Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida pelo aluno Alfredo Cruz Orea e aprovada pela Comissão Julgadora
Campinas, 20 de Junho de 1985

"CONSIDERAÇÕES SOBRE A RUPTURA DIELÉTRICA EM GASES SOB AÇÃO DE UM CAMPO DE LASER INTENSO"

Alfredo Cruz Orea

Orientador: *Prof.Dr. Carlos Alberto S. Lima*

Tese apresentada ao Instituto de Física "Gleb Wataghin" como parte dos pré-requisitos à obtenção do grau de Mestre em Ciências, pela UNICAMP

junho-85

- *a meus pais;*
- *a todas as pessoas que durante minha estada neste belo país, me brindaram com seu apoio, confiança e carinho.*

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Carlos Alberto da Silva Lima pela segura e dedicada tarefa de orientação deste trabalho, pela oportunidade, confiança, estímulo e amizade com que me brindou ao longo desta etapa da minha carreira contribuindo decisivamente com seus ensinamentos, ideais e espírito crítico para minha formação científica, meus mais profundos agradecimentos.

Agradeço sinceramente a todos os professores do Instituto de Física da UNICAMP que através de seus cursos, seminários ou interação pessoal contribuiram importantemente na minha formação ou para viabilizar minha estada aqui. Em particular agradeço:

Ao Prof. Dr. Artemio Scalabrin pelo apoio e oportunidade de interação durante meu Mestrado;

A Profª. Dra. Mirinã Barbosa de Sousa Lima, pelo apoio, a amizade e pela oportunidade de intercâmbio científico;

Ao Prof. Dr. José Carlos Valladão de Mattos pela confiança e pelo apoio por ocasião da minha chegada à UNICAMP e ao longo da minha estada aqui, especialmente no trato das questões junto à SUBIN;

Aos Profs. Dr. Carlos A. Ferrari, Dr. C. H. de Brito Cruz, Dr. Daniel Peréira pela amizade e oportunidade de proveitosa interação ao longo da minha permanência do Grupo de Lasers e Aplicações;

Ao Prof. Dr. Paulo H. Sakanaka, pelos ensinamentos na área de computação, especialmente quanto ao uso do VAX 11.

Aos meus colegas do curso de Pós-Graduação do IFGW pelo longo e amistoso convívio, e em especial aos habitantes da inesquecível sala 113: Valéria, Niusa, Gloria, Omar, Maurício, Daniel e José Luis.

Aos colegas Luis B. Annes, Sérgio B. Quirino e Maurício A. Algatti pela amizade e pela dedicação e paciência com que me ajudaram na parte computacional do meu trabalho.

Meu especial agradecimento ao colega Maurício A. Algatti, cuja permanente disposição de compartilhar seus conhecimentos comigo e sua amizade sincera marcaram profundamente minha permanência no Departamento de Eletrônica Quântica.

Ao colega José Luis Jimenez Perez, compañero de luchas y victorias, que comigo tem convivido nos últimos anos, compartilhando alegrias e dissabores com sua amizade leal, meus sinceros agradecimentos.

Não posso esquecer aos Profs. Dr. Jorge Silvio Helman, Dr. Feliciano Sanchez Sinencio e Dr. Julio Mendoza do Departamento de Física do "Centro de Investigación y Estudios Avanzados del I. P. N.", cujo apoio possibilitou minha vinda ao I.Física da UNICAMP para fazer o Mestrado, a eles meus agradecimentos.

Ao CECYT "Carlos Vallejo Marquez" agradeço a licença concedida para realizar este Mestrado e em especial ao Lic. Raul Lozano Ramirez pela ajuda na obtenção desta licença.

Agradeço, também, ao pessoal administrativo do Instituto de Física da UNICAMP, por sua disposição em ajudar-me na *resolução dos problemas burocráticos, de bolsa, etc., especialmente ao Coordenador de Pós-Graduação, Prof. Dr. José Galvão P. Ramos e a secretária Maria Ignez R. Mokarzel.*

À Ana Toma, pela paciência na árdua tarefa de decifrar minha letra horrível e a dedicação mostrada na datilografia desta tese, muito obrigado.

Ao Convênio SUBIN-UNICAMP pela concessão da Bolsa de Estudos para meu Mestrado.

ÍNDICE

RESUMO/ABSTRACT — *vii/ix*

CAP. I - APRESENTAÇÃO — 1

CAP. II - CONSIDERAÇÕES SOBRE A GERAÇÃO DA RUPTURA DIELÉTRICA NUM GÁS : IONIZAÇÃO NUM CAMPO INTENSO — 8

a) Mecanismos de Ionização — 8

b) Átomos num Campo Eletromagnético Intenso — 9

CAP. III - O PROCESSO DA RUPTURA DIELÉTRICA : AVALANCHE ELETRÔNICA E CÁLCULO DA INTENSIDADE ÓPTICA CRÍTICA J_{cr} (limiar de ruptura) — 22

a) Desenvolvimento da Avalanche Eletrônica — 22

b) Cálculo de J_{cr} — 23

CAP. IV - SUMÁRIO E CONCLUSÕES — 43

a) Sumário sobre a Ruptura Dielétrica Óptica em Gases — 43

b) Conclusões do Presente Trabalho — 48

REFERÊNCIAS — 51

APÊDICE I — 55

APÊNCIDE II — 62

RESUMO

Nesta Tese, abordamos alguns aspectos do fenômeno da descarga óptica num gás, especificamente relacionados com o estabelecimento da ruptura dieletrica no mesmo. Nosso trabalho usa um tratamento do processo de ruptura que incorpora efeitos que, até então, não o haviam sido, em trabalhos desenvolvidos sobre o tema. Assim, ao desenvolvermos a equação de balanço energético, a partir da qual pudemos determinar o fluxo de energia eletromagnética crítico (intensidade crítica do feixe de laser J_{cr}) capaz de iniciar o processo de ruptura, introduzimos os efeitos que a presença do campo intenso acarreta nos parâmetros relevantes para o estabelecimento do processo, tais como efeitos sobre a energia de ionização atômica e efeitos sobre a frequencia efetiva de colisões eletron-caroço positivo, no gás, que levam a absorção de energia do campo pelos eletrons, através do processo de bremsstrahlung inverso.

A incorporação destes efeitos, que são explicitamente abordados na Tese, levou a predição de J_{cr}, em função da pressão p, usando uma estimativa da densidade eletrônica n_e, no volume de ruptura que, embora tenha resultado em $J_{cr}(p)$ qualitativamente correta, exigiu revisão para se obter melhor ajuste quantitativo com os dados experimentais disponíveis. Isto nos levou ao levantamento fenomenológico de $n_e(p) = \alpha(p)\, n(p)$, onde n(p) é a densidade atômica (atomos/cm^3) no gás, a uma pressão p. A relação $\alpha(p)$ é determinada pelo balanço, dentro do volume focal, entre ganho (produção pelo processo de ionização multifotônica + avalanche (ionização por impacto+bremsstrahlung inverso através de sucessivas gerações)) e perda eletrônica (governada pela ação de diversos mecanismos de perda, seja de energia - impactos não-ionizantes - seja, mesmo, de eletrons - fugas da região focal, recombinação, etc.). Compreende-se, assim, a enorme complexidade do problema

de tentar obter $\alpha(p)$ a partir de primeiros princípios, o que levou-nos a buscar sua determinação com base nas medidas experimentais existentes para J_{cr}. Com tais valores de $\alpha(p_i)$, gerou-se, por ajuste de curva, com auxílio de um computador, a função $\alpha(p)$. Pudemos, assim, estabelecer a predição teórica da potencia crítica de laser necessária para induzir a ruptura, em função da pressão do gás, levando em conta os efeitos do laser sobre os parâmetros do gás atômico.

ABSTRACT

Gas breakdown, steady-state maintenance and continuous generation of low-temperature plasma and propagation of the plasma fronts are important subjects of past and current research on laser induced gas discharges. This Thesis is concerned with some aspects of the laser induced dielectric breakdown in a gas. We have specifically addressed the question of the onset of the breakdown process. In dealing with the equation describing the energy balance between the laser delivered energy and the energy consumption to establish the avalanche produced discharge plasma, we have introduced new features that had not been considered previously. We refer to accounting for the laser induced effects upon the atomic ionization threshold and upon the effective rate of collisions leading to inverse bremsstrahlung. Their influence upon the threshold laser intensity J_{cr} needed to produce the gas breakdown is fully explored. This led to a J_{cr} vs. gas pressure p prediction that qualitatively described the experimental data available for atomic hydrogen breakdown under rubi laser irradiation. However, for a better description, it turned out that an assumed estimate of the eletronic density within the breakdown volume had to be revised. In fact, we had to resort to a phenomenological estimate of $n_e(p) = \alpha(p)\ n(p)$, where n(p) is the gas atomic density (atoms/cm^3) at pressure p. The pressure dependence of $\alpha(p)$ depends upon the balance, within the focal volume, between <u>electronic gain</u> (electronic production by multiphoton ionization initiated avalanche - impact ionization+inverse bremsstrahlung through many generations) and <u>electronic loss</u> (due to various loss mechanisms both of electronic energy - non-ionizing impacts - and of electrons themselves -recombination, electronic runaway,etc.). The formidable task of trying to produce $\alpha(p)$ on first principles treatment of such processes, including laser effects upon them, was for the moment out of question so we decided to calculate $\alpha(p_i)$ values based on the ex-

perimental data available for threshold fluxes. These $\propto(p_i)$ values were computer fitted to obtain the function $\propto(p)$ which was then used to establish the theoretical prediction of the critical laser power needed to induce the gas breakdown, as a function of the gas pressure, with due account taken of the laser effects upon the relevant atomic gas parameters.

CAPÍTULO I

APRESENTAÇÃO

O estudo da ruptura dielétrica em gases sempre despertou grande interesse entre os estudiosos da Física das descargas elétricas.

No passado, estes estudos concentraram-se nas investigações dos mecanismos determinantes da ruptura e na sua dependência nos parâmetros do gás e da descarga, quando esta última era produzida pela ação de um campo elétrico d.c. aplicado ao gás, no recipiente que o continha, através de eletrodos com separação variável. Considerável interesse havia, também, nos efeitos induzidos por campos de alta frequência. Com o desenvolvimento na década de 50 de fontes razoavelmente potentes de ondas eletromagnéticas, nas regiões de radiofrequências e, especialmente, microondas, começou-se a investigar seus efeitos sobre a descarga em gases, tendo então sido possível estudar, para intensidades de radiofrequência ou microonda bem acima de certos valores críticos, num tubo contendo gás a pressões controláveis, a dependência paramétrica da ocorrência de descargas na ausência de campos estáticos, i.e., em tubos sem eletrodos. Ganhou-se, assim, uma melhor compreensão sobre a possibilidade de ruptura dielétrica causada por campos elétricos oscilantes de alta frequência, de amplitude adequada, na região de radiofrequência e microondas. Não obstante, nem de longe se suspeitava da possibilidade de ocorrência dessa ruptura, na região de frequência ópticas.

Embora descargas elétricas em tubos sem eletrodos sejam conhecidas desde o início do século, não foi senão por volta de 1926 que J. J. Thompson descobriu sua origem, e conseguiu propor uma descrição teórica adequada, determinando as condições básicas que devem estar presente para que se inicie uma descarga. Usando um tubo, onde um razoável vácuo fôra estabelecido, e colocando-o no interior de um solenóide, no qual se fazia circular uma corrente alternada de alta frequência, suficientemente intensa, ele pode observar a ocorrência de descargas, espontaneamente iniciadas no interior do gás residual no tubo, evidenciando, assim, a presença de uma ruptura dielétrica causada pelos campos elétricos de Foucault, induzidos pelo fluxo magnético rapidamente oscilante. Assim, estudando sistematicamente o efeito, ele determinou a natureza indutiva de tais descargas e levantou alguns aspectos de sua dependência paramétrica. Determinou, por exemplo, qual é o valor do campo magnético (ou equivalentemente da corrente no solenóide) necessário para estabelecimento da ruptura, em função da pressão do gás no tubo e da frequência do campo. Ele observou que, tal como no caso estático, onde se considera a curva da voltagem de ruptura vs. produto pressão x separação inter-eletródica (curva de Paschen), no caso de altas frequências a curva de campo elétrico vs. pressão do gás, também, exibe um mínimo. Na região de frequências de 10^5 a 10^7 Hz, este mínimo ocorre para pressões muito baixas, o que explica que, com condições vigentes há décadas atrás, só se tenha observado a ruptura, em tubos sem eletrodos, em condições rarefação extrema dos gases.

A invenção do laser, no final da década de 50, e seu desenvolvimento explosivo nos primeiros anos da década de 60, revolucionou este estado de coisas. Pela primeira vez atingia-se potências e, com focalização adequada, intensidades nunca imaginadas, na região das frequências ópticas. Deve-se observar aqui que a pressão bélica para desenvolvimento da tecnologia de radar, ao longo da década de 40, estimulou muito as pesquisas em geração de microondas na região dos multi-GHz ($\lambda \sim$ milímetros e centímetros) permitindo, por exemplo, verificar-se que os mínimos valores de campos de microonda ocorriam para pressões na região de alguns mm de Hg, e que tais valores situavam-se em torno de dezenas a centenas de V/cm. Não obstante, nenhum dos tratados sobre a teoria da ruptura dielétrica em gases, com microondas, antes da descoberta dos lasers, fazia referência, mesmo que especulativas, sobre a possibilidade de ruptura em frequências ópticas. Isto é compreensível, pois, antes do advento dos lasers seria pura fantasia pensar em atingir as intensidades de campo elétrico necessárias, com as fontes ópticas até então disponíveis. Na verdade, nem mesmo com os primeiros lasers de rubi foi possível atingir o limiar de ruptura e não foi, senão, com a invenção da técnica de Q-switch, que se conseguiu gerar pulsos gigantescos, com potências máximas chegando às dezenas de Megawatts, que se tornou possível a observação de ruptura óptica e, ainda assim, sòmente com grande focalização destes feixes de luz de alta potência. Isto se pode entender facilmente, hoje, pois sabemos que os campos elétricos exigidos para se ultrapassar o limiar para ruptura óptica são da ordem de $10^6 - 10^7$ V/cm (compare-se isto com o conhecido limiar de 3×10^4 V/cm sob o qual o ar, à pressão atmosférica, rompe, sob ação de um campo elétrico estático).

Em fevereiro de 1963, no III Congresso Internacional de Eletrônica Quântica, em Paris, ao apresentarem seu trabalho, Maker, Terhune e Savage[1] criaram uma verdadeira sensação. Segundo eles, ao focalizar o feixe de um laser de rubi, de pulsos gigantes, com uma lente apropriada, uma centelha explode em pleno ar, na região do ponto focal da lente. Estava ali observada, a primeira ocorrência de ruptura dielétrica de um gás, induzida por um laser. Isto foi o sinal de partida para que os físicos de lasers passassem a dedicar uma atenção central ao fenômeno do "centelhamento a laser" o qual, sob alguns de seus aspectos, continua a constituir-se tópico de interêsse marcante, ainda hoje. Para que se comprenda, dentro da perspectiva correta, a influência deste fenômeno, responsável por centenas de trabalhos científicos e discussões em Congressos e Seminários, basta dizermos que ele deu novos rumos ãs pesquisas em Física de Descarga em Gases e Teoria de Plasmas. Para mencionar apenas alguns exemplos, citemos as novas linhas de pesquisa que surgiram atreladas ao estudo da ruptura dielétrica através de avalanches eletrônicas em gases irradiados com lasers, em frequências ópticas; o estudo da geração de plasmas por irradiação óptica, a teoria geral da propagação de descargas mantidas por campos eletromagnéticos, etc. Estabeleceu-se, de imediato, também, a necessidade de um grande esforço teórico sobre um problema que, até então, tinha interêsse meramente acadêmico: o entendimento quântico dos processos multifotônicos.

O centelhamento a laser no entender geral dos pesquisadores na área, dá-se através de uma sucessão de três estágios. No primeiro estágio temos o processo de ruptura propriamente dito i.e., desenvolve-se o processo de ionização num gás frio, com o consequente surgimento do plasma. O segundo estágio caracteriza-se pela interação do resto do pulso do laser com o plasma recém-formado. Neste estágio tem-se, além do movimento de uma frente de plasma mantida pela radiação laser, o aquecimento deste plasma à altas temperaturas e a absorção/reflexão da luz do laser pelo plasma. Finalmente, no terceiro estágio, observa-se um fenômeno semelhante a uma detonação, que se prolonga bem além do término do pulso do laser: trata-se de uma onda de choque, com decaimento gradual, que se deve à evolução do pulso de energia do laser no gás, associada a uma onda de detonação, acompanhada da emissão luminosa que se observa, como se fosse uma miniatura da bola de fogo numa explosão nuclear. Em outras palavras, o fenômeno de centelhamento a laser (ruptura dielétrica num gás, induzida a laser) consiste no fato de que, à intensidades do campo muito altas, tais como se obtêm focalizando um feixe de laser pulsado (Q-switched por exemplo), da ordem de 10^6 - 10^7 V/cm, gases que são normalmente transparentes à luz do laser (frequencias ópticas) sofrem uma ruptura elétrica, i.e., tornam-se altamente ionizados. Esta ruptura faz-se acompanhar pela emissão de um flash de luz e de um som característico, tal como numa descarga ordinária, daí a conservação do têrmo "centelhamento" usado normalmente na descarga em gases produzido por campos elétricos d.c. Um exemplo de "centelhamento a laser" está mostrado na Figura 1.[2].

