



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MULTIUNIDADES EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN”

BEATRIZ FERNANDA LITOLDO

A CONTEXTUALIZAÇÃO E OS NÍVEIS DE DEMANDA COGNITIVA DE
TAREFAS DE GEOMETRIA PRESENTES EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA DO *OPPORTUNITY-TO-LEARN*

CAMPINAS

2021

BEATRIZ FERNANDA LITOLDO

**A CONTEXTUALIZAÇÃO E OS NÍVEIS DE DEMANDA COGNITIVA DE
TAREFAS DE GEOMETRIA PRESENTES EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA DO *OPPORTUNITY-TO-LEARN***

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto de Física “Gleb Wataghin” da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Doutora em Ensino de Ciências e Matemática, na área de concentração de Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Rúbia Barcelos Amaral Schio.

O ARQUIVO DIGITAL CORRESPONDE À
VERSÃO FINAL DA TESE DEFENDIDA
PELA ESTUDANTE BEATRIZ FERNANDA
LITOLDO E ORIENTADA PELA PROF.^A
DRA. RÚBIA BARCELOS AMARAL SCHIO.

CAMPINAS

2021

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca do Instituto de Física Gleb Wataghin
Lucimeire de Oliveira Silva da Rocha - CRB 8/9174

L715c Litoldo, Beatriz Fernanda, 1989-
A contextualização e os níveis de demanda cognitiva de tarefas de geometria presentes em livros didáticos de matemática sob a perspectiva do *opportunity-to-learn* / Beatriz Fernanda Litoldo. – Campinas, SP : [s.n.], 2021.

Orientador: Rúbia Barcelos Amaral Schio.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física Gleb Wataghin.

1. Livros didáticos. 2. Ensino médio. 3. Educação matemática. I. Amaral-Schio, Rúbia Barcelos, 1979-. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física Gleb Wataghin. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Contextualization and levels of cognitive demand of geometry tasks in mathematics textbooks from the *opportunity-to-learn* perspective

Palavras-chave em inglês:

Textbooks

High school

Mathematics education

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Titulação: Doutora em Ensino de Ciências e Matemática

Banca examinadora:

Rúbia Barcelos Amaral Schio [Orientador]

Jorge Megid Neto

Gilmer Jacinto Peres

Lucas Carato Mazzi

Maria Inês de Freitas Petrucci dos Santos Rosa

Data de defesa: 31-03-2021

Programa de Pós-Graduação: Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0000-0001-8473-8261>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/4369845127942509>

FOLHA DE APROVAÇÃO

COMISSÃO EXAMINADORA

Data: 31 / 03 / 2021

Prof(a). Dr(a). Rúbia Barcelos Amaral Schio
Presidente da Comissão Examinadora

Prof. Dr. Jorge Megid Neto
Unicamp-Campinas

Prof. Dr. Gilmer Jacinto Peres
CEFET-MG

Prof. Dr. Lucas Carato Mazzi
Unesp-Rio Claro

Prof(a). Dr(a). Maria Inês de Freitas Petrucci dos Santos Rosa
Unicamp-Campinas

A Ata de defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

Campinas
2021

DEDICATÓRIA

Dedico esta tese a minha orientadora, Rúbia, pela oportunidade me dada de desenvolver e finalizar meu doutorado. Rúbia, ao longo desse processo, além das orientações de pesquisa, você dividiu comigo reflexões e aprendizados para a vida e mostrou-me que é possível, dentro da academia, exercer a empatia, a compaixão e a amizade. Gratidão pela sua presença em minha caminhada e por ter contribuído para minha formação. Sem dúvidas, a história que dividimos me acompanhará na vida profissional e pessoal.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, por ter me dado todo o amparo necessário para desenvolver e finalizar este trabalho. Sem a fé e a esperança de que, após as tempestades, o sol volta a brilhar, esta pesquisa jamais teria se concretizado.

É com imenso carinho que agradeço à minha orientadora, Rúbia, que, em primeiro lugar, acreditou no meu potencial enquanto pesquisadora e, em segundo, revelou-se muito mais que uma orientadora ao longo desse processo. Sou muito grata pela confiança depositada em mim, tanto com relação ao meu trabalho, quanto à minha dedicação. Agradeço de coração pelas discussões, pelos aprendizados, pela paciência e pela oportunidade que me foi dada. Muito além de professora, você mostrou-se sobretudo como ser humano e isso, com certeza, só evidencia a mulher admirável que é. Decerto, este doutorado só foi possível de ser concluído graças ao seu acolhimento. Obrigada!

Agradeço também aos membros da banca, Prof. Dr. Jorge Megid Neto, Prof. Dr. Gilmer Jacinto Peres, Prof.^a Dra. Maria Inês de Freitas Petrucci dos Santos Rosa e Prof. Dr. Lucas Carato Mazzi. Com carinho, também teço agradecimentos ao Prof. Dr. José Carrillo Yañez (*in memoriam*), por apoio a este doutorado e pelas contribuições dadas na qualificação. O olhar cuidadoso de cada um de vocês, as reflexões e os encaminhamentos contribuíram muito para o crescimento desta pesquisa. Saibam que as observações e comentários de cada um fizeram-se importantes no desenvolvimento não apenas da tese, mas também de minha formação acadêmica. Em especial, destaco meu agradecimento ao Mazzi, que desde 2009 esteve ao meu lado. Com você aprendi a confiar no meu próprio potencial. Gratidão por todo seu apoio e pelos seus conselhos profissionais e de vida. Saiba que, além deles, suas atitudes também me ensinaram muito. Aqui, também deixo registrado o meu agradecimento ao Prof. Dr. Miguel Ribeiro, o qual possibilitou minha entrada no doutorado e propiciou-me diversos aprendizados.

Destino algumas palavras para agradecer ao Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática (PECIM) e a todos os professores membros. A diversidade e a qualidade das aulas que os docentes do PECIM ofertam aos estudantes e a competência com que lideram seus grupos de pesquisa certamente contribuem muito para uma formação mais abrangente e diferenciada. De forma singela, teço considerações ao Fabrício, secretário do programa, por toda a atenção oferecida aos estudantes. Obrigada por nos ouvir e, sempre que possível, nos ajudar. Sua dedicação a este trabalho faz a diferença.

Reservo um espaço para agradecer aos grupos de trabalho e pesquisa CiespMat (Grupo de Pesquisa & Formação – Conhecimento Interpretativo e Especializado), PraPeM (Prática Pedagógica em Matemática), GdS (Grupo de Sábado) e TeorEMa – Interloquções entre Geometria e Educação Matemática, que me proporcionaram constantemente aprendizados e momentos de discussões e de descontração. Aos integrantes dos grupos, vocês foram essenciais para meu desenvolvimento pessoal e profissional; em especial, agradeço à Ana Paula, Franciéllem, Marieli e Luciana, que me deram um grande apoio e me ajudaram muito na leitura e discussão da tese. Agradeço também à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), pelo financiamento desta pesquisa e, conjuntamente, a todos os funcionários da Unicamp. Vocês são pessoas fundamentais para que essa engrenagem, chamada Universidade, se mantenha funcionando.

Agora, de forma mais especial, destino meu carinho e meus sinceros agradecimentos à minha família. À minha mãe, Helena Caritá, que sempre apoiou minha jornada acadêmica, e que me ensinou, desde pequena, a ser responsável e comprometida com meu trabalho. Na busca de sempre fazer o melhor, a Senhora me ensinou a ser forte, independente e persistente. Tenho certeza de que estes ensinamentos me possibilitaram chegar até aqui. Agradeço aos meus tios e aos meus primos Marcelo e Nádia por todos os momentos em família e pelo acolhimento que vocês sempre me ofertaram, e ao Ricardo, que me ajudou muito com os gráficos da tese. À minha avó, Maria Caritá, e aos meus falecidos avôs, Davi Caritá e Pedro Litoldo. Minha infância é alegremente marcada por toda a dedicação, amor e carinho que vocês me deram.

Por fim, de forma a encaminhar esta seção, quero compor agradecimentos a todos os amigos que, de algum modo, se fizeram ou se fazem presentes em minha vida. Primeiramente destaco minha gratidão a Fabiana Cotrim. Suas leituras e discussões permearam toda a construção da tese. Este trabalho também tem muito de você. Obrigada por estar presente nos momentos alegres e apreensivos experienciados ao longo deste doutorado. Muito além de colega de programa, a Unicamp me deu uma amiga para a vida e, com certeza, sua atenção e seu carinho foram essenciais para sustentar o emocional dessa caminhada.

Em segundo lugar, aos meus demais colegas de pós-graduação, obrigada por todas as vivências. Aqui realço alguns nomes, a saber, Marcos de Oliveira, Cristina Meyer, Juscier Mamoré, Andrey de Paula, Érica Maia, Marcos Henrique da Silva e, em particular, Mariana Aiub, que me ajudou muito nas partes ilustrativas da tese. Durante essa trajetória, vocês fizeram-se presentes. Este trabalho integra as discussões, os aprendizados, os conselhos e cada comemoração que fizemos. Obrigada pelos sorrisos, abraços e pelo companheirismo – certa de que a amizade de vocês tornou essa caminhada mais leve.

Não poderia deixar de expressar minha gratidão às pessoas que Paulínia me deu. À minhas amigas Flávia, Cida, Julieta, Maria e Zilda, meu muito obrigada. Vocês foram minhas referências nessa cidade. A amizade de vocês trouxe-me confiança e acalento para desbravar o desconhecido do morar sozinha. Saber que posso sempre contar com vocês é um privilégio. Agradeço também à minha vizinha Dani, que me ajudou muito com meus cachorros, me socorrendo sempre que necessário e, tão importante quanto, agradeço ao Sr. Antonio, meu locatário, e a toda sua família. Obrigada pela atenção que vocês sempre tiveram comigo e pela confiança. Graças a vocês tenho uma casa que chamo de lar.

Um agradecimento com muito carinho aos amigos mais novos, Rodrigo, Erno, Arnaldo, Regiane, Márcia, Marcelo e Danilo. Não me canso de admirar o quanto a vida pode nos surpreender trazendo até nós pessoas tão boas. Vocês são a prova de que para uma amizade não importa o tempo ou o estar perto, mas sim o fazer-se presente com carinho e atenção. Também quero registrar meus agradecimentos às amigas não tão novas. Eliana, minha eterna professora de inglês, e Bene, minha terapeuta. Sei que nossas relações perpassam a profissionalidade. Obrigada pelo carinho, amizade e pela torcida de vocês. Igualmente, às amigas da Universidade para a vida, Eliris, Marcia e Ronilce, meu muitíssimo obrigada. Cada uma de vocês tem um espaço especial no meu coração. Se me faltam palavras para descrever o quanto cada uma é importante para mim, transbordam-se emoções ao tentar expressar neste texto a gratidão que tenho por ter vocês comigo. Muito de minhas conquistas profissionais eu devo a vocês. Muito do que sou como ser humano também. A vida é bem mais doce estando ao lado de vocês. Obrigada!

Finalizo os agradecimentos às minhas duas amigas que de longa data me acompanham. Minha gratidão à Natália Bernardi e à Paola Bello, que sempre foram exemplos de mulheres fortes, inteligentes, corajosas e determinadas. Dividir a vida com vocês é a evidência de que as mulheres podem e devem fazer o que elas quiserem. Rio Claro sempre foi muito pequena para vocês. Ainda bem que perceberam isso. Nat, embora exista um oceano separando a gente, nossa amizade nunca deixou de ser menos por isso. Paola, por mais que ao longo desses anos nossos caminhos por vezes tenham se separado, minha felicidade transborda ao saber que a vida sempre nos presenteou com reencontros. Você tem sido uma das principais pessoas nessa caminhada chamada doutorado. Muito do meu amadurecimento vem de momentos compartilhados com você. É nas nossas conversas e reflexões que aprendo a cada dia a ter mais compaixão comigo e com minha história de vida. Obrigada!

Por fim, deixo registrado que meus agradecimentos se estendem a todas as outras pessoas que, de alguma forma, participaram da minha caminhada durante esses anos de

doutorado, e destaco que, embora a escrita da tese tenha sido realizada em momentos solitários, toda a construção e sua concretude advêm do compartilhamento de vida com todos vocês. Obrigada!

Nunca deixe que lhe digam que não vale a pena
Acreditar no sonho que se tem
Ou que seus planos nunca vão dar certo
Ou que você nunca vai ser alguém
Tem gente que machuca os outros
Tem gente que não sabe amar
Mas eu sei que um dia a gente aprende
Se você quiser alguém em quem confiar
Confie em si mesmo
Quem acredita sempre alcança!
(Mais uma vez - Renato Russo)

RESUMO

O Livro Didático continua sendo um dos recursos mais utilizados dentro da sala de aula. Muitas vezes, assumindo o papel de currículo, esse material didático acaba sendo influenciador da prática docente, podendo induzir o planejamento e a realização das aulas. Além disso, os livros também se configuram como sendo um meio pelo qual os estudantes são oportunizados ao aprendizado de determinada área de conhecimento. As tarefas, tão presentes nas aulas de Matemática, também se encontram muito presentificadas no Livro Didático. Estas, podem ser estudadas sob diferentes lentes teóricas, como, por exemplo, seus contextos e suas demandas cognitivas. Diante desse cenário, nesta pesquisa objetiva-se compreender como a contextualização e níveis de demanda cognitiva das tarefas de Geometria presentes nos Livros Didáticos de Matemática apresentam-se e relacionam-se. Como metodologia, assume-se uma abordagem qualitativa associada à pesquisa documental. Para a coleta dos dados, analisou-se uma coleção de Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio, aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático, ano 2018. Para analisar os dados, empregou-se o método de análise horizontal e vertical em cada volume da coleção selecionada. Como fundamentação teórica, utilizaram-se autores que versam sobre as distintas referências de contextos e sobre os níveis de demanda cognitiva, projetando discussões sob a perspectiva do *Opportunity-to-Learn*. Do total de 1.335 tarefas analisadas, 83% (1.108) eram contextualizadas em situações puramente matemáticas, enquanto o restante, 17% (227), encontram-se em contextos da realidade. Neste último, há uma concentração maior, 16,11% (215), daqueles referentes à semirrealidade razoável, em detrimento de uma parcela ínfima de tarefas relativas ao contexto real, 0,22% (3). Tarefas em contextos semirreais não razoáveis também se fizeram presentes, 0,67% (9). Relativamente aos níveis de demanda cognitiva, constatou-se que, em sua maioria, as tarefas são de níveis baixos de demanda cognitiva, estando estas divididas entre procedimentos sem conexões, 43,45% (580), e memorização, 42,62% (569). As demais encontram-se no nível alto, distribuídas entre demanda cognitiva do tipo procedimentos com conexão, 13,33% (178), e fazendo matemática, 0,6% (8). Atinente ao *Opportunity-to-Learn* ofertado pela coleção analisada, nos capítulos de Geometria, tem-se que, no quesito contextualização das tarefas, elas se aglutinam em proporcionar experiências de enunciados na esfera da matemática pura e, com relação à demanda cognitiva, estão centradas naquelas que requerem memorização de fatos e procedimentos sem conexões. Assim, entende-se que as distintas referências de contexto e os níveis de demanda cognitiva que os estudantes podem experienciar encontram-se restringidos nessa coleção, o que implica em uma limitação do *Opportunity-to-Learn* proporcionado, visto que eles não oferecem um aprendizado amplo fundado em uma diversidade de experiências entre as distintas referências de contextos e níveis de demanda cognitiva. O trabalho com essa diversidade faz-se importante na medida que ele contribui para a formação de cidadãos mais informados, críticos e reflexivos, assim como mais preparados a pensar, raciocinar e resolver problemas. Como contribuição, compreende-se que esta pesquisa evidencia o potencial que analisar contexto e demanda cognitiva tem para os processos de análise, avaliação e utilização de tarefas em Livros Didáticos, implicando em reflexões sobre como as tarefas nesses materiais podem ser abordadas e discutidas e, de forma mais direta, como elas podem ressoar na sua utilização por professores e estudantes. Além disso, este estudo contribui com a literatura nacional relativa ao *Opportunity-to-Learn*, contexto e demanda cognitiva.

Palavras-chave: Contexto. Nível de Demanda Cognitiva. Ensino Médio. Oportunidade de Aprendizado. Educação Matemática.

ABSTRACT

The textbook has long been regarded one of the most used resources in the classroom. This didactic material often takes on the role of curriculum, influencing planning and the teaching practice itself. In addition, they represent a means by which students are given opportunities to acquire a particular set of knowledge. The tasks, so present in mathematics classes, are also components of textbooks and can be studied under different theoretical lenses, such as their contexts and their cognitive demands. In this sense, this research aimed to understand how the contextualization and levels of cognitive demand of the geometry tasks present in high school mathematics textbooks are presented and related. As a methodology, a qualitative approach associated with documentary research was adopted. For data collection, high school mathematics textbooks approved by the National Book and Didactic Material Program, year 2018, were analyzed. The horizontal and vertical analysis method was used in each volume of the selected collection. As a theoretical basis, authors who addressed different contextual references and levels of cognitive demand were chosen, projecting discussions from the perspective of Opportunity-to-Learn. Of the total of 1,335 tasks analyzed, 83% (1,108) were contextualized in purely mathematical situations, while the remaining 17% (227), were inserted in contexts of reality. In the latter, there is a greater number, 16.11% (215), of those referring to reasonable semi-reality, to the detriment of a tiny portion of tasks related to the real context, 0.22% (3). Tasks in unreasonable semi-real contexts were also present, 0.67% (9). Regarding the levels of cognitive demand, tasks of low levels of cognitive demand, which are divided between procedures without connections, 43.45% (580), and memorization, 42.62% (569) predominate. The others are at the high level, distributed among cognitive demands such as connected procedures, 13.33% (178), and doing mathematics, 0.6% (8). Regarding the Opportunity-to-Learn offered by the analyzed collection, in the Geometry chapters, in terms of contextualization, the tasks provide experiences of utterances in the sphere of pure mathematics and, in relation to cognitive demand, are focused on the memorization of facts and procedures without connections. Thus, the different contextual references and levels of cognitive demand that students can experience are restricted in this collection, which implies a limitation of the Opportunity-to-Learn provided, since they do not offer opportunities for broad learning, based on a diversity of experiences among the different references of contexts and levels of cognitive demand. Working with this diversity is of the utmost importance, since it contributes to the formation of more informed, critical and reflexive citizens, ones who are prepared to think, reason and solve problems. As a contribution, this research highlights the potential that context analysis and cognitive demand have for the processes of analyzing, evaluating and using tasks from textbooks, implying reflections on how such tasks can be approached and discussed and, more directly, how these aspects can resonate in their use by teachers and students. In addition, this study contributes to the national literature on Opportunity-to-Learn, context and cognitive demand.

Palavras-chave: Context; Level of Cognitive Demand; High School; Opportunity-to-Learn; Mathematical Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Cronologia de Políticas Públicas quanto ao Livro Didático.	35
Figura 2 – Síntese das fases do PNLD 2018.	36
Figura 3 – Dados referentes à contextualização e articulação entre os campos.	54
Figura 4 – Síntese das (re)conceitualizações do OTL.	70
Figura 5 – Família de conceitos relacionados ao tempo de instrução.	76
Figura 6 – Estrutura do <i>Opportunity-to-Learn</i> elaborada por Gillies e Quijada.	80
Figura 7 – Estrutura do <i>Opportunity-to-Learn</i> em nível do professor.	84
Figura 8 – Modelo curricular educacional.	88
Figura 9 – As três dimensões instrucionais do OTL no nível do professor, na abrangência de currículo implementado.	89
Figura 10 – Quadro de Tarefas Matemáticas (QTM).	97
Figura 11 – Quadro de Tarefas Matemáticas Expandido (QTME).	100
Figura 12 – Espectro das distintas referências de contexto.	113
Figura 13 – Resumo da estrutura de Stein e Lane (1996).	120
Figura 14 – Modelo (re)conceituado do <i>Opportunity-to-Learn</i>	127
Figura 15 – A Tríade.	133
Figura 16 – Estrutura das nomenclaturas.	142
Figura 17 – Súmula dos procedimentos metodológicos desta pesquisa.	144
Figura 18 – Contexto e suas classes.	145
Figura 19 – Níveis de Demanda Cognitiva e suas classes.	146
Figura 20 – Sobreposição dos dados com a proposta indicada pelos autores.	147
Figura 21 – Coleção Matemática: Ciência e Aplicações.	148
Figura 22 – Organização dos conteúdos da coleção Matemática: Ciência e Aplicações de acordo com o Guia do PNLD 2018.	150
Figura 23 – Tarefa em contexto puramente matemático.	155
Figura 24 – Tarefa em contexto semirreal.	156
Figura 25 - Tarefa em contexto real.	157
Figura 26 – Tarefa em contexto semirreal não razoável relativa a um conceito.	159
Figura 27 – Tarefa em contexto semirreal não razoável referente ao contexto utilizado.	161
Figura 28 – Tarefa representativa do nível baixo de demanda cognitiva, do tipo procedimentos com conexões.	168
Figura 29 – Atividade apresentada no subtópico Exercícios Resolvidos.	169

Figura 30 – Tarefa representativa do nível baixo de demanda cognitiva, do tipo memorização.	170
Figura 31 – Tarefa representativa do nível baixo de demanda cognitiva, do tipo procedimentos sem conexões.	171
Figura 32 – Tarefa exemplificativa do nível alto de demanda cognitiva, do tipo procedimentos com conexões.	171
Figura 33 – Tarefa representativa do nível alto de demanda cognitiva, do tipo fazendo matemática.	172
Figura 34 – Tarefa em contexto da realidade e classificada como de baixo nível de demanda cognitiva.	188

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Porcentagens do contexto e níveis de demanda cognitiva dos livros A e B.....	47
Tabela 2 – Quantificações das atividades presentificadas nos capítulos de Geometria da coleção Matemática: Ciência e Aplicações.	151
Tabela 3 – Quantificações das tarefas presentes nos capítulos de Geometria da coleção Matemática: Ciência e Aplicações.	152
Tabela 4 – Frequências relativas às referências de contextos das tarefas nos capítulos de Geometria da coleção Matemática: Ciência e Aplicações.....	154
Tabela 5 – Estratificação dos dados alusivos às referências de contextos das tarefas nos capítulos de Geometria da coleção Matemática: Ciência e Aplicações.	164
Tabela 6 – Frequências relativas às referências de níveis de demanda cognitiva das tarefas nos capítulos de Geometria da coleção Matemática: Ciência e Aplicações.	166
Tabela 7 – Estratificação dos dados alusivos às referências de níveis de demanda cognitiva das tarefas nos capítulos de Geometria da coleção Matemática: Ciência e Aplicações.....	179
Tabela 8 – Frequências relativas à sobreposição dos dados com a proposta indicada pelos autores.....	182
Tabela 9 – Frequências relativas à sobreposição dos dados de ambas as categorias de análise.	189

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Artigos em periódicos nacionais que tratam da contextualização e/ou demanda cognitiva em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria.	43
Quadro 2 – Artigos em periódicos internacionais que tratam da contextualização e/ou demanda cognitiva em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria.....	46
Quadro 3 – Trabalhos no ENEM que abordam a contextualização em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria.....	50
Quadro 4 – Trabalho no SIPEM que trata da contextualização em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria.....	56
Quadro 5 – Teses e Dissertações nacionais que versam sobre a contextualização em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria.	58
Quadro 6 – Sínteses das análises dos Livros Didáticos sobre a contextualização.	59
Quadro 7 – Fatores de tempo.....	82
Quadro 8 – Descritores em cada nível de demanda cognitiva.....	122
Quadro 9 – Apresentação geral da coleção Matemática: Ciência e Aplicações, referente aos capítulos de Geometria.	149
Quadro 10 – Tarefas de diferentes tipos de demanda cognitiva que abordam um mesmo conteúdo.	174

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Distribuição de demanda cognitiva na série 1 do Capítulo 7 do Volume 2.	183
Gráfico 2 – Distribuição de demanda cognitiva na série 2 do Capítulo 11 do Volume 1.	184
Gráfico 3 – Distribuição de demanda cognitiva da série 1 do Capítulo 11 do Volume 1.	184
Gráfico 4 – Distribuição da sobreposição entre os contextos e os níveis de demanda cognitiva das tarefas analisadas.	188

LISTA DE SIGLAS

ANA	Avaliação Nacional da Alfabetização
Anvisa	Agência Nacional de Vigilância Sanitária
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
Cap.	Capítulo
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CiespMat	Grupo de Pesquisa & Formação – Conhecimento Interpretativo e Especializado
EBRAPEM	Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EMR	Educação Matemática Realística
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
Enem	Exame Nacional do Ensino Médio
EPA	<i>Environmental Protection Agency</i>
EUA	Estados Unidos da América
Finep	Financiadora de Estudos e Pesquisas
GdS	Grupo de Sábado
GPIMEM	Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática
GTERP	Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas
IBICT	Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia
IC	Iniciação Científica
INL	Instituto Nacional do Livro
LDB	Lei de Diretrizes e Base
MEC	Ministério da Educação
OTL	<i>Opportunity-to-Learn</i>
OECD	<i>Organization for Economic Cooperation and Development</i>
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PECIM	Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática
PET	Programa de Educação Tutorial
PISA	<i>Programme for International Student Assessment</i>
PNBE	Programa Nacional Biblioteca na Escola
PNLD	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
PPGEM	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

PPP	Projeto Político Pedagógico
PraPeM	Prática Pedagógica em Matemática
ProfMat	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
QCAI	<i>QUASAR Cognitive Assessment Instrument</i>
QTM	Quadro de Tarefas Matemáticas
QTME	Quadro de Tarefas Matemáticas Expandido
QUASAR	<i>Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning</i>
Saeb	Sistema de Avaliação da Educação Básica
Saresp	Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
SESu	Secretaria de Educação Superior
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SIPEM	Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
SP	São Paulo
TeorEMa	Interlocuções entre Geometria e Educação Matemática
Unesp	Universidade Estadual Paulista
Unicamp	Universidade Estadual de Campinas
Vol.	Volume

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	21
O caminhar da pesquisadora.....	21
Objetivos de pesquisa e pergunta diretriz.....	25
Estrutura da tese.....	26
CAPÍTULO 1 – LIVRO DIDÁTICO	28
1.1 O Livro Didático	28
CAPÍTULO 2 – REVISÃO DE LITERATURA.....	41
2.1 Artigos em periódicos.....	41
2.1.1 Periódicos nacionais	42
2.1.2 Periódicos internacionais.....	45
2.2 Trabalhos em eventos.....	49
2.2.1 Encontro Nacional de Educação Matemática.....	49
2.2.2 Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática	55
2.3 Teses e Dissertações	57
2.4 O mosaico da revisão de literatura	66
CAPÍTULO 3 – REVISÃO DA CONCEITUALIZAÇÃO De <i>OPPORTUNITY-TO-LEARN</i>.....	69
3.1 <i>Opportunity-to-Learn</i>: a origem	71
3.2 <i>Opportunity-to-Learn</i>: suas (re)conceitualizações, ampliações e operacionalizações.....	73
CAPÍTULO 4 – REFERENCIAL TEÓRICO	92
4.1 Tarefa, Contexto e Demanda Cognitiva	92
4.1.1 Tarefa.....	92
4.1.1.1 <i>O projeto QUASAR e o Quadro de Tarefas Matemáticas.....</i>	95
4.1.2 Contextualização	101
4.1.2.1 <i>A contextualização e as visões quanto ao ensino contextualizado.....</i>	101

4.1.2.2 <i>O papel dos contextos nas tarefas matemáticas presentes nos Livros Didáticos</i>	110
4.1.2.3 <i>As distintas referências de contextos</i>	112
4.1.3 A demanda cognitiva de tarefas e seus diferentes níveis	118
4.2 <i>Opportunity-to-Learn</i> e a delimitação desse conceito na pesquisa	126
4.3 A tríade: <i>Opportunity-to-Learn</i>, Tarefas e Livros Didáticos	129
CAPÍTULO 5 – METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS ..	134
5.1 Pesquisa qualitativa	134
5.2 Procedimentos metodológicos.....	141
5.2.1 Os Livros Didáticos da pesquisa.....	141
5.2.2 Procedimentos da coleta dos dados.....	142
CAPÍTULO 6 – ANÁLISE DOS DADOS	148
6.1 Análise horizontal	148
6.2 Análise vertical.....	153
6.2.1 Contextualização	153
6.2.2 Níveis de Demanda Cognitiva.....	166
6.2.2.1 <i>Os dados: a (inter-)relação entre o Livro Didático e a demanda cognitiva</i>	180
6.2.3 Os dados: a (inter-)relação entre o contexto e a demanda cognitiva.....	187
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	192
Síntese da pesquisa	192
Refletindo sobre os resultados da pesquisa	193
Pesquisas futuras	198
REFERÊNCIAS	202
APÊNDICE A – SISTEMA EDUCACIONAL BRASILEIRO	217
APÊNDICE B – NÍVEIS DE DEMANDA COGNITIVA.....	219
APÊNDICE C – DISTRIBUIÇÃO DAS SÉRIES (E SUAS RESPECTIVAS TAREFAS) EM CAPÍTULOS DE CADA VOLUME	220

INTRODUÇÃO

Esta primeira seção objetiva apresentar ao leitor uma visão geral sobre a pesquisadora e sobre a pesquisa. Inicialmente se discorrerá de forma breve sobre minha trajetória acadêmica. Entende-se ser necessária tal apresentação, para que o leitor possa ter um panorama de quem eu sou e de qual lugar eu falo. Em seguida, o objetivo do trabalho e a pergunta diretriz serão apresentados. Por fim, de forma compilada, a estrutura da tese será dissertada.

O caminhar da pesquisadora

Minha trajetória acadêmica inicia-se no ano de 2009, quando ingressei na graduação em Matemática¹, na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – Unesp/Rio Claro. Em dezembro de 2012, graduei-me no curso de Licenciatura em Matemática neste mesmo *campus*. No decurso da graduação, a partir de 2010, tive a oportunidade de participar como bolsista do Programa de Educação Tutorial² (PET – MEC/SESu), o qual desenvolve projetos de ensino, pesquisa e extensão com o intuito de melhorar o ensino e a formação acadêmica dos estudantes. Essa participação viabilizou iniciar meus estudos dentro da pesquisa científica, tendo aí desenvolvido meus três primeiros projetos de Iniciação Científica (IC).

A primeira IC (2010) correspondia ao estudo de Equação Diferencial Ordinária (EDO) e intitulava-se Estudo de Modelos Matemáticos através de Equações Diferenciais Ordinárias. O segundo trabalho (2011) possuía relação com a Estatística voltada para o campo da saúde e era denominado Estatística Aplicada a Dados da Área da Saúde. O último projeto de IC (2012) não era específico de um único domínio da Matemática, pois ele se constituía no estudo de alguns capítulos do livro de Ian Stewart (2008), chamado *Jogos, Conjuntos e Matemática*. Esta obra tratava de diversos “causos” matemáticos e permeava a Álgebra, Teoria dos Números, Geometria, Probabilidade, entre outras áreas.

Desenvolver essas iniciações científicas, além de permitir conhecer e aprender a Matemática envolvida, possibilitou-me vivenciar experiências em eventos e seminários, na forma de apresentações. Assim, frutos dessas iniciações, os trabalhos intitulados: Modelos Matemáticos para avaliar crescimento populacional (2010); Estudo do perfil dos alunos dos

¹ Esta graduação em Matemática oferece a possibilidade de formação em licenciatura e bacharelado.

² Para mais informações, ver em <<http://portal.mec.gov.br/pet>>. Acesso em: 23 dez. 2020.

curso de Matemática, Biologia e Geografia, UNESP-Rio Claro, em relação à alimentação, saúde e atividades físicas (2011) e Dos códigos secretos à criptografia de chave pública (2012) foram as minhas primeiras investigações, e as precursoras de meu contato com as tipologias de pesquisa. Tão importante quanto estas experiências, a leitura de textos relevantes à Educação e à Educação Matemática fez-se imprescindível em minha graduação, na medida em que foi por meio desse contato que meu encantamento por essa área surgiu. Decerto, desenvolver o estágio obrigatório na disciplina Prática de Ensino e Estágio Supervisionado II, que oportuniza um convívio na escola e um trabalho com os estudantes, mostrou-me que estar na área da Educação Matemática era algo que me atraía e me realizava, tanto pessoal quanto profissionalmente.

No ano de 2013, permaneci na Unesp/Rio Claro como estudante especial do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), para cursar algumas disciplinas. Tendo ingressado em 2014 como estudante regular do PPGEM, comecei a participar de dois grupos de pesquisa, a saber, Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP)³ e Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM)⁴. Dentro desse meio, pude ampliar e discutir leituras sobre Educação Matemática, fato que me proporcionou um olhar reflexivo sobre os assuntos relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

Em junho de 2016, sob a orientação da Prof.^a Dra. Arlete de Jesus Brito, defendi minha dissertação de mestrado, intitulada As potencialidades de atividades pedagógicas envolvendo problemas criptográficos na exploração das ideias associadas à função afim, a qual tinha como objetivo compreender de que maneira atividades pedagógicas envolvendo problemas de criptografia poderiam auxiliar os estudantes no estudo de alguns conteúdos relativos à função afim. Para tal, realizei encontros semanais com estudantes do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública de Rio Claro/SP, a fim de desenvolver com eles atividades pedagógicas envolvendo o objetivo da pesquisa em questão.

Com o intuito de dar continuidade à trajetória acadêmica, antes mesmo de defender o mestrado, iniciei uma busca por outros programas de pós-graduação que ofertassem o doutoramento. O interesse em realizar um doutorado em outra instituição decorreu da pretensão de ampliar minhas experiências e vivências, podendo, assim, ter contato com outras

³ Liderado pela Prof.^a Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic. Disponível em: <<http://igce.rc.unesp.br/#!/departamentos/educacao-matematica/gterp/>>. Acesso em: 24 dez. 2020.

⁴ Liderado pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba. Disponível em: <<http://igce.rc.unesp.br/#!/gpimem>>. Acesso em: 24 dez. 2020.

realidades e formas de se fazer pesquisa⁵. Dessa maneira, o anseio de novas perspectivas trouxe-me ao Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática (PECIM), da Universidade Estadual de Campinas – Unicamp/Campinas. Posto isto, em 2017, dei início ao meu doutorado e, com isso, minha inserção nas comunidades: Grupo de Pesquisa & Formação – Conhecimento Interpretativo e Especializado (CiespMat)⁶, Prática Pedagógica em Matemática (PraPeM) e Grupo de Sábado (GdS)⁷.

Diante das adversidades que a vida nos traz, no final do ano de 2018 houve uma mudança de orientador e, conseqüentemente, de pesquisa⁸. Com as novas possibilidades de estudos que a professora Rúbia me apresentou, trabalhar com os Livros Didáticos despertou meu interesse, visto que investigar esse tipo de material não era algo tão novo para mim⁹. Assim, o trabalho com a professora possibilitou-me a entrada no grupo de pesquisa TeorEMa – Interloquções entre Geometria e Educação Matemática¹⁰.

Finalmente, dado que a professora Rúbia tem como área de pesquisa a Geometria e tendo como interesse próprio centrar-me em Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio e de focar as investigações em tarefas presentificadas nesse material, a pesquisa se delimitou na trinca: Geometria, Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio e Tarefas. Posto isto, dando início às orientações, os textos *Quality of the tasks in the new Turkish Elementary Mathematics Textbooks: the case of proportional reasoning* (BAYAZIT, 2013) e *Opportunity-to-learn context-based tasks provided by mathematics textbooks* (WIJAYA; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DOORMAN, 2015) foram-me entregues para leitura. Como se pode observar em seus títulos, ambos têm como objeto de estudo as tarefas presentificadas nos Livros Didáticos de Matemática. Além dessa semelhança, dentre as

⁵ Cabe mencionar que Rio Claro/SP é minha cidade natal e que, mesmo antes de ingressar na graduação, existia uma grande proximidade com a Unesp/Rio Claro. Assim, o fato de, por quase 15 anos, estar presente nesse contexto universitário me fez refletir, chegando à conclusão de que era preciso buscar novos horizontes.

⁶ Liderado pelo Prof. Dr. Miguel Ribeiro. Disponível em: <<https://ciespmat.wixsite.com/ciespmat>>. Acesso em: 24 dez. 2020.

⁷ Tanto o PraPeM quanto o GdS são liderados pelo Prof. Dr. Dario Fiorentini. Disponível em: <<https://www.cempem.fe.unicamp.br/gds/grupo-de-sabado>> e <<https://www.cempem.fe.unicamp.br/prapem-pratica-pedagogica-em-matematica>>, respectivamente. Acesso em: 24 dez. 2020.

⁸ A orientação passou do Prof. Dr. Miguel Ribeiro para a Prof.^a Dra. Rúbia Barcelos Amaral Schio. Com essa alteração, eu deixei de fazer parte dos grupos CiespMat, PraPeM e GdS.

⁹ Alguns Livros Didáticos foram objetos de estudos em dois momentos distintos de minha caminhada acadêmica. Tais investigações resultaram nos seguintes textos: Litoldo e Lazari (2014) e Litoldo, Almeida e Ribeiro (2018).

¹⁰ Liderado pela Prof.^a Dra. Rúbia B. A. Schio. Disponível em: <<https://www.instagram.com/grupoteorema/>>. Acesso em: 24 dez. 2020.

subquestões de investigação de cada artigo, duas delas são similares: a investigação sobre o contexto e sobre os níveis de demanda cognitiva envolvidos por essas tarefas.

A leitura desses artigos instigou minha curiosidade e, com ela, alguns questionamentos: No âmbito de minha pesquisa, de que forma seria possível classificar as tarefas em termos de suas distintas referências de contextos e níveis de demanda cognitiva? Como a contextualização e os níveis de demanda cognitiva das tarefas encontram-se distribuídos? Seria possível estabelecer alguma relação entre estas duas frentes de análise? Outro ponto de indagação foi: O que é o *Opportunity-to-Learn* – teoria abordada no texto de Wijaya, Van Den Heuvel-Panhuizen e Doorman (2015) – e de que forma ele poderia estar relacionado às discussões sobre as contextualizações e os níveis de demanda cognitiva de tarefas?

Ponderando sobre essas questões e, especificamente, devido à leitura dos textos supracitados, surge o interesse em delinear a pesquisa para as análises das tarefas em relação à contextualização e aos níveis de demanda cognitiva, sob a perspectiva do *Opportunity-to-Learn*, e assim emerge, de forma bem primitiva, a primeira versão da pergunta diretriz: ‘Qual o papel dos contextos sobre os níveis de demanda cognitiva das tarefas de Geometria em Livros Didáticos?’. Posto isto, na procura por literaturas que se relacionassem com o interesse da pesquisa, iniciei uma busca em periódicos nacionais, artigos que tinham como objeto de estudo as tarefas em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria, e, de forma mais específica, que faziam alguma referência à contextualização, aos níveis de demanda cognitiva e ao *Opportunity-to-Learn*.

Esta triagem resultou em três artigos: ‘Um estudo sobre a área do retângulo em Livros Didáticos de Matemática’ (TELES; SÁ, 2010); ‘A Geometria Analítica e os registros de representação semiótica nos Livros Didáticos de Matemática’ (DALLEMOLE; GROENWALD, 2014) e ‘Princípios Neuroquímicos da Aprendizagem Matemática: o caso das razões trigonométricas no triângulo retângulo apresentadas em Livros Didáticos’ (SILVA; FONSECA, 2015)¹¹. A leitura destes textos revelou que as três referências abordam a contextualização de tarefas e que nenhuma delas tratou da ideia de demanda cognitiva.

A leitura e análise desses trabalhos permitiram reflexões acerca das possíveis contribuições que esta pesquisa poderia trazer para a área acadêmica. Compreendendo que o desenvolvimento dela resultaria em uma tese que aborda de forma ampla e profunda a literatura sobre a contextualização, os níveis de demanda cognitiva e o *Opportunity-to-Learn*

¹¹ No capítulo 1, destinado à revisão de literatura, o leitor encontrará mais detalhes sobre essas obras, entre outras.

e, além disso, resulta em uma possibilidade de análise, avaliação e utilização de tarefas em Livros Didáticos de Matemática, o projeto de pesquisa foi desenvolvido. A apresentação desse projeto em um evento¹² oportunizou discussões sobre o objetivo da pesquisa e, conseqüentemente, sobre sua pergunta diretriz. Percebendo que essa questão inicial não abordava a ideia de compreender as relações entre os contextos e os níveis de demanda cognitiva e nem contemplava a perspectiva do *Opportunity-to-Learn*, ela é reformulada, tomando o seguinte corpo: ‘Quais são as relações entre os contextos e os níveis de demanda cognitiva das tarefas de Geometria em Livros Didáticos, sob a ótica do *Opportunity-to-Learn*?’

Esta segunda versão acompanhou a pesquisa durante um bom tempo. Somente no final de 2020, após toda a análise dos dados, é que surgem algumas novas reflexões. O desenvolvimento da análise dos dados e a forma como eles foram dissertados neste trabalho evidenciaram que tal pergunta diretriz estava sendo muito restritiva. A análise trazia muito mais informações sobre as referências de contexto e os níveis de demanda cognitiva do que apenas evidenciar as possíveis relações entre elas. Dessa forma, a questão diretriz se modifica mais uma vez, tomando um novo e definitivo corpo, que será apresentado a seguir. Destarte, compreendendo um pouco o caminho percorrido pela pesquisadora e a forma como esta pesquisa se constituiu é que apresento, na sequência, os objetivos da pesquisa, assim como a pergunta diretriz.

Objetivos de pesquisa e pergunta diretriz

Sob a perspectiva do *Opportunity-to-Learn*, esta pesquisa tem como objetivo central compreender como a contextualização e os níveis de demanda cognitiva das tarefas de Geometria presentes em Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio apresentam-se e relacionam-se. Como objetivos subsequentes, pretende-se, por um lado, obter informações sobre as frequências e distribuições destas duas temáticas ao longo dos capítulos de Geometria dos Livros Didáticos e, de forma associada, entender quais as possíveis relações e influências que os tipos de contextos têm perante as tarefas no que tange às classificações quanto aos diferentes níveis de demanda cognitiva.

¹² XXIII EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática.

Dessa forma, com este estudo, espera-se responder à seguinte pergunta diretriz:

De que forma os contextos e as demandas cognitivas encontram-se presentificados nas tarefas de Geometria em Livros Didáticos de Matemática, sob a ótica do Opportunity-to-Learn?

Com o intuito de responder a esta pergunta, pretende-se, como subquestões, investigar:

1. Quais as frequências de exposição dos contextos nas tarefas de Geometria em Livros Didáticos de Matemática? E quais os propósitos daquelas baseadas em contextos da realidade?
2. Quais são os níveis de demanda cognitiva das tarefas e como elas estão dispostas nos Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria?
3. Quais as relações entre os contextos e os níveis de demanda cognitiva das tarefas de Geometria em Livros Didáticos de Matemática?

Estrutura da tese

Esta tese encontra-se estruturada em cinco capítulos mais a introdução e as considerações finais. Na introdução, tem-se uma breve apresentação sobre minha trajetória acadêmica, assim como os desdobramentos do doutorado, os caminhos percorridos que resultaram neste relatório de pesquisa e suas possíveis contribuições. Na sequência, os objetivos e a pergunta diretriz são apresentados.

O capítulo 1 aborda a esfera dos Livros Didáticos. Assim, inicialmente este capítulo aborda o Livro Didático, trazendo uma discussão sobre a importância desse material dentro do contexto escolar, assim como suas funcionalidades, aspectos e perspectivas. Além disso, são abordadas questões relativas ao livro ser um produto comercial, às políticas públicas e à pesquisa, quando este material é considerado o objeto de estudo.

O capítulo 2 objetiva apresentar uma revisão de literatura das pesquisas publicadas em periódicos nacionais e internacionais, eventos e teses/dissertações. Desse modo, uma breve síntese sobre as pesquisas selecionadas para esta revisão é realizada. Por fim, este capítulo apresenta considerações finais sobre o conjunto dos vários trabalhos dissertados nessa revisão.

Tais considerações são constituídas pelas informações referentes às etapas educacionais, tópicos de discussão e sobre as temáticas contextualização e níveis de demanda cognitiva – e, a partir delas, a presente pesquisa é situada.

O capítulo 3 é constituído por uma revisão da produção acadêmica acerca do conceito de *Opportunity-to-Learn*. Sendo assim, ele inicia-se com uma breve descrição da origem desse conceito e, em seguida, de forma mais ampla, aborda distintos autores que tratam do *Opportunity-to-Learn* em suas diferentes (re)conceitualizações, ampliações e operacionalizações.

O capítulo 4 diz respeito os aportes teóricos alusivos à tarefa, à contextualização e aos níveis de demanda cognitiva, que servem de fundamentação para as análises dos dados. Por fim, o leitor encontrará a delimitação do conceito de *Opportunity-to-Learn* nesta pesquisa, e uma discussão sobre a tríade teórica – *Opportunity-to-Learn*, Livros Didáticos e Tarefas – será apresentada.

O capítulo 5 contempla discussões sobre a metodologia adotada nesta investigação, que é a pesquisa qualitativa, abordando seus aspectos principais e fundamentando a escolha dessa abordagem neste estudo. Em seguida, são apresentados os procedimentos metodológicos, os quais contemplam a justificativa de escolha dos Livros Didáticos aqui analisados, bem como o aporte teórico metodológico utilizado e os procedimentos desenvolvidos para a coleta de dados.

O capítulo 6 apresenta a análise dos dados que constituem esta pesquisa. As análises aqui exibidas foram feitas à luz do referencial metodológico – análises horizontal e vertical – e teórico – contextualização e níveis de demanda cognitiva. Conjuntamente às discussões da análise vertical, o leitor encontrará diferentes tarefas que exemplificam as duas frentes de análise dos dados – contextualização e níveis de demanda cognitiva. Tais tarefas advêm dos próprios Livros Didáticos que fazem parte desta pesquisa. Além disso, a concepção de *Opportunity-to-Learn* assumida nesta investigação é tomada como um plano de fundo das discussões dos dados e, conjuntamente a suas análises, suas ideias são abordadas.

As considerações finais são compostas inicialmente por uma síntese da pesquisa, retomam-se o objetivo central e a pergunta diretriz, assim como o material que foi analisado em termos de contextos e demandas cognitivas. Em seguida, são apresentadas as reflexões sobre os resultados obtidos, tecendo estes com a teoria e alguns apontamentos. Finalizando a seção, e concluindo a pesquisa, algumas inquietações e questionamentos são dissertados, sendo estas ideias e ponderações para futuras investigações.

CAPÍTULO 1 – LIVRO DIDÁTICO

Buscando conhecer mais sobre a esfera do Livro Didático, este capítulo tem como objetivo discorrer sobre esse material. Primeiramente, inicia-se uma discussão sobre sua importância dentro do contexto escolar e sobre de que forma se entende que um livro pode ser considerado didático. Em seguida, serão apresentados alguns apontamentos relativos ao Livro Didático enquanto um produto elaborado por editores e autores, e utilizado por professores e estudantes. Subsequentemente, diferentes concepções sobre o Livro Didático serão compartilhadas, permeando suas funcionalidades, aspectos e perspectivas. Posteriormente, questões relativas ao livro ser um produto comercial, às políticas públicas e à pesquisa, quando este material é considerado, serão contempladas. Por fim, discussões sobre o Livro Didático no campo da pesquisa enquanto objeto de estudo serão tratadas.

1.1 O Livro Didático

Embasados em estudos empíricos, Doğan e Torun (2018) objetivaram compreender aspectos de Livros Didáticos de Estudos Sociais relativos às características do *design* da capa, ao uso individual, à aplicação do conteúdo, à orientação para a pesquisa, à estrutura multidisciplinar desses materiais e à confiabilidade de diferentes meios de construção do conhecimento para a formação – do professor e do estudante. Nesse contexto, os autores aplicaram um questionário para 837 estudantes do ensino secundário da Turquia – país onde o estudo foi desenvolvido –, buscando revelar informações alusivas aos aspectos investigados. Um dos dados dessa pesquisa que chamou atenção decorre do questionamento sobre o nível de confiabilidade que os estudantes detinham concernente a: professor, Livro Didático, Livro Teste¹³, televisão, internet, amigos, família e jornais.

Como resultado, os autores puderam evidenciar que os participantes da pesquisa classificaram em primeiro lugar o professor como sendo o mais confiável. O Livro Didático assumiu o segundo posto, seguido pelo Livro de Teste. O jornal e a televisão foram os meios considerados como menos confiáveis pelos estudantes. No âmbito do estudo, esse resultado expressa que, embora as tecnologias digitais estejam em desenvolvimento, e cada vez mais presentes no âmbito da escola, o Livro Didático continua sendo o material mais usado no dia a dia da sala de aula (DOĞAN; TORUN, 2018; MATIĆ, 2019).

¹³ Entende-se que Livro de Teste é um livro que contempla questões em formato de testes baseados em conteúdo de Livros Didáticos.

Diante desse cenário, Doğan e Torun (2018) inferem que os Livros Didáticos devem ser elaborados de maneira acurada e que suas informações se apresentem sempre de forma atualizada, precisa e científica. Devido à relevância desse material no processo de ensino e de aprendizagem é que os Livros Didáticos devem ser submetidos a um rigoroso processo avaliatório (AZEVEDO, 2005). O estudo de Doğan e Torun (2018), embora experimental, ressoa na direção de evidenciar a importância dada ao Livro Didático pelos estudantes no contexto escolar, indicação que é corroborada por outros estudos (LAJOLO, 1996; CHOPPIN, 2004; JONES; TARR, 2007; ÖZGELDI; ESEN, 2010; MATIĆ, 2019). De acordo com Lajolo (1996), o Livro Didático é um recurso a ser utilizado em aulas e cursos, de forma sistemática dentro de um sistema escolar. De forma mais específica, a autora menciona que, para que um livro possa ser considerado didático, ele:

[...] precisa ser usado, de forma sistemática, no ensino-aprendizagem de um determinado objeto do conhecimento humano, geralmente já consolidado como disciplina escolar. Além disso, o livro didático caracteriza-se ainda por ser passível de uso na situação específica da escola, isto é, de aprendizado coletivo e orientado por um professor (LAJOLO, 1996, p. 4-5).

Nesse entendimento, e corroborando-o, é importante destacar que, além de o Livro Didático ser um recurso didático, com finalidade de ensino e de aprendizagem, ele é considerado também como influenciador da criticidade, visto que, por meio dele, grupos sociais perpetuam suas identidades, seus valores, suas tradições, suas culturas e determinam um currículo (CHOPPIN, 2004).

Relativamente à sua constituição social, Lajolo (1996) ainda ressalta que o Livro Didático ganhou destaque em países como o Brasil por conta de sua debilidade educacional, fazendo com que tais livros determinassem “de forma decisiva, o *que* se ensina e *como* se ensina o que se ensina” (LAJOLO, 1996, p. 4). Assim, o complexo processo de ensino e de aprendizagem dado em sala de aula é permeado, entre outros vínculos, pelas inter-relações entre o professor, o estudante, o Livro Didático e os saberes disciplinares, nas quais os autores da obra passam a estabelecer um espaço de comunicação com o professor e com o estudante (BRASIL, 2017), de forma que, “nesse diálogo, o livro é portador de escolhas sobre: o saber a ser estudado; os métodos adotados para que o estudante consiga apreendê-lo mais eficazmente; e a organização dos conteúdos ao longo dos anos de escolaridade” (BRASIL, 2017, p. 12).

Nessa direção, historicamente compreende-se que o Livro Didático no Brasil foi se configurando ao longo do tempo como sendo o material mais usado pelos professores no

processo de ensino e de aprendizagem (AZEVEDO, 2005). Em algumas situações do dia a dia da sala de aula, o Livro Didático acaba sendo o recurso mais próximo da realidade dos professores e dos estudantes, do que propriamente um currículo nacional (HOWSON, 1995) e, assim, muitas vezes assume a natureza de um currículo a ser seguido e praticado pelo professor (SILVA JUNIOR; REGNIER, 2007).

Todavia, quando se considera a esse cenário o fator qualidade das coleções didáticas, entra em discussão o contexto comercial que envolve esses materiais e suas implicações que isso acarreta. Desse modo, sendo então o Livro Didático uma obra escrita, editada, avaliada, vendida e comprada, as editoras – instituição responsável por todo o processo de produção e venda dos Livros Didáticos – oferecem aos seus consumidores, às escolas, mais diretamente aos professores, um produto provido de “livro-texto do aluno, caderno de atividades, suplemento de atividades ‘experimentais’ e o manual do professor, com os objetivos gerais, a programação anual, os objetivos específicos, as estratégias e até instrumentos de avaliação” (MOGILNIK, 1996, p. 57).

Para que um Livro Didático possa ser considerado apropriado no contexto do ensino, todos os seus conteúdos devem estar voltados para o propósito da aprendizagem que ele provê. Assim, além de características estruturais como, por exemplo, impressão nítida, encadernação resistente e papel de qualidade – quesitos diretamente ligados às editoras –, o Livro Didático deve conter o conteúdo a ser ensinado, os objetivos de aprendizagem e atividades que contribuam para a construção do conhecimento por parte do estudante. Além disso, é necessário apresentar um conjunto de distintas linguagens que devem não só comunicar um conhecimento, mas, sim, refinar, graduar e aprimorar o significado dos conteúdos abordados – obrigações estas destinadas aos escritores (LAJOLO, 1996). Cabe aqui destacar que todas estas características devem estar em conformidade com as políticas que regulamentam a educação no país – e.g., BNCC – e em particular o Livro Didático – e.g., Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD)¹⁴.

Dessa forma, os editores e autores de Livro Didático desempenham um papel fundamental na elaboração da obra como um todo. Seguindo as exigências do PNLD e as recomendações da BNCC, tais sujeitos detêm alguma flexibilidade para proporem em seus livros a maneira como os conteúdos devem ser lecionados, assim como a disposição, enfoque e contextualização dada a cada área do conteúdo, o que pode privilegiar, muitas vezes,

¹⁴ Conforme a edição do Decreto nº 9.099, de 18/07/2017, todos os Programas do Livro oferecidos pelo MEC foram unificados. Assim, o chamado Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD compreende o Programa Nacional do Livro Didático e o Programa Nacional Biblioteca da Escola (BRASIL, 2020c).

algumas áreas em detrimento de outras. Quanto a esse cenário, cabem aqui algumas reflexões. Se, por um lado, entende-se que o PNLD e a BNCC podem contribuir com a qualidade e coerência do conteúdo disposto no Livro Didático, como, por exemplo, em relação aos parâmetros educacionais, por outro lado, questões sobre o possível engessamento dos livros – tanto em seu conteúdo como em sua estrutura – refletem e implicam na autonomia dos autores e editores quanto à produção de um material diferenciado. Esse engessamento se reflete na produção de obras muito parecidas, haja vista que, em termos comerciais, o interesse das editoras nada mais é que ter seu material aprovado nos editais do PNLD, de modo que autores e editores acabam se limitando aos documentos norteadores, o que resulta em uma situação na qual, acima da diversidade e diferenciabilidade que o Livro Didático poderia ofertar, tem-se o interesse capital sobre o produto. Diante de situações como esta, o cenário sobre a utilização do Livro Didático ganha novas formas, à medida que esse material não se configura mais como o único material de uso do professor. Nesse sentido, o colegiado de professores da Educação Básica tem:

[...] recusado cada vez mais adotar fielmente os manuais didáticos postos no mercado, na forma como concebidos e disseminados por autores e editoras. Fazem constantemente adaptações das coleções, tentando moldá-las à sua realidade escolar e às suas convicções pedagógicas (MEGID NETO; FRACALANZA, 2003, p. 147).

De forma complementar a este cenário, Megid Neto e Fracalanza (2003) destacam que gradativamente o professor vem deixando de empregar o Livro Didático como um manual curricular e passa a manuseá-lo como um material bibliográfico em suas aulas, atuando este como apoio no processo de ensino – e.g., preparações e implementações de aula – e de aprendizagem – e.g., fonte de exercícios; de leitura complementar; de imagens; de bibliografias, entre outros elementos. Assim, entre todas as características atribuídas, o Livro Didático pode ser considerado como fonte de informações, de orientações e de pesquisa, tanto para o professor quanto para o estudante (CARVALHO; SILVA, 2004), configurando-se, em algumas circunstâncias – sociais e econômicas, por exemplo –, como “um instrumento fundamental (às vezes praticamente único) do acesso dos alunos à leitura e à cultura letrada” (BRASIL, 2011), e podendo ser “o único instrumento pedagógico que o professor utiliza em suas aulas” (AZEVEDO, 2005, p. 6), mesmo não o utilizando integralmente.

Como forma de sintetizar as funcionalidades atribuídas ao Livro Didático, Choppin (2004) apresenta uma classificação que o divide em quatro funções gerais, assumindo as devidas significâncias enunciadas e enumeradas abaixo:

1. Referencial: aborda os conhecimentos, as técnicas, as habilidades e os conteúdos a serem ensinados e difundidos às novas gerações, sendo deliberados por um determinado programa de ensino ou pelo meio social que o rege.
2. Instrumental: apresenta exercícios e/ou atividades inerentes ao processo de aprendizagem, propondo-se a “facilitar a memorização dos conhecimentos, favorecer a aquisição de competências disciplinares ou transversais, a apropriação de habilidades, de métodos de análise ou de resolução de problemas, etc.” (CHOPPIN, 2004, p. 553).
3. Ideológica e Cultural: portador, de forma subjetiva, de culturas e valores concernentes a uma sociedade, tornando-se um material que influencia a constituição e a formação da cidadania dos estudantes.
4. Documental: oportuniza, de forma subjacente ao objeto de estudo, momentos de observação, reflexão e confrontação relacionados ao desenvolvimento da criticidade do estudante.

Para além de conhecer as funcionalidades, Doğan e Torun (2018) tomaram atenção aos aspectos do Livro Didático que o fazem ser o principal recurso de transferência de currículo defronte outras ferramentas de ensino, por exemplo. Esses autores apresentam cinco razões que podem ser consideradas como as principais. Em primeiro lugar, o Livro Didático costuma ser o recurso que apresenta, de forma mais concisa e clara, os conteúdos a serem estudados (também com antecedência) pelo estudante. Segundo, refere-se às demandas de um sistema centralizado, no que diz respeito à unicidade na Educação. Estudantes de diferentes regiões do país, mas que estão em um mesmo nível de ensino, terão acesso aos conteúdos comuns por conta da utilização de um mesmo Livro Didático ou de um livro similar a ele. Em terceiro lugar, ao saber que o Livro Didático foi redigido e editado de acordo com os padrões e os programas oficiais, o professor tende a se sentir mais confortável e seguro – em termos da qualidade e coerência dos conteúdos –, utilizando esse recurso para o planejamento de sua aula. Quarto, o Livro Didático proporciona, para professores e estudantes, um conjunto de fontes primárias e secundárias de informações e conhecimentos. Por fim, em quinto lugar, entende-se que os autores se remeteram a ideia de sequenciamento e espiral que os conteúdos dos Livros Didáticos estão dispostos. Assim, a cada ano, os estudantes tem contato com um novo livro, que retoma, amplia e aprofunda os conteúdos já visto em anos anteriores. Este aspecto possibilita o desenvolvimento de perspectivas históricas e a compreensão de como se deu o (seu) processo de aprendizado no passar dos anos (DOĞAN; TORUN, 2018).

Destarte, todas as funções e aspectos apresentados acima podem vir a desempenhar papéis diversificados conforme o contexto em que o livro é produzido e utilizado – as circunstâncias de uso, o professor e a área de conhecimento (GÉRARD; ROEGIERS, 1998). Na concepção do estudante, espera-se que o Livro Didático atue de modo que possa oportunizar a construção de saberes socialmente relevantes; consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos construídos; assegurar o desenvolvimento de competências cognitivas, que contribuam para aumentar sua autonomia; e ser coadjuvante na sua formação social e cultural, desenvolvendo a capacidade de convivência, cidadania e criticidade (GÉRARD; ROEGIERS, 1998; BRASIL, 2017).

Na perspectiva do professor, presume-se, de forma mais específica, que o Livro Didático deve auxiliar no planejamento didático-pedagógico anual e na execução das aulas; possibilitar a formação didático-pedagógica; subsidiar o processo de avaliação da aprendizagem do estudante; e favorecer o acesso aos conhecimentos profissionais diretamente relacionados à disciplina em questão (GÉRARD; ROEGIERS, 1998; BRASIL, 2017; DOĞAN; TORUN, 2018). De forma a suscitar as inter-relações entre o professor, o estudante, as funções, os aspectos do Livro Didático e os saberes disciplinares, Dante (1996) perfaz que o Livro Didático de Matemática, por exemplo, mesmo que:

[...] tenha qualidades suficientes que o credenciem para o trabalho de sala de aula, o professor é quem conhece e se relaciona diariamente com seus alunos. Dessa forma, o livro didático deve ser um meio e não o fim em si mesmo. Com base no conhecimento do aluno e no contexto social em que está inserida a escola, o professor modifica, complementa, insere novos problemas, atividades e exercícios àqueles do livro didático. É como se ele fosse reescrevendo o livro didático com seus alunos (DANTE, 1996, p. 89).

Embora Dante (1996) faz referência ao Livro Didático de Matemática, entende-se que sua colocação possa ser extrapolada para além dessa disciplina, e com relação à sua colocação, é importante destacar a autonomia que o professor deveria ter para exercer o uso do Livro Didático. Embora esse recurso seja o mais empregado por ele nas salas de aula, em particular nas de Matemática (JONES; TARR, 2007; MATIĆ, 2019), sendo o livro o principal material que dá forma às aulas (JONES; TARR, 2007; ÖZGELDI; ESEN, 2010; DOĞAN; TORUN, 2018), é necessário haver orientações para o docente sobre como utilizá-lo de maneira adequada, dado que, “dependendo da forma como é usado, ele poderá ser um auxiliar inestimável do professor ou se transformar num mestre intolerável” (DANTE, 1996, p. 83). Sobre esse ponto, Dante (1996) destaca que em algumas situações o docente tem como

preocupações imprescindíveis abarcar de forma rigorosa todo o conteúdo do livro durante o ano letivo. Um ensino pautado nessa ação promove consequências nocivas como:

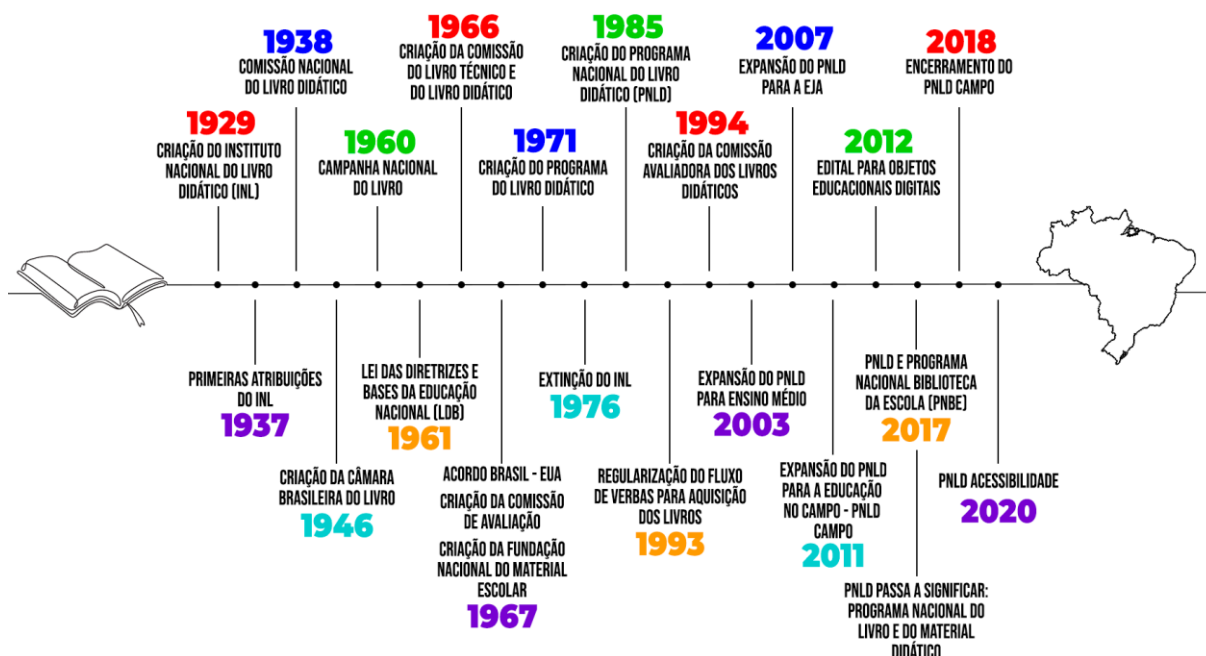
- o conteúdo do livro didático de matemática torna-se o currículo de matemática [...].
- os temas tratados no livro didático tornam-se os únicos trabalhados na sala de aula, com seqüência, desenvolvimento e profundidade predeterminadas pelo autor [...].
- a tendência nos livros didáticos de matemática para enfatizar regras, procedimentos e algoritmos, ao usá-los unicamente e em sua totalidade, limita a possibilidade de descobertas por parte do aluno e, também, de desenvolvimento de pensamento independente, curiosidade intelectual e criatividade.
- ao memorizar a linguagem matemática do livro didático que tem tendência para trazer definições e propriedades formalizadas, não se fomentam as habilidades de comunicação ou de desenvolvimento da compreensão [...].
- o uso exclusivo e constante do livro didático pode causar monotonia e conseqüente desinteresse do aluno [...].
- concentrar a atividade docente apenas e exclusivamente no livro didático é diminuir as enormes possibilidades de interação entre os alunos e o professor, na busca do que é realmente significativo para aquele momento da aula [...].
- como todo material pedagógico, o livro didático constitui um recurso que facilita a aprendizagem, mas não se pode pretender que, por si só, ele garanta o desenvolvimento das competências dos alunos (DANTE, 1996, p. 88).

Além das preocupações supracitadas, cabe mencionar uma vertente de discussão que assume a avaliação e a distribuição do Livro Didático como algo indispensável para assegurar-se sobre as atualizações (pesquisas) concernentes ao ensino e à aprendizagem, bem como manter/elevar o nível de qualidade deste recurso. A fim de atender às demandas do sistema centralizado do Brasil, a Educação é considerada como uma unidade e, por conta disso, o Livro Didático encontra-se, inevitavelmente e de forma unânime, presente em todo o sistema público educacional brasileiro. Em razão de sua relevância no processo de ensino e aprendizagem, ao longo dos anos foi-se constituindo na legislação um complexo processo de avaliação e distribuição do Livro Didático para as escolas do país.

De acordo com o Guia de Livros Didáticos (BRASIL, 2017), desde 1997 o Ministério da Educação – MEC – vem acumulando conhecimentos e experiências, de forma mais sistemática e contínua, sobre a avaliação e distribuição de Livros Didáticos, considerando todos os seus componentes curriculares e suas respectivas etapas da Educação Básica. Entretanto, desde 1929, com a criação do Instituto Nacional do Livro – INL –, o MEC tem se preocupado e levantado discussões governamentais com relação às políticas públicas acerca

do Livro Didático (MAZZI, 2018). A linha do tempo abaixo (Figura 1) apresenta de forma sucinta as políticas e ações governamentais implementadas acerca do Livro Didático¹⁵.

Figura 1 – Cronologia de Políticas Públicas quanto ao Livro Didático.



Fonte: Mazzi e Amaral-Schio (2021, no prelo).

Atualmente, a partir de uma série de critérios de análise, o PNLD é responsável por avaliar os Livros Didáticos submetidos pelas editoras e desenvolver, como resultados dessas análises, um documento intitulado Guia de Livros Didáticos¹⁶. Esse Guia tem como funcionalidade apresentar ao professor as obras disponíveis para escolha, pontuando de forma sistemática os elementos que foram julgados relevantes pela comissão avaliadora, como: abordagem dos conteúdos; metodologia de ensino e aprendizagem; contextualização; formação para a cidadania e características do Manual do Professor (BRASIL, 2017) – e, assim, nortear a escolha dos docentes. Seguidamente à publicação do Guia pelo PNLD, ele é disponibilizado às escolas em formato digital pelo *site* do MEC, para que os professores possam em conjunto escolher quais são aqueles Livros Didáticos que melhor condizem com o Projeto Político Pedagógico (PPP)¹⁷ da escola, seu contexto de sala de aula e sua prática

¹⁵ Para mais informações sobre a trajetória das políticas públicas relativas ao Livro Didático, ver Mazzi (2018) e Mazzi e Amaral-Schio (2021, no prelo).

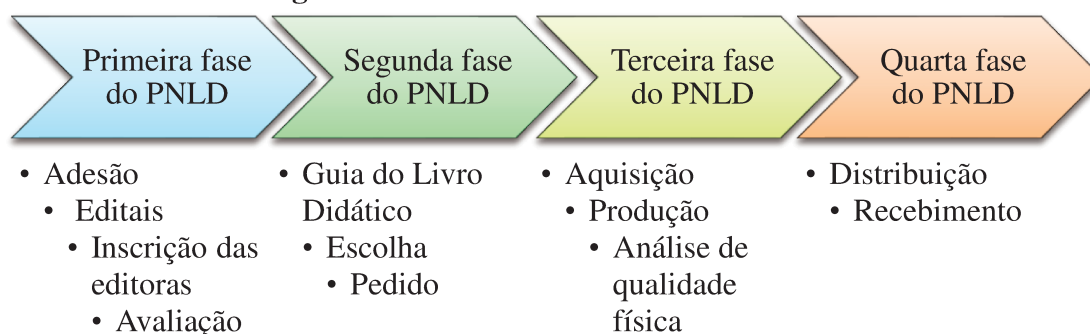
¹⁶ Para evitar repetições, a partir de agora será utilizado apenas o termo Guia para referir-se ao Guia de Livros Didáticos do Ensino Médio.

