

Universidade Estadual de Campinas  
Instituto de Física 'Gleb Wataghin'

**Cálculo da iluminação em Síntese de  
Imagens através de Ray-tracing  
estocástico**

aluno : Sergio Gonzalo Besuievsky

orientador : prof. Dr Carlos Alfredo Argüello

co-orientador : prof. Dr Léo Pini Magalhães

Dissertação de tese submetida ao Instituto de Física 'Gleb  
Wataghin' como parte dos requisitos para obtenção do título  
de Mestre em Física

Dezembro de 1992

*Este exemplar corresponde a redação final de tese  
guardada pelo aluno e aprovada pela comissão July Astor*

*[Handwritten signature]*

*8/10/93*

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

# Resumo

O presente trabalho trata a questão da iluminação na geração de imagens realistas com o objetivo de abordar o problema a partir das leis da Física que envolvem o processo, e visando desenvolver e implementar técnicas para calcular a iluminação em imagens geradas por computador.

O método de ray tracing estocástico, também chamado de ray tracing distribuído, que simula o transporte de energia luminosa lançando raios em forma estocástica e tratando a propagação da luz de forma probabilística, foi desenvolvido para sua implementação em problemas de distribuição luminosa. Este método sugere uma boa solução para o tratamento de fenômenos de espalhamento que ocorrem na propagação e na reflexão da luz. Implementamos este método como uma extensão a um programa de ray tracing tradicional já existente, para simular fontes extensas de iluminação e reflexões especulares espalhadas. Desta forma, efeitos de penumbra e de reflexões borrosas podem ser incluídos na geração de imagens realistas.

# Abstract

This work studies the subject of illumination in realistic image generation with the goal of approaching the problem from the Physical laws involved in the process, aiming to develop and implement techniques for calculating the illumination in computer generated images.

The stochastic ray tracing method, also called distributed ray tracing, simulates the transport of luminous energy by tracing rays in a stochastic fashion. By treating the propagation of light in a probabilistic way, this method was developed with the aim of implementing it for problems of light distribution. It suggests a good solution when dealing with the scattering phenomena that occur in the propagation and reflection of light. We implemented this method as an extension of a traditional ray tracer, to account for the simulation of extended light sources and scattering in specular reflection of rough surfaces. In this way effects of penumbrae and blurred reflection are included in the generation of realistic images.

# Agradecimentos

Ao professor Léo Pini Magalhães pelo apoio, incentivo e sugestões feitas ao trabalho.

Ao professor Carlos Argüello pelas idéias aportadas e pelo interesse em apoiar um projeto novo no Instituto de Física.

A toda minha família: aos meus pais Pola e Enrique e as minhas irmãs, Caco e Marie, que à distancia, sempre me apoiaram e me incentivaram.

A todos os integrantes do ProSIIm pelos aportes em discussões, sugestões e intercâmbio de idéias, que possibilitaram o amadurecimento deste trabalho, e também pela amizade criada nestes anos de convivência.

A Jorge Diz pela amizade, e pela colaboração e aportes que teve em várias das etapas deste trabalho.

A Luciana Silveira pela criação do modelo da aranha.

A Maria Ignez da secretaria, pela boa disponibilidade e atenção em todos os momentos necessários.

aos meus pais

# Conteúdo

RESUMO	1
ABSTRACT	2
AGRADECIMENTOS	3
CONTEÚDO	1
LISTA DE FIGURAS	3
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Conceitos básicos</b>	<b>4</b>
2.1 Definições . . . . .	4
2.2 Refletância . . . . .	7
2.2.1 Reflexão difusa . . . . .	8
2.2.2 Reflexão especular . . . . .	9
2.2.3 Equações de Fresnel . . . . .	10
2.3 Formulação do problema . . . . .	12
<b>3 Modelos de reflexão</b>	<b>17</b>
3.1 Modelos de reflexão . . . . .	17

	2
3.1.1	Modelo de Torrance e Sparrow . . . . . 18
3.1.2	Modelo de Phong . . . . . 22
3.1.3	Comentários . . . . . 23
3.1.4	Outros modelos . . . . . 24
<b>4</b>	<b>Síntese por ray-tracing . . . . . 26</b>
4.1	O método de ray-tracing . . . . . 27
4.2	Ray-tracing estocástico . . . . . 30
4.2.1	Teoria . . . . . 31
4.2.2	Aplicação a problemas de distribuição luminosa . . . . . 37
4.2.3	Comentários . . . . . 42
<b>5</b>	<b>Implementação e Resultados . . . . . 44</b>
5.1	Materiais . . . . . 44
5.1.1	Rugosidade . . . . . 46
5.2	Fontes de iluminação . . . . . 47
5.3	Ray-tracing estocástico . . . . . 51
5.3.1	Funções de distribuição . . . . . 51
5.3.2	O método de amostragem . . . . . 51
5.4	Comentários . . . . . 58
5.4.1	Limitações dos métodos de ray-tracing . . . . . 58
5.4.2	Integração . . . . . 62
<b>6</b>	<b>Conclusões . . . . . 63</b>
<b>a</b>	<b>Utilização do programa para descrição de uma cena . . . . . 67</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>72</b>

# Lista de Figuras

1.1	Luz que chega ao observador vinda da cena . . . . .	2
2.1	Radiância . . . . .	6
2.2	Distribuição da radiância refletida difusa e especular . . . . .	9
2.3	Reflexão e refração . . . . .	10
2.4	Curvas da refletância geradas com as equações de Fresnel para materiais dielétricos com diferentes índices de refração. O meio de incidência é o ar. .	12
2.5	Curva da refletância gerada com as equações de Fresnel para luz passando de um meio dielétrico ao ar. . . . .	13
2.6	Curvas da refletância geradas com as equações de Fresnel para o Cobre na interface com ar. O índice de refração e o coeficiente de extinção variam com o comprimento de onda. . . . .	14
2.7	Geometria da equação <i>de rendering</i> . . . . .	15
3.1	Modelo de microfacetas orientadas aleatoriamente. . . . .	19
3.2	Geometria da reflexão . . . . .	20
3.3	Função de distribuição de Beckman para: (a) $m = 0.2$ e (b) $m = 0.6$ . . . .	21
3.4	Atenuação geométrica por sombreamento entre as microfacetas. (a) não há atenuação (b) atenuação do feixe refletido (c) atenuação do feixe incidente	22
3.5	Modelo de Phong . . . . .	22
3.6	Comparação de modelos para incidência a $30^\circ$ . . . . .	24
3.7	Comparação de modelos para incidência a $70^\circ$ . . . . .	24



4.1	Método de ray-tracing, os raios lançados são seguidos no caminho inverso da propagação da luz. . . . .	28
4.2	Distribuição uniforme de 100 amostras . . . . .	34
4.3	Distribuição do disco de Poisson . . . . .	35
4.4	Padrão de amostragem de <i>jittering</i> . . . . .	36
4.5	Amostragem em importância: o espaço é dividido em regiões com probabilidade igual . . . . .	36
4.6	Padrão <i>jittering</i> não-correlacionado. Os estratos de espaços independentes são associados de forma aleatória . . . . .	37
4.7	Padrão <i>N-rook</i> de 16 amostras . . . . .	38
4.8	Fonte extensa distante . . . . .	39
4.9	Divisão em 5 regiões do espaço da variável $\theta$ . . . . .	40
4.10	Ray-tracing estocástico com 4 raios por pixel. . . . .	42
5.1	Chimarrão . . . . .	47
5.2	Aranha de cobre. O modelo da aranha é uma criação de Luciana Silveira. . . . .	48
5.3	Simulação de superfície especular pouco rugosa . . . . .	48
5.4	Simulação de superfície especular rugosa . . . . .	49
5.5	Simulação de superfície especular muito rugosa . . . . .	49
5.6	Tipos de fontes de iluminação . . . . .	51
5.7	Cena iluminada por uma fonte extensa com distribuição em cone . . . . .	52
5.8	Cena iluminada por uma fonte extensa com distribuição em spot delimitada por um ângulo máximo de iluminação . . . . .	53
5.9	Efeito de penumbra provocado por fonte extensa . . . . .	54
5.10	Associação de espaços . . . . .	55
5.11	Rotação de um padrão de amostragem. . . . .	56
5.12	Poste iluminado por fonte pontual gerado com uma amostra por pixel . . . . .	56
5.13	Poste iluminado por fonte extensa gerado com uma amostra por pixel . . . . .	57

5.14 Imagem gerada com um máximo de 9 amostras por pixel . . . . .	57
5.15 Imagem gerada com um máximo de 25 amostras por pixel . . . . .	58
5.16 Reflexão especular múltipla. Imagem gerada com um máximo de 25 amostras por pixel. . . . .	59
5.17 Mecanismos de transporte de energia luminosa. . . . .	60
5.18 Imagem gerada com 25 amostras por pixel. . . . .	61

# Capítulo 1

## Introdução

A geração de imagens por computador proporciona uma forma de criar e comunicar informações que podem estar fora do nosso alcance perceptivo. Podemos visualizar objetos que existem apenas num nível criativo, bem como conceitos abstratos de difícil concepção no mundo real. Um dos objetivos principais na geração de imagens é a simulação de realismo. Várias aplicações que envolvem imagens realistas, tem surgido nos últimos anos, em diversos campos como educação, ciências, artes, engenharia e comunicações, entre outros.

Em Síntese de Imagens realistas, nosso objetivo principal é desenvolver métodos para gerar imagens tridimensionais que simulem cenas reais. Cada ponto da imagem representa a intensidade luminosa vinda da cena, que chega na direção do observador. Esta intensidade é produzida pela interação da luz com o ambiente nos diferentes processos de iluminação como reflexão, refração e espalhamento da luz no meio (figura 1.1).

O processo de geração de imagens pode ser pensado como análogo ao da criação de uma imagem fotográfica, em que o observador representa a câmera e a projeção da imagem é registrada num filme sensível à luz. Em Síntese de Imagens o ambiente real é uma descrição matemática que processada por computador, gera a imagem. As principais etapas deste processo são: a determinação das superfícies visíveis e da aparência dos objetos (cor, sombreado, textura, etc). Esta última, envolve o processo de iluminação, que portanto, precisa ser entendido para a correta representação do ambiente.

A luz é energia eletromagnética, e para calcular a intensidade luminosa num

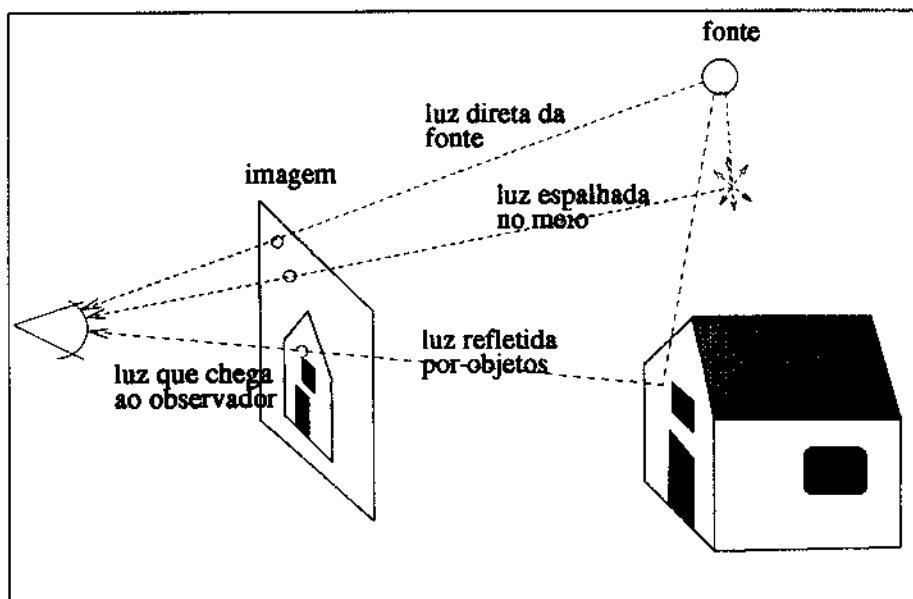


Figura 1.1: Luz que chega ao observador vinda da cena

ambiente, é necessário um modelo matemático que descreva o intercâmbio de energia luminosa entre os objetos. Este modelo é construído a partir da interação entre a radiação eletromagnética e a matéria, e com base no princípio de conservação de energia.

Nos últimos anos, o estudo da questão da iluminação em combinação com o desenvolvimento de novas técnicas de síntese, têm apresentado um progresso significativo na geração de imagens realistas por computador, despertando assim, um grande interesse de pesquisa.

O realismo na geração de imagens é uma questão difícil de ser definida. Podemos pensar em imagens realistas, tanto na simulação do fenômeno físico da luz na interação com o ambiente, como numa ilusão realista criada por aproximações empíricas, as vezes de cunho artístico. No primeiro caso estaremos simulando o próprio mundo real, enquanto que no segundo caso estaremos representando uma impressão e portanto lidando com o fenômeno da percepção. Este trabalho tem um enfoque no primeiro ponto de vista acima assinalado, embora algumas questões, como a determinação de erros ou do grau de realismo nas imagens, sejam avaliadas por meios perceptivos.

Assim, a questão da iluminação em Síntese de Imagens é tratada com o objetivo

de desenvolver e implementar técnicas que possam ser aplicadas à geração de imagens realistas. A questão é abordada a partir das leis da óptica que envolvem o processo, tratando-o como uma simulação do transporte da energia luminosa num ambiente.

O método de ray-tracing [38], fundamentado na óptica geométrica, simula este processo lançando raios que seguem o caminho da luz nas direções em que esta se propaga no ambiente. Uma forma mais apurada de modelar o transporte de energia luminosa é considerando densidades de raios (ao invés de raios com direções precisamente estabelecidas), e tratar a sua propagação de forma probabilística. O método de ray-tracing estocástico, surgido como uma extensão ao método de ray-tracing, pode ser focado desta maneira. Estudamos este método visando sua aplicação à problemas de distribuição luminosa que ocorrem na propagação e na reflexão da luz.

No capítulo 2 são apresentados os conceitos básicos que envolvem o problema, para derivar a equação geral da iluminação, denominada equação de *rendering*<sup>1</sup>, que descreve o transporte de energia luminosa entre superfícies. No capítulo 3, os modelos de reflexão, necessários para descrever as características ópticas dos materiais, são descritos em detalhe. No capítulo 4 a solução para o cálculo da iluminação pelos métodos de ray-tracing é abordada. A técnica de ray-tracing estocástico é apresentada a partir da sua fundamentação teórica e de sua aplicação a problemas de distribuição luminosa. No capítulo 5 apresentamos detalhes das implementações feitas e os resultados obtidos, finalizando com as conclusões no capítulo 6, e a bibliografia utilizada como apoio ao trabalho.

---

<sup>1</sup>Entende-se por *rendering* o processo da construção de imagens sintéticas

# Capítulo 2

## Conceitos básicos

Para poder formular o problema do cálculo da iluminação de forma consistente, precisamos definir as quantidades físicas que relacionam a energia radiante e a intensidade luminosa observada, assim como a refletância e as propriedades características dos materiais.

Antes de definir estes conceitos devemos fazer uma distinção entre dois tipos de grandezas: radiométricas e fotométricas. As grandezas radiométricas medem quantidades relacionadas com energia radiante, enquanto as fotométricas quantidades associadas com a energia luminosa que o olho percebe. Neste trabalho serão consideradas as grandezas radiométricas, envolvendo desta forma, grandezas puramente físicas e não perceptivas. Para convertê-las a quantidades luminosas devemos multiplicá-las pela função de eficiência luminosa, que mede a sensibilidade de um receptor padrão, e integrar no espectro visível [14]. A seguir definiremos estas quantidades radiométricas considerando radiação eletromagnética não polarizada e incoerente.

### 2.1 Definições

#### Energia e fluxo

A *energia radiante*  $Q_e$ , é a energia transportada na forma de ondas eletromagnéticas, medida em Joules.

O *fluxo radiante* ou potência,  $\Phi$ , é a taxa de energia radiante por unidade de tempo, medida em Watts.

$$\Phi = \frac{dQ_e}{dt} \quad [W]$$

## Intensidade radiante

A *intensidade radiante* numa direção dada é o fluxo por unidade de ângulo sólido nesta direção.

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega} \quad [W(sr)^{-1}]$$

O conceito de intensidade radiante é utilizado para descrever a distribuição direcional do fluxo, como por exemplo o fluxo emitido por uma fonte pontual.

## Irradiância

A *irradiância*  $E$ , é o fluxo por unidade de superfície:

$$E = \frac{d\Phi}{dA} \quad [Wm^{-2}]$$

Dada uma fonte pontual, a irradiância devida a ela, segue a lei do inverso do quadrado da distancia.

## Radiância

A *radiância*  $L$ , num ponto de uma superfície e numa dada direção, é o fluxo por unidade de ângulo sólido nesta direção e por unidade de área projetada perpendicularmente à direção.

Em coordenadas esféricas (figura 2.1), a radiância é definida como:

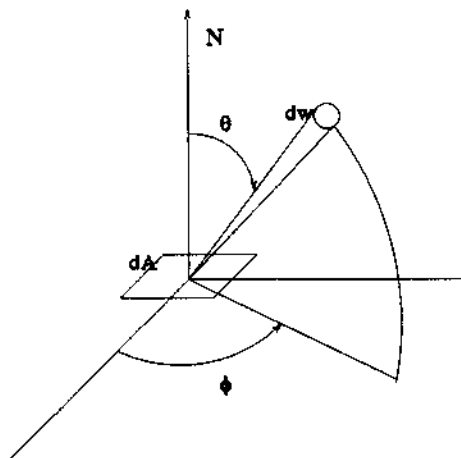


Figura 2.1: Radiância

$$L = \frac{d^2\Phi}{dA \cos\theta dw} \quad [Wm^{-2}(sr)^{-1}]$$

onde:

- $dA$  é um elemento de área contendo o ponto  $P$
- $dw$  é o elemento de ângulo sólido na direção dada e
- $\theta$  é o ângulo entre a normal à área e a direção.

O termo  $dA \cos\theta$  no denominador representa o elemento de área projetada na direção  $(\theta, \phi)$ .