Em nosso trabalho estamos interessados em investigar alguns aspectos do primeiro estágio apenas, ou seja, aqueles relacionados com os mecanismos que são efetivos no estabelecimento da ruptura. Nosso propósito é empregar, na discussão da microfísica destes mecanismos, um modelo de tratamento recentemente desenvolvido por Lima & Miranda[3] para a descrição de átomos em campos de laser intensos, especial-

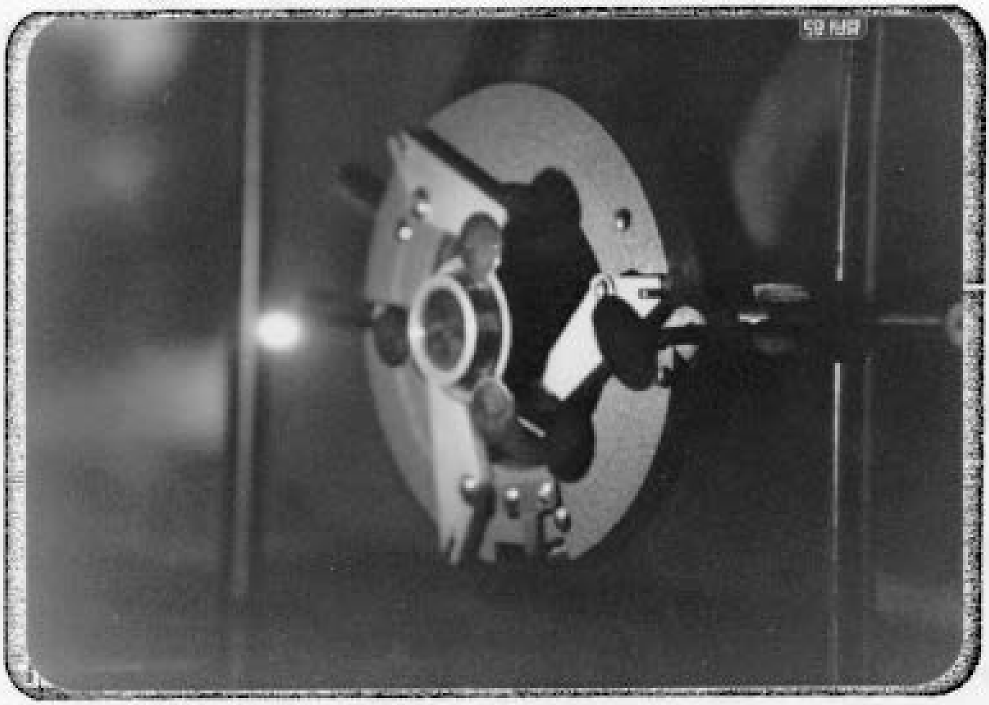


Fig. 1 - Centelhamento a laser produzido no ar, com um laser TEA-CO_2[2] (intensidade no foco : 10 MW/cm^2)

mente sob condições de ionização induzidas pelo campo.

Nossa apresentação observará a seguinte ordenação: no Capítulo II faremos uma abordagem, ainda que breve, dos mecanismos de ruptura dielétrica, dando enfase no mecanismo de ionização multifotônica, pondo em evidência suas limitações neste processo. Isto será feito focalizando diversos tratamentos que tem sido oferecidos ao problema de átomos num campo eletromagnético intenso. Entre eles será abordado o tratamento desenvolvido por Lima e Miranda[3]. Este tratamento nos fornecerá os subsídios básicos para introduzirmos as modificações naquelas variáveis envolvidas no processo de ruptura, que são diretamente afetadas pela presença do laser, e cuja dependência paramétrica na intensidade do campo eletromagnético será, então, obtida. No Capítulo III, abordaremos com mais detalhe o mecanismo da avalanche eletrônica, dentro do processo da ruptura dielétrica, incorporando as modificações já citadas. A seguir, procederemos o cálculo da intensidade de limiar para ocorrência da ruptura dielétrica, num gás sob condições dadas. Uma análise crítica dos resultados assim obtidos será, então, efetuada. A representação gráfica das quantidades relevantes será utilizada, sempre que adequada, para evidenciar as predições de um tratamento teórico que incorpora os efeitos do laser sobre parâmetros que influenciam, decisivamente, a ocorrência da ruptura, confrontando nossos resultados com resultados experimentais existentes. No Capítulo IV resumiremos as principais conclusões deste trabalho, desenvolvendo uma avaliação global das mesmas.

CAPÍTULO II

CONSIDERAÇÕES SOBRE A GERAÇÃO DA RUPTURA DIELÉTRICA NUM GÁS : IONIZAÇÃO NUM CAMPO INTENSO

a) Mecanismo de Ionização

Já nos referimos no Capítulo I ao papel central exercido pela ionização do gás, no processo de estabelecimento da ruptura dielétrica num gás. É natural, portanto, que iniciemos este capítulo considerando os mecanismos que podem levar a uma rápida ionização do gás em presença do campo do laser.

Existem basicamente dois caminhos pelos quais se pode produzir a ionização em presença de um pulso laser de alta intensidade : ionização multifotônica e formação de cascateamento eletrônico (avalanche). O primeiro deles é auto-suficiente, não tendo condicionamento outro, senão, a interação, com o gás, de uma onda eletromagnética suficientemente potente. O segundo não é pois, ao contrário, requer uma condição prévia, básica: a existência de pelo menos um elétron inicial (semente) na região do volume focal, o qual iniciará o processo de multiplicação (avalanche) eletrônica, onde em cada processo de colisão elétron-átomo, que resulta numa ionização atômica, o elétron incidente obtêve energia para fazê-lo, às custas do campo de radiação. Dificilmente, poderemos imaginar que estas sementes tenham origem natural. De fato, há evidências[4] de que a intensidade de equilíbrio de íons no ar é tipicamente menor que 10^3 cm^{-3} e que a taxa de produção por causas naturais (raios cósmicos, etc.) não passa dos 10/cm^3. s. . Portanto, a probabilidade que um elétron livre ocorra, naturalmente, no volume focal (10^{-6} - 10^{-8} cm^3) enquanto perdure o pulso (nanosegundos ou menos) é absolutamente desprezível. Na verdade, para que se tenha boa chance de encontrar um elétron disponível num tal volume, teríamos que exigir que o gás já se encontrasse num estado de descarga gasosa tênue. Não há dúvida, pois, que pelo menos nos primeiros instantes da formação do plasma, que vai levar à ruptura, tenhamos que considerar uma cooperação entre os dois mecanismos, com a ionização multifotônica atuando como o gerador de sementes. (A avalanche será tratada no Capítulo III).

Vamos pois começar considerando alguns aspectos deste processo de ionização.

b) Átomos num Campo Eletromagnético Intenso

Um sistema atômico nos dá uma melhor chance de estudar, detalhadamente, a interação entre a luz e a matéria. Para simplificar este estudo, trabalharemos com um sistema atômico hidrogenóide. Para encontrar os estados ligados deste átomo, introduzimos na equação de Schrödinger um potencial Coulombiano $V_c = -\beta/r$, com $\beta = Ze^2$.

A solução da equação de Schrödinger com este potencial tem sido amplamente estudada. Os estados ligados desta equação tem energias que convergem a um limite de ionização acima do qual um elétron pode ficar livre, ou seja, não mais ligado ao átomo.

Seguindo a linha de uma resenha recente sobre o assunto[5] consideremos que o átomo interage com um campo monocromático $U = -e\vec{r} \cdot \vec{E} \cos\omega t$, na aproximação do dipolo elétrico, (supondo que o comprimento de onda da radiação externa é muito grande, comparado com as dimensões do sistema atômico).

Consideremos, primeiramente, a interação do átomo com um campo estático ($\omega = 0$) na direção Z. Neste caso nos temos o potencial total:

$$V = V_c + U(\omega = 0) = -\beta/r + eEz \qquad \text{(II.1)}$$

As figuras abaixo ilustram os potenciais V_c e V

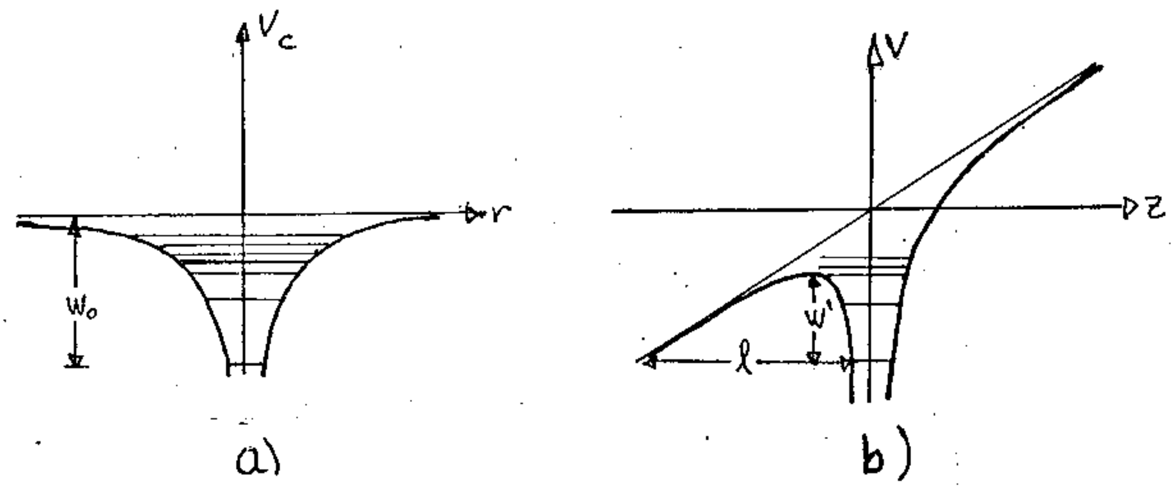


Fig. 2 - a) Potencial de interação coulombiana num átomo. Estão representados, também, os estados ligados. W_o é a energia do estado fundamental do átomo.

b) Mostra o efeito da adição do potencial do campo estático externo; pode-se observar que alguns níveis são empurrados da barreira de potencial para o continuum de energia.

Observando a figura 2.b podemos definir ℓ como a distância a ser atravessada por um elétron, digamos, no estado fundamental, para atingir o continuum por tunelamento, em presença de um campo elétrico estático de amplitude E. Então devemos ter:

$$\ell = \frac{W_o}{eE} \qquad \text{(II.2)}$$

Por outro lado, pelo teorema do Virial, temos que para o sistema atômico, no estado fundamental, tem-se $< V_c > = -2 < T >_o = 2\ W_o$, com $T = \frac{1}{2}\ m\ v_o^2$. Daí temos para a velocidade do elétron no estado fundamental

$$v_o = \sqrt{\frac{2W_o}{m}} \qquad \text{(II.3)}$$

Nós podemos estimar a frequência de tunelamento ω_t conhecendo v_o e ℓ dados pelas Eqs. (II.2) e (II.3)

$$\omega_t = \frac{v_o}{2\ell} = \frac{\sqrt{2W_o}\ eE}{2\sqrt{m}\ W_o} = \frac{eE}{\sqrt{2mW_o}} \qquad \text{(II.4)}$$

Expressando $W_o = \frac{e^2}{2a_o} = \frac{\hbar^2}{2m\ a_o^2} = 1Ry$

onde a_o é o raio de Bohr $(a_o = \frac{\hbar^2}{me^2})$

Definindo, agora $E_o = \frac{e}{a_o^2}$ (campo oulombiano a uma distância a_o) podemos escrever a Eq. (II.4) como:

$$\omega_t = 2\ \frac{E}{E_o}\ \frac{W_o}{\hbar} \qquad \text{(II.5)}$$

Vamos definir dois parâmetros : ξ e γ

$$\xi = \frac{|W_o|}{\hbar\omega} \qquad \text{(II.6)}$$

$$\gamma = \frac{\omega}{\omega_t} \qquad \text{(II.7)}$$

O primeiro destes (ξ) mede o número mínimo de quanta eletromagnéticos $n_0 \geq \xi$ necessários para atingir a ionização e o segundo (γ), conhecido como parâmetro de Keldish, determina se o tunelamento é rápido ou lento comparado com o período da radiação eletromagnética. Assim quando $\gamma << 1$ o elétron vê o campo como se fosse um campo quase estático e pode, assim, sofrer um tunelamento ordinário. No caso contrário, $\gamma >> 1$ a dependência temporal do campo passa a ser essencial e pode-se mostrar que a probabilidade de tunelamento decresce exponencialmente com γ[5,6].

Da definição de ξ e γ e da Eq. (II.5) podemos escrever γ como:

$$\gamma = \frac{E_0}{2\xi E} \tag{II.8}$$

Vemos, então, que $\gamma << 1$ para campos suficientemente grandes; porém, se os campos forem demasiado intensos, podem ensejar a ionização direta (sem tunelamento), visto que, o campo distorce o potencial Coulombiano de enlace no átomo fazendo com que níveis de energia atômico antes ligados, vão para o continuum (ver Fig. 2.b). No caso de campos fracos, a teoria quântica da perturbação fornece um modelo satisfatório para a descrição destes fenômenos.

Como a energia dos fótons individuais ($\hbar\omega$) nos lasers de alta potência, que normalmente são considerados nos experimentos de ruptura (Nd : vidro, rubi, CO_2, etc.), é pequena (0,1 até 2 - 3 eV) comparada com os potenciais de ionização atômicos I_0 (> 10 eV), não há possibilidade de ocorrência de efeito fotoelétrico ordinário. Não obstante, a ionização multifotônica é possível. Nela, o arrancamento do elétron atômico ocorre através da absorção simultânea de n_o fotons (n_o sendo a parte inteira de $(I_o/\hbar\omega)+1$, com $I_o = |W_o|$ = potencial de ionização).

Muitos têm sido os trabalhos dedicados ao estudo do processo de ionização a muitos fótons, num campo de laser, alguns constituindo trabalhos razoavelmente completos dentro da formulação de teoria de perturbação(5,7-9). Tipicamente nestes tratamentos(8) parte-se da descrição da interação elétron atômico - campo de laser pela Hamiltoniana semiclassica $H = \frac{e}{m_c} \vec{A}.\vec{p}$, onde $\vec{A}$ é o potencial vetor do campo eletromagnético e $\vec{p}$ o momentum do elétron. Como estado final eletrônico, toma-se uma onda plana. Calcula-se, então, a amplitude de probabilidade para uma transição mediada pelos estados atômicos intermediários, que se supõe não sejam afetados pelo laser. Alguns resultados(7-9) tem deixado claro que não mais do que um ou dois destes estados intermediários, contribuem, significativamente, ao se proceder a soma sobre todos os estados, correspondendo aqueles cujas energias relativas são quase coincidentes com algum múltiplo de $\hbar\omega$ (transições quasi-ressonantes). Na Tabela I resumimos alguns resultados obtidos com esta formulação(8) (para algumas considerações adicionais ver o Apêndice I), para caso de gases irradiados por um laser de rubi ($\hbar\omega$ = 1,785 eV).

Os resultados na Tabela I com relação aos fluxos mínimos para ruptura (F_ℓ) revelam um desacôrdo de 2 ou mais ordens de grandeza, com os valores experimentais. Estes fluxos foram tomados como sendo, iguias aos fluxos de limiar para a ionização multifotônica (N fotons - ver

Gás (N)	W/F^N		F_ℓ	F_{exp}			
	Medidas experimentais - Ref. 9	Teoria (este trabalho)	Teoria (este trabalho)	M+H[17]	Minck[24]	W + R[31]	T[25]
Xe (7)	$6,15 \times 10^{-214}$	$4,64 \times 10^{-206}$	0,057	-	-	-	-
Kr (8)	$6,99 \times 10^{-249}$	$1,47 \times 10^{-233}$	0,042	-	-	-	0,28
Ar (9)	$2,15 \times 10^{-283}$	$3,30 \times 10^{-265}$	0,087	0,15	-	0,25	0,33
Ne (13)	$9,33 \times 10^{-409}$	$1,57 \times 10^{-399}$	2,3	-	-	-	0,66
He (14)	$3,28 \times 10^{-455}$	$1,36 \times 10^{-438}$	9,8	0,3	0,6	0,6	0,70

Tabela I - Taxas de ionização (W), Fluxos limiares (F_ℓ) teóricos (calculados assumindo uma densidade de gás de 10^{20} átomos/cm^3, com um pulso de 10 nseg num volume focal de 10^{-8} cm^3) e fluxos de ruptura F_{exp} para gases raros (experimentais). Todos os fluxos estão dados em unidades de 10^{30} fótons/cm^2.s.

Tabela I) calculados para estes gases[8]. Fica claro de tais resultados que, embora a ionização multifotônica possa fornecer os elétrons iniciais, ela, sozinha, não explica as grandes densidades eletrônicas presentes na região de ruptura. Torna-se, assim, necessária a consideração adicional do mecanismo de avalanche que, salvo nas condições de gases muito rarefeitos (quando a formação de avalanches fica inibida, pois o livre caminho médio eletrônico torna-se ordens de grandeza maior que as dimensões do volume de ruptura), acaba sendo o mecanismo mais importante na deflagração da ruptura. Examinando a questão da dependência do fluxo mínimo (F_{cr}) com a pressão (p) do gás, esse tratamento prediz uma dependência muito fraca de F com p ($F \sim p^{-1/n_0}$), o que parece indicar, como uma possível vantagem para ensejar a ruptura, o uso, como uma impureza no gás em questão, de uma pequena concentração de gás de baixo potencial de ionização. Isto deverá facilitar a produção das "sementes" através do processo de ionização multifotônica. Devemos, não obstante, considerar que o tratamento acima peca, basicamente, pelo uso da formulação perturbativa no tratamento de efeitos de campos intensos, a que devemos creditar a discordância de suas predições com os experimentos.

