

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA QUÍMICA

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO
PROCESSOS EM TECNOLOGIA QUÍMICA

Investigação do Escoamento Bifásico Gás-Líquido em uma Coluna de Bolhas Retangular por meio da Técnica CFD

Autor: João Lameu da Silva Júnior

Orientador: Prof. Dr. Milton Mori

Dissertação de Mestrado apresentada à Banca Examinadora como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Campinas – São Paulo
12 de Dezembro de 2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA – BAE – UNICAMP

Si38i Silva Júnior, João Lameu da
Investigação do escoamento bifásico gás-líquido em
uma coluna de bolhas retangular por meio da técnica
CFD / João Lameu da Silva Júnior. –Campinas, SP:
[s.n.], 2011.
Orientador: Milton Mori.
Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Química.

1. Bolhas (Física). 2. Escoamento multifásico. 3.
Fluidodinâmica computacional (CFD). I. Mori, Milton.
II. Universidade Estadual de
Campinas. Faculdade de Engenharia Química. III.
Título.

Título em Inglês: Investigation of two-phase gas-liquid flow in a rectangular bubble
column using CFD technique

Palavras-chave em Inglês: Bubble, Multiphase flow, Computational fluid dynamics
(CFD)

Área de concentração: Processos em Tecnologia Química


Titulação: Mestre em Engenharia Química

Banca examinadora: Dirceu Noriler, Marcos Akira d'Ávila

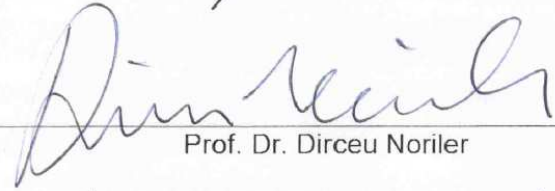
Data da defesa: 12-12-11

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Química

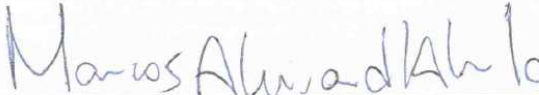
Dissertação de Mestrado defendida por João Lameu da Silva Júnior e aprovada em 12 de dezembro de 2011 pela banca examinadora constituída pelos doutores:



Prof. Dr. Milton Mori - Orientador



Prof. Dr. Dirceu Noriler



Prof. Dr. Marcos Akira d'Ávila

Este exemplar corresponde a versão final da Dissertação de Mestrado em Engenharia Química.



Prof. Dr. Milton Mori - Orientador

Dedicatória

Dedico este trabalho:

À minha família, em especial à minha mãe Fátima, por me apoiar, à minha irmã Ana Carolina, a qual sempre me ajudou nos estudos, e à minha namorada Alessandra, por estar ao meu lado em todos os momentos.

Agradecimentos

À minha família, à minha namorada Alessandra e aos meus amigos César Roberto, José Reginaldo e Rafael Ruano, pelo apoio e incentivo.

À Ana Carolina e Reinaldo Montanholti, pela grande ajuda durante todo o mestrado.

Aos colegas do laboratório de pesquisas em Processos Químicos e Gestão Empresarial (PQGe), em especial ao Dr. Jaci Carlo Schramm Câmara Bastos, pelo apoio dado neste trabalho.

Aos docentes da Faculdade de Engenharia Química da UNICAMP, por transmitirem seus conhecimentos.

Ao Prof. Milton Mori, responsável pelo laboratório de pesquisas PQGe, pela oportunidade e suporte oferecidos.

À Prof^a. Maria das Graças Enrique da Silva, pelo incentivo e encaminhamento na área de pesquisa.

À PETROBRAS pelo suporte financeiro concedido nesta pesquisa.

“Nunca ore suplicando cargas mais leves, e sim ombros mais fortes ”

— Philips Brooks

Resumo

Esta pesquisa tem como objetivo avaliar as principais forças interfaciais que atuam no escoamento gás-líquido em uma coluna de bolhas retangular, de dimensões $150\text{cm} \times 26,4\text{cm} \times 3,1\text{cm}$ (altura (H) \times largura (W) \times profundidade (D)), com aeração centralizada, empregando a Fluidodinâmica Computacional (CFD). O caso proposto é baseado em um estudo experimental de um sistema ar-água operando em regime homogêneo, com altura inicial de líquido (H_l) igual a $79,2\text{cm}$, correspondente a razão de aspecto (H_l/W) de 3. Empregou-se para a fase dispersa, um diâmetro de bolhas de $4,95\text{mm}$ e uma velocidade superficial de $2,9\text{cm/s}$. Para validação do modelo, comparações com dados experimentais obtidos da literatura foram realizados em seções transversais em quatro níveis axiais ($Y/H_l = 0,1; 0,2; 0,4; 0,75$). Para o fechamento do modelo matemático foram analisados quatro modelos de turbulência na descrição da fase contínua ($k-\epsilon$, RNG $k-\epsilon$, LRR-RSM, SSG-RSM), bem como diferentes correlações para a verificação da influência das forças interfaciais envolvidas neste tipo de escoamento (arraste, sustentação, dispersão turbulenta e massa virtual). As forças de sustentação e dispersão turbulenta em adição à de arraste mostraram influências significativas nos padrões fluidodinâmicos, enquanto que a força de massa virtual pôde ser negligenciada para o caso estudado. O modelo completo final testado, predisse satisfatoriamente o escoamento em regiões onde este se encontra plenamente desenvolvido, concordando com o padrão experimental.

Palavras-Chave: coluna de bolhas, escoamento multifásico, Fluidodinâmica Computacional (CFD), forças interfaciais.

Abstract

This study aims to evaluate the main forces which act in gas-liquid flow in a rectangular bubble column of dimensions $150\text{cm} \times 26,4\text{cm} \times 3,1\text{cm}$ (height (H) \times width (W) \times depth (D)), with centralized aeration, using CFD technique. The proposed case is based in a experimental study of an air-water system operating in homogeneous bubbly flow, with initial liquid height (H_l) of $79,2\text{cm}$, corresponding to aspect ratio (H_l/W) of 3. For dispersed phase it was employed a bubble diameter of $4,95\text{mm}$ and a superficial velocity of $2,9\text{cm/s}$. To validate the model, comparisons with experimental data provided from literature were carried out in transversal sections at four axial levels ($Y/H_l = 0,1; 0,2; 0,4; 0,75$). To closure the mathematical model, four distinct turbulence models were analyzed to describe the continuous phase ($k-\epsilon$, RNG $k-\epsilon$, LRR-RSM, SSG-RSM), as well different correlations to verify the influence of the interfacial forces involved in this type of flow (drag, lift, turbulent dispersion and virtual mass). The consideration of lift and turbulent dispersion in addition to drag force showed meaningful influences in fluid dynamics pattern, while virtual mass force can be neglected. The final complete model tested predicted properly the flow in fully developed regions, according to the experimental pattern.

Keywords: bubble column, multiphase flow, Computational Fluid Dynamics (CFD), interfacial forces.

Sumário

Resumo	vii
Nomenclatura	xx
1 Introdução	1
1.1 Objetivo Geral	3
1.2 Objetivos Específicos	3
1.3 Síntese do Trabalho	4
2 Fundamentação Teórica	5
2.1 Caracterização dos Regimes de Escoamento	5
2.2 Características das Bolhas	8
2.3 Fração Volumétrica do Gás – α_g	10
2.4 Efeitos das Propriedades Físicas do Sistema	11
2.5 Efeitos dos Parâmetros Geométricos e Operacionais	12
2.6 Forças Interfaciais	14
2.7 Abordagem Fenomenológica	16
2.8 Fluidodinâmica Computacional – CFD	17
2.8.1 Definição do Domínio Computacional e Pré-Processamento	17
2.8.2 Processamento dos Dados (<i>Solver</i>)	17
2.8.3 Pós-Processamento	17
3 Revisão Bibliográfica	18

3.1	Experimentações Físicas	18
3.2	Experimentações Numéricas	22
3.3	Estado da Arte	32
3.4	Pontos à serem investigados	32
4	Modelagem Matemática	33
4.1	Equações Instantâneas de Transporte	33
4.2	Turbulência	35
4.3	Equações Médias de Transporte	36
4.4	Equações de Fechamento	37
4.4.1	Modelos de Turbulência	37
4.4.1.1	Modelos de Duas Equações	38
4.4.1.2	Modelos de Fechamento de Segunda Ordem	42
4.4.2	Transferência de Quantidade de Movimento entre as Fases	49
4.4.2.1	Força de Arraste	49
4.4.2.2	Força de Sustentação	53
4.4.2.3	Força de Dispersão Turbulenta	55
4.4.2.4	Força de Massa Virtual	55
4.5	Funções de Parede	56
4.6	Métodos Numéricos	58
5	Metodologia e Caso Proposto	60
5.1	Caso Proposto, Geometria e Malha Numérica	60
5.2	Condições Utilizadas na Simulação	62
6	Resultados e Discussões	64
6.1	Teste de Malhas	64
6.2	Avaliação das Forças Interfaciais	67
6.2.1	Força de Arraste	68

6.2.2	Força de Sustentação	73
6.2.3	Força de Dispersão Turbulenta	76
6.2.4	Força de Massa Virtual	79
6.2.5	Modelos Parciais Propostos	83
6.3	Avaliação dos Modelos de Turbulência	88
6.3.1	Comparação entre os diferentes Modelos de Turbulência	88
6.3.2	Avaliação das Forças Interfaciais empregando os diferentes Modelos de Turbulência	100
6.4	Análise dos Erros	106
6.5	Análise do Custo Computacional	109
7	Conclusões e Sugestões	111
7.1	Conclusões	111
7.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	114
	Bibliografia	115

Lista de Figuras

2.1	Tipos de regimes do escoamento gás-líquido em colunas verticais: (a) homogêneo, (b) <i>slug</i> e (c) heterogêneo (Adaptado de KANTARCI <i>et al.</i> (2005)).	6
2.2	Esquemas do escoamento gás-líquido em colunas de bolhas (a) 2D e (b) 3D (Adaptado de LIN <i>et al.</i> (1996)).	7
2.3	Relação entre o formato das bolhas e os grupos adimensionais $E\ddot{o}$, Re e M (Adaptado de KRISHNA (2000)).	9
2.4	Fração volumétrica do gás em função de sua velocidade superficial (Adaptado de KRISHNA (2000)).	10
4.1	Representação dos termos que compõem a equação exata do transporte para as tensões de Reynolds (Adaptado de BRADSHAW <i>et al.</i> (1981)).	43
5.1	Detalhes da geometria e da malha (a) Agulhas; (b) Configuração F16; (c) Distribuidor F0 – Aeração total; (d) Distribuidor F6 – Aeração parcial (destacada em vermelho); (e) Distribuidor F16 – Aeração local centralizada (destacada em vermelho); (f) Plano XY da coluna de bolhas (maior refino na região de alimentação do gás e na parede).	61
6.1	Perda de carga e fração volumétrica global média em função da concentração da malha numérica.	65
6.2	Fração volumétrica média de gás em função da altura de líquido.	65
6.3	Perfil da fração volumétrica média de gás em função da coordenada X normalizada em $Y = 0,75H_l$	66
6.4	Perfil da velocidade axial média da fase líquida em função da coordenada X normalizada em $Y = 0,75H_l$	66
6.5	Fluxograma esquemático da metodologia de análise das relações de fechamento.	68

6.6	Comparação entre as diferentes correlações de arraste – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 1H_l$	69
6.7	Comparação entre as diferentes correlações de arraste – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 2H_l$	70
6.8	Comparação entre as diferentes correlações de arraste – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 4H_l$	71
6.9	Comparação entre as diferentes correlações de arraste – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 75H_l$	71
6.10	Perfil de fração volumétrica média da fase gás no plano XY , obtido pelas correlações de (a) SCHILLER e NAUMANN (1933); (b) WHITE (1974); (c) GRACE (1976); (d) ISHII e ZUBER (1979); (e) ZHANG e VANDERHEYDEN (2002).	73
6.11	Comparação entre as diferentes correlações de sustentação – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 1H_l$	74
6.12	Comparação entre as diferentes correlações de sustentação – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 2H_l$	74
6.13	Comparação entre as diferentes correlações de sustentação – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 4H_l$	75
6.14	Comparação entre as diferentes correlações de sustentação – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 75H_l$	75
6.15	Comparação entre os diferentes coeficientes de dispersão turbulenta utilizados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 1H_l$	77
6.16	Comparação entre os diferentes coeficientes de dispersão turbulenta utilizados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 2H_l$	77
6.17	Comparação entre os diferentes coeficientes de dispersão turbulenta utilizados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 4H_l$	78
6.18	Comparação entre os diferentes coeficientes de dispersão turbulenta utilizados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 75H_l$	78
6.19	Comparação entre os diferentes coeficientes de massa virtual empregados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 1H_l$	79
6.20	Comparação entre os diferentes coeficientes de massa virtual empregados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 2H_l$	80

6.21	Comparação entre os diferentes coeficientes de massa virtual empregados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 4H_l$	80
6.22	Comparação entre os diferentes coeficientes de massa virtual empregados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 75H_l$	81
6.23	Perfil da fração volumétrica média da fase gás (Plano XY), obtido nas predições considerando diferentes forças interfaciais: (a) arraste (por ISHII e ZUBER (1979) (IZ)); (b) arraste (IZ) e sustentação (por TOMIYAMA (2004)); (c) arraste (IZ) e dispersão turbulenta (por LOPEZ DE BERTODANO (1991) com $C_{TD} = 0, 5$); (d) arraste (IZ) e massa virtual (por $C_{VM} = 0, 5$).	82
6.24	Perfil da diferença obtida para a fração volumétrica média da fase gás – Plano XY (a) arraste (por ISHII e ZUBER (1979) (IZ)) e sustentação (por TOMIYAMA (2004)); (b) arraste (IZ) e dispersão turbulenta (por LOPEZ DE BERTODANO (1991) com $C_{TD} = 0, 5$); (c) arraste (IZ) e massa virtual (por $C_{VM} = 0, 5$).	83
6.25	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos parciais propostos – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 1H_l$	84
6.26	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos parciais propostos – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 2H_l$	85
6.27	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos parciais propostos – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 4H_l$	85
6.28	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos parciais propostos – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0, 75H_l$	86
6.29	Perfil instantâneo de energia cinética turbulenta em (a) 10s; (b) 70s; (c) 100s; (d) Perfil da energia cinética turbulenta média; (e) Vorticidade média da fase líquida (Plano XY).	87
6.30	Perfil instantâneo da taxa de tensão de cisalhamento instantânea após (a) 10s; (b) 45s; (c) 70s; (d) 100s; (e) Taxa de tensão de cisalhamento média (Plano XY).	88
6.31	(a) Distribuição das bolhas; (b) mapa de velocidade da fase gás (destaque para as zonas I, II, III).	89
6.32	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se apenas o arraste – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0, 1H_l$	90
6.33	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se apenas o arraste – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0, 2H_l$	90

6.34	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se apenas o arraste – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,4H_l$.	91
6.35	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se apenas o arraste – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,75H_l$.	92
6.36	Campo vetorial da velocidade média da fase líquida, predito pelos modelos de turbulência (a) $k-\epsilon$; (b) RNG $k-\epsilon$; (c) LRR-RSM; (d) SSG-RSM considerando apenas o arraste interfacial – Plano XY .	92
6.37	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste e de sustentação – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,1H_l$.	93
6.38	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste e de sustentação – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,2H_l$.	93
6.39	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste e de sustentação – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,4H_l$.	94
6.40	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste e de sustentação – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,75H_l$.	95
6.41	Campo vetorial da velocidade média da fase líquida, predito pelos modelos de turbulência (a) $k-\epsilon$; (b) RNG $k-\epsilon$; (c) LRR-RSM; (d) SSG-RSM considerando as forças interfaciais de arraste e de sustentação – Plano XY .	95
6.42	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste, de sustentação e de dispersão turbulenta – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,1H_l$.	96
6.43	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste, de sustentação e de dispersão turbulenta – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,2H_l$.	97
6.44	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste, de sustentação e de dispersão turbulenta – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,4H_l$.	97

6.45	Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste, de sustentação e de dispersão turbulenta – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,75H_l$	98
6.46	Campo vetorial da velocidade média da fase líquida, predito pelos modelos de turbulência (a) $k-\epsilon$; (b) RNG $k-\epsilon$; (c) LRR-RSM; (d) SSG-RSM considerando as forças interfaciais de arraste, de sustentação e de dispersão turbulenta – Plano XY	99
6.47	Comparação entre as predições do modelo de turbulência $k-\epsilon$, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0,1H_l$; (b) $Y = 0,2H_l$	100
6.48	Comparação entre as predições do modelo de turbulência RNG $k-\epsilon$, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0,1H_l$; (b) $Y = 0,2H_l$	100
6.49	Comparação entre as predições do modelo de turbulência $k-\epsilon$, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0,4H_l$; (b) $Y = 0,75H_l$	101
6.50	Comparação entre as predições do modelo de turbulência RNG $k-\epsilon$, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0,4H_l$; (b) $Y = 0,75H_l$	101
6.51	Perfis de velocidade axial média do líquido preditos pelo modelo de turbulência RNG $k-\epsilon$ considerando diferentes forças interfaciais (a) A; (b) A + S; (c) A + S + DT. Diferenças obtidas entre os perfis considerando as forças de (d) A vs. A + S; (e) A + S vs. A + S + DT; (f) A vs. A + S + DT (Forças interfaciais: A - Arraste; S - Sustentação; DT - Dispersão Turbulenta).	102
6.52	Comparação entre as predições obtidas pelo modelo de turbulência LRR-RSM, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0,1H_l$; (b) $Y = 0,2H_l$	103
6.53	Comparação entre as predições obtidas pelo modelo de turbulência SSG-RSM, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0,1H_l$; (b) $Y = 0,2H_l$	103
6.54	Comparação entre as predições obtidas pelo modelo de turbulência LRR-RSM, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0,4H_l$; (b) $Y = 0,75H_l$	104

6.55	Comparação entre as predições obtidas pelo modelo de turbulência SSG-RSM, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0,4H_l$; (b) $Y = 0,75H_l$	105
6.56	Perfis de velocidade axial média do líquido preditos pelo modelo de turbulência LRR-RSM considerando diferentes forças interfaciais (a) A; (b) A + S; (c) A + S + DT. Diferenças obtidas entre os perfis considerando as forças de (d) A vs. A + S; (e) A + S vs. A + S + DT; (f) A vs. A + S + DT (Forças interfaciais: A - Arraste; S - Sustentação; DT - Dispersão Turbulenta).	106

Lista de Tabelas

2.1	Principais observações entre a relação de propriedades físicas, parâmetros de operação e projeto com a fração volumétrica do gás.	13
3.1	Investigações realizadas em colunas de bolhas retangulares.	31
4.1	Constantes do modelo de turbulência $k-\epsilon$ padrão.	41
4.2	Constantes do modelo de turbulência RNG $k-\epsilon$	42
4.3	Constantes do modelo de turbulência LRR-RSM.	48
4.4	Constantes do modelo de turbulência SSG-RSM.	49
5.1	Condições de contorno e propriedades físicas empregadas nas simulações numéricas.	63
5.2	Detalhes numéricos utilizados nas simulações.	63
6.1	Valores máximos de y^+ obtidos no teste de malhas.	67
6.2	Números de Reynolds médios da bolha e fração volumétrica média do gás, obtidos a partir das simulações empregando as diferentes correlações para o arraste.	71
6.3	Números de Reynolds da bolha, obtidos a partir das simulações empregando as diferentes correlações de sustentação.	76
6.4	Fração volumétrica global média de gás, obtida pelas diferentes combinações de forças interfaciais empregadas nas simulações.	82
6.5	Detalhes dos modelos matemáticos parciais propostos.	84
6.6	Fração volumétrica global média de gás predita pelos modelos de turbulência considerando diferentes forças interfaciais.	99
6.7	Erros absolutos médios dados nas predições – Seção transversal em $Y = 0,1H_l$	107
6.8	Erros absolutos médios dados nas predições – Seção transversal em $Y = 0,2H_l$	108

6.9	Erros absolutos médios dados nas predições – Seção transversal em $Y = 0,4H_l$	108
6.10	Erros absolutos médios dados nas predições – Seção transversal em $Y = 0,75H_l$	109

Nomenclatura

Letras Latinas

a_{ij}	tensor anisotrópico
A	área da seção transversal [m^2]
A_{ent}	área total de entrada do ar [m^2]
C	constante da lei logarítmica
C_D	coeficiente de arraste entre as fases
$C_{D\infty}, E(\alpha), f(\alpha)$	funções da correlação de arraste de ISHII e ZUBER (1979)
C_{ij}	tensor transporte por convecção das tensões de Reynolds (turbulentas) [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
C'_R, C_R	constantes do tensor transporte difusivo das tensões turbulentas (<i>Reynolds Stress Models</i>)
C_S	coeficiente de sustentação (<i>lift</i>)
C_{TD}	coeficiente de dispersão turbulenta
C_{VM}	coeficiente de massa virtual
C_μ	constante da equação da viscosidade turbulenta
$C_{\mu,BI}$	constante do modelo de SATO e SEKOGUCHI (1975)
C_1, C_2	constantes da correlação pressão-tensão (RSM)
$C_{1\epsilon}, C_{2\epsilon}$	constantes da equação de dissipação de energia cinética turbulenta
$C_{1\epsilon}^{RNG}, f_\eta, \eta$	funções do modelo RNG $k-\epsilon$
$C_{3\epsilon}^{SSG}, C_1^S - C_7^S$	constantes do modelo SSG-RSM
d_b	diâmetro da bolha [m]
d_h	máxima dimensão horizontal da bolha [m]
D	profundidade da coluna [m]
D_C	diâmetro da coluna [m]
D_{ij}	tensor transporte total das tensões de Reynolds por difusão [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
D_{ij}^m	tensor transporte por difusão molecular [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
D_{ij}^p	tensor transporte por difusão turbulenta devido as flutuações da pressão [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
D_{ij}^u	tensor transporte por difusão turbulenta devido as flutuações da velocidade [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
$\overline{E_{abs}}$	erro absoluto médio
$E\ddot{o}$	número de Eötvos
$E\ddot{o}_h$	número de Eötvos modificado
$f(E\ddot{o}_h)$	função da correlação de sustentação de TOMIYAMA (2004)
$f(Re_b, Re_{vort})$	função da correlação de sustentação de SAFFMAN-MEI (1994)

g	aceleração da gravidade [$m.s^{-2}$]
G^k	termo geração de energia cinética turbulenta [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
H	altura total da coluna de bolhas [m]
H_l	altura inicial do líquido (altura de dispersão) [m]
J, L	funções da correlação de arraste de GRACE (1976)
$J(\zeta)$	função da correlação de sustentação de LEGENDRE e MAGNAUDET (1998)
k	energia cinética turbulenta [$m^2.s^{-2}$]
L_{ij}	tensor taxa de mudança local das tensões de Reynolds [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
m	coeficiente angular da curva $\alpha_g - u_g$ [$s.m^{-1}$]
M	número de Morton
$M_{g,i}^D, M_{l,i}^D$	força de arraste que atua nas fases gás e líquida [$kg.m^{-2}.s^{-2}$]
$M_{f,i}^I$	força interfacial total que atua na fase genérica f [$kg.m^{-2}.s^{-2}$]
$M_{g,i}^I, M_{l,i}^I$	força interfacial total que atua nas fases gás e líquida f [$kg.m^{-2}.s^{-2}$]
$M_{g,i}^S, M_{l,i}^S$	força de sustentação que atua nas fases gás e líquida [$kg.m^{-2}.s^{-2}$]
$M_{g,i}^{TD}, M_{l,i}^{TD}$	força de dispersão turbulenta que atua nas fases gás e líquida [$kg.m^{-2}.s^{-2}$]
$M_{g,i}^{VM}, M_{l,i}^{VM}$	força de massa virtual que atua nas fases gás e líquida [$kg.m^{-2}.s^{-2}$]
N	número total de amostras (pontos experimentais)
p	pressão [$kg.m^{-1}.s^{-2}$]
p'	flutuação da pressão [$kg.m^{-1}.s^{-2}$]
P_{ij}	tensor da produção exata das tensões turbulentas [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
\dot{Q}_g	vazão volumétrica [$m^3.s^{-1}$]
\mathbf{Q}	vetor rotação [s^{-1}]
r	posição radial [m]
R	raio da coluna [m]
Re	número de Reynolds
Re_b	número de Reynolds da bolha
Re_b^{axial}	número de Reynolds da bolha considerando apenas a velocidade axial
Re_{esfera}	número de Reynolds da esfera
Re_m	número de Reynolds da mistura
Re_{vort}	número de Reynolds em função da vorticidade
\mathbf{S}^E	termo fonte de quantidade de movimento devido ao empuxo [$kg.m^{-2}.s^{-2}$]
\mathbf{S}^k	termo fonte de energia cinética turbulenta [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
\mathbf{S}^{qm}	termo fonte de quantidade de movimento [$kg.m^{-2}.s^{-2}$]
\mathbf{S}^{RS}	termo fonte de tensões de Reynolds [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
\mathbf{S}^ϵ	termo fonte de dissipação de energia cinética turbulenta [$kg.m^{-1}.s^{-4}$]
s_{ij}	tensor taxa instantânea de deformação [s^{-1}]
S_{ij}	tensor taxa média de deformação [s^{-1}]
Sr	razão de cisalhamento [s^{-1}]

t	tempo [s]
T_{ij}	tensor tensão devido as forças viscosas [$kg.m^{-1}.s^{-2}$]
u'	flutuação da velocidade vetorial [$m.s^{-1}$]
u_i	vetor velocidade instantânea [$m.s^{-1}$]
u_g	velocidade superficial do gás [$m.s^{-1}$]
$u_{g,ent}$	velocidade normal de entrada do gás (nas agulhas) [$m.s^{-1}$]
$u_{g,trans}$	velocidade superficial do gás na transição entre os regimes [$m.s^{-1}$]
\bar{u}_p	velocidade média paralela à parede [$m.s^{-1}$]
u_∞	velocidade terminal da bolha [$m.s^{-1}$]
u_τ	velocidade de atrito [$m.s^{-1}$]
u^+, u^*	velocidade adimensional
U_f	vetor velocidade média da fase f ($U_{f,x}, U_{f,y}, U_{f,z}$) [$m.s^{-1}$]
U_g, U_l	vetor velocidade média das fases gás e líquida [$m.s^{-1}$]
$U_{g,y}, U_{l,y}$	componente axial da velocidade média das fases gás e líquida [$m.s^{-1}$]
U_i	vetor velocidade média [$m.s^{-1}$]
$U_{l,y}^{exp.}$	velocidade axial do líquido obtida nos experimentos de JULIÁ <i>et al.</i> (2007)
$U_{l,y}^{sim.}$	velocidade axial do líquido obtida numericamente pelas simulações
W	largura da coluna [m]
W_{ij}	tensor vorticidade [s^{-1}]
\mathbf{x}, \mathbf{x}_0	vetor posição [m]
X	coordenada x da coluna (largura) [m]
$X_{norm.}$	coordenada x normalizada [m]
Y	nível axial – coordenada y da coluna (altura) [m]
y^+, y^*	distância adimensional da parede
\tilde{y}^*	limitação da distância adimensional da parede

Letras Gregas

α	fração volumétrica
$\alpha_{g,max}$	máximo empacotamento da fase gás (fração volumétrica máxima)
$\alpha_{g,trans}$	fração volumétrica do gás na transição entre os regimes (crítica)
β	função das correlações de SAFFMAN-MEI (1994) e LEGENDRE e MAGNAUDET (1998)
ϵ	dissipação de energia cinética turbulenta [$m^2.s^{-3}$]
ϵ_{ij}	tensor dissipação das tensões de Reynolds [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
δ_{ij}	matriz identidade ou função delta de Kronecker
Δy	distância da parede [m]
κ	constante de Von Kármán
μ	viscosidade dinâmica [$kg.m^{-1}.s^{-1}$]
μ_{BI}	viscosidade dinâmica induzida pelas bolhas [$kg.m^{-1}.s^{-1}$]

μ_m	viscosidade dinâmica da mistura [$kg.m^{-1}.s^{-1}$]
μ_{ref}	viscosidade dinâmica de referência [$kg.m^{-1}.s^{-1}$]
ν	viscosidade cinemática [$m^2.s^{-1}$]
ρ	massa específica [$kg.m^{-3}$]
ρ_{ref}	massa específica de referência [$kg.m^{-3}$]
σ	tensão superficial [$kg.s^{-2}$]
σ_ϵ^{LRR}	constante do modelo LRR-RSM
$\sigma_k, \sigma_\epsilon$	constantes do modelo $k-\epsilon$ padrão
$\sigma_k^{RNG}, \sigma_\epsilon^{RNG}, \psi$	constantes do modelo RNG $k-\epsilon$
τ_{ij}	tensor tensão média devido as forças viscosas [$kg.m^{-1}.s^{-2}$]
τ	tensão de cisalhamento [$kg.m^{-1}.s^{-2}$]
τ_ω	tensor de cisalhamento na parede [$kg.m^{-1}.s^{-2}$]
ϕ	variável genérica de transporte
Π_{ij}	tensor correlação pressão-tensão [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
$\Pi_{ij,1}$	termo “lento” do tensor correlação pressão-tensão [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
$\Pi_{ij,2}$	termo “rápido” do tensor correlação pressão-tensão [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
Π_{ij}^w	termo <i>pressure echo effect</i> do tensor correlação pressão-tensão [$kg.m^{-1}.s^{-3}$]
ω	dissipação específica de turbulência [s^{-1}]
ζ	função da correlação de sustentação de LEGENDRE e MAGNAUDET (1998)
ξ	vetor posição nas equações diferenciais ($\partial(\)/\partial\xi_i$) [m]

Superescritos

ef	efetivo
t	turbulento
LRR	relativo ao modelo de turbulência LRR-RSM
RNG	relativo ao modelo de turbulência RNG $k-\epsilon$
SSG	relativo ao modelo de turbulência SSG-RSM

Subscritos

f	fase genérica ($f = g$ - fase gás; $f = l$ - fase líquida)
g	fase gás (dispersa)
l	fase líquida (contínua)
i, j, k, m, n	índices cartesianos

Siglas

2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
ASMM	Algebraic Slip Mixture Model
BIT	Bubble Induced Turbulence
CARPT	Computer Automated Radioactive Particle Tracking
CFD	Computational Fluid Dynamics
CMC	Carboxi-Metil-Celulose
CT	Computer Tomography
DBM	Discrete Bubble Model
DNS	Direct Numerical Simulation
EE	Euleriana-Euleriana
EL	Euleriana-Lagrangeana
GGD	Generalized Gradient Diffusion
IZ	Correlação de arraste de ISHII e ZUBER (1979)
LDA	Laser Doppler Anemometer
LES	Large Eddy Simulation
MVF	Método dos Volumes Finitos
MUSIG	Multiple Size Group
PIV	Particle Image Velocimetry
PTV	Particle Tracking Velocimetry
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
RMS	Root Mean Square
RNG	Re-Normalisation Group
RSM	Reynolds Stress Model
SGD	Simple Gradient Diffusion
SGS	Sub Grid Scale
TVD	Total Variation Diminution
VOF	Volume of Fluid

Símbolos e Operadores

$\max(a_0, a_1)$	valor máximo entre a_0 e a_1
$\min(a_0, a_1)$	valor mínimo entre a_0 e a_1
\propto	proporcionalidade
\equiv	equivalência
\sum	somatório
$\overline{(\quad)}$	grandeza média

Capítulo 1

Introdução

Colunas de bolhas são equipamentos que promovem o contato interfásico gás-líquido, sendo amplamente utilizados em processos de indústrias petroquímicas, bioquímicas e metalúrgicas. Dentre as principais aplicações, destacam-se processos envolvendo reações de polimerização, hidrogenação, oxidação, entre outras; produção de combustíveis sintéticos, sendo extensivamente empregada no processo Fischer-Tropsch; além de aplicações em bioprocessos, como por exemplo, em processos fermentativos e no tratamento biológico de águas residuais (DEGALEESAN *et al.*, 2001; JOSHI, 2001).

Em relação a outros tipos de equipamentos similares, as colunas de bolhas apresentam como principais vantagens excelentes características de transferência de calor e de massa, ausência de partes móveis, facilidade e baixos custos de operação e de manutenção (DEGALEESAN *et al.*, 2001).

Um dos tipos mais simples, no entanto, de ampla aplicabilidade industrial, é constituído por uma coluna vertical, normalmente cilíndrica, preenchida com líquido, dentro de uma faixa específica de viscosidade. O gás entra pela base da coluna através de um distribuidor, o qual deve ser projetado de acordo com as características requeridas de escoamento, principalmente velocidade e diâmetro das bolhas.

O escoamento do gás pode ocorrer com a fase líquida inicialmente estagnada ou em movimento, esta última podendo ser feita de forma concorrente ou contracorrente, com a velocidade superficial de líquido menor que a velocidade superficial da fase gás em pelo menos uma ordem de grandeza (DEGALEESAN *et al.*, 2001). Modificações nas configurações da coluna podem ser realizadas de acordo com as necessidades do processo, por exemplo, adição de um reciclo externo.

A alta taxa de circulação do líquido, ocasionada pelo fluxo de gás alimentado à coluna, garante que, quando uma fase sólida for adicionada (por exemplo, catalisadores ou

reagentes), esta será uniformemente distribuída (DECKWER, 1992), facilitando assim os fenômenos de transferência. Neste tipo de equipamento, o escoamento local, a turbulência e a distribuição da fração volumétrica da fase gás, estão interrelacionados de maneira complexa com as variáveis de projeto e de operação, por isso, um conhecimento extensivo do padrão hidrodinâmico se torna crucial (TABIB *et al.*, 2008).

Pode-se destacar dentre os principais objetivos de pesquisas relacionadas as colunas de bolhas estudos sobre a fração volumétrica do gás, características das bolhas, investigações dos regimes de escoamento, transferência de massa e calor locais e médios, influência da escala, entre outros.