¹⁷ O PPP é um documento elaborado pelos gestores escolares, professores e comunidade (funcionários, estudantes e famílias), que atua como forma de orientar os processos de ensino e de aprendizagem do estudante, assim como o desenvolvimento do mesmo para uma atuação responsável e crítica na sociedade

docente. Desde 2019 essas avaliações têm sido feitas em quadriênio, e não em ciclos de três anos, como vinha sendo feito. Ao fim de todo o processo de avaliação e escolha, o MEC compra e distribui de forma sistemática, regular e gratuita¹⁸ os Livros Didáticos para todo o sistema público escolar nacional (BRASIL, 2020c)¹⁹.

Resumidamente, pode-se dizer que o processo do PNLD 2018 foi dividido em quatro fases, como pode ser observado na Figura 2²⁰ – e, para maiores detalhes sobre estas fases, consulte-se o trabalho de Mazzi (2018). A partir de toda essa sucessão de fases, tem-se que todos os Livros Didáticos que chegam aos estudantes das escolas públicas brasileiras passaram por um crivo coordenado e executado pelas comissões de avaliação do PNLD e, em última instância, foram sujeitos a escolhas dos professores pautadas em seus próprios contextos didático-pedagógicos.

Figura 2 – Síntese das fases do PNLD 2018.



Fonte: Elaborada pela autora com base nas leituras de Mazzi (2018).

(LOPES, 2010). Tal documento tem a necessidade de “ser completo o suficiente para não deixar dúvidas sobre essa rota e flexível o bastante para se adaptar às necessidades de aprendizagem dos alunos” (LOPES, 2010, p. 1-2).

¹⁸ Essa gratuidade dos Livros Didáticos é financiada pelos impostos pagos pela sociedade em forma de tributos. No Brasil, estes impostos encontram-se embutidos em todos produtos e serviços adquiridos e/ou utilizados pelos cidadãos. Assim, cabe destacar que, embora os Livros Didáticos sejam distribuídos aos estudantes da Educação Básica sem custo direto a eles, de forma indireta, todas as obras distribuídas são custeadas pela sociedade.

¹⁹ No alusivo a essa distribuição sistemática, cabe fazer uma ressalva. Existem relatos de professores sobre o não recebimento do livro escolhido (BASSO; TERRAZZAN, 2015). Isso significa que o livro recebido pela escola nem sempre é o selecionado pelo colegiado de professores. Tal situação gera, entre outros fatores negativos, um “descontentamento e perda de credibilidade do Programa, uma vez que o professor não identifica o atendimento de sua escolha” (BASSO; TERRAZZAN, 2015, p. 268). Sobre essa situação, cabe pontuar que o MEC solicita que o professor faça a escolha de duas opções de coleções, e não menciona em lugar algum que se compromete em enviar a primeira opção escolhida pelo professor.

²⁰ Cabe destacar que cada uma das fases acontece em uma determinada cronologia, que não necessariamente, assume uma divisão de tempo igual entre elas. O processo como um todo dura aproximadamente 24 meses, isto é, dois anos antes do Livro Didático chegar ao seu destino final, a escola.

Com relação ao PNLD e todo o seu processo, Carvalho (2018) menciona que este programa contribuiu muito para a melhoria da qualidade dos Livros Didáticos de Matemática para toda a Educação Básica brasileira. Segundo o autor, o PNLD

Constitui um bom exemplo de programa de sucesso, coordenado por pessoas competentes da educação matemática, escolas de educação e departamentos de matemática de boas universidades, a princípio sem interferência política e fortemente apoiado por poderosos funcionários do MEC (CARVALHO, 2018, p. 773, tradução nossa).

Entretanto, tal cenário apontado por Carvalho (2018) tem sofrido várias deturpações desde a mudança governamental em 2018. A partir de 2019, o programa vem sofrendo alterações e se reconfigurando em alguns pontos, como, por exemplo, na duração do processo que antes era trienal e agora passa a ser quadrienal, e na avaliação pedagógica, que antes era feita por instituições públicas de Educação Superior, de acordo com as orientações e diretrizes estabelecidas pelo MEC, a qual se constitui de equipes técnicas compostas por professores acadêmicos e professores da rede pública de ensino (BRASIL, 2015), e agora é realizada por profissionais habilitados selecionados conforme um edital de chamada pública para candidaturas de professores das redes públicas e privadas da Educação Superior e da Educação Básica (BRASIL, 2019, 2020a)²¹.

Além disso, existe um forte posicionamento ideológico do atual governo perante o Programa. Conforme uma reportagem do jornal *online EL PAÍS BRASIL*, antes mesmo de o atual governo ter sido eleito, autores de Livros Didáticos se autocensuraram sobre determinados termos presentes nos Livros Didáticos de História, de modo a não gerar desconforto diante do novo governo e se manter no MEC durante o governo então eleito (OLIVEIRA, 2019). Conforme menciona a reportagem,

“é a primeira vez que a autocensura rondou o PNLD e o tamanho do programa federal explica a precaução ou até a antecipação. ‘Havia muita expectativa quanto ao PNLD 2019, 2020 e 2021, mas com a chegada de uma nova mentalidade, estes programas foram colocados em xeque tanto do ponto de vista prático, quanto ideológico’, afirma um editor” (OLIVEIRA, 2019).

Diante desse novo cenário acerca do PNLD, entende-se ser de extrema importância levantar pontos de discussões de cunho político sobre esse Programa e sobre toda a esfera

²¹ Para mais informações sobre estas mudanças, ver em <<https://educador.brasilescola.uol.com.br/politica-educacional/pnld-2018-principais-mudancas-no-programa-livro-didatico.htm>>. Acesso em: 31 dez. 2020.

política e social que ele abrange. Entretanto, ainda que esse seja um programa que tenha várias discussões, nesta pesquisa, a pesquisadora desenvolveu sua investigação assumindo a existência do Programa – ainda na especificidade do edital que lhe convém (PNLD 2018) –, e compreendendo que, embora ele tenha fatores positivos e negativos, os livros (em teoria) chegam às escolas e são aqueles utilizados em sala de aula – uma coleção em particular – que a presente investigação tomará atenção.

Assim, apesar de o foco desta pesquisa ser a análise de Livros Didáticos, a pesquisadora considera toda a amplitude do PNLD, assim como toda a importância política que o Programa detém. E, por conta disso, apesar de não ser o foco, questões como: De que forma o PNLD do Ensino Médio será impactado com a BNCC? O que acontecerá com os Livros Didáticos no próximo edital do Ensino Médio? De que forma os autores de Livros Didáticos de Matemática se comportarão diante do próximo PNLD? Será que eles assumirão a mesma postura daqueles citados pela reportagem do jornal *online EL PAÍS*? Sobre o comércio desse material, a quem interessa a compra de tantos livros? Quais são as editoras beneficiadas? Por que o Brasil tem atraído tantas empresas nesse ramo? – e outras mais – levam a uma discussão muito ampla que não é pretendida nesse estudo. Todavia, não é porque tais discussões não serão feitas, que a presente pesquisadora não esteja consciente delas ao longo de sua investigação.

No segmento de estudos acadêmicos, o Livro Didático também se faz presente no campo da pesquisa enquanto objeto de estudo. Embora a investigação com foco nesse recurso tenha sido no passado negligenciada tanto pelos historiadores quanto pelos bibliógrafos (CHOPPIN, 2004), ela vem ascendendo de forma expressiva desde o final dos anos 1970, tornando-se cada vez mais um recurso de forte interesse entre os pesquisadores, constituindo-se, a partir de então, um âmbito de pesquisa em desenvolvimento (CHOPPIN, 2004). Com relação às áreas da pesquisa acadêmica, sob uma óptica macro, Choppin (2004) difere a análise científica dos conteúdos em duas grandes perspectivas de pesquisa. A primeira corresponde à crítica ideológica e cultural dos Livros Didáticos e a segunda está ligada à epistemologia e à didática das obras. Desse modo, segundo o autor,

Trata-se então, ou de colocar em evidência as principais características de um livro ou de uma coleção de livros, ou, segundo uma perspectiva diacrônica, de delimitar sua evolução por meio da análise de várias gerações de manuais ou de edições sucessivas – e frequentemente bastante numerosas – de um mesmo livro (CHOPPIN, 2004, p. 556).

Nesta mesma linha de discussão, Fan (2013) apresenta um quadro que classifica as pesquisas em Livros Didáticos de Matemática por meio dos tipos de questões e métodos que norteiam tais investigações. Com base em seus resultados, Fan (2013) propõe uma nova estrutura conceitual sobre os tipos de indagações de pesquisa, argumentando que o Livro Didático pode ser considerado como “uma variável intermediária no contexto da educação e, conseqüentemente, a pesquisa pode ser definida como uma investigação disciplinada sobre questões relativas aos livros didáticos e às relações entre livros didáticos e outros fatores na educação” (FAN, 2013, p. 776, tradução nossa). Nessa perspectiva, o autor compreende que tomar o Livro Didático como objeto de pesquisa não é apenas considerá-lo como um recurso em si, tratando apenas de investigações sobre suas características e estruturas, mas, também, como eles são afetados por outras condições e como eles afetam outros fatores.

Fan, Zhu e Miao (2013) também classificam a literatura existente sobre pesquisa em Livros Didáticos de Matemática e, como resultado de suas investigações, os autores argumentam que “o desenvolvimento de pesquisas sobre livros didáticos de matemática tem sido desequilibrado em diferentes áreas” (FAN; ZHU; MIAO, 2013, p. 633, tradução nossa). De maneira consistente, a investigação dos autores evidencia essa falta de equilíbrio, mostrando que dentre as literaturas analisadas, 63% estão centradas principalmente na análise de Livros Didáticos; 25% abarcam as investigações sobre a utilização desse recurso pelos professores e/ou estudantes; por fim, 12% incluem outros estudos, como, por exemplo, sobre Livros Didáticos eletrônicos e sobre a relação entre esses materiais e a aprendizagem/avaliação dos estudantes.

De acordo com Fan, Zhu e Miao (2013), dentro dos 63% ainda tem-se uma área ampla de análise de Livros Didáticos que, resumidamente, se concentram em duas vertentes: aquela que investiga um único Livro Didático ou uma série deles (34%), tendo como foco o tratamento de tópico(s) ou como uma determinada perspectiva de interesse é abordada no livro; e aquela que analisa as comparações de Livros Didáticos (29%), centrando-se na identificação de semelhanças e diferenças, abrangendo desde uma comparação micro (entre séries/anos de mesmo país) até uma macro (entre etapas escolares de diferentes países). Por essas duas vertentes de estudos, encontram-se aspectos relacionados à/ao: conteúdo e tópicos matemáticos, cognição e pedagogia, sexo, etnia, equidade, cultura e valor, comparação de diferentes Livros Didáticos, e conceituação e metodologia de conteúdos (FAN; ZHU; MIAO, 2013).

Por conta do desequilíbrio nas diferentes áreas de estudo sobre Livros Didáticos, Fan, Zhu e Miao (2013) pontuam que as pesquisas futuras devem atentar para uma perspectiva

mais ampla de investigação, em vez de tratar o Livro Didático como uma identidade isolada. Os autores também ressaltam a necessidade de mais pesquisas com foco na relação do Livro Didático com o desempenho de aprendizagem dos estudantes e, não menos importante, estudos que tenham como tema o ciclo da produção, circulação, distribuição e consumo do Livro Didático. A recente emergência dos Livros Didáticos eletrônicos em Matemática também tem se tornado um viés de investigação. Os pesquisadores têm começado a atentar para questões que dizem respeito ao uso e desenvolvimento desses tipos de livros, e o rápido crescimento dessa nova demanda de material pedagógico exigirá uma análise e avaliação, bem como o que já é feito com os Livros Didáticos físicos, sendo essa, então, uma nova área de exploração científica.

Diante do panorama apresentado atinente ao Livro Didático, a referente pesquisa compreende o significado desse recurso nas mesmas matrizes que Lajolo (1996). Depreendendo as funcionalidades (CHOPPIN, 2004) e os aspectos (DOĞAN; TORUN, 2018) atribuídos ao Livro Didático e ciente da amplitude que tal recurso assume no campo das políticas públicas, esta investigação apropria-se desse material enquanto objeto de estudo. Nesse sentido, embora esta investigação encontra-se centrada principalmente na análise de Livros Didáticos – vertente esta considerada a mais pesquisada por Fan, Zhu e Miao (2013) –, compreende-se que ainda se faz necessário debruçar-se a este material, mas, corroborando com Fan, Zhu e Miao (2013), não o considerando como uma identidade isolada. Assim, nessa direção, busca tratar os dados deste estudo de forma ampla e profunda, entrelaçando-os numa esfera micro (professor e estudante) e macro (políticas públicas), e não apenas considerando-os como dados isolados advindos desse material

CAPÍTULO 2 – REVISÃO DE LITERATURA

A fim de conhecer o panorama sobre os estudos que tratam de Livros Didáticos de Matemática, em particular aqueles com foco em Geometria, uma revisão de literatura foi realizada. Este capítulo se concentrará em apresentar esta revisão, que é consoante com essa área de interesse da pesquisa, sendo ele composto por três grandes seções. A primeira compreende os artigos nacionais e internacionais. Na sequência, têm-se os trabalhos publicados em anais de eventos e, por fim, apresentam-se as pesquisas de mestrado e doutorado. A última seção deste capítulo é destinada a uma discussão sobre essa revisão, situando, então, a presente pesquisa.

Posto isto, é razoável ressaltar que, embora a presente revisão seja ampla e extensiva – compreendendo ao todo 17 trabalhos –, ela não é exaustiva e, muito menos, completa. Assim, é ponderável assumir que alguns trabalhos com foco em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria, que tratavam da contextualização e/ou das demandas cognitivas podem não ter sido encontrados ao longo do processo de pesquisa bibliográfica e triagem.

Também cabe salientar ao leitor que as terminologias exercícios, questões, problemas, situações-problemas, atividades e tarefas são citadas nessa revisão conforme os autores dos trabalhos as utilizam. Destarte, de forma a manter o termo empregado nestes estudos, de modo a não comprometer seus significados, não será realizada uma padronização deles, preservando, assim, as nomenclaturas originais.

Ademais, embora os estudos que serão aqui mencionados tratem de vários outros focos de discussão em seus textos, essa revisão tomará atenção a apenas àquelas análises e/ou apontamentos concernentes à contextualização e/ou demanda cognitiva.

2.1 Artigos em periódicos

Esta seção destina-se a apresentar uma revisão de literatura em periódicos nacionais e internacionais, nessa ordem. Desse modo, inicialmente, em cada subseção, será dissertado sobre o levantamento e triagem dos artigos nos periódicos e, na sequência, os artigos serão apresentados.

2.1.1 Periódicos nacionais

Como forma de compreender o panorama das pesquisas realizadas nacionalmente, realizou-se, inicialmente, uma revisão de literatura com foco em artigos publicados em revistas brasileiras. Em vista disso, servindo-se da base de dados de periódicos da área de Ensino, com classificações *qualis* CAPES (2013-2016) em A1, A2, B1 e B2, procuraram-se os artigos com a palavra-chave *Livro(s) Didático(s)*. Optou-se por periódicos classificados nessas estratificações devido à importância e ao impacto que essas publicações têm no campo nacional e internacional²². No total, a busca resultou em 224²³ trabalhos relacionados a Livros Didáticos, dos quais 164 versavam sobre a área da Matemática.

Dando continuidade, após esse reconhecimento, efetuou-se uma leitura dos resumos dos artigos da área de Matemática, procurando aqueles que tinham a Geometria como área de estudo. Nessa etapa, foi possível identificar 23 trabalhos. Em seguida, buscando um refinamento da revisão de literatura, realizou-se uma leitura do texto completo, com o propósito de conhecer e deter um panorama geral sobre os trabalhos encontrados relacionados à Geometria. Por meio dessa leitura, pôde-se verificar que, dentre esses trabalhos, apenas 17 tinham efetivamente como foco de pesquisa os Livros Didáticos de Matemática, concernentes à Geometria, uma vez que os demais (6), embora apresentassem o termo Geometria no resumo, não se debruçavam sobre esse assunto ao longo do texto, e por isso foram desconsiderados. Dentre estes, apenas três artigos abordavam a temática da contextualização e/ou demanda cognitiva (Quadro 1), compondo a presente revisão de literatura em periódicos nacionais.

²² Para mais informações sobre as classificações, ver em: <<https://doity.com.br/blog/o-que-e-qualis-capes/>>. Acesso em: 28 jan. 2021.

²³ Foram contabilizados apenas os trabalhos de acesso completo, não se restringindo apenas ao título, palavras-chave e resumo.

Quadro 1 – Artigos em periódicos nacionais que tratam da contextualização e/ou demanda cognitiva em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria.

Periódico	Título	Autores (ano)
Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem	Um estudo sobre a área do retângulo em Livros Didáticos de Matemática	Teles e Sá (2010)
JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática e IJSME – International Journal for Studies in Mathematics Education	A Geometria Analítica e os registros de representação semiótica nos Livros Didáticos de Matemática	Dallemole e Groenwald (2014)
Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online	Princípios Neuroquímicos da Aprendizagem Matemática: o caso das razões trigonométricas no triângulo retângulo apresentadas em Livros Didáticos	Silva e Fonseca (2015)

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

No primeiro artigo, Teles e Sá (2010) buscaram mapear e analisar situações que envolvem a área do retângulo em Livros Didáticos de Matemática, para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Para isso, as autoras escolheram três coleções de Livros Didáticos de Matemática aprovados pelo PNLD/2007 e identificaram 87 questões que tratavam, de alguma forma, da área do retângulo. Essas questões foram categorizadas em duas perspectivas: i) área do retângulo como o próprio objeto de estudo, isto é, o foco maior de atenção nos últimos volumes de cada coleção (4º e 5º anos); e ii) área do retângulo como recurso para outros conteúdos de conhecimento, presentes desde os volumes iniciais (1º e 2º anos).

Como resultados da pesquisa, Teles e Sá (2010) identificaram dois contextos em que as atividades estão situadas: o contexto matemático e o contexto do cotidiano. O primeiro envolve situações da própria Matemática, como atividades de configuração retangular; expressões numéricas apoiadas em decomposição de figuras, entre outras. O segundo está situado em cenários da Construção Civil e da Agricultura, nos quais os procedimentos de resolução permeiam as estruturas multiplicativas e aditivas²⁴. Em suas conclusões, as autoras destacam as reflexões sobre a contextualização nas atividades de Matemática, levantando o seguinte questionamento: “qual a influência dos contextos do cotidiano na resolução de atividades envolvendo área do retângulo?” (TELES; SÁ, 2010, p. 12).

Na sequência têm-se o trabalho de Dallemole e Groenwald (2014), que traz a análise de sete coleções de Livros Didáticos aprovadas pelo PNLD/2012, para o Ensino Médio, com

²⁴ As autoras não apresentam em qual proporção esses dois contextos aparecem.

o objetivo de identificar aspectos relacionados aos conteúdos de Geometria Analítica, na particularidade da Reta e Circunferência. Para tal, as autoras olharam para os tipos de registros existentes e suas conversões e para a contextualização do conteúdo.

Em suas análises, no alusivo ao contexto, as autoras puderam classificar as atividades em duas categorias: a contextualização intra Matemática – conexões com gráficos de funções; representações geométricas dos sistemas lineares; geometria plana, entre outros tópicos – e a contextualização extra Matemática – conexões com outras áreas da ciência, assim como o cotidiano, as práticas sociais, as tecnologias etc.

A partir de suas análises, as autoras evidenciaram a presença desses dois tipos de contextos em todas as sete coleções analisadas. Com relação à contextualização intra Matemática, é destacado o contexto contemplando o estudo de funções e, sobre isso, é afirmado que diversas “atividades sobre função são apresentadas como se esta fosse objeto de estudo da Geometria Analítica e não um assunto que está sendo contextualizado com este conteúdo, ou seja, não há a devida abordagem sobre o conceito de lugar geométrico para fazer tal distinção” (DALLEMOLE; GROENWALD, 2014, p. 57).

Relativamente à contextualização extra Matemática, foi possível verificar conexões feitas com a Astronomia, Geografia, Física, Arte, Agricultura, Meio Ambiente, com o mundo do trabalho, práticas sociais, tecnologia e funcionamento do GPS. Entretanto, as autoras destacam que estas contextualizações aparecem pouco ao longo do capítulo ou, ainda, com uma seção em seu final. Entre as considerações postas, sobre o contexto, as autoras inferem que ambas as contextualizações são pouco abordadas nos livros, no conteúdo de Geometria Analítica, mas que estas deveriam estar mais presentes ao longo deste conteúdo.

Silva e Fonseca (2015) realizaram uma reflexão com foco na aprendizagem das razões trigonométricas no triângulo retângulo, buscando analisar as relações existentes entre o referido conteúdo – seno, cosseno e tangente – e as representações textuais e gráficas desse conteúdo apresentadas em dois Livros Didáticos de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental.

A análise do 1º livro revelou que a abordagem inicial está respaldada em uma revisão de conteúdos e, em seguida, o livro apresenta uma situação problematizada para introduzir o conceito de razões trigonométricas de forma técnica, deixando de lado uma possível contextualização e a relação com o cotidiano. Segundo Silva e Fonseca (2015), os exemplos que seguem essa instrução configuram-se numa mesma estrutura técnica sem significados.

Relativamente aos exercícios propostos²⁵, mesmo apresentando uma baixa qualidade gráfica, os autores identificaram quatro situações em que as relações figura-cotidiano e figura-conteúdo são consideradas satisfeitas. Entretanto, constatou-se uma carência de elementos textuais e gráficos estimulantes para a aprendizagem do estudante. Dessa forma, o 1º livro foi classificado como pouco satisfatório.

Diferentemente da primeira coleção analisada, o 2º livro aborda as razões trigonométricas partindo de sua definição gramatical e da relevância desse tema em diversas situações. O capítulo faz proveito de ilustrações básicas e coloridas de triângulos retângulos para definir conceitualmente suas razões notáveis. Já nos exercícios propostos, os autores identificaram a existência de um equilíbrio entre questões que utilizam as figuras geométricas básicas e aplicações de problemas do cotidiano. Devido a esses diferenciais, o 2º livro é avaliado como satisfatório.

Com as análises, Silva e Fonseca (2015) ressaltam que, embora se tenha notado uma ausência de representações baseadas nas categorias propostas, isso não prescreve a validade dos problemas para a aprendizagem do estudante, mas evidencia uma maior necessidade de situações que estimulem as construções neurais de forma mais rápida e eficiente, de modo a contribuir com a aprendizagem do mesmo. Os autores ainda pontuam sobre a importância de apresentar problemas mais desafiadores e defendem um equilíbrio entre situações que “permitam o [sic] aluno perceber o assunto abordado em sua essência – através da contextualização e aplicação – e exemplos que gerem conflitos cognitivos” (SILVA; FONSECA, 2015, p. 132).

2.1.2 Periódicos internacionais

Buscando conhecer a literatura das pesquisas realizadas internacionalmente que dialoguem com a presente pesquisa, efetuou-se uma revisão de literatura com foco em artigos publicados em revistas internacionais. Nesta revisão, também se procurou pelos periódicos com as *qualis* CAPES (2013-2016) mencionadas na revisão nacional. Em seus espaços de busca, foram utilizadas as seguintes entradas de palavras-chave: “*math textbook*” “*geometry*” “*contextualization*” e “*math textbook*” “*geometry*” “*cognitive demand*”. Essa primeira procura resultou num total de 29 trabalhos, entretanto, após se realizar a leitura de seus resumos, identificou-se que apenas seis textos realmente abordavam o Livro Didático de Matemática, no âmbito da Geometria e das temáticas de interesse. Assim, a leitura do texto completo foi

²⁵ Não é apresentada no texto a quantidade total dos exercícios propostos.

realizada nestes seis trabalhos, sendo possível verificar que somente dois artigos entrariam no corpo desta revisão (Quadro 2), visto que somente eles versavam sobre a contextualização e/ou demanda cognitiva. Desse modo, a revisão de literatura em periódicos internacionais será integrada por dois trabalhos.

Quadro 2 – Artigos em periódicos internacionais que tratam da contextualização e/ou demanda cognitiva em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria.

Periódico	Título	Autores (ano)
ZDM Mathematics Education	Opportunities to engage with proof: the nature of proof tasks in two geometry textbooks and its influence on enacted lessons	Sears e Chávez (2014)
International Journal of Science and Mathematics Education	Justifications and explanations in Israeli 7 th grade math textbooks	Dolev e Even (2015)

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O artigo de Sears e Chávez (2014) tem como objetivo comparar as características e as demandas cognitivas de tarefas de prova²⁶ em dois Livros Didáticos de Geometria do Ensino Médio dos EUA. A investigação se debruçou sobre três capítulos de cada livro. Além disso, os autores analisaram “como essas diferenças influenciam a facilitação da prova pelos professores de Geometria e o envolvimento dos estudantes com as tarefas de prova durante a realização das aulas” (SEARS; CHÁVEZ, 2014, p. 767, tradução nossa). Na sequência, os autores observaram um mínimo de seis aulas sobre esses capítulos com o propósito de presenciar a execução das tarefas e o envolvimento dos estudantes.

As características das tarefas compreendiam os seguintes itens: representação de prova usada; raciocínio fornecido; rotulada como desafio; contexto das tarefas; inclusão de diagramas, fotos, tabelas ou figuras; preencher as lacunas e múltipla escolha²⁷. Os resultados mostram que, no livro A, das 977 tarefas nos três capítulos examinados, 128 eram tarefas de prova. Relativamente ao livro B, das 1.066 tarefas examinadas, 79 eram tarefas de prova. A Tabela 1 apresenta os dados em cada uma das duas classificações de interesse. Com esses dados, os autores verificaram que o livro A ofertou mais tarefas de prova e ofereceu mais tarefas que exigem níveis mais elevados de demanda cognitiva do que o livro B. Além disso, concernente ao tipo de contexto, foi possível observar que em ambos os livros ele se restringe basicamente ao contexto da matemática pura.

²⁶ Tarefas de prova são consideradas tarefas destinadas a que os estudantes completem provas.

²⁷ Em relação ao foco desta revisão, serão abordados apenas os dados das características relativas às contextualizações e demandas cognitivas.

Tabela 1 – Porcentagens do contexto e níveis de demanda cognitiva dos livros A e B.

Características da tarefa	Classificações	Livro A <i>n</i> = 128	Livro B <i>n</i> = 79
Contexto	Contexto do mundo real	5%	1%
	Contexto abstrato (matemática pura)	95%	99%
Níveis de demanda cognitiva	Memorização	10%	47%
	Procedimentos sem conexões	25%	11%
	Procedimentos com conexões	50%	29%
	Fazendo matemática	15%	13%

Fonte: Elaborada pela autora com base nos dados de Sears e Chávez (2014).

Os resultados desse estudo evidenciam a variação das características das tarefas de prova nos capítulos de Geometria dos Livros Didáticos selecionados. Segundo os autores, esse estudo permitiu descobrir que

[...] as oportunidades dos estudantes de se envolver com a prova podem diferir com base nos livros que usam e nas decisões de instrução de seus professores. Consequentemente, se os livros didáticos têm poucas tarefas onde uma prova rigorosa é necessária, é altamente improvável que os estudantes tenham a oportunidade de se envolver com tais tarefas (SEARS; CHÁVEZ, 2014, p. 778, tradução nossa).

Além disso, é ressaltado que, mesmo que os Livros Didáticos apresentem tarefas de provas de alta demanda cognitiva, não existe garantia de que essas tarefas serão desenvolvidas com os estudantes ou ainda que os níveis de demanda cognitiva se mantenham ao longo de todo o processo de ensino e de aprendizagem. Sears e Chávez (2014) chamam atenção para que os desenvolvedores desses materiais levem em consideração a possibilidade de “aumentar as tarefas de prova e reduzir o número de tarefas que requerem simplesmente o preenchimento de espaços em branco, e o desenvolvimento profissional é necessário para promover maneiras eficazes de envolver os estudantes durante as discussões da classe inteira” (SEARS; CHÁVEZ, 2014, p. 778, tradução nossa). Ademais, as crenças, a disposição dos estudantes e a avaliação são alguns dos fatores que podem influenciar como os professores usam os Livros Didáticos. Portanto, como concluem, a prática dos professores pode limitar o empenho e o desenvolvimento dos estudantes com tarefas de prova.

Dolev e Even (2015) dedicaram-se a analisar seis Livros Didáticos de Matemática israelenses do 7º ano, buscando examinar (i) até que ponto os estudantes são obrigados a

justificar e explicar seu trabalho matemático e (ii) se eles são convidados a justificar uma afirmação matemática dada pelo livro ou que eles próprios geraram em suas soluções de tarefa. Para tal, foram examinados dois tópicos matemáticos diferentes: resoluções de equações algébricas e propriedades de triângulo²⁸. Com relação a este último, foram analisados os seguintes subtópicos: retângulo e a caixa retangular; triângulo retângulo, área do triângulo e ângulos e congruência de triângulos.

Os resultados mostraram que, no tópico de propriedades do triângulo, as diferenças entre os seis livros analisados não foram mais notáveis do que no tópico de resolução de equações. Conforme os dados, mais de 20% das tarefas que envolviam as propriedades do triângulo em todas as obras exigiam que os estudantes justificassem ou explicassem sua solução. O livro A sobressaiu por ter quase a metade das tarefas desse tipo.

Como discussões, os autores pontuam a relevância de salientar que houve diferenças entre os seis livros analisados em ambos os tópicos, sendo elas menos acentuadas no campo da Geometria. A análise sobre se os estudantes são convidados a justificar uma afirmação matemática dada pelo livro ou se eles próprios a geraram em suas soluções também mostrou diferenças. Apenas um dos livros abordou de forma totalmente diferente dos outros cinco, mas manteve a coerência entre os dois tópicos.

Dolev e Even (2015) também pontuaram as semelhanças encontradas entre os seis Livros Didáticos analisados. Os dados revelaram que todos eles compreendiam quantidades significativamente maiores de tarefas que solicitassem justificativas no tópico de propriedades do triângulo do que no de resolução de equações algébricas. Outra semelhança encontrada diz respeito à alta porcentagem de tarefas com justificativas geométricas que “não apresentavam uma afirmação matemática para os estudantes justificarem” (DOLEV; EVEN, 2015, p. 323, tradução nossa). Os autores salientam que esses resultados podem refletir a compreensão dos autores dos livros sobre os processos de ensino e de aprendizagem, mas eles ressaltam que isso necessariamente ocorre de forma simples.

Por exemplo, baixas porcentagens de tarefas J [tarefas que solicitem justificativas] em livros didáticos específicos podem refletir a visão de um autor de que as justificativas e explicações não são importantes neste estágio de aprendizagem. No entanto, esses baixos percentuais também podem refletir uma visão diferente: que justificativas e explicações são importantes, mas é papel dos professores e não do livro-texto encorajar os estudantes a justificar e explicar suas respostas. Existem, é claro, outras interpretações possíveis (DOLEV; EVEN, 2015, p. 323, tradução nossa).

²⁸ Pelo foco desta revisão, apenas os dados alusivos ao tópico em Geometria serão apresentados.

Nesse sentido, é pontuado que essas reflexões não implicam em conclusões simples sobre as posturas tomadas pelos autores acerca de suas abordagens nos Livros Didáticos para o ensino e a aprendizagem, mas servem para levantar indagações e possivelmente novas investigações.

2.2 Trabalhos em eventos

Esta seção objetiva apresentar uma revisão de literatura realizada em anais de eventos. Assim, discorre-se sobre os trabalhos advindos de dois eventos nacionais relevantes. Cabe destacar que, inicialmente, o intuito era de também abranger os anais de eventos internacionais. Todavia, ao realizar a busca nos anais do evento *International Conference on Mathematics Textbook Research and Development – ICMT* –, de 2014, não foi encontrado nenhum trabalho que dialogasse com esta pesquisa, e os anais do ICMT de 2017 e do ICMT de 2019 até a finalização desse estudo ainda não se encontraram disponíveis para acesso.

2.2.1 Encontro Nacional de Educação Matemática

O Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM – é considerado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM – o maior congresso heterogêneo nacional da área, quando o assunto é sua diversidade de segmentos profissionais envolvidos. De acordo com a apresentação feita no último evento, esse encontro:

[...] é o mais importante no âmbito nacional, porque congrega o universo dos segmentos envolvidos com a Educação Matemática: professores da Educação Básica, professores e estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia, estudantes da Pós-graduação e pesquisadores. A cada encontro constatamos o interesse pelas discussões sobre a Educação Matemática, seus fazeres múltiplos e complexos, tendências metodológicas e pesquisas que constituem a área (SBEM, 2019, p. 1).

O evento teve sua primeira edição no ano de 1987 – I ENEM –, e aproximadamente 30 anos depois, no ano de 2019, encontra-se em sua décima terceira edição – XIII ENEM. Por conta de sua grandiosidade, o evento recebe profissionais de todas as regiões do país, o que possibilita abranger discussões tanto na área teórica quanto na prática, integrando e ramificando, de forma subjetiva, a parceria entre universidade e escola. Por conta dessas características, entende-se que efetuar uma revisão de literatura nos anais desse evento permite levantar informações, de parâmetro nacional, sobre os estudos realizados com Livros

Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria, e, em particular, aqueles que têm como foco a contextualização e/ou as demandas cognitivas. Assim, fez-se uma busca em todos os anais desse evento, compreendidos entre os anos de 1987 e 2019.

Em uma perspectiva quantitativa, de aproximadamente 3.630 trabalhos publicados²⁹, foram identificadas 126 investigações que versavam sobre Livros Didáticos. Entretanto, somente 31 delas tinham como tema principal de discussão a Geometria. A leitura na íntegra desses trabalhos evidenciou que apenas seis comunicações versavam sobre a contextualização (Quadro 3). Em relação aos níveis de demanda cognitiva das tarefas, constatou-se que nenhum texto realizou discussões ou considerações nessa temática.

Quadro 3 – Trabalhos no ENEM que abordam a contextualização em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria.

Evento	Título	Autores (ano)
X ENEM	Área do retângulo em contextos do cotidiano: estudo exploratório em Livros Didáticos	Teles e Araújo (2010)
XII ENEM	Geometria Espacial: análise de uma coleção de Livros Didáticos do Ensino Médio	Ferner et al. (2016)
	Geometria Espacial no Ensino Médio: análise de um Livro Didático de Matemática	Silva e Siqueira (2016)
XIII ENEM	Contextualizações no ensino de Geometria com a realidade amazônica: uma análise praxeológica em Livros Didáticos	Neta et al. (2019)
	Praxeologia do objeto ‘sólidos geométricos’ presente no Livro Didático do 8º ano da coleção EJA moderna	Santos et al. (2019)
	O conceito de vetor a partir da análise de Livros Didáticos de Matemática, Física e Engenharia	Roncaglio, Nehring e Battisti (2019)

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Teles e Araújo (2010) analisaram três coleções de Livros Didáticos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental aprovadas pelo PNLD/2008, com o objetivo geral de analisar variáveis concernentes aos campos conceituais das grandezas geométricas, da Geometria e das estruturas aditivas e multiplicativas em situações envolvendo área do retângulo em contextos do cotidiano. Assim, como objetivos específicos, as autoras buscaram: i) mapear as

²⁹ Essa busca concentra-se apenas nos trabalhos publicados no segmento de comunicações científicas/orais, sendo deixados de lado os relatos de experiência, minicursos, mesas-redondas e palestras.

situações que tratam da área do retângulo relativas ao contexto do cotidiano, e ii) identificar as variáveis postas no objetivo geral.

Os resultados evidenciam que 53 atividades nos livros analisados do 1º ao 5º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental compreendem contextos do cotidiano e, dessa quantidade, em 35 delas (66%) a área do retângulo é abordada como objeto de estudo e, em 18 (34%), esse tema de estudo é tratado como ferramenta para explorar outros conteúdos matemáticos. Esses dados mostram que a área do retângulo é abordada nesses livros muito mais como objeto de estudo do que como subsídio para outros conceitos. Com o foco de estudo sobre as 35 atividades, as autoras analisaram as unidades de medidas e estratégias mais utilizadas para calcular a área, no campo das grandezas, posição e tamanho das figuras, no campo geométrico, e domínio numérico dos dados e dos resultados, no campo numérico.

Como considerações, esses dados permitem tecer reflexões sobre a presença e a importância dos contextos do cotidiano nas atividades matemáticas e, de forma mais específica, eles contribuirão para uma próxima investigação, “onde se buscará analisar a influência de determinadas variáveis didáticas em situações que envolvem a área do retângulo em contextos do cotidiano” (TELES; ARAÚJO, 2010, p. 9).

O trabalho de Ferner et al. (2016), por sua vez, objetivou analisar a abordagem da Geometria Espacial em uma coleção de Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio aprovada pelo PNLD/2015, nas seguintes categorias: contextualização (cotidiano, própria Matemática, outras áreas do conhecimento); níveis de pensamento geométrico; e transformações cognitivas (tratamento e conversão). Inicialmente, este estudo identificou que, das 258 atividades, 254 estão presentificadas no volume 3, na unidade destinada ao ensino da Geometria Espacial. Especificar essa distribuição evidenciou que, no volume 2, não se contemplam atividades envolvendo esse campo da Geometria. Esse dado indica uma relação não muito explorada entre os conceitos geométricos e outros conceitos matemáticos.

Relativamente à categoria contextualização, os dados mostram que 69,8% (180) são atividades em contextos da própria matemática, 28,3% (73) delas envolvem situações cotidianas e, aproximadamente 2% (5) fazem referência a outra área do conhecimento. Com essa análise, foi possível observar que o contexto da matemática é privilegiado em detrimento dos outros dois; que, dentre as atividades em contextos cotidianos, em 78,1% delas eles são abordados somente de forma ilustrativa; e as poucas atividades que envolvem outros conhecimentos encontram-se relacionados à Física e à Geografia.

Concernente aos níveis de pensamento geométrico (Visualização; Análise; Dedução Informal; Dedução Formal; e Rigor), apenas os três primeiros foram identificados nas

atividades. O nível mais abordado é a Análise, compreendendo 58,5% (151) do total de atividades. Na sequência têm-se os níveis de Visualização e de Dedução Informal, com 40,3% (104) e 1,2% (3), respectivamente.

Em relação à terceira categoria, transformações cognitivas, o estudo mostrou que o tratamento mais abordado nas atividades é o da língua natural, sendo que o registro geométrico aparece em algumas situações. Sobre as conversações de registro, observou-se que o registro gráfico poderia ser mais explorado, e que o registro mais empregado é a conversão do registro da língua natural para o algébrico, com ênfase na aplicação de fórmulas, sendo que às vezes o registro geométrico aparece entre eles. Sobre isso, os autores concluem que:

[...] a mobilização do registro geométrico, muitas vezes, caracteriza-se como uma exigência da atividade e não como um sistema representacional que origina informações imprescindíveis para resolução da questão. Dito de outro modo, as “potencialidades qualitativas” do registro geométrico não são exploradas e desse modo ele raramente é tomado como um registro de partida nas atividades (FERNER et al., 2016, p. 11).

Silva e Siqueira (2016) investigam um determinado Livro Didático do 2º ano do Ensino Médio com o objetivo de analisar como estão sendo abordados os conteúdos de Geometria Espacial. Para isso, os autores examinaram o livro sob quatro categorias: i) abordagem dos conteúdos de Geometria Espacial; ii) metodologia de ensino e aprendizagem; iii) contextualização; e iv) linguagem e aspectos gráficos – editoriais.

No alusivo à contextualização, os autores analisaram se esta fazia referência às práticas sociais, à cidadania e às conexões com outros campos do saber. Os dados mostraram que, embora o livro contemple textos com abordagens contextualizadas em relação à história e aplicações no cotidiano, ela não é muito presente no decorrer do trabalho com os conteúdos. Exceto as questões de vestibular, Silva e Siqueira (2016) apontam que as atividades são pouco contextualizadas, sendo que em algumas situações existe apenas uma analogia entre os objetos geométricos e os objetos do cotidiano. Em relação às práticas sociais e ao exercício da cidadania, os autores concluem que “não foi possível identificar e apontar quais espaços davam atenção a estes aspectos” (SILVA; SIQUEIRA, 2016, p. 10). Ademais, também é apontado que há momentos em que conexões com outras áreas de conhecimento são feitas, mas que, no geral, elas encontram-se situadas na Geometria e na Matemática.

Já o texto de Neta et al. (2019) apresenta um estudo parcial guiado pela seguinte questão: “como é caracterizada em livros didáticos a contextualização do ensino de Geometria

com a realidade amazônica?” (NETA et al., 2019, p. 12). De forma a encontrar respostas, os autores investigam as atividades resolvidas presentificadas em uma determinada coleção de Livros Didáticos para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano).

As explorações desses livros resultaram em dados que são constituídos por cinco atividades encontradas em quatro das cinco obras analisadas. A atividade 1 (livro do 1º ano) está relacionada com a preservação da natureza, “onde o autor propõe ao professor dialogar com o aluno sobre a importância do cuidado com a natureza” (NETA et al., 2019, p. 7). Segundo os autores, essa atividade pode ser relacionada com a prática da preservação da Amazônia.

As atividades 2 e 3 (livro do 2º ano) fazem alusão ao contexto amazônico e ambas foram consideradas de caráter interdisciplinar, em que a primeira envolve a área da Língua Portuguesa e a segunda aborda o campo das Ciências. Conforme mencionam Neta et al. (2019, p. 8), para a atividade 2 “o autor [do livro] orienta o professor a realizar a atividade a partir das sílabas dos sólidos geométricos”, com o propósito final de construir o nome de um animal que vive na região e, para a atividade 3, “o autor [do livro] orienta o professor a discorrer acerca dos hábitos saudáveis, como o consumo de verduras, legumes e frutas, bem como o desperdício de alimentos” (NETA et al., 2019, p. 9).

A atividade 4 (livro do 3º ano) e a atividade 5 (livro do 5º ano) podem ser relacionadas com a prática da agricultura da região amazônica, pois elas encontram-se contextualizadas na área do cultivo, a qual, segundo os autores, pode ser relacionada à região amazônica. Conforme descrevem, não foram encontradas atividades que tivessem relação com o contexto da região amazônica no Livro Didático do 4º ano.

Concernente aos dados do estudo, Neta et al. (2019, p. 13) destacam que, “ao utilizar o livro didático como recurso de trabalho, é interessante que o professor de Matemática, no desenvolvimento das atividades propostas em sala de aula, acrescente tarefas referentes ao nosso dia a dia, para que o aluno possa ter uma visão mais ampla e adequada” do referido conceito estudado.

Santos et al. (2019), por sua vez, apresentam um recorte do Trabalho de Conclusão de Curso de Santos (2018), em que seu objetivo foi analisar objetos geométricos nos Livros Didáticos de Matemática do Ensino Fundamental – Anos Finais da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Para tal, foram analisados quatro Livros Didáticos (6º ao 9º ano) de uma única coleção nos seguintes eixos: i) organização praxeológica desse objeto geométrico; ii)

articulação entre os campos aritméticos, algébricos e geométricos³⁰; e iii) contextualização desse objeto com o cotidiano e com outras áreas do conhecimento. Para a comunicação, Santos et al. (2019) apresentam de forma sintetizada esses dados e, de forma mais detalhada, trazem a análise de duas atividades do Livro Didático do 8º ano do Ensino Fundamental para a EJA³¹.

Com relação aos itens (ii) e (iii), podem ser observados na Figura 3. É possível verificar a presença de articulações da Geometria com os campos da Aritmética e da Álgebra, bem como da contextualização. Conforme os dados, o Livro Didático do 7º ano abarca o maior número de atividades, 70, e, de acordo com as autoras, isso acontece pois é nele que o conteúdo de Geometria é mais abordado. Contudo, é justamente esse livro que possui a menor porcentagem de tarefas contextualizadas, 28,57% (20 das 70), e a menor porcentagem de tarefas que articulam Geometria e Álgebra, 7,14% (5 das 70).

Figura 3 – Dados referentes à contextualização e articulação entre os campos³².

Ano de ensino	Quantidade de tarefas	CO	Articulação GEO/ARI	Articulação GEO/ALG
6º ano	29	9 (31,03%)	9 (31,03%)	5 (17,24%)
7º ano	70	20 (28,57%)	44 (62,86%)	5 (7,14%)
8º ano	30	12 (40%)	29 (96,67%)	6 (20%)
9º ano	39	19 (48,72 %)	30 (76,92%)	24 (61,54%)

Fonte: Santos et al. (2019, p. 8).

Em contrapartida, o Livro Didático do 9º ano contempla quase metade das tarefas contextualizadas, 48,72% (19 das 39), e pouco mais da metade com articulação entre Geometria e Álgebra, 61,54% (24 das 39). O livro do 7º ano é o que apresenta as menores porcentagens de atividades contextualizadas e articuladas entre os campos matemáticos em relação ao seu total de atividades, e o Livro Didático do 8º ano acabou apresentando quantidades razoáveis de atividades contextualizadas, 40% (12 das 30), e com articulação entre Geometria e Aritmética, 96,67% (29 das 30), e entre Geometria e Álgebra, 20% (6 das 30). Segundo as autoras, esse livro é o segundo entre os demais “com o melhor percentual de tarefas com essas características” (SANTOS et al., 2019, p. 9).

O último trabalho encontrado no ENEM é de Roncaglio, Nehring e Battisti (2019). Nele, as autoras tinham como objetivo investigar “quais as abordagens conceituais e os

³⁰ Embora o texto não mencione, é possível considerar essas articulações como uma contextualização intra Matemática.

³¹ Por não ser o foco da revisão de literatura, não será apresentado o detalhamento das duas atividades trazidas por Santos et al. (2019).

³² CO: contextualização. GEO: Geometria. ARI: Aritmética. ALG: Álgebra.

registros de representação semiótica utilizados para o conceito de vetor, que possibilitam processos de internalização do conceito” (RONCAGLIO; NEHRING; BATTISTI, 2019, p. 1) em Livros Didáticos de Matemática, Física e Engenharia, nas respectivas disciplinas: Geometria Analítica e Vetores, Física I e Mecânica Geral I. Posto isto, foram selecionados nove Livros Didáticos do Ensino Superior (três para cada disciplina) e as análises deste estudo concentraram-se nos capítulos que tratavam do conceito de vetor.

Os resultados mostram que os livros tomam atenção em explicitar aos estudantes a diferença entre as grandezas escalares e vetoriais e, também, que estes abordam diferentes apresentações do conceito de vetor.

Nos LDs³³ de matemática há uma centralidade no rigor do conceito e pouca ênfase na exploração de contextos diferentes, as definições são dadas com ênfase no registro da língua natural. Já na física ocorre o contrário, pouco rigor na definição e exploração de diferentes contextos mobilizando as operações, assim como nos LDs de mecânica, nos quais apresentam situações para demonstrar a aplicação do conceito que possui relação com situações de sua profissão (RONCAGLIO; NEHRING; BATTISTI, 2019, p. 13).

Conforme apontam as autoras, o registro figural é explorado de forma superficial nos livros de Matemática e, segundo elas, esses livros ‘deixam a desejar’ quando se trata das relações estabelecidas entre o conceito de vetor e outros conceitos matemáticos. Já os livros de Física e Mecânica tratam o vetor como uma linguagem matemática que possibilita a representação de fenômenos em suas áreas. Assim, essas obras compreendem discussões que abordam o conceito de vetor “de forma simples e objetiva, fazendo relação ou trazendo situações como forma de explicação, situações relacionadas a diferentes contextos, onde a representação vetorial é a forma de solução do problema apresentado” (RONCAGLIO; NEHRING; BATTISTI, 2019, p. 14).

2.2.2 Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática

O Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM, como o nome já sugere, tem como foco de discussão as pesquisas realizadas na área de Educação Matemática tanto no âmbito nacional como no internacional. De acordo com a SBEM, esse seminário é um dos eventos mais importantes da área no país, pois oportuniza discussões aprofundadas entre os pesquisadores, possibilita a formação de parcerias em projetos e/ou de

³³ Sigla utilizada pelas autoras para se referirem aos Livros Didáticos.

grupos de estudos e contribui para que a produção acadêmica brasileira seja divulgada nacional e internacionalmente, ou seja:

O SIPEM tem como finalidade promover o intercâmbio entre os grupos que, em diferentes países, se dedicam às pesquisas na área da Educação Matemática. Pretende ainda divulgar as pesquisas brasileiras e promover o encontro dos pesquisadores, proporcionando a possibilidade de conhecer as investigações que estão sendo realizadas em diferentes instituições. Além disso, propicia a formação de grupos integrados de pesquisa, ao congrega pesquisadores brasileiros e estrangeiros [sic] o que possibilita o avanço das pesquisas em educação matemática em nosso país (SBEM, 2018, p. 1).

Com uma periodicidade trienal, o I SIPEM ocorreu no ano de 2000 e sua última edição, o VII SIPEM, ocorreu em 2018, contabilizando um total de sete edições até o momento. Em uma primeira busca, verificou-se que, dentre os 1.197 artigos publicados³⁴, 42 destinavam-se aos Livros Didáticos e apenas seis deles aludiam a conteúdos relacionados à Geometria. Desses, somente um texto abordava a contextualização (Quadro 4). No que se refere aos níveis de demanda cognitiva, não se encontrou nenhuma investigação que versava, de algum modo, sobre essa temática.

Quadro 4 – Trabalho no SIPEM que trata da contextualização em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria.

Evento	Título	Autores (ano)
VII SIPEM	Geometria Euclidiana Espacial: interlocução entre a formação de professores e a sala de aula	Gentil, Amaral-Schio e Potyrala (2018)

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Em sua pesquisa, Gentil, Amaral-Schio e Potyrala (2018) tiveram como objetivo investigar a interlocução do conteúdo de Geometria Euclidiana Espacial na Educação Básica e na Educação Superior. Para tal, foram selecionados três diferentes livros, um para cada segmento escolar: um Livro Didático dos Anos Finais do Ensino Fundamental; um Livro Didático de Ensino Médio; e um livro da disciplina Geometria Euclidiana Espacial de um curso universitário.

No corpo do texto, as autoras apresentam alguns exemplos de exercícios encontrados nos Livros Didáticos da Educação Básica. Em todos eles, o foco permaneceu na aplicação de fórmulas e na reprodução do que foi anteriormente apresentado no material, sem solicitar

³⁴ De forma igual à busca do ENEM, esses trabalhos correspondem apenas àqueles publicados na seção de comunicação científica/oral, não contemplando os outros tipos de seções.

algum tipo de argumentação matemática relativa à alguma propriedade, ou teorema para justificar uma afirmação, ou, ainda, explorar e estabelecer relações entre o que é a grandeza volume e o que é sólido geométrico. Segundo as autoras, a “maior preocupação está em contextualizar as atividades para que os alunos possam associar a Matemática com a vida cotidiana, ainda que essa contextualização, por si só, também poderia ser questionada: esse é um bom exemplo de contextualização de volume na realidade?” (GENTIL; AMARAL-SCHIO; POTYRALA, 2018, p. 7).

Também apresentando exemplos de atividades propostas no livro do Ensino Superior, Gentil, Amaral-Schio e Potyrala (2018) pontuam que este apresenta exercícios semelhantes aos livros da Educação Básica. No entanto, nessa obra foi possível encontrar aqueles que tomam atenção à demonstração matemática, exigindo dos estudantes o desenvolvimento de suas habilidades argumentativas e de seu raciocínio lógico-dedutivo. Para essa etapa educacional, as autoras destacam a atenção e o cuidado que o professor deverá ter na interlocução entre a Geometria apresentada na Educação Básica e a formalização presente no Ensino Superior.

Como considerações, este estudo concluiu que, enquanto nos Livros Didáticos da Educação Básica, “o ponto principal das atividades está em aplicar corretamente as fórmulas, além de uma grande preocupação em se contextualizar os exercícios, na perspectiva de que o aluno consiga compreender o conteúdo e fazer relações com a vida cotidiana” (GENTIL; AMARAL-SCHIO; POTYRALA, 2018, p. 9), nos livros do Ensino Superior “há a preocupação de resgatar esse tipo de exercício, como forte tendência em justificar o uso de determinados teoremas, axiomas e proposições para compreensão da origem das fórmulas utilizadas, assumindo uma abordagem centrada na formalização e rigor matemáticos” (GENTIL; AMARAL-SCHIO; POTYRALA, 2018, p. 9).

2.3 Teses e Dissertações

Como última fonte para compor esta revisão de literatura, esta seção é destinada a apresentar as pesquisas de doutorado e de mestrado – sejam elas acadêmicas ou profissionalizantes. Entende-se que se faz necessário realizar uma busca nesses materiais, na medida em que a presente pesquisa tem a mesma natureza deles. A procura por esses trabalhos foi realizada através da plataforma Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD. Lançada oficialmente em 2002, a BDTD foi criada e é mantida pelo Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia – IBICT –, no contexto do

Programa da Biblioteca Digital Brasileira – BDB –, o qual está apoiado na Financiadora de Estudos e Pesquisas – Finep (AMARO, 2002).

Contribuindo com o acervo *online* desses tipos de trabalhos brasileiros, a BDTD oportuniza a visibilidade da produção científica nacional para toda a sociedade. Assim, de caráter livre e gratuito, a BDTD “integra e dissemina, em um só portal de busca, os textos completos das teses e dissertações defendidas nas instituições brasileiras de ensino e pesquisa” (AMARO, 2002, p. 2). De informações primárias, em sua página inicial, o *site*³⁵ apresenta algumas quantificações interessantes, como, por exemplo: atualmente há 123 instituições participantes da BDTD e seu repositório compreende 176.910 Teses e 478.340 Dissertações.

Devido a essas referências, esta seção será composta pelos trabalhos encontrados na busca realizada nessa plataforma. Destarte, no campo de busca da BDTD foram utilizadas as seguintes entradas de palavras-chave: “livro didático” “geometria” “contextualização” e “livro didático” “geometria” “demanda cognitiva”. Como resultados, apareceram nove trabalhos – uma tese e oito dissertações. Após a leitura de seus resumos, verificou-se que, dentre estas, somente cinco trataram sobre a contextualização e nenhum abordava as demandas cognitivas. A seguir, serão apresentados, de forma resumida, estes quatro trabalhos (Quadro 5) e, na sequência, uma síntese de seus estudos e resultados.

Quadro 5 – Teses e Dissertações nacionais que versam sobre a contextualização em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria.

Natureza do trabalho	Título	Autor (ano)
Dissertação ProfMat ³⁶	Geometria e trigonometria aplicadas na topografia: uma alternativa para a interdisciplinaridade e a contextualização	Ramos (2018)
Dissertação	Pintar, dobrar, recortar e desenhar: O ensino da Simetria e das Artes Visuais em Livros Didáticos de Matemática para séries iniciais do Ensino Fundamental	Santos (2010)
Dissertação	A história da Geometria dos Livros Didáticos e a perspectiva do PNLD	Pimentel (2014)
Dissertação	Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um olhar sobre o livro didático e a provinha Brasil	Vasconcelos (2016)
Tese	Possibilidades Pedagógicas do uso da imagem fotográfica no âmbito do Livro Didático de Matemática.	Maciel (2015)

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

³⁵ Disponível em: <<https://bdtd.ibict.br/vufind/>>. Acesso em: 14 jan. 2021.

³⁶ Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Ramos (2018) tinha como objetivo estabelecer relações entre os conteúdos geométricos do 1º ano do Ensino Médio e a temática da Topografia. Para tal, em seu trabalho ele aborda uma breve discussão sobre como os Livros Didáticos selecionados para seu estudo trazem os tópicos geométricos e, além disso, apresenta as demonstrações mais importantes, assim como evidencia exemplos e aplicações como forma de apresentar um material como alternativa de contextualizar a Geometria por meio da Topografia.

Para a exploração dos Livros Didáticos, Ramos (2018) selecionou seis obras. Conforme afirma o autor, a “maioria dos livros de ensino médio faz referência à história da matemática, embora nem todas as histórias relatadas sejam fatos históricos, mas apenas possibilidades” (RAMOS, 2018, p. 47). O quadro abaixo (Quadro 6) é uma síntese das análises que para esta revisão se fazem pertinentes.

Quadro 6 – Sínteses das análises dos Livros Didáticos sobre a contextualização.

Livro (ano)	Análise
L1 (2005)	Tratamento histórico sobre a importância da Trigonometria na Astronomia, Agrimensura e Navegação.
L2 1ª ed. (2010)	Aborda historicamente a importância da Trigonometria na Astronomia e apresenta suas aplicações na Física, Engenharia, Música e Topografia. Na mesma direção, trata das propriedades das figuras geométricas e cita como exemplo algumas casas no Brasil e na Europa. Também contextualiza a aplicação da Trigonometria na busca de aviões desaparecidos.
L2 2ª ed. (2013)	De caráter histórico, cita a importância de Hiparco de Niceia e de Almagesto de Ptolomeu para a Trigonometria. Ademais, explora a migração e evolução desses estudos para os demais povos, como os árabes, hindus, e cita uma obra de Johann Muller.
L4 (2010)	Refere-se historicamente às pirâmides do Egito, seus mistérios, sua localização, assim como suas construções. Narra a história de Tales de Mileto, contemplando o teorema a ele atribuído e sua aplicação na Matemática, Física e Engenharia. Depois aborda a história do teorema de Pitágoras, trazendo sua demonstração por vários povos, e ainda expõe uma contextualização sobre a inclinação das telas das televisões.
L5 (2010)	Menciona, inicialmente, o grego Erastótenes, seus estudos e cálculos, assim como a localização de onde viveu. Posteriormente, traz exemplos de mapas e tenciona realizar uma contextualização histórica com os conteúdos, como exemplo: o teorema de Pitágoras relacionado às cordas do esquadro egípcio; a trigonometria do triângulo retângulo concatenada ao trabalho de Aristarco de Samos, o qual estabelece relações entre as distâncias Terra-Sol e Terra-Lua; emprega a modelagem matemática na construção dos diferentes tipos de telha, relativamente à declividade e superfície de telhados; e, por fim, contempla exemplos de aplicação no cotidiano e na Astronomia, Topografia e Construção Civil.
L6 (2013)	Contextualiza o conteúdo de triângulo e proporcionalidade com a Topografia, para o cálculo da largura de um rio. Depois, estabelece relações entre a Geometria e a Arte, dando atenção ao estudo e ao uso do ponto de fuga e da construção em perspectiva.

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados de Ramos (2018).

Como considerações, o autor pontua a que, ao longo do trabalho, foi possível investigar as aplicações da Topografia, a qual se originou da necessidade de medir grandes distâncias. Além disso, por meio das “grandes obras arquitetônicas da antiguidade, das aventuras da navegação, das construções modernas e na resolução dos mais variados problemas da sociedade em cada época” (RAMOS, 2018, p. 143), foi possível compreender o progresso histórico da humanidade, assim como o desenvolvimento dos conhecimentos topográficos. Relativamente à Topografia, o autor menciona que ela é considerada uma ciência importantíssima na Agricultura e na Engenharia, em que é totalmente embasada na Matemática. Por conta disso, o autor considera que ela pode ser utilizada como tema para ofertar contextos e propiciar a interação do estudante com a ciência, completando que

Muitos [os livros] trazem os conteúdos desassociados de aplicações reais, embora a maioria traga situações problema e questões de provas e concursos. Muitos outros trazem parte da história matemática para introduzirem conteúdos mas, em geral, uma explicação da utilização real ou antiga, do conteúdo em si, é pouco abordada. Em raras situações são propostas atividades práticas envolvendo os alunos para que possam aplicar e discutir os conteúdos estudados na prática, formando assim, em cada um deles, através da vivência, o seu aprendizado (RAMOS, 2018, p. 144).

O trabalho que segue é o de Santos (2010), o qual tinha como intuito investigar 17 coleções (94 volumes) de Livros Didáticos de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental aprovadas pelo PNLD/2010, buscando analisar atividades que entrelaçam os conteúdos de Simetria – de reflexão e translação – e Artes Visuais. Para atingir o objetivo, foram estabelecidas categorias de análise referentes ao campo da Geometria: propriedades da simetria de reflexão e translação, eixo e plano de simetria e figura simétrica; e às Artes Visuais: leitura de obras de arte, contextualização³⁷, fazer artístico e elementos de visualidade (cor).

Como resultado, a autora observou que em todas as coleções houve uma articulação entre a Simetria e as Artes Visuais, no entanto, algumas coleções têm tratado mais essa articulação em detrimento de outras. No total, foram identificadas 200 atividades, as quais se encontravam distribuídas entre os cinco volumes das coleções.

A análise permitiu identificar que, nas 200 atividades, diversas modalidades artísticas foram abordadas, como: desenho (45%), dobradura (17%), padrões (16%), pintura (9%),

³⁷ A contextualização nesse estudo é direcionada para aquela inserida em um contexto artístico. Assim, uma atividade é classificada como contextualizada se ela abordar informações pertinentes e não superficiais relativas ao artista, ao tempo e ao espaço em que a obra de arte foi criada.

arquitetura (6%) gravuras (3%) e outras (4%) e, por meio dessa distribuição, notou-se quão desiguais tais modalidades artísticas apareciam no conjunto das 17 coleções. Com relação às simetrias, dentre as 200 atividades analisadas, 88% delas correspondiam à simetria de reflexão e os 12% restantes abordavam a simetria de translação.

Na particularidade da categoria de contextualização, dentre as 200 atividades, foram encontradas apenas 20 delas (11%), em oito coleções, que traziam alguns indícios de contextualização. A análise evidenciou que, dessas, as possíveis contextualizações foram percebidas por meio de: legendas (5%) – título, ano, nome do artista e local onde a obra pode ser encontrada –; informações resumidas (4%) – civilização e o local em que a obra foi realizada –; e biografia do autor e informações sobre a obra de arte (2%). Sobre esses dados, a autora destaca que

Percebemos indícios de contextualização em legendas que identificam as obras de artes, mas não trazem informações suficientes para que o aluno realize uma interpretação da obra de arte.

Encontram-se, nos livros didáticos, informações sobre o local e povo a [sic] etnia que produziu o artesanato ou arquitetura, contudo elas são insatisfatórias, pois são conhecimentos concisos sobre a obra. As atividades que promoveram a contextualização foram aquelas que apresentaram o texto biográfico dos artistas (SANTOS, 2010, p. 172).

Como considerações sobre essa categoria, a autora enfatiza que, embora existam indicativos de contextualização nas atividades, as informações apresentadas sobre as imagens ou obras de arte acabam sendo insuficientes para promover uma compreensão, por parte do estudante, sobre o contexto em que aquela arte visual foi produzida. De forma complementar, é ressaltado que a contextualização poderia ter sido mais tratada e explorada, visto que a temática sobre Artes Visuais está presente na história e faz relação com a Matemática. Assim, “a contextualização é uma ação importante no ensino da arte, visto que possibilita ao aluno perceber como Simetria e Artes Visuais estabeleceram laços ao longo da história e pode ser fundamental para que o aluno encontre sentido e significado em aprender matemática e artes” (SANTOS, 2010, p. 172).

Já a pesquisa de Pimentel (2014) tinha como pergunta norteadora “quais são os enfoques/usos da história da matemática nos livros didáticos de nonos anos do ensino fundamental selecionados pelo Programa Nacional do Livro Didático?” (PIMENTEL, 2014, p. 14). Direcionado ao campo geométrico, o autor investigou, inicialmente, alguns Livros Didáticos que fossem ilustrativos dos momentos históricos da educação no Brasil, e, em

seguida, os capítulos destinados ao trabalho com a Geometria de 10 Livros Didáticos de Matemática aprovados pelos PNLD/1999/2002/2005/2008/2011.

Como forma de organizar sua análise, Pimentel (2014) determina quatro categorias, a História da Matemática como: (i) motivação, (ii) informação, (iii) interdisciplinaridade e contextualização³⁸ e (iv) resolução de problemas. Na apresentação da análise dos livros selecionados, inicialmente o autor realiza uma descrição detalhada das 10 obras, destacando tanto aspectos gerais, como autoria, edição, ano, paginação, entre outras, quanto os pontos mais relevantes sobre a presença da História da Matemática.

Os resultados mostram que, mesmo antes do PNLD, a História da Matemática estava presente em algumas obras. No entanto, foi possível observar que, após as orientações dos PCN e as exigências do PNLD, essa presença tornou-se maior. Com sua análise, foi possível verificar que “alguns autores de livros didáticos se utilizam de histórias que associam ‘descobertas’ matemáticas a gênios como uma maneira de ilustrar o assunto” (PIMENTEL, 2014, p. 99).

É ressaltado que, em uma quantidade expressiva, os gregos Tales de Mileto e Pitágoras de Samos são citados em vários Livros Didáticos. Outros gregos, como Eratóstenes e Arquimedes, também são mencionados com certa frequência nas obras. Em uma parcela bem menor, aparecem os chineses, egípcios, babilônios, judeus e assírios, e a esses povos não europeus são atribuídos os estudos que, em geral, estão vinculados a técnicas agrícolas.

Demais filósofos e matemáticos posteriores à Idade Antiga também são referenciados em algumas obras, como Fibonacci, Newton, Descartes, Kepler, Viète, Cavalieri, Al-Khowarizmi e Bháskara. Em relação aos estudos não ocidentais, Pimentel (2014) ressalta que pouco eles têm sido tratados nos livros e, quando acontece, eles se restringem a problemas advindos de livros chineses ou curiosidades sobre estudos indianos. Diante desse cenário, é constatado que a “história predominante nos exemplares busca trazer uma informação adicional aos estudantes e não propõe uma reconstrução histórica” (PIMENTEL, 2014, p. 100), realçando sempre fatos, datas e nomes, o que remete a uma “subutilização da história nos livros didáticos” (PIMENTEL, 2014, p. 107).

Na sequência da investigação, segundo Pimentel (2014), foi possível notar que os prefácios dos Livros Didáticos analisados sempre contemplavam as palavras, dia a dia, cotidiano, realidade, vida, ou ainda termos que expressassem a ideia de contextualização. Essa

³⁸ Esta pesquisa considera a utilização do termo contextualização, referindo-se a um contexto voltado para uma realidade e/ou um cotidiano. Em específico, aqui a contextualização dos conteúdos nos capítulos será analisada via História da Matemática.

análise revelou a intenção dos autores de tratar a contextualização em suas obras, como forma de apresentar as relações entre a Matemática e a vida. Também se observou que, nessas seções preliminares, a História da Matemática é mencionada, sendo que, em alguns casos, os autores “afirmam que o seu livro busca apresentar o desenvolvimento histórico da matemática, que isto também é prazeroso, agradável e interessante, porém os indicam paralelamente ao eixo central em seções de leitura” (PIMENTEL, 2014, p. 106).

Como resultado, também foi percebido que, na maioria das vezes em que havia menções à História da Matemática, estas estavam em formato de textos. Com uma presença bem inferior, aquelas que se presentificam a partir de figuras, charges, anedotas, entre outras. Além disso, foi verificado que a História da Matemática, na maioria dos livros, não se encontra integrada com o conteúdo, em sua organização temática, mas, sim, aparece em outros momentos, como em seções à parte, no final, em um apêndice ou após o conteúdo.

Conforme cita o autor,

[...] nas menções de história da matemática nos livros didáticos não há com clareza as contextualizações, isto é, não há menções explícitas que envolvem contextos sociais, ambientais, nem qualquer resgate à cidadania, à criticidade ou outros valores. As menções referem-se aos feitos históricos relacionados aos conteúdos do capítulo, mas não apresentam relações com outros conteúdos da matemática e nem com outras áreas do conhecimento (PIMENTEL, 2014, p. 117).

Em suas considerações, Pimentel (2014) conclui que os Livros Didáticos analisados não se encontram totalmente alinhados às propostas oficiais. Embora eles contemplem aspectos relacionados à História da Matemática, atendendo ao PNLD e aos PCN, esta aparição não ocorre de forma estrutural, mas apenas de modo informativo, agregando-se ao conteúdo já estabelecido e organizado. Isso evidencia que a Matemática posta nessas obras ainda não é interdisciplinar e contextualizada e que a História da Matemática tem sido pouco explorada de forma substancial.

O estudo de Vasconcelos (2016), a seu turno, objetivou investigar a coerência de conteúdos e formas na Geometria em Livros Didáticos do 2º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e na Provinha Brasil. Para tal, foram analisadas três coleções de Livros Didáticos de Matemática aprovadas pelo PNLD e as Provinha Brasil de 2011 a 2015. Os dados advindos dos Livros Didáticos foram analisados e categorizados quanto à estrutura e formatação; conteúdo; linguagem e ilustrações. Já quanto aos dados procedentes das

Provinhas Brasil, as categorias foram estabelecidas conforme as habilidades e o conteúdo contemplado.

A contextualização neste estudo é tomada como um dos subtópicos de análise da categoria conteúdo. Em relação a ela, foi analisada a sua adequação concernente ao público-alvo e se está se encontrava vinculada com a prática social do estudante. As análises evidenciaram que, nas três coleções, a contextualização se deu de forma adequada, contemplando assuntos e situações que se encontram de acordo com a realidade e a prática social do estudante. Ao longo da análise, Vasconcelos (2016) apresenta vários exemplos de exercícios em que a contextualização está presente, explorando elementos do dia a dia dos estudantes.