A procura de um tratamento diferenciado neste aspecto, inicia-se com o trabalho pioneiro de Keldish[10], que busca tratar a ionização atômica em campos intensos não-perturbativamente. Nele fica demonstrado algo a que já nos referimos anteriormente, a saber, o fato que o efeito multifotônico e o efeito tunel (onde o elétron é extraido do átomo por um campo elétrico estático) tem natureza comum, representando casos limites do mesmo processo, no qual um elétron passa de um estado ligado num átomo livre para um estado livre sob a influência de um campo eletromagnético. Os resultados de Keldish, não obstante, ainda guardam certa semelhança com aqueles dos tratamentos perturbativos, como o que consideramos acima, embora contenha uma dependência diferente na frequência do laser, para a probabilidade de transição multifotônica.

Com o intuito de incluir, em nossa consideração do problema da ruptura, uma formulação alternativa para o cálculo não-perturbativo da taxa de ionização multifotônica, descreveremos brevemente um método que trata o problema dentro da proposição de Lima e Miranda[3] para átomos em campos intensos. Este problema foi detalhadamente abordado em outro trabalho[11] de forma que limitar-me-ei, aqui, a apresentar os resultados que terão relevância para minhas considerações posteriores.

É possível mostrar[12] que, sob ação de uma onda circularmente polarizada, descrita pelo potencial vetor $\vec{A}(t)$, na aproximação do dipolo,

$$\vec{A}(t) = A\,(\hat{x}\cos\omega t + \hat{y}\,\mathrm{sen}\,\omega t) \tag{II.9}$$

a solução da equação de Schrödinger, para o átomo de hidrogênio num campo de laser,

$$i\hbar\dot{\psi} = \hat{H}\psi \tag{II.10}$$

onde

$$\hat{H} = \frac{(\hat{P} + \frac{e}{c}\vec{A}(t))^2}{2m} - \frac{e^2}{|\vec{r}|} \tag{II.11}$$

pode ser obtida explorando-se o uso de uma transformação unitária que consiste numa translação espacial $\mathcal{U}$. Resulta, com a in trodução de uma nova função ϕ dada por:

$$\psi(r,t) = U\phi(\vec{r},t) = e^{i\vec{\delta}(t).\vec{p}/\hbar}\, e^{i\eta(t)/\hbar}\phi \qquad (II.12)$$

uma nova equação:

$$i\hbar\dot{\phi} = \tilde{H}\phi \qquad (II.13)$$

onde o Hamiltoniano transformado é:

$$\tilde{H} = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{|\vec{r}-\vec{\delta}(t)|} \qquad (II.14)$$

com

$$\vec{\delta}(t) = -\frac{e}{mc}\int^t dt'\vec{A}(t') \qquad (II.15)$$

e onde $\eta(t)$ é uma fase real e não terá maior relevância nos cálculos de amplitude de probabilidade, em que estamos interessados.

A Eq. (II.13) pode ser tratada dentro da aproximação em que $-\dfrac{e^2}{|r-\vec{\delta}(t)|}$ é substituido pelo potencial coulombiano efetivo (potencial de interação "vestido" pelo laser)[3]

$$V_{ef} = -\frac{e^2}{(r^2+a^2)^{1/2}} \qquad (II.16)$$

que representa o têrmo d.c. de ordem zero, na expansão convergente de $-\dfrac{e^2}{|\vec{r}-\vec{\delta}(t)|}$, em potências de $\left(\dfrac{\vec{r}\cdot\vec{\delta}}{r^2+a^2}\right)$, onde $a = |\vec{\delta}(t)| = \dfrac{eA}{m\omega c}$, resultando a equação[13]

$$i\hbar\dot{\phi} = \left[\frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{(r^2+a^2)^{1/2}}\right]\phi \qquad (II.17)$$

Para sua resolução numérica, vamos empregar um tratamento diferente daquele usado na Ref. 11 (método variacional), mas que resulta, não obstante, em resultados inteiramente concordantes entre os dois procedimentos.

Para aplicar este tratamento, escrevemos inicialmente a Eq. (II.17) na forma

$$\left(\frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{(r^2+a^2)^{1/2}}\right)\Phi_{n\ell}(\vec{r}) = E_{n\ell}\Phi_{n\ell}(\vec{r}) \qquad \text{(II.18)}$$

onde

$$\Phi(\vec{r},t) = \Phi(\vec{r})e^{iE_{n\ell}t/\hbar} \qquad \text{(II.19)}$$

sendo $E_{n\ell}$ as autoenergias associadas ao potencial coulombiano modificado. Pondo,

$$\Phi_{n\ell m}(r) = \frac{\chi_{n\ell}(\vec{r})}{r} Y_{\ell m}(\theta,\phi) \qquad \text{(II.20)}$$

resulta que $\chi_{n\ell}(\vec{r})$ satisfaz a equação radial reduzida

$$\left(\frac{-d^2}{dr^2} + \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - \frac{2}{(r^2+\lambda^2)^{1/2}}\right)\chi_{n\ell}(\vec{r}) = \varepsilon_{n\ell}\chi_{n\ell}(\vec{r}) \qquad \text{(II.21)}$$

onde $\varepsilon_{n\ell}$ é a energia em Rydbergs, r é a coordenada radial medida em unidades de raio de Bohr (a_0) e $\lambda = \frac{a}{a_0}$ é um parâmetro que nos dá uma medida, através de $a = \frac{eA}{m\omega c}$, da intensidade do campo de laser ($J \alpha A^2$).

Consideremos a Eq. (II.21) para o caso de estados "s" (ℓ = 0) uma vez que estamos interessados no estado fundamental. Nós a resolvemos, numericamente, de acordo com o tratamento detalhado abaixo.

Para $\ell = 0$ a Eq. (II.21) fica

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} - \frac{2}{(r^2+\lambda^2)^{1/2}}\right)\chi_n(r) = \varepsilon_n\,\chi_n(r) \tag{II.22}$$

Explorando o método de diferenças finitas,[14] vamos dividir o intervalo de integração da equação diferencial, em m intervalos muito pequenos Δr, de tal forma que podemos fazer uma aproximação das derivadas como segue:

a) aproximação para a primeira derivada

$$\frac{d\chi}{dr} \simeq \frac{\chi_{j+1} - \chi_j}{\Delta} \qquad \text{com} \quad \begin{cases} \chi_j = \chi(r_j) \\ \Delta = r_{j+1} - r_j \end{cases}$$

b) então, para a segunda derivada fica:

$$\frac{d^2\chi}{dr^2} \simeq \frac{\chi_{j+1} - 2\chi_j + \chi_{j-1}}{\Delta^2}$$

Portanto, nossa equação (II.22) que se escreve, sob a forma de $m(m \to \infty)$ equações acopladas da forma:

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} - \frac{2}{(r^2+\lambda^2)^{1/2}}\right)\chi = -\frac{\chi_{j-1}}{\Delta^2} + \frac{2\chi_j}{\Delta^2} - \frac{\chi_{j+1}}{\Delta^2} - \frac{2\chi_j}{(r_j^2+\lambda^2)^{1/2}} = \varepsilon_n\chi_j$$

$$= \frac{-\chi_{j-1}}{\Delta^2} + \left(\frac{2}{\Delta^2} - \frac{2}{(r_j^2+\lambda^2)^{1/2}}\right)\chi_j - \frac{\chi_{j+1}}{\Delta^2} = \varepsilon_n\chi_j$$

com $j = 1, 2, \ldots m$, sujeitas a condição de contorno $\chi_0 = \chi_\infty = 0$.

Podemos pôr esta última equação em forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \left[\frac{2}{\Delta^2}-\frac{2}{(r_1^2+\lambda^2)^{1/2}}\right] & -\frac{1}{\Delta^2} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -\frac{1}{\Delta^2} & \left[\frac{2}{\Delta^2}-\frac{2}{(r_2^2+\lambda^2)^{1/2}}\right] & -\frac{1}{\Delta^2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\Delta^2} & \left[\frac{2}{\Delta^2}-\frac{2}{(r_3^2+\lambda^2)^{1/2}}\right] & -\frac{1}{\Delta^2} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & & \ddots & & \\ \vdots & \vdots & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & & -\frac{1}{\Delta^2} & \left[\frac{2}{\Delta^2}-\frac{2}{(r_m^2+\lambda^2)^{1/2}}\right] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \chi_3 \\ \vdots \\ \chi_m \end{pmatrix} = \varepsilon_n \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \chi_3 \\ \vdots \\ \chi_m \end{pmatrix}$$

Então ficamos com uma matriz simétrica para a qual temos que achar os números $\chi_1, \chi_2, \ldots, \chi_m$ que correspondem aos valores da autofunção $\chi^{(n)}$, nos pontos $r_1, r_2 \ldots r_m$, associada ao autovalor ε_n, para um dado valor de λ. Para este cálculo de todos os autovalores ε_n, e as correspondentes autofunções $\chi^{(n)}$, utilizamos um programa de determinação de autovalores e autovetores de uma matriz n x n. O cálculo foi desenvolvido num computador VAX-11/780 VMS versão 3,7. Este programa(15) calcula os autovalores e autovetores de uma matriz hermitiana, por redução de uma forma tridiagonal simétrica.

Os autovalores da matriz na Eq.(II.22) são os valores das energias do sistema atômico com em presença do campo. Em particular interessa-nos o estado fundamental, cuja energia podemos calcular, agora, em função do parâmetro λ, resolvendo a equação matricial acima, para diferentes valores de λ.

O resultado deste cálculo está apresentado graficamente na Fig. 3 e será utilizado nos cálculos referentes ao limiar de ruptura dielétrica conforme discutiremos no próximo capítulo.

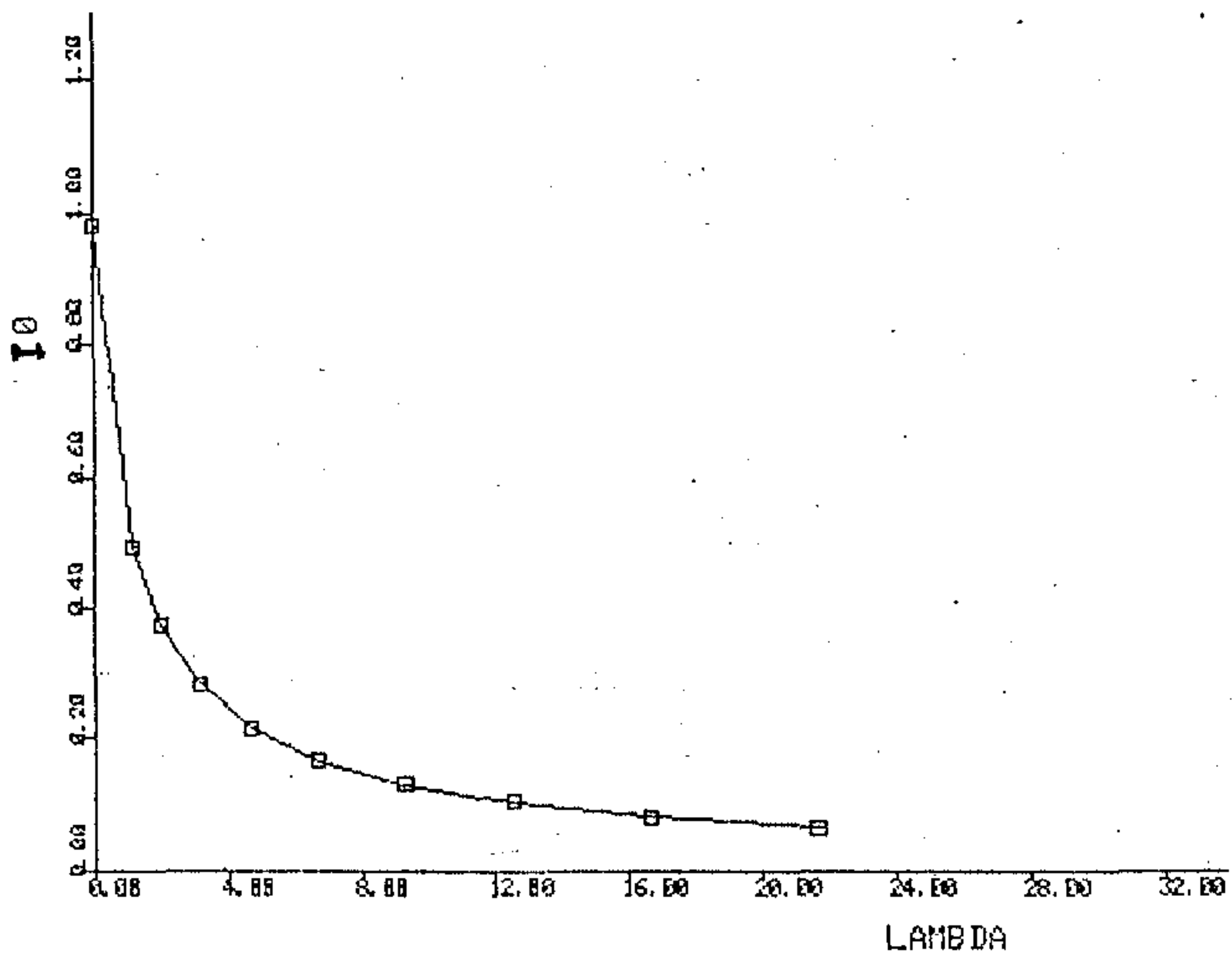


Fig. 3 - Variação do potencial de ionização (em Rydbergs) para átomo de hidrogênio em função do parâmetro λ, que se relaciona com a intensidade J do laser por $\lambda = 6{,}5 \times 10^{24}\ \omega^{-2} \sqrt{J}$.

CAPÍTULO III

O PROCESSO DA RUPTURA DIELÉTRICA : AVALANCHE ELETRÔNICA E CÁLCULO DA INTENSIDADE ÓPTICA CRÍTICA J_{cr} (LIMIAR DE RUPTURA)

a) Desenvolvimento da Avalanche Eletrônica

Cálculos do processo de avalanche (ionização em cascata) existem diversos na literatura[16,17]. O ponto de partida é admitir que, por algum processo (ionização multifotôncia, por exemplo), aparecem na região focal, logo no início do pulso laser, alguns elétrons livres. Estes elétrons livres absorvem energia através do processo de bremsstrahlung inverso, que consiste na absorção de um ou mais fótons do campo pelo elétron, ao longo da colisão com átomos neutros ou íons. A medida que atinge uma energia crítica (da ordem do potencial de ionização) um elétron pode, através de uma colisão com um átomo neutro em presença do campo eletromagnético, produzir uma ionização por impacto. Resultam do processo dois elétrons de baixa energia, que logo recomeçam o processo de aquisição de energia por bremsstrahlung. O processo se repete, sucessivamente, fazendo crescer, numa progressão geométrica, a densidade eletrônica, até atingir a densidade crítica de ruptura (formação de um plasma na região focal).

Se o campo for suficientemente intenso, pode-se até chegar a esta densidade sem grande participação da ionização por impacto, bastando que na colisão o elétron perca apenas parte da sua energia excitando o átomo. O processo de ionização será, então, completado pela absorção de alguns fótons do campo pelo átomo excitado, num processo de ionização multifotônica. Entretanto, se a intensidade não for tão grande, o processo de perda parcial de energia pelo elétron, no processo de excitação do átomo, sem subsequente fotoionização, acaba por retardar a produção da avalanche. Além deste, outros processos importantes que afetam o progresso da cascata, pela subtração de energia disponível nos elétrons, são as colisões elásticas e a difusão de elétrons para fora da região focal. A perda por colisões elásticas é tão mais acentuada quanto mais leve for o gás e exerce um papel tanto mais importante quanto mais lento for o processo de aquisição de energia do campo, portanto, quanto mais fraco for o campo.

Como a avalanche depende, criticamente, da transferência de energia do campo para os elétrons (aquecimento eletrônico) pode-se compreender que, a pressões mais baixas, os elétrons difundam mais rapidamente para fora das pequenas regiões onde ocorrem valores elevados de campo elétrico, devido a interação entre os modos de oscilação do laser. Os elétrons ganham energia cinética, rapidamente, nessas regiões e, assim, escapam delas. Isto enseja uma rápida distribuição dos elétrons "quentes" por todo o volume focal. Pode-se, assim, considerá-los como que sob a ação do campo médio atuando sobre o volume de ruptura. Já se, ao contrário, estamos com pressões elevadas a difusão é lenta (muitas colisões nas micro-regiões de campo alto) e o processo de avalanche fica localizado nestas regiões (onde os campos locais excedem o valor médio)

b) <u>Cálculo de J_{cr}</u>.

Se pudermos ignorar, sob certas condições, o processo de difusão de elétrons para fora da região focal, então o campo de limiar fica determinado pela condição que um número suficiente de elé trons N_{cr} seja criado e acumulado durante o pulso de laser (duração Δt). Ao longo da primeira fase do processo o número de elétrons na cascata cresce exponencialmente com o tempo:

$$N = N_o e^{t/\tau} = N_o 2^K \tag{III.1}$$

onde τ é a constante de tempo de cascata. O número de gerações K que ocorrem ao longo da duração do pulso de laser será então:

$$K_{cr} = \frac{t/\tau}{\ell n 2} = 1,45\ \ell n\ \left(\frac{N_{cr}}{N_o}\right) \tag{III.2}$$

Assim, se tomarmos como valor crítico para início da ruptura $N_{cr} = 10^{19}$ (trata-se de um valor razoável para a densidade eletrônica na ruptura segundo estimativas experimentais(18)) e assumirmos que a avalanche começou com um elétron ($N_o = 1$), então a condição de ruptura exige que $K_{cr} = 63$, o que fixa, também, para uma duração do pulso, digamos, de 25 ns, a constante de tempo τ em $\tau \simeq 1$ ns. Observe que o número final de elétrons N_{cr} depende, muito sensivelmente, do valor de τ, o qual depende do campo, o que fornece uma explicação plausível para a existência de um valor limiar de campo (para ruptura) tão crítico.

