

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS - UNICAMP

INSTITUTO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS

DEPARTAMENTO DE FILOSOFIA

**UMA TEORIA DA VERDADE PRAGMÁTICA:
A QUASE-VERDADE DE NEWTON C.A. DA COSTA**

CARLOS HIFUME

CAMPINAS

2003

CARLOS HIFUME

**UMA TEORIA DA VERDADE PRAGMÁTICA:
A QUASE-VERDADE DE NEWTON C.A. DA COSTA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao
Departamento de Filosofia do Instituto de
Filosofia e Ciências Humanas da Universi-
dade Estadual de Campinas - UNICAMP,
sob orientação da Profa. Dra. **ITALA
MARIA LOFFREDO D'OTTAVIANO**

Este exemplar corresponde à
redação final da dissertação de-
fendida e aprovada pela Comis-
são Julgadora em 04 / 12 /2003.

Banca Examinadora

Profa. Dra. Itala Maria Loffredo D'Ottaviano (Orientadora) - IFCH, UNICAMP

Prof. Dr. Lafayette de Moraes - PUC-SP

Prof. Dr. Daniel Durante Pereira Alves - IG, UNICAMP

Prof. Dr. Walter Alexandre Carnielli (Suplente) - IFCH, UNICAMP

DEZEMBRO/2003

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFCH-UNICAMP.**

H533T Hifume, Carlos
 Uma teoria da verdade pragmática: a quase-verdade
 de Newton C.A. da Costa / Carlos Hifume - Campinas, SP
 : [s.n.], 2003

 Orientador - Itala Maria Loffredo D'Ottaviano.
 Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas.

 1. Verdade. 2. Lógica matemática não-clássica. 3.
Ciência - Filosofia. I. D'Ottaviano, Itala M. Loffredo (Itala
Maria Loffredo). II. Universidade Estadual de Campinas,
Instituto de Filosofia e Ciências Humanas. III. Título.

Agradecimentos

Agradeço a

Profa. Dra. Itala Maria Loffredo D'Ottaviano,

Prof. Dr. Walter Alexandre Carnielli,

Prof. Dr. Marcelo Esteban Coniglio,

Prof. Dr. Lafayette de Moraes,

Prof. Dr. Daniel Durante Pereira Alves,

Prof. Dr. Newton C.A. da Costa.

Agradeço também a meus pais Mizuko e Joaquim, minhas irmãs Amélia e Marli, meu irmão Claudio, meu cunhado Eder Okamota, meus sobrinhos Rafael e Marília Okamota. Agradeço a Sandra Troitiño Rodríguez, aos colegas do CLE, a todos os funcionários do CLE e a todos os funcionários do IFCH.

Agradeço à CAPES pela bolsa concedida.

Resumo

Alfred Tarski, ao apresentar sua *concepção semântica de verdade* - uma definição para linguagens formalizadas -, buscou capturar as intenções presentes na concepção clássica de verdade de Aristóteles - esta, uma *concepção de verdade correspondencial*. De forma semelhante, Mikenberg, da Costa & Chuaqui apresentam uma concepção formal de *verdade pragmática* - a *quase-verdade* -, baseados nas intenções presentes nas teorias de verdade de pragmatistas tais como C.S. Peirce, William James e John Dewey. A concepção de quase-verdade vale-se de um tipo de estrutura matemática denominada *estrutura parcial*.

Apresentamos o *sistema lógico modal QT* - um tipo de lógica de Jaśkowski - , associado à lógica QV ($S5Q^=$). QT constitui uma formalização adequada à noção de quase-verdade.

Definimos uma *semântica de modelos de Kripke* para QT. São apresentados e demonstrados os principais metateoremas do sistema associado QT/QV. Definimos a noção de *conseqüência sintática pragmática*, introduzimos os conectivos pragmáticos e demonstramos que QT constitui uma lógica paraconsistente. Demonstramos a corretude e completude de QT, simplificando a demonstração valendo-nos dos metateoremas de QT/QV apresentados anteriormente.

Palavras-chave: Teorias da verdade, verdade pragmática, estrutura parcial, quase-verdade, lógica discursiva, lógica paraconsistente.

Abstract

Alfred Tarki, in presenting his *semantical conception of truth* - a definition for formalized languages -, captured Aristotle's classical conception of truth - this one, a *correspondencial truth conception*. Mikenberg, da Costa and Chuaqui, introduced a formal conception of *pragmatic truth* - da Costa's *quasi-truth* -, based on the theories of truth of some pragmatists, such as C.S. Peirce, William James and John Dewey. The conception of quasi-truth is based on a kind of mathematical structure named, by da Costa, *partial structure*.

We present the *modal logical system QT* - a kind of Jaśkowski's discussive logic -, associated to the logic QV ($S5Q=$). The logic QT constitutes an adequate formalization for the notion of quasi-truth.

We introduce a *Kripke model semantics* for QT. We prove some metatheorems relative to the associated systems QT and QV. We define the notion of *pragmatic sintactical consequence*, present the pragmatic connectives and prove that QT is a paraconsistent logic. By using the mentioned metatheorems, we obtain a simplified proof of soundness and completeness of QT.

Keywords: Theories of truth, pragmatic truth, partial structure, quasi-truth, discussive logic, paraconsistent logic.

Sumário

Página

Introdução	13
1 Algumas teorias da verdade	21
1.1 A questão das teorias da verdade	21
1.2 Portadores-de-verdade	34
1.3 Teoria Correspondencial da Verdade	37
1.4 Teoria Coerencial da Verdade	40
1.5 Teoria Pragmática da Verdade	48
1.5.1 Pragmatismo	48
1.5.2 Teoria da Investigação de Peirce	50
2 A concepção semântica de verdade de Tarski	55
2.1 As condições de adequação	56
2.2 A definição de verdade	63
3 Quase-verdade	71
3.1 O sexto problema de Hilbert	71
3.2 Axiomatização de teorias físicas	73
3.3 Quase-verdade	77
3.4 Estruturas parciais e a definição de quase-verdade	86
4 Uma Lógica para a Quase-verdade	93
4.1 A Lógica QV	96
4.1.1 Linguagem L de QV	96
4.1.1.1 Símbolos Primitivos	96
4.1.1.2 Fórmulas:	97

4.1.1.3	Símbolos Definidos	97
4.1.2	Postulados de QV	98
4.1.2.1	Axiomas	98
4.1.2.2	Regras	99
4.1.3	Definições sintáticas	99
4.1.4	Semântica	100
4.1.5	Resultados Fundamentais	105
4.2	A Lógica QT	107
4.2.1	Postulados de QT	107
4.2.1.1	Axiomas	107
4.2.1.2	Regras	108
4.2.2	Definições Sintáticas	108
4.2.3	Semântica	108
4.2.4	Resultados Fundamentais	110
4.2.4.1	Corretude e Completude de QT	132
4.2.4.2	Resultados adicionais	137
Considerações finais		147
Referências Bibliográficas		153

Notações e Abreviaturas

1. Definição : “ $:=$ ” significa que o que está à esquerda do símbolo está definido pelo que está à direita.
2. Fim de demonstração : utilizaremos “■” para indicar CQD (“como queríamos demonstrar”).
3. CP : cálculo proposicional clássico.
4. CPQ : cálculo de predicados de primeira ordem.
5. S5Q⁼ : cálculo modal S5 quantificado com igualdade.
6. Símbolos e abreviações da metalinguagem:
 - “ $\dots \Rightarrow \dots$ ” para indicar “se ... *então* ...”;
 - “ $\dots \Leftrightarrow \dots$ ” ou “sse” para indicar “... *se, e somente se* ...”;
7. As definições, teoremas, lemas, observações, proposições e corolários serão numerados por seção e capítulo. Por exemplo: “Teorema 1.2.3” refere-se ao teorema 3, da seção 2, do capítulo 1.
8. Comentários, esclarecimentos e informações do autor que não estiverem explicitamente no texto ou em notas de rodapé poderão vir entre colchetes: “[” e “] ”.

Introdução

O que é verdade?

O que é verdadeiro?

Provavelmente estas sejam algumas das questões mais instigantes do estudo da filosofia. Muitos pensadores têm se debruçado sobre elas e, em geral, também nós, de uma forma ou de outra, como seres racionais e morais com elas nos deparamos na vida cotidiana.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma das concepções de verdade - a *quase-verdade* (ou *verdade pragmática*¹) proposta por Newton Carneiro Afonso da Costa e colaboradores -, com ênfase na sua definição, e introduzir e desenvolver uma lógica adequada que permite formalizá-la.

Para isso, buscamos inicialmente contextualizar, apresentar os pressupostos envolvidos na construção do conceito, partindo das questões mais gerais para as mais específicas. Os três primeiros capítulos têm caráter geral e esquemático, buscando, tanto quanto possível, especificar os pontos principais dos assuntos sob estudo. Dessa forma, no Capítulo 1 apresentamos uma breve dis-

¹Nos artigos originais **Mikenberg, da Costa & Chuaqui 1986** e **da Costa, Bueno & French 1998**, é utilizada a expressão “verdade pragmática”; posteriormente, em artigos mais recentes, da Costa passa a denominar a sua concepção de verdade de “quase-verdade”. No Capítulo 3 e principalmente no Capítulo 4, optamos por manter a nomenclatura dos artigos originais. Assim sendo, salvo menção em contrário, os termos “verdade pragmática” e “quase-verdade” são aqui usados como termos sinônimos.

cussão sobre as teorias da verdade. No Capítulo 2, a definição de verdade para linguagens formalizadas proposta por Alfred Tarski. No Capítulo 3, a definição de quase-verdade proposta por da Costa, também para linguagens formalizadas e, no Capítulo 4, uma lógica para a quase-verdade.

Iniciamos o Capítulo 1, apresentando uma breve discussão sobre as *teorias da verdade*. Apresentamos as posições de alguns filósofos ao tentarem estabelecer suas teorias da verdade, como por exemplo, como respondem as questões “O que é verdade?”, “O que torna uma coisa verdadeira?”, o que entendemos pelos termos ‘verdade’ e ‘falsidade’, e como encontrar uma “critério de verdade”, entre outros. Mencionamos também a disputa que existe sobre que tipos de coisas podem ser verdadeiras ou falsas - os portadores-de-verdade -, por exemplo, sentenças, proposições, enunciados, crenças, entre outros. Segundo **Lynch 2001**, p.3, quando indagamos sobre o que alguma coisa é, estamos interessados em pelo menos duas questões:

- O conceito da coisa, e
- A natureza subjacente à propriedade de ser a coisa.

Com relação à verdade, podemos fazer duas indagações:

1. A verdade tem mesmo uma natureza?
2. Se a tem, que tipo de natureza?

Essas questões dividem as teorias da verdade em dois debates distintos.

As teorias que tentam responder a segunda questão são denominadas teorias robustas da verdade, que consideram a verdade uma propriedade importante e que estão interessadas em saber, por exemplo, que tipo de relacionamento existe entre portadores-de-verdade e o mundo.

Por outro lado, dando uma resposta negativa à primeira questão, temos as teorias deflacionárias da verdade, que consideram que o problema da verdade é um pseudoproblema, no sentido de que qualquer explicação sobre ela é desnecessária. Segundo essas teorias, dizer que um enunciado é verdadeiro é dizer exatamente o próprio enunciado: por exemplo, dizer que “‘A neve é branca’ é verdadeira” é equivalente a dizer simplesmente que a neve é branca e isso é tudo o que se pode dizer significativamente sobre a verdade de “A neve é branca”.

A seguir, ainda no Capítulo 1, apresentamos as teorias da verdade correspondencial, da verdade coerencial e da verdade pragmática.

- Para a teoria correspondencial, “verdade é correspondência com a realidade”, isto é, um portador-de-verdade é verdadeiro quando as coisas no mundo são como os portadores-de-verdade dizem que são. Dessa forma, a teoria correspondencial, em geral, constitui-se em uma teoria essencialmente realista (embora existam teorias correspondenciais não-realistas). Ou seja, se algo é verdadeiro, isso não depende do que cada um acredita, a verdade depende do mundo e não de nós. Ao tentarmos estabelecer no que consiste a relação de correspondência - o relacionamento entre o portador-de-verdade e a realidade -, podemos obter dois tipos de teoria correspondencial:

1. Correspondência como congruência, e
2. Correspondência como correlação.

Bertrand Russell (**Russel 1912**), defensor de uma teoria da correspondência-como-congruência, considera que a correspondência consiste em um isomorfismo estrutural entre as partes de uma crença e as partes de um fato.

Para J.L. Austin (**Austin 1950**), defensor de uma teoria da correspondência-

como-correlação, as palavras e o mundo são correlacionados de duas formas:

(1) Por meio de convenções descritivas correlacionando sentenças com estados de coisas, e

(2) Por convenções demonstrativas correlacionando enunciados com situações de fato encontradas no mundo em ocasiões particulares.

- Para uma teoria coerencial, um conjunto de duas ou mais crenças é considerado coerente se elas “ajustam-se” ou “concordam” umas com as outras. A verdade é uma questão de relação entre portadores-de-verdade e outros portadores-de-verdade.
- O pragmatismo pode ser visto, de uma forma geral, como um método para esclarecimento de idéias ou determinação de significados, um método que procura levar para a análise filosófica as técnicas da investigação experimental. Para C.S. Peirce, o fundador do pragmatismo, [em linhas gerais] a verdade constitui-se na opinião que está destinada a ser finalmente estabelecida, por todos os que a investigam.

No Capítulo 2, apresentamos a concepção semântica de verdade de Alfred Tarski. Diferentemente das teorias do Capítulo 1, a concepção de Tarski constitui essencialmente uma definição de verdade para linguagens formalizadas. O objetivo principal da proposta de Tarski é o de proporcionar uma definição satisfatória de verdade, ou seja, deve ela ser *materialmente adequada* e *formalmente correta*. A condição de adequação material exige que a definição deve ter como consequência todas as instâncias do esquema

(T) S é verdadeira se, e somente se, p

onde p é uma sentença e S um nome para essa sentença.

Para evitar paradoxos tais como a *Antinomia do Mentiroso*, Tarski estabelece a distinção *linguagem-objeto/metalinguagem*. A linguagem-objeto é a linguagem *para a qual* a definição de verdade é dada e a metalinguagem é a linguagem *na qual* a definição de verdade é dada.

Assim sendo, para Tarski, a definição de verdade é formalmente correta se é dada para uma linguagem-objeto formalizada em uma metalinguagem também formalizada.

No Capítulo 3, assim como fez Tarski para a noção de verdade correspondencial, apresentamos uma definição formal de quase-verdade, proposta por da Costa, utilizando um tipo de estrutura matemática denominada “estrutura parcial”. Para **da Costa 1999**, p.22, na Filosofia da Ciência ou Teoria da Ciência, o conceito de *verdade* é fundamental. Nas várias ciências procura-se algum tipo de verdade. Mas, desde que há diversas concepções de verdade, qual é a verdade “efetivamente pressuposta pela Ciência”? Nas ciências empíricas, frequentemente nos deparamos com teorias que são incompatíveis (contraditórias) entre si, por exemplo:

Às vezes, teorias opostas entre si são usadas simultaneamente, e não de modo separado, na explicação dos fenômenos. Isto acontece, *v.g.*, com o átomo de Bohr e com a teoria do plasma. Nestes dois casos, invocamos, ao mesmo tempo, a mecânica de Newton e a teoria eletromagnética de Maxwell, teorias incompatíveis entre si.

No entanto, tais teorias subsistem e desempenham o seu papel nos seus respectivos campos de aplicação. Contudo, do ponto de vista formal, qualquer tentativa de acomodar teorias contraditórias num mesmo sistema leva “inevitavelmente” à trivialização do sistema. Mas, tal fato ocorre devido à utilização da lógica clás-

sica como lógica subjacente à formalização². Assim como ocorreu com as geometrias não-euclidianas, no campo da lógica, com o advento das lógicas não-clássicas³ tornou-se possível, entre outras coisas, formalizar teorias que encerram contradições, sem que isso leve à trivialização do sistema. Tal é o caso das chamadas *lógicas paraconsistentes*, as quais são lógicas contraditórias e não-triviais.

Outra questão relativa às teorias científicas é que uma teoria considerada verdadeira hoje pode não ser verdadeira amanhã, ou seja, a veracidade das teorias não é eterna/absoluta, as teorias são falíveis.

Assim sendo, por essas e outras razões, que serão explicitadas no Capítulo 3, da Costa considera que a concepção de verdade para as ciências empíricas é a *quase-verdade*.

No que concerne à representação do conhecimento, geralmente, na prática científica, quando investigamos determinado domínio de conhecimento, não sabemos tudo sobre ele, ou seja, nossa informação é incompleta e parcial. Para representar essa incompletude e parcialidade da informação sobre o domínio investigado, da Costa introduz o conceito de *estrutura parcial*. Uma estrutura parcial A é um par $A = \langle D, R_i \rangle_{i \in \omega}$, onde D é o conjunto de objetos sob investigação e R_i constitui uma família de *relações parciais* i -árias entre os elementos de D . A parcialidade da informação está representada em R_i . Uma relação parcial n -ária R é uma tripla (R_1, R_2, R_3) , onde R_1 corresponde às n -uplas que sabemos que pertencem a R , R_2 corresponde às n -uplas que sabemos que *não* pertencem a R e R_3 às n -uplas que não sabemos se pertencem ou não a R .

²Uma teoria T , tendo L como lógica subjacente, diz-se inconsistente se possuir teoremas contraditórios, isto é, um dos quais é a negação do outro; em caso contrário, T diz-se consistente. A teoria é trivial se todas as fórmulas de sua linguagem (ou todas as fórmulas fechadas dessa linguagem) forem teoremas de T ; se isto não ocorrer, T é não trivial. (da Costa 1999, p.85)

³Ver D'Ottaviano 1992.

Para a definição de quase-verdade é estabelecida a noção auxiliar de *estrutura pragmática simples* (eps), a qual é obtida incorporando-se à estrutura parcial um conjunto $\wp$ de sentenças que aceitamos como verdadeiras ou que são verdadeiras segundo a teoria correspondencial. Assim, uma eps A é uma estrutura $A = \langle D, R_k, \wp \rangle_{k \in \omega}$.

Analogamente à caracterização de verdade de Tarski (uma sentença é verdadeira ou falsa relativamente a uma interpretação em uma dada estrutura), uma sentença será quase-verdadeira ou quase-falsa relativamente a um tipo apropriado de estrutura. Dizer que uma sentença é quase-verdadeira significa que ela é verdadeira, no sentido correspondencial, no contexto considerado. Logo, a quase-verdade utiliza a caracterização de verdade de Tarski. Contudo, a caracterização de Tarski emprega estruturas usuais, ou seja, estruturas em que as relações são as usuais (totais), não parciais.

Uma eps A pode ser estendida a estruturas totais, as quais denominaremos estruturas A -normais. Assim, uma sentença é quase-verdadeira ou quase-falsa (na eps A), relativamente a uma estrutura A -normal.

Finalmente, no Capítulo 4, apresentamos uma *lógica para a quase-verdade*, proposta por da Costa a partir de sua definição formal baseada em estruturas parciais⁴. A conexão entre essa lógica e as estruturas parciais é realizada considerando-se as estruturas A -normais (de uma estrutura parcial A) como mundos de um modelo de Kripke. Nessa lógica, o operador $\Diamond$ corresponde à noção de verdade pragmática e o operador $\Box$ à noção de validade pragmática. Para isso, são utilizados dois sistemas associados: uma lógica QV que formaliza o conceito de validade pragmática estrita e uma lógica QT que formaliza o

⁴Uma questão conceitual relevante que surge é, em geral, “Qual o sentido de se formular uma *lógica da verdade*?”. Neste capítulo, apresentaremos uma lógica para a quase-verdade sob a perspectiva de **da Costa 1999**, p.149, ou seja, como lógica dedutiva da ciência.

conceito de verdade pragmática. A lógica QV corresponde exatamente à lógica $S5Q^=$, isto é, ao cálculo modal S5 quantificado com igualdade, e a lógica associada QT constitui um tipo de *lógica discursiva de Jaśkowski* (**Jaśkowski 1969**).

São apresentadas as definições formais necessárias à introdução de QV e QT, os postulados, e introduzimos uma semântica. No caso da semântica, empregamos uma semântica de modelos de Kripke, em que cada mundo possível está associado a uma estrutura A-normal da estrutura pragmática simples A que está sendo considerada na formalização.

A seguir, são demonstrados metateoremas de QT-QV, com suas demonstrações. No sistema associado QT, demonstramos que, para uma fórmula fechada α , α é teorema de QT se, e somente se, $\Diamond\alpha$ é teorema de QV, ou seja,

$$\vdash_{QT} \alpha \Leftrightarrow \vdash_{QV} \Diamond\alpha.$$

Definimos a noção de consequência sintática pragmática e a noção de teoria pragmática, e demonstramos que QT constitui uma lógica paraconsistente.

Introduzimos a definição de conectivo pragmático e, por fim, construímos uma demonstração simplificada da corretude e da completude de QT, valendo-nos dos metateoremas de QT-QV.

Nas Considerações Finais, discutimos os principais aspectos do trabalho desenvolvido e apresentamos algumas questões que poderão ser estudadas em trabalhos futuros.

Nas Referências Bibliográficas são elencados apenas os artigos e livros explicitamente mencionados no texto, por nós consultados.

Esclarecemos que os resultados e as demonstrações originais, inclusive as demonstrações que correspondem ao desenvolvimento detalhado de sugestões de autores explicitamente mencionados, estão indicados no texto pelo sinal “▲”.

Capítulo 1

Algumas teorias da verdade

Neste capítulo faremos uma breve introdução às **teorias da verdade**. Várias teorias têm sido propostas e construídas, mas nos ocuparemos somente das principais, que consideramos adequadas ao nosso estudo: a teoria da verdade **correspondencial**, a teoria da verdade **coerencial**, e a teoria da verdade **pragmática**.

1.1 A questão das teorias da verdade

Segundo **Kirkham 1992**, p.1:

Idealmente, começa-se qualquer livro filosófico colocando-se a questão que o livro supostamente irá responder ou descrevendo o problema filosófico que o livro supostamente irá resolver. Mesmo os mais breves esboços de escritos sobre a verdade, entretanto, revelam que existe pouco consenso sobre o que é o problema filosófico da verdade.... Mas, em muitas disputas filosóficas, os filósofos estão conscientes das diferentes opiniões sobre o que o problema é exatamente e, portanto, são cuidadosos em evitar a falácia de criticar uma teoria por não cumprir o que não era pretendido realizar em primeiro lugar. Surpreendentemente, entretanto, muito

poucos escritores sobre *verdade* mostram qualquer conhecimento de que os filósofos com os quais discordam podem ter tido uma concepção diferente do problema filosófico da verdade. Mesmo quando um dado escritor mostra tal consciência, ele geralmente falha em tornar claro qual é a sua própria concepção do problema¹.

Essa introdução, em **Kirkham 1992**, p.1, fornece-nos prontamente um quadro do que geralmente ocorre com as teorias da verdade. De certa forma, ironicamente até, antes de tentar estabelecer e resolver o problema filosófico da verdade, parece ser necessário resolver o problema das teorias da verdade.

Ainda em **Kirkham 1992**, p.2, são apresentados alguns propósitos que os filósofos têm, ou que pensaram ter tido, ao estabelecerem suas próprias teorias da verdade:

- Responder a questão “O que é verdade?”;
- Responder a questão “O que torna uma coisa verdadeira?” (Mackie 1973, p. 17);
- Responder a questão “O que entendemos pelos termos ‘verdade’ e ‘falsidade’?”;
- Encontrar um “critério de verdade” (Haack 1978, p. 91) e (Mackie 1973, p. 30-32);
- Prover uma abordagem do *uso* de “verdadeiro” (Mackie 1973, p. 50);
- Encontrar o “critério de evidência” (Chisholm 1982, p. 182, 1977, p. 98);
- Mostrar “como as condições de verdade de qualquer sentença dependem da estrutura de tal sentença” (Harman 1973, p. 71);
- Responder a questão “Quais são as condições necessárias e suficientes para verdade de um enunciado?” (Hamlyn 1970, p. 113-114).

Além dessas questões, existe ainda uma disputa sobre que tipo de coisas podem ser verdadeiras ou falsas. Seriam estas as crenças, sentenças, enuncia-

¹Tradução nossa.

dos, proposições, ou o quê? **Kirkham 1992**, p.2, ainda enumera quatro tipos de confusão concernentes às teorias da verdade:

1. Vaguedade - muitas das descrições, particularmente o projeto de responder “O que é verdade?” são tão vagas que qualquer teorista poderia endossá-las como uma descrição de seu projeto;
2. Ambigüidade - algumas dessas descrições podem ser tomadas de várias maneiras (por exemplo, “encontrar um critério de verdade”);
3. Da mesma forma que as mesmas palavras poderiam ser usadas para descrever dois projetos diferentes, assim também algumas dessas aparentemente diferentes descrições são exatamente dois modos de descrever o mesmo projeto;
4. Alguns teóricos têm tido mais de um projeto em mente, isto é, oferecem uma teoria da verdade que acreditam responderá a duas diferentes questões sobre a verdade ou englobará dois projetos distintos.

Mas existem outras formas de abordar a questão, como observaremos a seguir.

A verdade é, sem dúvida, uma das questões mais profundas e misteriosas da filosofia. É uma questão complexa e fundamental para a compreensão de outros conceitos.

Segundo **Lynch 2001**, p.1, o motivo mais óbvio para o mistério da verdade é a ambigüidade da palavra. Se nos restringirmos ao adjetivo “verdadeiro”, podemos falar de “amigos verdadeiros”, “objetivos verdadeiros”, a assim por diante. Mas o sentido da palavra que concerne aos filósofos consiste, entretanto, no que é falar a verdade, no que é relatar o que se acredita ser verdadeiro, no que são proposições verdadeiras. Quando Voltaire (*apud Lynch 2001*, p.1) diz:

“Humanamente falando, vamos definir verdade - enquanto esperamos por uma definição melhor - como uma declaração dos fatos como eles são²”,

parece que podemos definir verdade somente com trivialidades, neste caso, que proposições verdadeiras são fatos ou que correspondem aos fatos. E “verdade é correspondência com o fato” permanecerá uma trivialidade, a menos que possamos dizer o que “correspondência” e “fato” significam em termos que não presuponham um entendimento da verdade. Uma das razões da dificuldade dessa tarefa é que a verdade é um conceito extremamente básico. Segundo **da Costa 1999**, p.119:

... consideramos o conceito clássico de verdade como primitivo. Ele se acha pressuposto em todas as nossas atividades práticas e teóricas. Filosoficamente, verdade é conceito último, indefinível por meio de outros mais simples, se utilizamos o termo *definição* na acepção de proposição que *caracteriza* e *esclarece*, sem petição de princípio, um conceito. A própria sentença expressando a definição, em sentido estrito, de verdade teria de ser “verdadeira”.

É difícil entrar em qualquer investigação teórica sem empregar o conceito de verdade. Nós mesmos não podemos argumentar sobre uma teoria da verdade sem usar o conceito, porque questionar uma teoria é questionar sua veracidade, e aceitar uma teoria é aceitá-la como verdadeira. Mas, de forma similar, podemos discutir o que é uma flor, o que é uma pessoa ou o que é a justiça sem empregar esses conceitos enquanto o fazemos. Contudo não podemos deixar de lado o conceito de verdade, assim como podemos fazer com outros conceitos. Parece que poucos conceitos estão tão fortemente arraigados no nosso pensamento como a verdade.

Lynch 2001, p.2, apresenta algumas ligações entre a verdade e outros conceitos:

²Tradução nossa.

- A verdade está profundamente conectada à crença, por exemplo, quando alguém nos conta sobre o que acredita, isto implica que está nos relatando o que acredita ser verdadeiro;
- De forma similar com a afirmação ou endosso - quando afirmamos, apresentamo-nos como falando a verdade;
- A verdade também está ligada ao conhecimento - não se pode saber o que *X* fez, a menos que seja realmente verdadeiro o que *X* tenha feito³;
- A verdade é uma questão central da lógica em geral - um argumento é válido quando é impossível que suas premissas sejam verdadeiras e sua conclusão falsa;
- E a verdade também está relacionada com outro conceito misterioso, a realidade, ou seja, falar sobre a verdade é falar da realidade como ela é⁴.

Ainda segundo **Lynch 2001**, p.3, por estar tão ligada a outros conceitos filosoficamente interessantes é que podemos ver a profundidade da questão da verdade e a importância de se entender o que a verdade é. Frequentemente, os filósofos estão interessados em outros assuntos quando indagam sobre a verdade, assuntos que envolvem a ligação entre verdade e outros temas de interesse filosófico. Assim:

- Alguns filósofos que consideram a si próprios como trabalhando sobre a verdade, estão realmente interessados em como adquirir a verdade, ou na sua justificação e conhecimento⁵;

³O conhecimento é conhecimento de algo verdadeiro.

⁴[No caso da teoria correspondencial].

⁵[Epistemologia].

- Outros estão curiosos sobre a relação da verdade com o significado lingüístico⁶;
- Enquanto que outros estão interessados na relação entre verdade e lógica.

Mas, para cada uma das questões acima, o problema é mais o papel explicativo da verdade do que a sua natureza, pois quando confrontamos essas questões, assumimos conhecimento prévio do que a verdade é.

Ainda, segundo **Lynch 2001**, p.3, o que significa indagar sobre o que é a verdade? Quando indagamos o que alguma coisa é, em geral, estamos interessados em pelo menos duas questões:

1. O *conceito*⁷ da coisa; e
2. A natureza subjacente à *propriedade* de ser a coisa.

Um exemplo que pode ser mencionado é o seguinte: O que é ouro?

⁶[Filosofia da Linguagem].

⁷CONCEITO: 4. Termo chave em filosofia, o conceito designa uma idéia abstrata e geral sob a qual podemos unir diversos elementos. Só em parte é sinônimo de *idéia*, palavra mais vaga, que designa tudo o que podemos pensar ou que contém uma apreciação pessoal: aquilo que podemos pensar de algo. Enquanto idéia abstrata construída pelo espírito, o conceito comporta, como elementos que entram em sua construção:

- (a) a *compreensão* ou o conjunto dos caracteres que constituem a definição do conceito (O homem: animal, mamífero, bípede, etc.);
- (b) a *extensão* ou o conjunto dos elementos particulares dos seres aos quais se estende esse conceito.

A compreensão e a extensão se encontram numa relação inversa: quanto maior for a compreensão, menor será a extensão; quanto menor for a compreensão, maior será a extensão (**Japiassú & Marcondes 1991**, p. 53).

Podemos querer entender o *conceito* de ouro, o que a palavra “ouro” significa, ou, podemos querer saber sobre a natureza subjacente à *propriedade*⁸ de ser ouro⁹. No caso dos filósofos que indagam sobre o que é a verdade, ocorre fato similar. Algumas vezes estão interessados no conceito, outras, na natureza subjacente e, em outras vezes, em ambas. No exemplo do ouro, para uma análise do conceito, fornecendo condições necessárias e suficientes para a utilização da palavra, não é necessário dizer tudo sobre o que consiste a propriedade de ser ouro. O que não ocorre no caso da verdade, pois, de certa forma, teorias do conceito e teorias da propriedade inter-relacionam-se. E, diferentemente do caso do ouro, não temos qualquer acesso independente ou empírico à propriedade da verdade propriamente dita, exceto através do conceito. Dessa forma, em alguns casos, disputas sobre a propriedade da verdade são travadas no terreno conceitual, sobre como podemos melhor definir o conceito de verdade. Assim, aprendemos sobre a propriedade da verdade aprendendo sobre o conceito.

Para **Lynch 2001**, p.3, existem duas questões centrais sobre as quais podemos indagar, relativas à propriedade ou natureza subjacente da verdade:

1. A verdade tem mesmo uma natureza¹⁰?
2. Se a tem, que tipo de natureza?

Estas questões dão origem a dois debates distintos.

As teorias que tentam responder a segunda questão, isto é, que tipo de propriedade - ou natureza subjacente - tem a verdade, são freqüentemente chamadas de teorias *robustas* da verdade. Essas teorias consideram que a verdade é uma propriedade importante e que requer uma substancial e complexa

⁸PROPRIEDADE: Em um sentido ontológico, a propriedade é uma característica definidora de um objeto, ou de uma classe de objetos (**Japiassú & Marcondes 1991**, p.203).

⁹Por exemplo, suas características físico-químicas.

¹⁰Ou seja, a verdade constitui uma propriedade de algum objeto?

explicação. Segundo **Lynch 2001**, p.5, esses defensores das teorias robustas estão interessados em questões, como por exemplo:

- Existe tal coisa como a verdade absoluta, ou toda verdade é, de algum modo ou de outro, subjetiva ou relativa?
- Que tipo de relacionamento, se existir um, têm as proposições verdadeiras com o mundo?
- Todas as verdades são verificáveis pela experiência sensível?

De forma ampla, considera **Lynch 2001**, p.5, todas essas questões concernem à *objetividade* da verdade. Logo, uma questão fundamental para as teorias robustas da verdade é o *realismo*¹¹.

E, considerando uma resposta negativa para a questão “A verdade tem mesmo uma natureza?”, somos levados ao outro debate: as teorias *deflacionárias* da verdade. Os deflacionistas têm suspeitado que o assim chamado problema da verdade é realmente um pseudoproblema. Os deflacionistas consideram que a verdade não constitui uma propriedade compartilhada por todas as proposições que consideramos verdadeiras. Logo, o conceito de verdade não deveria ser entendido como expressando tal propriedade, mas ser visto como exercendo uma outra função. Colocando de outra forma, teóricos robustos argumentam que os vários mistérios da verdade requerem uma substancial explicação metafísica, enquanto os deflacionistas acreditam que qualquer explicação é desnecessária.

