ESPALHAMENTO RAMAN POR MÁGNONS EM SEMI-CONDUTÔRES FERROMAGNÉTICOS

Nilson Sena de Almeida

Tese apresentada ao Instituto de Física Gleb Wataghin da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Ciências.

JULHO/1977

À meus pais,

Gracinha e Ana Carolina

Meus agradecimentos

Ao Prof. Dr. Luiz Carlos M. Miranda, por ter sugerido e orientado este trabalho e principalmente, pelo apoio e incentivo quando isto se fez necessário.

A Universidade Federal do Rio Grande do Norte e ao PICD pelo suporte financeiro.

Ao Prof. Dr. Sergio Porto e ao Prof. Dr. Vladimir Guimarães, pelo apoio que nos foi dado quando da nossa chegada à UNICAMP.

Ao Prof. Dr. José Galvão, por suas sugestões, particularmente no capítulo IV.

Aos colegas que direta ou indiretamente contribuiram para que este trabalho fosse realizado, em particular a Mário Tenan e Antonio José, pelas proveitosas discussões.

ÍNDICE

RESUMO

A eficiência Raman de espalhamento de ondas eletromagnéticas com a criação de um mágnon, em processos intrabanda de condução e por mecanismo indireto, em semicondutores ferromagnéticos, na presença de um campo magnético DC forte, é estudada. Mostra-se que o processo no qual a interação elétron-radiação é devida ao termo em A^2 é dominante sobre o em $\vec{A}.\vec{p}$. Estimativas são feitas para campos magnéticos da ordem de 100 KG e parâmetros físicos característicos dos semicondutores em estudo. Finalmente, é feita uma análise do comportamento de $S_p^{(1)}$ com a geometria de espalhamento.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

- INTRODUÇÃO

O espalhamento Raman tem sido uma poderosa ferramenta na investigação das excitações elementares em sólidos. No caso de semicondutores magnéticos, o espalhamento Raman foi utilizado para investigar a influência da ordem magnética no espectro de fônons(1-3). Contudo, as dificuldades experimentais para se estudar mágnons em materiais ferromagnéticos em geral, são consideraveis, principalmente pelo fato destas excitações terem frequências pequenas, para campos magnéticos fracos. Devido a isto é que só recentemente, utilizando técnica de múltiplas passagens, se observou pela primeira vez, espalhamento de luz por mágnon em isolantes ferromagnéticos(4). Como consequência das melhorias das técnicas de detecção introduzidas por Sandercock e Wettling(4), o interesse pelo estudo de Raman de mágnons foi reativado. Além disto, as dificuldades experimentais podem ser minimizadas utilizando-se campos magnéticos intensos, o que possibilita um aumento na frequência do mágnon.

Os mecanismos mais tradicionais para o tratamento do espalhamento de radiação por mágnons envolvem a interação direta entre a radiação e o íon magnético. Bass e Kaganov(5), Elliott e Loudon(6) e Fleury e Loudon(7) trataram Raman de mágnons considerando este tipo de mecanismo.

Em semicondutores magnéticos, a presença de elétrons de condução torna possivel a existência de um outro mecanismo, o qual denominaremos "indireto", que é mediado pelos portadores (8); neste caso, a radiação interage com os elétrons de condução que por sua vez interagem com os elétrons localizados, dando origem a criação ou aniquilação de mãgnons, sendo o estado eletrônico inicial igual ao final. Foi mostrado por Coutinho e Miranda[8] que a contribuição deste processo indireto ē tão importante quanto o processo de Elliott e Loudon. Como a presença de campos magnéticos fortes facilita mais ainda a detecção de Raman de mãgnons, nos propomos, no presente trabalho, a estudar as modificações introduzidas no mecanismo de espalhamento indireto devidas a presença de tais campos.

A influência de campos magnéticos fortes no espalhamento Raman por fônons tem sido bastante estudada. Em particular, Pessoa e Luzzi[9] estudaram o espalhamento de luz por fônons considerando processos intrabanda como descritos nas fig. I.1 e I.2 . É dito por estes autores que, o processo no qual a interação do campo de radiação com os elētrons de condução ē devida ao termo em A^2(fig I.1), onde $\vec{A}$ ē o potencial vetor do campo de radiação, ē"ressonante" quando a frequência do fônon (ω_o) ē igual a um múltiplo da frequência de ciclotron dos elētrons de condução (ω_c), e pode ser dominante sobre o processo devido ao termo em $\vec{A}.\vec{p}$ (fig I.2) onde $\vec{p}$ ē o momento do elētron. No caso de semicondutores magnéticos, a frequência de ciclotron dos portadores ē praticamente igual a frequência dos mãgnons e portanto, a"ressonância" mencionada por Pessoa e Luzzi[9] ē quase que natural. Assim sendo, estudaremos a seguir a contribuição dos processos das fig. I.1 e I.2 para o espalhamento Raman por mãgnons, via elétrons de condução, em semicondutores ferromagnéticos submetidos a um campo magnético DC forte.

Cãlculamos no capítulo II a eficiência do espalhamento Raman por mãgnons do processo da fig. I.1. No capítulo III fazemos o mesmo cãlculo para o processo da fig.

I.2 e finalmente, no capítulo IV resultados numéricos para as eficiências calculadas nos capítulos I e II são obtidos:

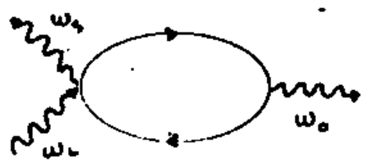


Fig. I.1

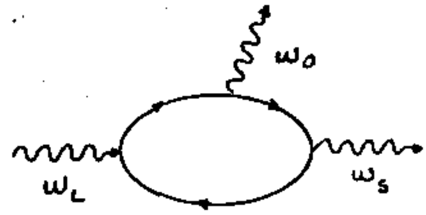


Fig. I.2

- FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O modelo utilizado para descrever o semicondutor é aquele que o trata como sendo formado por dois sub-sistemas; o sub-sistema de elétrons de condução e o de momentos localizados interagindo entre si(10). Assim, o Hamiltoniano do sistema escrito na forma adequada ao formalismo de segunda quantização é:

$$H = H_o + H_{EM} + H_{ER}$$

onde $$H_o = \sum_{\alpha\sigma} \varepsilon_{\alpha\sigma} c^+_{\alpha\sigma} c_{\alpha\sigma} + \sum_q \hbar\omega_q b^+_q b_q + \sum \hbar\omega_k a^+_k a_k$$

Nesta equação

$$\varepsilon_{\alpha\sigma} = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} + \left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c - \sigma\hbar\omega_c - \sigma\hbar\tilde{\omega}_s \qquad (eq.\ I.1)$$

Os dois primeiros termos da eq. I.1 referem-se a energia cinética dos elétrons, modificada devido a presença do campo externo(17), sendo ω_c a frequência de ciclotron($\omega_c = \frac{eB}{mc}$), e é a carga do elétron, B o campo magnético, m^* a massa efetiva dos elétrons e c a velocidade da luz; o terceiro é a interação do campo magnético com o spin do elétron, e o último é devido a interação elétron localizado-elétron de condução(8,10-12), onde $\hbar\tilde{\omega}_s = JS$, sendo J o parâmetro de troca entre os elétrons localizados e portadores e $\sigma = \pm 1/2$.

$c^{+}_{\alpha\sigma}$ ($c_{\alpha\sigma}$) é o operador de criação (aniquilação) de férmions no estado $\alpha = n, k_x, k_z$, com componente σ do spin. $\hbar\omega_q$ é a energia do mágnon de vetor de onda $\vec{q}$ que é dada por[19]

$$\hbar\omega_q = g\mu_B H + 2SJa^2q^2$$

onde g é o fator giromagnético, μ_B o magneton de Bohr, S o spin do íon e a o parâmetro da rede. b^{+}_q (b_q) é o operador de criação (aniquilação) de mágnon com momento $\hbar\vec{q}$. Finalmente, $\hbar\omega_k$ é a energia do fóton de vetor de onda $\vec{k}$ e a^{+}_k (a_k) é o operador de criação (aniquilação) de fótons. H_{EM} é a interação elétron-mágnon que tem a forma[10-12]

$$\begin{aligned} H_{EM} = & -J\left(\frac{S}{2N}\right)^{1/2} \sum_{\alpha\alpha' q} \left(\langle\alpha| e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} |\alpha'\rangle c^{+}_{\alpha\uparrow} c_{\alpha'\downarrow} b^{+}_q + cc \right) + \\ & + \sum_{\sigma\alpha\alpha'} \sum_{qq'} \frac{\sigma J}{N} \langle\alpha| e^{-i(\vec{q}-\vec{q}')\cdot\vec{r}} |\alpha'\rangle c^{+}_{\alpha\sigma} c_{\alpha'\sigma} b^{+}_q b_{q'} + \\ & + \sum_{\alpha\alpha' q\sigma} \{ V_{q\sigma} \langle\alpha| e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} |\alpha'\rangle c^{+}_{\alpha\sigma} c_{\alpha'\sigma} b^{+}_q + cc \} \\ & + \sum_{\alpha\alpha' q} \{ V_1 \langle\alpha| e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} |\alpha'\rangle c^{+}_{\alpha\uparrow} c_{\alpha\downarrow} b^{+}_q + cc \} \\ & + \sum_{\alpha\alpha' q} \{ V_2 \langle\alpha| e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} |\alpha'\rangle c^{+}_{\alpha\downarrow} c_{\alpha\uparrow} b^{+}_q + cc \} \end{aligned}$$

