$\eta = 2 \frac{I_R^0 I_S^0}{I} \frac{[\cosh(\frac{\Gamma z}{2}) - \cos(\frac{\gamma z}{2})]}{I_R^0 \exp(\frac{-\Gamma z}{2}) + I_S^0 \exp(\frac{\Gamma z}{2})} \exp(-\alpha z) \quad (2.65)$$

Na presença da absorção óptica o tempo de relaxação dielétrica (τ_M) varia ao longo da espessura do material devido a absorção. Devido a isso os termos Γz e γz na equação (2.65) devem ser escritos na forma [17, 18, 19]

$$\Gamma z = \int \Gamma dz \quad (2.66)$$

e

$$\gamma z = \int \gamma dz, \quad (2.67)$$

com

$$\Gamma = \Im \left\{ \frac{4\kappa}{\cos \theta} \right\} \quad (2.68)$$

e

$$\gamma = \Re \left\{ \frac{4\kappa}{\cos \theta} \right\}. \quad (2.69)$$

Capítulo 3

Caracterização do Cristal $Bi_{12}TiO_{20}$, utilizando Técnicas Holográficas

O processo de registro de hologramas em cristais fotorrefrativos é muito sensível às perturbações provocadas pelo meio ou pelo próprio mecanismo de registro e leitura do holograma [20]. Alguns autores [21, 22] têm utilizado um feixe auxiliar de baixa potência, colocado no ângulo de Bragg, para a medida da eficiência de difração. Entretanto o feixe auxiliar, mesmo sendo de baixa potência, perturba o holograma (produz apagamento) e também não dá informação correta do valor da eficiência de difração. Os lasers comerciais de He-Ne utilizados na medida da eficiência de difração possuem uma divergência angular (2 mrad) maior que a seletividade angular de Bragg [2] permite, para as amostras e períodos espaciais usualmente utilizados. Uma técnica bem sucedida para a medida da eficiência de difração é a técnica da modulação de fase [23]. A técnica consiste em modular a fase de um dos feixes de escrita e, com auxílio de amplificadores *lock-in's* sintonizados no primeiro e no segundo harmônicos gerados pela oscilação, medir a eficiência de difração.

Neste capítulo descreveremos a montagem experimental desenvolvida para a medi-

da da eficiência de difração. A caracterização do cristal $Bi_{12}TiO_{20}$ será feita utilizando os hologramas em movimento e a técnica de modulação de fase para a medida de η . Os parâmetros de interesse para caracterizar o cristal $Bi_{12}TiO_{20}$ são, o comprimento de difusão L_D , eficiência quântica Φ e o comprimento de blindagem de Debye l_s . Esses parâmetros estão relacionados à distância que o portador de carga percorre até recombinar-se com um centro aceitador (L_D), à quantidade de portadores que podem ser gerados pela luz incidente (Φ) e a densidade de armadilhas (l_s). Os resultados obtidos utilizando os hologramas em movimento serão comparados com os obtidos utilizando a técnica de apagamento holográfico, que será descrita mais adiante.

3.1 Modulação de Fase

Quando incidimos em um cristal fotorrefrativo um padrão de luz da forma

$$I(x) = I_0[1 + |m| \cos(Kx)], \quad (3.1)$$

onde m é a visibilidade das franjas e I_0 a intensidade total incidente sobre o cristal e K a frequência espacial da rede (holograma), damos origem a um holograma de fase no volume do material [9]. A figura (3.1) mostra o processo de escrita e leitura dos hologramas em cristais fotorrefrativos. Na figura temos representados φ_R e φ_S as quais são as fases dos feixes incidentes e I_R^t , I_R^d , I_S^t , I_S^d as intensidades dos feixes transmitidos e difratados nas respectivas direções R e S . A intensidade na direção do feixe I_S pode ser escrita na forma [24]

$$I_S = I_S^0(1 - \eta) + I_R^0\eta \pm 2\sqrt{I_S^0 I_R^0} \sqrt{\eta(1 - \eta)} \cos(\varphi) \quad (3.2)$$

onde φ é a diferença de fase entre os feixes transmitido e difratado na direção do feixe S . Os sinais (\pm) estão relacionados ao sentido da troca de energia entre os feixes de escrita.

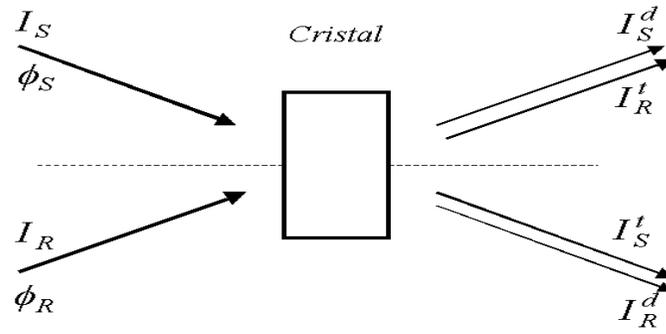


Figura 3.1: *Difração da luz pelo Holograma*

O sinal (+) determina que o ganho é positivo e o sinal (−) indica ganho negativo. A escolha do sentido da troca de energia, ou seja, o sinal do ganho, é importante para a estabilidade do processo de registro holográfico em cristais fotorrefrativos na presença de campo externo. Resultados obtidos mostram que o registro de hologramas em cristais fotorrefrativos com ganho negativo tem uma estabilidade maior em relação ao registro com ganho positivo. Mais adiante descreveremos a estabilidade do registro de hologramas em cristais fotorrefrativos com aplicação de campo externo.

A técnica de modulação de fase consiste em modularmos um dos feixes de forma a termos [23]

$$\varphi \rightarrow \varphi + \psi_d \sin(\Omega t) \quad (3.3)$$

onde ψ_d é a amplitude da oscilação de frequência Ω provocada pelo modulador de fase.

Substituindo a equação (3.3) na equação (3.2) temos

$$I_S = I_S^0(1 - \eta) + I_R^0\eta \pm 2\sqrt{I_S^0 I_R^0} \sqrt{\eta(1 - \eta)} \cos[\varphi + \psi_d \sin(\Omega t)] \quad (3.4)$$

onde o termo $\cos[\varphi + \psi_d \sin(\Omega t)]$ pode ser escrito na forma

$$\begin{aligned} \cos[\varphi + \psi_d \sin(\Omega t)] = & \cos(\varphi) [J_0(\psi_d) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\psi_d) \cos(2n\Omega t)] - \\ & - \sin(\varphi) [2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(\psi_d) \sin[(2n+1)\Omega t]], \end{aligned} \quad (3.5)$$

sendo os termos $J_0(\psi_d)$, $J_{2n}(\psi_d)$ e $J_{2n+1}(\psi_d)$ as funções de Bessel. Com isso, a equação (3.4) pode ser escrita em termo dos harmônicos em Ω de tal forma que

$$I_S = I_S^{dc} + I_S^\Omega + I_S^{2\Omega} + I_S^{3\Omega} + \dots \quad (3.6)$$

As amplitudes para o primeiro e segundo harmônicos são dadas por

$$I_S^\Omega = 4J_1(\psi_d)\sqrt{I_S^0 I_R^0}\sqrt{\eta(1-\eta)}\sin(\varphi) \quad (3.7)$$

$$I_S^{2\Omega} = 4J_2(\psi_d)\sqrt{I_S^0 I_R^0}\sqrt{\eta(1-\eta)}\cos(\varphi) \quad (3.8)$$

Como podemos notar pelas equações (3.7) e (3.8) as amplitude são proporcionais à raiz da eficiência de difração. Com amplificadores *lock-in's* sintonizados em (Ω) e (2Ω) , podemos medir o valor de (η) . Através das equações (3.7) e (3.8) podemos também determinar a fase entre os feixes difratado e transmitido. A fase pode ser escrita como

$$\tan(\varphi) = \frac{J_2(\psi_d) I_S^\Omega}{J_1(\psi_d) I_S^{2\Omega}}. \quad (3.9)$$

A medida da fase é uma técnica importante na caracterização dos cristais foto-refrativos [16, 25]. Frejlich et al. [16] mostraram que a fase φ pode ser escrita da seguinte forma

$$\tan(\varphi) = \frac{\sin \frac{\gamma z}{2}}{\left(\frac{1-\beta^2}{1+\beta^2}\right) [\cosh(\frac{\Gamma z}{2}) - \cos(\frac{\Gamma z}{2})] + \sinh(\frac{\Gamma z}{2})} \quad (3.10)$$

com Γ e γ dados por (2.66) e (2.67). Neste trabalho também utilizaremos a medida da fase para a caracterização do cristal $Bi_{12}TiO_{20}$.

3.2 Montagem Holográfica Utilizada para os Hologramas em Movimento

Para a medida da eficiência de difração desenvolvemos uma montagem experimental. A montagem é composta por um conjunto de espelhos planos (M_1 , M_2 e M_3), colimadoras, filtros espaciais, objetivas, lâminas de retardo ($\frac{\lambda}{2}$ e $\frac{\lambda}{4}$), divisor polarizante de feixes (PBS), um espelho acoplado a um atuador pizoelétrico (PZT) e uma fonte Laser. O divisor de feixes formado pelo PBS e as lâminas de retardo facilitam o ajuste das intensidades relativas dos feixes, diminuindo os riscos de desalinhamento da montagem. Um esquema da montagem desenvolvida é mostrada na figura (3.2) abaixo.

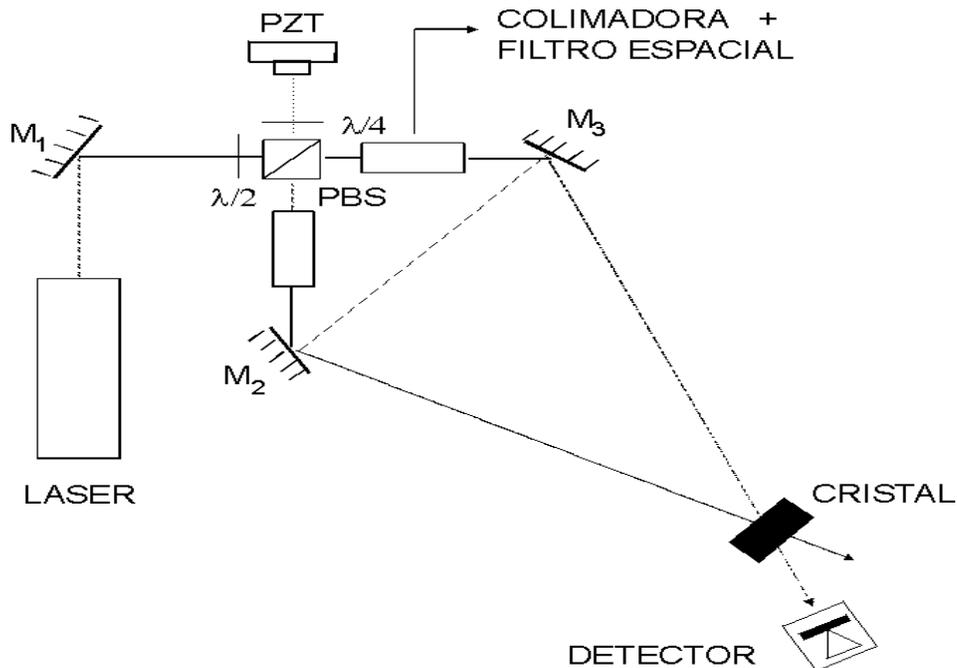


Figura 3.2: *Montagem Experimental*

Uma característica importante dessa montagem é a facilidade com que podemos escolher a frequência espacial. A geometria escolhida para a montagem representada na

figura (3.2) facilita a mudança do ângulo entre os feixes, deixando sempre a diferença de caminho óptico nula a cada vez que um novo ângulo é escolhido. Com uma rotação nos espelhos M_2 e M_3 podemos mudar o ângulo entre os feixes e dessa forma podemos escolher a frequência espacial. O ajuste da diferença de caminho óptico zero pode ser feita facilmente agindo apenas sobre a posição do (PZT). A modulação de fase utilizando o (PZT) com movimento normal ao feixe de luz evita a produção de modulação de amplitude que atrapalha a operação do sistema de medida.

3.2.1 Ajuste da Diferença de Caminho Óptico Zero

O ajuste da diferença de caminho óptico zero é importante, pois permite termos valores para a diferença de caminho óptico compatíveis com o comprimento de coerência da luz utilizada para o registro do holograma.

A diferença de caminho óptico zero foi ajustada através do posicionamento do (PZT). Um experimento permitiu determinar a posição do (PZT) para que se tenha a diferença de caminho óptico zero. O experimento consistiu na produção de uma oscilação grande o suficiente no (PZT) para deslocar o padrão luminoso de uma distância equivalente a uma ou mais franjas de interferência. Com um fotodetector conectado a um osciloscópio digital medimos a intensidade das franjas de interferência. Registrou-se o valor pico-a-pico do sinal alternado (ac) V_{pp} (devido ao deslocamento das franjas) assim como o sinal dc V_{dc} (devido ao valor médio da iluminação). A visibilidade foi calculada através da relação

$$|m| = \frac{V_{pp}}{2V_{dc}} \quad (3.11)$$

medida para várias posições do PZT. A figura (3.3) mostra o resultado obtido.