Segundo **Lynch 2001**, p.421, a questão, para qualquer tipo de deflacionismo, inicia-se geralmente chamando-se a atenção para a assim denominada

¹¹Esta é uma conclusão defendida por **Lynch 2001**. Em **Kirkham 1992**, p.133, são apresentadas algumas teorias correspondenciais que não são intrinsecamente realistas.

transparência da verdade. Se considerarmos que é verdadeiro que rosas são vermelhas, parece que podemos “ver direto através” de sua veracidade e considerar simplesmente que rosas são vermelhas. Inferimos que é verdadeiro que rosas são vermelhas a partir da proposição que rosas são vermelhas, e vice-versa. Temos então, em geral, o seguinte esquema:

(TS) A (crença, proferimento, proposição, etc) que p é verdadeira se, e somente se, p .

Segundo Paul Horwich (*apud* **Lynch 2001**, p.421):

a intenção básica por trás do deflacionismo é que não existe nada mais para nosso conceito de verdade do que o nosso compromisso com instâncias de (TS). Na visão deflacionista, não existe razão para tentar explicar porque (TS) é verdadeiro (...), (TS) mesmo (mais ou menos, dependendo da variedade de deflacionismo envolvido) explica tudo o que existe para explicar sobre nosso conceito de verdade¹².

Qualquer visão deflacionista de verdade possui duas componentes básicas (**Lynch 2001**, p.422):

1. Metafísica: a verdade não tem natureza. Isto é freqüentemente colocado como “verdadeiro” não expressa uma propriedade, ou pelo menos, nenhuma propriedade real ou substantiva;
2. Semântica: desde que “verdadeiro” não constitui uma propriedade que todos os enunciados verdadeiros compartilham, o deflacionismo deve explicar o significado da palavra “verdadeiro” e/ou o propósito de ter tal palavra ou conceito na nossa linguagem.

Um exemplo de teoria deflacionária pode ser visto, a seguir, na *teoria da redundância da verdade*.

¹²Tradução nossa.

Strawson (*apud* **Grayling 1997**, p.160), ao criticar a teoria de Austin (cf. a teoria correspondencial da verdade, adiante), propõe uma visão alternativa de verdade, na qual dizer que um enunciado é verdadeiro significa, com efeito, assumi-lo ou endossá-lo, como dizer “sim” ou acenar em concordância (tal visão é algumas vezes denominada “teoria performativa da verdade”). Para Strawson (*apud* **Grayling 1997**, p.160), a questão certa a indagar sobre a verdade é “*como* ‘verdadeiro’ é usado”, fornecendo como resposta que a veracidade constitui-se em nada mais do que a performance da concordância, endosso ou ênfase. Tal visão tem afinidades com a “teoria da redundância da verdade” proposta por Ramsey (**Ramsey 1927**). Para Ramsey, segundo **Grayling 1997**, p. 160, não existe realmente um problema sobre a verdade mas simplesmente uma confusão lingüística. Veracidade e falsidade são atribuídos primariamente a proposições, e proposições podem ser explicitamente dadas ou descritas. No caso de uma proposição explicitamente dada, tal como “César foi assassinado”, é evidente que “É verdadeiro que César foi assassinado” significa precisamente o mesmo que “César foi assassinado”, e “É falso que César foi assassinado” significa precisamente o mesmo que “César não foi assassinado”. Conseqüentemente, as atribuições de veracidade e falsidade são redundantes; no máximo enfatizam um pouco, ou estabelecem o lugar que a proposição ocupa no argumento, ou estão colocadas lá por razões estilísticas. De forma similar, pode-se dizer que “É um fato que César foi assassinado” ou que “César foi assassinado é contrário ao fato”, onde apelar para “fatos” é tão redundante quanto apelar para a veracidade ou falsidade.

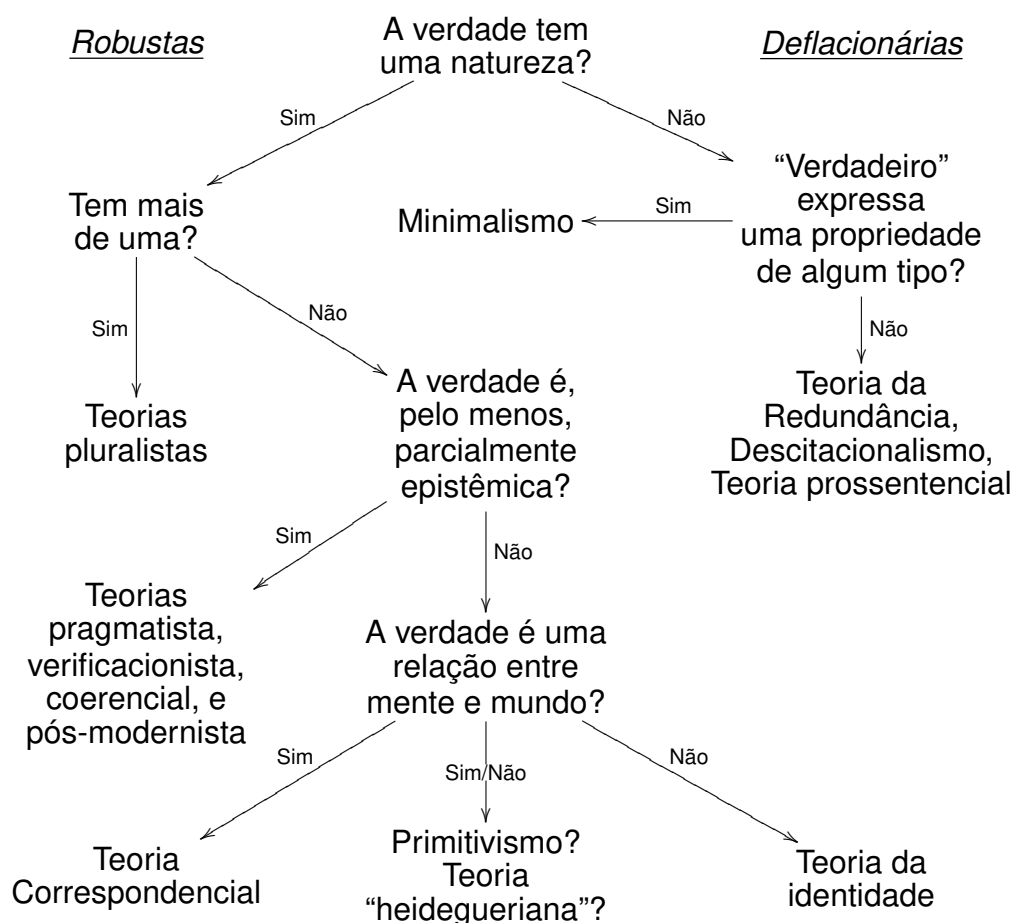
No caso de proposições descritas (ainda Ramsey *apud* **Grayling 1997**, p.161), “É verdadeiro” e “É falso” também são redundantes. Se dissermos “Ele sempre está certo”, queremos dizer que “As proposições que ele assevera são sempre verdadeiras”, e parece não existir forma de dispensar a palavra “ver-

dadeiro”. Entretanto, Ramsey sugere que para eliminar “verdadeiro” devemos alterar “As proposições que ele assevera são sempre verdadeiras” para “Para todo p , se ele assevera p , p é verdadeiro”, e então podemos ver que a função proposicional “ p é verdadeiro” é simplesmente o mesmo que p , como no exemplo de César acima, “Para todo p , se ele assevera p , então p ”. Em português, adicionamos “É verdadeiro” para dar um verbo a uma sentença, porém “ p ” já contém um. Se considerarmos a forma relacional da proposição aRb , então “Ele está sempre certo” pode ser colocado como “Para todo a, R, b , se ele assevera aRb , então aRb ”. Logo, adicionar “É verdadeiro” é obviamente supérfluo. Para Ramsey (*apud* **Grayling 1997**, p.161), nosso real interesse nessa conexão não concerne à natureza da verdade e falsidade, mas à natureza do julgamento ou asserção. “Verdadeiro” e “Falso” são predicados que podem ser eliminados sem perda semântica, tendo somente um papel estilístico ou algum outro papel pragmático. Essa abordagem evita todas as dificuldades de uma teoria correspondencial, pois nenhuma questão surge a respeito dos três termos correspondenciais - proposições, fatos e a relação de correspondência entre eles. “É um fato que” é tão redundante quanto “É verdadeiro que”, que trata também com fatos e, dado que “É verdadeiro” é um predicado eliminável, não introduz uma propriedade genuína a ser anexada a qualquer coisa que pode ser asseverada, e assim, não existe necessidade para invocar as proposições como portadores-de-verdade, pois onde não existe qualquer verdade a ser possuída, nenhum portador-de-verdade é exigido. Se não precisamos de fatos e nem de proposições, não existe a necessidade de especificar uma relação entre eles, evitando assim, toda dificuldade encontrada pela teoria correspondencial.

É claro que o debate robusto e o debate deflacionista constituem apenas mais um modo de abordar a questão da verdade.

Apresentaremos, a seguir, um quadro em que **Lynch 2001**, p.4, es-
quematiza e relaciona as várias teorias que surgem ao se tentar responder a
questão “A verdade tem uma natureza?”

Teorias da Verdade



Observação 1.1.1 O quadro acima apresenta outras teorias da verdade, tais como as teorias pluralistas, verificacionista, pós-modernista, primitivista, heidegueriana, da identidade, minimalista, a descitacionalista e a prossentencial, as quais não serão abordadas neste trabalho. Como referências citamos **Lynch 2001** ou **Kirkham 1992**.

Apresentaremos, a seguir, outro modo de abordar a questão da verdade.

Segundo **Grayling 1997**, p.122:

É um lugar-comum filosófico que não pode haver progresso no entendimento de um conceito a menos que a investigação se inicie com as questões certas¹³.

Ainda segundo **Grayling 1997**, p.122, a questão errada a indagar sobre a verdade é “O que é verdade?”. A questão é “errada” pelo seguinte: se fizermos a pergunta “O que é uma rosa?”, a resposta é relativamente fácil, “É uma flor”. Por outro lado, se a pergunta for “O que é racionalidade?”, a resposta impõe mais dificuldades e precisa ser mais estudada. O que está sendo requerido é uma abordagem de um conceito complexo, e talvez seja mais útil iniciar investigando no que consiste ter a posse desse conceito, o que é, em parte, indagar como e quando se usa. Dessa forma, é melhor responder a essa pergunta de um modo que, embora circular, é mais informativo, recolocando a questão como “o que é para alguém tomar uma decisão ou escolha racional?”, responder a essa questão significa estar no caminho para a compreensão do conceito de racionalidade em geral. E é esse mesmo tipo de questão, o da verdade, que pelas mesmas razões, são melhor abordadas de modo indireto. Logo, a tarefa de abordar a questão da verdade tornar-se-á mais fácil se recolocarmos a questão na forma “O que é preciso para uma proposição (enunciado, sentença, ou crença) ser verdadeira?”.

O problema da verdade tem sido abordado a partir de dois pontos principais, no que concerne ao:

1. Significado da palavra “verdadeiro”;
2. Critério ou critérios pelos quais os valores-de-verdade podem ser reconhecidos como correspondendo aos portadores-de-verdade.

¹³Tradução nossa.

Essa distinção é importante porque, enquanto uma teoria pode oferecer uma definição de “verdadeiro”, uma outra pode oferecer um teste para se certificar de qual valor-de-verdade algum portador-de-verdade possui. Por exemplo, segundo **Grayling 1997**, p.124, Bradley pareceu pensar que, quanto ao significado, “verdadeiro” é uma forma de correspondência - “verdade para ser verdade deve ser verdadeira de alguma coisa” - enquanto a coerência fornece o critério ou teste de verdade. Muitos pragmatistas identificam a definição e o critério, dizendo que a definição fornece o significado de “verdadeiro”, que por sua vez fornece critérios para sua aplicação; Blanshard (**Blanshard 1939**), um teórico coerentista, também considera que a definição e o critério andam juntos, neste caso porque verdade é coerência e assim, a noção já fornece um teste para a verdade e uma definição de verdadeiro.

1.2 Portadores-de-verdade

Considerando a questão, como muitas teorias o fazem, de que a verdade é uma propriedade, então é necessário especificar que coisas ou que tipo de coisas podem apresentar essa propriedade, ou seja, que coisas podem ser verdadeiras ou falsas.

Os candidatos podem ser crenças, proposições, juízos, asserções, enunciados, teorias, comentários, idéias, atos de pensamento, proferimentos, ocorrências de sentenças, tipos de sentenças, sentenças, e atos da fala. Segundo **Haack 1978**, p.74, isso não é um problema simples,

... e diz respeito à relação entre argumentos formais e informais: nos argumentos informais, o que corresponde às fórmulas bem formadas das linguagens formais?

Segundo **Kirkham 1992**, p.54, também nesse caso existe muita confusão. Mesmo se todos os filósofos chegassem a um acordo para identificar

pelo nome o portador-de-verdade correto para a verdade, os problemas dificilmente chegariam ao fim, dado que também existe desacordo sobre a natureza das coisas nomeadas por cada um desses termos. A idéia de “sentença” para uma pessoa pode ser diferente da idéia de outra pessoa, enquanto pode ocorrer também o contrário, terminologias diferentes podem estar fazendo referência a conceitos idênticos. E, além disso, mesmo se dois filósofos concordam sobre os nomes e a descrição apropriada do portador-de-verdade correto, eles podem discordar sobre porquê esses deveriam ser considerados os portadores-de-verdade corretos.

Kirkham 1992, p.55, apresenta uma amostra de algumas considerações sobre vários candidatos para o título de “portador-de-verdade”:

- Ocorrências de sentenças são objetos físicos (Haack 1978);
- Sentenças (se tipo ou ocorrência não foi especificado) e *enunciados* são objetos materiais (O'Connor & Carr 1982);
- Um enunciado é um *ato* de proferir uma sentença, é um evento já ocorrido (Platts 1979);
- Um enunciado é o conteúdo de uma sentença declarativa (Haack 1978);
- Tipos de sentença são classes de ocorrências similares ou um padrão que ocorrências similares exemplificam (Haack 1978);
- Tipos de sentença são *conjuntos* de ocorrências de sentença cujos elementos desempenham papéis idênticos na linguagem em que ocorrem. Eles não precisam se parecer (Sellars 1963);
- Proposições são entidades mentais;
- Uma proposição é o conteúdo de algo que é dito (Platts 1979);
- Proposições são os significados de sentenças e os objetos de estados de consciência (O'Connor & Carr 1982);
- Uma proposição constitui o que é comum a um conjunto de sentenças declarativas sinônimas (Haack 1978);

- Proposições são entidades atemporais, inexprimíveis;
- Proposições são numericamente idênticas aos fatos (Armstrong 1973, Chisholm 1977).

Não obstante as várias interpretações que os candidatos a portadores-de-verdade recebem, apresentamos a seguir algumas definições dos tipos mais importantes de entidades candidatas.

Sentença - constitui qualquer cadeia gramaticalmente correta e completa de expressões de uma língua natural. Por exemplo, “A neve é branca, “A porta está fechada” (**Haack 1978**, p.75).

Ocorrência de sentença - constitui uma manifestação física, duradoura ou não. Uma ocorrência de sentença, por exemplo, é feita de moléculas de giz sobre uma lousa, moléculas de tinta ou grafite sobre papel, ondas sonoras no ar ou os *bits* na memória do computador.

Tipo de sentença - constitui um conjunto de ocorrências de sentenças, cada uma das quais desempenhando o mesmo papel que as outras, isto é, significam a mesma coisa (**Haack 1978**, p.75).

Proposição - constitui uma entidade abstrata. É o conteúdo informacional de uma sentença completa no modo declarativo. Proposições não são idênticas a tipos de sentenças, porque um tipo de sentença nada mais é do que a coleção de seus membros, enquanto uma proposição ainda existiria mesmo se nunca tivesse sido proferida em uma ocorrência de sentença.

Proferimento - constitui uma ação. É o ato de criar uma ocorrência de sentença.

Asserção - constitui um tipo de proferimento, que cria uma ocorrência de sentença declarativa para o propósito locucionário de comunicar informação.

Crença - constitui uma entidade mental.

1.3 Teoria Correspondencial da Verdade

A teoria correspondencial da verdade está baseada na idéia de que “Verdade é correspondência com a realidade”, ou seja, um portador-de-verdade é verdadeiro quando as coisas no mundo são como os portadores-de-verdade dizem que são. Algum aspecto da realidade deve ser simplesmente de uma certa forma. Se o for, então o portador-de-verdade é verdadeiro, se não, o portador-de-verdade é falso. A teoria correspondencial está entre as teorias robustas da verdade, isto é, aquelas teorias que consideram que a verdade tem uma natureza. Além disso, constitui, em geral, segundo **Lynch 2001**, p.5, uma visão realista objetiva - se algo é verdadeiro, isso não depende do que cada um acredita, a verdade depende do mundo e não de nós. Mas, dizer “Verdade é correspondência com a realidade” nada mais é do que uma trivialidade. Para estabelecer rigorosamente uma teoria da verdade, é necessário estabelecer/esclarecer três aspectos da idéia de verdade correspondencial:

1. Estabelecer o quê tem a propriedade de ser verdadeiro - qual é o portador-de-verdade;
2. A correspondência - qual é a relação de verdade; e
3. A “realidade” à qual corresponde o portador-de-verdade.

Iniciando pelo Item 2, observamos que as teorias correspondenciais apresentam dois tipos de relação de correspondência, que dão origem a dois tipos de teoria:

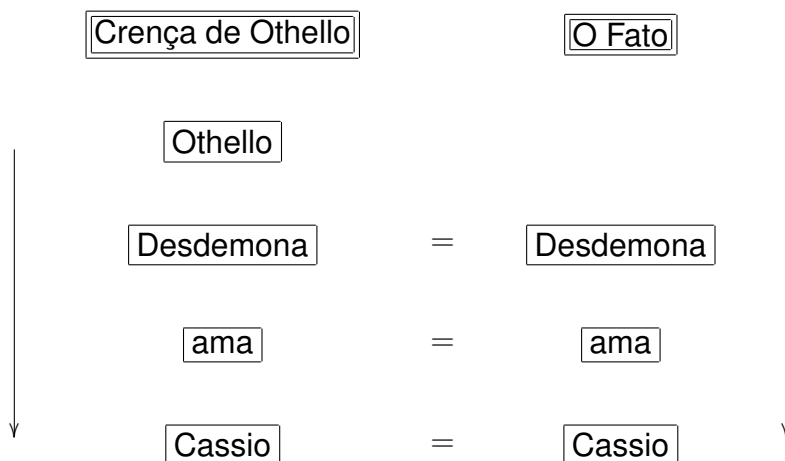
- Correspondência como congruência, e
- Correspondência como correlação.

Uma teoria da correspondência-como-congruência considera que portadores-de-verdade e os fatos possíveis aos quais eles correspondem têm estruturas paralelas. Bertrand Russell (e também Wittgenstein), defensor dessa visão, considera que a correspondência consiste em um isomorfismo estrutural entre as partes de uma crença e as partes de um fato. O que se acredita que é verdadeiro ou falso e a sua correspondência com os fatos é que tornam as crenças verdadeiras ou falsas. Para **Russell 1912** (*apud Kirkham 1992*, p.120), acreditar sempre consiste em uma relação do crente a dois ou mais objetos unidos por outra relação. Assim, por exemplo, minha crença de que A ama B consiste no meu ser (o sujeito) relacionado a A (um termo-objeto), B (outro termo-objeto) e na relação *amar* (a relação-objeto). A verdade requer uma congruência entre essa relação quaternária e uma segunda relação ternária chamada “um fato” que tem A, *amar* e B (nessa ordem) como seus termos. Isto é, os objetos relacionados dessa forma constituem uma “unidade complexa” que, quando relacionados na mesma ordem em que também estão na minha crença, constituem o “fato correspondente à crença”. Logo, uma crença é verdadeira quando corresponde a uma certa unidade complexa - um fato - e é falsa quando não corresponde. Assim, crenças verdadeiras encaixam-se/ajustam-se aos fatos.

Kirkham 1992, p. 121, apresenta um diagrama para esquematizar essa idéia.

Do lado esquerdo da figura está a crença - de Othello, que Desdemona ama Cassio - com seus quatro termos. A seta vertical simboliza sua direção. Do lado direito está o fato que Desdemona ama Cassio, com seus três termos e uma seta vertical indicando sua direção. Pode-se dizer que as duas relações - a crença e o fato - se encaixam porque cada um dos dois termos-objeto, Desdemona e Cassio, aparecem em *ambas* as relações, e a relação-objeto, *amar*, aparece em ambas, e a crença e o fato têm a mesma direção. Se uma dessas condições não

fosse satisfeita, a crença e o fato não se encaixariam, e a crença seria falsa.



Dessa forma, a crença seria falsa se a direção do fato fosse diferente (se Cassio amasse Desdemona), se um dos termos-objeto fosse diferente (se Desdemona amasse Ralph) ou se a relação-objeto fosse diferente (se Desdemona odiasse Cassio).

J.L. Austin (**Austin 1950**) é um defensor da visão de correspondência-como-correlação, ou seja, da visão segundo a qual todo portador-de-verdade (proposição, sentença, crença, e assim por diante) está correlacionado a um fato possível; se esse fato possível realmente acontece então o portador-de-verdade é verdadeiro, caso contrário é falso. A verdade, para Austin, é considerada como uma relação quaternária entre um enunciado, uma sentença, um estado de coisas (um fato possível), e um tipo de estado de coisas. Um enunciado é a informação transmitida por uma sentença declarativa, o meio no qual o enunciado é realizado. Nesse caso, a correspondência não é estrutural, os enunciados e os estados de coisas não se encaixam/ajustam uns aos outros por causa das relações entre suas partes, eles se “emparelharam” um a um. E essa correspondência é determinada por convenções lingüísticas que especificam se o estado de coisas ao qual estou me referindo é do tipo apropriado para tornar meu

enunciado verdadeiro. Para Austin, as palavras e o mundo são correlacionados de duas formas:

1. Por meio de convenções *descritivas* correlacionando palavras (sentenças) com *tipos* de situações encontrados no mundo (estados de coisas), e
2. Por convenções *demonstrativas* correlacionando palavras (enunciados, isto é, sentenças realmente emitidas) com situações de fato encontradas no mundo em ocasiões particulares.

Então, um enunciado é considerado verdadeiro quando o estado de coisas particular ao qual está correlacionado pelas convenções demonstrativas é de um tipo que a sentença usada para fazê-lo está correlacionada pelas convenções descritivas. Por exemplo, suponhamos que alguém S , em um instante t , diga “ X está dormindo”. As convenções descritivas correlacionam as palavras com situações em que as pessoas dormem, e as convenções demonstrativas correlacionam as palavras com a real atividade de X no instante t . O que S diz em t será verdadeiro se a situação real, correlacionada com as palavras que S profere pelas convenções demonstrativas, é do tipo correlacionado com aquelas palavras pelas convenções descritivas. Logo, diz Austin, não existe necessidade alguma de que as palavras usadas para fazer um enunciado verdadeiro espelhem de alguma forma, mesmo indireta, qualquer característica da situação ou evento. A correspondência entre o portador-de-verdade e o mundo é “absoluta e puramente convencional”.

1.4 Teoria Coerencial da Verdade

Embora o conceito de teoria correspondencial da verdade já tivesse sido discutido por Platão e Aristóteles, o de teoria coerencial surgiu muito tempo depois.

Segundo **Kirkham 1998**, p.470, talvez o que seja o enunciado mais antigo de uma teoria coerencial da verdade pode ser visto em **Locke 1706**, p.243¹⁴:

Parece-me, pois, que a verdade, na importância própria da palavra, nada mais significa que a *união ou separação de sinais, e de que modo as coisas significadas por elas concordam ou discordam entre si.*

Genericamente, numa teoria coerencial da verdade, um conjunto de duas ou mais crenças é considerado coerente se elas ‘ajustam-se’ ou ‘concordam’ umas com as outras. Dessa forma, as crenças de um dado indivíduo são verdadeiras na medida em que o conjunto de todas as suas crenças é coerente, ou uma crença é verdadeira se é coerente com outras crenças em um sistema, e falsa, caso contrário. Assim, diferentemente da teoria correspondencial, na teoria coerencial, a verdade é uma questão de relação entre portadores-de-verdade com outros portadores-de-verdade, em vez de ser uma relação de correspondência entre um portador-de-verdade com a realidade.

Segundo **Grayling 1997**, p.130, o domicílio da teoria coerencial é, falando genericamente, o pensamento racionalista, tal como o de Spinoza e Leibniz no século 17 e princípio do século 18, e o de Hegel e Bradley no início e final do século 19 respectivamente. Posteriormente, o conceito de teoria coerencial também foi discutido por positivistas lógicos do século 20, tais como Neurath e Hempel.

As teorias coerenciais, segundo **Kirkham 1998**, p.470, tiveram sua época de ouro durante o século 19, no auge do idealismo ontológico na filosofia ocidental.

A relação entre as teorias coerenciais e o idealismo, segundo **Haack 1978**, p.94, é como aquela entre as teorias correspondenciais e o atomismo

¹⁴A numeração das páginas refere-se à edição de 1999.

lógico ou entre as teorias correspondenciais e o realismo. Segundo a perspectiva idealista, se a realidade propriamente dita constitui justamente um sistema de entidades mentais - pensamentos - então, nem mesmo os pensamentos verdadeiros podem corresponder a alguma outra realidade, desde que não a há. Dessa forma, é natural considerar que a verdade de um pensamento verdadeiro deve consistir nas suas relações com outros pensamentos.

Segundo **Kirkham 1998**, p.470, as teorias coerenciais do século 19 apresentaram uma definição mais detalhada de coerência: um conjunto de crenças é coerente se, e somente se, cada elemento do conjunto é consistente com qualquer subconjunto do restante do conjunto e cada um é conseqüência de todos os outros tomados como premissas ou, de acordo com algumas teorias coerenciais, cada um é conseqüência de cada um dos outros individualmente.

Um desses idealistas do século 19, Bradley, segundo **Grayling 1997**, p.130, estava interessado em argumentar que a realidade constitui um todo unificado e coerente, que ele chamou de *Absoluto*, sendo que nenhuma parcela do todo, tomado como tal, é inteiramente real, do que se segue que qualquer consideração sobre as partes do todo pode ser, no máximo, parcialmente verdadeira. E se considerarmos justamente uma parte do todo, podemos atingir um grau de verdade, mas, desde que em qualquer caso apreendemos partes do todo por meio de *aparências*, que ao contrário da realidade - o Absoluto - são cheias de contradições, essa compreensão parcial da verdade é insatisfatória. Se as aparências são, pelo menos, enganadoras por serem contraditórias, então o conhecimento - e portanto, a verdade - não tem qualquer base incorrigível nos juízos de percepção. Dessa forma, o racionalismo é o método a ser seguido, dado que a experiência sensível não fornece a base para o conhecimento e que, em vez disso, somente a inferência racional leva-nos à verdade, e o único teste disponível para a verdade de uma crença, no contexto de um sistema racional-

mente deduzido de crenças, é se ela é coerente com o sistema de crenças, onde nenhuma referência a parcelas de fatos associados a pensamentos é aceitável. Assim, nenhuma relação de correspondência pode ser invocada para explicar a verdade de uma crença.

Bradley, segundo **Grayling 1997**, p.131, resumiu a conexão entre coerência e sistema dizendo que a verdade constitui uma expressão ideal do Universo, imediatamente coerente e compreensiva e que não deve entrar em conflito consigo mesma. Verdade perfeita, em resumo, deve realizar a idéia de um todo sistemático. Assim, para um conjunto de crenças ser coerente, suas crenças constituintes devem ser consistentes umas com as outras e, de uma forma a ser especificada, dependentes de outras crenças do conjunto.

Segundo **Lynch 2001**, p.99,

O cerne do idealismo absoluto, que recebeu sua mais vigorosa e compreensiva apresentação nas mãos do filósofo Brand Blanshard, constitui um modo particular de olhar para o relacionamento do pensamento com a realidade. Rejeitando a tradicional distinção entre sujeito e objeto, em vez disso, o idealista considera que 'pensar sobre uma coisa é tomar a coisa mesma em algum grau no interior da mente'. Na visão idealista, um pensamento e seu objeto não diferem em tipo mas no *grau de realização*; o propósito do pensamento é tornar-se mais desenvolvido e coerente até que seja literalmente idêntico - ou "uno com" - à realidade. Assim, a realidade constitui *justamente* a realização de um sistema coerente maximal de juízos inteiramente articulado - um "todo significativo" -, onde um juízo particular é verdadeiro quando, e somente quando, é um elemento de um sistema de juízos idealmente coerente.

Devido à teoria coerencial enfatizar que a verdade consiste na coerência, ou suporte mútuo, de nossas crenças, é comum rotulá-la de concepção "epistêmica" de verdade.

Para **Kirkham 1998**, p.470, a distinção entre teorias da justificação e teorias da verdade não foi empregada no século 19. Como resultado, nessa época, existem poucos indivíduos aos quais pode-se atribuir uma teoria coerencial da verdade distinta de uma teoria coerencial da justificação.

Blanshard, ao contrário de alguns de seus predecessores, reconhece que uma teoria coerencial da justificação - ou uma teoria de teste para a verdade - é logicamente distinta de uma teoria coerencial da verdade propriamente dita. Para Blanshard, *apud* **Kirkham 1992**, p.104, coerência é o único critério de verdade, e temos que enfrentar a questão se ela também nos dá a natureza da verdade, e pode-se rejeitar a coerência como a definição de verdade enquanto aceitando-a como o teste. A verdade pura constitui um conjunto de crenças inteiramente coerente, sendo que o conhecimento inteiramente coerente seria o conhecimento em que todo juízo acarretaria e seria acarretado pelo resto do sistema. Mas dizer que toda crença seria consequência das outras conjuntamente e mesmo individualmente não descreve suficientemente as relações de consequência entre os elementos do sistema. Desde que um subconjunto inconsistente de crenças acarretaria qualquer coisa e todas as coisas, existe uma condição de consistência sobre qualquer sistema de crenças antes que seja considerado verdadeiro.

Para Blanshard, *apud* **Lynch 2001**, p.99, a coerência não constitui simplesmente consistência. Um sistema coerente ideal constitui um sistema

- Compreensivo, ou incluindo todos “os fatos conhecidos”, e
- Onde o suporte entre juízos é tal que “todo juízo é consequência, e o foi, do sistema”.

Blanshard, *apud* **Kirkham 1992**, p.106, não quer dizer que dois de tais sistemas, cada um coerente consigo mesmo mas inconsistente com o outro, são ambos verdadeiros. Um sistema verdadeiro de crenças deveria ser um sistema

em que tudo que é real e possível está coerentemente incluído. Dessa forma, um sistema puramente verdadeiro seria um que nos fornece um quadro completo do mundo. E essa teoria pode ser expressa no seguinte:

Para cada crença c , c é puramente verdadeira se, e somente se, c é um elemento de um conjunto consistente de crenças que fornece um quadro completo do mundo e onde cada uma das crenças acarreta cada uma das outras.

Ainda segundo **Kirkham 1992**, p.110, como a verdade pura nunca foi atingida, Blanshard propõe que a verdade venha em graus, isto é, uma tal crença é verdadeira no grau em que seu conteúdo poderia manter a si própria em um sistema de conhecimento completo, e falsa no grau em que sua aparência exigiria transformação. Ou seja:

Para cada crença c , c é verdadeira no grau n se, e somente se, n por cento do conteúdo de c estiver presente em um sistema puramente verdadeiro de crenças.

Mas, para **Grayling 1997**, p.131, nesse caso a relação proposta é, de longe, muito forte, e torna a teoria coerencial uma teoria de redundância assertiva, tendo como efeito que em tal sistema de crenças cada uma diz o mesmo que o resto.

A noção de contexto ou sistema desempenha um papel fundamental nas teorias coerenciais, desde que estas consideram que a verdade é determinada por um teste, de certo modo especificado, do valor de um portador-de-verdade em relação a outros portadores-de-verdade em um conjunto. Por sua vez, essa noção de sistema deve estar estabelecida em termos de consistência, correte e completude. Segundo **Grayling 1997**, p.132, uma visão que oferece uma base promissora para tal concepção é o holismo:

Holismo na teoria do conhecimento é a visão de que o sistema inteiro de nossas crenças é tal que elas se garantem mutuamente ou desabam juntas, e que as menores unidades de crença - teorias individuais, juízos particulares - são confirmadas ou negadas somente com o acordo ou desacordo com o sistema subjacente¹⁵.

Essa visão foi adotada por alguns positivistas lógicos na apresentação de uma teoria coerencial¹⁶. Inicialmente foi adotada uma forma de teoria correspondencial em que alguns enunciados são *básicos* ou *protocolares* - que se reportam à experiência perceptual imediata, sendo incorrigíveis e certos (porque correspondem diretamente aos fatos)- e os outros enunciados são *não-protocolares* - cuja verdade é determinada pelas suas relações lógicas com os enunciados básicos.

Carnap, segundo **Grayling 1997**, p.132, argumentou que o conhecimento científico baseia-se sobre enunciados protocolares, que por sua natureza não necessitam de qualquer verificação adicional. Schlick, segundo **Grayling 1997**, p.132, igualmente considera que sentenças protocolares constituem o inabalável ponto de contato entre o conhecimento e a realidade. Isso constitui um abandono das teorias correspondenciais clássicas com uma certa tendência coerencial, dado que consideram que somente uma certa classe de enunciados são verdadeiros por corresponderem aos fatos, enquanto o restante tem sua verdade determinada pelas relações com outros enunciados.

Ainda segundo **Grayling 1997**, p.133, Neurath vai além dessa visão em direção a uma teoria coerencial plena. Para Neurath, os enunciados protocolares podem não ser incorrigíveis, porque pode ser uma questão somente convencional que enunciados sejam considerados básicos e, por isso, um teste verificador direto sobre a correspondência entre enunciados protocolares e os fatos é impossível. Assim, Neurath estabelece um teste de verdade como consistindo

¹⁵Tradução nossa.