Os dois primeiros termos são devidos a interação de intercâmbio entre os elétrons localizados e os portadores, denominada s-d[12,13]. N é o número de momentos localizados e o elemento de matriz entre os estados α e α' é definido por

$$\langle\alpha| e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} |\alpha'\rangle = \int \phi^{*}_{n\bar{k}}(r)\, e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}}\, \phi_{n'\bar{k}'}(r)\, d^3r$$

onde $\phi_{n\bar{k}}(r)$ são as funções de onda de Landau [17] dadas por

$$\phi_{n\bar{k}}(r) = \frac{C_n}{\sqrt{L_x L_z}}\, e^{i(k_x x + k_z z)}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-y_0}{\lambda}\right)^2} H_n\left(\frac{y-y_0}{\lambda}\right)$$

sendo C_n uma constante de normalização dada por $(2^n n! \sqrt{\pi}\,\lambda)^{-1/2}$, $\lambda^2 = \frac{\hbar c}{eB}$, $y_0 = \frac{c\,k_x}{eB}$ e $H_n\left(\frac{y-y_0}{\lambda}\right)$ são os polinômios de Hermite. Os tres últimos termos são devidos a interação dos spins dos portadores com o campo magnético gerado pelos momentos localizados, denominada interação dipolar[12], onde

$$V_{q\sigma} = 4\pi g \mu_B \left(\frac{2g\mu_B m_0}{V}\right)^{1/2} \frac{\sigma q_z q_+}{q^2 + i q_s^2}$$

$$V_1 = 2\pi g \mu_B \left(\frac{2g\mu_B m_0}{V}\right)^{1/2} \frac{q_\perp^2 + 2i q_s^2}{q^2 + i q_s^2}$$

$$V_2 = 2\pi g \mu_B \left(\frac{2g\mu_B m_0}{V}\right)^{1/2} \frac{q_+}{q^2 + i q_s^2}$$

nesta equação $m_0 = \frac{g\mu_B N S}{V}$ é a magnetização de saturação V o volume, $q_\pm = q_x \pm i q_y$, $q_\perp^2 = q_x^2 + q_y^2$ e $q_s^2 = \frac{4\pi\sigma_c \omega_q}{c^2}$ sendo σ_c a condutividade. cc indica complexo conjugado. H_{ER} é a interação elétron-radiação, que tem a forma

$$H_{ER} = \sum_{\substack{\alpha\alpha'\sigma \\ kk'}} A_{kk'} \left\{ \langle\alpha| e^{i(k-k')\cdot\vec{r}} |\alpha'\rangle c^+_{\alpha'\sigma} c_{\alpha\sigma} a^+_k a_{k'} + cc \right\} +$$

$$+ \sum_{\substack{\alpha\alpha' \\ \sigma k}} A(\omega_k) \langle\alpha| \frac{\check{e}_k\cdot\vec{P}}{m^*} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} |\alpha'\rangle c^+_{\alpha\sigma} c_{\alpha\sigma} a_k + cc \}$$

onde $A_{kk'} = \frac{2\pi\hbar e^2 \check{e}_{k'}\cdot e_k}{\epsilon V m^* \sqrt{\omega_k \omega_{k'}}}$, sendo $\check{e}_k$ o versor na direção da polarização do fóton de vetor de onda k e ϵ a constante dielétrica. $A(\omega)$ é dado por $A(\omega) = \left(\frac{2\pi\hbar e^2}{\epsilon V \omega_k}\right)^{1/2}$

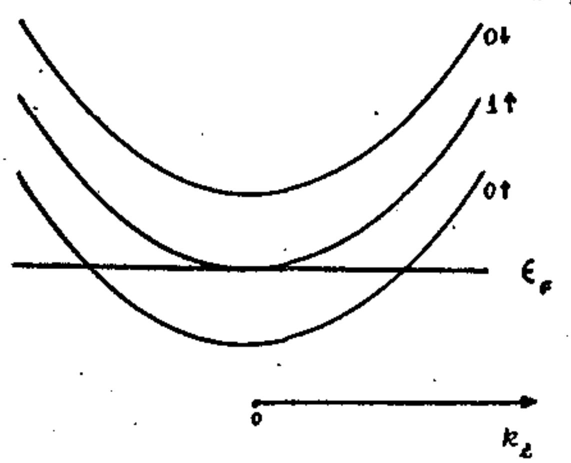


Fig. I.3

Iremos supor que o semicondutor em estudo tem seu nível de Fermi coincidente com o ponto mais baixo da sub banda 11 como mostrado na fig. I.3 , o que significa termos uma densidade de portadores da ordem de $10^{12}\,cm^{-3}$.

CAPÍTULO II

OBTENÇÃO DA EFICIÊNCIA RAMAN DO PROCESSO DA FIG. I.1

- 10 -

Neste capítulo calcularemos a eficiência Raman do processo de espalhamento Raman intrab[illegible] ção de um mãgnon, no qual a interação elétron d[illegible] -radiação é devida ao termo em A^2 ($\vec{A}$, o potencial vetor do campo incidente) fig. I.1 . O elemento de matriz que devemos calcular é $\langle f | S^{(2)} | i \rangle$, onde $|i\rangle$ ($|f\rangle$) é o estado inicial (final) e $S^{(2)}$ é o termo de segunda ordem da espansão de S , dado por

$$S^{(2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{-i}{\hbar} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \; P \left\{ V_I(t_1) V_I(t_2) \right\} \qquad (eq. II.1)$$

Os termos $S^{(0)}$ e $S^{(1)}$ correspondem respectivamente ao espalhamento elástico e ao espalhamento com interação radiação-mãgnon direta.

II.1 - CÁLCULO DO ELEMENTO DE MATRIZ

O Hamiltoniano de interação H_I é dado por

$$H_I = H_{ER} + H_{dip}$$

onde H_{ER} é a interação elétron-radiação cujo termo relevante para nossos cálculos é dado por

$$V_{ER} = A_o \, e^{i(\vec{k}_L - \vec{k}_S)\cdot\vec{r}} \, a_S^+ a_L$$

o sub índice L (S) indica que a grandeza corresponde ao feixe incidente (espalhado), $\vec{k}_i$ é o vetor de onda da radiação, a^+ (a) é o operador de criação (aniquilação) de fótons e A_o é dado por

$$A_o = \frac{2\pi \hbar e^2 \check{e}_L \cdot \check{e}_S}{\varepsilon V m^* \sqrt{\omega_L \omega_S}} \qquad (eq. II.2)$$

sendo e a carga do elétron, $\check{e}_i$ o versor na direção da polarização, ε a constante dielétrica, V o volume, m^* a massa efetiva dos elétron e ω a frequência.

Como estamos interessados no espalhamento por um mágnon e como a interação com o campo eletromagnético não envolve mudança no estado de spin dos portadores, o único termo da interação elétron-mágnon que contribui para o processo é o termo dipolar dado por (vide eq. I.2):

$$V_{d,p} = \sum_{q\sigma} V_{q\sigma}\, b_q^+$$

onde
$$V_{q\sigma} = 4\pi g \mu_B \left(\frac{2 g \mu_B M_0}{V}\right)^{1/2} \frac{\sigma q_z q_+}{q^2 + i q_s^2} \qquad (\text{eq II.3})$$

sendo $\sigma = \pm 1/2$, $\vec{q}$ o vetor de onda do mágnon, $q_+ = q_x + i q_y$, M_0 a magnetização de saturação dada por $M_0 = \frac{g\mu_B NS}{V}$, $q_s^2 = \frac{4\pi\sigma_c \omega_q}{c^2}$ (σ_c a condutividade), μ_B é o magneton de Bohr, g é o fator giromagnético do elétron e c a velocidade da luz. (vide apêndice I).

Na forma adequada ao formalismo de segunda quantização, temos

$$V_{ER} = A_0 \sum_{\alpha_1\alpha_2\sigma_1} \lambda_{\alpha_2\alpha_1}(\vec{k}_i - \vec{k}_s)\, e^{-i(\omega_i - \omega_s)t} a_s^+ a_i c^+_{\alpha_2\sigma}(t)\, c_{\alpha_1\sigma}(t) \qquad (\text{eq. II.4})$$

$$V_{d,p} = \sum_{q\sigma_2} V_{q\sigma} \sum_{\alpha_3\alpha_4} \lambda_{\alpha_4\alpha_3}(-\vec{q})\, e^{i\omega_q t}\, b_q^+\, c^+_{\alpha_4\sigma}(t)\, c_{\alpha_3\sigma} \qquad (\text{eq. II.5})$$

nestas equações α corresponde ao estado $n\vec{k}$ ($\vec{k} \to k_x, k_z$), $c^+_{\alpha\sigma}$ ($c_{\alpha\sigma}$) é o operador de criação (aniquilação) de férmions com $n\vec{k}$ e spin σ, $\omega_q = \omega_0 + Dq^2$ e $\lambda_{\alpha_1\alpha_2}(\vec{k})$ é dado por[14]

$$\lambda_{\alpha_1\alpha_2}(\vec{k}) = \int d^3r\, \phi^+_{n_1\vec{k}_1}(r)\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\, \phi_{n_2\vec{k}_2}(r)$$

$$= \delta_{\vec{k}_1, \vec{k}_2 + \vec{k}} \left(\delta_{n_1,n_2} - a(\vec{k})\sqrt{\tfrac{n+1}{2}}\, \delta_{n_1,n_2+1}\right). \qquad (\text{eq. II.6})$$

$$\lambda_{\alpha_1\alpha_2}(-\vec{k}) = \int d^3r\, \phi^+_{n_1\vec{k}_1}(r)\, e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}\, \phi_{n_2\vec{k}_2}(r)$$

$$= \delta_{\vec{k}_1, \vec{k}_2 - \vec{k}} \left(\delta_{n_1,n_2} - a(\vec{k})\sqrt{\tfrac{n}{2}}\, \delta_{n_1,n_2-1}\right) \qquad (\text{eq II.7})$$

onde $a(\vec{k}) = \left(\frac{\hbar\, k_\perp^2}{m^* \omega_c}\right)^2$, e o resultado da integral foi expandido em $a(\vec{k})$ sendo tomados apenas os dois primeiros termos.

Substituindo V_I na eq. II.1 pelas eqs. II.4 e II.5, encontramos dois termos dentro do parêntese sobre o qual atua o operador de Dyson. Permutando t_1 por t_2 em um deles, estes termos tornam-se iguais. Assim sendo, substituindo o operador P pelo operador $\mathcal{T}$ de Wick[15] obtemos a seguinte expressão para o elemento de matriz:

$$< f | S^{(2)} | i > = \frac{A_0 \sqrt{n_L(n_S+1)}}{\hbar^2} \sum_{\substack{\alpha_1\alpha_2 \\ \alpha_3\alpha_4}} \sum_{\substack{\sigma_1\sigma_2 \\ q}} \sqrt{n_q+1}\, V_{q\sigma}\, \lambda_{\alpha_1\alpha_2}(\vec{k}_L - \vec{k}_S) \times$$

$$\times \lambda_{\alpha_4\alpha_3}(-\vec{q}) \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2\, e^{-i(\omega_L-\omega_S)t_1} e^{i\omega_q t_2} \times$$

$$\times \left\langle T \left\{ c^{+}_{\alpha_2\sigma_1}(t_1)\, c_{\alpha_1\sigma_1}(t_1)\, c^{+}_{\alpha_4\sigma_2}(t_2)\, c_{\alpha_3\sigma_2}(t_2) \right\} \right\rangle \qquad (eq.\ II.8)$$

aqui usamos que o estado eletrônico final é o mesmo que o inicial.