Apesar da simplicidade do equipamento, as interações que ocorrem entre as fases gás e líquida apresentam grandes complexidades. Diversos estudos foram realizados para se caracterizar os padrões de escoamento, como os de TZENG *et al.* (1993) e LIN *et al.* (1996). O escoamento é classificado em três tipos principais: homogêneo, heterogêneo e *slug*, além da transição entre estes. Operações em regime heterogêneo são de grande interesse industrial, já que altas taxas de transferência de calor e de massa são obtidos. As principais características destes regimes serão apresentadas na Seção 2.1.

Devido as complexidades presentes neste tipo de escoamento, colunas de bolhas retangulares apresentam algumas vantagens sobre as cilíndricas, dentre estas, destacam-se um grande controle sobre os parâmetros operacionais, simplificações na aplicação de técnicas experimentais (por exemplo, PIV) e simulações computacionais (JULIÁ *et al.*, 2007).

Destaca-se cada vez mais, devido ao avanço no desenvolvimento de computadores, a aplicação de técnicas numéricas na resolução de problemas de engenharia, em especial, ressalta-se a aplicação da Fluidodinâmica Computacional (CFD - *Computational Fluid Dynamics*) na predição das características fluidodinâmicas em colunas de bolhas. Com o aumento do poder computacional, houve uma otimização no tempo e no custo envolvido nas simulações, outra vantagem da técnica é a sua capacidade de visualizar os resultados (por exemplo, campos de velocidade), o que possibilita um melhor entendimento dos fenômenos envolvidos.

A técnica CFD é baseada na solução de equações de balanço locais de massa e de quantidade de movimento. Teoricamente, esta fornece meios de descrever todo o fenômeno físico local que induz aos padrões de escoamento nas colunas de bolhas (SANYAL *et al.*, 2005).

As vantagens desta sobre métodos experimentais, para o projeto de sistemas fluidos incluem a redução substancial do tempo e dos custos de novos projetos; a capacidade de

estudar sistemas onde experimentos controlados são muito difíceis, senão impossíveis; e a obtenção de resultados com detalhamento quase ilimitado, de forma não-intrusiva (ROSA, 2008). No entanto, deve-se ter atenção, pois um caso simulado pode apresentar uma boa convergência numérica, porém apresentar resultados fisicamente inconsistentes em relação ao fenômeno real, o que torna extremamente importante a validação dos modelos numéricos com base em dados experimentais.

Portanto, o desenvolvimento de modelos matemáticos por meio da integração entre experimentações físicas e numéricas é, de grande interesse e essencial para se prever corretamente o comportamento fluidodinâmico de escoamentos monofásicos e multifásicos.

1.1 Objetivo Geral

Esta pesquisa tem como objetivo avaliar as principais forças interfaciais que atuam no escoamento gás-líquido em uma coluna de bolhas retangular com aeração centralizada operando em regime homogêneo. Avaliação esta, a qual será realizada pela técnica CFD utilizando a abordagem Euleriana-Euleriana. Isto fundamentado na necessidade da integração entre técnicas numéricas e experimentais, e nas vantagens que as colunas de bolhas retangulares apresentam.

1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos desta pesquisa são:

- Investigação da influência de diferentes forças interfaciais nas simulações numéricas e no comportamento fluidodinâmico do escoamento estudado;
- Definição de um modelo matemático capaz de prever corretamente a fluidodinâmica de uma coluna de bolhas retangular com aeração centralizada operando em regime homogêneo, analisando o comportamento de diferentes relações de fechamento do modelo matemático (modelos de turbulência + forças interfaciais);
- Análise de importantes variáveis do escoamento gás-líquido, tais como, velocidade axial da fase líquida e fração volumétrica da fase gás;
- Validação de um modelo matemático de fechamento com base nos dados experimentais de JULIÁ *et al.* (2007).

1.3 Síntese do Trabalho

Para um melhor entendimento, esta dissertação foi dividida da seguinte maneira:

O **Capítulo 1** apresenta uma breve **Introdução** sobre colunas de bolhas e a técnica computacional CFD, além de ressaltar o objetivo do estudo.

Apresentam-se no **Capítulo 2 – Fundamentação Teórica**, os principais fatores relacionados à escoamentos multifásicos, com ênfase no escoamento bifásico gás-líquido em colunas de bolhas. A metodologia CFD também é descrita neste capítulo.

Uma ampla revisão dos principais estudos relacionados a escoamentos multifásicos em colunas de bolhas, ressaltando seus principais aspectos e conclusões é apresentada no **Capítulo 3 – Revisão Bibliográfica**.

O **Capítulo 4 – Modelagem Matemática** apresenta os modelos matemáticos utilizados nesta pesquisa.

No **Capítulo 5 – Metodologia e Caso Proposto** são descritos a metodologia de análise utilizada e o caso proposto.

A apresentação e discussão dos resultados obtidos é realizada no **Capítulo 6 – Resultados e Discussões**.

O **Capítulo 7 – Conclusões e Sugestões**, traz as conclusões desta pesquisa, além de sugestões para futuros trabalhos.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

Os principais fatores relacionados ao escoamento gás-líquido em colunas de bolhas serão apresentados a seguir.

2.1 Caracterização dos Regimes de Escoamento

Como dito anteriormente, o escoamento em colunas de bolhas pode ser classificado em três tipos principais: homogêneo, heterogêneo e *slug* (Figura 2.1), além da transição entre estes. Os regimes de operação dependem principalmente da velocidade superficial¹ e da uniformidade de distribuição da fase gás (JULIÁ *et al.*, 2007), além das características geométricas da coluna, principalmente no caso do escoamento *slug*.

O regime homogêneo (Figura 2.1 (a)) apresenta menor complexidade em sua caracterização, devido a uniformidade das bolhas, tanto no tamanho, quanto na movimentação, todas as bolhas ascendem virtualmente com mínimas oscilações transversais e axiais e praticamente não há coalescência ou quebra. O tamanho destas neste regime é quase inteiramente ditado pelo tipo e pela configuração do distribuidor e pelas propriedades físicas do sistema. Quando a transição entre os regimes de escoamento em uma coluna de bolhas se inicia, há um aumento na circulação da fase líquida, observa-se uma ascendência na região central e uma descendência nas regiões próximas a parede desta, resultando em uma maior facilidade de entrada de gás na região central, já que esta zona apresenta menor resistência. Como resultado, inicia-se a formação de um perfil transversal da fração volumétrica da fase gás, aumentando ainda mais a intensidade da circulação do líquido (THORAT e JOSHI, 2004). A velocidade superficial do gás, onde ocorre a transição, depende de diversos fatores, tais como, o diâmetro da coluna, a razão de aspecto, propriedades físicas do sistema e a configuração do distribuidor.

¹Velocidade definida pela vazão volumétrica sobre a área da seção transversal do escoamento ($u_g = \dot{Q}_g/A$)

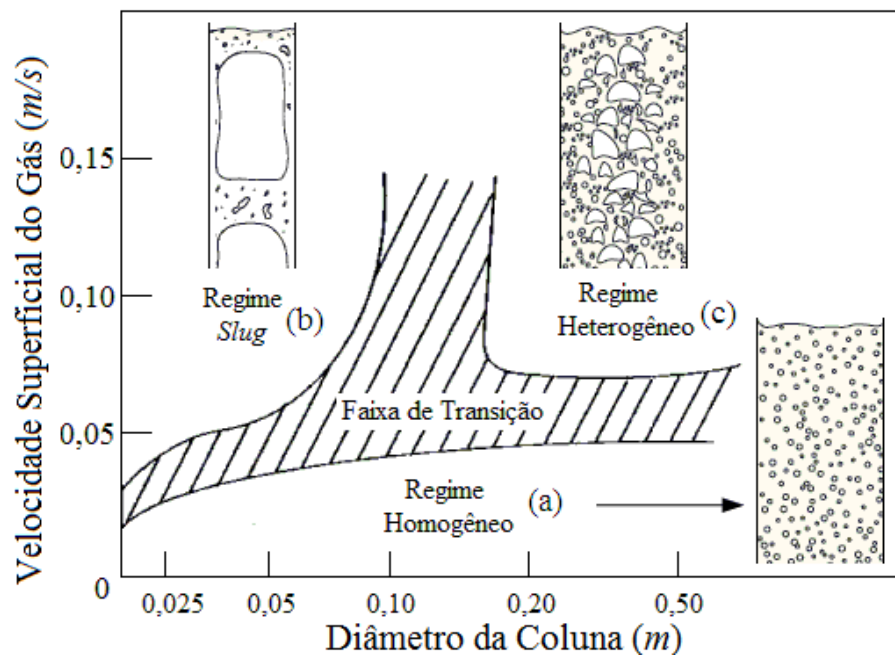


Figura 2.1. Tipos de regimes do escoamento gás-líquido em colunas verticais: (a) homogêneo, (b) slug e (c) heterogêneo (Adaptado de KANTARCI *et al.* (2005)).

O regime heterogêneo (Figura 2.1 (c)) é caracterizado pela formação de uma ampla distribuição no tamanho das bolhas e uma grande circulação de líquido, principalmente na região central da coluna, resultando na formação de turbilhões, conhecidos também por vórtices. A concentração não uniforme de bolhas se deve ao fato do frequente fenômeno de coalescência e quebra destas. De acordo com DE SWART *et al.* (1996), o tamanho das bolhas pode variar entre 1 e 50mm, dependendo das condições de operação e das propriedades do sistema. O tamanho médio das bolhas na região central é governado pelos fenômenos de coalescência e de dispersão, que por sua vez são controlados pela taxa de dissipação de energia do grande volume de líquido que se movimenta (THORAT e JOSHI, 2004).

Vários pesquisadores mostraram diferentes maneiras de se caracterizar o tipo de regime, dentre estes, destacam-se as investigações realizadas por TZENG *et al.* (1993), CHEN *et al.* (1994) e LIN *et al.* (1996). TZENG *et al.* (1993) e LIN *et al.* (1996) investigaram macroscopicamente a estrutura do escoamento em uma coluna de bolhas bidimensional. LIN *et al.* (1996) relataram duas condições de escoamento turbulento: escoamento em 3 e 4 regiões, este último de acordo com as observações de TZENG *et al.* (1993), constituído pelas regiões: da pluma central; de escoamento rápido das bolhas; de formação dos vórtices e de escoamento descendente.

CHEN *et al.* (1994) por análises qualitativas visuais em uma coluna de bolhas tridimensional, mostraram que as estruturas do escoamento em colunas bi (2D) e tridimensionais

(3D) são similares, no entanto, as região de formação dos vórtices e de escoamento rápido das bolhas apresentam movimentação em espiral ao longo da coluna (LIN *et al.*, 1996). A Figura 2.2 apresenta as estruturas para o escoamento em colunas 2D e 3D.

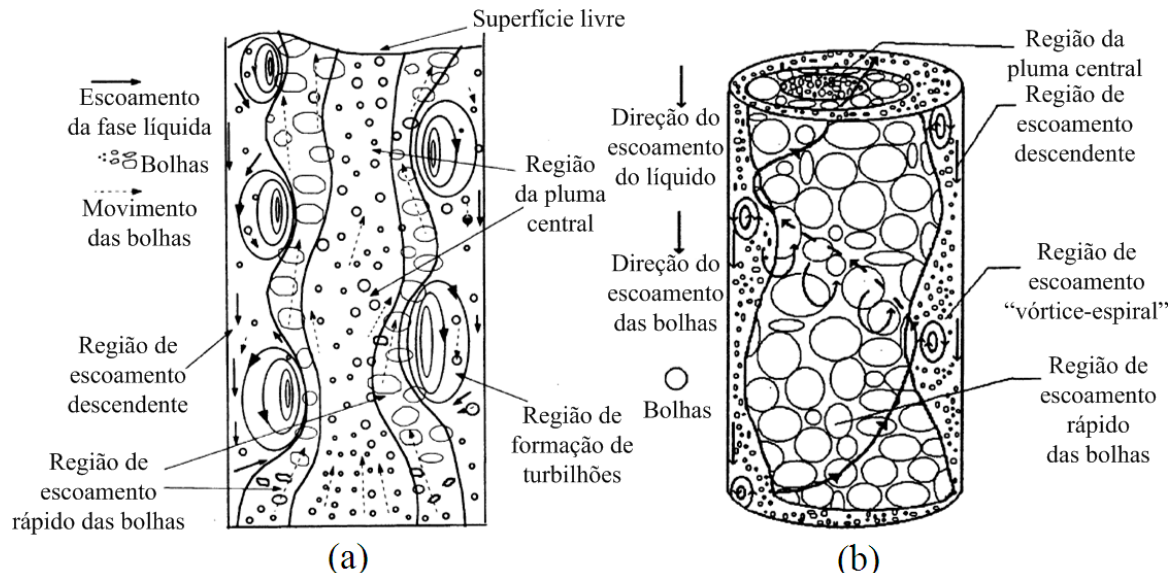


Figura 2.2. Esquemas do escoamento gás-líquido em colunas de bolhas (a) 2D e (b) 3D (Adaptado de LIN *et al.* (1996)).

De modo geral, a região da pluma central (Figura 2.2 (a) e (b)) é constituída por uma grande população de bolhas que apresentam um movimento sinuoso e relativamente lento através da coluna de líquido, enquanto a região de escoamento rápido das bolhas é caracterizada pela presença de bolhas grandes formadas pela coalescência, as quais se movimentam de maneira oscilatória. A região de formação de vórtices consiste no surgimento de vários turbilhões na direção axial ao longo da parede, enquanto a região de escoamento descendente é caracterizada pela recirculação do líquido, o qual arrasta consigo pequenas bolhas em regiões próximas a parede (Figura 2.2 (a) e (b)).

De acordo com LIN *et al.* (1996), a transição do escoamento turbulento de quatro regiões para três zonas, ocorre a partir de uma velocidade superficial do gás de 1cm/s para colunas pequenas ($W < 20\text{cm}$, onde W é a largura da coluna) e 3cm/s para colunas maiores. A única diferença entre estes dois padrões de escoamento turbulento é a combinação entre a região de escoamento rápido das bolhas e a região de formação dos vórtices, as quais somam uma nova, conhecida por região de escoamento “vórtice-espiral”, na qual os fenômenos de coalescência e quebra são dominantes.

Outra característica importante do regime heterogêneo é a grande dispersão que ocorre entre as fases. Esta surge devido ao deslizamento entre estas, o qual é definido pela diferença de suas velocidades superficiais. Além da baixa velocidade relativa da fase líquida, a região da pluma ascende lentamente, com velocidades entre 20 e 25cm/s , enquanto a região

de escoamento rápido das bolhas apresenta velocidades ascendentes entre 80 e 100cm/s. Os fenômenos de dispersão são evidenciados principalmente na região de alimentação do gás, caracterizada pela grande influência da força de empuxo e por uma fluidodinâmica complexa. Nesta região, altos níveis de turbulência são observados, por isso, grandes taxas de transferência de massa ocorrem nesse local (DECKWER, 1992).

O regime *slug* é caracterizado pela formação de bolhas grandes, as quais apresentam tamanhos próximos ao diâmetro da coluna, como pode ser observado na Figura 2.1 (b). Esse tipo de escoamento pode ser obtido em colunas com pequenos diâmetros, operando a uma velocidade superficial do gás relativamente alta.

Conforme as bolhas atravessam a coluna de líquido, forças interfacias, principalmente a de arraste, atuam nas mesmas, as quais atingem sua velocidade terminal na região onde o escoamento é dito plenamente desenvolvido. Uma breve descrição das principais forças interfaciais que atuam no escoamento bifásico gás-líquido será dada na Seção 2.6.

2.2 Características das Bolhas

Importantes fatores a serem investigados no escoamento gás-líquido em colunas de bolhas são: as características morfológicas e de ascendência das bolhas. Estas dependem fortemente do tamanho das bolhas e das propriedades físicas do sistema (KRISHNA, 2000).

Para facilitar a determinação do formato das bolhas, CLIFT *et al.* (1978) propuseram a relação deste a três grupos adimensionais ($E\ddot{o}$, Re e M , respectivamente, números de Eötvos, Reynolds e Morton), pela representação gráfica mostrada na Figura 2.3, onde se observa que o aumento nos números de Reynolds da bolha (Re_b) e de Eötvos ocasiona a deformação das bolhas.

A Equação 2.1 representa o número de Eötvos (Eötvos, Lorand; 1848 – 1919), que relaciona a força gravitacional à tensão superficial:

$$E\ddot{o} \equiv \frac{g (\rho_l - \rho_g) d_b^2}{\sigma} \quad (2.1)$$

onde d_b é o diâmetro da bolha, ρ_g e ρ_l são respectivamente, as massas específicas das fases gás e líquida, σ é a tensão superficial e g é a constante gravitacional.

O número de Reynolds (Reynolds, Osborne; 1842 – 1912) representa a relação entre as forças inerciais e viscosas que atuam no escoamento.

O número de Reynolds da bolha Re_b , é dado pela Equação 4.64:

$$Re_b \equiv \frac{\rho_l |U_{g,i} - U_{l,i}| d_b}{\mu_l} \quad (2.2)$$

onde μ_l é a viscosidade dinâmica do líquido, $U_{g,i}$ e $U_{l,i}$ são as velocidade vetoriais da fase gás e líquida ($i = x, y, z$), respectivamente.

O número de Morton, M , também conhecido como grupo M ou grupo das propriedades, traz a relação entre as propriedades físicas do sistema, e é dado pela Equação 2.3:

$$M \equiv \frac{g \mu_l^4 (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2 \sigma^3} \quad (2.3)$$

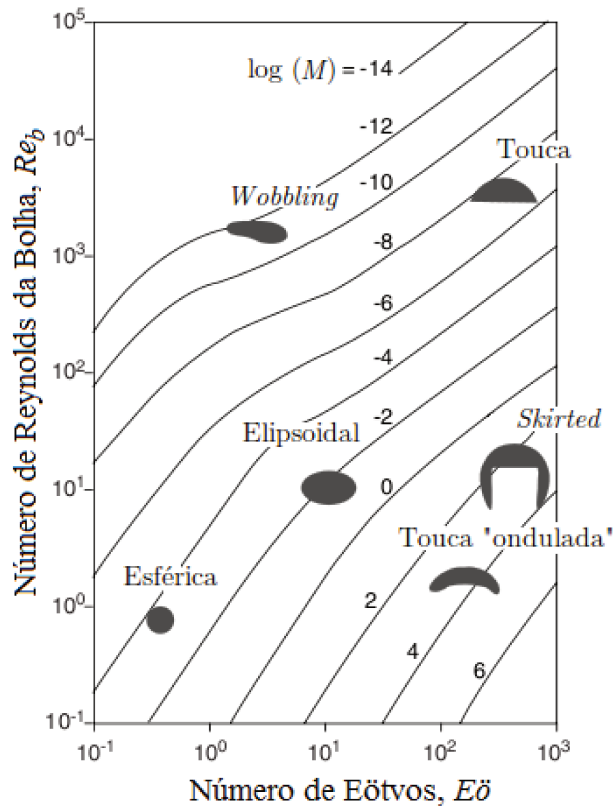


Figura 2.3. Relação entre o formato das bolhas e os grupos adimensionais $E\ddot{o}$, Re e M (Adaptado de KRISHNA (2000)).

As características morfológicas influenciam fortemente o escoamento, uma vez que, forças interfaciais são dependentes de parâmetros como área superficial das bolhas, distribuição de pressão na superfície destas, entre outros.

2.3 Fração Volumétrica do Gás – α_g

A fração volumétrica do gás α_g , é um dos principais parâmetros no projeto de colunas de bolhas, esta pode ser mensurada local ou globalmente e está diretamente interligada as características das bolhas e a área interfacial, conseqüentemente aos fenômenos de transferência.

Existem diversas maneiras de se quantificá-la, desde uma simples medição da diferença de altura do líquido antes e depois da injeção do gás, até técnicas mais sofisticadas, como o método de diferença de pressão em diferentes pontos da coluna, ou por tomografia computadorizada (CT - *Computer Tomography*), técnica utilizada por CHEN *et al.* (1998) e SANYAL *et al.* (1999).

O gráfico da fração volumétrica global do gás em função de sua velocidade superficial (Figura 2.4) é muito utilizado na identificação do regime de operação da coluna de bolhas. De modo geral, esta relação é expressa pela Equação 2.4:

$$\alpha_g \propto u_g^m \quad (2.4)$$

onde α_g é a fração volumétrica global, u_g é a velocidade superficial do gás e m é o coeficiente angular da curva α_g-u_g .

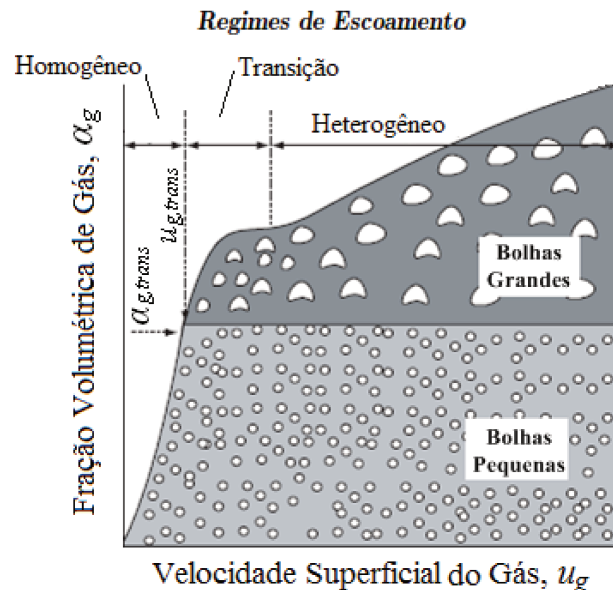


Figura 2.4. Fração volumétrica do gás em função de sua velocidade superficial (Adaptado de KRISHNA (2000)).

Normalmente, a transição entre os regimes em uma coluna de bolhas é difícil de ser caracterizada. De modo geral, como pode ser observado na Figura 2.4, para o regime

homogêneo, a relação α_g versus u_g é praticamente linear ($m \geq 1$) (THORAT e JOSHI, 2004). No entanto, o aumento da velocidade do gás, provoca o aparecimento de interações não-lineares entre as bolhas, conseqüentemente a relação perde sua linearidade, e a curva sofre uma mudança em sua inclinação, sendo esta, identificada como o ponto de transição entre os regimes. A fração volumétrica do gás, onde se inicia a transição ($\alpha_{g,trans}$) entre os regimes, é conhecida também por fração volumétrica crítica do gás. Em alguns casos, a mudança de inclinação na curva α_g versus u_g é muito suave, dificultando a definição do ponto de transição, nestes casos, outros métodos, como por exemplo, o modelo *drift-flux* de ZUBER e FINDLAY (1969) ou WALLIS (1969), podem ser utilizados na investigação dos regimes de operação.

Diversos estudos apresentam correlações para o cálculo da fração volumétrica global do gás, como por exemplo, as propostas por MOUZA *et al.* (2005), BHOLE e JOSHI (2005) e as apresentadas na revisão de KANTARCI *et al.* (2005).

O comportamento da fração volumétrica do gás e conseqüentemente os padrões do escoamento em uma coluna de bolhas, são influenciados por diversos fatores, dentre estes, destacam-se as propriedades físicas do sistema, como viscosidade e tensão superficial, parâmetros de operação, como altura inicial do líquido e velocidade superficial do gás, além dos parâmetros geométricos, como a configuração do distribuidor e as dimensões da coluna. As principais características destes fatores serão descritas a seguir.

2.4 Efeitos das Propriedades Físicas do Sistema

Propriedades físicas características de cada sistema influenciam fortemente os padrões fluidodinâmicos de uma coluna de bolhas. Isto pode ser atribuído a fatores como, formato e distribuição das bolhas, além da tendência ou não, à ocorrência dos fenômenos de coalescência e quebra.

Um aumento na viscosidade resulta em uma interface estável devido à diminuição da turbulência. Isto resulta no aumento da taxa de coalescência e na diminuição da taxa de quebra, levando ao aparecimento de bolhas grandes, podendo acelerar a transição entre os regimes (SHAIKH e AL-DAHMAN, 2007).

MOUZA *et al.* (2005) relataram que, o aumento na tensão superficial favorece o fenômeno de quebra, causando o aparecimento de bolhas menores. Dentre os estudos realizados na investigação da influência das propriedades físicas do sistema nos padrões fluidodinâmicos em colunas de bolhas, destacam-se os estudos experimentais de CHEN *et al.* (1998) e CAMARASA *et al.* (1999), além da investigação numérica de DHOTRE *et al.* (2004). Maiores detalhes sobre estas investigações serão dados no Capítulo 3.

2.5 Efeitos dos Parâmetros Geométricos e Operacionais

Como já dito, a configuração do distribuidor é de grande importância no projeto de colunas de bolhas, influenciando diretamente os padrões de escoamento por fatores como formato, tamanho e distribuição das bolhas.

Existem diversos tipos de distribuidores utilizados nestes equipamentos. Dentre os quais, podem-se destacar os constituídos de pratos perfurados, pratos porosos, agulhas, anéis, entre outros. Em geral, o efeito do distribuidor é dominante no escoamento homogêneo, diminuindo com a transição para turbulento (SHAIKH e AL-DAHMAN, 2007).

Diversas investigações foram realizadas na avaliação da influência da configuração do distribuidor na fluidodinâmica em colunas de bolhas. Dentre estas, destacando os estudos experimentais de CAMARASA *et al.* (1999), DEGALEESAN *et al.* (2001), THET *et al.* (2006) e JULIÁ *et al.* (2007) e numéricos de PAN *et al.* (2000), DHOTRE *et al.* (2004), AKHTAR *et al.* (2006), DHOTRE e JOSHI (2007) e LI *et al.* (2009), além do trabalho de THORAT e JOSHI (2004), que utiliza ambos os tipos de experimentação.

JULIÁ *et al.* (2007) e MUDDE *et al.* (2009) mostraram que, pela utilização de distribuidores de agulhas configuradas de modo uniforme, altas frações volumétricas globais de gás podem ser obtidas, mantendo-se o regime homogêneo. Fato que pode ser atribuído à formação de uma distribuição bem uniforme das bolhas, diminuindo assim a tendência aos fenômenos de coalescência e quebra.

Outro importante parâmetro no projeto de tais colunas é a razão de aspecto, dada por H/W , para retangulares e H/D_C , no caso de cilíndricas. Usualmente, utiliza-se a altura inicial do líquido (H_l) para definir esta razão, uma vez que, normalmente as colunas de bolhas possuem a saída aberta, ou seja, sujeita à pressão atmosférica. De modo geral, um aumento na razão de aspecto ou na altura inicial do líquido, provoca uma diminuição na fração volumétrica global do gás, como demonstrado por THORAT e JOSHI (2004). No entanto, de acordo com WILKINSON (1991) *apud* SHAIKH e AL-DAHMAN (2007) e LUO *et al.* (1999), em colunas que possuem razão de aspecto maior que 5, pouca influência desta sobre a fração volumétrica global do gás é observada.

O incremento no diâmetro da coluna, até certo valor crítico, provoca uma diminuição na fração volumétrica global de gás (SHAIKH e AL-DAHMAN, 2007). O diâmetro crítico pode ser definido como aquele, no qual, uma fraca influência sobre a fração volumétrica do gás é observada.

SARRAFI *et al.* (1999) mostraram experimentalmente, que o aumento na altura

inicial do líquido, provoca uma diminuição na velocidade de transição, acelerando assim, a mudança entre os regimes. Reportaram também que, um incremento no diâmetro da coluna até 15cm provoca um aumento na velocidade de transição, retardando a transição entre os regimes. SARRAFI *et al.* (1999) e FORRET *et al.* (2003) observaram que variando este diâmetro, a partir de aproximadamente 15cm, o comportamento da fração volumétrica do gás sofre pouca influência deste parâmetro.

PFLEGER *et al.* (1999) destacaram que, para colunas retangulares, a profundidade (D) pode ser definida de acordo com a intensidade de turbulência requerida. Diversas investigações sobre a influência da escala na fluidodinâmica de colunas de bolhas foram realizadas, dentre estas, LIN *et al.* (1996) e PAN *et al.* (1999, 2000), em geometrias retangulares, e RUZICKA *et al.* (2001) e CHEN *et al.* (2001, 2003) em colunas cilíndricas.

A Tabela 2.1 apresenta um resumo sobre a influência das propriedades físicas, parâmetros de operação e de projeto com o comportamento da fração volumétrica do gás.

Tabela 2.1. Principais observações entre a relação de propriedades físicas, parâmetros de operação e projeto com a fração volumétrica do gás.

Parâmetro	Observações Importantes
Velocidade superficial do gás (u_g)	<p>Aumento da u_g:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Aumento da α_g global - Ampla distribuição de tamanho de bolhas - Formação de bolhas grandes devido à coalescência - Favorece a transição entre os regimes
Viscosidade do líquido (μ_l)	<p>Aumento da μ_l:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Diminuição da turbulência - Favorece os fenômenos de coalescência - Favorece a transição entre os regimes
Tensão superficial (σ)	<p>Aumento da σ:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Favorece os fenômenos de quebra
Razão de aspecto (H/W ou H/D_C); Altura inicial de líquido (H_l)	<p>Aumento da razão de aspecto; aumento da H_l:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Diminuição da α_g global (até certa razão de aspecto) - Pouca influência na α_g global (para razões de aspecto > 5) - Diminuição de $u_{g,trans}$, favorecendo a transição entre os regimes
Diâmetro ou Largura (D_C ou W)	<p>Aumento do D_C ou W:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Diminuição da α_g global (até certo diâmetro crítico) - Acima de $D_C \approx 15cm$, pouca influência na α_g global é observada - Aumentando-se D_C até 15cm, há um aumento na $u_{g,trans}$

2.6 Forças Interfaciais

Em escoamentos multifásicos as forças interfaciais desempenham um papel muito importante, influenciando fortemente os padrões fluidodinâmicos. Estas surgem devido à transferência de quantidade de movimento através da interface (THAKRE e JOSHI, 1999). Em colunas de bolhas, destacam-se as forças de empuxo, de arraste, de sustentação (*lift*), de dispersão turbulenta e de massa virtual.

Quando um corpo (rígido ou deformável) se movimenta dentro de um fluido, este sofre a ação de várias forças, uma destas é o empuxo, que ocorre devido a diferença de densidade entre o corpo e o fluido. Esta força é definida de acordo com o princípio de Arquimedes (ARQUIMEDES; 287–212 a.C.).

Em escoamentos gás-líquido em colunas de bolhas, o empuxo é responsável pela grande aceleração que as bolhas sofrem. Para um corpo isolado em uma quantidade infinita de fluido, a força de empuxo está bem estabelecida, no entanto, para sistemas com grande número de partículas (como no caso das colunas de bolhas ou em um leito fluidizado), JOSHI (2001) relataram o intenso debate na formulação desta.

O arraste é atribuído a ação de uma força na mesma direção do escoamento, porém em sentido contrário. Esta é causada por dois fatores principais: atrito entre o corpo e o fluido – devido a velocidade relativa entre estes, relacionado as forças viscosas; e distribuição de pressão na superfície do corpo – conhecido também por *form drag*, o qual se torna mais relevante em altos números de Reynolds. Para uma bolha isolada, a força de arraste depende de sua forma e tamanho, além das características da interface gás-líquido. Para um grupo de bolhas, a modelagem da força de arraste se torna mais complexa, devido a presença de outras bolhas (JOSHI, 2001), e ao aparecimento de vários fenômenos, tais como, formação da região de rastro, coalescência e quebra.

SANTOS (2005), SIMONNET *et al.* (2007, 2008), TABIB *et al.* (2008), PANG e WEI (2010), entre outros, realizaram estudos mais detalhados sobre a influência da força de arraste nos padrões fluidodinâmicos das colunas de bolhas.

A força de sustentação está relacionada ao movimento lateral da fase dispersa. Esta força aparece devido aos efeitos da pressão e das tensões que atuam na superfície das bolhas (TABIB *et al.*, 2008). Em bolhas ascendentes a força de sustentação atua na direção lateral, onde existem gradientes na velocidade do líquido. Segundo LUCAS *et al.* (2005), coeficientes positivos de sustentação (bolhas pequenas) estabilizam o escoamento, enquanto coeficientes negativos (bolhas grandes) levam a distribuições instáveis na fração volumétrica

do gás, favorecendo então, a transição entre os regimes. ZHANG *et al.* (2006) relataram uma maior influência desta força, principalmente em colunas mais altas. TOMIYAMA (2004), LUCAS *et al.* (2005), ZHANG *et al.* (2006), PANG e WEI (2010) e DIJKHUIZEN *et al.* (2010) apresentam investigações detalhadas sobre a força de sustentação em escoamentos gás-líquido.

A dispersão turbulenta está relacionada ao transporte da fase dispersa por meio dos vórtices, formados pela turbulência na fase contínua. Fisicamente, é o resultado da flutuação dos componentes das forças atuantes na partícula (LOPEZ DE BERTODANO, 1998; LOPEZ DE BERTODANO *et al.*, 2004). Esta força atua na estabilização do escoamento em colunas de bolhas, pela suavização do perfil de fração volumétrica do gás (THAKRE e JOSHI, 1999; LUCAS *et al.*, 2005). Segundo THAKRE e JOSHI (1999), isto ocorre devido a geração de fluxos da fase gás do centro para a parede (maior para a menor concentração), ocorrendo o contrário para a fase líquida. Investigações mais detalhadas sobre dispersão turbulenta são dadas por LOPEZ DE BERTODANO (1998) e LOPEZ DE BERTODANO *et al.* (2004).

A força de massa virtual, ou massa adicionada, está diretamente relacionada a inércia do movimento relativo entre as fases. O deslocamento das bolhas provoca a aceleração do líquido nas regiões vizinhas a estas. O conceito de massa virtual pode ser melhor compreendido pela mudança de energia cinética no fluido nas regiões que sofrem aceleração das partículas que se movimentam (JOSHI, 2001).

Segundo HUNT *et al.* (1987) *apud* TABIB *et al.* (2008), a contribuição da massa virtual se torna desprezível para colunas com diâmetros maiores que 15cm. De acordo BHOLE *et al.* (2008), para escoamentos em estado estacionário, esta força também pode ser desprezada. Além destas considerações, diversos autores investigaram a influência desta força em predições do escoamento em colunas de bolhas. ZHANG *et al.* (2006), TABIB *et al.* (2008), DÍAZ *et al.* (2008), HOSOKAWA e TOMIYAMA (2009), entre outros, relataram que poucas diferenças são obtidas em simulações, quando considerada a força de massa virtual.