¹⁶Por exemplo, Rudolf Carnap, Moritz Schlick e Otto Neurath

nas relações entre os próprios enunciados. Nenhum enunciado está livre de revisão porque todos estão sujeitos à verificação, ou seja, podem ser descartados. Não existe como tomar conclusivamente sentenças protocolares puras estabelecidas como o ponto inicial das ciências. Não existe *tabula rasa*. Não podemos iniciar nossas investigações com uma lousa limpa, mas ter um aparato de teorias e premissas que condicionam nossas buscas, de forma que temos que refiná-las ou mudá-las, ponto por ponto, à medida que procedemos. Como o objetivo é construir um sistema consistente de enunciados observacionais e teóricos - protocolares e não-protocolares -, o único teste disponível para novos enunciados candidatos a elementos do sistema é compará-los com o sistema, e determinar se entram ou não em conflito. Se a sentença entra em conflito com o sistema, podemos descartá-la como inútil (ou falsa), caso contrário, podemos aceitar a sentença e assim mudar o sistema, que permanece consistente, nesse caso, a sentença é considerada verdadeira.

Ainda segundo **Grayling 1997**, p.133, o motivo para Neurath adotar uma teoria coerencial é a impossibilidade aparente de apreender a realidade fora do pensamento ou da linguagem, de uma forma que não seja condicionada pelo próprio pensamento ou linguagem. Não podemos subir para algum ponto privilegiado que permita a comparação entre juízos e a realidade a que se aplicam, e, desde que não existe qualquer relação palavra-mundo que pode servir de fundamento para a verdade, a verdade deve consistir em uma relação de coerência entre os próprios enunciados, vistos como constituindo um sistema ou conjunto de crenças, como um todo satisfazendo o critério de consistência, correte e completude.

1.5 Teoria Pragmática da Verdade

1.5.1 Pragmatismo

O pragmatismo, movimento norte-americano, teve como seu fundador Charles Sanders Peirce, em um artigo intitulado *“How to make our ideas clear”*, de 1878, e está sintetizado no seguinte trecho, considerado a “máxima pragmatista”:

Considere quais efeitos, que concebivelmente poderiam ter conseqüências práticas, concebemos ter o objeto de nossa concepção. Então, a concepção destes efeitos é o *todo* de nossa concepção do objeto. (Peirce 1934, v.5, p.402 *apud* Ibri 1992, p.96)

Nesse caso, conseqüências práticas são aqueles efeitos da idéia que têm uma influência na nossa prática, na nossa ação. O significado de uma idéia consiste nos seus efeitos práticos sobre a experiência humana. Dessa forma, se duas idéias têm as mesmas conseqüências práticas, então têm o mesmo significado, e idéias sem conseqüências práticas não têm significado.

Segundo Hegenberg & Mota 1972, p.19:

O pragmatismo é uma espécie de ponto médio, colocado entre duas correntes filosóficas mais ou menos bem delineadas. De um lado, a filosofia especulativa, própria de vultos como Whitehead, Bergson e Croce; de outro, o pensamento voltado para as minúcias, o “rendilhado filosófico”, próprio de um Moore ou de um Wittgenstein.

Segundo Ibri 1992, p.102:

De modo inequívoco, o Pragmatismo não é um sistema filosófico, mas, tão-somente, *um método de análise filosófica de sistemas teóricos*.

E nas palavras do próprio Peirce:

O pragmatismo, então, é uma teoria de análise lógica ou de definição verdadeira; e seus maiores méritos estão em suas aplicações às mais elevadas concepções metafísicas. (Peirce 1934, v.6, p.490 *apud* Ibri 1992, p.102).

De forma geral, o pragmatismo pode ser visto como um método para esclarecimento de idéias ou determinação de significados, um método que procura levar para a análise filosófica as técnicas da investigação experimental. Segundo **Hegenberg & Mota 1972**, p.21, o pragmatismo caracteriza-se, de modo bastante amplo, pelo

1. Modo específico de pensar - que se aproxima daquele defendido pelo empirismo britânico, especialmente em Bacon e Mill, chamado “método das minúcias”, resumidamente, o concretamente observável é indispensável para a apreensão de significados, bem como para o teste das crenças e das idéias;
2. Interpretação da vida em termos evolucionistas, segundo as teorias de Darwin a propósito da seleção natural, resumidamente, a continuidade e o desenvolvimento são postulados básicos para o pragmatismo;
3. Adesão a uma psicologia naturalista - em que o espírito se estende como função específica do organismo vivo, resumidamente, quanto ao tipo de psicologia, recorde-se ao que Peirce assevera:

Toda função do pensamento é produzir hábitos de ação
(Collected Papers, v.5, p.256-7);

4. Aceitação de uma perspectiva científica em que predomina o experimentalismo, próprio de quem acolhe as técnicas usadas nos laboratórios.

Além de Peirce, William James e John Dewey foram outros que participaram do início do movimento. Devido a interpretações apresentadas por James a respeito da palavra “pragmatismo”, com as quais Peirce não concordava, este, para fazer uma distinção do seu pensamento, substitui o rótulo “pragmatismo” por “pragmaticismo”. Posteriormente, Peirce reformula sua máxima, do seguinte modo:

Todo o propósito intelectual de qualquer símbolo consiste na totalidade dos modos gerais de conduta racional que, na dependência de todas as possíveis e diversas circunstâncias e desejos, assegurariam a aceitação do símbolo. (Peirce 1934, v.5, p.293)

1.5.2 Teoria da Investigação de Peirce

O conceito de verdade de Peirce está intrinsecamente ligado à sua teoria da investigação.

Como já visto, segundo Ibri 1992, p.99, e de acordo com a máxima pragmatista, o significado de uma concepção constitui-se na totalidade de conseqüências práticas concebíveis sobre a conduta e a ação dela resultante está revestida de um elemento eidético¹⁷ capaz de moldar um próximo pensamento, realizando o propósito racional de concepção, havendo, dessa forma, um elemento intelectual que permeia a conduta intencionada. E segundo Peirce 1958, v.7, p.361 (apud Ibri 1992, p.99), o carácter intelectual da conduta consiste na sua harmonia aos olhos da razão, ou seja,

... no fato de que a mente ao contemplá-la nela encontrará harmonia de propósitos.

Em outras palavras, ela deve ser capaz de interpretação racional para um pensamento futuro. Assim, o pensamento é racional somente na medida em que ele se recomenda para um futuro pensamento. Ou, em outras palavras, a racionalidade do pensamento reside em sua referência a um futuro possível.

Ainda segundo Ibri 1992, p.99, o cerne do que Peirce conceitua por conseqüências práticas concebíveis reside no fato de que “uma concepção positiva, ou seja, que supõe ter um objeto *real*, deve prever o curso futuro da experiência”.

¹⁷Da palavra grega *eidetikós*: “que concerne ao conhecimento” (Japiassú & Marcondes 1991, p.78).

E é a ação, ou experiência, que revelará se há uma conformidade real com a previsão. Se ocorre uma “correspondência entre previsão teórica e o curso temporal dos fatos, instaura-se o reforço da concepção na forma de uma *crença* e, no caso contrário, uma *dúvida* sobre sua veracidade”.

Para **Peirce 1934**, v.5, p.372, a distinção entre crença e dúvida constitui uma diferença prática. As crenças guiam nossos objetivos e moldam nossas ações, a crença é uma indicação mais ou menos certa de que se estabeleceu em nós algum hábito que determinará nossas ações, constitui um estado calmo e satisfatório que não desejamos evitar, ou mudar para uma outra crença em qualquer outra coisa; constitui um estado a que nos apegamos tenazmente, não meramente para crer, mas para crer apenas no que queremos; e além disso, crenças diferentes são distinguidas pelos diferentes modos de ação a que dão origem. Por outro lado, a dúvida não produz esses efeitos, a dúvida constitui um estado difícil e incômodo do qual lutamos para nos livrar e passar para um estado de crença. E é esse estado incômodo, a dúvida, que nos impele à investigação, à busca de um estado estável, uma crença.

Para **Ibri 1992**, p.101, a formação de uma cognição,

... traduz-se na observação do modo como algo geral se concretiza, definindo-se numa existência. São os modos de ação das crenças que permitem, de um lado, conhecê-las e, de outro, distingui-las. *O mundo interior somente parece ser cognoscível pela maneira como se torna existente em alguma pluralidade de atos.*

O significado e a verdade de uma concepção ocorre através da experiência, concepções essas que são falíveis e sempre sujeitas a um processo de correção. Segue-se daí que *conseqüências práticas* podem ser traduzidas por *conseqüências experienciáveis*, sendo que a experiência torna-se o sujeito de um próximo pensamento.

Para Peirce, então, a verdade de uma concepção constitui-se na opinião,

a qual está destinada a ser finalmente estabelecida por todos os que investigam. Mas, esse consenso deve ser o do final de uma exaustiva investigação empírica. Nesse momento, e somente nesse, nossas concepções corresponderão à realidade¹⁸. Então, em qualquer instante anterior ao final, a verdade de uma concepção poderá ser, no máximo, parcial.

Segundo **Ibri 1992**, p.112:

Ao nível de uma Lógica dos argumentos, a redutibilidade da máxima do Pragmatismo a uma relação necessária entre o *particular* e o *geral* traduz, implicitamente, a condição de possibilidade do *argumento indutivo*. O transcurso temporal da experiência, na sua singularidade, induz à generalidade do conceito; a pluralidade de atos *induz* à cognição da potência. Este tem sido o âmago da doutrina do Pragmatismo.

A investigação, o processo de estabelecer crenças estáveis, estabelecer significados, do ponto de vista lógico, ocorre através de três tipos de raciocínio, sob a forma de três argumentos lógicos, segundo **Peirce 1934**, v.5, p.145 (*apud Ibri 1992*, p.112-3):

Estes três tipos de raciocínio são *Abdução*, *Indução* e *Dedução*. A *Dedução* é o único raciocínio necessário. Ela é o que constitui o raciocínio da matemática. Ela principia de uma hipótese, cuja verdade ou falsidade nada tem a ver com o raciocínio; óbvio é que suas conclusões são igualmente ideais... A *Indução* é o teste experimental de uma teoria. Sua justificação é que, embora a conclusão, em qualquer estágio da investigação, possa ser mais ou menos errônea, a aplicação continuada do mesmo método deve corrigir o erro. A única coisa que a *Indução* perfaz é determinar o valor de uma quantidade. Ela parte de uma teoria e avalia o grau de concordância da teoria com os fatos. Ela nunca pode dar origem a qualquer idéia que seja. Nem o pode fazer a *Dedução*. Todas as idéias da ciência surgem

¹⁸Ou seja, no final de *todas* as investigações, a verdade é correspondencial.

através da *Abdução*. A *Abdução* consiste em estudar os fatos e delinear uma teoria para explicá-los. Sua única justificação é que, se pretendemos, de algum modo, compreender as coisas, tal deve ser conseguido por aquele caminho.

Em **Peirce 1934**, v.2, p.624 (“*Deduction, Induction, and Hypothesis*”), são apresentadas as três formas de argumento¹⁹:

1. Dedução

Regra	-	Todos os feijões deste pacote são brancos
Caso	-	Estes feijões são deste pacote
∴ Resultado	-	Estes feijões são brancos

2. Indução

Caso	-	Estes feijões são deste pacote
Resultado	-	Estes feijões são brancos
∴ Regra	-	Todos os feijões deste pacote são brancos

3. Hipótese

Regra	-	Todos os feijões deste pacote são brancos
Resultado	-	Estes feijões são brancos
∴ Caso	-	Estes feijões são deste pacote

Observamos que, no caso da dedução, Peirce denomina ‘regra’ a premissa maior, ‘caso’ a premissa menor e ‘resultado’ a conclusão de um silogismo da forma *Barbara*.

O cientista produz hipóteses, e então testa-as pela experiência. O progresso científico requer que tenhamos uma fonte de hipóteses para testar e meios eficientes de testá-las. A descoberta da verdade estaria impedida se a hipótese correta simplesmente falhasse por causa de um teste ruim, ou se nossos métodos de testar hipóteses nos fizessem a rejeitar uma hipótese realmente correta ou a endossar uma que fosse realmente equivocada. Na busca da verdade é

¹⁹Neste caso, Peirce ainda denomina de Hipótese o que posteriormente passou a chamar de *Abdução*.

necessário ter alguma segurança que o processo não cairá em um desses casos.

A abdução (ou hipótese ou retrodução) constitui o raciocínio originador de todas as idéias da ciência, das hipóteses e, de forma geral, de toda a criação.

Segundo **Peirce 1958**, v.7, p.218 (*apud Ibri 1992*, p.115):

Na abdução a consideração dos fatos sugere a hipótese. Na indução o estudo da hipótese sugere os experimentos que trazem à luz os próprios fatos para os quais a hipótese apontou.

A indução parte de uma teoria em busca de fatos que comprovem sua veracidade, ao contrário, a abdução parte dos fatos em busca de uma teoria, parte da experiência observada para a construção do conceito.

Observação 1.5.1 *Apresentaremos considerações adicionais sobre a Teoria Pragmática da Verdade no Capítulo 3.*

Observação 1.5.2 *Neste capítulo, fizemos uma breve introdução às teorias da verdade. Procuramos caracterizar e especificar genericamente alguns pressupostos sobre as quais as teorias da verdade são construídas e apresentamos algumas teorias pertinentes para o desenvolvimento do nosso trabalho (teorias correspondencial, coerencial e pragmática). No próximo capítulo apresentaremos a concepção semântica de verdade de Alfred Tarski, uma concepção para linguagens formalizadas, diferente das teorias já vistas, especulativas.*

Capítulo 2

A concepção semântica de verdade de Tarski

Neste capítulo apresentaremos a **concepção semântica da verdade** proposta por Alfred Tarski (**Tarski 1933, Tarski 1944**). Esta teoria não é uma teoria da verdade no mesmo sentido que as outras (por exemplo, aquelas apresentadas no Capítulo 1), ela apresenta uma definição do predicado “... é verdadeiro” para **linguagens formais**. A tarefa de Tarski foi dar uma **definição satisfatória da verdade** que capturasse a intuição do que ele chamava **concepção aristotélica clássica da verdade** e das teorias correspondenciais contemporâneas, que no seu entender eram imprecisas e fontes de muitos enganos. Para Tarski, uma definição satisfatória da verdade constitui uma definição que é **materialmente adequada** e **formalmente correta**. Não desenvolveremos, neste trabalho, *toda* a teoria semântica da verdade de Tarski.

2.1 As condições de adequação

O objetivo principal da proposta de Tarski é o de proporcionar uma definição satisfatória da verdade. Para isso, exige condições de adequação para essa definição. A definição deve ser:

1. Materialmente adequada.

Tarski procura especificar em que condições uma definição é materialmente adequada, lembrando que

A definição desejada não visa especificar o sentido de uma palavra familiar usada para denotar uma nova noção; pelo contrário, ela visa captar o sentido real de uma noção antiga. (Tarski 1944, p.75¹)

Neste caso a noção antiga a que se refere é a concepção aristotélica.

2. Formalmente correta.

É necessário determinar do que é que depende a correção formal da definição; descrever a estrutura formal da linguagem na qual a definição é dada.

Para Tarski 1944, p.76,

O predicado *verdadeiro* é algumas vezes usado para fazer referência a fenômenos psicológicos, tais como juízos ou crenças, outras vezes para fazer referência a certos objetos físicos, designadamente expressões lingüísticas e em especial sentenças, e outras vezes para fazer referência ainda a certas entidades ideais chamadas “proposições”.

¹A numeração das páginas refere-se à reimpressão de 1990.

Aqui o termo “sentença” refere-se a “sentença declarativa”, e dado o caráter ambíguo do termo “proposição”, Tarski considera ser mais conveniente aplicar o termo “verdadeiro” a sentenças, não excluindo a possibilidade de uma extensão subsequente desta aplicação a outros tipos de objetos.

Para definir qual o sentido da palavra “verdadeiro”, Tarski gostaria que a definição capturasse as intuições associadas à *concepção clássica aristotélica da verdade*, expressas no seguinte trecho da *Metafísica* de Aristóteles

Dizer daquilo que é que não é, ou daquilo que não é que é, é falso, enquanto dizer daquilo que é que é, ou daquilo que não é que não é, é verdadeiro,

ou, usando a terminologia moderna

A verdade de uma sentença consiste na sua concordância com a realidade (ou correspondência com a realidade).

O que, como já visto no Capítulo 1, constitui uma concepção que equivale a uma teoria correspondencial da verdade.

Partindo da noção clássica da verdade, em que condições uma sentença é verdadeira ou falsa? Por exemplo, a sentença “a neve é branca”

é verdadeira se a neve é branca e
é falsa se a neve não é branca.

Isto é,

“A neve é branca” é verdadeira se, e somente se, a neve é branca.

Observamos que do lado esquerdo temos a sentença entre aspas e do lado direito a própria sentença, isto é, no lado esquerdo o nome da sentença e

do direito a própria sentença. Um modo de formar um nome para uma sentença é colocá-la entre aspas.

Generalizando esse procedimento, consideremos uma sentença arbitrária e a substituamos por uma letra, digamos 'p'. Formemos o nome desta sentença e o substituamos por uma letra, digamos 'X'. Então temos que, do ponto de vista da noção clássica da verdade

(T) X é verdadeira se, e somente se, p.

Tarski 1944, p.79, denomina qualquer equivalência deste tipo como “equivalência da forma (T)”, onde “p” pode ser substituída por qualquer sentença da linguagem à qual a palavra ‘verdadeira’ se refere, e ‘X’ substituída por um nome dessa sentença”.

Daí, o critério de adequação material - as condições sob as quais o uso e a definição do termo ‘verdadeiro’ são adequados do ponto de vista material - é:

Queremos usar o termo “verdadeiro” de tal maneira que todas as equivalências da forma (T) possam ser afirmadas, e *chamaremos a uma definição de Verdade “adequada” se todas as equivalências dela se seguirem.*

Ou seja, qualquer definição aceitável de verdade deve ter como consequência todas as instâncias do esquema

(T) S é verdadeira se, e somente se, p.

Tarski enfatiza que nem esse esquema, nem qualquer exemplo particular podem ser considerados como uma definição de verdade. Toda equivalência obtida do esquema (T) pela substituição de p por uma sentença e S pelo nome dessa sentença pode ser considerada uma definição parcial de verdade, a qual explica no que consiste a verdade dessa sentença individual.

Segundo **Haack 1978**, p.100, quando o esquema (T) é aceito, ele fixa a extensão do termo “verdadeiro”, não a sua intensão ou significado. Se tivéssemos duas definições de verdade, D_1 e D_2 , materialmente adequadas, então pelo critério do esquema (T), D_1 acarretaria todas as instâncias de

S é verdadeira₁ se, e somente se, p,

e D_2 , todas as instâncias de

S é verdadeira₂ se, e somente se, p,

de forma que D_1 e D_2 são co-extensivas. Ou, de outro modo, a condição de adequação material age como um filtro, eliminando algumas definições de verdade.

Observação 2.1.1 *A condição de adequação material exclui todas as teorias da verdade não-bivalentes. Por exemplo (Grayling 1997, p.154):*

Se ‘p’ em “‘p’ é verdadeira sse p” não tem valor-de-verdade, então “‘p’ é verdadeira” é falsa, com a consequência que “‘p’ é verdadeira sse p” como um todo deve ser, se não falsa, então pelo menos não verdadeira.

Tarski 1944, p.80, define **semântica** da seguinte forma:

A semântica é uma disciplina que trata de certas relações entre as expressões de uma linguagem e os objetos (ou “estados de coisas”) “referidos” por essas expressões.

Como exemplos de conceitos semânticos temos a *designação*, a *satisfatibilidade* e a *definição*. Por outro lado, a palavra “verdadeiro” exprime uma propriedade de certas expressões(sentenças). As formulações realizadas anteriormente, que tinham o propósito de explicar o sentido da palavra “verdadeiro”, referiam-se não somente a sentenças propriamente mas também aos objetos ou estados

de coisas aos quais essas sentenças se referiam. De modo que a forma mais simples e natural para obter uma definição exata de verdade é aquela que envolve o uso de outras noções semânticas, como por exemplo a noção de satisfatibilidade. É por isso que **Tarski 1944**, p.81, inclui o conceito de verdade entre os conceitos da semântica, e o problema de sua definição apresenta-se intimamente relacionado ao problema mais geral de estabelecer os fundamentos da semântica teórica. Não obstante os conceitos da semântica terem desempenhado um papel importante nas discussões de filósofos, lógicos e filólogos, tais conceitos foram encarados com uma certa dose de suspeita, devido ao fato de que todas as tentativas de caracterizá-los de uma maneira geral e exata foram fracassadas. Além disso, argumentos em que tais conceitos estavam envolvidos, aparentemente corretos e baseados em premissas aparentemente óbvias, conduziram freqüentemente a paradoxos e antinomias, por exemplo, a Antinomia do Mentiroso, a Antinomia da Definibilidade de Richard e a Antinomia dos Termos Heterológicos de Grelling-Nelson². Tarski crê ainda que seu método ajuda a superar essas dificuldades e assegura a possibilidade de um uso consistente de conceitos semânticos.

E é pela possibilidade da ocorrência de antinomias que a tarefa de especificar a estrutura formal e o vocabulário de uma linguagem torna-se bastante difícil. Linguagem essa na qual queremos dar definições de conceitos semânticos.

A estrutura de uma linguagem estará especificada de modo exato sob as seguintes condições:

1. Caracterizar de forma não ambígua a classe daquelas palavras e expressões que queremos considerar como dotadas de sentido:

- Indicar todas as palavras que queremos utilizar sem as definir - os

²Ver **Clark 2002**.

termos não definidos ou *primitivos*;

- Dar *regras de definição* para introduzir novos termos ou *termos definidos*, a partir dos primitivos;
2. Estabelecer critérios para distinguir, dentre a classe das expressões, aquelas que chamamos “sentenças”;
 3. Formular as condições em que uma sentença pode ser afirmada:
 - Indicar todos os axiomas (sentenças primitivas);
 - Estabelecer *regras de inferência* (ou de demonstração).

São chamados de *teoremas* ou *sentenças demonstráveis* todos os axiomas e as sentenças deles deduzidas através das regras de inferência.

Logo, uma linguagem diz-se *formalizada* quando nos referimos exclusivamente à forma das expressões envolvidas ao especificarmos a estrutura dessa linguagem. Numa linguagem formalizada, somente os teoremas são sentenças que podem ser afirmadas.

Seguindo ainda em busca das condições que têm que ser satisfeitas pelas linguagens nas quais queremos dar uma definição de verdade, Tarski passa a discutir uma antinomia que envolve diretamente a noção de verdade, a antinomia do mentiroso. Considerem a seguinte versão:

A sentença sublinhada nesta página é falsa.

Denominando esta sentença por ‘s’, obtemos a seguinte instância do esquema (T):

1. ‘s’ é verdadeira se, e somente se, a sentença sublinhada nesta página é falsa.

2. Empiricamente constatamos que

‘s’ é idêntica à sentença sublinhada nesta página.

3. Substituindo (2) no lado direito de (1), obtemos a seguinte contradição:

‘s’ é verdadeira se, e somente se, ‘s’ é falsa.

Para Tarski (*apud Haack 1978*, p.102), a antinomia surge das seguintes pressuposições:

1. A linguagem utilizada contém, além de suas expressões,
 - (a) os meios para se referir a essas expressões e
 - (b) predicados semânticos tais como ‘verdadeiro’ e ‘falso’.

Tal linguagem Tarski denomina ‘semanticamente fechada’.

2. Valem as leis usuais da lógica.

Não querendo rejeitar a pressuposição (2), conclui Tarski que uma definição formalmente correta de verdade deve ser expressa em uma linguagem que não seja semanticamente fechada. Ou seja, para evitar a antinomia do mentiroso a definição deve ser dada em uma linguagem que não permita a autoreferência.

Para evitar a autoreferência, Tarski estabelece a distinção *linguagem-objeto* e *metalinguagem*, sendo que afirmações de verdade e falsidade relativas a sentenças são metalingüísticas.

Dessa forma, a definição de verdade para uma certa linguagem-objeto O será expressa numa metalinguagem M. Assim, por exemplo, “‘Brasília é a capital do Brasil’ é verdadeira” é um enunciado metalingüístico sobre a sentença ‘Brasília é

a capital do Brasil' da linguagem-objeto. Pelo critério de adequação material, a definição de verdade em M deve acarretar todas as instâncias do esquema (T). Logo, a linguagem-objeto O ou as traduções de todas as sentenças de O devem estar contidas na metalinguagem, além de todos os meios para fazer referência às expressões de O. Outra exigência é que a linguagem-objeto e a metalinguagem sejam formalmente especificáveis, devido à necessidade de identificar claramente *fórmulas bem formadas*(fbfs) da linguagem-objeto, que são os objetos aos quais a definição de verdade da metalinguagem se aplica. Como nenhuma linguagem natural é formalmente especificável, segundo **Tarski 1944**, p.86, essa exigência exclui a possibilidade de se definir “verdadeiro” para linguagens naturais.

2.2 A definição de verdade

Tarski 1944, p.90, considera que a definição de verdade pode ser obtida de um modo simples, a partir da definição de outra noção semântica, a noção de **satisfatibilidade**.

Segundo **Haack 1978**, p.105, o procedimento para a definição é o seguinte:

1. Especificar a estrutura sintática da linguagem O, para a qual a verdade deve ser definida;
2. Especificar a estrutura sintática da linguagem M, na qual verdade-em-O deve ser definida, M devendo conter
 - (i) as expressões de O, ou traduções das expressões de O;
 - (ii) um vocabulário sintático, incluindo os nomes dos símbolos primitivos de O, um sinal de concatenação (para formar ‘descrições estruturais’ de expressões compostas de O), e variáveis para as expressões de O;
 - (iii) o aparato lógico usual;

3. Definir 'satisfaz-em-O';
4. Definir 'verdadeiro-em-O' em termos de 'satisfaz-em-O'.

Segundo **Tarski 1944**, p.91, a satisfatibilidade é uma relação entre objetos arbitrários e certas expressões denominadas *funções sentenciais* - “x é branco”, “x é maior que y”. Essas expressões são *funções* sentenciais porque contêm variáveis livres representando lacunas que, para formar sentenças próprias, devem ter suas variáveis substituídas por termos adequados.

Para definir a noção de função sentencial é utilizada a noção de *procedimento recursivo*. Primeiro são descritas as funções sentenciais mais simples e depois são apresentadas as operações por meio das quais funções compostas podem ser construídas a partir das mais simples. Como exemplos de tais operações temos a formação da disjunção ou conjunção lógica de duas funções quaisquer por meio das palavras ‘ou’ ou ‘e’ respectivamente. Uma sentença é então definida como uma função sentencial que não contém variáveis livres.

Uma noção de satisfatibilidade poderia ser então assim definida: *dados objetos satisfazem uma dada função sentencial se a função pode ser transformada em uma sentença verdadeira, substituindo as variáveis livres que nela ocorrem pelos nomes dos dados objetos*. Por exemplo, ainda de **Tarski 1944**, p.91, a substância real neve satisfaz “x é branca” porque a sentença “a neve é branca” é verdadeira.

O problema neste caso é que estamos utilizando “verdadeira” para definir a satisfatibilidade, que queremos utilizar para definir “verdadeira”. Logo, esse procedimento está descartado.

Para definir satisfatibilidade, então, será utilizado novamente um procedimento recursivo, ou seja, primeiro indicando quais objetos satisfazem as funções sentenciais mais simples, e então estabelecendo sob quais condições dados objetos satisfazem funções compostas construídas a partir daquelas funções mais

simples. Da seguinte forma:

1. Sentenças abertas não têm valores-de-verdade, isto é, não são verdadeiras e nem falsas, mas são satisfeitas (ou não satisfeitas) por seqüências de objetos, mais genericamente por n -uplas ordenadas de objetos.

Por exemplo,

- “ x é um homem” é satisfeita por Sócrates;
- “ x é professor de y ” é satisfeita por $\langle \text{Sócrates}, \text{Platão} \rangle$ (embora não o seja pela ordem trocada $\langle \text{Platão}, \text{Sócrates} \rangle$); e
- “ x é professor de y que é professor de z ” é satisfeita por $\langle \text{Sócrates}, \text{Platão}, \text{Aristóteles} \rangle$.

Assim, a satisfatibilidade constitui uma relação entre sentenças abertas e n -uplas ordenadas de objetos.

Como as sentenças abertas podem ter qualquer número de variáveis livres, a satisfatibilidade é definida como uma relação entre sentenças abertas e seqüências infinitas, sob a convenção que $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ é satisfeita pela seqüência $\langle O_1, \dots, O_n, O_{n+1}, \dots \rangle$ nos casos em que é satisfeita pelos primeiros n objetos da seqüência, podendo o restante ser ignorado.

2. A negação de uma sentença aberta S_1 será satisfeita por todas as seqüências que não satisfazem S_1 .
3. A conjunção de S_1 e S_2 será satisfeita por aquelas seqüências que satisfazem ambas S_1 e S_2 .
4. O quantificador existencial em uma sentença aberta será satisfeito por uma seqüência de objetos, naqueles casos onde existir uma outra seqüência,

diferindo da primeira em no máximo na i -ésima posição, onde a i -ésima é a variável ligada pelo quantificador, que satisfaz a sentença obtida com a retirada do quantificador.

Exemplo (**Grayling 1997**, p.152): $(\exists x)(x \text{ é um país entre } y \text{ e } z)$ é satisfeita pela seqüência

(a) $\langle \text{Londres, Holanda, Espanha} \rangle$ porque a seqüência, por exemplo,

(b) $\langle \text{França, Holanda, Espanha} \rangle$ satisfaz “ x é um país entre y e z ”.

Aqui a diferença nas seqüências (‘Londres’ em (a) e ‘França’ em (b)) ocorre em não mais do que na posição da variável ligada x ; e a seqüência (b) satisfaz a sentença aberta que resulta da retirada do quantificador existencial na frente de “ x é um país entre x e z ”.

Sentenças sem variáveis livres, ou seja, sentenças nas quais todas as variáveis são ligadas por quantificadores, são denominadas sentenças *fechadas*, e sentenças fechadas são casos especiais de sentenças abertas (são sentenças abertas 0-ádicas). Logo, o primeiro e todos os elementos subseqüentes de uma seqüência são irrelevantes se tal seqüência satisfaz ou não uma sentença aberta 0-ádica. Conseqüentemente uma sentença é definida como verdadeira nos casos em que é satisfeita por todas as seqüências, e falsa quando é satisfeita por nenhuma.

Exemplo (**Grayling 1997**, p.152):

1. A sentença aberta diádica “ x é professor de y ” é satisfeita por todas as seqüências, por exemplo, $\langle \text{Sócrates, Platão, ...} \rangle$ não importando quais sejam os terceiros, quartos e todos os outros elementos subseqüentes;

2. A sentença aberta monádica “ x é um professor” é satisfeita por todas as seqüências, por exemplo, $\langle \text{Sócrates}, \dots \rangle$ não importando o segundo e todos os outros elementos subseqüentes;
3. A sentença aberta 0-ádica, ou seja, uma sentença fechada, $(\exists x)(x \text{ é um professor})$ é satisfeita por todas as seqüências $\langle \dots, \dots, \dots, \dots \rangle$ não importando quais sejam seus elementos, isso porque existe uma seqüência, por exemplo, $\langle \text{Sócrates}, \dots \rangle$ que é diferente de qualquer outra seqüência em no máximo na primeira posição, e que satisfaz a sentença aberta “ x é um professor”.

Sentenças fechadas são satisfeitas por todas as seqüências ou por nenhuma.

Assim, “verdadeira” é definida como “satisfeita por todas as seqüências” e “falso” como “satisfeita por nenhuma seqüência”.

Por exemplo, seja a sentença fechada $(\exists x)(x \text{ é um professor})$ e uma seqüência de objetos A . Esta sentença é satisfeita por qualquer seqüência de objetos se, e somente se, existe alguma outra seqüência B , diferente de A em no máximo na primeira posição, que satisfaz a sentença aberta “ x é um professor”. Esta sentença será satisfeita por um objeto p , onde p é um professor, logo existe tal seqüência se existe algum objeto que é um professor. Conseqüentemente $(\exists x)(x \text{ é um professor})$ é satisfeita por todas as seqüências se algo é um professor.

Haack 1978, p.108, fornece uma definição formal de verdade para a linguagem-objeto do cálculo de predicados de primeira ordem, que tem o português³ mais a linguagem-objeto como metalinguagem.

1. Sintaxe de O

Expressões de O :

³“Inglês”, no original.

- Variáveis : $x_1, x_2, \dots$;
- Letras predicativas : F, G, ... (cada uma tomando um certo número n de argumentos);
- Conectivos : $\neg, \&$;
- Quantificador : $\exists$;
- Parênteses : $(,)$.

Sentenças atômicas de O são aquelas seqüências de expressões que consistem em um predicado n -ádico seguido de n variáveis.

Fórmulas de O:

- (i) Todas as sentenças atômicas são fórmulas bem formadas (fbfs);
- (ii) Se A é uma fbfs, $\neg A$ é uma fbfs;
- (iii) Se A e B são fbfs, $(A \& B)$ é uma fbfs;
- (iv) Se A é uma fbfs, $(\exists x)A$ é uma fbfs;
- (v) Nada mais é uma fbfs.

2. Satisfatibilidade

Sejam X e Y variando sobre seqüências de objetos, A e B sobre sentenças de O, e X_i denotando o i -ésimo objeto em qualquer seqüência X .

A satisfação pode, então, ser definida para sentenças atômicas ao se dar uma cláusula para cada predicado da linguagem .

- (i)

- Para predicados monádicos:

Para todo i , X : X satisfaz ' Fx_i ' sse X_i é F ;

- Para predicados diádicos:

Para todo i , X : X satisfaz ' Gx_ix_j ' sse x_i e x_j estão na relação G ;

E assim por diante, para cada predicado.

(ii) Para todo X , A : X satisfaz ' $\neg A$ ' sse X não satisfaz ' A ';

(iii) Para todo X , A , B : X satisfaz ' $A \& B$ ' sse X satisfaz ' A ' e X satisfaz ' B ';

(iv) Para todo X , A , i : X satisfaz ' $(\exists x_i)A$ ' sse existe uma seqüência Y tal que $X_j = Y_j$ para todo $j \neq i$ e Y satisfaz ' A '.

3. Veracidade

Uma sentença fechada de O é verdadeira sse é satisfeita por todas as seqüências.

