UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Faculdade de Tecnologia

THIAGO GUEDIN VERRATTI

UM ESTUDO DA INFLUÊNCIA DAS CARGAS ACÚSTICAS NO DESEMPENHO DE TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS

LIMEIRA

2020

THIAGO GUEDIN VERRATTI

UM ESTUDO DA INFLUÊNCIA DAS CARGAS ACÚSTICAS NO DESEMPENHO DE TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Tecnologia da Universidade Estadual Campinas, como requisito para obtenção do título de Mestre em Tecnologia, na área de Ciência dos Materiais.

Orientador: Prof. Dr. Francisco José Arnold.

ESTE TRABALHO CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO THIAGO GUEDIN VERRATTI, E ORIENTADA PELO PROF. DR. FRANCISCO JOSÉ ARNOLD.

LIMEIRA

2020

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Faculdade de Tecnologia
Felipe de Souza Bueno - CRB 8/8577

Verratti, Thiago Guedin, 1988-
V553e Um estudo da influência das cargas acústicas no desempenho de transdutores piezelétricos / Thiago Guedin Verratti. – Limeira, SP : [s.n.], 2020.

Orientador: Francisco José Arnold.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Tecnologia.

1. Ressonância. 2. Ultrassom. 3. Transdutores piezoelétricos. I. Arnold, Francisco José, 1965-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Tecnologia. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: A study of the influence of acoustic loads on the performance of piezoeletric transducers
Palavras-chave em inglês:
Resonance
Ultrasonics
Piezoelectric transducers
Área de concentração: Ciência dos Materiais
Titulação: Mestre em Tecnologia
Banca examinadora:
Francisco José Arnold [Orientador]
Ivan de Oliveira
Ronaldo Carrion
Data de defesa: 23-01-2020
Programa de Pós-Graduação: Tecnologia

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)
- ORCID do autor: https://orcid.org/0000-0003-4662-230X
- Currículo Lattes do autor: http://lattes.cnpq.br/1060136260146864

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM TECNOLOGIA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: CIÊNCIA DOS MATERIAIS

UM ESTUDO DA INFLUÊNCIA DAS CARGAS ACÚSTICAS NO DESEMPENHO DE TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS

Thiago Guedin Verratti

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

_____

Prof. Dr. Francisco José Arnold (Orientador)
Universidade Estadual de Campinas

_____

Prof. Dr. Ivan de Oliveira
Universidade Estadual de Campinas

_____

Prof. Dr. Ronaldo Carrion
Universidade de São Paulo

Ata de defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

RESUMO

Transdutores piezelétricos apresentam curvas de impedância elétrica que podem ser alteradas por efeitos externos, tais como presença de cargas acústicas, pré-tensionamento mecânico, temperatura e excitações elétricas. Quando os deslocamentos da curva de impedância ocorrem, pode-se perder o casamento de impedâncias entre o transdutor e a fonte elétrica excitadora, o que leva a uma diminuição do rendimento do sistema. Os sistemas eletroacústicos devem possuir algum meio de correção da frequência de excitação para minimizar este problema e, para isso, devem ser projetados levando-se em conta as variações de impedância, segundo o comportamento elétrico do transdutor. O propósito deste trabalho é o estudo da variação da curva de impedância de transdutores piezelétricos sob o efeito de cargas acústicas. Tais cargas são definidas como fluídos de diferentes densidades capazes de alterar a curva de impedância quando acopladas ao transdutor. Assim, serão analisados os efeitos das cargas acústicas sobre o comportamento elétrico do transdutor a partir de um circuito elétrico equivalente. Foram desenvolvidos experimentos com um transdutor piezelétrico sujeito a cargas acústicas de colunas de água, álcool etílico hidratado e óleo de soja, em diferentes alturas. Também serão analisadas as perdas mecânicas do transdutor e o fator de acoplamento eletromecânico, ambos responsáveis pela eficiência do sistema.

Palavras-chave: Ressonância. Ultrassom. Transdutores piezoelétricos.

ABSTRACT

Piezoelectric transducers present electrical impedance curves that can be altered by external effects, such as the presence of acoustic loads, mechanical pre-tensioning, temperature and electrical excitations. When the impedance curve´s shift occurs, the impedance matching between the transducer and the exciter electrical source can be lost, which leads to a decrease in the system´s performance. The electroacoustic systems must have some means of correcting the excitation frequency to minimize this problem and – for this – they must be projected taking into account the variations of impedance, according to the electrical behavior of the transducer. The purpose of this work is to study the variation of the impedance curve of piezoelectric transducers under the effect of acoustic loads. Such charges are defined as fluids of different densities capable of changing the impedance curve when coupled to the transducer. In this work, the acoustic loads´ effects on the electrical behavior of the transducer from an equivalent electric circuit will be analyzed. Experiments were performed with a piezoelectric transducer subjected to acoustic loads of columns of water, hydrated ethyl alcohol and soybean oil at different heights. The mechanical losses of the transducer and the electromechanical coupling factor will be analyzed, both responsible for the system efficiency.

Keywords: Resonance. Ultrasonics. Piezoeletric transducers.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Frequência *versus* Impedância para 0ml 52
Gráfico 2 – Curva da diferença de fase do transdutor sem carga 52
Gráfico 3 – Sequência de curvas de impedância (Ohm) em função frequência de ressonância (kHz) para água como carga acústica com volumes de 0ml até 100ml 57
Gráfico 4 – Curva da frequência de ressonância (kHz) em função da altura (cm) para água como carga acústica. Modos de vibração 1 e 2 59
Gráfico 5 – Curva da frequência de antirressonância (kHz) em função da altura (cm) para água como carga acústica. Modos de vibração 1 e 2 59
Gráfico 6 – Curva da frequência de ressonância (kHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 60
Gráfico 7 – Curva da frequência de ressonância (kHz) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 60
Gráfico 8 – Curva da Impedância da frequência de ressonância (Ω) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 62
Gráfico 9 – Curva da Impedância da frequência de ressonância (Ω) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 62
Gráfico 10 – Curva da frequência de Antirressonância (kHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 63
Gráfico 11 – Curva da frequência de Antirressonância (kHz) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 64
Gráfico 12 – Curva da impedância da frequência de Antirressonância (Ω) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 65
Gráfico 13 – Curva da impedância da frequência de Antirressonância (Ω) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 65
Gráfico 14 – Curva do fator de acoplamento eletromecânico (Adimensional) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 66
Gráfico 15 – Curva do fator de acoplamento eletromecânico (Adimensional) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 66
Gráfico 16 – Curva do componente R_1 (Ω) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 67

Gráfico 17 – Curva do componente R_1 (Ω) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 68
Gráfico 18 – Curva do componente C_1 (nFarad) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 68
Gráfico 19 – Curva do componente C_1 (nFarad) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 69
Gráfico 20 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 69
Gráfico 21 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica 70
Gráfico 22 – Curva da frequência de ressonância (kHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 71
Gráfico 23 – Curva da frequência de ressonância (kHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 71
Gráfico 24 – Curva da Impedância da frequência de ressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica.... 72
Gráfico 25 – Curva da Impedância da frequência de ressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 72
Gráfico 26 – Curva da frequência de Antirressonância (kHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 73
Gráfico 27 – Curva da frequência de Antirressonância (kHz) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 74
Gráfico 28 – Curva da impedância da frequência de Antirressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 74
Gráfico 29 – Curva da impedância da frequência de Antirressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 75
Gráfico 30 – Curva do fator de acoplamento eletromecânico (Adimensional) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 76
Gráfico 31 – Curva do fator de acoplamento eletromecânico (Adimensional) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 76

Gráfico 32 – Curva do componente R_1 (Ω) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 77
Gráfico 33 – Curva do componente R_1 (Ω) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 77
Gráfico 34 – Curva do componente C_1 (nFarad) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 78
Gráfico 35 – Curva do componente C_1 (nFarad) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 78
Gráfico 36 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 79
Gráfico 37 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 79
Gráfico 38 – Curva da frequência de ressonância (KHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica 80
Gráfico 39 – Curva da frequência de ressonância (KHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica 80
Gráfico 40 – Curva da Impedância da frequência de ressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica 81
Gráfico 41 – Curva da Impedância da frequência de ressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica 81
Gráfico 42 – Curva da frequência de Antirressonância (kHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 82
Gráfico 43 – Curva da frequência de Antirressonância (kHz) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 82
Gráfico 44 – Curva da impedância da frequência de Antirressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica 83
Gráfico 45 – Curva da impedância da frequência de Antirressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica 83
Gráfico 46 – Curva do fator de acoplamento eletromecânico (Adimensional) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica 84

Gráfico 47 – Curva do fator de acoplamento eletromecânico (Adimensional) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica 84
Gráfico 48 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica 85
Gráfico 49 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica 85
Gráfico 50 – Curva do componente R_1 (Ω) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 86
Gráfico 51 – Curva do componente R_1 (Ω) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 86
Gráfico 52 – Curva do componente C_1 (nFarad) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 87
Gráfico 53 – Curva do componente C_1 (nFarad) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica 87
Gráfico 54 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica 88
Gráfico 55 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica 88

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Esquema e fotografia de um transdutor sanduíche 21
Figura 2 – Representação do transdutor usando teoria de Mason 27
Figura 3 – Cerâmica piezelétrica de espessura a_3 ligada à fonte excitadora 29
Figura 4 – Circuito de acordo com a formulação matricial 33
Figura 5 – Partição do circuito 34
Figura 6 – Circuito usado para cálculo da impedância de saída 35
Figura 7 – Circuito reescrito 36
Figura 8 – Circuito reformulado 38
Figura 9 – Circuito depois do uso do equivalente de Norton 40
Figura 10 – Circuito reformulado depois da etapa de simplificação 43
Figura 11 – Circuito com as capacitâncias somadas 43
Figura 12 – Circuito Equivalente de Butterworth Van Dyke 44
Figura 13 – Equipamento usado para medir velocidade de propagação de ondas acústicas 49
Figura 14 – Aparato experimental, cuba mais transdutor colados 50
Figura 15 – Transdutor piezelétrico utilizado 51
Figura 16 – Diagrama de blocos do aparato experimental utilizado 51
Figura 17 – Nova configuração experimental 54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Volume de líquido (ml) *versus* altura da coluna de água (cm)..... 53
Tabela 2 – Valores experimentais referentes aos parâmetros característicos dos meios..... 56
Tabela 3– Valores máximos de (κ) substituídos na função Fs(h) para o modo 1..... 89
Tabela 4 – Valores máximos de (κ) substituídos na função Fs(h) para o modo 2..... 89
Tabela 5 – Valores máximos de (κ) substituídos na função Fp(h) para o modo 1 90
Tabela 6 – Valores máximos de (κ) substituídos na função Fp(h) para o modo 2 90
Tabela 7 – Valores mínimos de (Pm) substituídos na função Fs(h) para o modo 1..... 90
Tabela 8 – Valores mínimos de (Pm) substituídos na função Fs(h) para o modo 2..... 91
Tabela 9 – Valores mínimos de (Pm) substituídos na função Fp(h) para o modo 1 91
Tabela 10 – Valores mínimos de (Pm) substituídos na função Fp(h) para o modo 2 91
Tabela 11 – Valores de altura (cm) onde ocorrem os máximos de (κ) e mínimos de (Pm) (adimensional) 91

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado	Unidade SI
T_{ij}	Tensão	$[N]/[m^2]$
S_{ij}	Deformação	Adimensional
E_{ij}	Campo Elétrico	$[V]/[m]$
D_{ij}	Deslocamento Elétrico	$[C]/[m^2]$
ε	Permissividade do meio	$[F]/[m]$
s	Elasticidade do meio	$[m^2\ ]/[N]$
κ	Fator de acoplamento eletromecânico	Adimensional
c_{ij}	Constante de rigidez	$[N]/[m^2]$
a_3	Espessura da cerâmica	$[m]$
β_{ij}	Inverso da permissividade	$[m]/[F]$
h_{ij}	Constante piezelétrica	$[N]/[C]$
ρ	Densidade	$[kg]/[m^3]$
ω	Frequência angular	$[rad]/[s]$
v	Velocidade de propagação	$[m]/[s]$
i	Corrente elétrica	$[A]$
C	Capacitância	$[F]$
A	Área da secção transversal da cerâmica	$[m^2]$
V	Potencial elétrico	$[V]$
F	Força	$[N]$
U	Velocidade de propagação	$[m]/[s]$
T	Coeficiente de transdução piezelétrico	$[kg.m]/[s^2.A]$
N	Número de espiras	Adimensional
L	Indutância	$[H]$
R	Resistência	$[\Omega]$
Z_E	Impedância elétrica	$[\Omega]$
Z_T	Impedância mecânica	$[kg]/[s]$
Z_M	Relação entre força e velocidade	$[kg]/[s]$
f_r	Frequência de ressonância	$[Hz]$
f_a	Frequência de antirressonância	$[Hz]$

Z_r	Impedância ligada a frequência de ressonância	[Ω]
Z_a	Impedância ligada a frequência de antirressonância	[Ω]
l	Espessura da cerâmica	[m]

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 16
1.1 OBJETIVOS 16
1.2 HISTÓRIA DA PIEZELETRICIDADE 17
1.3 APLICAÇÕES DA PIEZELETRICIDADE 18
1.4 TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS 19
1.5 EQUAÇÕES PIEZELÉTRICAS 21
1.6 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA 24
1.7 INTERAÇÃO DO TRANSDUTOR PIEZELÉTRICO COM O MEIO DE PROPAGAÇÃO 25
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 27
2.1 VIBRAÇÃO DA CERÂMICA NO MODO ESPESSURA 28
2.2 CIRCUITO EQUIVALENTE DE MASON PARA O MODO ESPESSURA 32
2.3 CIRCUITO EQUIVALENTE BVD – BUTTERWORTH VAN DYKE PARA O MODO ESPESSURA 39
2.4 CÁLCULO DOS CIRCUITOS EQUIVALENTES USANDO O MODELO BUTTERWORTH VAN DYKE – BVD PARA O MODO ESPESSURA 44
2.5 FATOR DE ACOPLAMENTO ELETROMECÂNICO (κ) E PERDAS MECÂNICAS NO MODELO BVD 45
3 METODOLOGIA EXPERIMENTAL 48
3.1 CARACTERIZAÇÃO DOS MEIOS DE PROPAGAÇÃO 48
3.2 AVALIAÇÃO DO TRANSDUTOR SEM CARGA 50
3.3 AVALIAÇÃO DO TRANSDUTOR COM CARGA 52
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES 56
4.1 RESULTADOS DA CARACTERIZAÇÃO DOS MEIOS DE PROPAGAÇÃO 56
4.2 RESULTADOS REFERENTES AO MEIO DE PROPAGAÇÃO ÁGUA 57
4.3 RESULTADOS REFERENTES AO MEIO DE PROPAGAÇÃO ÁLCOOL 70
4.4 RESULTADOS REFERENTES AO MEIO DE PROPAGAÇÃO ÓLEO 80
4.5 FATOR DE ACOPLAMENTO ELETROMECÂNICO E PERDA MECÂNICA – VALORES MÁXIMOS E MÍNIMOS 89
5 CONCLUSÕES 94
REFERÊNCIAS 96

1 INTRODUÇÃO

Transdutores piezelétricos são largamente utilizados em sistemas para geração de ultrassom. O ultrassom possui diferentes aplicações nas áreas médica, industrial e militar. Um sistema de geração de ultrassom é composto, basicamente, por um circuito eletrônico excitador, pelo transdutor piezelétrico e pelo meio de propagação. O circuito eletrônico fornece sinais elétricos alternados na frequência de vibração do transdutor. Esse circuito é constituído, em geral, por um oscilador, por um amplificador e por uma malha de acoplamento (filtro) ao transdutor.

É bem conhecido que as propriedades elétricas dos transdutores se modificam por influência de cargas mecânicas externas. Dessa forma, é importante conhecer como o comportamento elétrico do transdutor se modifica por efeitos das cargas mecânicas, para que o projeto dos circuitos eletrônicos de excitação – juntamente com o dos filtros – garanta eficiência do sistema. A eficiência do sistema está intimamente ligada à determinação do fator de acoplamento eletromecânico – que, por sua vez, depende da determinação das ressonâncias do transdutor. O fator de acoplamento eletromecânico fornece a relação de conversão de energia do sistema, que está ligada às perdas mecânicas.

Isto é, conhecendo-se o fator de acoplamento eletromecânico através das ressonâncias e determinando as componentes do circuito equivalente de Butterworth Van Dyke – BVD, chegamos às relações determinantes das perdas mecânicas. Com isso, é possível inferir diretamente na projeção do circuito excitador – dado que o máximo da eficiência ocorre no regime de mínima perda mecânica e esse valor mínimo está ligado ao valor máximo do acoplamento eletromecânico. Logo, a determinação desses parâmetros é vital para garantir a máxima eficiência de todo o sistema.

1.1 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo ser capaz de detalhar como se apresentam as variações na curva de impedância elétrica de um transdutor piezelétrico (construído sobre uma cerâmica de PZT, atuando no modo espessura de vibração), submetido aos efeitos de diferentes cargas acústicas, dado que, com a variação da carga, ocorre o desacoplamento entre as impedâncias da fonte excitadora e do próprio transdutor.

Toda a análise será feita a partir do modelo simplificado de Mason, também conhecido como modelo Butterworth Van Dyke – BVD para circuitos elétricos equivalentes, de modo que sejam determinadas relações dos valores dos componentes com as cargas acústicas. Também serão analisadas as relações entre as perdas mecânicas e o fator de acoplamento eletromecânico, ambos ligados ao desempenho do transdutor.

1.2 HISTÓRIA DA PIEZELETRICIDADE

O efeito piezelétrico foi descoberto pelos irmãos Jacques e Pierre Curie, em 1880. E foi anunciado na Academia Francesa de Ciências com a seguinte frase:

> O efeito piezelétrico ocorre em cristais semi-simétricos com faces oblíquas, estes possuem uma propriedade física particular que dá origem a criação de dois polos elétricos de sinais opostos na extremidade desses eixos quando eles passam por uma mudança em temperatura, esse fenômeno é conhecido por piroeletricidade. Nós encontramos um novo método para desenvolver eletricidade polar nesses cristais, que consiste em submetê-los a variações em pressão ao longo dos eixos hemiédricos (CURIE, 1880, apud KATZIR, 2010, p. 15).

Os irmãos usaram o fenômeno da piroeletricidade para formulação da teoria piezelétrica. Para tal, uma série de cristais foram usados, dentre eles, turmalina, boracito de magnésio e topázio. Através de um eletrômetro de Thomson – instrumento utilizado para medida de tensão elétrica –, os irmãos arquitetaram uma forma de observar qualitativamente os efeitos elétricos devido à compressão e a descompressão nos cristais estudados.

Com aprimoramento das técnicas utilizadas e depois de um ano da descoberta inicial, os Curies divulgaram à Academia de Ciências, em janeiro de 1881, uma série de diretrizes relacionadas, em um primeiro momento, ao cristal de turmalina. Os extremos do cristal liberavam quantidades iguais de carga elétrica, contudo, com sinais opostos. A quantidade liberada por uma variação positiva de pressão era a mesma daquela produzida por uma variação negativa de pressão. Essa quantidade era proporcional à variação de pressão e independente da dimensão da turmalina.

Dado o êxito obtido com o experimento preliminar, os Curie deram continuidade à pesquisa piezelétrica. Sendo assim, realizaram outros experimentos *a posteriori*, agora, a fim de quantizar propriedades da turmalina e de outros cristais usados, buscando metodologias que mostrassem uma relação entre a quantidade de carga elétrica produzida pelo aumento ou

decréscimo de pressão exercida no material e a sua respectiva conexão entre tensão e carga elétrica.

Posteriormente, ficou estabelecido que os materiais piroelétricos, diferentemente dos piezelétricos, apresentam uma polarização natural intrinsicamente ligada à temperatura em que se encontra o material, enquanto nos compostos piezelétricos, somente a deformação implica em polarização e, consequentemente, na manifestação de um campo elétrico.

1.3 APLICAÇÕES DA PIEZELETRICIDADE

Desde a época dos irmãos Curie, muito foi realizado na área da piezeletricidade até então. A título descritivo – segundo trabalho realizado por Lang e Muensit (2006) –, através de levantamento entre os anos de 1999 até 2004, diversos foram os usos atribuídos à piezeletricidade, dentre eles o ultrassom aplicado à medicina, acelerômetros, controladores de vibração, dispositivos de ondas acústicas, micro balanças, conversores de energia, entre outros.

Em seu trabalho, os autores citados mencionam alguns usos específicos, como no caso de sensores táteis, que só foram possíveis após a descoberta do efeito piezelétrico em polímeros de Fluoreto de Polivinilideno, que contam com propriedades adequadas para tal finalidade. Na parte de conversão de energia, é falado do uso de polímeros piezelétricos para converter a energia disponível em rios e oceanos, em energia elétrica através de vórtices atrás de falésias.

Outro estudo citado por Lang e Muensit diz respeito a um sistema de conversão de calor desperdiçado no processo industrial em eletricidade, usando a conversão piroelétrica. Por fim, uso combinado com ferroelétricos e polímeros celulares. Estes contendo poros microscópicos em suas superfícies internas. Tais poros são como cargas positivas e negativas altamente piezelétricas. Usando essa combinação de ferroelétricos e polímeros, itens diferentes foram concebidos, diversos tipos de microfones, painéis de controle e dada a flexibilidade do polímero botões para teclados que poderiam apresentar diversas formas geométricas, inclusive dobráveis. Além disso, há a possibilidade de serem usados na criação de sensores por se tratar de um material sensível.

Em seu trabalho de 2001, Manbachi e Cobbold (2011) fizeram um apanhado histórico do uso da piezeletricidade. Dentre as alusões contidas no trabalho dos autores, falaremos brevemente sobre as aplicações médicas da tecnologia piezelétrica subdividida em dois campos principais: ultrassom terapêutico e diagnóstico. Posteriormente, citaremos sua

utilidade em tanques de limpeza ultrassónica. Ambos os tópicos exemplificam e dão sentido ao objetivo central desenvolvido por este trabalho, pois os temas citados são correlatos com o propósito desenvolvido.

O primeiro campo, terapêutico, surgiu antes, desde o final da I Guerra Mundial. No entanto, não existia interesse na aplicação da tecnologia. Somente na década de 1930, surgiu a fisioterapia ultrassônica. Essa inovação permitia expandir o fluxo sanguíneo para os tecidos, aumentar o metabolismo, reduzir a reação inflamatória e produzir calor em uma área limitada de tecido profundo, acabando com espasmos musculares. Com o passar do tempo, as finalidades terapêuticas se expandiram e hoje é possível encontrar piezelétricos atuando no tratamento de câncer e neurocirurgia.

A segunda maior área de utilização do ultrassom, diagnóstico, teve início com a ideia de se construir transdutores ultrassônicos para diagnosticar tumores cerebrais. Após esse avanço, vieram tantos outros, como a combinação de um transdutor com sistemas mecânicos, que juntos eram capazes de criar imagens em duas dimensões, algo inédito para a época.

Um outro campo interessante de aplicação é a cirurgia piezelétrica. Atualmente, é uma forma minimamente invasiva de cirurgia, em que o tecido determinado é cortado – minimizando o dano aos tecidos vizinhos. Configura-se em uma cirurgia “limpa” com o mínimo de sangramento possível.

Com o passar das décadas seguintes, outros trabalhos de igual relevância foram realizados nas áreas citadas, promovendo avanços significativos nos setores que tangem à medicina. Como dito, inúmeras são as áreas de aplicação da piezeletricidade, porém, sua utilização de maior destaque, segundo objetivo do trabalho, advém do uso de transdutores piezelétricos (junção de placas metálicas com material piezo capaz de transformar energia mecânica em elétrica e vice-versa) em limpadores ultrassônicos, como é citado por Gallego (1989). Nessa prática, é costumeiro empilhar diversas cerâmicas piezelétricas, cada uma com propriedades distintas, a fim de se alcançar as características necessárias para que as ondas acústicas de alta potência produzidas por esse conjunto ressonem em uma faixa de frequência que seja capaz de esterilizar tanques de limpeza.

1.4 TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS

Os materiais piezelétricos geralmente são usados para fabricação de transdutores, dispositivos capazes de transformar energia de um tipo em outro. No caso dos transdutores

piezelétricos, a conversão ocorre entre energia mecânica e elétrica ou ao contrário, elétrica em mecânica – dependendo do propósito do transdutor. Esses objetos são usados em diversos segmentos industriais e de forma frequente, logo, algumas de suas características, como temperatura, fadiga, saturação devida à deformação excessiva, devem permanecer o maior tempo possível em regime estável, fazendo com que sejam selecionados os materiais mais indicados para cada trabalho ou função a serem desenvolvidas.

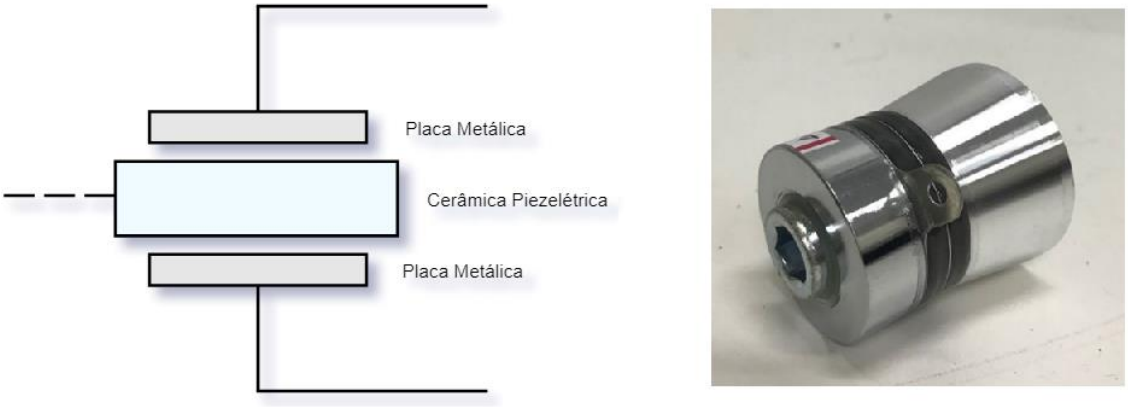
Segundo Gallego, em seu trabalho de 1989, os transdutores só começaram a ser usados com fins práticos após o fim da Segunda Guerra, quando Paul Langevin completou de forma tardia a criação de um transdutor baseado em quartzo (único material disponível na época) para fins militares, mais especificamente na tentativa de localizar submarinos alemães. Nos anos que compreenderam a Segunda Guerra Mundial, houve dificuldades para encontrar os materiais ativos anteriormente usados para fabricação de transdutores, o que introduziu de forma natural compostos sintéticos alternativos. A partir daí, grupos distintos de pesquisadores começaram a trabalhar em busca de novos caminhos.