Contrariamente ao que pensaram alguns autores(19), mostraremos ser possível adaptar a teoria clássica da ruptura, causada por microondas, ao caso da ruptura causada por radiação na região de frequências ópticas, com algumas importantes modificações que terão que ser implementadas.

Classicamente, um elétron livre, posto a oscilar no campo elétrico alternado de uma onda, adquire uma energia cinética média dada por:

$$< \varepsilon > = \frac{e^2 E^2}{m\omega^2} \qquad \text{(III.3)}$$

O elétron pode adquirir (ou perder) energia da onda somente quando colide com um átomo, ocasião em que a brusca mudança de velocidade enseja a transferência de energia de oscilação para energia de movimento translacional caótico (e vice-versa). A taxa de variação da energia do elétron é dada por[4]:

$$< \frac{d\varepsilon}{dt} > = \frac{e^2 E^2}{m\omega^2} \; \nu_{ef} \; \frac{\omega^2}{\omega^2 + \nu_{ef}^2} \qquad \text{(III.4)}$$

Quando ocorre ter-se que $\omega >> \nu_{ef}$ a expressão acima simplifica-se para

$$< \frac{d\varepsilon}{dt} > = \frac{e^2 E^2}{m\omega^2} \; \nu_{ef} \qquad \text{(III.5)}$$

Nestas expressões

$$\nu_{ef} = n \; v \; \sigma_{col} \qquad \text{(III.6)}$$

é a frequência efetiva de colisões elétron-átomo (núcleo), para as quais a seção de choque é σ_{col}, sendo n a densidade de partículas e v a velocidade dos elétrons. No caso de ruptura causada por frequências ópticas tem-se $\omega >> \nu_{ef}$ o que valida a aplicação da Eq.(III.5).

Convém, aqui, agora, frisar um ponto importante: para um laser de rubi tem-se $\hbar\omega$ = 1,78 eV, enquanto que a energia de oscilação não passa de uns 10^{-2} eV. Isto significa que na grande maioria das colisões os elétrons raramente removem energia do campo, o que só ocorre esporadicamente. Não obstante, quando isto se dá, o elétron absorve instantaneamente a energia $\hbar\omega$. Ora, estamos assim, frente a um efeito de caráter quântico e portanto seria lógico imaginar a invalidação da teoria clássica para este problema. Não obstante, após cálculos quânticos(4) (na ausência de perdas) ficou demonstrado que tanto o tratamento clássico, como o quântico, levam aos mesmos resultados, desde que a energia do fóton $\hbar\omega$ seja pequena comparada com a energia total (e não com a energia de oscilação no campo) do elétron. Como a energia total é, aproximadamente, igual ao potencial de ionização, esta condição fica representada por

$$\frac{\hbar\omega}{I_o} << 1 \tag{III.7}$$

Vamos agora levar em conta as perdas de energia devido às colisões elásticas. Neste caso a Eq. (III.5) fica:

$$< \frac{d\varepsilon}{dt} > = \left(\frac{e^2E^2}{m\omega^2} - \frac{2m}{M}\,\varepsilon \right) \nu_{ef} \tag{III.8}$$

onde M é a massa do átomo. Esta fórmula, na verdade, põe em evidência as falhas da descrição clássica. De fato, no caso de grandes perdas podemos eventualmente ter $< \frac{d\varepsilon}{dt} > < 0$ e seríamos levados a pensar que o elétron jamais acumularia energia suficiente para atingir o valor do potencial de ionização. No entanto, dado o caráter quântico da absorção de energia, há sempre uma probabilidade finita de que o elétron possa adquirir energia suficiente para superar as perdas de energia e produzir a ionização. A explicação para isso é que a variação da energia do elétron faz-se em saltos aleatórios, de extensão finita e tem um caráter estocástico, o qual é descrito pela teoria quântica.

Voltando a simplificação em que se ignoram as perdas, podemos explorar a Eq. (III.5) para estimar, classicamente, o valor médio da intensidade limiar J_{cr} do laser para que ocorra a ruptura. Esta condição terá sido atingida quando ao longo da duração Δt do pulso do laser, a energia acumulada pelos elétrons se torne igual ao potencial de ionização I_o vezes o número crítico de gerações (número de passos da avalanche)

$$K_{cr}\, I_o = \int_o^{\Delta t} \frac{d\varepsilon}{dt}\, dt = < \frac{d\varepsilon}{dt} > \Delta t \qquad \text{(III.9)}$$

Obtemos, assim, $K_{cr} I_o = \dfrac{e^2 E_{cr}^2}{m\omega^2}\, \nu_{ef}\, \Delta t$, e daí,

$$J_{cr} = \frac{c}{4\pi} E_{cr}^2 = \frac{cm\, \omega^2\, K_{cr}\, I_o}{4\pi\, e^2\, \nu_{ef}\, \Delta t} \qquad \text{(III.10)}$$

onde:

ω = frequência do laser

I_o = potencial de ionização

e = carga do elétron

Δt = duração do pulso do laser

K_{cr} = número crítico de gerações até ruptura

= (número de passos na avalanche)

m = massa do elétron

ν_{ef} = frequência efetiva de colisões elétron-átomo (núcleo).

A Eq.(III.10) relaciona a intensidade crítica para ruptura J_{cr} com parâmetros descritivos do laser (ω, Δt) e/ou das condições do gás onde ela se porcessa (K_{cr}, I_0, ν_{ef}). No entanto, segundo nossa formulação tanto I_0 como ν_{ef} são afetados pela presença do laser, i.e. $I_0 = I_0(\lambda)$ e $\nu_{ef} = \nu_{ef}(\lambda)$ e portanto são dependentes da intensidade J do feixe. De fato, no Capítulo II já calculamos para vários valores de λ o valor de $I_0(\lambda)$, conforme está representado na Fig. 3. Ajustando uma função polinomial ao gráfico desta Figura obtivemos o tabelamento da função $I_0(\lambda)$ vs. λ, para qualquer λ. Explorando, então, a relação:

$$J(W/cm^2) = \frac{\omega^4\lambda^2}{(6,5)^2 \times 10^{48}} \qquad (III.11)$$

que dá a intensidade (Watt/cm^2) de um campo de laser de frequência ω em função do parâmetro λ, obtivemos, a partir dos pares $(I_0(\lambda), \lambda)$ os pares $(I_0(J), J)$ para um laser de rubi ($\omega = 2,74 \times 10^{15}$ rad/seg), que poremos como:

$$I_0 = f(J) \qquad (III.12)$$

Consideremos, agora, a forma como a frequência efetiva de colisões depende da intensidade do laser e, como se verá, da razão (ω_p/ω) entre a frequência de plasma dos elétrons e a frequência do laser. De acordo com os cálculos de Lima et.al[20, 21] reproduzidos resumidamente no Apêndice II, mostra-se que:

$$\nu_{ef} = \frac{4A\sqrt{\pi}}{7\, m^2} \; \frac{e^4 n}{v_T^3} \; \frac{(\vec{k}_D \cdot \vec{a})^4}{(1 - (\frac{\omega_p}{\omega})^2)^2} \tag{III.13}$$

válida para $\omega \sim \omega_p$.

Aqui:

$k_D = \frac{\omega_p}{v_T}$ = número de onda de Debye.

$a = a_o \lambda$ = amplitude de oscilação de um elétron livre no campo.

a_o = raio atômico de Bohr.

$\omega_p = (4\pi\, n_e\, e^2/m)^{1/2}$ = frequência de plasma, com n_e = densidade eletrônica.

Portanto, a Eq. (III.13) pode ser reescrita como:

$$\nu_{ef} = C\, \frac{n n_e^2\, \lambda^4}{(1 - (\frac{\omega_p}{\omega})^2)^2} \tag{III.14}$$

com:

$$C = \frac{4A\sqrt{\pi}}{7\, m^2} \; \frac{a_o^4\, e^4}{v_T^7} \left(\frac{4\pi\, e^2}{m}\right)^2$$

onde mantivemos explicita apenas a dependência na densidade eletrônica n_e e, consequentemente, em ω_p e na intensidade do laser (através de λ).

Como, na verdade, $J \,\alpha\, \lambda^2$, temos efetivamente que:

$$\nu_{ef} = B \frac{n n_e^2 J^2}{(1 - \frac{\gamma n_e}{\omega^2})^2} \qquad \text{(III.15)}$$

onde:

$$B = (\frac{(6,5)^2 \times 10^{48}}{\omega^4})^2 \; C$$

$$\gamma = \frac{4\pi \; e^2}{m} \simeq 0,32 \times 10^{10} \; \frac{cm^3}{s^2}.$$

Assim substituindo as Eqs. (III.15) e (III.12) na Eq.(III. 10), vem , tomando $n_e \simeq n$, na ruptura[18]

$$J_{cr} = \frac{c \; m \; \omega^2 \; K_{cr} \; f(J_{cr})}{4\pi \; e^2 \; \Delta t \; B \; n^3 \; J_{cr}^2} \cdot (1 - \frac{\gamma n}{\omega^2})^2$$

Separando os termos dependentes de J_{cr}, temos:

$$J_{cr} \; S(J_{cr}) = k\frac{1}{n}(1 - \frac{\gamma n}{\omega^2})^{2/3} \qquad \text{(III.16)}$$

onde

$$k = [\frac{c \; m \; \omega^2 \; K_{cr}(2,18 \times 10^{-18})}{4\pi \; e^2 \; \Delta t \; B}]^{1/3}$$

e

$$S(J_{cr}) = (f(J_{cr}))^{-1/3}$$

Note que incluimos K_{cr} na constante k pois, na verdade, K_{cr} varia muito lentamente (logaritmicamente) com n_e, pois de acordo com a Eq. (III.2)

$$K_{cr} = 1{,}45 \ln \left(\frac{N_{cr}}{N_o}\right)$$

onde $N_{cr} = n_e \simeq n$, nas condições de ruptura[18] (n_a = densidade atômica).

Na Tabela II, abaixo, damos alguns valores da densidade atômica n para o gás de hidrogênio para os valores de pressão indicados, à temperatura ambiente[22], sobre os quais procedemos um ajuste por interpolação.

p (atm)	n/n_o
1	0,91
4	3,63
7	6,35
10	9,05
40	35,60
70	61,20

Tabela II - Densidade em função da pressão para hidrogênio, onde $n_o = 2{,}7 \times 10^{19}\ cm^{-3}$ ($1\ atm = 1{,}01 \times 10^6\ \frac{dina}{cm^2}$)

Representemos a função de interpolação obtida, sobre os dados experimentais, por

$$n = g(p) \tag{III.17}$$

cujo gráfico está dado na Fig. 4.

Substituindo g(p) na Eq. (III.16) obtemos:

$$J_{cr}\, S(J_{cr}) = kh(p) \tag{III.18}$$

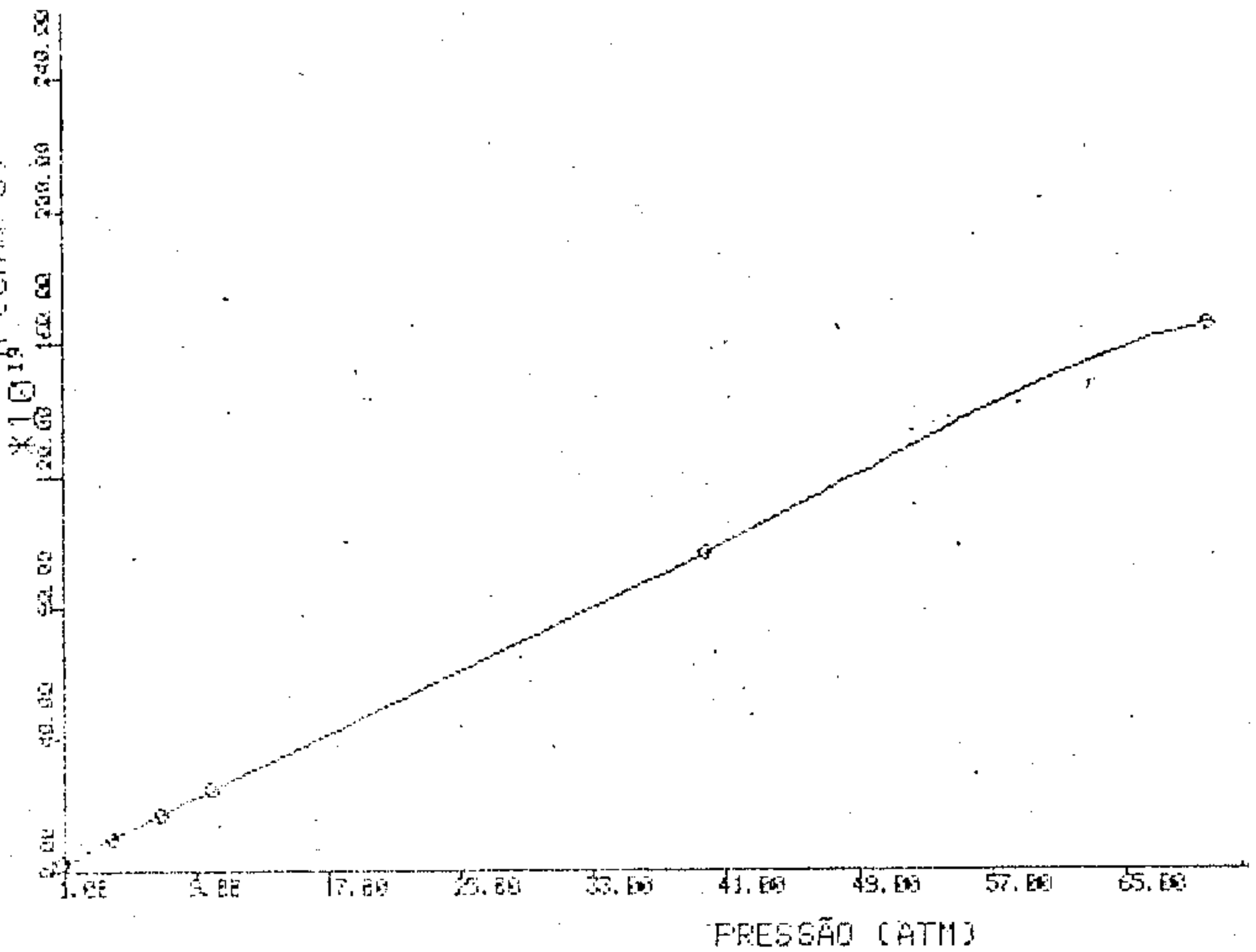


Fig. 4 - Densidade atômica de hidrogênio em função da pressão (nos a computamos a partir da interpolação dos valores experimentais dados na Ref. 20).

onde:

$$h(p) = \frac{1}{g(p)} \left(1 - \frac{\gamma g(p)}{\omega^2}\right)^{2/3} .$$

Podemos representar a Eq. (III.18), fazendo $F(J_{cr}) = J_{cr} \cdot S(J_{cr})$ e $U(p) = kh(p)$ por $F(J_{cr}) = U(p)$, o que nos permite escrever

$$J_{cr} = F^{-1} \{ U(p) \} \tag{III.19}$$

Para obter os valores de J_{cr} a partir da Eq.(III.19) precisamos determinar a forma da função $F(J_{cr})$ para depois invertê-la. Para isto fizemos o gráfico desta função, o qual está dado na Fig. 5. Dela extrai-se, por ajuste polinomial, com auxílio de computador(23),

$$F(J_{cr}) = J_{cr}\, S(J_{cr}) \simeq a + b\, J_{cr} \tag{III.20}$$

Os valores de a e b determinados pelo ajuste são em unidades aequadas ao uso de J_{cr} em Watt/cm^2 e I_o em Rydbergs

$$a = -3{,}18 \times 10^{10} \quad e \quad b = 1{,}21$$

Neste daso, a Eq. (III.19) é da forma

$$J_{cr} = (U(p) - a)\, \frac{1}{b}$$

ou, usando a expressão para $U(p)$:

$$J_{cr} = \left(\frac{k}{g(p)} \left(1 - \frac{\gamma g(p)}{\omega^2}\right)^{2/3} - a\right) \frac{1}{b} \tag{III.21}$$

A representação gráfica da Eq. (III.21) está mostrada na Fig. 6

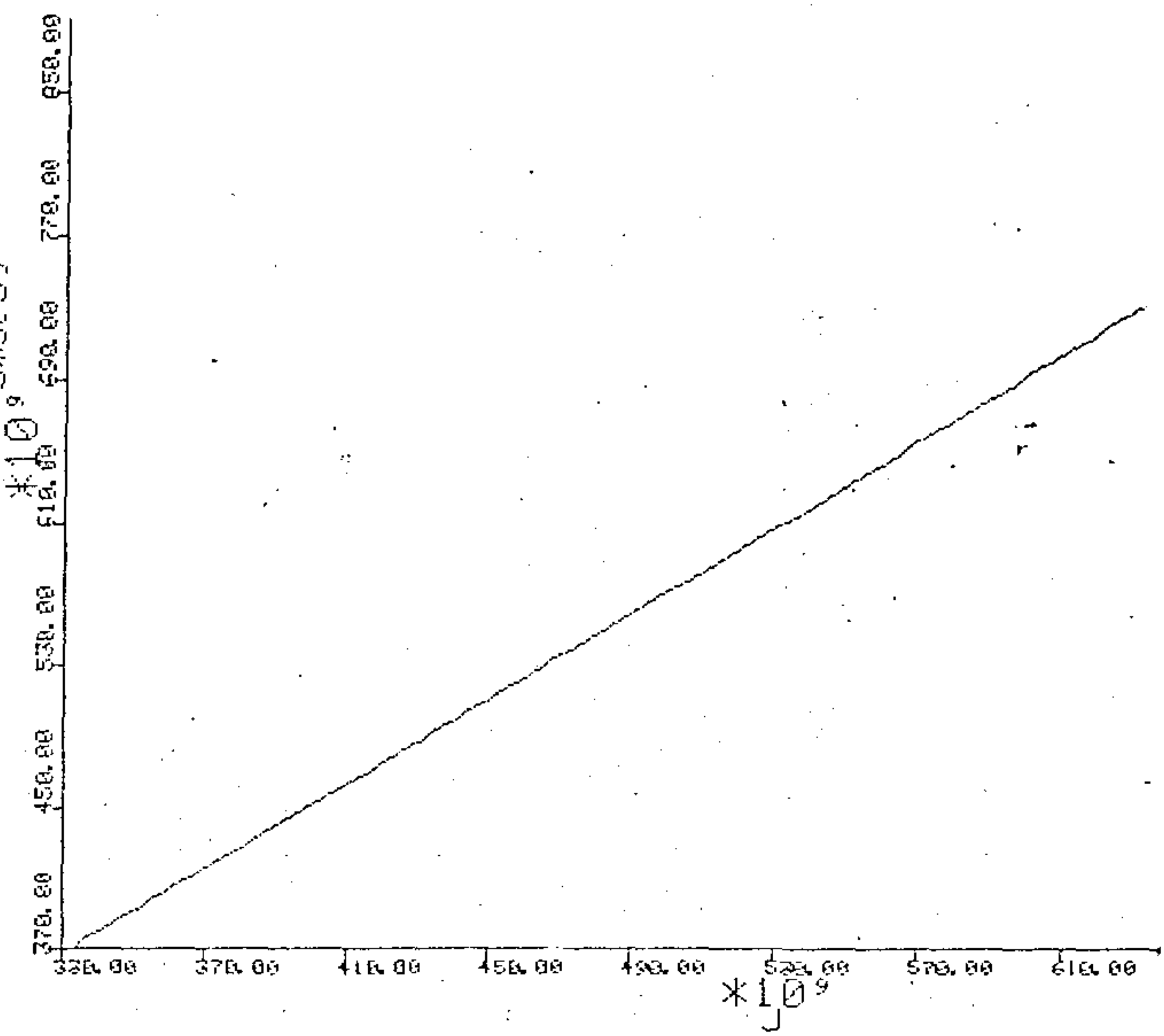


Fig. 5 - Comportamento de Função $F(J_{cr}) = J_{cr} \cdot S(J_{cr})$ em função de J_{cr}.

