

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Louis de Broglie e as ondas de matéria

Pedro Sérgio Rosa

Orientador: Dr. Roberto de Andrade Martins

UNICAMP
IFGW
Campinas, SP
2004

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Louis de Broglie e as ondas de matéria

Pedro Sérgio Rosa

Banca Examinadora:

- Dr. Roberto de Andrade Martins (Orientador)
- Dra. Carola Dobrigkeit Chinellato
- Dr. Nelson Studart Filho

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN”
Campinas, São Paulo



MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE MESTRADO DE PEDRO SÉRGIO ROSA – RA 006630 APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN”, DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 27 / 02 / 2004.

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Roberto de Andrade Martins (Orientador do Candidato) –
DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Nelson Studart Filho – DF/UFSCar

Profa. Dra. Carola Dobrigkeit Chinellato – DRCC/IFGW/UNICAMP

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP

R71L

Rosa, Pedro Sérgio

Louis de Broglie e as ondas de matéria / Pedro
Sérgio Rosa. -- Campinas, SP : [s.n.], 2004.

Orientador: Roberto de Andrade Martins.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1. Broglie, Louis de, 1892-1987 2. Ciência – História.
3. Mecânica ondulatória. 4. Dualidade onda-partícula.
I. Martins, Roberto de Andrade. II. Universidade Estadual
de Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin".
III. Título.

Agradecimentos

Agradeço ao bom e generoso Deus, que me deu muitas coisas das quais eu não me considerava merecedor. Deu-me compreensão e amparo nos momentos de aflição e tristeza, saúde pra continuar nesta pequena jornada rumo à eternidade. Ofereceu-me sua luz no momento em que a escuridão sufocava meu espírito.

Agradeço aos meus pais por terem lutado com todas as forças que podiam, trabalhado com honestidade e dedicação para criar a mim e a meus irmãos. Dedico de todo coração este trabalho a meu pai Antonio pela sua energia e força de trabalho, e a minha mãe, dona Nere, pela sua ternura e bravura, mãe dedicada e compreensiva que nunca abandonou seus filhos.

Agradeço de todo o meu espírito ao professor Roberto de Andrade Martins, por ter sido um orientador compreensivo e generoso. Agradeço a sua infinita paciência durante todo o trabalho que desenvolvemos, principalmente num momento em que eu estava com dificuldades pessoais, por causa do mau estado de saúde do meu irmão.

Agradeço a todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

Tenho enorme gratidão para com os funcionários deste Instituto, que trabalham de forma dedicada para que concluamos nossas pesquisas.

Agradeço aos membros do Grupo de História e Teoria da Ciência (GHTC) que contribuíram com valiosas críticas para que este trabalho melhorasse sua qualidade.

Gostaria de agradecer a todos os que contribuíram para que o CNPq pudesse me auxiliar com recursos para o desenvolvimento deste trabalho e também a toda estrutura do IFGW que forneceu o suporte material.

Gostaria de agradecer à Fundação Louis de Broglie – Paris, por ter me enviado um exemplar do livro do senhor Georges Lochack, sobre a vida e a obra de Louis de Broglie.

Dedico este trabalho com todo amor e carinho a minha querida Marta Cristina Paladini, que tem sido uma luz e um perfume para o meu caminho.

Dedico este trabalho ao professor Antonio Fernando Prado de Andrade, um mestre, um guia, uma luz. Muito obrigado por ser um grande amigo cósmico.

Resumo

Este trabalho estuda a história do conceito da dualidade onda-partícula, do início do século XX (trabalhos de Albert Einstein) até o surgimento da teoria de Louis de Broglie. O primeiro capítulo descreve a história inicial da teoria quântica, do estudo da radiação do corpo negro até 1909, dando ênfase especialmente às idéias de Einstein a respeito da natureza da luz, e outras interpretações corpusculares da radiação (William Bragg, J. J. Thomson e Johannes Stark). Nenhuma dessas propostas pode ser descrita como uma síntese dos conceitos de onda e partícula.

O segundo capítulo descreve os principais episódios relevantes de 1909 até 1922. Durante esse período, a teoria quântica teve um forte desenvolvimento, especialmente após a Conferência Solvay de 1911 e depois do surgimento da teoria de Niels Bohr sobre os espectros atômicos. No entanto, a natureza do quantum e da radiação permaneceram obscuras. Entretanto, pesquisas sobre raios X trouxeram o problema da dualidade à tona, porque essa radiação exibe de um modo notável várias propriedades corpusculares, embora também exiba propriedades ondulatórias na difração por cristais. A descoberta do efeito Compton em 1922-1923 foi também uma fortíssima evidência a favor da natureza corpuscular dos raios X.

Os capítulos seguintes descrevem o trabalho de Louis de Broglie. Seu ponto de partida foi o estudo experimental dos raios X, no laboratório de seu irmão (Maurice). Em 1922, De Broglie publicou seus primeiros estudos teóricos sobre os quanta de luz, e no ano seguinte desenvolveu as idéias fundamentais de sua teoria sobre a dualidade onda-partícula tanto para a luz quanto para a matéria. Os primeiros trabalhos de Louis de Broglie são analisados no capítulo 3, e sua tese de doutoramento, apresentada em 1924, é discutida no capítulo 4. A principal contribuição da presente dissertação é a análise detalhada dos trabalhos de De Broglie, de 1922 a 1924.

O último capítulo apresenta uma breve visão de desenvolvimentos posteriores, tais como a confirmação experimental das propriedades ondulatórias dos elétrons e a influência da teoria de De Broglie sobre Schrödinger.

Abstract

This work studies the history of the concept of wave-particle duality, from the beginning of the 20th century (Albert Einstein's works) to the emergence of Louis de Broglie's theory. The first chapter describes the early history of quantum theory, from the study of black-body radiation to 1909, with special emphasis upon Einstein's ideas about the nature of light and other corpuscular interpretations of radiation (William Bragg, J. J. Thomson and Johannes Stark). None of those proposals can be described as a synthesis of the wave and particle concepts.

The second chapter describes the main relevant episodes from 1909 to 1922. During this period, quantum theory underwent a strong development, especially after the Solvay Conference of 1911 and Niels Bohr's theory of atomic spectra. The nature of the quantum and of radiation, however, remained obscure. Research on X rays, however, brought the duality problem to the front position, because this radiation exhibited in a remarkable way several corpuscular properties, while it also displayed wave properties in crystal diffraction. The discovery of the Compton effect in 1922-1923 was also a very strong evidence for the corpuscular nature of X rays.

The following chapters describe the work of Louis de Broglie. His starting point was the experimental study of X rays, in his brother's (Maurice) laboratory. In 1922, de Broglie published his first theoretical studies about light quanta, and in the next year he developed the fundamental ideas of his theory of wave-particle duality for both light and matter. Louis de Broglie's first papers are analyzed in chapter 3, and his PhD thesis, presented in 1924, is discussed in chapter 4. The detailed analysis of de Broglie's works from 1922 to 1924 is the main contribution of the present dissertation.

The last chapter gives a brief survey of later developments, such as the experimental confirmation of the wave properties of electrons and the influence of de Broglie's theory upon Schrödinger.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO: PRIMEIROS PASSOS EM DIREÇÃO A UMA NOVA TEORIA.....1

CAPÍTULO 1: EINSTEIN E A PROPOSTA DA DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA PARA A LUZ (RADIAÇÃO): UM PROBLEMA HISTORIOGRÁFICO.....6

1.1	INTRODUÇÃO.....	6
1.2	A TEORIA QUÂNTICA ANTES DE EINSTEIN.....	6
1.2.1	<i>A teoria do corpo negro.....</i>	7
1.2.2	<i>A lei de Wien.....</i>	8
1.2.3	<i>Planck e a lei de Wien.....</i>	9
1.2.4	<i>A nova teoria do corpo negro de Planck.....</i>	12
1.2.5	<i>A quantização da energia.....</i>	15
1.3	A PROPOSTA DA DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA PARA A LUZ.....	16
1.4	O QUE SERIA DUALIDADE?.....	19
1.5	O ARTIGO DE EINSTEIN DE 1905.....	20
1.5.1	<i>A descontinuidade da matéria e a continuidade dos campos.....</i>	20
1.5.2	<i>O conflito entre a teoria eletromagnética e o princípio da equipartição da energia.....</i>	22
1.5.3	<i>As constantes fundamentais.....</i>	23
1.5.4	<i>A lei de Wien e a entropia da radiação.....</i>	24
1.5.5	<i>Comparação entre um gás e a radiação.....</i>	24
1.5.6	<i>Aplicações da hipótese.....</i>	27
1.5.7	<i>Conclusões sobre o artigo de Einstein, de 1905.....</i>	27
1.6	EINSTEIN E O CALOR ESPECÍFICO DOS SÓLIDOS.....	30
1.7	OS RAIOS X E A NATUREZA DA RADIAÇÃO.....	31
1.7.1	<i>Willian Bragg e a teoria corpuscular dos raios X.....</i>	33
1.7.2	<i>Joseph John Thomson.....</i>	35
1.7.3	<i>Johannes Stark.....</i>	37
1.8	OS TRABALHOS DE EINSTEIN DE 1909 E A DUALIDADE.....	41
1.9	OS ARTIGOS DE EINSTEIN DE 1909.....	45
1.9.1	<i>“Sobre a situação atual do problema da radiação” (EINSTEIN, 1909a).....</i>	45
1.9.2	<i>“Sobre o desenvolvimento de nossa visão sobre a natureza e constituição da radiação” (EINSTEIN, 1909b).....</i>	50
1.9.3	<i>Conclusão.....</i>	55

CAPÍTULO 2: O PROBLEMA DA NATUREZA DA RADIAÇÃO, de 1909 a 1922.....59

2.1	INTRODUÇÃO.....	59
2.2	OPINIÕES SOBRE OS QUANTA DE LUZ.....	59
2.3	OS QUANTA DE LUZ E A TEORIA DO CORPO NEGRO.....	60
2.4	A “CONFERÊNCIA SOLVAY” DE 1911.....	61

2.5	O ESTUDO DA ESTRUTURA ATÔMICA.....	64
2.6	AS PROPRIEDADES ONDULATÓRIAS DOS RAIOS X.....	67
2.7	A CONFIRMAÇÃO DA FÓRMULA DO EFEITO FOTOELÉTRICO.....	68
2.8	AS PROPRIEDADES QUÂNTICAS DOS RAIOS X.....	71
2.9	NOVOS TRABALHOS DE EINSTEIN.....	72
2.10	A SITUAÇÃO NO INÍCIO DA DÉCADA DE 1920.....	73
2.11	AS EXPLICAÇÕES CORPUSCULARES DOS EFEITOS ONDULATÓRIOS.....	75
2.12	O “EFEITO COMPTON”.....	76
 CAPÍTULO 3: OS ARTIGOS INICIAIS DE LOUIS DE BROGLIE.....		82
3.1	INTRODUÇÃO.....	82
3.2	A FORMAÇÃO INTELECTUAL DE LOUIS DE BROGLIE.....	82
3.3	AS PRIMEIRAS PESQUISAS DE LOUIS DE BROGLIE E A INFLUÊNCIA DE MAURICE.....	85
3.4	O PRIMEIRO ARTIGO DE 1922: PARTÍCULAS RELATIVÍSTICAS DE LUZ.....	88
3.5	O SEGUNDO ARTIGO DE 1922: OS FENÔMENOS DE INTERFERÊNCIA, E AS PARTÍCULAS DE LUZ.....	96
3.6	A ESTATÍSTICA DE BOSE.....	100
3.7	O NASCIMENTO DA TEORIA DUALÍSTICA DE LOUIS DE BROGLIE.....	100
3.8	O PRIMEIRO ARTIGO DE 1923.....	101
	3.8.1 <i>A partícula oscilante</i>	101
	3.8.2 <i>O paradoxo das frequências</i>	102
	3.8.3 <i>A onda associada à partícula</i>	103
	3.8.4 <i>A condição de quantização de Bohr</i>	106
	3.8.5 <i>Principais idéias do primeiro artigo de 1923</i>	109
3.9	A INFLUÊNCIA DOS BRILLOUIN.....	110
3.10	O SEGUNDO ARTIGO DE 1923: ONDAS E PARTÍCULAS DE LUZ.....	112
	3.10.1 <i>Velocidades de fase e de grupo</i>	112
	3.10.2 <i>Alteração do princípio de inércia</i>	114
	3.10.3 <i>Relação entre óptica e mecânica</i>	115
	3.10.4 <i>Difração de luz e partículas materiais</i>	116
	3.10.5 <i>Interferência, emissão estimulada e probabilidades</i>	117
	3.10.6 <i>As principais idéias do segundo artigo de 1923</i>	121
3.11	O TERCEIRO ARTIGO DE 1923: ESTATÍSTICA E ONDAS ASSOCIADAS ÀS PARTÍCULAS.....	121
	3.11.1 <i>Gases e radiação do corpo negro</i>	122
	3.11.2 <i>Ondas associadas às partículas e o princípio de Fermat</i>	123
3.12	ARTIGO DE SÍNTESE, DA <i>PHILOSOPHICAL MAGAZINE</i>	125
3.13	A OBJEÇÃO DE ANDERSON AOS QUANTA DE LUZ COM MASSA....	128

CAPÍTULO 4: A TESE DE LOUIS DE BROGLIE.....130

4.1	INTRODUÇÃO.....	130
4.2	EINSTEIN E A TESE DE LOUIS DE BROGLIE.....	131
4.3	A DEFESA DE TESE DE LOUIS DE BROGLIE.....	132
4.4	ESTRUTURA DA TESE.....	133
4.5	INTRODUÇÃO HISTÓRICA.....	135
4.6	A PARTÍCULA INFINITA.....	136
4.7	A PARTÍCULA INFINITA PULSANTE.....	138
4.8	A ONDA NA PARTÍCULA INFINITA.....	139
4.9	DUALIDADE OU SÍNTESE ENTRE ONDA E PARTÍCULA.....	140
4.10	OS GRUPOS DE ONDAS.....	142
4.11	O PRINCÍPIO DE MAUPERTUIS E O PRINCÍPIO DE FERMAT.....	145
4.12	PROPRIEDADES DA ONDA NA PRESENÇA DE UM CAMPO ELETROMAGNÉTICO.....	149
4.13	AS CONDIÇÕES DE QUANTIZAÇÃO.....	152
4.14	A CONDIÇÃO DE ENERGIA-FREQÜÊNCIA DE BOHR.....	155
4.15	SISTEMA DE DOIS CORPOS.....	156
4.16	OS ÁTOMOS DE LUZ E AS ONDAS ELETROMAGNÉTICAS.....	158
4.17	A MASSA DE REPOUSO DOS ÁTOMOS DE LUZ.....	160
4.18	OS ÁTOMOS DE LUZ E A INTERFERÊNCIA.....	162
4.19	A PARTE FINAL DA TESE.....	164

CAPÍTULO 5: CONSIDERAÇÕES FINAIS.....165

5.1	EINSTEIN E A PROPOSTA DA DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA NA RADIAÇÃO.....	165
5.2	CONTRIBUIÇÕES DE LOUIS DE BROGLIE PARA O DESENVOLVIMENTO DA TEORIA DO QUANTUM.....	166
5.3	A INFLUÊNCIA DA TESE DE LOUIZ DE BROGLIE SOBRE SCHRÖDINGER.....	169
5.4	ALGUNS RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	170
5.5	CONCLUSÃO FINAL.....	173

APÊNDICE A177

BIBLIOGRAFIA.....183

Introdução

Primeiros passos em direção a uma nova teoria

No final do século XIX a física parecia ter atingido seu ponto máximo de compreensão. As leis de Newton para a mecânica e para a gravitação, que vinham sendo aperfeiçoadas desde o século XVII, descreviam com grande precisão o comportamento dos corpos celestes e terrestres. Em contrapartida, as propriedades elétricas e magnéticas haviam sido unificadas através da teoria eletromagnética proposta por James Clerk Maxwell. Esta teoria estabeleceu que a luz seria uma forma de onda eletromagnética que se propagaria pelo espaço, assim como (segundo aceitamos atualmente) o são os raios X, os raios γ ou os raios ultravioleta e as radiações infravermelhas, etc.

Com o estabelecimento de regras bem definidas para o comportamento da matéria e das ondas, restaria aos físicos apenas o trabalho de aplicá-las. Não haveria fenômenos que não pudessem ser explicados; haveria apenas o trabalho de desenvolver e ampliar as técnicas existentes para sistemas cada vez mais complexos. Lord Kelvin, em 1900, chegou ao ponto de sugerir que a física havia atingido seu limite e que somente duas nuvens negras ameaçavam seu horizonte. Dois fenômenos ainda estavam sem explicação: o experimento de Michelson e Morley, que procurava determinar a velocidade da Terra em relação ao éter; e a distribuição de energia da luz na radiação do corpo negro. E foram justamente as tentativas de explicar estes resultados que levaram à elaboração de duas novas teorias, que alterariam de forma decisiva a física como era conhecida até então: a Teoria da Relatividade e a Teoria Quântica.

O segundo fenômeno refere-se à radiação eletromagnética, e era analisado levando-se em conta a teoria eletromagnética, a mecânica estatística e a forma como a radiação e a matéria interagem. O problema foi analisado pelo físico Max Planck (1900), e provocou uma profunda alteração na teoria física ao revelar que o comportamento de pequenos sistemas (osciladores harmônicos) obedecem regras que não podem ser explicadas pelas leis das teorias clássicas. Muitos físicos, durante os primeiros 30 anos do século XX contribuíram para o desenvolvimento da física quântica, tanto do ponto de vista teórico como experimental, no entanto, destacaremos (além de Planck) Einstein e Bohr como os grandes pesquisadores da “velha teoria quântica”.

As idéias de Planck são analisadas no primeiro capítulo desta dissertação, onde se pode verificar que o processo que levou à sua lei da radiação do corpo negro, bem como a interpretação que o próprio Planck dava à sua teoria, são bem mais complexos do que se costuma descrever. Foi a primeira utilização da relação quântica fundamental $E=h\nu$, embora o significado dessa relação não estivesse claro.

A teoria de Planck tornou-se fundamental no estudo dos calores específicos dos sólidos (e, depois, dos gases) e permitiu a vários outros cientistas elaborar teorias mais completas sobre o comportamento físico destas entidades. Dentre os físicos que contribuíram para o desenvolvimento deste ramo da física, podemos citar, por exemplo, Einstein, Nernst, Lindemann, Peter Debye, Max Born, von Karman. Os três últimos foram responsáveis pela formulação de uma teoria dos calores específicos para os sólidos, e também foram capazes de explicar porque a lei de Dulong-Petit admite exceções quando se utiliza a estatística clássica, não obedecendo à lei de Rayleigh, mas sendo uma forma limite dentro de um certo domínio.

Foi o desenvolvimento da teoria dos calores específicos (e não a teoria do corpo negro) que chamou a atenção da comunidade científica para o problema da quantização da energia.

Antes disso, em 1905, Einstein havia publicado um trabalho que teve pouca repercussão e mínima aceitação na época: ele publicou no periódico *Annalen der Physik* o artigo “Sobre um ponto de vista heurístico em relação à emissão e transformação da luz”. Sob o ponto de vista de seus desdobramentos posteriores, este trabalho é de extrema importância, pois foi responsável pelo posterior desenvolvimento de muitos aspectos da teoria quântica, influenciando inúmeros outros trabalhos, inclusive as idéias e teorias do físico francês Louis de Broglie, que é objeto de nosso estudo. Descreveremos e discutiremos com mais detalhes no capítulo 1 deste trabalho este artigo de Einstein, pois ele é um dos pontos centrais do polêmico conceito dualístico onda-corpúsculo na radiação, que lhe é atribuído.

Este trabalho de Einstein é conhecido hoje como um estudo sobre o efeito fotoelétrico (emissão pela matéria de elétrons em movimento sob a influência de uma dada radiação). A experiência mostra um fato interessante; a energia dos elétrons expulsos depende da frequência da radiação excitadora e não da intensidade incidente. Este problema foi explicado por Einstein com o auxílio de uma equação análoga à relação de Planck $E=h\nu$, porém com uma interpretação nova: a radiação só poderia ser emitida e absorvida pela matéria através de quantidades bem definidas de energia $h\nu$, e a própria luz seria constituída por esses *quanta de energia*. Se um determinado elétron absorver energia sob esta forma, ele deverá abandonar a matéria dispendendo um trabalho W , sendo sua energia cinética final igual a $h\nu-W$. Esta hipótese dos quanta de luz de Einstein (*Lichtquanten*) era contrária à teoria eletromagnética de Maxwell, que afirmava ser o comportamento da luz ondulatório, e que tinha recebido um enorme volume de confirmações experimentais.

Apesar de introduzir uma nova maneira de abordar o comportamento da radiação em interação com a matéria (um retorno à teoria corpuscular de Newton, ou *teoria de emissão*), Einstein foi pouco convincente na comunidade de físicos, e dentre os que duvidavam destas novas idéias estavam Lorentz e Jeans; Planck também não aceitou o desenvolvimento proposto por Einstein, mas havia alguns poucos que acreditavam na hipótese proposta. Dentre eles destacamos Johannes Stark. Em 1907, Einstein publica um outro artigo, novamente utilizando concepções associadas às de Planck, para o cálculo dos calores específicos nos sólidos, procurando explicar por qual motivo esse calor específico tende a zero para baixas temperaturas. Desta vez, seu trabalho é visto sob uma óptica diferente e seu trabalho é bem recebido na comunidade científica.

Em 1909 Einstein desenvolveu um estudo sobre as flutuações da radiação do corpo negro, e concluiu que isso também levaria a aceitar uma descontinuidade na energia radiante. Esse trabalho também não teve boa aceitação.

Graças ao empenho de Nernst, foi realizado em Bruxelas, no segundo semestre de 1911, o primeiro congresso Solvay de física, que foi inteiramente dedicado à questão dos quanta. O tema central foi o estudo dos calores específicos e a discussão sobre se era necessário ou não introduzir alguma nova teoria física fundamental, incompatível com a física antiga, ou se seria possível chegar a uma interpretação clássica dos novos resultados. Após ter participado das discussões sobre os temas abordados no congresso, Henri Poincaré publicou, pouco antes de sua morte em 1912, uma série de artigos sobre os quanta mostrando a necessidade de se aceitar a relação de Planck, $E=h\nu$, como um princípio novo, impossível de ser explicado pela física clássica, e afetando as trocas de energia entre matéria e radiação, e também as próprias trocas de energia entre partículas. Essas novas idéias foram aplicadas em

1913 por Bohr em sua teoria sobre o átomo, que juntamente com Rutherford e Van Den Broeck admitia ser o átomo formado de um núcleo positivo, circundado por elétrons descrevendo órbitas clássicas.

Bohr teve sucesso quando aplicou essas idéias, em particular ao átomo de hidrogênio, que possui somente um elétron girando ao redor do núcleo. Isto tornava o problema muito mais simples do que quando aplicado a átomos com dois ou mais elétrons girando ao redor do núcleo. Bohr partiu de duas hipóteses: 1^a) Dentre as inúmeras trajetórias que um elétron descreve em torno do núcleo somente algumas são estáveis, e esta estabilidade pode ser conseguida por meio de uma relação envolvendo a constante de Planck: $mvr = nh/2\pi$; 2^a) Quando um elétron passa de uma trajetória para outra, ocorre a emissão ou a absorção de um quantum de energia de frequência ν . A frequência do quantum de energia, emitida ou absorvida, corresponde a uma variação $\delta E = h\nu$ na energia total do átomo. A teoria de Bohr permaneceu durante dez anos como uma boa maneira de se explicar as condições de estabilidade nos átomos; ela foi capaz de descrever também as séries espectrais dos átomos de hidrogênio e do hélio ionizado. Em sua tese de doutoramento, Louis de Broglie procurou justificar a condição de quantização de Bohr através de suas ondas de fase.

Além do estudo da luz, o estudo dos raios X foi também de enorme importância para o desenvolvimento das idéias sobre a natureza da radiação. Na interação entre os raios X e a matéria, essa radiação se comportava de modo fortemente corpuscular, e somente em 1912 foram descobertos os fenômenos de difração de raios X em cristais. Isso levou os físicos que estudavam esse tipo de radiação a se preocuparem fortemente com a natureza contraditória de suas propriedades. Esses aspectos são discutidos no capítulo 2 desta dissertação.

Louis de Broglie entrou em contato com a física através da forte influência de seu irmão mais velho, Maurice. Maurice de Broglie foi um dos secretários do Conselho Solvay de 1911 (dedicado à questão dos quanta). Ao preparar os trabalhos apresentados para publicação, ele os mostrou a Louis, que se envolveu desde então com os problemas fundamentais da física dos quanta. As primeiras publicações científicas de Louis iniciam-se em 1920, após a dispensa do exército francês, quando ele começou a trabalhar no laboratório de pesquisas de raios X de seu irmão.

A contribuição de Louis de Broglie para o desenvolvimento conceitual da teoria do quantum pode ser compreendida como uma síntese que combina os aspectos de ondas e de partículas, tanto para a luz quanto para partículas, como o elétron. Esse trabalho se iniciou em 1922, com artigos a respeito da radiação, e chegou às idéias fundamentais da teoria no segundo semestre de 1923. Esta síntese foi estendida e apresentada de forma bem mais detalhada na sua tese de doutoramento, defendida em novembro de 1924 (*Pesquisas sobre a teoria dos quanta*). Essa tese, uma das mais importantes da história da física, foi o resultado de pelo menos três anos de pesquisa teórica, precedida por estudos experimentais com radiação, mais especificamente com os raios X. Antes da defesa, De Broglie publicou outras notas e artigos mais extensos, respectivamente na *Comptes Rendus* e *Journal de Physique et le Radium*.

No capítulo 3 deste trabalho detalharemos os artigos que se tornaram relevantes no desenvolvimento de sua teoria sobre o quantum. Foram analisados sete trabalhos de De Broglie, que contribuíram para o desenvolvimento da teoria quântica. Eles são descritos e comentados em ordem cronológica de envio para publicação, o que permite verificar o “exato” momento em que De Broglie fez sugestões e introduziu novos conceitos para o aperfeiçoamento da teoria. Por exemplo: o periódico *Journal de Physique et le Radium*

publicava o artigo vários meses depois que o autor havia enviado para publicação, enquanto a revista *Comptes Rendus* publicava o trabalho na semana seguinte à apresentação na Academia de Ciências. Este fato pode ser verificado na tabela do apêndice A.

De certa maneira, o ponto de partida de De Broglie foram os trabalhos de Einstein sobre o quantum na radiação (luz), e nas suas primeiras publicações sobre o assunto (1921-1922) ele tratou a radiação do corpo negro como um gás formado por átomos de luz, mostrando com isso que se esta radiação fosse tratada pela mecânica estatística levaria à lei de distribuição de Wien, mas que se fosse introduzida a idéia de moléculas de luz, seria possível chegar à distribuição de Planck.

No segundo trabalho, ele tentou reconciliar a hipótese dos quanta de luz com o fenômeno de interferência e da difração, e sugeriu pela primeira vez a idéia de que seria necessário associar a estes quanta um certo tipo de periodicidade, sem deixar claro ainda que relação os átomos de luz poderiam ter com as ondas. A busca de uma relação entre ondas e partículas para a luz foi o que orientou o seu trabalho, e as idéias fundamentais de sua teoria eclodiram no final do verão de 1923. Sua concepção sobre as ondas de fase desenvolveu-se com a publicação de três artigos que se tornaram o marco de sua mecânica ondulatória. Neles, De Broglie considerou que o movimento de qualquer porção de matéria com massa de repouso m_0 seria acompanhado por um fenômeno periódico interno com frequência própria igual a $\nu_0 = m_0 c^2 / h$, relacionando sua energia de repouso $m_0 c^2$ à equação de Planck $E = h\nu$. Essa idéia, que aparece inicialmente em seus estudos sobre a luz, foi estendida a todas as partículas, e estudada por meio da mecânica relativística. A análise de um problema que surgia ao se analisar a frequência associada ao quantum, quando ela era observada por um observador que não estava em repouso em relação ao mesmo, levou à introdução de uma onda associada a toda porção de energia. Este foi o ponto de partida para o desenvolvimento de sua teoria. Depois, ao estudar as relações entre as propriedades corpusculares e ondulatórias, ele fez analogias por meio de dois princípios: de Maupertuis (dinâmica do ponto material) e de Fermat (mínima ação da óptica geométrica). Conseguiu então unificar a física das ondas e a física das partículas.

Em 1924, De Broglie redigiu sua tese, defendida no final daquele ano, além de preparar novos artigos. A tese, e os pontos em que ela apresenta idéias diferentes das publicadas nos artigos de 1923, é discutida detalhadamente no capítulo 4. Paul Langevin, que foi o supervisor formal da tese, encontrou-se com Einstein em meados desse ano e informou-o sobre as idéias de De Broglie. Einstein mostrou-se extremamente interessado, pedindo-lhe uma cópia da tese. Depois, achando-a interessante, escreveu sobre ela e difundiu-a através de cartas a vários físicos influentes.

Uma das pessoas que tomou conhecimento da tese de De Broglie foi o físico austríaco Erwin Schrödinger, que a princípio não a achou muito boa, mas que depois de estudá-la com maior atenção publicou uma série de artigos sobre o assunto, inaugurando a mecânica ondulatória. Não é objetivo deste trabalho comparar a proposta de De Broglie com as de Schrödinger ou Heisenberg, mas sim, descrever e analisar as contribuições de De Broglie para a teoria do quantum. Assim, esses desenvolvimentos posteriores são apenas mencionados rapidamente, na conclusão da dissertação (capítulo 5).

Alguns dos tópicos abordados na presente dissertação são bastante conhecidos; outros, são desconhecidos pela maioria dos físicos e mesmo pelos historiadores da ciência. O objetivo desta dissertação não era, é claro, descrever *toda* a história da teoria quântica. Os muitos volumes da obra de Mehra e Rechenberg, citada na bibliografia, constituem uma tentativa de fazer isso. No entanto, aquela obra não estuda de modo suficientemente profundo alguns

episódios centrais do desenvolvimento da teoria quântica – em particular, o trabalho de Louis de Broglie.

Para desenvolver o presente trabalho, foram consultadas as principais obras sobre história da teoria quântica e sobre Louis de Broglie. Foi possível notar que o trabalho de Louis de Broglie nunca recebeu um estudo histórico suficientemente detalhado como o aqui apresentado, apesar de sua grande importância. Mais do que apontar um ponto específico ou defender uma tese historiográfica, a contribuição desta dissertação é procurar mostrar de modo minucioso tanto os precedentes históricos que influenciaram seu trabalho, como os passos fundamentais na criação da teoria de De Broglie sobre as ondas associadas às partículas.

Para desenvolver o presente trabalho, além de ler um grande volume de material historiográfico (literatura secundária), foi feito um cuidadoso estudo dos trabalhos originais (literatura primária) de Louis de Broglie (em francês), assim como de outros autores relevantes, como Einstein¹. Todas as traduções das citações apresentadas foram feitas por nós. As referências são sempre feitas às fontes efetivamente utilizadas: se uma informação foi obtida indiretamente, isso fica claro na indicação da referência. Se estiver citada a fonte original, ela foi efetivamente utilizada.

Em algumas partes da dissertação, será possível observar que há um grande número de referências às fontes secundárias. Trata-se dos pontos que foram mais bem estudados pelos historiadores, até agora. Em outros lugares, especialmente na análise minuciosa dos trabalhos de De Broglie (capítulos 3 e 4), há poucas referências a estudos historiográficos anteriores, porque a análise apresentada é original, baseada efetivamente no estudo detalhado das fontes primárias.

¹ No caso dos trabalhos em alemão (Planck, Einstein e outros), foram utilizadas traduções para o inglês.

Capítulo 1

Einstein e a proposta da dualidade onda-partícula para a luz (radiação): um problema historiográfico

É como uma luta entre um tigre e um tubarão, cada qual é supremo em seu próprio elemento, mas indefeso no elemento do outro.
(J. J. Thomson, *Structure of light*, 1925)¹

1.1 INTRODUÇÃO

A teoria de Louis de Broglie (1892-1987) atribuiu aos constituintes da matéria (como os elétrons) tanto propriedades ondulatórias quanto corpusculares. Costuma-se, no entanto, interpretar o trabalho de De Broglie como uma generalização da concepção de dualidade onda-partícula para a luz, e atribuir a autoria dessa concepção a Albert Einstein (1879-1955). Assim, De Broglie teria apenas ampliado e aplicado à matéria uma idéia que já era aceita antes, para a luz.

No entanto, a situação não é tão simples quanto parece. Não se encontra, nos trabalhos de Einstein, uma visão dualística clara, semelhante à de Louis de Broglie. Há, por isso, dúvidas sobre se a proposta do conceito de dualidade onda-partícula para a luz (radiação) poderia ou não ser atribuída a Einstein, ou se o conceito surgiu pela primeira vez com De Broglie.

Este capítulo discutirá primeiramente diversas opiniões a respeito da contribuição de Einstein sobre a dualidade onda-partícula para a luz. Depois, analisará os trabalhos de Einstein, até 1909, procurando esclarecer esta questão historiográfica. No entanto, como o trabalho de Einstein está estreitamente associado ao estudo da radiação do corpo negro, será necessário fazer uma breve descrição da história desse tema.

O trabalho de Einstein precisa ser estudado dentro de seu contexto histórico. Paralelamente às propostas de Einstein, houve outros físicos que se preocuparam com a natureza da radiação e que propuseram hipóteses semelhantes. Essas outras propostas, em muitos casos sugeridas pelo estudo dos raios X, também serão estudadas neste capítulo.

1.2 A TEORIA QUÂNTICA ANTES DE EINSTEIN

Como é bem conhecido, a teoria quântica se originou em 1900, com os estudos de Max Ludwig Planck (1858-1947) sobre a radiação do corpo negro. Vamos fazer aqui uma rápida descrição do desenvolvimento e significado do trabalho de Planck².

¹ Citado por WHEATON, 1983, p. ii.

² O melhor estudo histórico a respeito da teoria do corpo negro e do surgimento da teoria de Planck, bem como sobre a fase preliminar da teoria quântica, é o livro de Thomas S. Kuhn, *Black-body theory and the quantum discontinuity (1894-1912)* (KUHN, 1978).

1.2.1 A teoria do corpo negro

Pode-se dizer que os estudos sobre radiação do corpo negro se iniciaram em 1859, com os trabalhos de Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) (ter HAAR, 1967, p. 4; MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 24). Esse pesquisador, estudando o espectro do Sol, procurava uma relação entre a temperatura de um corpo que emitia luz, e as propriedades da radiação emitida. Normalmente, a natureza da superfície (por exemplo, o material de que é composta) influi na emissão de radiação. No entanto, através de um argumento termodinâmico, analisando vários corpos em equilíbrio térmico, provou que o fluxo de radiação emitido por suas superfícies é independente do material. Além disso, em uma situação de equilíbrio, o fluxo de radiação absorvida é igual ao fluxo de radiação emitida. Por isso, se uma superfície for totalmente negra, no sentido de absorver toda a radiação que incide sobre ela (absorção máxima), ela será também, na situação de equilíbrio térmico, o melhor emissor de radiação.

Kirchhoff se concentrou então no estudo teórico dos corpos negros, e considerou que o corpo negro ideal é uma cavidade com um pequeno orifício. Estabeleceu uma relação simples entre a densidade de radiação u dentro da cavidade (*Hohlraum*, em alemão) e o fluxo de energia Φ que é emitido pelo furo:

$$u=4\Phi/c \quad 1.1$$

Outro passo importante foi dado por Josef Stefan (1835-1893), em 1879 (PAIS, 1979, p. 867). Estudando medidas que tinham sido feitas por John Tyndall, em 1865, da emissão de radiação por um fio de platina a duas temperaturas diferentes, Stefan concluiu que essa emissão era proporcional à quarta potência da temperatura absoluta (JAMMER, 1966, p. 6).

$$\Phi=kT^4 \quad 1.2$$

A conclusão de Stefan não tinha nenhuma base teórica, sendo fundamentada em um único experimento com fios de platina, em duas temperaturas. Evidentemente, um fio de platina não é um corpo negro ideal; e é incorreto tentar deduzir uma fórmula a partir de tão poucos dados; mas Stefan fez isso, e sua fórmula está correta.

Em 1884, Ludwig Boltzmann (1844-1906) estudou teoricamente a radiação em uma cavidade (JAMMER, 1966, pp. 7-8; MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, pp. 28-29). De acordo com a teoria eletromagnética, a radiação deve exercer uma pressão P sobre as paredes da cavidade, proporcional à densidade de energia u :

$$P=u/3 \quad 1.3$$

Se o volume dessa cavidade variar (de forma adiabática), a pressão da radiação realizará um trabalho e, assim, haverá uma variação de temperatura. Boltzmann estudou esse tipo de processo e, a partir da termodinâmica, mostrou que a densidade de energia da cavidade deveria ser proporcional à quarta potência da temperatura, exatamente como Stefan havia concluído a partir das medidas de Tyndall (equação 1.2). Essa fórmula, que depois passou a ser chamada de “equação de Stefan-Boltzmann”, foi testada e confirmada em 1897 por diversos pesquisadores: F. Paschen, O. Lummer, E. Pringsheim, C. E. Mendenhall e F. A. Saunders.

1.2.2 A lei de Wien

Embora a análise de Boltzmann tenha permitido determinar o fluxo total de energia em função da temperatura, não conseguia proporcionar a distribuição de energia em função dos comprimentos de onda (ou frequência) da radiação – isto é, o espectro da radiação do corpo negro não estava determinado. Esse problema foi estudado por Wilhelm Wien (1864-1928), em 1894 (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, pp. 29-31). Ele analisou a radiação contida em um cilindro dotado de pistão, com paredes perfeitamente refletoras. Quando o pistão se move e o volume ocupado pela radiação varia, a radiação refletida pelo pistão em movimento deve mudar seu comprimento de onda, por efeito Doppler. Wien provou inicialmente que, quando o volume varia de modo adiabático, tanto a temperatura T quanto a frequência ν devem variar proporcionalmente (JAMMER, 1966, p. 8). A distribuição espectral da radiação mantém a mesma forma, porém todos os pontos da curva se deslocam, mantendo $\nu/T = \text{cte}$ ou $\lambda T = \text{cte}$ (lei do deslocamento de Wien). Se a distribuição espectral tiver um ponto de máximo, esse ponto também se desloca, obedecendo à mesma relação:

$$\nu/T = \text{cte} \quad 1.4$$

Wien mostrou que para satisfazer ao mesmo tempo a lei de deslocamento e a equação de Stefan-Boltzmann, a densidade de energia u deve satisfazer uma equação do tipo:

$$u(T) = T^4 \int_0^{\infty} y^3 f(y) dy \quad 1.5$$

onde $y = \nu/T$.

A distribuição da densidade de energia em função da frequência (ou do comprimento de onda) deve ser (KLEIN, 1977, pp. 6-7):

$$du = B(\nu) d\nu = \nu^3 F(\nu/T) d\nu \quad 1.6 a$$

$$du = E(\lambda) d\lambda = \lambda^{-5} \Phi(\lambda T) d\lambda \quad 1.6 b$$

No entanto, a função $F(\nu/T)$ (ou a função Φ , no caso de se utilizar o comprimento de onda em vez da frequência) não podia ser determinada pela termodinâmica.

Em 1896, para determinar a função $F(\nu/T)$, Wien utilizou uma *analogia* com a distribuição de velocidades das moléculas de um gás perfeito – a distribuição de Maxwell-Boltzmann (KUHN, 1978, p. 10):

$$dn = kNv^2 e^{-mv^2/aT} dv \quad 1.7$$

Como, de acordo com sua análise, Wien havia concluído que a temperatura T deveria aparecer sempre sob a forma ν/T , ele substituiu o expoente por $\beta\nu/T$. Por outro lado, como a

análise termodinâmica havia indicado que a equação deveria ter a forma indicada na equação 1.6a, ele chegou à seguinte fórmula:

$$du = \alpha v^3 e^{-(\beta v/T)} dv \quad 1.8$$

Esta “lei de Wien” descrevia a distribuição de energia no espectro da radiação do corpo negro. Ela parecia estar de acordo com os dados experimentais conhecidos na época. A equação foi confirmada por F. Paschen e H. Wanner em 1897, estudando o caso de baixa temperatura e altas frequências luminosas (PAIS, 1979, p. 868).

1.2.3 Planck e a lei de Wien

Max Planck, que havia se dedicado a estudos sobre termodinâmica e eletromagnetismo, interessou-se pela teoria do corpo negro a partir de 1895 (KLEIN, 1962).

Inicialmente, Max Planck aceitava a teoria de Wien como correta. No entanto, a lei de Wien não havia sido *deduzida*, propriamente. A partir de 1897, Planck procurou encontrar uma demonstração dessa distribuição espectral da radiação do corpo negro baseando-se em considerações de termodinâmica e de eletromagnetismo (KLEIN, 1977, pp. 3-5; KUHN, 1978, pp. 72-91; MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 35).

A idéia geral utilizada por Planck era que a radiação em uma cavidade deve estar em equilíbrio térmico com moléculas que emitem e absorvem essa radiação. Essas moléculas devem possuir certos osciladores ou ressoadores, cuja estrutura Planck não discutiu³. Ele imaginou que seria possível chegar à distribuição do espectro do corpo negro estudando essa situação de equilíbrio, utilizando as equações do eletromagnetismo que descrevem a emissão de ondas por um dipolo elétrico oscilante, e a absorção de energia por um dipolo, e relacionando-as com equações da termodinâmica (JAMMER, 1966, pp. 10-12).

Os dipolos oscilantes (segundo a teoria de Maxwell) haviam sido estudados por Heinrich Hertz em 1889, e pelo próprio Planck em 1895 e 1896 (KUHN, 1978, pp. 29-37). Utilizando esses estudos, Planck calculou a energia emitida E_{em} e absorvida E_{abs} (por unidade de tempo) por ressoadores eletromagnéticos:

$$E_{em} = \frac{8\pi^2 e^2 v^2}{3mc^3} \bar{e} \quad 1.9$$

$$E_{abs} = \frac{\pi e^2}{3m} u(v, T) \quad 1.10$$

Nessas equações, e é a carga e m é a massa da partícula que oscila, v é a frequência do oscilador, e $\bar{e}$ é a energia média do oscilador. Na situação de equilíbrio, a taxa de emissão deve ser igual à taxa de absorção de energia e, portanto:

³ Planck aceitava a teoria de Maxwell, segundo a qual a luz era uma onda eletromagnética. Portanto, a emissão e absorção da radiação era um fenômeno eletromagnético, que deveria envolver o movimento de cargas elétricas dentro dos átomos ou moléculas. A existência do elétron ainda não havia sido estabelecida, e não se sabia qual era a estrutura dos átomos. Assim, Planck (como a maior parte dos físicos da época) preferia não discutir detalhes, e trabalhar de modo mais abstrato.

$$u(v, T) = \frac{\pi 8 v^2}{c^3} \bar{\epsilon} \quad 1.11$$

Esta relação é puramente clássica, baseada no eletromagnetismo de Maxwell.

Planck considerou n ressoadores iguais, com uma energia média $\bar{\epsilon}$, mas admitindo que os ressoadores individuais podiam ter energias ϵ maiores ou menores do que $\bar{\epsilon}$. Calculou então a relação entre mudança de energia e mudança de entropia utilizando esse modelo:

$$\frac{d^2 S}{d\epsilon^2} = -\frac{\alpha}{\epsilon} \quad \therefore \quad \frac{dS}{d\epsilon} = -\alpha \ln(\gamma \epsilon) \quad 1.12$$

Essa equação, deduzida do modelo, foi combinada com a relação termodinâmica $dS/d\epsilon = 1/T$ e Planck obteve:

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{\gamma} e^{-1/\alpha T} \quad 1.13$$

Relacionando essas duas equações e combinando com a condição de deslocamento, Planck obteve a lei de Wien (equação 1.8):

$$du = \alpha v^3 e^{-(\beta v/T)} dv$$

Até o início de 1900, a principal contribuição de Planck à teoria do corpo negro era ter “provado” a lei de Wien, que antes se baseava em uma analogia. Planck acreditava, nessa época, que a lei de Wien era a única compatível com a termodinâmica e o eletromagnetismo. Por causa desse trabalho, passou-se a considerar a equação acima como sendo a lei de Wien-Planck.

Porém, medidas do espectro do corpo negro realizadas por Otto Lummer e Ernst Pringsheim em 1899-1900 deram resultados diferentes dessa lei (PAIS, 1979, p. 868). As primeiras medidas, de 1899, indicavam que o espectro se desviava da lei de Wien-Planck para pequenas frequências (radiação infravermelha), mas não estava claro se as diferenças eram importantes. Depois, as diferenças entre teoria e experimento aumentaram (KUHN, 1978, p. 93; MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, pp. 39-43).

Em junho de 1900, Lord Rayleigh propôs uma nova lei para o espectro do corpo negro, baseando-se na lei da equipartição da energia e analisando as ondas estacionárias que podem se formar em uma cavidade (KLEIN, 1977, pp. 7-9; KUHN, 1978, pp. 144-147; MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, pp. 85-87). Utilizando a teoria clássica de ondas, Rayleigh considerou que a densidade de ondas obedeceria à relação $N_\lambda = 8\pi/\lambda^4$. Por outro lado, pela lei da equipartição da energia, a cada onda estaria associada uma energia E :

$$E = (R/N)T \quad 1.14$$

Nesta equação, R é a constante dos gases perfeitos e N é o número de Avogadro (número de moléculas por mol). Atualmente chamamos $k=R/N$ de “constante de Boltzmann”, porém não se utilizava esse nome, na época.

A densidade de energia u das ondas na cavidade, de acordo com Rayleigh, seria simplesmente o produto da densidade das ondas pela energia de cada uma⁴:

$$u.d\lambda = 8\pi RT / (N \lambda^4) d\lambda \quad 1.15 a$$

A densidade de energia pode ser representada também em função da frequência, transformando-se a equação anterior em:

$$u.dv = 8\pi v^2 RT / (Nc^3) dv \quad 1.15 b$$

Ao contrário do trabalho de Planck, Rayleigh não se preocupou com as propriedades dos osciladores que absorviam e emitiam radiação. Ele estudou apenas as propriedades da própria radiação, considerada como um conjunto de ondas na cavidade, e aplicou-lhes a lei da equipartição da energia, provando que a densidade de energia deveria ser proporcional ao quadrado da frequência e à temperatura absoluta. Depois, Rayleigh adicionou à fórmula um fator exponencial (KLEIN, 1977, p. 8).

Essa equação satisfazia as medidas de Lummer e Pringsheim, para pequenas frequências (grandes comprimentos de onda).

As medidas de Rubens e Kurlbaum eram compatíveis com a equação de Rayleigh, para grandes comprimentos de onda, mas esses autores apenas afirmaram que seus resultados, como um todo, não eram satisfeitos pela fórmula de Rayleigh (KLEIN, 1977, p. 9).

Em um trabalho apresentado no dia 18 de setembro de 1900, em que expunham os resultados de medidas para comprimentos de onda entre 12 μ e 18 μ , Lummer e Pringsheim indicaram que as diferenças entre os dados experimentais e as previsões teóricas eram de 40 a 50%. A conclusão mais imediata foi de que a lei de Wien-Planck estava errada (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 43).

A reação do próprio Wien foi analisar novamente a dedução de sua fórmula. Ele concluiu que a teoria apenas garantia que ela deveria ser válida para curtos comprimentos de onda (alta frequência), mas não para grandes comprimentos de onda (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 43). A opinião de Wien, expressa em diversos trabalhos, é bastante curiosa. É conveniente reproduzir uma parte de um artigo que ele publicou no final de 1900:

Devo enfatizar, primeiramente, que eu mantenho, em contraste com o Sr. Planck, minha opinião apresentada anteriormente, de que as ondas eletromagnéticas curtas e longas – naquilo que se refere às suas relações com a radiação térmica – diferem mais do que apenas quantitativamente entre si. Com respeito ao processo de absorção, assume-se geralmente que as ondas longas podem ser descritas por um único vetor ou, o que dá na mesma, que a matéria pode ser considerada nesse caso como sendo contínua; no entanto, para comprimentos de onda mais curtos, a influência da constituição molecular dos corpos entra em jogo. Exatamente a mesma coisa deve ser verdade para os processos de emissão. Portanto, eu acredito que é muito improvável assumir desde o princípio que uma lei da radiação que se baseia na hipótese molecular,

⁴ Na verdade, Rayleigh havia cometido um erro numérico na sua dedução. Esse erro só foi detectado em 1905, pelo astrônomo inglês James Jeans (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 89). Depois disso, a equação ficou conhecida como “lei de Rayleigh-Jeans” (JAMMER, 1966, p. 16).

possa também ser válida para ondas muito longas. A concordância [da lei de radiação de Wien] com os dados empíricos no caso dos comprimentos de onda curtos mostra obviamente que as suposições feitas são satisfeitas aproximadamente para ondas cujo comprimento de onda não são muito longos. (WIEN, 1900, *apud* MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, pp. 46-47)

Se existisse uma diferença *qualitativa* entre ondas de pequeno comprimento de onda e as de grande comprimento de onda, não seria possível uma teoria unificada dessas ondas – e, em particular, a teoria eletromagnética de Maxwell não poderia ser válida. A posição de Wien era peculiar e mostrava uma atitude contrária à unificação, que era a posição predominante na época. Adotar uma teoria válida para pequenos comprimentos de onda e outra válida para grandes comprimentos de onda significaria uma perda de unidade da física.

1.2.4 A nova teoria do corpo negro de Planck

Em outubro de 1900, Heinrich Rubens e Ferdinand Kurlbaum fizeram novas medidas contrárias à lei de Wien e avisaram a Planck sobre seus resultados, antes de divulgá-los (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 43). Para pequenos comprimentos de onda e altas temperaturas, a densidade de energia era proporcional à temperatura, como na lei de Rayleigh. Portanto, essas novas medidas, independentes das anteriores, também mostravam que a lei de Wien-Planck estava errada.

Como Planck havia “provado” que ela era a única alternativa válida, ele procurou rapidamente verificar se havia algum ponto da sua dedução antiga que poderia ser mudado (KLEIN, 1977, pp. 10-13). O ponto crucial da dedução, que não dependia diretamente do eletromagnetismo nem da termodinâmica geral, mas de um modelo de ressoadores, era o que levava à equação 1.12:

$$d^2S/d\varepsilon^2 = -\alpha/\varepsilon$$

Se a densidade de energia fosse proporcional à temperatura, como a lei de Rayleigh e a experiência (para baixas frequências) pareciam mostrar, então a energia média dos ressoadores também deveria ser proporcional à temperatura, e nesse caso teríamos:

$$\varepsilon = \alpha T \tag{1.16}$$

Esse resultado, válido experimentalmente, quando combinado com a relação termodinâmica $dS/d\varepsilon = 1/T$ levava a um resultado diferente e em contradição com o anterior:

$$d^2S/d\varepsilon^2 = b/\varepsilon^2 \tag{1.17}$$

Ora, em vez de $d^2S/d\varepsilon^2 = b/\varepsilon^2$, Planck havia obtido $d^2S/d\varepsilon^2 = a/\varepsilon$. A primeira relação conduz necessariamente à lei de Rayleigh, e a segunda à lei de Wien. A lei de Rayleigh parece válida para baixas frequências e a lei de Wien para altas frequências. Talvez fosse possível combinar as duas leis e chegar a uma nova, que satisfizesse os dados experimentais em todo o domínio de frequências (JAMMER, 1966, p. 18; MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, pp. 43-44).

Isso foi o que guiou Planck na busca de uma nova teoria (KUHN, 1978, p. 97). Assim, em outubro de 1900, logo após tomar conhecimento das medidas de Rubens e Kurlbaum, ele fez uma interpolação entre as duas equações, e obteve, sem justificativa teórica (PLANCK, 1900a):

$$\frac{d^2S}{d\varepsilon^2} = \frac{a}{\varepsilon^2 + b\varepsilon} = \frac{a}{\varepsilon(\varepsilon + b)} \quad 1.18$$

A equação interpolada se reduz a $d^2S/d\varepsilon^2 = a/\varepsilon^2$ quando ε é muito grande comparado com b , e se reduz a $d^2S/d\varepsilon^2 = a/b\varepsilon$ quando ε é muito pequeno comparado com b . Portanto seus limites levam às leis de Wien e de Rayleigh.

A partir da equação interpolada (1.18) e utilizando as outras equações do eletromagnetismo e da termodinâmica que já tinha utilizado antes, Planck deduziu uma nova lei para o espectro do corpo negro (JAMMER, 1966, p. 19):

$$u(\lambda, T) = \frac{C\lambda^5}{e^{c/T\lambda} - 1} \quad 1.19$$

A mesma relação pode ser escrita também em função da frequência, em vez do comprimento de onda:

$$u(\nu, T) = -\frac{b\nu^3}{e^{h\nu/T} - 1} \quad 1.20$$

Ajustando as constantes dessa fórmula às medidas experimentais, Planck notou que a equação descrevia muito bem tanto os dados antigos quanto os novos (KUHN, 1978, p. 97). Essa equação, que é a famosa “lei de Planck” para a radiação do corpo negro, foi apresentada à Sociedade Alemã de Física no dia 19/10/1900, como um comentário ao trabalho de H. Rubens e F. Kurlbaum (PLANCK, 1900a).

Nesse primeiro trabalho, muito curto e escrito às pressas, Planck não apresentou nenhuma justificativa teórica de sua fórmula da radiação do corpo negro. O único aspecto positivo dessa primeira comunicação era que Planck havia chegado a uma equação que satisfazia as medidas experimentais.

Pouco tempo depois, Friedrich Paschen realizou novas medidas e confirmou a concordância com a fórmula de Planck. Lummer e Pringsheim também confirmaram a fórmula.

Planck não comentou o trabalho de Rayleigh, e parece não ter dado muita importância ao mesmo (KLEIN, 1977, p. 10).

Durante as 8 semanas seguintes, Planck procurou justificar sua equação (PAIS, 1979, pp. 869-871). No dia 14 de dezembro de 1900 Planck apresentou um segundo trabalho à Sociedade Alemã de Física (PLANCK, 1900b). Nesse trabalho, ele deduziu a sua equação do corpo negro utilizando a dedução anterior (que levava à lei de Wien), com uma única diferença: empregou uma análise probabilística dos ressoadores, utilizando a estatística de Boltzmann (KUHN, 1978, pp. 97-109).

A estatística de Boltzmann estabelece uma relação entre a entropia S e a probabilidade W :

$$S = k \ln W \quad 1.21$$

onde k é a chamada “constante de Boltzmann”.

Na verdade, Boltzmann utilizava R/N (constante de Clapeyron dividida pelo número de Avogadro), e foi Planck, nesse trabalho de 1900, que substituiu R/N por k .

Para aplicar a fórmula de Boltzmann (equação 1.21) Planck precisou estudar a probabilidade de uma distribuição da energia E entre n ressoadores iguais. Porém, se a energia for considerada como contínua, haverá infinitos modos de distribuí-la entre os ressoadores, e será impossível calcular uma probabilidade finita. Para poder calcular a probabilidade das distribuições, Planck supôs que a energia E estava dividida em elementos de energia com certo valor ε . Considerando que a energia total E podia ser dividida em P elementos ε , e distribuída entre n ressoadores, Planck calculou o número de distribuições possíveis de energia (“complexos”)⁵.

Para conseguir chegar à sua fórmula do corpo negro, Planck precisou supor que os elementos de energia ε tinham um valor $\varepsilon = h\nu$ proporcional à frequência dos ressoadores⁶. Aparentemente, Planck esperava que, no final dos cálculos, pudesse fazer os elementos de energia $\varepsilon = h\nu$ tenderem a zero. No entanto, o valor dessa constante h não podia tender a zero⁷. Essa constante h aparecia na fórmula final da radiação do corpo negro. Fazendo-se $h=0$, não se obtinha mais a equação correta (sob o ponto de vista experimental).

Além de deduzir sua equação do corpo negro, que havia sido confirmada experimentalmente, Planck mostrou que era possível calcular, a partir de suas fórmulas, o valor de diversas constantes, a partir dos dados existentes sobre espectros (KLEIN, 1977, pp. 13-16):

- $h = 6,55 \times 10^{-27}$ erg.s
- $k = 1,346 \times 10^{-6}$ erg/°K
- $N_0 = 6,175 \times 10^{23}$ moléculas/mol
- $e = 4,69 \times 10^{-10}$ unidades eletrostáticas

Os valores calculados por Planck para e e N_0 eram os melhores obtidos até aquela época (KLEIN, 1977, p. 15). Conhecia-se apenas a ordem de grandeza do número de Avogadro; e os valores da carga do elétron variavam entre 1,3 e $6,5 \times 10^{-10}$ unidades

⁵ O termo utilizado no original alemão é “Complexionen”, que é às vezes “traduzido” para o inglês como “complexions”. A foi utilizada inicialmente por Boltzmann, em 1877, como o próprio Planck indica no seu artigo (PLANCK, 1900, p. 556-557 da reedição em alemão nos *Annalen der Physik* – ver bibliografia. Cf. MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 48).

⁶ Planck não explicou a escolha da letra h para sua constante. Um motivo plausível é que essa constante caracteriza a radiação de um corpo negro, que em alemão é denominado *Hohlraum* (literalmente, “corpo oco”).

⁷ Planck se baseou em uma equação publicada por Boltzmann em 1877, na qual aquele autor calculava o número de “complexos” ou possibilidades de distribuir λ unidades discretas de energia com valor ε , entre n moléculas (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 48). É claro que Boltzmann não estava, naquele trabalho, introduzindo a idéia de quantização de energia. Na física clássica, ε tende a zero e λ tende a infinito, mas é impossível fazer os cálculos de probabilidade e entropia sem, inicialmente, considerar que esses parâmetros são finitos, como o próprio Planck apontou: “Se E for considerado como sendo uma quantidade divisível de forma contínua, esta distribuição é possível de infinitos modos” (PLANCK, 1900, p. 84 da tradução em inglês).

eletrostáticas. Esse resultado adicional da teoria de Planck impressionou muito aos seus contemporâneos (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, pp. 52-53).

1.2.5 A quantização da energia

Costuma-se dizer que nesses trabalhos Planck assumiu que a energia E dos osciladores seria sempre um múltiplo da constante de Planck h multiplicada pela frequência ν de oscilação:

$$E = nh\nu \quad 1.22$$

Na verdade, Planck não fez esse tipo de hipótese. Como vimos, em sua dedução, ao calcular as probabilidades associadas aos vários modos pelos quais a energia total poderia estar distribuída entre um certo número n de osciladores, ele não podia supor que a energia podia ser dividida de forma contínua – pois, nesse caso, haveria infinitos modos de fazer a sua distribuição (PLANCK, 1900, p. 84). Ele introduziu a suposição de que essa energia deveria ser dividida em um número definido de partes, e então introduziu a idéia de uma energia mínima $\epsilon = h\nu$. No entanto, isso podia ser considerado como um simples artifício de cálculo, pois Boltzmann, em 1877, já havia utilizado exatamente a mesma idéia, sem no entanto ter a intenção de quantizar a energia (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 48). É possível que Planck, como Boltzmann, esperasse poder depois, ao final da dedução, utilizar o limite quando h tendesse a zero, mas isso levava a resultados errados⁸. Assim, ele teve que manter um valor finito para h .

No entanto, Planck não imaginava realmente que a energia dos osciladores fosse descontínua, pois afirmou: “[...] dividindo [a energia total] E por ϵ , obtemos o número P de elementos de energia que devem ser divididos entre os N osciladores. Se a razão não for um inteiro, tomaremos como P um inteiro vizinho” (PLANCK, 1900b, p. 84). Ou seja: ele não assumia que a energia total fosse necessariamente um múltiplo inteiro de $\epsilon = h\nu$.

Além da citação acima, há outros indícios claros de que Planck, nessa época, considerava que um oscilador podia ter qualquer valor de energia (ou seja, que sua energia não era quantizada). De fato, para analisar a situação de equilíbrio da radiação, Planck utilizou uma equação que descreve a taxa de emissão de energia pelos osciladores, e outra que descreve a absorção de radiação pelos mesmos osciladores, e igualou uma à outra. Essas duas equações baseiam-se na teoria eletromagnética clássica e pressupõem que tanto a emissão quanto a absorção de energia são *contínuas*, não quantizadas. Se a radiação pode ser absorvida e emitida de forma contínua, o oscilador pode ter qualquer energia – ou seja, sua energia não é quantizada.

Se a energia da radiação eletromagnética não era quantizada, e a energia dos osciladores também não era quantizada, o que era quantizado? Planck não tinha uma visão muito clara sobre isso. Sua visão mudou com o passar do tempo (KUHN, 1978, pp. 114-140). Mas fica claro que, inicialmente, os *elementos de energia* $h\nu$ eram apenas um “truque” para chegar ao resultado correto e não receberam interpretação, inicialmente. Posteriormente (em uma carta escrita a Robert Wood em 1931), Planck declarou que a introdução de h e dos

⁸ “Como o próprio Planck enfatiza, para obter a concordância entre [a equação da radiação do corpo negro] e os dados experimentais, é necessário manter h finito, embora os argumentos clássicos exigissem o limite $h \rightarrow 0$, que leva à equação [de Rayleigh-Jeans]” (ter HAAR, p. 13).

elementos de energia foi “um ato de desespero”, e que “eu tinha que obter um resultado positivo [para a equação do corpo negro] de qualquer jeito, a qualquer custo” (PAIS, 1979, p. 870; KLEIN, 1977, p. 13; MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 50).

O trabalho de Planck não teve uma grande repercussão imediata (GARBER, 1976). Estudava apenas um fenômeno muito particular (a radiação do corpo negro), introduzia uma hipótese estranha e difícil de compreender, e não parecia um trabalho fundamental, que pudesse ser aplicado a outros campos (JAMMER, 1966, p. 23). Não se pode considerar que a maioria dos físicos percebesse, na época, que estava nascendo ali uma nova física.

Apesar do sucesso empírico da fórmula de Planck, sua dedução teórica não foi muito comentada. A introdução da constante h e dos elementos de energia parecia um truque sem importância física.

Um dos físicos teóricos que discutiu a dedução de Planck foi Hendrik Antoon Lorentz, que criticou o trabalho de Planck, em 1902-1903 (KUHN, 1978, pp. 190-194). Lorentz considerou difícil entender elementos de energia *desiguais* (o valor de ε depende da frequência). Se esses elementos de energia fossem todos iguais, seria mais razoável, porque corresponderia a um conceito de atomicidade da energia. Lorentz considerou também que havia outros problemas. O éter (aceito por quase todos, na época) tem infinitos graus de liberdade, e a densidade de ondas cresce com a frequência. Por isso, o princípio da equipartição da energia, juntamente com a mecânica de Hamilton, levam à lei de Rayleigh. Dessa forma, a lei de Planck não tem uma boa base, e contraria a física clássica.

Como Planck não havia sido claro, diversos autores interpretaram de modos diferentes o seu conceito de quantização (KUHN, 1978, p. 138). Lorentz, em um artigo publicado em 1903, interpretou Planck como se ele tivesse afirmado que a energia dos ressoadores só pode aumentar ou diminuir aos saltos. Ehrenfest, em 1905, interpretou Planck como se ele tivesse afirmado que a energia radiante é dividida em elementos iguais a $h\nu$. Porém, certamente Planck não havia aplicado sua fórmula $\varepsilon=h\nu$ à própria radiação, e sim aos osciladores.

A teoria de Rayleigh não dava conta dos resultados obtidos para a radiação do corpo negro e não recebeu muita atenção, após o desenvolvimento da fórmula de Planck. No entanto, diversos autores chegaram, a contragosto, à fórmula de Rayleigh-Jeans, através de diferentes métodos (KUHN, 1978, p. 152). Paul Ehrenfest, em 1905 e 1906, concluiu que a teoria clássica conduzia necessariamente a essa fórmula (KUHN, 1978, pp. 152-169).

1.3 A PROPOSTA DA DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA PARA A LUZ

Vários autores afirmam que o conceito de dualidade onda-partícula para a luz foi proposto por Albert Einstein. Einstein publicou vários trabalhos nos quais discutia a natureza da luz. Os mais importantes, que serão considerados a seguir, foram publicados em 1905 e em 1909. Deles, o mais conhecido e citado é o artigo de 1905, publicado na revista *Annalen der Physik*, intitulado: *Sobre um ponto de vista heurístico a respeito da produção e transformação da luz* (Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt). Lá, Einstein apresenta sua hipótese dos *quanta de luz*, cujo significado será discutido mais adiante. É este o trabalho que, de acordo com vários autores, conteria a introdução da dualidade onda-partícula para a luz. Um primeiro exemplo é o livro texto do físico italiano Emílio Segré:

Voltemos agora ao primeiro dos dois trabalhos escritos por Einstein no surpreendente ano de 1905. A meu ver, é uma das maiores obras já realizadas em física. Naquela época, os cientistas sabiam que a luz era constituída de ondas eletromagnéticas; se havia alguma coisa de certo, era isso. No entanto, Einstein tinha dúvidas e revelou a natureza dual da luz – corpuscular e ondulatória. Essa descoberta, junto com o aspecto dual correspondente da matéria, tornou-se a maior conquista do século. Newton e Huygens foram inesperadamente reconciliados por uma profunda revolução na filosofia natural, que mostrou estarem ambos, em parte, certos. (SEGRÉ, 1987, p. 89)

A interpretação que se faz desta frase é que Einstein havia proposto o conceito de dualidade onda-partícula para a luz e que isso teria ocorrido em 1905.

Outro exemplo que atribui a proposta da dualidade ao artigo de 1905 de Einstein é uma publicação de Heinrich Medicus de 1974 em homenagem aos cinquenta anos da mecânica ondulatória de Louis de Broglie. Vejamos o que o autor comenta:

Basicamente, sua idéia [de Louis de Broglie] era uma extensão, para incluir todas as partículas, da teoria de Einstein de 1905 sobre a dualidade onda-partícula dos fótons: Corpúsculos são acompanhados por ondas. (MEDICUS, 1974, p. 38)

Porém, nem todos os autores concordam com essa opinião. Martin J. Klein tem outro ponto de vista. Vejamos o que ele comenta:

Este artigo é comumente referido pelos físicos como o artigo de Einstein sobre o efeito fotoelétrico, mas isto é uma descrição pouco satisfatória. O próprio Einstein caracterizou-o em uma carta a um amigo como “muito revolucionário”, e esta frase, junto com o título do artigo, corretamente indica que havia muito mais em jogo do que apenas o efeito fotoelétrico. Neste artigo, Einstein coloca-se contra a forte maré da física do século XIX e tem a ousadia de desafiar a bem-sucedida teoria ondulatória da luz, o que era uma das suas principais características. Ele argumentou que a luz pode, e para muitos propósitos deve, ser considerada como se fosse composta de uma coleção de partículas independentes (quanta) de energia, que se comportam como as partículas de um gás. Esta hipótese dos quanta de luz, o “ponto de vista heurístico” do título, significa uma ressurreição e modernização da teoria corpuscular da luz, que havia sido sepultada sob o peso de todas as evidências acumuladas a favor da teoria ondulatória, durante quase um século. (KLEIN, 1977, p. 19-20)

Nota-se que Klein não se refere à dualidade onda-partícula, e descreve apenas aspectos corpusculares. Martin Klein continua dizendo que a força da hipótese de Einstein (quantum de luz) reside no fato de que seu “ponto vista heurístico” conseguiu explicar uma série de fenômenos, incluindo o efeito fotoelétrico⁹, o qual não poderia ser explicado pela teoria ondulatória da luz. Com o sucesso desta hipótese, Einstein adotou uma posição extrema em relação àquela teoria, questionando sua validade.

Martin J. Klein, continua suas afirmações, a respeito do artigo original de Einstein de 1905, dizendo o seguinte:

⁹ O efeito fotoelétrico foi descoberto experimentalmente por Heinrich Hertz (1857-1894) em 1887.

Einstein estava fundamentalmente preocupado com um perturbador dualismo nos fundamentos da física. A velha idéia de que a mecânica era a ciência básica – que o entendimento de um fenômeno significava explicá-lo em termos mecânicos, que a mecânica serviria como base para um total desenvolvimento da visão de mundo – tinha se mostrado inadequada. Os fenômenos eletromagnéticos nunca tinham sido reduzidos a uma forma mecânica aceitável, nem Einstein aceitou os esforços da época em tentar inverter o processo e fazer do eletromagnetismo a ciência base, a fundamentação de uma visão de mundo eletromagnética. (KLEIN, 1977, p. 21)

Aqui, Klein se refere a um “dualismo” que não corresponde à dualidade onda-partícula, mas tão somente a dois modelos explicativos da natureza física dos fenômenos, o modelo mecânico e o modelo eletromagnético.

Vê-se, do exposto acima, que há um conflito entre as afirmações sobre o que Einstein estava dizendo em seu artigo de 1905. Até aqui, procuramos mostrar que há diferenças entre as visões desses três autores a respeito do que Einstein estaria propondo no ano de 1905. Os dois primeiros dizem com convicção que a proposta da dualidade onda-partícula para a radiação (luz) fora construída por Einstein, enquanto que o terceiro diz que Einstein propôs uma teoria corpuscular.

É também relevante apresentar a opinião de Louis de Broglie sobre o artigo de Einstein de 1905, descrita num texto intitulado *La physique quantique restera-t-elle indéterministe?*. Parece que o físico francês acreditava já existir o dualismo na proposta de Einstein de 1905.

Em 1905, Albert Einstein, que veio a descobrir a teoria da relatividade, mostrou que nós podemos interpretar o efeito fotoelétrico, ao menos aparentemente, com uma teoria corpuscular da luz, admitindo-se que em toda onda luminosa de frequência ν a energia está concentrada em “grãos” de valor $h\nu$, onde h é a constante dos quanta introduzida por Planck na teoria da radiação negra: estes grãos de luz que Einstein chamou de “quanta de luz”, nós chamamos hoje em dia de “fótons”. Por outro lado, Einstein viu bem que sua teoria não era só uma teoria estritamente corpuscular, pois ele fez intervir a noção de frequência, que é de origem ondulatória. Uma teoria estritamente granular não pode interpretar os fenômenos de interferência e de difração, e Einstein achava necessário conservar as ondas luminosas e estabelecer entre as ondas e os grãos um tipo de correspondência estatística, visão muito profunda como nós veremos. (DE BROGLIE, 1956, p. 118)

Na citação acima, podemos ver bem que Louis de Broglie atribui a Einstein a introdução do conceito de dualidade onda-partícula para a radiação, indicando que Einstein estava procurando preservar as ondas luminosas, apesar da existência dos grãos de luz. Pode de fato ter ocorrido que De Broglie, assim interpretando esse trabalho, foi levado a buscar uma solução para um problema que Einstein observou, mas no qual não teve êxito teórico. No entanto, esta é uma opinião posterior, que não estabelece que ele (De Broglie) iniciou realmente essa busca a partir do artigo de 1905.

1.4 O QUE SERIA DUALIDADE?

Para discutir se Einstein defendeu ou não um conceito dualístico sobre a natureza da luz, antecipando a idéia utilizada posteriormente por Louis de Broglie, é necessário primeiramente esclarecer o que significa a expressão “dualidade onda-partícula”.

A concepção mais utilizada hoje em dia sobre a dualidade onda-partícula é a de um ente que em certas condições experimentais exhibe propriedades ondulatórias e, em outras condições experimentais, exhibe propriedades corpusculares, mas que nunca exhibe ambas as características ao mesmo tempo. Essa é, essencialmente, a noção utilizada por Niels Bohr. No entanto, como a concepção inicial de Louis de Broglie não era essa, e como o objetivo central deste trabalho é estudar o que levou às idéias de Louis de Broglie, vamos adotar outra concepção: a de um ente que possui ao mesmo tempo (e no mesmo nível) propriedades ondulatórias e corpusculares. Note-se que esse é um conceito ontológico, que descreve a natureza de entes físicos, e não uma mera descrição relativa ao resultado de experimentos.