A radiância é a quantidade que melhor se aproxima do que o nosso olho observa como intensidade. Quando um raio com um determinado fluxo radiante atravessa um meio isotrópico na ausência de perdas de energia por absorção, espalhamento ou reflexão, a radiância na direção do raio, é a mesma para cada ponto do raio. Portanto, nestas condições, pode-se falar na radiância de um certo raio. Este conceito, como veremos no capítulo 4, é importante na aplicação do método de ray-tracing para o cálculo da iluminação, no qual o transporte luminoso no ambiente é simulado lançando raios.

A radiância pode ser relacionada com os conceitos anteriormente definidos, como a intensidade radiante por unidade de área projetada,

$$L = \frac{dI}{\cos\theta dA},$$



ou para definir um diferencial de irradiância (ou irradiância direcional).

$$dE = L \cos \theta dw$$

Entanto a intensidade radiante é utilizada para definir fontes pontuais, a radiância é mais apropriada para descrever fontes extensas.

As quantidades acima definidas foram consideradas em todo o espectro de comprimentos de onda. Tendo em conta que a quantização da cor é uma informação fundamental na geração de imagens, estas quantidades podem ser redefinidas em função do comprimento de onda, medindo-as por unidade de comprimento de onda. As novas quantidades assim definidas são chamadas de energia espectral, potência espectral, intensidade radiante espectral e radiância espectral. No que segue deste texto estas considerações serão assumidas como implícitas, omitido-se o termo “espectral”.

## 2.2 Refletância

Dado um fluxo incidente numa superfície existem varias maneiras de definir a refletância desta superfície. A mais simples é dada pela refletância absoluta  $R$ , a fração do fluxo incidente num comprimento de onda  $\lambda$  que não é absorvida pela superfície.

$$R(\psi_i, \lambda) = \frac{\Phi_r}{\Phi_i}$$

onde:

$\Phi_i$  é o fluxo incidente na direção  $\psi_i$  e

$\Phi_r$  é o fluxo refletido.

A refletância absoluta é fácil de ser medida, pois não requer informação sobre a distribuição espacial do fluxo refletido. Sendo esta informação de muita importância na construção de modelos de reflexão, é mais conveniente usar a função de refletância bidirecional (FRBD), denominada desta forma por envolver tanto a direção de incidência como a de reflexão. A *refletância bidirecional* é definida como o quociente entre a radiância refletida e a irradiância incidente:

$$\rho(\psi_i, \psi_r, \lambda) = \frac{dL_r(\psi_r, \lambda)}{dE_i(\psi_i, \lambda)} = \frac{dL_r(\psi_r, \lambda)}{dL_i(\psi_i, \lambda) \cos \theta; dw_i} \quad (2.1)$$

onde (ver figura 2.7):

$\psi_i$  é a direção de incidência,

$\psi_r$  é a direção de reflexão,

$dw_i$  é o diferencial de ângulo sólido incidente e

$\theta$  é o ângulo entre  $\psi_i$  e a normal.

Uma propriedade importante da função de refletância bidirecional é a de reciprocidade entre as direções de incidência e reflexão.

$$\rho(\psi_i, \psi_r, \lambda) = \rho(\psi_r, \psi_i, \lambda)$$

A função de refletância bidirecional é simétrica com respeito a estas direções. Esta propriedade é conhecida como princípio de reciprocidade de Helmholtz.

### 2.2.1 Reflexão difusa

A reflexão difusa uniforme ocorre quando a radiância refletida por uma superfície é uniforme em todas as direções. Da definição da FRBD (equação 2.1), vemos que para satisfazer esta condição,  $\rho$  deve ser constante. Podemos calcular a FRBD a partir da definição, expressando a radiância refletida e integrando no hemisfério superior ao ponto da superfície.

$$L_r = \int_{\omega} \rho L_i \cos \theta dw = \rho L_i \pi$$

Portanto,

$$\rho = \frac{L_r}{L_i \pi} = \frac{R}{\pi}$$

As superfícies idealmente difusas são chamadas de superfícies lambertianas por obedecerem a lei do cosseno de Lambert.

## 2.2.2 Reflexão especular

A reflexão especular ideal ocorre em superfícies opticamente perfeitas segundo a lei de reflexão de Snell. A distribuição do fluxo da energia refletida está totalmente concentrada na direção de reflexão, portanto a FRBD pode ser aproximada por uma função proporcional a uma delta de Dirac com máximo na direção de reflexão:

$$\rho(\psi_i, \psi_r) \propto \delta(\psi_i - \psi_r)$$

Os casos de reflexões difusa e especular ideais, ilustrados na figura 2.2, têm muita utilidade na construção de modelos de reflexão para aproximar a aparência de superfícies reais.

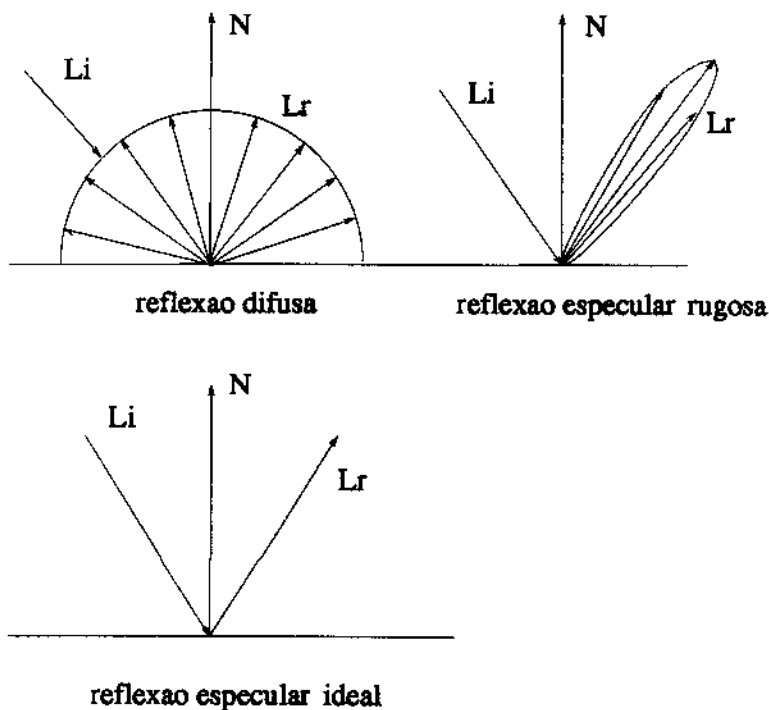


Figura 2.2: Distribuição da radiação refletida difusa e especular

### 2.2.3 Equações de Fresnel

Os fenômenos de reflexão e refração ocorrem quando ondas eletromagnéticas atravessam uma interface entre dois materiais. A solução das equações de Maxwell na interface é descrita pelas equações de Fresnel, que determinam a fração de energia refletida e transmitida nesta interface. Estas equações são expressas em função do índice de refração e de absorção dos materiais, do ângulo de incidência e da polarização da luz incidente.

A direção dos fluxos refletido e refratado obedecem as leis de Snell:

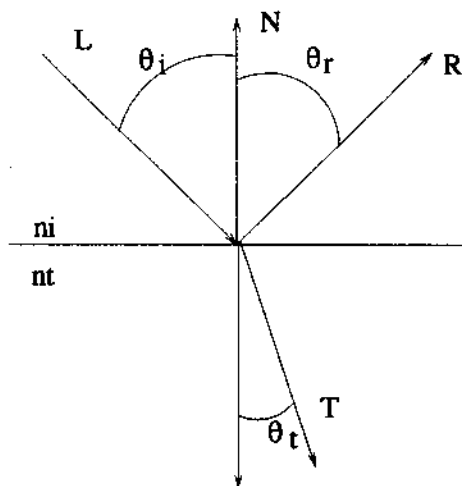


Figura 2.3: Reflexão e refração

$$\theta_i = \theta_r$$

$$n_i \operatorname{sen} \theta_i = n_t \operatorname{sen} \theta_t$$

As equações de Fresnel na interface entre meios dielétricos para luz com polarização paralela e perpendicular ao plano formado por L e N (figura 2.3), são respectivamente [12]:

$$r_{\perp} = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_t \cos \theta_r + n_i \cos \theta_t}$$

$$r_{\parallel} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$$

O coeficiente de Fresnel, que expressa a refletância absoluta para luz não polarizada, pode ser calculado a partir destas equações como:

$$F_r = \frac{1}{2}(r_{\perp}^2 + r_{\parallel}^2) \quad (2.2)$$

Pela lei de conservação de energia, o coeficiente de transmissão é:

$$F_t = 1 - F_r$$

Para materiais condutores as equações de Fresnel são mais complexas. Os materiais condutores se caracterizam por possuírem elétrons livres, que oscilam com a onda luminosa incidente, dando origem a uma onda refletida forte, que reflete a maior parte da energia incidente. A onda transmitida é rapidamente absorvida na forma de calor, pelo que os metais são geralmente opacos. O índice de refração é descrito em forma complexa como:

$$\eta = n(\lambda) - ik(\lambda)$$

onde  $n(\lambda)$  é o índice de refração e  $k(\lambda)$  é o coeficiente de absorção do material. Assumindo que o meio de incidência é o ar e considerando a aproximação  $n^2 + k^2 \gg 1$  ([12]) as equações de Fresnel são:

$$r_{\parallel}^2 = \frac{(n_t^2 + k_t^2) \cos^2 \theta_i - 2n_t \cos \theta_i + 1}{(n_t^2 + k_t^2) \cos^2 \theta_i + 2n_t \cos \theta_i + 1}$$

$$r_{\perp}^2 = \frac{(n^2 + k^2) - 2n \cos \theta_i + \cos^2 \theta_i}{(n^2 + k^2) + 2n \cos \theta_i + \cos^2 \theta_i}$$

Analisando as equações de Fresnel, algumas propriedades importantes podem ser apontadas. O índice de refração e o coeficiente de absorção dos materiais dependem do comprimento de onda, portanto o coeficiente de Fresnel varia em função de  $\lambda$  e do ângulo de incidência. Quando o ângulo de incidência é razante ( $\theta = 90^\circ$ ), o coeficiente de Fresnel é igual a 1, ou seja toda a luz incidente é refletida.

Outra propriedade importante das equações de Fresnel é a da lei de reciprocidade, pela qual as relações de reflexão e refração são independentes da direção de propagação

da energia. Esta propriedade é importante na fundamentação do método de ray-tracing, que será descrito no capítulo seguinte.

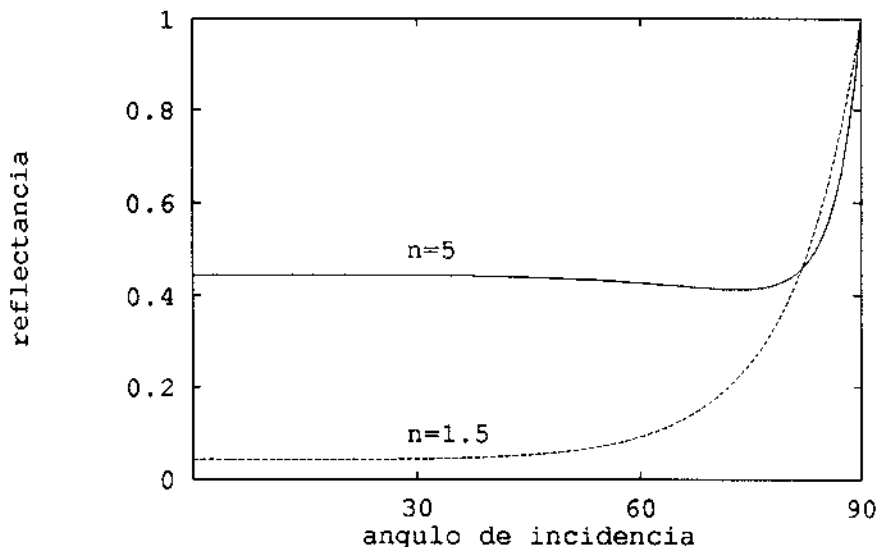


Figura 2.4: Curvas da refletância geradas com as equações de Fresnel para materiais dielétricos com diferentes índices de refração. O meio de incidência é o ar.

As figuras 2.4 e 2.5 apresentam a variação da refletância, calculada pelo coeficiente de Fresnel, em função do ângulo de incidência para uma interface entre materiais dielétricos e ar ( $n = 1$ ). Na figura 2.5 em que o meio de incidência é o material, pode ser observado o fenômeno de reflexão total interna. A figura 2.6 mostra a variação da refletância com o comprimento de onda da luz incidente, para o Cobre. As curvas são apresentadas nas três cores primárias (vermelho, verde e azul), que serão utilizadas como amostras para o cálculo da cor final da reflexão. Os valores experimentais das medidas foram extraídas de [24].

## 2.3 Formulação do problema

Definidos os conceitos básicos, formularemos o problema do cálculo da ilu-

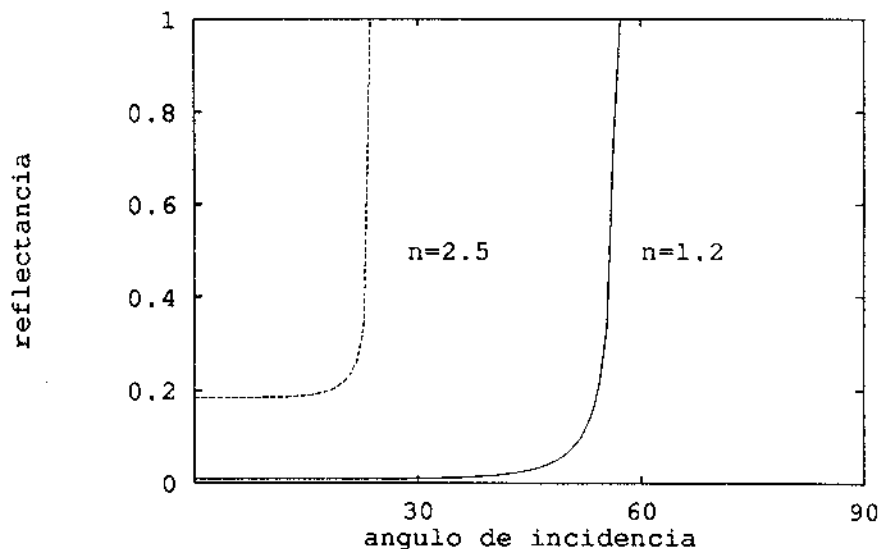


Figura 2.5: Curva da refletância gerada com as equações de Fresnel para luz passando de um meio dielétrico ao ar.

minação em termos da radiância. Dado um ponto  $P$  numa determinada superfície e um observador, queremos calcular a radiância em  $P$  que sai na direção do observador (figura 2.7).

A radiância neste ponto e na direção de observação  $\psi_s$ , pode ser dividida em duas componentes: uma de emissão e outra de reflexão.

$$L_t = L_e + L_r \quad (2.3)$$

onde  $L_e$  é a radiância emitida e  $L_r$  é a radiância refletida pelo ponto.

Como as características da superfície são conhecidas, uma vez que os parâmetros necessários para descrevê-las são dados de entrada do problema, a radiância emitida é conhecida.

Da definição da FRBD (equação 2.1), a radiância refletida no ponto  $P$  e na direção  $\psi_i$  é:

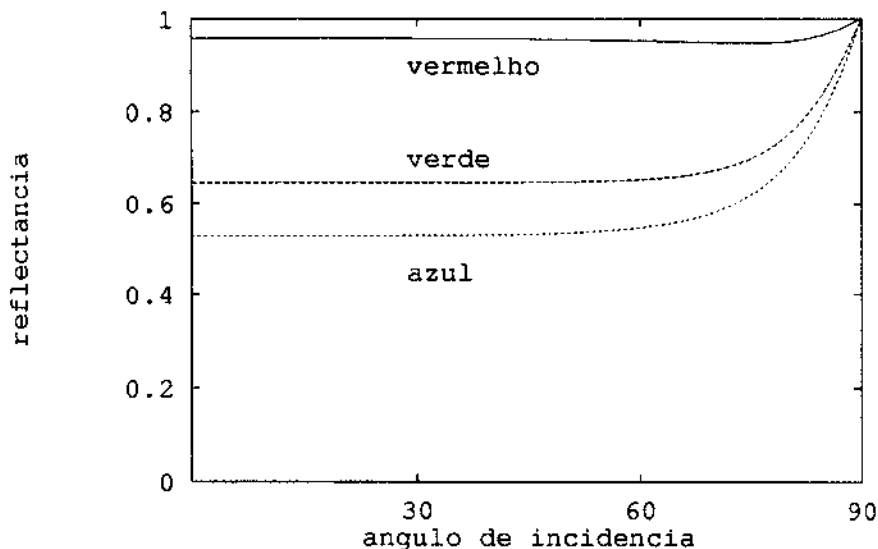


Figura 2.6: Curvas da refletância geradas com as equações de Fresnel para o Cobre na interface com ar. O índice de refração e o coeficiente de extinção variam com o comprimento de onda.

$$L_r(P, \psi_s) = \rho(P, \psi_i, \psi_s) L_i(P, \psi_i) \cos \theta_i dw \quad (2.4)$$

onde  $L_i$  é a radiância incidente de uma fonte num ângulo sólido  $dw$  na direção  $\psi_i$ .