Usando o teorema de Wick[16] para expandir o produto cronológico, obtemos

$$< T \left\{ c^{+}_{\alpha_2\sigma_1}(t_1)\, c_{\alpha_1\sigma_1}(t_1)\, c^{+}_{\alpha_4\sigma_2}(t_2)\, c_{\alpha_3\sigma_2}(t_2) \right\} > =$$

$$= -\delta_{\alpha_2,\alpha_1} \delta_{\alpha_4\alpha_3}\, G^{0}_{\alpha_2}(t_2,t_2^{+})\, G^{0}_{\alpha_3}(t_1,t_1^{+}) -$$

$$- \delta_{\sigma_1\sigma_2} \delta_{\alpha_2\alpha_3} \delta_{\alpha_1\alpha_4}\, G^{0}_{\alpha_2}(t_1,t_2)\, G^{0}_{\alpha_1}(t_2,t_1) \qquad (eq.\ II.9)$$

onde $i\, G^{0}_{\alpha}(t,t') = \overbrace{c_{\alpha\sigma}(t)\, c^{+}_{\alpha\sigma}(t')} = < T \{ c_{\alpha\sigma}(t)\, c^{+}_{\alpha\sigma}(t') \} >$

é calculada no apêndice II e tem a seguinte expressão

$$G^{0}_{\alpha}(t,t') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi}\, e^{-i\omega(t-t')} \left\{ \frac{\theta(|k^z| - k^z_{F\sigma}(n))}{\omega - \omega_{n\sigma}(k^z) + i\eta} + \frac{\theta(k^z_{F\sigma}(n) - |k^z|)}{\omega - \omega_{n\sigma}(k^z) - i\eta} \right\} \qquad (eq.\ II.10)$$

sendo $k^2_{F\sigma}(n) = \left| \frac{2m^*}{\hbar^2}\left[\epsilon_F - \left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c - \sigma\left(\hbar\tilde{\omega}_s + \hbar\omega_c\right)\right]\right|^{1/2}$. eq. II.10-a

e $\omega_{n\sigma}(k^2) = \frac{\hbar k_z^2}{2m^*} + \left(n+\frac{1}{2}\right)\omega_c - \sigma\left(\tilde{\omega}_s + \omega_c\right)$

É fácil verificar que $G^0_\alpha(t_1,t_1')$ e $G^0_\alpha(t_2,t_2')$ não contribuem. Desta maneira, substituindo II.9 em II.8, efetuando a soma em α_3, α_4 e σ_2, considerando $n_s=0$ por estarmos interessados apenas no espalhamento espontâneo e $n_q=0$ por estarmos a temperatura zero, obtemos

$$\langle f | S^{(2)} | i \rangle = -\frac{A_0}{\hbar}\sqrt{n_L}\sum_{\alpha_1\alpha_2}\lambda_{\alpha_2\alpha_1}(\vec{k}_L-\vec{k}_s)\,\lambda_{\alpha_1\alpha_2}(-\vec{q})\times$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}dt_1\int_{-\infty}^{\infty}dt_2\, e^{-i(\omega_L-\omega_s)t_1}\, e^{-i\omega_q t_2}\int\frac{d\omega_1}{2\pi}\int\frac{d\omega_2}{2\pi}\,.$$

$$\times\, e^{-i\omega_1(t_1-t_2)}\, e^{-i\omega_2(t_2-t_1)}\, f(k_1^2, k_2^2, \omega_1, \omega_2, n_1, n_2)$$

onde $$f(k_1^2, k_2^2, \omega_1, \omega_2, n_1, n_2) = \prod_{i=1}^{2}\left\{\frac{\theta(|k_i^2| - k^2_{F\sigma}(n_i))}{\omega_i - \omega_{n_i\sigma}(k_i^2) + i\eta} + \frac{\theta(k^2_{F\sigma}(n_i) - |k_i^2|)}{\omega_i - \omega_{n_i\sigma}(k_i^2) - i\eta}\right\}$$

Integrando em t_1 e t_2, ω_1 e ω_2 obtemos o seguinte resultado

$$\langle f | S^{(2)} | i \rangle = \frac{A_0\sqrt{n_L}}{\hbar^2}\,2\pi i\sum_{\substack{n_1\vec{k}_1\\ n_2\vec{k}_2}}\sum_{\sigma q} V_{q\sigma}\,\lambda_{n_1\vec{k}_1,n_2\vec{k}_2}(-\vec{q})\times$$

$$\lambda_{n_2\vec{k}_2,n_1\vec{k}_1}(\vec{k}_L-\vec{k}_s)\left\{\frac{\theta(|k_2^2| - k^2_{F\sigma}(n_2))\,\theta(k^2_{F\sigma}(n_1) - |k_1^2|)}{\omega_{n_1\sigma}(k_1^2) + \omega_q - \omega_{n_2\sigma}(k_2^2)} + \right.$$

$$\left. + \frac{\theta(|k_1^2| - k^2_{F\sigma}(n_1))\,\theta(k^2_{F\sigma}(n_2) - |k^2|)}{\omega_{n_2\sigma}(k_2^2) - \omega_q - \omega_{n_1\sigma}(k_1^2)}\right\}\delta(\omega_L - \omega_s - \omega_q)$$

(eq. II.11)

que é representado pelos diagramas abaixo

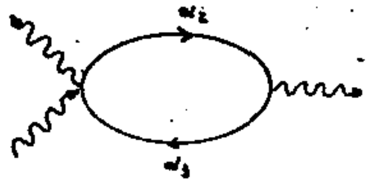


Fig. II.1

Fig. II.2

Note-se que o processo descrito na fig. II.2 , correspondente ao segundo termo da eq. II.11, não é fisicamente possivel, uma vez que o estado α_1 representa a sub-banda $0\uparrow$ que esta totalmente preenchida, consequentemente a passagem para α_2 devida a emissão de um mágnon, significa que o elétron passou para um outro estado dentro da mesma sub banda $0\uparrow$ o que não é permitido pelo principio de exclusão de Pauli. Assim sendo, este termo não contribue para o espalhamento e nos cálculos que se seguem consideraremos apenas o primeiro termo da eq. II.11 e transições inter sub-bandas.

Substituindo a expressões dos λ 's, efetuando o somatório em q e considerando $q^2 \ll k^2$ obtemos

$$\langle f | S^{(2)} | i \rangle = \frac{A_0 \sqrt{n_i}}{\hbar^2} \, 2\pi i \sum_{\vec{k}_1} \frac{\hbar q_\perp^2}{2m^*\omega_c} \, V_{qn}$$

$$\delta(\omega_i - \omega_s - \omega_q) \quad \frac{\Theta(|k_\perp^2| - k_{F\uparrow}^2(1))\,\Theta(k_{F\uparrow}^2(0) - |k_\perp^2|)}{\omega_{0\uparrow}(k_\perp^2) + \omega_q - \omega_{1\uparrow}(k^2 + q^2)}$$

onde $\vec{q} = \vec{k}_i - \vec{k}_s$ e $q_\perp^2 = q_x^2 + q_y^2$

O somatório em k_x nos dá simplesmente $\frac{L^2}{2\pi\lambda^2}$ e o em k^z pode ser substituido por uma integral na forma

$$\sum_{k^z} \longrightarrow \frac{L}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk^z$$

Desta maneira, substituindo a expressão de $\omega_{n\sigma}(k_z)$ no denominador, obtemos:

$$\langle f | S^{(2)} | i \rangle = \frac{i\, V A_0 \sqrt{n_L}\, q_\perp^2}{4\pi \lambda^2 \hbar m^* \omega_c} V_{q\uparrow}\, \delta(\omega_L - \omega_s - \omega_q)\, \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} dk^z \frac{\theta(|k^z| - k_{F\uparrow}^z(1))\, \theta(k_{F\uparrow}^z(0) - |k^z|)}{\frac{\hbar q^z k^z}{m^*} + \omega_c - \omega_q}$$

Assim $$\langle f | S^{(2)} | i \rangle = -i \frac{A_0 V \sqrt{n_L}\, q_\perp^2}{4\pi \lambda^2 \hbar^2 q^z \omega_c} V_{q\uparrow} \times$$

$$\delta(\omega_L - \omega_s - \omega_q) \int_{k_{F\uparrow}^z(1)}^{k_{F\uparrow}^z(0)} dk^z \left\{ \frac{1}{k^z + b} - \frac{1}{k^z - b} \right\}$$

onde $b = \frac{m^*}{\hbar q^z} \ell \omega_c$ e $\ell = 1 - \frac{\omega_q}{\omega_c}$

Resolvendo a integral, $\langle f | S^{(2)} | i \rangle$ toma a seguinte forma:

$$\langle f | S^{(2)} | i \rangle = -i \frac{V A_0 \sqrt{n_L}\, q_\perp^2}{4\pi \lambda^2 \hbar^2 q^z \omega_c} V_{q\uparrow}\, \delta(\omega_L - \omega_s - \omega_q)$$

$$\left(\ln \frac{|k_{F\uparrow}^z(0) + b|}{|k_{F\uparrow}^z(1) + b|} - \ln \frac{|k_{F\uparrow}^z(0) - b|}{|k_{F\uparrow}^z(1) - b|} \right) \qquad \text{(eq. II.12)}$$

II.2 - CÁLCULO DA EFICIÊNCIA RAMAN

A eficiência Raman S_R, definida como a probabilidade de um fóton ser espalhado dentro de um ângulo sólido Ω, após atravessar o cristal, é dada por

$$S_R = \frac{\epsilon^{1/2} L \, P_{fi}(\Omega)}{c\, n_L} \qquad (eq\ II.13)$$

onde L é o comprimento do cristal e $P_{fi}(\Omega)$ é a probabilidade por unidade de tempo de existir fóton espalhado dentro de Ω, e é dada por:

$$P_{fi}(\Omega) = \Omega \int (k_s^2)^2 d k_s^2 \, P_{fi} = \Omega \frac{\epsilon^{3/2}}{c^3} \frac{V}{(2\pi)^3} \int d\omega_s \, \omega_s^2 P_{fi}$$

$$(eq.\ II.14)$$

onde estamos supondo que o ângulo sólido é pequeno. P_{fi} é a probabilidade de espalhamento por unidade de tempo

$$P_{fi} = \lim_{t \to \infty} \frac{|\langle f | S^{(2)} | i \rangle|^2}{t}$$

Usando a relação $[\delta(\omega_L - \omega_s - \omega_q)]^2 = \frac{\delta(\omega_L - \omega_s - \omega_q)}{2\pi} \lim_{t \to \infty} t$ e a expressão do elemento de matriz dada pela eq. II.12, obtemos:

$$P_{fi} = \frac{V^2 |A_0|^2 n_L q_\perp^4 \; |V_{q\uparrow}|^2}{32 \pi^3 \lambda^4 \hbar^4 \omega_c^2 \; q_z^2} \; \delta(\omega_L - \omega_s - \omega_q)$$

$$\left| \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) + b| \, |k_{F\uparrow}^2(1) - b|}{|k_{F\uparrow}^2(1) + b| \, |k_{F\uparrow}^2(0) - b|} \right|^2 \qquad (eq.\ II.15)$$