Através dessa figura pode-se determinar a posição do PZT para a qual a visibilidade

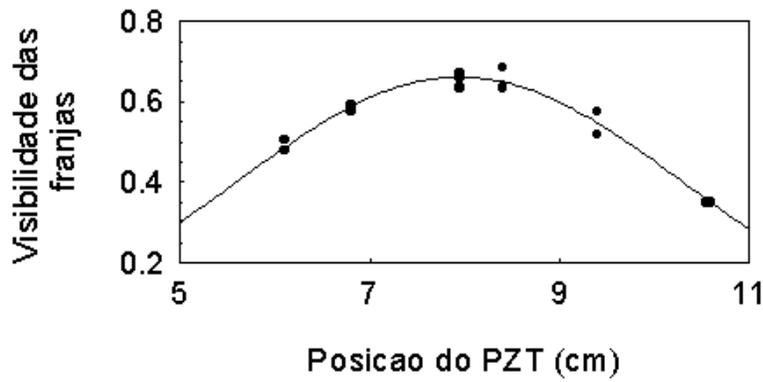


Figura 3.3: *Visibilidade das Franjas vs Posição do PZT*

das franjas de interferência seja máxima, isto é, posição do PZT para a qual a diferença de caminho óptico seja zero.

3.2.2 Ajuste da Polarização da Luz

O estudo da eficiência de difração está relacionado ao estado de polarização da luz que gera o holograma [26]. As polarizações dos feixes na face de entrada do cristal podem ser escolhidas de duas formas particularmente interessantes, de tal forma que:

- a) Luz difratada e transmitida tenham polarizações ortogonais entre si na saída do cristal,
- b) Luz difratada e transmitida tenham polarizações paralelas entre si na saída do cristal.

Para o caso (a) devemos escolher as polarizações dos feixes de escrita na face de entrada do cristal de forma que tenham polarizações verticais ou horizontais no centro do cristal [26]. Para o caso (b) as polarizações devem ser escolhidas de forma que fiquem à 45° do eixo [001] no centro do cristal. A figura (3.4) permite uma melhor compreensão desse procedimento. Quando escolhermos as polarizações como no caso (a) não haverá acoplamento entre os feixes na saída, e a eficiência de difração fica dada por

$$\eta = \left| \frac{\pi n^3 r_{41} |E_{sc}| d}{2\lambda \cos\theta} \right|^2 \quad \eta \ll 1 \quad (3.12)$$

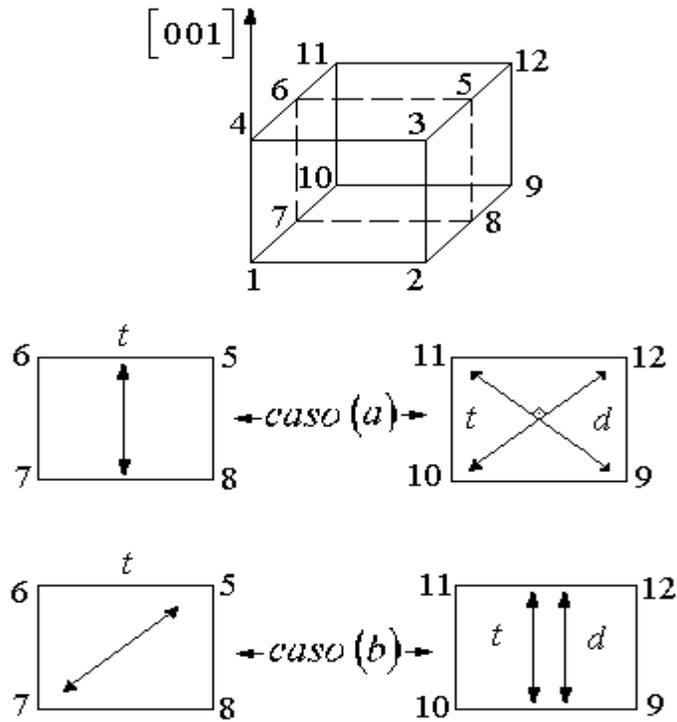


Figura 3.4: Polarização da luz

ou seja, a eficiência de difração é proporcional ao campo que modula o índice de refração do material.

A vantagem desta escolha está na facilidade que temos em separar o feixe difratado do feixe transmitido usando um simples polarizador colocado de forma a anular a luz transmitida. Essa facilidade só é possível quando não aplicamos campo externo, pois devido ao efeito eletro-óptico, quando aplicamos campo externo, o cristal torna-se birrefringente e a luz que passa pelo mesmo torna-se elípticamente polarizada, impossibilitando dessa forma a separação dos feixes difratado e transmitido. Quando escolhemos as polarizações como no caso (b), temos acoplamento máximo entre os feixes e a eficiência de difração ficará determinada pela seguinte equação

$$\eta = \frac{2I_R^0 I_S^0}{I} \frac{[\cosh(\frac{\Gamma z}{2}) - \cos(\frac{\gamma z}{2})]}{I_R^0 \exp(-\frac{\Gamma z}{2}) + I_S^0 \exp(\frac{\Gamma z}{2})} \exp(-\alpha z) \quad (3.13)$$

Nesse trabalho as polarizações foram escolhidas das duas formas descritas acima: polarizações paralelas (experimento com hologramas em movimento) e ortogonais (apagamento holográfico) na saída do cristal.

3.3 Medida da Eficiência de Difração e da Fase utilizando os Hologramas em Movimento

A eficiência de difração e a fase φ foram medidas simultaneamente utilizando a técnica da modulação de fase. Os hologramas em movimento foram obtidos através de um experimento de mistura de duas ondas com $\lambda = 514.5nm$ e um cristal nominalmente puro de $Bi_{12}TiO_{20}$, crescido pela técnica Czochralski [27] com o eixo $[001]$ perpendicular ao plano de incidência da luz e o vetor da rede \vec{K} paralelo ao eixo $[110]$. A constante dielétrica para esse material é $\epsilon = 47$ [9], e para o comprimento de onda utilizado ($\lambda = 514.5nm$) temos $\alpha = 11.65cm^{-1}$ [16]. Um esquema da configuração é mostrado na figura (3.5).

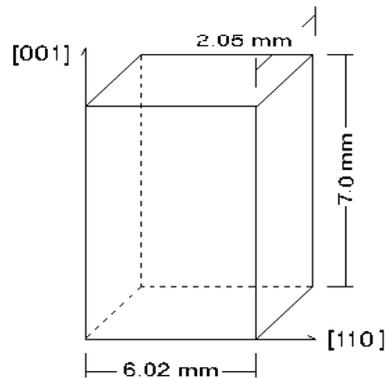


Figura 3.5: *Esquema do cristal utilizado*

Um campo elétrico é aplicado ao cristal na direção do vetor \vec{K} por meio de eletrodos

colados ao cristal, com tinta de prata. Os feixes são expandidos, filtrados e colimados, para que tenhamos luz uniforme sobre o cristal. Os estados de polarização dos feixes foram escolhidos de modo que eles façam um ângulo de 45° com o eixo $[001]$ na metade do cristal. Essa escolha faz com tenhamos os estados de polarização dos feixes difratado e transmitido paralelos na saída do cristal [26], como já descrito na seção (3.4).

Como veremos mais adiante, o sentido da troca de energia entre os feixes é de fundamental importância para a estabilidade do processo de registro holográfico com aplicação de campo externo [20]. Para reduzirmos as perturbações provocadas pela presença do campo externo, o sentido da troca de energia entre os feixes foi escolhido como sendo do feixe fraco para o forte, ou seja, ganho negativo. A estabilidade do processo de registro holográfico será descrita mais adiante.

A medida foi feita utilizando a montagem apresentada na figura (3.2). A modulação foi aplicada ao feixe forte, com frequência de $\Omega = 4000\pi\text{rad}/s$ e amplitude $\psi_d = 0.14\text{ rad}$, tendo sido produzida por um espelho piezoelétrico (PZT) com $\tau_{sc}\Omega \gg 1$ [23] onde τ_{sc} é o tempo de registro do holograma. A modulação de fase produz, como já demonstrado antes, termos harmônicos em Ω e 2Ω (além de outros termos de amplitudes desprezíveis) na saída do cristal e na direção do feixe fraco. Um esquema simplificado da montagem (3.2) é mostrado na figura (3.6). Na figura (3.6) estão representados os amplificadores *lock-in* sintonizados em Ω e 2Ω , um oscilador e uma fonte de alta tensão. Utilizando as equações (3.7) e (3.8) podemos escrever os sinais de saída, para $\eta \ll 1$ e $\psi_d \ll 1$, como

$$V^\Omega = 2A^\Omega K_d^\Omega \psi_d \sqrt{I_S^0 I_R^0} \sqrt{\eta} \sin(\varphi) \quad (3.14)$$

$$V^{2\Omega} = \frac{1}{2} A^{2\Omega} K_d^{2\Omega} \psi_d^2 \sqrt{I_S^0 I_R^0} \sqrt{\eta} \cos(\varphi) \quad (3.15)$$

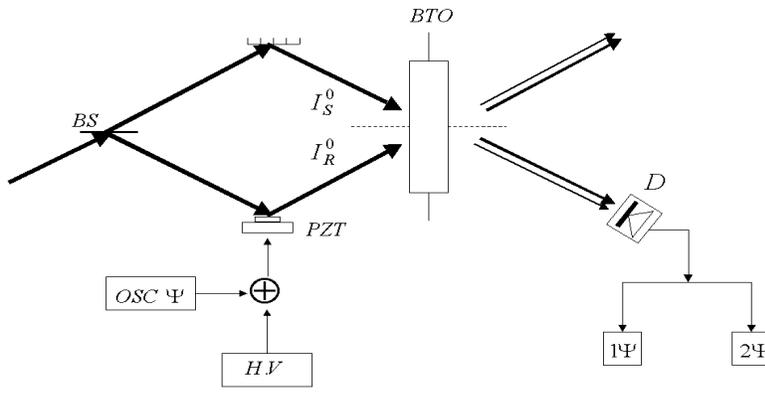


Figura 3.6: Esquema da montagem utilizada para a medida de η e φ

com $\psi_d = v_d K_{PZT}^\Omega$. A fase φ está relacionada com a fase holográfica ϕ entre o padrão de luz e o holograma formado como podemos ver na equação (2.26) [1, 16].

As intensidades I_R^0 e I_S^0 foram medidas atrás do cristal afim de evitar efeitos de absorção óptica e de reflexões múltiplas nas faces de entrada e saída do cristal. Nas equações (3.14) e (3.15) os termos K_d^Ω e $K_d^{2\Omega}$ representam os fatores de conversão da tensão no foto-detector em intensidade e também a resposta do foto-detector em Ω e 2Ω , com $K_d^\Omega \cong K_d^{2\Omega} = 13.9V m^2/W$. O termo K_{PZT}^Ω representa o fator de conversão de tensão aplicada ao (PZT) para oscilação, para esse experimento $K_{PZT}^\Omega = 0.057rad/V$. O primeiro e o segundo harmônicos, são detectados usando amplificadores *lock-in* sintonizados em Ω e 2Ω com suas respectivas amplificações A^Ω e $A^{2\Omega}$. A eficiência de difração η e a fase φ ficam determinadas utilizando as equações (3.14) e (3.15) da seguinte forma

$$\eta = \frac{1}{I_0^S I_0^R (K_d^\Omega)^2} \left[\left(\frac{V^\Omega}{2v_d A^\Omega K_{PZT}^\Omega} \right)^2 + \left(\frac{2V^{2\Omega}}{A^{2\Omega} (v_d K_{PZT}^\Omega)^2} \right)^2 \right] \quad (3.16)$$

$$\tan(\varphi) = \left[\frac{V^\Omega}{V^{2\Omega}} \frac{A^\Omega}{A^{2\Omega}} \frac{v_d K_{PZT}^\Omega}{4} \right] \quad (3.17)$$

3.3.1 Resultados

A eficiência de difração η e a fase φ foram medidas como descrito acima para ganho negativo, tomando os valores em um intervalo de tempo de 10s. Com auxílio do espelho piezoelétrico (*PZT*) produzimos uma rampa de frequência $\Omega = Kv$ em um dos feixes de interferência. Os dados experimentais η vs Ω para um campo nominal de $E_0 = 7.3kV/cm$, são mostrados na figura (3.7), onde a curva contínua representa o melhor ajuste feito com a equação (2.65).

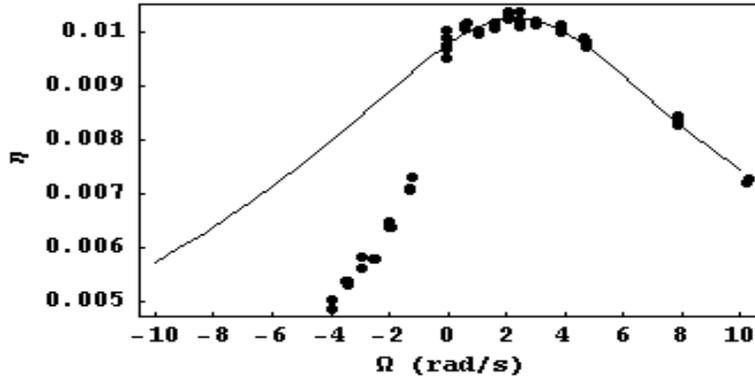


Figura 3.7: *Eficiência de Difração η vs Ω*

Os dados apresentados acima foram obtidos com as seguintes condições experimentais: $K = 2.55(\mu m)^{-1}$, $\beta^2 = 41.2$ e $I_0 = I_R^0 + I_R^0 = 22.5mW/cm^2$. O ajuste com a equação (2.65) permitiu determinarmos os seguintes parâmetros do cristal: $L_D = 0.14\mu m$ e $\Phi = 0.45$. Os dados na figura (3.7) foram ajustados somente para valores positivos de $\Omega = Kv$.