Considerando todás as direções no hemisfério superior ao ponto  $P$  da superfície que tenham contribuição na radiância incidente, sejam vindas de fontes de iluminação ou de outras superfícies, para calcular a radiância total refletida, devemos integrar no espaço destas direções:

$$L_r(P, \psi_r) = \int_{\Omega} \rho(P, \psi_i, \psi_s) L_i(P, \psi_i) \cos \theta_i dw \quad (2.5)$$

Substituindo esta expressão na equação 2.3, obtemos a equação geral da iluminação:



$$L_t(P, \psi_r) = L_e(P, \psi_r) + \int_{\Omega} \rho(P, \psi_i, \psi_s) L_i(P, \psi_i) \cos \theta_i dw \quad (2.6)$$

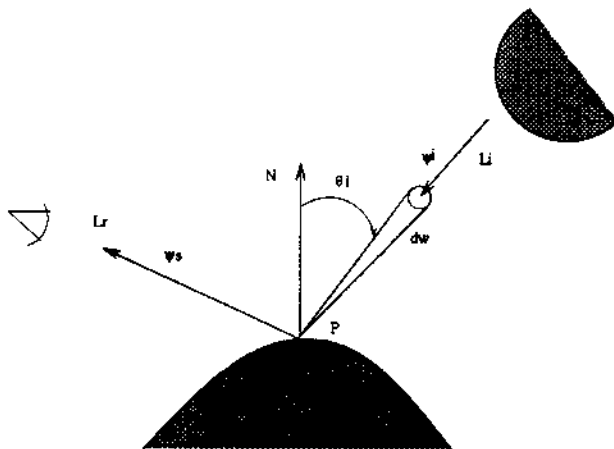


Figura 2.7: Geometria da equação de *rendering*

Esta equação, conhecida como equação de transporte do calor na literatura de transferência de calor [30], foi introduzida em Síntese de Imagens por Kajiya [21] como equação de *rendering*. A geometria da equação está ilustrada na figura 2.7. Analisando os termos do integrando, vemos que a equação apresenta uma natureza recursiva, em que a radiância incidente  $L_i$  no ponto  $P$ , vinda de um ponto  $P'$  de outra superfície, é a radiância total que sai do ponto  $P'$  e que também é calculada pela equação 2.6 aplicada no ponto  $P'$ . Esta recursividade introduz um problema de integração multidimensional, o que faz que a sua solução exata seja complexa de ser obtida.

Formalmente a equação 2.7 é uma equação de Fredholm de segundo tipo [1] e vários métodos para o seu cálculo tem sido desenvolvidos, tanto em problemas de transferência de calor como em Síntese de Imagens.

O método de ray-tracing estocástico ([9],[21]) utiliza o algoritmo de ray-tracing para fazer uma simulação do transporte da energia luminosa por métodos de Monte-Carlo. A integral da equação 2.5 é calculada amostrando as direções dos raios de forma aleatória. Este método simula com maior eficiência o transporte da energia pela via especular, o qual ocorre em torno de direções bem determinadas, como as de reflexão e transmissão.

O método de radiosidade [17], originário de técnicas de transferência de calor

utilizadas em Engenharia Térmica [30], foi adaptado por Goral et al. para modelar o transporte de energia luminosa em ambientes fechados. Considerando as superfícies como puramente difusas, o método baseia-se no princípio de conservação da energia no ambiente. As superfícies são discretizadas e a equação 2.6 é transformada num sistema linear de equações que representa o intercâmbio de energia entre os elementos de superfície. Por causa da restrição imposta à refletância das superfícies, o método modela apenas, a emissão e a interreflexão difusa entre as superfícies.

Nos últimos anos os métodos de ray-tracing estocástico e de radiosidade têm sido combinados, nos chamados algoritmos de dois passos ([35], [36], [31]), que apresentam até o momento, a maneira mais correta de modelar todos os mecanismos de transporte de energia luminosa entre superfícies num ambiente.

Neste trabalho limitaremos o estudo aos modelos de reflexão, que são utilizados para caracterizar as superfícies, e à solução da equação de *rendering* pelo método de ray-tracing. Uma interessante análise teórica sobre as distintas soluções a esta equação, em Síntese de Imagens, foi apresentada recentemente por C. Bouville [6].

# Capítulo 3

## Modelos de reflexão

No capítulo anterior foi formulado o problema do cálculo da iluminação por meio da equação de *rendering*, e vimos que esta equação pode ser resolvida por diversos métodos (ray-tracing, ray-tracing estocástico, radiosidade). Estes métodos, que descrevem o transporte da energia luminosa entre superfícies, são chamados de modelos de iluminação globais.

Neste capítulo analisaremos a teoria dos modelos de reflexão que são utilizados na implementação dos modelos de iluminação global. Dada uma certa energia luminosa incidente numa superfície, um modelo de reflexão deve descrever em forma analítica a distribuição espectral e espacial da energia luminosa refletida pela superfície. Os modelos de reflexão, também chamados de modelos de iluminação locais, podem ser tratados em forma independente do modelo de iluminação global, uma vez que só dependem das características ópticas das superfícies e não envolvem a informação do transporte de energia luminosa entre elas.

### 3.1 Modelos de reflexão

Analisaremos a seguir dois modelos de reflexão: o modelo de base física de Torrance-Sparrow [34] e o modelo empírico de Phong [25].

### 3.1.1 Modelo de Torrance e Sparrow

Fundamentado em óptica geométrica, este modelo, foi adaptado por Cook [10] para sua aplicação em Síntese de Imagens. O modelo é descrito a partir da FRBD definida anteriormente (equação 2.1).

A FRBD pode ser dividida em duas componentes segundo o grau de espalhamento da energia refletida: uma componente especular e uma componente difusa,

$$\rho = s\rho_s + d\rho_d$$

onde  $s$  e  $d$  são coeficientes da proporção de cada componente e portanto,  $s + d = 1$ .

A reflexão difusa ocorre como conseqüência do espalhamento numa camada interna à superfície e a radiância refletida é constante em todas as direções sendo portanto, independente do observador. A reflexão especular ocorre em superfícies bem polidas e a direção de reflexão segue a lei de Snell. A distribuição da energia refletida está concentrada nesta direção. As reflexões totalmente especulares ou totalmente difusas são casos extremos de reflexões em superfícies ideais. A descrição da FRBD como combinação linear destas duas componentes é uma aproximação que resulta adequada à representação de muitos materiais.

Em adição à reflexão da energia luminosa que incide diretamente, o modelo considera a reflexão ambiental, produzida pela incidência indireta que chega em todas as direções. Esta reflexão é calculada como  $\rho_a I_a$ , onde  $\rho_a$  é a refletância ambiental não-direcional e  $I_a$  a intensidade ambiental incidente.

A componente difusa vimos que era representada por uma FRBD constante,

$$\rho_d = \frac{R(\lambda)}{\pi}$$

onde  $R(\lambda)$  é a refletância absoluta do material, que pode ser calculada pelo coeficiente de Fresnel para incidência normal.

O modelo assume as superfícies rugosas compostas por microfacetas distribuídas de forma aleatória e idealmente especulares (figura 3.1)

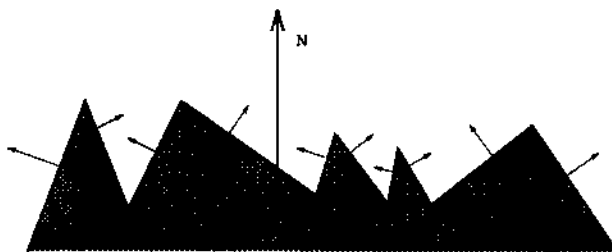


Figura 3.1: Modelo de microfacetas orientadas aleatoriamente.

A rugosidade medida das superfícies,  $m$ , é a raiz quadrática média dos declives das microfacetas. Intuitivamente vemos que quanto maior for a rugosidade do material, maior será o espalhamento da energia luminosa refletida, e portanto maior a componente difusa da reflexão.

O presente modelo é inteiramente baseado na óptica geométrica da reflexão, desprezando portanto efeitos de difração que ocorrem devido à natureza ondulatória da luz. A óptica geométrica é válida quando as dimensões do comprimento de onda incidente são muito menores que as dimensões do sistema, portanto este modelo será válido quando a rugosidade for muito maior do que  $\lambda$  ( $\lambda \ll m$ ).

A componente especular da FRBD é descrita como:

$$\rho_s = \frac{F(\lambda) D(\alpha) G}{4\pi \cos \theta_i \cos \theta_r} \quad (3.1)$$

onde:

$F$  é o coeficiente de Fresnel,

$D(\alpha)$  é a função de distribuição das microfacetas e

$G$  é um fator de atenuação geométrica.

O coeficiente de Fresnel foi definido no capítulo anterior. A seguir analisaremos os outros termos em detalhe.

### 3.1.1.1 Função de Distribuição

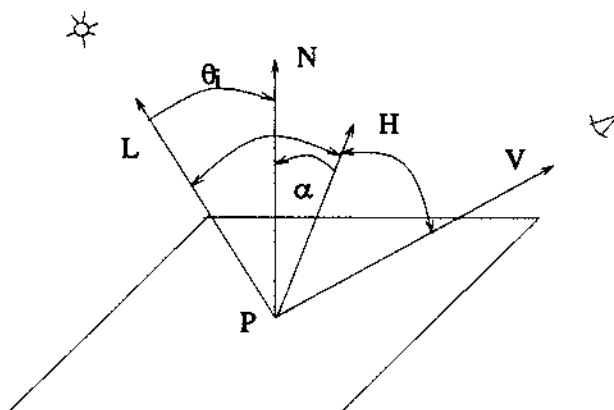


Figura 3.2: Geometria da reflexão

A função de distribuição das microfacetas representa a fração de microfacetas que está orientada na direção **H**. Esta direção determinada pelo bissetor entre **L** e **V** (figura 3.2), representa a normal das microfacetas que refletem specularmente na direção de **V**, a luz que incide na direção **L**. A função de distribuição é descrita em função da rugosidade  $m$  e de  $\alpha$ , determinado pelas direções **H** e **N**.

O modelo original utiliza uma distribuição gaussiana:

$$D(\alpha) = C e^{-\left(\frac{\alpha}{m}\right)^2}$$

onde  $C$  é uma constante. Cook [10] sugere a distribuição de Beckman, apontando a vantagem de não utiliza nenhuma constante arbitrária.

$$D(\alpha) = \frac{1}{m^2 \cos^4 \alpha} e^{-\left(\frac{\tan^2 \alpha}{m^2}\right)}$$

A figura 3.3 mostra a distribuição de Beckman para diferentes rugosidades. A forma que a função de distribuição tem, dá uma idéia do grau de espalhamento da componente especular da reflexão. Para  $m$  grande (superfície muito rugosa) a distribuição é larga, ou seja a componente especular estará espalhada. Para  $m$  pequeno (superfície muito especular) vemos que a distribuição aproxima-se de uma função  $\delta$  de Dirac.

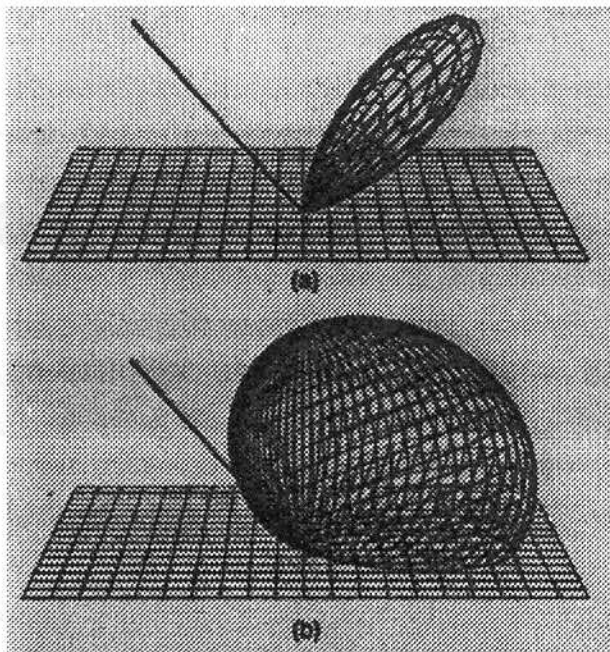


Figura 3.3: Função de distribuição de Beckman para: (a)  $m = 0.2$  e (b)  $m = 0.6$

### 3.1.1.2 Fator de atenuação geométrica

O fator  $G$  de atenuação geométrica representa a atenuação na reflexão devida ao possível sombreamento entre as microfacetas. Três casos diferentes são considerados: o caso em que não há atenuação (toda a luz incidente é refletida), o caso em que o feixe incidente é parcialmente atenuado pelas microfacetas, e o caso em que o feixe refletido é parcialmente atenuado.

Para simplificar a análise, o modelo considera as microfacetas simétricas em forma de “V”. No segundo e terceiro caso apresentado acima, pode ser demonstrado que  $G_b = G_c = 1 - m/l$ , onde  $l$  é a área da microfaceta e  $m$  a área bloqueada na atenuação. Usando relações trigonométricas cada caso pode ser expressado em termos dos ângulos de incidência e de reflexão:

$$G_b = \frac{2(\mathbf{N} \cdot \mathbf{H})(\mathbf{N} \cdot \mathbf{V})}{(\mathbf{N} \cdot \mathbf{H})}$$

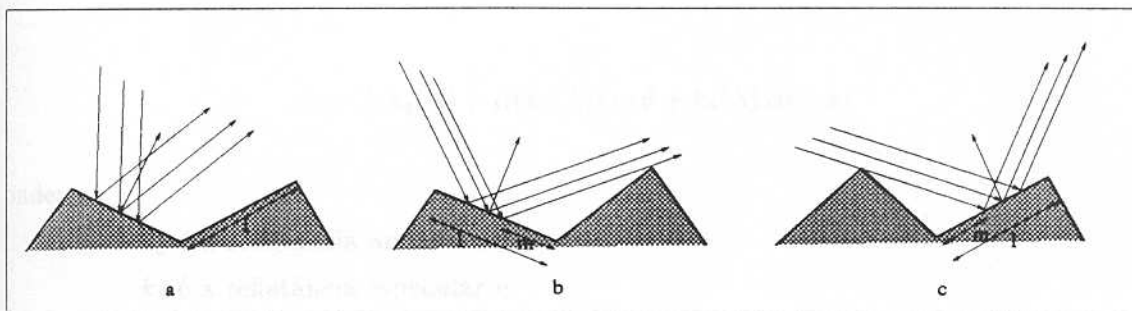


Figura 3.4: Atenuação geométrica por sombreamento entre as microfacetas. (a) não há atenuação (b) atenuação do feixe refletido (c) atenuação do feixe incidente

$$G_c = \frac{2(N.H)(N.L)}{(N.H)}$$

O fator  $G$  será o mínimo dos três casos:

$$G = \min \left\{ 1, \frac{2(N.H)(N.V)}{(N.H)}, \frac{2(N.H)(N.L)}{(N.H)} \right\}$$

### 3.1.2 Modelo de Phong

Este modelo, de base empírica, foi um dos primeiros modelos desenvolvidos em Síntese de Imagens. A intensidade refletida por uma superfície na direção  $V$ , devida a uma intensidade  $I_i$  incidente na direção  $L$  (figura 3.5), é:

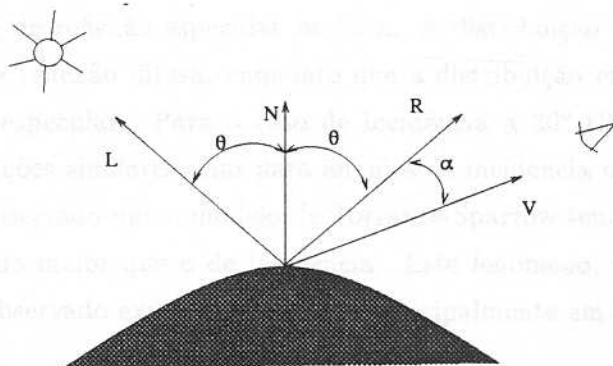


Figura 3.5: Modelo de Phong



$$I_r = I_a k_a(\lambda) + I_i(k_d(\lambda) \cos \theta + k_s(\lambda) \cos^n \alpha)$$

onde:

$k_a$  é a refletância ambiental,

$k_s$  é a refletância especular e

$k_d$  é a refletância difusa.

O primeiro termo representa a componente da reflexão ambiental, similar à descrita no modelo anterior. O segundo termo representa a componente da reflexão difusa, que segue a lei do cosseno de Lambert, e o terceiro termo representa a componente especular. O fator  $\cos^n \alpha$ , expressa a distribuição da reflexão especular, similar à função de distribuição  $D(\alpha)$  no modelo de Torrance-Sparrow. O coeficiente  $n$ , chamado de expoente de Phong, é um índice do grau de espalhamento desta componente. Quanto maior  $n$  a reflexão especular será mais concentrada.

### 3.1.3 Comentários

O primeiro a implementar o modelo de Torrance-Sparrow foi Blinn [4]. As figuras 3.6 e 3.7, criadas por ele, mostram uma comparação entre este modelo e o de Phong, para luz refletida por uma superfície em distintos ângulos de incidência. A direção de saída representa a direção de reflexão especular perfeita. A distribuição uniforme em torno da normal, representa a reflexão difusa, enquanto que a distribuição em torno da direção de reflexão, a reflexão especular. Para o caso de incidência a  $30^\circ$  (figura 3.6), os modelos apresentam distribuições similares, mas para ângulos de incidência mais razes, como de  $70^\circ$  (figura 3.7), é observado que o modelo de Torrance-Sparrow tem o máximo da reflexão especular num ângulo maior que o de incidência. Este fenômeno, conhecido como efeito *off-specular* [34], é observado experimentalmente principalmente em metais.