Em suas considerações finais, uma de suas conclusões é que:

A diversificação de abordagens para o ensino de Geometria também foi constatada, por exemplo, na preocupação em apresentar imagens e situações-problemas relacionadas à realidade do aluno, deste modo a contextualização de situações presentes na realidade do aluno é um instrumento que dá maior significado ao ensino de matemática, principalmente para os AI³⁹ onde a visualização e a manipulação de objetos são primordiais para o desenvolvimento do aprendizado de Geometria (VASCONCELOS, 2016, p. 82).

O último estudo a ser apresentado é o de Maciel (2015), que é orientado pela pergunta diretriz “qual o papel didático que exerce a imagem fotográfica no seu emprego em livros didáticos de Matemática?” (MACIEL, 2015, p. 22). Nesse sentido, o objetivo da pesquisa debruça-se sobre analisar fotografias presentificadas nesses materiais, considerando-as como: ilustrativas, comunicativas, decorativas e epistêmicas. Essa análise foi realizada no âmbito da contextualização matemática e da articulação entre Cultura Visual e Visualização.

Conforme destacado, o autor defende que “a fotografia é, entre os gêneros imagéticos, o exemplo clássico de um signo com o mais alto grau de iconicidade e que, em conexão com a contextualização matemática, potencializa o ensino dessa disciplina” (MACIEL, 2015, p. 7). Além disso, é considerado que as situações de contextualização “contribuem para criar obstáculos para a aprendizagem” (MACIEL, 2015, p. 19), quando estas se encontram assentes apenas na linguagem escrita.

A investigação foi realizada em dois momentos: i) análise de duas coleções de Livros Didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, sobre o uso da imagem

³⁹ Sigla utilizada pela autora para referir-se aos Anos Iniciais.

fotográfica para fins pedagógicos; e ii) análise de três coleções de Livros Didáticos de Matemática do 7º e 8º anos⁴⁰, sobre o assunto simetria, também buscando compreender as potencialidades da fotografia no trabalho com esse conteúdo. Para seu estudo, Maciel (2015) considera o contexto na particularidade da realidade e, nesse sentido, as imagens fotográficas podem estar contextualizadas em diversos campos do cotidiano.

Os dados alusivos ao conteúdo de simetria são compostos por uma análise sobre cada um dos três livros explorados, sendo apresentados exemplos de imagens fotográficas presentes em cada obra e, de forma igual, uma discussão alusiva à temática de simetria. Como considerações, relativamente à presentificação das fotografias na temática simetria, Maciel (2015) verifica que, em relação às imagens, estas atingiram percentuais de 50%, 46,7% e 37,5%, respectivamente em cada livro analisado.

Com relação às funções da imagem fotográfica, os dados da análise geral dos livros evidenciaram que a função epistêmica esteve presente em torno de 65% das fotografias. As funções ilustrativa, comunicativa e decorativa apareceram muito pouco nos Livros Didáticos analisados. Sobre a função comunicativa, Maciel (2015) destaca que esta poderia ser mais explorada pelos autores dos livros, pois, segundo ele, a fotografia nesta função tem grande potencial para o desenvolvimento do conteúdo matemático de forma contextualizada.

No tocante à contextualização, o autor traz exemplos de diversas fotografias encontradas nos livros, as quais contemplam os contextos: artístico, profissional, histórico, econômico, científico, cultural, lúdico-lazer, lúdico-laboratório, lúdico-esporte, da vida prática e da natureza. Entretanto, dentre estes, foi observado que os contextos mais presentes eram os que se vinculavam às situações da natureza, da vida prática, das artes e da arquitetura (científico).

Estas análises levaram Maciel (2015) a estabelecer a percepção de que

[...] os autores dos livros analisados não demonstram ter plena consciência da amplitude de atribuições que a imagem fotográfica detém. Isso se manifesta, do nosso ponto de vista, pelo uso inadequado de algumas fotografias no texto, pela presença de imagens dispensáveis, ou ainda, pela ausência de exploração epistêmica de outras. Entendemos, desse modo, ser necessário um maior conhecimento das possíveis atribuições que uma imagem fotográfica pode assumir para, assim, haver um melhor planejamento da organização do livro, pelo(s) autor(es) (MACIEL, 2015, p. 183).

⁴⁰ Essa análise contempla as duas coleções de Livros Didáticos consideradas no primeiro momento da investigação.

E, de forma complementar, concluir que a presença das imagens nos Livros Didáticos de Matemática contribui para desenvolver o conteúdo de simetria, na perspectiva epistemológica, sendo este conteúdo o que mais fez uso de imagens e, dentre elas, a fotografia esteve presente de forma categórica.

2.4 O mosaico da revisão de literatura

Esta revisão de literatura propôs apresentar investigações que versassem sobre a contextualização e/ou demandas cognitivas em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria. Diante de todos os 17 trabalhos retratados, esta seção tem como intuito tecer algumas considerações sobre eles, destacando os níveis de Ensino e as etapas educacionais da Educação Básica que são contempladas, os tópicos de discussão e as temáticas de contextualização e de níveis de demanda cognitiva. A partir desse mosaico, a presente pesquisa será situada.

Pois bem, a escolha do ano dos Livros Didáticos de Matemática utilizados nas pesquisas está, em parte, diretamente relacionada ao foco matemático de discussão escolhido nessas investigações, isto é, a depender do conteúdo geométrico estudado é que a escolha do ano do Livro Didático é feita. Desse modo, olhar para o segmento escolar das obras analisadas nas pesquisas fornece dados indicando sobre qual nível e etapa escolar, e, conseqüentemente, para quais conteúdos geométricos as pesquisas vêm convergindo.

Assim, relativamente aos níveis e etapas educacionais, esta revisão possibilitou identificar que o segmento de escolaridade mais contemplado na análise dos Livros Didáticos de Matemática é o Ensino Fundamental, com 10 estudos. Para esta etapa, os trabalhos se distribuíram entre cinco voltados para os Anos Iniciais e cinco deles direcionados aos Anos Finais. Para o Ensino Médio, foram identificados seis textos e, para a Educação Superior, duas investigações. Cabe ressaltar que, dentre o total dos 17 estudos, 16 deles centraram-se em uma única etapa escolar e somente um versou sobre duas etapas da Educação Básica (Ensino Fundamental – Anos Finais – e Ensino Médio) e o Ensino Superior. Também é interessante destacar que somente um estudo dirigia-se à modalidade da Educação de Jovens e Adultos, sendo o restante direcionado para a educação regular – e, não menos importante, chama-se atenção para a falta de trabalhos que abrangessem a Educação Infantil.

Conseqüentemente, ao levar em conta os objetivos e foco de discussões dos artigos, pode-se observar que, no geral, os temas geométricos abordados nas pesquisas foram: área do retângulo (2), propriedades do triângulo (1), trigonometria no triângulo retângulo (1), reta e

circunferência (1), objetos geométricos, simetrias (2), conteúdo e forma (1) e vetor (1). Além destas especificidades, houve pesquisas que versaram sobre a Geometria como um todo (5), isto é, olharam para todos os capítulos do Livro Didático designados para o trabalho com a Geometria, e aquelas que se restringiram ao conteúdo de Geometria Espacial (3).

Finalizadas algumas considerações mais gerais, o cenário final evidencia que poucas são as investigações que versam sobre todo o conteúdo da Geometria presente nos livros. Elas encontram-se mais relacionadas à análise de Livros Didáticos sob um determinado tópico geométrico ou a um campo da Geometria. Além disso, verificou-se que os Livros Didáticos do Ensino Fundamental são os mais estudados dentre as etapas educacionais. Ademais, é importante ressaltar que, embora esta revisão não tenha contemplado os referenciais teóricos em que cada pesquisa se fundamentou, observou-se que eles foram diversos, mas que nenhum estudo utilizou ou discutiu a conceitualização do *Opportunity-to-Learn*.

Na particularidade de interesse de análise desta pesquisa – contextualização e demanda cognitiva –, foi possível verificar que 16 estudos tratavam da contextualização e apenas três deles versavam, de algum modo, sobre a demanda cognitiva. É notório destacar que, dentre essa totalidade, apenas um único artigo abordou de forma direta as duas temáticas de interesse. Assim, de forma específica sobre estas duas temáticas, temos algumas ponderações.

Em relação à contextualização, foi possível verificar que em alguns trabalhos (SANTOS, 2010; DALLEMOLE; GROENWALD, 2014; SEARS; CHÁVEZ, 2014; FERNER et al., 2016; SILVA; SIQUEIRA, 2016; GENTIL; AMARAL-SCHIO; POTYRALA, 2018; NETA et al., 2019; SANTOS et al., 2019) ela é tratada com maior foco de investigação, sendo muitas vezes considerada como uma das categorias de análise e, em outros (TELES; ARAÚJO, 2010; TELES; SÁ, 2010; SILVA; FONSECA, 2015; VASCONCELOS, 2016; RONCAGLIO; NEHRING; BATTISTI, 2019), ela aparece de forma mais subjetiva na discussão dos resultados dos estudos. Além destes, nesse grupo houve ainda trabalhos que versaram sobre a contextualização via História da Matemática (PIMENTEL, 2014), Topografia (RAMOS, 2018) e Fotografia (MACIEL, 2015).

No que tange às distintas referências de contextos, de modo geral, apareceram as seguintes nomenclaturas de classificações de contexto: matemático; do cotidiano/realidade; de outras áreas do conhecimento; intra Matemática e extra Matemática. Nessa direção, foi possível verificar que o contexto com maior frequência citado foram aqueles referentes ao cotidiano, estando presentes em 16 investigações. Aqui é interessante destacar que todas estas pesquisas tomaram essa referência de contexto como uma daquelas a ser investigada nos Livros Didáticos. Sobre isso, outro ponto interessante é que, embora o contexto matemático

tenha sido mencionado em três estudos, ele não foi considerado como uma contextualização a ser analisada.

No que concerne à demanda cognitiva, apenas um dos artigos expressa diretamente considerações sobre os níveis de demanda cognitiva das tarefas presentes nos Livros Didáticos de Matemática (SEARS; CHÁVEZ, 2014). Os outros dois (DOLEV; EVEN, 2015; GENTIL; AMARAL-SCHIO; POTYRALA, 2018), embora não tratem dessa temática, abordam questões e reflexões que, de forma indireta, fazem conexões com as demandas cognitivas mais baixas – e.g., memorização e reprodução – e altas – e.g., justificações e demonstrações.

Diante desse cenário, no escopo de Livros Didático de Matemática, no âmbito da Geometria, este estudo se aproxima de algumas das investigações, em particular, a de Sears e Chávez (2014), pois toma as duas temáticas – contextualização e demanda cognitiva – como frentes de análise de Livros Didáticos do Ensino Médio, além de utilizar o mesmo referencial teórico para os níveis de demanda cognitiva. Posto isto, alguns aspectos considerados na presente investigação a distanciam e a diferenciam de todas aquelas tratadas na revisão de literatura. Entre eles, destaca-se, de forma geral, o fato de se analisarem todas as tarefas dos capítulos de Geometria em relação ao contexto da matemática e ao contexto da realidade, e, ainda, busca-se verificar as possíveis relações entre o contexto e a demanda cognitiva. Além disso, ambas as análises de contextualização e demanda cognitiva são discutidas e refletidas pelo conceito de *Opportunity-to-Learn*.

Expostos tais apontamentos, a presente pesquisa se situa em um panorama nacional, tendo como materiais investigativos Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio, com um olhar para todos os capítulos de Geometria presentes nessa etapa da Educação Básica, tendo como foco de investigação e discussão a contextualização e os níveis de demanda cognitiva das tarefas. Desse modo, esta investigação tem como objetivo central dar ênfase às análises das tarefas postas nos Livros Didáticos, sobre as distintas referências de contexto e sobre os níveis de demanda cognitiva, assim como verificar as possíveis relações entre estas duas temáticas. Destaca-se que as considerações relativas aos dados serão permeadas pela conceitualização do *Opportunity-to-Learn*. Assim, é sobre estes aspectos que esta pesquisa se diferencia e se situa perante as demais apresentadas nesta revisão.

CAPÍTULO 3 – REVISÃO DA CONCEITUALIZAÇÃO DE *OPPORTUNITY-TO-LEARN*

Neste capítulo, o intuito é apresentar o conceito de *Opportunity-to-Learn*⁴¹ (OTL) e suas (re)conceitualizações ao longo dos anos. Mesmo assumindo um teor histórico de apresentação do conceito, tal contextualização mostra-se pertinente, uma vez que uma de suas vertentes será utilizada para embasar as discussões na análise dos dados desta pesquisa. Embora o conceito de OTL não assume o papel de aporte teórico, sua problematização tornar-se-á plano de fundo para as discussões que permearão os dados da tese.

Cabe destacar aqui que esta revisão de literatura sobre o OTL não tem o intuito de ser exaustiva. Embora este capítulo seja amplo e extensivo, aqui se buscou trazer apenas um demonstrativo de pesquisas que tratam do OTL, ou como foco de estudo, ou como fundamentação teórica para a investigação⁴². Posto isto, tem-se a consciência de que diversas pesquisas com esta temática não estão contempladas nesta revisão.

Ao realizar as pesquisas para a tese, foi possível notar que o conceito de OTL tem sido pouco divulgado na literatura nacional. De modo que se compreende que fazer uma revisão de literatura a fim de construir uma visão panorâmica do conceito poderá contribuir para a divulgação do OTL, bem como poderá embasar discussões em pesquisas no âmbito da Educação no Brasil e, em especial, na Educação Matemática.

Dando continuidade, a seguir foi elaborado um esquema cujo objetivo é apresentar uma síntese dos processos de desenvolvimento do OTL (Figura 4). O esquema dará uma visão macro do conceito, que auxiliará na compreensão do desenvolvimento do capítulo, onde serão apresentadas as ideias iniciais que dão origem a esse conceito e o definem. Posteriormente, discorre-se sobre os aportes que elucidam as diferentes conceitualizações que o OTL adquiriu na literatura no decorrer dos anos, assim como algumas de suas operacionalizações.

⁴¹ Para esta pesquisa, a nomenclatura *Opportunity-to-Learn* será mantida em inglês, pois este termo refere-se ao(s) conceito(s) relativo(s) à oportunidade de aprendizado. Além disso, essa expressão é reconhecida internacionalmente e acredita-se que sua tradução pode vir a descaracterizar a(s) sua(s) conceitualização(ões).

⁴² Durante esta revisão, foi possível encontrar apenas um único trabalho nacional que versa sobre o OTL (SANTOS, 2017). Todo o restante da literatura aqui apresentada é decorrente de pesquisas internacionais. Essa verificação revela que, embora tal conceito seja reconhecido e debatido internacionalmente, ele não se fez presente nas pesquisas nacionais.

Figura 4 – Síntese das (re)conceitualizações do OTL.

Origem Carroll (1963) • Perspectiva Política: Sistema Educacional • OTL enquanto tempo alocado	Reconceitualização Berliner (1990) • Perspectiva do Estudante • Tempo de instrução • OTL enquanto Tempo de Aprendizado Acadêmico	Reconceitualização RAND (fim dos anos 1980) • Perspectiva Política • Parâmetros instrucionais de qualidade • Padrões do OTL nas dimensões: • Professor • Currículo • Gastos	Reconceitualização Goals 2000 (1994) • Perspectiva Política: Reforma Educacional • Parâmetros instrucionais de qualidade • OTL constituído por indicadores nas dimensões: • Condições • Práticas • Recursos	Reconceitualização Dougherty (1996) • Perspectiva Sociológica • OTL enquanto indicadores do Goals 2000 mais os fenômenos sociais nas dimensões: • Intraescolares • Extraescolares
Reconceitualização Gillies e Quijada (2012) • Perspectiva Socioeconômica • OTL enquanto indicadores do Goals 2000 mais os fatores básicos nas dimensões: • Essenciais/primários • Complexos/decorrentes	Operacionalização e Reconceitualização Moore et al. (2012) • Perspectiva Socioeconômica • Estudos em países em desenvolvimento • OTL primário considerado por Gillies e Quijada (2012) mais a inclusão de outros fatores • OTL enquanto uma estrutura formada por 12 indicadores	Reconceitualização Husén (1967) • Perspectiva Avaliativa • OTL enquanto a sobreposição entre a matemática ensinada e a matemática testada • Quanto maior a sobreposição, maior o OTL	Reconceitualização Stevens (1993) • Perspectiva do Professor • OTL constituído pelas dimensões: • Cobertura de conteúdo • Exposição de conteúdo • Ênfase • Qualidade da entrega instrucional (ou qualidade da instrução)	Ampliação Wang (1998) • Perspectiva do Professor • Ampliação do OTL proposto por Stevens (1993) na dimensão qualidade de instrução. As variáveis acrescentadas são: • preparação de professor • integração de conceitos • disponibilidade de Livros Didáticos • adequação do material • uso de equipamentos
Operacionalização Schmidt et al. (2008) • Perspectiva do Professor • Estudo empírico de medição do OTL • Foco na qualidade de instrução • OTL nos programas de formação inicial	Operacionalização e Reconceitualização Herman, Klein e Abedi (2000) • Perspectiva do Professor, do Estudante e na Avaliação do OTL • Professores já atuantes • Foco na qualidade de instrução nas dimensões: • Práticas instrucionais • Recursos instrucionais	Ampliação Stein et al. (2008) • Perspectiva do Estudante • Foco na qualidade de instrução associada ao desempenho do estudante • As cinco práticas-chave são • antecipar respostas • monitorar as respostas • selecionar estudantes • sequenciar as respostas • auxiliar nas conexões matemáticas advindas das respostas	Reconceitualização Kurz (2011) • Perspectiva Curricular e do Professor • OTL enquanto currículo implementado nas dimensões: • Tempo • Conteúdo • Qualidade de Instrução	Reconceitualização Mc Donnell (1995) • Perspectiva Política • Padrões do OTL nos distintos níveis na educação • OTL enquanto conceito de pesquisa, indicador educacional e instrumento de política pública

Fonte: Elaborada pela autora (2021).

3.1 *Opportunity-to-Learn*: a origem

O pesquisador Carroll é considerado uma referência em pesquisas sobre ensino e aprendizagem escolar. Foi através de seus estudos sobre o Modelo de Aprendizagem Escolar (CARROLL, 1963), que se deu a origem do OTL. O modelo originou-se por meio de trabalhos relacionados à aprendizagem de línguas estrangeiras⁴³, que “mostrou que pessoas com baixa aptidão, medidas por certos testes, geralmente levavam muito mais tempo para alcançar um determinado critério de aprendizado do que pessoas com alta aptidão” (CARROLL, 1989, p. 26, tradução nossa). Ao observar que outras variáveis também se faziam operantes no processo de aprendizagem, como a qualidade da instrução e a habilidade por parte do estudante em compreendê-la, Carroll (1962), em uma formulação inicial de modelar o efeito da aprendizagem escolar, incorporou tais variáveis em seu trabalho, tendo como resultado um modelo formal e com um viés matemático. Posteriormente, o modelo foi generalizado para se “aplicar à aprendizagem de qualquer habilidade cognitiva ou assunto” (CARROLL, 1989, p. 26, tradução nossa).

Entende-se que a terminologia ‘qualidade de instrução’⁴⁴, utilizada por Carroll no ano de 1960, fazia referência ao trabalho do professor ou de qualquer outro indivíduo/instituição que desenvolvesse os materiais a serem utilizados no contexto do ensino, por exemplo, Livros Didáticos, manuais, filmes, entre outros. De acordo com o autor, esse trabalho envolvia a organização e a apresentação da tarefa a ser aprendida de modo que o estudante pudesse “aprendê-la o mais rápido e eficientemente possível” (CARROLL, 1963, p. 4, tradução nossa). Nessa compreensão, a qualidade da instrução era concebida idealmente (aqui apresentada de forma breve) nas seguintes significâncias:

Primeiro, que o estudante deve ser informado, com palavras que ele possa entender, o que ele deve aprender e como ele deve aprender. Isso significa que o estudante deve ser colocado em contato sensorial adequado com o material a ser aprendido (por exemplo, é preciso garantir que o estudante veja ou ouça adequadamente os materiais de instrução). Isso também significa que os vários aspectos da tarefa de aprendizagem devem ser apresentados em uma ordem e com detalhes tão pormenorizados que, na medida do possível, cada etapa da aprendizagem seja adequadamente preparada para uma etapa anterior. Também pode significar que a instrução deve ser adaptada às necessidades e características especiais do estudante,

⁴³ Para mais detalhes acerca dos estudos de Carroll sobre a aprendizagem de línguas estrangeiras, ver Carroll (1962).

⁴⁴ Este termo continuou sendo utilizado por outros autores que discutiram posteriormente o conceito do *Opportunity-to-Learn*, visto que seus estudos se encontravam fundamentados nos trabalhos iniciais de Carroll.

incluindo seu estágio de aprendizado (CARROLL, 1963, p. 4, tradução nossa).

Posto isto, com a intenção de compreender como um conjunto de variáveis poderia ser deliberativo na aprendizagem dos estudantes, o modelo de Carroll, como ficou conhecido, é uma estrutura constituída por cinco fatores, dos quais os três primeiros estão relacionados às características do indivíduo, e os dois restantes aos sistemas educacionais. As variáveis são: (1) aptidão – quantidade de tempo que um indivíduo necessita para aprender uma tarefa sob condições ideais de instrução; (2) habilidade – capacidade cognitiva do indivíduo em compreender instruções; (3) perseverança – quantidade de tempo em que o indivíduo está disposto a se engajar ativamente na aprendizagem; (4) *Opportunity-to-Learn* (OTL) – tempo permitido para a aprendizagem e (5) qualidade da instrução – grau em que a instrução é apresentada de modo que não seja necessário um tempo adicional para o domínio além do que é estabelecido pela aptidão do indivíduo.

De modo a correlacionar estas cinco variáveis em seu modelo, Carroll (1963) formula uma expressão matemática que indica o grau de aprendizagem do indivíduo para com uma tarefa. A expressão é dada pela razão entre “a quantidade de tempo que o estudante realmente gasta na tarefa de aprendizado e a quantidade total de que ele precisa” (CARROLL, 1963, p. 728, tradução nossa). Assim, segundo Carroll (1963), nessa razão o numerador compreende, enquanto fatores multiplicativos, as variáveis *Opportunity-to-Learn* e perseverança, e seu denominador, também como produto, a variável aptidão e os fatores considerados pelo autor como indiretamente proporcionais: qualidade de instrução e habilidade (CARROLL, 1962, 1963; BERLINER, 1990)⁴⁵.

Os elementos do modelo relativos ao *Opportunity-to-Learn*, perseverança e aptidão, são tomados como preditores ou variáveis independentes, sendo elas expressas em termos do tempo. As outras duas variáveis estão relacionadas em termos da realização: “na medida em que a qualidade da instrução é inferior ao ideal, o tempo necessário para a aprendizagem será aumentado. Além disso, na medida em que o estudante não tem a capacidade de compreender a instrução, o tempo necessário [também] será aumentado” (CARROLL, 1989, p. 26, tradução nossa)⁴⁶.

⁴⁵ Por não ser o foco desta pesquisa, não será apresentada em mais detalhes a expressão matemática desenvolvida por Carroll para seu modelo. Para mais informações, ver Carroll (1962, 1963) e Berliner (1990).

⁴⁶ Em relação aos estudos de Carroll, segue uma sucinta bibliografia: Carroll (1962, 1963, 1973, 1984, 1989, 1997).

3.2 *Opportunity-to-Learn*: suas (re)conceitualizações, ampliações e operacionalizações

Segundo Carroll (1989), alcançar a igualdade de oportunidades⁴⁷ para todos os estudantes é, em parte, um caminho assegurado de melhoria da educação. No que diz respeito a esta igualdade, o autor menciona que

[...] enfatizar a igualdade de oportunidades significa não apenas oferecer oportunidades apropriadas para aprender (apropriadas, não necessariamente iguais para todos os estudantes), mas também impulsionar todas as potencialidades de todos os estudantes, tanto quanto possível, em direção aos seus limites superiores (CARROLL, 1989, p. 30, tradução nossa).

Na perspectiva de seu modelo, as potencialidades do estudante (que se diferem demasiadamente) devem ser avaliadas mediante todos os meios disponíveis de avaliação do sistema educacional, como, por exemplo, testes educacionais e psicológicos. Tais resultados estimam, mesmo que de forma provisória, quais são as potencialidades de cada indivíduo e sua natureza. Assim, a partir desses potenciais e considerando o tempo de instrução disponível, é que programas educacionais devem ser planejados, estudados e selecionados, de modo a oportunizar que o estudante alcance suas capacidades máximas de aprendizagem.

Como a avaliação das potencialidades do estudante deve ser feita de forma contínua, implicitamente, considera-se que os programas educacionais sejam ajustados ao longo delas. De maneira simplificada, entende-se que este ciclo de avaliações e ajustes aconteça nas várias esferas educacionais, isto é, desde parâmetros macros, como as normativas nacionais (e.g., Lei de Diretrizes e Bases) e de currículo (e.g., Base Nacional Comum Curricular), até a preceitos micros, como os documentos que refletem a proposta educacional de cada escola (e.g., Projeto Político-Pedagógico).

Sob essa ótica, Carroll (1989) pontua sobre a necessidade de se tomar mais atenção à gestão educacional, tanto aos seus segmentos já existentes sob responsabilidade do gestor escolar, como ao desenvolvimento de pesquisas na busca de novos mecanismos para este tipo de directorado. É a partir de todo esse sistema que “a variável do *Opportunity-to-Learn* pode

⁴⁷ Decorrente dos estudos de Carroll (1963), Bloom (1968) desenvolveu sua teoria sobre a aprendizagem do domínio. Enquanto o modelo de Carroll tomava atenção sobre a equidade de oportunidades, o modelo de Bloom centrava-se na igualdade de realização. É com relação a essa distinção de igualdade (oportunidade *versus* realização) que o modelo de aprendizagem escolar (CARROLL, 1963) difere do conceito de aprendizagem de domínio (BLOOM, 1968). Por não ser o foco desta pesquisa, não entraremos em detalhes nesse assunto.

ser especificada de maneira justa e equitativa para todos os estudantes” (CARROLL, 1989, p. 30, tradução nossa), concluindo que, não menos importante que a igualdade de oportunidades – para todos –, deve se ter também a diversidade de oportunidades – para cada indivíduo (CARROLL, 1989).

Com a atenção voltada para o modelo proposto por Carroll (1963, 1989) e para as suas reflexões a respeito das igualdades de oportunidades, compreende-se que o conceito do OTL se restringia unicamente à ideia de tempo. Assim, desenvolvido e determinado pelos sistemas educacionais, o OTL no modelo de Carroll centrava-se nos estudos e discussões sobre, por exemplo, a quantidade dos anos escolares em cada segmento educacional, o período ideal do ano letivo, a duração do dia letivo, a quantidade de minutos de uma aula, entre outros assuntos relacionados ao tempo disponível para a aprendizagem (CARROLL, 1989). Dessa forma, o OTL oferecido ao estudante é organizado e executado pelas escolas, que, por sua vez, recebem de órgãos superiores e repassam aos profissionais do ensino as instruções sobre os períodos previstos para a aprendizagem. Destarte, considerado como uma variável quantificável, o OTL se conceitua (e limita-se) como sendo a duração do tempo destinado para instrução ou o tempo normatizado por políticas públicas, conforme descrito acima.

No contexto brasileiro, o tempo permitido para a instrução – o OTL na conceitualização de Carroll – varia de acordo com o nível e suas etapas escolares. No entanto, independentemente de sua carga horária, o OTL no cenário nacional está distribuído em uma quantidade mínima de 200 dias letivos, como pode ser observado no Apêndice A. Conforme dados sobre a organização do tempo de trabalho dos professores em instituições públicas, referentes ao ano de 2017, divulgados pela *Organization for Economic Cooperation and Development* – OECD⁴⁸, no relatório *Education at a Glance 2018* (OECD, 2018a), a média de dias escolares dos países membros varia de 180 a 196 dias, de acordo com a etapa de ensino. Com sua quantidade de dias escolares, o Brasil⁴⁹ encontra-se igualmente entre as três primeiras nações pertencentes à OECD que têm a maior parcela de dias letivos ao ano⁵⁰.

⁴⁸ A OECD, fundada em 1961, é uma organização internacional integrada por 36 países. Sediada em Paris (FR), a organização reúne as principais economias do mundo, assim como algumas em ascensão. Por intermédio da OECD, os representantes dos países-membros trabalham de forma cooperativa, reunindo-se com o propósito de trocar informações e alinhar suas políticas, e assim potencializar o crescimento econômico dos países-membros e desenvolvê-los. Por conta destas características, a OECD é considerada uma organização respeitável que busca fornecer soluções para políticas públicas em um mundo integrado e multinacionalizado. Para mais informações sobre a organização, ver em: <<http://www.oecd.org/>>. Acesso em: 28 jan. 2021.

⁴⁹ O Brasil, embora não seja um país membro da OECD, é considerado um país emergente que, nas últimas duas décadas, tem “sido o parceiro-chave mais engajado da OECD e uma fonte valiosa de experiência política” (OECD, 2018b, p. 2, tradução nossa).

⁵⁰ Neste grupo estão presentes os países: Brasil, Dinamarca, Países Baixos e Colômbia.

Todavia, embora seja de extrema importância garantir constitucionalmente um tempo formal destinado à aprendizagem⁵¹, é utópico considerar que efetivamente o estudante encontra-se engajado em situações de aprendizagem durante todo esse tempo destinado para tal, uma vez que o período previsto de aula e, conseqüentemente, todo o dia letivo é tomado por variados momentos que, ainda indispensáveis para o sistema de ensino, não estão diretamente ligados à aprendizagem do estudante. Assim, atividades que fazem parte da esfera escolar, como: trocas de professores, mudanças de sala de aula, locomoção e distribuição de recursos didáticos e até mesmo intervalos de recreação, ainda que sejam importantes, acabam por ocupar uma parcela do tempo destinado à aprendizagem. Portanto, é fácil ponderar que, embora se disponha de uma quantidade de tempo para a aprendizagem oficialmente normativa⁵², esse tempo na prática acaba sendo reduzido (GILLIES; QUIJADA, 2012).

Fundamentado em reflexões sobre essas variedades de situações incorporadas dentro do tempo permitido para a aprendizagem e advindas dos trabalhos publicados por Carroll (1963, 1989) é que Berliner (1990) retoma, discute e amplia o conceito do OTL. Segundo o autor, o estudante encontra-se mais propenso a aprender se, além do tempo atribuído ao conteúdo de aprendizagem, ele também estiver comprometido com ela, isto é, prestando atenção na tarefa específica a ser aprendida durante o tempo desejado. Deste modo, numa perspectiva do estudante, o autor entende que a oportunidade que conta é aquela em que ele está tomando atenção à tarefa relacionada à aprendizagem pretendida.

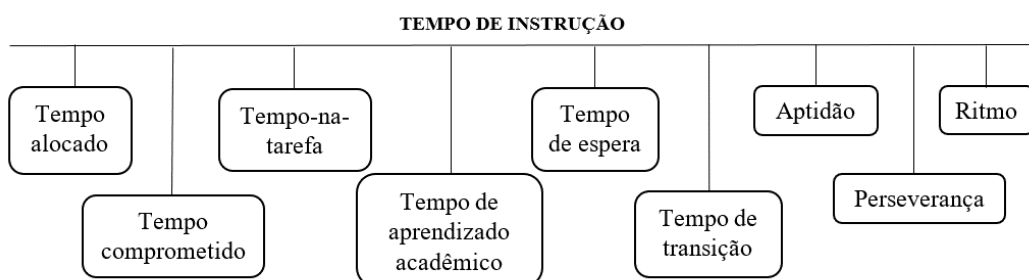
Ponderando então sobre o tempo escolar, Berliner (1990) considera que o tempo de instrução deve ser entendido como uma família de conceitos, assumindo assim uma natureza multifacetada (Figura 5). Dessa forma, dentre as diversas concepções compreendidas dentro deste grupo, destacam-se:

⁵¹ Por entender que um aprendizado raso sobre alguns aspectos do letramento, da matemática e de estudos sociais, por exemplo, é por vezes fornecido informalmente pela família, comunidade e/ou meios de comunicação, nesta pesquisa assume-se como tempo formal de aprendizagem aquele referente ao tempo em que o estudante se encontra presente em ambientes oficiais de ensino, como escolas, colégios e institutos, visto que o aprofundamento de tais conteúdos, assim como os curriculares, só será efetuado em tais estabelecimentos. Assim, essas instituições (públicas ou privadas) são constituídas por disciplinas escolares que almejam, de forma deliberativa e formal, ensinar conteúdos particulares e específicos de cada área de ensino.

⁵² Relativamente a este tempo oficial, cabe aqui fazer um apontamento. Ter uma quantidade considerável de dias letivos, ou até mesmo superior à média de outras nações, não implica que tal país tenha melhores *Opportunity-to-Learn* que os demais (MOORE; DESTEFANO; ADELMAN, 2012a). Essa ressalva se faz importante pois, embora aumentar o tempo permitido à aprendizagem seja uma via significativa para melhorar o desempenho acadêmico dos estudantes, isso por si só não garante uma aprendizagem satisfatória (KURZ, 2011).

- *Tempo alocado*, geralmente definido como o tempo que o estado, distrito, escola ou professor fornece ao estudante para instrução. [...].
- *Tempo comprometido*, geralmente definido como o tempo em que os estudantes parecem estar prestando atenção em materiais ou apresentações que têm objetivos instrucionais. [...].
- *Tempo-na-tarefa*⁵³, geralmente definido como o tempo dedicado a tarefas particulares de aprendizagem. [...].
- *Tempo de aprendizado acadêmico* [...], geralmente definido como a parte do tempo alocada em uma área temática (educação física, ciências ou matemática, por exemplo), na qual um estudante é engajado com sucesso nas atividades ou com os materiais aos quais ele ou ela está exposta, e na qual essas atividades e materiais estão relacionados a resultados educacionais que são valorizados. [...].
- *Tempo de transição*, geralmente definido como o tempo não instrucional antes e depois de alguma atividade instrucional. [...].
- *Tempo de espera*, geralmente definido como o tempo que o estudante deve esperar para receber alguma ajuda instrutiva. [...].
- *Aptidão*, geralmente definida como a quantidade de tempo de que um estudante precisa, sob condições instrucionais ótimas, para alcançar algum critério de aprendizado. [...].
- *Perseverança*, geralmente definida como a quantidade de tempo que um estudante está disposto a gastar para aprender uma tarefa ou unidade de instrução. [...].
- *Ritmo*, geralmente definido como a quantidade de conteúdo coberto durante algum período de tempo. [...] (BERLINER, 1990, p. 3-5, tradução nossa).

Figura 5 – Família de conceitos relacionados ao tempo de instrução⁵⁴.



Fonte: Elaborada pela autora com base nas leituras de Berliner (1990).

Sobre esses diferentes tipos de tempo, algumas ressalvas se fazem importantes: aqui, o conceito de tempo alocado tem a mesma significância daquilo a que Carroll (1963) chamou de *Opportunity-to-Learn*. O tempo-na-tarefa faz referência a um engajamento para um determinado tipo de atividade, com objetivos específicos de aprendizagem. Com relação ao ritmo de instrução, é ponderável considerar que, à medida que ele aumenta, a profundidade de

⁵³ Cabe destacar que, no trabalho de Berliner (1990), o termo tempo-na-tarefa está referenciado com hífen. Entende-se que essa opção se dá para designar o tempo efetivo no desenvolvimento da tarefa, e não o tempo, como um todo, reservado à tarefa.

⁵⁴ Ressalte-se que os elementos que constituem essa família de conceitos não seguem, necessariamente, uma forma linear, quando pensados no tempo de instrução.

cobertura de determinada instrução tende a diminuir. No tocante aos tempos de espera e transição, tem-se que, enquanto o primeiro está ligado com a gestão instrucional, o segundo compreende aquela parcela de tempo que reduz, com situações não instrucionais, o tempo alocado. Por último, o tempo de aprendizado acadêmico se relaciona de forma integrada com alguns dos outros conceitos de tempo, como o tempo alocado, que figura como sendo o limite superior desse tempo; o tempo-na-tarefa, que se centra no engajamento em tarefas que são concernentes às medidas de resultados; e a taxa de sucesso, que corresponde à porcentagem de tempo engajado em que o estudante é bem-sucedido na tarefa específica em aula.

Em seus estudos, Berliner (1978, 1990) pontua a relação intrínseca entre o desempenho do estudante e sua taxa de sucesso⁵⁵; assim, nessa direção, originou-se o modelo do Tempo de Aprendizado Acadêmico, o qual acaba sendo uma nova versão da conceitualização do *Opportunity-to-Learn*, mas agora numa perspectiva ligada mais diretamente ao estudante⁵⁶.

No que diz respeito a esse tempo de instrução, um corpo crescente de pesquisas centra-se na dicotomia entre o tempo alocado para a escolaridade e o tempo de aprendizado acadêmico (DESTEFANO, 2012; GILLIES; QUIJADA, 2012; MOORE; DESTEFANO; ADELMAN, 2012b). Compreendendo que o tempo alocado sofre redução por uma afluência de fatores, situações estas que condizem com a realidade (GILLIES; QUIJADA, 2012), começou-se a maturar que o *Opportunity-to-Learn* não se restringia a uma única métrica, como, por exemplo, a de tempo alocado (CARROLL, 1963) ou a de tempo de aprendizado acadêmico (BERLINER, 1990). Isto significa uma expansão do conceito, ao se repensar que o *Opportunity-to-Learn* é e está constantemente sendo influenciado por uma série de aspectos intra e extraescolares (NATIONAL ASSOCIATION OF STATE DIRECTORS OF SPECIAL EDUCATION, 1995; DOUGHERTY, 1996).

Seguindo essa tendência, no fim dos anos 1980, a RAND⁵⁷ desenvolveu e publicou um relatório⁵⁸ em que um de seus focos era apresentar um conjunto de parâmetros institucionais de qualidade, que compreendia a capacitação de professores, currículo e indicadores de gastos (GILLIES; QUIJADA, 2012). De acordo com Gillies e Quijada (2012), esses critérios,

⁵⁵ Esse termo está relacionado à porcentagem de tempo de participação de um estudante em uma experiência de ‘alta realização’ em sala de aula. Para mais informações sobre essa expressão, ver Berliner (1990).

⁵⁶ Para mais informações sobre o modelo de Tempo de Aprendizado Acadêmico, ver Berliner (1978, 1990) e Fisher et al. (1980).

⁵⁷ A RAND Corporation é uma organização global, com sedes na América do Norte, Europa e Austrália. Com foco em pesquisa, a RAND busca desenvolver soluções para os desafios de políticas públicas, objetivando ajudar as comunidades em todo o mundo a tornarem-se mais seguras, saudáveis e prósperas. Para mais informações sobre a corporação, ver em: <<https://www.rand.org/>>. Acesso em: 28 jan. 2021.

⁵⁸ Para mais informações sobre o relatório, ver Oakes et al. (1990).

chamados de padrões do OTL, foram empregados nos Estados Unidos da América (EUA) para tratar das questões sobre padrões de excelência e responsabilidade pelos resultados. Conforme mencionam os autores,

[...] a justificativa para os padrões do OTL é direta – é injusto responsabilizar os estudantes pelo cumprimento de altos padrões acadêmicos, a menos que tenham a garantia de um *opportunity to learn*. Se as escolas não tiverem recursos para ensinar aos estudantes o material que será avaliado, os padrões de responsabilidade e desempenho podem ter pouco impacto (GILLIES; QUIJADA, 2012, p. 9, tradução nossa).

Ainda com relação aos EUA, anos mais tarde, em 1994, o Congresso estabeleceu algumas metas a serem inseridas em sua reforma educacional. Conhecido como *Goals 2000 Educate America* (1994), os Objetivos Educacionais Nacionais procuraram estabelecer certos critérios relativos à educação, sendo eles considerados indicadores de *Opportunity-to-Learn*. Seu propósito era identificar padrões escolares de caráter mundial, procurando descobrir se a qualidade da escola condizia com os padrões de sucesso almejados em testes formais e se estes estavam adequados a tais parâmetros internacionais. Os padrões de OTL abordavam os seguintes tópicos:

1) Currículos e materiais; 2) Capacidade do professor; 3) Desenvolvimento profissional contínuo; 4) Alinhamento de currículo, práticas de instrução e avaliações com padrões de conteúdo; 5) Segurança e segurança do ambiente de aprendizagem; 6) Políticas, currículos e práticas não discriminatórias; 7) Financiamento escolar; [e] Outros fatores que garantem aos estudantes a oportunidade justa de alcançar conhecimento e habilidades (NATIONAL ASSOCIATION OF STATE DIRECTORS OF SPECIAL EDUCATION, 1995, p. 3-4, tradução nossa).

De acordo com o Estatuto dos EUA, conforme citado por Dougherty (1996, p. 41, tradução nossa), os padrões de OTL são considerados como “recursos, práticas e condições necessárias [...] para fornecer, a todos os estudantes, um *Opportunity-to-Learn* sobre o assunto”. Segundo esse autor, esses padrões de OTL levam em consideração o possível não alinhamento entre expectativas e resultados, isto é, eles são estabelecidos na compreensão de que *Opportunity-to-Learn* desiguais implicam em desempenhos desiguais, deixando de atingir, assim, metas estipuladas iguais *a priori*. Desse modo,

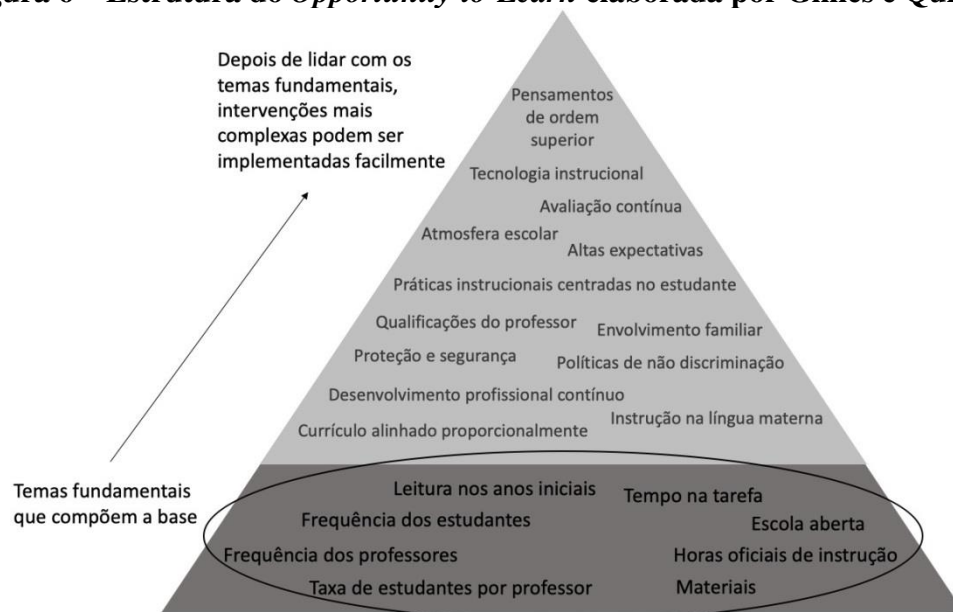
[...] os padrões OTL corrigem a unilateralidade dos padrões de conteúdo e desempenho que tratam os estudantes de maneira genérica e homogênea. Eles transferem o ônus dos estudantes, forçando as escolas e os formuladores de políticas a confrontar como as escolas servem ou subvertem as conquistas dos estudantes (DOUGHERTY, 1996, p. 41, tradução nossa).

Todavia, Dougherty (1996) enfatiza que, sob a ótica da pesquisa sociológica, os padrões de OTL, como foram determinados, deixam de considerar outros aspectos também importantes. Ao levar em conta os fenômenos sociais que envolvem a esfera educacional (intra e extraescolar) no que diz respeito aos valores, os padrões de OTL ignoram alguns fatores, tais como: segregação racial e de classe entre estudantes e diferenciação curricular e instrucional (fatores intraescolares); e diferenças de raça e classe em ambientes familiares, aspirações educacionais/ocupacionais e capital cultural (fatores extraescolares). Assim, entende-se que tais padrões, como estão, desconsideram as diversidades sociais e educacionais presentes na sociedade.

Nessa direção, Gillies e Quijada (2012) também fazem objeções no que diz respeito à consideração de uma mesma equivalência e generalidade dos padrões para todas as nações do mundo. Numa perspectiva socioeconômica, isso significa que, “embora esses padrões [os do *Goals 2000 Educate America*] sejam apropriados e relevantes para todos os países, eles não capturam os fatores chave que são mais imediatamente relevantes para os países em desenvolvimento” (GILLIES; QUIJADA, 2012, p. 10, tradução nossa). Destarte, preocupados em garantir indicadores do OTL que assegurem uma igualdade das condições escolares, bem como as oportunidades de aprendizado, Gillies e Quijada (2012) entendem que, para os países em desenvolvimento, é necessário considerar um OTL básico, isto é, antes de se levar em conta os padrões de OTL desenvolvidos pela *Goals 2000 Educate America*, é preciso se concentrar em uma série de fatores mais fundamentais.

Postas essas observações, e ponderando sobre a questão de que os padrões de OTL variam entre indicadores essenciais/primários e complexos/decorrentes, é que uma estrutura de OTL (Figura 6) é criada pelos autores – (re)conceitualizando aqui a estrutura de OTL. A diferença de tons de cinza que preenche o modelo e a elipse desenhada em sua base servem para representar e chamar a atenção para o que Gillies e Quijada (2012) quiseram dizer sobre os indicadores constituintes do OTL (a estrutura como um todo) e, mais especificamente, os fatores centrais do OTL (base do modelo).

Figura 6 – Estrutura do *Opportunity-to-Learn* elaborada por Gillies e Quijada.



Fonte: Traduzida de Gillies e Quijada (2012, p. 5).

É importante ressaltar que os supostos níveis da pirâmide são apenas ilustrativos e não hierárquicos com relação às estratégias de ensino. A ideia por trás desta representação está pautada no entendimento de que os fatores dos níveis mais elevados devem levar em conta os fatores do nível inferior quando se trata da questão graduada de investimentos, ou seja, no gerenciamento das políticas públicas. Nessa perspectiva, os autores afirmam que

[...] a incapacidade de se concentrar nos fatores fundamentais do OTL enfraquece todos os investimentos em intervenções de nível superior. À medida que se sobe a pirâmide, aumentam as complexidades técnicas da implementação das melhorias. No entanto, os fatores de nível mais baixo refletem os níveis mais baixos de gerenciamento e complexidade técnica, e ainda têm um enorme impacto nos resultados (GILLIES; QUIJADA, 2012, p. 10, tradução nossa).

Desse modo, com foco nas questões que permeiam os fatores primordiais do *Opportunity-to-Learn*, Gillies e Quijada (2012) elencam oito fatores como sendo os essenciais e primários para que se garanta a base do OTL, sendo eles: horas oficiais de instrução; escola aberta; frequência do professor e do estudante; tempo destinado à tarefa; relação estudante-professor; leitura prévia e materiais. Esses elementos estão divididos em dois grupos distintos, um correspondente à gestão e ao financiamento, na esfera das políticas públicas, e o outro correlato aos gerenciamentos instrucionais da escola e sala de aula, como detalhado a seguir.

Elementos fundamentais: recursos e gestão

1. O ano letivo tem um tempo mínimo de instrução de 850-1000 horas por ano. 2. A escola está aberta em todas as horas e todos os dias do ano letivo, e a escola está localizada próxima ou pelo menos a 1 km do estudante. 3. O professor está presente todos os dias do ano letivo e a cada hora do dia escolar. 4. O estudante está presente todos os dias do ano letivo e a cada hora do dia escolar. 5. A relação estudante-professor está dentro dos limites gerenciáveis, assumidos como sendo pelo menos abaixo de 40-1. 6. Materiais de instrução estão disponíveis para todos os estudantes e são usados diariamente.

Elementos fundamentais: pedagogia

7. O dia letivo e as atividades da sala de aula são organizados para maximizar o tempo-na-tarefa – o uso efetivo do tempo para fins educacionais. 8. A ênfase é dada aos estudantes que desenvolvem habilidades básicas de leitura até o segundo ou terceiro ano (GILLIES; QUIJADA, 2012, p. 11, tradução nossa).

Com a atenção sobre em como o tempo na escola pode ser perdido ou desperdiçado, DeStefano (2012) apresenta a seguinte exposição:

O tempo é perdido quando a escola está fechada. Qualquer dia que uma escola é fechada, quando é suposto ser aberta, é subtraído do total de dias alocados para o ano letivo completo. O tempo também é perdido quando os professores estão ausentes. Em qualquer dia em que a escola estiver aberta, mas um professor não estiver presente, seus estudantes não terão a oportunidade de aprender. O tempo é perdido quando os estudantes estão ausentes. Qualquer dia que os estudantes estejam ausentes significa perda de oportunidade de aprender. O tempo é perdido durante o dia na escola. A escola pode começar tarde, o intervalo pode durar mais do que deveria, ou os professores e estudantes podem sair da sala em pontos aleatórios do dia. O tempo é desperdiçado quando os estudantes não estão na tarefa. Mesmo quando professores e estudantes estão reunidos em sala de aula, os estudantes podem não estar seguindo a lição ou o professor pode gastar tempo disciplinando os estudantes em vez de ensinar (DESTEFANO, 2012, p. 4-5, tradução nossa).

Todos os elementos mencionados acabam por determinar, então, a parcela equivalente do tempo alocado durante o qual professor e estudante podem trabalhar conjuntamente em atividades instrucionais. Assim, compreender de que forma o tempo alocado está sendo empregado é determinante para saber se os estudantes estão de fato recebendo *Opportunity-to-Learn*.

Visando medir até que ponto o tempo alocado era otimizado em uma amostra de escolas, Moore, DeStefano e Adelman (2012a) partem dos elementos primários do OTL, citados por Gillies e Quijada (2012), e os modificam condensando-os em cinco fatores de OTL (ver Quadro 7).

Quadro 7 – Fatores de tempo.

F1. Dias em que a escola se encontra realmente aberta;
F2. Frequência dos professores;
F3. Frequência dos estudantes;
F4. Tempo em dias em que a escola está disponível para instrução (contabilizando situações em que professores e estudantes estão juntos, início tardio da aula e intervalo);
F5. Tempo na aula em que os estudantes participam de atividades relacionadas à instrução (considerando o tempo comprometido, o tempo na tarefa e o tempo de aprendizado acadêmico) ⁵⁹ .

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Quando estes cinco fatores são combinados, eles resultam em um novo indicador de tempo – F6⁶⁰. Para suas investigações, Moore, DeStefano e Adelman (2012a) ainda levaram em considerações mais outros 6 indicadores de tempo, a saber: F7. Tempo dos estudantes com Livro Didático; F8. Tempo de uso de Livros Didáticos observados; F9. Tempo gasto lendo; F10. Capacidade de leitura; F11. Tamanho da turma e F12. Apoio escolar. A reunião dos 12 fatores mencionados, segundo Moore, DeStefano e Adelman (2012a), estabelece uma (nova) estrutura de *Opportunity-to-Learn*, em que cada indicador (F_n) exerce a função de mensurar a oportunidade potencial de aprendizado, isto é, ele mede até que ponto o OTL é otimizado.

As correspondências entre a aprendizagem dos estudantes e os indicadores de OTL também têm sido um assunto encontrado na literatura acadêmica (WANG, 1998; TATE, 2005; KURZ, 2011). Partindo desse interesse, a ideia está pautada em quantificar e qualificar o alinhamento entre o que é ensinado para os estudantes e o que é avaliado nos testes de aproveitamento, sendo eles exames nacionais ou internacionais⁶¹. Como aludido por Tate (2005), Husén (1967) retomou e redefiniu o conceito de *Opportunity-to-Learn* proposto por Carroll (1963, 1989), organizando-o, já na especificidade da Matemática, em relação ao “conteúdo de matemática ensinado ao estudante e o conteúdo de matemática avaliado pela realização de testes” (TATE, 2005, p. 14, tradução nossa). Assim, na concepção de Husén, o

⁵⁹ Esse fator compreendia situações de: leitura em voz alta, discussão e debate, demonstração e explicação, cópia da lição, instrução verbal, prática e exercícios, leitura e interpretação de texto e algum outro trabalho sobre a aula, feito na carteira/mesa.

⁶⁰ Este indicador corresponde ao tempo em dias equivalentes disponíveis para instrução depois de aferir o tempo perdido devido ao fechamento da escola, ausência de professor e estudante, perda diária de tempo e tempo fora da tarefa.

⁶¹ No Brasil, os testes de parâmetros nacionais são de responsabilidade do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb). O Saeb tem como objetivo avaliar as escolas brasileiras, buscando em cada avaliação acompanhar a qualidade da educação nacional. Na esfera internacional, o Brasil participa da aplicação dos exames elaborados pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa). Para mais informações, ver em: <<http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb>> e <<http://portal.inep.gov.br/pisa>>. Acesso em: 28 jan. 2021.

OTL é a sobreposição entre a Matemática ensinada e a Matemática testada. Nessa perspectiva, o OTL é guiado pela ideia de que, quanto maior a sobreposição, maior o *Opportunity-to-Learn*. Por conta desse conceito, os modelos de OTL de Carroll (1963) e Husén se diferenciam em dois pontos:

Primeiro, enquanto o modelo de Carroll descreve o OTL como uma variável instrucional (sob o controle de professores), o modelo de Husén enquadra o OTL como uma variável de medição. Em segundo lugar, Carroll descreve o OTL como uma variável contínua, enquanto Husén projetou o OTL como uma variável dicotômica. A preocupação mais importante da perspectiva de Carroll é em quanto tempo o estudante tem que aprender um conceito específico. A preocupação mais importante da perspectiva de Husén é se um estudante recebeu ou não instrução de qualidade relativa aos conceitos incluídos nos testes de aproveitamento (TATE, 2005, p. 14, tradução nossa).

Apoiadas nessa (re)conceitualização, algumas pesquisas empíricas mostraram que os indicadores de OTL são fatores pertinentes para as interpretações e os esclarecimentos dos resultados advindos dos testes educacionais (STEVENS, 1993, 1996; WANG, 1998; TATE, 2005; KURZ, 2011). A estrutura conceitual desenvolvida por Stevens (1993) é organizada em quatro variáveis que, segundo o autor, exercem uma forte influência sobre as práticas de ensino do professor e a aprendizagem do estudante.

Nesse modelo, a ênfase está centrada nas ações do docente sobre como faz e o que aborda em suas salas de aula durante a instrução e se oportuniza ao estudante o acesso (suficiente) às informações, conteúdos e recursos, estes alinhados ao currículo coerente para sua idade, nível de ensino e avaliações. Sob essa óptica, os quatro indicadores estão concatenados com os responsáveis pela instrução dentro do ambiente escolar, e não com o estudante. Isso significa que “este conceito de OTL está em contraste com os educadores, pesquisadores e formuladores de políticas que frequentemente atribuem a falta de desempenho acadêmico dos estudantes ao ambiente fora da escola” (STEVENS, 1996, p. 4-5, tradução nossa). Com suas especificidades, as variáveis são:

- **Variáveis de cobertura de conteúdo** - Essas variáveis medem se os estudantes cobrem ou não o currículo principal para um determinado nível de ensino ou assunto.
- **Variáveis de exposição de conteúdo** - Estas são variáveis que levam em consideração o tempo permitido e dedicado à instrução (tempo-na-tarefa) e a profundidade do ensino fornecido.
- **Variáveis de ênfase** - Estas são variáveis que influenciam quais tópicos dentro do currículo são selecionados para ênfase e quais estudantes são selecionados para receber instrução, enfatizando habilidades de ordem

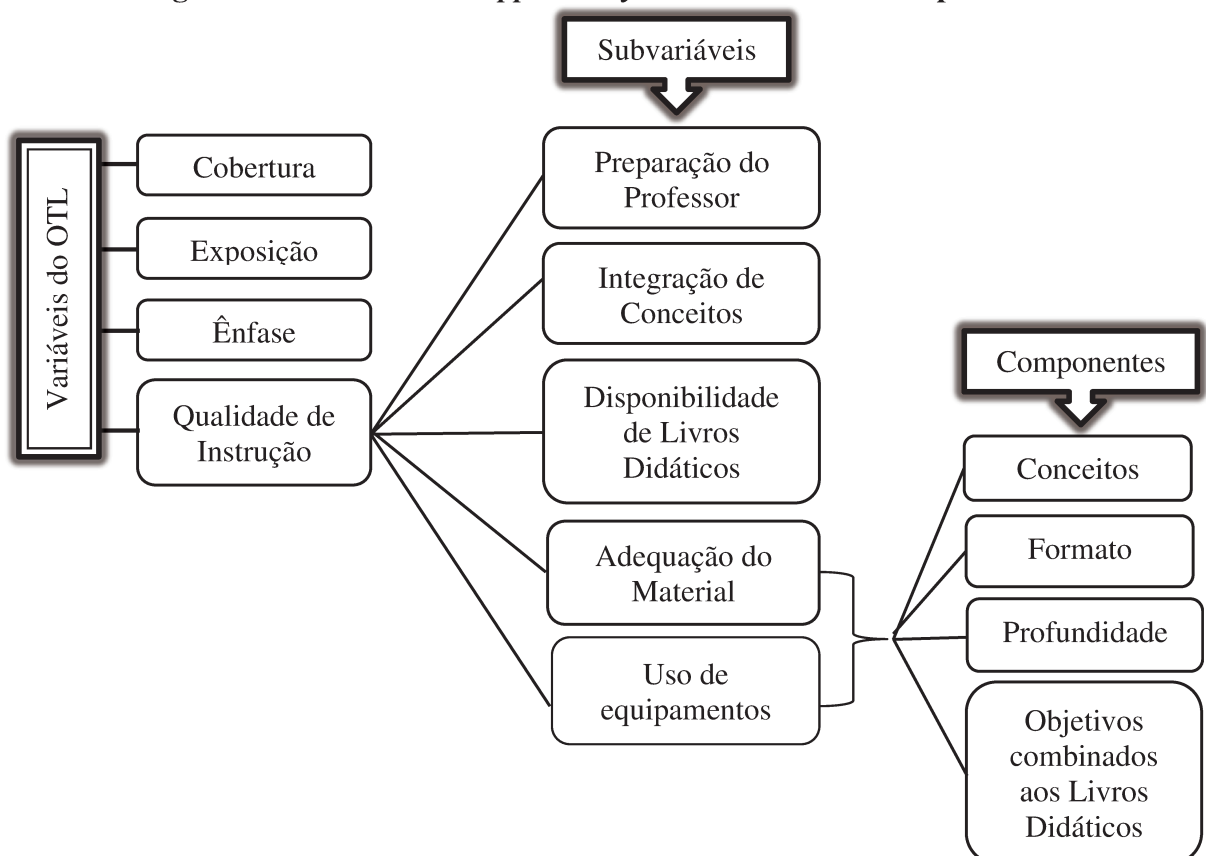
inferior (ou seja, memorização mecânica) ou habilidades de ordem superior (isto é, resolução de problemas críticos).

- **Variáveis de Qualidade da Entrega Instrucional** - Essas variáveis revelam como as práticas de ensino em sala de aula (ou seja, apresentação de aulas) afetam o desempenho acadêmico dos estudantes (STEVENS, 1993, p. 233-234, tradução nossa, grifos da autora).

Assim, assumindo a incumbência educacional, o professor é quem: i) sistematiza o acesso ao que será ensinado aos estudantes, sendo condizente com o que posteriormente será avaliado, ii) organiza e distribui o tempo durante as aulas, iii) seleciona e aprofunda ou rudimenta os tópicos do conteúdo para o ensino e iv) coordena o andamento das aulas de acordo com a escolha/estratégias de suas práticas de ensino (STEVENS, 1993, 1996).

Servindo-se do modelo de Stevens (1993) e ampliando-o, Wang (1998) especifica, em particular, a variável de qualidade de instrução como sendo descrita por cinco subvariáveis, sendo elas: preparação do professor; integração de conceitos; disponibilidade de Livros Didáticos; adequação do material e uso de equipamentos. Com relação aos dois últimos itens, eles ainda se constituem (cada um) em quatro componentes, a saber, conceitos, formato, profundidade e objetivos combinados aos Livros Didáticos (Figura 7).

Figura 7 – Estrutura do *Opportunity-to-Learn* em nível do professor.



Fonte: Elaborada pela autora com base nas leituras de Wang (1998).

Em conformidade com as ideias de Stevens (1993, 1996) quanto à última variável – qualidade de instrução –, Wang (1998) afirma que todas as suas cinco subvariáveis desempenham papel fundamental e de importância expressiva para influenciar a qualidade instrucional.

Elas [as subvariáveis] refletem a experiência do professor em decidir se os livros didáticos e os equipamentos de laboratório são adequados e escolher os materiais complementares apropriados se os livros didáticos não forem adequados. A experiência dos professores, por sua vez, tem um grande impacto na qualidade instrucional (WANG, 1998, p. 143, tradução nossa).

Contudo, ainda que Wang (1998) tenha proposto essa ramificação visando a particularidade de sua investigação (relação entre o OTL e o desempenho dos estudantes em ciências), compreende-se que, de modo geral, é possível empregar tal estrutura na investigação sobre o OTL dos estudantes e seu desempenho em relação a qualquer habilidade cognitiva ou conteúdo.

Na generalidade, não só Wang (1998) tomou atenção à qualidade instrucional. Muitos pesquisadores empenhados em estudar o OTL centraram-se nessa variável. Em um cenário macro, Schmidt et al. (2008) operacionalizam o OTL buscando identificar as variações relevantes para a política com relação à preparação de futuros professores. Nos estudos, eles mediram as oportunidades de que os indivíduos dispuseram em seus programas de formação inicial. Com uma amostragem heterogênea advinda de cinco países, a pesquisa examinou as experiências oportunizadas pelos cursos dos futuros professores e a cobertura do conteúdo tanto relacionada à Matemática, quanto à Pedagogia Teórica e Prática. Com o foco voltado para o professor já atuante, Herman, Klein e Abedi (2000) definem o OTL de forma geral, na esfera escolar, como sendo as “oportunidades que as escolas [professores e gestores] fornecem aos estudantes para aprender o que se espera deles” (HERMAN; KLEIN; ABEDI, 2000, p. 16, tradução nossa). Em sua concepção, eles consideraram duas grandes categorias para a variável qualidade instrucional, sendo elas as práticas instrucionais, como o conteúdo ensinado e a sistematização da aula, e os recursos instrucionais, como acesso a Livros Didáticos, calculadoras, computadores e laboratórios. Já Stein et al. (2008) tomaram atenção a outros indicadores da qualidade de instrução associados ao desempenho do estudante no âmbito da Matemática. Buscando apresentar alternativas para que os professores possam tornar as discussões em sala de aula mais eficazes, Stein e colegas (2008) propõem um modelo pedagógico que especifica cinco práticas-chave, que são:

(1) antecipar respostas prováveis do estudante às tarefas matemáticas cognitivamente exigentes, (2) monitorar as respostas dos estudantes às tarefas durante a fase de exploração, (3) selecionar estudantes específicos para apresentar suas respostas matemáticas durante a fase de discussão e resumo, (4) sequenciar propositadamente as respostas dos estudantes que serão exibidas e (5) ajudar a classe a fazer conexões matemáticas entre as respostas dos diferentes estudantes e entre as respostas dos estudantes e as ideias-chave (STEIN et al., 2008, p. 321, tradução nossa).

Frente a essa extensa gama de variáveis disponíveis referentes à qualidade instrucional, Kurz (2011, p. 113, tradução nossa) ressalta a “importância de os pesquisadores fornecerem uma base teórica e empírica para sua operacionalização particular”. Além disso, para as pesquisas que têm como base de dados somente os autorrelatos dos professores e os utilizam para investigar os indicadores de qualidade, na perspectiva do OTL, estão predestinados a se limitar apenas às informações superficiais da instrução. Assim, embora tais informações sejam importantes para compreender a instrução como um todo, elas não fornecem dados mais detalhados sobre, por exemplo, até que ponto certas práticas foram implementadas corretamente e de que forma (caso tenham ocorrido) houve a utilização e adequação do material utilizado para a instrução (KURZ, 2011).

Tomando os estudos de OTL numa perspectiva das políticas públicas, McDonnell (1995) levanta discussões importantes a respeito dos padrões do OTL nos distintos níveis na educação. Assim, assumindo como lente teórica o constructo do OTL enquanto conceito de pesquisa, indicador educacional e instrumento de política pública, o autor tece considerações sobre a influência do OTL como uma conceituação gerativa, isto é, “os padrões de OTL [do *Goals 2000 Educate America* (1994)], combinados com um bom sistema de indicadores⁶², podem desempenhar um papel significativo nas escolas e distritos individuais dispostos e capazes de tirar proveito da estrutura fornecida [pela pesquisa e viabilizada pelas políticas públicas]” (MCDONNELL, 1995, p. 318, tradução nossa).

No alusivo à correspondência entre pesquisa e política pública, compreende-se que as investigações acadêmicas são uma grande locomotiva que translada e fornece teorias, conceitos, métodos e resultados empíricos que permitem aos formuladores de políticas e ao

⁶² Entende-se que esse sistema de indicadores diz respeito aos processos escolares e de sala de aula, contemplando os fatores referentes à: “formação e experiência do professor, organização em nível de escola e série, ofertas de cursos e padrões de cursos para estudantes, conteúdo curricular, disponibilidade e uso de materiais instrucionais e estratégias instrucionais” (MCDONNELL, 1995, p. 309, tradução nossa). A combinação referida por McDonnell (1995) concerne a uma (re)conceitualização do OTL, na qual o define para além do conteúdo curricular ofertado aos estudantes, contemplando assim também variáveis de como esse conteúdo é apresentado e quem o apresenta (MCDONNELL, 1995).

público em geral exteriorizar, viabilizar e medir o progresso nas metas, aqui educacionais, estipuladas em âmbito nacional (CARROLL, 1989; MCDONNELL, 1995; WANG, 1998; SANTOS, 2017).

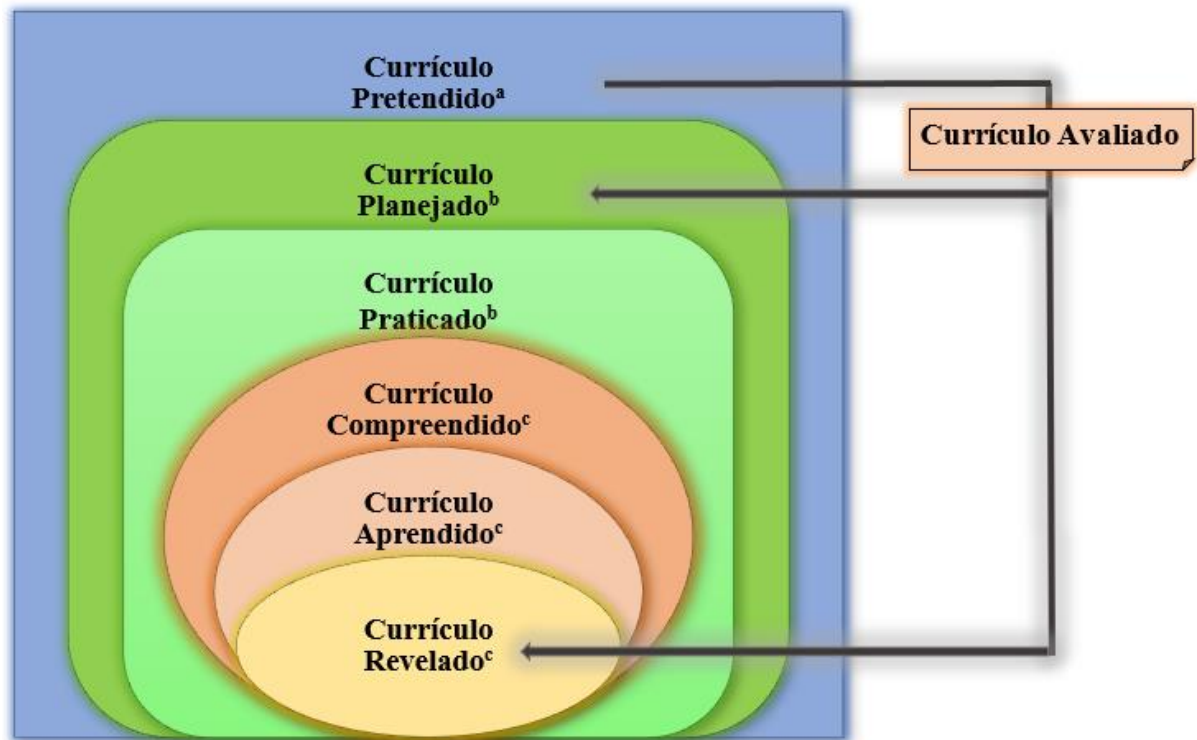
De acordo com McDonnell (1995), o *Opportunity-to-Learn* assume três pressupostos tácitos que, juntos, “representam a combinação de elementos normativos e empíricos que tornam um conceito de pesquisa atraente como uma ferramenta de política” (MCDONNELL, 1995, p. 312, tradução nossa). A primeira suposição considera que o OTL assume o papel de um contrato social entre escolas, governo e sociedade. Desse modo, embora as escolas, enquanto unidades educacionais individuais, tomem para si a responsabilidade pelo currículo entregue aos estudantes, ela também é compartilhada com os gestores de todos os níveis de governo. Aqui, o termo currículo faz jus apenas à ementa conteudista designada para uma disciplina escolar, de acordo com o assunto e ano. A segunda consideração diz respeito à centralidade nos fatores de OTL que mais afetam, de forma direta, a aprendizagem dos estudantes, ou seja, a ênfase deve ser dada nos processos de sala de aula que envolvem professores, estudantes e materiais pedagógicos. Por fim, o terceiro pressuposto está relacionado à razoabilidade entre a teoria e estudos empíricos, de modo que as pesquisas forneçam metodologias aplicáveis como forma de acompanhar e medir o desempenho individual das escolas e, posteriormente, do sistema educacional como um todo.