O primeiro composto desenvolvido foi o Titanato de Bário, em 1946, tanto por americanos como por soviéticos. Esse material possuía momento de dipolo elétrico espontâneo, sendo capaz de se orientar em direções arbitrárias, dado um campo elétrico externo. Outro fator que tornava interessante a descoberta do Titanato de Bário era sua alta constante dielétrica, que, por sua vez, infligia baixa impedância elétrica, tornando vantajoso seu uso em projetos de transdutores ultrassônicos. Pouco tempo depois, um laboratório localizado em Tóquio foi responsável pela criação do PZT – Titanato Zirconato de Chumbo, com benefícios que iam da maior reprodutibilidade à maior velocidade de propagação. Esse novo material e suas mais diversas variações foram os mais usados no campo dos transdutores ultrassônicos e os responsáveis por popularizar as cerâmicas piezelétricas sintéticas nas três décadas que se seguiram após a sua descoberta. Posterior ao PZT e seus derivados, tantos outros novos materiais foram idealizados para fabricação de transdutores, tornando a falta de compostos encontrados naturalmente como uma oportunidade de desenvolver novos materiais com características mais atraentes e/ ou relevantes para os processos que viriam futuramente.

Os transdutores piezelétricos a serem estudados neste trabalho são do tipo sanduíche. Estes transdutores são constituídos por cerâmicas piezelétricas, geralmente de PZT, e peças metálicas. Para aplicações de potência elevada, em muitos casos, são formados por peças anelares. Na parte central do transdutor, é colocado um parafuso cuja finalidade é pré-tensionar mecanicamente o conjunto, garantindo maior imunidade nas vibrações em amplitudes

elevadas (IEEE, 1987) A Figura 1 mostra um esquema e uma fotografia dos transdutores do tipo sanduíche.

Figura 1 – Esquema e fotografia de um transdutor sanduíche



Fonte: Elaborado e registrado pelo autor.

Estes transdutores são acionados por fontes elétricas que gerem tensões elétricas com frequências entre a ressonância e a antirressonância do transdutor. A frequência de operação é dependente do tipo de aplicação a que o transdutor é destinado. Na frequência de ressonância, o transdutor desenvolve suas maiores deformações, sendo essa a condição usada em equipamentos de limpeza ultrassônica e que será abordada neste trabalho.

1.5 EQUAÇÕES PIEZELÉTRICAS

Há várias abordagens na descrição do comportamento físico dos transdutores piezelétricos. Toda a descrição matemática que envolve os transdutores advém primariamente das equações que regem os fenômenos piezelétricos. Sendo que a matriz geradora dessas equações advém do fato que as propriedades elétricas e elásticas dos materiais piezelétricos estão acopladas. Ou seja, existem relações que unem parâmetros elétricos e mecânicos. Tais parâmetros são: Tensão (T), Deformação (S), Campo Elétrico (E) e, finalmente, o Deslocamento Elétrico (D). A seguir, podemos observar as unidades de medida dos parâmetros citados:

Tensão (T) → unidade de $[N]/[m^2]$;
Deformação (S) → adimensional;

Campo elétrico (E) → unidade $[V]/[m]$;
Deslocamento elétrico (D) → unidade$[C]/[m^2]$.

A conexão entre o campo elétrico e o deslocamento elétrico, levando em conta um meio não piezelétrico e sem tensão aplicada é:

$$D = \varepsilon E \tag{1}$$

Onde o símbolo ε significa a permissividade do meio. Já para a parte mecânica, considera-se a correlação entre a tensão e deformação, dada por:

$$S = sT \tag{2}$$

Onde o símbolo s quer dizer elasticidade do meio.

Embasados pelas equações (1) e (2) e sabendo que os fenômenos mecânicos e eletrodinâmicos correspondentes à piezeletricidade estão associados com as equações que descrevem esse acoplamento, temos:

$$D = dT + \varepsilon^T E \tag{3}$$
$$S = s^E T + dE \tag{4}$$

Onde o subscrito (T) e (E) pressupõe que essas quantidades sejam mantidas constantes. Dessa forma fica estabelecida a correlação entre a parte mecânica e elétrica envolvidas no processo. As equações acima também demonstram os efeitos direto e inverso do fenômeno piezelétrico, em que o efeito imediato é descrito por (3) e o oposto a (4). Como os cristais e/ ou cerâmicas piezelétricas são tridimensionais e estão sujeitas a ação de um campo elétrico (E), tensão mecânica (T), deslocamento elétrico (D) e deformação (S), em todas as direções, é comum que a matemática que descreva essas relações seja puramente tensorial. No entanto, dado o escopo do trabalho, não entraremos em detalhes, pois uma avaliação unidimensional é suficiente para se compreender o funcionamento de um transdutor que vibra prioritariamente em um único modo de vibração. A obtenção das equações piezelétricas em suas diversas formas está descrita detalhadamente por Berlincourt (1964).

A partir das constantes piezelétricas obtém-se o fator de acoplamento eletromecânico estático ou quase-estático (κ). Esse nos fornece a relação de energia convertida pelo transdutor (elétrica em mecânica ou vice-versa) (IEEE, 1987). No entanto, tal fator não leva em conta as perdas envolvidas no sistema, fazendo com que a eficiência do transdutor seja, na verdade, vista como uma relação entre a potência de saída útil e a potência de entrada. Mesmo assim, é extremamente útil e fornece uma relação vantajosa quando se trata da compreensão do funcionamento do transdutor. Esse fator de acoplamento (κ) é modificado de caso para caso, dependendo dos eixos em que estão sendo aplicadas a deformação e a tensão mecânicas junto do campo e deslocamento elétrico. Ou seja, de acordo com o local que está senda aplicada a vibração e gerada a diferença de potencial ou vice-versa. Para os fins aqui estudados, o fator de acoplamento é obtido para o modo espessura de vibração (cerâmica piezelétrica é excitada de tal forma que a vibração ocorra no eixo azimutal). Além do já citado fator (κ), existem também os fatores de qualidade mecânico e dielétrico, Q_E e Q_M, ambos ligados a medidas de perdas relacionadas com a eficiência do transdutor e sua largura de banda.

Para analisar o comportamento de um transdutor piezelétrico sob o ponto de vista elétrico emprega-se sua curva de impedância. Essa curva revela de forma quantitativa os pontos em que ocorrem as frequências de ressonância e antirressonância do transdutor (ligadas a maior ou menor amplitude de vibração). Por meio da separação dessas frequências, se obtém o fator de acoplamento eletromecânico dinâmico (IEEE, 1987). Portanto, alterações nas curvas da impedância elétrica de um transdutor piezelétrico indicam que a capacidade de conversão de energia do dispositivo está sendo alterada. Essas alterações podem ser decorrentes de fatores externos como a presença de cargas acústicas (ARNOLD, 2014; SHUYU, 2004), o pré-tensionamento mecânico (ARNOLD et. al, 2001), as amplitudes de vibração e as variações de temperatura de operação (HIROSE et. al, 1996).

Uma das vantagens de utilizar as curvas de impedância elétrica para análise de transdutores piezelétricos advém do fato que o dispositivo pode ser modelado por meio de um circuito elétrico equivalente. Com o circuito elétrico equivalente, torna-se facilitada a concepção de sistemas eletroacústicos envolvendo uma fonte elétrica excitadora, circuitos de acoplamento elétrico e o próprio transdutor piezelétrico.

1.6 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Dentre os possíveis fatores que alteram a curva de impedância de um transdutor piezelétrico temos pré-tensionamento mecânico, temperatura, excitações elétricas, etc. Neste trabalho, estamos interessados em estudar a variação da curva de impedância pela submissão do transdutor a diferentes cargas acústicas. Quando a curva de impedância é modificada, pode-se perder a união de impedâncias entre o transdutor e a fonte elétrica excitadora, o que provoca uma atenuação da eficiência do sistema.

Estamos interessados em estudar essas alterações para que, no futuro, possam ser projetados sistemas eletroacústicos capazes de corrigir a frequência de excitação da fonte, baseada nas alterações que advém da curva de impedância do transdutor piezelétrico usado. Para tal, usaremos uma abordagem fundamentada no circuito equivalente de Butterworth Van Dyke – BVD, derivado do modelo de Mason para circuitos equivalentes (IEEE, 1987).

Os circuitos elétricos equivalentes são uma maneira prática de se observar o comportamento do transdutor piezelétrico sem que seja necessário olhar para parâmetros intrínsecos do transdutor. Ou seja, características da cerâmica piezelétrica tais como área de secção transversal, constituição química da cerâmica, suas propriedades microscópicas e outros fatores macroscópicos, e o mais importante, evitar cálculos demasiadamente complexos, pois, em muitos casos, a cerâmica tem um comportamento vibracional em que vários modos encontram-se acoplados, tornando a resolução do problema por quadraturas laborioso.

O modelo de circuitos equivalente escolhido para esse trabalho advém do modelo de Mason. Esse modelo, apesar de ser a origem estimulante do uso de circuitos equivalentes, usa de funções transcendentais, ou seja, equações que contém funções irredutíveis e cujas soluções não podem ser apresentadas por simples funções elementares, como, por exemplo, aquelas que podem ser expressas espontaneamente por operações que envolvam soma, subtração, etc. Essas funções transcendentais são geralmente mais complexas e apresentam soluções que dependem de cálculos numéricos. Uma alternativa para contornar o uso dessas funções é o modelo BVD que substitui tais funções encontradas no modelo de Mason por outras mais básicas, tornando a análise do circuito mais simples.

Outro ponto que leva a escolha do modelo BVD, ao invés do modelo predecessor, são as perdas mecânicas. Essas perdas não são levadas em conta no modelo de Mason, mas são consideradas no modelo BVD, que, para os fins deste trabalho, fornecem informações significativas referentes ao comportamento do transdutor sob efeito das cargas acústicas. As

perdas mecânicas estão diretamente ligadas à eficiência do sistema eletroacústico, pois esse parâmetro, juntamente com o fator de acoplamento eletromecânico, é capaz de fornecer os valores nos quais o transdutor trabalha em regime de máxima eficiência. Ressalta-se que o rendimento máximo do transdutor acoplado à fonte excitadora externa acontece no mínimo da perda mecânica e no máximo do fator de acoplamento eletromecânico.

No geral, o modelo BVD é uma simplificação do modelo de Mason, mas para os fins abordados neste projeto, esse modelo se encaixa perfeitamente nas questões discutidas. Dos três modelo apresentados aqui, sendo o primeiro uma modelagem baseada em equações diferenciais, o segundo o circuito equivalente de Mason e o último o circuito equivalente de Butterworth Van Dyke, o BVD além de proporcionar uma análise mais rápida, incorpora na discussão parâmetros indispensáveis na construção de qualquer sistema eletroacústico.

1.7 INTERAÇÃO DO TRANSDUTOR PIEZELÉTRICO COM O MEIO DE PROPAGAÇÃO

Shuyu (2004) realizou um estudo sobre a caracterização do efeito de diferentes cargas em transdutores ultrassônicos de alta potência, descrevendo importantes conclusões relacionadas com os diferentes meios de propagação a que o transdutor pudesse ser submetido. Em sua análise, o autor ressalta que ignorou as perdas mecânicas e dielétricas no transdutor, porém, a relação entre a carga e a frequência de ressonância do transdutor não foi comprometida. Em seu ensaio, Shuyu utilizou cargas líquidas e sólidas – as líquidas, focadas em tanques de limpeza e as sólidas –, correspondendo à solda e à perfuração ultrassônicas.

Para o ensaio que envolveu fluídos líquidos como cargas acústicas – de imediato interesse para os fins deste trabalho –, o autor afirma que a altura da coluna de líquido no qual o transdutor era submetido influenciava diretamente em sua frequência de ressonância. Dessa forma, ele pôde constatar que, quando a altura do líquido aumentava, a frequência de ressonância do transdutor diminuía, isso para uma certa faixa de coluna de líquido a que era submetido o transdutor.

Outro ponto que induzia mudanças na frequência de ressonância estava agregado à área da seção transversal da coluna de líquido a que o transdutor era submetido. Quando essa área de seção transversal da carga líquida aumentava, o efeito dessa carga na frequência de ressonância era também amplificado. Shuyu também menciona que a frequência de ressonância do transdutor em função da carga sob a qual foi submetido é modificada pelo formato e

constituição do transdutor. Por fim, os efeitos de carga acústica são mais perceptíveis quando o transdutor apresenta simetria cilíndrica, cenário abordado neste trabalho.

Dando continuidade ao trabalho de por Shuyu (2004), Arnold et. al (2014) propõem que os circuitos eletrônicos acionam os transdutores piezelétricos, mais especificamente a fonte excitadora, que possuem a capacidade de se ajustar dinamicamente de acordo com a variação da carga acústica, para que não haja influências sobre o casamento de impedâncias entre o transdutor e o sistema. Assim, inova-se em relação ao trabalho de Shuyu, utilizando uma faixa de frequências mais ampla conseguindo encontrar novos resultados.

O trabalho mencionado anteriormente complementa o fato já mencionado por Shuyu, que, adicionando cargas acústicas ao transdutor ou alterando a secção transversal da cerâmica, novas frequências de ressonância e antirressonância surgem. Essas implicam em alterações no fator de acoplamento (κ), dado que pequenas alternâncias na região da ressonância ocasionam variações significativas no comportamento do transdutor. Esses novos picos de ressonância surgem na vizinhança do valor da frequência de ressonância do transdutor sem quaisquer cargas acústicas acopladas.

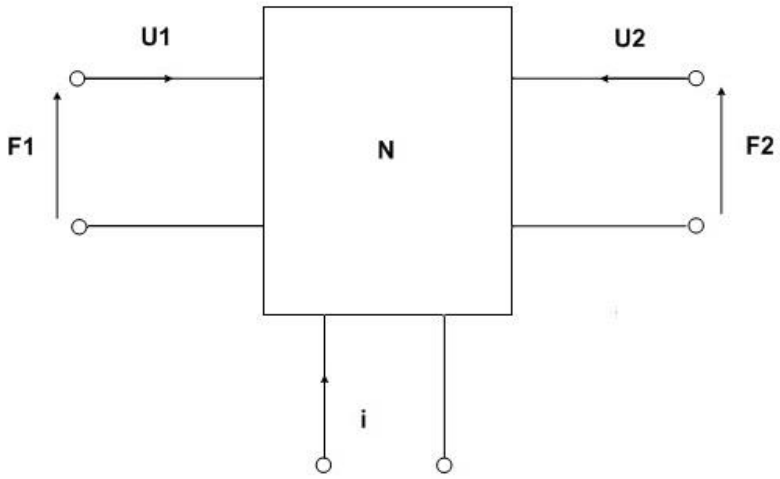
Arnold et al. (2014) observam experimentalmente que, quando o volume da coluna de líquido aumenta, as frequências de ressonância e antirressonância diminuem juntamente com o fator de acoplamento eletromecânico (κ), aproximando-se, como dito anteriormente, do regime sem carga. Também alertam para o fato de que, como existem múltiplos pares de ressonância e antirressonância, muitas vezes próximos uns dos outros, a análise completa do transdutor não pode se restringir apenas a um único par de frequências de ressonância e antirressonância. Na hora de se planejar um circuito eletrônico que tenha um transdutor como componente, para se obter uma maior eficiência, deve-se realizar uma busca numa faixa de frequências que contemple o maior (κ) possível.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Seja qual for o uso atribuído ao transdutor piezelétrico, é necessário que se conheça seus coeficientes e/ ou parâmetros – curva de impedância, constante de acoplamento, fatores de qualidade, etc. Todas essas variáveis podem ser encontradas seguindo duas formas distintas de circundar o problema. A primeira buscando soluções analíticas para equacionar o transdutor, que podem ser demasiadamente trabalhosas ou usando uma prática mais usual, os circuitos equivalentes.

Os primeiros trabalhos na área de transdutores piezelétricos, usando circuitos equivalentes para analisar suas principais propriedades, foi descrito por Warren P. Mason, em seu livro **Electromechanical Transducers and Wave Filters**, de 1942. Mason usa da teoria de redes ou "Network Theory" para descrever quantitativamente o problema do transdutor piezelétrico. Seu modelo, parte da premissa que tanto a parte mecânica como a parte elétrica do transdutor podem ser representados por equivalentes elétricos. Na prática, isso pode ser ilustrado em um circuito construído a partir da figura abaixo:

Figura 2 – Representação do transdutor usando teoria de Mason



Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Figura 2, é possível observar que existem três "portas" (entradas), uma porta elétrica indicada pela corrente elétrica i e duas portas acústicas representadas pelas forças F_1 e F_2. Através do cálculo da matriz de impedância elétrica (ARNAU, 2008), pode-se chegar em um circuito equivalente, em que os efeitos piezelétricos provenientes das energias mecânicas e eletromagnéticos envolvidas podem ser combinados e intercambiados por um "transformador

eletroacústico", chegando assim, finalmente, em um circuito representativo do transdutor piezelétrico. No entanto, esse modelo descrito por Mason apresenta alguns inconvenientes, tal como baixa precisão em regimes de alta frequência e a necessidade de uma capacitância negativa na porta elétrica do transdutor (COATES et. al, 1989) e outros fatores contraproducentes para o propósito do trabalho vigente, o que ocasionaria complexidade desnecessária em nossa análise.

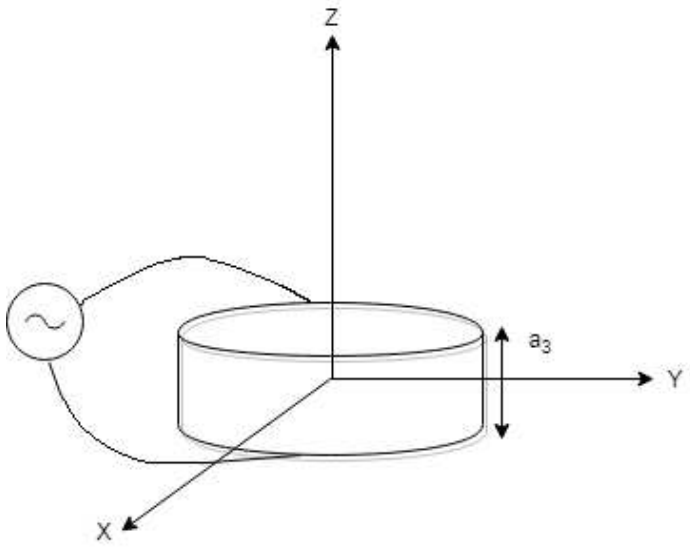
Sendo assim, uma alternativa ao estudo já descrito, é o uso do equivalente de Butterworth Van Dyke, também baseado em Mason, mas que utiliza princípios simplificadores, tais como a faixa de frequência escolhida para operação do transdutor. A serventia desse modelo faz-se presente dado que as suas componentes apresentam características constantes e asseguram a possibilidade de uma abordagem que vise as melhorias de um projeto eletrônico que leve em conta o casamento de impedâncias entre o transdutor e o seu circuito acionador. Contudo, esse modelo ainda não é capaz de prever tais mudanças na curva de impedância do transdutor, mas alguns estudos apontam que modificações dele apresentam repercussões otimistas (HOJANG et. al, 2012).

2.1 VIBRAÇÃO DA CERÂMICA NO MODO ESPESSURA

Seguindo estudo realizado por Shuyu e Hua (2008), a cerâmica piezelétrica acoplada ao transdutor pode ser excitada a fim de experimentar vibração em eixos distintos, ou de modo reverso através de compressões e descompressões (diferentes eixos) estabelecer uma diferença de potencial. No entanto, estamos interessados apenas na excitação da cerâmica piezelétrica por uma fonte externa, conduzida a vibrar por intermédio do efeito piezelétrico em seu modo espessura (ao longo do eixo azimutal). Esse efeito apresenta uma frequência de vibração dependente nas dimensões da cerâmica e nas características da fonte excitadora acoplada ao transdutor, como também uma impedância elétrica quando o sistema é visto tanto pela óptica de um circuito elétrico equivalente como pela descrição matemática a seguir. Esse tipo de vibração dá-se quando as dimensões laterais da cerâmica são suficientemente grandes para que não haja deslocamento lateral. A partir daí, e com auxílio das equações (3) e (4), seremos capazes de discorrer sobre o cálculo dessa impedância e das demais variáveis que possam influenciá-la.

A Figura 3, a seguir, esquematiza uma cerâmica piezelétrica de espessura "a_3" ligada a uma fonte excitadora externa, vibrando no modo espessura.

Figura 3 – Cerâmica piezelétrica de espessura a_3 ligada à fonte excitadora



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os sub índices das equações (5) e (6) mostrados adiante indicam que toda a análise foi realizada apontando para vibrações no eixo azimutal.

$$T_3 = c_{33}^D S_3 - h_{33} D_3 \tag{5}$$

$$E_3 = -h_{33} S_3 + \beta_{33}^S D_3 \tag{6}$$

Os sobre índices (D) e (S) significam, respectivamente, sem deslocamento elétrico e sem deformação. A constante c_{33} está vinculada com propriedades intrínsecas da própria cerâmica e pode ser entendida de forma análoga ao módulo de Young (IEEE,1987). A outra constante β_{33} é o inverso da permissividade elétrica (ε). A deformação (S) ocorre apenas no eixo "z" ou "x_3", como (S) trata de um tensor, por questão de simplificação sua única componente não nula ($S_{ij} \neq 0$) foi nomeado de S_3 ao invés de S_{33}.

Derivando a equação (5) com relação a variável "z" ou "x_3" e usando de algumas identidades físicas, chegamos na seguinte equação:

$$\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = \frac{c_{33}^D}{\rho} \frac{\partial^2 u_3}{\partial^2 x_3^2} \tag{7}$$

Onde $u(x,t)$ é definido como sendo o deslocamento da cerâmica que advém da seguinte relação:

$$S_3 = \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \tag{8}$$

A equação (7) é conhecida como "Equação da Onda", caracterizada matematicamente como sendo uma E.D.P. – Equação Diferencial Parcial, responsável por descrever a propagação de ondas, comumente usada em diversos campos da física e das engenharias, especialmente nos problemas que tangem o eletromagnetismo e a dinâmica dos fluídos, cuja solução pode ser observada abaixo:

$$u_3 = \left[Asin\frac{\omega x_3}{v} + Bcos\frac{\omega x_3}{v}\right] e^{-j\omega t} \tag{9}$$

Onde é $v = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}}$ e as constantes A e B são definidas de acordo com as condições de contorno do problema, que são $T(x_3 = 0) = 0$ e $T(x_3 = a_3) = 0$. Chegamos na seguinte relação usando a equação (8) e (9):

$$S_3 = \frac{\partial}{\partial x_3} u(x,t) = \frac{\omega}{v} c_{33}^D \left[A\cos\frac{\omega}{v}x_3 - \mathrm{Bsin}\frac{\omega}{v}x_3\right] \tag{10}$$

Substituindo (10) em (5), temos:

$$T_3 = \frac{\omega}{v} c_{33}^D \left[A\cos\frac{\omega}{v}x_3 - B\sin\frac{\omega}{v}x_3\right] - h_{33}D_3 \tag{11}$$

Finalmente, usando as condições de contorno $T(x_3 = 0) = 0$ e $T(x_3 = a_3) = 0$, chegamos em:

$$0 = \frac{\omega}{v} c_{33}^D \left[A\cos\frac{\omega}{v}a_3 - \mathrm{Bsin}\frac{\omega}{v}a_3\right] - h_{33}D_3 \tag{12}$$

$$0 = \frac{\omega}{v} A c_{33}^D - h_{33}D_3 \tag{13}$$

Basta agora achar a constante A de (13) e substituir em (12) para achar a constante B. Depois de algumas relações algébricas, temos:

$$A = \frac{h_{33}}{c_{33}^D}\frac{v}{\omega}D_3 \tag{14}$$

$$B = \frac{vh_{33}D_3}{\omega c_{33}^D}\left[\frac{\cos(\omega a_3/v)}{\sin(\omega a_3/v)} - 1\right] \tag{15}$$

Usando relações trigonométricas e substituindo os valores encontrados de A e B na expressão para $u(x,t)$, desprezando a parte temporal $e^{-j\omega t}$ ficamos com:

$$u_3 = \frac{vh_{33}D_3}{\omega c_{33}^D}\left[\sin\frac{\omega x_3}{v} - \tan\frac{\omega a_3}{2v}\cos\frac{\omega x_3}{v}\right] \tag{16}$$

Novamente, usando a equação (8), chegamos em:

$$S_3 = \frac{h_{33}D_3}{c_{33}^D}\left[\cos\frac{\omega x_3}{v} + \tan\frac{\omega a_3}{2v}\sin\frac{\omega x_3}{v}\right] \tag{17}$$

Agora, colocando a equação (17) na equação (6), podemos escrever a expressão para o campo elétrico como sendo:

$$E_3 = -\frac{h_{33}^2 D_3}{c_{33}^D}\left[\cos\frac{\omega x_3}{v} + \tan\frac{\omega a_3}{2v}\sin\frac{\omega x_3}{v}\right] + \beta_{33}^S D_3 \tag{18}$$

Sabendo que a corrente elétrica é definida como segue:

$$i = \frac{\mathrm{A}\partial D_3}{\partial t} \tag{19}$$

Onde D_3 é definido sendo $D_3 = D_0 e^{-j\omega t}$ e D_0 é uma constante, que pode ser reescrita desprezando a parte temporal de D_3, como:

$$i = -j\omega \mathrm{A} D_0 \tag{20}$$

No entanto, ainda não somos capazes de descrever a impedância da cerâmica piezelétrica. Precisamos de uma equação para o potencial:

$$V = \int_0^{a_3} E_3 dx_3 \tag{21}$$

Usando (18) em (21) e sabendo que a impedância é a razão entre o potencial e a corrente, concluímos que:

$$Z = \frac{1}{j\omega C_0}\left[1 - \kappa_t^2 \frac{\tan(\omega a_3/2v)}{\omega a_3/2v}\right] \tag{22}$$

Onde, por razões de simplificação, usamos $\kappa_t^2 = h_{33}^2/c_{33}^D\beta_{33}^S$ e também $C_0 = \boldsymbol{A}/\beta_{33}^S a_3$ definindo, assim, a impedância da cerâmica piezelétrica, vibrando no modo espessura elétrico ($\boldsymbol{A}$ é a área da secção transversal da cerâmica).