Se a velocidade de deslizamento (diferença de velocidade entre as fases) é constante, apenas a força de arraste atua no escoamento (JOSHI, 2001; THORAT e JOSHI, 2004). Porém, se um movimento não uniforme é observado, a inclusão das outras forças deve ser investigada.

Revisões sobre as principais forças interfaciais que atuam em partículas, podem ser encontradas em CLIFT *et al.* (1978), JAKOBSEN *et al.* (1997) e JAKOBSEN (2008). Detalhes sobre as forças interfaciais investigadas nesta pesquisa são dados na Seção 4.4.

2.7 Abordagem Fenomenológica

Existem duas abordagens principais para a modelagem de cada fase no escoamento de fluidos: a Euleriana e a Lagrangeana. Considerando-se uma variável genérica de transporte ϕ , a abordagem Euleriana descreve o que ocorre com esta, em um domínio espacial fixo \mathbf{x} , através do qual o fluido escoar, na forma $\phi(\mathbf{x}, t)$. Já a abordagem Lagrangeana, descreve o histórico individual dos elementos do fluido, conseqüentemente duas variáveis, ϕ e \mathbf{x} , são tomadas em função do tempo e de uma identidade, que pode ser convenientemente dada pelo vetor posição \mathbf{x}_0 da partícula no tempo de referência $t = 0$. Portanto, a variável de transporte ϕ é expressa como $\phi(\mathbf{x}_0, t)$ e sua posição por $\mathbf{x}(\mathbf{x}_0, t)$ (KUNDU e COHEN, 2002). Escoamentos bifásicos podem ser modelados pelos dois tipos de abordagens, Euleriana-Euleriana (EE) e Euleriana-Lagrangeana (EL).

Na abordagem Euleriana-Euleriana, ambas as fases são tratadas como contínuas e interpenetrantes que interagem entre si. As variáveis (escalares ou vetoriais) são transportadas através dos volumes de controle usando um sistema de coordenadas fixo, as equações locais instantâneas passam por médias adequadas (ROSA, 2008), a construção da trajetória e sua subsequente média não são realizadas explicitamente durante os cálculos. Desde que estas operações ocorrem implicitamente em nível conceitual durante a derivação das equações, esta abordagem necessita um menor esforço computacional do que a Euleriana-Lagrangeana (BUWA *et al.*, 2006).

Dentro da abordagem Euleriana-Lagrangeana, a fase contínua é tratada como Euleriana, enquanto que, para a fase dispersa, o movimento individual (ou em pequenos grupos) das partículas é simulado pela solução do balanço de força individual para cada uma destas. A trajetória de várias partículas é computada em cada volume de controle, onde é feita uma aproximação média (BUWA *et al.*, 2006). Normalmente esta abordagem é recomendada quando a concentração da fase dispersa é baixa ou apresenta diferentes propriedades como tamanho, composição química, entre outros (SANTOS, 2005). Quando aplicada ao escoamento gás-líquido em colunas de bolhas, esta abordagem é conhecida também por *Discrete Bubble Model* (DBM), sendo conveniente no estudo do comportamento das bolhas em relação aos fenômenos de colisão, coalescência e quebra. A desvantagem deste modelo é que o número de bolhas é limitado, além de exigir maior capacidade de processamento computacional (VAN DEN HENGEL *et al.*, 2005).

Utilizando um esquema de discretização apropriado, grandes diferenças não são observadas nos resultados obtidos pelas diferentes abordagens, como demonstrado por SOKOLICHIN *et al.* (1997). Nesta pesquisa, a abordagem Euleriana-Euleriana foi utilizada.

2.8 Fluidodinâmica Computacional – CFD

Tal técnica têm se mostrado uma importante ferramenta para o entendimento de fenômenos envolvidos em processos químicos. De modo geral, a CFD é dividida em três etapas principais: (1) Definição do domínio computacional e Pré-processamento; (2) Processamento dos dados (*Solver*); (3) Pós-processamento.

2.8.1 Definição do Domínio Computacional e Pré-Processamento

Nesta etapa, define-se a geometria da região de interesse (domínio computacional), gerando-se malhas numéricas (subdivisão do domínio em um número finito de volumes de controle). Após a definição e criação do domínio computacional, condições de contorno, propriedades físicas dos fluidos, modelos matemáticos, equações de fechamento, detalhes numéricos à serem empregados na simulação, são estabelecidos no pré-processamento, gerando assim, um arquivo inicial para o *solver*.

2.8.2 Processamento dos Dados (*Solver*)

O caso definido no pré-processamento é carregado no *solver*, onde será solucionado por meio do seguinte algoritmo: (I) – Integração das equações de transporte sobre todos os (finitos) volumes de controle do domínio da solução; (II) – Discretização das equações de transporte, onde as equações diferenciais a serem solucionadas são substituídas por expressões algébricas aproximadas, escritas em termos dos valores nodais das variáveis dependentes; (III) – Solução das equações algébricas por métodos iterativos.

2.8.3 Pós-Processamento

Nesta etapa, pode-se visualizar os resultados das propriedades calculadas, desde valores pontuais até animações complexas, como por exemplo, linhas de fluxo da velocidade de um componente do escoamento dentro da geometria.

Nesta pesquisa utilizou-se o *software* ANSYS ICEM 11.0 na criação da geometria e malha numérica, nas etapas subsequentes o pacote ANSYS CFX 12.0 foi empregado.

Capítulo 3

Revisão Bibliográfica

Neste capítulo serão apresentados alguns dos mais importantes trabalhos publicados relacionados a fluidodinâmica em colunas de bolhas.

3.1 Experimentações Físicas

Nesta seção são apresentados algumas das principais investigações experimentais realizadas em colunas de bolhas. Diversos autores estudaram os efeitos das propriedades fluidodinâmicas e geométricas nos padrões do escoamento.

LIN *et al.* (1996) e MUDDE *et al.* (1997) investigaram experimentalmente por meio da técnica PIV, as características fluidodinâmicas em colunas de bolhas retangulares bidimensionais similares (detalhes das dimensões são dados na Tabela 3.1). LIN *et al.* (1996) investigaram os regimes homogêneo e heterogêneo, além de realizar simulações pelo método *Volume of Fluid* (VOF). Relataram que as velocidades instantâneas e médias da fase líquida e os perfis de fração volumétrica do gás obtidos pela técnica citada, apresentaram boa concordância com as estruturas macroscópicas observadas. MUDDE *et al.* (1997) destacaram que para as colunas menores ($W = 11,2$ e $15,2\text{cm}$), o escoamento é dominado pelas estruturas dos vórtices e as tensões normais são de uma ordem de magnitude maior do que as tensões de cisalhamento. Para coluna maior ($W = 32\text{cm}$), as estruturas dos vórtices variaram de tamanho e não prevaleceram no escoamento.

SARRAFI *et al.* (1999) e BECKER *et al.* (1999) estudaram experimentalmente os regimes do escoamento gás-líquido em colunas retangulares e cilíndricas. SARRAFI *et al.* (1999) desenvolveram um modelo matemático para a predição da transição entre os regimes, o qual apresentou boa concordância em comparação aos dados disponíveis na literatura. BECKER *et al.* (1999) observaram uma intensa movimentação lateral periódica das bolhas na

geometria retangular, enquanto que, para a cilíndrica a estrutura instantânea do escoamento é marcada pela movimentação irregular dos vórtices através da coluna de líquido.

RANADE e UTIKAR (1999), DEGALEESAN *et al.* (2001), RUZICKA *et al.* (2001) e CHEN *et al.* (2001, 2003) investigaram a fluidodinâmica em geometrias cilíndricas do equipamento, dando ênfase a influência da escala (razão de aspecto), nos padrões de escoamento. RANADE e UTIKAR (1999) desenvolveram também, um modelo de interação entre as bolhas para predição do comportamento da fase gás.

DEGALEESAN *et al.* (2001) empregaram diferentes configurações do distribuidor, realizando experimentos em uma ampla faixa de velocidades superficiais do gás, entre 2 e 12cm/s, abrangendo os regimes homogêneo e heterogêneo. Concluíram que, desconsiderando a região final, onde ocorre o desprendimento do gás, o padrão do escoamento do líquido pode ser considerado estacionário e axissimétrico, as velocidades radiais e azimutais podem ser desconsideradas em relação a velocidade axial, além de observarem que, para todos os experimentos realizados, a inversão da velocidade axial média do líquido ocorre na posição $r/R \approx 0,65$, posição correspondente ao valor máximo da tensão de cisalhamento.

RUZICKA *et al.* (2001) estudaram a transição entre os regimes, empregando o modelo *drift-flux*, proposto por WALLIS (1969). Os dados experimentais foram comparados aos modelos teóricos de SHNIP *et al.* (1992) e RUZICKA e THOMAS (2001). Destacaram que as ambas as dimensões, diâmetro e altura, influenciam no regime de operação da coluna. Os modelos teóricos apresentaram bom resultados e podem ser utilizados no estudo da transição dos regimes de escoamento.

CHEN *et al.* (2001, 2003) observaram os mesmos padrões de escoamento para as duas colunas menores ($D_C = 20$ e $40cm$), enquanto que a maior ($D_C = 80cm$) apresentou um estrutura diferente, realçando os efeitos da escala nas propriedades do escoamento.

DEEN *et al.* (2000a) realizaram experimentos em uma coluna de seção quadrada ($W = D = 15cm$, $H = 100cm$) empregando as técnicas PIV e LDA (*Laser Doppler Anemometer*), com o objetivo de obter dados para a validação de simulações CFD, além da comparação entre diferentes técnicas aplicadas a escoamentos multifásicos.

FORRET *et al.* (2003) investigaram experimentalmente a fluidodinâmica em três colunas de bolhas cilíndricas ($D_C = 15; 40$ e $100cm$), operando com velocidades superficiais do gás entre 5 e 20cm/s, com base no modelo UYAMA e MIYAUCHI (1979). Propuseram uma nova correlação para a viscosidade turbulenta. As medições da velocidades do líquido foram realizadas com o auxílio de um tubo de Pavlov (Pavlov, Ivan; 1849 – 1936) modificado, enquanto o coeficiente de dispersão axial foi determinado a partir de

um novo método, baseado na análise das respostas temporais dos traçadores. Concluíram que, a fração volumétrica do gás independe do diâmetro, em colunas com $D_C > 15\text{cm}$, no entanto, relataram uma grande influência da escala na velocidade do líquido e no coeficiente de dispersão axial. As previsões realizadas com base na correlação proposta e no modelo de UEYAMA e MIYAUCHI (1979), mostraram boa concordância com os resultados experimentais e dados obtidos da literatura.

ZARUBA *et al.* (2005) estudaram experimentalmente o escoamento bifásico em uma geometria retangular ($W = 10\text{cm}, D = 2\text{cm}, H = 150\text{cm}$) empregando um sistema de vídeo de alta velocidade. Um algoritmo específico foi utilizado para o reconhecimento das bolhas, e os perfis de velocidade média e os coeficientes de difusão turbulenta foram obtidos como função da velocidade superficial do gás, a qual alternou entre 0, 1 e 0,6 cm/s nos experimentos. Concluíram que o método proposto no trabalho pode ser utilizado como uma base para análises do comportamento da fase gás em colunas de bolhas.

LIU e ZHENG (2006) investigaram o comportamento de ascendência das bolhas em uma coluna retangular ($W = 8,8\text{cm}, D = 6,8\text{cm}, H = 45\text{cm}$) por meio da técnica PIV, propondo uma correlação para o cálculo da velocidade terminal das bolhas. Relataram que as variações da trajetória e do formato da bolhas estão diretamente relacionadas à viscosidade do líquido. Uma diminuição desta, induz as bolhas à ascenderem em trajetórias espirais, tornando a estrutura do escoamento mais complexa. A correlação proposta apresentou bons resultados na previsão da velocidade terminal.

CHAUMAT *et al.* (2006) estudaram detalhadamente a fluidodinâmica local em uma coluna cilíndrica ($D_C = 20\text{cm}, H = 160\text{cm}$), utilizando técnicas experimentais. Um dos focos do trabalho foi a investigação do comportamento axial e radial da fração volumétrica do gás, variando-se as configurações dos distribuidores e as velocidades das fases gás e líquida, (operando em modo semi-contínuo e contínuo concorrente). Os perfis normalizados da frequência das bolhas se mostraram independentes do distribuidor e da velocidade do gás, diferentemente dos perfis de diâmetro das bolhas, da fração volumétrica do gás e da área interfacial. Operando em modo concorrente, o aumento da velocidade do líquido provocou um grande efeito nas características fluidodinâmicas da coluna, provocando a transição entre os regimes, em velocidades superficiais do gás relativamente baixas.

SIMONNET *et al.* (2007) estudaram experimentalmente a influência da fração volumétrica do gás na força de arraste em grupos de bolhas, utilizando a técnica LDA e sondas óticas. Propuseram uma correlação de arraste para uma ampla faixa de operação do sistema bifásico Ar-Água, a qual foi investigada numericamente por SIMONNET *et al.* (2008).

MOSHTARI *et al.* (2009) utilizaram uma coluna cilíndrica ($D_C = 15\text{cm}$, $H = 280\text{cm}$) para investigar experimentalmente a influência da configuração do distribuidor no perfil de fração volumétrica do gás e na distribuição do tamanho das bolhas utilizando o método de diferença de pressão, comparando os resultados obtidos para α_g com algumas correlações obtidas da literatura. Observaram que, ao contrário da velocidade, um aumento do tamanho das bolhas, provoca a diminuição da fração volumétrica do gás.

MUDDE *et al.* (2009) estudaram experimentalmente o papel da força de sustentação no escoamento gás-líquido também em uma geometria com D_C igual à de MOSHTARI *et al.* (2009), no entanto de menor altura ($H = 130\text{cm}$). Para garantir um escoamento homogêneo e a formação de bolhas de mesmo tamanho, um distribuidor com 559 agulhas dispostas uniformemente foi empregado. MUDDE *et al.* (2009) obtiveram curvas suaves para os perfis de fração volumétrica local do gás, para uma fração volumétrica global de até 55%, considerada como crítica. Relataram que no ponto de instabilidade, o tamanho das bolhas aumenta até um valor crítico, no qual a força de sustentação muda de sinal, causando a recirculação da fase líquida.

Outros estudos realizados investigaram também a influência da modificação das propriedades físicas dos sistemas nos padrões de escoamento. CHEN *et al.* (1998) e CAMARASA *et al.* (1999) investigaram experimentalmente o efeito das propriedades físicas na fluidodinâmica de colunas de bolhas empregando diferentes sistemas bifásicos. CHEN *et al.* (1998) estudaram os sistemas Ar-Água e Ar-*Drakeoil*¹ em velocidades superficiais do gás entre 2 e 10cm/s. Observaram uma menor fração volumétrica do gás e a formação de bolhas maiores no sistema Ar-*Drakeoil*, fato este, atribuído a maior viscosidade da fase contínua em relação a água, também destacaram a assimetria observada no escoamento, quando uma velocidade superficial do gás igual a 2cm/s foi empregada.

CAMARASA *et al.* (1999) investigaram o comportamento dos sistemas bifásicos Ar-Água e Ar-Solução Alcoólica (para simular soluções orgânicas não coalescentes industriais), além da influência da configuração do distribuidor. Observaram que a adição de pouca quantidade de álcool no sistema, já provoca grandes efeitos nas propriedades fluidodinâmicas e que o distribuidor apresenta uma maior influência no sistema não coalescente.

MOUZA *et al.* (2005) estudaram experimentalmente os efeitos das propriedades da fase líquida nos padrões de escoamento em uma configuração quadrada do equipamento ($W = D = 10\text{cm}$, $H = 150\text{cm}$), avaliando os fenômenos de coalescência e quebra, por técnicas visuais combinadas ao processamento e análise de imagens. Obtiveram a distribuição das bolhas e a fração volumétrica do gás, além de apresentarem uma correlação para a predição

¹Líquido com viscosidade de $0,03\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ (aproximadamente 3000 vezes maior que da água).

deste último. MOUZA *et al.* (2005) destacaram que um aumento na viscosidade favorece a formação de bolhas maiores, devido a diminuição da turbulência, no entanto, um aumento na tensão superficial favorece os fenômenos de quebra, conseqüentemente bolhas menores são formadas. Os resultados experimentais mostraram boa concordância com os modelos físicos disponíveis, enquanto que a correlação para a fração volumétrica do gás, apresentou bons resultados para o regime homogêneo quando comparada à dados disponíveis na literatura.

THET *et al.* (2006) estudaram experimentalmente a influência da configuração do distribuidor, da viscosidade do líquido e da presença de uma terceira fase (sólida) na fluidodinâmica em colunas de bolhas pela técnica PIV. A investigação foi realizada em uma coluna quadrada ($W = D = 15\text{cm}$, $H = 120\text{cm}$) operando com duas configurações, com e sem a presença de um tubo de sucção interno, o qual proporciona um escoamento anular em um espaço de 2cm . Observaram que as tensões de Reynolds são maiores nas colunas sem a presença do tubo interno, fato atribuído a influência da estrutura dos vórtices. Um aumento na viscosidade do líquido provoca uma transição mais rápida entre os regimes, a configuração do distribuidor também afeta os padrões do escoamento, onde aerações assimétricas provocam o aparecimento de poucos vórtices, enquanto aerações simétricas resultam em estruturas simétricas dos vórtices.

Dentre todos estes estudos experimentais relatados, pode-se ressaltar a investigação de JULIÁ *et al.* (2007), que utilizaram duas técnicas experimentais na caracterização da fluidodinâmica em uma coluna de bolhas retangular ($W = 26,4\text{cm}$, $D = 3,1\text{cm}$, $H = 150\text{cm}$). Utilizando sete configurações de distribuidores, as oscilações da pluma, perfis de velocidade do líquido, mapas de velocidade das bolhas e a turbulência induzida pela fase dispersa, foram obtidas pelas técnicas PIV (caracterização da velocidade da fase gás) e LDA (caracterização da fase líquida). Os resultados mostraram boa concordância com os padrões de escoamento bifásico gás-líquido descritos na literatura. Relataram que para uma aeração uniforme em toda a área da coluna, um perfil de escoamento homogêneo é observado. O trabalho de JULIÁ *et al.* (2007) será utilizado como base na validação do modelo matemático empregado nesta pesquisa, sendo melhor descrito no Capítulo 5.

3.2 Experimentações Numéricas

Esta seção apresenta alguns dos principais trabalhos numéricos sobre colunas de bolhas, destacando a técnica CFD. Diversos autores investigaram diferentes parâmetros numéricos, tais como, relações de fechamento, influência da turbulência induzida pela fase dispersa (BIT – *Bubble Induced Turbulence*), comparação entre modelos de turbulência, entre outros.

SOKOLICHIN *et al.* (1997), SOKOLICHIN e EIGENBERGER (1999) e MUDDE e SIMONIN (1999) realizaram investigações numéricas, empregando simulações bi e tridimensionais, utilizando a geometria da coluna de bolhas de BECKER *et al.* (1994) ($W = 50\text{cm}$, $D = 8\text{cm}$, $H = 200\text{cm}$). Os melhores resultados foram obtidos pelo modelo 3D. SOKOLICHIN *et al.* (1997) compararam os esquemas de interpolação *upwind* e TVD (*Total Variation Diminution*) dentro da abordagem EE, além da aplicação de um modelo EL. As simulações que empregaram o esquema TVD, apresentaram melhor concordância quantitativa com as previsões EL em relação a discretização *upwind*, fato atribuído aos efeitos difusivos que este tipo de discretização pode causar.

PAN *et al.* (1999) e PAN *et al.* (2000) estudaram numericamente o escoamento em colunas retangulares bidimensionais similares a de LIN *et al.* (1996). PAN *et al.* (2000) investigaram os efeitos da configuração do distribuidor e de vários outros parâmetros relacionados a transferência de momento entre as fases, utilizando um modelo EE com equações derivadas de ZHANG e PROSPERETTI (1994, 1997). Concluíram que o modelo proposto pode ser empregado na previsão de propriedades médias, tais como, velocidade axial, intensidade de turbulência e tensões de Reynolds, pois apresentou boa concordância com os dados experimentais de LIN *et al.* (1996) e MUDDE *et al.* (1997). Também relataram que a configuração do distribuidor afeta as propriedades do escoamento.

DEEN *et al.* (2000b) simularam o escoamento gás-líquido na coluna de seção quadrada utilizada nos experimentos DEEN *et al.* (2000a), utilizando o modelo de turbulência $k-\epsilon$, considerando a turbulência induzida pelas bolhas. No ano seguinte, DEEN *et al.* (2001) aplicaram o modelo de turbulência LES (*Large Eddy Simulation*) para simular a mesma geometria. DEEN *et al.* (2004) modelaram o escoamento gás-líquido pelo conceito de multiescala. Utilizando a abordagem *Front Track Model*, obtiveram as relações de fechamento do modelo (forças de arraste, de sustentação e de massa virtual) para a interação gás-líquido em escalas pequenas, aplicando estas à previsões em escalas maiores, com um modelo EL. Todos os modelos empregados nas simulações apresentaram boa concordância com os dados experimentais.

SANTOS (2005) investigou a influência da fase contínua, da velocidade de entrada do gás, do tamanho das bolhas e de três correlações de arraste (SCHILLER e NAUMANN (1933), e GRACE (1976) e ISHII e ZUBER (1979)), na fluidodinâmica das colunas de bolhas. Obteve boas previsões com a correlação de GRACE (1976) para baixas velocidades superficiais do gás e concluiu que para velocidades altas (10cm/s), características de escoamentos heterogêneos, a modelagem dos fenômenos de coalescência e quebra das bolhas é necessária.

ZHANG *et al.* (2006) e DHOTRE *et al.* (2008) estudaram numericamente a fluidodinâmica em colunas de bolhas similares à de DEEN *et al.* (2000a), empregando os modelos de turbulência LES–SGS (*Sub Grid Scale*) e $k-\epsilon$, considerando a turbulência induzida pelas bolhas (BIT).

ZHANG *et al.* (2006) avaliaram os modelos de SATO e SEKOGUCHI (1975), PFLEGER e BECKER (2001) e TROSHKO e HASSAN (2001) para a turbulência induzida pelas bolhas. Concluíram que, ao contrário da força de massa virtual, a força de sustentação apresentou significativa influência, principalmente em colunas mais altas. As correlações de arraste e de sustentação propostas TOMIYAMA (2004) apresentaram os melhores resultados. Dentre os modelos BIT, o de PFLEGER e BECKER (2001) apresentou os melhores resultados.

DHOTRE *et al.* (2008) investigaram as relações de fechamento do modelo. As forças de dispersão turbulenta (apenas para modelos da abordagem *Reynolds Averaged Navier-Stokes* – RANS), de arraste, de sustentação e de massa virtual foram incorporadas nos modelos. DHOTRE *et al.* (2008) concluíram que as previsões do modelo LES mostraram boa concordância com os dados experimentais, valendo a pena ressaltar que o modelo $k-\epsilon$ mostrou bom desempenho se o objetivo for entender o comportamento médio do escoamento.

TABIB *et al.* (2008) analisaram numericamente a influência das forças interfaciais e da escolha dos modelos de turbulência, na predição do escoamento em colunas de bolhas pela técnica CFD. Avaliaram as forças de arraste, de sustentação, de dispersão turbulenta e de massa virtual, utilizando três configurações diferentes de distribuidores e três modelos de turbulência: $k-\epsilon$, *Reynolds Stress Model* (RSM) e LES, comparando os resultados aos dados experimentais de MENZEL *et al.* (1990). Destacaram que para o caso estudado, a correlação de arraste de ZHANG e VANDERHEYDEN (2002) apresentou os melhores resultados, as forças de dispersão turbulenta e sustentação são intuitivas, e podem ser utilizadas para o ajuste dos perfis de propriedades, como por exemplo, velocidade axial do líquido. A força de massa virtual não apresentou influência significativa nos resultados. Concluíram que com o modelo LES é possível se obter boas previsões no comportamento instantâneo. Na predição dos perfis de energia cinética turbulenta, o modelo RSM mostrou melhores resultados que o modelo $k-\epsilon$, fato que pode ser justificado pelo comportamento anisotrópico da turbulência, o qual o RSM consegue prever, no entanto, para os perfis de velocidade axial média, melhores resultados foram obtidos pelo modelo $k-\epsilon$.

SIMONNET *et al.* (2008) estudaram numericamente a influência da força de arraste na transição dos regimes em uma coluna de bolhas retangular ($W = 20\text{cm}$, $D = 4\text{cm}$, $H = 120\text{cm}$), pela técnica CFD. Utilizando as abordagens EE e EL, a correlação proposta por

SIMONNET *et al.* (2007) foi investigada. Relataram que a interação entre as bolhas é um fator determinante na transição entre os regimes, além de destacar a importância da utilização de valores corretos para o tamanho das bolhas nas simulações. A correlação proposta mostrou bons resultados na predição das características em diferentes tipos de escoamento.

EKAMBARA e DHOTRE (2010) investigaram o desempenho de vários modelos de turbulência (k - ϵ , RNG k - ϵ , k - ω , RSM e LES), na predição do escoamento em colunas de bolhas, comparando os resultados aos dados experimentais de KULKARNI *et al.* (2007). Consideraram as forças de arraste, sustentação, massa virtual e dispersão turbulenta, e concluíram que as predições dos modelos RSM e LES são comparáveis e melhores em regiões próximas ao distribuidor, onde os modelos de duas equações falham. As simulações com o modelo LES demonstraram melhores resultados em relação aos valores experimentais, no entanto requerem maior poder computacional do que o modelo RSM. Novamente os autores destacaram que, os modelos RANS podem ser utilizados se o objetivo é a investigação do comportamento médio do escoamento.

PANG e WEI (2010) investigaram detalhadamente diversas correlações para as forças de arraste e de sustentação em escoamentos borbulhantes, ressaltando as principais características destas. Dentre as correlações analisadas, a de ZHANG e VANDERHEYDEN (2002) para o arraste e a de LEGENDRE e MAGNAUDET (1998) para a sustentação, apresentaram a tendência esperada aos padrões fluidodinâmicos esperados.

Trabalhos que investigam os fenômenos de coalescência e quebras das bolhas, pela modelagem destes e da implementação de balanços populacionais também podem ser destacados. BUWA e RANADE (2002) e DÍAZ *et al.* (2008) implementaram o modelo de balanço populacional MUSIG (*Multiple Size Group*), na investigação do comportamento do escoamento gás-líquido em uma coluna de bolhas similar a de PFLEGER *et al.* (1999). BUWA e RANADE (2002) ainda investigaram os efeitos da configuração do distribuidor e da coalescência na dinâmica do escoamento. Destacaram que, diferentes configurações no distribuidor não mostraram grande influência nas oscilações da pluma, enquanto o modelo de população de bolhas MUSIG mostrou qualitativamente bons resultados.

DÍAZ *et al.* (2008) analisaram também, a influência das forças de sustentação, de massa virtual nos padrões fluidodinâmicos. Concluíram que a implementação do balanço populacional melhora os resultados, dentre as forças interfaciais estudadas, a de massa virtual não apresentou significativa influência nos resultados em adição a força de arraste, no entanto, nas predições onde a força de sustentação foi considerada, a fração volumétrica do gás foi superestimada e oscilações assimétricas da pluma das bolhas foram observadas.

MOUZA *et al.* (2004) e LI *et al.* (2009) também empregaram o modelo MUSIG. MOUZA *et al.* (2004) relataram que, o modelo proposto apresentou bons resultados para o sistema Ar-Água operando em regime homogêneo. Destacaram que, para uma extensão do modelo a outros sistemas, é necessário uma interação entre estudos numéricos e experimentais, com o objetivo de se definir os parâmetros ajustáveis dos modelos.

LI *et al.* (2009) estudaram ainda os efeitos da configuração do distribuidor nos padrões do escoamento de uma coluna cilíndrica ($D_C = 40\text{cm}$, $H = 200\text{cm}$) operando à uma alta velocidade superficial do gás ($u_g = 10\text{cm/s}$), por meio de simulações CFD empregando o modelo MUSIG. Concluíram que a configuração dos distribuidores afeta significativamente a fração volumétrica global do gás, o tempo de mistura entre as fases, a turbulência e o tamanho das bolhas. Um aumento no número de furos do distribuidor provocou um aumento na fração volumétrica do gás, no entanto, causou uma redução do tamanho das bolhas devido a diminuição da dissipação de energia cinética, ainda destacaram a existência do padrão axissimétrico no escoamento.

CHEN *et al.* (2004), CHEN *et al.* (2005a) e CHEN *et al.* (2005b) realizaram estudos numéricos para avaliar a relação entre a velocidade superficial do gás e a distribuição do tamanho das bolhas na fluidodinâmica de colunas de bolhas, implementando as equações de balanço populacional das bolhas e comparando as previsões a dados experimentais obtidos pelas técnicas CT e CARPT (*Computer Automated Radioactive Particle Tracking*). Bons resultados foram obtidos nas simulações.

VAN DEN HENGEL *et al.* (2005) investigaram numericamente a fluidodinâmica em uma coluna de bolhas similar a de DEEN *et al.* (2001), incorporando modelos de coalescência e quebra à um modelo DBM. Consideraram que, o fenômeno de quebra das bolhas só ocorre no topo da coluna, onde a dissipação de energia e o tamanho da bolha são suficientemente grandes para tal. O diâmetro médio das bolhas foi superestimado nas previsões, fato justificado pela necessidade de uma maior taxa de quebra.

BHOLE *et al.* (2008) estudaram numericamente a fluidodinâmica das colunas de bolhas empregando um modelo CFD com balanço populacional. Utilizando o modelo de turbulência $k-\epsilon$, o método *Fixed Pivot* de KUMAR e RAMKRISHNA (1996) foi aplicado na discretização das equações do balanço populacional, enquanto que os fenômenos de coalescência e quebra das bolhas foram estudados por um modelo modificado de PRINCE e BLANCH (1990). Concluíram que o modelo matemático proposto apresentou similaridade com dados experimentais e simulados, obtidos a partir da literatura.

Investigações de propriedades físicas e parâmetros operacionais e de projeto, tais

como, configuração do distribuidor, razão de aspecto (H/W ou H/D_C), entre outros, também foram realizadas numericamente.

DHOTRE *et al.* (2004) avaliaram a influência dos distribuidores e da razão H_I/D_C na fração volumétrica do gás com um modelo CFD 2D. As predições foram comparadas a dados experimentais de uma coluna cilíndrica ($D_C = 38,5\text{cm}$, $H = 320\text{cm}$), utilizando-se três sistemas diferentes (Ar-Água, Ar-Solução Aquosa de Butanol, Ar-Solução Aquosa de CMC), operando em uma ampla faixa de velocidade superficial do gás (u_g entre 0,6 à 2,9cm/s). Além das predições CFD, os perfis da fração volumétrica do gás e da velocidade axial do líquido foram obtidos pelo modelo *drift-flux* de ZUBER e FINDLAY (1969), e comparados à dados experimentais disponíveis na literatura. Em todos os casos, o modelo CFD proposto e o modelo de ZUBER e FINDLAY (1969) apresentaram resultados satisfatórios.

VAN BATEN e KRISHNA (2004) desenvolveram um modelo CFD para colunas de bolhas com reações de primeira ordem. Utilizando três destas cilíndricas (**1**: $D_C = 10\text{cm}$ e $H = 110\text{cm}$; **2**: $D_C = 10\text{cm}$ e $H = 200\text{cm}$; **3**: $D_C = 100\text{cm}$ e $H = 500\text{cm}$), simulações 2D e 3D considerando axissimetria foram realizadas, comparando os resultados das predições à um modelo analítico. Para as colunas menores (**1** e **2**), as conversões obtidas nas simulações mostram boa concordância com o modelo analítico. Os autores ainda destacam a importância da utilização da ferramenta CFD no projeto de colunas de bolhas.

AKHTAR *et al.* (2006) e DHOTRE e JOSHI (2007) analisaram numericamente a influência da configuração do distribuidor nos padrões fluidodinâmicos das colunas. AKHTAR *et al.* (2006) observaram que o aumento no número de furos do distribuidor provocou uma assimetria no escoamento, diferentemente de quando uma entrada uniforme foi utilizada. A fração volumétrica do gás aumentou de acordo com sua velocidade superficial, tornando-se independente da configuração do distribuidor quando altas velocidades foram empregadas. DHOTRE e JOSHI (2007) relataram que a configuração do distribuidor influenciou principalmente os padrões do escoamento nas regiões próximas a este ($H_I/D_C < 5$). Concluíram que, a partir dos dados obtidos nas predições, pode-se projetar os distribuidores de acordo com o padrão de escoamento desejado.

DIONÍSIO *et al.* (2009) investigou a influência da configuração dos distribuidores nos padrões do escoamento gás-líquido, além de analisar a influência da introdução de uma recirculação externa nos perfis de fração volumétrica do gás e velocidade axial do líquido. A introdução da recirculação externa provocou uma modificação no padrão de escoamento, tornando o perfil da velocidade axial da fase líquida totalmente ascendente, diferente das colunas sem recirculação, que possuem escoamento ascendente no centro e descendente em

regiões próximas a parede.

SILVA *et al.* (2010) estudaram numericamente a fluidodinâmica em uma geometria similar a de DIONÍSIO *et al.* (2009), operando em regime heterogêneo, implementando o modelo MUSIG para o balanço populacional da fase dispersa. Os fenômenos de coalescência e quebra foram estudados pelos modelos de PRINCE e BLANCH (1990) e LUO e SVENDSEN (1996), respectivamente. Concluíram que o reciclo externo influencia o comportamento da fração volumétrica do gás nas regiões próximas ao distribuidor. Em altas velocidades da fase gás, perfis parabólicos da fração volumétrica do gás foram obtidos na região do escoamento totalmente desenvolvido.