Poderíamos citar o comentário do historiador da física James T. Cushing em seu livro *Quantum Mechanics – Historical Contingency and the Copenhagen Hegemony*:

A solução de De Broglie para a dualidade onda-partícula era uma síntese de onda *e* de partícula, versus a onda *ou* partícula da (eventual) interpretação de Copenhagen. (CUSHING, 1994, p. 126)

Para esclarecer melhor esse conceito, vamos considerar como exemplo o som no ar, sob o ponto de vista da física clássica (final do século XIX). Para a física dessa época, o som era uma onda, sob o ponto de vista macroscópico. No entanto, ao mesmo tempo, imaginava-se que o ar era um conjunto de moléculas e, portanto, formado por partículas. Em certo sentido, o som poderia ser considerado como um fenômeno envolvendo o movimento de corpúsculos. Seria essa teoria dualística?

No sentido acima exposto, não seria. Quando considerado sob o ponto de vista macroscópico, o som é apenas uma onda. Quando considerado sob o ponto de vista microscópico, ele é apenas um fenômeno estatístico envolvendo as partículas do ar. Na física clássica, as ondas sonoras (nível macroscópico) não possuem propriedades corpusculares, e as moléculas do ar (nível microscópico) não possuem propriedades ondulatórias. Se considerarmos os dois níveis (macroscópico e microscópico), teremos ao mesmo tempo ondas e partículas, mas de acordo com o conceito apresentado acima, apenas consideramos a existência de um conceito dualístico se o ente estudado possuir propriedades ondulatórias e corpusculares ao mesmo tempo, *no mesmo nível*.

Outro exemplo seria uma corrente elétrica alternada percorrendo um fio longo, analisado sob o ponto de vista da física clássica (final do século XIX). No nível macroscópico, temos uma onda. No nível microscópico, temos um movimento de partículas (elétrons). Em nenhum dos dois níveis, no entanto, temos uma mistura de aspectos ondulatórios e corpusculares e, portanto, não dizemos que existia uma concepção dualística dos sinais elétricos em fios.

Utilizando esse esclarecimento do conceito de dualidade onda-partícula, poderíamos dizer que uma teoria sobre a luz será dualística se, no mesmo nível, ela afirmar que a luz tem tanto propriedades ondulatórias, quanto corpusculares. Isso poderia ocorrer de duas formas: ou supondo que a energia da luz está distribuída de forma descontínua (constituída por “átomos de luz”) e que esses átomos (individualmente) possuem propriedades ondulatórias; ou supondo

que a luz é constituída por ondas (extensas), mas que essas ondas apresentam uma descontinuidade (pacotes de onda) que fazem com que elas se comportem também como partículas (localização da energia em regiões pequenas do espaço).

Vamos examinar o trabalho de Einstein de 1905 e verificar se é possível encontrar alguma idéia dualística no sentido aqui apresentado.

1.5 O ARTIGO DE EINSTEIN DE 1905

Vamos descrever agora o conteúdo do artigo publicado por Einstein em 1905, *Sobre um ponto de vista heurístico a respeito da produção e transformação da luz* (EINSTEIN, 1905)¹⁰

1.5.1 A descontinuidade da matéria e a continuidade dos campos

Logo no início do seu artigo, Einstein se refere à diferença entre as visões da época em relação à matéria e à radiação.

Existe uma profunda distinção formal entre os conceitos teóricos que os físicos formularam em relação aos gases e outros corpos ponderáveis, e a teoria de Maxwell dos processos eletromagnéticos no chamado espaço vazio. Enquanto nós consideramos o estado de um corpo como sendo completamente determinado por posições e velocidades de um número muito grande, porém finito, de átomos e elétrons, fazemos uso de funções espaciais contínuas para descrever o estado eletromagnético de um dado volume, e um número finito de parâmetros não pode ser considerado como suficiente para a determinação completa de tais estados. De acordo com a teoria de Maxwell, a energia é considerada como uma função espacial contínua no caso de todos os fenômenos puramente eletromagnéticos, incluindo a luz, enquanto que a energia de um objeto ponderável deveria, de acordo com as concepções atuais dos físicos, ser representada como uma soma realizada sobre os átomos e os elétrons. A energia de um corpo ponderável não pode ser subdividida em partes arbitrariamente numerosas ou arbitrariamente pequenas, enquanto a energia de um feixe de luz de uma fonte pontual (de acordo com a teoria Maxwelliana da luz ou, mais geralmente, de acordo com a teoria ondulatória) se espalha continuamente sobre um volume cada vez maior. (EINSTEIN, 1905, pp. 367-8)

Martin Klein faz o seguinte comentário a respeito do primeiro parágrafo do artigo de Einstein:

Einstein estava se referindo essencialmente ao contraste entre a teoria atômica discreta da matéria, na qual um número finito de quantidades mecânicas especificavam completamente o estado de um sistema, e a teoria eletromagnética do campo, na qual um grupo de funções contínuas eram necessárias para especificar o estado do campo. Este dualismo entre partículas e campo, entre mecânica e eletromagnetismo, era o ponto de partida de suas considerações. (KLEIN, 1977, p. 21)

¹⁰ Há diversas traduções para o inglês (e também para o português) desse trabalho fundamental. A tradução utilizada aqui, publicada na revista *American Journal of Physics*, está indicada na bibliografia.

Note-se, mais uma vez, que Klein utilizou a palavra “dualismo”, mas não está indicando a dualidade onda-partícula.

O objetivo desse primeiro parágrafo do artigo parece ser o de colocar o leitor de sobreaviso contra a teoria ondulatória: assim como a matéria parece contínua mas (de acordo com a teoria da época) era considerada descontínua, talvez a teoria eletromagnética da luz (ou qualquer teoria ondulatória) devesse ser também substituída por uma teoria descontínua.

Einstein prossegue:

A teoria ondulatória da luz, que trabalha com funções espaciais contínuas, funcionou bem na representação de fenômenos puramente ópticos e provavelmente nunca será substituída por uma outra teoria. Deve-se ter em mente, no entanto, que as observações ópticas referem-se mais a valores médios no tempo do que a valores instantâneos. Apesar da completa confirmação experimental da teoria, quando aplicada à difração, reflexão, refração, dispersão, etc., ainda é concebível que a teoria da luz, que opera com funções espaciais contínuas, possa levar a contradições com a experiência, quando é aplicada aos fenômenos de emissão e transformação da luz.

Parece-me que observações associadas com a radiação do corpo negro, fluorescência, a produção de raios catódicos por luz ultravioleta¹¹ e outros fenômenos relacionados, conectados com a emissão ou transformação da luz, são mais facilmente entendidos, se assumimos que a energia da luz está distribuída descontinuamente no espaço. De acordo com a suposição a ser considerada aqui, a energia de um raio de luz que se espalha de uma fonte pontual não se distribui continuamente sobre um espaço crescente, mas consiste de um número finito de quanta de energia que estão localizados em pontos no espaço, que se movem sem se dividir, e que podem somente ser produzidos e absorvidos como unidades completas. (EINSTEIN, 1905, pp. 368)

Ou seja: Einstein está sugerindo que a teoria ondulatória, embora verificada e útil, tem um domínio de aplicação limitado, e que em outros campos de aplicação deve-se adotar uma teoria diferente. Essa atitude de Einstein é bastante semelhante à de Wien, que foi apresentada anteriormente, que havia proposto que a radiação de pequeno comprimento de onda se comportava de um modo diferente da radiação de grande comprimento de onda.

Einstein não utiliza o nome “fóton” (nem nestes parágrafos, nem em nenhum outro lugar), e sim “quantum”. O nome “fóton” foi proposto apenas em 1926, por Gilbert Newton Lewis (1875-1946), em uma carta escrita à revista *Nature* (LEWIS, 1926). No entanto, a tradução em inglês publicada na revista *American Journal of Physics* tem o título: “Einstein’s proposal of the photon concept”.

É importante assinalar que, ao descrever os quanta de luz, Einstein se refere a eles como unidades indivisíveis de energia, localizadas em pontos do espaço (*Raumpunkten lokalisierten Energiequanten*, no original alemão) – ou seja, algo análogo a átomos. Trata-se de uma visão corpuscular, e não de uma visão dualística (no sentido explicado anteriormente).

¹¹ Isto é, o fenômeno que atualmente denominamos “efeito fotoelétrico”.

1.5.2 O conflito entre a teoria eletromagnética e o princípio da equipartição da energia

Na seção seguinte do artigo, cujo título é *Sobre uma dificuldade com respeito à teoria da radiação do corpo negro*, procura mostrar um conflito entre a teoria de equilíbrio dinâmico entre radiação e matéria (desenvolvida por Planck) e o princípio da equipartição da energia.

Nessa seção, Einstein analisou a radiação em uma cavidade do ponto de vista das teorias de Maxwell e do elétron. Ele considerou um espaço fechado, com paredes refletoras, preenchido com um certo número de moléculas de gás e elétrons livres para se mover. Neste local, as moléculas do gás e os elétrons teriam a capacidade de colidir e exercer forças conservativas entre si, tal como as moléculas fazem na teoria cinética dos gases. Além do mais, Einstein admitiu existirem elétrons que estariam ligados a pontos no espaço, separados por forças proporcionais à distância entre eles – ou seja, elétrons constituindo osciladores harmônicos simples, como um corpo preso a uma mola. Estes elétrons oscilantes também participariam das interações conservativas, tanto com as moléculas, quanto com os elétrons livres. Tais osciladores seriam responsáveis por emitir e absorver ondas eletromagnéticas de períodos definidos. Supondo que estivessem presentes osciladores de todas as frequências relevantes, e supondo que a radiação na cavidade estivesse em equilíbrio dinâmico, tal radiação seria equivalente à do corpo negro.

Einstein aplicou então a lei da equipartição da energia aos osciladores e às moléculas do gás. De acordo com esse princípio, a energia cinética média por grau de liberdade de um sistema é proporcional à temperatura absoluta do sistema, $\frac{1}{2}(R/N)T$. Essa era uma suposição amplamente utilizada na teoria cinética dos gases, desde o século XIX. No caso do oscilador harmônico, sabia-se também que a energia cinética média era igual à energia potencial média. Portanto, para cada grau de liberdade do oscilador, a energia total média $\bar{E}$ seria:

$$\bar{E} = (R/N)T \quad 1.23$$

Este é um resultado baseado apenas na lei da equipartição da energia. Por outro lado, Planck havia deduzido o valor da energia média por grau de liberdade de um oscilador com frequência própria ν , para o caso de equilíbrio entre a radiação e os osciladores.

$$(\bar{E}_\nu) = (L^3/8\pi\nu^2) \rho_\nu \quad 1.24$$

Nesta fórmula, L representa a velocidade da luz, e $\rho_\nu d\nu$ é a densidade de energia entre as frequências ν e $\nu+d\nu$. Igualando as duas equações, Einstein obteve o seguinte resultado:

$$\rho_\nu = 8\pi(R/N)(\nu^2/L^3)T \quad 1.25$$

Esta expressão definiria a densidade de energia da radiação. No entanto, como Einstein assinalou, ela não é correta sob o ponto de vista experimental (Einstein não indica, mas ela seria igual à “lei de Rayleigh-Jeans”, equação 1.15b). Integrando-se essa densidade de energia sobre todas as frequências, obtém-se uma densidade de energia total infinita, o que é absurdo. Portanto, utilizando-se como hipóteses a teoria eletromagnética (de onde sai a expressão de Planck), a lei da equipartição da energia e a hipótese de equilíbrio estatístico entre a radiação e os osciladores, chegar-se-ia a uma conclusão errada.

Embora a equação obtida por Einstein seja, essencialmente, a mesma deduzida por Rayleigh em 1900, é importante notar que o próprio Rayleigh havia notado que a equação produziria um resultado divergente, e havia multiplicado a fórmula por um fator exponencial (KLEIN, 1980, p. 168). Isso eliminava o problema básico apontado por Einstein em 1905, pois a integral permanecia finita. No entanto, a adição do termo exponencial não tinha justificativa teórica.

O que Einstein queria mostrar nessa seção do artigo é que estas relações, em condições de equilíbrio dinâmico, não somente falhariam quando comparadas ao experimento, mas também estabeleceriam que não se pode dizer que existe uma distribuição bem definida entre o éter e a matéria, ou seja, a teoria de Planck (baseada no eletromagnetismo de Maxwell) estaria em conflito com as condições de equilíbrio dinâmico. Quando escreveu esse artigo, aparentemente, Einstein ainda não havia compreendido como Planck havia conseguido deduzir uma lei de distribuição de energia diferente da de Rayleigh (KLEIN, 1980, p. 169).¹²

1.5.3 As constantes fundamentais

Um dos aspectos importantes do trabalho de Planck de 1900, conforme indicado anteriormente, foi mostrar que algumas constantes fundamentais (como a carga do elétron e o número de Avogadro) podiam ser obtidas a partir do estudo da radiação do corpo negro. Aparentemente, Einstein tomou conhecimento do trabalho de Planck sobre o corpo negro apenas em 1904, e nesse mesmo ano escreveu um pequeno artigo em que menciona alguns dos resultados de Planck – em particular, a determinação do número de Avogadro e da carga do elétron, a partir de medidas sobre o corpo negro (KLEIN, 1980, p. 165). Foi esse aspecto do trabalho de Planck que primeiro impressionou Einstein.

Na seção seguinte do seu artigo de 1905, intitulada *Sobre a determinação das constantes fundamentais de Planck*, Einstein procurou mostrar que a determinação dessas constantes fundamentais da física é independente de se utilizar a teoria da radiação do corpo negro de Planck. Para isso, ele partiu de uma fórmula de Planck para a radiação do corpo negro,

$$\rho_v = \frac{\alpha v^3}{e^{\beta v/T} - 1} \quad 1.26$$

mas utilizou apenas o limite para grandes comprimentos de onda e elevadas densidades de radiação¹³, que leva à seguinte fórmula:

$$\rho_v = (\alpha/\beta)v^2T \quad 1.27$$

Comparando a expressão acima com a deduzida anteriormente das teorias do elétron e de Maxwell (equação 1.25), vê-se que elas são equivalentes. Igualando seus coeficientes,

¹² Em um trabalho publicado em 1904, Einstein já havia citado o trabalho de Planck de 1900, mas não se referiu explicitamente à lei da radiação do corpo negro. De acordo com Thomas Kuhn, Einstein tinha fortes dúvidas sobre a dedução de Planck (KUHN, 1978, p. 179).

¹³ Este é o modo como o próprio Einstein se exprime. Aparentemente, por “elevada densidade de radiação” ele estava se referindo a altas temperaturas, porque é quando tanto λ quanto T são grandes (ou quando v/T é pequeno) que se obtém esse limite matemático.

obtém-se $(R/N)(8\pi/L^3) = (\alpha/\beta)$. Sendo conhecidos os valores de α e β a partir de medidas do espectro do corpo negro, e conhecendo-se a velocidade da luz e a constante R dos gases, obtém-se o valor do número de Avogadro ($N = 6,17 \times 10^{23}$), o que também o levou à determinação da massa de um átomo de hidrogênio, em torno de $1,62 \times 10^{-24}$ g.

Isto mostra que não seria necessária a teoria de Planck de forma completa para se calcular as constantes fundamentais da física. Einstein chegou à conclusão de que para grandes comprimentos de onda e densidades de energia da radiação, os fundamentos teóricos adotados na seção anterior (ou seja, os que conduzem à lei de Rayleigh-Jeans) mostram-se razoáveis. No entanto, quando se fala de pequenos comprimentos de onda e baixas densidades de radiação, tais fundamentos falham completamente.

1.5.4 A lei de Wien e a entropia da radiação

Nas duas seções seguintes do seu artigo de 1905¹⁴, Einstein deixou de lado a lei de Rayleigh-Jeans e a lei de Planck do corpo negro, e passou a analisar a antiga teoria de Wien. Einstein comenta que a lei de Wien,

$$\rho_v = \alpha v^3 e^{-\beta v/T} \quad 1.28$$

não é válida de forma exata, mas que foi bem confirmada para grandes valores de v/T . Por isso, os resultados a serem deduzidos somente serão válidos para esse limite de altas frequências e baixa temperatura.

A partir da lei de Wien e de certas relações termodinâmicas gerais, Einstein deduziu a entropia da radiação contida em um volume V , cuja energia total seja E , com frequências entre v e $v+dv$. Considerando então a variação de entropia quando a mesma radiação (sem variar sua energia total) muda do volume V_0 para o volume V , Einstein obteve:

$$S-S_0 = (E/\beta v) \ln(V/V_0) \quad 1.29$$

O objetivo de Einstein, ao fazer essa dedução, era comparar a variação de entropia da radiação com a fórmula correspondente para um gás diluído, que ele desenvolveu na seção seguinte.

1.5.5 Comparação entre um gás e radiação

Na seção intitulada *Investigação teórico-molecular da dependência da entropia dos gases e soluções diluídas em relação ao volume*, Einstein utilizou métodos estatísticos (aplicando o princípio de Boltzmann, que relaciona entropia à probabilidade) para estudar a entropia de um conjunto de n partículas sem interação mútua (um gás ideal ou uma solução diluída). Se esse conjunto de n partículas ocupa inicialmente um volume V_0 e passa a ocupar um volume V , a variação de entropia é dada pela fórmula:

$$S-S_0 = R(n/N) \ln(V/V_0) \quad 1.30$$

¹⁴ As seções são denominadas: *Sobre a entropia da radiação* e *Forma assintótica para a entropia da radiação monocromática com baixa densidade de radiação*.

onde R é a constante dos gases e N é o número de Avogadro.

É relevante indicar os pontos principais dessa dedução, que é muito simples. Einstein partiu da relação de Boltzmann entre variação de entropia $S-S_0$ e razão entre as probabilidades de dois estados W :

$$S-S_0 = (R/N)\ln W \quad 1.31$$

Consideremos agora um certo número n de pontos materiais em movimento, confinados em um volume inicial V_0 . Esses pontos materiais são descritos por Einstein como movendo-se ao acaso, sem nenhuma região do espaço nem qualquer direção preferencial; as interações entre esses pontos são desprezadas.

A partir dessas hipóteses, a probabilidade de que um desses pontos esteja em um volume V menor do que V_0 será igual a V/V_0 . A probabilidade de que todos os n pontos estejam ao mesmo tempo nesse volume V será dada por

$$W = (V/V_0)^n \quad 1.32$$

Aplicando a fórmula de Boltzmann (equação 1.31), obtém-se diretamente a variação de entropia associada a essa variação de volume:

$$S-S_0 = (R/N)\ln(V/V_0)^n = R(n/N)\ln(V/V_0) \quad 1.33$$

Portanto, as únicas hipóteses relevantes para se chegar a esse resultado são: a equação de Boltzmann que relaciona entropia com probabilidade; a de que todas as regiões do espaço possuem idênticas propriedades, em relação ao movimento desses pontos; e a hipótese de que os pontos materiais se movem independentemente uns dos outros. Essa última hipótese é *necessária* para justificar a fórmula 1.32.

Na seção seguinte, que tem o longo título *Interpretação da expressão para a dependência da entropia em relação ao volume da radiação monocromática, de acordo com o princípio de Boltzmann*, Einstein comparou os resultados das seções anteriores (equações 1.29 e 1.30). As duas possuem formas semelhantes, e se a segunda pode ser interpretada como consequência de um conjunto de partículas sem interação, a primeira também poderia receber uma interpretação semelhante. É verdade que a primeira delas, obtida a partir da teoria de Wien, não tinha sido deduzida através de considerações estatísticas (ou probabilísticas), mas pode ser representada também utilizando o princípio de Boltzmann. Comparando então as duas equações¹⁵, temos:

$$R(n/N) = E/\beta v \therefore n = (N/R).(E/\beta v) = E/(R\beta v/N) \quad 1.34$$

Assim, a radiação monocromática, com frequência v , cuja energia total seja E , pode ser interpretada como um conjunto de n partículas (ou unidades de energia). Esse número de quanta de energia é proporcional à energia total, e fazendo-se $n=1$, obtém-se que cada quantum corresponde à energia $R\beta v/N$. Nas palavras de Einstein:

¹⁵ O modo pelo qual Einstein faz a análise é um pouco diferente, mas acreditamos que o modo aqui apresentado é mais direto.

A radiação monocromática de baixa densidade (dentro do domínio de validade da fórmula de Wien para a radiação) se comporta sob o ponto de vista da teoria do calor como se consistisse em um número de quanta de energia independentes [*unabhängigen*, no original], de valor $R\beta v/N$. (EINSTEIN, 1905, p. 372)¹⁶

Note-se que Einstein *não* escreveu $E=hv$, como nós escrevemos atualmente, e sim $E=\beta vR/N$. Ele não compara sua relação à de Planck, nem indica que o valor da constante h é exatamente $\beta R/N$ (KUHN, 1978, p. 181). Na verdade, ele parece não querer vincular seus resultados à teoria de Planck, e sim à teoria de Wien, por isso utilizou apenas as constantes que aparecem nesta teoria. Para os leitores do trabalho de Einstein, na época, seria muito difícil ver alguma relação entre o resultado obtido e a teoria de Planck.

É importante enfatizarmos o que Einstein realmente provou, e quais as condições de validade de sua demonstração. O que ele provou foi que:

- 1) Se considerarmos radiação monocromática de baixa densidade (baixa temperatura) e grande frequência (o limite de validade da lei de Wien), sua variação de entropia, quando consideramos variações de volume, é dada pela equação 1.29.
- 2) Comparando-se essa equação com a equação 1.30 que dá a variação de entropia de um conjunto de partículas que se movem independentemente (deduzida a partir da teoria estatística de Boltzmann), vê-se que as equações possuem a mesma dependência em relação ao volume.
- 3) Portanto, *sob o ponto de vista de cálculo de entropia*, a radiação de baixa densidade e alta frequência (correspondente à lei de Wien) pode ser interpretada como um conjunto de quanta de energia que se movem independentemente uns dos outros, com valor unitário $R\beta v/N$.

Abraham Pais faz muitos comentários anacrônicos, como por exemplo: “A introdução dos quanta de luz por Einstein no regime de Wien é o primeiro passo para o conceito de radiação como um gás bosônico de fótons” (PAIS, 1982, p. 377)¹⁷. A estatística de Bose só foi desenvolvida 20 anos depois, e não estava de modo nenhum antecipada no trabalho de Einstein de 1905. De um modo geral, é necessário ter muita cautela com os comentários que Pais apresenta sobre seu amigo Einstein.

Einstein sugere, no final dessa seção, os próximos passos a serem dados:

Se a entropia da radiação monocromática depende do volume como se a radiação fosse um meio descontínuo consistindo em quanta de energia de valor $R\beta v/N$, o óbvio passo seguinte é investigar se as leis de emissão e transformação da luz também são de natureza tal que possam ser interpretadas ou explicadas considerando que a luz consiste em quanta de energia desse tipo. Examinaremos essa questão a seguir. (EINSTEIN, 1905, p. 372)¹⁸

¹⁶ EINSTEIN, 1905, p. 143 do original alemão.

¹⁷ Os capítulos dedicados à teoria quântica do livro de Abraham Pais, *Subtle is the lord* (PAIS, 1982) foram publicados inicialmente sob a forma de um longo artigo (PAIS, 1979). Em alguns pontos, na presente tese, serão indicadas as páginas relevantes de ambos trabalhos.

¹⁸ EINSTEIN, 1905, pp. 143-144 do original alemão.

1.5.6 Aplicações da hipótese

Nas três seções finais do seu artigo, Einstein procurou aplicar a idéia dos quanta de luz a três fenômenos diferentes: a lei de Stokes relativa às frequências da luz absorvida e emitida por corpos fluorescentes; a emissão de “raios catódicos” (elétrons) quando corpos sólidos são atingidos pela luz (ou seja, aquilo que chamamos de “efeito fotoelétrico”); e a ionização de gases por radiação ultravioleta. Nos três casos, Einstein mostra que a hipótese dos quanta de energia está de acordo com os fatos conhecidos, que são difíceis de explicar pela teoria ondulatória; e faz algumas previsões que poderiam ser testadas.

Atualmente, aceitamos a explicação de Einstein para o efeito fotoelétrico. No entanto, é necessário compreender a situação do ponto de vista da época. Em 1902, Philipp Lenard havia publicado um estudo sobre o efeito fotoelétrico. Ele notou que a velocidade máxima dos elétrons emitidos sob ação de radiação ultravioleta era independente da intensidade da luz. Explicou essa propriedade supondo que os elétrons no átomo já possuíam essa energia, e que a luz apenas funcionava como um gatilho que libertava o elétron. Tratava-se de um tipo de desintegração atômica estimulada pela radiação incidente (WHEATON, 1983, pp. 74-75).

Quando Einstein propôs sua explicação para o efeito fotoelétrico, a hipótese de que a luz apenas desencadeava a libertação dos elétrons que já possuíam a energia necessária para escapar (hipótese do “gatilho”) tinha grande aceitação (WHEATON, 1983, p. 108). Tanto a hipótese do gatilho quanto a hipótese dos quanta de luz explicavam as características conhecidas do fenômeno. É verdade que Einstein previu uma relação entre a frequência da radiação e a energia máxima dos fotoelétrons, mas essa relação não havia sido ainda estudada. Assim, não havia motivo nenhum, em 1905, para preferir a hipótese de Einstein. Até 1911, quase todos os físicos preferiram a explicação de Lenard.

1.5.7 Conclusões sobre o artigo de Einstein, de 1905

Einstein não volta a se referir, nesse artigo, aos fenômenos tipicamente ondulatórios da luz (como interferência e difração). Ou seja: ele não chega sequer a sugerir que tais fenômenos possam ser explicados utilizando a hipótese dos quanta de luz. Realmente, como no seu artigo Einstein introduziu esses quanta como pontuais e independentes uns dos outros, é totalmente impossível explicar os fenômenos de interferência e difração através dessa hipótese.

Lembremo-nos do que Einstein havia afirmado no início de seu artigo:

A teoria ondulatória da luz, que trabalha com funções espaciais contínuas, funcionou bem na representação de fenômenos puramente ópticos e provavelmente nunca será substituída por uma outra teoria. (EINSTEIN, 1905, pp. 368)

Portanto, Einstein não está propondo, neste artigo, uma teoria *geral* para a luz, capaz de explicar todos os seus fenômenos. Ele está propondo uma hipótese *particular*, válida apenas em determinadas condições (radiação de alta frequência e baixa densidade), e que é capaz de explicar apenas alguns fenômenos, mas não outros. Deve-se notar que a postura de Einstein é semelhante à de Wien (ver seção 1.2.3), que admitia a possibilidade de que a radiação de grande comprimento de onda e a de pequeno comprimento de onda fossem *qualitativamente diferentes*, exigindo duas teorias distintas. Jagdish Mehra e Helmut Reichenberg sugeriram que a hipótese de Wien influenciou fortemente o trabalho de Einstein de 1905 (MEHRA & REICHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 75; *ibid.*, vol. 5.1, pp. 241-242).

Costuma-se acreditar que o trabalho de Einstein se baseou no de Planck, mas essa crença não se sustenta, historicamente (KLEIN, 1977, p. 29). A partir do que foi exposto, pode-se concluir que no artigo de 1905, Einstein não estava empenhado em aplicar a idéia do quantum de energia de Planck, nem tentou associar seu próprio trabalho à teoria do corpo negro de Planck. Pelo contrário, parece que ele queria se desvincular da teoria de Planck, mostrando que seus pressupostos levavam a conclusões errôneas (a lei de Rayleigh) e associando-se por outro lado à teoria de Wien (e adotando, inclusive, sua postura geral em relação à radiação). É também significativo que Einstein sempre escreveu em seu artigo de 1905 a magnitude de seus quanta de luz como $(R/N)\beta v$, e não como fora proposto por Planck, $h\nu$. De acordo com Mehra e Rechenberg, Einstein queria “ficar longe da teoria de Planck” (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 79). É relevante que Einstein criticou muitas vezes Planck como em 1906, por exemplo, ao escrever uma resenha sobre um livro do mesmo a respeito de radiação térmica: “O autor aponta repetidamente a necessidade de introduzir essa constante universal h e enfatiza quão importante é seu significado físico (que não é tratado neste livro)” (Einstein, *apud* MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 75).

Qual era a posição de Einstein em relação ao seu artigo em 1905? Em um artigo em 1906, cujo título é, *Sobre a teoria da produção e absorção da luz*, Einstein, referiu-se à publicação de 1905, dizendo o seguinte:

Num estudo publicado no último ano, mostrei que a teoria de Maxwell da eletricidade em conjunto com a teoria dos elétrons leva a resultados que contradizem as evidências sobre a radiação do corpo negro. Por um caminho descrito naquele estudo, eu fui levado à visão de que a luz de frequência v só podia ser absorvida ou emitida em quanta de energia $(R/N)\beta v$, onde R denota a constante absoluta da equação do gás aplicada a uma molécula-grama, N é o número real de moléculas em uma molécula-grama, β é o coeficiente exponencial da fórmula da radiação de Wien (e de Planck), e v a frequência da luz em questão. Esta relação foi desenvolvida para um domínio que corresponde ao domínio de validade da fórmula da radiação de Wien.

Naquela ocasião pareceu-me que a teoria da radiação de Planck constituía, em certos aspectos, uma antítese¹⁹ ao meu trabalho. Novas considerações, que estão sendo relatadas na seção 1 deste artigo, mostraram-me, no entanto, que a fundamentação teórica sobre a qual a teoria da radiação do senhor Planck está baseada difere daquela que emergiria da teoria de Maxwell e da teoria dos elétrons, precisamente porque a teoria de Planck faz uso implícito da hipótese dos quanta de luz mencionada acima. (EINSTEIN, 1906, p. 192)

Portanto, em 1906 o próprio Einstein admitia que, no ano anterior, ele considerava seu trabalho como estando em oposição ao de Planck. Esta é uma citação importante, e Martin Klein comentou: “Qualquer pessoa que ainda pense que o uso dos quanta de luz por Einstein em 1905 era uma generalização ou extensão da teoria de Planck, precisa apenas ler este trabalho de 1906 para se libertar dessa idéia” (KLEIN, 1980, p. 171).

¹⁹ Na tradução apresentada nos *Collected papers* de Einstein, é utilizada a palavra “contrapartida”, que é mais fraca do que “antítese”, empregada por Thomas Kuhn (KUHN, 1978, p. 182). Klein traduz como “contraste”, em vez de antítese ou contrapartida (KLEIN, 1977, p. 30). A idéia geral é que Einstein pensava que havia uma oposição entre seu trabalho e o de Planck.

Agora, em 1906, ele pensava que Planck havia utilizado implicitamente a hipótese dos quanta de luz – o que é falso. Porém, interpretando desse modo o trabalho de Planck, Einstein mudou de atitude: “Em 1906, Einstein cessou de evitar cuidadosamente a equação de Planck, e a adotou como uma nova hipótese” (PAIS, 1982, p. 378).

Nem em 1900, nem posteriormente, Planck jamais aceitou a existência da quantização da radiação. Em 1913, numa carta em que propunha Einstein como membro da Academia de Ciências da Prússia, como professor pesquisador, Max Planck incluiria a seguinte observação: “Ele pode algumas vezes ter se enganado em relação ao alvo de suas especulações como, por exemplo, na sua hipótese dos quanta de luz, mas isto não pode realmente ser jogado contra ele” (KLEIN, 1977, p. 20).

É interessante que, na citação do artigo de 1906 transcrita acima, Einstein modifica um pouco o significado de seu artigo de 1905. Na verdade, em 1905 ele havia mostrado que, sob o ponto de vista do cálculo da entropia, a radiação (nos limites de validade da lei de Wien) podia ser considerada como correspondendo a partículas pontuais se movendo independentemente no espaço; e *sugeriu* que seria interessante verificar se a emissão e absorção da luz também seria feita descontinuamente. Agora, em 1906, ele não se referiu à questão da entropia e à propagação descontínua, limitando-se a falar sobre a emissão e absorção descontínuas.

É importante discutir, ainda, uma parte da citação anteriormente apresentada, de Louis de Broglie (seção 1.3):

Einstein viu bem que sua teoria não era só uma teoria estritamente corpuscular, pois ele fez intervir a noção de frequência, que é de origem ondulatória. (DE BROGLIE, 1956, p. 118)

Será que o uso da frequência da radiação para calcular o valor dos quanta de energia indica o uso de uma concepção dualística? Não, porque Einstein não propôs nenhuma conceituação dos quanta que pudesse incluir a idéia de frequência. Se, por exemplo, ele sugerisse que os quanta são partículas pulsantes, com certa frequência, talvez pudéssemos dizer que ele tinha uma concepção dualística. Mas isso não aparece nos seus trabalhos.

Pode-se afirmar, pela análise apresentada do artigo de 1905, que a posição de Einstein era de defesa da descontinuidade da radiação (luz dividida na forma de quanta pontuais), não aparecendo qualquer sugestão de uma dualidade onda-partícula. Ao mesmo tempo em que propunha os “átomos” de luz, Einstein estava admitindo que a teoria ondulatória explicava muito bem diversos fenômenos ópticos e que “provavelmente nunca seria substituída por uma outra teoria”. Qual é a relação entre essas partículas de luz e as ondas? Isto Einstein não respondeu no artigo de 1905. A interpretação de De Broglie e de outros autores, já apresentada (seção 1.3), segundo a qual Einstein propôs uma relação estatística entre ondas e quanta de luz em 1905, é errônea.

Wheaton sugere que a proposta de Einstein da hipótese dos quanta de luz pode ter sido parte de sua estratégia de ataque ao éter (WHEATON, 1983, p. 106). É uma conjectura plausível. Realmente, como Einstein negava a existência do éter, ele não podia manter a idéia de que a luz era uma onda *do éter*, como praticamente todos aceitavam na época. Atualmente, falamos sobre as ondas eletromagnéticas sem nos referirmos a um éter; no entanto, no início do século XX, ninguém usava esse tipo de linguagem, e negar o éter correspondia praticamente a negar que a luz fosse uma onda.

É relevante, também, que Norman Campbell, um dos poucos defensores da hipótese dos quanta de luz durante os primeiros anos da proposta, defendeu que era necessário adotar

uma teoria atômica da radiação por causa da rejeição ao éter (WHEATON, 1983, p. 143); e Stark, igualmente, relacionou a resistência encontrada pela hipótese dos quanta de luz à crença na existência de um éter (*ibid.*, p. 172).

É curioso, no entanto, que Einstein tenha mantido seus trabalhos sobre relatividade e sobre os quanta de luz independentes um do outro. No seu primeiro artigo sobre teoria da relatividade, publicado em 1905, Einstein comentou que “é notável que a energia e a frequência de um complexo de luz variem com o estado de movimento do observador de acordo com a mesma lei”, ou seja, mantêm sempre uma proporcionalidade (PAIS, 1979, p. 908). Portanto, a equação $E=h\nu$ era compatível com a teoria da relatividade, se E fosse interpretado como a energia de uma onda luminosa limitada.

1.6 EINSTEIN E O CALOR ESPECÍFICO DOS SÓLIDOS

Sob o ponto de vista das reações da comunidade científica, pode-se dizer que o trabalho de Planck, de 1900, constituiu apenas uma anomalia curiosa, que não despertou grande interesse por parte da maioria dos físicos. Até 1906, a teoria do corpo negro de Planck era um assunto esotérico, que interessava a poucas pessoas. Entre os que estudaram sua teoria, pouquíssimos (Ehrenfest, Einstein, von Laue) acreditavam que ela exigiria uma mudança profunda na física (KUHN, 1978, p. 230). O trabalho de Einstein sobre os quanta de luz, de 1905, foi rejeitado imediatamente por quase todos. Assim, até essa época, pode-se dizer que não havia ainda surgido um interesse real, na comunidade científica, sobre a idéia de quantização.

No entanto, a situação muda em 1907, quando Einstein publicou um trabalho que teve enorme repercussão *positiva* (EINSTEIN, 1907) e no qual aplicou as idéias de Planck para desenvolver a teoria do calor específico dos sólidos (KUHN, 1978, pp. 210-212). A teoria de Einstein sobre o calor específico supunha que as oscilações térmicas das partículas dos sólidos somente podiam adquirir valores de energia que fossem múltiplos de $\varepsilon=h\nu$. Uma das consequências da teoria era que, a baixas temperaturas (próximas ao zero absoluto) o calor específico de todas as substâncias deveria tender a zero. A teoria explicava, qualitativamente, algumas anomalias experimentais que já eram conhecidas, e que não podiam ser esclarecidas pela física clássica (JAMMER, 1966, pp. 56-59).

Note-se que esse trabalho de Einstein levava em conta apenas a quantização da energia de vibração atômica, e não estava relacionado com a hipótese dos quanta de luz. Por isso, seu conteúdo não será discutido aqui.

Esse trabalho de Einstein influenciou fortemente Walther Nernst (1864-1941), que apenas a partir da publicação dessa teoria passou a interessar-se seriamente pela teoria de Planck e pela idéia de quantização (KUHN, 1978, pp. 213-216). Foi motivado por esse trabalho que Nernst propôs a realização de uma reunião internacional para discutir a teoria quântica. Foi o próprio Nernst quem, através de contatos com o químico e industrial belga Ernest Solvay, conseguiu que este patrocinasse o evento – a primeira “conferência Solvay” da história, cujo título foi “a teoria da radiação e os quanta” (JAMMER, 1966, p. 59). Esse congresso será discutido mais adiante (seção 2.4).

1.7 OS RAIOS X E A NATUREZA DA RADIAÇÃO

Normalmente, os físicos e historiadores da ciência somente se referem a Einstein e seu trabalho de 1905, quando querem indicar a origem da concepção de partículas de luz. No entanto, houve uma outra linha de desenvolvimentos, independente do trabalho de Einstein e associada ao estudo dos raios X e raios γ , que também estimulou a discussão sobre os conceitos de onda e partícula aplicados à radiação. O melhor estudo histórico feito, até hoje, sobre esse outro lado da história é o livro *The tiger and the shark: empirical roots of the wave-particle dualism*, de Bruce R. Wheaton. Para se compreender melhor a posição de Einstein, é conveniente compará-la com a de outros autores, da mesma época, que também defenderam visões semelhantes.

Paralelamente aos estudos sobre a luz, o problema de conciliar propriedades ondulatórias e corpusculares também se desenvolveu no estudo dos raios X. Quando esse tipo de radiação foi descoberto, não se sabia sua natureza (MARTINS, 1997; MARTINS, 1998). Röntgen conjecturou que poderiam ser ondas eletromagnéticas *longitudinais*. Outros autores pensaram que se tratava de ondas eletromagnéticas transversais de comprimento de onda muito pequeno (além do ultravioleta). Outros, que seriam pulsos (não periódicos) eletromagnéticos. Mas houve também sugestões de que poderiam ser constituídos por partículas eletricamente neutras de alta velocidade.

Durante os primeiros anos após a descoberta dos raios X, não foram observados fenômenos regulares que pudessem ser interpretados como efeitos da polarização, interferência ou difração desses raios²⁰. Em 1899, C. H. Wind e H. Haga alegaram ter observado um certo efeito de difração fotografando raios X que atravessavam uma fenda metálica estreita. Estimaram o comprimento de onda da radiação como sendo da ordem de 1 Å, ou seja, 10.000 vezes menos do que o comprimento de onda da luz visível (WHEATON, 1983, p. 31). O efeito observado por esses pesquisadores era um aparente alargamento do feixe após passar pela fenda. Não havia franjas claras e escuras, na fotografia. Esse resultado parecia compatível com o modelo de pulsos, de acordo com uma análise teórica desenvolvida por Arnold Sommerfeld (*ibid.*, p. 36). Segundo este autor, o efeito observado por Wind e Haga poderia ser explicado por pulsos não periódicos, com comprimento da ordem de 1 Å, ou um pouco mais.

Em 1904, Charles Glover Barkla, estudando os raios X secundários (emitidos quando os raios X produzidos pelo tubo de descarga atingem metais pesados) descobriu um efeito que podia ser interpretado como uma polarização dos raios X (WHEATON, 1983, pp. 43-46). O resultado obtido favorecia a idéia de que esses raios eram ondas transversais; mas não permitia distinguir as hipóteses de ondas periódicas de alta frequência e de pulsos não-periódicos curtos; e era possível também interpretar os fenômenos observados com uma hipótese corpuscular.

O artigo de Einstein não continha nenhuma referência aos raios X ou aos raios γ . No entanto, o estudo dessas radiações levou vários físicos a desenvolver conjecturas a respeito da natureza quântica da radiação.

Bruce Wheaton, em sua excelente análise sobre o desenvolvimento das idéias de onda-partícula aplicadas à radiação nas três primeiras décadas do século XX, dividiu esse período nas seguintes fases (WHEATON, 1983, pp. 2-4):

²⁰ Na verdade, diversos pesquisadores alegaram ter observado tais efeitos, mas suas observações não foram confirmadas por outros.

No início do século XX, não se conhecia exatamente a natureza dos raios X. Havia hipóteses de que seriam ondas eletromagnéticas longitudinais, ou partículas de alta velocidade, ou um par de partículas com cargas opostas emitido a alta velocidade, ou ondas eletromagnéticas transversais de altíssima frequência, ou pulsos eletromagnéticos. Esta última hipótese ganhou força no início do século, sendo bastante aceita em torno de 1907 – tanto para raios X quanto para raios γ . Nos dois casos, considerava-se que a radiação era emitida durante uma brusca aceleração ou deceleração de elétrons. Era difícil imaginar como poderiam ser emitidas ondas *periódicas* nessa situação. Imaginava-se pulsos curtos, mas espalhando-se para todos os lados a partir do centro de emissão da radiação – mais ou menos como ondas produzidas em um lago, pela queda de uma pedra.

Uma segunda fase foi provocada por estudos empíricos a respeito da ionização nos gases, produzida por raios X e raios γ . A energia não parecia ir se espalhando uniformemente por superfícies cada vez mais amplas, pois apenas alguns átomos atingidos pela radiação se ionizavam, e cada um deles recebia uma energia que não parecia diminuir com a distância à fonte. Alguns físicos conjecturaram que a radiação seria emitida dentro de ângulos sólidos muito estreitos.

Os estudos experimentais mostravam que a energia parecia estar realmente concentrada em certos pontos. Por outro lado, investigações teóricas procuraram verificar se isso era compatível com o eletromagnetismo. Arnold Sommerfeld, defendendo a hipótese dos impulsos, conseguiu resolver muitas dificuldades. No entanto, o problema central era: como uma onda pode concentrar sua energia em um elétron individual? Não havia respostas para isso.

O quarto período, segundo Wheaton, inicia-se com a descoberta da difração de raios X por cristais, em 1912. Esse fenômeno mostrava que os raios X possuíam estrutura periódica, como a luz, não podendo ser simples pulsos. Por outro lado, esse fenômeno permitiu medir o comprimento de onda dos raios X, e foi possível notar que cada elétron recebia dos raios X aproximadamente uma energia igual a $h\nu$. A energia da radiação era quantizada, mas ao mesmo tempo a radiação era uma onda. Resultados semelhantes foram obtidos, dois anos depois, para os raios γ .

A partir de 1913, com o sucesso da teoria de Bohr para explicar as raías espectrais, a atenção dos pesquisadores se desviou do estudo da radiação, para o estudo da estrutura atômica. Os fenômenos de quantização pareciam estar relacionados à estrutura da matéria, e as especulações sobre a quantização da própria radiação ficaram em segundo plano.

A partir de 1921, começa uma nova fase, em que os pesquisadores que investigavam raios X e raios γ passam a exigir uma análise mais séria do problema da natureza da radiação. Os principais fatos experimentais discutidos nessa época são o efeito fotoelétrico produzido por raios X e raios γ , e logo depois o efeito Compton. Em 1923, Louis de Broglie propôs uma interpretação dualística tanto para a radiação quanto para as partículas materiais. Tendo pesquisado raios X no laboratório de seu irmão, Maurice de Broglie, Louis de Broglie foi fortemente influenciado por toda essa discussão. Esses estudos experimentais e a discussão sobre a natureza ondulatória ou corpuscular dos raios X e raios γ , bem como sua influência sobre o trabalho de Louis de Broglie, não haviam sido investigados antes do trabalho de Wheaton.

Em seu estudo, Wheaton atribui pequena importância ao trabalho de Einstein, porque sua hipótese dos quanta de luz “quase não teve seguidores e teve influência muito pequena antes de 1921” (WHEATON, 1983, p. xvi). Como a teoria de Einstein havia sido desenvolvida

apenas para a luz (como uma consequência de seus estudos sobre a radiação do corpo negro), no limite de validade da lei de Wien, não havia motivo nenhum para relacionar sua hipótese com os fenômenos a respeito de raios X e raios γ . Por outro lado, não estava claro (no início do século XX) se essas radiações eram realmente ondas eletromagnéticas. Assim, o estudo dos fenômenos dessas radiações se deu ao largo das preocupações de Einstein, e levou – pelo estudo empírico das propriedades dessas radiações – à concepção de que elas transmitem energia sob forma de unidades individuais. Depois, com a descoberta da difração de raios X por cristais (em 1912), ficou claro que os raios X possuíam propriedades ondulatórias – e, então, os físicos que se dedicavam ao estudo dessas radiações começaram a se debater com as questões de interpretação corpuscular ou ondulatória dos raios X. Foi nesse ambiente que Louis de Broglie recebeu sua formação como físico, durante a década de 1910, e foi esse tipo de problemática que influenciou fortemente o surgimento de sua teoria sobre a dualidade onda-partícula, no início da década seguinte, como será visto mais adiante.

1.7.1 William Bragg e a teoria corpuscular dos raios X

Estudando os raios γ , William Henry Bragg (1862-1942) concluiu, em 1904, que essa radiação não podia consistir em pulsos esféricos que se espalhavam para todos os lados, pois sua interação com a matéria tinha grande semelhança com os raios α e β , sendo por isso provavelmente partículas (WHEATON, 1983, pp. 81-83). Pouco depois, ele concluiu que os raios X também pareciam partículas.

Em 1900, Ernst Dorn mediu a velocidade de elétrons emitidos sob a ação de raios X, obtendo valores da ordem de 10^7 m/s, comparáveis às velocidades dos raios catódicos que haviam produzido esses raios X (WHEATON, 1983, p. 74). Ao tomar conhecimento desses experimentos de Dorn, que indicavam uma alta velocidade para os elétrons arrancados por raios X, Bragg interpretou esse fenômeno sob o ponto de vista corpuscular, e considerou que era incompatível com a teoria dos pulsos (*ibid.*, p. 85). De fato, sob o ponto de vista da hipótese corpuscular, era compreensível que cada elétron do tubo de raios catódicos, ao colidir com o anticátodo, produzisse a emissão de uma única partícula de raio X, com aproximadamente a mesma energia do elétron inicial. Essa energia seria transportada para longe, pelo raio X, e absorvida depois, por colisão, por um único elétron. Esse segundo elétron poderia, portanto, adquirir uma energia praticamente igual à do primeiro elétron (do tubo de descarga) que havia gerado o raio X. Sob o ponto de vista ondulatório, era quase impossível entender isso. A energia deveria ter se espalhado, e não poderia ocorrer aquilo que era observado.

Em 1907, Bragg apresentou uma hipótese segundo a qual tanto os raios X quanto os raios γ seriam constituídos por um *par neutro* de partículas eletrizadas (um dipolo microscópico). Inicialmente, ele imaginou que os raios γ eram uma combinação de elétrons com partículas α . Depois, sugeriu que a partícula positiva poderia ser análoga ao elétron (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 5.1, p. 236). Essa hipótese não se aplicaria à luz, nem mesmo à radiação ultravioleta, que seriam de natureza completamente diferente, segundo Bragg (WHEATON, 1983, pp. 87-90). No ano seguinte, Bragg apresentou como evidência favorável à sua hipótese, e contrária à hipótese dos pulsos de radiação, o fato de que os elétrons emitidos pelos materiais atingidos por raios X tinham maior velocidade quanto os raios X eram mais penetrantes, e a velocidade dos elétrons não dependia da intensidade da radiação incidente (*ibid.*, p. 99). Pulsos que se espalham esfericamente deveriam afetar todas

as moléculas, igualmente, e o efeito deveria diminuir com a intensidade da radiação. Além disso, a velocidade adquirida pelos elétrons era muito maior do que se esperaria.

Na época, não existiam evidências conclusivas de que os raios X tivessem propriedades ondulatórias. Os experimentos de difração de raios X em fendas estreitas, realizados por Hermann Haga e Cornelis Wind, eram pouco conclusivos. Os experimentos de Charles Glover Barkla (em 1905 e 1906), mostrando a existência de polarização dos raios X, podiam também ser interpretados por uma hipótese corpuscular, desde que esses corpúsculos tivessem alguma propriedade como rotação (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 5.1, p. 237).

Uma evidência experimental mais importante a favor da teoria ondulatória havia sido apresentada por Erich Marx. Em 1905-1906, Erich Marx realizou uma medida da velocidade dos raios X. Seu resultado foi que a velocidade desses raios era igual à velocidade de um pulso elétrico em um fio metálico (ou seja, igual à velocidade da luz), com um erro de aproximadamente 5% (WHEATON, 1983, p. 47). Essa medida reforçava a hipótese de que os raios X eram de natureza eletromagnética, e constituía uma dificuldade para a teoria corpuscular. Bragg considerou esses experimentos muito engenhosos, mas propôs uma explicação (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 5.1, p. 238).

[...] o experimento de Marx é bastante consistente com a hipótese de que os raios X são complexos, e consistem em parte em pulsos de éter viajando à velocidade da luz e produzindo raios δ , e em parte em partículas materiais, ou pares, viajando a uma velocidade ainda não determinada, e excitando raios catódicos de alta energia. (BRAGG, 1907, p. 95)

Os raios δ eram elétrons de baixa velocidade (10^8 cm/s), arrancados de metais pela radiação ultravioleta. Os raios X eram capazes de produzir tanto elétrons de baixa velocidade como de alta velocidade (50 vezes mais rápidos). Bragg interpretava os elétrons de alta velocidade como sendo devidos à quebra do par neutro, por sua interação com a matéria.

Os pulsos que acompanham os raios X explicariam o fenômeno de difração descrito por Haga e Wind (BRAGG, 1907, p. 98).

A proposta de Bragg não parece ser exatamente dualística. É mais plausível interpretá-la supondo que Bragg imaginava a emissão de *duas coisas diferentes e independentes* pelos tubos de raios X. O pulso ondulatório e o par neutro não seriam associados intimamente entre si, como em uma teoria dualística, mas apenas teriam uma origem comum.

Em 1909, já se haviam acumulado evidências de que os elétrons liberados sob ação dos raios X e raios γ tendem a ser emitidos no sentido da radiação – um fenômeno que fazia lembrar um efeito de colisão (WHEATON, 1983, p. 163). Em 1910, foi observado um efeito semelhante para os elétrons emitidos sob ação de raios ultravioleta. Como ninguém duvidava que os raios ultravioleta fossem ondas periódicas, Bragg começou a colocar em dúvida sua própria hipótese do par neutro. Em 1911 e 1912, Bragg começou a sugerir a necessidade de uma interpretação dualística da radiação, na qual as propriedades ondulatórias e corpusculares fossem combinadas de um modo radicalmente contrário à física clássica (WHEATON, 1983, pp. 136, 166). Sua proposta, no entanto, teve pequena repercussão.

1.7.2 Joseph John Thomson²¹

O físico inglês Joseph John Thomson (1856-1940) propôs em 1893 uma alternativa à visão de Maxwell sobre o campo eletromagnético. Para Maxwell, a energia do campo estaria distribuída de forma contínua no espaço (ou no éter). Thomson, no entanto, sugeriu que as forças eletromagnéticas seriam intermediadas por tubos de força reais, físicos, que não preencheriam todo o espaço (ver MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, pp. 84-86). Na ocasião dessa proposta, ele não indicou nenhuma consequência significativa desse modelo. No entanto, em 1903, ele o utilizou para propor uma nova visão sobre os raios X, e explicar os fenômenos de ionização de gases (THOMSON, 1904). Se os tubos de força são reais, então uma carga elétrica colocada em oscilação produzirá oscilações transversais que se propagarão por esses tubos, e que poderiam ser identificadas com a luz e outras ondas eletromagnéticas. Como os tubos não preenchem todo o espaço, a radiação eletromagnética também não se espalha de forma contínua, mas se propaga ao longo desses tubos ou linhas, apresentando uma estrutura descontínua. Assim, em vez de uma frente de onda com uma distribuição uniforme de energia, Thomson imaginou que a radiação apresentaria uma série de pontos brilhantes, correspondendo à localização dos tubos de força.

No seu trabalho de 1903, J. J. Thomson comparou a distribuição de energia na luz com uma estrutura semelhante à de uma parede de tijolos, “com lugares onde a energia é grande, alternando-se com lugares onde ela é pequena” (JAMMER, 1966, p. 32). O fenômeno que ele queria explicar utilizando essa concepção de descontinuidade da radiação era a fotoionização dos gases. Quando um feixe de raios X atravessa um gás, este se torna condutor de eletricidade. O fenômeno foi investigado cuidadosamente por J. J. Thomson e seus colaboradores, a partir de 1896. Thomson logo notou que apenas uma pequena proporção das moléculas do gás se ionizavam – no máximo uma por bilhão, de acordo com suas estimativas (WHEATON, 1983, p. 77). Em 1903, Thomson analisou várias explicações diferentes para essa anomalia. Uma hipótese seria que os raios X talvez só interagissem com elétrons que já estavam livres, ou talvez só afetassem átomos que tivessem uma certa energia mínima para liberarem os elétrons. Imaginou que talvez a temperatura do gás fosse um fator importante, mas um de seus colaboradores, Robert McClung, concluiu que não (*ibid.*, p. 78). Por fim, Thomson sugeriu a idéia de que a energia dos raios X não estava distribuída uniformemente pelo espaço, e sim concentrada em pequenas regiões.

Note-se que Einstein também tratou desse fenômeno no seu artigo de 1905 (discutindo apenas o caso de raios ultravioleta), embora não pareça ter havido uma influência do trabalho de Thomson em Einstein.

É importante mencionar que, em 1903, não havia ainda evidências claras sobre a natureza eletromagnética dos raios X. Havia autores que acreditavam tratar-se de ondas eletromagnéticas de curto comprimento de onda; mas outros acreditavam tratar-se de corpúsculos. Assim, no contexto da época, o argumento de Thomson não era muito forte.

Em 1906, P. D. Innes, um colaborador de J. J. Thomson, encontrou que a velocidade máxima dos elétrons emitidos sob influência dos raios X não dependia de sua intensidade (ou da distância à fonte), mas dependia do tipo de radiação (seu poder de penetração). Innes interpretou o fenômeno utilizando a hipótese do “gatilho” (WHEATON, 1983, p. 137). As velocidades dos elétrons emitidos sob ação dos raios ultravioleta eram da ordem de 10^6 m/s. No caso dos raios X, Innes observou que as velocidades eram superiores a 10^7 m/s. As

²¹ Um estudo sobre as idéias de J. J. Thomson sobre a natureza da luz é apresentado por MCCORMACH, 1967. Ver também WHEATON, 1983, pp. 76-81.

velocidades dos elétrons emitidos sob ação de raios γ eram ainda maiores. Innes interpretou esse fato utilizando uma hipótese semelhante à explicação de Lenard para o efeito fotoelétrico: os raios X apenas desencadeavam a liberação de elétrons, que já possuíam a energia necessária. Wilhelm Wien considerava que o mecanismo do gatilho era a única explicação possível (WHEATON, 1983, p. 75).

Em setembro de 1907, Erich Ladenburg relatou o resultado de experimentos com radiação ultravioleta. Encontrou que a radiação produzia elétrons com um contínuo de velocidades, e que a velocidade máxima dos elétrons aumentava com a frequência da radiação incidente (WHEATON, 1983, p. 136). Ladenburgh considerou seus resultados como uma confirmação da hipótese do “gatilho”. J. J. Thomson, no entanto, considerou que essa explicação era inadequada, pois seria necessário supor que os átomos possuem elétrons se movendo com uma enorme variedade de velocidades diferentes, para explicar os fatos observados. Especialmente no caso dos raios X e dos raios γ , Thomson acreditava que a energia não poderia vir do próprio átomo, e sim da radiação (WHEATON, 1983, p. 138). Defendeu, por isso, a idéia de que a energia era transmitida sob a forma de unidades, e que essas unidades possuíam também momentum, comportando-se assim de modo semelhante a partículas neutras de alta velocidade.

Em 1907 (dois anos após a publicação do artigo de Einstein), Thomson publicou um novo trabalho sobre o assunto (THOMSON, 1907). Nele aplicou sua idéia de frentes de onda descontínuas para explicar o efeito fotoelétrico pela radiação ultravioleta²². Esse trabalho é mais relevante do que o anterior, já que – nessa época – ninguém duvidava que a radiação ultravioleta fosse um tipo de onda eletromagnética.

Assim, a energia que viaja para fora com a onda não se espalha uniformemente sobre a frente de onda, mas se concentra naquelas partes da frente onde os pulsos se propagam ao longo das linhas de força; essas partes correspondem a pontos brilhantes, o resto a um fundo escuro. Não haverá necessariamente um ponto [brilhante] em cada lugar em que as linhas de força cortam a frente, mas apenas naqueles lugares em que as linhas de força estejam em vibração no instante considerado. A energia da onda está assim concentrada em regiões isoladas, sendo essas regiões as porções das linhas de força ocupadas pelos pulsos ou movimento ondulatório. De fato, deste ponto de vista a distribuição de energia é muito semelhante àquela contemplada na velha teoria de emissão, de acordo com a qual a energia estava localizada em partículas que se moviam, disseminadas esparsamente pelo espaço. A energia está como se fosse dividida em pacotes, e a energia em qualquer pacote particular não muda quando o pacote viaja pela linha de força. (THOMSON, 1907, p. 421)

Referindo-se aos resultados experimentais sobre efeito fotoelétrico e raios X, Thomson indica que a energia de cada unidade de radiação deve crescer com sua frequência (THOMSON, 1907, p. 422). Quando a radiação é de grande intensidade, ela se comporta quase como contínua; porém, quando é de baixa intensidade, sua natureza granular seria notável – principalmente no caso de radiação de alta frequência.

Note-se que Thomson chega a algumas conclusões semelhantes às de Einstein, mas que suas visões gerais são totalmente distintas. Thomson aceitava a teoria eletromagnética de Maxwell, mas desejava fazer um pequeno ajuste na mesma. Não utilizou nenhuma

²² Thomson não citou o trabalho de Einstein, e provavelmente não o conhecia.

consideração termodinâmica ou estatística, nem estava preocupado (neste trabalho) com a radiação do corpo negro. De certo modo, a hipótese de Thomson era dualística, já que ele propunha que a radiação eletromagnética seria constituída por ondas, mas que essas ondas seriam espacialmente limitadas e se propagariam ao longo das linhas de força sob a forma de pacotes de energia indivisíveis.

Thomson chegou a favorecer, no ano seguinte, a hipótese de Bragg do par neutro de partículas (WHEATON, 1983, p. 139). No entanto, sua idéia principal era a de que as unidades de energia seriam pulsos ou ondas limitadas, viajando ao longo de um número finito de linhas de força. Ele nunca adotou a idéia de uma quantização relacionando energia com frequência da radiação.

A proposta de Thomson, além de explicar certo número de fenômenos importantes, levou a um experimento realizado por Geoffrey Ingram Taylor, em 1909, e apresentado à *Cambridge Philosophical Society* pelo próprio Thomson. Se a radiação eletromagnética de baixa intensidade é descontínua e granular, seria ela capaz de produzir fenômenos de difração e interferência? Provavelmente não. A expectativa mais razoável era a de que, à medida que se utilizasse luz com intensidade cada vez menor, os efeitos ondulatórios deveriam se tornar irregulares e tenderiam a desaparecer (TAYLOR, 1909).²³

Taylor testou essa consequência produzindo fotografias da sombra de uma agulha, colocada diante de uma fenda fina, iluminada por uma chama de gás. A intensidade da luz era reduzida colocando-se uma série de placas de vidro recobertas com fuligem.

Taylor produziu cinco fotografias, com diferentes intensidades. A primeira utilizava luz direta (sem a interposição da placa de vidro com fuligem). Depois, foi repetindo o experimento colocando os filtros que reduziam a intensidade. O tempo necessário para sensibilizar a chapa fotográfica, sem os filtros, era de 10 segundos. Com todos os filtros, o tempo foi de 2.000 horas (3 meses). A intensidade luminosa era equivalente à produzida por uma vela padrão colocada a uma distância maior do que uma milha. No entanto, em todos os casos a figura de difração foi idêntica, com franjas claras e escuras bem visíveis. Portanto, mesmo luz de baixíssima intensidade continuava a apresentar fenômenos ondulatórios normais. Isso contrariava a expectativa de que ela teria estrutura fortemente granular e descontínua, nesse caso.

1.7.3 Johannes Stark

Outro defensor da existência de descontinuidades na radiação foi Johannes Stark (1874-1957) (ver MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, pp. 100-105). As principais aplicações da quantização de energia feitas por Stark foram: calcular o menor comprimento de onda possível dos raios X em função do potencial que acelera os raios catódicos; calcular a velocidade máxima dos elétrons emitidos pelos raios X; calcular alguns aspectos do espectro

²³ Nem Taylor nem Thomson apresentaram qualquer análise teórica detalhada sobre o que seria esperado. Podemos, no entanto, tentar compreender o que eles estavam pensando. Se a energia luminosa se propaga sob a forma de ondas de comprimento limitado ao longo das linhas de força, a figura de difração na sombra de uma agulha deveria ser produzida pela interferência entre ondas que passam pelos dois lados da agulha, e que seriam transportadas por diferentes linhas de força. Quando a intensidade da luz fosse alta, haveria ondas sendo transportadas por muitas linhas de força colocadas lado a lado, e ocorreria a difração. Quando a intensidade fosse baixa, uma linha de força poderia estar transportando uma onda limitada, e as outras linhas próximas dela poderiam não estar transportando energia, no mesmo instante. Assim, não haveria possibilidade de ocorrer interferência, e a figura de difração desapareceria.

dos raios canais; e explicar os espectros de bandas. Seu primeiro trabalho sobre o assunto, publicado em 1907, aparentemente não se baseou no artigo de Einstein e sim em um artigo de Wien.

Em 1907, Wilhelm Wien sugeriu que o quantum de Planck poderia ser utilizado para calcular o comprimento de onda mínimo dos raios X produzidos em um tubo de raios catódicos por elétrons com energia conhecida (KUHN, 1978, p. 222). No entanto, ele não podia utilizar a equação $E=h\nu$ para esse tipo de radiação, pois considerava (como muitos outros, na época) que os raios X não eram ondas periódicas, e sim pulsos²⁴. Em vez de utilizar o conceito de comprimento de onda, Wien utilizou o conceito de comprimento do pulso, e em vez de frequência, utilizou o inverso do tempo τ de emissão do pulso, obtendo então a relação $E=h/\tau$ (WHEATON, 1983, pp. 114-115). Supondo uma transformação total da energia dos raios catódicos em energia dos pulsos de raios X, ele estimou que o comprimento dos pulsos seria de aproximadamente 7×10^{-9} cm – um valor próximo à estimativa que Arnold Sommerfeld havia feito em 1905. É importante notar, no entanto, que Wien não estava adotando o conceito de quantização da radiação utilizado por Einstein, mas apenas a relação entre energia e frequência. Ele não supôs que a radiação se propagava pelo espaço sob a forma de pacotes indivisíveis de energia; analisou apenas o processo de produção dos raios X, acreditando (aparentemente) que essa radiação se espalhava, depois, sob a forma de um pulso esférico (*ibid.*, p. 116).

Note-se que Wien utilizou uma equação *nova* ($E=h/\tau$), que não estava justificada pelos trabalhos anteriores. Posteriormente, em 1911, Arnold Sommerfeld também utilizou a relação $E=h/\tau$ (WHEATON, 1983, p. 158)²⁵.

O trabalho de Johannes Stark, publicado também em 1907, parece ter sido influenciado pelo de Wien (WHEATON, 1983, pp. 116-118). No entanto, além de estudar a produção de raios X, Stark analisou também a emissão de elétrons sob a ação de raios X. Ao fazê-lo, ele precisava supor que a própria radiação se propaga pelo espaço sob a forma de quanta de energia – uma hipótese que Wien não utilizou. No ano seguinte, Stark indicou que sua concepção era semelhante à de Einstein para a luz, mas seu trabalho foi desenvolvido independentemente.

Stark considerou que, se os elétrons em um tubo de descarga forem acelerados a partir do repouso por uma diferença de potencial V , irão adquirir uma energia cinética $e_k = eV$, onde e é a carga do elétron. Supondo que os elétrons são freiados, ao se chocarem contra o anticátodo, em um tempo T , e que durante esse tempo é emitido um pulso de raios X, Stark considerou que esse pulso corresponderia a um comprimento de onda $\lambda = 2cT$. Utilizando então as relações $e = h/T$, Stark obteve (STARK, 1907, p. 882):

$$\lambda_k = \frac{2hc}{e} = \frac{2hc}{eV} \quad 1.36$$

Para uma diferença de potencial de 60.000 V, o menor comprimento de onda corresponderia a 6.10^{-9} cm. Stark comentou que, em 1903, H. Haga e C. H. Wind haviam

²⁴ Nessa época, não era possível medir o comprimento de onda dos raios X e era possível apenas estimar um limite máximo para seu comprimento de onda, baseado na ausência de difração em fendas estreitas. Apenas em 1912, após a descoberta da difração de raios X por cristais, foi possível medir seu comprimento de onda.

²⁵ As principais contribuições de Arnold Sommerfeld para a teoria quântica serão descritas mais adiante (seções 2.4 e 2.5).

estimado, em experimentos de difração por fendas, que o menor comprimento de onda dos raios X duros, para esse potencial acelerador, seria de aproximadamente 5×10^{-9} cm. A concordância era muito boa.

Uma relação associada a esta podia ser obtida para a energia máxima dos fotoelétrons arrancados de uma placa metálica por raios X: $E=hc/\lambda$. Considerando que tais elétrons terão uma velocidade muito inferior à velocidade da luz e utilizando a equação clássica para energia cinética ($E=mv^2/2$), Stark obteve a velocidade máxima dos fotoelétrons:

$$v = \sqrt{\frac{2hc}{m_0\lambda}} \quad 1.37$$

Stark comentou: “Esta velocidade máxima é independente da intensidade da radiação e da natureza do metal, e inversamente proporcional à raiz quadrada do comprimento de onda incidente” (STARK, 1907, p. 882). Ele indicou também que através de medidas do comprimento de onda dos raios X e da velocidade máxima dos elétrons, seria possível determinar o valor da constante de Planck; ou, conhecendo-se a constante de Planck e a velocidade dos elétrons arrancados do metal, seria possível estimar o comprimento de onda dos raios X. O mesmo raciocínio poderia ser aplicado para estimar o comprimento de onda de raios γ . Porém, no caso em que os elétrons emitidos pelo metal tivessem alta velocidade (próxima à velocidade da luz), seria preciso utilizar outras equações (relativísticas).

Stark estudou também o espectro descontínuo de radiação emitida pelos “raios canais”. Estudando o espectro de “raios canais” (íons positivos se movendo em um tubo de descarga), ele havia observado experimentalmente que, além da raia espectral normal, havia uma outra, deslocada. Stark sugeriu que essa raia associada aos íons em movimento era produzida apenas quando essas partículas tinham uma energia cinética superior a $h\nu$, e eram produzidas na colisão dos íons em movimento com partículas paradas dentro do tubo (KUHN, 1978, p. 223). Para a energia da radiação, ele utilizou a relação $E=h\nu$, que atribuiu a Planck. Supondo que apenas uma fração α (menor do que 1) da energia cinética inicial E_k se transformava em radiação, escreveu a relação:

$$\alpha E_k = h\nu \quad 1.38$$

Note-se que Stark, ao contrário de Einstein, utilizou explicitamente a constante de Planck, h . No entanto, ele interpretou a relação $E=h\nu$ de um modo diferente do que Planck havia utilizado, considerando que a energia associada à emissão de radiação de frequência ν seria dada por $E=h\nu$.

Utilizando essa relação, Stark concluiu que, para baixas energias cinéticas dos íons, seria impossível produzir emissão de luz. No entanto, aumentando a energia cinética, a partir de um certo limiar apareceria a emissão de luz correspondente a uma certa raia espectral; depois, aumentando a energia cinética, apareceria uma outra raia espectral de frequência mais alta; e assim por diante.

Neste seu artigo de 1907, Johannes Stark desenvolveu algumas outras consequências da idéia da equação de quantização de Planck. A energia de repouso de um elétron é dada por $E_0=M_0c^2$; igualando essa energia a $E_0=h\nu_0$, Stark obteve uma frequência ν_0 associada ao elétron em repouso. Stark supôs que essa frequência corresponderia a um fenômeno periódico

do elétron, que poderia ser sua rotação. Assim, o elétron deveria exibir uma estrutura, ou anisotropia (STARK, 1907, p. 883). Thomas Kuhn ridicularizou essas idéias de Stark (KUHN, 1978, p. 222), mas veremos mais adiante que Louis de Broglie empregou uma hipótese semelhante a esta, como base de sua teoria ondulatória do elétron.

Note-se que Stark, neste artigo, não citou o trabalho de Einstein de 1905 (que, provavelmente, desconhecia) e não fez menção explícita à idéia de quanta de radiação. Tanto no artigo de 1907 quanto no de 1908, Stark se refere apenas a Planck, e não a Einstein:

Na sua teoria termodinâmica da radiação, Planck encontrou a lei simples $e=h_0n=h_0c/\lambda$, onde e é um elemento de energia, $h_0=6.55 \times 10^{-27}$ uma constante, n a frequência, λ o comprimento de onda de um ressonador eletromagnético, c a velocidade da luz; de acordo com essa “lei elementar”, a energia de um ressonador eletromagnético muda durante um período por um múltiplo de e . (STARK, 1908, p. 320)

Em um trabalho posterior, em 1908, Stark afirmou que não era necessário assumir uma estrutura descontínua para a energia radiante, e que bastava considerar que as trocas de energia com os ressoadores eletromagnéticos obedecia à lei de Planck (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 103).

Em trabalhos posteriores, Stark aplicou a relação $E=h\nu$ para tentar explicar os espectros de faixas e fenômenos fotoquímicos (KUHN, 1978, p. 224). Em 1909, ele anunciou seu apoio à hipótese das partículas de luz, tornando-se o único físico (além do próprio Einstein) a defender essa idéia (*ibid.*, p. 224).

No seu trabalho de 1905, Einstein havia introduzido a idéia de *quanta de energia*, associados à luz. Não descreveu nenhuma outra propriedade mecânica desses quanta. No entanto, a teoria eletromagnética da luz, em seus desenvolvimentos no final do século XIX e início do século XX por J. J. Thomson e Poincaré, havia incorporado a idéia de que o fluxo de energia eletromagnética deveria estar associado a uma densidade de momentum do campo. Assim, a luz deveria transportar também momentum.

Einstein não explorou essa consequência teórica. A idéia de um momentum associado aos quanta de luz não aparece nos primeiros trabalhos de Einstein, e sim em um artigo de 1909, publicado por Johannes Stark (PAIS, 1982, p. 409). Stark considerou que, se a energia da radiação era quantizada, esses quanta deveriam se comportar como partículas com quantidade de movimento $p=E/c=h\nu/c$ (JAMMER, 1966, p. 37), indicando também que a interação entre esses quanta e um elétron deveria obedecer às leis de conservação da energia e do momentum (WHEATON, 1983, p. 125). No mesmo trabalho, Stark sugeriu um experimento que permitiria medir experimentalmente o efeito desse momento dos quanta de radiação, pelo estudo da interação dos raios X com a matéria. Nessa proposta experimental Stark previu, essencialmente, o efeito Compton, que só foi descoberto em 1922, e que será discutido no próximo capítulo.

Durante o desenvolvimento desses trabalhos, Stark e Einstein mantiveram correspondência científica e trocaram idéias e trabalhos sobre o assunto. No final de 1908, Einstein considerava Stark seu aliado na defesa do quantum de luz. No entanto, apenas em 1909 Stark passou a defender publicamente, de forma clara, essa hipótese (WHEATON, 1983, p. 122).