Note que quando o termo entre colchetes que acompanha a tangente for igual a 1, estaremos no regime de mínima impedância ou na frequência de ressonância da cerâmica piezelétrica e, consequentemente, quando o mesmo termo vai para infinito, temos a frequência de antirressonância.

O cálculo da impedância elétrica por quadraturas é demasiadamente longo e, dependendo das condições de contorno ou de vibração da cerâmica, torna-se excessivamente complexo. Para contornar esse tipo de contratempo, usa-se outra abordagem, os circuitos elétricos equivalentes (BERLINCOURT, 1964; IEEE, 1987).

2.2 CIRCUITO EQUIVALENTE DE MASON PARA O MODO ESPESSURA

De acordo com Berlincourt (1964), um transdutor pode ser representado pela Figura 2, em que tal configuração só é possível dado que as superfícies do transdutor apresentam uma distribuição de velocidades uniforme. No sistema de equações representado, a seguir, é possível observar três portas – a primeira de origem elétrica, exibindo as conexões por onde transitam uma corrente (i) e um potencial (V), e as duas últimas de origem mecânica, onde atuam as forças F_1 e F_2.

Através do método de Maxwell para análise de circuitos, a estrutura observada na Figura 2 pode ser modelada como segue:

$$\begin{bmatrix} V \\ F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}\, Z_{12}\, Z_{13} \\ Z_{21}\, Z_{22}\, Z_{23} \\ Z_{31} Z_{32}\, Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \tag{23}$$

Onde cada componente da matriz quadrada representa uma impedância que pode ser de origem mecânica, elétrica ou piezelétrica. As velocidades de propagação correspondentes à vibração da cerâmica piezelétrica acoplada ao transdutor piezelétrico está identificada por U_1 e U_2.

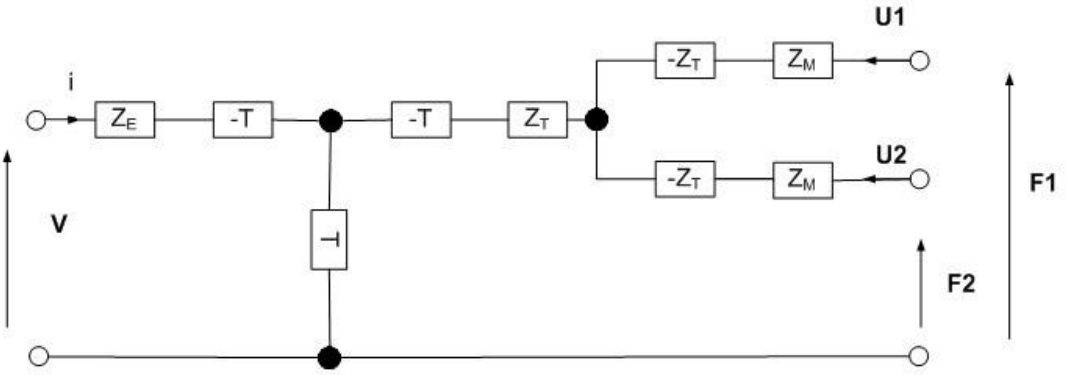
Diferenciando a natureza de cada componente da matriz central, a equação (23) pode ser substituída pela equação seguinte:

$$\begin{bmatrix} V \\ F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_e & T & T \\ T & Z_M & Z_T \\ T & Z_T & Z_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \tag{24}$$

Todos os elementos da matriz quadrada continuam sendo impedâncias, diferindo agora apenas em categoria. Os sub-índices (e) e (T) são impedâncias de origem elétrica e mecânica, respectivamente, e os elementos marcados com T representam impedância de origem piezelétrica. Podemos entender Z_E como sendo a resultante da razão entre o potencial (V) e a corrente (i). Já Z_M é consequência da relação entre as forças (F) e as velocidades (U), Z_T é visto como a função de transferência entre as portas mecânicas e, por último, T é o coeficiente de transdução entre (V) e (U) ou entre (F) e (i).

A formulação matricial do problema do transdutor, indicado pela equação (24), tem seu equivalente em forma de circuito, mostrado a seguir.

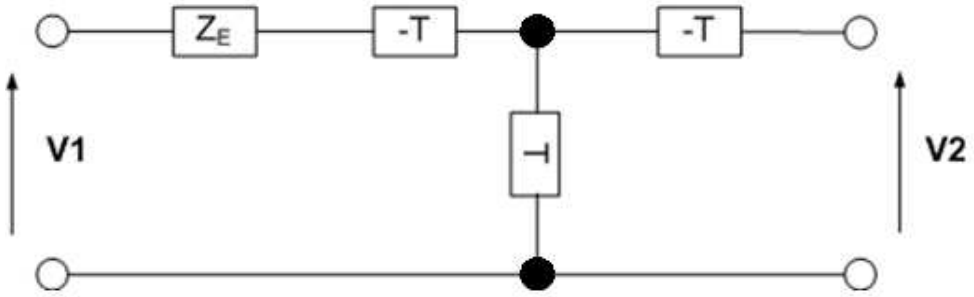
Figura 4 – Circuito de acordo com a formulação matricial



Fonte: Elaborada pelo autor.

Do lado esquerdo do circuito, representado pelo símbolo V, encontra-se a porta elétrica, e do lado direito, representado pelos Símbolos F_1 e F_2, as duas portas mecânicas. Como o circuito mostrado trata de um transdutor, deve existir um segmento do mesmo que seja responsável por transformar os estímulos elétricos em mecânicos e vice-versa. Essa partição é descrita abaixo:

Figura 5 – Partição do circuito



Fonte: Elaborada pelo autor.

O segmento do circuito descrito pela Figura 5 pode ser entendido como um transformador "eletromecânico" e sua análise é feita pelas equações abaixo:

$$V_1 = (Z_E - T + T)i_1 \tag{25}$$

$$V_2 = Ti_1 \tag{26}$$

Substituindo (26) em (25), temos:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{Z_E}{T} \tag{27}$$

E sabendo da relação entre transformadores ${}^{V_1}/_{N_1} = {}^{V_2}/_{N_2}$, temos:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \xrightarrow[N_1=1]{} \frac{1}{N_2} = \frac{1}{N} \tag{28}$$

Em que N_1, N_2 são o número de espiras de cada transformador. Ficamos, então, com:

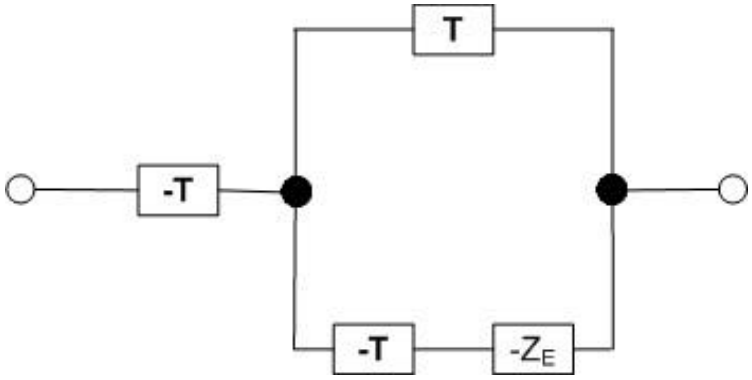
$$N = {}^{T}/_{Z_E} \tag{29}$$

Pela formulação de Norton, a impedância de entrada é:

$$Z_E = {}^{V_1}/_{i_1} \tag{30}$$

E a impedância de saída (vista por V_2) é calculada com auxílio da figura abaixo:

Figura 6 – Circuito usado para cálculo da impedância de saída



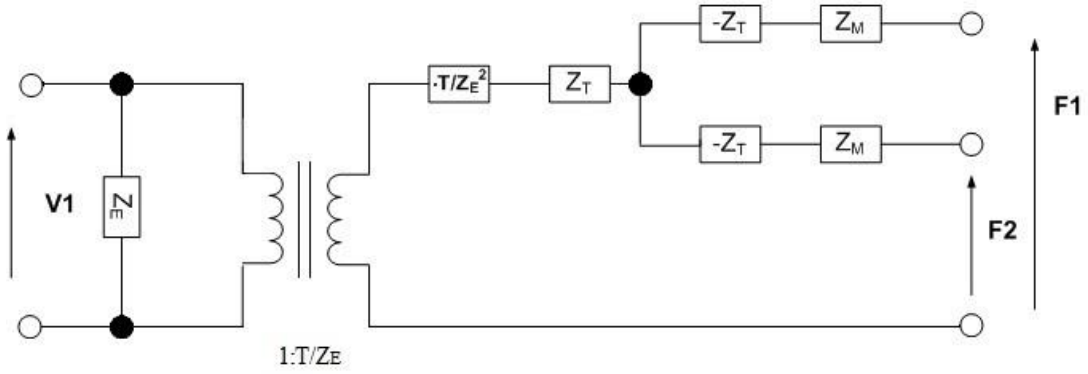
Fonte: Elaborada pelo autor.

Fica sendo:

$$Z_0 = {}^{-T^2}/_{Z_E} \tag{31}$$

O transformador eletromecânico promove uma separação entre a parte elétrica (primário) e a parte mecânica (secundário). Assim, o circuito apresentado pela Figura 4 pode ser reescrito:

Figura 7 – Circuito reescrito



Fonte: Elaborada pelo autor.

A simplificação obtida através dos cálculos acima ainda não nos permite chegar na configuração final do circuito equivalente de Mason para um transdutor vibrando no modo espessura. Para tal, precisamos, dentre outras informações, dos valores de Z_T e Z_M. Ambos podem ser descobertos sabendo de antemão que, no problema abordado (modo espessura), temos o campo elétrico paralelo à espessura e, portanto, paralelo à direção de propagação das ondas acústicas, o que nos leva a concluir que a extensão das cargas conduzidas até a superfície da cerâmica seja invariante. Outra informação levada em conta de forma igualmente pertinente à análise está relacionada a condição de que as dimensões laterais da cerâmica são amplas comparadas à sua espessura, impondo que não haja deslocamentos laterais, o que configura uma aproximação para a deformação da mesma, ocorrendo apenas no eixo "z" ou "3".

Novamente, usando as equações (5) e (6), podemos através de uma análise semelhante à descrita na seção 2.1, chegar na seguinte equação:

$$\xi_3 = \left[Asin\frac{\omega x_3}{v^D} + Bcos\frac{\omega x_3}{v^D}\right]e^{-j\omega t} \tag{32}$$

De forma análoga, queremos encontrar as constantes A e B. Para tal, usaremos as condições de contorno ($x_3 = 0$) e ($x_3 = a_3$) em ($\dot{\xi}_3 = U_1$) e ($\dot{\xi}_3 = -U_2$), respectivamente, onde U_1 e U_2 são as velocidades nas faces do transdutor, o que configura os seguintes valores para A e B:

$$B = \frac{1}{j\omega}U_1 e^{-j\omega t} \tag{33}$$

$$A = -\frac{1}{j\omega}\left[\frac{U_1}{\tan\frac{\omega a_3}{v_3^D}} + \frac{U_2}{\sin\frac{\omega a_3}{v_3^D}}\right] \tag{34}$$

Seguindo o mesmo raciocínio da seção anterior, podemos escrever uma equação para S_3:

$$S_3 = -\frac{1}{jv_t^D}\left\{\left(\frac{U_2}{\sin\frac{\omega a_3}{v_3^D}} + \frac{U_1}{\tan\frac{\omega a_3}{v_3^D}}\right)\cos\frac{\omega x_3}{v_3^D} + U_1 \sin\frac{\omega x_3}{v_3^D}\right\} \tag{35}$$

Novamente, substituindo as condições de contorno ($x_3 = 0$) e ($x_3 = a_3$), ficamos, respectivamente, com:

$$S_3 = -\frac{1}{jv_t^D}\left(\frac{U_2}{\sin\frac{\omega a_3}{v_3^D}} + \frac{U_1}{\tan\frac{\omega a_3}{v_3^D}}\right) \tag{36}$$

$$S_3 = -\frac{1}{jv_t^D}\left(\frac{U_1}{\sin\frac{\omega a_3}{v_3^D}} + \frac{U_2}{\tan\frac{\omega a_3}{v_3^D}}\right) \tag{37}$$

Sabendo que a corrente $i_3 = \boldsymbol{A}\dot{D}_3$ e $D_3 = D_0 e^{-j\omega t}$, podemos escrever $D_3 = \frac{i_3}{\boldsymbol{A}j\omega}$, desprezando a parte temporal de D_3. Mais uma vez usando as condições de contorno ($x_3 = 0$) e ($x_3 = a_3$), respectivamente, e substituindo as informações obtidas anteriormente mais uma vez nas equações piezelétricas, temos, por fim:

$$T_3 = -\frac{C_{33}^D}{jv_t^D}\left[\frac{U_1}{\tan\frac{\omega a_3}{v_3^D}} + \frac{U_2}{\sin\frac{\omega a_3}{v_3^D}}\right] + \frac{h_{33} i_3}{j\omega \boldsymbol{A}} \tag{38}$$

$$T_3 = -\frac{C_{33}^D}{jv_t^D}\left[\frac{U_2}{\tan\frac{\omega a_3}{v_3^D}} + \frac{U_1}{\sin\frac{\omega a_3}{v_3^D}}\right] + \frac{h_{33} i_3}{j\omega \boldsymbol{A}} \tag{39}$$

Com todas as informações até aqui estabelecidas, é possível encontrar uma equação para o campo elétrico que será substituída na equação que fornece o potencial elétrico (21). Assim:

$$V = \int_0^{a_3}(-h_{33}S_3 + \beta_{33}^S D_3)dx_3 \tag{40}$$

Realizando a integração e fazendo as substituições adequadas, ficamos com uma equação para o potencial, que pode ser descrita como sendo:

$$V = \frac{1}{j\omega}\left[h_{33}U_1 + h_{33}U_2 + \frac{1}{C_0}i_3\right] \tag{41}$$

Onde por conveniência, adotamos $C_0 = \frac{\boldsymbol{A}}{\beta_{33}^S a_3}$.

De posse de uma expressão para o potencial elétrico, podemos reescrever o sistema mostrado na equação (24) e achar a dependência de F_1, F_2 e o próprio V com as velocidades U_1, U_2 e a corrente i_3.

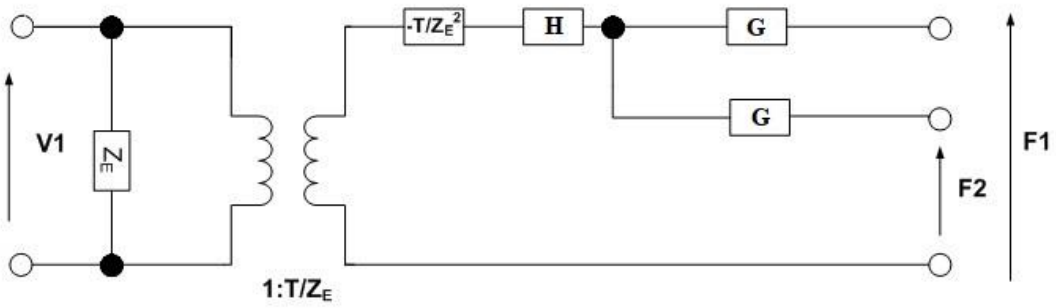
$$F_1 = \frac{Z_0^D}{j\tan\frac{\omega a_3}{v_3^D}}U_1 + \frac{Z_0^D}{j\sin\frac{\omega a_3}{v_3^D}}U_2 + \frac{h_{33}}{j\omega}i_3 \tag{42}$$

$$F_2 = \frac{Z_0^D}{j\tan\frac{\omega a_3}{v_3^D}}U_2 + \frac{Z_0^D}{j\sin\frac{\omega a_3}{v_3^D}}U_1 + \frac{h_{33}}{j\omega}i_3 \tag{43}$$

$$V = \frac{h_{33}}{j\omega}U_1 + \frac{h_{33}}{j\omega}U_2 + \frac{1}{j\omega C_0}i_3 \tag{44}$$

As equações (42) a (44) assumem F_1 e F_2 como as forças atuantes nas superfícies da cerâmica, em que ($x_3 = 0$) e ($x_3 = a_3$) e que ${}^{c_{33}}/_{v_t^D} = \rho v_t^D$ e também $z_0^D = \rho v_t^D \boldsymbol{A}$ é a impedância mecânica característica do material de que é feita a cerâmica piezelétrica. Substituindo todas as informações deduzidas acima, podemos reescrever o circuito elétrico mostrado na Figura 7 por:

Figura 8 – Circuito reformulado



Fonte: Elaborada pelo autor.

$H = -jZ_0 \sin(\omega a_3/v_t^D)$ e G $= Z_0 j \tan(\omega a_3/2v_t^D)$ são impedâncias acústicas, onde:

$$N = \frac{T}{Z_E} = h_{33}C_0 = \frac{\boldsymbol{A}}{a_3}\sqrt{\frac{c_{33}^D}{\beta_{33}^S}}k_t \tag{45}$$

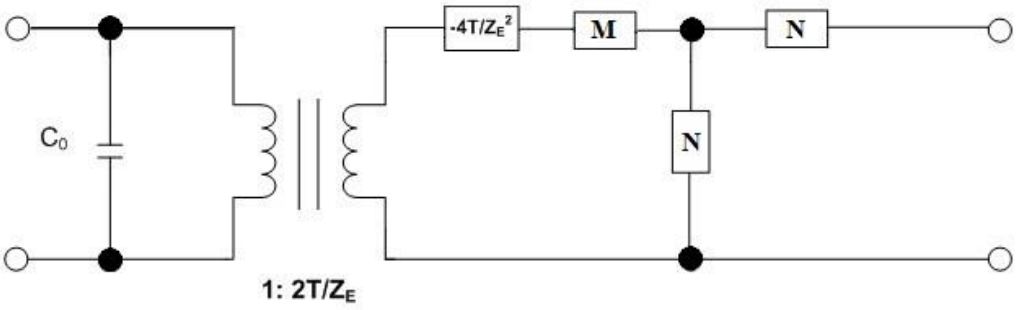
$$\frac{T^2}{Z_E} = -\frac{(h_{33}/j\omega)^2}{1/j\omega C_0} = -h_{33}^2 C_0/j\omega = -jh_{33}^2 C_0/\omega \tag{46}$$

O circuito equivalente de Mason para um transdutor piezelétrico, vibrando no modo espessura, deduzido acima, é válido alheio a possíveis perdas de origem mecânica ou elétricas. Também apresenta algumas dificuldades de precisão sob regimes de alta frequência e outros fatores negativos ao propósito deste trabalho. Como estamos interessados em uma faixa de frequências muito específica, usaremos a partir de agora uma simplificação desse modelo que atenda melhor os propósitos aqui abordados, o modelo de circuitos equivalentes conhecido como BVD – Butterworth Van Dyke.

2.3 CIRCUITO EQUIVALENTE BVD – BUTTERWORTH VAN DYKE PARA O MODO ESPESSURA

Conforme Van Dyke (1928), de acordo com a seção anterior (BERLINCOURT, 1964) e recapitulando que estamos interessados em uma faixa de frequências bem específica (em torno da ressonância), nesse caso, podemos simplificar os resultados obtidos anteriormente. Para tal, partimos primeiramente da configuração de maior usabilidade do transdutor, quando o mesmo se encontra vibrando no modo espessura, em que uma das extremidades da cerâmica fica livre e a outra carregada. Esse arranjo é observado quando a porta F_1 é curto circuitada e a porta F_2 é deixada à espera de uma carga (acústica). Posteriormente, com auxílio do equivalente de Norton, é possível chegar ao seguinte resultado para o circuito da seção anterior:

Figura 9 – Circuito depois do uso do equivalente de Norton



Fonte: Elaborada pelo autor.

$$\mathrm{M} = -jZ_{01}\cot(\omega l/2v) \quad (*)$$

$$\mathrm{N} = jZ_{02}\tan(\omega l/v). \quad (*)$$

Na equação acima (note que anteriormente usamos a_3 para espessura da cerâmica e agora estamos usando l apenas por questão de simplificação), as impedâncias que são caracterizadas pelas funções trigonométricas tangente e cotangente, próximas do regime de ressonância e antirressonância, têm seus comportamentos muito semelhantes a circuitos LC. Assim, podemos substituir essas impedâncias, realizando as seguintes alterações:

$$Z_{mec1} = -jz_{01}\cot(\omega l/2v) \quad (47)$$

Onde l e v são, respectivamente, a espessura da cerâmica e a velocidade de propagação. A impedância acústica dada pela equação (47) pode ser convertida para o lado elétrico, usando-se a relação de transformadores (BOYLESTAD, 2012) mostrada em (48):

$$\frac{N_1^2}{N_2^2} = \frac{Z_1}{Z_2} \quad (48)$$

Sabendo que $N_1 = 1$ é definindo ($Z_1 \equiv Z_{mec}$), ($Z_2 \equiv Z_{el}$) e, por fim, ($N_2 \equiv N$), a equação (48) fica:

$$Z_{el} = \frac{Z_{mec}}{N^2} \quad (49)$$

Assim, a equação (47) pode ser redefinida como uma impedância elétrica projetada no lado elétrico do circuito.

$$Z_{el1} = -j\frac{Z_{01}\cot(\omega l/2v)}{N^2} \tag{50}$$

No regime de ressonância, Z_{el1} tende a zero, o que implica que o termo $(\omega l/2v)$ deve ser igual a $(\pi/2)$ e Z_{el1} pode ser aproximado e interpretado como um circuito LC série cuja impedância é:

$$Z_{el1} \approx Z_{LC} = j\omega L_1 - j/\omega C_1 \tag{51}$$

Esse circuito LC série tem frequência de ressonância dada por:

$$\omega_R^2 = 1/L_1C_1 \tag{52}$$

Fazendo $(\omega = \omega_R + \Delta\omega)$, na equação (51), e substituindo L_1 usando a equação acima, ficamos com:

$$Z_{LC} = j\left[((\omega_R + \Delta\omega)^2 - \omega_R^2C_1)/\left(\omega_R^2C_1^2(\omega_R + \Delta\omega)\right)\right] \tag{53}$$

Agora, tomando $\Delta\omega \to 0$, implica que $\Delta\omega^2 = 0$, assim:

$$Z_{LC} = 2j\Delta\omega/\omega_R^2C_1 \tag{54}$$

Isolando C_1, obtemos:

$$C_1 = 2\Delta\omega/Z_{LC}\omega_R^2 \tag{55}$$

A equação (50) também pode ser simplificada próxima da ressonância, tomando-se: $\omega = \omega_R + \Delta\omega$. Dessa forma, ficamos com:

$$Z_{el1} = -2j\,Z_{01}\left(\frac{\pi}{2}\frac{\Delta\omega}{\omega_R}\right)/N^2 \tag{56}$$

Tomando o módulo da equação (56) e comparando com a equação (55), obtemos uma nova formulação para C_1:

$$C_1 = 2N^2/Z_{01}\pi\omega_R \tag{57}$$

A constante Z_{01} e a frequência de ressonância ω_R podem ser reescritas usando as expressões ($Z_{01} = \rho A v$) e $\left(\omega_R = \frac{\pi v}{l}\right)$. Dessa forma, a equação (54) torna-se:

$$C_1 = 2lN^2/\rho\pi^2 v^2 A \tag{58}$$

Como estamos de posse de uma expressão para C_1 obtém-se L_1 usando-se (52):

$$L_1 = \rho A l/2N^2 \tag{59}$$

Em que ρ é a densidade do material, A é a área da seção transversal da cerâmica e l é a espessura da cerâmica.

Concluída essa etapa de simplificação, uma análise semelhante é feita para impedância $Z_{mec2} = jZ_{02}\tan(\omega l/v)$, que aparece no circuito da Figura 9. Pelo mesmo processo anterior, pode ser descrito usando a equação (49) como:

$$Z_{el2} = j\frac{Z_{02}\tan(\omega l/v)}{N^2} \tag{60}$$

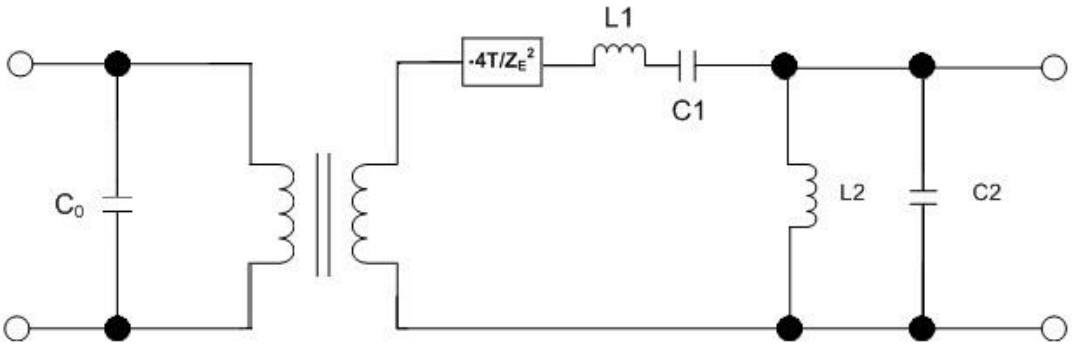
Nesse caso, no regime de antirressonância Z_{el2} tende ao infinito quando o argumento da função $\tan(\omega l/v)$ é igual a $\pi/2$ e essa componente do circuito pode ser aproximado e interpretado por um circuito LC em paralelo que apresenta regime muito próximo de Z_{el2}. Após alguns passos algébricos (análogos aos passos anteriores), ficamos com os seguintes componentes para o circuito LC em paralelo:

$$L_2 = \frac{8}{\pi^2}\frac{\rho A l}{N^2} \tag{61}$$

$$C_2 = (\pi^2 l N^2)/8\,\rho v^2 A \tag{62}$$

Para fins práticos, a velocidade de propagação v pode ser substituída por ($c^D = \rho v^2$), em que c^D é a constante elástica do material. Uma vez que todas essas aproximações foram realizadas na faixa de frequências próxima ao regime de ressonância, é possível reescrever o circuito da Figura 9 como segue:

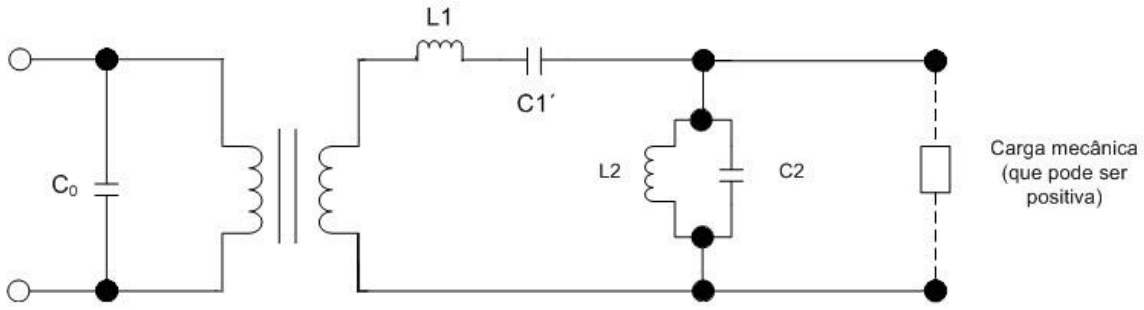
Figura 10 – Circuito reformulado depois da etapa de simplificação



Fonte: Elaborada pelo autor.