Diversos autores também investigaram a fluidodinâmica em colunas de bolhas pela associação entre experimentações numéricas e físicas. PFLEGER *et al.* (1999) investigaram o escoamento gás-líquido em uma geometria retangular ($W = 20\text{cm}$, $D = 5\text{cm}$, $H_l = 45\text{cm}$), realizando simulações laminares e turbulentas utilizando o modelo $k-\epsilon$, além de experimentos utilizando as técnicas LDA, PIV e PTV (*Particle Tracking Velocimetry*). As predições utilizando o modelo laminar, ao contrário do turbulento, não mostraram concordância com os experimentos. Concluíram também que, a profundidade do equipamento pode ser definida de acordo com a intensidade de turbulência requerida.

SANYAL *et al.* (1999) analisaram experimental e numericamente os padrões fluidodinâmicos de uma coluna cilíndrica ($D_C = 19\text{cm}$, $H = 200\text{cm}$), comparando simulações bidimensionais axissimétricas utilizando um modelo de turbulência de duas equações ao modelo ASMM (*Algebraic Slip Mixture Model*). Os dados experimentais foram obtidos pelas técnicas CARPT (fase líquida) e CT (fase gás). Concluíram que um modelo 3D é necessário para a predição correta das estruturas transientes do escoamento.

KRISHNA *et al.* (1999) e KRISHNA *et al.* (2000) avaliaram a influência da escala na fluidodinâmica, por experimentações físicas e numéricas. Consideraram o escoamento trifásico: fase líquida (contínua), fase gás (dispersa em pequenas e grandes bolhas) bolhas pequenas e bolhas grandes. A interação entre as duas fases dispersas e a fase líquida foi tomada em termos da força de arraste, onde a velocidade de ascendência das bolhas foi definida de acordo com seu tamanho. As interações entre as bolhas pequenas e grandes foram desprezadas, e a turbulência da fase líquida foi descrita pelo modelo $k-\epsilon$. As predições mostraram similaridade quando comparadas aos dados experimentais. KRISHNA *et al.* (1999) ressaltaram que o modelo trifásico pode ser utilizado como uma boa ferramenta no desenvolvimento de projetos e dimensionamento de reatores. KRISHNA *et al.* (2000) destacaram também a grande influência da escala nos padrões fluidodinâmicos em colunas de bolhas.

KRISHNA e VAN BATEN (2001) estudaram o dimensionamento das colunas realizando simulações numéricas, validando estas com dados experimentais. O trabalho foi dividido em quatro etapas principais: descrição da morfologia e evolução dinâmica de uma bolha isolada por meio de experimentos e simulações VOF; modelagem das interações entre as bolhas por meio de experimentos e simulações VOF; descrição do comportamento de um grupo de bolhas e interações entre as fases; simulações CFD dentro da abordagem Euleriana. Concluíram que o modelo VOF é uma importante ferramenta para o estudo das características de uma bolha isolada, além de interações entre bolhas no formato touca. No entanto, para melhores previsões das distribuições radiais das velocidades do líquido e da fração volumétrica do gás, simulações Eulerianas tridimensionais são recomendadas.

THORAT e JOSHI (2004) examinaram em suas previsões e experimentos, os efeitos da configuração do distribuidor, da altura da dispersão e da coalescência natural na transição entre os regimes de escoamento em uma coluna cilíndrica ($D_C = 38,5\text{cm}$, $H = 320\text{cm}$). Utilizaram 22 configurações diferentes no distribuidor, variando a área livre e o diâmetro dos furos, diferentes razões H_l/D_C , além da utilização de três sistemas (Ar-Água, Ar-Solução Iônica de Cloreto de Sódio e Ar-Solução de Carboxi-Metil-Celulose). A fração volumétrica crítica do gás aumentou com a diminuição da área livre, do diâmetro do furo e da coalescência, enquanto que um aumento na proporção H_l/D_C provocou o efeito inverso.

DARMANA *et al.* (2009) investigaram experimental e numericamente a influência dos padrões de injeção do gás na estrutura do escoamento homogêneo em uma coluna retangular ($W = 24,3\text{cm}$, $D = 4,05\text{cm}$, $H = 99\text{cm}$), operando em concentrações de gás relativamente altas (fração volumétrica global do gás de até 8%), realizando simulações aplicando o modelo desenvolvido por DARMANA *et al.* (2006), comparando as previsões aos dados experimentais apresentados por HARTEVELD *et al.* (2004). Em todos os casos estudados, os valores para o arraste e conseqüentemente, para a fração volumétrica do gás, foram superestimados. O modelo de turbulência apresentou baixa precisão em altas concentrações de fração volumétrica do gás, no entanto, o perfil de velocidade apresentou o contrário frente aos dados experimentais.

Pode-se também, destacar o desenvolvimento de modelos de turbulência em ambas as abordagens, EE e EL, como o modelo de regiões (*Zone Model*), proposto por BAUER e EIGENBERGER (1999). DELNOIJ *et al.* (1997) trazem uma revisão sobre as principais técnicas experimentais e diferentes abordagem numéricas aplicadas a colunas de bolhas. Dentro da abordagem EL, destacam-se os modelos propostos por DELNOIJ *et al.* (1999) e DARMANA *et al.* (2006).

DELNOIJ *et al.* (1999) aplicaram o modelo EL proposto em uma coluna de bolhas

quadrada ($W = D = 17,5\text{cm}$), investigando a influência da razão de aspecto ($H/W = 1; 2; 4, 8$ e $7, 7$) nos padrões do escoamento. Observaram que uma transição no escoamento ocorreu com a variação da escala. Para os equipamentos com razão de aspecto igual a 1 e 2, o padrão de escoamento se manteve o mesmo, com uma clara ascendência no centro, entretanto, quando a escala foi aumentada de 4,8 para 7,7 o padrão do escoamento mudou dinamicamente, ocorrendo a formação de múltiplos vórtices escalonados.

Dentro da investigação de modelos EE, destacam-se os estudos de TROSHKO e HASSAN (2001) e CHADED *et al.* (2003), que apresentam investigações aprofundadas sobre as características destes modelos de turbulência, aplicados a escoamentos borbulhantes turbulentos.

HOSOKAWA e TOMIYAMA (2009) estudaram experimental e numericamente o escoamento borbulhante turbulento, dando ênfase aos efeitos do cisalhamento nas relações de fechamento do modelo. Observaram um aumento no coeficiente de arraste de acordo com a taxa de cisalhamento. Os modelos de turbulência de LOPEZ DE BERTODANO *et al.* (1994) e HOSOKAWA e TOMIYAMA (2004), utilizados nas simulações apresentaram boa concordância na predição da modificação da turbulência ocasionada pelas bolhas. Concluíram que o coeficiente de massa virtual não afeta as predições em escoamentos turbulentos plenamente desenvolvidos.

YAN e CHE (2010) desenvolveram um modelo para a predição de escoamentos gás-líquido com padrões complexos, combinando o modelo de dois fluidos e o método interfacial (*Interface Tracking*). O modelo proposto divide o sistema em três fases: uma para contínua (líquido) e duas para dispersa (interfaces de pequenas e grandes escalas), onde um tratamento especial chamado de "redistribuição da fração volumétrica", foi adaptado para a solução dos volumes de controle que contenham as três fases. Para validação do modelo, quatro testes foram realizados, a fim de se comparar a equivalência deste com os modelos básicos e demonstrar a capacidade de simulação de escoamentos contendo interfaces de ambas as escalas, pequenas e grandes. Resultados coerentes foram obtidos pelo modelo proposto.

Revisões sobre os principais características fluidodinâmicas e aspectos para a modelagem e o projeto de colunas de bolhas podem ser encontrados em JAKOBSEN *et al.* (1997), JOSHI (2001), SOKOLICHIN *et al.* (2004), KANTARCI *et al.* (2005), KULKARNI e JOSHI (2005), JAKOBSEN *et al.* (2005) e SHAIKH e AL-DAHMAN (2007).

A Tabela 3.1 resume algumas das principais investigações realizadas em colunas de bolhas retangulares.

Tabela 3.1. Investigações realizadas em colunas de bolhas retangulares.

Autores	Dimensões da Coluna		Características de Operação		Análise ¹
	W (cm)	D (cm)	H_l (cm)	u_g (cm/s)	
BECKER <i>et al.</i> (1994)	50	8	150	0,66 – 3,3	E
SOKOLICHIN <i>et al.</i> (1997)					N
MUDDE e SIMONIN (1999)					
SOKOLICHIN e EIGENBERGER (1999)					
LIN <i>et al.</i> (1996)	60,96	0,64	229	0,26 – 6	E e N
	10,16 – 48,3	1,27	160		
MUDDE <i>et al.</i> (1997)	11,2 – 32		110	0,4 – 1,9	E
PAN <i>et al.</i> (1999)			110 e 120	0,2 – 2	N
PAN <i>et al.</i> (2000)	10,16 – 32		110 e 160	1 – 5,49	
SIMONNET <i>et al.</i> (2008)	20	4	100	0,5 – 8,5	
BECKER <i>et al.</i> (1999)			45	0,15 – 1	E
DÍAZ <i>et al.</i> (2008)				0,24 – 2,3	E e N
PFLEGER <i>et al.</i> (1999)				0,05 – 0,25	
BUWA e RANADE (2002)			4 e 5	0,14 – 0,83	N
DEEN <i>et al.</i> (2000a,b)			15	15	45 e 90
DEEN <i>et al.</i> (2001, 2004)	0,49	N			
DHOTRE <i>et al.</i> (2008)					
ZHANG <i>et al.</i> (2006)					
MOUZA <i>et al.</i> (2004, 2005)	10	10			
ZARUBA <i>et al.</i> (2005)		2	110 e 120	0,1 – 0,6	E
JULIÁ <i>et al.</i> (2007)²	26,4	3,1	52,8 – 105,6	0,05 – 5,9	
DARMANA <i>et al.</i> (2009)	24,3	4,05	70	2	E e N

¹ Análise: E - Experimental; N - Numérica. ² A coluna de bolhas de JULIÁ *et al.* (2007) será utilizada nesta pesquisa.

Analisando-se os trabalhos numéricos que empregaram simulações CFD, pode-se destacar a ampla utilização do modelo de turbulência $k-\epsilon$ para predição de propriedades médias do escoamento gás-líquido em colunas de bolhas, como nas investigações de AKHTAR *et al.* (2006), DHOTRE e JOSHI (2007), DHOTRE *et al.* (2008), TABIB *et al.* (2008), BHOLE *et al.* (2008), EKAMBARA e DHOTRE (2010), entre outros.

Devido as vantagens deste modelo, tais como, seu grande sucesso na predição dos padrões fluidodinâmicos de colunas de bolhas, além de um menor custo computacional em relação a outros, os modelos $k-\epsilon$ padrão e RNG $k-\epsilon$, serão empregados nesta pesquisa, além dos modelos de segunda ordem LRR – RSM e SSG – RSM. Maiores detalhes são dados no Capítulo 4.

3.3 Estado da Arte

Atualmente, na área de caracterização e modelagem de escoamentos multifásicos, a combinação de diversas técnicas experimentais é evidente, tal como foi realizado por SATHE *et al.* (2011), que investigaram detalhadamente as estruturas do escoamento gás-líquido em duas colunas de bolhas (com seção retangular e cilíndrica) empregando as técnicas experimentais PIV, de sombreamento (*Shadowgraphy*) e LDA, além de realizarem medições com sensores de pressão.

Dentro da abordagem numérica, destacam-se o desenvolvimento e a implementação de modelos matemáticos mais completos, como por exemplo, o modelo combinado de balanço populacional multi-fluido proposto por NAYAK *et al.* (2011), ou o estudo de YANG *et al.* (2011), os quais propuseram um modelo para calcular a taxa efetiva do coeficiente de arraste das bolhas em função do diâmetro destas, com o objetivo de investigar o papel da transferência de quantidade de movimento entre as fases no fechamento do modelo matemático, além de outros estudos já descritos, os quais empregaram o balanço populacional na predição de escoamentos gás-líquido em colunas de bolhas operando em regime heterogêneo, como por exemplo, o realizado por SILVA (2011), a qual utilizou a técnica PIV na obtenção de dados experimentais para validar o modelo matemático proposto.

Portanto, devido ao crescimento tecnológico, técnicas experimentais mais sofisticadas e modelos matemáticos mais completos vêm sendo desenvolvidos e empregados, resultando em um grande potencial para se compreender melhor os fenômenos de transporte presentes em escoamentos multifásicos.

3.4 Pontos à serem investigados

Com base na revisão bibliográfica apresentada, nota-se que ainda existem importantes fatores a serem investigados na modelagem do escoamento gás-líquido em colunas de bolhas, dentre os quais se destacam:

A consideração de diferentes forças interfaciais ainda não está bem estabelecida, sendo que vários autores relataram bons resultados empregando diferentes combinações entre tais forças, ou seja, para o padrão de escoamento estudado, deve-se avaliar o comportamento destas forças. Além disso, a avaliação de diferentes propriedades do escoamento turbulento (como por exemplo, perfis de energia cinética turbulenta, taxa de tensão de deformação, entre outras), visando um melhor entendimento dos padrões de turbulência.

Considerando estes fatores e a proposta apresentada, acredita-se que esta pesquisa ajude a melhorar a compreensão dos fenômenos envolvidos neste tipo de escoamento.

Capítulo 4

Modelagem Matemática

Este capítulo apresenta a completa modelagem matemática empregada na resolução do caso em estudo. Esta pode ser definida como a descrição de um fenômeno físico real por um conjunto de equações capazes de representar a realidade do fenômeno. A modelagem numérica consiste em um método capaz de resolver os sistemas de equações definidos na modelagem matemática, com mínimos erros numéricos, os quais podem causar divergência nos resultados.

Nesta pesquisa foi empregada a abordagem Euleriana-Euleriana na simulação do escoamento bifásico gás-líquido, utilizando-se quatro modelos de turbulência que utilizam as equações RANS: k - ϵ padrão e RNG k - ϵ , modelos de duas equações que consideram a teoria da viscosidade turbulenta (*Eddy Viscosity Models*), além de dois modelos de fechamento de segunda ordem: LRR – RSM e SSG – RSM, os quais modelam diretamente as tensões de Reynolds.

Os modelos de turbulência foram empregados apenas para a fase contínua (líquida), no entanto, para os modelos de duas equações, considerou-se também a turbulência induzida pela fase dispersa (bolhas) por meio do modelo de transferência de turbulência de SATO e SEKOGUCHI (1975). A força de empuxo foi considerada pela diferença de densidade das fases dispersa e contínua (Equação 4.4), enquanto que a transferência de massa entre estas foi negligenciada. Maiores detalhes são dados a seguir.

4.1 Equações Instantâneas de Transporte

A conservação de massa e de quantidade de movimento para a fase genérica f (onde $f = g, l$ representam as fases gás e líquida, respectivamente) de um escoamento multifásico,

incompressível, sem transferência de massa entre as fases, são dadas pelas Equações 4.1 e 4.2, respectivamente. Como o sistema estudado é isotérmico, a equação de conservação de energia térmica foi desprezada.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f) + \frac{\partial}{\partial \xi_i}(\alpha_f \rho_f u_{f,i}) = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f u_{f,i}) + \frac{\partial}{\partial \xi_i}(\alpha_f \rho_f u_{f,i} u_{f,j}) = -\alpha_f \frac{\partial p}{\partial \xi_i} + \frac{\partial}{\partial \xi_j}(\alpha_f T_{f,ij}) + \alpha_f \rho_f g_i + M_{f,i}^I + \mathbf{S}_f^{qm} \quad (4.2)$$

onde u e ξ são, respectivamente, os vetores velocidade instantânea e posição, onde o subscrito i representa as coordenadas cartesianas ($i = x, y, z$), p é a pressão, g é a aceleração da gravidade, M_f^I representa a transferência de quantidade de movimento devido as forças interfaciais, \mathbf{S}_f^{qm} representa possíveis fontes de quantidade de movimento. O termo T_{ij} representa o tensor tensão relacionado às forças viscosas, o qual é dado pela Equação 4.3:

$$T_{f,ij} = 2\mu_f s_{f,ij} \quad \text{onde} \quad s_{f,ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{f,j}}{\partial \xi_i} + \frac{\partial u_{f,i}}{\partial \xi_j} \right) \quad (4.3)$$

onde $s_{f,ij}$ é o tensor taxa de deformação da fase genérica f , relacionado aos gradientes da velocidade instantânea.

Uma importante fonte de quantidade de movimento no escoamento gás-líquido é a transferência de *momentum* devido à diferença de densidade entre as fases que compõem o sistema, usualmente referida por força de empuxo, esta é modelada conforme a Equação 4.4:

$$\mathbf{S}_f^E = g(\rho_f - \rho_{ref}) \quad (4.4)$$

onde ρ_{ref} é a densidade de referência, neste caso, tomada como a da fase contínua, uma vez que o escoamento é disperso (conforme recomendação do pacote computacional ANSYS CFX).

A força interfacial total que atua no escoamento bifásico gás-líquido é a soma de diversas forças (detalhes dados na Seção 2.6) e é modelada pela Equação 4.5:

$$M_{l,i}^I = -M_{g,i}^I = M_{l,i}^D + M_{l,i}^S + M_{l,i}^{TD} + M_{l,i}^{VM} + \dots \quad (4.5)$$

onde os subscritos D , S , TD e VM , representam as forças de arraste, de sustentação, de dispersão turbulenta e de massa virtual, respectivamente.

Outras forças podem ser incluídas na Equação 4.5, no entanto, como já citado anteriormente, estas são as principais forças interfaciais relacionadas ao escoamento gás-líquido em colunas de bolhas. A modelagem dos termos componentes da força interfacial total (Equação 4.5), considerados no caso estudado, será dada na Seção 4.4.

4.2 Turbulência

Escoamentos turbulentos são de grande interesse para a engenharia e suas principais características são extensivamente relatadas na literatura, dentre estas se destacam (KUNDU e COHEN, 2002; DAVIDSON, 2003):

- **Aleatoriedade:** movimentação irregular e caótica.
- **Vorticidade e Tridimensionalidade:** a turbulência é caracterizada pelo alto nível de flutuação e vorticidade, esta última definida como a taxa de circulação do fluido por unidade de área. Isto induz a formação de estruturas tridimensionais dos vórtices.
- **Várias Escalas Estruturais:** nos escoamentos turbulentos, diversos fenômenos são observados: movimentos rotatórios, coalescência, divisão e alongamento dos vórtices, resultando na formação de estruturas em várias escalas.
- **Não-linearidade:** fator chave no escoamento turbulento, causando o aparecimento de fenômenos como coalescência e alongamento dos turbilhões. Isto permite que o escoamento mantenha sua tridimensionalidade.
- **Dissipação:** os vórtices maiores contêm a maior parte da energia, que é passada através das interações não-lineares aos menores, os quais são dissipados pelas forças viscosas. Este processo de transferência de energia é chamado de processo em cascata.
- **Difusividade:** devido a mistura das partículas do fluido à nível macroscópico, os escoamentos turbulentos são caracterizados por uma rápida taxa de difusão de *momentum* e calor.
- **Contínuos:** mesmo as menores escalas estruturais da turbulência são maiores que as escalas microscópicas, portanto, as propriedades do escoamento podem ser tratadas como contínuas.

Devido a complexidade dos escoamentos turbulentos, diversos pesquisadores vêm desenvolvendo ou otimizando modelos para investigação da turbulência. Entre os modelos

mais utilizados, os baseados na abordagem RANS se destacam, devido a vantagens, como por exemplo, menor esforço computacional em relação a simulações numéricas diretas (DNS – *Direct Numerical Simulation*), entre outros tipos.

De modo geral, a introdução de quantidades médias e flutuações de propriedades, como por exemplo, a velocidade, nas equações instantâneas de Navier-Stokes, produzem as equações RANS. Estas representam apenas as quantidades médias do escoamento, modelando os efeitos da turbulência sem a necessidade da resolução das flutuações geradas por esta. No entanto, este procedimento de aproximação introduz termos desconhecidos nas equações, os quais contém produtos das quantidades das flutuações. Conhecidos como tensões turbulentas ou de Reynolds, estes termos necessitam de equações adicionais para sua modelagem. Estas equações são definidas de acordo com o modelo de turbulência utilizado.

4.3 Equações Médias de Transporte

No procedimento das aproximações médias de Reynolds, as variáveis das equações instantâneas de transporte são decompostas em seus componentes médios e suas flutuações, como por exemplo, para a velocidade têm-se:

$$u_i = U_i + u'_i \quad (4.6)$$

onde u_i , U_i e u'_i representam os componentes instantâneo, médio e a flutuação da velocidade.

Após a realização das aproximações médias, a conservação de massa para a fase genérica f , é descrita pela Equação 4.7:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f) + \frac{\partial}{\partial \xi_i}(\alpha_f \rho_f U_{f,i}) = 0 \quad (4.7)$$

onde U_i é a velocidade média, ou seja, a equação média de conservação de massa é idêntica a Equação 4.1 com a velocidade média substituindo à instantânea, além da substituição das outras variáveis instantâneas por valores médios.

A conservação de quantidade de movimento após a realização das aproximações médias fica definida conforme a Equação 4.8:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f U_{f,i}) + \frac{\partial}{\partial \xi_i}(\alpha_f \rho_f U_{f,i} U_{f,j}) = \\ -\alpha_f \frac{\partial P}{\partial \xi_i} + \frac{\partial}{\partial \xi_j} \left(\alpha_f (\tau_{f,ij} - \rho_f \overline{u'_{f,i} u'_{f,j}}) \right) + \alpha_f \rho_f g_i + M_{f,i}^I + \mathbf{S}_f^{qm} \end{aligned} \quad (4.8)$$

os termos do lado direito da Equação 4.8 representam, respectivamente, o gradiente de pressão, o tensor tensão, a força gravitacional, a transferência de quantidade de movimento devido às forças interfaciais, e o termo fonte. O termo $\tau_{f,ij}$ representa a tensão média devido as forças viscosas (Equação 4.9):

$$\tau_{f,ij} = 2\mu_f S_{f,ij} \quad (4.9)$$

onde $S_{f,ij}$ é o tensor taxa média de deformação (Equação 4.10):

$$S_{f,ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_{f,j}}{\partial \xi_i} + \frac{\partial U_{f,i}}{\partial \xi_j} \right) \quad (4.10)$$

Comparando-se as Equações 4.2 e 4.8, nota-se o aparecimento do termo $-\rho_f \overline{u'_{f,i} u'_{f,j}}$, o qual é conhecido como tensor de Reynolds e representa a contribuição das flutuações que ocorrem no escoamento turbulento. O tensor de Reynolds é simétrico, gerando assim seis componentes independentes. Portanto, para o fechamento da Equação 4.8, torna-se necessário o emprego de modelos de turbulência.

Para escoamentos multifásicos, equações de restrição para a fração volumétrica e pressão devem ser consideradas. Estas são definidas de acordo com as Equações 4.11 e 4.12, respectivamente:

$$\sum_f \alpha_f = \alpha_g + \alpha_l = 1 \quad (4.11)$$

$$p_l = p_g = p \quad (4.12)$$

4.4 Equações de Fechamento

Para resolução do caso proposto, relações de fechamento devem ser estabelecidas para validação do modelo matemático. As relações empregadas nesta pesquisa serão descritas a seguir.

4.4.1 Modelos de Turbulência

Nesta pesquisa foi analisado o desempenho de duas classes de modelos de turbulência RANS na predição do caso estudado:

1. Modelos de duas equações que consideram a teoria da viscosidade turbulenta: k - ϵ padrão e RNG k - ϵ ;
2. Modelos de fechamento de segunda ordem, os quais modelam diretamente as tensões turbulentas (tensores de Reynolds): LRR-RSM e SSG-RSM.

4.4.1.1 Modelos de Duas Equações

Os modelos de duas equações são baseados na viscosidade turbulenta e na hipótese de Boussinesq (Boussinesq, Joseph Valentin; 1842 – 1929), a qual assume, em analogia as tensões viscosas do escoamento laminar, que os tensores de Reynolds são proporcionais aos gradientes da velocidade média (RODI, 1984) (Equação 4.13):

$$-\rho_f \overline{u'_{f,i} u'_{f,j}} = \mu_f^t \left(\frac{\partial U_{f,i}}{\partial \xi_j} + \frac{\partial U_{f,j}}{\partial \xi_i} \right) - \frac{2}{3} \rho_f k_f \delta_{ij} \quad (4.13)$$

onde μ_f^t é a viscosidade turbulenta da fase genérica f . O termo $-\frac{2}{3} k_f \delta_{ij}$ representa a turbulência adicional devido aos efeitos pressão, e é necessário para garantir o traço correto do tensor de Reynolds. δ_{ij} é a matriz identidade ou delta de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ se $i = j$; $\delta_{ij} = 0$ se $i \neq j$). k_f representa a energia cinética turbulenta da fase f , dada pela Equação 4.14:

$$k_f = \frac{1}{2} \left(\overline{u'_{f,x} u'_{f,x}} + \overline{u'_{f,y} u'_{f,y}} + \overline{u'_{f,z} u'_{f,z}} \right) \quad (4.14)$$

A viscosidade turbulenta tem como principal fundamento, a ideia de que a turbulência é governada por uma viscosidade efetiva, a qual não é propriedade do fluido, mas sim, da estrutura local do escoamento, sendo afetada por diversos fatores, tais como, forma e natureza das superfícies sólidas, intensidade da turbulência do escoamento livre, e talvez mais significativamente, pelos efeitos do histórico do escoamento (WILCOX, 1998).

Substituindo a Equação 4.13 na Equação 4.8, nota-se o aparecimento da viscosidade efetiva (μ_f^{ef}), definida pela soma entre as viscosidades laminar e turbulenta. A Equação 4.15 representa a viscosidade efetiva para a fase genérica f :

$$\mu_f^{ef} = \mu_f + \mu_f^t \quad (4.15)$$

onde os termos do lado direito da Equação 4.15 representam as viscosidades laminar e turbulenta da fase líquida, respectivamente.

Para o escoamento multifásicos, pode-se adicionar um terceiro termo (μ_{BI}) na Equação 4.15, o qual representa o efeito da turbulência induzida pela fase dispersa, neste caso pelas bolhas. Portanto, a viscosidade efetiva da fase líquida (uma vez que a turbulência foi considerada apenas nesta) fica definida pela Equação 4.16:

$$\mu_l^{ef} = \mu_l + \mu_l^t + \mu_{BI} \quad (4.16)$$

O efeito da turbulência induzida pelas bolhas foi considerado pelo modelo de SATO e SEKOGUCHI (1975) (Equação 4.17):

$$\mu_{BI} = \rho_l C_{\mu,BI} \alpha_g d_b |U_g - U_l| \quad (4.17)$$

onde $C_{\mu,BI}$ é uma constante, igual a 0,6.

Os modelos de duas equações assumem também que, a viscosidade turbulenta é a mesma para todas as tensões de Reynolds, ou seja, considera a turbulência como isotrópica. Em diversos escoamentos que apresentam recirculação, os termos das tensões normais e cisalhantes das equações de quantidade de movimento são de mesma ordem, e relativamente pequenos quando comparados aos termos inerciais e de gradientes de pressão. Nestes casos, a consideração da turbulência como isotrópica apresenta pequena importância (RODI, 1984).

A principal vantagem destas hipóteses é o baixo custo computacional relativo, no entanto, a consideração da turbulência como isotrópica pode ocasionar alguns erros. WILCOX (1998) relacionou alguns tipos de escoamento, nos quais a hipótese de Boussinesq pode apresentar falhas: escoamentos com mudanças bruscas na taxa média de tensão; escoamentos em superfícies curvas; com movimentos secundários e com separação da camada limite, entre outros.

Para escoamentos mais complexos, modelos de turbulência mais sofisticados podem ser utilizados no fechamento do problema. Dentre estes, pode-se destacar os modelos de fechamento de segunda ordem (*Reynolds Stress Models*), os quais modelam diretamente as tensões turbulentas, desconsiderando a hipótese de Boussinesq. Maiores detalhes destes são dados na Seção 4.4.1.2.

Modelo de Turbulência $k-\epsilon$ Padrão

O modelo de turbulência $k-\epsilon$ padrão foi introduzido por LAUNDER e SPALDING (1974), sendo desde então extensivamente aplicado na resolução de problemas de engenharia.

As principais vantagens deste modelo são: simplicidade – necessidade apenas da definição das condições iniciais e de contorno; excelente desempenho na predição da maioria dos escoamentos de interesse industrial; bem estabelecido – modelo de turbulência mais utilizado e validado (VERSTEEG e MALALASEKERA, 1995). No entanto, como desvantagem, ressalta-se o desempenho ineficaz em alguns casos importantes, principalmente os quais envolvam regiões de escoamento com separação da camada limite ou baixo número de Reynolds.

O modelo k - ϵ assume que a viscosidade turbulenta está relacionada a energia cinética turbulenta (k), e à sua dissipação (ϵ). Para a fase líquida, esta é definida conforme a Equação 4.18:

$$\mu_l^t = C_\mu \rho_l \frac{k_l^2}{\epsilon_l} \quad (4.18)$$

onde C_μ é uma constante do modelo de turbulência k - ϵ , igual a 0,09.

O modelo k - ϵ adiciona duas novas equações ao sistema de equações de transporte, neste caso, uma para a energia cinética turbulenta, e outra para a sua dissipação. A energia cinética turbulenta é definida como a variância das flutuações na velocidade e tem as dimensões $L^2 T^{-2}$. Sua taxa de dissipação é causada pelo trabalho realizado pelos pequenos vórtices contra as tensões viscosas e tem as dimensões $L^2 T^{-3}$.

Os valores de k e ϵ são obtidos diretamente, pelas equações diferenciais de transporte 4.19 e 4.21, respectivamente:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l k_l) + \frac{\partial}{\partial \xi_j}(\alpha_l \rho_l U_{l,j} k_l) = \frac{\partial}{\partial \xi_j} \left(\alpha_l \left(\mu_l + \frac{\mu_l^t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k_l}{\partial \xi_j} \right) + \alpha_l (G_l^k - \rho_l \epsilon_l) + \mathbf{S}^k \quad (4.19)$$

onde σ_k é uma constante e os termos \mathbf{S}^k e G_l^k representam respectivamente, o termo fonte e a geração de energia cinética turbulenta da fase líquida, esta última modelada conforme a Equação 4.20:

$$G_l^k = \mu_l^t \sqrt{2 S_{l,ij} S_{l,ij}} \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l \epsilon_l) + \frac{\partial}{\partial \xi_j}(\alpha_l \rho_l U_{l,j} \epsilon_l) = \frac{\partial}{\partial \xi_j} \left(\alpha_l \left(\mu_l + \frac{\mu_l^t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon_l}{\partial \xi_j} \right) + \alpha_l \frac{\epsilon_l}{k_l} (C_{1\epsilon} G_l^k - C_{2\epsilon} \rho_l \epsilon_l) + \mathbf{S}^\epsilon \quad (4.21)$$

onde $C_{1\epsilon}$, $C_{2\epsilon}$ e σ_ϵ , são constantes e \mathbf{S}^ϵ é o termo fonte.

Maiores detalhes sobre o equacionamento do modelo k - ϵ padrão são encontrados em VERSTEEG e MALALASEKERA (1995) e FERZIGER e PERIĆ (2002). A Tabela 4.1 lista as constantes do modelo de turbulência k - ϵ padrão.

Tabela 4.1. Constantes do modelo de turbulência k - ϵ padrão.

C_μ	$C_{1\epsilon}$	$C_{2\epsilon}$	σ_k	σ_ϵ
0,09	1,44	1,92	1	1,3

Modelo de Turbulência RNG k - ϵ

O modelo de turbulência RNG k - ϵ é baseado na renormalização dos grupos das equações de Navier-Stokes, proposta por YAKHOT *et al.* (1992). As equações diferenciais de transporte para a geração e dissipação de energia cinética turbulenta são as mesmas, porém as constantes C_μ , $C_{2\epsilon}$, σ_k , e σ_ϵ recebem valores diferentes, enquanto que a constante $C_{1\epsilon}$ se torna uma função $C_{1\epsilon}^{RNG}$, dada pela Equação 4.24.

As equações de transporte da energia cinética turbulenta k , e sua dissipação ϵ , são reescritas conforme as Equações 4.22 e 4.23:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l k_l) + \frac{\partial}{\partial \xi_j}(\alpha_l \rho_l U_{l,j} k_l) = \frac{\partial}{\partial \xi_j} \left(\alpha_l \left(\mu_l + \frac{\mu_l^t}{\sigma_k^{RNG}} \right) \frac{\partial k_l}{\partial \xi_j} \right) + \alpha_l (G_l^k - \rho_l \epsilon_l) + \mathbf{S}^k \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l \epsilon_l) + \frac{\partial}{\partial \xi_j}(\alpha_l \rho_l U_{l,j} \epsilon_l) = \\ \frac{\partial}{\partial \xi_j} \left(\alpha_l \left(\mu_l + \frac{\mu_l^t}{\sigma_\epsilon^{RNG}} \right) \frac{\partial \epsilon_l}{\partial \xi_j} \right) + \alpha_l \frac{\epsilon_l}{k_l} \left(C_{1\epsilon}^{RNG} G_l^k - C_{2\epsilon}^{RNG} \rho_l \epsilon_l \right) + \mathbf{S}^\epsilon \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$C_{1\epsilon}^{RNG} = 1,42 - f_\eta \quad (4.24)$$

onde a função f_η é dada pela Equação 4.25:

$$f_\eta = \frac{\eta \left(1 - \frac{\eta}{4,38} \right)}{1 + \psi \eta^3} \quad \text{com} \quad \eta = \sqrt{\frac{G_l^k}{\epsilon_l \rho_l C_\mu^{RNG}}} \quad (4.25)$$

onde ψ e C_μ^{RNG} são constantes.

A Tabela 4.2 resume as constantes do modelo RNG $k-\epsilon$.

Tabela 4.2. Constantes do modelo de turbulência RNG $k-\epsilon$.