O currículo ofertado aos estudantes é suposto um agente importante que permeia os três pressupostos citados acima. Embora ele esteja mais explícito no primeiro item, o currículo atua como segundo plano nos demais, de forma a sustentar a objetividade das escolhas aos indicadores de OTL e assegurar, de certa forma, a confiabilidade dos resultados de desempenho acadêmico por parte dos estudantes (sobreposição do que é ensinado e testado). Todavia, o currículo entregue aos estudantes é apenas um estrato do currículo pretendido pelo programa educacional (AMPUERO, 2011; KURZ, 2011).

É razoável compreender que existe uma ordenação curricular com diferentes camadas de abrangência de currículo. Isso é ponderável ao se pensar a esfera educacional enquanto constituída de níveis hierárquicos formados pelo sistema normativo nacional, professor e estudante. Sendo assim, a Figura 8 exibe uma estrutura relativa às camadas dessa ordenação curricular, as quais podem ser expressas, em ordem inclusiva, como o currículo pretendido; o currículo planejado e implementado; e o currículo compreendido, aprendido e revelado (AMPUERO, 2011; KURZ, 2011)⁶³.

⁶³ Conforme o interesse deste capítulo, aqui será dissertado apenas sobre o currículo praticado, visto que o trabalho de Kurz (2011) se desdobra com relação a este currículo.

Figura 8 – Modelo curricular educacional.



Fonte: Elaborada pela autora com base nas leituras de Kurz (2011).

Notas:

^a Referente ao sistema.

^b Referente à esfera do professor.

^c Referente à esfera do estudante.

No nível que compete ao professor, o modelo postula as fases de planejamento e execução por meio do currículo planejado, aquele que é intencional, pretendido e desejado propor, e o currículo praticado, aquele que se desenvolve efetivamente ao longo do ano letivo com os estudantes. Sobre esse último currículo, Kurz (2011) salienta:

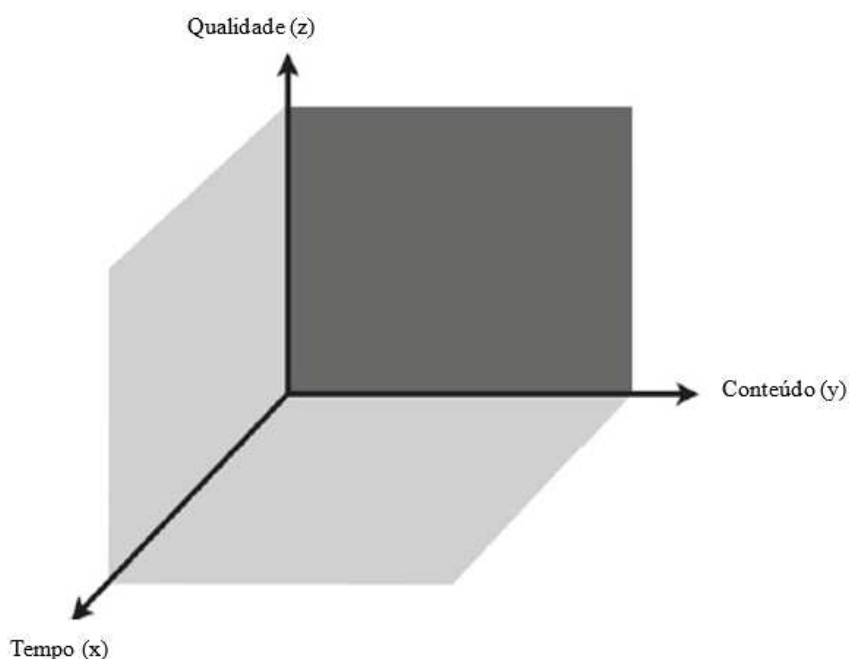
O currículo praticado desempenha um papel central em nossa definição e medição de OTL (ou seja, a oportunidade dos estudantes de aprender o currículo pretendido), porque é principalmente através do currículo praticado pelo professor que os estudantes acessam o currículo pretendido. O currículo pretendido, conseqüentemente, representa uma das principais metas de intervenção para aumentar o OTL (KURZ, 2011, p. 103, tradução nossa).

A importância dada a esse currículo advém do fato de que, diante dele, o professor oportuniza aos estudantes grande parte do conteúdo a ser ensinado em sala de aula, conjuntamente com seus materiais pedagógicos, por exemplo, os Livros Didáticos. É nesse momento que os professores também tomam/efetivam decisões pedagógicas sobre a entrega de um conteúdo embasados em práticas de ensino, atividades, tarefas de demandas cognitivas

variadas e ênfases de tempo relacionadas ao ensino de certos tópicos e habilidades (AMPUERO, 2011; KURZ, 2011). Entretanto, ainda que o currículo pretendido delegue ao educador os conteúdos que ele deva abarcar sobre um determinado assunto em cada ano, na prática o currículo planejado de um professor sofre limitações em função da profundidade de seu conhecimento relativo aos conteúdos ou de sua proximidade com o currículo pretendido. Os fatores externos, como rotina da escola, logística dos materiais ou precariedade do ambiente escolar, também contribuem para que o currículo planejado não seja totalmente implementado (KURZ, 2011).

Centrado na discussão do *Opportunity-to-Learn* sobre o currículo praticado, Kurz (2011) ressalta que o conteúdo ensinado, advindo desse currículo, sempre se desdobra em (pelo menos) outras duas dimensões, a saber, o tempo e a qualidade de instrução. Dessa forma, o autor propõe um modelo (Figura 9) que relaciona os elementos temporais, curriculares e qualitativos da instrução de um professor. Segundo Kurz e Elliott (2011, apud ELLIOTT; BARTLETT, 2016, p. 4, tradução nossa), o OTL é definido nesse modelo como “o grau em que um professor dedica tempo instrucional e cobertura de conteúdo aos objetivos curriculares pretendidos, enfatizando processos cognitivos de alta ordem, práticas instrucionais baseadas em evidências e formatos de agrupamentos alternativos”.

Figura 9 – As três dimensões instrucionais do OTL no nível do professor, na abrangência de currículo implementado.



Fonte: Traduzida de Kurz (2011, p. 114).

Assim, no nível do currículo implementado, o professor deve dedicar sua instrução de forma a cobrir, sempre que possível, as três dimensões de forma equilibrada e maximizada. Essa equidade proporcional entre as dimensões é importante, visto que:

As instruções restritas ao *plano tempo-conteúdo* indicariam que o professor forneceu o conteúdo do currículo pretendido sem depender de práticas instrucionais baseadas em evidências. As instruções restritas ao *plano de qualidade-tempo* indicariam que o professor usa práticas instrucionais baseadas em evidências para fornecer conteúdo, mas o conteúdo implementado não estava alinhado com o currículo pretendido pelo estudante. Por fim, o *plano de qualidade-conteúdo* só ocorreria no nível do currículo planejado (KURZ, 2011, p. 114, tradução nossa).

Por fim, esse modelo reforça os conceitos iniciais de Stevens (1996) e de Wang (1998), ao considerar as dimensões do OTL como variáveis interconectadas. Ademais, Kurz (2011) destaca que a ideia desse modelo tem como propósito ser ilustrativa, a fim de ser uma “estrutura para categorizar as opções de medição relacionadas a cada dimensão instrucional do OTL” (KURZ, 2011, p. 114, tradução nossa).

Uma vez realizada este estudo teórico, tencionou-se compreender de que forma, caso fosse possível, poderia se estabelecer um diálogo entre estas (re)conceitualizações. Assim, em linhas gerais, olhando para as produções literárias, pode-se averiguar que distintas linhas de pesquisa sobre o *Opportunity-to-Learn* começaram a se formar em torno das três diferentes dimensões instrucionais:

- Tempo de instrução (por exemplo, CARROLL, 1963; BERLINER, 1990; MOORE; DESTEFANO; ADELMAN, 2012a);
- Qualidade da instrução (por exemplo, WANG, 1998; HERMAN; KLEIN; ABEDI, 2000; SCHMIDT et al., 2008);
- Conteúdo de instrução (por exemplo, STEVENS, 1993; GOALS 2000, 1994; KURZ, 2011).

Além disso, embutidas na esfera do ensino e da aprendizagem, essas dimensões acabam por fazer parte, de forma macro, de três níveis de ensino:

- Sistema de ensino com as políticas públicas (por exemplo, MCDONNELL, 1995; SANTOS, 2017);
- A sala de aula enquanto ambiente de trabalho do professor (por exemplo, WANG, 1998; STEIN et al., 2008; KURZ, 2011; SANTOS, 2017);
- A aprendizagem acadêmica como realização por parte dos estudantes (por exemplo, FISHER et al., 1980; WANG, 1998; TATE, 2005).

Posta tal revisão, de forma resumida, foi possível compreender que o *Opportunity-to-Learn* é um conceito definido pelos pesquisadores e estruturado sempre por meio de suas variáveis/fatores/indicadores/dimensões. Por conseguinte, atentando para a natureza multidimensional da estrutura de OTL, compreendeu-se que suas variáveis (independentemente do modelo de OTL) não são constructos unitários. Isso significa que elas devem ser medidas e estudadas simultaneamente, de modo a enriquecer a relação de realização do OTL (DOUGHERTY, 1996; WANG, 1998; KURZ, 2011; MOORE; DESTEFANO; ADELMAN, 2012a). Entretanto, sobre essa compreensão, a literatura aponta que até 1996 existia uma lacuna em relação a esse quesito.

Sobre isso, assim como apontado por Stevens (1996), foi possível observar que alguns estudos fundamentados no *Opportunity-to-Learn* tomavam atenção para apenas um indicador por vez, desconsiderando a variedade e interconectividade das outras variáveis. Assim, com um caráter multinível que os fatores de OTL assumem na esfera educacional, por exemplo, o OTL ao nível das políticas públicas – no sistema de ensino –, em sala de aula – com os professores – e na aprendizagem – pelos estudantes – (MCDONNELL, 1995; WANG, 1998; TATE, 2005; KURZ, 2011; SANTOS, 2017), entende-se, tal como afirmado e ressaltado por Stevens (1996), a importância de refletir e de discutir a atenção que se deve dar às considerações e à combinação desses fatores, de modo a contemplar um OTL mais abrangente, profundo e otimizado.

CAPÍTULO 4 – REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo destina-se a discorrer sobre as referências teóricas em que esta pesquisa está alicerçada. Dividido em três seções, o referencial teórico é construído em uma estrutura que dissertará, nesta ordem, sobre: a Tarefa, Contexto e Demanda Cognitiva; a delimitação do *Opportunity-to-Learn* para este estudo e, por fim, a construção da Tríade: *Opportunity-to-Learn*, Tarefas e Livros Didáticos.

4.1 Tarefa, Contexto e Demanda Cognitiva

Esta seção busca dissertar inicialmente sobre o entendimento que a pesquisa assume quanto ao termo tarefa, aqui delimitado ao Livro Didático de Matemática. Em seguida é apresentando um modelo de programa educacional aportado na relação entre as tarefas matemáticas e as aprendizagens dos estudantes e, do mesmo modo, discorre-se sobre uma estrutura conceitual concernente às tarefas matemáticas. Posteriormente, o texto apresentará os aportes teóricos em que a análise dos dados desta pesquisa está fundamentada. Desse modo, dividida em duas frentes, têm-se subseções que compreendem discussões relativas à contextualização e aos níveis de demanda cognitiva, nesta ordem.

4.1.1 Tarefa

Tarefas⁶⁴, em um contexto geral, encontram-se presentes nos planejamentos dos professores e, posteriormente, em suas práticas. Nesse sentido, independentemente das metodologias de ensino que um docente escolhe desenvolver em sua sala de aula e dos materiais pedagógicos que ele decide utilizar, as tarefas, em algum momento, fazem parte do cenário escolar. De acordo com Jesus e Naggy (2014, p. 2), “é difícil imaginar uma aula, seja de Matemática ou não, sem a presença dessas [as tarefas]”. Podendo se configurar como protagonistas ou coadjuvantes do estudo de um conteúdo e/ou assunto, as tarefas podem estar inseridas em diversos momentos das aulas e são empregadas pelos professores para diferentes objetivos e finalidades (JESUS; NAGGY, 2014). Como, por exemplo, com o propósito de introduzir e conduzir um conceito, a fim de motivar o estudante para seu estudo, ou, ainda,

⁶⁴ A noção de tarefa aparecerá nos aportes teóricos aqui apresentados inicialmente com a terminologia de tarefa acadêmica (DOYLE, 1983), posteriormente como tarefa matemática (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996) e, por fim, somente tarefa. Salvo algumas características que os distinguem, os termos se referem às tarefas escolhidas pelos professores para serem implementadas e desenvolvidas pelos estudantes em sala de aula.

como forma de desenvolver o conteúdo por meio de aplicações, sejam elas procedimentais ou interpretativas de conceitos adjacentes a ele.

Denominando-as por tarefas acadêmicas, Doyle (1983) compreende que estas “são definidas pelas respostas que os estudantes devem produzir e pelos caminhos que podem ser usados para obter essas respostas” (DOYLE, 1983, p. 161, tradução nossa). Nessa direção, entende-se que essas tarefas servem para o desenvolvimento do pensamento do estudante no decorrer da aula e/ou após ela. Segundo o autor, uma tarefa acadêmica, no contexto do trabalho docente, pode ser compreendida em quatro aspectos gerais:

[...] (a) um referido objetivo ou produto final a ser alcançado; (b) um espaço problemático ou conjunto de condições e recursos disponíveis para realizar a tarefa; (c) as operações envolvidas na montagem e no uso de recursos para atingir o referido objetivo ou gerar o produto; e (d) a importância da tarefa no sistema de trabalho geral da classe (DOYLE, 1988, p. 169, tradução nossa).

Sob essa perspectiva do trabalho docente, o autor despontou a ideia de que estudos acerca das tarefas acadêmicas propostas em sala de aula poderiam compreender duas dimensões: a aprendizagem e o currículo. Concernente à primeira, o autor sugere, como ele mesmo denomina, uma ‘teoria do tratamento’ (*treatment theory*) para as tarefas, como um dos meios de elucidar de que forma os estudantes aprendem no decorrer do ensino. Embora se tenha ciência de que outros fatores, como conhecimentos prévios, motivação e atitudes/autonomias dos estudantes, influenciam a aprendizagem dos mesmos, Doyle (1988) considera que as tarefas acadêmicas servem como ‘causas proximais’ da aprendizagem dos estudantes. Assim, fundado na premissa de que “o trabalho que os estudantes realizam, que é definido em grande parte pelas tarefas que os professores atribuem, determina como eles pensam sobre um domínio curricular e passam a entender seu significado” (DOYLE, 1988, p. 167, tradução nossa), entende-se que as tarefas desenvolvidas em sala de aula se configuram como um ambiente propício para fornecer compreensões relativas ao pensamento dos estudantes no decorrer do ensino e, talvez, sua compreensão do conteúdo e/ou assunto estudado.

No alusivo à segunda dimensão, uma atenção centrada nas tarefas acadêmicas desenvolvidas em sala de aula pode elucidar e opulentar a compreensão das causas sobre como o currículo se mostra e se mantém para os professores, os estudantes e o sistema normativo educacional. Assim, aqui a discussão recai no estudo das estruturas e processos concatenados à organização e à gestão da classe, pois “a compreensão dos fatores da sala de

aula que moldam o trabalho dos estudantes é essencial para abordar de maneira significativa as questões que envolvem uma reforma curricular e uma melhoria instrucional [educativa] em qualquer campo” (DOYLE, 1988, p. 168, tradução nossa). Em suma, ao passo que a primeira dimensão se centra nas tarefas enquanto influenciadoras do desenvolvimento da cognição dos estudantes, esta segunda preocupa-se em como as tarefas tomam forma e operam na organização e gestão da sala de aula.

Partindo dessa perspectiva de tarefa acadêmica, Stein, Grover e Henningsen (1996) consideram que tarefas matemáticas⁶⁵ podem ser vistas como estruturas que servem para estudar as conexões entre ensino e aprendizagem na sala de aula. Os autores assumem que “as tarefas matemáticas com as quais os estudantes se envolvem, determinam não apenas os conteúdos que eles aprendem, mas também como eles pensam, desenvolvem, usam e entendem a matemática” (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996, p. 459, tradução nossa).

Conforme destacam os autores, a compreensão dada por eles às tarefas matemáticas é similar à concepção de tarefa acadêmica de Doyle, pois também tomam a atenção em como devem realizar, o que se espera que os estudantes realizem, e com quais recursos façam. Todavia, os aspectos alusivos à duração ou extensão da tarefa tornam as tarefas matemáticas diferentes das tarefas acadêmicas.

Desse modo, com foco apenas no ambiente escolar, os autores definem tarefa matemática como “uma atividade em sala de aula, cujo objetivo é focar a atenção dos estudantes em um determinado assunto” (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996, p. 460, tradução nossa). Essa atividade só será classificada como uma nova tarefa, ou diferente, caso a ideia matemática dessa nova tarefa seja diferente da tarefa subjacente a ela (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996). Assim, dessa forma condensada, uma tarefa matemática é uma atividade de sala de aula que envolve estudantes com assuntos, conteúdos e conceitos matemáticos, configurando-se “como veículo importante para o desenvolvimento da capacidade do estudante de pensar e raciocinar matematicamente” (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996, p. 455, tradução nossa).

No contexto de sala de aula, a tarefa matemática pode emergir nas aulas como situações ofertadas pelos professores, normalmente com o objetivo de chamar a atenção dos estudantes para determinada ideia, assunto e/ou conceito matemático, implicando contrapartidas por parte deles, podendo ser, entre outras, o processo de uma possível

⁶⁵ Conforme mencionado por Stein, Grover e Henningsen (1996) e Stein e Lane (1996), as tarefas matemáticas são consideradas parentes próximas das tarefas acadêmicas – ou tarefas instrucionais, como denominadas em alguns textos (DOYLE, 1983; HIEBERT; WEARNE, 1993). Estas últimas, por sua vez, se diferenciam das tarefas de avaliação.

resolução, uma discussão e/ou reflexão (STEIN; SMITH, 1998). Nessa direção, como já ponderado por Doyle (1988), e retomado por outros pesquisadores (SMITH; STEIN, 2012; STEIN et al., 2008), as tarefas matemáticas podem influenciar, estruturar e comandar a forma como os professores organizam suas aulas e o modo como os estudantes percebem e aprendem a Matemática (SMITH; STEIN, 1998).

4.1.1.1 O projeto QUASAR e o Quadro de Tarefas Matemáticas

O projeto denominado por *Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning* (QUASAR) foi um programa estadunidense de reforma educacional, fomentado pelo Centro de Pesquisa e Desenvolvimento de Aprendizagem, da Universidade de Pittsburgh, que tenciona “promover e estudar o desenvolvimento e a implementação de programas instrucionais de matemática aprimorados para estudantes que frequentam escolas de ensino secundário⁶⁶ em comunidades economicamente desfavorecidas [de Pittsburgh]” (SILVER; STEIN, 1996, p. 476, tradução nossa).

O QUASAR está fundamentado na premissa de que o baixo desenvolvimento da aprendizagem de estudantes pobres e minoritários se deve ao insucesso de um conjunto de práticas educacionais que deixaram de fomentar oportunidades para o aprendizado de Matemática em níveis mais altos de complexidade, e não à falta de habilidades ou potenciais desses estudantes (SILVER; STEIN, 1996; STEIN; LANE, 1996).

Desse modo, embasado nesse princípio, o projeto visou enfatizar, por meio de tarefas matemáticas, o pensamento, o raciocínio, a comunicação e a resolução de tarefas em Matemática em níveis cognitivos mais elevados, e foi implementado como forma de demonstrar a viabilidade e responsabilidade de se projetarem – enquanto políticas públicas – programas educacionais dessa natureza (STEIN; LANE, 1996). Além disso, como mencionado antes, o projeto também culminou no estudo do impacto desse tipo de programa sobre: os professores, no que diz respeito ao seu desenvolvimento profissional; as escolas, concernente a suas práticas educacionais; e aos estudantes, relativamente a sua aprendizagem (STEIN; LANE, 1996).

Para avaliar o conhecimento matemático dos estudantes inseridos no projeto, foi desenvolvido um instrumento de avaliação cognitiva (SILVER; STEIN, 1996) chamado

⁶⁶ Nos EUA, o ensino secundário corresponde ao último ciclo de seu sistema educacional, isto é, ao High School. Os estudantes dessa etapa têm entre 14 e 18 anos de idade.

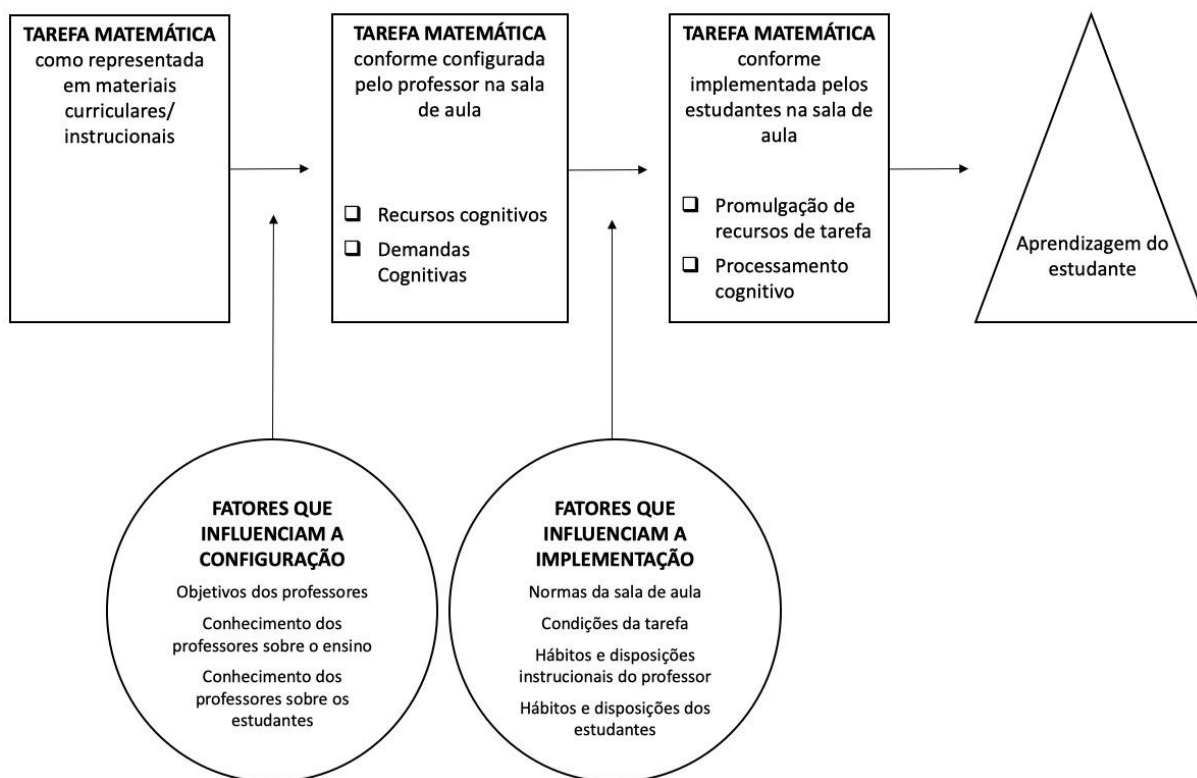
QUASAR Cognitive Assessment Instrument (QCAI). De acordo com Silver e Stein (1996), o QCAI compreende um

[...] conjunto de tarefas abertas projetadas para avaliar o conhecimento dos estudantes sobre uma ampla gama de conteúdos matemáticos; sua compreensão de conceitos matemáticos; suas inter-relações e sua capacidade de usar processos de pensamento e raciocínio de alto nível para resolver tarefas matematicamente complexas (SILVER; STEIN, 1996, p. 505, tradução nossa).

Com relação aos resultados dessa avaliação, uma das análises evidenciou um maior desenvolvimento dos estudantes relativamente à capacidade de raciocínio matemático, resolução de tarefas e comunicação (SILVER; STEIN, 1996). Esse indicativo mostrou que os estudantes do QUASAR revelaram “entendimentos matemáticos mais profundos e uma capacidade aumentada de pensamento matemático complexo e raciocínio ao longo do tempo” (SILVER; STEIN, 1996, p. 506, tradução nossa). Nessa direção, tais resultados se portam como indícios de que programas educacionais de natureza igual à do QUASAR podem estar associados aos ganhos na aprendizagem dos estudantes (SILVER; STEIN, 1996). Além desses resultados, obtiveram-se informações comparativas relativas ao desempenho dos estudantes do QUASAR com uma amostra de estudantes de escolas com características similares, mas que não faziam parte do projeto. De acordo com Silver e Stein (1996), a informação mais importante desse estudo comparativo foi que “os estudantes do QUASAR tiveram um desempenho consideravelmente melhor do que a amostra urbana” (SILVER; STEIN, 1996, p. 507, tradução nossa).

Partindo do indicativo de que a melhoria de desempenho dos estudantes em uma avaliação pode estar relacionada ao uso de tarefas matemáticas mais complexas durante o processo de ensino e de aprendizagem, os pesquisadores do projeto QUASAR (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996; STEIN; LANE, 1996; SMITH; STEIN, 1998; STEIN; SMITH, 1998; STEIN et al., 2000) desenvolveram, ao longo dos 5 anos do programa, uma estrutura conceitual chamada Quadro de Tarefas Matemáticas – QTM (Figura 10). O QTM é utilizado por alguns pesquisadores (HENNINGSEN; STEIN, 1997; STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996; STEIN; LANE, 1996; STEIN; SMITH, 1998) com o propósito de estudar as relações existentes entre várias esferas relacionadas às tarefas matemáticas e os resultados de aprendizagem dos estudantes, tanto em materiais curriculares, quanto nos momentos de planejamento e execução das aulas.

Figura 10 – Quadro de Tarefas Matemáticas (QTM).



Fonte: Traduzida de Henningsen e Stein (1997).

O QTM, de acordo com Henningsen e Stein (1997), é uma estrutura que serve como lente para a análise e para a interpretação do processo de ensino e de aprendizagem que as tarefas matemáticas perpassam. Stein, Grover e Henningsen (1996) sintetizam que “as tarefas usadas nas salas de aula de matemática influenciam muito os tipos de processos de pensamento nos quais os estudantes se envolvem, que, por sua vez, influenciam os resultados da aprendizagem dos estudantes (como representado no triângulo da Figura [10])” (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996, p. 462, tradução nossa).

No estudo desenvolvido por Stein e Lane (1996), os autores destacam que “o desempenho do estudante é obtido por um instrumento de avaliação que foi projetado para medir os resultados e o crescimento do estudante em matemática, de maneira alinhada aos objetivos de um programa de reforma” (STEIN; LANE, 1996, p. 60, tradução nossa). Dessa forma, uma crescente na qualidade de desempenho do estudante pode ser considerada uma evidência de que as políticas públicas, os programas e as práticas projetadas e ofertadas estão favorecendo a ascensão e o desenvolvimento de um pensamento e raciocínio matemático em níveis elevados (STEIN; LANE, 1996).

Sobre sua finalidade, Stein e Smith (1998, p. 274, tradução nossa) reforçam a ideia de que o QTM “não pretende ser uma prescrição rígida; em vez disso, é uma ferramenta para

reflexão” e, quando usado para tal, deverá despertar a atenção para as ações e pensamentos que os estudantes estão desenvolvendo nas aulas de Matemática. E, como uma engrenagem, a centralidade no fazer e pensar dos estudantes auxilia o professor no planejamento e na implementação do ensino, “de modo a que este possa corresponder e apoiar as tentativas dos estudantes de raciocinar e compreender o sentido da Matemática” (STEIN; SMITH, 1998, p. 274, tradução nossa).

Como mostra a Figura 10, o QTM é configurado em dois níveis: o superior e o inferior. O superior retrata como as tarefas matemáticas progridem ao longo de três dimensões: (a) como material curricular/institucional; (b) como o planejado pelo professor na sala de aula (configuração⁶⁷); e (c) quando implementadas pelos estudantes durante a aula (implementação). No nível inferior, tem-se a existência de dois conjuntos de fatores específicos que influenciam como as tarefas se relacionam entre si conforme cada dimensão (HENNINGSEN; STEIN, 1997; STEIN; LANE, 1996).

No nível superior, Stein e Lane (1996) e Stein, Grover e Henningsen (1996) dão destaque para as dimensões relativas à configuração e à implementação das tarefas matemáticas, definindo-as da seguinte forma:

A configuração da tarefa é conceituada como a tarefa anunciada pelo professor. Pode ser bastante elaborada, incluindo orientações verbais, distribuição de vários materiais e ferramentas e longas discussões sobre o que é esperado, ou pode ser tão curta quanto simplesmente dizer aos estudantes para começarem a trabalhar em um conjunto de problemas exibidos no quadro-negro. A implementação da tarefa é conceituada como a maneira pela qual os estudantes realmente trabalham na tarefa. À medida que os estudantes se envolvem com os materiais e as perguntas apresentadas pelo professor, eles começam a pensar no conteúdo da tarefa de sua própria maneira – maneiras que acabarão por influenciar o quê e como aprendem (STEIN; LANE, 1996, p. 56, tradução nossa).

Assim, os autores discutem e ressaltam que, nesse nível, para cada uma destas duas dimensões, as tarefas matemáticas podem ser estudadas em termos de duas características específicas e inter-relacionadas: ‘recursos da tarefa’ e ‘demandas cognitivas’ (HENNINGSEN; STEIN, 1997; STEIN; LANE, 1996). A primeira característica trata dos recursos que a tarefa pode contemplar, como múltiplas estratégias de solução, variadas representações e solicitações de explicações e/ou justificativas dos estudantes acerca da resolução. Na dimensão de ‘configuração da tarefa’, esses recursos estão relacionados à tarefa

⁶⁷ Entende-se que a configuração da tarefa mencionada pelos aportes teóricos pode ser considerada como uma das práticas da docência, sendo ela parte do planejamento elaborado pelo professor.

conforme ela os incorpora e o professor incentiva seus usos durante suas resoluções, enquanto, na dimensão ‘implementação da tarefa’, os recursos da tarefa se centram naqueles em que os estudantes realmente fazem uso conforme trabalham na tarefa (HENNINGSEN; STEIN, 1997; STEIN; LANE, 1996).

Relativamente à segunda característica, as demandas cognitivas das tarefas, na dimensão ‘configuração da tarefa’, dizem respeito aos tipos de processos de pensamento e raciocínio matemático esperados/envolvidos na resolução da tarefa, enquanto, na dimensão de ‘implementação da tarefa’, referem-se ao(s) processo(s) de pensamento e raciocínio matemático mobilizados e revelados durante a resolução das tarefas por parte dos estudantes (HENNINGSEN; STEIN, 1997; STEIN; LANE, 1996).

No nível inferior encontram-se os fatores que influenciam, de forma direta, na configuração das tarefas e, respectivamente, em suas implementações aos estudantes. O primeiro conjunto de aspectos que estão ligados ao planejamento das tarefas diz respeito aos objetivos matemáticos e pedagógicos do professor e seu conhecimento sobre o conteúdo e/ou assunto a ser estudado, assim como o conhecimento de seus estudantes. O segundo conjunto de aspectos alusivos à execução das tarefas contempla características concernentes aos contratos didáticos da sala de aula, às condições das tarefas e aos preceitos de ensino, por parte dos professores, e aos de aprendizagem, no que tange ao estudante.

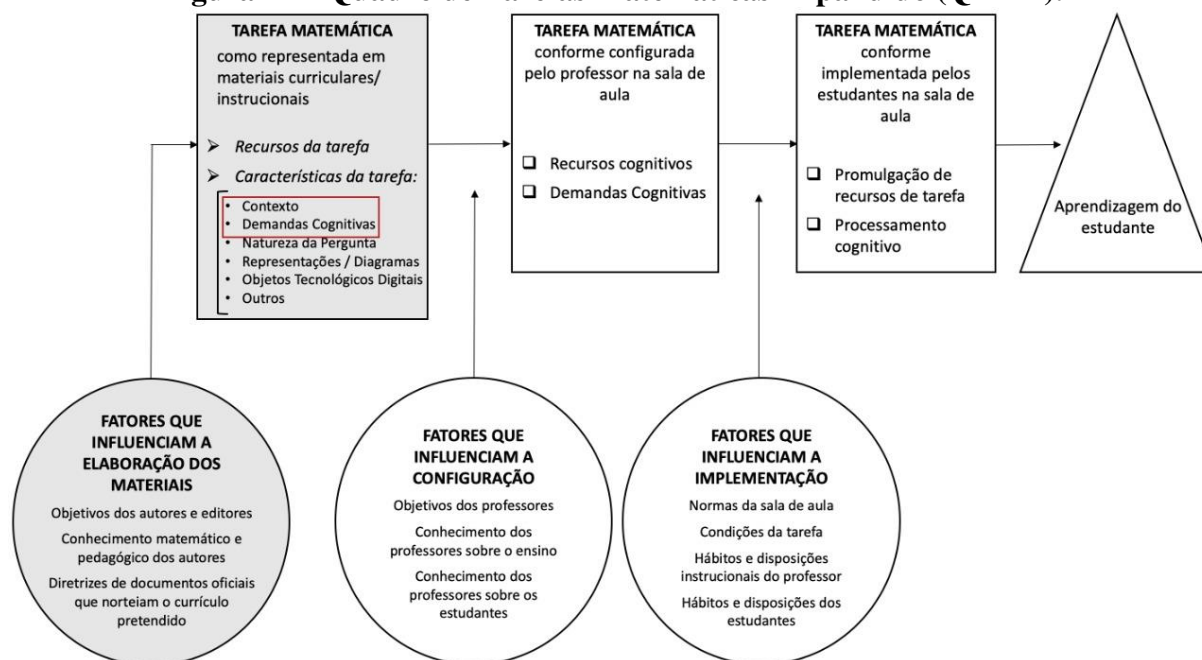
Como consciência da estrutura do QTM, Stein e Smith (1998) ressaltam a natureza mutável das tarefas matemáticas, quando estas são pensadas ao longo do processo educativo. Nesse sentido, é coerente compreender que “a tarefa que aparece nos materiais curriculares ou de ensino nem sempre é idêntica à tarefa apresentada pelo professor; assim como esta não é exatamente a mesma tarefa que os estudantes realmente fazem” (STEIN; SMITH, 1998, p. 270, tradução nossa).

Diante do exposto e das pesquisas que utilizaram o QTM, embora ele tenha início nos materiais curriculares/instrucionais, nota-se que as investigações tiveram como partida a segunda dimensão da estrutura conceitual, isto é, a configuração da tarefa. No entanto, destaca-se que os materiais curriculares/instrucionais atuam no cenário educacional muitas vezes como norteadores do planejamento e do andamento do trabalho docente (MESA, 2004; SILVA JUNIOR; REGNIER, 2007; WIJAYA; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DOORMAN, 2015; MATIĆ, 2019). Além disso, ao que cabe sobre as tarefas matemáticas, sabe-se que esses materiais acabam por contemplar, frequentemente, um arsenal delas.

Posta tal observação, é ponderável compreender que, além da estrutura do QTM apresentada pelo referencial teórico aqui exposto, cabe tomar a atenção às demandas

cognitivas das tarefas ofertadas por esses materiais. Por sua vez, tais demandas não necessariamente serão as mesmas quando as tarefas estiverem progredindo de dimensões (DOYLE, 1988; STEIN; LANE, 1996), mas, tomadas como aporte inicial do trabalho docente, entende-se que se faz necessário compreender como elas se apresentam nos materiais propostos para o ensino, em particular nos Livros Didáticos. Assim, compreende-se que, na dimensão dos materiais curriculares/instrucionais, as características ‘recursos da tarefa’ e ‘demandas cognitivas’ também se fazem presentes. No entanto, entende-se que esta dimensão não se restringe a apenas estas duas características, mas sim contempla várias outras (JESUS; CYRINO; OLIVEIRA, 2015), como, por exemplo, as referências de contexto (SILVA, 2014; SKOVSMOSE, 2011; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005), os formatos da natureza da pergunta (DE LANGE, 1995), os tipos de representações/diagramas (DIMMEL; HERBST, 2015; TELES; SÁ, 2010), a utilização de Objetos Educacionais Digitais (RIBEIRO; AMARAL, 2016), entre outras. Também de forma igual, a eles existe um conjunto de aspectos que os influenciam, como, por exemplo, objetivos dos autores e editores, conhecimento matemático e pedagógico dos autores e as diretrizes de documentos oficiais que norteiam o currículo pretendido. As partes sombreadas da Figura 11 representam as áreas de ampliação do modelo original.

Figura 11 – Quadro de Tarefas Matemáticas Expandido (QTME).



Fonte: Elaborada pela autora a partir de Henningsen e Stein (1997).

Logo, como proposta de expansão do QTM, considera-se que tais características e seus fatores constituem essa dimensão. Diante disso, ao concatenar as ideias presentes na discussão de tarefa matemática relativa ao seu objeto de estudo – que são os Livros Didáticos de Matemática –, delimita-se a esse material que uma tarefa matemática, que será chamada a partir de agora apenas como tarefa, diz respeito a todo e qualquer tipo de proposta, ofertada por esses materiais, a ser resolvida pelo estudante. De forma igual, como consta no QTME, as tarefas podem, posteriormente, ser utilizadas pelos professores, na busca de envolver os estudantes em um assunto, conteúdo e/ou conceito matemático, a fim de auxiliá-los durante os processos de aprendizagem. Assim posto, na especificidade dessa pesquisa quanto às análises das tarefas, as discussões centrar-se-ão na contextualização e nas demandas cognitivas das tarefas presentes nesses materiais.

4.1.2 Contextualização

Nesta subseção objetiva-se discutir a contextualização. Primeiramente apresenta-se uma discussão sobre suas definições e alguns apontamentos concernentes ao ensino contextualizado. Na sequência aborda-se o papel dos contextos nas tarefas matemáticas presentes nos Livros Didáticos. Em relação ao último tópico, adentram-se, de forma mais específica, os distintos tipos de referência de contexto.

4.1.2.1 A contextualização e as visões quanto ao ensino contextualizado

A palavra contextualização é uma flexão do termo contexto. Etimologicamente derivada do latim (*contextu*), a ação de contextualizar assume o significado de “colocar alguém a par de algo, alguma coisa, uma ação premeditada para situar um indivíduo em um lugar no tempo e no espaço desejado, encadear ideias em um escrito, constituir o texto no seu todo, argumentar” (TUFANO, 2002, p. 40).

De forma mais resumida, contextualizar pode ser entendido como um ensaio para ambientar uma escrita para o leitor, de tal modo que esse ambiente esteja coeso e coerente com o (seu) mundo. Assumindo-se que a conotação ‘(seu) mundo’ está substancialmente interligada com as ideias da transcendência de situações, tem-se uma transitividade simétrica entre a esfera de vivência (do indivíduo) e as possibilidades do universo.

Por essa óptica, faz sentido considerar que contextualizar também é “situar um fato dentro de uma teia de relações possíveis [e lógicas] em que se encontram os elementos

constituintes da própria relação considerada” (SILVA; SANTO, 2004, p. 3) e, desse modo, é razoável atentar que, então, o contexto seja diretamente dependente das variáveis que constituem a determinada situação (SILVA; SANTO, 2004).

De modo a apropriar tais significâncias para o âmbito educacional, entende-se que contextualizar o ensino é, por um lado, apresentar ao estudante um determinado fenômeno e, por outro lado, situar tal fenômeno dentro dos conteúdos disciplinares, mais especificamente relacionando-os aos objetivos conceituais. Enquanto a primeira ideia de contextualizar o ensino toma atenção em apresentar ao sujeito um determinado fenômeno na direção de oportunizar a ele distintas experiências, desde as já conhecidas de sua realidade até aquelas mais distantes, isto é, possibilitar ao educando a incorporação de aprendizados subjacentes ao (seu) mundo (WARTHA; ALJONI-ALÁRIO, 2005), a segunda, além de exercer a função de “veículo para aferir insight, entendimento e conceitos” (DE LANGE, 1999, p. 27, tradução nossa), também estabelece conexão com a interdisciplinaridade (TUFANO, 2002; SILVA; SANTO, 2004; KATO; KAWASAKI, 2011; FUJITA; RODRIGUES, 2016).

Essa relação de diálogo entre as áreas do conhecimento para com o ensino, compreendida como interdisciplinaridade, é ressaltada por Kato e Kawasaki (2011). Esses autores discutem que a contextualização do ensino amplia as possibilidades de aprendizagem entre os conteúdos a serem ensinados aos estudantes. Segundo eles, os contextos podem ser compreendidos por meio de duas frentes não disjuntas, a saber: i) a inter-relação de disciplinas de mesma área, por exemplo, a Matemática com a Física e a Química; e a conexão entre áreas distintas, como o caso da Matemática com a História, Biologia, Filosofia, entre outras; e ii) os conhecimentos concernentes a uma área (ou mais delas) integrados com a realidade do estudante.

Para Kato e Kawasaki (2011), essa abordagem contribui para a inserção dos conhecimentos regulares de ensino em uma realidade ampla (e interconectada) de experiências e conhecimentos não formais. Tais vivências e saberes acabam por englobar tanto as demandas e dilemas presentes na sociedade, quanto aquelas específicas da vida rotineira do estudante. Como súmula:

[...] contextualizar o ensino é aproximar o conteúdo formal (científico) do conhecimento trazido pelo aluno (não formal), para que o conteúdo escolar torne-se interessante e significativo para ele. Nesse sentido, a contextualização evocaria áreas, âmbitos ou dimensões presentes na vida pessoal, social e cultural, mobilizando competências cognitivas já adquiridas (KATO; KAWASAKI, 2011, p. 39).

Fazendo um contraponto entre um ensino dissociado de um contexto da realidade e um ensino contextualizado no mesmo, Perrenoud (1999) versa que, enquanto a primeira situação trabalha os conteúdos disciplinares de forma tradicional, ou seja, fora de qualquer contexto concernente ao cotidiano, dando ênfase apenas para os conceitos puramente procedimentais e técnicos, o segundo cenário possibilita o desenvolvimento dos conhecimentos e, conseqüentemente, de suas operacionalizações, atrelados, quando coerente, a possíveis situações da realidade. De acordo com o autor, “a maior parte do conhecimento acumulado na escola permanece inútil na vida cotidiana, não porque é irrelevante, mas porque os alunos não o praticaram em situações práticas” (PERRENOUD, 1999, p. 16, tradução nossa). Por essa visão, o autor argumenta que:

Nós sabemos hoje: a transferência de conhecimento não é automática, é adquirida através de problemas e de uma prática reflexiva, em situações que dão a oportunidade de mobilizar conhecimento, transpor, combinar, inventar uma estratégia original de recursos que não o contêm e não o ditam (PERRENOUD, 1999, p. 15, tradução nossa).

Isto quer dizer que, conforme ao estudante é oportunizado trabalhar em situações que requerem raciocínios distintos daqueles apenas algorítmicos, ele mobiliza e posteriormente revela os conhecimentos aprendidos, de forma a desenvolvê-los e a reorganizá-los em função das situações propostas, fazendo com que ele extrapole os conhecimentos estudados e aprenda a aplicá-los, quando for apropriado (PERRENOUD, 1999).

Por meio das possíveis relações entre o estudante e o contexto, concebem-se as possibilidades de construção de conhecimentos contextualizados, ressaltando que estes conhecimentos “não são neutros, incorporam valores porque explicitam o cotidiano, constroem compreensão de problemas do entorno social e cultural, ou facilitam viver o processo da descoberta” (WARTHA; ALJONI-ALÁRIO, 2005, p. 43). Considerando, então, que contextualizar o ensino também é tomar a atenção sobre as responsabilidades sociais, culturais, históricas, econômicas, disciplinares, entre outras, entende-se que, “se a contextualização textual for tratada como um processo rotineiro ou obrigatório, poderemos ter textos vazios, apáticos, que mostrem apenas aspectos de domínio público, inserindo muito pouco ou às vezes absolutamente nada ao leitor” (TUFANO, 2002, p. 41) e, desse modo, a contextualização torna-se banal e sem sentido nos processos de ensino e de aprendizagem.

Assim, por assumir que a contextualização do ensino carece de uma natureza responsável para com o educando, compreende-se que o ato de contextualizar, além de ser característico de quem o faz – “cada autor, escritor, pesquisador ou professor contextualiza de

acordo com suas origens, com suas raízes, com o seu modo de ver e enxergar as coisas” (TUFANO, 2002, p. 41) –, é um processo delicado, o qual exige discernimento e conhecimento sobre o que se faz e como o faz, sobretudo porque a contextualização também assume um pressuposto implícito de contribuir para que os processos de ensino e de aprendizagem sejam mais aprazíveis e prazerosos para os estudantes (TUFANO, 2002) e, de forma associada, atua como elemento motivacional (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005; LOBATO, 2008; VASCONCELOS; RÊGO, 2010; PONTE; QUARESMA, 2012; VIEIRA, 2016).

Embasados em Tufano (2002), Fujita e Rodrigues (2016) destacam que o contexto atrelado à realidade pode ser considerado como um recurso para:

[...] desencadear questionamentos, estimular a iniciativa, a curiosidade e a criatividade, incitar a pesquisa, o trabalho em equipe (relacionamento interpessoal) e a capacidade de resolver problemas (matemáticos ou não), além de outras habilidades, tendo como foco o aluno (FUJITA; RODRIGUES, 2016, p. 6).

Desse modo, situar esse tipo de contexto a um determinado conhecimento ou conceito matemático é criar situações que oportunizem ao estudante envolver-se ativamente, de forma que ele seja capaz de atribuir significado ao conteúdo matemático estudado, desenvolvendo seu raciocínio e uma consciência mais crítica quanto à aproximação de situações da vida com os conhecimentos científicos (FONSECA, 1995; PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006).

No que concerne à contextualização do ensino, é possível identificar, na atualidade, algumas ideias que versam sobre as adequações da contextualização (quando e quanto se contextualiza). Alguns autores consideram que a inserção do contexto cotidiano nos assuntos disciplinares seja sempre possível, de modo a ser factível, a todo momento, inserir um contexto ao que se ensina:

Não há nada no mundo físico ou social que, em princípio, não possa ser relacionado aos conteúdos curriculares da Educação Básica. É, portanto, inesgotável a quantidade de contextos que podem ser utilizados para ajudar os alunos a darem significado ao conhecimento (WARTHA; ALJONI-ALÁRIO, 2005, p. 42).

Seguindo nessa direção, Lobato (2008) argumenta em defesa de que tudo que se ensina deve estabelecer alguma relação com a vida do estudante, isto é, seja qual for o conteúdo a ser estudado, há a necessidade da inserção de um contexto subordinado à realidade – e, sobre esse assunto, o autor ressalta que:

[...] ao formular atividades que não contemplam a realidade imediata dos alunos, formam-se então indivíduos treinados para repetir conceitos, aplicar fórmulas e armazenar termos, sem, no entanto, reconhecer possibilidades de associá-los a seu cotidiano (LOBATO, 2008, p. 2).

Por conta dessa concepção, o autor ainda ressalta que é importante oportunizar ao estudante um ensino contextualizado na realidade, “para que haja significado imediato daquilo que ele vê em sala de aula” (LOBATO, 2008, p. 2). Essa posição remete a questionamentos acerca da implicação direta de um ensino contextualizado na realidade garantir uma aprendizagem com significado, e assim, se pondera o quanto tal compreensão pode ser considerada uma falácia.

Em contrapartida às ideias apresentadas acima, outros autores defendem, especificamente sob o olhar matemático, que a incorporação do contexto cotidiano ao ensino não precisa ser feita a todo momento, mas, quando for, deverá ser realizada de forma cautelosa e crítica. Nesse sentido, entende-se que referências à realidade, embora sejam necessárias para estabelecer uma reflexão sobre a forma como a Matemática pode estar presente na sociedade, também precisam oportunizar ao estudante o desenvolvimento de um olhar crítico sobre a situação trabalhada (SKOVSMOSE, 2000). Portanto,

[...] não se trata de identificar ou associar a Contextualização a qualquer momento no cotidiano de cada um. Contextualizar não é buscar nas práticas diárias os métodos que são aplicáveis em salas de aula de Matemática. Contextualizar a Matemática é transformá-la em um instrumento útil à realidade de cada aluno, não no sentido de trabalhar apenas os conteúdos que fazem parte da vida dos educandos, mas de utilizá-los como exemplificações desde que sejam aplicáveis ao contexto (SANTOS; OLIVEIRA, 2015, p. 63).

Nessa perspectiva, o ato de contextualizar um conhecimento matemático à realidade deve ser associado ao processo de ensino de forma conscienciosa. Na medida em que uma problemática compatível com uma situação do dia a dia esteja correlacionada a um conhecimento matemático, ela pode contribuir com o processo de aprendizagem do estudante, ao passo que este pode atribuir sentido aos conhecimentos ali trabalhados e, do mesmo modo, direcioná-los (BROUSSEAU, 1996). Assim, o conceito de contextualização não deve ser considerado algo simplista e útil apenas para simular em sala de aula alguma aproximação descompassada de uma situação habitual ou do cotidiano do (seu) mundo (SILVEIRA; MEIRA; FEIO, 2014; FERREIRA; BURIASCO, 2015). Além disso, selecionar contextos de

referências à realidade é um processo complexo que preceitua uma tomada de atenção aos diversos parâmetros pedagógicos, sociológicos e psicológicos (ZACHAROS; KOUSTOURAKIS, 2011).

De acordo com alguns autores (FERNANDES, 2006; SILVEIRA; MEIRA; FEIO, 2014; SANTOS; OLIVEIRA, 2015), a contextualização do ensino está sendo tratada por muitos agentes da esfera educacional como um modismo e, por conta disso, esse assunto vem sendo um ponto de pauta para aqueles que estão envolvidos com a Educação. Essa questão assume um espaço de atenção relativo ao desafio didático: contextualizar o ensino de um conteúdo matemático sem dissociá-lo ou modificá-lo conceitualmente e, do mesmo modo, atribuir sentido coeso e coerente ao contexto utilizado (SANTOS; OLIVEIRA, 2015). Em muitos casos, na tentativa de inserir um contexto da realidade de forma a embasar os fundamentos dos argumentos lógicos da Matemática presentes, por exemplo em axiomas, propriedades, teoremas e representações (SILVEIRA; MEIRA; FEIO, 2014), alguns contextos acabam assumindo situações superficiais (FERNANDES, 2006).

Relativamente a esse último apontamento, Fernandes (2006) salienta que contextualizar o ensino da Matemática na realidade é benéfico para a aprendizagem do estudante, desde que ele seja feito numa “abordagem mais ampla e não empregada de modo artificial e forçado, e que não se restrinja apenas ao cotidiano do aluno” (FERNANDES, 2006, p. 3). Direcionando tal discussão à relação entre os professores e o contexto, Fernandes (2006) argumenta que eles, frequentemente, se veem pressionados a contextualizar o ensino de Matemática à realidade a qualquer custo:

[...] ao se deparar com essa nova exigência da moda, o professor se desdobra na busca de aplicações para os conteúdos que não podem ser assim tratados. Forma-se, então, o pano de fundo propício ao surgimento de inacreditáveis tentativas didático-pedagógicas de construir aplicações para o que não pode ser assim aplicado (FERNANDES, 2006, p. 6).

Consolidando essa ressalva, Silveira, Meira e Feio (2014) citam a busca corriqueira (e muitas vezes árdua) que os professores realizam ao planejar suas aulas de Matemática fundados na aplicabilidade dos conceitos matemáticos (nem sempre adequada, tanto matematicamente, quanto contextualmente), deixando de lado situações que oportunizem aos estudantes o desenvolvimento de processos de construção desses conceitos⁶⁸.

⁶⁸ Para esta pesquisa, assume-se que as ideias de contextualizar os conceitos têm a mesma significância que aplicar os conceitos, isto é, aqui não se fará uma distinção entre estes dois termos: contextualizar e aplicar.

Para Silva e Santo (2004), existe um grande equívoco, por parte de alguns professores – e aqui se estende para autores, escritores e pesquisadores –, sobre a ideia do que vem a ser a contextualização: em geral, os docentes concebem que um ensino contextualizado “é aquele em que o professor deve relacionar o conteúdo a ser trabalhado com algo [e apenas] da realidade cotidiana do aluno” (SILVA; SANTO, 2004, p. 1), assumindo que esta realidade cotidiana se refere sempre a situações extraescolares dos estudantes. Por conta desse entendimento, alguns professores partem da crença de que, se não é fácil ou provável a contextualização de algum conteúdo, então este (o conteúdo) torna-se dispensável ao ensino, isto é, “posto que não se consegue contextualizar [um conteúdo], [ele] não serve para ser ensinado” (SILVA; SANTO, 2004, p. 2). O apontamento destacado por Silva e Santo (2004) também se encontra ressaltado nas discussões de Silveira, Meira e Feio (2014). Segundo os autores:

[...] ao invés de incentivar a contextualização como forma de assegurar o sentido do ensino e da aprendizagem da matemática na escola, ao contrário, deve-se questioná-la sob pena de incorrermos no sério risco de deixar de refletir acerca das metodologias de ensino da matemática e passarmos à discussão sobre se devemos ou não ensinar tal ou tal conteúdo aos alunos (SILVEIRA; MEIRA; FEIO, 2014, p. 157).

A concepção descrita acima destaca uma situação preocupante: um entendimento limitado relativo à contextualização implica em um trabalho também limitado sobre um ensino contextualizado (SILVA; SANTO, 2004; SILVEIRA; MEIRA; FEIO, 2014). Embora as situações extraescolares sejam possíveis contextos para o desenvolvimento do conhecimento matemático, Silvia e Santo (2004) defendem que estas não são as únicas possibilidades de contextualização:

Os [educadores] matemáticos têm plena consciência de que uma das funções da matemática é interpretar a realidade. Mas esta não é a única função da matemática. Existe ainda a função interna da própria matemática que é evoluir nos conceitos até mesmo para dar conta de novas interpretações do real no presente ou no futuro ou mesmo de passagens da realidade obscurecidas por falta de conceitos matemáticos mais evoluídos (SILVA; SANTO, 2004, p. 3).

Nessa perspectiva, toma-se atenção para a praticidade da Matemática, pautada em uma visão utilitária, no sentido instrumentalista dela. Tal aspecto “promove a crença na expectativa de que a razão do ensino da matemática está em sua aplicação” (SILVEIRA; MEIRA; FEIO, 2014, p. 169). Para Vasconcelos e Rêgo (2010), por mais que as situações

rotineiras se façam importantes no processo de ensino e de aprendizagem, pois favorecem a construção de significados para muitos dos conteúdos estudados, considera-se indispensável também possibilitar ao estudante situações que oportunizem a construção de significados segundo questões internas da própria Matemática, pois, do contrário, corroborando o argumento de Silva e Santo (2004), “muitos conteúdos seriam descartados por não fazerem parte da realidade dos alunos” (VASCONCELOS; RÊGO, 2010, p. 2).

Assim, decerto, o conhecimento matemático contribui para o entendimento das situações do dia a dia, como a construção e leitura de plantas da casa, noções de área para mensurar quantidades de lajota, conhecimentos relativos a volume e vazão, ângulos e declividades para a acessibilidade motora, bem como outras situações do cotidiano. No entanto, a apreensão recai para o demasiado enaltecimento do aspecto útil e aplicável da Matemática em detrimento do seu formalismo e suas construções lógicas (VASCONCELOS; RÊGO, 2010; SILVEIRA; MEIRA; FEIO, 2014). Segundo Silveira, Meira e Feio (2014), privilegiar um tipo de contexto em agravo de outro, por se considerar aquele mais importante que o seguinte, é uma ação equivocada, visto que:

[...] o ensino da matemática pautado no utilitarismo é limitado e limita seu estudo, uma vez que nem todos os assuntos estudados em sala de aula são facilmente adaptados às situações do mundo empírico dado que, embora a matemática se adapte a todas as realidades, paradoxalmente, não diz respeito a nenhuma delas especificamente (SILVEIRA; MEIRA; FEIO, 2014, p. 169).

Em vista disso, leva-se em conta o entendimento de que reduzir o ensino da Matemática apenas para satisfazer às necessidades imediatas do dia a dia do estudante é, de certa maneira, negar “ao aluno a possibilidade de explorar outros aspectos do conhecimento matemático” (SILVEIRA; MEIRA; FEIO, 2014, p. 168). Portanto, uma vez que se compreende e se assume que a própria Matemática é uma área que se desenvolve também para dar conta de problemas inerentes a ela, faz sentido considerá-la igualmente como um contexto, em que, neste caso, faz parte do cotidiano do estudante, mas aqui em uma realidade escolar intra Matemática (SILVA; SANTO, 2004).

Sobre essa discussão, Ponte e Quaresma (2012) também entendem que, embora a Matemática esteja presente na vida diária do estudante e que seus conceitos, procedimentos, resultados e representações estejam inseridos de modo direto ou indireto nas experiências profissionais e/ou rotineiras da vida, ela por si só se sustenta enquanto uma área de estudo e desenvolvimento e, portanto, também se constitui em um contexto em que deve ser

oportunizado aos estudantes trabalhar. Assim, em sua natureza intrínseca, “a Matemática traduz formas puras que não existem na realidade material ou social” (PONTE; QUARESMA, 2012, p. 198) e, desse modo, tal disciplina deve ser compreendida como “autônoma e sua autoridade se justifica a partir de questões internas de si mesma, assim, não se deve ensinar matemática apenas pensando em suas aplicações” (SILVEIRA; MEIRA; FEIO, 2014, p. 165).

Buscando-se um equilíbrio para esse debate, é razoável compreender que:

Não se pode entender a contextualização como banalização do conteúdo das disciplinas, numa perspectiva espontaneísta. Mas como recurso pedagógico para tornar a constituição de conhecimentos um processo permanente de formação de capacidades intelectuais superiores. Capacidades que permitem transitar inteligentemente do mundo da experiência imediata e espontânea para o plano das abstrações (FERNANDES, 2006, p. 7-8).

E, desse modo, entender que:

As linhas de frente da Educação Matemática têm hoje um cuidado crescente com o aspecto sociocultural da abordagem Matemática. Defendem a necessidade de contextualizar o conhecimento matemático a ser transmitido, buscar suas origens, acompanhar sua evolução, explicitar sua finalidade ou seu papel na interpretação e na transformação da realidade do aluno. É claro que não se quer negar a importância da compreensão, nem tampouco desprezar a aquisição de técnicas, mas busca-se ampliar a repercussão que o aprendizado daquele conhecimento possa ter na vida social, nas opções, na produção e nos projetos de quem aprende (FONSECA, 1995, p. 53).

Posto isto, considera-se que introduzir contextos da realidade nas aulas de Matemática não significa deixar de lado os teoremas, as provas, os procedimentos e as compreensões abstratas que o conhecimento matemático exige e desenvolve, mas alinhar-se a eles de modo que os conteúdos matemáticos aprendidos na escola possam também ser compreendidos dentro dos cenários matemático, social, histórico, econômico e cultural que o constituem, ampliando, assim, seu horizonte para um entendimento mais próximo e relacionado à vida e, por fim, com o objetivo final de contribuir para o processo de aprendizagem do estudante. Do ponto de vista do mesmo, a contextualização deveria atuar como um meio que possibilite a ele se relacionar com o objetivo da aprendizagem de forma a mobilizar (e revelar) seus conhecimentos para as distintas situações de contexto conforme suas necessidades (matemáticas), ora para a solução de um problema matemático, ora para alguma situação rotineira ou, ainda, para um aprendizado voltado para a vida profissional.

4.1.2.2 O papel dos contextos nas tarefas matemáticas presentes nos Livros Didáticos

O conhecimento matemático presentificado no currículo escolar é uma consequência de processos de recontextualização. De forma a transpor um determinado conhecimento do campo científico da Matemática para a Matemática escolar, são necessárias algumas modificações a fim de moldá-lo para o âmbito do ensino, como, por exemplo, simplificar a linguagem matemática de acordo com a idade do estudante, além de adaptações coerentes conforme as necessidades individuais e/ou coletivas da comunidade presente (ZACHAROS; KOUSTOURAKIS, 2011). Esse processo de ajustes e adequações também se faz presente durante a elaboração do Livro Didático de Matemática, visto que todo conteúdo que o constitui passa por um processo de recontextualização realizado pelos agentes envolvidos em sua criação⁶⁹. Assim, o produto final que integra o Livro Didático é igualmente influxo de tendências e opções relativas à gestão do conhecimento pedagógico e didático (AZEVEDO, 2005; ZACHAROS; KOUSTOURAKIS, 2011).

Posta a ideia dos processos de recontextualização no âmbito do Livro Didático, no que concerne às tarefas presentes nestas obras, Zacharos e Koustourakis (2011, p. 39) afirmam que “o interesse dos autores de livros didáticos está focado na introdução de problemas [tarefas] adequados, que farão sentido para as crianças e atrairão seu interesse, baseando-se em conhecimentos e experiências pré-existentes”. Com foco na questão de tarefas adequadas, os autores destacam a importância de que as tarefas sejam gerenciáveis pelo estudante, isto é, elas devem estar em consonância com os níveis de suas capacidades cognitivas ou alinhadas a eles.

Para Van Den Heuvel-Panhuizen (2005), o contexto atrelado à realidade é o meio pelo qual o mundo se manifesta nos Livros Didáticos. Segundo a autora, no ambiente escolar, o contexto pode ser considerado como sendo uma das características de uma tarefa. Embora em seu texto a autora tenha como foco de discussão o papel dos contextos nas tarefas de avaliação em Matemática, aqui se extrapolam suas ideias para um nicho maior e anterior a ele: o papel dos contextos nas tarefas em Livros Didáticos de Matemática.

Compreendendo que tal transposição é coerente, visto que se entende que anteriormente, para as avaliações em Matemática, o estudante despendeu algum tempo de estudo nas tarefas matemáticas, muitas vezes presentes nos Livros Didáticos, o papel que os contextos desempenham nas tarefas de avaliação também é representativo para as tarefas nos

⁶⁹ O corpo responsável pela criação do Livro Didático é composto por núcleos relacionados a: autores; editores; revisores; designers; ilustradores, entre outros.

Livros Didáticos de Matemática. Assim, de modo geral, os contextos da realidade assumem alguns papéis, como aprimorar a acessibilidade das tarefas, sugerir estratégias de resolução e/ou oportunizar ao estudante desenvolver e demonstrar suas habilidades matemáticas (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005). Com relação a esses diferentes papéis que esses tipos de contextos assumem, Dekker e Querelle (2002) realizam apontamentos mais específicos sobre eles, mencionando cinco pontos de forma a justificar a utilização dos contextos da realidade nas tarefas:

- Introduzir uma nova matéria ou um novo conceito em matemática. Usando exemplos dentro de um contexto, o conteúdo matemático envolvido fica claro.
- Praticar um novo conceito ou procedimento. Ao fazer muitos problemas de contexto diferentes com o mesmo conteúdo matemático, os estudantes aprendem como usar e aplicar esse conteúdo.
- Mostrar o poder da matemática. Entendendo que diferentes problemas de contexto são baseados no mesmo conteúdo matemático.
- Mostrar ao estudante o domínio do conteúdo matemático. Usando um contexto desconhecido em um teste baseado no mesmo conteúdo matemático usado nas lições anteriores.
- Envolver os estudantes no problema. Usando problemas da vida real, os estudantes podem mostrar que são alfabetizados em matemática e sabem como a matemática é usada para resolver problemas práticos que aparecem em situações da vida real (DEKKER; QUERELLE, 2002, p. 1-2, tradução nossa).

De forma resumida, entende-se, como Dekker e Querelle (2002), que os contextos da realidade nas tarefas contribuem para a alfabetização matemática dos estudantes, compreendendo que, além de eles fomentarem um ensino perspectivando uma aprendizagem matemática em algum nível de entendimento, igualmente oportunizam o trabalho da Matemática em várias situações da realidade ou dela própria, atuando também de forma a motivar e a amparar os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Apoiados em Shannon (2007), Ferreira e Buriasco (2015, p. 465) afirmam que “a importância atribuída aos contextos das tarefas está associada mais à oportunidade que representam para a abstração matemática por meio de situações diversas e diferentes representações do que tornar o contexto matemático familiar aos estudantes”. Contudo, é ressaltada a importância dos contextos como meios de tornar o conhecimento matemático mais acessível aos estudantes. No entanto, sobre a questão da acessibilidade atrelada à dificuldade, enquanto tarefas em contextos da realidade acabam tornando-se mais realizáveis e entendíveis pelos estudantes (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005), elas também se

tornam “um pouco mais difícil de resolver” (DEKKER; QUERELLE, 2002, p. 1, tradução nossa).

Destarte, por conta de seus diferentes papéis e justificativas, faz-se pertinente estudar e discutir características concernentes aos contextos das tarefas, aqui com foco naquelas que se encontraram nos Livros Didáticos. Além disso, é importante compreender que existem distintas referências de contextos nas tarefas e, por conta disso, cada uma delas oportuniza, de modos diferentes, a aprendizagem matemática do estudante. Assim, conhecer como os contextos nas tarefas presentes nos Livros Didáticos de Matemática contribuem para o aprendizado do estudante torna-se um assunto necessário de ser debatido, e do qual o professor precisa conhecer, pois a este recai a responsabilidade de escolher adequadamente as tarefas de modo a contemplar, de forma equilibrada, as distintas referências de contextos (DEKKER; QUERELLE, 2002).

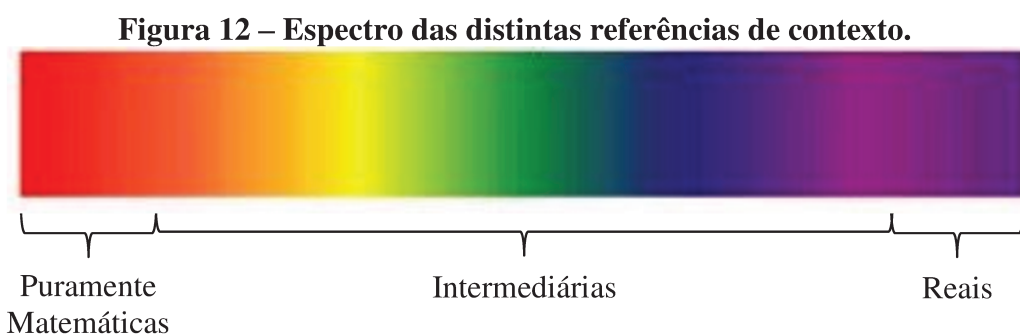
4.1.2.3 As distintas referências de contextos

Como já discutido anteriormente, tarefas coerentemente contextualizadas contribuem com os processos de ensino e de aprendizagem, visto que elas atuam nesse momento como meios de oportunizar aos estudantes um cenário de aprendizagem mais acessível e variado. Essa compreensão é compartilhada por alguns autores, os quais ainda destacam a importância de se ter distintas referências de contextos (DE LANGE, 1999; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005; PONTE; QUARESMA, 2012; FERREIRA; BURIASCO, 2015). De Lange (1999) e Ponte e Quaresma (2012) discorrem sobre a relevância e necessidade de que a aprendizagem matemática do estudante seja permeada por uma variedade de contextos e, de forma a justificar esse apontamento, Ferreira e Buriasco (2015, p. 468) salientam que “propor aos estudantes tarefas matemáticas que apresentem contextos diversos é uma alternativa para que possam ampliar seus conhecimentos [matemáticos]”.

A depender das oportunidades que cada conteúdo matemático possibilita vinculado ao objetivo da aula, é possível que o trabalho de ensino e de aprendizagem da Matemática, no que diz respeito às tarefas, desenvolva-se de duas formas substancialmente distintas, isto é, elas podem estar, por um lado, compreendidas em situações puramente matemáticas, ou, por outro lado, estar inteiramente fundamentadas em referências da vida real (PONTE; QUARESMA, 2012). Assim, as tarefas estarão

[...] ou utilizando a linguagem própria da Matemática, os seus conceitos e representações, sem qualquer referência (ou apenas com referências mínimas) à realidade ou, pelo contrário, usando sistematicamente situações extra-matemáticas como ponto de partida para as atividades a realizar (PONTE; QUARESMA, 2012, p. 198).

Além desses dois contextos extremos, também se tem uma multiplicidade de situações intermediárias a eles (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005; PONTE; QUARESMA, 2012). De forma pictórica, a Figura 12 compreende um espectro de cores que ilustra, grosso modo, a ideia da variedade de contextos.



Fonte: Adaptado de Simão (2012).

Nessa imagem, considera-se uma correspondência entre cada feixe de cor com um determinado tipo de contexto, e, por conseguinte, todos os feixes que compõem o espectro seriam a representação da varredura das distintas referências de contextos. O trabalho em cada um desses contextos depende exatamente do objeto matemático e didático-pedagógico que o professor intenciona trabalhar atrelado a cada aula (DE LANGE, 1995).