Substituindo P_{fi}, dada pela equação acima, na eq. II.14, resolvendo a integral e levando o resultado para a eq. II.13, obtemos para a eficiência Raman a seguinte expressão:

$$S_R^{(1)} = \Omega L \, \frac{\varepsilon^2 \, V^3 \, |A_o|^2 \, q_\perp^4 \, |V_{q\uparrow}|^2 \, \omega_s^2}{256 \, \pi^6 \, c^4 \, \lambda^4 \, \hbar^4 \, \omega_c^2 \, q_z^2} \times$$

$$\times \left| \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) + b| \, |k_{F\uparrow}^2(1) - b|}{|k_{F\uparrow}^2(1) + b| \, |k_{F\uparrow}^2(0) - b|} \right|^2$$

onde $\omega_s = \omega_L - \omega_q$

Quando substituimos os valores de A_o e $V_{q\uparrow}$ dados pelas eqs. II.2 e II.3, respectivamente, e as simplificações possiveis são feitas, obtemos como resultado final

$$S_R^{(1)} = \Omega L \quad \frac{e^4 g^4 \mu_B^4 \, s \, (\check{e}_L \cdot \check{e}_s)^2 q_\perp^2}{8 \pi^2 c^4 \lambda^4 m^{*2} \omega_c^2 \hbar^2} \left(\frac{q_\perp^4}{q^4 + q_z^4} \right) \times$$

$$\left(\frac{N}{V} \right) \left(\frac{\omega_s}{\omega_L} \right) \left| \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) + b| \, |k_{F\uparrow}^2(1) - b|}{|k_{F\uparrow}^2(1) + b| \, |k_{F\uparrow}^2(0) - b|} \right|^2$$

(eq.II.16)

Note-se que a eficiência vai a zero para as seguintes geometrias:

a) Direção da polarização incidente é perpendicular a direção da polarização espalhada. ($\check{e}_L \cdot \check{e}_s = 0$)

b) $\vec{k}_L \parallel \vec{k}_s$ e $\check{e}_L \cdot \check{e}_s$ qualquer e a incidência na direção do campo externo aplicado ($q_\perp^2 \to 0$).

c) $\vec{k}_L \parallel \vec{k}_s$ e $\check{e}_L \cdot \check{e}_s$ qualquer e a incidência na direção perpendicular ao campo aplicado. (b torna-se muito grande)

Uma geometria bastante favorável ao espalhamento é quando a direção de incidência forma um ângulo de 77° com o campo externo e as polarizações incidente e espalhada são paralelas ou antiparalelas.

A estimativa numérica da eficiência Raman dada pela eq. II.16, bem como sua comparação com a dos outros processos de espalhamento serão discutidas no capítulo IV.

CAPÍTULO III

OBTENÇÃO DA EFICIÊNCIA RAMAN DO PROCESSO DA FIG. I.2

Calcularemos aqui as eficiências Raman dos processos de espalhamento Raman intrabanda com a criação de um mágnon, nos quais tres vertex de interação estão envolvidos. Estes processos correspondem ao espalhamento onde a interação elétron de condução-campo de radiação é devida ao termo em $\vec{A}.\vec{p}$ (fig. I.2). Neste caso o elemento de matriz que devemos calcular é $\langle f | S^{(3)} | i \rangle$ onde $|i\rangle$ e $|f\rangle$ são respectivamente, o estado inicial e final, $S^{(3)}$ é o termo de terceira ordem da expansão da matriz S, dado por

$$S^{(3)} = \frac{1}{3!} \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^3 \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 \; P\{H_I(t_1)\, H_I(t_2)\, H_I(t_3)\} \tag{eq III.1}$$

Consideraremos o mecanismo de interação indireto descrito no capítulo I.

III.1 CÁLCULO DO ELEMENTO DE MATRIZ

O Hamiltoniano de interação, H_I, é dado por

$$H_I = H_{ER}^{L} + H_{d,p} + H_{ER}^{S}$$

onde H_{ER}^{L}, H_{ER}^{S} representam os termos da interação elétron-radiação.

A parte relevante de cada termo do Hamiltoniano de interação, já escrito na forma adequada a segunda quantização, é dada por

$$V_{ER}^{L} = A(\omega_L) \sum_{\substack{\alpha_1\alpha_2 \\ \sigma_1}} \mu_{\alpha_2\alpha_1}(\vec{k}_L)\, e^{-i\omega_L t}\, c^{+}_{\alpha_2\sigma_1}(t)\, c_{\alpha_1\sigma_1}(t)\, a_L \tag{eq III.2}$$

$$V_{ER}^{S} = A(\omega_S) \sum_{\substack{\alpha_5\alpha_6 \\ \sigma_3}} \mu_{\alpha_6\alpha_5}(-\vec{k}_S)\, e^{-i\omega_S t}\, c^{+}_{\alpha_6\sigma_3}(t)\, c_{\alpha_5\sigma_3}(t)\, a^{+}_S \tag{eq III.3}$$

onde $A(\omega) = \left(\frac{2\pi\hbar e^2}{\epsilon V \omega}\right)^{1/2}$, a^+ (a) é o operador de criação (aniquilação) de fótons, $c^+_{\alpha\sigma}$ ($c_{\alpha\sigma}$) é o operador de criação férmions no estado $\alpha\sigma$ e $\mu_{\alpha\alpha'}$ é a integral

$$\mu_{\alpha\alpha'}(\vec{k}_i) = \int \phi_\alpha^*(r)\, e^{i\vec{k}_i\cdot\vec{r}}\, (\check{e}_i \cdot \hat{\vec{v}})\, \phi_{\alpha'}(r)$$

onde $\hat{\vec{v}}$ é o operador $\frac{1}{m^*}\left(\hat{p} - \frac{e\vec{A}_o}{c}\right)$, $\vec{A}_o$ o potencial vetor do campo externo, cujo resultado é dado por

$$\mu_{n'\vec{k}',\, n\vec{k}}(\vec{k}_i) = \delta_{\vec{k}',\, \vec{k}+\vec{k}_i}\, \frac{1}{\sqrt{2}} \left[2\left(\frac{\hbar\omega_c}{m^*}\right)^{1/2} \cos^2\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sqrt{\frac{n+1}{2}}\, \delta_{n',\, n+1} - \frac{\hbar k_z}{m^*} \operatorname{sen}\theta_i\, \delta_{n',n} \right]$$

(eq III.4)

θ_i é o ângulo que $\vec{k}_i$ faz com a direção do campo externo.

$$\mu_{n'\vec{k}',\, n\vec{k}}(-\vec{k}_s) = \delta_{\vec{k}',\, \vec{k}-\vec{k}_s}\, \frac{1}{\sqrt{2}} \left[2\left(\frac{\hbar\omega_c}{m^*}\right)^{1/2} \cos^2\left(\frac{\theta_s}{2}\right) \sqrt{\frac{n}{2}}\, \delta_{n',\, n-1} - \frac{\hbar k_z}{m^*} \operatorname{sen}\theta_s\, \delta_{n',n} \right]$$

(eq III.5)

θ_s é o ângulo que $\vec{k}_s$ faz com $\check{z}$, direção do campo externo.

V_{dip} é dado pela eq. II.3.

Substituindo a expressão de H_I na eq. III.1 obtemos para $S^{(3)}$ a seguinte expressão:

$$S^{(3)} = \frac{1}{3!}\left(\frac{-i}{\hbar}\right)^3 \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \int_{-\infty}^{\infty} dt_3\, P \left\{ V_{ER}^{s}(t_3)\, V_{dip}(t_2)\, V_{ER}^{i}(t_1) + V_{ER}^{s}(t_2)\, V_{dip}(t_3)\, V_{ER}^{i}(t_1) + 4 \text{ termos idênticos} \right\}$$

(eq III.6)

Permutando convenientemente t_1, t_2 e t_3 em cinco termos, podemos deixa-los iguais ao sexto, obtendo assim seis termos iguais dentro do parêntese sobre o qual atua o operador P de Dyson. Neste caso tambem tratamos com operadores de férmions em pares, assim sendo, podemos substituir o operador de Dyson pelo de Wick (T), obtendo assim para o elemento de matriz, quando substituimos as expressões de V_{ER}^{L}, V_{ER}^{S} e V_{dip} dadas pelas equações III.2, III.3 e II.3, respectivamente, o seguinte resultado:

$$\langle f | S^{(3)} | i \rangle = \frac{i}{\hbar^3} \sum_{\substack{\sigma_1 \sigma_2 \\ \sigma_3 q}} \sum_{\substack{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \\ \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6}} A(\omega_1) A(\omega_3) V_{q\sigma_2} \sqrt{n_1 (n_3+1)(n_q+1)} \times$$

$$\times \mu_{\alpha_6 \alpha_5}(-\vec{k}_3) \lambda_{\alpha_4 \alpha_3}(-\vec{q}) \mu_{\alpha_2 \alpha_1}(k_1) \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 \, e^{-i\omega_1 t_1} e^{i\omega_3 t_3} e^{i\omega_q t_2} \times$$

$$\times \left\langle T \left\{ c^{+}_{\alpha_6 \sigma_3}(t_3) c_{\alpha_5 \sigma_3}(t_3) c^{+}_{\alpha_4 \sigma_2}(t_2) c_{\alpha_3 \sigma_2}(t_2) \; c^{+}_{\alpha_2 \sigma_1}(t_1) c_{\alpha_1 \sigma_1}(t_1) \right\} \right\rangle$$

(eq.III.7)

Usando o teorema de Wick[15] para expandir o produto cronológico obtemos que apenas dois termos são importantes, desde que todos os demais ou são identicamente nulos, devido ao fato que $0 = \overline{c_{\alpha\sigma}(t) c_{\alpha\sigma}(t)} = \overline{c^{+}_{\alpha\sigma}(t) c^{+}_{\alpha\sigma}(t)}$ ou tem valor médio zero, termos contendo fator com produto normal de operadores não contraidos. Devido a isto, o produto cronológico pode ser escrito como

$$\langle T \{ c^{+}_{\alpha_6 \sigma_3}(t_3) \cdots\cdots \} \rangle =$$

$$= \overline{c^{+}_{\alpha_6 \sigma_3}(t_3) c_{\alpha_1 \sigma_1}(t_1)} \; \overline{c_{\alpha_5 \sigma_3}(t_3) c^{+}_{\alpha_4 \sigma_2}(t_2)} \; \overline{c_{\alpha_3 \sigma_2}(t_2) c^{+}_{\alpha_2 \sigma_1}(t_1)} +$$

$$+ \overline{c^{+}_{\alpha_6 \sigma_3}(t_3) c_{\alpha_3 \sigma_2}(t_2)} \; \overline{c^{+}_{\alpha_2 \sigma_1}(t_1) c_{\alpha_5 \sigma_3}(t_3)} \; \overline{c^{+}_{\alpha_4 \sigma_2}(t_2) c_{\alpha_1 \sigma_1}(t_1)}$$

(eq.III.8)

Definimos $\overline{c_{\alpha\sigma}(t) \, c^{+}_{\alpha'\sigma'}(t')} = \langle T \{ c_{\alpha\sigma}(t) c_{\alpha'\sigma'}(t') \} \rangle$
$= i \, G^{\alpha'\sigma'}_{\alpha\sigma}(t,t')$

que calculamos no apêndice I e que tem a seguinte expressão:

$$G^{\alpha'\sigma'}_{\alpha\sigma}(t,t') = \delta_{\alpha'\alpha} \; \delta_{\sigma'\sigma} \; G^{0}_{\alpha}(t,t')$$

onde $G^{\circ}_{\alpha}(t,t')$ é dada na eq. II.10.