Cook e Torrance [10] implementaram o modelo, incorporando o termo de Fresnel, responsável este, pela variação da cor na componente da reflexão especular. Para incidência normal ( $\theta_i = 0^\circ$ ) o coeficiente de Fresnel, calculado pela equação 2.2, é:

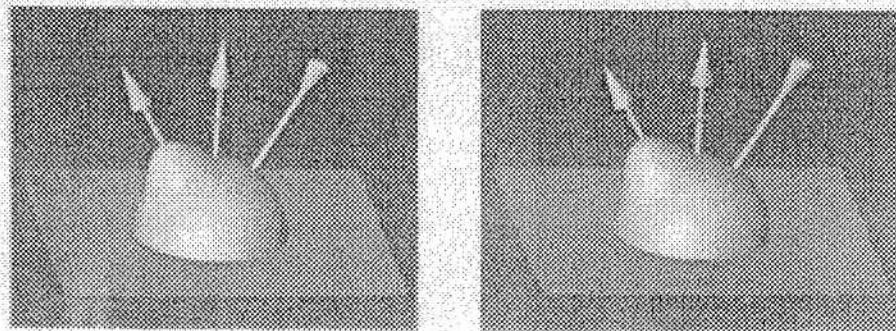


Figura 3.6: Comparação de modelos para incidência a  $30^\circ$

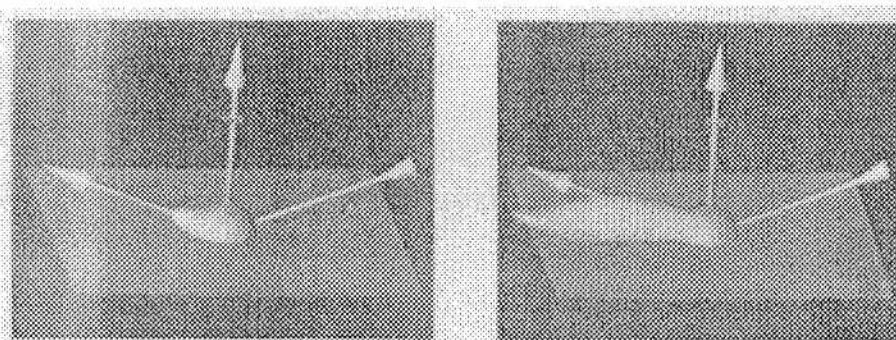


Figura 3.7: Comparação de modelos para incidência a  $70^\circ$ .

$$F = \left( \frac{n - 1}{n + 1} \right)^2$$

Para incidência rasante ( $\theta_i = 90^\circ$ ),  $F = 1$  e portanto, a cor da reflexão especular, identificada pelo "highlight", muda com a variação de ângulo de incidência. Se o observador estiver em oposição de  $180^\circ$  com a fonte, a cor da reflexão será a mesma da fonte, enquanto que para incidência normal, será a própria cor do material.

### 3.1.4 Outros modelos

Existe uma grande variedade de materiais que apresentam superfícies com características particulares, e portanto não podem ser tratados pelos modelos descritos ante-

riormente.

Kajiya [20] generalizou o modelo de Cook-Torrance para desenvolver um modelo de reflexão anisotrópico. Este modelo descreve a reflexão em superfícies que apresentam propriedades não-simétricas em torno da normal, como por exemplo tecidos, que podem ser modelados por microfacetas orientadas numa certa direção de preferência. O modelo de Cook-Torrance considera o coeficiente de Fresnel para luz não polarizada. Wolf [39] incluiu a informação da polarização, permitindo assim, a representação de alguns efeitos na reflexão, devidos aos estados de polarização da luz incidente. Recentemente, He et. al [19] desenvolveram um modelo geral, que inclui estes efeitos, descrevendo a FRBD como combinação linear das duas componentes, especular e difusa, mais um termo denominado reflexão direcional difusa, que representa a transição entre as duas componentes anteriores.

## Capítulo 4

# Síntese por ray-tracing

A forma mais tradicional de resolver a equação de *rendering* (equação 2.7) para a geração de imagens, é calculando a intensidade de cada ponto (pixel) como uma função bidimensional  $I(x, y, \lambda)$  no espaço da imagem. Isto pode ser feito em duas etapas: achando a superfície visível através do ponto e calculando a radiância que sai da superfície em direção ao ponto. Esta classe de métodos, que calcula apenas a radiância que chega à imagem, é classificada como métodos de resolução no espaço da imagem [29]. O método de ray-tracing pertence a esta classe. Baseado no princípio da óptica geométrica em que a energia luminosa propaga-se em forma rectilínea num meio isotrópico, este método, calcula a energia luminosa que chega ao observador numa direção, lançando um raio nesta direção.

Neste capítulo apresentaremos o método de ray-tracing como modelo de iluminação global, ou seja como solução à equação de *rendering*, na sua forma tradicional [38], e a extensão ao ray-tracing estocástico. Esta extensão é baseada na simulação do transporte de energia luminosa como processo estocástico, em que a equação 2.7 é calculada por métodos de Monte-Carlo. Os conceitos básicos da integração de Monte-Carlo, no problema específico de Síntese de Imagens, são apresentados, junto com técnicas de amostragem que visam sua aplicação a problemas de distribuição luminosa.

## 4.1 O método de ray-tracing

O método de ray tracing é uma das técnicas mais poderosas de *rendering*, pois além de ser um algoritmo de visualização, pode resolver de forma efetiva e relativamente simples vários fenômenos luminosos como sombras, reflexão e refração.

O método é baseado no princípio da óptica geométrica em que a energia luminosa propaga-se em forma rectilínea num meio isotrópico. A energia luminosa que chega ao observador numa direção é calculada lançando um raio nesta direção. No capítulo 2 vimos que o olho é sensível à radiância, e que esta é constante ao longo do raio, portanto a energia luminosa que o raio lançado transporta é caracterizada pela radiância que sai da superfície interceptada pelo raio. O algoritmo de ray tracing simula o processo de propagação da luz no sentido inverso a como ele ocorre. Isto é feito por motivos de eficiência, já que só os raios que atingem o observador serão lançados, embora esta forma de proceder dificultará a simulação de alguns mecanismos de transporte de energia luminosa como o de interreflexão difusa, que ocorre devido ao intercâmbio de energia entre superfícies difusas. O princípio de reciprocidade de Helmholtz, comentado na seção 2.2 a partir da FRBD, é o fundamento que valida esta forma de tratar o processo luminoso, no sentido inverso da sua propagação.

A idéia de utilizar o algoritmo de ray-tracing para o cálculo da iluminação foi sugerida por Whitted [38] como uma extensão ao algoritmo de visualização de *ray-casting* (algoritmo para determinar as superfícies visíveis da cena). Na geração de imagens por ray-tracing a intensidade de cada ponto da imagem é calculada lançando-se um raio em direção ao ponto, desde a posição do observador (figura 4.1). Na primeira interseção deste raio com os objetos da cena é calculada a intensidade luminosa utilizando algum modelos de iluminação locais como descrito no capítulo anterior. A contribuição luminosa de cada fonte é computada se o ponto do objeto não está em sombra. Isto é determinado lançando-se um raio desde o ponto em questão em direção a cada fonte, e verificando se ele não é interceptado por outros objetos.

Se a superfície for especular o raio refletido é seguido de modo de capturar a radiância vinda de outras superfícies. Se a superfície for translúcida procede-se de forma similar com o raio refratado.

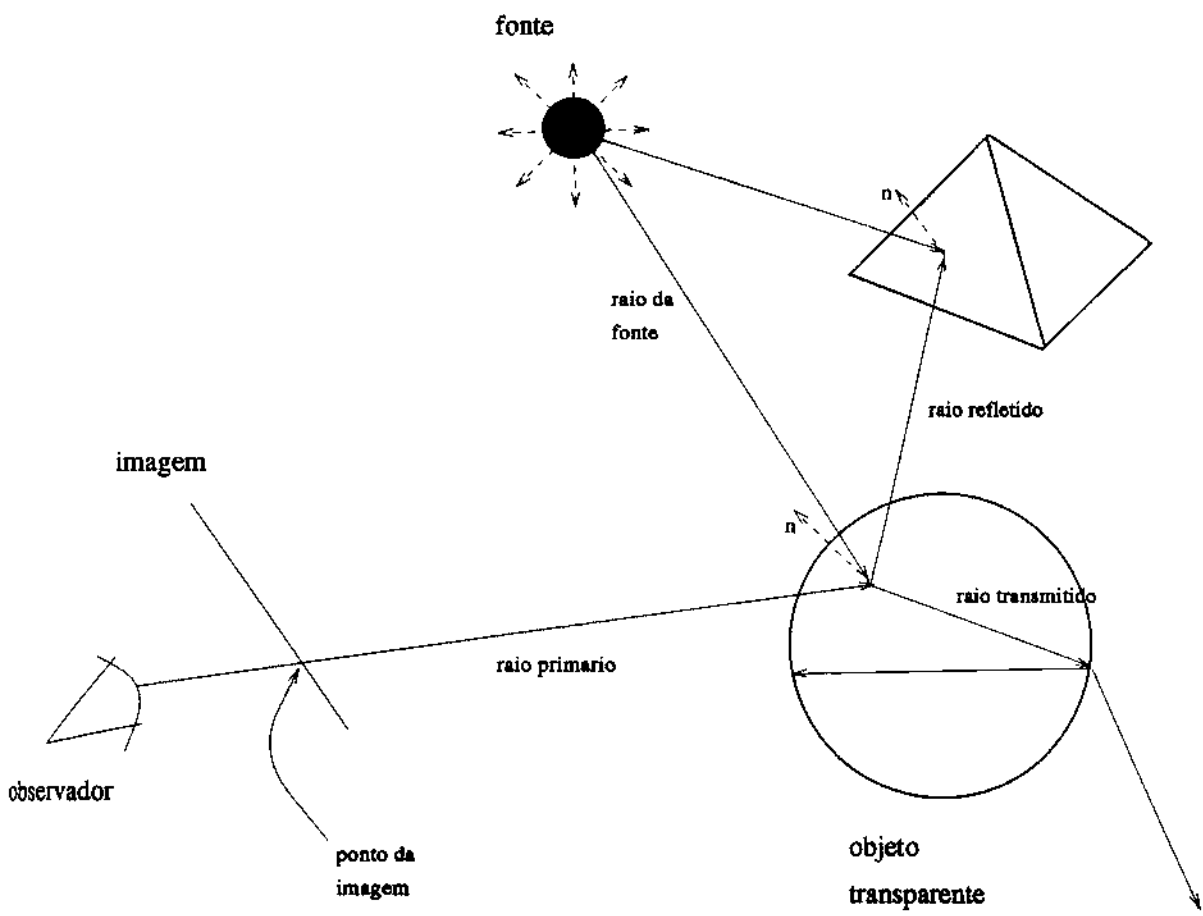


Figura 4.1: Método de ray-tracing, os raios lançados são seguidos no caminho inverso da propagação da luz.

O algoritmo é implementado calculando uma função da radiância em forma recursiva. Para cada ponto  $(x, y)$  da imagem, pode ser resumido da seguinte maneira:

para cada ponto  $(x, y)$  da imagem:

**Começo**

- lança raio  $\psi_o$  desde O (posição do observador) e na direção do ponto  $(x, y)$
- $\text{Intensidade}(x, y) = \text{Calcula-radiância}(\psi_o)$

**Fim**

**Função Calcula-radiância( $\psi$ ) (retorna a radiância na direção  $\psi$ )**

**Começo**

- calcula a primeira interseção (P) do raio  $\psi$  com os objetos da cena

se não há interseção

retorna a radiância do fundo

calcula a intensidade no ponto P:

$$I = I(P) + k_s * \text{Calcula-radiância}(\psi_{ref}) + k_t * \text{Calcula-radiância}(\psi_{refr})$$

**Fim**

onde:

$\psi_{ref}$  é o raio refletido

$\psi_{refr}$  é o raio refratado e

$k_s$  e  $k_t$  são coeficientes da proporção de luz refletida e transmitida

$I(P)$  é a intensidade em P, calculada pelo modelos local.

Se na cena há um número grande de superfícies especulares, o algoritmo se estenderá em forma recursiva, ainda que as contribuições à intensidade sejam cada vez menos significativas devido à atenuação, o que torna o método pouco eficiente. Este problema pode ser resolvido definindo algum critério adaptativo pelo qual, dado um determinado limiar de intensidade, o algoritmo seja truncado quando a intensidade refletida ou transmitida seja atenuada abaixo do limiar.

## 4.2 Ray-tracing estocástico

O algoritmo tradicional de ray-tracing apresentado na seção anterior, é baseado numa técnica de amostragem pontual. Um único raio é lançado por cada pixel para determinar a superfície visível pelo observador, e a radiância que sai dela. Um único raio, também, é lançado desde cada ponto visível da superfície em direção as fontes de luz, para determinar a incidência direta destas e as regiões que estão em sombra. A radiância indireta, vinda de outras superfícies por reflexão ou por transmissão, também é calculada lançando-se um único raio em cada uma destas direções. A técnica de amostragem pontual limita a resolução de alguns fenômenos que envolvem cálculos de integrais para sua representação.

O efeito de *aliasing*, que surge na representação discreta da imagem por pixels e pode ser observado por linhas em forma de “escadinha” ao invés de continuas, é um exemplo desta limitação. A intensidade de cada pixel é representada pela integral da função de intensidade na área do pixel. Fenômenos luminosos como o espalhamento de luz que ocorre na propagação e na reflexão da luz, não podem ser tratados pela técnica tradicional, por envolverem também integrais no seu cálculo.

A técnica de ray-tracing estocástico, inicialmente denominada de ray-tracing distribuído por Cook et al. [9], propõe uma solução geral para este tipo de problema: distribuindo raios em forma estocástica, as integrais são calculadas por métodos de Monte-Carlo. Cook aplicou esta técnica para a simulação de vários efeitos luminosos:

– Simulação de fontes extensas:

Distribuindo raios nos ângulos sólidos das fontes de iluminação pode ser simulado o efeito de penumbras.

– Reflexão especular espalhada:

Distribuindo raios segundo a função de distribuição do fluxo refletido pode ser simulado o espalhamento da reflexão especular em superfícies rugosas, observado como reflexão borrosa.

– Refração espalhada:

Distribuindo raios segundo a função de distribuição do fluxo transmitido pode ser simulado o efeito de translucência, observado como transparência borrosa.



Considerando um modelo de câmara de lente fina, Cook incluiu, por meio desta técnica, efeitos utilizados em fotografia como profundidade de campo e borrão de movimento (*motion blur*). O primeiro é simulado amostrando a área de uma lente fina e o segundo, incluindo a dimensão do tempo e amostrando também neste espaço.

Apresentamos a seguir os fundamentos teóricos do ray-tracing estocástico e a sua aplicação a dois problemas de distribuição luminosa: fontes extensas de iluminação e reflexões especulares em superfícies rugosas.

## 4.2.1 Teoria

A idéia fundamental da técnica de ray-tracing estocástico é o tratamento de problemas de integração por métodos de Monte-Carlo. De acordo com estes métodos [28], a integral multidimensional que determina o valor da intensidade do pixel, pode ser aproximada a partir de várias amostras distribuídas em forma aleatória no espaço do pixel.

### 4.2.1.1 Integração de Monte-Carlo

Tradicionalmente, a intensidade de cada pixel, é calculada em forma independente para cada componente RGB (vermelho, verde e azul). A intensidade em cada uma destas componentes, pode ser expressa como uma integral múltipla no espaço do pixel [22]:

$$C = \int_A L(X)d(X) \quad (4.1)$$

onde  $L(X)$  é a função de radiância no espaço da imagem e  $A$  é a área do pixel.

A função do integrando,  $L(X)$ , pode ser expressa como o produto de duas funções:

$$L(X) = F(X).P(X) \quad (4.2)$$

onde  $F(X)$  é uma função que depende da energia luminosa e  $P(X)$  uma função de peso (ou filtro) que é o produto das várias funções de peso correspondentes a cada efeito em

particular que está sendo tratado, como filtros bidimensionais para tratar problemas de *aliasing* ou funções de distribuição em fenômenos de espalhamento de luz.

Na integração de Monte Carlo,  $X$  é considerada como uma variável aleatória com densidade de probabilidade  $P(X)$ , a qual deve obedecer as seguintes condições:

$$P(X) \geq 0 \quad \forall X \in \mathcal{R}^n \text{ e}$$

$$\int P(X) dX = 1$$

Nestas condições, a intensidade do pixel,  $C$ , na equação 4.1, é o valor esperado de  $F(X)$ ,

$$C = \mathbf{E}(F(X)).$$

Portanto, dado um conjunto  $\{X_i\}$  de  $N$  amostras da variável aleatória  $X$ , que tem densidade de probabilidade  $P(X)$ , podemos estimar estatisticamente o valor de  $C$ , calculando o valor esperado de  $F(X)$ . Para um número suficientemente grande de amostras, pode ser demonstrado que [28]:

$$\mathbf{E}(F(X)) = \frac{1}{N} \sum_i^N F(X_i) \quad (4.3)$$

Uma medida estatística da diferença entre o valor estimado e o valor da integral é a variância. O erro do valor estimado pode ser diminuído aumentando o número de amostras. O desvio, definido como a raiz quadrada da variância é utilizado para medir este erro:

$$S_N = \left[ \frac{1}{N} \sum_i^N (F(X_i) - E(F(X)))^2 \right]^{1/2} \quad (4.4)$$

Para avaliar o valor estimado, calculado a partir de um número de amostras, um teste estatístico deve ser feito. Determinando um limiar do erro estatístico a partir de

um dado intervalo de confiança, devemos tomar uma quantidade de amostras suficiente, de maneira que o erro seja menor que o limiar.

Uma forma de reduzir a variância (e portanto o erro) é escolhendo a função de densidade de probabilidade  $P(X)$  de forma tal que contenha os fatores de maior peso da integral. Desta forma,  $P(X)$  terá um comportamento similar ao de  $L(X)$  (equação 4.2) e a amostragem terá maior densidade nas regiões de maior variância de  $L(X)$ .

Uma demonstração rigorosa dos conceitos apresentados nesta seção, pode ser achada em [28].

#### 4.2.1.2 Estratégias de Amostragem

Uma questão muito importante no método de Monte-Carlo é a escolha das amostras nos espaços de integração. A integral 4.1 a ser calculada, envolve vários espaços bidimensionais como a área do pixel, as áreas das fontes de luz ou as direções dos raios refletidos. O objetivo é distribuir as amostras em cada um destes espaços de forma tal que a integral seja aproximada corretamente e utilizando o menor número de amostras, pois no ray-tracing o tempo computacional aumenta linearmente com o número de raios lançados.

O uso de amostragem distribuída em forma aleatória ao invés de regular, foi demonstrado que diminui o efeito de *aliasing* [8], o qual é inerente à problemas de amostragem discreta. Parte do erro de *aliasing*, visível por padrões regulares é trocado por erro de ruído que é menos incomodo à visão humana.

A forma mais fácil de distribuir um número determinado de amostras num espaço bidimensional é em forma totalmente aleatória (distribuição uniforme). A figura 4.2 mostra um exemplo de 100 amostras distribuídas no espaço do pixel. Esta forma de distribuição tem o inconveniente de não ser homogênea no espaço, tendo portanto, regiões com quantidades excessivas de amostras e outras com baixa densidade. Isto implicará numa alta variância do valor estimado, o que evidentemente não é desejado.