$C_{2\epsilon}^{RNG}$	C_{μ}^{RNG}	ψ	σ_{ϵ}^{RNG}	σ_k^{RNG}
1,68	0,085	0,012	0,7179	0,7179

4.4.1.2 Modelos de Fechamento de Segunda Ordem

Modelos de fechamento de segunda ordem (*Reynolds Stress Models* – RSM) também são extensivamente aplicados em casos de interesse da engenharia. Estes são mais sofisticados do que os modelos de duas equações e possuem como principal característica a desconsideração da teoria da viscosidade turbulenta, podendo considerar a turbulência tanto isotrópica, quanto anisotrópica.

A principal vantagem destes modelos é o tratamento exato dos termos de produção da turbulência. Além disso, a solução de equações de transporte separadas para cada componente das tensões turbulentas permite, em princípio, uma predição acurada do campo de turbulência (HANJALIĆ e JAKIRLIĆ, 2002). Este tipo de modelo de fechamento inclui efeitos naturais que podem ocorrer no escoamento, tais como, mudanças bruscas nas tensões, grandes curvaturas nas linhas de corrente, entre outros, diferentemente dos modelos baseados na viscosidade turbulenta.

No entanto, como as tensões de Reynolds são modeladas diretamente por equações diferenciais de transporte, novas equações são adicionadas ao sistema, o que causa um maior custo computacional, além da redução da estabilidade numérica.

A equação exata para o transporte das tensões de Reynolds para um escoamento monofásico é dada conforme a Equação 4.26:

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{u'_i u'_j})}_{L_{ij}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial \xi_k}(\rho U_k \overline{u'_i u'_j})}_{C_{ij}} = \\
 & - \rho \left(\underbrace{\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial \xi_k}}_{P_{ij}} + \underbrace{\overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial \xi_k}}_{P_{ij}} \right) - \underbrace{2\mu \frac{\partial u'_i}{\partial \xi_k} \frac{\partial u'_j}{\partial \xi_k}}_{\epsilon_{ij}} + \underbrace{p' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial \xi_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial \xi_i} \right)}_{\Pi_{ij}} \\
 & + \underbrace{\frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(\underbrace{\mu \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial \xi_k}}_{D_{ij}^m} - \underbrace{\rho \overline{u'_i u'_j u'_k}}_{D_{ij}^u} - \underbrace{p' \overline{u'_i} \delta_{jk} - p' \overline{u'_j} \delta_{ik}}_{D_{ij}^p} \right)}_{D_{ij}} + \mathbf{S}^{RS}
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

onde u' e p' são as flutuações da velocidade e da pressão. Os termos L_{ij} e C_{ij} representam os tensores da taxa de mudança local e do transporte por convecção, respectivamente. Os termos P_{ij} , ϵ_{ij} e Π_{ij} representam os tensores da produção exata, da dissipação das tensões turbulentas e da correlação pressão-tensão, respectivamente. O termo D_{ij} representa o tensor do transporte total por difusão, onde D_{ij}^m representa o transporte por difusão molecular, enquanto que D_{ij}^u e D_{ij}^p representam os tensores da difusão turbulenta, devido às flutuações da velocidade e pressão, respectivamente. S^{RS} é o termo fonte, onde podem ser incluídos termos relacionados a rotação do sistema, forças externas, entre outros. Os termos ϵ_{ij} , Π_{ij} , D_{ij}^u e D_{ij}^p necessitam de modelagem para o fechamento da Equação 4.26. A Figura 4.1 ilustra os significados físicos dos termos da Equação 4.26.

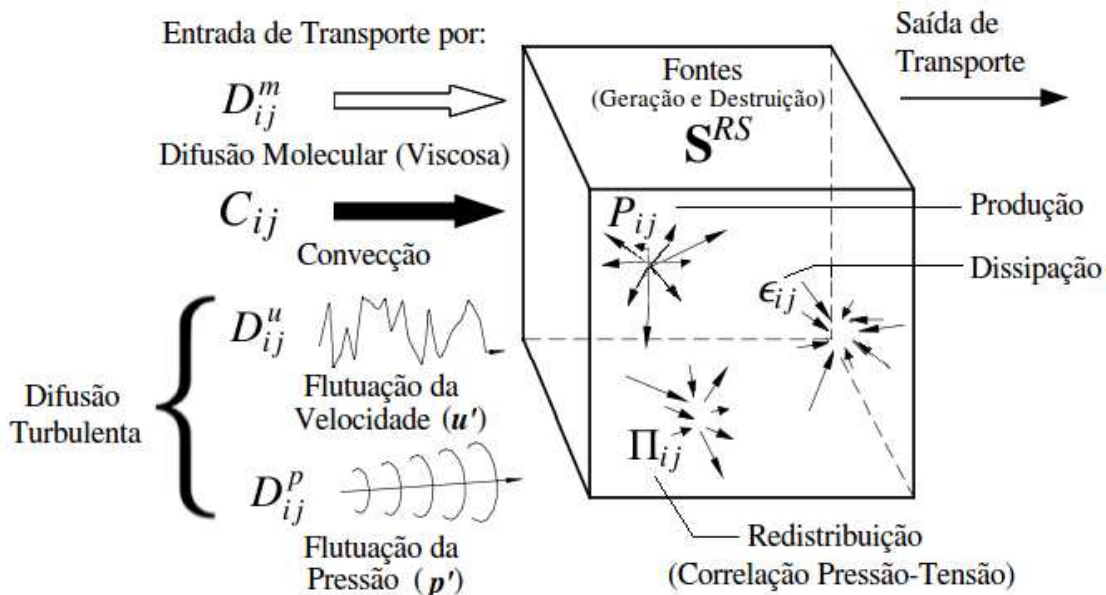


Figura 4.1. Representação dos termos que compõem a equação exata do transporte para as tensões de Reynolds (Adaptado de BRADSHAW *et al.* (1981)).

Analisando a equação de transporte das tensões de Reynolds (Equação 4.26), WILCOX (1998) observou algumas possíveis razões, pelas quais o RSM deve corrigir a hipótese de Boussinesq:

- Desde que a Equação 4.26 considera a convecção e a difusão das tensões, o modelo de segunda ordem deverá incluir os efeitos do histórico do escoamento;
- A Equação 4.26 contém os termos de convecção, produção e (opcionalmente) forças que atuam no corpo, as quais respondem automaticamente aos efeitos de curvatura nas linhas de corrente, rotação do sistema e estratificação, pelo menos qualitativamente;
- A Equação 4.26 não dá um razão prioritária para as tensões normais serem iguais, mesmo quando a taxa média de deformação desaparece.

A produção exata das tensões de Reynolds é modelada conforme a Equação 4.27:

$$P_{ij} = -\rho \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial \xi_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial \xi_k} \right) \quad (4.27)$$

O tensor dissipação da tensões é dado pela Equação 4.28:

$$\epsilon_{ij} = -2\mu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial \xi_k} \frac{\partial u'_j}{\partial \xi_k}} \quad (4.28)$$

Em altos números de Reynolds, o movimento das grandes escalas da turbulência não são afetadas pela viscosidade, enquanto que as pequenas estruturas podem ser consideradas localmente isotrópicas, de acordo com a hipótese de KOLMOGOROV (1941), ou seja, não são afetadas pela orientação dos vórtices (HANJALIĆ e JAKIRLIĆ, 2002). A correlação definida pela Equação 4.28, deve-se reduzir a zero quando $i \neq j$, enquanto que, quando $i = j$, todos os componentes devem ser iguais. Usualmente o tensor dissipação de energia cinética turbulenta é modelado conforme a Equação 4.29:

$$\epsilon_{ij} = \frac{2}{3} \epsilon \rho \delta_{ij} \quad \text{onde} \quad \epsilon = \mu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial \xi_k} \frac{\partial u'_i}{\partial \xi_k}} \quad (4.29)$$

onde ϵ é a quantidade escalar da taxa de dissipação de energia cinética turbulenta.

Diversas modelagens são propostas para a dissipação energia cinética turbulenta (ϵ), desde relações algébricas até equações diferenciais similares às utilizadas pelos modelos de duas equações. A modelagem desta será descrita de acordo com o modelo empregado (LRR-RSM e SSG-RSM).

O tensor correlação pressão-tensão é dado pela Equação 4.30:

$$\Pi_{ij} = p' \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial \xi_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial \xi_i} \right)} \quad (4.30)$$

Este termo tem recebido grande atenção em sua modelagem, uma vez que é da mesma ordem que o termo da produção de turbulência, desempenhando assim um papel crítico na maioria dos escoamentos de interesse da engenharia (WILCOX, 1998). A modelagem da correlação pressão-tensão para escoamentos incompressíveis parte da equação de Poisson para a flutuação da pressão.

Após as manipulações algébricas, a correlação é usualmente dividida em três partes principais, conforme a Equação 4.31 (Maiores detalhes sobre a dedução desta equação são encontrados em WILCOX (1998) e HANJALIĆ e JAKIRLIĆ (2002)):

$$\Pi_{ij} = \Pi_{ij,1} + \Pi_{ij,2} + \Pi_{ij}^w \quad (4.31)$$

onde, $\Pi_{ij,1}$ é conhecido como termo lento ou por “retorno a isotropia” da turbulência. Na ausência da taxa média da tensão de deformação (S_{ij}) e forças de corpo, e longe de qualquer limitação imposta por barreiras sólidas, as flutuações da pressão tendem a levar a turbulência a um estado isotrópico (HANJALIĆ e JAKIRLIĆ, 2002). $\Pi_{ij,2}$ é conhecido como termo rápido e representa a “isotropização” do processo de produção das tensões devido a taxa média de deformação. O termo Π_{ij}^w representa os efeitos das barreiras sólidas no escoamento (conhecido também por *pressure-echo effect*), porém, como o escoamento estudado não apresenta maiores complexidades, tais como, separação da camada limite, este termo será desprezado.

Baseado na ideia de que as flutuações da pressão tendem a reduzir a anisotropia da turbulência, ROTTA (1951) propôs um modelo linear simples para o termo lento de Π_{ij} , conforme a Equação 4.32:

$$\Pi_{ij,1} = -C_1 \rho \frac{\epsilon}{k} \left(\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) \quad (4.32)$$

onde C_1 é uma constante. Para promover a redução da anisotropia o coeficiente C_1 deve ser maior do que 1, o valor usualmente empregado é 1,8 (HANJALIĆ e JAKIRLIĆ, 2002).

O termo rápido $\Pi_{ij,2}$ está associado à taxa média de deformação, a qual é normalmente a maior fonte de turbulência. Este termo é definido conforme a Equação 4.33, proposta por NAOT *et al.* (1970) e LAUNDER *et al.* (1975):

$$\Pi_{ij,2} = -C_2 \left(P_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} P_{kk} \right) \quad (4.33)$$

onde $C_2 = 0,6$. A Equação 4.33 é também conhecida como modelo IP “isotropização da produção”.

O tensor transporte por difusão molecular é modelado exatamente pela Equação 4.34, no entanto, em altos números de Reynolds, este termo pode ser desprezado.

$$D_{ij}^m = \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(\mu \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial \xi_k} \right) \quad (4.34)$$

Já os tensores da difusão turbulenta devido as flutuações da velocidade e pressão (dados pelas Equações 4.35 e 4.36, respectivamente), necessitam de modelagem.

$$D_{ij}^u = \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(-\rho \overline{u'_i u'_j u'_k} \right) \quad (4.35)$$

$$D_{ij}^p = \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(-\overline{p' u'_i} \delta_{jk} - \overline{p' u'_j} \delta_{ik} \right) \quad (4.36)$$

O modelo mais popular para a difusão turbulenta devido as flutuações da velocidade foi proposto por DALY e HARLOW (1970) e é conhecido por GGD (*Generalized Gradient Diffusion*) (HANJALIĆ e JAKIRLIĆ, 2002). Aplicando-se o GGD à difusão turbulenta devido à velocidade, têm-se:

$$D_{ij}^u = \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(-\rho \overline{u'_i u'_j u'_k} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(-\rho C'_R \frac{k}{\epsilon} \overline{u'_k u'_m} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial \xi_m} \right) \quad (4.37)$$

onde $C'_R \approx 0,25$. Outra maneira de se modelar a difusividade turbulenta devido as flutuações da velocidade é aplicando o modelo SGD (*Simple Gradient Diffusion*), assim como proposto por MELLOR e HERRING (1973) e LAUNDER *et al.* (1975) (Equação 4.38):

$$D_{ij}^u = \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(-\rho \overline{u'_i u'_j u'_k} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(\frac{2}{3} \rho C_R \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial \xi_m} \right) \quad (4.38)$$

onde $C_R \approx 0,11$.

O transporte turbulento devido as flutuações de pressão tem natureza diferente (transporte por propagação das perturbações) e nenhuma forma de transporte de gradiente é aplicável à modelagem de D_{ij}^p . Usualmente, agrega-se o termo D_{ij}^p à D_{ij}^u , ajustando o coeficiente C_R . Em muitos tipos de escoamentos o transporte devido às flutuações da pressão é muito menor do que o transporte relacionado a velocidade, portanto, essa aproximação não provoca grandes consequências adversas (HANJALIĆ e JAKIRLIĆ, 2002).

Nesta pesquisa duas variações dos modelos de fechamento de segunda ordem foram empregados: LRR-RSM e SSG-RSM, os quais serão detalhados a seguir.

Modelo de Turbulência LRR-RSM

O modelo LRR-RSM foi introduzido por LAUNDER, REECE e RODI (1975). Grande parte dos outros modelos de fechamento de segunda ordem são baseados nele, diferenciando principalmente na correlação pressão-tensão. O LRR-RSM apresenta uma maior estabilidade em relação ao SSG-RSM, uma vez que modela o termo difusivo como isotrópico e correlaciona o termo pressão-tensão de forma linear.

No modelo LRR-RSM, os termos anisotrópicos das equações de transporte dos tensores de Reynolds são substituídos por formulações isotrópicas, ou seja, para a fase a líquida (contínua), têm-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_l \rho_l \overline{u'_{l,i} u'_{l,j}}) + \frac{\partial}{\partial \xi_k} (\alpha_l \rho_l U_{l,k} \overline{u'_{l,i} u'_{l,j}}) = \\ \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(\alpha_l \left(\mu_l + \frac{2}{3} C_R^{LRR} \rho_l \frac{k_l^2}{\epsilon_l} \right) \frac{\partial \overline{u'_{l,i} u'_{l,j}}}{\partial \xi_k} \right) + \alpha_l P_{l,ij} + \alpha_l \Pi_{l,ij}^{LRR} - \frac{2}{3} \alpha_l \rho_l \epsilon_l \delta_{ij} + \mathbf{S}^{RS} \end{aligned} \quad (4.39)$$

onde C_R^{LRR} é uma constante, \mathbf{S}^{RS} é o termo fonte, $P_{l,ij}$ e $\Pi_{l,ij}^{LRR}$ são dados pelas Equações 4.27 e 4.40, respectivamente.

$$\Pi_{l,ij}^{LRR} = -C_1^{LRR} \rho_l \frac{\epsilon_l}{k_l} \left(\overline{u'_{l,i} u'_{l,j}} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k_l \right) - C_2^{LRR} \left(P_{l,ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} P_{l,kk} \right) \quad (4.40)$$

onde C_1^{LRR} e C_2^{LRR} são constantes.

Para o modelo isotrópico, a equação de transporte da dissipação da energia cinética turbulenta é definida igual à empregada pelos modelos de duas equações, ou seja:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_l \rho_l \epsilon_l) + \frac{\partial}{\partial \xi_k} (\alpha_l \rho_l U_{l,k} \epsilon_l) = \\ \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(\alpha_l \left(\mu_l + \frac{\mu_l^t}{\sigma_\epsilon^{LRR}} \right) \frac{\partial \epsilon_l}{\partial \xi_k} \right) + \alpha_l \frac{\epsilon_l}{k_l} \left(C_{1\epsilon}^{LRR} G_l^k - C_{2\epsilon}^{LRR} \rho_l \epsilon_l \right) + \mathbf{S}^\epsilon \end{aligned} \quad (4.41)$$

onde σ_ϵ^{LRR} , $C_{1\epsilon}^{LRR}$ e $C_{2\epsilon}^{LRR}$ são constantes, G_l^k é a produção de energia cinética turbulenta, definida pela Equação 4.20. A viscosidade turbulenta é obtida analogamente aos modelos de duas equações, conforme a Equação 4.18, onde a constante C_μ (denotada por C_μ^{LRR}) recebe outro valor.

A Tabela 4.3 resume as constantes utilizadas no modelo de fechamento LRR-RSM (Valores empregados pelo pacote ANSYS CFX 12).

Tabela 4.3. Constantes do modelo de turbulência LRR-RSM.

C_R^{LRR}	C_1^{LRR}	C_2^{LRR}	$C_{1\epsilon}^{LRR}$	$C_{2\epsilon}^{LRR}$	C_μ^{LRR}	σ_ϵ^{LRR}
0,22	1,8	0,6	1,45	1,9	0,1152	1,1

Modelo de Turbulência SSG-RSM

O modelo SSG-RSM foi proposto por SPEZIALE, SARKAR e GATSKI (1991) e considera a turbulência como anisotrópica, empregando um modelo quadrático para a correlação pressão-tensão, a qual teoricamente torna desnecessário a utilização de funções de parede (WILCOX, 1998).

O transporte dos tensores de Reynolds para a fase líquida, considerando a anisotropia da turbulência é modelado conforme a Equação 4.42:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_l \rho_l \overline{u'_{l,i} u'_{l,j}}) + \frac{\partial}{\partial \xi_k} (\alpha_l \rho_l U_{l,k} \overline{u'_{l,i} u'_{l,j}}) = \\ \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(\alpha_l \left(\mu_l \delta_{km} + C_R^{SSG} \rho_l \frac{k_l}{\epsilon_l} \overline{u'_{l,k} u'_{l,m}} \right) \frac{\partial \overline{u'_{l,i} u'_{l,j}}}{\partial \xi_m} \right) + \alpha_l P_{l,ij} + \alpha_l \Pi_{l,ij}^{SSG} - \frac{2}{3} \alpha_l \rho_l \epsilon_l \delta_{ij} + \mathbf{S}^{RS} \end{aligned} \quad (4.42)$$

onde C_R^{SSG} é uma constante, \mathbf{S}^{RS} é o termo fonte, $P_{l,ij}$ e $\Pi_{l,ij}^{SSG}$ são dados conforme as Equações 4.27 e 4.43, respectivamente.

$$\begin{aligned} \Pi_{l,ij}^{SSG} = - \left(C_1^S \rho_l \epsilon_l + C_2^S \frac{1}{2} P_{l,kk} \right) a_{l,ij} + C_3^S \rho_l \epsilon_l \left(a_{l,ik} a_{l,kj} - \frac{1}{3} a_{l,mn} a_{l,nm} \delta_{ij} \right) \\ + \left(C_4^S - C_5^S \sqrt{a_{l,ij} a_{l,ij}} \right) \rho_l k_l S_{l,ij} + C_6^S \rho_l k_l \left(a_{l,ik} W_{l,jk} + a_{l,jk} W_{l,ik} \right) \\ + C_7^S \rho_l k_l \left(a_{l,ik} S_{l,jk} + a_{l,jk} S_{l,ik} - \frac{2}{3} a_{l,mn} S_{l,mn} \delta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (4.43)$$

onde C_1^S , C_2^S , C_3^S , C_4^S , C_5^S , C_6^S , C_7^S são constantes, $a_{l,ij}$ é o tensor anisotrópico das tensões de Reynolds, definido pela Equação 4.44, $S_{l,ij}$, e $W_{l,ij}$ são os tensores deformação (Equação 4.10) e vorticidade (Equação 4.45), respectivamente.

$$a_{l,ij} = \frac{\overline{u'_{l,i} u'_{l,j}}}{k_l} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \quad (4.44)$$

$$W_{l,ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_{l,j}}{\partial \xi_i} - \frac{\partial U_{l,i}}{\partial \xi_j} \right) \quad (4.45)$$

A dissipação da energia cinética turbulenta escrita em termos de coeficientes de difusão anisotrópicos é definida conforme a Equação 4.46:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l \epsilon_l) + \frac{\partial}{\partial \xi_k}(\alpha_l \rho_l U_{l,j} \epsilon_l) = \\ \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(\alpha_l \left(\mu_l \delta_{km} + C_{3\epsilon}^{SSG} \rho_l \frac{k_l}{\epsilon_l} \overline{u'_{l,k} u'_{l,m}} \right) \frac{\partial \epsilon_l}{\partial \xi_j} \right) + \alpha_l \frac{\epsilon_l}{k_l} \left(C_{1\epsilon}^{SSG} G_l^k - C_{2\epsilon}^{SSG} \rho_l \epsilon_l \right) + \mathbf{S}^\epsilon \end{aligned} \quad (4.46)$$

onde $C_{1\epsilon}^{SSG}$, $C_{2\epsilon}^{SSG}$ e $C_{3\epsilon}^{SSG}$ são constantes e \mathbf{S}^ϵ é o termo fonte.

A Tabela 4.4 lista as constantes utilizadas no modelo de turbulência SSG-RSM (Valores empregados pelo pacote ANSYS CFX 12).

Tabela 4.4. Constantes do modelo de turbulência SSG-RSM.

C_R^{SSG}	C_1^S	C_2^S	C_3^S	C_4^S	C_5^S	C_6^S	C_7^S	$C_{1\epsilon}^{SSG}$	$C_{2\epsilon}^{SSG}$	$C_{3\epsilon}^{SSG}$
0,22	1,7	0,9	-1,05	0,8	0,65	0,2	0,625	1,45	1,9	0,18

4.4.2 Transferência de Quantidade de Movimento entre as Fases

4.4.2.1 Força de Arraste

O arraste é a força interfacial mais importante no escoamento gás-líquido em colunas de bolhas. Para este tipo de escoamento gás-líquido, esta é usualmente modelada pela Equação 4.47:

$$M_{l,i}^D = -M_{g,i}^D = -\frac{3}{4} \alpha_g \rho_l \frac{C_D}{d_b} |U_g - U_l| (U_{g,i} - U_{l,i}) \quad (4.47)$$

onde C_D é o coeficiente de arraste interfacial.

Cinco correlações para o coeficiente de arraste foram investigadas nesta pesquisa. O emprego destas no fechamento do modelo matemático foi motivado por diversos fatores, dentre os quais se pode destacar a consideração da deformação das bolhas pelas correlações propostas por ISHII e ZUBER (1979) e GRACE (1976); o bom desempenho na predição de escoamento borbulhantes pelo emprego da correlação de ZHANG e VANDERHEYDEN (2002), conforme relatado por TABIB *et al.* (2008) e PANG e WEI (2010), a qual é baseada

na correlação de WHITE (1974), que também será investigada; além da utilização da correlação clássica de SCHILLER e NAUMANN (1933), que apresenta boa concordância na modelagem de grande parte dos escoamentos de interesse da engenharia.

Correlação de SCHILLER e NAUMANN (1933)

A correlação de SCHILLER e NAUMANN (1933) relaciona o coeficiente de arraste diretamente ao número de Reynolds da bolha, ou seja, considera esta como uma esfera rígida, desprezando possíveis deformações nas bolhas, é dada pela Equação 4.48:

$$C_D = \max\left(0,44; \frac{24}{Re_b}(1 + 0,15Re_b^{0,687})\right) \quad (4.48)$$

Correlação de WHITE (1974)

WHITE (1974) propôs uma correlação para o arraste (Equação 4.49), partindo da aproximação dos dados experimentais disponíveis para o escoamento laminar em torno de esferas, $0 < Re_{esfera} \leq 2 \times 10^5$ (curva de arraste padrão, maiores detalhes sobre esta são encontrados em CLIFT *et al.* (1978) e GREEN e PERRY (2007)).

$$C_D = 0,44 + \frac{24}{Re_b} + \frac{6}{1 + \sqrt{Re_b}} \quad (4.49)$$

onde o número de Reynolds da bolha é obtido a partir da Equação 4.64.

Correlação de GRACE (1976)

GRACE *et al.* (1976) apresentaram uma correlação para o coeficiente de arraste, considerando o formato das bolhas de acordo com o regime de escoamento (ver Figura 2.3). Quando bolhas esféricas escoam, o coeficiente de arraste é dado pela correlação de SCHILLER e NAUMANN (1933):

$$C_D^{esf} = \frac{24}{Re_b}(1 + 0,15Re_b^{0,687}) \quad (4.50)$$

Para bolhas com formato elipsoidal, o coeficiente de arraste é calculada pela Equação 4.51:

$$C_D^{el} = \frac{4}{3} \frac{g d_b |\rho_l - \rho_g|}{u_\infty^2 \rho_l} \quad (4.51)$$

onde u_∞ é a velocidade terminal da bolha.

A velocidade terminal da bolha (u_∞) é calculada de acordo com a proposta de CLIFT *et al.* (1978) (Equação 4.52):

$$u_\infty = \frac{\mu_l}{\rho_l d_b} M^{-0,149} (J - 0,857) \quad (4.52)$$

onde J é dado pela Equação 4.53:

$$J = \begin{cases} 0,94 L^{0,751} & \text{se } 2 < L \leq 59,3 \\ 3,42 L^{0,441} & \text{se } L > 59,3 \end{cases} \quad \text{onde } L = \frac{4}{3} E\ddot{o} M^{-0,149} \left(\frac{\mu_l}{\mu_{ref}} \right)^{-0,14} \quad (4.53)$$

onde μ_{ref} é a viscosidade de referência da fase líquida, nesse caso, água à 25°C.

Para bolhas no formato touca, o coeficiente de arraste é constante, dado pela Equação 4.54:

$$C_D^{touca} = 8/3 \quad (4.54)$$

O valor do coeficiente de arraste empregado na resolução numérica é limitado de acordo com a Equação 4.55:

$$C_D = \max\left(C_D^{esf}, \min(C_D^{el}, C_D^{touca})\right) \quad (4.55)$$

Correlação de ISHII e ZUBER (1979)

A correlação proposta por ISHII e ZUBER (1979), também considera o formato das bolhas. Para bolhas esféricas, a correlação de SCHILLER e NAUMANN (1933) é novamente utilizada, no entanto, ISHII e ZUBER (1979) modificaram esta, pela introdução do número de Reynolds da mistura (Re_m), conforme as Equações 4.56 e 4.57:

$$C_D^{esf} = \frac{24}{Re_m} (1 + 0,15 Re_m^{0,687}) \quad (4.56)$$

onde o número de Reynolds Re_m e a viscosidade da mistura μ_m , são dados por:

$$Re_m = \frac{\rho_l |U_l - U_g| d_b}{\mu_m} \quad \text{onde } \mu_m = \mu_l \left(1 - \frac{\alpha_g}{\alpha_{g,max}} \right)^{-2,5 \alpha_{g,max} \left(\frac{\mu_g + 0,4 \mu_l}{\mu_g + \mu_l} \right)} \quad (4.57)$$

onde $\alpha_{g,max}$ representa o máximo empacotamento da fase dispersa, ou seja a fração volumétrica máxima da fase gás.

Para bolhas elipsoidais, o coeficiente de arraste é modelado pela Equação 4.58:

$$C_D^{el} = E(\alpha)C_{D\infty} \quad (4.58)$$

onde $C_{D\infty}$ e $E(\alpha)$, são dados por:

$$C_{D\infty} = \frac{2}{3} \sqrt{E\ddot{\alpha}} \quad \text{e} \quad E(\alpha) = \frac{(1 + 17,67f(\alpha)^{6/7})}{18,67f(\alpha)} \quad (4.59)$$

onde $f(\alpha)$ é obtido pela Equação 4.60:

$$f(\alpha) = \frac{\mu_l}{\mu_m} \sqrt{(1 - \alpha_g)} \quad (4.60)$$

Para escoamentos com baixa concentração da fase dispersa, ou seja, de bolhas, a Equação 4.58 se reduz a apenas:

$$C_D^{el} = \frac{2}{3} \sqrt{E\ddot{\alpha}} \quad (4.61)$$

Para as bolhas em forma de touca, o coeficiente de arraste é dado pela Equação 4.62:

$$C_D^{touca} = \frac{8}{3}(1 - \alpha_g)^2 \quad (4.62)$$

Novamente, o valor do coeficiente de arraste é limitado pela Equação 4.55.

Correlação de ZHANG e VANDERHEYDEN (2002)

ZHANG e VANDERHEYDEN (2002) modificaram a correlação de arraste proposta por WHITE (1974) (Equação 4.49), considerando apenas o componente axial da velocidade nos cálculos dos números de Reynolds das bolhas. Matematicamente, tem-se:

$$C_D = 0,44 + \frac{24}{Re_b^{axial}} + \frac{6}{1 + \sqrt{Re_b^{axial}}} \quad (4.63)$$

$$\text{onde } Re_b^{axial} = \frac{\rho_l |U_{g,y} - U_{l,y}| d_b}{\mu_l} \quad (4.64)$$

onde $U_{g,y}$ e $U_{l,y}$ são as velocidades axiais das fases gás e líquida, respectivamente.

Dentre as correlações de arraste investigadas nesta pesquisa, as de SCHILLER e NAUMANN (1933), GRACE (1976) e ISHII e ZUBER (1979) já estavam implementadas no pacote computacional ANSYS CFX 12, enquanto que, as de WHITE (1974) e ZHANG e VANDERHEYDEN (2002) foram implementadas.

4.4.2.2 Força de Sustentação

Como já citado, a força de sustentação está relacionada ao movimento lateral da fase dispersa, aparecendo devido aos efeitos da pressão e das tensões que atuam na superfície das bolhas. Nesta pesquisa, três correlações para a modelagem desta foram investigadas, motivadas por fatores como a consideração da deformação das bolhas pela correlação de TOMIYAMA (2004); o bom desempenho na predição de escoamentos borbulhantes pela correlação de LEGENDRE e MAGNAUDET (1998), conforme apresentado por PANG e WEI (2010); além da correlação de SAFFMAN-MEI (1994), a qual é baseada na proposta clássica de SAFFMAN (1965, 1968).

Correlação de SAFFMAN-MEI (1994)

SAFFMAN (1965, 1968) propôs uma correlação para a força de sustentação atuando em partículas esféricas rígidas. Esta é matematicamente representada pela Equação 4.65:

$$M_{l,i}^S = -M_{g,i}^S = \frac{3}{2\pi d_b} \frac{\sqrt{\nu_l}}{\sqrt{|W_{l,ij}|}} C_S \alpha_g \rho_l (U_g - U_l) \times (W_{l,ij} + 2\mathbf{Q}) \quad (4.65)$$

onde $W_{l,ij}$ representa a vorticidade da fase líquida (Equação 4.45), ν_l é a viscosidade cinemática do líquido, \mathbf{Q} é o vetor rotação e C_S é o coeficiente de sustentação, o qual foi generalizado por MEI e KLAUSNER (1994), conforme a Equação 4.66:

$$C_S = \begin{cases} 6,46 f(Re_b, Re_{vort}) & \text{para } Re_b < 40 \\ 6,46 \cdot 0,0524(\beta Re_b)^{1/2} & \text{para } 40 < Re_b < 100 \end{cases} \quad (4.66)$$

onde β e $f(Re_b, Re_{vort})$, são funções dos números de Reynolds da bolha (Re_b) e da vorticidade (Re_{vort}), dadas pelas Equações 4.67 e 4.68, respectivamente:

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{Re_{vort}}{Re_b} \quad \text{onde} \quad Re_{vort} = \frac{\rho_l |W_{l,ij}| d_b^2}{\mu_l} \quad (4.67)$$

$$f(Re_b, Re_{vort}) = (1 - 0,3314 \beta^{1/2}) \exp^{-0,1 Re_b} + 0,3314 \beta^{1/2} \quad (4.68)$$

Correlação de LEGENDRE e MAGNAUDET (1998)

LEGENDRE e MAGNAUDET (1998) desenvolveram uma correlação para a força de sustentação de partículas esféricas fluidas pequenas, podendo ser aplicada também a partículas esféricas rígidas. A correlação é válida para uma ampla faixa de Reynolds ($0, 1 \leq Re_b \leq 500$) e razão de cisalhamento ($Sr = 2\beta$) menor do que 1.

Considerando-se uma expressão geral para a força de sustentação, dada pela Equação 4.69, LEGENDRE e MAGNAUDET (1998) propuseram o coeficiente de sustentação de acordo com a Equação 4.70:

$$M_{l,i}^S = -M_{g,i}^S = \alpha_g \rho_l C_S (U_{g,i} - U_{l,i}) \times W_{l,ij} \quad (4.69)$$

$$C_S = \sqrt{\left(\frac{6 J(\zeta)}{\pi \sqrt{Re_b Sr}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1 + 16Re_b^{-1}}{1 + 29Re_b^{-1}}\right)^2} \quad (4.70)$$

onde $J(\zeta)$ é uma função da correlação, representada pela Equação 4.71:

$$J(\zeta) = \frac{2,55}{(1 + 0,2 \zeta^{-2})^{3/2}} \quad \text{onde} \quad \zeta = \sqrt{\frac{2\beta}{Re_b}} \quad (4.71)$$

A função ζ é sempre positiva e tende a zero quando o Re_b tende a infinito.

Correlação de TOMIYAMA (2004)

TOMIYAMA (1998) propôs uma correlação para a força de sustentação, a qual é aplicável a bolhas deformáveis e depende do número de Eötvos. Uma das principais características desta correlação é a predição do ponto onde o tamanho e a distorção das bolhas causa a inversão do sinal desta força. Matematicamente esta é dada pela Equação 4.72:

$$C_S = \begin{cases} \min(0,288 \tanh(0,121Re_b), f(E\ddot{o}_h)) & \text{para } E\ddot{o}_h \leq 4 \\ f(E\ddot{o}_h) & \text{para } 4 < E\ddot{o}_h \leq 10 \\ -0,27 & \text{para } E\ddot{o}_h > 10 \end{cases} \quad (4.72)$$

onde $f(E\ddot{o}_h)$ é uma função da correlação, dada pela Equação 4.73:

$$f(E\ddot{o}_h) = 0,00105 E\ddot{o}_h^3 - 0,0159 E\ddot{o}_h^2 - 0,0204 E\ddot{o}_h + 0,474 \quad (4.73)$$

onde $E\ddot{o}_h$ é o número de Eötvos modificado, dado por:

$$E\ddot{o}_h = \frac{g(\rho_l - \rho_g)d_h^2}{\sigma} \quad (4.74)$$

onde d_h é a máxima dimensão horizontal da bolha, calculada pela correlação empírica de WELLEK *et al.* (1966), conforme a Equação 4.75:

$$d_h = d_b(1 + 0,163 E\ddot{o}^{0,757})^{1/3} \quad (4.75)$$

Para garantir a dependência da força de sustentação com o número de Eötvos, FRANK *et al.* (2004) propuseram uma limitação do coeficiente de sustentação para valores de $Eö_h$ acima de 10, igual a $-0,27$.