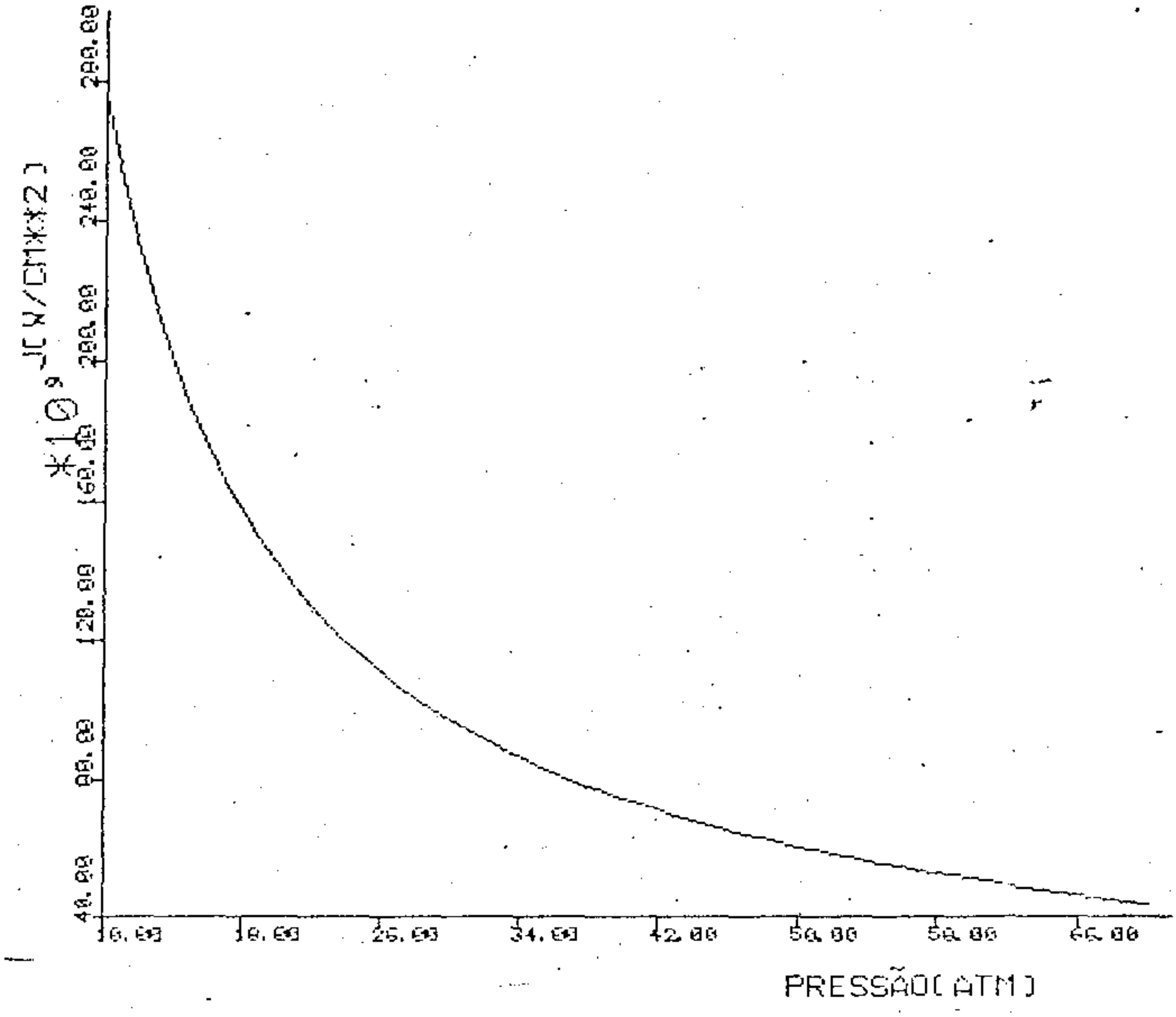


Fig. 6 - Dependência de J_{cr} teórica (calculado ignorando perdas) com a pressão do gás.

A Eq. (III.21) representa o cálculo teórico da intensidade crítica para ruptura. Podemos agora compará-la com medidas experimentais. No caso do hidrogênio, que estamos estudando, são poucos os estudos experimentais sistemáticos (várias medidas com o mesmo equipamento) da ruptura dielétrica, produzida por laser. Um trabalho razoavelmente completo é o de Minck[24], onde são apresentadas medidas da potência necessária para que um laser de rubi focalizado produza, na região focal, a ruptura dielétrica do gás. Para poder efetuar a comparação com nossos resultados teóricos, precisamos transformar em potência as intensidades calculadas, multiplicando os valores de J_{cr} (dados pela Eq. (III.21)) pela área focal na região na qual se produz a ruptura. Esta área é um dado levantado no experimento. Cumpre ressaltar, no entanto, que a determinação desta área pode ser feita de diferentes maneiras[19, 25, 26] (medida da área de aberração da lente, avaliação da área de perfuração realizada num filme fino metálico, pelo laser focalizado com a lente em questão, etc.) e os resultados nem sempre concordam, podendo diferir bastante entre si; além disso, as medidas estão afetadas por significativos erros experimentais[27, 28]. Em seu trabalho, Minck[24] não se refere a medidas diretas desta área, embora citações posteriores[4] deste trabalho indiquem que a lente utilizada oferecia uma área de aberração de $A = 1{,}13 \times 10^{-6}$ cm^2. Com este valor de A calculamos $P_{cr} = J_{cr} \times A$ e fizemos o gráfico da função resultante versus a pressão do gás. Este gráfico juntamente com os pontos experimentais de Minck[24] estão dados na Fig. 7. A discrepância é evidente e aparentemente não é sistemática, isto é, a mera modificação

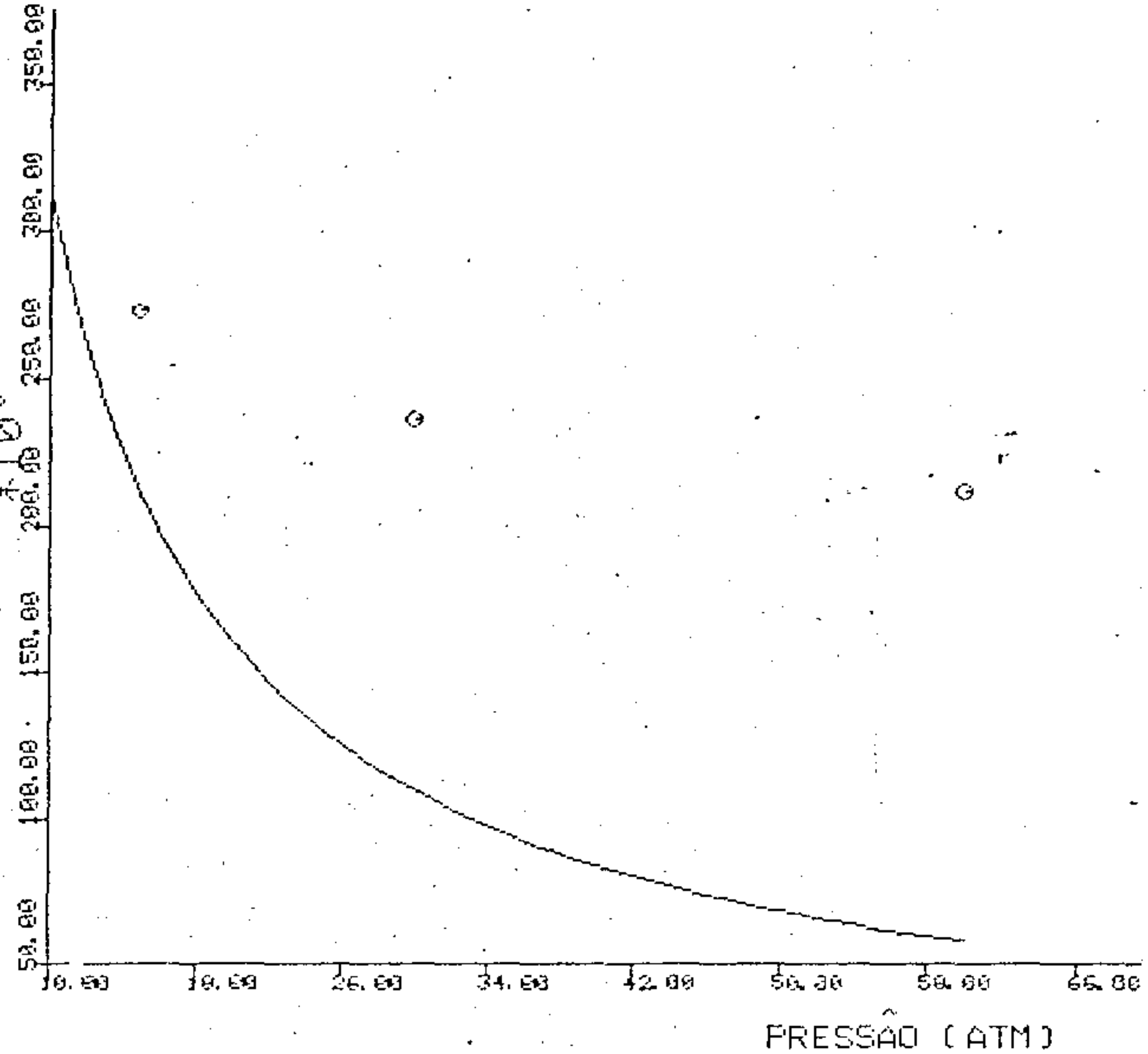


Fig. 7 - Potência crítica calculada a partir de J_{cr} (antes da correção para perdas). Os pontos Θ são medidas experimentais[24].

do valor de A, apelando para uma possível incerteza em sua avaliação, não conduz a um melhor ajuste sistemático dos pontos experimentais fazendo, apenas, variar a faixa de pressão onde o desacôrdo é maior.

Esta observação levou-nos a admitir que a discrepância tinha origem em algum dos fatores dependentes da pressão, que foram incorporados em nossa formulação teórica. Reexaminando nossos cálculos constatamos que uma hipótese por nós assumida não poderia prevalecer nas condições em que ordinariamente se observa experimentalmente a ruptura. De um lado reconhecemos que o processo de avalanche leva, nas imediatas vizinhanças da ruptura à uma condição, na região focal, de plasma completamente ionizado[18]. Isto nos fez assumir, para a densidade eletrônica n_e, que entra na Eq.(III.13) para ν_{ef}, o valor de $n_e \cong n$, onde n é a densidade atômica no gás. Por outro lado, não se deve ignorar como fizemos, a presença de mecanismos de perda (tais como fuga de elétrons da região focal e recombinação) que são fortemente dependentes da pressão. Isto quer dizer que, ao invés de assumir $n_e = n$, independentemente da pressão, devemos tomar para a densidade eletrônica na Eq. (III.13).

$$n_e = \alpha(p)n$$

onde $1 \geqslant \alpha(p) \geqslant 0$ é uma função da pressão a ser determinada. Na verdade, para cada valor de pressão, $\alpha(p)$ é proporcional à diferença entre a densidade de elétrons gerados no volume de ruptura (via os processos já discutidos no começo deste capítulo) e aquela dos elétrons subtraídos deste volume, pelos diversos mecanismos de perda. Na verdade, com base na depen dência antecipada para os mecanismos de geração e perda de elétrons, na região focal, podemos esperar que o excesso do primeiro sobre o segundo tenda a decrescer com a pressão, visto que a geração é, prioritariamente, senão exclusivamente, determinada pelo processo de avalanche (ionização por impacto) enquanto as perdas são determinadas não só pela recombinação, mas também pela fuga eletrônica da região de ruptúra, fatos que tem sido confirmados, experimentalmente[29, 30].

Diante desses fatos, procuramos obter valores de $\alpha(p)$, com base nos dados experimentais existentes[24] e, através da interpolação polinomial sobre tais valores, obter uma representação analítica para $\alpha(p)$, válida dentro do intervalo de pressões coberto pela interpolação. Assim, partindo da expressão corrigida para J_{cr} dada abaixo

$$J_{cr} = \left[\frac{k}{\alpha(p)n_a} \left(1 - \frac{\gamma\alpha(p)n_a}{\omega^2}\right)^{2/3} - a \right] \frac{1}{b} \qquad \text{(III.22)}$$

e usando os valores de P_{cr}/A, determinados experimentalmente[24] obtivemos uma série de pares $(\alpha(p_i), p_i)$ e com esses valores, pudemos obter $\alpha(p)$ por interpolação. O resultado está apresentado na Fig. 8, onde se vê confirmada a expectativa de $\alpha(p)$ ser decrescente com p. Tendo esta representação analítica para a função $\alpha(p)$, podemos voltar a Eq. (III.22) para calcular J_{cr} x A para todos os valores de pressão. Este resultado final da previsão teórica da potência crítica de ruptura vs. pressão, que leva em conta não apenas o valor efetivo da densidade eletrônica no volume de ruptura mas, também, os efeitos do campo intenso em toda sua totalidade, está representado pela curva da Fig. 9 (os pontos assinalados

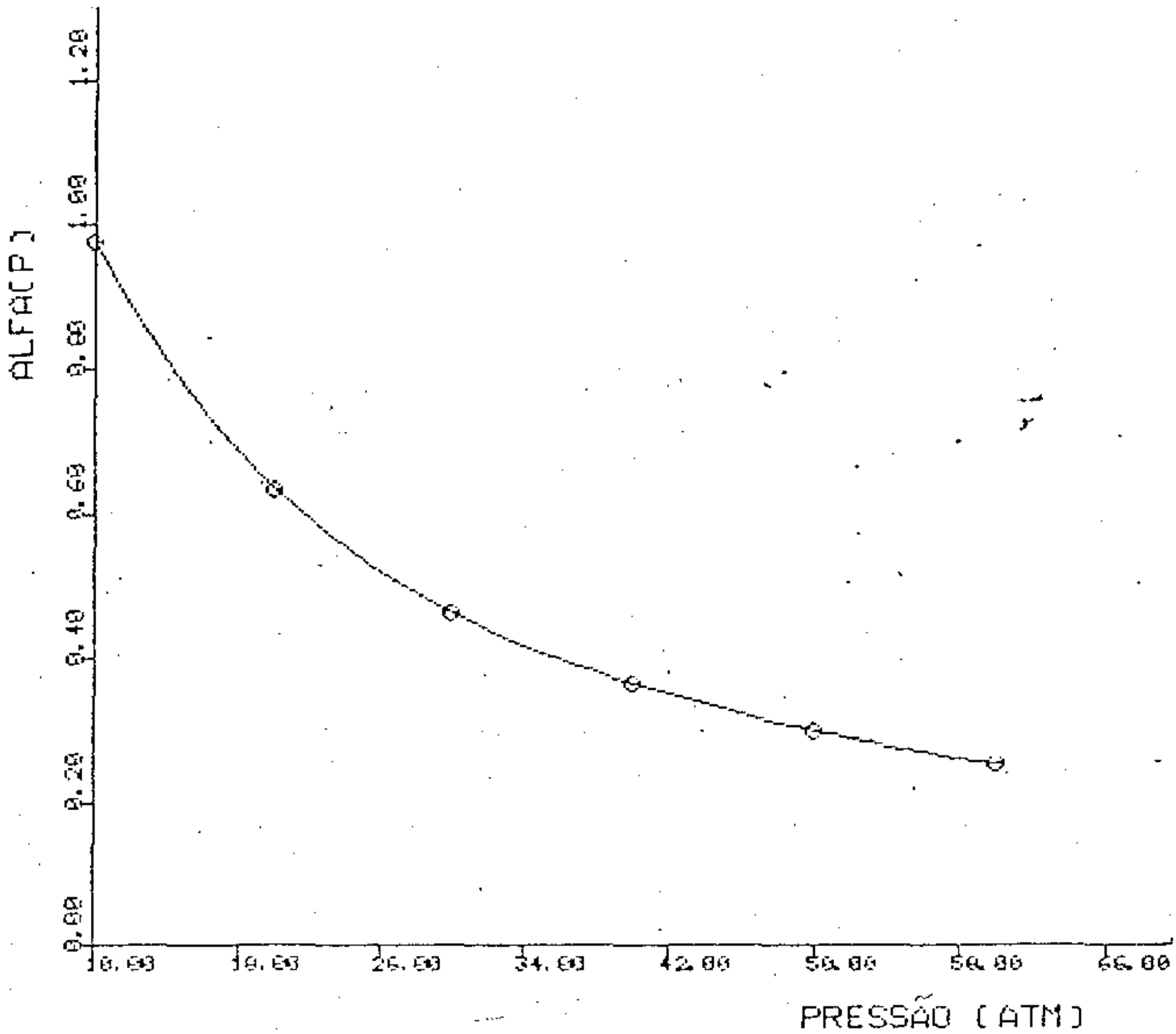


Fig. 8 - Comportamento do fator de correção $\alpha(p)$ (ver o texto)