Apesar do apoio de Stark a Einstein, eles não concordavam em todos os aspectos. Em 1909, após a publicação de um artigo por Stark, Einstein comentou em uma carta a seu amigo Laub que “Stark produziu de novo um puro lixo”²⁶ (WHEATON, 1983, p. 130).

Em um trabalho que publicou em 1909, Stark procurou dar conta dos fenômenos de interferência supondo que entre os quanta de radiação originados de pontos próximos (distância inferior ao comprimento de onda) surgiriam propriedades coletivas, capazes de explicar tais fenômenos. Em 1910, ele sugeriu que os efeitos de interferência proviriam de agregados coerentes de quanta de luz (*ibid.*, p. 172).

O relacionamento entre Stark e Einstein parece ter se deteriorado depois, porque Einstein publicou em 1912 um artigo deduzindo as leis das reações fotoquímicas a partir da hipótese dos quanta de luz, sem citar um trabalho anterior de Stark (de 1908) que tinha obtido os mesmos resultados. Stark protestou, e Einstein respondeu de forma agressiva (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 104).

1.8 OS TRABALHOS DE EINSTEIN DE 1909 E A DUALIDADE

Como vimos, em 1905 e 1906 Einstein defendeu a proposta dos quanta de luz, que seriam concentrações pontuais indivisíveis de energia. Paralelamente, outros autores sugeriram que alguns fenômenos da radiação poderiam ser explicados por uma hipótese corpuscular. Durante três anos, Einstein não voltou a falar sobre os quanta de luz, retornando ao assunto apenas em 1909, quando publicou dois artigos relevantes, que serão discutidos a seguir. Durante esse período, é possível que Einstein estivesse com dúvidas sobre sua hipótese. Sabe-se que Max von Laue escreveu a Einstein, em 1906: “Para mim, qualquer artigo no qual se apliquem considerações estatísticas ao vácuo parece muito duvidoso” (PAIS, 1982, p. 383). No ano seguinte, Laue escreveu novamente a Einstein: “Gostaria de lhe dizer como estou contente por você ter desistido da sua teoria do quantum de luz” (*ibid.*, p. 383). Abraham Pais acredita que Laue interpretou mal a posição de Einstein; mas pode ser que Einstein estivesse realmente recuando de sua posição inicial, nessa época.

Depois de tudo o que se discutiu anteriormente, fica difícil visualizar uma interpretação dualística para a luz no artigo de Einstein de 1905. Porém, o próprio Louis de Broglie defende que Einstein propôs essa dualidade nos trabalhos de 1909. De Broglie também afirmou que o que ele próprio fez foi apenas seguir os passos que o físico alemão já havia dado. Vejamos o que ele diz neste trecho abaixo²⁷:

Na preparação desta nota, eu reli o artigo que ele [Einstein] publicou no *Physikalische Zeitschrift*, em 1909, sob o título: “Exposição das idéias atuais sobre a teoria da luz” [...]. Depois de ter lembrado os seus trabalhos sobre as flutuações na radiação negra, Einstein termina com a seguinte conclusão notável: “Parece-me que o campo eletromagnético da luz comporta pontos singulares, como o campo eletrostático dos elétrons, não sendo proibido crer que os campos em torno destes pontos singulares poderiam adquirir o caráter de uma onda, cuja amplitude dependeria da densidade destes pontos singulares. Nós obteríamos, assim, esta teoria mista, ao mesmo tempo

²⁶ Traduzimos por “lixo” a palavra alemã “Mist”, que pode ser traduzida também como estrume, esterco, bosta, asneira, disparate.

²⁷ Interessante também é o título do capítulo – *Le dualisme des ondes et des corpuscules dans l'oeuvre de Albert Einstein*.

ondulatória e corpuscular, que parece exigir a natureza do problema”. (DE BROGLIE, 1987, pp. 102)

Portanto, De Broglie está sugerindo que há no artigo de Einstein de 1909 uma preocupação em entender a natureza física da luz (radiação), nos seus aspectos corpuscular e ondulatório.

Num texto publicado no livro *Nouvelles perspectives en microphysique*, Louis de Broglie parece insistir na atribuição do conceito de dualidade onda-partícula a Einstein.

Albert Einstein terminou sua vida em Princeton, no derradeiro 18 de abril, numa pequena casa, na qual ele vivia, muito retirado, depois de longos anos. Na sua juventude, época onde ele multiplicou as provas de seu fulgurante gênio, **ele havia sido o primeiro, na sua teoria dos quanta de luz, a reconhecer no seio da radiação o dualismo das ondas e dos corpúsculos**. Ele havia visto toda a dificuldade em encontrar uma solução clara do temível problema, que interiormente aparecia com a existência dos quanta, que este dualismo apresentava. Em toda sua vida, esta questão iria preocupá-lo. (DE BROGLIE, 1956, p. 201; nossa ênfase)

Novamente, vemos que Louis de Broglie atribuiu o conceito de dualidade onda-partícula na luz, para Einstein.

Vejamos a opinião do físico e historiador da ciência Thomas S. Kuhn em seu livro *Teoria do Corpo Negro e Descontinuidade Quântica (1894-1912)*, a respeito do ano de 1909.

Em 1909 ele [Einstein] não era tão desconhecido, como em 1905 e 1906. Ao contrário, um dos dois principais temas dos artigos e discussões no encontro de Salzburg da Naturforscherversammlung, onde ele falou, foi a teoria da relatividade (o outro foi sobre radioatividade). Sem dúvida, o convite ocorreu em função do que Einstein havia exposto anteriormente. Publicado sob o título “O desenvolvimento de nossa visão sobre a natureza e constituição da radiação”, ele tratava tanto sobre relatividade quanto sobre o quantum.

Considerando estes tópicos, Einstein, é claro, argumentou muito mais do que a necessidade em introduzir descontinuidades na teoria do corpo-negro. Ele perguntou, em particular, se estas descontinuidades seriam restritas à interação da radiação com a matéria – assim preservando a validade das equações de Maxwell para a propagação no espaço vazio – concluindo que não poderiam. Nós devemos, insistiu ele, aceitar o comportamento da radiação de alta frequência como partícula, posição que ele defendeu com uma considerável extensão e generalização dos argumentos de flutuação que havia desenvolvido em 1905²⁸. Mas, como previamente notei, mesmo tendo estendido seus argumentos, não persuadiu quase ninguém. Desconhecidas antes de 1902, as flutuações termodinâmicas não eram tão familiares e ainda não eram questões completamente discutidas em física. Ninguém, incluindo o próprio Einstein, viu como

²⁸ Nota de Thomas S. Kuhn – “Tendo em 1905 considerado a entropia da radiação distribuída de acordo com a lei de Wien, Einstein em seus dois artigos de 1909 dedicou-se ao problema correspondente à distribuição de Planck. Ele, então, mostrou que a flutuação quadrática média do corpo-negro na cavidade poderia ser representada como uma soma de dois termos, um dominante de alta frequência, o outro de baixa. O primeiro correspondendo ao comportamento de partícula; o segundo, a flutuações produzidas por interferência de ondas”.

as propriedades de partículas poderiam ser reconciliadas com a vasta extensão dos efeitos de interferência, explicação que havia marcado o constante avanço da teoria ondulatória da luz durante cem anos. Como resultado, o primeiro impacto destas partes da fala de Einstein foi conduzir a incertezas sobre o que poderia ser o conteúdo da teoria do corpo-negro de Planck. Os conceitos de partículas de luz e de ressoadores restritos a energias $nh\nu$ haviam entrado na física juntos, nos artigos de Einstein de 1905 e 1906, e eles permaneciam para ele como parte de uma única teoria, ainda inacabada. Como o primeiro horrorizava até mesmo teóricos persuadidos da necessidade do segundo, separar os dois ou encontrar um substituto para ambos era, em 1909, tarefa central para aqueles que se preocupavam em desenvolver ou aplicar o quantum. (KUHN, 1978, p. 186)

Assim, segundo Thomas S. Kuhn, Einstein sugeriu que havia um problema quanto à interpretação e compreensão da própria radiação, mas ele teria sido incapaz de resolvê-lo. Isso entra em conflito com o que vimos na citação de De Broglie. Pode-se pensar como Thomas Kuhn, que Einstein chamou a atenção para um grande problema que se apresentava na física, mas que ele mesmo foi incapaz de resolvê-lo de forma convincente, ficando esta tarefa para Louis de Broglie, que inicia um programa na tentativa de solucioná-lo e formalizá-lo matematicamente.

Referindo-se aos artigos de Einstein de 1909, Max Jammer comentou: “Embora a compreensão completa da natureza dualística da luz pertença a um estágio posterior no desenvolvimento da teoria quântica, suas raízes podem ser encontradas em um dos trabalhos iniciais de Einstein sobre a radiação do corpo negro” (JAMMER, 1966, p. 37).

John Hendry considera igualmente que a sugestão da dualidade onda-partícula para a luz foi feita por Einstein em 1909, e que passou a ser aceita por alguns físicos em 1913 (HENDRY, 1980, pp. 59-60). No entanto, segundo Hendry, essa proposta não passou do nível de uma conjectura, não constituindo uma teoria. Einstein apresentou um argumento estatístico, baseado na análise de flutuações, para tentar mostrar que a fórmula da radiação do corpo negro era incompatível com uma teoria puramente ondulatória, e que era necessário fundir a teoria corpuscular com a teoria ondulatória; no entanto, ele não propôs nada que pudesse ser considerado como uma teoria dualística; e seus argumentos não convenceram a ninguém (HENDRY, 1980, p. 66).

Outro autor que poderíamos citar como defensor de que a dualidade onda-partícula fora idealizada por Einstein em 1909, é o físico Abraham Pais em seu livro *Sutil é o Senhor... A Ciência e a Vida de Albert Einstein*. Referindo-se aos artigos de 1909 de Albert Einstein, Pais escreveu:

Este é um dos argumentos que levaram Einstein, em 1909, a retomar seu ponto de vista sobre o estado da teoria da radiação da seguinte maneira.²⁹

Já tentei mostrar anteriormente que as bases atuais da teoria da radiação têm que ser abandonadas [...]. Minha opinião é que a próxima fase no desenvolvimento da física teórica nos trará uma teoria da luz que possa ser interpretada como uma espécie de fusão da teoria ondulatória e da teoria da emissão [...]. [A] estrutura ondulatória e [a] estrutura quântica [...] não devem ser consideradas mutuamente incompatíveis [...].

²⁹ Nota do autor Abraham Pais – “Na citação que se segue, combino frases dos artigos de Janeiro e Outubro”.

Parece deduzir-se da lei de Jeans que teremos que modificar nossas teorias atuais, sem abandoná-las completamente. (PAIS, 1982, p. 404; PAIS, 1979, p. 878)

O que Pais conclui deste trecho citado acima, contrariando o que afirmou Kuhn, é que Einstein tinha plena convicção de que uma teoria dualística envolvendo a luz (radiação) e a teoria corpuscular da emissão deveria ser buscada para resolver o problema da interação da radiação com a matéria, tendo como ponto de partida a lei de Jeans e não a de Planck.

Note-se que Abraham Pais fundamentou sua opinião com uma citação de Einstein que foi *forjada*, reunindo pedaços de frases de dois artigos diferentes. Tal tipo de “citação”, que não respeita os contextos de onde as frases estão sendo extraídas, é inadmissível, sob o ponto de vista historiográfico.

Outra posição seria a apresentada por Karl Popper em um dos itens do seu livro *Quantum Theory and the Schism in Physics*:

Desde a teoria do fóton de Einstein tornou-se duvidoso se a luz não é nada mais que um distúrbio Maxwelliano, uma vibração do campo. Dentro de um trem de vibrações (ondas de luz) há uma entidade associada como se fosse uma partícula, um fóton, que é emitido por um átomo e absorvido por outro átomo. De acordo com De Broglie, há um dualismo similar de partícula e onda para partículas de matéria. (POPPER, 1982, p. 164)

Note-se que Popper é extremamente anacrônico, em sua posição. Como já vimos, Einstein não utilizou o termo “fóton”, nem falou sobre trens de ondas, nem sobre a associação entre um trem de ondas e uma partícula. Igualar a idéia de Einstein à de De Broglie é também um equívoco. Por fim, note-se que Popper não indica quando (em que ano) Einstein teria proposto tal idéia.

Num artigo publicado na revista *The Natural Philosopher* no ano de 1964, o historiador da física Martin J. Klein apresentou uma posição que parece ser diferente da que adotou em seu artigo de 1963 (*Einstein's First Paper on Quanta*). No artigo de 1963, Klein mostrou que a preocupação de Einstein estava voltada para uma teoria corpuscular que explicasse alguns fenômenos físicos que a teoria ondulatória não era capaz de explicar³⁰.

No entanto, no artigo de 1964 (*Einstein and the wave-particle duality*) ele fez o seguinte comentário:

Estes “comentários curtos, porém difíceis de entender” [Schrödinger] que Einstein fez no final de 1924 formam o foco deste ensaio. Eles consistiam de um vigoroso restabelecimento das idéias de De Broglie de que ondas deveriam ser associadas a partículas materiais, retornando aos convincentes argumentos baseados na teoria quântica de Einstein para um gás ideal. Ambas, as idéias de De Broglie e o trabalho de Bose, que Einstein aplicou em sua teoria do gás, podem, alternadamente, ser corretamente consideradas como oriundas dos estudos revolucionários de Einstein sobre a natureza da radiação, sustentadas desde o início de sua carreira. **Einstein havia estabelecido a existência do caráter dual na radiação, a dualidade onda-partícula,**

³⁰ “Einstein sugeriu que para tais fenômenos, como a radiação do corpo negro e o efeito fotoelétrico, poder-se-ia muito bem substituir a teoria ondulatória da luz pela hipótese dos quanta de luz, que ele estava promovendo” (KLEIN, 1977, p. 21)

e por muito tempo enfatizara sua importância fundamental para o futuro da física. Ele era, no entanto, o físico que melhor conseguia ver o significado do trabalho de De Broglie e explorar suas implicações. Fazia muito tempo que os experimentos de Compton haviam finalmente convencido uma boa maioria dos físicos da realidade dos quanta de luz, partículas de radiação, Einstein associou-se a De Broglie em sua proposta, **de que esta mesma dualidade onda-partícula** deveria manter-se tanto para a matéria, como para a radiação. Pouco espanta que sua influência fosse sentida rapidamente e decisivamente, e não menos por Schrödinger. (KLEIN, 1964, pp. 4-5; nossa ênfase)

Nos trechos que estão em negrito acima, Klein afirmou que Einstein já havia estabelecido a dualidade onda-partícula para radiação. O que não está claro aqui é em que trabalho Einstein havia formulado esta concepção; porém, como ele se refere a idéias que Einstein teria “desde o início de sua carreira” pode ser que Klein estivesse se referindo ao trabalho de 1905.

Percebe-se, por todas essas citações, que não há um consenso sobre o significado dos trabalhos de Einstein de 1909. Vamos examiná-los a seguir.

1.9 OS ARTIGOS DE EINSTEIN DE 1909

Em 1909 Einstein publicou dois artigos sobre a natureza da radiação, que vamos analisar a seguir. O primeiro (EINSTEIN, 1909a), intitulado “Sobre a situação atual do problema da radiação” [*Zum gegenwärtigen Stand des Strahlungsproblems*], foi apresentado em janeiro desse ano. O segundo artigo (EINSTEIN, 1909b), intitulado “Sobre o desenvolvimento de nossa visão sobre a natureza e constituição da radiação” [*Über die Entwicklung unserer Anschauungen über das Wesen und die Konstitution der Strahlung*] foi apresentado em um congresso realizado em Salzburg, em setembro de 1909. Eles estão estreitamente relacionados entre si, contendo muitas partes em comum e se complementando.

1.9.1 “Sobre a situação atual do problema da radiação” (EINSTEIN, 1909a)

Inicialmente, no primeiro dos artigos de 1909, Einstein indicou que seu objetivo era participar da discussão sobre a questão da radiação, que havia sido abordada por Lorentz, Jeans e Ritz, e que desejava apresentar sua opinião, embora esta não fosse definitiva. No ano anterior, Lorentz havia publicado uma nova demonstração de que a lei de Rayleigh-Jeans era uma consequência necessária da física clássica; e Ritz havia discordado de Lorentz. Esses trabalhos parecem ter levado Einstein a escrever seu trabalho.

Primeiramente, Einstein criticou o trabalho de Ritz, que havia defendido o uso de funções retardadas no eletromagnetismo. Embora Einstein não tenha dito claramente, o ponto principal parecia ser que, com o uso de funções retardadas, a transferência de energia à distância dar-se-ia sem que fosse possível localizar, em cada instante, a posição dessa energia. Isso contraria ao mesmo tempo a idéia de ondas eletromagnéticas e a dos quanta de luz. Outro aspecto é que Ritz queria ver nesse aspecto da teoria eletromagnética a origem da irreversibilidade dos processos de troca de energia. Einstein defendeu (EINSTEIN, 1909a, p. 359) que os processos eletromagnéticos elementares seriam reversíveis.

Na seqüência, Einstein disse que uma das maneiras mais simples de se expressar as leis da eletrodinâmica poderia ser dada pelas equações diferenciais parciais de Maxwell-Lorentz, as quais ele comparou às funções retardadas de Ritz, admitindo que estas funções são apenas formas matemáticas auxiliares, e não leis gerais. Isto não quer dizer que ele estava completamente de acordo com a formulação de Maxwell-Lorentz, pelo contrário, seu objetivo era questioná-la.

Einstein afirmou que estas funções retardadas e as equações de Maxwell-Lorentz não satisfaziam o princípio da [conservação] da energia, o qual não poderia ser abandonado até que se encontrasse boa razão para fazê-lo. Ele colocou em dúvida não só a teoria de Maxwell-Lorentz, como também, a teoria de Newton, achando-as incompletas na explicação dos fenômenos.

É certamente verdade que as equações de Maxwell para o espaço vazio, por si só, não dizem qualquer coisa, elas representam somente uma construção intermediária; mas, como é bem conhecido, exatamente o mesmo poderia ser dito sobre as equações de movimento de Newton, assim como sobre qualquer teoria que necessite ser completada, para se produzir um quadro de um fenômeno complexo. (EINSTEIN, 1909a, p. 357)

Na segunda seção de seu artigo, Einstein discutiu a teoria de Rayleigh-Jeans para a radiação do corpo negro. Partindo da relação entre a densidade de energia da radiação e a energia média dos osciladores, que havia sido deduzida por Planck

$$E_v = (c^3/8\pi v^2)\rho_v \quad 1.39$$

e utilizando o princípio de equipartição da energia,

$$\overline{E_v} = RT/N \quad 1.40$$

ele chegou à fórmula de Jeans:

$$\rho_v = (R/N) (8\pi/c^3)v^2T \quad 1.41$$

A dedução é semelhante à do artigo de 1905.

Em 1908, Lorentz já havia mostrado que a lei de Rayleigh-Jeans era uma consequência necessária da teoria clássica, e que o único modo de deduzir outra lei para a radiação do corpo negro era introduzir alguma mudança fundamental na física (KUHN, 1978, p. 191).

A teoria (clássica) da época levava inevitavelmente à fórmula de Jeans, na opinião de Einstein (EINSTEIN, 1909a, p. 360). No entanto, a fórmula lhe parecia incompatível com os fatos, e ele fez o seguinte comentário:

Por que, afinal, os sólidos emitem luz apenas acima de uma temperatura fixa, definida de modo bastante nítido? Por que os raios ultravioleta não estão em grande quantidade por toda parte, se eles são realmente produzidos a temperaturas ordinárias? Por que é possível armazenar chapas fotográficas altamente sensíveis em caixas

durante um longo tempo, se produzem constantemente raios de pequeno comprimento de onda?. (EINSTEIN, 1909a, p. 361)

Martin Klein indica, em seus artigos, diversos fenômenos que, segundo Einstein, não podiam ser explicados por uma teoria ondulatória (KLEIN, 1964, p. 7; KLEIN, 1980, p. 175); mas omite alguns erros de Einstein, como a idéia de que os corpos aquecidos só começam a emitir luz a partir de uma temperatura bem definida.

Se a fórmula de Jeans não está correta, então, seria necessário rejeitar ou a equação 1.39 $[E_v = (c^3/8\pi v^2)\rho_v]$, que se baseia na teoria eletromagnética, ou a equação 1.40 $[\bar{E}_v = RT/N]$, que se baseia na mecânica estatística, ou ambas.

Nas seções 4 e 5 do seu artigo, Einstein procura “corrigir” as imperfeições lógicas da teoria de Planck e responder a questão: “Como é possível relacionar a teoria da radiação de Planck com os resultados obtidos na seção 2” (EINSTEIN, 1909a, p. 361).

Einstein considerou que a dedução que Planck apresentou para sua fórmula da radiação do corpo negro tinha certos problemas. Por isso, ele analisou os conceitos de probabilidades utilizados, afirmando que “a fórmula da radiação de Planck é incompatível com a base teórica da qual o Sr. Planck partiu” (EINSTEIN, 1909a, p. 363).

Segundo Einstein, essa “imperfeição lógica” referia-se à maneira como Boltzmann e Planck definiram W (número de complexos de um determinado estado)³¹. Ao longo de seu trabalho de 1909, Einstein faz várias críticas a Planck, como por exemplo: “Nem o Sr. Boltzmann nem o Sr. Planck forneceram uma definição de W [probabilidade]” (EINSTEIN, 1909a, p. 362; ver também MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, pp. 119-120).

Para deduzir a fórmula da radiação do corpo negro, Einstein sugeriu modificações na teoria de Planck. Ele indicou, então, que para deduzir a fórmula de Planck poder-se-ia manter a equação 1.39 $[E_v=(c^3/8\pi v^2)\rho_v]$, desde que se alterasse a teoria estatística utilizada, introduzindo a quantização da energia dos osciladores, isto é, supondo que eles só podiam ter energias $E=nhv$. Como vimos anteriormente, a dedução de Planck utilizava praticamente o mesmo raciocínio, mas a idéia de quantização não era muito clara.

Na seção 6 do artigo, Einstein procurou analisar qual significado poderia ser atribuído à lei de Planck da radiação. No artigo de 1905 ele havia utilizado a lei de Wien e, a partir dela, havia feito uma análise estatística (que havia justificado a introdução dos quanta de luz). Agora, ele faz uma análise partindo da equação do corpo negro de Planck. Ele estudou dois espaços interconectados, com paredes refletoras, dentro dos quais haveria radiação em equilíbrio, que poderia passar de um espaço para o outro. Ele analisou as flutuações de densidade de energia que poderiam ocorrer nesses espaços e deduziu que elas seriam regidas pela lei matemática abaixo:

$$\epsilon^2 = \frac{R}{Nk} \left\{ v h \eta_0 + \frac{1}{8\pi} \frac{c^3}{v^2} \frac{\eta_0^2}{dv} \frac{1}{V} \right\} \quad 1.42$$

³¹ O termo utilizado no original alemão é “Komplexionen”, que foi aqui traduzido por “complexos”: “Weder Herr Boltzmann noch Herr Planck haben eine Definition von W gegeben. Sie setzen rein formal W =Anzahl der Komplexionen des betrachteten Zustandes” (EINSTEIN, 1909a, p. 187 do original alemão). De acordo com o contexto, aqui Einstein está se referindo ao número de microestados correspondendo a um dado macroestado.

Einstein afirmou que esta expressão seria incompatível com a teoria da radiação aceita na época (teoria ondulatória) (EINSTEIN, 1909a, p. 365). De acordo com a teoria ondulatória da luz, a única causa possível das flutuações de energia nos dois espaços seria a existência de interferência das ondas. Einstein analisou as flutuações de densidade de energia que ocorreriam por este motivo (interferência das ondas), utilizando um argumento aproximado (análise dimensional) e obteve uma fórmula correspondente ao segundo termo da equação anterior (EINSTEIN, 1909a, p. 366). O primeiro termo da equação não poderia, assim, ser explicado pela teoria ondulatória³².

O primeiro termo poderia ser interpretado, segundo Einstein, de uma outra forma: as flutuações que seriam produzidas “se a radiação consistisse em quanta de energia $h\nu$ movendo-se independentemente um do outro” (EINSTEIN, 1909a, p. 366).

Na seção seguinte de seu artigo (seção 7), Einstein fez um outro cálculo sobre flutuações estatísticas, mas utilizando agora considerações sobre *pressão*, e não sobre densidade de energia. Ele supôs um pequeno espelho de área f capaz de se mover livremente numa cavidade, e calculou as flutuações de pressão, que produziriam flutuações no movimento desse espelho (EINSTEIN, 1909a, p. 367-369), acabando por obter uma fórmula semelhante à anterior:

$$\frac{\Delta^2}{\tau} = \frac{f}{c} \left\{ (h\nu)\rho + \frac{c^3}{8\pi} \frac{\rho^2}{\nu^2} \right\} d\nu \quad 1.43$$

Einstein afirmou que, assim como na dedução da expressão anterior (equação 1.42), o segundo termo representaria flutuações devidas à interferência das ondas, e o primeiro termo as “flutuações da pressão de radiação que poderiam ser explicadas completamente pela suposição de que a radiação consistisse em complexos de energia $h\nu$ não muito grandes, que mover-se-iam independentemente” (EINSTEIN, 1909a, p. 369)³³. Note-se que, como no artigo de 1905, Einstein não estava aqui oferecendo nenhuma teoria quântica que pudesse explicar os fenômenos de interferência e difração.

Na seção 8 do mesmo artigo, Einstein conclui, das duas análises de flutuações estatísticas, que a natureza da radiação deveria ser diferente daquilo que se acreditava (teoria ondulatória). A teoria aceita proporciona corretamente apenas as médias no tempo das grandezas medidas, porém levaria a resultados incorretos sob o ponto de vista estatístico. A discrepância seria maior para grandes frequências da radiação e pequenas densidades de energia.

Segundo Max Jammer, “Einstein parece não ter percebido, naquela época, a grande importância de suas conclusões. Seu ponto principal era mostrar que a teoria ondulatória da luz, do modo como era concebida naquela época, era incompatível com a lei da radiação de Planck, que estava bem estabelecida experimentalmente” (JAMMER, 1966, p. 38).

³² A demonstração de que o segundo termo dessa equação correspondia a flutuações de energia que podiam ser interpretadas a partir de interferências entre ondas foi feita de um modo grosseiro (por análise dimensional) por Einstein. A dedução rigorosa foi feita posteriormente por Lorentz, em 1912 (JAMMER, 1966, p. 38)

³³ O termo alemão que foi aqui traduzido por “complexos” era “Komplexen”: “Wäre das erste Glied allein vorhanden, so ließen sich die Schwankungen des Strahlungsdruckes vollständig erklären durch die Annahme daß die Strahlung aus voneinander unabhängig beweglichen, wenig ausgedehnten Komplexen von der Energie $h\nu$ bestehe.” (EINSTEIN, 1909a, p. 190 do original alemão).

Indicamos abaixo, um ponto importante das exposições de Einstein.

Vimos que a lei da radiação de Planck pode ser entendida se admitimos que a energia de oscilação de frequência ν puder ocorrer somente em quanta de magnitude $h\nu$. De acordo com o que foi dito anteriormente, não é suficiente assumir que a radiação pode somente ser *emitida* ou *absorvida* em quanta desta magnitude, isto é, que estamos somente lidando com uma propriedade da matéria que emite ou absorve; as considerações 6 e 7 mostram que as flutuações na distribuição espacial da radiação e na pressão de radiação também ocorrem como se a radiação consistisse de quanta da magnitude indicada. Certamente, não pode ser afirmado que a teoria quântica segue-se da lei da radiação de Planck como uma *conseqüência* e que outras interpretações estejam excluídas. No entanto, podemos afirmar, de fato, que a teoria quântica fornece uma interpretação mais simples da fórmula de Planck. (EINSTEIN, 1909a, p. 370)

Ou seja: para deduzir a equação de Planck do corpo negro, era necessário apenas supor a quantização das trocas de energia dos osciladores. No entanto, “as flutuações na distribuição espacial da radiação e na pressão de radiação também ocorrem como se a radiação consistisse de quanta da grandeza indicada” (EINSTEIN, 1909a, p. 370).

Como essa análise havia se baseado na fórmula de Planck, Einstein acrescentou que, mesmo se essa lei não fosse válida, seria obtida a mesma conclusão, porque partindo-se da lei de Wien (que corresponde à lei de Planck no domínio em que ela foi confirmada pela experiência) chegar-se-ia à teoria dos quanta de luz. Ora, lembremo-nos que, em 1905, Einstein havia utilizado apenas a lei de Wien. Portanto, aqui, ele não parece preocupado em obter algum resultado mais geral ou profundo do que o obtido anteriormente. O ponto central continua sendo o de defender a existência dos quanta de energia na radiação.

Na seção 9 do artigo, Einstein se referiu a algumas conseqüências da hipótese dos quanta de luz: lei de Stokes, efeito fotoelétrico (“velocidade dos raios catódicos produzidos por luz ou raios X”), luminescência catódica, espectro de raios canais, possíveis violações da lei de Stokes, ionização de gases, calor específico, etc.

Einstein comentou que não se poderia abandonar a teoria antiga (ondulatória) e que a lei de Jeans seria válida somente para baixas frequências. Parece que, nessa época, Einstein ainda estava influenciado pela idéia de Wien de que existiam dois tipos de radiação qualitativamente diferentes – um de grande comprimento de onda, outro de pequeno comprimento de onda – e que eram necessárias duas teorias diferentes para explicar esses dois domínios.

Para tentar identificar o tipo de mudança que precisaria ser feita na teoria eletromagnética de modo a poder introduzir os quanta de luz, Einstein fez uma nova análise dimensional, baseada em um raciocínio de Jeans, através da qual chegou a uma relação entre a constante de Planck, a carga do elétron e a velocidade da luz.

$$h = e^2/c \quad 1.44$$

No entanto, ao substituir os valores numéricos, Einstein observou que a relação não seria correta, havendo uma diferença de três ordens de grandeza entre os dois lados da equação. “Mas isso pode ser devido ao fato de que os fatores adimensionais não são

conhecidos” (EINSTEIN, 1909a, p. 373), ou seja, a análise dimensional não permitiria determinar se haveria outras constantes envolvidas (sem dimensões, como π).

Embora o valor numérico obtido fosse completamente errado, Einstein considerou que havia uma relação entre a constante h do quantum de luz e a carga elétrica elementar e . Comentou, então, que o “quantum de eletricidade” e é um elemento estranho na teoria de Maxwell, e que haveria a necessidade de introduzir forças não eletromagnéticas para a construção do elétron. Essas mesmas forças poderiam ser a causa da quantização da luz:

A relação $h=e^2/c$ me parece indicar que a mesma modificação da teoria que conteria como consequência o quantum elementar e , também terá como consequência a estrutura quântica da radiação. (EINSTEIN, 1909a, p. 374)

É curioso que uma idéia semelhante havia ocorrido a Max Planck. Em uma carta que enviou a Paul Ehrenfest em julho de 1905, Planck comentou que poderia existir uma relação entre a quantização da carga elétrica e o quantum de energia, “especialmente porque h tem as mesmas dimensões e a mesma ordem de grandeza que e^2/c ” (KLEIN, 1977, p. 16). Porém, Planck não publicou essa conjectura. Não se sabe se Ehrenfest teria transmitido essa idéia a Einstein, de quem era amigo.

Einstein comentou, no final de seu artigo (EINSTEIN, 1909a, p. 374) que estava fazendo tentativas para alterar a equação fundamental da óptica (equação de onda) de modo a incluir essas considerações, mas que não havia ainda obtido sucesso.

Neste primeiro artigo de 1909, não encontramos nenhuma indicação de uma teoria dualística da radiação, mas novos argumentos a favor da existência dos quanta de luz, em um sentido compatível com o do artigo de 1905.

1.9.2 “Sobre o desenvolvimento de nossa visão sobre a natureza e constituição da radiação” (EINSTEIN, 1909b)

O segundo artigo relevante publicado por Einstein em 1909 (EINSTEIN, 1909b) apresenta uma estrutura interessante. Em primeiro lugar, após uma introdução, Einstein discutiu a teoria da relatividade e sua influência na concepção sobre a luz. Depois, indicou alguns fenômenos difíceis de explicar, segundo a teoria ondulatória. Por fim, apresentou algumas idéias sobre a natureza da radiação.

Logo no início do artigo, Einstein apresentou a opinião aceita por quase todos a respeito da luz. Ele admitiu que a luz exibia os fenômenos de interferência e difração, e que por isso “era difícil duvidar que a luz deva ser concebida como um movimento ondulatório” (EINSTEIN, 1909b, p. 379). Além disso, como a luz pode se propagar no vácuo, imaginou-se que nele haveria algum tipo especial de matéria (o éter luminífero) capaz de intermediar a propagação de ondas de luz.

Apesar da teoria ondulatória da luz (e a idéia de um éter correspondente a essas ondas) ter grande apoio, Einstein achava desnecessária a hipótese do éter: “Hoje em dia, devemos considerar a hipótese do éter como um ponto de vista obsoleto” (EINSTEIN, 1909b, p. 379). Além disso, afirmou que há fenômenos que são mais fáceis de compreender sob o ponto de vista da “teoria da emissão de Newton” (teoria corpuscular), e conjecturou que “o próximo estágio no desenvolvimento da física teórica trará uma teoria da luz que possa ser compreendida como um tipo de fusão entre as teorias ondulatórias e de emissão da luz”

(EINSTEIN, 1909b, p. 379). Aqui aparece a primeira menção de Einstein a uma teoria integrada, que unificasse os dois pontos de vista.

A apresentação que Einstein fez, em seguida, sobre a teoria da relatividade (EINSTEIN, 1909b, pp. 380-386), pode ser considerada como parte de sua estratégia para enfraquecer a teoria ondulatória da luz, atacando o éter.

Einstein descreveu algumas vantagens da teoria eletromagnética, e defendeu que os campos eletromagnéticos não precisariam de uma interpretação mecânica – ou seja, não exigem a existência de um éter (EINSTEIN, 1909b, p. 380); descreveu a teoria do éter, o experimento de Fizeau e o arrastamento parcial do éter (segundo Fresnel), a tentativa de detectar o movimento da Terra em relação ao éter, o experimento de Michelson e Morley, a teoria de Lorentz, o princípio da relatividade, e a necessidade de se abandonar o éter. Evidentemente, Einstein apresentou tudo sob o seu próprio ponto de vista, que não era consensual na época.

Abandonando o éter, Einstein afirmou que: “Nesse caso os campos eletromagnéticos que constituem a luz não aparecerão mais como estados de um meio hipotético, mas como entidades independentes emitidas pelas fontes de luz, exatamente como na teoria da emissão de luz” (EINSTEIN, 1909b, p. 383). Ou seja: Einstein estava sugerindo que o abandono do éter deveria trazer, junto com ele, a aceitação de que a luz é constituída por algum tipo de coisa que pode existir sozinha (como partículas). Na verdade, isso não era uma consequência da teoria da relatividade.

Prosseguindo, Einstein comentou sobre o princípio da constância da velocidade da luz e também sobre as transformações de Lorentz.

Uma importante consequência da teoria da relatividade, associada à questão da natureza da luz, é que quando um corpo emite radiação de energia L , sua massa inercial sofre uma redução igual a L/c^2 (EINSTEIN, 1909b, pp. 385-386). Einstein conclui que:

A teoria da relatividade muda, assim, nossa visão sobre a natureza da luz, pois não concebe a luz como uma seqüência de estados de um meio hipotético, mas como algo que tem uma existência independente, como a matéria. Além disso, essa teoria compartilha com a teoria corpuscular da luz a característica de uma transferência de massa inercial do corpo emissor ao absorvente. Com relação à nossa concepção sobre a estrutura da luz, em particular sobre a distribuição da energia no espaço irradiado, a teoria da relatividade não mudou nada. (EINSTEIN, 1909b, p. 386)

Einstein enfatizou que a teoria da relatividade introduzia uma mudança de visão sobre a natureza da radiação, uma vez que a transmissão de uma energia luminosa E de um corpo para outro implica na transmissão de uma massa igual a E/c^2 . Assim, a luz parecia algo substancial, e a negação da existência de um éter implicava que ela fosse uma entidade que existisse independentemente de um meio (KLEIN, 1964, p. 6; KLEIN, 1980, p. 174).

Em seguida, Einstein sugeriu que iriam surgir novos desenvolvimentos importantes em um futuro próximo: “estamos na fronteira de desenvolvimentos altamente significativos, que ainda não podem ser previstos completamente” (EINSTEIN, 1909b, p. 386).

Após isso, Einstein discutiu fenômenos difíceis de explicar segundo a teoria ondulatória (EINSTEIN, 1909b, pp. 386-388), tais como a relação entre comprimento de onda da luz e os efeitos químicos e fotoelétricos produzidos. Entre os problemas que colocou, estariam: “Por que são necessárias altas temperaturas, isto é, altas energias moleculares, para que a radiação emitida pelos corpos contenha componentes de comprimento de onda curto?”

(EINSTEIN, 1909b, p. 387). É claro que isso não é um problema da teoria ondulatória, pois a lei de deslocamento de Wien (baseada na teoria ondulatória) já explicava isso.

Entre 1905 e 1909, haviam sido feitos vários experimentos sobre o efeito fotoelétrico. Os experimentos de Ladenburg, de 1907, mostravam que a energia dos fotoelétrons aumentava com a frequência da radiação incidente, mas os dados eram compatíveis tanto com uma energia proporcional a v , quanto com uma energia proporcional a v^2 (HENDRY, 1980, p. 65). Nos anos seguintes, a situação não melhorou. Medidas realizadas em 1911-1913 eram compatíveis com diferentes fórmulas (*ibid.*, p. 67).

Nessa época, os físicos não tinham nenhuma razão suficientemente forte para aceitar a hipótese dos quanta de luz. Os fenômenos explicados por essa hipótese pareciam admitir outras interpretações compatíveis com a teoria eletromagnética clássica. A hipótese do “disparo” ou “gatilho” era aceita por quase todos (HENDRY, 1980, pp. 65-66).

Depois de se referir a esses fenômenos que também eram citados no artigo de 1905, Einstein enfatizou que a produção de raios X por raios catódicos e a produção de raios catódicos por raios X (efeito fotoelétrico) pareceriam processos inversos, defendendo a idéia de que os processos elementares de emissão e absorção de radiação fossem o inverso um do outro³⁴. Indicou que na teoria ondulatória a emissão de radiação corresponderia a ondas esféricas espalhando-se, e o processo inverso (ondas esféricas que se concentram) não ocorreria – e, portanto, a emissão de luz não seria reversível. Assim, seria preferível a teoria corpuscular (“teoria Newtoniana de emissão da luz”), porque nela os processos elementares mostrar-se-iam reversíveis (EINSTEIN, 1909b, p. 387). Além disso, como os raios catódicos produzidos pelos raios X possuíam praticamente a mesma energia que os raios catódicos que produziam os raios X, ele conclui que o processo de radiação deveria ser direcionado (não ser constituído por ondas esféricas que se espalham).

Note-se que não se tinha certeza, nessa época, de que os raios X tinham natureza eletromagnética e que, por isso, não era válido inferir que a luz tem propriedades corpusculares, a partir de fenômenos associados aos raios X.

Em seguida, Einstein discutiu a teoria da radiação do corpo negro, acusando Planck de cometer erros. Ele considerou que a existência dos quanta de luz seria uma consequência da teoria de Planck.

A teoria de Planck leva à seguinte conjectura. Se é verdade que um ressoador de radiação só pode assumir valores de energia que são múltiplos de $h\nu$, então é lógico assumir que a emissão e a absorção da radiação só podem ocorrer em quanta desse valor de energia. Com base nessa hipótese, a hipótese dos quanta de luz, pode-se responder as questões levantadas acima sobre a absorção e emissão da radiação. (EINSTEIN, 1909b, p. 390)

Na verdade, as pessoas não consideravam que isso fosse uma consequência da teoria de Planck – e o próprio Planck não concordava com a existência dos quanta de luz.

Depois, tomando a equação do corpo negro de Planck como um resultado confirmado experimentalmente, ele analisou a flutuação de um espelho em uma cavidade com radiação, como no artigo anterior (EINSTEIN, 1909a). A equação foi interpretada, da mesma maneira que fora feito no artigo anterior, como contendo dois termos, um deles correspondente a flutuações explicadas por interferências de ondas, e o outro podendo ser explicado admitindo-

³⁴ Como vimos, esse foi um argumento utilizado por Stark.

se que a luz é constituída por quanta de luz: “Se a radiação consistisse em complexos [*Komplexen*] de energia $h\nu$ de tamanho muito pequeno, movendo-se pelo espaço independentemente – uma concepção que representa a visualização mais grosseira da hipótese dos quanta de luz – então os momentos agindo sobre nossa placa devidos à flutuação da pressão da radiação seriam do tipo representado apenas pelo primeiro termo” (EINSTEIN, 1909b, p. 393). Einstein enfatizou que o primeiro termo é o único relevante, no domínio de validade da lei de Wien. Ou seja: ele não parecia ver os aspectos ondulatório e corpuscular como igualmente importantes, mas enfatizava muito mais os aspectos corpusculares.

De certa forma, Einstein provou que a equação do corpo negro de Planck tinha como consequência a existência dos dois aspectos (ondulatório e corpuscular) para a luz. Por isso, Max Jammer considera que, sem percebê-lo, foi Planck quem introduziu um certo dualismo onda-partícula através de sua teoria do corpo negro. De fato: quando Planck propôs pela primeira vez sua equação, ele a apresentou como um tipo de combinação ou interpolação entre a lei de Wien e a lei de Rayleigh. Embora não estivesse claro, na época, a lei de Wien pode ser interpretada através da teoria corpuscular da luz, e a lei de Rayleigh-Jeans através de uma teoria ondulatória da luz. Quando Einstein, em 1909, mostrou a existência desses dois aspectos a partir da lei de Planck, ele estava desentranhando essa estranha combinação criada pelo próprio Planck, inconscientemente, em 1900 (JAMMER, 1966, p. 44).

Felix Klein comentou que, embora essa análise das flutuações parecesse convincente para Einstein, ela não persuadiu seus colegas, que nem mesmo acreditavam na existência de flutuações (KLEIN, 1980, p. 178).

Einstein não afirmou que possuía uma teoria capaz de conciliar os aspectos ondulatório e corpuscular: “Tanto quanto sei, não foi ainda possível formular uma teoria matemática da radiação que fizesse justiça tanto à estrutura ondulatória quanto à estrutura inferida do primeiro termo da fórmula acima (estrutura quântica)” (EINSTEIN, 1909b, p. 394). Fez, no entanto, a seguinte sugestão:

No entanto, por enquanto, a interpretação mais natural me parece ser a de que a ocorrência de campos eletromagnéticos da luz está associada com pontos singulares, assim como a ocorrência de campos eletrostáticos de acordo com a teoria do elétron³⁵. Não se exclui a possibilidade de que em tal teoria a energia toda do campo eletromagnético possa ser vista como localizada nessas singularidades, exatamente como na velha teoria de ação à distância. Eu imagino mais ou menos que cada um desses pontos singulares está circundado por um campo de força que tem o caráter essencial de uma onda plana e cuja amplitude diminui com a distância do ponto singular. Se muitas singularidades desse tipo estão presentes com separações que são pequenas comparadas com as dimensões do campo de força de um ponto singular, então tais campos de força se superporão, e sua totalidade fornecerá um campo ondulatório de força que pode diferir apenas ligeiramente de um campo ondulatório como definido pela atual teoria eletromagnética da luz. Tenho certeza de que não

³⁵ Note-se que, mais uma vez, Einstein está comparando a quantização da energia com a quantização da carga elétrica. No entanto, esta frase tem um significado mais específico. Quando se considera um corpo eletrizado, na física clássica, a eletricidade é analisada como se fosse um fluido contínuo. No entanto, a física recente (final do século XIX) havia mostrado que a eletricidade era descontínua, ou seja, o fluido elétrico era apenas um modelo válido sob o ponto de vista macroscópico. Da mesma forma, Einstein parece pensar que a idéia de uma onda eletromagnética contínua seria apenas uma visão macroscópica, mas que microscopicamente a radiação seria descontínua.

precisa ser enfatizado particularmente que não se deve associar nenhuma importância a tal imagem enquanto ela não levar a uma teoria exata. Tudo o que eu queria indicar brevemente com sua ajuda é que as duas propriedades estruturais (a estrutura ondulatória e a quântica) mostradas simultaneamente pela radiação de acordo com a fórmula de Planck não precisam ser consideradas como mutuamente incompatíveis. (EINSTEIN, 1909b, p. 394)

A idéia que Einstein estava procurando desenvolver não era muito clara, mas talvez fosse a seguinte: os quanta de luz deveriam ser considerados como pontos de concentração de energia, mas não seriam pontos no sentido matemático. Eles estariam cercados por uma região extensa, onde haveria um campo de forças. Colocando-se vários quanta próximos uns dos outros, regularmente espaçados, teríamos uma estrutura periódica, que poderia se comportar como uma onda, ou quase como uma onda. Ou seja: as características ondulatórias seriam uma propriedade coletiva, de um conjunto de quanta, e não de cada quantum isoladamente.

No entanto, o próprio Einstein não havia conseguido formular matematicamente uma teoria desse tipo, e admitiu, como mostrado acima, que “não se deve associar nenhuma importância a tal imagem enquanto ela não levar a uma teoria exata”.

A apresentação de Einstein em Salzburg não convenceu ninguém, e logo após seu término, Planck (que presidia a sessão) disse que o trabalho era muito interessante, mas que ele não concordava. A única pessoa presente que apoiou Einstein foi Stark (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 122).

A revista *Physikalische Zeitschrift* publicou, juntamente com o texto do trabalho de Einstein, uma transcrição da discussão que ocorreu após sua apresentação no congresso. São especialmente interessantes os comentários de Planck e de Stark. Primeiramente, Planck apresentou argumentos teóricos contra a idéia dos quanta de luz, enfatizando que, de acordo com Einstein, seria necessário abandonar as equações de Maxwell; “Este me parece ser um passo que, em minha opinião, ainda não é necessário” (Planck, em EINSTEIN, 1909b, p. 395). Planck acreditava que todos os problemas de quantização poderiam ser solucionados por uma teoria adequada sobre a interação da matéria com a radiação, sem introduzir os quanta de luz (Planck, em EINSTEIN, 1909b, p. 396).

Stark, logo depois, comentou que havia um fenômeno que lhe parecia mostrar que a energia eletromagnética no espaço deve ser considerada como concentrada: o fato de que mesmo a uma distância de 10 metros, os raios X são capazes de concentrar toda sua energia sobre um único elétron (Stark, em EINSTEIN, 1909b, p. 397). Planck respondeu:

Planck: Os raios X são um caso especial; eu não afirmaria muito sobre eles³⁶. – Stark trouxe-nos algo a favor da teoria quântica, e eu desejo trazer algo contrário a ela; tenho em mente as interferências a enormes diferenças de fase, de centenas de milhares de comprimentos de onda. Quando um quantum interfere consigo mesmo, ele teria que ter uma extensão de centenas de milhares de comprimentos de onda. Isto também é uma certa dificuldade. (Planck, em EINSTEIN, 1909b, p. 397)

Planck não está se referindo exatamente à idéia apresentada por Einstein, pois está supondo que um quantum pode interferir consigo mesmo, ou seja, que cada quantum,

³⁶ Como já comentamos, não havia evidência, nessa época, de que os raios X fossem um tipo de radiação eletromagnética do mesmo tipo que a luz.

individualmente, teria que ter características ondulatórias (como na hipótese de J. J. Thomson). É claro que fica difícil conceber um quantum indivisível “grande”, com vários centímetros de comprimento.

Stark respondeu a Planck:

Stark: O fenômeno de interferência pode ser facilmente oposto contra a hipótese do quantum. No entanto, desde que eles sejam tratados com mais benevolência em relação à hipótese do quantum, será encontrada uma explicação para eles, também – assim eu espero. Quanto ao aspecto experimental, deve-se enfatizar que os experimentos aos quais o Sr. Planck aludiu envolvem radiação muito densa, de tal forma que um número muito grande de quanta de mesma frequência estavam concentrados no feixe de luz; isto deve ser levado em conta quando se discute esses fenômenos de interferência. Com radiação de densidade muito baixa, o fenômeno de interferência seria provavelmente diferente. (Stark, em EINSTEIN, 1909b, p. 397)

Stark parece estar adotando uma visão semelhante à exposta por Einstein, considerando que os efeitos ondulatórios são fenômenos produzidos *coletivamente*, por um grande número de quanta próximos uns dos outros, e que no caso de baixa densidade o fenômeno seria diferente (ou poderia desaparecer). Einstein fez um comentário, logo depois, no mesmo sentido:

Einstein: Provavelmente não seria tão difícil incorporar os fenômenos de interferência como se pensa, e as razões para isso são as seguintes: não se deve assumir que a radiação consiste de quanta que não interagem; isso tornaria impossível explicar os fenômenos de interferência. Eu imagino um quantum como uma singularidade cercada por um grande campo vetorial. Usando um grande número de quanta pode-se construir um campo vetorial que não difere muito do tipo de campo vetorial que assumimos estar envolvido na radiação. (EINSTEIN, 1909b, p. 398)

Lembre-mos que os quanta do artigo de Einstein de 1905 eram descritos como independentes uns dos outros, ou seja, sem interação mútua. Agora, Einstein está admitindo que eles precisam ter algum tipo de interação, para poderem explicar os fenômenos de interferência e difração. Fica novamente claro, nesta citação, que Einstein está tentando explicar os fenômenos de tipo ondulatório como fenômenos coletivos, que exigem um conjunto com um grande número de quanta em interação. Por isso, a defesa que Einstein apresentou em 1909 de uma visão dualística poderia ser vista como um recuo em relação à sua defesa dos quanta de luz, em 1905 (HENDRY, 1980, p. 67).

É importante assinalar que nessa mesma época, sob o ponto de vista experimental, Taylor mostrou que ocorriam fenômenos de interferência mesmo com luz de baixíssima intensidade (TAYLOR, 1909), o que tornava problemática tal proposta. Aparentemente, esses experimentos não eram ainda conhecidos na Alemanha.

1.9.3 Conclusão

De acordo com o que foi apresentado neste capítulo, verificamos que existem diferentes opiniões a respeito da proposta da dualidade onda-partícula para a luz (radiação) de Einstein, tanto no ano de 1905, como no ano de 1909. Apesar do próprio Louis de Broglie

defender a idéia de que a dualidade onda-partícula para a luz pudesse ser atribuída a Einstein em seu trabalho de 1905, concluímos que isso não corresponde à verdade, pois nessa época Einstein estava explorando uma hipótese *puramente corpuscular da luz* para explicar diversos fenômenos físicos, tais como: a transformação da luz monocromática pela fotoluminescência em luz de frequência diferente, a emissão de raios catódicos através da iluminação de corpos sólidos e a ionização de gases por luz ultravioleta. Mesmo não descartando a teoria de Maxwell, Einstein não tentou unir a teoria corpuscular (teoria da emissão de Newton) à teoria eletromagnética de Maxwell, porque, na verdade o seu objetivo ao publicar o artigo de 1905 não era este.

Quanto aos trabalhos de Einstein publicados em 1909, também encontramos diferentes opiniões, que mostraram claramente que vários autores divergem quanto à atribuição do conceito de dualidade onda-partícula para a radiação (luz) nessa época. Enquanto os autores Martin Klein, Abraham Pais, Karl Popper e o próprio Louis de Broglie (novamente) atribuíram o conceito mencionado acima a Albert Einstein, Thomas Kuhn diz que este foi incapaz de propor uma teoria matemática que unisse ambos os aspectos de onda e partícula numa figura física consistente. Max Jammer e John Hendry também aceitam que Einstein fez sugestões de unificação entre as teorias ondulatória e corpuscular, mas não admitem que ele tenha conseguido construir uma teoria dualística. Podemos concordar com essas últimas opiniões, e também com o historiador da ciência James T. Cushing, que comentou:

Na conferência de Salzburgo em 1909, Einstein ofereceu a opinião de que um tipo de fusão das teorias ondulatória e de emissão da luz era necessário para se progredir. Num retrospecto, nós tendemos a ver isto como flertes iniciais em relação ao conceito de dualidade onda-partícula. (CUSHING, 1994, p. 103)

Nem Einstein nem qualquer outro físico da época sabia como desenvolver uma teoria quantitativa que apresentasse ao mesmo tempo propriedades corpusculares e ondulatórias. O próprio Einstein admitiu sua incapacidade em encontrar uma solução para o problema que englobasse esses dois aspectos:

Tanto quanto sei, não foi ainda possível formular uma teoria matemática da radiação que fizesse justiça tanto à estrutura ondulatória quanto à estrutura inferida do primeiro termo da fórmula acima (estrutura quântica). A dificuldade situa-se principalmente no fato de que as propriedades da flutuação da radiação, como expressas pela fórmula acima, oferecem poucas pistas formais, sobre as quais construir uma teoria. Imagine que a difração e o fenômeno da interferência não são ainda conhecidos, mas que nós sabemos que a magnitude média das flutuações irregulares da pressão da radiação é determinada pelo segundo termo da fórmula acima, onde n é um parâmetro de significado desconhecido, que determina a cor. Quem teria imaginação suficiente para construir a teoria ondulatória da luz em tais bases? (EINSTEIN, 1909b, p. 394)

No segundo artigo de 1909 ele procurou indicar uma concepção da luz em que os corpúsculos seriam cercados por campos que, coletivamente, produziriam um efeito ondulatório, mas ficou em um nível qualitativo, sem desenvolver uma teoria, propriamente dita, que correspondesse a essa sugestão.

Deve-se notar que, mesmo se ele tivesse conseguido desenvolver essa idéia, ela não corresponderia a uma concepção dualística da luz no sentido da dualidade utilizada posteriormente por Louis de Broglie. De fato, como a onda seria apenas um efeito coletivo de grande número de quanta cercados por campos, tratar-se-ia de um modelo em que um quantum, isoladamente, não teria propriedades ondulatórias, e a onda só se manifestaria em um nível macroscópico, na presença de um grande número de quanta. Poder-se-ia dizer que tal concepção seria tão dualística quanto a teoria sobre o som, no final do século XIX.

É muito curioso que, quando atribuiu a Einstein a dualidade onda-partícula em 1909, Louis de Broglie fez a citação que já apresentamos acima:

Na preparação desta nota, eu reli o artigo que ele [Einstein] publicou no *Physikalische Zeitschrift*, em 1909, sob o título: “Exposição das idéias atuais sobre a teoria da luz” [...]. Depois de ter lembrado os seus trabalhos sobre as flutuações na radiação negra, Einstein termina com a seguinte conclusão notável: “Parece-me que o campo eletromagnético da luz comporta pontos singulares, como o campo eletrostático dos elétrons, não sendo proibido crer que os campos em torno destes pontos singulares poderiam adquirir o caráter de uma onda, cuja amplitude dependeria da densidade destes pontos singulares. Nós obteríamos, assim, esta teoria mista, ao mesmo tempo ondulatória e corpuscular, que parece exigir a natureza do problema”. (DE BROGLIE, 1987, pp. 102)

Acontece que a citação apresentada por Louis de Broglie entre aspas *não existe em nenhum dos dois artigos de Einstein de 1909*. O único lugar onde Einstein escreveu algo que tem certa semelhança com a citação de De Broglie é o final do seu segundo artigo de 1909 (cujo título, “Sobre o desenvolvimento de nossa visão sobre a natureza e constituição da radiação”, é muito diferente do indicado por De Broglie). Vamos colocar lado a lado o que Einstein escreveu, e a “citação” de De Broglie, para mostrar as diferenças:

Einstein	Citação por De Broglie
No entanto, por enquanto, a interpretação mais natural me parece ser a de que a ocorrência de campos eletromagnéticos da luz está associada com pontos singulares , assim como a ocorrência de campos eletrostáticos de acordo com a teoria do elétron . Não se exclui a possibilidade de que em tal teoria a energia toda do campo eletromagnético possa ser vista como localizada nessas singularidades, exatamente como na velha teoria de ação à distância. Eu imagino mais ou menos que cada um desses pontos singulares está circundado por um campo de força que tem o caráter essencial de uma onda plana e cuja amplitude diminui com a distância do ponto singular. Se muitas singularidades desse tipo estão presentes com	Parece-me que o campo eletromagnético da luz comporta pontos singulares , como o campo eletrostático dos elétrons , não sendo proibido crer que os campos em torno destes pontos singulares poderiam adquirir o caráter de uma onda , cuja amplitude dependeria da densidade destes pontos singulares. Nós obteríamos, assim, esta teoria mista, ao mesmo tempo ondulatória e corpuscular, que parece exigir a natureza do problema. (DE BROGLIE, 1987, p. 102)

separações que são pequenas comparadas com as dimensões do campo de força de um ponto singular, então tais campos de força se superporão, e sua totalidade fornecerá um campo ondulatório de força que pode diferir apenas ligeiramente de um campo ondulatório como definido pela atual teoria eletromagnética da luz. Tenho certeza de que não precisa ser enfatizado particularmente que não se deve associar nenhuma importância a tal imagem enquanto ela não levar a uma teoria exata. Tudo o que eu queria indicar brevemente com sua ajuda é que as duas propriedades estruturais (a estrutura ondulatória e a quântica) mostradas simultaneamente pela radiação de acordo com a fórmula de Planck não precisam ser consideradas como mutuamente incompatíveis. (EINSTEIN, 1909b, p. 394)	
--	--

Os trechos em negrito são os que apresentam alguma semelhança; nota-se que De Broglie distorceu o pensamento de Einstein, adicionando coisas que não fazem parte do artigo original, e omitindo outras. Assim, não se deve dar grande importância à opinião *historiográfica* de Louis de Broglie que foi apresentada.

Capítulo 2

O problema da natureza da radiação, de 1909 a 1922

2.1 INTRODUÇÃO

Após o período estudado no capítulo anterior, Einstein deu pequena contribuição ao problema da natureza da luz. Mesmo a confirmação da equação de Einstein para o efeito fotoelétrico, por Millikan, não levou a uma aceitação da hipótese dos quanta de luz. Os estudos a respeito dos raios X, no entanto, continuaram a proporcionar estímulo para novas especulações sobre esse tema. Nesse período, que vai até a descoberta do efeito Compton, em 1922, veremos que vários físicos (incluindo Maurice de Broglie) passarão a se preocupar com o conflito entre as propriedades ondulatórias e corpusculares da radiação, propondo a construção de uma teoria unificada.

2.2 OPINIÕES SOBRE OS QUANTA DE LUZ

Desde a formulação da hipótese de Einstein sobre a quantização da luz, em 1905, até a descoberta do efeito Compton, em 1922, “poucos físicos teóricos além do próprio Einstein acreditavam que as partículas de luz proporcionavam uma base para pesquisa séria” (KUHN, 1978, p. 182). Segundo Bruce Wheaton, a hipótese dos quanta de luz de Einstein não foi considerada seriamente pelos físicos teóricos durante aproximadamente 15 anos, pois parecia uma rejeição desnecessária da teoria clássica da radiação (WHEATON, 1983, p. 109).

Em 1909, Lorentz criticou a hipótese dos quanta de luz, embora admitisse que ela conseguia explicar vários fenômenos. A principal dificuldade estava em conciliar os quanta de luz com fenômenos de interferência (WHEATON, 1983, p. 170). Em 1902, Otto Lummer e E. Gehrcke publicaram um trabalho em que mostraram ser possível produzir interferência com a luz verde do mercúrio, mesmo quando a diferença de caminho óptico entre os dois feixes era de aproximadamente dois milhões de comprimentos de onda (JAMMER, 1966, p. 43). Portanto – argumentou Lorentz – se essa luz era constituída por quanta, cada um desses quanta teria que ter um comprimento de pelo menos um metro. Não eram, portanto, concentrações *pontuais* de energia, e era difícil pensar em coisas tão grandes como sendo indivisíveis.

Além de serem *compridos*, os quanta de energia também deveriam ter grande *largura*. De fato, os grandes telescópios (com espelhos de grande diâmetro) produziam imagens astronômicas cada vez melhores não apenas porque coletavam maior quantidade de luz, mas também porque o efeito da difração era menor. Isso parecia exigir que as ondas luminosas concentradas pelos telescópios tivessem uma largura de alguns metros, também. Se a luz era constituída por quanta, esses quanta deveriam ter uma largura de alguns metros. Mas – pergunta Lorentz – se os quanta são unidades *indivisíveis* de energia, desse tamanho, como eles poderiam penetrar no olho humano? (JAMMER, 1966, p. 43). Max Jammer considera que foi principalmente por causa de argumentos como esses que a concepção corpuscular da luz proposta por Einstein foi rejeitada por quase todos os físicos da época (JAMMER, 1966, p. 43).

A oposição à idéia dos quanta de luz deve ter afetado bastante a confiança de Einstein. Em 1910, ele escreveu uma carta a Johann Laub dizendo que “No momento eu tenho grande

esperança de resolver o problema quântico, e isso sem usar os quanta de luz” (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 122). Parecia, portanto, que ele estava preferindo deixar de lado a antiga hipótese. Em maio de 1911, Einstein escreveu uma carta a seu amigo Michele Besso, comentando:

Eu não pergunto mais se esses quanta realmente existem. Nem estou mais tentando construí-los, porque agora sei que meu cérebro é incapaz de realizar tal coisa. Mas estou procurando as consequências tão cuidadosamente quanto possível, para aprender o domínio de aplicabilidade desse conceito. (Einstein, *apud* KLEIN, 1980, p. 178; PAIS, 1982, p. 405)

Em 1910, Planck escreveu: “A atitude mais extrema em relação a isso é adotada pelos físicos ingleses J. J. Thomson e J. Larmor, e pelos físicos alemães A. Einstein e J. Stark. Eles tendem a considerar que mesmo o processo eletrodinâmico no puro vácuo, mesmo as ondas luminosas, não se propagam continuamente, mas em quanta discretos (os quanta da luz) de grandeza $h\nu$, onde ν indica a frequência” (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 123).¹

Entre os vários problemas indicados por Planck, ele apresentou um argumento novo: quando a frequência da onda eletromagnética tende a zero, e o campo se torna estático, seria preciso considerar que os quanta teriam energia zero, e haveria infinitos quanta (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 124). Essa consequência parecia absurda.

A opinião negativa de eminentes físicos sobre a hipótese dos quanta de luz de Einstein pode ser vista em um documento elaborado em 1913 por Planck, Warburg, Nernst e Rubens, indicando-o para ocupar uma vaga da Academia Alemã de Ciências. Estes físicos elogiaram o trabalho de Einstein sobre a teoria da relatividade e o calor específico dos sólidos, e também alguns outros trabalhos. No entanto, sentiram-se na obrigação de *desculpar* Einstein por sua hipótese dos quanta de luz:

Não se pode considerar como algo grave contra ele [Einstein] que ele algumas vezes tenha errado o alvo em suas especulações como, por exemplo, na sua hipótese dos quanta de luz; pois é impossível introduzir idéias fundamentalmente novas, mesmo nas ciências mais exatas, sem se arriscar ocasionalmente. (*apud* JAMMER, 1966, p. 44)

2.3 OS QUANTA DE LUZ E A TEORIA DO CORPO NEGRO

Como vimos, em 1909 Einstein afirmou que a fórmula de Plank do corpo negro era uma consequência da hipótese dos quanta de luz. No entanto, já naquela época se sabia que a hipótese dos quanta de luz não era uma consequência da fórmula de Planck para a radiação do corpo negro, nem vice-versa. Na verdade, obtém-se a lei de Wien, a partir da suposição de Einstein.

¹ A proposta de Joseph Larmor não era tão clara quanto a dos outros físicos aqui citados. Em 1909, Larmor sugeriu a idéia de trens de onda de tamanho limitado, mas não discutiu as consequências desse modelo (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 123).

Em 1910, o físico russo Abram Joffé indicou que apenas seria possível chegar à lei de Planck da radiação do corpo negro supondo que os quanta da radiação se associavam em grupos de dois, três ou mais quanta (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 560).

Paul Ehrenfest e L. Natanson, independentemente um do outro, mostraram de forma bastante clara, em 1911, que a hipótese de Einstein sobre a existência de quanta de luz desprovidos de interação não era compatível com a lei de Planck da radiação do corpo negro, levando necessariamente à lei de Wien (JAMMER, 1966, p. 51). Em sua análise, Ehrenfest mostrou que a lei de Planck poderia ser interpretada supondo-se que os quanta de luz não eram independentes. A interpretação proporcionada por Natanson, na época, mostrou que a lei de Planck podia ser interpretada como indicando que os quanta de luz não podiam ser identificados individualmente, ou seja, eles eram indistinguíveis (JAMMER, 1966, pp. 51-52). Posteriormente, esse tipo de análise resultou no desenvolvimento da chamada “estatística de Bose-Einstein” para fótons.

No período de 1911-1912, praticamente todos os físicos estavam convencidos da validade da lei de Planck da radiação do corpo negro e da nova teoria de calores específicos dos sólidos, e compreendiam que esses resultados exigiam a introdução de uma descontinuidade fundamental, incompatível com a física clássica (KUHN, 1978, pp. 220-221). Porém, não era necessário introduzir os quanta de luz.

Em 1912, Max Planck propôs uma nova versão da teoria do corpo negro. Nesta, ele supôs que a energia eletromagnética no espaço seria distribuída de forma contínua, e que a absorção de energia pelos osciladores seria um processo contínuo. No entanto, a emissão de energia seria descontínua, regida por leis estatísticas, e que ocorreria mais provavelmente quando os osciladores atingissem uma energia que fosse múltipla de $\varepsilon = h\nu$. (JAMMER, 1966, pp. 47-49).

Em 1913, Mieczyslaw Wolfke procurou deduzir a lei de Planck para a radiação do corpo negro utilizando a hipótese de “átomos de luz”. Sua teoria não era muito clara, mas adotava a idéia de que os átomos de luz não são espacialmente independentes uns dos outros, como na teoria de Einstein (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 559).

Analisando as propriedades estatísticas que conduziam à fórmula de Planck, Paul Ehrenfest e Heike Kamerlingh Onnes concluíram novamente em 1914 que era impossível chegar à fórmula da radiação do corpo negro utilizando quanta de energia independentes uns dos outros (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, pp. 559-560).

Portanto, nessa época estava claro que a teoria do corpo negro só poderia se tornar compatível com os quanta de luz se estes tivessem propriedades “estranhas”, isto é, se deixassem de ser partículas simples, como Einstein havia imaginado; e também estava claro que era possível justificar a teoria do corpo negro de várias formas, *sem* os quanta de luz.

2.4 A “CONFERÊNCIA SOLVAY” DE 1911

Em outubro de 1911 foi realizada em Bruxelas o primeiro Conselho Solvay de física, proposto por Ernst Nernst e organizado com o objetivo de discutir as idéias de quantização (JAMMER, 1966, p. 52). O estímulo mais forte para essa conferência foi o desenvolvimento da teoria do calor específico dos sólidos, embora o tema oficial da reunião fosse a discussão sobre teoria da radiação e sobre os quanta. Durante a conferência deu-se pouca atenção à teoria dos quanta de luz. Vários dos participantes (como Planck, Sommerfeld, Poincaré e Lorentz) preocuparam-se especialmente com a natureza das hipóteses introduzidas na teoria do

corpo negro e do calor específico dos sólidos, discutindo se seria possível interpretar classicamente esses fenômenos ou se era *necessária* a introdução de uma hipótese não-clássica (JAMMER, 1966, pp. 52-56).

O próprio Einstein falou principalmente sobre a teoria do calor específico. Houve uma concordância geral de que o efeito fotoelétrico representava um problema, mas os quanta de luz não pareciam a ninguém (exceto Einstein) fornecer uma boa alternativa, porque conflitavam com a teoria ondulatória da luz (WHEATON, 1983, p. 185).

Durante a conferência Solvay, Lorentz apresentou uma dedução simples da lei de Rayleigh-Jeans, e concluiu novamente que era impossível explicar os dados experimentais a partir da teoria clássica, baseada na equi-partição da energia. Jeans, por outro lado, considerou que os dados experimentais não eram incompatíveis com sua distribuição, desde que se supusesse que os experimentos não representavam a situação de equilíbrio entre matéria e radiação – pois, nesse caso, a lei de equi-partição não poderia ser aplicada (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, pp. 129-130).

Em sua contribuição ao congresso, Lorentz comentou que era possível conceber que a radiação fosse emitida sob forma quantizada (em unidades finitas de energia) mas, apesar disso, que ela se propagasse espalhando-se, sem manter a individualidade desses quanta (LORENTZ, 1912, p. 34). A emissão e a propagação eram questões independentes.

As principais dificuldades de se considerar elementos de energia individuais se propagando pelo espaço, segundo Lorentz, seriam de dois tipos. Em primeiro lugar, haveria um conflito com as equações de Maxwell, que descrevem muito bem os fenômenos eletromagnéticos, e haveria grandes dificuldades para tentar modificá-las (LORENTZ, 1912, p. 34). Por outro lado, a hipótese entraria em conflito com os fenômenos de interferência e difração. Na discussão que se seguiu à apresentação do trabalho de Lorentz (LANGEVIN & DE BROGLIE, 1912, pp. 40-48), Einstein não fez nenhum comentário sobre esses pontos.

Planck, no congresso Solvay, falou a respeito da lei da radiação do corpo negro mas discutiu também as idéias de quantização da radiação defendidas por Einstein, Stark e J. J. Thomson (PLANCK, 1912, pp. 100-101):

Nem é preciso dizer que tais hipóteses não podem ser conciliadas com as equações de Maxwell e com todas as teorias eletromagnéticas da luz propostas até aqui. Todas supõem, de fato, que a menor perturbação luminosa se propaga por todo o espaço – se não com a mesma intensidade em todas as direções, pelo menos com uma distribuição contínua sobre esferas concêntricas cujo raio aumenta com a velocidade da luz. Quando se pensa na confirmação experimental completa que a eletrodinâmica de Maxwell recebeu pelos fenômenos de interferência mais delicados, quando se pensa nas dificuldades extraordinárias que seu abandono acarretaria para toda a teoria dos fenômenos elétricos e magnéticos, sente-se certa repugnância em arruinar de saída seus fundamentos. Por essa razão, deixaremos de lado, no que se segue, a hipótese dos quanta de luz, mais ainda porque seu desenvolvimento permanece ainda muito primitivo. (PLANCK, 1912, p. 101)

Planck acreditava que sua nova versão da teoria quântica, em que o aumento de energia é contínuo e os osciladores possuem uma energia média igual a $h\nu$, mesmo a temperaturas próximas do zero absoluto, resolvia todos os problemas relativos ao efeito fotoelétrico (PLANCK, 1912, p. 111).

Durante a discussão do trabalho de Planck (LANGEVIN & DE BROGLIE, 1912, pp. 115-132), Einstein não rebateu os argumentos apresentados contra os quanta de luz. Apenas fez uma crítica a Planck, dizendo que este havia introduzido uma probabilidade sem lhe dar uma definição física (Einstein, em LANGEVIN & DE BROGLIE, 1912, p. 40) – crítica, aliás, que Einstein já havia apresentado muitos anos antes. Pode-se dizer que nesta e em outras oportunidades, Einstein se mostrou bastante agressivo em relação a Planck, apesar de ter recebido muito apoio deste, em sua carreira.

Arnold Sommerfeld não aceitava os quanta de luz, e no trabalho que apresentou durante o Conselho Solvay de 1911 apresentou uma nova teoria do efeito fotoelétrico. Essa teoria previa que a emissão de elétrons deveria ser máxima para certas frequências de radiação (que dependeriam do material). Esse efeito havia sido observado por Robert Pohl e Peter Pringsheim em 1910, e não deveria existir, de acordo com a hipótese dos quanta de luz (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 134).