Foi sugerido ([8]) como padrão de amostragem ideal, uma distribuição de Poisson com uma distância mínima entre as amostras, denominada disco de Poisson, em que as amostras são distribuídas de forma aleatória, mas com a restrição de que devem manter uma

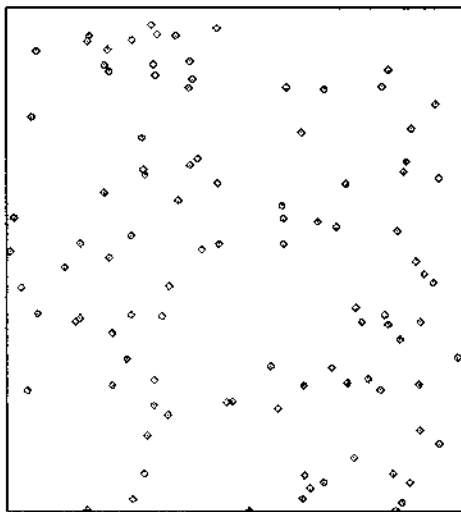


Figura 4.2: Distribuição uniforme de 100 amostras

distância mínima umas das outras. A figura 4.3 mostra um padrão com esta distribuição.

O maior problema desta distribuição está em que o custo computacional torna-se alto, com o aumento da distância mínima e do número de amostras.

Várias distribuições de amostragens estocásticas foram desenvolvidas para simular a distribuição do disco de Poisson. A forma mais comum de aproximar esta distribuição é dividindo o espaço em regiões e tomando amostras de forma aleatória em cada região. Esta forma de amostragem, denominada *jittering* [8], está baseada no conceito de amostragem por estratificação (*stratified sampling*), em que o espaço é dividido em regiões (estratos) visando uma redução da variância, e portanto uma otimização na convergência do método de integração. A figura 4.4 mostra um padrão de 16 amostras distribuídas na área do pixel segundo um padrão de *jittering*. Esta distribuição pode ser implementada perturbando uma grade de amostras regularmente espaçadas, por meio de variáveis aleatórias independentes.

Uma forma eficiente de implementar esta convergência é selecionando as amostras de cada espaço de acordo com as respectivas distribuições de probabilidades. Desta forma, mais amostras serão colhidas onde a probabilidade é maior. Esta forma de amostragem, denominada amostragem em importância pode ser empregada usando-se a técnica de

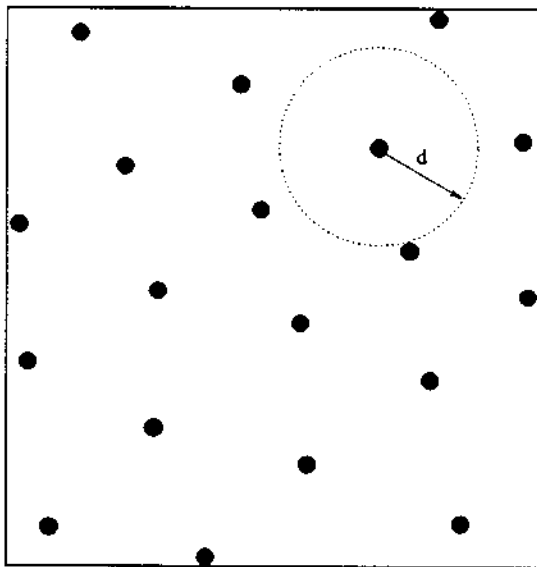
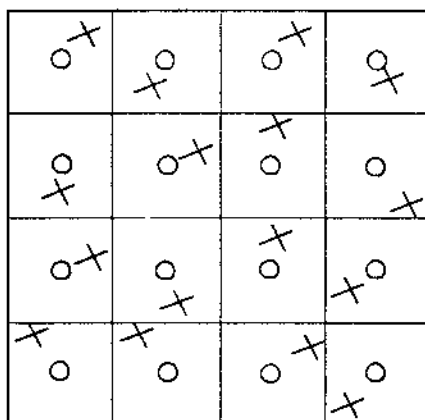


Figura 4.3: Distribuição do disco de Poisson

amostragem por estratificação. Dividindo o espaço em regiões, em cada região é tomado um número de amostras proporcional à probabilidade que ela tem. Isto pode ser feito dividindo o espaço em regiões com probabilidades iguais, de modo que o mesmo número de amostras seja tomado em cada região. Na figura 4.5 esta idéia é mostrada a partir de uma função de densidade de probabilidade. A divisão das regiões equivale a tomar espaços com a mesma área embaixo da curva.

A forma mais direta de aplicar o método de integração de Monte-Carlo à equação 4.1, que como vimos envolve várias dimensões, seria amostrando cada dimensão em forma independente. Por exemplo, se tivéssemos 16 estratos para amostrar o pixel e outros 16 para amostrar a direção de reflexão, teríamos um total de  $16^2 = 256$  raios por pixel. Na medida em que o número de dimensões da integral aumenta, a quantidade de raios necessários pode tornar-se inviável. Cook [8] sugeriu uma solução a este problema denominada *jittering* não-correlacionado (*uncorrelated jittering*). Os estratos dos diferentes espaços são associados entre si em forma aleatória, de forma a evitar que haja correlação entre eles. A figura 4.6 ilustra esta idéia para dois espaços de 9 estratos.

Uma forma eficiente de desenvolver a ideia de *jittering* não correlacionado é pela estratégia de amostragem de *N-Rook* (N-torres) ([29]). Mediante esta, os estratos de



- AMOSTRAGEM REGULAR  
 ✕ AMOSTRAGEM ESTOCÁSTICA

Figura 4.4: Padrão de amostragem de *jittering*

cada dimensão são associados em forma aleatória, mas de modo que cada linha ou coluna contenha apenas uma amostra. A figura 4.7 mostra um exemplo de 16 amostras distribuídas no espaço do pixel usando esta estratégia. O nome *N-Rook* foi dado pela analogia com o jogo de xadrez, que seria o problema de distribuir N torres de forma tal que não estejam ameaçadas entre si.

Esta estratégia é estendida para o problema multidimensional associando os estratos de diferentes espaços, previamente permutados. Uma vantagem que pode ser apontada nesta estratégia de amostragem é que um número arbitrário de amostras pode ser

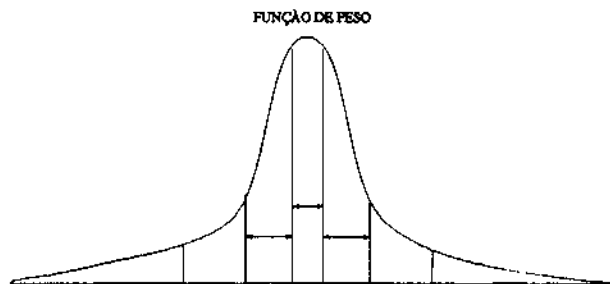


Figura 4.5: Amostragem em importância: o espaço é dividido em regiões com probabilidade igual

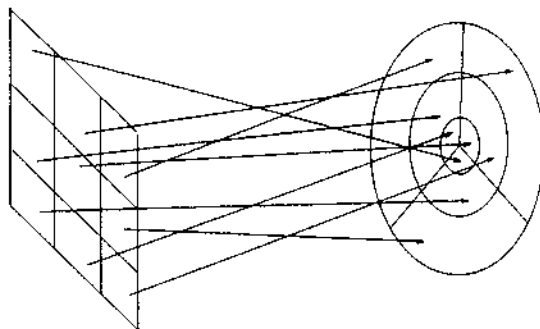


Figura 4.6: Padrão *jittering* não-correlacionado. Os estratos de espaços independentes são associados de forma aleatória

tomado, enquanto que no *jittering* são tomados números de potências quadrados (4, 9, 16, 25, etc).

Uma questão importante na utilização destes métodos é a de determinar o número de amostras suficientes para estimar o valor da integral. No método de ray-tracing esta questão é fundamental, pois para tornar o método eficiente, a menor quantidade de raios possível deve ser lançado. No sentido de reduzir esta quantidade ao mínimo, podem ser criados métodos de amostragem adaptativa, fundamentados em critérios de estimação, que determinam a validade de uma certa medida. Vários critérios são apresentados na literatura, a maioria baseados em estimadores estatísticos ([22], [26]). Outros critérios baseados na razão sinal-ruído da imagem [11], ou no contraste da intensidade (ao invés da variância) [23], também podem ser adotados.

#### 4.2.2 Aplicação a problemas de distribuição luminosa

Apresentamos a seguir uma aplicação de ray-tracing estocástico a dois problemas de distribuição luminosa: simulação de fontes extensas de iluminação e efeito de espalhamento em reflexões especulares.

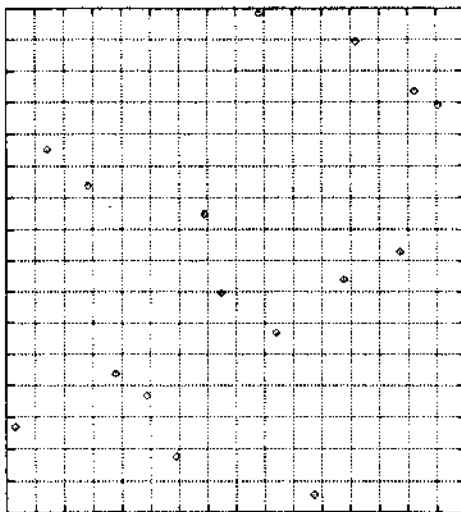


Figura 4.7: Padrão *N-rook* de 16 amostras

#### 4.2.2.1 Fontes extensas

A simulação de fontes extensas de iluminação gera o efeito de penumbra quando a luz é parcialmente bloqueada por objetos. A radiância refletida num ponto de uma superfície, devida a uma fonte, pode ser calculada a partir da equação 2.7, para  $\omega = \Omega$ :

$$L_r = \int_{\omega} \rho L_i \cos \theta; dw \quad (4.5)$$

onde  $\omega$  é o ângulo sólido formado pela fonte na direção do ponto. Para simplificar o problema, consideramos o caso de uma fonte de geometria esférica, de emissão constante  $L_i$  e distante da superfície, de modo que pode ser aproximado por um disco de radiância constante quando “vista” por um ponto na superfície.

Seja  $r$  o raio da fonte e  $d$  a distância a um ponto P. A equação 4.5, expressa nas coordenadas polares da fonte (figura 4.8), é:

$$L_r = \int_0^{\theta_m} \int_0^{2\pi} \rho L_i \cos \theta; h(L) \sin \theta d\theta d\varphi \quad (4.6)$$



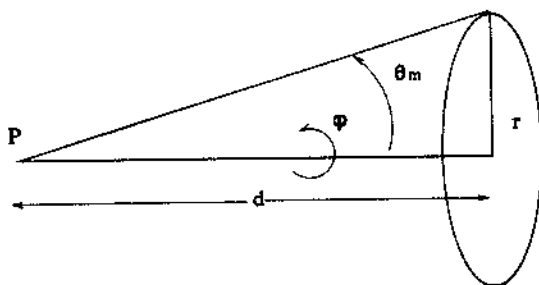


Figura 4.8: Fonte extensa distante

onde  $\theta_m \simeq r/d$  e  $h(L)$  é uma função booleana que representa a oclusão do ponto, sendo 0 se o ponto está oculto e 1 se o ponto é visível pela fonte.

Nosso objetivo é calcular a equação 4.6 pelo método de integração de Monte Carlo apresentado na seção 4.2.1.1. Como vimos naquela seção, a integral é calculada amostrando as variáveis  $\theta$  e  $\varphi$  segundo uma função de peso  $P(\theta, \varphi)$ , que deve ser escolhida de forma tal que contenha os fatores de maior peso do integrando da equação 4.6. Analisando estes termos, vemos que a refletância bidirecional  $\rho$  não varia muito a não ser na região de transição entre a componente especular e a difusa (veja figura 3.6), o que dificilmente ocorre na direção iluminada. O termo  $\cos\theta$ ; também pode ser excluído da função de peso, pois tem uma variação acentuada apenas para ângulos razantes, situação em que a iluminação é quase nula. Portanto, escolhemos a função de densidade de probabilidade como:

$$P(\theta, \varphi) = k \sin\theta \quad (4.7)$$

onde  $k$  é uma constante, que é determinada pela condição:

$$\int_0^{\theta_m} \int_0^{2\pi} P(\theta, \varphi) d\theta d\varphi = 1$$

Esta condição implica que:

$$\frac{1}{k} = 2\pi(1 - \cos\theta_m) \simeq \frac{\pi r^2}{d^2}$$

Resultando:

$$k = \frac{d^2}{\pi r^2}$$

Portanto, a função a ser amostrada será:

$$F(\theta, \varphi) = \frac{\rho \cos \theta_i h(L)}{k} \quad (4.8)$$

De acordo com a seção 4.2.1.1 a integral 4.6 é calculada a partir de  $N$  amostras da função  $F(\theta, \varphi)$ , escolhidas com densidade de probabilidade  $P(\theta, \varphi)$ .

Para poder aplicar o conceito de amostragem em importância por estratificação apresentado na seção 4.2.1.2, devemos dividir o espaço em regiões de igual probabilidade, o que seria equivalente a dividir o ângulo sólido em regiões iguais. Como  $\theta$  e  $\varphi$  são variáveis independentes, podemos dividir a função  $P(\theta, \varphi)$  em duas: uma dependendo de  $\theta$  e outra de  $\varphi$ . A variação em  $\varphi$  é constante no intervalo  $[0, 2\pi]$ . A figura 4.9 mostra a estratificação da densidade de probabilidade na variável  $\theta$ . Em cada região é tomada uma amostra com distribuição uniforme.

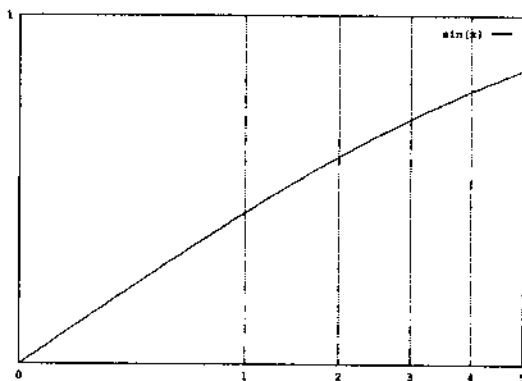


Figura 4.9: Divisão em 5 regiões do espaço da variável  $\theta$

#### 4.2.2.2 Espalhamento em reflexões especulares

As superfícies especulares rugosas têm a sua componente especular distribuída em torno da direção de reflexão, e não inteiramente concentrada nesta direção, como em superfícies especulares perfeitas. O efeito de espalhamento na reflexão, ocorre devido a esta

distribuição da energia luminosa refletida podendo ser observado como reflexões borrosas que se atenuam com o aumento da distância entre os objetos.

Considerando apenas a componente especular da reflexão na equação 2.7, a radiância refletida num ponto da superfície é:

$$L_r = s \int_{\Omega} \rho_s L_i \cos \theta_i dw \quad (4.9)$$

onde  $\Omega$  é o hemisfério superior à superfície. Na verdade, esta integral só é significativa num pequeno ângulo sólido em torno da direção de reflexão, devido à acentuada distribuição direcional da função de refletância bidirecional  $\rho_s$ . No capítulo 3 vimos vários modelos que descrevem esta componente. Para calcular a integral 4.9 devemos proceder de forma similar ao caso de fontes extensas, para escolher a função de densidade de probabilidade, de modo que inclua os fatores de maior peso. O fator mais importante na distribuição direcional da energia refletida é a função de distribuição das microfacetas  $D(\alpha)$  (analisada na seção 3.1.1.1). Naquele capítulo vimos vários modelos que descrevem esta função: distribuição Gaussiana, distribuição de Beckman e distribuição de Phong. Todas elas tem um comportamento de uma delta de Dirac com máximo na direção de reflexão, quando a superfície é muito especular (figura 3.3).

Por simplicidade do cálculo, escolhemos a distribuição de Phong, que pode ser normalizada para ser utilizada como função de densidade de probabilidade,

$$P(\theta, \varphi) = \frac{n+1}{2\pi} \cos^n \theta \quad (4.10)$$

onde  $n$  é o expoente de Phong, que tem o importante papel de caracterizar o grau de espalhamento da reflexão. Quanto menor  $n$ , maior será o espalhamento da componente especular, ou seja a superfície será mais rugosa. Resultados similares podem ser obtidos usando a função de distribuição de Beckman [5].

De forma similar ao caso de fontes extensas, podemos dividir a função  $P(\theta, \varphi)$  em regiões de igual probabilidade.

### 4.2.3 Comentários

A figura 4.10 ilustra a técnica de ray-tracing estocástico aplicado à simulação de fontes extensas e ao cálculo da reflexão especular espalhada. Nesta figura 4 amostras por pixel são tomadas de forma estocástica. O algoritmo mantém a mesma estrutura do ray tracing tradicional para cada raio lançado, mas acrescentando a informação da distribuição que deve seguir no caminho de seu percurso.

