

Tese de Doutorado

Instituto de Física “Gleb Wataghin”

DFA – UNICAMP

Magneto - Transporte no Limite Quântico em Grafite e Bismuto

Juan Carlos Medina Pantoja

Comissão Examinadora:

Orientador: Prof. Dr. Iakov Veniaminovitch Kopelevitch

Prof. Dr. Paulo Pureur Neto, DF/IF/UFRGS

Prof. Dr. Iouri Poussep, DFCM /IF/ USP/SÃO CARLOS

Prof. Dr. Fernando Iikawa, DFMC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Eduardo Granado Monteiro da Silva, DEQ/IFGW/UNICAMP

Este exemplar corresponde à redação final da tese de doutorado
defendida pelo aluno Juan Carlos Medina Pantoja e aprovada
pela comissão julgadora

10/ 08/ 2008



Campinas, 31 de agosto de 2007

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA

BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP

M468m Medina Pantoja, Juan Carlos
Magneto-transporte no limite quântico em grafite e bismuto /
Juan Carlos Medina Pantoja. -- Campinas, SP : [s.n.], 2007.

Orientador: Iakov Veniaminovitch Kopelevitch.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de
Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1. Hall, Efeito quântico em grafite. 2. Shubnikov-de Haas,
Efeito. 3. Hall, Efeito anômalo de. 4. Transição de fase metal-
isolante. 5. Bismuto. 6. Grafite. I. Kopelevitch, Iakov
Veniaminovitch. II. Universidade Estadual de Campinas.
Instituto de Física "Gleb Wataghin". III. Título.

(vsv/ifgw)

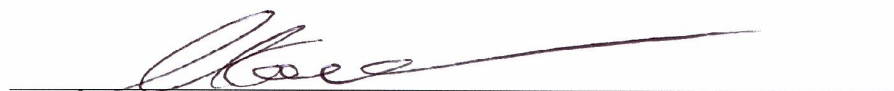
- **Título em inglês:** Magnet transport in the quantum limit in graphite and bismuth
- **Palavras-chave em inglês (Keywords):**
 - 1. Quantum Hall effect in graphite
 - 2. Shubnikov-de Haas effect
 - 3. Anomalous Hall effect
 - 4. Metal insulator phase transition
 - 5. Bismuth
 - 6. Graphite
- **Área de concentração:** Física da Matéria Condensada
- **Titulação:** Doutor em Ciências
- **Banca examinadora:**
 - Prof. Iakov Veniaminovitch Kopelevitch
 - Prof. Eduardo Granado Monteiro da Silva
 - Prof. Paulo Pureur Neto
 - Prof. Fernando Iikawa
 - Prof. Iouri Poussep
- **Data da defesa:** 31/08/2007
- **Programa de Pós-Graduação em:** Física



Secretaria de Pós-Graduação - Tel: (19) 3521-5305 - FAX: (19) 3521-4142

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **JUAN CARLOS MEDINA PANTOJA - RA 014714**, APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN" DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 31/08/2007.

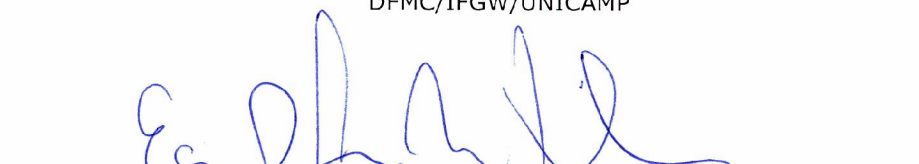
COMISSÃO JULGADORA:


Prof. Dr. Iakov Veniaminovitch Kopelevitch (Orientador do Candidato)
DFA/IFGW/UNICAMP


Prof. Dr. Paulo Pureur Neto
DF/IF/UFRGS


Prof. Dr. Iouri Poussep
DFCM/IF/USP/SÃO CARLOS


Prof. Dr. Fernando Iikawa
DFMC/IFGW/UNICAMP


Prof. Dr. Eduardo Granado Monteiro da Silva
DEQ/IFGW/UNICAMP

Dedicado aos meus pais Demetrio e Ana e
a minha companheira de sempre Victoria.

Agradecimentos

Um particular agradecimento ao meu orientador Prof. Dr. Iakov V. Kopelevitch, pessoa em que sempre encontrei o apoio necessário em todos os momentos que precisei. Minha eterna gratidão pela sua preocupação com minha formação acadêmica, fornecendo-me a base para que me tornasse o profissional que sou hoje.

Agradeço ao Prof. Dr. Sergio Moehlecke pelas discussões e sugestões que me ajudaram no desenvolvimento desta tese.

Agradeço também ao pessoal do Laboratório de Magnetismo e Supercondutividade do Instituto de Física da Universidade de Leipzig, que participaram e colaboraram diretamente deste trabalho, ao Prof. Dr. Pablo Esquinazi e ao Dr. F. Mrowka pelas discussões.

Não deixando de lembrar, um especial agradecimento ao pessoal de nosso grupo do Laboratório de Materiais e Dispositivos (LMD), ao Dr. José Henrique Spahn Torres na área computacional e automatização dos equipamentos experimentais, ao Dr. Robson Ricardo da Silva no apoio nas técnicas experimentais utilizadas, ao técnico Cláudio Francisco Márquez pelos serviços e apoio na instalação dos novos equipamentos agilizando o desenvolvimento do trabalho e a Luís Augusto Gomes Báring.

É um prazer agradecer a ajuda que recebi durante todo este período a todos os meus colegas e amigos, os quais compartilharam comigo cada momento desta etapa. Muito obrigado a A. Abdalla Araújo, Paulo Barbieri, Leticie Mendonça Ferreira, Wellinton Iwamoto.

A meus pais, Anna e Demétrio, e a minha esposa Victoria e aos meus irmãos, pelo incentivo e apoio durante todos estes anos.

Um especial agradecimento ao CNPq, órgão financiador que tornou possível este projeto.

Resumo

Esta tese é o resultado da investigação das propriedades elétricas e magnéticas de dois semimetais: bismuto (Bi) policristalino romboédrico e grafite pirolítica altamente orientada (HOPG).

Inicialmente nós discutimos o efeito Hall no limite quântico, que acontece em amostras de grafite HOPG com certo grau de desordem e onde a desordem é reduzida. Em particular, a resistência Hall $R_{xy}(B)$ exibe platôs em amostras HOPG menos desordenadas que possuem uma característica quase-bidimensional e uma forte anisotropia. Em amostras com maior desordem é observada a ocorrência de picos em lugar de platôs, evidenciando, experimentalmente, a predição de T. Ando.

A condutância Hall reduzida $G_{xy}(\nu)/G_{0,xy}$ fornece uma evidencia experimental para a coexistência de ambos os tipos de férmions de Dirac, normais e sem massa. Este resultado revela que o efeito Hall quântico inteiro e semi-inteiro tomam lugar simultaneamente na amostra HOPG.

Nós encontramos as transições metal–isolante (MIT) e isolante–metal (IMT) induzidas por campo magnético em amostras de bismuto (Bi), quando o campo é aplicado paralelo ao eixo-c cristalográfico e observamos que estas transições têm enormes semelhanças com o MIT e IMT achados em HOPG e amostras monocristalinas Kish. As análises destes resultados experimentais sugerem que estas transições devem estar associadas à transição entre o estado metal de Bose (líquido não superfluido de pares de Cooper) e isolante excitônico. O aumento do momento diamagnético em bismuto e sua supressão próxima do campo crítico do MIT evidenciam a existência de correlações supercondutoras (metal de Bose) e excitônicas.

Nós reportamos a observação experimental do efeito Hall anômalo Hall (AHE) em amostras de bismuto e de grafite HOPG. Os resultados indicam que este AHE pode ser compreendido, autoconsistentemente, através de modelos de pareamento excitônico induzido pelo campo magnético, possivelmente, devido ao surgimento de ferromagnetismo.

Abstract

This thesis is the result of the investigation of the electric and magnetic properties of two semimetals: highly oriented pyrolytic graphite (HOPG) and polycrystalline bismuth (Bi), rhomboedral,

Initially we discuss the Hall effect in the quantum limit that occurs in HOPG samples with a certain degree of disorder and with reduced disorder. In particular, the Hall resistance $R_{xy}(B)$ exhibits plateaus in less disordered HOPG samples, which present characteristic quasi-bidimensional and strongly anisotropic. In more disordered samples there occur peaks instead of plateaus, experimentally evidencing the T. Ando's prediction.

The reduced Hall conductance $G_{xy}(\nu)/G_{0,xy}$ gives evidence experimental for the coexistence of both massless and massive Dirac fermions. This result reveals that the integer- and semi-integer QHE take place simultaneously in HOPG samples.

We observed magnetic field induced metal-insulator (MIT) and insulator-metal (IMT) transitions, when this field is in the crystallographic c-axis direction, and observed that these transitions are very similar to the MIT and IMT observed in HOPG and monocrystalline samples (Kish). The analysis of the experimental results suggests that these transitions must be associated with the transition from the Bose metal state (a non superfluid liquid of Cooper pairs) to the excitonic insulator. The increase of the diamagnetic momentum in bismuth and its suppression in the vicinity of the critical field of the MIT evidences the existence of superconducting (Bose metal) and excitonic correlations.

We report the experimental observation of the anomalous Hall effect (AHE) in HOPG samples. This AHE may be autoconsistently understood by means of magnetic field induced excitonic pairing models, possibly, due to the onset of ferromagnetism.

Sumário

Agradecimentos	v
Resumo	vi
Abstract	vii
Sumário	viii
Introdução Geral	x
1 Revisão e fundamentos de magneto-transporte elétrico em sólidos	1
1.1 Magnetorresistência e o efeito Hall em campos magnéticos baixos ($\omega_c \tau \ll 1$)	1
1.2 Efeito Hall Anômalo	6
1.3 Magneto-transporte em campos magnéticos altos ($\omega_c \tau \gg 1$)	20
1.3.1 Quantização de Landau	20
1.3.2 Efeito Shubnikov-de Haas e de Haas-van Alphen	26
1.3.3 Efeito Hall no limite quântico	36
1.3.4 Efeito Hall quântico em Grafite e Grafeno	51
1.4 Transição Metal-Isolante induzido pelo campo magnético aplicado	58
1.4.1 Transição Metal-Isolante	58
1.4.2 Transição Supercondutor-Isolante	61
2 Métodos Experimentais	77
2.1 Medidas de magneto-resistência e efeito Hall	77
2.2 Programas utilizados	82
2.3 O método convencional de quatro pontas e o método de van der Pauw	85
2.4 O método de disco de Corbino	88
2.5 Medidas Magnéticas	90
3 Materiais e Amostras	93
3.1 Grafite	93
3.2 Bismuto	105
4 Resultados Experimentais e Discussão	111
4.1 Efeito Hall no Limite Quântico em Grafite HOPG	112

4.2 Transição Metal-Isolante em Campos Magnético Baixos em Bismuto	126
4.3 Estado Metálico Reentrante Induzido por Campos Magnéticos Altos em Bismuto	129
4.4 Efeito Hall Anômalo em Grafite e Bismuto	152
5 Conclusões e perspectivas	159
Referências Bibliográficas	160

Introdução Geral

Esta tese de doutorado trata das propriedades de magneto-transporte em semimetais: grafite e bismuto. A motivação surgida em fazer um estudo comparativo de ambos os materiais, tem sido devido a que eles apresentam propriedades físicas quase similares, como por exemplo, sua concentração de portadores muito baixa, em bismuto (Bi) é da ordem de $N_e \sim N_h \sim 10^{17} \text{cm}^{-3}$ e em grafite $N_e \sim N_h \sim 10^{18} \text{cm}^{-3}$, com suas massas efetivas muito pequenas $m^* \sim 10^{-3} - 10^{-2} m_0$ [1, 2], m_0 sendo a massa do elétron livre. Também são os materiais mais diamagnéticos entre os metais. Outra propriedade importante de grafite e Bi em altos campos magnéticos é a dependência da densidade de portadores do campo [3, 4].

A consideração por M. H. Cohen e E. I. Blount [5, 6] e P. A. Wolff [7] da relação de dispersão quase-linear para bismuto, e a introdução de um modelo de duas bandas para descrever as propriedades eletrônicas do bismuto (dentro do contexto da teoria dos férmions de Dirac). Assim como a comprovação que ambos os tipos de portadores (tipo Dirac sem massa e elétrons normais massivos) estão envolvidos no fenômeno oscilatório de magneto-transporte de grafite volumétrico [8] e a existência dos férmions de Dirac em grafeno (uma camada de átomos de carbono com relação de dispersão linear) [9, 10]. Estas características nas propriedades eletrônicas em ambos os semimetais nós fazem pensar que um estudo comparativo nos ajudaria a acrescentar o conhecimento destes materiais.

Em particular a predição teórica [11] da ocorrência do efeito Hall quântico onde estes dois tipos de portadores são responsáveis da quantização da condutância Hall na grafite HOPG (Highly Oriented Pyrolytic Graphite), nos levou a uma procura da comprovação experimental nas medidas da resistência Hall em função da espessura das amostras de grafite.

É essencial acentuar que para portadores leves, o limite quântico, por exemplo, em grafite pode ser atingido em $B \geq \mu_0 H \sim 0.1 \text{T}$, e com $B = B_{QL} \approx 7 \text{T}$ o campo que faz pular os elétrons no nível de Landau mais baixo (LLL) [2]. Este campo do limite quântico em Bi é $B_{QL} \approx 8 \text{T}$, muito próximo ao de grafite, o que nos fez supor que ambos semimetais

podem apresentar as propriedades do magneto-transporte semelhantes no regime da quantização de Landau. Este campo de limite quântico foi outra característica importante (além de suas propriedades físicas) que nos estimulou a estudar grafite e Bi em sua interação com o campo magnético.

A tese está dividida em quatro capítulos. O Capítulo 1 trata sobre uma introdução teórica das propriedades de transporte no limite de campos baixos e altos. Este capítulo foi subdividido em quatro seções: na seção 1.1 mostraremos que a teoria de Drude descreve o fenômeno de transporte no limite de campos baixos $\omega_c \tau \ll 1$, caracterizando corretamente as propriedades elétricas e magnéticas através de seus coeficientes cinéticos. A seção 1.2 descreve as propriedades de transporte de materiais magnéticos. Mostramos que o magnetismo tem uma grande influência na resistividade, em particular sobre o efeito Hall. Especialmente no caso de materiais com um estado ferromagnético, a resistividade Hall ρ_{xy} adquire um termo adicional que, com frequência, é proporcional à magnetização da amostra e é diferente de zero mesmo sem campo magnético aplicado. Este fenômeno, é conhecido como o efeito Hall anômalo, e ocorre, também, para outros sistemas, tais como paramagnéticos, semicondutores e metais normais.

Na seção 1.3, inicialmente faremos uma introdução sobre a quantização dos níveis de Landau, que é um mecanismo necessário para a ocorrência das oscilações quânticas e também para a quantização da resistência Hall. Depois descrevemos as teorias das oscilações quânticas da resistividade e magnetização, que são conhecidas como o efeito Shubnikov-de Haas (SdH) e de Haas-van Alphen (dHvA) respectivamente que ocorrem no limite de campo magnético alto, quando $\omega_c \tau \gg 1$ e em temperaturas baixas onde existem sinais de quantização do espectro eletrônico. Também mencionamos a quantização da resistência Hall, assim como a origem e condições que nos permitem sua observação em MOSFETs e heteroestruturas semicondutoras. Ao final desta seção, faremos uma revisão do efeito Hall quântico observado na grafite. Introduziremos a ocorrência deste efeito, tanto para uma amostra volumétrica de HOPG altamente anisotrópica, quanto para um plano único de grafite conhecido como grafeno.

Na seção 1.4 mostramos os processos de condução em sistemas bidimensionais de elétrons (buracos), em particular a transição metal-isolante, que toma lugar quando é variada a concentração dos portadores ou quando é aplicado um campo magnético B . São descritas a transição supercondutor-isolante, a transição metal de Bose-Isolante, a transição tipo metal-isolante excitônico. A transição metal-isolante em grafite também é introduzida.

O Capítulo 2 trata de um detalhe dos instrumentos utilizados nas medidas de transporte e magnéticas, e são descritos os métodos experimentais usados. No Capítulo 3 descreveremos as propriedades físicas mais relevantes das amostras utilizadas.

Finalmente, no Capítulo 4 da tese, apresentamos os resultados experimentais que nos dão novas informações sobre as propriedades de transporte de grafite e bismuto. Primeiro, discutimos o efeito Hall quântico (QHE-Quantum Hall Effect) em grafite, que acontecem em amostras de grafite HOPG com diversos graus de desordem. Em particular, a resistência Hall $R_{xy}(B)$ exibe sinais de quantização em forma de platôs em amostras HOPG, que possuem uma característica quase-bidimensional e uma forte anisotropia com uma desordem reduzida, os resultados na medida da condutância Hall mostram que ambos os portadores (tipo Dirac e elétrons normais) são responsáveis pelo fenômeno de quantização. Enquanto em amostras mais desordenadas a resistência Hall exibe picos em lugar de platôs. Também é mostrada a ocorrência do fenômeno de localização fraca (WL - Weak Localization) causado pela interferência quântica em filmes de grafite de poucas camadas.

Como segundo tema será mostrado as ocorrências de uma transição metal-isolante e um reentrante metálico, induzidas por campos baixos e altos, respectivamente, em amostras de bismuto policristalino. As análises comparativas dos resultados experimentais obtidos para estes semimetais (grafite e bismuto) sugerem que estas transições devem estar associadas com a transição entre o estado metal de Bose e isolante excitônico. Discutimos que o possível acoplamento de correlações supercondutoras e excitônicas com o fenômeno observado, assim como assinaturas das transições de fase quânticas, podem estar associados com as transformações metal-isolante e isolante-metal.

Finalmente, será mostrada a existência do efeito Hall anômalo (AHE - Anomalous Hall Effect). As informações experimentais indicam que o AHE na grafite e bismuto pode

ser compreendido autoconsistentemente dentro de uma representação dos modelos de pareamento de um elétron-buraco (excitônico) induzido por um campo magnético.

Capítulo 1

Revisão e fundamentos de magneto-transporte elétrico em sólidos

1.1 Magnetorresistência e o Efeito Hall em Campos Magnéticos Baixos

$$\omega_c \tau \ll 1$$

Neste capítulo, mostraremos que a teoria de Drude descreve o fenômeno de transporte no limite de campos baixos, caracterizando corretamente as propriedades elétricas e magnéticas através de seus coeficientes cinéticos.

Em 1879, E. H. Hall tentou determinar se a força sofrida por uma corrente em um fio condutor sob a ação de um campo magnético se manifestaria em todo o fio ou somente sobre o movimento dos elétrons, o qual ele suspeitava que ocorresse. Seu experimento foi baseado no argumento de que “se a corrente elétrica em um condutor é por si mesma, atraída por um magneto, a corrente deveria ser arrastada a um dos lados do fio e, portanto a resistência aumentaria”. Seu esforço em detectar esta resistência extra foi mal-sucedido, mas Hall não considerou isso como conclusivo: “O magneto pode tender a desviar a corrente sem ser capaz de fazer isso. É evidente que neste caso poderia existir um estado de “estresse” no condutor com a eletricidade pressionando na direção de um lado do fio”. Este estado de “estresse” apareceria com uma voltagem transversal (conhecida como voltagem Hall atualmente), a qual Hall foi capaz de observar.

O experimento de Hall é mostrado na figura 1.1 abaixo. Um campo elétrico E_x é aplicado na direção x e uma densidade de corrente j_x flui através da área A , da seção transversal de uma placa metálica em forma retangular. Em adição, um campo magnético B é aplicado na direção z . Como resultado, a Força de Lorentz age no sentido de desviar os elétrons na direção negativa de y . Entretanto, os elétrons não podem se mover muito longe na direção y antes de se chocarem contra a parede de um dos lados placa. Como eles

se acumulam nessa região, um campo elétrico aparece na direção y que se opõe ao movimento e acúmulo de elétrons. Em equilíbrio com este campo transversal (ou campo Hall) E_y balanceará com a força de Lorentz e a corrente fluirá somente na direção x .

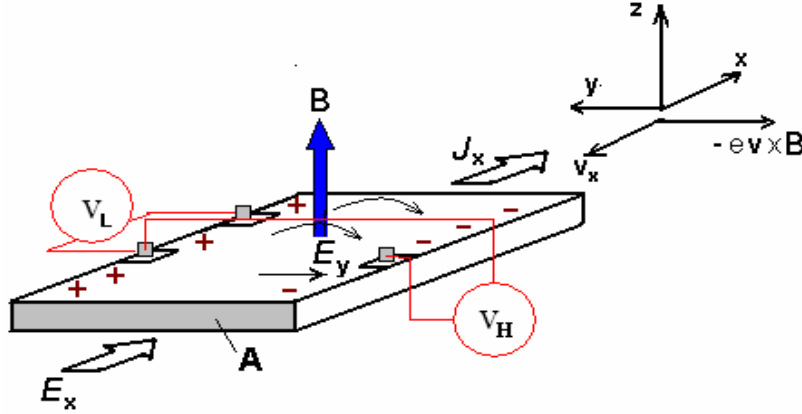


Figura 1.1: Amostra com uma geometria clássica para as medidas da magnetoresistência R e da resistência Hall R_{xy} .

Neste experimento, há duas quantidades de interesse: uma é a razão do campo elétrico E_x ao longo da placa metálica pela densidade de corrente j_x ,

$$\rho = E_x / J_x. \quad (1.1.1)$$

Isto é a resistividade, a qual Hall achou ser independente do campo. A outra é o módulo do campo transversal E_y . Desde que este campo se equilibre com a força de Lorentz, espera-se que ele seja proporcional tanto ao campo aplicado B como à corrente aplicada ao longo da placa. Então, define-se uma quantidade conhecida como coeficiente Hall, através da fórmula:

$$R_H = E_y / J_x B. \quad (1.1.2)$$

Desde que o campo Hall esteja na direção negativa de y , R_H deve ser negativa. Se por outro lado, as cargas são positivas, então o sinal de sua velocidade na direção x será o reverso e a força de Lorentz não muda de sinal. Como consequência, o campo Hall seria

oposto à direção das cargas negativas. Isto é de grande importância, pois significa que a medida do campo Hall determina o sinal das cargas. Os dados originais de Hall concordaram com o sinal da carga elétrica determinado por Thomson posteriormente.

Para calcular o coeficiente Hall e a magnetorresistência, nós precisamos, primeiramente, determinar as densidades de corrente J_x e J_y na presença de um campo elétrico (com as componentes arbitrárias E_x e E_y) e de um campo magnético $\mathbf{B}$ ao longo da direção z . A força agindo em cada elétron é $\mathbf{F} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}/c)$ e, conseqüentemente, a equação do momento linear de um elétron torna-se:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{p}}{mc} \times \mathbf{B}) - \frac{\mathbf{p}}{\tau}. \quad (1.1.3)$$

No regime estacionário, a corrente é independente do tempo e, portanto, p_x e p_y satisfazem:

$$\begin{aligned} 0 &= -eE_x - \omega_c p_y - p_x / \tau, \\ 0 &= -eE_y - \omega_c p_x - p_y / \tau, \end{aligned} \quad (1.1.4)$$

com $\omega_c = eB/mc$ a frequência ciclotrônica, e o terceiro termo é responsável pelo espalhamento, em que τ é o tempo de relaxação da corrente elétrica.

Multiplicando estas equações por $-ne\tau/m$ (onde n é a concentração de elétrons e m a massa) e introduzindo as componentes da densidade de corrente temos:

$$\begin{aligned} \sigma_0 E_x &= \omega_c \tau J_y + J_x, \\ \sigma_0 E_y &= -\omega_c \tau J_x + J_y, \end{aligned} \quad (1.1.5)$$

onde σ_0 é a condutividade de Drude na ausência de campo magnético.

O campo Hall E_y é determinado sabendo-se que não há nenhuma corrente transversal J_y . Colocando J_y igual à zero na segunda equação de (1.1.5) obteremos $E_y = -(\omega_c \tau / \sigma_0) J_x = -(B/nec) J_x$. Assim, o coeficiente Hall será no sistema SI:

$$R_H = -1/ne. \quad (1.1.6)$$

Este é um resultando muito intrigante, porque nos diz que o coeficiente Hall não depende de nenhum parâmetro do metal, exceto da densidade de cargas. Desde que tenhamos calculado n , assumindo que os elétrons da valência eletrônica sejam os elétrons de condução metálica, a medida da constante Hall provê um teste direto da validade desta hipótese.

Na tentativa de extrair a densidade eletrônica n através das medidas dos coeficientes Hall, surge o problema que, ao contrário do previsto pela equação acima, esses coeficientes dependem do campo magnético. Além do mais, também dependem da temperatura e do cuidado com que a amostra foi preparada. Este resultado é de alguma forma, inesperado, já que o tempo de relaxação τ , o qual depende fortemente da temperatura e da condição da amostra, não aparece na equação (1.1.6). Entretanto, a temperaturas bem baixas, em amostras ultra-puras, cuidadosamente preparadas, e a altos campos magnéticos, a medida da constante Hall aparece se aproximar de um valor limite.

O resultado de Drude confirma a observação de E. Hall de que a resistência não depende do campo magnético quando $J_y = 0$ (como no caso do estado estacionário quando o campo Hall foi estabelecido) e a equação se reduz a $J_x = \sigma_0 E_x$, o resultado esperado para a condutividade em campo magnético nulo. Entretanto, experimentos mais cuidadosos realizados em uma variedade de metais revelaram que existe uma dependência com o campo magnético da resistência elétrica, a qual pode ser bem grande em alguns casos. Aqui, novamente, a teoria quântica da matéria condensada é necessária para explicar porque os resultados de Drude aplicam-se somente a alguns metais e também levar em conta algumas variações extraordinárias em outros metais [12].

Nestes casos, a magneto-resistência e o efeito Hall mostram características diferentes, que dependem da intensidade do campo magnético e do mecanismo de espalhamento. O estudo do magneto-transporte é caracterizado pela intensidade do campo magnético B , comparando a frequência ciclotrônica angular $\omega_c = eB/m^*c$ com seu tempo de relaxação τ ($\omega_c \tau \gg 1$ ou $\omega_c \tau \ll 1$). Se os elétrons (que participam no fenômeno do

magneto-transporte) são considerados degenerados, então a energia E do elétron é considerada igual ao potencial químico μ^* , mas se os elétrons são não-degenerados será igual à energia térmica $E_T = k_B T$ [13].

Ou seja, a quantidade $\omega_c \tau$ é uma importante medida adimensional da intensidade do campo magnético. Quando $\omega_c \tau$ é pequeno ($\omega_c \tau \ll 1$) a densidade de corrente é aproximadamente paralela ao campo elétrico, como na ausência de campo magnético. Em geral, entretanto, J está a um ângulo ϕ (conhecido como ângulo Hall) em relação ao campo elétrico, de forma que, da equação (1.1.5), obtemos $\tan \phi = \omega_c \tau$. A quantidade ω_c é, simplesmente, a frequência angular de revolução de um elétron livre num campo magnético B . Então, $\omega_c \tau$ será pequena se os elétrons puderem completar somente uma pequena parte da revolução entre colisões e será grande se eles puderem completar muitas revoluções. Alternativamente, quando $\omega_c \tau$ for pequeno, o campo magnético deforma apenas levemente a órbita eletrônica, mas quando $\omega_c \tau$ é comparável à unidade ou maior, o efeito do campo magnético na órbita eletrônica é bem acentuado [12].

1.2 Efeito Hall Anômalo

As propriedades de transporte de materiais magnético são assuntos de extensos estudos do ponto de vista fundamental e de aplicações tecnológicas. Já foi demonstrado que o magnetismo tem uma grande influência na resistividade, em particular sobre o efeito Hall que já foi descrito na seção 1.1. Especialmente no caso de materiais com um estado ferromagnético, a resistividade Hall ρ_{xy} adquire um termo adicional que é observado ser proporcional à magnetização da amostra e é diferente de zero mesmo sem campo magnético aplicado. Este fenômeno é conhecido como o efeito Hall anômalo (*Anomalous Hall Effect* - AHE), e tem sido estudado por muitos anos, mas sua compreensão completa ainda é um desafio até agora. Recentemente, o interesse neste efeito tem aumentado devido à importância da polarização do spin e da interação spin-órbita para as propriedades de transporte de materiais e estruturas eletrônicas de spin. Por sua vez as medidas do AHE têm provado ser um instrumento eficaz para determinar a magnitude da magnetização em estruturas planares magnéticas [14].

A seguir descreveremos este efeito, pois nossos resultados na resistência Hall dão evidência da presença deste fenômeno em grafite e bismuto.

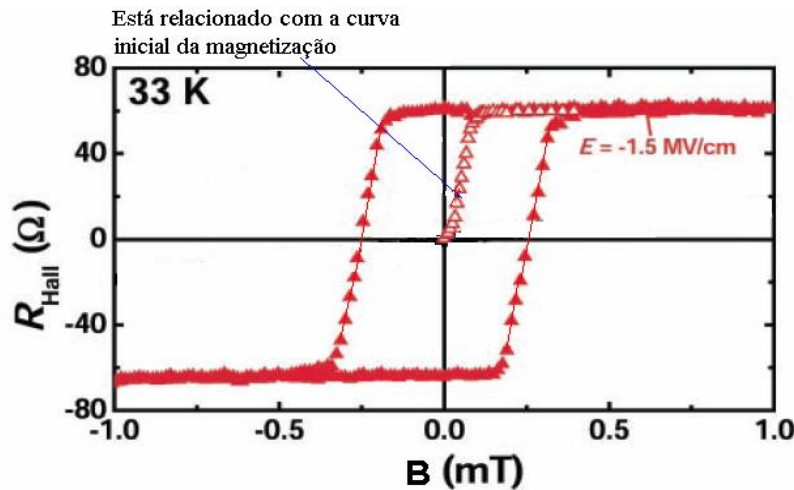


Figura 1.2.1: Comportamento da resistência Hall R_{xy} em função da indução magnética $B = \mu_0 H$ de um semicondutor de **(In, Mn) As** mostrando um apreciável ciclo de magnetização ferromagnética [15].

No *caso de materiais ferromagnéticos*, o comportamento da resistência Hall $R_{xy}(B)$ em função do campo magnético B é como ilustrado na figura 1.2.1. Este efeito anômalo não está restrito somente a materiais ferromagnéticos, mas também pode manifestar-se em qualquer material onde existem grandes momentos magnéticos localizados, tais como em metais superparamagnéticos e antiferromagnéticos. O comportamento representado na figura 1.2.1 pode ser considerado como duas contribuições aditivas; neste caso, o comportamento da resistividade Hall pode ser ajustado por uma formula empírica da forma:

$$\rho_{xy} = R_H B = R_0 B + 4\pi R_S M, \quad (1.2.1)$$

onde B é o campo magnético aplicado, e M será a magnetização espontânea M_S para temperaturas abaixo da temperatura de Curie e, acima desta temperatura, será considerada como a intensidade da magnetização. O primeiro termo do lado direito da equação 1.2.1 descreve o efeito Hall ordinário surgido da influência da força de Lorentz e é caracterizado por uma constante, o *coeficiente Hall ordinário* $R_0 = 1/ne$. O segundo termo é uma contribuição característica dos materiais magnéticos e pode estar presente num domínio magnético mesmo quando não exista um campo magnético aplicado externo B , ou seja, é uma contribuição espontânea para a resistividade Hall ρ_{xy} , e é caracterizado pela constante R_S , conhecida como *coeficiente Hall espontâneo (anômalo)* [16].

Se nós consideramos um domínio magnético único num material ferromagnético, e aplicamos uma corrente através dele na ausência de um campo magnético externo, então ele possui uma resistividade Hall espontânea ρ_{xy} igual a $4\pi R_S M_S$. O campo elétrico transversal E_y no domínio depende da orientação de M_S , e, para um número maior de domínios orientados aleatoriamente, o valor macroscópico do campo elétrico transversal é zero. Mas quando a intensidade do campo externo é aumentada, as direções da magnetização dos domínios tornam-se progressivamente mais alinhadas e então, é observado um campo Hall transversal macroscópico resultante, que corresponde ao comportamento da curva inicial da resistência Hall (veja figura 1.2.1), relacionada com a magnetização. É importante perceber que o campo magnético aplicado nesta região não é a

causa principal da contribuição anômala para a resistividade Hall ρ_{xy} , mas é um passo de fazer evidente a contribuição anômala sobre uma escala macroscópica.

Diversas análises e estudos teóricos sobre AHE já foram realizados. Mas o ponto chave de qualquer explicação deste efeito é a presença da interação spin-órbita que quebra a simetria das rotações dos spins. O AHE é dividido em duas classes: *extrínseco* e *intrínseco*.

O AHE *intrínseco* surge da interação spin-órbita associado com o movimento dos elétrons através dos campos dos íons. Para dar uma interpretação deste fenômeno, Karplus e Luttinger [17] propuseram um modelo para o AHE em um ferromagneto, dentro de um formalismo da teoria dos portadores (elétrons) magnéticos itinerantes, que consiste de um gás de portadores de cargas livres magnéticas correspondentes a vacâncias itinerantes na banda d de um metal de transição, que se movem num potencial de íons não magnéticos. Para o cálculo da magnetização espontânea, os portadores com *spin-up* são mais numerosos que aqueles com *spin-down*, e os mesmos portadores itinerantes são responsáveis pelas propriedades elétricas e magnéticas do sólido.

Karplus e Luttinger [17] calcularam o efeito do acoplamento spin-órbita sobre a condutividade transversal em um material ferromagnético. Para isso, a distribuição do elétron na rede do ferromagneto é descrita através de uma matriz de densidade $\rho(H)$, (onde $H = H_0 + H' + H''$ é o hamiltoniano do sistema, em que o primeiro termo $H_0 = p^2 / 2m + V(\mathbf{r})$ é o hamiltoniano de um elétron na energia potencial do cristal $V(\mathbf{r})$, o segundo termo $H' = [\boldsymbol{\sigma} \times \nabla V(\mathbf{r})] \cdot \mathbf{p} / 4m^2 c^2$, é a interação spin-órbita, $\boldsymbol{\sigma}$ sendo o vetor da matriz de Pauli, e o terceiro termo $H'' = -e\mathbf{E} \cdot \mathbf{r}$ é o hamiltoniano dos elétrons no campo elétrico externo E). Quando os portadores se movem sobre a influência de um campo elétrico externo, (através do potencial periódico dos íons) eles experimentam um acoplamento spin-órbita intrínseco. Já que as populações de *spin-up* e *spin-down* não são iguais, estas podem gerar uma corrente transversa que é de ordem de magnitude e simetria correta para explicar o efeito Hall anômalo. O cálculo dos elementos da matriz de interbandas do operador da corrente conduz à velocidade anômala:

$$\vec{v} = \frac{e^2}{\Delta^2 mc} H_{s.o} \frac{\mathbf{M} \times \mathbf{E}}{M_z} \sum_{l(d)} f_0(\varepsilon_F) v_x^2(l), \quad (1.2.2)$$

que mostra uma corrente adicional (onde $f_0(\varepsilon_F)$ é a função de distribuição de Fermi, $v_x^2(l)$ o operador da velocidade de todos os estados l na banda d , Δ^2 é o intervalo da energia quadrada media entre as diferentes bandas d), que é perpendicular tanto ao campo elétrico $\mathbf{E}$ como ao campo magnético $\mathbf{H} = H_{s.o} \frac{\mathbf{M}}{M_z}$ (onde $H_{s.o}$ é a interação spin-órbita), e por isso representa um efeito Hall.

Karplus e Luttinger mostraram que os elementos da matriz de interbanda da energia potencial elétrica aplicada (relacionado com $H'' = -e\mathbf{E} \cdot \mathbf{r}$) se combinam com a perturbação do acoplamento spin-órbita (que fornece $H' = [\boldsymbol{\sigma} \times \nabla V(\mathbf{r})] \cdot \mathbf{p}/4m^2c^2$) para dar uma corrente. Esta corrente é proporcional e perpendicular à magnetização e ao campo elétrico externo ($J_y = R_s M_z E_x$) com uma constante de proporcionalidade Hall anômala $R_s \sim \rho_{xx}^2$, que é quase independente da temperatura e ao conteúdo de impurezas. Resumindo eles acharam que o “*spin splitting*” das bandas pode aumentar a condutividade Hall σ_{xy} na presença de um acoplamento spin-órbita dos elétrons magnéticos na ausência de espalhamento [17].

O efeito Hall anômalo *extrínseco* também surge de um acoplamento spin-órbita induzido pelo espalhamento de elétrons [18] pelas impurezas; e para a interação elétron-impureza, dois mecanismos foram propostos: o espalhamento *skew* e o *side-jump*.

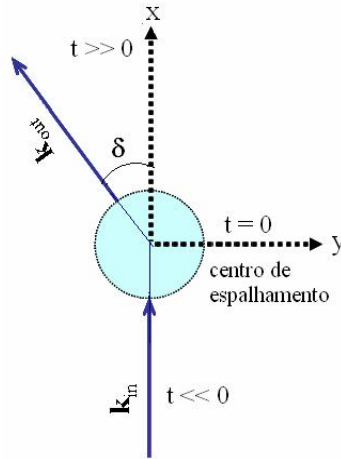


Figura 1.2.2: Espalhamento assimétrico *skew*. Movimento médio de um elétron antes e depois do espalhamento por um potencial central na presença da interação spin-órbita. O spin $\mathbf{S} \parallel \mathbf{z}$. A direção incidente do elétron é $\mathbf{k}_{in}$ que é espalhado num ângulo δ em relação a sua direção original x .

J. Smit criticou o modelo proposto por Karplus e Luttinger, afirmando que numa rede periódica perfeita [19], o AHE não pode ocorrer sem o espalhamento de impurezas, e levando isso em conta introduziu um mecanismo de espalhamento conhecido como *espalhamento skew* (assimétrico).

Este mecanismo no qual um elétron é espalhado num ângulo δ (veja figura 1.2.2) em relação a sua direção original gera uma contribuição para a resistividade Hall $\rho_{xy} \propto \rho_{xx}$.

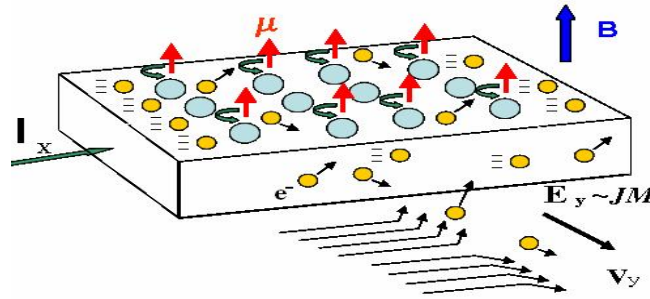


Figura 1.2.3: Representação do AHE causado pelo espalhamento tipo skew de Smith (veja a explicação embaixo).

Para uma visualização clara do AHE representado por Smith, nós consideramos uma placa metálica contendo átomos com momento magnético e toma-se em conta que a magnetização seja normal à placa (veja figura 1.2.3). Se aplicarmos uma corrente I através da placa, os elétrons serão espalhados por estes átomos (causado pelas irregularidades no ordenamento de momentos localizados μ nos íons magnéticos) e devido a seu momento magnético, este espalhamento será assimétrico. A assimetria no espalhamento gera um campo elétrico perpendicular à densidade de corrente J e à magnetização M , denominado de campo Hall anômalo E_y [19], o qual se adiciona ao efeito Hall normal. Smith considerou um espalhamento elástico de uma onda plana de um elétron livre num potencial de curto-alcance na presença de uma interação spin-órbita. Cada evento de espalhamento elástico por um íon magnético é assimétrico com relação ao plano contendo o momento do íon e a velocidade do elétron em movimento. O campo magnético B externo causa um alinhamento dos momentos magnéticos microscópicos através da amostra de tal maneira que os eventos assimétricos individuais se combinam aditivamente originando um efeito macroscópico. A presença do campo magnético gera uma componente Hall ordinária a

partir da força de Lorentz. Dessa forma a componente devida ao efeito anômalo é dominante em baixos campos aplicados [19].

Luttinger [20] usando a teoria de transporte de Kohn-Luttinger achou duas contribuições para o AHE: um termo correspondente para o espalhamento angular com uma resistividade $\rho_{xy} \sim \rho_{xx}$ já obtido por Smith, e outro com $\rho_{xy} \sim \rho_{xx}^2$ já considerado por Karplus-Luttinger, mas mantendo a contribuição livre de espalhamento para o AHE.

Uma outra tentativa para entender o AHE em materiais magnéticos tem sido o modelo de L. Berger [21], que considera os portadores de correntes itinerantes se movimentando sobre a influência de um campo elétrico aplicado externamente. Estes portadores interagem assimetricamente com os centros de espalhamento no metal; em outras palavras, a função de onda do portador depois de passar próximo ao centro de espalhamento sofre um desvio com relação à direção de incidência sobre o centro. Este processo é considerado como um *espalhamento “skew”* sobre impurezas que inicialmente foi introduzido por Smit [19]; ou também é visto como um deslocamento transversal finito do portador quando este passa o centro de espalhamento [21]. Quando isto acontece gera-se uma corrente transversal na amostra que produz o AHE. Este mecanismo, o espalhamento *skew*, é observado tipicamente prevalecer em metais que possuem baixa resistividade em baixas temperaturas [16, 22] e pode ser explicado pela equação semiclássica de Boltzmann.

Voloshinskii e Maranzana [23, 24] têm tentado dar uma explicação à natureza e o processo do *espalhamento skew*. Eles consideraram que os íons em uma substância possuem um momento localizado devido às bandas *d* e *f* incompletas. Então a interação surgida entre o campo magnético devido a estes momentos localizados e aquele produzido pelos elétrons *s* (que transportam a corrente), localizados temporalmente na vizinhança do íon, podem gerar um *espalhamento skew* se o momento localizado **M** está na origem de um conjunto de coordenadas retangulares. Portanto o campo magnético produzido por esta corrente circulante interagirá diretamente com aquele devido ao momento localizado e produzirá um acoplamento entre o spin da banda *d* (ou *f*) e a órbita do elétron itinerante *s*, com $\ell = 0$.

O mecanismo *side-jump* (salto para o lado) denotado por Δy , proposto por Berger [25] para o AHE surge de um deslocamento do centro de massa do pacote de onda do

elétron e relaciona-se ao termo anômalo no operador da corrente devido ao acoplamento spin-órbita.

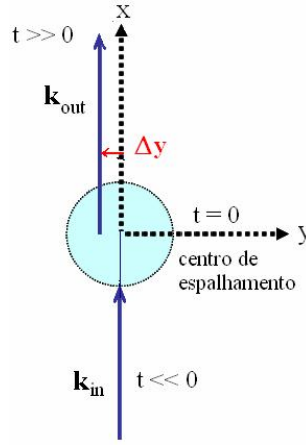


Figura 1.2.4: Espalhamento *side jump* (Δy). Movimento médio de um elétron antes e depois do espalhamento por um potencial central na presença da interação spin-órbita. O spin $S \parallel z$. A direção incidente do elétron é k_{in} e sofre um deslocamento Δy paralelo a sua direção original x no espalhamento.

Este processo no qual o elétron sofre um deslocamento Δy (veja figura 1.2.4) em cada espalhamento por impurezas ou fônons, é de natureza quântica e é facilmente compreendido em termos de elétrons localizados ou de pacotes de ondas. O deslocamento Δy existe devido à impureza que altera a forma da função de onda localmente, e cria uma densidade de corrente local no ferromagneto [25].

Este mecanismo (*side jump*) principal do efeito Hall conduz a $\rho_{xy} \propto \rho_{xx}^2$ (para Fe e Ni, e ligas deles) acima de 100K, enquanto o espalhamento *skew* domina abaixo de 100K.

Existe uma descrição usual deste mecanismo, na qual uma onda plana é transformada pelo espalhamento (na presença de um acoplamento spin-órbita), em uma onda esférica, cujo centro é deslocado para uma direção lateral (perpendicular ao momento e ao spin). O sinal deste deslocamento é oposto para o *spin up* ($s = 1$) e *spin down* ($s = -1$). Um cálculo simples permite determinar o deslocamento em termos de uma mudança de fase [26]. O mecanismo *side-jump* explica o comportamento anômalo para ligas metálicas ou semicondutores com uma resistividade alta no regime de altas temperaturas.

A. Crépieux e P. Bruno [18] formularam uma teoria para o AHE usando a fórmula de Kubo e a equação de Dirac. Este modelo permite dar uma explicação simultânea das contribuições dos mecanismos do espalhamento *skew* e *side-jump* para este fenômeno. Estes mecanismos fornecem diferentes contribuições para a resistividade Hall anômala, por exemplo, a contribuição do espalhamento *skew* é simplesmente proporcional à resistividade ρ_{xx} . Enquanto a contribuição *side-jump* é proporcional ao quadrado da resistividade ρ_{xx}^2 , o que implica que a importância relativa destas duas contribuições depende da temperatura, da concentração de impurezas e sobre o tipo e alcance do potencial de impureza. Mas eles argumentam que o mecanismo do espalhamento *skew* contribui para o termo quadrático no caso do espalhamento de impureza.

Nos anos recentes, a contribuição livre de espalhamento de Karplus e Luttinger [17] do termo da “velocidade anômala” (dada pela equação 1.2.2) para AHE tem sido reformulada (em termos da curvatura de Berry) por Chang, Sundaram e Niu dentro de uma análise semiclassica do movimento de um pacote de onda $\Psi_n(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} u_n(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ nas bandas de Bloch, e foi atribuído ao efeito da fase de Berry no espaço recíproco $\mathbf{k}$ [27-29]. Esta teoria considera a dinâmica de um pacote de onda de elétrons num cristal, submetido à perturbações que variam suavemente no espaço e no tempo, e é dada pelas equações de movimento:

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon_n}{\partial \mathbf{k}} - \dot{\mathbf{k}} \times \boldsymbol{\Omega}_n \quad (1.2.3)$$

$$\dot{\mathbf{k}} = -\frac{e}{\hbar} (\mathbf{E} + \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}) \quad (1.2.4)$$

que determinam o vetor de posição e o vetor de onda do centro de um pacote de onda na presença do campo elétrico e magnético, e onde $\boldsymbol{\Omega}_z(n, \mathbf{k}) = -\text{Im} \left[\left\langle \frac{\partial u_n}{\partial \mathbf{k}} \left| \frac{\partial u_n}{\partial \mathbf{k}} \right\rangle \right]$ é a curvatura de Berry de uma banda (sendo $|u_n\rangle$ a parte periódica da função de onda da banda de Bloch n-th). Nesta teoria do AHE, a condutividade Hall anômala é dada pela equação:

$$\sigma_{AH} = -\frac{e^2}{\hbar} \sum_n \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} f_{n,\mathbf{k}} \boldsymbol{\Omega}_z(n, \mathbf{k}), \quad (1.2.5)$$

onde $f_{n,\mathbf{k}}$ é fator de ocupação de equilíbrio de Fermi para as quase-partículas da banda. A curvatura de Berry $\boldsymbol{\Omega}_z(n, \mathbf{k})$, que aparece na equação de movimento (equação 1.2.3) como um termo adicional na velocidade, está relacionada à fase de Berry γ_n da forma:

$$\int_A d\mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\Omega}_n = \Phi_B. \quad (1.2.6)$$

A fase de Berry é a fase adquirida pela função de onda quando é transportada ao redor de um ciclo (*loop*) no espaço recíproco k . Assim, a curvatura de Berry pode ser considerada como a fase de Berry por unidade de área no espaço k . No AHE, a contribuição adicional para a corrente é perpendicular à direção do campo elétrico e independente do campo magnético. E esta contribuição adicional está relacionada à curvatura de Berry $\boldsymbol{\Omega}_n$, que aparece como um termo adicional na velocidade (equação 1.2.3). Esta velocidade é perpendicular a $\dot{\mathbf{k}}$ e por isso perpendicular à direção da força de Lorentz. Na ausência de um campo magnético externo $\mathbf{B}$, este termo é perpendicular ao campo elétrico $\mathbf{E}$, fornecendo assim uma componente transversal da velocidade. Esta velocidade adiciona um termo transversal na corrente, desta forma produzindo uma contribuição à condutividade Hall. Portanto quando $\boldsymbol{\Omega}_n$ é diferente de zero é possível ter um termo da condutividade Hall que é independente do campo magnético $\mathbf{B}$.

Este AHE intrínseco devido à fase de Berry depende não perturbativamente da intensidade da interação spin-órbita quando as degenerescências no espaço de momentos são deslocadas pelo acoplamento spin-órbita. Em particular esta característica é relevante para os ferromagnetos semicondutores, devido a que todos os portadores que contribuem para o transporte estão localizados próximos a pontos de alta simetria na zona de Brillouin na qual ocorrem as degenerescências [28, 30]. Uma derivação mais minuciosa baseada na fórmula de Kubo fornece o mesmo resultado [31]. Esta contribuição também foi avaliada para as bandas do campo médio de ferromagnetos semicondutores produzindo uma boa

concordância com os experimentos. Esta teoria do AHE [32] é baseada na descrição de Stoner do ferromagnetismo considerando os portadores de carga como quase - partículas nas bandas de Bloch dividida espontaneamente. Este formalismo é considerado diferente do mecanismo de J. Ye *et al.* [33] baseado na observação de que o movimento de um portador num fundo de spin topologicamente complicado adquire uma fase de Berry (no espaço real), que afeta o movimento dos elétrons do mesmo modo como atua a fase surgida de um campo magnético físico e tem sido argumentado influenciar o efeito Hall na fase normal de supercondutores de alta temperatura crítica [34, 35, 36].

P. Bruno *et al.* [37] caracterizaram o AHE de um gás de elétrons 2D submetido à uma magnetização variando espacialmente, como um efeito Hall topológico (THE), que não requer qualquer acoplamento spin-órbita. Este THE surge somente por a fase de Berry adquirida pela função de onda de um elétron movendo-se numa magnetização variando suavemente.

Por outro lado, F. D. M. Haldane [38] tem mostrado teoricamente que o AHE intrínseco num ferromagneto é controlado pelas fases de Berry acumuladas pelo movimento adiabático das quase-partículas sobre a superfície de Fermi, considerando que essas fases de Berry são propriedades, somente, do líquido de Fermi. Ele tem afirmado que as fases de Berry são novos ingredientes topológicos que podem ser adicionados à teoria do líquido de Landau-Fermi, na presença da quebra da simetria de reversão do tempo ou da inversão espacial. Se a superfície de Fermi é fechada, então esta pode ser tomada em conta como uma forma de verificar a fase de Berry Φ_B durante um percurso adiabático ao redor da superfície de Fermi.

Em adição, para condutores que possuem spins cujos eixos magnéticos locais (localizados) estão inclinados afastados da direção da magnetização total do sistema, recentemente se tem predito teoricamente um termo do AHE. A presença deste termo é importante devido a que este ocasiona componentes da magnetização que são perpendiculares à magnetização total. Os princípios teóricos desta contribuição, ligados intrinsecamente à quiralidade (sinal da projeção do vetor do spin sobre o vetor do momento), foram explicados para o caso específico de sistemas desordenados com spins inclinados, tais como *spins glasses* e *ferromagnetos reentrantes* [39, 40]. Apesar da desordem que, à primeira vista, pode impor uma quiralidade média zero, o acoplamento

entre a magnetização e a quiralidade do spin, através da interação spin-órbita, induz a uma quiralidade total diferente de zero, quando existe uma magnetização finita que é induzida pelo campo magnético, no caso dos *spin glasses*, ou espontânea, no caso dos *ferromagnetos reentrantes* [33, 38, 40]. Uma descrição física deste termo foi dada por Tataru e Kohno [41]. Eles consideram que os sucessivos espalhamentos coerentes de um elétron pelos três momentos locais estáticos S_1, S_2, S_3 , induzem a um ciclo de corrente espontânea cuja intensidade é proporcional ao produto da quiralidade do spin $S_1 \cdot (S_2 \wedge S_3)$. Este efeito é uma consequência da não comutatividade da álgebra do spin $SU(2)$, que quebra a simetria da reversão do tempo na sequência do espalhamento. Quando um campo elétrico E_x é aplicado, existe um deslocamento total do ciclo de corrente, induzindo a uma corrente Hall J_y . É importante notar que as previsões estão relacionadas ao coeficiente Hall espontâneo (extraordinário) que possuirá uma singularidade na temperatura *glass* T_g exatamente onde a magnetização $M(T)$ tem singularidade. Esta singularidade pode ser assumida ajustar-se em campos altos devido aos efeitos não lineares, como é o caso para a susceptibilidade.

As medidas do AHE realizadas por Fabris, Pureur et. al. [42, 43], em uma series de ligas de AuFe confirmam experimentalmente que existe uma maior contribuição para este fenômeno ligado à presença da quiralidade que persiste até uma temperatura de 150K e que pode ser interpretado satisfatoriamente em termos do mecanismo relacionado a uma quiralidade de spin que está acompanhado de uma corrente persistente tipo Aharonov - Bohm [39, 40, 41]. Estes sistemas de AuFe comportam-se como *spin glasses* abaixo de uma concentração crítica de 13% de Fe enquanto para acima desta concentração tem sido chamado de ferromagneto *re-entrante*. Pureur et. al [44] demonstram que existe uma forte contribuição quiral para o AHE sobre uma faixa de concentração extensa cobrindo os domínios de *spin glass* e *re-entrante*.

A seguir descreveremos brevemente o AHE em materiais com ***um estado paramagnético***. Como já foi dito, acima da temperatura de Curie a contribuição espontânea para resistividade Hall será zero. Entretanto, isto não significa, necessariamente, que, no caso de um estado paramagnético, não exista uma contribuição anômala para o efeito Hall observado. Se o material tem uma susceptibilidade paramagnética relativamente grande e se existe um espalhamento assimétrico do elétron, então um campo magnético externo pode

produzir um campo Hall anômalo. Na região paramagnética a resistividade Hall total ρ_{xy} , definida na equação 1.2.7 é linear em relação ao campo magnético aplicado H ,

$$\rho_{xy} = R_0 H + R_s 4\pi\chi H \quad (1.2.7)$$

onde a magnetização espontânea M_s passa a ser a magnetização paramagnética $M_p = \chi H$ (χ é susceptibilidade efetiva). ρ_{xy} exibe uma dependência da temperatura devido a que χ depende dela [45]. Ou seja, o efeito Hall no estado paramagnético tem duas contribuições: uma parte que surge do efeito normal da força de Lorentz e a outra que depende sobre a susceptibilidade magnética e que resulta do alinhamento dos momentos individuais pelo campo externo. Agora se R_0 e R_s são independentes da temperatura, e $R_s 4\pi\chi H \gg R_0$, então também é observada uma dependência linear de ρ_{xy}/H sobre χ . Alguns metais mostram tal comportamento sobre uma faixa extensa de temperatura [46], e desvios desta linearidade nos extremos de uma faixa de temperatura muito baixa e muito alta, podem ser atribuídos a efeitos de ordenamento magnético de curto alcance e ao importante aumento do espalhamento devido aos fônons, respectivamente [16].

Também, o AHE tem sido pesquisado num sistema 2D paramagnético numa aproximação semiclássica do movimento dos portadores nas bandas de condução e valência dos poços quânticos de compostos de zinco num campo de troca que é gerado por impurezas magnéticas. E nesta condição tem sido calculada a condutividade Hall ρ_{xy} baseada nas correções da fase de Berry para a velocidade do portador. Esta condutividade em certas circunstâncias aproxima-se da metade da condutância quântica $e^2/2h$ e o efeito de um campo magnético externo suficiente pequeno não altera esta teoria [47].

Estudos realizados por Beckmann e Bergmann [48] sobre a magnetização de filmes de césio (Cs) intercalados com monoplanos de Co (CsCoCs) ou Fé (CsFéCs), assim como depositados sobre sua superfície, por meio de medidas do efeito Hall anômalo mostram um AHE com um comportamento paramagnético que pode ser expressa pela função de Brillouin:

$$B_J(x) = \frac{2J+1}{2J} \coth\left(\frac{2J+1}{2J}x\right) - \frac{1}{2J} \coth\left(\frac{1}{2J}x\right), \quad (1.2.8)$$

(com $x = \frac{gJ\mu_B B}{k_B T}$ onde k_B é constante de Boltzmann e μ_B o magnéton de Bohr) que descreve a magnetização dos momentos magnéticos não interagentes com spin J e o fator de Lande $g = 2$ em temperatura T e em um campo magnético B .