No trabalho sobre calores específicos que expôs durante o Conselho Solvay, Einstein voltou a apresentar seu argumento de 1909 sobre as flutuações da radiação do corpo negro (EINSTEIN, 1912, pp. 422-429) e comentou:

O primeiro termo em nosso valor da flutuação não pode ser explicado pela óptica ondulatória. Ele corresponde, na distribuição da energia radiante, a uma irregularidade que é tanto maior quanto menor é a quantidade de energia. A concepção de que a energia radiante é constituída por quanta localizados de grandeza $h\nu$ conduz a essa flutuação; **mas esse modo de ver parece completamente incompatível com os fenômenos de difração e de interferência**. Chocamo-nos aqui com um enigma, como ocorreu ao estudar os movimentos térmicos nos sólidos. (EINSTEIN, 1912, p. 428; nossa ênfase)

Durante a discussão de sua comunicação, Einstein voltou a esclarecer sua posição:

A hipótese dos quanta procura, de uma maneira provisória, interpretar a expressão obtida para a probabilidade estatística W da radiação. Se imaginarmos a radiação composta de pequenos elementos de energia iguais a $h\nu$, obteremos imediatamente uma explicação para a lei da probabilidade da radiação diluída. **Insisto sobre o caráter provisório dessa concepção, que parece não poder ser conciliada com as consequências experimentalmente verificadas da teoria das ondulações**. Mas como resulta, segundo penso, de considerações análogas a essas, que as localizações da radiação conforme ao nosso eletromagnetismo atual não corresponde à realidade no caso da radiação diluída, devemos introduzir de algum modo uma hipótese como a dos quanta, ao lado das equações indispensáveis de Maxwell. (Einstein, em LANGEVIN & DE BROGLIE, 1912, p. 443; nossa ênfase)

A afirmação de Einstein, grifada acima, levou muitas pessoas a pensarem que Einstein estava abandonando sua posição antiga (PAIS, 1979, p. 884).

Durante o Congresso Solvay, Arnold Sommerfeld apresentou sua principal contribuição à teoria quântica, desenvolvendo idéias que já havia publicado no mesmo ano.

Sommerfeld apresentou a lei quântica básica sob uma nova forma. Designando por H o lagrangiano (energia cinética menos potencial), a integral $S = \int H dt$ é a quantidade denominada

“ação”, na mecânica clássica. Sommerfeld propôs, como uma lei básica, que em qualquer processo atômico elementar, com duração igual a τ , haveria uma quantidade determinada universal de ação absorvida ou emitida (KUHN, 1978, p. 226):

$$\int_0^{\tau} H dt = nh \quad 2.1$$

Sommerfeld provou que essa relação era compatível com a teoria da relatividade e aplicou-a ao efeito fotoelétrico e outros fenômenos, como o movimento de moléculas em gases (KUHN, 1978, p. 226).

Depois do Congresso Solvay, a teoria quântica passou a receber maior atenção de um grande número de pesquisadores. No entanto, algumas das pessoas que antes estavam envolvidas com o assunto – como Einstein e Stark – se afastaram do tema, nos anos seguintes. Em 1912, Einstein chegou a escrever a Sommerfeld que não tinha nada de novo a dizer sobre os quanta. Além disso, mesmo nas poucas menções que fez à teoria quântica entre 1911 e 1916, ele parece ter evitado falar sobre os quanta de luz (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 137).

Um dos secretários científicos da primeira conferência Solvay foi Maurice de Broglie – o irmão mais velho de Louis de Broglie. O jovem Louis, que não havia se interessado antes pela física, estudou os textos das apresentações e discussões da reunião, e isso mudou sua vida. Conforme ele próprio relatou muito tempo depois (em 1953), “Eu me prometi consagrar todos os meus esforços a compreender a verdadeira natureza dos misteriosos quanta que Max Planck havia introduzido na física teórica dez anos antes, mas cujo significado mais profundo ainda não era percebido” (DE BROGLIE, *apud* JAMMER, 1966, p. 61).

2.5 O ESTUDO DA ESTRUTURA ATÔMICA

Um dos participantes da conferência Solvay foi Ernest Rutherford. Logo após retornar à Inglaterra, Rutherford discutiu as idéias levantadas durante a conferência com um jovem dinamarquês que estava trabalhando em seu laboratório – Niels Bohr. Foi a partir dessas informações que Bohr iniciou sua pesquisa sobre a explicação quântica do espectro do hidrogênio, publicadas em 1913 (JAMMER, 1966, p. 61). Em seu trabalho, Bohr utilizou uma condição de quantização para o movimento dos elétrons em órbitas estáveis:

$$mvR = nh/2\pi \quad 2.2$$

Os textos didáticos costumam indicar que a hipótese do quantum de luz era um ponto fundamental da teoria de Niels Bohr para o átomo de hidrogênio. No entanto, Bohr não aceitava o quantum de luz, e não utilizou essa hipótese (KIDD, ARDINI & ANTON, 1989, p. 30).

Embora Niels Bohr tivesse aplicado a relação $\varepsilon = h\nu$ à radiação, para calcular o espectro emitido por um átomo de hidrogênio, ele não aceitou a idéia de Einstein dos quanta de luz. Em 1923, ele afirmou que a própria idéia dos quanta de luz excluía a possibilidade de se definir o conceito de frequência, sem o qual a equação $\varepsilon = h\nu$ se torna desprovida de sentido (KIDD,

ARDINI & ANTON, 1989, p. 27). Apenas em 1927 Bohr aceitou os quanta de luz, mas dentro da concepção dualística conforme a interpretação de Copenhagen (*ibid.*, p. 28).

Sabe-se que Bohr não apenas rejeitou a idéia dos quanta de luz, mas também exerceu forte pressão para que seus colaboradores (por exemplo, A. Kramers) também abandonassem essa idéia (BOYA, 2003).

Durante grande parte da década de 1910 até o início da década de 1920, a teoria quântica se desenvolveu principalmente através do estudo dos espectros atômicos e da tentativa de esclarecer a estrutura dos átomos e moléculas.

Entre 1914-1915, Sommerfeld propôs uma generalização da teoria de Bohr de modo a poder incluir tanto o tratamento de órbitas elípticas quanto o estudo de elétrons de alta velocidade (limite relativístico). A equação básica de Sommerfeld é uma condição de quantização da ação, semelhante à relação já apresentada em 1911. Porém, Sommerfeld generalizou a relação, utilizando coordenadas e momentos generalizados. Na mecânica clássica, para cada coordenada generalizada q de um sistema, podemos associar um momento generalizado p através da relação

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \quad 2.3$$

onde $\dot{q}$ é a velocidade generalizada (derivada da coordenada generalizada em relação ao tempo). Sommerfeld propôs a seguinte relação de quantização para sistemas periódicos:

$$\oint p dq = nh \quad 2.4$$

A integral deveria ser calculada sobre um ciclo do movimento (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 216).

No caso do movimento orbital de um elétron, o ângulo ϕ e o momento angular p_ϕ são duas variáveis canonicamente conjugadas. Nesse caso, a equação 2.4 leva ao seguinte resultado:

$$\int_0^{2\pi} p_\phi d\phi = 2\pi p_\phi = nh \quad 2.5$$

Portanto, o momento angular deve assumir valores múltiplos da quantidade $h/2\pi$. Essa é a condição de quantização de Bohr. Porém, enquanto Bohr se limitou a considerar órbitas circulares, essa relação poderia ser utilizada também para órbitas elípticas, já que o momento angular é uma constante, em movimentos sujeitos a forças centrais.

Para cada grau de liberdade do elétron, haveria equações semelhantes. Assim, se o elétron tem um movimento elíptico, haveria uma quantização de seu movimento angular e também uma quantização de seu movimento radial. Para cada grau de liberdade haveria um número quântico associado, dado pela equação 2.3. A soma de todas as expressões corresponderia à seguinte equação:

$$2 \int T dt = \sum_{i=1}^f p_i dq_i = h(n + n' + \dots) \quad 2.6$$

Essa teoria de Sommerfeld, embora desenvolvida e apresentada em 1914-1915, foi desenvolvida de forma independente (e publicada antes) por William Wilson (1875-1965). Em março de 1915, William Wilson enviou um artigo à *Philosophical Magazine* (publicado no número de junho) no qual procurou apresentar a teoria quântica de uma nova forma (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 210).

Wilson baseou seu enfoque sobre duas suposições: primeiro, que as trocas entre sistemas dinâmicos (átomos) e o éter ocorrem de uma maneira descontínua; segundo, que entre essas mudanças descontínuas os sistemas são descritos pela mecânica de Hamilton. Para movimentos regulares de sistemas periódicos, ele propôs equações do mesmo tipo das de Sommerfeld:

$$\int p_i dq_i = n_i h \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad 2.7$$

onde os n_i são números inteiros positivos e as integrais estendem-se sobre todas as variáveis dinâmicas conjugadas p_i e q_i . A integral seria calculada durante um período do movimento correspondente, podendo haver diferentes períodos para cada coordenada generalizada (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, pp. 211-212). Usando essa hipótese, Wilson deduziu, para o caso de N ressoadores, a fórmula de Planck para a energia média de um ressoador (entrando na equação fundamental da teoria da radiação). Num segundo artigo, Wilson aplicou a expressão 2.7 para obter (no caso do movimento circular de um elétron em torno do núcleo) a fórmula de Bohr.

Embora Wilson tivesse, assim, publicado resultados equivalentes aos de Sommerfeld, pode-se considerar que seus trabalhos foram independentes.

Em 1916, Sommerfeld desenvolveu uma teoria relativística para o átomo de hidrogênio (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 220-221). Considerando a relação entre a massa e a velocidade do elétron e desenvolvendo as equações do seu movimento sob a ação do campo elétrico do núcleo, Sommerfeld mostrou que as órbitas não seriam fechadas, e sim corresponderiam a movimentos quase elípticos, mais um movimento de precessão da elipse. Aplicando as condições de quantização tanto ao movimento elíptico quanto à própria precessão, que também é periódica, Sommerfeld encontrou uma nova condição de quantização, que não aparecia no caso da teoria clássica (não relativística).

Esses e outros estudos sobre a estrutura atômica foram o filão mais importante da teoria quântica durante a década de 1910, após a publicação dos trabalhos de Niels Bohr (JAMMER, 1966, pp. 62-156). No entanto, essa parte da história não será discutida aqui, porque não tem relação direta com a hipótese sobre a quantização da luz e o problema da dualidade onda-partícula, que é o tema central deste trabalho.

Ao longo da segunda década do século XX, o número de estudos sobre interação entre radiação e matéria (e, em particular, absorção de energia) caiu drasticamente, após um pico em 1912, chegando a zero em 1917 (WHEATON, 1983, p. 192). O principal interesse, para as pessoas que se preocupavam com questões sobre a radiação, deslocou-se para a questão dos espectros luminosos e estrutura atômica. Durante esse período, poucos pesquisadores, como

Abram Ioffe, Jun Ishiwara e Mieczeslaw Wolfke (todos eles sem prestígio) adotaram a hipótese dos quanta de luz (*ibid.*, p. 193).

2.6 AS PROPRIEDADES ONDULATÓRIAS DOS RAIOS X

Até a época da realização do primeiro Conselho Solvay, não havia evidências claras sobre a natureza ondulatória dos raios X. Em 1912, Walther Friedrich e Paul Knipping (dois assistentes de Max von Laue) fizeram um feixe de raios X característicos atravessar um cristal e observaram que a radiação produzia um padrão de interferência (WHEATON, 1983, p. 200)². O efeito foi interpretado por Laue como uma clara indicação de que os raios X utilizados exibiam propriedades ondulatórias periódicas, como a luz. Arnold Sommerfeld, que até aquele momento defendia um modelo de pulsos para os raios X, considerou que esse tipo de evidência eliminava esse modelo e também excluía definitivamente qualquer teoria corpuscular dos raios X (*ibid.*, p. 202).

Essa descoberta produziu um forte golpe contra as hipóteses de que os raios X seriam constituídos por partículas, e levou ao abandono quase total da hipótese dos quanta de radiação (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, pp. 514-515). Nos anos seguintes, o próprio Einstein parou de se referir aos quanta de luz, mesmo em trabalhos nos quais analisava o comportamento da radiação (*ibid.*, p. 515).

Até o momento da descoberta da difração dos raios X, William Henry Bragg havia defendido um modelo corpuscular para os raios X. Em 1912, ele passou a afirmar que os raios X e também a luz visível deveriam ser compreendidos através de uma teoria que combinasse propriedades corpusculares e ondulatórias (WHEATON, 1983, p. 208). Pouco tempo depois, o filho de Bragg (chamado William Lawrence Bragg) descobriu o fenômeno de reflexão seletiva de raios X em cristais (o fenômeno que se tornou conhecido como “reflexão de Bragg” ou “difração de Bragg”), que também indicava propriedades ondulatórias dos raios X (WHEATON, 1983, pp. 208-210).

Em 1913, Bragg escreveu uma carta a Ernest Rutherford, onde dizia: “O raio se desloca de um ponto para outro ponto como um corpúsculo, mas a disposição das linhas de deslocamento é governada por uma teoria ondulatória. Parece muito difícil de explicar, mas isso certamente é o que parece agora” (*apud* WHEATON, 1983, p. 210). No entanto, o interesse dos dois Bragg (pai e filho) voltou-se para o uso dos novos fenômenos para a investigação das propriedades de cristais, abandonando o problema (que parecia difícil de resolver) da própria natureza da radiação (WHEATON, 1983, p. 212).

No final de 1913, praticamente todos os físicos haviam se convencido de que os raios X eram equivalentes à luz, sendo provavelmente ondas eletromagnéticas periódicas (WHEATON, 1983, p. 215). No entanto, as propriedades aparentemente corpusculares dos raios X continuavam sendo proeminentes e exigiam explicação.

Arnold Sommerfeld defendeu a existência tanto de ondas periódicas quanto de pulsos, na radiação, considerando que ambos eram compatíveis com a teoria de Maxwell (*ibid.*, p. 216). Stark resistiu por algum tempo, depois desistiu dos quanta de luz (*ibid.*, p. 217).

² Há uma discussão a respeito do motivo exato pelo qual a difração de raios X foi descoberta pelos colaboradores de Laue no instituto dirigido por Sommerfeld, e não em outro lugar (FORMAN, 1969). Não vamos aqui discutir esse problema.

Como a radiação γ tinha grande semelhança com os raios X, era natural que se tentasse obter também efeitos de difração com ela. Os primeiros resultados positivos foram obtidos por Ernest Rutherford e Edward Andrade, em 1913-1914 (WHEATON, 1983, p. 224).

Em 1913, James Jeans se convenceu sobre a necessidade de aceitar (pelo menos em parte) a teoria quântica, e concluiu que seria necessário construir uma teoria que conciliasse os aspectos ondulatórios e quânticos da luz:

Pode-se afirmar com confiança que até que algum tipo de reconciliação possa ser realizada entre as exigências da teoria quântica e as da teoria ondulatória da luz, a interpretação física da teoria quântica provavelmente permanecerá em um estado muito insatisfatório. Provavelmente a maioria dos físicos tem a esperança de que possa ser realizado finalmente algum tipo de acordo, mas no presente qualquer tentativa desse tipo parece exigir o abandono de algo que é essencial a uma ou outra das duas teorias. (Jeans, *apud* HENDRY, 1980, p. 75)

Outros autores que defenderam a necessidade de construção de uma teoria dualística foram Norman Campbell e William Bragg (HENDRY, 1980, p. 75). Nenhum desses autores indicou os trabalhos de Einstein, de 1909, como tendo tido qualquer influência sobre suas opiniões; e nenhum deles indicou de forma clara como a unificação das duas teorias poderia ser feita.

Em 1914, Stark abandonou a hipótese dos quanta da luz. Um dos motivos foi que as linhas espectrais emitidas pelos raios canais (às quais ele havia aplicado a hipótese dos quanta) eram bem definidas e mostravam fenômenos de interferência indicando que os quanta de luz deviam ter um comprimento de no mínimo 1.000 comprimentos de onda (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.1, p. 138). Isso retirava toda a simplicidade inicial da hipótese de Einstein (que supunha que os quanta de energia eram pontuais).

Segundo John Hendry, durante o período de 1914 a 1920 não foram publicadas muitas especulações sobre a natureza da luz (HENDRY, 1980, p. 75).

2.7 A CONFIRMAÇÃO DA FÓRMULA DO EFEITO FOTOELÉTRICO

Tanto no caso da teoria do corpo negro de Planck quanto no caso da teoria do átomo de hidrogênio de Bohr, existiam previamente dados experimentais excelentes, que foram explicados quantitativamente pelas teorias desenvolvidas. No caso da teoria do efeito fotoelétrico, a situação era diferente. Em 1905 e nos anos seguintes não existiam dados quantitativos que pudessem confirmar ou refutar a equação deduzida por Einstein (PAIS, 1979, p. 885; PAIS, 1982, p. 385).

Quando Einstein publicou seu trabalho de 1905, a única base experimental sobre o efeito fotoelétrico que ele podia utilizar era de natureza qualitativa: Philipp Lenard havia mostrado em 1902 que a velocidade máxima das partículas catódicas era independente da intensidade da iluminação (ou da distância da placa metálica à fonte), mas dependia da natureza (comprimento de onda) da radiação incidente (KUHN, 1978, p. 221). O próprio Lenard explicava o fenômeno pela hipótese do “gatilho” ou “disparo”, como já foi explicado anteriormente.

Embora a hipótese dos quanta de luz estivesse inicialmente de acordo com os fatos conhecidos, não existia ainda, nessa época, um estudo que pudesse confirmar *quantitativamente* as relações previstas por Einstein.

O físico russo A. F. Joffé (em 1907) e Rudolph Ladenburg (em 1909) mostraram que a velocidade máxima dos fotoelétrons parecia depender da frequência da luz de acordo com a relação deduzida por Einstein (KUHN, 1978, p. 221). No entanto, nem todos os resultados eram concordantes.

Em 1909, a hipótese do “gatilho” ou “disparo” de Lenard era descrita por Rudolf Landenburg como uma das “verdades geralmente aceitas” da física (WHEATON, 1983, p. 177). No entanto, as dificuldades de compreensão se acumulavam. Lorentz, em 1910, analisou a teoria clássica de absorção de energia pelos átomos, e chegou a muitos resultados problemáticos. Seria difícil um átomo chegar a acumular a energia correspondente a $h\nu$, sem perder essa mesma energia, a menos que a intensidade da radiação fosse muito superior à de qualquer fonte usual. Planck, através de uma nova versão da teoria quântica, procurou solucionar o problema, utilizando a hipótese de que a absorção de energia é contínua, mas que a emissão de energia apenas ocorre quando os osciladores atingem uma energia igual a $nh\nu$. Assim, em qualquer material haveria sempre muitos átomos próximos ao limiar de “disparo”, e bastaria um leve estímulo externo para que isso ocorresse (*ibid.*, p. 179).

Em 1910, Otto Stuhlman e Owen Richardson estudaram a emissão de elétrons por um filme finíssimo de platina depositado sobre uma placa de quartzo. O número de elétrons liberados no mesmo sentido da luz era significativamente maior do que o número de elétrons liberados no sentido oposto ao da luz incidente (WHEATON, 1983, p. 235). Isso mostrava um aspecto do efeito fotoelétrico que não podia ser explicado pelo modelo de Einstein. Como, em condições especiais de experimentação, muitos fotoelétrons são arrancados para fora da placa metálica *movendo-se em sentido oposto ao da luz*, é evidente que não se trata de uma simples “colisão” entre o quantum e um elétron (KIDD, ARDINI & ANTON, 1989, pp. 28-29).

A teoria de Planck aparentemente explicava o efeito fotoelétrico. Porém, experimentos realizados por Lenard e Carl Ramsauer em 1911 mostraram que a fotoemissão ocorria apenas quando havia forte absorção de energia da radiação incidente, contrariamente ao que se esperaria se o modelo de Planck estivesse correto. Em 1913, Lenard considerava que o efeito fotoelétrico era uma dificuldade sem nenhuma solução clara (WHEATON, 1983, p. 178).

A equação de Einstein para o efeito fotoelétrico foi confirmada em 1912 por A. L. Hughes e, depois, por O. W. Richardson e K. T. Compton (JAMMER, 1966, p. 35). Porém, a confirmação da equação não era uma confirmação da *hipótese* de Einstein. Em 1914, O. Richardson deduziu a mesma equação do efeito fotoelétrico de Einstein sem nenhuma hipótese a respeito da quantização da radiação. Ele utilizou um argumento termodinâmico considerando a emissão dos elétrons como semelhante à evaporação de uma superfície líquida, utilizando uma análise que se mostrou extremamente fértil para explicar a emissão termoiônica (KIDD, ARDINI & ANTON, 1989, pp. 29-30).

O resultado dos experimentos não era claro. Em 1914, C. Ramsauer analisou todas as evidências experimentais existentes sobre o efeito fotoelétrico e concluiu que a equação de Einstein estava errada (HENDRY, 1980, p. 76).

Apenas as pesquisas de Robert Andrew Millikan (1868-1953) levaram ao reconhecimento de que a equação de Einstein para o efeito fotoelétrico era correta (KUHN, 1978, p. 222). Esses trabalhos foram iniciados a partir de 1908, e publicados em 1914-1916 (JAMMER, 1966, p. 36).

Os experimentos de Millikan sobre o efeito fotoelétrico são bem conhecidos (WHEATON, 1983, pp. 238-241). Inicialmente, os resultados obtidos eram bastante complexos. Através de refinamentos experimentais, finalmente Millikan conseguiu efeitos repetitivos, e em 1914 obteve claras evidências favoráveis às previsões de Einstein. No entanto, a confirmação das previsões não acarretou aceitação da hipótese dos quanta de luz.

Em um dos trabalhos que publicou apresentando os resultados de seus experimentos, Millikan comentou: “No entanto, a teoria semi-corpuscular pela qual Einstein chegou a esta equação parece presentemente ser totalmente insustentável” (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 513). Millikan acreditava que, nessa época, o próprio Einstein havia abandonado sua hipótese: “Apesar do sucesso aparentemente completo da equação de Einstein, a teoria física da qual ela pretende ser uma expressão simbólica é vista como tão inaceitável que o próprio Einstein, acredito, não adere mais a ela” (*ibid.*, p. 514).

Mais tarde, quando descreveu sua confirmação experimental da equação de Einstein para o efeito fotoelétrico em 1916, Millikan diria da mesma hipótese o seguinte: “Eu não vou tentar apresentar as bases para tais suposições, pois, na verdade, não tinha quase nenhuma na época” (KLEIN, 1977, p. 20).

Alguns anos depois (1923), ao receber o prêmio Nobel de física por seus trabalhos, Millikan comentou:

Depois de dez anos de testes e mudanças e de aprendizado e algumas vezes de erros, todos os esforços tendo sido dirigidos desde o início para a medida experimental precisa das energias de emissão dos fotoelétrons, às vezes como função da temperatura, às vezes do comprimento de onda, às vezes do material (relações de força eletromotriz de contato), este trabalho resultou, **contrariamente às minhas próprias expectativas**, na primeira prova experimental direta, em 1914, da validade exata, dentro de estreitos limites de erros experimentais, da equação de Einstein, e da primeira determinação fotoelétrica da constante h de Planck. (MILLIKAN, *apud* JAMMER, 1966, p. 36; ênfase adicionada por nós)

Note-se que Millikan confirmou *as equações*, de Einstein, contrariamente às suas expectativas. No entanto, nem Millikan nem os demais físicos consideraram na época que isso era suficiente para levar à aceitação da *hipótese* de Einstein sobre a quantização da luz.

Em 1919, Planck apresentou uma palestra sobre a natureza da luz, na qual continuou mantendo-se distante da hipótese do quantum de luz, sugerindo que a hipótese do “disparo” poderia ainda explicar o efeito fotoelétrico. Porém, indicou várias dificuldades, afirmando que a natureza da luz era um dos principais e mais difíceis problemas da teoria quântica (WHEATON, 1983, p. 278).

Einstein havia mantido silêncio sobre a hipótese dos quanta de luz durante vários anos. No entanto, logo após a publicação dos resultados experimentais de Millikan, Einstein retomou o uso dos quanta de radiação.

Em um trabalho publicado no mesmo ano (1916), ele defendeu pela primeira vez a idéia (já proposta antes por Stark) de que esses quanta de energia $\varepsilon = h\nu$ deveriam ter um momentum $p = h\nu/c$, e que esse momentum deveria ser levado em conta na análise da interação entre radiação e matéria (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 515). Em uma carta escrita a seu amigo Michele Besso no ano seguinte, Einstein comentou: “O artigo sobre teoria

do quantum que lhe enviei me levou de volta à opinião de que a energia radiante possui uma estrutura quantizada no espaço” (*ibid.*, p. 516).

2.8 AS PROPRIEDADES QUÂNTICAS DOS RAIOS X

Os primeiros estudos experimentais quantitativos sobre o efeito fotoelétrico utilizaram radiação ultravioleta. Na época, não era possível fazer um estudo semelhante para os raios X. O estudo quantitativo das trocas de energia entre raios X e elétrons dependia da possibilidade de medir as altas velocidades dos elétrons produzidos, e de determinar os comprimentos de onda (ou frequências) dos raios X. A espectroscopia dos raios X só foi desenvolvida em 1913, após os estudos de difração desses raios por cristais. A espectroscopia de elétrons de alta velocidade foi desenvolvida aproximadamente na mesma época, principalmente por Rutherford e colaboradores (WHEATON, 1983, pp. 244-248). Em 1914, Rutherford e seus estudantes Harold Robinson e William Rawlinson testaram pela primeira vez a “teoria de Planck”, medindo a velocidade de elétrons emitidos sob a ação de raios X com comprimento de onda conhecido. Confirmaram a relação $E=h\nu$, dentro de um erro de 2% (*ibid.*, p. 249). Portanto, essa relação estava confirmada não apenas para a luz, mas também para raios X.

William Duane e Franklin Hunt estudaram, em 1915, a relação entre o potencial acelerador V em um tubo de raios X e o menor comprimento de onda λ_0 dos raios X produzidos. Obtiveram uma excelente confirmação da relação prevista por Wien em 1907:

$$V = \frac{hc}{e\lambda_0} \quad 2.8$$

Assim, nessa época, tanto a *emissão* quanto a *absorção* dos raios X pareciam ser bem representadas utilizando-se o conceito de um quantum de energia $E=h\nu$. No entanto, isso não levava à adoção da hipótese dos quanta de Einstein pois, como no caso do efeito fotoelétrico, podia-se supor que eram as interações entre radiação e matéria que eram quantizadas, e não a radiação livre no espaço.

É importante descrever os estudos de Maurice de Broglie (irmão mais velho de Louis de Broglie) sobre raios X, que tiveram uma grande importância na época. Louis-César-Victor-Maurice de Broglie (1875-1960) obteve seu doutoramento em física em 1908. Suas primeiras pesquisas, orientadas por Paul Langevin (1872-1946), foram relacionadas à ionização dos gases e movimento browniano (WHEATON, 1983, p. 264). Ele montou em sua própria casa um laboratório e começou a estudar raios X. Em 1911, ajudou a editar os anais da primeira Conferência Solvay, auxiliando Langevin (LANGEVIN & DE BROGLIE, 1912). Logo após a descoberta da difração dos raios X, em 1912, Maurice de Broglie começou a se dedicar a esse campo, desenvolvendo uma nova técnica na qual o cristal era mantido em rotação durante o experimento, o que eliminava os efeitos de imperfeições do cristal. Os estudos cuidadosos de espectroscopia dos raios X desenvolvidos por ele forneceram dados de grande importância para o desenvolvimento dos modelos atômicos que estavam sendo elaborados na época (*ibid.*, p. 265).

Durante a primeira guerra mundial, as pesquisas de Maurice ficaram praticamente paralizadas. Em 1920, Alexandre Dauvillier, que havia defendido uma tese sobre a energia de elétrons emitidos sob a ação de raios X, juntou-se ao grupo de Maurice de Broglie

(WHEATON, 1983, p. 265). O próprio Maurice começou então a se interessar pelo fenômeno de emissão de elétrons sob ação de raios X.

Dauvillier enfatizou, em uma publicação de 1921, que “os elétrons mais rápidos emitidos por um corpo exposto [aos raios X] possuem precisamente a mesma velocidade que os elétrons mais rápidos no feixe catódico que produz os raios X” (WHEATON, 1983, p. 265). Ele também indicou que a energia transmitida aos elétrons pelos raios X era independente da distância percorrida pela radiação. Esses fenômenos podiam ser explicados corpuscularmente, mas os efeitos de difração dos raios X exigiam uma explicação ondulatória. Dauvillier comentou que era difícil conciliar essas duas teorias, e que “o problema da natureza da radiação permanece não resolvido” (WHEATON, 1983, p. 266).

Maurice de Broglie iniciou então estudos experimentais sobre o comprimento de onda e a energia dos elétrons emitidos sob ação dos raios X, utilizando o mesmo tipo de técnica já empregada por Rutherford, porém com medidas mais precisas. Ele pensou que, se os elétrons recebiam dos raios X uma energia $E=h\nu$, uma parte dessa energia deveria ser utilizada para arrancar o elétron do átomo, e apenas uma parte seria observada como energia cinética dos fotoelétrons. Como as energias do elétron dentro do átomo são quantizadas, Maurice esperava assim encontrar um espectro discreto de energias cinéticas dos elétrons arrancados de um material, sob a ação de raios X monocromáticos (WHEATON, 1983, pp. 265-268). Em março de 1921 ele havia confirmado essa previsão para vários elementos, e no mês seguinte comunicou seus resultados durante a terceira conferência Solvay. Nessa ocasião, ele comentou que a radiação “deve ser corpuscular ou, se for ondulatória, sua energia deve estar concentrada em pontos na superfície da onda” (WHEATON, 1983, p. 270). Vemos, assim, que o estudo dos raios X levou também Maurice de Broglie a pensar sobre o problema da natureza desse tipo de radiação e defrontar-se com o conflito entre propriedades ondulatórias e corpusculares.

2.9 NOVOS TRABALHOS DE EINSTEIN

Como já foi indicado anteriormente, Einstein teve várias fases de silêncio – e, provavelmente, desânimo – em relação à sua hipótese dos quanta de luz. Em 1917, depois do trabalho de Millikan, ele retomou a hipótese e defendeu a idéia de que os quanta de luz com energia $\varepsilon=h\nu$ deveriam transportar também um momentum $p=h\nu/c$. Apenas nesse trabalho Einstein passou a analisar a interação entre a radiação e a matéria levando em conta a conservação da quantidade de movimento (EINSTEIN, 1917). Nesse trabalho, Einstein não se referiu aos autores (como Stark) que já haviam utilizado a mesma idéia, anteriormente.

A introdução de um momento associado aos quanta de luz reforçava a visão corpuscular, e não parecia favorável a uma unificação entre os conceitos de onda e partícula. De fato, parece que Einstein se convencia cada vez mais de que a luz era constituída por partículas, e que era possível provar isso experimentalmente (WHEATON, 1983, p. 278). Em 1921, Einstein propôs um “experimento crucial” para decidir entre a teoria ondulatória e a teoria quântica da radiação (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 516). O experimento se baseava na análise da variação de frequência emitida por átomos em movimento – ou seja, um caso especial de efeito Doppler. Na verdade, a análise de Einstein estava errada, como foi provado por Paul Ehrenfest e admitido no ano seguinte pelo próprio Einstein (*ibid.*, p. 517). Logo depois, Erwin Schrödinger demonstrou também que tanto a teoria ondulatória quanto a teoria do quantum de luz levavam sempre exatamente ao mesmo valor para o efeito Doppler (*ibid.*, p. 518).

Apesar disso, o artigo suscitou uma grande repercussão, comparada com seus trabalhos anteriores sobre o mesmo assunto. Bruce Wheaton comentou que, agora, Einstein era um dos físicos mais famosos do mundo, por causa da recente confirmação da relatividade geral relativa à deflexão da luz das estrelas (WHEATON, 1983, p. 279)³. Além disso, no ano de 1922, Einstein recebeu o prêmio Nobel, por sua explicação do efeito fotoelétrico⁴. O prêmio foi concedido “por seus serviços à física teórica e, especialmente, por sua descoberta da lei do efeito fotoelétrico” (ver PAIS, 1982, pp. 502-512). Embora a justificativa do prêmio não mencionasse a hipótese dos quanta de luz e sim uma de suas conseqüências (a lei do efeito fotoelétrico), a palestra de apresentação do prêmio, proferida por Svante Arrhenius no dia 10 de dezembro de 1922 indicava claramente a hipótese dos quanta de luz: “Esta teoria afirma que a energia radiante consiste em partículas individuais, chamadas ‘quanta’, aproximadamente do mesmo modo que a matéria é feita de partículas, isto é, átomos”. Certamente o prestígio crescente de Einstein, especialmente por esses dois acontecimentos recentes, ajudou a trazer à tona o tema da natureza da radiação.

2.10 A SITUAÇÃO NO INÍCIO DA DÉCADA DE 1920

No início da década de 1920, os físicos que trabalhavam com raios X eram os que viam de forma mais clara a necessidade urgente de uma nova teoria que conciliasse aspectos ondulatórios e corpusculares da radiação. Não existia ainda uma teoria capaz de explicar tanto os fenômenos associados à interação entre luz e matéria quanto os fenômenos de tipo ondulatório. Considerava-se que o uso de duas teorias mutuamente exclusivas e contraditórias representava um grave problema nos fundamentos da física (JAMMER, 1966, p. 165).

Um exemplo importante dessa visão foi apresentado em uma conferência proferida em Oxford por William Bragg, em maio de 1921.

Penso que é correto dizer que em todas as questões ópticas relacionadas com a distribuição geral de energia de uma fonte radiante, a teoria ondulatória é claramente uma explicação completa. É apenas quando consideramos os movimentos dos elétrons que tanto causam as ondas quanto são produzidos por elas, que nos encontramos perdidos à busca de uma explicação. Os efeitos são como se a energia fosse transportada de um lugar para outro por entidades tais como as que a velha teoria corpuscular da luz, de Newton, proporcionava. Este é o problema para o qual nenhuma solução satisfatória foi proporcionada até agora; pelo menos é o que me parece.

Nenhuma teoria conhecida pode ser distorcida de modo a proporcionar sequer uma explicação aproximada. Deve haver algum fato do qual somos completamente ignorantes e cuja descoberta pode revolucionar nossas visões sobre as relações entre ondas e éter e matéria. Por enquanto, temos que trabalhar com ambas teorias. Na segunda, quarta e sexta-feira utilizamos a teoria ondulatória; na terça, quinta-feira e sábado, pensamos em feixes de quanta de energia, ou corpúsculos, voando. Afinal, essa é a atitude correta para adotarmos. Não podemos apresentar a verdade completa, pois apenas possuímos afirmações parciais, cada uma cobrindo uma parte do campo.

³ A confirmação do efeito previsto por Einstein, em 1919, teve enorme repercussão internacional. Veja-se, sobre esse experimento, EARMAN & GLYMOUR, 1980.

⁴ O prêmio concedido a Einstein correspondia ao ano de 1921, mas foi anunciado apenas no final de 1922.

Quando queremos trabalhar em uma parte do campo ou em outra, devemos tomar o mapa correto. Algum dia nós colaremos todos os pedaços do mapa. (BRAGG, 1922, p. 158)

Um resumo da mesma palestra, publicado na revista *Nature*, apresenta de forma ainda mais clara a necessidade de uma teoria unificada:

De muitas formas, a transferência de energia sugere o retorno à teoria corpuscular de Newton. Mas a teoria ondulatória está estabelecida de modo tão firme que não pode ser deslocada do terreno que ocupa. Somos obrigados a utilizar cada teoria conforme a ocasião exige, e esperar por novos conhecimentos sobre como é possível que ambas sejam verdadeiras ao mesmo tempo. Tolerância quanto às opiniões é uma virtude reconhecida. Mas a presente situação é curiosa porque opiniões opostas têm que ser aceitas e usadas pelo mesmo indivíduo, mantendo a fé de que algum dia se torne clara a veracidade de sua combinação. (BRAGG, 1921, p. 374)

Em setembro de 1921, Robert A. Houstoun comentou sobre o mesmo problema, citando a palestra de Bragg e lembrando que o próprio Newton havia sugerido, em seu livro *Opticks*, que a luz seria constituída por partículas, mas que estas seriam acompanhadas por ondas ou vibrações (HOUSTOUN, 1921, p. 62). Utilizando essa idéia, Newton havia explicado quantitativamente o fenômeno dos “anéis de Newton”. No entanto, Houstoun considerava a teoria de Newton completamente inadequada, e não propôs que ela fosse ressuscitada.

James H. Jeans, na *Guthrie Lecture* proferida em 1922, discutiu também os problemas da teoria da radiação (JEANS, 1922). Jeans considerava que a hipótese dos quanta de luz havia sido abandonada, graças às críticas de Lorentz relativas aos fenômenos de interferência, e aos experimentos de Taylor de interferência com baixa intensidade luminosa. Por isso, Jeans supunha que era necessário manter a teoria ondulatória, mas que as equações de Maxwell deveriam ser modificadas para descrever a interação das cargas elétricas com o campo. Em vez de supor que o campo da onda eletromagnética produz uma força sobre um elétron dada simplesmente pelo produto do campo pela carga, seria necessário supor que a relação é mais complicada (JEANS, 1922, p. 224). As componentes de Fourier do campo poderiam representar a *probabilidade* de ocorrência de um fenômeno “catastrófico” (descontínuo) envolvendo o elétron e produzindo uma transferência de energia igual a $h\nu$.

No caso especial em que se trate de uma radiação monocromática que tenha apenas a frequência ν , qualquer transferência de energia para a matéria deve ser feita por quanta de valor $h\nu$, e a probabilidade de tal transferência cai com $1/r^2$. Não há mais conservação da energia nas trocas entre radiação e matéria em qualquer pequena região do espaço, mas a conservação da energia reaparece agora como uma lei estatística, de validade mais ou menos semelhante à segunda lei da termodinâmica. Não há mais contradição entre a teoria dos quanta e a teoria ondulatória da luz, e fenômenos como o efeito fotoelétrico aparecem como consequências inevitáveis conjuntas das equações quânticas e das equações de Maxwell para o éter livre. (JEANS, 1922, p. 224)

Charles Galton Darwin também propôs, no ano seguinte, que deveria ser conservada a teoria ondulatória da luz, mudando-se o modo de calcular a interação das ondas com a matéria e abandonando-se a conservação da energia (a não ser sob o ponto de vista estatístico)⁵. No entanto, ainda não era claro como seria possível conciliar a teoria ondulatória com a quântica:

Deve-se considerar como absolutamente certo que tanto a teoria eletromagnética quanto a teoria quântica são válidas em seus campos respectivos, e é igualmente certo que as duas descrições são incompatíveis. Podemos apenas concluir que elas são partes de um sistema mais amplo, que produziria fórmulas matemáticas idênticas às das teorias presentes. É verdade que é possível fazer previsões a partir das teorias presentes, que são verificadas. No entanto isso não confirma as imagens físicas associadas com essas teorias, mas apenas mostra que seus limites de validade ainda não foram alcançados. Embora os desenvolvimentos da teoria quântica nos últimos dez anos tenham sido enormes, e embora não haja sinal de que estejam cessando, esses desenvolvimentos não tenderam no menor grau a fechar a fenda que a separa da teoria ondulatória. Por esta razão, parece-me que a única esperança de encontrar uma conciliação deve estar em alguma outra direção, e que seria melhor desistir deliberadamente de pensar em detalhes e retornar aos fundamentos. (DARWIN, 1923, p. 771)

Vemos, assim, que nessa época havia muitos físicos procurando um caminho para atingir uma unificação entre as teorias ondulatória e quântica. Alguns deles privilegiavam a teoria ondulatória e sugeriam modificações no eletromagnetismo. Mas havia também outras abordagens.

2.11 AS EXPLICAÇÕES CORPUSCULARES DOS EFEITOS ONDULATÓRIOS

Os fenômenos de natureza corpuscular exibidos pelos raios X levaram vários físicos a procurar explicações compatíveis com essa hipótese para alguns fenômenos considerados tipicamente ondulatórios – algo que pareceu impossível, no início do século.

Em 1921, Robert Emden mostrou que era possível deduzir o efeito Doppler utilizando a idéia dos quanta de luz. Uma demonstração mais rigorosa foi publicada no ano seguinte, por Erwin Schrödinger (JAMMER, 1966, p. 163).

George Lindenberg Clark e William Duane estudaram em 1922 a reflexão de raios X por cristais, e encontraram casos de reflexão que aparentemente não poderiam ser explicados pela teoria ondulatória usual (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 555). Para explicar esses novos fenômenos e também a reflexão regular de raios X por cristais, Duane publicou em 1923 uma explicação quântica dos fenômenos, sem nenhuma hipótese ondulatória sobre a natureza dos raios X (DUANE, 1923).

Nesse trabalho, Duane mostrou que era possível explicar o fenômeno de difração da radiação por uma rede de difração ou por um cristal sem supor que a radiação fosse uma onda (JAMMER, 1966, p. 164). Para isso, Duane utilizou a condição de quantização desenvolvida por Sommerfeld para movimentos periódicos de sistemas materiais:

⁵ Essa foi a linha de pensamento que resultou, depois, na teoria de Bohr-Kramers-Slater (1924) sobre a luz, que teve grande repercussão mas foi abandonada rapidamente (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, pp. 532-554).

$$\oint p dq = nh \quad 2.9$$

Sabendo que a translação de uma rede de difração ou de um cristal podia ser considerada um fenômeno quase periódico, porque trazia as linhas da rede de difração (ou os átomos do cristal) a posições equivalentes depois de sofrer um certo deslocamento L , Duane concluiu que o movimento desses sistemas deveria obedecer à relação

$$p = nh/L \quad 2.10$$

Considerando a radiação como constituída por partículas, e analisando as trocas de energia e de momentum durante a interação dessas partículas com a rede de difração ou cristal, Duane mostrou que haveria apenas alguns ângulos possíveis para o desvio dos quanta de radiação. Através dessa análise, Duane mostrou que era possível explicar a difração da radiação supondo que ela seria constituída por partículas ou quanta de energia, sem nenhuma propriedade ondulatória (JAMMER, 1966, p. 164).

A teoria de Duane foi ampliada logo depois por Arthur Compton, que conseguiu explicar os fenômenos de difração de raios X por cristais (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 556). Outros trabalhos, publicados em 1923 e 1924 por Gregory Breit e por Paul S. Epstein & Paul Ehrenfest, procuraram mostrar que o mesmo tipo de análise (corpuscular, sem ondas) poderia ser aplicado ao caso de difração em fendas simples ou duplas.

Esses resultados teóricos eram muito interessantes, pois mostravam que – pelo menos em certos casos – era possível prescindir da idéia de ondas. No entanto, Epstein e Ehrenfest chamaram a atenção para uma limitação do método de Duane (EPSTEIN & EHRENFEST, 1924, p. 139): não parecia possível explicar, utilizando um modelo corpuscular, fenômenos que exigissem levar em conta o conceito de *coerência* (como, por exemplo, em um interferômetro de Michelson).

2.12 O “EFEITO COMPTON”

Uma descoberta experimental de grande importância para a discussão sobre a natureza dos raios X foi o efeito Compton. Arthur H. Compton (1892-1962) era, no início da década de 1920, um dos principais experimentadores que trabalhavam com raios X (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, pp. 520-522).

Na primeira década do século XX, o espalhamento de raios X pela matéria era explicado pela teoria clássica (ou seja, não quântica) de J. J. Thomson. As previsões dessa teoria eram confirmadas por observações realizadas com raios X de baixo poder de penetração. No entanto, utilizando raios X mais penetrantes (“duros”) ou raios γ , surgiram efeitos diferentes dos previstos, em relação à distribuição angular da radiação. Compton chegou a sugerir que essas diferenças poderiam ser explicadas supondo que o elétron era uma esfera com tamanho comparável ao comprimento de onda da radiação (COMPTON, 1923, p. 484). No entanto, outros experimentos mostraram que essa hipótese só explicaria os dados obtidos se o tamanho do elétron fosse uma função com comprimento de onda da radiação incidente – algo difícil de defender.

Além disso, em 1921 Compton estudou o comprimento de onda da radiação espalhada, mostrando que sempre há um aumento desse comprimento de onda. Esse resultado era incompatível com a teoria de J. J. Thomson, segundo a qual a radiação espalhada deveria ter exatamente o mesmo comprimento de onda que a radiação incidente (COMPTON, 1923, p. 485).

Compton tentou, durante vários anos, explicar a variação observada do comprimento de onda dos raios X espalhados pela matéria, utilizando a teoria ondulatória, como devida a um fenômeno de fluorescência (WHEATON, 1983, p. 283). Depois de várias tentativas mal sucedidas, Compton começou a explorar, no final de 1921, a hipótese dos quanta.

Compton imaginou, em suas primeiras tentativas, que o elétron absorveria a energia do quantum, sofreria um recuo, e emitiria novamente a radiação; o comprimento de onda da radiação emitida seria diferente, por causa do efeito Doppler.

Um ano depois (1922), ele mudou sua análise, passando a tratar o fenômeno como um tipo de colisão elástica, levando em conta a energia e o momentum do quantum de radiação (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, pp. 521-526).

De acordo com a teoria clássica, cada raio X afeta todos os elétrons na matéria atravessada, e o espalhamento observado é devido aos efeitos combinados de todos os elétrons. Do ponto de vista da teoria quântica, podemos supor que qualquer quantum particular de raio X não é espalhado por todos os elétrons do irradiador, mas gasta toda sua energia sobre algum elétron particular. Este elétron, por sua vez, desviará o raio em alguma direção definida, em um certo ângulo com o feixe incidente. Este desvio da trajetória do quantum de radiação resulta em uma mudança de seu momentum. Como consequência, o elétron desviador recuará com um momentum igual à mudança de momentum do raio X. A energia do raio desviado será igual à do raio incidente menos a energia cinética de recuo do elétron espalhador. E como o raio desviado deve ser um quantum completo, a frequência será reduzida na mesma razão que sua energia. Assim, na teoria quântica, deveríamos esperar que o comprimento de onda dos raios X espalhados seja maior do que o dos raios incidentes. (COMPTON, 1923, p. 485)

Compton calculou então o efeito, utilizando dinâmica relativística para descrever o momentum e a energia do elétron, e considerando que cada quantum de raio X, com energia $E=h\nu$, deveria ter um momentum $p=E/c=h\nu/c$.

A figura 2.1 representa o espalhamento, em que um quantum de raio X de frequência ν_0 é espalhado por um elétron de massa m . O momentum do raio incidente será dado por $h\nu_0/c$, onde c é a velocidade da luz e h é a constante de Planck; o raio espalhado tem momentum $h\nu_\theta/c$, e forma um ângulo θ com o movimento inicial (COMPTON, 1923, p. 486).

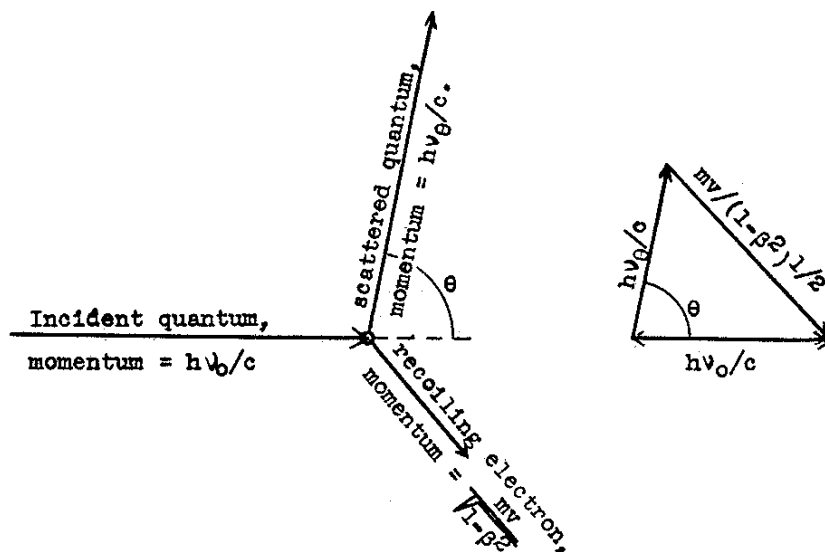


Fig. 2.1 – Desenho esquemático de Compton

O comprimento de onda λ_θ da radiação espalhada em uma direção θ seria dado por (COMPTON, 1923, p. 487):

$$\lambda_\theta = \lambda_0 + (2h/mc) \sin^2 \frac{1}{2}\theta \quad 2.11$$

ou, numericamente (exprimindo o comprimento de onda em Å):

$$\lambda_\theta = \lambda_0 + 0.0484 \sin^2 \frac{1}{2}\theta \quad 2.12$$

Compton comentou que parecia surpreendente que a mudança do comprimento de onda dependesse apenas do ângulo, e não do comprimento de onda inicial. No entanto, esse resultado correspondia exatamente aos seus experimentos publicados em 1922, nos quais observou que “para um domínio dos raios X primários de 0.7 a 0.025 Å, o comprimento de onda dos raios secundários em um ângulo de 90° com o feixe incidente é aproximadamente 0.03 Å maior do que o do feixe primário que o excita” (COMPTON, 1923, p. 494)⁶. Comparando a teoria com novos experimentos, Compton obteve uma boa concordância.

A figura 2.2 é o gráfico obtido por Compton, no qual ele obteve o espectro de raio X do molibdênio espalhado por grafite, comparando-o com o espectro do raio X primário, mostrando um acréscimo no comprimento de onda no espalhamento. De acordo com a teoria ter-se-ia: $\lambda_\theta - \lambda_0 = 0.024$ Å, enquanto os resultados experimentais indicavam: $\lambda_\theta - \lambda_0 = 0.022$ Å (COMPTON, 1923, p. 495). Estes resultados são obtidos através da equação 2.11.

⁶ De acordo com a fórmula, a variação de comprimento de onda seria de 0.0242, para um ângulo de 90°.

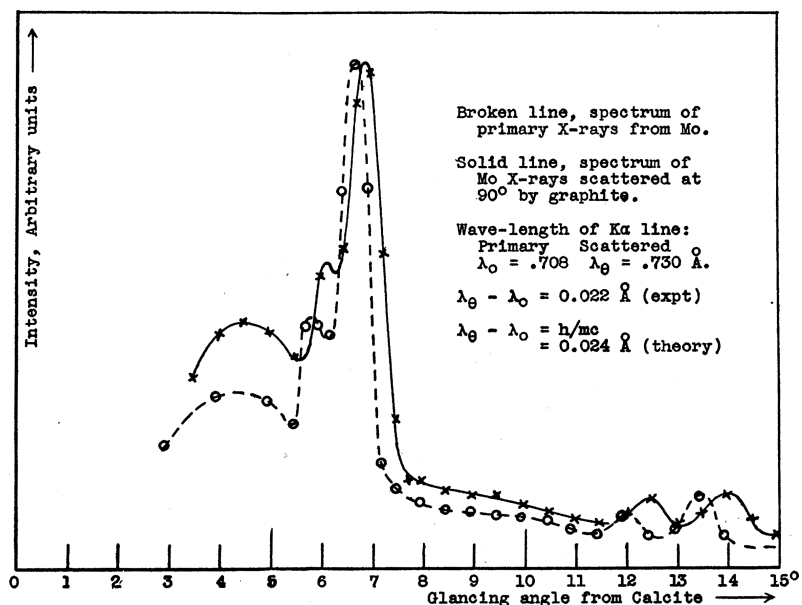


Fig. 2.2 – Gráfico obtido por Compton em 1923. A curva tracejada representa o espectro de raio X primário do Mo; a linha sólida corresponde ao espectro de raio X do Mo espalhado num ângulo de 90° pela grafite. O comprimento de onda da linha K α calculado por Compton corresponde a: comprimento de onda primário ($\lambda_0 = 0.708 \text{ \AA}$); espalhado ($0.730 \text{ \AA}$).

É relevante notar que, independentemente, Peter Debye publicou uma análise teórica equivalente à de Compton, porém antes dele, utilizando os dados experimentais que o próprio Compton já havia publicado anteriormente (WHEATON, 1983, p. 285; MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 528). Isso mostra que o ambiente, nessa época, já estava preparado para levar mais a sério a hipótese dos quanta de radiação.

Note-se que Compton desenvolveu esse trabalho *antes* do anúncio do prêmio Nobel concedido a Einstein, mas só publicou seus trabalhos *depois*. A mudança de atitude de Compton, que antes adotava a teoria ondulatória e começou a utilizar a hipótese dos quanta de radiação, parece ter sido parcialmente influenciada pelo trabalho de Maurice de Broglie e pela discussão que se seguiu ao artigo de Einstein de 1921 (WHEATON, 1983, p. 284). No entanto, Compton manteve uma posição de dúvida em relação à hipótese de quantização da radiação, e indicou que essa hipótese, embora explicasse o fenômeno de variação do comprimento de onda dos raios X espalhados, não permitia compreender os fenômenos de interferência já conhecidos (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 524).

O experimento de Compton foi de enorme importância para que a hipótese de quantização da radiação passasse a ser levada a sério (JAMMER, 1966, p. 157). Basicamente, o que Compton mostrou com seus experimentos foi que a variação do comprimento de onda de raios X espalhados pela matéria *pode ser interpretada* quantitativamente supondo-se que os raios X são constituídos por quanta de energia $\epsilon = h\nu$ e momentum $p = h\nu/c$, e analisando-se a “colisão” desses quanta com elétrons na matéria, com o uso da dinâmica relativística. O trabalho de Compton foi precedido por vários outros estudos experimentais, mas apenas Compton desenvolveu uma análise teórica cuidadosa e fez medidas suficientemente precisas

para mostrar que havia excelente concordância entre a hipótese dos quanta e a experiência (ver JAMMER, 1966, pp. 157-162).

Logo após a publicação dos trabalhos de Compton, William Duane e seu colaborador George Lindenberg Clark repetiram seu experimento mas não observaram os mesmos efeitos (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 527). Em 1923, o efeito Compton foi no entanto confirmado por P. A. Ross e por Maurice de Broglie (*ibid.*, p. 528). Apenas no final de 1924 os experimentos de Duane começaram a coincidir com os de Compton. Nessa época, praticamente todos os físicos aceitaram que o efeito existia. Sua interpretação, no entanto, ainda era discutida.

Arnold Sommerfeld, que havia defendido durante muitos anos a teoria eletromagnética dos raios X, tomou conhecimento dos experimentos de Compton e ajudou a divulgá-los na Europa. Em 1923, Sommerfeld interpretou o resultado de Compton como indicando que “a teoria ondulatória dos raios X teria que ser finalmente abandonada” (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 529).

Embora o efeito Compton fosse fortemente favorável à hipótese corpuscular, isso não resolvia o problema, pois era necessário explicar também os fenômenos de tipo ondulatório dos raios X, *e não existia nenhuma teoria que conciliasse os dois tipos de hipótese*. Sommerfeld exprimiu essa posição claramente, em 1924:

Revivemos os corpúsculos de Newton. No entanto, não podemos descartar o conceito de ondas com estes pseudo-corpúsculos. A razão é que todas as medidas espectroscópicas dependem de fenômenos de interferência, isto é, fenômenos ondulatórios. Enquanto na teoria quântica o comprimento de onda constitui um conceito derivado, ele é o conceito primário em experimentos onde a frequência e a energia são conceitos derivados. [...] No momento temos que admitir que a teoria ondulatória é indispensável; por outro lado, estamos seguros de que a estrutura quântica também é indispensável. Nesse assunto, a física moderna está diante de contradições irreconciliáveis, e tem que admitir francamente: “non liquet” [não está claro]. (Sommerfeld, *apud* MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 5.1, p. 246)

Embora o trabalho de Compton seja sempre citado como uma importante confirmação da hipótese do quantum de radiação de Einstein, é interessante que *em nenhum lugar de seu artigo* Compton se refira a Einstein ou seus trabalhos (KLEIN, 1964, p. 21).

No trabalho de Debye, no entanto, Einstein é mencionado, e sua hipótese é descrita como a de “radiação em forma de agulha” (KLEIN, 1964, p. 22).

Apesar do sucesso da hipótese dos quanta de luz na compreensão do efeito Compton, o mistério básico permanecia: como poderia tal modelo da estrutura da radiação explicar os fenômenos de interferência e difração? Há muito tempo Einstein havia anunciado sua opinião de que os aspectos de partícula e onda da radiação teriam que ser fundidos em uma teoria fundamentalmente nova, mas o caminho para essa nova teoria ainda não estava claro. (KLEIN, 1964, p. 24)

Em 1924, o próprio Einstein admitia que não havia ainda nenhuma solução:

Temos agora duas teorias da luz, ambas indispensáveis mas, deve-se admitir, sem qualquer conexão lógica entre elas, apesar de vinte anos de esforço colossal pelos físicos teóricos. (Einstein, *apud* KLEIN, 1980, p. 182; PAIS, 1982, p. 414)

Niels Bohr tomou conhecimento do trabalho de Compton e reagiu negativamente, considerando que a interpretação do efeito Compton através dos quanta de radiação era um dos maiores perigos para o futuro da teoria quântica (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 532). Bohr preferia manter uma teoria ondulatória da luz – a única que, em sua opinião, poderia explicar os fenômenos de interferência – mesmo ao custo de negar a validade das leis de conservação da energia e do momentum – elas seriam válidas apenas de forma estatística, mas não em cada processo de emissão e absorção de radiação (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 537). A teoria da radiação desenvolvida por Bohr, Kramers e Slater em 1924 (*ibid.*, pp. 532-554), era uma tentativa de explicar os fenômenos conhecidos sem a hipótese dos quanta de Einstein.

Costuma-se afirmar que a descoberta do efeito Compton, em 1922, decidiu a questão a favor dos quanta de luz (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 511). A descoberta do efeito Compton não foi uma *prova* de que a radiação era constituída por quanta de energia. Assim como outros fenômenos descobertos anteriormente, tratava-se de um caso em que era difícil (mas não impossível) explicar o efeito utilizando a teoria ondulatória, e possível explicá-lo utilizando uma hipótese corpuscular. Por outro lado, havia fenômenos (de interferência) que eram difíceis (ou impossíveis) de explicar com a hipótese corpuscular, e que podiam ser explicados com a teoria ondulatória. Como não existia uma teoria dualística, não havia nenhuma teoria capaz de explicar tudo. Assim, a descoberta do efeito Compton adicionou mais um problema, em vez de proporcionar uma solução ao conflito.

Depois da descoberta do efeito Compton, Schrödinger, Halpern, Debye e o próprio Compton propuseram demonstrações semi-clássicas em que deduziram o efeito observado (KIDD, ARDINI & ANTON, 1989, p. 28). Ou seja: a descoberta do efeito não constituía um argumento crucial a favor dos quanta de radiação.

Capítulo 3

Os artigos iniciais de Louis de Broglie

*Se o que ele está dizendo é verdadeiro, eu já não compreendo mais nada de física (Paul Ehrenfest). Mas não, a física, você compreende muito bem. É o gênio que você não compreende muito (Albert Einstein).*¹

3.1 INTRODUÇÃO

No capítulo anterior, vimos que os físicos mais diretamente envolvidos com a pesquisa de raios X tinham uma clara visão sobre a necessidade de obter uma unificação entre os aspectos corpusculares e ondulatórios da radiação – embora não estivesse claro como isso seria possível. Foi Louis de Broglie quem propôs uma teoria em que essa dualidade era compreendida como uma *fusão íntima* dos aspectos ondulatórios e corpusculares.

Este capítulo apresentará uma curta biografia de Louis de Broglie, indicando os principais aspectos de sua vida que tiveram relevância para sua teoria posterior; e depois mostrará o surgimento da sua mecânica ondulatória, através da análise dos seus primeiros artigos.

Os passos fundamentais do desenvolvimento da teoria de De Broglie foram dados em 1922 e 1923. Primeiramente (1922), De Broglie começou a analisar os quanta de luz como partículas relativísticas, com massa de repouso não nula, e se preocupou, ao mesmo tempo, com um modo de conciliar os fenômenos ondulatórios com esse tipo de modelo. O segundo passo (1923) foi associar uma vibração (e, depois, uma onda) aos corpúsculos de luz (ainda utilizando a teoria da relatividade); e, quase simultaneamente, transferiu a mesma idéia a elétrons e outras partículas. No outono de 1923 as idéias básicas já estavam desenvolvidas, e no início de 1924 Louis de Broglie escreveu sua tese, que foi defendida apenas em novembro daquele ano.

3.2 A FORMAÇÃO INTELECTUAL DE LOUIS DE BROGLIE

Louis-Victor-Pierre-Raymond de Broglie (1892-1987) era o irmão caçula de Maurice de Broglie². O pai de ambos faleceu em 1906, quando Maurice tinha 31 anos de idade e Louis tinha 14. A partir de então, Maurice se tornou responsável pela educação do irmão caçula (WHEATON, 1983, p. 274). A família de ambos pertencia à antiga nobreza, era rica, e eles nunca tiveram que se preocupar com problemas financeiros.

Em torno de 1906, Maurice de Broglie começou a trabalhar com Paul Langevin, e em 1908 defendeu seu doutoramento (NYE, 1997, p. 405). O contato entre Maurice e Langevin se manteve durante muitos anos, e posteriormente Langevin passou a ter também grande influência sobre Louis de Broglie.

¹ Citado em LOCHAK, 1992, p. 105.

² Eles tiveram também três irmãs. Informações sobre elas podem ser encontradas em NYE, 1997.

Em 1910, aos dezoito anos de idade, Louis obteve o título de licenciado em letras, com um trabalho sobre a história da Idade Média (DE BROGLIE, 1987, p. 33). Logo depois iniciou o estudo de Direito. Porém, a leitura de diversas obras científicas (especialmente as de Henri Poincaré) fez com que ele se voltasse para a Física (DE BROGLIE, 1987, p. 25; MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 581).

Antes de se interessar por física, Louis se relacionava pouco com seu irmão Maurice, que era 18 anos mais velho (DE BROGLIE, 1987, p. 32). Tendo voltado sua atenção para a ciência, Louis passou a freqüentar o laboratório de seu irmão, que funcionava na sua própria residência³.

Quando, em 1911, Maurice ajudou Paul Langevin a editar os anais do primeiro Conselho Solvay, Louis leu os rascunhos desses trabalhos, e isso o estimulou a dedicar-se a questões relacionadas à física quântica (DE BROGLIE, 1987, p. 25). Desde essa época, de acordo com relatos muito posteriores do próprio Louis de Broglie, ele teria fixado sua atenção na questão dos quanta de luz e na necessidade de conciliar essa idéia com a teoria ondulatória (DE BROGLIE, 1987, p. 26). Pode-se duvidar desse relato, já que, durante o congresso Solvay, essa não era a visão predominante. Uma outra versão (mais consistente com a época e com as discussões do Conselho Solvay) é a de que Louis se interessou pelo problema de “compreender a verdadeira natureza dos misteriosos quanta que Max Planck havia introduzido na física dez anos antes, mas dos quais não se percebia ainda o significado profundo” (DE BROGLIE, 1987, p. 39).

A partir de 1911, Louis de Broglie começou a aprofundar seu conhecimento de física, estudando os trabalhos de Henri Poincaré, Hendrik Lorentz, Paul Langevin, Ludwig Boltzmann, Josiah Gibbs, Albert Einstein e Max Planck (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 582). Preocupou-se especialmente com a teoria quântica e com a relatividade. Sabe-se que De Broglie estudou o tratado de mecânica de Paul Appell, os livros de mecânica celeste e eletromagnetismo de Henri Poincaré, o tratado de óptica de Paul Drude, a termodinâmica de Planck e os livros de Lorentz sobre mecânica estatística e sobre teoria do elétron (DARRIGOL, 1993, p. 313).

Segundo o próprio Louis, durante seus estudos de física, interessou-se particularmente pela mecânica analítica e pelas abordagens de Hamilton e Jacobi, tendo entrevisto a possibilidade de utilizar essas idéias para buscar uma conciliação entre as teorias ondulatória e corpuscular (DE BROGLIE, 1987, pp. 34, 39).

A analogia entre óptica e mecânica sobre a qual De Broglie insistiu tanto havia sido sugerida pela primeira vez por William Rowan Hamilton, em uma série de trabalhos publicados entre 1828 e 1835 (DARRIGOL, 1993, p. 329). O ponto de partida de Hamilton foi a semelhança entre os princípios de Fermat (da óptica geométrica) e de Maupertuis (da mecânica) – o qual, diga-se de passagem, foi inspirado pelo primeiro. Com raras exceções, os tratados de mecânica apenas apresentavam os resultados de Hamilton (sob a forma de Jacobi), sem mencionar a origem dessas fórmulas. Uma exceção era o livro de mecânica racional de Paul Appell, que Louis de Broglie estudou (DARRIGOL, 1993, p. 330). Porém, mesmo as

³ Maurice nunca teve uma posição acadêmica, mantendo-se sempre independente e custeando suas próprias pesquisas (e a de seus colaboradores). No entanto, seu laboratório adquiriu grande importância, e ajudou a formar uma escola de pesquisadores (NYE, 1997, pp. 404-411). Georges Lochack informa que eles tiveram um irmão, com idade intermediária entre eles, e que teria morrido aos sete anos, de apendicite, porque na França ainda não sabiam fazer este tipo de cirurgia (LOCHAK, 1992, p.28).

pessoas que estavam cientes dessa analogia não imaginavam que pudesse haver alguma coisa mais fundamental por trás dela.

Louis parece não ter tido muita facilidade em seus estudos, e em 1912 teve uma grave crise por ter sido incapaz de resolver uma questão sobre fenômenos periódicos (DARRIGOL, 1993, p. 312).

Em 1913 recebeu o título de licenciado em ciências, e em outubro do mesmo ano entrou no corpo de engenharia do exército francês, para cumprir serviço militar. Por causa de sua formação científica, foi aceito na companhia de radiotelegrafia (DE BROGLIE, 1987, p. 26). Logo depois começou a Primeira Guerra mundial, e ele permaneceu trabalhando no exército. A partir do início da guerra, Louis ficou trabalhando sob a direção do General Ferrié (DE BROGLIE, 1987, p. 34), o militar que estava encarregado das comunicações por rádio e que valorizava o trabalho científico (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 580). Esse trabalho o poupou de ser enviado à frente de batalha, onde muitos jovens morreram.

Louis de Broglie passou os cinco anos e meio seguintes trabalhando no serviço de radiotelegrafia militar estabelecido junto à Torre Eiffel. Louis e Maurice, juntamente com Léon Nicolas Brillouin (1889-1979), se dedicaram a aperfeiçoar as técnicas existentes (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 582).

Durante esse tempo, as técnicas de produção de ondas de rádio evoluíram muito, com a introdução das válvulas eletrônicas e com o início da transmissão de voz por rádio. Louis presenciou essas mudanças e se interessou muito pelo assunto, aprendendo sobre eletrônica, eletromagnetismo e rádio (DE BROGLIE, 1987, pp. 26, 34).

Louis de Broglie apresentou, em 1946, uma conferência sobre a história da telegrafia sem fio (DE BROGLIE, 1947, pp. 318-335). Na época em que ele começou a se dedicar ao assunto, em 1914, os sinais telegráficos eram enviados através de sinais de rádio de grande comprimento de onda e constituídos por ondas fortemente amortecidas – produzindo trens de ondas limitados (*ibid.*, p. 322). A detecção dos sinais telegráficos era feita captando as ondas por grandes antenas, ligadas a um dispositivo simples, que produzia “tiques” audíveis quando cada sinal era captado.

Nesse período, apenas começava o uso das válvulas eletrônicas (triodos). Com a nova técnica, começou a ser utilizado o conceito de sintonia; tanto o emissor quanto o receptor utilizavam frequências próximas. A onda emitida era modulada, e essa onda, ao ser recebida e superposta a uma onda criada pelo aparelho receptor, gerava batimentos que tinham uma frequência muito mais baixa, audível (DE BROGLIE, 1947, p. 325). Isso possibilitou, no final da Primeira Guerra Mundial, a transmissão de voz pelos sinais de rádio (*ibid.*, p. 326). Por cinco anos e meio, durante a guerra, Louis de Broglie vivia no meio de aparelhos que produziam e emitiam ondas, e certamente essa vivência técnica, juntamente com o estudo teórico desses fenômenos, teve grande influência em seu trabalho posterior. Foi certamente por seu contato com os sinais telegráficos por rádio que Louis de Broglie se familiarizou com conceitos tais como o de trem de ondas, modulação, sintonia, batimentos, etc. Todos esses conceitos foram utilizados, depois, em sua mecânica ondulatória. Por isso, embora nenhum biógrafo ou historiador tenha ainda enfatizado a importância desse período de sua vida, pode-se dizer que seu trabalho em radiotelegrafia deve ter influenciado o desenvolvimento da mecânica ondulatória.

3.3 AS PRIMEIRAS PESQUISAS DE LOUIS DE BROGLIE E A INFLUÊNCIA DE MAURICE

A pesquisa física ficou praticamente suspensa, na França, durante a Primeira Guerra, entre 1914 e 1918 (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 580). Em 1920, após o final da guerra, Louis dedicou-se ao trabalho experimental de raios X no laboratório particular do irmão (DE BROGLIE, 1987, p. 40). Maurice estava trabalhando em pesquisas sobre raios X e efeito fotoelétrico. “Retornando assim às preocupações de minha primeira juventude, eu me encontrei novamente diante desse problema das ondas e dos corpúsculos, que se encontra em cada passo nas questões relativas às radiações de frequência muito alta” (DE BROGLIE, 1987, p. 27). No próprio ano de 1920, Louis publicou seus dois primeiros trabalhos de pesquisa, ambos sobre raios X.

Os primeiros trabalhos publicados por Louis, sobre espectros de raios X e sua relação com modelos atômicos, não estavam voltados para a análise da própria natureza da radiação (WHEATON, 1983, p. 275). Louis estudou os trabalhos de Bohr e Sommerfeld, e a interação entre raios X e matéria. Mesmo depois que começou a desenvolver seus trabalhos teóricos sobre a teoria ondulatória, Louis continuou a publicar trabalhos sobre raios X, durante alguns anos, com seu irmão e outros colaboradores.

Na França, Paul Langevin e Jean Perrin aceitaram a hipótese dos quanta de luz de Einstein. Langevin ensinava essa hipótese aos seus estudantes, que não tinham dificuldade em aceitá-la (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 580). Léon Brillouin e Louis de Broglie freqüentaram, como ouvintes, alguns dos cursos de Langevin no *Collège de France* (*ibid.*, p. 583; NYE, 1997, p. 412), e provavelmente foram influenciados por sua posição. Louis freqüentou também os cursos do matemático Émile Borel (DE BROGLIE, 1987, p. 35).

Em 1919, Louis assistiu aos seminários de Paul Langevin sobre teoria quântica e, nos anos de 1920 e 1921, ao curso de Langevin sobre teoria da relatividade, que era seu tema favorito (DARRIGOL, 1993, p. 314).

Devo insistir muito particularmente aqui sobre uma idéia que me guiou constantemente nessa época e que não é jamais lembrada hoje. Como disse, eu estava convencido de que se deveria sempre tomar com base dos desenvolvimentos teóricos as idéias da teoria da relatividade. Guiado pelas belas exposições de Paul Langevin no Collège de France, estudei bastante as propriedades da representação relativística de uma onda que se propaga. (DE BROGLIE, 1971, p. 3)

De Broglie leu os trabalhos de Bohr e de Sommerfeld, assim como numerosos artigos em inglês e alemão, publicados em periódicos.

A partir de 1921, sob a influência de Dauvillier e de Maurice, Louis de Broglie começou a se preocupar com os fenômenos quânticos associados aos raios X (WHEATON, 1983, p. 275). Nessa época, eles discutiram “a angustiante questão” das propriedades ondulatória e corpuscular da radiação (DE BROGLIE, 1987, p. 35).

Essas longas conversas com meu irmão sobre as propriedades dos raios X, [...] tiveram para mim a vantagem de me fazer refletir profundamente sobre a necessidade de sempre associar os pontos de vista corpuscular e ondulatório [...]. (DE BROGLIE, 1987, p. 40)

Em novembro de 1921, ele tinha a expectativa de que a nova teoria seria análoga à hidrodinâmica, na qual as leis ondulatórias macroscópicas representam o comportamento de um grande número de moléculas de água (WHEATON, 1983, p. 276).