Considerando um outro aspecto sobre as diversidades de referências de contextos, pode-se tomar atenção a uma estrutura que corresponde ao permear entre esse espectro. Com relação ao deslocamento da utilização de contextos puramente matemáticos para os da realidade, Skovsmose (2000) afirma que tarefas que compreendem o caminhar nessa direção podem contribuir para o desenvolvimento de reflexões críticas sobre a Matemática e suas aplicações. No sentido contrário, De Lange (1999) pontua alguns níveis, aos quais ele se refere como distância para os estudantes.

Pode-se pensar no contexto como sendo certas “distâncias” dos estudantes: o contexto mais próximo é a vida privada (vida cotidiana); o próximo mais próximo é vida escolar, trabalho e esportes; a seguir, a comunidade e a sociedade local, como encontradas na vida cotidiana; e, além disso, são contextos científicos (DE LANGE, 1999, p. 27, tradução nossa).

Em síntese, o autor compreende a possibilidade de definir algumas dimensões, quase que sequenciadas, partindo de uma realidade específica do indivíduo, na direção de, cada vez mais, extrapolar essa particularidade, com o propósito de se chegar até às situações mais abstratas. Corroborando essa perspectiva, Ponte e Quaresma (2012) ressaltam que o planejamento das tarefas deve contemplar aquelas que oportunizem ao estudante mobilizar suas vivências em contextos do dia a dia, assim como suas experiências matemáticas anteriores. Dessa forma, de maneira progressiva, o estudante “ir-se-á libertando da necessidade de contextos da realidade, trabalhando num nível cada vez mais formal, sendo capaz de recorrer a contextos informais sempre que necessário” (PONTE; QUARESMA, 2012, p. 196).

Todavia, embora neste texto tenha-se discorrido sobre a ideia de contextos da realidade de forma genérica, referindo-se sempre a situações habituais e rotineiras do indivíduo, correndo o risco de até ser interpretado como algo simplista e sem ambiguidades, há de se ressaltar a subjetividade do que pode ser considerado um contexto da realidade. Destarte, sobre esse ponto, no âmbito escolar é importante sublinhar que o grau de realidade de um determinado contexto é relativo a cada estudante e, por conseguinte, a cada turma, escola, comunidade, sociedade e nacionalidade. Assim, por conta dessa singularidade, nem sempre se consegue uma única regra que dê conta da escolha adequada de referências a contextos da realidade; por conta disso, “a variedade [de contextos da realidade] é necessária para minimizar a chance de apresentar problemas e fenômenos que não são culturalmente relevantes [para os estudantes]” (DE LANGE, 1999, p. 27, tradução nossa), logo, é importante que se busque sempre abranger as diversidades (DE LANGE, 1995; DEKKER; QUERELLE, 2002; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005; CARRILLO; CONTRERAS; ZAKARYAN, 2013; JACKSON et al., 2013).

Concernente à natureza das tarefas com referências aos contextos da realidade, é possível encontrar na literatura autores que os subdividem em duas possibilidades, sendo eles contextos reais ou semirreais⁷⁰ (SKOVSMOSE, 2000; DEKKER; QUERELLE, 2002; PONTE; QUARESMA, 2012; LANA; CARRIÃO, 2015). Define-se que os contextos reais

⁷⁰ Na literatura encontram-se muitos estudos relacionados à contextualização do ensino fundados na teoria da Educação Matemática Realística (EMR), desenvolvida por Freudenthal (1968). Esse referencial entende que um contexto real, ou, como considerado na teoria, um contexto realístico, é quando se utilizam nos enunciados das tarefas situações reais ou de fenômenos, partindo do princípio de que eles são realísticos na medida em que são possíveis de serem imaginados pelos estudantes. Deste modo, a EMR não faz quaisquer distinções entre o que vem a ser um contexto real ou semirreal. Por conta disso, essa teoria não será tratada neste estudo. Para mais informações sobre ela e sua relação com as referências de contextos, ver: Ferreira e Buriasco (2015), Freudenthal (1968), Ponte e Quaresma (2012) e Van Den Heuvel-Panhuizen (2005).

descrevem situações que advieram da vida diária e/científica, ou, ainda, que compreendem em seus enunciados informações ou quantificações providas de fontes reais (SKOVSMOSE, 2000; DEKKER; QUERELLE, 2002; LANA; CARRIÃO, 2015). As referências aos contextos reais oportunizam ao estudante produzir e desenvolver conceitos e significados reais para as tarefas (SKOVSMOSE, 2000), além de propiciar a amplitude dos conhecimentos relativos a fatos do cotidiano, visto que nem sempre os fatos reais estão próximos à vida do estudante (FERREIRA; BURIASCO, 2015; LANA; CARRIÃO, 2015).

Conforme destacam Dekker e Querelle (2002), é muito importante trabalhar com os estudantes a diversidade de contextos reais, uma vez que essa variedade contribui para a formação de cidadãos inteligentes e informados. Os contextos reais estão presentes nos Livros Didáticos quase sempre ligados a “alguma matéria publicada em jornais ou revistas, *sites* ou até mesmo algum livro ou artigo” (LANA; CARRIÃO, 2015, p. 7) – e, desse modo, os autores tencionam concatenar o conteúdo matemático a ser trabalhado a fatos reais, principiando uma conexão entre a Matemática e o cotidiano (DEKKER; QUERELLE, 2002; LANA; CARRIÃO, 2015).

Com relação às referências aos contextos semirreais, atribui-se a eles um caráter sintético, pois tarefas que se reportam a uma semirrealidade estão embasadas em situações que não necessariamente já existem no cotidiano (SKOVSMOSE, 2000), isto é, elas não emergem do contexto real (LANA; CARRIÃO, 2015). De Lange (1995) aborda essa classe de situações como contextos de camuflagem, pois considera que “o contexto nessa situação é usado apenas para ‘camuflar’ ou ‘disfarçar’ o problema matemático” (DE LANGE, 1995, p. 110, tradução nossa). Aqui, chamar-se-á atenção para o que se considera como razoabilidade – qualidade de razoável. Em outras palavras, os contextos que exploram situações ou informações da semirrealidade podem ser ainda classificados em dois grupos: i) razoável, contexto que diz respeito a uma possível situação da vida real e ii) não razoável, contexto que aborda situações que, embora possam existir no dia a dia, contêm informações (na maioria das vezes quantitativas) que não são razoáveis de veracidade na vida real.

Tarefas com referência a esse contexto são produzidas com propósitos educativos, por exemplo, os autores de um Livro Didático elaboram tarefas envoltas de contextos semirreais a fim de “levar o aluno a praticar certos conhecimentos, e não uma situação da realidade diária do aluno” (PONTE; QUARESMA, 2012, p. 204). Assim, os autores exploram situações para construir tarefas que condizem com elementos ora próximos à rotina do estudante, ora distantes do cotidiano do mesmo. Lana e Carrião (2015) mencionam que os autores de Livros Didáticos utilizam uma grande variedade de referências aos contextos semirreais e, da mesma

forma que ocorre nos contextos reais, situações nessa classe também ocasionam uma abrangência de conhecimentos sobre possíveis situações que podem se relacionar aos conteúdos matemáticos (FERREIRA; BURIASCO, 2015; LANA; CARRIÃO, 2015).

Relativamente às tarefas que são contextualizadas na Matemática pura, considerada por alguns autores como tarefas nuas ou despidas de referências (FERREIRA; BURIASCO, 2015), estas tendem a não apresentar subjetividades, visto que seus enunciados se referem integralmente à Matemática e somente a ela (SKOVSMOSE, 2000), e, por conta disso, eles estão sempre permeados apenas de sinais, símbolos, figuras, números e letras (LANA; CARRIÃO, 2015). Sobre esse tipo de contexto, Dekker e Querelle (2002, p. 9, tradução nossa) mencionam que, “embora o conteúdo do problema seja retirado da própria matemática, não é uma questão simples. Além disso, a questão é desconhecida, onde o assunto ensinado nas lições anteriores agora é aplicado a uma nova situação”.

Para Lana e Carrião (2015), os textos expressos nas tarefas quase sempre fazem alusão a um cenário: i) procedimental, em que o estudante deve efetuar um ou alguns procedimentos para encontrar a solução, e/ou ii) abstrato, no qual ele revê os conceitos, as definições ou propriedades trabalhadas, com o propósito de discutir questões teóricas e mais abrangentes acerca do conteúdo estudado, de modo a desenvolver uma maior amplitude e profundidade da área Matemática. Em outras palavras, de maneira geral, tarefas elaboradas nesse contexto normalmente estão envoltas por enunciados que compreendem comandos de ordenação, ou de forma mais procedimental – determine, efetue, calcule, classifique, identifique, entre outros (FERREIRA; BURIASCO, 2015) –, ou de feitiço mais genérico/abrangente – explique, conjecture, justifique, prove, demonstre, etc. (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005).

Com relação ao cenário (i), De Lange (1999) ressalta que o trabalho em sala de aula com tarefas desse tipo deve ser evitado. Relativamente ao cenário (ii), Mazzi (2018) aponta, por exemplo, que tarefas desse tipo são pouco exploradas nos Livros Didáticos, no âmbito da Geometria. De Lange (1999) menciona a ínfima quantidade que se deve trabalhar com tarefas procedimentais, dando assim mais destaque para aquelas do cenário (ii); o segundo autor apresenta que tarefas mais abstratas carecem de atenção nos Livros Didáticos, podendo significar que tarefas do tipo (i) se encontram mais presentes nesses recursos. Na direção do pensamento de De Lange (1999), ou na análise dos resultados de Mazzi (2018), é possível notar um desequilíbrio entre esses dois cenários. Enquanto o primeiro argumenta sobre a possibilidade de se trabalhar menos em uma situação, o segundo comprova que uma delas é pouco trabalhada. Sobre esses apontamentos, para esta pesquisa, entende-se e, por conseguinte, assume-se que o mais adequado é buscar a diversidade de tarefas

contextualizadas entre estes dois cenários matematicamente puros, haja vista que cada um deles corresponde a uma necessidade matematicamente específica durante o processo de aprendizagem do estudante.

Por fim, além dos contextos de referências à realidade – reais ou semirreais –, ou à Matemática pura, alguns autores ainda ressaltam um outro tipo de possibilidade de contexto, o qual eles qualificam como contexto artificial ou fantasioso (DEKKER; QUERELLE, 2002; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005). Segundo Dekker e Querelle (2002), quando esse tipo de contexto é empregado, ele está relacionado a um mundo fantasioso, no qual os objetos ou as construções trabalhadas são inexistentes.

Por conta de sua natureza utópica, um contexto artificial é considerado por Dekker e Querelle (2002) como sendo totalmente diferenciado do contexto da realidade e, por conta disso, ele deve ser utilizado com cautela. Nem sempre os estudantes estarão dispostos ou serão capazes de lidar com contextos que exigem conceber fantasias através da imaginação, mas, às vezes, situações como estas podem ser justificadas, especialmente para os anos iniciais de escolarização (DEKKER; QUERELLE, 2002). Isso significa que, para que contextos dessa natureza façam sentido de serem trabalhados, é preciso que os estudantes os assumam como reais em suas mentes e, assim, experimentá-los como reais por si mesmos (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005).

Em termos de conteúdo, no que diz respeito às tarefas presentes em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria, os contextos podem ter características específicas que abordam, por exemplo, definições, propriedades, fórmulas e conceitos geométricos para trabalhar com: medidas de um segmento ou dos valores do perímetro, área ou volume de uma figura geométrica; semelhanças de triângulos e relações trigonométricas no triângulo retângulo; posições relativas de e entre: retas e planos, ponto/reta e circunferências; interseções de circunferências; distâncias entre dois pontos e entre ponto e reta; taxa de variação; equação da reta, da circunferência e das cônicas, entre outros tópicos.

Com relação às referências de contextos, os puramente matemáticos estarão distribuídos entre os cenários (i) e (ii). Já os contextos reais e semirreais podem compreender, por exemplo, situações que abordam: desmatamento, poluição, segurança no trabalho e no trânsito, crescimento populacional, acessibilidade e inclusão, construção de espaços sociais, times e campos de futebol, empréstimo de dinheiro, produção de algum material, aluguel de um carro, compra e vendas de produtos, vazão de uma torneira, entre outras infinitas situações. Por último, os contextos artificiais podem envolver situações com personagens

imaginários, como ETs, fadas, gnomos, unicórnios, minotauros e hidras, ou, ainda, conter situações providas de ficção científica, como a ideia de viagem no tempo ou escola de bruxos.

Posto isto, por fim, independentemente da referência de contexto à qual se faz alusão, todos eles assumem o papel de contribuir para a caracterização da Matemática e, conjuntamente a isso, oportunizar ao estudante o desenvolvimento e a formação mais amplos e profundos no que concerne a esta disciplina.

4.1.3 A demanda cognitiva de tarefas e seus diferentes níveis

Uma vez que se parte do princípio de que as tarefas desenvolvidas em sala de aula constituem a base para a aprendizagem dos estudantes (DOYLE, 1988; STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996), e que, assim, diferentes tarefas possibilitam oportunidades de aprendizagem distintas (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005; CARRILLO; CONTRERAS; ZAKARYAN, 2013; WIJAYA; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DOORMAN, 2015; JESUS; CYRINO; NAGGY, 2018), torna-se substancial tomar atenção à estrutura dessas tarefas, particularmente no que diz respeito à demanda cognitiva conferida/ofertada por elas.

Nessa direção, um dos aspectos considerados centrais no processo de ensino, no que se refere à escolha das tarefas por parte dos professores, é a natureza da demanda cognitiva da tarefa proposta aos estudantes (JACKSON et al., 2013). A demanda cognitiva faz referência aos processos de pensamento – por exemplo, a natureza do raciocínio – que um estudante precisa mobilizar para produzir uma solução de uma tarefa atribuída (DOYLE, 1988; SEARS; CHÁVEZ, 2014; STEIN; LANE, 1996). Em outras palavras, a demanda cognitiva de uma tarefa está diretamente ligada à complexidade dos processos cognitivos envolvidos na e para a sua resolução. Quando a tarefa se encontra presentificada em materiais curriculares, como nos Livros Didáticos, a demanda cognitiva diz respeito aos tipos de processos cognitivos esperados de serem mobilizados e, na maioria das vezes, revelados pelos estudantes para resolvê-la, ou seja, os elaboradores de tarefas as desenvolvem supondo sempre determinados processos de pensamento que implicam na solução de tais tarefas, alinhadas geralmente aos objetivos matemáticos e pedagógicos pelos quais elas foram propostas.

Ao estudar a natureza das tarefas, quanto às demandas cognitivas, Doyle (1983) observou que elas podem ser diferenciadas em relação ao seu nível e ao tipo de esforço cognitivo compreendido durante a sua realização. O autor reconheceu uma distinção primária entre as demandas cognitivas das tarefas, podendo estas serem elaboradas com o propósito da

reprodução precisa do conteúdo estudado previamente ou com a finalidade de promover processos de pensamento que envolvam a compreensão e conexão do e entre os conteúdos aprendidos até então (DOYLE, 1983). Nesse sentido, os níveis e tipos de esforço cognitivo permeiam “entre tarefas que envolvem os estudantes em nível superficial e tarefas que envolvem estudantes em um nível mais profundo, exigindo interpretação, flexibilidade, organização de recursos e construção de significados” (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996, p. 459, tradução nossa). Relativamente à Matemática, essa distinção pode ser observada entre tarefas que demandam aplicações de fórmulas diretas ou o uso de algoritmos padronizados e tarefas que requerem pensamentos mais complexos e não algoritmos – isso significa que elas não podem ser resolvidas seguindo modelos e/ou estratégias procedimentais (DOYLE, 1983; STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996).

Fundamentado nessas distinções, Doyle (1988) dividiu as tarefas em duas grandes categorias e utilizou os termos *familiar* e *novel* como descritores dessa categorização. De acordo com o autor, as tarefas classificadas em *familiar* são consideradas como:

[...] rotineiras e recorrentes, [e são vistas] como aquecimentos e conjuntos de práticas, nos quais a memória ou operações ou algoritmos relativamente padronizados são usados para gerar produtos. Em alguns casos, o trabalho é bastante difícil, envolvendo uma grande quantidade de informações ou operações bastante complexas. Mas os resultados são previsíveis: há pouca ambiguidade sobre o que fazer e como fazê-lo e há pouco risco de que as coisas deem errado ao longo do caminho. Esse trabalho [a tarefa] cria apenas demandas mínimas para os estudantes interpretarem situações ou tomarem decisões no domínio do conteúdo (DOYLE, 1988, p. 173, tradução nossa).

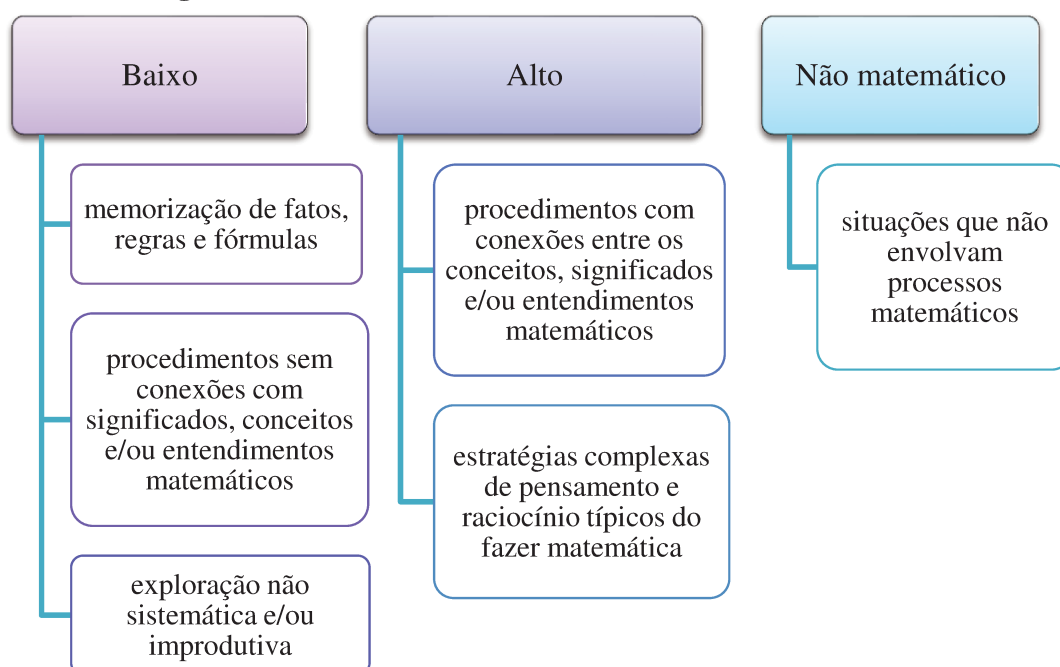
No extremo oposto, as tarefas compreendidas na categoria *novel* são aquelas para as quais os estudantes necessitam:

[...] reunir informações e operações de várias fontes de maneiras que não foram explicitamente definidas com antecedência pelo professor. Tarefas *novel* em matemática, por exemplo, envolveriam processos como decidir qual operação se encaixa em um problema específico ou combinar algoritmos já aprendidos em uma cadeia de operações para resolver um problema. Uma característica essencial do trabalho original é que os estudantes devem tomar decisões sobre o que produzir e como produzi-lo. Nas tarefas estruturadas para as decisões dos estudantes, a previsibilidade é baixa e as demandas cognitivas e emocionais são altas porque há uma ambiguidade considerável sobre os produtos e uma medida de risco de que as respostas estejam incorretas (DOYLE, 1988, p. 173, tradução nossa).

Entre esses dois polos, existe uma multiplicidade de tarefas que conjugam essas características de formas diferentes, na medida em que buscam atingir objetivos díspares. Diversos autores (AMPUERO, 2011; DOYLE, 1983; KRATHWOHL, 2002; PALACIOS; GARCÍA, 2018; PORTER, 2002; SMITH; STEIN, 1998; STEIN; LANE, 1996) tomaram atenção para essas variedades de combinações de demandas cognitivas e estipularam estruturas dispondo-as em diferentes níveis⁷¹. Entretanto, é interessante observar que, embora as quantidades de níveis de demanda cognitiva se diferenciam entre as estruturas apresentadas pelos autores – por exemplo, Krathwohl (2002) apresenta uma estrutura dividida em 6 níveis, enquanto Ampuero (2011) toma uma estrutura segmentada em 3 níveis –, de modo geral é possível estabelecer correspondências entre eles.

Tomando atenção à estrutura de demanda cognitiva apresentada por Stein e Lane (1996), os autores também a segmentam em diferentes níveis. Partindo das dimensões do QTM (STEIN; GROVER; HENNINGSSEN, 1996; STEIN; LANE, 1996), na particularidade do elemento ‘demanda cognitiva’, eles a estruturaram em 6 tipos de demanda, podendo tal organização ser agrupada em três diferentes níveis, a saber, baixo, alto e não matemático (Figura 13).

Figura 13 – Resumo da estrutura de Stein e Lane (1996).



Fonte: Adaptado de Stein e Lane (1996).

⁷¹ No Apêndice B é possível observar, de modo compilado, estas estruturas e seus níveis de demanda cognitiva.

Também se baseando na pesquisa do projeto QUASAR em tarefas matemáticas (STEIN; GROVER; HENNINGSSEN, 1996; STEIN; LANE, 1996) e em outros autores (RESNICK, 1987; DOYLE, 1988; NCTM, 1991), Smith e Stein (1998) apresentam de forma sistemática um guia de análises de tarefas (*task-analysis guide*) que se constitui por uma lista de descritores. Estes estão distribuídos em diferentes níveis de demanda cognitiva⁷². De acordo com as autoras, o guia “serve como um modelo de julgamento – uma espécie de rubrica de registro – que pode ser aplicado para todos os tipos de tarefas matemáticas, permitindo uma classificação das tarefas” (SMITH; STEIN, 1998, p. 345, tradução nossa). Nesse sentido, o guia é uma ferramenta analítica usada para interpretar e classificar as diferentes instâncias de esforço cognitivo esperadas de serem mobilizadas e reveladas pelos estudantes ao resolverem tarefas propostas a eles. Assim, o guia parte do pressuposto de que toda tarefa matemática diz respeito ao trabalho com alguma situação ou processo matemático. Desse modo, ele integra dois grandes níveis de demanda cognitiva, os quais se distinguem entre: nível de baixa demanda cognitiva (inferior) e nível de alta demanda cognitiva (superior). Os níveis com seus descritores podem ser observados no quadro a seguir (Quadro 8).

⁷² Compreende-se que os níveis de demanda cognitiva – e seus descritores – apresentados por Smith e Stein (1998) emergiram de um refinamento da estrutura apresentada por Stein e Lane (1996).

Quadro 8 – Descritores em cada nível de demanda cognitiva.

Nível	Tipo	Descritores
Baixo	Memorização	• Envolvem a reprodução de fatos, regras, fórmulas ou definições aprendidas anteriormente ou a confirmação de fatos, regras, fórmulas ou definições para a memória; • Não podem ser resolvidos usando procedimentos, porque não existe um procedimento ou porque o período de tempo em que a tarefa está sendo concluída é muito curto para se usar um procedimento; • Não são ambíguos. Tais tarefas envolvem a reprodução exata de material previamente visto, e o que deve ser reproduzido é claro e diretamente declarado; • Não têm conexão com os conceitos ou significados que fundamentam os fatos, regras, fórmulas ou definições aprendidas ou reproduzidas.
	Procedimentos sem conexões	• São algorítmicos. O uso do procedimento é especificamente solicitado ou é evidente pela instrução, experiência ou colocação prévia da tarefa; • Exigem demanda cognitiva limitada para conclusão bem-sucedida. Existe pouca ambiguidade sobre o que precisa ser feito e como fazê-lo; • Não têm conexão com os conceitos ou significados subjacentes ao procedimento utilizado; • Estão focados em produzir respostas corretas em vez de desenvolver o entendimento matemático; • Não requerem explicações quaisquer ou explicações que se concentram apenas em descrever o procedimento que foi usado.
Alto	Procedimentos com conexões	• Concentram a atenção dos estudantes no uso de procedimentos com o propósito de desenvolver níveis mais profundos de compreensão de conceitos e ideias matemáticas; • Sugerem explícita ou implicitamente caminhos a seguir que são procedimentos gerais que têm conexões próximas para ideias conceituais subjacentes, em oposição a algoritmos estreitos que são opacos em relação aos conceitos subjacentes; • Geralmente são representados de várias maneiras, como diagramas visuais, manipuladores, símbolos e situações problemáticas. Fazer conexões entre múltiplas representações ajuda a desenvolver o significado; • Exigem algum grau de esforço cognitivo. Embora os procedimentos gerais possam ser seguidos, eles não podem ser seguidos sem pensar. Os estudantes precisam se envolver com ideias conceituais que fundamentam os procedimentos para completar a tarefa com sucesso e que desenvolvam a compreensão.
	Fazendo matemática	• Exigem um pensamento complexo e não algorítmico – uma abordagem ou caminho previsível e bem ensaiado não é explicitamente sugerido pela tarefa, pelas instruções de tarefa ou por um exemplo elaborado; • Exigem que os estudantes explorem e compreendam a natureza dos conceitos, processos ou relações matemáticas; • Exigem o automonitoramento ou a autorregulação dos próprios processos cognitivos; • Exigem que os estudantes acessem conhecimentos e experiências relevantes e façam uso apropriado deles no trabalho através da tarefa; • Exigem que os estudantes analisem a tarefa e examinem ativamente as restrições de tarefas que podem limitar as possíveis estratégias e soluções; • Exigem considerável esforço cognitivo e pode envolver algum nível de ansiedade para o estudante, devido à natureza imprevisível do processo de solução requerido.

Fonte: Traduzido e adaptado de Smith e Stein (1998).

De forma mais detalhada, Smith e Stein (1998) classificam que tarefas de baixa demanda cognitiva, do tipo memorização, exigem do estudante apenas a recordação e a reprodução de regras, definições, fórmulas e conhecimentos factuais aprendidos anteriormente, levando-os a apenas se lembrarem e fornecerem respostas sem o uso de procedimentos. Já tarefas neste nível, do tipo procedimentos sem conexões, são aquelas apresentadas de forma simples e familiar ao estudante, sendo elas normalmente semelhantes a exemplos já fornecidos pelo professor ou por algum material didático. Geralmente, essas tarefas são algorítmicas, não ambíguas e não estabelecem conexões com os conceitos ou com os significados subjacentes aos procedimentos que estão sendo usados. Por conta dessas características, elas requerem um esforço cognitivo limitado, centrando-se mais na assertividade das respostas do que na promoção do desenvolvimento da compreensão matemática.

Tarefas de alta demanda cognitiva do tipo procedimentos com conexões, também podem envolver os estudantes com procedimentos, no entanto, estes não são sugeridos pela tarefa de forma direta e nem foram apresentados anteriormente para os estudantes de modo a atender o que se pede. Assim, o objetivo desse tipo de tarefa é contribuir com o desenvolvimento da compreensão matemática, exigindo, assim, algum grau de esforço cognitivo no processo de resolução. Além disso, essas tarefas comumente apresentam ou demandam múltiplas representações, como tabelas, gráficos, desenhos, símbolos, entre outras. A incorporação delas oportuniza ao estudante estabelecer conexões entre si, tencionando, como propósito final, o desenvolvimento da aprendizagem trabalhada. Por fim, tarefas neste nível, do tipo fazendo matemática, exigem pensamentos complexos e não algorítmicos, “devido à natureza imprevisível ou não facilmente discernível de seu processo de solução” (CHARALAMBOUS, 2010, p. 129, tradução nossa). Nesse sentido, a resolução de tais tarefas requer efetuar justificativas, demonstrações, provas, pesquisas, bem como comunicar ideias e tomar decisões sobre o que fazer e como fazer um determinado procedimento, onde, muitas vezes, utilizam representações ou processos de pensamentos diferentes daqueles com os quais os estudantes estão acostumados (SMITH; STEIN, 1998).

Uma consideração pertinente é realizada por Benítez (2016), quando este destaca que não necessariamente todas as tarefas ofertadas aos estudantes devam ser de alto nível de demanda cognitiva por que a natureza da tarefa, quanto à demanda cognitiva, deve estar relacionada ao objetivo matemático que é pretendido desenvolver. Assim, por exemplo, se

[...] o objetivo é lembrar definições, fatos básicos, regras ou propriedades, as tarefas de memorização serão adequadas. Se o objetivo for aumentar a velocidade e a destreza na resolução de exercícios de rotina, atividades procedimentais sem conexões serão adequadas. Na verdade, a habilidade nesse tipo de tarefa pode favorecer a eficiência no tempo e no esforço para resolver as questões rotineiras de tarefas mais complexas (BENÍTEZ, 2016, p. 10, tradução nossa).

Contudo, se o objetivo é desenvolver, de forma mais profunda, uma compreensão acerca dos procedimentos, ideias, conceitos e resultados matemáticos, por exemplo, tarefas de alto nível de demanda cognitiva tornam-se mais apropriadas. Além disso, Applebaum e Leikin (2014) destacam que tarefas cognitivamente desafiadoras podem contribuir para acender a curiosidade e o interesse dos estudantes sobre os conteúdos matemáticos trabalhados. Compreendendo que esse tipo de tarefa oportuniza aos estudantes mobilizarem seus conhecimentos prévios, explorando neles os conceitos, os procedimentos matemáticos, as distintas formas de registro e os vários caminhos possíveis para a resolução, os autores argumentam que tarefas dessa natureza contribuem para o desenvolvimento da “construção do conhecimento matemático por meio da superação de dificuldades matemáticas” (APPLEBAUM; LEIKIN, 2014, p. 3, tradução nossa), visto que, nessas tarefas, o estudante é convidado a desenvolver a “busca de ferramentas matemáticas adequadas, aplicação efetiva dessas ferramentas, avaliação crítica das soluções e elaborações criativas relacionadas ao problema em questão” (APPLEBAUM; LEIKIN, 2014, p. 3, tradução nossa).

Diante do exposto, sobressai a reflexão de que as tarefas não são todas elaboradas com o mesmo objetivo matemático, logo, tarefas com propósitos diferentes requerem diferentes níveis e tipos de pensamento do estudante (SMITH et al., 2004). Desse modo, tarefas de baixo nível oportunizam ao estudante desenvolver um tipo de pensamento, enquanto tarefas de alto nível levam a um conjunto diferente de oportunidades para o desenvolvimento do pensamento do estudante (SILVER; STEIN, 1996; HENNINGSSEN; STEIN, 1997; SMITH; STEIN, 1998; SMITH et al., 2004; CARRILLO; CONTRERAS; ZAKARYAN, 2013). Consequentemente, “a resolução de tarefas de diferentes demandas cognitivas apresenta oportunidades para ativar diferentes processos cognitivos” (CARRILLO; CONTRERAS; ZAKARYAN, 2013, p. 789, tradução nossa). Assim, o trabalho em sala de aula com essa pluralidade de oportunidades de tarefas cognitivamente diferentes, ao longo do processo de

aprendizagem, “conduz ao desenvolvimento de ideias implícitas nos estudantes sobre a natureza da Matemática” (STEIN; SMITH, 1998, p. 269, tradução nossa).

Destarte, compreende-se que um trabalho amplo e profundo desenvolvido em sala de aula com os estudantes deve contemplar essa pluralidade de oportunidades de tarefas de diferentes níveis de demanda cognitiva. Nessa concepção, segundo Walkowiak, Pinter e Berry (2017), quando tal diversidade de tarefas é ofertada aos estudantes, tem-se um cenário enriquecedor relativo ao *Opportunity-to-Learn* para este segmento em foco. Todavia, Stein e Lane (1996) mencionam que, se o objetivo matemático final do trabalho é desenvolver no estudante sua capacidade de pensar, raciocinar e resolver problemas, o esperado – e sugerido, conforme os resultados de seus estudos (STEIN; LANE, 1996) – seria começar o trabalho com tarefas de alto nível, isto é, priorizar de início as tarefas cognitivamente mais desafiadoras, visto que estas têm um potencial maior de envolver os estudantes em formas complexas de pensamento (STEIN, et al., 2009). Assim, concebe-se ser interessante e pertinente que o professor privilegie, em seu planejamento de aula, o trabalho inicial com tarefas cognitivamente mais complexas, uma vez que, diante desse cenário, os resultados de estudos afirmam que “os estudantes têm maiores ganhos de aprendizagem em aulas nas quais as tarefas de ensino incentivam o pensamento e o raciocínio de alto nível e poucos ganhos em aulas em que as tarefas são de natureza procedimental” (STEIN et al., 2009, p. 5, tradução nossa).

Apesar desses apontamentos, cabe ressaltar que, mesmo que os materiais didáticos contenham tarefas de alto nível de demanda cognitiva e/ou que os professores selecionem e proponham tarefas dessa natureza em seu ensino, estas não garantem o engajamento por parte dos estudantes em um alto nível de pensamento – situação, esta, que dependerá da manutenção do nível da demanda cognitiva durante a configuração e implementação da tarefa (ESTRELLA et al., 2019; JACKSON et al., 2013; STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996; STEIN; SMITH, 1998). No entanto, começar o trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras “parece ser uma condição necessária, uma vez que as tarefas de baixo nível quase nunca resultam em um envolvimento de alto nível” (SMITH; STEIN, 1998, p. 344, tradução nossa).

4.2 *Opportunity-to-Learn* e a delimitação desse conceito na pesquisa

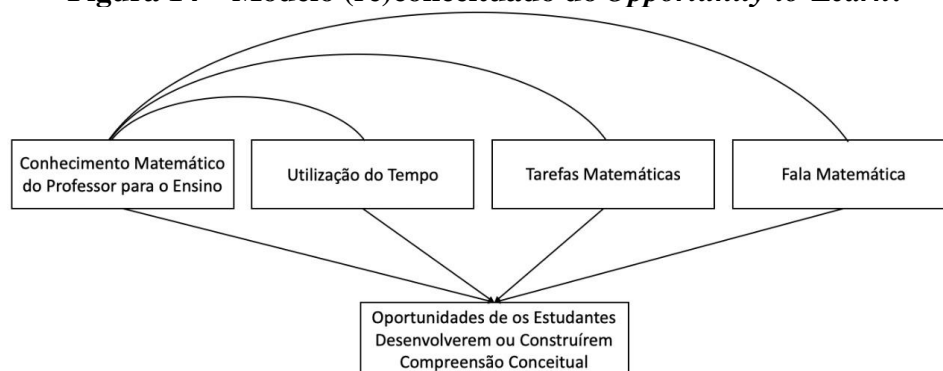
O capítulo 2 apresentou uma descrição do conceito de *Opportunity-to-Learn* relativo a três diferentes dimensões instrucionais – tempo, qualidade e conteúdo de instrução (e.g., CARROLL, 1963; WANG, 1998; KURZ, 2011) – e a três níveis de ensino da esfera educacional – políticas públicas, professor e estudante (e.g., MCDONNELL, 1995; WANG, 1998; STEIN et al., 2008). Além disso, tomou-se atenção para as questões do OTL sob as perspectivas sociológica (DOUGHERTY, 1996), socioeconômica (GILLIES; QUIJADA, 2012; MOORE; DESTEFANO; ADELMAN, 2012a), política (CARROLL, 1963; GOALS 2000, 1994; MCDONNELL, 1995), avaliativa (HUSÉN, 1967; HERMAN; KLEIN; ABEDI, 2000), do estudante (BERLINER, 1990; HERMAN; KLEIN; ABEDI, 2000; STEIN et al., 2008) e do professor (STEVENS, 1993; WANG, 1998; HERMAN; KLEIN; ABEDI, 2000; SCHMIDT et al., 2008; KURZ, 2011).

Relativamente a esta última perspectiva – a do professor –, embora as conceituações existentes ofertem modelos para analisar o OTL possivelmente proporcionado aos estudantes, em suas pesquisas, seus exemplos e experimentos não tomam atenção a “características *mais refinadas* da instrução matemática” (WALKOWIAK; PINTER; BERRY, 2017, p. 8, grifo dos autores, tradução nossa), como, por exemplo, questões relacionadas às tarefas. Desse modo, partindo de investigações empíricas, e atentos a essas características *mais refinadas*, além das variáveis tempo e qualidade da instrução, é que Walkowiak, Pinter e Berry (2017) propõem uma (re)conceitualização do OTL de modo que ele possa dar conta de descrever os aspectos mais apurados da instrução matemática, além de contribuir para uma ampliação de sua estrutura.

Assim, o ‘novo’ modelo de OTL desenvolvido se constitui sob quatro dimensões principais: o conhecimento matemático do professor para o ensino, o tempo utilizado na lição, as tarefas matemáticas implementadas com os estudantes e a natureza da discussão matemática (WALKOWIAK; PINTER; BERRY, 2017). Visto que, em relação à primeira dimensão, é o professor quem toma decisões relativas a cada uma das outras três dimensões, as interações entre o seu conhecimento e as demais são levadas

em conta e representadas no modelo por arcos de conexão, conforme pode ser observado na Figura 14⁷³.

Figura 14 – Modelo (re)conceituado do *Opportunity-to-Learn*.



Fonte: Walkowiak, Pinter e Berry (2017, p. 12).

A dimensão relativa ao conhecimento matemático do professor para o ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) contempla o conhecimento do professor que ensina Matemática, tanto em relação ao conhecimento pedagógico do conteúdo, como ao próprio conhecimento da Matemática. Considerando que o papel do conhecimento do professor ocupa um espaço central nas aprendizagens dos estudantes (HILL; ROWAN; BALL, 2005; CARNOY; ARENDS, 2012), compreende-se que, quanto mais profundo e amplo for seu conhecimento de Matemática, mais qualificada será a sua instrução (HILL; ROWAN; BALL, 2005). Por conta da especificidade ensino-aprendizagem, Hill, Rowan e Ball (2005) ressaltam que o conhecimento matemático necessário para a instrução deve ir além do conhecimento comum de outros profissionais e que o ponto primordial desse conhecimento é sobre o que o professor deve conhecer e ser capaz de fazer para promover o ensino e a aprendizagem dos seus estudantes.

Ao abordar o conhecimento do professor, entende-se que este é composto por várias dimensões e especificidades (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CARRILLO et al., 2018). O modelo de Walkowiak, Pinter e Berry (2017), embora considere tais especificidades, centra-se em dois domínios particulares concernentes à tarefa: i) o conteúdo da tarefa é matematicamente preciso e ii) a tarefa instruída promove concepções precisas no estudante. O item (i) aborda elementos sobre a importância da precisão matemática para o entendimento dos estudantes (MA, 1999), visto que erros

⁷³ Um estudo mais aprofundado, que contempla as dimensões desse modelo numa perspectiva da prática pedagógica, focado nas respostas dos estudantes quanto à sua antecipação, monitoramento, seleção, sequenciamento e conexões, pode ser visto em Smith e Stein (2012).

matemáticos acometem suas oportunidades de aprendizado (WALKOWIAK; PINTER; BERRY, 2017). O item (ii) corresponde aos fatores de oportunidades que os professores possibilitam na promoção de concepções precisas ou equívocas. Isso significa que, “quando um professor promove equívocos, o OTL dos estudantes é afetado negativamente; [e] às vezes, equívocos tornam-se obstáculos nas futuras experiências de aprendizagem, quando esses equívocos não recebem [a devida] atenção” (WALKOWIAK; PINTER; BERRY, 2017, p. 13, tradução nossa).

A dimensão alusiva ao tempo encontra-se enraizada na concepção de Carroll (1963) que diz respeito ao tempo permitido para a aprendizagem, considerando que a relação entre o período de exposição do conteúdo e as realizações dos estudantes nas avaliações emana correspondências positivas. Além desse tempo alocado para a instrução, pondera-se sobre a quantidade de tempo máximo da aula que é utilizado para atingir o objetivo matemático, e se esse tempo está organizado de forma que as conexões (intra e extra) matemáticas sejam realizadas de forma explícita ao objetivo matemático (WALKOWIAK; PINTER; BERRY, 2017).

A dimensão concernente às tarefas matemáticas compreende desde o seu planejamento/escolhas até a sua realização pelos estudantes em uma aula de Matemática – respectivamente, configuração e implementação da tarefa segundo o QTM (Figura 10) de Stein e Lane (1996). Aqui, as tarefas matemáticas devem ser centradas nos estudantes, propiciando a eles uma atribuição de sentido e significado à Matemática, assim como possibilitando o trabalho entre diferentes representações (WALKOWIAK; PINTER; BERRY, 2017; WIJAYA; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DOORMAN, 2015).

Finalmente, a dimensão correspondente às discussões matemáticas considera todas as interações verbais promovidas em sala de aula relativas aos processos de ensino e de aprendizagem. De forma a facilitar as conversas centradas no objetivo matemático, o professor deve, durante suas aulas, estimular debates entre estudantes, e entre ele e os estudantes, de forma a criar oportunidades para que eles expressem e expliquem seus pensamentos matemáticos objetivados em aula. Ademais, é por meio dessas discussões que o professor contribui para que os estudantes construam uma compreensão mais profunda do objetivo matemático (WALKOWIAK; PINTER; BERRY, 2017).

No alusivo a esse modelo (Figura 14), alguns aspectos que o limitam são destacados pelos autores. De modo geral, as dimensões podem não contemplar todas as possíveis nuances do ensino, como, por exemplo, as características relativas aos

distintos níveis de abstração do estudante (MASON, 1989). A estrutura também não abarca elementos que correspondam às conexões entre a Matemática e o ambiente social do estudante. Do mesmo modo, as questões emocionais, econômicas e processos avaliativos também são deixados de lado. Todavia, os autores argumentam que tal estrutura (Figura 14) não tem a intenção de ser exaustiva, mas sim de abordar características consideradas essenciais para o ensino de Matemática, além de possibilitar pontos de partida para analisá-lo. Nesse sentido, a proposta do modelo é fornecer “uma lente para definir o ‘opportunity to learn’ no ensino e na aprendizagem da matemática” (WALKOWIAK; PINTER; BERRY, 2017, p. 15, tradução nossa).

4.3 A tríade: *Opportunity-to-Learn*, Tarefas e Livros Didáticos

Tendo dissertado acerca do referencial teórico sobre três eixos, sendo eles Livros Didáticos, Tarefas e *Opportunity-to-Learn*, caberá a esta seção realizar o entrelaçamento deles. Essa tecelagem tem como ponto de partida o modelo do OTL delimitado na pesquisa. Assim, assumindo a perspectiva do professor, compreende-se como primeiro plano que o *Opportunity-to-Learn* se conceitua como sendo as oportunidades de aprendizado que os docentes ofertam aos estudantes, alinhadas ao currículo pretendido e, por conseguinte, ao currículo avaliado, aqui na particularidade da Matemática (STEVENSON; GRAYMES, 1993; HERMAN; KLEIN; ABEDI, 2000; TATE, 2005; KURZ, 2011; WALKOWIAK; PINTER; BERRY, 2017). Conforme a estrutura do modelo, o OTL ofertado contempla, além do conhecimento do professor, as dimensões relativas ao tempo, às discussões e às tarefas.

Reconhecendo a importância de todas essas dimensões que constituem o modelo, toma-se aqui o interesse ao conhecimento do professor e às tarefas. Entende-se que estas duas dimensões se estabelecem por meio de conexões dinâmicas, em que cada uma delas molda a outra, e que, juntas, moldam o ensino (STEIN; KAUFMANN, 2010). Assim, enquanto o professor afeta as tarefas, escolhendo-as, planejando-as e realizando-as (DOYLE, 1988), elas, as tarefas, podem influenciar e estruturar a maneira como o professor organiza e leciona suas aulas (STEIN; SMITH, 1998). Em ambas as situações, a aprendizagem dos estudantes é impactada, visto que, por meio delas, o modo como eles aprendem a pensar, desenvolver, usar e entender a Matemática é trabalhado e desenvolvido (DOYLE, 1988; HENNINGSEN; STEIN, 1997; STEIN; SMITH, 1998; STEIN et al., 2008; SMITH; STEIN, 2012; KESSLER; STEIN;

SCHUNN, 2015). Diante desse cenário, como já mencionado anteriormente, assume-se nesta pesquisa que as tarefas são consideradas estruturas que servem para estudar as conexões entre ensino e aprendizagem na sala de aula, tendo elas o objetivo de tomar a atenção dos estudantes para uma determinada ideia, assunto e/ou conceito matemático (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996; STEIN; LANE, 1996).

Nessa direção, a concepção do QTM desenvolvido por Henningsen e Stein (1997) e, de forma mais específica, a expansão dele (Figura 11), se fazem pertinentes, ao passo que o QTME considera não somente o professor e seu conhecimento atrelado à configuração da tarefa, mas também as outras dimensões relacionadas a ela, como os materiais curriculares/instrucionais e as implementações pelos estudantes. Essa estrutura permite compreender que as tarefas representadas em materiais curriculares/instrucionais fundamentam o papel ativo que o professor necessita exercer na seleção, planejamento e apresentação delas (HIEBERT et al., 1996; STEIN et al., 2009), visto que elas “não aparecem simplesmente, e é improvável que os estudantes criem espontaneamente tarefas que sustentem a investigação reflexiva em matemática” (HIEBERT et al., 1996, p. 16, tradução nossa).

Como aportado na teoria, esses materiais que contemplam as tarefas são desenvolvidos conforme os objetivos dos autores e editores e o conhecimento matemático e pedagógico dos autores. Além disso, e tão importante quanto, esses materiais, quando validados pelo sistema educacional, necessariamente seguem as diretrizes de documentos normativos que contemplam o currículo pretendido. Dentre os materiais curriculares/instrucionais existentes possíveis de serem usados na escola, aqui o foco recai sobre o Livro Didático, uma vez que ele é considerado por diversos autores como sendo o material mais utilizado no dia a dia da sala de aula (AZEVEDO, 2005; TÖRNROOS, 2005; JONES; TARR, 2007; GILLIES; QUIJADA, 2012; DOĞAN; TORUN, 2018; MATIĆ, 2019).

Posto isto, far-se-ão aqui duas linhas de pensamento que se tecem em direção a uma ideia: o Livro Didático como um currículo potencialmente realizado. Pois bem, se por um lado pode-se compreender o modelo curricular educacional em uma estrutura sintetizada em três níveis: currículo pretendido, o praticado pelo professor e o avaliado, em que de certo modo o primeiro tem influência total no segundo e, em consequência, afeta as oportunidades de aprendizagem dos estudantes (TÖRNROOS, 2005); por outro lado, leva-se em consideração que “os livros didáticos geralmente refletem as metas nacionais estabelecidas nos currículos” (TÖRNROOS, 2005, p. 317, tradução nossa) e,

além disso, em algumas situações esse material é considerado o mais próximo de um currículo pretendido (HOWSON, 1995), sendo ele reconhecido como sendo um componente crítico do ensino (JONES; TARR, 2007; GILLIES; QUIJADA, 2012), visto que ao longo do tempo ele vem assumindo o papel de currículo planejado e, por conseguinte, de currículo praticado pelo professor (MESA, 2004; SILVA JUNIOR; REGNIER, 2007; WIJAYA; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DOORMAN, 2015; MATIĆ, 2019).

Diante disso, é ponderável conceber que o Livro Didático contribui e influencia o planejamento e a realização do trabalho docente em sala de aula; e, ao passo que este assume um caráter curricular, estabelecendo possíveis conexões entre o currículo pretendido e o realizado pelo professor (ÖZGELDI; ESEN, 2010), faz sentido adicionar ao modelo curricular educacional um nível identificado como ‘currículo potencialmente realizado’ (TÖRNROOS, 2005). Assim, esse currículo – que pode abranger diversos materiais curriculares/instrucionais, mas aqui restringiremos apenas ao Livro Didático – “reflete, por um lado, o currículo pretendido, como já foi mencionado, e, por outro lado, influencia o currículo realizado, por exemplo, muitas vezes definindo os conteúdos a serem discutidos nas aulas de matemática” (TÖRNROOS, 2005, p. 317, tradução nossa). Além disso, no que concerne às tarefas, tem-se que o Livro Didático é um material que contempla numerosas quantidades delas ao longo de seus capítulos e, de forma bem específica, na maioria das vezes, se não em todas, as tarefas que são selecionadas pelos professores para o trabalho em sala de aula advêm desses recursos (ÖZGELDI; ESEN, 2010; MATIĆ, 2019).

Destarte, a ideia resultante que considera o Livro Didático como um currículo potencialmente realizado, combinado com as muitas tarefas que esses materiais contemplam, condiz com o QTME (Figura 11), na particularidade de sua primeira dimensão. Assim, ao passo que as tarefas estão relacionadas ao OTL ofertado aos estudantes e que estas se encontram presentificadas em Livros Didáticos, faz sentido compreender então que, na esfera educacional, tanto no que diz respeito ao ensino, quanto à aprendizagem, o Livro Didático também se configura como sendo um dos meios pelos quais o *Opportunity-to-Learn* é oferecido ao estudante⁷⁴. Desse modo, compreendendo que diferentes tarefas constituem diferentes OTL para os estudantes

⁷⁴ Essa concepção é referendada por outros autores que se centram na discussão sobre o OTL ofertado por esses recursos, sem, necessariamente, focar nas tarefas (WANG, 1998; WIJAYA; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DOORMAN, 2015; WIJAYA et al., 2018).

(JESUS; CYRINO; OLIVEIRA, 2015) e, de forma direta e mais ampla, Livros Didáticos diferentes oferecem OTL também diferentes aos estudantes (WIJAYA; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DOORMAN, 2015), cabe demandar investigações sobre as tarefas presentificadas no Livro Didático, na direção de apreender suas potencialidades quanto às oportunidades de aprendizado ofertadas aos estudantes, destacando que, frente a isso, é possível analisar essas tarefas sob distintos elementos, como evidencia o QTME (Figura 11).

Perante essa discussão, cabe aqui trazer dois questionamentos apontados por Mesa (2004, p. 255-256, tradução nossa): “O que os estudantes aprenderiam se suas aulas de matemática cobrissem todas as seções do livro didático na ordem indicada? [e] O que os estudantes aprenderiam se precisassem resolver todas as tarefas do livro?”. Transpondo essas questões para esta pesquisa, a qual se delimita na trinca Geometria, Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio e Tarefas, e partindo da concepção da tríade *Opportunity-to-Learn*, Tarefa e Livros Didáticos, sobressai a seguinte inquietação: Quais oportunidades de aprendizado são ofertadas aos estudantes por todas as tarefas presentificadas nos Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria? Com essa questão, esta pesquisa refina o conceito de OTL mencionado no início desta seção e o reconceitua como sendo as oportunidades de aprendizado proporcionadas por tarefas presentes nos capítulos de Geometria em Livros Didáticos de Matemática, na implicação de que esse material é considerado um currículo potencialmente realizado, encontrando-se este já alinhado ao currículo pretendido e avaliado.

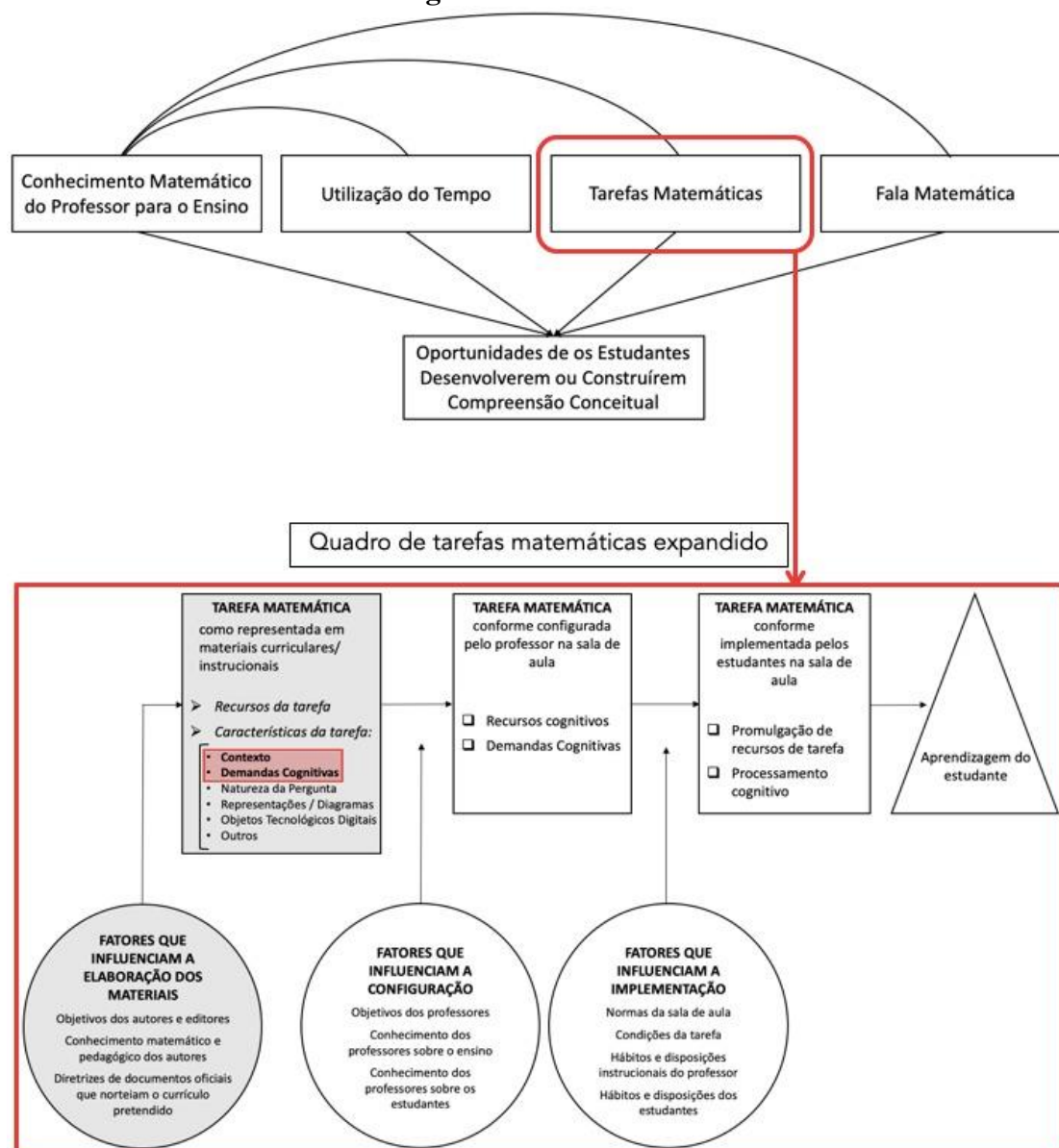
Posto isto, entende-se que o OTL pode ser estudado por meio das características que constituem a tarefa – e.g., contexto, demandas cognitivas, natureza da pergunta, representações/diagramas, Objetos Educacionais Digitais, entre outras, sendo elas analisadas de formas isoladas e/ou integradas. Diante disso, compreende-se que, a partir do momento em que é possível refletir sobre algumas características específicas das tarefas presentificadas nos Livros Didáticos, é possível também caracterizar esse material em termos dos tipos de experiências possibilitadas aos estudantes. Assim, considerando o possível desenvolvimento de todas as tarefas nesse material, pode-se compreender o OTL ofertado por ele conforme as características analisadas.

Na especificidade desta pesquisa, as tarefas selecionadas foram analisadas com relação às características da contextualização – situações referentes às distintas naturezas de contexto, como situações da realidade; puramente matemáticas ou artificiais (SILVA, 2014; SKOVSMOSE, 2011; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN,

2005) – e aos níveis de demanda cognitiva – situações propícias para o desenvolvimento dos diferentes níveis de demandas cognitivas, incluindo aquelas relacionadas à reprodução, conexão e reflexão (SMITH; STEIN, 1998; STEIN; SMITH, 1998).

Assim, em suma, a construção da tríade tomou um caminho que teve como ponto de partida o modelo de *Opportunity-to-Learn* estruturado por Walkowiak, Pinter e Berry (2017). A partir dessa estrutura, fez-se uso do QTME para se referir às dimensões em que a tarefa estava sendo compreendida e, em particular, para centrar as discussões sobre as tarefas nos Livros Didáticos, na particularidade da contextualização e dos níveis de demanda cognitiva (Figura 15).

Figura 15 – A Tríade.



Fonte: Elaborada pela autora (2021).

CAPÍTULO 5 – METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo será discutida a compreensão de pesquisa qualitativa assumida nesta investigação. Abordando alguns aspectos da pesquisa qualitativa, busca-se situar o leitor sobre a pesquisa qualitativa do tipo documental, de forma a justificar a ressonância desse tipo de pesquisa com a presente investigação. Em seguida, será apresentada a escolha dos Livros Didáticos do estudo e a estrutura de análise dos dados utilizada, assim como as etapas dos procedimentos metodológicos adotados no desenvolvimento desta investigação.

5.1 Pesquisa qualitativa

A escolha da pesquisa qualitativa se deu a partir de reflexões sobre de que forma o objetivo desta investigação poderia ser atingido. Com o propósito de analisar tarefas que envolvem conceitos geométricos presentes em Livros Didáticos de Matemática, entende-se que apenas a abordagem qualitativa oportunizaria à pesquisadora coletar dados descritivos sobre as tarefas, de modo a compreendê-las diante dos aportes teóricos selecionados. Concebe-se que esse tipo de abordagem se alinha ao objetivo da pesquisa, visto que ela possibilita um olhar sobre a descrição das tarefas, de forma a entender, sob determinadas lentes teóricas, o como e o de que forma elas – as tarefas – se presentificam e estão dispostas nesses materiais, buscando assim um entendimento sobre a natureza do objeto estudado.

Diante do exposto, ao levar em conta o interesse do presente estudo, assume-se como metodologia a pesquisa qualitativa. De forma geral, Godoy (1995, p. 21) menciona que a pesquisa de cunho qualitativo “ocupa um reconhecido lugar entre as várias possibilidades de se estudar os fenômenos que envolvem os seres humanos e suas intrincadas relações sociais, estabelecidas em diversos ambientes”. De acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 11), essa abordagem caracteriza-se por ser uma “metodologia de investigação que enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais”.

Nesse sentido, a pesquisa qualitativa toma atenção ao fenômeno em estudo com o intuito de arquitetar e discorrer compreensões sobre eles, levando em consideração, de forma integrada, seu próprio cenário e todos os sujeitos/objetos pertencentes a ele. Esse tipo de tratamento atenta-se às informações descritivas relacionadas às situações e aos

fatos investigados (BOGDAN; BIKLEN, 1994; GODOY, 1995). Assim, quando o pesquisador ‘vai a campo’, ele busca apreender os possíveis pontos de vista relevantes que envolvem os indivíduos, os contextos e os elementos do fenômeno que os constitui (GODOY, 1995; GOLDENBERG, 2011).

Na metodologia de pesquisa qualitativa, o objetivo é o de explorar, caracterizar, especificar e/ou qualificar o fenômeno, buscando as informações e os dados que não podem ser descritos numericamente com facilidade (MOREIRA; CALEFFE, 2008). Assim, na pesquisa qualitativa “a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória etc.” (GOLDENBERG, 2011, p. 14). Posto isto, vários tipos de dados poderão ser coletados (GODOY, 1995; MOREIRA; CALEFFE, 2008). Estes se constituirão em descrições detalhadas do fenômeno em estudo (GOLDENBERG, 2011), o qual, frequentemente, advém, por exemplo, das observações, explorações, anotações e gravações do pesquisador (MOREIRA; CALEFFE, 2008).

No alusivo à ação de descrever, Bicudo (2012) faz menção a dois termos que, segundo ela, estão concatenados entre si e a esta ação: percepção e consciência. Segundo a autora, a pesquisa qualitativa procura a exteriorização da “coisa que se expõe na percepção e, portanto, é dependente da consciência. Mas consciência é movimento, é ato de expandir para, inclusive em sua própria direção. Esse movimento é o de voltar sobre seus próprios atos e se refere ao ato de refletir ou à reflexão” (BICUDO, 2012, p. 122). Destarte, por conta dessa característica é que esse tipo de pesquisa prioriza a descrição. Esta, por sua vez, refere-se e está posta ao fenômeno em estudo, percebendo-o e vivenciando-o.

Sempre é uma descrição daquele que *percebe* e para quem o mundo faz sentido. Trata-se, portanto, de uma investigação que ao mesmo tempo pesquisa a realidade mediante suas manifestações e torna o sujeito preceptor lúcido a respeito do sentido que o mundo faz para si, incluindo nessa lucidez a atentividade para com o sentido que o mundo faz para os outros com quem está (BICUDO, 2012, p. 122).

Diante desse prisma, é ponderável compreender que a natureza qualitativa “engloba a ideia do sujeito passível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiência”

(BICUDO, 2012, p. 116). Nesse sentido, expõe-se a faceta da subjetividade do pesquisador relativa ao ato de pesquisar. Seus pressupostos, opiniões, crenças e ideias conglomeram, ainda que de modo subjacente, mas conjunto, aos aportes teóricos da pesquisa. Todavia, sobre esse aspecto subjetivo, Mazzi (2018) ressalta que:

[...] não quer dizer que todo e qualquer discurso elaborado em uma pesquisa deve ser aceito, devido à subjetividade. Espera-se que o pesquisador mantenha coerência em suas discussões, apoiando-se em teorias, de modo que tais discussões não se tornem vazias ou caiam no senso comum (MAZZI, 2018, p. 80).

Portanto, o pesquisador tecerá uma pesquisa primando pelo caráter interpretativo dos dados, o qual estará pautado no objetivo da investigação e em seu referencial teórico.

Adentrando a discussão sobre pesquisa qualitativa sob a ação de pesquisar e, mais além, sob a ação de redigir a pesquisa, obtendo como produto um texto que contempla toda a investigação realizada, alguns pontos se fazem pertinentes de serem mencionados. A pesquisa posta como concluída é exteriorizada por um documento escrito em que cada capítulo deste é parte de toda a investigação. Com uma estrutura linear e contínua, o texto apresenta uma escrita que narra a pesquisa numa crescente de desenvolvimento. Nessa ideia, ao considerar a pesquisa qualitativa organizada em etapas, D'Ambrósio (1996) as sistematiza da seguinte forma:

1) Formulação das questões a serem investigadas com base no referencial teórico do pesquisador; 2) Seleção de locais, sujeitos e objetos que constituirão o foco da investigação; 3) Investigação das relações entre esses elementos; 4) Definição de estratégias de coleção e análise dos dados; 5) Coleção de dados sobre os elementos selecionados no item 2 e sobre as relações identificadas no item 3; 6) Análise desses dados e refinamento das questões formuladas no item 1 e da seleção proposta no item 2; 7) Redefinição de estratégias definidas no item 4; 8) Coleta e análise dos dados (D'AMBROSIO, 1996, p. 103).

Essas etapas, que são consideradas por alguns autores como sendo o *design* ou o delineamento da pesquisa (GIL, 2002; DESLAURIERS; KÉRISIT, 2012), dão um caráter de linearidade na ação de pesquisar, todavia, embora possa existir um percurso serial mais geral, iniciado pela construção do objeto, perpassando a coleta de dados, e sendo finalizado com a escrita do trabalho, “a lógica da apresentação não é a da ação; neste caso, e por necessidade de causa, a apresentação dos diferentes elementos da

pesquisa qualitativa seguirá uma ordem linear que nem sempre é a encontrada na própria prática da pesquisa” (DESLAURIERS; KÉRISIT, 2012, p. 128). Na prática, o ir e vir do pesquisador entre tais etapas é feito de modo livre, sendo tal movimento dependente de todo o cenário em que a pesquisa se constitui e, claro, de forma mais central, dos objetivos propostos por ela. Assim, na escrita final, a “cronologia do processo [apresentada] é subvertida por uma lógica de formatação, cujo objetivo seria expor a problemática da pesquisa” (DESLAURIERS; KÉRISIT, 2012, p. 145).

Relativamente à transitividade entre as etapas e todos os fatores – práticos e teóricos – a que uma pesquisa está sujeita, ela encontra-se em constante fluidez e não de forma rigidamente estruturada. A pergunta norteadora da investigação pode sofrer inúmeras modificações “à medida que a própria experiência com o trabalho de campo e as leituras de novas referências levem o autor a ganhar uma nova perspectiva que transforma o foco em questão” (BORBA; ARAÚJO, 2012, p. 35). Além disso, tanto a teoria quanto a análise dos dados, em geral, são revisitadas, reexaminadas e reestruturadas conforme a necessidade de se obter ideias mais claras, amplas e significativas sobre o objeto investigado (GIL, 2002). Tal situação caracteriza o que alguns autores qualificam como *design* emergente de uma pesquisa (LINCOLN; GUBA, 1985; ALVES-MAZZOTTI, 1998).

Delimitada a presente pesquisa em uma abordagem qualitativa, esta pode assumir uma variedade de tipologias (LEITE, 2008). A depender do objeto de estudo, da natureza da pergunta norteadora e dos procedimentos metodológicos, a pesquisa qualitativa pode ser: bibliográfica; histórica; experimental; documental; exploratória; pesquisa-ação; participante; avaliativa; estudo de caso, entre outras (LEITE, 2008; MOREIRA; CALEFFE, 2008; DESLAURIERS; KÉRISIT, 2012). Considerando que a fonte de dados desta investigação são Livros Didáticos e que seu objetivo se dedica a analisá-los, compreende-se que a presente pesquisa seja do tipo documental.

Referente ao caráter documental, Godoy (1995) define que este tipo de estudo é aquele que ainda não recebeu uma investigação analítica acerca do objetivo da pesquisa e/ou aquele que pode ser reexaminado por outras lentes teóricas, intuindo análises novas e/ou complementares à pesquisa já realizada. Lüdke e André (1986) complementam que esse estudo se preocupa com a identificação de informações e evidências registradas em documentos, fundado em inquietações e questionamentos de interesse do pesquisador. Concernente ao termo documento, Godoy (1995) faz a seguinte consideração:

A palavra “documentos”, neste caso, deve ser entendida de uma forma ampla, incluindo os materiais escritos (como, por exemplo, jornais, revistas, diários, obras literárias, científicas e técnicas, cartas, memorandos, relatórios), as estatísticas (que produzem um registro ordenado e regular de vários aspectos da vida de determinada sociedade) e os elementos iconográficos (como, por exemplo, sinais, grafismos, imagens, fotografias, filmes) (GODOY, 1995, p. 21-22).

Vários são os autores que dissertam sobre as vantagens e desvantagens acerca do uso da pesquisa documental (GUBA; LINCOLN, 1981; LÜDKE; ANDRÉ, 1986; GODOY, 1995; GIL, 2002). Atinente às vantagens, de modo geral, tem-se que o uso de documentos na pesquisa é uma fonte que contém uma variedade de informações sobre a natureza do contexto, o qual não deve ser desconsiderado, independentemente de qualquer outro processo de investigação utilizado (GUBA; LINCOLN, 1981; LÜDKE; ANDRÉ, 1986). De forma mais específica, podemos elencar alguns dos benefícios principais, que são:

- Custo: a pesquisa documental costuma, em geral, ter custos baixos. Além da acessibilidade ao material – o que pode aqui depender de algum custo monetário –, em muitos casos, requer somente o tempo e atenção do pesquisador (GUBA; LINCOLN, 1981), isto é, “além da capacidade do pesquisador, [a análise dos documentos] exige apenas disponibilidade de tempo, [assim,] o custo da pesquisa torna-se significativamente baixo, quando comparado com o de outras pesquisas” (GIL, 2002, p. 46-47).
- Acesso ao sujeito: esse tipo de pesquisa não exige o contato com os participantes da investigação. Em alguns casos tem-se a situação de que o acesso aos sujeitos não é simples – devido à distância, por exemplo – ou é até mesmo impossível – pela sua morte, por exemplo (GUBA; LINCOLN, 1981; GODOY, 1995; GIL, 2002). Além disso, em outras situações é possível que a interação com os sujeitos venha a modificar o comportamento e as perspectivas do pesquisador (GUBA; LINCOLN, 1981), e/ou “a informação proporcionada pelos sujeitos é prejudicada pelas circunstâncias que envolvem o contato” (GIL, 2002, p. 46-47);
- Fonte valiosa e estática: a pesquisa documental é considerada uma fonte rica e estável (GUBA; LINCOLN, 1981; GIL, 2002). Ela é não reativa, pois “as informações neles contidas [nos documentos] permanecem as mesmas após longos períodos de tempo” (GODOY, 1995, p. 22). Por conta dessa

característica, esse tipo de investigação viabiliza o estudo de longos e diversos períodos (GODOY, 1995), propiciando informações situadas no tempo sobre um determinado contexto, ou algum comportamento ou fenômeno histórico (GUBA; LINCOLN, 1981; GODOY, 1995). Além disso, a qualidade estática do documento permite que ele seja consultado quantas vezes for necessário, sendo ele reexaminado “buscando-se novas e/ou interpretações complementares” (GODOY, 1995, p. 21) e, ainda, servindo de base para outros estudos (GUBA; LINCOLN, 1981).