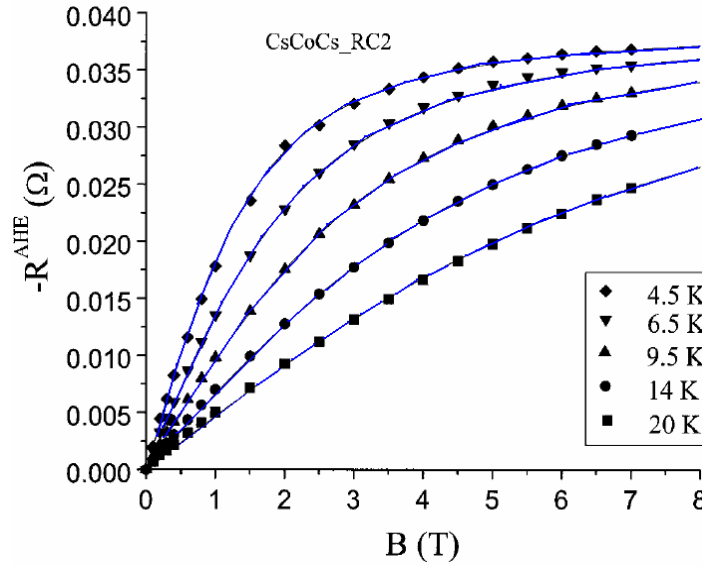


Figura 1.2.5: A resistência Hall anômala de impurezas de cobalto (Co) na superfície de um filme de Césio (Cs). As curvas sólidas são os ajustes usando a função de Brillouin (equação 1.2.8) com spin $J = 4.5$ [48].

Recentemente, Cumings et. al [49] mediram a resistividade Hall no limite de campo baixo de um gás de elétrons 2D dopado magneticamente de um sistema paramagnético, como uma função da temperatura e da densidade de portadores que é modulada através dum campo elétrico. Comparando estes resultados com a densidade de portadores extraídas das oscilações Shubnikov-de Haas (ShH) revelaram uma resistividade Hall excedente que aumenta com a diminuição da temperatura. Esta resistividade Hall excedente qualitativamente obedece à polarização paramagnética da amostra, em analogia ao AHE ferromagnético. Os resultados são consistentes com o espalhamento *skew* dos portadores próximo do *crossover* da localização.

Mas, muito anos atrás Chazalviel e Solomon têm [50] dado evidência experimental do AHE numa liga semicondutora não magnética de InSb. Neste material não existe magnetização espontânea, e a polarização dos elétrons de condução é obtido com a aplicação dum campo magnetico externo. O efeito Hall dependente do spin é separado do efeito Hall ordinário enorme através da ressonância magnética dos elétrons de condução. Dois mecanismos contribuem para o efeito Hall anômalo dependente do spin neste semicondutor: o espalhamento de um spin polarizado sobre uma impureza e o deslocamento transversal que sofre um elétron submetido a colisões ou a uma força longitudinal.

No caso de metais de óxidos de cobre (CuO) G. Kotiar et. al [51] mostraram que a taxa do espalhamento *skew* na presença dum campo magnético deve ser $\sim T^{-1}$ para explicar o magneto-transporte consistentemente. Neste sistema o espalhamento *skew* é resultado de algumas flutuações intrínsecas, e não devido ao acoplamento spin-órbita ocasionado pelas impurezas. Estas flutuações intrínsecas podem ser proporcionais ao campo magnético B e por isso são de natureza quiral. As flutuações quiral sugeridas por G. Kotliar et. al podem ser comparadas à aquelas ocasionadas pelas fases de fluxo quiral uniforme. Tais fases são preditas ter uma corrente Hall espontânea (ou seja em campo magnético B zero). Em contraste os materiais de CuO parecem exibir uma corrente Hall proporcional ao campo B , que diverge como T^{-1} e é sugestivo das flutuações para uma fase quiral em temperatura zero.

Apesar deste efeito (AHE) ter sido estudado por muito tempo, até agora não se chegou a um acordo na comunidade científica para dar uma explicação a sua origem. Neste trabalho, nós propomos a ocorrência do AHE em grafite e bismuto, que abre uma nova linha de pesquisa neste campo.

1.3 Magneto-Transporte e Magnetização em Campos Magnéticos Altos

$$\omega_c \tau \gg 1$$

No seguinte introduziremos teorias que descrevem o transporte elétrico e as propriedades magnéticas no limite de campo magnético alto, quando $\omega_c \tau \gg 1$, notando que a maior parte de nossos resultados foi obtida neste limite. As teorias das oscilações quânticas da resistividade e magnetização, que são conhecidos como o efeito Shubnikov - de Haas (SdH) e de Haas-van Alphen (dHvA), respectivamente, ocorrem em temperaturas baixas onde existem sinais de quantização do espectro eletrônico. Também, descreveremos brevemente a quantização da resistência Hall, assim como a origem e condições que nos permitem sua observação em MOSFETs e heteroestruturas semicondutoras.

Ao final deste capítulo faremos uma revisão do efeito Hall quântico (QHE) observado na grafite. Este efeito ocorre tanto para uma amostra volumétrica de HOPG altamente anisotrópica [52, 53], assim como para um plano único de grafite (grafeno) [9, 10]. Mostramos que o fundamento físico é totalmente diferente para o efeito Hall quântico em grafeno daquele que já é bem conhecido e estudado para os dispositivos (MOSFETs e heteroestruturas de GaAs /AlGaAs) convencionais. Mas antes de descrever as teorias destes fenômenos quânticos novos, daremos uma introdução sobre a quantização dos níveis de Landau, que é um mecanismo necessário para ocorrência dos efeitos SdH e dHvA e também para a quantização da resistência Hall.

1.3.1 Quantização dos níveis de Landau

Para dar uma explicação mais clara sobre os efeitos quânticos no transporte é necessário fazer uma descrição sobre o comportamento de um elétron na presença de um campo magnético $\vec{B}$ em temperatura zero, ou seja, descreveremos os efeitos que acontecem na equação de Schrödinger para uma partícula na presença de um campo magnético e, assim, obteremos uma informação de seus autovalores e autofunções.

O hamiltoniano para um elétron (sem considerar o termo do spin) num campo magnético homogêneo é:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} (\hat{p} - e\vec{A})^2 + V(\hat{r}), \quad (1.3.1.1)$$

onde $\hat{p} + \frac{e}{c} \vec{A}$ é o momento e $\vec{A}$ o vetor potencial. Escolhendo a direção de $\vec{B}$ ao longo do eixo $-z$, pode ser usado o *gauge* de Landau para o vetor potencial, na forma $\vec{A} = (0, Bx, 0)$. Este *gauge* é apropriado para um sistema com simetria translacional ao longo do eixo $-y$. Considerando que o potencial tem a forma $V(r) = V(x, y) + V_z(z)$, podemos separar a equação de Schrödinger em duas partes, uma dependendo somente de z , e a outra parte, bi-dimensional (2D), dependendo de x e y . Notamos que $V_z(z)$ pode ser zero, como assumido por Landau para um caso tri-dimensional (3D) [54], ou pode ser justificado como zero experimentalmente através de um potencial de confinamento dos elétrons, ou seja criando um sistema 2D numa interface de uma estrutura semicondutora. De fato, o assim chamado gás de elétrons 2D está contido dentro de superfícies planares (perpendicular ao eixo $-z$), cuja espessura é tipicamente entre 1 a 10 nm, dezenas de diâmetros atômicos. A razão pela qual é denominado um sistema 2D, é devido a que a espessura das superfícies planares torna-se apreciavelmente menor de algum valor crítico que depende sobre a temperatura e outros parâmetros, e quando isto ocorre muitas das propriedades físicas já não dependem da espessura.

No caso considerado por Landau, no qual se assume que o potencial externo se anula ($V(r) = 0$, quando não existe campo elétrico, assim como na ausência de impurezas, ou fônons, ou seja, na ausência de desordem) nós podemos resolver a equação de Schrödinger (com $\Psi(x, y, z) = e^{i\frac{p_y}{\hbar}y} e^{i\frac{p_z}{\hbar}z} \phi(x)$) para um caso estacionário:

$$\hat{H}\Psi(x, y, z) = \frac{1}{2} \left(-i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 \Psi(x, y, z) = \varepsilon \Psi(x, y, z) \quad (1.3.1.2).$$

Aqui, o hamiltoniano não depende de y e, nesta direção, nós podemos obter a solução na forma de uma onda plana, mas, na direção x , o problema torna-se igual à equação:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi(x, y, z)}{dx^2} + \frac{e^2 B^2}{2mc^2} \left[x - \frac{p_y c}{eB} \right]^2 \Psi(x, y, z) = \left[\varepsilon - \frac{p_z^2}{2m} \right] \Psi(x, y, z), \quad (1.3.1.3)$$

semelhante à de um oscilador harmônico, cuja soluções de seus autovalores são níveis de Landau para um sistema 3D:

$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{p_z^2}{2m^*}. \quad (1.3.1.4)$$

Mas se o momento p_z é tomado como zero no caso de um sistema 2D, que é o nosso interesse nesta parte a equação para o oscilador harmônico toma da forma:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi(x, y)}{dx^2} + \frac{1}{2} k (x - X)^2 \Psi(x, y) = \varepsilon \Psi(x, y) \quad (1.3.1.5)$$

com uma energia ciclotrônica constante $\hbar \omega_c = \hbar^2 / m^* \ell_0^2$ e uma coordenada central

$\frac{p_y c}{eB} = X = -\ell_0^2 k_y$ que indica o ponto de equilíbrio (onde $p_y = -i\hbar \partial / \partial y \rightarrow \hbar k_y$ e

$\ell_0 = \sqrt{\hbar c / eB}$ é o comprimento magnético), e com uma solução da forma:

$\Psi(x, y) = \frac{1}{\sqrt{L_y}} e^{iky} \phi_n(x)$, onde $k_y = \frac{2\pi}{L_y} n$ e $\phi_n(x) = \frac{1}{\ell_0} e^{-(x-X)^2 / 2\ell_0^2} H_n[(x-X)/\ell_0]$. L_y é

considerado como a extensão do sistema na direção y , n é um número inteiro, e $H_n[(x-X)/\ell_0]$ são os polinômios de Hermite.

Os estados $\Psi(x, y)$ estão deslocalizados na direção y , mas os estados do oscilador harmônico estão localizados ao redor de X na direção x . Portanto, nós observamos que a forma das funções de onda depende fortemente do *gauge* usado para o vetor potencial $\vec{A}$. Como um resultado do efeito do campo magnético B_z em temperatura zero, os autovalores (da equação 1.3.1.5) da energia do sistema, são quantizados no plano xy , e passam de uma forma contínua a uma discreta:

$$\varepsilon_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1.3.1.6).$$

Estes são os chamados *níveis de Landau* ($\hbar \omega_c$ é a distancia entre os níveis e $\omega_c = eB / m^* c$, é a frequência ciclotrônica) para um sistema 2D [54, 55]. Mas, devido a que o sistema está confinado numa área retangular de lados L_x e L_y , a degenerescência de cada nível de Landau é, neste caso, o número de estados permitidos de k_y , tal que o centro X fica entre 0 e L_x . Usando as condições de contorno periódicas, nós obtemos $k_y = 2\pi n_y / L_y$, com n_y sendo inteiro. Então os valores de n_y são determinados pela condição

$$X = \frac{2\pi n_y}{L_y} \ell_0^2, \quad \text{se} \quad 0 < X < L_x. \quad (1.3.1.7)$$

Por outro lado, o fator de degenerescência para cada nível de Landau é dado pelo número de coordenadas centrais X no interior da amostra [56]. E para um sistema 2D (dispositivo) com dimensões L_x e L_y as coordenadas centrais estão separadas por uma quantidade

$$\Delta X = \ell_0^2 \Delta k_y = \frac{\hbar c}{eB} \frac{2\pi}{L_y} = \frac{\hbar c}{eB L_y}, \quad (1.3.1.8)$$

para que o fator de degenerescência $N_s = L_x / \Delta X$ seja idêntico ao número de fluxos quânticos $N_\Phi = \frac{L_x L_y eB}{hc}$ penetrando no interior da amostra. Portanto, o fator de degenerescência N_s pode ser expresso em termos do comprimento magnético ℓ_0 como

$$N_s = \frac{L_x L_y}{2\pi \ell_0^2}. \quad (1.3.1.9)$$

A expressão (1.3.1.9) também pode ser de novo expressa em termos do fluxo magnético $\Phi = B \cdot S$ (S é a área) e o quantum de fluxo $\Phi_0 = hc / e$ como:

$$N_s = \frac{e}{hc} \Phi = \frac{\Phi}{\Phi_0} , \quad (1.3.1.10)$$

Por isso o fator de degenerescência por unidade de área é $n_B = \frac{N_\Phi}{L_x L_y} = \frac{eB}{hc}$. Assim, a degenerescência do nível de Landau N_s é o número total de quanta de fluxo num campo magnético externo. Uma outra quantidade importante é o fator de preenchimento do nível de Landau

$$\nu = 2\pi\ell_0^2 n_0, \quad (1.3.1.11)$$

expressa em termos do comprimento magnético ℓ_0 e a densidade de elétrons no sistema n_0 . Devido à energia do elétron ser independente da posição x , os autovalores são infinitamente degenerados, e a densidade de estados $D(E)$ (DOS) para um sistema 2D é com dificuldade definida e terá a forma mostrada na figura 1.3.1 (a). Este método é também conhecido como o cálculo de DOS de Landau, que consiste de picos de funções delta separados por $\Delta\varepsilon = \hbar\omega_c$.

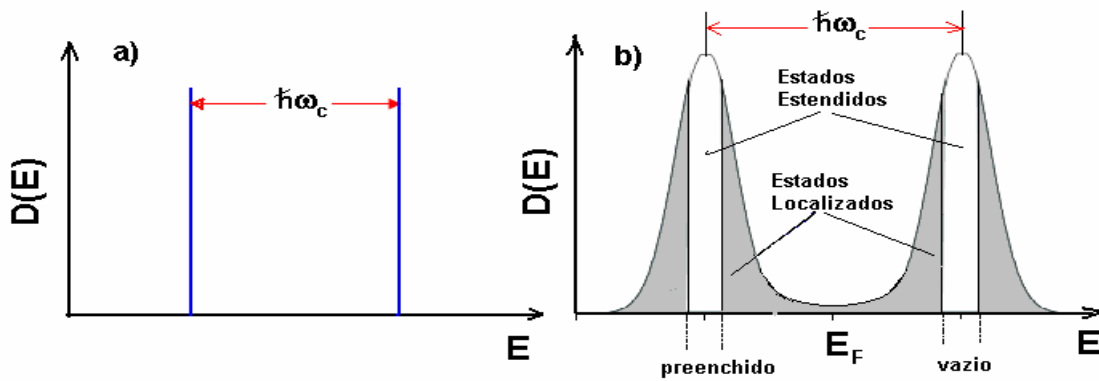


Figura 1.3.1: Densidade de estados versus a energia num gás de elétrons 2D, a) num sistema livre de impurezas $V(r) = 0$, b) na presença de um potencial desordenado $V(r) \neq 0$.

Mas, se nós consideramos a presença de certa desordem no sistema, então o hamiltoniano é escrito como na equação (1.3.1.1) onde $V(r)$ é a interação entre elétrons e impurezas. Devido à presença de um potencial de impurezas $V(r)$, a degenerescência dos estados com diferentes coordenadas centrais (X, Y) é deslocada e os níveis de Landau, em vez de ser uma série de funções deltas, sofrem um alargamento (*broadening*), como mostrado na figura 1.3.1b [13, 57-60]. A densidade de estados $D(E)$ entre os picos é aproximadamente constante e é uma fração significativa do valor em campo magnético zero. O valor da largura $\Gamma = \sqrt{2\hbar^2 \omega_c / \pi \tau}$ de cada pico é $\sim B^{1/2}$.

Também é estabelecido que nas caudas da densidade de estados $D(E)$ existem *estados localizados*, mas, na região dos máximos, há *estados estendidos*, o que conduz à a uma condutividade σ_{xx} finita e a uma contribuição para a corrente Hall. As regiões dos *estados localizados* são conhecidas como *gaps de mobilidade* e as suas fronteiras com as regiões dos *estados estendidos* são chamadas de *bordas de mobilidade*.

1.3.2 Efeito de Haas-van Alphen e Efeito Shubnikov - de Haas

O efeito de Haas-van Alphen (dHvA) ocorre em sistemas cristalinos com um alto grau de pureza, em altos campos magnéticos e baixas temperaturas, e está relacionado com as oscilações da magnetização em função do campo magnético [61]. Este fenômeno é muito importante para pesquisar as propriedades eletrônicas dos materiais, já que provê informação sobre a superfície de Fermi e a massa ciclotrônica. O cálculo da magnetização como uma função do campo magnético e da temperatura para um espectro eletrônico arbitrário em sistemas 3D foi realizado por Lifshitz e Kosevich [62] considerando o potencial químico constante.

Esta teoria está baseada numa aproximação quase-clássica do movimento do elétron livre (ou quase-partículas tipo elétron) sobre a superfície de Fermi. Para uma relação de dispersão arbitrária $\varepsilon(\vec{p})$, os níveis de energia destas quase-partículas num campo magnético $\vec{B}$ paralelo ao *eixo* z , são dados pela relação de Onsager [63] que é baseada na condição de quantização de Bohr-Sommerfeld:

$$S(\varepsilon, k_z) = (n + \gamma) 2\pi\hbar \frac{eH}{c} \quad (1.3.2.1)$$

onde $k_z = p_z / \hbar$ é o vetor de onda, e $S(\varepsilon, k_z) = \pi(p_x^2 + p_y^2) = \pi(2m^*\varepsilon - p_z^2)$ é a área de uma seção transversal da superfície de Fermi num k_z dado, o índice $n = 0, 1, 2, \dots$ é o índice do nível de Landau (LL) e γ é aproximadamente constante, mas varia numa faixa de $0 < \gamma < 1$ e está relacionado à topologia da superfície de Fermi. Para uma banda parabólica isotrópica ($\varepsilon(\vec{p}) = \vec{p}^2 / 2m^*$, com m^* a massa efetiva do elétron), $\gamma = 1/2$ e, para uma relação de dispersão linear ($\varepsilon_n = \pm v \sqrt{2e\hbar B n / c}$, férmions tipo Dirac) $\gamma = 0$ [8, 64].

A origem física das oscilações quânticas é a quantização do movimento do elétron num campo magnético. Esta quantização na presença dum campo magnético pode ser especificada, restringindo os estados permitidos para aqueles situados no espaço recíproco k em tubos discretos (chamados de tubos de Landau), que têm áreas de seções transversais $S(\varepsilon, k_z)$ normais à direção do campo e são dados pela condição quântica (1.3.2.1). Assim

nós temos um quadro (na figura 1.3.2), no qual os estados situados nos tubos dentro da superfície de Fermi (esfera pontilhada) são ocupados, enquanto aqueles fora dela estão desocupados. Quando B cresce, $S(\varepsilon, k_z)$ cresce e o comprimento ocupado por um tubo de

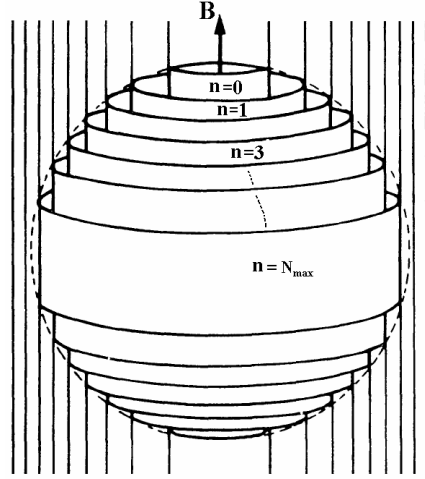


Figura 1.3.2: Os estados permitidos no espaço k para um campo magnético B ficam numa series de tubos discretos especificados pela equação 1.3.2.1. Em temperatura zero os estados ocupados ficam dentro da superfície de Fermi.

um n dado se reduz eventualmente, até que o tubo passe pela seção transversal extrema da superfície de Fermi. A ocupação de um tubo de Landau se anula onde quer que $S(\varepsilon, k_z)$ atinja valor extremo, ou seja, quando o tubo toca exatamente a seção transversal extrema da superfície de Fermi (FS). Esta anulação ocorre em intervalos regulares de $1/B$ e causa oscilações periódicas nas propriedades termodinâmicas do metal, em particular da energia livre e de sua derivada do campo, que é a magnetização [65-69].

O diâmetro da órbita máxima para qualquer orientação de $\vec{B}$ é determinado pelo valor mínimo do campo na qual as oscilações dHvA são observadas. A densidade de estados eletrônicos $D(E_F)$ é máxima exatamente quando $S_{extr}(\varepsilon, k_z)$ cruza o nível de Fermi E_F e a susceptibilidade diamagnética

$$\chi_d = - \left[\frac{e\hbar}{2m^*c} \right]^2 \frac{D(E_F)}{3}, \quad (1.3.2.2)$$

também atinge um máximo em função $1/B$ (veja figura 1.3.3) devido à sua proporcionalidade com $D(E_F)$ [70].

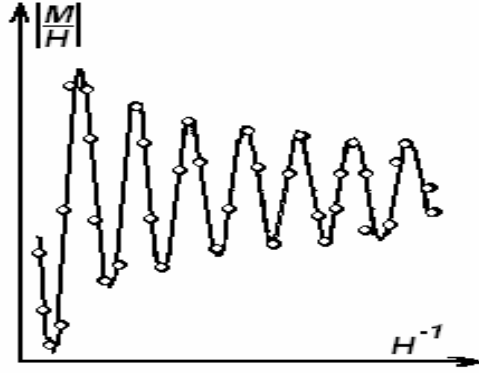


Figura 1.3.3: Oscilações de HvA em Bismuto, medidas por Brandt and Ventsel (1958)[70].

Este acontece periodicamente em $\Delta(1/H)$. O período é definido pela relação de Lifshitz-Onsager:

$$\Delta\left(\frac{1}{H}\right) = \frac{2\pi e}{c\hbar S_{extr}} \quad (1.3.2.3)$$

A frequência das oscilações dHvA é definida como $F = \frac{c\hbar S_{extr}}{2\pi e}$.

O efeito dHvA tem sido explicado teoricamente [62, 71] pela fórmula de Lifshitz-Kosevich :

$$\begin{aligned} \tilde{M}^{3D} \approx & -2^{-3/2} \pi^{-7/2} \hbar^{-3} \left(\frac{e\hbar}{c}\right)^{1/2} H^{-1/2} \sum_m S_m \left| \frac{\partial^2 S_m}{\partial p_z^2} \right|^{-1/2} \sum_{\kappa=1}^{\infty} \kappa^{-3/2} \times \frac{\lambda_{\kappa}}{\sinh(\lambda_{\kappa})} \\ & \times \exp\left(\frac{-2\pi\kappa\Gamma}{\hbar\omega_c}\right) \times \cos\left(\kappa\pi \frac{m^*}{m_0}\right) \times \sin\left[\kappa \frac{cS_m}{e\hbar H} \pm \frac{\pi}{4}\right], \end{aligned} \quad (1.3.2.4)$$

(onde κ é um numero inteiro que indica o valor da harmônica e $\lambda_{\kappa} = 2\pi^2 \kappa k_B T / \hbar \omega_c$) que caracteriza o desenvolvimento das oscilações: por exemplo, considerando que a separação

da energia $\Delta\varepsilon$ entre os tubos vizinhos mais próximos quando eles vão atravessar a superfície de Fermi seja dada por:

$$\Delta\varepsilon = \frac{e\hbar H}{c(\hbar^2/2\pi)(dS/d\varepsilon)_{\varepsilon=\varepsilon_F}} = \hbar\omega_c, \quad (1.3.2.5)$$

onde $\frac{\hbar^2}{2\pi} \left(\frac{dS}{d\varepsilon} \right)_{\varepsilon=\varepsilon_F}$ é a massa efetiva m^* . É bastante claro que a diminuição da intensidade

das oscilações de manifestará uma vez que $\Delta\varepsilon \gg k_B T$. De fato, a teoria mostra que o fator

$\frac{\lambda_\kappa}{\sinh(\lambda_\kappa)}$ (este fator pode ser expresso em forma de $\exp(-\frac{2\pi^2 k_B T c m^*}{\hbar e H})$), descreve o efeito

de uma temperatura finita e mostra como a amplitude das oscilações é reduzida devido às

flutuações térmicas. O fator $\sim \exp\left(\frac{-2\pi\kappa\Gamma}{\hbar\omega_c}\right)$ descreve o efeito do tempo de relaxação finita

τ devido ao espalhamento dos elétrons. Desta maneira nós podemos introduzir uma

temperatura chamada de Dingle $T_D \sim \frac{\Gamma}{\pi k_B}$ quando o *broadening* (caracterizado por Γ) dos

níveis de Landau começa se manifestar. A temperatura de Dingle está conectada ao tempo

de relaxação pela relação $T_D \sim \frac{\hbar}{2\pi k_B \tau}$. Por isso $T_D \sim \frac{\hbar}{\tau}$, assim como $\hbar\omega_c \gg k_B T_D$, para

que sejam cumpridas as condições para a visualização das oscilações.

No fator $\sum_m \sin\left(\frac{cS_m}{e\hbar H} \pm \frac{\pi}{4}\right)$, o argumento da função seno caracteriza a fase da oscilação que depende da topologia da estrutura da banda eletrônica e o sinal é escolhido em função de a área extrema ser mínima (+) ou máxima (-). O fator $\sum_m \cos\left(\frac{\kappa\pi m^*}{m_0}\right)$

caracteriza o efeito do spin dos elétrons nos níveis de Landau [65-71].

A informação mais importante é obtida plotando o logaritmo da amplitude das oscilações da magnetização contra a temperatura T . A inclinação fornece aproximadamente a massa efetiva m^* , que é de importância, já que entra em muitas propriedades termodinâmicas e de transporte. Por outro lado, plotando o logaritmo da

amplitude das oscilações da magnetização contra o campo magnético inverso $1/B$ nós podemos extrair de sua inclinação a temperatura de Dingle T_D , que caracteriza a pureza do material.

Para o caso de uma relação de dispersão normal 2D, D. Shoenberg [72, 73] introduz uma expressão para as oscilações quânticas da magnetização,

$$\begin{aligned} \tilde{M}^{2D} = \frac{2N_0 \hbar \omega_c \varepsilon_F}{\pi H} \sum_{l=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{l+1}}{l} \frac{\lambda_l}{\sinh \lambda_l} \sin \left(2\pi l \frac{\mu^*}{\hbar \omega_c} \right) \\ \times \cos \left(2\pi l \frac{\mu_e H}{\hbar \omega_c} \right) \exp \left(-2\pi l \frac{\Gamma}{\hbar \omega_c} \right) \end{aligned} \quad (1.3.2.6)$$

(onde l é um numero inteiro que indica o valor da harmônica e $\lambda_l = 2\pi^2 l k_B T / \hbar \omega_c$) na qual ele incorporou fenomenologicamente o efeito da temperatura, usando o argumento da diminuição de fase. Da mesma forma como Lifshitz-Kosevich, Shoenberg também considera o potencial químico μ^* constante, mas não leva em conta a relação de dispersão de transferência t a longo do k_z que existe devido a que o elétron pula entre os planos nas heteroestruturas e metais orgânicos.

Mas, por outro lado Champel e Mineev [74, 75] têm argumentado que o passo de um caso 3D para 2D conduz a uma série de efeitos que diferenciam estas aproximações. Esta diferença ocorre devido a que em três dimensões (3D) o espectro dos elétrons é contínuo (devido à componente z do momento) e a superfície de Fermi é interceptada por muitos níveis de Landau (LLs). Por isso o potencial químico μ^* é aproximadamente igual à energia de Fermi ε_F e não oscila quando o campo magnético é variado, ou seja, é constante e não depende do campo magnético e pode ser representado por um ensemble grande canônico.

Entretanto, num sistema (2D) o espectro do elétron tem gap (entre os LLs) e o potencial químico μ^* (que é a energia mínima de uma partícula para ser adicionado ao sistema) é confinado para o nível de Landau mais alto. Mas quando o campo magnético é reduzido, este nível torna-se completamente preenchido e o potencial químico pula (salta) para o seguinte nível. Este salto tem sido claramente detectado através das medidas da

magnetização em diversas heteroestrutura de AlGaAs-GaAs contendo um gás de elétrons 2D [76]. Isto indica que, devido à quantização de Landau num sistema 2D, a densidade de elétrons n_0 e o potencial químico μ^* não podem ser considerados constantes simultaneamente quando o campo magnético B é variado. Portanto, o potencial químico em duas dimensões oscila quando o campo magnético é variado. Este fato muda enormemente a amplitude e a forma das oscilações da magnetização.

Champel e Mineev têm estudado as oscilações dHvA em sistemas metálicos e supercondutores 2D e quase-2D para o caso de uma relação de dispersão parabólica da forma

$$\varepsilon_{\perp}(p_{\perp}) = \varepsilon(p) - 2t \cos[p_z d] \pm \mu_B H, \quad (1.3.2.7)$$

($\pm \mu_B H$, é o *splitting* de Zeeman, $\mu_B = e\hbar/mc$ o magnéton de Bohr e t a integral de transferência) onde a expressão geral para a parte oscilatória da magnetização,

$$\begin{aligned} \tilde{M}^{q2D} = \frac{2N_0\mu^*\hbar\omega_c}{\pi H} \sum_{l=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{l+1}}{l} \frac{\lambda_l}{\sinh \lambda_l} \sin\left(2\pi l \frac{\mu^*}{\hbar\omega_c}\right) J_0\left(2\pi l \frac{2t}{\hbar\omega_c}\right) \\ \times \cos\left(2\pi l \frac{\mu_e H}{\hbar\omega_c}\right) \exp\left(-2\pi l \frac{\Gamma}{\hbar\omega_c}\right) \end{aligned} \quad (1.3.2.8)$$

foi deduzida nos limites $\hbar\omega_c \ll t$ e $\hbar\omega_c \gg t$ (onde $\lambda_l = \frac{2\pi^2 l k_B T}{\hbar\omega_c}$ e Γ é a largura dos níveis de Landau devido à desordem ocasionada pelas impurezas) sobre a condição $\mu^*/\hbar\omega_c \gg 1$ [74] e tomando em conta os efeitos da temperatura, impurezas e o *spin-splitting*.

Quando calculada a equação (1.3.2.8) com relação à origem da banda ($p_z = 0$), o potencial químico μ^* equilibra os níveis de Fermi oscilantes dos diferentes grupos de portadores e, por isso, adquire a dependência do campo magnético, o que foi mostrado [75] ser importante para sistemas 2D com alto grau de pureza no limite $\hbar\omega_c \gg \Gamma$ e no limite ultra-quântico quando os níveis de Landau ($n \sim 1$) mais baixos são ocupados.

A equação 1.3.2.8 pode ser aproximado à equação de 3D (1.3.2.4) de Lifshitz-Kosevich quando $\zeta = 2\pi l \frac{2t}{\hbar\omega_c} \gg 1$ e $J_0(\zeta) \approx (2/\pi\zeta) \times \cos\left(2\pi l \frac{2t}{\hbar\omega_c} - \frac{\pi}{4}\right)$, mas quando $\zeta \ll 1$ e $J_0(\zeta) \approx 1$ esta se aproxima para o caso puramente 2D. No caso dos férmions de Dirac 2D esta se reduz ao resultado

$$\tilde{M}_{osc} = -\frac{N(\mu^{*2} - \Delta^2 - \Gamma^2)}{2\pi\mu^*} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi k w)}{\pi k} \exp(2\pi k \mu^{*2} \Gamma / eB), \quad (1.3.2.9)$$

obtido por S. G. Sharapov et. al [77] dentro do contexto da eletrodinâmica quântica de (2+1)-dimensões, enquanto no caso dos férmions com massa o resultado da expressão 1.3.2.8 é recuperado.

O formalismo desenvolvido em [74, 77] tem servido como um instrumento poderoso na análise de detecção de fase das oscilações dHvA e SdH na grafite com espectro quase-2D. O resultado desta análise mostra como a natureza dos portadores influencia a fase das oscilações quânticas. Analisando as oscilações quânticas de SdH e dHvA na amostra volumétrica da grafite HOPG, tem se provado que além dos portadores de elétrons normais com espectro 2D, existem também portadores tipo férmions de Dirac (buracos) com espectro linear, sugerindo que eles são responsáveis pelos fenômenos eletrônicos fortemente correlacionados não usual mesmo assim em grafite volumétrico [8].

O efeito Shubnikov - de Haas (SdH) foi primeiro observado em 1930 por L. Shubnikov e W.J. de Haas em experimentos realizados em amostras de bismuto (Bi), e é caracterizado pelas oscilações na magnetorresistência. Devido à quantização de Landau num campo magnético aplicado, a densidade de estados (DOS), no nível da energia de Fermi E_F mostrará oscilações em função do campo magnético quando a separação entre os níveis de Landau (energia do gap $\hbar\omega_c \gg k_B T$) torne-se comparável à largura que caracteriza a desordem de um nível de Landau. Como as propriedades de transporte são determinadas pela densidade de estados no nível de Fermi, as oscilações em DOS devido a quantização dos níveis de Landau, conduz a um comportamento oscilatório na resistividade $\rho_{xx}(B)$ do sistema, que são periódicas em a inversa do campo magnético $\vec{B}$, dando a bem

conhecidas oscilações Subnikov-de Haas. Estas oscilações quânticas são bem visualizadas em amostras com um alto grau de pureza e em temperaturas suficientemente baixas [70, 78, 79].

A teoria padrão do SdH para sistemas 3D tem sido desenvolvido por Adams e Holstein [78] é baseada numa análise semiclássica do movimento de elétrons. A quantização de Onsager determina o espectro do elétron. As oscilações da densidade de estados $D(E_F)$ (DOS) no nível de Fermi dá a contribuição principal para o comportamento oscilatório da condutividade. A condutividade oscilatória é dada pela expressão [70]:

$$\frac{\Delta \tilde{\sigma}_{xx}}{\sigma_{xx}} \sim [D(\varepsilon_F)]^{-1} \sum_m \left(\frac{m_m^*}{B} \right)^2 \frac{\partial \tilde{M}_m}{\partial B}, \quad (1.3.2.10)$$

onde m_m^* é a massa ciclotrônica, B o campo magnético e $\partial \tilde{M}_m / \partial B$ é a susceptibilidade χ ($\tilde{M}_m$ é a parte oscilatória da magnetização representada acima na expressão 1.3.2.4).

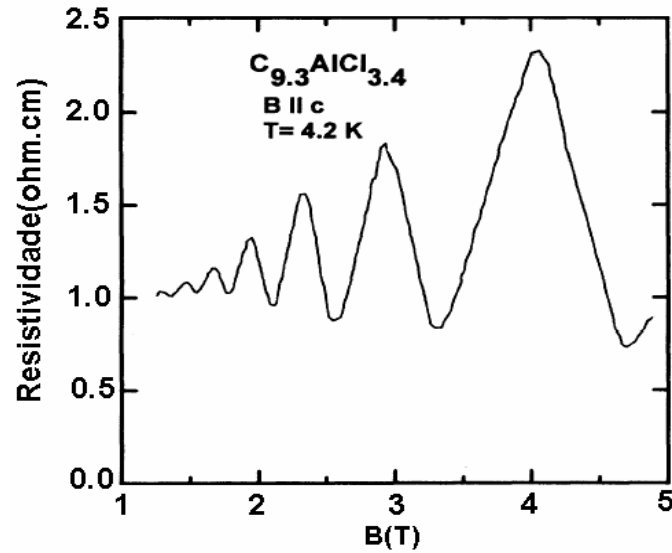


Figura 1.3.4: Oscilações Subnikov - de Haas em uma amostra semicondutora [80].

A condutividade é proporcional à densidade de estados no nível de Fermi. Quando a densidade de estados é máxima no nível de Fermi, $\sigma_{xx}(B)$ atinge um máximo, mas a resistividade $\rho_{xx}(B)$ passa por um mínimo (veja figura 1.3.4).

Existe uma teoria quantitativa desenvolvida por Roth e Argyres [81] das oscilações em $\rho_{xx}(B)$, que usa o formalismo de Kubo [13], assumindo um espalhamento de impureza isotrópico. Em princípio, a teoria permite a determinação da massa efetiva m^* dos portadores de carga (da dependência da temperatura da amplitude das oscilações num campo magnético constante), assim mesmo como a concentração dos portadores n_0 ou a energia de Fermi (do período das oscilações em função de $1/B$) e o tempo de espalhamento elástico τ ou a temperatura de Dingle T_D (da evolução das oscilações em temperatura constante).

A teoria do efeito Shubnikov-de Haas 3D [78, 79] falha para descrever o magneto-transporte em sistemas 2D ou quase-2D no limite de campos altos, quando a dispersão do elétron t na terceira dimensão é muito maior que a energia ciclotrônica $\Delta\varepsilon = \hbar\omega_c$ [82]. Por causa de uma extremamente alta anisotropia dos sistemas de elétrons quase-2D (metais orgânicos), a amplitude das oscilações são fortemente aumentadas nas amostras de alta qualidade destes materiais e com frequência não pode ser descrito pela formula semiclássica de Lifshitz-Kosevich, derivado para metais 3D [62, 71].

Efeitos qualitativos, tais como oscilações suaves da condutividade, ou o deslocamento da fase das oscilações não podem ser explicados no formalismo da teoria 3D [62]. Recentemente várias tentativas apareceram para explicar as oscilações quânticas na condutividade em sistemas quase-2D [83-86]. Uma das questões abertas é a origem do deslocamento da fase nos *beats* (batimentos ou pulsos) das oscilações da resistividade interplanar com respeito a esta na magnetização. O comportamento dos *beat* das oscilações em metais quase-2D é acreditado originar-se de uma ligeira curvatura da superfície de Fermi na direção normal ao plano 2D. A superposição das contribuições do máximo e mínimo das órbitas ciclotrônicas induz a uma modulação da amplitude do κ -ésimo harmônico por o fator $\cos(2\pi\kappa\Delta F/2B - \pi/4)$ responsável da fase, onde B é o campo magnético e $\Delta F = (c\hbar/2\pi e)(S_{\max} - S_{\min})$ é a diferença entre as frequências das oscilações

causadas pelas órbitas extremas com as áreas $S_{\max}$ e $S_{\min}$ no espaço recíproco k [72]. Da frequência do batimento foi avaliada a curvatura da superfície de Fermi e, portanto, a integral de transferência interplanar $4t \approx \varepsilon_F \Delta F / F$ [87, 88]. A situação se torna menos clara quando a curvatura é tão pequena que menos da metade do período do *beat* que possa ser observado experimentalmente. Em princípio, uma observação de um nodo único pode ser já totalmente informativo [89] se *phase offset* (ou seja, a fase do *beat* em $1/B \rightarrow 0$) é conhecido. Na teoria padrão de Lifshitz–Kosevich [62, 71] este *phase offset* é determinado por razões geométricas e é igual a $-\pi/4$ para ambos os efeitos: o de SdH e dHvA [72].

1.3.3 Efeito Hall no limite quântico

Na seção 1.1 nos descrevemos o fenômeno de transporte no limite de campos baixos $\omega_c \tau \ll 1$. Em particular foi observado que o efeito Hall neste limite pode ser explicado satisfatoriamente dentro do modelo clássico de Drude, no qual a resistência Hall $R_{xy}(B)$ é achado ser proporcional à intensidade do campo magnético

$$R_{xy}(B) = B/en_0, \quad (1.3.3.1)$$

onde n_0 é a densidade eletrônica, e é a carga elementar de um elétron.

Agora se nos tomamos o mesmo dispositivo (mostrado na figura 1.1) e colocamos num campo magnético suficiente forte e em temperatura suficiente baixa (ao redor de 4.2K), nos obtemos um comportamento diferente de $R_{xy}(B)$ do aquele dado pela Eq. 1.3.3.1. Isso foi que aconteceu em 1980 quando Klaus von Klitzing e *et al.* [90]

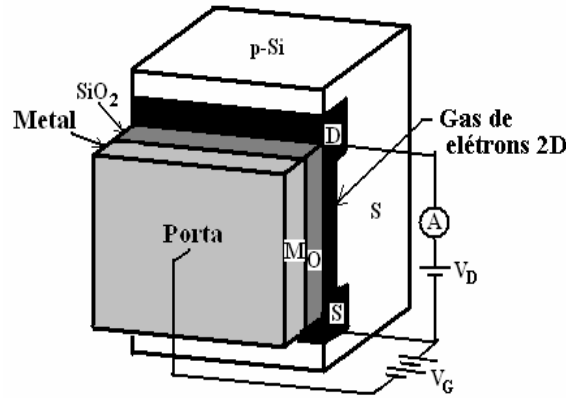


Figura 1.3.5: Vista de um Si-MOSFET [91]

realizavam pesquisas sobre as propriedades galvanomagnéticas de um gás de elétrons bi-dimensional (2DEG) em MOSFET (Metal-Oxide-Semiconductor Field - Effect Transistor) de sílica de alta qualidade [91] (figura 1.3.5), que consiste de um semiconductor (p-Si) contendo uma interface plana com um filme fino de isolante (SiO₂), e sobre lado oposto uma porta de eletrodo metálica.

Eles descobriram que em campos altos o suficiente para ocorrer a quantização de Landau, a resistência Hall $R_{xy}(B)$ de semicondutores bi-dimensionais não varia de forma linear, mas “em platôs”, em função do campo magnético B (veja Figura 1.3.6). Para um

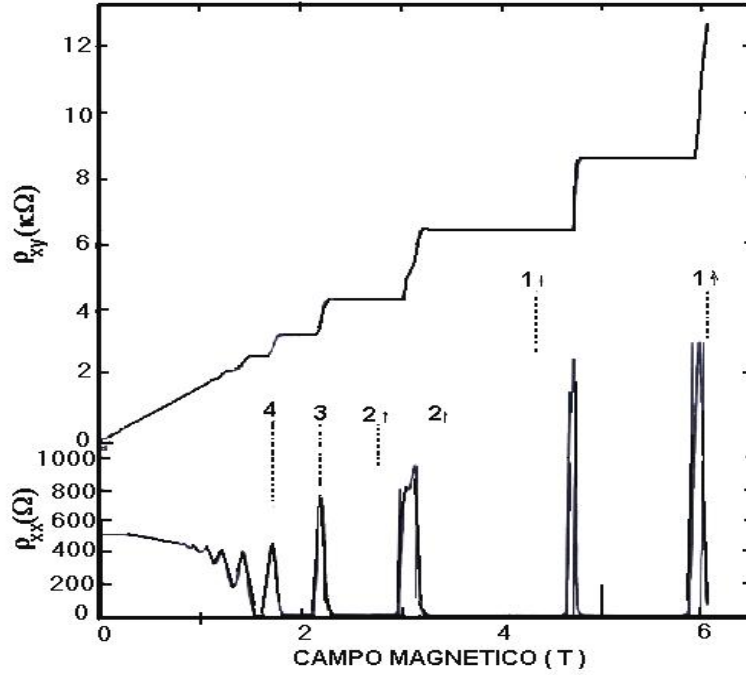


Figura 1.3.6: Curvas experimentais da resistência $R_{xy} = h/ie^2 = \rho_{xy}$ e a resistividade longitudinal $\rho_{xx} \sim R_{xx}$ num sistema 2D de uma heteroestrutura, como uma função do campo magnético para uma densidade de portadores constante, medidas para uma temperatura de 8mK. Na figura vemos que a altura dos saltos é dada pela constante física h/ie^2 e observam-se os platôs para $i = 1, 2, 3, 4$. A resistência $R_{xx} = 0$ quando R_{xy} é quantizada. [90].

valor de densidade de elétrons n_0 constante, a resistividade Hall na posição dos platôs é quantizada como:

$$\rho_{xy} = \sigma_{xy}^{-1} = h/ie^2. \quad (1.3.3.2)$$

A altura dos platôs é dada por h/ie^2 , onde $h/e^2 \approx 25\text{k}\Omega$ (figura 1.3.6), e i é um numero inteiro e h é a constante de Planck. Os platôs acontecem próximo de certos valores

precisos de campo magnético, e estes valores são dados por $B_i = (n_0 h / e) / i$. Usando a expressão (1.3.3.1) e substituindo B por B_i nos obtemos (1.3.3.2). Este efeito foi denominado efeito Hall quântico inteiro (IQHE).

Outros sistemas nas quais podem ser também observados o efeito Hall quântico inteiro (IQHE) são as heteroestruturas semicondutoras, como por exemplo $GaAs / Al_x Ga_{1-x} As$ ($0 < x \leq 1$). Uma característica destes sistemas é a alta mobilidade dos portadores (elétrons e/ou buracos).

Este efeito quântico de escala macroscópica depende exclusivamente sobre as constantes fundamentais e não é afetado pelas irregularidades no semicondutor, como impurezas ou efeitos da interface e é essencialmente caracterizado pela quantização da resistência Hall $R_{xy}(B)$ na forma de platôs e a tendência de anular-se da componente diagonal $R_{xx}(B)$. Com esta descoberta K. Von Klitzing recebeu o prêmio Nobel de física em 1985.

Em 1982 Tsui et al. descobriram que, em certos dispositivos com desordem reduzida, o fator de preenchimento toma valores fracionários na quantização da resistência $R_{xy}(B)$, onde ocorrem os platôs. Todos estes novos platôs podem ser expressos por $h / \nu e^2$, onde $\nu = 2/5, 5/9, \dots$. Este efeito é o resultado de interações coulombianas entre elétrons. As partículas condensam em estados quânticos especiais, cujas excitações têm a propriedade de serem descritas por números quânticos fracionários. O comportamento destas partículas é caracterizado por uma estatística e carga fracionárias, que é uma estatística intermediária entre a de Bose e de Fermi. A teoria deste efeito, chamado efeito Hall quântico fracionário (FQHE), foi desenvolvida por R. B. Laughlin, mas esta teoria não será descrita no presente trabalho [91].

Devido a enorme *importância de um sistema bi-dimensional (2D)* que se requer para a visualização deste efeito, nos damos modelos teóricos simples que descrevem as propriedades de um gás de elétrons bi-dimensional (2DEG) num campo magnético forte.

Para um sistema 2D, de dimensão L a resistência [92, 93] é expressa

$$R = \rho L^{(2-d)}, \quad (1.3.3.3)$$

onde d toma valores inteiros de acordo à dimensionalidade (para um sistema 2D $d = 2$) e ρ a resistividade. Em particular isto significa que em sistemas bi-dimensionais não é necessário medir as dimensões físicas da amostra para obter a resistividade. Em adição, considerando que a dissipação é aproximadamente zero nos estados do IQHE (como se observa acima na Fig. 1.3.6), a forma da amostra e a posição precisa dos contatos para medir a voltagem Hall são irrelevantes.

A universalidade das propriedades de transporte no regime de Hall quântico ocorre apesar *da desordem* e das imperfeições do dispositivo. A localização de Anderson na presença da desordem desempenha um papel essencial na quantização, mas esta localização é modificada pelo intenso campo magnético. Em um sistema 2D de elétrons não interagentes e em campo magnético zero todos os estados são localizados, mesmo na presença de uma desordem arbitrariamente fraca. A essência deste efeito de localização fraca é o “eco” da corrente, associado com as correções de interferência quântica para o transporte clássico [94]. Os efeitos de interferência quântica são fortemente dependentes da existência da simetria de reversão do tempo. Na presença de um campo magnético forte quantizado, a simetria de reversão do tempo é destruída, e as propriedades da localização de um gás de elétrons 2D desordenado são radicalmente alteradas. Na ausência de qualquer impureza o gás de elétrons 2D é invariante translacionalmente e não existe sistema de referência preferido. Por isso, no regime do efeito Hall quântico não se observará nenhuma física nova na ausência da desordem, que é condição necessária para destruir a invariância de translação.

O efeito Hall quântico inteiro (IQHE) pode ser entendido dentro do formalismo da teoria quântica de uma partícula, que está baseado na dinâmica de movimento de um elétron num plano bi-dimensional (2D) na presença de um campo magnético e um potencial aleatório simulando o desordem na superfície, onde a interação coulombiana é irrelevante.

A seguir explicaremos do ponto de vista quântico, o comportamento da condutância Hall num campo magnético aplicado. Na seção 1.3.1 nós examinamos a equação de Schrödinger para uma partícula submetida em um campo magnético, onde obtivemos um conjunto discreto de energias infinitamente degeneradas, chamadas níveis de energia de Landau, com um *gap* proporcional ao campo magnético B . Confinando a partícula numa caixa retangular, cada nível de energia é altamente degenerado e por unidade de área

existem $n_B = eB/hc$ estados disponíveis, onde n_B não depende dos parâmetros do semicondutor. O fator de preenchimento

$$\nu = n_0 / n_B = n_0 hc / eB, \quad (1.3.3.4)$$

por nível de Landau é um parâmetro importante para que em valores especiais a condutância Hall seja quantizada. Portanto nós temos dois caminhos diferentes para variar ν : variando a densidade eletrônica n_0 ou variando o campo magnético B . Devido a que n_0 , sempre consideramos constante, nós observaremos que os valores especiais de campo magnético dados por $B_i = (n_0 h / e) / i$ são exatamente aqueles para que $\nu = i$ sejam inteiros. Já que ν mede o preenchimento dos níveis de energia de Landau nos acharemos que a resistência Hall quantizada é observada para valores de campo magnético B nas quais os i^{th} níveis de Landau são exatamente preenchidos. Na realidade a resistência Hall toma valores quantizados sobre as regiões estendidas de B ao redor de cada B_i . A causa da formação do platô e a alta precisão da quantização da resistividade Hall é consequência da localização do elétron devido a um potencial desordenado. De fato a desordem alarga os níveis de Landau com estados localizados nas bordas das bandas e finalmente com um estado estendido no centro [95]. Considerando que em baixas temperaturas só os estados estendidos transportam corrente, nos podemos descrever o comportamento da condutividade como segue. Enquanto o campo magnético B diminui (na equação 1.3.3.4), ν cresce para que os níveis de Landau sejam gradualmente preenchidos completamente. Quando os estados localizados são preenchidos a condutividade Hall σ_{xy} permanece constante, e quando os estados estendidos são preenchidos σ_{xy} muda e realiza uma transição de um platô para o seguinte.

Para uma caracterização e explicação do efeito Hall quântico existe três aproximações teóricas. A primeira está baseada no argumento do gauge de Laughlin [96] que foi analisado rigorosamente no trabalho de [97], a segunda utiliza o formalismo de Kubo - Chern para o cálculo da condutividade [98-100]. Para a inter-relação entre estas duas aproximações veja [101]. A terceira aproximação está considerando os estados de

bordas da corrente transportada, introduzida por Halperin [102], que nos descreveremos brevemente nesta parte, mas antes mencionaremos o argumento de Laughlin.

A explicação que propôs R. Laughlin [96] para a quantização exata da condutância Hall está baseado sobre a *invariância do gauge* e a existência de um *gap de mobilidade*.

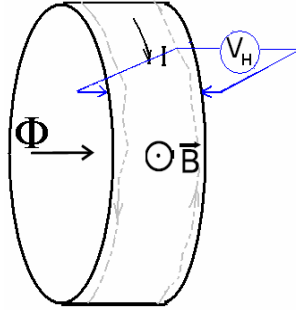


Figura 1.3.7: Efeito Hall na geometria do experimento idealizado de Laughlin.

Ele considerou um *gedankenexperiment* (experimento idealizado), onde representou um sistema bi-dimensional de elétrons não interagentes para uma fita metálica enrolada, na qual é realizada a medida da resistência Hall. Na presença de um campo magnético $\vec{B}$, aplicado normal à superfície da fita, a tensão Hall V_H é medido através das bordas dela, enquanto um fluxo fictício Φ passa como mostrado na figura 1.3.7. Nesta condição, a corrente I é expressa em termos da energia total E dos elétrons do sistema como

$$I = c \frac{\partial E}{\partial \Phi} = \frac{c}{L} \frac{\partial E}{\partial \vec{A}} \quad (1.3.3.5)$$

onde a derivada é diferente de zero pela coerência de fase das funções de onda ao redor da fita. Esta fase de longo alcance é característica de uma supercorrente. A relação (1.3.3.5) pode também ser obtida diferenciando a energia total E com respeito ao vetor potencial $\vec{A}$ direcionado entorno a fita (onde L é o comprimento da circunferência da fita).

R. Laughlin considerou que sobre uma *transformação do gauge* de

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A} + \vec{\delta} A = \vec{A} + \delta \Phi / L, \quad (1.3.3.6)$$

a função de onda adquire um fator de fase da forma:

$$\psi' \rightarrow \psi \exp(i \frac{e}{\hbar c} \frac{\delta\Phi}{L} y) = \psi \exp(2\pi i \frac{\delta\Phi}{\Phi_0} \frac{y}{L}) , \quad (1.3.3.7)$$

onde Φ é a densidade de fluxo magnético e $\Phi_0 = \frac{hc}{e}$ o quantum de fluxo (h é constante de Planck, e a carga elementar do elétron, e c a velocidade da luz).

Se o elétron encontra-se num estado localizado (devido à desordem), a função de onda se anulará fora de uma região de localização que é muito menor que L , e não responderá ao fluxo. A energia E e a corrente I nos estados localizados são constantes devido ao processo adiabático da variação do fluxo Φ . Por outro lado, se o elétron acha-se num estado estendido (deslocalizado), então não é permitida tal **transformação do gauge** a menos que $\delta\Phi / \Phi_0$ seja um inteiro. No fato, os elétrons têm funções de onda estendidas nos níveis de Landau e contribuem para a corrente.

Agora imaginemos que o fluxo magnético fictício Φ que passa através do laço é aumentado de zero adiabaticamente. Se o nível de Fermi fica num gap de mobilidade (estado localizado), então observaremos que alguns estados localizados que podem estar presentes não mudaram. Enquanto, os elétrons nos estados estendidos (deslocalizados) responderam a uma variação do fluxo Φ até que ele atinja o valor de um quantum de fluxo Φ_0 , que acontece quando cada um destes estados se podem mapear identicamente em eles mesmos. No caso dos elétrons livres, Laughlin [96] mostrou que quando o fluxo é aumentado adiabaticamente, cada estado move-se para seu estado vizinho na direção do campo elétrico [103]. Quando o fluxo cresce por um quantum, a distribuição do elétron pode parecer exatamente o mesmo como antes. O resultado obtido dum processo adiabático é uma transferência de carga de uma borda para a outra. Se n elétrons são transferidos durante uma variação $\Delta\Phi$ de um quantum de fluxo Φ_0 , a variação da quantidade na energia eletrônica obtida é $\Delta E = -enV_H$, onde V_H é a diferença de potencial entre as

bordas. Escrevendo $\frac{\delta E}{\delta\Phi} \rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta\Phi}$, nos obtemos, $I = c \frac{neV_H}{\Delta\Phi} = n \frac{e^2}{h} V_H$ da equação 1.3.3.5,

quando $\Delta\Phi \sim \Phi_0$ e em conseqüência a condutividade Hall $\sigma_{xy} = n \frac{e^2}{h}$. Portanto de acordo com a aproximação de Laughlin, a quantização é causada pela (i) a invariância do gauge e (ii) a existência de um gap de mobilidade.

Em seguida descrevemos a representação de Halperin sobre o efeito Hall quântico. Esta aproximação está baseada na consideração do transporte de estados nas bordas.

A aproximação de Halperin é o seguinte: Halperin [102] considerou que num gás de elétrons bi-dimensional não interagentes e submetido a um campo magnético forte B existem estados eletrônicos estendidos ao longo das bordas.

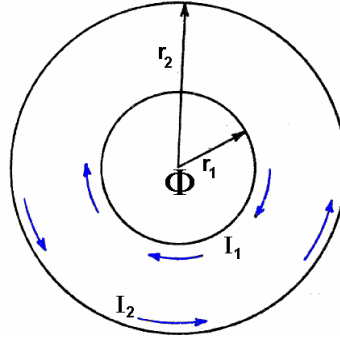


Figura 1.3.8: No disco de geometria anular o campo magnético B é constante entre r_1 e r_2 e zero fora deste limite. As setas curvadas mostram as correntes das bordas.