Substituindo a expansão do produto cronológico, a expressão de $G^{\circ}_{\alpha}(t,t')$ e efetuando o somatório em α_4, α_5, α_6, σ_2 e σ_3, obtemos para a eq. III.7 a seguinte forma:

$$\langle f | S^{(3)} | i \rangle = i \frac{A(\omega_L)A(\omega_s)\sqrt{n_L}}{\hbar^3} \sum_{q\sigma} V_{q\sigma} \sum_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3} \Big\{ \mu_{\alpha_1\alpha_3}(-\vec{k}_s)\, \lambda_{\alpha_3\alpha_2}(-\vec{q}) \times$$

$$\times \mu_{\alpha_2\alpha_1}(\vec{k}_L) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_3}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \int_{-\infty}^{\infty} dt_3\, e^{-i\omega_1(t_1-t_3)} e^{-i\omega_2(t_1-t_2)} \times$$

$$\times e^{-i\omega_3(t_3-t_2)} e^{-i\omega_L t_1} e^{i\omega_q t_2} e^{i\omega_s t_3} + \mu_{\alpha_3\alpha_2}(-\vec{k}_s)\, \lambda_{\alpha_1\alpha_3}(-\vec{q})\, \mu_{\alpha_2\alpha_1}(\vec{k}_L) \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_3}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \int_{-\infty}^{\infty} dt_3\, e^{-i\omega_1(t_1-t_2)} e^{-i\omega_2(t_3-t_1)} \times$$

$$\times e^{-i\omega_3(t_2-t_3)} e^{-i\omega_L t_1} e^{i\omega_q t_2} e^{-i\omega_s t_3} \Big\} \times$$

$$\times f(k_1^2, k_2^2, k_3^2, \omega_1, \omega_2, \omega_3, n_1, n_2, n_3)$$

$$\text{(eq III.9)}$$

onde consideramos apenas o espalhamento espontâneo ($n_s = 0$). Na eq. III.9 f é dada por

$$f(k_1^2, k_2^2, k_3^2, \omega_1, \omega_2, \omega_3, n_1, n_2, n_3) = \prod_{i=1}^{3} \left\{ \frac{\theta(|k_i|^2 - k_{F\sigma}^2(n_i))}{\omega_i - \omega_{n_i\sigma}(k_i^2) + i\eta} + \frac{\theta(k_{F\sigma}^2(n_i) - |k_i|)}{\omega_i - \omega_{n_i\sigma}(k_i^2) - i\eta} \right\}$$

e $k_{F\sigma}^2(n)$ é dado pela eq. II.10-a

Integrando em t_1, t_2, t_3, ω_2 e ω_3 a eq. III.9 toma a forma

$$\langle f | S^{(3)} | i \rangle = i \frac{A(\omega_L)A(\omega_s)\sqrt{n_L}}{\hbar^3} \sum_{\sigma q} V_{q\sigma} \sum_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3} \Big\{ \mu_{\alpha_1\alpha_3}(-\vec{k}_s)\, \lambda_{\alpha_3\alpha_2}(-\vec{q}) \times$$

$$\times \mu_{\alpha_2\alpha_1}(k_L)' \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1\, f(k_1^2, k_2^2, k_3^2, \omega_1, \omega_2 = \omega_1 + \omega_L, \omega_3 = \omega_1 + \omega_s, n_1, n_2, n_3) +$$

$$+ \mu_{\alpha_1\alpha_2}(-\vec{k}_s)\, \lambda_{\alpha_1\alpha_3}(-\vec{q})\, \mu_{\alpha_2\alpha_3}(\vec{k}_L)\, \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1\, f(k_1^z, k_2^z, k_3^z, \omega_1, \omega_2 = \omega_1 + \omega_L, \omega_3 = \omega_1 + \omega_q, n_1, n_2, n_3) \Big\}\, \delta(\omega_L - \omega_s - \omega_q).$$

Os termos de f que interessarão (contribuição não nula), são aqueles que contiverem um fator na forma $\theta(k_F^z - |k^z|)$ e os outros dois da forma $\theta(|k^z| - k_F^z(n))$ isto é, termos que envolverem um estado ocupado e dois outros vazios. São eles

$$\tilde{f}(k_1^z, k_2^z, \dots) = \frac{\theta(|k_1^z| - k_{F\sigma}^z(n_1))\, \theta(|k_2^z| - k_{F\sigma}^z(n_2))\, \theta(k_{F\sigma}^z(n_3) - |k_3^z|)}{(\omega_1 - \omega_{n_1\sigma}(k_1^z) + i\eta)\,(\omega_2 - \omega_{n_2\sigma}(k_2^z) + i\eta)\,(\omega_3 - \omega_{n_3\sigma}(k_3^z) - i\eta)} +$$

$$+ \frac{\theta(|k_1^z| - k_{F\sigma}^z(n_1))\, \theta(k_{F\sigma}^z(n_2) - |k_2^z|)\, \theta(|k_3^z| - k_{F\sigma}^z(n_3))}{(\omega_1 - \omega_{n_1\sigma}(k_1^z) + i\eta)\,(\omega_2 - \omega_{n_2\sigma}(k_2^z) - i\eta)\,(\omega_3 - \omega_{n_3\sigma}(k_3^z) + i\eta)} +$$

$$+ \frac{\theta(k_{F\sigma}^z(n_1) - |k_1^z|)\, \theta(|k_2^z| - k_{F\sigma}^z(n_2))\, \theta(|k_3^z| - k_{F\sigma}^z(n_3))}{(\omega_1 - \omega_{n_1\sigma}(k_1^z) - i\eta)\,(\omega_2 - \omega_{n_2\sigma}(k_2^z) + i\eta)\,(\omega_3 - \omega_{n_3\sigma}(k_3^z) + i\eta)}.$$

Resolvendo as integrais em ω_1, permutando os índices de forma a termos a sub banda ocupada com o índice 1 e considerando $k_1^z \gg q \sim k_L$ obtemos:

$$\langle f | S^{(3)} | i \rangle = 2\pi \sqrt{n_L}\ \frac{A(\omega_L)\, A(\omega_s)}{\hbar^3} \sum_{\sigma q} V_{q\sigma} \sum_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3} \theta(k_{F\sigma}^z(n_1) - |k_1^z|)$$

$$\theta(|k_1^z| - k_{F\sigma}^z(n_2))\, \theta(|k^z| - k_{F\sigma}^z(n_3))\ \times$$

$$\Bigg\{ \frac{\mu_{\alpha_1\alpha_3}(-\vec{k}_s)\, \lambda_{\alpha_3\alpha_2}(-\vec{q})\ \mu_{\alpha_2\alpha_1}(\vec{k}_L)}{(\omega_{n_1\sigma}(k_3^z) - \omega_s - \omega_{n_3\sigma}(k_3^z))\,(\omega_{n_1\sigma}(k_3^z) + \omega_q - \omega_{n_2\sigma}(k_2^z))} \ (\text{diag } i) +$$

(diag ii)

$$+\ \frac{\mu_{\alpha_1\alpha_3}(-\vec{k}_s)\,\lambda_{\alpha_3\alpha_1}(-\vec{q})\,\mu_{\alpha_1\alpha_2}(\vec{k}_L)}{(\omega_{n_1\sigma}(k_1^2)-\omega_L-\omega_{n_2\sigma}(k_2^2))\,(\omega_{n_1\sigma}(k_1^2)-\omega_q-\omega_{n_3\sigma}(k_3^2))}\ +$$

(diag iii)

$$+\ \frac{\mu_{\alpha_1\alpha_2}(-\vec{k}_s)\,\lambda_{\alpha_1\alpha_3}(-\vec{q})\,\mu_{\alpha_2\alpha_3}(\vec{k}_L)}{(\omega_{n_1\sigma}(k_1^2)-\omega_q-\omega_{n_3\sigma}(k_3^2))\,(\omega_{n_1\sigma}(k_1^2)+\omega_s-\omega_{n_2\sigma}(k_2^2))}\ +$$

(diag iv)

$$+\ \frac{\mu_{\alpha_1\alpha_3}(-\vec{k}_s)\,\lambda_{\alpha_2\alpha_3}(-\vec{q})\,\mu_{\alpha_1\alpha_2}(\vec{k}_L)}{(\omega_{n_1\sigma}(k_1^2)-\omega_L-\omega_{n_2\sigma}(k_2^2))\,(\omega_{n_1\sigma}(k_1^2)+\omega_s-\omega_{n_3\sigma}(k_3^2))}\ +$$

(diag v)

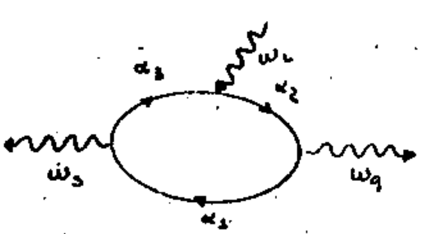
$$+\ \frac{\mu_{\alpha_1\alpha_3}(-\vec{k}_s)\,\lambda_{\alpha_3\alpha_2}(-\vec{q})\,\mu_{\alpha_2\alpha_1}(\vec{k}_L)}{(\omega_{n_1\sigma}(k_1^2)+\omega_L-\omega_{n_2\sigma}(k_2^2))\,(\omega_{n_1\sigma}(k_1^2)+\omega_s-\omega_{n_3\sigma}(k_3^2))}\ +$$

(diag vi)

$$+\ \frac{\mu_{\alpha_3\alpha_2}(-\vec{k}_s)\,\lambda_{\alpha_1\alpha_3}(-\vec{q})\,\mu_{\alpha_2\alpha_1}(\vec{k}_L)}{(\omega_{n_1\sigma}(k_1^2)+\omega_L-\omega_{n_2\sigma}(k_2^2))\,(\omega_{n_1\sigma}(k_1^2)+\omega_q-\omega_{n_3\sigma}(k_3^2))}\ .$$

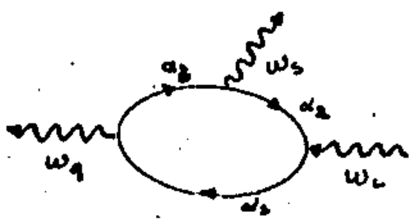
(eq. III . 10)

Nem todos estes termos são importantes para o espalhamento estudado. Para descobrirmos quais os que realmente contribuem, se faz necessária uma análise mais detalhada de cada um deles; é o que faremos ao lado do diagrama correspondente, lembrando que o nosso cristal tem o nível de Fermi coincidente com a base da sub-banda 1↑.