Referente às desvantagens, alguns são os pontos destacados pelos autores como sendo as limitações mais frequentes sobre esse tipo de pesquisa:

- Finalidade: há de se tomar atenção a que, em geral, os documentos não foram produzidos com o propósito da pesquisa. Isso significa que muitos deles não necessariamente têm como intuito “fornecer informações com vistas à investigação social, o que possibilita vários tipos de vieses” (GODOY, 1995, p. 22);
- Arbitrariedade: o uso de documentos é criticado por retratar “escolhas arbitrárias, por parte de seus autores, de aspectos a serem enfatizados e temáticas a serem focalizadas” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 40). Contudo, esse aspecto pode ser refutado, visto que o “propósito da análise documental [é] de fazer inferência sobre os valores, os sentimentos, as intenções e a ideologia das fontes ou dos autores dos documentos. Essas escolhas arbitrárias dos autores devem ser consideradas, pois, como um dado a mais na análise” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 40);
- Representatividade: existem discussões sobre os documentos não serem amostras representativas dos fatos e situações estudados (GUBA; LINCOLN, 1981; LÜDKE; ANDRÉ, 1986; GIL, 2002). Todavia, esse ponto pode ser ponderado. Primeiro que nem sempre o objetivo do trabalho necessita, de forma substancial, de uma variedade de documentos para aludir a questões, reflexões, apontamentos e considerações sobre o fenômeno investigado. Segundo, em situações em que a representatividade é um fator importante, como forma de garanti-la, os pesquisadores optam por utilizar uma quantidade amostral de

documentos, onde a seleção dos títulos se dá pelo critério de aleatoriedade (GUBA; LINCOLN, 1981; LÜDKE; ANDRÉ, 1986; GIL, 2002);

- Objetividade: a crítica nesse ponto recai sobre a falta de objetividade que uma pesquisa documental pode ter. Fundamentados em Guba e Lincoln (1981), Lüdke e André (1986, p. 40) destacam que essas “objeções são geralmente levantadas por todos aqueles que defendem uma perspectiva ‘objetivista’ e que não admitem a influência da subjetividade no conhecimento científico”. Completando essa fala, Gil (2002) destaca que a subjetividade desse tipo de pesquisa – qualitativa – está presente em algum grau em toda a investigação social. De forma complementar, o autor ressalta a importância que o pesquisador deve dar ao considerar

[...] as mais diversas implicações relativas aos documentos antes de formular uma conclusão definitiva. Ainda em relação a esse problema, convém lembrar que algumas pesquisas elaboradas com base em documentos são importantes não porque respondem definitivamente a um problema, mas porque proporcionam melhor visão desse problema ou, então, hipóteses que conduzem a sua verificação por outros meios (GIL, 2002, p. 47).

Diante do exposto e partindo-se de reflexões sobre o objeto de estudo – o Livro Didático –, o objetivo da presente pesquisa e a pergunta norteadora, conclui-se que tal investigação assume uma abordagem qualitativa. Dentro dessa perspectiva, a fim de obter dados que possibilitem atingir os objetivos e responder à questão diretriz “**De que forma os contextos e as demandas cognitivas encontram-se presentificados nas tarefas de Geometria em Livros Didáticos de Matemática, sob a ótica do *Opportunity-to-Learn*?**”, toma-se a pesquisa do tipo documental. Assim, levando em consideração todas as discussões apontadas nesta seção sobre o caráter da pesquisa, a seguir serão apresentadas as escolhas realizadas pela pesquisadora sobre o objeto de estudo – qual e por quê –, bem como todo o procedimento metodológico desenvolvido, levando em consideração a subjetividade de que faz parte tal pesquisa.

5.2 Procedimentos metodológicos

Esta seção apresentará todo o processo de escolha dos Livros Didáticos utilizados nesta pesquisa, assim como as etapas dos procedimentos metodológicos desenvolvidos para coletar seus dados.

5.2.1 Os Livros Didáticos da pesquisa

Para esta pesquisa, tomou-se como material de análise apenas uma única coleção de Livros Didáticos. Essa escolha se deu em virtude do objetivo da investigação. O interesse aqui não está direcionado à busca de uma amostragem considerável, a fim de generalizar algum resultado proveniente das análises das coleções. Também não se tem o intuito de avaliar e apreciar as coleções e nem as comparar diante dos resultados de análise. O propósito desta investigação está relacionado à compreensão das tarefas presentificadas nos Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria, fundamentando-se sob o aporte teórico das contextualizações e dos níveis de demanda cognitiva, sob a perspectiva do *Opportunity-to-Learn*. Nesse sentido, entende-se que analisar uma coleção é suficiente para levantar discussões sobre as tarefas no que diz respeito às frequências de exposição das referências de contextos e aos propósitos daquelas baseadas em contextos da realidade, assim como à presença e disposição dos níveis de demanda cognitiva.

Relativamente as possibilidades de quais Livros Didáticos a serem analisados, tem-se que no âmbito da Matemática, o PNLD 2018 aprovou um total de oito coleções⁷⁵. A princípio, essas coleções permaneceriam nas escolas nos anos de 2018, 2019 e 2020, entretanto, sua permanência foi prorrogada por mais um ano. Até o momento desta escrita, não foram encontrados no *site* do MEC informações relativas à quantidade de Livros Didáticos de Matemática distribuídos nacionalmente e nem os ranqueamentos das coleções referentes ao PLND 2018. Entretanto, por meio de uma estratificação de dados realizada pela pesquisadora no documento intitulado PNLD 2018 – Valores de aquisição por título, divulgado pelo MEC (BRASIL, 2020d), foi possível isolar as obras relativas à componente Matemática e, através das quantificações apresentadas no cabeçalho do documento referentes à triagem e livro do aluno, chegou-

⁷⁵ O termo coleção refere-se a todos os livros (volumes) que contemplam os conteúdos do Ensino Médio de cada autor(es).

se a um valor total de aquisição de Livros Didáticos, 7.817.557 (100%), e um *ranking* das obras mais distribuídas pelo país.

Posto isto, a escolha dos Livros Didáticos de Matemática para esta pesquisa se deu em virtude da coleção mais distribuída pelo PNLD 2018. Assim, o corpo de análise encontra-se constituído pela coleção: Matemática: Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017a, 2017b, 2017c), a qual representa aproximadamente 26% do total de livros distribuídos no país (2.015.531). Além disso, cabe ressaltar que a disponibilidade de acesso que a pesquisadora teve frente a esta coleção possibilitou seu estudo, uma vez que esses livros não são comercializáveis.

5.2.2 Procedimentos da coleta dos dados

Ao dar início à análise dos Livros Didáticos da referida coleção, observou-se que tais obras assumem em seus textos os seguintes termos: Exemplos, Exercícios Resolvidos, Exercícios e Desafios. Como forma de sistematizar tais terminologias para esta pesquisa, e levando em consideração a fundamentação teórica sobre a definição de tarefas aqui utilizada, optou-se por considerar as seguintes nomenclaturas:

- Atividade: qualquer tipo de proposta presente no Livro Didático que envolva um processo de solução, sendo tais propostas intituladas como: Exemplos, Exercícios Resolvidos, Exercícios e Desafios.
- Tarefa: atividades a serem resolvidas pelo estudante. No livro, tais propostas encontram-se intituladas como: Exercícios e Desafios.

Assim, toma-se que as tarefas fazem parte das atividades, mas estas se diferenciam das demais propostas pertencentes a elas, pois as tarefas são exatamente aquelas que normalmente são designadas aos estudantes desenvolverem os processos de soluções, a fim de que consolidem os conteúdos e conceitos estudados. A Figura 16 representa a estrutura dessas duas terminologias consideradas nesta investigação.

Figura 16 – Estrutura das nomenclaturas.



Fonte: Elaborada pela autora (2021).

Posto isto, tendo como foco de investigação as tarefas presentes nos Livros Didáticos nos capítulos destinados à Geometria, tomou-se como referência de análise uma parte da estrutura proposta por Charalambous et al. (2010). Segundo os autores, encontram-se na literatura, de forma geral, três grandes categorias de abordagem para análise de Livros Didáticos. A primeira é dita análise horizontal. Nela, o livro é explorado como um todo, isto é, a partir de um reconhecimento da obra relativo às suas características gerais, como aparência física e organização dos conteúdos, assim como à distribuição dos mesmos.

A segunda corresponde à análise vertical. Aqui, ela se torna mais específica. É na análise vertical que se busca examinar, por exemplo, como um único conteúdo ou conceito matemático é tratado no Livro Didático, ou como os aspectos pedagógicos, sociais e culturais aparecem, ou, ainda, de que forma um determinado fator ou característica tomada como temática de análise está presente nesse material. Por último, a terceira categoria refere-se à análise contextual. Nessa abordagem, o estudo tem como foco as maneiras pelas quais os Livros Didáticos são manuseados em atividades de ensino e aprendizagem por professores e/ou estudantes.

Para Charalambous e colaboradores (2010), as análises horizontais e verticais de Livros Didáticos são consideradas estruturas de análises pré-requisitadas para uma análise contextual do livro, uma vez que a combinação de ambas contribui para compreender melhor as características das obras analisadas. Visto que a presente pesquisa se restringe a investigar os Livros Didáticos de Matemática, aqui se adotarão as análises horizontais e verticais. Assim, a combinação das duas análises será realizada, uma vez que a junção dessas duas categorias de análises torna-se interessante, na medida em que elas fornecem “um meio para explorar melhor as oportunidades de aprender a que os estudantes (e professores) têm acesso, à medida que se envolvem com os livros didáticos de matemática” (CHARALAMBOUS et al., 2010, p. 120, tradução nossa).

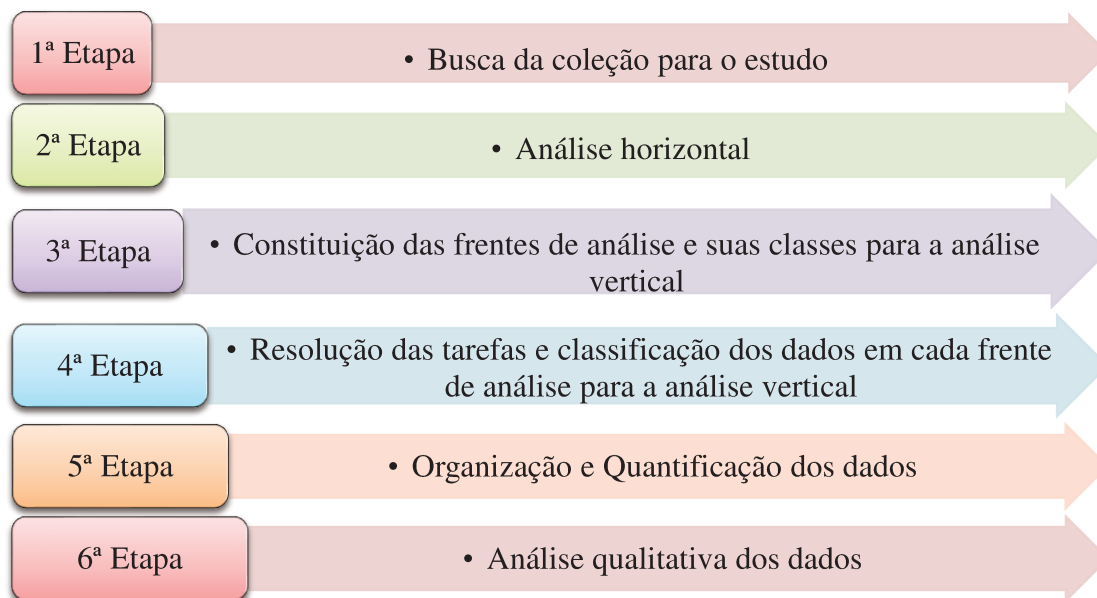
Desse modo, os procedimentos metodológicos desta pesquisa foram desenvolvidos por meio de uma estrutura dividida em seis etapas. Primeiramente, houve a busca pela coleção selecionada para o estudo⁷⁶. Em seguida, com a coleção Matemática: Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017a, 2017b, 2017c) em mãos, realizou-se uma análise horizontal sobre esse material. Adiante, estabeleceram-se as

⁷⁶ Essa coleção foi doada por uma professora de escola pública para estudos do grupo TeorEMa.

duas frentes de análise – contextualização e níveis de demanda cognitiva – e suas respectivas classes⁷⁷ para a análise vertical da obra. Subsequentemente, todas as tarefas presentes em capítulos relativos à Geometria foram resolvidas em uma brochura denominada ‘caderno de resoluções das tarefas’ e, simultaneamente, classificadas nas frentes de análise e suas classes, resultando, assim, nos dados da pesquisa.

A posteriori, os dados foram organizados e quantificados em planilhas eletrônicas em Excel (MICROSOFT, 2016), e aqueles referentes à demanda cognitiva foram plotados no programa R4.0.3 (IHAKA; GENTLEMAN, 2019). Para esta organização, considerou-se cada item de um exercício ou desafio como uma tarefa, assim, um exercício ou desafio com três itens foi desmembrado e, portanto, tomado como sendo três tarefas. Finalmente, uma análise qualitativa sobre os dados foi realizada à luz do referencial teórico de cada frente de análise, sob a perspectiva do *Opportunity-to-Learn*. Decerto, embora os dados sobre cada uma das duas frentes – contexto e demanda cognitiva – tenham sido coletados de maneira conjunta, suas análises foram feitas e serão apresentadas no próximo capítulo de forma separada, cada qual aportada em sua respectiva teoria. Uma súmula dos procedimentos metodológicos pode ser vista abaixo (Figura 17).

Figura 17 – Súmula dos procedimentos metodológicos desta pesquisa.

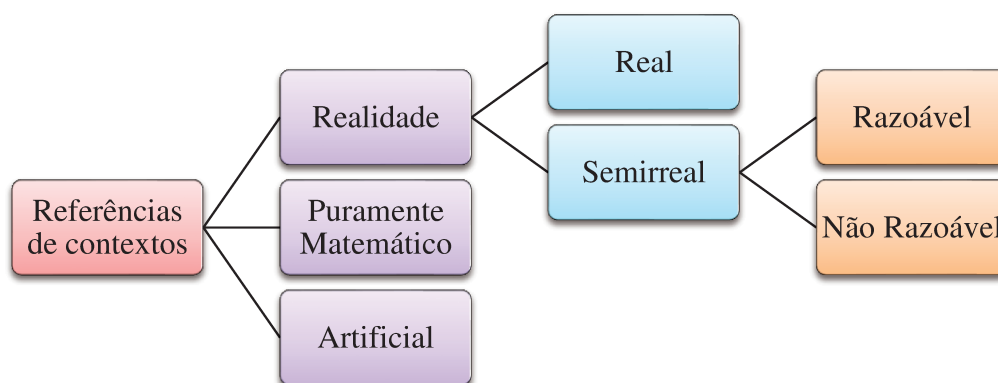


Fonte: Elaborada pela autora (2021).

⁷⁷ Assume-se que o termo classe se refere às possíveis ramificações que cada uma das duas frentes de análise vertical estipuladas compreende.

Para a análise horizontal, buscou-se tomar uma visão geral descritiva da coleção analisada, pontuando a sistematização e distribuição dos capítulos em cada livro da coleção; a presença da Geometria em cada uma das obras, a quantidade e como as atividades estão distribuídas de acordo com cada volume da coleção. Para a análise vertical, objetivou-se classificar as tarefas em duas frentes. A primeira, dita Contextualização, é referente às distintas referências de contextos que uma tarefa pode envolver (Figura 18) (DEKKER; QUERELLE, 2002; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005; PONTE; QUARESMA, 2012).

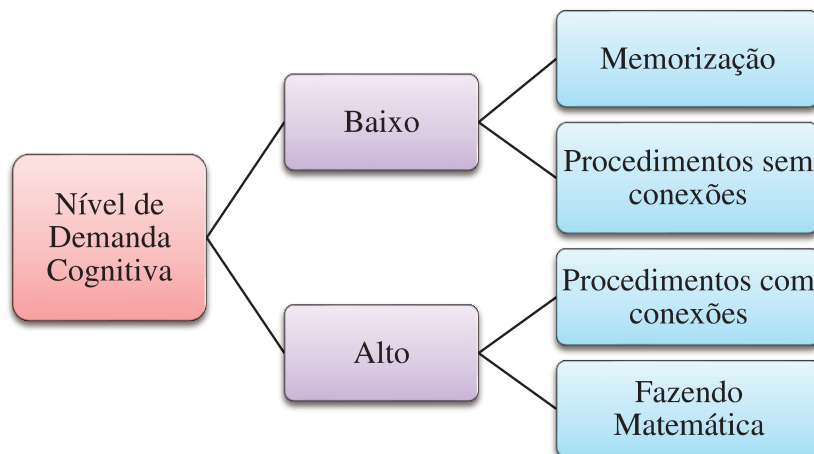
Figura 18 – Contexto e suas classes.



Fonte: Elaborada pela autora (2021).

A segunda frente de análise vertical, denominada Níveis de Demanda Cognitiva, diz respeito aos processos de pensamento que um estudante precisa mobilizar para produzir uma solução bem-sucedida de uma tarefa. De forma subjacente, os níveis de demanda cognitiva também envolvem as conexões explícitas ou implícitas que os conceitos estudados impõem para uma solução da tarefa (Figura 19) (SMITH; STEIN, 1998).

Figura 19 – Níveis de Demanda Cognitiva e suas classes.

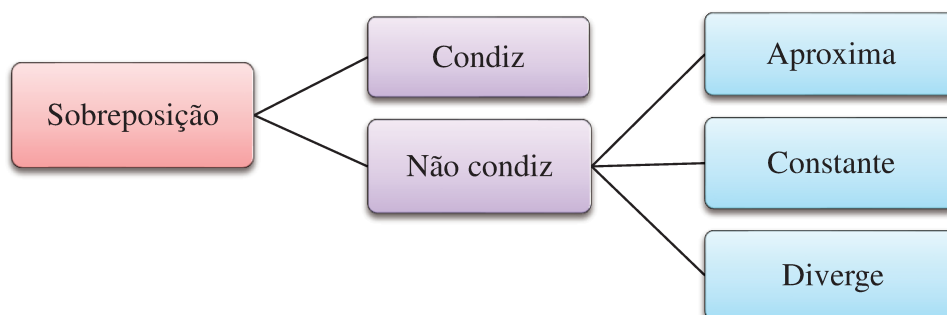


Fonte: Traduzida e adaptada de Smith e Stein (1998).

Referente ainda a essa frente de análise, buscou-se investigar sobre a (inter-) relação da proposta apresentada pelos autores do Livro Didático com o aporte teórico alusivo à demanda cognitiva e, de forma subsequente, realizou-se um estudo a fim de compreender de que forma as tarefas examinadas estão organizadas e se essa organização condiz, ou não, com o que os autores mencionam no livro. Essa organização é relativa à disposição em que as tarefas estão postas em termos dos tipos de demanda cognitiva – memorização; procedimentos sem conexão; procedimentos com conexão; e fazendo matemática –, conforme o aporte teórico sobre essa estrutura conceitual (SMITH; STEIN, 1998). Para essa discussão, assumiram-se as terminologias condiz e não condiz para se referir aos dados sobrepostos à proposta mencionada pelos autores do livro. Para o termo não condiz, ainda foram utilizadas as nomenclaturas aproxima, para quando os dados se aproximam do que os autores dizem apresentar; constante, para quando os dados se mantêm em um mesmo nível de demanda cognitiva; e diverge, para quando os dados divergem do apresentado pelos autores da obra (Figura 20).

De forma subsequente às análises verticais alusivas à contextualização e aos níveis de demanda cognitiva, buscou-se realizar uma discussão acerca das possíveis (inter-) relações que poderiam ser estabelecidas entre estas duas frentes de análise. Nesse sentido, objetivou-se, primeiramente, compreender o entrelace quantitativo – sobreposição dos dados – entre as referências de contexto e os níveis de demanda cognitiva. Em seguida, de forma mais específica, tencionou-se discutir sobre as possíveis relações entre tarefas em contextos da realidade e tarefas de alta demanda cognitiva.

Figura 20 – Sobreposição dos dados com a proposta indicada pelos autores.



Fonte: Elaborada pela autora (2021).

Concernente à confiabilidade dos dados, é importante mencionar que, embora cada frente de análise tenha sido guiada e fundamentada por referenciais teóricos, entende-se que o processo de classificar a tarefa tem um viés subjetivo ao olhar e entendimento da pesquisadora, como aportado na literatura (LÜDKE; ANDRÉ, 1986; GIL, 2002; BICUDO, 2012; MAZZI, 2018). Assim, em momentos de dúvida sobre as classificações, a pesquisadora reuniu-se com colegas e/ou orientadora, para discutir as tarefas que a pesquisadora tivera dificuldade em classificar. Essas discussões com terceiros fizeram-se importantes pois, por meio delas, foi possível gerar um consenso e, portanto, a classificação da tarefa foi concluída. A análise dos dados da pesquisa será apresentada no capítulo que segue.

CAPÍTULO 6 – ANÁLISE DOS DADOS

Este capítulo destina-se à apresentação dos dados coletados nos Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria, constituídos nesta pesquisa. A investigação na coleção selecionada foi feita por meio de duas frentes de análise, a horizontal e a vertical, sendo que a análise vertical conta ainda com três linhas de discussões: a primeira versa sobre as referências de contexto em que as tarefas podem estar envolvidas, a segunda diz respeito aos níveis de demanda cognitiva das tarefas, e a última discorre sobre as possíveis relações, caso existam, entre os contextos e os níveis de demanda cognitiva das tarefas.

6.1 Análise horizontal

Como já mencionado no capítulo de metodologia, os Livros Didáticos selecionados para análise fazem parte da coleção Matemática: Ciência e Aplicações (Figura 21). Especificamente, os livros utilizados para a elaboração dos dados são aqueles destinados aos professores. Por meio da caracterização horizontal, foi possível evidenciar que os livros do professor são separados em duas grandes seções: a primeira contém os conteúdos a serem trabalhados com os estudantes, e a segunda contempla a seção intitulada Orientações Didáticas, a qual é destinada ao professor.

Figura 21 – Coleção Matemática: Ciência e Aplicações.



Fonte: Da esquerda para a direita: Volume 1 (IEZZI et al., 2017a), Volume 2 (IEZZI et al., 2017b) e Volume 3 (IEZZI et al., 2017c).

Concernente aos conteúdos matemáticos, estes estão organizados em capítulos e, dentro de cada um, sua sistematização é feita em subtópicos⁷⁸, a saber: ‘introdução do capítulo’; ‘aplicações’; ‘troque ideias’; ‘um pouco de história’; ‘pense nisso’; ‘exemplos e exercícios resolvidos’; ‘exercícios’; ‘desafio’⁷⁹; ‘um pouco mais sobre’; e as ‘seções de conteúdos matemáticos’. Permeados por esses subtópicos, os Volumes 1, 2 e 3 compreendem, respectivamente, 13, 11 e 9 capítulos. No alusivo às orientações didáticas, esta seção é dividida em duas grandes subseções, a saber: Comentários gerais e Comentários específicos. O texto discorrido em Comentários gerais é igual nos três volumes da coleção. Já na outra subseção isso não acontece, pois aqui o texto diz respeito aos conteúdos tratados em cada volume. O Quadro 9 apresenta um panorama sobre a forma como os livros da coleção analisada se constituem.

Quadro 9 – Apresentação geral da coleção Matemática: Ciência e Aplicações, referente aos capítulos de Geometria.

			Título dos capítulos	Total de páginas do livro	Páginas do manual do Professor	Páginas de Geometria
Vol. 1	Cap. 10	Geometria Plana	Semelhança de triângulos	288	289 – 416	194 – 213
	Cap. 11		Trigonometria no triângulo retângulo			214 – 227
	Cap. 12		Área de figuras planas			228 – 249
Vol. 2	Cap. 1	Geometria Plana	A circunferência trigonométrica	288	289 – 416	7 – 19
	Cap. 2		Razões trigonométricas na circunferência			20 – 33
	Cap. 3		Trigonometria em triângulos quaisquer			34 – 43
	Cap. 7	Geometria Espacial	Geometria espacial de posição			125 – 148
	Cap. 8		Poliedros			149 – 190
	Cap. 9		Corpos redondos			191 – 225
Vol. 3	Cap. 1	Geometria Analítica	O ponto	256	257 – 384	7 – 23
	Cap. 2		A reta			24 – 65
	Cap. 3		A circunferência			66 – 86
	Cap. 4		As cônicas			87 – 119

Fonte: Organizado pela autora (2021).

Referente à bibliografia da coleção, além das referências que fundamentam as perspectivas dos autores com relação à avaliação, à didática, à aprendizagem, entre outros itens, há aquelas que correspondem aos documentos oficiais norteadores. Tais

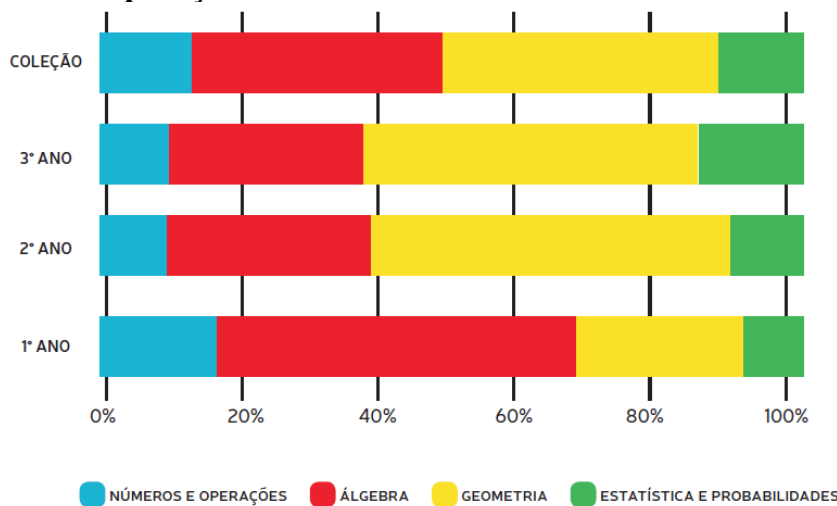
⁷⁸ A distribuição dos tópicos não obedece, necessariamente, a essa ordem.

⁷⁹ Cabe destacar novamente que os termos Exemplos, Exercícios Resolvidos, Exercícios e Desafios são empregados pela coleção analisada.

referências dizem respeito às Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (BRASIL, 2013), aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999) e ao PCN+ Ensino Médio (BRASIL, 2002). Cabe destacar que a referida coleção foi publicada no ano de 2017, ano este em que a BNCC para o Ensino Médio ainda não estava em vigor⁸⁰.

Posto isto, de acordo com o Guia do PNLD de 2018 (BRASIL, 2017), essa coleção está alinhada à LDB da Educação Nacional (BRASIL, 1996) e às Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (BRASIL, 2013). Além disso, ela apresenta os requisitos esperados para uma obra do Ensino Médio, ou seja, uma cobertura prevista para os quatro campos da Matemática escolar – Número e Operações, Álgebra, Geometria e Estatística e Probabilidade. O Guia também salienta a distribuição de cada campo da Matemática escolar entre os volumes desta coleção, apontando que há uma “tendência a condensar, em grandes blocos, conteúdos de apenas um campo da Matemática, o que pode dificultar a articulação entre eles” (BRASIL, 2017, p. 62). Conforme a organização dos conteúdos apresentada pelo Guia (Figura 22), tal condensamento fica passível de se notar.

Figura 22 – Organização dos conteúdos da coleção Matemática: Ciência e Aplicações de acordo com o Guia do PNLD 2018.



Fonte: Brasil (2017, p. 62).

No que diz respeito à Geometria, embora se constate que sua presença é significativa nesta coleção, correspondendo a aproximadamente 40% da totalidade

⁸⁰ Conforme posto no *site*, a BNCC para o Ensino Médio foi homologada em dezembro de 2018 (BRASIL, 2020b). Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/historico>>. Acesso em: 30 dez. 2020.

dentre todos os quatro campos nela contemplados, sua aparição é mais acentuada no Volume 2, com seis capítulos destinados a ela, sendo seguido pelo Volume 3, com quatro capítulos atribuídos aos conceitos geométricos, e pelo Volume 1, com três capítulos. Com essas informações, é possível notar que os conteúdos relativos ao referido bloco possuem presença significativa, ocupando um pouco mais de um terço da totalidade dos assuntos abordados na coleção.

Tendo como foco de interesse as atividades presentes nos Livros Didáticos, nos capítulos que compreendem a Geometria, realizou-se uma sistematização para apurar, em uma escala macro, a quantidade e como as atividades estão distribuídas de acordo com cada volume da coleção (Tabela 2).

Tabela 2 – Quantificações das atividades presentificadas nos capítulos de Geometria da coleção Matemática: Ciência e Aplicações.

	ATIVIDADES									
	Exemplos		Exercícios resolvidos		TAREFAS				TOTAL	
					Exercícios		Desafios			
	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%
Vol. 1 (3 cap.)	17	6,37	10	3,74	236	88,39	4	1,5	267	100
Vol. 2 (6 cap.)	39	6,27	29	4,66	546	87,78	8	1,29	622	100
Vol. 3 (4 cap.)	58	9,05	42	6,55	530	82,68	11	1,72	641	100
TOTAL (coleção)	114	7,45	81	5,29	1.312	85,75	23	1,5	1.530	100

Fonte: Organizada pela autora (2021).

No que diz respeito aos capítulos de Geometria, as frequências percentuais da Tabela 2 mostram que em todos os três volumes há a presença tanto de exemplos, quanto de exercícios resolvidos. Juntas, essas quantidades podem ser consideradas baixas, quando comparadas à frequência de exercícios, por exemplo. Estes dois segmentos de atividades assumem, na maioria das vezes, um caráter instrucional, na medida em que, conforme o estudante desenvolve as tarefas propostas, ainda para serem resolvidas – exercícios e desafios –, os exemplos e os exercícios resolvidos auxiliam, de forma direta ou indireta, na solução da tarefa, haja vista que todas estas atividades dentro de uma seção de capítulo se referenciam aos mesmos conceitos e procedimentos de solução (salvo pequenas exceções).

Os dados (Tabela 2) também evidenciam que as tarefas em cada volume compreendem, em média, 87% das atividades (89,89%, 89,07% e 84,4% respectivamente em cada volume). Com relação às tarefas presentes nos capítulos de

Geometria de toda a coleção, é possível observar um percentual de 87,25%. Essa porcentagem corresponde a 1.335 tarefas. Cabe aqui destacar que em todos os capítulos do livro existem séries de tarefas intercaladas entre suas partes textuais. Série é o termo utilizado pela própria coleção para se referir a um bloco/grupo de tarefas. Cada capítulo contém uma determinada quantidade de séries de tarefas, e cada uma delas é composta por uma quantidade diferente de tarefas (Apêndice C). Normalmente, uma série de tarefas tem como foco tratar dos assuntos estudados nas seções do capítulo que antecede a ela. Assim, com atenção apenas às tarefas, a Tabela 3 apresenta as disposições e as quantificações sintetizadas em cada volume. Mediante sua análise, é possível constatar que o Volume 2 abarca a maior quantidade de tarefas (554 - 41,5%), sendo seguido pelo Volume 3 (541 - 40,52%) e, por último, pelo Volume 1 (240 - 17,98%). O total de tarefas por capítulo de cada volume não segue uma distribuição equilibrada.

Tabela 3 – Quantificações das tarefas presentes nos capítulos de Geometria da coleção Matemática: Ciência e Aplicações.

	TAREFAS	
	Exercícios + Desafios	
	<i>n</i>	%
Vol. 1 (3 cap.)	240	17,98
Vol. 2 (6 cap.)	554	41,5
Vol. 3 (4 cap.)	541	40,52
TOTAL (coleção)	1.335	100

Fonte: Organizada pela autora (2021).

Sobre o total das 1.335 tarefas referentes ao conteúdo de Geometria, podem-se fazer alguns apontamentos. Uma quantia alta delas pode oferecer ao professor mais opções de escolhas para o trabalho em sala de aula, ou até mesmo nas avaliações. Na perspectiva do estudante, numerosas tarefas podem oportunizar a ele mais experiências sobre o conteúdo estudado. Entretanto, conter quantidade elevada delas em uma área de conhecimento de uma coleção não significa que os livros ofereçam tarefas com qualidade, tanto para o professor, no que diz respeito ao ensino, quanto para o estudante, em relação ao seu aprendizado.

Assim, entendendo que, mais do que saber a quantidade, é preciso saber da qualidade, busca-se, por meio de análises verticais, compreender, de forma mais apurada, as características das tarefas oferecidas nessa coleção, relativas às categorias

de contexto e de níveis de demanda cognitiva. Tais análises serão apresentadas na seção que segue.

6.2 Análise vertical

Nesta seção serão apresentados os dados relativos à análise vertical da coleção selecionada, no âmbito da Geometria. Tal análise será dissertada em duas grandes subseções, a saber: Contextualização e Níveis de Demanda Cognitiva. Por fim, será exposta uma discussão acerca das possíveis relações que puderam ser estabelecidas entre estas duas frentes de análise vertical.

6.2.1 Contextualização

Essa primeira frente de análise vertical refere-se a uma investigação sobre a contextualização das tarefas presentes nos Livros Didáticos analisados, nos capítulos concernentes à Geometria. Com base no referencial teórico, parte-se do entendimento de que contextualizar o ensino é mostrar ao estudante uma situação em particular e, do mesmo modo, estabelecer tal situação em relação aos objetivos conceituais desejados. Desse modo, assume-se nesta pesquisa que toda tarefa compreende um contexto.

Destarte, como já aportado em teoria, em um panorama macro, as tarefas podem estar compreendidas em âmbitos que fazem referências à realidade, a cenários puramente matemáticos ou, ainda, a situações artificiais. Diante dessa classificação, os dados relativos a esta frente de análise provieram de 1.335 tarefas pertencentes aos livros da coleção Matemática: Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017a, 2017b, 2017c), que revelaram que, entre essas distintas referências, as duas primeiras se fizeram presentes nessa coleção, ou seja, as tarefas estão compreendidas entre os contextos da realidade ou puramente matemáticos⁸¹.

Do mesmo modo, a análise evidenciou que as tarefas de contexto da realidade presentes nas obras também se distinguiram entre as possibilidades de contextos reais ou semirreais, como apontado pela literatura (SKOVSMOSE, 2000; DEKKER; QUERELLE, 2002; PONTE; QUARESMA, 2012; LANA; CARRIÃO, 2015). Para as

⁸¹ A análise da coleção selecionada não evidenciou nenhuma referência a contextos artificiais. Por conta dessa ausência, esse contexto não fará parte das discussões no âmbito da análise dos dados. Ademais, cabe observar que não será problematizado a falta de tarefas em contextos artificiais na coleção, mesmo entendendo que tarefas nessa referência podem contribuir para o desenvolvimento de outras habilidades cognitivas, como, por exemplo, a imaginação e a criatividade.

tarefas classificadas em contextos da semirrealidade, também foi possível fazer uma ramificação quanto ao seu teor de razoabilidade, isto é, neste grupo, foi possível ainda diferir tarefas com referência a contextos semirreais, razoáveis ou não razoáveis.

A Tabela 4 sintetiza a quantificação realizada sobre cada uma das referências de contextos envoltos nas tarefas analisadas. Por meio dos dados apresentados nessa tabela, exibido em quantidades (n) e frequências de exposição (%), é possível observar com mais atenção uma discrepância entre as distintas referências de contextos. Compete aqui fazer uma observação. Compreende-se ser natural que essas quantificações sejam diferentes, entretanto, espera-se que estas quantidades contemplem a diversidade dos contextos, sem privilegiar uma referência de contexto em detrimento do outra.

Tabela 4 – Frequências relativas às referências de contextos das tarefas nos capítulos de Geometria da coleção Matemática: Ciência e Aplicações.

	Realidade						Puramente Matemático		Total	
	Real		Semirrealidade							
			razoável		não razoável					
	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%
Volume 1	3	1,25	65	27,8	4	1,67	168	70	240	100
Volume 2	0	0	111	20,04	4	0,72	439	79,24	554	100
Volume 3	0	0	39	7,21	1	0,18	501	92,61	541	100
Total (coleção)	3	0,22	215	16,11	9	0,67	1.108	83	1.335	100

Fonte: Elaborada pela autora (2021).

Os dados associados aos contextos da realidade e aqueles puramente matemáticos evidenciaram uma distribuição desproporcional entre si. Compreendendo uma porcentagem de 83% (1.108), o contexto puramente matemático abarca uma maior proporção das tarefas analisadas, em detrimento de 17% (227) de contextos referentes à realidade. Esses valores evidenciam que as tarefas de caráter puramente matemático predominaram substancialmente nas possíveis experiências oportunizadas pelos livros analisados, quanto à diversidade de referências de contextos (DE LANGE, 1995; DEKKER; QUERELLE, 2002; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005; JACKSON et al., 2013; WIJAYA; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DOORMAN, 2015). Logo, a depender do modo como esse Livro Didático é utilizado pelo professor e de como este prepara suas aulas, é possível ponderar que estudantes que tiverem seu ensino fundado nessa coleção, por exemplo, correrão o risco, de certo modo, de obter um ensino que privilegia contextos da Matemática pura.

Dando continuidade às discussões sobre os dados da Tabela 4, direciona-se agora o foco para as distribuições relativas aos diferentes contextos da realidade. Os dados revelam que, dentro dos 17% de tarefas envoltas em contextos da realidade, tem-se também uma disposição das exposições de forma desigual. A parcela de tarefas baseadas em contextos da realidade encontra-se concentrada naqueles pertencentes à classe da semirrealidade. Concernente às 1.335 tarefas analisadas, o contexto semirreal esteve presente em 16,78% e, com uma parcela inferior, constatou-se a presença de apenas 0,22% de tarefas atinentes ao contexto real. Essa diferença de percentual indica que os autores dos Livros Didáticos, no âmbito da Geometria, se preocuparam mais em apresentar tarefas que conduzem o estudante a praticar certos conhecimentos matemáticos, sendo eles camuflados em situações sintéticas (SKOVSMOSE, 2000; LANA; CARRIÃO, 2015), do que oportunizar ao estudante experiências com situações ou informações provindas da realidade diária do (seu) mundo (PONTE; QUARESMA, 2012).

Exemplos de cada referência de contexto – puramente matemático, semirreal e real – são fornecidos pelas Figuras 23, 24 e 25, respectivamente. Ambas as tarefas das Figuras 23 e 24 trabalham conceitos relativos à Geometria Espacial – em particular, conceitos concernentes a área (área da base, área lateral e área total) e volume de poliedros, na especificidade das pirâmides quadrangulares regulares. O enunciado da tarefa na Figura 23 é classificado no contexto da Matemática pura, visto que ele faz alusão apenas a objetos matemáticos, como volume, pirâmide quadrangular regular, aresta da base e aresta lateral. Isto significa que essa tarefa se refere apenas à Matemática e somente a ela. Observe que em seu enunciado existe o comando de ordenação – determine – e que todo o cenário trazido compreende uma situação apenas procedimental.

Figura 23 – Tarefa em contexto puramente matemático.

36 Determine o volume da pirâmide quadrangular regular cuja aresta da base mede $6\sqrt{2}$ cm e a aresta lateral mede 10 cm.

Fonte: Iezzi et al. (2017b, p. 175).

A proposição da tarefa na Figura 24 está definida em uma situação que envolve uma barraca de lona para acampamentos. Esse é um exemplo de contexto considerado

semirreal, uma vez que, embora seja factível que estudantes brasileiros tenham condições financeiras, hábitos e sejam adeptos das práticas de *camping*, esta não pode ser considerada uma realidade do cotidiano para a sua grande maioria (SKOVSMOSE, 2000). Além disso, as informações da tarefa são fictícias e o que se pede – determinar o volume de ar que essa barraca comporta –, embora seja possível, é uma ação pouco provável de ser feita pelo estudante.

Figura 24 – Tarefa em contexto semirreal.

44 Saulo comprou uma barraca de lona para acampar. Sabendo que, quando montada, ela tem a forma de uma pirâmide quadrangular regular de 2 m de altura e que a área de sua superfície lateral é 15 m^2 , determine o volume de ar que essa barraca comporta.

Fonte: Iezzi et al. (2017b, p. 176).

Nessa situação, também é perceptível notar que, apesar de a tarefa incluir uma possível situação do mundo real, esse contexto pode ser deixado de lado durante sua resolução. Assim, para sua solução, basta o estudante assumir o problema puramente matemático e utilizar as fórmulas de área lateral, teorema de Pitágoras, área da base e volume, para realizar os cálculos e chegar à solução ou resposta esperada. Além disso, objetos matemáticos como pirâmide quadrangular regular, área da superfície lateral e volume e os símbolos de unidade medida, como metro e metro quadrado, são citados explicitamente. As informações contidas no enunciado são dadas também de tal forma que o estudante pode interpretar os dados fornecidos e o que se pede sem possíveis equívocos. Postas tais observações, nota-se que tal situação – uma barraca de lona para acampar – serve apenas para camuflar o problema matemático (DE LANGE, 1999).

A Figura 25 apresenta exemplos de tarefas em contextos reais. As três únicas situações com referência a esse contexto presentes na coleção analisada dizem respeito às normas de acessibilidade para a máxima declividade aceitável para uma rampa. Nota-se que, conforme destacado por Lana e Carrião (2015), esse contexto real está atrelado a um documento, aqui relativo às normas técnicas referentes à acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos (ABNT, 2015).

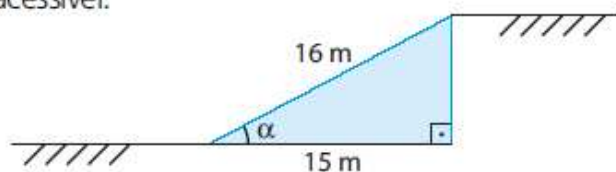
Figura 25 - Tarefa em contexto real.

Enunciado para as questões 7 e 8.

As normas de acessibilidade de determinada cidade estabelecem que a declividade (razão entre o deslocamento vertical e o deslocamento horizontal) máxima aceitável para uma rampa é de 8,33%.

- 7** Um arquiteto desenvolveu um projeto de uma rampa para vencer um desnível de 3,2 m entre dois pisos. Para respeitar a norma acima, qual deverá ser o comprimento horizontal mínimo dessa rampa? Para facilitar os cálculos, use a aproximação: $\frac{1}{12} \approx 0,0833$.

- 8** Observando o esboço do projeto da rampa abaixo, determine:
- o valor aproximado do desnível entre os dois pisos.
 - o valor de $\text{tg } \alpha$; indique se a rampa é ou não acessível.



Fonte: Iezzi et al. (2017a, p. 222).

Essas tarefas solicitam os valores referentes ao comprimento horizontal mínimo e ao desnível entre dois pisos. Embora, para se resolver a questão 8(a) (Fig. 25), seja necessário apenas realizar o cálculo do teorema de Pitágoras, essa informação tornar-se-á de muita relevância para responder à questão subsequente 8(b) (Fig. 25). Assim, de modo geral, para resolver as tarefas, o estudante tem de levar em consideração a norma estabelecida relativa à declividade máxima de uma rampa e interpretar o conceito de desnível em cada um dos problemas. Os procedimentos de resolução estão relacionados ao conceito de trigonometria no triângulo retângulo, contudo, observa-se que os conceitos das razões trigonométricas não são mencionados explicitamente na tarefa 7 (Fig. 25) e, por mais que na tarefa 8(b) (Fig. 25) tenha-se a menção da tangente de α , não existe, de forma direta, uma associação entre a tangente de α e o valor da declividade da rampa.

Além das características da situação que tornam essas tarefas classificadas em contextos reais, elas são exemplos interessantes de tarefas que permitem ao professor

gerar discussões com seus estudantes a respeito da importância de se ter nas construções civis, sejam elas privadas ou públicas, rampas de acessibilidades para pessoas cadeirantes ou com pouca mobilidade, como, por exemplo, usuários de muletas, bengalas, andadores, cães-guia, entre outras. Por mais que uma situação envolvendo acessibilidade possa não estar presente de forma direta no cotidiano do estudante, ela encontra-se próxima à vida dele ao refletir sobre a vivência deste na sociedade, haja vista, por exemplo, que rampas de acessibilidade têm sido construídas nas calçadas das cidades. Assim, contextos como estes propiciam ao estudante ampliar seus conhecimentos acerca do (seu) mundo (FERREIRA; BURIASCO, 2015; LANA; CARRIÃO, 2015).

Considerando que o Relatório Mundial sobre a Deficiência (LEXICUS SERVIÇOS LINGÜÍSTICOS, 2012) estimou que no mundo há mais de um bilhão de pessoas com deficiência⁸² e, pelo último Censo Demográfico do Brasil, realizado em 2010, esse valor no país se aproxima dos 45,6 milhões de pessoas – 23,9% da população brasileira nesse ano (LOSCHI, 2017) –, acredita-se importante que o professor realize reflexões junto a seus estudantes sobre a importância de se ter ambientes adaptados, aqui no que diz respeito à acessibilidade locomotora, que permitam a inclusão de todas as pessoas na sociedade.

Assim, tarefas como essas exemplificam as relações entre as dimensões do modelo de OTL (WALKOWIAK; PINTER; BERRY, 2017), uma vez que o conhecimento do professor sobre o assunto interage e se conecta com as tarefas escolhidas para o trabalho de ensino e de aprendizagem e, atrelados a elas, as discussões matemáticas e o tempo utilizado para tal. De forma subsequente, essa referência de contexto permite que o estudante desenvolva conceitos matemáticos vinculados a situações reais, oportunizando a eles um conhecimento amparado de significados relativos ao (seu) mundo (SKOVSMOSE, 2000). Além disso, tarefas desse tipo possibilitam ampliar os conhecimentos dos estudantes, oportunizando momentos de reflexão e desenvolvimento da criticidade enquanto cidadãos pertencentes e atuantes na sociedade (FONSECA, 1995; PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006; FERREIRA; BURIASCO, 2015; LANA; CARRIÃO, 2015).

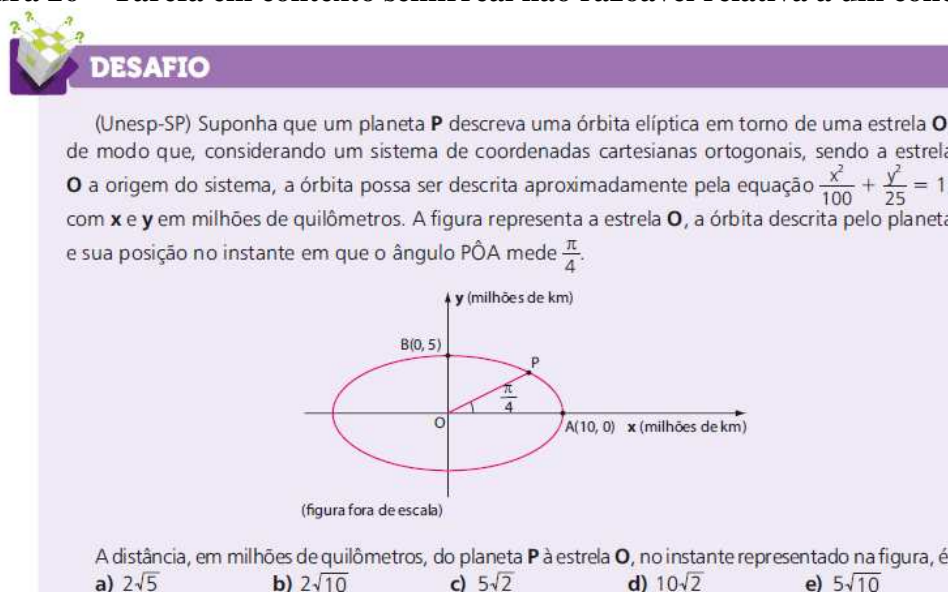
No que tange ao teor de razoabilidade referente aos contextos da semirrealidade, foi possível constatar o seguinte. Dentre as 224 tarefas classificadas nessa referência de

⁸² Esses dados dizem respeito às deficiências do tipo visual, auditiva, motora e mental ou intelectual.

contexto, nove delas (0,67% das 1.335) apresentam alguma informação que não corresponde à efetiva realidade, isto é, esse último dado aponta que, embora as tarefas nesse contexto possam ser consideradas plausíveis de ocorrerem na vida real, as informações presentes em seus enunciados são consideradas irreais perante o problema. Estes dados evidenciam uma situação a qual pode oferecer ao estudante o acesso a um conhecimento equivocado, seja ele relativo ao conceito estudado ou à situação da realidade utilizada (SANTOS; OLIVEIRA, 2015). Também é possível ponderar que tarefas nessa classe se enquadram no perfil de tarefas sendo contextualizadas na realidade a qualquer custo, resultando assim em uma contextualização semirreal que desassocia e modifica um conceito e/ou encontra-se dissonante do contexto utilizado (SANTOS; OLIVEIRA, 2015). Como exemplos de tarefas nessa situação, as Figuras 26 e 27 são apresentadas.

A situação mencionada na tarefa da Figura 26 diz respeito ao contexto da semirrealidade, visto que ela aborda uma situação que, embora não surja de um contexto real, pode ser assumida como uma possibilidade de acontecimento (SKOVSMOSE, 2000). Para uma solução matemática bem-sucedida desta tarefa, basta o estudante negligenciar esse contexto (DE LANGE, 1999), mobilizando, então, seus conhecimentos concernentes às cônicas elípticas e distância entre dois pontos. Assim, de forma procedimental, o estudante precisará utilizar a equação reduzida da elipse dada na tarefa e, de forma subsequente, buscar o valor referente da distância entre os pontos, conforme lhe é solicitado.

Figura 26 – Tarefa em contexto semirreal não razoável relativa a um conceito.



Fonte: Iezzi et al. (2017c, p. 119).

Todavia, se o estudante tomar atenção ao contexto das órbitas elípticas, levando em consideração os conteúdos da Astronomia, como, por exemplo, os conceitos das órbitas e gravitação interacional dos planetas (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2017), ele notará uma imprecisão nos dados apresentados⁸³. Para que o planeta P descreva uma órbita elíptica em torno da estrela O, seria necessário que a estrela O estivesse disposta em um dos dois focos da elipse, ou pelo menos perto deles, e não no centro do sistema elíptico, como é apresentado na questão. De forma contrária, se o estudante assumir que a estrela O se encontra mesmo fixada no centro da elipse, a órbita do planeta P seria, então, circular, e não elíptica, como também é mostrado na questão. Assim, essa tarefa retrata uma situação em que as informações conceituais presentes nela são inconsistentes perante os conceitos relacionados à Astronomia. Portanto, se levar em consideração o contexto semirreal, tal tarefa pode ocasionar ao estudante entendimentos errôneos e inadequados quanto às disposições dos planetas e estrelas, e suas órbitas⁸⁴.

A Figura 27 apresenta uma outra tarefa considerada em um contexto da semirrealidade não razoável, mas aqui sua não razoabilidade diz respeito ao contexto utilizado. Para uma solução satisfatória da tarefa, o estudante deverá mobilizar seus conhecimentos referentes ao cálculo de volumes de corpos redondos, na particularidade do cilindro reto e, em seguida, utilizar a relação da densidade (razão entre a massa e seu volume) para então chegar à resposta requisitada do problema. Conceitualmente, todas as informações são coerentes, inclusive o valor atribuído à densidade do mercúrio ($13,6 \text{ g/cm}^3$) é uma medida real (JUNG, 2004). Entretanto, considera-se que a escolha do mercúrio como sendo o material para o enchimento do cilindro não é adequada.

⁸³ Cabe observar que a referida tarefa não é uma produção dos autores do Livro Didático. Entretanto, no momento em que eles inserem tal tarefa em sua obra, sem fazer observações relativas à condição conceitual errônea que ela traz, eles assumem a responsabilidade de perpetuar um conceito equivocado. Nessa direção, é interessante questionar se os autores não se atentaram a esse erro ou se eles perceberam, mas o preteriram.

⁸⁴ As discussões concernentes a essa tarefa foram revisadas por profissionais que estudam a área de Astronomia.

Figura 27 – Tarefa em contexto semirreal não razoável referente ao contexto utilizado.

- 7** Um recipiente cilíndrico tem 20 cm de altura e diâmetro interno de 10 cm. Determine quantos quilogramas de mercúrio são necessários para encher completamente esse vaso, sabendo que a densidade do mercúrio é $13,6 \text{ g/cm}^3$. Use $\pi \approx 3,14$.

Fonte: Iezzi et al. (2017b, p. 195).

Chamar-se-á atenção para dois pontos relevantes de discussão acerca da menção do mercúrio nessa tarefa. Primeiramente, o contexto não situa o estudante em relação a quem e onde essa manipulação com o mercúrio está sendo feita. Sabendo-se que o mercúrio é um metal volátil e tóxico, sua manipulação tem de ser feita de forma correta, com a utilização de equipamentos, luvas e máscaras adequadas (FARIA, 2017). De acordo com a *Environmental Protection Agency – EPA*⁸⁵ (WHEELER, 2019, p. 1, tradução nossa), “a exposição ao mercúrio em níveis elevados pode prejudicar o cérebro, coração, rins, pulmões e sistema imunológico de pessoas de todas as idades”, podendo, em alguns casos, levar até à morte (FARIA, 2017).

Em segundo lugar, tem-se a questão sobre a quantidade e o (fácil) acesso ao mercúrio. Ao desenvolver os cálculos necessários para se resolver a tarefa, o estudante encontrará como resposta a quantidade de 21,352 kg de mercúrio, o que corresponde a $21.352 \times 10^3 \mu\text{g}$ desse metal. Esse valor é significativamente acima das doses permitidas de exposição estabelecidas pela EPA ($0,1 \mu\text{g/kg/dia}$) ou pela Organização Mundial da Saúde ($0,23 \mu\text{g/kg/dia}$) (PASSOS; MERGLER, 2008)⁸⁶. Em relação ao seu acesso, por ser um metal altamente tóxico, o mercúrio por si só não é encontrado como produto de venda para as pessoas. Antigamente, era possível encontrá-lo em alguns equipamentos relacionados à saúde, como os termômetros e os medidores de pressão. Contudo, justamente por conta do seu caráter tóxico quando exposto e manipulado

⁸⁵ Agência de Proteção Ambiental dos Estados Unidos.

⁸⁶ Para a quantificação da dose de exposição a esse metal, os profissionais precisam levar em consideração os valores reais disponíveis desse metal para um ser vivo (absorção, inalação e via oral) e não somente a quantidade total presente. Para a tarefa, é dado apenas o valor de quantidade total do mercúrio (21,352 kg), sem as especificidades de a quanto dessa massa realmente a pessoa estaria exposta. No entanto, como a quantidade de mercúrio nesse cilindro é muito grande, a alta volatilidade desse metal fará com que os valores de exposição sejam muito acima do permitido pelas agências reguladoras.

incorretamente, tais equipamentos foram proibidos de comercialização pela Agência Nacional de Vigilância Sanitária – Anvisa (SILVA JR., 2017).

Destarte, se o contexto posicionasse, por exemplo, que tal manipulação estivesse sendo feita por um profissional em um laboratório, os pontos destacados acima não gerariam problemas. Um profissional de Química ou de Biologia, por exemplo, tem conhecimentos relativos às medidas de segurança necessárias para a manipulação do metal e a quantidade e seu acesso seria justificável, uma vez que, para experimentos e pesquisas, sua compra se torna mais acessível. Em relação à tarefa enquanto *Opportunity-to-Learn*, se o professor não tem conhecimento dessa não razoabilidade, e não promover em sua aula discussões referentes a ela, o estudante pode: i) resolver a questão deixando seu contexto de lado e/ou ii) solucioná-la e inferir, apropriando-se desse entendimento, que o mercúrio é algo de simples manipulação e de fácil acesso⁸⁷.

De forma a expandir as quantificações apresentadas pela Tabela 4, a Tabela 5 apresenta as estratificações dos dados de forma mais detalhada. Como já mencionado na análise horizontal, o total de tarefas por capítulo de cada volume não segue uma distribuição equilibrada. De modo igual, a exposição das referências de contexto entre os capítulos de cada volume também se encontra desproporcional. Tarefas no contexto puramente matemático estão concentradas no Volume 3, destinado à Geometria Analítica (501 das 1.108), enquanto tarefas no contexto da realidade – real e semirreal – aglutinam-se no Volume 2 (115 das 227), estando elas referentes à Geometria Plana, nos capítulos A Circunferência Trigonométrica e Trigonometria em Triângulos Quaisquer, e à Geometria Espacial.

Os capítulos Trigonometria no Triângulo Retângulo (Volume 1 – Cap. 2) e Corpos Redondos (Volume 2 – Cap. 9) são os únicos dentre os 13 capítulos que chegam próximos a uma equiparação entre as quantidades desses dois contextos. O primeiro compreende 28 e 29 tarefas e o segundo contém 58 e 53 tarefas, respectivamente, na ordem, aos contextos puramente matemático e da realidade. Os capítulos Razões Trigonométricas na Circunferência (Volume 2 – Cap. 2), A Reta e A Circunferência (ambos do Volume 3 – Cap. 2 e 3, nessa ordem) são os três que apresentam uma maior disparidade entre esses dois tipos de contexto. Com diferença de quantidade na ordem da centena, o Cap. 2 do Volume 2 é o terceiro nessa classificação, ao apresentar 117 tarefas em contextos da matemática pura e apenas 2 tarefas no contexto da realidade. O

⁸⁷ As discussões relativas a essa tarefa foram feitas com a ajuda de uma bióloga com experiência em Ciências Ambientais, no âmbito da mutagênese, com ênfase na análise de metais pesados.

Cap. 3 do Volume 3 fica em segundo lugar, com 135 tarefas em contextos puramente matemáticos e 9 tarefas no contexto da realidade. Ocupando em primeiro lugar, o Cap. 2 do Volume 3 possui 193 tarefas em contextos da matemática pura e 26 tarefas em contexto da realidade.

O capítulo destinado ao estudo das cônicas (Volume 3 – Cap. 4) é o único que traz apenas uma tarefa na referência de contexto da semirrealidade, entretanto, tal tarefa está na classe daquelas não razoáveis e, assim, o capítulo acaba por não trazer nenhuma tarefa em contexto da semirrealidade razoável. As tarefas classificadas na semirrealidade não razoável apareceram em maior quantidade entre os Volumes 1 e 2 (8 das 9, sendo 4 tarefas em cada volume). O único capítulo que apresenta tarefas em contextos reais é o destinado à trigonometria no triângulo retângulo (Volume 1 – Cap. 11).

Por conta da distribuição das referências de contextos das tarefas atreladas aos conteúdos matemáticos abordados nessas obras, é possível inferir o modo como os autores desses livros compreendem o *Opportunity-to-Learn* que cada um desses conteúdos matemáticos possibilita, atrelado aos objetivos de cada seção, em cada capítulo (PONTE; QUARESMA, 2012). De forma geral, esses autores privilegiaram os contextos da matemática pura em detrimento daqueles relativos à realidade, principalmente quando os conteúdos matemáticos diziam respeito ao estudo dos conceitos geométricos por meio de processos algébricos (Geometria Analítica). Os dados também evidenciam que conteúdos relacionados ao estudo dos triângulos (Trigonometria) e aqueles referentes a áreas e volumes de determinadas figuras (Geometria Plana e Espacial) foram os mais escolhidos pelos autores para envolver tarefas em contextos da realidade.

Tabela 5 – Estratificação dos dados alusivos às referências de contextos das tarefas nos capítulos de Geometria da coleção Matemática: Ciência e Aplicações.

Tabela 5 – Estratificação dos dados alusivos às referências de contextos das tarefas nos capítulos de Geometria da coleção Matemática: Ciência e Aplicações.			Realidade						Puramente Matemático		Total de tarefas por Cap.	
			Real		Semirrealidade							
					razoável		não razoável					
			<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%
Vol. 1	Cap. 10	Semelhança de triângulos	0	0	15	6,25	2	0,83	62	25,83	79	32,92
	Cap. 11	Trigonometria no triângulo retângulo	3	1,25	24	10	2	0,83	28	11,67	57	23,75
	Cap. 12	Área de figuras planas	0	0	26	10,83	0	0	78	32,5	104	43,33
	Total (volume)		3	1,25	65	27,08	4	1,67	168	70	240	100
Vol. 2	Cap. 1	A circunferência trigonométrica	0	0	9	1,62	0	0	44	7,94	53	9,57
	Cap. 2	Razões trigonométricas na circunferência	0	0	2	0,36	0	0	117	21,12	119	21,48
	Cap. 3	Trigonometria em triângulos quaisquer	0	0	12	2,17	0	0	34	6,14	46	8,30
	Cap. 7	Geometria espacial de posição	0	0	17	3,07	0	0	101	18,23	118	21,30
	Cap. 8	Poliedros	0	0	21	3,79	1	0,18	85	15,34	107	19,31
	Cap. 9	Corpos redondos	0	0	50	9,03	3	0,54	58	10,47	111	20,04
Total (volume)		0	0	111	20,04	4	0,72	439	79,24	554	100	
Vol. 3	Cap. 1	O ponto	0	0	4	0,74	0	0	97	17,93	101	18,67
	Cap. 2	A reta	0	0	26	4,81	0	0	193	35,67	219	40,48
	Cap. 3	A circunferência	0	0	9	1,66	0	0	135	24,95	144	26,62
	Cap. 4	As cônicas	0	0	0	0	1	0,18	76	14,05	77	14,23
Total (volume)		0	0	39	7,21	1	0,18	501	92,61	541	100	
TOTAL (coleção)			3	0,22	215	16,11	9	0,67	1.108	83	1.335	100

Fonte: Elaborada pela autora (2021).

Com relação às tarefas classificadas em contextos da realidade, notou-se que, ao longo da coleta de dados, os propósitos de seus contextos seguiram a direção já apontada na literatura. Foi possível observar que todas as tarefas consideradas em contextos da realidade utilizaram-se de uma situação do cotidiano para ‘camuflar’ ou ‘disfarçar’ o problema matemático (DE LANGE, 1995), mesmo aquelas consideradas em contextos reais. Aqui cabe realizar um realce. As tarefas classificadas em contextos reais (3 das 1.335 tarefas) têm como característica apresentar em seus enunciados informações ou quantificações providas de fontes reais – referências alusivas às normas de acessibilidade de rampas –, por isso seu agrupamento nesta classe.

Entretanto, ressalte-se que, em seus enunciados, essas tarefas não abordavam situações que advieram da vida diária – e.g., estudo da planta baixa da escola –, e/ou científicas – e.g., o estudo da circunferência e das cônicas por meio do nosso sistema planetário em situações de explorações planetárias. Por isso, mesmo elas sendo classificadas como de contexto real, considera-se que as situações que envolvem as informações e quantificações reais podem ser consideradas de caráter sintético. Nessa situação, pode-se constatar que, de fato, os autores dessa coleção de Livros Didáticos apresentaram tarefas em contextos da realidade com o propósito de apenas possibilitar ao estudante a prática de determinados conhecimentos matemáticos, e não, de fato, experienciar situações de sua realidade diária e/ou da realidade científica – o que, por sinal, já proviria de informações e quantificações reais (PONTE; QUARESMA, 2012).

Na perspectiva do estudante, esse cenário pode direcioná-lo para uma compreensão de que alguns conteúdos da Matemática estão mais presentes no (seu) mundo do que outros ou, em um entendimento mais radical, o estudante pode achar que, por conta de o livro não apresentar tarefas em contextos da realidade atrelados a certos conteúdos, estes podem não apresentar aplicabilidade na vida diária. Ressalte-se aqui que não se defende que todas as tarefas presentes nos Livros Didáticos de Matemática sejam sempre contextualizadas na realidade, muito menos numa dimensão que considera a Matemática como uma ciência simplista e útil apenas para dar sentido às situações do cotidiano (FERNANDES, 2006; SILVEIRA; MEIRA; FEIO, 2014; FERREIRA; BURIASCO, 2015). O trabalho com tarefas em contextos da Matemática pura é tão importante quanto aquele com tarefas em contextos da realidade e, conforme Silveira, Meira e Feio (2014) argumentam, não se deve privilegiar um tipo de contexto em agravo de outro, mas, sim, buscar sempre uma diversidade entre as distintas referências de contextos (FONSECA, 1995; DE LANGE, 1999; DEKKER; QUERELLE, 2002; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005; JACKSON et al., 2013),

para, assim, oportunizar ao estudante um aprendizado mais amplo e profundo (FONSECA, 1995; FERNANDES, 2006; KATO; KAWASAKI, 2011; FERREIRA; BURIASCO, 2015; LANA; CARRIÃO, 2015)⁸⁸.

6.2.2 Níveis de Demanda Cognitiva

Essa segunda frente de análise vertical diz respeito à investigação sobre os níveis de demanda cognitiva das tarefas presentificadas nos capítulos de Geometria dos Livros Didáticos analisados. Fundamentada nas classificações estipuladas por Stein e Smith (1998), a estrutura alusiva à demanda cognitiva de tarefas pode ser distinguida em dois grandes níveis: i) nível mais baixo de demanda cognitiva e ii) nível mais alto de demanda cognitiva. Cada um deles ainda é subdividido em diferentes tipos da demanda: memorização e procedimentos sem conexões; e procedimentos com conexões e fazendo matemática, respectivamente.

Posto isto, os dados desta frente de análise também descenderam das 1.335 tarefas presentes nos capítulos de Geometria dispostos nas obras da coleção Matemática: Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017a, 2017b, 2017c). Todas essas tarefas foram classificadas entre os quatro tipos de demanda cognitiva supracitados. A Tabela 6 apresenta, de forma compendiada, os dados dessa categoria, dispostos em quantificações (*n*) e em frequências de exposição (%).

Tabela 6 – Frequências relativas às referências de níveis de demanda cognitiva das tarefas nos capítulos de Geometria da coleção Matemática: Ciência e Aplicações.

	Nível Baixo				Nível Alto				Total	
	Memorização		Procedimentos sem conexões		Procedimentos com conexões		Fazendo matemática			
	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%
Volume 1	81	33,75	111	46,25	41	17,08	7	2,92	240	100
Volume 2	276	49,82	208	37,55	69	12,45	1	0,18	554	100
Volume 3	212	39,19	261	48,24	68	12,57	0	0	541	100
Total (coleção)	569	42,62	580	43,45	178	13,33	8	0,6	1.335	100

Fonte: Elaborada pela autora (2021).

⁸⁸ Como pode ser verificado em alguns dos documentos oficiais que norteiam o currículo nacional (BRASIL, 2013, 2018a, 2018b), a presença da contextualização nos processos de ensino e de aprendizagem é mencionada, sendo ela enfatizada para uma oferta pautada na pluralidade e integração das possíveis referências de contextos.

A análise dos dados (Tabela 6) evidenciou um desequilíbrio entre os níveis de demanda cognitiva das tarefas examinadas. Aquelas consideradas de baixa demanda cognitiva são predominantes nos capítulos analisados, compreendendo um percentual de 86,07% (1.149). Com uma frequência muito discrepante, 13,93% (186), o restante delas foi classificado no nível de alta demanda cognitiva. Compreendendo que a demanda cognitiva está atrelada a um objetivo matemático em específico (BENÍTEZ, 2016), estes dados mostram que, por conta da predominância de tarefas com baixa demanda cognitiva, os autores dos capítulos analisados preferenciaram o trabalho com tarefas com objetivos atrelados à recordação de definições, propriedades, fórmulas, e às técnicas procedimentais (BENÍTEZ, 2016).

Nessa direção, as experiências oportunizadas acabam por privilegiar apenas o desenvolvimento de alguns tipos de cognições do estudante (SILVER; STEIN, 1996; HENNINGSEN; STEIN, 1997; SMITH; STEIN, 1998; SMITH et al., 2004; CARRILLO; CONTRERAS; ZAKARYAN, 2013), atrelados à memorização e às atividades procedimentais. Sobre estes tipos de demandas cognitivas – a memorização e os procedimentos sem conexões –, os dados apresentam uma distribuição proporcional entre eles, 42,62% (569) e 43,45% (580), respectivamente. Referente aos outros dois tipos de demanda cognitiva – procedimentos com conexões e fazendo matemática –, essa semelhança não acontece: 13,33% das tarefas (178) foram classificadas como aquelas que acessam os procedimentos com conexões e, de forma ínfima, apenas 0,6% delas (8) requerem demandas cognitivas do tipo fazendo matemática.

Antes de apresentar exemplos de cada um dos quatro tipos de demanda cognitiva, compete aqui fazer alguns apontamentos. Primeiramente, convém explicitar ao leitor que o procedimento de classificação nos diferentes tipos de demanda cognitiva se deu por meio de um processo linear, isto é, seguiu-se exatamente a sequência de trabalho apresentado nos capítulos selecionados dos livros. Isso significa que, antes de se resolver cada série de tarefas selecionadas, houve uma leitura do conteúdo presente no capítulo, tomando atenção às definições, fórmulas, fatos básicos, entre outros escritos que são apresentados em sua parte textual. De forma mais atenta, tomou-se nota dos exemplos e dos exercícios resolvidos apresentados. Esse cuidado com o conteúdo que antecede as tarefas se faz pertinente na medida em que eles influenciam, de forma direta, nos processos de resolução das tarefas que o seguem e, conseqüentemente, no tipo de demanda cognitiva exigida.

Como forma de compreender melhor a importância desse apontamento na classificação dos dados, um exemplo será apresentado. A tarefa que segue na Figura 28, por si

só, pode ser classificada em um nível alto de demanda cognitiva, do tipo procedimentos com conexões, visto que para sua solução é necessário que o estudante interprete o enunciado e o represente em um diagrama⁸⁹. Essa interpretação e representação facilitará sua compreensão das informações sobre o que se pede e sobre as medidas que se têm. Além disso, ela exige um nível maior de esforço cognitivo, pois para sua solução é essencial compreender as ideias conceituais que embasam os procedimentos necessários para sua solução.

Figura 28 – Tarefa representativa do nível baixo de demanda cognitiva, do tipo procedimentos com conexões.

- 26** Um observador está situado a x metros do pé de um prédio. Ele consegue mirar o topo do prédio sob um ângulo de 60° . Afastando-se 40 m desse ponto, ele passa a avistar o topo do prédio sob um ângulo de 30° . Considerando desprezível a altura do observador, determine:
- a)** o valor de x ;

Fonte: Iezzi et al. (2017a, p. 226).