É conhecido que o campo efetivo dentro da amostra pode ser diferente do valor nominal E_0 aplicado [28, 25], dessa forma, devemos substituir E_0 por ξE_0 nas expressões onde aparece o campo E_0 , com ξ sendo uma variável estritamente experimental. Os valores possíveis para ξ estão no intervalo $0 < \xi \leq 1$. O motivo de o valor do campo efetivo

dentro da amostra pode vir a ser diferente do valor nominal se deve à falta de uniformidade da luz projetada sobre o cristal e às sombras causadas pelos eletrodos colados junto a ele. Essas sombras provocam uma não uniformidade de luz dentro da amostra e conseqüentemente um campo efetivo menor que o nominal. Para determinarmos o valor de ξ realizamos um experimento auxiliar onde η foi medida como função do campo externo aplicado E_0 , para $\Omega = Kv = 0$. Os dados obtidos são mostrados na figura (3.8). A linha contínua é o ajuste feito com a equação (2.65) para $\Omega = 0$. Deste ajuste foi possível obter $\xi = 0.96$. A medida da fase φ foi realizada da mesma forma, ou seja, medindo o primeiro e o segundo harmônicos. O resultado obtido é mostrado na figura (3.9), onde a linha contínua representa o ajuste feito com a equação (3.10). Desse ajuste foi possível determinar $\Phi = 0.45$. Outros experimentos foram realizados para uma outra freqüência

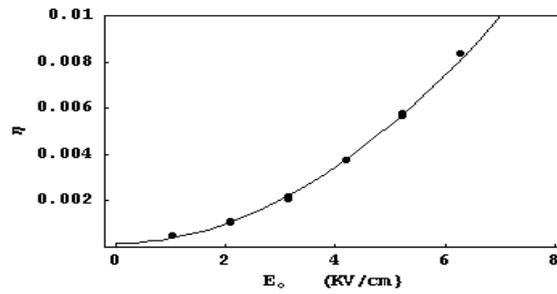


Figura 3.8: *Eficiência de Difração η vs Campo Aplicado E_0*

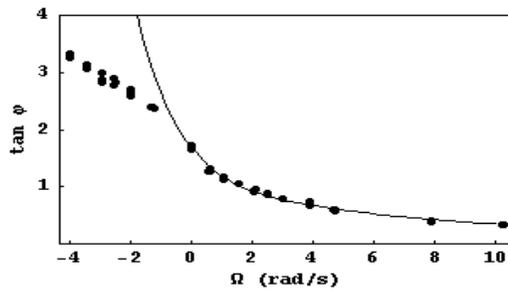


Figura 3.9: *Evolução da $\tan \varphi$ vs Ω*

espacial, $K = 11.3(\mu m)^{-1}$ e os resultados obtidos são mostrados na tabela (3.3.1).

K	I_0	β^2	<i>Medida de η</i>			<i>Medida de φ</i>			$\eta(v = 0)$
			L_D	l_s	Φ	L_D	l_s	Φ	ξ
$(\mu m)^{-1}$	mW/cm^2		μm	μm		μm	μm		
2.55	22.5	41.2	0.14	—	0.45	—	—	0.41	0.96
2.55	22.5	39.0	0.14	—	0.63	—	—	0.48	0.78
11.3	24.3	30.8	—	0.015	—	—	0.032	0.38	0.90
11.3	19.4	26.7	—	0.028	—	—	0.036	0.30	0.90

tabela (3.3.1)- Parâmetros do cristal $Bi_{12}TiO_{20}$

3.3.2 Discussões e Conclusões

Nesta seção mostramos que é possível utilizar os hologramas em movimento para a caracterização dos cristais fotorrefrativos. Podemos notar pelas figuras (3.7) e (3.9) que a curva teórica, equação (2.65), se ajusta bem aos dados experimentais, para valores positivos de $\Omega = Kv$. Acreditamos que o motivo pelo qual a curva teórica não se ajusta a todos os dados experimentais ($\Omega < 0$) é devido à presença de buracos. Simulações teóricas [29, ?] mostraram que a presença de uma pequena quantidade de buracos pode modificar a forma da curva da eficiência de difração e da fase, essa modificação fica evidente nas figuras (3.7) e (3.9).

3.4 Apagamento Holográfico

A fotocondutividade, assim como a condutividade no escuro, são parâmetros importantes na caracterização e compreensão dos mecanismos de registro holográfico em cristais fotorrefrativos. A fotocondutividade, que depende da densidade de portadores de cargas gerados pela presença da luz, determina a velocidade com que as cargas se movem dentro do material e, por isso, determina a velocidade do registro holográfico. Por outro lado, a condutividade no escuro é a responsável pela redistribuição das cargas no volume do material na ausência de luz e, por esse motivo, ela determina o processo de apagamento do holograma no escuro. Uma fotocondutividade alta indica uma resposta rápida, pode também indicar a existência de buracos e elétrons excitados simultaneamente, o que não é bom para o registro holográfico pois portadores de cargas de sinais opostos acabariam cancelando-se e impedindo a formação de uma modulação espacial de cargas. Uma condutividade no escuro comparativamente alta em relação à fotocondutividade também não é desejável para o registro holográfico pois pode apagar demasiadamente rápido a informação registrada.

Nesta seção utilizaremos a técnica de apagamento holográfico para medir a condutividade, e os parâmetros que caracterizam os cristais fotorrefrativos em especial $Bi_{12}TiO_{20}$ (BTO), nominalmente puro. O uso das técnicas holográficas para realizar a medida da condutividade, garante que a medida está sendo feita no volume do material. A técnica consiste em gravar um holograma e estudar a evolução de seu apagamento.

A evolução temporal do apagamento holográfico, na ausência de absorção óptica, segue uma lei puramente exponencial, como indicado pela equação (1.27), e está relacionada ao tempo de relaxação dielétrica e a outros parâmetros da rede (holograma) e do materi-

al tais como, frequência espacial da rede, comprimento de difusão L_D , comprimento de blindagem de Debye l_s e eficiência de geração de portadores de cargas Φ . A relaxação dielétrica caracteriza o movimento dos portadores de cargas dentro do material e está relacionado com a constante dielétrica e com a condutividade do material como mostrado na equação (1.35).

Na presença de forte absorção óptica a lei que descreve o apagamento deixa de ser exponencial [10]. Isso está relacionado ao fato do tempo de relaxação dielétrica ser inversamente proporcional à condutividade, que, por sua vez, depende da intensidade da luz. Como a intensidade da luz varia ao longo da espessura da amostra a relaxação dielétrica também segue essa dependência. Podemos dizer em outras palavras que em cada plano do cristal temos um tempo de relaxação diferente. Através da evolução do apagamento do holograma podemos determinar o tempo de escrita do holograma e, dessa forma, podemos caracterizar o cristal.

3.4.1 Teoria

A evolução temporal da eficiência de difração durante o apagamento do holograma com luz uniforme, na ausência de auto-difração e $\eta \ll 1$, pode ser escrita com auxílio das equações (1.27), (1.28) e (2.33) como

$$\eta = \eta_0 e^{-2t/\tau_{sc}}, \quad (3.18)$$

$$\tau_{sc} = \tau_M \frac{1 + K^2 L_D^2 - iK L_E}{1 + K^2 l_s^2 - iK l_E}, \quad (3.19)$$

$$\frac{1}{\tau_M} = \frac{\sigma_{ph} + \sigma_d}{\epsilon \epsilon_0}, \quad (3.20)$$

e

$$\sigma_{ph} = \frac{q\mu\tau\Phi\alpha I}{h\nu}, \quad (3.21)$$

onde τ_M é o tempo de relaxação dielétrica, ϵ a constante dielétrica do material, ϵ_0 a permissividade elétrica do vácuo, μ e τ são a mobilidade e o tempo de vida do portador de carga, respectivamente. Os parâmetros L_D , L_E , l_s , L_E e Φ já foram descritos anteriormente. A condutividade no escuro e a fotocondutividade são representadas por σ_d e σ_{ph} , respectivamente. Devido à absorção óptica, a intensidade da luz varia ao longo da espessura do material na forma

$$I(z) = I_0 e^{-\alpha z} \quad (3.22)$$

dessa forma τ_{sc} na equação (3.19) não é mais uma constante mas sim uma função de z , com isso a equação (3.18) fica

$$\sqrt{\eta} = \frac{\sqrt{\eta_0}}{d} \int_0^d e^{-t/\tau_{sc}(z)} dz, \quad (3.23)$$

onde d é a espessura do cristal. Na ausência de campo externo e $\sigma_d \ll \sigma_{ph}$, a equação acima pode ser escrita na seguinte forma

$$\sqrt{\eta} = \frac{\sqrt{\eta_0}}{\alpha d} [E_i(-t/\tau_{sc}(0)) - E_i(-t/\tau_{sc}(0)e^{-\alpha d})], \quad (3.24)$$

$$\frac{1}{\tau_{sc}(0)} = \frac{q\mu\tau\Phi\alpha I_R(0)}{h\nu\epsilon_0\epsilon} \frac{1 + K^2 l_s^2}{1 + K^2 L_D^2} \quad (3.25)$$

e

$$I_R(0) = I_R^0 (1 - R) \cos\theta, \quad (3.26)$$

onde $E_i(x)$ é chamada de função integral exponencial [30]. É fácil mostrar que para $\alpha d \rightarrow 0$ a equação (3.24) torna-se uma exponencial, como era de se esperar. A intensidade I_R^0 é usada para apagar o holograma, $\tau_{sc}(0)$ e $I(0)$ são os valores no plano ($z = 0$) da amostra. Os termos $(1 - R)$ e $\cos\theta$ na equação (3.26) são devidos a efeitos de reflexões nas interface do cristal e a efeitos de refração, respectivamente, onde R é o coeficiente de refletividade e θ o ângulo de incidência.

3.4.2 Montagem Holográfica Utilizada para o Apagamento Holográfico

A montagem holográfica desenvolvida para o estudo do apagamento holográfico é baseada na referência [31]. Um esquema da montagem é mostrado na figura (3.10). A

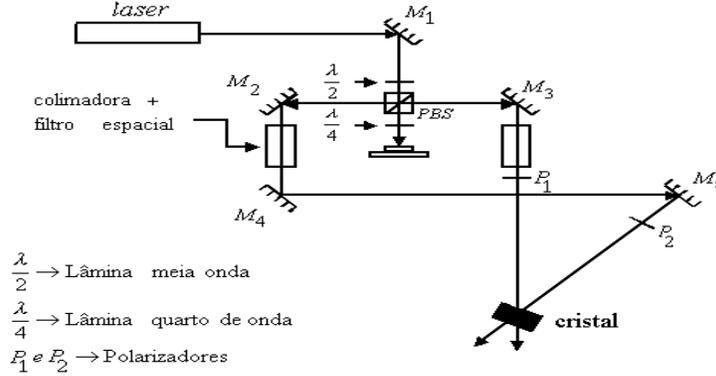


Figura 3.10: *Montagem utilizada no estudo do apagamento holográfico*

montagem mostrada na figura (3.10) é composta de um conjunto de espelhos planos M_1 , M_2 , M_3 , M_4 e M_5 , lâminas de de retardo ($\frac{\lambda}{2}$, $\frac{\lambda}{4}$), polarizadores, filtros espaciais, objetivas e um divisor polarizante de feixe (PBS). O ajuste da diferença de caminho óptico zero para essa montagem foi obtido como descrito na seção (3.2.1). A principal característica dessa montagem é que através do movimento do espelho M_5 podemos mudar a frequência espacial da rede permanecendo a diferença de caminho óptico zero.

Os estados de polarização dos feixes foram escolhidos de modo a não termos acoplamento entre os feixes, ou seja, polarizações ortogonais na saída do cristal, tal situação já foi descrita na seção (3.2.2). A escolha das polarizações ortogonais na saída do cristal facilita a separação do feixe difratado do transmitido, usando-se um simples polarizador colocado ortogonalmente a luz transmitida. A separação dos feixes utilizando um simples

polarizador só é possível porque a amostra não é submetida a campo externo.

3.4.3 Medida da Eficiência de Difração utilizando o Apagamento Holográfico

Para a medida da eficiência de difração utilizamos a montagem descrita na figura (3.10), um esquema simplificado é mostrado na figura (3.11).

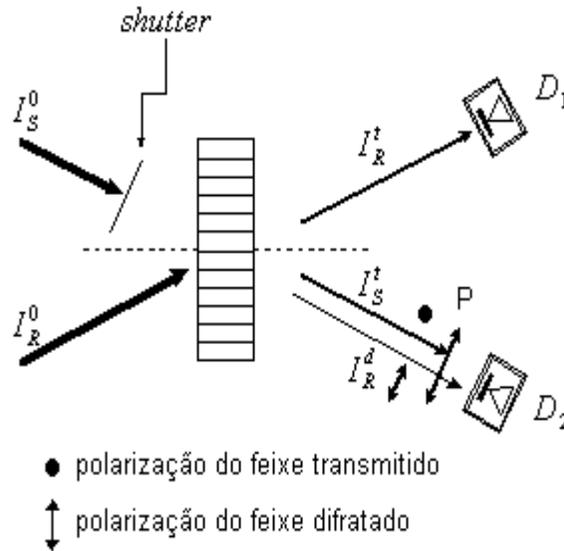


Figura 3.11: *Montagem simplificada para o estudo do apagamento holográfico*

A relação entre as intensidades dos feixes de escrita foi escolhida de modo a termos baixa visibilidade do padrão de franjas, ou seja, $I_R^0 \gg I_S^0$. Isso possibilita fazermos uso da aproximação do primeiro harmônico espacial [7].

O holograma foi escrito, utilizando o comprimento de onda $\lambda = 514.5nm$, e após atingido o estado estacionário, o feixe sinal I_S^0 foi bloqueado, utilizando-se um *shutter*, e o feixe referência I_R^0 foi usado para apagar o holograma. Ao mesmo tempo que o holograma era apagado, medíamos a evolução da eficiência de difração. A figura (3.12) mostra o

estado estacionário e o processo de apagamento do holograma.