Que também pode ser formulado na forma subsequente:

Figura 11 – Circuito com as capacitâncias somadas

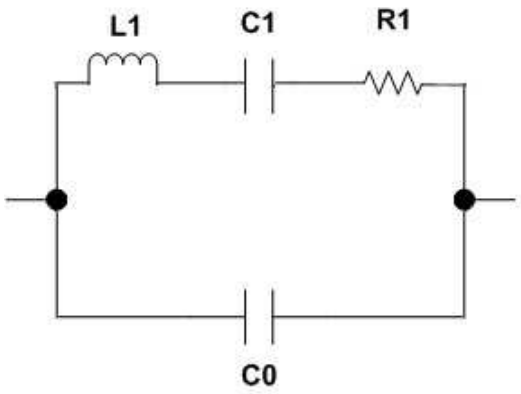


Fonte: Elaborada pelo autor.

Onde C_1' é a junção do termo $-4T^2/Z_E$ com o termo C_1.

O fragmento do circuito acima, que contém as componentes L_2 e C_2, é usualmente referido como circuito "tanque" por apresentar uma alta impedância na frequência de ressonância. Sendo assim, é geralmente desprezado. Novamente, usando a relação para transformadores, o circuito pode ser reproduzido como é observado a seguir:

Figura 12 – Circuito Equivalente de Butterworth Van Dyke



Fonte: Elaborada pelo autor.

Esse circuito é conhecido como circuito equivalente de Butterworth Van Dyke ou BVD, tendo seu comportamento e sua curva de impedância em função da frequência próximo do regime de ressonância, muito semelhante à de um transdutor piezelétrico vibrando no modo espessura com campo elétrico paralelo a espessura. Sendo assim, faz-se bastante vantajoso seu uso para os propósitos desse trabalho.

Os modelos elétricos aqui apresentados nos levam a concluir que o comportamento de um transdutor piezelétrico pode ser representado por um circuito elétrico equivalente. O modelo BVD tem especial atrativo pela sua praticidade. Utiliza-se componentes conhecidos, isentos de comportamentos baseados em funções transcendentais como no caso do modelo de Mason, mas restringe-se a descrever o comportamento nas cercanias da ressonância, o que, todavia, acaba sendo a faixa de frequências de maior interesse sob o ponto de vista de aplicações tecnológicas.

2.4 CÁLCULO DOS CIRCUITOS EQUIVALENTES USANDO O MODELO BUTTERWORTH VAN DYKE – BVD PARA O MODO ESPESSURA

Para determinar os valores dos componentes do circuito BVD, calcula-se a impedância elétrica nas extremidades do circuito da Figura 12, segundo Queirós et. al (2005). Para tal análise, partiremos das seguintes definições: seja Z_r definido como sendo a impedância associada à frequência de ressonância, Z_a impedância associada à frequência de antirressonância, $\omega_r = 2\pi f_r$ a frequência de ressonância e $\omega_a = 2\pi f_a$ e frequência de antirressonância. Assim:

$$C_0 = \frac{\sqrt{(Z_r)^2(\omega_a^2-\omega_r^2)+\sqrt{(2\omega_a^2 Z_r Z_a)^2+(Z_r)^4(\omega_r^2-\omega_a^2)}}}{2[\omega_a^2 Z_a Z_r]^2} \quad (63)$$

$$R_1 = \sqrt{\frac{Z_r^2}{1-(C_0\omega_r Z_r)^2}} \quad (64)$$

$$C_1 = C_0\left[\left(\frac{\omega_a}{\omega_r}\right)^2 - 1\right] \quad (65)$$

$$L_1 = \frac{1}{C_1\omega_r^2} \quad (66)$$

$$\kappa^2 = \left[1 - \left(\frac{\omega_r^2}{\omega_a^2}\right)\right] \quad (67)$$

$$P_m = 2\pi C_1 R_1 F_s \quad (68)$$

Onde C_0, C_1, L_1 e R_1 são as componentes constituintes do circuito equivalente – BVD, oriundo do circuito equivalente de Mason para um transdutor piezelétrico, vibrando no modo espessura com campo elétrico paralelo a espessura. Já (κ), que aparece na equação (67) (ARNOLD et. al, 2014), é o fator de acoplamento eletromecânico e, finalmente, P_m, descrito na equação (68), é a perda mecânica do sistema. Note que as expressões derivadas acima não mais dependem de parâmetros intrínsecos da cerâmica piezelétrica usada em questão, mas unicamente dos dados fornecidos pelo impedômetro, relativos às frequências de ressonância e antirressonância.

2.5 FATOR DE ACOPLAMENTO ELETROMECÂNICO (κ) E PERDAS MECÂNICAS NO MODELO BVD

Em uma cerâmica piezelétrica, existem diversos fatores de acoplamento eletromecânico (UCHINO, 2010). E o valor desse fator varia com o modo de vibração da própria cerâmica, sendo positivo ou negativo, dependendo de como ela está vibrando. A determinação desse fator há muito tempo é reconhecido como um dos parâmetros mais importantes na fabricação de transdutores piezelétricos. Neste trabalho, teremos apenas um

fator de acoplamento eletromecânico designado por (k), dado que a cerâmica está vibrando unicamente no seu modo espessura com campo elétrico paralelo à espessura (IEEE,1988).

O fator de acoplamento eletromecânico (Rathod, 2019) caracteriza a eficiência da conversão de energia no modo de vibração espessura. O método que usaremos para medir o fator (k) será baseado no circuito equivalente de Butterworth Van Dyke. Esse método requer apenas o conhecimento da frequência de ressonância e da frequência de antirressonância do transdutor. Qualquer acréscimo de carga acústica no sistema que contém o transdutor faz com que um novo valor de (k) seja observado, pois estamos mudando as frequência de ressonância e antirressonância do transdutor. Existem diversas formas de se medir o fator de acoplamento eletromecânico. A maioria usa modelos que levam em conta circuitos equivalentes. A escolha do método é baseado nas configurações prévias que estão sendo estudadas quando se modela o transdutor.

A definição de perdas em um sistema eletroacústico está ligada intimamente com a taxa de energia inicialmente fornecida ao sistema que não pode ser aproveitada na forma de trabalho. Geralmente, essa perda é nomeada como perda por dissipação de energia. Tal nomenclatura é atribuída para todo e qualquer processo que envolva conversão de energia. Podemos citar como exemplo: dissipação elétrica, amortecimento, fricção, pré-tensionamento mecânico etc.

Qualquer material de origem piezelétrica sofre perdas, sejam elas de origem mecânica – ou seja, relacionadas à tensão mecânica aplicada –, sejam também relacionadas com o movimento piezelétrico, ou produzidas pela resposta a deformação oriunda de um campo elétrico aplicado. Outros fatores ligados às perdas advêm do movimento piezelétrico, pela resposta dielétrica a um campo elétrico onde ocorre a deformação devido a esse campo e, por fim, de maneira oposta à geração de carga ou tensão em resposta ao estresse aplicado.

Essas perdas tornam o material piezelétrico sujeito ao aquecimento ou à produção de distorções e interferências. A decorrência desses efeitos podem ser prejudiciais ao transdutor em muitas aplicações e é, por isso, que a compreensão dos mecanismos de perda e o conhecimento do valor real da perda no material tornam-se uma questão substancial no que tange o design desses dispositivos. Além de tudo, o controle dos fatores ou razões que levam às perdas é indispensável para otimizar a eficácia do sistema eletromecânico e, dessa maneira, o desempenho de todo o sistema (IEEE,1987).

No presente trabalho, estamos interessados apenas em estudar os efeitos das perdas mecânicas do sistema. Para tal, essa estratégia requer apenas o conhecimento da frequência de

ressonância do transdutor e de dois parâmetros do circuito equivalente. Sendo que o primeiro parâmetro é a resistência R_1 e o segundo a capacitância C_1. Mudanças nas colunas de fluído (carga acústica) do sistema, que contém o transdutor, alteram o valor da perda mecânica, pois estamos mudando os parâmetros do circuito equivalente e a própria frequência de ressonância do transdutor.

3 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

O método experimental consiste em submeter o transdutor piezelétrico a cargas acústicas de diferentes tipos, a fim de extrair resultados e relações entre essas cargas e o comportamento do transdutor. Isso feito essencialmente através da colheita e análise dos dados fornecidos pela curva de impedância em função da frequência do transdutor piezelétrico, quando esse é submetido a cada uma das cargas acústicas usadas (água, álcool etílico 46 INPM e óleo de soja). A curva de impedância mostra os modos de vibração do transdutor. Esses modos são identificados em ressonâncias e antirressonâncias (pontos onde encontram-se os valores máximos e mínimos de impedância). Uma faixa de frequências de 20 kHz foi escolhida, o que possibilitou uma janela de observação ampla indo de 30 kHz até 50 kHz. Recordando que a frequência fundamental do transdutor é aproximadamente 39,3 kHz.

Para tal, foram necessários três passos. Primeiramente, caracterizar os meios de propagação – calculou-se a densidade, velocidade de propagação, viscosidade e impedância acústica característica dos meios utilizados no experimento. Depois, avaliou-se o transdutor sem carga, determinando sua curva de impedância em função da frequência sem qualquer fluído acoplado, ou seja, sua curva característica intrínseca. Por último, chegamos ao objetivo final de analisar o comportamento do transdutor submetido ao regime de cargas acústicas de diferentes alturas e fluídos.

Toda a análise de dados foi feita usando os *softwares* OriginLab e Wolfram Mathematica. Por vezes, também foi usado Microsoft Excel. Os ensaios foram realizados em séries de três testes consecutivos, em que foi tomado a média das medidas. Descreveremos detalhadamente todos os passos tomados neste capítulo.

3.1 CARACTERIZAÇÃO DOS MEIOS DE PROPAGAÇÃO

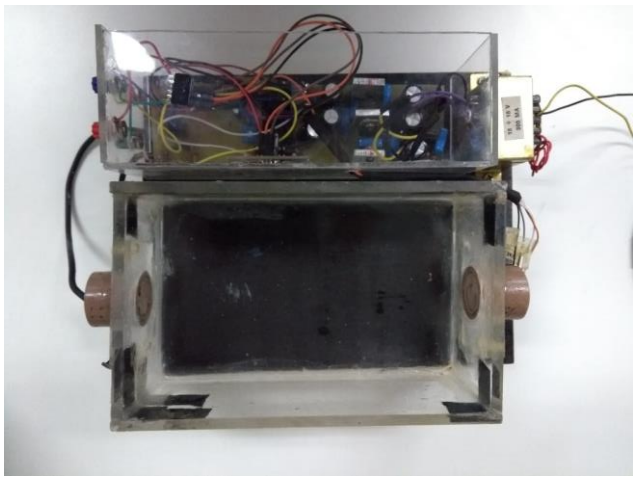
Foram calculados parâmetros intrínsecos relativos a cada um dos meios de propagação usados como carga acústica. Esses indicadores foram usados para estabelecer relações entre os meios de propagação utilizados como carga e o próprio transdutor piezelétrico. Os cálculos foram feitos para as seguintes cargas acústicas – água, álcool etílico e óleo de soja.

Para o cálculo da densidade foi escolhido um volume arbitrário de cada um dois líquidos (carga acústica), usando uma pipeta graduada, e, com o auxílio de uma balança eletrônica, a massa correspondente a esse volume também foi medida. A partir daí, o cálculo

de densidade foi feito de forma trivial. Os erros foram calculados usando as incertezas dos equipamentos mencionados.

A velocidade de propagação é a média das velocidades. Assim, os líquidos foram colocados em um recipiente de medidas conhecidas. Um equipamento auxiliar emitia um pulso (onda mecânica) que atravessava de ponta a ponta o recipiente e essa variação de tempo foi medida por um osciloscópio acoplado ao sistema. Por fim, utilizou-se a equação já mencionada e os erros foram calculados como anteriormente.

Figura 13 – Equipamento usado para medir velocidade de propagação de ondas acústicas



Fonte: Registro feito pelo autor.

Para o cálculo da impedância acústica, usou-se a equação $Z^* = \rho v A$, onde ρ é a densidade do líquido que se quer medir a impedância acústica, v é a velocidade de propagação da onda viajando pelo fluído e A é a área de secção transversal do recipiente que contém o fluído em questão. O cálculo do erro advém da sucessão de todos os parâmetros usados e foi calculado de forma equivalente as medidas predecessoras.

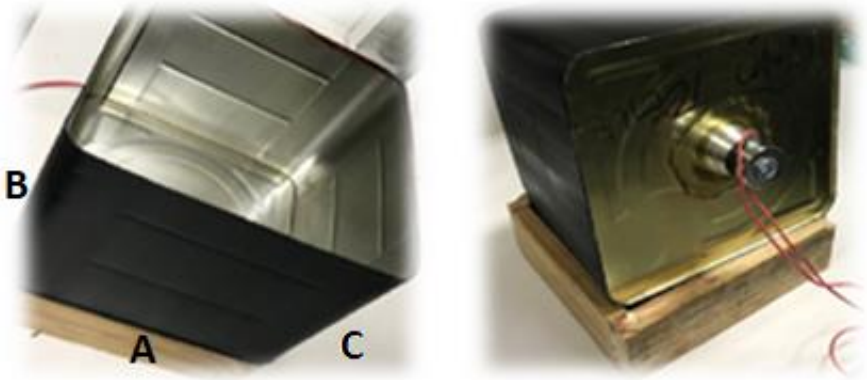
Finalmente, para o cálculo da viscosidade, é usado um viscosímetro capilar a temperatura constante. Esse aparelho é capaz de mensurar a viscosidade de qualquer fluído usado neste trabalho. Para tal, é escolhida a temperatura do laboratório onde o experimento será realizado, já que a viscosidade depende da temperatura, podendo ter seu valor alterado se houver variação na quantidade de energia térmica em forma de calor absorvida pelo fluído. No entanto, esse equipamento não se encontrava disponível no laboratório. Dessa forma, optou-se por marcar a temperatura do local onde o experimento foi realizado e buscar os dados na literatura.

Os resultados referentes aos parâmetros intrínsecos – velocidade de propagação, impedância acústica, viscosidade e densidade –, que caracterizam cada meio de propagação, terão seus valores experimentais apresentados no Capítulo 4.

3.2 AVALIAÇÃO DO TRANSDUTOR SEM CARGA

Primeiramente, foi necessário entender o desempenho do transdutor sem qualquer carga acústica, para depois, entender como se dão os efeitos das cargas nas variações sofridas pelo transdutor. O primeiro teste experimental deu-se a partir da construção de uma caixa cúbica metálica de dimensões A = 23,5 cm, B = 23,5 cm e C = 17,0 cm. Unido a essa caixa estava o transdutor utilizado com frequência de ressonância fundamental em 39,3 KHz, aproximadamente, e fabricado pela empresa Morgan. As Figuras 14 e 15 mostram detalhes dessa montagem.

Figura 14 – Aparato experimental, cuba mais transdutor colados



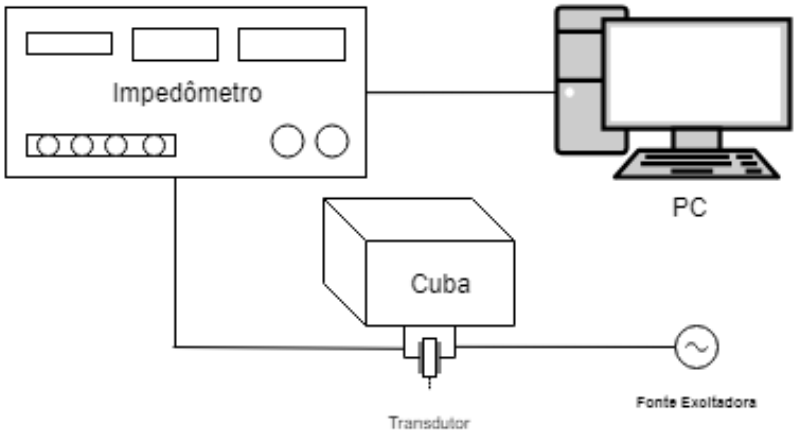
Fonte: Registro feito pelo autor.

Figura 15 – Transdutor piezelétrico utilizado

Fonte: Registro feito pelo autor.

Na Figura 16, é mostrado um diagrama de blocos do aparato experimental utilizado.

Figura 16 – Diagrama de blocos do aparato experimental utilizado

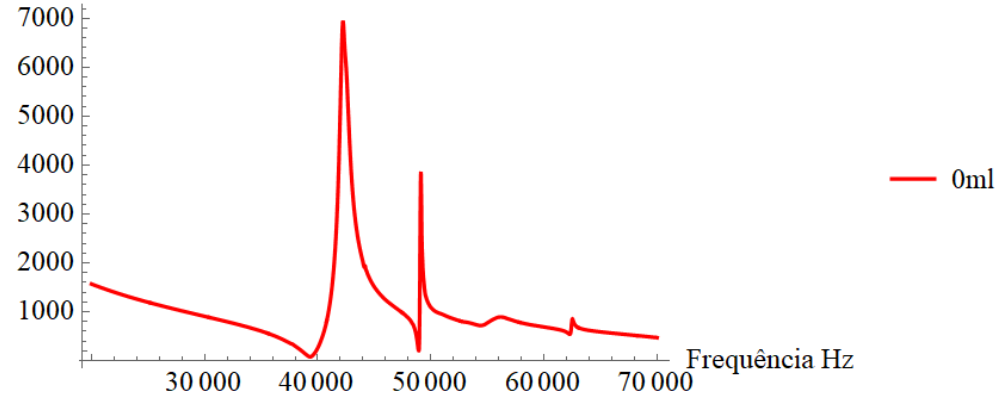


Fonte: Elaborada pelo autor.

Escolheu-se uma faixa de frequências no impedômetro que fosse relevante aos propósitos a serem estudados e extraiu-se o gráfico da impedância da cuba junto a cerâmica sem uso de quaisquer cargas acústicas (líquido de densidade conhecida) para análise. Além da curva de impedância já mencionada, associada a essa medida uma outra curva caracterizando a diferença de fase, também foi fornecida pelo analisador de impedâncias HP4294A. Os Gráficos 1 e 2 ilustram as curvas de magnitude e fase da impedância elétrica do transdutor utilizado em função da frequência para a condição isenta de carga mecânica (volume = 0 ml).

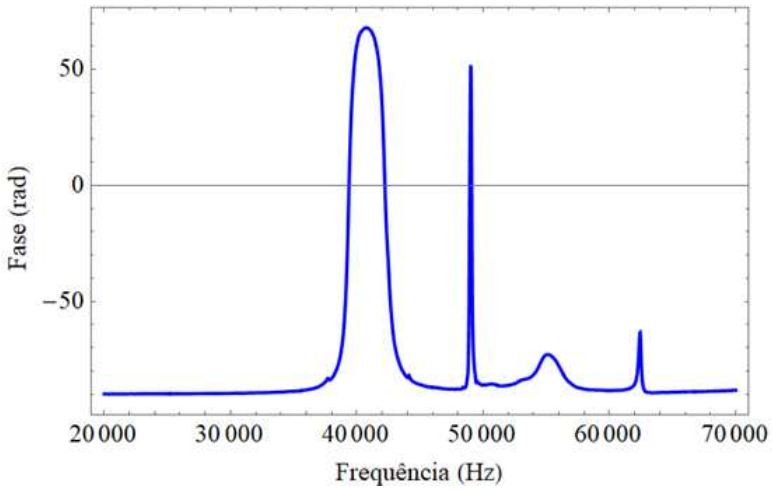
Gráfico 1 – Frequência *versus* Impedância para 0ml

Fonte: Impedância Ohm



Elaborado pelo autor.

Gráfico 2 – Curva da diferença de fase do transdutor sem carga



Elaborado pelo autor.

As frequências de ressonância (fs) e de antirressonância (fp) são identificadas nos valores mínimo e máximo do módulo da impedância. A essas frequências estão relacionadas as impedâncias Zs e Zp. A partir dessas identificações, são determinados os valores dos componentes do circuito equivalente BVD, equações (63) a (66), o fator de acoplamento (67) e as perdas mecânicas (68).

3.3 AVALIAÇÃO DO TRANSDUTOR COM CARGA

Partindo-se do mesmo arranjo experimental das Figuras 14 a 16, foi cuidadosamente acrescentada água no volume de 200 ml no interior da cuba com auxílio de um

béquer e proveta graduada. Após verificar que os movimento turbulentos decorrentes do derramamento da água cessaram, o impedômetro fasorial HP4294A, foi conectado aos contatos elétricos do transdutor. O impedômetro fasorial forneceu as curvas de impedância, magnitude e fase, começando da faixa de frequências no entorno da ressonância do modo fundamental.

Foram feitas medidas subsequentes, variando-se a altura da carga acústica. O experimento foi realizado de forma que os ensaios fossem feitos até o volume final de 2000 ml. Os volumes de água despejados e as alturas atingidas acima da superfície da cuba estão relacionadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Volume de líquido (ml) *versus* altura da coluna de água (cm)

200 ml	0,36 cm	1200 ml	2,20 cm
400 ml	0,72 cm	1400 ml	2,50 cm
600 ml	1,09 cm	1600 ml	2,90 cm
800 ml	1,49 cm	1800 ml	3,30 cm
1000 ml	1,81 cm	2000 ml	3,60 cm

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para cada teste realizado, colheu-se dados que foram gerados com auxílio do analisador de impedância. Este, por sua vez, apresentava em média 800 pontos por ensaio, dos quais obtinha-se valores de frequência, impedância real e imaginária e, por fim, o módulo de impedância real e imaginária. Nessa primeira bateria de ensaios, percebeu-se que os volumes usados eram demasiadamente espaçados entre si, o que dificultava enxergar uma relação entre as curvas de impedância geradas pelo impedômetro e a própria obtenção do circuito equivalente de BVD. As curvas apresentavam uma série de modos espúrios quando a carga usada tinha seu volume igual ou superior a 1,49 cm de altura ou 800 ml de água.

Em um primeiro instante, pensou-se que esses modos espúrios estivessem relacionados com a densidade do líquido. Depois de novas investidas alterando-se a carga acústica, percebeu-se que existia uma relação não entre as densidades dos fluídos usados, mas sim entre a viscosidade de cada um deles. Ou seja, os líquidos com maior viscosidade tardavam a apresentar essa perturbação na curva de impedância.

De posse dessa nova informação – e levando-se em conta que a manifestação de modos espúrios na obtenção dos dados está intimamente ligada a relação entre a altura da coluna de líquido e a viscosidade –, optou-se por não ultrapassar o volume de 600ml. Ou seja, aquele em que o líquido de menor viscosidade começa a apresentar modos espúrios na sua curva de impedância. Como os dados analisados advém da variação da altura da coluna de líquido, o

novo volume máximo de 600 ml não permitiria que um amplo conjunto de dados fossem colhidos. Assim, uma alternativa para obter um número relevante de medidas e não ultrapassar o volume máximo foi construir um outro conjunto de recipiente mais transdutor, agora com dimensões menores do que as anteriormente usadas.

Esse conjunto foi formado pelo mesmo transdutor, mas com um recipiente cilíndrico de diâmetro igual a 10cm. Dessa forma, foi possível obter as medidas necessárias, corrigir o obstáculo referente as perturbações na curva de impedância relativas ao meio utilizado e, por conseguinte, variar o fluído usado, já que o novo *set up* atendia todas as necessidades dos três líquidos testados previamente. Abaixo uma figura da nova configuração experimental:

Figura 17 – Nova configuração experimental

Fonte: Registro feito pelo autor.

A nova configuração experimental permitiu a variação do primeiro fluído usado (água), o que proporcionou obter um conjunto de dados mais extenso e uma maior compreensão do fenômeno observado. Como também foi possível suprir a necessidade de diversificação de materiais – álcool etílico 46 INPM e óleo de soja –, já que são de fácil acesso por serem vendidos comercialmente e corroboram para uma maior facilidade na duplicata dos testes, aumentando a precisão e acurácia do estudo.

Assim, estabeleceu-se que as medidas seriam colhidas de 20 ml em 20 ml usando-se o novo *set up* até o volume máximo de 400ml (fornecendo uma faixa de erro para o álcool, líquido com menor viscosidade) para cada um dos fluídos escolhidos. Com isso, obteve-se um conjunto de dados mais amplos do que os atingidos em testes preliminares, dando assim, sequência no andamento do trabalho.

Posteriormente, foram obtidos os circuitos BVD, o fator de acoplamento (κ) e as perdas mecânicas para cada um dos volumes usados, equações (63) até (68). Foram obtidas também as curvas da frequência de ressonância, frequência de antirressonância, impedâncias elétricas, todas em função da altura para os três fluidos usados. O mesmo foi feito para os componentes do circuito BVD, ou seja, achou-se C_0, C_1, L_1 e R_1 em função da altura para os três diferentes fluídos. E, por último, obteve-se as curvas referentes ao fator de acoplamento eletromecânico (κ) e as perdas mecânicas também em função da altura. Dessa forma, foi possível ajustar cada uma das curvas encontradas usando-se de cálculos numéricos e assim estabelecer relações entre os coeficientes de cada uma dessas funções. Essas relações entre as funções foram definidas usando-se as características intrínsecas das cargas acústicas – densidade, viscosidade, velocidade de propagação de ondas acústicas e a impedância acústica (previamente determinados em 3.1).

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, será tratado separadamente os resultados de cada meio de propagação, ou seja, cada fluído usado como carga acústica acoplada ao transdutor piezelétrico. A primeira seção traz os resultados da caracterização dos meios de propagação utilizados; a segunda faz menção aos resultados obtidos usando água como carga acústica; a terceira seção traz os resultados referentes ao álcool etílico; e a seção subsequente fala sobre os resultados encontrados com o óleo de soja. Finalmente, a última seção analisa os resultados referentes aos três fluídos conjuntamente, comparando cada um dos resultados obtidos e explorando as possíveis causas e razões que determinaram as conclusões estabelecidas tanto a priori quanto a posteriori.

4.1 RESULTADOS DA CARACTERIZAÇÃO DOS MEIOS DE PROPAGAÇÃO

Precisamos diferenciar os meios de propagação, logo, é necessário parâmetros quantitativos que forneçam informações capazes de caracterizar esses fluídos quanto a suas propriedades físicas.