A representação geométrica assumida para a medida da condutância Hall é um filme de geometria anular parecido ao disco de Corbino (veja figura 1.3.8) onde as condições de fronteiras são definidas pelos dois círculos concêntricos de raios r_1 e r_2 . Além do campo magnético B , existe um solenóide comprido que passa através do centro do sistema (na região $r < r_1$), para que o fluxo Φ no condutor possa ser variado sem mudar o campo magnético B na região onde os elétrons são confinados. Também é considerada a ausência dum campo elétrico para que o potencial eletrostático observado através dos elétrons seja constante no interior do filme.

Halperin sugeriu que os estados localizados não participam de uma resposta da variação do fluxo Φ em qualquer parte do sistema, e considerou que somente os estados estendidos respondem a uma variação do fluxo. Em particular, os *estados de bordas* na

energia de Fermi podem ser estendidos. Estes *estados estendidos* são estados quase-unidimensionais, que *transportam a corrente* e contribuem à condutividade Hall quantizada, quando os níveis de Fermi nas bordas da amostra são diferentes.

Portanto se os dois níveis de Fermi diferem por uma quantidade de $e\mu^*$ (onde μ^* é o potencial químico), então é achado que os estados de bordas dão contribuição de uma corrente ao redor do disco, que é dado por:

$$\delta I = \frac{Ne^2\mu^*}{h}, \quad (1.3.3.8)$$

onde N é um inteiro. Esta contribuição é consistente com a condutância Hall quantizada quando a diferença do potencial químico μ^* está incluído junto com qualquer potencial eletrostático presente, na medida da tensão entre a borda interna e externa do disco.

A solução da equação de Schrödinger é assumida na sua forma polar e os auto-estados para esta geometria têm a forma de $\Psi_{m,N}(r, \vartheta) = \frac{e^{im\vartheta}}{\sqrt{2\pi}} \phi(r - r_m)$, e com autovalores

$E_{m,N} = (N + 1/2)\hbar\omega_c$, (onde m é o número quântico azimutal). O radio $r_m = \sqrt{\frac{2c|m|\hbar}{eB}}$ na função de onda é equivalente à coordenada central $X = -\ell_0^2 k_y$ do item 1.3.1 e varia numa faixa de $r_1 < r_m < r_2$, e onde as relações $|r_1 - r_m| \gg \ell_0 = r_c$ e $|r_2 - r_m| \gg \ell_0 = r_c$ das dimensões do disco são satisfeitas (onde r_c é o raio ciclotrônico).

Se for considerada uma situação onde $r_m \cong r_1$ ou $r_m \cong r_2$, então neste caso certamente os estados de bordas não podem ser omitidos. Nesta condição as energias não são mais dadas pelos níveis de Landau, mas são ramos (curvas) monótonos como ilustrado na figura 1.3.9 e continua a presença dos estados nas bordas. Por exemplo, na borda externa quando $r_m \cong r_2$, a energia $E_{m,N}$ aumentará monotonicamente quanto r_m aumenta, passando por um valor de energia de $E_{m,N+1}$. Enquanto na borda interna ($r_m \cong r_1$), $E_{m,N}$ aumenta quando r_m diminui, então o comportamento é decrescer monotonicamente (veja figura 1.3.9).

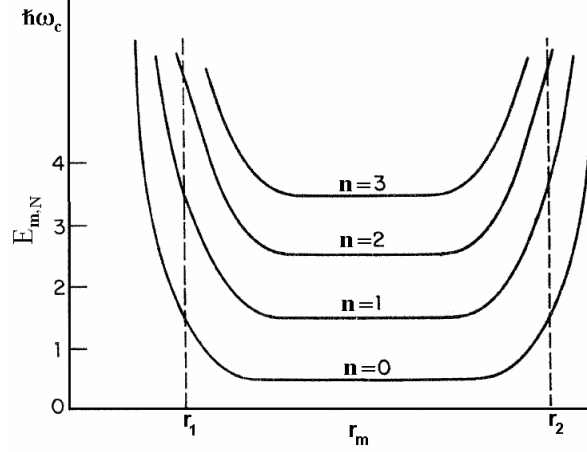


Figura 1.3.9: Níveis da energia $E_{m,N}$ de um sistema não aleatório em unidades de $\hbar\omega_c$ como uma função do parâmetro r_m .

Devido ao fato que próximo das bordas $r_m = r_1, r_2$ a densidade $|\Psi_{m,N}|^2$ não é mais simétrica, então é esperado observar uma corrente diferente de zero, dada por $I_{m,N} = -c \frac{\partial E_{m,N}}{\partial \Phi} = \frac{e}{h} \frac{\partial E_{m,N}}{\partial m}$. Isto nos permitirá observar que para um campo magnético $B > 0$, a corrente $I_{m,N} > 0$ quando $r_m \cong r_2$, enquanto $I_{m,N} < 0$ quando $r_m \cong r_1$.

Agora considerando que $|\partial E_{m,N} / \partial m|$ é exatamente a separação de energia entre os níveis de energia adjacentes para um número quântico dado n . Portanto, a corrente total transportada por estados de um n dado, num intervalo pequeno de energia δE é igual a $(e/h)\delta E$ na borda externa, e $-(e/h)\delta E$ na borda interna.

Supomos que o nível de Fermi fica entre as energias E_N de dois níveis de Landau com $N = n-1$ e $N = n$, no interior da amostra. Também supomos que próximo de r_2 e r_1 existem níveis de Fermi E_F^2 e E_F^1 respectivamente, que diferem um do outro, mas eles ainda ficam no intervalo E_{n-1} e E_n . Então a corrente total transportada pelos estados de bordas entre E_F^2 e E_F^1 é claramente dado por $neh^{-1}(E_F^2 - E_F^1)$, que está em concordância com a equação (1.3.3.8).

Mas no caso de um experimento real, o potencial Hall medido eV_H é a soma de um potencial eletrostático eV_0 e a diferença nos níveis de Fermi $(E_F^2 - E_F^1)$. Então a corrente da borda é somente *uma fração* da corrente total Hall, dado por $(E_F^2 - E_F^1)/eV_H \approx \alpha n \ell_0 \hbar \omega_c C / e^2$, onde C é a capacitância por unidade de comprimento dos estados de bordas, e α é um numero da ordem da unidade. Além disso, estes estados estendidos não se tornam localizados quando é adicionada uma desordem fraca.

Uma explicação para as transições entre os platôs pode ser feita dentro da teoria de percolação semiclássica que descreveremos a seguir:

O modelo de percolação semiclássica considera um gás de elétrons 2D num potencial aleatório suave. Supomos que este sistema se encontra na presença de um campo magnético B forte de tal maneira que o comprimento magnético ℓ_0 seja comparado com a escala em que o potencial varia. Também são ignoradas as interações coulombianas entre os elétrons. Agora fica-nos a pergunta: qual seria a natureza das autofunções neste potencial aleatório? A resposta pode ser dada dentro uma representação como segue.

Considerando as funções de onda como ondas planas movendo-se ao longo de linhas de energia potencial constante e com uma largura perpendicular à linha, que da ordem do comprimento magnético ℓ_0 . A razão para isto, é a forma discreta da energia cinética num campo magnético forte. Esta forma discreta impossibilita ao elétron situado num nível de Landau dado variar continuamente sua energia cinética. Portanto, a conservação da energia restringe seu movimento para as regiões de energia potencial constante. No limite de campo magnético infinito, onde a mistura dos níveis de Landau é eliminada, este confinamento nas linhas de potencial constante torna-se exato (quando ℓ_0 aproxima-se do zero). O campo magnético forte leva o sistema ao limite ultra-quântico, no sentido que $\hbar \omega_c$ é uma energia muito grande (comparável a ε_F). Ao mesmo tempo (se é assumido um potencial suave) pode-se argumentar que, visto que o comprimento magnético ℓ_0 é pequeno (comparando com a escala de variação do potencial aleatório), o sistema está no limite semiclássico onde os pequenos pacotes de onda (na escala de ℓ_0) seguem trajetórias clássicas.

Ou seja, na presença de um potencial aleatório suave, sem uma simetria de translação particular, as autofunções ficarão em linhas de contorno de energia constante na superfície de energia aleatória. Desta maneira, os estados de baixa energia se encontrarão situados ao longo dos contornos em vales profundos na “paisagem” do potencial, ao passo que os estados de alta energia serão achados em torno “dos cumes das montanhas” na paisagem. Naturalmente, estes estados extremos serão fortemente localizados perto destes extremos do potencial.

Para uma compreensão da natureza dos estados em energias intermediárias, é necessário imaginar o preenchimento gradual de uma paisagem aleatória com água, como mostrado na Figura 1.3.10. Nesta analogia o nível do mar representa o potencial químico μ^* para os elétrons. Quando somente uma quantidade pequena de água é adicionada, a água preencherá os vales mais profundos e formará pequenos lagos. Mas quando o nível do mar é aumentado, os lagos crescerão mais e suas linhas das costas começarão a tomar formas mais complexas. Acima de um certo valor crítico do nível do mar acontecerá uma **transição de fase** na qual a linha da costa percola de um lado do sistema para outro. Quanto o nível do mar é aumentado ainda mais, o oceano cobrirá a maioria da terra e somente uns poucos cumes das montanhas emergirão acima da água. A linha da costa não percolará mais, mas somente contornará os cumes das montanhas.

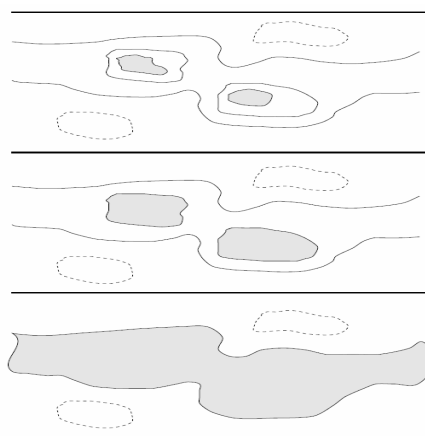


Figura 1.3.10: Mapa de contorno de uma paisagem aleatória suave. As linhas pontilhadas fechadas indicam picos de montanhas locais. Linhas sólidas fechadas indicam os vales. De cima para baixo, as áreas preenchidas de cor cinzenta indicam o aumento do nível do mar até que ocorre percolação de uma borda da amostra a outra.

Quando o nível do mar é aumentado ainda mais, acontecerão sucessivamente transições adicionais de percolação, enquanto cada nível de Landau sucessivo submerge. Por outro lado, se a mistura dos níveis de Landau é pequena e o potencial da desordem é simetricamente distribuído em torno de zero, então o valor crítico do potencial químico para a transição de percolação n -ésima acontecerá próximo o centro do n -ésimo nível de Landau:

$$\mu_n^* = (n + 1/2)\hbar\omega_c. \quad (1.3.3.9)$$

Esta transição de percolação corresponde a uma transição entre platôs Hall quantizados. Isto ocorre porque, quando o nível do mar está abaixo do ponto de percolação, a maior parte da amostra é “terra seca”. Por isso o gás de elétrons é isolante. Mas quando o nível do mar está acima do ponto de percolação, a maior parte da amostra está coberta com água. Por isso, o gás de elétrons está conectado por toda a maior parte da amostra e a corrente Hall quantizada pode ser transportada.

Uma outra maneira de observar isto é notar que, quando o nível do mar está acima do ponto de percolação, o potencial de confinamento produzirá uma linha de costa ao longo do comprimento completo de cada borda da amostra. Então, os estados de bordas transportarão a corrente de um extremo da amostra a outro.

Deste quadro, nós podemos também entender por que a resistividade ρ_{xx} tem um pico agudo exatamente quando acontece a transição entre os platôs (veja Figura 1.3.6). Afastando-se do ponto crítico, a circunferência de qualquer percurso particular de uma linha de costa é finita. O período de uma órbita semiclássica em torno desta é finito e, portanto, tal será o espaçamento do nível quântico. Assim existem *gaps* de energia pequena para a excitação dos estados através destes níveis de Fermi do espaço real. Adicionando um campo elétrico infinitesimal, só perturbaremos fracamente estes estados, devido ao gap e a facilidade de se calcular o elemento da matriz de perturbação, que será limitado para valores da ordem de $\sim eED$, onde D é o diâmetro da órbita. Entretanto, se a linha de costa percola de um extremo da amostra para o outro, então o período orbital diverge e o gap se anula. Portanto um campo elétrico infinitesimal pode causar dissipação de energia.

Outro modo de observar isto é que, quando nos aproximamos do nível de percolação por cima, os estados de bordas nos dois lados começarão a fazer desvios cada vez mais profundos no volume da amostra e iniciarão a comunicar-se um a outro, enquanto o comprimento de localização ξ diverge e a linha da costa ziguezagueia pela maior parte da amostra. Tais elétrons num estado de borda podem ser espalhados para trás, para os outros estados de bordas e, finalmente, refletidos da amostra, como ilustrado na Figura 1.3.11.

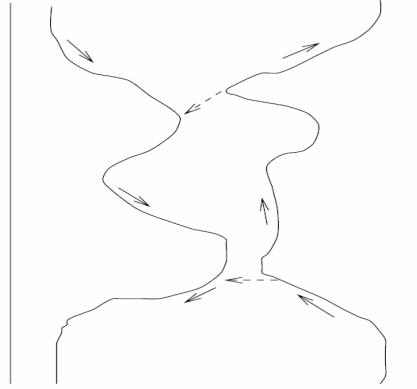


Figura 1.3.11: Ilustração dos estados de bordas que percorrem dentro da amostra volumétrica quando a transição de localização Hall aproxima-se pelo lado condutor. As setas sólidas indicam a direção do fluido ao longo de linhas equipotenciais. Setas tracejadas indicam o tunelamento quântico de uma órbita semiclássica (estado de borda) para outra.

Devido ao fato que o potencial aleatório alarga a densidade de estados dos níveis de Landau, os platôs Hall quantizados terão larguras finitas. Quando o potencial químico μ^* é variado no regime dos estados localizados entre os picos dos níveis de Landau, somente a ocupação dos estados localizados é mudada. Portanto, as propriedades de transporte ficarão constantes até que aconteça a transição de percolação seguinte. É importante a presença da desordem para produzir esta densidade de estados finita e localizar estes estados. Também é conhecido que, quando nós aproximamos do ponto de percolação (clássico) em duas dimensões, o tamanho característico (diâmetro) das órbitas das linhas da costa diverge como:

$$\xi \sim |\delta|^{-\nu} , \quad (1.3.3.10)$$

onde δ (com um expoente crítico $\nu = 4/3$ de percolação clássica) mede a deviação do nível do mar em relação a seu valor crítico. A estrutura da linha da costa não é suave e, de fato, sua circunferência diverge com um expoente maior $7/3$, mostrando que estes são objetos fractais altamente ramificados, cuja circunferência escala como a potência $7/4$ do diâmetro.

Até este momento foi assumido que o comprimento magnético é essencialmente zero. Em outras palavras, foi ignorado o fato que a base da função de onda se estende uma pequena distância transversal às linhas equipotenciais. Se duas órbitas diferentes com a mesma energia passam próximo uma à outra, mas estão classicamente desconectadas, a partícula pode ainda tunelar entre elas, se o comprimento magnético é finito. Este tunelamento quântico faz com que o comprimento de localização ξ divirja mais rápido do que o modelo de percolação clássica prediz. Os resultados teóricos baseados em simulações numéricas mostram que o comprimento de localização diverge como [104-107]

$$\xi \sim |\delta|^{-\nu}, \quad (1.3.3.11)$$

onde o expoente ν (que não é o índice do fator de preenchimento) tem um valor bastante próximo de $7/3$ (valor do expoente crítico de percolação quântica) em vez de $4/3$, previsto para a percolação clássica. Por enquanto, acredita-se que este expoente é universal e independente do índice do nível de Landau.

Um bom número de experimentos mostra que ν , de fato, é próximo de $7/3$ [108] (embora exista controvérsia [109]) e que o tensor condutividade é universal no ponto crítico.

1.3.4 Efeito Hall Quântico em Grafite e Grafeno

O efeito Hall quântico em grafite é um novo tipo do QHE não observado nos dispositivos convencionais, tais como, por exemplo, em MOSFETs e heteroestruturas semicondutoras de $GaAs / Al_xGa_{1-x}As$.

Nas estruturas semicondutoras, os portadores responsáveis por o efeito Hall quântico são elétrons massivos e cuja dispersão de energia parabólica é aproximadamente $\varepsilon(p_{\perp}) = p_{\perp}^2 / 2m^*$, e respondem a um fundamento físico baseado na mecânica quântica dentro do formalismo da equação de Schrödinger $-\frac{\hbar}{2m}\nabla^2\psi = \varepsilon\psi$. Neste formalismo, os níveis de Landau (LL's) $\varepsilon_n = \hbar\omega_c(n+1/2)$ para os elétrons normais são equidistantes e estão separados por um gap $\varepsilon_0 = \hbar\omega_c / 2$ com energia $\varepsilon = 0$ (veja Figura 1.3.12) [110].

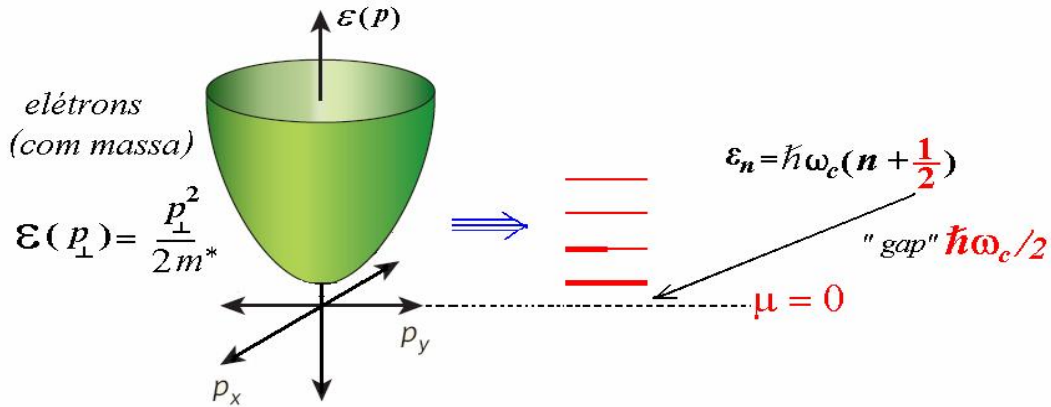


Figura 1.3.12: Presença do gap $\varepsilon_0 = \hbar\omega_c / 2$ no LLL da quantização do espectro 2D dos dispositivos convencionais.

Entretanto, os portadores responsáveis pelo QHE no grafeno (um plano da grafite) são os férmions de Dirac (sem massa) com uma dispersão de energia linear $\varepsilon(p_{\perp}) = \pm v |p_{\perp}|$ e é fundamentado fisicamente, na eletrodinâmica quântica baseadas nas equações de Dirac $(\gamma_i \nabla_i) \hat{\Psi} = 0$. Neste caso, o espectro da quantização dos níveis de

Landau é $\varepsilon_n = \pm v \sqrt{2e\hbar B n / c}$ [111] e o nível mais baixo (LLL) está localizado exatamente em $\varepsilon_0 = 0$, com a ausência de gap (veja Figura 1.3.13).

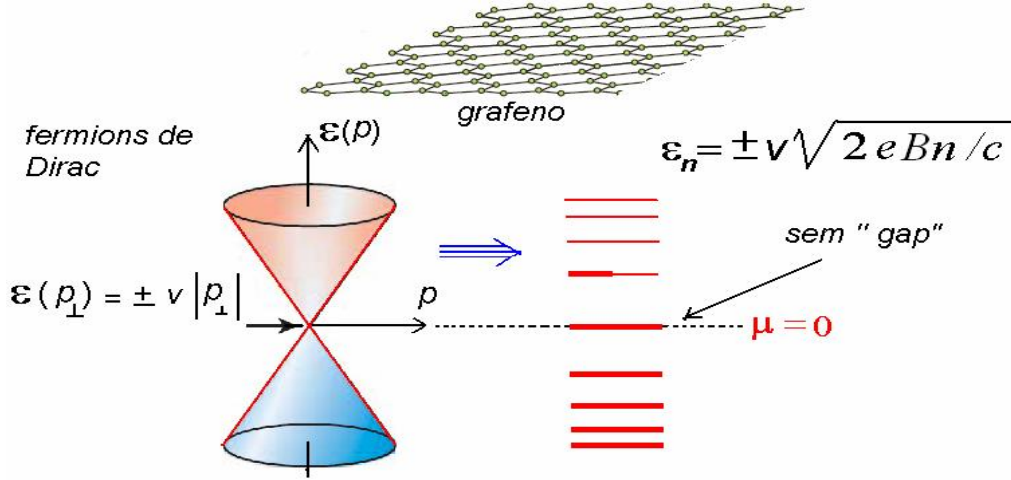


Figura 1.3.13: Ausência do gap $\varepsilon_0 = 0$ no LLL da quantização do espectro 2D do grafeno.

O fenômeno do efeito Hall quântico em grafite foi inicialmente observado nas amostras volumétricas de HOPG (grafite pirolítico altamente orientado) no regime de campos altos, quando os níveis de Landau mais baixos são ocupados [52].

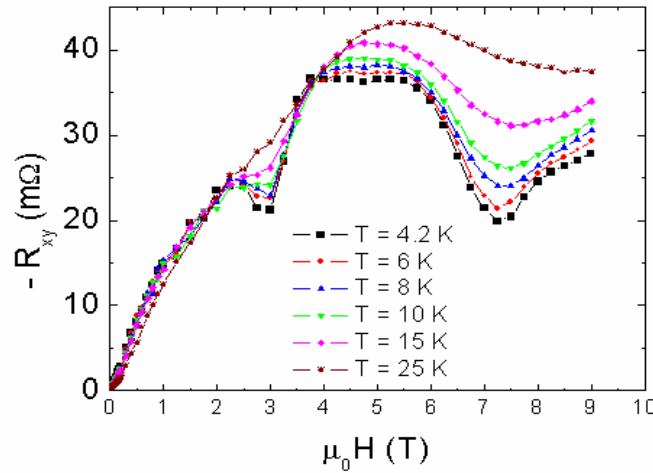


Figura 1.3.14: Resistência Hall medida numa amostra HOPG-UC [52].

Este resultado era esperado levando em conta a natureza quase-bidimensional de HOPG [52]. Uma característica deste sistema (HOPG), onde foi observado o efeito Hall quântico, é seu alto grau de anisotropia, da ordem de $\rho_c/\rho_b \approx 5 \cdot 10^4$ (onde ρ_c é a resistividade ao longo do eixo-c, e ρ_b a resistividade do plano basal) e com uma mobilidade do elétron (buraco) de $10^6 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$, que é comparável ao valor da mobilidade dos sistemas 2D convencionais onde o QHE ocorre.

A resistência Hall R_{xy} medida para uma amostra volumétrica HOPG-UC no platô principal (veja figura 1.3.14) corresponde a uma resistividade $\rho_{xy} = 3.5 \text{ m}\Omega \cdot \text{cm}$ que corresponde a $\rho_{xy}/d \sim 10 \text{ k}\Omega$ ($d = 3.35 \text{ \AA}$ é a distancia inter-planar), ou seja, só um fator de ~ 2 menor que o quantum de resistência Hall h/e^2 .

Os platôs, que ocorrem tanto para o efeito Hall quântico inteiro (devido aos portadores normais), quanto para o QHE semi-inteiro (devido aos férmions de Dirac), podem ser expressos em termos do fator de fase γ como em [112, 113]:

$$G_{xy} = \mu g_s \frac{e^2}{h} \left(n + \frac{1}{2} - \gamma \right) \quad (1.3.4.1)$$

na qual $\mu = \mp 1$ (para elétrons (-), e buracos (+)), e g_s é o fator de degenerescência do (iso)-spin. O fator de fase γ é definido para um espectro arbitrário $\varepsilon(p)$ pela condição de quantização quase-clássica da seção transversal da superfície de Fermi $S(\varepsilon_F) = (n + \gamma) 2\pi e B / \hbar c$ (para $n \gg 1$). Este fator está unicamente relacionado à fase de Berry topológica $\Phi_B = k\pi$ adquirida por um férmion movendo-se ao redor de $S(\varepsilon_F)$ [64]: γ é igual $1/2$ para um k par (no caso dos portadores normais), ou zero para k ímpar (para os férmions tipo Dirac).

Estes resultados foram obtidos através da análise espectral do efeito Hall quântico (QHE) realizada na amostras de grafite HOPG quase-2D [11] que revelaram dois tipos de portadores: elétrons normais (com massa), com fase de Berry zero e buracos tipo Dirac (sem massa) com fase de Berry π .

A coexistência de ambos portadores (elétrons normais e buracos tipo Dirac) em HOPG, tem sido também confirmada recentemente com os resultados experimentais de espectroscopia de fotoemissão de resolução angular (ARPE) realizados neste material, dando assim uma evidencia mais de que ambos portadores contribuem para a dinâmica dos elétrons de baixas energias [114, 115].

O progresso recente em técnicas de fabricação e extração micromecânica de estruturas de grafite [116-120] permitiram a obtenção de um sistema bi-dimensional (2D) de grafite para ser testado experimentalmente. Este sistema 2D é chamado de grafeno (veja figura 1.3.13), e consiste de um plano atômico único de grafite.

Novoselov K. S. *et al.*[9] e Zhang Y. *et al.* [10] têm reportado resultados experimentais do magneto-transporte em amostras do grafeno de alta mobilidade. Eles, modulando o potencial químico com o uso do efeito do campo elétrico, observaram um efeito Hall quântico semi-inteiro (caracterizado pela Eq. 1.3.4.1, quando $\gamma = 0$, $g_s = 4$ obtém-se $G_{xy} = 2e^2/h$, para $n = 0$) para ambos os portadores (elétron e buraco) no grafeno. A estrutura de banda de baixa energia do grafeno pode ser aproximada quando os cones encontram-se localizados nos dois côrners não equivalentes da zona de Brillouin. Nestes cones, a relação de dispersão da energia bi-dimensional do grafeno é considerada linear (veja figura 1.3.13) e a dinâmica do elétron pode ser tratada como relativística, na qual a velocidade de Fermi $v_F = 10^6 \text{ ms}^{-1}$ do grafeno substitui a velocidade da luz c e sua massa de repouso é zero. Em particular no ápice dos cones (denominado ponto de Dirac) os elétrons e buracos são degenerados. O calculo dos níveis de Landau (LL) para os elétrons neste sistema tem sido realizado [121, 122] usando a eletrodinâmica quântica de (2+1) - dimensões, na qual a energia do LL é dada pela relação:

$$E_n = \text{sgn}(n)\sqrt{2e\hbar v_F^2 |n| B} \quad (1.3.4.2)$$

(onde $\hbar$ é constante de Planck e B o campo magnético). Aqui, o índice do LL n é um inteiro e representa um tipo-elétron ($n > 0$) ou um tipo-buraco ($n < 0$). Crucialmente também se manifesta a ocorrência de um LL único, com $n = 0$ e uma energia $E_0 = 0$. Quando os níveis de Landau mais baixos são ocupados, a separação de E_n é muito maior

que a energia do *spin-splitting* de Zeeman, para que cada LL tenha uma degenerescência $g_s = 4$, considerando a degenerescência para o spin e uma degenerescência para sub-rede.

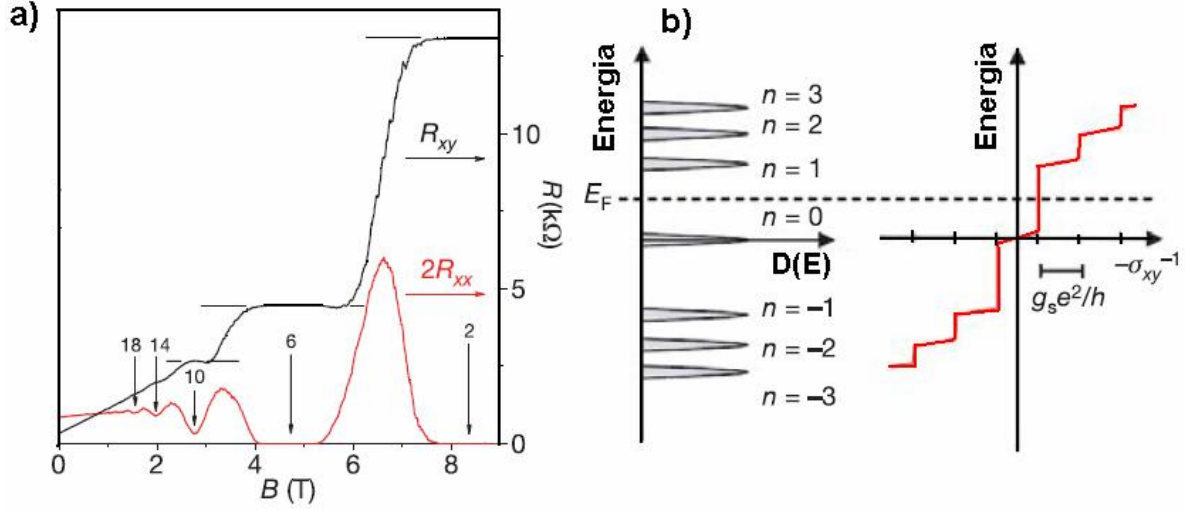


Figura 1.3.15: **a)** Resistência Hall (cor preto) e a magnetorresistência (cor vermelho) medidas no grafeno em $T=30\text{mK}$ e uma voltagem $V_g = 15\text{V}$. As setas verticais e os números sobre elas indicam os valores de B e o fator de preenchimento ν correspondentemente dos estados Hall quânticos. As linhas horizontais correspondem aos valores $h/e^2\nu$. **b)** A densidade de estados (DOS) e a condutância Hall quantizada σ_{xy} correspondente, como uma função da energia. Notar que, nos estados Hall quântico, $\sigma_{xy} = -R_{xy}^{-1}$. O índice do nível de Landau n é mostrado em seguida aos picos de DOS. Aqui, a energia de Fermi ε_F é modulada por V_g , e R_{xy}^{-1} muda por uma quantidade $g_s e^2/h$ quando ε_F cruza um LL [10].

A alta mobilidade das amostras de grafeno permitiu a observação do QHE. A figura 1.3.15a [10] mostra a resistência Hall $R_{xy}(B)$ e a resistência longitudinal $R_{xx}(B)$ como uma função do campo magnético B numa voltagem *gate* fixada $V_g > V_{Dirac}$ (onde V_{Dirac} é a voltagem medida no denominado ponto de Dirac). Em campo magnético alto a resistência Hall $R_{xy}(B)$ exibe platôs bem definidos com valores de $(2e^2/h)^{-1}$ e $(6e^2/h)^{-1}$, e $R_{xx}(B)$ se anula nos valores de campo magnético onde acontecem a quantização, que são sinais do QHE. Também observaram [9, 10] um equivalente QHE para os buracos.

Alternativamente, a medida feita num campo magnético constante B e mudando a voltagem V_g através do ponto de Dirac permitiu a eles provar o QHE em ambos os portadores. Este resultado produziu uma representação anti-simétrica de $R_{xy}(B)$ e simétrica de $R_{xx}(B)$ (veja ref. [10]) com a quantização da resistência Hall $R_{xy}(B)$, em concordância com a regra de quantização:

$$R_{xy}^{-1} = \sigma_{xy} = \pm g_s (n + 1/2) e^2 / h, \quad (1.3.4.3)$$

onde n é um numero inteiro positivo e $(\pm)$ indica o tipo de portador, elétron ou buraco, respectivamente. Esta condição de quantização pode ser expressa em termos do fator de preenchimento quantizado $\nu = \pm g_s (n + 1/2)$, na forma usual do QHE. A sequência dos platôs Hall quânticos pode ser compreendida da equação 1.3.4.2 do espectro dos níveis de Landau, que é mostrado na Figura 1.3.15b e onde é plotada a densidade de estados $D(E)$ dos LLs degenerados (do spin e da sub-rede) e a condutância Hall ($R_{xy}^{-1} = \sigma_{xy}$).

A condutância σ_{xy} exibe platôs quando a energia de Fermi E_F (que é controlada por V_g) fica entre LLs e pula por uma quantidade de $g_s e^2 / h$ quando a energia de Fermi cruza um nível de Landau [10]. A invariância de reversão do tempo garante a simetria da partícula – buraco; por isso, σ_{xy} é uma função ímpar no ponto de Dirac do cruzamento da energia. Já que a simetria da sub-rede é preservada [121], o primeiro platô de R_{xy}^{-1} para o elétron e buraco está situado exatamente em $\pm g_s e^2 / 2h$. Quanto a energia de Fermi E_F cruza o seguinte nível de Landau do elétron (buraco) R_{xy}^{-1} aumenta (diminui) por uma quantidade de $g_s e^2 / h$, que produz a condição de quantização na equação 1.3.4.3.

Uma consequência do espectro linear é a ocorrência no ponto de Dirac da fase de Berry que surge do ponto de degenerescência da banda [64, 123]. Uma implicação direta da fase de Berry no grafeno é discutida no contexto da fase quântica de um pseudo-spinor de spin -1/2 que descreve a simetria da sub-rede [124, 125]. Esta fase está já implícita na regra da quantização do QHE do deslocamento semi-inteiro. Por sua vez, esta fase pode ser

provada no regime do campo magnético, na qual uma descrição das magneto-oscilações semiclássicas foi realizada [77, 8] utilizando a relação:

$$\Delta R_{xx} = R(B, T) \cos[2\pi(B_F / B + 1/2 + \beta)] , \quad (1.3.4.4)$$

onde $R(B, T)$ é a amplitude das oscilações Shubnikov–de Haas (SdH), B_F é a frequência das oscilações em $1/B$, e β é a fase de Berry associada, numa faixa de $0 < \beta < 1$. A fase de Berry $\beta = 0$ (ou seu equivalente $\beta = 1$) corresponde a um caso mais simples. Mas um deslocamento deste valor com $\beta = 1/2$, é um indicativo de uma física nova, implicando a existência das partículas de Dirac [64]. Experimentalmente, este deslocamento de fase no regime semiclássico pode ser obtido de uma análise do *diagrama de fan* de Landau das oscilações Shubnikov-de Haas, na qual a sequência dos valores de $1/B_n$ dos mínimos em R_{xx} são plotados contra os índices n deles. A interseção do ajuste linear dos dados com o eixo dos índices- n descreve aqui uma fase de Berry. O β resultante é muito próximo de 0.5, dando uma manifestação grande da existência de uma fase de Berry diferente de zero no grafeno e a presença das partículas de Dirac. Isto tem concordância com o resultado já reportado inicialmente da análise para uma amostra volumétrica de grafite [8].

Este novo fenômeno (QHE) em grafite e grafeno junto com a observação da fase Berry abrem um novo campo de estudo na física da matéria condensada.

1.4 Transição Metal Isolante induzido pelo campo magnético

1.4.1 Transição Metal - Isolante

Os processos de condução em sistemas bidimensionais de elétrons (buracos), em particular a transição metal-isolante (MIT) que toma lugar quando é variada a concentração dos portadores ou quando é aplicado um campo magnético B , será descrito nesta parte.

Como já é conhecido, que de acordo com a teoria de escala da localização [126] não pode existir um estado metálico num sistema bidimensional na ausência de campo magnético ($B = 0$). Dentro desta teoria, todos os portadores em um sistema bi-dimensional (2D) infinitamente grande e a temperatura zero estão localizados. Com a diminuição da temperatura, é esperada que a resistência aumente logaritmicamente (localização fraca) ou exponencialmente (localização forte), se tornando infinita com $T \rightarrow 0$. Apesar de esta teoria ter sido feita para sistemas 2D de partículas não interagentes, trabalhos teóricos subsequentes mostraram que interações fracas entre elétrons aumentava ainda mais a localização [127]. No limite oposto de interações muito fortes entre partículas, é esperado que um sistema de elétrons 2D se torne um cristal de Wigner; mesmo na presença de pouca desordem, é esperado que tal cristal seja ancorado, de modo que o sistema de elétrons cristalizados não possa conduzir a temperatura zero. Portanto, não é esperado que sistemas bi-dimensionais sejam condutores em qualquer limite de interações entre portadores.

Experimentos realizados no início da década dos anos 80 em diferentes sistemas 2D confirmaram estas previsões. Filmes metálicos finos e Si MOSFET (“Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect-Transistor”) mostraram o aumento logarítmico da resistividade como esperado [128-130]. Para baixa densidade de elétrons, um crescimento exponencial da resistividade em Si MOSFET em função do inverso da temperatura foi reportado [130]. A concordância entre teoria e experimento era convincente e, por quase duas décadas, a questão se um estado condutor é possível em sistemas bidimensionais era considerada resolvida.

No entanto, no transcurso do tempo, eram reportados indicações de que a visão aceita poderia nem sempre estar correta. Alguns resultados experimentais sugeriam a

possibilidade de um estado metálico em 2D. Analisando dados experimentais obtidos para heteroestruturas de GaAs/AlGaAs, Gold [131] concluiu que uma transição metal-isolante existia em amostras limpas.

Recentemente, estudos sistemáticos da dependência da resistência com a temperatura em campo magnético zero em sistemas bidimensionais dilutos e com pouca desordem sugeriram que esta transição metal-isolante poderia ocorrer. (Como a resistência de um filme é proporcional ao seu comprimento e inversamente proporcional a sua largura, a resistência superficial do filme, descrito como $R_{\square}$, é independente do tamanho da área superficial, mas não da espessura do filme. $R_{\square} = \rho$ é usado para caracterizar o comportamento resistivo em duas dimensões). Comportamento metálico (resistividade que decresce com a diminuição da temperatura) foi observado até as temperaturas mais baixas acessíveis para densidades de elétrons (n_s) ou buracos (p_s) acima de uma densidade crítica n_c (ou p_c). Abaixo desta densidade crítica, o comportamento da resistência é isolante, assim sugerindo que uma transição metal-isolante em duas dimensões ocorre quando a densidade de portadores é variada. Na densidade crítica, a resistência é quase independente da temperatura e da ordem da unidade quântica de resistência, $h/e^2 \approx 25,6k\Omega$.

Kravchenko *et al.* observaram uma transição entre um comportamento metálico e um comportamento isolante induzida pela variação na densidade de portadores em um sistema eletrônico bidimensional com baixa densidade de portadores e alta mobilidade em MOSFET de silício [132- 138]. Ao passo que para densidade de portadores abaixo do valor crítico a resistência aumenta de modo monotônico com a diminuição da temperatura, para densidade de portadores acima do valor crítico a resistência diminui com a diminuição da temperatura. A densidade de portadores na qual ocorre a transição é ordem de $10^{11} cm^{-2}$. Transição análoga foi encontrada para sistemas bidimensionais de buracos [139, 140].

A aplicação de um campo magnético externo da ordem de alguns teslas suprime o comportamento metálico e gera uma enorme magnetorresistência positiva nos dois lados da transição. Nem o comportamento metálico nem sua supressão pelo campo magnético são entendidos atualmente. Exemplos destes comportamentos são mostrados nas figuras 1.4.1 e 1.4.2, onde vemos a dependência de resistividade em função da temperatura para diferentes

densidades de elétrons na ausência de campo magnético (veja figura 1.4.1) e a resistividade em função da temperatura para uma dada densidade de elétrons e para diferentes campos magnéticos aplicados (figura 1.4.2).

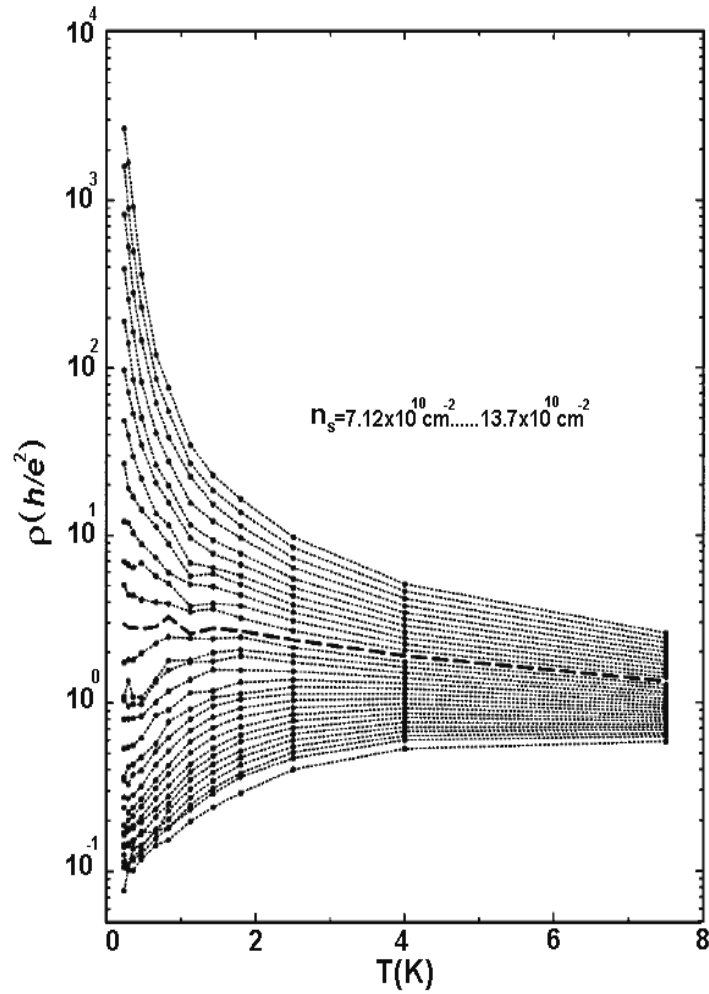


Figura 1.4.1: Resistência em função da temperatura para Si MOSFET em diferentes densidades de elétrons. Da referência [132].

Devido a uma similaridade do comportamento entre a transição metal-isolante e a transição supercondutor-isolante, tem aparecido um número de explicações baseadas na possibilidade de supercondutividade no gás de elétrons 2D interagentes (veja, por exemplo, Phillips et al. na ref. [141] e figura 1.4.5).

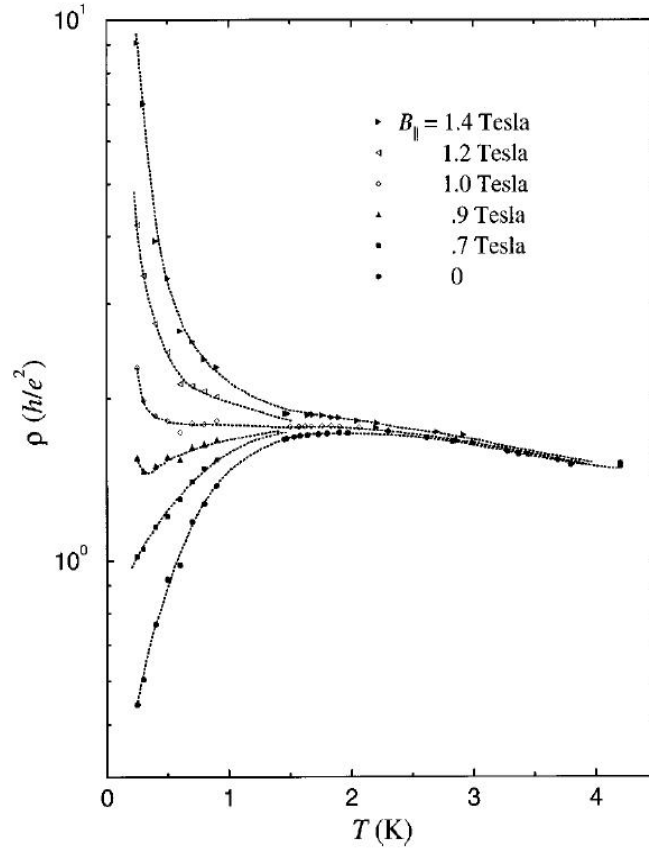


Figura 1.4.2: Resistência em função da temperatura para diferentes campos magnéticos aplicados paralelos à superfície de uma amostra de Si MOSFET com densidade de elétrons de $8,83 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$. Da referência [133].

Este cenário é tentador por causa das similaridades entre estas transições em filmes finos metálicos [142] e também porque um campo magnético suprime o estado condutor nos dois casos, levando a uma saturação da resistência. A seguir veremos esta transição supercondutor-isolante.

1.4.2 Transição tipo Supercondutor – Isolante

Recentemente tem-se dado uma grande atenção à possibilidade de que a extinção da supercondutividade induzida por desordem ou campo magnético em sistemas bidimensionais no limite de temperatura zero poderia ser uma transição de fase quântica.

Mott, van Vleck e Anderson receberam o prêmio Nobel em 1977 pela formulação do princípio de localização para sistemas eletrônicos desordenados [143]. Por este princípio, os férmions num sistema 2D ficariam localizados devido à desordem e portanto não existiria fase condutora, independente do grau de desordem.

Por outro lado, também é conhecida a ocorrência de supercondutividade em sistemas bidimensionais: onde se formam pares de Cooper, portadores com carga $2e$ que obedecem à estatística de Bose, e para os quais o princípio da localização não é suficiente, uma vez que eles apresentam coerência de fase macroscópica.

O estudo da supercondutividade em sistemas 2D abre um campo grande de pesquisa para se investigar a competição entre a interação atrativa responsável pela supercondutividade e os efeitos de quebra dos pares de Cooper devido à localização e o aumento da repulsão Coulombiana devido à desordem. Considerando que a supercondutividade é uma manifestação da coerência de fase de longo alcance entre pares de elétrons, a localização eletrônica implica uma limitação da extensão espacial das funções de onda, que não permite o pareamento.

Experimentalmente, vários autores [144-149] têm realizado investigações sobre a transição supercondutor-isolante, por exemplo, em filmes metálicos amorfsos ultra-finos. Esta transição de isolante para supercondutor foi induzida pelo aumento da espessura do filme; na transição surge uma fase metálica com resistência superficial finita para $T \rightarrow 0$ na vizinhança de $R_{\square} = h/4e^2 = 6450\Omega$, a resistência quântica para pares de elétrons.

Transição supercondutor-isolante induzida por campo magnético externo foi encontrada em filmes amorfsos de bismuto [149], óxido de índio [150, 151] e molibdênio-germânio [152]. Transição análoga foi encontrada em supercondutores de alta temperatura [153] e sistemas de junções Josephson [154].

Para dar uma explicação a esta transição, Fisher *et al.* [155, 156] desenvolveram uma teoria de escala baseada no princípio de dualidade entre pares de Cooper e vórtices [157]. *Transformação dual* é uma teoria fenomenológica que relaciona as propriedades físicas de um sistema com as de outro através de métodos matemáticos. Se tal transformação existe, os sistemas são chamados a serem duais um do outro. Podemos observar um supercondutor bidimensional à temperatura zero como um condensado de Bose de pares de Cooper. Neste sistema, uma importante excitação é um vórtice, que é um

defeito topológico pontual na função de onda do condensado. Se um bóson se move ao redor do vórtice, a fase varia de 2π ; associado a esta variação na fase há uma corrente circulante.

Como vórtices em sistemas 2D são defeitos pontuais, é possível realizar a transformação de dualidade que intercambia os papéis de partículas e vórtices. Deste modo, pode-se imaginar os vórtices como os graus de liberdade fundamentais, e considera-se que a função de onda do sistema quântico dependa da posição dos vórtices e não mais das partículas. Em outras palavras, quando um par de Cooper move-se ao redor dum vórtice, ou similarmente quando o vórtice move-se ao redor de um par de Cooper, a função de onda do par muda uma fase de 2π . Ou seja, numa representação do vórtice (dual) esta muda de fase pode ser tomada por uma função do vórtice.

Na fase supercondutora os bósons (pares de Cooper) estão condensados. Isto faz, que na ausência de campo magnético externo, vórtices e anti-vórtices se atraiam fortemente e se tornem confinados. O fluxo de vórtices e, portanto a voltagem vai à zero, indicando que a corrente flui sem dissipação, ou seja, temos um supercondutor. Quando é aplicado um campo externo, só existirá fluxo de corrente sem dissipação, se os vórtices estiverem aprisionados.

Por outro lado, na fase isolante, sob a transformação de dualidade, podemos pensar no isolante como um condensado de Bose de vórtices. Considera-se um sistema onde existam grãos supercondutores nos quais se formam pares de Cooper muito pequenos, bastante separados uns dos outros, de modo que fica difícil para os pares de Cooper tunelarem entre grãos. Neste limite fica fácil para vórtices se moverem ao redor rapidamente. Isto faz com que as excitações de carga fiquem confinadas e, então, temos um isolante.

O fluxo sem dissipação de vórtices na fase isolante é, assim, o dual da supercondutividade. Note que quando cargas e vórtices trocam de lugar, voltagem e corrente também são trocados. Carga se movendo produz corrente enquanto vórtices se movendo produzem tensão.

Em resumo, a fase supercondutora é caracterizada pela localização dos vórtices e uma condensação de Bose dos pares de Cooper, havendo assim condução sem dissipação.

Mas na *fase isolante* ocorre o caso contrário: vórtices estão condensados enquanto os pares de Cooper estão localizados, portanto não havendo condução.

Com isso podemos determinar porque na transição aparece uma resistência de $h/4e^2 = 6450\Omega$: quando o sistema muda de supercondutor para isolante, ambos os vórtices e cargas se movem. Um fluxo de pares de Cooper resulta em uma corrente $I = 2e(dn/dt)_c$, onde $(dn/dt)_c$ é o fluxo de pares de Cooper. Vórtices se movendo em ângulo reto com a corrente produzem uma voltagem $V = (h/2e)(dn/dt)_v$, onde $(dn/dt)_v$ é o fluxo de vórtices. Quando há a transformação de dualidade, vórtices e cargas se comportam identicamente e $I = 2e(dn/dt)_c$ as duas derivadas são idênticas, portanto a resistência $R = V/I$ resulta em $h/4e^2$.

O fundamento desta teoria esta baseado no princípio da incerteza de Heisenberg, que relaciona a localização e a coerência de fase dos pares de Cooper. A localização dos pares de Cooper implica na perda de coerência de fase, resultando em um estado isolante. Por outro lado, quando existe coerência na fase, esta implica que os pares de Cooper se tornem deslocalizados, resultando num estado supercondutor.

Apesar de ter sido prevista para $T = 0$, assinatura desta transição pode ser observada para temperaturas finitas devido a flutuações críticas. Neste caso pode-se aplicar a teoria de escala.

Esta teoria de escala, como uma função da desordem e do campo magnético foi desenvolvida por Fisher et. al, e está baseada na suposição de bósons rígidos, movendo-se na presença de uma desordem. A descrição desta transição é feita pelos expoentes críticos ν e z definidos através do comprimento de correlação e da energia característica do sistema [155, 156]

$$\begin{aligned}\xi &\sim \delta^{-\nu} \\ \Omega &\sim \delta^{-z}\end{aligned}\tag{1.4.1}$$

como função de δ , a diferença entre o parâmetro de indução da transição e o parâmetro crítico, na vizinhança da transição. Para o caso da transição induzida por um campo magnético temos

$$\delta = |H - H_c|. \quad (1.4.2)$$

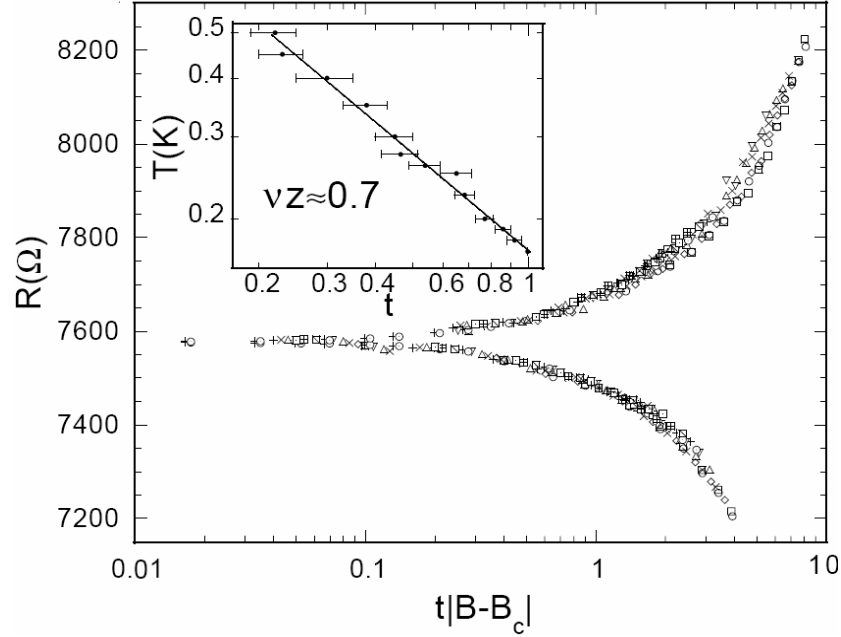


Figura 1.4.3: Resistência em função da variável de escala, $t|B - B_c|$, $t = T^{-1/z\nu}$, para dezessete temperaturas, de 0,14 a 0,5 K para um filme amorfo de Bi. Da referência [149].

A resistência crítica pode ser expressa como:

$$R = R_c f\left(\delta T^{-\frac{1}{z\nu}}\right), \quad (1.4.3)$$

com a função de escala $f(0) = 1$. R_c é a resistência crítica na transição, que resulta em $h/4e^2$ para uma interação entre pares de Cooper logarítmica com a distância ($\sim \ln r$), do mesmo modo que para os vórtices. De fato interação entre pares de Cooper como $\sim r^{-1}$ causa uma redução na resistência. Para os expoentes críticos a teoria prevê $z = 1$ e $\nu \leq 2/d$ (d é a dimensionalidade do sistema), resultando então $z\nu \leq 1$, para o caso da transição induzida por campo.

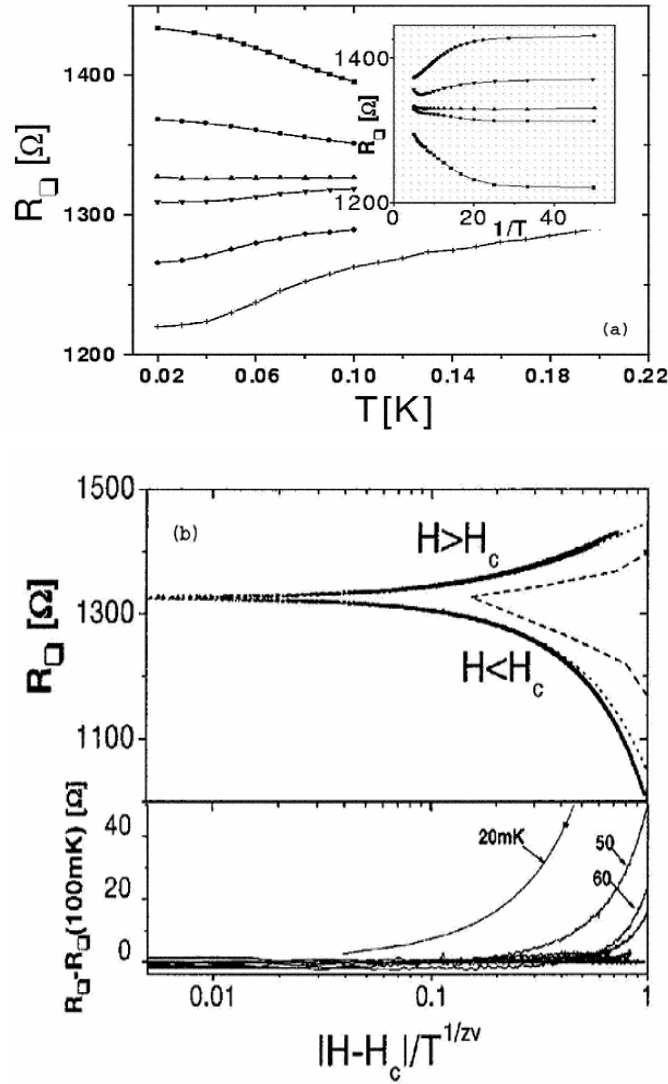


Figura 1.4.4: (a) Resistência de uma amostra de MoGe em função da temperatura para campos $B=1,3; 1,26; 1,23; 1,21; 1,2$ e $1,18$ T. O inset mostra a resistência em função do inverso da temperatura. (b) Escala da resistência para $T \geq 100mK$ com $H_c = 1,21T$ e $zv = 1,33 \pm 0,05$. Da referência [158].