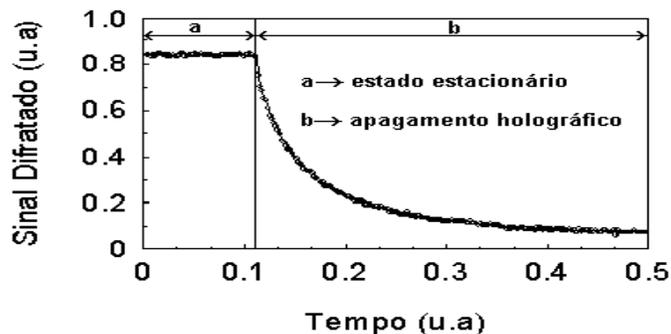


Figura 3.12: *Estado estacionário e apagamento do holograma*

A evolução da eficiência de difração durante o apagamento foi medida para diferentes intensidades I_R^0 , em um dada freqüência espacial K , e esse procedimento foi repetido para quatro valores diferentes de K , sempre com a razão $I_R^0/I_S^0 \approx$ constante.

As perturbações sobre o holograma fazem com que exista uma variação no tempo de relaxação dielétrica ao longo da espessura do cristal. Por isso torna-se difícil saber se o holograma está gravado uniformemente em todo o volume do cristal. Para solucionarmos esse problema o registro foi realizado utilizando-se intensidades altas o suficiente para produzir tempos de relaxação pequenos, afim de minimizar as perturbações. Foram escolhidos somente os resultados onde o registro era estável antes do início do apagamento.

3.4.4 Resultados

A evolução da raiz quadrada da eficiência de difração com o tempo é mostrada na figura (3.13). Na figura (3.13) a linha cheia representa o ajuste feito com a equação (3.24) e a linha tracejada representa o ajuste feito com uma exponencial. Fica claro que a equação (3.24) se ajusta melhor aos dados experimentais. O ajuste feito com a exponencial produz um tempo de relaxamento quatro vezes maior que o ajuste feito pela

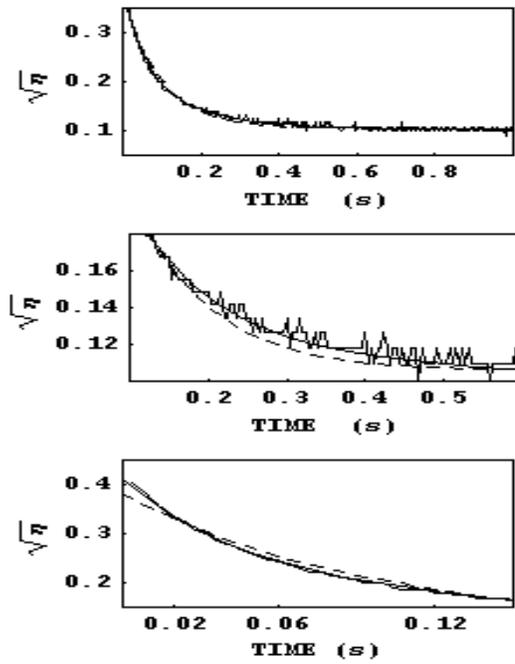


Figura 3.13: *Evolução da eficiência de difração*

equação (3.24). A utilização da função exponencial para a caracterização dos cristais fotorrefrativos na presença de forte absorção óptica torna-se inadequada, podendo apenas dar uma visão qualitativa do processo de relaxação holográfico. Dos ajustes feitos com a equação (3.24) obtínhamos $(\tau_{sc}(0))$ e um gráfico de $1/\tau_{sc}(0)$ vs I_R^0 , para $K = 5.6(\mu m)^{-1}$ (triângulos), $K = 8.36(\mu m)^{-1}$ (círculos fechados), $K = 10.07(\mu m)^{-1}$ (círculos abertos) e $K = 11.3(\mu m)^{-1}$ (quadrado), foi feito. O resultado é mostrado na figura (3.14), onde a curva contínua representa o ajuste feito com a equação (3.25). O coeficiente angular das curvas mostradas na figura (3.14) é representado por $[\tau_{sc}(0)I_R(0)]^{-1}$. O inverso do coeficiente angular de cada curva foi plotado com função de K^2 , tal resultado é mostrado na figura (3.15) onde a linha contínua representa o ajuste com a equação (3.25), onde os círculos representam (\circ) os dados obtidos através da equação (3.24) e os triângulos representam (Δ) os dados obtidos com uma lei exponencial.

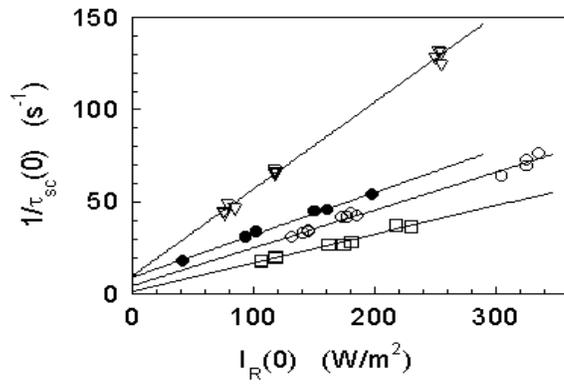


Figura 3.14: $1/\tau_{sc}(0)$ vs *Intensidade*

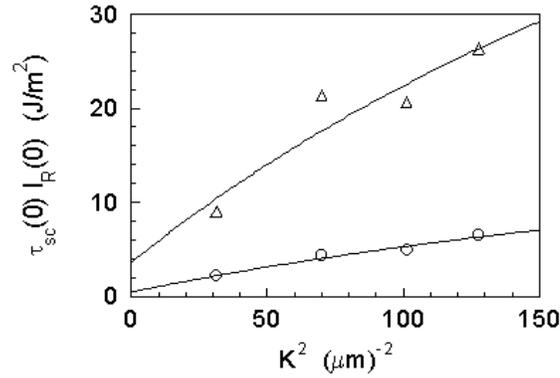


Figura 3.15: $\tau_{sc}(0)I_R(0)$ vs K^2

Do ajuste mostrado na figura (3.15), para (o), foi possível determinar os seguintes parâmetros: $L_D = 0.38\mu m$ e $\Phi = 0.36$. Substituindo os valores determinados para L_D e Φ na equação (3.21), a fotocondutividade obtida foi $\sigma_{ph}/I_R(0) = 10 \times 10^{-10} m/W\Omega$. Dos dados obtidos através da lei exponencial os seguintes valores foram determinados: $L_D = 0.26\mu m$, $\Phi = 0.09$ e $\sigma_{ph}/I_R(0) = 1.1 \times 10^{-10} m/W\Omega$. Freschi et al. [25] determinaram, utilizando a medida da fase inicial, para a mesma amostra $L_D = 0.14\mu m$, mas para outro comprimento de onda ($\lambda = 532nm$). O valor obtido para $\sigma_{ph}/I_R(0)$ está de acordo com os valores encontrados na literatura para outras selenitas tais como, $Bi_{12}SiO_{20}$ ($7.3 \times 10^{-10} m/W\Omega$) e $Bi_{12}GeO_{20}$ ($5.7 \times 10^{-10} m/W\Omega$), usando técnicas não holográficas [32].

3.4.5 Medida da Condutividade no Escuro

A medida da condutividade no escuro foi feita com o auxílio da montagem mostrada na figura (3.10). Um holograma em volume foi gravado e com auxílio de um shutter, incidimos um pulso curto e fraco de luz sobre o holograma e mediamos a evolução da eficiência de difração da rede gravada. Com esses dados e auxílio da equação (3.18) em instantes de tempos diferentes calculamos a condutividade no escuro. Um experimento preliminar permite determinar a largura temporal do pulso necessário para medir a evolução da eficiência de difração sem perturbar a rede. O tempo foi de $t_{exp} \ll 1/60$, que permitiu realizar a medida com o mínimo de perturbação do sistema (apagamento da rede). Mesmo assim o efeito do pulso sobre o relaxamento do holograma teve que ser levado em conta. A figura (3.16) mostra o efeito do pulso.

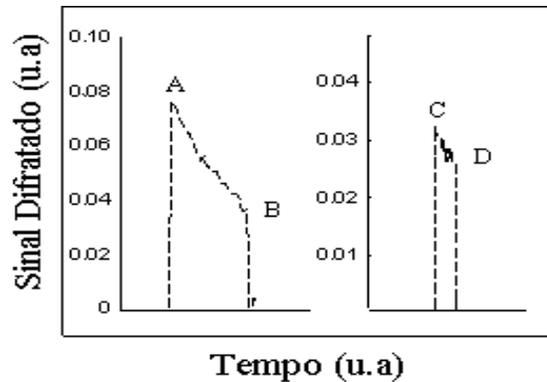


Figura 3.16: *Influência do pulso sobre rede*

Podemos ver pela figura (3.16) que nos intervalos entre A e B e entre C e D o pulso modifica a rede mas, entre o intervalo entre B e C a rede fica no escuro, então sabendo a eficiência de difração nos pontos B e C podemos calcular a condutividade no escuro através da equação (3.18). Um cuidado especial foi tomado para que a luz espalhada pelos equipamentos ópticos na montagem e pelo ambiente, não chegasse até o holograma

para perturba-lo. As medidas foram feitas em cristais de *BTO* nominalmente puro e *BTO* dopado com vários elementos, tais como Cério e Chumbo. As redes a serem apagadas foram escritas com tempos variando de $1s$ à $10min$. A tabela (3.4.5) abaixo mostra os valores obtidos.

Cristal	σ_d ($1/\Omega m$)	Tempo de escrita da rede
BTO puro	$(2 - 8) \times 10^{-14}$	$1s$
BTO puro	4.5×10^{-15}	$10min$
BTO dopado com chumbo	$(2 - 9.6) \times 10^{-13}$	$2 s e 5min$
BTO dopado com cério	$(2 - 7.6) \times 10^{-12}$	$1, 2 e 5min$

tabela (3.4.5)- Condutividade no escuro

O valor para σ_d com tempo de registro $10 min$ da indicação de escrevermos uma rede de buracos simultaneamente a de elétrons.

3.4.6 Discussões e Conclusões

Através do estudo do apagamento holográfico verificamos que o relaxação do holograma na presença de forte absorção óptica não é descrito por uma lei exponencial, mas sim por uma função integral exponencial. A utilização da lei exponencial para a caracterização dos cristais fotorrefrativos torna-se inadequada, podendo apenas dar informações qualitativas do processo de relaxamento dielétrico do holograma. É interessante notarmos que o prolongamento das curvas mostradas na figura (3.14), para $I_R(0) = 0$, não fornece a condutividade no escuro.

Acreditamos que a discrepância entre os valores obtidos, para os parâmetros L_D e Φ , utilizando os hologramas em movimento e o apagamento holográfico é devida a presença de buracos. Para o apagamento holográfico estamos na posição de $\Omega = 0$, holograma parado. Nesta condição ($\Omega = 0$) a presença dos buracos pode ter grande influência no processo de registro, dificultando dessa forma a caracterização do cristal.

Através dos dados da tabela (3.4.5) vemos que o tempo de escrita pode, em alguns casos, alterar o do tipo de rede (competição elétrons/buracos) nos cristais nominalmente puros. Para um tempo de escrita pequeno ($1s$) acreditamos que a rede seja formada apenas por elétrons. Para um tempo de escrita grande ($10min$) há indícios de que possamos escrever uma rede de buracos. A rede formada por elétrons é mais rápida do que a formada por buracos, dessa forma com um tempo de escrita curto podemos minimizar a participação de buracos. Nos cristais dopados não vemos influência do tempo de escrita na condutividade no escuro.

3.5 Estabilidade dos Hologramas

O registro holográfico em cristais fotorrefrativos ocorre quando incidimos sobre o cristal um padrão de franjas geradas pela interferência de dois feixes coerentes de amplitudes complexas R e S . Devido a fotocondutividade e às propriedades eletro-ópticas desses materiais, é construído um holograma de fase no volume do material. Esses hologramas gerados produzem acoplamentos de fase e/ou amplitude entre os feixes de escrita, (auto-difração) [1].

Na presença de um feixe forte ($I_R = |R|^2$) e um feixe fraco ($I_S = |S|^2$) tal que $I_R \gg I_S$, temos a condição chamada “*undepleted pump approximation*” e o acoplamento é descrito

por [33]

$$\tau_{sc} \frac{\partial^2 A(z, t)}{\partial z \partial t} + \frac{\partial A(z, t)}{\partial z} + 2i\kappa A(z, t) = 0 \quad (3.27)$$

onde A representa a modulação do padrão de franjas $m = 2S^*R/(|R|^2 + |S|^2)$ ou o complexo conjugado da amplitude do feixe S . Na equação (3.27) t é o tempo e z é a posição ao longo da espessura da amostra ($z = 0$ na face de entrada e $z = d$ na face de saída do material). A constante κ determina o acoplamento entre os feixes e τ_{sc} o tempo de escrita do holograma. Pode-se mostrar [33] que a solução da equação (3.27) caracteriza um amplificador com realimentação, onde o ganho depende de κ . A constante de acoplamento κ está relacionada, como mostrado anteriormente, à amplificação Γ da forma

$$I_S(d) = I_S^0 \frac{1 + \beta^2}{1 + \beta^2 \exp(-\Gamma d)}, \quad (3.28)$$

$$I_R(d) = I_R^0 \frac{1 + \beta^2}{1 + \beta^2 \exp(\Gamma d)} \quad (3.29)$$

e

$$\Gamma = \Im \left\{ \frac{4\kappa}{\cos\theta} \right\} \quad (3.30)$$

onde $\Im\{\kappa\}$ é a parte imaginária de κ , θ é o ângulo de incidência e $I_S(d) = |S(d)|^2$ e $I_S^0 = |S(0)|^2$ são os valores das intensidades na saída e na face de entrada do cristal, respectivamente, na direção do feixe S .

Podemos notar pelas equações (3.28) e (3.29) que a troca de energia depende do sinal do ganho Γ .