Os primeiros trabalhos de Louis de Broglie foram criticados (por exemplo, por Hendrik Kramers, que trabalhava com Niels Bohr), e o próprio De Broglie admitiu que havia problemas em suas deduções (DARRIGOL, 1993, p. 316):

Em uma primeira série de trabalhos, eu me preocupei com o fenômeno da absorção dos raios X, de sua interpretação pela teoria de Bohr e de suas relações com o equilíbrio termodinâmico. Tentei até mesmo obter a forma precisa da lei de absorção dos raios X apoiando-me, de um modo que atualmente não me parece mais justificado, sobre o princípio de correspondência. Muitos dos raciocínios que desenvolvi então eram contestáveis [...]. (DE BROGLIE, 1987, p. 40)

Louis estudou os trabalhos de Einstein sobre a luz, e convenceu-se de que era necessário desenvolver uma teoria que combinasse as teorias ondulatória e corpuscular (WHEATON, 1983, p. 276).

Minhas pesquisas sobre a física dos raios X me haviam convencido da necessidade de uma teoria sintética das radiações combinando o aspecto “onda” e o aspecto “fôton”, e eu havia refletido muito sobre os trabalhos já antigos do Sr. Einstein sobre os quanta de luz. Meditando sobre essas questões, fui levado a fazer em 1922 duas publicações sobre esse assunto. (DE BROGLIE, 1987, p. 41)

Durante o desenvolvimento de suas idéias, Louis vivia bastante isolado, tendo contato científico apenas com o grupo de Maurice, além de Léon Brillouin e Paul Langevin (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 583).

A influência de Maurice, nesse período, foi essencial para o desenvolvimento das idéias de Louis, e por isso é necessário falar mais um pouco sobre ele.

O trabalho de Maurice de Broglie tinha vários aspectos originais. O espectro dos elementos permitia determinar os níveis de energia atômicos, por isso era possível *prever* as energias cinéticas dos elétrons arrancados de cada um desses níveis, pelos raios X. Assim, os experimentos permitiram verificar a fórmula de Einstein para o efeito fotoelétrico, em uma situação em que a energia necessária para extrair os elétrons era conhecida (ao contrário do efeito fotoelétrico comum). Por outro lado, as medidas do espectro de velocidades dos elétrons arrancados por raios X de comprimento de onda conhecido era um método novo, independente do método óptico, para estudar a estrutura atômica (DARRIGOL, 1993, p. 318).

Já que os raios X se comportavam como partículas, Maurice de Broglie começou a pensar nos elétrons como equivalentes aos raios X, e em 1921 começou a aplicar a relação $E=h\nu$ para os elétrons, chamando de “frequência do elétron” o valor de sua energia cinética dividida pela constante de Planck (DARRIGOL, 1993, p. 321). Ele não desenvolveu essa idéia sob o ponto de vista teórico, mas enfatizou em várias de suas publicações que havia uma unidade fundamental entre a radiação e a matéria (*ibid.*, p. 321).

Maurice apresentou seus resultados durante o congresso Solvay de 1921, e em sua apresentação enfatizou o problema de compreensão da natureza da radiação (DARRIGOL, 1993, pp. 319-320). Nas discussões que se seguiram à sua comunicação, Paul Langevin defendeu a antiga interpretação do “gatilho” para o efeito fotoelétrico, considerando que a

hipótese dos quanta de luz não concordava com os fenômenos de interferência e difração. Léon Brillouin também tinha restrições semelhantes sobre a hipótese corpuscular da luz (*ibid.*, pp. 320-321).

Embora as idéias de Maurice não fossem aceitas pela maioria dos físicos, a importância de sua pesquisa experimental era inegável. Em 1922, o prêmio Nobel foi concedido a Niels Bohr. O físico sueco C. W. Oseen, que escreveu a justificativa do prêmio concedido a Bohr, mencionou os trabalhos de Maurice de Broglie sobre raios X, que tinham verificado a teoria de Bohr para a estrutura mais interna dos átomos (NYE, 1997, p. 414). Esses trabalhos experimentais eram considerados tão importantes que, em 1925 e 1926, o físico russo Orest Khvol'son (também conhecido como Chwolson) indicou tanto Maurice quanto Louis de Broglie para o prêmio Nobel, por seus trabalhos sobre raios X (*ibid.*, p. 414).

Foi em 1922 que Louis de Broglie escreveu seus primeiros trabalhos teóricos sobre os quanta de luz (ver mais adiante). Ao mesmo tempo em que ele desenvolvia essas idéias, seu irmão Maurice trabalhava na versão final do trabalho que havia apresentado no Conselho Solvay de 1921. Ele terminou esse artigo no início de 1922. Nele, apresentou com bastante detalhe o dilema onda-partícula (WHEATON, 1983, p. 277). Alguns dos pontos centrais da argumentação de Maurice eram os mesmos que Bragg já havia apresentado em 1907 (WHEATON, 1983, p. 277). Porém, agora, havia uma grande massa de dados quantitativos, de excelente qualidade, inexistente antes.

Bruce Wheaton considera que o trabalho de Louis de Broglie foi fortemente influenciado por seu irmão Maurice, que comentou em seu livro sobre raios X, em 1922: “encontramos certos aspectos cinéticos na radiação ondulatória, e certos aspectos periódicos na direção dos elétrons” (WHEATON, 1983, p. 289). É difícil, no entanto, saber o que Maurice queria dizer com isso.

Os passos fundamentais do desenvolvimento da teoria de De Broglie foram dados em 1922 e 1923. No ano de 1922, ele publicou dois trabalhos teóricos importantes sobre os quanta de luz (além de continuar a publicar sobre raios X).

1. DE BROGLIE, Louis. Rayonnement noir et quanta de lumière. *Le Journal de Physique et le Radium*, [6] **11** (3): 422-428, 1922 (a).
2. DE BROGLIE, Louis. Sur les interférences et la théorie des quanta de lumière. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **175**: 811-813, 1922 (b).

Nesses dois trabalhos, ele começou a analisar os quanta de luz como partículas relativísticas, com massa de repouso não nula, e se preocupou, ao mesmo tempo, com um modo de conciliar os fenômenos ondulatórios com esse tipo de modelo. Esses dois trabalhos serão descritos a seguir.

O segundo passo, dado em 1923, foi associar uma vibração (e, depois, uma onda) aos corpúsculos de luz (ainda utilizando a teoria da relatividade); e, quase simultaneamente, transferiu a mesma idéia a elétrons e outras partículas. No outono de 1923 (setembro-outubro) as idéias básicas já estavam desenvolvidas e foram publicadas sob a forma de três pequenos trabalhos⁴.

⁴ Além das notas publicadas na França, ele publicou também dois trabalhos em inglês, para divulgar suas idéias.

3. DE BROGLIE, Louis. Ondes et quanta. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **177**: 507-510, 1923 (a).
4. DE BROGLIE, Louis. Quanta de lumière, diffraction et interférences. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **177**: 548-550, 1923 (b).
5. DE BROGLIE, Louis. Les quanta, la théorie cinétique des gaz et le principe de Fermat. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **177**: 630-632, 1923 (c).

Louis de Broglie mencionou, em vários de seus escritos biográficos, apenas os trabalhos escritos no outono de 1923 como representando o início de sua teoria (DE BROGLIE, 1987, p. 27). De fato, é neste ano que surge claramente a concepção de dualidade onda-partícula característica do seu pensamento. No entanto, é preciso analisar os seus trabalhos anteriores, para compreender a origem de suas idéias.

No início de 1924 Louis de Broglie escreveu sua tese, que estava pronta em meados do ano mas foi defendida apenas em novembro. A tese adicionou poucas coisas aos trabalhos que já haviam sido publicados antes, como veremos mais adiante. Por isso, a análise detalhada desses cinco artigos é fundamental para compreendermos a evolução do pensamento de De Broglie.

3.4 O PRIMEIRO ARTIGO DE 1922: PARTÍCULAS RELATIVÍSTICAS DE LUZ

Deixando de lado os trabalhos que Louis de Broglie publicou sobre raios X, iniciaremos nossa análise com um artigo que ele submeteu em 26 de janeiro de 1922 para publicação na revista *Journal de Physique et le Radium*, e que foi publicado em novembro daquele ano (DE BROGLIE, 1922a).

Nesse artigo, intitulado *Radiação negra e quanta de luz* seu principal objetivo foi, “[...] estabelecer um certo número de resultados conhecidos da teoria da radiação por meio de raciocínios que se apoiam unicamente sobre a termodinâmica, a teoria cinética e a dos quanta, sem qualquer intervenção do eletromagnetismo” (DE BROGLIE, 1922a, p. 422).

A hipótese básica utilizada por De Broglie neste artigo é a de “átomos de luz”: “A radiação negra em equilíbrio à temperatura T é considerada como um gás formado por átomos de luz de energia $W=h\nu$ ” (DE BROGLIE, 1922a, p. 422). Até aqui, pode parecer que De Broglie vai utilizar a mesma hipótese que Einstein havia utilizado em 1905, mas logo depois ele esclarece o que são esses átomos de luz, para ele:

Conforme as fórmulas da mecânica da relatividade, a massa dos átomos de luz é suposta igual a $h\nu/c^2$, quociente da energia pelo quadrado da velocidade da luz. Sua quantidade de movimento é $h\nu/c=W/c$. (DE BROGLIE, 1922a, p. 422)

Note-se que De Broglie estava aplicando aos quanta de luz tanto a relação $E=h\nu$ quanto $E=mc^2$ – algo que Einstein jamais havia feito. Em uma nota de rodapé, Louis de Broglie esclarece sua conjectura. Os “átomos de luz” teriam massa de repouso m_0 diferente de

zero⁵. A velocidade desses átomos de luz seria muito próxima a c , porém sempre inferior a esse valor. A velocidade desses átomos de luz dependeria da frequência da radiação. Haveria referenciais em relação aos quais os átomos de luz estariam em repouso, e em relação a estes, valeria a relação $m_0c^2=h\nu_0$, que definiria uma “frequência de repouso” dos átomos de luz.

Nem Einstein, nem nenhum outro físico, havia utilizado essas idéias. O desenvolvimento da teoria quântica tinha ocorrido de forma praticamente independente da teoria da relatividade, até o trabalho de Louis de Broglie. Havia apenas alguns pequenos pontos de contato. Arnold Sommerfeld havia apresentado uma forma do princípio de quantização que era invariante, sob o ponto de vista relativístico. Além disso, o próprio Sommerfeld havia desenvolvido uma teoria relativística do átomo de Bohr. No entanto, a teoria dos quanta de luz não tinha conexão com a teoria da relatividade. Louis de Broglie procurou, desde seus primeiros trabalhos, associar os princípios relativísticos às idéias quânticas.

Muitos anos mais tarde, De Broglie assim justificou esse passo: “Tendo estudado muito a teoria da relatividade e os trabalhos de Einstein, percebi uma relação estreita entre o dualismo das ondas e corpúsculos e as idéias relativísticas” (DE BROGLIE, 1987, p. 103). Mas é evidente que, nesses aspectos acima descritos, a origem das idéias de De Broglie não pode ter sido essa. Além de não empregar a dinâmica relativística para os quanta de luz, Einstein jamais havia pensado que a luz, no vácuo, pudesse ter uma velocidade diferente de c . Essa era uma idéia extremamente arriscada que De Broglie estava desenvolvendo, e que mostrava que ele levava a sério a idéia de que a luz podia ser representada como um conjunto de partículas. Nesse trabalho, pode-se dizer que predomina a visão corpuscular da luz, ficando os aspectos ondulatórios em segundo plano.

Georges Lochak considerava que uma das coisas que ajudou De Broglie a chegar à sua teoria foi conceber as propriedades corpusculares da luz não como uma mera aparência, mas como a existência de partículas reais (os *átomos de luz*), comparáveis a qualquer outra partícula (como os átomos ou elétrons), possuindo uma massa de repouso e obedecendo à dinâmica relativística (LOCHAK, 1982, p. 937). Essa idéia não foi aceita, nem na época nem posteriormente. No entanto, em 1973, Louis de Broglie considerava ainda importante a idéia de uma massa de repouso não nula para os quanta de luz (DE BROGLIE, 1987, p. 127).

Inicialmente – e este é o aspecto revolucionário deste artigo – De Broglie utiliza as equações usuais da dinâmica relativística para os quanta de luz (DE BROGLIE, 1922a, p. 422). Essas partículas teriam uma velocidade $v=\beta c$, e sua energia cinética poderia ser calculada pela expressão abaixo⁶:

$$W = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \quad 3.1$$

Ele também introduziu uma quantidade de movimento para estes corpos, cuja expressão seria:

⁵ Louis de Broglie parece ter sido o primeiro a propor a idéia de que os quanta de luz teriam uma massa de repouso finita (DARRIGOL, 1993, p. 335)

⁶ Nesta época, De Broglie considerava que a relação $E=h\nu$ deveria ser válida quando E fosse a energia cinética da partícula. Mais tarde, ele passará a considerar que E é a energia total.

$$G = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 3.2$$

Para o átomo de luz, m_0 deveria ser “infinitamente pequeno” e β “infinitamente próximo” do valor 1, de forma que a expressão da massa relativística m tivesse um valor definido, que não fosse nem zero nem infinito:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 3.3$$

Para fins práticos, no entanto, De Broglie utiliza no artigo as relações $W=mc^2$ e $G=mc=W/c$, que são os valores limite quando a velocidade é muito próxima de c .

Neste artigo, De Broglie não fez nenhuma sugestão a respeito do valor de m_0 , impondo apenas que essa massa fosse muito pequena, de tal modo que a velocidade dos átomos de luz pudesse ser muito próxima a c .

A hipótese dos quanta de luz conduziria assim, adotando-se a dinâmica da relatividade, a considerar os átomos de luz (supostos de mesma massa, muito pequena) como animados de velocidades variáveis com sua energia (frequência), mas todas extremamente próximas de c . Explicar-se-ia, assim, por quê a luz parece se propagar (dentro dos limites da precisão experimental) exatamente como a velocidade que desempenha o papel de velocidade infinita [velocidade limite] nas fórmulas de Einstein. (DE BROGLIE, 1922a, p. 428)

É interessante que, segundo essa hipótese de De Broglie, todos os quanta de luz são idênticos, possuindo a mesma massa de repouso – assim como todos os elétrons são iguais entre si. Essa também é uma idéia nova, inexistente na hipótese inicial de Einstein, porém adotada (posteriormente) na definição de Lewis para o fóton (LEWIS, 1926).

A relação entre a velocidade e a frequência da radiação pode ser obtida a partir da equação 3.1, igualando a energia W a $h\nu$, e usando o limite quando β é próximo de 1. De Broglie apresentou o resultado:

$$v = c - \frac{c^3 m_0^2}{2h^2 \nu^2} \quad 3.4$$

Indicou que a expressão $\frac{c^3 m_0^2}{2h^2 \nu^2}$ deveria ser muito pequena quando comparada com c , escapando ao domínio experimental, por causa do pequeno valor de m_0 (DE BROGLIE, 1922a, p. 428). Em um trabalho posterior, ele sugeriu um limite $m_0 < 10^{-50}$ g (DE BROGLIE, 1923a, p. 508). Em épocas posteriores, houve ocasionalmente especulações de que o fóton poderia ter uma massa de repouso diferente de zero. A partir de observações astronômicas, pode-se estabelecer o limite máximo para essa massa como sendo de aproximadamente 10^{-48} g (PAIS, 1982, p. 407; KIDD, ARDINI & ANTON, 1989, p. 30). Ou seja: De Broglie foi suficientemente esperto para sugerir um limite de massa que não entrasse em conflito nem

com as medidas da velocidade da luz existentes na época, nem com as que pudessem ser feitas a médio prazo.

A partir de sua hipótese sobre os átomos relativísticos de luz, De Broglie calculou inicialmente a pressão exercida pela luz nas paredes de um recipiente, obtendo o valor usual: a pressão é igual a um terço da densidade de energia da radiação contida em uma caixa (DE BROGLIE, 1922a, p. 423). Para partículas clássicas (baixa velocidade), obtém-se um valor bem diferente, pois a pressão é $2/3$ da densidade de energia cinética de um gás.

Em seguida, De Broglie aplicou uma análise estatística aos átomos de luz, determinando o número de átomos de luz com energia W situados em um elemento de volume dx, dy, dz e cujas componentes da quantidade de movimento estivessem nos limites entre p e $p+dp$, q e $q+dq$, r e $r+dr$.

$$dn_w = C^{te} e^{-\frac{W}{kT}} dx dy dz dp dq dr \quad 3.5$$

Ele comentou que podia utilizar esse resultado da estatística clássica para os átomos de luz, pois os princípios de onde ele é deduzido são válidos também no caso da teoria da relatividade (DE BROGLIE, 1922a, p. 423).

Dividindo-se a expressão pelo volume $dx.dy.dz$ e fazendo algumas substituições baseadas na dinâmica relativística, De Broglie obteve o número de átomos de energia *por unidade de volume*, com energia entre W e $W+dW$:

$$dn_w = C^{te} e^{-\frac{W}{kT}} W^2 dW \quad 3.6$$

Note-se que, embora agora esteja calculando o número de átomos *por unidade de volume*, De Broglie continuou a utilizar o mesmo símbolo anterior (DE BROGLIE, 1922a, p. 423).

O passo seguinte de De Broglie foi tentar calcular a constante da equação. Primeiramente, ele considerou que o número total de átomos de luz (com qualquer energia) por unidade de volume fosse igual a n . Evidentemente, esse número deve ser igual à integral da equação 3.6, sobre todas as energias (ou seja, fazendo W variar de 0 até infinito). Calculando essa integral e igualando-a a n , De Broglie obteve o valor da constante em função de n . Ele não a escreve explicitamente no trabalho, mas vê-se que obteve o valor:

$$C^{te} = \frac{n}{2k^3 T^3} \quad 3.7$$

Substituindo esse resultado na equação 3.6, temos:

$$dn_w = \frac{n}{2k^3 T^3} e^{-\frac{W}{kT}} W^2 dW \quad 3.8$$

Portanto, a densidade de energia du_w dos átomos de luz com energias entre W e $W+dW$ seria igual a esse valor multiplicado por W , ou seja:

$$du_w = \frac{n}{2k^3T^3} e^{-\frac{w}{kT}} W^3 dW \quad 3.9$$

Integrando para todos os valores de energia, obtém-se a densidade total de energia u da radiação (DE BROGLIE, 1922a, p. 424), que é igual a:

$$u=3nkT \quad 3.10$$

Antes de prosseguir, De Broglie chama a atenção para uma conseqüência interessante. A energia média por átomo de luz é igual ao valor obtido dividido por n , e portanto é igual a $3kT$. Para partículas clássicas, como as moléculas de um gás, a energia cinética média é $(3/2)kT$, ou seja, a metade desse valor. O resultado obtido por De Broglie é coerente com os resultados da teoria eletromagnética da luz, que leva em conta a existência de dois tipos de campos associados à onda eletromagnética e atribui a cada um deles uma energia média igual a $(3/2)kT$. Portanto, De Broglie obteve, sem utilizar nenhuma hipótese eletromagnética ou ondulatória, mais um resultado compatível com o da teoria eletromagnética da luz.

Em seguida, De Broglie utiliza a termodinâmica:

$$dS = \frac{1}{T}(dU + pdV) \quad 3.11$$

Sabendo-se que a pressão da radiação p é um terço da densidade de energia u (ou seja, $p=u/3$), e que a energia U é o produto da densidade de energia u pelo volume total (ou seja, $U=uV$), todas as grandezas do lado direito da equação 3.11 podem ser substituídas em função da equação 3.10, que dá a densidade de energia.

$$p=nkT \quad 3.12$$

$$U=3nkTV \quad 3.13$$

No entanto, para obter a diferencial de U , é necessário fazer uma hipótese adicional: a de que n é função apenas da temperatura (DE BROGLIE, 1922a, p. 423). Portanto, a partir de 3.13 teremos dU .

$$dU=3nkTdV+3nkVdT+3kTV(dn/dT)dT \quad 3.14$$

Substituindo agora 3.12 e 3.14 em 3.11, e fazendo, simplificações, De Broglie obteve:

$$dS = \left(\frac{3nkV}{T} + 3kV \frac{dn}{dT} \right) dT + 4nk dV \quad 3.15$$

Para que dS seja uma diferencial exata, é preciso que:

$$\frac{3nk}{T} + 3k \frac{dn}{dT} = 4k \frac{dn}{dT} \quad 3.16$$

Daí, De Broglie obtém facilmente a relação entre n e T :

$$n = Ak^3 T^3 \quad 3.17$$

onde A é uma constante de integração. Portanto, a densidade de energia u pode ser escrita como $u = 3nkT = 3Ak^4 T^4$. Comparando com a equação de Stefan-Boltzmann, $u = \sigma T^4$, obtém-se que $\sigma = 3Ak^4$.

Retornando à equação 3.15 da entropia e substituindo a relação 3.17, e integrando⁷, De Broglie obtém:

$$S = 4Ak^4 T^4 V \quad 3.18 a$$

A mesma relação pode ser escrita em função da constante de Stefan-Boltzmann σ , levando a um resultado que já era bem conhecido:

$$S = (4/3)\sigma T^3 V \quad 3.18 b$$

Substituindo a relação 3.17 na equação 3.9 e, além disso, levando em conta que $W = h\nu$, De Broglie obteve a lei de Wien (considerada como um limite da lei de Planck, já que nela figura a constante h de Planck, que não existe na fórmula original de Wien):

$$du_w = \frac{Ah^4}{2} e^{-\frac{h\nu}{kT}} \nu^3 d\nu \quad 3.19$$

Utilizando uma nova análise estatística baseada em um trabalho de Léon Brillouin, e utilizando a fórmula da energia livre do gás de átomos de luz, que pode ser obtida a partir da entropia (equação 3.18), De Broglie conseguiu obter o valor da constante A (DE BROGLIE, 1922a, pp. 425-426):

$$A = \frac{8\pi}{c^3 h^3} \quad 3.20$$

Substituindo esse valor na equação 3.19, De Broglie obteve uma equação *quase* idêntica à lei de Wien:

$$du_w = 4\pi \frac{h}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{kT}} \nu^3 d\nu \quad 3.21$$

Em vez do fator numérico 4, a fórmula de Wien tem o fator 8. De Broglie comentou que não se tratava de um erro na dedução apresentada: “Essa diferença não é devida a um erro de cálculo, mas provavelmente, como comentou o Sr. Léon Brillouin, [deve-se] a que não se

⁷ A constante de integração é nula, porque para $T=0$, o gás de átomos de luz não existe, e sua entropia deve ser zero.

introduziu na teoria precedente a noção de polarização da luz” (DE BROGLIE, 1922a, p. 426)⁸ Como De Broglie não queria utilizar conceitos ondulatórios neste seu trabalho, sugeriu que poderia haver um equivalente corpuscular ao conceito de polarização: dois átomos de luz com mesma posição e mesma velocidade poderiam diferir por serem dextrógiros ou levógiros, isto é, teriam alguma propriedade semelhante ao momento angular, que desempenharia um papel equivalente ao de polarização⁹. Com essa nova hipótese, seria obtido o fator 8, em vez de 4, na equação 3.21, obtendo então a lei de Wien.

$$du_w = 8\pi \frac{h}{c^3} e^{-\frac{hv}{kT}} v^3 dv \quad 3.22$$

Este trabalho de janeiro de 1922 pode parecer apenas uma reprodução de trabalhos antigos, pois desde Einstein já se sabia que a hipótese dos quanta independentes de luz era uma consequência da lei de Wien. Jagdish Mehra comentou que: “[...] Assim, com respeito à lei da radiação, ele não foi além do que Einstein já havia encontrado em 1905” (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 584). No entanto, partindo-se dos quanta de luz, podia-se apenas deduzir a *forma geral* da lei de Wien, mas não o valor da sua constante. Para isso, vários autores (como Wolfke e Emden¹⁰) haviam recorrido a resultados da teoria ondulatória (DARRIGOL, 1993, p. 333). Louis de Broglie parece ter sido o primeiro a conseguir deduzir a constante da fórmula sem recorrer aos conceitos ondulatórios, utilizando apenas mecânica estatística e relatividade (LOCHAK, 1982, p. 937).

No final do artigo, De Broglie procurou reforçar o seu resultado, apresentando uma outra análise. Na primeira dedução, ele havia considerado átomos de luz que obedeciam às fórmulas limite da mecânica relativística, ou seja, na sua dedução da lei de Wien, a massa de repouso dos átomos de luz simplesmente não existia. No final do artigo, ele desenvolveu a mecânica estatística de um gás relativístico, com partículas com massa de repouso m_0 , sem nenhuma hipótese inicial de que m_0 seria muito pequeno ou que a velocidade seria próxima de c (DE BROGLIE, 1922a, pp. 427-428). A análise é apresentada de forma muito sucinta, sem detalhes, pois ele pressupõe que os passos são semelhantes aos já apresentados. Ele chega à seguinte distribuição para o número de partículas dN_w com energia cinética entre W e $W+dW$:

$$dN_w = C^{te} N e^{-\frac{W}{kT}} m_0^2 c \sqrt{\alpha(\alpha+2)} (\alpha+1) dW \quad 3.23$$

onde α representa W/m_0c^2 . Se o denominador de α , que é a energia de repouso, é muito maior do que a energia cinética W , que é o que ocorre com um gás material a temperaturas ordinárias, obtém-se como limite dessa expressão a distribuição de Maxwell. Se, pelo contrário, o denominador de α é muito menor do que a energia cinética W dos átomos – que é o que ocorre para o gás de luz – obtém-se como limite da equação 3.23 uma equação

⁸ É importante notar que Louis de Broglie, nessa época, discutia seus trabalhos com Léon Brillouin, que foi uma das poucas pessoas com quem ele manteve um importante diálogo científico enquanto desenvolvia sua teoria.

⁹ Georges Lochak tende a ver esta afirmação de De Broglie como introduzindo o conceito de spin do fóton (LOCHAK, 1992, p. 78).

¹⁰ De Broglie conhecia o trabalho de Emden, que é citado em uma nota de rodapé na última página do seu artigo (DE BROGLIE, 1922a, p. 428).

equivalente à fórmula 3.8, que De Broglie havia deduzido anteriormente (DE BROGLIE, 1922a, p. 427). Essa nova dedução reforça o resultado anterior.

O resultado obtido por De Broglie era importante, mas ele queria mais: deduzir a lei de Planck da radiação do corpo negro a partir da hipótese dos átomos de luz. Para isso, ele considerou uma mistura de “gases de luz”, mono, bi, triatômicos, etc (DE BROGLIE, 1922a, p. 426) Para cada um desses gases, separadamente, valeria a lei de Wien, com uma única diferença. Na exponencial da lei de Wien, $e^{-\frac{hv}{kT}}$, o numerador do expoente, hv , representa a energia de um átomo de luz. No caso de uma molécula de luz, em vez de hv , apareceria um valor N vezes maior, onde N é o número de átomos de luz da molécula. Ou seja: para gases de luz biatômicos, teríamos $2hv$, para os triatômicos teríamos $3hv$, e assim por diante. Somando as densidades de energia de todos esses gases, obtém-se uma série (DE BROGLIE, 1922a, p. 427):

$$du_w = 8\pi \frac{h}{c^3} v^3 \left[e^{-\frac{hv}{kT}} + e^{-\frac{2hv}{kT}} + e^{-\frac{3hv}{kT}} + \dots \right] \quad 3.23a$$

Essa série é uma progressão geométrica, cuja soma pode ser facilmente obtida. O limite da soma dos termos dessa série fornece a lei de Planck da radiação do corpo negro:

$$du_w = 8\pi \frac{h}{c^3} v^3 \frac{1}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1} \quad 3.24$$

No seu artigo, De Broglie não explicou os passos de sua dedução, e também não apresentou a equação 3.24. Apenas apresentou a série 3.23a e afirmou que ela seria a lei de Planck. Aparentemente, ele não queria discutir muito essa dedução, e não lhe dava muito valor, na época, pois afirmou que “isto exigiria algumas hipóteses muito arbitrárias” (DE BROGLIE, 1922a, p. 427).

O resultado obtido por De Broglie era muito interessante: era possível obter a lei de Planck sem nenhuma hipótese ondulatória ou eletromagnética, utilizando apenas mecânica estatística, teoria da relatividade, e a hipótese das moléculas de luz. No entanto, o resultado não era totalmente original.

Alguns físicos, como Wolfke e Emden, já haviam publicado antes trabalhos em que tentavam obter a fórmula de Planck a partir da hipótese dos quanta de luz (DARRIGOL, 1993, p. 324). Isso é impossível, a menos que se introduza alguma nova suposição (como a estatística de Bose) – caso contrário, obtém-se sempre a lei de Wien.

Em 1921, Wolfke mostrou que era possível interpretar a fórmula de Planck para a radiação do corpo negro como se a luz fosse constituída por *moléculas* de luz, com energias hv , $2hv$, $3hv$, etc (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, pp. 560-561). Wolfke mostrou que, para baixas densidades de energia, correspondendo às condições da lei de Wien, praticamente toda a radiação consistiria em *átomos* de energia hv , mas para densidades de energia cada vez mais altas, o número de moléculas duplas, triplas, etc. ia aumentando, até que, para densidades suficientemente altas, correspondendo às condições de Rayleigh-Jeans, os quanta se aglomeravam formando uma distribuição contínua no espaço.

A proposta de De Broglie é muito semelhante, nesses aspectos – mas, aparentemente, ele não conhecia esses trabalhos anteriores.

O artigo que acabamos de descrever é um passo muito importante no desenvolvimento da mecânica ondulatória de De Broglie, embora não contenha ainda as idéias básicas da teoria. Louis de Broglie estava tentando utilizar apenas as idéias corpusculares para a luz, fazendo uso da teoria da relatividade e da mecânica estatística, para verificar até onde esse tipo de modelo poderia ser levado. Mas ainda não estava apresentando uma teoria unificada, corpuscular e ondulatória, nem tentava explicar os fenômenos luminosos de interferência e de difração através de seu modelo. Ele procurou fazer isso no segundo artigo teórico de 1922, que será descrito a seguir.

3.5 O SEGUNDO ARTIGO DE 1922: OS FENÔMENOS DE INTERFERÊNCIA, E AS PARTÍCULAS DE LUZ

O próximo passo dado por De Broglie em direção a uma teoria dos quanta de luz foi a publicação de uma nota curta nos *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, intitulada *Sobre as interferências e a teoria dos quanta de luz* (DE BROGLIE, 1922b). Nela, De Broglie sugeriu que seria possível interpretar, sem a hipótese ondulatória, os fenômenos de interferência, dispersão, difusão, etc., utilizando apenas uma teoria corpuscular.

A hipótese básica utilizada por De Broglie era a mesma do artigo anterior: a radiação é constituída por átomos de luz de energia $h\nu$, e esses átomos de luz poderiam se aglomerar, em certos casos, em moléculas. Através dessas moléculas, ele procurou interpretar os fenômenos de interferência. Porém, ele admitiu logo no início do artigo que era necessário introduzir na teoria atômica da luz o conceito de periodicidade, o que significaria um compromisso entre uma teoria puramente corpuscular e uma teoria ondulatória (DE BROGLIE, 1922b, pp. 811-812). Esse conceito de periodicidade aparece, por um lado, na frequência que é parte essencial da própria fórmula que permite calcular a energia dos quanta de luz. Por outro lado, os fenômenos de interferência indicam que a luz tem propriedades periódicas.

Louis de Broglie fez alguns comentários sobre como poderia ser essa teoria unificada. Nessa época, ele ainda não havia chegado ao conceito de dualidade onda-partícula central de sua teoria, e adotava uma concepção que tinha semelhança com a de Einstein, em 1909:

Quando esta síntese tiver sido feita, as equações de Maxwell aparecerão, sem dúvida, como uma aproximação contínua (válida em muitos casos, mas não em todos) da estrutura descontínua da energia radiante, como as equações contínuas da hidrodinâmica representam, de uma forma satisfatória, os movimentos em nossa escala dos fluidos, cuja estrutura atômica não deixa mais qualquer dúvida. (DE BROGLIE, 1922b, p. 812)

De acordo com o conceito de dualidade que foi exposto no capítulo 1, esta não é uma concepção dualística, pois considera que *em um nível*, um fluido é constituído por partículas, e *em outro nível* (na escala macroscópica), o fluido é contínuo. Considerar que a radiação, *em um nível*, pode ser descrita como descontínua e, *em outro nível*, pode ser descrita pelas equações de Maxwell, não introduz o tipo de dualidade revolucionária da teoria quântica, sendo um tipo de modelo totalmente compatível com a física clássica do final do século XIX.

Embora De Broglie não tivesse ainda atingido uma concepção dualística nesse trabalho, ele apresentou uma contribuição muito interessante. Nos seus trabalhos de 1909, Einstein havia deduzido as flutuações estatísticas de energia a partir da lei de Planck da radiação do corpo negro, e havia mostrado que a fórmula dessas flutuações tinha dois termos, um dos quais podia ser interpretado ondulatoriamente, sendo que o outro podia ser interpretado corpuscularmente. De Broglie, neste artigo, vai mostrar que *os dois termos podem ser interpretados corpuscularmente*, desde que se utilize a idéia das moléculas de luz.

O raciocínio apresentado por De Broglie é muito semelhante ao de Einstein, exceto na parte final do trabalho. O ponto de partida é idêntico. De Broglie considerou as flutuações de energia da radiação negra contida num certo volume V , que estivesse em equilíbrio térmico com o recipiente, como representada pela expressão abaixo:¹¹

$$\overline{\varepsilon^2} = kT^2 \frac{dE}{dT} \quad 3.25$$

Nessa equação, T é a temperatura, k a constante de Boltzmann e ε seria o desvio da energia E em relação ao seu valor médio. Essa equação foi então aplicada por De Broglie às leis de Rayleigh-Jeans, de Wien e de Planck.

Supondo a lei de distribuição espectral de Rayleigh-Jeans

$$E = (8\pi k/c^3) v^2 TV dv \quad 3.26$$

e aplicando-a na equação 3.25, obtém-se:

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{8\pi} \frac{c^3}{v^2 dv} \times \frac{E^2}{V} \quad 3.27$$

De Broglie comentou que esse resultado coincidia com os cálculos das interferências da radiação negra fornecidos pela teoria eletromagnética. Ou seja: este é o termo que Einstein interpretou, em 1909, como sendo de origem ondulatória.

Por outro lado, adotando a lei de distribuição de energia de Wien,

$$E = \frac{8\pi}{c^3} v^3 e^{\frac{hv}{kT}} V dv \quad 3.28$$

e aplicando-a na equação 3.25, obtém-se:

$$\overline{\varepsilon^2} = hvE \quad 3.29$$

Esse resultado corresponde à hipótese de uma radiação inteiramente dividida em quanta hv .

Por fim, para o caso real da radiação do corpo negro valeria a lei de Planck:

¹¹ De Broglie mencionou como fonte dessa equação um livro de Lorentz – *Les théories statistiques en thermodynamique*.

$$E = 8\pi \frac{h}{c^3} v^3 \frac{1}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1} V dv \quad 3.30$$

Como Einstein já havia mostrado¹², essa fórmula, quando combinada com a equação 3.25, conduz a uma combinação das equações 3.27 e 3.29:

$$\overline{\varepsilon^2} = hvE + \frac{1}{8\pi} \frac{c^3}{v^2 dv} \frac{E^2}{V} \quad 3.31$$

De Broglie interpretou esta expressão do mesmo modo que Einstein já havia interpretado: O primeiro termo apareceria sozinho, se a radiação fosse puramente ondulatória, e corresponde à lei de Rayleigh-Jeans; o segundo termo apareceria, sozinho, se a radiação fosse inteiramente dividida em quanta $h\nu$, sendo válida para um gás de quanta de luz, e sendo uma consequência direta da lei de Wien.

Depois de chegar a este ponto, em que apenas reproduzia resultados já obtidos por Einstein, De Broglie acrescentou sua contribuição. Assim como no trabalho anterior, ele escreveu a fórmula da radiação de Planck sob a forma de uma série infinita:

$$\begin{aligned} E &= 8\pi \frac{h}{c^3} v^3 e^{-\frac{hv}{kT}} V dv + 8\pi \frac{h}{c^3} v^3 e^{-\frac{2hv}{kT}} V dv + 8\pi \frac{h}{c^3} v^3 e^{-\frac{3hv}{kT}} V dv + \dots \\ &= \sum_1^{\infty} 8\pi \frac{h}{c^3} v^3 e^{-\frac{nhv}{kT}} V dv = E_1 + E_2 + \dots + E_n + \dots \end{aligned} \quad 3.32$$

Sob o ponto de vista da teoria dos quanta de luz, parece lógico escrever a fórmula de Planck sob a seguinte forma [...]. O primeiro termo E_1 corresponderia à energia dividida em quanta $h\nu$, o segundo E_2 à energia dividida em quanta $2h\nu$ (moléculas binárias de luz), e assim por diante. (DE BROGLIE, 1922b, p. 813)

Aplicando à equação acima a fórmula 3.29 para o cálculo de flutuações de energia, De Broglie obteve:

$$\overline{\varepsilon^2} = (hv)E_1 + (2hv)E_2 + (3hv)E_3 + \dots = \sum_1^{\infty} n(hv)E_n \quad 3.33$$

Essa fórmula para as flutuações de energia corresponde a um “gás de luz” formado por uma mistura de moléculas e átomos de luz. Essa fórmula, apesar da aparência diferente, é idêntica à equação 3.31 obtida por Einstein. No entanto, enquanto a equação 3.31 tem apenas dois termos, que Einstein interpretou como correspondendo à teoria ondulatória e à corpuscular da luz, a equação 3.33 tem infinitos termos, correspondendo aos átomos de luz e

¹² De Broglie refere-se aqui não aos artigos de 1909, mas à apresentação do trabalho de Einstein no Congresso Solvay de Bruxelas de 1911. Como já vimos, foi através dos anais desse congresso que De Broglie teve seu primeiro contato com os problemas da teoria quântica.

às suas combinações em moléculas de todos os tamanhos possíveis. Como as duas fórmulas são idênticas, vê-se que a interpretação de Einstein não é necessária, e que as flutuações de energia da radiação do corpo negro, deduzidas da fórmula de Planck, podem ser interpretadas *sem nenhuma hipótese ondulatória ou eletromagnética*.

Note-se que, além de introduzir moléculas de luz para interpretar a fórmula de Planck, De Broglie utilizou a mesma idéia para deduzir as flutuações de energia. Demonstrou, assim, um resultado novo: não apenas o termo que Einstein havia interpretado como sendo devido aos quanta de radiação, *mas também o outro termo, interpretado por Einstein como devido a ondas*, podiam ser explicados pelos corpúsculos de luz, desde que se assumisse a hipótese das moléculas de luz. Essa é a contribuição nova deste trabalho de De Broglie, que comentou:

Do ponto de vista dos quanta de luz, os fenômenos de interferência parecem estar ligados à existência de aglomerações de átomos de luz, cujos movimentos não são mais independentes, são coerentes. Sendo assim, é natural supor que se a teoria dos quanta de luz chegar algum dia a interpretar as interferências, ela deverá fazer intervirem tais aglomerações de quanta. (DE BROGLIE, 1922b, p. 66)

O que tem tudo o que De Broglie mostrou a ver com fenômenos de interferência? A relação é simples. Na fórmula de Einstein para as flutuações (equação 3.31), o primeiro termo podia ser interpretado como *flutuações devidas às interferências de ondas*. Esse primeiro termo é equivalente à soma de todos os termos (menos o primeiro) da fórmula 3.33 de De Broglie, que representam as contribuições das moléculas de luz. Portanto, se os efeitos de flutuação de energia usualmente atribuídos às interferências de ondas podem ser explicados por meio das moléculas de luz, *poderia ser* que os outros fenômenos de interferência luminosa também pudessem ser explicados por essas moléculas.

Note-se que De Broglie não procurou explicar os fenômenos usuais de interferência, neste trabalho. Ou seja: ele apenas prova que *é possível* explicar *um fenômeno atribuído à interferência de ondas*, que é uma parte da fórmula da flutuação de energia, utilizando as moléculas de luz. Mas não estudou fenômenos como interferência luminosa em experimentos de fenda dupla, ou por redes de difração, ou outros semelhantes.

É difícil ver como De Broglie pensava poder explicar tais fenômenos. O efeito de interferência que De Broglie imaginava estava relacionado com a existência de vários átomos de luz envolvidos no processo, mas ele não explicava como ocorreria a interferência com o uso desses dois átomos. Talvez pensasse em algo parecido com uma espécie de “efeito coletivo”, em que muitos átomos de luz de mesma massa poderiam fazer surgir aglomerações coerentes, e com isso interferir com outras aglomerações de átomos cujas massas seriam idênticas.

Não se percebe ainda, nesses dois trabalhos de 1922, a construção de uma teoria dualística integrando os aspectos corpusculares e ondulatórios da luz. À primeira vista, De Broglie queria *excluir* as ondas. No entanto, muitos anos depois ele afirmou que os trabalhos de 1922 “orientaram cada vez mais meu espírito em direção à idéias de que era necessário procurar uma concepção sintética geral permitindo unir o ponto de vista ondulatório e o ponto de vista corpuscular” (DE BROGLIE, 1987, p. 42).

Vários autores (Stark, Ioffe, Ishiwara e Wolfke) haviam sugerido, antes de De Broglie, que os quanta de luz poderiam se combinar formando moléculas de luz, e utilizaram essa sugestão de duas maneiras: para tentar explicar (qualitativamente) os fenômenos de interferência; e para interpretar a fórmula de Planck (DARRIGOL, 1993, p. 324).

Aparentemente o trabalho de De Broglie foi independente dos anteriores, e utilizou um argumento estatístico (analisando a flutuação de energia) que não aparece em nenhum dos trabalhos anteriores.

3.6 A ESTATÍSTICA DE BOSE

A teoria de De Broglie sobre a estrutura da luz não é mais aceita, mas é conveniente compará-la com os trabalhos estatísticos posteriores.

O físico indiano Satyendra Nath Bose (1894-1974) deduziu, em 1924, a lei de Planck da radiação do corpo negro de um modo que tinha semelhança com as teorias de Wolfke e De Broglie, porém sem introduzir o conceito de moléculas de luz (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, pp. 561-569). Sua teoria, de caráter abstrato, atribui novas propriedades estatísticas aos quanta de luz. Atualmente, a hipótese básica da estatística de Bose é descrita como a idéia de que os quanta de luz são indistinguíveis uns dos outros – no entanto, isso não estava claro no trabalho original. Bose enviou seu trabalho a Einstein, que o considerou muito importante (*ibid.*, p. 565). O próprio Einstein traduziu o trabalho de Bose do inglês para o alemão, e enviou-o em julho de 1924 para publicação na revista *Zeitschrift für Physik* (KLEIN, 1964, p. 26).

Pouco depois, Einstein publicou um artigo utilizando os mesmos métodos de Bose, porém aplicando-os a um gás monoatômico ideal (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 512). Os dois trabalhos, de Bose e de Einstein, são a base de um novo tipo de estatística (que depois foi chamada de “estatística de Bose-Einstein”).

O trabalho de Bose tem grande semelhança com o artigo publicado dois anos antes por Louis de Broglie (DE BROGLIE, 1922b). Nos dois casos, a hipótese fundamental é que os quanta de radiação não podem ser contados independentemente uns dos outros, para se calcular a probabilidade (e a entropia) de cada distribuição (KLEIN, 1964, p. 29). Se os quanta forem contados independentemente, chega-se à fórmula de Wien, e não à de Planck. No entanto, esse aspecto da estatística de Bose não estava explícito, e Ehrenfest e outros autores o criticaram, por esse motivo (*ibid.*, p. 33).

Embora não falemos mais em moléculas de luz, De Broglie havia descrito, desta forma que nos parece estranha, algumas propriedades da luz que nos parecem corretas – tal como a tendência que os quanta de radiação possuem de se agruparem. Pode-se dizer que o trabalho de Bose era muito mais abstrato, mas que não diferia muito, em seu conteúdo físico, do trabalho de De Broglie. “Louis de Broglie tem uma mente intuitiva, concreta e realística; ele gosta de imagens físicas simples, no espaço tridimensional” (LOCHAK, 1982, p. 940).

3.7 O NASCIMENTO DA TEORIA DUALÍSTICA DE LOUIS DE BROGLIE

Os dois trabalhos acima descritos foram publicados em novembro de 1922 (embora o primeiro deles tivesse sido escrito em janeiro). No mesmo ano, Louis de Broglie publicou 4 artigos sobre raios X. No ano seguinte (1923), De Broglie não escreveu nada sobre os raios X. Somente publicou, em setembro e outubro, os trabalhos fundamentais que formaram a base de sua teoria.

Bruscamente, no final do outono de 1923, todas essas idéias começaram a se cristalizar em meu espírito e publiquei nos *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences*

três notas fundamentais, que foram o primeiro ponto de partida da mecânica ondulatória. (DE BROGLIE, 1987, p. 42)

São três as notas publicadas em 1923 por De Broglie relevantes à concepção de sua mecânica ondulatória: *Ondas e quanta* (DE BROGLIE, 1923a); *Quanta de luz, difração e interferências* (DE BROGLIE, 1923b); e *Os quanta, a teoria cinética dos gases e o princípio de Fermat* (DE BROGLIE, 1923c). Elas tendem a ser vistas como o marco inicial à concepção da teoria de De Broglie, a mecânica ondulatória dos quanta.

3.8 O PRIMEIRO ARTIGO DE 1923: ONDAS ASSOCIADAS A PARTÍCULAS

Foi no primeiro dos artigos de 1923 que Louis de Broglie introduziu a idéia de uma onda associada às partículas, aplicando essa idéia tanto à luz quanto a elétrons. Vejamos como ele apresentou essa concepção.

3.8.1 A partícula oscilante

O primeiro passo do artigo é a introdução de uma frequência de vibração associada a qualquer partícula:

Consideremos um móvel material de massa própria m_0 movendo-se em relação a um observador fixo com uma velocidade $v = \beta c$ ($\beta < 1$). De acordo com o princípio da inércia da energia, ele deve possuir uma energia interna igual a $m_0 c^2$. Por outro lado, o princípio dos quanta leva a atribuir essa energia interna a um fenômeno periódico simples de frequência ν_0 tal que

$$h\nu_0 = m_0 c^2,$$

onde c é sempre a velocidade limite da teoria da relatividade¹³ e h a constante de Planck. (DE BROGLIE, 1923a, p. 507)

Como vimos, em 1922 De Broglie já havia utilizado em conjunto as equações $E = h\nu_0$ e $E = m_0 c^2$, para a luz. No entanto, ele não havia interpretado a frequência ν_0 , e não havia aplicado a mesma equação a qualquer tipo de partículas, mas apenas aos átomos de luz. Portanto, o ponto de partida deste artigo de 1923 é completamente novo. Apesar disso, De Broglie não tenta justificar sua premissa, nem parece considerar que ela seja revolucionária.

Podemos encontrar precedentes dessa idéia. Como já havia sido indicado no primeiro capítulo, Johannes Stark publicou em 1907 um artigo no qual desenvolveu algumas consequências da idéia da equação de quantização de Planck (KUHN, 1978, p. 222). A energia de repouso de um elétron é dada por $E_0 = M_0 c^2$; igualando essa energia a $E_0 = h\nu_0$, Stark obteve uma frequência ν_0 associada ao elétron em repouso. Stark supôs que essa frequência corresponderia a um fenômeno periódico do elétron, que poderia ser sua rotação. Assim, o elétron deveria exibir uma estrutura, ou anisotropia (STARK, 1907, p. 883).

¹³ Observe-se que, neste artigo, em vez de descrever c como sendo a velocidade da luz, De Broglie está se referindo a essa constante como a “velocidade limite da teoria da relatividade”. Ele está usando esse modo de descrever a constante c porque continua a considerar que os átomos de luz não se movem à velocidade c , mas apenas a velocidades *próximas de c*.

Não sabemos se De Broglie conhecia alguma proposta anterior de atribuir uma frequência às partículas, como a de Stark. De qualquer forma, a partir deste ponto, o trabalho de De Broglie foi totalmente original.

3.8.2 O paradoxo das frequências

De Broglie analisou em seguida a frequência de oscilação ou vibração de uma partícula, utilizando as transformações da teoria da relatividade.

Para o observador fixo, a energia total do móvel corresponderá uma frequência $\nu = \frac{m_0 c^2}{h\sqrt{1-\beta^2}}$. Mas se esse observador fixo observa o fenômeno periódico interno do

móvel, ele o verá mais lento e lhe atribuirá uma frequência $\nu_1 = \nu_0 \sqrt{1-\beta^2}$ [...]. (DE BROGLIE, 1923a, pp. 507-508)

Ao aplicar a teoria da relatividade à frequência da partícula, De Broglie obteve *dois resultados diferentes*. Para um observador “fixo” (ou seja, que não se desloca junto com a partícula), a energia da partícula aumenta com sua velocidade, e a frequência também deve *aumentar*. No entanto, aplicando a transformação relativística de frequência, vê-se que ela deveria *diminuir*. Ou seja: ao tentar unir o princípio básico da teoria quântica, $E=h\nu$, com a relação massa-energia $E=mc^2$ e as transformações de Lorentz, Louis de Broglie encontrou problemas. Aparentemente, essas equações, em conjunto, se contradiziam.

Vamos entender o problema, analisando passo a passo o que De Broglie fez. No caso de uma partícula em repouso, teríamos:

$$m_0 c^2 = h\nu_0 \quad 3.34$$

e no caso de uma partícula em movimento, deveríamos ter:

$$mc^2 = h\nu \quad 3.35$$

Para que essa relação seja válida em todos os referenciais, é necessário que a massa e a frequência sofram mudanças proporcionais, quando se altera o referencial. Mas a teoria da relatividade determina as transformações de frequência e de energia (ou massa). A transformação de massa é:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad 3.36$$

A transformação de frequências é uma consequência da transformação do tempo. Se um corpo oscila com frequência ν_0 em seu referencial de repouso, sua frequência ν em relação a um outro referencial será:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad 3.37$$

Vemos que a massa (equação 3.36) e a frequência (equação 3.37) *não* obedecem a transformações do mesmo tipo. Quando a velocidade aumenta, a massa aumenta, mas a frequência diminui. Portanto, a equação $mc^2 = h\nu$ não pode ser covariante, sob o ponto de vista relativístico. Ou seja: parecia que a teoria da relatividade e a teoria quântica levavam a uma contradição.

Colocando-se o problema desta forma, não existe nenhuma solução possível.

É provável que Louis de Broglie tenha encontrado esse problema e se debatido com ele durante algum tempo. De fato, na sua tese de 1924, ele escreveu:

As duas frequências ν_1 e ν são essencialmente diferentes, pois o fator $\sqrt{1 - \beta^2}$ não aparece nelas da mesma forma. Existe aí uma dificuldade que me intrigou durante muito tempo [...]. (DE BROGLIE, 1925a, p. 34)

No entanto, ele tinha uma grande confiança tanto na teoria da relatividade quanto na equação $E = h\nu$, e não aceitava que fosse impossível fundi-las em uma teoria.

3.8.3 A onda associada à partícula

Depois de algum tempo, talvez em agosto de 1923, ele conseguiu resolver o paradoxo, *introduzindo uma onda associada à partícula*, como veremos a seguir. Essa síntese dificilmente teria surgido se De Broglie não estivesse profundamente envolvido com a teoria da relatividade.

A onda associada à partícula aparece, no artigo de De Broglie, de um modo brusco e sem nenhuma explicação:

Suponhamos agora que no tempo $t=0$ o móvel coincide no espaço com uma onda de frequência ν definida acima propagando-se na mesma direção que ele com a velocidade $\frac{c}{\beta}$. Essa onda de velocidade maior que c não pode corresponder a um transporte de energia; nós a consideramos somente como uma onda fictícia associada ao movimento do móvel. (DE BROGLIE, 1923a, p. 508)

Vamos analisar o que De Broglie estava fazendo. Logo no início do artigo ele havia mostrado que era possível associar duas frequências diferentes à partícula em movimento. Uma delas, que ele representou por ν , era obtida a partir da transformação da energia da partícula, e aumentava com a velocidade:

$$\nu = \frac{m_0 c^2}{h \sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\nu_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad 3.38$$

A outra, que ele chamou de ν_1 , era obtida a partir da transformação de Lorentz (cinemática relativística), e diminuía com a velocidade:

$$\nu_1 = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2} \quad 3.39$$

De Broglie defendeu a existência *das duas frequências*, mas com significados diferentes. A frequência ν_1 seria a frequência de oscilação da própria partícula. A frequência ν estaria associada a uma onda que acompanharia o movimento da partícula. As transformações relativísticas da frequência de uma onda e da vibração de uma partícula são diferentes, e por isso não há contradição entre as equações 3.38 e 3.39, *desde que se escolha de forma adequada as características da onda*.

Não se sabe como De Broglie chegou às propriedades da onda associada à partícula. No artigo de 1923 que estamos examinando, ele simplesmente *afirmou* que a onda teria uma velocidade c/β (portanto, maior do que a velocidade da luz, já que β é menor do que 1), e depois provou que essa escolha fazia sentido (como veremos mais adiante).

Antes de examinar como De Broglie apresenta esse resultado no artigo de 1923, vamos mostrar a demonstração que ele utilizou na sua tese (DE BROGLIE, 1925a, pp. 35-36), e que é muito mais simples.

Consideremos que t_0 representa o tempo medido por um observador em repouso em relação à partícula (ou seja, o tempo próprio), e que t representa o tempo medido por um outro observador, que vê a partícula se movendo com velocidade $v = \beta c$. A transformação de Lorentz fornece a seguinte relação:

$$t_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left(t - \frac{\beta x}{c} \right) \quad 3.40$$

No referencial próprio, o fenômeno periódico associado à partícula pode ser representado por uma função senoidal, tal como (a menos de uma constante):

$$\Psi_0 = A \sin 2\pi(\nu_0 t_0) \quad 3.41$$

Substituindo a transformação do tempo (equação 3.40) em 3.41, obtemos:

$$\Psi_0 = A \sin 2\pi \left[\nu_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left(t - \frac{\beta x}{c} \right) \right] \quad 3.42$$

Sabe-se, pela física elementar, que uma onda plana deslocando-se na direção x pode ser descrita por:

$$\Psi_0 = A \sin 2\pi \left[\nu \left(t - \frac{x}{V} \right) \right] \quad 3.43$$

onde V é a velocidade da onda. Comparando as equações 3.42 e 3.43, vemos que:

$$v = \frac{v_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 3.44$$

$$V = \frac{c}{\beta} \quad 3.45$$

Ou seja: o fenômeno periódico associado à partícula e que, no seu referencial próprio, é uma simples oscilação, é descrito em relação a um outro referencial como uma onda que se propaga com a velocidade V descrita pela equação 3.45 e que tem a frequência v descrita pela equação 3.44.

Nesta dedução, puramente cinemática (ou seja, sem utilizar nem a equação $E=mc^2$ nem a equação $E=hv$), aparecem facilmente as propriedades da onda.

Voltemos, agora, ao artigo de 1923, onde essa dedução mostrada acima não aparece. Lá, De Broglie desenvolveu um raciocínio mais complicado (DE BROGLIE, 1923a, p. 508).

Como vimos, a frequência do fenômeno periódico da partícula, medida por um observador que vê a partícula em movimento, seria $v_1 = v_0 \sqrt{1-\beta^2}$. Esse observador verá portanto um fenômeno periódico, movendo-se com a partícula (com velocidade $v=\beta c$), proporcional a $\sin 2\pi v_1 t$. Como a partícula tem uma velocidade v , pode-se substituir t por x/v , obtendo-se então:

$$\sin 2\pi v_1 x/v \quad 3.46$$

Agora, consideremos uma onda com a velocidade V descrita pela equação 3.45 e que tem a frequência v descrita pela equação 3.44. Essa onda será descrita por uma função proporcional a:

$$\sin 2\pi v \left(t - \frac{x\beta}{c} \right) = \sin 2\pi \left[vx \left(\frac{1}{v} - \frac{\beta}{c} \right) \right] \quad 3.47$$

Para que a fase da onda coincida sempre com a fase da oscilação da partícula, é necessário que os argumentos dos senos sejam iguais, e isso exige que:

$$2\pi v_1 x/v = 2\pi \left[vx \left(\frac{1}{v} - \frac{\beta}{c} \right) \right] \quad 3.48$$

Isolando v_1 na equação acima, e lembrando que $v/c=\beta$, temos:

$$v_1 = v(1-\beta^2) \quad 3.49$$

Portanto, as vibrações da partícula, com frequência v_1 e as vibrações da onda de velocidade V e frequência v se mantêm em fase se e somente se a relação 3.49 for satisfeita. Ora, consideremos as equações 3.38 e 3.39:

$$\nu = \frac{m_0 c^2}{h \sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\nu_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad 3.38$$

$$\nu_I = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2} \quad 3.39$$

A partir delas, é fácil provar que a equação 3.49 é satisfeita.

Vemos que a demonstração apresentada no artigo de 1923 é mais fraca do que a da tese, em vários sentidos. Na demonstração da tese, as propriedades da onda aparecem de forma muito elegante, por uma simples transformação de Lorentz. Na demonstração do artigo de 1923, De Broglie primeiro impõe condições à onda (sem dizer de onde saíam) e depois mostra que as oscilações dessa onda ficam em fase com as oscilações da partícula.

Seja como for, De Broglie apresentou nesse artigo, pela primeira vez, uma associação relativística entre onda e partícula. A natureza da onda não fica muito clara (DARRIGOL, 1993, p. 339); De Broglie apenas diz que, como a velocidade da onda é superior a c , ela não pode transmitir energia, e deve ser considerada como uma *onda fictícia* (DE BROGLIE, 1923a, p. 508). No entanto, ela deve ter algum significado físico, pois afinal de contas a relação $E = h\nu$ se aplica à frequência da onda, e não à frequência ν_I da partícula.

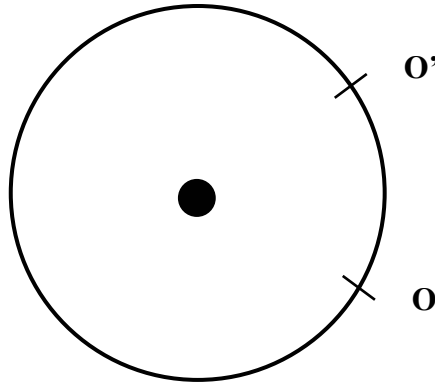
Em seguida, De Broglie aplicou a idéia dessa onda tanto para os átomos de luz quanto para elétrons. Os átomos de luz teriam massa de repouso muito pequena ($< 10^{-50} \text{g}$). No caso dos átomos de luz, como a velocidade dessas partículas é quase igual a c , a velocidade da onda associada é também muito próxima de c (porém superior).

O átomo de luz equivalente, em razão de sua energia total, a uma radiação de frequência ν , é a sede de um fenômeno periódico interno que, visto por um observador fixo, tem em cada ponto do espaço a mesma fase que uma onda de frequência ν se propagando na mesma direção, e com velocidade sensivelmente igual (embora muito ligeiramente superior) à constante chamada velocidade da luz. (DE BROGLIE, 1923a, p. 508)

Assim, ao contrário dos trabalhos de 1922, agora De Broglie tem uma teoria sobre a luz em que as partículas aparecem associadas a uma onda. Tornar-se-ia possível, assim, explicar os fenômenos ondulatórios da luz. No entanto, neste artigo, De Broglie não desenvolveu esse tipo de aplicação de suas idéias.

3.8.4 A condição de quantização de Bohr

Logo em seguida, ele passou a considerar um elétron se movendo em uma trajetória fechada em torno do núcleo (para maior facilidade, pode-se pensar em uma trajetória circular).



Suponhamos que a partícula esteja em um certo ponto O no instante inicial (figura 3.1). Suponhamos que a onda associada à partícula também descreve a mesma trajetória¹⁴. Como a onda é mais rápida do que o elétron, ela dará uma volta completa antes do que a partícula, e a encontrará de novo depois de um tempo τ , em um ponto O'. De Broglie sugeriu que deveria ser satisfeita uma relação importante, para que o movimento do elétron fosse estável nessa trajetória:

É quase necessário supor que a trajetória do elétron não é estável a não ser que a onda fictícia ao passar por O' encontre o elétron em fase com ela: a onda de frequência ν e de velocidade c/β deve estar em ressonância sobre o comprimento da trajetória. (DE BROGLIE, 1923a, p. 509)

De Broglie desenvolveu então os cálculos relativos a essa hipótese.

Suponhamos que a partícula demore um tempo T_r para retornar ao ponto de partida. No tempo τ , a onda dá uma volta inteira e, além disso, alcança a partícula. Nesse tempo τ , a onda percorreu uma distância $d = V\tau = (c/\beta)\tau$. Para percorrer a mesma distância, a partícula demora um tempo maior, igual a $T_r + \tau$. Portanto, como a velocidade da partícula é βc , temos $d = \beta c(T_r + \tau)$. Igualando as duas distâncias, teremos:

$$(c/\beta)\tau = \beta c(T_r + \tau) \quad 3.50$$

A partir dessa relação, De Broglie determinou o valor de τ (DE BROGLIE, 1923a, p. 509):

$$\tau = \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} T_r \quad 3.51$$

¹⁴ Esta é uma suposição pouco razoável. Por que motivo a onda percorreria uma trajetória fechada? De Broglie não tenta justificar essa hipótese.

Enquanto o elétron vai de O até O', no tempo τ , sua fase sofrerá uma variação igual a $2\pi v_1 \tau$. Substituindo o valor do tempo τ dado pela equação 3.50, e substituindo o valor de v_1 utilizando as equações 3.34 e 3.38, De Broglie obteve:

$$2\pi v_1 \tau = 2\pi \frac{m_0 c^2}{h} T_r \frac{\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 3.52$$

A variação de fase da onda, no mesmo tempo, seria dada por $2\pi v(\tau-d/V)$. De Broglie supôs que, ao alcançar a partícula, depois de dar uma volta, a onda e a vibração da partícula estariam em fase, ou seja, suas fases poderiam diferir apenas por um múltiplo inteiro de 2π . Isso corresponderia à condição:

$$2\pi v_1 \tau = 2\pi v(\tau-d/V) \pm n2\pi$$

ou, eliminando o fator 2π :

$$v_1 \tau = v(\tau-d/V) \pm n \quad 3.53$$

Após uma série de manipulações algébricas que De Broglie não apresentou em seu artigo, obtém-se:

$$\frac{m_0 \beta^2 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} T_r = nh \quad 3.54$$

onde n é um número inteiro.

De Broglie mostrou, em seguida, que a condição expressa na equação 3.54 é idêntica ao resultado obtido pela regra de quantização de Bohr e Sommerfeld. Essa condição pode ser escrita¹⁵:

$$\int_0^{T_r} p dq = nh \quad 3.55$$

Substituindo o valor relativístico do momentum p , e substituindo dq por $\beta c dt$, obtém-se:

$$\int_0^{T_r} \frac{m_0 \beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} (\beta c) dt = \frac{m_0 \beta^2 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} T_r = nh \quad 3.56$$

¹⁵ Vamos utilizar uma notação um pouco mais simples do que a de De Broglie, que complica inutilmente as fórmulas introduzindo as componentes cartesianas do momentum e do deslocamento.

Portanto, a regra de quantização de Bohr e Sommerfeld conduz à mesma condição (equação 3.54) obtida por De Broglie a partir do argumento de concordância de fase.

Note-se que o argumento desenvolvido neste artigo por De Broglie é muito mais complicado do que o argumento que lhe é atribuído nos livros didáticos. A versão popular do trabalho de De Broglie considera simplesmente que, em uma trajetória fechada, deve existir um número inteiro de comprimentos de onda da onda associada ao elétron. Essa condição também leva à equação 3.54, mas não foi esse o caminho percorrido por De Broglie – e, na verdade, neste artigo ele nem mencionou o comprimento de onda da onda associada ao elétron.

É importante também observar que a condição obtida por De Broglie é relativística. Ele também analisou no final do trabalho o limite não-relativístico, obtendo a condição utilizada por Bohr em 1913; mas é evidente que ele dava maior valor ao tratamento relativístico.

A dedução apresentada por De Broglie supunha que o elétron teria uma velocidade constante, em sua trajetória fechada. Ao final do artigo, ele afirmou (sem demonstração) que a mesma condição é obtida no caso de velocidades variáveis, *se a velocidade do elétron for pequena comparada com c* , mas que para valores grandes de β , a questão era mais complicada (DE BROGLIE, 1923a, p. 510). Na verdade, não era necessário ter feito essa restrição.

Em análises muito posteriores de seus primeiros artigos, De Broglie justificou sua análise das condições de quantização de Bohr da seguinte maneira:

O aparecimento de números inteiros, nas leis do movimento quantizado dos elétrons nos átomos, me parecia indicar a existência, para esses movimentos, de interferências análogas às que se encontram em todos os ramos da teoria das ondas, e onde intervêm naturalmente números inteiros. (DE BROGLIE, 1987, p. 42)¹⁶

3.8.5 Principais idéias do primeiro artigo de 1923

Nesse artigo de apenas 3 páginas, De Broglie introduziu os conceitos principais de sua teoria. Podemos ressaltar da seguinte forma os pontos principais:

1. Não existem diferenças entre os quanta de luz e qualquer outro tipo de partícula, como os elétrons.
2. Deve-se tratar todas as partículas utilizando a teoria da relatividade.
3. Todas as partículas possuem massa de repouso m_0 diferente de zero e suas velocidades são inferiores a c , que é a velocidade limite da teoria da relatividade.
4. Pode-se aplicar a todas as partículas as relações $E=h\nu$ e $E=mc^2$.
5. Todas as partículas possuem algum tipo de fenômeno periódico (vibração), com frequência própria $\nu_0=m_0c^2/h$.
6. A qualquer partícula está associada uma onda cuja velocidade é $V=c/\beta$ e cuja frequência é $\nu=mc^2/h$.
7. As oscilações da partícula e as oscilações da onda que a acompanha estão sempre em fase.
8. No caso de um movimento em uma trajetória fechada, o movimento será estável se a partícula e a onda que a antecipa estiverem sempre em fase.

¹⁶ Ver também DE BROGLIE, 1987, p. 103.

Louis de Broglie considerava que, em torno de 1920, a existência dos fótons [leia-se: quanta de luz] parecia uma certeza; porém, como em sua definição aparecia uma grandeza ondulatória – a frequência – e pela necessidade de explicar os fenômenos de interferência e difração, era necessário desenvolver uma síntese entre as idéias de corpúsculo e de onda (DE BROGLIE, 1987, p. 71). Por outro lado, como os movimentos atômicos mostravam também a existência de uma quantização na matéria, parecia-lhe que a dualidade onda-partícula deveria ser estendida aos elétrons e outros elementos da matéria (*ibid.*, p. 71).

Louis de Broglie escreveu várias vezes que o passo fundamental na elaboração de sua teoria foi a idéia que lhe ocorreu no início do outono de 1923 de estender a todas as partículas o princípio da coexistência de ondas e partículas, que ele atribuía a Einstein (DE BROGLIE, 1987, p. 35).

Uma grande luz se fez então em meu espírito, de forma súbita. Eu fiquei convencido de que o dualismo das ondas e dos corpúsculos descoberto por Einstein em sua teoria dos quanta de luz era absolutamente geral e se estendia a toda a natureza física¹⁷, e pareceu-me desde então certo que ao movimento de qualquer corpúsculo, seja ele um fóton, elétron, próton ou outro, está associada a propagação de uma onda. (DE BROGLIE, 1987, pp. 103-104)

No entanto, vemos pela análise deste primeiro artigo que o ponto crucial de sua teoria foi associar uma onda à partícula, tanto para luz quanto para matéria, através da análise relativística da frequência de oscilações. Essa associação nunca havia sido feita antes por ninguém, para a luz; portanto, não se tratava de estender para as partículas uma análise que já tivesse sido feita antes para a radiação.

3.9 A INFLUÊNCIA DOS BRILLOUIN

Certamente Louis de Broglie conhecia algumas propostas antigas que podem ter ajudado a formular sua própria teoria (DARRIGOL, 1993, p. 326). Ele sabia que Einstein havia procurado associar as idéias de onda e partícula, em 1909 – embora isso não tivesse resultado em nenhuma *teoria* propriamente que materializasse essa idéia. De Broglie também devia conhecer a proposta de J. J. Thomson, que apontava para uma unificação entre ondas e “partículas” (mais propriamente, limitação espacial). Pode ter também conhecido outras hipóteses. Mas nenhuma delas era semelhante à sua. É plausível que apenas a idéia vaga sobre a necessidade de unir aspectos corpusculares e ondulatórios – que, como vimos, circulava entre os pesquisadores da área de raios X e, particularmente, no laboratório de Maurice – tenha sido um estímulo suficiente para seu trabalho.

Uma influência bem mais direta sobre o pensamento de De Broglie, para associar uma onda com o movimento dos elétrons, foi de um trabalho de Marcel Brillouin, publicado em 1919, o qual é citado pelo próprio De Broglie (WHEATON, 1983, p. 287). Lembremo-nos que ele era o pai de Léon Brillouin, que Louis conhecia bem (DARRIGOL, 1993, p. 327). Marcel havia introduzido a hipótese de que, dentro dos átomos, haveria uma onda de baixa velocidade, que seria ultrapassada pelo movimento dos elétrons, e havia suposto que o

¹⁷ “[...] eu parti da idéia de que era necessário estender a todas as partículas a coexistência de ondas e partículas descoberta em 1905 por Einstein para a luz, na sua teoria dos quanta de luz (fótons)” (DE BROGLIE, 1987, p. 126).

movimento somente seria estável para certas condições especiais – deduzindo a partir daí a regra de quantização. Louis de Broglie estudou esse artigo e possivelmente percebeu que atribuir uma onda associada ao elétron poderia resolver o paradoxo relativístico que havia percebido.

No seu artigo, Brillouin analisou a seguinte situação:

Consideremos uma partícula que se move em um meio elástico com uma velocidade *muito maior* do que a rapidez (ω) das ondas elásticas. Suponhamos que, seja por vibrações próprias, seja como consequência do deslocamento no meio, a partícula emite em cada instante ondas que emanam de sua posição instantânea como centro. Se a trajetória é periódica ou quase periódica, sempre contida no interior de uma esfera de um diâmetro muito menor do que o produto ωT do período pela velocidade, a partícula encontrará em cada instante um número finito de vezes as ondas que ela emitiu durante seu movimento anterior; é sobre essa circunstância muito particular que quero chamar a atenção. (BRILLOUIN, 1919, p. 1318)

O interesse de Brillouin, ao analisar esse tipo de situação, é dar uma interpretação às condições de quantização de Bohr. As trajetórias estáveis de um elétron seriam aquelas em que a partícula atingisse uma onda no mesmo instante em que estivesse emitindo outra.

O “meio elástico” é identificado pelo próprio Brillouin com o éter (BRILLOUIN, 1919, p. 1319). A velocidade ω dessas ondas seria uma constante universal (assim como a velocidade da luz), mas uma velocidade muito menor (da ordem de algumas dezenas de quilômetros por segundo). Os fenômenos de quantização apareceriam quando os elétrons tivessem velocidade superior a ω . (*ibid.*, p. 1319).

A nota publicada por Brillouin em 1919 é muito curta, não contendo detalhes sobre sua teoria. Um artigo mais extenso apareceu em 1922, ou seja, um ano antes dos trabalhos fundamentais de De Broglie. Nesse novo trabalho, Brillouin apresentou um motivo para introduzir ondas mais lentas do que a velocidade da luz (BRILLOUIN, 1922, p. 66). As dimensões atômicas são inferiores a 10^{-7} cm, mas as vibrações atômicas, que provocam a emissão de luz, produzem ondas cujo comprimento de onda é cem ou mil vezes maior (10^{-5} a 10^{-4} cm). Brillouin supôs que, nas vizinhanças do núcleo atômico, a radiação teria uma velocidade muito menor do que c , de modo que o átomo pudesse conter um ou mais do que um comprimento de onda da radiação. Essa velocidade teria que ser, portanto, mil vezes menor do que c , ou menor ainda. Assim, o autor supôs que o meio em torno do núcleo atômico seria uma mistura do éter com um novo meio no qual a velocidade de propagação seria muito menor do que c (*ibid.*, p. 67). Nessa região em torno do núcleo, a física obedeceria a novas leis, e a teoria eletromagnética de Maxwell não seria mais válida (*ibid.*, p. 73).