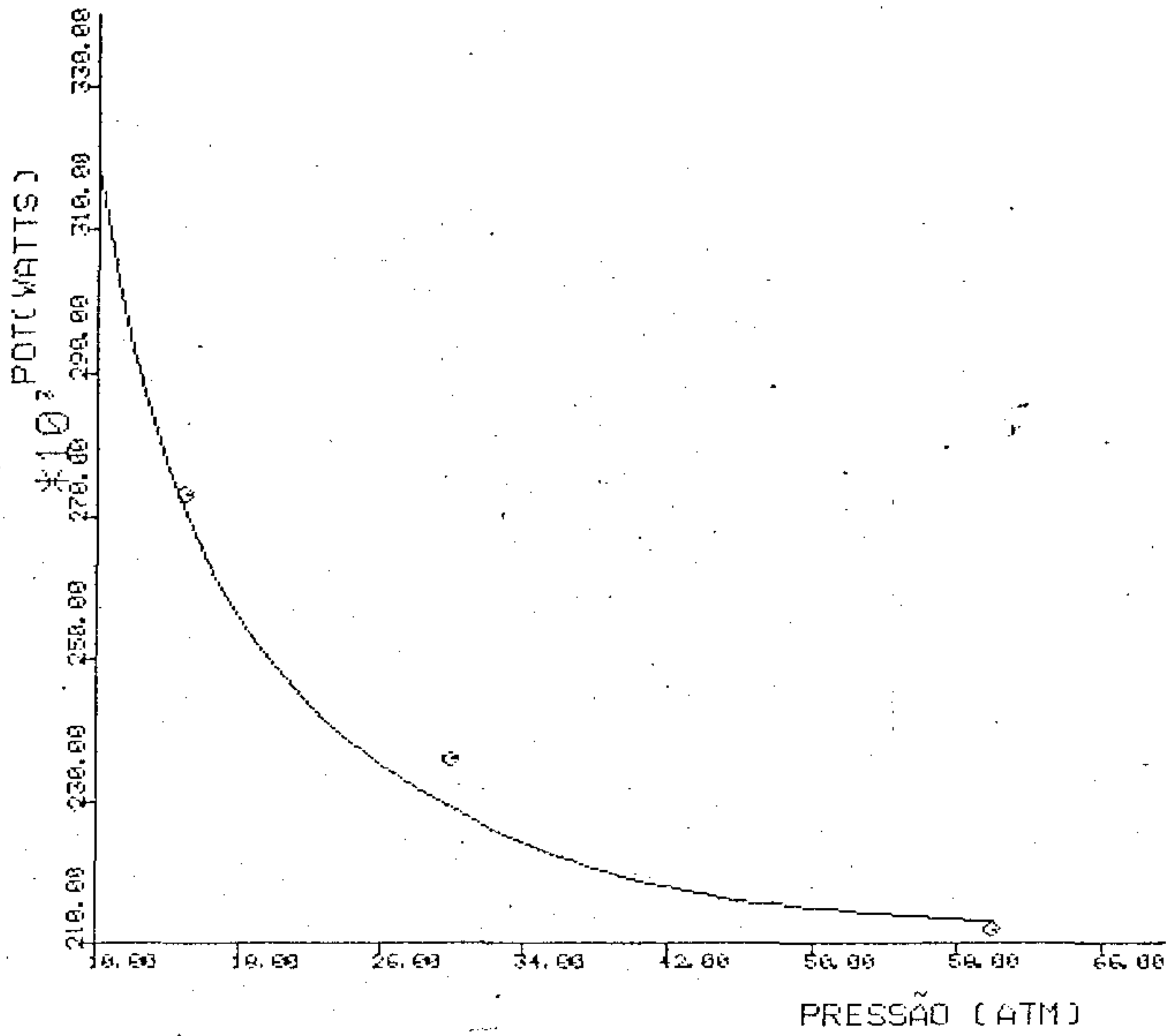


Fig. 9 - Potência teórica em função da pressão calculada a partir de J_{cr} após introdução da correção $\alpha(p)$. Os pontos Θ são medidas experimentais[24].

correspondem às medidas experimentais de Minck[24]. Nossa expectativa é de que medidas experimentais adicionais da potência crítica de ruptura dielétrica, no hidrogênio, que venham a ser realizadas, confirmem as predições teóricas aí apresentadas, no intervalo de pressões indicado.

CAPITULO IV

SUMÁRIO E CONCLUSÕES

a) Sumário sobre a ruptura dielétrica óptica em gases

Antes de apresentar um resumo e as conclusões de nossos estudos, sobre a questão da nucleação e desenvolvimento da avalanche eletrônica num gás submetido a ação de um intenso campo de radiação, incluiremos, por questão de completicidade, neste Capítulo, alguns comentários sobre o conjunto dos três estágios, mencionados no Capítulo I, que compõe, o processo completo do fenômeno da ruptura dielétrica óptica em gases, muito embora nos tenhamos dedicado, especificamente, ao estudo de apenas um deles.

Entre os muitos novos fenômenos que o advento de lasers potentes ensejou estão, como já dissemos, aqueles se observam na interação laser - gás, em condições tais que ocorre aquilo que passou a ser chamada de "descarga óptica" (em analogia às "descargas em rádio-frequência" e "descargas em microondas", e de acôrdo com a região do espectro eletromagnético onde se situa a faixa de frequências do campo que induz a descarga). Seu estudo abriu um novo capítulo na Física das Descargas em Gases, contribuindo para uma renovação do interesse científico na área, que se mantém até hoje[1,4,7-9, 16-19, 24-44]. É interessante, e ilustrativo, examinar-se num quadro comparativo, os aspectos característicos da ocorrência de fenômenos de descarga em gases, nas diversas faixas de frequência em que são observados[4, 32].

Tipo de plasma na descarga → Faixa de freqüência ↓	Plasma de ruptura (formação)	Plasma instável (manutenção)	Plasma estável (manutenção)
Campo d.c.	No espaço interelétrodico	Numa descarga incandescente	Num arco d.c.
Rádio-Freqüência	Por rádio-freqüência, com ou sem eletrodos	Descarga capacitiva em rf, à pressões moderadas	Descarga indutiva, à pressão atmosférica
Microondas	Em guias de onda e ressoadores	Descargas pulsadas em guias de onda e ressonadores	Plasmotrons de microondas
Freqüências ópticas	Em gases, induzida por um pulso de laser focalizado	Estágios finais da ruptura óptica	Descarga óptica CW mantida por radiação de um laser de CO_2

Na ruptura óptica, como já dissemos, há essencialmente uma sequência de estágios: a ruptura em si (formação e desenvolvimento da avalanche eletrônica), que constitui o objeto de estudo desta Tese, o aquecimento do plasma recém-formado, com o avanço da frente de plasma e, finalmente a "detonação" óptica e a emissão luminosa ("trovão" e "relâmpago"). Uma vez estabelecida a ruptura com a formação do plasma, a manutenção do pulso enseja um rápido aquecimento do plasma, em parte através do mesmo processo que permitiu o desenvolvimento da avalanche, energizando os elétrons entre colisões sucessivas, a saber, o processo de bremsstrahlung inverso, configurado pelas colisões coulombianas eletron-caroço positivo em presença do campo de laser. Nesse segundo estágio, não mais havendo dissipação de energia nos impactos ionizantes, a energia captada do campo de radiação aparece como energia cinética crescente dos elétrons: o plasma se aquece.

A temperatura de arcos d.c., a pressão atmosférica, é, normalmente, em volta de 6000 - 9000 K, nas descargas rf 8000-10000 K e nas descargas em microondas 4000 - 6000 K. Na faixa de frequências ópticas, esta temperatura chega à cerca de 20000 K. A alta temperatura atingida, neste caso, em comparação aos outros, deve-se, em parte, ao fato de que nas descargas ópticas o fluxo de energia incidente no plasma é muito elevado, da ordem de dezenas ou centenas de kWatt/cm^2, várias ordens de grandeza maior que no caso das descargas em rf ou microondas. Alie-se a isto, a efficiência do acoplamento do plasma, assim formado, com a radiação óptica pois, tìpicamente, os plasmas nas descargas ópticas são, pelo menos nos estágios iniciais, permeáveis ao campo de radiação.

A partir da pequena região onde a ruptura é inicialmente estabelecida, a descarga óptica se propaga. Muitos são os mecanismos que vinculam a transferencia de energia do plasma de descarga para o meio circundante constituido de camadas de gás frio; onda de choque, condução térmica e tranferência radiativa de calor, com a ionização sendo favorecida, também, por processos como difusão de radiação ressonante e difusão eletrônica. Uma camada recém- ionizada capta energia do campo, aquece-se e engloba-se na desgarga que, assim, vai se expandindo, num processo conhecido como propagação da frente de plasma, as vezes, também, chamado de propagação da onda de ionização.

O movimento da frente do plasma da descarga optica foi descoberto no trabalho original de investigação de centelhamento a laser(1). Observa-se que a fronteira do plasma de descarga óptica desloca-se, a partir da região focal, em direção ao feixe, uma velocidade de 100 km/s. O mecanismo de propagação operante, neste caso, é uma onda de choque que aquece o gás a uma temperatura muito elevada, na qual ele sofre uma forte ionização. É um efeito semelhante ao que se observa na detonação de explosivos (estes são aquecidos até a ignição, por uma forte onda de choque que é por sua vez implusionada pela pressão gerada pela rápida queima do explosivo). Deve-se a isto a interpretação deste fenômeno como sendo uma "detonação óptica". O mecanismo envolvido é peculiar e atuante apenas no caso das descargas ópticas. O fato é que, para produzir um movimento supersônico rápido da frente "detonação", são necessários fluxos de energia muito grande e para quaisquer outras faixas de frequência que não a óptica, isto determinaria intensidades de campo elétrico que se situaria bem acima dos correspondentes limiares de ruptura. Portanto, para quaisquer outros campos que não o óptico, o gás sofreria ruptura, antes que pudesse ocorrer a onda de "detonação".

O rápido aquecimento e a rápida expansão do plasma geram uma onda de pressão no gás circundante que se propaga dando origem ao ruido característico que se observa por ocasião da ruptura (o "estalido"da ruptura). Simultaneamente, o plasma fortemente aquecido luminesce, irradiando uma forte intensidade de luz, inclusive no visível, numa mistura de radiação de recombinação, breemstrahlung direto, etc., numa espécie de emissão de "bola de fogo".

A melhor compreensão do fenômeno de descarga optica induzida à laser oferece um excelente desafio, quer do ponto de vista básico quer tecnológico, mercê das possíveis aplicações do fenômeno, que atualmente incluem as perspectivas de uso prático do"plasmotron óptico" como um impulsionador de foguetes[33], ou do desenvolvimento de uma turbina para foguetes que explora o uso das explosões que acompanham a ruptura óptica(com o laser de alimentação mantido em terra!)[34, 35] ou ainda, com o uso de mecanismo de descarga óptica como um conversor de luz em energia elétrica[36], para gerar energia, por exemplo, a bordo de uma nave espacial, com um feixe de laser sendo enviado da Terra, por exemplo para alimentação de m satélite artifical em órbita.

b) Conclusões do Presente Trabalho

Neste trabalho, procurou-se abordar uma questão central do problema da ruptura dielétrica de um gás, causada pela ação de um campo eletromagnético intenso (laser de alta potência, focalizado num pequeno volume no interior do gás). Referimo-nos à estimativa teórica da intensidade crítica (limiar) para a qual se observa o fenômeno da ruptura, para condições especificadas do gás (pressão e temperatura). Em nossa formulação, procuramos introduzir ingredientes que não foram considerados em proposições anteriores[7-9, 24], como por exemplo, a variação do potencial de ionização atômico, em presença do campo de radiação intenso, e os efeitos deste campo na eficiência com que as colisões coulombianas elétron-núcleo (íon) levam a um processo efetivo de absorção de energia do campo pelos elétrons, ou seja, o processo de bremsstrahlung inverso. Este programa foi implementado tendo por base uma formulação para átomos em campos intensos e uma outra para o comportamento, sob campos intensos, de um plasma fortemente ionizado, desenvolvidos em trabalhos anteriores por Lima et al.[3, 20, 21]. A consideração específica do problema da avalanche eletrônica, que conduz ao desenvolvimento da condição necessária para a ruptura dielétrica, levando em conta estes efeitos de campo intenso, sobre as condições do próprio meio gasoso, permitiu estabelecer uma equação de equilíbrio. A partir dela, por sucessivos tratamentos teóricos, foi-nos possível obter uma predição específica sobre a condição de limiar para o estabelecimento da ruptura, isto é, a determinação da intensidade críti ca que, quando atingida, para valores dados da pressão e da temperatura do gás, enseja o desenvolvimento dos estágios subsequentes, que levam ao estabelecimento do dramático fenômeno da ruptura dielétrica induzida a laser (centelhamento a laser) na região de frequências ópticas.

Em resumo, determinamos a dependência do potencial de ionização com a intensidade do campo de radiação presente, o que influencia as condições de ionização do meio gasoso. Determinamos, também, através de seus efeitos sobre a eficiencia de colisão elétron-ion no plasma, que leva ao processo de bremsstrahlung inverso, a ação do laser sobre a resposta dielétrica do plasma fortemente ionizado. Tais efeitos foram incorporados na equação que estabelece a condição dinâmica para a ruptura, ou seja, a condição de equilíbrio clássico entre a energia consumida no processo de geração da avalanche e a energia captada pelos elétrons, a partir do campo de radiação, via bremsstrahlung inverso. A predição obtida para a intensidade de ruptura, a partir de tais considerações, ainda que descrevendo qualitativamente os resultados experimentais, mostrou-se insuficiente para uma descrição quantitativa mais apurada do fenômeno, a partir de primeiros princípios, pois assumiu hipóteses operacionais que não prevalecem inteiramente, nas condições práticas em que se observa a ruptura. Referimo-nos, especificamente, à estimativa da densidade de elétrons presente no volume de ruptura, no momento em que esta se dá. Inicialmente nós a tomamos como sendo igual a densidade atômica, visto que na ruptura ocorre completa ionização do gás. Isto deixa de levar em conta os mecanismos de perda, o que se evidenciou, a seguir, como sendo um fa tor de grande importância. Uma consideração detalhada, quantitativa, deste processo, exige um considerável esforço teórico no sentido da determinação, não só dos efeitos do laser na seção de choque para a ionização por impacto, responsável pela eficiência do processo de geração de pares eletron-ion, na colisão eletron-átomo neutro, ou seja, a determinação da dependência de k_{cr} com a intensidade do laser, como também dos efeitos do laser sobre a taxa de recombinação e a taxa de escape eletrônico do interior da região de ruptura. A dependência, com a pressão, deste balanço, entre perda e ganho, é crucial na avaliação da densidade eletrônica presente no volume de ruptura, nas condições em que se observa o processo. Neste trabalho, estabelecemos esta dependência apenas fenomenologicamente, apoiando-nos nos dados experimentais existentes. Fica pois, como tarefa para desenvolvimentos futuros, aos quais certamente dedicaremos nossos esforços, a especificação "ab initio" de tais efeitos. Não obstante, nossa formulação permiciu a incorporação, na descrição do fenômeno de ruptura, de fatores que estiveram sistematicamente negligenciados em tratamentos anteriores do problema. Ela representa, assim, a nosso ver, um expressivo avanço na qualidade das descrições teóricas do fenômeno de ruptura dielétrica induzida a laser, sem ter que apelar para ajustes "ad hoc" baseados no apelo à indeterminação experimental de um parâmetro, a área de focalização A, necessário para traduzir as predições teóricas da intensidade crítica J_{cr} nos valores da potencia crítica do laser utilizado para induzir a ruptura ($P_{cr} = J_{cr} \cdot A$).

REFERÊNCIAS

1. P. D. Maker, R. W. Terhune, and C. M. Savage, Optical Third Harmonic Generation, Quantum Electronics (Proc. Third Intern. Congress, Paris, 1963), ed. P. Grivet and N. Bloembergen, Vol. 2, Dunod, Paris, and Columbia University Press, New York (1964), p. 1559.

2. Ruptura dielétrica no ar produzida por um laser de CO_2 TEA com uma intensidade média de 10 MW/cm^2 e uma mistura de gases a pressão atmosférica de $CO_2 : N_2 :$ He numa proporção de 2 : 2 : 6. Este laser foi constrído nos laboratórios do Grupo de Lasers da UNICAMP, (C. H. Brito Cruz, Tese de Mestrado, 1980).