É interessante, nesse momento, relacionarmos a característica de sistema de amplificação com realimentação que o cristal fotorrefrativo apresenta e o sistema de amplificação com realimentação eletrônico. Para um sistema eletrônico temos que o sinal (ruído) de saída aumenta ou diminui dependendo também do sinal do ganho. Isso pode ser melhor

compreendido com auxílio da figura (3.17). Na figura v_i representa o sinal de entrada, G

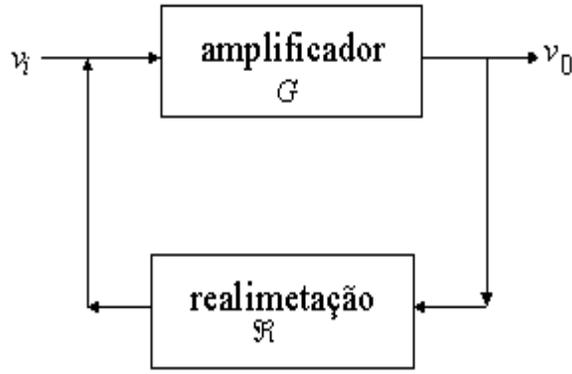


Figura 3.17: *Sistema de Amplificação*

o ganho, \mathfrak{R} a realimentação e v_0 o sinal de saída. O sinal de saída v_0 pode ser escrito na forma [34]

$$v_0 = \frac{G}{1 - \mathfrak{R}G} v_i \quad (3.31)$$

Podemos notar pela equação (3.31) que, se $\mathfrak{R} < 0$ (realimentação negativa) o sinal de saída é menor, e se $\mathfrak{R} > 0$ (realimentação positiva) o sinal de saída é maior. Uma redução no ruído é esperado para os fotorrefrativos quando o registro é feito com ganho negativo.

A aplicação de campo elétrico externo sobre os cristais fotorrefrativos produz forte instabilidade sobre o holograma. A aplicação do campo externo é interessante pois aumenta a eficiência de difração [35], como veremos mais adiante. As instabilidades sobre o holograma são atribuídas ao batimento entre o holograma estacionário e os hologramas em movimento gerados pelas perturbações sobre a montagem experimental. Como já mostrado anteriormente, a equação que descreve os hologramas em movimento é dada por

$$\tau_{sc} \frac{\partial E_{sc}}{\partial t} + E_{sc} = -m E_{eff} \quad (3.32)$$

$$E_{eff} = \frac{E_0 + iE_D}{(1 + K^2 l_s^2 - iK l_E) - iK v \tau_M (1 + K^2 L_D^2 - iK L_E)} e^{i(Kx - Kvt)} \quad (3.33)$$

onde E_{sc} é o campo devido a modulação de cargas no volume do cristal. Os parâmetros do cristal, L_D , L_E e τ_{sc} foram descritos anteriormente. As soluções para a equação (3.32) são dadas por

$$E_{sc} = -m \frac{E_0 + iE_D}{(1 + K^2 l_s^2 - iKl_E) - iKv\tau_M(1 + K^2 L_D^2 - iKL_E)} e^{i(Kx - Kvt)} \quad (3.34)$$

e

$$E_{sc} = E_{sc}^0 e^{-\omega t} e^{i(Kx - \gamma t)}, \quad (3.35)$$

onde

$$\omega + i\gamma = \frac{1}{\tau_M} \frac{1 + K^2 l_s^2 - iKl_E}{1 + K^2 L_D^2 - iKL_E}, \quad (3.36)$$

que representam o estado estacionário, equação (3.34), e transiente de hologramas em movimento, equação (3.35). Tais transientes são provavelmente gerados pelas perturbações externas sobre a montagem experimental.

3.5.1 Verificação da Instabilidade

Para analisarmos a estabilidade do registro holográfico realizamos um experimento de mistura de duas ondas com $\lambda = 514.5nm$, usando um cristal de $Bi_{12}TiO_{20}$ nominalmente puro. As características da amostra e a montagem experimental utilizada foram descritas no capítulo anterior, (ver figuras (3.5) e (3.2)). A estabilidade foi verificada estudando-se a eficiência de difração e a fase entre os feixes difratado e transmitido para hologramas estacionários, com ganhos negativo e positivo. As polarizações dos feixes de escrita foram escolhidas de forma que os feixes difratado e transmitido tiveram polarizações paralelas na saída do cristal. O ganho pode ter seu sinal invertido fazendo um rotação de 90° no estado de polarização dos feixes de escrita. Um campo elétrico efetivo de $4kV/cm$ foi

aplicado na amostra, na direção do vetor \vec{K} ($K = 11.3(\mu m)^{-1}$). A eficiência de difração e a fase foram medidas como descritas no capítulo anterior.

3.5.2 Resultados

Devido à grande instabilidade apresentada pelo holograma, a evolução da eficiência de difração e da fase foram medidas em um intervalo de tempo de 10s. Os resultados obtidos para ganho negativo e positivo, são mostrados nas figuras (3.18) e (3.19). Vários experimentos foram realizados para ganho positivo e ganho negativo, os valores para η e φ são mostrados na tabela 2, onde $\bar{\eta}$ e $\bar{\varphi}$ representam os valores médios de η e φ , e $\sigma_{\eta,\varphi}$ os respectivos desvios padrões, no intervalo de 10s. Um experimento sem aplicação de campo externo também foi feito e seu resultado também é mostrado na tabela (3.5.2).

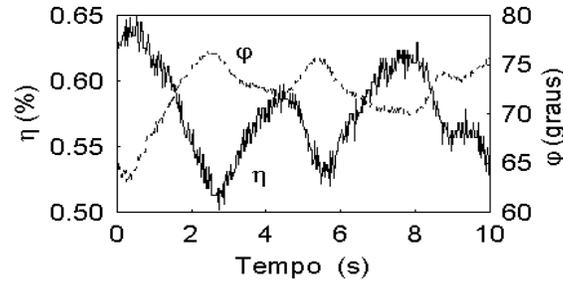


Figura 3.18: *Evolução de η e φ com ganho negativo.*

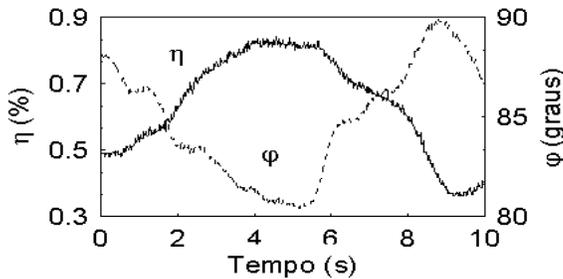


Figura 3.19: *Evolução de η e φ com ganho positivo.*

Ganho	β^2	Medida de η		Medida de φ	
		$\bar{\eta}$	$\sigma_\eta/\bar{\eta}$	$\bar{\varphi}$ (graus)	σ_φ
		$\times 10^{-3}$	%	graus	graus
positivo	56.7	2.3	18	87.2	1.7
positivo	56.7	3.2	23	84.9	2.9
positivo	56.7	2.8	27	85.1	3.7
negativo	28.3	2.9	8	71.4	2.8
negativo	28.3	2.9	6	72.2	2.9
negativo	28.3	2.9	5	71.4	2.3
negativo	28.3	2.7	5	73.2	1.9
positivo (sem campo aplicado)	180		0.04		
negativo (sem campo aplicado)	28.3	2.9	2.5	1.17	2.0

tabela (3.5.2)- Resultados sobre a estabilidade

3.5.3 Discussões e Conclusões

A análise dos dados apresentados na tabela (3.5.2) mostra que a eficiência de difração com ganho positivo é mais instável do que com ganho negativo. Na ausência de campo externo a eficiência de difração é estável, $\sigma/\eta \approx 0.04$ (ganho positivo) e $\sigma/\eta \approx 0.03$ (ganho negativo), para $\beta^2 = 180$. Esses valores indicam que a instabilidade é provocada pela presença do campo externo e não devido a perturbações sobre a montagem experimental. Em contraste com a eficiência de difração a fase não é afetada pela presença do campo

externo e pelo sinal do ganho, positivo ou negativo.

O ganho em cristais fotorrefrativos é pequeno devido ao baixo coeficiente eletro-óptico, mas mesmo assim o efeito do ganho na estabilidade é fortemente notado.

Podemos concluir que, para o registro de hologramas em cristais fotorrefrativos na presença de campo externo, a transferência de energia deve ser do feixe fraco para o forte (ganho negativo), essa escolha faz com tenhamos uma estabilidade maior durante o processo de registro do holograma.

Capítulo 4

Máxima Modulação de Índice

A caracterização dos cristais fotorrefrativos utilizando a teoria desenvolvida nos capítulos anteriores só é válida para a aproximação do primeiro harmônico espacial [7]. A aproximação do primeiro harmônico espacial corresponde experimentalmente a utilizarmos um padrão de luz com baixa visibilidade, ou seja, $|m| \ll 1$.

Para determinarmos as melhores condições para termos a máxima modulação de índice de refração possível, descartaremos a aproximação do primeiro harmônico espacial. Neste capítulo descreveremos a influência das variáveis experimentais tais como, campo elétrico externo, frequência espacial e intensidade da luz sobre a formação do holograma. Será investigada a influência dos harmônicos espaciais de ordens superiores sobre o processo de registro holográfico. Após determinarmos a influência de cada variável experimental sobre a eficiência de difração, realizaremos um experimento nas melhores condições encontradas.

4.1 Influência das Variáveis Experimentais sobre a Eficiência de Difração

Ficou evidente no capítulo anterior que o processo de registro holográfico em cristais fotorrefrativos envolve um quantidade grande de variáveis experimentais, tais como, campo elétrico externo E_0 , intensidade da luz incidente I_0 , visibilidade do padrão de luz m e frequência espacial da rede K . No primeiro capítulo, descrevemos o processo de registro holográfico considerando a aproximação do primeiro harmônico espacial, ou seja, $|m| \ll 1$ e com a teoria desenvolvida conseguimos caracterizar o cristal $Bi_{12}TiO_{20}$. Conhecendo os parâmetros que caracterizam o cristal verificamos através do estudo teórico da equação (2.65) que podemos encontrar um conjunto de condições experimentais para que possamos obter o maior valor possível da eficiência de difração. As figuras abaixo mostram a influência da frequência espacial e do campo elétrico externo no valor da eficiência de difração para os parâmetros encontrados no capítulo anterior.

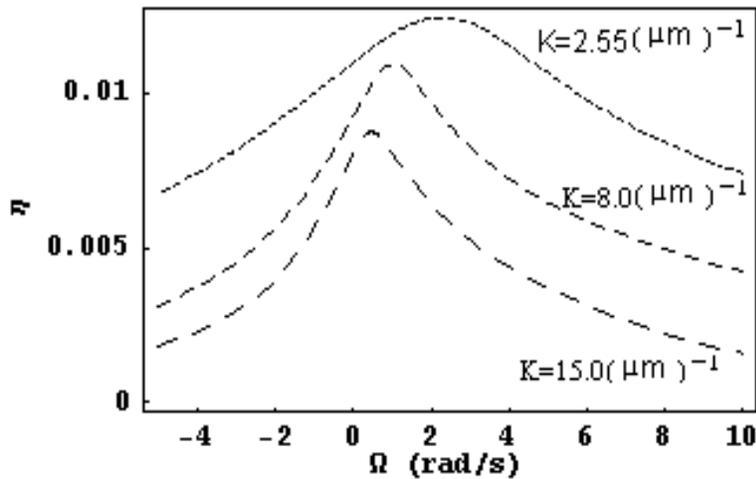


Figura 4.1: Influência de K sobre η - para os hologramas em movimento, com $L_D = 0.16 (\mu\text{m})$, $l_s = 0.033 (\mu\text{m})$, $\Phi = 0.40$, $E_0 = 7.4 \text{ kV/cm}$ e $\beta^2 = 35$.

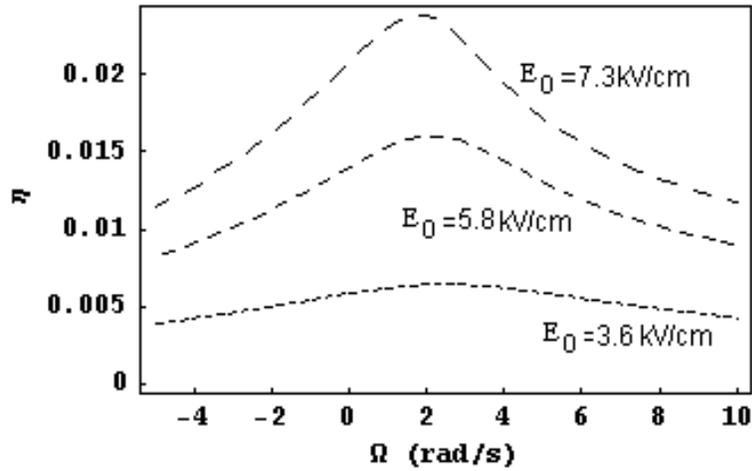


Figura 4.2: *Influência do Campo E_0 sobre η - para os hologramas em movimento, com $L_D = 0.16$ (μm), $l_s = 0.033$ (μm), $\Phi = 0.40$ e $\beta^2 = 35$.*

Na seção (4.1.4) discutiremos a influência dos harmônicos espaciais de ordens superiores gerados por um padrão de luz com visibilidade $|m| \approx 1$. Discutiremos também a influência das variáveis experimentais citadas acima sobre o processo de registro holográfico.

4.1.1 Influência do Campo Externo sobre η

Vimos no capítulo anterior que, devido a presença do campo externo o registro holográfico é muito instável. A aplicação de campo externo faz-se necessário pois, como podemos ver pela figura (4.3), a eficiência de difração aumenta.