No entanto, anterior a esta tarefa – página precedente –, o Livro Didático apresenta, no subtópico Exercícios Resolvidos, uma outra muito semelhante. Com um enunciado similar, a tarefa resolvida dispõe ao leitor um diagrama representando a situação posta e, em sua solução, apresenta todos os procedimentos utilizados para encontrar o que se pede, como pode ser observado na Figura 29. Assim, ao estudá-la, interpretações, abordagens e procedimentos podem ser aprendidos, memorizados e utilizados como formas de guias, em tarefas posteriormente propostas. É por conta dessa situação – o Livro Didático trazer anteriormente uma tarefa semelhante e considerando que o estudante esteja estudando o livro de forma linear – que o nível da tarefa proposta (Figura 28) declina, passando então a ser classificada em um nível de baixa demanda cognitiva, do tipo procedimentos sem conexões.

Situações como essa apresentada acima não tiveram grande ocorrência. A classificação evidenciou que o declínio de demanda cognitiva em situações como essa aconteceu em menos de 3% das tarefas, sendo que essa porcentagem se divide em: próximo de 1%, tarefas que seriam de baixa demanda cognitiva, do tipo procedimentos com conexões, decaíram tornando-se do tipo memorização e, em torno de 2%, tarefas que seriam de alto nível, do tipo

⁸⁹ O termo diagrama será utilizado para fazer alusão a qualquer tipo de imagem, desenho, figura, ilustração, foto, entre outros. Para mais informações sobre diagramas, ver Pimm (1995).

procedimentos com conexões, acabaram tornando-se de baixa demanda cognitiva, do tipo procedimentos sem conexões.

Figura 29 – Atividade apresentada no subtópico Exercícios Resolvidos.

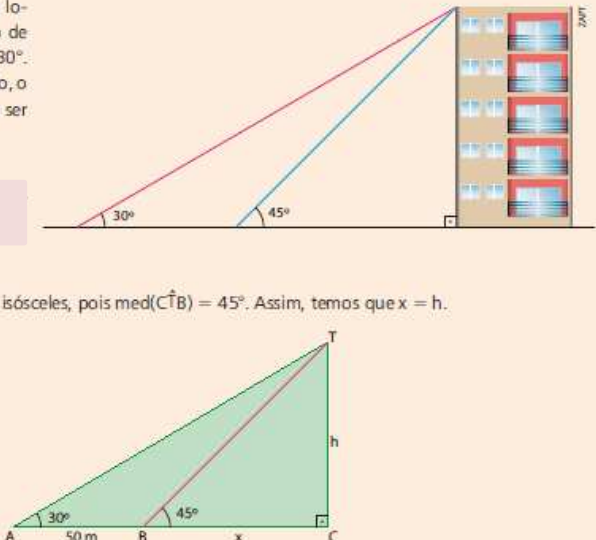
EXERCÍCIO RESOLVIDO

3 De um ponto de observação localizado no solo, vê-se o topo de um edifício sob um ângulo de 30° . Aproximando-se 50 m do prédio, o ângulo de observação passa a ser de 45° . Determine:

a) a altura do edifício;

Solução:

Observe que o triângulo BCT é isósceles, pois $\text{med}(\widehat{CTB}) = 45^\circ$. Assim, temos que $x = h$.



a) No triângulo retângulo ACT:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 30^\circ &= \frac{h}{50 + x} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{50 + h} \Rightarrow 3h = \sqrt{3}(50 + h) \Rightarrow 3h - h\sqrt{3} = 50\sqrt{3} \Rightarrow h = \frac{50\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \Rightarrow \\ \Rightarrow h &= \frac{50 \cdot \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \cdot \frac{3 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} \Rightarrow h = 25 \cdot (1 + \sqrt{3}) = 68,3 \end{aligned}$$

A altura do edifício é de aproximadamente 68,3 m.

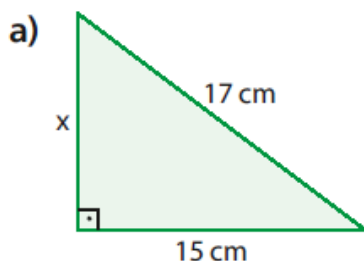
Fonte: Iezzi et al. (2017 a, p. 225).

Sobre o declínio da demanda cognitiva da tarefa, cabe fazer uma nota. Aqui, esse declínio apareceu em decorrência apenas da análise do conteúdo de Geometria apresentado nos Livros Didáticos, na particularidade Exercícios Resolvidos e Exemplos. Contudo, durante as etapas de configuração e implementação – fases do QTME –, tais tarefas ainda poderão ter seus níveis de demanda cognitiva alterados, visto que “a tarefa que aparece nos materiais curriculares ou de ensino nem sempre é idêntica à tarefa apresentada pelo professor; por outro lado, esta não é exatamente a mesma tarefa que os estudantes realmente fazem” (STEIN; SMITH, 1998, p. 270, tradução nossa). No geral, a demanda cognitiva pode ser reduzida sempre que um professor, estudante ou algum material sugerir um caminho de solução antes mesmo que o estudante comece a resolver a tarefa, ou, ainda, se o professor modificar seu enunciado a fim de que não seja mais necessário que o estudante explicita e justifique seu pensamento ou resolva os aspectos mais desafiadores da tarefa (JACKSON et al., 2013).

A seguir, o leitor encontrará, nas Figuras 30, 31, 32 e 33, uma tarefa representativa de cada um dos quatro tipos de demanda cognitiva. Desse modo, a Figura 30 apresenta uma tarefa que foi classificada em nível baixo de demanda cognitiva, do tipo memorização, pois solicita que seja encontrada a medida de x no diagrama.

Figura 30 – Tarefa representativa do nível baixo de demanda cognitiva, do tipo memorização.

31 Determine o valor de x em cada caso:



Fonte: Iezzi et al. (2017a, p. 212).

Para resolver essa tarefa, é preciso reconhecer que o diagrama é um triângulo retângulo e que, portanto, as medidas de seus lados satisfazem a relação conhecida como teorema de Pitágoras⁹⁰, presente no capítulo destinado a estudar semelhança de triângulos e triângulos retângulos. Na seção O Triângulo Retângulo deste capítulo, as informações sobre as semelhanças e as relações métricas de um triângulo retângulo são apresentadas e, em seguida, as tarefas que, de acordo com o livro, têm “por objetivo consolidar os conteúdos e conceitos abordados” (IEZZI et al., 2017a, p. 4) também são apresentadas. Dessa forma, se o estudante estudar de forma contínua esse capítulo e, em especial, tomar atenção a essa seção, ele provavelmente terá elementos de conhecimento sobre o triângulo retângulo e suas relações métricas. Esse tipo de tarefa requer do estudante determinados conhecimentos factuais – reconhecer que este diagrama é um triângulo retângulo – e a aplicação direta de uma relação aprendida anteriormente. Assim, é possível encontrar o que se pede sem exigir do estudante grandes demandas cognitivas.

A tarefa que segue, apresentada pela Figura 31, foi classificada no nível baixo de demanda cognitiva, do tipo procedimentos sem conexões. Esta encontra-se no capítulo intitulado A Reta, na seção destinando ao estudo de perpendicularidade. Para uma solução bem-sucedida, o estudante necessita encontrar as declividades de cada uma das duas retas apresentadas, isto é, seus coeficientes angulares. Solicita-se o valor de m para que tais retas

⁹⁰ Em qualquer triângulo retângulo, a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.

sejam perpendiculares. Assim, para encontrá-lo, é necessário assumir a relação de perpendicularismo entre retas e aplicá-la. Após desenvolver os cálculos da equação que surge por meio dessa relação, será encontrado o valor de m solicitado. Observe que não existe ambiguidade sobre o que se precisa fazer para resolver. Seu objetivo matemático está posto apenas para a utilização de procedimentos, sem o requerimento de justificativas sobre, por exemplo, o que se faz e o por que se faz. Por conta desse cenário, tal tarefa exige, do estudante, uma demanda cognitiva limitada.

Figura 31 – Tarefa representativa do nível baixo de demanda cognitiva, do tipo procedimentos sem conexões.

62 Determine $m \in \mathbb{R}$ para que as retas $r: 3x + 5y - 7 = 0$ e $s: mx - 6y + 1 = 0$ sejam perpendiculares entre si.

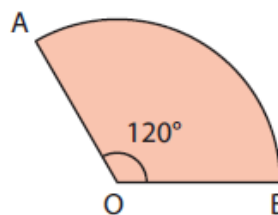
Fonte: Iezzi et al. (2017c, p. 49).

A tarefa que segue (Figura 32) é um exemplo que pode ser classificado em um nível alto de demanda cognitiva, do tipo procedimentos com conexões. Presente no capítulo destinado ao estudo de corpos redondos, a tarefa pode ser considerada como procedimental, no entanto, os procedimentos necessários para a sua solução não estão insinuados de forma direta em seu enunciado. Além disso, as conexões e os procedimentos requeridos nessa tarefa não se encontram anteriormente no livro e, logo, não foram apresentados de antemão para os estudantes.

Figura 32 – Tarefa exemplificativa do nível alto de demanda cognitiva, do tipo procedimentos com conexões.

35 Um setor circular foi recortado de uma cartolina, de modo que o arco $\widehat{AB}$ desse setor mede 120° e tem comprimento igual a $\frac{10\pi}{3}$ cm.

Fazendo-se coincidir os pontos **A** e **B**, obtemos a superfície lateral de um cone reto de vértice **O**. Qual é o volume desse cone?



Fonte: Iezzi et al. (2017b, p. 205).

Referindo-se a um setor circular, a tarefa apresenta dados relativos à medida do arco $\widehat{AB}$ e seu comprimento. Considerando que tal setor circular se configure como sendo a área

lateral de um cone reto, a tarefa solicita o volume desse cone. O processo para encontrar o que se pede exige estabelecer conexões com ideias conceituais subjacentes ao estudo em foco: volume de cone. Essas ideias conceituais estão referidas sobre a relação entre: o ângulo e o comprimento do arco; e o comprimento da circunferência e o comprimento do arco. Essas relações se fazem importantes pois, por meio delas, o estudante encontrará os valores da geratriz e do raio do cone.

Em seguida, ainda é necessário o estudante empregar o teorema de Pitágoras para poder encontrar o valor da altura do cone. Somente depois de mobilizar estas conexões e de realizar estes procedimentos é que se têm todos os valores que interessam para o cálculo do volume. Por fim, dispondo da fórmula do volume do cone⁹¹, basta substituir os valores encontrados. Após realizar as operações, chega-se à resposta solicitada. Por conta de todo o processo requerido, entende-se que tal tarefa requer do estudante algum grau maior de esforço cognitivo. Os procedimentos aplicados na solução não podem ser feitos de forma mecânica e sem reflexão. É necessário compreender de que modo as ideias conceituais subjacentes estão presentes na tarefa e de que forma elas se ligam com o que se pede, para então estabelecer os procedimentos e se chegar à resposta esperada.

Por último, a tarefa da Figura 33 é um exemplo de classificação em um alto nível de demanda cognitiva, do tipo fazendo matemática. Proposta no capítulo destinado ao estudo da Geometria Espacial de Posição, em particular na seção Determinação de Planos, além de ela não apresentar em seu enunciado um processo direto e previsível de solução, ela solicita a elaboração de um pensamento não algorítmico e fundamentado no conceito estudado.

Figura 33 – Tarefa representativa do nível alto de demanda cognitiva, do tipo fazendo matemática.

5 É comum encontrarmos mesas com 4 pernas que, mesmo apoiadas em um piso plano, balançam e nos obrigam a colocar um calço em uma das pernas para que fiquem firmes. Explique por que isso não acontece em uma mesa de 3 pernas.

Fonte: Iezzi et al. (2017b, p. 131).

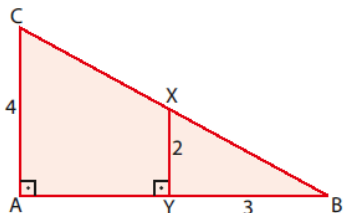
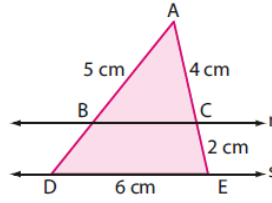
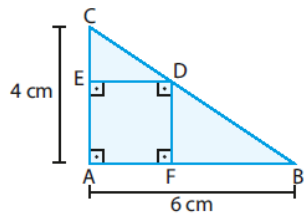
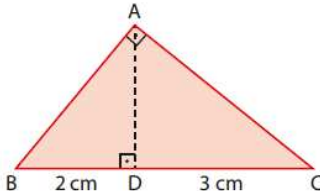
⁹¹ O volume do cone é a medida da capacidade desse sólido geométrico. Sua medida pode ser obtida por meio do produto entre o valor da área de sua base e a medida de sua altura, dividindo o resultado por três.

Para determinar uma resposta correta, é preciso que o estudante explore os conceitos de determinação de planos, em particular o seguinte postulado: “três pontos não colineares A, B e C determinam um plano ρ (A, B e C)” (DANTE, 2017b, p. 144). Assim, ele precisará realizar associações entre os pontos representados pelos pés da mesa (três pontos não colineares) e o plano do chão (único plano determinado por estes três pontos). Partindo disso, reflexões de que quatro pontos (ou mais) podem determinar mais de um plano devem ser feitas e articuladas na resposta. Portanto, o estudante deverá chegar à conclusão de que, frente à variedade de planos resultantes das disposições de quatro pontos, tem-se, em decorrência, o balanço da mesa. Analisando essa tarefa, observa-se que ela exige um considerável esforço cognitivo, visto que requer que o estudante explore e compreenda os conceitos matemáticos alusivos à determinação de planos, concatenados a uma situação contextualizada na realidade, e, a partir disso, elabore uma explicação (pessoal, mas fundamentada no conceito) sobre a relação entre quantidade de pontos (não colineares) e os planos determinados por eles.

Tendo mencionado as possibilidades de declínio e apresentado tarefas que exemplificam cada tipo de demanda cognitiva, entende-se ainda ser necessário exibir ao leitor um conjunto de quatro tarefas – uma de cada tipo de demanda –, que estejam dispostas em um mesmo capítulo e conteúdo matemático. Essa apresentação faz-se relevante à medida que, com ela, o leitor possa obter uma visão mais ampla e profunda de como, em uma mesma série, é possível ter tarefas nos diferentes níveis e como elas se distinguem na sua complexidade, sob um mesmo domínio de conteúdo.

Assim, presentificadas no capítulo destinado ao estudo de semelhanças e triângulos retângulos, as quatro tarefas são quase todas sequenciadas (Quadro 10) e encontram-se dispostas na mesma série. Antecedente a elas, o livro apresenta, nesta ordem, o estudo dos tópicos: Semelhança; Semelhança de Triângulos – com subtópicos: Razão de Semelhança, Teorema de Tales e Teorema Fundamental da Semelhança –; e Critérios de Semelhança – com subtópicos: AA (ângulo – ângulo), LAL (lado – ângulo – lado) e LLL (lado – lado – lado).

Quadro 10 – Tarefas de diferentes tipos de demanda cognitiva que abordam um mesmo conteúdo.

Demanda cognitiva	Tarefas
Baixa demanda cognitiva, do tipo memorização	17 Determine a medida de $\overline{AB}$ em cada caso: a) 
Baixa demanda cognitiva, do tipo procedimentos sem conexões	18 Determine a razão entre os perímetros dos triângulos ABC e ADE, nesta ordem, sabendo que $r \parallel s$. 
Alta demanda cognitiva, do tipo procedimentos com conexões	19 Determine a medida do lado do quadrado AEDF da figura: 
Alta demanda cognitiva, do tipo fazendo matemática	21 Na figura abaixo, $\overline{AD}$ é perpendicular a $\overline{BC}$.  a) Explique por que os triângulos ABD e CAD são semelhantes.

Fonte: Iezzi et al. (2017, p. 205-206).

Por ordem crescente de demanda cognitiva, inicia-se a discussão pela tarefa 17(a) (Quadro 10). Requerendo a medida de $\overline{AB}$ no diagrama, para resolver esta tarefa basta o estudante compreender que este diagrama satisfaz as condições do teorema fundamental da

semelhança, que nos diz: “Toda reta paralela a um lado de um triângulo, que intersecta os outros dois lados em pontos distintos, determina um novo triângulo semelhante ao primeiro” (IEZZI et al., 2017a, p. 200). Assim, os triângulos $\triangle CAB$ e $\triangle XYB$ são semelhantes ($\triangle CAB \sim \triangle XYB$) e, portanto, tem-se que seus lados correspondentes são proporcionais. Logo, para se chegar à medida de $\overline{AB}$, é necessário estabelecer a proporcionalidade entre seus lados e resolver os cálculos. Essa tarefa é considerada de baixa demanda cognitiva, do tipo memorização, visto que ela requer do estudante o reconhecimento no diagrama do teorema fundamental da semelhança e a aplicação direta da proporcionalidade dos lados dos triângulos semelhantes – tópicos estes apresentados anteriormente no livro e supostamente estudados pelo estudante.

O segundo exemplo, que segue, é a tarefa 18, apresentada no Quadro 10. Esta é considerada uma tarefa de baixa demanda cognitiva, do tipo procedimentos sem conexões. O conteúdo matemático que antecede essa tarefa possibilita dois caminhos de resolução para tal. Em ambos, o estudante necessita reconhecer inicialmente que o diagrama da tarefa satisfaz as condições do teorema fundamental da semelhança e logo os triângulos $\triangle ABC$ e $\triangle ADE$ são semelhantes ($\triangle ABC \sim \triangle ADE$). Partindo dessa compreensão, a primeira possibilidade de solução requer o resgate da definição de perímetro e ainda o cálculo de alguns procedimentos: i) determinar a proporcionalidade entre os lados correspondentes, para encontrar a medida dos segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{AD}$ (ou somente de $\overline{BD}$); ii) calcular o perímetro do triângulo $\triangle ABC$; iii) calcular o perímetro do triângulo $\triangle ADE$; e iv) efetuar a razão entre os perímetros dos triângulos $\triangle ABC$ e $\triangle ADE$, nessa ordem. A segunda alternativa de solução utiliza apenas um procedimento, o de determinar a razão de semelhança entre os triângulos $\triangle ABC$ e $\triangle ADE$. Feito isso, o estudante precisa estabelecer a relação entre o perímetro dos triângulos e a razão de semelhança: sendo o perímetro a soma das medidas dos três lados, a razão entre os seus perímetros, seguindo a ordem solicitada, também será a mesma da razão de semelhança entre os triângulos.

Sobre essa tarefa, cabe realizar alguns apontamentos. Primeiramente, observa-se que o enunciado faz menção direta ao uso de alguns conceitos a serem empregados na tarefa – razão entre os perímetros dos triângulos ABC e ADE , nessa ordem. Segundo, embora existam dois caminhos procedimentais para a resolução dessa tarefa, enquanto o primeiro é totalmente algorítmico, o segundo não parte de um pensamento e nem de um procedimento novo. Existe uma tarefa anterior a esta em que, para a sua solução, o estudante tem que realizar a associação entre a razão do perímetro das figuras planas e a constante de proporcionalidade

entre as medidas dos lados dos diagramas⁹². Assim, observa-se que, comparada à tarefa 17(a), a 18 exige do estudante mais do que somente a reprodução direta de uma regra e definições, mas, além disso, há a necessidade de se fazer uso de várias outras técnicas procedimentais.

A tarefa 19 (Quadro 10) foi classificada em um alto nível de demanda cognitiva, do tipo procedimentos com conexões. Embora ela tenha uma pergunta direta, ‘determine a medida do lado do quadrado AEDF da figura’, as informações do diagrama não estão postas de forma que os procedimentos necessários para sua solução possam ser feitos de modo automático e sem reflexões. Note que a pergunta é praticamente igual à da tarefa 17(a), entretanto, enquanto que nessa as informações do diagrama permitem uma aplicação direta do teorema fundamental da semelhança, aqui, na tarefa 19, isso não ocorre. Além de o estudante reconhecer que o diagrama da tarefa 19 satisfaz as condições do teorema fundamental da semelhança, resultando nas seguintes semelhanças de triângulos: $\triangle CAB \sim \triangle CED$ ou $\triangle BAC \sim \triangle BFD$, ele deverá recuperar o conceito sobre a medida dos lados de um quadrado. Assim, a partir disso, será necessário determinar a expressão matemática que condiz com a medida $\overline{CE}$ do triângulo $\triangle CED$ – medida complementar da medida $\overline{CA}$ –, ou com a medida $\overline{BF}$ do triângulo $\triangle BFD$ – medida complementar da medida $\overline{BA}$. Após estabelecer as relações necessárias e determinar qual semelhança de triângulos irá utilizar, o estudante deverá, então, estabelecer a proporcionalidade entre seus lados e resolver os cálculos.

Observe que, assim como nas tarefas anteriores, essa também compreende o teorema fundamental da semelhança e os procedimentos de proporcionalidade para determinar o que se pede. No entanto, o diagrama desta tarefa se diferencia das demais, visto que nele existem duas representações de polígonos – quadrado e triângulo –, e que, a partir delas, será necessário estabelecer as relações do teorema fundamental da semelhança e os procedimentos de proporcionalidade – compreender de que forma os lados do quadrado EAFD estão relacionados ao triângulo $\triangle CAB$. Assim, o estudante precisa expandir seu entendimento sobre a semelhança de triângulos e visualizar nesse novo diagrama as ideias conceituais que irão fundamentar os procedimentos de resolução da tarefa.

Por fim, a tarefa 21(a), apresentada no Quadro 10, é um exemplo de tarefa considerada de alta demanda cognitiva, do tipo fazendo matemática, que envolve o conteúdo de semelhança e triângulos retângulos. Solicitando ao estudante uma explicação do porquê de os triângulos $\triangle ABD$ e $\triangle CAD$ serem semelhantes, a natureza da pergunta já explicita um nível de complexidade da tarefa, pois ela exige um tipo de pensamento mais elaborado e não

⁹² Esta tarefa foi classificada em um nível de alta demanda cognitiva, do tipo procedimentos com conexões, visto que sua solução requer um nível de complexidade que ainda não foi trabalhado e/ou solicitado no/pelo livro.

algorítmico. A tarefa exige que o estudante retome conhecimentos sobre ângulos internos e complementares de um triângulo e, embasado neles, estabeleça as relações existentes entre os triângulos $\triangle ABD$ e $\triangle CAD$, como forma de evidenciar a semelhança entre eles. Assim, amparado pelo conceito de semelhança de triângulos e pelos processos e relações matemáticas sobre ângulos internos e complementares de um triângulo, o estudante poderá desenvolver uma solução bem-sucedida para esta tarefa, possibilitando a ele uma autonomia em seus próprios processos cognitivos na construção, expansão e aprofundamento do conteúdo trabalhado nessa seção.

Posta a apresentação das tarefas representativas de cada tipo de demanda cognitiva, a Tabela 7 exhibe as quantificações relativas a essa categoria de forma mais detalhada. A análise da Tabela 6 já evidenciou uma disparidade acentuada das frequências percentuais entre os níveis de demanda cognitiva baixo e alto (retomando os dados, 86,07% e 13,93%, respectivamente). Ao buscar compreender de que forma essas tarefas estão atribuídas em cada capítulo de cada volume (Tabela 7), observam-se algumas características. No alusivo às tarefas classificadas em um nível baixo de demanda cognitiva, é possível verificar que, dentre os 13 capítulos, cinco deles têm quantidades de tarefas equilibradas (Volume 1 – Cap. 11; Volume 2 – Cap. 3 e 8; Volume 3 – Cap. 2) ou iguais (Volume 1 – Cap. 12) entre seus dois tipos de demanda cognitiva – memorização e procedimentos sem conexão. O restante dos capítulos (8) apresenta uma desigualdade na distribuição das tarefas entre seus dois tipos de demanda. Contudo, existem capítulos (Volume 1 – Cap. 10; Volume 2 – Cap. 1, 7 e 9; Volume 3 – Cap. 4) em que suas desigualdades são mais acentuadas, chegando a resultar que um tipo de demanda cognitiva tem mais que o dobro de tarefas do que o de outra demanda de mesmo nível.

Concernente às tarefas classificadas em um nível alto de demanda cognitiva, também é possível fazer algumas observações pertinentes. Dentre os 13 capítulos, quatro deles (Volume 1 – Cap. 10, 11 e 12 e Volume 2 – Cap. 7) apresentam tarefas classificadas em seus dois tipos de demanda cognitiva – procedimentos com conexão e fazendo matemática. A distribuição destes dois tipos de demanda cognitiva entre estes quatro capítulos é desigual. Nos quatro capítulos, a quantidade de tarefas de demanda cognitiva do tipo procedimentos com conexão é mais que o dobro de tarefas do tipo fazendo matemática, entretanto, cabe ressaltar que, em dois desses capítulos (Volume 1 – Cap. 11 e Volume 2 – Cap. 7), a presença destes dois tipos de demanda é expressamente baixa. Já nos capítulos remanescentes (9), observa-se a ausência de tarefas do tipo fazendo matemática, o que, por consequência, já gera um cenário de desigualdade entre os dois tipos de demanda cognitiva desse nível. Assim, na comparação das

distribuições por capítulo entre estes dois tipos de demanda cognitiva, tem-se também a existência de uma partilha desigual entre eles.

Com relação à distribuição dos tipos de demanda cognitiva entre os capítulos, têm-se as seguintes constatações. Abarcando a maior porcentagem, 53,52% (581 das 1.335 tarefas), as tarefas de demanda cognitiva do tipo procedimentos sem conexão encontram-se distribuídas em todos os 13 capítulos da coleção, estando elas mais alocadas no Volume 3 (261 das 581 tarefas desse tipo). De forma geral, não se tem uma equiparidade de distribuição dessas tarefas, embora seja possível notar que, entre alguns capítulos, essa diferença é mínima (e.g., Volume 1 – Cap. 12 e Volume 2 – Cap. 1 e Cap. 3). Referente às tarefas de memorização, que englobam a segunda maior quantidade de tarefas, 42,55% (568 das 1.335 tarefas), o cenário é o mesmo. Tarefas desse tipo de demanda cognitiva estão dispostas em todos os capítulos da coleção, sendo que o Volume 2 contém uma maior concentração que os outros dois (261 das 568 tarefas desse tipo). Do mesmo modo, é possível notar que as quantidades de tarefas desse tipo entre os capítulos são desiguais, sendo que em alguns essa desigualdade é pequena (e.g., Volume 1 – Cap. 12 e Volume 2 – Cap. 4).

Compreendendo uma porcentagem consideravelmente baixa, 13,33% (178 das 1.335 tarefas), observa-se que as tarefas de demanda cognitiva do tipo procedimentos com conexões estão alocadas na coleção de forma desproporcional. Dentre os capítulos de cada volume, é possível notar, de modo geral, que as quantidades de tarefas desse tipo não estão postas em equilíbrio. No entanto, é possível observar que, entre alguns capítulos, a diferença da distribuição é quase mínima (Volume 2 – Cap. 1 e Cap. 7) ou nenhuma (Volume 2 – Cap. 2 e Cap. 3). Relativamente ao tipo fazendo matemática, que corresponde a uma ínfima quantidade de 0,6% (8 das 1.335 tarefas), observa-se que estas encontram-se presentes de forma concentrada no Volume 1 (7 tarefas) e distribuídas entre seus três capítulos (Cap. 10, 11 e 12). O Volume 2, livro que aglutina a maior quantidade de tarefas geométricas da coleção (554 das 1.335 tarefas), apresenta apenas uma única tarefa classificada neste tipo de demanda cognitiva (Cap. 7). Por fim, o Volume 3, que detém a segunda maior quantidade de tarefas geométricas da coleção (541 das 1.335 tarefas), não apresenta nenhuma tarefa classificada nesse tipo de demanda cognitiva. Na comparação das distribuições por capítulo entre estes dois tipos de demanda cognitiva, tem-se também a existência de uma partilha desigual entre eles.

Tabela 7 – Estratificação dos dados alusivos às referências de níveis de demanda cognitiva das tarefas nos capítulos de Geometria da coleção Matemática: Ciência e Aplicações.

Tabela 7 – Estratificação dos dados alusivos às referências de níveis de demanda cognitiva das tarefas nos capítulos de Geometria da coleção Matemática: Ciência e Aplicações.			Nível Baixo				Nível Alto				Total de tarefas por Cap.	
			Memorização		Procedimentos Sem Conexões		Procedimentos Com Conexões		Fazendo Matemática			
			<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%
Vol. 1	Cap. 10	Semelhança de triângulos	24	23,08	62	59,62	17	16,35	1	0,96	104	43,33
	Cap. 11	Trigonometria no triângulo retângulo	37	46,84	31	39,24	9	11,39	2	2,53	79	32,92
	Cap. 12	Área de figuras planas	19	33,33	19	33,33	15	26,32	4	7,02	57	23,75
	Total (volume)		80	33,33	112	46,67	41	17,08	7	2,92	240	100
Vol. 2	Cap. 1	A circunferência trigonométrica	34	6,14	15	2,71	4	0,72	0	0	53	9,57
	Cap. 2	Razões trigonométricas na circunferência	63	11,37	49	8,84	7	1,26	0	0	119	21,48
	Cap. 3	Trigonometria em triângulos quaisquer	21	3,79	18	3,25	7	1,26	0	0	46	8,30
	Cap. 7	Geometria espacial de posição	93	16,79	21	3,79	3	0,54	1	0,18	118	21,30
	Cap. 8	Poliedros	44	7,94	43	7,76	20	3,61	0	0	107	19,31
	Cap. 9	Corpos redondos	21	3,79	62	11,19	28	5,05	0	0	111	20,04
	Total (volume)		276	49,82	208	37,55	69	12,45	1	0,18	554	100
Vol. 3	Cap. 1	O ponto	56	10,35	35	6,47	10	1,85	0	0	101	18,67
	Cap. 2	A reta	91	16,82	96	17,74	32	5,91	0	0	219	40,48
	Cap. 3	A circunferência	48	8,87	76	14,05	20	3,70	0	0	144	26,62
	Cap. 4	As cônicas	17	3,14	54	9,98	6	1,11	0	0	77	14,23
	Total (volume)		212	39,19	261	48,24	68	12,57	0	0	541	100
TOTAL (coleção)			568	42,55	581	43,52	178	13,33	8	0,6	1.335	100

Fonte: Elaborada pela autora (2021).

A estratificação dos dados (Tabela 7) evidencia o seguinte cenário. Primeiro, como já destacado anteriormente, os dados revelam uma quantidade massiva de tarefas de baixo nível de demanda cognitiva, em detrimento de tarefas de alto nível de demanda cognitiva. Em segundo, eles revelam a escassez de tarefas altamente desafiadoras na coleção – do tipo fazendo matemática –, no âmbito da Geometria, e a não contemplação, por parte dos autores dos livros, de ofertar tarefas deste tipo nos capítulos destinados ao estudo da Geometria Analítica (Volume 3); da Geometria Plana (Volume 2), nos capítulos A Circunferência Trigonométrica, Razões Trigonométricas na Circunferência e em Trigonometria em Triângulos Quaisquer; e da Geometria Espacial (Volume 2).

Esse cenário apresenta, de forma clara, qual o nível de demanda cognitiva privilegiado pelos autores e, conseqüentemente, quais os tipos de demanda mais contemplados na coleção – aqueles que requerem a memorização e aplicação direta de regras, fórmulas, fatos básicos e procedimentos sem conexões subjacentes ao conteúdo estudado. Assim, diante do exposto, ao levar em consideração a importância da pluralidade de oportunidades de tarefas cognitivamente diferentes (alta e baixa), ao longo do processo de aprendizagem, observa-se que, munido das tarefas analisadas, não se tem a diversidade de demandas cognitivas desejáveis (STEIN; SMITH, 1998) e, em termos de *Opportunity-to-Learn*, esse cenário acaba não sendo interessante para o trabalho com os estudantes, visto que tais tarefas não ofertam um trabalho possível de abranger, de forma diversificada, os diferentes níveis de demandas cognitivas. Tal cenário vai contra a concepção de Walkowiak, Pinter e Berry (2017) alusiva ao *Opportunity-to-Learn*, enquanto demanda cognitiva das tarefas.

6.2.2.1 Os dados: a (inter-)relação entre o Livro Didático e a demanda cognitiva

Analisando os dados sob uma perspectiva de distribuição, buscou-se compreender de que forma as tarefas, em termos da demanda cognitiva, estão organizadas em cada capítulo. Na seção do livro destinada às Orientações Didáticas, na subseção intitulada Comentários Gerais, há um tópico destinado à apresentação da Estrutura da Coleção, no qual pode ser observado, de forma sintetizada, o posicionamento dos autores e a organização adotada referente aos exemplos, exercícios resolvidos, exercícios e desafios⁹³. Conforme o livro descreve:

⁹³ O leitor encontrará nesse trecho termos como: exercícios, situações-problemas, problemas e desafio. O livro não apresenta de forma clara o entendimento adotado para cada um desses termos. Embora não seja o foco de

Exemplos, exercícios resolvidos e exercícios

Todos os capítulos da coleção apresentam séries de exercícios intercaladas ao texto. Em geral, cada série é precedida de exemplos e exercícios resolvidos. **Os exercícios estão organizados em ordem crescente de dificuldade**, iniciando, sempre que julgamos conveniente, por alguns de reconhecimento ou de aplicação direta de conceitos, sem, contudo, explorar caminhos artificiais ou excessivamente algébricos e tampouco limitar-se a eles. De modo geral, são exercícios que envolvem relações mais simples.

Intercaladas a esses exercícios, propomos situações-problema com contextos cotidianos, aos quais o estudante possa aplicar e relacionar os conceitos construídos para a resolução desses problemas.

Os exercícios finais da série geralmente requerem leitura e interpretação mais cuidadosas do enunciado por parte dos estudantes, na busca por soluções mais elaboradas para os problemas propostos.

Desafios

Todos os capítulos desta coleção são encerrados com um desafio. Em geral, são problemas que podem envolver conceitos de outros capítulos, inclusive de outros volumes.

Nossa intenção, ao propor esses desafios, é proporcionar aos estudantes mais uma oportunidade de vivenciar e aperfeiçoar a resolução de problemas, **colocando-os em situações de atividades investigativas e motivando-os na busca de estratégias e procedimentos diversos de resolução** (IEZZI et al., 2017a, p. 298, grifos nossos)⁹⁴.

No alusivo ao que os autores discorrem sobre os exercícios, os quais nesta pesquisa são tratados como tarefas, é possível compreender que as tarefas iniciais são aquelas que envolvem procedimentos mais simples, sendo elas de reconhecimento ou de aplicações diretas de conceitos – justapondo esse entendimento ao aporte teórico sobre a demanda cognitiva (STEIN; SMITH, 1998), suponha-se que aqui se têm tarefas consideradas de baixo nível de demanda cognitiva, particularmente mais direcionadas ao tipo memorização. De forma igual, pode-se entender, pela citação, que as tarefas em finais de seção acabam sendo mais elaboradas – mas, neste caso, o que é referenciado na citação não subsidia estabelecer uma possível correspondência desse ‘nível mais elaborado’ com os níveis e tipos de demanda cognitiva utilizados como referência, aludindo-se aqui ao nível baixo do tipo procedimentos sem conexões ou ao nível alto em seus dois tipos de demanda cognitiva.

Concernente aos desafios, que nesta pesquisa também são tratados como tarefas, entende-se que os autores os consideram como mais uma e última oportunidade dos estudantes de desenvolverem os conteúdos estudados no capítulo, visto que eles o encerram. Pela citação, verifica-se que nada é explicitamente mencionado sobre o ‘nível de dificuldade’

discussão desta pesquisa, chama-se atenção para a utilização dos termos de forma confusa, pois entende-se que em alguns momentos estes são usados como sinônimos, mas em outros não.

⁹⁴ Citação igualmente encontrada nos outros dois livros da coleção.

destes. No entanto, os autores indicam que os desafios podem compreender diversos outros conceitos estudados anteriormente, e que esses são estruturados de forma a mobilizar no estudante a busca por diversas estratégias e procedimentos de resolução. Investigando uma sobreposição entre as características que configuram os desafios e os níveis de demanda cognitiva aportados na teoria, conclui-se que não se pode fazer uma correspondência de forma direta. As características postas pelos autores podem abarcar tarefas tanto com nível baixo de demanda cognitiva, do tipo procedimentos sem conexão, quanto de alta demanda cognitiva, do tipo procedimentos com conexões ou fazendo matemática.

Em alguns momentos, é possível encontrar mencionadas nos livros as expressões: ‘grau de dificuldade’, ‘elevado grau de dificuldade’ e ‘grau elevado de dificuldade’, mas em nenhum momento se tem uma explicação explícita do entendimento dos autores sobre a noção/definição do que vem a ser esse grau de dificuldade e nem o que leva uma tarefa a ter um elevado grau de dificuldade. Postos tais apontamentos, nota-se que, de forma muito sucinta, os autores mencionam que as tarefas se encontram em uma organização dita ‘disposta em ordem crescente de dificuldade’. Entretanto, conforme a classificação realizada nesta pesquisa, à luz do referencial teórico relativo à demanda cognitiva (STEIN; SMITH, 1998) e aos seus níveis e tipos de demanda (Quadro 8), essa organização pode ser observada em apenas algumas das séries de tarefas de cada volume analisado da coleção (Tabela 8).

Tabela 8 – Frequências relativas à sobreposição dos dados com a proposta indicada pelos autores.

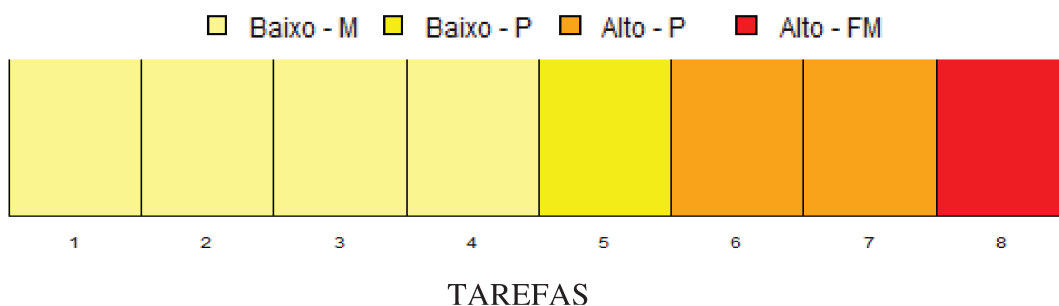
	Condiz		Não condiz						Total	
			Aproxima		Constante		Diverge			
	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%
Volume 1	6	42,86	5	35,71	0	0	3	21,43	14	100
Volume 2	13	38,24	6	17,65	2	5,88	13	38,24	34	100
Volume 3	8	27,59	11	37,93	2	6,90	8	27,59	29	100
Total (coleção)	27	35,06	22	28,57	4	5,19	24	31,17	77	100

Fonte: Elaborada pela autora (2021).

Ao verificar a distribuição da demanda cognitiva em cada série dos volumes (Tabela 8), foi possível evidenciar que, das 77 séries (100%) de tarefas apresentadas em todos os capítulos analisados, apenas 27 delas (35,06%) condizem com a afirmação feita pelos autores na seção Orientações Didáticas, ou seja, as tarefas estão dispostas em ordem crescente de demanda cognitiva – de uma menor para uma maior demanda cognitiva (e.g., Gráfico 1). No exemplo apresentado (Gráfico 1), observa-se que os dois níveis de demanda cognitiva se

fazem presentes de forma sequencial, da baixa demanda para a alta demanda cognitiva, perpassando nesta sequência os tipos: memorização; procedimentos sem conexões; procedimentos com conexões e fazendo matemática.

Gráfico 1 – Distribuição de demanda cognitiva na série 1 do Capítulo 7 do Volume 2⁹⁵.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O restante das séries, que é a maioria, 50 (64,94%), pôde ser agrupado entre:

- aquelas que se mantêm no mesmo tipo de demanda cognitiva (4 séries – 5,19%);
- aquelas que se aproximam da organização mencionada pelos autores do livro (22 séries – 28,57%);
- aquelas que divergem da organização citada pelos autores do livro (24 séries – 31,17%).

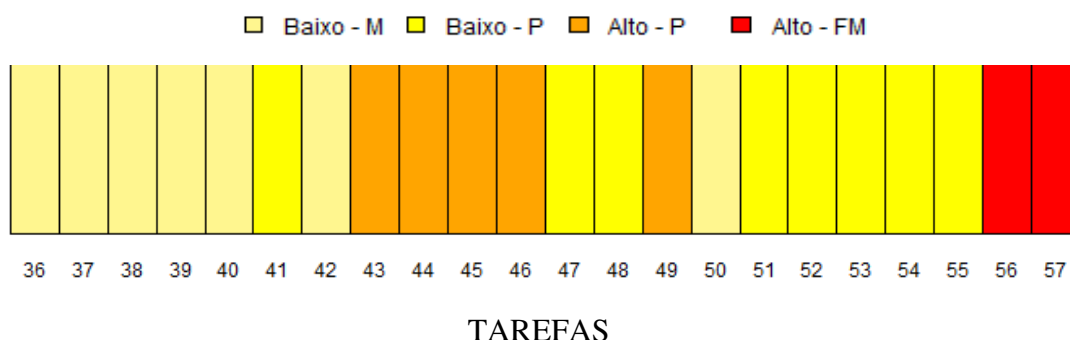
Esses agrupamentos se pautam nos resultados da análise das distribuições de demanda cognitiva em cada uma das séries de tarefas. Essa análise mostra que a disposição das tarefas em suas séries de forma geral não corresponde à expectativa que se cria ao ler o que os autores apresentam nas orientações didáticas, pois a ‘linha crescente de dificuldade’ mencionada não foi observada. Assim, em alguns casos estas foram consideradas situações em que a distribuição mostrava-se ser próxima da mencionada pelos autores do livro (e.g., Gráfico 2), mas, em outros, a organização sinalizou uma divergência do esperado (e.g., Gráfico 3).

Na distribuição apresentada pelo Gráfico 2, é possível observar que os quatro tipos de demanda cognitiva se fazem presentes nessa série de tarefas. Embora as tarefas iniciais dessa série compreendam um nível de demanda cognitiva baixa, do tipo memorização (Baixo – M), e as tarefas finais sejam de um nível mais alto de demanda cognitiva, do tipo fazendo

⁹⁵ Apenas para a identificação gráfica – legenda –, foi usada a seguinte nomenclatura: nível baixo do tipo memorização (Baixo – M); nível baixo do tipo procedimentos sem conexão (Baixo – P); nível alto do tipo procedimentos com conexão (Alto – P); nível alto do tipo fazendo matemática (Alto – FM).

matemática (Alto – FM), verifica-se que a crescente de demanda cognitiva ao longo das 22 tarefas dessa série não é sequencial, visto que primeiro existe um bloco de tarefas (43 a 46) de nível maior de demanda cognitiva (Alto – P) e, logo após, aparece um bloco de tarefas (50 a 55) consideradas de baixa demanda (Baixo – P).

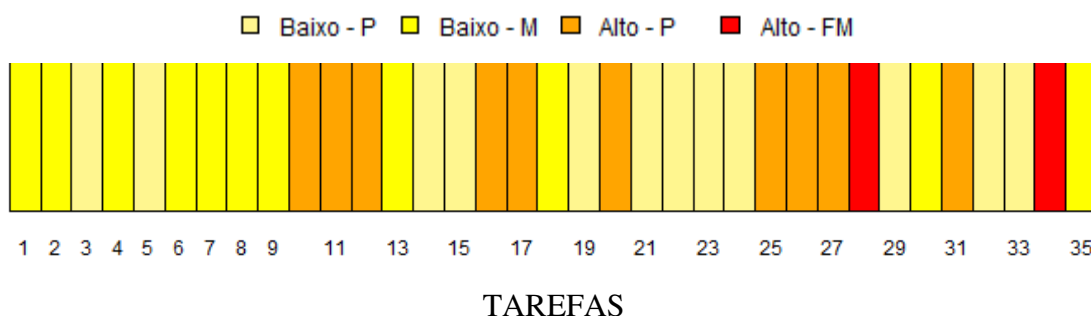
Gráfico 2 – Distribuição de demanda cognitiva na série 2 do Capítulo 11 do Volume 1.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Em relação à organização posta pelo Gráfico 3, também se observa que os quatro tipos de demanda cognitiva estão presentificados nesta série de tarefas. Entretanto, nesse caso, a ordem pela qual eles estão dispostos não segue uma sequência. Nota-se a existência de uma alternância entre os quatro tipos de demanda cognitiva e, além disso, uma concentração de tarefas de baixa demanda cognitiva, do tipo memorização (Baixo – M), da metade para o final da série.

Gráfico 3 – Distribuição de demanda cognitiva da série 1 do Capítulo 11 do Volume 1.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

A alternância mencionada acima pode ser observada nos dois exemplos apresentados (Gráfico 2 e Gráfico 3). Entende-se que essa intercalação, quando bem posicionada, se faz presente ao longo de cada série para que o ‘nível de dificuldade’ das tarefas pudesse ocorrer de forma mais fluida, sem uma mudança abrupta entre os tipos de demanda que se seguem, ou

até mesmo entre tipos de demanda extremos, como, por exemplo, de um nível baixo do tipo memorização para um nível alto do tipo fazendo matemática. Assim, quando tal alternância contribui para uma crescente de demanda cognitiva mais branda, ela se faz interessante (Gráfico 2). Porém, quando ela aparece de forma ‘aleatória e excessiva’, ela acaba por ‘quebrar’ a continuidade da crescente de dificuldade, fazendo com que as tarefas não sigam um padrão crescente de nível e tipo de demanda cognitiva (Gráfico 3).

Contrapondo os resultados da análise da distribuição da demanda cognitiva das tarefas em cada série com o aportado na teoria, verifica-se que tais resultados divergem do que Stein e Lane (1996) discutem sobre o trabalho priorizado com as tarefas de alta demanda cognitiva. Os autores mencionam que tarefas cognitivamente desafiadoras deveriam ser tratadas no início do trabalho com os estudantes. Assim, considerando a linearidade do trabalho apresentado pelos capítulos do Livro Didático, a distribuição da demanda cognitiva em cada série de tarefas analisadas evidenciou que tarefas de alto nível não se encontram no início das séries. Esse resultado vai na contramão do que Stein e Lane (1996) propõem.

Ainda, a partir dos dados sobre a distribuição das demandas cognitivas das tarefas em cada série, pode-se também evidenciar algumas informações decorrentes de suas análises:

- 61 séries de tarefas (79,22%) compreendem os dois níveis de demanda cognitiva – baixa e alta;
- 15 séries de tarefas (19,48%) correspondem apenas ao nível baixo de demanda cognitiva – do tipo memorização e/ou procedimentos sem conexão;
- 1 série de tarefas⁹⁶ (1,3%) contempla apenas o nível alto de demanda cognitiva – do tipo procedimentos com conexão;

Diante dessas análises, verifica-se que aproximadamente 80% das séries de tarefas contemplam os dois níveis de demanda cognitiva – baixa e alta. Isso significa que essas séries ofertam ao estudante tarefas relacionadas a objetivos matemáticos distintos, variando entre aquelas que tomam atenção aos conhecimentos aprendidos anteriormente, assim como definições, regras e fórmulas – nível baixo de demanda cognitiva –, e aquelas que buscam desenvolver de forma mais profunda a compreensão dos procedimentos, conceitos e resultados matemáticos – nível alto de demanda cognitiva (APPLEBAUM; LEIKIN, 2014; BENÍTEZ, 2016). Logo, verifica-se que tais séries de tarefas oportunizam ao estudante desenvolver diferentes tipos de pensamento diferentes sobre um mesmo assunto e/ou conceito trabalhado nas seções do capítulo que antecedem a elas (SILVER; STEIN, 1996;

⁹⁶ Este é o único caso em que uma série é composta por uma única tarefa.

HENNINGSEN; STEIN, 1997; SMITH; STEIN, 1998; SMITH et al., 2004; CARRILLO; CONTRERAS; ZAKARYAN, 2013).

As seções remanescentes, embora correspondam a uma quantidade menor, em torno de 20%, evidenciam uma situação que merece atenção. Estas são aquelas que detêm tarefas em apenas um único nível de demanda cognitiva. Em sua maioria (15 séries, das 16), elas compreendem apenas o nível baixo de demanda, sendo que 12 dessas séries tratam dos dois tipos de demanda cognitiva desse nível – memorização e procedimentos sem conexões –, e 3 delas tratam de apenas um único tipo de demanda – memorização (1 série de tarefas) ou procedimentos sem conexões (2 séries de tarefas).

Embora as Tabelas 6 e 7 tenham contribuído para compreender de que modo os níveis e tipos de demanda cognitiva estão contemplados em cada capítulo de cada volume, a análise da distribuição da demanda cognitiva em cada série de tarefas se fez enriquecedora, na medida em que ela possibilitou apreender de que maneira as tarefas estavam dispostas em cada série, em termos de demanda cognitiva, e, além disso, indicar quais séries se restringem a apenas um único tipo de demanda.

Relativamente à demanda cognitiva das tarefas postas pelo Livro Didático como desafios, os dados exibiram que, de 23 tarefas nessa posição:

- 12 delas (52,17%) foram classificadas em baixa demanda cognitiva, do tipo procedimentos sem conexões;
- 8 delas (34,78%) foram classificadas em alta demanda cognitiva, do tipo procedimentos com conexões;
- 3 delas (13,04%) foram classificadas em alta demanda cognitiva, do tipo fazendo matemática.

Esses resultados de análises corroboram a suposição realizada pela pesquisadora sobre as possibilidades de demanda cognitiva que tais tipos de tarefas poderiam ofertar conforme a citação apresentada pelo livro. As características postas pelos autores para esse tipo de tarefa não dão suporte para compreender, de forma mais direta, o ‘grau de dificuldade’ que eles atribuem a esse tipo de tarefa. No entanto, essas análises revelaram que um pouco mais da metade das tarefas postas pelo livro como desafios são de baixa demanda cognitiva e, além disso, que, do total de 8 (0,6%) tarefas de alto nível de demanda cognitiva, do tipo fazendo matemática (Tabela 7), 3 delas encontram-se nos finais do capítulo, postas como desafios.

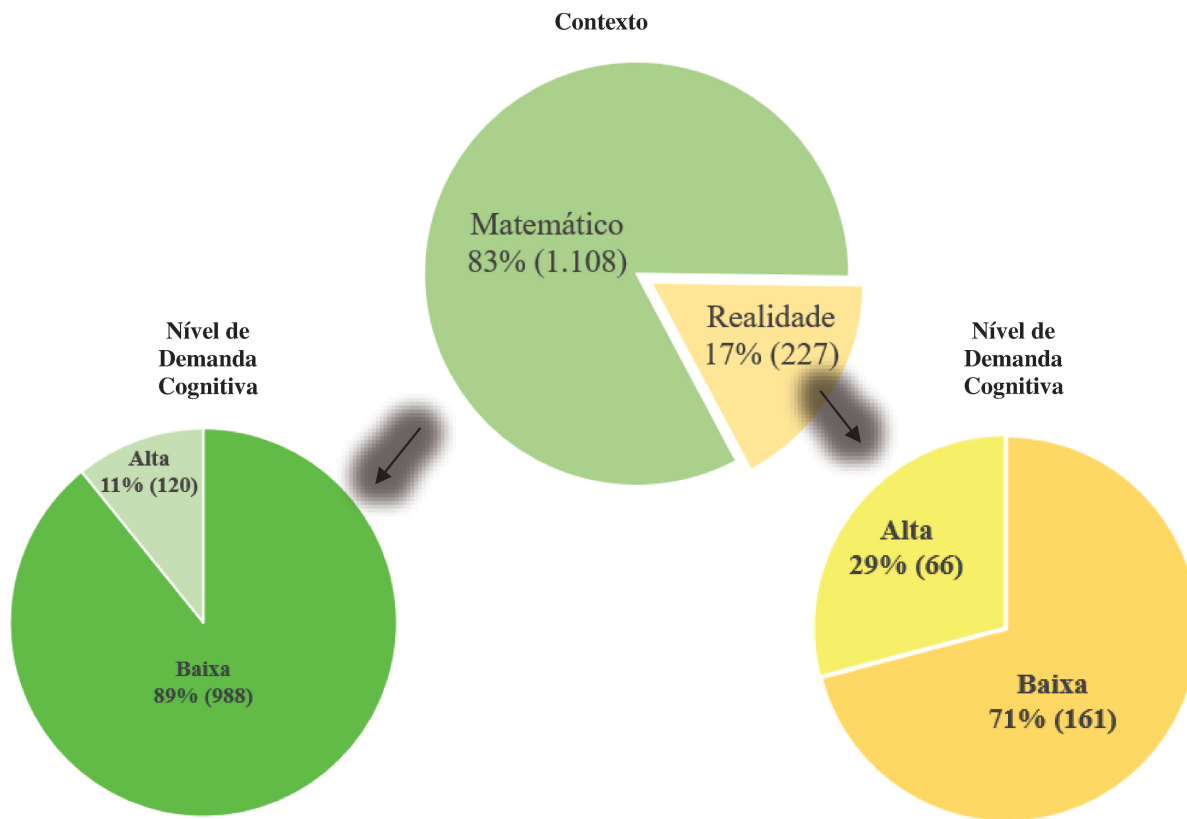
6.2.3 Os dados: a (inter-)relação entre o contexto e a demanda cognitiva

No que tange aos contextos, na particularidade de realidade (real ou semirreal), algumas pesquisas trazem reflexões sobre a relação da acessibilidade da tarefa atrelada à sua dificuldade (DEKKER; QUERELLE, 2002; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005). Essa reflexão recai na ideia de que, ao passo que tarefas em contextos da realidade podem tornar-se mais compreensíveis pelos estudantes (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005), elas também podem fazer-se mais difíceis em seu processo de solução (DEKKER; QUERELLE, 2002). Nesse sentido, ponderam-se questionamentos sobre se contextos da realidade tornam uma tarefa “mais fácil ou mais difícil para os estudantes” (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005, p. 2, tradução nossa).

Relativamente à demanda cognitiva, Jackson et al. (2013) mencionam que tarefas cognitivamente mais desafiadoras estão associadas a contextos frequentemente mais densos, sejam eles no que diz respeito ao tipo de contexto (puramente matemático ou da realidade) e/ou alusivo ao conceito e aos procedimentos matemáticos tratados. Segundo os autores, estes contextos podem estar envoltos por enunciados extensos “sobre uma série de características contextuais, que podem ou não ser críticas para resolver a tarefa” (JACKSON et al., 2013, p. 656, tradução nossa).

Diante de tais apontamentos, percebe-se que a literatura tenciona estabelecer uma relação de forma mais implicativa entre contextos da realidade e alta demanda cognitiva. Por conta disso, buscou-se entrelaçar as duas frentes de análise – contextualização e demanda cognitiva –, com o intuito de, a partir dessa sobreposição, compreender a existência dessa possível relação. O Gráfico 4 apresenta os resultados quantitativos desse cruzamento.

Gráfico 4 – Distribuição da sobreposição entre os contextos e os níveis de demanda cognitiva das tarefas analisadas.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

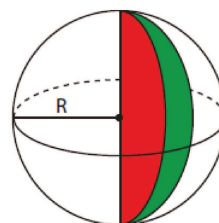
Ao explorar esses resultados (Gráfico 4), verifica-se que a demanda cognitiva de nível baixo predomina nos dois tipos de contexto, tanto o puramente matemático, quanto o da realidade. Esse cenário possibilita observar indícios de que, para esses dados, não se pode estabelecer uma implicação direta para uma ideia de que tarefas classificadas em contextos das realidades acarretem tarefas de alta demanda cognitiva. A tarefa abaixo (Figura 34) é um exemplo de que essa relação não acontece.

Figura 34 – Tarefa em contexto da realidade e classificada como de baixo nível de demanda cognitiva.

79 (Vunesp-SP) Uma quitanda vende fatias de melancia embaladas em plástico transparente.

Uma melancia com forma esférica de raio de medida R cm foi cortada em 12 fatias iguais, e cada fatia tem a forma de uma cunha esférica, como representado na figura. Sabendo-se que a área de uma superfície esférica de raio R cm é $4\pi R^2$ cm², determine, em função de π e de R :

a) a área da casca de cada fatia da melancia (fuso esférico);



Fonte: Iezzi et al. (2017b, p. 223).

Todavia, a análise proporcional entre os dois níveis de demanda para com os tipos de contexto revela um dado interessante. Enquanto que no contexto matemático se tem uma relação proporcional aproximada de 9 para 1, isto é, a cada 9 tarefas classificadas em baixo nível de demanda cognitiva, tem-se 1 considerada de alto nível, no contexto da realidade essa relação é mais equilibrada, sendo ela posta aproximadamente de 3 para 1, ou seja, a cada 3 tarefas de baixo nível de demanda cognitiva, tem-se 1 considerada de alto nível.

Nessa direção, ao tomar atenção aos dados cruzados alusivos ao tipo de demanda cognitiva (Tabela 9), observa-se que, embora o nível predominante no contexto da realidade seja baixo, concentrado na demanda do tipo procedimentos sem conexões, essa situação não acontece no contexto puramente matemático, visto que a frequência entre os dois tipos de baixa demanda cognitiva está quase nivelada. Este cenário, combinado a uma proporcionalidade mais equiparada (2 para 1), promove reflexões acerca de uma possível tendência de tarefas em contexto da realidade serem mais propícias para uma demanda cognitiva maior do que a do tipo memorização.

Tabela 9 – Frequências relativas à sobreposição dos dados de ambas as categorias de análise.

Contexto	n	%	Nível de Demanda Cognitiva	n	%	Tipo de Demanda Cognitiva	n	%
Matemático	1.108	83	Baixo	988	89,17	Memorização	524	47,29
						Procedimentos sem conexões	464	41,88
			Alto	120	10,83	Procedimentos com conexões	116	10,47
						Fazendo matemática	4	0,36
Realidade	227	17	Baixo	161	70,93	Memorização	44	19,38
						Procedimentos sem conexões	117	51,54
			Alto	66	29,07	Procedimentos com conexões	62	27,31
						Fazendo matemática	4	1,76
Total	1.335	100						

Fonte: Elaborada pela autora (2021).

Diante dos dados aqui expostos, compreende-se que a relação entre o contexto e a demanda cognitiva está intrinsicamente relacionada à natureza da pergunta posta pela tarefa. Na particularidade de tarefas em contextos da realidade, compreende-se que elas podem

tornar-se mais difíceis para os estudantes (DEKKER; QUERELLE, 2002), ao passo que é plausível considerar que elas requerem uma interpretação que perpassa a correspondência entre o contexto do enunciado e o conceito matemático tratado. Elas ainda podem conter enunciados extensos com informações precisas ou excessivas ao que se é solicitado e/ou, ainda, depender de representações desenvolvidas pelo estudante, a fim de retratar a situação posta e compreender de forma mais clara o enunciado da tarefa.

Defronte dessas características, é ponderável supor que tarefas nesse tipo de contexto requerem uma maior demanda cognitiva, entretanto, se a sua questão estiver direcionada a um conceito memorizado ou limitado a alguns procedimentos estudados anteriormente, mesmo que o contexto esteja referenciado sob uma realidade, a questão na tarefa declina sua possível demanda alta, visto que o estudante pode simplesmente ignorar o seu enunciado e solucionar de forma pragmática o que se pede. Esta situação caracteriza de forma muito explícita que o contexto da realidade serviu apenas para camuflar o problema matemático (DE LANGE, 1999).

Portanto, embora a análise da Tabela 9 propicie estabelecer algumas relações entre tarefas em contexto da realidade e uma demanda cognitiva maior que a do tipo memorização, elas não são concludentes. Essa análise proporcionou tomar atenção à discussão sobre a natureza da pergunta da tarefa. Como aportado na teoria, a demanda cognitiva faz referência aos processos de pensamento que um estudante precisa mobilizar para desenvolver a solução de uma tarefa atribuída (DOYLE, 1988; SEARS; CHÁVEZ, 2014; STEIN; LANE, 1996). Contudo, esses processos de pensamento necessários encontram-se diretamente ligados à natureza do que se é solicitado na tarefa. Questões limitadas a encontrar soluções por meio de regras e fórmulas delimitam processos de raciocínio em baixa demanda cognitiva. Questões mais complexas, que exigem do estudante estabelecer relações entre o que se pede e o que foi estudado, ou, ainda, abertas a explicações, justificativas ou demonstrações sobre determinada situação matemática, demandam do estudante processos de raciocínio de alta demanda cognitiva.

Além disso, relacionada à natureza da pergunta da tarefa, mas não restrita a apenas ela, tem-se uma reflexão sobre a pertinência da contextualização de um conhecimento matemático à realidade. Como já aportado na teoria, a inserção de um contexto na realidade não deve ser tida como algo simplista e útil para somente dar conta de alguma aproximação descompassada de uma situação do cotidiano do (seu) mundo (FERREIRA; BURIASCO, 2015; SILVEIRA; MEIRA; FEIO, 2014). Quando essa postura é tomada, as tarefas podem acabar assumindo contextos que abordam situações superficiais (FERNANDES, 2006). Desse modo, o contexto

que envolve a pergunta dessas tarefas acaba causando, na maioria das vezes, inquietações e estranhezas. De forma a exemplificar essa discussão, dentre as tarefas apresentadas neste trabalho, destacam-se as da Figura 24 e da Figura 34. Embora o contexto da barraca de lona para acampar (Figura 24) e das fatias de melancia vendidas na quitanda (Figura 34) possam ser considerados como um contexto da realidade, as perguntas que seguem desse contexto mencionam situações muito fora de um possível cotidiano. Mesmo que se considere que, para alguém, determinar o cálculo do volume da barraca de ar (Figura 24) ou ainda a área da casca de cada fatia de melancia (Figura 34) seja plausível e do (seu) mundo, de forma geral elas expressam aproximações descompassadas de um possível cotidiano, como é mencionado na literatura.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta seção é destinada ao encaminhamento deste trabalho. Nela, o leitor encontrará uma breve síntese da pesquisa, na qual alguns pontos relevantes da mesma serão retomados. Na sequência, os resultados obtidos e as reflexões em relação a eles serão apresentados, assim como uma discussão sobre as aproximações dos resultados com outras pesquisas. Por último, a tese será concluída com algumas ideias para pesquisas futuras.

Síntese da pesquisa

Esta pesquisa objetivou analisar os contextos e os níveis de demanda cognitiva das tarefas presentes em Livros Didáticos de Matemática, no âmbito da Geometria. Por meio deste estudo, buscou-se obter informações sobre as frequências e distribuições destas duas temáticas ao longo dos capítulos de Geometria dos Livros Didáticos e, de forma associada, entender quais as possíveis relações e influências entre os contextos e os níveis de demanda cognitiva das tarefas. Com o propósito de alcançar esse objetivo, a pergunta diretriz que norteou este trabalho foi:

De que forma os contextos e as demandas cognitivas encontram-se presentificados nas tarefas de Geometria em Livros Didáticos de Matemática, sob a ótica do *Opportunity-to-Learn*?

Na pretensão de responder à pergunta diretriz e, em consequência, alcançar o objetivo da pesquisa, foi selecionada para a análise a coleção de Livros Didáticos mais distribuída no país, no respectivo ano de sua aprovação pelo PNLD. O reconhecimento dos livros por meio de uma análise horizontal resultou na evidência de 1.335 tarefas distribuídas entre 13 capítulos destinados à Geometria, dentre os três volumes da coleção. Após essa averiguação, houve a constituição das frentes de análise vertical, a saber, contextualização e níveis de demanda cognitiva, e suas respectivas classes.

Então, com os aportes teóricos sobre as distintas referências de contextos e dos níveis de demanda cognitiva estruturados, deu-se início à resolução das 1.335 tarefas presentes nos capítulos de Geometria e, conjuntamente a elas, suas classificações relativas ao tipo de contexto – puramente matemático, realidade (real ou semirreal) ou artificial – e ao nível de

demanda cognitiva – baixo (memorização ou procedimentos sem conexão) ou alto (procedimentos com conexões ou fazendo matemática).

Finalizado esse processo, todas as classificações das tarefas, que se constituem dados desta pesquisa, foram organizadas em planilhas eletrônicas, e por meio delas realizaram-se suas tabulações. Somente após concluída essa etapa de organização e quantificação é que se iniciou o processo de análise qualitativa dos dados, o qual foi inteiramente fundamentado nos referenciais teóricos apresentados no capítulo 4. De forma a permear as discussões dos dados, complementando suas análises, a concepção de *Opportunity-to-Learn* foi contemplada. Na sequência, o leitor encontrará algumas reflexões relativas aos resultados desta investigação, assim como uma discussão sobre inquietações e problematizações para pesquisas futuras.

Refletindo sobre os resultados da pesquisa

A discussão sobre a relação entre o ensino e a aprendizagem por meio das tarefas não é nova. Por alto, Stein e Lane (1996), por exemplo, vinculam as tarefas com os resultados de aprendizagem dos estudantes. De forma geral, fundamentado no referencial teórico desta pesquisa, entende-se que analisar tarefas permite: (1) compreender as oportunidades ofertadas aos estudantes quanto ao trabalho matemático; (2) evidenciar a professores e a pesquisadores de que forma este material está constituído, e (3) refletir sobre como se pode melhorar as oportunidades que são ofertadas aos estudantes. Além disso, os resultados dessa análise podem lançar ideias sobre as posturas dos autores e editoras em relação a uma determinada característica das tarefas analisadas.

Dentre as possíveis características das tarefas passíveis de estudo, destacam-se as distintas referências de contextos e os diferentes tipos de demanda cognitiva. O trabalho diverso com os estudantes acerca dessas duas características é mencionado por uma ampla literatura (e.g., DE LANGE, 1995; STEIN; SMITH, 1998; DEKKER; QUERELLE, 2002; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005; CARRILLO; CONTRERAS; ZAKARYAN, 2013; JACKSON et al., 2013; WIJAYA; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DOORMAN, 2015).

Relativamente à contextualização das tarefas, ressalte-se que aquelas que dizem respeito ao mundo real apresentam oportunidades de envolverem os estudantes em ideias sobre as possíveis situações em que os conceitos da Matemática são aplicados e, além disso, possibilitam ao estudante compreender o papel da Matemática nos diversos processos de solução (DE LANGE, 1999; CARRILLO; CONTRERAS; ZAKARYAN, 2013). Concernente

às demandas cognitivas das tarefas, tem-se evidências de que melhores resultados de aprendizagem dos estudantes encontram-se relacionados à utilização de tarefas de alta demanda cognitiva (STEIN; LANE, 1996). Tarefas neste nível oportunizam aos estudantes se envolverem em outras formas de pensamentos, do que apenas aqueles algorítmicos, associados ao desenvolvimento de um raciocínio matemático pautado nas justificações, argumentações e demonstrações matemáticas. Assim, diante disso e considerando o Livro Didático de Matemática como um currículo potencialmente revelado (TÖRNROOS, 2005), compreende-se que a análise das tarefas postas nesses materiais, no âmbito da Geometria, fornece informações sobre o *Opportunity-to-Learn* ofertado pela coleção selecionada, quanto à sua contextualização e aos seus níveis de demanda cognitiva.

Posto isto, após a análise das 1.335 tarefas presentificadas nos capítulos de Geometria dos livros selecionados, verificou-se, com relação à contextualização, que estas compreendiam 83% (1.108) em contexto puramente matemático e apenas o restante, 17% (227), encontrava-se em contextos da realidade. Estas últimas ainda se distribuíam entre as de contextos da semirrealidade razoável, 16,11% (215), contextos semirreais não razoáveis, 0,67% (9), e contextos reais, 0,22% (3). No alusivo à demanda cognitiva, as análises evidenciaram que a grande parcela das tarefas envolve níveis baixos de demanda cognitiva, 86,07% (1.149), em detrimento daquelas de alta demanda cognitiva, 13,93% (186). Além disso, também se verificou que somente 35,06% (27) das séries de tarefas coincidem com a afirmação feita pelos autores sobre a disposição em ordem crescente de demanda cognitiva e, na sobreposição dos dados, verificou-se uma possível correspondência entre tarefas em contexto da realidade e tarefas de uma demanda cognitiva maior do que a do tipo memorização.

De modo geral, constata-se que, no que diz respeito aos capítulos de Geometria, tanto as distintas referências de contextos, quanto os diferentes níveis de demanda cognitiva foram contemplados em suas tarefas. Entretanto, a diversidade entre os contextos e entre as demandas cognitivas não foi observada, como sugere a literatura. A carência de tarefas baseadas em contexto real com a limitada quantidade de tarefas altamente desafiadoras (nível mais alto de demanda cognitiva) limita o *Opportunity-to-Learn* ofertado aos estudantes. Assim, estes dados levam a considerar esta coleção como um currículo potencialmente revelado desvalido de *Opportunity-to-Learn*.

Diante desse cenário, algumas reflexões se fazem pertinentes na medida em que já se tem a compreensão sobre as oportunidades ofertadas aos estudantes quanto às características das tarefas analisadas. Os dados permitem tecer considerações sobre a necessidade dos

professores de se tomar atenção às tarefas presentificadas nos capítulos de Geometria, desta coleção em específico. Por exemplo, caso o professor utilize os Livros Didáticos aqui selecionados para o trabalho com a Geometria, espera-se que ele, em seu planejamento, selecione tarefas a serem implementadas pelos estudantes de modo consciente e diverso, dando prioridade àquelas envoltas por contextos reais e de alta demanda cognitiva.