Observação 2.2.1 No artigo original de 1933 (**Tarski 1933**), são apresentadas quatro definições de verdade, uma das quais semelhante à que apresentamos acima. Posteriormente, em **Tarski & Vaught 1956** é introduzida a definição de verdade que utiliza seus conceitos de estrutura e modelo.

Observação 2.2.2 Vários estudos e controvérsias surgiram a respeito da definição de verdade de Tarski, por exemplo, se a sua teoria constitui realmente um teoria correspondencial, se constitui uma teoria neutra, se é uma teoria absoluta e objetiva, e mesmo se constitui uma teoria, entre outras questões. Um estudo mais detalhado dessas considerações pode ser visto em **Tarski 1944**, **Tarski 1969**, **Kirkham 1992**, **Haack 1978**, **Grayling 1997** e **Lynch 2001**.

Observação 2.2.3 A concepção semântica de verdade de Tarski - diferente das teorias da verdade apresentadas no Capítulo 1, essencialmente especulativas -,

constitui-se numa definição formal da concepção clássica de verdade - uma teoria correspondencial - para linguagens formalizadas. Tais linguagens, embora mais pobres, evitam antinomias que surgem facilmente nas linguagens naturais. No próximo capítulo apresentaremos uma definição para uma outra concepção de verdade, a teoria pragmática da verdade, a qual, na abordagem de da Costa, é denominada quase-verdade.

Capítulo 3

Quase-verdade

No Capítulo 1 foi apresentada uma noção do conceito de verdade pragmática. Neste capítulo, assim como fez Tarski para a noção de verdade correspondencial, será apresentada uma definição mais formal da noção de quase-verdade, baseada em um tipo de estrutura matemática que da Costa denominou “estrutura parcial”. Inicialmente, apresentaremos as motivações e o contexto teórico no qual o conceito de quase-verdade está inserido.

3.1 O sexto problema de Hilbert

Desde 1988 (**da Costa & Doria 1995**, p.35), Newton C.A. da Costa e Francisco A. Doria vêm desenvolvendo um programa de pesquisa com dois objetivos

- Primeiro, axiomatizar até onde fosse possível as ciências empíricas - física, química, partes da economia e das ciências sociais;
- Em seguida, investigar fenômenos especificamente metamatemáticos dentro daquelas disciplinas (**Doria 1999**, p.248).

Segundo **da Costa & Doria 1995**, p.35:

Após exploração detalhada da linguagem de primeira ordem clássica (e da teoria de conjuntos) como um fundamento possível para a axiomática da física (...), os autores estão interessados agora nas suas contrapartes não-clássicas e o efeito que terão sobre seu trabalho fundacional.

Este programa tem suas linhas principais baseadas no Sexto Problema de Hilbert, referente ao tratamento matemático dos axiomas da física. Segundo **Hilbert 1900** (*apud da Costa 1987*, p.189):

As investigações dos fundamentos da geometria sugerem o problema: Tratar, de maneira semelhante, por meio de axiomas, aquelas ciências físicas nas quais a matemática desempenha um papel importante; em primeiro plano estão a teoria das probabilidades e a mecânica.

Investigações relevantes, feitas por físicos, sobre os fundamentos da mecânica, já existem; eu me refiro aos escritos de Mach,... Hertz,... Boltzmann... e Voltkmann... é, portanto, desejável que a discussão dos fundamentos da mecânica seja levada a efeito, também, por matemáticos. Assim o trabalho de Boltzmann sobre os princípios da mecânica sugere o problema de se desenvolver matematicamente os processos-limite, nele meramente indicados, que levam de um ponto de vista atomístico às leis do contínuo. Inversamente, poder-se-ia tratar de derivar as leis do movimento dos corpos rígidos por um processo-limite, a partir de axiomas envolvendo a idéia de variação contínua das condições de um material que encha o espaço de forma contínua, condições essas definidas por parâmetros. Porque a questão da equivalência de diferentes sistemas de axiomas é, sempre, de grande interesse teórico.

Se a geometria deve servir de modelo para o tratamento dos axiomas da física, convém que se tente, primeiramente, por meio de pequeno número de axiomas, delimitar uma classe, tão extensa quanto possível, de fenômenos físicos, e, então, pela adição de novos axiomas, chegar-se, gradualmente, às teorias mais especiais. (...) O matemático terá de levar em conta, não apenas as teorias próximas da realidade, mas, também, como na geometria, todas as teorias logicamente possíveis. Ele precisa estar alerta para obter um inventário completo de todas as conclusões que são conseqüências do sistema de axiomas assumido.

Mais ainda, o matemático tem o dever de testar exatamente, em cada instância, se os novos axiomas são compatíveis com os axiomas previamente admitidos. O físico, quando suas teorias se desenvolvem, muitas vezes se encontra forçado, pelos resultados de suas experiências, a formular hipóteses novas; ele se baseia, para garantir a compatibilidade dessas hipóteses com os axiomas anteriores, somente nas experiências efetuadas ou em certa intuição física, prática essa que na construção rigorosamente lógica de uma teoria não é aceitável. A demonstração desejada de compatibilidade de todas as pressuposições parece-me, também, de relevância, pela circunstância de que o esforço para se obter tal demonstração sempre nos conduz, mais efetivamente, a uma formulação exata dos axiomas.

3.2 Axiomatização de teorias físicas

Em **da Costa 1987**¹, p.190-1, são enumeradas algumas razões relativas à importância da axiomatização das teorias físicas e, em geral, das ciências empíricas, tanto naturais quanto humanas:

1. Pela axiomatização, os conceitos básicos da teoria ficam mais claros, e se pode fazer uma idéia mais perfeita do alcance e do significado da mesma.
2. A parte teórica e a parte mais observacional da teoria, embora difíceis de serem separadas, se tornam mais nítidas.
3. As interconexões entre a teoria axiomatizada e outras, que ela pressupõe ou nas quais é utilizada, volem-se mais precisas.
4. A axiomatização permite que se fale, rigorosamente, dos modelos da teoria e que se empreguem resultados da lógica e da matemática na sua investigação metateórica (por exemplo, lançando-se mão de teoremas de representação e de imersão).

¹A numeração das páginas refere-se à reimpressão de 1992.

5. Para o filósofo da ciência, a axiomatização também apresenta vantagens especiais. Assim, v.g., todos conhecem as intermináveis disputas filosóficas sobre o conceito de força em mecânica racional. Para alguns pensadores, como Kirchhoff e Mach, o referido conceito constituiria um antropomorfismo que deveria ser eliminado dessa disciplina. Para outros, isso não precisaria ocorrer.

Segundo **Wightman 1976**, p.158, (*apud da Costa 1987*, p.192):

Uma grande teoria física não se acha madura até que tenha sido colocada em forma precisa, matematicamente falando, e é muitas vezes somente nessa forma que ela admite respostas claras a problemas conceituais. Nesse sentido, embora a mecânica quântica tenha sido descoberta em 1925-26, ela não se tornou teoria madura até o aparecimento do livro de von Neumann. Assim, não obstante von Neumann não ter contribuído para sua descoberta, ele teve muito a ver com a criação da mesma como teoria madura, tal como a conhecemos hoje. Dessa maneira, o método axiomático de Hilbert mostra-se relevante para a física.

A axiomatização é um método formal para especificar o conteúdo de uma teoria. É dado um conjunto de “axiomas”, definições e proposições (axiomática material), a partir do qual o conteúdo da teoria pode ser derivado dedutivamente como “teoremas”. A teoria, então, identifica-se com o conjunto de axiomas e suas conseqüências dedutivas, que é conhecido como o “fecho” do conjunto de axiomas (axiomática abstrata).

Da Costa 1977, p.31:

O método axiomático é de grande relevância. Em primeiro lugar conduz à economia de pensamento; quando se estuda uma axiomática abstrata, está-se simultaneamente tratando de diversas teorias, a saber, todas as que se “enquadram” na axiomática em apreço. Em segundo, pode-se investigar, por seu intermédio, problemas relevantes, tais como o da equivalência de duas teorias, independência de axiomas, etc.

Ainda **da Costa 1977**, p.33:

Mas o método axiomático não serve, unicamente, para economizar e sistematizar teorias. Ele constitui ótimo instrumento de trabalho e de pesquisa no domínio da matemática. Assim, por exemplo, grandes avanços feitos em nosso século em álgebra, em topologia e em outros ramos da matemática, encontram-se relacionados, de modo íntimo, com o método axiomático. De um modo geral, as disciplinas dedutivas fundamentam-se, hodiernamente, de acordo com as normas do método em questão. Apenas os intuicionistas (Brouwer, Heyting,...) não conferem tanto valor a esse método, embora ele tenha sido empregado, com algum proveito, também em matemática intuicionista.

Embora o método axiomático tenha sofrido críticas, segundo **da Costa & French 1990**, p.248, a axiomatização continua sendo considerada por muitos como um importante componente da filosofia da ciência, por seu papel na clarificação dos conceitos básicos de uma teoria, seu auxílio na comparação de teorias, pelo modo como pode franquear a teoria a técnicas matemáticas potencialmente frutíferas e, também, pela sua utilidade em resolver certas disputas filosóficas.

Na matemática, com a abordagem estrutural de Bourbaki, “o método axiomático alcança alto nível de precisão e desenvolvimento” (**da Costa 1987**, p.195). Nessa abordagem, axiomatizar uma teoria matemática consiste em definir uma “espécie de estrutura” em teoria de conjuntos. Uma estrutura é composta de um conjunto não vazio e de relações entre elementos desse conjunto, ambos satisfazendo certas condições impostas por um conjunto de axiomas.

Essa formalização de Bourbaki é essencialmente sintática. Uma espécie de estrutura é vista como constituindo simplesmente uma teoria formal, construída como uma coleção de símbolos sujeitos a certas regras metamatemáticas. Entretanto, segundo **Suppe 1977**, p. 221,

...teorias não são coleções de proposições ou afirmações, mas antes disso, são entidades extra-lingüísticas que podem ser descritas ou caracterizadas por um número diferente de formulações lingüísticas.

Ao formalizar uma noção intuitiva de verdade correspondencial em termos de “a sentença α é verdadeira em uma estrutura S ” e sugerindo que outras noções semânticas poderiam ser definidas de modo similar, Tarski introduziu a teoria de modelos na matemática. Motivados pelo trabalho de Tarski, Beth, Suppes, Suppe, van Fraassen e outros defendem que a contraparte semântica das teorias científicas deveria ser vista não como conjuntos de sentenças axiomatizadas em alguma linguagem formal adequada mas como classes de modelos (**da Costa & French 2002**², p.vii). Isso forma a base da abordagem “semântica” ou da “teoria de modelos” na filosofia da ciência, um método alternativo à axiomatização de teorias científicas essencialmente sintática. Nesse caso, uma teoria científica pode ser considerada em termos de uma descrição de seu conjunto de modelos matemáticos. Modelos no sentido de estruturas relacionais, para as quais as sentenças da teoria expressam propriedades verdadeiras sobre a estrutura, quando esta atua como uma interpretação da teoria. O que nos permite utilizar técnicas lógicas e matemáticas da teoria de modelos para analisar teorias científicas.

A abordagem semântica foi introduzida inicialmente por Suppes e Beth (**Suppes 1970 e Beth 1948, 1949 e 1961**). Para Suppes, axiomatizar uma teoria é definir um tipo de estrutura. Isso é realizado através da linguagem da teoria de conjuntos:

“Axiomatizar uma teoria é definir um predicado conjuntista” (**Suppes 1970**).

Esse predicado conjuntista é simplesmente um predicado que pode ser definido no interior da teoria de conjuntos de um modo completamente formal. Segundo

²Este texto foi publicado como **da Costa & French 2003**.

da Costa & Chuaqui 1988, p.100, esses predicados podem ser identificados com as espécies de estruturas de Bourbaki. Então, uma teoria científica pode ser caracterizada por um predicado conjuntista, de modo a conectar essa abordagem com a teoria de modelos matemáticos. Em **da Costa & French 1990**, p.253, é apresentado um exemplo, considerando o conceito de “grupo”:

Um “grupo” pode ser caracterizado como uma estrutura da forma:

$$U_G = \langle A, \circ, *, I \rangle,$$

onde A é um conjunto não vazio, $\circ$ é um operador binário sobre A , $*$ um operador unário sobre A , e I um elemento de A , tais que, para todo x, y , e z elementos de A :

1. $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$;
2. $x \circ I = I \circ x = x$;
3. $x \circ x^* = x^* \circ x = I$.

O predicado correspondente é

$$P(x) \leftrightarrow \exists A \exists B \exists C \exists D (x = \langle A, B, C, D \rangle \wedge (A \text{ é um conjunto não vazio}) \wedge (B \text{ é um operador binário sobre } A) \wedge (C \text{ é um operador unário sobre } A) \wedge (D \text{ é um elemento de } A) \wedge (\forall x \forall y \forall z ((x, y, z) \in A \rightarrow (xBy)Bz = xB(yBz) \wedge ((xBD) = (DBx) = x) \wedge ((xBCx) = (CxBx) = D))))).$$

3.3 Quase-verdade

Da Costa & French 2002, p.iv, afirmam³:

³Tradução nossa.

Uma das conseqüências da mudança naturalista na Filosofia da Ciência tem sido uma reavaliação da natureza e importância da *prática* científica. Uma conseqüência menos agradável, pelo menos para muitos, tem sido a conclusão que nenhuma construção do raciocínio pode acomodar as vaguedades e complexidades de tal prática. E também, na filosofia e sociologia da ciência encontramos tentativas de construir enfoques da prática que possam acomodar o caráter supostamente “local” da produção de conhecimento e a aparentemente fragmentada natureza de representações e técnicas experimentais. Essa tendência pode ser vista no recente foco sobre a construção de modelos na ciência, onde afirma-se que uma significativa porção desta prática é composta de modelos “baixo-nível”, “fenomenológicos”, em vez das formas teóricas de “alto-nível” tipicamente examinadas por filósofos da ciência. Retomando afirmações similares feitas na década de 1960, tem-se argumentado que a natureza e o papel desses modelos “baixo-nível” são tais que não podem ser capturados por qualquer tipo de construção unitária, porque são supostamente “autônomas” em relação à teoria ou porque são mutuamente inconsistentes.

O que essas afirmações demonstram é o desdobrar continuado do abismo pós-positivista entre nossas atividades reais reunindo conhecimento e a caracterização filosófica dessas atividades.

Entretanto, argumentam **da Costa & French 2002**, p.v, uma abordagem conceitualmente unitária e amplamente racionalista *pode* ser construída, a qual incorpora e enfoca dois aspectos fundamentais da prática epistêmica em geral; no que concerne:

1. À natureza da representação empregada no raciocínio científico e às atitudes epistêmicas adotadas em relação a ele;
2. À metodologia.

As representações são, basicamente, conceitualmente incompletas e inacabadas, e a atitude geral adotada é falibilista. As representações empregadas

na prática científica são vistas, não como verdadeiras no sentido correspondencial, mas como parcialmente verdadeiras, aproximadamente verdadeiras ou como contendo algum elemento de verdade. Entretanto, tentativas de capturar tais noções, no interior de uma construção analítica, têm fracassado tipicamente, na deficiência de sua expressão formal.

Com o desenvolvimento de uma noção formal de verdade “pragmática”, verdade “parcial” ou “quase-” verdade, a deficiência acima pode ser eliminada. Com esta noção, pode-se afirmar, então, que as teorias da física, por exemplo, enquanto claramente não verdadeiras no sentido correspondencial são, contudo, verdadeiras no aspecto parcial, de modo que pode ser removido aquele mal-estar motivado pela separação entre tais teorias e os modelos fenomenológicos citados acima. Esses desenvolvimentos formais, talvez de forma mais importante, ofereçam novas perspectivas sobre a natureza das representações propriamente ditas. A definição formal de verdade como correspondência, elaborada por Tarski, também promoveu, significativamente, o enfoque, via teoria de modelos, daquelas representações. Com a introdução da noção de “estrutura parcial” no enfoque “semântico” ou da teoria de modelos, o formalismo da “quase-verdade” oferece um modo de acomodar a incompletude inerente as representações científicas e assim atar “teorias” e “modelos” em todas as suas várias manifestações.

Assim como a formalização de Tarski tentou capturar o que ele chamou de “intenções” da visão correspondencial de verdade, também o formalismo da quase-verdade tenta representar as “intenções” dos pragmatistas, notadamente Peirce e James. Destas, talvez a mais significativa seja a que trata aquelas representações do mundo que não são cópias perfeitas, mas são, em certos aspectos, incompletas e parciais. A natureza da concordância entre tais representações e o mundo é apresentada em termos pragmatistas, que enfatizam o conjunto de consequências empíricas de uma idéia particular ou “conceito”. O instrumento formal

fundamental por trás deste formalismo é a “estrutura parcial”, que acomoda a incompletude essencial e a natureza parcial das representações científicas.

Segundo **da Costa & French 2002**, p.14, as intenções da visão pragmatista de verdade representam uma ênfase no seguinte:

1. A natureza da concordância entre descrições “imperfeitas” ou “abstratas” e a realidade;
2. As conseqüências empíricas de tais descrições, entendidas como “concordância” com a realidade no sentido correspondencial clássico;
3. Verdade “completa” ou “absoluta”, novamente entendida no sentido correspondencial clássico, como término (ideal) de toda investigação.

Segundo **da Costa & French 2002**, p.7, uma questão fundamental a se observar é que Tarski, na sua definição de verdade, utiliza como portadores-de-verdade, sentenças do tipo

“a neve é branca”,

que têm um ar de simplicidade extrema, precisamente porque podem ser vistas como diretamente verdadeiras ou falsas no sentido correspondencial. Talvez essa simplicidade seja uma função da natureza “observacional” dos termos envolvidos na proposição; ou talvez possa estar relacionada com a natureza direta dos procedimentos requeridos para estabelecer se a fórmula bem formada pertinente é satisfeita pelos elementos do universo do discurso pertinente e assim estabelecer se a sentença é “de fato” verdadeira ou falsa. Entretanto, pelo menos algumas das representações mais interessantes, sobre as quais temos crenças, que preenchem a lacuna entre “acredita que ...” e “... é verdadeiro”, não são, em última análise, simples ou diretas. São conceitualmente abertas e parciais, de forma que, uma proposição, entendida precisamente como aquela que é uma

candidata a ser verdadeira ou falsa neste sentido correspondencial direto, não o é.

Um ponto de partida para ilustrar as intenções pragmatistas pode ser visto na famosa máxima de Peirce:

Considere quais efeitos, que concebivelmente poderiam ter conseqüências práticas, concebemos ter o objeto de nossa concepção. Então, a concepção destes efeitos é o *todo* de nossa concepção do objeto. (Peirce 1934, v.5, p.402 *apud* Ibri 1992, p.96)

Está aí uma diferença fundamental. O portador-de-verdade aqui não são proposições e sim *concepções*. Segundo **da Costa & French 2002**, p.8, a noção de *concepção* de um objeto expressa uma *totalidade epistêmica* que vai além do que é expressado por uma proposição isolada. Duas objeções são apresentadas:

1. Esta visão peirceana, todavia, envolve a verdade correspondencial com relação aos efeitos da nossa concepção e,
2. Tais concepções podem ser vistas como nada mais do que complexos ou conjuntos de proposições.

A primeira objeção, para **da Costa & French 2002**, p.9, está correta e é, de fato, fundamental para a abordagem formal que tentam estabelecer. A declaração de Peirce pode ser entendida amplamente como dizendo que a verdade pragmática de uma asserção depende de seus efeitos práticos, com tais efeitos representados em termos de algumas “proposições básicas” e aceitas como verdadeiras no sentido correspondencial. É precisamente essa dependência que evita um colapso em algum tipo de idealismo, e que mantém a conexão com a realidade, adequadamente construída.

Com relação a segunda objeção, desviando a atenção dos efeitos de nossas concepções para a concepção final, ou total, que é a meta da investigação,

Peirce afirma que mentes diferentes podem ter crenças diametralmente opostas em uma investigação, mas estas devem levar a uma única conclusão. Contudo, isso não significa que a verdade seja simplesmente idêntica a qualquer coisa que a comunidade de investigadores concorda em aceitar. O “acordo” e “concordância” são com a realidade externa, a natureza de quais objetos, em última análise, determinam a forma da concepção final atingida pela comunidade. E o que dirige a comunidade em direção a essa forma final é o método científico. A abordagem de Peirce baseia-se claramente em uma visão “cumulativa-convergente”⁴ do progresso científico. Assim, a verdade correspondencial emerge novamente da concordância entre essas concepções “finais” e a realidade, e nesse sentido, é correto dizer que, para Peirce, a verdade é definida em termos de *correspondência*, a correspondência de uma representação a seu objeto. Entretanto, e este é o ponto mais importante, *esta correspondência* é alcançada somente no limite, em direção ao qual somos dirigidos por um procedimento complexo envolvendo abdução, dedução e indução (cf. Capítulo 1). É somente no limite que nossa concepção de um objeto pode ser identificada como o resultado de algum conjunto de proposições, cada uma das quais é verdadeira no sentido correspondencial. Em qualquer instante dado, como nos aproximamos do limite, nossa concepção, expressada por alguma “declaração abstrata”, não pode ser vista tão diretamente. Se a concepção final será tomada como completa ou total, então nossa concepção, em qualquer instante anterior à realização desse limite, deve ser considerada como sendo *parcial*. E porque é, em um dado instante, *parcial*, também é, nesse instante, *aberta*, no sentido de que pode ser completada de vários modos distintos.

⁴Ou seja, o conhecimento adquirido por meio da prática científica é crescente no decorrer do tempo e caminha em direção a um ponto final, no qual as concepções corresponderão exatamente à realidade.

Outra intenção pragmatista é aquela que concerne à natureza da concordância entre nossas “idéias” (concepções) e objetos, quando aquelas idéias não são cópias perfeitas dos objetos. Isso pode ser visto na forma do pragmatismo de William James. Para **James 1907**, p.71,

Verdade... é uma propriedade de algumas de nossas idéias. Significa o seu “acordo”, como a falsidade significa o seu desacordo, com a “realidade”...

Para responder à pergunta sobre o significado da concordância com o objeto, daquelas idéias que não são suas cópias perfeitas,

O pragmatismo, por outro lado, faz a sua pergunta habitual. ‘Supondo-se que uma idéia ou crença seja verdadeira’, diz, ‘que diferença concreta, em sendo verdadeira, fará na vida real de alguém? Como será compreendida a verdade? Que experiências serão diferentes daquelas que prevaleceriam se a crença fosse falsa? Qual, em suma, é o valor em caixa da verdade, em termos experimentais?’

No momento em que o pragmatista faz sua pergunta, já tem a resposta: *As idéias verdadeiras são aquelas que podemos assimilar, validar, corroborar e verificar. As idéias falsas são aquelas com as quais não podemos agir assim.* Essa é a diferença prática que nos faz ter idéias verdadeiras; esse, portanto, é o significado da verdade, pois é tudo como pode ser conhecida a verdade. (**James 1907**, p.72)

Aqui, a verdade é entendida em termos de uma relação de “concordância” entre uma idéia e seu objeto. Quando essa idéia pode ser considerada uma “cópia” ou duplicação do objeto, concordância reduz-se a correspondência e a assimilação, validação, corroboração e verificação são diretas e imediatas. Quando isso não ocorre, isto é, a idéia não é uma cópia direta do objeto, a noção de correspondência é inadequada para expressar esse relacionamento.

Para uma idéia ser verdadeira, o objeto deve ser “como” a idéia declara ser, onde esse “modo” é explicado em termos de certas conseqüências práticas

da idéia verificada e validada. Essas conseqüências são então caracterizadas em termos de correspondência, em **James 1907**, p.72:

É difícil verificar qualquer frase que caracterize melhor essas conseqüências do que a fórmula ordinária de concordância - essas conseqüências são justamente o que temos em mente sempre quando dizemos que nossas idéias *concordam* com a realidade.

A abordagem pragmatista pretende abarcar não somente a verdade mais completa que pode ser concebida, a verdade correspondencial, mas também a verdade da mais relativa e imperfeita descrição. Isto é, pretende acomodar situações em que a relação vale entre “realidade” e “idéias”, “concepções” e “descrições”, que são abstratas, imperfeitas e incompletas, isto é, *parciais* (**da Costa & French 2002**, p.13).

Segundo **Langholm 1988** (*apud da Costa & French 2002*, p.14), a teoria de modelos padrão tem se concentrado sobre modelos completos, correspondendo a constelações completas de fatos, os casos-limite onde quaisquer adições introduzem inconsistências. Um certa tradição na filosofia da linguagem tem sido citada como uma influência que leva à ênfase exclusiva sobre a totalidade: o significado de uma sentença é identificado com suas condições de verdade, e as condições de verdade são tomadas como correspondendo aos estados do mundo em que a sentença é verdadeira.

Segundo **da Costa & French 2002**, p.15, esta concentração sobre modelos completos é uma herança de Tarski, que deriva das “intenções” subjacentes à visão correspondencial clássica que ele buscou capturar. Neste caso, “correspondência” significa uma certa “justeza” no relacionamento, ausência de qualquer frouxidão, vaguedade, ambigüidade ou qualquer coisa que não seja direta. Desse modo, como pode-se entender a veracidade da proposição “a neve é branca”, senão em termos da correspondência com o estado de coisas pertinente?. A

proposição é a unidade de análise do cálculo proposicional clássico; mudando para a perspectiva do cálculo de predicados, a estrutura dessas proposições é refinada, mas ainda é determinada; qualquer frouxidão, vaguedade ou ambigüidade recai sobre o entendimento das variáveis e dos termos predicados, e não sobre a estrutura das proposições propriamente dita; uma vez determinada essa estrutura, o relacionamento entre a proposição e sobre o que se refere pode ser somente o de correspondência. E a coisa no outro final desse relacionamento deve ser igualmente transparente, igualmente determinada, igualmente completa e epistemologicamente “justa”.

Uma das motivações primárias do pragmatismo era acomodar situações em que o relacionamento entre a representação e o que é representado é possivelmente frouxo, vago, ambíguo, mas certamente parcial. Nossas crenças científicas e cotidianas concernem a representações que não são determinadas, não são precisas, não são completas. São idealizações e aproximações, imperfeitas, parciais, representando nosso conhecimento e entendimento do mundo. A noção de proposição é inadequada para capturar essas representações, assim como a noção de correspondência é inadequada para capturar o relacionamento pertinente. Na tentativa de acomodar o aspecto da parcialidade, os pragmatistas transformam o relacionamento entre representação e seu objeto em um relacionamento dinâmico, removendo, desse modo, sua concepção da região formal (**da Costa & French 2002**, p.16). No caso da abordagem formal proposta por da Costa e colaboradores, é mantido uma forma estática de relacionamento, mas que ainda captura as intenções pragmatistas.

3.4 Estruturas parciais e a definição de quase-verdade

Embora seja inspirada e conserve características do conceito de verdade delineado por filósofos pragmatistas, o conceito de quase-verdade ou verdade pragmática, desenvolvido por da Costa e colaboradores, não pretende ser e não é uma formalização daquele conceito.

Grosso modo, quando investigamos certo domínio do conhecimento, não sabemos tudo sobre ele, isto é, nossa informação é “incompleta” ou “parcial”. Logo, não podemos dizer, com certeza, que uma teoria particular sobre esse domínio é verdadeira. Mas podemos dizer que, tanto quanto a nossa informação nos permita, a teoria pode ser verdadeira, ou seja, é quase-verdadeira.

Essa definição será apresentada, a seguir, da seguinte forma (**da Costa & Bueno 2000**, p. 216):

1. A noção de estrutura é estendida, com a introdução da noção de “estrutura parcial”;
2. É introduzida a noção de “quase-verdade”, que constitui uma generalização da caracterização de verdade de Tarski, para contextos parciais.

Observamos que:

- Quando um determinado domínio de conhecimento Δ é investigado, nós o submetemos a um esquema conceitual, para sistematizar e organizar a informação sobre ele.
- Esse domínio é “representado” por um conjunto D de objetos, e é estudado através do exame das relações que se dão entre os elementos de D .

- Dada uma relação R , definida sobre D , como freqüentemente acontece em contextos científicos, “não sabemos” se todos os objetos de D (ou n -uplas) estão relacionados por R .
- Por isso, dizemos que nossa informação sobre Δ é “incompleta” ou “parcial”.

Para acomodar formalmente essa incompletude, introduzimos a noção de “relação parcial” (da Costa & French 1990, p.255).

Definição 3.4.1 *Seja D um conjunto não-vazio. Uma **relação parcial** n -ária R sobre D é uma tripla $\langle R_1, R_2, R_3 \rangle$, onde $R_i \cap R_j = \emptyset$ para $i \neq j$, $i, j \in \{1, 2, 3\}$ e $R_1 \cup R_2 \cup R_3 = D^n$, tal que:*

1. R_1 é o conjunto de n -uplas que sabemos que pertencem a R ;
2. R_2 é o conjunto de n -uplas que sabemos que não pertencem a R ;
3. R_3 é o conjunto de n -uplas que não sabemos se pertencem ou não a R .

(se $R_3 = \emptyset$, R é uma relação n -ária usual, que pode ser identificada com R_1).

Observação 3.4.2 *A “parcialidade” da relação é de ordem “epistêmica” e representa a incompletude do nosso conhecimento sobre o domínio sob investigação. Logo, a relação de pertinência de R_1, R_2, R_3 a R , não encerra qualquer caráter difuso, isto é, uma vez conhecida, apresenta somente duas situações, pertencem ou não pertencem a R . Ou seja, a pertinência mencionada nas condições 1-3 da definição anterior, é a clássica.*

Agora, para representar a informação sobre o domínio em estudo, definimos estrutura parcial (da Costa & French 1990, p. 255).

Definição 3.4.3 *Uma **estrutura parcial** A é um par ordenado $\langle D, R_i \rangle_{i \in \omega}$, onde:*

1. D é um conjunto não-vazio;
2. $(R_i)_{i \in \omega}$ é uma família de relações parciais i -árias definidas sobre D .

Um dos pontos principais da caracterização de verdade de Tarski é que uma sentença de uma linguagem L de primeira ordem é verdadeira ou falsa, somente relativamente a uma “interpretação” em uma dada “estrutura”. De forma similar, uma sentença pode ser quase-verdadeira (pragmaticamente verdadeira) ou quase-falsa (pragmaticamente falsa), somente em relação a um tipo apropriado de estrutura. A noção de quase-verdade faz uso da caracterização de verdade de Tarski. Mas, como nessa caracterização são empregadas somente estruturas totais (estruturas em que as relações são usuais, ou seja, não-parciais), serão apresentadas noções intermediárias de estrutura, que estabelecem um relacionamento entre estruturas parciais e estruturas totais. Inicialmente, apresentaremos a noção auxiliar de “estrutura pragmática simples”, que é uma estrutura parcial à qual é incorporado um terceiro componente: um conjunto de sentenças $\wp$ da linguagem L , que aceitamos como verdadeiras ou que são verdadeiras segundo a teoria correspondencial; estas podem ser sentenças expressando enunciados verdadeiros, empiricamente decidíveis, ou sentenças gerais expressando leis ou teorias aceitas como verdadeiras.

Definição 3.4.4 Uma **estrutura pragmática simples** (*eps*) para uma linguagem de primeira ordem L é uma estrutura:

$$A = \langle D, R_k, \wp \rangle_{k \in \omega},$$

onde

1. D é um conjunto não-vazio, denominado universo de A ;
2. R_k é uma família de relações parciais k -árias, definidas sobre D , para todo $k \in \omega$ (R_k pode ser vazia, para algum k);

3. $\wp$ é um conjunto de sentenças de L .

Definição 3.4.5 Uma **estrutura total** para L é um par $B = \langle D, I \rangle$ com as seguintes propriedades:

1. D é um conjunto não-vazio, denominado domínio ou universo de B ;
2. I é uma relação definida sobre L satisfazendo:
 - (a) Para todo símbolo de relação n -ária R em L , $I(R)$ é uma relação n -ária sobre D ;
 - (b) Para todo símbolo de função n -ária f em L , $I(f)$ é uma função n -ária sobre D ;
 - (c) Para toda constante c em L , $I(c)$ é um elemento de D .

(Ebbinghaus, Flum & Thomas 1994, p. 29).

Todas as relações e funções n -árias sobre D são definidas para todas as n -uplas de elementos de D .

Dada um estrutura pragmática simples, esta pode ser estendida a uma estrutura total.

Definição 3.4.6 Sejam L uma linguagem de primeira ordem, $A = \langle D, R_k, \wp \rangle_{k \in \omega}$ uma eps e S uma estrutura total, nas quais L é interpretada. S é uma **estrutura A -normal** se as seguintes propriedades são verificadas:

1. O universo de S é D ;
2. As relações de S (totais) estendem as correspondentes relações parciais de A ;
3. Se c é uma constante individual de L , então c é interpretada em A e S pelo mesmo elemento;

4. Se $\alpha \in \wp$, então S satisfaz α , isto é, toda sentença de $\wp$ é válida na estrutura S , o que denotamos por

$$S \models \alpha.$$

(da Costa & French 1990, p.256; da Costa, Bueno & French 1998, p.606)

Dada uma eps A , esta pode ser estendida a várias ou nenhuma estrutura A -normal. Com a introdução do conjunto $\wp$, tornou-se possível restringir as formas que uma estrutura parcial pode ser estendida a uma estrutura A -normal.

Lema 3.4.7 *Dada uma eps A , uma condição para a existência de estruturas A -normais é a seguinte (Mikenberg, da Costa & Chuaqui 1986; da Costa, Bueno & French 1998, p.606; da Costa & Bueno 2000, p.218):*

1. Seja $A = \langle D, R_k, \wp \rangle_{k \in \omega}$ uma eps.
2. Para cada relação parcial R_k construímos um conjunto M_k de sentenças atômicas e de negações de sentenças atômicas, de forma que as primeiras correspondam às n -uplas que satisfazem R_k , e as segundas àquelas n -uplas que não satisfazem R_k .
3. Seja $M = \cup_{k \in \omega} M_k$.
4. Uma eps A admite uma estrutura A -normal se, e somente se, o conjunto $M \cup \wp$ é “consistente”.