A onda introduzida por De Broglie, embora inspirada pelo trabalho de Brillouin, é muito diferente da proposta daquele autor. A onda de De Broglie não é real (é chamada de *onda fictícia*), tem uma velocidade *variável* maior do que a da partícula (ela é superior à velocidade da luz), e obedece a relações quânticas relativísticas que não fazem parte da teoria de Brillouin. A semelhança entre as duas propostas é superficial – mas o trabalho de Brillouin deve ter desencadeado um processo que levou à teoria de De Broglie.

Outra influência sofrida por De Broglie, que aparece no primeiro artigo de 1923, é devida aos estudos de Léon Brillouin sobre velocidade de fase e de grupo. Antes da Primeira Guerra Mundial, Léon já havia estudado a transmissão de energia por ondas em meios

dispersivos. Quando a velocidade de uma onda depende de sua frequência (como, por exemplo, a velocidade da luz em um meio transparente comum), o transporte de energia se dá geralmente com uma velocidade igual à *velocidade de grupo* da onda, que é diferente da velocidade de uma onda monocromática. Esse resultado importante havia sido estabelecido em 1914 por Léon Brillouin e por Arnold Sommerfeld (BRILLOUIN, 1914; SOMMERFELD, 1914).

Lord Rayleigh já havia chegado à mesma conclusão, muito tempo antes (LOMBARDI, 2002). Porém, em 1914, o assunto havia se tornado importante porque, em meios dispersivos, a velocidade de grupo pode ser superior à velocidade da luz no vácuo, e parecia que a existência de velocidades superiores a c violaria a teoria da relatividade. Sommerfeld e Brillouin mostraram que, mesmo quando a velocidade de grupo é superior a c , o transporte de sinais e de energia se dá com uma velocidade inferior a c .

Depois do término da grande guerra, Léon voltou a se dedicar a esse assunto, publicando em 1921 uma nota na revista da Academia de Ciências na qual tratava da velocidade de fase e velocidade de grupo de ondas luminosas, e discutia novamente o transporte de energia (BRILLOUIN, 1921). Não há dúvidas de que Louis de Broglie leu os trabalhos de seu amigo, e assim sabia que podiam existir ondas com velocidades superiores a c , mas que elas não transportavam energia. Foi exatamente essa propriedade que ele utilizou ao caracterizar as ondas associadas às partículas como “ondas fictícias”.

3.10 O SEGUNDO ARTIGO DE 1923: ONDAS E PARTÍCULAS DE LUZ

O segundo artigo publicado em 1923 por Louis de Broglie foi apresentado à Academia de Ciências no dia 24 de setembro, apenas duas semanas depois do primeiro. Nos dois casos, os trabalhos foram lidos por Jean Perrin¹⁸, um físico experimental, amigo da família De Broglie e que exerceu importante influência sobre Louis.

3.10.1 Velocidade de fase e de grupo

O título desse segundo trabalho é “Quanta de lumière, diffraction et interférences” (DE BROGLIE, 1923b), e trata basicamente sobre luz, fazendo poucas menções a elétrons. Nessa segunda nota ele continuou a discutir as implicações de se associar uma onda senoidal *não material*¹⁹, com frequência igual a E/h , propagando-se na mesma direção do móvel com velocidade $c/\beta = c^2/v$, onde, a velocidade $v = \beta c$ é a velocidade da partícula. No entanto, De Broglie introduziu logo de início um importante comentário:

Pode-se afinal considerar a velocidade βc como a “velocidade de grupo” de ondas que tenham velocidades c/β e frequências $\frac{m_0 c^2}{h\sqrt{1-\beta^2}}$, correspondendo a valores

¹⁸ Na Academia de Ciências de Paris, os membros da Academia tinham o direito de ler seus próprios trabalhos e publicá-los automaticamente, sem passar por nenhuma análise por parte de outros membros. Quando um pesquisador que não era membro da Academia queria apresentar e publicar seus trabalhos, precisava encontrar algum membro que o apoiasse e lesse seu trabalho na sessão da Academia, ou então precisava submeter seu artigo e aguardar que uma comissão desse um parecer sobre o mesmo.

¹⁹ Nesse trabalho, De Broglie deixa de utilizar a expressão “onda fictícia”.

próximos mas ligeiramente diferentes de β . Deixando de lado o significado físico dessa onda (isso será a difícil tarefa de um eletromagnetismo expandido que irá explicá-la), lembramos que o móvel tem a mesma fase interna que a porção da onda situada no mesmo ponto; nós a chamaremos portanto “onda de fase”. (DE BROGLIE, 1923b, pp. 548-549)

Utilizando um resultado antigo, devido a Lord Rayleigh, mas que De Broglie conheceu através de Léon Brillouin (DARRIGOL, 1993, p. 339), ele calculou a velocidade de grupo das ondas e encontrou que era igual à velocidade da partícula. No artigo, no entanto, De Broglie apenas fez essa menção, e não *demonstrou* que a velocidade de grupo era igual a βc . A demonstração é bastante simples, e aparece na sua tese (DE BROGLIE, 1925a)²⁰. Se duas ondas senoidais, com velocidades diferentes e frequências próximas, se propagam na mesma direção, surge um fenômeno de batimento que se propaga com uma velocidade diferente das velocidades das ondas componentes. No caso de várias ondas com velocidades próximas, pode-se formar um grupo de ondas que se propaga com a velocidade de grupo. Se a velocidade de cada onda é V , que é uma função da frequência ν da onda, então a velocidade de grupo é dada por (DE BROGLIE, 1925a, p. 39).²¹

$$\frac{1}{U} = \frac{d \frac{\nu}{V}}{d\nu} \quad 3.57$$

Como vimos, tanto a velocidade de fase V quanto a frequência da onda ν podem ser escritas como funções da velocidade da partícula (ou de β):

$$V = c/\beta \quad 3.58$$

$$\nu = \frac{m_0 c^2}{h \sqrt{1 - \beta^2}} \quad 3.59$$

Pode-se isolar β na equação 3.59, substituir na equação 3.58, e depois utilizar o resultado na equação 3.57; ou então, pode-se utilizar a regra da cadeia, derivando tanto ν/V quanto ν em relação a β , e substituindo em 3.57. Obtém-se facilmente o resultado:

$$U = \beta c \quad 3.60$$

Note-se que a equação 3.60 não é uma hipótese adicional, mas uma consequência deduzida dos princípios da teoria de De Broglie e que reforça muito sua proposta. De fato, a velocidade de fase V é superior à velocidade c , e não corresponde ao transporte de energia. Na

²⁰ A dedução apareceu pela primeira vez, de forma muito resumida, em um artigo em inglês que De Broglie redigiu em outubro de 1923 e que foi publicado em fevereiro de 1924 (DE BROGLIE, 1924a, p. 450).

²¹ Esta expressão para a velocidade de grupo não é muito usual. Ela havia sido utilizada por Léon Brillouin, e certamente De Broglie se baseou no trabalho de seu colega. A expressão usual para a velocidade de grupo é $U = d\omega/dk$, onde $\omega = 2\pi\nu$ e $k = 2\pi/\lambda$. A expressão de Brillouin é equivalente a esta, evidentemente.

teoria eletromagnética clássica, o transporte de energia se dá com a velocidade de grupo (exceto em casos especiais), e portanto deveríamos esperar que a velocidade de grupo das ondas de De Broglie correspondesse à velocidade com a qual a energia é transportada – que é a própria velocidade das partículas. Porém, era preciso *provar* que de fato isso acontecia. Poderia acontecer que a dedução levasse a outro resultado qualquer – e, nesse caso, De Broglie se veria diante de uma dificuldade teórica.

O resultado $U = \beta c$ é importante e elegante, mas traz consigo uma dificuldade que De Broglie não esclareceu nesse artigo. Por que motivo se deveria pensar em um conjunto de ondas com velocidades próximas, mas ligeiramente diferentes? Como a velocidade de fase V é uma função da velocidade v da partícula ($V=c^2/v$), a cada partícula com velocidade bem definida deveria corresponder uma e só uma onda de fase. Para nós, atualmente, isso lembra a idéia do princípio de indeterminação de Heisenberg. No entanto, De Broglie não conhecia ainda esse princípio, e não podia estar utilizando esse tipo de idéia. Aparentemente, nesse momento, ele estava apenas utilizando uma análise formal, equivalente ao tratamento clássico da velocidade de grupo da luz em um meio dispersivo.

Em uma análise retrospectiva da evolução de suas idéias, De Broglie comentou: “Eu chamei a onda que analisava de ‘onda de fase’ porque a fase me parecia exata, mas sua amplitude constante não poderia ser exata a não ser fora da partícula” (DE BROGLIE, 1987, p. 127). Aparentemente De Broglie estava preocupado com a diferença entre uma onda plana monocromática infinita, que tem a mesma amplitude em todos os pontos do espaço, e uma partícula, que tem uma localização em um ponto do espaço. A partícula deveria ser representada por uma onda que tivesse uma região de maior amplitude, e uma onda desse tipo pode ser representada por uma superposição de ondas monocromáticas, mas não por uma única onda monocromática. Talvez pudesse ser essa a justificativa de introdução de um grupo de ondas, nessa época.

3.10.2 Alteração do princípio de inércia

Em seguida, De Broglie introduziu a necessidade de alterar o princípio de inércia para os átomos de luz:

Os átomos de luz cuja existência admitimos não se propagam sempre em linha reta, como provam os fenômenos de difração. Parece portanto *necessário* modificar o princípio da inércia. Propomos colocar como base da dinâmica do ponto material livre o seguinte postulado: “Em cada ponto de sua trajetória, um móvel livre segue com um movimento uniforme o *raio* de sua onda de fase, quer dizer (em um meio isotrópico) a normal às superfícies de mesma fase.” Em geral, o móvel seguirá portanto a trajetória retilínea fixada pelo princípio de Fermat aplicado à onda de fase, que se confunde aqui com o princípio de ação mínima aplicado ao móvel sob a forma maupertuisiana. Mas se o móvel deve atravessar uma abertura cujas dimensões são pequenas com relação ao comprimento de onda de fase, sua trajetória se encurvará em geral, como o raio da onda difratada.

[...]

Concebemos portanto a onda de fase como guiando os deslocamentos da energia, e é isso o que pode permitir a síntese das ondulações e dos quanta. (DE BROGLIE, 1923b, p. 549)

Esse é um novo princípio, introduzido por De Broglie. Toda partícula em movimento é acompanhada por uma onda, e essa onda guia o movimento da partícula. Assim, o movimento da partícula não segue mais as leis usuais da mecânica do ponto material (nem a mecânica clássica, nem a relativística).

3.10.3 Relação entre óptica e mecânica

Temos, aqui, dois aspectos importantes. Por um lado, De Broglie queria explicar através de sua teoria dualística os fenômenos considerados tipicamente ondulatórios e, para isso, introduziu uma alteração da mecânica. Por outro lado, ele chama a atenção para a equivalência entre o princípio de Fermat (da óptica geométrica) e o princípio de Maupertuis de ação mínima (da mecânica clássica). Hamilton já havia chamado a atenção para essa equivalência no início do século XIX (HAMILTON, 1833); porém, naquela época, essa analogia não levou a nada de novo. Não se sabe exatamente quando essa analogia de Hamilton começou a influenciar o pensamento de De Broglie. Ele próprio indicou que isso teria ocorrido aproximadamente em 1911, mas Olivier Darrigol rejeita essa data (DARRIGOL, 1993, p. 331). Em vários locais comentou que a lembrança dessa analogia influenciou fortemente seus trabalhos de 1923: “Eu continuava então a refletir sobre a analogia entre o formalismo da mecânica ondulatória e o das teorias ondulatórias, analogia que me havia impressionado desde minha primeira juventude” (DE BROGLIE, 1987, p. 42).

Eu havia também estudado a teoria de Hamilton-Jacobi sobre a qual falei antes, e como a tendência de meu espírito me levava a considerar os problemas preferivelmente sob a forma de imagens físicas intuitivas do que sob a de formalismos matemáticos²², essa teoria me pareceu indicar não apenas uma simples analogia matemática entre a dinâmica do ponto material e a óptica geométrica, mas a existência de uma ligação física profunda entre a propagação de uma onda e o movimento de um corpúsculo. (DE BROGLIE, 1987, p. 103)

Não se deve atribuir uma importância exagerada a essa analogia, na teoria de De Broglie. De fato, o próprio Louis de Broglie comentou, em 1973, que o modo mais profundo de relacionar onda a corpúsculo era, em sua opinião, aquele que havia utilizado nos artigos de 1923 e no primeiro capítulo da tese, partindo da diferença entre as transformações relativísticas de frequência de uma onda e da frequência de um relógio (DE BROGLIE, 1987, p. 121). Esse tipo de raciocínio é essencialmente relativista, e De Broglie lamentava que esse aspecto de seu trabalho não era lembrado por ninguém (*ibid.*, p. 126). O segundo tipo de argumento utiliza a comparação entre o princípio de Fermat e o princípio de mínima ação de Maupertuis (*ibid.*, p. 122). Esse segundo modo de desenvolver a análise não é relativístico, em sua essência, pois essa analogia existe também na física clássica. Além disso, enquanto o primeiro tipo de raciocínio é totalmente geral, o segundo apenas é válido no limite da óptica geométrica (*ibid.*, p. 122), não tendo valor para a explicação dos fenômenos de interferência e difração.

²² “Somente a intuição e a imaginação permitem romper o círculo no qual se encerra naturalmente todo pensamento que deseja ser puramente dedutivo” (DE BROGLIE, 1987, p. 150).

3.10.4 Difração de luz e de partículas materiais

Vimos que uma das dificuldades de qualquer teoria dualística da luz era explicar os fenômenos de interferência e difração com baixa intensidade (experimento de Taylor). De Broglie comentou:

O novo princípio colocado na base da dinâmica explicaria a difração dos átomos de luz, *por menor que seja seu número*. (DE BROGLIE, 1923b, p. 549)

É fácil compreender o que ele pensou. Quando uma partícula passa por uma fenda, as ondas associadas à partícula sofrem difração. Essas ondas guiam o movimento da partícula, que terá uma trajetória curva. Cada partícula que passa pela fenda poderá ter uma trajetória diferente das outras, mas essas trajetórias serão conduzidas pela onda de fase.

Note-se que cada partícula é acompanhada por suas próprias ondas, e não precisa de outras partículas para sofrer efeitos tipicamente ondulatórios. As ondas de De Broglie não são um efeito coletivo de um grande número de quanta, como nas propostas de Einstein e Stark de 1909.

É interessante que, como o próprio De Broglie mencionou em outro artigo (DE BROGLIE, 1924a, p. 453) Newton havia tentado explicar o fenômeno de difração da luz utilizando uma hipótese corpuscular e introduzindo *forças* exercidas entre a fenda e esses corpúsculos. A explicação de De Broglie é completamente diferente, sem a intervenção de forças.

A partir da idéia de que o movimento das partículas é guiado pelas ondas que as acompanham, De Broglie não apenas explicou a difração da luz, mas também previu que deveria existir um fenômeno semelhante para qualquer tipo de partícula, como elétrons:

Além disso, um móvel qualquer poderia em certos casos se difratar. Um feixe de elétrons atravessando uma estrutura muito pequena apresentaria fenômenos de difração. É por este lado que se deveriam procurar confirmações experimentais de nossas idéias. (DE BROGLIE, 1923b, p. 549)²³

Vemos, assim, que De Broglie estava consciente de que sua teoria representava uma alteração completa da física, introduzindo novas propriedades para o movimento das partículas. Nenhum outro autor havia feito uma proposta semelhante.

A nova dinâmica do ponto material livre está para a antiga dinâmica (incluindo aí a de Einstein) como a óptica ondulatória está para a óptica geométrica. Refletindo sobre isso, ver-se-á que a síntese proposta parece o coroamento lógico do desenvolvimento comparado da dinâmica e da óptica desde o século XVII. (DE BROGLIE, 1923b, p. 549)

3.10.5 Interferência, emissão estimulada e probabilidades

As ondas que acompanham uma partícula podem produzir interferências, e essa interferência, segundo De Broglie, influencia a *probabilidade* de que a partícula produza

²³ De Broglie sugeriu em sua tese (DE BROGLIE, 1925a, p. 104) o experimento da difração de elétrons em cristais.

efeitos observáveis. Este é um novo princípio, necessário para explicar os fenômenos conhecidos através de uma teoria dualística.

Chegamos agora à explicação das franjas de interferência. Admitiremos que um átomo material tem uma probabilidade de absorver ou emitir um átomo de luz, determinada pela resultante de um dos vetores das ondas de fase que se cruzam sobre ele [...]. A hipótese precedente é, no fundo, completamente análoga à admitida pela teoria eletromagnética quando ela liga a intensidade da luz *detectável* (quer dizer, capaz de agir fotoeletricamente sobre o olho, a chapa fotográfica ou o bolômetro) à intensidade do vetor elétrico resultante. (DE BROGLIE, 1923b, pp. 549-550)

Na teoria eletromagnética clássica, a onda luminosa é de natureza eletromagnética e contém campos elétrico e magnético oscilantes, perpendiculares entre si. A intensidade da luz é proporcional, em cada ponto, ao quadrado da amplitude do campo elétrico variável que age naquele ponto.

Em um artigo escrito pouco depois, De Broglie esclareceu melhor essas idéias:

Vamos considerar um tipo de experimento de Wiener. Enviamos um trem de ondas planas sobre um espelho plano perfeitamente refletor na direção normal; formam-se ondas estacionárias; o espelho refletor é um plano nodal para o vetor elétrico, o plano à distância $\lambda/4$ do espelho é um plano nodal para o vetor magnético, o plano à distância $\lambda/2$ do espelho é novamente um plano nodal para o vetor elétrico, e assim por diante. Em cada plano nodal o vetor radiante²⁴ é nulo. Podemos dizer então que esses planos não são atravessados por nenhuma energia? Evidentemente não, podemos apenas dizer que os estados de interferência nesses planos são sempre iguais. (DE BROGLIE, 1924a, p. 453)

No experimento de Wiener, a ação fotográfica ocorre apenas nos planos nodais do vetor elétrico; de acordo com a teoria eletromagnética, a energia magnética da luz não pode ser percebida. (DE BROGLIE, 1924a, p. 454)

De Broglie se referiu, nas citações acima, a um experimento realizado em 1890 por Otto Heinrich Wiener (1867-1927). A fonte de informações de De Broglie foi o livro de Óptica de Paul Drude, onde se pode encontrar uma curta descrição do referido experimento (DRUDE, 1911-12, vol. 1, p. 231)²⁵.

Lançando-se um feixe luminoso monocromático perpendicularmente contra um espelho, esperaríamos, pela teoria ondulatória da luz, que fossem formadas ondas estacionárias, pela interferência entre o feixe incidente e o refletido – como ondas mecânicas estacionárias em uma corda. Assim como em uma corda, haveria regiões nas quais a intensidade das ondas seria nula, ou quase nula; e regiões onde a intensidade seria máxima. No

²⁴ Aqui, De Broglie está se referindo ao vetor de Poynting, que determina o fluxo de energia eletromagnética em cada ponto do campo. Esse vetor, no vácuo, é proporcional ao produto vetorial do campo elétrico pelo campo magnético e, portanto, é nulo quando um desses vetores é nulo.

²⁵ Infelizmente, não foi possível consultar o trabalho original de Wiener. Seu experimento é descrito em muitos livros didáticos sobre óptica (especialmente aqueles cuja primeira edição é do início do século XX), como por exemplo: WOOD, 1967, pp. 210-212; BORN & WOLF, 1980, pp. 279-280; SOMMERFELD, 1964, pp. 57-58.

caso do experimento de Wiener, haveria assim uma sucessão de planos nodais (com intensidade mínima) e planos anti-nodais (intensidade máxima) paralelos ao espelho, e separados por uma distância igual à metade do comprimento de onda da luz.

Para procurar detectar essas ondas estacionárias, Wiener colocou uma finíssima camada fotossensível sobre uma placa de vidro, e colocou essa placa inclinada em relação ao espelho, formando um pequeno ângulo. Essa camada fotossensível era formada por um colóide com cloreto de prata e tinha uma espessura inferior ao comprimento de onda da luz. Tal superfície cortaria os planos nodais e anti-nodais das ondas estacionárias, e seria mais fortemente sensibilizada nos últimos (figura 3.2). Após revelar a película, Wiener observou nela a existência de faixas claras e escuras, confirmando a existência das ondas estacionárias²⁶.

Além de confirmar a possibilidade de produzir ondas luminosas estacionárias, Drude verificou que a superfície do espelho metálico era um plano nodal, onde a intensidade luminosa era mínima. De acordo com a teoria de Maxwell quando uma onda eletromagnética fosse refletida por um espelho metálico, o campo elétrico nesse espelho seria nulo, e o campo magnético seria máximo. Portanto, Drude concluiu que aquilo que a película fotográfica detectava era o efeito da intensidade do campo elétrico, e não do campo magnético. Outros experimentos realizados por Wiener, utilizando luz polarizada, confirmaram depois essa conclusão.

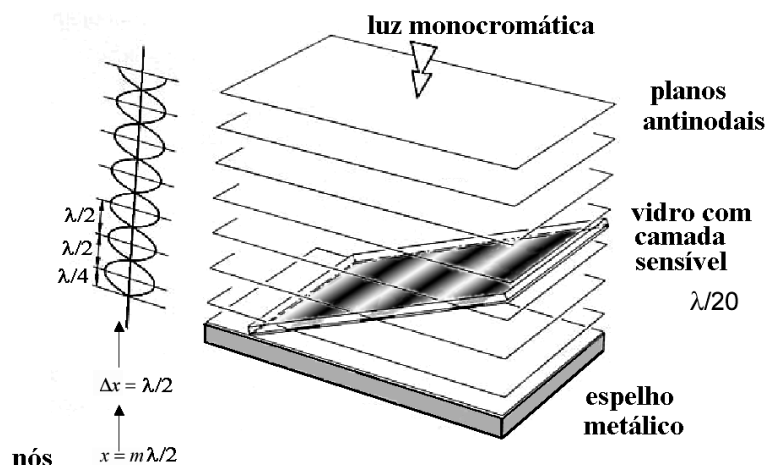


Fig. 3.2 – Esquema explicativo do experimento de Wiener (1890). Um feixe de luz monocromática incide perpendicularmente a um espelho metálico. Formam-se ondas estacionárias, sendo o plano do espelho uma região nodal. Os planos nodais e anti-nodais são paralelos ao espelho. Um vidro com uma camada fotossensível é colocado em uma posição inclinada, próximo ao espelho (o ângulo está muito exagerado, na figura). A intersecção entre a camada fotossensível e a figura de interferência da luz produz uma série de regiões claras e escuras, paralelas, na película, após a revelação.

De acordo com a teoria ondulatória da luz, o experimento de Wiener é facilmente compreensível. Mas surge um problema para compreendê-lo se pensarmos em átomos de luz.

²⁶ Em vez de utilizar uma finíssima camada sensível, é possível utilizar uma grossa camada de emulsão fotográfica, colocada junto ao espelho, e registrar as regiões claras e escuras paralelas. Esse tipo de experimento foi realizado em 1891 por Gabriel Lippmann (1845-1921). Essa técnica permitiu a Lippmann produzir fotografias coloridas baseadas no sistema de interferência, registrando, por exemplo, o espectro do Sol (FOURNIER, 1991).

Esses átomos estariam vindo da fonte luminosa até o espelho metálico, seriam refletidos e voltariam, *passando por todos os planos nodais e anti-nodais*. No entanto, a placa sensível apenas indica a presença da luz fora dos planos nodais. Seria possível imaginar que os átomos de luz não passam por eles, e “pulam” essas regiões? De Broglie não pensava assim. Ele imaginou que os átomos de luz atravessavam todos os planos, mas que a probabilidade de que interagissem com a placa sensível dependeria da intensidade da onda que acompanha as partículas.

Na teoria eletromagnética, a energia de uma onda eletromagnética está distribuída continuamente. Na teoria de De Broglie, há partículas associadas à onda:

As concepções apresentadas neste artigo, se forem aceitas, exigirão uma ampla modificação da teoria eletromagnética. As chamadas “energias elétrica e magnética” devem ser apenas um tipo de valor médio, toda energia real dos campos sendo provavelmente de uma estrutura fina corpuscular. (DE BROGLIE, 1924a, p. 456)

Note-se que, para o caso da luz, De Broglie parece identificar as ondas de fase com as ondas eletromagnéticas de Maxwell.

O novo eletromagnetismo proporcionará a solução de muitos problemas. As leis de propagação das ondas dadas pela teoria de Maxwell serão provavelmente válidas para as ondas de fase luminosas desprovidas de energia, e o espalhamento da energia radiante será explicado pela curvatura resultante dos raios (ou seja, as trajetórias dos quanta de luz). (DE BROGLIE, 1924a, p. 456)

Essas partículas interagem com a matéria de modo mais forte ou mais fraco dependendo da intensidade da onda. A onda não apenas determina a trajetória de cada partícula, através de suas frentes de onda (o princípio de inércia modificado de De Broglie), mas também determina a probabilidade de que a partícula seja absorvida ou emitida pela matéria, através de sua intensidade.

Utilizando essa hipótese, De Broglie introduziu uma idéia que podemos considerar como equivalente ao conceito moderno de emissão estimulada de radiação – o princípio de funcionamento do laser:

Se uma causa qualquer desencadear a emissão de um quantum de luz em uma fonte “pontual”, sua onda de fase, passando sobre os átomos vizinhos, desencadeará outras emissões de quanta, dos quais suporemos que a vibração interna está em fase com a própria onda. Todos os átomos luminosos emitidos teriam assim a mesma onda de fase que o primeiro; diremos que eles estão acoplados em onda. A onda de fase única transporta portanto consigo uma multidão de pequenos pedaços de energia que deslizam por outro lado um pouco por sua superfície²⁷, como resulta de nossa última Nota. (DE BROGLIE, 1923b, p. 550)

²⁷ Aqui, De Broglie se refere à diferença de velocidade entre a onda e os corpúsculos, que existiria mesmo no caso da luz.

Costuma-se considerar que a idéia de emissão estimulada de radiação se originou em um trabalho de Einstein, já citado (EINSTEIN, 1917). Por exemplo, Grant R. Fowles, em seu livro *Introduction to modern optics*, comenta:

Einstein em 1917 foi o primeiro a introduzir o conceito de emissão estimulada ou induzida da radiação para sistemas atômicos. Ele mostrou que para descrever completamente a interação entre a matéria e a radiação, era necessário incluir este processo, no qual um átomo excitado deve ser induzido, pela presença da radiação, para emitir um fóton, e assim decair para um estado mais baixo de energia (FOWLES, 1975, p. 265).

Fowles não indica qual é o artigo de Einstein ao qual está se referindo, mas provavelmente trata-se do já mencionado (EINSTEIN, 1917). Note-se também que Fowles utiliza o termo “fóton”, que só surgiu em 1926 com Gilbert Lewis.

No entanto, examinando-se o trabalho de Einstein de 1917, verifica-se que ele utilizou apenas uma análise estatística (FRIEDBERG, 1994), e não empregou a idéia de ondas, nem de correlação de fase, que é essencial para a compreensão de funcionamento do laser. De acordo com a análise de Einstein, a emissão estimulada poderia produzir um feixe de quanta de luz incoerentes, que não manifestaria as propriedades conhecidas do laser. Apenas utilizando a idéia de ondas associadas aos quanta de luz, e o princípio de correlação de fase (empregado por De Broglie) é possível explicar o processo do laser. Pode-se afirmar que foi aqui, nesse trabalho de De Broglie, que a idéia de emissão estimulada de radiação atingiu a forma que foi depois utilizada para o desenvolvimento do laser.

Em um artigo escrito em inglês pouco tempo depois, De Broglie enfatizou: “O quantum de luz é de alguma forma uma parte da onda, mas para explicar interferências e outros fenômenos da óptica ondulatória é necessário ver como vários quanta de luz podem ser partes da *mesma* onda. Este é o problema da coerência” (DE BROGLIE, 1924a, p. 452). A hipótese da emissão estimulada proporcionava a explicação para essa coerência da radiação.

Aplicando a mesma idéia de probabilidade de interação dos quanta, De Broglie explicou o fenômeno de interferência:

Estudemos a experiência dos furos de Young: alguns átomos de luz atravessarão os furos e se difratarão seguindo o raio da porção da onda de fase que os cerca. No espaço atrás da parede, sua capacidade de agir fotoeletricamente variará em cada ponto segundo o estado de interferência das ondas de fase que atravessaram os dois furos e se difrataram. Haverá portanto franjas brilhantes e escuras tais como previsto pelas teorias ondulatórias, e *isso por mais fraca que seja a intensidade da luz incidente*.

Esse sistema de explicação, que toma o essencial da teoria das ondas introduzindo nelas os quanta, deve ser generalizado para todas as franjas de interferência e de difração. (DE BROGLIE, 1923b, p. 550)

No artigo em inglês em que apresentou suas idéias, De Broglie esclareceu:

Os quanta de luz cruzam todas as franjas claras e escuras: apenas sua capacidade de atuar sobre a matéria está mudando constantemente. (DE BROGLIE, 1924a, p. 454)

Posteriormente, De Broglie mudou sua posição com relação a esse ponto, passando a defender que os quanta de luz seguem as regiões de máximo da interferência, seguindo trajetórias curvas (DE BROGLIE, 1924e).

3.10.6 As principais idéias do segundo artigo de 1923

Nesse segundo artigo, com apenas 2 páginas e algumas linhas, De Broglie completou os conceitos fundamentais de sua teoria. Podemos ressaltar da seguinte forma os pontos principais:

1. A velocidade dos corpúsculos corresponde à velocidade de grupo de um conjunto de ondas de fase com frequências próximas entre si.
2. As partículas, em regiões nas quais estão livres de forças externas, não obedecem à lei da inércia, mas se movem seguindo raios perpendiculares às frentes de onda das ondas de fase associadas às mesmas.
3. Todas as partículas (incluindo elétrons) podem sofrer difração ao passar por fendas estreitas.
4. A probabilidade de interação entre uma partícula e a matéria é proporcional à intensidade da onda associada à partícula, em cada ponto do espaço.
5. Esses princípios permitem explicar os fenômenos de difração e interferência da luz, e têm como consequência a emissão estimulada de luz.

Note-se que, nesse segundo artigo, a onda já não era tão “fictícia” como no primeiro, pois era capaz de guiar os corpúsculos, e determinar a probabilidade de que eles fossem absorvidos ou emitidos.

Logo que completou esse segundo artigo²⁸, De Broglie redigiu uma versão extremamente resumida dos dois trabalhos, em inglês, e enviou para publicação na revista inglesa *Nature* (DE BROGLIE, 1923d). Essa nota não acrescenta nada de novo às comunicações publicadas em francês.

3.11 O TERCEIRO ARTIGO DE 1923: ESTATÍSTICA E ONDAS ASSOCIADAS ÀS PARTÍCULAS

De Broglie completou a apresentação de sua teoria, em 1923, com uma terceira e última comunicação à Academia de Ciências, intitulada “Les quanta, la théorie cinétique des gaz et le principe de Fermat”, apresentada no dia 8 de outubro (DE BROGLIE, 1923c).

Esse trabalho tem duas partes. A primeira analisa a radiação do corpo negro e a estatística quântica, tendo em vista as ondas associadas às partículas. A segunda parte esclarece e complementa alguns aspectos dos dois primeiros artigos.

²⁸ É curioso que o artigo em inglês de De Broglie tem a data de 12 de setembro, mas cita os trabalhos dos *Comptes Rendus* de 10 e 24 de setembro. Pode ser que De Broglie tenha realmente escrito a nota em inglês no dia 12 de setembro, e que já tivesse redigido e acertado a apresentação do segundo trabalho, embora este não tivesse sido ainda apresentado.

3.11.1 Gases e radiação do corpo negro

Rayleigh e Jeans haviam analisado a radiação do corpo negro considerando as ondas estacionárias que poderiam existir em uma cavidade. De Broglie aproveitou esse método, aplicando-o às ondas de fase associadas às partículas. Chamando de U a velocidade de grupo (ou velocidade da partícula) βc , e de V a velocidade de fase c/β , De Broglie encontrou que o número de ondas estacionárias contidas por unidade de volume e com frequências entre v e $v+dv$ seria (DE BROGLIE, 1923c, p. 630):

$$n_v dv = 4\pi \frac{v^2}{UV^2} dv = \frac{4\pi}{c^3} \beta v^2 dv \quad 3.61$$

Chamando de W a energia cinética (relativística) de uma partícula, pode-se escrever a seguinte relação entre a frequência da onda e a energia da partícula:

$$h\nu = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = W + m_0 c^2 = m_0 c^2 (1 + \alpha) \quad 3.62$$

onde $\alpha = W/m_0 c^2$.

Substituindo esse resultado na equação 3.61, De Broglie obteve uma relação entre o número de ondas e a energia cinética das partículas correspondentes (DE BROGLIE, 1923c, p. 631):

$$n_v dv = \frac{4\pi}{h^3} m_0^2 c (1 + \alpha) \sqrt{\alpha(\alpha + 2)} dW \quad 3.63$$

Cada onda poderia transportar zero, uma, duas ou várias partículas, e a probabilidade de que a onda contivesse um certo número n de partículas obedeceria à estatística clássica, sendo proporcional a $e^{-\frac{nh\nu}{kT}}$. Assim, a partir da densidade de ondas (equação 3.63) De Broglie calculou a densidade de partículas com energia $h\nu$:

$$\text{const.} \frac{4\pi}{h^3} m_0^2 c (1 + \alpha) \sqrt{\alpha(\alpha + 2)} dW dx dy dz \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n e^{-\frac{nh\nu}{kT}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{nh\nu}{kT}}} \quad 3.64$$

Neste caso, x, y, z, p, q e r seriam respectivamente as coordenadas e as quantidades de movimento do átomo com massa própria m_0 e W a energia cinética.

Essa fórmula deveria ser válida para a luz ou para um gás qualquer de partículas.

Para um gás material, cujos átomos possuíssem uma massa relativamente elevada e com velocidades relativamente baixas, essa equação poderia ser desenvolvida em série mantendo apenas o primeiro termo, usando-se também a aproximação $1+\alpha=1$:

$$\text{const.} \frac{4\pi}{h^3} m_0^{3/2} \sqrt{2W} dW dx dy dz e^{-\frac{W}{kT}} \quad 3.65$$

Essa fórmula já havia sido utilizada por Planck, sem justificativa teórica, para calcular a entropia e as constantes químicas de gases. Ela conduz à distribuição de velocidades de Maxwell para moléculas de um gás. O próprio De Broglie havia utilizado essa expressão em 1922, seguindo Planck, e sem proporcionar uma demonstração da mesma.

No caso da radiação (e também no caso de um gás relativístico, a altíssima temperatura), a equação 3.64 não pode ser reduzida à equação 3.65. No caso da luz, essa fórmula leva à lei de Planck para a distribuição de energia do corpo negro:

$$\rho_v dv = \frac{8\pi h}{c^3} v^3 \sum_1^{\infty} e^{-n \frac{hv}{kT}} dv = 8\pi \frac{h}{c^3} v^3 \frac{1}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1} dv \quad 3.66$$

Trata-se de uma dedução semelhante à de 1922, sendo necessário introduzir um fator 2 associado aos dois estados de polarização da luz (como no caso do artigo do ano anterior).

Os resultados obtidos por De Broglie na primeira parte do artigo eram já conhecidos, mas há aspectos interessantes, já que as deduções utilizam o método de Rayleigh e Jeans aplicado às ondas de fase. Note-se que De Broglie introduziu de forma mais branda do que em 1922 a idéia das “moléculas de luz”, já que apenas precisou admitir que cada onda pode conter um número n de partículas, calculando esse número pela estatística clássica.

Esse tipo de análise, desenvolvido posteriormente na tese de De Broglie, continha aspectos semelhantes à estatística de Bose-Einstein. O próprio De Broglie considerava que a segunda parte de sua tese continha os princípios da estatística de Bose-Einstein (DE BROGLIE, 1987, p. 43).

3.11.2 Ondas associadas às partículas e o princípio de Fermat

Nos dois primeiros artigos, De Broglie havia considerado sempre que as partículas possuíam uma velocidade constante. Como analisar uma partícula em um campo de forças, com velocidade variável? A velocidade e a frequência da onda também precisariam variar de um ponto para outro, acompanhando as alterações de velocidade e energia da partícula (DE BROGLIE, 1923c, p. 631). Era fácil imaginar variações de velocidade da onda (basta pensar no análogo clássico, que corresponde a uma região com índice de refração variável). Porém, era muito difícil compreender como a *frequência* da onda poderia mudar de um ponto para outro. De Broglie apenas apontou, neste artigo, esse problema, sem resolvê-lo, mas afirmando que “Sem dúvida, uma teoria eletromagnética ampliada nos dará o mecanismo dessa propagação complexa” (*ibid.*, p. 632). Parece, novamente, que ele considerava que as ondas de fase seriam essencialmente equivalentes às ondas eletromagnéticas, mas que deveriam obedecer a uma teoria um pouco diferente da de Maxwell.

Em seguida, De Broglie apresentou pela primeira vez a demonstração da equivalência entre o princípio de Fermat e o princípio de Maupertuis, para as ondas de fase associadas às partículas. O princípio de Fermat do caminho óptico mínimo pode ser escrito como:

$$\delta \int \frac{ds}{\lambda} = 0 \quad 3.67$$

onde λ é o comprimento de onda da luz e ds é o elemento de distância.

De Broglie escreveu essa relação substituindo o comprimento de onda por V/v , e depois substituiu a frequência v em função das grandezas dinâmicas da partícula e a velocidade de fase V por c/β (DE BROGLIE, 1923c, p. 632):

$$\delta \int \frac{v ds}{V} = \delta \int \frac{m_0 \beta c}{h \sqrt{1 - \beta^2}} ds = 0 \quad 3.68$$

Por outro lado, com o princípio da mínima ação sob a forma de Maupertuis chega-se também ao mesmo resultado:

$$\delta \int m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \sqrt{1 - \beta^2} \right) dt = \delta \int \frac{m_0 \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} ds = 0 \quad 3.69$$

Como se obtém o mesmo resultado partindo do princípio de Fermat e do princípio de Maupertuis, De Broglie concluiu: “A ligação fundamental que une os dois grandes princípios da óptica geométrica e da dinâmica é assim colocada em plena luz” (DE BROGLIE, 1923c, p. 632).

Nessa expressão, De Broglie passa da primeira fórmula à segunda fazendo $dt = ds/(\beta c)$ e fazendo uma simplificação algébrica. De Broglie não explicou, no entanto, o significado da expressão entre parênteses do lado esquerdo da equação 3.69. Essa *não é* a expressão relativística usual para o princípio de ação mínima. A expressão usual seria:

$$\delta \int m_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2} dt = 0 \quad 3.70$$

No último parágrafo do artigo, De Broglie fez o seguinte comentário:

Observemos que a integral de Fermat faz intervir o produto de uma frequência por um tempo e a ação não se introduz a não ser por meio da proporcionalidade da energia e da frequência. Essa proporcionalidade permanece um postulado cujo sentido físico não foi esclarecido; ela constitui sem dúvida um dos aspectos de ligação do espaço com o tempo e, como nossa experiência comum nos habituou a dissociar estas duas noções, ela guarda um caráter muito pouco intuitivo. (DE BROGLIE, 1923c, p. 632)

Todas as idéias que De Broglie discutiu nestas notas, estarão mais bem formalizadas em sua tese. O estudo e a compreensão destes trabalhos mostram a preocupação em dar base matemática à estrutura do quantum. Estas, quando comparadas a sua tese mostram antecedentes históricos de suas idéias e como elas evoluíram com o passar do tempo.

3.12 O ARTIGO DE SÍNTESE, DO *PHILOSOPHICAL MAGAZINE*

No dia 1^o de outubro de 1923, já tendo certamente concluído a redação do terceiro artigo acima descrito, De Broglie terminou a elaboração de uma versão detalhada, em inglês, de suas idéias. Esse trabalho foi publicado em fevereiro de 1924 na revista *Philosophical Magazine*, com o título “A tentative theory of light quanta” (DE BROGLIE, 1924a).

A maior parte do conteúdo deste artigo corresponde aos três trabalhos apresentados à Academia de Ciências em 1923. Em muitos pontos, o artigo em inglês é mais completo e permite esclarecer pontos obscuros das comunicações em francês. Esses pontos já foram mencionados anteriormente. Serão mencionadas apenas algumas diferenças significativas.

Vimos que, no terceiro artigo, De Broglie havia apontado que, na presença de um campo de forças, a velocidade e a frequência da onda de fase deveriam variar de um ponto para outro. No artigo do *Philosophical Magazine*, no entanto, ele considerou que a frequência seria constante, e que apenas a velocidade variaria (DE BROGLIE, 1924a, p. 450). Parece que, nessa época, De Broglie ainda não havia encontrado uma solução para esse ponto.

No artigo em inglês, De Broglie comenta sobre vários pontos que precisariam ser estudados, e que não são citados nos artigos em francês:

O que ocorre quando um átomo passa de um estado estável para outro, e como ele ejeta um único quantum? Como podemos introduzir a estrutura granular da energia em nossas concepções de ondas elásticas e na teoria de Debye dos calores específicos? (DE BROGLIE, 1924a, p. 457)

É possível que De Broglie já estivesse se preocupando com a questão da dualidade onda-partícula *para ondas mecânicas*. Mas somente mais tarde foi introduzido o conceito dos *fônons*.

Há, no final do artigo em inglês, um anexo que foi acrescentado por De Broglie depois do envio do trabalho, mas antes de sua publicação (portanto, entre outubro de 1923 e fevereiro de 1924). Esse anexo é de enorme importância, pois nele De Broglie apresenta uma generalização relativística da relação $E=h\nu$, e corrige um erro do terceiro artigo de 1923. Vamos transcrever essa adição, e depois comentá-la.

Nota. – Desde que escrevi este artigo, fui capaz de dar uma forma um pouco diferente, mas muito mais geral, aos resultados contidos na quarta seção.

O princípio de ação mínima para um ponto material pode ser expresso em notação espaço-temporal pela equação:

$$\delta \int \sum_1^4 J_i dx^i = 0,$$

se os J_i são as componentes covariantes de um vetor tetradimensional cuja componente temporal é a energia do ponto dividida por c , e as componentes espaciais são as componentes de seu momentum.

De forma semelhante, ao estudar a propagação de ondas, temos que escrever:

$$\delta \int \sum_1^4 O_i dx^i = 0,$$

se os O_i são as componentes covariantes de um vetor tetradimensional cuja componente temporal é a frequência dividida por c e as componentes espaciais são as

componentes de um vetor traçado na direção do raio e igual a $v/V=1/\lambda$ (V é a velocidade de fase). Ora, a relação quântica diz que $J_4=hO_4$. De forma mais geral, eu sugiro colocar $\bar{J} = h\bar{O}$. A partir dessa proposição, segue-se imediatamente a identidade dos dois princípios de Fermat e Maupertuis, e é possível deduzir rigorosamente a velocidade de fase em qualquer campo eletromagnético. (DE BROGLIE, 1924a, pp. 457-458)

Vamos explicar o raciocínio de De Broglie. Para simplificar, consideremos que o corpúsculo se move apenas na direção x . Teremos, então, $J_2 = J_3 = 0$, e:

$$J_1 = p_x = \frac{m_0\beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 3.71$$

$$J_4 = iE/c = i \frac{m_0 c}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 3.72$$

Na mesma situação (ou seja, com o movimento na direção x), apenas as componentes dx^1 e dx^4 são diferentes de zero: $dx^1 = dx$, $dx^4 = icdt$. Teremos, portanto:

$$\begin{aligned} \sum_1^4 J_i dx^i &= \frac{m_0\beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} dx - \frac{m_0 c}{\sqrt{1-\beta^2}} cdt = \\ &= \frac{m_0\beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} \beta cdt - \frac{m_0 c}{\sqrt{1-\beta^2}} cdt = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} (1-\beta^2) dt = m_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} dt \end{aligned} \quad 3.73$$

Esse resultado é a fórmula do lagrangiano relativístico.

Substituindo na fórmula do princípio de Maupertuis que De Broglie forneceu na citação acima, obtemos:

$$\delta \int \sum_1^4 J_i dx^i = \delta \int m_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} dt = 0 \quad 3.74$$

Essa equação é idêntica à equação 3.70 que, como já havíamos indicado anteriormente, é a expressão relativística usual do princípio de ação mínima.

Portanto, nessa nota que adicionou ao final do artigo em inglês, De Broglie estava *corrigindo uma falha* do terceiro artigo de 1923, sem no entanto mencionar que havia publicado um erro.

Basicamente, as expressões utilizadas por De Broglie em 1923 (equações 3.67 e 3.69) não são relativísticas, pois as integrais não são invariantes (seu valor depende do referencial).

$$\delta \int \frac{ds}{\lambda} = 0 \quad 3.67$$

$$\delta \int \frac{m_0 \beta c}{h \sqrt{1 - \beta^2}} ds = 0 \quad 3.69$$

As expressões relativísticas corretas dos princípios variacionais exigem que a integral seja um invariante relativístico, por isso devem conter escalares, que podem ser obtidos justamente pelo produto interno de dois quadrivetores, como os que De Broglie adicionou na nota do artigo em inglês.

Vejamos agora a segunda expressão introduzida por De Broglie. Como estamos considerando que o corpúsculo se move apenas na direção x , teremos $O_2 = O_3 = 0$, e:

$$O_1 = 1/\lambda = v/V \quad 3.75$$

$$O_4 = iv/c \quad 3.76$$

Teremos, portanto:

$$\sum_1^4 O_i dx^i = \frac{v}{V} dx - \frac{v}{V} c dt = v \left(\frac{(\beta c dt)}{c/\beta} - dt \right) = v(\beta^2 - 1) dt \quad 3.77$$

Substituindo nessa expressão a frequência em função da energia da partícula, teremos:

$$v(\beta^2 - 1) dt = \frac{m_0 c^2}{h \sqrt{1 - \beta^2}} (\beta^2 - 1) dt = -\frac{m_0 c^2}{h} \sqrt{1 - \beta^2} dt \quad 3.78$$

Agora, substituindo esse resultado na expressão relativística do princípio de Fermat que De Broglie forneceu na citação acima, obtemos:

$$\delta \int \sum_1^4 O_i dx^i = \delta \int -\frac{m_0 c^2}{h} \sqrt{1 - \beta^2} dt = 0 \quad 3.79$$

Vemos que essa equação é equivalente à equação 3.74 (ou melhor, só difere pela multiplicação de uma constante, que não afeta o resultado). Portanto, o princípio de Maupertuis e o princípio de Fermat, *em suas formas relativísticas*, conduzem ao mesmo resultado.

Na dedução acima, para mostrar a equivalência entre os dois princípios, utilizamos a relação de Planck $E = hv$. Porém, utilizando a nova notação, essa relação pode ser escrita como:

$$J_4 = E/c = (hv)/c = hO_4 \quad 3.80$$

De Broglie sugeriu generalizar a relação $J_4 = hO_4$ para as demais componentes do quadrivetor, ou seja: $J_1 = hO_1$, etc. No caso específico em que a partícula se move apenas na direção x , temos $J_1 = p_x = p$ (equação 3.71) e $O_1 = 1/\lambda$ (equação 3.75). Portanto, $J_1 = hO_1$ é equivalente a:

$$p = h/\lambda \quad 3.81$$

Ou seja: tanto a relação de Planck $E=h\nu$ quanto a relação de De Broglie $p=h/\lambda$ estão contidas na expressão $\vec{J} = h\vec{O}$, ou $J_i = hO_i$, apresentada neste artigo. É importante notar que essa relação, entre dois quadrivetores relativísticos, mostra que a relação de De Broglie entre momentum e comprimento de onda é uma relação válida não apenas no limite clássico (de baixas velocidades), mas no caso relativístico²⁹.

3.13 A OBJEÇÃO DE ANDERSON AOS QUANTA DE LUZ COM MASSA

Como vimos, desde 1922 De Broglie sugeriu que os quanta de luz seriam partículas com massa de repouso não nula, que se moveriam por isso com velocidade ligeiramente inferior a c . No artigo em inglês publicado no *Philosophical Magazine*, De Broglie sugeriu que a massa de repouso desses átomos de luz seria, no máximo, da ordem de 10^{-50} g (DE BROGLIE, 1924a, p. 447). Imediatamente após a publicação do artigo, Wilhelm Anderson enviou à revista uma crítica, que foi publicada pouco tempo depois (ANDERSON, 1924). Utilizando as fórmulas relativísticas do próprio De Broglie, Anderson obteve uma relação entre velocidade da onda e frequência:

$$v = c \sqrt{1 - \frac{m_0^2 c^4}{h^2 \nu^2}} \quad 3.82$$

Supondo-se que as partículas de luz tivessem a massa de exatamente 10^{-50} g, pode-se escolher um valor da frequência que leva à velocidade nula das ondas. Anderson mostrou que isso ocorreria se o período de oscilações fosse de 726 segundos, aproximadamente. Assim, uma carga elétrica oscilando com esse período não poderia emitir ondas eletromagnéticas; e um transformador de corrente alternada com esse período também não poderia funcionar.

Olivier Darrigol considera que a proposta de Anderson, de testar essa consequência, seria “bastante ingênua” (DARRIGOL, 1993, p. 336). Não nos parece assim. Afinal de contas, a proposta de De Broglie implicava em uma violação da teoria eletromagnética, e se fosse levada a sério a idéia dos quanta de luz com massa, seria muito importante procurar tal violação.

É curioso que De Broglie respondeu à nota de Anderson (DE BROGLIE, 1924d):

Em um número recente do *Phil. Mag.* (maio de 1924) o Sr. William Anderson³⁰ afirmou uma consequência curiosa e provavelmente não muito provável de minhas opiniões. Penso que o quantum de energia radiante *isolado* só pode ser considerado em radiação de frequência muito alta (quando a lei de Wien é válida), mas que para radiações de frequências médias ou baixas devemos conceber um tipo de agregação dos quanta de luz. Essa idéia sugerida pela forma da lei de Planck talvez nos permitisse imaginar uma transição entre os quanta de luz e a teoria eletromagnética, e evitar a conclusão do Sr. Anderson. (DE BROGLIE, 1924d, pp. 51-52)

²⁹ Para mais detalhes, ver BROWN & MARTINS, 1984.

³⁰ O nome correto do autor era Wilhelm, não William.

A resposta de De Broglie é claramente inadequada, pois a velocidade da onda de fase dependia apenas da frequência, e não do número de quanta associados à onda. Portanto, fosse qual fosse o número de quanta de uma onda, a velocidade da mesma seria nula para certa frequência, de acordo com a equação 3.82.

Como foi comentado anteriormente, a idéia de que os quanta de luz têm massa de repouso é um dos aspectos da teoria de De Broglie que foi rejeitado por quase todos. No entanto, sob o ponto de vista heurístico, aceitar que os quanta de luz eram partículas relativísticas com massa de repouso foi um passo essencial na evolução da teoria de De Broglie.

Capítulo 4

A tese de Louis de Broglie

Uma grande luz se produziu em meu espírito
(Louis de Broglie, 1956).

O trabalho de De Broglie causou-me grande impressão. Ele levantou a ponta do grande véu
(Albert Einstein).

Isto é um lixo (Erwin Schrödinger)¹.

4.1 INTRODUÇÃO

Vimos, no capítulo anterior, que os passos fundamentais do desenvolvimento da teoria de De Broglie foram dados em 1922 e 1923. Em outubro de 1923 as idéias básicas já estavam desenvolvidas, e provavelmente logo depois Louis de Broglie começou a redigir a sua tese de doutoramento. É difícil saber ao certo quando ele terminou de escrevê-la, mas provavelmente isso ocorreu no segundo trimestre de 1924².

Em dezembro de 1923 e janeiro de 1924, Louis de Broglie publicou (com Alexandre Dauvillier e com Maurice de Broglie) dois artigos sobre raios X. Pode ser que, durante esses meses, ainda não estivesse trabalhando intensamente na tese. Depois disso, nota-se uma lacuna de vários meses em suas publicações. Ele só volta a apresentar novas comunicações à Academia de Ciências de Paris em julho de 1924. Isso parece indicar um trabalho concentrado na redação da tese, durante grande parte do primeiro semestre de 1924.

Durante o período de espera e preparação para a defesa, De Broglie publicou três comunicações sobre sua teoria, nos *Comptes Rendus*:

- DE BROGLIE, Louis. Sur la définition générale de la correspondance entre onde et mouvement. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **179**: 39-40, 1924 (b). Apresentado no dia 07 de julho de 1924.
- ———. Sur un théorème de M. Bohr, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **179**: 676-677, 1924 (c). Apresentado no dia 13 de outubro de 1924.

¹ Esta frase, segundo o relato do professor Victor Henri, foi dita por Schrödinger duas semanas após ter recebido e lido a cópia da tese de Louis Broglie. Victor Henri havia obtido de Paul Langevin uma cópia da tese de De Broglie; como não conseguiu entendê-la, passou-a para Schrödinger que voltou duas semanas depois, dizendo: “Isso é um lixo”. Visitando Paris após algum tempo, Victor Henri relatou o fato a Langevin, que respondeu: “Eu penso que Schrödinger está errado; ele deve olhá-la novamente!”. De volta a Zurich, Henri passou a mensagem para Schrödinger: “Você deve ler a tese de De Broglie novamente. Langevin pensa que este é um trabalho muito bom” (MEHRA & RECHENBERG, 1987, vol. 5, parte 2, p. 414). É claro que Schrödinger leu novamente o trabalho de De Broglie, pois a influência sobre ele foi muito forte, e a frase transcrita acima teria sido apenas uma primeira reação, não dizendo respeito às opiniões futuras de Schrödinger sobre o trabalho de Louis de Broglie. Neste aspecto, ver a seção 5.3.

² Segundo Abraham Pais, ele terminou de redigi-la no ano de 1923, entregando uma cópia datilografada a Langevin no início de 1924 (PAIS, 1982, p. 520), mas isso é implausível, como veremos.

- ———. Sur la dynamique du quantum de lumière et les interférences. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **179**: 1039-1041, 1924 (e). Apresentado no dia 17 de novembro de 1924.

A tese foi defendida na semana seguinte à apresentação desta comunicação, em 25 de novembro de 1924. Podemos considerar que, embora publicados antes da defesa, todas essas comunicações são posteriores à redação da tese. Por isso, elas não serão discutidas separadamente. Serão apenas citadas quando forem descritas as partes correspondentes da própria tese.

4.2 EINSTEIN E A TESE DE LOUIS DE BROGLIE

Existe uma explicação, repetida em muitos livros e artigos (e divulgada pelo próprio De Broglie), a respeito do motivo pelo qual a tese demorou vários meses a ser defendida. Vamos apresentá-la e discuti-la abaixo.

Na época em que Louis de Broglie estava desenvolvendo seus trabalhos, não havia cursos de pós-graduação, no sentido atual da expressão. Uma pessoa desenvolvia uma pesquisa, escrevia uma tese, e a submetia ao exame de uma banca. De Broglie não possuía nenhuma vinculação com nenhuma universidade, nem tinha um orientador. No entanto, para poder defender sua tese, ele precisava de um supervisor formal. Escolheu Paul Langevin.

Depois de concluir seu trabalho, De Broglie mandou datilográ-lo e entregou uma cópia a Langevin, para verificar se ele aceitava aquela tese. Conta-se que, ao ler a tese de Louis de Broglie, Langevin teve dúvidas sobre seu valor (NYE, 1997, p. 413). Tendo se encontrado com Einstein em Genebra, conversou com ele sobre a tese e, ao retornar a Paris, solicitou a De Broglie que enviasse uma cópia (datilograda) da tese para Einstein. Assim foi feito, e pouco depois Einstein escreveu a Langevin defendendo a importância do trabalho: “Ele ergueu uma ponta do grande véu”. Só então Langevin resolveu aceitar a tese, e foi feita a defesa (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 604).

O próprio De Broglie confirmou essa lenda:

Quando escrevi minha tese de doutorado em 1923, que eu queria apresentar para obter o doutorado em ciências, eu mandei fazer três cópias. Entreguei uma delas ao Sr. Langevin, para que ele pudesse decidir se esse texto podia ser aceito como uma tese. O Sr. Langevin, provavelmente um pouco espantado pela novidade de minhas idéias, pediu-me para lhe fornecer uma segunda cópia de minha tese, para enviá-la a Einstein. Foi então que Einstein declarou, depois de ler meu trabalho, que minhas idéias lhe pareciam muito interessantes. Isso fez Langevin se decidir a aceitar meu trabalho. (DE BROGLIE, *apud* PAIS, 1982, p. 438)

Para examinar essa tese, eu me dirigi a Paul Langevin, que havia estudado muito a teoria da relatividade e também conhecia bem a questão dos quanta. Não sei exatamente a impressão que minha tentativa audaciosa lhe causou quando ele a examinou, mas ele se deu conta de que, por sua natureza, ela poderia interessar vivamente a Albert Einstein, e me pediu que lhe fornecesse um segundo exemplar datilogrado de minha tese para transmiti-la a seu ilustre amigo. [...] Ele escreveu a Paul Langevin para lhe dar sua impressão e, em sua carta, empregando um estilo

alegórico que lhe era muito familiar, disse falando do autor da tese: “Ele ergueu uma ponta do grande véu” [*Er hat eine Ecke des grossen Schleiers gelüftet*]. Essa frase me foi comunicada por Langevin. (DE BROGLIE, 1987, pp. 104-105)

Uma parte da lenda é verdade, mas a parte principal é falsa. Há uma questão de datas, que parece não ter chamado ainda a atenção dos historiadores, que mostra que a defesa e aprovação da tese se deu *antes* de Langevin receber a carta de Einstein. Vejamos os documentos.

No dia 27 de julho de 1924, Langevin escreveu uma carta a Louis de Broglie, pedindo que enviasse a Einstein uma cópia da primeira versão da tese (WHEATON, 1983, p. 297; DARRIGOL, 1993, p. 355). De Broglie forneceu a cópia a Langevin, e a tese foi enviada. *Mas Einstein não reagiu imediatamente à tese*. No dia 25 de novembro, a tese foi defendida e aprovada. No dia 16 de dezembro, portanto *depois* da defesa, Einstein escreveu a Langevin, elogiando a tese (DARRIGOL, 1993, p. 355). No mesmo dia, Einstein escreveu uma carta a Lorentz, elogiando também o trabalho de De Broglie (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 604).

Langevin recebeu a carta e escreveu uma outra carta a De Broglie, no dia 13 de janeiro de 1925, informando-o sobre a opinião favorável de Einstein (WHEATON, 1983, p. 297). Todos esses documentos foram conservados, e não há dúvidas a respeito das datas. Portanto, a aceitação da tese de Louis de Broglie não foi influenciada e não ficou aguardando uma opinião de Einstein.

Quando, em 1925, publicou um artigo comentando e expandindo o trabalho de Bose, Einstein fez comentários positivos a respeito da tese de De Broglie. Certamente isso influenciou a divulgação dessa teoria, como o próprio De Broglie comentou:

Ao assinalar a importância da mecânica ondulatória, o ilustre sábio [Einstein] contribuiu muito para acelerar seu desenvolvimento: sem sua intervenção, a tentativa ousada esboçada na minha tese poderia ter ficado muito tempo sem ser percebida. (DE BROGLIE, 1987, p. 105)

4.3 A DEFESA DA TESE DE LOUIS DE BROGLIE

O atraso na defesa pode ter uma explicação muito mais simples. Na época, não existia nenhuma urgência para realizar a defesa. Suponhamos que a tese tenha sido entregue a Langevin em junho ou julho. Além de ler a tese, Langevin precisava escrever um parecer detalhado sobre a mesma. Existe um rascunho desse parecer (WHEATON, 1983, p. 295), mas infelizmente ele não é datado. Suponhamos que o parecer tenha sido redigido em julho ou agosto. Depois disso, Louis de Broglie precisou providenciar a impressão da tese (as teses eram impressas tipograficamente, em uma tiragem pequena, para a defesa). Isso poderia demorar um ou dois meses, já que era preciso fazer a revisão de provas, etc. A impressão poderia ter sido concluída em setembro. Depois disso, a tese foi depositada oficialmente na Sorbonne, enviada aos membros da banca, e foi marcada a defesa. Não há nada de espantoso no fato de que a defesa tenha ocorrido no final de novembro.

A banca de Louis de Broglie foi constituída pelo matemático Élie Cartan, o cristalógrafo Charles Victor Mauguin, e os físicos Jean Perrin³ e Paul Langevin. Não se conhece a opinião de Cartan sobre a tese. Perrin comentou publicamente apenas que a tese era “muito inteligente” (WHEATON, 1983, p. 297), mas parece ter ficado aborrecido com a falta de confirmações experimentais da onda associada às partículas (MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 603). Mauguin considerou o trabalho interessante, embora não tivesse ficado convencido da existência das ondas associadas às partículas:

Na época da defesa da tese, eu não acreditei na realidade física das ondas associadas com as partículas de matéria. Eu preferi considerá-las [as ondas] como objetos imaginários muito interessantes, que permitiam – pela primeira vez – evitar o caráter completamente empírico das regras de quantização, proporcionando-lhes uma interpretação simples, quase familiar, análoga às leis das cordas vibrantes. (Mauguin, *apud* MEHRA & RECHENBERG, 1982, vol. 1.2, p. 603)

O rascunho do parecer de Langevin, que foi transcrito no livro de Bruce Wheaton, é extremamente positivo, como se pode ver pelo seu primeiro parágrafo:

O trabalho do Sr. Louis de Broglie representa um importante esforço para a solução do problema mais importante da física atual, a síntese das duas teorias ópticas das ondas e dos quanta, até aqui contraditórias pelo menos em aparência, das quais cada uma se apóia sobre todo um conjunto de fatos e de confirmações experimentais notáveis e cuja oposição vem renovar de modo imprevisto o antigo conflito das [teorias de] emissão e das ondulações. (Langevin, *apud* WHEATON, 1983, p. 295)

O parecer de Langevin mostra que ele ficou positivamente impressionado com a base relativística da teoria de De Broglie, especialmente com a formulação relativística da relação entre o princípio de Fermat e o princípio de Maupertuis e com a generalização tetradimensional da fórmula de Planck $E=h\nu$. O parecer também chama a atenção para a relação entre a velocidade de grupo das ondas de fase e a velocidade da partícula; para a explicação da condição de quantização de Bohr-Sommerfeld; e para a aplicação da teoria dos gases, e a dedução da expressão de Planck para a constante da entropia de um gás perfeito. É interessante que o parecer não menciona a hipótese de que a luz seria constituída por corpúsculos com massa de repouso não nula, nem a dedução da lei de Planck da radiação utilizando moléculas de luz, nem o modo pelo qual De Broglie conciliou os fenômenos corpusculares e ondulatórios da luz através dessa hipótese. É provável que Langevin não tenha gostado da parte da teoria de De Broglie referente aos átomos e moléculas de luz.

4.4 ESTRUTURA DA TESE

A tese de Louis de Broglie (DE BROGLIE, 1924f) foi reeditada no início de 1925 sob a forma de um longo artigo, na revista *Annales de Physique*⁴ (DE BROGLIE, 1925a). A

³ Como vimos, Perrin foi quem apresentou os dois primeiros trabalhos de De Broglie de 1923 à Academia de Ciências, já estando portanto familiarizado com uma parte de suas idéias.

⁴ Os editores da revista *Annales de Physique* eram Marcel Brillouin, Jean Perrin e Aimé Cotton. Como vimos, Marcel Brillouin era o pai de Léon, colega de Louis de Broglie. Jean Perrin havia apoiado a apresentação

editora Masson, que publicava essa revista foi a mesma editora que imprimiu a tese de De Broglie. Não foi possível ter acesso à tese original, por isso foi utilizada a reedição dos *Annales de Physique*.

A tese se inicia por uma introdução histórica que fala especialmente sobre a história da mecânica, da óptica, do eletromagnetismo e da teoria quântica.

O primeiro capítulo da tese propriamente dita introduz a relação entre frequência e energia, depois discute a questão das transformações relativísticas da frequência e da energia, e introduz uma onda associada à partícula, de modo muito semelhante ao primeiro artigo do ano anterior (DE BROGLIE, 1923a), porém de forma mais detalhada e introduzindo uma nova interpretação das ondas. Depois são introduzidas as velocidades de fase e de grupo e é feita a demonstração de que a velocidade de grupo das ondas de fase é igual à velocidade da partícula (como em DE BROGLIE, 1923b). A terceira parte do primeiro capítulo é nova, e introduz uma análise relativística tetradimensional (seguindo as idéias de Minkowski) da onda de fase.

O segundo capítulo estabelece a correspondência entre o princípio de Maupertuis e o princípio de Fermat, para as ondas associadas às partículas. Inicialmente De Broglie faz uma revisão desses princípios na física clássica. Depois, introduz a versão relativística do princípio de ação mínima. Aqui há um aspecto novo, pois De Broglie analisa o caso em que a partícula está se movendo em um campo eletromagnético externo, enquanto nos seus artigos de 1923 apenas havia discutido a questão de uma partícula livre. Em seguida, apresenta sua versão relativística do princípio de Fermat, utilizando formalismo tetradimensional (como no apêndice de DE BROGLIE, 1924a), propondo a relação $J_i = hO_i$ como generalização de $E = hv$. Por fim, ele analisa a velocidade de fase, a velocidade de grupo e o comprimento de onda associado ao movimento da partícula em diversas situações, na ausência de campos ou na presença de campos eletromagnéticos. Esta última parte do segundo capítulo é nova.

O terceiro capítulo, bastante curto, aplica a teoria para demonstrar as condições de quantização de Bohr-Sommerfeld. É semelhante ao que já havia sido publicado no primeiro artigo de 1923 (DE BROGLIE, 1923a), porém mais detalhado, estudando tanto o movimento circular quanto o elíptico.

O quarto capítulo, totalmente novo, discute a questão do movimento de duas partículas, para poder analisar de forma mais exata o movimento de um elétron em torno do núcleo atômico. De Broglie considera dois aspectos: a energia potencial mútua, e como ela poderia afetar as massas das duas partículas; e o movimento do núcleo, que é tratado como na mecânica clássica, pela introdução da massa reduzida.

Até esse ponto da tese, De Broglie apenas discutiu a questão de partículas materiais (todos os exemplos relevantes se referem a elétrons), sem discutir a questão da luz. Talvez ele próprio tenha percebido que sua hipótese dos átomos de luz com massa de repouso era problemática. De qualquer forma, no quinto capítulo ele começa a discutir a questão dos quanta de luz com massa de repouso não nula. A maior parte do capítulo corresponde a idéias que já haviam sido apresentadas nos artigos de 1922 e 1923, porém as explicações são mais detalhadas. Há, no entanto, algumas partes novas. Ele mostra que a teoria dos átomos de luz permite deduzir a fórmula correta do efeito Doppler, da reflexão por um espelho em movimento e da pressão de radiação.

dos primeiros trabalhos de 1923 de De Broglie, na Academia de Ciências, além de participar da banca de defesa de tese. Não há dúvidas de que o trabalho foi publicado graças ao apoio desses dois editores, sem precisar passar por arbitragem.

O capítulo 6 discute um assunto que De Broglie não havia tratado em seus artigos: a difusão de raios X pela matéria e o efeito Compton. Provavelmente De Broglie resolveu introduzir esse capítulo pela grande importância do efeito Compton como evidência favorável aos quanta de radiação. A maior parte do capítulo simplesmente descreve as teorias ondulatórias antigas (de J. J. Thomson e de Debye), depois apresenta o efeito Compton, e apenas ao final introduz uma novidade: discute a influência do movimento inicial dos elétrons do alvo, no efeito Compton. Esse capítulo todo é independente da teoria dualística de De Broglie.

No sétimo capítulo, De Broglie aplica a sua teoria à estatística dos gases (como em DE BROGLIE, 1923c) e da radiação (como nos seus artigos). A apresentação é mais detalhada e clara, mas não há nenhum resultado novo.

A tese termina com um apêndice ao capítulo 5, em que De Broglie discute melhor a objeção de Anderson sobre os quanta de luz dotados de massa; e por fim há uma conclusão.

Havia poucas coisas relevantes na tese que não haviam sido publicadas nos artigos de 1922 e 1923. As principais diferenças eram: o cálculo da velocidade de fase no caso em que a partícula está se movendo em um campo externo; um tratamento do problema de dois corpos; e alguns outros pontos secundários (DARRIGOL, 1993, p. 348).

A tese não discute possíveis experimentos que pudessem testar a teoria apresentada. Pode-se dizer que De Broglie não procurou deduzir resultados *novos* a partir de sua teoria; seu principal objetivo era mostrar que sua teoria levava a resultados já conhecidos e aceitos, dando-lhes uma interpretação nova e unificada, coerente com a teoria da relatividade.

A seguir serão discutidos os aspectos novos apresentados na tese. As partes da tese que não acrescentam nada de essencialmente novo aos artigos de 1922 e 1923 não serão discutidas.

4.5 INTRODUÇÃO HISTÓRICA

De Broglie iniciou sua tese fazendo uma pequena descrição a respeito da hesitação entre uma concepção dinâmica (corpuscular) e uma concepção ondulatória da luz, sugerindo que tal oposição poderia desaparecer caso se utilizasse a teoria dos quanta. Nos trechos abaixo, ele comentou o seguinte a respeito dos objetivos do seu trabalho.

Guiado pela idéia de uma relação geral entre as noções de frequência e de energia, admitimos no presente trabalho a existência de um fenômeno periódico de natureza ainda a precisar, que estaria ligado a todo pedaço isolado de energia e que dependeria de sua massa própria pela equação de Planck-Einstein. A teoria da relatividade leva-nos então a associar ao movimento uniforme de todo ponto material a propagação de uma certa onda, cuja *fase* se desloca no espaço mais rapidamente do que a luz. (DE BROGLIE, 1925a, p. 22)

Em resumo, parecia ter chegado o momento de tentar fazer um esforço, cujo intuito é unificar os pontos de vista corpuscular e ondulatório, e aprofundar um pouco mais o verdadeiro sentido dos quanta. Isto é o que fizemos recentemente, e o principal objetivo da presente tese, é apresentar uma exposição mais completa das novas idéias que temos proposto, os sucessos aos quais ela nos tem conduzido, e também as muitas lacunas que elas contêm. (DE BROGLIE, 1925a, p. 30)

Na introdução histórica, ele resumiu o desenvolvimento científico ocorrido na física do século XVI ao XX. O objetivo de De Broglie, como veremos ao longo de seu trabalho, era chegar a uma síntese entre a Óptica [Geométrica/Ondulatória] e a Mecânica, entre a dinâmica da partícula e a onda a ela associada. Comparando a teoria corpuscular da luz e a teoria ondulatória, que eram ambas capazes de explicar vários fenômenos (propagação retilínea, reflexão, refração, etc.) De Broglie comentou:

Quando duas teorias fundamentadas sobre idéias que nos parecem inteiramente diferentes dão conta com a mesma elegância de uma mesma verdade experimental, pode-se sempre perguntar se a oposição dos dois pontos de vista é de fato real e não é devida apenas à insuficiência de nossos esforços de síntese. (DE BROGLIE, 1925a, p. 25)

Na introdução, ele também fez um breve relato do desenvolvimento da teoria dos quanta proposta por Planck e sua relação com a relatividade de Einstein. A influência da teoria da relatividade proposta por Einstein é muito forte, e De Broglie terá nela sua principal aliada no desenvolvimento de suas concepções dualísticas.