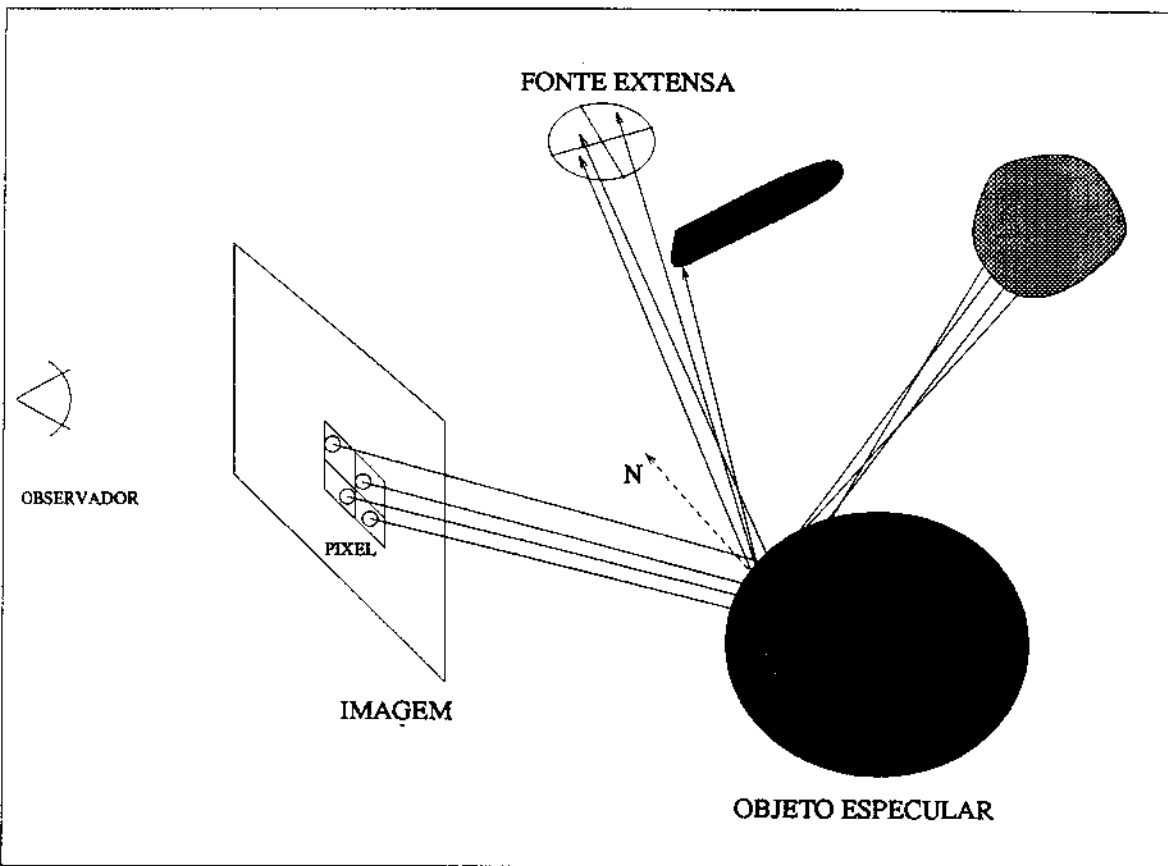


Figura 4.10: Ray-tracing estocástico com 4 raios por pixel.

Uma extensão ao ray-tracing estocástico, denominada *path-tracing*, foi sugerida por Kajiya [21], para resolver a equação de *rendering* de forma geral, por meio de uma simulação de Monte-Carlo do transporte luminoso. Esta extensão considera a propagação de um único raio nas interseções, ao invés de dois (refletido e transmitido), como no ray tracing tradicional. A decisão de refletir ou transmitir um raio que incide numa dada superfície

está determinada por distribuições de probabilidades de cada superfície, que obedecem as próprias características destas. Kajiya demonstrou que mediante este método todos os mecanismos de transporte de energia luminosa entre superfícies podem ser tratados, embora isto demande uma quantidade muito grande de raios lançados, e portanto um custo computacional alto.

# Capítulo 5

## Implementação e Resultados

Os modelos de reflexão descritos no capítulo 3 e o método de ray-tracing estocástico foram implementados como extensão a um programa de ray-tracing tradicional já existente dentro do ambiente ProSIma (Prototipação e Síntese de Imagens Foto-Realistas e Animação), um projeto desenvolvido no grupo de Computação de Imagens do DCA/FEE [3], [27]. As implementações foram feitas em linguagem C, no ambiente UNIX de estações de trabalho SUN. Neste capítulo descrevemos alguns detalhes da implementação e analisaremos os resultados obtidos.

### 5.1 Materiais

Um objetivo importante na geração de imagens realistas é simular materiais de forma a que apresentem aparência real. Um problema que surge na maioria dos modelos empíricos é o da escolha dos parâmetros do modelo, que é difícil de ser associada com as medidas reais das superfícies.

Os diversos tipos de materiais podem ser agrupados em classes, segundo as características que precisam ser especificadas para sua representação. Dividimos os materiais em quatro classes: condutores, dielétricos, lambertianos e materiais compostos. Desta forma, definindo uma classe no programa, somente as características importantes de cada tipo de material, são atribuídas pelo usuário do programa (veja exemplo no apêndice). A

seguir descrevemos os parâmetros que precisam ser especificados para cada classe.

## condutores

Os materiais condutores refletem a maior parte da luz incidente. A interação do raio incidente com o material gera um raio refletido, e é especificada por:

- $n$  o coeficiente de refração
- $k$  o coeficiente de extinção
- a rugosidade  $m$ .

Exemplo: Cobre, Alumínio, metais em geral. Dados de  $n$  e  $k$  para vários metais foram extraídos de [24].

## dielétricos

Os materiais dielétricos são em geral transparentes. A interação do raio incidente com o material gera um raio refletido e outro transmitido que são representados segundo as equações de Fresnel apresentadas no capítulo 2. Os parâmetros de especificação são:

- o índice de refração  $n$
- a rugosidade  $m$

Exemplo: vidro.

## lambertianos

Denominamos de materiais lambertianos as superfícies que refletem toda a luz incidente em forma difusa segundo a lei de Lambert. O parâmetro para sua especificação é a refletância  $k_d$  do material, que representa o coeficiente de Fresnel para incidência normal.

Exemplo: superfícies foscas.

## materiais compostos

Muitos materiais como plásticos, superfícies esmaltadas ou superfícies pintadas são compostas por diferentes tipos de materiais. Por exemplo, uma superfície pintada é formada por um substrato (em geral dielétrico) e um pigmento. O caráter especular da superfície é causado pelo substrato, enquanto que o difuso, pelo substrato e pelo espalhamento da reflexão nas partículas de pigmento. Isto explica o resultado da cor diferente do *highlight* (em geral branco) e do material (a cor do pigmento). Para este tipo de material, devemos especificar:

- os coeficientes  $k_d$  e  $k_s$ , que determinam a percentagem de reflexão especular e difusa
- o índice de refração  $n$  do dielétrico e
- a rugosidade  $m$  da superfície.

Exemplo: superfícies pintadas.

A figuras 5.1 e 5.2 apresentam resultados da utilização desta classificação dos materiais, em imagens geradas por ray-tracing estocástico. Na figura 5.1 a cuja é definida como uma superfície lambertiana (reflete só a componente difusa), a bomba é um material condutor (foi simulada com os parâmetros do alumínio) e a mesa é um material composto especular com rugosidade. A reflexão especular borrosa devida a esta rugosidade, pode ser observada. Na figura 5.2 a aranha foi simulada com os parâmetros do cobre.

### 5.1.1 Rugosidade

O efeito de reflexão especular espalhada pode ser observado em superfícies especulares rugosas como uma reflexão borrosa que se atenua com a distância entre os objetos. O grau de espalhamento da reflexão é caracterizado pela rugosidade da superfície. As imagens 5.3, 5.4 e 5.5 apresentam uma superfície composta (o chão), simulada com distintos graus de rugosidade. Na superfície mais rugosa (5.5) perde-se a nitidez da reflexão especular.





Figura 5.1: Chimarrão

## 5.2 Fontes de iluminação

Um aspecto importante na simulação de ambientes realistas é a simulação de fontes que também sejam realistas. Destacamos três características para descrever uma fonte:

- geometria da fonte
- distribuição espacial da intensidade
- distribuição espectral



Figura 5.2: Aranha de cobre. O modelo da aranha é uma criação de Luciana Silveira.

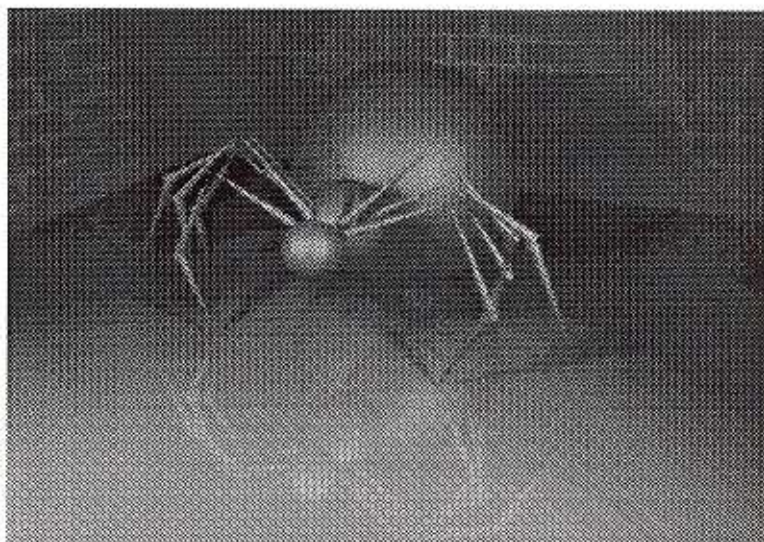


Figura 5.3: Simulação de superfície especular pouco rugosa

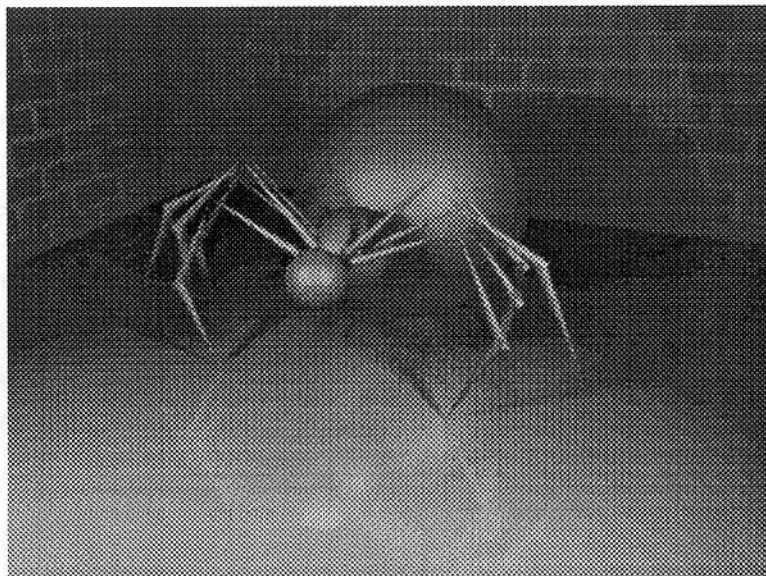


Figura 5.4: Simulação de superfície especular rugosa

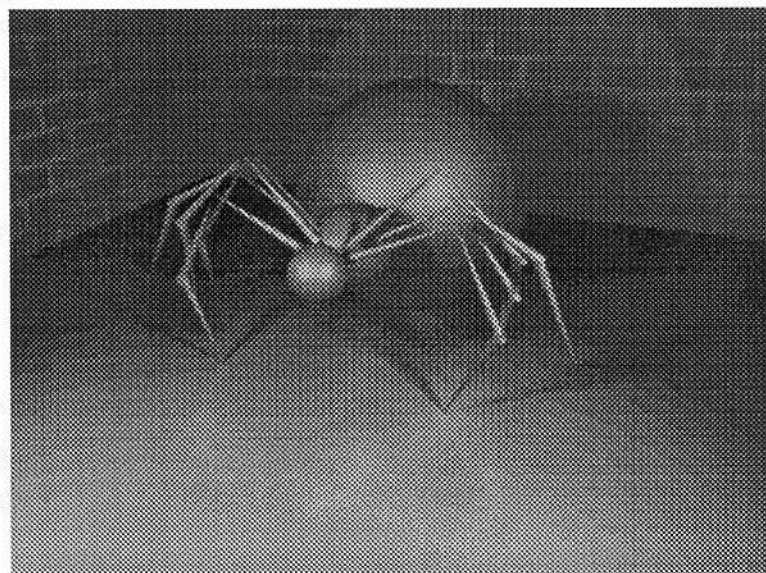


Figura 5.5: Simulação de superfície especular muito rugosa

Implementamos alguns tipos de fontes, que podem ser combinados de forma a produzir diversos efeitos de iluminação. A seguir descrevemos as características e os parâmetros de especificação de cada tipo.

A **geometria** pode ser pontual ou esférica. As fontes esféricas são consideradas de dimensões pequenas em relação aos objetos. Em ambos tipos é especificada a posição da fonte e a dimensão do raio. No caso das fontes pontuais este raio é virtual e só tem sentido no valor da intensidade que está totalmente concentrada num ponto.

A **distribuição espectral** das fontes é caracterizada pelas três cores primárias (vermelho, verde e azul).

Três tipos de **distribuição de intensidades** foram implementadas (figura 5.6):

– Uniforme

Igual em todas as direções.

– Distribuição em cone

Dada a direção da fonte, a distribuição é uniforme num cone de abertura  $\alpha$  com ápice na fonte.

– Spot

Dada uma direção da fonte, a distribuição varia em função da direção de iluminação:

$$I = I_i \cos^n \beta$$

onde  $I_i$  é a intensidade da fonte,  $\beta$  é o ângulo em relação ao eixo e  $n$  é um coeficiente que indica o grau da concentração de distribuição (figura 5.6). Se  $n$  é grande a distribuição estará mais concentrada em torno do eixo.

As imagens 5.7 e 5.8 mostram cenas iluminadas com fontes extensas de distribuição em cone e em spot, respectivamente. Na imagem 5.8 a distribuição é limitada por um cone. Na imagem 5.9 pode ser observado o efeito de penumbra provocado por uma fonte extensa. Esta imagem foi gerada com um máximo de 25 amostras por pixel (veja seção 5.3).

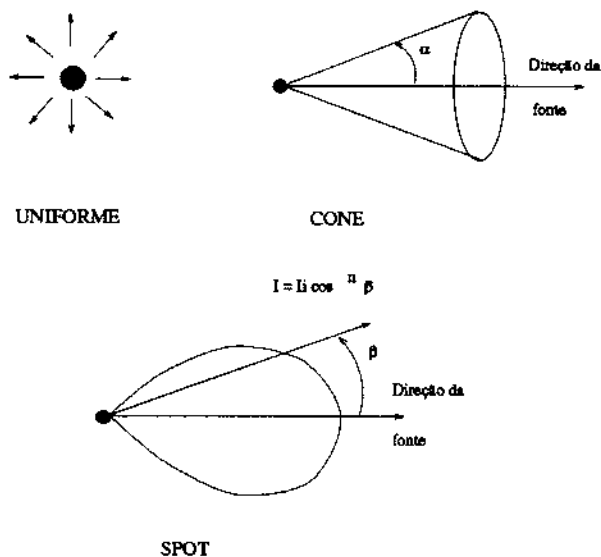


Figura 5.6: Tipos de fontes de iluminação

## 5.3 Ray-tracing estocástico

Duas questões podem ser apontadas como de maior importância na implementação desta técnica: a determinação das funções de distribuição e o método de amostragem.

### 5.3.1 Funções de distribuição

A determinação das funções de distribuição de cada problema foi feita integrando as respectivas funções de densidade de probabilidade como descrito na seção 4.2.2. Utilizando o conceito de amostragem em importância por estratificação, dividimos o espaço em regiões iguais e em cada região é tomada (quando houver necessidade), uma amostra segundo o método de amostragem descrito a seguir.