3. C. A. S. Lima and L. C. M. Miranda, Phys. Rev. 23A, 3335 (1981); Phys. Letters 86A, 367 (1981).

4. Yu. P. Raizer; "Laser - Induced Discharge Phenomena", 1977, Consultants Bureau, New York.

5. S. Stenholm, Contemp. Phys. 20, 37 (1979).

6. L. D. Landau and E. M. Lifshitz , 1958, Quantum Mechanics, § 73 (Pergamon Press, Oxford).

7. H. B. Bebb and A. Gold, Phys. Rev. 143, 1 (1966).

8. H. B. Bebb and A. Gold, Physics of Quantum Electronics Conference Proceedings, ed. P. L. Killey, B. Lax, P. E. Tannenwald, Mc Graw-Hill Book Company, New York (1966), p. 489.

9. H. B. Bebb and A. Gold, Phys. Rev. Letters, 14, 60 (1965).

10. L. V. Keldysh, Soviet Phys. JETP. 20, 1307 (1965).

11. J. L. Jimenez - Perez, Tese de Mestrado - UNICAMP, 1985 (Orientador : Prof. Dr. Carlos A. S. Lima).

12. W. C. Henneberger, Phys. Rev. Letters 21, 838 (1968).

13. C. A. S. Lima, L. C. M. Miranda, "Unitary Transformation Methods in Intense Field Atomic Physics" 1984, in Essays in Theoretical Physics, Pergamon Press.

14. W. E. Milne, Numerical Calculus, 1949, Princeton University Press, Princeton New Jersey.

15. Subrotina F02AXF da Biblioteca NAGFLIB do computador VAX 11/780 VMS versão 3,7. Esta subrotina calcula todos os autovalores e autovetores de uma matriz Hermitiana por redução ã forma tridiagonal simétrica real.

16. D. H. Gill and A. A. Dougal, Phys. Rev. Letters 15, 845 (1965).

17. R. G. Meyerand Jr. and A. F. Haught, Phys. Rev. Letters 11, 401 (1963).

18. A. V. Phelps, "Physics of Quantum Electronics Conference Proceedings", ed. P.L. Killey, B. Lax P. E. Tannenwald, Mc Graw-Hill Book Company, New York (1966) p. 538.

19. R. G. Meyerand Jr. and A. F. Haught, Phys. Rev. Letters 13, 7 (1964).

20. M. B. S. Lima, "Interações eletrônicas em semicondutores normais e em plasmas, quando sob a ação de campos eletromagnéticos". Tese de Doutorado (1980) - UNICAMP.

21. M. B. S. Lima, C. A. S. Lima, and L. C. M. Miranda, Phys. Rev. A 19, 1976 (1979).

22. American Institute of Physics Handbook, 2^{nd} Edition, American Institute of Physics, Mc Graw-Hill Book Company New York 1963, p. 4 - 118.

23. Subrotina E02ACF da Biblioteca NAGFLIB do computador VAX 11/780 VMS versão 3,7 que calcula os coeficientes de um polinômio utilizando um método numérico de Aproximação de Tchebycheff.

24. R. W. Minck, J. Appl. Phys. 35, 252 (1964).

25. R. G. Tomlinson, Phys. Rev. Letters 14, 489 (1965).

26. H. T. Buscher, R. G. Tomlinson, and E. K. Damon, Phys Rev. Letters 15, 847 (1965).

27. D. C. Smith, Appl. Phys. Letters 19, 405 (1971).

28. G. M. Weyl, D. I. Rosen, J. Wilson, and W. Seka, Phys. Rev. A 26, 1164 (1982).

29. V. E. Mitsuk, V. I. Savoskin and V. A Chernikov, JETP Letters 4 , 88 (1966).

30. A. F. Nastoyahchii, Sov. J. Quantum Electron. 10, 95 (1980).

31. R. W. Waynant and J. H. Ramsey, preprint of paper read at the Spring Meeting of Optical Society of America, Dallas, 1965. (citado na Ref.8).

32. Yu. P. Raizer, Soviet Phys. Usp. 23, 789 (1980)

33. N. H. Kemp and R. G. Root, J. Spacecraft and Rockets 16, 65(1979); J. Energy 3, 40 (1979)

34. F.V . Bunkin and A. M: Prokhorov, A. S. Silenko and N. I. Chapliev, Sov. J. Quantum Electro. 7, 1430 (1977)

35. V. P. Ageev, A. I. Barchukov, V.F. Bunkin, V. I. Konov, A. M. Prokhorov, A. S. Silenko e N. I. Chapliev, Sov. J. Quantum Electronic. 7, 1430 (1977).

36. R. W. Thompson, E. J. Manista and D. L. Alger, Appl. Phys. Letters 32, 610 (1978); Laser Focus 13, 20 (1977).

37. D.C. Smith, J. Appl. Phys. 48, 2217 (1977).

38. Y. E. D. Gamal and M. A. Harith, J. Phys. D: Appl. Phys. 14, 2209 (1981).

39. E. V. Zhuzhukalo, A. N. Kolomiiskii, A. F. Nastoyashchii, and L. N. Plyashkevich, Sov. J. Quantum Electron. 11, 670 (1981).

40. D. A Dement'ev, V. I. Konov, P. I. Nikitin, and A. M. Prokhorov, Sov. J. Quantum Electron 11, 923 (1981).

41. A. P. Godlevskii and Yu. D. Kopytin Sov. Quantum Electron. 12, 813 (1982).

42. K. Uchino, T. Muraoka, K. Muraoka, and M. Akazaki, Jap. J. Appl. Phys. 21, L696 (1982).

43. S. H. Gold, W. M. Black, V. L. Granatstein, and A. K. Kinkead, Appl. Phys. Letters 43, 922 (1983).

44. W. E. Williams, M. J. Soileau, and E. W. Van Stryland, Appl. Phys. Letters 43, 352 (1983).

APÊNDICE I

FORMULAÇÃO PERTURBATIVA DA IONIZAÇÃO MULTIFOTÔNICA

Neste Apêndice queremos estabelecer algumas considerações sobre o tratamento perturbativo da ionização atômica induzida por um campo de laser intenso, promovida através de um processo de absorção multifotônica. Como se verá na comparação das predições teóricas de um trabalho específico[8](que escolhemos, como exemplo, para analisar), com as medidas experimentais, há dificuldades evidentes em sustentar o uso desta formulação. Tendo em vista que, como já nos referimos no Capítulo II, o processo de ionização multifotônica representa um ingrediente importante no estágio primário de desenvolvimento do processo que leva eventualmente à ruptura do gás (geração de sementes carregadas, que viabilizam o desenvolvimento da avalanche), cremos ser relevante enfatizar aqui a necessidade de uma formulação mais adequada (não-perturbativa) do problema. Tentativas nesta direção, já foram, na verdade, levadas a cabo com maior ou menor sucesso[5, 10].

Na formulação que segue[7-9], alguns refinamentos foram, na verdade, introduzidos buscando melhorar os resultados do tratamento perturbativo para cálculo de seções de choque para ionização multifotônica, como por exemplo a consideração de estados finais coulombianos e a consideração de estados ligados intermediários no processo de fotoionização.

A Teoria da Perturbação[9] fornece a taxa de transição na emissão de um elétron de vetor de onda $\vec{k}$ na direção (θ_k, ϕ_k) devido à absorção de N fotons, a expressão:

$$W^{(N)} = \frac{m}{\hbar(2\pi)^2} \left(2\pi \frac{e^2}{\hbar c} F \omega\right)^N |R_{kg}^{(N)}|^2 k \qquad (A.1.1)$$

onde F é o fluxo incidente em fotons/(cm^2)(seg) e ω é a frequência da radiação a qual tem a seguinte relação com o potencial de ionização $I = \hbar\omega_{I_0}$:

$$N\hbar\omega = \hbar\omega_{I_0} + \hbar^2 k^2/2m \qquad (A.1.2)$$

$R_{kg}^{(N)}$ é o elemento de matriz do dipolo de n-ésima ordem.

$$R_{kg}^{(N)} = \sum_{m_{N-1}} \sum_{m_{N-2}} \cdots \sum_{m_1} \langle k|\hat{\varepsilon}.\vec{r}|m_{N-1}\rangle \times \frac{\langle m_{N-1}|\hat{\varepsilon}.\vec{r}|m_{N-2}\rangle \cdots}{[\omega_{m_{N-1},g} - (N-1)\omega] \cdots}$$

$$\frac{\cdots \langle m_2|\hat{\varepsilon}.\vec{r}|m_1\rangle \langle m_1|\hat{\varepsilon}.\vec{r}|g\rangle}{\cdots [\omega_{m_2,g} - 2\omega][\omega_{m_1,g} - \omega]} \qquad (A.1.3)$$

Nesta última equação $|k\rangle$ é o estado final e os vários $|m_i\rangle$ varrem todos os possíveis estados atômicos intermediários cujas energias $\hbar\omega_{m_{i,g}}$ são medidas em relação ao estado fundamental. A polarização do feixe é dada por $\hat{\varepsilon}$, e $\vec{r}$ é o operador de posição do elétron.

Os elementos de matriz (A.1.3) são aproximáveis por:

$$R_{kg}^{(N)} = \prod_{\substack{\lambda=1 \\ \neq\nu}}^{N-1} (\Omega - \lambda\omega)^{-1} \sum_m \frac{\langle k|(\hat{\varepsilon}.\vec{r})^{N-\nu}|m\rangle \langle m|(\hat{\varepsilon}.\vec{r})^{\nu}|g\rangle}{\omega_{mg} - \nu\omega} \qquad (A.1.4)$$

onde ν ($< N$) é a ordem na qual uma "quasi ressonância" ocorre, ou seja $\nu\omega \simeq \omega_{m_{\nu,g}}$ e Ω é uma frequência média de referência, a ser especificada mais tarde.

Percebe-se imédiatamente na Eq. (A.1.4) que os termos com denominadores pequenos dominarão o elemento de matriz. Então se um estado domina[9] nesta equação, podemos escreve-la em forma compactada como:

$$R_{kg}^{(N)} = \prod_{\substack{\lambda=1 \\ \neq\nu}}^{N-1} (\Omega - \lambda\omega)^{-1} \quad \frac{\langle k \,|(\hat{\varepsilon}.\,\vec{r})^{N}\,|g\rangle}{\omega_{m_{\nu,g}} - \nu\omega} \tag{A.1.4a}$$

Na aproximação mais simples, o estado final pode ser tomado como uma onda plana (aproximação de Born) e para especificar Ω toma-se $\hbar\Omega$ como o potencial de ionização. Se quizermos melhorar este cálculo, em vez de tomar ondas planas, podemos utilizar funções de onda coulombianas (que dão conta da interação de estado final elétron x caroço positivo) da forma:

$$R_{\ell}(\gamma,\ kr)\ Y_{\ell}^{m}\ (\theta,\ \phi)$$

onde

$$R_{\ell}(\gamma,\ kr) = N_{\ell}(\gamma)\ (2kr)^{\ell}\ e^{-ikr}\ F(\ell+1\ +i\gamma|\,2\ell+2\ |\ 2ikr) \tag{A.1.5}$$

onde $\gamma = \frac{1}{ka_o}$, $N_{\ell}(\gamma)$ é uma constante de normalização e F é a função hipergeométrica.

No caso do hidrogênio a menor complexidade computacional torna possível uma investigação mais detalhada do parâmetro de energia $\hbar\Omega$. Supondo que o sistema tem uma quasi ressonância no ν-ésimo estado atômico intermediário, com uma média $h\Omega_\nu(\lambda)$ e que a polarização seja ao longo de $\hat{z}$, temos que a Eq. (A.1.4) pode se escrever como:

$$R_{kg}^{(N)} = \sum_m \frac{< k \mid z^{N-\nu} | m >< m | z^\nu \mid g >}{(\omega_{m,g} - \nu\omega) \prod\limits_{\substack{\lambda=1 \\ \neq\nu}}^{N-1} [\, \Omega_\nu(\lambda) - \lambda\omega \,]} \tag{A.1.6}$$

Após algumas manipulações[8] resulta das Eqs. (A.1.6) e (A.1.4) que:

$$\prod_{\substack{\lambda=1 \\ \neq\nu}}^{N-1} [\, \Omega_\nu(\lambda) - \lambda\bar{\omega} \,] = \prod_{\substack{\lambda=1 \\ \neq\nu}}^{N-1} (\Omega - \lambda\omega) \tag{A.1.7}$$

Para hidrogênio podemos (com ajuda de um computador) calcular $R_{kg}^{(N)}$. O melhor valor para $\hbar\Omega$ é sempre muito perto da primeira energia de excitação comparado com o pontencial de ionização numa primeira aproximação.

Na Tabela AI resumimos as consequências das várias aproximações no computo da taxa de fotoionização de oito fotons para o hidrogênio, produzida por um laser de rubi.

Vemos, por exemplo, que na 1ª coluna existe um fator de 3 entre as predições do mais simples ao mais elaborado dos modelos de cálculo utilizados. (F_ℓ = fluxo necessário para produzir um elétron através de fotoionização a 8 fotons, com um pulso de laser rubi de 10 ns num volume focal de 10^{-8} cm^3 em presença de uma densidade de hidrogênio de 10^{20} atomos/cm^3). Na coluna final, mostramos os estados (n, ℓ) que foram explicitamente envolvidos na soma indicada na

W/F^8	F_ℓ 10^{30} fotons/ $(cm^2)(seg)$	Estado Final	$h\Omega$, eV	Estados Intermediários
$4,40 \times 10^{-247}$	2,72	Onda Plana	13,1	compactados *
$1,14 \times 10^{-242}$	0,55	Onda Plana	10,2	compactados *
$6,24 \times 10^{-243}$	0,57	Onda Plana	10,2	4p, 4f
$1,26 \times 10^{-249}$	4,00	coulomb	13,6	4p, 4f
$3,28 \times 10^{-245}$	1,15	coulomb	10,2	4p, 4f
$1,39 \times 10^{-244}$	0,96	coulomb	10,2	$\|n,p>$ n = 2, 9 $\|n,f>$ n = 4, 9 $\|n,h>$ n = 6, 9 $\|n,k>$ n = 8, 9 Estados restantes incluídos com $\Omega = 1,2\omega_I$

TabelaAI - Taxa de ionização W e Fluxo limiar F_ℓ para o átomo de hidrogênio, calculado em várias aproximações (* = ver o texto).

Eq. (A.1.4); "compactados" indica o uso da Eq. (A.1.4a).

Para generalizar esta teoria para gases raros, as funções hidrogenicas serão utilizadas como uma aproximação das funções de onda dos gases nobres. Nestas funções os raios das orbitas de Bohr foram apropriadamente ampliados para corresponder aos raios atômicos dos elementos em questão. Os elementos de matriz são calculados como no caso do hidrogênio. A Tabela A.II resume os resultados para gases raros.

Podemos ver que todas as seções de choque são consideravelmente maiores que as preditas pela teoria mais simples. O intervalo de diferença vai de 8 ordens de grandeza para Xe a 17 ordens para He. Em cada caso, o fluxo limiar predito para ionização de um elétron é menor por, aproximadamente, uma ordem de grandeza.

Os efeitos combinados dos vários refinamentos incrementam a taxa de ionização por quase três ordens de grandeza dos cálculos feitos com a teoria mais simples e reduzem o fluxo limiar, para a produção de um elétron inicial, por um fator de 3.

A ionização limiar de N fótons num gás varia com a $(\text{densidade})^{-1/N}$, em constraste com a dependência muito mais sensível para limiares de ruptura. Fica claro que a ionização direta quando muito fornece os elétrons iniciais (sementes) para a ruptura nos gases raros, cabendo, então, a algum outro processo (bremstrahlung inverso por exemplo) o controle do grosso da descarga no processo da ruptura dielétrica do gás, fornecendo a energia necessária para alimentar o processo de avalanche.

Gás (N)	W/F^N		F_ℓ	F_{exp}			
	Medidas experimentais - Ref. 9	Teoria (este trabalho)	Teoria (este trabalho)	M+H(17)	Minck(24)	W + R(31)	T(25)
Xe (7)	$6{,}15 \times 10^{-214}$	$4{,}64 \times 10^{-206}$	0,057	-	-	-	-
Kr (8)	$6{,}99 \times 10^{-249}$	$1{,}47 \times 10^{-233}$	0,042	-	-	-	0,28
Ar (9)	$2{,}15 \times 10^{-283}$	$3{,}30 \times 10^{-265}$	0,087	0,15	-	0,25	0,33
Ne (13)	$9{,}33 \times 10^{-409}$	$1{,}57 \times 10^{-399}$	2,3	-	-	-	0,66
He (14)	$3{,}28 \times 10^{-455}$	$1{,}36 \times 10^{-438}$	9,8	0,3	0,6	0,6	0,70

Tabela A.II - Taxas de ionização (W), Fluxos limiares (F_ℓ) teóricos (calculados assumindo uma densidade de gás de 10^{20} átomos/cm^3, com um pulso de 10 nseg num volume focal de 10^{-8} cm^3) e fluxos de ruptura F_{exp} para gases raros (experimentais). Todos os fluxos estão dados em unidades de 10^{30} fótons/cm^2.s.

APÊNDICE II

AQUECIMENTO DE UM GÁS IONIZADO VIA BREMSSTRAHLUNG INVERSO[20, 21]

Um gás ionizado, sob a ação de um campo eletromagnético, aquece-se principalmente através de dois processos: o bremsstrahlung inverso (B.I.) e o acoplamento direto do campo eletromagnético com os modos coletivos do plasma. A este tipo de processos podemos associar uma frequência de ocorrência, ν_{e-n} para o B.I. e ν_{e-mc} para processos envolvendo os modos coletivos e, assim, podemos escrever a frequência total de processos efetivos para o aquecimento como:

$$\nu_{ef} = \nu_{e-n} + \nu_{e-mc}$$

Sabe-se que sob condições adequadas (vigentes numa grande parte das situações práticas),

$$\nu_{ef} \simeq \nu_{e-n} >> \nu_{e-mc}$$

ou seja, a absorção de energia via B.I. é dominante.