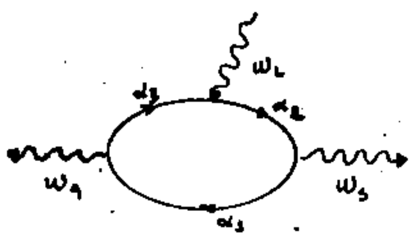
diag. i

Este termo corresponde ao processo em que o elétron sai do estado α_1 (sub-banda 0↑) devido a emissão de um fóton, o que significa ele passar para um outro estado da sub-banda 0↑ o que não é permitido pelo princípio de exclusão de Pauli. Consequentemente este termo não contribui para o espalhamento, o que tambem pode ser visto pelo produto das funções θ pois neste caso $n_1 = n_3 = n_2 - a$.



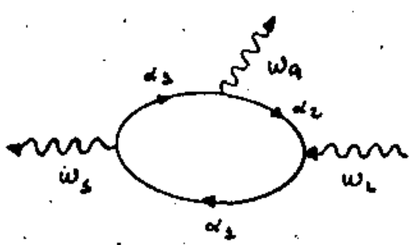
diag. ii

Neste, o elétron muda de estado duas vezes dentro da mesma sub-banda $0\uparrow$, o que pela razão apresemtada acima, não é permitido . O produto das funções θ anula-se desde que $n_1 = n_2 = n_3$.

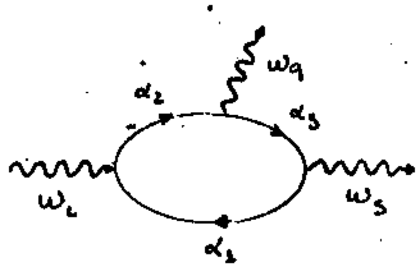


diag. iii

A análise do termo correspondente ao diagrama iii é a mesma que a d do i e a do iv a mesma do ii, apenas está permutada a emissão do fóton pela emissão do mágnon.

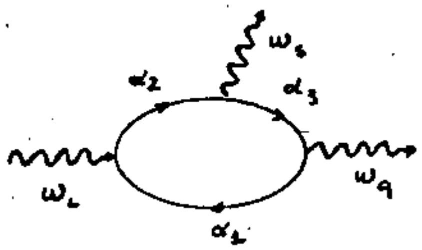


diag. iv



diag. v

Este termo é diferente de zero se $n_1 < n_2 = n_3$ o que significa: ao absorver o fóton ω_L , o elétron passa para um estado de uma sub-banda superior, emite um mágnon ω_q , decaindo para um outro estado dentro desta mesma sub-banda, voltando ao seu estado inicial quando da emissão do fóton ω_s .



diag vi

Este termo tambem é diferente de zero se $n_1 < n_2 = n_3$ e seu significado é que ao absorver o fóton ω_L o elétron passa à um estado de uma sub-banda superior, emite o fóton ω_s decaindo para um outro estado desta mesma sub-banda, voltando ao seu estado inicial quando da emissão do mágnon ω_q.

Assim sendo, desprezando os termos que não contribuem, podemos escrever o elemento de matriz na forma

$$\langle f | S^{(3)} | i \rangle = \langle f | S^{(3)} | i \rangle_{(v)} + \langle f | S^{(3)} | i \rangle_{(vi)}$$

onde o sub índice v ou vi indica a que termo estamos nos referindo. Calcularemos cada um deles separadamente.

Substituindo os μ's e o λ, fazendo o somatório em n_1, n_2 e n_3 levando em conta que $\alpha_1 = 0\uparrow$ temos

$$\langle f | S^{(3)} | i \rangle_v = 2\pi \frac{A(\omega_L) A(\omega_s)}{\hbar^3} \sqrt{n_L} \sum_q \delta(\omega_L - \omega_s - \omega_q) V_{q\uparrow} \sum_{\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3} \delta_{\vec{k}_2, \vec{k}_1 + \vec{k}_L} \times$$

$$\times \delta_{\vec{k}_3, \vec{k}_2 - \vec{q}} \, \delta_{\vec{k}_1, \vec{k}_3 - \vec{k}_s} \left(\frac{\hbar \omega_c}{m^*} \right) \cos^2\left(\frac{\theta_L}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta_s}{2}\right) \times$$

$$\frac{\theta(k_{F\uparrow}^2(0) - |k_1^2|) \; \theta(|k_2^2| - k_{F\uparrow}^2(1)) \; \theta(|k_3^2| - k_{F\uparrow}^2(1))}{(\omega_{0\uparrow}(k_1^2) + \omega_L - \omega_{1\uparrow}(k_2^2)) \, (\omega_{0\uparrow}(k_1^2) + \omega_s - \omega_{1\uparrow}(k_3^2))}$$

usando o fato que k_L^2 e q^2 são pequenos comparados com $\vec{k}$ e efetuando a soma em $\vec{k}_2$, $\vec{k}_3$ e $\vec{q}$ obtemos

$$\langle f | S^{(3)} | i \rangle_v = \frac{2\pi \sqrt{n_L}}{\hbar^3} A(\omega_L) A(\omega_s) \, \delta(\omega_L - \omega_s - \omega_q) \frac{\hbar \omega_c}{m^*} \times$$

$$V_{q\uparrow} \cos^2\frac{\theta_i}{2} \cos^2\frac{\theta_s}{2} \times$$

$$\sum_{\vec{k}_s} \frac{\theta(k_{F\uparrow}^z(0) - |k_s^z|)\quad \theta(|k_s^z| - k_{F\uparrow}^z(1))}{(\omega_{0\uparrow}(k_s^z) + \omega_i - \omega_{s\uparrow}(k_s^z + k_i^z))(\omega_{0\uparrow}(k_s^z) + \omega_s - \omega_{s\uparrow}(k_s^z + k_s^z))}$$

a soma k_s^x nos dá $L^2/2\pi\lambda^2$ e a em k_s^z pode ser transformada em uma integral da forma $\frac{L}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dk^z$. Assim sendo , substituindo $\omega_{n\sigma}(k^z)$, dada pela eq. I.2, obtemos

$$\langle f | S^{(3)} | i \rangle_{(V)} = \frac{\sqrt{n_i}\ \bar{V}\omega_c}{2\pi\lambda^2\hbar^2 m^*} \ A(\omega_i)\ A(\omega_s)\ V_{q\uparrow}$$

$$\times\, \delta(\omega_i - \omega_s - \omega_q) \quad \cos^2\frac{\theta_i}{2} \cos^2\frac{\theta_s}{2} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} dk^z \ \frac{\theta(k_{F\uparrow}^z(0) - |k^z|)\ \theta(|k^z| - k_{F\uparrow}^z(1))}{\left(\frac{\hbar k_i^z}{m^*} k^z + \omega_c - \omega_i\right)\left(\frac{\hbar k_s^z}{m^*} k^z + \omega_c - \omega_s\right)} .$$

(eq. III.11)

definimos $\omega_c - \omega_i = r\omega_c$ e $\omega_c - \omega_s = p\omega_c$: desta maneira a integral torna-se:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk^z \ \frac{\theta(k_{F\uparrow}^z(0) - |k^z|)\ \theta(|k^z| - k_{F\uparrow}^z(1))}{\left(\frac{\hbar k_i^z}{m^*} k^z + r\omega_c\right)\left(\frac{\hbar k_s^z}{m^*} k^z + p\omega_c\right)} =$$

$$= \frac{1}{\omega_c\left(r - p\frac{k_i^z}{k_s^z}\right)} \int_{k_{F\uparrow}^z(1)}^{k_{F\uparrow}^z(0)} dk^z \left\{ \frac{k_i^z}{k_s^z}\left(\frac{1}{\frac{\hbar k_i^z}{m^*}k^z - r\omega_c} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{1}{\frac{\hbar k_i^z}{m^*}k^z + r\omega_c}\right) + \left(\frac{1}{\frac{\hbar k_s^z}{m^*}k^z + p\omega_c} - \frac{1}{\frac{\hbar k_s^z}{m^*}k^z - p\omega_c}\right)\right\}.$$

$$= \frac{m^*}{\hbar k_s^2 \omega_c} \left(\frac{1}{r - p\,\frac{k_L^2}{k_s^2}} \right) \left\{ \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) - a|}{|k_{F\uparrow}^2(1) - a|} + \right.$$

$$+ \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) + d|}{|k_{F\uparrow}^2(1) + d|} - \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) + a|}{|k_{F\uparrow}^2(1) + a|} -$$

$$\left. - \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) - d|}{|k_{F\uparrow}^2(1) - d|} \right\}$$

onde $a = \frac{m^*}{\hbar k_L^2} r\omega_c$ e $d = \frac{m^*}{\hbar k_s^2} p\,\omega_c$

Usando este resultado, a eq. III.11 pode ser escrita como

$$\langle f | S^{(3)} | i \rangle_{(V)} = \frac{\sqrt{n_L}\ \ V\, A(\omega_L)\, A(\omega_s)}{2\pi\, \lambda^2\ \hbar^3\ k_s^2}\ V_{q\uparrow}\ \ \delta(\omega_L - \omega_s - \omega_q)$$

$$\cos^2\!\left(\frac{\theta_L}{2}\right) \cos^2\!\left(\frac{\theta_s}{2}\right) \frac{1}{\left(r - p\,\frac{k_L^2}{k_s^2}\right)} \left\{ \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) - a|\,|k_{F\uparrow}^2(1) + a|}{|k_{F\uparrow}^2(1) - a|\,|k_{F\uparrow}^2(0) + a|} + \right.$$

$$\left. + \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) + d|\,|k_{F\uparrow}^2(1) - d|}{|k_{F\uparrow}^2(1) + d|\,|k_{F\uparrow}^2(0) - d|} \right\} \qquad (\text{eq III. }12)$$