Os dados mostrados na figura (4.3) foram obtidos como descrito anteriormente no capítulo 3. A montagem experimental e a amostra utilizada são mostradas nas figuras (3.2) e (3.5), respectivamente. O aumento da eficiência de difração com o campo externo se deve à influência direta do campo sobre a modulação de índice de refração, como podemos ver pela equação (2.15). O resultado mostrado na figura (4.3) é apenas qualitativo,

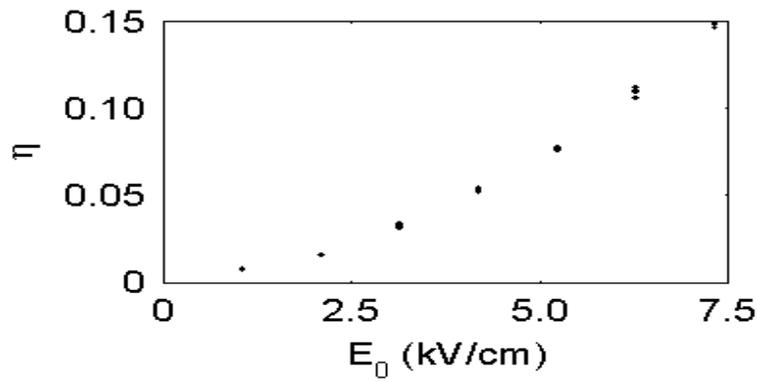


Figura 4.3: *Eficiência de Difração η vs Campo Aplicado E_0 -Condições experimentais:*

$$I_R^0 + I_S^0 = 247.7W/m^2, \beta^2 = 1.19, K = 2.55(\mu m)^{-1}.$$

pois estamos na condição $|m| \approx 1$ e a teoria desenvolvida no capítulo 2 só é válida para a condição $|m| \ll 1$.

4.1.2 Influência da Intensidade da Luz sobre η

A intensidade da luz incidente sobre o cristal não afeta consideravelmente o valor da eficiência de difração. Isso fica claro quando analisamos a figura (4.4).

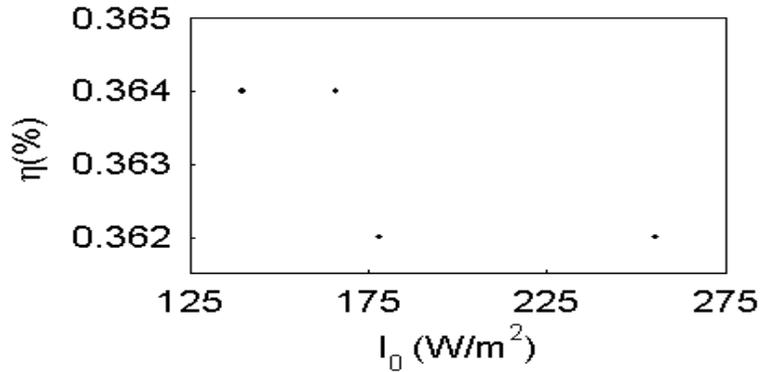


Figura 4.4: *Eficiência de Difração η vs Intensidade I_0 -Condições experimentais: $E_0 =$*

4.2kV/cm, $K = 2.55(\mu m)^{-1}$, $\beta^2 = 40$ e ganho negativo.

Apesar da intensidade da luz utilizada para o registro holográfico não contribuir para o aumento da eficiência de difração para hologramas estacionários (estático), é interessante trabalharmos com intensidades altas. Como os cristais fotorrefrativos são fotocondutores, eles terão uma resposta rápida para altas intensidades de luz. Como já mencionado antes, o processo de registro holográfico está sujeito às perturbações externas e do próprio mecanismo de registro. Com uma resposta rápida o sistema fica mais estável e menos sensível às perturbações externas.

4.1.3 Influência da Freqüência Espacial K sobre η

A freqüência espacial K determina o período da rede (holograma) formada. A dependência da eficiência de difração com K é mostrada na figura (4.5). A figura mostra que, para hologramas gerados com freqüências espaciais pequenas, a eficiência de difração aumenta. Os dados da figura (4.5) foram obtidos para um padrão de franjas fixo, ou seja $\Omega = Kv = 0$. A linha contínua representa o ajuste feito com a equação (2.65); com esse ajuste conseguimos $\xi = 0.89$ e $l_s = 0.027\mu m$.

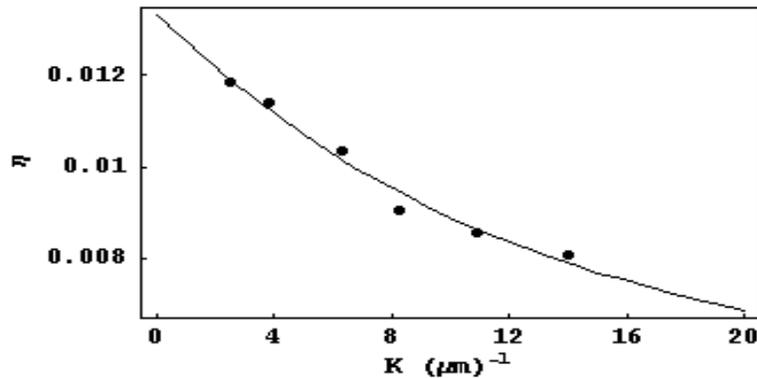


Figura 4.5: *Eficiência de difração vs Freqüência Espacial K -Condições experimentais:*

$E_0 = 7.4kV/cm$, $\beta^2 = 40$, *ganho negativo e $\Omega = 0$.*

4.1.4 Influência dos Harmônicos Espaciais sobre η

No capítulo 2 encontramos uma equação (1.43) que descreve o campo elétrico que modula o índice de refração do cristal, utilizando a aproximação do primeiro harmônico espacial [7], ou seja, condição de $|m| \ll 1$. Analisaremos agora a influência de m sobre a modulação de índice de refração através do estudo das partes real e imaginária da constante de acoplamento, equações (2.68) e (2.69).

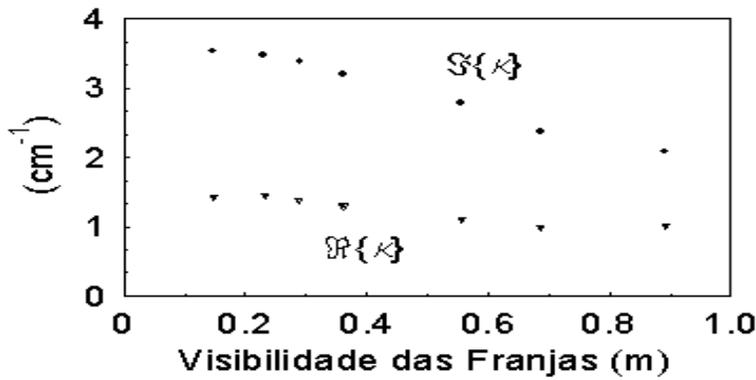


Figura 4.6: *Parte Real e Imaginária de κ vs Visibilidade das Franjas m -Condições experimentais: $E_0 = 4.2kV/cm$, $K = 2.55(\mu m)^{-1}$, ganho negativo e $\Omega = 0$.*

Os resultados mostrados na figura (4.6) foram obtidos medindo-se a eficiência de difração η e a diferença de fase φ . Com auxílio das equações (2.65) e (3.10) calculamos os respectivos valores para $\Gamma = \Im\{\kappa\}$ e $\gamma = \Re\{\kappa\}$.

Podemos notar pela figura (4.6) que quando a modulação m se aproxima de seu valor máximo ($m = 1$) temos um decréscimo nos valores de Γ e γ . Como Γ e γ estão relacionados com a amplitude da modulação de índice, como podemos ver pela equação (2.34), os decréscimo em Γ e γ indicam uma diminuição no valor da modulação de índice de

refração. Essa diminuição no valor da modulação de índice, é devida a competição entre os harmônicos espaciais de ordens superiores.

4.1.5 Discussões e Conclusões

Nesta seção estudamos a influência das variáveis experimentais sobre a eficiência de difração. Notamos que a eficiência de difração aumenta na presença de campo elétrico externo. Podemos notar pela figura (4.2) que a forma da curva para a eficiência de difração se mantém quando o campo elétrico aumenta. Ao contrário do campo elétrico, a intensidade da luz não contribui para o aumento da eficiência de difração, porém intensidades altas diminuem o tempo de resposta do material e, dessa forma, diminuem a sensibilidade do sistema às perturbações externas. Outro fator importante observado, foi a influência dos harmônicos espaciais de ordens superiores, devida a forte modulação do padrão de franjas, sobre a modulação de índice de refração. Para valores de $m \approx 1$ vemos um decréscimo no valor de κ devido à competição entre os harmônicos de ordens superiores. Outra verificação importante é que, para o registro holográfico com frequências espaciais pequenas há um aumento no valor da eficiência de difração. Isso fica evidente quando analisamos a figura (4.1) para os parâmetros que caracterizam o cristal $Bi_{12}TiO_{20}$. Podemos então concluir que as melhores condições para se obter um valor alto para a eficiência de difração são as seguintes: aplicação de campo elétrico externo, frequência espacial pequena. A figura (4.7) mostra um experimento feito com as melhores condições experimentais acima. Podemos notar, pela figura, que para as condições encontradas acima e para a amostra $Bi_{12}TiO_{20}$, a máxima eficiência de difração é de 16%.

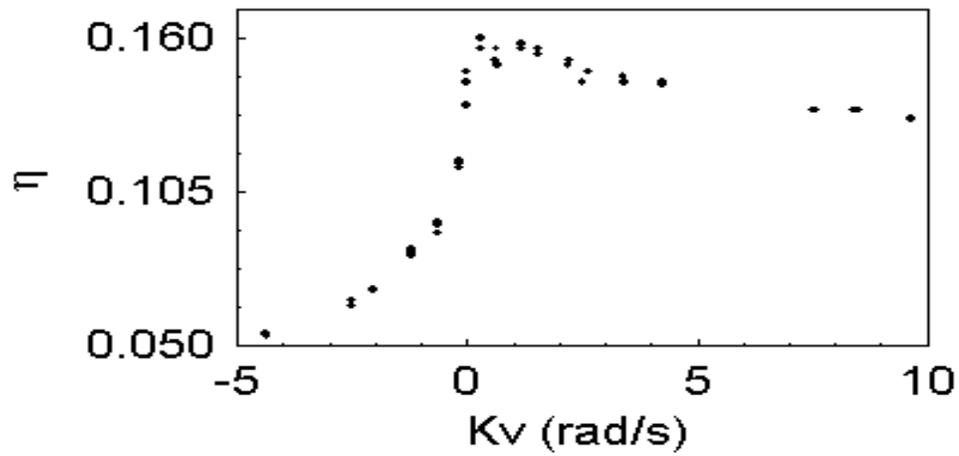


Figura 4.7: *Eficiência de Difração vs Ω -Condições experimentais: $E_0 = 7.3kV/cm$, $K = 2.55(\mu m)^{-1}$, $I_T = 247.7W/m^2$, $\beta^2 = 1.19$.*

Capítulo 5

Conclusões Gerais

Neste trabalho estudamos os hologramas em movimento, o apagamento holográfico e a estabilidade dos hologramas registrados em cristais fotorrefrativos. Verificamos que é possível utilizar os hologramas em movimento para a caracterização dos cristais fotorrefrativos, na presença de auto-difração e de forte absorção óptica. A técnica foi utilizada para caracterizar o cristal $Bi_{12}TiO_{20}$. A técnica dos hologramas em movimento se mostrou muito interessante pois, com essa técnica é possível obter valores altos para a eficiência de difração. Foi também o único método que permitiu detectar a presença de buracos.

Através do estudo da evolução temporal do holograma conseguimos determinar, usando técnicas holográficas, a fotocondutividade e a condutividade no escuro dos cristais fotorrefrativos, tanto nominalmente puros quanto dopados. Constatamos que na presença de forte absorção óptica o relaxamento global da rede (holograma) é descrito por uma função integral exponencial.

O registro holográfico em cristais fotorrefrativos é muito sensível à perturbações provocadas pela aplicação de campo elétrico externo. Essas perturbações são minimizadas com a escolha do sinal do ganho sendo negativo, ou seja, a troca de energia sendo feita do feixe

fraco para feixe forte. Para o registro de um holograma com alta eficiência de difração, encontramos que as melhores condições, para essa amostra, são a aplicação de campo elétrico externo e frequência espacial pequena.

Apêndice A

Propagação de Ondas em Meios

Anisotrópicos

A.1 Introdução

Os cristais fotorrefrativos quando submetido a um campo elétrico externo tornam-se birrefringentes [9]. A birrefringência se manifesta como uma mudança na forma e/ou orientação do elipsóide de índices. Dessa forma, uma onda eletromagnética se propagando nesse meio “verá” índices de refração diferentes a cada direção de propagação. Outra característica da anisotropia apresentada pelos cristais fotorrefrativos é a difração anisotrópica. Devido ao acoplamento entre os feixes difratados e transmitidos, provocado pela presença da rede (holograma), os estados de polarização desses feixes na saída do material são diferentes, ou seja, a polarização do feixe difratado é simétrica à do feixe transmitido. A difração anisotrópica é de fundamental importância no processo de transferência de energia entre os feixes, pois, dependendo do ângulo entre os estados de polarização dos feixes difratado e transmitido, temos máxima ou mínima transferência de

energia de um feixe para outro.

A mudança no elipsóide de índices será tratada através do efeito eletro-óptico [36]. O estudo da difração anisotrópica será feito através da teoria das ondas acopladas desenvolvida no capítulo anterior 2. Neste capítulo desenvolverei os processos envolvendo propagação de ondas em meios anisotrópicos.