Demonstração: Ver Mikenberg, da Costa & Chuaqui 1986. ■

Exemplo:

- Seja $A = \langle D, R_k, \wp \rangle_{k \in \omega}$ uma eps, onde R_k é composta unicamente da relação parcial ternária P .

- Pela definição de relação parcial, P é composta de P_1, P_2 e P_3 , onde P_1 corresponde às ternas que pertencem a P , P_2 corresponde às ternas que não pertencem a P e P_3 são as ternas que não sabemos se pertencem ou não a P .
- Vamos associar a relação parcial P ao predicado S , ou seja: $I(P) = S$.
- Sejam $a, b, c, \dots$ elementos de D .
- Sejam $P_1 = \{(a, b, c)\}$ e $P_2 = \{(a, b, e), (a, d, g)\}$.
- Seguindo o critério de condição de existência, vamos construir um conjunto M_k de sentenças atômicas e de negações de sentenças atômicas:

De P_1 obtemos: $\{S(a, b, c)\}$,

De P_2 obtemos: $\{\neg S(a, b, e), \neg S(a, d, g)\}$.

- Então $M_k = M_3 = \{S(a, b, c), \neg S(a, b, e), \neg S(a, d, g)\}$.
- Obtemos assim $M = \cup_{k \in \omega} M_k = M_3$.
- Logo, a eps A admite uma estrutura A -normal se o conjunto $M \cup \wp$ for consistente, ou seja, se pelo menos a parte “conhecida” da família de relações parciais for consistente com o conjunto $\wp$.

Definição 3.4.8 *Sejam L uma linguagem, A uma eps em que L é interpretada e S uma estrutura A -normal. Dizemos que uma sentença α de L é **pragmaticamente verdadeira** na eps A relativamente a S se:*

α é verdadeira em S (de acordo com a definição *tarskiana* de verdade).

Caso contrário, dizemos que α é **pragmaticamente falsa**.

Isto é, se α é pragmaticamente verdadeira em A então todas as consequências lógicas de α ou de α mais as declarações primárias $\wp$ deveriam ser compatíveis com qualquer declaração primária verdadeira. Assim α é tal que tudo ocorre em Δ (o domínio de conhecimento sob investigação) *como se fosse verdadeira*.

Observação 3.4.9 *As noções de estrutura parcial e quase-verdade têm importantes aplicações [além das apresentadas aqui], na caracterização e entendimento de aspectos importantes da teoria da ciência. Por exemplo, na unificação teórica em ciência (da Costa & French 2003), na probabilidade pragmática (da Costa 1986), na lógica da indução (da Costa & French 1989), nas crenças inconsistentes (da Costa & French 1995), e no debate realismo-empirismo (Bueno 1999, da Costa & Bueno 1997).*

Capítulo 4

Uma Lógica para a Quase-verdade

Segundo **da Costa 1999**, p.22:

Filosofia da ciência ou teoria da ciência, (...), englobam três categorias de questões: epistemológicas (análise crítica da ciência), lógicas (estrutura lógico-formal da ciência) e metodológicas (metodologia científica).

Uma vez analisadas algumas questões epistemológicas da concepção de quase-verdade no Capítulo 3, neste capítulo analisaremos a questão específica de uma lógica para a quase-verdade¹.

Neste trabalho, não nos propomos a discutir sobre o sentido de se formular uma “lógica da verdade”, ou de se analisar o que seria uma “lógica da verdade”. Essas questões, apesar de relevantes do ponto de vista conceitual, não fazem parte dos objetivos desta Dissertação e podem vir a constituir temas de trabalhos futuros.

Mas em que sentido apresentaremos aqui uma lógica para a quase-verdade?

Segundo **da Costa 1999**, p.149:

¹Neste trabalho, não nos ocuparemos das questões metodológicas. Tais considerações podem ser encontradas em **da Costa & French 2003**.

A lógica pode ser vista sob três perspectivas, que nos interessam aqui:

1. Como disciplina matemática, estudando certo tipo de estruturas (por exemplo, conjuntos munidos de uma operação de fecho conveniente, axiomatizada por Tarski); (...)
2. Como instrumento de base para as teorias matemáticas: como órgão de inferência da teoria T , a verdade a ela correlacionada depende daquela pressuposta por T ;
3. Finalmente, como codificação de processos de inferência em dada área das ciências empíricas, da tecnologia ou da vida diária: nesta condição, o gênero de verdade que lhe toca é, via de regra, função do domínio de aplicação. Até há pouco tempo, era apenas a verdade como correspondência que imperava; porém, nossa tese é a de que, na ciência empírica pelo menos, deparamo-nos com a quase-verdade (e, se quisermos sublinhar o nível sintático, com a verdade coerencial).

A lógica para a quase-verdade será aqui empregada, de forma geral, sob a perspectiva (3), como lógica dedutiva da ciência - um tipo de lógica discursiva de Jaśkowski (**Jaśkowski 1969**) - paraconsistente, uma vez que:

(...) as diversas teorias, em geral, incompatíveis entre si, que compõem uma ciência como a física, só podem ser sistematizadas em um todo organizado por meio dessa lógica (**da Costa 1999**, p.204),

(pelo menos quando as lógicas de cada uma dessas teorias for a clássica) ou uma outra lógica paraconsistente.

A partir da definição de quase-verdade, utilizando estruturas parciais, introduzida no capítulo anterior, neste capítulo apresentaremos um sistema lógico modal que permite formalizar a noção de quase-verdade. A conexão entre estruturas parciais e sistemas lógicos é feita considerando as estruturas A-normais (de uma estrutura parcial A) como “mundos” de uma estrutura de Kripke. Dessa forma, o operador de possibilidade ($\Diamond$) da lógica modal alética corresponderá à

noção de **verdade pragmática** e o operador de necessidade ($\Box$), à noção de **validade pragmática**. Para formalizar essas noções serão apresentados dois sistemas: o sistema QV, que permite formalizar a validade pragmática estrita e, associado a ele, o sistema QT, que permite formalizar a validade pragmática.

Para construir uma lógica da verdade pragmática, a partir de uma linguagem de primeira ordem L e de uma dada eps A que interpreta L , consideramos suas estruturas A -normais como mundos de uma estrutura de Kripke para o cálculo modal S5 de primeira ordem com igualdade ($S5Q^=$). Isto é, a partir do universo de uma eps para L , temos várias estruturas (totais) em que a linguagem L pode ser interpretada, tal que qualquer estrutura total é acessível à outra. Nessa linguagem L (e nessa eps), o operador de possibilidade corresponde à verdade pragmática e o operador de necessidade à validade pragmática. As fórmulas pragmaticamente válidas são as fórmulas α tais que $\Box\alpha$ é um teorema (em $S5Q^=$). Dentre estas, existem aquelas fórmulas α tais que $\Box\Diamond\alpha$, isto é, $\Diamond\alpha$ é um teorema do mesmo sistema. À primeira classe de fórmulas denominaremos fórmulas **pragmática-estritamente válidas**, ou simplesmente estritamente válidas (que coincidem com o conjunto de teoremas de $S5Q^=$), e à segunda denominaremos fórmulas **pragmaticamente válidas**, que correspondem às fórmulas de uma lógica associada à $S5Q^=$, lógica essa que pode ser considerada como um tipo de lógica discursiva de Jaśkowski (**Jaśkowski 1969**) em relação ao sistema modal $S5Q^=$. A seguir, apresentaremos o sistema lógico QV, que permite formalizar a noção de validade pragmática estrita (fórmulas pragmática-estritamente válidas), lembrando que QV é essencialmente $S5Q^=$.

4.1 A Lógica QV

4.1.1 Linguagem L de QV

Os símbolos primitivos, as fórmulas e os símbolos definidos de L são introduzidos como usualmente.

4.1.1.1 Símbolos Primitivos²

1. Um conjunto infinito enumerável de **variáveis proposicionais** : $p_1, p_2, p_3, \dots$;
2. Um conjunto infinito enumerável de **variáveis individuais** : $x, y, z, \dots$;
3. Para cada número natural $n \geq 1$, um conjunto (possivelmente finito, mas no máximo infinito enumerável) de **predicados** n -ários: $P_1, P_2, \dots, P_m$;

O predicado diádico “=” de igualdade está entre os símbolos de predicados;

4. Um conjunto infinito enumerável de **constantes individuais**: $a, b, c, \dots$;

5. Conectivos:

- Negação: $\neg$
- Implicação: $\rightarrow$
- Quantificador universal: $\forall$
- Validade pragmática: $\square$

6. Parênteses: (e).

²Por questão de simplicidade, não utilizaremos símbolos funcionais, a menos dos símbolos para constantes.

4.1.1.2 Fórmulas:

RF1: Qualquer seqüência de símbolos consistindo de um predicado n -ário seguido por n (não necessariamente distintas) variáveis individuais é uma **fórmula bem formada (fbf) atômica** de L ;

RF2: Se α é uma fbf de L , então também o são $\neg\alpha$ e $\Box\alpha$;

RF3: Se α e β são fbf de L , então $(\alpha \rightarrow \beta)$ também o é;

RF4: Se α é uma fbf de L e x é uma variável individual, então $(\forall x\alpha)$ é uma fbf.

4.1.1.3 Símbolos Definidos

1. Conjunção $\wedge$: $\alpha \wedge \beta := \neg(\alpha \rightarrow \neg\beta)$
2. Disjunção $\vee$: $\alpha \vee \beta := ((\neg\alpha) \rightarrow \beta)$
3. Bi-implicação $\leftrightarrow$: $\alpha \leftrightarrow \beta := (\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$
4. Quantificador existencial $\exists$: $\exists x\alpha := \neg(\forall x\neg\alpha)$
5. Verdade pragmática $\Diamond$: $\Diamond\alpha := \neg\Box\neg\alpha$

Definição 4.1.1 Variáveis individuais ou constantes são **termos**. As definições de **variável livre**, **variável ligada** e **escopo** de um quantificador são as usuais.

Definição 4.1.2 Uma fbf **fechada** ou **sentença** é uma fbf em que não existem ocorrências livres de qualquer variável.

Uma fbf que não é fechada é dita **aberta**.

Definição 4.1.3 Seja α uma fbf de L .

1. Um **fecho** de α (que indicaremos por $\forall\forall\alpha$) é qualquer fórmula da forma $\forall x_1\forall x_2\ldots\forall x_n\alpha$, tal que toda variável livre de α está entre as variáveis $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Quando $n = 0$, $\forall\forall\alpha = \alpha$.

2. Se α é uma sentença (fbf fechada), então

α é um fecho de α e

$\forall x\alpha$ também o é, onde x é uma variável qualquer.

3. Qualquer fecho de um fecho de α é um fecho de α .

4.1.2 Postulados de QV

4.1.2.1 Axiomas

A1: Se α é uma instância de uma tautologia proposicional clássica, então α é um axioma de QV.

A2: $\Box(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\Box\alpha \rightarrow \Box\beta)$

A3: $\Box\alpha \rightarrow \alpha$

A4: $\Diamond\alpha \rightarrow \Box\Diamond\alpha$

A5: $\forall x\alpha(x) \rightarrow \alpha(t)$

(t é um termo: uma variável livre para x em $\alpha(x)$, ou uma constante individual)

A6: $x = x$

A7: $x = y \rightarrow (\alpha(x) \leftrightarrow \alpha(y))$

4.1.2.2 Regras

$$\text{R1. } \frac{\vdash \alpha, \vdash \alpha \rightarrow \beta}{\vdash \beta}$$

$$\text{R2. } \frac{\vdash \alpha}{\vdash \Box \alpha}$$

$$\text{R3. } \frac{\vdash \alpha \rightarrow \beta(x)}{\vdash \alpha \rightarrow \forall x \beta(x)}$$

(x é uma variável livre em α)

4.1.3 Definições sintáticas

Definição 4.1.4 Uma **demonstração** de uma fórmula α em QV é uma seqüência finita de fórmulas $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, tal que, para todo i , $1 \leq i \leq n$, α_i :

1. é um axioma, ou
2. foi obtida de fórmulas precedentes pela aplicação da regra R1, ou
3. foi obtida de fórmula precedente pela aplicação das regras R2 ou R3;
4. α_n é α .

Se existe uma demonstração de α , dizemos que α é um **teorema** de QV e indicamos $\vdash_{QV} \alpha$ ou, simplesmente, $\vdash \alpha$ (quando não existir possibilidade de ambigüidade).

Definição 4.1.5 Seja Γ um conjunto de fbf da linguagem L de QV. Uma **dedução** de α com base em Γ é uma seqüência finita de fórmulas $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, tal que, para todo i , $1 \leq i \leq n$, α_i :

1. é um axioma, ou
2. pertence a Γ , ou

3. foi obtida de fórmulas precedentes pela aplicação de uma das regras $R1$, $R2$ ou $R3$;
4. α_n é α .

Se existe uma dedução com base em Γ , de α , dizemos que α é **consequência sintática de** Γ , e indicamos $\Gamma \vdash_{QV} \alpha$, ou $\Gamma \vdash \alpha$ (quando não existir possibilidade de ambigüidade).

Se $\Gamma = \emptyset$, então uma dedução com base em Γ reduz-se a uma demonstração.

4.1.4 Semântica

Sejam L a linguagem de QV e A uma estrutura pragmática simples para L :

Definição 4.1.6 Dizemos que uma função I é uma **interpretação** quando:

1. para cada símbolo proposicional p de L , I associa, um ou outro (mas não ambos), o valor-verdade verdadeiro ou falso;
2. para cada constante individual c de L , I associa um elemento c_A do universo de A ($I(c) = c_A$);
3. para cada símbolo de predicado n -ário P de L , I associa uma relação parcial n -ária R^A , definida no universo de A .

Além disso, fixada uma estrutura S , A -normal:

4. a cada constante individual c de L , I associa um elemento c_S do universo de S , tal que $c_A = c_S$;
5. a cada símbolo de predicado n -ário P de L , I associa uma relação total R^S .

Definição 4.1.7 Uma **atribuição**, ou uma **assignação** de L em A é uma função f cujo domínio é a coleção de variáveis individuais de L e que associa a cada variável x um elemento $f(x)$ do universo de A . Isto é:

$$f : Var \rightarrow D.$$

Definição 4.1.8 Se I é uma interpretação e f é uma atribuição de L em A , define-se a função f' , no conjunto de todas as variáveis e constantes de L , tal que:

$$f'(t) = \begin{cases} t_A, & \text{se } t \text{ é uma constante e } I(t) = t_A, \\ f(t), & \text{se } t \text{ é uma variável.} \end{cases}$$

Como dissemos, dada uma eps A para L , vamos considerar suas estruturas A -normais como mundos de um modelo de Kripke, em que qualquer mundo é acessível a todos os outros. Indicaremos por W_A o conjunto de todas as estruturas A -normais associadas a uma dada eps A para L ³.

Definição 4.1.9 Dada uma estrutura pragmática simples A para L , um **modelo** de QV, ou simplesmente um **QV-modelo**, é uma quádrupla $\langle W, D, I, f \rangle$, onde $W \subseteq W_A$ é um conjunto de estruturas A -normais (ou mundos), D é o universo de A , I uma interpretação e f uma atribuição.

Definição 4.1.10 Sejam $M = \langle W, D, I, f \rangle$ um QV-modelo, w um mundo de W e α, β, γ fbfs de L . Definimos a relação de **satisfatibilidade**⁴ para QV, relativamente ao mundo w , que denotamos por $\models_{QV}$, por indução sobre o grau de complexidade de α :

³Pode ocorrer que, dada uma eps A , ela não tenha qualquer estrutura A -normal. Em **Mikenberg, da Costa & Chuaqui 1986** são apresentadas condições necessárias e suficientes para a existência de estruturas A -normais. No presente caso, consideraremos que $W_A \neq \emptyset$.

⁴Em **da Costa, Bueno & French 1998** foi apresentada uma definição diferente de satisfatibilidade.

1. Se p é um símbolo proposicional, então

$$M, w \models_{QV} p \Leftrightarrow I \text{ associa o valor-de-verdade verdadeiro a } p;$$

Caso contrário, $M, w \not\models_{QV} p$;

2. Se t_i e t_j são dois termos arbitrários, então

$$M, w \models_{QV} t_i = t_j \Leftrightarrow f'(t_i) = f'(t_j);$$

3. Se P é um símbolo de predicado n -ário, $t_1, \dots, t_n$ são n termos e R^w é a relação n -ária sobre D associada a P em $w \in W$, então

$$M, w \models_{QV} P(t_1, \dots, t_n) \Leftrightarrow \langle f'(t_1), \dots, f'(t_n) \rangle \in R^w;$$

4. $M, w \models_{QV} \neg\beta \Leftrightarrow M, w \not\models_{QV} \beta$;

5. $M, w \models_{QV} \beta \rightarrow \gamma \Leftrightarrow M, w \not\models_{QV} \beta$ ou $M, w \models_{QV} \gamma$;

6. $M, w \models_{QV} (\forall x_i)\beta \Leftrightarrow M', w \models_{QV} \beta$, para todo M' , onde $M' = \langle W, D, I, g \rangle$ e g é uma atribuição tal que, para todo $x_j \in D$, $f(x_j) = g(x_j)$ quando $x_j \neq x_i$;

7. $M, w \models_{QV} \Box\beta \Leftrightarrow M, w' \models_{QV} \beta$, para todo mundo $w' \in W$;

Notação: $M, w \models_{QV} \alpha$ (“o QV-modelo M satisfaz α no mundo w ”).

Caso contrário: $M, w \not\models_{QV} \alpha$ (“o QV-modelo M não satisfaz α no mundo w ”).

Observação 4.1.11 Definimos também, satisfatibilidade para “ $\Diamond$ ”:

$$M, w \models_{QV} \Diamond\beta \Leftrightarrow \text{existe } w' \in W \text{ tal que } M, w' \models_{QV} \beta.$$

Definição 4.1.12 Dados um conjunto Γ de fórmulas de L e um QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$, dizemos que o modelo M satisfaz Γ , relativamente ao mundo w se, e somente se, $M, w \models_{QV} \alpha$, para toda fbf $\alpha \in \Gamma$.

Notação: $M, w \models_{QV} \Gamma$.

Observação 4.1.13 $M, w \models_{QV} \alpha$ significa que $M, w \models_{QV} \{\alpha\}$.

Definição 4.1.14 Uma *fbf* α é **pragmática-estritamente verdadeira**, ou simplesmente **estritamente verdadeira**, em um QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$, se existe $w \in W$, tal que $M, w \models_{QV} \alpha$.

Definição 4.1.15 Uma *fbf* α é **pragmática-estritamente válida em um QV-modelo**, ou simplesmente **estritamente válida em um QV-modelo** se, e somente se, para todo $w \in W$, $M, w \models_{QV} \alpha$.

Notação: $M \models_{QV} \alpha$.

Definição 4.1.16 Uma *fbf* α é **pragmática-estritamente válida**, ou simplesmente **estritamente válida** (ou **QV-válida**) se, e somente se, para todo QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$, $M \models_{QV} \alpha$.

Notação: $\models_{QV} \alpha$.

Observação 4.1.17 As Definições 4.1.12 - 4.1.14 podem ser estendidas para um conjunto Γ qualquer de fbfs de L .

Definição 4.1.18 Sejam Γ um conjunto de fbfs de L e α uma *fbf* de L . Dizemos que α é **conseqüência semântica pragmática estrita** de Γ , ou simplesmente uma **conseqüência semântica estrita de** Γ se, e somente se, todo QV-modelo que valida pragmaticamente Γ também valida pragmaticamente α .

Notação: $\Gamma \models_{QV} \alpha$.

Observação 4.1.19 Uma questão importante que surge nas lógicas modais quantificadas é relacionada à assim denominada **Fórmula de Barcan**:

$$\forall x \Box \alpha(x) \rightarrow \Box \forall x \alpha(x),$$

a qual pode criar dificuldades técnicas e conceituais. A questão é que, neste caso, estamos tratando com uma fórmula na qual, em uma sua subfórmula a modalidade está no campo de ação de um quantificador, $\forall x \Box \alpha(x)$ (modalidade de re), e noutra subfórmula o quantificador está no campo de ação de um operador modal, $\Box \forall x \alpha(x)$ (modalidade de dicto). Uma interpretação para a Fórmula de Barcan é que, se tudo necessariamente possui uma certa propriedade α , então é necessariamente o caso que tudo possui tal propriedade. Entretanto, mesmo se tudo o que realmente existe é necessariamente α , isso não exclui a possibilidade que possa haver (ou que possa ter havido) algumas coisas que não são α , em geral, e poderia não ser uma verdade necessária que tudo é α .

No caso do sistema S5Q, não apenas a Fórmula de Barcan é um teorema como também sua recíproca. Isto é, em S5Q, é possível demonstrar a equivalência:

$$\forall x \Box \alpha(x) \leftrightarrow \Box \forall x \alpha(x),$$

a qual mostra a equivalência entre modalidades de re e modalidades de dicto, e exprime a invariância dos domínios sob os quais percorrem as variáveis individuais. Ou seja, S5Q é uma lógica de domínios constantes. A questão torna-se mais complicada quando introduzimos axiomas relacionados à identidade (**Carnielli & Pizzi 2001**, p.155-9).

A validade ou não da Fórmula de Barcan dependerá das características que dermos aos mundos possíveis da nossa semântica. No presente caso do sistema modal QV, para uma dada eps A , consideramos que cada mundo possível corresponde a uma estrutura A -normal. Contudo, por definição, cada estrutura A -normal possui o mesmo domínio da eps A . Logo, na semântica para QV apresentada acima, os domínios dos mundos possíveis são invariantes e, conseqüentemente, podemos assumir a Fórmula de Barcan.

4.1.5 Resultados Fundamentais

Nesta seção, enunciaremos alguns resultados bastante conhecidos sobre os sistemas QV ($S5Q^=$), CP e CPQ, que são fundamentais para o desenvolvimento dos resultados relativos ao sistema QT.

Teorema 4.1.20

$$\text{TQV01 } A \rightarrow \Diamond A$$

$$\text{TQV02 } \Diamond \neg A \leftrightarrow \neg \Box A$$

$$\text{TQV03 } \Box A \leftrightarrow \Box \Box A$$

$$\text{TQV04 } \Diamond A \leftrightarrow \Diamond \Diamond A$$

$$\text{TQV05 } \Box A \leftrightarrow \Diamond \Box A$$

$$\text{TQV06 } \Diamond A \leftrightarrow \Box \Diamond A$$

$$\text{TQV07 } \Box(A \vee B) \rightarrow (\Box A \vee \Diamond B)$$

$$\text{TQV08 } \Diamond(A \vee B) \leftrightarrow (\Diamond A \vee \Diamond B)$$

$$\text{TQV09 } \Diamond(\Diamond A \rightarrow B) \leftrightarrow (\Diamond A \rightarrow \Diamond B)$$

$$\text{TQV10 } \Box \forall A \rightarrow \Diamond \forall \Box \forall A$$

$$\text{TQV11 } \Box \forall A \leftrightarrow \Diamond \forall \Box \forall A$$

$$\text{TQV12 } \forall \Box A \rightarrow \Box \forall A$$

$$\text{TQV13 } \Diamond \forall A \rightarrow \forall \Diamond A$$

$$\text{TQV14 } \Box \forall A \leftrightarrow \forall \Box A$$

Demonstração: Ver **Hughes & Cresswell 1996, Carnielli & Pizzi 2001, de Moraes 1973.** ■

Teorema 4.1.21 *Teoremas utilizados de CP:*

$$\text{TCP01 } (A \rightarrow (B \rightarrow A))$$

$$\text{TCP02 } (A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

$$\text{TCP03 } (A \vee B) \leftrightarrow (B \vee A)$$
 ■

Teorema 4.1.22 *Teoremas utilizados de CPQ:*

$$\text{TCPQ01 } \forall\forall A \rightarrow A$$

$$\text{TCPQ02 } \forall\forall(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\forall\forall A \rightarrow \forall\forall B)$$

$$\text{TCPQ03 } \forall\forall(A \wedge B) \leftrightarrow (\forall\forall A \wedge \forall\forall B)$$
 ■

Teorema 4.1.23 *Utilizaremos também as seguintes regras:*

GU *Generalização Universal:*

$$\frac{\vdash \alpha}{\vdash \forall\forall \alpha}$$

RS *Se α e α' são fórmulas de QV tais que α' é obtida de α pela substituição de ocorrências de $\beta_1, \dots, \beta_n$ em α por $\beta'_1, \dots, \beta'_n$ e se $\vdash (\beta_i \leftrightarrow \beta'_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$), então $\vdash (\alpha \leftrightarrow \alpha')$.*

Eq. *Substituição de Equivalentes:*

Se $\vdash_{QV} \alpha$ e β é uma fórmula de QV que difere de α apenas por conter uma fórmula δ em um ou mais lugares onde α ocorre a fórmula γ , e se $\vdash_{QV} (\gamma \leftrightarrow \delta)$, então $\vdash_{QV} \beta$. ■

Teorema 4.1.24 (TEOREMA DA COMPLETUDE)

Seja Γ um conjunto de fbfs de L e α uma fbf da mesma linguagem. Então:

$$\Gamma \vdash_{QV} \alpha \Leftrightarrow \Gamma \models_{QV} \alpha.$$

Demonstração: Ver **Hughes & Cresswell 1996**, ou **Carnielli & Pizzi 2001**, ou **Gallin 1975**. ■

4.2 A Lógica QT

Será apresentado agora o sistema formal modal QT, que nos permite formalizar a noção de validade pragmática de da Costa ($\models_{QT}$). Nesse sistema, $\models_{QT} \alpha$ implica que $\Diamond \forall \alpha$ é pragmática-estritamente válida, ou seja, $\models_{QV} \Diamond \forall \alpha$.

A linguagem L de QT é a mesma de QV.

4.2.1 Postulados de QT

Os axiomas e regras de inferência do sistema QT são os seguintes.

4.2.1.1 Axiomas

A1'. Se α é uma instância de uma tautologia proposicional clássica, então $\Box \forall \alpha$ é um axioma.

A2'. $\Box \forall (\Box(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\Box \alpha \rightarrow \Box \beta))$

A3'. $\Box \forall (\Box \alpha \rightarrow \alpha)$

A4'. $\Box \forall (\Diamond \alpha \rightarrow \Box \Diamond \alpha)$

A5'. $\Box \forall (\forall x \alpha(x) \rightarrow \alpha(t))$

(t é um termo: uma variável livre para x em $\alpha(x)$, ou uma constante individual)

A6'. $\Box \forall \forall (x = x)$

A7'. $\Box \forall \forall (x = y \rightarrow (\alpha(x) \leftrightarrow \alpha(y)))$

A8'. Quantificações vazias podem ser introduzidas, ou suprimidas, em qualquer fórmula.

(isto é, vale: $(\forall x)\alpha \leftrightarrow \alpha$, onde x não ocorre livre em α)

4.2.1.2 Regras

R1'.
$$\frac{\vdash \Box \forall \forall \alpha, \vdash \Box \forall \forall (\alpha \rightarrow \beta)}{\vdash \Box \forall \forall \beta}$$

R2'.
$$\frac{\vdash \Box \forall \forall \alpha}{\vdash \alpha}$$

R3'.
$$\frac{\vdash \Box \forall \forall \alpha}{\vdash \Box \forall \forall \Box \alpha}$$

R4'.
$$\frac{\vdash \Diamond \forall \forall \alpha}{\vdash \alpha}$$

R5'.
$$\frac{\vdash \Box \forall \forall (\alpha \rightarrow \beta(x))}{\vdash \Box \forall \forall (\alpha \rightarrow \forall x \beta(x))}$$

4.2.2 Definições Sintáticas

As definições de demonstração, teorema e dedução com base em um conjunto Γ são semelhantes às definições para o sistema QV, fazendo-se as substituições convenientes.

4.2.3 Semântica

Definição 4.2.1 Um **QT-modelo** $M = \langle W, D, I, f \rangle$ é um QV-modelo.

Definição 4.2.2 Sejam $M = \langle W, D, I, f \rangle$ um QT-modelo, w um mundo de W e α, β, γ fbfs de L . Definimos a relação de **satisfatibilidade** para QT, relativamente ao mundo w , que denotamos por $\models_{QT}$, de forma semelhante à definição da relação de satisfatibilidade para QV, substituindo-se QV-modelos por QT-modelos.

Definição 4.2.3 Uma fbf α é **pragmaticamente verdadeira** em um QT-modelo M se, e somente se, existe $w \in W$, tal que $\Diamond \forall \alpha$ é pragmática-estritamente verdadeira no QV-modelo subjacente. Isto é:

$$M, w \models_{QT} \alpha \Leftrightarrow M, w \models_{QV} \Diamond \forall \alpha.$$

Definição 4.2.4 Uma fbf α é **pragmaticamente válida em um QT-modelo** M se, e somente se, para todo $w \in W$,

$$M, w \models_{QT} \alpha,$$

ou seja,

$$M, w \models_{QV} \Diamond \forall \alpha \text{ no QV-modelo subjacente.}$$

Notação: $M \models_{QT} \alpha$.

Definição 4.2.5 Uma fbf α é **pragmaticamente válida (ou QT-válida)** se, e somente se, α é válida em todo QT-modelo.

Notação: $\models_{QT} \alpha$.

Definição 4.2.6 Dizemos que uma fbf α é **conseqüência semântica pragmática** de um conjunto Γ de fbfs em QT se, e somente se, existem $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ em Γ tais que

$$\models_{QT} \Diamond \gamma_1 \wedge \Diamond \gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond \gamma_n \rightarrow \Diamond \alpha.$$

Notação: $\Gamma \models_{QT}^p \alpha$.

4.2.4 Resultados Fundamentais

Lema 4.2.7 *Se α é um teorema de QT, então $\Diamond\forall\forall\alpha$ é um teorema de QV. Isto é:*

$$\vdash_{QT} \alpha \Rightarrow \vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\alpha.$$

▲ **Demonstração: (da Costa, Bueno & French 1998)**

Por indução sobre o comprimento c da demonstração de α em QT.

Seja $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, onde α_n é α , uma demonstração formal de α em QT. Então, α_i ($1 \leq i \leq n$) é um axioma, ou é obtida de fórmulas precedentes pela aplicação de uma das regras (R1' a R5').

Caso a: Suponhamos que $c = 1$. Então, neste caso, α é um axioma.

Se α é um axioma de QT, então tem a forma $\Box\forall\forall\beta$, onde β é um axioma de QV(QV é S5Q=).

- | | |
|--|--|
| 1. $\vdash_{QV} \beta$ | Hipótese |
| 2. $\vdash_{QV} \forall\forall\beta$ | 1, GU |
| 3. $\vdash_{QV} \Box\forall\forall\beta$ | 2, R2 |
| 4. $\vdash_{QV} \Box\forall\forall\beta \leftrightarrow \Diamond\forall\forall\Box\forall\forall\beta$ | TQV11 $\left[\frac{A}{\beta} \right]$ |
| 5. $\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\Box\forall\forall\beta$ | 3,4 Eq. |
| 6. $\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\alpha$ | 5, forma de α |

Caso b: Suponhamos, por hipótese de indução, que o lema seja válido para demonstrações de α em QT de comprimento $c \leq j$.

Demonstraremos então que o lema é válido em QT, para fórmulas α com demonstração de comprimento $j + 1$.

Neste caso, α é consequência de fórmulas precedentes pela aplicação de uma das regras.

- **Regra R1'**: α é da forma $\Box\forall\forall\beta$, obtida das fórmulas $\Box\forall\forall\gamma$ e $\Box\forall\forall(\gamma \rightarrow \beta)$.

1.	$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\Box\forall\gamma$	HI
2.	$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\Box\forall(\gamma \rightarrow \beta)$	HI
3.	$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\Box\forall\gamma \leftrightarrow \Box\forall\forall\gamma$	TQV11 $\left[\frac{A}{\alpha}\right]$
4.	$\vdash_{QV} \Box\forall\forall\gamma$	1, 3 Eq.
5.	$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\Box\forall(\gamma \rightarrow \beta) \leftrightarrow \Box\forall\forall(\gamma \rightarrow \beta)$	TQV11 $\left[\frac{A}{(\gamma \rightarrow \beta)}\right]$
6.	$\vdash_{QV} \Box\forall\forall(\gamma \rightarrow \beta)$	2,5 Eq.
7.	$\vdash_{QV} \Box(\forall\forall\gamma \rightarrow \forall\forall\beta)$	6, TCPQ02
8.	$\vdash_{QV} \Box(\forall\forall\gamma \rightarrow \forall\forall\beta) \rightarrow (\Box\forall\forall\gamma \rightarrow \Box\forall\forall\beta)$	A2 $\left[\frac{\alpha}{\forall\forall\gamma}, \frac{\beta}{\forall\forall\beta}\right]$
9.	$\vdash_{QV} \Box\forall\forall\gamma \rightarrow \Box\forall\forall\beta$	7,8 R1
10.	$\vdash_{QV} \Box\forall\forall\beta$	4,9 R1
11.	$\vdash_{QV} \Box\forall\forall\beta \leftrightarrow \Diamond\forall\forall\Box\forall\beta$	TQV11 $\left[\frac{A}{\beta}\right]$
12.	$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\Box\forall\beta$	10,11 Eq.
13.	$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\alpha$	12, forma de α

- **Regra R2'**: α é da forma β , obtida da fórmula $\Box\forall\forall\beta$.

1.	$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\Box\forall\beta$	HI
2.	$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\Box\forall\beta \leftrightarrow \Box\forall\forall\beta$	TQV11 $\left[\frac{A}{\beta}\right]$
3.	$\vdash_{QV} \Box\forall\forall\beta$	1,2 Eq.
4.	$\vdash_{QV} \Box\forall\forall\beta \rightarrow \forall\forall\beta$	A3 $\left[\frac{\alpha}{\forall\forall\beta}\right]$
5.	$\vdash_{QV} \forall\forall\beta$	3,4 R1
6.	$\vdash_{QV} \forall\forall\beta \rightarrow \Diamond\forall\forall\beta$	TQV01 $\left[\frac{A}{\forall\forall\beta}\right]$
7.	$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\beta$	5,6 R1
8.	$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\alpha$	7, forma de α

- **Regra R3'**: α é da forma $\Box\forall\forall\Box\beta$, obtida da fórmula $\Box\forall\forall\beta$.

1. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall \beta$ HI
2. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall \beta \leftrightarrow \Box \forall \forall \beta$ TQV11 $\left[\frac{A}{\beta} \right]$
3. $\vdash_{QV} \Box \forall \forall \beta$ 1,2 Eq.
4. $\vdash_{QV} \Box \forall \forall \beta \rightarrow \forall \forall \beta$ A3 $\left[\frac{\alpha}{\forall \forall \beta} \right]$
5. $\vdash_{QV} \forall \forall \beta$ 3,4 R1
6. $\vdash_{QV} \forall \forall \beta \rightarrow \beta$ TCPQ01 $\left[\frac{A}{\beta} \right]$
7. $\vdash_{QV} \beta$ 5, 6 R1
8. $\vdash_{QV} \Box \beta$ 7, R2
9. $\vdash_{QV} \forall \forall \Box \beta$ 8, GU
10. $\vdash_{QV} \Box \forall \forall \Box \beta$ 9, R2
11. $\vdash_{QV} \Box \forall \forall \Box \beta \leftrightarrow \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall \Box \beta$ TQV11 $\left[\frac{A}{\Box \beta} \right]$
12. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall \Box \beta$ 10, 11 Eq.
13. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \alpha$ 12, forma de α

• **Regra R4':** α é da forma β , obtida da fórmula $\Diamond \forall \forall \beta$.

1. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Diamond \forall \forall \beta$ HI
2. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Diamond \forall \forall \beta \rightarrow \forall \forall \Diamond \Diamond \forall \forall \beta$ TQV13 $\left[\frac{A}{\Diamond \forall \forall \beta} \right]$
3. $\vdash_{QV} \forall \forall \Diamond \Diamond \forall \forall \beta$ 1,2 R1
4. $\vdash_{QV} \forall \forall \Diamond \Diamond \forall \forall \beta \rightarrow \Diamond \Diamond \forall \forall \beta$ TCPQ01 $\left[\frac{A}{\Diamond \Diamond \forall \forall \beta} \right]$
5. $\vdash_{QV} \Diamond \Diamond \forall \forall \beta$ 3,4 R1
6. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \beta \rightarrow \Diamond \Diamond \forall \forall \beta$ TQV04 $\left[\frac{A}{\forall \forall \beta} \right]$
7. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \beta$ 5,6 Eq.
8. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \alpha$ 7, forma de α

• **Regra R5':** α é da forma $\Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))$, obtida da fórmula $\Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x))$.

1.	$\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x))$	HI
2.	$\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x)) \leftrightarrow \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x))$	TQV11, $\left[\frac{A}{\gamma \rightarrow \beta(x)} \right]$
3.	$\vdash_{QV} \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x))$	1,2 Eq.
4.	$\vdash_{QV} \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x)) \rightarrow \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x))$	A3 $\left[\frac{\alpha}{\gamma \rightarrow \beta(x)} \right]$
5.	$\vdash_{QV} \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x))$	3,4 R1
6.	$\vdash_{QV} \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x)) \rightarrow (\gamma \rightarrow \beta(x))$	TCPQ01 $\left[\frac{A}{\gamma \rightarrow \beta(x)} \right]$
7.	$\vdash_{QV} (\gamma \rightarrow \beta(x))$	5, 6 R1
8.	$\vdash_{QV} (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))$	7, R3
9.	$\vdash_{QV} \forall \forall (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))$	8, GU
10.	$\vdash_{QV} \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))$	9, R2
11.	$\vdash_{QV} \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x)) \leftrightarrow \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))$	TQV11 $\left[\frac{A}{\gamma \rightarrow \forall x \beta(x)} \right]$
12.	$\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))$	10, 11 Eq.
13.	$\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \alpha$	12, forma de α

■

Lema 4.2.8 *Se α é um teorema de QV, então $\Box \forall \forall \alpha$ é um teorema de QT. Isto é:*

$$\vdash_{QV} \alpha \quad \Rightarrow \quad \vdash_{QT} \Box \forall \forall \alpha.$$

▲ **Demonstração: (da Costa, Bueno & French 1998)**

Por indução sobre o comprimento c da demonstração de α em QV.

Seja $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, onde α_n é α , uma demonstração formal de α em QV. Então, α_i ($1 \leq i \leq n$) é um axioma, ou é obtida de fórmulas precedentes pela aplicação de uma das regras (R1 a R3).

Caso a: Suponhamos que $c = 1$. Então, neste caso, α é um axioma.

Se α é um axioma de QV, então, por construção, $\Box \forall \forall \alpha$ é um axioma de QT.

Caso b: Suponhamos, por hipótese de indução, que o lema seja válido para demonstrações de α em QV de comprimento $c \leq j$.

Demonstraremos então que o lema é válido em QV, para fórmulas α com demonstração de comprimento $j + 1$.

Neste caso, α é consequência de fórmulas precedentes pela aplicação de uma das regras.

• **Regra R1 :** α é da forma β , obtida das fórmulas γ e $\gamma \rightarrow \beta$.

1. $\vdash_{QT} \Box \forall \gamma$ HI
2. $\vdash_{QT} \Box \forall (\gamma \rightarrow \beta)$ HI
3. $\vdash_{QT} \Box \forall \beta$ 1,2 R1'
4. $\vdash_{QT} \Box \forall \alpha$ 3, forma de α

• **Regra R2 :** α é da forma $\Box \beta$, obtida da fórmula β .

1. $\vdash_{QT} \Box \forall \beta$ HI
2. $\vdash_{QT} \Box \forall \Box \beta$ 1, R3'
3. $\vdash_{QT} \Box \forall \alpha$ 2, forma de α

• **Regra R3 :** α é da forma $\gamma \rightarrow \forall x \beta(x)$, obtida da fórmula $\gamma \rightarrow \beta(x)$.

1. $\vdash_{QT} \Box \forall (\gamma \rightarrow \beta(x))$ HI
2. $\vdash_{QT} \Box \forall (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))$ 1, R5'
3. $\vdash_{QT} \Box \forall \alpha$ 2, forma de α

■

Teorema 4.2.9 Para toda fbf α de L , α é um teorema de QT se, e somente se, $\Diamond \forall \alpha$ é um teorema de QV. Isto é:

$$\vdash_{QT} \alpha \Leftrightarrow \vdash_{QV} \Diamond \forall \alpha.$$

▲ Demonstração: (da Costa, Bueno & French 1998)

- ($\Rightarrow$) Supondo $\vdash_{QT} \alpha$, então pelo Lema 4.2.6, $\vdash_{QV} \Diamond \forall \alpha$.
- ($\Leftarrow$) Supondo $\vdash_{QV} \Diamond \forall \alpha$:
 1. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \alpha$ Hipótese
 2. $\vdash_{QT} \Box \forall \Diamond \forall \alpha$ 1, Lema 4.2.8
 3. $\vdash_{QT} \Diamond \forall \alpha$ 2, R2'
 4. $\vdash_{QT} \alpha$ 3, R4'

■

Teorema 4.2.10 *Para toda fbf α de L , se α é um teorema de QV , então α é um teorema de QT . Isto é:*

$$\vdash_{QV} \alpha \Rightarrow \vdash_{QT} \alpha.$$

▲ Demonstração: (de Moraes 1973)

1. $\vdash_{QV} \alpha$ Hipótese
2. $\vdash_{QV} \forall \alpha$ 1, GU
3. $\vdash_{QV} \forall \alpha \rightarrow \Diamond \forall \alpha$ TQV01 $\left[\frac{A}{\forall \alpha} \right]$
4. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \alpha$ 2,3 R1
5. $\vdash_{QT} \alpha$ 4, Teo. 4.2.9.

■

▲ **Observação 4.2.11** *A recíproca do teorema acima não é verdadeira, isto é, existem teoremas de QT que não são teoremas de QV . De fato, mostremos que*

- A fbf $\alpha \rightarrow \Box \forall \alpha$ é teorema de QT .

1. $\vdash_{QV} \Box \forall \alpha \rightarrow \Diamond \forall \Box \forall \alpha$	TQV10
2. $\vdash_{QV} \neg \Box \forall \alpha \vee \Diamond \forall \Box \forall \alpha$	1, Def. $\rightarrow$
3. $\vdash_{QV} \Diamond \neg \forall \alpha \vee \Diamond \forall \Box \forall \alpha$	2, Def. $\Diamond$
4. $\vdash_{QV} \Diamond (\neg \forall \alpha \vee \forall \Box \forall \alpha) \leftrightarrow \Diamond \neg \forall \alpha \vee \Diamond \forall \Box \forall \alpha$	TQV08 $\left[\frac{A}{\Box \forall \alpha}, \frac{B}{\forall \Box \forall \alpha} \right]$
5. $\vdash_{QV} \Diamond (\neg \forall \alpha \vee \forall \Box \forall \alpha)$	3,4 Eq.
6. $\vdash_{QV} \Diamond (\forall \alpha \rightarrow \forall \Box \forall \alpha)$	5, Def. $\rightarrow$
7. $\vdash_{QV} \forall (\alpha \rightarrow \Box \forall \alpha) \leftrightarrow (\forall \alpha \rightarrow \forall \Box \forall \alpha)$	TCPQ02 $\left[\frac{A}{\alpha}, \frac{B}{\Box \forall \alpha} \right]$
8. $\vdash_{QV} \Diamond \forall (\alpha \rightarrow \Box \forall \alpha)$	6,7 Eq.
9. $\vdash_{QT} \alpha \rightarrow \Box \forall \alpha$	8, Teo. 4.2.9

- A fbf $\alpha \rightarrow \Box \forall \alpha$ não é teorema de QV. Isto é:

$$\not\models_{QV} \alpha \rightarrow \Box \forall \alpha.$$

1. Pela corretude de QV: $\not\models_{QV} \alpha \rightarrow \Box \forall \alpha$, isto é, existe um QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$ tal que $M \not\models_{QV} \alpha \rightarrow \Box \forall \alpha$.
2. Isto é, $M \not\models_{QV} \alpha \rightarrow \Box \forall \alpha$ sse existe $w \in W$ tal que $M, w \models_{QV} \alpha$ e $M, w \not\models_{QV} \Box \forall \alpha$.
3. Sejam P um símbolo de predicado monádico de L e c uma constante individual. Seja o QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$, com $W = \{w_1, w_2\}$; $D = \{a, b\}$; R_1, R_2 relações unárias, com $R_1 = \{\langle a \rangle\}$ e $R_2 = \{\langle b \rangle\}$; $I(P, w_1) = R_1, I(P, w_2) = R_2$; $f(c) = a$.
4. Então, pela definição de satisfatibilidade para QV, temos que:

$$M, w_1 \models_{QV} P(c) \text{ pois } \langle f'(c) \rangle = \langle a \rangle \in R_1 \text{ e,}$$

$$M, w_2 \not\models_{QV} P(c) \text{ pois } \langle f'(c) \rangle = \langle a \rangle \notin R_2.$$

5. Como $P(c)$ é fechada, de $M, w_2 \not\models_{QV} P(c)$ temos que $M, w_2 \not\models_{QV} \forall P(c)$ e, pela definição de satisfatibilidade de " $\Box$ ", $M, w_2 \not\models_{QV} \Box \forall P(c)$ e $M, w_1 \not\models_{QV} \Box \forall P(c)$.

6. Logo, $M, w_1 \not\models_{QV} P(c) \rightarrow \Box \forall \forall P(c)$.
7. Portanto, $M \not\models_{QV} P(c) \rightarrow \Box \forall \forall P(c)$, isto é, $\not\models_{QV} P(c) \rightarrow \Box \forall \forall P(c)$.
8. Como QV é completo, $\not\models_{QV} P(c) \rightarrow \Box \forall \forall P(c)$.

■

Teorema 4.2.12 *Para toda fbf α de L , α é teorema de QT se, e somente se, $\Diamond \forall \forall \alpha$ é teorema de QT. Isto é:*

$$\vdash_{QT} \alpha \quad \Leftrightarrow \quad \vdash_{QT} \Diamond \forall \forall \alpha.$$

▲ Demonstração: (de Moraes 1973)

• ($\Rightarrow$)

- | | |
|---|--|
| 1. $\vdash_{QT} \alpha$ | Hipótese |
| 2. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \alpha$ | 1, Teo. 4.2.9 |
| 3. $\vdash_{QV} \forall \forall \Diamond \forall \forall \alpha$ | 2, GU |
| 4. $\vdash_{QV} \forall \forall \Diamond \forall \forall \alpha \rightarrow \Diamond \forall \forall \Diamond \forall \forall \alpha$ | TQV01 $\left[\frac{A}{\forall \forall \Diamond \forall \forall \alpha} \right]$ |
| 5. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Diamond \forall \forall \alpha$ | 3,4 R1 |
| 6. $\vdash_{QT} \Diamond \forall \forall \alpha$ | 5, Teo. 4.2.9 |

• ($\Leftarrow$)

- | | |
|--|----------|
| 1. $\vdash_{QT} \Diamond \forall \forall \alpha$ | Hipótese |
| 2. $\vdash_{QT} \alpha$ | 1, R4' |

■

Observação 4.2.13 *Em QT, não vale a regra Modus Ponens, relativamente à implicação material. Ou seja, dadas fbfs α e β de L , se $\vdash_{QT} \alpha$ e $\vdash_{QT} \alpha \rightarrow \beta$, não obtemos $\vdash_{QT} \beta$, isto é, **não vale**, em geral*

$$\frac{\alpha, \alpha \rightarrow \beta}{\beta}.$$

▲ Demonstração: (de Moraes 1973) Seja α uma fbf fechada de L , em QT, e sejam também as fbfs $(\alpha \rightarrow \Box\alpha)$ e $(\neg\Box\alpha \rightarrow \Box\neg\alpha)$. Então, vamos demonstrar que:

- a. $\vdash_{QT} \alpha \rightarrow \Box\alpha$
- b. $\vdash_{QT} (\alpha \rightarrow \Box\alpha) \rightarrow (\neg\Box\alpha \rightarrow \Box\neg\alpha)$
- c. Mas, $\nvdash_{QT} \neg\Box\alpha \rightarrow \Box\neg\alpha$.

De fato:

a.

- | | |
|--|---|
| 1. $\vdash_{QV} \Box\alpha \rightarrow \Diamond\Box\alpha$ | TQV05 $\left[\frac{A}{\alpha}\right]$ |
| 2. $\vdash_{QV} \neg\Box\alpha \vee \Diamond\Box\alpha$ | 1, Def. $\rightarrow$ |
| 3. $\vdash_{QV} \Diamond\neg\alpha \vee \Diamond\Box\alpha$ | 2, Def. $\Diamond$ |
| 4. $\vdash_{QV} \Diamond(\neg\alpha \vee \Box\alpha) \leftrightarrow (\Diamond\neg\alpha \vee \Diamond\Box\alpha)$ | TQV08 $\left[\frac{A}{\neg\alpha}, \frac{B}{\Box\alpha}\right]$ |
| 5. $\vdash_{QV} \Diamond(\neg\alpha \vee \Box\alpha)$ | 3,4 Eq. |
| 6. $\vdash_{QV} \Diamond(\alpha \rightarrow \Box\alpha)$ | 5, Def. $\rightarrow$ |
| 7. $\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall(\alpha \rightarrow \Box\alpha)$ | 6, α é fechada |
| 8. $\vdash_{QT} \alpha \rightarrow \Box\alpha$ | 7, Teo. 4.2.9 |

b.

- | | |
|--|---|
| 1. $\vdash_{QV} \Box(\neg\alpha \vee \Box\alpha) \rightarrow (\Box\neg\alpha \vee \Diamond\Box\alpha)$ | TQV07 $\left[\frac{A}{\neg\alpha}, \frac{B}{\Box\alpha}\right]$ |
| 2. $\vdash_{QV} \Box\alpha \leftrightarrow \Diamond\Box\alpha$ | TQV05 $\left[\frac{A}{\alpha}\right]$ |
| 3. $\vdash_{QV} \Box(\neg\alpha \vee \Box\alpha) \rightarrow (\Box\neg\alpha \vee \Box\alpha)$ | 1,2 Eq. |
| 4. $\vdash_{QV} (\Box\neg\alpha \vee \Box\alpha) \rightarrow \Diamond(\Box\neg\alpha \vee \Box\alpha)$ | TQV01 $\left[\frac{A}{\Box\neg\alpha \vee \Box\alpha}\right]$ |
| 5. $\vdash_{QV} \Box(\neg\alpha \vee \Box\alpha) \rightarrow \Diamond(\Box\neg\alpha \vee \Box\alpha)$ | 3,4 TCP02 |
| 6. $\vdash_{QV} \Box(\neg\alpha \vee \Box\alpha) \rightarrow \Diamond(\Box\alpha \vee \Box\neg\alpha)$ | 5, TCP03 |

- | | | |
|-----|---|------------------------|
| 7. | $\vdash_{QV} \Box(\alpha \rightarrow \Box\alpha) \rightarrow \Diamond(\Box\alpha \vee \Box\neg\alpha)$ | 6, Def. $\rightarrow$ |
| 8. | $\vdash_{QV} \neg\Diamond\neg(\alpha \rightarrow \Box\alpha) \rightarrow \Diamond(\Box\alpha \vee \Box\neg\alpha)$ | 7, Def. $\Box$ |
| 9. | $\vdash_{QV} \Diamond\neg(\alpha \rightarrow \Box\alpha) \vee \Diamond(\Box\alpha \vee \Box\neg\alpha)$ | 8, Def. $\rightarrow$ |
| 10. | $\vdash_{QV} \Diamond(\neg(\alpha \rightarrow \Box\alpha) \vee (\Box\alpha \vee \Box\neg\alpha))$ | 9, TQV08 |
| 11. | $\vdash_{QV} \Diamond((\alpha \rightarrow \Box\alpha) \rightarrow (\Box\alpha \vee \Box\neg\alpha))$ | 10, Def. $\rightarrow$ |
| 12. | $\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall((\alpha \rightarrow \Box\alpha) \rightarrow (\neg\Box\alpha \rightarrow \Box\neg\alpha))$ | 11, α é fechada |
| 13. | $\vdash_{QT} (\alpha \rightarrow \Box\alpha) \rightarrow (\neg\Box\alpha \rightarrow \Box\neg\alpha)$ | 12, Teo. 4.2.9 |

c.

1. Vamos supor que $\vdash_{QT} \neg\Box\alpha \rightarrow \Box\neg\alpha$, isto é, $\vdash_{QV} \Diamond(\neg\Box\alpha \rightarrow \Box\neg\alpha)$.

2. Como QV é correto, $\models_{QV} \Diamond(\neg\Box\alpha \rightarrow \Box\neg\alpha)$, isto é,

para todo QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$, $M \models_{QV} \Diamond(\neg\Box\alpha \rightarrow \Box\neg\alpha)$

sse para todo M , existe $w \in W$ tal que $M, w \models_{QV} \neg\Box\alpha \rightarrow \Box\neg\alpha$

sse $M, w \models_{QV} \Box\alpha \vee \Box\neg\alpha$

sse $M, w \models_{QV} \Box\alpha$ ou $M, w \models_{QV} \Box\neg\alpha$

sse para todo $w' \in W$, $M, w' \models_{QV} \alpha$ ou para todo $w' \in W$, $M, w' \models_{QV} \neg\alpha$,

o que nunca ocorre, dado que todos os mundos de W são clássicos.

3. Logo, $\not\vdash_{QT} \neg\Box\alpha \rightarrow \Box\neg\alpha$.

■

Definição 4.2.14 Em QT, dizemos que a fórmula α é uma **conseqüência sintática pragmática** de um conjunto Γ de fórmulas, se existem $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ em Γ tais que

$(\Diamond\gamma_1 \wedge \Diamond\gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond\gamma_n) \rightarrow \Diamond\alpha$ é um teorema de QT.

Notação: $\Gamma \vdash_{QT}^p \alpha$.

De forma alternativa, pelo Teorema 4.2.9, α é uma consequência sintática pragmática de um conjunto Γ de fórmulas, se existem $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ em Γ tais que $\Diamond \forall \forall ((\Diamond \gamma_1 \wedge \Diamond \gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond \gamma_n) \rightarrow \Diamond \alpha)$ é um teorema de QV. Isto é:

$$\Gamma \vdash_{QT}^p \alpha \Leftrightarrow \vdash_{QT} \Diamond \gamma_1 \wedge \Diamond \gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond \gamma_n \rightarrow \Diamond \alpha \Leftrightarrow \vdash_{QV} \Diamond \forall \forall ((\Diamond \gamma_1 \wedge \Diamond \gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond \gamma_n) \rightarrow \Diamond \alpha).$$

Se $n = 0$, temos que α é uma consequência sintática pragmática do conjunto vazio, isto é, $\emptyset \vdash_{QT}^p \alpha$, o que denotamos por

$$\vdash_{QT}^p \alpha.$$

Neste caso, temos que

$$\vdash_{QT} \Diamond \alpha.$$

Quando α é fechada, pelo Axioma A8', temos que $\vdash_{QT} \Diamond \forall \forall \alpha$ e, pela Regra R4', obtemos $\vdash_{QT} \alpha$. Isto é, toda fórmula fechada de L que é consequência sintática pragmática do conjunto vazio, é teorema de QT.

Definição 4.2.15 Uma **teoria pragmática**, cuja lógica subjacente é QT, é um conjunto Σ não vazio de sentenças (fórmulas fechadas de QT), tais que, se $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ estão em Σ e $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} \vdash_{QT}^p \alpha$, então α também está em Σ .

Ou, de forma alternativa, o conjunto Σ de sentenças é fechado para a consequência sintática pragmática.

Teorema 4.2.16 Se Σ é uma teoria pragmática e α é um teorema (fechado) de QT, então $\alpha \in \Sigma$.

▲ Demonstração: Temos dois casos a considerar:

- α é um axioma,

Então, $\emptyset \vdash_{QT}^p \alpha$ e, pela Definição 4.2.15, $\alpha \in \Sigma$. Portanto, como todos os axiomas de QT são fórmulas fechadas, estão todos em Σ .

- α não é um axioma.

Vamos demonstrar que existem $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ axiomas de QT, que comparecem na demonstração de α , tais que: $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} \vdash_{QT}^p \alpha$, isto é, α é consequência sintática pragmática de $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\}$.

De fato,

1.	$\vdash_{QT} \alpha$	Hipótese
2.	$\vdash_{QT} \Diamond \alpha$	1, Teo. 4.2.12
3.	$\vdash_{QT} \forall \forall \Diamond \alpha$	2, A8'
4.	$\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall (\forall \forall \Diamond \alpha)$	3, Lema 4.2.7
5.	$\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Diamond \alpha$	4, Def. 4.1.3
6.	$\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Diamond \alpha \rightarrow \forall \forall \Diamond \Diamond \alpha$	TQV13 $\left[\frac{A}{\Diamond \alpha} \right]$
7.	$\vdash_{QV} \forall \forall \Diamond \Diamond \alpha$	5,6 R1
8.	$\vdash_{QV} \forall \forall \Diamond \alpha$	7, TQV04 $\left[\frac{A}{\alpha} \right]$, Eq.
9.	$\vdash_{QT} \Box \forall \forall (\forall \forall \Diamond \alpha)$	8, Lema 4.2.8
10.	$\vdash_{QT} \Box \forall \forall \Diamond \alpha$	9, A8'
11.	$\vdash_{CP} (\Diamond \alpha \rightarrow ((\Diamond \gamma_1 \wedge \Diamond \gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond \gamma_n) \rightarrow \Diamond \alpha))$	TCP01 $\left[\frac{A}{\Diamond \alpha}, \frac{B}{(\Diamond \gamma_1 \wedge \Diamond \gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond \gamma_n)} \right]$
12.	$\vdash_{QT} \Box \forall \forall (\Diamond \alpha \rightarrow ((\Diamond \gamma_1 \wedge \Diamond \gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond \gamma_n) \rightarrow \Diamond \alpha))$	11, A1'
13.	$\vdash_{QT} \Box \forall \forall ((\Diamond \gamma_1 \wedge \Diamond \gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond \gamma_n) \rightarrow \Diamond \alpha)$	10,12 R1'
14.	$\vdash_{QT} \Diamond \gamma_1 \wedge \Diamond \gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond \gamma_n \rightarrow \Diamond \alpha$	13, R2'

Logo, $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} \vdash_{QT}^p \alpha$, isto é, α é consequência sintática pragmática de $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\}$ e, portanto, pela Definição 4.2.15, $\alpha \in \Sigma$.



Definição 4.2.17 *Seja E o conjunto de todas as sentenças de QT e Σ uma teoria pragmática. Σ é chamada **trivial**, ou **supercompleta**, se $\Sigma=E$; caso contrário, Σ é chamada **não-trivial**. A teoria Σ é chamada **contraditória**, se existe pelo menos uma sentença α tal que $\alpha \in \Sigma$ e $\neg\alpha \in \Sigma$, onde $\neg$ é o símbolo de negação de QT; caso contrário, Σ é chamada **não-contraditória**.*

Teorema 4.2.18 *Existem teorias pragmáticas que são contraditórias, mas não-triviais.*

▲ Demonstração: (da Costa, Bueno & French 1998)

1. Sejam P um símbolo de predicado monádico de QT e c uma constante individual. A teoria pragmática Σ cujos axiomas (não-lógicos) são $P(c)$ e $\neg P(c)$ é contraditória.
2. Mas Σ não é trivial, pois a teoria correspondente construída sobre QV, tendo como axiomas (não-lógicos) $\Diamond P(c)$ e $\Diamond \neg P(c)$ é tal que, valem $\Diamond P(c)$ e $\Diamond \neg P(c)$, mas não vale $\Diamond(P(c) \wedge \neg P(c))$.
3. De fato, seja o QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$, onde $W = \{w_1, w_2, w_3\}$, com $M, w_1 \models_{QV} P(c)$ e $M, w_2 \models_{QV} \neg P(c)$, isto é, $\Diamond P(c)$ e $\Diamond \neg P(c)$ são pragmática-estritamente válidas no QV-modelo M .
4. Mas não existe nenhum modelo M tal que $M \models_{QV} \Diamond(P(c) \wedge \neg P(c))$, pois, pela definição de satisfatibilidade de “ $\Diamond$ ”, $M \models_{QV} \Diamond(P(c) \wedge \neg P(c))$ sse existe $w \in W$ tal que $M, w \models_{QV} P(c) \wedge \neg P(c)$, o que é impossível, porque todos os mundos de W são clássicos.
5. Logo, no QV-modelo M , $M \not\models_{QV} \Diamond(P(c) \wedge \neg P(c))$, o que, pela completude de QV, nos dá, $\not\models_{QV} \Diamond(P(c) \wedge \neg P(c))$. Então, pelo Teorema 4.2.9, $\not\models_{QT} (P(c) \wedge \neg P(c))$ e, portanto, pelo Teorema 4.2.16, $(P(c) \wedge \neg P(c)) \notin \Sigma$.



▲ **Observação 4.2.19** Segundo **D'Ottaviano 1990**, uma lógica é dita **paraconsistente** se pode ser utilizada como lógica subjacente para teorias inconsistentes [contraditórias] mas não-triviais, que são chamadas **teorias paraconsistentes**. Nesse sentido, pelo teorema anterior, temos que QT é uma lógica paraconsistente. **Marconi 1979** (apud **Arruda 1989**, p.126), na Introdução do livro apresenta uma caracterização da lógica paraconsistente, a partir de uma interpretação do Princípio de Explosão ou Princípio de Pseudo-Scotus, de três formas diferentes:

- (a) $A, \neg A/B$
- (b) $A \wedge \neg A/B$
- (c) $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$ (ou (c') $A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$).

De acordo com essas interpretações, um sistema formal S é:

- (1) (Sintaticamente) **Fracamente paraconsistente** se (a) não é válida em S ;
- (2) (Sintaticamente) **Fortemente paraconsistente** se (b) não é válida em S ;
- (3) (Sintaticamente) **Teticamente paraconsistente** se (c) não é válida em S .

Marconi classifica os sistemas lógicos paraconsistentes em sete (7) tipos, dependendo de serem satisfeitas as condições (1), (2) ou (3).

De acordo com **Arruda 1989**, p.126, Marconi está correto quando expressa dúvidas sobre a possibilidade de se considerar como paraconsistente um sistema que não satisfaça (1), não satisfaça (2) e satisfaça (3).

Relativamente aos conectivos primitivos $\neg$ e $\rightarrow$, QT não é (1), não é (2) e não é (3). De fato, mostremos que QT satisfaz (c):

1. Sabemos que $\vdash_{CP} \alpha \rightarrow (\neg \alpha \rightarrow \beta)$.

2. Por A1, $\vdash_{QV} \alpha \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta)$.
3. Pelo Teorema 4.2.10, $\vdash_{QT} \alpha \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta)$.

■

Carnielli & Marcos 2002 introduzem o conceito de **lógica paraconsistente gentilmente explosiva** e **lógica paraconsistente gentilmente explosiva lato sensu**. A lógica QT é, de fato, “explosiva”, isto é, satisfaz o Princípio de Pseudo-Scotus.

Os conectivos pragmáticos introduzidos a seguir, permitem-nos analisar em que sentido a lógica QT pode ser entendida como teticamente paraconsistente, na acepção de Marconi, ou não-explosiva.

Definição 4.2.20 *Se α e β são fbfs de L , definimos:*

1. *Implicação pragmática $\rightarrow_p : \alpha \rightarrow_p \beta := \Diamond\alpha \rightarrow \beta$;*
2. *Conjunção pragmática $\wedge_p : \alpha \wedge_p \beta := \Diamond\alpha \wedge \beta$.*

▲ **Observação 4.2.21** *Sejam α, β fbfs fechadas quaisquer de L . Em QT não vale, em geral, o Princípio de Pseudo-Scotus relativamente à implicação pragmática. Isto é:*

$$\not\vdash_{QT} \alpha \rightarrow_p (\neg\alpha \rightarrow_p \beta).$$

▲ Demonstração:

1. Substituindo a implicação pragmática pela sua definição, vamos demonstrar que $\not\vdash_{QT} \Diamond\alpha \rightarrow (\Diamond\neg\alpha \rightarrow \beta)$.

O que, pelo Teorema 4.2.9, é equivalente a $\not\models_{QV} \Diamond(\Diamond\alpha \rightarrow (\Diamond\neg\alpha \rightarrow \beta))$.

Pela completude de QV, é equivalente a $\not\models_{QV} \Diamond(\Diamond\alpha \rightarrow (\Diamond\neg\alpha \rightarrow \beta))$, ou seja, existe um QV-modelo M tal que $M \not\models_{QV} \Diamond(\Diamond\alpha \rightarrow (\Diamond\neg\alpha \rightarrow \beta))$.

O que é equivalente a $M \not\models_{QV} \Diamond(\Diamond\alpha \rightarrow (\Diamond\neg\alpha \rightarrow \beta))$, o que ocorre se existe $w \in W$ tal que $M, w \not\models_{QV} \Diamond(\Diamond\alpha \rightarrow (\Diamond\neg\alpha \rightarrow \beta))$ ou, pela definição de satisfatibilidade de “ $\Diamond$ ”, para todo $w \in W$, $M, w \not\models_{QV} \Diamond\alpha \rightarrow (\Diamond\neg\alpha \rightarrow \beta)$.

Isto é, para todo $w \in W$, $M, w \not\models_{QV} \Diamond\alpha \rightarrow (\Diamond\neg\alpha \rightarrow \beta)$ sse $M, w \models_{QV} \Diamond\alpha$ e $M, w \not\models_{QV} \Diamond\neg\alpha \rightarrow \beta$, isto é, $M, w \models_{QV} \Diamond\alpha$ e $M, w \models_{QV} \Diamond\neg\alpha$ e $M, w \not\models_{QV} \beta$.

2. Para demonstrar este resultado, vamos exibir fbfs α e β , e um modelo M , tais que, para qualquer mundo $w \in W$, $M, w \models_{QV} \Diamond\alpha$ e $M, w \models_{QV} \Diamond\neg\alpha$ e $M, w \not\models_{QV} \beta$.

Sejam P e Q símbolos de predicados monádicos de L ; c e k , constantes individuais de L . Seja o QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$, com $W = \{w_1, w_2\}$; $D = \{a, b\}$; R_1, R_2, S_1 e S_2 relações unárias, com $R_1 = S_1 = S_2 = \{\langle a \rangle\}$ e $R_2 = \{\langle b \rangle\}$; $I(P, w_1) = R_1$, $I(P, w_2) = R_2$, $I(Q, w_1) = S_1$ e $I(Q, w_2) = S_2$; e, $f(c) = a$ e $f(k) = b$.

3. Então, pela definição de satisfatibilidade para QV, temos que:

$M, w_1 \models_{QV} P(c)$, pois $\langle f'(c) \rangle = \langle a \rangle \in R_1$;

$M, w_2 \not\models_{QV} P(c)$, pois $\langle f'(c) \rangle = \langle a \rangle \notin R_2$;

$M, w_1 \not\models_{QV} Q(k)$, pois $\langle f'(k) \rangle = \langle b \rangle \notin S_1$;

$M, w_2 \not\models_{QV} Q(k)$, pois $\langle f'(k) \rangle = \langle b \rangle \notin S_2$.