Sob uma análise do ponto de vista clássico um elétron, num campo elétrico oscilatório de frequência ω e intensidade E_o adquire uma energia cinética cuja média temporal é:

$$< \varepsilon > = \frac{e^2E_o^2}{2m\omega^2} = \frac{e^2E^2}{m\omega^2} \quad , \text{ com } E = E_{rms} = \frac{E_o}{\sqrt{2}}$$

o que faz com que a energia cinética do elétron sofra uma variação temporal:

$$\langle \frac{d\varepsilon}{dt} \rangle = \frac{e^2 E_o^2}{2m\omega^2} \nu_{ef}$$

A interação entre uma partícula carregada e elétrons, num meio fica substancialmente diminuida pelos efeitos de blindagem coulombiana. Isto afeta a frequência efetiva de colisões e portanto se reflete negativamente na eficiência do B.I. no aquecimento dos elétrons num gás ionizado como aquele que se estabelece após os primeiros efeitos de pulso do laser quando a avalanche se encontra em progresso, ocasião em que a rápida captura de energia do campo se torna crucial.

Para apreciar os efeitos acima mencionados, sobre a blindagem do potencial coulombiano, na presença de um campo de laser, e comprender como evitar seus efeitos adversos, começaremos recalculando a constante dielétrica do plasma já que a presença do campo neste meio dá origem ao aparecimento de forças eletromagnéticas que modificam o movimento das cargas elétricas, assim como também os efeitos de blindagem sobre o potencial de interação coulombiano entre as cargas.

O ponto de partida é a hamiltoniana para o sistema em questão:

$$H(t) = \sum_{\vec{p}} \frac{1}{2m} (\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}(t))^2 \, c^+_{\vec{p}} c_{\vec{p}} - e \sum_{\vec{p},\vec{k}} \phi(\vec{k}, t) \, c^+_{\vec{p}+\vec{k}} c_p$$

onde $\vec{A}(t) = \frac{c}{\omega} \vec{E}_o \cos \omega t$ é o campo do laser, e o potencial escalar ϕ engloba o campo de uma carga estática e o campo auto-consistente.

As componentes de Fourier deste potencial escalar são fornecidas pela equação de Poisson

$$k^2\phi(\vec{k},\ t) = 4\pi\rho(\vec{k}) - 4\pi e \sum_{\vec{p}} \langle c^+_{p-k}\ c_p \rangle_t$$

Dentro da aproximação de fase aleatória (RPA) e resolvendo com a condição inicial $\langle c^+_{p-k}\ c_p \rangle_{t=-\infty} = 0$, podemos escrever a equação anterior como

$$\phi(k,\ t) = \sum_{n,\ \mu=-\infty} \left(\frac{4\pi\rho(\vec{k})}{k^2\ \varepsilon(\vec{k},n\omega)}\ J_{n+\mu}(\vec{k}.\vec{a}) J_n(\vec{k}.\vec{a}) e^{i\mu\omega t} \right)$$

onde $\varepsilon(\vec{k},\omega)$ é a constante dielétrica usual em RPA.

Então a componente estática $\phi_o(\vec{r})$ (ou seja $\mu = 0$) é:

$$\phi_o(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k\ \frac{4\pi Ze}{k^2\varepsilon_{ef}}\ e^{-i(\vec{k}.\vec{r})}\ , \qquad \text{onde} \tag{A.2.1}$$

$$\varepsilon^{-1}_{ef} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J^2_n(\vec{k}.\vec{a})}{\varepsilon(\vec{k},n\omega)} \tag{A.2.2}$$

Para o têrmo $n = 1$ na Eq. (A.2.2) temos

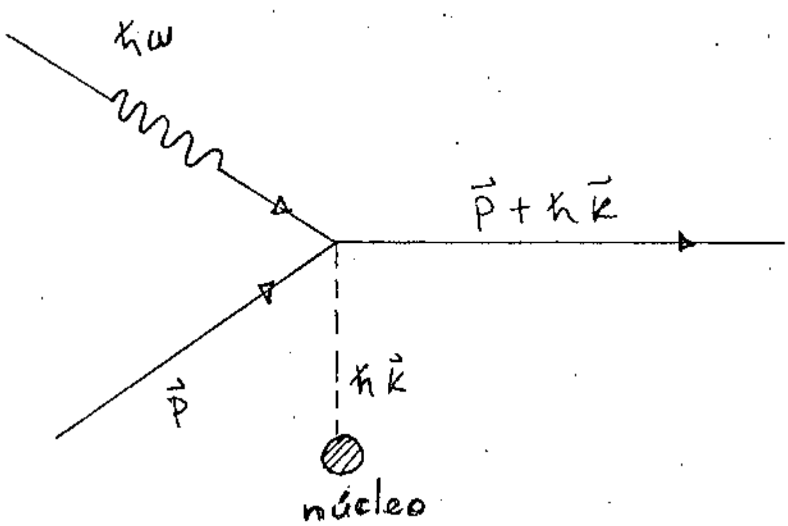
$$\frac{J^2_1(\vec{k}.\vec{a})}{\varepsilon(\vec{k},\omega)} \tag{A.2.3}$$

Considerando que no plasma pode-se tomar

$$\varepsilon(\vec{k},\omega) \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \tag{A.2.4}$$

vemos, então, que para $\omega \sim \omega_p$, $\varepsilon(\vec{k}.\omega) \to 0$ portanto $\frac{1}{\varepsilon_{ef}}$ torna-se muito grande. Portanto, nessas condições, o termo apresentado na equação (A.2.3) denomina os demais termos no somatório da equação (A.2.2).

O diagrama abaixo está representado o processo no qual um elétron de momentum $\vec{p}$ absorve um foton de energia $\hbar\omega$, em presença de um campo Coulombiano nuclear (íons, impurezas, etc.) com o qual interage trocando momentum $\hbar\vec{k}$

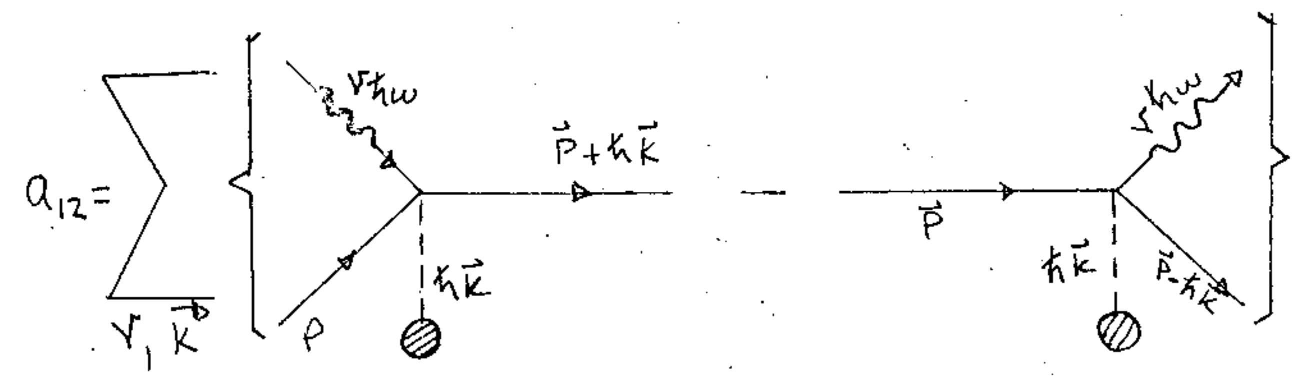


Sendo $\vec{E}_0$ o campo elétrico da onda eletromagnética associada aos fotons e desprezando a energia de recuo do nucleo, tem-se que a taxa de variação de energia cinética do elétron é :

$$\langle \frac{d\varepsilon}{dt} \rangle = \frac{e^2 E_0^2}{2m\omega^2} \nu_{ef} \qquad (A.2.5)$$

Este processo pode-se tornar uma eficiente fonte de aquecimento do plasma, podendo contribuir para levá-lo à altas temperaturas, se for suficientemente rápido ou seja se ele determinar uma rápida absorção de energia durante um pulso do laser.

Para determinar ν_{ef} ou seja a frequência de colisões com que ocorre o B.I., calcularemos primeiro a amplitude de transição do processo, que descreveremos diagramaticamente por



Aqui, um elétron no estado $|1\rangle \equiv |\vec{P}_1\rangle$ sofre um processo de absorção (emissão) de ν fotons, trocando com o núcleo um momentum $\hbar\vec{k}$ e termina num estado $|2\rangle = |\vec{p}_2\rangle = |\vec{p}_1 + \hbar\vec{k}\rangle$ (absorção) ou $|2\rangle = |\vec{p}_2\rangle = |\vec{p}_1 - \hbar\vec{k}\rangle$ (emissão).

Tomando a colisão elétron-núcleo como uma perturbação $e\phi_o(\vec{r})$, a transição entre os estados eletrônicos $|1\rangle$ e $|2\rangle$ é descrita pela amplitude de probabilidade:

$$a_{(1\to 2)} = \frac{ie}{\hbar} \int d^3r \int dt\,\psi_2^*(\vec{r},t)\,\phi_o(\vec{r})\,\psi_1(\vec{r},t) \qquad (A.2.6)$$

onde ψ_i satisfaz

$$\frac{1}{2m}\left[\hat{P} - \frac{e}{c}\vec{A}(t)\right]^2 \psi(\vec{r},t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r},t)$$

Como vimos anteriormente $\psi(\vec{r},t)$ pode-se expressar como na Eq.(II.12):

$$|i\rangle \equiv \psi_i(r,t) = \frac{1}{V}\, e^{i/\hbar\, \vec{\delta}(t).P_i}\, e^{-i\eta(t)}\, e^{-\frac{i}{\hbar}\vec{P}_i.\vec{r}}\, e^{i\varepsilon_{P_i} t/\hbar} \tag{A.2.7}$$

com $\vec{\delta}(t) = \frac{e\vec{E}_0 \operatorname{sen}\omega t}{m\omega^2}$, $E_{P_i} = \frac{P_i^2}{2m}$

e $\eta(t)$ uma fase real sem maior importância, já que se cancela no cálculo de$|$amplitude de probabilidade$|^2$.

Substituindo as equações (A.2.7) e (A.2.1) na Eq.(A.2.6) obtemos

$$a_{(1\to 2)} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} 2\pi i\, \delta(\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \nu\hbar\omega)\, \frac{4\pi Z e^2 J_\nu(z)}{V\left|\frac{\vec{P}_2-\vec{P}_1}{\hbar}\right|^2 \varepsilon_{ef}\,(\vec{P}_2-\vec{P}_1)}$$

com $z = \frac{(\vec{P}_2-\vec{P}_1)}{\hbar} \cdot \vec{a}$,

a qual pode ser escrita numa forma geral como:

$$a_{if} = -\,2\pi i\, M_{if}\, \delta_{\vec{P}_i,\vec{P}_f}\, \delta(E_f - E_i) \quad \text{com}$$

$$M_{if}^{\nu} = \frac{4\pi Z e^2 J_\nu(z)}{V\left|\frac{\vec{P}_2-\vec{P}_1}{\hbar}\right|^2 \varepsilon_{ef}\,(\vec{P}_2-\vec{P}_1)}$$

Da relação entre a amplitude de espalhamento e a matriz T temos:

$$T_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{if}|^2 \delta(E_f - E_i)$$

então:

$$T_\nu(1\to2) = \frac{2\pi}{\hbar} J_\nu^2(z) \left| \frac{4\pi Z e^2}{v\left|\frac{\vec{P}_2-\vec{P}_1}{h}\right|^2 \varepsilon_{ef}(\vec{P}_2-\vec{P}_1)} \right|^2 \delta(E_2-E_1-\nu\hbar\omega) \qquad \text{(A.2.8)}$$

que é a probabilidade de transição por unidade de tempo.

Vamos obter a equação cinética para eletrons no estado $|2>$, ou seja a taxa de variação do número de ocupação $f(\vec{P}_2)$ desses elétrons em função da probabilidade de transição como:

$$\frac{\partial f}{\partial t}(\vec{P}_2) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \sum_{\vec{P}_1} T_\nu(1\to2)[\,(f(\vec{P}_1) - f(\vec{P}_2)\,] \qquad \text{(A.2.9)}$$

Supondo que os elétrons estão longe da condição de degenerescência (i.e. $f(\vec{P}) << 1$), tomando $f(\vec{P})$ como uma distribuição maxwelliana, pondo $\vec{P}_1 = \vec{P}_2 - h\vec{k}$ e substituindo a equação (A.2.8) na equação (A.2.9) obtemos:

$$\frac{\partial f(\vec{v}_2)}{\partial t} = f(\vec{v}_2) \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k\, 2\pi \frac{\nu^2\omega^2}{(k_BT)^2} \times \frac{(4\pi Ze^2)^2 J_\nu^2(\vec{k}.\vec{a})}{V^2\,|k^2\varepsilon_{ef}(\vec{k})|^2} . \delta(\vec{k}.\vec{v}_2-\nu\omega)$$

(A.2.10)

Na equação anterior, também, tomou-se o limite clássico, fazendo $\hbar \to 0$ tal que:

$$\frac{1}{m}\hat{P} = -\frac{i\hbar}{m}\vec{\nabla} \to \vec{v}, \quad \sum_{\vec{P}} (\ldots)f(\vec{P}) \to V \int d^3v\, (\ldots)f(\vec{v})$$

Este último passo se justifica plenamente se estes resultados são aplicados a plasmas "quentes", onde os elétrons podem ser tratados através de uma distribuição maxwelliana clássica.

A taxa de absorção de energia cinética $\frac{d}{dt}<\varepsilon>$, tomando o limite clássico, pode-se escrever como:

$$\frac{d<\varepsilon>}{dt} = V\int d^3\vec{v}_2 \; \frac{m\vec{v}_2^{\,2}}{2} \; \frac{\delta f(\vec{v}_2)}{\partial t} \tag{A.2.11}$$

Substituindo a Eq.(A.2.10) na (A.2.11) e comparando esta última com a equação (A.2.5), obtemos:

$$\dot{\nu}_{ef} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \int d^3v_2 \int d^3k \; \frac{v_2^2 f(v_2)}{(2\pi)^2 a^2} \; \frac{\nu^2 J_\nu^2(\vec{k}.\vec{a})}{(K_BT)^2} \times \frac{(4\pi Ze^2)^2}{|k^2\varepsilon_{ef}|^2} \; \delta(\vec{k}.\vec{v}_2-\nu\omega) \tag{A.2.12}$$

Na aproximação de dipolo, assumida desde o início, tem-se que $\vec{k}.\vec{a} << 1$. Portanto, usando a aproximação da função de Bessel no caso de pequenos argumentos temos que:

$$J_\nu^2(\vec{k}.\vec{a}) = (\frac{1}{\nu!})^2 (\frac{1}{2})^{2\nu} (\vec{k}.\vec{a})^{2\nu} \tag{A.2.13}$$

Pelo mesmo motivo, i.e. sendo $\vec{k}.\vec{a} << 1$, apenas os processos a um fóton são importantes, ou seja $\nu = 1$. Então substituindo $f(\vec{v}_2)$ pela função maxwelliana:

$$f(v_2) = n_o(\pi v_T^3)^{-3/2} \; e^{-v^2/v_T^2}$$

onde

$$v_T^2 = \frac{2k_BT}{m}$$

vemos que, observadas as últimas considerações, a Eq. (A.2.13) se escreve:

$$\nu_{ef} = \frac{4(Ze^2)^2 n_o}{\pi^{1/2} a^2 m^2 v_T^3} \int d^3k \, \frac{(\vec{k}.\vec{a})^2}{k^5 |\varepsilon_{ef}(k)|^2} \times \left(\frac{k_D^2}{k^2} - 1\right) e^{-k_D^2/k^2} \tag{A.2.14}$$

Lembrando que para plasmas $\varepsilon(\vec{k},\omega) \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ e que estamos considerando $\omega \simeq \omega_p$, retendo na soma que aparece na Eq. (A.2.2) apenas os termos $n = \pm 1$ obtem-se para ε_{ef}:

$$\frac{1}{\varepsilon_{ef}} = \frac{2J_1^2(\vec{k}.\vec{a})}{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \simeq \frac{1}{2} \, \frac{(\vec{k}.\vec{a})^2}{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$$

Substituindo este resultado na equação (A.2.14) encontramos finalmente que:

$$\nu_{ef} = \frac{4A}{7} \, \frac{\pi^{1/2} Z^2 e^4 n_o}{m^2 v_T^3} \cdot \frac{(k_D a)^4}{\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^2} \tag{A.2.15}$$

onde

$$A = \int_0^1 dx \; x \; (1-x^2) \; e^{-1/x^2}$$

A Eq. (A.2.15) é a expressão que procuravamos para a frequência efetiva de colisões, num processo de bremsstrahlung inverso, o qual contribui para o aquecimento do plasma.

Os resultados da Eq.(A.2.15) podem ser interpretados fisicamente da seguinte maneira: A primeira consequência da blindagem é a redução da intensidade de interação coulombiana e, portanto, a redução do número efetivo de colisões, porém se no plasma se estabelece um campo de radiação com uma frequência próxima à frequência natural de oscilação da nuvem de cargas de blindagem (ω_p),tem-se uma condição ressonante que resulta na destruição da nuvem de blindagem. Isto faz com que a interação coulombiana recupere sua intensidade e,assim,a absorção de fotons assistida por colisões, ou seja, por B.I. seja intensificada.