### 5.3.2 O método de amostragem

Utilizamos a estratégia de *N-Rook*, descrita na seção 4.2.1.2, como método de

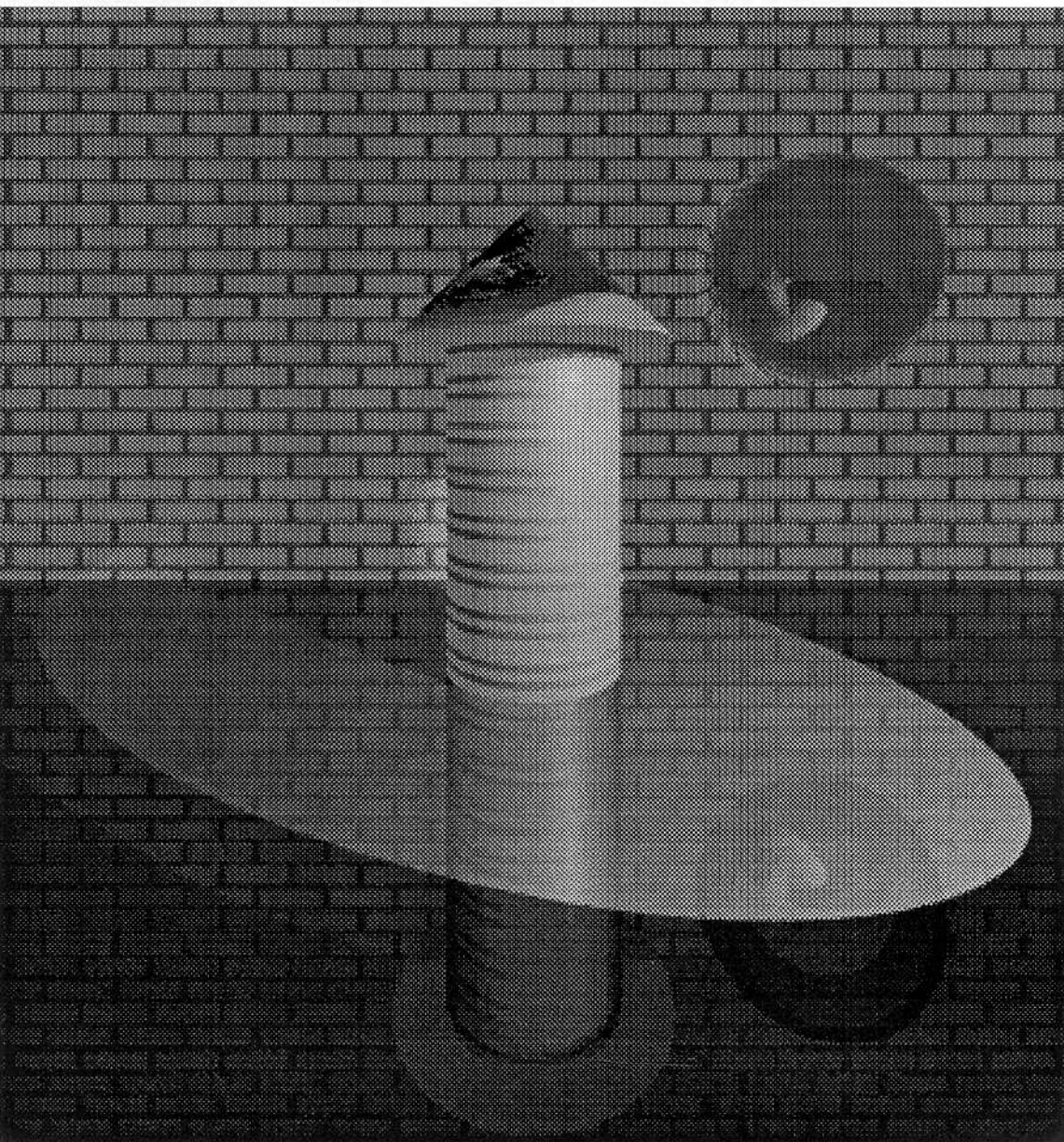
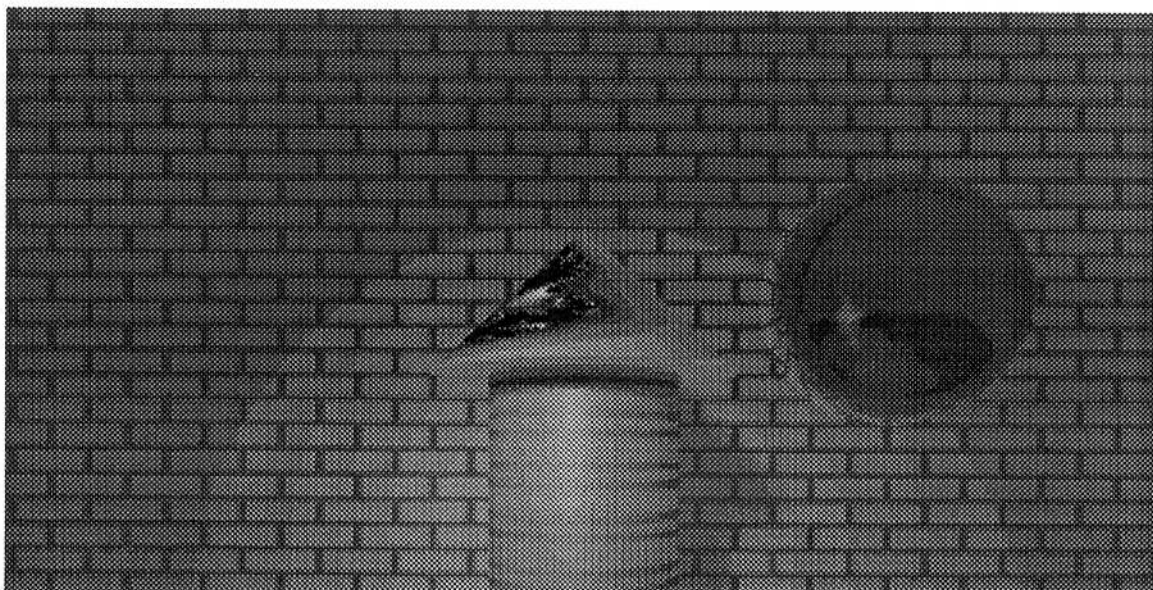


Figura 5.7: Cena iluminada por uma fonte extensa com distribuição em cone



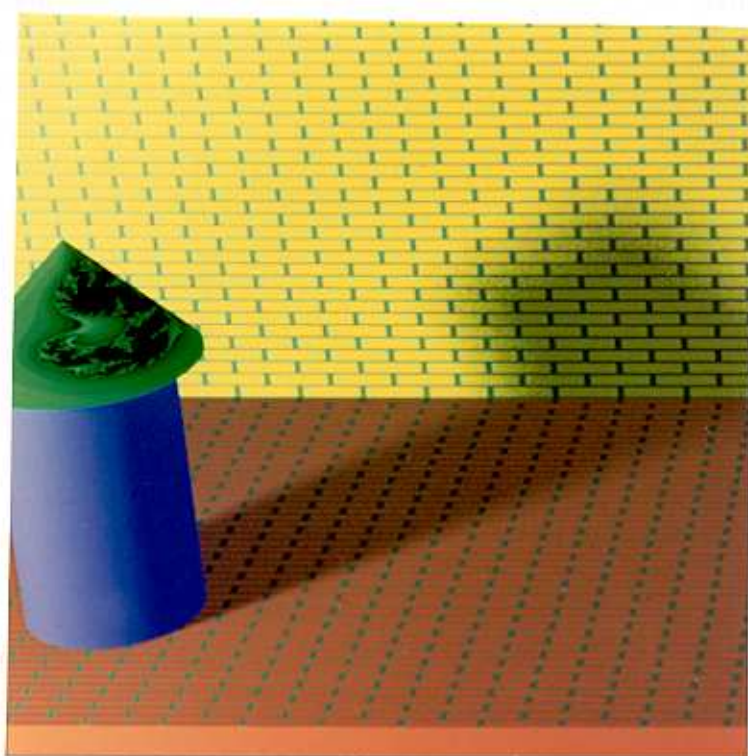


Figura 5.9: Efeito de penumbra provocado por fonte extensa



amostragem, numa forma adaptativa. Esta adaptatividade visa aumentar a eficiência do cálculo, de modo a que mais amostras sejam tomadas nas regiões mais “críticas” da imagem, ou seja, as regiões em que a função de intensidade tem maior variância.

Dado um número  $N$  de amostras por pixel, nosso objetivo é distribuí-las da melhor forma possível em cada espaço de integração. O problema aqui tratado envolve cálculo de integrais em vários espaços bidimensionais: a área do pixel, a área das fontes e direções de reflexões especulares. Cada espaço tem dimensões independentes, portanto, podem ser amostradas como variáveis aleatórias independentes. Dividindo cada dimensão de cada espaço em  $N$  regiões estes espaços podem ser mapeados a grades de  $N^2$  regiões. Mediante permutações, são gerados padrões em cada espaço, e associados entre si também por permutações, de forma a garantir que não haja correlação entre diferentes espaços. A figura 5.10 ilustra esta idéia com dois padrões  $N$ -rook de espaços bidimensionais.

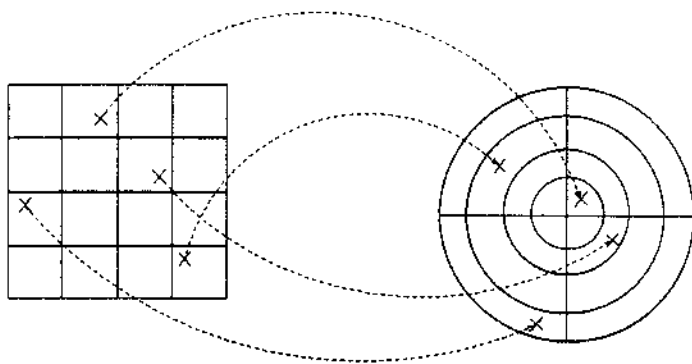


Figura 5.10: Associação de espaços

Toda vez que seja necessário re-amostrar o espaço, novos padrões de  $N$  amostras são formados, rotacionando as linhas (ou as colunas) de cada espaço. Desta forma, o espaço estará inteiramente amostrado após  $N$  rotações, tendo um número máximo de  $N^2$  amostras. A figura 5.11 mostra uma seqüência de padrões de amostragens num espaço bidimensional, após 3 rotações de colunas o espaço estará inteiramente amostrado. Dentro de cada estrato (ou região) é tomada uma amostra em forma aleatória com distribuição uniforme. Como teste de adaptatividade, utilizamos a variância, para avaliar estatisticamente a validade de uma certa medida. O processo de amostragem pára quando a variância é menor que um determinado limiar.

Para ilustrar o significado físico da variância e a importância da taxa de amos-

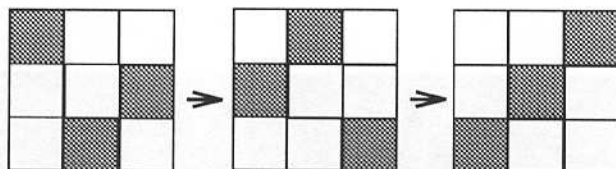


Figura 5.11: Rotação de um padrão de amostragem.

tragem na qualidade das imagens, geramos uma mesma imagem com distintas quantidades de amostras por pixel. A figura 5.12 foi gerada com uma fonte pontual e uma amostra por pixel. O efeito de *aliasing* pode ser observado nos contornos dos objetos na forma de “escadinha”. A figura 5.13 apresenta a mesma imagem com uma fonte extensa e uma amostra por pixel. A região em sombra aparece muito ruidosa devido à baixa amostragem. Na figura 5.14 a amostragem inicial é de 3 amostras por pixel, permitindo um máximo de 9 amostras por pixel nas regiões “críticas” (por exemplo a região em sombra). Pode ser observado uma diminuição do efeito de *aliasing* assim como do ruído na sombra. A figura 5.15 mostra a imagem gerada com 5 amostras iniciais e um máximo de 25 amostras por pixel.

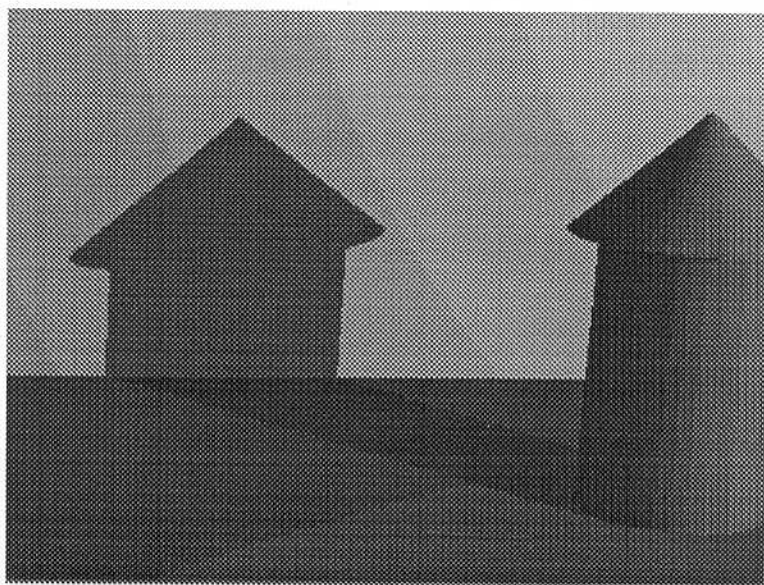


Figura 5.12: Poste iluminado por fonte pontual gerado com uma amostra por pixel

A figura 5.16, gerada com um máximo de 25 amostras por pixel, segundo o método de amostragem descrito, apresenta uma situação de reflexão especular múltipla. O

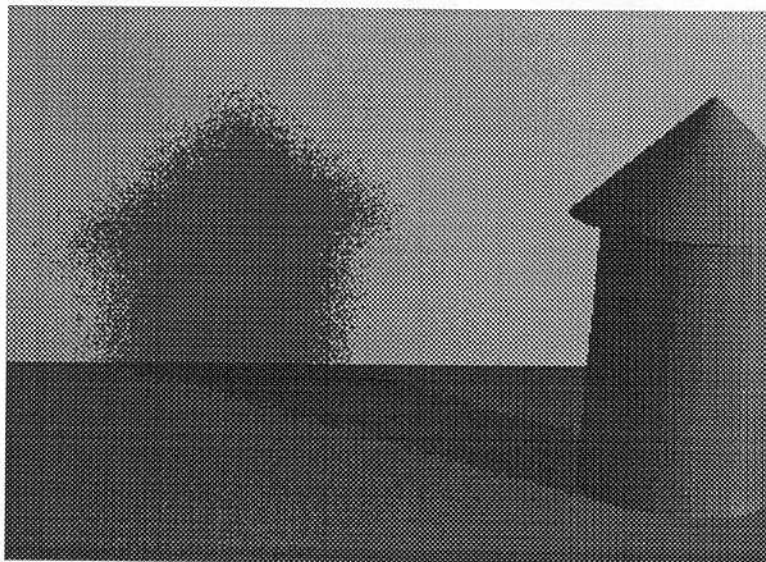


Figura 5.13: Poste iluminado por fonte extensa gerado com uma amostra por pixel

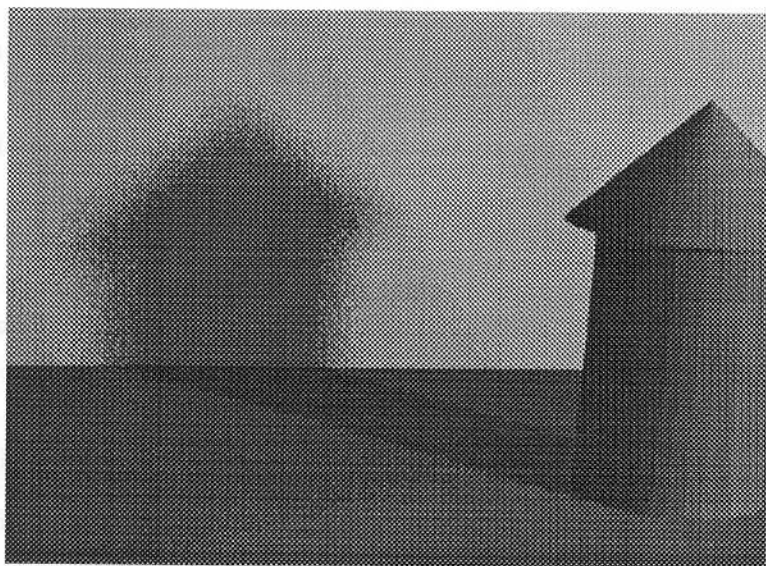


Figura 5.14: Imagem gerada com um máximo de 9 amostras por pixel

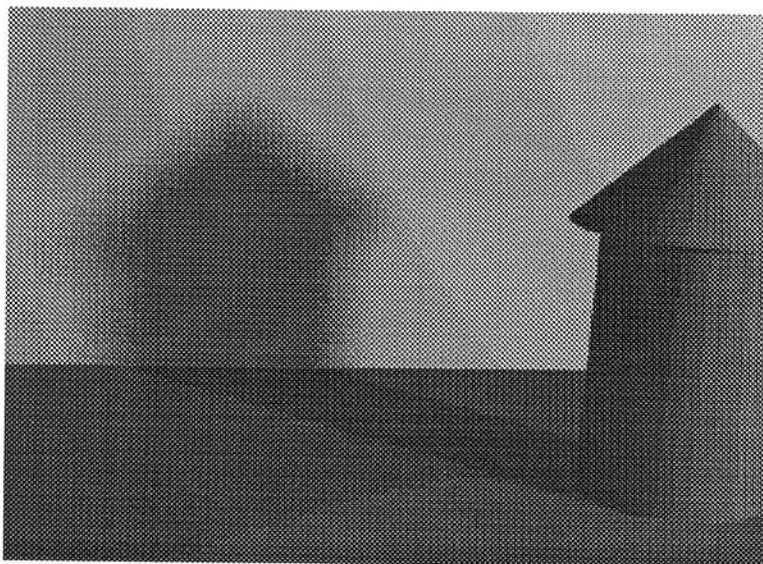


Figura 5.15: Imagem gerada com um máximo de 25 amostras por pixel

chão é uma superfície composta rugosa enquanto a esfera metálica apresenta uma reflexão especular quasi perfeita. A cena é iluminada por uma fonte extensa.

## 5.4 Comentários

### 5.4.1 Limitações dos métodos de ray-tracing

Os métodos de ray-tracing, como vimos no capítulo 4, resolvem a equação de *rendering* do ponto de vista do observador. Esta forma de proceder dificulta a simulação de alguns mecanismos de transporte de energia luminosa. Wallace [35] classificou estes mecanismos em quatro tipos:

- incidência especular para reflexão especular
- incidência especular para reflexão difusa
- incidência difusa para reflexão especular
- incidência difusa para reflexão difusa



Figura 5.16: Reflexão especular múltipla. Imagem gerada com um máximo de 25 amostras por pixel.

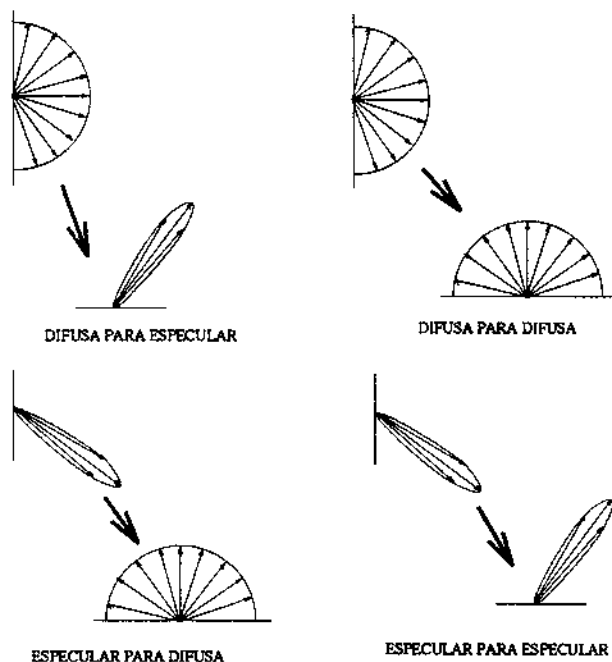


Figura 5.17: Mecanismos de transporte de energia luminosa.

Pelo método de ray-tracing estocástico implementado, apenas os mecanismos de especular para especular e difusa para especular podem ser tratados. Isto pode ser melhor entendido se analisamos o algoritmo de ray-tracing. Os raios lançados a partir do observador não se propagam quando chegam numa superfície difusa, calculando apenas a iluminação direta das fontes, e portanto, não capturando a energia que chega à superfície por outras vias de transporte.

Na figura 5.18, gerada por ray-tracing estocástico, pode ser observada uma situação que não é corretamente tratada pelo método. A esfera transparente na frente do cilindro produz sombra, e não uma concentração de intensidade luminosa como deveria ser observado. Este tipo de fenômenos, denominado cáusticas, é um exemplo de mecanismo de transporte especular para difuso que não pode ser tratado por ray-tracing.