4.4.2.3 Força de Dispersão Turbulenta

Conforme já dito, a dispersão turbulenta está relacionada ao transporte da fase dispersa pelos vórtices formados na fase contínua. Nesta pesquisa, a força de dispersão turbulenta foi investigada pelo emprego da correlação de LOPEZ DE BERTODANO (1991).

Correlação de LOPEZ DE BERTODANO (1991)

LOPEZ DE BERTODANO (1991) propôs uma correlação para a força de dispersão turbulenta, esta é matematicamente representada pela Equação 4.76:

$$M_{l,i}^{TD} = -M_{g,i}^{TD} = -C_{TD} \rho_l k_l \frac{\partial \alpha_l}{\partial \xi_i} \quad (4.76)$$

onde C_{TD} é o coeficiente de dispersão turbulenta.

LOPEZ DE BERTODANO *et al.* (1994) relataram que, empregando C_{TD} entre 0,1 e 0,5, bons resultados são obtidos na predição de escoamentos com bolhas de tamanhos médios no formato elipsoidal. No entanto, regimes contendo bolhas muito pequenas necessitam de diferentes valores para o coeficiente de dispersão turbulenta, até 500 (LOPEZ DE BERTODANO, 1998; MORAGA *et al.*, 2003). Na investigação desta força, os valores de 0,1; 0,3 e 0,5 para o coeficiente de dispersão turbulenta foram empregados nas simulações.

4.4.2.4 Força de Massa Virtual

A força de massa virtual está diretamente relacionada a inércia do movimento relativo entre as fases. Matematicamente esta é modelada pela Equação 4.77:

$$M_{l,i}^{VM} = -M_{g,i}^{VM} = \alpha_g \rho_l C_{VM} \left(\frac{DU_g}{Dt} - \frac{DU_l}{Dt} \right) \quad (4.77)$$

onde C_{VM} é o coeficiente de massa virtual, igual a 0,50 para partículas esféricas rígidas, conforme deduzido teoricamente por MAXEY e RILEY (1983), enquanto que, para bolhas deformadas escoando em água, COOK e HARLOW (1986) empregaram o valor de 0,25 (JAKOBSEN *et al.*, 1997).

Para investigar o papel desta força, dois valores para o coeficiente de massa virtual foram avaliados ($C_{VM} = 0,25$ e $0,50$) nas simulações, a qual foi realizada empregando o modelo de turbulência $k-\epsilon$ juntamente à força de arraste tomada pela correlação de ISHII e ZUBER (1979).

4.5 Funções de Parede

As condições de contorno representam um papel muito importante no estudo de escoamentos. Dentre estas, a condição de não deslizamento imposta ao fluido, quando este encontra uma superfície sólida, representa um dos maiores desafios enfrentados na modelagem matemática.

Desde que, geralmente, modelos de turbulência são desenvolvidos para escoamentos que apresentam grandes números de Reynolds, alguns problemas são encontrados em zonas próximas à parede. A condição de não deslizamento provoca efeitos no fluido que escoam, os quais surgem devido as forças viscosas (consequentemente diminuição do número de Reynolds) e a formação da camada limite turbulenta, causando flutuações das propriedades, tais como pressão e velocidade, contribuindo para o aumento da anisotropia do campo de turbulência nesta região (KIM, 1989 *apud* JOHNSON, 2000).

No entanto, essa camada limite é tão estreita que, para sua resolução, seria necessário um número muito grande de volumes de controle, consequentemente um maior custo computacional. Este problema pode ser evitado utilizando funções de paredes, as quais confiam na existência de uma região logarítmica no perfil de velocidade (FERZIGER e PERIĆ, 2002).

De modo geral, a camada limite turbulenta pode ser dividida em duas regiões: interna (foco das funções de parede) e externa. A região externa é composta pela camada *defect*, onde os termos inerciais dominam o escoamento. Já na região interna, duas outras zonas são definidas: subcamada viscosa e camada logarítmica. A primeira é extremamente estreita e os efeitos viscosos predominam. Assume-se que a tensão de cisalhamento (τ) é constante e aproximadamente igual a tensão de cisalhamento na parede (τ_w). Para uma melhor compreensão do comportamento da velocidade do fluido dentro da camada limite, definem-se duas variáveis adimensionais, velocidade (u^+) e distância da parede (y^+), pelas relações:

$$u^+ = \frac{\overline{u_p}}{u_\tau} \quad \text{e} \quad y^+ = \frac{\rho \Delta y u_\tau}{\mu} \quad (4.78)$$

onde u_τ é a velocidade de atrito, dada pela Equação 4.79, $\overline{u_p}$ é a velocidade média paralela à parede na distância Δy da parede. As propriedades ρ e μ , referem-se a massa específica e viscosidade do fase contínua, respectivamente.

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_\omega}{\rho}} \quad (4.79)$$

onde τ_ω é a tensão de cisalhamento na parede.

Partindo-se da lei de Newton (Newton, Isaac; 1643 – 1727) da viscosidade, aplicando-se a condição de não deslizamento na parede, e utilizando as variáveis definidas nas Equações 4.78 e 4.79, chega-se a relação:

$$u^+ = y^+ \quad (4.80)$$

A Equação 4.80 é conhecida como lei da parede. Esta relação apresenta boa concordância com os dados experimentais para valores de y^+ de até aproximadamente 5. Considera-se também que nesta subcamada, o escoamento está em equilíbrio local, ou seja, a produção e a dissipação da turbulência são praticamente iguais (FERZIGER e PERIĆ, 2002).

Fora da subcamada viscosa existe uma região onde ambos os efeitos, viscosos e turbulentos, são importantes. A tensão de cisalhamento varia lentamente com a distância da parede. Nesta região a relação entre a velocidade e a distância da parede é dada pela Equação 4.81, conhecida como lei logarítmica da parede:

$$u^+ = \frac{\overline{u_p}}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + \mathbf{C} \quad (4.81)$$

onde κ é a constante de Von Kármán (Von Kármán, Theodore; 1881 – 1963) e \mathbf{C} é a constante, a qual depende da rugosidade da superfície. COLES e HIRST (1968) sugeriram valores de $\kappa \approx 0,41$ e $\mathbf{C} \approx 5,0$. Aplicando-se estas constantes, uma boa aproximação é obtida para a região onde $y^+ > 30$.

No entanto, a Equação 4.81 torna-se um problema quando $\overline{u_p}$ aproxima-se de zero. Nesses casos, uma escala alternativa de velocidade (u^*), definida pela Equação 4.82, pode ser aplicada:

$$u^* = C_\mu^{1/4} k^{1/2} \quad \text{com} \quad y^* = \frac{\rho u^* \Delta y}{\mu} \quad (4.82)$$

A Equação 4.82 é muito útil, desde que o valor de k em um escoamento turbulento nunca é completamente zero. A tensão de cisalhamento na parede pode então ser obtida pela Equação 4.83:

$$\tau_w = \rho u_\tau u^* \quad (4.83)$$

Como pode ser observado, entre as duas regiões (viscosa e logarítmica) existe uma camada de transição, geralmente definida entre $5 < y^+ < 30$. Para evitar problemas nesta região, o *software* ANSYS CFX emprega uma limitação no valor de y^+ , conforme a Equação 4.84, garantindo que todos os pontos nodais da malha numérica estejam localizados fora da subcamada viscosa, aplicando assim uma função de parede baseada na lei logarítmica:

$$\tilde{y}^* = \max(y^*, 11,06) \quad (4.84)$$

onde o valor 11,06 representa o ponto de transição entre a subcamada viscosa e a camada logarítmica, considerado pelo *software* ANSYS CFX. Para escoamentos com números de Reynolds relativamente baixos, como o caso estudado, um limite de $y^+ < 300$ é indicado para se obter bons resultados utilizando a função de parede implementada.

Para escoamentos mais complexos, como por exemplo, os que apresentem separação da camada limite, aconselha-se adicionar outros termos na formulação da função de parede, os quais considerem os efeitos do gradientes de pressão, entre outros. Maiores detalhes podem ser encontrados em WHITE (1974) e WILCOX (1989), os quais analisaram a consideração dos gradientes de pressão na modelagem da camada limite turbulenta, além de TU *et al.* (2008), que apresentaram uma nova abordagem, a qual considera o conceito de duas camadas.

Outra alternativa, é a aplicação de modelos de turbulência desenvolvidos especialmente para escoamentos com regiões que apresentam baixos números de Reynolds, como por exemplo o modelo SST $k-\omega$. No entanto, como o escoamento gás-líquido estudado não apresenta grandes complexidades, empregou-se a função de parede apresentada nas Equações 4.82 – 4.84.

4.6 Métodos Numéricos

Como grande parte dos códigos CFD disponíveis no mercado, o pacote ANSYS CFX emprega o Método dos Volumes Finitos (MVF) para a resolução dos casos. Os

resultados obtidos por este método expressam exatamente a conservação das propriedades relevantes para cada volume de controle. Esta clara relação entre algoritmos numéricos e princípios básicos de conservação formam uma das principais atrações do método, e tornam o entendimento de seus conceitos mais simples (VERSTEEG e MALALASEKERA, 1995).

De modo geral, o MVF é baseado na resolução de sistemas de equações diferenciais parciais por meio da subdivisão do domínio computacional em um número finito de volumes de controle, onde serão realizadas as discretizações e aplicadas as equações de conservação.

Maiores detalhes sobre as principais considerações, métodos de discretização e esquemas de interpolação utilizados pelo Método dos Volumes Finitos podem ser encontrados em PATANKAR (1980), MALISKA (1995), VERSTEEG e MALALASEKERA (1995) e FERZIGER e PERIĆ (2002).

Capítulo 5

Metodologia e Caso Proposto

Neste capítulo é apresentada a metodologia utilizada na análise numérica, além da descrição do caso proposto.

5.1 Caso Proposto, Geometria e Malha Numérica

Avaliou-se nesta pesquisa a fluidodinâmica de um sistema bifásico ar-água em condições ambientes, tomando como base o estudo experimental de JULIÁ *et al.* (2007), os quais estudaram o escoamento em uma coluna de seção retangular de dimensões $150\text{cm} \times 26,4\text{cm} \times 3,1\text{cm}$ (Altura \times Largura \times Profundidade).

JULIÁ *et al.* (2007) avaliaram diferentes tipos de aeração, empregando distribuidores que proporcionaram desde aerações homogêneas (injeção de gás distribuída por toda a base da coluna) até aerações localizadas.

Nesta pesquisa, avaliou-se a aeração centralizada, utilizando a configuração F16 (Figura 5.1.(e)) do distribuidor. O distribuidor completo (Configuração F0), mostrado na Figura 5.1 (c), consiste em 137 agulhas, arranjadas em 39 fileiras com 4 e 3 agulhas dispostas alternadamente. A configuração F16 consiste em 25 agulhas, dispostas no centro do distribuidor (destacado em vermelho na Figura 5.1 (e)) em passos triangulares, com espaçamento de $7,8\text{mm}$ entre duas agulhas consecutivas e $3,9\text{mm}$ entre as agulhas externas e a parede (Figura 5.1 (b)). Esta configuração foi escolhida por proporcionar uma aeração centralizada, o que gera uma maior complexidade no escoamento, além de apresentar similaridade com a coluna experimental do laboratório de pesquisas PQGe¹ (futuros estudos).

¹Laboratório de Pesquisas em Processos Químicos e Gestão Empresarial

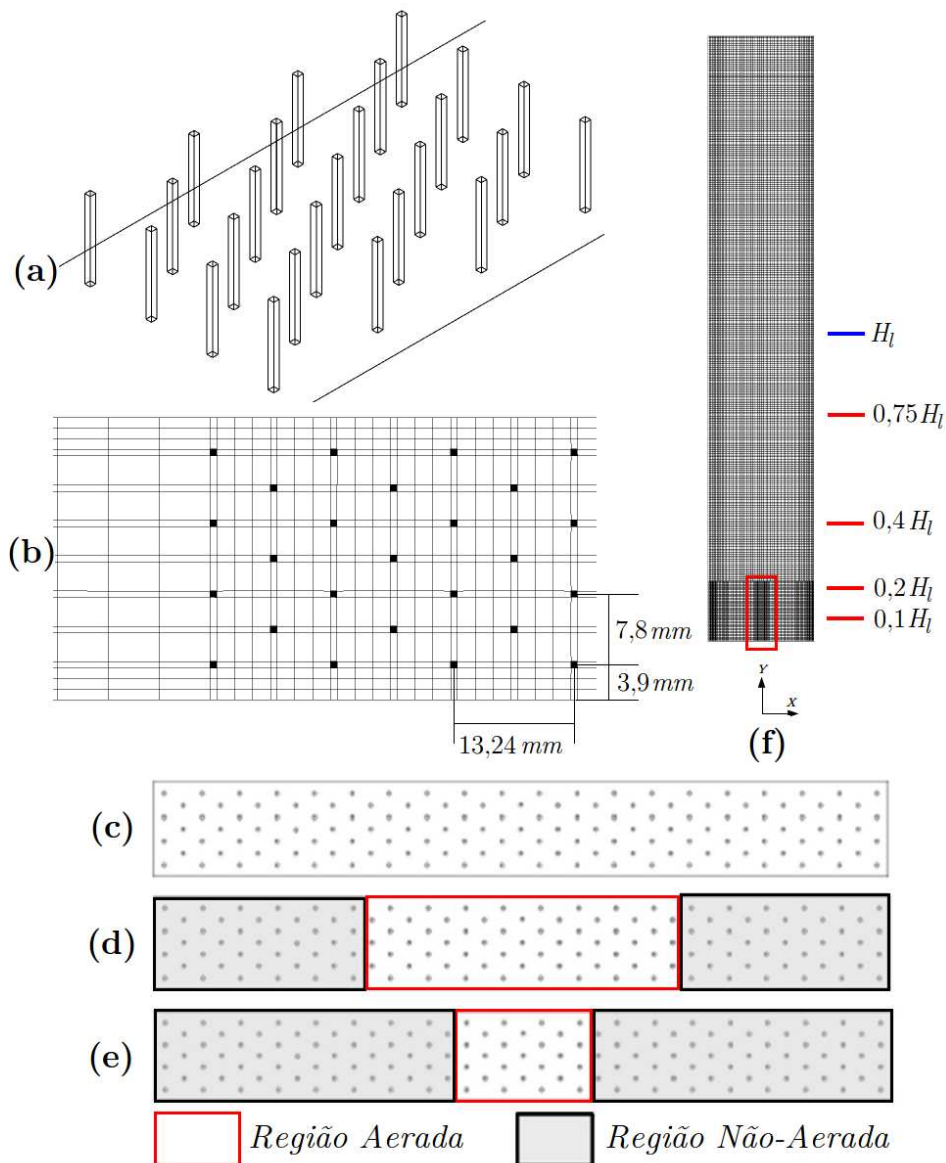


Figura 5.1. Detalhes da geometria e da malha (a) Agulhas; (b) Configuração F16; (c) Distribuidor F0 – Aeração total; (d) Distribuidor F6 – Aeração parcial (destacada em vermelho); (e) Distribuidor F16 – Aeração local centralizada (destacada em vermelho); (f) Plano XY da coluna de bolhas (maior refino na região de alimentação do gás e na parede).

A configuração F6 (Figura 5.1 (d)) é mostrada apenas para uma melhor avaliação do comportamento fluidodinâmico do equipamento estudado (maiores detalhes são dados na Seção 6.3).

As condições operacionais empregadas nas simulações são iguais às experimentais de JULIÁ *et al.* (2007) para a configuração F16, com velocidade superficial do gás igual a $2,9\text{cm/s}$ e altura inicial de líquido (H_l) de $79,2\text{cm}$, correspondente a razão de aspecto de 3, condições as quais proporcionaram uma fração volumétrica global do gás igual a 7%.

O diâmetro das bolhas empregado nas simulações foi definido pelo valor médio da faixa observada experimentalmente, entre 3, 8 e 6, $1mm$, ou seja, $d_b = 4,95mm$.

A validação da simulação foi realizada analisando o comportamento da velocidade axial média da fase líquida em seções transversais em quatro níveis axiais ($Y/H_l = 0, 1; 0, 2; 0, 4; 0, 75$). Para isto, resultados médios (média aritmética após 130s de simulação) obtidos na linha central² das seções transversais são comparados aos dados experimentais.

A velocidade de entrada de gás empregada nas simulações pode ser relacionada à velocidade superficial da fase gás, área total por onde ocorre a alimentação de gás e a área da seção transversal da coluna, conforme a Equação 5.1, obtida por balanço de massa.

$$u_{g,ent} = \frac{u_g W D}{\alpha_g A_{ent}} \quad (5.1)$$

onde $u_{g,ent}$ é a velocidade normal de entrada do ar e A_{ent} é a área total de entrada do ar, ou seja, a soma da área de todos os furos (agulhas).

A entrada da fase gás no líquido ocorre $10mm$ acima da base da coluna, através das agulhas (Figura 5.1 (a)).

Devido a complexidade do escoamento bifásico gás-líquido em regiões como à de alimentação do gás e próximas à parede, um maior refinamento da malha numérica foi realizado nestas regiões (Figura 5.1 (f)). Inicialmente, seis malhas com aproximadamente 85.000, 130.000, 185.000, 260.000, 300.000 e 370.000 volumes de controle, foram testadas em simulações bifásicas gás-líquido.

Após os testes de malha, optou-se pela composta por 260.000 elementos, a qual apresenta volumes de controle com dimensões entre 1 e $2mm$ nas regiões próximas a parede. Detalhes sobre os testes de malhas são dados na Seção 6.1.

As principais forças interfaciais que atuam no escoamento gás-líquido foram investigadas no caso proposto, pela avaliação de diferentes correlações empregadas (descritas na Seção 4.4) nas simulações e comparação com os resultados experimentais de JULIÁ *et al.* (2007).

5.2 Condições Utilizadas na Simulação

As Tabelas 5.1 – 5.2 apresentam respectivamente, as condições de contorno, as propriedades físicas e os detalhes numéricos empregados no teste de malhas e no caso proposto.

²Resultados médios no plano também foram avaliados, no entanto nenhuma diferença foi observada.

Tabela 5.1. Condições de contorno e propriedades físicas empregadas nas simulações numéricas.

Condições de Contorno		
Entrada	Velocidade uniforme normal à entrada; $\alpha_g = 1$	
Saída	Pressão relativa igual a zero; $\alpha_g = 1$	
Parede	Superfície lisa, não deslizamento para as duas fases, gás e líquida	
Propriedades físicas		
Fase	Densidade (kg/m^3)	Viscosidade Dinâmica ($kg/m.s$)
Dispersa - Ar à $25^\circ C$ *	$\rho_g = 1,185$	$\mu_g = 1,831 \times 10^{-5}$
Contínua - Água *	$\rho_l = 997$	$\mu_l = 8,899 \times 10^{-4}$
Tensão superficial (kg/s^2)	$\sigma = 0,072$	
* Ambos os fluidos foram considerados incompressíveis		

Tabela 5.2. Detalhes numéricos utilizados nas simulações.

	<i>k-ϵ</i> Padrão; RNG <i>k-ϵ</i>	LRR-RSM	SSG-RSM
Termo Advectivo ¹	<i>High Resolution</i>		<i>Upwind</i>
Interpolação: Termo Transiente	<i>Second Order Backward Euler</i>		
Turbulência ¹	<i>High Resolution</i>		<i>First Order</i>
Critério de Convergência	RMS = 1×10^{-4}		
Loops por iteração (Mín – Máx)	1 – 20	2 – 20	
Passo de Tempo ²	10^{-4} à $10^{-2}s$	10^{-4} à $10^{-3}s$	
Tempo total de simulação	130s (30s iniciais para estabilização do escoamento, 100s para obtenção das médias aritméticas das propriedades)		
¹ Definidos de acordo com a estabilidade e convergência da solução numérica			
² O passo de tempo foi variado durante a simulação, mantendo-se o resíduo abaixo do limite definido			

Capítulo 6

Resultados e Discussões

Este capítulo é concernente aos resultados obtidos na pesquisa, nas condições prescritas na Seção 5.1, os quais são apresentados e discutidos.

6.1 Teste de Malhas

A avaliação da dependência do escoamento com a malha numérica é de extrema importância. Um número adequado e suficientemente grande de volumes de controle é de extrema importância para evitar erros numéricos (BASTOS, 2009).

Como já dito, seis malhas com aproximadamente 85.000, 130.000, 185.000, 260.000, 300.000 e 370.000 volumes de controle, foram testadas por simulações bifásicas gás-líquido. A turbulência da fase contínua foi descrita pelo modelo $k-\epsilon$ padrão, enquanto que a turbulência induzida pela bolhas foi considerada pelo modelo de SATO e SEKOGUCHI (1975). Dentre as forças interfaciais, considerou-se apenas a força de arraste, empregando-se a correlação de ISHII e ZUBER (1979).

Para definição da malha ideal, analisou-se a perda de carga e a fração volumétrica global média em função do número de volumes de controle da malha numérica, os perfis da velocidade axial média da fase líquida e da fração volumétrica média da fase gás em função da coordenada X (largura da coluna) na seção transversal em $Y = 0,75H_l$, além do comportamento da fração volumétrica média em seções transversais em diferentes níveis axiais da coluna de líquido.

A Figura 6.1 apresenta a perda de carga e a fração volumétrica global em função do número de volumes de controle da coluna de bolhas. As Figuras 6.2 e 6.3 apresentam o comportamento da fração volumétrica média da fase gás em função da altura de líquido e da coordenada X normalizada na seção transversal em $Y = 0,75H_l$, respectivamente.

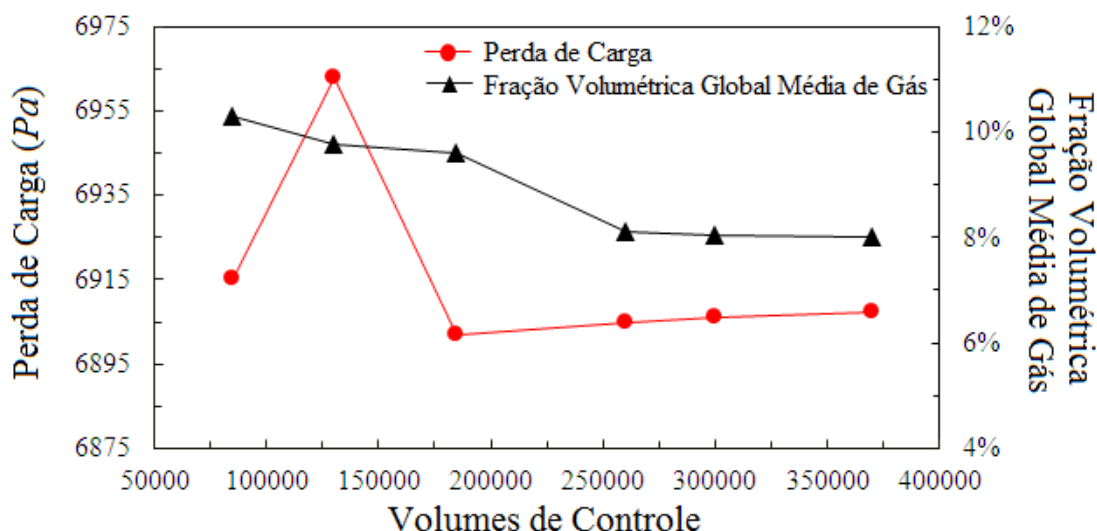


Figura 6.1. Perda de carga e fração volumétrica global média em função da concentração da malha numérica.

Nota-se na Figura 6.1 uma significativa dependência da perda de carga nas malhas com menos de 185.000 volumes de controle. Já a partir deste número de elementos, a perda de carga permanece praticamente constante. Para a fração volumétrica global média de gás, observa-se que a partir de 260.000 elementos esta sofre pouca variação quando comparada aos valores obtidos nas malhas com menor número de volumes de controle. Portanto, observa-se que a partir de aproximadamente 260.000 volumes de controle, existe uma independência das grandezas em relação ao refinamento da malha numérica, fato que também pode ser observado nas Figuras 6.2 e 6.3.

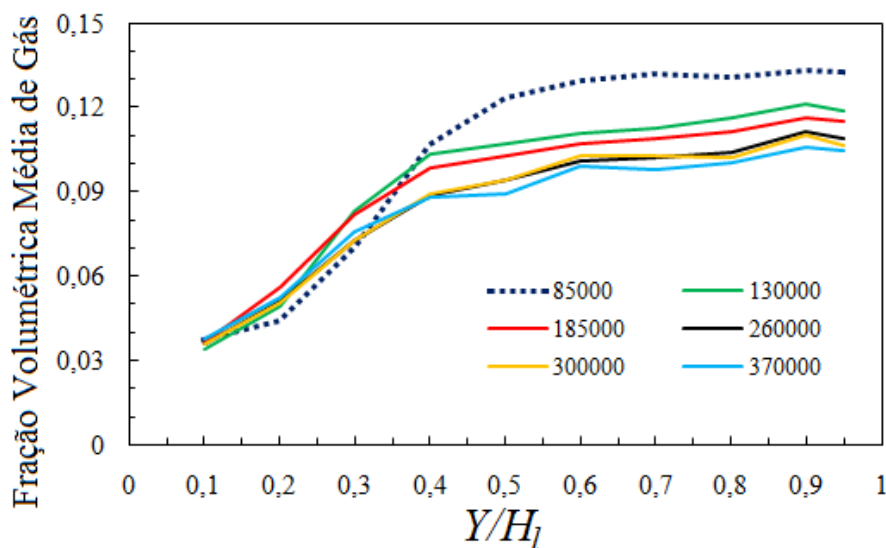


Figura 6.2. Fração volumétrica média de gás em função da altura de líquido.

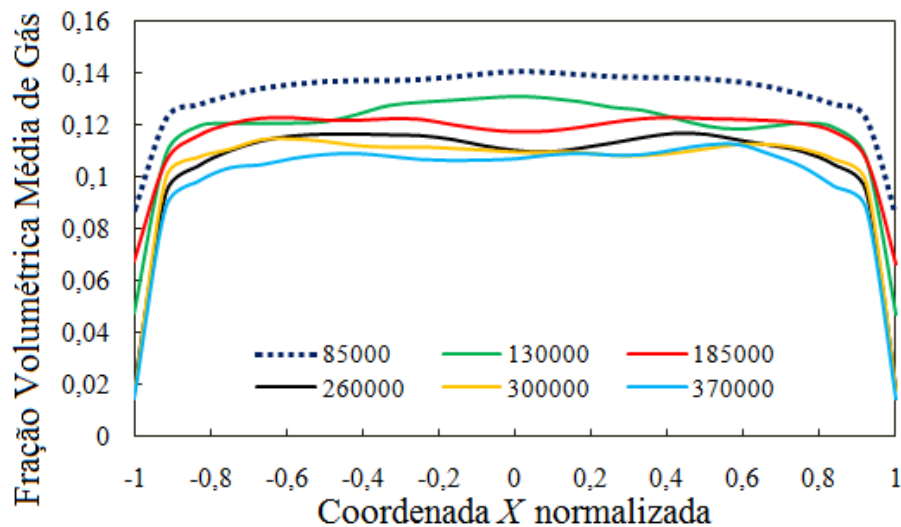


Figura 6.3. Perfil da fração volumétrica média de gás em função da coordenada X normalizada em $Y = 0,75H_l$.

Nas Figuras 6.2 e 6.3 é vista uma aproximação entre os perfis de fração volumétrica média do gás obtidos pelas malhas mais refinadas (acima de 260.000 volumes de controle). Além disso, os perfis de fração volumétrica média de gás em função da coordenada X obtidos pelas diferentes malhas numéricas, apresentaram boa simetria, conforme observado na Figura 6.3, assim como na Figura 6.4, a qual apresenta o perfil de velocidade axial média do líquido na seção transversal em $Y = 0,75H_l$.

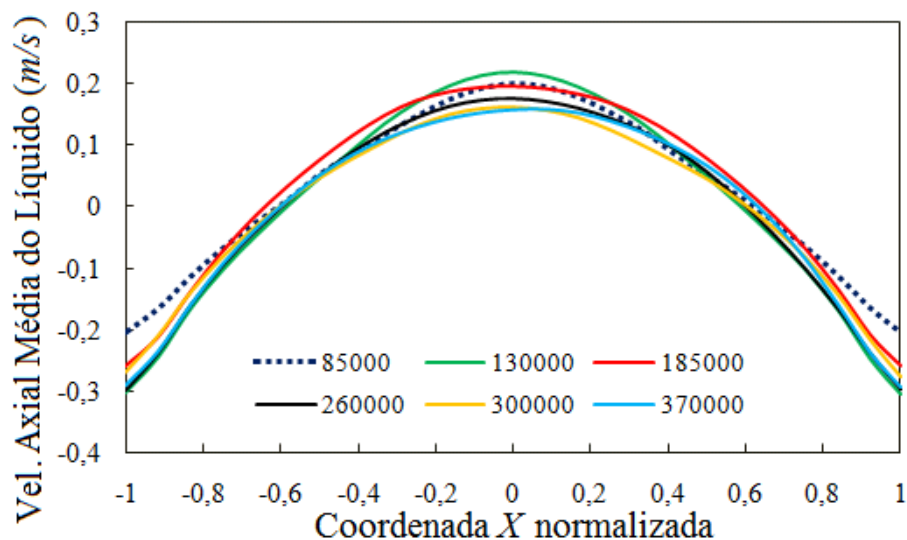


Figura 6.4. Perfil da velocidade axial média da fase líquida em função da coordenada X normalizada em $Y = 0,75H_l$.

Observa-se que, para a velocidade axial média do líquido (Figura 6.4), todas as malhas testadas se aproximaram, no entanto, novamente as três mais refinadas apresentaram uma maior aproximação entre si.

Para garantir que a malha escolhida apresentará bons resultados também nas regiões da parede, o y^+ máximo¹ obtido nas simulações é mostrado na Tabela 6.1.

Tabela 6.1. Valores máximos de y^+ obtidos no teste de malhas.

Volumes de Controle	y^+ máximo
85.000	622
130.000	620
185.000	495
260.000	215
300.000	200
370.000	150

Pela Tabela 6.1 se nota que, as malhas numéricas com mais de 260.000 volumes de controle já se encontram dentro do limite superior recomendado para a utilização da função de parede baseada na lei logarítmica ($y^+ < 300$).

Avaliando-se os resultados apresentados, optou-se pela utilização da malha numérica composta por 260.000 volumes de controle, uma vez que esta apresentou comportamento próximo aos das malhas mais refinadas, além de apresentar um tempo computacional menor em relação à estas.

6.2 Avaliação das Forças Interfaciais

Apresenta-se a seguir, a análise numérica sobre a influência das principais forças interfaciais que atuam no escoamento bifásico gás-líquido em colunas de bolhas. Para facilitar, um fluxograma esquemático com as etapas realizadas na análise das forças interfaciais e dos modelos de turbulência, é mostrado na Figura 6.5 e descrito abaixo:

Etapa 1: Uma vez que o arraste é a principal fonte de transferência de quantidade movimento entre as fases no escoamento gás-líquido em colunas de bolhas, esta força foi avaliada primeiramente, empregando-se diferentes correlações para sua modelagem. Após esta investigação, escolheu-se a correlação que apresentou o melhor desempenho em comparação aos padrões experimentais do escoamento.

Etapa 2: Nesta etapa foi adicionada uma segunda força interfacial dentre as de sustentação, de dispersão turbulenta e de massa virtual, utilizando diferentes correlações e

¹Uma vez que a função de parede empregada na simulação é limitada inferiormente ao valor de $y^+ = 11,06$ (Equação 4.84).

coeficientes para a modelagem de tais forças. Após a análise dos resultados obtidos nesta etapa, escolheu-se a melhor combinação de duas forças interfaciais, ou seja arraste + segunda força com maior influência na fluidodinâmica do caso estudado.

Etapa 3: Definidas as duas forças interfaciais que mais influenciaram os padrões de escoamento obtidos nas predições, foram propostos modelos parciais considerando três ou quatro forças interfaciais. Definiu-se então, a melhor combinação entre estas forças. Para a realização destas três primeiras etapas se empregou o modelo de turbulência $k-\epsilon$ padrão conjuntamente ao modelo de SATO e SEKOGUCHI (1975).

Etapa 4: Após toda a análise descrita acima, as melhores combinações de forças interfaciais foram empregadas na análise dos modelos de turbulência.

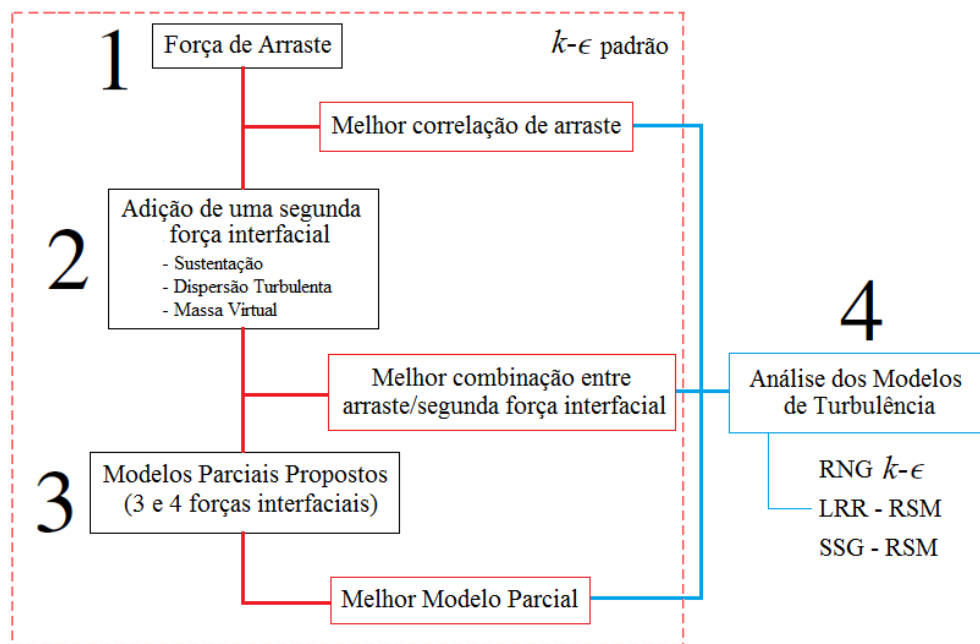


Figura 6.5. Fluxograma esquemático da metodologia de análise das relações de fechamento.