4. Logo, temos que

para w_1 :

- $$\left\{ \begin{array}{l} \text{(a)} M, w_1 \models_{QV} \Diamond P(c), \text{ pois existe } w_1 \in W \text{ tal que } M, w_1 \models_{QV} P(c); \\ \text{(b)} M, w_1 \models_{QV} \Diamond \neg P(c), \text{ pois existe } w_2 \in W \text{ tal que } M, w_2 \models_{QV} \neg P(c), \\ \text{isto é, } M, w_2 \not\models_{QV} P(c); \\ \text{(c)} M, w_1 \not\models_{QV} Q(k). \end{array} \right.$$

Para w_2 :

- $$\left\{ \begin{array}{l} \text{(a)} M, w_2 \models_{QV} \Diamond P(c), \text{ pois existe } w_1 \in W \text{ tal que } M, w_1 \models_{QV} P(c); \\ \text{(b)} M, w_2 \models_{QV} \Diamond \neg P(c), \text{ pois existe } w_2 \in W \text{ tal que } M, w_2 \models_{QV} \neg P(c), \\ \text{isto é, } M, w_2 \not\models_{QV} P(c); \\ \text{(c)} M, w_2 \not\models_{QV} Q(k). \end{array} \right.$$

5. Logo, para todo $w \in W$, $M, w \not\models_{QV} \Diamond P(c) \rightarrow (\Diamond \neg P(c) \rightarrow Q(k))$.
6. Então, para todo $w \in W$, $M, w \not\models_{QV} \Diamond(\Diamond P(c) \rightarrow (\Diamond \neg P(c) \rightarrow Q(k)))$, isto é, $M \not\models_{QV} \Diamond(\Diamond P(c) \rightarrow (\Diamond \neg P(c) \rightarrow Q(k)))$.
7. Portanto, $\not\models_{QV} \Diamond(\Diamond P(c) \rightarrow (\Diamond \neg P(c) \rightarrow Q(k)))$.
8. Como QV é completo, $\not\models_{QV} \Diamond(\Diamond P(c) \rightarrow (\Diamond \neg P(c) \rightarrow Q(k)))$.
9. Substituindo esta fórmula pela sua correspondente com a implicação pragmática, obtemos $\not\models_{QV} \Diamond(P(c) \rightarrow_p (\neg P(c) \rightarrow_p Q(k)))$.
10. Pelo Teorema 4.2.9, $\not\models_{QT} P(c) \rightarrow_p (\neg P(c) \rightarrow_p Q(k))$.
11. Logo, podemos afirmar, em geral, que a lógica QT é paraconsistente *lato sensu* relativamente à implicação pragmática, isto é:

$$\not\models_{QT} \alpha \rightarrow_p (\neg \alpha \rightarrow_p \beta).$$



Enfatizamos que a observação anterior não coincide com o fato de que o fragmento modal de QT tem algum caráter paraconsistente, já que, como acontece com S4 e S5:

$$\Diamond\alpha, \Diamond\neg\alpha \not\vdash \Diamond(\alpha \wedge \neg\alpha).$$

A Observação 4.2.21 é mais forte do que o resultado acima mencionado.

Relativamente à implicação pragmática $\rightarrow_p$, uma questão a ainda se considerar, é se QT é gentilmente explosiva, ou gentilmente explosiva *lato sensu*.

Teorema 4.2.22 *Em QT, $\rightarrow_p$, $\wedge_p$ e $\vee$ satisfazem todos os esquemas válidos e regras da lógica positiva clássica.*

Demonstração: (de Moraes 1970) Seja γ um esquema (ou regra) primitivo válido da lógica clássica positiva e seja δ a expressão obtida de γ substituindo a implicação clássica pela implicação pragmática e a conjunção clássica pela conjunção pragmática. Vamos demonstrar que δ é teorema (ou regra) de QT, isto é, $\Diamond\delta$ é um teorema de QV (pelo Teorema 4.2.9, quando δ é fechada).

De fato, em $\Diamond\delta$ comparecem expressões do tipo $\Diamond(\alpha \rightarrow_p \beta)$, $\Diamond(\alpha \wedge_p \beta)$ e $\Diamond(\alpha \vee \beta)$, que, substituídas por suas correspondentes definições, nos fornecem o seguinte:

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} \Diamond(\alpha \rightarrow_p \beta) \text{ equivale a } \Diamond(\Diamond\alpha \rightarrow \beta) \\ \Diamond(\alpha \wedge_p \beta) \text{ equivale a } \Diamond(\Diamond\alpha \wedge \beta) \\ \Diamond(\alpha \vee \beta) \text{ equivale a } \Diamond(\alpha \vee \beta). \end{array} \right.$$

Em QV, valem as seguintes equivalências

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} \vdash_{QV} \Diamond(\Diamond\alpha \rightarrow \beta) \leftrightarrow (\Diamond\alpha \rightarrow \Diamond\beta) \\ \vdash_{QV} \Diamond(\Diamond\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow (\Diamond\alpha \wedge \Diamond\beta) \\ \vdash_{QV} \Diamond(\alpha \vee \beta) \leftrightarrow (\Diamond\alpha \vee \Diamond\beta), \end{array} \right.$$

que nos permitem reescrever (1) da seguinte forma:

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} \Diamond(\alpha \rightarrow_p \beta) \text{ equivale a } (\Diamond\alpha \rightarrow \Diamond\beta) \\ \Diamond(\alpha \wedge_p \beta) \text{ equivale a } (\Diamond\alpha \wedge \Diamond\beta) \\ \Diamond(\alpha \vee \beta) \text{ equivale a } (\Diamond\alpha \vee \Diamond\beta). \end{array} \right.$$

Isto é, obtemos uma expressão equivalente a $\Diamond\delta$, contendo apenas ocorrências dos símbolos $\rightarrow, \wedge, \vee$ e $\Diamond$.

Por hipótese, γ é um teorema do cálculo proposicional clássico, logo, por A1, também é teorema de QV.

Por (2) e (3), temos que $\Diamond\delta$ é equivalente a uma expressão obtida a partir de γ , quando precedemos cada ocorrência de uma subfórmula de γ pelo símbolo $\Diamond$.

Logo, $\Diamond\delta$ também é teorema de QV, e, pelo Teorema 4.2.9, δ é teorema de QT.

■

Teorema 4.2.23 *Se Σ é uma teoria pragmática, então $\alpha \in \Sigma$ se, e somente se, existem $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ em Σ tais que $(\gamma_1 \wedge_p \gamma_2 \wedge_p \dots \wedge_p \gamma_n) \rightarrow_p \Diamond\alpha$ é um teorema de QT. Isto é:*

$$\alpha \in \Sigma \quad \Leftrightarrow \quad \vdash_{QT} (\gamma_1 \wedge_p \gamma_2 \wedge_p \dots \wedge_p \gamma_n) \rightarrow_p \Diamond\alpha$$

.

▲ Demonstração:

- ($\Rightarrow$) Se Σ é uma teoria pragmática e $\alpha \in \Sigma$, existe $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} \subseteq \Sigma$ tal que $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} \vdash_{QT}^p \alpha$, isto é, α é consequência sintática pragmática de $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\}$. Então, pela Definição 4.2.14, $\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall((\Diamond\gamma_1 \wedge \Diamond\gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond\gamma_n) \rightarrow \Diamond\alpha)$. Logo:

$$1. \vdash_{QV} \Diamond\forall\forall((\Diamond\gamma_1 \wedge \Diamond\gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond\gamma_n) \rightarrow \Diamond\alpha)$$

2. Utilizando a equivalência: $\vdash_{QV} \Diamond(\Diamond\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow (\Diamond\alpha \wedge \Diamond\beta)$

$$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall((\Diamond\gamma_1 \wedge \Diamond(\Diamond\gamma_2 \wedge \Diamond\gamma_3 \dots \wedge \Diamond\gamma_{n-1} \wedge \gamma_n)) \rightarrow \Diamond\alpha)$$

$$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall(\Diamond(\Diamond\gamma_1 \wedge (\Diamond\gamma_2 \wedge \Diamond\gamma_3 \dots \wedge \Diamond\gamma_{n-1} \wedge \gamma_n)) \rightarrow \Diamond\alpha).$$

3. Usando a definição de $\rightarrow_p$

$$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall((\Diamond\gamma_1 \wedge (\Diamond\gamma_2 \wedge \Diamond\gamma_3 \dots \wedge \Diamond\gamma_{n-1} \wedge \gamma_n)) \rightarrow_p \Diamond\alpha).$$

4. Usando a definição de $\wedge_p$

$$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall((\Diamond\gamma_1 \wedge (\gamma_2 \wedge_p \dots \wedge_p \gamma_n)) \rightarrow_p \Diamond\alpha)$$

$$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall((\gamma_1 \wedge_p \gamma_2 \wedge_p \dots \wedge_p \gamma_n) \rightarrow_p \Diamond\alpha).$$

5. Logo, pelo Teorema 4.2.9,

$$\vdash_{QT} (\gamma_1 \wedge_p \gamma_2 \wedge_p \dots \wedge_p \gamma_n) \rightarrow_p \Diamond\alpha.$$

- ($\Leftarrow$) Se $(\gamma_1 \wedge_p \gamma_2 \wedge_p \dots \wedge_p \gamma_n) \rightarrow_p \Diamond\alpha$ é teorema de QT (onde $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} \subseteq \Sigma$), então $\Diamond\forall\forall((\gamma_1 \wedge_p \gamma_2 \wedge_p \dots \wedge_p \gamma_n) \rightarrow_p \Diamond\alpha)$ é teorema de QV.

1. Substituindo $\wedge_p$ e $\rightarrow_p$ por suas definições, obtemos:

$$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall((\Diamond\gamma_1 \wedge (\gamma_2 \wedge_p \dots \wedge_p \gamma_n)) \rightarrow_p \Diamond\alpha)$$

$$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall((\Diamond\gamma_1 \wedge (\Diamond\gamma_2 \wedge \dots \wedge \gamma_n)) \rightarrow_p \Diamond\alpha)$$

$$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall(\Diamond(\Diamond\gamma_1 \wedge (\Diamond\gamma_2 \wedge \dots \wedge \gamma_n)) \rightarrow \Diamond\alpha)$$

2. Utilizando a equivalência: $\vdash_{QV} \Diamond(\Diamond\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow (\Diamond\alpha \wedge \Diamond\beta)$

$$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall((\Diamond\gamma_1 \wedge \Diamond(\Diamond\gamma_2 \wedge \dots \wedge \gamma_n)) \rightarrow \Diamond\alpha)$$

$$\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall((\Diamond\gamma_1 \wedge \Diamond\gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond\gamma_n)) \rightarrow \Diamond\alpha)$$

$$\vdash_{QT} \Diamond\gamma_1 \wedge \Diamond\gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond\gamma_n \rightarrow \Diamond\alpha$$

3. Então, pela Definição 4.2.14, α é consequência sintática pragmática de $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ e, pela Definição 4.2.15, $\alpha \in \Sigma$.



▲ **Teorema 4.2.24** Para fbfs quaisquer α e β de L , em QT , temos que vale a Regra Modus Ponens relativamente à implicação pragmática, isto é,

$$\frac{\alpha, \alpha \rightarrow_p \beta}{\beta}.$$

▲ Demonstração:

1.	$\vdash_{QT} \alpha$	Hipótese
2.	$\vdash_{QT} \alpha \rightarrow_p \beta$	Hipótese
3.	$\vdash_{QT} \Diamond \alpha \rightarrow \beta$	2, Def. $\rightarrow_p$
4.	$\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall (\Diamond \alpha \rightarrow \beta)$	3, Teo. 4.2.9
5.	$\vdash_{QV} \forall \forall (\Diamond \alpha \rightarrow \beta) \leftrightarrow (\forall \forall \Diamond \alpha \rightarrow \forall \forall \beta)$	TCPQ02 $\left[\frac{A}{\Diamond \alpha}, \frac{B}{\beta} \right]$
6.	$\vdash_{QV} \Diamond (\forall \forall \Diamond \alpha \rightarrow \forall \forall \beta)$	4,5 Eq.
7.	$\vdash_{QV} \Diamond (\neg \forall \forall \Diamond \alpha \vee \forall \forall \beta)$	6, Def. $\rightarrow$
8.	$\vdash_{QV} \Diamond \neg \forall \forall \Diamond \alpha \vee \Diamond \forall \forall \beta$	7, TQV08
9.	$\vdash_{QV} \neg \Box \forall \forall \Diamond \alpha \vee \Diamond \forall \forall \beta$	8, TQV02 $\left[\frac{A}{\forall \forall \Diamond \alpha} \right]$, Eq.
10.	$\vdash_{QV} \Box \forall \forall \Diamond \alpha \rightarrow \Diamond \forall \forall \beta$	9, Def. $\rightarrow$
11.	$\vdash_{QV} \forall \forall \Box \Diamond \alpha \rightarrow \Box \forall \forall \Diamond \alpha$	TQV12 $\left[\frac{A}{\Diamond \alpha} \right]$
12.	$\vdash_{QV} \forall \forall \Box \Diamond \alpha \rightarrow \Diamond \forall \forall \beta$	10, 11 TCP02
13.	$\vdash_{QV} \Box \Diamond \alpha \leftrightarrow \Diamond \alpha$	TQV06 $\left[\frac{A}{\alpha} \right]$
14.	$\vdash_{QV} \forall \forall \Diamond \alpha \rightarrow \Diamond \forall \forall \beta$	12, 13 Eq.
15.	$\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \alpha \rightarrow \forall \forall \Diamond \alpha$	TQV13 $\left[\frac{A}{\alpha} \right]$
16.	$\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \alpha \rightarrow \Diamond \forall \forall \beta$	14, 15 TCP02
17.	$\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \alpha$	1, Teo. 4.2.9
18.	$\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \beta$	16, 17 R1
19.	$\vdash_{QT} \beta$	18, Teo. 4.2.9



▲ **Teorema 4.2.25 (TEOREMA DA DEDUÇÃO PRAGMÁTICA)** *Para fbfs fechadas quaisquer α e β de L , β é consequência sintática pragmática de α se, e somente se, a implicação pragmática de α em β é teorema de QT. Isto é:*

$$\alpha \vdash_{QT}^p \beta \quad \Leftrightarrow \quad \vdash_{QT} \alpha \rightarrow_p \beta.$$

▲ Demonstração:

• ($\Rightarrow$)

1. $\alpha \vdash_{QT}^p \beta$	Hipótese
2. $\vdash_{QT} \Diamond \alpha \rightarrow \Diamond \beta$	1, Def. $\vdash_{QT}^p$
3. $\vdash_{QV} \Diamond(\Diamond \alpha \rightarrow \Diamond \beta)$	2, Teo. 4.2.9
4. $\vdash_{QV} \Diamond(\Diamond \alpha \rightarrow \Diamond \beta) \leftrightarrow (\Diamond \alpha \rightarrow \Diamond \beta)$	TQV09 $\left[\frac{A}{\alpha}, \frac{B}{\beta} \right]$
5. $\vdash_{QV} \Diamond(\Diamond(\Diamond \alpha \rightarrow \beta))$	3,4 Eq.
6. $\vdash_{QV} \Diamond(\Diamond \alpha \rightarrow \beta)$	5, TQV04
7. $\vdash_{QT} \Diamond \alpha \rightarrow \beta$	6, Teo. 4.2.9
8. $\vdash_{QT} \alpha \rightarrow_p \beta$	7, Def. $\rightarrow_p$

• ($\Leftarrow$)

1. $\vdash_{QT} \alpha \rightarrow_p \beta$	Hipótese
2. $\vdash_{QT} \Diamond \alpha \rightarrow \beta$	1, Def. $\rightarrow_p$
3. $\vdash_{QV} \Diamond(\Diamond \alpha \rightarrow \beta)$	2, Teo. 4.2.9
4. $\vdash_{QV} \Diamond \alpha \rightarrow \Diamond \beta$	3, TQV09
5. $\vdash_{QT} \Diamond \alpha \rightarrow \Diamond \beta$	4, Teo. 4.2.10
6. $\alpha \vdash_{QT} \beta$	5, Def. $\vdash_{QT}^p$



4.2.4.1 Corretude e Completude de QT

▲ **Teorema 4.2.26 (CORRETUDE)** *Para toda fbf α de L , se α é teorema de QT, então α é pragmaticamente válida. Isto é,*

$$\vdash_{QT} \alpha \Rightarrow \models_{QT} \alpha.$$

▲ Demonstração: Por indução sobre o comprimento c da demonstração de α em QT.

Seja $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ onde α_n é α , uma demonstração formal de α em QT. Então, α_i ($1 \leq i \leq n$) é um axioma, ou é obtida de fórmulas precedentes pela aplicação de uma das regras (R1' a R5').

Caso a : Suponhamos que $c = 1$. Então, neste caso, α é um axioma.

1. Logo, α é teorema de QT e, pelo Teorema 4.2.9, $\Diamond \forall \forall \alpha$ é um teorema de QV.
2. Como QV é correto, então $\Diamond \forall \forall \alpha$ é pragmática-estritamente válida, isto é, para todo QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$ e para todo $w_i \in W$, $M, w_i \models_{QV} \Diamond \forall \forall \alpha$.
3. Então, para todo QT-modelo subjacente $M = \langle W, D, I, f \rangle$ e para todo $w_j \in W$, $M, w_j \models_{QT} \alpha$.
4. Logo, α é pragmaticamente válida e, portanto, todos os axiomas são pragmaticamente válidos.

Caso b : Suponhamos, por hipótese de indução, que o lema seja válido para demonstrações de α , em QT, de comprimento $c \leq j$.

Demonstraremos então que o lema é válido em QT, para fórmulas α com demonstração de comprimento $j + 1$.

Neste caso, α é consequência de fórmulas precedentes pela aplicação de uma das regras.

Vamos demonstrar que as regras $R1'$ a $R5'$ preservam a QT-validade.

- **Regra $R1'$** : α é da forma $\Box\forall\forall\beta$, obtida das fórmulas $\Box\forall\forall\gamma$ e $\Box\forall(\gamma \rightarrow \beta)$.

$$\text{Hipótese de Indução HI} \begin{cases} \models_{QT} \Box\forall\forall\gamma \\ \models_{QT} \Box\forall(\gamma \rightarrow \beta) \end{cases}$$

1. Se $\models_{QT} \Box\forall(\gamma \rightarrow \beta)$, então, para todo QT-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$ e para todo $w_j \in W$, temos que $M, w_j \models_{QT} \Box\forall(\gamma \rightarrow \beta)$.
2. Então, para todo $w_k \in W$, $M, w_k \models_{QT} \forall\forall(\gamma \rightarrow \beta)$, ou $M, w_k \models_{QT} (\forall\forall\gamma \rightarrow \forall\forall\beta)$.
3. Logo, pela definição de satisfatibilidade de “ $\rightarrow$ ”, $M, w_k \not\models_{QT} \forall\forall\gamma$ ou $M, w_k \models_{QT} \forall\forall\beta$.
4. Pela hipótese de indução, $\models_{QT} \Box\forall\forall\gamma$, isto é, para todo QT-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$, para todo $w_i \in W$, $M, w_i \models_{QT} \Box\forall\forall\gamma$.
5. Ou seja, para todo $w_j \in W$, $M, w_j \models_{QT} \forall\forall\gamma$ (e, em particular, para k).
6. Logo, de 3 e 5, para todo $w_k \in W$, $M, w_k \models_{QT} \forall\forall\beta$, ou, pela definição de satisfatibilidade de “ $\Box$ ”, $M \models_{QT} \Box\forall\forall\beta$.
7. Então, temos que $\models_{QT} \Box\forall\forall\beta$.
8. Portanto, a regra $R1'$ preserva a QT-validade.

- **Regra $R2'$** : α é da forma β , obtida da fórmula $\Box\forall\forall\beta$.

$$\text{HI} : \models_{QT} \Box\forall\forall\beta.$$

1. Se $\models_{QT} \Box \forall \forall \beta$, então, para todo QT-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$ e para todo $w_i \in W$, $M, w_i \models_{QT} \Box \forall \forall \beta$ ou, pela definição de satisfatibilidade de “ $\Box$ ”, $M, w_i \models_{QT} \forall \forall \beta$.
2. Isto é, para todo QV-modelo M subjacente e para todo $w_j \in W$, $M, w_j \models_{QV} \Diamond \forall \forall (\forall \forall \beta)$ ou $M, w_j \models_{QV} \Diamond \forall \forall \beta$.
3. Logo, para todo QT-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$ e para todo $w_j \in W$, $M, w_j \models_{QT} \beta$, ou, $\models_{QT} \beta$.

• **Regra R3'** : α é da forma $\Box \forall \forall \Box \beta$, obtida da fórmula $\Box \forall \forall \beta$.

HI : $\models_{QT} \Box \forall \forall \beta$.

Se $\models_{QT} \Box \forall \forall \beta$, então, para todo QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$, $M \models_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall \beta$.

Dado que QV é completo, vale $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall \beta$.

Temos então,

- | | |
|---|---|
| 1. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall \beta$ | Hipótese |
| 2. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall \beta \leftrightarrow \Box \forall \forall \beta$ | TQV11 $\left[\frac{A}{\beta} \right]$ |
| 3. $\vdash_{QV} \Box \forall \forall \beta$ | 1,2 Eq. |
| 4. $\vdash_{QV} \Box \forall \forall \beta \leftrightarrow \forall \forall \Box \beta$ | TQV14 $\left[\frac{A}{\beta} \right]$ |
| 5. $\vdash_{QV} \forall \forall \Box \beta$ | 3,4 Eq. |
| 6. $\vdash_{QV} \Box \forall \forall \Box \beta$ | 5, R2 |
| 7. $\vdash_{QV} \Box \forall \forall \Box \beta \leftrightarrow \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall \Box \beta$ | TQV11 $\left[\frac{A}{\Box \beta} \right]$ |
| 8. $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall \Box \beta$ | 6,7 Eq. |

Como QV é correto, temos que, de 8, para todo QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$, $M \models_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall \Box \beta$.

Logo, pela definição de validade pragmática, $\models_{QT} \Box \forall \forall \Box \beta$.

- **Regra R4'** : α é da forma β , obtida da fórmula $\Diamond\forall\forall\beta$.

HI : $\models_{QT} \Diamond\forall\forall\beta$.

Se $\models_{QT} \Diamond\forall\forall\beta$, então, para todo QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$,
 $M, w \models_{QV} \Diamond\forall\forall\Diamond\forall\forall\beta$.

Como QV é completo, vale $\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\Diamond\forall\forall\beta$.

Temos então,

1. $\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\Diamond\forall\forall\beta$	Hipótese
2. $\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\Diamond\forall\forall\beta \rightarrow \forall\forall\Diamond\Diamond\forall\forall\beta$	TQV13 $\left[\frac{A}{\Diamond\forall\forall\beta} \right]$
3. $\vdash_{QV} \forall\forall\Diamond\Diamond\forall\forall\beta$	1,2 R1
4. $\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\beta \leftrightarrow \Diamond\Diamond\forall\forall\beta$	TQV04 $\left[\frac{A}{\forall\forall\beta} \right]$
5. $\vdash_{QV} \forall\forall\Diamond\forall\forall\beta$	3,4 Eq.
6. $\vdash_{QV} \forall\forall\Diamond\forall\forall\beta \rightarrow \Diamond\forall\forall\beta$	TCPQ01 $\left[\frac{A}{\Diamond\forall\forall\beta} \right]$
7. $\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\beta$	5,6 R1.

Como QV é correto, temos que, de 7, para todo QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$, $M \models_{QV} \Diamond\forall\forall\beta$.

Logo, pela definição de validade pragmática, $\models_{QT} \beta$.

- **Regra R5'** : α é da forma $\Box\forall\forall(\gamma \rightarrow \forall x\beta(x))$, obtida da fórmula $\Box\forall\forall(\gamma \rightarrow \beta(x))$.

HI : $\models_{QT} \Box\forall\forall(\gamma \rightarrow \beta(x))$.

Se $\models_{QT} \Box\forall\forall(\gamma \rightarrow \beta(x))$, então, para todo QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$,
 $M \models_{QV} \Diamond\forall\forall\Box\forall\forall(\gamma \rightarrow \beta(x))$.

Como QV é completo, vale $\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\Box\forall\forall(\gamma \rightarrow \beta(x))$.

Temos então,

1.	$\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x))$	Hipótese
2.	$\vdash_{QV} \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x)) \leftrightarrow \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x))$	TQV11 $\left[\frac{A}{(\gamma \rightarrow \beta(x))} \right]$
3.	$\vdash_{QV} \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x))$	1,2 Eq.
4.	$\vdash_{QV} \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x)) \rightarrow \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x))$	A3 $\left[\frac{\alpha}{\forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x))} \right]$
5.	$\vdash_{QV} \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x))$	3,4 R1
6.	$\vdash_{QV} \forall \forall (\gamma \rightarrow \beta(x)) \rightarrow (\gamma \rightarrow \beta(x))$	TCPQ01 $\left[\frac{A}{(\gamma \rightarrow \beta(x))} \right]$
7.	$\vdash_{QV} (\gamma \rightarrow \beta(x))$	5,6 R1
8.	$\vdash_{QV} (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))$	7, R3
9.	$\vdash_{QV} \forall \forall (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))$	8, GU
10.	$\vdash_{QV} \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))$	9, R2
11.	$\vdash_{QV} \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x)) \leftrightarrow \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))$	TQV11 $\left[\frac{A}{(\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))} \right]$
12.	$\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))$	10, 11 Eq.

Como QV é correto, temos que, de 12, para todo QV-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$, $M \models_{QV} \Diamond \forall \forall \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))$.

Isto é, pela definição de validade pragmática, $\models_{QT} \Box \forall \forall (\gamma \rightarrow \forall x \beta(x))$.

■

▲ Teorema 4.2.27 (COMPLETUDE) *Seja α uma fbf da linguagem L de QT. Se α é pragmaticamente válida, então α é um teorema de QT. Isto é:*

$$\models_{QT} \alpha \Rightarrow \vdash_{QT} \alpha.$$

▲ Demonstração:

Se $\models_{QT} \alpha$, isto é, se α é uma fbf pragmaticamente válida, então, para todo QT-modelo M , $M \models_{QT} \alpha$ ou, para todo QV-modelo subjacente, $M \models_{QV} \Diamond \forall \forall \alpha$.

Como QV é completo, temos que $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \alpha$ e, pelo Teorema 4.2.9, $\vdash_{QT} \alpha$.

■

4.2.4.2 Resultados adicionais

▲ Definição 4.2.28 (de Moraes 1973)

Dizemos que uma fbf α de L , em QT , está escrita em **notação primitiva** quando α está expressa em termos de $\neg$, $\rightarrow$, $\forall$ e $\Box$.

▲ Definição 4.2.29 (de Moraes 1973)

Seja α uma fbf de L , escrita em notação primitiva. Dizemos que α^* é a **transformada proposicional** de α quando α^* for obtida, a partir de α , suprimindo-se todas as ocorrências de $\forall$ e de $\Box$, todos os termos, e substituindo-se, em α , todos os símbolos de predicados por símbolos de proposições.

▲ Teorema 4.2.30 (de Moraes 1973)

Se α e β são fbfs de L , e α^* e β^* são as suas transformadas proposicionais, então:

1. $(\neg\alpha)^*$ é $\neg\alpha^*$;
2. $(\alpha \rightarrow \beta)^*$ é $\alpha^* \rightarrow \beta^*$;
3. $(\forall\alpha)^*$ é α^* ;
4. $(\Box\alpha)^*$ é α^* .

Demonstração: Imediata, a partir da definição anterior. ■

▲ **Teorema 4.2.31** *Seja QV' o cálculo QV sem identidade. Se α^* é a transformada proposicional da fbf α de L , em QV' , então*

$$\vdash_{QV'} \alpha \Rightarrow \vdash_{CP} \alpha^*.$$

▲ Demonstração: Por indução sobre o comprimento c da demonstração de α em QV' .

Seja $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, onde α_n é α , uma demonstração formal de α em QV' . Então, α_i ($1 \leq i \leq n$) é um axioma, ou é obtida de fórmulas precedentes pela aplicação de uma das regras (R1 a R3).

Caso a: Suponhamos que $c = 1$. Então, neste caso, α é um axioma de QV' , isto é, A1 a A5.

Vamos verificar que, se α é um axioma de QV' , então, sua transformada proposicional é um teorema de CP.

De fato,

1. $A1^*$: a transformada proposicional de qualquer instância de uma tautologia proposicional clássica é uma tautologia proposicional clássica.
2. $A2^*$ é $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$, que é um teorema de CP.
3. $A3^*$ é $\alpha \rightarrow \alpha$.
4. $A4^*$ é $\alpha \rightarrow \alpha$.
5. $A5^*$ é $\alpha \rightarrow \alpha$.

Caso b: Suponhamos, por hipótese de indução, que o teorema seja válido para demonstrações de α em QV' de comprimento $c \leq j$.

Demonstraremos então que o teorema é válido em QV' , para fórmulas α com demonstração de comprimento $j + 1$.

Neste caso, α é consequência de fórmulas precedentes pela aplicação de uma das regras (R1 a R3).

- **Regra R1** : α é da forma β , obtida das fórmulas γ e $\gamma \rightarrow \beta$.

Hipótese de Indução HI: $\begin{cases} \vdash_{QV'} \gamma \text{ implica } \vdash_{CP} \gamma^* \\ \vdash_{QV'} \alpha \rightarrow \beta \text{ implica } \vdash_{CP} \gamma^* \rightarrow \beta^*. \end{cases}$

Como $\vdash_{QV'} (\alpha \rightarrow \beta)$ implica que $\vdash_{CP} \gamma^* \rightarrow \beta^*$, então, de $\vdash_{CP} \gamma^*$ e $\vdash_{CP} \gamma^* \rightarrow \beta^*$ obtemos, por Modus Ponens, $\vdash_{CP} \beta^*$, isto é, $\vdash_{CP} \alpha^*$.

- **Regra R2** : α é da forma $\Box\beta$, obtida da fórmula β .

HI: $\vdash_{QV'} \beta$ implica que $\vdash_{CP} \beta^*$.

Temos, pela HI, que $\vdash_{CP} \beta^*$, o que equivale a $\vdash_{CP} (\Box\beta)^*$, isto é, $\vdash_{CP} \alpha^*$.

- **Regra R3** : α é da forma $\gamma \rightarrow \forall x\beta(x)$, obtida da fórmula $\gamma \rightarrow \beta(x)$.

HI: $\vdash_{QV'} \gamma \rightarrow \beta(x)$ implica que $\vdash_{CP} \gamma^* \rightarrow (\beta(x))^*$.

Pela HI, temos que $\vdash_{CP} \gamma^* \rightarrow (\forall x\beta(x))^*$, isto é, $\vdash_{CP} \alpha^*$.

■

▲ **Teorema 4.2.32** *Seja QT' a lógica QT sem identidade. Se α^* é a transformada proposicional da fbf α em QT' , então*

$$\vdash_{QT'} \alpha \Rightarrow \vdash_{CP} \alpha^*.$$

▲ Demonstração:

- | | |
|--|----------------|
| 1. $\vdash_{QT'} \alpha$ | Hipótese |
| 2. $\vdash_{QV'} \Diamond\forall\alpha$ | 1, Teo. 4.2.9 |
| 3. $\vdash_{CP} (\Diamond\forall\alpha)^*$ | 2, Teo. 4.2.31 |
| 4. $\vdash_{CP} \alpha^*$ | 3, Teo. 4.2.30 |

■

▲ **Teorema 4.2.33** QT' é $\neg$ -consistente.

▲ Demonstração: (de **Moraes 1973**)

Suponhamos que α e $\neg\alpha$ sejam, ambas, teoremas de QT' . Então, pelo Teorema 4.2.32, α^* e $\neg\alpha^*$ são, ambas, teoremas de CP. Mas, isto não é possível, pois CP é $\neg$ -consistente. Logo, QT' também é $\neg$ -consistente.

■

Observação 4.2.34 Segundo **da Silva, D'Ottaviano & Sette 1999** e **Feitosa 1997**, uma **tradução** T de um sistema lógico A em um sistema lógico B é definida como uma função

$$T : FormA \rightarrow FormB,$$

tal que, para todo subconjunto $\Gamma \cup \{\alpha\} \subseteq FormA$,

$$\Gamma \vdash_A \alpha \Rightarrow T(\Gamma) \vdash_B T(\alpha).$$

Apresentaremos, a seguir, alguns resultados, mostrando que a função transformada proposicional é uma tradução de QT' em CP (Teoremas 4.2.35 e 4.2.36).

▲ **Teorema 4.2.35** Sejam Γ um conjunto de fbfs da linguagem de QT' e α uma fbf dessa mesma linguagem. Se α é consequência sintática pragmática de Γ em QT' , então α^* é consequência sintática de Γ^* em CP. Isto é,

$$\Gamma \vdash_{QT'}^p \alpha \Rightarrow \Gamma^* \vdash_{CP} \alpha^*.$$

▲ Demonstração:

1.	$\vdash_{QT'} \Diamond \gamma_1 \wedge \Diamond \gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond \gamma_n \rightarrow \Diamond \alpha$	Hipótese
2.	$\vdash_{QT'} \neg \Box \neg \gamma_1 \wedge \neg \Box \neg \gamma_2 \wedge \dots \wedge \neg \Box \neg \gamma_n \rightarrow \neg \Box \neg \alpha$	1, Def. $\Diamond$
3.	$\vdash_{CP} (\neg \Box \neg \gamma_1 \wedge \neg \Box \neg \gamma_2 \wedge \dots \wedge \neg \Box \neg \gamma_n \rightarrow \neg \Box \neg \alpha)^*$	2, Teo. 4.2.32
4.	$\vdash_{CP} (\neg \Box \neg \gamma_1)^* \wedge (\neg \Box \neg \gamma_2)^* \wedge \dots \wedge (\neg \Box \neg \gamma_n)^* \rightarrow (\neg \Box \neg \alpha)^*$	3, Teo. 4.2.30
5.	$\vdash_{CP} \neg (\Box \neg \gamma_1)^* \wedge \neg (\Box \neg \gamma_2)^* \wedge \dots \wedge \neg (\Box \neg \gamma_n)^* \rightarrow \neg (\Box \neg \alpha)^*$	4, Teo. 4.2.30
6.	$\vdash_{CP} \neg (\neg \gamma_1)^* \wedge \neg (\neg \gamma_2)^* \wedge \dots \wedge \neg (\neg \gamma_n)^* \rightarrow \neg (\neg \alpha)^*$	5, Def. $*$
7.	$\vdash_{CP} \gamma_1^* \wedge \gamma_2^* \wedge \dots \wedge \gamma_n^* \rightarrow \alpha^*$	6, Teo. 4.2.30
8.	$\gamma_1^* \wedge \gamma_2^* \wedge \dots \wedge \gamma_n^* \vdash_{CP} \alpha^*$	7, Teo. Dedução
9.	$\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\}^* \vdash_{CP} \alpha^*$	8, Def. dedução
10.	$\Gamma^* \vdash_{CP} \alpha^*$	9, Def. $\Gamma \vdash \alpha$

■

▲ **Teorema 4.2.36** *Sejam Γ um conjunto de fbfs da linguagem de QT' e α uma fbf dessa mesma linguagem. Se α é consequência sintática de Γ em QT' , então α^* é consequência sintática de Γ^* em CP. Isto é,*

$$\Gamma \vdash_{QT'} \alpha \Rightarrow \Gamma^* \vdash_{CP} \alpha^*.$$

▲ Demonstração: Por indução sobre o comprimento c da dedução de α , a partir de Γ , em QT' .