A.2 Tensor dielétrico de um meio anisotrópico

Quando se aplica um campo elétrico a um meio a resposta do meio, à aplicação do campo elétrico é denominada polarização. Em certos materiais chamados isotrópicos a polarização induzida no material é sempre paralela ao campo elétrico [37]. Nos materiais isotrópico a polarização induzida independe da direção em que o campo elétrico é aplicado. Em materiais isotrópicos a polarização está relacionada com o campo elétrico através de uma constante característica do material ou seja

$$\vec{P} = \chi \vec{E} \tag{A.1}$$

onde χ é a susceptibilidade elétrica do material. Quando a polarização depende da direção do campo elétrico aplicado, os materiais são denominados anisotrópicos. Nesses materiais a polarização não está relacionada com uma constante mas sim através de um tensor susceptibilidade elétrica [37] ou seja

$$P_i = \varepsilon_{ij} E_j \tag{A.2}$$

onde a soma é feita sobre os índices repetidos.

É interessante escrever a resposta do meio através do tensor permissividade elétrica

definido por

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_0(1 + \chi_{ij}) \quad (\text{A.3})$$

Com auxílio das equações (A.2) e (A.3) podemos escrever o vetor deslocamento elétrico da seguinte forma

$$D_i = \varepsilon_{ij}E_j \quad (\text{A.4})$$

onde as quantidades ε_{ij} são características do material. A energia armazenada pelo meio é dada por

$$U = \frac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{D} \quad (\text{A.5})$$

que, utilizando a equação (A.4) fica

$$U = \frac{1}{2}\varepsilon_{ij}E_iE_j \quad (\text{A.6})$$

ou

$$2U = \varepsilon_{xx}E_x^2 + \varepsilon_{yy}E_y^2 + \varepsilon_{zz}E_z^2 + 2\varepsilon_{xy}E_xE_y + 2\varepsilon_{xz}E_xE_z + 2\varepsilon_{yz}E_yE_z \quad (\text{A.7})$$

onde $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ [36]. Com auxílio da equação (A.4) e escrevendo

$$\mathcal{X} = \frac{D_x}{\sqrt{2U}} \quad (\text{A.8})$$

$$\mathcal{Y} = \frac{D_y}{\sqrt{2U}} \quad (\text{A.9})$$

$$\mathcal{Z} = \frac{D_z}{\sqrt{2U}} \quad (\text{A.10})$$

temos

$$\frac{\mathcal{X}^2}{n_1^2} + \frac{\mathcal{Y}^2}{n_2^2} + \frac{\mathcal{Z}^2}{n_3^2} + 2\frac{\mathcal{Y}\mathcal{Z}}{n_4^2} + 2\frac{\mathcal{X}\mathcal{Z}}{n_5^2} + 2\frac{\mathcal{X}\mathcal{Y}}{n_6^2} = 1 \quad (\text{A.11})$$

onde

$$n_{ij} = \varepsilon_{ij}^2 \quad (\text{A.12})$$

A equação (A.11) acima é a de um elipsóide, que é conhecido como elipsóide de índices [36]. Uma onda eletromagnética propagando-se pelo elipsóide de índices experimentará índices de refração diferentes para cada direção de propagação.

A.3 Efeito Eletro-Óptico

Quando um campo elétrico externo é aplicado a um meio fotorrefrativo, é induzida uma mudança no seu índice de refração. Tal fenômeno é conhecido como efeito eletro-óptico. A aplicação do campo elétrico muda as dimensões e/ou as orientações do elipsóide de índices, a figura (A.1) abaixo mostra tal situação.

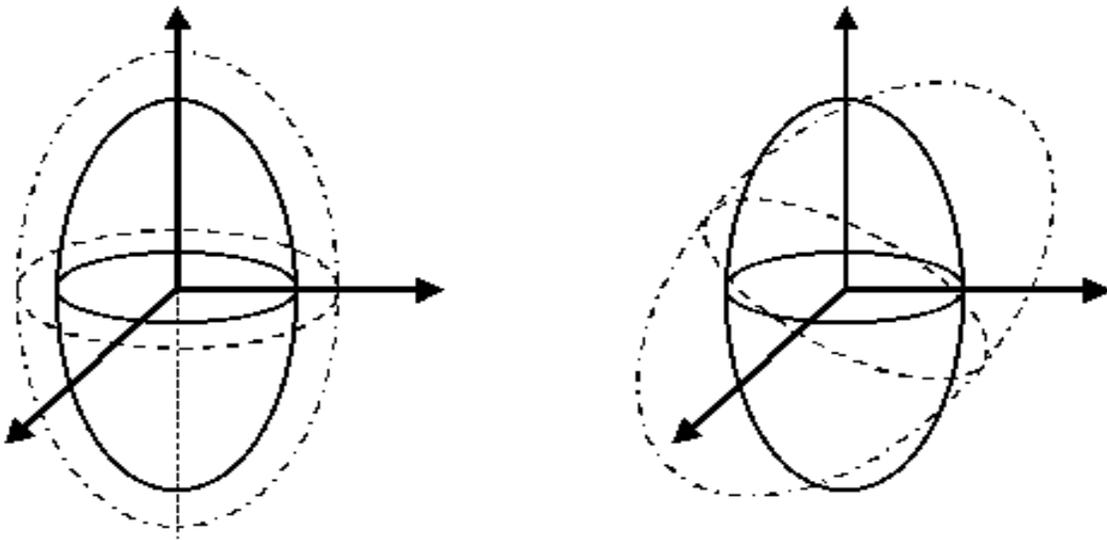


Figura A.1: *Mudança do elipsóide de índices devido a aplicação do campo elétrico externo*

A mudança linear nos coeficientes

$$\frac{1}{n_i^2} \quad i = 1, \dots, 6 \quad (\text{A.13})$$

da equação (A.11), devida ao campo elétrico é definida por [36]

$$\Delta \left(\frac{1}{n^2_i} \right) = \sum_{j=1}^3 r_{ij} E_j \quad (\text{A.14})$$

onde r_{ij} é o coeficiente eletro-óptico. A forma do tensor representado pela equação (A.14) depende do grupo ao qual o cristal considerado pertence [36]. Nesse trabalho foram utilizados cristais do grupo de simetria 23. O tensor eletro-óptico desse grupo é dado por [36]

$$r_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{52} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Para o cristal utilizado neste trabalho ($Bi_{12}TiO_{20}$) $r_{41} = r_{52} = r_{63}$. Utilizando o tensor (A.15) e a equação (A.14) na equação para o elipsóide de índice (A.11) temos

$$\frac{\mathcal{X}^2}{n_0^2} + \frac{\mathcal{Y}^2}{n_0^2} + \frac{\mathcal{Z}^2}{n_0^2} + 2\mathcal{Y}\mathcal{Z}r_{41}E_1 + 2\mathcal{X}\mathcal{Z}r_{52}E_2 + 2\mathcal{X}\mathcal{Y}r_{63}E_3 = 1 \quad (\text{A.16})$$

estando os eixos cristalográficos \mathcal{X} , \mathcal{Y} e \mathcal{Z} representados na figura (A.2).

Para um campo elétrico aplicado na direção y , perpendicular ao eixo [001], temos que a equação (A.16) torna-se

$$\frac{\mathcal{X}^2}{n_0^2} + \frac{\mathcal{Y}^2}{n_0^2} + \frac{\mathcal{Z}^2}{n_0^2} + 2\mathcal{Y}\mathcal{Z}r_{41}E_1 + 2\mathcal{X}\mathcal{Z}r_{52}E_2 = 1 \quad (\text{A.17})$$

ou

$$\frac{\mathcal{X}^2}{n_0^2} + \frac{\mathcal{Y}^2}{n_0^2} + \frac{\mathcal{Z}^2}{n_0^2} + 2\mathcal{Y}\mathcal{Z}r_{41}E_0 \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\mathcal{X}\mathcal{Z}r_{52}E_0 \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \quad (\text{A.18})$$

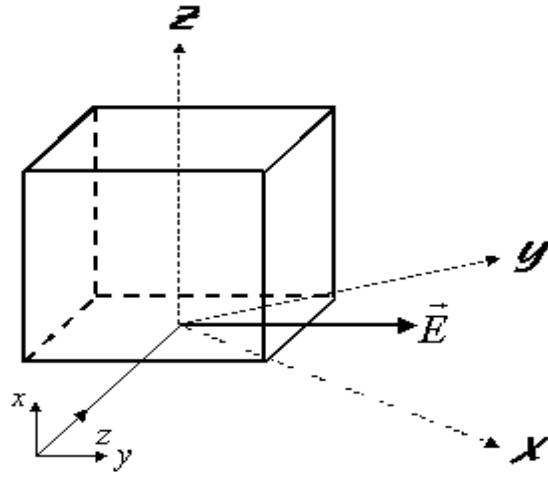


Figura A.2: Representação dos eixos cristalográficos para cristais do grupo 23.

com $E_1 = E_2 = E_0 \frac{\sqrt{2}}{2}$, e $E_3 = 0$. Rodando o sistema de coordenadas \mathcal{X}, \mathcal{Y} e \mathcal{Z} para o sistema x, y e z temos

$$\mathcal{X} = \frac{1}{\sqrt{2}}(y - z) \quad (\text{A.19})$$

$$\mathcal{Y} = \frac{1}{\sqrt{2}}(y + z) \quad (\text{A.20})$$

$$\mathcal{Z} = x \quad (\text{A.21})$$

Substituindo (A.19), (A.20) e (A.21) na equação (A.18) temos

$$\frac{x^2}{n_0^2} + \frac{y^2}{n_0^2} + \frac{z^2}{n_0^2} + 2xyr_{41}E_0 = 1 \quad (\text{A.22})$$

Para eliminarmos os termos cruzados xy devemos fazer uma rotação de $\frac{\pi}{4}$ ao redor do eixo z , como mostrado na figura (A.3).

pela figura (A.3) podemos ver que

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}(x' + y') \quad (\text{A.23})$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2}}(y' - x') \quad (\text{A.24})$$

$$z = z' \quad (\text{A.25})$$

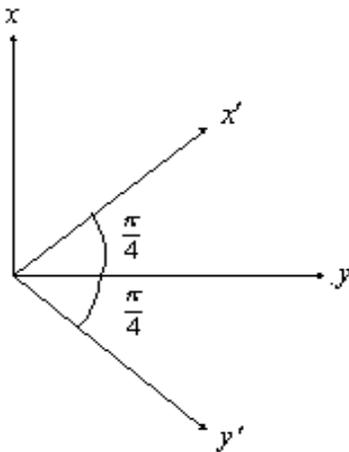


Figura A.3: Rotação de $\frac{\pi}{4}$ sobre o eixo z

Substituindo as equações (A.23), (A.24) e (A.25) na equação (A.22) temos

$$\frac{x'^2}{n_{x'}^2} + \frac{y'^2}{n_{y'}^2} + \frac{z'^2}{n_{z'}^2} = 1 \quad (\text{A.26})$$

com

$$n_{x'}^2 = \left[\frac{1}{n_0^2} - r_{41}E_0 \right]^{-1} \quad (\text{A.27})$$

$$n_{y'}^2 = \left[\frac{1}{n_0^2} + r_{41}E_0 \right]^{-1} \quad (\text{A.28})$$

$$n_{z'}^2 = n_0^2 \quad (\text{A.29})$$

Os cristais fotorrefrativos apresentam baixo coeficiente eletro-óptico ($r_{41} = 5.6 \times 10^{-12} \text{pm/V}$, para essa amostra), com isso temos que $1 \gg n_0^2 r_{41} E_0$, então a variação de índice percebida pela luz nas direções x' , y' e z' podem ser escritas como

$$\Delta n_{x'} = \frac{n_0^3 r_{41} E_0}{2} \quad (\text{A.30})$$

$$\Delta n_{y'} = -\frac{n_0^3 r_{41} E_0}{2} \quad (\text{A.31})$$

$$\Delta n_{z'} = 0 \quad (\text{A.32})$$

Podemos escrever as relações (A.30), (A.31) e (A.32) matricialmente como

$$\Delta n = \frac{1}{2} n_0^3 r_{41} E_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.33})$$

A.4 Difração Anisotrópica

O processo de difração anisotrópica é de fundamental importância no processo de transferência de energia entre os feixes (acoplamento entre os feixes). Para estudarmos a difração anisotrópica é interessante utilizarmos a teoria das ondas acopladas [2] desenvolvida no capítulo 2.