A densidade pode ser entendida como o grau de compactação de uma estrutura física, e pode ser obtida pela medida da razão entre a massa do corpo em questão e seu volume. A impedância acústica nada mais é do que a oposição à passagem de ondas mecânicas pelo corpo. A viscosidade pode ser entendida como a resistência de um fluído ao escoamento (AMORIM et. al, 2005) e, por fim, a velocidade de propagação de uma onda acústica é a razão entre o espaço percorrido pela onda incidente até um ponto arbitrário e a medida de tempo necessário referente a este deslocamento.

A Tabela 2, a seguir, nos fornece os valores experimentais:

Tabela 2 – Valores experimentais referentes aos parâmetros característicos dos meios

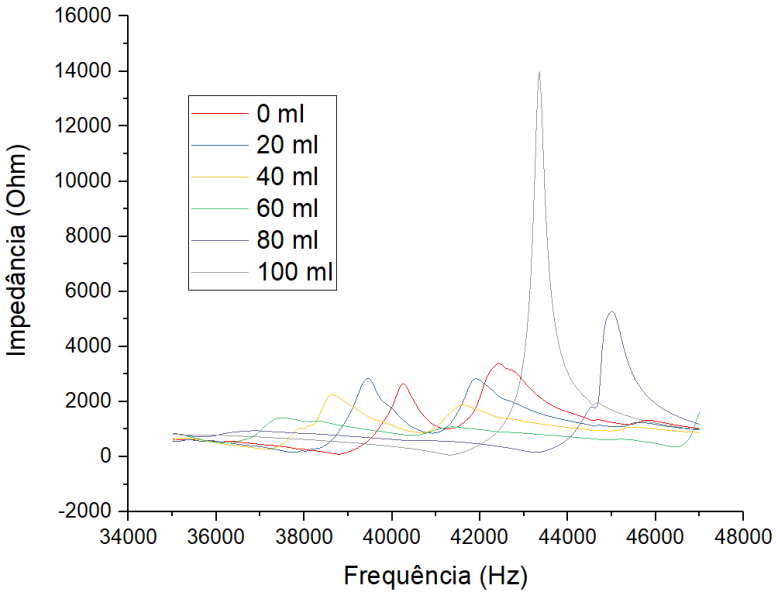
Parâmetro	Unidade	Água	Álcool	Óleo
Velocidade de Propagação	[m/s]	1477 ± 19	1524 ± 20	1455 ±19
Densidade	[Kg/m^3]	956 ± 65	783 ± 51	883 ± 50
Impedância Acústica	[Kg/s]	76 772 ± 6872	65 875 ± 5713	72 013 ± 5583
Viscosidade	[mPas*s]	1.020 ± 0.05	0.649 ± 0.07	41.2 ± 1.6

Fonte: Elaborada pelo autor.

4.2 RESULTADOS REFERENTES AO MEIO DE PROPAGAÇÃO ÁGUA

Os dados fornecidos pelo impedômetro fasorial deram origem a uma sequência de 24 curvas de impedância em função da frequência. Cada uma das curvas foi obtida pelo acréscimo de fluído na cuba que continha o transdutor piezelétrico de 20 ml em 20 ml, formando uma coluna de água. Começou-se com a cuba vazia, ou seja, 0 ml até chegar ao volume final de 400ml. Essas curvas foram plotadas em conjunto, ou seja, superpostas sequencialmente em um mesmo sistema de eixos com auxílio do *software* OriginLab para que pudessem ser observadas. Assim, seria possível investigar os modos de vibração do transdutor e separar esses modos pela sua faixa de frequência.

Gráfico 3 – Sequência de curvas de impedância (Ohm) em função do espectro de ressonância (kHz) para água como carga acústica com volumes de 0ml até 100ml



Fonte: Elaborado pelo autor.

As curvas da impedância em função da frequência, mostradas no Gráfico 3, indicam que o acréscimo do volume de carga acústica promove deslocamento das ressonâncias e antirressonâncias para valores menores. Além disso, este acréscimo produz diminuição da impedância na antirressonância e aumento da impedância na ressonância.

Os efeitos podem ser verificados observando-se as curvas, cada qual representando um volume de carga acústica. Por exemplo, na curva correspondente a 0 ml (curva cor vermelha), a ressonância vale 39,58 kHz, com impedância de 81,90 Ω, e a antirressonância vale

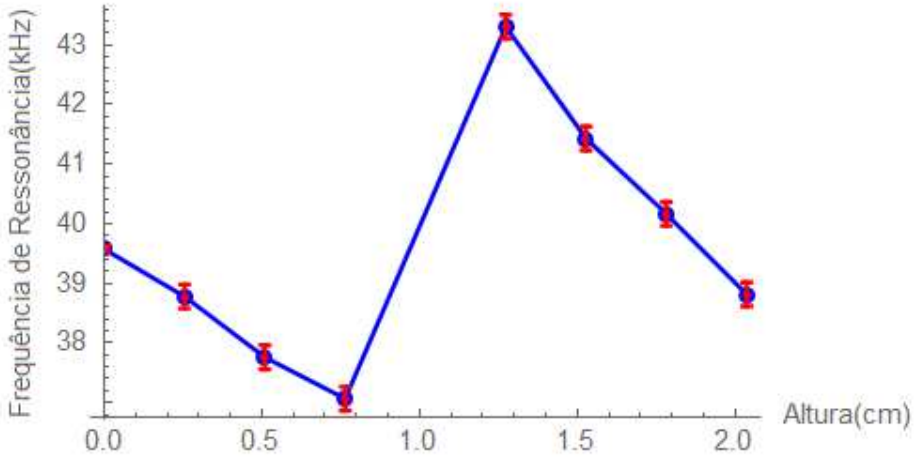
42,28 kHz, com impedância de 16,68 kΩ. Já na curva correspondente a 20 ml (curva cor azul), a ressonância vale 38,78 kHz, com impedância de 95,19Ω, e a antirressonância vale 40,25 kHz, com impedância de 2,33 kΩ. Este comportamento é observado nas curvas subsequentes. Ademais, a partir de 80 ml, surge um segundo modo de vibração na parte superior da janela de frequências. Esse novo modo assume comportamento similar ao primeiro em relação ao acréscimo de carga acústica.

Para água, foram observados seis modos de vibração. No entanto, para visualização do fenômeno estudado, apenas os dois primeiros modos de vibração foram tomados, pois os outros fluidos usados não apresentaram a mesma quantidade de modos que a água e apenas os dois primeiros já teriam dados suficientes para o estudo desenvolvido aqui. Outro fator que culminou na escolha de apenas dois modos foi a relação de comparação estabelecida posteriormente com outros fluidos usados. Para estabelecer vínculo entre a água, o álcool e o óleo de soja, era necessário que os modos de vibração fossem os mesmos, ou seja, que a mesma faixa de frequências e volumes de líquidos semelhantes para os três fluidos fossem usadas.

Posterior à seleção dos modos, com auxílio do *software* já citado, foram separadas e colhidas as frequências de ressonância e antirressonância e suas respectivas impedâncias. Um gráfico da frequência de ressonância em função altura da coluna de líquido foi feito juntando os dois primeiros modos observados, a fim de verificar se os resultados encontrados na literatura correspondiam com as análises feitas até o momento.

No Gráfico 4, a seguir, é possível entender como o aumento da coluna de líquido afeta a frequência de ressonância do transdutor. O aumento da carga acústica diminui a frequência de ressonância do transdutor até a aniquilação do primeiro modo de vibração. Isso ocorre quando a coluna de líquido tem altura próxima de 0,8 cm. Em seguida, com o surgimento do segundo modo de vibração, que é observado quando a altura da coluna de água está próxima de 1,3 cm, a frequência de ressonância apresenta valor bem superior ao do modo fundamental, cerca de 43 kHz, e volta a decrescer, apresentando o mesmo padrão anteriormente observado no primeiro modo de vibração. Essas constatações podem ser vistas no gráfico adiante:

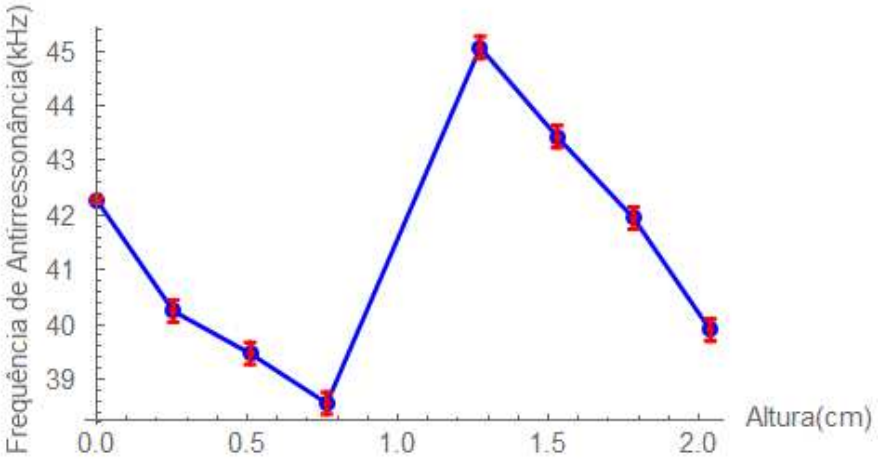
Gráfico 4 – Curva da frequência de ressonância (kHz) em função da altura (cm) para água como carga acústica. Modos de vibração 1 e 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento da frequência de ressonância visto no Gráfico 4 está de acordo com trabalho realizado por Shuyu (2004). No artigo, o autor obtém os mesmos resultados até quando a área de secção transversal da cerâmica piezelétrica é alterada, mostrando que o procedimento de obtenção da curva vista no Gráfico 4 é independente do aumento do raio da cerâmica e inerente a transdutores submetidos a colunas de carga acústica com a geometria usada neste trabalho. O mesmo procedimento foi aplicado para a frequência de antirressonância e um desempenho equivalente foi obtido, como pode ser constatado no Gráfico 5:

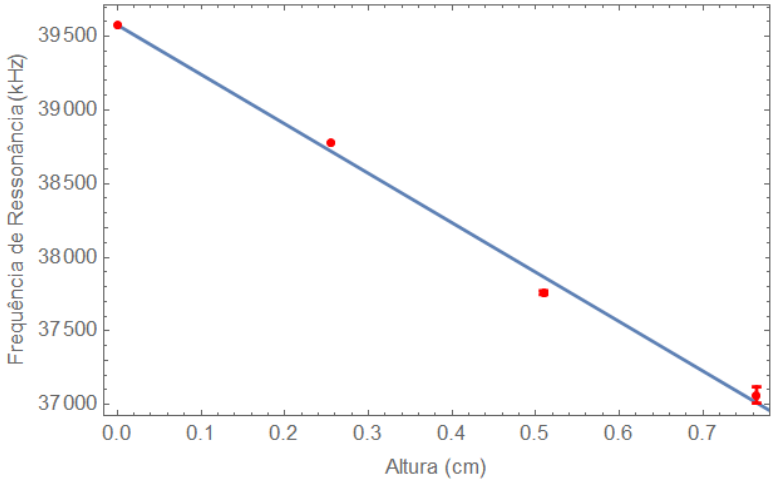
Gráfico 5 – Curva da frequência de antirressonância (kHz) em função da altura (cm) para água como carga acústica. Modos de vibração 1 e 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

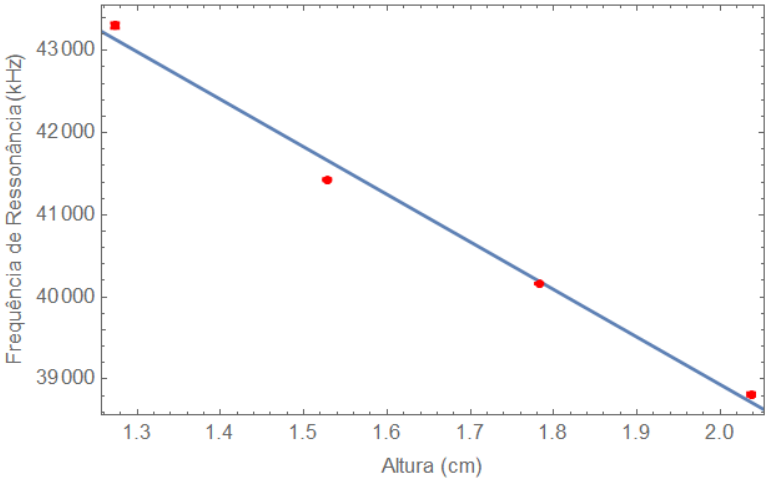
Dando curso à investigação, os modos de vibração foram tratados separadamente, para se observar o comportamento de cada um e estabelecer relações quantitativas aos fenômenos. Assim, um gráfico da frequência de ressonância pela altura foi construído para cada um dos modos e um ajuste linear foi realizado na expectativa de que os coeficientes das funções ajustadas pudessem revelar informações pertinentes ao estudo desenvolvido. Os resultados obtidos podem ser vistos nos Gráficos 6 e 7.

Gráfico 6 – Curva da frequência de ressonância (kHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 7 – Curva da frequência de ressonância (kHz) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os pontos em vermelho representam os dados colhidos e a curva em azul o ajuste linear feito usando *software* Wolfram Mathematica. A barra de erro referente ao eixo das abcissas foi suprimida por questões de visualização e o erro associado é referente à soma dos erros da pipeta e da proveta usadas para adicionar o fluido na cuba anexada ao transdutor. Esse erro foi calculado e tem valor constante de 0,01cm.

O erro associado ao eixo das ordenadas é referente ao desvio padrão das medidas colhidas, já que múltiplos ensaios foram realizados para todos os três fluidos usados – e está representado em ambos os gráficos. Por vezes, não é possível observar com precisão a barra de erro associada ao eixo das ordenadas, dado que existe uma disparidade entre a escala associada a frequência de ressonância e a escala do próprio erro. No entanto, em alguns pontos, é possível observar a barra de erro com maior clareza.

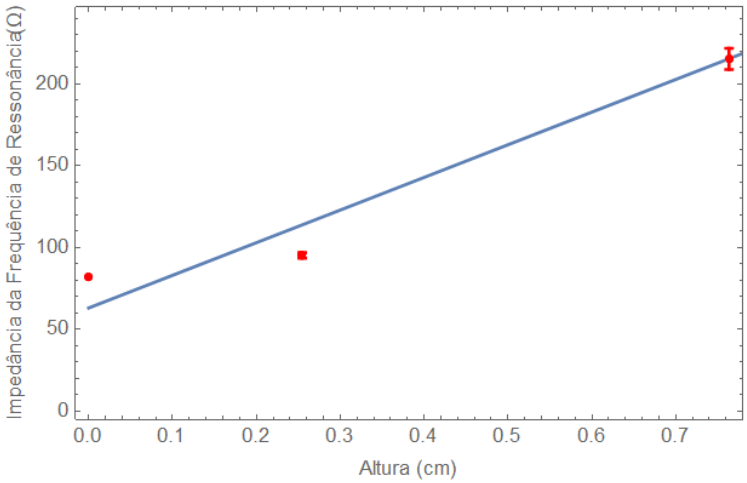
De acordo com os Gráficos 6 e 7, é possível observar que o aumento da coluna de líquido provoca uma diminuição da frequência de ressonância do transdutor, como já esperado pela teoria (SHUYU, 2004). Entretanto, para meios de comparação, um ajuste linear foi realizado, como dito anteriormente, a fim de obter uma função que pudesse descrever a influência do fluido no comportamento da frequência de ressonância. Abaixo, estão as equações referentes aos gráficos, que descrevem a frequência de ressonância em função da altura para os dois primeiros modos de vibração da água.

$$Fs1_{\text{Água}}(h) = 39577{,}50 - 3357{,}58h \tag{69}$$

$$Fs2_{\text{Água}}(h) = 50506{,}50 - 5786{,}44h \tag{70}$$

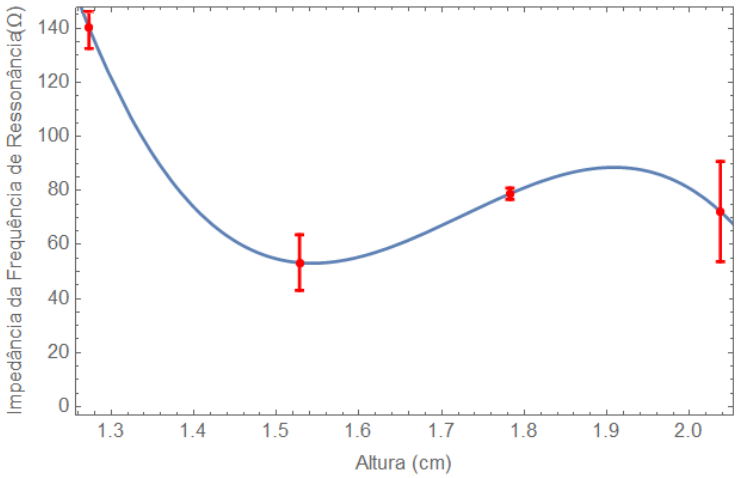
O mesmo procedimento foi realizado para impedância da frequência de ressonância em função da altura para a água. Os gráficos seguintes mostram o comportamento observado:

Gráfico 8 – Curva da Impedância da frequência de ressonância (Ω) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 9 – Curva da Impedância da frequência de ressonância (Ω) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

De acordo com (IEEE, 1987), espera-se que a impedância da frequência de ressonância aumente quando carga acústica é adicionada ao transdutor, o que pode ser observado pelo Gráfico 8. Esse comportamento é reproduzido parcialmente pelo segundo modo de vibração, no Gráfico 9. A alteração no comportamento pode ser explicada pela altura de água na cuba anexada ao transdutor quando os dados referentes ao modo dois foram colhidos, dado que o volume é maior.

Quando se observa a superposição das curvas de impedância em função da frequência de ressonância (Gráfico 3), é possível notar um modo surgindo enquanto o anterior ainda não foi totalmente aniquilado. Esse fenômeno deve ocasionar um acoplamento dos modos presentes no Gráfico 9, o que justifica a alteração do formato da curva.

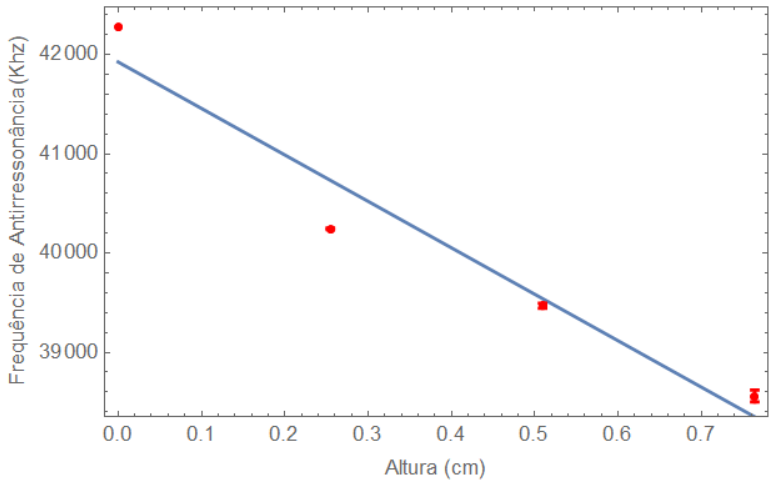
Um ajuste linear foi feito para o primeiro modo de vibração e um ajuste não linear foi feito para o segundo modo de vibração. As funções que representam esses ajustes podem ser observadas abaixo:

$$Zs1_{Água}(h) = 63{,}11 + 199{,}34h \tag{71}$$

$$Zs2_{Água}(h) = 7318{,}65 - 12889h + 7551{,}93h^2 - 1458{,}45h^3 \tag{72}$$

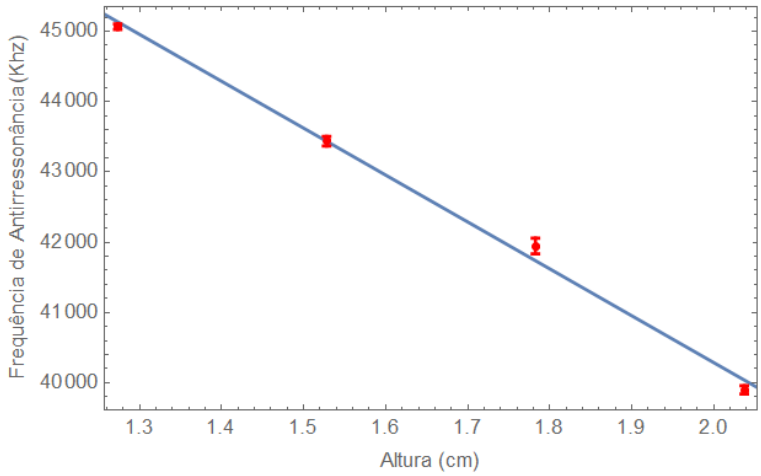
A mesma análise foi feita para a frequência de antirressonância, ou seja, máxima impedância observada. Os Gráficos 10 e 11 descrevem o comportamento verificado:

Gráfico 10 – Curva da frequência de Antirressonância (kHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 11 – Curva da frequência de Antirressonância (kHz) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

De natureza semelhante à frequência de ressonância, a frequência de antirressonância também será caracterizada por uma função polinomial de grau 1, decrescente, isto é, terá menores valores de frequência para maiores valores de coluna de fluído. Nota-se que, assim como na frequência de ressonância em função da altura, a frequência de antirressonância não tem seu comportamento esperado alterado no segundo modo de vibração.

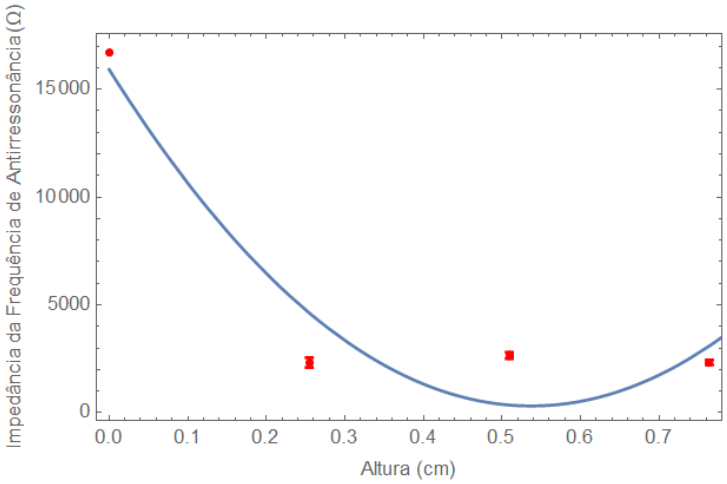
Com as curvas ajustadas, temos:

$$Fp1_{Água}(h) = 41925{,}50 - 4681{,}00h \tag{73}$$

$$Fp2_{Água}(h) = 53626{,}50 - 6670{,}00h \tag{74}$$

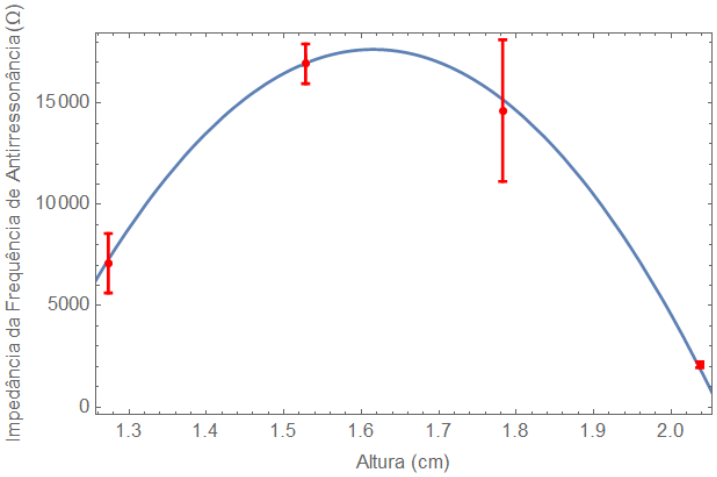
Por fim, fez-se os gráficos referente à impedância da frequência de antirressonância em função da altura para a coluna de água. Os gráficos são apresentados logo a seguir:

Gráfico 12 – Curva da impedância da frequência de Antirressonância (Ω) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 13 – Curva da impedância da frequência de Antirressonância (Ω) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

As curvas ajustadas são exibidas nas equações (75) e (76):

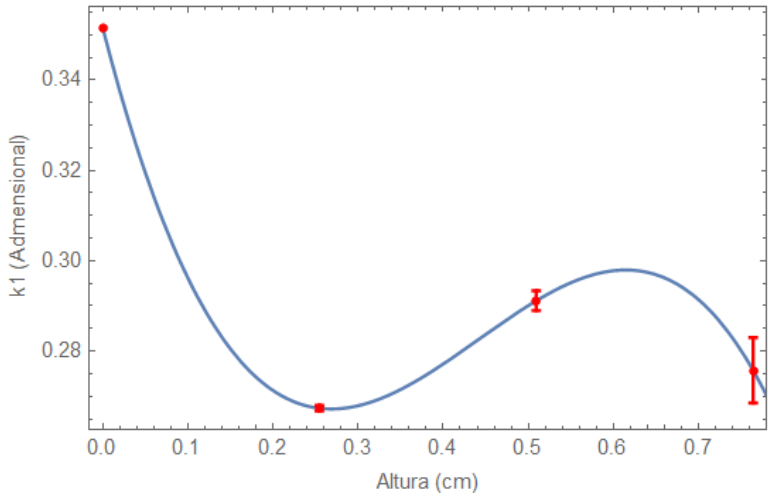
$$Zp1_{Água}(h) = 15917{,}40 - 58095{,}50h + 54090{,}90h^2 \quad (75)$$

$$Zp2_{Água}(h) = -213554{,}00 + 286237{,}00h - 88590{,}30h^2 \quad (76)$$

Segundo a formulação teórica (IEEE, 1987), a impedância da frequência de antirressonância e de ressonância devem ser modificadas pela adição de água na cuba fixada ao

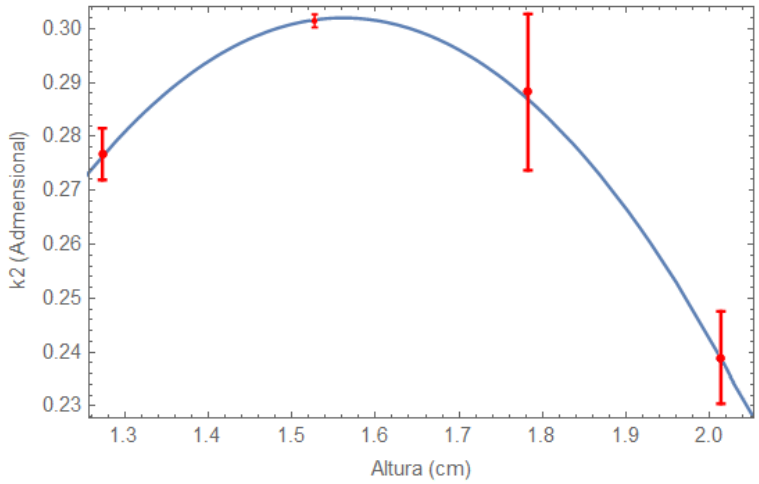
transdutor, pois a massa de água influi diretamente no modo como é desencadeada a vibração da cerâmica. O fator de acoplamento eletromecânico indica a taxa de conversão de energia que ocorre no transdutor. Logo, é interessante analisar como se dá essa alteração pelo aumento da coluna de fluído. Uma análise semelhante às realizadas anteriormente foi feita para os dois modos de vibração estudados. Segue abaixo os gráficos extraídos dos dados experimentais:

Gráfico 14 – Curva do fator de acoplamento eletromecânico (Adimensional) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 15 – Curva do fator de acoplamento eletromecânico (Adimensional) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Com as curvas ajustadas, tem-se:

$$K1_{Água}(h) = 0{,}35 - 0{,}74h + 1{,}97h^2 - 1{,}49h^3 \quad (77)$$

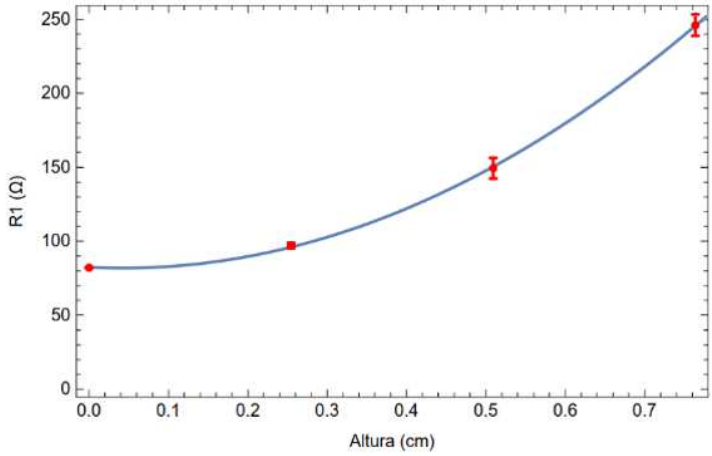
$$K2_{Água}(h) = -4{,}52x10^{-1} + 9{,}65x10^{-1}h - 3{,}09x10^{-1}h^2 \quad (78)$$

O comportamento do primeiro modo de vibração é previsível, já que o aumento do volume de água influencia naturalmente na taxa de conversão de energia, dado que o transdutor está no regime de maior taxa de conversão quando isento de carga (TOULIS, 1963). Logo, espera-se que o maior valor convertido seja quando a cuba se encontra ausente de qualquer fluido (ARNOLD, 2014).