Se a resistência varia de acordo com os argumentos da equação (1.4.3), então as curvas colapsam em cada caso para diferentes valores dos parâmetros de indução para as fases isolante e supercondutora.

Este comportamento pode ser encontrado em transições induzidas por campo magnético em filmes de bismuto amorfo [149], óxido de Índio [150, 151], Molibdênio-Germânio [152]. A transição em bismuto é de especial interesse pois este material exibe

várias semelhanças com o grafite, e também com o bismuto volumétrico. A escala neste caso resulta em $z\nu = 0,7 \pm 0,2$ (veja figura 1.4.3).

Na figura 1.4.3 mostramos o *scaling* para um filme amorfo de bismuto de acordo com o trabalho de Markovic et al. [149]. Para filmes de MO-Ge, como mostrado na figura 1.4.4, a escala resulta em $z\nu = 1,33 \pm 0,05$ [158] e na figura 1.4.5 a escala para Si MOSFET resulta em $\alpha = z\nu = 0,6 \pm 0,1$ [141].

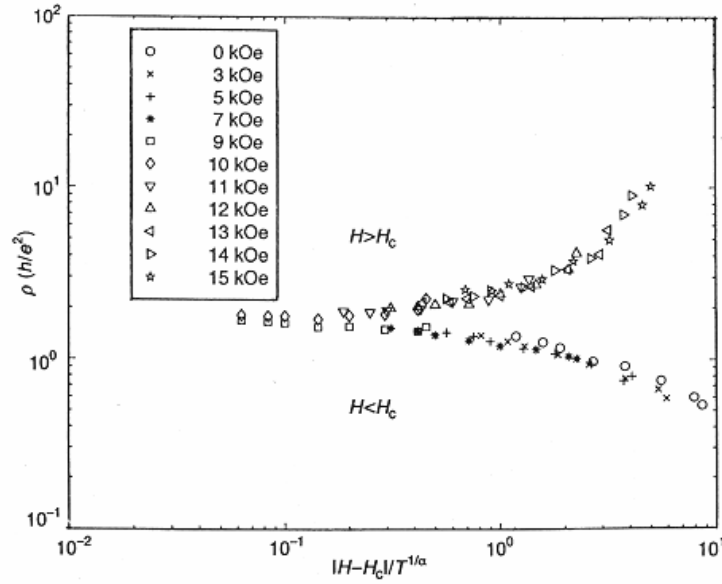


Figura 1.4.5: Escala da resistência conforme teoria da transição supercondutor – isolante para Si MOSFET (veja também figura 5.5). $H_c = 9,5 kOe$ e $\alpha = 0,6 \pm 0,1$. Da referência [141].

Para a transição induzida quando é variada a espessura do filme em camadas amorfas de filmes metálicos, expressões similares resultam para a escala crítica [155, 159], que também foram verificados experimentalmente [149, 155, 160], inclusive no caso de supercondutores de alta temperatura [153].

No caso da transição supercondutor-isolante abordada aqui não é observada a resistência aproximar-se do zero, mas existe uma saturação a baixas temperaturas. Este comportamento também é encontrado no caso de filmes supercondutores de MoGe [158] e, como veremos mais adiante, em grafite e também Bi volumétrico.

Na região fora da saturação a transição exibe a escala crítica com a densidade de portadores [132, 134]. A fase condutora é suprimida pela aplicação de campo elétrico [135] e magnético [161], resultando em um expoente de escala crítica $z\nu = 0,6$ para o último caso.

A seguir descreveremos outra aproximação de escala que manifesta a existência de um estado intermediário entre o supercondutor e isolante, que tem sido efetivo nos análises de escala de muitos sistemas, em particular nos resultados desta tese.

Transição Metal de Bose – Isolante (BMIT): D. Das e S. Doniach [162, 163] propuseram uma aproximação fenomenológica de escala de dois parâmetros para as transições de fase quânticas moduladas por um campo magnético, no contexto da teoria da transição de um estado Metal de Bose. Eles têm mostrado, que o estado metálico observado em experimentos sobre filmes finos de MoGe [146, 147] está relacionado à uma fase intermédia entre um supercondutor e um isolante. Esta fase intermediária está em perfeita consistência com o cenário de um metal de Bose. *O metal de Bose* tem sido caracterizado como um sistema de pares de Cooper interagentes, que pode formar um líquido não superfluido, ou seja, um estado metálico em duas dimensões em temperatura zero, na ausência de um campo magnético externo. Mas, depois a caracterização desta teoria tem sido estendida para o caso em que o estado metal de Bose permanece na presença de um campo magnético. Das e Doniach têm mostrado que os resultados dos experimentos induzidos por um campo em filmes supercondutores [158], onde um estado metálico tal tem sido observado se ajusta com o conceito de um metal de Bose.

De acordo a esta teoria, a escala nas transições de fase em temperatura zero, pode ser caracterizada como segue: a presença de uma fase metálica de Bose num filme supercondutor está associada com duas transições de fases, uma de um estado supercondutor (SC) para um estado metal de Bose (BM) e outra de um estado BM para um estado isolante (INS). Aqui nós descreveremos somente a segunda transição:

A transição de um estado BM para INS está associada no fato, que quando o campo magnético é aumentado suficiente, o movimento quântico dos vórtices ($\hbar n_v / m_v \sim H$) também aumenta acima de um valor de campo crítico H_c . Com o resultado os vórtices formam uma fase de superfluidez e o filme é isolante. A presença de vórtices livres durante esta transição motiva uma escala para a resistividade através da fronteira da fase do metal

de Bose – isolante. Até agora esta fronteira da fase tem sido pensado ser uma transição de um estado supercondutor-isolante com uma escala predita [156] da forma $R_{\square} = f(\delta/T^{1/\nu z})$. Embora esta fórmula de escala funcione em altas temperaturas, mas falha em temperaturas baixas.

A fórmula da escala de dois parâmetros para a transição de um metal de Bose – isolante escala a data numa faixa de temperatura (altas e baixas) completa, quando o campo externo está no regime crítico. Devido a que esta é uma transição de fase quântica de segunda ordem, nesta transição existe um comprimento de correlação divergente ξ com um expoente crítico ν , ou seja, $\xi \sim |\delta|^{-\nu}$ (onde $\delta = (H - H_c)$), e uma escala de frequência Ω que vai até zero com um expoente z , e $\Omega \sim \xi^{-z}$. Enquanto a energia dissipada escala como $(V^2/T)t \sim \Omega$ (onde V é a voltagem e t representa o tempo), a resistência R escala como $R \sim V^2/\Omega^2$. Já que a dissipação é devido aos vórtices, a voltagem induzida por o movimento dos vórtices é $V = (h/2e)d\vartheta/dt$, com $d\vartheta/dt = 2\pi n_f Lv$, onde v é a velocidade do vórtice, L , é o comprimento sobre o qual os vórtices movem-se e n_f é a densidade dos vórtices. Para obter a escala de V , nos notamos que a escala de L é $L \sim \xi \sim \Omega^{-1/z}$. Visto que $mv^2 \sim \Omega$, a escala de v é $v \sim \sqrt{\Omega}$. A sua vez, Das e Doniach assumiram que a escala de n_f é $n_f \sim |\delta|^{\alpha}$, onde α é um expoente a ser determinado. n_f não é a densidade total de vórtices H/Φ , mas é uma fração crítica suficiente dos vórtices induzidos pelo campo que participam no processo dissipativo. Combinando todos estes fatores, foi achado que a escala de R é $R \sim \delta^{2\alpha}/\Omega^{1+2/z}$. Em qualquer temperatura finita a divergência de ξ é cortada pela temperatura T , ou seja, $\Omega \sim T$. Isto implica que a função de escala é sempre uma função de $\delta/T^{1/\nu z}$, ou seja,

$$RT^{1+2/z}/\delta^{2\alpha} = f(\delta/T^{1/\nu z}), \quad (1.4.4)$$

onde f representa a função de escala. A parte direita da equação vem do fato $\xi \sim \delta^{-\nu}$, $\Omega \sim \xi^{-z}$ e $\Omega \sim T$, tal que $\delta/T^{1/\nu z}$ é a variável da escala. Para obter α , é necessário notar que a resistência se satura para valores finitos no limite de temperatura $T = 0$; ou seja, na

equação de acima (1.4.4), teremos $f(x) \sim x^{-\nu(z+2)}$ neste limite. Embora esta resistência de baixa temperatura do filme seja não crítica através da transição metal-isolante pode ser obtido $2\alpha = \nu(z+2)$. Portanto a fórmula da escala para a resistência é:

$$R \left[\frac{T^{1/\nu z}}{\delta} \right]^{\nu(z+2)} = f(\delta / T^{1/\nu z}). \quad (1.4.5)$$

Esta é essencialmente uma fórmula da escala de dois parâmetros que é previsto de um sistema de bósons, que servirá como um instrumento teórico de aplicação a nossos resultados experimentais, na transição metal-isolante observada em amostras volumétricas de bismuto e grafite.

Recentemente uma transição tipo metal-isolante em grafite HOPG na medida da resistência basal induzido por um campo magnético tem sido reportado. Kopelevich e Kempa [164, 165] têm sugerido que esta transição possui semelhanças com a transição supercondutor–isolante em sistemas 2D.

Em particular a análise de escala no contexto da aproximação SI de Fisher, das medidas da resistência basal $R(T)$ (figura 1.4.6b) com um campo crítico $H_c = 0.114T$ na transição, revela uma similaridade do ajuste com aqueles medidos em supercondutores 2D [149, 152, 154, 158] e em MOSFET Si [133, 135, 136, 138, 141].

Interessante ressaltar, que o valor obtido do expoente critico $\alpha = 0.65 \pm 0.05$ para HOPG coincide com que foi achado na análise de escala em ambas transições, o de tipo metal-isolante em MOSFET-Si ($\alpha = 0.65 \pm 0.05$) [135] e do tipo supercondutor–isolante em filmes ultrafinos de bismuto (Bi) $\alpha = 0.7 \pm 0.2$ [138].

Notamos ainda que a magnetorresistência em MOSFET-Si é independente da direção do campo magnético aplicado [133, 135, 136, 138]. Por outro lado em grafite somente o campo magnético $B \parallel \text{eixo} - c$ induz à transição [166]. Em outras palavras, enquanto um mecanismo de polarização do spin parece ser responsável pela transição em MOSFET-Si e outros sistemas semicondutores semelhantes, efeitos orbitais são dominantes e influenciam a transição em grafite.

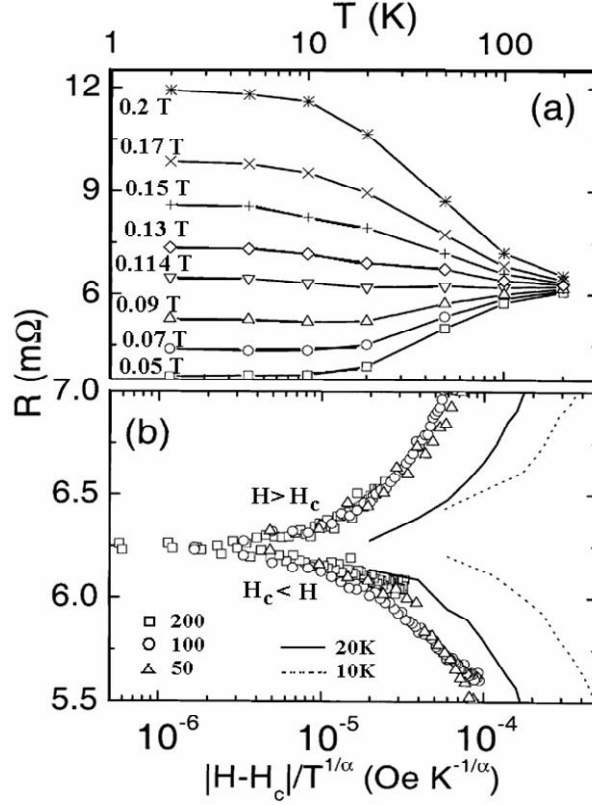


Figura 1.4.6: (a) $R(T)$, resistência em função da temperatura em diversos campo magnéticos aplicados ao longo do eixo-c de uma amostra HOPG. (b) Resistência em função da variável de escala, onde $H_c = 0.114T$ é o campo crítico e $\alpha = 0.65 \pm 0.05$ é o expoente crítico [165].

A análise escala do comportamento observado em monocristal de grafite Kish mostra a universalidade da transição metal-isolante na grafite [167]. A figuras 1.4.7 a) e b) exemplificam o MIT induzido pelo campo magnético o a escala observada na amostra de grafite Kish.

Por outro lado é achado que a análise de escala de dois parâmetros proposto por Das e Doniach [163] para caracterizar a transição metal de Bose - isolante (BMIT) em sistemas 2D, têm sido bem aplicado para o MIT medidos em amostras de grafite para todas as temperaturas [167, 168] sugerindo uma similaridade dos processos físicos que operam nos filmes supercondutores [158] e grafite.

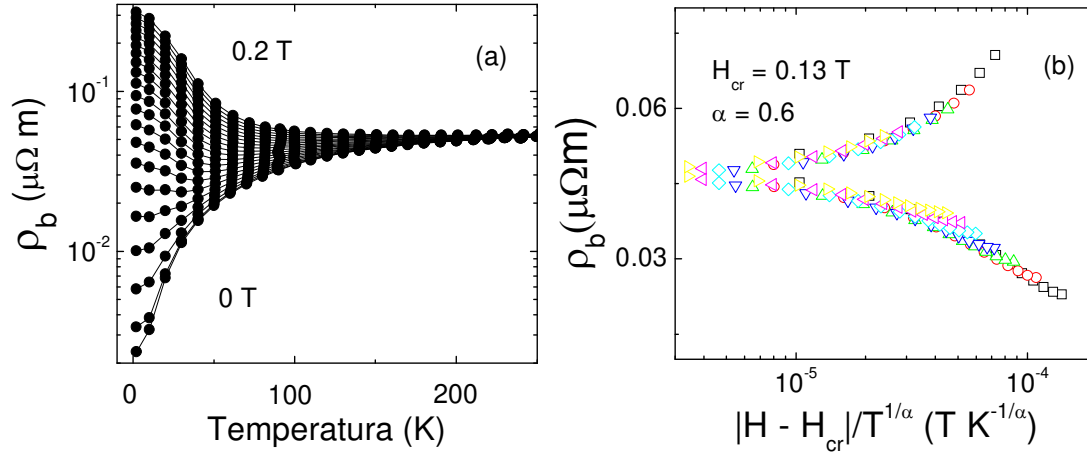


Figura 1.4.7: a) Resistividade do plano basal ρ_b para a amostra monocristalina de grafite Kish indicando a supressão do estado metálico, no MIT. b) Comportamento da escala da resistividade ρ_b numa faixa de temperatura de 50K e 130K [167].

Todos estes resultados levaram aos grupos teóricos e experimentais a um intento de dar uma nova interpretação do fenômeno do transporte em grafite. Em particular, a ocorrência de uma transição metal-isolante em grafite tem sido abordada nos últimos anos dentro de um contexto da teoria quântica relativística [169-173].

Estes modelos quânticos relativísticos, desde muito tempo atrás têm sido usados como potentes teorias para explicar uma series de fenômenos que acontecem na física da matéria condensada [174]. Em particular eles podem ser aplicado a uma ampla classe de sistemas (2D, ou quase -2D e incluso 3D), especialmente em sistemas com um espectro linear o quase-linear. Notamos também que entre estes sistemas de matéria condensada encontram-se os supercondutores de alta temperatura crítica (com simetria de onda d) e materiais baseados em carbono e bismuto.

A Transição Metal – Isolante excitônico: é uma outra aproximação relevante na nossa análise de resultados obtidos.

Como já foi dito, num plano único de grafite (grafeno), o espectro de baixa energia das excitações das quase-partículas se torna linear na vizinhança dos pontos de os dois cones localizados nos córneres opostos da zona de Brillouin bi-dimensional, onde as bandas de condução e valência se tocam uma à outra [175]. Estas excitações de baixas energias têm

sido convenientemente descritos em termos de um spinor de Dirac dentro da teoria relativística de (2+1)-dimensões.

Estas quase-partículas (QP) em grafite comportam-se como férmions de Dirac sem massa com uma relação de dispersão linear $E(\vec{k}) = \hbar v |\vec{k}|$ (onde $v = v_F \sim 10^6 \text{ m/s}$ é a velocidade de Fermi) e seus estados são caracterizados pelas equações de Dirac [170, 171, 173-175, 52, 164]. A figura 1.4.8 mostra o esquema da rede hexagonal bi-dimensional junto com a zona de Brillouin para grafeno. Em campo magnético zero a banda de valência e a banda de condução se tocam nos pontos cônicos (figura 1.4.8 c) da superfície de Fermi, de modo que o grafeno se torna um material condutor.

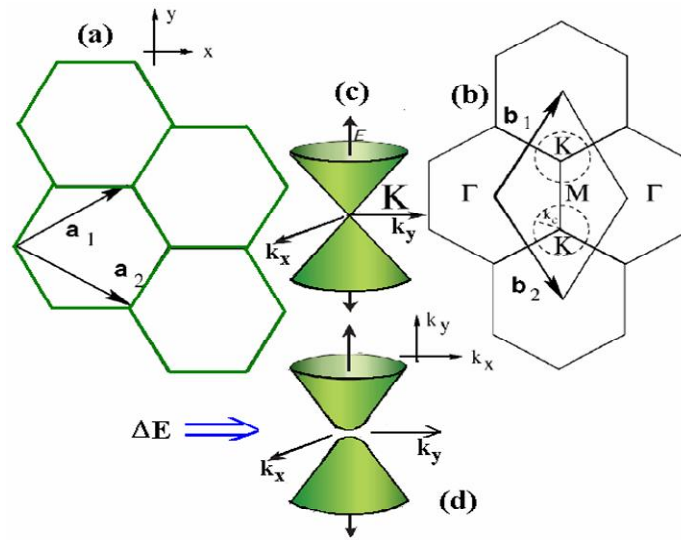


Figura 1.4.8: (a) Rede hexagonal, $\vec{a}_{1,2} = \frac{a}{2}(\sqrt{3}, \pm 1)$. (b) Zona de Brillouin, $\vec{b}_{1,2} = \frac{2\pi}{a}(\frac{1}{\sqrt{3}} \pm 1)$. (c) Cone do espectro de Dirac na ausência do campo magnético e (d) mostrando o gap quando o campo é aplicado.

Mas quando um campo magnético é aplicado perpendicularmente aos planos de grafite, este campo pode abrir um gap isolante no espectro dos férmions de Dirac. A existência deste gap isolante (figura 1.4.8 d) tem sido associada com o pareamento de um elétron-buraco [169]. Num sistema quântico uma forte interação coulombiana pode gerar o aparecimento de massa dos férmions, e a sua vez a abertura deste gap. Esta interação pode ser caracterizada por um parâmetro adimensional $g = 2\pi e^2 / \epsilon_0 v$, onde ϵ_0 é a constante

dielétrica, e é a carga do elétron. No caso do grafeno, $g \gg 1$, o que sugere que a interação Coulombiana pode abrir um gap excitônico no espectro de férmions de Dirac [169].

Khveshchenko [169, 170] e Gorbar et al. [172] argumentam que a presença de um campo magnético, condiciona a geração de um gap que está relacionado ao pareamento elétron-buraco, mesmo assim quando exista uma atração fraca entre elétrons e buracos. Em consequência o gap surgirá mesmo quando a constante de acoplamento g for subcrítica, ou seja, o campo magnético ajuda na abertura do gap mesmo para a menor atração entre elétrons e buracos. Em campo magnético zero, este gap somente aparece quando g é maior que o valor crítico. Este fenômeno é conhecido como catalise magnética (MC).

Vários autores têm [169, 172] desenvolvido teorias para caracterizar o comportamento da resistividade em grafite utilizando o formalismo de Dirac, e têm dado uma especial atenção para explicar a ocorrência da transição metal-isolante observada. Agora sem entrar em detalhes no formalismo teórico, descreveremos somente os resultados finais desta aproximação de escala. Estas teorias correlacionam à temperatura e o campo magnético em que ocorre esta transição.

Khveshchenko [169] mostrou que a relação para temperatura de transição pode ser expressa através de:

$$T_c(B) \propto (B - B_c)^{1/2} \quad (1.4.6)$$

onde B_c é o campo crítico.

Por outro lado, Gorbar et. al [172], têm chegado na seguinte relação:

$$T_c(B) = C \frac{e^2(1 - \nu_B)}{4\sqrt{2} \epsilon_0} \sqrt{\frac{|eB|}{c}} \quad (1.4.7)$$

onde C é uma constante e $\nu_B = B_c/B$.

Estas duas relações têm sido verificadas experimentalmente para as transições em grafite.

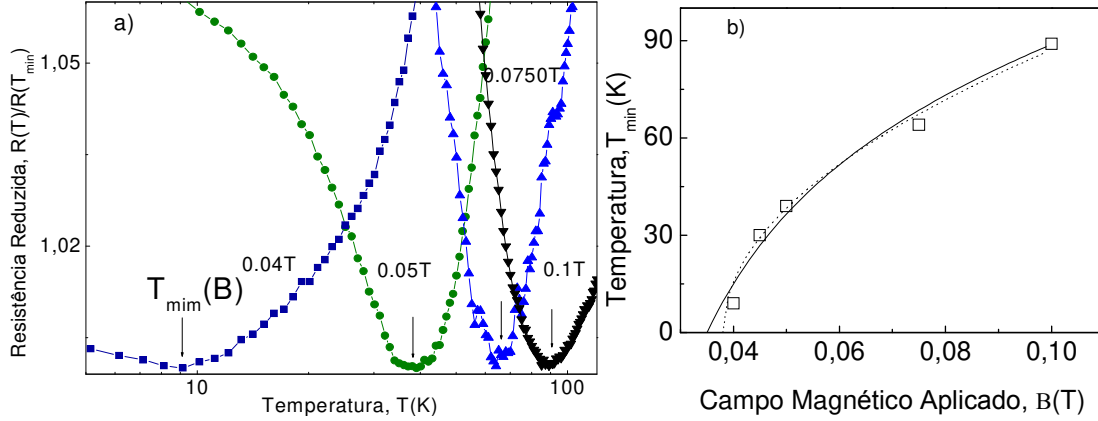


Figura 1.4.9: a) Resistência do plano basal reduzida para a amostra monocristalina de grafite Kish para diverso campos magnéticos aplicados paralelo ao eixo-c, onde $T_{\min}(B)$ denotados por setas, é a temperatura dependente do campo separando o comportamento da resistência de um tipo isolante $T < T_{\min}(B)$ e um tipo metálico $T > T_{\min}(B)$. b) Mostra $T_{\min}(B)$ obtido para a amostra de grafite Kish ($\square$), onde a linha pontilhada é obtida equação 1.4.6, com parâmetros de ajuste $a = 350 K/T^{1/2}$ e $B_c = 0.038 T$ [168]. A linha sólida é obtida da equação 1.4.7 com parâmetros de ajuste $b = 320 K/T^{1/2}$ $B_c = 0.035 T$.

Isso ocorre em amostras de grafite HOPG [164] e grafite Kish [167] quando o campo magnético abre um gap isolante no espectro dos férmions de Dirac, associado com o pareamento elétron-buraco abaixo de uma temperatura crítica $T_c(B)$, que é uma função crescente do campo magnético.

Por outro lado, em campos altos e em temperaturas $T < T_{\max}(B)$ (veja figura 1.4.10) uma transição isolante-metal (IMT) acontece [164, 52, 168], indicando que processos físicos adicionais podem operar aproximando o campo B_{QL} (no limite quântico), que faz pular os portadores dentro do nível de Landau mais baixo. Aplicando a escala para a resistência de acordo a [172] da um valor de campo crítico $B_c = 0.16 T$, quando é tomado $T_{\max}(B)$ como T_{cr} . A figura 1.4.10a ilustra a supressão do estado metálico em campos baixos na resistência de uma amostra monocristalina de grafite Kish e a figura 1.4.10b mostra a reaparição do estado metálico abaixo $T < T_{\max}(B)$ quando o campo é aumentado. É de notar que o estado reentrante metálico acontece no regime de quantização de Landau e

tem sido verificado através das medidas das oscilações de ambas resistências, basal $R_b(B)$ e Hall $R_{xy}(B)$, que estão associados com o efeito Shubnikov de Haas (SdH).

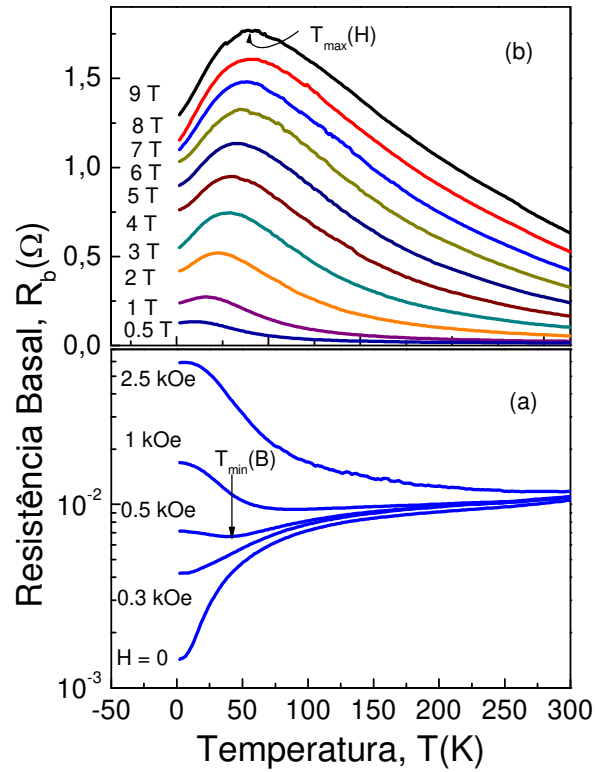


Figura 1.4.10: Resistência do plano basal medida numa amostra monocristalina de grafite Kish no regime de (a) campos baixo e (b) campo alto. A seta indica $T_{\min}(B)$ abaixo do qual a fase reentrante metálica aparece [52].

Este comportamento reentrante metálico na resistência em grafite Kish, é de ressaltar pela grande similaridade com a transição observada em Bismuto, que será apresentado nos resultados no Capítulo 4 desta tese.

Capítulo 2

Métodos Experimentais

2.1 Medidas de magneto-resistência e efeito Hall

Para estas medidas de transporte foram utilizados dois diferentes sistemas: a opção de resistividade AC (com frequências de 1Hz até 1kHz) do PPMS (Physical Property Measurement System) – Quantum Design, e um criostato comercial de He⁴ fabricado pela Janis Inc. que utilizamos para medidas de efeito Hall, magneto-resistência e resistência DC.



Figura 2.1: O criostato do PPMS da Quantum Design utilizado para medidas de transporte

A opção de medidas de transporte AC do PPMS, mostrado na figura 2.1 (com um magneto supercondutor capaz de produzir campos no intervalo de -9T a 9T) consiste de um suporte de amostra onde são soldados os fios dos contatos elétricos. Este suporte é mostrado na figura 2.2, a seguir. Ele utiliza a configuração de 4 contatos para a medida da

resistividade, o que permite eliminar os efeitos da resistência dos contatos na medida da resistividade da amostra.

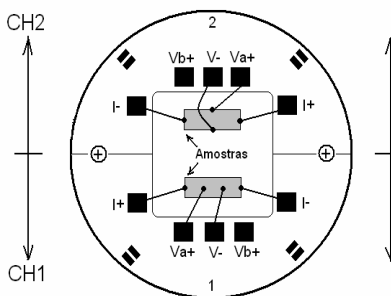


Figura 2.2: Suporte de amostra para medidas de transporte no PPMS: CH1 mostra a configuração para a medida de resistividade e CH2 a configuração para a medida de efeito Hall.

A superfície do suporte é recoberta com ouro, o que permite um bom contato térmico, sendo a amostra presa através de graxa Apiezon ou verniz GE-701. O sistema possui uma fonte de corrente AC com resolução de $0,02 \mu A$ e corrente máxima de 2A com a capacidade de fornecer corrente com frequência entre 1Hz e 1kHz.



Figura 2.3: O criostato da Janis Research utilizado para medidas de transporte.

O criostato comercial da Janis Research, Inc. usado foi o modelo “Supervaritemp”, mostrado na figura 2.3. Este sistema (veja figura 2.4) consiste de um “dewar” externo com super-isolamento, que é evacuado até a pressão de 10^{-6} Torr, em cujo interior fica o reservatório de hélio líquido, o magneto supercondutor e o inserto com o suporte de amostras. A amostra é isolada do reservatório de hélio pelo inserto que tem paredes duplas e cujo espaço entre as paredes é evacuado independentemente do “dewar” externo. O magneto supercondutor é constituído por um enrolamento multifilamentar de NbTi e imerso em hélio líquido.

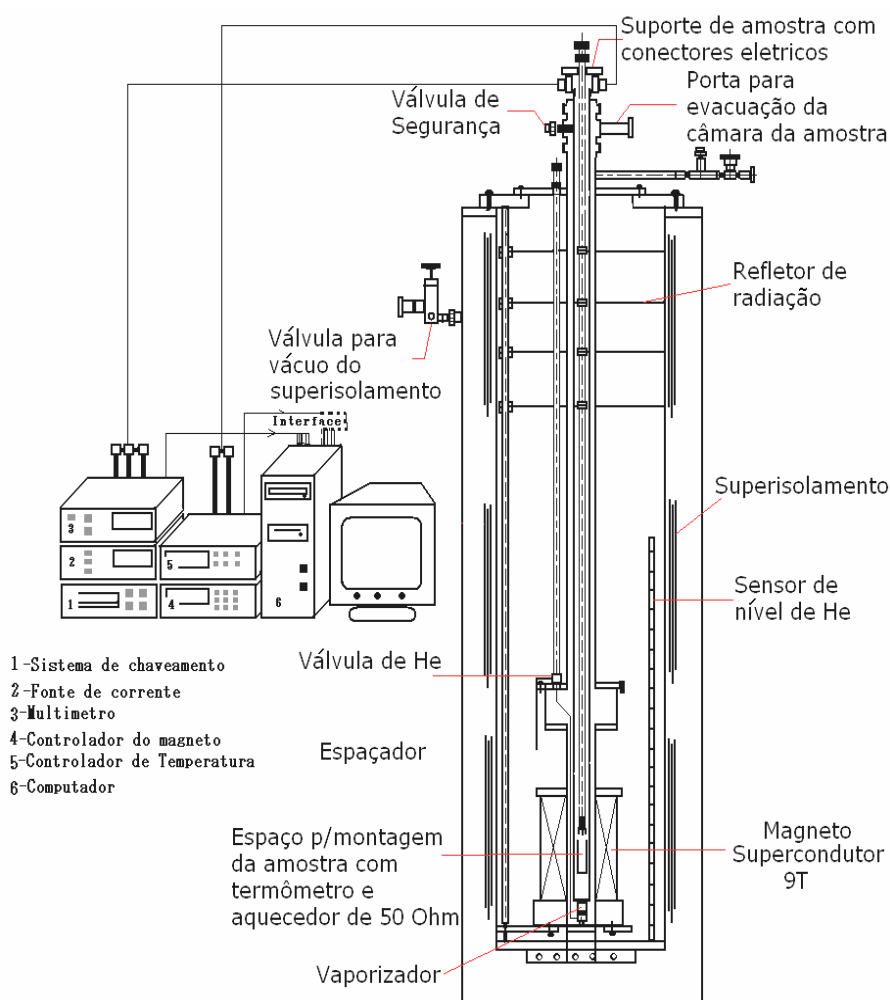


Figura 2.4: Esquema do criostato “Supervaritemp” fabricado por Janis Inc. e os equipamentos eletrônicos controlados por um computador via placa controladora de interface GPIB para aquisição de dados.

A fonte de corrente utilizada para o magneto é o modelo 622 da LakeShore, que permite a aplicação de campo magnético entre -9T e 9T. O controle da temperatura na câmara da amostra entre 2K e 300K é realizado por um controlador de temperatura Conductus modelo LTC-20 juntamente com a abertura ou fechamento manual da válvula de hélio. Esta válvula permite a entrada de hélio líquido no interior da câmara da amostra. O controlador de temperatura lê a temperatura de um sensor “cernox”, próximo à amostra, e controla a corrente aplicada a uma resistência de $50\ \Omega$ no suporte onde a amostra é montada para manter a temperatura estável com uma precisão de 0.020K.

Neste sistema a corrente a ser aplicada na amostra é fornecida por uma fonte de corrente DC Keithley modelo 224 e a voltagem é medida por multímetro Keithley modelo 2002. Já que este sistema permite até 19 contatos de medida, usamos um multiplexador Keithley 7001 para o chaveamento dos contatos.

Todos os equipamentos são controlados por um computador via placa controladora GPIB, com programas desenvolvidos em LabVIEW. Com este sistema foram realizadas medidas de resistividade em função da temperatura, magneto-resistência e efeito Hall nas amostras de grafite e bismuto (Bi).

Com o objetivo de fazer medidas em temperaturas ainda mais baixas, numa faixa de 0.3K até 2K, para uma melhor observação das oscilações da magnetorresistência em nossos sistemas estudados, foi utilizado o inserto modelo HE-3-SSV de He^3 da Janis Research Inc., que foi operado em um criostato de He^4 depois de ter sido tirado o inserto de He^4 .

O inserto de He^3 tem três componentes essenciais que estão localizados no interior de uma câmara de vácuo interno (IVC): uma bomba de absorção de carvão, um recipiente de He^4 e um recipiente de He^3 (veja se figura 2.5).

A bomba de absorção de carvão é utilizada para diversas aplicações, tais como para liberar o gás de He^3 para sua condensação, para reduzir a pressão de vapor saturado do líquido condensado de He^3 e esfriar o sistema, assim mesmo como manter todo o gás de He^3 evaporado. Esta bomba pode ser esfriada a temperaturas muito baixas fluindo um gás ou líquido de He^4 através de um capilar de aço inoxidável que circunda ao redor dela. O fluxo através deste capilar pode ser controlado por uma válvula de nupro (V1) mais um medidor de fluxo com uma válvula (V5) que estão localizados na parte superior do criostato. Além disso, ela pode ser esquentada por um aquecedor de $25\ \Omega$ e sua temperatura

é medida por um termômetro de diodo de silício. Controlando a temperatura da bomba de absorção de carvão pode-se controlar a velocidade de bombeamento sobre o líquido de He^3 e assim controlar a temperatura do líquido de He^3 .

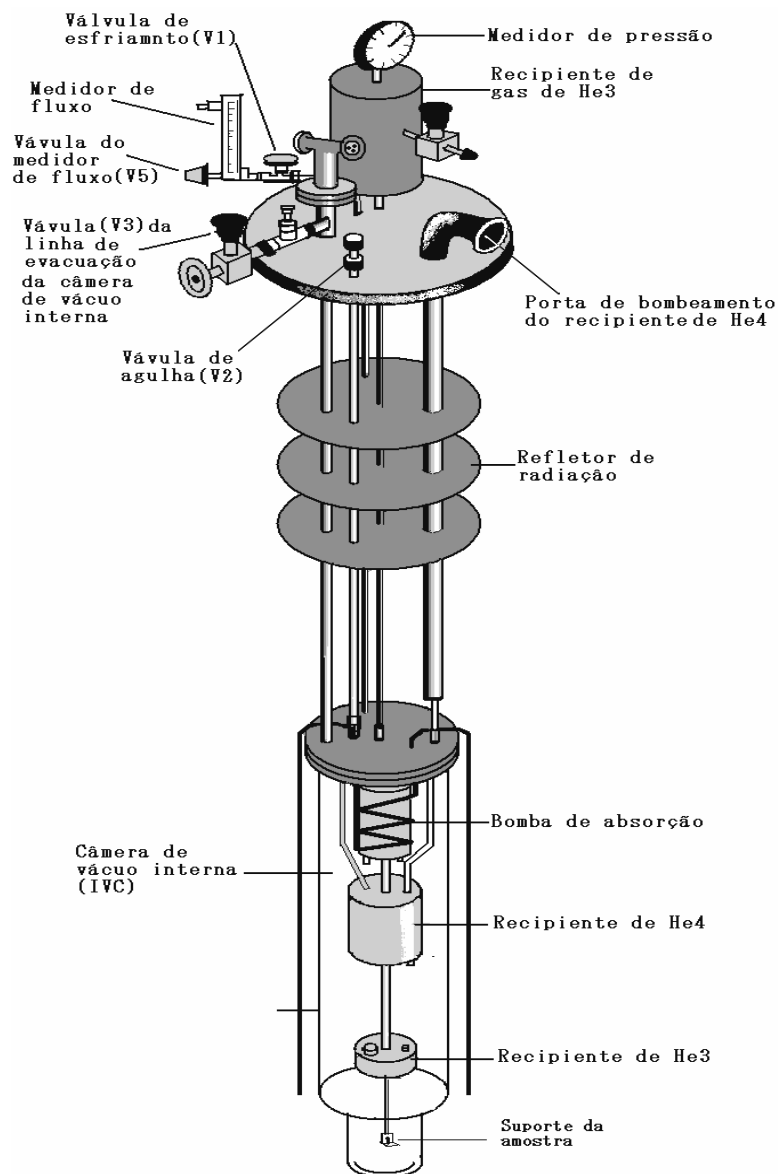


Figura 2.5: Esquema do inserto de He^3 fabricado por Janis Inc.

O recipiente de He^4 é utilizado para condensar o gás de He^3 . Uma vez preenchido este recipiente com líquido de He^4 , sua temperatura pode ser reduzida abaixo de 2K,

bombeando com uma bomba externa. Uma válvula de agulha (V2) é inserida no interior do criostato. Esta válvula pode ser controlada da parte superior do criostato para manter um fluxo exato de hélio líquido no interior do recipiente de He^4 . A temperatura deste recipiente é medida também por um termômetro de diodo de silício.

O recipiente de He^3 é feito de cobre OFHC (Oxygen-Free-High-Conductivity) e está localizado na parte inferior do inserto. Sobre a base inferior deste recipiente estão instalados um termômetro de dióxido de rutênio (RuO_2) e um aquecedor de resistência de $25\ \Omega$ que servem para o controle da temperatura do recipiente de He^3 e também da temperatura da amostra, já que sobre esta base foi instalado o suporte da amostra.

Para atingir a temperatura de 300 mK é necessário, primeiramente, ter uma pressão de 10^{-6} Torr no interior da câmara de vácuo interna (IVC) a fim de manter uma temperatura menor de 5K na bomba de carvão e 1.5 K no recipiente de He^4 , com o objetivo de conseguir a absorção total de He^3 , que se encontra no estado gasoso, no recipiente localizado na parte superior do criostato com um medidor de pressão. A absorção completa do gás de He^3 pela bomba de carvão será indicada no medidor por uma pressão de -76.2cm Hg.

Depois de haver realizado este procedimento, a temperatura da bomba será aumentada para 45 K através de um aquecedor, mas a temperatura do He^4 continuará a mesma, isto deve ser feito a fim de expulsar o gás de He^3 da bomba de carvão num intervalo de 45 minutos, até que o termômetro do recipiente de He^3 atinja uma temperatura menor que 1.8K. Uma vez conseguida esta temperatura do recipiente de He^3 , novamente se espera outros 45 minutos para a liquidificação total do gás de He^3 .

2.2 Programas utilizados

Para a aquisição dos dados nas medidas foram utilizados os programas em LabVIEW, desenvolvidos pelo Dr. J. H. Spahn Torres. Esta linguagem foi utilizada devido à sua forma simples, porém poderosa para o controle de equipamentos com interface IEEE-488. Ela possui uma interface gráfica simples, que permite o desenvolvimento de programas complexos com otimização.

A idéia principal é que o programa de medida leia um arquivo com as informações de cada ponto dos parâmetros a ser medido, tais como temperatura, campo magnético, corrente aplicada e o numero de pares de contatos onde a voltagem será medida. Este arquivo de pontos é criado por um programa em LabVIEW cuja interface gráfica é mostrada na figura 2.6.

O programa de medida, mostrado na figura 2.7, envia a informação sobre a temperatura para o controlador de temperatura e espera pela estabilização. Uma vez a temperatura estabilizada no valor desejado dentro de uma faixa de erro ajustável (nós utilizamos 20 mK para o sistema Janis), aplica-se o campo magnético programado e posteriormente a corrente desejada, quando, então, o programa entra num “loop” sobre o número de pares de contatos a serem medidos. Para cada par de contatos de tensão aplica-se a corrente desejada, primeiro num sentido, mede-se a voltagem, inverte-se a polaridade da corrente e mede-se a voltagem novamente. Para o caso de medidas multi-terminais, a voltagem é medida entre os pares de contato de modo seqüencial, sendo chaveada por um multiplexador. Para as medidas usuais, isto é, somente dois contatos de tensão, o programa mede somente o primeiro par de contatos.

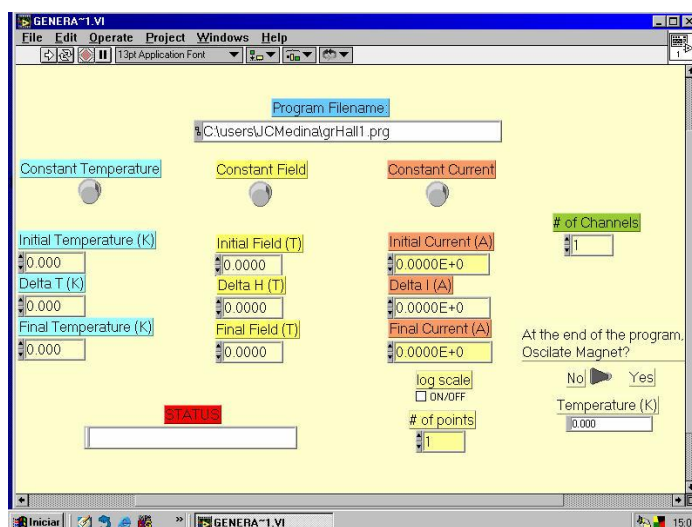


Figura 2.6: Interface gráfica do programa que gera o arquivo com os pontos a serem lidos pelo programa de medida.

O valor apresentado da voltagem é calculado subtraindo-se da voltagem medida com a corrente positiva (V_+) a voltagem medida com a corrente negativa (V_-) e dividindo-se este resultado por dois ($V = [V_+ - V_-]/2$). Com este método evitamos os problemas devido a efeitos termo-elétricos, tais como termopar, Peltier e outros [176].

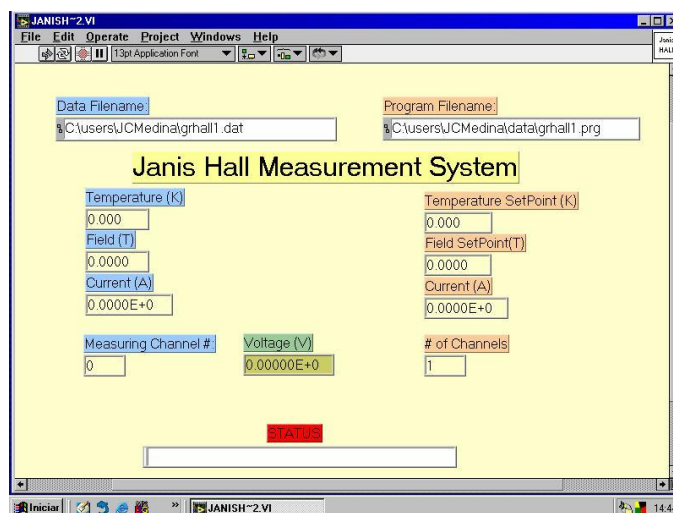


Figura 2.7: Interface gráfica do programa de medida.

Com pequenas modificações neste programa podemos medir efeito Hall usando a técnica de van der Pauw modificada, onde a geometria da amostra não precisa ser bem definida, contanto que os contatos estejam no mesmo plano e nas bordas da amostra (veja figura 2.11). Estas modificações consistem em medir somente um par de contatos de tensão e fazer um chaveamento nos contatos de corrente como observaremos mais adiante. Retornando à descrição do programa, quando o “loop” sobre o número de contatos termina, o programa lê a próxima linha do arquivo com os pontos a serem medidos e o ciclo se repete até que não haja mais pontos a serem medidos, quando então o programa de medida se encerra. Com esse algoritmo podemos medir curvas de $I \times V$, resistividade, magneto-resistividade e efeito Hall no mesmo sistema de um modo ótimo.

2.3 O método convencional de quatro pontas e o método de van der Pauw

Inicialmente para as medidas de resistividade ρ foi usado o método de quatro terminais (pontas) na opção de Transporte AC e DC. Este método convencional foi utilizado para as medidas de magneto-resistência e de efeito Hall.

A queda de potencial V , através da amostra é medida com dois fios condutores de ouro separados de uma distância l e a resistividade $\rho = VA/I$ (onde A é a área seccional da amostra através da qual passa o fluxo de corrente) pode ser obtida. Da mesma maneira, também foi realizada a medida de resistividade Hall com este método, que já explicamos em detalhes na seção 1.1.

Notamos que as medidas de quatro contatos permitem eliminar os efeitos de resistência dos terminais. Na verdade, o software da opção utilizada nos dá a resistência linear $R = V/I$. Para garantir um bom contato térmico a amostra é fixada no suporte como mostrado na figura 2.2 e segue-se as recomendações indicadas na seção 2.1.

Um outro método utilizado nas medidas de transporte foi o método desenvolvido por Van der Pauw [177, 178] para medida da resistividade longitudinal e Hall, cuja geometria da amostra é irrelevante, o único fator geométrico utilizado é a espessura d da

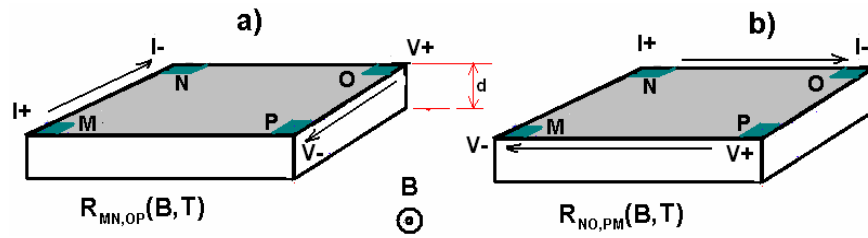


Figura 2.8: Configuração dos contatos para as medidas da resistividade longitudinal.

amostra. De forma geral temos:

$$\exp\left(-\frac{\pi d}{\rho} R_{MN,OP}\right) + \exp\left(-\frac{\pi d}{\rho} R_{NO,PM}\right) = 1, \quad (2.31)$$

onde $R_{MN,OP} = \frac{V_P - V_O}{I_{MN}}$ e, analogamente, para $R_{NO,PM}$; ρ é a resistividade da amostra, medida na forma como é mostrada na figura 2.8. M, N, O e P são os contatos em posições arbitrárias na periferia da superfície. Em geral, não é possível expressar ρ explicitamente em funções conhecidas. A solução é escrever (2.31) na forma:

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} \frac{R_{MN,OP} + R_{NO,PM}}{2} f\left(\frac{R_{MN,OP}}{R_{NO,PM}}\right), \quad (2.32)$$

onde $f\left(\frac{R_{MN,OP}}{R_{NO,PM}}\right)$ é mostrada graficamente na figura 2.9. Assim, para determinar ρ devemos primeiro calcular $\frac{R_{MN,OP}}{R_{NO,PM}}$, ver o valor correspondente de f na figura 2.9 para esta razão e substituí-lo na equação (2.32).

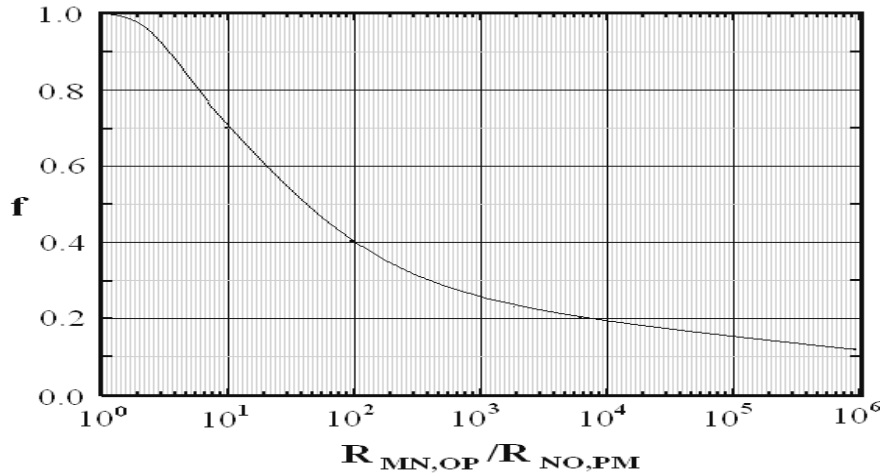


Figura 2.9: Representação gráfica da relação $\cosh\left[\frac{(R_{MN,OP} / R_{NO,PM}) - 1}{f} \ln 2\right] = \frac{1}{2} \exp \frac{\ln 2}{f}$ resultante da simplificação da equação (2.31).

Para a medida da resistividade Hall, o método se modifica na forma como mostrado na figura 2.10, mas agora devemos medir $R_{MO,NP}$ e é necessário que se façam duas

medidas, primeiro com campo magnético em um sentido e depois com campo magnético aplicado no sentido contrário. A resistência Hall é dada por:

$$R_H = \frac{1}{2} [R_{MO,NP}(B) - R_{MO,NP}(-B)] \quad (2.33)$$

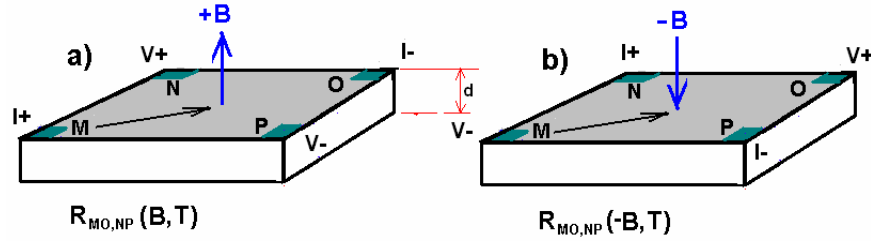


Figura 2.10: Configuração dos contatos para as medidas de efeito Hall, com inversão do campo magnético.

A mudança de sentido do campo magnético é custosa, tanto em energia como em tempo de medida. É possível, no entanto, obter a resistência Hall sem a necessidade de mudança do sentido do campo magnético modificando-se o método de medida (veja figura 2.11). A técnica modificada para encontrar a resistência Hall se baseia na simetria dos coeficientes de transporte de Onsager [179], ou seja:

$$R_{MO,NP}(+B) = R_{NP,MO}(-B) = R_{NP,MO}(+B) + 2R_H(+B),$$

o que resulta em:
$$R_H = \frac{1}{2} [R_{MO,NP}(B) - R_{NP,MO}(B)], \quad (2.34)$$

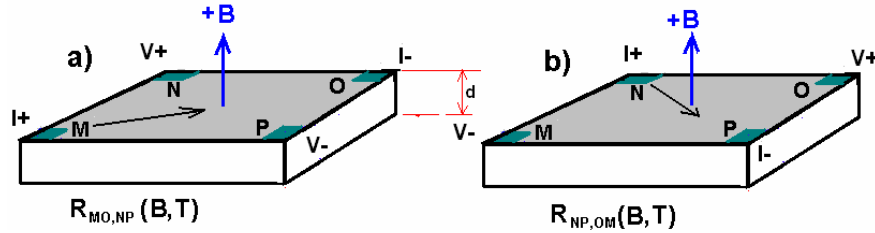


Figura 2.11: Configuração dos contatos para as medidas de efeito Hall, fazendo uma transposição cíclica da corrente e a voltagem.

assim, com um simples chaveamento, mudamos os pares de contatos para tensão e corrente e obtemos a resistência Hall sem a necessidade da mudança do campo magnético [180].

O valor da mobilidade Hall é obtido medindo a variação da resistência $R_{MO,NP}$ quando um campo magnético é aplicado perpendicular à amostra. Então, a mobilidade Hall é dada por $\mu_H = \frac{d}{B} \frac{\Delta R_{MO,NP}}{\rho}$, onde B é a indução magnética e $\Delta R_{MO,NP} = R_{MO,NP}(B) - R_{MO,NP}(0)$ a variação da resistência devida ao campo magnético.

2.4 O método do disco de Corbino

Este método é conhecido como Corbino-Disco e foi criado pelo físico italiano Orso Mario Corbino em 1911 no estudo de um disco metálico com um furo circular no seu centro. As circunferências interna e externa do disco de raios r_1 e r_2 estão em contato com eletrodos circulares de alta condutividade que rodeiam tais circunferências, com uma boa aproximação equipotencial. Se uma corrente é aplicada através destes eletrodos do disco, o percurso da corrente terá uma forma radial. Mas, se o disco está imerso num campo magnético $\mathbf{B}$ constante, uniforme e perpendicular ao plano dele, então a corrente radial aplicada experimentará um desvio (veja se figura 2.12). Em contraste à geometria Hall convencional, não acontece acumulação de portadores de cargas e, por isso, não existe voltagem Hall [181].

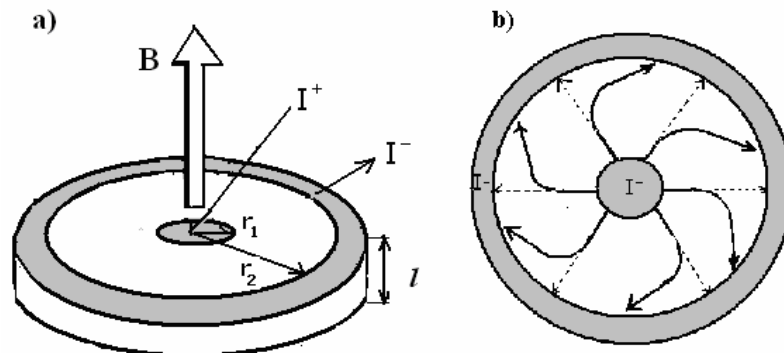


Figura 2.12: a) Esquema da geometria do disco de Corbino na presença de um campo magnético B , b) exibe o desvio da corrente radial, devido à ação do campo.

Em nosso caso, esta configuração geométrica foi utilizada para o estudo dos efeitos de inhomogeneidade das amostras de grafite com uma desordem espacial nas medidas da magneto-resistência na forma local. Para os elétrodos dos contatos foram utilizados tinta prata epóxi e fios de ouro, como se mostra na figura 2.13.

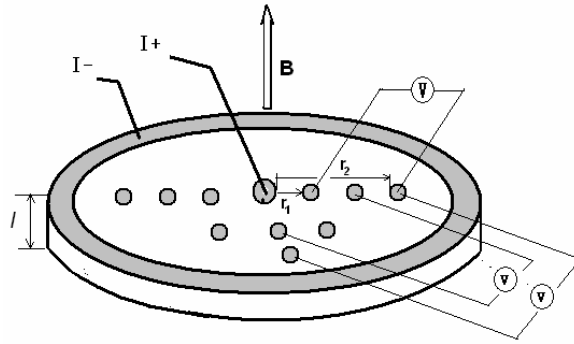


Figura 2.13: Esquema da geometria do disco de Corbino na presença de um campo magnético B com os contatos para as medidas locais, realizadas para a amostra de grafite.

Para o cálculo da resistividade em uma amostra de geometria de disco de Corbino, onde o fluxo de corrente vai do centro até as bordas em forma radial, é necessário aplicar a lei de Ohm em sua forma radial [182]

$$\vec{J}_r = \sigma \vec{E}_r, \quad (1)$$

onde $\vec{J}_r$ é a densidade de corrente e

$$E_r = \frac{I}{\sigma 2 \pi r l} \quad (2)$$

é o campo elétrico radial (l e r são a espessura e o raio do disco respectivamente). Agora, se nós considerarmos o transporte do campo elétrico $\vec{E}_r$ através de um intervalo dr e integramos ao longo de r_1 até r_2 (veja figura 2.13)

$$\int \vec{E}_r dr = \frac{I}{2 \pi \sigma l} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}, \quad (3)$$

obtemos a resistência radial $R_{radial} = \frac{1}{2 \pi \sigma l} [\ln(r_2) - \ln(r_1)]$

e, através dela, sua resistividade $\rho = \frac{2 \pi l R_{radial}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$. (4)

2.5 Medidas Magnéticas

Para as medidas magnéticas utilizamos o magnetômetro SQUID (veja figura 2.14), equipamento comercial fabricado pela Quantum Design. O magnetômetro SQUID utilizado foi o modelo MPMS5 (Magnetic Properties Measurement System), que permite aplicar, no máximo, 5T.