Substituindo os μ 's e o λ em $\langle f | S^{(3)} | i \rangle_{(V_L)}$ e efetuando os somatórios em n_1, n_2 e n_3 a seguinte expressão é obtida

$$\langle f | S^{(3)} | i \rangle_{V_L} = \pi \sqrt{n_L}\ \frac{A(\omega_L) A(\omega_s)}{\hbar^3}\ \delta(\omega_L - \omega_s - \omega_q) \left(\frac{\hbar \omega_c}{m^*} \right)^{1/2}$$

$$\sum_{\substack{q\, \vec{k}_1 \\ \vec{k}_2\, \vec{k}_3}} V_{q\uparrow}\ \delta_{\vec{k}_3,\, \vec{k}_2 - \vec{k}_s}\ \delta_{\vec{k}_1,\, \vec{k}_3 - \vec{q}}\ \delta_{\vec{k}_2,\, \vec{k}_1 + \vec{k}_L} \left(\frac{\hbar q_1^2}{m^* \omega_c} \right)^{1/2} \frac{\hbar k_1^2}{m^*}$$

$$\cos^2\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\theta_s \qquad \frac{\theta\left(k_{F\uparrow}^2(0) - |k_3^2|\right) \quad \theta\left(|k_3^2| - k_{F\uparrow}^2(1)\right)}{\left(\omega_{0\uparrow}(k_3^2) + \omega_L - \omega_{1\uparrow}(k_3^2)\right)\left(\omega_{n_1 e}(k_3^2) + \omega_q - \omega_{n_3 e}(k_3^2)\right)}$$

efetuando os somatórios em $\vec{q}$, $\vec{k}_1$, $\vec{k}_3$ e fazendo as simplificações possiveis , obtemos

$$\langle f | S^{(3)} | i \rangle_{(vi)} = \pi \sqrt{n_L} \quad \frac{A(\omega_L)\ A(\omega_s)}{m^{*2}\ \hbar^2} \quad \delta(\omega_L - \omega_s - \omega_q) \times$$

$$\times V_{q\uparrow} \cos^2 \frac{\theta_i}{2} \sin\theta_s \times$$

$$\times \sum_{\overline{k}_1} k_3^2 \cdot \frac{\theta\left(k_{F\uparrow}^2(0) - |k_3^2|\right)\ \theta\left(|k_3^2| - k_{F\uparrow}^2(1)\right)}{\left(\frac{\hbar k_L^2}{m^*} k_3^2 + \omega_c - \omega_L\right)\left(\frac{\hbar q^2}{m^*} k^2 + \omega_c - \omega_q\right)}$$

o somatório em k_1^z nos dá $\frac{L^2}{2\pi\lambda^2}$ e o em k_3^z pode ser transformado em uma inte gral , desta maneira $\langle f | S^{(3)} | i \rangle_{vi}$ é escrito como

$$\langle f | S^{(3)} | i \rangle_{(vi)} = \frac{V \sqrt{n_L}\ q_\perp}{4\pi\lambda^2 m^{*2} \hbar} A(\omega_L)\ A(\omega_s)\ \delta(\omega_L - \omega_s - \omega_q) .$$

$$V_{q\uparrow} \cos^2\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \sin\theta_s \int_{-\infty}^{\infty} k^2\, dk^2 \quad \frac{\theta\left(k_{F\uparrow}^2(0) - |k^2|\right)}{\left(\frac{\hbar k_L^2}{m^*} k^2 + \omega_c - \omega_L\right)} \times$$

$$\times \frac{\theta\left(|k^2| - k_{F\uparrow}^2(1)\right)}{\left(\frac{\hbar q^2}{m^*} k^2 + \omega_c - \omega_q\right)} . \qquad \text{(eq. III.13)}$$

mas $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} k^2\, dk^2 \; \frac{\Theta\left(k_{F\uparrow}^2(0) - |k^2|\right)\,\Theta\left(|k^2| - k_{F\uparrow}^2(1)\right)}{\left(\frac{\hbar k_L^2}{m^*}k^2 + \omega_c - \omega_L\right)\left(\frac{\hbar q^2}{m^*}k^2 + \omega_c - \omega_L\right)} =$

$$= \frac{m^{*2}}{\hbar^2 k_L^2 q^2}\;\frac{a}{a-b}\left\{ \ell n \frac{|k_{F\uparrow}^2(0)+a|\,|k_{F\uparrow}^2(1)-a|}{|k_{F\uparrow}^2(1)+a|\,|k_{F\uparrow}^2(0)-a|} + \right.$$

$$\left. \frac{b}{a}\,\ell n \frac{|k_{F\uparrow}^2(0)-b|\,|k_{F\uparrow}^2(1)+b|}{|k_{F\uparrow}^2(1)-b|\,|k_{F\uparrow}^2(0)+b|} \right\}.$$

levando o resultado da integral para a eq. III.13, obtemos

$$\langle f\,|\,S^{(3)}\,|\,i\rangle_{(V1)} = \frac{V\sqrt{n_L}\;\;q_\perp\; A(\omega_L)\,A(\omega_S)}{4\pi\,\lambda^2\;\hbar^3\;q^2\;k_L^2}\;\; V_{q\uparrow}\;\;\times$$

$$\times \cos^2\left(\frac{\theta_L}{2}\right)\,\sin\theta_S\;\;\delta(\omega_L - \omega_S - \omega_q)\;\;\frac{a}{a-b}\;\;\times$$

$$\times\left\{ \ell n \frac{|k_{F\uparrow}^2(0)+a|\,|k_{F\uparrow}^2(1)-a|}{|k_{F\uparrow}^2(1)+a|\,|k_{F\uparrow}^2(0)-a|} + \frac{b}{a}\,\ell n \frac{|k_{F\uparrow}^2(0)-b|\,|k_{F\uparrow}^2(1)+b|}{|k_{F\uparrow}^2(1)-b|\,|k_{F\uparrow}^2(0)+b|}\right\}$$

(eq. III.14)

III.2 CÁLCULO DAS EFICIÊNCIAS RAMAN

Usando a eq. III.12 para calcular $P_{\downarrow\iota}^{v}$ (probabilidade de espalhamento por unidade de tempo) e $P_{\downarrow\iota}^{v}(\Omega)$, probabilidade por unidade de tempo de que um fóton com k_S seja espalhado dentro de Ω , obtemos:

$$P_{\downarrow\iota}^{\,v} = \frac{n_L\,V^2}{(2\pi)^3\,\lambda^4\,\hbar^6\,(k_S^2)^2}\;\;|A(\omega_L)|^2\,|A(\omega_S)|^2\;\;|V_{q\uparrow}|^2\;\;\times$$

$$- \times \, \delta(\omega_L - \omega_S - \omega_q) \cos^4\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \cdot \cos^4\left(\frac{\theta_S}{2}\right) \quad \frac{1}{r - p\,\frac{k_L^2}{k_S^2}} \quad \times$$

$$\times \left| \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) - a|\,|k_{F\uparrow}^2(1) + a|\,|k_{F\uparrow}^2(0) + d|\,|k_{F\uparrow}^2(1) - d|}{|k_{F\uparrow}^2(1) - a|\,|k_{F\uparrow}^2(0) + a|\,|k_{F\uparrow}^2(1) + d|\,|k_{F\uparrow}^2(0) - d|} \right|^2$$

(eq. III.15)

e $$P_{fi}^{v}(\Omega) = \frac{\Omega\, \epsilon^{3/2}\, n_L\, V^3\, \omega_S^2}{(2\pi)^6\, \lambda^4\, c^3\, \hbar^6\, (k_S^2)^2} \, |A(\omega_L)|^2\, |A(\omega_S)|^2\, |V_{q\uparrow}|^2 \times$$

$$\times \cos^4\left(\frac{\theta_L}{2}\right) \cos^4\left(\frac{\theta_S}{2}\right) \quad \frac{1}{\left(r - p\,\frac{k_L^2}{k_S^2}\right)^2} \times$$

$$\times \left| \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) - a|\,|k_{F\uparrow}^2(1) + a|\,|k_{F\uparrow}^2(0) + d|\,|k_{F\uparrow}^2(1) - d|}{|k_{F\uparrow}^2(1) - a|\,|k_{F\uparrow}^2(0) + a|\,|k_{F\uparrow}^2(1) + d|\,|k_{F\uparrow}^2(0) - d|} \right|^2$$

(eq. III.16)

Analogamente, usando a eq. III.14, obtemos para P_{fi}^{vi} e $P_{fi}^{vi}(\Omega)$ as seguintes expressões:

$$P_{fi}^{vi} = \frac{n_L\, V^2\, q_1^2}{32\pi^3 \lambda^4 \hbar^6 (k_L^2)^2 q_2^2} \, |A(\omega_L)|^2\, |A(\omega_S)|^2\, |V_{q\uparrow}|^2\, \delta(\omega_L - \omega_S - \omega_q) \times$$

$$\times \cos^4 \frac{\theta_L}{2} \, \sin^2\theta_S \, \frac{a^2}{(a-b)^2} \left| \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) + a|\,|k_{F\uparrow}^2(1) - a|}{|k_{F\uparrow}^2(1) + a|\,|k_{F\uparrow}^2(0) - a|} + \right.$$

$$\left. + \frac{b}{a} \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) - b|\,|k_{F\uparrow}^2(1) + b|}{|k_{F\uparrow}^2(1) - b|\,|k_{F\uparrow}^2(0) + b} \right|^2 \qquad \text{(eq. III.17)}$$

e

$$P_{1i}^{(vi)}(\Omega) = \Omega \frac{n_i V^3 \epsilon^{3/2} q_\perp^2 \omega_s^2}{128 \pi^6 \lambda^4 c^3 \hbar^6 (k_i^2)^2 q_z^2} \quad |A(\omega_i)|^2 \, |A(\omega_s)|^2 \, |V_{q\uparrow}|^2$$

$$\cos^4 \frac{\theta_i}{2} \, \sin^2 \theta_s \quad \frac{a^2}{(a-b)^2} \quad \Bigg| \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0)+a| \, |k_{F\uparrow}^2(1)-a|}{|k_{F\uparrow}^2(1)+a| \, |k_{F\uparrow}^2(0)-a|} +$$

$$+ \frac{b}{a} \quad \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0)-b| \, |k_{F\uparrow}^2(1)+b|}{|k_{F\uparrow}^2(1)-b| \, |k_{F\uparrow}^2(0)+b|} \Bigg|^2 \qquad (eq. III. 18)$$