O aumento da taxa de conversão do segundo modo até atingir uma máximo local em aproximadamente 1,5 cm de altura contraria o que fora observado anteriormente no primeiro modo de vibração. Ou seja, o acréscimo de fluído implica no aumento da taxa de conversão de energia. No entanto, esse acréscimo não ultrapassa o valor máximo estabelecido quando o sistema transdutor mais cuba está ausente de qualquer carga acústica.

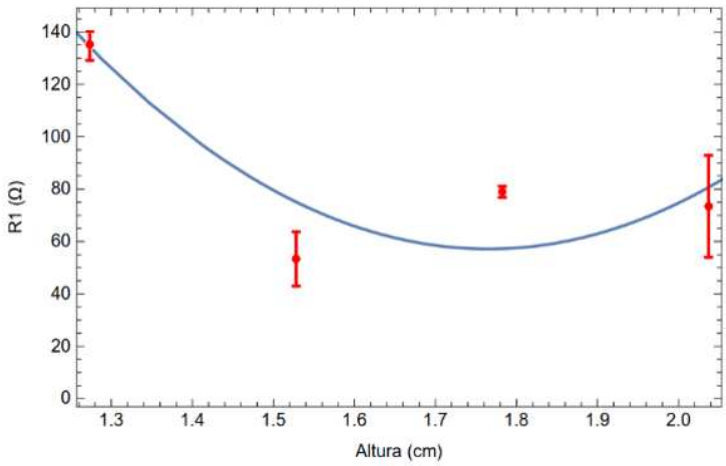
O cálculo das perdas mecânicas leva em conta dois parâmetros do circuito BVD – o componente C_1 e o componente R_1. Dessa forma, foram feitos os gráficos da variação desses dois componentes em função da altura da coluna de líquido. Esses dados serão apresentados antes das curvas de perda mecânica. Assim, será possível ter uma maior compreensão de como esse fator (perda mecânica) apresenta suas intercorrências.

Gráfico 16 – Curva do componente R_1 (Ω) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 17 – Curva do componente R_1 (Ω) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



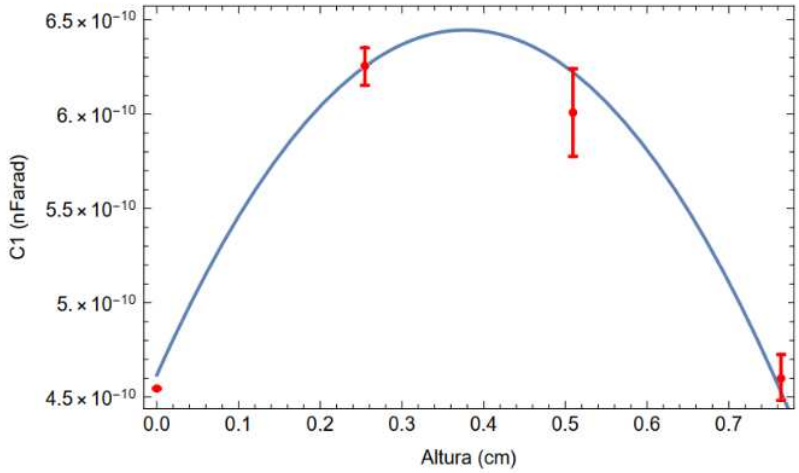
Fonte: Elaborado pelo autor.

As curvas ajustadas:

$$R_1 1_{Água}(h) = 82{,}41 - 26{,}69h + 314{,}68h^2 \quad (79)$$

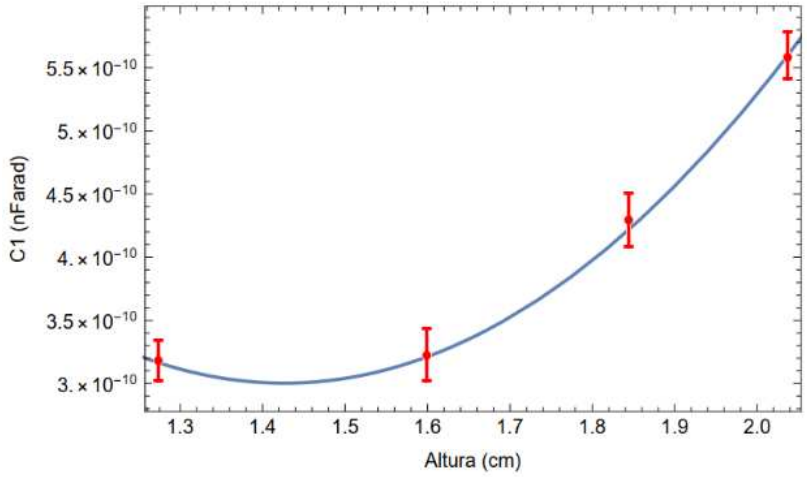
$$R_1 2_{Água}(h) = 1049{,}51 - 1124{,}28h + 318{,}44h^2 \quad (80)$$

Gráfico 18 – Curva do componente C_1 (nFarad) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 19 – Curva do componente C_1 (nFarad) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

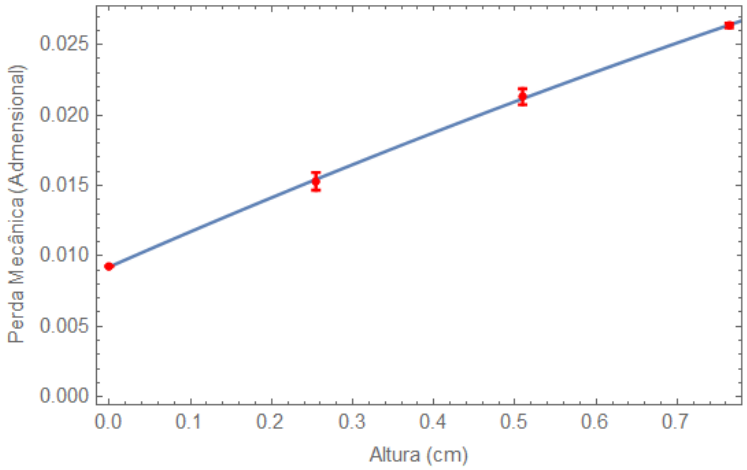
As curvas ajustadas:

$$C_1 1_{Água}(h) = 3{,}63x10^{-9} + 1{,}99x10^{-8}h - 2{,}34x10^{-8}h^2 \quad (81)$$

$$C_1 2_{Água}(h) = 5{,}89x10^{-8} - 7{,}51x10^{-8}h - 2{,}51x10^{-8}h^2 \quad (82)$$

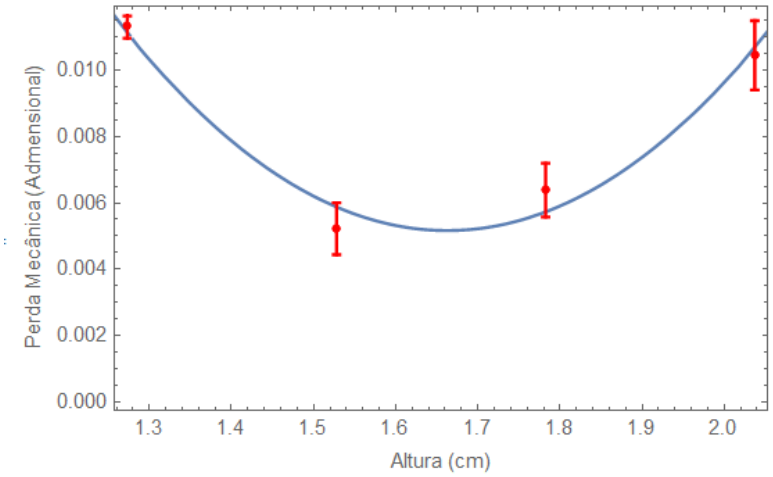
Para a perda mecânica do sistema foram obtidos os seguintes:

Gráfico 20 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 21 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando água como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

As curvas ajustadas podem ser observadas nas equações (83) e (84):

$$Pm1_{Água}(h) = 9{,}23x10^{-3} + 2{,}53x10^{-2}h - 3{,}73x10^{-2}h^2 \quad (83)$$

$$Pm2_{Água}(h) = 1{,}13x10^{-1} - 1{,}30x10^{-1}h + 3{,}91x10^{-2}h^2 \quad (84)$$

Seguindo a mesma linha de raciocínio do fator de acoplamento eletromecânico, a perda mecânica aumenta para maiores volumes de líquido. No entanto, o menor valor registrado de perda mecânica acontece no segundo modo de vibração com uma coluna de líquido de aproximadamente 1,65 cm de altura, contrariando a ideia de que a menor perda seria observada para o sistema como um todo isento de carga acústica.

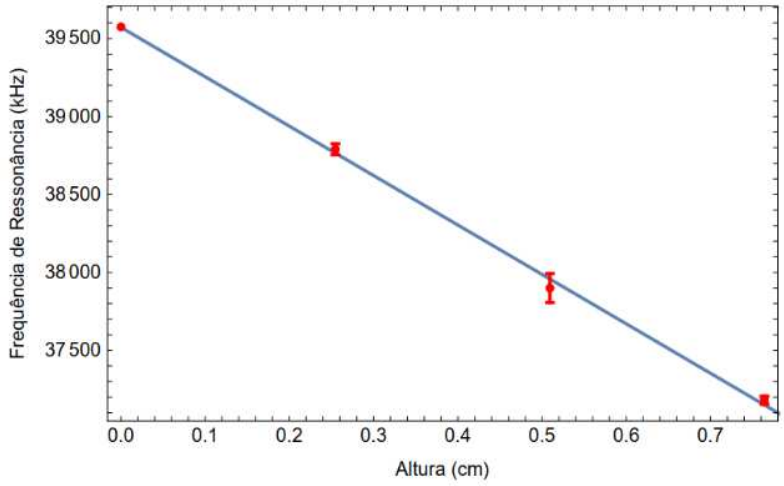
Outro ponto de destaque é o valor inicial da perda mecânica no segundo modo de vibração, muito próximo do valor do primeiro modo, cerca de 0,010. Ou seja, quando o segundo modo surge os valores que antes estavam em aproximadamente 0,025, decrescem até o valor visto inicialmente no primeiro modo de vibração.

4.3 RESULTADOS REFERENTES AO MEIO DE PROPAGAÇÃO ÁLCOOL

Para o meio álcool, foram feitas as mesmas análises anteriores e resultados semelhantes aos encontrados para água foram obtidos. As funções ajustadas apresentam a mesma estrutura matemática, com mesmo grau, diferindo apenas nos valores numéricos de seus

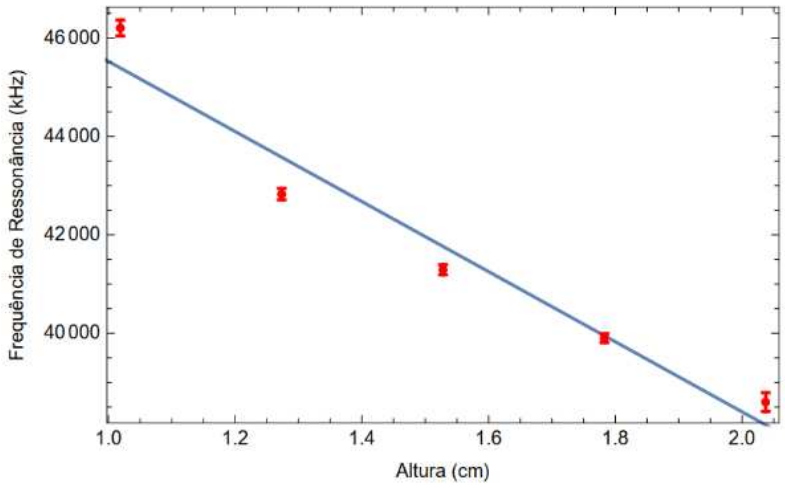
coeficientes. Isso indica que tanto a água como o álcool, quando considerados como carga acústica acoplada ao transdutor piezelétrico, apresentam semelhanças capazes a priori de revelar como se dá a mudança no comportamento da curva de impedância em função da frequência do transdutor. Fornece-se uma sugestão de como ajustar a fonte excitadora externa ligada ao transdutor de forma que se possa conduzir o próprio transdutor a trabalhar em regime de maior eficiência. Os Gráficos 22 e 23 referem-se à curva de frequência de ressonância em função da altura da coluna de álcool para os dois modos de vibração estudados.

Gráfico 22 – Curva da frequência de ressonância (kHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 23 – Curva da frequência de ressonância (kHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

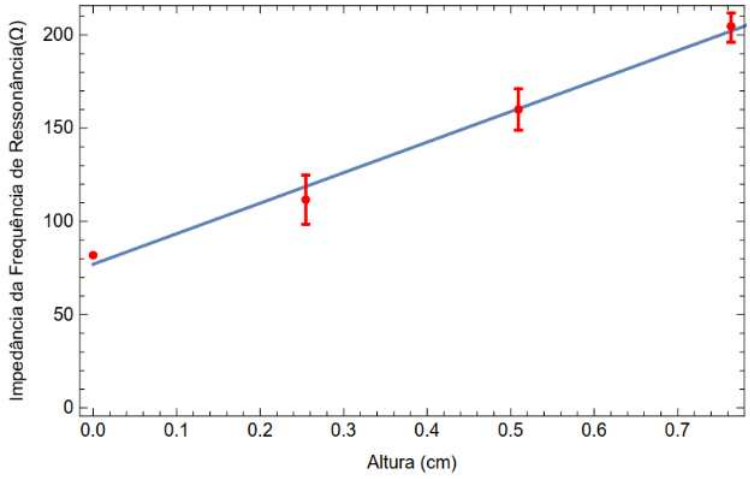
Os ajustes respectivos das curvas acima são mostrados a seguir:

$$Fs1_{Álcool}(h) = 39572{,}50 - 3171{,}04h \quad (85)$$

$$Fs2_{Álcool}(h) = 52638{,}00 - 7117{,}68h \quad (86)$$

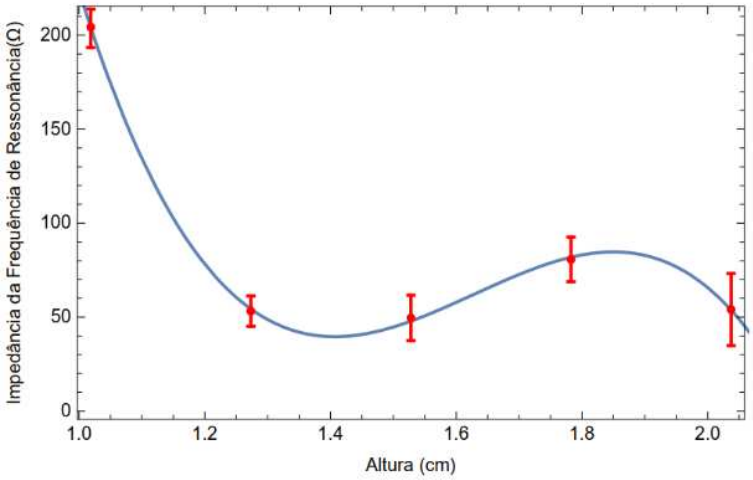
Para a impedância da frequência de ressonância em função da altura, o mesmo processo referente a água foi realizado, como mostram os gráficos adiante:

Gráfico 24 – Curva da Impedância da frequência de ressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 25 – Curva da Impedância da frequência de ressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

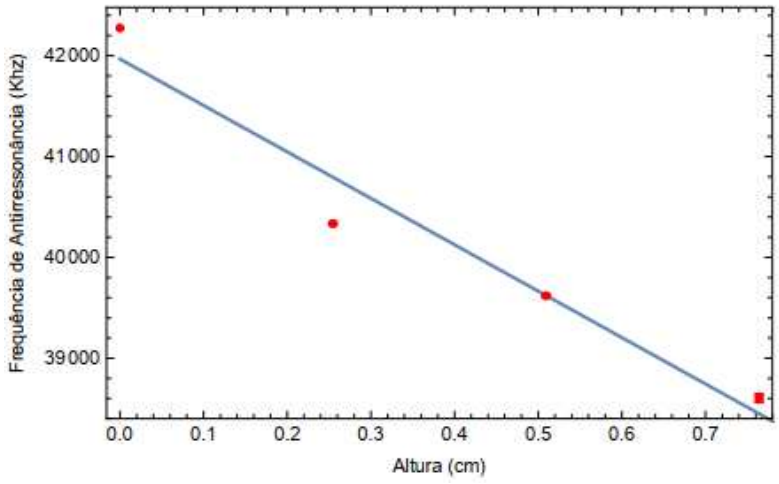
As curvas ajustadas dos dados experimentais referentes aos Gráficos 24 e 25 são mostradas a seguir:

$$Zs1_{Álcool}(h) = 77{,}05 + 163{,}70h \quad (87)$$

$$Zs2_{Álcool}(h) = 4288{,}14 - 8090{,}79h + 5062{,}24h^2 - 1036{,}23h^3 \quad (88)$$

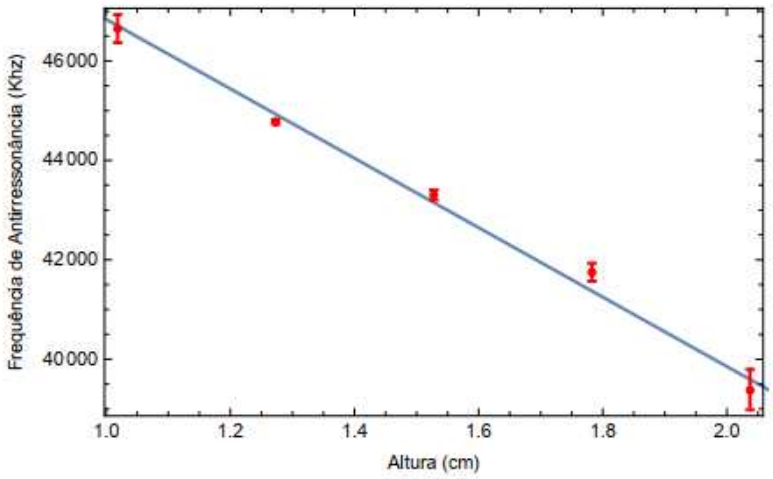
De forma subsequente, são mostradas as curvas referentes à frequência de antirressonância e sua respectiva impedância, modos um e dois para o álcool, realizado de forma análoga ao tratamento feito para água:

Gráfico 26 – Curva da frequência de Antirressonância (kHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 27 – Curva da frequência de Antirressonância (kHz) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



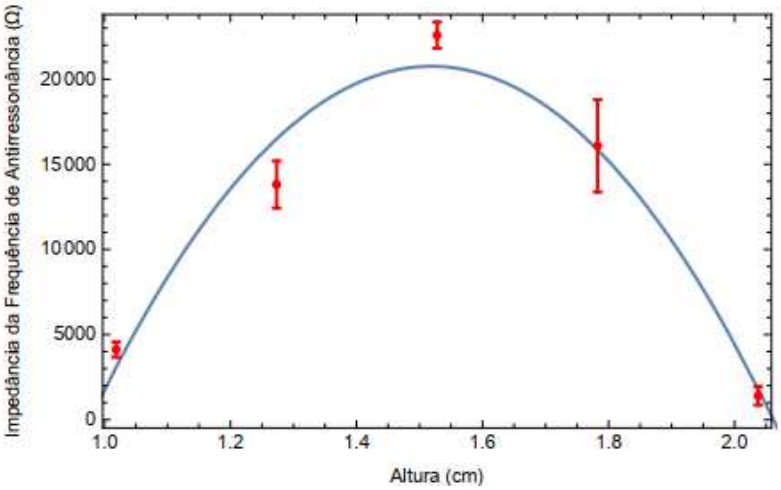
Fonte: Elaborado pelo autor.