6.2.1 Força de Arraste

Desde que o arraste representa a principal força interfacial no escoamento gás-líquido em colunas de bolhas, este foi primeiramente investigado, utilizando cinco diferentes correlações: SCHILLER e NAUMANN (1933), WHITE (1974), GRACE (1976), ISHII e ZUBER (1979) e ZHANG e VANDERHEYDEN (2002), já descritas na Seção 4.4.2.1.

As Figuras 6.6 – 6.9 apresentam a comparação entre os perfis da velocidade axial média da fase líquida em função da coordenada X normalizada, obtidos pelas diferentes correlações de arraste empregadas.

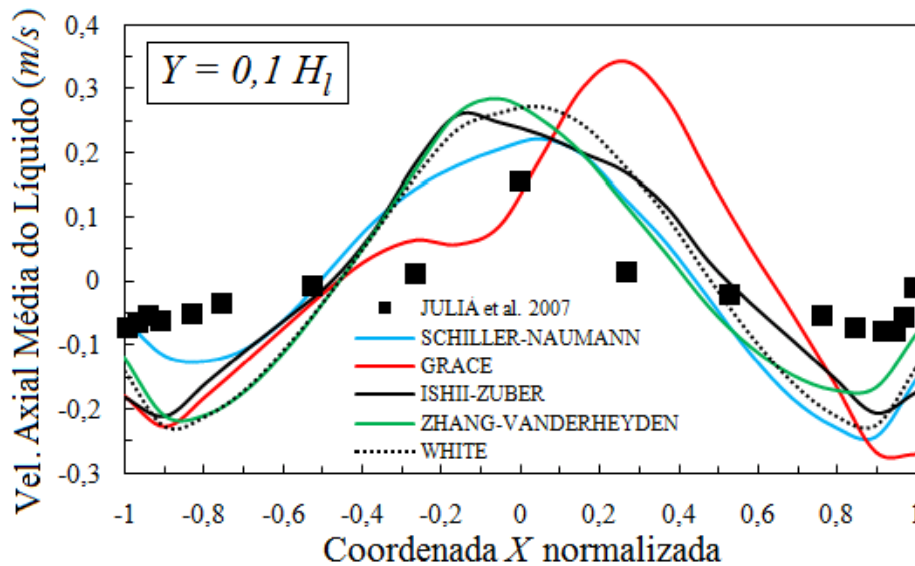


Figura 6.6. Comparação entre as diferentes correlações de arraste – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,1 H_l$.

Na Figura 6.6 se nota que, as predições dadas pelas correlações de SCHILLER e NAUMANN (1933), ISHII e ZUBER (1979), ZHANG e VANDERHEYDEN (2002) e WHITE (1974), apresentaram comportamentos parecidos, onde estas superestimaram a velocidade axial média da fase líquida na região central do escoamento, subestimando nas zonas próximas a parede. A predição dada pela correlação de GRACE (1976) apresentou assimetria, onde boa tendência de aproximação na região central é observada em um lado, porém, no outro a velocidade axial média da fase líquida foi superestimada, apresentando seu valor máximo na região de $0,2 < X_{norm.} < 0,4$, além disso, a velocidade axial média da fase líquida também foi subestimada nas zonas próximas à parede.

Na seção transversal $Y = 0,2 H_l$ (Figura 6.7) são observados comportamentos similares entre as predições dadas pelas correlações de SCHILLER e NAUMANN (1933) e WHITE (1974), principalmente na região central, porém novamente, assim como a predição dada por ZHANG e VANDERHEYDEN (2002), a velocidade axial média da fase líquida foi superestimada no centro e subestimada nas regiões próximas à parede. A correlação de ISHII e ZUBER (1979) apresentou um perfil achatado para a velocidade axial média do líquido na região central, apresentando boa concordância na linha central ($X_{norm.} = 0$), superestimando a velocidade em todas as outras posições da região central do escoamento. Já nas zonas próximas a parede a velocidade também foi subestimada. A correlação de GRACE (1976) novamente apresentou um perfil assimétrico, onde um lado apresentou boa aproximação na região central, enquanto o outro superestimou a velocidade axial média da fase líquida, apresentando para este nível axial, seu valor máximo na região de $0,4 < X_{norm.} < 0,6$.

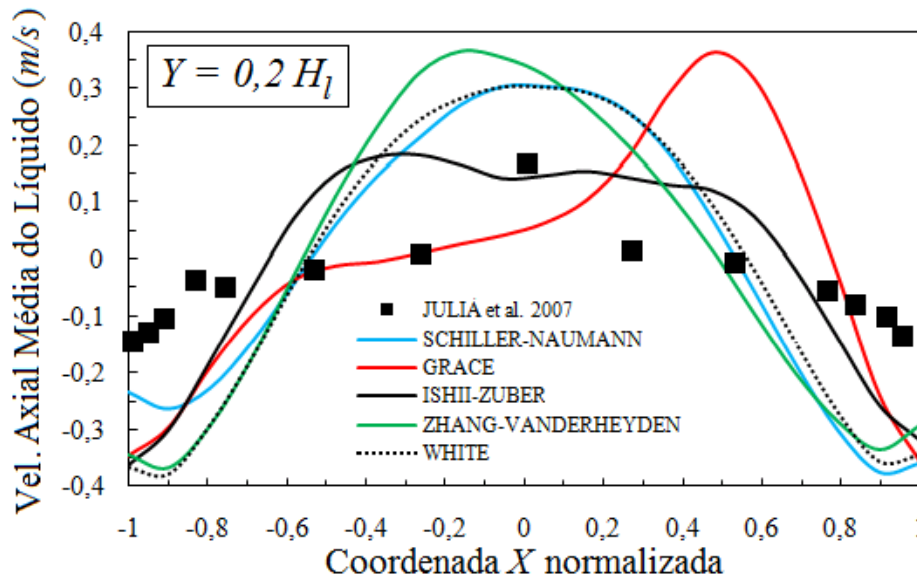


Figura 6.7. Comparação entre as diferentes correlações de arraste – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,2H_l$.

Para a seção transversal $Y = 0,4H_l$ (Figura 6.8), todas as correlações superestimaram a velocidade axial média da fase líquida na região central, subestimando nas zonas próximas à parede. Novamente, a correlação de ISHII e ZUBER (1979) apresentou um perfil achatado na região central do escoamento. A correlação de GRACE (1976) mais uma vez apresentou assimetria, no entanto, menos acentuada, uma vez que neste nível axial o escoamento já está mais desenvolvido. A correlação de ZHANG e VANDERHEYDEN (2002) apresentou o maior erro na predição da velocidade axial média da fase líquida na região central, assim como na seção transversal $Y = 0,2H_l$ (Figura 6.7).

A Figura 6.9 apresenta o perfil radial da velocidade axial média da fase líquida para a seção transversal $Y = 0,75H_l$. Como nesta região o escoamento é completamente desenvolvido, nota-se uma maior aproximação entre os resultados obtidos pelas diferentes correlações de arraste, principalmente entre WHITE (1974) e ISHII e ZUBER (1979), as quais apresentaram as melhores tendências de aproximação aos dados experimentais de JULIÁ *et al.* (2007), principalmente na região central.

Nas regiões próximas à parede da coluna de bolhas, as predições considerando apenas a força de arraste não apresentaram boa aproximação aos dados experimentais, análise que está sendo conduzida nesta pesquisa. A Tabela 6.2 apresenta os números de Reynolds médios da bolha (\overline{Re}_b) e a fração volumétrica global média de gás ($\overline{\alpha}_g$), obtidos nas simulações empregando as diferentes correlações de arraste.

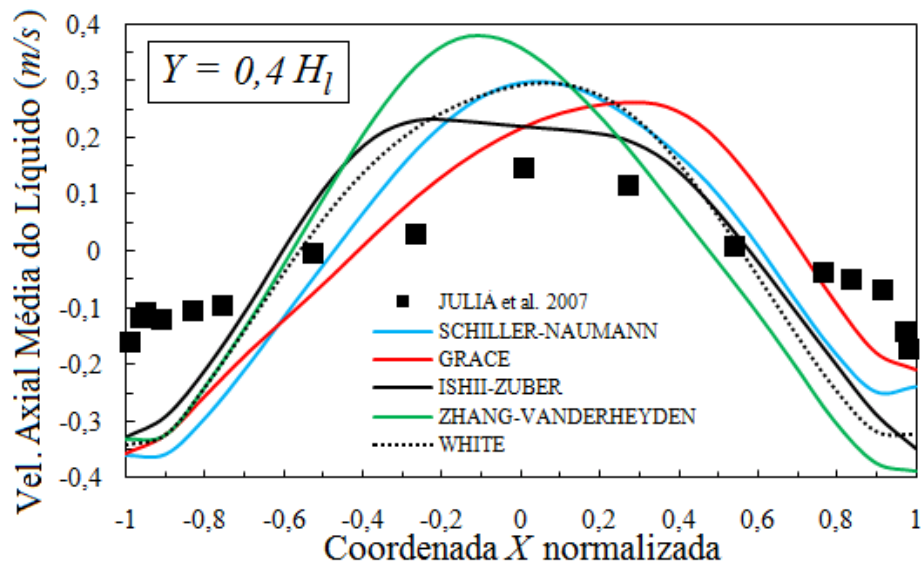


Figura 6.8. Comparação entre as diferentes correlações de arraste – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,4H_l$.

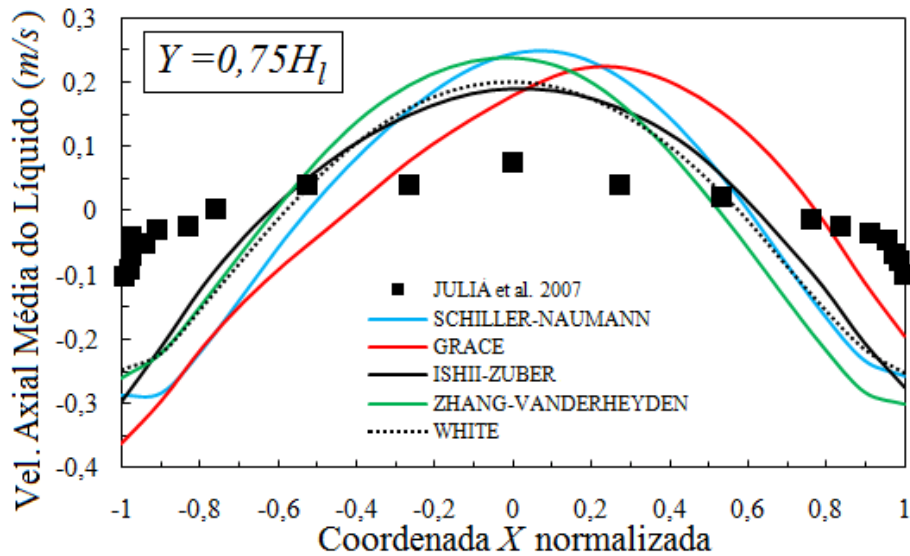


Figura 6.9. Comparação entre as diferentes correlações de arraste – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,75H_l$.

Tabela 6.2. Números de Reynolds médios da bolha e fração volumétrica média do gás, obtidos a partir das simulações empregando as diferentes correlações para o arraste.

Correlação de Arraste	\overline{Re}_b	$\overline{\alpha}_g$ global (%)
SCHILLER e NAUMANN (1933)	1270,80	5
WHITE (1974)	960,83	5,4
GRACE (1976)	869,31	7,2
ISHII e ZUBER (1979)	747,83	8
ZHANG e VANDERHEYDEN (2002)	1037,10	5,5

Pela Tabela 6.2, observa-se uma boa concordância entre os valores da fração volumétrica global do gás obtidos numericamente pelas correlações de GRACE (1976) e ISHII e ZUBER (1979), as quais consideram a deformação das bolhas. As outras correlações empregadas subestimaram a fração volumétrica global de gás.

Para melhor análise do comportamento das predições, as características morfológicas das bolhas podem ser estimadas a partir da representação gráfica proposta por CLIFT *et al.* (1978) (Figura 2.3), uma vez que os números de Eötvos e de Morton, dados pelas Equações 2.1 e 2.3 respectivamente, são obtidos facilmente, pois dependem apenas das propriedades físicas do sistema e do tamanho das bolhas, que para este caso foi considerado constante.

Para o sistema estudado, têm-se: $Eö = 3,32$ e $\log(M) = -14,78$, como o número de Reynolds médio da bolha ficou entre $7,47 \times 10^2$ e $1,27 \times 10^3$, observa-se que bolhas elipsoidais distorcidas (*wobbling*) devem compor o escoamento. Isto pode ser atribuído como um dos fatores que influenciaram as predições obtidas pelas correlações de arraste de SCHILLER e NAUMANN (1933), WHITE (1974) e ZHANG e VANDERHEYDEN (2002), já que estas consideram as bolhas como esferas rígidas, conforme havia sido ressaltado anteriormente.

Na Figura 6.10 é apresentado o perfil de distribuição da fração volumétrica média do gás no plano XY localizado no centro da coluna de bolhas, obtida pelas diferentes correlações de arraste empregadas. Nota-se por esta que, as correlações de GRACE (1976) e ISHII e ZUBER (1979) (Figuras 6.10 (c) e 6.10 (d), respectivamente), as quais consideram o regime das bolhas, apresentaram uma maior fração volumétrica média de gás em relação as outras correlações investigadas. Observa-se também pela Figura 6.10 (c) um comportamento assimétrico da distribuição da fase gás predito pela correlação de GRACE (1976), que pode ser relacionado ao comportamento também assimétrico obtido na velocidade axial média da fase líquida, mostrado nas Figuras 6.6 – 6.9.

Após a análise dos resultados parciais apresentados nesta Seção 6.2.1, optou-se por utilizar a correlação de arraste proposta por ISHII e ZUBER (1979) na investigação das outras forças interfaciais, devido à esta considerar a deformação das bolhas, e ter apresentado uma boa tendência de aproximação aos dados experimentais, quando comparado às outras correlações empregadas. Além de concordar com os estudos de DIONÍSIO *et al.* (2009), HANSEN (2009) e SILVA (2011), os quais obtiveram bons resultados empregando tal correlação na modelagem da força de arraste.

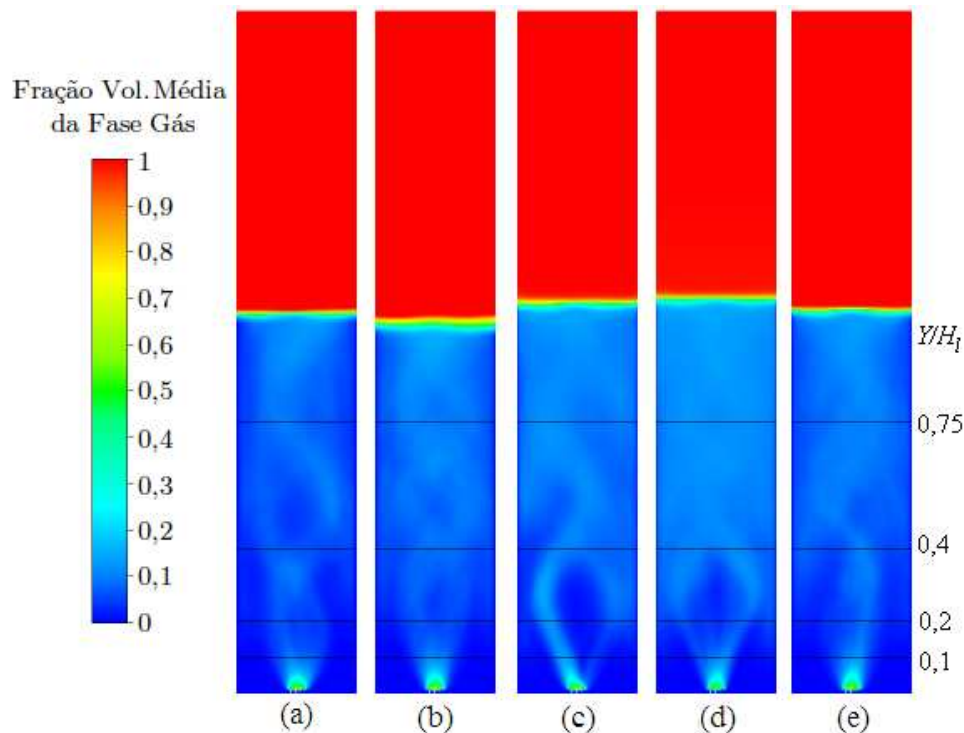


Figura 6.10. Perfil de fração volumétrica média da fase gás no plano XY , obtido pelas correlações de (a) SCHILLER e NAUMANN (1933); (b) WHITE (1974); (c) GRACE (1976); (d) ISHII e ZUBER (1979); (e) ZHANG e VANDERHEYDEN (2002).

6.2.2 Força de Sustentação

A força de sustentação foi avaliada, empregando-se três correlações (SAFFMAN-MEI (1994), LEGENDRE e MAGNAUDET (1998) e TOMIYAMA (2004) - descritas na Seção 4.4.2.2), em adição ao arraste, considerado pela correlação de ISHII e ZUBER (1979).

As Figuras 6.11 – 6.14 apresentam os perfis de velocidade axial média da fase líquida obtidos pelas diferentes correlações de sustentação. Para melhor avaliação da influência desta força em adição à de arraste, os resultados obtidos nas simulações onde apenas esta última foi considerada pela correlação de ISHII e ZUBER (1979) são apresentados juntamente.

Nota-se pelas Figuras 6.11 e 6.12 um perfil análogo, quantitativo e qualitativo, para as três correlações de sustentação simuladas nas seções transversais de $Y = 0,1H_l$ e $0,2H_l$. Comparando-se estas às predições onde apenas a força de arraste foi considerada (por ISHII e ZUBER (1979)), percebe-se uma aproximação do perfil de velocidade axial da fase líquida em relação aos dados experimentais nas regiões próximas a parede na seção transversal $Y = 0,1H_l$. Para a seção transversal $0,2H_l$ (Figura 6.12), as três correlações de sustentação avaliadas superestimaram a velocidade axial média do líquido na região central do escoamento, subestimando nas zonas próximas à parede.

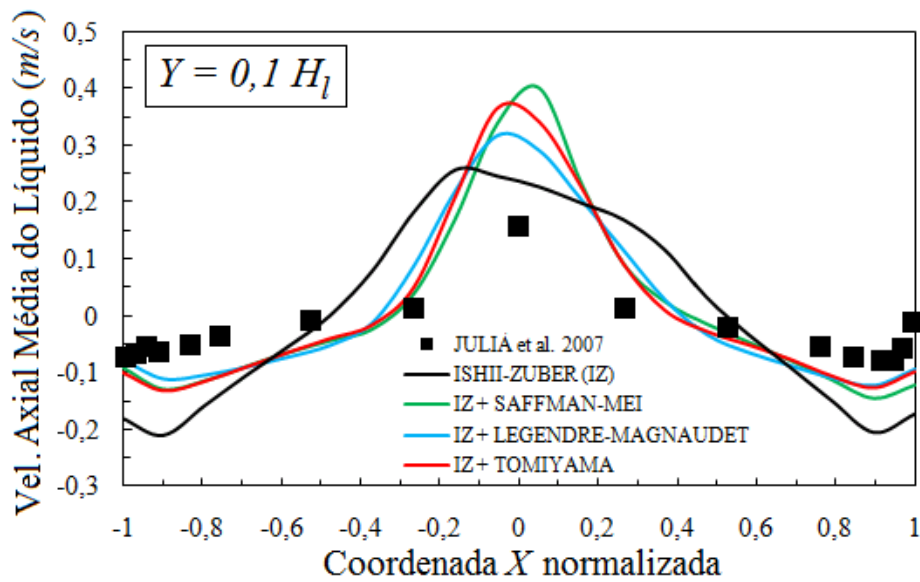


Figura 6.11. Comparação entre as diferentes correlações de sustentação – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,1 H_l$.

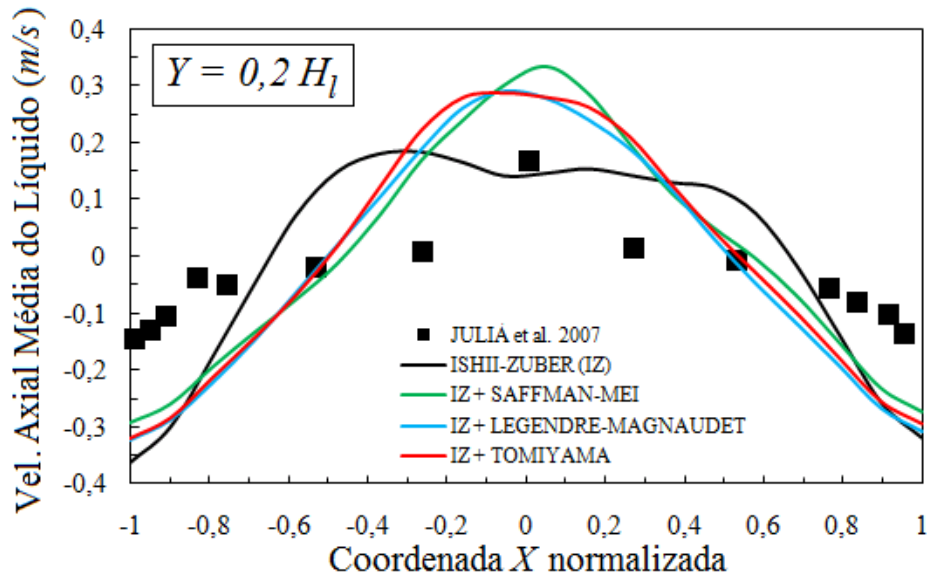


Figura 6.12. Comparação entre as diferentes correlações de sustentação – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,2 H_l$.

A Figura 6.13 indica que a correlação de TOMIYAMA (2004) tem boa tendência quantitativa, diferentemente da correlação de LEGENDRE e MAGNAUDET (1998), onde um perfil praticamente constante é observado, com velocidades negativas na região central do escoamento. Em comparação a predição onde apenas a força de arraste foi considerada, é visto que a correlação de TOMIYAMA (2004) traz um melhor ajuste do perfil de velocidade axial média do líquido, quando comparado aos dados experimentais. Em $Y = 0,75 H_l$ (Figura 6.14), as correlações de LEGENDRE e MAGNAUDET (1998) e TOMIYAMA (2004) subestimaram a velocidade axial da fase líquida, no entanto, com menor erro se comparadas a predição considerando apenas o arraste por ISHII e ZUBER (1979).

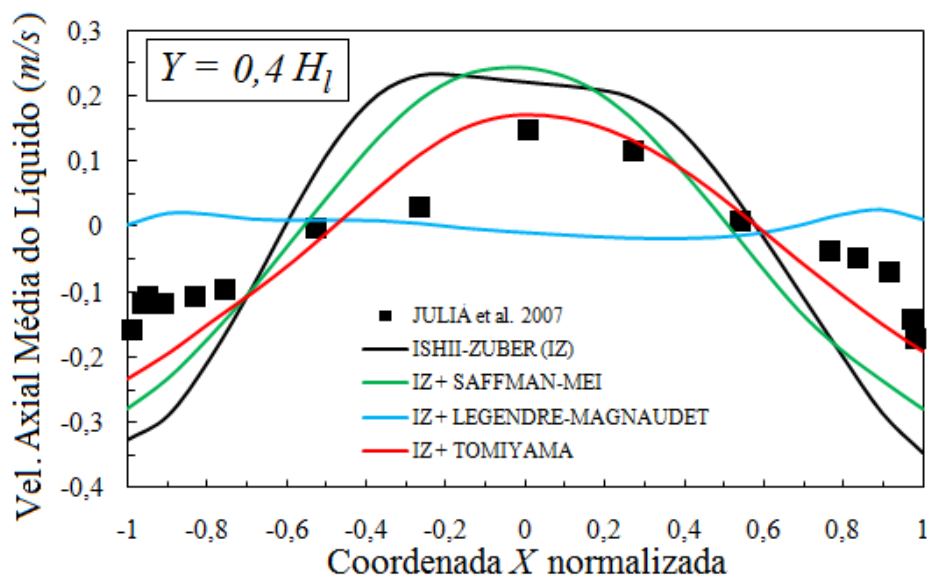


Figura 6.13. Comparação entre as diferentes correlações de sustentação – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,4H_l$.

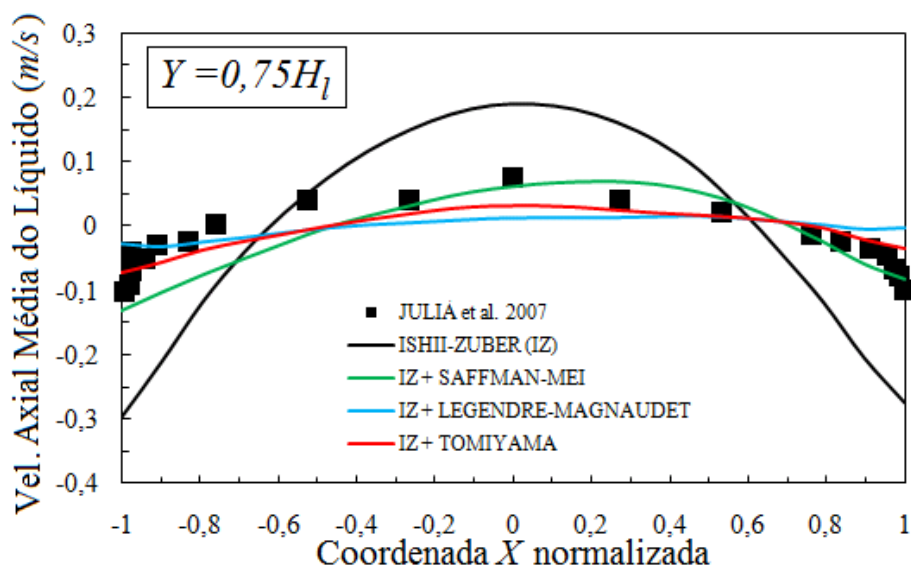


Figura 6.14. Comparação entre as diferentes correlações de sustentação – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,75H_l$.

O desempenho ineficaz das correlações de SAFFMAN-MEI (1994) e LEGENDRE e MAGNAUDET (1998) pode ser atribuído ao regime de escoamento do sistema gás-líquido estudado, uma vez que estas correlações são recomendadas para uma faixa limitada do número de Reynolds da bolha (conforme destacado na Tabela 6.3). Por outro lado, a correlação de TOMIYAMA (2004) depende principalmente do número de Eötvos, conforme a Equação 4.72. Este fato pode ser atribuído como um dos fatores pelo qual esta apresentou uma melhor tendência de aproximação aos dados experimentais de JULIÁ *et al.* (2007).

A Tabela 6.3 apresenta os números de Reynolds médios da bolha e a fração

volumétrica global média, obtidos numericamente para cada correlação de sustentação utilizada na simulação.

Tabela 6.3. Números de Reynolds da bolha, obtidos a partir das simulações empregando as diferentes correlações de sustentação.

Correlação de Sustentação	\overline{Re}_b obtido	Re_b recomendado	$\overline{\alpha}_g$ global (%)
SAFFMAN-MEI (1994)	765,94	$Re_b < 100$	11
LEGENDRE e MAGNAUDET (1998)	722,03	$Re_b \leq 500$	11,5
TOMIYAMA (2004)	770,33	Independente	10,5

Em comparação as simulações, onde apenas a força de arraste foi considerada, as predições realizadas levando em conta a força de sustentação apresentaram uma melhor aproximação do perfil de velocidade axial média da fase líquida, principalmente nas regiões próximas à parede da coluna. Nas zonas onde o escoamento já está completamente desenvolvido, boas aproximações foram obtidas em todo o perfil do escoamento. No entanto, observa-se que a fração volumétrica global média de gás foi superestimada (Tabela 6.3), fato que pode ser atribuído a relação entre a força de sustentação e o movimento lateral da fase dispersa, o que leva uma distribuição mais homogênea desta em todo o líquido, causando uma maior retenção da fase gás, conforme pode ser observado na Figura 6.23 (b).

6.2.3 Força de Dispersão Turbulenta

A força de dispersão turbulenta foi analisada pela correlação de LOPEZ DE BERTODANO (1991), descrita na Seção 4.4.2.3, empregando-se três valores para seu coeficiente: $C_{TD} = 0, 1; 0, 3$ e $0, 5$, escolhidos dentro da faixa recomendada para escoamentos borbulhantes compostos por bolhas elipsoidais. Novamente, o arraste foi considerado pela correlação de ISHII e ZUBER (1979).

As Figuras 6.15 – 6.18 apresentam os resultados obtidos para o perfil da velocidade média axial da fase líquida nas diferentes seções transversais da coluna. Para melhor análise da influência da dispersão turbulenta em adição à de arraste, os resultados obtidos nas simulações onde apenas esta última foi considerada pela correlação de ISHII e ZUBER (1979) são novamente apresentados.

Um comportamento assimétrico é observado nos perfis de velocidade axial média da fase líquida preditos nas simulações onde a dispersão turbulenta foi considerada. Este comportamento se destaca principalmente na região de entrada da fase gás (Figuras 6.15 e 6.16), acentuando-se com o desenvolvimento do escoamento. Isto pode ser novamente

atribuído a grande complexidade do escoamento nesta região, uma vez que a dispersão turbulenta está diretamente relacionada a energia cinética turbulenta (k), conforme correlacionado por LOPEZ DE BERTODANO (1991) (Equação 4.76).

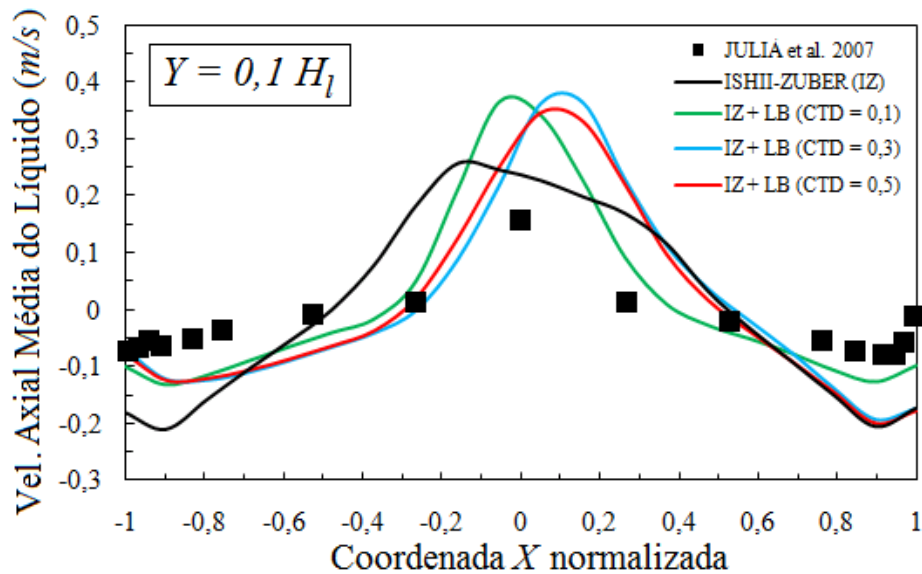


Figura 6.15. Comparação entre os diferentes coeficientes de dispersão turbulenta utilizados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,1 H_l$.

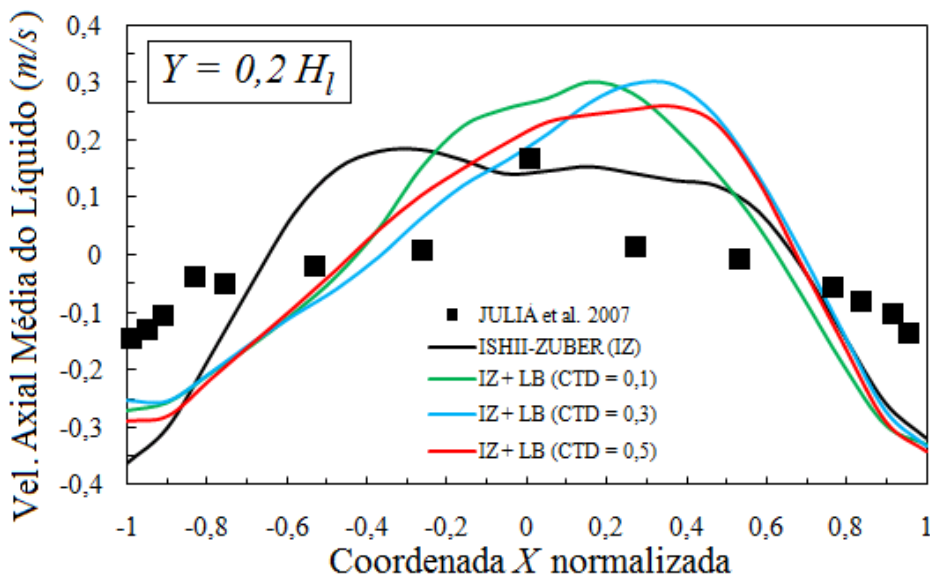


Figura 6.16. Comparação entre os diferentes coeficientes de dispersão turbulenta utilizados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,2 H_l$.

Na seção transversal $Y = 0,4 H_l$ (Figura 6.17) se observa uma aproximação entre as simulações onde foi considerada a força de dispersão turbulenta e a predição onde se considerou apenas o arraste interfacial por ISHII e ZUBER (1979).