Figura 2.14: Vista do magnetômetro SQUID utilizado nas medidas de magnetização em função da posição da amostra.

O suporte de amostra para medidas magnéticas consiste de um tubo de plástico onde a amostra é introduzida e fixada por pressão contra as paredes do tubo, veja figura 2.15. Quando a amostra é muito menor que o diâmetro do tubo, utilizamos uma base feita de teflon, sobre a qual se prende a amostra com graxa de vácuo ou graxa Apiezon, sendo então introduzida no tubo. Após as medidas, o sinal da base de teflon e do tubo plástico é subtraído do sinal medido resultando somente o sinal da amostra. Usamos este equipamento para as medidas de magnetização dos cristais de Bismuto e das amostras de grafite.

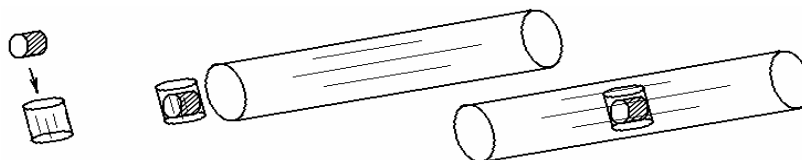


Figura 2.15: Montagem da amostra no tubo de plástico para medidas de magnetização.

O processo de medida consiste em mover a amostra repetidamente no interior das bobinas e ler a voltagem no detector SQUID, obtendo, assim, uma varredura. A voltagem pode ser plotada em função da posição da amostra, como mostrada na figura 2.16(a). A forma da curva é função da geometria das bobinas de detecção usadas no sistema MPMS. As bobinas estão enroladas na configuração de segunda derivada, na qual elas estão enroladas no sentido contrário ao das bobinas centrais. Esta configuração rejeita as interferências devido a fontes magnéticas próximas, aumentando a sensibilidade do equipamento.

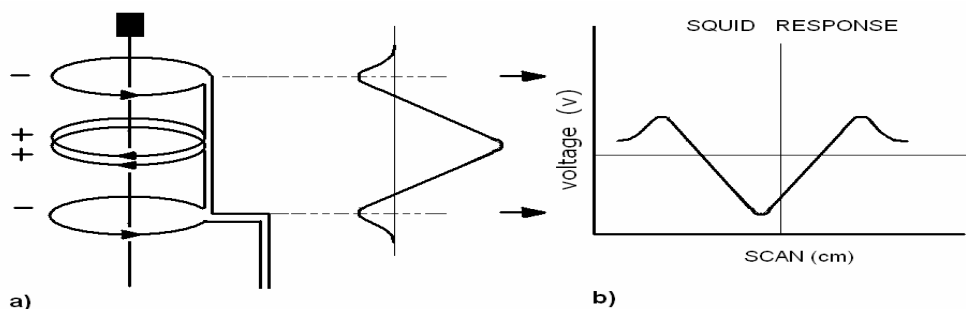


Figura 2.16: Sinal do sensor SQUID em função da posição da amostra.

Antes de iniciarmos as medidas, devemos centrar a amostra para que o sinal seja simétrico no comprimento de varredura. A figura 2.16(b) mostra a resposta de uma varredura para uma amostra fora de centro. Isto deve ser corrigido subindo ou descendo a amostra em relação à bobina central. Com a amostra centrada, podemos iniciar as medidas. Este magnetômetro permite medir na faixa de temperatura entre 2K e 350K e com campo magnético até 5T (MPMS5).

Capítulo 3

Materiais e Amostras

3.1 Grafite

a) Propriedades físicas relevantes da grafite

Os materiais de carbono são encontrados em diversas formas, tais como: grafite, diamante, fulerenos, e nanotubos de carbono. A razão pela qual o carbono assume varias formas estruturais, é que o átomo de carbono pode formar diversos tipos de hibridizações de orbitais [183].

A grafite é um material que tem despertado um grande interesse na comunidade científica pelas diversas propriedades físicas interessantes para pesquisas e por ser um material promissor para aplicações em nano e micro-eletrônica. Aqui, descrevemos o método de preparação (síntese) e suas propriedades estruturais, eletrônicas e magnéticas.

A síntese da grafite policristalina pirolítica altamente orientada (HOPG) e da grafite monocristalina denominada Kish é chamada de grafitização. A grafitização é um processo de obtenção da grafite através de diversos processos químicos e tratamentos térmicos, usando compostos como metano, benzeno, poliacrilonitrila (PAN) e outros. A grafite pirolítica é obtida pelo processo de CVD (Chemical Vapor Deposition) de hidrocarbonetos gasosos. A grafitização ocorre em duas etapas: a conversão do material orgânico inicial em carbono sólido e diversos componentes voláteis através da pirólise e a conversão do carbono depositado em grafite. As propriedades físicas da grafite dependem da pressão e temperatura na qual ocorre a grafitização. Para obter uma boa orientação neste processo de deposição é necessária uma pressão de (10-30 MPa) e uma temperatura de até 3600 °C . A grafite feita nestas condições recebe o nome de grafite pirolítica altamente orientada (HOPG), que é uma rede policristalina de grãos orientados aleatoriamente em torno do eixo $-c$ cristalográfico. Por sua vez, a grafite monocristalina, quando sintetizada, recebe o nome de grafite Kish, mas também pode ser achada na natureza nas minas de carvão [184].

A estrutura cristalográfica da grafite é composta de átomos de carbonos ligados em forma de hexágonos num sistema de planos de anéis.

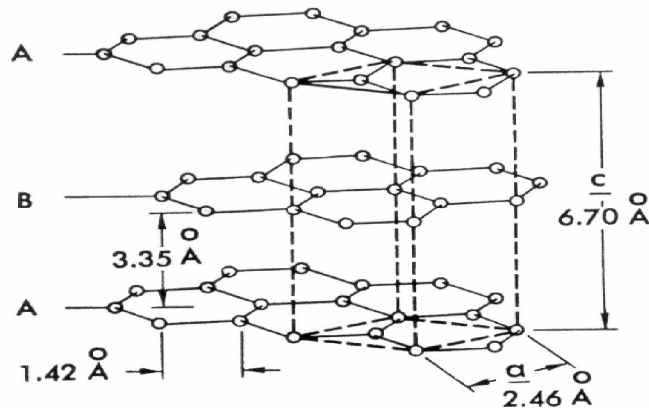


Figura 3.1: Estrutura cristalográfica hexagonal da grafite com os parâmetros da rede cristalina $a = 2,46 \text{ \AA}$ e $c = 6,70 \text{ \AA}$ (conhecido como *stacking* de Bernal ABABAB...)[184].

Um átomo livre de carbono tem a estrutura eletrônica $(1s)^2(2s)^2(2p)^2$. Os orbitais sp^2 formam as ligações covalentes (ligações fortes) σ entre os átomos de carbono nos planos da grafite, onde a distância de separação dos átomos de carbono é de $1,42 \text{ \AA}$. As ligações entre os planos são do tipo de van der Waals (ligações fracas) e são dadas pelos orbitais p_z (ou π). Estes planos são empilhados na sequência ABAB ao longo do eixo c cristalográfico com um espaçamento interplanar de $3,35 \text{ \AA}$ (veja figura 3.1). A célula unitária contém quatro átomos de carbono e o grupo espacial é $P6_3/mmc(D_{6h}^4)$ [185].

O orbital p_z toma parte nas ligações químicas e é o responsável pela condução elétrica. A sobreposição dos orbitais p_z é maior nos átomos adjacentes em um plano dado de grafite e fornece uma resistividade ρ_b relativamente baixa ao longo dos planos. Mas a sobreposição entre os planos é menor, com uma resistividade ρ_c ao longo do eixo c bem maior, o que conduz a uma enorme anisotropia. Por exemplo, à temperatura ambiente, a razão $\frac{\rho_c}{\rho_b} \sim 10^4$ [186, 187]. Esta razão pode ser um mecanismo para obter evidência experimental sobre a qualidade da amostra.

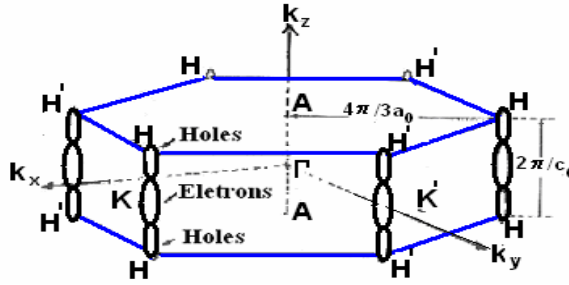


Figura 3.2: Zona de Brillouin da grafite mostrando vários pontos de alta simetria e uma versão esquemática das superfícies de Fermi de elétrons e buracos ao longo do eixo HK [188].

Devido à enorme anisotropia da estrutura cristalina da grafite, muitos modelos propostos para a estrutura eletrônica da grafite baseavam-se em uma aproximação quase bi-dimensional (Q2D) [184]. Na aproximação de um plano único (grafeno), a superfície de Fermi é reduzida a dois pontos nos vértices opostos da zona de Brillouin hexagonal 2D (como mostrado na figura 1.4.8 da seção 1.4 do Cap I.) onde as bandas de valência e condução se tocam, conduzindo assim a um espectro cônico de Dirac $E(p) = \pm vp_{\perp}$. Os portadores de carga são descritos por férmions de Dirac, sem massa, em (2+1) dimensões [189, 190, 169, 170]. As relações de dispersão $E(p)$ entorno deste ponto são lineares em p para as bandas π . A singularidade deste espectro do tipo pontual e a forte interação coulombiana entre os férmions são assumidas ser responsáveis pelas características não usuais na grafite.

O modelo 3D para a relação de dispersão para as quatro bandas π foram desenvolvidos por Slonczewski e Weiss [191] e McClure (SWMcC) [192]. Este modelo tem sido utilizado extensamente para descrever as propriedades de magneto-transporte, diamagnéticas e outras. A teoria de SWMcC fornece um tratamento fenomenológico da estrutura eletrônica baseado sobre a simetria do cristal e mostra que o acoplamento $\gamma_1 = 0.39\text{eV}$ (*integral overlap*) entre os planos em grafite muda completamente o espectro, já que este termo é o que introduz a dependência de p_z (*hopping*) através do qual os níveis bi-dimensionais estão estendidos. Este *hopping* entre os planos induz a um espectro de dispersão p_z com os *pockets* da superfície de Fermi abertas com uma elongação ao longo da

borda da aresta HKH da zona de Brillouin 3D (veja figura 3.2). Por isso a integral de troca γ_1 , dos vizinhos mais próximos entre os planos adjacentes, pode modificar rigorosamente todas as propriedades do gás de elétrons. Por outro lado, Haering e Wallace [193] usando o método de McClure para o cálculo da estrutura de banda, têm assumido um valor muito pequeno para $\gamma_1 = 0.005 eV$ no intuito de dar uma explicação ao resultado experimental da susceptibilidade. A susceptibilidade achada é aquela predita por McClure para o caso bi-dimensional. Com este argumento Haering e Wallace chegaram à conclusão que grafite é essencialmente bi-dimensional em estrutura e o valor tomado para γ_1 é consistente com todas as propriedades observadas da grafite.

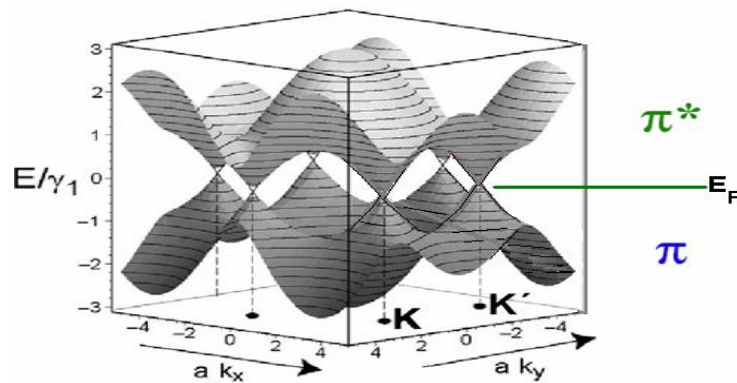


Figura 3.3: Relação de dispersão 3D para grafite . O parâmetro γ_1 é o acoplamento entre os planos.

Os modelos de bandas 3D (veja figura 3.3) confirmam as seguintes características: a superfície de Fermi está localizada próximo das bordas da zona de Brillouin HKH e H'K'H' (mostrada na figura 3.2); as larguras das bandas π nas vizinhanças das bordas da zona de Brillouin são muito menores que a separação entre as bandas π e as bandas σ . Embora a interação interplanar seja pequena, esta tem um profundo efeito nas quatro bandas π próximas das bordas da zona de Brillouin, ocasionando uma sobreposição (*overlap*) da banda que é responsável pelas propriedades semimetálicas da grafite, enquanto o modelo bi-dimensional resulta em um semiconductor de gap zero para o plano do grafeno. Um estado de gap zero é um estado no qual existe um cone de Dirac com um espectro

linear em torno do ponto de Fermi conectando uma banda não ocupada (elétron) com uma banda ocupada (buraco).

A superfície de Fermi 3D [194-196] tem uma estrutura complicada e provê diferentes grupos de portadores. Os cálculos de estrutura de bandas mostram que em adição aos dois grupos de portadores principais de elétrons (e) e buracos (h) que estão localizados próximos dos pontos K e H da zona de Brillouin, existem portadores minoritários (m). Por outro lado é conhecido que a natureza e localização dos *pocket* minoritários são muito sensíveis aos parâmetros dos cálculos da estrutura de bandas e à desordem cristalina. A identificação dos portadores tipo Dirac na rede cristalina da grafite [8], como já foi discutido na seção 1.3.2, nos sugere que estas quase-partículas que operam claramente no grafeno poderiam também ser responsáveis, nos sistemas quase-2D da grafite.

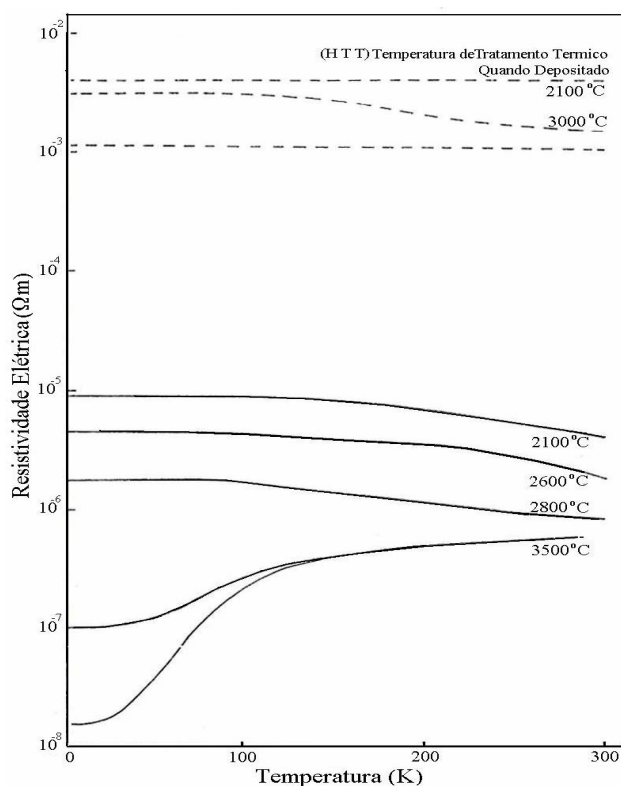


Figura 3.4: Variação da resistividade elétrica da grafite pirolítica altamente orientada com o tratamento térmico (HTT) [197].

Descrevendo as propriedades elétricas da grafite, devemos ressaltar que o comportamento da resistividade depende fortemente do tratamento térmico ao qual a amostra é submetida após a grafitização. Nas medidas da resistividade em função da temperatura, tem sido observado que quanto maior é a temperatura do tratamento térmico, maior será a perfeição da amostra em comparação com um cristal [197]. A figura 3.4 mostra resistividade para as amostras HOPG com uma temperatura de tratamento térmico inicial de $\sim 2100^\circ\text{C}$ na deposição seguindo até temperaturas mais altas ($\sim 3500^\circ\text{C}$) onde se aproxima do comportamento da amostra monocristalina, mas nenhuma delas se compara ao monocristal. Isto é por causa de *annealing*, dos resíduos de impurezas que permanecem na amostra ou defeitos na rede cristalina [184]. Por isso amostras ultrafinas de grafite de alta qualidade é um sistema de múltiplos planos (HOPG) e são candidatos promissoras para a aplicação na microeletrônica por seu alto grau de orientação e sua alta anisotropia, enquanto a grafite Kish ainda sendo um monocristal é de baixa qualidade para estes fins.

As propriedades de transporte na grafite são altamente anisotrópicas devido à natureza lamelar da estrutura cristalina. Esta característica da grafite permite considerá-la como um material condutor quase-bidimensional. A magnetorresistência $\Delta\rho/\rho_0$ destes condutores (grafite HOPG e grafite monocristalino Kish) é positiva, o que é um indicativo do aumento da frequência ciclotrônica quando é aumentado o campo magnético. Por sua vez, $\Delta\rho/\rho_0$ é enorme, devido à mobilidade muito alta ($10^6\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ em $T=10\text{K}$) dos portadores no plano. A medida da resistência Hall fornece, no sinal, o tipo de portador dominante ($N_e > N_h \sim 10^{18}\text{cm}^{-3}$), mas no regime da quantização de Landau esta apresenta sinais de quantização se a amostra é de natureza quase-bidimensional, ou seja, fortemente anisotrópica ($\rho_c/\rho_b > 10^4$).

Por outro lado, é conhecido que a grafite apresenta um sinal magnético fortemente diamagnético quando o campo magnético é aplicado paralelo ao eixo c ($\vec{B} \parallel \vec{c}$). A susceptibilidade da grafite $\chi = \chi_{orb} + \chi_0 + \chi_p$, onde χ_0 é a contribuição diamagnética dos elétrons do caroço (diamagnetismo de Larmor), $\chi_p = \beta^2 D(\varepsilon)$ é a contribuição paramagnética do spin (para-magnetismo de Pauli), onde $\beta = e\hbar/2m_0c$ é o magnéton de

Bohr, $D(\varepsilon)$ é a densidade de estados e m_0 é a massa do elétron livre, e $\chi_{orb} = -\frac{1}{3}\beta^{*2}D(\varepsilon)$ é a contribuição orbital dos elétrons de condução (diamagnetismo de Landau), onde $\beta^* = e\hbar/2m^*c$ e m_e^* é a massa efetiva dos portadores ($m_e^* = 0,058m_0$ e $m_h^* = 0,04m_0$, onde m_e^* e m_h^* são as massas efetivas dos elétrons e buracos majoritários respectivamente). A razão $\chi_{orb}/\chi_p = -\frac{1}{3}\left(\frac{m_0}{m^*}\right)$ nos permite observar o forte diamagnetismo existente em grafite devido a sua massa efetiva muito pequena.

A dependência da temperatura da susceptibilidade diamagnética em grafite foi calculada [198, 199] tomando em conta o forte acoplamento entre as bandas. Geralmente tem sido considerada uma susceptibilidade diamagnética $\chi_d = -5 \times 10^{-7}$ emu/g.Oe (abaixo de uma temperatura 20K) com uma dependência linear com campo magnético alto quando é aplicado paralelo aos planos basais. No entanto, existe evidência experimental na grafite de que esta componente seja paramagnética [200], com uma dependência não-linear do momento magnético em campos baixos.

Atualmente existem predições teóricas e evidências experimentais sugerindo que instabilidades eletrônicas em grafite podem induzir ao ferromagnetismo assim como às propriedades supercondutoras em altas temperaturas.

Recentemente foram identificados ciclos de histerese do tipo ferromagnético em amostras HOPG abaixo e acima da temperatura ambiente [201], quando o campo magnético é aplicado paralelamente aos planos basais. O ciclo de histerese magnética $M(B)$ tem um comportamento ferromagnético e o momento magnético $m(B) = M(B)/V$ é proporcional ao volume da amostra.

O ferromagnetismo em diversas amostras de grafite HOPG, grafite Kish e grafite natural já têm sido reportados [201, 202]. Mas a origem do sinal ferromagnético em amostras HOPG é controversa e ainda espera por uma explicação física mais clara. A possibilidade de uma contribuição magnética de impurezas nas propriedades magnéticas tem sido considerada seriamente e uma análise cuidadosa das possíveis origens extrínsecas do ciclo de histerese em grafite foi realizada.

Os resultados recentes mostram sem dúvida que a natureza do estado ferromagnético (FM) na grafite não está relacionada com impurezas magnéticas [203]. Este

tem se confirmado testando o grau de exatidão da técnica de emissão de raios-x por partícula induzida (particle induced x-ray emission - PIXE) usando um raios de prótons de 2 MeV em [202] assim como com outras técnicas como a de difração de nêutron e raios X em amostras similares de HOPG.

Estudos realizados em grafite através de microscopia por varredura de tunelamento (scanning tunneling microscopy -STM) sugerem que os defeitos estruturais podem contribuir para as peculiaridades observadas nas propriedades eletrônicas e em consequência podem resultar em correlações ferromagnéticas. Devido à baixa densidade eletrônica da grafite, as propriedades magnéticas também podem ser explicadas através do ferromagnetismo itinerante do gás de elétrons diluído bi-dimensional que possui uma forte interação coulombiana entre os elétrons.

b) Amostras de grafite

Para nossa pesquisa, as amostras de grafite HOPG foram adquiridas da Union Carbide Co., que nós denotamos por HOPG-UC1 e HOPG-UC2; esta apresenta uma desordem muito reduzida e pode ser considerada como um condutor quase-bidimensional fortemente anisotrópico. Enquanto as outras amostras com características quase monocristalinas foram obtidas do Instituto de Pesquisa de Grafite de Moscou, que foram denotadas por HOPG-A, HOPG-B e HOPG-C. As amostras foram crescidas através da deposição de carbono no estado gasoso a $2700^{\circ}C$ seguido de um tratamento térmico a $3000^{\circ}C$ sob pressão de $30MPa$ [204].

Estas amostras foram caracterizadas através de difração de raios-x, microscopia de varredura de elétrons (scanning electron microscopy-SEM), microscopia por varredura de tunelamento (STM) e análise espectrográfica.

Medidas de difração de raios-x na geometria $\theta - 2\theta$ (veja figura 3.5) de todas as amostras HOPG estudadas revelaram uma característica de estrutura hexagonal de Bernal sem uma assinatura de fase romboédrica e deram para os valores dos parâmetros da rede cristalina $a = 2.48 \text{ \AA}$ e $c = 6.71 \text{ \AA}$.

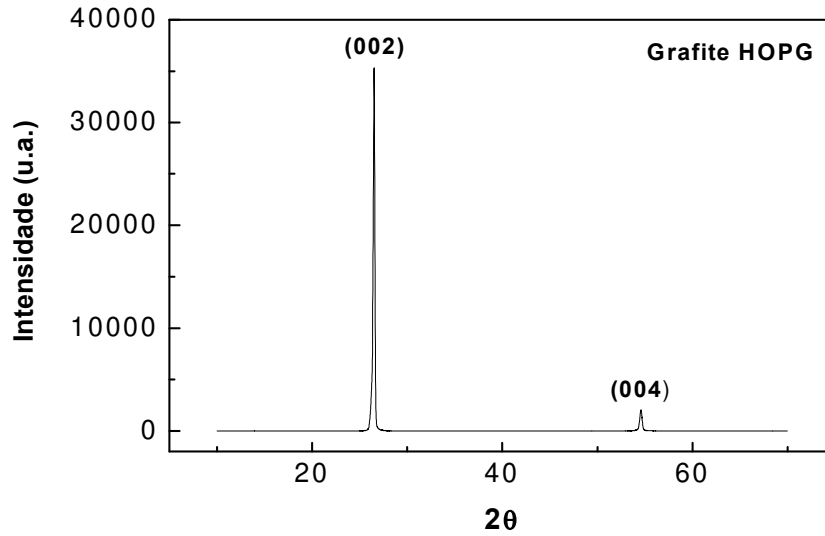


Figura 3.5: Medida de difração de raios-x da amostra HOPG.

Nestas amostras HOPG (que nós denotamos como HOPG-A, HOPG-B, HOPG-C, HOPG-UC1 e HOPG-UC2) foram realizadas as medidas das resistividades Hall $\rho_{xy}(B, T)$ e longitudinal do plano basal $\rho_b(B, T)$ com os métodos de Van der Pauw, clássico e o método de disco de Corbino. Para as medidas de transporte, os contatos (eletrodos) foram colocados utilizando fios de ouro e tinta prata epóxi. Os resultados típicos obtidos sobre elas são reportados nesta tese. As amostras foram caracterizadas rigidamente nas referências [52, 164, 205]. Todas as medidas de transporte DC foram feitas para campos magnéticos aplicados paralelo ao eixo-c hexagonal numa faixa de temperatura de $300mK \leq T \leq 300K$ e usando criostatos de He4 e He3 com magnetos de 9T.

A caracterização destas amostras através das medidas de transporte revelou uma anisotropia alta; a razão da resistividade perpendicular ao plano e do plano basal ρ_c/ρ_b , e resistividade longitudinal do plano basal ρ_b (à temperatura ambiente $T = 300K$ e campo magnético zero $B = 0$), assim como através das medidas de “rocking curve” que mostra uma largura a meia altura (FWHM) são mostrados nas Tabelas 1 e 2. As análises por meio da técnica de emissão de raios-x por partícula induzida (PIXE) revelaram a concentração de impurezas de Fe da ordem de $2ppm$ [205].

Resumindo na Tabela 1 são mostrados os valores característicos que revelam as propriedades das amostras HOPG com um maior grão de desordem. As medidas das

resistividades Hall $\rho_{xy}(B, T)$ destas amostras apresentam o efeito Hall anômalo (AHE) em campos baixos (numa faixa de temperatura de 2k até 150K) e em campos alto exibe picos em lugar de platôs.

Tabela 1: Parâmetros obtidos da análise de raios-X e das medidas transporte para as amostras HOPG-A, HOPG-B e HOPG-C.

Amostra	HOPG-A	HOPG-B	HOPG-C
$\rho_b(300K, B=0)$	$45\mu\Omega \cdot cm$	$5\mu\Omega \cdot cm$	$52\mu\Omega \cdot cm$
ρ_c/ρ_b	$\sim 8,6 \times 10^3$	$\sim 10^3$	$\sim 3.5 \times 10^4$
FWHM	1.4°	0.5°	0.5°
Mobilidade (T=10K)	$\sim 10^5 \text{ cm}^2/\text{V}\times\text{s}$	$\sim 10^5 \text{ cm}^2/\text{V}\times\text{s}$	$\sim 10^5 \text{ cm}^2/\text{V}\times\text{s}$
$N_e \sim N_h (N_e > N_h)$	$\sim 10^{18} \text{ cm}^{-3}$	$4 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$	$7.2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$

Enquanto as amostras HOPG-UC1 e HOPG-UC2 menos desordenadas, estas mostram o QHE, exibindo platôs. Os valores característicos são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2: Parâmetros obtidos da análise de raios-X e das medidas transporte para as amostras HOPG-UC1, HOPG-UC2 e Kish.

Amostra	HOPG-UC1	HOPG-UC2	Kish
$\rho_b(300K, B=0)$	$3\mu\Omega \cdot cm$	$2\mu\Omega \cdot cm$	$5\mu\Omega \cdot cm$
ρ_c/ρ_b	$\sim 5.1 \times 10^4$	$\sim 5 \times 10^4$	$\rho_c/\rho_b \sim 10^2$
FWHM	0.3°	0.3°	1.6°
Mobilidade (T=10K)	$\sim 10^6 \text{ cm}^2/\text{V}\times\text{s}$	$\sim 10^6 \text{ cm}^2/\text{V}\times\text{s}$	
$N_e \sim N_h (N_e > N_h)$	$\sim 10^{18} \text{ cm}^{-3}$	$2.4 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$	$7.2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$

A descobertas de novas técnica de micromecânica para a obtenção do grafeno (um sistema 2D de grafite) [9, 10] também influenciou o nosso trabalho em procurar estes sistemas, ou seja, preparar filmes a partir de grafite HOPG. O objetivo foi a motivação de

fazer um estudo comparativo das propriedades físicas da grafite volumétrica e amostras ultrafinas de grafite.

A técnica para obter filmes de grafite com umas poucas camadas de grafeno reduzindo a espessura das amostras de grafite consiste na clivagem dos planos de grafite como descrito, por exemplo, na referência [10].

Nós também desenvolvemos uma outra técnica [206]. Neste procedimento deixamos a HOPG em uma lâmina de vidro aderida com bernes GE700 e começamos a clivagem com uma fita adesiva ate conseguir uma espessura muito fina, de tal maneira que fique translúcida e depois a deixamos para “evaporar” sob uma luz de infravermelho de 250 W. Nesta temperatura, os átomos de carbono começam a se desprender da grafite e a combinar com o oxigênio do ar, formando gás carbônico. Variando-se o tempo de exposição à luz percebemos nitidamente a diminuição da espessura da amostra através da mudança de sua coloração de preto para um cinza claro e até mesmo transparente, chegando a obter amostras ultrafinas, e com apenas poucas camadas de grafeno.

A figura 3.6 abaixo mostra uma imagem de uma amostra de grafite submetida à luz obtida em um microscópio óptico onde a vemos a transparência em partes da amostra (destaque em azul) revelando algumas poucas camadas de grafeno.



Figura 3.6: Microscopia óptica de uma amostra com poucas camadas de grafeno de uma amostra de grafite submetida à luz infravermelha. No destaque em azul, percebe-se a transparência entra camadas de grafeno.

Embora as medidas de espessura das amostras de grafite de poucas camadas (GPC) estejam em andamento, podemos comparar esta imagem com uma imagem de microscopia

eletrônica de varredura (figura 3.7) feita em GPC onde também se observa transparência entre as camadas [207]. Assim, podemos inferir que temos uma espessura em torno de 10 nm nas nossas amostras com transparência.

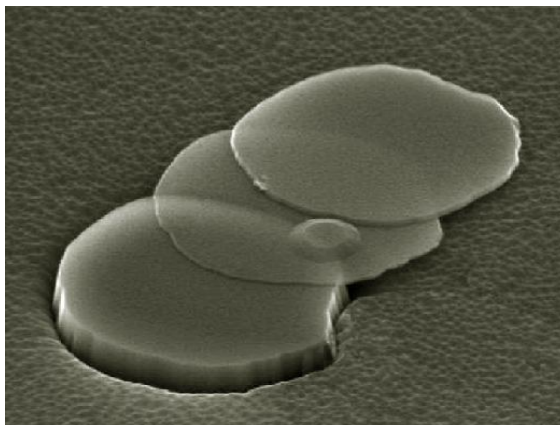


Figura 3.7: Microscopia eletrônica de varredura em camadas de grafeno extraídas de uma amostra de grafite volumétrico indicando 100 Å de espessura [207].

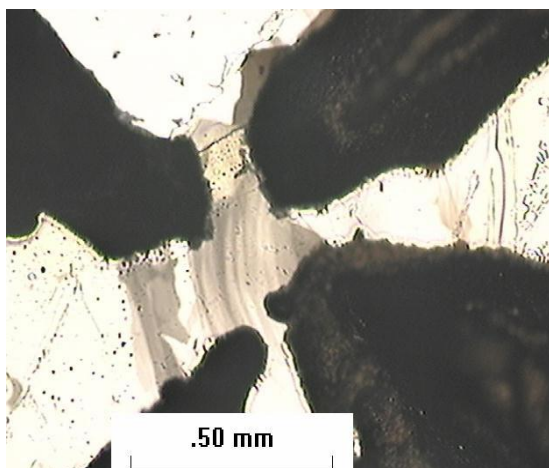


Figura 3.8: Microscopia óptica de uma amostra de GPC com contatos elétricos de fios de ouro com tinta prata epóxi na configuração Van der Pauw.

Para estudar as propriedades de transporte nessas amostras realizamos contatos elétricos com fios de ouro com tinta prata epóxi. Realizamos contatos elétricos em várias amostras com poucas camadas de grafeno, devido ao tamanho reduzido da amostra e a difícil manipulação de fios elétricos e tinta prata várias tentativas foram realizadas e

obtivemos sucesso em dezenas dessas amostras. A figura 3.8 mostra a imagem de microscopia óptica de uma amostra de GPC com contatos elétricos nas extremidades laterais.

Nestes filmes (amostras de GPC) nos realizamos um estudo sobre a localização fraca (LF) de elétrons e o efeito Hall quântico (EHQ).

3.2 Bismuto

a) Propriedades físicas relevantes de Bismuto

Outro objeto da nossa pesquisa foi o bismuto. Bismuto (Bi) com simetria romboédrica ($A7$) se cristaliza em uma estrutura cristalina que é típica dos semimetais (com um grupo espacial $R\bar{3}m$). Em uma célula unitária de Bi, cada átomo tem três átomos equidistantes vizinhos mais próximos e três vizinhos mais próximos seguintes ligeiramente afastados.

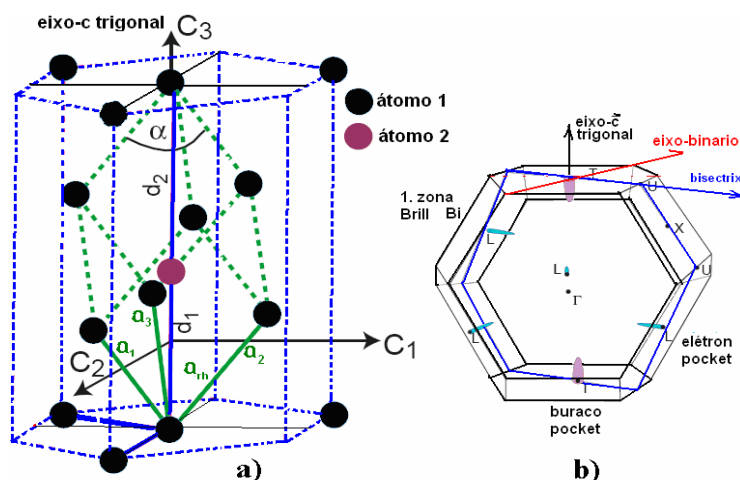


Figura 3.9: a) Estrutura cristalina de Bi; célula unitária romboédrica (cor verde) e a célula unitária hexagonal (cor azul). As linhas sólidas, verde e azul são os vetores da rede romboédrica e hexagonal respectivamente. Os eixos cristalográficos, bisettriz C_1 , binário C_2 e trigonal C_3 . b) Zona de Brillouin de Bi e um esquema da superfície de Fermi [208, 209].

Este arranjo característico resulta em biplanos de átomos compressos perpendicular à direção $\langle 111 \rangle$ na qual cada átomo forma ligações covalentes piramidais com seus três vizinhos mais próximos (veja figura 3.9a). Os vizinhos mais próximos seguintes dos átomos ficam nos biplanos adjacentes, e a ligação em cada biplano é bem mais forte que a ligação entre os biplanos. Isto pode ser a causa pela qual os cristais de Bi se quebram facilmente na direção $\langle 111 \rangle$ [208]. A estrutura romboédrica A7 de Bi tem dois átomos por célula unitária correspondentemente para os dois átomos nos biplanos. Os parâmetros de rede da célula unitária são iguais $a_1 = a_2 = a_3 = a_{rh} = 4,7236 \text{ \AA}$ [209-211].

Na figura 3.9b é mostrada a zona de Brillouin (BZ) de Bi com um esquema da superfície de Fermi [212]. A superfície de Fermi preenche somente uma fração muito pequena da zona de Brillouin. A energia de Fermi é muito pequena, em torno de 30 meV. Bismuto tem muitas propriedades eletrônicas não comuns devido a sua superfície de Fermi altamente anisotrópica [213].

Diversas interpretações têm sido publicadas sobre a estrutura das bandas de condução e valência em Bi. Experimentalmente usando métodos de transporte, como exemplo, o efeito Shubnikov-de Haas (SdH) [214, 215]. D. Shoenberg [216], abordando modelos parabólicos e elipsoidais, propôs uma variedade de estruturas de bandas para Bi usando o método de Haas-van Alphen. Um grande número de trabalhos teóricos também tem sido dedicado para entender estas estruturas, por exemplo, usando uma formulação Tight-Binding [209, 210] e o método Pseudo-potencial [211].

Por outro lado um modelo das bandas de energia para os elétrons em Bi foi proposto inicialmente por Cohen e Blount [5], que sugeriram que um forte acoplamento spin-órbita em bismuto quebra qualquer degenerescência na banda mais baixa, para que as propriedades da banda de condução sejam principalmente determinadas por sua interação com um único nível mais baixo.

Cohen propôs um modelo não elipsoidal (quase-linear) para a estrutura eletrônica do Bi [6]. O modelo de [5] depois foi reformulado por P. A. Wolff [7] quem fazendo uma transformação adequada do Hamiltoniano no tipo do formalismo da equação de Dirac. Wolff utilizou este modelo para investigar as funções de onda e os elementos de matriz

para os elétrons em bismuto e consistem de um par de bandas duplamente degeneradas como mostrado na figura 3.10.

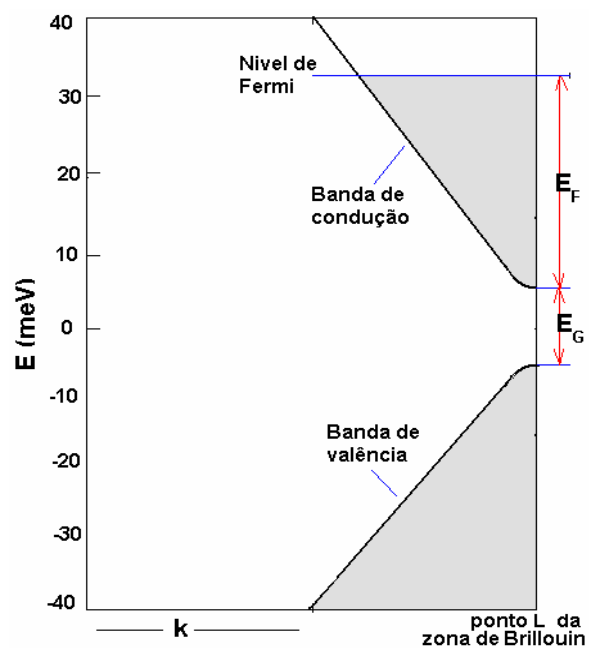


Figura 3.10: Estrutura dum modelo de duas bandas dos elétrons em Bi [7].

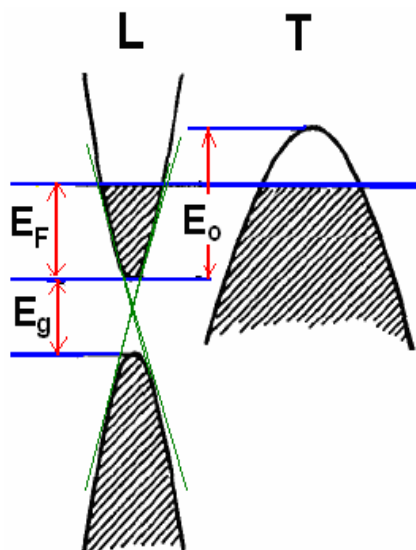


Figura 3.11: Relação de dispersão quase-linear de Bismuto [217].

Os efeitos de interbandas de um campo magnético na susceptibilidade magnética são essenciais para caracterizar o enorme diamagnetismo anômalo em bismuto. A essência deste diamagnetismo em Bi tem sido compreendida aplicando um hamiltoniano do tipo utilizado para os férmions de Dirac localizados no ponto de simetria L da zona de Brillouin. Também foi mostrada a existência de uma corrente persistente finita de férmions de Dirac num estado isolante, onde o potencial químico fica no gap de energia (veja figura 3.11) [217].

Todos estes trabalhos que caracterizam a natureza quase-linear da relação de dispersão em Bi nos levam a considerar e assumir que os férmions de Dirac poderiam ser responsáveis pelos fenômenos de transporte em bismuto, como já considerado na grafite.

Como já é conhecido, as oscilações quânticas da magnetoresistência (SdH) assim como da magnetização (dHvA) foram descobertas inicialmente em Bi. Apesar de ser um semimetal, bismuto apresenta magnetoresistência linear, em contraste com sua pequena e fechada superfície de Fermi [218]. Em filmes finos e amostras volumétricas de Bi, observa-se uma magnetoresistência enorme devido à alta mobilidade ($1 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$) de seus portadores de carga. Bi também possui uma alta resistência Hall e, como consequência, o mais alto efeito Hall entre todos os metais conhecidos. Também possui uma massa efetiva extremamente pequena, $m^* \sim 0.002m_0$ e uma concentração de portadores de carga próxima de $N_e = N_h \sim 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ [1, 219].

O Bi e a grafite são os mais diamagnéticos dentre os metais. Mas, na forma de filmes granulares, o Bi apresenta um comportamento supercondutor, em contraste ao bismuto volumétrico. A temperatura crítica T_c da transição supercondutora nestes filmes granulares de Bi, depende fortemente da dimensão L do grão (*cluster*-fração de superfície), por exemplo, $T_c \leq 2K$ para $L \geq 20nm$.

A ocorrência de supercondutividade superficial em Bi tem sido atribuída a um aumento forte da densidade de estados $D(\varepsilon_F)$ nos grãos da superfície [220].

Experimentos em bismuto mostraram que a concentração efetiva de portadores de carga é inversamente proporcional à espessura do filme. Em consequência, com este resultado característico tem-se sugerido que as contribuições de superfície podem dominar as propriedades de transporte neste material para espessuras $d < 30nm$ [221].

b) Amostras de Bismuto

As medidas das resistividades transversal (Hall) $\rho_{xy}(B,T)$ e longitudinal $\rho_{xx}(B,T)$ foram realizadas sobre diversas amostras policristalinas de bismuto romboédrico (A7).

A amostra de Bi foi caracterizada através da medida de difração de raios-x na geometria $\theta - 2\theta$ (mostrada na figura 3.12). Nestas amostras de Bismuto foram achados

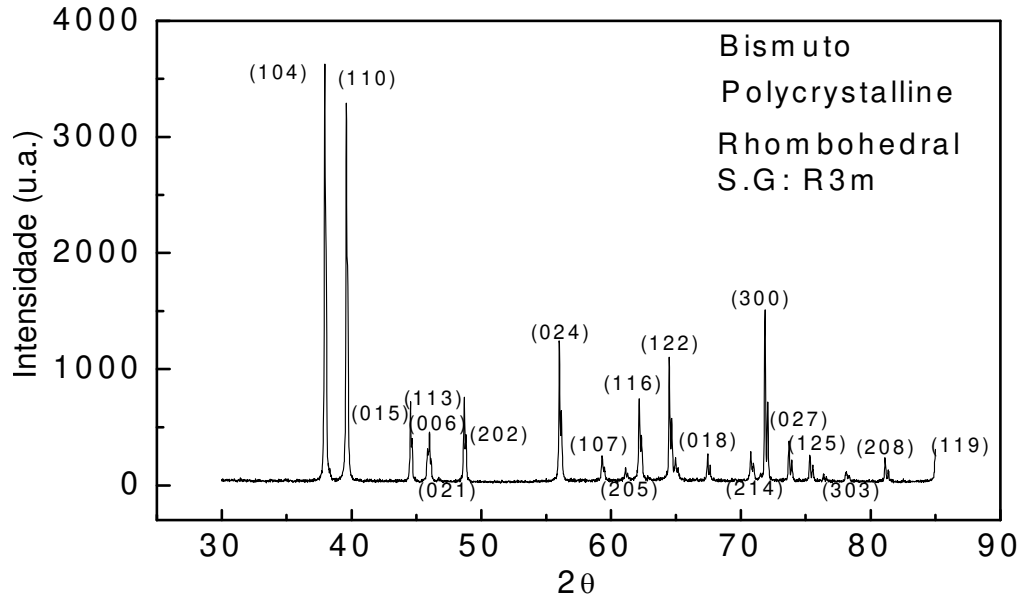


Figura 3.12: Medida de difração de raios-x na geometria $\theta - 2\theta$.

microcristalitos de dimensões de $\sim 1 \times 1 \mu m^2$ no plano perpendicular ao eixo-c trigonal, visualizados e fotografados utilizando o microscópio óptico, como pode ser observado na figura 3.13.

A resistividade da amostra medida $\rho(T = 300 K, B = 0) = 150 \mu\Omega cm$ e a constante Hall $R_H(T = 2 K, B = 0.01 T) = -1.55 \times 10^{-5} m^3 / C$ estão em concordância com os valores mencionados na literatura [5]. As medidas de magneto-transporte DC e de baixa frequência ($f = 1 Hz$) foram realizadas usando o método padrão de quatro terminais, como também de van der Pauw num intervalo de temperatura de $2 K \leq T \leq 300 K$.

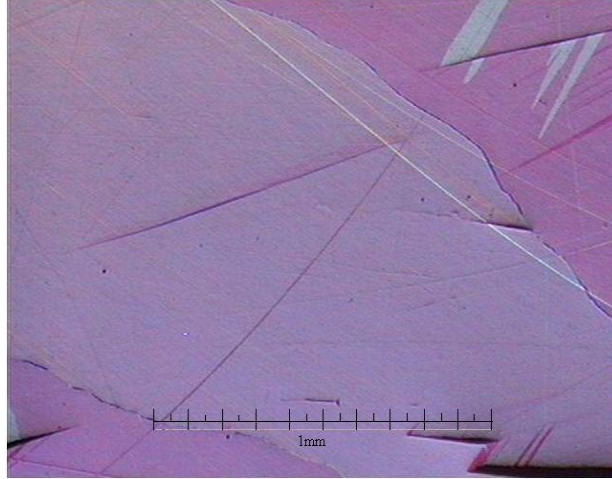


Figura 3.13: Vista dos microcristalitos, da ordem de $1 \times 1 \text{ mm}^2$.

As três amostras de Bi com dimensões de $5.85 \times 5.75 \times 0.08 \text{ mm}^3$ (Bi-S1), $5.4 \times 0.31 \times 0.2 \text{ mm}^3$ (Bi-S2) e $4 \times 3 \times 0.5 \text{ mm}^3$ (Bi-S3) obtidas da mesma barra foram usadas nas medidas magnéticas e de transporte. O campo magnético $\vec{B}$ foi aplicado perpendicular e paralelamente à corrente I . A Tabela 3 mostra os valores característicos de nossa amostra:

Tabela 3: Parâmetros obtidos da análise de raios-X e das medidas transporte para as amostras Bismuto-S1, Bismuto -S2 e Bismuto -S3.

Amostra	Bismuto-S1	Bismuto-S2	Bismuto-S3
$\rho_b(300\text{K}, B = 0)$	$150 \mu\Omega \cdot \text{cm}$	$127 \mu\Omega \cdot \text{cm}$	$142 \mu\Omega \cdot \text{cm}$
$N_e \sim N_h (N_e > N_h)$	$\sim 10^{17} \text{ cm}^{-3}$	$\sim 5.7 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$	$\sim 3.2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$
$R_H(T = 2\text{K}, B = 0.01\text{T})$	$-1.55 \times 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{C}$	$-4.3 \times 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{C}$	$-2.8 \times 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{C}$
Mobilidade	$\sim 10^6 \text{ cm}^2 / \text{V} \times \text{s}$	$\sim 10^6 \text{ cm}^2 / \text{V} \times \text{s}$	$\sim 10^6 \text{ cm}^2 / \text{V} \times \text{s}$

Capítulo 4

Resultados Experimentais e Discussão

Nesta parte da tese apresentamos os resultados experimentais que nos dão uma informação nova das propriedades de transporte de grafite e bismuto. Inicialmente abordaremos o efeito Hall no limite quântico, que acontece em amostras de grafite HOPG relativamente desordenadas e outras em que a desordem é reduzida. Em particular, a resistência Hall $R_{xy}(B)$ exibe sinais de quantização em amostras HOPG que possuem uma característica quase-bidimensional e uma forte anisotropia.

Depois serão mostradas a ocorrência de uma transição metal-isolante (MIT) e um estado reentrante metálico (IMT), induzidos por campos baixos e altos, respectivamente, em amostras de bismuto. As análises destes resultados experimentais nos têm sugerido que estas transições devem estar associadas com a transição entre o estado metal de Bose e isolante excitônico. Aqui, nós discutimos que o possível acoplamento de correlações supercondutoras e excitônicas, assim como assinaturas das transições de fase quânticas, podem estar associados com as transformações metal-isolante e isolante-metal. Uma característica relevante no comportamento destas transições em bismuto é a similaridade com as transições que acontecem nas amostras (HOPG e Kish) de grafite [164, 52]; por isso, para um estudo comparativo entre estes semimetais (grafite e Bi), nós mostramos, na figura 1.4.10 da seção 1.4, as medidas da resistência do plano basal $R_b(\Omega)$, que apresentam tais transições. Assim, para fazer uma caracterização das propriedades físicas nestes materiais, nós supomos que, se a quantização dos níveis de Landau e os fenômenos quânticos relacionados dominam as transformações metal-isolante e isolante-metal, nós esperamos que as propriedades de magneto-transporte possam ser similares ou iguais em grafite e bismuto. Esta similaridade pode manifestar-se, apesar de as estruturas de bandas eletrônicas serem totalmente diferentes. Portanto, um estudo comparativo destes materiais pode fornecer uma prova de uma ou outra aproximação (clássica ou quântica) das transições.

Finalmente, será mostrada a existência do efeito Hall anômalo (AHE). A informação experimental indica que o AHE na grafite pode ser compreendido autoconsistentemente dentro de uma representação dos modelos de pareamento excitônico induzido por um campo magnético.

4.1 Efeito Hall no Limite Quântico em Grafite HOPG

Nesta seção nós apresentamos as medidas da magnetorresistência e da resistência Hall em amostras de grafite HOPG com diferentes graus de desordem. Estas medidas foram realizadas usando a configuração de Van der Pauw com uma transposição cíclica da corrente e voltagem. Também foi utilizado o método convencional de quatro pontas.

Desde muito tempo atrás já é conhecido que o fenômeno da quantização da condutividade Hall não está restrito a duas dimensões e pode ocorrer em amostras volumétricas, mas sobre condições mais restritivas. Este fenômeno foi, inicialmente, previsto, teoricamente, por Halperin [222], que mostrou que, para sistemas de elétrons 3D num potencial periódico, se o nível de Fermi fica no interior de um gap, então o tensor da condutividade tem a forma: $\sigma_{ij} = \frac{e^2}{2\pi h} \varepsilon_{ijk} G_k$, onde ε_{ijk} é um tensor completamente anti-simétrico e G_k é um vetor da rede recíproca do potencial, que pode ou não ser zero. O potencial periódico pode ser gerado pela rede cristalina ou por efeitos de muitos corpos, através da formação de ondas de densidade de carga (CDW).

Recentemente, A. B. Bernevig et al. [223] predisseram a existência de um único platô do efeito Hall quântico 3D em grafite. Nesta teoria o platô tem a condutividade quantizada em $\frac{4e^2}{h} \frac{1}{c_0}$ com c_0 a constante de rede do eixo-c. Três fatores determinam a ocorrência deste efeito Hall quântico tri-dimensional (3DQHE): um grande gap de Landau do estado Hall quântico inteiro no grafeno, um *hopping* interplanar fraco, e o empilhamento de Bernal. Um argumento físico para a existência do 3DQHE está baseado na continuidade adiabática, ou seja, uma representação do cálculo de Hofstadter [224] completo em 3D da estrutura dos estados de superfície e da banda, usando um hamiltoniano de Johnson - Dresselhaus [225, 226] para grafite em um campo magnético.

Os resultados achados nas medidas da resistência Hall exibindo o QHE em amostras volumétricas de HOPG-UC com espectro quase-2D [52] mostram vários platôs, contrário à teoria de A. B. Bernevig et al. [223] que prediz a ocorrência de um único platô.

No intuito de fazer um estudo comparativo com os resultados da referência [52] para a amostra de grafite HOPG-UC, nós apresentamos nossas medidas da resistência Hall $R_{xy}(B, T)$ para duas amostras, que denominamos de HOPG-UC1 e HOPG-UC2, ambas com menor grau de desordem.

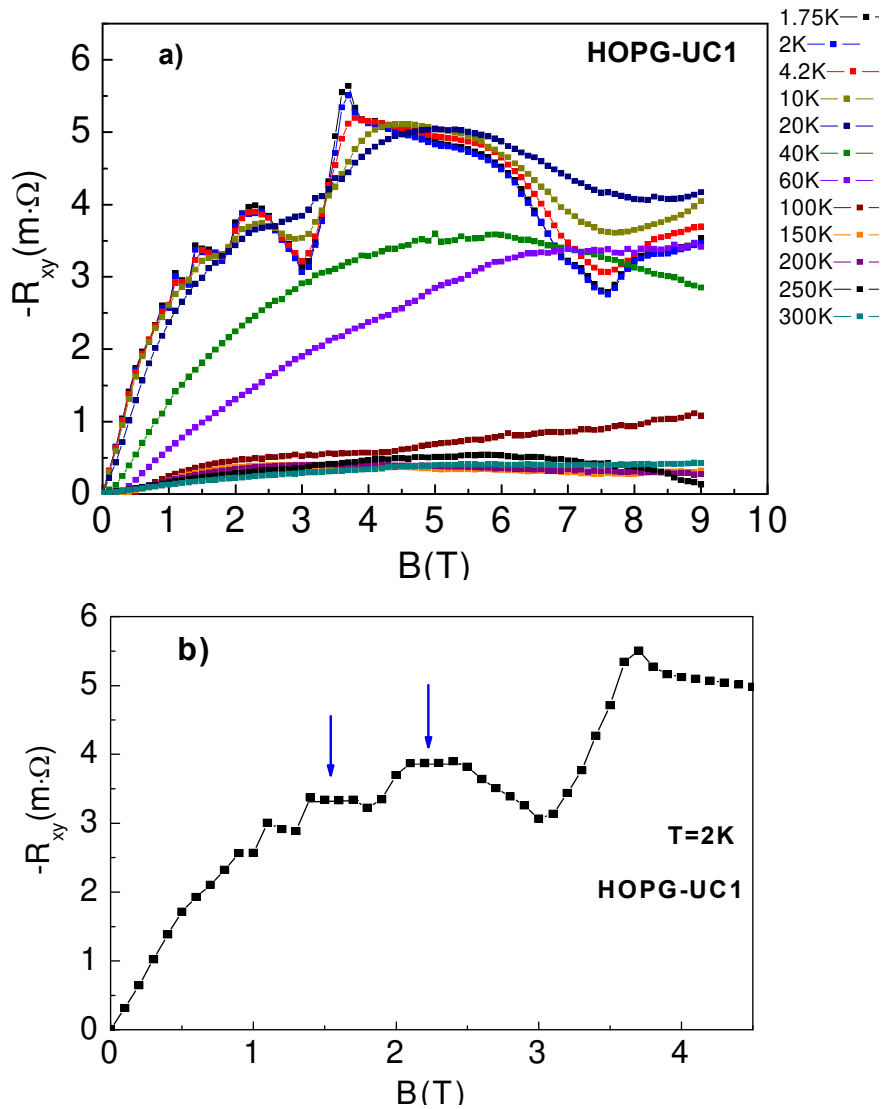


Figura 4.1.1: a) $R_{xy}(B, T)$ resistividade Hall medida entre 1.75K e 300K para a amostra HOPG-UC1, b)

$R_{xy}(B, T)$ medida em $T=2K$ para a amostra HOPG-UC1, mostrando a ocorrência de dois platôs.

Na figura 4.1.1 são mostrados os resultados das medidas da resistência Hall $R_{xy}(B, T)$ da amostra HOPG-UC1 (de dimensões $0,480 \times 0,475 \times 0,04 \text{ cm}^3$) realizadas com o método de Van der Pauw para uma faixa de temperatura $1,75K \leq T \leq 300K$ (veja figura 4.1.1 a), no intervalo de campo magnético $0T \leq B \leq 9T$. Esta figura mostra a ocorrência de platôs em baixas temperaturas $1,75K \leq T \leq 10K$. Para uma temperatura de 2K (veja figura 4.1.1 b) é observada a ocorrência de dois platôs bem definidos que são indicados pelas setas azuis.