Ajustes:

$$Fp1_{Álcool}(h) = 41697{,}50 - 4604{,}40h \quad (89)$$

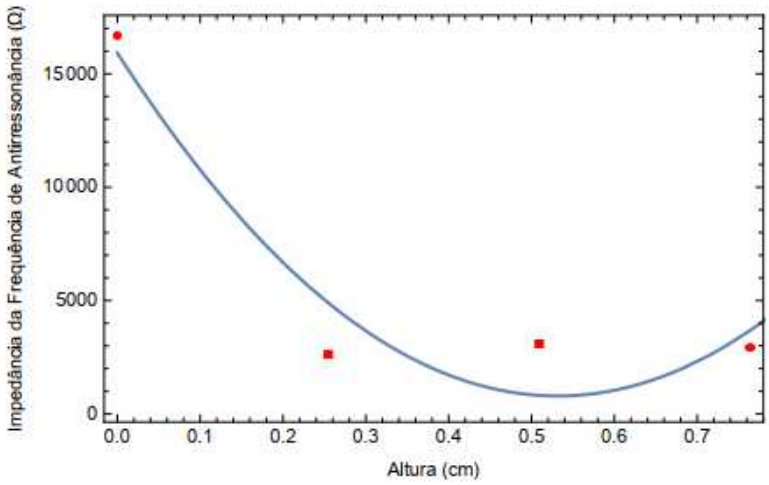
$$Fp2_{Álcool}(h) = 53821{,}00 - 6984{,}20h \quad (90)$$

Gráfico 28 – Curva da impedância da frequência de Antirressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 29 – Curva da impedância da frequência de Antirressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

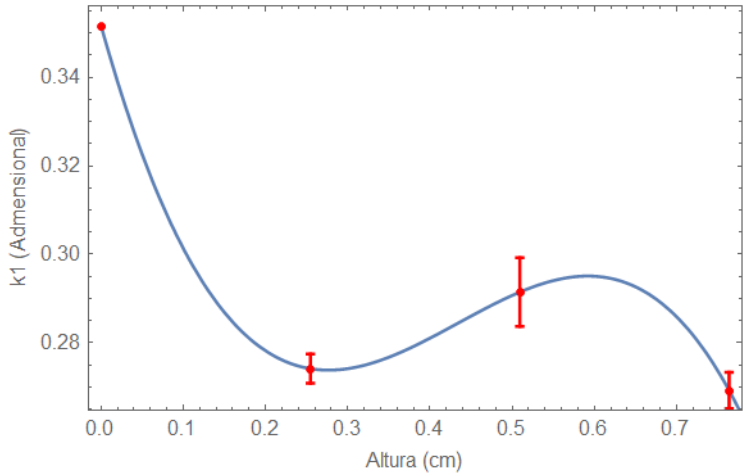
Ajustes:

$$Zp1_{Álcool}(h) = 15924{,}60 - 56942{,}20h + 53565{,}90h^2 \quad (91)$$

$$Zp2_{Álcool}(h) = -141995{,}00 + 214272{,}00h - 70526{,}30h^2 \quad (92)$$

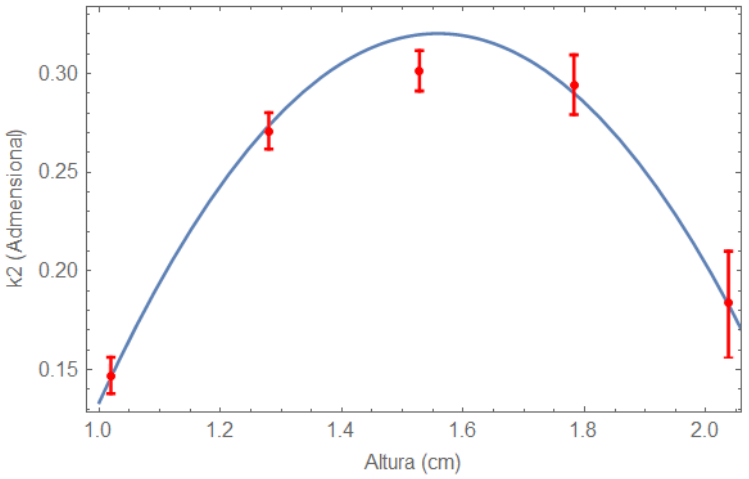
Finalmente, foram calculados os ajustes e gráficos para o fator de acoplamento eletromecânico e as perdas mecânicas para o álcool. Os resultados são exibidos em seguida:

Gráfico 30 – Curva do fator de acoplamento eletromecânico (Adimensional) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 31 – Curva do fator de acoplamento eletromecânico (Adimensional) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

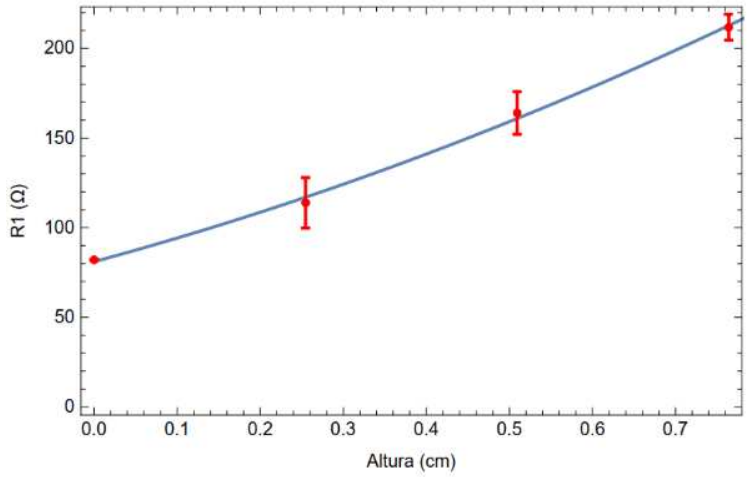
Ajustes:

$$K1_{Álcool}(h) = 0{,}35 - 0{,}67h + 1{,}77h^2 - 1{,}36h^3 \quad (93)$$

$$K2_{Álcool}(h) = -1{,}14x10^{-1} + 1{,}87x10^{-1}h - 6{,}00x10^{-1}h^2 \quad (94)$$

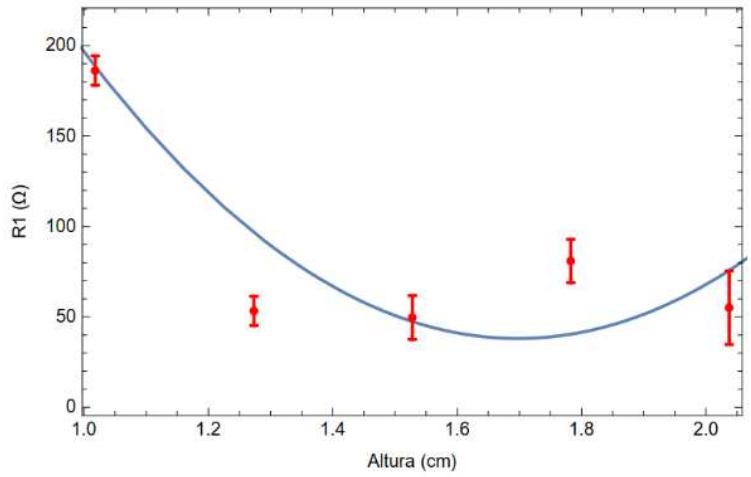
Para os componentes do circuito BVD – componenteR_1, temos:

Gráfico 32 – Curva do componente R_1 (Ω) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 33 – Curva do componente R_1 (Ω) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



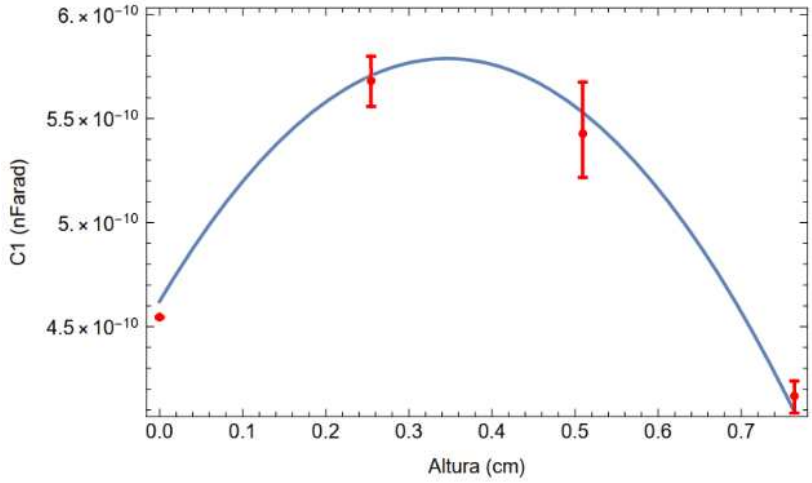
Fonte: Elaborado pelo autor.

$$R_1 1_{Álcool}(h) = 81{,}05 + 125{,}52h + 61{,}36h^2 \quad (95)$$

$$R_1 2_{Álcool}(h) = 976{,}61 - 1105{,}85h + 325{,}74h^2 \quad (96)$$

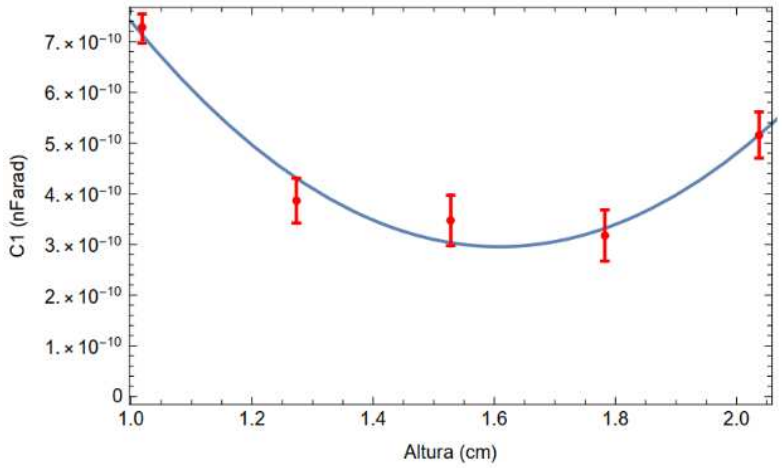
Para o componente C_1, tem-se:

Gráfico 34 – Curva do componente C_1 (nFarad) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 35 – Curva do componente C_1 (nFarad) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



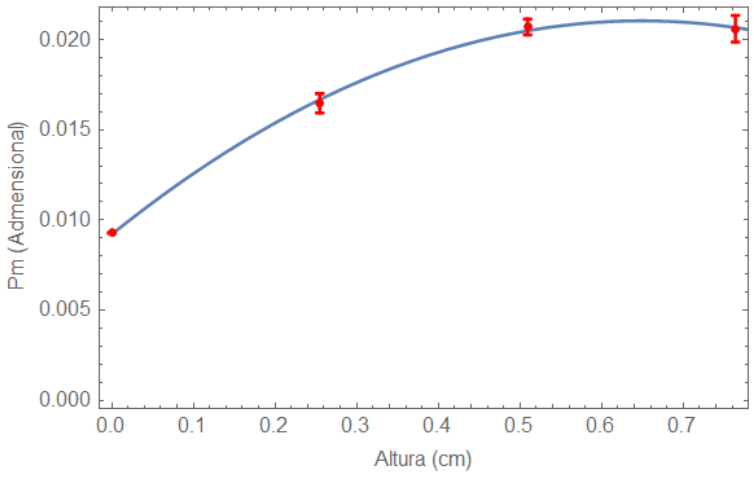
Fonte: Elaborado pelo autor.

$$C_1 1_{Álcool}(h) = 4{,}62x10^{-10} + 6{,}74x10^{-10}h - 9{,}73x10^{-10}h^2 \quad (97)$$

$$C_1 2_{Álcool}(h) = 3{,}40x10^{-9} - 3{,}86x10^{-8}h - 1{,}20x10^{-8}h^2 \quad (98)$$

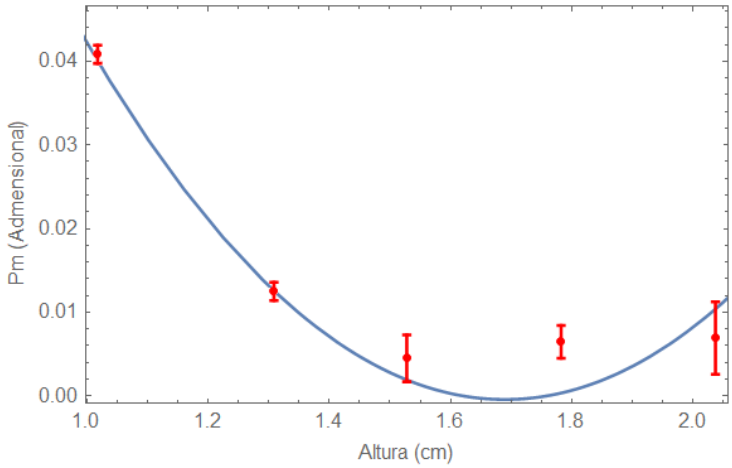
Na sequência, segue o último ajuste feito para o álcool, mostrando a seguir as perdas mecânicas:

Gráfico 36 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 37 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ajustes:

$$Pm1_{Álcool}(h) = 9{,}21x10^{-3} + 3{,}65x10^{-2}h - 2{,}81x10^{-2}h^2 \qquad (99)$$

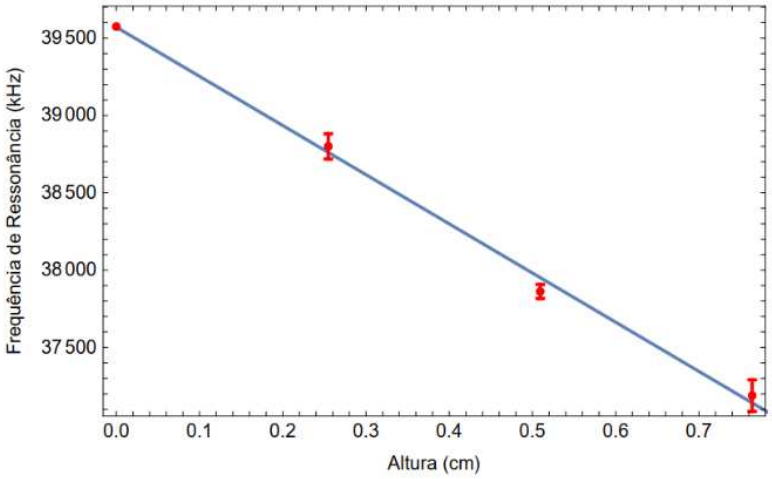
$$Pm2_{Álcool}(h) = 2{,}56x10^{-1} - 3{,}03x10^{-1}h + 8{,}79x10^{-2}h^2 \qquad (100)$$

As conclusões anteriormente citadas para a água podem ser observadas no meio de propagação álcool de forma equivalente.

4.4 RESULTADOS REFERENTES AO MEIO DE PROPAGAÇÃO ÓLEO

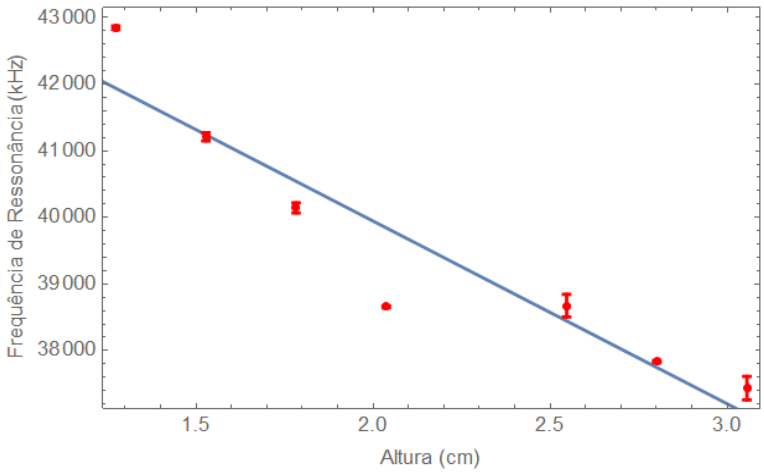
A mesma discussão realizada para os meios de propagação analisados anteriormente, água e álcool, foi feita para o óleo de soja. Os gráficos e ajustes da frequência de ressonância seguem abaixo:

Gráfico 38 – Curva da frequência de ressonância (KHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 39 – Curva da frequência de ressonância (KHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

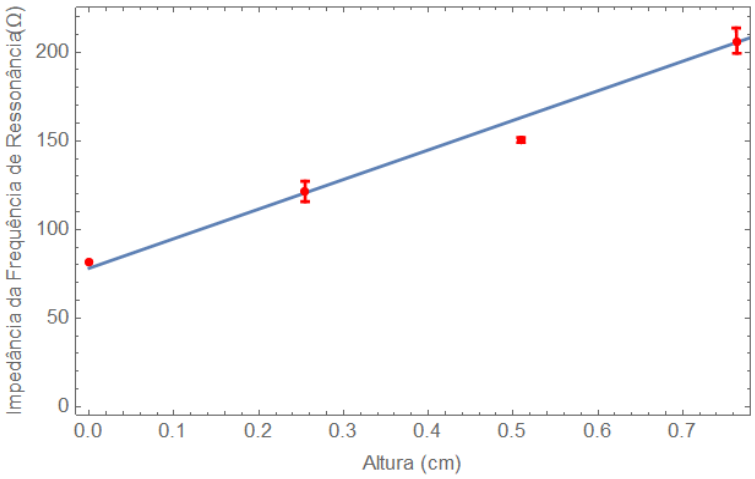
Ajustes:

$$Fs1_{\acute{O}leo}(h) = 39571{,}5 - 3180{,}21h \quad (101)$$

$$Fs2_{\acute{O}leo}(h) = 45432{,}90 - 2743{,}55h \quad (102)$$

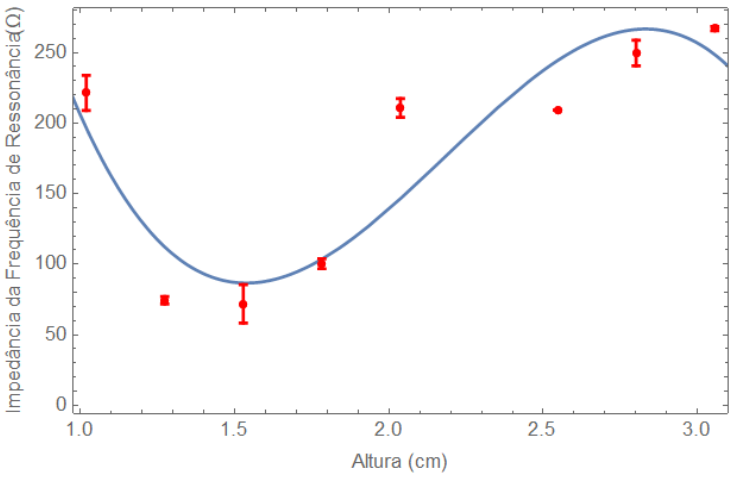
Para a impedância da frequência de ressonância:

Gráfico 40 – Curva da Impedância da frequência de ressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 41 – Curva da Impedância da frequência de ressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

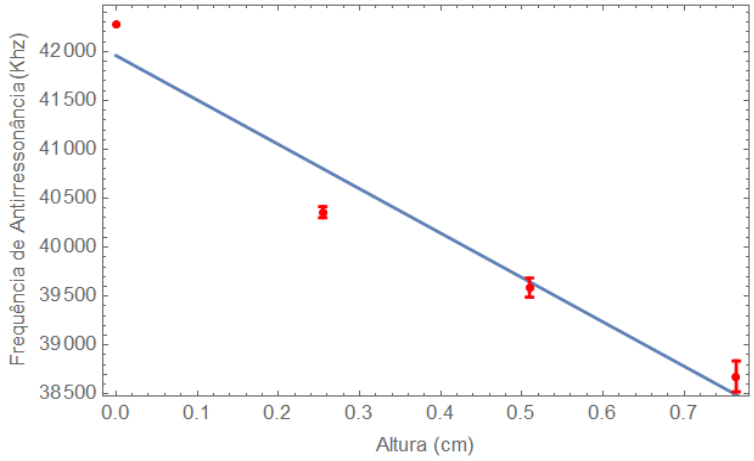
Ajustes:

$$Zs1_{\acute{O}leo}(h) = 78{,}20 + 166{,}70h \quad (103)$$

$$Zs2_{\acute{O}leo}(h) = 1453{,}07 - 2170{,}37h + 1089{,}11h^2 - 166{,}20h^3 \quad (104)$$

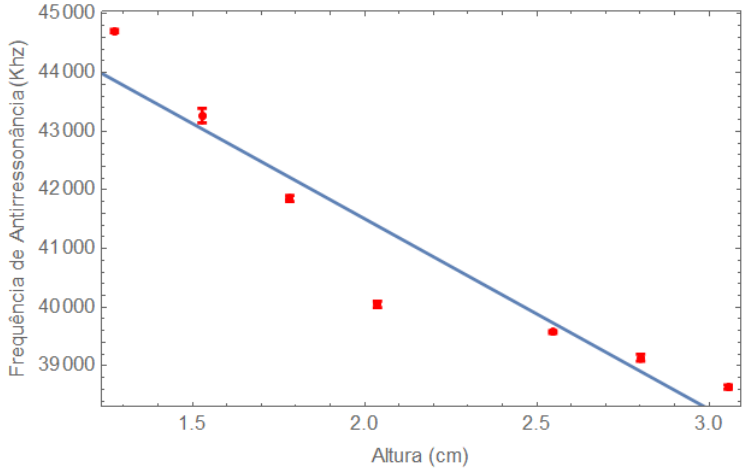
Para a frequência de antirressonância:

Gráfico 42 – Curva da frequência de Antirressonância (kHz) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 43 – Curva da frequência de Antirressonância (kHz) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

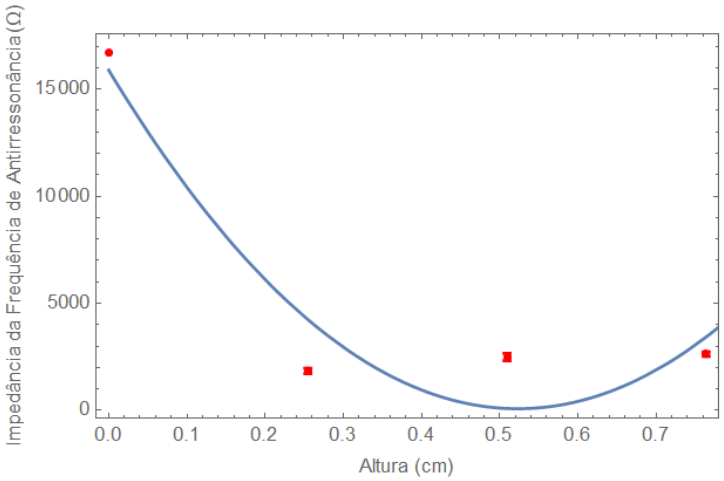
Ajustes:

$$Fp1_{\acute{O}leo}(h) = 41959{,}30 - 4538{,}30h \quad (105)$$

$$Fp2_{\acute{O}leo}(h) = 48002{,}70 - 3247{,}30h \quad (106)$$

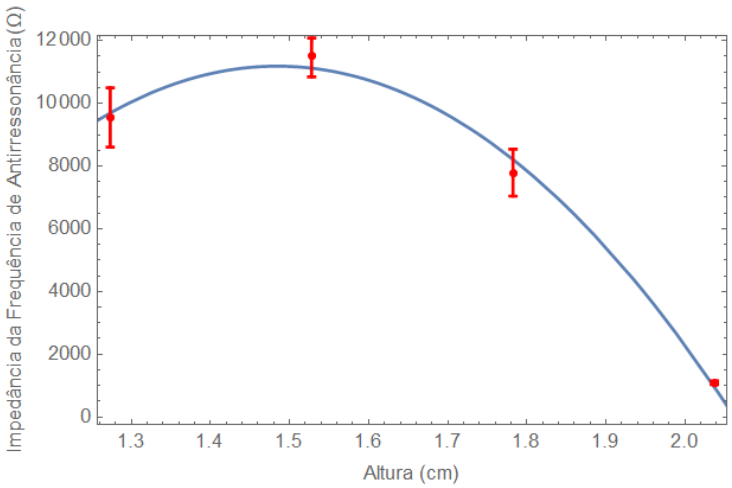
Para a impedância da frequência de antirressonância:

Gráfico 44 – Curva da impedância da frequência de Antirressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 45 – Curva da impedância da frequência de Antirressonância (Ohm) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

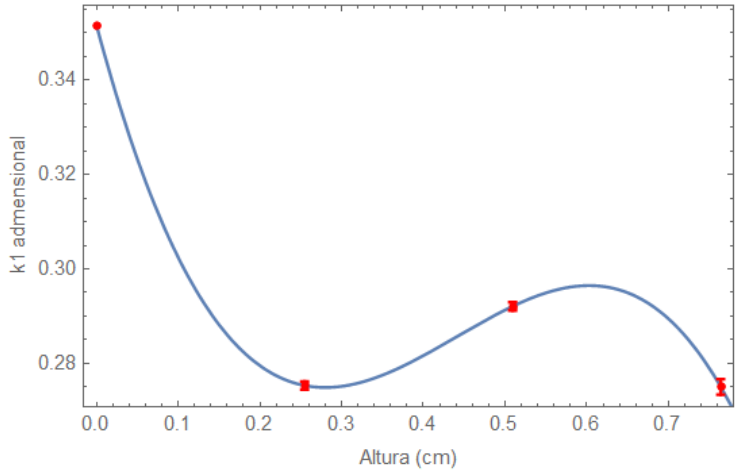
Ajustes:

$$Zp1_{Óleo}(h) = 15884{,}40 - 60411{,}60h + 57743{,}90h^2 \quad (107)$$

$$Zp2_{Óleo}(h) = -54775{,}40 + 89998{,}40h - 30797{,}60h^2 \quad (108)$$

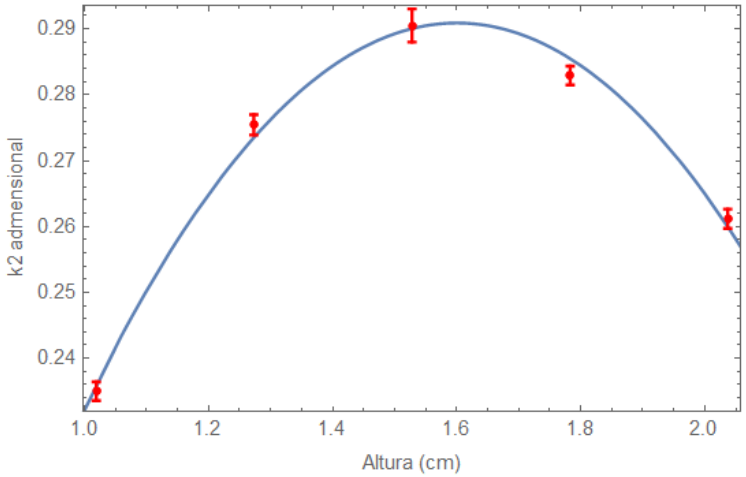
Por fim, foram feitos os gráficos e ajustes do fator de acoplamento eletromecânico e das perdas mecânicas:

Gráfico 46 – Curva do fator de acoplamento eletromecânico (Adimensional) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 47 – Curva do fator de acoplamento eletromecânico (Adimensional) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica



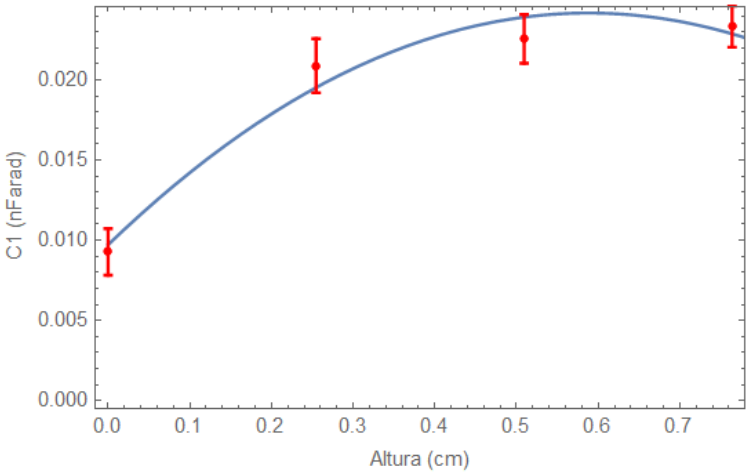
Fonte: Elaborado pelo autor.