É interessante que, na tese, ao descrever a proposta de Einstein dos quanta de luz, De Broglie não sugere de forma alguma que lá se encontrava uma síntese de aspectos corpusculares e ondulatórios. Pelo contrário, ele indica (com razão) que se tratava de uma hipótese que entrava em conflito com os fatos explicados pela teoria ondulatória:

Com sua profunda intuição, o Sr. Einstein sentiu que seria possível retornar de algum modo à concepção corpuscular da luz e emitiu a hipótese de que toda radiação de frequência ν está dividida em átomos de energia de valor $h\nu$. Essa hipótese dos quanta de luz (licht quanten)⁵, em oposição com todos os fatos da óptica ondulatória, foi considerada exageradamente simplista e rejeitada pela maior parte dos físicos. (DE BROGLIE, 1925a, p. 28)

4.6 A PARTÍCULA INFINITA

De Broglie apresenta inicialmente os principais resultados da dinâmica relativística, enfatizando a relação $E=mc^2$ (e comentando que c é “a constante chamada ‘velocidade da luz’, mas que preferimos denominar ‘velocidade limite da energia’ por razões expostas mais adiante”). Ele sugere então um argumento (que tem alguma semelhança com o artigo de Einstein de 1905) para defender a idéia da quantização da energia:

Já que existe sempre proporcionalidade entre a massa e a energia, deve-se considerar matéria e energia como dois termos sinônimos, designando a mesma realidade física.

A teoria atômica primeiramente, e depois a teoria eletrônica, nos ensinaram a considerar a matéria como essencialmente descontínua e isso nos conduz a admitir que todas as formas de energia, contrariamente às antigas idéias sobre a luz, se não são

⁵ Na tese, a expressão alemã está grafada assim, de forma errônea, sem letras maiúsculas.

inteiramente concentradas em pequenas porções de espaço, são pelo menos condensadas em torno de certos pontos singulares. (DE BROGLIE, 1925a, p. 32)

Depois descreve a relação de Planck, $E=h\nu$, que interpreta da seguinte forma: “Parece-nos que a idéia fundamental da teoria dos quanta é a impossibilidade de considerar uma quantidade isolada de energia sem lhe associar uma certa frequência”; e propõe da seguinte maneira sua premissa básica:

Pode-se portanto conceber que como consequência de uma grande lei da Natureza, a cada porção de energia de massa própria m_0 esteja ligado um fenômeno periódico de frequência ν_0 tal que tenhamos:

$$h\nu_0 = m_0c^2$$

sendo ν_0 medido, é claro, no sistema ligado à porção de energia. Esta hipótese é a base de nosso sistema: ela vale, como todas as hipóteses, aquilo que valem as consequências que podem ser deduzidas dela. (DE BROGLIE, 1925a, p. 33)

Quando apresentou a mesma idéia, nos artigos de 1923, De Broglie nem justificou essa hipótese, nem a apresentou como algo novo. Agora, ao redigir a tese, ele percebia claramente que se tratava de uma premissa nova, fundamental. Na conclusão da tese, De Broglie chamou essa hipótese de “postulado fundamental” de sua teoria (DE BROGLIE, 1925a, p. 125). Como não podia deduzi-la de outros princípios mais básicos, considerou que suas consequências seriam a melhor justificativa.

Logo depois, De Broglie introduziu um conceito novo, que não apareceu nos seus artigos, e que permite mais adiante dar um sentido físico às ondas associadas às partículas:

Devemos nós supor o fenômeno periódico localizado no *interior* da porção de energia? Isso não é de forma nenhuma necessário, e resultará do parágrafo III que ele está sem dúvida espalhado em uma porção extensa do espaço. Além disso, o que deveria ser entendido por uma porção de energia? O elétron é, para nós, o modelo da porção isolada de energia, aquele que acreditamos – talvez erroneamente – conhecer melhor; ora, de acordo com as concepções aceitas, a energia do elétron está espalhada em todo o espaço, com uma condensação muito forte em uma região de pequenas dimensões cujas propriedades nos são por outro lado muito mal conhecidas. O que caracteriza o elétron como átomo de energia não é o pequeno lugar que ele ocupa no espaço, eu repito que ele o ocupa todo, é o fato de que ele é insecável, não subdivisível, que ele forma uma *unidade*. (DE BROGLIE, 1925a, pp. 33-34)

De Broglie está, aqui, redefinindo de uma forma extremamente original a idéia de partícula. O elétron não é uma coisa pequena, ele preenche todo o espaço. O que significa isso? Pela teoria eletromagnética clássica (de Maxwell), a todo campo eletromagnético está associada uma densidade de energia. O campo em torno de um elétron vai diminuindo com a distância, mas não é nulo em nenhum ponto. Assim, existe uma densidade de energia do elétron espalhada por todo o espaço. Essa energia é *parte do próprio elétron*, e portanto o elétron está espalhado por um volume infinito. A concentração de energia é maior perto de um

centro geométrico, que é o centro do elétron⁶; porém, mesmo se considerarmos que o elétron tem uma superfície (como uma esfera carregada eletricamente), ele não está dentro dessa superfície, pois sua energia está fora dela.

Quando um elétron se desloca, seu campo se move junto com ele. Um elétron em movimento uniforme implica em um campo infinito se deslocando de forma conjunta⁷. Como se mantém essa unidade? Não sabemos. Mas ela existe, o elétron não pode ser cortado, e nesse sentido ele é um *átomo* (de acordo com a etimologia da palavra, que não significa “pequeno” e sim “sem partes”).

Esse curioso conceito foi utilizado logo adiante, por De Broglie, para dar um sentido físico à onda de fase.

4.7 A PARTÍCULA INFINITA PULSANTE

A idéia do elétron como um “átomo” de tamanho infinito é complementada, depois, pelo conceito de sua vibração.

É indispensável, agora, refletir sobre a natureza da onda cuja existência acabamos de conceber. O fato de que sua velocidade $V=c/\beta$ seja necessariamente superior a c (sendo β sempre inferior a 1, sem o que a massa seria infinita ou imaginária), nos mostra que não poderia se tratar de uma onda transportando energia. Nosso teorema nos ensina além disso que ela representa a distribuição no espaço de *fases* de um fenômeno; é uma “onda de fase”.

Para tornar bem preciso esse último ponto, vamos expor uma comparação mecânica um pouco grosseira, mas que fala à imaginação. Suponhamos um disco horizontal de raio muito grande; nesse disco, estão suspensos sistemas idênticos, formados por uma mola espiral à qual está preso um peso. O número de sistemas assim suspensos por unidade de superfície do disco – sua densidade – vai diminuindo muito rapidamente quando nos afastamos do centro, de tal modo que há uma condensação de sistemas em torno desse centro. Todos os sistemas mola-peso sendo idênticos, possuem o mesmo período; façamos com que eles oscilem com a mesma amplitude e fase. A superfície passando pelos centros de gravidade de todos os pesos será um plano que subirá e descera com um movimento alternado. O conjunto assim obtido apresenta uma analogia muito grosseira com o pedaço isolado de energia tal como nós o concebemos. (DE BROGLIE, 1925a, p. 36)

Vamos tentar esclarecer a idéia de De Broglie. Ele já havia indicado que uma porção de energia, como um elétron, tem dimensões infinitas, mas sua energia está concentrada em torno de um centro. Além disso, a relação $h\nu_0 = m_0c^2$ indica que ele possui algum tipo de pulsação. Essa pulsação é um fenômeno sincronizado, em todos os pontos do espaço. Não se trata de contrações e dilatações do elétron, e sim de uma variação periódica, em fase, em todo o espaço, envolvendo todas as regiões onde a energia do elétron (seu campo eletromagnético)

⁶ Como, no referencial próprio, o campo elétrico é simétrico e inversamente proporcional ao quadrado da distância ao centro, a densidade de energia, que é proporcional ao quadrado do campo elétrico, diminuirá muito rapidamente, com a quarta potência da distância ao centro.

⁷ Se o elétron estiver acelerado, uma parte da energia se destaca dele, sob a forma de ondas eletromagnéticas; mas isso não entra em conflito com a idéia central de De Broglie.

está espalhada. Assim, em vez de uma pequena bolinha pulsando, De Broglie propõe a idéia de uma imensa distribuição de energia sofrendo oscilações de algum tipo – alguma coisa em grande escala, de certa forma semelhante às oscilações de uma região do mar, pelas marés. Que tipo de oscilações? Aqui, a comparação mecânica falha. Há, no elétron, *alguma coisa* que sofre uma variação periódica com o tempo. Mas De Broglie nunca esclareceu qual grandeza seria essa, que sofre oscilações.

4.8 A ONDA NA PARTÍCULA INFINITA

No referencial próprio da partícula, a oscilação deve ter simetria esférica, e se todos os pontos estão em fase, não há uma onda, propriamente dita. No entanto, quando essa pulsação é descrita em relação a um outro referencial, a oscilação se transforma em uma onda:

A descrição que acabamos de fazer é conveniente para um observador ligado ao disco. Se um outro observador vê o disco se deslocar com um movimento de translação uniforme com a velocidade $v=\beta c$, cada peso lhe parecerá um pequeno relógio sofrendo o atraso de Einstein; além disso, o disco e a distribuição dos sistemas oscilantes não serão mais isotrópicos em torno do centro, por causa da contração de Lorentz⁸. Mas o fato fundamental para nós (o 3º parágrafo nos fará compreendê-lo melhor) é a defasagem dos movimentos dos diferentes pesos. Se, em um momento dado de seu tempo, nosso observador fixo considera o lugar geométrico dos centros de gravidade dos diversos pesos, ele obtém uma superfície cilíndrica no sentido horizontal, cujas seções verticais paralelas à velocidade do disco são senóides. Ela corresponde, no caso particular considerado, à nossa onda de fase. (DE BROGLIE, 1925a, pp. 36-37)

Nessa citação, De Broglie explicou como a oscilação do elétron “infinito” se transforma em uma onda. No referencial próprio do elétron, todos os seus pontos oscilam em fase. Em um outro referencial, por causa da relatividade da simultaneidade, os osciladores já não estão mais em fase. É essa defasagem que transforma a pulsação em onda.

É exatamente isso que a demonstração matemática apresentada por De Broglie representa (DE BROGLIE, 1925a, pp. 35-36). A demonstração já havia sido exposta anteriormente (seção 3.8.3), mas é conveniente repeti-la aqui, porque ela adquire um significado físico apenas quando acompanhada pela conceituação introduzida na tese.

Consideremos que t_0 representa o tempo medido por um observador em repouso em relação ao elétron (ou seja, o tempo próprio), e que t representa o tempo medido por um outro observador, que vê o elétron se movendo com velocidade $v=\beta c$ na direção x . A transformação de Lorentz fornece a seguinte relação:

$$t_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(t - \frac{\beta x}{c} \right) \quad 4.1$$

No referencial próprio, o fenômeno periódico associado à partícula pode ser representado por uma função senoidal, tal como (a menos de uma constante):

⁸ De Broglie está imaginando que o movimento se dá em uma direção paralela ao plano do disco.

$$\Psi_0 = A \sin 2\pi(v_0 t_0) \quad 4.2$$

Substituindo a transformação do tempo (equação 4.1) em 4.2, obtemos:

$$\Psi_0 = A \sin 2\pi \left[v_0 \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(t - \frac{\beta x}{c} \right) \right] \quad 4.3$$

Sabe-se, pela física elementar, que uma onda plana deslocando-se na direção x pode ser descrita por:

$$\Psi = A \sin 2\pi \left[v \left(t - \frac{x}{V} \right) \right] \quad 4.4$$

onde V é a velocidade da onda. Comparando as equações 4.3 e 4.4, obtemos:

$$v = \frac{v_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 4.5$$

$$V = \frac{c}{\beta} \quad 4.6$$

Ou seja: o fenômeno periódico associado ao elétron e que, no seu referencial próprio, é uma simples oscilação sincronizada de todos os seus pontos, é descrito em relação a um outro referencial como uma onda que se propaga com a velocidade V descrita pela equação 4.6 e que tem a frequência v descrita pela equação 4.5.

Mesmo depois dessa explicação, pode permanecer a dúvida: que tipo de mágica pode transformar uma coisa que não é uma onda, em uma onda? A resposta que podemos sugerir (embora não conste na tese de De Broglie) é que, no referencial próprio, a oscilação sincronizada de todos os pontos pode ser considerada como *uma onda de velocidade infinita*, que se propaga instantaneamente do centro do elétron para todos os seus pontos. De fato, a velocidade de fase, dada pela equação 4.6, tende a infinito quando β tende a zero, ou seja, no referencial próprio, a velocidade da onda é infinita. Como a frequência se mantém finita e não tende a zero, o comprimento de onda é infinito, no referencial próprio.

4.9 DUALIDADE OU SÍNTESE ENTRE ONDA E PARTÍCULA

Antes de sua tese (e também em trabalhos posteriores), De Broglie não defendeu esse tipo de concepção. Mas pode-se perceber que é difícil compreender a natureza das ondas de fase, *como algo físico*, de outra forma. Uma onda é a ondulação de alguma coisa, como já dizia Maxwell, para quem as ondas eletromagnéticas eram necessariamente oscilações do éter. Rejeitando-se o éter, que tipo de substância pode sustentar vibrações no espaço, que acompanham o movimento de uma partícula? Provavelmente De Broglie se preocupou com isso, até ter a idéia apresentada na tese. Não é preciso imaginar a existência de um meio como

o éter, nem é razoável supor que as ondas são “fictícias” (como ele próprio as denominava inicialmente). Se elas são reais, elas representam oscilações de alguma coisa. A solução conceitual apresentada na tese é que essas ondas são oscilações da própria “partícula”, considerada como um objeto imenso, ocupando todo o espaço, mas indivisível. Assim, não existem *duas* coisas distintas, as ondas e as partículas. Existe um único tipo de objeto real, a “partícula” enorme pulsando; a onda é um efeito relativístico, é uma decorrência simples da quebra de simultaneidade ou da sincronia das oscilações, e não constitui um segundo tipo de objeto real, distinto da “partícula”. A onda e a partícula se fundem em uma só coisa.

Os resultados precedentes nos parecem ser de uma extrema importância porque com a ajuda de uma hipótese fortemente sugerida pela própria noção de quantum, eles estabelecem uma ligação entre o movimento de um móvel e a propagação de uma onda, deixando assim entrever a possibilidade de uma síntese das teorias antagonistas sobre a natureza das radiações. (DE BROGLIE, 1925a, p. 37)

Georges Lochak escreveu: “Eu penso ser possível dizer que De Broglie foi o primeiro teórico, após Einstein, a acreditar na existência dos quanta de luz (fótons) e o único a não acreditar em seu dualismo mas, para usar suas próprias palavras, na coexistência de ondas e partículas” (LOCHAK, 1982, p. 936).

Foi em 1905 que, fazendo uma síntese das antigas teorias corpuscular da luz então abandonadas e das teorias ondulatórias de Fresnel e Maxwell aceitas unanimemente, Albert Einstein afirmou que na luz há ao mesmo tempo ondas e corpúsculos, nossos fótons de hoje em dia [...]. Para mim, como também havia sido o pensamento de Einstein, não se tratava de uma vaga e pouco compreensível “dualidade”, mas de uma verdadeira *coexistência* da onda e da partícula, todas as duas presentes no espaço físico e intimamente ligadas uma à outra. (DE BROGLIE, 1987, p. 153)

Não podemos concordar que Einstein tivesse uma concepção semelhante a essa, mas de qualquer forma fica claro que De Broglie, sim, procurou e encontrou uma síntese, fusão ou unificação dos conceitos de partícula e de onda. Essa posição de De Broglie é muito diferente da interpretação de Copenhagen, que é a mais popular entre os físicos, até hoje. Ao contrário da posição adotada por De Broglie, o grupo de Copenhagen não propôs nenhuma síntese de propriedades corpusculares e ondulatórias: “Não havia nenhum sentido para eles em falar *ao mesmo tempo* sobre a localização do elétron e sobre suas propriedades ondulatórias, pois esses dois aspectos eram *complementares*, no sentido compreendido por Bohr” (LOCHAK, 1982, p. 941). Isto concorda em parte com a análise de Cushing sobre o dualismo e a interpretação de Copenhagen, como já vimos no capítulo 1.

Uma nova interpretação do duplo aspecto corpuscular e ondulatório da luz e da matéria se desenvolvia graças aos trabalhos de Niels Bohr, de Max Born e dos jovens teóricos da escola de Copenhagen, interpretação que, poder-se-ia dizer, retirava das noções de onda e de partícula toda sua substância. (DE BROGLIE, 1987, p. 154)

Podemos dizer que Einstein estava procurando, em 1909, um modo de unificar os conceitos de onda e partícula; em 1924, De Broglie encontrou um modo de fazê-lo; e posteriormente essa visão foi abandonada, substituída pela interpretação de Copenhagen.

4.10 OS GRUPOS DE ONDAS

Ainda no primeiro capítulo da tese, De Broglie introduz novamente a idéia de velocidade de grupo das ondas associadas às partículas. A velocidade de grupo só tem sentido físico se houver um conjunto de ondas de frequências (e velocidades) diferentes. Como já indicamos antes, até o momento em que De Broglie introduziu essas idéias não havia o conceito de indeterminação da velocidade da partícula e, portanto, não poderia existir uma indeterminação na velocidade e na frequência das ondas. Como De Broglie introduzia os grupos de ondas, então?

O conceito não fica muito claro na tese.

Se ondas de frequências muito próximas se propagam em uma mesma direção Ox com velocidades V que chamaremos de velocidades de propagação da fase, essas ondas darão, pela sua superposição, fenômenos de batimento se a velocidade V varia com a frequência ν . Esses fenômenos foram estudados especialmente por Lord Rayleigh no caso de meios dispersivos. (DE BROGLIE, 1925a, p. 38)

Mas por que motivo haveria mais de uma onda? Mais adiante, De Broglie acrescentou:

Se atribuímos ao móvel uma velocidade $v=\beta c$ sem dar a β um valor totalmente determinado, mas impondo-lhe apenas estar compreendido entre β e $\beta+\delta\beta$, as frequências das ondas correspondentes preencherão um pequeno intervalo ν , $\nu+\delta\nu$. (DE BROGLIE, 1925a, pp. 38-39)

Essas citações seriam compatíveis com a idéia de uma indeterminação da velocidade da partícula. No entanto, logo depois De Broglie considera que a velocidade do móvel é bem definida, e igual à velocidade de grupo (que não é indeterminada):

Vamos estabelecer o seguinte teorema que nos será útil posteriormente. “A velocidade de grupo das ondas de fase é igual à velocidade do móvel”.

[...]

A velocidade de grupo das ondas de fase é realmente igual à velocidade do móvel. (DE BROGLIE, 1925a, p. 38)

Há uma aparente contradição entre introduzir ondas com velocidades ligeiramente diferentes, que correspondem a velocidades do móvel também diferentes, e depois encontrar um valor bem definido para a velocidade de grupo e afirmar que essa velocidade é igual à *velocidade* (no singular) do móvel.

Podemos sugerir uma interpretação coerente para essas idéias, compatível com a concepção do elétron apresentada por De Broglie na tese – embora tal interpretação não apareça na própria tese. O ponto central é a diferença entre uma onda puramente senoidal (correspondente a uma velocidade e uma frequência bem definidas), cuja amplitude não pode depender da posição; e uma onda com amplitude variável. Suponhamos, em primeiro lugar, o elétron em seu referencial próprio, associado a um fenômeno oscilatório espalhado por todo o espaço. Podemos representar esse fenômeno oscilatório, como foi feito anteriormente (equação 4.2), pela seguinte expressão:

$$\Psi_0 = A \cos 2\pi(v_0 t_0) \quad 4.7$$

No entanto, essa oscilação não corresponde à idéia de que o elétron tem um centro, uma concentração de energia em um certo ponto do espaço. Para representar a idéia de que o elétron está localizado no espaço, é necessário introduzir uma amplitude variável, que seja função da posição:

$$\Psi_0 = \varphi(x_0, y_0, z_0) \cos 2\pi(v_0 t_0) \quad 4.8$$

Note-se que x_0, y_0, z_0, t_0 são as coordenadas de um ponto qualquer do espaço-tempo, medidas no referencial próprio (ou seja, não são as coordenadas do centro do elétron, e sim variáveis). A função de amplitude $\varphi(x_0, y_0, z_0)$ deve ter simetria esférica no referencial próprio e seu centro define o centro do elétron. A frequência própria continua sendo bem definida e única. O elétron tem uma posição bem determinada, e sua velocidade (nula) é também determinada. Não há qualquer incerteza em relação a ele.

Antes de prosseguir, é conveniente mencionar que uma expressão equivalente à equação 4.8 aparece em um artigo publicado por De Broglie em fevereiro de 1925, onde ele comenta:

Na teoria dos quanta, fui levado a supor a existência de um fenômeno periódico ligado a todo elétron (ou ponto material). Esse fenômeno seria, para um observador imóvel com relação ao elétron, espalhado em todo o espaço, com a mesma fase, e possuiria a frequência $\nu_0 = \frac{m_0 c^2}{h}$.

Ele poderia portanto ser representado, para o dito observador, por uma função da forma $\varphi(r_0) \cos 2\pi(\nu_0 t_0)$, sendo t_0 o tempo próprio do móvel e r_0 a distância ao centro do elétron. (DE BROGLIE, 1925b, p. 498)

Agora, analisemos o elétron descrito por um outro referencial. Se o movimento tem a direção x , só precisamos transformar x e t . As transformações de Lorentz são:

$$x_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(x - \beta ct) \quad 4.9$$

$$t_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(t - \frac{\beta x}{c}\right) \quad 4.10$$

Substituindo na equação 4.8, obtemos:

$$\Psi_0 = \varphi\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(x - \beta ct), y_0, z_0\right) \cos 2\pi\left[\nu_0 \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(t - \frac{\beta x}{c}\right)\right] \quad 4.11$$

Essa expressão corresponde a uma onda de frequência $\nu = \frac{\nu_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, que está *modulada*

por uma amplitude variável. A modulação, representada pelo primeiro termo da expressão acima, se desloca evidentemente com a velocidade βc na direção x .

Pois bem: uma onda de frequência ν , modulada por uma amplitude variável, *já não pode mais ser considerada como uma onda monocromática*. Ela é matematicamente equivalente à superposição de ondas monocromáticas de frequências próximas a ν , podendo portanto ser considerada como um *grupo de ondas*. Assim, embora no referencial próprio não exista nenhuma “incerteza” ou “indeterminação” com relação às propriedades do elétron, no referencial impróprio aparece uma indeterminação da onda associada ao elétron, simplesmente porque se trata de uma onda modulada.

Já se sabia, desde o século XIX, que uma onda monocromática, se for submetida a uma modulação, deixa de ser monocromática e passa a corresponder a uma faixa de frequências. Em 1905, Orso Maria Corbino sugeriu um experimento (não realizado na época) pelo qual seria possível submeter um feixe de luz monocromática a rápidas variações, e detectar o surgimento de um desdobramento das raias espectrais, através de um espectroscópio (CORBINO, 1905). Porém, foi pelo desenvolvimento do sistema de transmissão de sons através de ondas eletromagnéticas (a radiotelefonia) que o conceito de modulação de ondas e a conseqüente variação de frequência da onda fundamental monocromática começou a se popularizar. Esses estudos se desenvolveram a partir da década de 1910, especialmente durante a Primeira Guerra Mundial, e Louis de Broglie (como vimos no capítulo anterior) esteve diretamente envolvido com essa temática. Em 1922 foi criada na França a revista *L'Onde Électrique* (que, aliás, contém várias contribuições de Léon Brillouin) que discute em muitos artigos essa questão (por exemplo, REYNAUD-BONIN, 1923). Todas as pessoas que estavam de alguma forma acompanhando o desenvolvimento da radiotelefonia (e De Broglie era uma delas) sabiam que uma onda monocromática, ao sofrer modulação, pode ser decomposta em componentes com diferentes frequências.

Na própria tese, ao introduzir a noção de velocidade de grupo, De Broglie utilizou o caso simples da superposição de duas ondas monocromáticas de frequências ν e $\nu+\delta\nu$, e mostrou que essa superposição pode ser considerada como equivalente a uma onda com frequência intermediária $\nu+(\delta\nu/2)$ modulada por uma outra onda com frequência $\delta\nu$. (DE BROGLIE, 1925a, p. 38).

É plausível, portanto, que De Broglie considerasse que a pulsação associada ao elétron, cuja amplitude depende da distância ao centro do elétron, embora possuindo uma frequência bem definida no referencial próprio, podia ser considerada como uma superposição de ondas de diferentes frequências, no referencial impróprio, por causa dos motivos acima expostos. Assim, teríamos uma teoria coerente, sem nenhuma indeterminação intrínseca no elétron e no seu movimento, mas com uma justificativa adequada para a introdução dos grupos de ondas.

Pode-se objetar a interpretação aqui apresentada alegando que De Broglie nunca apresentou explicitamente tal explicação. De fato, não é possível *assegurar* que esta era sua idéia; porém, é possível que ele assim pensasse, e no entanto nem se desse ao trabalho de esclarecer seu pensamento porque, para ele próprio, depois de passar anos trabalhando com ondas de rádio, tudo isso era óbvio e não precisava ser dito.

4.11 O PRINCÍPIO DE MAUPERTUIS E O PRINCÍPIO DE FERMAT

No capítulo 2 de sua tese, De Broglie discute a relação entre os princípios de Maupertuis e de Fermat. Trata-se, em parte, de uma nova versão de raciocínios que já haviam sido apresentados em seus artigos. Porém, na tese, a comparação entre os dois princípios adquire um novo significado, servindo para generalizar a teoria das ondas de fase para o caso em que uma partícula se move em um campo eletromagnético: “Tentaremos neste capítulo generalizar os resultados do primeiro capítulo para o caso de um móvel cujo movimento não é mais retilíneo e uniforme. O movimento variado supõe a existência de um campo de força ao qual o móvel está submetido” (DE BROGLIE, 1925a, p. 44).

Havia naquela época dois tipos de campos que os físicos conheciam; o campo gravitacional e o campo eletromagnético, sendo que o primeiro era interpretado pela teoria da relatividade geral de Einstein como uma curvatura do espaço-tempo. De Broglie só considerou na formulação de sua teoria a presença do campo eletromagnético atuando sobre uma carga elétrica, deixando por hora de lado o campo gravitacional⁹.

No capítulo anterior (como também em seus artigos), De Broglie havia apresentado o argumento das ondas associadas às partículas utilizando a teoria da relatividade especial. Essa teoria somente pode ser aplicada para comparar dois referenciais inerciais. No caso de uma partícula acelerada, o seu referencial próprio não é inercial, e não se pode mais utilizar as transformações de Lorentz. Por isso, “o método que nos permitiu o estudo da onda de fase no primeiro capítulo não vai mais aqui ser de nenhuma ajuda” (DE BROGLIE, 1925a, p. 45).

O novo método utilizado por De Broglie para associar uma onda a um corpúsculo em movimento em um campo é bastante indireto e complexo. Inicialmente, De Broglie apresentou em sua tese uma longa revisão do princípio de mínima ação na mecânica clássica e na mecânica relativística (DE BROGLIE, 1925a, pp. 46-53). Apenas a parte relativística precisa ser descrita aqui, e será seguida uma seqüência de exposição um pouco diferente da apresentada na tese, embora com idêntico significado.

De Broglie utilizou um espaço-tempo descrito pelas coordenadas x , y , z e ct , correspondendo a x^1 , x^2 , x^3 e x^4 , com

$$ds = \sqrt{(dx^4)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2} \quad 4.12$$

Para fazer sua análise, ele introduz os quadri vetores bem conhecidos da relatividade especial. A quadri velocidade u^i , ou “velocidade de universo” de uma partícula é dada por (DE BROGLIE, 1925a, p. 49):

$$u^i = \frac{dx^i}{ds} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad 4.13$$

Para uma partícula que se move com velocidade $v = \beta c$, temos $ds = c dt \sqrt{1 - \beta^2}$, e a quadri velocidade pode ser representada em função das componentes da velocidade usual:

⁹ Ele publicou um artigo sobre este tema em fevereiro de 1927. Ver apêndice A.

$$u^1 = \frac{v_x}{c\sqrt{1-\beta^2}} \quad 4.14a$$

$$u^2 = \frac{v_y}{c\sqrt{1-\beta^2}} \quad 4.14b$$

$$u^3 = \frac{v_z}{c\sqrt{1-\beta^2}} \quad 4.14c$$

$$u^4 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 4.14d$$

O produto interno a quadrivelocidade por ela mesma é igual a um: $u_i u^i = 1$

Multiplicando-se a quadrivelocidade pelo invariante $m_0 c$, obtém-se o quadrivetor de momentum-energia de uma partícula de massa de repouso m_0 , na ausência de campo eletromagnético:

$$p^1 = p_x = \frac{m_0 v_x}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 4.15a$$

$$p^2 = p_y = \frac{m_0 v_y}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 4.15b$$

$$p^3 = p_z = \frac{m_0 v_z}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 4.15c$$

$$p^4 = E/c = \frac{m_0 c}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 4.15d$$

Na presença de um campo eletromagnético, o momentum passa a ter uma componente proporcional ao potencial vetor¹⁰; e a energia passa a ter uma componente proporcional ao potencial escalar.

¹⁰ O “vetor potencial” ou “potencial vetor” foi introduzido na física (com este nome) por Maxwell, baseando-se em idéias anteriores de Faraday e em desenvolvimentos matemáticos de William Thomson e outros pesquisadores anteriores (ROCHE, 1990). Em 1865, Maxwell o interpretou como um momentum eletromagnético (BORK, 1967, p. 215). O nome “vetor potencial” foi utilizado pela primeira vez no *Treatise on electricity and magnetism* de 1873 (*ibid.*, p. 217). Na época, Maxwell interpretava essa grandeza como um momentum relacionado a movimentos do éter. A teoria da relatividade, embora abandonando o éter, manteve a existência desse momentum eletromagnético.

O campo eletromagnético pode ser descrito por um segundo quadrivetor (ou “vetor de universo”)¹¹ φ^i composto pelo vetor potencial $\vec{A}$ relacionado ao campo magnético e pelo potencial escalar ϕ associado ao campo elétrico¹²:

$$\varphi^1 = A^1 \quad 4.16a$$

$$\varphi^2 = A^2 \quad 4.16b$$

$$\varphi^3 = A^3 \quad 4.16c$$

$$\varphi^4 = \phi/c \quad 4.16d$$

Multiplicando-se o quadrivetor φ^i pela carga do elétron e (que é um invariante), e somando-se com o quadrivetor momentum-energia¹³, obtém-se um novo quadrivetor J^i (DE BROGLIE, 1925a, p. 50):

$$J^i = m_0 c u^i + e \varphi^i \quad 4.17$$

Esse é o quadrivetor momentum-energia (ou “vetor impulsão do universo”, segundo De Broglie) de uma partícula de carga e , em um campo eletromagnético.

Utilizando esse quadrivetor, o princípio de ação mínima pode ser escrito da seguinte forma, envolvendo a integral de um invariante relativístico (DE BROGLIE, 1925a, p. 50):

$$\delta \int_P^Q J_i dx^i = 0 \quad 4.18$$

Fazendo algumas substituições, essa integral pode também ser escrita sob a forma (DE BROGLIE, 1925a, p. 50):

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \left[-m_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} - e c \varphi_1 - e(\varphi_1 v_x + \varphi_2 v_y + \varphi_3 v_z) \right] dt = 0 \quad 4.19$$

A expressão integrada é a Lagrangiana relativística $\mathcal{L}$. No caso em que não existe campo magnético, ela se reduz a:

$$\mathcal{L} = -m_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} - e \phi \quad 4.20$$

¹¹ De Broglie utiliza, na tese, a expressão “vetor de universo” para representar os quadrivetores.

¹² Evidentemente, é necessário *provar* que essas grandezas podem ser associadas para formar um quadrivetor que obedece às transformações relativísticas corretas. De Broglie apenas apresenta os resultados, que já eram bem conhecidos.

¹³ Essa adição faz sentido apenas porque os dois termos têm a mesma dimensão física.

Em seguida, De Broglie apresentou um modo relativístico de representar o princípio de Fermat, análogo ao princípio da mínima ação relativístico. Para isso, ele considerou a fase φ de uma onda como sendo um invariante relativístico, e o princípio de Fermat pode ser escrito como:

$$\delta \int_P^Q d\varphi = 0 \quad 4.21$$

A interpretação é simples: a integral deve ter um valor “estacionário”, isto é, para pequenas variações da trajetória entre os pontos P e Q o valor da integral não deve se alterar, caso contrário a onda teria fases diferentes passando por caminhos próximos e não haveria interferência construtiva (ou concordância de fase) no ponto final da trajetória (DE BROGLIE, 1925a, p. 53).

Normalmente, a variação de fase $d\varphi$ é representada por¹⁴:

$$d\varphi = 2\pi \left(vdt - \frac{v}{V} dx \right) \quad 4.22$$

Note-se que De Broglie não costuma utilizar o símbolo λ para comprimento de onda, utilizando no seu lugar V/v .

De Broglie queria, em vez de 4.22, utilizar uma generalização relativística dessa expressão, utilizando quadrivetores e uma expressão do tipo:

$$d\varphi = 2\pi (O_1 dx^1 + O_2 dx^2 + O_3 dx^3 + O_4 dx^4) = 2\pi (O_i dx^i) \quad 4.23$$

Por comparação com a expressão usual, é possível escolher as componentes do quadrivetor O_i de forma adequada. A componente associada ao tempo é proporcional à frequência, e as componentes associadas ao espaço são proporcionais às projeções do inverso do comprimento de onda:

$$O_1 = -\frac{v}{V} \cos(x, l) \quad 4.24a$$

$$O_2 = -\frac{v}{V} \cos(y, l) \quad 4.24b$$

$$O_3 = -\frac{v}{V} \cos(z, l) \quad 4.24c$$

$$O_4 = \frac{v}{c} \quad 4.24d$$

¹⁴ Há um pequeno lapso na tese (DE BROGLIE, 1925a, p. 54) onde aparece dt em vez de dx , nessa equação.

As três componentes espaciais formam o vetor número de onda $\vec{n}$ que tem a direção de propagação da onda e valor igual ao inverso do comprimento de onda.

É interessante notar que esse quadrivetor que De Broglie chamou de “onda de universo” é uma criação do próprio De Broglie, não tendo sido introduzido anteriormente por outros autores.

Utilizando esse quadrivetor, o princípio de Fermat pode ser escrito sob a forma (DE BROGLIE, 1925a, p. 54):

$$\delta \int_P^Q O_i dx^i = 0 \quad 4.25$$

A partir da semelhança entre o princípio de mínima ação (equação 4.18) e o princípio de Fermat (equação 4.25), De Broglie propõe uma unificação entre a mecânica das partículas e a teoria ondulatória, estabelecendo uma proporcionalidade entre o quadrivetor momentum-energia J_i e o quadrivetor onda de universo O_i .

$$O_i = \frac{1}{h} J_i \quad 4.26$$

Como já vimos, no artigo publicado na revista *Philosophical Magazine* De Broglie já havia introduzido essa relação, mas de forma muito sumária e sem discutir seu significado. Na tese, além de esclarecer os vários passos da associação entre os dois princípios, De Broglie explicitou a natureza do quadrivetor J_i , tornando claro que ele depende não apenas da velocidade do elétron mas também do campo eletromagnético em que ele está se movendo.

4.12 PROPRIEDADES DA ONDA NA PRESENÇA DE UM CAMPO ELETROMAGNÉTICO

A equação 4.26 é tão importante que De Broglie a apresentou também em um artigo que foi comunicado à Academia de Ciências de Paris no dia 7 de julho de 1924 (DE BROGLIE, 1924b). No entanto, nessa comunicação, De Broglie não parte da equivalência entre os princípios de Maupertuis e de Fermat, e sim da relação entre energia e frequência. É interessante descrever o conteúdo desse curto artigo, para comparação.

Como mostramos em trabalhos anteriores, obtém-se uma visão interessante dos fenômenos dos quanta supondo que ao movimento de todo ponto material está associada a propagação de uma onda plana cuja frequência ν é igual ao quociente da energia total E do móvel dividida pela constante de Planck h .

Do ponto de vista da Relatividade, esse enunciado não é satisfatório, porque todo enunciado correto deve ser expresso por relações entre tensores de universo¹⁵. O movimento de um móvel é caracterizado por seu tensor de energia-quantidade de movimento; a propagação de uma onda plana, por um tensor cuja componente temporal

¹⁵ Encontra-se um comentário semelhante na tese (DE BROGLIE, 1925a, p. 56).

é a frequência e as componentes espaciais são as de um vetor que tem a direção da normal à onda e que tem por grandeza v/V_n , onde V_n é a velocidade de fase nessa direção (velocidade normal). Enquanto a energia total é a soma das energias cinética e potencial¹⁶, a quantidade de movimento é a soma *geométrica* do vetor $\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$ e de um

outro vetor cuja existência está ligada à ação do campo magnético sobre uma carga em movimento.

Nós propomos tomar como definição da onda de fase o seguinte enunciado: “O tensor característico dessa onda é obtido multiplicando por $1/h$ o tensor energia-quantidade de movimento do móvel”. (DE BROGLIE, 1924b, p. 39)¹⁷

Ou seja: nesta comunicação, De Broglie partiu simplesmente da necessidade de generalizar a relação $E=h\nu$ para transformá-la em uma equação relativística (entre quadrvetores. A identidade entre os princípios de Maupertuis e de Fermat é colocada apenas como uma *conseqüência* disso (DE BROGLIE, 1924b, p. 40).

A relação $O_i = \frac{1}{h} J_i$ contém, de forma implícita, a famosa relação de De Broglie entre momentum e comprimento de onda $\lambda=h/p$ (ver BROWN & MARTINS, 1984). De fato, se tomarmos a direção do movimento da onda como sendo a própria direção x , tanto J_2 e J_3 quanto O_2 e O_3 são nulos, e a expressão $O_1 = J_1/h$ pode ser transformada em¹⁸:

$$\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} + e\vec{A} = h\vec{n} \quad 4.27$$

No caso particular em que não há campos magnéticos, essa equação se reduz a:

$$\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} = h\vec{n} \quad 4.28$$

Como o módulo do vetor número de onda é o inverso do comprimento de onda, temos:

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} = h/\lambda \quad 4.29$$

Essa equação aparece, na tese, em vários lugares, sob diferentes formas, como por exemplo (DE BROGLIE, 1925a, p. 57):

¹⁶ Aqui, houve um pequeno engano de De Broglie. Na teoria da relatividade, a energia total é a soma de $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ com a energia potencial, e essa expressão *não é a energia cinética*.

¹⁷ No artigo publicado, De Broglie escreveu “multiplicar por h ”, em vez de “multiplicar por $1/h$ ”, mas indicou a correção em uma errata publicada na página 676 do mesmo volume dos *Comptes Rendus*.

¹⁸ Essa expressão aparece na tese, mas sob forma um pouco diferente. Ver DE BROGLIE, 1925a, p. 60.

$$\frac{1}{h} \frac{m_0 \beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} dt = \frac{v}{V} dt \quad 4.30$$

Como já havíamos comentado, De Broglie geralmente utiliza V/v em vez de λ , e isso torna suas expressões diferentes das que costumamos utilizar.

Note-se que a equação 4.29 é apenas um caso particular da equação mais geral 4.27, que é válida quando o elétron se move em um campo magnético.

Na presença de um campo eletromagnético, a energia total permanece constante, e portanto a frequência da onda associada a um elétron é também constante (DE BROGLIE, 1925a, p. 60):

$$h\nu = W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + e\phi \quad 4.31$$

No entanto, o comprimento de onda e a velocidade de fase da onda variam de um ponto para outro, obedecendo a uma equação extremamente complexa (DE BROGLIE, 1925a, p. 60):

$$V = \frac{\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + e\phi}{\frac{m_0 \beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} + eA_l} = \frac{c}{\beta} \cdot \frac{W}{W - e\phi} \cdot \frac{1}{1 + eA_l/G} \quad 4.32$$

onde G é a quantidade de movimento do elétron, e A_l é a projeção do potencial vetor na direção l de propagação da onda. Apenas na ausência de um campo eletromagnético se obtém o resultado simples $V=c/\beta$. Note-se que, caso geral, a direção da onda não é igual à direção de movimento do elétron (ver equação 4.27).

Quando o campo magnético é nulo, a equação 4.32 se reduz a:

$$V = \frac{c}{\beta} \cdot \frac{W}{W - e\phi} \quad 4.33$$

A interpretação de De Broglie é a seguinte:

Do ponto de vista físico, significa que a onda de fase, de frequência $\nu=W/h$ se propaga no campo eletrostático com velocidade variando de um ponto a outro, seguindo o valor do potencial. A velocidade V depende de fato diretamente de ϕ pelo termo (geralmente pequeno, comparado à unidade) $e\phi/(W-e\phi)$ e indiretamente de β , que se calcula em cada ponto, em função de W e ϕ . (DE BROGLIE, 1925a, p. 58)

Na presença de um campo eletromagnético, em cada ponto do espaço a onda de fase tem uma velocidade diferente. O campo se comporta, portanto, como um meio que refrata as

ondas, sendo o “índice de refração” determinado tanto pelo potencial elétrico como pelo vetor potencial, conforme a equação 4.32. Além disso, como a velocidade da onda depende de sua frequência, o campo eletromagnético é um meio dispersivo (como ocorria também no caso do vácuo).

No caso da partícula livre, De Broglie havia provado que a velocidade de grupo das ondas de fase era igual à velocidade da partícula. No caso de um elétron em um campo eletromagnético, não é evidente que esse resultado se mantenha. No entanto, De Broglie provou que esse teorema é válido mesmo no caso geral (DE BROGLIE, 1925a, p. 61). Sem reproduzir a demonstração de De Broglie, podemos ver que, como a velocidade de grupo é dada por $dv/d(v/V)$, qualquer termo *constante* nas expressões da frequência (equação 4.31) e do inverso do comprimento de onda (equação 4.27) desaparecerá no processo de diferenciação e não vai influenciar no cálculo da velocidade de grupo. Portanto, os termos associados ao campo elétrico e ao campo magnético desaparecem nos cálculos, e pode-se obter assim o mesmo resultado já obtido na ausência de campo.

De Broglie faz um longo comentário a respeito da dependência entre as propriedades da onda e o campo eletromagnético, porque considera que o resultado não é intuitivo. Por que motivo, na ausência de campo, a onda só depende da massa e da velocidade da partícula, e na presença de um campo depende além disso da carga da partícula e do campo externo? A resposta é que a onda está associada à energia que está distribuída em torno do elétron (como já vimos no caso da partícula livre). Essa energia distribuída em torno do elétron se altera, quando o elétron está em um campo externo.

Esta conclusão indiscutível poderia parecer por um instante bizarra, porque temos o hábito entranhado de considerar a massa e a carga (assim como a quantidade de movimento e a energia) como grandezas ligadas ao centro do elétron. Assim como **a onda de fase** que, segundo nós, **deve ser considerada como uma parte constitutiva do elétron**, a propagação em um campo deve depender da carga e da massa. (DE BROGLIE, 1925a, pp. 58-59; nossa ênfase)

Lembremo-nos que, para De Broglie, a onda e o elétron não são duas coisas separadas. A onda é um fenômeno do “corpo” extenso do elétron, que vibra. Um não existe sem o outro. Na ausência de campo, o elétron é um objeto que ocupa um volume infinito e que vibra em sincronia. Na presença de um campo, o campo do elétron (onde está sua massa) se superpõe ao campo externo, e se modifica. A vibração e sua propagação (quando vista de outro referencial) também sofrem mudanças.

4.13 AS CONDIÇÕES DE QUANTIZAÇÃO

Como já vimos, no primeiro artigo de 1923 De Broglie já havia aplicado a idéia das ondas associadas aos elétrons para explicar a regra de quantização de Bohr-Sommerfeld. No entanto, naquele artigo, a dedução era extremamente complicada, muito diferente da condição intuitiva, descrita em todos os livros didáticos, de que a trajetória do elétron deve conter um número inteiro de comprimentos de onda. A interpretação mais simples aparece pela primeira vez no capítulo 3 da tese.

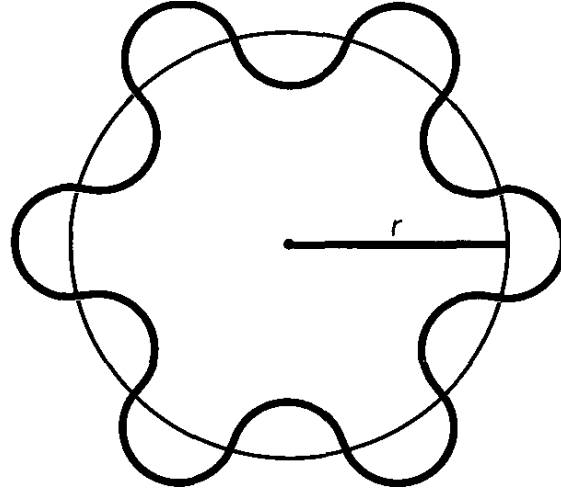


Fig. 4.1 – Ilustração didática da condição de quantização de De Broglie.

A condição de quantização proposta por Sommerfeld e Wilson estabelecia que, para qualquer coordenada que descreve um movimento periódico, a ação em um ciclo completo do movimento seria um múltiplo inteiro da constante de Planck (DE BROGLIE, 1925a, p. 62):

$$\oint p_i dq_i = n_i h \quad 4.34$$

Essa condição pode ser também escrita de outra forma, invariante em relação a mudanças do sistema de coordenadas, proposta por Einstein (DE BROGLIE, 1925a, p. 63):

$$\oint \sum_1^3 p_i dq_i = nh \quad 4.35$$

Essa integral é a mesma que aparece no princípio de Maupertuis. Como De Broglie havia mostrado a equivalência entre esse princípio e o princípio de Fermat, ficava claro que haveria uma interpretação ondulatória da condição de quantização.

No caso da equação 4.35, estão sendo consideradas apenas as coordenadas espaciais. O equivalente, no caso de uma onda, é considerar as componentes espaciais do quadrvetor de onda, ou seja, o vetor número de onda. A expressão correspondente a 4.35 seria:

$$h \left[\oint \sum_1^3 O_i dq_i \right] = nh \quad 4.36$$

A constante h aparece antes da integral, por causa da relação $hO_i = J_i$, e pode ser cancelada dos dois lados da equação. O produto escalar $\sum O_i dq_i$ pode ser substituído por $(v/V)dl$, onde dl representa o deslocamento ao longo do movimento da onda. Temos, então:

$$\oint \frac{v}{V} dl = n \quad 4.37$$

De Broglie esclarece o significado ondulatório dessa equação:

A noção de onda de fase vai permitir-nos fornecer uma explicação para a condição de Einstein. Resulta das considerações do capítulo II que a trajetória de um móvel é um dos raios de sua onda de fase, que ela deve correr ao longo da trajetória com uma frequência constante (pois a energia total é constante) e uma velocidade variável cujo valor nós aprendemos a calcular. A propagação é portanto análoga à de uma onda líquida em um canal fechado sobre si mesmo e de profundidade variável¹⁹. É fisicamente evidente que, para haver um regime estável, o comprimento do canal deve estar em ressonância com a onda; dito de outra forma, as porções da onda que se seguem a uma distância igual a um múltiplo inteiro do comprimento l do canal e que se encontram por conseguinte no mesmo ponto deste, devem estar em fase. A condição de ressonância é $l = n\lambda$ se o comprimento de onda é constante, e $\oint \frac{v}{V} dl = n$ (inteiro) no caso geral. (DE BROGLIE, 1925a, pp. 64-65)

Como a integral que aparece na expressão acima é a mesma do princípio de Fermat, e como há identidade entre o princípio de Fermat e o de Maupertuis, pode-se passar da condição puramente ondulatória, acima, para a regra de quantização de Sommerfeld.

Na tese, De Broglie considerou que a explicação apresentada acima da regra de quantização de Bohr-Sommerfeld era a mais forte evidência favorável à sua teoria:

Esse belo resultado cuja demonstração é tão imediata quando são admitidas as idéias do capítulo precedente é a melhor justificativa que podemos dar de nossa maneira de atacar o problema dos quanta. (DE BROGLIE, 1925a, p. 65)

Pode-se entender a importância que De Broglie deu a essa explicação pelo seguinte motivo: tanto na teoria original de Bohr como nas suas modificações por Sommerfeld e Wilson, a regra de quantização não possuía qualquer justificativa teórica. Era imposta simplesmente porque “dava certo”, ou seja, conduzia aos resultados corretos. A teoria de De Broglie proporcionava portanto uma explicação teórica para uma regra essencial da física atômica, que ainda não tinha sido explicada.

Na conclusão da tese, De Broglie voltou a enfatizar a importância desse resultado:

A consequência mais importante que se pode tirar dela [da teoria] está exposta no capítulo III. Depois de haver lembrado as leis de estabilidade das trajetórias quantizadas, tais como elas resultam de numerosos trabalhos recentes, mostramos que elas podem ser interpretadas como exprimindo a ressonância da onda de fase sobre o comprimento das trajetórias fechadas ou quase fechadas. **Nós cremos que essa é a**

¹⁹ Lord Rayleigh havia estudado, no século XIX, a propagação de ondas na água e mostrado que a velocidade das mesmas depende da profundidade do líquido.

primeira explicação fisicamente plausível proposta para as condições de estabilidade de Bohr-Sommerfeld. (DE BROGLIE, 1925a, p. 126; nossa ênfase)

4.14 A CONDIÇÃO DE ENERGIA-FREQÜÊNCIA DE BOHR

A teoria do átomo de Bohr se baseava em duas suposições de natureza quântica (em que aparecia a constante de Planck). Uma era a regra de quantização das órbitas estáveis dos elétrons. A outra era a regra de emissão ou absorção de radiação, segundo a qual a frequência da radiação emitida ou absorvida era igual à diferença de energia entre os dois estados atômicos, dividida pela constante de Planck.

$$\nu = (E_2 - E_1)/h \quad 4.38$$

Essa regra era compreensível, desde que se aceitasse a hipótese dos quanta de luz de Einstein (DE BROGLIE, 1925a, p. 90), mas tinha um aspecto pouco intuitivo: a frequência da radiação emitida não tinha nenhuma relação simples com a frequência dos movimentos do elétron que emitia a radiação.

Na tese, De Broglie não esclareceu o que ocorria quando o elétron passava de uma órbita para outra:

Vemos portanto muito bem por que certas órbitas são estáveis, mas ignoramos ainda como ocorre a passagem de uma órbita estável para outra. O regime perturbado que acompanha essa passagem não poderá ser estudado senão com a ajuda de uma teoria eletromagnética convenientemente modificada e nós não a possuímos ainda. (DE BROGLIE, 1925a, p. 65)

No entanto, em outubro de 1924 De Broglie publicou um artigo em que esclareceu pelo menos uma parte do mistério (DE BROGLIE, 1924c). Em primeiro lugar, a radiação emitida não devia ter uma relação direta com a frequência do movimento dos elétrons (ou seja, o inverso de seus períodos orbitais), e sim *com a frequência das ondas de fase* associadas aos elétrons. Por outro lado, quando o elétron passa de uma órbita estável para outra, há uma onda inicial e uma onda final, com propriedades diferentes. De Broglie imaginou que era necessário levar em conta *a superposição entre essas duas ondas*, que produzem um batimento cuja frequência é a diferença entre as duas ondas. Utilizando essas hipóteses, é fácil chegar à condição de Bohr, como será mostrado abaixo.

Suponhamos que o átomo vai passar de um estado mais elevado de energia E_2 para outro de energia mais baixa E_1 , emitindo radiação (para o caso de absorção, o argumento é semelhante). As energias E_1 e E_2 são as energias *totais* do elétron em cada caso (incluindo sua energia potencial), e é essa energia, segundo a teoria de De Broglie, que determina a frequência da onda de fase associada ao elétron. Portanto, em cada um desses casos, a onda de fase tem frequências respectivamente iguais a $\nu_1=E_1/h$ e $\nu_2=E_2/h$. A superposição dessas duas ondas produzirá batimentos, cuja frequência é a diferença entre as frequências das duas ondas. Portanto, os batimentos terão frequência $\delta\nu$ igual a:

$$\delta\nu = (E_2 - E_1)/h \quad 4.39$$

Supondo agora que a radiação emitida tem frequência igual à frequência do batimento das duas ondas, a equação 4.39 se torna idêntica à equação 4.38, explicando-se assim a regra da energia de Bohr.

A demonstração acima apresentada é um pouco diferente da apresentada por De Broglie no seu artigo, mas é compatível com sua teoria. No artigo, De Broglie não apresenta explicitamente a equação 4.39, mas dá indicações que permitem chegar a ela.

É curioso que, no artigo, De Broglie afirma que a explicação proporcionada para a regra de Bohr é válida apenas para as órbitas de grandes números atômicos (DE BROGLIE, 1924c, p. 677). Na verdade, a demonstração acima apresentada é totalmente geral e válida para qualquer caso.

Posteriormente, De Broglie considerou que essa demonstração era de grande importância, e lamentou o fato de que ela era atribuída a Schrödinger:

Em uma dessas notas, comentei que adotando meu ponto de vista, seria possível interpretar a famosa “lei das frequências” do Sr. Bohr como traduzindo um tipo de “batimento” entre a frequência da onda associada ao estado estacionário inicial e o da onda associado ao estado estacionário final. Essa interpretação foi encontrada novamente, dois anos mais tarde, pelo Sr. Schrödinger, e geralmente lhe é atribuída. (DE BROGLIE, 1987, pp. 42-43)

4.15 SISTEMA DE DOIS CORPOS

A teoria mais simples do átomo de Bohr pressupõe que o núcleo, por ter massa muito maior do que a do elétron, fica em repouso. No entanto, é possível analisar também o caso em que tanto o elétron quanto o núcleo são considerados como estando em movimento. De Broglie analisou essa situação no capítulo 4 de sua tese.

Ele iniciou este capítulo chamando a atenção para o fato de que o conceito de pedaço isolado de energia, considerado nos capítulos anteriores, foi muito útil para o caso de um corpúsculo elétrico (próton e elétron) afastado dos demais corpos; mas, quando se tratasse de centros eletrizados em interação, o problema não seria tão simples. Mesmo assim, ele achava que a teoria da relatividade poderia ser uma boa ferramenta para explicar estes problemas.

Consideremos um próton de massa própria M_0 e um elétron de massa própria m_0 , supondo que ambos estivessem muito afastados, de forma que pudessem ser desprezadas as interações entre ambos. Neste caso, o próton teria uma energia interna igual a M_0c^2 e o elétron m_0c^2 . A energia total do sistema seria a soma das energias internas individuais: $(M_0 + m_0)c^2$. Porém, se os dois centros estivessem muito próximos, seria necessário calcular sua energia potencial de interação, $-P < 0$. De Broglie perguntou-se:

Como será expressa a idéia de inércia da energia? Como a energia total é evidentemente $(M_0 + m_0)c^2 - P$, podemos admitir que o próton tem sempre uma massa própria M_0 e o elétron uma massa própria m_0 ? Devemos, pelo contrário, distribuir a energia potencial entre os dois constituintes do sistema, atribuir ao elétron uma massa própria $m_0 - \alpha P/c^2$, e ao próton uma massa própria $M_0 - (1 - \alpha)P/c^2$? Nesse caso, qual é o valor de α , e como essa quantidade depende de M_0 e de m_0 . (DE BROGLIE, 1925a, pp. 69-70)

A relação entre massa e energia potencial não havia sido ainda esclarecida na época (MARTINS, 1989), e De Broglie não tentou resolver o problema. Ele apenas indicou que, mesmo fazendo-se $\alpha=1$, a correção resultante na constante de Rydberg seria apenas da ordem de 10^{-5} , e poderia por isso ser desprezada (DE BROGLIE, 1925a, p. 70).

A consideração do movimento do núcleo atômico, no entanto, é relevante, pois produz efeitos da ordem de 10^{-3} . Na física clássica, o problema de dois corpos é tratado introduzindo-se a “massa reduzida” μ_0 :

$$\mu_0 = M_0 m_0 / (M_0 + m_0) \quad 4.40$$

No caso de movimentos circulares, o núcleo descreve uma circunferência de raio r e o elétron descreve uma outra de raio $R > r$ (ver figura 4.2). O problema matemático pode ser tratado como se houvesse uma única partícula de massa μ_0 percorrendo uma circunferência de raio $R+r$.

No caso relativístico, o conceito de massa reduzida é útil, mas as deduções são mais complicadas. De Broglie analisou o momento do elétron, levando em conta o movimento do núcleo, e obteve a condição de estabilidade da órbita, utilizando a sua condição de quantização da onda de fase. Obteve o seguinte resultado (DE BROGLIE, 1925a, p. 73):

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-\eta^2\beta^2}} \omega(R+r) \left(1 - \frac{\omega R}{v}\right) 2\pi(R+r) = nh \quad 4.41$$

Nessa expressão, De Broglie utilizou o símbolo η no lugar de μ_0 .

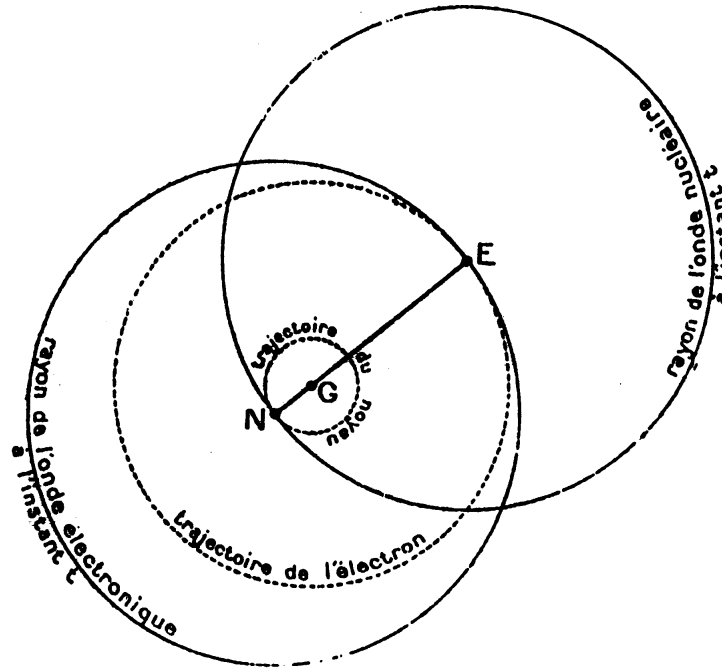


Fig. 4.2 – Figura esquemática de De Broglie, mostrando o movimento do elétron e do núcleo atômico em torno do centro de massa (DE BROGLIE, 1925a, p. 75).

No caso em que a velocidade do elétron seja muito menor do que c , pode-se chegar à aproximação:

$$2\pi \frac{m_0 M_0}{m_0 + M_0} \omega (R + r)^2 = nh \quad 4.42$$

Essa fórmula já havia sido obtida por Bohr.

De Broglie comentou que a equação acima, embora deduzida para o movimento do elétron, é totalmente simétrica em relação ao elétron e ao núcleo, ou seja, trocando-se as massas e os raios das duas partículas, o resultado não se altera. Portanto, se a onda associada ao elétron obedece à condição de quantização, a onda associada ao núcleo também irá obedecer, ao mesmo tempo, à mesma condição (DE BROGLIE, 1925a, p. 74). É um resultado interessante, que não havia sido obtido anteriormente. No entanto, deve-se notar que apenas no caso do limite de baixas velocidades (equação 4.42) essa conclusão é válida. No caso em que a velocidade do elétron seja elevada (equação 4.41), trocando-se as massas e os raios das duas partículas o resultado é diferente. De Broglie não discutiu esse problema.

4.16 OS ÁTOMOS DE LUZ E AS ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

A partir do capítulo 5 da tese, De Broglie inicia o tratamento dos quanta de luz. Há poucos aspectos novos. Em primeiro lugar, o quantum de luz é descrito de um modo análogo ao elétron: sua energia está espalhada, mas tem uma concentração em torno de um centro, e forma um conjunto indivisível (DE BROGLIE, 1925a, p. 76). Haveria, no entanto, uma diferença de simetria:

Sem dissimular as dificuldades levantadas por uma tal ousadia, vamos tentar tornar mais preciso como se pode atualmente representar o átomo de luz. Nós o concebemos da seguinte maneira: para um observador que lhe está ligado, ele aparece como uma pequena região do espaço em torno da qual a energia está muito fortemente condensada e forma um conjunto indivisível. Essa aglomeração de energia tendo um valor total ε_0 (medida pelo observador ligado), deve-se, de acordo com o princípio da inércia da energia, atribuir-lhe uma massa própria:

$$m_0 = \varepsilon_0 / c^2$$

Essa definição é inteiramente análoga à que pode ser dada para o elétron. Há no entanto uma diferença essencial de estrutura entre o elétron e o átomo de luz. Enquanto o elétron deve ser até o presente representado como dotado de uma simetria esférica, o átomo de luz deve possuir um eixo de simetria correspondendo à polarização. Nós portanto nos representamos o quantum de luz como possuindo a mesma simetria que um dubleto da teoria eletromagnética. (DE BROGLIE, 1925a, pp. 76-77)

A última frase é sugestiva. O “dubleto da teoria eletromagnética” [*doublet de la théorie électromagnétique*] pode ser interpretado certamente como um dipolo. E um dipolo elétrico lembra a teoria de Bragg dos raios X, em que estes seriam constituídos por partículas constituídas por um par de corpúsculos – um elétron e uma partícula de carga positiva. Pode ser que a teoria de Bragg, bem conhecida por todos os que estudavam raios X, tenha influenciado fortemente o pensamento de De Broglie. Isso explicaria, também, a idéia de que

os quanta de radiação possuem uma massa de repouso não nula e que sua velocidade é inferior a c . Nenhuma dessas idéias estava presente na proposta de Einstein, mas todas estavam presentes na sugestão de Bragg.

No caso das ondas de fase associadas ao átomo de luz, De Broglie comentou: “tudo indica que essa onda é idêntica à das teorias ondulatórias ou, mais exatamente, que a repartição concebida de forma clássica das ondas no espaço é um tipo de *média no tempo* da repartição real das ondas de fase acompanhando os átomos de luz” (DE BROGLIE, 1925a, p. 77). Tanto De Broglie quanto outros físicos da época (como foi mostrado no capítulo 2) pensavam que a teoria de Maxwell deveria ser preservada, mas que seria necessário introduzir alguma mudança no eletromagnetismo. Assim, a teoria das ondas eletromagnéticas deveria ter alguma função, na nova teoria. Como De Broglie considerava que os elétrons e os quanta de luz eram muito semelhantes, ele também considerava que as ondas que acompanham os elétrons também tinham natureza eletromagnética – porém, pertencentes a esse eletromagnetismo ampliado ou modificado, já que essas ondas não aparecem na teoria de Maxwell.

É curioso que, na citação do parágrafo anterior, De Broglie mencione uma conexão indireta entre a onda clássica e as ondas de fase (aquela seria um tipo de *média no tempo* das últimas). Em outro ponto da tese, De Broglie reforçou essa idéia: “seria necessário estabelecer [...] uma certa ligação de natureza sem dúvida estatística entre a onda concebida do modo clássico e a superposição das ondas de fase” (DE BROGLIE, 1925a, p. 87). Podemos interpretar essa afirmação da seguinte forma. Em um feixe de luz monocromática, há um grande número de quanta de luz. Cada um desses quanta representa uma concentração de energia em torno de um ponto. Na teoria clássica, a energia está distribuída uniformemente pela onda toda. A onda de fase associada ao quantum de luz e a onda clássica seriam iguais, sob o ponto de vista de sua frequência e comprimento de onda, mas seriam diferentes pela distribuição de energia. Quando há uma grande densidade de quanta em um feixe luminoso, pode-se imaginar que a onda clássica descreve a distribuição *média* de energia no espaço, em cada instante. Quando há uma pequena densidade de quanta de luz, a onda clássica descreve a *média no tempo* de distribuição de energia no espaço.

Pode-se encontrar certa semelhança entre tais idéias de De Broglie e o trabalho de Max Born, de 1926, no qual este propôs uma interpretação probabilística da função de onda. No entanto, as idéias eram diferentes, como o próprio De Broglie comentou em 1927:

Minha concepção se aproxima daquela que foi defendida de forma brilhante pelo Sr. Born sob o aspecto de levar a considerar as soluções contínuas como proporcionando as probabilidades de presença, mas ela difere daquela em um ponto essencial. Para o Sr. Born, de fato, não há nada além de probabilidades; o determinismo dos fenômenos individuais deveria ser abandonado, a probabilidade dos fenômenos estatísticos seria a única coisa determinada. Na maneira de ver adotada aqui, pelo contrário, o ponto material é uma realidade essencial e seu movimento é completamente determinado como sendo o de uma singularidade da amplitude em uma onda que se propaga. (DE BROGLIE, 1927a, p. 226)

Ou seja: a teoria de De Broglie era essencialmente determinista, e não probabilística; e a onda de fase tinha um significado físico (não era apenas um recurso para calcular probabilidades), embora De Broglie não tenha conseguido explicitar o que ela era, exatamente.

4.17 A MASSA DE REPOUSO DOS ÁTOMOS DE LUZ

Na tese, De Broglie indicou como fez sua estimativa para o valor máximo da massa de repouso dos átomos de luz:

Podemos tentar fixar um limite superior do valor de m_0 . De fato, as experiências de T.S.F. [telegrafia sem fio] mostraram que as radiações com alguns quilômetros de comprimento de onda se propagam ainda sensivelmente com a velocidade c . Admitamos que ondas para as quais $1/\nu=10^{-4}$ segundos tenham uma velocidade que difere de c por menos de um por cento. O limite superior de m_0 será:

$$(m_0)_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{10} \frac{h\nu}{c^2}$$

ou seja, aproximadamente 10^{-44} gramas. É até provável que m_0 deva ser escolhido ainda menor; talvez se possa esperar que um dia, medindo a velocidade no vácuo de ondas de frequência muito baixa, serão encontrados números sensivelmente inferiores a c . (DE BROGLIE, 1925a, p. 79)

Portanto, mais uma vez os conhecimentos de De Broglie sobre ondas de rádio influenciaram seu trabalho. Note-se que primeiro ele estabelece um limite baseado nos conhecimentos experimentais, depois divide esse limite por um milhão, por segurança.

Quanto à objeção de Anderson, já discutida no capítulo anterior, De Broglie introduziu na sua tese um apêndice, no qual apresentou uma defesa de sua posição. Como vimos, Anderson utilizou as equações do próprio De Broglie e mostrou que deveria existir uma frequência (extremamente baixa) para a qual a radiação eletromagnética teria velocidade de transporte de energia igual a zero. De Broglie sugeriu que essa consequência poderia ser evitada da seguinte maneira. Para radiação de alta frequência, cada onda de fase está associada, normalmente, a um único átomo de energia. No caso de radiação de baixa frequência, os átomos de luz se aglomeram a uma mesma onda, formando moléculas. Quanto mais baixa a frequência, maior a probabilidade de que os átomos se aglomerem. Até aí, isso não é uma hipótese adicional *ad hoc*, inventada para responder a Anderson, pois tal suposição fazia parte da explicação que De Broglie apresentou para a lei de Planck da radiação do corpo negro. Mas o passo seguinte é totalmente *ad hoc*. De Broglie considerou que a equação

$$h\nu = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 4.43$$

deveria ser substituída por uma outra, para o caso em que os quanta de luz estão aglomerados em uma mesma onda (DE BROGLIE, 1925a, p. 123). No lugar de m_0 , deveria ser utilizada uma outra grandeza μ_0 , que se reduz a m_0 quando há apenas um átomo de luz associado à onda, mas que é uma função $f(p)$ do número p de quanta que formam a molécula de luz, quando isso ocorre. Quando a frequência da onda tendesse a zero, e o número de quanta por onda crescesse, $f(p)$ tenderia a zero. No lugar de 4.43 teríamos:

$$h\nu = \frac{f(p)c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad 4.44$$

A partir daí, deduz-se que a velocidade da radiação seria:

$$\beta c = c \sqrt{1 - \left[\frac{f(p)c^2}{h\nu} \right]} \quad 4.45$$

Como $f(p)$ tende a zero para baixas frequências, a velocidade tenderia ao valor c , para baixas frequências (DE BROGLIE, 1925a, p. 124).

As palavras finais do apêndice são interessantes: “Eu confesso que a estrutura real da energia luminosa permanece ainda muito misteriosa” (DE BROGLIE, 1925a, p. 125).

A proposta de De Broglie era inaceitável, por vários motivos. Em primeiro lugar, a aglomeração dos átomos de luz era uma hipótese necessária para tratar a radiação do corpo negro, ou seja, uma radiação em equilíbrio térmico dentro de uma cavidade. No caso de um feixe qualquer de radiação, de qualquer frequência, poder-se-ia reduzir progressivamente a intensidade da radiação (por absorção, por exemplo), e o número de quanta de radiação associados a cada onda poderia ser reduzido. Seria possível, portanto, termos uma onda *de qualquer frequência* transportando um único quantum. Assim, a introdução da função $f(p)$ não poderia salvar a teoria de De Broglie, para casos como esse. Por outro lado, se a equação 4.43 é válida para radiação de alta frequência, ela tem que ser válida também para radiação de baixa frequência, pois *pode-se transformar radiação de alta frequência em radiação de baixa frequência pelo efeito Doppler*. A frequência depende do referencial de observação, e uma onda de alta frequência, com um único átomo de luz, será vista como uma onda de baixa frequência *e ainda com um único átomo de luz* por outros observadores. Por fim, há um último motivo fundamental pelo qual De Broglie não poderia fugir da idéia de que, em certos casos, os átomos de luz teriam velocidade nula: *isso faz parte dos pressupostos básicos de sua teoria*, pois se os átomos de luz possuem massa de repouso não nula, pode ser escolhido um referencial no qual eles estão em repouso.

Portanto, a proposta apresentada por De Broglie no apêndice de sua tese era inaceitável. Teria sido melhor se ele se limitasse ao comentário do corpo da tese, de que talvez, no futuro, seriam detectadas diferenças importantes entre a velocidade de ondas de baixa frequência e a constante c .

Em um artigo que redigiu depois da defesa da tese (em julho de 1925) e que foi publicado no início do ano seguinte, De Broglie voltou a discutir a questão dos átomos de luz, e comentou: “O invariante v_0 e conseqüentemente a massa própria m_0 devem ser escolhidos como extraordinariamente pequenos; talvez mesmo, para evitar uma objeção que o Sr. Langevin teve a bondade de me assinalar, seja melhor colocar francamente $v_0=m_0=0$.” (DE BROGLIE, 1926a, p. 4). Não sabemos qual a objeção que Langevin apresentou, nem se tal objeção foi levantada durante a defesa da tese, mas esse comentário de De Broglie mostra que a forte oposição à idéia da massa de repouso dos quanta de luz acabou por enfraquecer sua convicção sobre esse ponto, na época.

No entanto, posteriormente, De Broglie continuou a manter essa suposição. Em 1971, ele escreveu:

[...] para incluir a teoria do fóton no quadro da mecânica ondulatória geral das partículas, eu introduzi a hipótese de que a massa própria do fóton, embora certamente

extraordinariamente pequena, não é rigorosamente nula. Essa é uma hipótese que eu introduzi constantemente depois em todos os meus trabalhos sobre a teoria quântica da luz. (DE BROGLIE, 1971, p. 5)

Dois anos depois, um capítulo da mesma obra de De Broglie foi publicado em inglês, e lá o autor acrescentou uma nota de rodapé afirmando que a hipótese da massa de repouso não nula do fóton havia sido confirmada experimentalmente por Charles Imbert (DE BROGLIE, 1973, p. 14).