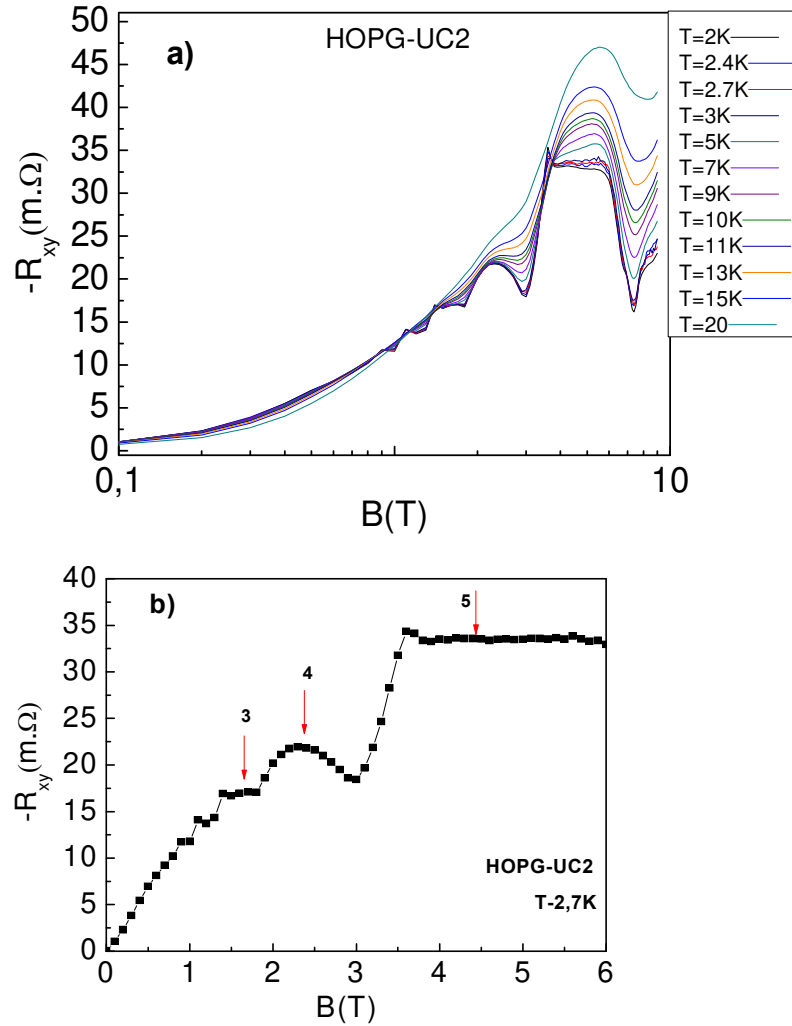


Figura 4.1.2: a) Resistência Hall $R_{xy}(B, T)$ medida na amostra HOPG-UC2, que possui menor grau de desordem, para uma faixa de temperatura $2K \leq T \leq 20K$, em que observa-se claramente os platôs; b) $R_{xy}(B, T)$ medida $T=2.7K$ para a mesma amostra, mostrando a ocorrência de três platôs.

No caso da amostra HOPG-UC2 (de dimensões $0,480 \times 0,475 \times 0,008 \text{ cm}^3$), obtida da mesma amostra volumétrica de onde foi obtido HOPG-UC1, mas com a espessura reduzida, a quantização da resistência Hall $R_{xy}(B, T)$ é visualizada mais claramente na figura 4.1.2 (a). Na figura 4.1.2 (b) mostra a medida de $R_{xy}(B, T)$ em uma temperatura $T = 2,7 \text{ K}$ em que os platôs são indicados pelas setas vermelhas.

A natureza do espectro quase-2D e a alta anisotropia $\rho_c / \rho_b \sim 10^4$ em grafite HOPG-UC1 e HOPG-UC2, com uma densidade de portadores majoritários $N_e > N_h \sim 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, massa efetiva $m_e^* \approx m_h^* \approx 0,05 m_0$ e mobilidade da ordem de $\sim 10^6 \text{ cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}$ em baixas temperaturas, comparável com os valores das mobilidades dos sistemas 2D (heteroestruturas semicondutoras) convencionais do QHE, contribuem para que os efeitos da bi-dimensionalidade estimulem a ocorrência do efeito Hall quântico quase-2D. Além destas propriedades físicas mencionada, é necessário adicionar o acoplamento inter-planar muito fraco e um alto grau de pureza que apresentam estas duas amostras (ver Tabela 2 do Cap. 3).

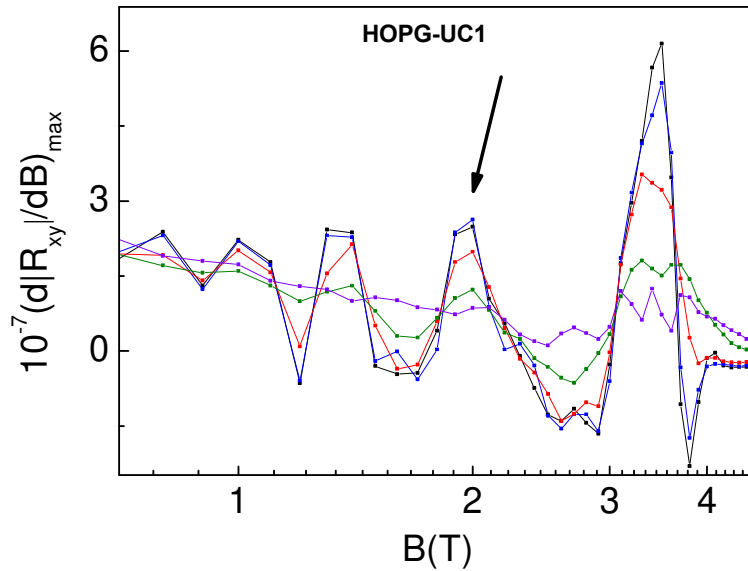


Figura 4.1.3: Mostra $(d |R_{xy}| / dB)_{\max}$ contra B para amostra HOPG-UC1. A seta preta indica os pontos máximos que foram tomados para plotar a gráfica em função do inverso da temperatura T^{-1} mostradas na seguinte figura.

A análise de nossos resultados da quantização da resistência Hall $R_{xy}(B,T)$ das transições entre os platôs adjacentes mais pronunciados pode ser feita plotando a dependência da inclinação máxima de $(d|R_{xy}|/dB)_{\max}$ (tomando os pontos máximos da derivada de $R_{xy}(B,T)$ mostrada na figura 4.1.3) contra o inverso da temperatura T^{-1} , que estão associadas com os platôs maiores na resistência.

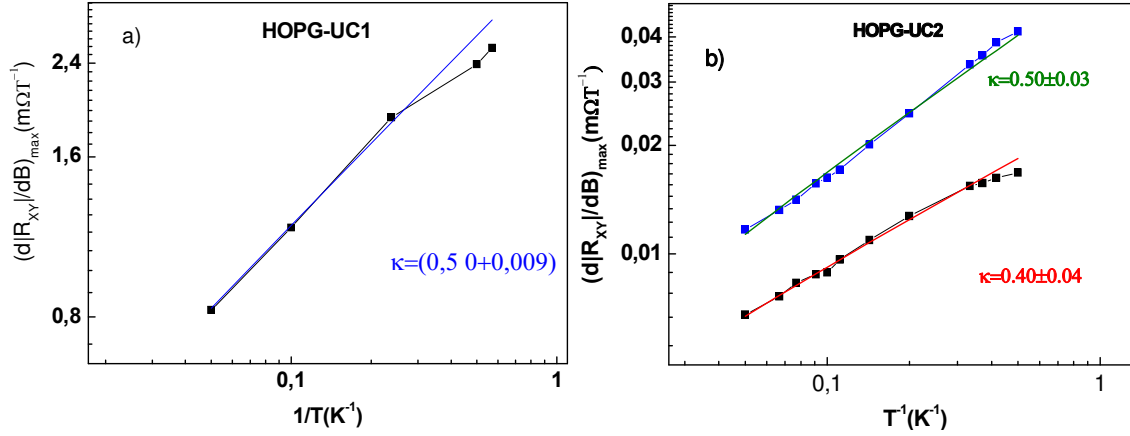


Figura 4.1.4: Mostra $(d|R_{xy}|/dB)_{\max}$ contra T^{-1} para as amostra a HOPG-UC1 e HOPG-UC2: a) A linha sólida (azul) é o ajuste linear para uma dependência do tipo $T^{-\kappa}$, para a amostra HOPG-UC1 com $\kappa = 0.5$ e b) para amostra HOPG-UC2, as linhas sólidas (verde e vermelho) são os ajustes lineares para uma dependência do tipo $T^{-\kappa}$, com $\kappa = 0.40$ e 0.50 , respectivamente.

A análise escala realizada para os dois platôs subsequentes (indicados pelas setas azuis na Figura 4.1.1b) para a amostra HOPG-UC1, mostra que para uma temperatura $T \geq 1.5\text{K}$, esta inclinação é $\sim T^{-\kappa}$, com expoente $\kappa = 0.50$, (linha sólida azul do ajuste mostrada na figura 4.1.4a). A pequena saturação observada em $(d|R_{xy}|/dB)_{\max}$ vs. T^{-1} , em $T \leq 1.5\text{K}$, é semelhante às achadas nos sistemas bi - dimensionais do QHE [227-229].

O resultado da análise para a amostra HOPG-UC2 mostrada na figura 4.1.4b também apresenta a mesma inclinação $\sim T^{-\kappa}$, que são os ajustes lineares (linhas sólidas verde e vermelha) com os expoentes $\kappa = 0.40$ (da análise para os platôs adjacentes indicados pelas setas vermelhas 3 e 4 na figura 4.1.2b) e $\kappa = 0.50$ (setas 4 e 5), respectivamente. É

importante notar que o expoente κ obtido nesta análise de escala concorda com aqueles preditos para as transições entre os platôs do IQHE e FQHE [230, 231].

As informações obtidas das amostras HOPG-UC1 e HOPG-UC2 para a resistência Hall confirmam os resultados da referência [52], mas contradizem, novamente, a teoria de A. B. Bernevig et al. [223].

Enquanto aos resultados da resistência longitudinal $R_{xx}(B, T)$ medidos numa faixa de temperatura $2K \leq T \leq 20K$, mostrados na figura 4.1.5a, eles apresentam as oscilações Shubnikov-de Haas (SdH). Estas se fazem mais pronunciadas quando fazemos a derivada com respeito ao campo magnético B (veja fig.4.1.5b).

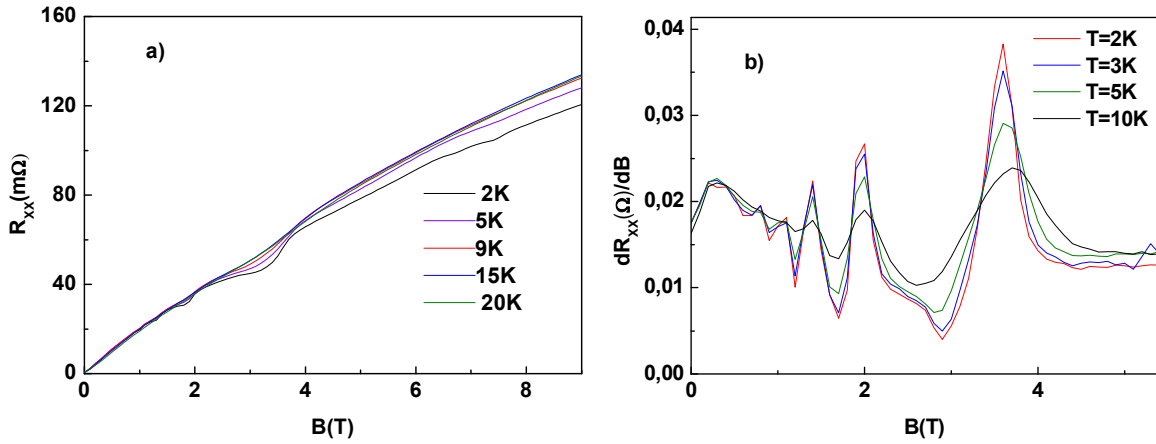


Figura 4.1.5: a) Resistência Hall $R_{xx}(B, T)$ em função do campo magnético B medida na amostra HOPG-UC2, para uma faixa de temperatura $2K \leq T \leq 20K$, em que se observa as oscilações SdH b) $(d|R_{xy}|/dB)_{\max}$ contra B .

A não observação clara da quantização da resistência Hall $R_{xy}(B, T)$ nas amostras HOPG-UC, assim como a não queda para zero de $R_{xx}(B, T)$ onde acontecem os platôs, é devido a que a corrente pode ser transportada através de deslocções, sobre as fronteiras dos grãos ou sobre a superfície da amostra. Por isso nos nunca podemos observar uma quantização precisa da resistência Hall numa amostra volumétrica como é observado no caso de sistemas 2D [222].

A diferença clara no comportamento no limite de campo alto entre as amostras HOPG e grafite Kish, são os múltiplos cruzamentos das isotermas na resistência longitudinal $R_{xx}(B, T)$ (figura 4.1.5a) e na resistência Hall $R_{xy}(B, T)$ (veja as figuras 4.1.1a e 4.1.2a) em HOPG com relação de dispersão quase-2D e sua ausência (reportada na referencia [52]) no caso de grafite Kish com relação de dispersão 3D.

O resultado mais importante desta tese (mostrado na figura 4.1.6) nós obtemos quando plotamos a condutância Hall reduzida $G_{xy}(\nu)/G_{0xy}$ em função do fator de preenchimento $\nu = \frac{n\hbar}{4eB} \sim \frac{B_0}{B}$ (onde B_0 é o campo de normalização corresponde a frequência das oscilações Shubnikov - de Haas em $R_{xx}(B, T)$ que é proporcional à densidade de quase-partículas 2D). Para as amostras HOPG $B_0 = 4,68T$, a condutância Hall $G_{xy}(\nu) = R_{xy}^{-1}(\Omega)$ e $G_{0xy} \sim 28\Omega^{-1}$.

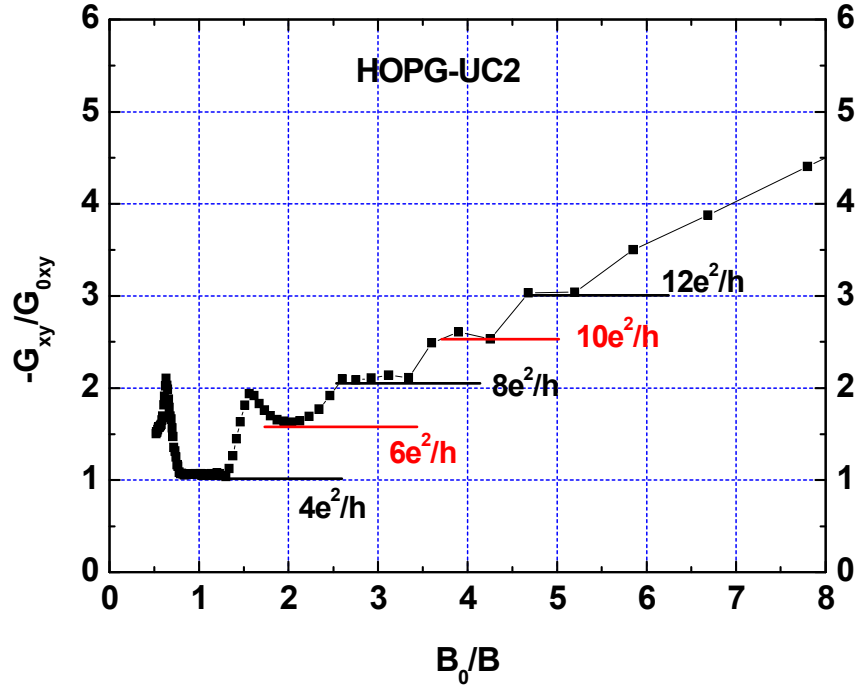


Figura 4.1.6: $G_{xy}(\nu)/G_{0xy}$ condutância Hall normalizada em função do fator de preenchimento $\frac{B_0}{B}$ medida numa temperatura $T = 2,7K$ na amostra HOPG-C2 (em que $G_{xy}(\nu) \sim R_{xy}^{-1}(\Omega)$ e $G_{0xy} \sim 28\Omega^{-1}$), apresentando platôs, onde os responsáveis pela quantização são os férmions massivos e férmions de Dirac sem massa.

As características tipo platôs presentes na condutância Hall normalizada nos dão evidência experimental que existem dois tipos de portadores responsáveis pela quantização em grafite volumétrica HOPG-UC2. Para elétrons normais $G_{xy}(\nu)/G_{0,xy}$ toma valores $4e^2/h$, $8e^2/h$ e $12e^2/h$ e para as quase-partículas tipo Dirac sem massa $6e^2/h$ e $10e^2/h$.

A coexistência destes dois tipos de portadores em $G_{xy}(\nu)/G_{0,xy}$ nós dão uma corroboração aos resultados reportados [11, 8] sobre uma análise da frequência de fase das oscilações de Haas-van Alphen e Shubnikov-de Haas em que ambos portadores (massivos e sem massa) seriam responsáveis pelas oscilações. Esta coexistência de ambos tipos de portadores numa amostra volumétrica HOPG também foi obtida através de uma observação direta nas medidas em espectroscopia de fotoemissão de resolução angular (ARPES) [115]. Uma outra informação adicional (G. Li e Eva Y. Andrei [232]) que suporta nossos resultados da quantização da condutância Hall é a observação dos níveis de Landau dos férmions de Dirac em grafite HOPG.

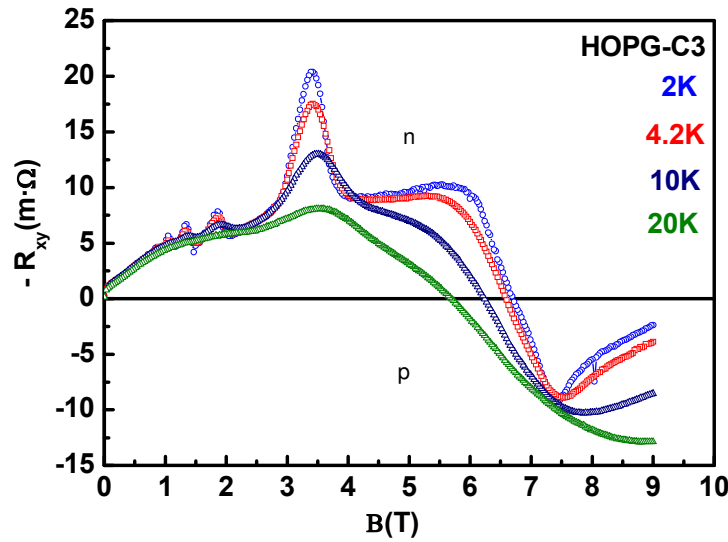


Figura 4.1.7: $R_{xy}(B, T)$ resistência Hall medida $2K \leq T \leq 20K$ para a amostra HOPG-C, mostrando a ocorrência de picos na proximidade dos campos magnéticos onde acontecem os platôs.

Por outro lado, os resultados das medidas de $R_{xy}(B, T)$ (mostrados na figura 4.1.7, com o campo magnético B paralelo ao eixo- c) para uma amostra com maior grau de

desordem, que nós denominamos HOPG-C apresentam picos bem pronunciados. Estes picos se manifestam num intervalo de campo magnético $1T \leq B \leq 5T$ (numa faixa de temperatura $2K \leq T \leq 20K$), em torno dos valores de campo magnético em que acontecem os platôs das amostras menos desordenadas. Isto podemos visualizar ainda mais claramente na figura 4.1.8 (nas medidas de $R_{xy}(B, T)$, em temperatura de $T = 600\text{mK}$ e em uma faixa de campo magnético, $0 \leq B \leq 6T$ para ambas as amostras), em que fazemos uma comparação entre a amostra HOPG-UC2 menos desordenada, mostrando platôs, e a amostra HOPG-C, mais desordenada, que exibe picos.

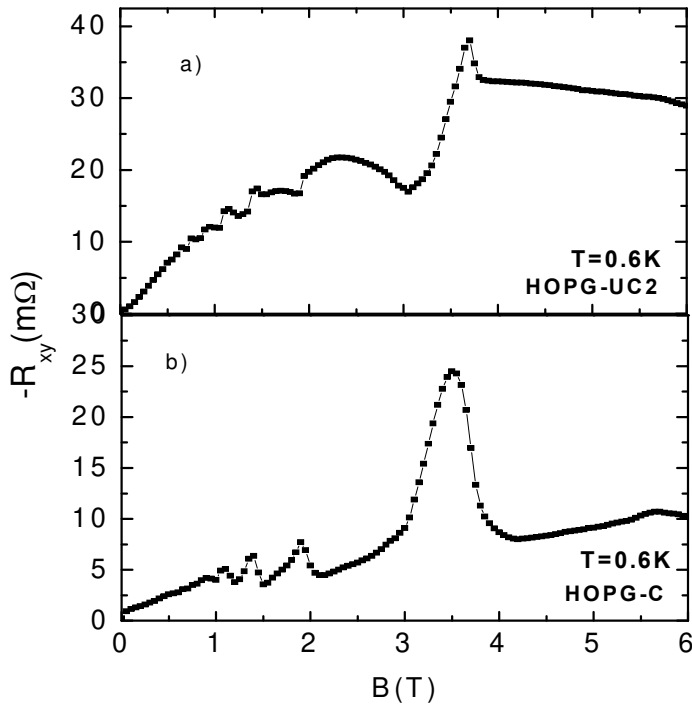


Figura 4.1.8: Resistência Hall $R_{xy}(B, T)$ a) medida na amostra HOPG-UC2, mostrando os platôs e b) medida para a amostra HOPG-C mais desordenada, numa temperatura de $T=600\text{ mK}$.

A figura 4.1.7, exibe uma mudança de sinal nas medidas de $R_{xy}(B, T)$ numa faixa de campo magnético $5.7T \leq B \leq 6.7T$, paralelo ao eixo- c . Estas medidas mostram que, abaixo de um campo magnético $B = 5.7T$, os portadores tipo elétrons são responsáveis pelo transporte enquanto, acima deste campo, dominam os buracos. Enquanto a ocorrência dos mínimos próximos de $B = 7.5T$ na resistência Hall $R_{xy}(B, T)$, observados na figura 4.1.7, é

um fenômeno que ainda espera por uma explicação. É necessário mencionar que nesta mesma amostra HOPG-C foi observado o efeito Hall anômalo (AHE) em campos magnéticos baixos que serão apresentados no item 4.4 deste capítulo.

A ocorrência destes picos e o IQHE num sistema de grafite 2D (grafeno) foi predita por Y. Zheng e T. Ando [122], usando o formalismo de transporte quântico de Kubo, dentro de uma aproximação de Born autoconsistente. Eles mostram que a condutividade Hall exibe o efeito Hall quântico quando a energia de Fermi fica nos níveis de Landau mais baixos e o espalhamento é relativamente fraco. Este espalhamento é gerado por potenciais

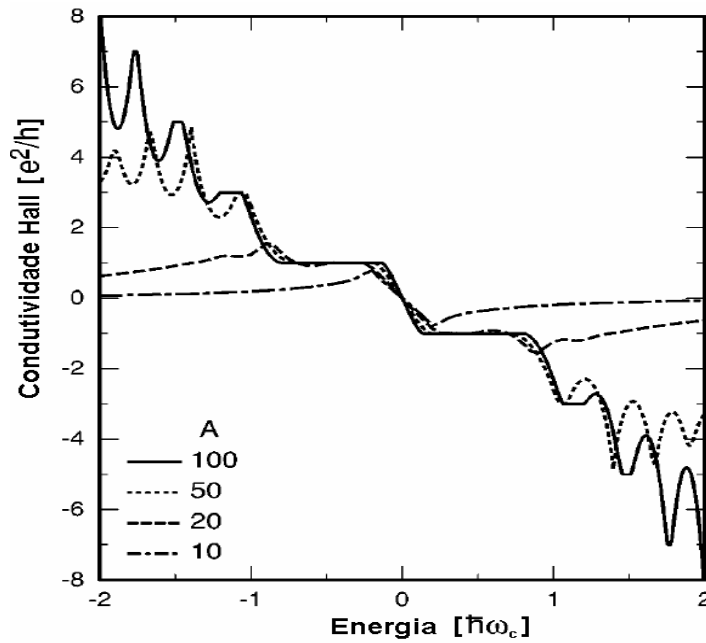


Figura 4.1.9: Condutividade Hall como uma função da energia de Fermi em unidades $\hbar\omega_c$. A é um parâmetro que caracteriza a força do espalhamento de curto alcance [122].

de impurezas tipo δ de Dirac, que são representados por centros de espalhamento de curto alcance ($\ell_0 = \sqrt{\hbar c / eB} \gg a$, onde a é o parâmetro de rede), e simulam o grau de desordem na grafite 2D. Na figura 4.1.9 (da referência [122]) é mostrada a condutividade Hall como uma função da energia de Fermi, e observa-se que, quando a desordem é relativamente fraca ($A=100$ e $A=50$, A é um parâmetro que caracteriza a força do espalhamento de curto alcance), a condutividade Hall exibe um comportamento tipo platô na região dos níveis de

Landau mais baixos. As posições dos platôs ocorrem nas regiões não permitidas da densidade de estados entre os níveis de Landau. Por outro lado quando a energia de Fermi está nas regiões correspondentes aos níveis de Landau mais altos o espaçamento entre os níveis de Landau adjacentes torna-se estreito e, por isso, o efeito da desordem torna-se mais dominante. Como resultado desta desordem, a condutividade Hall, exibe picos em lugar de platôs nestas regiões. Mas, no caso de espalhamento forte ($A = 20$ e 10), a condutividade Hall não exibe platô, devido a uma forte sobreposição da densidade de estados dos elétrons.

Em outras palavras, se considerarmos a previsão de Ando et. al, a ocorrência dos picos em nossa amostra HOPG-C deve ser devida aos efeitos da bi-dimensionalidade e à desordem, predominantes neste sistema quase-2D.

A observação do QHE no grafeno [9, 10] e as propriedades anômalas surgidas neste sistema 2D, nos motivaram a fazer um estudo comparativo com filmes de grafite HOPG (que nós denominamos de grafite de poucas camadas - GPC). Com a diminuição da espessura, esperávamos que as oscilações da magnetorresistência e a quantização da resistividade Hall fossem mais pronunciadas. Mas não foi o que observamos, já que os resultados mostram a ocorrência de localização fraca (LF) de elétrons em filmes de grafite (GPC) da ordem de $100 \text{ \AA}$. Sabe-se que, em temperaturas suficientemente baixas, todos os sistemas condutores com alta resistividade deveriam, inevitavelmente, exibir a interferência quântica (localização), levando eventualmente o sistema para uma transição metal-isolante em torno de $\sigma \sim e^2/h$. Já foi estabelecido que, em grafeno, as quase-partículas são férmions de Dirac e são responsáveis pelo efeito Hall quântico semi-inteiro e, também, pelo efeito de anti-localização fraca (ALF). Em princípio, ambos LF e ALF podem ocorrer, dependendo do tipo de desordem e número de camadas de grafeno. Os resultados publicados até agora mostram a ocorrência de ALF em grafeno [233] e também em GPC (~ 5 -7 camadas) crescidos epitaxialmente [234]. Por outro lado, LF foi reportada para bicamadas de grafeno [235].

Os nossos resultados, apresentados nas Figuras 4.1.10 e 4.1.11, mostram a magnetorresistência negativa – um sinal da ocorrência de localização fraca (LF) – para uma das amostras de GPC (~ 30 camadas). Este resultado é relevante para fazer uma distinção entre vários modelos teóricos [236-239]. É importante notar que, em nossas amostras, a LF

pode ser observada até $T \sim 100$ K, a temperatura mais alta reportada até agora para ambos LF e anti-localização fraca (ALF). Note que ALF foi observada em GPC até ~ 30 K [240].

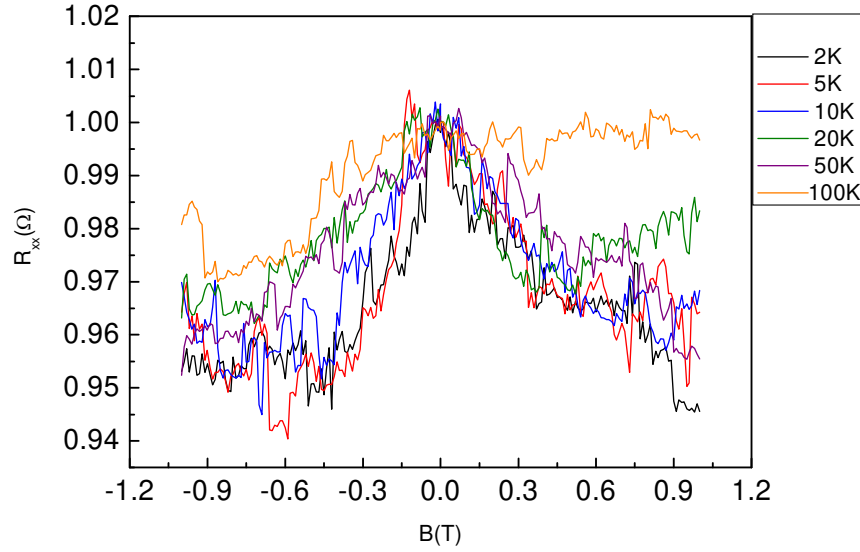


Figura 4.1.10: Dependência da resistência longitudinal $R_{xx}(B)$ contra campo magnético aplicado B, para várias temperaturas. A magnetorresistência negativa demonstra a ocorrência de LF em GPC.

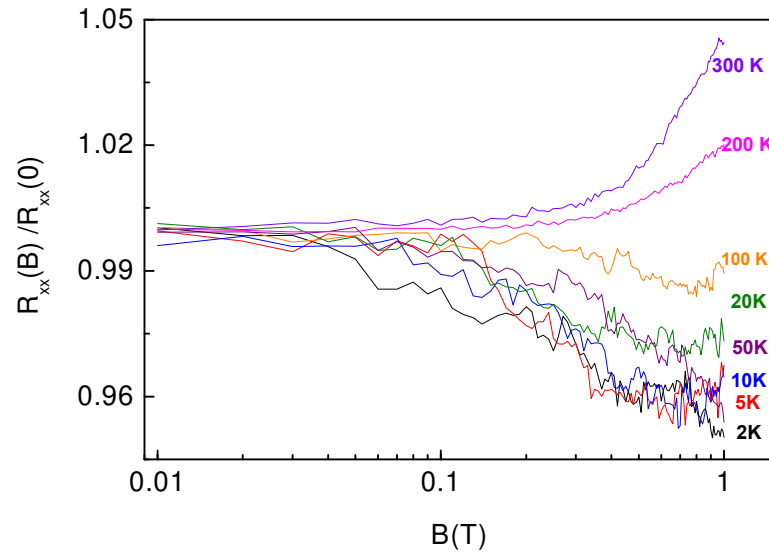


Figura 4.1.11: Resistência longitudinal reduzida $R_{xx}(B)/R_{xx}(0)$ em função do campo magnético B para várias temperaturas. A figura mostra LF evidente em temperaturas tão altas quanto $T \sim 100$ K.

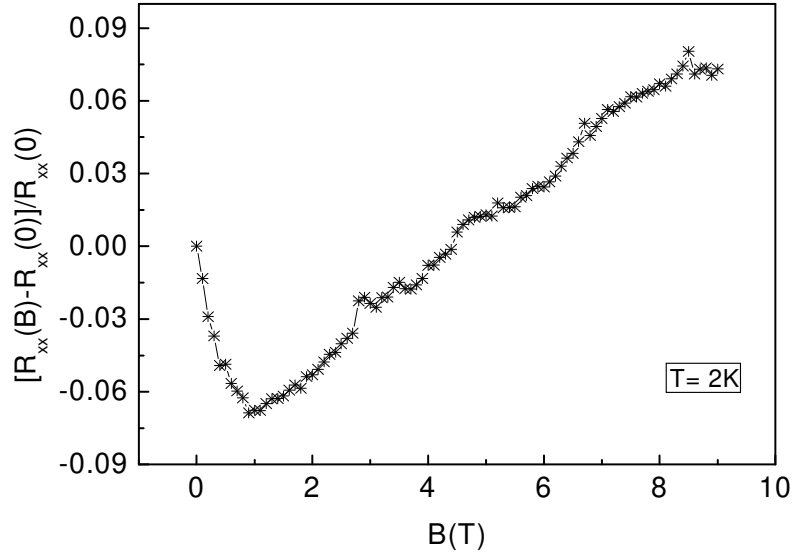


Figura 4.1.12: Magnetorresistência longitudinal em função do campo para $T = 2\text{K}$. Acima de 1T ela é positiva devido a ALF.

Para campos magnéticos acima de 1T, a magneto-resistência é positiva (veja figura 4.1.12) e esta revela o efeito de anti-localização fraca. Outros resultados semelhantes foram obtidos nas amostras crescidas epitaxialmente [233, 240] e são atribuídos à ALF.

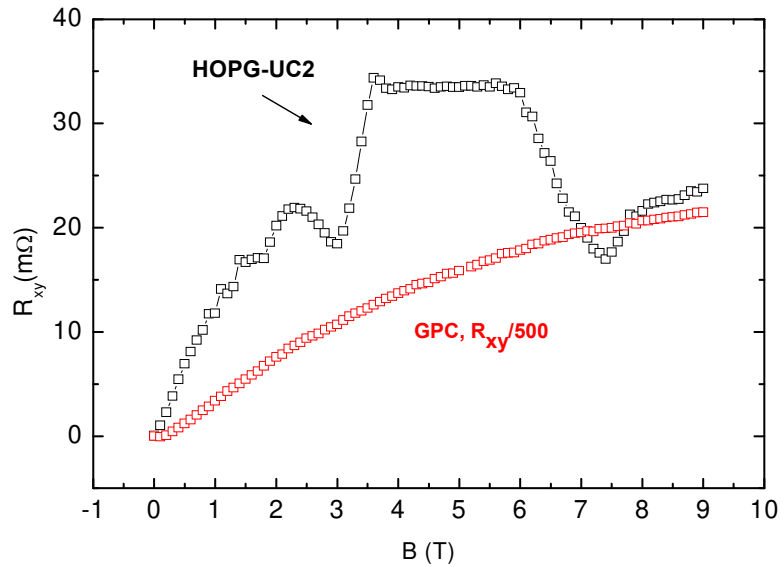


Figura 4.1.13: Resistência Hall contra campo magnético para as amostras HOPG-UC2 e GPC, onde vemos claramente a ausência do efeito Hall quântico para as amostras de grafeno de poucas camadas e grafeno epitaxial.

A Fig. 4.1.13 mostra a resistência Hall $R_{xy}(B)$ para nossas amostras de grafite HOPGU-C2 e GPC em função do campo magnético. Vemos claramente que o efeito Hall quântico está suprimido nessa amostra de GPC. Este resultado está de acordo com os resultados experimentais reportados para multi-camadas de grafeno crescidos epitaxialmente, onde também não se observa o EHQ, indicando a ausência de estados localizados nesses materiais em campos magnéticos altos [234].

Resumindo, a ocorrência do QHE em $R_{xy}(B,T)$ para a amostra de grafite volumétrica indica que o acoplamento entre os planos do grafeno é muito menor que o valor assumido pela teoria de Slonczewski-Weiss-McClure [193, 194] (com um acoplamento interplanar) de $\gamma_1 = 0,39 \pm 0,01 eV$, mas concorda com os resultados obtidos por Haering e Wallace $\gamma_1 = 0,005 eV$ [195].

O principal obstáculo para obter uma clara evidência para o QHE em grafite volumétrica é a qualidade da amostra, ou seja, os curtos circuitos internos entre os planos ocasionados pelos defeitos topológicos e impurezas. Outro obstáculo pode ser também a inhomogeneidade no plano, ou seja, a resistividade no plano basal adquire diversos valores.

A quantização da condutância Hall reduzida $G_{xy}(\nu)/G_{0xy}$ fornece uma contribuição a mais para a coexistência de dois tipos de portadores (normais e férmions de Dirac sem massa). Enquanto a existência de uma desordem fraca resulta na ocorrência de picos no lugar de platôs o que comprova a previsão feita teoricamente por Ando.

4.2 Transição Metal - Isolante em Campos Baixos em Bismuto

Embora vários trabalhos teóricos e experimentais sobre o estudo das transições tipo metal-isolante ou isolante-metal [52, 164, 165, 169-170, 172, 241, 242] na grafite, conhecidas na atualidade, as origens destes fenômenos ainda ficam sendo um campo de pesquisa por revelar. Isto nos sugeriu realizar um estudo comparativo das propriedades magnéticas e elétricas da grafite com bismuto (Bi), que é outro semimetal. Para visualizar de uma forma mais clara este estudo comparativo com as amostras de grafite (Kish e HOPG), foram feitas as medidas da resistividade $\rho_{xx}(B,T)$ longitudinal e transversal $\rho_{xy}(B,T)$ para amostra romboédrica de bismuto (Bi), em campos baixo e altos.

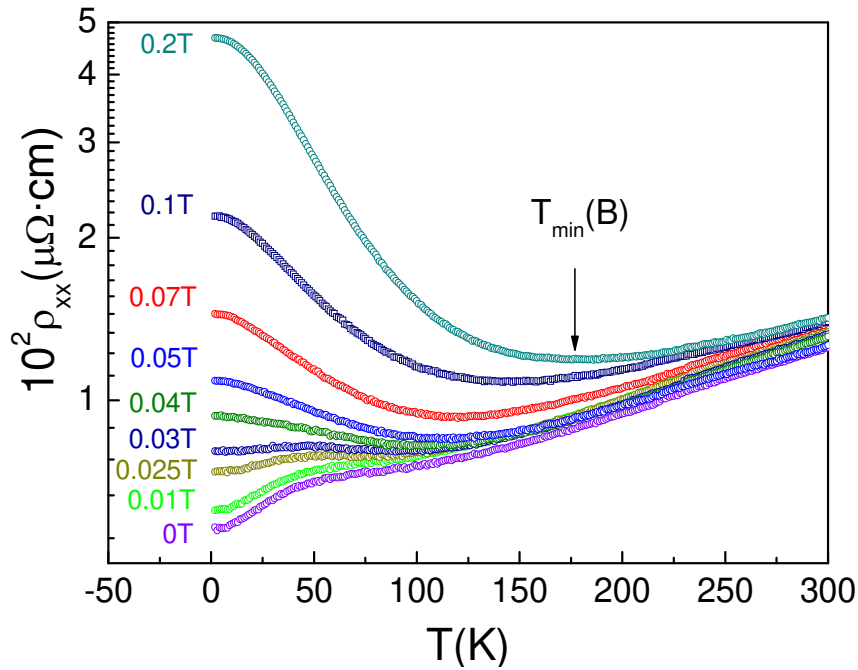


Figura 4.2.1: ρ_{xx} é resistividade medida para amostra Bi-S1 para vários campos magnéticos baixos aplicados $B \parallel \text{eixo} - c$ mas perpendicular a corrente I . $T_{\min}(B)$ indica a temperatura do MIT.

Os resultados achados neste estudo são de uma natureza relevante para compreender as propriedades físicas destes materiais. A informação obtida para bismuto (Bi-S1) demonstra que as ocorrências de transições metal-isolante (MIT) e reentrante isolante-metal (IMT) induzidas pelo campo magnético, se assemelham muito às transições (MIT e IMT) já

reportadas para grafite [164, 52]. Notamos também que as medidas da resistividade da amostra à temperatura ambiente ($T=300K$) e campo magnético zero ($B=0$), $\rho=150\mu\Omega cm$, e da constante Hall $R_H=-1.55\cdot 10^{-5} m^3/C$ em temperatura $T=2K$ e campo magnético $B=0.01T$, estão em boa concordância com os valores calculados na literatura [1].

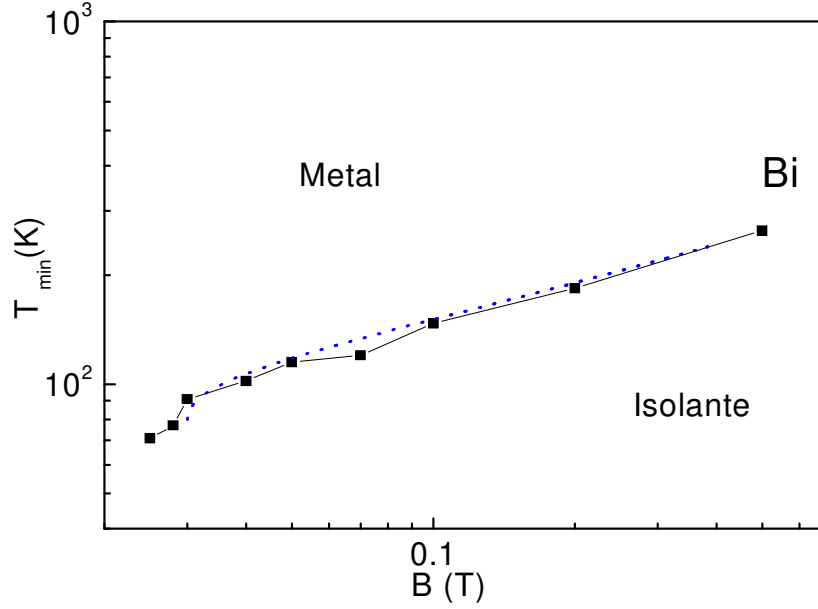


Figura 4.2.2: Mostra a temperatura $T_{\min}(B)$ como uma função crescente do campo magnético para amostra de Bi-S1. A linha pontilhada é obtida das equações $1.46 A \cdot [B - B_c]^{1/2}$ ou $1.47 A \cdot [1 - (B_c / B)^2] \cdot B^{1/2}$, com os parâmetros de ajuste $A=270K / T^{1/2}$, $B_c = 0.03T$. B , é o campo magnetico externo.

Inicialmente, mostramos na figura 4.2.1 as medidas da resistividade longitudinal $\rho_{xx}(B, T)$ em função da temperatura, no limite de campos baixos ($0 \leq B \leq 0.2T$). Estas medidas foram realizadas (utilizando o método de Van der Pauw como mostrado na figura 2.6 do Cap. 2) na amostra de bismuto (Bi-S1) com dimensões $5.85 \times 5.75 \times 0.08 mm^3$, em diversos campos magnéticos, aplicados perpendicularmente à superfície da amostra e com corrente I aplicada, tal que B paralelo ao eixo-c cristalográfico e perpendicular à corrente I ($B \parallel c \perp I$), com $I = 15mA$.

Nós observamos que, em campo zero e campos magnéticos baixos, a resistividade $\rho_{xx}(B, T)$ tem um comportamento metálico, mas, quando o campo aplicado está acima de um campo crítico de $0.03T$, torna-se isolante ($d\rho/dT < 0$). A figura 4.2.1 ilustra a supressão do estado metálico ($d\rho/dT > 0$) induzido pelo campo magnético, que ocorre em $T < T_{\min}(B)$. Também é observado que o $T_{\min}(B)$ é uma função crescente do campo magnético, como mostrado na figura 4.2.2. Esta figura apresenta o diagrama da temperatura-campo magnético que resulta quando graficamos o valor da temperatura em que ocorre o mínimo na curva da resistividade e o respectivo campo.

Com objetivo de conhecer os efeitos responsáveis por esta transição, nós utilizamos uma amostra (Bi-S2) em forma de agulha com dimensões $5.4 \times 0.31 \times 0.2 \text{ mm}^3$, que foi obtida da mesma barra usada nas medidas de transporte e magnetização. As medidas realizadas nesta geometria mostram a ausência da transição para o estado isolante quando um campo magnético $B = 0.05T$ é aplicado paralelo à corrente I ($B \parallel I$, veja figura 4.3.19 símbolos sólidos). Em geral, é conhecido que a magnetorresistência surge de ambas as contribuições, da trajetória percorrida pelo elétron na presença do campo magnético (efeito orbital) e do mecanismo de espalhamento dependente do spin. Na configuração livre do efeito da força de Lorentz, usada nas medidas da amostra Bi-S2 (veja figura 4.3.20), a magnetorresistência (MR) clássica devida às curvas da trajetória do elétron é fortemente suprimida, mas a contribuição do espalhamento do spin não é afetada. Portanto, a não observação de uma MIT nesta configuração provê evidência da similaridade com a MIT do grafite [164], ou seja, a transição em bismuto é governada por efeitos orbitais e não está relacionada aos efeitos do spin.

4.3 Estado Metálico Reentrante Induzido por Campos Magnéticos Altos em Bismuto

Além da transição metal-isolante induzida por campo magnético baixo em bismuto, também existe a ocorrência do estado metálico reentrante ($d\rho/dT > 0$), da mesma forma que observado na grafite [52, 164]. Este estado reentrante no limite quântico acontece quando os níveis de Landau mais baixos são ocupados.

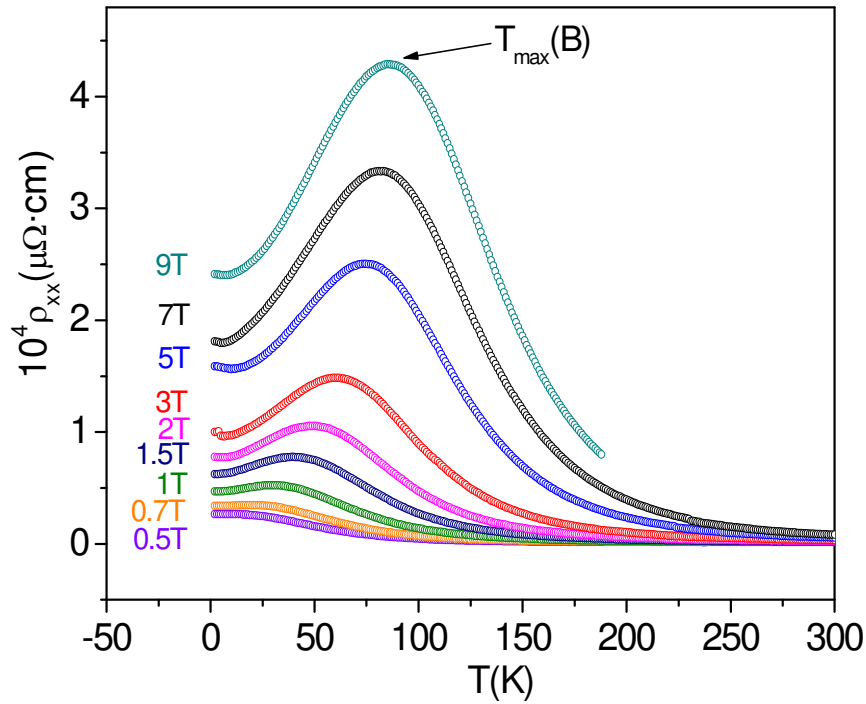


Figura 4.3.1: ρ_{xx} é a resistividade medida para a amostra Bi-S1 para vários campos magnéticos altos aplicados, quando $B \parallel \text{eixo} - c$ e $B \perp I$. $T_{\max}(B)$ indica a temperatura do IMT.

A figura 4.3.1 ilustra a reaparição do estado metálico com o aumento do campo magnético quando $T < T_{\max}(B)$ acima de um campo de $0.7T$. Mas quando o campo magnético B é perpendicular ao eixo cristalográfico $-c$ e à corrente I , o estado reentrante metálico não é observado (veja figura 4.3.2).

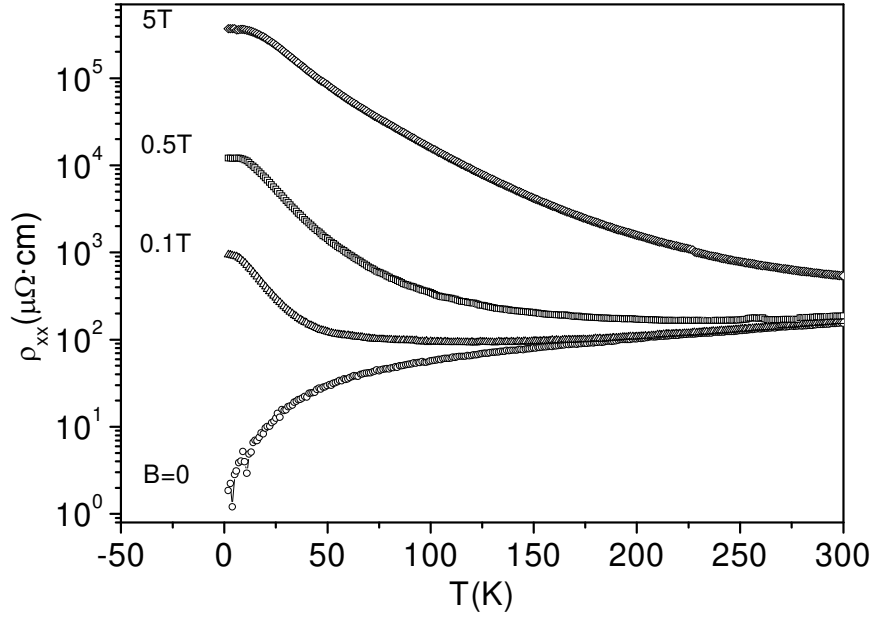


Figura 4.3.2: ρ_{xx} é a resistividade medida para a amostra Bi-S1 para vários campos magnéticos aplicados, quando $B \perp \text{eixo} - c$ e $B \perp I$. Observa-se a ausência do IMT.

É de notar que o estado metálico reentrante ocorre no regime da quantização de Landau. Este é comprovado pelas oscilações Shubnikov - de Haas, mostradas nas derivadas das resistividades longitudinal $\rho_{xx}(B)$ (figura 4.3.3) e transversal $\rho_{xy}(B)$ (figura 4.3.4)

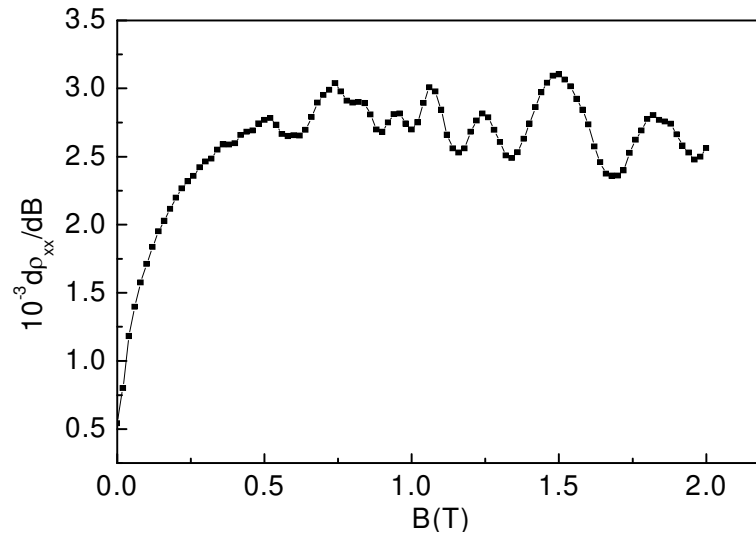


Figura 4.3.3: Derivada da resistividade longitudinal medida numa temperatura de 2K na amostra de Bi-S1, mostrando as oscilações Shubnikov - de Haas.

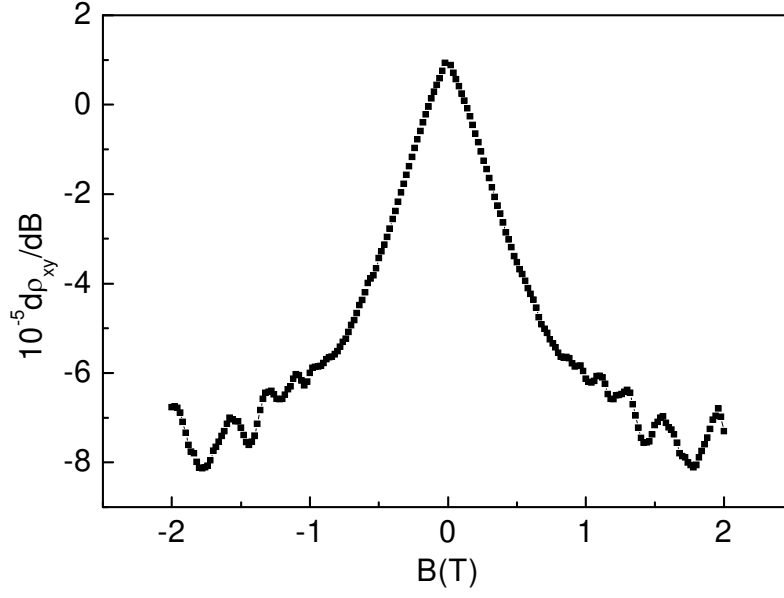


Figura 4.3.4: Oscilações Shubnikov - de Haas observadas na resistividade Hall medida numa temperatura de 2K na amostra de Bi-S1.

medidas em temperatura de 2K. Nas figuras 4.3.3 e 4.3.4 observamos que estas oscilações se manifestam acima de um campo magnético de $0.7T$, exatamente no campo onde o estado reentrante metálico é observado. Um sinal adicional da quantização é observado nas

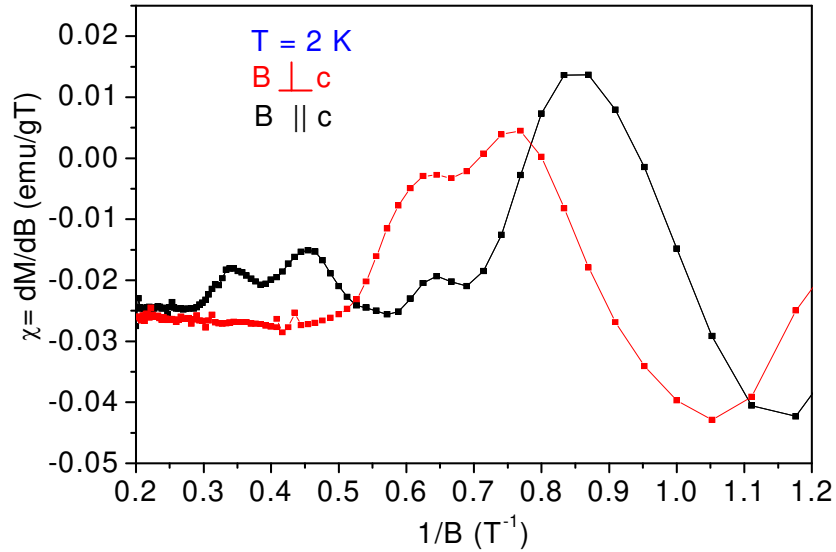


Figura 4.3.5: Oscilações de Haas-van Alphen observadas na susceptibilidade medida numa temperatura de 2K na amostra de Bi-S1, quando o campo magnético B é aplicado perpendicular e paralelo ao eixo $-c$ cristalográfico.

oscilações da susceptibilidade magnética, mostrada na figura 4.3.5 em função do inverso do campo magnético aplicado, quando $B \parallel c$ e $B \perp c$. Mais adiante, mostraremos como este mecanismo de quantização de Landau pode induzir a ocorrência do estado reentrante metálico.

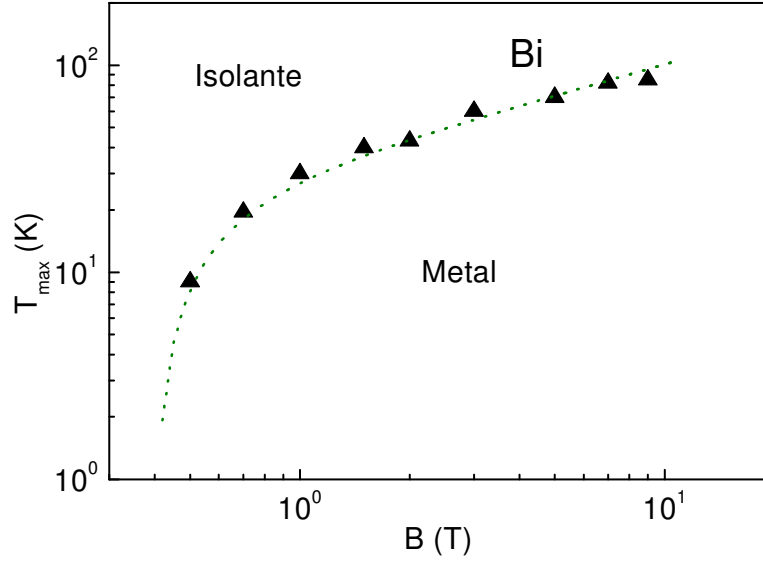


Figura 4.3.6: A temperatura $T_{\max}(B)$ é uma função crescente do campo magnético para Bi-S1. A linha pontilhada é obtida da equação 1.4.7: $A \cdot [1 - (B_c / B)^2] \cdot B^{1/2}$, com os parâmetros de ajuste $A = 32K / T^{1/2}$, $B_c = 0.4T$. B é o campo magnético externo.