Ajustes:

$$K1_{\acute{O}leo}(h) = 0{,}35 - 0{,}65h + 1{,}69h^2 - 1{,}28h^3 \quad (109)$$

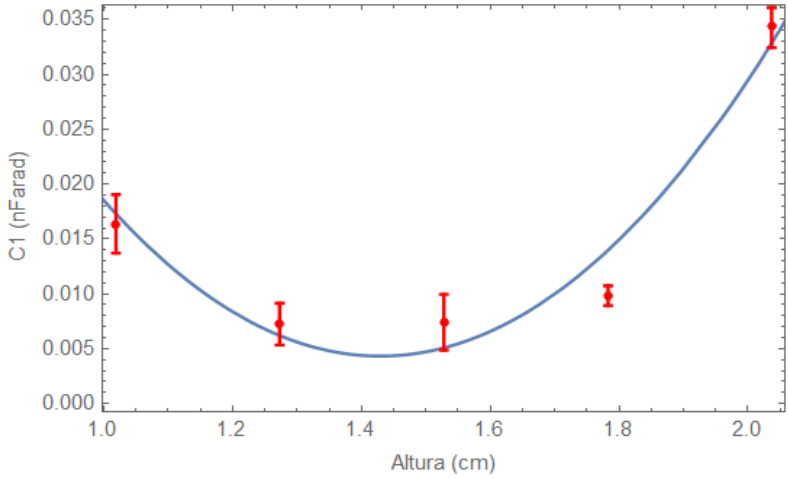
$$K2_{\acute{O}leo}(h) = -2{,}07x10^{-1} + 6{,}44x10^{-1}h - 2{,}04x10^{-1}h^2 \quad (110)$$

Gráfico 48 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

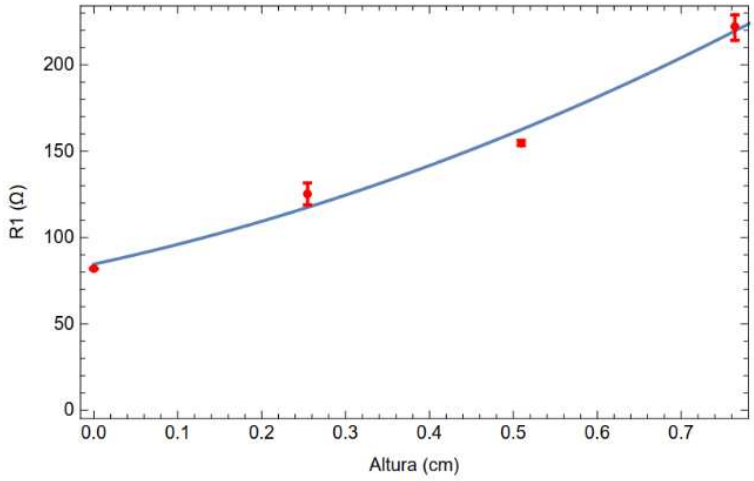
Gráfico 49 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

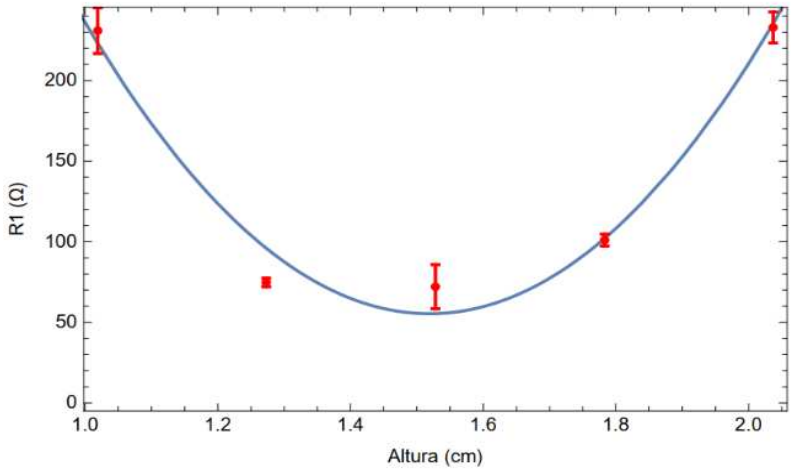
Para os componentes do circuito BVD – componenteR_1:

Gráfico 50 – Curva do componente R_1 (Ω) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 51 – Curva do componente R_1 (Ω) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

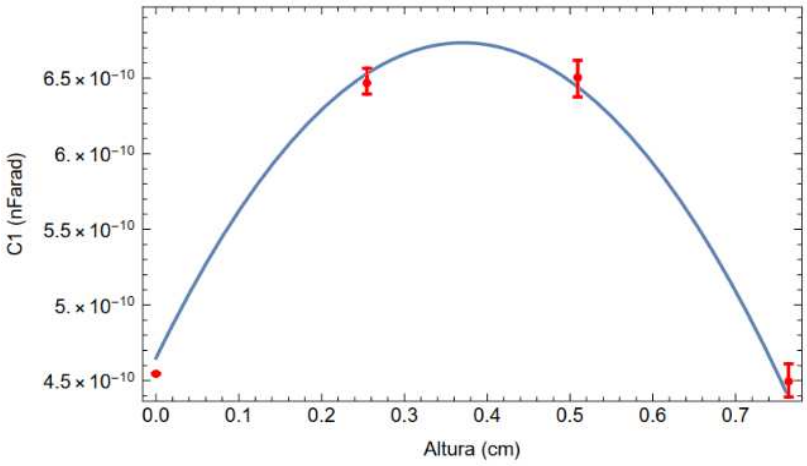
Ajustes:

$$R_1 1_{\acute{O}leo}(h) = 84{,}66 + 105{,}29h + 93{,}49h^2 \quad (111)$$

$$R_1 2_{\acute{O}leo}(h) = 1602{,}81 - 2037{,}35h + 670{,}58h^2 \quad (112)$$

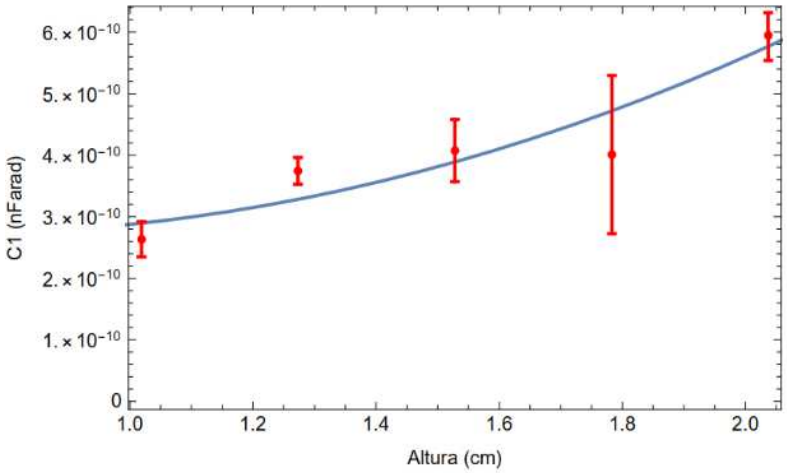
Para os componentes do circuito BVD – componenteC_1:

Gráfico 52 – Curva do componente C_1 (nFarad) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 53 – Curva do componente C_1 (nFarad) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando álcool como carga acústica

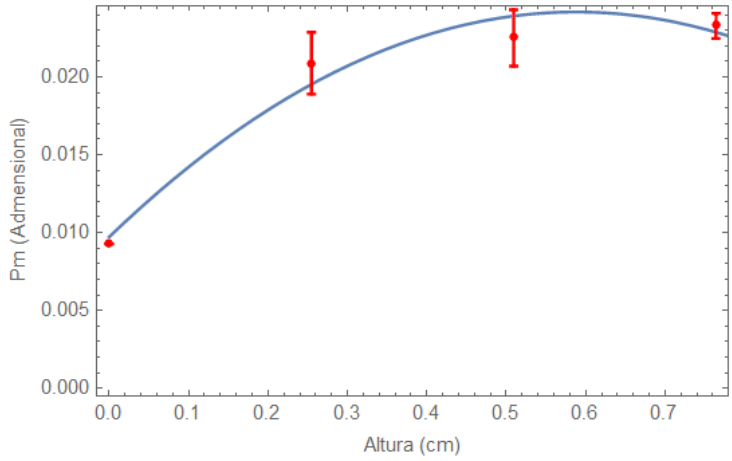


Fonte: Elaborado pelo autor.

$$C_1 1_{\acute{o}leo}(h) = 4{,}62x10^{-10} + 6{,}74x10^{-10}h - 9{,}73x10^{-10}h^2 \quad (113)$$

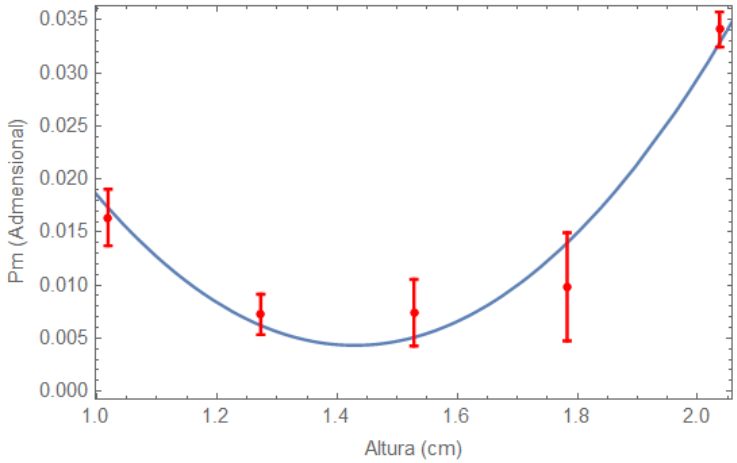
$$C_1 2_{\acute{o}leo}(h) = 3{,}40x10^{-9} - 3{,}86x10^{-8}h - 1{,}20x10^{-8}h^2 \quad (114)$$

Gráfico 54 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o primeiro modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Gráfico 55 – Curva da Perda mecânica (Adimensional) em função da altura (cm) para o segundo modo de vibração do transdutor, usando óleo como carga acústica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ajustes:

$$Pm1_{\acute{O}leo}(h) = 9{,}73x10^{-3} + 4{,}92x10^{-2}h - 4{,}18x10^{-2}h^2 \quad (115)$$

$$Pm2_{\acute{O}leo}(h) = 1{,}62x10^{-1} - 2{,}20x10^{-1}h + 7{,}70x10^{-2}h^2 \quad (116)$$

As funções ajustadas coincidem em todos os meios de propagação estudados, apresentando o mesmo comportamento matemático e as mesmas características. Logo, deve

existir uma correlação entre cada um desses conjuntos transdutor-carga acústica. Isso aponta que seria possível estabelecer relações quantitativas com respeito à mudança de comportamento do transdutor quando esse está sob a influência das cargas mecânicas experimentadas.

4.5 FATOR DE ACOPLAMENTO ELETROMECÂNICO E PERDA MECÂNICA – VALORES MÁXIMOS E MÍNIMOS

Por fim, foram medidos os valores em que ocorrem os máximos de (κ) e os mínimos de perda mecânica, no intuito de averiguar se as alturas são coincidentes e, posteriormente, observar a relação entre eles e as funções que descrevem as frequências de ressonância e antirressonância para associar as condições de desempenho com as frequências de excitação.

Nas Tabelas 3 e 4 são mostrados os valores máximo de (κ) e os valores de altura (cm) com esses máximos que foram substituídos nas funções de frequência de ressonância.

Tabela 3 – Valores máximos de (κ) substituídos na função Fs(h) para o modo 1

Carga Acústica	Valores Máximos de (k)	Valor de Fs(h) para (k) máximo
Álcool	0.295	38638.8
Óleo	0.296	38631.1
Água	0.298	38577.1

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 4 – Valores máximos de (κ) substituídos na função Fs(h) para o modo 2

Carga Acústica	Valores Máximos de (k)	Valor de Fs(h) para (k) máximo
Álcool	0.32	50357.8
Água	0.302	48759.1
Óleo	0.301	44607.8

Fonte: Elaborada pelo autor.

A seguir, são apresentadas as Tabelas 5 e 6 com os valores máximos de (κ) para cada fluído substituídos na função de antirressonância.

Tabela 5 – Valores máximos de (κ) substituídos na função Fp(h) para o modo 1

Carga Acústica	Valores Máximos de (k)	Valor de Fp(h) para (k) máximo
Óleo	0.296	40618.1
Água	0.298	40530.8
Álcool	0.295	40608.9

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 6 – Valores máximos de (κ) substituídos na função Fp(h) para o modo 2

Carga Acústica	Valores Máximos de (k)	Valor de Fp(h) para (k) máximo
Óleo	0.301	47026
Água	0.302	51612.2
Álcool	0.32	51760.2

Fonte: Elaborada pelo autor.

Independente de qual fluído é analisado, em ambos os modos de vibração, os valores máximos de (κ) são muito próximos, como pode ser observado nas Tabelas de 3 a 6. No entanto, quando a altura onde ocorrem esses valores é substituída, tanto na função de ressonância, como na função de antirressonância (respectiva de cada líquido), valores distintos são observados, o que mostra que diferentes fluídos alteram de forma diferente a curva de impedância em função da frequência do transdutor. Portanto, faz-se necessário obter maneiras de corrigir essas variações de valores encontrados quando se altera de um fluído para outro, para que a fonte excitadora trabalhe no melhor regime possível.

Dando sequência a essa análise, foram feitas as tabelas indicando o mínimo de perda mecânica para cada uma das cargas acústicas usadas. Esses valores mínimos foram substituídos nas funções de frequência de ressonância e antirressonância.

Tabela 7 – Valores mínimos de (Pm) substituídos na função Fs(h) para o modo 1

Carga Acústica	Valores Mínimos(Pm)	Valor de Fs(h) para (Pm(h)) mínimo
Óleo	0.009	39541.5
Água	0.009	39546.4
Álcool	0.009	39543.1

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 8 – Valores mínimos de (Pm) substituídos na função Fs(h) para o modo 2

Carga Acústica	Valores Mínimos(Pm)	Valor de Fs(h) para (Pm(h)) mínimo
Óleo	0.004	45421.1
Água	0.005	50476.2
Álcool	0.001	52637.1

Fonte: Elaborada pelo autor.

Agora, analisando a frequência de antirressonância:

Tabela 9 – Valores mínimos de (Pm) substituídos na função Fp(h) para o modo 1

Carga Acústica	Valores mínimos de (Pm)	Valor de Fs(h) para (Pm(h)) mínimo
Óleo	0.009	41917.2
Água	0.009	41882.1
Álcool	0.009	41924.9

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 10 – Valores mínimos de (Pm) substituídos na função Fp(h) para o modo 2

Carga Acústica	Valores mínimos de (Pm)	Valor de Fs(h) para (Pm(h)) mínimo
Óleo	0.004	47988.6
Água	0.005	53591.6
Álcool	0.001	53756.2

Fonte: Elaborada pelo autor.

A mesma análise feita anteriormente vale para a perda mecânica, ou seja, dado que os valores encontrados nas funções de ressonância e antirressonância são distintos (para cada fluído), é natural que se busque maneiras de corrigir o sinal que controla a fonte externa excitadora. Como última análise, deseja-se saber se os pontos (altura da coluna de fluído) onde ocorrem os máximos do fator de acoplamento eletromecânico são os mesmos pontos onde ocorre o mínimo das perdas mecânicas do sistema. Assim, foi construída a tabela a seguir:

Tabela 11 – Valores de altura (cm) onde ocorrem os máximos de (κ) e mínimos de (Pm) (adimensional)

Carga Acústica	(k) Modo 1	(k) Modo 2	(Pm) Modo 1	(Pm) Modo 2
Água	0.61	1.56	0.63	1.67
Óleo	0.59	1.59	0.65	1.69
Álcool	0.6	1.58	0.59	1.43

Fonte: Elaborada pelo autor.

Espera-se que os valores de altura (cm) onde ocorrem os máximos de (κ) sejam próximos dos valores onde ocorrem os mínimos de perda mecânica – como pode ser observado na Tabela 11. Isso indica que as funções ajustadas apresentam uma boa aproximação quando comparadas com a literatura.

Como os valores onde ocorrem os mínimos das perdas mecânicas são aqueles vinculados ao máximo do fator de acoplamento eletromecânico, espera-se que tais valores sejam os mesmos para ambas as funções ou estejam muito próximos. Os dados da Tabela 11 confirmam essa premissa, logo, é observado que os dados experimentais estão de acordo com as ideias inicias pré-estabelecidas no início do projeto, em que se afirma que os mínimos de perda mecânica são aqueles nos quais temos os maiores valores do fator de acoplamento eletromecânico e onde o sistema opera em máxima taxa de conversão de energia.

Após essa fase de análise, algumas considerações devem ser feitas baseando-se nas observações realizadas. Foram notados resultados com as frequências de ressonância e antirressonância que são similares aos obtidos por Shuyu (2004) e Arnold (2014). No artigo supracitado de Arnold também foi obtido um comportamento similar para o fator (κ). No entanto, em ambos os artigos, a análise foi feita a partir de um modelo isento de perdas. Neste trabalho, estamos inserindo as perdas mecânicas, já que em alguns momentos é citada a viscosidade, uma das propriedades que produz as perdas mecânicas.

As análises e os resultados retratam consequências referentes à inserção de uma carga acústica de comprimento finito. Neste caso, as conclusões encontradas indicam que o desempenho do transdutor, no que toca ao fator de acoplamento eletromecânico e às perdas mecânicas, apresenta um comportamento em que se alternam situações de maior e menor rendimento, ou seja, máximos e mínimos relativos à perda mecânica e conversão de energia (κ).

Também é possível verificar que a impedância na frequência de ressonância, na qual, normalmente, o transdutor é excitado, também se apresentam valores de máximos e mínimos. Este aspecto é interessante, pois ajuda a determinar a potência elétrica que deve ser fornecida pela fonte excitadora (amplificador eletrônico) para que a operação do transdutor esteja em seus níveis máximos. No que tange às diferenças entre os valores das densidades, velocidade de propagação, viscosidade e impedância acústica dos meios de propagação empregados, observa-se que as diferenças entre esses valores são pequenas se levadas em conta as ordens de grandeza envolvidas.

De acordo com Shuyu (2004), o que interfere na impedância referente à carga acústica são a densidade do líquido, usado como carga, a velocidade de propagação da onda no meio usado como carga, a área de secção transversal da cerâmica usada na fabricação do transdutor, a frequência de vibração da cerâmica quando excitada pela fonte externa e o módulo de Young referente a rigidez da própria cerâmica.

Nesse trabalho, estamos variando apenas a densidade do fluido usado como carga e a velocidade de propagação da onda no meio – todas as outras características foram mantidas constantes. Assim, observa-se que, mesmo introduzindo outras variáveis no problema, como a viscosidade e a impedância acústica, a teoria nos mostra que apenas os fatores já citados são capazes de alterar a impedância da carga acústica e, consequentemente, as frequências de ressonância e antirressonância a que o transdutor está submetido.

5 CONCLUSÕES

A partir dos dados experimentais apresentados neste trabalho podemos chegar algumas conclusões referentes ao comportamento do transdutor, quando submetido a diferentes cargas acústicas. Tanto a frequência de ressonância quanto a frequência de antirressonância são afetadas pela altura da coluna de líquido. O acréscimo de fluído no sistema implica no surgimento de mais de um modo de vibração na cerâmica e, consequentemente, aumenta a perturbação do sistema – causando interferência nas curvas de impedância em função da janela de frequências escolhida, sendo que os fluídos de maior viscosidade são menos afetados e os de menor viscosidade sofrem as maiores distorções.

O surgimento de modos acoplados e interferências também está ligado as dimensões da cuba onde encontram-se os fluídos. Tomando os mesmos valores de massa e volume de qualquer um dos fluídos usados, as menores perturbações ocorrem em sistemas nos quais a cuba apresenta menor secção de área da base.

Os modos de vibração podem coexistir até um certo volume de líquido adicionado, sendo que o acréscimo de fluído implica necessariamente na diminuição da amplitude da curva de impedância em função da ressonância do primeiro modo observado. Logo, com aumento da coluna de fluído, esse primeiro modo tende a desaparecer ao mesmo tempo em que o modo subsequente surge e toma o lugar do modo predecessor.

O comportamento do segundo modo de vibração é afetado pelo primeiro modo de vibração e vice-versa, quando ambos estão coexistindo, fazendo com que exista uma divergência quanto ao tipo de função ajustada para cada modo. Como ambos aparecem sempre conectados, não é possível separá-los totalmente na aquisição e tratamento dos dados experimentais.

Os coeficientes das funções ajustadas aparentemente não podem ser explicados levando-se em conta fatores intrínsecos ligados às cargas acústicas – tais como a densidade, a viscosidade, a velocidade de propagação e a impedância acústica –, dado que a impedância acústica dos fluídos usados apresenta valores que fornecem frequências de ressonância e antirressonância muito próximos uns dos outros. O modelo de Butterworth Van Dyke mostrou-se eficiente quanto à modelagem do transdutor, fornecendo parâmetros capazes de ajustar o comportamento do mesmo por funções capazes de fornecer valores próximos dos reais quanto ao fator de acoplamento eletromecânico e às perdas mecânicas.

Segundo a literatura (IEEE, 1987), tanto as perdas mecânicas quanto o fator de acoplamento eletromecânico – ambos responsáveis pela eficiência do sistema – devem apresentar valores iguais de altura da coluna de líquido nos pontos em que se encontram os mínimos da perda mecânica e os máximos do acoplamento eletromecânico. Os valores experimentais encontrados confirmam essa premissa e mostram um bom indicativo quanto à qualidade da modelagem feita usando o circuito equivalente BVD. Esses dados também realçam que, apesar das curvas ajustadas não serem capazes de prever variações na curva de impedância, quanto ao que toca os coeficientes das funções, essas funções foram capazes de modelar todos os parâmetros usados para encontrar os pontos em que o transdutor opera em regime de máxima eficiência. Essa afirmação é validada quando se observa os pontos referentes às alturas em que ocorrem os mínimos de perda mecânica e o máximo de acoplamento eletromecânico; ambos dispõe do mesmo valor no eixo das abscissas.

Os dados apresentados fornecem uma justificativa essencial da importância de se analisar as alterações na curva de impedância de transdutores piezelétricos quando estes são usados na construção de sistemas eletroacústicos. Os resultados obtidos neste trabalho serão úteis para orientar a concepção do projeto de sistemas eletrônicos excitadores de transdutores de ultrassom. As alterações verificadas em termos de conversão de energia, por meio do fator k e da eficiência, por meio da perda mecânica, devem contribuir para a calibração dos circuitos de correção de ressonância e de entrega de potência elétrica ao transdutor.

REFERÊNCIAS

ARNAU, A. **Piezolectric Transducers and Applications**. 2. ed. Valencia: Springer, 2008.

ARNOLD, F. J. et al. Electric Impedance of Piezoelectric Ceramics under Acoustic Loads. **ECTI Transactions on Electrical Engineering, Electronics, and Communications**, v. 12, n. 2, p. 48-54, 2014.

_____.; MÜHLEN, S. S. Resonance frequencies on mechanically pre-stressed ultrasonic piezotransducers. **Ultrasonics**, v. 39, n. 1, p. 1-5, 2001.

BERLINCOURT, D.A.; CURRAN, D.R.; JAFFE, H. Piezoelectric and Piezomagnetical Materials and Their Function in Transducers. In: MASON, W.P. (ed.). **Physical Acoustics**. New York: Academic Press, 1964. p. 169-270.

BOYLESTAD, R. L. **Introdução à análise de circuitos**. Pearson Brasil, 2012.

COATES, R.; MAGUIRE, T.P. Multiple-Mode Acoustic Transducer Calculations. **IEEE Transactlons ok ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control l**, v. 36. n. 4, jul. 1989.

GALLEGO-JUAREZ, J. A. Piezoelectric ceramics and ultrasonic transducers. **J. Phys. E: Sci. Instrum**, v. 22, n. 10, 1989.

HIROSE, S.; AOYAGI, M.; TOMIKAWA, Y.; TAKAHASHI, S.; UCHINO, K. High power characteristics at antiresonance frequency of piezoelectric transducers. **Ultrasonics**, v. 34, n. 2–5, p. 213-217, 1996.

HOJONG, C. et al. New Modified Butterworth Van-Dyke Model for High Frequency Ultrasonic Imaging. **NIH Transducer Resource Center and Biomedical Engineering**, University of Southern California, Los Angeles, California, 2012.

KATZIR, S. The Beginnings of Piezoelectricity: A Study in Mundane Physics. **Dordrecht**: Boston Sutdies in Philosophy of Science, v. 67, 2010.

KHMELEV, V. N.; SAVIN, I. I.; BARSUKOV, R. V.; TSYGANOK, S. N. Problems of electrical matching of electronic ultrasound frequency generators and electroacoustical transducers for ultrasound technological installations. **IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference**, p. 211-215, 2004.

LANG, S. B.; MUENSIT, S. Review of some lesser-known applications of piezoelectric and pyroelectric polymers. **Applied Physics A: Materials Science and Processing**, v. 85, n. 2, p. 125-134, 2006.

LIN, S.; TIAN, H. Study on the sandwich piezoelectric ceramic ultrasonic transducer in thickness vibration. **Smart Materials and Structures**, v. 17, n. 1, 2008.

MANBACHI, A.; COBBOLD, R. S. C. Development and application of piezoelectric materials for ultrasound generation and detection. **Ultrasound**, v. 19, n. 4, p. 187-196, 2011.

MASON, W.P. Electromechanical transducers and wave filters. **Van Nostrand**, New York, 1948.

MEITZLER A.H., BERLINCOURT D., COQUIN G. A., WELSH III F. S., TIERSTEIN H. F., W. A. W. I.E.E.E. Standard on Piezoelectricity: An American National Standard. **IEEE Standards Board**, American National Standards Institute, 1987.

MONGKUT, K.; LADKRABANG, T. **Analysis of Appropriate Parameters for Piezoelectric Ceramic Utilization by Using BVD Model Chalermchai Jeerapan, Witsarut Sriratana, Prasit Julsereewong, Sart Kummoo**l, 2005, n. 2, p. 2067-2070.

PÉREZ, Nicolás; GONZALEZ, Mariana; BUDELLI, Eliana; BARRIOS, Sofía; LEMA, P. Evaluación del efecto de la carga en sistemas de extracción de ultrasonido de potencia. **XI Congreso Iberoamericano de Acústica**, Montevideo, 2018.

QUEIRÓS, R.; GIRÃO, P. S.; SERRA, A. C. Single-Mode Piezoelectric Ultrasonic Transducer Equivalent Circuit Parameter Calculations and Optimization Using Experimental Data. **IMEKO TC4 International Symposium on New Technologies in Measurement and Instrumentation**, n. 2, p. 468-471, 2005.

RATHOD, Vivek. A Review of Electric Impedance Matching Techniques for Piezoelectric Sensors, Actuators and Transducers. **Electronics**, v. 8, n. 169, 2019.

SHERRIT, S.; WIEDERICK, H. D.; MUKHERJEE, B. K. Accurate equivalent circuits for unloaded piezoelectric resonators. **1997 IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings An International Symposium**, v. 2, p. 931-935, nov. 1997.

SHUYU, Lin. Load characteristics of high-power sandwich piezoelectric ultrasonic transducers. **Ultrasonics**, v. 43, n. 5, p. 365-373, 2004.

_____. Optimization of the performance of the sandwich piezoelectric ultrasonic transducer. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 115, n. 1, p. 182-186, 2003.

_____.; TIAN, Hua. Study on the sandwich piezoelectric ceramic ultrasonic transducer in thickness vibration. Smart Materials and Structures, v. 17, n. 1, 2007.

TOULIS, W. Electromechanical coupling and composite transducers. **J. Acoustical Soc. America**, v. 35, n. 1, p. 74-80, jan. 1963.

TURNBULL, D. H.; SHERAR, M. D.; FOSTER, F. S. Determination of electromechanical coupling coefficients in transducer materials with high mechanical losses. **IEEE 1988 Ultrasonics Symposium Proceedings**, Chicago, v. 2, p. 631-634, 1988.

UCHINO, Kenji. Piezoelectric ceramics for transducers. **Woodhead Publishing**, 2012.

VAN DYKE, K. S. The Piezo-Electric Resonator and Its Equivalent Network**. Proceedings of the IRE**, v. 16, n. 6, p. 742–764, 1928. Disponível em: http://ieeexplore.ieee.org/document/1670053/. Acesso em: 12 dez. 2019.