4.18 OS ÁTOMOS DE LUZ E A INTERFERÊNCIA

Na tese, como em um dos artigos de 1923, De Broglie considerou que a probabilidade de que um átomo de luz interaja com a matéria dependeria da intensidade da onda de fase (ou de um de seus vetores, se ela corresponde à onda eletromagnética) (DE BROGLIE, 1925a, p. 88). No entanto, em uma comunicação apresentada à Academia de Ciências na semana anterior à defesa da sua tese, De Broglie introduziu outra interpretação (DE BROGLIE, 1924e). Nesse artigo, ele afirmou que a explicação apresentada nos seus trabalhos anteriores não era satisfatória:

Eu havia me limitado a invocar uma certa relação entre o estado de interferência das ondas e a probabilidade de absorção dos átomos luminosos pela matéria. Esse modo de ver me parece agora um pouco fictício e tendo a adotar uma outra visão mais em harmonia com as grandes linhas de minha teoria. (DE BROGLIE, 1924e, p. 1039)

Consideremos a experiência de duas fendas. Nos trabalhos anteriores, De Broglie supunha que os átomos de luz percorriam todo o espaço entre o anteparo com as duas fendas e o anteparo onde a interferência é observada, e atingiriam todos os pontos do anteparo, indistintamente. No entanto, nos pontos onde as ondas associadas aos átomos de luz produzem interferência destrutiva, esses átomos de luz não produziram interação com a matéria e não seriam detectados.

Na nova interpretação, De Broglie supôs que os átomos de luz seguiriam trajetórias curvas, concentrando-se exatamente nas regiões onde há interferência construtiva das ondas de fase. A velocidade dos átomos de luz não apenas seria variável em direção, de ponto para ponto, mas também o próprio valor da velocidade deveria depender do ponto considerado (DE BROGLIE, 1924e, p. 1040). É fácil compreender por qual motivo a velocidade deveria ser variável. Consideremos duas fendas com tamanho muito menor do que o comprimento de onda, e assim consideremos duas ondas esféricas espalhando-se para todos os lados a partir dessas fendas.

Em um ponto no qual essas ondas se interceptam, a velocidade com a qual a interseção se desloca pode ser muito diferente da velocidade de cada uma das ondas. Na Figura 4.3 podemos ver que a distância percorrida pelo ponto A de interseção das duas ondas é maior do que a distância percorrida por cada uma das ondas separadamente. Para pontos mais próximos do anteparo com as fendas, a velocidade será muito grande, e para pontos muito distantes do anteparo, a velocidade do ponto de interseção tenderá a ser igual à velocidade de cada onda.

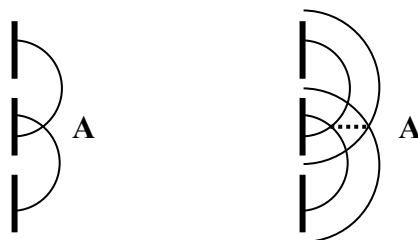


Fig. 4.3 – A velocidade do ponto de interseção das ondas que passam por duas fendas pode ser maior do que a velocidade de cada uma dessas ondas.

Como essas são as velocidades *de fase*, a velocidade do átomo de luz nessas regiões de interferência construtiva poderia ser *muito menor* do que c .

A explicação aqui apresentada é mais simples e puramente geométrica. De Broglie apresentou sua idéia de um modo matemático, sem explicar suas conclusões:

Na experiência dos furos de Young, as superfícies de fase constante são elipsóides homofocais. Os raios, que lhes são normais, são concentrados em hiperbolóides homofocais sobre os quais as perturbações emanadas dos dois furos possuem mesma fase. Sejam r_1 e r_2 as distâncias de um ponto do espaço aos dois furos e ψ a função $(r_1 + r_2)/2$ que é constante em cada superfície de igual fase. Mostra-se facilmente que a velocidade de fase das ondas ao longo do raio é igual ao valor que ela teria no caso da propagação livre, dividida pela derivada de ψ tomada ao longo do raio. Quanto à velocidade do quantum, ela seria igual à velocidade do movimento livre multiplicada pela mesma derivada. Pode-se dizer que as interferências introduzem termos suplementares na energia e na quantidade de movimento, a menos que se prefira falar sobre uma modificação da massa própria do átomo de luz. (DE BROGLIE, 1924e, pp. 1040-1041)

Essa sugestão de De Broglie é interessante e poderia ser submetida a um teste experimental, em princípio. Seria difícil, no entanto, realizar um experimento para testar essa teoria, pois exigiria medir a velocidade de transporte de energia da luz em uma região muito pequena, próxima ao anteparo, que é a região onde haveria uma mudança significativa da velocidade. Talvez fosse possível realizá-la com microondas ou ondas de rádio, pois nesse caso as distâncias seriam macroscópicas – porém isso era impossível, na época. Deve-se notar, no entanto, que os conceitos de velocidade de fase e de grupo não podem ser aplicados de forma direta a uma situação como esta, em que as ondas que estão interferindo entre si não são paralelas. Seria preciso verificar se a análise apresentada por De Broglie é adequada.

É interessante notar que, mesmo na época em que defendeu a tese, as idéias de De Broglie ainda estavam se modificando. Ele não dispunha de uma teoria final, que o satisfizesse sob todos os aspectos, mas uma teoria sobre a qual continuava a pensar e na qual introduzia diversas modificações, como por exemplo a interpretação das interferências.

4.19 A PARTE FINAL DA TESE

Os capítulos restantes da tese de De Broglie não trazem novidades. Como já foi indicado anteriormente, o capítulo 6 da tese discute um assunto que De Broglie não havia tratado em seus artigos: a difusão de raios X pela matéria e o efeito Compton. No entanto, esse assunto não é central para a tese, pois não faz uso das idéias originais da teoria de De Broglie. Não vamos, por isso, discutir esse capítulo.

O sétimo e último capítulo da tese contém uma aplicação da teoria de De Broglie à estatística dos gases (como em DE BROGLIE, 1923c) e da radiação (como nos seus artigos). A apresentação é mais detalhada e clara, mas não há nenhum resultado novo.

Na conclusão de sua tese, De Broglie chamou a atenção para as lacunas de seu trabalho e para o que deveria ser feito no futuro:

Em resumo, desenvolvi idéias novas que poderiam talvez contribuir para acelerar a síntese necessária que, novamente, unificará a física das radiações, que hoje em dia está cindida de forma tão estranha em dois domínios onde reinam duas concepções opostas: a concepção corpuscular e a das ondas. Pressenti que os princípios da dinâmica do ponto material, se soubéssemos analisá-los corretamente, se apresentariam sem dúvida como exprimindo as propagações e as concordâncias de fase, e procurei, da melhor maneira que consegui, tirar daí a explicação de um certo número de enigmas colocados pela teoria dos quanta. Tentando esse esforço, atingi algumas conclusões interessantes que permitem talvez esperar chegar a resultados mais completos prosseguindo no mesmo caminho. Mas seria necessário antes constituir uma teoria eletromagnética nova, naturalmente conforme ao princípio da relatividade, que desse conta da estrutura descontínua da energia radiante e da natureza física das ondas de fase, deixando enfim à teoria de Maxwell-Lorentz um caráter de aproximação estatística que explicaria a legitimidade de seu emprego e a exatidão de suas previsões em um número muito grande de casos.

De forma intencional, deixei bastante vagas as definições da onda de fase e do fenômeno periódico do qual ela seria de certa forma a tradução, assim como a do quantum de luz. A presente teoria deve portanto ser mais considerada como uma forma cujo conteúdo físico não está precisado completamente, do que como uma doutrina homogênea constituída de forma definitiva. (DE BROGLIE, 1925a, pp. 127-128)

Havia, portanto, vários aspectos que estavam em aberto – inclusive a própria compreensão da natureza do quantum de radiação. Sabe-se que o próprio Einstein nunca alegou ter compreendido o que são os quanta de luz, embora tivesse feito muitas tentativas de desenvolvimento de uma teoria dualística. Em 1951 ele escreveu, em uma carta a seu amigo Michele Besso:

Todos esses cinquenta anos de meditação não me levaram mais perto da resposta à questão: o que são os quanta de luz? É claro que, hoje em dia, qualquer cafajeste pensa que sabe a resposta, mas ele está enganado. (Einstein, *apud* KIDD, ARDINI & ANTON, 1989, p. 32; cf. PAIS, 1979, p. 884)

Até hoje, pode-se dizer que o conceito de quantum de luz (ou fóton) está envolto em problemas e obscuridades (KIDD, ARDINI & ANTON, 1989).

Capítulo 5

Considerações finais

*A liberdade é para a ciência o que o ar é para o animal [...]. O pensamento não deve se submeter, nem a um dogma, nem a um partido, nem a uma paixão, nem a um interesse, nem a uma idéia pré-concebida, nem a qualquer coisa, se não a si próprio, pois, para ele, submeter-se, seria deixar de existir. (Henri Poincaré, *Dernières Pensées*, apud LOCHAK, 1992, p. 143)*

5.1 EINSTEIN E A PROPOSTA DA DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA NA RADIAÇÃO

O primeiro capítulo deste trabalho mostrou como uma leitura simplista e precipitada, quando baseada somente em uma fonte secundária, pode levar a uma compreensão limitada de um acontecimento em história da ciência. A leitura do livro do físico Emilio Segré, *Dos raios X aos quarks – Físicos modernos e suas descobertas*, trouxe a informação (depois percebida como equivocada) de que a idéia de uma dualidade onda-partícula para a radiação havia sido proposta em 1905 por Einstein.

A leitura da fonte primária (artigos originais do cientista, correspondência, etc.) pode dar mais segurança quando se tenta descrever fatos históricos neste ramo do conhecimento humano, embora saibamos que uma descrição completa seja quase impossível de se realizar. O estudo cuidadoso, desencadeado por essa leitura, possibilitou a verificação com maior detalhe do que de fato teria acontecido, pois, partiu-se de uma afirmação tida como verdadeira e mostrou-se que era falsa. Verificando os trabalhos originais de Einstein, de 1905 a 1909, onde poderia estar localizada a proposta para um quadro dualístico na radiação (luz), pôde-se verificar o teor de sua proposta.

Investigando-se também outros autores (filósofos, físicos, historiadores da ciência) que escreveram sobre o mesmo tema, constatou-se haver opiniões divergentes, o que mereceu um pouco mais de atenção, pois, como se pode ter certeza de que um determinado autor está mais próximo da verdade do que outro? Por exemplo, indicamos que Thomas Kuhn fez uma leitura diferente deste episódio, aproximando-se mais da verdade, quando comparado com o filósofo Karl Popper. Seria porque o primeiro, especializando-se em História da Ciência, fora mais preciso ao pesquisar os artigos originais fazendo um estudo mais detalhado do fato, enquanto o segundo, mais conhecedor da filosofia aceitou opiniões “às escuras”, sem posterior verificação? Difícil responder neste trabalho. É também curiosa a maneira como o físico Abraham Pais fez sua construção; juntando pedaços de afirmação de um artigo com pedaços de afirmação de outro, o que parece ser um modo insatisfatório de se verificar as idéias realmente defendidas em cada momento.

Observou-se também que mais pessoas, inclusive o próprio Louis de Broglie, acreditavam que a proposta da dualidade onda-corpúsculo na radiação tinha sido proposta por Einstein. No entanto, como foi mostrado no capítulo 1, Einstein defendeu nestas publicações a presença de um corpúsculo de energia no interior da radiação. Em nenhum momento vê-se a

construção de uma teoria dualística por Einstein, que se enquadrasse nos moldes do que seria proposto por De Broglie posteriormente, nem qualquer outra. Mas, esta afirmação não implicaria que o físico alemão fosse obrigado a ter a mesma interpretação dualística nas bases do que construíra De Broglie, o problema é que ele não teve nenhuma. Constatar que tanto a mecânica Newtoniana como o eletromagnetismo de Maxwell são teorias que não se excluem na explicação do fenômeno da radiação, como Einstein o fizera, não é condição suficiente para se acreditar que ele teria construído uma teoria dualística, pois, como concluímos no primeiro capítulo, mesmo que ele tivesse conseguido desenvolver essa idéia, ela não corresponderia a uma concepção dualística da luz no sentido da dualidade utilizada posteriormente por Louis de Broglie. De fato, como a onda seria apenas um efeito coletivo de grande número de quanta cercados por campos, tratar-se-ia de um modelo em que um quantum, isoladamente, não teria propriedades ondulatórias, e a onda só se manifestaria em um nível macroscópico, na presença de um grande número de quanta. Poder-se-ia dizer que tal concepção é tão dualística quanto a teoria sobre o som, no final do século XIX. De Broglie, pelo contrário, admitiu que um único quantum teria propriedades ondulatórias, apresentando assim uma verdadeira fusão dos dois aspectos.

5.2 CONTRIBUIÇÕES DE LOUIS DE BROGLIE PARA O DESENVOLVIMENTO DA TEORIA DO QUANTUM

No capítulo 2 da presente dissertação, verificou-se que as pesquisas com raios X apontavam para uma clara visão sobre a necessidade de obter uma unificação entre os aspectos corpusculares e ondulatórios da radiação, apesar de não estar muito claro o modo como isso deveria ser feito. O estudo dos raios X foi de enorme importância para Louis de Broglie, pois essa era a área de estudos de seu irmão, e com a qual ele se familiarizou em seus primeiros trabalhos de pesquisa.

Paralelamente aos seus estudos de caráter mais experimental sobre os raios X, De Broglie começou a desenvolver estudos teóricos mais amplos, guiado pela idéia do quantum de luz. Porém, provavelmente ficou mais confiante em sua teoria com as recentes publicações dos resultados experimentais de Arthur H. Compton (05/1923) sobre o espalhamento de raios X através de átomos de luz (quantum), onde também se empregava a dinâmica relativística. Então, depois dessa descoberta experimental incontestável e sua interpretação corpuscular, aceita pela comunidade de físicos, Louis de Broglie avançou no seu caminho rumo à síntese onda-corpúsculo; afinal, os experimentos no laboratório de Maurice também apontavam para este caminho.

O terceiro capítulo deste trabalho analisa as primeiras contribuições de De Broglie para o desenvolvimento da teoria do quantum. No primeiro artigo – *Radiação negra e quanta de luz* – de 26/01/1922, De Broglie abordou pela primeira vez o estudo da teoria da radiação negra, considerando a luz como um gás de átomos de luz e ignorando o conceito de onda. Porém, ao contrário de Einstein, ele substituiu a mecânica usual (clássica) pela mecânica relativística, atribuindo uma massa de repouso aos átomos de luz e utilizando também a idéia de agregações (moléculas) de luz. Isso lhe permitiu deduzir as leis de Wien e de Planck sem utilizar a teoria eletromagnética de Maxwell, resultado que estaria de acordo com os dados experimentais. Este artigo pode ser considerado como uma primeira contribuição original de De Broglie para o desenvolvimento da hipótese do quantum de luz depois dos trabalhos de Einstein. De certa forma, De Broglie conseguiu demonstrar a lei de Planck utilizando a teoria

corpuscular na forma relativística; e isto lhe permitiu antecipar em dois anos alguns resultados daquilo que hoje é conhecido como estatística de Bose-Einstein (1924).

Outro aspecto interessante neste artigo é a correção proposta por Léon Brillouin para dar conta da diferença de um fator dois em relação a lei de Wien. De acordo com Brillouin seria necessário introduzir o estado de polarização da luz, pois, a cada átomo de luz estaria ligado um estado de polarização interna circular, direita ou esquerda representado por um vetor axial, e tendo direção da velocidade de propagação da onda. Há uma tendência a ver esta proposta como uma antecipação do conceito de “spin do fóton”.

No próximo trabalho – *Sobre as interferências e a teoria dos quanta de luz* – de 06/11/1922, podemos destacar a tentativa de De Broglie em reconciliar a hipótese dos átomos de luz com os fenômenos de interferência e difração, lançando mão de um conceito já conhecido – *a periodicidade* – em associação com os quanta de energia. Esta era uma tentativa de demonstrar que se um quantum de luz possui uma dada frequência ν , então, esta corresponderia à frequência que rege o movimento da onda luminosa. De Broglie imaginava que este efeito de interferência estava relacionado com a existência de vários átomos de luz (formando aglomerações) envolvidos no processo, cujos movimentos não seriam mais independentes, mas coerentes. No entanto, ele não explicou como poderia ocorrer a interferência entre dois desses átomos. Talvez, na sua imaginação fosse algo parecido com uma espécie de “efeito coletivo”, em que muitos átomos de luz de mesma massa poderiam fazer surgir aglomerações coerentes, e com isso interferir com outras aglomerações de átomos semelhantes.

No ano de 1923, ocorre o desenvolvimento das idéias fundamentais da dualidade onda-partícula: *Uma grande luz subitamente surgiu em meu espírito* (LOCHAK, 1992, p. 84). Segundo Pais, De Broglie estava preparando sua tese de doutorado, concluída no final do ano e defendida em novembro de 1924, mas vimos que a visão de Pais não condiz com os fatos e datas; ele teria elaborado a tese apenas no ano de 1924.

No final de 1923, ele resumiu em três notas a idéia central de sua tese, que era associar uma onda a cada partícula, através de uma análise relativística, e fundir os dois princípios de mínima ação (Maupertuis e Fermat) na tentativa de generalizar o movimento de um móvel que não seria mais retilíneo e uniforme. A formulação teórica acontecera no segundo semestre de 1923, mas não se pode ver exatamente qual foi a visão (grande luz) que o teria levado à sua teoria: o que exatamente ele teria lido ou visto? É certo que ele pesquisou muitos livros e artigos, vários autores, como pode ser visto nas referências de rodapé da tese, mas a sua resposta para o problema do quantum partira de visão fortemente intuitiva, seguida de demonstração matemática (tese).

A base das argumentações de De Broglie está no princípio da igualdade das duas relações entre energia e frequência, e energia e massa:

$$h\nu_0 = m_0c^2 \quad 5.1$$

Isso o levou a atribuir um movimento oscilatório a qualquer porção de energia, começando pelo quantum de luz, mas estendido também para o elétron. Desta igualdade e dos princípios da dinâmica relativística ele foi capaz de deduzir a velocidade V de propagação da onda (velocidade de fase) associada à porção de energia:

$$V = c^2/\nu \quad 5.2$$

A partir disso se pode calcular o equivalente ao índice de refração da onda, que determina o seu movimento. Mas Lord Rayleigh já havia mostrado no final do século XIX que, para ondas com dispersão normal, devem existir dois tipos de velocidade: a velocidade de propagação da fase e a da energia. Esta última coincidiria com a velocidade de grupo da onda e, conforme provado por De Broglie, também seria a velocidade relativa do pedaço de energia em relação ao observador. A preocupação de De Broglie era assegurar realidade física a esta onda associada, diferente da sugestão proposta depois por Max Born, que na sua interpretação estatística da mecânica quântica, sugeria o conceito de onda de probabilidade.

A presença do quantum de ação na radiação, que para Einstein era uma hipótese em 1905 – “ponto de vista heurístico” – foi mais que fundamental para o programa de De Broglie. Logicamente ela suscitava modificações na estrutura matemática das equações de Maxwell, mas quem teria coragem de fazer estas modificações, já que durante quase cem anos a teoria ondulatória da luz era soberana? Ou seja: seria difícil abandonar algo que estava bem fundamentado tanto teórica como experimentalmente.

De Broglie propôs, pouco tempo depois, a necessidade de modificações das equações de Maxwell em dois trabalhos: *Sobre a frequência própria do elétron* (16/02/1925) e *Sobre o paralelismo entre a dinâmica do ponto material e a óptica geométrica* (01/07/1925)¹.

Por analogia com a hipótese do quantum de Einstein para a luz comum (radiação), De Broglie deve ter tido o seguinte raciocínio: se a onda luminosa tem uma partícula associada (quantum de luz), então, um determinado pedaço de matéria de massa própria m_0 (corpúsculo) também deveria apresentar uma onda associada (“onda fictícia”). Logo, se a onda eletromagnética (luz) for submetida ao fenômeno de interferência e difração, e este puder ser explicado utilizando-se as equações de Maxwell, então, estas mesmas equações deveriam ser capazes de explicar a existência de uma determinada onda, que a princípio é fictícia, mas que poderia ter realidade física. De que natureza física seria esta onda? No caso da luz, ele admitiu ser a própria onda eletromagnética. Porém, para o elétron, não se poderia precisar de que natureza seria esta onda.

No caso da luz, De Broglie insistiu durante muito tempo na existência de uma massa de repouso – uma hipótese que foi rejeitada. Como vimos, Langevin havia sugerido que ele utilizasse $v_0=m_0=0$, que é o resultado aceito mais comumente. No entanto, o problema ainda permanece em aberto, pois segundo J. C. Byrne, mesmo não sendo de nenhuma importância para os laboratórios e a física terrestre ter-se $m_0 \neq 0$, isso é de profunda importância para a física cósmica (BYRNE, 1976, p. 130).

A visão de De Broglie, procurando uma unificação ou fusão dos conceitos de onda e partícula, chocou-se com a visão de Bohr, que propôs com a hipótese da complementaridade (1927) um duplo comportamento: sob algumas condições físicas, a radiação (luz) teria o comportamento de onda ou de partícula; o elétron (matéria), conforme as condições, teria também um comportamento de partícula ou de onda.

Vimos também que o papel desempenhado por Einstein após a leitura da tese de De Broglie foi decisivo para a física naquele período, embora ele (Einstein) não tivesse sido importante na aceitação da tese para a defesa. Einstein, em uma carta enviada a Lorentz achava que um dos problemas cruciais da física havia sido resolvido. Ele cuidou também de estimular Erwin Schrödinger a estudar a tese; Schrödinger ficou particularmente interessado

¹ Ver apêndice A.

nas ondas de matéria. Alguns autores defendem que o próprio Einstein teria sugerido algum tipo de onda de matéria (BROWN & MARTINS, 1984, p. 1138).

5.3 A INFLUÊNCIA DA TESE DE LOUIS DE BROGLIE SOBRE SCHRÖDINGER

Embora não tenhamos estudado com mais detalhes o trabalho de Schrödinger no corpo desta dissertação, pois não era este o objetivo, é relevante comentar de forma resumida alguns aspectos convergentes e divergentes de suas propostas.

Schrödinger iniciou um estudo sistemático sobre a tese de De Broglie no final de 1925. A influência foi tão intensa que dela resultou uma série de artigos publicados no início de 1926. Schrödinger interessou-se pelas ondas de matéria, e também ficou impressionado com a igualdade deduzida por De Broglie entre a velocidade de grupo das ondas de fase e a velocidade do corpúsculo [$U = v$] (BROWN & MARTINS, 1984, p. 1138). Ele tentou aplicar e estender as novas idéias de De Broglie, mas inicialmente não obteve sucesso; então abandonou-as por alguns meses.

A dificuldade inicial é que, seguindo a proposta de De Broglie, Schrödinger tentou construir para o elétron atômico uma onda de fase que se refratasse de tal forma que seus raios correspondessem à órbita elíptica de Bohr-Sommerfeld, mas isso não era possível, porque o comprimento de onda associado ao elétron era da mesma ordem de grandeza que as distâncias atômicas, tornando impossível pensar em uma trajetória definida. Então, ele mudou seu enfoque e passou a imaginar ondas tridimensionais estacionárias em torno do núcleo atômico. Isso exigiu a formulação de uma equação de onda. A equação de onda se baseava na relação de De Broglie sobre comprimento de onda e velocidade da onda na presença de um campo eletromagnético, mas consistia em uma abordagem nova.

Quando comparadas, a interpretação de Schrödinger e a de De Broglie mostram-se diferentes em vários aspectos. Para De Broglie, a energia do elétron estaria fortemente condensada em torno de um ponto, e sua carga elétrica estaria centralizada nesse mesmo ponto. Para Schrödinger, o elétron, sua carga e sua energia estariam distribuídos pelo espaço, sendo essa distribuição representada pela onda associada ao elétron.

Além de desenvolver sua mecânica ondulatória, Schrödinger procurou provar que sua teoria era equivalente à mecânica das matrizes de Werner Heisenberg. (MEHRA, 1975, p. 144) – uma outra formulação que estava se desenvolvendo paralelamente à mecânica ondulatória.

Apesar de conhecerem-se pouco e de terem trocado somente poucas cartas, De Broglie e Schrödinger pareciam estar em perfeita harmonia quanto à maioria dos aspectos gerais da mecânica ondulatória, embora divergissem em certos pontos. Como o próprio Schrödinger observa: “Acima de tudo, eu não posso me silenciar sobre o fato de que o primeiro impulso para uma direção determinada do presente trabalho foi devido às considerações da tese do Sr. Louis de Broglie” (Schrödinger, *apud* LOCHAK, 1987, p. 1189). Ele continua e estabelece uma diferença entre suas concepções – “A principal diferença entre a teoria de de Broglie e a minha é que ele imaginou somente ondas progressivas, enquanto eu me baseei num completo tratamento ondulatório que nos leva às ondas estacionárias” (*ibid.*, p. 1189).

De fato, na teoria de De Broglie, eram aplicadas as concepções da óptica geométrica (raios associados às ondas) no interior do átomo (nível microscópico), e neste ponto ela falhava. Schrödinger baseou seu trabalho sobre a equação de Hamilton-Jacobi, enquanto De

Broglie preferiu a analogia entre Maupertius e Fermat por causa da necessidade que sua teoria tinha das trajetórias e raios.

É normal que dois cientistas possam concordar quanto aos aspectos gerais de suas teorias e discordarem quanto a pontos específicos. Isto também ocorreu entre Born e Heisenberg em relação à concepção da mecânica matricial. O exemplo mais notório – e isto levou a duas correntes de pensamento na física moderna – foi a diferença entre as visões de Bohr e Einstein. O primeiro aderiu a uma visão física baseada no indeterminismo, enquanto que o segundo preferia não abandonar o determinismo na física.

Muitos aspectos poderiam ser abordados sobre convergência e divergência entre duas ou mais concepções físicas, porém, nosso objetivo neste trabalho foi visualizar as principais idéias de Louis de Broglie a respeito da mecânica ondulatória e o uso das noções da relatividade, assim como a aplicação de sua teoria por Schrödinger.²

5.4 ALGUNS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste ponto comentaremos de forma bem resumida alguns aspectos da confirmação experimental das idéias originais de Louis de Broglie. “Considera-se ocasionalmente que o sucesso das idéias originais de De Broglie, incluindo o fenômeno da difração dos elétrons, estivesse somente no domínio não-relativístico” (BROWN & MARTINS, 1984, p. 1137). E isto, segundo os autores teria sido motivo de controvérsias. A principal questão seria: “Porque deveria uma teoria baseada em considerações relativísticas funcionar apenas neste domínio?” (*ibid.*, p. 1137).

Para resolver esta questão, os autores examinaram a natureza dos experimentos com difração de elétrons na década seguinte à tese de Louis de Broglie. Entretanto, segundo eles, a primeira evidência experimental em relação à existência de ondas associadas com elétrons havia sido involuntariamente encontrada *antes* da teoria de De Broglie, por Davisson e Kunsman (*ibid.*, p. 1138). Walter Elsasser, que havia lido a tese de De Broglie, interpretou corretamente os resultados.

Davisson e Germer repetiram os experimentos sobre a reflexão de elétrons numa das faces de um cristal. Eles empregaram elétrons de velocidade muito baixa, acelerados através de uma diferença de potencial de 100 V, e obtiveram um acordo de 30% com a teoria de De Broglie (BROWN & MARTINS, 1984, p. 1137). Segundo Bethe, talvez esta diferença fosse devida a uma variação na velocidade dos elétrons, com conseqüente mudança no comprimento de onda (da onda de fase) no interior do cristal. Este problema foi evitado por G. P. Thomson, que utilizou filmes finos. Os resultados preliminares foram publicados por Thomson e Reid em 1927, que posteriormente refinaram a técnica utilizando diferentes filmes de outros materiais. (*ibid.*, p. 1137). Numa carta datada de 18/06/1927, enviada ao editor da revista *Nature*, Thomson e Reid apresentaram uma figura na qual podem ser vistos os anéis de difração (figura 5.1).

² Para detalhes sobre as relações entre as concepções de Louis de Broglie e Schrödinger ver LOCHAK, 1987, pp. 1189-1203.

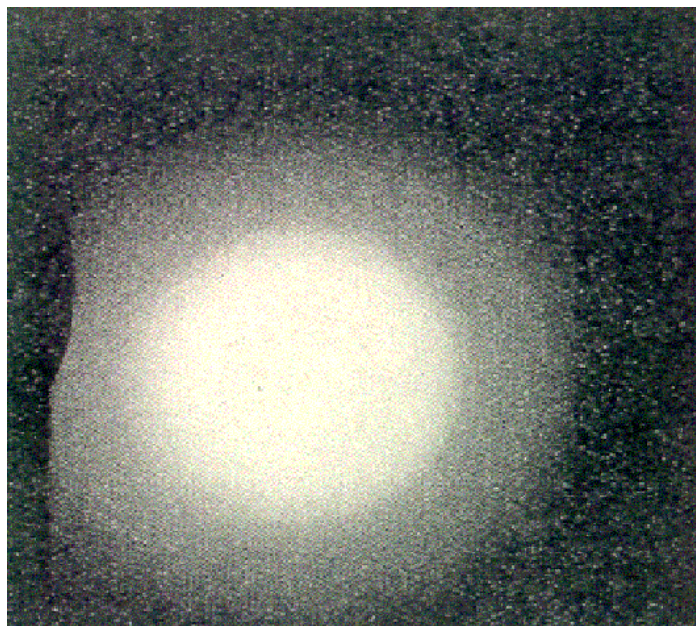


Fig. 5.1 – Fotografia de difração de elétrons obtida por Thomson e Reid

A título de ilustração, colocaremos o desenho esquemático do experimento realizado por Davisson e Germer e publicado na *Physical Review* de 1927. A figura abaixo corresponde à visão lateral da aparelhagem experimental, onde o bulbo de vidro não aparece.

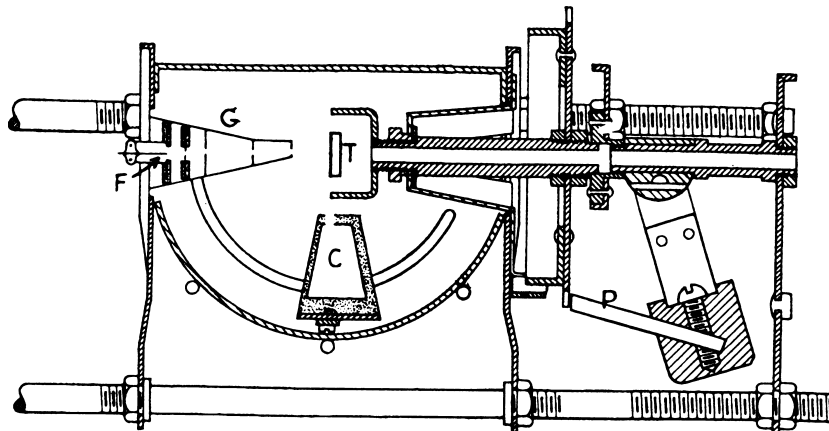


Fig. 5.2 – Corte transversal da aparelhagem experimental de Davisson e Germer. As letras representam: *G* – disparador de elétrons; *T* – alvo; *C* – dupla caixa coletora de Faraday, *P* – dois pratos que teriam a função de auxiliar na concentração da emissão do filamento

Os elétrons que constituem o feixe primário, são emitidos termicamente da fita de tungstênio *F*, e são projetados pelo disparador na região livre de campo que contém o alvo e o coletor; a parede externa do coletor, a caixa onde se encontra o disparador, a caixa externa do coletor e a interna, estão sempre no mesmo potencial. (DAVISSON & GERMER, 1927, p. 707)

O feixe de elétrons incidiria sobre o alvo com incidência normal. Os elétrons com altas velocidades espalhar-se-iam num pequeno ângulo sólido definido pela abertura do coletor e entrariam na caixa interna do coletor, passando através de um galvanômetro sensível. Os elétrons que deixassem o alvo com velocidades apreciavelmente menores do que a velocidade dos elétrons incidentes seriam excluídos do coletor por meio de um potencial de retardamento entre a caixa interna e externa do coletor. O ângulo formado pelos eixos do feixe incidente e a linha que une a área bombardeada e a abertura do coletor variaria, segundo os autores, entre 20 e 90 graus (DAVISSON & GERMER, 1927, p. 708).

A relação entre os comprimentos de onda clássico [$\lambda_c = h/m_0c$] e relativístico [$\lambda_r = h/mv$] é:

$$\lambda_c/\lambda_r = [1 + eP/(2m_0c^2)]^{1/2} \quad 5.3$$

onde P é a diferença de potencial de aceleração, e é a carga do elétron, e m_0 é a massa de repouso. A diferença entre os comprimentos de onda clássico e relativístico é proporcional a P para baixas voltagens. O grupo de Thomson trabalhava com elétrons de energia superior a 70.000 eV, e por isso ele sempre usava em seus cálculos a relação relativística entre momentum e comprimento de onda, observando que o efeito relativístico em média correspondia a 3% (BROWN & MARTINS, 1984, p.1137).

Posteriormente o grupo de Thomson conseguiu um melhor acordo entre os dados experimentais e aquilo que era previsto pela teoria em sua forma relativística, com uma diferença de 1% (*ibid.*, p. 1137). Em 1928, Kikuchi foi capaz de obter um acordo de 0,2 % entre a teoria relativística e seus dados experimentais para elétrons, com energia superior a 78.000 eV. O erro era quinze vezes menor do que a correção relativística (*ibid.*, p. 1138). Em 1931 Rupp relatou ter obtido a difração de elétrons com energias entre 100 e 250 keV, e dois anos mais tarde Kosman e Alichanian estudaram padrões de difração de elétrons com energias acima de 500 keV.

Todos estes resultados estavam de acordo com a predição relativística. No entanto, os resultados mais convincentes surgiram em 1935 quando Hughes utilizou elétrons com energia acima de 1 MeV (BROWN & MARTINS, 1984, p. 1137). Em seus experimentos, Hughes obteve entre os comprimentos de onda clássico e relativístico uma diferença de 40%, e encontrou que seus dados concordavam com as previsões relativísticas em 5% (*ibid.*, pp. 1137-1138). Pode-se concluir que, de 1927 a 1935, vários experimentos foram realizados utilizando-se elétrons de energias cada vez maiores, produzindo uma boa confirmação experimental da relação relativística [$\lambda=h/p$] de Louis de Broglie, que são incompatíveis com a relação clássica [$\lambda = h/(m_0v)$] (*ibid.*, p. 1138).

Em 1929, pouco tempo depois da confirmação experimental de sua equação, Louis de Broglie foi contemplado com o prêmio Nobel, “pela sua descoberta da natureza ondulatória dos elétrons”. Foi aparentemente a confirmação experimental (que testava apenas uma única equação da teoria), e não todo o peso teórico do trabalho de De Broglie, que motivou a premiação. Em seu discurso de apresentação de Louis de Broglie, por ocasião da entrega do prêmio, no dia 10 de dezembro de 1929, Carl Wilhem Oseen, coordenador do comitê do Prêmio Nobel de Física na época, assim se expressiu:

Louis de Broglie teve a ousadia de manter que nem todas as propriedades da matéria podem ser explicada pela teoria de que ela consiste em corpúsculos. Além dos incontáveis fenômenos que podem ser explicados por essa teoria, existem outros, de acordo com ele, que só podem ser explicados assumindo que a matéria é, por sua natureza, um movimento ondulatório. Em uma época em que nem um único fato conhecido fundamentava esta teoria, Louis de Broglie afirmou que um feixe de elétrons que atravessasse um furo muito pequeno em um anteparo opaco deve exibir os mesmos fenômenos que um raio de luz nas mesmas condições. Não foi exatamente deste modo que a investigação experimental referente à sua teoria ocorreu. Em vez disso, os fenômenos que surgem quando feixes de elétrons são refletidos por superfícies cristalinas, ou quando penetram em películas finas, etc., foram apresentados a seu favor. Os resultados experimentais obtidos por esses vários métodos substanciaram plenamente a teoria de Louis de Broglie. Assim, é um fato que a matéria tem propriedades que só podem ser interpretadas assumindo que a matéria é de natureza ondulatória. Um aspecto da natureza da matéria que é completamente novo e que não havia sido suspeitado antes foi-nos assim revelado.³

5.5 CONCLUSÃO FINAL

Após termos analisado de forma detalhada os trabalhos teóricos de Louis de Broglie (artigos e tese) com vistas à construção de uma teoria unificada (corpuscular e ondulatória), percebemos que as idéias e concepções originais não são tão simples como se vê em textos populares ou mesmo textos didáticos. São raras as exceções dos livros de física quântica utilizados atualmente que dão uma importância maior ao desenvolvimento dos pontos de vista sobre o quantum de De Broglie e sua teoria ondulatória (uma exceção é o livro de Tomonaga). O que a maioria conhece é a relação entre o comprimento de onda e o momento – $\lambda = h/p$ – a qual, como vimos, não foi obtida de forma tão direta e tão simples como os livros-texto apresentam, e é uma relação fundamentalmente relativística, na teoria de De Broglie.

A teoria de De Broglie não resolveu todos os problemas existentes na época, é claro. Se o elétron e o átomo de luz são infinitos, sob o ponto de vista espacial, como é possível que toda sua energia seja absorvida de forma quase instantânea, na interação com a matéria? Como a energia de um quantum de luz pode passar por uma pequena fenda, ou mesmo penetrar no olho de uma pessoa? O que mantém a unidade dessas partículas de tamanho infinito, que se interpenetram no espaço com todas as outras partículas do universo?

De Broglie certamente não considerava sua teoria como definitiva, e propôs depois algumas modificações, para tentar solucionar alguns problemas. De acordo com o próprio De Broglie, foi depois de ler os primeiros trabalhos de Schrödinger (em 1926) que ele se preocupou em apresentar uma nova versão de suas idéias (DE BROGLIE, 1971, pp. 6-7). Havia três pontos nos trabalhos de Schrödinger com os quais ele não concordava. O primeiro era o tratamento clássico (não relativístico) das propriedades das partículas. O segundo era a introdução de uma onda no espaço de configuração (para descrever um sistema com várias partículas) que não podia ser interpretada como uma onda física, real. O terceiro ponto era que Schrödinger abandonava a idéia de localização da partícula, considerando que ela estava

³ O discurso completo está disponível em: <http://www.nobel.se/physics/laureates/1929/press.html>.

distribuída pelo espaço, com uma densidade de carga proporcional à intensidade da função de onda Ψ .

Esse último ponto, particularmente, provocou uma reação de De Broglie. Como vimos, ele considerava que o elétron (ou qualquer outra “partícula”) estava distribuído pelo espaço, mas que apresentava uma forte concentração de energia em torno de um ponto, podendo ser considerado como uma coisa localizada no espaço, nesse sentido. No entanto, ele não havia enfatizado esse ponto de modo suficiente, e o desenvolvimento matemático de sua teoria não mostrava a existência e o papel dessa concentração dentro da onda de fase. Em maio de 1927, De Broglie publicou um artigo no qual chamava a atenção para a importância desse ponto, propondo ao mesmo tempo uma nova versão de sua teoria (DE BROGLIE, 1927). Nela, ele propõe a introdução de *dois tipos de ondas diferentes*, uma para descrever a localização das partículas (e que teria uma singularidade espacial), e a outra para descrever seu movimento, permitindo prever a probabilidade de localizá-las.

A nova mecânica define os movimentos possíveis dos pontos materiais com a ajuda de equações de propagação cuja forma depende de funções potenciais. Dever-se-ia, para representar o movimento de um ponto material (elétron, próton ou fóton), adotar uma solução contínua sem singularidades da equação de propagação, análoga às utilizadas na óptica de Fresnel? Tais soluções não dão conta, evidentemente, da estrutura atômica da matéria; parece-me fisicamente preferível procurar representar cada ponto material por uma solução da equação de propagação correspondente cuja amplitude comporte uma singularidade pontual, tradução analítica da existência do ponto material.

[...] as soluções contínuas dariam uma imagem estatística do deslocamento das singularidades que corresponderiam às soluções reais e, por conseguinte, permitiriam prever a “probabilidade de presença” de uma singularidade em um dado volume do espaço onde ocorre o movimento. (DE BROGLIE, 1927, p. 225)

A localização de uma “partícula” seria assim totalmente definida pela posição da singularidade da onda. Mas, além dessa singularidade, existiria também a onda contínua, que orientaria ou guiaria o movimento da singularidade – trata-se da “teoria da dupla solução”, com dois tipos de ondas. Seria possível também pensar nas partículas como entidades não-ondulatórias, guiadas pela onda contínua:

[...] é admissível adotar o seguinte ponto de vista: admitir-se-á a existência, enquanto realidades distintas, do ponto material e da onda contínua representada pela função Ψ , e tomar-se-á como postulado que o movimento do ponto é determinado em função da fase da onda pela equação [...]. Concebe-se então a onda contínua como guiando o movimento da partícula. É uma onda piloto. (DE BROGLIE, 1927, p. 241)

Tal tipo de proposta retira toda simplicidade da teoria original, embora tenha a vantagem de permitir compreender como um elétron se comporta de forma ondulatória mas é emitido ou absorvido bruscamente, como uma partícula.

As concepções de De Broglie eram “extravagantes” para a maioria dos físicos envolvidos com as pesquisas nesta área e, como foi destacado, elas não obtiveram aceitação imediata, nem posteriormente, pois estava surgindo uma outra concepção (a mecânica

matricial de Born, Heisenberg e Jordan) que aplicava uma matemática abstrata para o estudo dos fenômenos atômicos, sem procurar compreender o que se passava dentro do átomo. O grupo era apoiado por Niels Bohr, que era chamado por Louis de Broglie de ‘o Rembrandt da física’ (o pintor do claro-escuro), por causa das suas idéias sobre complementaridade. Mesmo os que estavam, por assim dizer, do lado da teoria de De Broglie, como era o caso de Einstein, Schrödinger, os Brillouin, Lorentz, que reclamavam da perda da realidade física da outra concepção, pareciam divergir em algumas questões importantes e não se uniram para combater a visão da “escola de Copenhague”⁴. O próprio De Broglie assim descreveu as reações à suas idéias:

No início do outono de 1927, fui convidado por Lorentz para participar do Conselho Solvay de Física que ocorreu em Bruxelas em outubro de 1927. Fiz aí uma exposição de minha teoria da dupla solução, infelizmente sob a forma um pouco simplificada da “onda piloto”. Ela não atraiu nenhuma atenção. Os físicos habituados aos antigos métodos como Planck, Lorentz e Langevin desejavam uma interpretação da mecânica ondulatória vizinha das concepções clássicas, mas não se pronunciaram sobre sua natureza. Schrödinger permanecia fiel a uma interpretação puramente ondulatória. Apenas Einstein me encorajou um pouco no caminho em que eu queria me engajar. Mas encontrei diante de mim adversários temíveis. Eram Niels Bohr e Max Born, sábios já ilustres, era também o grupo de jovens pesquisadores que formavam a Escola de Copenhague, entre os quais se encontravam especialmente Pauli, Heisenberg e Dirac, que já eram autores de trabalhos notáveis. Eles interpretavam a dualidade das aparências corpusculares e ondulatórias pela teoria da complementaridade recentemente proposta por Bohr e, atribuindo à onda Ψ de Schrödinger, arbitrariamente renormalizada, apenas o papel de uma representação de probabilidade, permitindo prever o resultado de certas observações, chegavam a abandonar toda idéia clara sobre a onda e a partícula. Fiquei profundamente perturbado. Achei a complementaridade de Bohr muito obscura e não consegui me decidir a abandonar as imagens físicas que me haviam guiado durante muitos anos. Mas, desenvolvida pelos numerosos pesquisadores jovens e ardentes que possuíam uma grande habilidade nos cálculos matemáticos, a interpretação probabilista da “mecânica quântica” tomou rapidamente a forma de formalismos matemáticos elegantes e rigorosos. (DE BROGLIE, 1971, pp. 11-12).

Georges Lochak conta que, em certa época posterior, ele sugeriu a De Broglie redigir um manifesto em que fossem postas as três prestigiosas assinaturas (Louis de Broglie, Einstein e Schrödinger) expressando seus pontos de vista em comum, o que poderia causar grande impressão em muitos jovens cientistas (LOCHAK, 1987, p. 1202). De Broglie respondeu:

O problema entre pessoas como Einstein, Schrödinger e eu era nosso individualismo. Cada um de nós tinha obtido no passado importantes resultados de sua própria maneira, sendo incapazes de adotar o modo de pensamento um do outro. Em nenhum caso nós poderíamos ter formado uma escola científica, porque nós não reconhecíamos nenhum líder. Até mesmo Einstein, apesar da profunda admiração que Schrödinger e eu tínhamos por ele, para nós era um mestre, uma grande figura da ciência, mas não um líder. Na realidade, a escola de Copenhague era essencialmente baseada na autoridade e

⁴ James Cushing discute alguns aspectos sociológicos dessa história (CUSHING, 1994).

agressividade pessoal de Bohr. Ao contrário, nem Einstein, nem Schrödinger, nem eu, tínhamos sido líderes, mesmo em nossos países [...]. Nós tínhamos estudantes e colaboradores, mas nenhum de nós sequer considerava-se o orador em nome de um grupo ou que expressasse uma idéia coletiva, porque cada um de nós permanecia profundamente um pesquisador solitário. Portanto, que tipo de declaração poderíamos nós assinar em conjunto? Somente alguma coisa negativa (algumas objeções bem conhecidas, contrárias à interpretação ortodoxa da mecânica quântica) ou algo muito geral a respeito do determinismo, figuras do espaço-tempo, e assim por diante. Mas nada que fosse verdadeiramente positivo. A melhor coisa que faríamos cada um de nós, individualmente, seria desenvolver suas próprias concepções com a ajuda de algumas pessoas, para o futuro, para o dia em que se tornasse necessário, quando novos fatos experimentais dessem origem a novas questões e levassem ao reexame das características básicas da teoria quântica para resolver problemas. (DE BROGLIE, *apud* LOCHAK, 1987, p. 102)

A análise apresentada nesta dissertação procurou compreender o desenvolvimento histórico das idéias sobre a natureza dos quanta de radiação e, depois, das partículas da matéria, e o surgimento da concepção onda-partícula de De Broglie. Os desenvolvimentos posteriores, e os motivos pelos quais algumas das idéias de De Broglie foram aceitas e outras não, exigiria outra tese.

Apêndice A

Cronologia das publicações de Louis de Broglie

Esta tabela apresenta a sequência cronológica dos trabalhos de Louis de Broglie, no período de 1920 a 1930

DP = Data da Publicação; DR = Data do Recebimento

	Título	D. P.	D. R.	Autor(es)	Periódico
01	Sobre o cálculo das frequências limites da absorção K e L dos elementos pesados	08/03/1920		Louis de Broglie	Comptes Rendus 170 585-587
02	Sobre a absorção dos raios de Röntgen pela matéria	06/12/1920		Louis de Broglie	Comptes Rendus 171 1137-1139
03	Sobre o modelo do átomo de Bohr e os espectros corpusculares	21/03/1921		Maurice e Louis de Broglie	Comptes Rendus 172 746-748
04	Raios X e equilíbrio termodinâmico	11/1922	01/06/1921	Louis de Broglie	Journal de Physique [6], 3, (2) 33-45
05	Sobre a estrutura eletrônica dos átomos pesados	27/06/1921		Louis de Broglie e Alexandre Dauvillier	Comptes Rendus 172 1650-1653
06	Sobre a distribuição dos elétrons nos átomos pesados	18/07/1921		Alexandre Dauvillier e Louis de Broglie	Comptes Rendus 173 137-139
07	Sobre os espectros corpusculares dos elementos	26/09/1921		Maurice e Louis de Broglie	Comptes Rendus 173 527-529

08	Sobre a degradação do quantum nas transformações sucessivas das radiações de alta frequência	05/12/1921	04/12/1921 (Lochak, 1992, p. 74)	Louis de Broglie	Comptes Rendus 173 1160-1162
09	Sobre a teoria da absorção dos raios X pela matéria e o princípio da correspondência	27/12/1921		Louis de Broglie	Comptes Rendus 173 1456-1458
10	Radiação negra e quanta de luz	11/1922	26/01/1922	Louis de Broglie	Journal de Physique [6], 3, (11) 422-428
11	Sobre o sistema espectral dos raios Röntgen	23/10/1922		Louis de Broglie e Alexandre Dauvillier	Comptes Rendus 175 685-688
12	Sobre as analogias de estrutura entre as séries ópticas e as séries de Röntgen	30/10/1922		Louis de Broglie e Alexandre Dauvillier	Comptes Rendus 175 755-757
13	Sobre as interferências e a teoria dos quanta de luz	06/11/1922		Louis de Broglie	Comptes Rendus 175 811-813
14	Considerações sobre os espectros corpusculares e o efeito fotoelétrico	04/12/1922		Maurice e Louis de Broglie	Comptes Rendus 175 1139-1141
15	Considerações sobre o trabalho do Sr. E. Hjalmar a respeito da série M dos elementos	11/12/1922		Alexandre Dauvillier e Louis de Broglie	Comptes Rendus 175 1198-1201
16	Ondas e quanta	10/09/1923		Louis de Broglie	Comptes Rendus 177 507-510
17	Quanta de luz, difração e interferências	24/09/1923		Louis de Broglie	Comptes Rendus 177 548-550

18	Uma tentativa de teoria dos quanta de luz	02/1924	01/10/1923 Por R. H. Fowler	Louis de Broglie	Philophysical Magazine 47 446-458
19	Os quanta, a teoria cinética dos gases e o princípio de Fermat	08/10/1923		Louis de Broglie	Comptes Rendus 177 630-632
20	Ondas e quanta	13/10/1923		Louis de Broglie	Nature [112], 2815 540
21	O sistema espectral dos raios Röntgen e a estrutura do átomo	01/1924	01/12/1923	Louis de Broglie e Alexandre Dauvillier	Journal de Physique [6], 5, (1) 1-19
22	Pesquisas sobre a teoria dos quanta Tese	01/1925	Defesa: 25/11/1924	Louis de Broglie	Annales de Physique (3), 22 22-128
23	Sobre a verificação experimental das projeções dos elétrons prováveis, quando da difusão dos raios X, através das considerações de Compton-Debye	21/01/1924		Maurice e Louis de Broglie	Comptes Rendus 178 383-384
24	Sobre a definição geral da correspondência entre onda e movimento	07/07/1924		Louis de Broglie	Comptes Rendus 179 39-40

25	A teoria de De Broglie do quantum e o princípio Doppler	12/07/1924		Louis de Broglie	Nature 51-52
26	Sobre o teorema de Bohr	13/10/1924		Louis de Broglie	Comptes Rendus 179 676-677
27	Sobre a dinâmica dos quanta de luz e as interferências	17/11/1924		Louis de Broglie	Comptes Rendus 179 1039-1041
28	Sobre a frequência própria do elétron	16/02/1925		Louis de Broglie	Comptes Rendus 180 498-500
29	Sobre a interpretação física dos espectros X dos ácidos graxos	18/05/1925		Louis de Broglie e Jean-Jacques Trillat	Comptes Rendus 180 1485-1487
30	Sobre o paralelismo entre a dinâmica do ponto material e a óptica geométrica	01/1926	01/07/1925 Schrödinger 11/1925 a 01/1926	Louis de Broglie	Journal de Physique [6], 7, (1) 1-6
31	Ondas e movimento (Livro)	20/02/1926	Nota sobre os trabalhos de Schrödinger	Louis de Broglie	Gauthier-Villars Prefácio (V) 1-129
32	Considerações sobre a nova mecânica ondulatória	26/07/1926		Louis de Broglie	Comptes Rendus 183 272-274
33	Os princípios da nova mecânica ondulatória	11/1926	05/08/1926 Schrödinger	Louis de Broglie	Journal de Physique [6], 7, (11) 321-337

34	Sobre a possibilidade de unir os fenômenos de interferência e de difração à teoria dos quanta de luz	23/08/1926		Louis de Broglie	Comptes Rendus 183 447-448
35	O universo em cinco dimensões e a mecânica ondulatória	02/1927	23/12/1926	Louis de Broglie	Journal de Physique [6], 8, (2) 65-73
36	Sobre a possibilidade de obter acordo entre a teoria eletromagnética com a nova mecânica ondulatória	10/01/1927		Louis de Broglie	Comptes Rendus 184 81-82
37	A estrutura atômica da matéria e da radiação e a mecânica ondulatória	31/01/1927		Louis de Broglie	Comptes Rendus 184 273-274
38	A mecânica ondulatória e a estrutura da matéria e da radiação	05/1927	01/04/1927	Louis de Broglie	Journal de Physique [6], 8, (5) 225-241
39	Resposta à nota do senhor O. Klein	23/05/1927	Nota de Oskar Klein 28/04/1927	Louis de Broglie	Journal de Physique ?
40	Sobre o papel das ondas contínuas ψ na mecânica ondulatória	08/08/1927		Louis de Broglie	Comptes Rendus 185 380-382

41	Corpúsculos e as ondas ψ	27/11/1927		Louis de Broglie	Comptes Rendus 185 1118-1119
42	Física dos raios X e γ (Livro)	1928		Maurice e Louis de Broglie	Gauthier-Villars ?
43	Seleção de artigos sobre mecânica ondulatória (Livro)	1928		Louis de Broglie e Leon Brillouin	Blackie & Son 1-151
44	Sobre as equações e as concepções gerais da mecânica ondulatória	05/1930		Louis de Broglie	Boletim da Sociedade de Matemática da França 1-28
45	Ondas e corpúsculos	1930		Louis de Broglie	Hermann et C ^{ie} 1-80

Bibliografia

1. ANDERSON, Wilhelm. A consequence of the theory of M. Louis de Broglie. *Philosophical Magazine*, **47**: 873, 1924.
2. BORK, Alfred M. Maxwell and the vector potential. *Isis*, **58**: 210-222, 1967.
3. BORN, Max & WOLF, Emil. *Principles of optics*. 6th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1980.
4. BOYA, Luis J. Rejection of the light quantum: the dark side of Niels Bohr. *International Journal of Theoretical Physics* **42**: 2563-2573, 2003.
5. BRAGG, William Henry. The nature of Röntgen rays. *Transactions and Proceedings and Report of the Royal Society of South Australia*, **31**: 94-98, 1907.
6. ———. Aether waves and electrons. *Nature*, **107**: 374, 1921.
7. ———. Electrons and ether waves. *Scientific Monthly* **14**: 153-160, 1922.
8. BRILLOUIN, Léon. Über die Fortpflanzung des Lichtes in dispergierenden Medien. *Annalen der Physik*, **44**: 203–240, 1914.
9. ———. Sur la propagation de la lumière dans un milieu dispersif. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **173**: 1167-1170, 1921.
10. BRILLOUIN, Marcel. Actions mécaniques à hérédité discontinue par propagation; essai de théorie dynamique de l'atome à quanta. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **168**: 1318-1320, 1919.
11. ———. Atome de Bohr. Fonction de Lagrange circumnucléaire. *Le Journal de Physique et le Radium* [série 6] **3**: 65-73, 1922.
12. DE BROGLIE, Louis. Sur la dégradation du quantum dans les transformations successives des radiations de haute fréquence. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **173**: 1160-1162, 1921.
13. ———. Rayonnement noir et quanta de lumière. *Le Journal de Physique et le Radium*, [série 6] **3**: 422-428, 1922 (a).
14. ———. Sur les interférences et la théorie des quanta de lumière. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **175**: 811-813, 1922 (b).
15. ———. Ondes et quanta. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **177**: 507-510, 1923 (a).
16. ———. Quanta de lumière, diffraction et interférences. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **177**: 548-550, 1923 (b).

17. ———. Les quanta, la théorie cinétique des gaz et le principe de Fermat. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **177**: 630-632, 1923 (c).
18. ———. Waves and quanta. *Nature*, **112** : 540, 1923 (d).
19. ———. A tentative theory of light quanta. *Philosophical Magazine*, **47**: 446-458, 1924 (a).
20. ———. Sur la définition générale de la correspondance entre onde et mouvement. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **179**: 39-40, 1924 (b).¹
21. ———. Sur un théorème de M. Bohr. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **179**: 676-677, 1924 (c).
22. ———. De Broglie's theory of the quantum and the Doppler principle. *Nature* **114** : 51-52, 1924 (d).
23. ———. Sur la dynamique du quantum de lumière et les interférences. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **179**: 1039-1041, 1924 (e).
24. ———. *Thèses. Recherches sur la théorie des quanta*. Paris: Masson et C^{ie} Éditeurs, 1924 (f).
25. ———. Recherches sur la théorie des quanta. *Annales de Physique*, [série 10] **3**: 22-128, 1925 (a).²
26. ———. Sur la fréquence propre de l'électron. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **180**: 498-500, 1925 (b).
27. ———. Sur le parallélisme entre la dynamique du point matériel et l'optique géométrique. *Le Journal de Physique et le Radium*, [série 6] **7**: 1-6, 1926 (a).
28. ———. *Ondes et mouvements*. Paris: Gauthier-Villars et C^{ie}, Éditeurs, 1926 (b).
29. ———. Les principes de la nouvelle mécanique ondulatoire. *Le Journal de Physique et le Radium*, [série 6] **7**: 321-337, 1926 (c).
30. ———. La mécanique ondulatoire et la structure atomique de la matière et du rayonnement. *Le Journal de Physique et le Radium*, [série 6] **8**: 225-241, 1927.
31. ———. *Physique et microphysique*. Paris: Albin Michel, 1947.
32. ———. *Nouvelles perspectives en microphysique*, Paris: Albin Michel, 1956.
33. ———. *La réinterprétation de la mécanique ondulatoire*. Paris : Gauthier-Villars, 1971.

¹ Neste artigo há um erro, que foi corrigido em uma nota de rodapé, na pág. 676 do artigo seguinte (DE BROGLIE, 1924c).

² Esta é a reedição integral, sob forma de artigo, da tese de Louis de Broglie (DE BROGLIE, 1924f).

34. ———. The beginnings of wave mechanics. Pp. 12-18, in: PRICE, William C.; CHISSICK, Seymour S. & RAVENSDALE, Tom (eds.). *Wave mechanics: the first fifty years*. New York: John Wiley, 1973.
35. ———. *Un itinéraire scientifique*. Ed. Georges Lochak. Paris: Editions La Découverte, 1987.
36. DE BROGLIE, Maurice. Sur les spectres corpusculaires des éléments. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* **172**: 274-275, 1921.
37. BROWN, Harvey R. & MARTINS, Roberto de A. De Broglie's relativistic phase waves and waves groups. *American Journal of Physics* **52** (12): 1130-1140, 1984.
38. BYRNE, J. C. Cosmic tests of Maxwell's equations – I : A photon rest mass. *Astrophysics and Space Science* **46** : 115-132, 1977.
39. COMPTON, Arthur H. A quantum theory of the scattering of X-rays by light elements. *Physical Review*, [série 2] **21**: 483-502, 1923.
40. CORBINO, Orso Maria. Sull'osservazione spettroscopica della luce di intensità periodicamente variabile. *Nuovo Cimento*, **10**: 29-39, 1905.
41. CUSHING, James T. *Quantum mechanics: historical contingency and the Copenhagen hegemony*. Chicago: University Chicago Press, 1994.
42. DARRIGOL, Olivier. Strangeness and soundness in Louis de Broglie's early works. *Physis: Rivista Internazionale di Storia della Scienza*, **30**: 303-372, 1993.
43. DARWIN, Charles Galton. The wave theory and the quantum theory. *Nature*, **111**: 771-773, 1923.
44. DAVISSON, C., GERMER, L. H. Diffraction of electrons by a crystal of nickel. *Physical Review*, **30**: 705-740, 1927.
45. DUANE, William. The transfer in quanta of radiation momentum to matter. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, **9**: 158-164, 1923.
46. DRUDE, Paul. *Précis d'optique*. Paris: Gauthier-Villars, 1911-1912. 2 vols.
47. EARMAN, John & GLYMOUR, Clark. Relativity and eclipses: The British eclipse expeditions of 1919 and their predecessors. *Historical Studies in the Physical Sciences*, **11**: 49-85, 1980.
48. EINSTEIN, Albert. Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. *Annalen der Physik* [série 4] **17**: 132-148, 1905.³

³ Tradução em inglês: EINSTEIN, Albert. Concerning an heuristic point of view toward the emission and transformation of light. Traduzido em: ARONS, A. B. & PEPPARD, M. B. Einstein's proposal of the photon concept – a translation of the *Annalen der Physik* paper of 1905. *American Journal of Physics* **5** (33): 367-374,

49. ———. Zur Theorie der Lichterzeugung und Lichtabsorption. *Annalen der Physik* [série 4] **20**: 199-206, 1906.⁴
50. ———. Die Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme. *Annalen der Physik* [série 4] **22**: 180-190, 1907.⁵
51. ———. Zum gegenwärtigen Stand des Strahlungsproblems. *Physikalische Zeitschrift*, **10**: 185-193, 1909 (a).⁶
52. ———. Über die Entwicklung unserer Anschauungen über das Wesen und die Konstitution der Strahlung. *Verhandlungen der Deutsche physikalische Gesellschaft* **7**: 482-500, 1909. Reproduzido em: *Physikalische Zeitschrift* **10**: 817-826, 1909 (b).⁷
53. ———. L'état actuel du problème des chaleurs spécifiques. Pp. 407-435, in : LANGEVIN, Paul & DE BROGLIE, Maurice (eds.). *Théorie du rayonnement et les quanta*. Paris: Gauthier-Villars, 1912.
54. ———. Zur Quantentheorie der Strahlung. *Physikalische Zeitschrift*, **18**: 121-128, 1917.⁸
55. EPSTEIN, Paul S. & EHRENFEST, Paul. The quantum theory of the Fraunhofer diffraction. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, **10**: 133-139, 1924.
56. FOWLES, Grant R. *Introduction to modern optics*. 2nd ed. New York: Dover Publications, 1975.
57. FORMAN, Paul. The discovery of the diffraction of X-rays by crystals: a critique of the myths. *Archive for the History of Exact Sciences* **6**: 38-71, 1969.
58. FOURNIER, Jean-Marc. La photographie en couleur de type Lippmann: cent ans de physique et de technologie. *Journal de Optique* **22** : 259-266, 1991.
59. FRIEDBERG, R. Einstein and stimulated emission: A completely corpuscular treatment of momentum balance. *American Journal of Physics* **62**: 26-32, 1994.

1965. Outra tradução: EINSTEIN, Albert. On a heuristic point of view concerning the production and transformation of light. Vol. 2, pp. 86-103, in: *The collected papers of Albert Einstein*, translated by Anna Beck. Princeton, Princeton University Press, 1989. Todas as citações deste artigo, na presente dissertação, utilizam a paginação da tradução publicada no *American Journal of Physics*.

⁴ Tradução em inglês: EINSTEIN, Albert. On the theory of light production and light absorption. Vol. 2, pp. 192-199, in: *The collected papers of Albert Einstein*, translated by Anna Beck. Princeton, Princeton University Press, 1989.

⁵ Tradução em inglês: EINSTEIN, Albert. Planck's theory of radiation and the theory of specific heat. Vol. 2, pp. 214-224, in: *The collected papers of Albert Einstein*, translated by Anna Beck. Princeton, Princeton University Press, 1989.

⁶ Tradução em inglês: EINSTEIN, Albert. On the present status of the radiation problem. Vol. 2, pp. 357-376, in: *The collected papers of Albert Einstein*, translated by Anna Beck. Princeton, Princeton University Press, 1989.

⁷ Tradução em inglês: EINSTEIN, Albert. On the development of our views concerning the nature of radiation. Vol. 2, pp. 379-398, in: *The collected papers of Albert Einstein*, translated by Anna Beck. Princeton, Princeton University Press, 1989.

⁸ Tradução em inglês: EINSTEIN, Albert. On the quantum theory of radiation. Pp. 167-183, in: ter HAAR, D. *The old quantum theory*. Oxford: Pergamon Press, 1967.

60. GARBER, Elizabeth. Some reactions to Planck's law, 1900-1914. *Studies in the History and Philosophy of Science* 7: 89-126, 1976.
61. GEORGE, André (org.). *Louis de Broglie: nouvelles perspectives en microphysique*. Paris: Albin Michel, 1956.
62. ter HAAR, D. *The old quantum theory*. Oxford: Pergamon Press, 1967.
63. HAMILTON, William R. On a general method of expressing the paths of light, and of the planets, by the coefficients of a characteristic function. *Dublin University Review and Quarterly Magazine*, 1: 795-826, 1833.⁹
64. HEILBRON, J. L. *The dilemmas of an upright man. Max Planck and the fortunes of German science*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 2000.
65. HENDRY, John. The development of attitudes to the wave-particle duality of light and quantum theory, 1900-1920. *Annals of Science* 37: 59-79, 1980.
66. HOUSTOUN, R. A. The present position of the wave theory of light. *Nature* 108: 13-15; 61-64, 1921.
67. JAMMER, Max. *The conceptual development of quantum mechanics*. New York: MacGraw-Hill, 1966.
68. JEANS, James H. The present position of the radiation problem. *Proceedings of the Physical Society* 35: 222-224, 1922.
69. KLEIN, Martin J. Max Planck and the beginnings of quantum theory. *Archive for History of Exact Sciences* 1: 459-479, 1962.
70. ———. Einstein and the wave-particle duality. *The Natural Philosopher* 3: 1-49, 1964.
71. ———. The beginnings of the quantum theory. Pp. 1-39, in: *Proceedings of the 57th International School of Physics "Enrico Fermi"*. New York/London: Academic Press, 1977.
72. ———. No firm foundation: Einstein and the early quantum theory. Pp. 161-185, in: WOOLF, Harry (ed.). *Some strangeness in the proportion: a centennial symposium to celebrate the achievements of Albert Einstein*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1980.
73. KIDD, Richard; ARDINI, James; & ANTON, Anatol. Evolution of the modern photon. *American Journal of Physics* 57: 27-35, 1989.
74. KUHN, Thomas S. *Black-body theory and the quantum discontinuity (1894-1912)*. Oxford: Oxford University Press, 1978.

⁹ Disponível em: <<http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Hamilton/LightPlanets/LightPlanets.html>>. Acesso em: 05 janeiro 2004.

75. LANGEVIN, Paul & DE BROGLIE, Maurice (eds.). *Théorie du rayonnement et les quanta*. Rapports et discussions de la réunion tenue à Bruxelles, du 30 octobre au 3 novembre 1911 sous les auspices de M. E. Solvay. Paris: Gauthier-Villars, 1912.
76. LEWIS, Gilbert N. The conservation of photons. *Nature* **118**: 874-875, 1926
77. LOCHAK, Georges. The evolution of the ideas of Louis de Broglie on the interpretation of wave mechanics. *Foundations of Physics* **12**: 931-953, 1982.
78. ———. Convergence and divergence between the ideas of de Broglie and Schrödinger in wave mechanics. *Foundations of Physics* **17**: 1189-1203, 1987.
79. ———. *Louis de Broglie*. Paris: Flammarion, 1992.
80. LOMBARDI, Anna M. Different velocities in wave trains: early definitions and interpretations. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics* **4**: S473-S476, 2002.
81. LORENTZ, Hendrik Antoon. Sur l'application au rayonnement du théorème de l'équipartition de l'énergie. Pp. 12-39, in: LANGEVIN, Paul & DE BROGLIE, Maurice (eds.). *Théorie du rayonnement et les quanta*. Paris: Gauthier-Villars, 1912.
82. MARTINS, Roberto de Andrade. A relação massa-energia e energia potencial. *Caderno Catarinense de Ensino de Física* **6**: 52-84, 1989.
83. ———. Investigando o invisível: as pesquisas sobre raios X logo após a sua descoberta por Röntgen. *Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência* (17): 81-102, 1997.
84. ———. A descoberta dos raios X: o primeiro comunicado de Röntgen. *Revista Brasileira de Ensino de Física* **20** (4): 373-91, 1998.
85. MCCORMMACH, Russell. J. J. Thomson and the structure of light. *British Journal for the History of Science* **3**: 362-387, 1967.
86. MEDICUS, Heinrich A. Fifty years of matter waves. *Physics Today* **27** (2): 38-45, 1974.
87. MEHRA, Jagdish. *The Solvay Conferences in physics: Aspects of the development of physics since 1911*. Dordrecht /Boston: D. Reidel Publishing Company, 1975.
88. MEHRA, Jagdish & RECHENBERG, Helmut. *The historical development of quantum theory*. New York: Springer, 1982-1987. 5 vols.
89. ———. Erwin Schrödinger and the rise of wave mechanics. II. The creation of wave mechanics. *Foundations of Physics*, **17**(12): 1141-1188, 1987
90. NYE, Mary Jo. Aristocratic culture and the pursuit of science: the De Broglies in modern France. *Isis* **88**: 397-421, 1997.

91. PAIS, Abraham. Einstein and the quantum theory. *Reviews of Modern Physics* **51**: 863-914, 1979.
92. ———. ‘*Subtle is the Lord...*’ *The science and the life of Albert Einstein*. New York: Oxford University Press, 1982.
93. PLANCK, Max. Über eine Verbesserung der Wien’schen Spektralgleichung. *Verhandlugen der Deutschen physikalische Gesellschaft* **2**: 202-204, 1900 (a).¹⁰
94. ———. Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung in Normalspectrum. *Verhandlugen der Deutschen physikalische Gesellschaft* **2**: 237-245, 1900 (b).¹¹
95. ———. La loi du rayonnement noir et l’hypothèse des quantités élémentaires d’action. Pp. 94-114, in: LANGEVIN, Paul & DE BROGLIE, Maurice (eds.). *Théorie du rayonnement et les quanta*. Paris: Gauthier-Villars, 1912.
96. POPPER, Karl Raimund. *Quantum theory and the schism in physics*. London: Hutchinson, 1956.
97. REYNAUD-BONIN, E. La modulation en radiotéléphonie. *L’Onde Électrique* **2**: 257-267, 1923.
98. ROCHE, John J. A critical study of the vector potential. Pp. 144-168, in: ROCHE, John (ed.). *Physicists look back: Studies in the history of physics*. Bristo: Adam Hilger, 1990.
99. SCHRÖDINGER, Erwin. *Mémoires sur la mécanique ondulatoire*. Paris: Librairie Félix Alcan, 1933.¹²
100. SEGRÉ, Emílio Gino. *Dos raios X aos quarks – Físicos modernos e suas descobertas*. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1987.
101. SOMMERFELD, Arnold. Über die Fortpflanzung des Lichtes in dispergierenden Medien. *Annalen der Physik*, **44**: 177-202, 1914.
102. ———. *Optics*. New York: Academic Press, 1964.
103. STARK, Johannes. Elementarquantum der Energie, Modell der negativen und der positiven Elektrizität. *Physikalische Zeitschrift* **9**: 881-884, 1907.
104. ———. The wave-length of Röntgen rays. *Nature* **77**: 320, 1908.

¹⁰ Tradução em inglês: PLANCK, Max. On an improvement of Wien’s equation for the spectrum. Pp. 79-81, in: ter HAAR, D. *The old quantum theory*. Oxford: Pergamon Press, 1967.

¹¹ Tradução em inglês: PLANCK, Max. On the theory of the energy distribution law of the normal spectrum. Pp. 82-90, in: ter HAAR, D. *The old quantum theory*. Oxford: Pergamon Press, 1967. O trabalho original foi também publicado no ano seguinte, na revista *Annalen der Physik*: PLANCK, Max. Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum. *Annalen der Physik* [série 4] **4**: 553-563, 1901.

¹² Traduit par Al. PROCA, Préface de MARCEL BRILLOUIN – Avec un avant-propos de l’auteur et des notes inédites spécialement écrites pour cette traduction.

105. TAYLOR, Geoffrey Ingram. Interference fringes with feeble light. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **15**: 114-115, 1909.
106. THOMSON, Joseph John. *Electricity and matter*. 1903 Silliman Lecture, at Yale University. New Haven: Yale University, 1904.
107. ———. On the ionization of gases by ultra-violet light and on the evidence as to the structure of light afforded by its electrical effects. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **14**: 417-424, 1907.
108. THOMSON, G. P., REID, A. Diffraction of cathode rays by a thin film. *Nature*, **119**: 890, 1927.
109. TOMONAGA, Sin-Itiro. *Quantum mechanics*. Amsterdam: North-Holland, 1966. 2 vols.
110. WHEATON, Bruce R. *The tiger and the shark. Empirical roots of wave-particle dualism*. London: Cambridge University Press, 1983.
111. WOOD, Robert. *Physical optics*. 3rd. ed. New York: Dover, 1967.