Em relação à contextualização, o professor necessita ter consciência das distintas referências de contexto, compreendendo a diferença entre os contextos semirreais razoáveis e os reais, assim como ter cautela ao trabalhar com aquelas em que os contextos são semirreais não razoáveis. Referente às demandas cognitivas, o professor também deve ter atenção para não escolher, de modo aleatório, apenas tarefas de um mesmo nível de demanda cognitiva, ou, ainda, considerar que, ao longo das tarefas, seus níveis de demanda cognitiva encontram-se ordenados de forma crescente.

Como mencionado, durante o trabalho com as tarefas, suas demandas cognitivas podem não permanecer as mesmas ao longo do processo educativo, isto é, elas podem sofrer declínios conforme o planejamento e execução do professor, assim como a implementação pelo estudante (DOYLE, 1988; STEIN; LANE, 1996; STEIN; SMITH, 1998), portanto, faz-se pertinente que o professor inicie o trabalho com os estudantes com tarefas cognitivamente desafiadoras, visto que estas, de acordo com as pesquisas, têm maior relação com a aprendizagem dos estudantes.

Outro ponto de reflexão diz respeito às avaliações que mensuram a aprendizagem dos estudantes. Segundo Walkowiak et al. (2017, p. 7, tradução nossa), os resultados dos testes avaliativos “precisam ser interpretados com cuidado; resultados da avaliação nem sempre são um reflexo do que está acontecendo dentro das salas de aula devido à natureza ou formato da avaliação, currículo, características do professor e outros fatores contextuais”. Sobre esse aspecto, Herman, Klein e Abedi (2000) e Husén (1967) levantam discussões relativas ao alinhamento entre o currículo praticado pelo professor e o avaliado.

Nessa direção, emergem algumas considerações sobre a possível dissonância entre o currículo praticado pelo professor e o currículo avaliado pelo sistema educacional. Aqui se toma a ideia de que as tarefas presentes nos Livros Didáticos são partes do currículo pretendido e praticado (MESA, 2004; ÖZGELDI; ESEN, 2010; AMPUERO, 2011; KURZ, 2011; WALKOWIAK; PINTER; BERRY, 2017), ou seja, de que os Livros Didáticos são tidos como um currículo potencialmente realizado (TÖRNROOS, 2005).

Desse modo, no alusivo à análise dos dados, caso esta coleção seja o material que embasa o currículo planejado e praticado pelo professor, situação provável de ocorrer

(HOWSON, 1995; CARVALHO; SILVA, 2004; AZEVEDO, 2005; SILVA JUNIOR; REGNIER, 2007; BRASIL, 2011), afere-se que o estudante, no que diz respeito à solução de tarefas, obterá uma maior experiência naquelas de contexto puramente matemático e naquelas que envolvem processos de pensamento de baixa demanda cognitiva. A parcela que compreende a cada uma destas duas é consideravelmente maior do que aquela referente ao contexto da realidade e alto nível de demanda cognitiva. Além disso, cabe destacar que, em relação as tarefas em contextos da realidade, observou-se que estas fazem uso de situações do cotidiano apenas com o intuito de ‘camuflar’ ou ‘disfarçar’ o problema matemático, se restringindo assim em situações vinculadas a prática de determinados conhecimentos matemáticos, e não naquelas com foco em oportunizar experiências advindas do (seu) mundo de fato.

Diante desse cenário, nesta situação em específico, caso os testes institucionais, nacionais ou internacionais sejam constituídos por tarefas contextualizadas na realidade e/ou cognitivamente desafiadoras, o currículo praticado não estaria em consonância com estas avaliações. Na perspectiva do *Opportunity-to-Learn*, essa divergência pode implicar em quantificações e ranqueamentos relativos ao conhecimento matemático do estudante que não será condizente com a realidade do ensino e de sua aprendizagem, o que, por sua vez, tem implicações diretas enquanto políticas públicas voltadas para a educação (MCDONNELL, 1995).

Diante destas reflexões, surgem algumas sugestões de melhoria para os Livros Didáticos, de forma a refletir em melhores oportunidades de aprendizagem ao estudante. Inicialmente, a proposta é que os autores e editoras insiram, em suas obras, mais tarefas que contemplem contextos da realidade, mas, mais que isso, aquelas que tratam de situações e/ou quantificações do (seu) mundo. E, também, a inserção de mais tarefas de alta demanda cognitiva, principalmente aquelas destinadas ao fazer matemática. Também se faz pertinente que as coleções tragam, no corpo das orientações didáticas, quais aportes teóricos são utilizados para definir os tipos de contexto e o nível de dificuldade da tarefa. De forma a auxiliar o professor, no material destinado a ele, as tarefas poderiam ser apresentadas contemplando também informações sobre o contexto e nível de demanda cognitiva, por exemplo. Isso assessoraria o trabalho do professor, visto que ele não precisaria ler e resolver todas as tarefas, para selecionar quais seriam trabalhadas com os estudantes. Uma possibilidade de garantir que as novas coleções contemplem esse cenário seria estabelecer, nos editais de seleção das obras, informações sobre a diversidade entres as distintas

referências de contexto e os distintos níveis de demanda cognitiva, assim como as demarcações deles nas tarefas.

Ainda sobre essa esfera de discussão, emergem alguns pontos considerados pertinentes. É notório que os Livros Didáticos contemplam uma quantidade considerável de tarefas ao longo de seus capítulos (referentes à Geometria são 1.335 tarefas). Diante disso, a pergunta que paira é: qual a necessidade de se trazer tantas tarefas? Não seria mais interessante ter uma quantidade que dê conta da diversidade de contextos e de demandas cognitivas, mas que, além disso, tenha como foco central promover o contato dos estudantes com tarefas de contextos do (seu) mundo e altas demandas cognitivas? Às vezes, como opção, os autores e editoras poderiam privilegiar tarefas desse tipo no corpo de seus livros, e deixar como tarefas complementares as demais.

Por fim, como considerações finais, conclui-se que esta pesquisa permitiu compreender de que forma os contextos e as demandas cognitivas encontram-se presentificadas nas tarefas de Geometria em Livros Didáticos de Matemática, sob a ótica do *Opportunity-to-Learn*, e quais são as possíveis relações entre eles. Além disso, este estudo evidenciou a importância de se analisar as tarefas dos Livros Didáticos de Matemática, de forma a entender quais as oportunidades que os estudantes poderão ter ao se envolver com estas tarefas. Descobriu-se que as possibilidades de contextos e de demanda cognitiva que os estudantes podem experienciar encontram-se restringidas nesta coleção, o que implica em uma limitação do *Opportunity-to-Learn* proporcionado pelos Livros Didáticos analisados. A conclusão dos dados evidenciou que as tarefas analisadas não oferecem um aprendizado amplo, fundado em uma diversidade de experiências entre as distintas referências de contextos e níveis de demanda cognitiva. Ofertar e desenvolver um trabalho pautado nessa diversidade é relevante, pois ele contribui para a formação de cidadãos mais informados, críticos e reflexivos, assim como mais preparados a pensar, raciocinar e resolver problemas.

De forma complementar, esta pesquisa apresenta o potencial que analisar tarefas tem para os processos de investigação, exploração, avaliação e utilização de Livros Didáticos de Matemática, aqui no âmbito da Geometria, na particularidade da contextualização e da demanda cognitiva. Estas potencialidades se vinculam a reflexões de como as tarefas nesses materiais podem ser abordadas e discutidas pelo Guia do Livro Didático e, de forma mais direta, como elas podem ressoar na sua utilização por professores e estudantes. Ademais, este estudo contribuiu para a literatura nacional sobre a conceitualização do *Opportunity-to-Learn* (OTL), assim como sobre os aportes teóricos, e propriamente as análises, dos contextos e da demanda cognitiva das tarefas.

Pesquisas futuras

Com o intuito de dar espaço a algumas inquietações que emergiram durante esta pesquisa, esta última seção é constituída por ideias e questões que, embora não contempladas na tese por não terem relação direta com sua proposta, perpassaram toda a construção desta investigação.

Ao longo do processo de resolução das tarefas, a pesquisadora observou outros componentes/fatores que as envolvem e que poderiam ser também considerados como frentes de análise, como, por exemplo, a presença de diagramas e o uso de tecnologias nas tarefas. Permeando essas observações, alguns questionamentos surgiram: Que papel os diagramas e as tecnologias estão cumprindo nas tarefas? Quais suas frequências de exposição? Quais são as disposições em que os diagramas aparecem? Será que a presença (ou não) dos diagramas ou das tecnologias nas tarefas influencia a classificação do nível de demanda cognitiva? Caso sim, seria possível estabelecer alguma relação entre eles? Qual seria?

Outro ponto que também chamou atenção foram os estudos que trataram a contextualização das tarefas ainda com outras ramificações, como: interdisciplinar e intradisciplinar (LANA; CARRIÃO, 2015; BARBOSA; MENDES, 2016), e histórica, social e cultural (KATO; KAWASAKI, 2011; BARBOSA; MENDES, 2016; BORGES, 2018). Considerando essa diversidade, seria possível aprofundar as análises sobre as referências de contexto buscando compreender como estas outras ramificações estão presentes. No que tange ainda ao contexto, alguns autores direcionam seus trabalhos para uma perspectiva mais política e social, discutindo as interpretações de contexto nas concepções do trabalho, da cidadania e da vida pessoal, cotidiana e de convivência (LOPES, 2002; KATO; KAWASAKI, 2011). Nessa direção, despontam interesses em direcionar os estudos para uma perspectiva política e social, a fim de compreender de que modo a contextualização estaria fundamentada e definida nela.

Interesses e questionamentos também surgiram relativos aos níveis de demanda cognitiva. Durante a construção de seu aporte teórico, encontraram-se pesquisas que versavam sobre a Teoria da Carga Cognitiva (SWELLER, 1988; PASS; RENKL; SWELLER, 2004; KIRSCHNER, 2012; CHAGAS; KLEINKE, 2018). Por falta de tempo, não foi possível realizar leituras sobre a Teoria da Carga Cognitiva, entretanto, várias curiosidades emergiram. Do que se trata essa teoria? Seria possível analisar as tarefas por meio dela? Será que ela tem alguma relação com os níveis de demanda cognitiva? Caso afirmativo, quais poderiam ser suas conexões?

Um outro aspecto interessante desponta quando foram contrapostos os dados a outros estudos que também analisaram tarefas em Livros Didáticos. Essa comparação evidenciou que os dados se aproximaram dos de outras pesquisas. Nessa direção, ponderações sobre estas mesmas proporções, tanto em termos de contexto, quanto de níveis de demanda cognitiva, foram feitas na ideia de que elas se manteriam mesmo para as outras áreas da Matemática dispostas nos livros. Tal evidência só poderia ser verificada se o processo de análise fosse expandido para todos os capítulos dos Livros Didáticos da coleção analisada, mas, de fato, uma análise completa de todas as obras resultaria em dados interessantes, na medida em que eles divulgariam um ‘raio X’ das tarefas presentificadas nos livros.

Nessa direção, cabe ainda ponderar que mais pesquisas poderiam realizar esta mesma análise em outras coleções de Livros Didáticos de Matemática aprovados pelo PNLD 2018, buscando compreender nestas outras obras de que forma a contextualização e os níveis de demanda cognitiva encontram-se presentificados nas tarefas. Em uma análise macro, a qual juntaria a investigação sobre cada coleção de Livros Didáticos, seria possível estabelecer compreensões a respeito da (não) desvalia do *Opportunity-to-Learn* nestas obras, na direção de problematizar a quem compete a responsabilidade dos resultados encontrados, se é ao PNLD ou aos autores e editoras de determinadas coleções.

Além dessas ideias, uma das consideradas mais intrigantes e instigantes para a pesquisadora diz respeito à conceitualização do *Opportunity-to-Learn* por se tratar de um conceito novo (no âmbito nacional) e multifacetado. O capítulo 2 é fruto de um estudo realizado sobre as pesquisas encontradas que tratavam desse conceito. Se, por um lado, foi possível constatar uma carência na literatura nacional acerca do OTL, por outro, notou-se uma grande quantidade de pesquisas internacionais que abordam esse conceito. Diante disso, compreendeu-se que essa conceitualização, embora reconhecida no cenário estrangeiro, praticamente não existe nas pesquisas nacionais. Por conta dessa contraposição, a primeira questão que surgiu foi: Por que isso acontece?

A leitura dos primeiros textos sobre o OTL se mostrou confusa, pois parecia que cada um tratava de um conceito diferente utilizando a mesma nomenclatura. Buscando conhecer melhor sobre o OTL, foi realizado um levantamento de várias referências e um estudo mais aprofundado sobre o conceito, até compreender que ele foi, ao longo do tempo, (re)conceitualizado em diferentes níveis educacionais e, além deles, em distintas dimensões instrucionais. Diante disso, as perguntas que acompanharam todo esse processo foram: De que forma foi, e é possível, analisar o OTL? Como se realiza a análise do OTL? Como são feitas as mensurações do OTL? Embora algumas pesquisas tratem da operacionalização desse

conceito (HERMAN; KLEIN; ABEDI, 2000; SCHMIDT et al., 2008; MOORE; DESTEFANO; ADELMAN, 2012b; SANTOS, 2017), não foi possível compreender de forma clara como as mensurações do OTL foram realizadas, por exemplo.

Além desses apontamentos, especificamente por conta de alguns textos (GOALS 2000, 1994; MCDONNELL, 1995; GILLIES; QUIJADA, 2012) direcionados ao cenário político e social, emergiram as seguintes interrogações: Será que o OTL, em alguma de suas conceitualizações, está presente nos documentos que norteiam a educação brasileira? Se sim, de que forma ele está relacionado com estes documentos? Na expansão dessas ideias tem-se: Existem hoje padrões (mínimos) de OTL que orientem as políticas educacionais de todas as nações? Quais seriam eles? De que forma, caso existam esses padrões, o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (*Pisa*, na sigla em inglês) está relacionado ao OTL? E os testes nacionais, e.g., Saeb⁹⁷, Enem⁹⁸, ANA⁹⁹, Saresp¹⁰⁰, estão pautados em alguma conceitualização do OTL? Nessa direção, também se levantam inquietações a respeito da reforma do Ensino Médio. A partir dela outros Livros Didáticos chegarão à escola, estes direcionados à projetos de vida e/ou projetos integradores. Nesse novo cenário, emerge as seguintes questões: Será que estes novos Livros Didáticos estão alinhados ou fazem conexões com os ‘antigos’ livros? Se sim, qual a natureza e como isso se dá nas obras? De que forma o OTL está sendo apresentado nesses novos livros?

Por fim, ideias sobre: Será que é possível estabelecer aproximações dos resultados deste estudo com outras pesquisas (e.g., AMPUERO, 2011; BAYAZIT, 2013; CHARALAMBOUS et al., 2010; PALACIOS; GARCÍA, 2018; STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996; STEIN; KAUFMANN, 2010; VAN ZANTEN; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2018; WIJAYA; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN; DOORMAN, 2015), que não necessariamente abrangem a Geometria? Existiria algum padrão dentre estes resultados que possibilitasse uma generalização dessas proporções?

Adiante, de que forma é possível avaliar a sobreposição entre o que é ofertado pelas tarefas presentes nos Livros Didáticos e o que é avaliado pelos testes, sejam eles nacionais ou internacionais? Será que, com os dados desta pesquisa, é possível desenhar algumas discussões dessa sobreposição? Caso alguns padrões de OTL estejam presentes nos documentos nacionais e nos testes, quais respostas a sobreposição dos resultados evidenciaria,

⁹⁷ Sistema de Avaliação da Educação Básica.

⁹⁸ Exame Nacional do Ensino Médio.

⁹⁹ Avaliação Nacional da Alfabetização.

¹⁰⁰ Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo.

de forma a compreender se os testes estão sendo justos ou não, no que diz respeito ao que é esperado ofertar, em relação ao que é avaliado e ao que é realmente empregado?

Enfim, de forma direta, estas foram muitas das curiosidades, inquietações e interrogações que despontaram ao longo do estudo e da construção desta pesquisa. Todos os apontamentos aqui mencionados são considerados merecedores de atenção e de mais investigações. Assim, espera-se que as ideias postas nesta seção, assim como toda a tese, possam motivar e inspirar outros pesquisadores para novos estudos nessas direções.

A sorte está no caminho de quem se atrever a
pagar pra ver. Ela vem do infinito, mas não cai do
céu, ela anda nos passos de gente que faz, sem olhar
para trás. Ela mora na casa do esforço e da fé, diante
de tudo que sinto e vejo SORTE é tudo o que eu te
desejo!

(Sorte – Cupertino e Pe. Fabio de Melo)

REFERÊNCIAS

ABNT, N. 9050. **Acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos**. Rio de Janeiro: ABNT, 2015.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. O método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. (Ed.). **O método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa**. Parte I. São Paulo: Editora Pioneira, 1998. p. 107-188.

AMARO, B. **BDTD - Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações**. Acesso em: 31 dez. 2020.

AMPUERO, G. C. La Demanda Cognitiva como Oportunidad de Aprendizaje en el Área de Matemática. In: Lima, Peru. **Anais...** In: XIV CONGRESO NACIONAL DE EDUCADORES UPC. Lima, Peru.: 2011.

APPLEBAUM, M.; LEIKIN, R. Mathematical Challenge in the Eyes of the Beholder: Mathematics Teachers' Views. **Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education**, n. Routledge-Taylor & Francis Group, p. 1-16, 2014.

AZEVEDO, E. M. de. Livro didático: uma abordagem histórica e reflexões a respeito de seu uso em sala de aula. In: **Cadernos da FUCAMP**. Monte Carmelo - MG: Fundação Carmelitana "Mário Palmério", 2005. 4(4).

BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, p. 389-407, 2008.

BARBOSA, E. J. T.; MENDES, A. A. A contextualização no ensino de equações - uma análise em um livro didático antes e depois do PNLD. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 11(2), p. 363-386, 2016.

BASSO, L. D. P.; TERRAZZAN, E. A. Organização e realização do processo de escolha de livros didáticos em escolas de educação básica. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 9(3), p. 256-272, 2015.

BAYAZIT, I. Quality of the Tasks in the New Turkish Elementary Mathematics Textbooks: the case of Proportional Reasoning. **International Journal of Science and Mathematics Education**, p. 651-682, 2013.

BENÍTEZ, T. C. Interpretación y clasificación de la demanda cognitiva de actividades matemáticas que involucran a los números fraccionarios y decimales en Educación Primaria. **NÚMEROS: Revista de Didáctica de las Matemáticas**, v. 92, p. 7-19, 2016.

BERLINER, D. C. Allocated Time. Engaged Time and Academic Learning Time in Elementary School Mathematics Instruction. In: San Diego, California. **Anais...** In: NATIONAL COUNCIL ON TEACHING MATHEMATICS. San Diego, California: 1978.

BERLINER, D. C. What's all the fuss about instructional time? In: **The nature of time in schools: Theoretical concepts, practitioner perceptions**, n. Parte I, p. 3-35, 1990.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Ed.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 111-124.

BLOOM, B. S. Learning for Mastery. Instruction and Curriculum. Regional Education Laboratory for the Carolinas and Virginia, Topical Papers and Reprints, Number 1. **Evaluation Comment**, v. 1(2), p. 12, 1968.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (ed.). **Pesquisa Qualitativa em Educação matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

BORGES, R. do S. **A contextualização no ensino da Matemática**. 2018. Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Paraíba, Campina Grande - PB, 2018.

BRASIL. Lei nº 4024, de 20 de dezembro de 1961. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. 1961.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, SEMTEC: Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002.

BRASIL. **Guia de livros didáticos <PNLD 2012: Apresentação> / Brasília** Ministério da Educação / Secretaria de Educação Básica/ Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, 2011.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**. Brasília: MEC, SEB, DICEI: Ministério da Educação / Secretaria de Educação Básica, 2013.

BRASIL. **Edital de Convocação 04/2015 – CGPLI: edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o Programa Nacional do Livro Didático PNLD 2018**, 2015. Disponível em: <<https://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/consultas/editais-programas-livro/item/7932-pnld-2018>>. Acesso em: 2 dez. 2020.

BRASIL. **Guia de Livros Didáticos: Ensino Médio <PNLD 2018 - Matemática>**Ministério da Educação / Secretaria de Educação Básica/ Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, 2017.

BRASIL. RESOLUÇÃO Nº 3, DE 21 DE NOVEMBRO DE 2018: Atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. 2018 a.

BRASIL. **Edital de Convocação nº 03/2019 – CGPLI: edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas, literárias e recursos digitais para o Programa Nacional do Livro e do Material Didático PNLD 2021**, 2019. Disponível em: <<https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/consultas/editais-programas-livro/item/13106-edital-pnld-2021>>. Acesso em: 2 dez. 2020.

BRASIL. **Edital de Chamada Pública nº 25/2020**, 2020a. Disponível em: <<https://www.in.gov.br/en/web/dou/-/edital-de-chamada-publica-n-25/2020-257876876>>. Acesso em: 2 dez. 2020.

BRASIL. **Histórico da BNCC**. Disponível em:

<<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/historico/>>. Acesso em: 24 nov. 2020b.

BRASIL, M. da E. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília-DF: Ministério da Educação, 2018b.

BRASIL, M. da E. **PNLD**. Disponível em:

<<http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnld>>. Acesso em: 30 dez. 2020c.

BRASIL, M. da E. **Dados Estatísticos**. Disponível em:

<<https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>>. Acesso em: 30 dez. 2020d.

BRASIL, M. da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio - Parte III: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília-DF: Ministério da Educação / Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Ed.). **Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas**. Tradução J. A. Llorens. Porto Alegre - RS: Artes Médicas, 1996. p. 48-72.

CARDOSO, F. H. 9.394. LEI Nº 9.394, DE 20 DE DEZEMBRO DE 1996. 1996.

CARNOY, M.; ARENDS, F. Explaining mathematics achievement gains in Botswana and South Africa. In: **Prospects**. [s.l.] Springer Netherlands, 2012. 42 (4) p. 453-468.

CARRILLO, J. et al. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20(3), p. 236–256, 2018.

CARRILLO, J.; CONTRERAS, L. C.; ZAKARYAN, D. Avance de un Modelo de Relaciones entre las Oportunidades de Aprendizaje y la Competencia Matemática. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, v. 27 (47), p. 779-804, 2013.

CARROLL, J. The Prediction of Success in Intensive Foreign Language Trainin. In: GLASER, R. (Ed.). **Training research and education**. Pittsburgh: University of Pittsburgh: ERIC Document ED 038 051, 1962. 62p. 87-136.

CARROLL, J. A model of school learning. **The Teachers College Record**, v. 62, n. 8, p. 723-733, 1963.

CARROLL, J. The Carroll Model: A 25-Year Retrospective and Prospective View. **Educational Researcher**, v. 18, n. 1, p. 26-31, 1989.

CARROLL, J. B. Fitting a model of school learning to aptitude and achievement data over grade levels. **Educational Testing Service**, p. 43, 1973.

CARROLL, J. B. Part One: The Meaning of Time 2. The Model of School Learning: Progress of an Idea. In: ANDERSON, L. W. (Ed.). **Time and School Learning: Theory, Research and Practice**. New York, NY: Routledge: Taylor & Francis Group, 1984. p. 13-45.

CARROLL, J. B. Psychometrics, Intelligence, and Public Perception. **Intelligence**, v. 24(1), n. Ablex Publishing Corporation, p. 25-52, 1997.

CARVALHO, J. B. P. The Brazilian mathematics textbook assessments. **ZDM**, v. 50, p. 773-785, 2018.

CARVALHO, M. A.; SILVA, R. C. O livro didático como instrumento de difusão de ideologias e o papel do professor intelectual transformador. In: Teresina-PI. **Anais...** In: III ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DA UFPI/II CONGRESSO INTERNACIONAL EM EDUCAÇÃO. Teresina-PI: 2004.

CHAGAS, E. M.; KLEINKE, M. U. Redução de carga cognitiva e desempenho em itens de Matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). In: Foz do Iguaçu - PR. **Anais...** In: VII SIPEM - SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Foz do Iguaçu - PR: SBEM, 2018.

CHARALAMBOUS, C. Y. et al. A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 12(2), p. 117-151, 2010.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, v. 30, n. 3, p. 549-566, 2004.

DALLEMOLE, J. J.; GROENWALD, C. L. O. A Geometria Analítica e os registros de representação semiótica nos livros didáticos de matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 7(1), p. 33-63, 2014.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: Da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.

DANTE, L. R. Livro Didático de Matemática: uso ou abuso? In: **Em Aberto**. 16(69), p. 83-90. 2008.

DE LANGE, J. Assessment: no change without problems. In: ROMBERG, T. (Ed.). **Reform in school mathematics and authentic assessment**. Albany, NY: SUNY Press, 1995. p. 87-172.

DE LANGE, J. **Framework for classroom assessment in Mathematics**. Utrecht: Freudenthal Institute and National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science, 72p, 1999.

DEKKER, T.; QUERELLE, N. Chapter 6 - Context. In: **Great assessment problems**. Utrecht: Freudenthal Instituut, 2002.

DESLAURIERS, J.-P.; KÉRISIT, M. O delineamento de pesquisa qualitativa. In: POUPART, J. et al. (Ed.). **A pesquisa Qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos**. Petrópolis: Vozes, 2012. p. 127-153.

DESTEFANO, J. **EQUIP2 State-of-the-Art Knowledge in Education A Guide to Education Project Design Based on a Comprehensive Literature and Project Review**. (EQUIP2, Ed.) FHI 360, 2012.

DOĞAN, Y.; TORUN, F. Sosyal Bilgiler Ders Kitapları Nereye Doğru Gidiyor? **The Journal of International Lingual, Social and Educational Sciences**, v. 4(2), p. 111-125, 2018.

DOLEV, S.; EVEN, R. Justifications and explanations in Israeli 7th grade math textbooks. **International Journal of Science and Mathematics Education**, p. 309-327, 2015.

DOUGHERTY, K. J. Opportunity-to-Learn Standards: A Sociological Critique. In: **Sociology of Education**. American Sociological Association, 1996. p. 40-65.

DOYLE, W. Academic Work. **Review of Educational Research**, v. 53(2), n. American Educational Research Association, p. 159-199, 1983.

DOYLE, W. Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. **Educational Psychologist**, v. 23 (2), p. 167-180, 1988.

ELLIOTT, S. N.; BARTLETT, B. J. Opportunity to Learn. **Oxford Handbooks Online**, p. 1-14, 2016.

ESTRELLA, S. et al. How teachers learn to maintain the cognitive demand of tasks through Lesson Study. **Journal of Mathematics Teacher Education**, n. Springer Nature, p. 1-18, 2019.

FAN, L. Textbook Research as Scientific Research: Towards a Common Ground on Issues and Methods of Research on Mathematics Textbooks. **ZDM**, v. 45, n. 5, p. 765-777, set. 2013.

FAN, L.; ZHU, Y.; MIAO, Z. Textbook research in mathematics education: development status and directions. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 45(5), p. 633-646, 2013.

FARIA, S. **Venda de termômetros de mercúrio deve ser proibida a partir de 2019, no Brasil**: Saúde. São Paulo - SPGlobo Comunicação e Participações S.A, 2017. Disponível em: <<https://globoplay.globo.com/v/5775764/>>. Acesso em: 15 dez. 2019.

FERNANDES, S. da S. A contextualização no ensino de matemática – um estudo com alunos e professores do ensino fundamental da rede particular de ensino do Distrito Federal. p. 1-16, 2006.

FERNER, D. L. et al. Geometria espacial: análise de uma coleção de livros didáticos do ensino médio. In: Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo. **Anais...** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo: 2016.

FERREIRA, P. E. A.; BURIASCO, R. L. C. de. Enunciados de Tarefas de Matemática Baseados na Perspectiva da Educação Matemática Realística. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, v. 29(52), p. 452-472, 2015.

FISHER, C. W. et al. Teaching behaviors, academic learning time and student achievement: An overview. In: DENHAM, C.; LIEBERMAN, A. (Ed.). **Time to learn**. Washington, DC.: National Institute of Education, 1980. p. 7-32.

FONSECA, M. de C. F. R. Por que ensinar Matemática? **Presença Pedagógica**, p. 47-54, 1995.

FREUDENTHAL, H. Why to Teach Mathematics so as to Be Useful. **Educational Studies in Mathematics**. v. 1(1-2), p. 3-8, 1968.

FUJITA, O. M.; RODRIGUES, E. A. N. A interdisciplinaridade e a contextualização na Educação Básica: a Matemática e o uso dos objetos digitais de Aprendizagem. In: Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo - SP. **Anais...** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo - SP: ENEM, 2016.

GENTIL, L. A.; AMARAL-SCHIO, R. B.; POTYRALA, S. B. Geometria euclidiana espacial: interlocução entre a formação de professores e a sala de aula. In: Foz do Iguaçu - PR. **Anais...** In: VII SIPEM - SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Foz do Iguaçu - PR: SBEM, 2018.

GÉRARD, F.-M.; ROEGIERS, X. **Conceber e avaliar manuais escolares**. Porto Editora, S.A., 1998.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4º ed. São Paulo - SP: Atlas, 2002.

GILLIES, J.; QUIJADA, J. J. Working Papers - Opportunity to Learn: A high impact strategy for improving educational outcomes in developing countries. In: MOORE, A.-M. S.; DESTEFANO, J.; ADELMAN, E. (Ed.). **Opportunity to Learn: A high impact strategy for improving educational outcomes in developing countries**. Washington DC: FHI 360: USAID Educational Quality Improvement Program (EQUIP2), 2012. p. 7-27.

GOALS 2000. **Educate America Act of 1994**. Pub. L. nº. 103-227, H.R. 1804, 103d Cong., 2d Sess, 1994.

GODOY, A. S. Pesquisa Qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de Empresas**, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. Rio de Janeiro: Record, 2011. 107p.

GUBA, E. G.; LINCOLN, Y. S. **Effective Evaluation**. San Francisco, Ca.,: Jossey-Bass, 1981.

HENNINGSSEN, M.; STEIN, M. K. Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, p. 524-549, 1997.

HERMAN, J. L.; KLEIN, D. C.; ABEDI, J. Assessing students' opportunity to learn: Teacher and student perspectives. **Educational Measurement: Issues and Practice**, v. 19(4), p. 16-24, 2000.

HIEBERT, J. et al. Problem Solving as a Basis for Reform in Curriculum and Instruction: The Case of Mathematics. **Educational Researcher**, v. 25(4), p. 12-21, 1996.

HIEBERT, J.; WEARNE, D. Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. **American Educational Research Journal**, v. 30, p. 393-425, 1993.

HILL, H. C.; ROWAN, B.; BALL, D. L. Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. **American educational research journal**, v. 42(2), p. 372-406, 2005.

HOWSON, G. **Mathematics Textbooks: A Comparative Study of Grade 8 Texts (Timss Publication Series, 3)**. Vancouver: Pacific Educational Press, 1995. v. 3.

HUSÉN, T. **International Study of Achievement in Mathematics: A comparison of twelve countries**. Stockholm/New York: Wiley /Almqvist and Wilksell, 1967.

IEZZI, G. et al. **Matemática: Ciência e Aplicações**. 9. ed. São Paulo: Saraiva Educação, 2017a. v. 1

IEZZI, G. et al. **Matemática: Ciência e Aplicações**. 9. ed. São Paulo: Saraiva Educação, 2017b. v. 2

IEZZI, G. et al. **Matemática: Ciência e Aplicações**. 9. ed. São Paulo: Saraiva Educação, 2017c. v. 3

IHAKA, R.; GENTLEMAN, R. **R 4.0.3**.

JACKSON, K. et al. Exploring Relationships Between Setting Up Complex Tasks and Opportunities to Learn in Concluding Whole-Class Discussions in Middle-Grades Mathematics Instruction. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 44(4), p. 646-682, 2013.

JESUS, C. C. de; CYRINO, M. C. de C. T.; NAGGY, M. C. Análise de tarefas cognitivamente desafiadoras em um processo de formação de professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20(2), p. 21-46, 2018.

JESUS, C. C. de; CYRINO, M. C. de C. T.; OLIVEIRA, H. Tasks analysis as a mean to reflect and (re)think the pedagogical practice of teachers who teach mathematics. In: Educação Matemática Pesquisa, Prague, Czech Republic. **Anais...** In: CERME9- NINTH CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION. Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education; ERME, 2015.

JESUS, C. C. de; NAGGY, M. C. Análise de Tarefas Matemáticas como Ferramenta para Repensar a Prática Pedagógica de Professores que Ensinam Matemática. In: Campo Mourão - PR. **Anais...** In: XII EPREM – ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Campo Mourão - PR: 2014.

JONES, D. L.; TARR, E. J. An Examination of the Levels of Cognitive Demand Required by Probability Tasks in Middle Grades Mathematics Textbooks2. **Statistics Education Research Journal**, v. 6(2), n. International Association for Statistical Education (IASE/ISI), p. 4-27, 2007.

JUNG, A. **Avaliação do risco de exposição ao mercúrio elementar em uma unidade de terapia intensiva**. 2004. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - RS, 2004. Disponível em: <http://www.producao.ufrgs.br/arquivos/publicacoes/alexandre_jung.pdf>. Acesso em: 15 dez. 2019.

KATO, D. S.; KAWASAKI, C. S. As concepções de contextualização do ensino em documentos curriculares oficiais e de professores de Ciências. **Ciência & Educação**, v. 17(1), p. 35-50, 2011.

KESSLER, A. M.; STEIN, M. K.; SCHUNN, C. D. Cognitive Demand of Model Tracing Tutor Tasks: Conceptualizing and Predicting How Deeply Students Engage. **Technology, Knowledge and Learning**, v. 20(3), n. Springer Science+Business Media Dordrecht, p. 317-337, 2015.

KIRSCHNER, P. A. Cognitive load theory: implications of cognitive load theory on the design of learning. **Learning and Instruction**, v. 12, p. 10, 2012.

KRATHWOHL, D. R. A Revision of Bloom's Taxonomy: An Overview. **Theory Into Practice**, v. 41, n. 4, p. 212-218, nov. 2002.

KURZ, A. Access to what should be taught and will be tested: Students' Opportunity to Learn the Intended Curriculum. In: ELLIOTT, S. N. et al. (Ed.). **Handbook of Accessible Achievement Tests for All Students: Bridging the Gaps Between Research, Practice, and Policy**. [s.l.] Springer Science+Business Media, LLC, 2011. p. 99-129.

LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual de usuário. In: **Em Aberto**. 16(69) p. 2-9.

LANA, M. A.; CARRIÃO, A. A contextualização das atividades no Livro Didático de Matemática do Ensino Médio. In: Anais do VII Encontro Mineiro de Educação Matemática, São João del-Rei - MG. **Anais...** In: ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São João del-Rei - MG: 2015.

LEITE, F. T. **Metodologia Científica: Métodos e técnicas de pesquisa (Monografias, Dissertações, Teses e Livros)**. 3ª ed. Aparecida - SP: Ideias & Letras, 2008.

LEXICUS SERVIÇOS LINGÜÍSTICOS (trad.). **Relatório mundial sobre a deficiência / World Health Organization, The World Bank**. São Paulo: Secretaria de Estado dos Direitos da Pessoa com Deficiência de São Paulo, 2012.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. **Naturalistic Inquiry**. London: Sage Publications, 1985.

LITOLDO, B. F.; ALMEIDA, M. V. R. de; RIBEIRO, M. Conhecimento Especializado do Professor que Ensina Matemática: Uma Análise do Livro Didático no Âmbito das Frações. **Tangram – Revista de Educação Matemática**, v. 1(3), p. 3-23, 2018.

LITOLDO, B. F.; LAZARI, H. Uma análise do uso da criptografia nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio. **REMATEC - Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, n. 17, p. 133-152, 2014.

LOBATO, A. C. Contextualização: um conceito em debate. **Educação Pública**, p. 1-5, 2008.

LOPES, A. C. Os parâmetros curriculares nacionais para o Ensino Médio e a submissão ao mundo produtivo: o caso do conceito de contextualização. **Educação & Sociedade**, v. 23 (80), p. 386-400, 2002.

LOPES, N. **O que é o projeto político-pedagógico (PPP)**. Gestão escolar. Edição, v. 11, 2010. Disponível em: <<https://gestaoescolar.org.br/conteudo/560/o-que-e-o-projeto-politico-pedagogico-ppp>>. Acesso em: 15 nov. 2019.

LOSCHI, M. **Pessoas com deficiência: adaptando espaços e atitudes**. Agência IBGE Notícias, v. 20, 2017. Disponível em: <<https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/16794-pessoas-com-deficiencia-adaptando-espacos-e-atitudes>>. Acesso em: 14 dez. 2019.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Métodos de coleta de dados: observação, entrevista e análise documental. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: E.P.U., 1986. p. 35-44.

MA, L. **Knowing and teaching elementary mathematics**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1999.

MACIEL, A. de M. **Possibilidades Pedagógicas do uso da imagem fotográfica no âmbito do Livro Didático de Matemática**. 2015. Universidade Federal do Paraíba, João Pessoa - PE, 2015.

MASON, J. Mathematical Abstraction Seen as a Delicate Shift of Attention. **For the Learning of Mathematics**, v. 9(2), p. 2-8, 1989.

MATÍĆ, L. J. The Pedagogical Design Capacity of a Lower Secondary Mathematics Teacher and Her Interaction with Curriculum Resources. **REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education**, v. 8(1), p. 53-75, 2019.

MAZZI, L. C. **As Demonstrações Matemáticas Presentificadas nos Livros Didáticos do Ensino Médio: Um foco nos capítulos de Geometria**. 2018. Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, 2018.

MAZZI, L. C.; AMARAL-SCHIO, R. B. Uma trajetória histórica dos livros didáticos: um foco nas políticas públicas implementadas nos séculos XX e XXI. **Intermaths**, v. 2(1), 2021, no prelo.

MCDONNELL, L. M. Opportunity to Learn as a Research Concept and a Policy Instrument. In: **Educational Evaluation and Policy Analysis**. American Educational Research Association, 1995. 17(3) p. 305-322.

MEGID NETO, J.; FRACALANZA, H. O Livro Didático de Ciências: Problemas e Soluções. **Ciência & Educação**, v. 9(2), p. 147-157, 2003.

MESA, V. Characterizing practices associated with functions. In middle school textbooks: an empirical approach. **Educational Studies in Mathematics**, v. 56, p. 255–286, 2004.

MICROSOFT OFFICE PLUS. **Excel**. Microsoft, 2016.

MOGILNIK, M. Como tornar pedagógico o livro didático de ciências? In: **Em Aberto**. 16(69) p. 53-63. 2008.

MOORE, A.-M. S.; DESTEFANO, J.; ADELMAN, E. Working Papers - Opportunity to Learn and Early Grade Reading: The cases of Ethiopia, Guatemala, Honduras, Mozambique, and Nepal. In: MOORE, A.-M. S.; DESTEFANO, J.; ADELMAN, E. (Ed.). **Opportunity to**

Learn: A high impact strategy for improving educational outcomes in developing countries. Washington DC: FHI 360.: USAID Educational Quality Improvement Program (EQUIP2), 2012a. p. 29-60.

MOORE, A.-M. S.; DESTEFANO, J.; ADELMAN, E. (ed.). **Opportunity to Learn: A high impact strategy for improving educational outcomes in developing countries.** Washington DC: FHI 360.: USAID Educational Quality Improvement Program (EQUIP2), 2012b.

MOREIRA, H.; CALEFFE, L. G. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador.** 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

NATIONAL ASSOCIATION OF STATE DIRECTORS OF SPECIAL EDUCATION. **Opportunity to Learn Standards.** 4. ed. University of Minnesota, Minneapolis: Publications Office, NCEO, 1995.

NCTM. **Professional Standards for Teaching Mathematics.** Reston, VA, 1991.

NETA, B. G. N. et al. Contextualização do ensino de Geometria com a realidade Amazônica: uma análise praxológica em Livros Didáticos. In: Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Cuiabá/MG. **Anais...** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Cuiabá/MG: ENEM, 2019.

OAKES, J. et al. **Multiplying Inequalities the Effects of Race, Social Class, and Tracking on Opportunities to Learn Mathematics and Science.** Santa Mônica, CA: RAND Corporation, 1990.

OCDE. **Marcos teóricos de PISA 2003: Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas.** Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo, 2004.

OECD. **Education at a Glance 2018: OECD Indicators** OECD Publishing, 2018a. Disponível em: <<https://doi.org/10.1787/eag-2018-en>>.

OECD. **Active with Brazil.** France: OECD Publishing, 2018b.

OLIVEIRA FILHO, K. de S.; SARAIVA, M. de F. O. **Astronomia & Astrofísica.** 4º ed. São Paulo - SP: Livraria da Física, 2017.

OLIVEIRA, R. **Autores se autocensuram sobre ditadura para não perder espaço no MEC de Bolsonaro.** Disponível em: <https://brasil.elpais.com/brasil/2019/04/06/politica/1554504245_154102.html>. Acesso em: 25 nov. 2020.

ÖZGELDI, M.; ESEN, Y. Analysis of mathematical tasks in Turkish elementary school mathematics textbooks. **Procedia-Social and Behavioral Sciences**, v. 2(2), n. Elsevier Ltd, p. 2277-2281, 2010.

PALACIOS, L. A. R.; GARCÍA, L. M. C. Demanda Cognitiva de Estándares Educativos y Libros de Texto para la Enseñanza del Álgebra en Honduras. **Bolema. Boletim de Educação Matemática**, v. 32(62), p. 1134-1151, 2018.

PASS, F.; RENKL, A.; SWELLER, J. Cognitive Load Theory: Instructional Implications of the Interaction between Information Structures and Cognitive Architecture. **Instructional Science**, v. 32, p. 1-8, 2004.

PASSOS, C. J. S.; MERGLER, D. Exposição humana ao mercúrio e efeitos adversos à saúde na Amazônia: uma revisão. **Cadernos de Saúde Pública**, v. 4, p. S503-S520, 2008.

PAVANELLO, R. M.; NOGUEIRA, C. M. I. Avaliação em Matemática: algumas considerações. **Estudos em Avaliação Educacional**, v. 17(33), p. 29-42, 2006.

PERRENOUD, P. Construire des compétences, est-ce tourner le dos aux savoirs? **Pédagogie collégiale**, v. 12(3), p. 14-17, 1999.

PIMENTEL, G. H. **A história da Geometria dos Livros Didáticos e a perspectiva do PNLD**. 2014. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos - SP, 2014.

PIMM, D. **Symbols and meanings in School mathematics**. Routledge, 1995.

PONTE, J. P. da; QUARESMA, M. O papel do contexto nas tarefas matemáticas. **Interações**, v. 22(1), p. 196-216, 2012.

PORTER, A. C. Measuring the Content of Instruction: Uses in Research and Practice. **Educational Researcher**, v. 31(7), p. 3-14, 2002.

RAMOS, C. H. M. C. **Geometria e trigonometria aplicadas na topografia: uma alternativa para a interdisciplinaridade e a contextualização**. 2018. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba - PR, 2018.

RESNICK, L. B. **Education and Learning to Think**. Washington, D.C.: National Academy Press, 1987.

RIBEIRO, M.; AMARAL, R. B. Guia e Tecnologia dos/nos Livros Didáticos de Matemática: uma Primeira Discussão. **Educação Matemática em Revista**, v. 1, p. 64-75, 2016.

RONCA, A. C. C. RESOLUÇÃO Nº 2, DE 18 DE JUNHO DE 2007. 2007.

RONCAGLIO, V.; NEHRING, C. M.; BATTISTI, I. K. O conceito de vetor a partir da análise de Livros Didáticos de Matemática, Física e Engenharia. In: Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Cuiabá/MG. **Anais...** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Cuiabá/MG: ENEM, 2019.

ROUSSEFF, D. 12.796. LEI Nº 12.796, DE 4 DE ABRIL DE 2013. 2013.

SANTOS, A. F. **Análise da distribuição de Opportunity to Learn em matemática na educação brasileira**. 2017. Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2017.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, G. S. de. Contextualização no ensino-aprendizagem da Matemática: princípios e práticas. **Revista Educação em Rede: formação e prática docente**, v. 1, p. 59-75, 2015.

SANTOS, L. F. dos. **Pintar, dobrar, recortar e desenhar: O ensino da Simetria e das Artes Visuais em Livros Didáticos de Matemática para séries iniciais do Ensino Fundamental**. 2010. Universidade Federal de Pernambuco, Recife - PE, 2010.

SANTOS, N. M. S. et al. Praxeologia do objeto “sólidos geométricos” presente no Livro Didático do 8º ano da coleção EJA Moderna. In: Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Cuiabá/MG. **Anais...** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Cuiabá/MG: ENEM, 2019.

SBEM. **Apresentação do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Disponível em:

<<http://www.sbemparana.com.br/viisipem/portuguese/apresentacao.php>>. Acesso em: 13 mar. 2019.

SBEM. **Apresentação do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Disponível em: <<https://sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/oevento.php>>. Acesso em: 8 fev. 2020.

SCHMIDT, W. H. et al. Opportunity to learn in the preparation of mathematics teachers: its structure and how it varies across six countries. In: **ZDM Mathematics Education**. 3, 2008. 40p. 735-747.

SEARS, R.; CHÁVEZ, Ó. Opportunities to Engage with Proof: The Nature of Proof Tasks in Two Geometry Textbooks and Its Influence on Enacted Lessons. **ZDM Mathematics Education**, v. 46(5), p. 767-780, 2014.

SILVA, F. H. S. da; SANTO, A. O. do E. A contextualização: uma questão de contexto. In: Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife - PE. **Anais...** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Recife - PE: ENEM, 2004.

SILVA, E. C. R. T.; SIQUEIRA, J. E. Geometria espacial no ensino médio: análise de um livro didático de matemática. In: Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo. **Anais...** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo: 2016.

SILVA JR., J. B. da. Resolução da Diretoria Colegiada - RDC nº 145, de 21 de março de 2017. 2017, Sec. 1, p.71.

SILVA JUNIOR, C. G.; REGNIER, J.-C. Critérios de adoção e utilização do livro didático de matemática no ensino fundamental do nordeste brasileiro: Estudo exploratório baseado na análise estatística implicativa. (R. Gras, P. Orus, Eds.) In: Castellon, Spain. **Anais...** In: 4E RENCONTRES SUR L'ANALYSE STATISTIQUE IMPLICATIVE. Castellon, Spain: Université Jaume I Castellon Espagne, 2007. Disponível em: <halshs-00405179>. Acesso em: 30 abr. 2019.

SILVA, K. S.; FONSECA, L. Princípios Neuroquímicos da Aprendizagem Matemática: o caso das razões trigonométricas no triângulo retângulo apresentadas em livros didáticos. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**, v. 4(2), p. 117-134, 2015.

SILVEIRA, M. R. A. da; MEIRA, J. de L.; FEIO, E. dos S. P. Reflexões acerca da contextualização dos conteúdos no ensino da Matemática. **Currículo sem Fronteiras**, v. 14(1), p. 151-172, 2014.

SILVER, E. A.; STEIN, M. K. The Quasar Project: The “Revolution of the Possible” in Mathematics Instructional Reform in Urban Middle Schools. **Urban Education**, v. 30(4), p. 476-521, 1996.

SIMÃO, P. **Cores do Arco Iris. Professor Simão**, 2012. Disponível em: <<http://professorsimaohenrique.blogspot.com/2012/09/cores-do-arco-iris.html>>. Acesso em: 16 dez. 2019.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, v. 14, p. 66-91, 2000.

SMITH, M. S. et al. Characterizing the Cognitive Demands of Mathematical: Tasks A Task-Sorting Activity. In: **Professional development guidebook for perspectives on teaching of mathematics: Companion to the sixty-sixth yearbook**. p. 45-72. 2004.

SMITH, M. S.; STEIN, M. K. Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. **Mathematics Teaching in the Middle School** 3, v. 3(5), p. 344-350, 1998.

SMITH, M. S.; STEIN, M. K. **Five practices for orchestrating productive mathematics discussions**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics., 2012.

STEIN, M. K. et al. **Implementing standards-based mathematics instruction: a Casebook for Professional Development**. New York: Teachers College Press, 2000.

STEIN, M. K. et al. Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 10(4), n. Routledge: Taylor & Francis Group, p. 313-340, 2008.

STEIN, M. K. et al. **Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development**. New York: Teachers College Press, 2009.

STEIN, M. K.; GROVER, B. W.; HENNINGSEN, M. Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. **American Educational Research Journal**, v. 33(2), p. 455-488, 1996.

STEIN, M. K.; KAUFMANN, E. Selecting and Supporting the Use of Mathematics Curricula at Scale. **American Educational Research Journal**, v. 20(10), p. 1-42, 2010.

STEIN, M. K.; LANE, S. Instructional Tasks and the Development of Student Capacity to Think and Reason: An Analysis of the Relationship between Teaching and Learning in a Reform Mathematics Project. **Educational Research and Evaluation: An International Journal on Theory and Practice**, v. 2(1), p. 50-80, 1996.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice. **Mathematics Teaching in the Middle School** 3, v. 3(4), p. 268-275, 1998.

STEVENS, F. I. Applying an Opportunity-to-Learn Conceptual Framework to the Investigation of the Effects of Teaching Practices via Secondary Analyses of Multiple- Case-Study Summary Data. In: **The Journal of Negro Education**. [s.l.] Journal of Negro Education, 1993. 62(3) p. 232-248.

STEVENS, F. I. The Need to Expand the Opportunity to Learn Conceptual Framework: Should Students, Parents, and School Resources Be Included? In: New York, NY, US. **Anais...** In: ANNUAL MEETING OF THE AMERICAN EDUCATIONAL RESEARCH ASSOCIATION. New York, NY, US: 1996.

STEVENS, F. I.; GRYMES, J. Understanding Opportunity to Learn. In: **Opportunity to Learn: Issues of Equity for Poor and Minority Students**. Washington, DC.: National Center for Education Statistics, 1993. p. 5-13.

STEWART, I. **Jogos, Conjuntos e Matemática**. Tradução J. L. Malaquias. 1º ed. Espanha: RBA, 2008.

SWELLER, J. Cognitive Load During Problem Solving: Effects on Learning. **Cognitive Science**, v. 12, p. 257-285, 1988.

TATE, W. F. Opportunity to Learn Factors: Time, Quality, and Design. In: **Access and Opportunities to Learn Are Not Accidents: Engineering; Mathematical Progress in Your School**. The Southeast Eisenhower Regional Consortium for Mathematics and Science (SERC) at SERVE, 2005. p. 14-23.

TELES, R. A. M.; ARAÚJO, J. C. C. Área do retângulo em contextos do cotidiano: estudo exploratório em livros didáticos. In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática, Salvador - Bahia. **Anais...** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Salvador - Bahia: 2010.

TELES, R. A. M.; SÁ, G. M. Um estudo sobre a área do retângulo em livros didáticos De matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 5(1), p. 48-60, 2010.

TÖRNROOS, J. Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. **Studies in Educational Evaluation**, v. 31, p. 315-327, 2005.

TUFANO, W. Contextualização. In: FAZENDA, I. (Ed.). **Dicionário em Construção - Interdisciplinaridade**. 2º ed. São Paulo: Cortez Editora, 2002. p. 40-45.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. The role of contexts in assessment problems in mathematics. In: **For the Learning of Mathematics**. Edmonton, CA: FLM Publishing Association, 2005. 25(2) p. 2-9.

VAN ZANTEN, M.; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. Opportunity to learn problem solving in Dutch primary school mathematics textbooks. **ZDM**, v. 50, p. 827-838, 2018.

VASCONCELOS, B. F.; RÊGO, R. G. do. A Contextualização na Sala de Aula: concepções iniciais. p. 10, 2010.

VASCONCELOS, J. **Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um olhar sobre o livro didático e a provinha Brasil**. 2016. Universidade Franciscana, Santa Maria - RS, 2016.

VIEIRA, V. S. F. Análise de uma coleção de livros didáticos de matemática na perspectiva do enfoque ontosemiótico. In: Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo - SP. **Anais...** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo - SP: ENEM, 2016.

WALKOWIAK, T. A.; PINTER, H. H.; BERRY, R. Q. Reconceptualized Framework for “Opportunity to Learn” in School Mathematics. In: **Journal of Mathematics Education at Teachers College**. [s.l.] Springer, 2017. 8(1) p. 7-18.

WANG, J. Opportunity to Learn: The Impacts and Policy Implications. In: **Educational Evaluation and Policy Analysis**. [s.l.] American Educational Research Association, 1998. 20(3) p. 137-156.

WARTHA, E. J.; ALJONI-ALÁRIO, A. A contextualização do ensino de Química através do livro didático. **Química Nova na Escola**, v. (22), p. 42-47, 2005.

WEBB, N. L. **Criteria for Alignment of Expectations and Assessments in Mathematics and Science Education**. 1997. National Institute for Science Education University of Wisconsin-Madison, Washington, DC, 1997.

WHEELER, A. **Basic Information about Mercury**. Disponível em: <<https://www.epa.gov/>>.

WIJAYA, A. et al. Opportunity-to-Learn to Solve Context-based Mathematics Tasks and Students’ Performance in Solving these Tasks – Lessons from Indonesia. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, v. 14(10), p. 20, 2018.

WIJAYA, A.; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M.; DOORMAN, M. Opportunity-to-learn context-based tasks provided by mathematics textbooks. **Educational Studies in Mathematics**, v. 89(1), p. 41–65, 2015.

ZACHAROS, K.; KOUSTOURAKIS, G. A critical approach to school mathematical knowledge: the case of “realistic” problems in greek primary school textbooks For seven-year-old pupils. **Acta Didactica Napocensia**, v. 4(1), p. 39-50, 2011.

APÊNDICE A – SISTEMA EDUCACIONAL BRASILEIRO

Nível escolar	Etapas escolares e suas subdivisões			Faixa Etária	Duração mínima de cada etapa	Duração mínima em dias letivos ao ano	Carga horária mínima anual	Duração mínima do dia letivo¹	Frequência mínima exigida	
Educação Básica	Educação Infantil	Creche		0 a 5	5 anos	200 dias	800 horas	4 horas T/P 7 horas T/I	60% do total de horas anuais	
		Pré-escola								
	Ensino Fundamental	Anos Iniciais	1º ano	6 a 14	9 anos	200 dias	800 horas	4 horas T/P 7 horas T/I	65% do total de horas anuais	
			2º ano							
			3º ano							
			4º ano							
			5º ano							
		Anos Finais	6º ano							
			7º ano							
			8º ano							
			9º ano							
	Ensino Médio	1ª série		15 a 17	3 anos	200 dias	800³ horas	4 horas T/P 7 horas T/I	65% do total de horas anuais	
		2ª série								
		3ª série								
Educação Superior	Curso por Área de Estudos	Cursos sequenciais		Acima de 17	Variável²	200 dias	Variável²	Variável	75% do total de horas anuais	
		Extensão								
		Graduação	Licenciatura							
			Bacharelado							
			Curso Superior da Tecnologia							
		Pós-Graduação	Aperfeiçoamento							
			Especialização							
			Mestrado							Acadêmico
										Profissional
			Doutorado							

¹ O dia letivo pode ser considerado em duas modalidades, a saber, o turno parcial (T/P), que corresponde aos períodos matutino, vespertino ou noturno, e o turno integral (T/I), que compreende o período diurno (matutino e vespertino).

² A duração em anos varia de acordo com a etapa e a modalidade de ensino, sendo ela estabelecida pela carga horária total mínima

curricular, contabilizada em horas. Esta carga horária é definida conforme os cursos por áreas de estudo, diluídas e dimensionadas em, no mínimo, 200 dias de dias letivos.

³ A Lei 9.394/1996, em seu Art. 24, inciso VII, § 1º, enuncia que a carga horária mínima anual do Ensino Médio deverá ser ampliada para 1.400 horas, de forma progressiva, sendo que os sistemas de ensino devem oferecer, no prazo máximo de cinco anos, pelo menos 1.000 horas anuais de carga horária, a contar de 2 de março de 2017.

* A duração da hora-aula difere de acordo com o nível e a etapa escolar. Na Educação Básica, o tempo da hora-aula varia entre 60 minutos na Educação Infantil até os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, e 50 minutos (período diurno) ou 40 minutos (período noturno) para os Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. No Ensino Superior, a duração da hora-aula permanece na média de 40 a 60 minutos, a depender do curso.

** A Lei 12.796/2013, em seu Art. 4º, inciso I, estabelece a obrigatoriedade (gratuita) à Educação Básica dos 4 aos 17 anos de idade.

*** Não se encontram incluídas nesta tabela as oportunidades educacionais instituídas por lei para o Ensino de Jovens e Adultos (EJA).

Fonte: Elaborado pela autora com base nos documentos legislativos de Cardoso (1996), Ronca (2007) e Rousseff (2013).

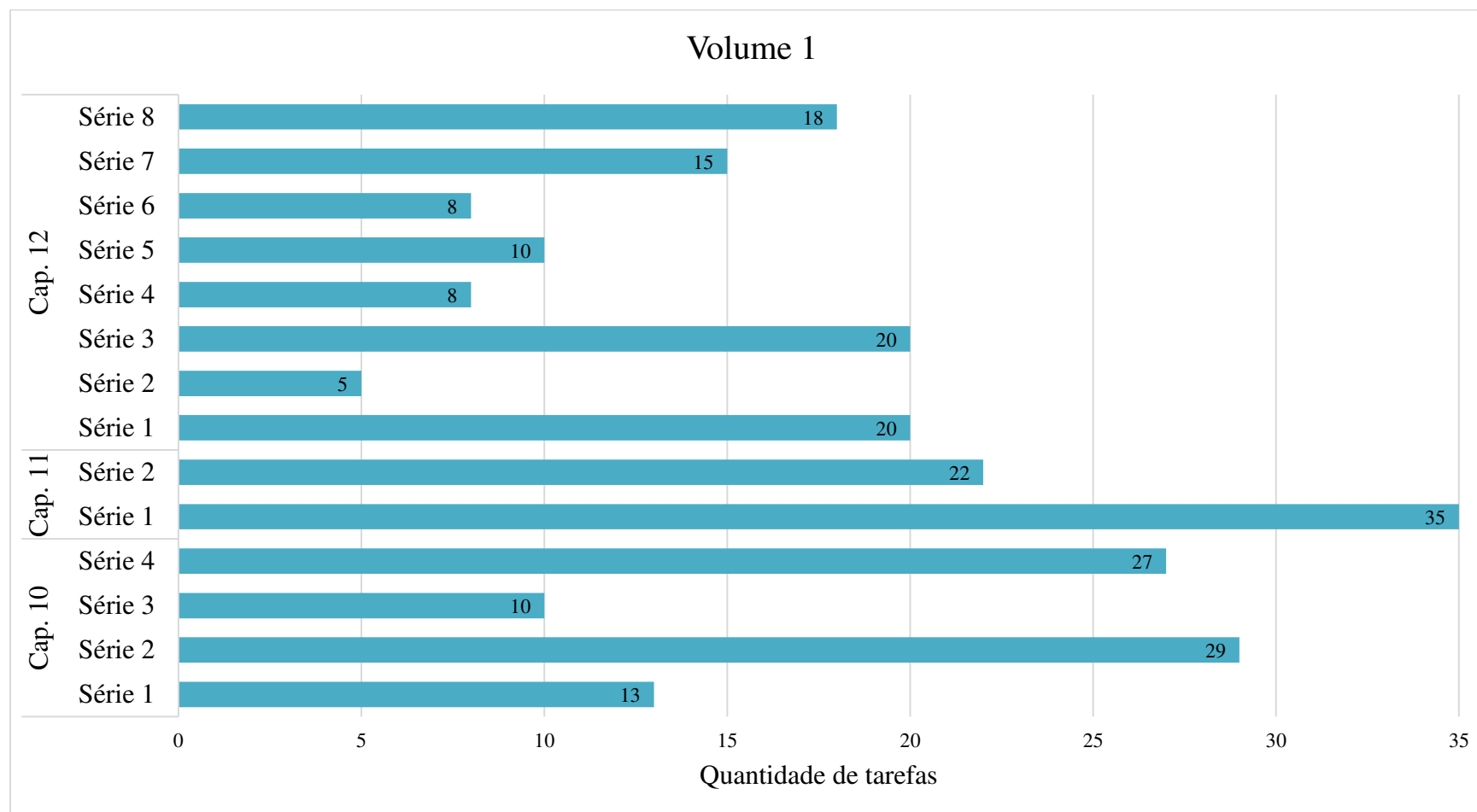
APÊNDICE B – NÍVEIS DE DEMANDA COGNITIVA¹⁰¹

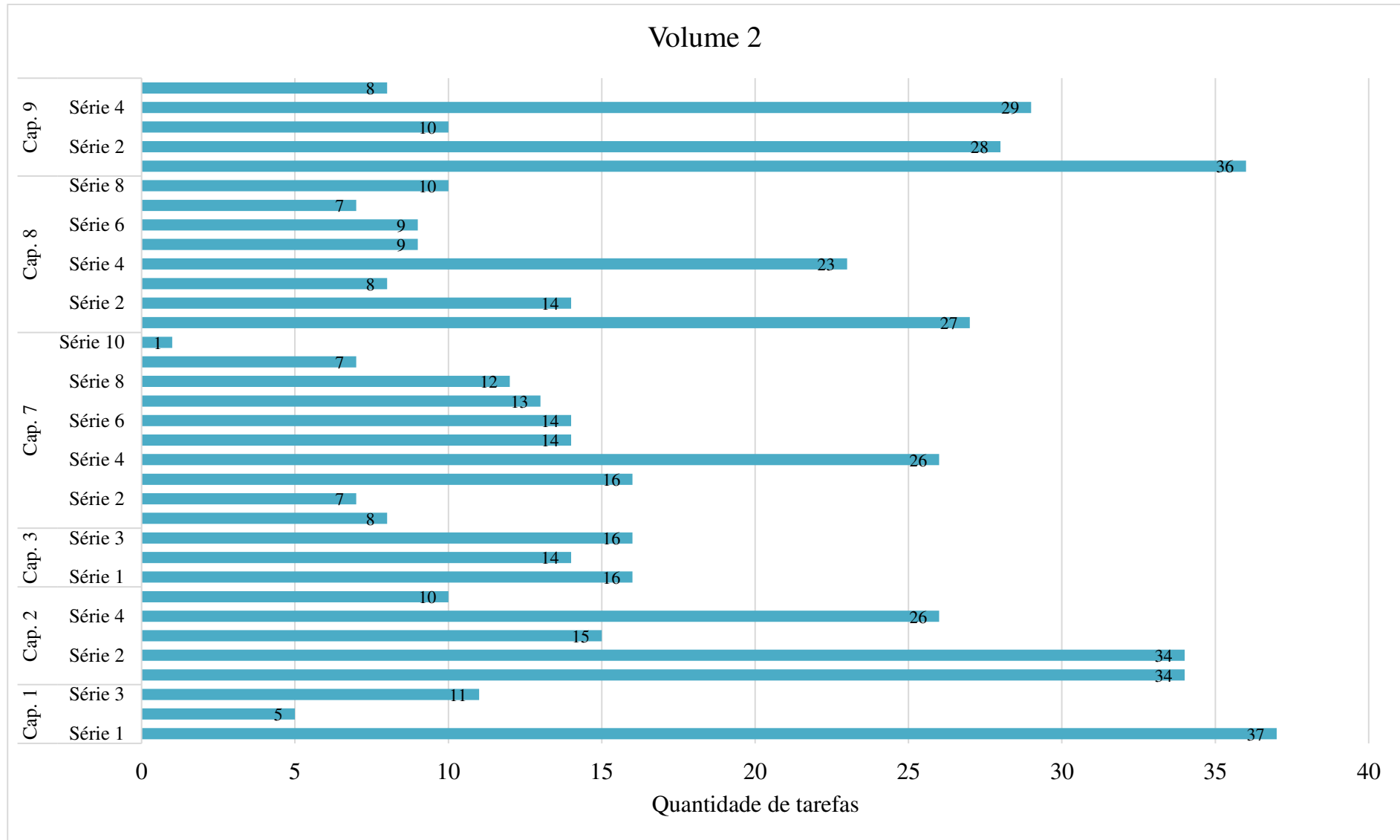
Pesquisas	Fundamentação teórica	Estrutura	Nível	
Krathwohl (2002)	Taxonomia de Bloom (1956)	6 níveis	Nível 1	Conhecimento: memorizar fatos e procedimentos
			Nível 2	Aplicação: capacidade de usar os conceitos em diferentes situações
			Nível 3	Compreensão: relacionado aos conceitos
			Nível 4	Análise: decomposição de conceitos em suposições
			Nível 5	Síntese: desenvolvimento de nova ideia ou conceito a partir de conhecimentos prévios
			Nível 6	Avaliação: capacidade de fazer julgamentos sobre a plausibilidade das noções examinadas
Doyle (1983)		4 níveis	Nível 1	Gerais de memórias
			Nível 2	Processuais ou rotineiras
			Nível 3	Compreensão ou entendimento
			Nível 4	Opinião
Palacios e García (2018)	Webb (1997)	4 níveis	Nível 1	Pensamento de memória
			Nível 2	Pensamento de procedimentos
			Nível 3	Pensamento estratégico
			Nível 4	Pensamento estendido
Porter (2002)		5 níveis	Nível 1	Memorização
			Nível 2	Execução de procedimentos
			Nível 3	Comunicar a compreensão
			Nível 4	Resolver problemas não rotineiros e conjecturar
			Nível 5	Generalizar e provar
Ampuero (2011)	Pisa 2003 (OCDE, 2004)	3 níveis	Nível 1	Grupo de reprodução
			Nível 2	Grupo de conexões
			Nível 3	Grupo de reflexão

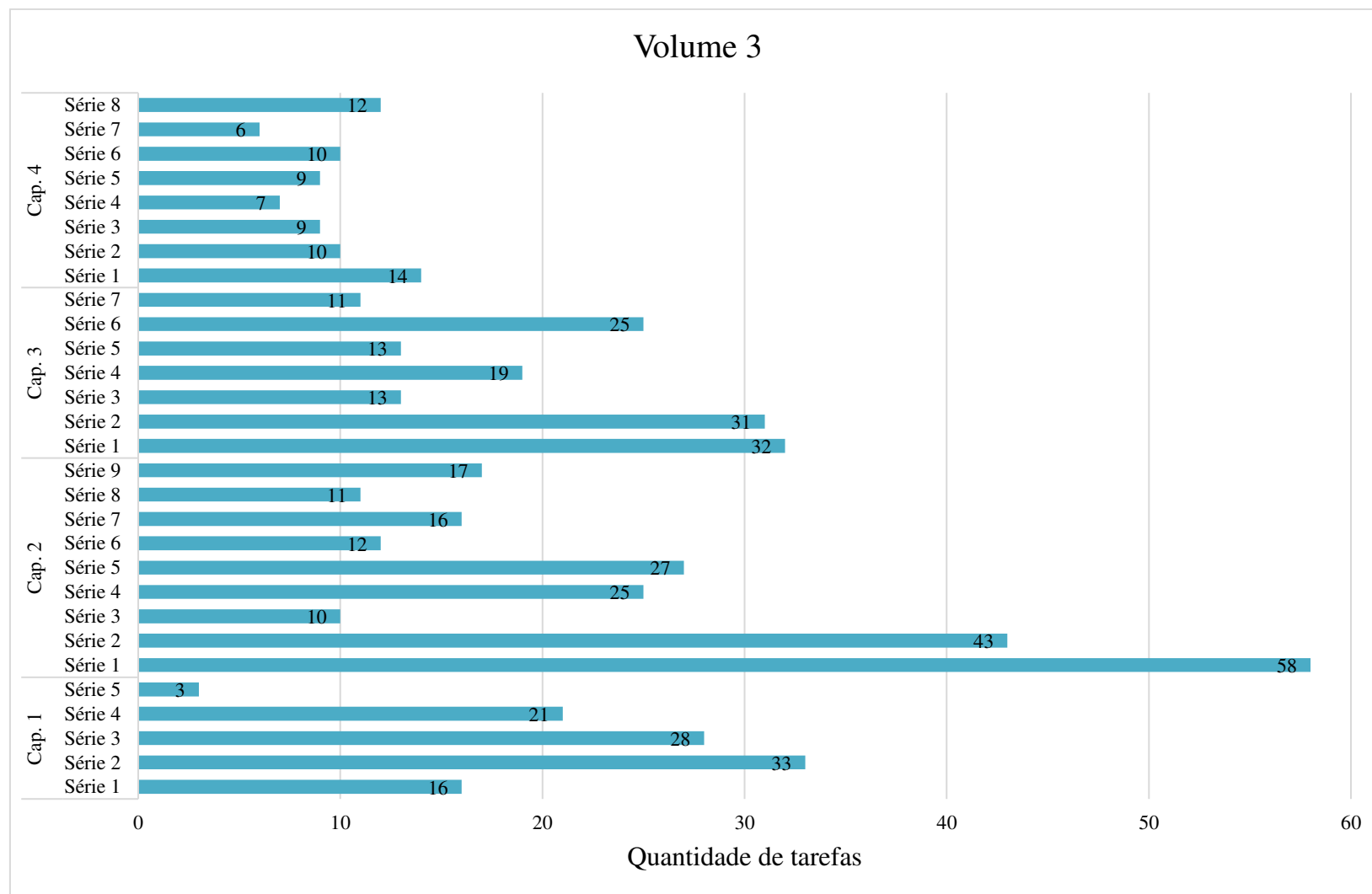
Fonte: Elaborado pela autora (2021).

¹⁰¹ Este quadro apresenta apenas alguns dos trabalhos que tratam da demanda cognitiva e seus diferentes níveis.

APÊNDICE C – DISTRIBUIÇÃO DAS SÉRIES (E SUAS RESPECTIVAS TAREFAS) EM CAPÍTULOS DE CADA VOLUME







Fonte: Elaborado pela autora (2021).