A figura 4.3.6 ilustra a temperatura $T_{\max}(B)$ como uma função crescente do campo magnético. A linha pontilhada é obtida da equação 1.4.7: $A \cdot [1 - (B_c / B)^2] \cdot B^{1/2}$, com os parâmetros de ajuste $C \frac{e^2}{4\sqrt{2} \epsilon_0} \sqrt{\frac{|e|}{c}} \sim A = 32K / T^{1/2}$, $B_c = 0.4T$ e B é o campo magnético externo. Esta temperatura máxima é a mesma $T_{\max}(B)$ da figura 4.3.1, que indica a temperatura abaixo da qual ocorre o estado metálico reentrante (IMT). As equações 1.4.6 e 1.4.7 são preditos pela teoria da transição metal-isolante excitônico [169, 170, 172], onde os $T_{\min}(B)$ e $T_{\max}(B)$ podem corresponder à temperatura crítica do MIT.

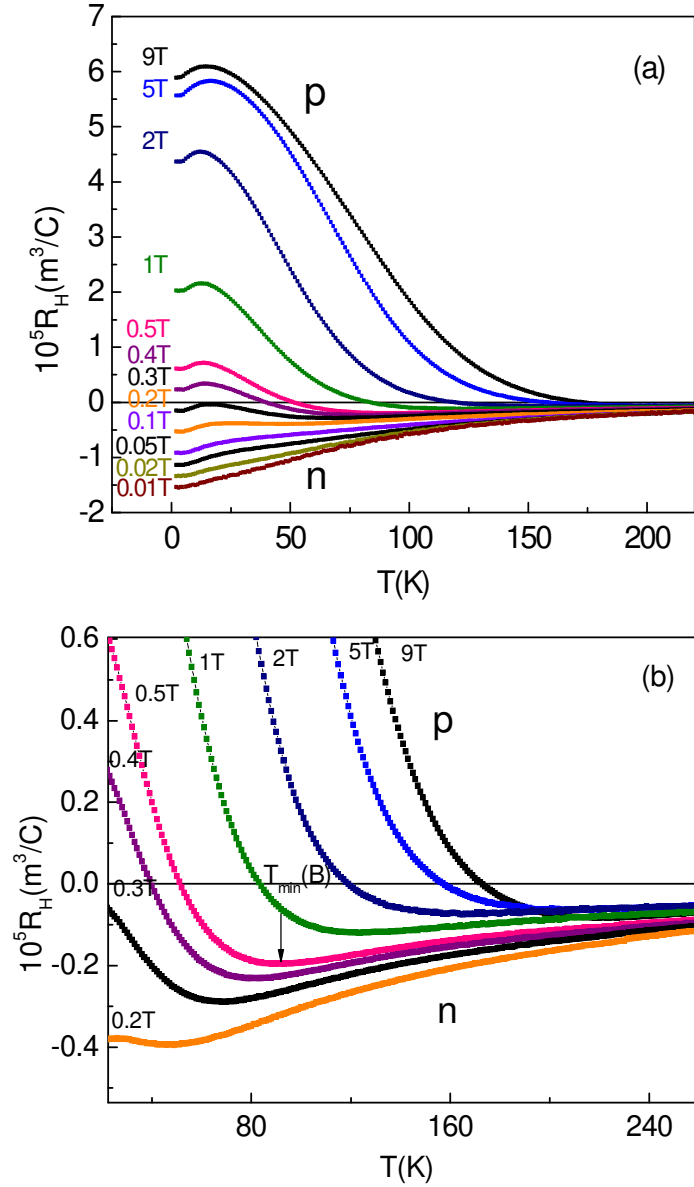


Figura 4.3.7: (a) Constante Hall R_H em função da temperatura obtida para o bismuto, exibe mudanças de sinal abaixo de $T_{\min}(B)$. (b) Mostra os mínimos da constante Hall R_H . $T_{\min}(B)$ é uma função crescente do campo magnético B .

As medidas da constante Hall $R_H = \rho_{xy}/B$ mostram (figura 4.3.7 (a)) que em altos campos magnéticos os portadores tipo buracos dominam o transporte elétrico enquanto em campos baixos os elétrons. A figura 4.3.7 (a), mostra uma mudança de sinal nas medidas da constante Hall R_H realizadas no bismuto em função da temperatura, com o campo

magnético B (numa faixa de $0.01T \leq B \leq 9T$) paralelo ao eixo-trigonal. A figura 4.3.7 (b), exibe os mínimos na constante Hall R_H num intervalo de campo magnético $0.2T \leq B \leq 9T$. Esta informação pode ser útil na interpretação da origem das transições metal-isolante (MIT) e isolante-metal (IMT), observadas em bismuto.

No intuito de fazer uma comparação das fronteiras das transições correspondentes (MIT e IMT), na figura 4.3.8 nós apresentamos os resultados obtidos para as amostras Bi-S1 (figuras 4.2.2 e 4.3.6) e grafite Kish monocristalina [52, 168] no mesmo plano. Nesta figura, são plotados os $T_{\min}(B)$ e $T_{\max}(B)$ medidos para ambos os materiais. Como pode ser observado na figura 4.3.8, as curvas das temperaturas $T_{\max}(B)$ obtidas para bismuto e grafite quase coincidem, e as de $T_{\min}(B)$ são muito próximas uma a outra.

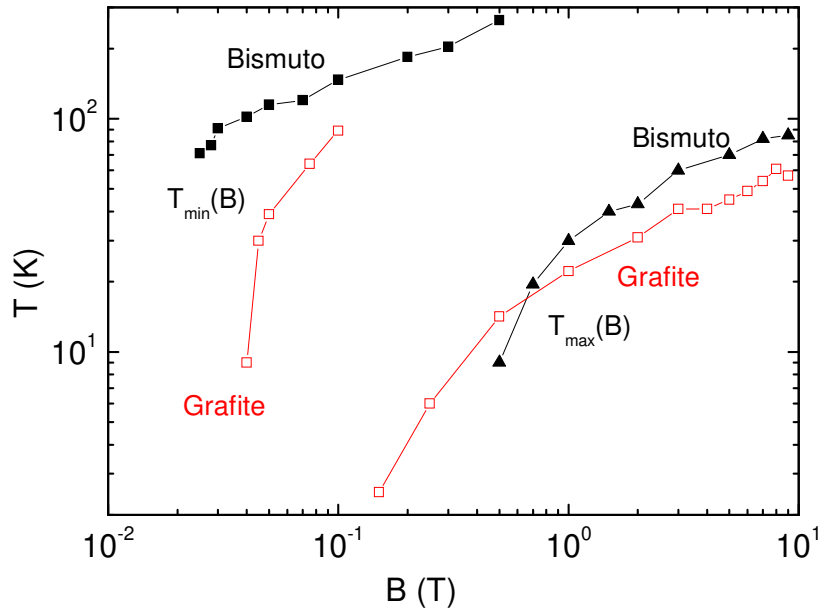


Figura 4.3.8: Diagrama da temperatura (T) - campo magnético (B). $T_{\min}(B)$ e $T_{\max}(B)$ são as fronteiras das transições do MIT e do IMT, respectivamente, obtidas para amostras de bismuto (Bi-S1) e grafite monocristalina Kish [52, 168].

A universalidade do ajuste do magnetotransporte nestes materiais pode ser apreciada na figura 4.3.9, que ilustra as curvas apresentadas na figura 4.3.8. Estes ajustes podem ser muito bem descritos pelas dependências $T_{\min}(B) \sim (B - B_c^{MIT})^\kappa$ e

$T_{\max}(B) \sim (B - B_c^{IMT})^\kappa$, para ambos os materiais, onde $\kappa = 0.45 \pm 0.05$ é o expoente crítico. É de notar que as fronteiras de $T_{\min}(B)$ e $T_{\max}(B)$ são muito semelhantes quando plotados sobre o plano da temperatura–campo magnético (T-B) e ocorrem numa vizinhança dos pontos críticos quânticos (QCP) induzidos por um campo magnético [243-245]. Portanto, B_c^{MIT} e B_c^{IMT} podem bem representar os campos críticos de temperatura zero para as transições metal-isolante e isolante-metal, respectivamente.

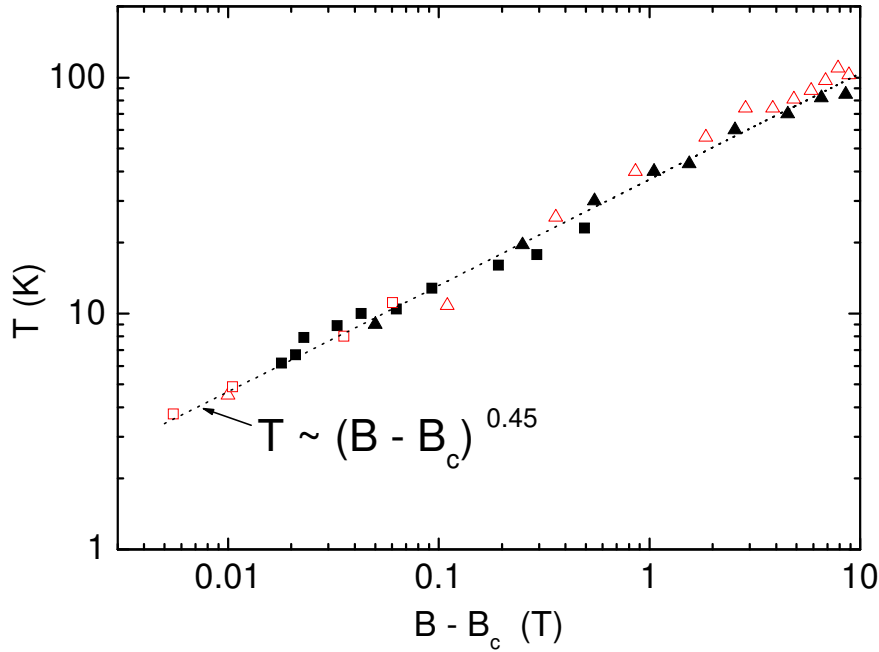


Figura 4.3.9: $T_{\min}(B)$ e $T_{\max}(B)$ são os dados da figura 4.2.8 plotados novamente. A linha pontilhada é o ajuste segundo a lei de potência $T \sim (B - B_c)^\kappa$, com $\kappa = 0.45$. Os símbolos sólidos, ($\blacktriangle$) o $T_{\max}$ com $B_c = 0.45T$, e ($\blacksquare$) o $T_{\min}/11.5$ com $B_c = 0.007T$ para bismuto. Os símbolos abertos ($\triangle$) o $1.8T_{\max}$ com $B_c = 0.14T$, e ($\square$) o $T_{\min}/8$ com $B_c = 0.04T$ para grafite.

Por outro lado, assim como já foi demonstrado nas referências [246, 167], o MIT na grafite pode ser formalmente descrito em termos de uma aproximação fenomenológica de escala de dois parâmetros que foi introduzida por Das e Doniach dentro do contexto da

teoria do metal de Bose - isolante (BMIT) [163]. Esta teoria assume a existência de um líquido não superfluido de pares de Cooper (Bose metal) no limite de temperatura zero.

Devido às semelhanças que apresentam nossos resultados para bismuto (veja as figuras 4.3.10, 4.2.1, 4.3.1 e 4.3.8) com o comportamento da resistência na grafite, na proximidade de uma transição metal-isolante [246, 167], nós podemos supor que se pode aplicar a mesma teoria de escala (BIMT) para descrever a transição em bismuto.

De acordo com a análise de escala de dois parâmetros, a resistência no regime crítico da transição em $T = 0$, é dada por:

$$RT^{1+2/z} / \delta^{2\alpha} = f(\delta / T^{1/\nu}). \quad (4.1)$$

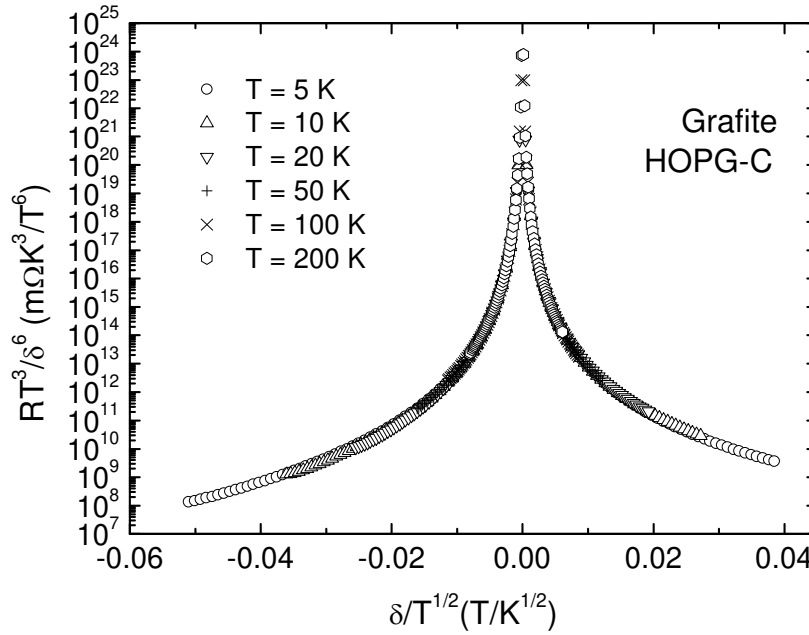


Figura 4.3.10: Análise de escala da transição de metal de Bose - isolante da resistência R_b do plano-basal da amostra HOPG-C com $z = 1$ e $\nu = 2$ onde $B_c = 0.114T$ é o campo crítico [167].

Isto sugere que a função de escala é sempre uma função de $\delta / T^{1/\nu}$, ou seja, obedece a equação (4.1), onde f representa a função de escala, tal que $\delta / T^{1/\nu}$ é a variável da escala, $\delta = B - B_c$, é o desvio de um parâmetro variável em relação a seu valor crítico, B é o campo magnético externo e B_c é o campo crítico para a transição. Para obter α , é

necessário notar que a resistência em baixas temperaturas se satura para valores finitos independentes da temperatura; ou seja, na equação (4.1), nós podemos ter $f(x) \sim x^{-\nu(z+2)}$ neste limite (quando $x \sim \delta/T^{1/\nu}$). Embora esta resistência de baixa temperatura da amostra não seja crítica através da transição metal-isolante, nós podemos obter $\alpha = \nu(z+2)/2$ quando B é modulado (varrido) através do campo crítico B_c . Na figura 4.3.10 é mostrado que a escala se ajusta para os expoentes críticos $z = 1$ e $\nu = 2$ no caso de grafite HOPG-C.

Similarmente, para bismuto, a melhor escala é obtida tomando $z = 1$ e $\nu = 2$, (veja figura 4.3.11) com um campo critico $B_{cr} = 0.035T$.

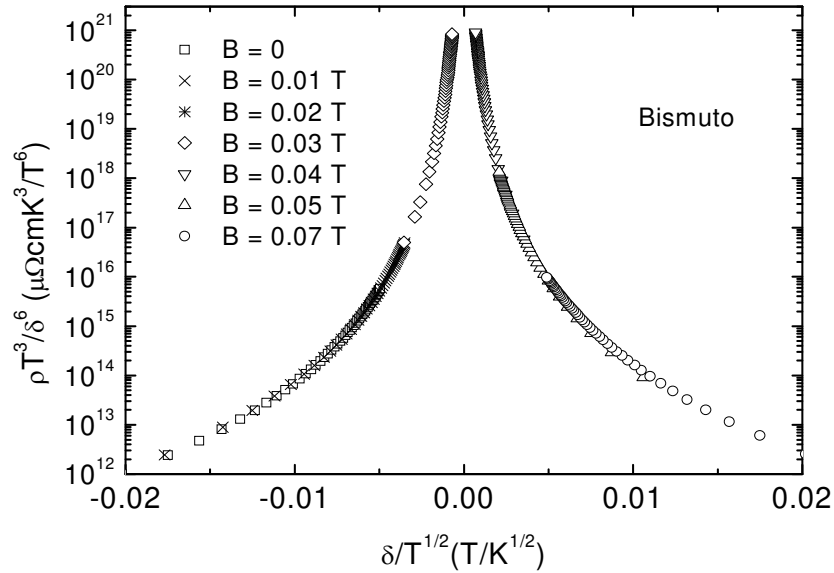


Figura 4.3.11: Análise de escala da transição Bose metal-isolante da resistividade $\rho(T, B)$ medida em bismuto (Bi-S1) na geometria ($H \parallel c \perp I$); $\delta = B - B_{cr}$, $B_{cr} = 0.035T$, $z = 1$ e $\nu = 2$.

As análises de escala realizadas em grafite HOPG-C e bismuto (Bi) implicam a existência de um líquido não superfluido de pares de Cooper (metal de Bose), sem coerência de fase no limite de temperatura zero. Este pode ser um argumento para a natureza quântica das transições de fase que ocorrem nestes materiais. Também é de notar, que o estado de metal de Bose foi encontrado, por exemplo, em filmes de MoGe [163, 158]. Mais recentemente foi prevista, teoricamente, a ocorrência do estado metálico de Bose em grafite [247].

Antes de prosseguir com a discussão das possíveis transições de fase quânticas em grafite e bismuto, fica-nos observar por que um modelo de multi-bandas [241, 242] não

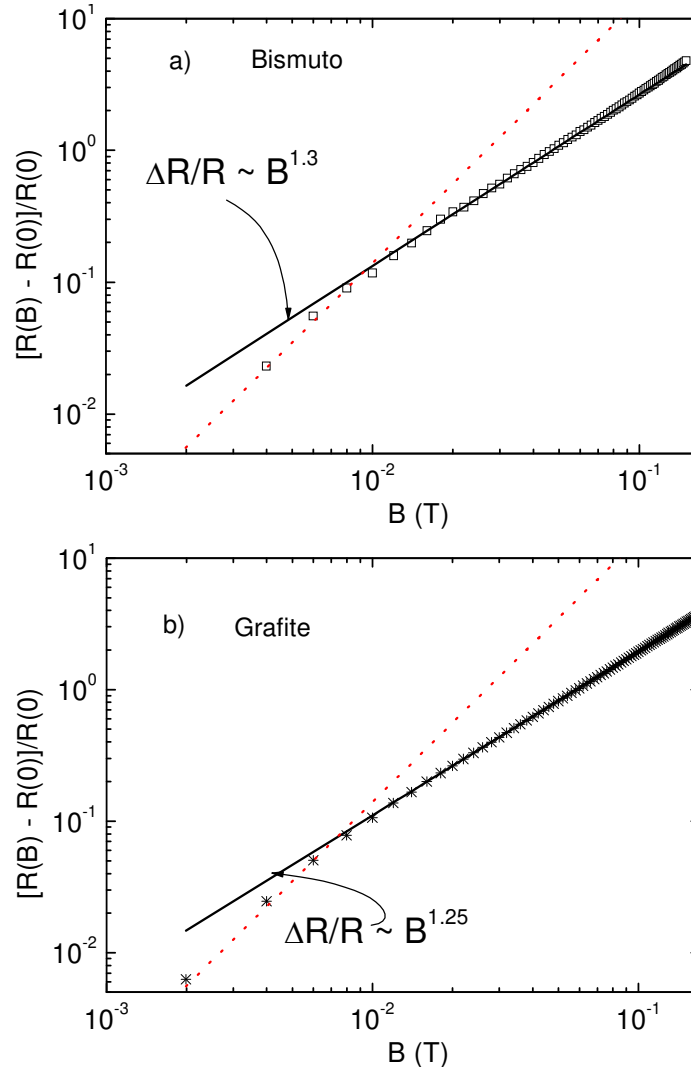


Figura 4.3.12: A magnetorresistência reduzida $\Delta R(B)/R = [R(B) - R(0)]/R(0)$, medida em uma temperatura $T = 5K$ para ambas as amostras (a) bismuto (Bi-S1) e (b) grafite (HOPG-UC). As linhas sólidas representam os ajustes da lei de potência para os parâmetros indicados na figura; a linha pontilhada corresponde à magnetorresistência parabólica ($\Delta R(B)/R \sim B^2$).

pode ser aplicado. Em primeiro lugar, a aproximação clássica requer que a quantização dos níveis de Landau seja irrelevante. Entretanto, as oscilações quânticas em campos magnéticos baixos ($B \sim B_{cr}$) são observadas em grafite até 300K, ou seja, para todas as temperaturas estudadas [165].

Além disso, nós analisamos cuidadosamente a magnetorresistência (MR) na proximidade da fronteira da MIT e achamos que o resultado clássico para a magnetorresistência orbital (MR), ou seja, $\Delta R(B)/R \sim B^n$ com $n = 2$ é violado no regime “isolante”. A figura 4.3.12 apresenta a MR obtida para ambas as amostras, grafite e bismuto, em uma temperatura $T=5K$, e demonstra que a MR parabólica ocorre somente em campos muito baixos ($B < B_{MIT}$), enquanto, para ($B > B_{MIT}$), obtemos os expoentes $n = 1.25$ (para grafite) e $n = 1.35$ (bismuto).

Nós devemos enfatizar que os valores dos expoentes obtidos não são consistentes com aqueles ($n = 1$ ou $n = 2$) esperados para os líquidos de Fermi [248], mas concordam com os valores dos expoentes achados, por exemplo, no condutor orgânico $(TMTSF)_2PF_6$ ($n = 1.25 - 1.5$) [249, 250]. O expoente $n < 2$ foi obtido, também, em cupratos supercondutores poucos dopados no estado do *pseudogap* [251]; ambas as amostras, $(TMTSF)_2PF_6$ e cupratos são extensamente considerados como sistemas não líquidos de Fermi.

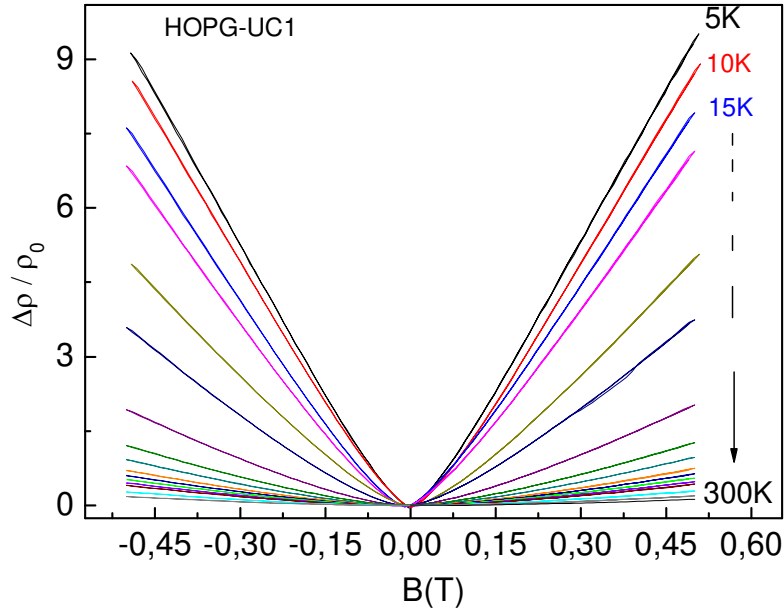


Figura 4.3.13: A magneto-resistência reduzida $\Delta\rho(B)/\rho_0$ medida em uma faixa de temperatura $5K \leq T \leq 300K$ para a amostra de grafite (HOPG-UC1) num intervalo de campo magnético $-0.5T$ até $+0.5T$.

Da análise da magnetorresistência $\Delta\rho(B)/\rho_0$ para amostra de grafite HOPG-UC1, mostrada na figura 4.3.13, nos podemos plotar T vs. B tomando os valores de campo magnético nos pontos em que o desvio de $\Delta\rho(B)/\rho_0$ se começa a se manifestar, o que ocorre à medida que a temperatura é aumentada, quando o campo é varrido. A curva T contra B , de símbolo ($\circ$) é mostrada na figura 4.3.14 comparando com o $T_{\min}(B)$ ($\square$) do MIT da referência [168]. Estes resultados obtidos para diversas amostras de grafite, mostram que o desvio do comportamento de um líquido de Fermi ($n = 2$), caracterizado pela curva de símbolo ($\circ$), toma lugar, precisamente, na fronteira de $T_{\min}(B)$ ($\square$) do MIT.

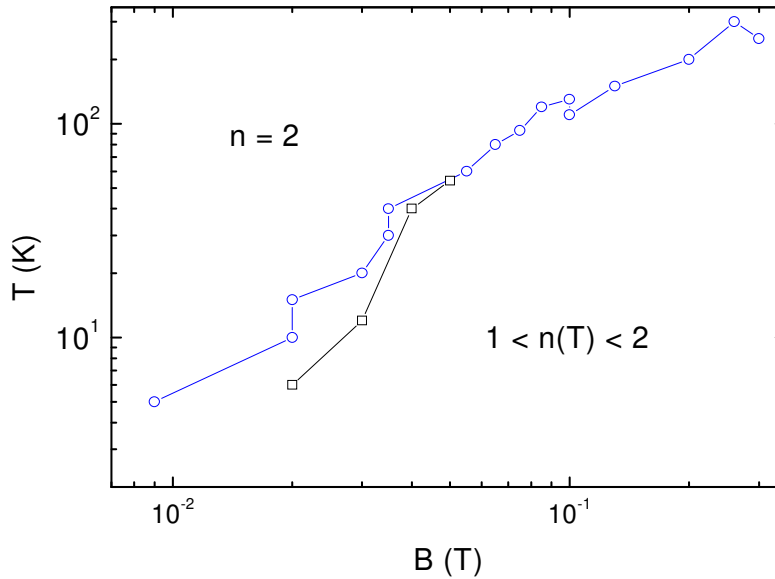


Figura 4.3.14: Os pontos ($\circ$) dos dados que separam a magneto-resistência ($\Delta R/R \sim B^n$) parabólica ($n = 2$) e não parabólica, $1 < n(T) < 2$, medidos para uma amostra de HOPG-UC; ($\square$) – dados de $T_{\min}(B)$, obtida para a mesma amostra [168].

Da mesma forma, foi realizada uma análise da magnetorresistência (mostrada na figura 4.3.15) para a amostra de bismuto (Bi-S1). A curva de símbolo (*) (da figura 4.3.16, dos dados que separam a magnetorresistência $\Delta R/R \sim B^n$ parabólica, $n = 2$, e não parabólica, $1 < n(T) < 2$) e a curva do $T_{\min}(B)$ ($\blacksquare$) (da transição metal isolante – MIT), ambas para a mesma amostra de bismuto, são muito próximas.

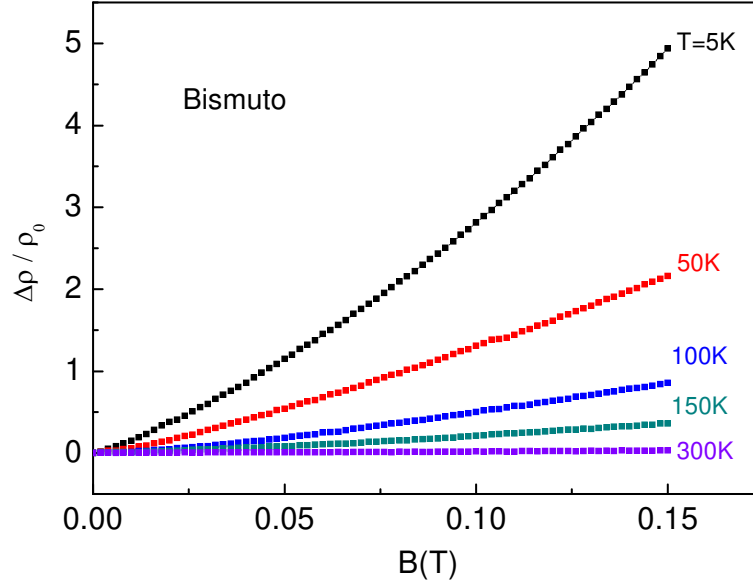


Figura 4.3.15: A magnetoresistência reduzida $\Delta\rho(B)/\rho_0$ medida em uma faixa de temperaturas $5K \leq T \leq 200K$, para a amostra de bismuto, num intervalo de campo magnético de 0 até $0.1T$.

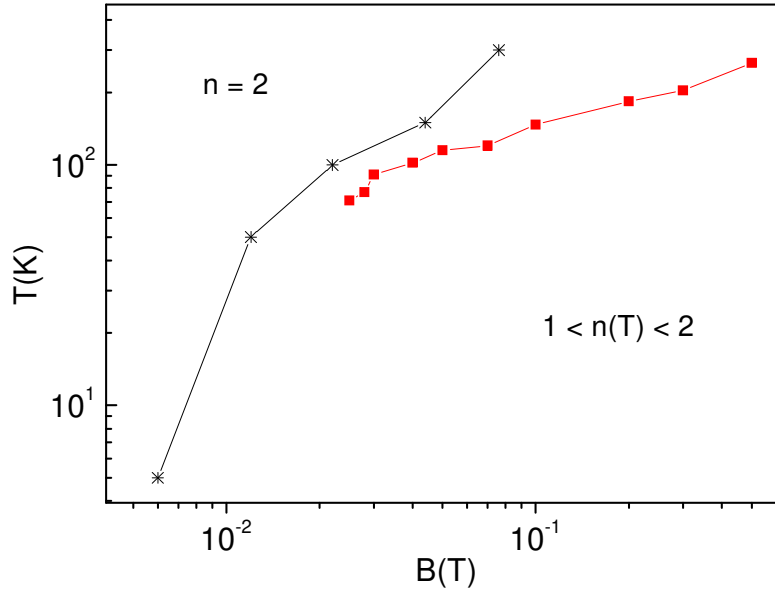


Figura 4.3.16: Os pontos (*) dos dados que separam a magnetorresistência ($\Delta R/R \sim B^n$) parabólica ($n = 2$) e não parabólica, $1 < n(T) < 2$, medidos para uma amostra (Bi-S1) de bismuto; (■) – dados de $T_{\min}(B)$ do MIT da mesma amostra de bismuto.

O resultado mostrado nas figuras 4.3.14 e 4.3.16 nos sugere que os fenômenos de transporte que operam nestes semimetais têm enorme semelhança.

Um argumento a mais que nos pode dar sinais de fenômenos operantes semelhantes em grafite e Bi são as medidas da magnetização, que a seguir serão descritas.

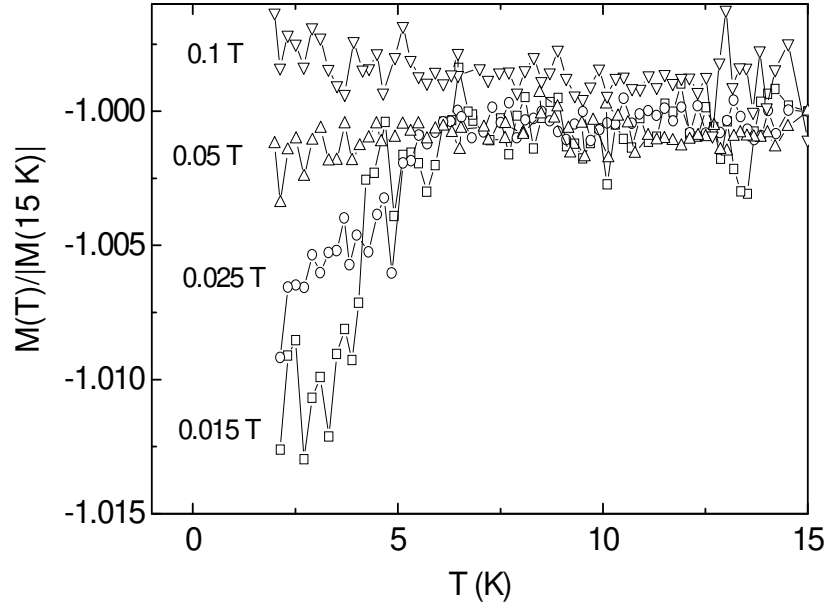


Figura 4.3.17: $M(T)/|M(T = 15K)|$ magnetização reduzida em função da temperatura, medida para a amostra Bi-S3, em vários campos magnéticos aplicados $B \parallel c$.

Na figura 4.3.17, apresentamos os resultados das medidas da magnetização, em bismuto, em campos magnéticos suficientemente baixos, aplicados paralelos ao eixo-c. Os resultados revelaram um aumento do sinal diamagnético em uma temperatura $T < 7K$. Este aumento é efetivamente suprimido por um campo magnético aplicado de $\sim 0.05T$. Isto nos sugere que o comportamento da magnetização $M(T, B)$ em campos baixos e temperaturas baixas pode estar relacionado à ocorrência de supercondutividade observada em *bulk* de bismuto [252, 253]. A figura 4.3.18 mostra a magnetização $M(T)$ medida nos regimes *zero field cooling* (ZFC) ($\square$) e *field cooling* (FC) ($\blacksquare$), com $B=0.015T$. Isto nos permite observar a blindagem magnética e o efeito Meissner, respectivamente.

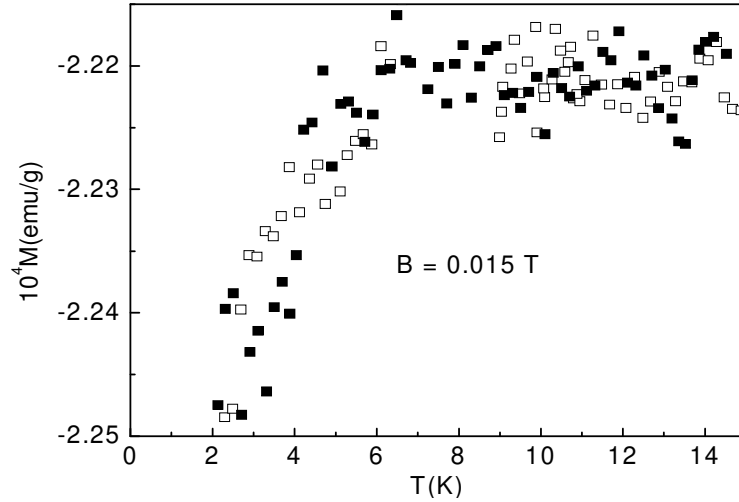


Figura 4.3.18: A magnetização $M(T)$ medida nos regimes *zero field cooling* (ZFC) ($\square$) e *field cooling* (FC) ($\blacksquare$) com $B=0.015\text{T}$.

O que é particularmente interessante na figura 4.3.17 é que a supressão do sinal supercondutor (em 0.05T) e a transição metal – isolante (MIT) em nossas amostras de Bi tomam lugar quase no mesmo campo magnético aplicado, como pode ser observado na

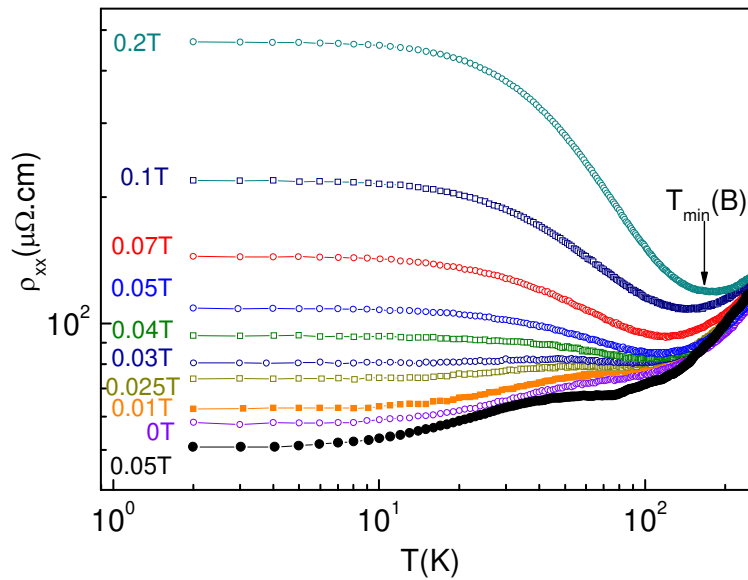


Figura 4.3.19: Resistividade $\rho_{xx}(T)$ obtida para a amostra Bi-S1 em campos magnéticos baixos e em campo zero (símbolos livres) na configuração $B \parallel c \perp I$. Os símbolos sólidos ($\bullet$) correspondem à resistividade medida para a amostra Bi-S2 com $B \parallel c \parallel I$ em $B = 0.05\text{T}$. A temperatura $T_{\min}(B)$ é a mesma da figura 4.2.1.

figura 4.3.19 (também veja a figura 4.3.11), que apresenta as medidas da resistividade $\rho_{xx}(T)$ medida no limite de campos baixos ($0 \leq B \leq 0.2T$). Como se deduz da Figura 4.3.19, o mínimo na resistividade $\rho_{xx}(T)$ torna-se visível na temperatura $T_{\min} = 91K$ para um campo $B = 0.03T$ e $\rho_{xx}(T)$ evolui rapidamente com um aumento suficiente do campo, tal que, para $B = 0.05T$ e a uma temperatura $T \leq T_{\min} = 116K$, toma lugar o comportamento tipo-isolante ($d\rho/dT < 0$), exatamente no campo em que é suprimido o sinal diamagnético mostrado na figura 4.3.17.

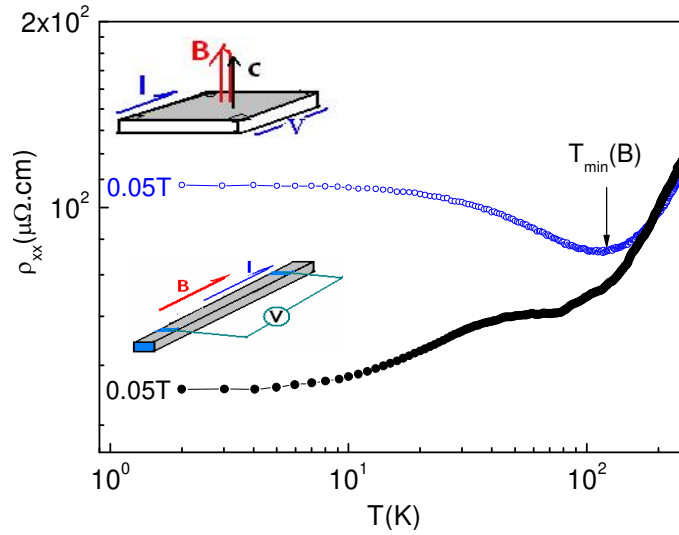


Figura 4.3.20: Resistividade $\rho_{xx}(T)$ obtida para a amostra Bi-S1 em campo magnético aplicado $B = 0.05T$ (○) na configuração $B \parallel c \perp I$, utilizando o método de Van der Pauw. Os símbolos sólidos (●) correspondem à resistividade medida para a amostra Bi-S2 com $B \parallel c \parallel I$ em $B = 0.05T$. A temperatura $T_{\min}(B)$ é a mesma da figura 4.2.1.

Para dar uma visualização mais clara do fato de que o efeito relacionado ao espalhamento de spin não participa das ocorrências destes fenômenos (MIT e IMT), nós apresentamos, na figura 4.3.20, as resistividades medidas num mesmo campo magnético $B = 0.05T$, onde o estado isolante é observado na geometria com $B \parallel c \perp I$, usando o método de Van der Pauw, e a outra na geometria clássica, com $B \parallel c \parallel I$, para mostrar que o estado isolante é ausente.

Todos estes resultados que discutimos sugerem que as medidas de transporte (magnetorresistência) e magnéticas (magnetização) provam, essencialmente, o mesmo fenômeno físico.

Em outras palavras, as correlações supercondutoras podem ser relevantes para a análise do MIT que acontece tanto em grafite como em bismuto. Nós não sabemos se a temperatura $T \sim 7K$ marca uma transição supercondutora, ou somente indica a temperatura na qual pode ser observado o efeito de Meissner (com a supercondutividade local ocorrendo em altas temperaturas dentro de pequenas regiões isoladas).

Assim, embora o estado supercondutor *global* não ocorra em nossas amostras, os resultados sugerem fortemente que a MIT observado em bismuto e grafite está relacionada a uma transição metal de Bose - isolante.

De acordo com as referências [252-255], a supercondutividade em Bi está associada à existência de grãos (~ 100 nm) supercondutores na superfície e isto nos pode dar uma sugestão de porque a teoria de escala bidimensional do metal de Bose - isolante (2DBMIT) funciona corretamente (figura 4.3.11) em amostras de bismuto com uma relação de dispersão 3D. Também pode ser enfatizado, de acordo com as referências [256, 213], que os estados de superfície em Bi estão situados muito próximos do nível de Fermi, conduzindo a uma dimensionalidade efetiva reduzida, de 3D para 2D, um fato que não havia sido previamente levado em conta.

Interessante notar que um modo coletivo de bósons foi recentemente observado em bismuto através de medidas ópticas, que também sugerem a ocorrência de um estado metálico anômalo neste material [257].

As teorias prevêm o estado supercondutor de alta temperatura crítica em grafite causada pela desordem topológica nos planos de grafeno (um plano simples de grafite). Gonzáles et al. [171] mostraram que essa desordem topológica aumenta a densidade de estados no nível de Fermi, e que, na presença de interação repulsiva elétron-elétron suficientemente forte, resulta em supercondutividade de onda p , mediada por flutuações de spin ferromagnético. Isto é interessante devido aos comportamentos supercondutor e ferromagnético, que se têm manifestado em grafite HOPG [201]. As correlações supercondutoras já foram observadas em grafite em altas temperaturas, sugerindo que a origem deste fenômeno esta relacionada à desordem estrutural [258].

A teoria de Schafer e Doniach [247] prevê, para o grafeno, a quebra de simetria de reversão do tempo e a ocorrência de supercondutividade de onda d , juntamente com a coexistência de correlações supercondutoras e ferromagnéticas. Além disso, a existência de elétrons e buracos na grafite e bismuto pode levar a uma fase metálica excitônica [259], onde a supercondutividade a altas temperaturas é possível [260].

Assim, de acordo com os resultados acima e as prévias publicações [167, 168, 246], concluímos que o comportamento crítico quântico em bismuto e grafite em campos baixos pode estar governado por correlações supercondutoras e excitônicas que competem na fronteira da transição e podem se sobrepor umas às outras.

A seguir, voltamos nossa atenção para a transição reentrante isolante-metal (IMT) induzida por um campo magnético.

A existência de uma evidência experimental de que um campo magnético aplicado resulta em um aumento na densidade de portadores livres em grafite foi considerada nas referências [261, 262]. Este aumento pode enfraquecer a tendência de instabilidade do pareamento elétron-buraco [169, 170, 172, 263] e, portanto, conduzir a um comportamento reentrante metálico. Em concordância com tal cenário, a IMT em grafite está acompanhada pelo início das oscilações quânticas bem pronunciadas [52, 168], da mesma forma que também foi observado em bismuto (veja as figuras 4.3.3 e 4.3.4 e 4.3.5). Neste regime, a quantização de Landau desempenha um papel mais importante, conduzindo, nas amostras de grafite com um espectro 2D e quase-2D, ao efeito Hall quântico [9, 10, 52, 116].

Agora, surge a pergunta: existe alguma relação entre o efeito Hall quântico (QHE) que ocorre em grafite quase-2D e a fase reentrante metálica observada em amostras de grafite menos anisotrópicas? Uma resposta positiva para esta questão já foi dada na referência [52], onde uma cascata de transições isolante-metal-isolante (I-M-I) associadas com o efeito Hall quântico (QHE) foi observada. O mesmo fenômeno foi reportado na referência [10] para o grafeno. Aqui, nós queremos enfatizar esta relação, demonstrando o comportamento de $T_{\max}$ vs. B para a amostra de grafite (denominada HOPG-A) com uma anisotropia intermediária $\rho_c / \rho_b \leq 10^4$, onde não foi detectado o QHE. A figura 4.3.21 mostra que, em campos magnéticos altos, aqui ocorrem duas fases metálicas: uma em um intervalo de $2.4\text{T} \leq B \leq 3.2\text{T}$ e a outra para $B \geq 3.6\text{T}$, com um estado “isolante” intermediário em $3.2\text{T} \leq B \leq 3.6\text{T}$.

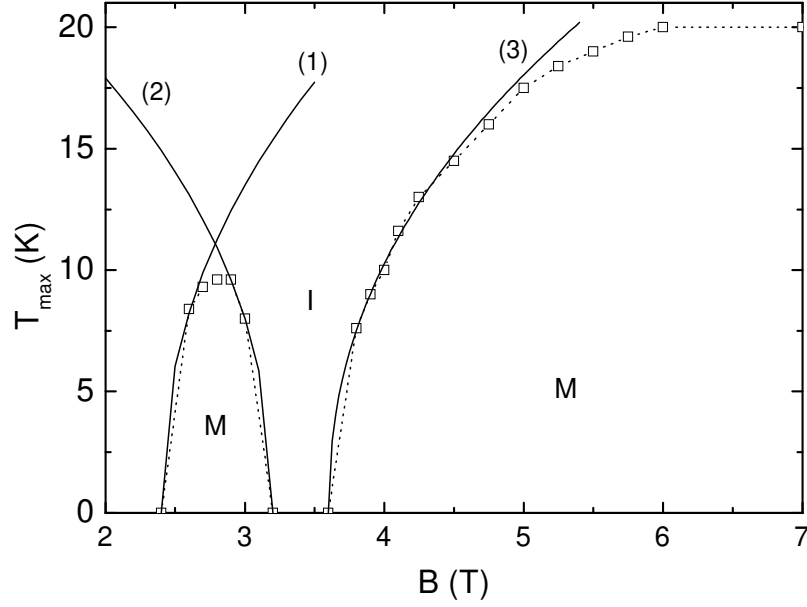


Figura 4.3.21: $T_{\max}(B)$ medida para a amostra HOPG-A [1]; as linhas sólidas correspondem às dependências de $T \sim (B - B_{c1})^{0.45}$ (curva 1), $T \sim (B_{c2} - B)^{0.45}$ (curva 2), e $T \sim (B - B_{c3})^{0.45}$ (curva 3), onde $B_{c1} = 2.4T$, $B_{c2} = 3.2T$, e $B_{c3} = 3.6T$.

As fronteiras das transições I-M e M-I seguem o mesmo comportamento da lei de potência, como dado na figura 4.3.9, ou seja, $T_{\max}(B) \sim |B - B_c|^n$, com $n = 0.45 \pm 0.05$. Nós lembramos que as transições entre os platôs Hall quânticos (QH) medidas em amostras fortemente anisotrópicas (HOPG-UC e HOPG-C) [52] revelaram um comportamento crítico quântico com o mesmo expoente $\kappa \sim 0.45$, concordando com as previsões originais [264, 265] e os resultados obtidos sobre vários sistemas Hall quânticos. Veja, por exemplo, Ref. [108]. Entretanto, é de notar que nossos dados não permitem distinguir claramente os valores dos expoentes críticos entre $\kappa \sim 0.45$ e $\kappa \sim 0.54$ (0.58), recentemente reportado para sistemas Hall quânticos de baixa mobilidade [266].

A ocorrência do estado metálico, sem assinatura do efeito Hall quântico (QHE) em amostras de grafite com uma anisotropia moderada, pode ser compreendida assumindo um desenvolvimento de correlações supercondutoras no regime da quantização de Landau [52]. Este possível cenário implica que a inter-relação entre as correlações supercondutoras e QHE está governada por uma força de acoplamento interplanar. A universalidade do expoente crítico $\kappa = 1/\nu z \sim 0.45$ sugere que as transformações metal-isolante e isolante-

metal reportadas neste trabalho pertencem à mesma classe de universalidade. Os resultados indicam que isto deve envolver ambas, a transição metal de Bose (ou supercondutor) - isolante excitônico e as transições entre os platôs Hall quânticos (QH). Os estudos teóricos recentes [267] indicam que ambas as transições, tanto QH como supercondutor-isolante (SIT), podem ser compreendidas dentro de uma representação de percolação quântica, que produz o expoente crítico $\nu \approx 2.4 (\kappa \approx 0.42)$ [267], estando em boa concordância com os resultados reportados nesta tese, quando os efeitos de dissipação sobre ambas as transições SIT e QH são levados em conta [229].

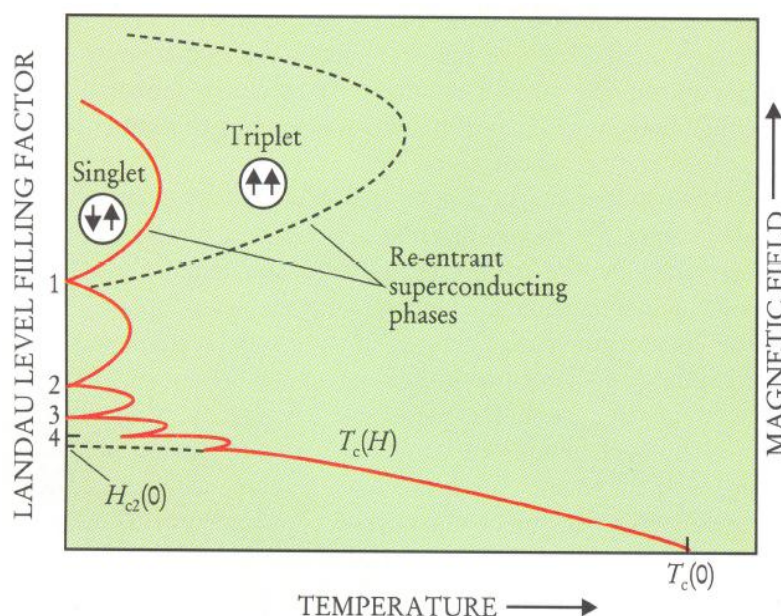


Figura 4.3.22: A supercondutividade reentrante pode ocorrer em campos magnéticos bem acima do campo crítico, devido a que a quantização de Landau aumenta a densidade de estados no nível de Fermi e favorece a formação de pares de Cooper supercondutores. Tal supercondutividade reentrante pode ser revelada nas oscilações da temperatura crítica T_c como uma função do campo magnético aplicado. Acima de um certo campo todos os elétrons se tornam spin-polarizados, destruindo os pares de Cooper singlete. Entretanto, os pares de Cooper tripleto podem sobreviver em campos ainda maiores [268].

Por outro lado, de acordo com os resultados da referência [164], tem sido sugerido que o estado reentrante metálico em ambas as amostras (HOPG e Kish) pode ser causado por um mecanismo comum, relacionado à formação de pares de Cooper. O aparecimento ou reaparecimento de correlações supercondutoras no regime da quantização de Landau

foram previstos por diversos grupos teóricos [268, 269]. De acordo com esta teoria, as correlações supercondutoras num campo quantizado resultam de um aumento da densidade de estados $N_1(0)$ unidimensional (1D) no nível de Fermi. No limite quântico ($B > B_{QL}$) a temperatura crítica supercondutora $T_{SC}(B)$ para um sistema 3D é dada pela equação [268] :

$$T_{SC}(B) = 1.14\Omega \exp[-2\pi l^2 / N_1(0)V], \quad (4.2)$$

em que $2\pi l^2 / N_1(0) \sim 1/B^2$, $l = (\hbar c / eB)^{1/2}$, V é o potencial da interação atrativa BCS, e Ω é a energia de corte em V (no caso 2D, $T_{SC}(B)$ aumenta linearmente com o campo [269-271]). O aumento de $T_{max}(B)$ com o campo em bismuto (veja figura 4.3.6) concorda qualitativamente com a equação (4.2) e as previsões para um sistema 2D [269-271]. A teoria prediz um comportamento oscilatório de $T_{SC}(B)$ em $B < B_{QL}$ (veja fig.4.3.22 e 4.3.23), ou seja,

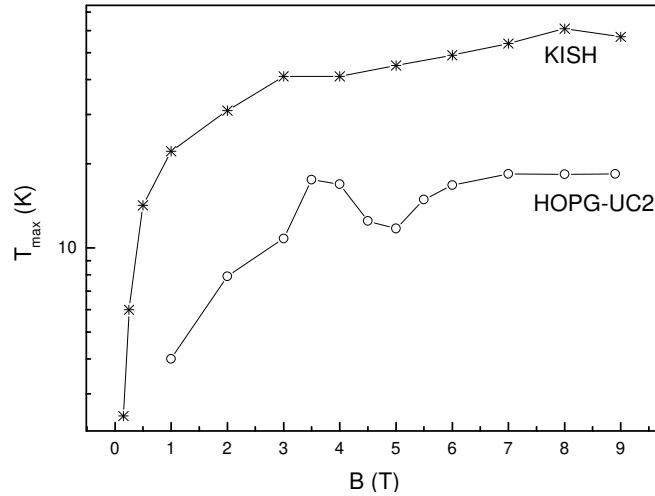


Figura 4.3.23: Semelhante ao bismuto (ver fig. 4.3.6), $T_{max}(B)$ da amostra grafite Kish tem um comportamento monotônico, enquanto a grafite HOPG-UC2 oscila.

com o aumento do número de níveis de Landau ocupados; de fato, um $T_{max}(B)$ não monotônico é observado para as amostras quase-2D de HOPG em $B < 4T$ [52]. A ausência

de oscilações pronunciadas em $T_{\max}(B)$ vs B na grafite Kish pode ser compreendida tomando em conta sua baixa anisotropia. Num caso (quase-) bidimensional a densidade de estados $N_1(0)$ é um conjunto de funções delta (alargadas pela desordem térmica), correspondentes aos diferentes níveis de Landau e, portanto, $T_{\max}(B)$ pode oscilar com o campo, como observado na grafite HOPG. O $T_{\max}(9T) = 62K$, obtido para grafite Kish, é muito superior que o $T_{\max}(9T) = 11K$ medido para a amostra HOPG-UC fortemente anisotrópica. Este fato pode ser entendido levando em conta as flutuações térmicas ou quânticas [268, 269], que são mais fortes em sistemas 2D e, portanto, pode, efetivamente, reduzir $T_{\max}(B)$ (ou seja, $T_{SC}(B)$). Segundo a teoria, abaixo de $T_{SC}(B)$ e para amostras 3D, a resistência ao longo do campo aplicado se anula e a resistência perpendicular à direção do campo mostra uma queda [268, 269]. Em grafite, entretanto, ambas as resistências (do plano basal e ao longo do *eixo-c*) ficam finitas, implicando a ocorrência de correlações supercondutoras sem coerência de fase macroscópica.

O mesmo modelo de correlações supercondutoras induzidas pela quantização dos níveis de Landau pode ser aplicado para o caso do bismuto, já que os sinais de quantização são manifestados através das oscilações Shubnikov-de Haas (mostrados na figura 4.3.3 e 4.3.4) e de Haas-van Alphen (figura 4.3.5).

Em resumo, nossos resultados sobre possíveis transições de fase quânticas que governam a física de grafite e bismuto numa faixa ampla de temperatura e campos magnéticos aplicados nos dão:

- de acordo com os resultados acima e as prévias publicações [167, 168], concluímos que o comportamento crítico quântico em bismuto e grafite em campos baixos pode estar governado por correlações supercondutoras e excitônicas, que competem na fronteira da transição e podem se sobrepor umas às outras;
- uma nova evidência experimental que é obtida para o estado Bose metálico, no qual desempenham importante papel tanto as correlações supercondutoras quanto as excitônicas;
- a existência de um acoplamento íntimo entre as transições reentrante isolante – metal nas amostras com uma anisotropia moderada e as transições Hall quânticas medidas em grafite (quase-2D) fortemente anisotrópico.

A seguir mostramos nossos resultados das medidas do efeito Hall, que provêem uma evidência adicional de correlações excitônicas em grafite e bismuto.

4.4 Efeito Hall Anômalo em Grafite e Bismuto

Nesta seção, apresentamos nossos resultados das medidas do efeito Hall, que provêm uma evidência adicional para a ocorrência de correlações excitônicas em grafite e bismuto. Este é o efeito Hall anômalo (AHE) e sua origem é atribuída a correlações ferromagnéticas ou à magnetização paramagnética, induzidas pelo campo magnético.