Para tratar este tipo de caso, Arvo [2] sugeriu o traçado de raios a partir das fontes, e o armazenamento da energia luminosa nas superfícies difusas, numa etapa de pré-processamento da imagem. Chattopadhyay [7] implementou uma técnica similar, denominada ray-tracing bidirecional.



Figura 5.18: Imagem gerada com 25 amostras por pixel.

O mecanismo de transporte difuso para difuso é difícil de se modelar lançando raios a partir do observador. O método de *path-tracing* de Kajiya, comentado no capítulo 4, resolve este problema, porém, com o inconveniente de uma baixa eficiência, uma vez que muitos raios precisam ser lançados. Ward [37] observou que a interreflexão difusa tem uma variância direcional pequena e sugeriu que este cálculo pode ser armazenado e reutilizado. Desta forma, só será necessário o cálculo em alguns pontos estratégicos, podendo ser interpolado para o resto, o que aumenta a eficiência do método. A melhor maneira de modelar a interreflexão difusa é pelo método de radiosidade [17],[27]. Este método, de forte evolução nos últimos anos, combinado com o método de *path-tracing* têm apresentado, até o momento, a melhor maneira de modelar todos os mecanismos de transporte.

#### 5.4.2 Integração

O método de integração implementado depende em boa medida do método de amostragem utilizado. A quantidade de amostras necessárias num determinado espaço de integração não é conhecida de antemão, portanto, um sistema de amostragem adaptativa é fundamental, no sentido de procurar a maior eficiência, tanto no cálculo quanto no tempo de processamento necessário. No nosso sistema de amostragem, um número fixo de  $N$  amostras iniciais por pixel é utilizado. Se houver necessidade de mais amostras, novos padrões de  $N$  amostras são tomadas, como descrito na seção 4.2.1.2, possibilitando um máximo de  $N^2$  amostras. Obtivemos bons resultados com 5 amostras iniciais por pixel. Melhores resultados poderiam ser obtidos utilizando métodos de subdivisão adaptativa do espaço, em que o espaço é dividido em forma recursiva nas regiões de maior variância [21].



# Capítulo 6

## Conclusões

A questão da iluminação na geração de imagens realistas foi tratada com o objetivo de abordar o problema a partir das leis da Física que envolvem o processo, visando desenvolver e implementar técnicas para o cálculo da iluminação na geração de imagens.

Os conceitos básicos que envolvem o problema de reflexões em superfícies e do transporte de energia luminosa foram formulados em unidades radiométricas, e utilizados para desenvolver a equação geral da iluminação, denominada de equação de *rendering*. Esta equação, que descreve o intercâmbio de energia luminosa entre superfícies, é uma equação integral que pode ser resolvida por vários métodos. Considerando a sua solução, como uma função da radiância no espaço bidimensional da imagem, resolvemos esta equação pelo método de ray tracing estocástico. Este método simula o transporte de energia luminosa num ambiente, por meio de raios que se propagam de forma estocástica, para calcular a intensidade luminosa (radiância) na imagem, por métodos probabilísticos. Os modelos de reflexão, também chamados de modelos de iluminação locais, que descrevem as características ópticas dos materiais, foram estudados a partir de dois modelos conhecidos: o modelo de Torrance-Sparrow [34] e de Phong [25].

Implementamos os modelos de reflexão e o método de ray tracing estocástico aplicado à distribuição luminosa de fontes extensas e ao espalhamento em reflexões especulares rugosas, como uma extensão a um programa de ray tracing tradicional.

Nos resultados obtidos dos modelos de reflexão, pudemos observar efeitos de Fresnel na variação na cor dos *highlights*, provocados pela dependência da refletância com

o ângulo de incidência e com o comprimento de onda. A inclusão da refletância de Fresnel mostrou ser de enorme importância na simulação de materiais de aparência real. Com o objetivo facilitar a utilização de dados experimentais de refletância, propusemos uma classificação de materiais em função das características ópticas que descrevem cada tipo de material e dos parâmetros necessários para sua especificação.

O método de ray tracing estocástico implementado, permite o tratamento da simulação de fenômenos de espalhamento que ocorrem na propagação e na reflexão da luz. Desta forma, efeitos de penumbras provocados por fontes extensas de iluminação, e de reflexões borrosas devidos ao espalhamento da reflexão especular em superfícies rugosas, puderam ser incluídos na geração de imagens, possibilitando assim um aumento do grau de realismo. Consideramos a teoria envolvida neste método de muita importância, tanto na sua aplicação a problemas de distribuição luminosa, como a soluções de diversos problemas em Síntese de Imagens (geração de texturas, efeitos de *aliasing*, simulação de efeitos especiais, etc). Por este motivo, tentamos aborda-la de forma geral, de modo que a técnica desenvolvida na implementação possa ser aplicada em outros problemas.

Apontamos duas questões como de maior importância na implementação deste método: a determinação das funções de distribuição de probabilidades e o método de amostragem. A determinação das distribuições de probabilidade é feita a partir das funções de peso de cada problema em questão. Utilizando o conceito de amostragem em importância, escolhemos as funções de peso de forma sensível, de maneira a que contenham os termos de maior peso na função de intensidade. Desta forma, as regiões do espaço com maior probabilidade são amostradas com maior densidade, tornando o método mais eficiente. Aplicamos o conceito de amostragem em importância à técnica de amostragem por estratificação. Mediante esta, os espaços a serem amostrados são divididos em regiões com probabilidades iguais e em cada região é tomado um mesmo número de amostras.

Para implementar esta idéia propusimos um método de amostragem que denominamos de *N-Rook* adaptativo. Este método, além de possuir um sistema de adaptatividade, mostrou ser de boa utilidade para problemas de integração multidimensional. A questão da amostragem adaptativa é fundamental nos métodos estocásticos desenvolvidos, pois a quantidade de amostras necessárias para calcular a intensidade, não é conhecida a priori. No método de amostragem proposto neste trabalho, utilizamos a variância como medida do

erro estatístico para avaliar a qualidade do valor estimado, e a virtual necessidade de um maior número de amostras. Dado um padrão inicial de  $N$  amostras por pixel, este método permite um máximo de até  $N^2$  amostras por pixel.

A questão da transparência não foi plenamente abordada neste trabalho. Na equação de *rendering* pode ser incorporada, acrescentando ao domínio de integração da equação 2.5, o hemisfério inferior ao ponto, de forma a capturar a energia incidente que chega por transmissão. O modelo de iluminação global de Whitted [38], trata a transparência de forma similar ao transporte especular da reflexão, sem levar em conta as perdas de energia luminosa por absorção e espalhamento no meio em que é transportada. O modelo de Hall [18] trata esta questão, atenuando a intensidade transmitida com um coeficiente característico do material, que diminui com a distancia que raio transmitido percorre no material. Outros modelos mais elaborados adicionam uma componente difusa à transmissão, fundamentada no espalhamento que ocorre na interface dos meios.

Os modelos de reflexão estudados não consideram os efeitos ondulatorios da luz. Efeitos de interferência, como anéis coloridos em bolhas de sabão, de difração ou de polarização, são em geral tratados como casos particulares devido a que são raros em cenas reais, e principalmente, pela dificuldade de modelar o comportamento ondulatorio da luz. Exemplos de modelos que consideram estes efeitos podem ser encontrados em [32]. O uso da óptica geométrica na geração de imagens, permite modelar a luz como raios independentes, principio no qual baseia-se o método de ray-tracing. Um parâmetro da óptica física, de fundamental importância em Síntese de Imagens, é o comprimento de onda, responsável pela cor. Em óptica geométrica esta informação pode ser tratada associando vários comprimentos de onda (ou uma distribuição de comprimentos de onda), a cada raio. Classicamente, isto é feito com as três cores primárias (vermelho, verde e azul). A radiância de cada raio, portanto, é calculada para cada uma destas cores em forma independente. Esta forma de associar a informação espectral a um único raio limita o tratamento de alguns efeitos ópticos, como por exemplo, efeitos de dispersão que ocorrem na refração. Estes casos só podem ser tratados lançando um raio para cada comprimento de onda que será amostrado [33].

O método de ray-tracing estocástico apresentado e implementado pode ser estendido para sua aplicação em outros problemas. No problema da iluminação global pode ser

estendido ao *path-tracing* (comentado na seção 4.2), assim como combinado com o método de radiosidade [27]. Na simulação de efeitos de fotografia pode ser aplicado para tratar efeitos de profundidade de campo, borrão de movimento e *zooming* [9], [13].

A resolução de equações integrais por métodos estocásticos é aplicada a muitos problemas em Física, como problemas de transporte e de simulações de partículas. Em óptica, os métodos de Monte-Carlo são aplicados em diversos problemas como determinação das propriedades ópticas em emulsões fotográficas ou cálculo de formação de imagens [16]. O problema tratado neste trabalho pode ser interpretado como uma simulação do transporte de energia luminosa por meios de raios que carregam ftons. A formação final da imagem responde a uma certa densidade de acumulação de ftons e pode ser descrita como uma função de densidade de probabilidade.

## Apêndice a

# Utilização do programa para descrição de uma cena

Este apêndice tem o objetivo de mostrar como é usado o programa de ray tracing estocástico implementado, para gerar uma imagem.

A imagem a ser gerada é especificada num arquivo de entrada do programa que chamamos de descrição da cena. Esta descrição contém toda a informação das características da cena como: quantidade de objetos existentes, posições e formas dos mesmos; características das superfícies, características das fontes de iluminação, parâmetros de visualização da cena, etc. A especificação é feita por meio de uma linguagem criada, que é interpretada pelo programa numa fase de pre-processamento da imagem.

A seguir apresentamos um exemplo de descrição de uma cena com uma breve comentário (a direita) explicando o significado dos parâmetros de especificação.

NAME: palito (nome do arquivo imagem de saída)  
 SAVE-RGB: TRUE TRUE TRUE  
 MAX-LEVEL: 3 (nível máximo de recursão do ray tracing)  
 NSAMPLES: 5 (número iniciais de amostras por pixel)  
 DO-SHADOW: TRUE (calcule sombras)  
 AIR-INDEX 1.0 (índice de refração de ar)  
 AMBIENT 60000 60000 60000 (intensidade ambiental)  
 LIGHTS (especificação das fontes de iluminação)

AREA (fonte extensa)  
 position 20 20 30 (posição)  
 Intensity 400000 400000 400000 (intensidade)  
 raio 1.8 (tamanho)

BACKGROUND: 5000 6000 10000 NULL (cor do fundo)  
 VIEW (parâmetros de visualização)

RESOLUTION 500 500  
 WINDOW -18. -22. 16. 12.  
 OBS 0 8 30  
 VPN 0 0 0  
 VRP 0 8 10 -  
 VUP 0 1 0

(especificação da modelagem geométrica através do método de geometria de sólidos construtiva (*constructive solid geometry*) [15])

CSG-TREE

+ + + +

CUBE 0 NULL NULL  
 CUBE 1 t-tijolo

CYLINDER 2 NULL t-listra (primitivas com texturas)  
CONE 3 NULL t-fractal  
SPHERE 4

(especificação das características das superfícies)

SURFACE 0

material (uso da classificação de materiais)  
composto (tipo de material composto (ver capítulo 5))  
n-refr = 2.3 2.3 2.3 (coeficiente de refração para cada componente  
RGB)  
kd = 0.5 0.5 0.5 (coeficiente de refletância difusa)  
rug = 50. (rugosidade especificada pelo modelo de Phong)

SURFACE 1

ka = 0.5 0.4 0.2 (coeficiente de refletância ambiental)  
kd = 0.5 0.4 0.2 (coeficiente de refletância difusa)  
ks = 0.5 0.4 0.2 (coeficiente de refletância especular)  
rug = 5. (rugosidade)

SURFACE 2

ka = 0.3 0.2 0.6  
kd = 0.3 0.2 0.6  
ks = 0.3 0.2 0.6  
n = 50

SURFACE 3

ka = 0.3 0.7 0.2  
kd = 0.3 0.7 0.2  
ks = 0.3 0.7 0.2  
n = 40

#### SURFACE 4

material condutor (material condutor)  
n-refr = 0.12 0.124 0.157 (coeficiente de refração)  
k-abs = 3.5 3.35 2.4 (coeficiente de absorção)  
rug = 50 (rugosidade)

(transformações geométricas das primitivas)

#### TRANSFORM 0

SCALE (80. .5 40)  
TRANSLATE (-40. 0. 0.)

#### TRANSFORM 1

SCALE (60. .5 50.)  
ROTATE-X (-90)  
TRANSLATE (-30. 0. 0.)

#### TRANSFORM 2

SCALE (2.5 2.5 10.)  
ROTATE-X (-90)  
TRANSLATE (0. .5 10.)



## TRANSFORM 3

SCALE (4. 4. 4.)

ROTATE-X (90)

TRANSLATE (0. 14. 10.)

## TRANSFORM 4

SCALE (5. 5. 5.)

TRANSLATE (12. 14. 0.)

END (fim)

# BIBLIOGRAFIA

- [1] G. Arfken. *Mathematical Methods for Physicists*. Academic Press, 1985.
- [2] J. Arvo. Backward ray tracing. *ACM Siggraph Courses Notes*, pages 259 – 263, 1985.
- [3] C. Banwart et al. Prosin - projeto em síntese de imagens. *SIBIGRAPI '89*, page 395, 1989.
- [4] J. Blinn. Models of light reflection for computer synthesized pictures. *ACM Siggraph*, 11:192 – 198, 1977.
- [5] C. Bouville et al. Monte-carlo integration applied to an illumination model. *EUROGRAPHICS '88*, pages 483–497, 1988.
- [6] C. Bouville et al. A theoretical analysis of global illumination models. *Workshop on Rendering*, pages 679–694, 1991.
- [7] S. Chattopadhyay and A. Fujimoto. Bi-directional ray tracing. *EUROGRAPHICS '87*, pages 335 – 343, 1987.
- [8] R. Cook. Stochastic sampling in computer graphics. *ACM Transaction on Graphics*, 5(1):51–72, 1986.
- [9] R. Cook, T. Porter, and L. Carpenter. Distributed ray tracing. *ACM Siggraph*, 18(4):165–174, 1984.
- [10] R. Cook and K. Torrance. A reflectance model for computer graphics. *ACM Siggraph*, 15(3):307 –316, 1981.
- [11] M.A. Dippe and E. Wold. Antialiasing through stochastic sampling. *ACM Siggraph*, 19(3):69–78, 1985.
- [12] R. Ditchburn. *Light*. Academic Press, London, 1976.

- [13] J. Diz et al. Simulation of photographic lenses and filters for realistic image synthesis. *Compugraphics '91*, pages 197 – 204, 1991.
- [14] W. Driscoll. *Handbook of Optics*. McGraw-Hill, New York,N.Y., 1978.
- [15] Foley et al. *Computer Graphics, Principles and Practice*. Addison -Wesley, 1990.
- [16] B.F. Frieden. *The Computer in Optical Research: methods and applications*. Springer-Verlag, 1980.
- [17] C. Goral et al. Modeling the interaction of light between diffuse surfaces. *ACM Siggraph*, 18(4):213–222, 1984.
- [18] R. Hall. *Illumination and Color in Computer Generated Imagery*. Springer-Verlag, New York,N.Y., 1988.
- [19] X. He et al. A comprehensive physical model for light reflection. *ACM Siggraph*, 25(4):175–186, 1991.
- [20] J. Kajiya. Anisotropic reflection models. *ACM Siggraph*, 19(3):15–22, 1985.
- [21] J. Kajiya. The rendering equation. *ACM Siggraph*, 18(4):165–174, 1986.
- [22] M. Lee, R. Redner, and S. Uelton. Statistically optimized sampling for distributed ray tracing. *ACM Siggraph*, 19(3):61–68, 1985.
- [23] D.P. Mitchel. Generating antialiased images at low sampling densities. *ACM Siggraph*, 21(4):143 – 150, 1987.
- [24] E. Palik. *Handbook of Optical of Solids*. Academic Press, New York,N.Y., 1985.
- [25] T. P. Phong. Illumination for computer generated images. *Communications of the ACM*, (18):311–317, 1975.
- [26] W. Purgathofer. A staistical method for adaptative stochastic sampling. *EURO-GRAPHICS '86*, pages 145 – 152, 1986.
- [27] M. Queiroz and L.P. Magalhaes. O método radiosidade em um ambiente de síntese de imagens foto-realísticas. *SIBIGRAPI '91*, pages 157 – 166, 1991.
- [28] R. Rubinstein. *Simulation and the Monte-Carlo method*. John Wiley & Sons, New York,N.Y., 1981.

- [29] Peter Shirley. Physically based lighting calculation for computer graphics. *Phd thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign*, 1990.
- [30] R. Siegel and J.R. Howell. *Thermal Radiation Heat Transfer*. McGraw-Hill, New York, N.Y., 1981.
- [31] F. Sillion and C. Puech. A general two-pass method integrating specular and diffuse reflection. *ACM Siggraph*, 23(3):335–344, 1989.
- [32] B. Smith and G. Meyer. Newton's colors: Simulating interference phenomena in realistic image synthesis. *Proceedings of the Eurographics Workshop on Photosimulation, Realism and Physics in Computer Graphics*, pages 185–194, 1990.
- [33] S. Thomas. Dispersive refraction in ray tracing. *Visual Computer*, (2):3–8, 1986.
- [34] K. Torrance and E. Sparrow. Theory for off-specular reflection from roughened surfaces. *Journal of the Optical Society of America*, 57(9):1105–1114, 1967.
- [35] J.R. Wallace et al. A two-pass solution to the rendering equation: a synthesis of ray tracing and radiosity methods. *ACM Siggraph*, 21(4):311–320, 1987.
- [36] J.R. Wallace et al. A ray tracing algorithm for progressive radiosity. *ACM Siggraph*, 23(3):335–344, 1989.
- [37] G. Ward et al. A ray tracing solution for diffuse interreflection. *ACM Siggraph*, 22(4):85–92, 1988.
- [38] T. Whitted. An improved illumination model for shaded display. *Communications of the ACM*, 23(6):343–349, 1980.
- [39] Wolf and D. Kurlander. Ray tracing with polarization parameters. *IEEE CG&A*, pages 44 – 55, 1990.