A.4.1 Difração anisotrópica na ausência de atividade óptica

As equações que descrevem o acoplamento entre os feixes são

$$\frac{d\vec{R}(z)}{dz} = -i \frac{\kappa}{\cos \theta} \vec{S}(z) \quad (\text{A.34})$$

$$\frac{d\vec{S}(z)}{dz} = -i \frac{\kappa}{\cos \theta} \vec{R}(z) \quad (\text{A.35})$$

onde κ é a constante de acoplamento, sendo definida da seguinte forma

$$\kappa = \frac{\pi}{2\lambda} \frac{\Delta \varepsilon}{\sqrt{\varepsilon_0}} \quad (\text{A.36})$$

Sabendo que

$$\varepsilon = n^2 \quad (\text{A.37})$$

temos

$$\Delta \varepsilon = 2n \Delta n \quad (\text{A.38})$$

Escrevendo as amplitudes das ondas como

$$\vec{R}(z) = R\vec{r} \quad (\text{A.39})$$

$$\vec{S}(z) = S\vec{s} \quad (\text{A.40})$$

e com auxílio das equações (A.36) e (A.33), após algumas manipulações algébricas, temos

$$\frac{dR(z)}{dz} = -i\vec{r}(\mathcal{A}\vec{s})S(z) \quad (\text{A.41})$$

$$\frac{dS(z)}{dz} = -i\vec{s}(\mathcal{A}\vec{r})R(z) \quad (\text{A.42})$$

com

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.43})$$

Através da figura (A.4) podemos definir os vetores \vec{r} e \vec{s} da seguinte forma

$$\vec{r} = (\cos(\gamma), \sin(\gamma), 0) \quad (\text{A.44})$$

$$\vec{s} = (\cos(\beta), \sin(\beta), 0) \quad (\text{A.45})$$

onde γ e β são os ângulos de polarização das ondas R e S respectivamente, em relação ao eixo x' . Resolvendo o produto de matrizes $\vec{r}(\mathcal{A}\vec{s})$, temos que

$$\vec{r}(\mathcal{A}\vec{s}) = \mathcal{A}_l \cos(\beta + \gamma) \quad (\text{A.46})$$

Para um acoplamento máximo entre os feixes temos

$$\beta = -\gamma \quad (\text{A.47})$$

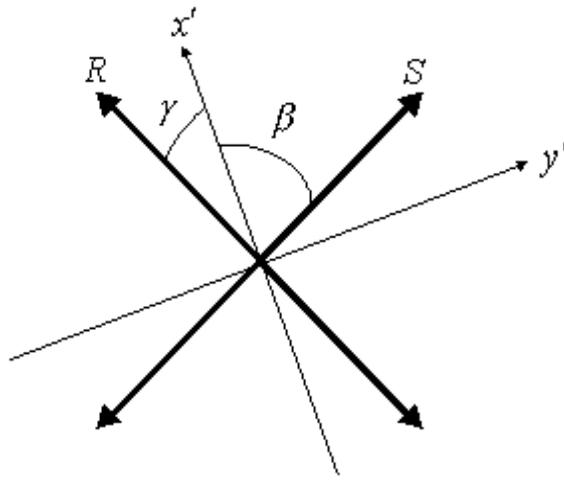


Figura A.4: *Representação dos vetores r e s*

O resultado dado pela equação (A.47) mostra que devido à presença da rede, a polarização do feixe difratado S é simétrica à do feixe transmitido R . Esse fato é muito interessante pois, escolhendo a polarização de entrada, podemos ter na saída os feixes totalmente ortogonais, o que facilita a separação dos feixes difratado e transmitido, utilizando um simples polarizador.

A.4.2 Difração anisotrópica na presença de atividade óptica

Quando um feixe de luz polarizado linearmente, passa por um cristal fotorrefrativo, o plano de polarização do feixe é rotado à medida que caminha pelo cristal. Esse fenômeno é conhecido como atividade óptica [38]. Nesta seção estudaremos a influência da atividade óptica nos estados de polarização dos feixes difratado e transmitido.

No capítulo ?? vimos que a solução das equações das ondas acopladas são da forma

$$R(z) = R_0 \cos(\kappa_0 z) + iS_0 \sin(\kappa_0 z) \quad (\text{A.48})$$

$$S(z) = -iR_0 \cos(\kappa_0 z) + S_0 \cos(\kappa_0 z) \quad (\text{A.49})$$

As equações acima podem ser escritas da seguinte forma

$$R_\gamma(z) = R_0 \cos(\kappa_0 z) \quad S_\gamma(z) = S_0 \cos(\kappa_0 z) \quad (\text{A.50})$$

$$R_{-\gamma}(z) = -iS_0 \sin(\kappa_0 z) \quad S_{-\gamma}(z) = R_0 \sin(\kappa_0 z) \quad (\text{A.51})$$

onde γ representa o ângulo que o feixe transmitido ou difratado faz com o eixo x' (figura A.4). As equações (A.50) e (A.51) podem ser escritas para as direções x' e y' , como

$$dS_{-\gamma} |_{x'} = iR_0 \kappa_0 \cos(\kappa_0 z) \cos[-\gamma + \rho(d - z)] dz \quad (\text{A.52})$$

$$dS_{-\gamma} |_{y'} = iR_0 \kappa_0 \cos(\kappa_0 z) \sin[-\gamma + \rho(d - z)] dz \quad (\text{A.53})$$

o termo $\rho(d - z)$ nas equações (A.52) e (A.53) representa a influência da atividade óptica. Integrando as equações A.52 e (A.53) em toda a espessura do material temos que as amplitudes nas direções x' e y' são

$$S(z)_{-\gamma} |_{x'} = \frac{-iR_0 \kappa_0}{2} \left\{ \frac{\sin[\kappa_0 z - \gamma_0 + \rho d - 2\rho z]}{\kappa_0 - 2\rho} + \frac{\sin[\kappa_0 z + \gamma_0 - \rho d + 2\rho z]}{\kappa_0 + 2\rho} \right\}_{z=0}^{z=d} \quad (\text{A.54})$$

$$S(z)_{-\gamma} |_{y'} = \frac{-iR_0 \kappa_0}{2} \left\{ \frac{\cos[\rho d - \kappa_0 z - \gamma_0 + 2\rho z]}{\kappa_0 - 2\rho} + \frac{\cos[\rho d + \kappa_0 z - \gamma_0 - 2\rho z]}{\kappa_0 + 2\rho} \right\}_{z=0}^{z=d} \quad (\text{A.55})$$

assumindo $\kappa_0 \ll \rho$, temos para $z = d$

$$S(d)_{-\gamma} |_{x'} = \frac{iR_0 \kappa_0 d}{2} \frac{\cos(\kappa_0 d) \sin(\rho d + \gamma_0) + \sin(\rho d - \gamma_0)}{\rho} \quad (\text{A.56})$$

$$S(d)_{-\gamma} |_{y'} = \frac{iR_0 \kappa_0 d}{2} \frac{\cos(\kappa_0 d) \cos(\rho d + \gamma_0) - \sin(\rho d - \gamma_0)}{\rho} \quad (\text{A.57})$$

Podemos determinar com auxílio das equações (A.56) e (A.57) o ângulo que a polarização do feixe difratado faz com o eixo x' , na saída do cristal, através da relação

$$\tan \gamma_s = \frac{S(d)_{-\gamma} |_{y'}}{S(d)_{-\gamma} |_{x'}} \quad (\text{A.58})$$

logo

$$\tan \gamma_s = -\tan \gamma_0 \tag{A.59}$$

Podemos notar pela equação (A.59) que, na presença da atividade óptica, a simetria entre os ângulos de polarização, dos feixes difratado e transmitido, em relação ao eixo x' se mantém. Na referência [39] podemos encontrar uma descrição mais detalhada sobre o processo de difração anisotrópica.

Bibliografia

- [1] N. V. Kukhtarev, V. B. Markov, S. G. Odulov, M. S. Soskin, and V. L. Vinetskii. “Holographic Storage in Electrooptic Crystals. I. Steady State”. *Ferroelectrics*, 22:949–960, 1979.
- [2] H. Kogelnik. “Coupled Wave Theory for Thick Hologram Gratings”. *Bell Syst. Tech. J.*, 48:2909–2947, 1969.
- [3] R. Orłowski and E. Krätzig. Holographic method for the determination of photo-induced electron and hole transport in electro-optic crystals. *Solid State Commun.*, 27:1351, 1978.
- [4] F. P. Strohkendl, J. M. C. Jonathan, and R. W. Hellwarth. Hole-electron competition in photorefractive gratings. *Opt. Lett.*, 11:312, 1986.
- [5] J. Frejlich and P. M. Garcia. “Quasipermanent Hole-Photorefractive and Photochromic Effects in $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ Crystals”. *Appl. Phys. A*, 55:49–54, 1992.
- [6] I. Aubrecgt, H. C. Ellin, A. Grunnet-Jepsen, and L. Solymar. “Space-charge fields in photorefractive materials enhanced by moving fringes: comparison of electron-hole transport models”. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12:1918–1923, 1995.

- [7] T. J. Hall, R. Jaura, L. M. Connors, and P. D. Foote. The Photorefractive Effect - A Review. *Progress in Quantum Electronics*, 10:77–146, 1985.
- [8] K. Buse. “Light-induced charge transport processes in photorefractive crystals I: Models and experimental methods”. *Appl. Phys. B*, 64:273–291, 1997.
- [9] S. Stepanov and P. Petrov. *Photorefractive Materials and Their Applications I*, volume 61 of *Topics in Applied Physics*, chapter 9, pages 263–289. P. Günter and J.-P. Huignard, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1988.
- [10] Ivan de Oliveira and Jaime Frejlich. “Dielectric relaxation time measurement in absorbing photorefractive materials.”. *Opt. Commun.*, 178:251–255, 2000.
- [11] S. I. Stepanov, V. V. Kulikov, and M. P. Petrov. “Running” holograms in photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ crystals. *Opt. Commun.*, 44:19–23, 1982.
- [12] J. Frejlich, P. M. Garcia, and L. Cescato. “Adaptive Fringe-Locked Running Hologram in Photorefractive Crystals”. *Opt. Lett.*, 14:1210–1212, 1989.
- [13] J.Frejlich, A.A.Freschi, P.M.Garcia, E.Shamonina, and K.H.Ringhofer. “Shapre- asymmetry of the diffraction efficiency in $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ crystals the simultaneous influence of absorption and higher harmonics”.
- [14] D. L. Staebler and J. J. Amodei. “Coupled-Wave Analysis of Holographic Storage in LiNbO_3 ”. *J. Appl. Phys.*, 43:1042–1049, 1972.
- [15] J. Frejlich. “Real-Time Photorefractive Hologram Phase-Shift Measurement and Self-Diffraction Effects”. *Opt. Commun.*, 107:260–264, 1994.

- [16] J. Frejlich, P. M. Garcia, K. H. Ringhofer, and E. Shamonina. “Phase modulation in two-wave mixing for dynamically recorded gratings in photorefractive materials”. *J. Opt. Soc. Am. B*, 14:1741–1749, 1997.
- [17] P. D. Foote and T. J. Hall. “Influence of optical activity on two beam coupling constants in photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ”. *Opt. Commun.*, 57:201–206, 1986.
- [18] J.Frejlich, A.A.Freschi, P.M.Garcia, E.Shamonina, V.Ya.Gayvoronsky, and K.H.Ringhofer. “Feedback-controlled running holograms in strongly absorbing photorefractive materials”. *J.Opt.Soc.Am. B*, accepted, 2000.
- [19] E. Shamonina, K. H. Ringhofer, A. A. Freschi, Yi Hu, and Vladimir Ya Gayvoronsky. “The effect of bulk light absorption on running photorefractive holograms”. *Journal Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 2:34–38, 2000.
- [20] Ivan de Oliveira and J.Frejlich. “Gain and stability in photorefractive holograms under applied electric field”. *Physical Review A*, submitted, 2000.
- [21] G. Pauliat, J. M. Cohen-Jonathan, M. Allain, J. C. Launay, and G. Roosen. “Determination of the photorefractive parameters of $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ crystals using transient grating analysis”. *Opt. Commun.*, 59:266–271, 1986.
- [22] A. Marrakchi and J. P. Huignard. “Diffraction efficiency and energy transfer in two-wave mixing experiments with $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ crystals”. *Appl.Phys.*, 24:131–138, 1981.
- [23] S. Bian and J. Frejlich. “Photorefractive Response Time Measurement in GaAs Using Phase Modulation in Two-Wave Mixing”. *Opt. Lett.*, 19:1702–1704, 1994.

- [24] S. Bian and J. Frejlich. “Actively stabilized holographic recording for the measurement of photorefractive properties of a Ti-foped KNSBN crystal”. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12:2060–2065, 1995.
- [25] A. A. Freschi, P. M. Garcia, and J. Frejlich. “Charge-carriers diffusion length in photorefractive crystals computed from the initial hologram phase shift. ”. *Appl. Phys. Lett.*, 71:2427–2429, 1997.
- [26] S. Mallick and D. Rouède. “Influence of the polarization Direction on the Two-Beam Coupling in Photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$: Diffusion Regime”. *Appl. Phys. B*, 43:239–245, 1987.
- [27] V. V. Prokofiev, N. J. H. Gallo, J. F. Carvalho, A. C. Hernandez, and J. Frejlich. “ $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ and $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ Photorefractive Single Crystals”. In *XVI Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada*, Caxambu-MG Brasil, May 1993.
- [28] A. Grunnet-Jepsen, I. Aubrecht, and L. Solymar. “Investigation of the internal field in photorefractive materials and measurement of the effective electro-optic coefficient”. *J. Opt. Soc. Am.*, 12:921–929, 1995.
- [29] Ivan de Oliveira and J. Frejlich. “Photorefractive running holograms for materials characterization”. *J. Opt. Soc. Am. B*, submitted, 2000.
- [30] George B. Arfken and Hans J. Weber. “*Mathematical methods for physicists*”. Academic Press, San Diego, New York, London, Tokyo, Toronto, 4th edition, 1995.
- [31] W. J. Tomlinson and L. F. Mollenauer. “Piecewise interferometric generation of precision gratings”. *Appl. Opt.*, 16:555–557, 1977.

- [32] M. Peltier and F. Micheron. “Volume Hologram Recording and Charge Transfer Process in $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ and $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ ”. *J. Appl. Phys.*, 48:3683, 1977.
- [33] M. Horowitz, D. Kligler, and B. Fisher. “Time-dependent behavior of photorefractive two- and four-wave mixing”. *J. Opt. Soc. B*, 8:2204–2217, 1991.
- [34] H.Malmstad, C.G. Enke, and J.E.C Toren. “*Electronics for scientists*”. W.A.Benjamin, inc., 2465 Broadway, New York 25, New York, 1963.
- [35] J. P. Huignard and F. Micheron. *Appl. Phys. Lett.*, 29:591, 1976.
- [36] A. Yariv. *Optical Electronics*. Holt, Rinehart and Winston, 3rd. international edition, 1985.
- [37] J. F. Nye. “*Physical Properties of Crystals*”. Oxford University Press, 1979.
- [38] Eugene Hecht. “*Optics: Schaum’s outlines*”. McGraw-Hill, N. York, London, Madrid, Toronto, 1975.
- [39] P. M. Garcia. “*Registro Holográfico em Cristais Fotorrefrativos do tipo $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$* ”. PhD thesis, IFGW-UNICAMP, Dezembro 1990.