Seja $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, onde α_n é α , uma dedução com base em Γ . Então, α_i ($1 \leq i \leq n$) é um axioma, ou pertence a Γ ou foi obtida de fórmulas precedentes pela aplicação de uma das regras (R1' a R5').

Caso a: Suponhamos que $c = 1$. Então, neste caso, α é um axioma ou α pertence a Γ .

- Se α é um axioma de QT' , então tem a forma $\Box \forall \beta$, onde β é um axioma de QV' . Então, $(\Box \forall \beta)^*$ é β^* e, pelo Teorema 4.2.32, $\vdash_{CP} \beta^*$.

Logo, $\Gamma^* \vdash_{CP} \alpha^*$.

- Se α pertence a Γ , então $\alpha^* \vdash_{CP} \alpha^*$, isto é, $\Gamma^* \vdash_{CP} \alpha^*$.

Caso b: Suponhamos, por hipótese de indução, que o teorema seja válido para deduções de α a partir de Γ , em QT' , de comprimento $c \leq j$.

Demonstraremos então que o teorema é válido em QT' , para fórmulas α com dedução a partir de Γ de comprimento $j + 1$.

Neste caso, α é consequência de fórmulas precedentes pela aplicação de uma das regras.

- **Regra R1'**: α é da forma $\Box\forall\beta$, obtida das fórmulas $\Box\forall\gamma$ e $\Box\forall(\gamma \rightarrow \beta)$.

1. $\Gamma^* \vdash_{CP} (\Box\forall\gamma)^*$ HI
2. $\Gamma^* \vdash_{CP} (\Box\forall(\gamma \rightarrow \beta))^*$ HI
3. $\Gamma^* \vdash_{CP} \gamma^*$ 1, Def. *
4. $\Gamma^* \vdash_{CP} \gamma^* \rightarrow \beta^*$ 2, Def. *
5. $\Gamma^* \vdash_{CP} \beta^*$ 3,4 MP
6. $\Gamma^* \vdash_{CP} (\Box\forall\beta)^*$ 5, Def. *
7. $\Gamma^* \vdash_{CP} \alpha^*$ 6, forma de α

- **Regra R2'**: α é da forma β , obtida da fórmula $\Box\forall\beta$.

1. $\Gamma^* \vdash_{CP} (\Box\forall\beta)^*$ HI
2. $\Gamma^* \vdash_{CP} \beta^*$ 1, Def. *
3. $\Gamma^* \vdash_{CP} \alpha^*$ 2, forma de α

- **Regra R3'**: α é da forma $\Box\forall\Box\beta$, obtida da fórmula $\Box\forall\beta$.

1. $\Gamma^* \vdash_{CP} (\Box\forall\beta)^*$ HI
2. $\Gamma^* \vdash_{CP} \beta^*$ 1, Def. *
3. $\Gamma^* \vdash_{CP} (\Box\forall\Box\beta)^*$ 2, Def. *
4. $\Gamma^* \vdash_{CP} \alpha^*$ 3, forma de α

• **Regra R4':** α é da forma β , obtida da fórmula $\Diamond\forall\forall\beta$.

1. $\Gamma^* \vdash_{CP} (\Diamond\forall\forall\beta)^*$ HI
2. $\Gamma^* \vdash_{CP} (\neg\Box\neg\forall\forall\beta)^*$ 1, Def. $\Diamond$
3. $\Gamma^* \vdash_{CP} \beta^*$ 2, Def. $*$
4. $\Gamma^* \vdash_{CP} \alpha^*$ 3, forma de α

• **Regra R5':** α é da forma $\Box\forall\forall(\gamma \rightarrow \forall x\beta(x))$, obtida da fórmula $\Box\forall\forall(\gamma \rightarrow \beta(x))$.

1. $\Gamma^* \vdash_{CP} (\Box\forall\forall(\gamma \rightarrow \beta(x)))^*$ HI
2. $\Gamma^* \vdash_{CP} \gamma^* \rightarrow \beta^*$ 1, Def. $*$
3. $\Gamma^* \vdash_{CP} \gamma^* \rightarrow (\forall x\beta(x))^*$ 2, Def. $*$
4. $\Gamma^* \vdash_{CP} (\Box\forall\forall(\gamma^* \rightarrow (\forall x\beta(x))))^*$ 3, Def. $*$
5. $\Gamma^* \vdash_{CP} \alpha^*$ 4, forma de α

■

▲ **Teorema 4.2.37 (CORRETUDE PRAGMÁTICA)** *Sejam Γ um conjunto de fbfs da linguagem L de QT e α uma fbf dessa mesma linguagem. Se α é consequência sintática pragmática de Γ em QT, então α é consequência semântica pragmática de Γ em QT. Isto é,*

$$\Gamma \vdash_{QT}^p \alpha \Rightarrow \Gamma \models_{QT}^p \alpha.$$

▲ Demonstração:

Se $\Gamma \vdash_{QT}^p \alpha$, isto é, se α é consequência sintática pragmática de Γ , então, pela definição de consequência sintática pragmática, temos que existe $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} \subseteq \Gamma$, tal que, $\vdash_{QT} (\Diamond\gamma_1 \wedge \Diamond\gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond\gamma_n) \rightarrow \Diamond\alpha$.

Pelo Teo. 4.2.26 (corretude de QT), $\models_{QT} (\Diamond\gamma_1 \wedge \Diamond\gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond\gamma_n) \rightarrow \Diamond\alpha$.

Logo, pela Definição 4.2.6, α é consequência semântica pragmática de Γ em QT, isto é, $\Gamma \models_{QT}^p \alpha$.

■

▲ **Corolário 4.2.38** $\vdash_{QT}^p \alpha \Rightarrow \models_{QT}^p \alpha$.

▲ Demonstração:

Quando $\Gamma = \emptyset$, temos que $\emptyset \vdash_{QT}^p \alpha$, ou $\vdash_{QT}^p \alpha$.

Pela Definição 4.2.14, isto implica que $\vdash_{QT} \Diamond \alpha$, o que é equivalente, pelo Teorema 4.2.9, a $\vdash_{QV} \Diamond \forall \forall \Diamond \alpha$.

Como QV é correto, $\models_{QV} \Diamond \forall \forall \Diamond \alpha$.

Logo, pela definição de validade pragmática (Def. 4.2.5), $\models_{QT} \Diamond \alpha$, o que é equivalente a $\emptyset \models_{QT}^p \alpha$, ou seja, $\models_{QT}^p \alpha$.

■

▲ **Teorema 4.2.39 (COMPLETUDE PRAGMÁTICA)** *Sejam Γ um conjunto de fbfs da linguagem de QT e α uma fbf dessa mesma linguagem. Se α é consequência semântica pragmática de Γ , então α é consequência sintática de Γ em QT. Isto é,*

$$\Gamma \models_{QT}^p \alpha \Rightarrow \Gamma \vdash_{QT} \alpha.$$

▲ Demonstração:

Pela Definição 4.2.6 (consequência semântica pragmática), se $\Gamma \models_{QT}^p \alpha$, então existe $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} \subseteq \Gamma$ tal que $\models_{QT} (\Diamond \gamma_1 \wedge \Diamond \gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond \gamma_n) \rightarrow \Diamond \alpha$.

Isto é, para todo QT-modelo $M = \langle W, D, I, f \rangle$ e para todo $w \in W$, $M, w \models_{QT} (\Diamond\gamma_1 \wedge \Diamond\gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond\gamma_n) \rightarrow \Diamond\alpha$, ou, de forma equivalente, para todo QV-modelo M subjacente e para todo $w_i \in W$, $M, w_i \models_{QV} \Diamond\forall\forall((\Diamond\gamma_1 \wedge \Diamond\gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond\gamma_n) \rightarrow \Diamond\alpha)$.

Como QV é completo, temos que $\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall((\Diamond\gamma_1 \wedge \Diamond\gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond\gamma_n) \rightarrow \Diamond\alpha)$.

Logo, pelo Teorema 4.2.9, $\vdash_{QT} \Diamond\gamma_1 \wedge \Diamond\gamma_2 \wedge \dots \wedge \Diamond\gamma_n \rightarrow \Diamond\alpha$, e, pela definição de consequência sintática pragmática (Def. 4.2.14), $\Gamma \vdash_{QT}^p \alpha$.

■

▲ **Corolário 4.2.40** $\models_{QT}^p \alpha \Rightarrow \vdash_{QT}^p \alpha$.

▲ Demonstração:

Se $\models_{QT}^p \alpha$, isto é, $\emptyset \models_{QT}^p \alpha$, então temos que, pela Definição 4.2.6, $\models_{QT} \Diamond\alpha$.

Então, para todo QT-modelo M , $M \models_{QT} \Diamond\alpha$ ou, para todo QV-modelo M subjacente, $M \models_{QV} \Diamond\forall\forall\Diamond\alpha$.

Como QV é completo, temos que $\vdash_{QV} \Diamond\forall\forall\Diamond\alpha$ e, pelo Teorema 4.2.9, $\vdash_{QT} \Diamond\alpha$.

Logo, pela Definição 4.2.14, α é consequência sintática pragmática do conjunto vazio, isto é, $\emptyset \vdash_{QT}^p \alpha$, ou seja, $\vdash_{QT}^p \alpha$.

■

Observação 4.2.41 Neste capítulo, apresentamos uma lógica para a noção de quase-verdade introduzida em **da Costa, Bueno & French 1998**. Para da Costa, uma lógica adequada para a quase-verdade é um tipo de lógica discursiva de Jaśkowski. Estudos mais específicos sobre essas lógicas são encontrados em **Jaśkowski 1969**, **da Costa 1975**, **da Costa & Dubikajtis 1977**, **de Moraes 1970**,

de Moraes 1973, da Costa & Doria 1995. Sobre a lógica paraconsistente citamos como referências **Arruda 1980, da Costa 1980, da Costa 1982, da Costa & Marconi 1989, D'Ottaviano 1990, Bobenrieth 1996, da Costa 1997 e Carnielli & Marcos 2002.**

Considerações finais

O objetivo principal deste trabalho consistia em apresentar o conceito de quase-verdade proposto por da Costa e colaboradores e em introduzir e desenvolver uma lógica adequada para o estudo desse conceito.

Dessa forma, no Capítulo 1, iniciamos com uma apresentação mais geral das teorias da verdade. Buscamos caracterizá-las e apresentamos uma dentre as classificações existentes (a de **Lynch 2001**). Existem muitas teorias da verdade, muitos livros e artigos a respeito de cada uma delas, mas, um estudo crítico, profundo e abrangente foi encontrado somente em um único livro, **Kirkham 1992** (ainda que, nesse livro, o assunto não tenha sido esgotado). Percebemos, então, quão complexo se revela o estudo da questão da verdade, o que procuramos destacar. Apresentamos também uma breve discussão de algumas teorias da verdade, relevantes para o desenvolvimento deste trabalho.

A seguir, apresentamos a concepção semântica de verdade de Alfred Tarski. Essa concepção difere das teorias apresentadas no Capítulo 1, por ser uma definição formal para a concepção clássica de verdade. O importante a observar é que, com a tentativa de estabelecer os fundamentos da semântica teórica e com a sua definição de verdade em termos de “*a sentença α é verdadeira em uma estrutura S* ”, Tarski (**Tarski 1944**, **Tarski & Vaught 1956**) introduziu a *teoria de modelos* na matemática.

Tendo como ponto de partida o *sexto problema de Hilbert*, referente à

axiomatização das teorias físicas, Newton da Costa e Francisco Doria iniciaram em 1988 um programa de pesquisa com dois objetivos: axiomatizar até onde fosse possível as ciências empíricas e investigar fenômenos especificamente metamatemáticos no interior daquelas disciplinas (**Doria 1999**, p.248). O método axiomático “constitui ótimo instrumento de trabalho e de pesquisa no domínio da matemática” (**da Costa 1977**, p.33), e é um método formal para especificar o conteúdo de uma teoria, que tem como vantagem, entre outras, clarificar os conceitos básicos de uma teoria e permitir a utilização de técnicas lógico-matemáticas. Na Filosofia da Ciência, sob o enfoque axiomático (ou enfoque sintático de teorias), as teorias são sistemas axiomáticos, nos quais a obtenção de generalizações empíricas procede por derivação ou dedução lógica a partir dos axiomas. Segundo **da Costa 1987**, p.195, com a abordagem estrutural de Bourbaki o método axiomático alcança alto nível de precisão e desenvolvimento. Axiomatizar uma teoria, nessa abordagem, consiste em definir uma “espécie de estrutura” em teoria de conjuntos. A questão que surge é que essa formalização é essencialmente sintática, pois uma espécie de estrutura constitui simplesmente uma teoria formal, construída como uma coleção de símbolos sujeitos a certas regras metamatemáticas. Além disso, uma dada teoria é axiomatizada em uma linguagem particular, com um vocabulário particular e uma sintaxe ou gramática particular. Ainda, também existem diferentes modos de axiomatizar o mesmo conjunto de enunciados. Uma forma alternativa de representar as teorias científicas é através da abordagem semântica de teorias ou da teoria de modelos. Nessa abordagem, a contraparte semântica das teorias científicas deve ser vista, não como conjuntos de enunciados axiomatizados em alguma linguagem formal, mas como classes de modelos.

Assim como Tarski buscou capturar as intenções presentes na concepção clássica de verdade, ao propor sua concepção, da Costa também procura cap-

turar algumas intenções presentes nas concepções de verdade de pragmatistas, principalmente de C.S. Peirce e W. James.

Para representar formalmente aspectos da “incompletude informacional” freqüentemente encontrada na prática científica e acomodar a idéia de que se as teorias científicas não são verdadeiras, elas são, pelo menos, quase-verdadeiras, da Costa introduz a noção de *estrutura parcial*. Dessa forma, com essa noção, é possível modificar a definição de Tarski de “a sentença α é verdadeira em uma estrutura S ” em “a sentença α é quase-verdadeira na estrutura A -normal S relativa a eps A ”. As noções de estrutura parcial e quase-verdade estão inseridas na abordagem semântica de teorias. Tais noções permitem também a acomodação de teorias contraditórias num mesmo sistema, o que vislumbra uma possível unificação teórica em ciência. Assim, tais teorias são vistas como sendo quase-verdadeiras. A concepção de verdade inerente às teorias empíricas é, para da Costa, a quase-verdade.

Considerando o estudo da estrutura lógico-formal da ciência, cuja concepção de verdade é a quase-verdade, apresentamos um sistema lógico modal que permite formalizar adequadamente a noção de quase-verdade, o qual, como considera da Costa, é um tipo de lógica discursiva de Jaśkowski. Assim sendo, apresentamos o sistema lógico QT - uma lógica para a quase-verdade - associado ao sistema lógico modal $S5Q^=$, o qual denominamos QV. QT constitui um tipo de lógica discursiva de Jaśkowski por apresentar a seguinte característica: α é um teorema de QT sse $\Diamond \forall \alpha$ é um teorema de QV, ou seja,

$$\vdash_{QT} \alpha \quad \Leftrightarrow \quad \vdash_{QV} \Diamond \forall \alpha.$$

QV constitui um sistema auxiliar para QT. Demonstramos que os teoremas de QV são teoremas de QT. Entretanto, mostramos também que QT é estritamente mais forte do que QV, ou seja, existem teoremas de QT que não são teoremas de QV.

Apresentamos uma semântica de modelos de Kripke para QT-QV, estabelecendo uma conexão com a definição de quase-verdade baseada em estruturas parciais. Para um dada eps A, isso foi realizado considerando estruturas A-normais como mundos possíveis. Demonstramos de forma detalhada os principais metateoremas de QT-QV, alguns dos quais apenas esboçados em **da Costa, Bueno & French 1998**.

Apresentamos também as definições de consequência sintática pragmática e teoria pragmática. Alguns resultados válidos em CP (Cálculo Proposicional Clássico) e QV não são válidos em QT, por exemplo, demonstramos que a Regra de *Modus Ponens* não é válida em QT, quando consideramos a implicação material.

Demonstramos que QT pode ser utilizada como lógica subjacente para teorias contraditórias mas não-triviais, ou seja, QT constitui-se em uma lógica paraconsistente. Entretanto, quando consideramos os conectivos primitivos de QT, verificamos que nesta permanece válido o Princípio de Explosão - $\forall\alpha\forall\beta(\alpha, \neg\alpha \vdash \beta)$ ou $\forall\alpha\forall\beta(\alpha \wedge \neg\alpha \rightarrow \beta)$ ou $\forall\alpha\forall\beta(\alpha \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta))$. Com a introdução dos conectivos pragmáticos (ou discursivos, devidos a **Jaśkowski 1969**), surgem resultados interessantes.

- Relativamente à implicação pragmática, demonstramos que, neste caso, não vale o Princípio de Explosão;
- Se substituirmos, nos esquemas (ou regras) primitivos válidos da lógica clássica positiva, os conectivos primitivos pelos correspondentes conectivos pragmáticos, obtemos uma expressão que é um teorema (ou regra) de QT;
- A regra de *Modus Ponens* é válida em QT, quando utilizamos a implicação pragmática;
- Apresentamos também o Teorema da Dedução Pragmática, utilizando a re-

lação de conseqüência sintática pragmática e a implicação pragmática.

Demonstramos que o sistema QT é correto e completo, de forma simplificada, pela utilização de alguns metateoremas de QT-QV e da completude de QV.

Com a introdução da definição de transformada proposicional, demonstramos que QT' (o sistema QT sem igualdade) constitui uma lógica consistente. Demonstramos também que a função transformada proposicional constitui uma tradução de QT' em CP (Cálculo Proposicional Clássico).

Utilizando as relações de conseqüência sintática pragmática e conseqüência semântica pragmática, demonstramos a corretude pragmática e a completude pragmática de QT.

Tendo sido estudados e demonstrados resultados básicos de uma lógica da quase-verdade, conseqüências interessantes apresentam-se para investigação posterior.

- Estudamos a lógica da validade pragmática QT, baseada na lógica da validade pragmática estrita $S5Q^=$, ou seja, QV. Quais as características de uma lógica da validade pragmática se utilizássemos outro sistema, por exemplo, o sistema modal S4?
- **Bueno & Souza 1996** apresenta uma definição de quase-verdade que não emprega as noções de estrutura pragmática simples e estruturas A-normais (para uma dada eps A). A lógica QT, apresentada no nosso trabalho, permite formalizar a noção de quase-verdade a partir dessa nova definição?
- **Beziau 1998** introduz uma lógica paraconsistente denominada Z, baseada em S5, com uma semântica de mundos possíveis; e em **Beziau 1999** é afirmado que o sistema S5 constitui uma lógica paraconsistente com a introdução adequada de uma negação paraconsistente. Parece ser possível

a adoção dessas lógicas para formalizar a quase-verdade, entretanto, tais lógicas são mais fracas do que o próprio S5, o que não ocorre com a lógica QT, a qual, como demonstrado, é estritamente mais forte que QV ($S5Q^=$).

- De acordo com a *teoria da investigação* de Peirce, o conhecimento científico evolui pelo emprego dos raciocínios abductivo, dedutivo e indutivo. No aspecto formal - tendo como concepção de verdade subjacente a quase-verdade -, no que concerne às correspondentes formas de argumento, a lógica QT formaliza a dedução; em **da Costa & French 1989** é apresentada uma lógica indutiva. Uma formalização adequada da teoria da investigação de Peirce parece poder ser obtida realizando-se um estudo mais detalhado da lógica indutiva de **da Costa & French 1989** e estabelecendo-se uma lógica abductiva.
- A definição de quase-verdade proposta por da Costa e apresentada neste trabalho vale-se, para uma dada ϵ e δ , de estruturas totais A-normais. Essas estruturas A-normais, por sua vez, são consideradas, por definição, como mundos clássicos em uma semântica de Kripke. Caso o interesse seja trabalhar com estruturas não-clássicas, qual seria uma semântica adequada? Parece ser possível uma definição mais geral de quase-verdade e a introdução de uma lógica adequada que a formalize, empregando-se o conceito de *Semântica de Sociedades* proposto por **Carnielli & Lima-Marques 1999**.
- Considerando-se o *Sexto Problema de Hilbert*, uma interessante aplicação das noções de estruturas parciais e quase-verdade parece ser o estudo das características da lógica subjacente a duas ou mais teorias físicas e a possibilidade de axiomatização conjunta dessas teorias, como por exemplo, a teoria da relatividade e a mecânica quântica.

Referências Bibliográficas

ARMSTRONG, D.M. (1973) **Belief, truth, and knowledge**. Cambridge: Cambridge University Press.

ARRUDA, A. (1980) A survey of paraconsistent logic. In: ARRUDA, A.; CHUAQUI, R.; da COSTA, N.C.A. (ed.) **Mathematical logic in Latin America**. Amsterdam: North-Holland, p. 1-41.

ARRUDA, A. I. (1989) Aspects of the Historical Development of Paraconsistent Logic. In: PRIEST, G.; ROUTLEY, R.; NORMAN, J. (ed.) (1989) **Paraconsistent logic, Essays on the inconsistent**. München: Philosophia Verlag. p. 99-130.

AUSTIN, J.L. ([1950] 2001) Truth. *Proceedings of the Aristotelian Society*, supp. v.24, p. 111-128. In: **Lynch 2001**.

BETH, E. (1948) **Natuurphilosophie**. Gorinchen: Noorduynd.

_____ (1949) Towards an Up-to-Date Philosophy of the natural Sciences. *Methodos* 1, p. 178-85.

_____ (1961) Semantics of Physical Theories. In: FREUDENTAL, H. (ed.) **The concept and the role of the model in Mathematics and Social Sciences**. Dordrecht: D. Reidel, p. 48-51.

- BEZIAU, J-Y. (1998) The Paraconsistent Logic Z (A possible solution to Jaśkowski's problem). Conferência apresentada no *Jaśkowski Memorial Symposium*, Toruń.
- _____. (1999) S5 is a Paraconsistent Logic and so is Classical First-order Logic. *Logic Journal of the Interest Group in Pure and Applied Logics*. v. 0, p.1-7.
- BLANSHARD, B. (1939) **The nature of thought**. v.2. London: George Allen & Unwin LTD.
- BOBENRIETH, A. (1996) **Inconsistencias, ¿Por qué no?**. Bogotá: Cocultura.
- BRANQUINHO, J. (org.) (1990) **Existência e linguagem**: Ensaios de metafísica analítica. Lisboa: Editorial Presença.
- BROWDER, F.E. (ed.) (1976) **Mathematical development arising from Hilbert problems** (Proceedings of Symposia in Pure Mathematics XXVIII). American Mathematical Society.
- BUENO, O. (1999) **O empirismo construtivo**: uma reformulação e defesa. Campinas: UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência (Coleção CLE, v. 25).
- BUENO, O., SOUZA, E.G. de (1996) The Concept of Quasi-truth. *Logique & Analyse*, n. 153-154, p. 183-199.
- CARNIELLI, W.A., LIMA-MARQUES, M. (1999) Society Semantics and Multiple-Valued Logics. In: CARNIELLI, W.A., D'OTTAVIANO, I.M.L. (ed.) **Advances in contemporary logic and computer science** (Contemporary Mathematics, v.235, American Mathematical Society), p. 33-52.
- CARNIELLI, W.A.; MARCOS, J. (2002) A Taxonomy of C-Systems. In: CARNIELLI, W.A.; CONIGLIO, M.E.; D'OTTAVIANO, I.M.L. **Paraconsis-**

tency - the Logical Way to the Inconsistent. *Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics*, v.228, p.01-94. New York: Marcel Dekker.

CARNIELLI, W.A., PIZZI, C. (2001) **Modalità e multimodalità.** Milão: Franco Angeli.

CHISHOLM, R.M. (1977) **Theory of knowledge.** 2.ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

_____ (1982) **The foundations of knowing.** Minneapolis: University of Minnesota Press.

CLARK, M. (2002) **Paradoxes from a to z.** London and New York: Routledge.

da COSTA, N.C.A. (1975) Remarks on Jaśkowski's discussive logic. *Reports on Mathematical Logic* 4, p. 7-16.

_____ (1977) **Introdução aos fundamentos da matemática.** São Paulo: Hucitec.

_____ (1980) **Ensaio sobre os fundamentos da lógica.** São Paulo: HUCITEC: Editora da Universidade de São Paulo.

_____ (1982) The philosophical import of paraconsistent logic. *The Journal of Non-Classical Logic*, v. 1, p.1-19.

_____ (1986) Pragmatic Probability. *Erkenntnis*, v. 25, p. 141-162.

_____ ([1987] 1992) O Conceito de Estrutura em Ciência. *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática*, 2a. série, v. 8. In: **Doria & Katz 1992.**

_____ (1997) **Logiques classiques et non-classiques.** Paris: Masson.

- _____ (1999) **O conhecimento científico**, 2.ed. São Paulo: Discurso Editorial.
- da COSTA, N.C.A., BUENO, O. (1997) Quase-verdade e Ciência. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, Série 3, v. 7, n. 1, jan.-jun., p. 23-51.
- _____ (2000) Quasi-Truth, Supervaluations and Free Logic. *History and Philosophy of Logic*, n. 20, p. 215-226.
- da COSTA, N.C.A., CHUAQUI, R. (1988) On Suppes' Set Theoretical Predicates. *Erkenntnis*, v. 29, p. 95-112.
- da COSTA, N.C.A., DORIA, F.A. (1995) On Jaśkowski's Discussive Logic. *Studia Logica*. v. 54, p. 33-60.
- da COSTA, N.C.A., DUBIKAJTIS, L. (1977) On Jaśkowski's discussive logic. In: ARRUDA, A.I., da COSTA, N.C.A., CHUAQUI, R. (ed.) **Non-classical logic, model theory and computability**. (North-Holland), p. 37-56.
- da COSTA, N.C.A., BUENO, O., FRENCH S. (1998) The Logic of Pragmatic Truth. *Journal of Philosophical Logic*, v. 27, p. 603-620.
- da COSTA, N.C.A., FRENCH, S. (1989) Pragmatic Truth and the Logic of Induction. *British Journal for the Philosophy of Science*, n. 40, p. 333-356.
- _____ (1990) The Model-Theoretic Approach in the Philosophy of Science. *Philosophy of Science*, v. 57, n. 2, june, p. 248-265.
- _____ (1995) Partial Structures and the Logic of Azande. *American Philosophical Quarterly*, v. 32, n. 4, october, p. 325-339.
- _____ (2002) **Science and partial truth**: a unitary approach to models and scientific reasoning. (Texto arquivado em disquete).

- _____ (2003) **Science and partial truth**: a unitary approach to models and scientific reasoning. Oxford: Oxford University Press.
- da COSTA, N.C.A.; MARCONI, D. (1989) An overview of paraconsistent logic in the 80's. *The Journal of Non-Classical Logic*, v.6, p. 5-31.
- da SILVA, J.J.; D'OTTAVIANO, I.M.L.; SETTE, A.M. (1999) Translations between logics. *Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics*, **Models, Algebras and Proofs**, v.203, p. 435-48.
- de MORAES, L. (1970) **Sobre a lógica discursiva de Jaśkowski** (dissertação de mestrado), São Paulo : FFLCH-USP.
- _____ (1973) **Lógica discursiva e modelos de Kripke** (tese de doutorado), São Paulo : PUC-SP.
- DORIA, F.A., KATZ, C.S. (org.) (1992) **Razão/Desrazão**. Petrópolis: Vozes.
- DORIA, F.A. (1999) Ciências axiomatizáveis e incompletude de Gödel. In: **da Costa 1999**.
- D'OTTAVIANO, I.M.L. (1990) On the Development of Paraconsistent Logic and da Costa's Work. *The Journal of Non-Classical Logic*, v. 7, n. 1/2, may/november, p. 9-72.
- _____ (1992) A lógica clássica e o surgimento das lógicas não-clássicas. In: ÉVORA, F.R.R. (ed.) **Século XIX: o nascimento da ciência contemporânea**. Campinas: UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência (Coleção CLE, v. 11).
- EBBINGHAUS, H.-D.; FLUM, J., THOMAS, W. (1994) **Mathematical logic**, 2.ed. New York: Springer-Verlag New York, Inc.

- FEITOSA, H.A. (1997) **Traduções conservativas** (tese de doutorado). Campinas : IFCH-UNICAMP.
- GALLIN, D. (1975) **Intensional and higher-order modal logic**. Amsterdam: North-Holland.
- GRAYLING, A.C. (1997) **An introduction to philosophical logic**, 3.ed. Oxford: Blackwell Publishers Inc.
- HAACK, S. (1978) **Philosophy of logics**. Cambridge : Cambridge University Press.
- HAMLYN, D.W. (1970) **The theory of knowledge**. Garden City: Anchor Books.
- HARMAN, G. (1973) **Thought**. Princeton: Princeton University Press.
- HEGENBERG, L. & MOTA, O.S. da (1972) Introdução. In: **Peirce (1972)**.
- HILBERT, D. ([1900] 1976) Mathematical Problems. In: **Browder 1976**, p. 1-34.
- HUGHES, G.E., CRESSWELL, M.J.(1996) **A new introduction to modal logic**. London e New York : Routledge.
- IBRI, I.A. (1992) **Kósmos noëtós**: a arquitetura metafísica de Charles S. Peirce. São Paulo: Perspectiva: Hólon. (Coleção estudos, v. 130).
- JAMES, W. ([1907] 1989) **Pragmatismo**, In: **Os Pensadores**. São Paulo: Nova Cultural. Tradução Jorge Caetano da Silva.
- JAPIASSÚ, H.; MARCONDES, D. (1991) **Dicionário básico de Filosofia**. 2.ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor.
- JĄSKOWSKI, S. (1969) Propositional Calculus for Contradictory Deductive Systems. *Studia Logica* 24, p. 143-57.

- KIRKHAM, R.L. (1992) **Theories of truth**: a critical introduction. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.
- _____ (1998) Coherence theory of truth. In: **Routledge Encyclopedia of Philosophy**. London/New York: Routledge. v.9, p. 470-2.
- LANGHOLM, T. (1988) **Partiality, truth and persistence**. Stanford: Center for the Study of Language and Information.
- LOCKE, J. ([1706] 1999) **Ensaio acerca do entendimento humano**, In: **Os Pensadores**. São Paulo: Nova Cultural.
- LYNCH, M.P. (ed.) (2001) **The nature of truth**: classic and contemporary perspectives. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.
- MACKIE, J.L. (1973) **Truth, probability, and paradox**. Oxford: Oxford University Press.
- MARCONI, D. (1979) (ed.) **La formalizzazione della dialettica**. Turin: Rosenberg & Sellier.
- MIKENBERG, I., da COSTA, N.C.A., CHUAQUI, R. (1986) Pragmatic Truth and Approximation to Truth. *The Journal of Symbolic Logic*, v. 51, n. 1, p. 201-221.
- O'CONNOR, D.J.; CARR, B. (1982) **Introduction to the theory of knowledge**. Minneapolis: University of Minnesota Press.
- PEIRCE, C.S. ([1934] 1976) **Collected papers of Charles Sanders Peirce**. v. 1-6. Charles Hartshorne & Paul Weiss (eds.). Cambridge, MA.: The Belknap Press of Harvard University.
- _____ (1958) **Collected papers of Charles Sanders Peirce**. v. 7-8. Arthur Burks (ed.). Cambridge, MA.: The Harvard University Press.

- _____ (1972) **Semiótica e filosofia**: textos escolhidos de Charles Sanders Peirce. São Paulo: Cultrix. Tradução de Leônidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota.
- PLATTS, M. (1979) **Ways of meaning**. London: Routledge and Kegan Paul.
- RAMSEY, F.P. (1927) Facts and Propositions. *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplement 7. In: **Ramsey 1978**, p. 40-57.
- _____ (1978) **Foundations**: Essays in Philosophy, Logic, Mathematics and Economics. MELLOR, D.H. (ed.) Atlantic Highlands: Humanities Press.
- RUSSELL, B. (1912) **The problems of philosophy**. Oxford: Oxford University Press.
- SELLARS, W. (1963) **Science, perception, and reality**. New York: Humanities.
- SUPPE, F. (ed.) (1977) **The structure of scientific theories**, 2.ed. Urbana, Illinois: University of Illinois Press.
- SUPPES, P. (1970) **Set-theoretical structures in science**. University of Stanford (mimeografado).
- TARSKI, A. (1933) Pojecie Prawdy w Językach nauk Dedukcyjnych. Warsaw. Traduzido para o inglês como "The Concept of Truth in Formalized Languages", In: **Tarski 1983**, p. 152-278.
- _____ (1944) The Semantic Conception of Truth. *Philosophy and Phenomenological Research* 4, p. 13-47. Traduzido para o português como "A Concepção Semântica da Verdade e os Fundamentos da Semântica", In: **Branquinho 1990**, p. 74-118.
- _____ (1969) Truth and Proof. *Scientific American* 220 (June), p. 63-77.

_____ (1983) **Logic, semantics, metamathematics**, 2.ed. Indianapolis : Hackett.

TARSKI, A. & VAUGHT, R. (1956) Arithmetical Extensions of Relational Systems. *Compositio Mathematica* **13**, p. 81-102.

WIGHTMAN, A.S. (1976) Hilbert's sixth problem: mathematical treatment of the axioms of physics. In: **Browder 1976**, p.157.