Sendo a eficiência Raman dada por $S_R = \dfrac{\epsilon^{1/2} L \, P_{1i}(\Omega)}{c \, n_i}$, onde L é o comprimento do cristal, temos

$$S_R^{v} = \frac{\Omega \, L \, \epsilon^2 V^3 \omega_s^2}{(2\pi)^6 \lambda^4 c^4 \hbar^6 (k_s^2)^2} \quad |A(\omega_i)|^2 \, |A(\omega_s)|^2 \, |V_{q\uparrow}|^2$$

$$\times \cos^4 \frac{\theta_i}{2} \quad \cos^4 \frac{\theta_s}{2} \quad \frac{1}{\left(r - p \dfrac{k_i^2}{k_s^2}\right)^2} \times$$

$$\times \left| \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0)-a| \, |k_{F\uparrow}^2(1)+a| \, |k_{F\uparrow}^2(0)+d| \, |k_{F\uparrow}^2(1)-d|}{|k_{F\uparrow}^2(1)-a| \, |k_{F\uparrow}^2(0)+a| \, |k_{F\uparrow}^2(1)+d| \, |k_{F\uparrow}^2(0)-d|} \right|^2$$

$$(eq. III. 19)$$

e

$$S_R^{vi} = \frac{\Omega \, L \, \epsilon^2 V^3 q_\perp^2 \omega_s^2}{128 \pi^6 \lambda^4 c^4 \hbar^6 (k_i^2)^2 q_z^2} \quad |A(\omega_i)|^2 \, |A(\omega_s)|^2 \, |V_{q\uparrow}|^2 \cdot$$

$$\cos^4 \frac{\theta_i}{2} \sin^2 \theta_s \quad \frac{a^2}{(a-b)^2} \quad \Bigg| \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0)+a| \, |k_{F\uparrow}^2(1)-a|}{|k_{F\uparrow}^2(1)+a| \, |k_{F\uparrow}^2(0)-a|} +$$

$$+ \frac{b}{a} \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0)-b| \, |k_{F\uparrow}^2(1)+b|}{|k_{F\uparrow}^2(1)-b| \, |k_{F\uparrow}^2(0)+b|} \Bigg|^2$$

$$(eq. III. 20)$$

Substituindo as expressões de $A(\omega_i)$, $A(\omega_s)$ e $V_{q\uparrow}$ obtemos

$$S_R^{v} = \Omega L \frac{e^4 g^4 \mu_B^4 S}{2\pi^2 \lambda^4 c^4 \hbar^4 (k_s^2)^2} \left(\frac{\omega_s}{\omega_i}\right) \left(\frac{N}{V}\right) \frac{q_z^2 q_\perp^2}{q^4 + q_z^4}$$

$$\times \cos^4\frac{\theta_i}{2} \cos^4\frac{\theta_s}{2} \frac{1}{\left(r - p\frac{k_i^2}{k_s^2}\right)^2} \times$$

$$\times \left| \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) - a|\,|k_{F\uparrow}^2(s) + a|\,|k_{F\uparrow}^2(0) + d|\,|k_{F\uparrow}^2(s) - d|}{|k_{F\uparrow}^2(s) - a|\,|k_{F\uparrow}^2(0) + a|\,|k_{F\uparrow}^2(s) + d|\,|k_{F\uparrow}^2(0) - d|} \right|^2$$

(eq. III.21)

e

$$S_R^{vi} = \Omega L \frac{e^4 g^4 \mu_B^4 S}{8\pi^2 \lambda^4 c^4 \hbar^4 (k_i^2)^2} \left(\frac{\omega_s}{\omega_i}\right) \left(\frac{N}{V}\right) \frac{q_\perp^4}{q^4 + q_i^4}$$

$$\cos^4\frac{\theta_i}{2} \sin^2\theta_s \frac{a^2}{(b-a)^2} \left| \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) + a|\,|k_{F\uparrow}^2(s) - a|}{|k_{F\uparrow}^2(s) + a|\,|k_{F\uparrow}^2(0) - a|} + \right.$$

$$\left. + \frac{b}{a} \ln \frac{|k_{F\uparrow}^2(0) - b|\,|k_{F\uparrow}^2(s) + b|}{|k_{F\uparrow}^2(s) - b|\,|k_{F\uparrow}^2(0) + b|} \right|^2$$

eq. III.22

Da eq. III.21 podemos tirar as seguintes regras para o processo (v).

. A eficiência vai a zero para as seguintes geometrias:

a) Incidência na direção do campo externo e vetor de onda espalhado paralelo ou antiparalelo a $\check{z}$. ($q_\perp^2$ ou $\cos\frac{\theta_s}{2}$ igual a zero).

b) Incidência na direção perpendicular ao campo externo e vetor de onda espalhado paralelo ou antiparalelo ao incidente. (q_z igual a zero)

Geometrias bastante favoráveis são mostradas nas figs. III.1 e III.2 .

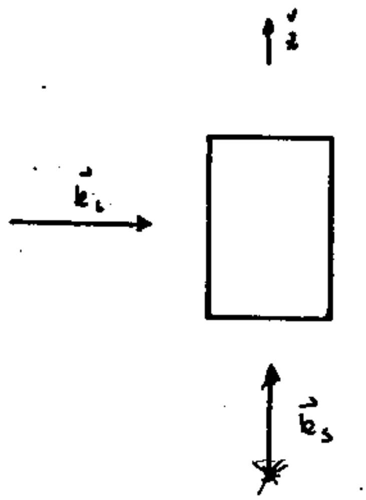


Fig. III.1

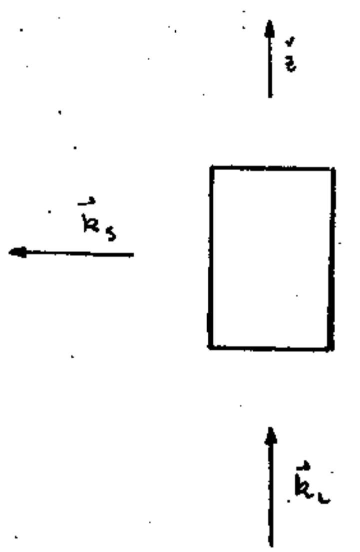


Fig. III.2

Para o processo (νi), espalhamento Raman não é observado nas seguintes geometrias

a) Incidência na direção do campo e vetor de onda espalhado paralelo ou antiparalelo ao incidente. ($q_\perp^2$ e $\operatorname{sen}\theta_s$ iguais a zero).

b) Para qualquer incidência se $\vec{k}_s$ paralelo ou antiparalelo ao campo externo.

c) Para a muito grande quando comparado com b e $k_{FT}^2(0)$, o que significa ω_L muito maior que ω_c.

Note-se que para a geometria mostrada na fig. III.1 o processo (ν) é favorecido enquanto que νi vai a zero; a mostrada no fig. III.2 é bastante favorável para este processo.

CAPÍTULO IV

ANÁLISE E VALORES NUMÉRICOS DOS RESULTADOS OBTIDOS.

Com a finalidade de obtermos uma estimativa numérica para as eficiências $S_R^{(I)}$ (eq. II.16), $S_R^{(v)}$ (eq.III.19) e S_R^{vi} (eq.III.20), tomamos os parâmetros físicos envolvidos tendo valores característicos de semicondutores magnéticos, tais como o $CdCr_2Se_4$ dopado com prata. A massa efetiva (m^*) igual a massa do elétron livre (m_e), $g = 1.95$, J da ordem de 10^{-14} - 10^{-15} erg, spin do íon (S) igual a $3/2$, densidade (N/V) 10^{23} cm^{-3} e densidade de portadores de $2.1 \times 10^{14} cm^{-3}$ o que nos dá $k_{F\uparrow}^2(0) = 1.93 \times 10^{6} a_0^{-1}$ No $CdCr_2Se_4$ em particular temos níveis de Landau bem definidos para campos magnéticos maiores que 10 KG.

Analisando a eq. II.16, observa-se que $S_R^{(I)}$ torna-se muito grande quando $b \doteq \frac{m^*}{\hbar q^2} \ell \omega_c$ aproxima-se de $k_{F\uparrow}^2(0)$.. Sendo ω_q, para campos da ordem do que estamos tomando, praticamente constante temos:

$$\frac{\omega_q}{\omega_c} = \frac{\omega_o}{\omega_c} = \frac{g \frac{e}{2mc} H}{\frac{eH}{mc}} = g/2 .$$

Assim $\ell = 1 - \frac{\omega_q}{\omega_c} = 1 - g/2$ sendo portanto um valor que depende apenas de características internas do material. Note-se porem, que dois parâmetros externos podem ser ajustados de modo que sempre possamos estar próximos a região onde $S_R^{(I)}$ torna-se significativa: ω_c que depende do campo externo e q^2 que depende da geometria escolhida.

A fig. IV.I mostra o comportamento de $S_R^{(I)}$ com o ângulo que o vetor de onda incidente ($\vec{k}_i$) faz com $\vec{k}$, considerando $\vec{k}_i$ antiparalelo a $\vec{k}_s$ (vetor de onda espalhado), $|\vec{k}_i| = 6 \times 10^{4} cm^{-1}$ e campos externos de 200, 150, 100 e 50 KG. Observa-se que o ângulo de incidência para o qual temos o pico de $S_R^{(I)}$ depende unicamente do campo aplicado uma vez que g é fixado quando o material é escolhido.

Observe-se que a ressonância obtida é essen - cialmente geométrica e o espalhamento pode ser observado para qualquer valor de g no entorno de 2, uma vez que a modificação do fator giromagnético apenas modificará a posição do pico em relação ao ângulo de incidência. Este tipo de ressonância tambem pode ser observada para fônons apenas a dependência na geométria naquele caso é diferen- te, o que se deve a diferença de vertex de interação.

Para campo magnético de 100 KG e incidência de 77°, $S_R^{(1)} \simeq 1.5 \times 10^{-18}$ que para uma potência incidente de 18W nos dá 150 fótons espalhados por segundo, que nesta faixa de frequência é facilmente detectado.

$S_R^{(v)}$ terá valores significativos apenas para campo da ordem de 100 KG ou superiores e laser com compri mento de onda da ordem de 0,5 mm, como é o caso do de ICN, que tem uma linha em $\lambda = 0.538$ mm com potencia de 1/2 W[18]. Considerando este valor para o comprimento de onda temos, $a = 2.85 \times 10^{10}$ e $d = 2.97 \times 10^{10}$. Para a geometria proposta no capí- tulo III obtemos $S_R^{(v)} \sim 5 \times 10^{-16}$. O número de fótons espalha- dos por segundo é 6.1×10^{6} o que para ser detectado é ne - cessário um detetor sensivel a 10^{-16}W. Para campos menores o processo tem eficiência ainda menor.

Para S_R^{vi}, a observação da eq. III.13 nos leva a concluir que a situação mais favorável é quando temos $\omega_c \sim \omega_L \sim \omega_c$. Já vimos anteriormente que no nosso materi al $\omega_q \sim \omega_c$ e a frequência da linha $\lambda = 0.538$ mm do laser de ICN é da ordem de ω_c, para campos de 100 KG. Para estes va- lores e uma geometria favorável temos $a = 2.85 \times 10^{10}$ e $b = 4 \times 10^{9}$ logo $S_R^{vi} \sim 10^{-20}$. Pelas razões expostas, este processo apre presenta sérias dificuldades de detecção.

Assim sendo, o espalhamento Raman por mágnons envolvendo processos intrabanda, é devido essencialmente ao processo no qual a interação radiação-elétron de condução é devida ao termo em A^2 (fig. I.1), ao contrário do espalhamento intrabanda por fônons em semicondutores normais, onde a ressonância ciclotrônica ($\omega_L \sim n\omega_c$) é aparentemente significativa[21].