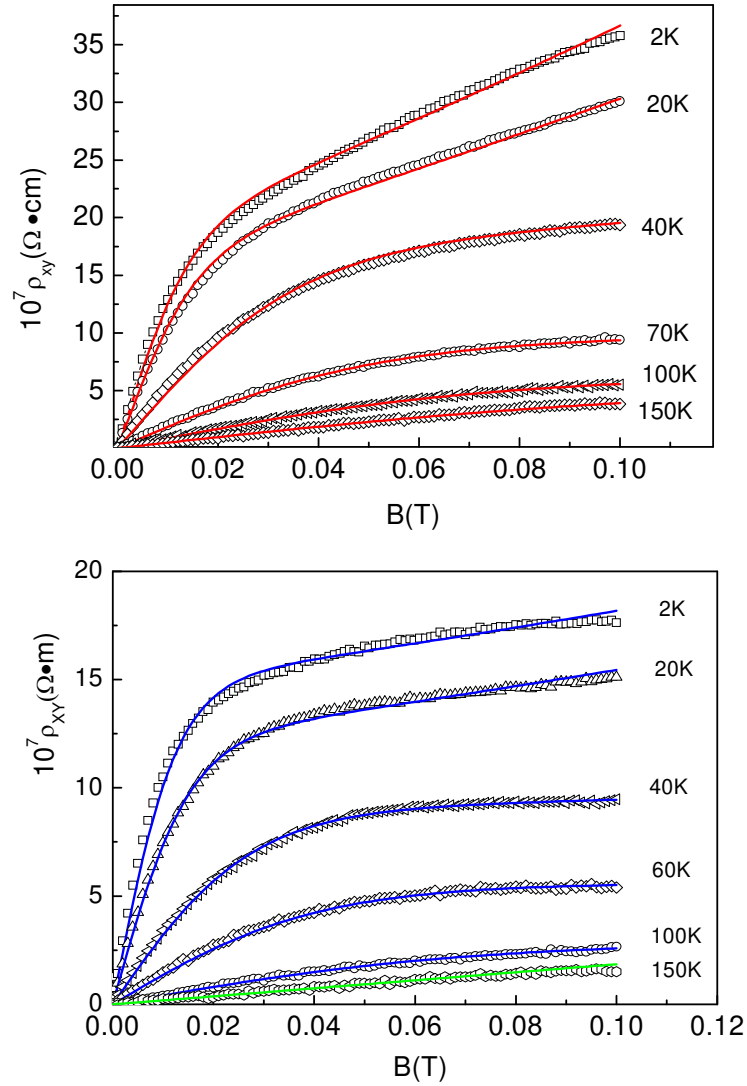


Figura 4.4.1: $\rho_{xy}(B)$ resistividade Hall para as amostras de grafite, a) HOPG-A e b) e para HOPG-C.

A figura 4.4.1 mostra a resistividade Hall $\rho_{xy}(B)$ medida nas amostras HOPG-A e HOPG-C numa faixa de temperatura de $2K \leq T \leq 150K$ e um intervalo de campo

magnético $0 \leq B \leq 0.1T$. Nós observamos que os resultados das medidas de $\rho_{xy}(B)$ para a amostra HOPG-C, em campos suficientemente baixos, é uma função não linear do campo magnético B numa faixa de temperatura $2K \leq T \leq 100K$, mas, acima de $150K$, torna-se linear. As linhas sólidas contínuas, (azuis) correspondem aos ajustes com a equação 4.3, empírica:

$$\rho_{xy}(B) = C_1 \tanh(\mu B/T) + C_2 B^n, \quad (4.3)$$

para $-\rho_{xy}(B)$, com os seguintes parâmetros: $10^7 C_1 [\Omega m] = 4.8, 4.72, 4.3, 3.6$, $10^7 C_2 [\Omega m T^{-n}] = 35, 29.6, 26, 21.3$, $\mu [K/T] = 520, 522, 545, 526$ e com os expoentes $n = 1.4, 1.6, 1.8, 2.2$, para $T = 2, 20, 40, 60, 100$ respectivamente. A linha verde corresponde a um ajuste linear dos dados obtidos em $T=150K$, para $-\rho_{xy}(B) = C_2 B$ com $C_2 = 8.8 \Omega m T^{-1}$.

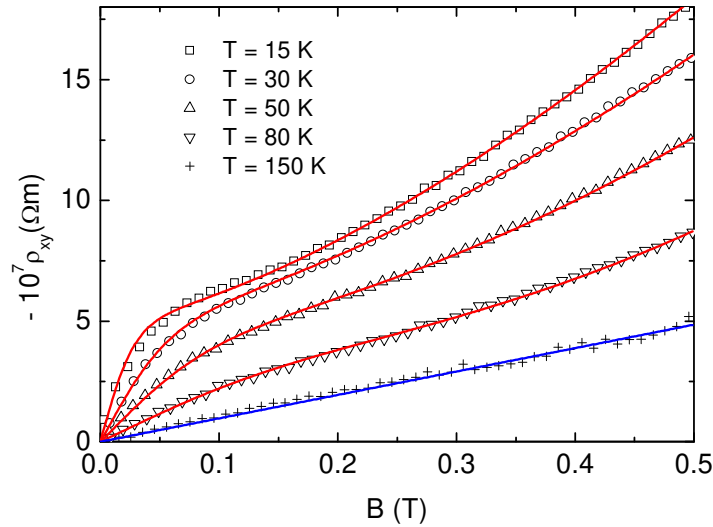


Figura 4.4.2: Isotermas da resistividade Hall $-\rho_{xy}(B)$, obtidas para a amostra HOPG-A. As linhas contínuas correspondem à Eq. (4.3) com os seguintes parâmetros: $10^7 C_1 [\Omega m] = 4.95, 4.9, 4.3, 3.5$; $10^7 C_2 [\Omega m T^{-n}] = 38, 31.5, 27, 22.5$; $\mu [K/T] = 535, 530, 560, 530$; $n = 1.5, 1.5, 1.7, 2.1$, para $T = 15, 30, 50, 80K$, respectivamente; a linha azul corresponde a um ajuste linear dos dados obtidos em $T = 150K$; $-\rho_{xy}(B) = aB$ com $a = 9.7 \Omega m T^{-1}$.

A figura 4.4.2 apresenta uma seleção de isotermas da resistividade Hall $\rho_{xy}(B)$, medidas para a amostra HOPG-A num intervalo de campo magnético $0 \leq B \leq 0.5T$. Esta figura demonstra que, em temperaturas suficientes baixas (abaixo de 150K), a resistividade Hall $\rho_{xy}(B)$ também é uma função não linear, que pode ser mais bem aproximada pela equação 4.3 (linhas contínuas vermelhas): onde C_1 , C_2 e μ são parâmetros de ajuste, e $n \geq 1$. Entretanto, quando a temperatura cresce, $\rho_{xy}(B)$ se torna linear (para $T \geq 150$), o usual comportamento para muito materiais normais (não magnéticos).

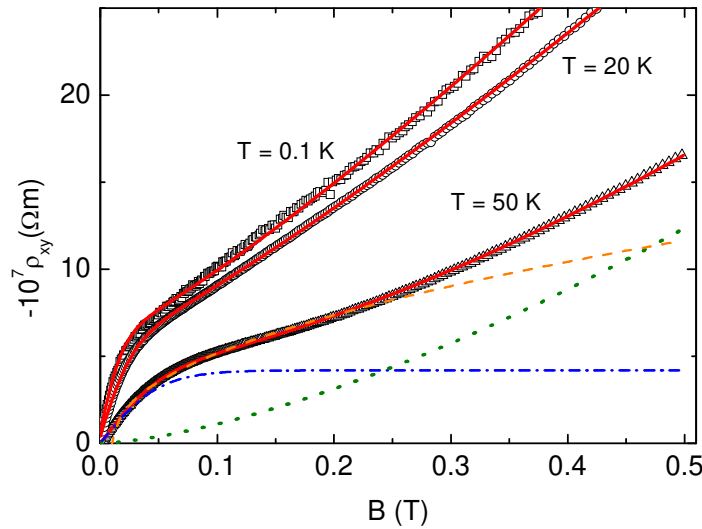


Figura 4.4.3: Isotermas da resistividade Hall $-\rho_{xy}(B)$, obtidas para a amostra HOPG-B para temperaturas $T = 0.1, 20, 50K$. As linhas sólidas correspondem à Eq. (4.3) com os seguintes parâmetros: $10^7 C_1[\Omega m] = 6, 5.5, 4.2$; $10^7 C_2[\Omega m T^{-n}] = 61, 53, 35$; $\mu[K/T] = 5, 700, 1000$ e $n = 1.2, 1.1, 1.5$; para $T = 0.1, 20, 50K$, respectivamente. As linhas de forma tracejada-pontos (azul) e pontilhada (verde) correspondem ao primeiro e segundo termo na Eq. (4.3), respectivamente ($T = 50K$). A linha tracejada (laranja) corresponde à relação $\Delta_{EI} \sim [(1 - (B_c/B)^2)]^{1/2}$ (4.7), assumindo $-\rho_{xy}(B) \sim \Delta_{EI}(B)$; o melhor ajuste dá $B_c = 0.01T$.

A figura 4.4.3 provê evidências de que a equação (4.3) descreve perfeitamente $\rho_{xy}(B)$ obtida para a amostra HOPG-B, mesmo para uma temperatura $T = 100$ mK. Esta figura ilustra que o primeiro termo na equação (4.3) domina sobre o segundo no limite de

campo baixo. Por exemplo, para $B = 0.03\text{T}$ e $T = 50\text{K}$, a razão $C_1 \tanh(\mu B / T) / C_2 B^n \approx 13$. As linhas de forma tracejada-pontos (cor azul) e pontilhada (cor verde) correspondem ao primeiro e segundo termos na equação (4.3), respectivamente, para uma temperatura $T = 50\text{K}$. A linha tracejada (cor laranja) corresponde à relação $\Delta_{EI} \sim [(1 - (B_c / B)^2)]^{1/2}$ da equação (4.7) assumindo $-\rho_{xy}(B) \sim \Delta_{EI}(B)$, com um campo crítico $B_c = 0.01\text{T}$, que dá o melhor ajuste.

A dependência obtida de ρ_{xy} vs. B em campos baixos concorda com a forma funcional predita para o gap excitônico $\Delta_{EI} \equiv \Delta$, induzido pelo campo magnético [169,170].

$$\Delta \approx \frac{\sqrt{B}}{4\pi N} \ln \frac{\sqrt{B}}{\max[\sqrt{B} / gN(T\sqrt{B})^{1/2}]} \tanh \frac{\Delta(B, T)}{2T}, \quad (4.4)$$

ou em [172]:

$$\Delta = \frac{2T_c \sinh \frac{\Delta(\nu_B)}{T}}{\cosh \frac{\Delta(\nu_B)}{T} + \sqrt{1 + \nu_B^2 \sinh^2 \frac{\Delta(\nu_B)}{T}}}. \quad (4.5)$$

Aqui, $N = 2$ é o número de espécies de férmions, $g = \hbar e^2 / 2\pi\epsilon v_F$ é um parâmetro sem dimensões que caracteriza a intensidade da interação Coulombiana ($\epsilon \sim 3$ é a constante dielétrica e $v_F \sim 10^6 \text{ m/s}$ a velocidade de Fermi para grafite) e $\nu_B = 2\pi c n_{2D} / N_f |eB| = \frac{B_c}{B}$ é o fator de preenchimento, N_f é o número de espécies de férmions ($N_f = 2$ para grafite).

As equações (4.4) e (4.5) implicam na existência de um campo magnético crítico $B_c(T)$ para o gap excitônico [169,170]

$$\Delta \sim (B - B_c)^{1/2}, \quad (4.6)$$

ou [172]

$$\Delta \sim [(1 - (B_c / B)^2)]^{1/2}. \quad (4.7)$$

Embora os resultados experimentais [164] sejam consistentes com as predições, o campo crítico $B_c \approx 2.5T$ [172] difere do valor medido por duas ordens de magnitude [164, 52] (por exemplo, veja figura 1.4.9 do item 1.4). A discrepância pode ser compreendida supondo que a interação Coulombiana (g) conduz o sistema para muito próximo de uma instabilidade excitônica. Neste caso, o campo crítico B_c pode ser muito pequeno ou zero.

Assumindo a proporcionalidade entre o gap excitônico $\Delta_{EI}(B)$ e a resistividade Hall ρ_{xy} em campos baixos, nós encontramos (veja a Fig. 4.4.3) que $\rho_{xy}(B)$ pode ser bem aproximado pelas relações (4.6) ou (4.7), abaixo de $\sim 0.2T$. Isto é também instrutivo para verificar a dependência da temperatura de ρ_{xy} , num campo magnético constante.

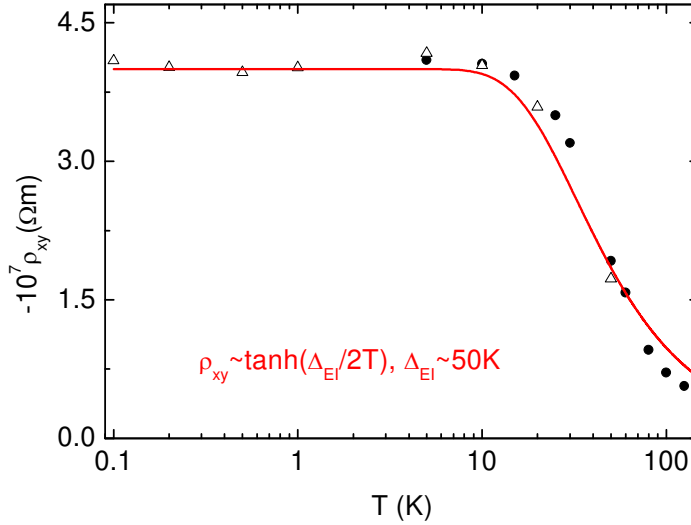


Figura 4.4.4: Dados da resistividade Hall $-\rho_{xy}(B)$ obtidos, por exemplo, para $B = 0.03T$, para a amostra HOPG-A1 (S1) (•) e para a amostra HOPG-B2 (Δ) ($-\rho_{xy}(T)/1.5$); a linha vermelha corresponde à equação $-\rho_{xy}(B) = A \tanh(G/T)$, onde $A = 4 \times 10^7 \Omega$ e $G = 25K$.

A figura 4.4.4 apresenta os dados de $\rho_{xy}(T)$ obtidos para as amostras HOPG-A e HOPG-B num campo magnético aplicado constante $B = 0.03T$. Esta figura demonstra que a resistividade Hall $\rho_{xy} \sim \tanh(G/T)$. Considerando $G \sim \Delta_{EI}(B)/2$, veja a equação (4.4), obtém-se $\Delta_{EI}(B = 0.03T) \approx 50K$. Isto implica que o gap excitônico $\Delta_{EI}(B)$ é de uma

magnitude comparável com a distância entre os níveis de Landau do espectro eletrônico tipo Dirac $E_n \sim \omega_L \sim (400[\text{K}]|n|B[T])^{1/2}$. É importante notar que o gap excitônico pode ser responsável pela perda da intensidade das oscilações Shubnikov-de Haas, revelada no sistema de quase-partículas de Dirac, na grafite [8].

A relação $\rho_{xy}(B) \sim \Delta_{EI}(B)$ pode ser entendida dentro da teoria de um estado isolante excitônico induzido por um campo magnético, que também prediz uma magnetização extra $M_{FM} \sim \Delta_{EI}(B)$ no grafeno/grafite dopado [169, 170]. Neste caso, a resistividade Hall pode ser representada pela soma de dois termos [272]

$$\rho_{xy} = \rho_{H0} + \rho_{AHE} = R_0 B + R_s \mu_0 M, \quad (4.8)$$

representando, respectivamente, as resistividades Hall devido aos efeitos Hall normal e anômalo, com R_0 o coeficiente Hall ordinário e R_s o extraordinário (anômalo). Quando o segundo termo domina (em campos baixos), $\rho_{xy} \approx \rho_{AHE} \sim M_{FM} \sim \Delta_{EI}(B)$, como nosso resultado experimental sugere.

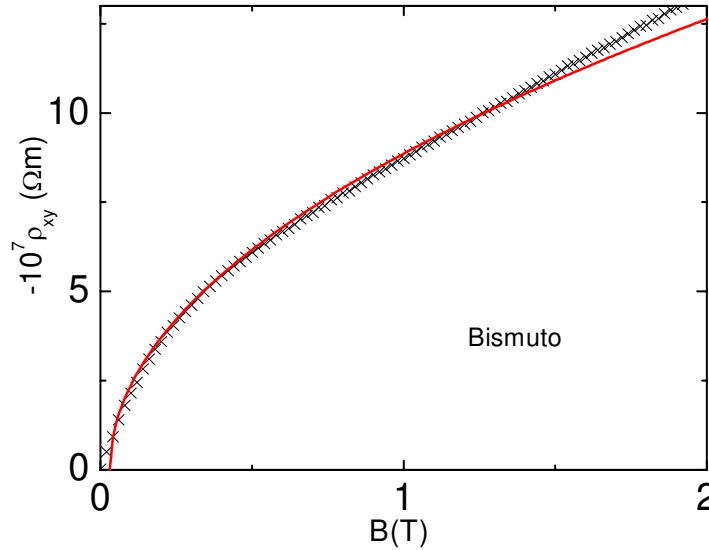


Figura 4.4.5: Mostra a resistividade $-\rho_{xy}(B)$ medida para a amostra de Bi-S1 em $T=200\text{K}$; a linha sólida corresponde à dependência de $-\rho_{xy}(B) \sim (B - B_{02})^{1/2}$ com $B_{02} = 0.03T$.

No caso do bismuto, a figura 4.4.5 mostra a resistividade $-\rho_{xy}(B)$ medida para a amostra de Bi-S1. O comportamento não linear de $\rho_{xy}(B)$ ocorre para $T \leq 200$ K . A linha sólida corresponde à dependência de $-\rho_H(B) \sim (B - B_c)^{1/2}$ com um campo crítico $B_c = 0.03T$.

Em campos baixos, $\rho_{xy}(B)$ pode ser muito bem descrita pela dependência de $\sim (B - B_c)^{1/2}$, (veja figura 4.3.2 e 4.3.3), também observada para um comportamento de um gap excitônico Δ_{EI} vs. B [169-170, 172]. É interessante notar que a proporcionalidade entre um *gap* de uma onda de densidade de spin (SDW) induzida por *nesting* e o coeficiente Hall $R_H = \rho_{xy}(B)/B$ tem sido obtida próximo aos pontos quânticos críticos (QCP) [273]. Os nossos dados sugerem que, em grafite e bismuto, $\rho_H(B) \sim \Delta_{EI}(B)$. A ocorrência de ferromagnetismo num estado isolante excitônico dopado [252] (veja também Refs. [274-276]) naturalmente explicaria o efeito Hall anômalo. Entretanto, devido ao diamagnetismo forte em ambos, Bi e grafite, e na ausência de histerese magnética (com $B//c$), uma detecção de M_{FM} por meio das medidas de magnetização pode ser uma tarefa difícil [201].

Os resultados apresentados nesta seção da tese sugerem que o campo magnético aplicado induz um estado excitônico magnético na grafite e bismuto, embora ainda não possa ser dada uma prova experimental conclusiva da magnetização extra, associada ao pareamento excitônico.

Capítulo V

Conclusões e Perspectivas

Em resumo, nossos resultados do QHE em grafite HOPG-UC com um grão de desordem menor exibem vários platôs e contradizem a teoria de A. B. Bernevig et al. que prevê a ocorrência de um único platô na condutividade Hall.

A quantização da condutância Hall reduzida $G_{xy}(\nu)/G_{0,xy}$ fornece uma contribuição a mais para a coexistência de dois tipos de portadores (normais e férmions de Dirac sem massa). Enquanto a existência de uma desordem fraca resulta na ocorrência de picos no lugar de platôs o que comprova a previsão feita teoricamente por Ando.

Nossos resultados sobre possíveis transições de fase quânticas que governam a física de grafite e bismuto numa faixa ampla de temperatura e campos magnéticos aplicados nos dão:

- de acordo com os resultados acima e as prévias publicações [167, 168], concluímos que o comportamento crítico quântico em bismuto e grafite em campos baixos pode estar governado por correlações supercondutoras e excitônicas, que competem na fronteira da transição e podem se sobrepor umas às outras;
- uma nova evidência experimental é obtida para o estado Bose metálico, no qual desempenha importante papel tanto as correlações supercondutoras quanto as excitônicas;
- a existência de um acoplamento íntimo entre as transições reentrante isolante – metal nas amostras com uma anisotropia moderada e as transições Hall quânticas medidas em grafite (quase-2D) fortemente anisotrópicas.

As informações experimentais apresentada sobre AHE nesta tese sugerem que o campo magnético aplicado induz um estado excitônico magnético na grafite e bismuto, embora ainda não possa ser dada uma prova experimental conclusiva da magnetização extra, associada ao pareamento excitônico.

Referências Bibliográficas

- [1] S. Cho, Y. Kim, A. J. Freeman, G. K. L. Wong, J. B. Ketterson et. al, Appl. Phys. Lett. **79**, 3651 (2001) (1er referências deles).
- [2] S. J. Williamson, S. Foner and M. S. Dresselhaus, Phys. Rev. B **30**, 7009 (1984).
- [3] G. E. Smith, G. A. Baraff and J. M. Rowell, Phys. Rev. **135**, A1118 (1964).
- [4] M. P. Vecchi, J. R. Pereira and M. S. Dresselhaus, Phys. Rev. B **14**, 298 (1976).
- [5] M. H. Cohen and E. I. Blount, Phil. Mag. **5**, 115 (1960).
- [6] M. H. Cohen, Phys. Rev. **121**, 387 (1961).
- [7] P. A. Wolff, J. Phys. Chem. Solids **25**, 1057 (1964).
- [8] I. A. Luk'yanchuk, Y. Kopelevich, Phys. Rev. Lett. **93**, 166402 (2004).
- [9] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, M. I. Katsnelson, I. V. Grigorieva, S. V. Dubonos, and A. A. Firsov, Nature (London) **438**, 197-200 (2005).
- [10] Y. Zhang, Y.-W. Tan, H. L. Stormer, and P. Kim, Nature (London) **438**, 201-204 (2005).
- [11] I. A. Lukyanchuk and Y. Kopelevich, Phys. Rev. Lett. **97**, 256801 (2006).
- [12] Neil W. Ashcroft and N. David Mermin, Solid State Physics, (1976).
- [13] R. Kubo, H. Hasegawa, and N. Hashitsume, in Solid State Phys, Academic Press, New York **17**, 269 (1965).
- [14] Y. Ohno, D.K. Young, B. Beschoten, F. Matsukura, H. Ohn and D.D. Awschalom, Nature **402**, 790 (1999).
- [15] D. Shiva, M. Yamanouchi, F. Matsukura, H. Ohno, Science **301**, 943 (2003).
- [16] C. M. Hurd, *The Hall Effect in Metals e Alloys*, Plenum, New York (1972).
- [17] R. Karplus an J. M. Luttinger, Phys. Rev. **95**, 1154 (1954).
- [18] A. Crépieux and P. Bruno, Phys. Rev. B **64**, 14416 (2001).
- [19] J. Smit, Physica (Amsterdam) **21**, 877(1955); **23**, 39 (1958). Frederik Wolff Fabri, Tese de Doutorado *“Efeito de ordenamento chiral em supercondutores e sistemas magnético desordenados”*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (novembro 2004).
- [20] J. M. Luttinger, Phys. Rev. **112**, 739 (1958).
- [21] L. Berger, Phys. Rev. **177**, 790 (1969).
- [22] V. K. Dugev, A. Creieux, and P. Bruno, Phys. Rev B **64**, 104411 (2001).

- [23] A.N. Voloshinskii, Phys. Met. Metal **18**, 13 (1964).
- [24] F.E. Maranzana, Phys. Rev. **160**, 421 (1967).
- [25] L. Berger, Phys. Rev. B **2**, 4559 (1970).
- [26] L. Berger and G. Bergmann, *The Hall Effect and its Applications*, edited by C. L. Chien and C. R. Westgate, Plenum, New York, p.55, (1980).
- [27] Ming-Che Chang and Q. Niu, Phys. Rev. B **53**, 7010 (1996); T. Jungwirth, et al. Phys. Rev. Lett. **88**, 207208 (2002).
- [28] G. Sundaram and Q. Niu, Phys. Rev. B **59**, 14915 (1999).
- [29] H. R. Trebin, U. Rossler, and R. Ranvaud, Phys. Rev. B **20**, 686 (1979).
- [30] V. K. Dugaev, P. Bruno, M. Taillefumier, B. Canals and C. Lacroix, Phys. Rev. B **71**, 224423(2005).
- [31] Q. Niu, D. J. Thouless, and Y. Wu, Phys. Rev. B **31**, 3372 (1985).
- [32] C.L. Chien and C. R. Westgate, *The Effect Hall and its Applications Plenum*, New York (1979).
- [33] J. Ye, Y. B. Kim, A. J. Millis, B. I. Shraimam, P. Mnadujar, and Z. Tezanovic, Phys. Rev. Lett. **83**, 3737 (1999).
- [34] H. J. Shultz, Phys. Ver. Lett. **65**, 2462 (1990).
- [35] L. B. Ioffe and A. I. Larkin, Phys. Rev. B **39**, 8988 (1989).
- [36] L. B. Ioffe, V. Kalmeyer, and P. B. Weigmann, Phys. Rev. B **43**, 1219 (1991).
- [37] P. Bruno, V. K. Dugaev, M. Taillefumier, B. Canals and C. Lacroix, Phys. Rev. Lett. **93**, 96806 (2004).
- [38] F. D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **93**, 206202 (2004).
- [39] G. Tatara and H. Kawamura, J. Phys. Soc. Jpn **71**, 2613 (2002).
- [40] H. Kawamura, Phys. Rev. Lett. **90**, 047202 (2003).
- [41] G. Tatara and H. Kohno, Phys. Rev. B **67**, 113316 (2003).
- [42] P. Pureur, F. Wolff Fabris, J. Schaf and I. A. Campbell, Europhysics Letters **67**, 123 (2004).
- [43] P. Pureur, F. Wolff Fabris, J. Schaf, V. N. Vieira and I. A. Campbell, arXiv:cond-mat/0501482v1(2005).
- [44] F. Wolff Fabris, P. Pureur, J. Schaf, V. N. Vieira and I. A. Campbell, Phys. Rev. B **74**, 214201 (2006).

- [45] J. J Rhyne, Phys. Rev. **172**, 523 (1968).
- [46] J. R. Cullen, J. J. Rhyne, and F. Mancini, J. Appl. Phys. **41**, 1178 (1970).
- [47] Dimitre Culeer, Allan MacDonald and Qian Niu, Phys. Rev. B **68**, 045327 (2003).
- [48] H. Beckmann and G. Bergmann, Phys. Rev. Lett. **83**, 2417 (1999).
- [49] John Cumings, L. S. Moore, H. T. Chou, K. C. Ku, G. Xiang, S. A. Crooker, N. Samarth, and D. Goldhaber-Gordon, Phys. Rev. Lett. **96**, 196404 (2006).
- [50] J. N. Chazalviel and I. Solomon, Phys. Rev. Lett. **29**, 1676 (1972).
- [51] G. Kotliar, A. Sengupta and C. M. Varma, Phys. Rev. B **53**, 3573 (1996).
- [52] Y. Kopelevich, J. H. S. Torres, R. R. da Silva, F. Mrowka, H. Kempa, and P. Esquinazi, Phys. Rev. Lett. **90**, 156402 (2003).
- [53] R. Ocaña, P. Esquinazi, J. H. S. Torres and Y. Kopelevich, Phys. Rev. B **68**, 165408 (2003).
- [54] L. D. Landau, Z. Phys. **64**, 629 (1930).
- [55] L. D. Landau, *Quantum Mechanic* **3** (1989).
- [56] R. B. Laughlin, Science **113**, 22 (1982).
- [57] L. B. Ioffe, A. I. Larkin, Sov. Phys. JETP **54**, 556 (1981).
- [58] T. Ando, Y. Uemura, J. Phys. Soc. Jpn. **36**, 959 (1974).
- [59] T. Ando, J. Phys. Soc. Jpn. **52**, 1740 (1983).
- [60] H. Aoki, T. Ando, Phys. Rev. Lett **54**, 831 (1985).
- [61] W. J. de Haas, P. M. van Alphen, Leiden Commun A **212**, p. 215 (1930).
- [62] I. M. Lifshitz and A. M. Kosevich, Zh. Ekzp. Teor. Fiz. **29**, 739 (1956). [Sov Phys. JETP **2**, 636 (1956)].
- [63] L. Onsager, Phil. Mag. **43**, p.1006 (1952).
- [64] G. P. Mikitik and Y. V. Sharlay, Phys. Rev. Lett. **82**, 2147-2150 (1999).
- [65] D. Shoenberg, Philosophical Transactions of Roy. Soc. Of London **245**, N891 (1952).
- [66] D. Shoenberg, Philosophical Transactions of Roy. Soc. Of London **245**, N1052 (1962).
- [67] D. Shoenberg, Proc. of the Royal Soc. of London **79**, N 507 (1962).
- [68] D. Shoenberg, Proc. of the Royal Soc. of London **379**, N 1776 (1982).
- [69] D. Shoenberg, J. Phys. F: Met. Phys. **18**, 49 (1988).
- [70] A. A. Abrikosov, *Fundamental of the theory of metals*, North- Holland (1988).

- [71] I. M. Lifshitz, M. Ya. Azbel, and I. M. Kaganov, *Electron theory of metals*, Consultants Bureau, New York (1973).
- [72] D. Shoenberg “*Magnetic oscillations in metals*”, Cambridge University Press (1984).
- [73] D. Shoenberg, J. Low Temp. Phys **56**, 417 (1984).
- [74] T. Champel and V. P. Mineev, Philos. Mag. B **81**, 55 (2001).
- [75] T. Champel , Phys. Rev. B **64**, 054407 (2001).
- [76] S. A. J. Wieggers, M. Spec, L. P. Levy et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 3238 (1997).
- [77] S. G. Sahrapov, V. P. Gusynin, and H. Beck, Phys. Rev. B **69**, 075104 (2004).
- [78] E. N. Adams, T. D. Holstein, J. Phys. A. Chem. Solids **10**, 254 (1959).
- [79] A. A. Abrikosov, Zh. Ex. Teor. Fiz. **56**, 1391 (1969).
- [80] V. A. Kubalshinskii et. al, Phys. Rev. B **51**, 100313 (1995).
- [81] Laura M. Roth and Petros N. Argyres, *Semiconductors and Semimetals*, **1**, 159 (1966).
- [82] P. D. Grigorev, M. V. Karzovnik, W. Biberacher, N. D. Kushch, P. Wider, Phys. Rev. B **65**, 60403 (2002).
- [83] N. Harrison et. al., Phys. Rev. B **54**, 9977 (1996).
- [84] A. E. Datars and J. E. Slupe, Phys. Rev. B **51**, 4312 (1995).
- [85] P. Moses and R. H. McKenzie, Phys. Rev. B **60**, 7998 (1999).
- [86] V. M. Gvozdikov, Sov. J. Low Temp. Phys. **27**, 704 (2001).
- [87] A. P. McKenzie et. al., Phys. Rev. Lett. **76**, 3786 (1996).
- [88] C. Bergemann et. al., Phys. Rev. Lett. **84**, 2662 (2000).
- [89] H. Weiss et al. et. al., Phys. Rev. B. **60**, R16 259 (1999).
- [90] K. V. Klitzing and G. Dorda and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980); K. V. Klitzing, *Novel Lecture* 12, 9 (1985).
- [91] Tapash Chakraborty, Pekka Pietilainen, The Quantum Hall Effects, Integral and Fractional, Springer Series in Solid-State Sciences, **85** (1995); D.C. Tsui et. al., Phys. Rev. B **48**, 1559 (1982).
- [92] Lee P. A. and Ramakrishnan T. V., Rev. Mod. Phys. **57**, 287 (1985).
- [93] Sondhi S. L., Girvin S. M., Carini. J. P., and Shahar D., Rev. Mod. Phys. Colloq. **69**, 315 (1997).
- [94] Bergmann G., Phys. Rep. **107**, 1-58 (1984).
- [95] R. E. Prange, Phys. Rev. B **23**, 402 (1981).

- [96] R. B. Laughlin, Phys. Rev. B **23**, 5632 (1981).
- [97] J. Avron, R. Seiler, and B. Simon, Comm. Math. Phys. **159**, 399 (1994).
- [98] D. J. Thouless, M. Khmoto, M. P. Nightingale, and M. den Nijs, Phys. Rev. Lett. **49**, 405 (1982).
- [99] H. Kunz, Comm. Math. Phys. **112**, 121 (1987).
- [100] J. Bellisar, A. van Elst, and H. Schulz-Baldes, J. Math. Phys. **177**, 603 (1996).
- [101] M. Azeinman and G. M. Graf, J. Phys. A: Math. Gen **31**, 6783 (1998).
- [102] B. I. Halperin, Phys. Rev. B **25**, 2185 (1982).
- [103] R. B. Laughlin, Springer Series in Solid State Sciencies **53** (Springer-Verlag) (1984).
- [104] B. Huckestein, Rev. Mod. Phys. **67** (1995).
- [105] J. P. Chalker and P. D. Coddington, J. Phys. C. Collq. **21**, 2665(1998); Lee D.H et. al., Phys. Rev. Lett. **70**, 4130 (1993).
- [106] Y. Huo and R. N. Bhatt, Phys. Rev. Lett. **68**, 1375 (1992); Y. Huo et. al., Phys. Rev. Lett. **70**, 481 (1990).
- [107] Das Sarma and A. Pinczuk, Wiley, *Perspectives in Quantum Hall Effect*, New York, (1997).
- [108] H. P. Wei, D. C. Tsui et. al. Phys. Rev. Lett **61**, 1294 (1998); H. P. Wei et. al., Phys. Rev. B **45**, 3926 (1992).
- [109] D. Shahar, et. al., Solid State Comm. **107**, 19 (1998).
- [110] L. D. Landau, and E. M. Lifschiz, *Quantum Mechamics* (Non –relativistic theory), Butterworth-Heinemann (1981).
- [111] E. M. Lifschiz, and L. P. Pitaevskii and V. B. Berestetskii, *Quantum Electrodinamics*, Butterworth-Heinemann, Oxford (1982)
- [112] G. P. M. Gusynin and S. G. Sharapov, Phys. Rev. Lett. **95**, 146801 (2005).
- [113] N. M. R. Pere, F. Guinea, and A. H. C. Neto, Phys. Rev. B **73**, 125, 411 (2006).
- [114] S. Y. Zhou, G. H. Gweon, and A. Lanzara, Ann. Phys. (N.Y) **321**, 1730 (2006).
- [115] S. Y. Zhou et. al Nature Phys. **2**, 595 (2006).
- [116] K. S. Novoselov, et. al., Sciencie **306**, 66 (2004).
- [117] C. Berger et. al., J. Phys. Chem. B **108**, 19912 (2004).
- [118] Y. Zhang, J. P. Small, W. V. Pontius, and P. Kim, Phys. Rev. Lett. **86**, 073104 (2005).

- [119] Y. Zhang, J. P. Small, E. S. Amori, and P. Kim, Phys. Rev. Lett. **94**, 176803 (2005).
- [120] J. S. Bunch, Y. Yaish, M. Brink, K. Bolotin, and P. L. McEuen, Nano Lett. **5**, 287 (2005).
- [121] F. D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **61**, 20015 (1988).
- [122] Y. Zheng and T. Ando, Phys. Rev. B **65**, 245420 (2002).
- [123] Z. Fang et. al, Science **302**, 92 (2003).
- [124] T. Ando, T. Nakaishi and R. Saito, J. Phys. Soc. Jpn. **67**, 2857 (1998).
- [125] P. L. McEuen, M. Bockrath, D. H. Cobden, Y. Yoon and S. G. Louie, Phys. Rev. Lett. **83**, 5098 (1999).
- [126] E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello and T. V. Ramakrishnan, Phys. Rev. Lett. **42**, 673 (1979); Torres, Jose Henrique Spahn, *Comportamento de vortices em cupratos supercondutores e transição tipo supercondutor-isolante em grafite* 2002 Tese (Doutorado) - Instituto de Fisica Gleb Wataghin, Universidade Estadual de Campinas.
- [127] B. L. Altshuler, A. G. Aronov and P. A. Lee, Phys. Rev. Lett. **44**, 1288 (1980).
- [128] G. J. Dolan and D. D. Osheroff, Phys. Rev. Lett. **43**, 721 (1979).
- [129] D. J. Bishop, D. C. Tsui and R. C. Dynes, Phys. Rev. Lett. **44**, 1153 (1980).
- [130] M. J. Uren, R. A. Davies and M. Pepper, J. Phys. C **13**, L985 (1980).
- [131] A. Gold, Phys. Rev. B **44**, 8818 (1991).
- [132] S. V. Kravchenko, W. E. Mason, G. E. Bowker, J. E. Furneaux, V. M. Pudalov and M. D'Iorio, Phys. Rev. B **51**, 7038 (1995).
- [133] D. Simonian, S. V. Kravchenko, M. P. Sarachik and V. M. Pudalov, Phys. Rev. Lett. **79**, 2304 (1997).
- [134] S. V. Kravchenko, G. V. Kravchenko, J. E. Furneaux, V. M. Pudalov and M. D'Iorio, Phys. Rev. B **50**, 8039 (1994).
- [135] S. V. Kravchenko, D. Simonian, M. P. Sarachik, W. E. Mason and J. E. Furneaux, Phys. Rev. Lett. **77**, 4938 (1996).
- [136] S. V. Kravchenko, D. Simonian, M. P. Sarachik, A. D. Kent and V. M. Pudalov, Phys. Rev. B **58**, 3553 (1998).
- [137] S. V. Kravchenko, D. Simonian, K. Mertes, M. P. Sarachik and T. M. Klapwijk, Phys. Rev. B **59**, 12740 (1999).
- [138] S. V. Kravchenko and T. M. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **84**, 2909 (2000).

- [139] Y. Hanein, U. Meirav, D. Shabar, C. C. Li, D. C. Tsui and H. Shtrikman, Phys. Rev. Lett. **80**, 1288 (1998).
- [140] M. Y. Simmons, A. R. Hamilton, M. Pepper, E. H. Linfield, P. D. Rose, D. A. Ritchie, A. K. Savchenko and T. G. Griffiths, Phys. Rev. Lett. **80**, 1292 (1998).
- [141] P. Ohillips, Y. Wan, I. Martin, S. Knysh and D. Dalidovich, Nature **395**, 253 (1998).
- [142] A. M. Goldman and N. Markovic, Physics Today **51 (11)**, 39 (1998).
- [143] P. W. Anderson, Physical Review **109**, 1492 (1958).
- [144] B. G. Orr, H. M. Jaeger and A. M. Goldman, Phys. Rev. B **32**, 7586 (1985).
- [145] B. G. Orr, H. M. Jaeger, A. M. Goldman and C. G. Kuper, Phys. Rev. Lett. **56**, 378 (1986).
- [146] H. M. Jaeger, D. B. Haviland and A. M. Goldman, Phys. Rev. B **34**, 4920 (1986).
- [147] D. B. Halivand, Y. Liu and A. M. Goldman, Phys. Rev. Lett. **62**, 2180 (1989).
- [148] H. M. Jaeger, D. B. Halivand, B. G. Orr, A. M. Goldman, Phys. Rev. B **40**, 182 (1989).
- [149] N. Markovic, C. Christiansen and A. M. Goldman, Phys. Rev. Lett. **81**, 5217 (1998).
- [150] A. F. Hebard and M. A. Paalanen, Phys. Rev. Lett. **65**, 927 (1990).
- [151] M. A. Paalanen, A. F. Hebard and R. R. Ruel, Phys. Rev. Lett. **69**, 1604 (1992).
- [152] A. Yazdani and A. Kapitulnik, Phys. Rev. Lett. **74**, 3037 (1995).
- [153] G. T. Seidler, T. F. Rosenbaum and B. W. Veal, Phys. Rev. B **45**, 10162 (1992).
- [154] H. S. J. van der Zant, F. C. Fritschy, W. J. Elion, L. J. Geerligs and J. E. Mooij, Phys. Rev. Lett. **69**, 2971 (1992).
- [155] M. P. A. Fisher, G. Grinstein and S. M. Girvin, Phys. Rev. Lett. **64**, 587 (1990); M. P. A. Fisher, P. B. Weichman, G. Grinstein and D. S. Fisher, Phys. Rev. B **40**, 546 (1989).
- [156] M. P. A. Fisher, Phys. Rev. Lett. **65**, 923 (1990).
- [157] S. M. Girvin, Science **274**, 524 (1996).
- [158] N. Mason and A. Kapitulnik, Phys. Rev. Lett. **82**, 5341 (1999).
- [159] M. Cha, M. P. A. Fisher, S. M. Girvin, M. Wallin and A. P. Young, Phys. Rev. B **44**, 6883 (1991).
- [160] Y. Liu, A. McGreer, B. Nease, D. B. Haviland, G. Martinez, J. W. Halley and A. M. Goldman, Phys. Rev. Lett. **67**, 2068 (1991).

- [161] P. Phillips, S. Sachdev, S. Kravchenko and A. Yazdani, Proc. Natl. Acad. Sci. **96**, 9983 (1999).
- [162] D. Das and S. Doniach, Phys. Rev. B **60**, 1261 (1999).
- [163] D. Das and S. Doniach Phys. Rev. B **64**, 134511(2001).
- [164] Y. Kopelevich, V. V. Lemanov, Sergio Moehlecke and J. H. S. Torres, Physics of the Solid State **41**, 1959 (1999).
- [165] H. Kempa, Y. Kopelevich, F. Mowkra, A. Setzer, J. H. S. Torres, R. Höhme, Solid State Communication **115**, 539 (2000).
- [166] H. Kempa, H. C. Semmehack, P. Esquinazi, Y. Kopelevich, Solid State Comm. **125**, 1 (2003).
- [167] Y. Kopelevich, P. Esquinazi, J. H. S. Torres, R. R. da Silva and H. Kempa, Adv. Solid State Phys. **43**, 207 (2003).
- [168] Y. Kopelevich, P. Esquinazi, J. H. S. Torres, R. R. da Silva, H. Kempa, H. Kempa, F. Mrowka and R. Ocaña., Studies of High Temperature Superconductors, Vol. **45**, p.59, Nova Science Publishing, Inc.(2003).
- [169] D. V. Khveshchenko, Phys. Rev. Lett. **87**, 206401 (2001).
- [170] D. V. Khveshchenko, Phys. Rev. Lett. **87**, 246802 (2001).
- [171] J. González, F. Guinea and M. A. H. Vozmediano, Phys. Rev. B **63**, 134421 (2001).
- [172] E. V. Gorbar, V. P. Gusynin, V. A. Miransky and I. A. Shovkovy, Phys. Rev. B **66**, 045108 (2002).
- [173] G. Baskaran and S. A. Jafari, Phys. Rev. Lett. **89**, 016402 (2002).
- [174] E. Fradkin, *Field Theories of Condensed Matter Systems*, Addison-Wesley, Redwood City, CA (1991).
- [175] G. W. Semenoff, Phys. Rev. Lett., **53**, 2449 (1984).
- [176] Y. Kopelevich, F. Ciovacco, P. Esquinazi and M. Lorenz, Phys. Rev. Lett. **80**, 4048 (1998).
- [177] L. J. Van der Pauw, Philips Technical Review **20**, 220 (1958/59).
- [178] L. J. Van der Pauw, Philips Research Report **13**, 220 (1958/59).
- [179] L. Onsager, Phys. Rev. **37**, 405 (1931).
- [180] Y. Kopelevich, V. V. Makarov and L. M. Sapozhnikova, Sov. Phys. Solid State **26**, 1607 (1984).

- [181] O. M. Corbino, *Nuovo Cimento* **1**, 397 (1911).
- [182] John David Jackson, *Classical Electrodynamics*, New York (1998).
- [183] R. Saito, G. Dresselhaus and M. S. Dresselhaus, *Phisycal Properties of Carbon Nanotubes*, Published by Imperial College Press (1999).
- [184] M. S. Dresselhaus, G. Dresselhaus, K. Sugihara, I. L. Spain and H. A. Golrdberg. *Graphite Fibers and Filaments* , Springer-Verlag, Berlin (1998).
- [185] Peter F. J. Harris, *Carbon Nanotubes and related Structures*, Cambridge, University Press (1999).
- [186] W. N. Relnolds, *Phisycal Properties of Graphite*, Elsevier Publishing Co. Ltd., Amsterdam (1968).
- [187] M. S. Dresselhaus and G. Dresselhaus, *Adv. Phys.* **30**, 139 (1981).
- [188] W. W. Toy and M.S. Dresselhaus, G. Dresselhaus, *Phy. Rev. B* **15**, 4077 (1977).
- [189] J. Gonzáles, F. Guinea and M. A. H. Vozmediano, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3589 (1996).
- [190] A. A. Abrikosov, *Phys. Rev. B* **60**, 4231 (1999).
- [191] J. C. Slonczewski and P. R. Weiss, *Phys. Rev.* **109**, 272 (1958).
- [192] J. W. McClure, *Phys. Rev.* **108**, 612 (1957); *Phys. Rev.* **119**, 606 (1960).
- [193] R. R. Haering and P. R. Wallace, *J. Phys. Chem. Solids*, **3**, 253 (1957).
- [194] N. B. Brandt, S.M. Chudimov, and Ya. G. Ponomariov, *Semimetals I. Graphite and its Compounds*, Elsevier, Amsterdam (1988).
- [195] D. E. Soule, J. W. McClure, and L. B. Smith, *Phys. Rev.* **134**, A 453 (1964).
- [196] S. J. Williamson, S. Foner, and M. S. Dresselhaus, *Phys. Rev.* **140**, A 1429 (1965).
- [197] B. T. Kelly, *Physics of Graphite*, Applied Sciencie Publishers, London (1981).
- [198] M. Hike et. al., *Phys. Rev. B* **62**, 6940 (2000).
- [199] J. W. McClure, *Phys. Rev.* **104**, 666 (1956).
- [200] J. Heremans et. al., *Phys. Rev. B* **49**, 15122 (1994).
- [201] Y. Kopelevich et al., *J. of Low Temp. Phys.* **119**, 691 (2000).
- [202] P. Ezquinazi, A. Setzer, R. Höhme, C. Semmelhack, Y. Kopelevich, D. Spemann, T. Butz, B. Kohlstrunk, and M. Lösche, *Phys. Rev. B*, **66**, 024429 (2002).
- [203] Y. Kopelevich and P. Esquinazi, *J. of Low Temp. Phys.* **146**, 629 (2007), arXiv:cond-mat/0609497 v1(2006).

- [204] N. B. Brandt, A. S. Kotosonov, S. V. Kuvshinnikov, and M. V. Semenov, Sov. Phys. JEPT **52**, 476 (1980).
- [205] P. Esquinazi, A. Setzer, R. Höhne, C. Semmelhack, Y. Kopelevich, D. Spemann, T. Butz, B. Kohlstrunk, and M. Lösche, Phys. Rev. B **65**, 241101 (2002).
- [206] R. Zorzetto, Revista Fapes “Coméias de Carbono”, edição **122**, 54, Abril 2006.
- [207] T. Chakraborty, La Physique Au Canada, pag. 351, novembre/decembre (2006).
- [208] F. Jona, Surface Sciencie **8**, 57 (1967).
- [209] Yi Liu and Rolland E. Allen, Phys. Rev. B **52**, 1566 (1995).
- [210] J. H. Xu, E. G. Wang, C. S. Ting and W. P. Su, Phys. Rev. B **48**, 17271 (1993).
- [211] Stuart Golin, Phys. Rev. **166**, 643 (1968).
- [212] G. Jezequiel and J. Thomas, I.Pollini, Phys. Rev. B **56**, 6620 (1997).
- [213] Ph. Hofmann, J. E. Gayone, G. Bihlmayer, Yu. M. Koroteev and E. V. Chulkov, Phy. Rev. B **71**, 195413 (2005).
- [214] Lawrence S. Lerner, Phys. Rev. **127**, 1480 (1962).
- [215] Y. Eckstein and J. B. Ketterson, Phys. Rev. **137**, 1777 (1964).
- [216] D. Shoenberg, Proc. R. Soc. A **170**, 341 (1939).
- [217] Hiroshi Kohno, Hideo Yoshioda and Hidetoshi Fukuyama, J. Phys. Soc. Jpn. **61**, 3462 (1992).
- [218] Kapitza P. L. Proc. R. Soc. A **119**, 358-443 (1928).
- [219] F. Y. Yang, Ka Liu , Kiming Hong, D. H. Reich, P.C. Searson and C. L. Chien, Science **284**, 1335 (1999).
- [220] B. Weitzel and H. Micklitz, Phys. Rev. Lett. **66**, 385 (1991).
- [221] C. A. Hoffman et al., Phys. Rev B **48**, 1143 (1993).
- [222] B. I. Halperin, Japanese Journal of Applied Physics **26**, 1913 (1987).
- [223] B. Andrei Bernevig, Taylor L. Hughes, Srinivas Raghus and Daniel P. Arovas, Phys. Rev. Lett. **99**, 146804 (2007).
- [224] Douglas R. Hofstadter, Phys. Rev. B **14**, 2239 (1976).
- [225] L. G. Johnson and G. Dresselhaus, Phys. Rev. B **7**, 2275 (1975).
- [226] S. Y. Leung and G. Dresselhaus, Phys. Rev. B **24**, 3490 (1981).
- [227] D. Shahar et al., Solid State Commun **107**, 19 (1998).
- [228] L. P. Pryadko and A. Auerbach, Phys. Rev. Lett. **82**, 1252 (1999).

- [229] A. Kapitulin et al., Phys. Rev. B **63**, 125322 (2001).
- [230] A. M. M. Pruiskien, Phys. Rev. Lett. **61**, 1297 (1998).
- [231] S. Kivelson et. al, Phys. Rev. B **46**, 2223 (1992).
- [232] Guohong Li and Eva Y. Andrei, Nature **3**, 623 (2007).
- [233] S. V. Morozov, K. S. Novoselov, M. I. Katsnelson, F. Schedin, L. A. Ponomarenko, D. Jiang and A. K. Geim, Physic. Rev. Lett. **97**, 16801 (2006).
- [234] W. A. de Heer, C. Berger, X. Wu, P. N. First, E. H. Conrad, X. Li, T. Li, M. Sprinkle, J. Hass, M. L. Sadowski, M. Potemski, G. Martinez, cond-mat/07040285.
- [235] R. V. Gorbachev, F. V. Tikhonenko, A. S. Mayorov, D. W. Horsell and A. K. Savchenko, cond-mat/0701686.
- [236] H. Suzuura and Tsuneya Ando, Phys. Rev. Lett. **89**, 266603 (2002).
- [237] E. McCann, K. Kechedzhi, V. I. Fal'ko, H. Suzuura, T. Ando and B. L. Altshuler, Phys. Rev. Lett. **97**, 146805 (2006).
- [238] D. V. Khveshchenko, Phys. Rev. Lett. **97**, 36802 (2006).
- [239] K. Kechedzhi, V. I. Fal'ko, E. McCann and B. I. Altshuler, cond-matt: 0701690, to be published in Phys. Rev. Lett.
- [240] X. Wu, X. Li, Z. Song, C. Berger and W. A. de Heer, Phys. Rev. Lett. **98**, 136801 (2007).
- [241] T. Tokumoto, E. Jobilong, E. S. Choi, Y. Oshima and J. S. Brooks, Solid State Commun. **129**, 599 (2004).
- [242] X. Du, S.-W. Tsai, D. L. Maslov and A. F. Hebbard, Phys. Rev. Lett. **94**, 166601 (2005).
- [243] P. Gegenwart, J. Custer, C. Geibel, K. Neumaier, T. Tayama, K. Tenya, O. Trovarelli and F. Steglich, Phys. Rev. Lett. **89**, 056402 (2002).
- [244] K. H. Kim, N. Harrinsom, M. Jaime, G. S. Boebinger and J. A. Mydosh, Phys. Rev. Lett. **91**, 256401(2003).
- [245] A. Bianchi, R. Movshovich, I. Vekhter, P.G.Pagliuso and J. L. Sarrao, Phys. Rev. Lett. **91**, 257001 (2003).
- [246] Y. Kopelevich, Braz. J. of Physics **33**, 762 (2003).
- [247] Annica M. Black-Schaffer and Sebastian Doniach, Phys. Rev. B **75**, 134512 (2007).
- [248] S. P. Strong, D. G. Clarke and P. W. Anderson, Phys. Rev. Lett. **73**, 1007 (1994).

- [249] G. M. Danner and P. M. Chaikin, Phys. Rev. Lett. **75**, 4690 (1995).
- [250] D. G. Clarke, S. P. Strong, P. M. Chaikin and E. I. Chashechkina, Science **279**, 2071 (1998).
- [251] Y. Ando and K. Segawa, Phys. Rev. Lett. **88**, 167005 (2002).
- [252] O. I. Shklyresvskii, A. M. Duif, A. G. M. Jansen and P. Wyder, Phys. Rev. B **34**, 1956 (1986).
- [253] F. M. Muntyanu, A. Gilewski, K. Nenkov, J. Warchulska and J. Zeleski. Phys. Rev. B **73**, 132507 (2006).
- [254] B. Weitzel and H. Micklitz, Phys. Rev. Lett. **66**, 385 (1991).
- [255] C. Vossloh, M. Holdenried and H. Micklitz, Phys. Rev. B **58**, 12422 (1998).
- [256] S. Agergaard, Ch. Sondegaard, H. Li, M. B. Nielsen, S. V. Hoffmann, Z. Li and Ph. Hoffmann, New J. Phys. **3**, 15.1 (2001).
- [257] Riccardo Tediosi, N. P. Armitage, E. Giannini and D. van der Marel, cond-mat/0701447v1.
- [258] Y. Kopelevich and P. Esquinazi, Journal Low Temp. Phys. **146**, 629 (2007).
- [259] B. I. Halperin and T. M. Rice, Rev. Mod. Phys. **40**, 755 (1968).
- [260] A. A. Abrikosov, J. Less-Common Metals **62**, 451 (1978).
- [261] Y. Iye, L. E. McNeil and G. Dresselhaus, Phys. Rev. B **30**, 7009 (1984).
- [262] R. O. Dillon, I. L. Spain, J. A. Woollam and W. H. Lowrey, J. Phys. Chem. Solids **39**, 907 (1978).
- [263] I. V. Lerner and Y. E. Lozovik, J. low Temp. Phys. **38**, 333 (1980).
- [264] A. M. M. Pruiskien, Phys. Rev. Lett. **61**, 1297 (1998).
- [265] S. Kivelson, D.-H. Lee and S.-C. Zhang, Phys. Rev. B **46**, 2223 (1992).
- [266] L. A. Ponomarenko, D. T. N. de Lang, A. de Visser, D. Maude, B. N. Zvonkov, R. A. Lunin and A. M. M. Pruiskien, Physica E (Amsterdam) **22**, 236 (2004).
- [267] Y. Dubi, Y. Meir and Y. Avishai, Phys. Rev. B **71**, 125311 (2005).
- [268] M. Rasolt and Z. Tezanovic, Rev. Mod. Phys. **64**, 709 (1992).
- [269] T. Maniv et. al. Rev. Mod. Phys. **73**, 867 (2001).
- [270] A. H. MacDonald et al. Aust J. Phy. **46**, 333 (1993).
- [271] E. A. Pashitskii, Low Temp. Phys. **25**, 690 (1999).
- [272] C. M. Hurd, *The Hall Effect in Metals e Alloys*, Plenum, New York (1972).

- [273] Y. B. Bazaliy, R. Ramazashvili, Q. Si and M. R. Norman, Phys. Rev. B **69**, 144423 (2004).
- [274] M. E. Zhitomirsky, T. M. Rice and V. I. Anisimov, Nature (London) **402**, 251 (1999).
- [275] L. Balents and C. M. Varma, Phys. Rev. Lett. **84**, 1264 (2000).
- [276] V. Barzykin and L. P. Gorkov, Phys. Rev. Lett. **84**, 2207 (2000).