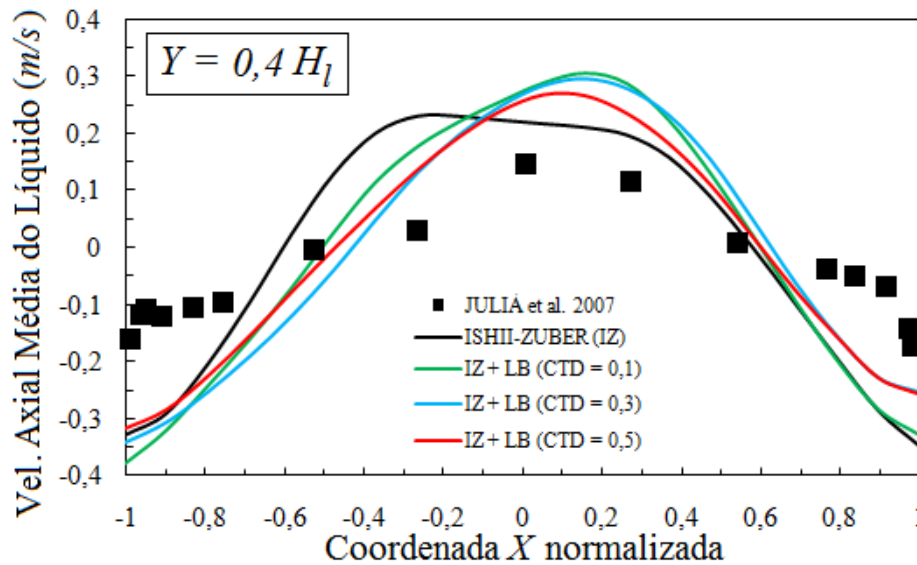


Figura 6.17. Comparação entre os diferentes coeficientes de dispersão turbulenta utilizados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,4H_l$.

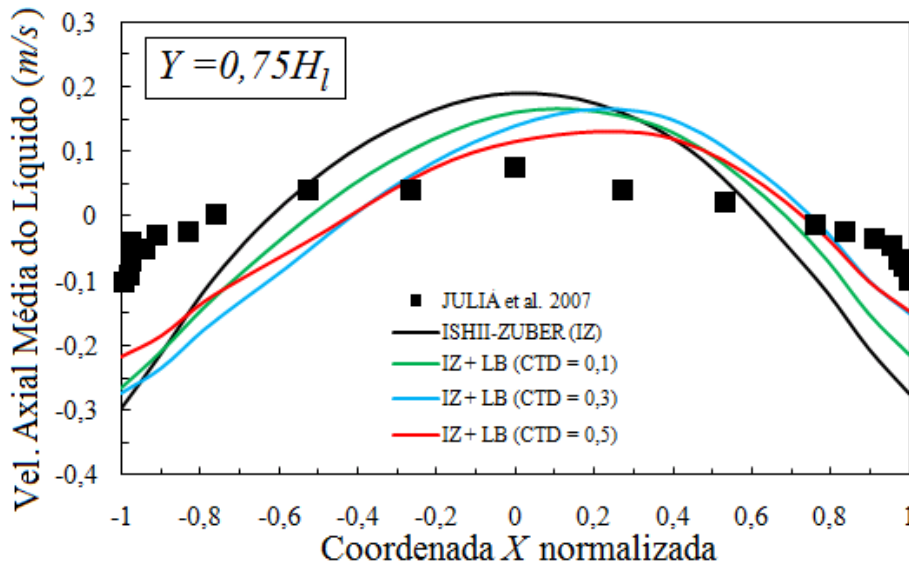


Figura 6.18. Comparação entre os diferentes coeficientes de dispersão turbulenta utilizados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,75H_l$.

Como na seção transversal $Y = 0,75H_l$ (Figura 6.18), o escoamento já está completamente desenvolvido, uma melhor aproximação aos dados experimentais pode ser observada, principalmente para $C_{TD} = 0,5$, quando comparado a predição onde apenas a força de arraste foi empregada, no entanto, observa-se também uma assimetria no perfil obtido considerando a dispersão turbulenta.

De modo geral, analisando os resultados apresentados nas Figuras 6.15 – 6.18, não observa-se melhoras significativas quando da consideração da força de dispersão turbulenta como segunda força interfacial atuando no escoamento bifásico gás-líquido estudado, uma

vez que as simulações apresentaram maior custo computacional relativo (ver Seção 6.5). No entanto, esta força será melhor investigada conjuntamente às outras forças de arraste, detalhes são dados na Seção 6.2.5.

6.2.4 Força de Massa Virtual

Para investigação do papel da força de massa virtual, esta foi adicionada ao modelo matemático empregando dois valores para seu coeficiente: 0,25 e 0,50. A força de arraste foi tomada pela correlação de ISHII e ZUBER (1979).

As predições obtidas para o perfil da velocidade axial média da fase líquida são apresentadas nas Figuras 6.19 – 6.22. Para fins comparativos os resultados obtidos nas simulações onde apenas o arraste foi considerado são novamente mostrados.

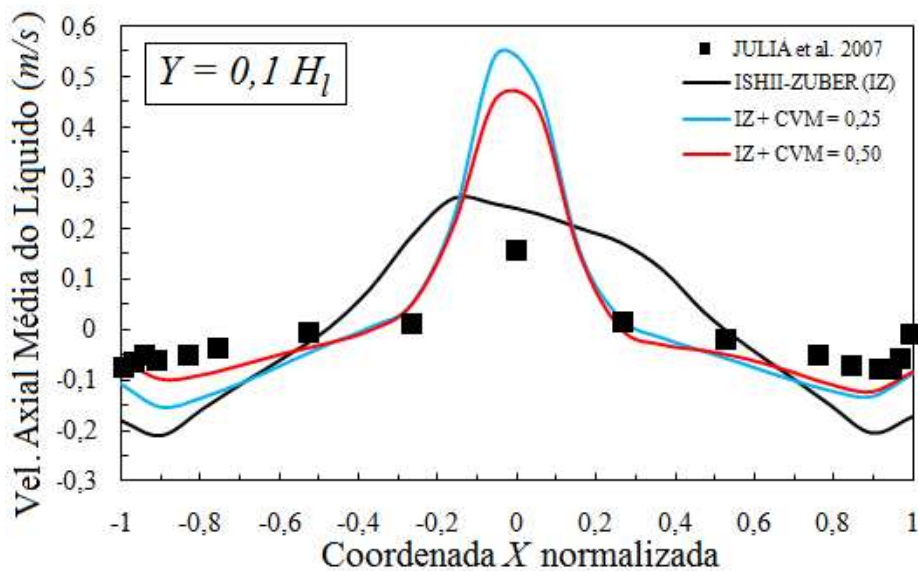


Figura 6.19. Comparação entre os diferentes coeficientes de massa virtual empregados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,1 H_l$.

Nota-se pelas Figuras 6.19 – 6.22, um comportamento similar obtido nas predições onde se utilizou diferentes valores para o coeficiente de massa virtual. Quando comparadas as simulações onde apenas o arraste foi considerado, as predições dadas pelo modelo matemático onde a massa virtual foi adicionada apresentaram uma melhor tendência de aproximação aos dados experimentais de JULIÁ *et al.* (2007), principalmente nas zonas próximas a parede na região de entrada do gás ($Y = 0,1$ e $0,2 H_l$ – Figuras 6.19 e 6.20).

Já para as seções transversais em $Y = 0,4$ e $0,75 H_l$ (Figuras 6.21 – 6.22), as predições onde a força de massa virtual foi adicionada, não apresentaram melhora quando comparadas ao modelo matemático onde apenas o arraste entre as fases foi considerado.

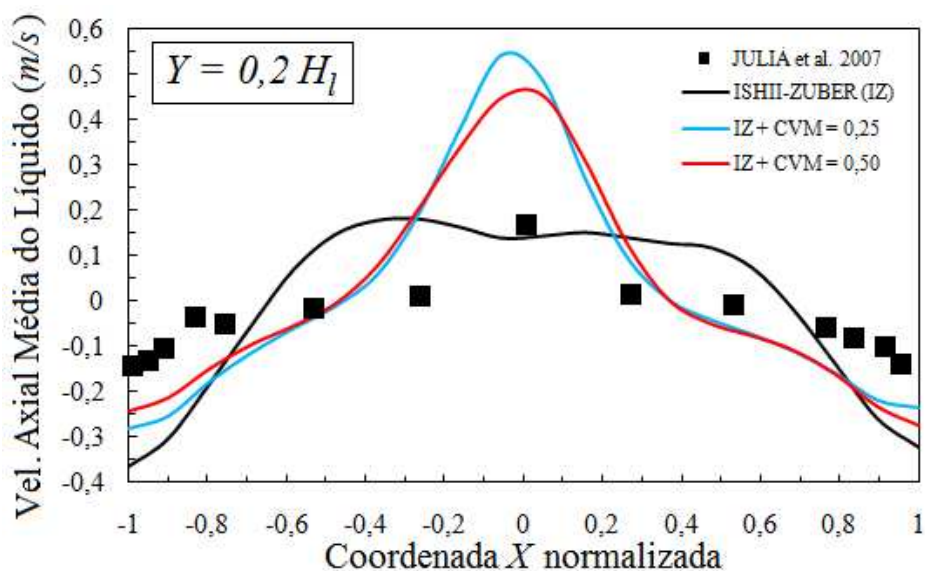


Figura 6.20. Comparação entre os diferentes coeficientes de massa virtual empregados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,2H_l$.

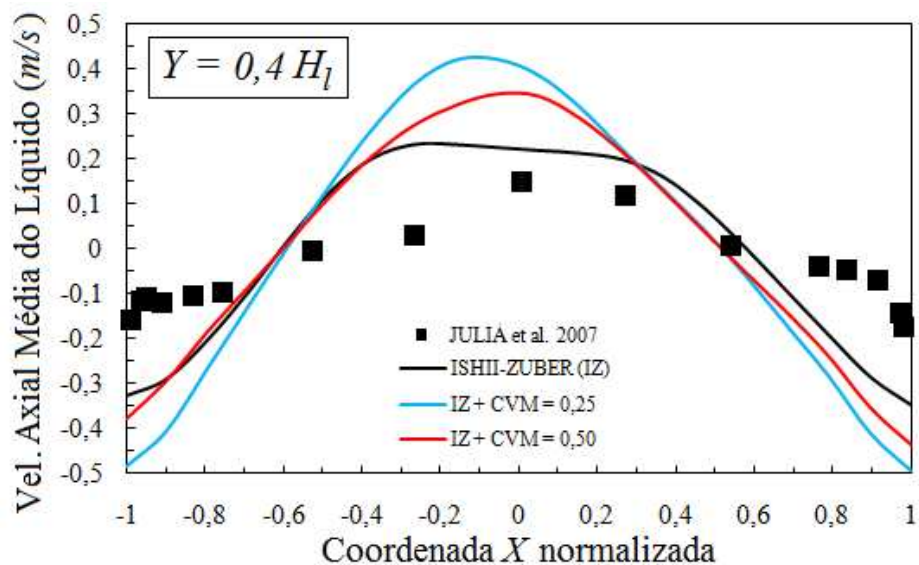


Figura 6.21. Comparação entre os diferentes coeficientes de massa virtual empregados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,4H_l$.

Apesar do comportamento análogo observado nas simulações com diferentes valores para o coeficiente de massa virtual, uma melhor tendência aos dados experimentais é alcançada quando $C_{VM} = 0,50$. A força de massa virtual será melhor investigada, adicionando-se esta as outras forças interfaciais já analisadas nesta pesquisa.

Para um melhor entendimento dos resultados apresentados até então, a Figura 6.23 apresenta as distribuições da fração volumétrica média da fase gás obtidas nas melhores previsões dadas pelas diferentes combinações de forças investigadas. Têm-se, da esquerda para a direita, (a) apenas a força de arraste (por ISHII e ZUBER (1979)); (b) arraste (por ISHII

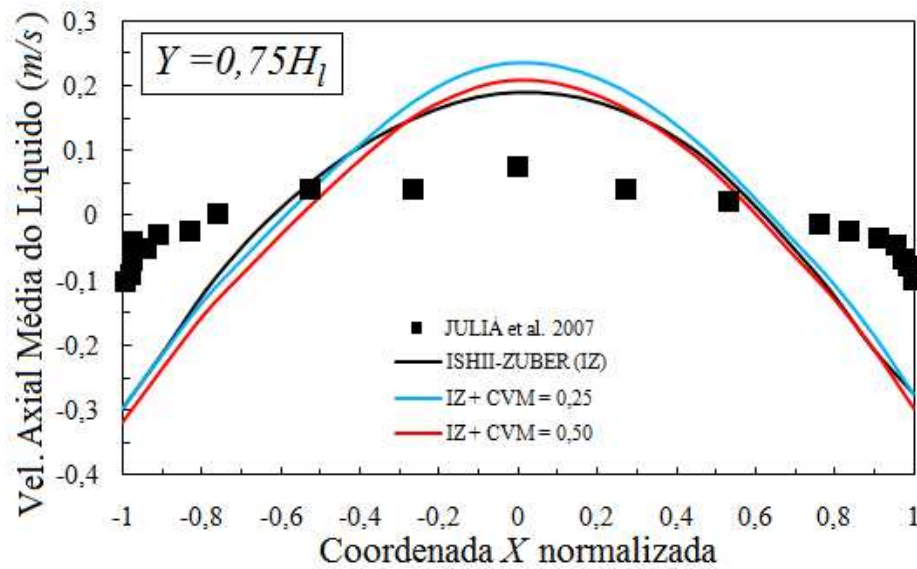


Figura 6.22. Comparação entre os diferentes coeficientes de massa virtual empregados – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,75H_l$.

e ZUBER (1979)) e sustentação (por TOMIYAMA (2004)); (c) arraste (por ISHII e ZUBER (1979)) e dispersão turbulenta (por LOPEZ DE BERTODANO (1991) com $C_{TD} = 0,5$); (d) arraste (por ISHII e ZUBER (1979)) e massa virtual ($C_{VM} = 0,5$). A Figura 6.24 mostra a diferença entre os perfis de fração volumétrica média de gás obtidas pelas diferentes predições.

Nota-se pela Figura 6.23 (b) que, a adição da força de sustentação ao arraste promove uma distribuição mais suave da fração volumétrica de gás já na seção transversal $0,2H_l$, conforme pode ser também visto na Figura 6.24 (a), resultando assim no perfil com melhor simetria entre os apresentados na Figura 6.23. A força de dispersão turbulenta, apresentou assimetria na distribuição da fração volumétrica de gás, como pode ser observado na região entre $0,1H_l$ e $0,4H_l$ (Figura 6.23 (c)), fato que pode justificar o comportamento também assimétrico da velocidade axial média da fase líquida (Figuras 6.15 e 6.16).

A adição de massa virtual à força de arraste (Figura 6.23 (d)) também provocou a suavização da distribuição da fase gás, no entanto, apenas a partir da seção transversal de aproximadamente $0,4H_l$. Fato que pode ser relacionado aos erros obtidos na predição da velocidade axial média da fase líquida na zona central na região de entrada da fase dispersa. Uma diferença entre os perfis de fração volumétrica média da fase gás preditos é observada na zona compreendida entre a base da coluna e $Y = 0,4H_l$, na simulação onde se considerou a força de massa virtual adicionada ao arraste entre as fases (Figura 6.24 (c)). Vale também destacar a diferença observada na região de desprendimento do gás, principalmente na predição dos modelos, onde se considerou as forças de sustentação e dispersão turbulenta,

fato que pode ser atribuído a influência destas forças na homogeneização da fase dispersa na contínua, causando assim, uma maior retenção da fase dispersa.

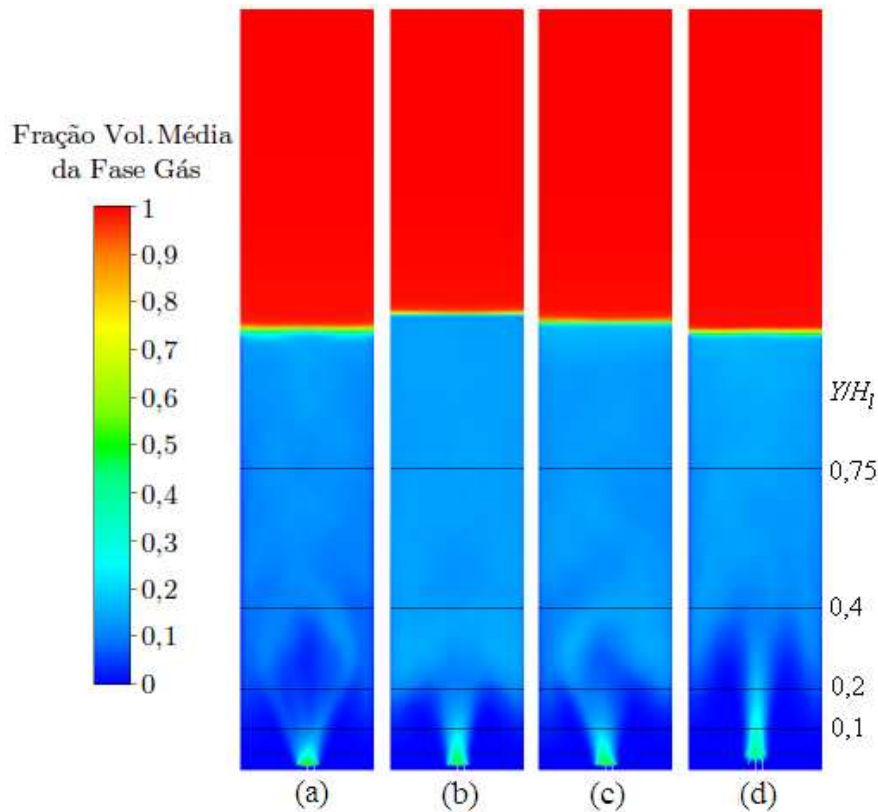


Figura 6.23. Perfil da fração volumétrica média da fase gás (Plano XY), obtido nas predições considerando diferentes forças interfaciais: (a) arraste (por ISHII e ZUBER (1979) (IZ)); (b) arraste (IZ) e sustentação (por TOMIYAMA (2004)); (c) arraste (IZ) e dispersão turbulenta (por LOPEZ DE BERTODANO (1991) com $C_{TD} = 0,5$); (d) arraste (IZ) e massa virtual (por $C_{VM} = 0,5$).

A Tabela 6.4 apresenta a fração volumétrica global média de gás obtida pelas diferentes combinações de forças interfaciais empregadas nas simulações.

Tabela 6.4. Fração volumétrica global média de gás, obtida pelas diferentes combinações de forças interfaciais empregadas nas simulações.

Forças Interfaciais	$\bar{\alpha}_g$ global (%)
Arraste (ISHII e ZUBER (1979) - IZ)	8
Arraste (IZ) + Sustentação (TOMIYAMA (2004))	10,5
Arraste (IZ) + Disp. Turbulenta* ($C_{TD} = 0,5$)	10,4
Arraste (IZ) + Massa Virtual ($C_{VM} = 0,5$)	8,6

* Pela correlação de LOPEZ DE BERTODANO (1991)

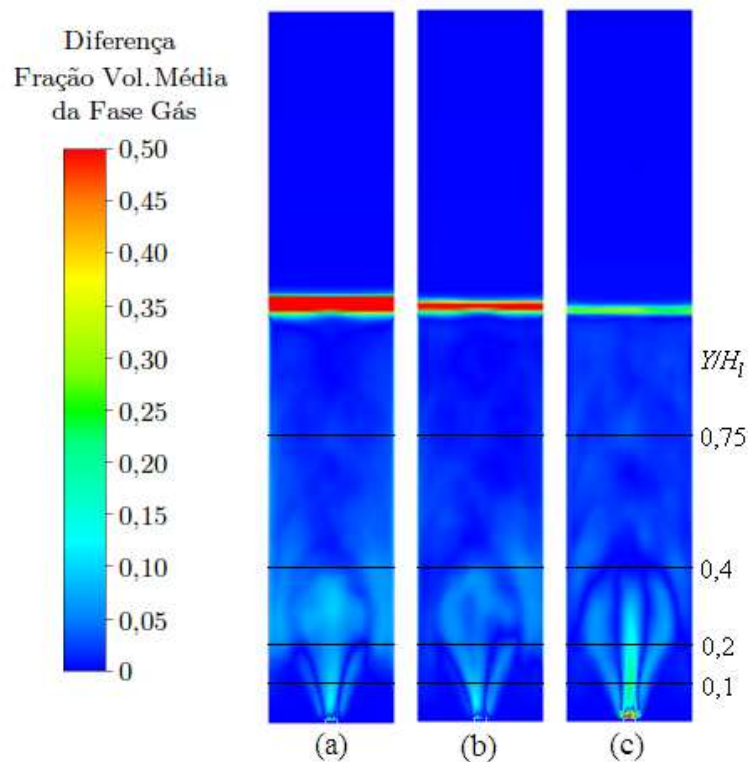


Figura 6.24. Perfil da diferença obtida para a fração volumétrica média da fase gás – Plano XY (a) arraste (por ISHII e ZUBER (1979) (IZ) e sustentação (por TOMIYAMA (2004)); (b) arraste (IZ) e dispersão turbulenta (por LOPEZ DE BERTODANO (1991) com $C_{TD} = 0,5$); (c) arraste (IZ) e massa virtual (por $C_{VM} = 0,5$).

A adição de uma segunda força interfacial ao arraste provoca o aumento da fração volumétrica global média do gás, conforme mostrado na Tabela 6.4. Observa-se na Figura 6.23, que as predições onde as forças de sustentação e de dispersão turbulenta foram consideradas provocam uma distribuição mais homogênea da fase dispersa, ocasionando assim uma maior retenção do gás dentro do líquido.

Analisando os resultados já apresentados, observou-se que as melhores aproximações aos dados experimentais da velocidade axial do líquido, foram obtidas pelo modelo matemático onde foram consideradas as forças de arraste e de sustentação, pelas correlações de ISHII e ZUBER (1979) e TOMIYAMA (2004), respectivamente.

6.2.5 Modelos Parciais Propostos

Para melhor investigação do papel das forças interfaciais na fluidodinâmica do escoamento bifásico gás-líquido, uma combinação entre as forças interfaciais empregadas no modelo de fechamento é proposta, a qual foi definida de acordo com as investigações já apresentadas nas Seções 6.2.1 – 6.2.4. A Tabela 6.5 resume as forças interfaciais consideradas em cada modelo matemático parcial proposto.

Tabela 6.5. Detalhes dos modelos matemáticos parciais propostos.

Modelo Parcial	Forças Interfaciais			
	Arraste	Sustentação	Dispersão Turbulenta	Massa Virtual
A	ISHII e ZUBER (1979)	TOMIYAMA (2004)	$C_{TD} = 0,5^*$	–
B	ISHII e ZUBER (1979)	TOMIYAMA (2004)	–	$C_{VM} = 0,5$
C	ISHII e ZUBER (1979)	–	$C_{TD} = 0,5^*$	$C_{VM} = 0,5$
D	ISHII e ZUBER (1979)	TOMIYAMA (2004)	$C_{TD} = 0,5^*$	$C_{VM} = 0,5$

* Pela correlação de LOPEZ DE BERTODANO (1991)

Para todos os modelos parciais descritos na Tabela 6.5, a turbulência da fase contínua foi considerada pelo modelo $k-\epsilon$ padrão, enquanto a turbulência induzida pela fase dispersa foi descrita por SATO e SEKOGUCHI (1975). As predições obtidas considerando apenas as forças de arraste (por ISHII e ZUBER (1979)) e de sustentação (por TOMIYAMA (2004)), são mostradas novamente, uma vez que estas apresentaram até agora, as melhores aproximações aos dados de JULIÁ *et al.* (2007). As Figuras 6.25 – 6.28 apresentam os resultados obtidos pelos **Modelos A, B, C e D**.

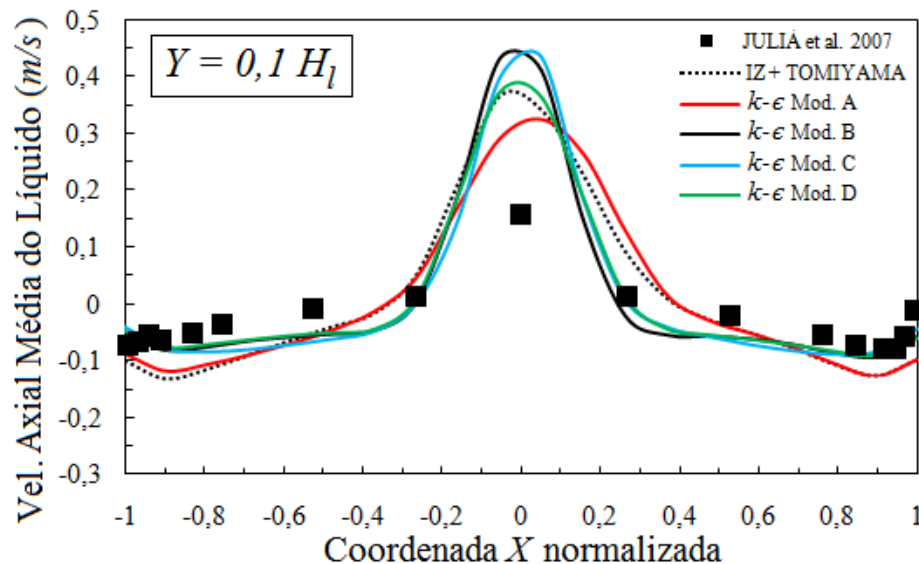


Figura 6.25. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos parciais propostos – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,1 H_l$.

Pela Figura 6.25 observou-se um comportamento similar entre as predições obtidas pelos diferentes modelos propostos e os dados experimentais de JULIÁ *et al.* (2007). O **Modelo A** apresentou um menor erro na região central frente aos demais, no entanto, na região onde ocorre a inversão do escoamento ($|X_{norm.}| \approx 0,2$) os **Modelos B, C e D** demonstraram melhores aproximações. Vale ressaltar que, para estes três últimos modelos, a força de massa virtual foi considerada.

Para a seção transversal $Y = 0,2H_l$ (Figura 6.26), também foi percebida uma aproximação entre os resultados obtidos pelos diferentes modelos. Os **Modelos A e D** apresentaram melhores aproximações na região central, no entanto, com comportamento similar à predição obtida pelo modelo considerando apenas as forças de arraste e de sustentação por ISHII e ZUBER (1979) e TOMIYAMA (2004), respectivamente.

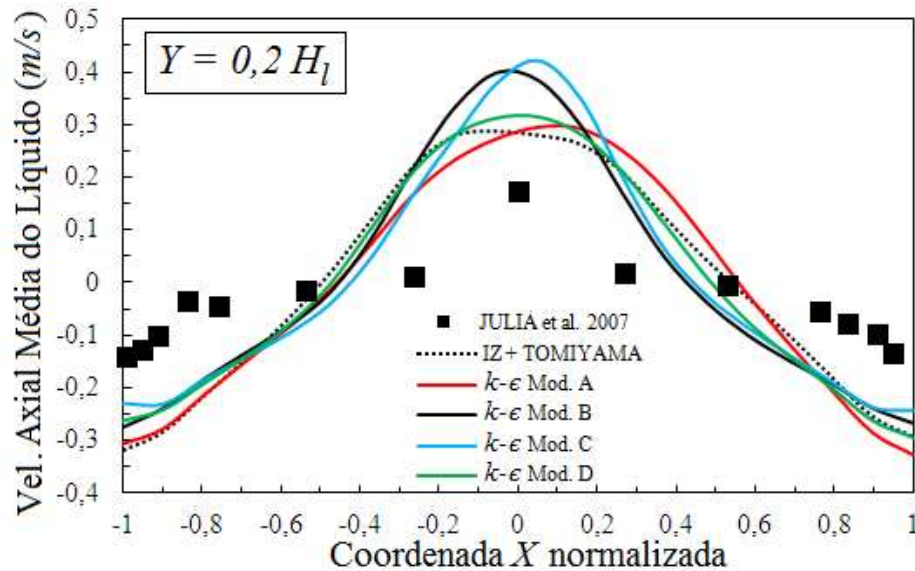


Figura 6.26. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos parciais propostos – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,2H_l$.

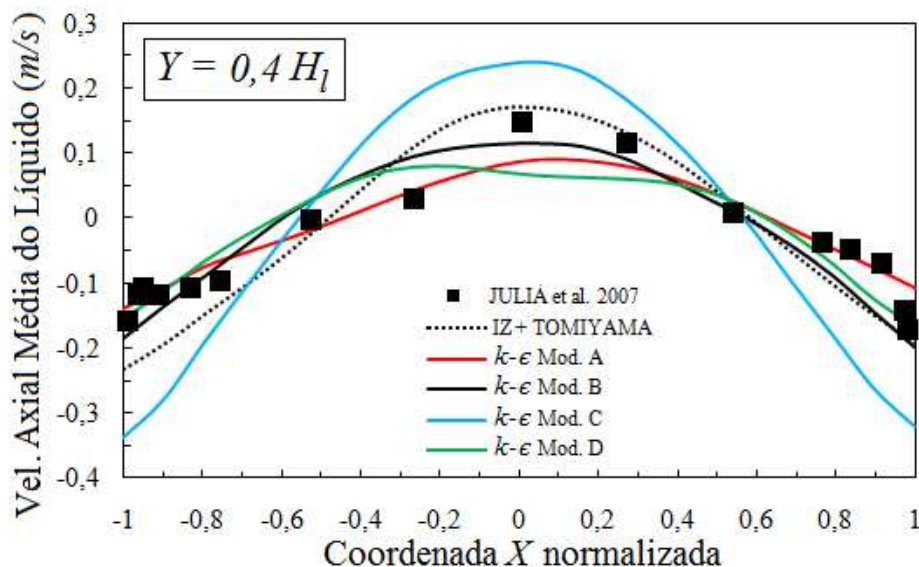


Figura 6.27. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos parciais propostos – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,4H_l$.

Observa-se pela Figura 6.27, uma boa aproximação aos dados experimentais pelas predições dos **Modelos A, B e D**. O **Modelo B** apresentou o menor erro na região central

frente aos demais, enquanto que o **Modelo A** mostrou boa concordância na região da parede. O **Modelo C**, o qual é o único dentre os apresentados na Figura 6.27, que não considera a força de sustentação, não apresentou bons resultados, superestimando a velocidade na região central e subestimando em zonas próximas à parede.

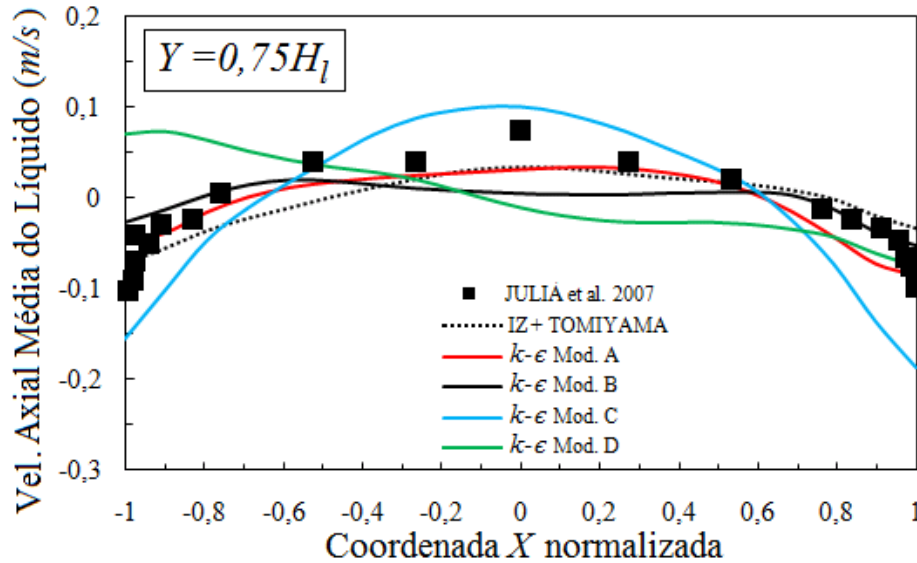


Figura 6.28. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos parciais propostos – Perfil da velocidade axial média da fase líquida em $Y = 0,75H_l$.

Já na seção transversal $Y = 0,75H_l$ (Figura 6.28), não houve similaridade entre nenhum perfil obtido pelos modelos parciais propostos. Nesta o **Modelo C** apresentou um comportamento similar ao da seção transversal $Y = 0,4H_l$, enquanto o **Modelo D** forneceu um perfil totalmente deslocado, não conforme com os padrões de escoamento esperados, apresentando velocidades positivas em regiões próximas a parede. Já o **Modelo B** forneceu um perfil achatado na região central, mostrando boa concordância nas regiões próximas a parede, enquanto que o **Modelo A** apresentou novamente boa tendência qualitativa, no entanto, a velocidade da região central foi subestimada, assim como na predição considerando apenas as forças de arraste e sustentação.

De modo geral, o **Modelo A** apresentou as melhores aproximações aos dados experimentais de JULIÁ *et al.* (2007), principalmente na região acima de $Y = 0,4H_l$, onde o escoamento já está desenvolvido, além de apresentar um custo computacional relativamente menor, desde que este modelo não considera a força de massa virtual.

Para uma melhor análise dos resultados obtidos na investigação numérica, os perfis de energia cinética turbulenta, da vorticidade da fase contínua e da taxa de tensão de cisalhamento preditos pelo **Modelo A** são apresentados nas Figuras 6.29 e 6.30.

A Figura 6.29 (a)-(c) apresenta os perfis instantâneos da energia cinética turbulenta em diversos tempos, os quais foram escolhidos para destacar que mesmo após o escoamento entrar em estado estacionário, gradientes das propriedades são observados. A Figura 6.29 (d) e (e) mostram, respectivamente, os perfis médios da energia cinética turbulenta e da vorticidade da fase líquida. Nota-se grande turbulência e uma alta vorticidade na região desde a entrada da fase gás até aproximadamente a seção transversal em $Y = 0,4H_l$.

A Figura 6.30 apresenta os perfis instantâneos da taxa de tensão de cisalhamento em diversos tempos (a)-(c), além da média (d) após o final da simulação. Novamente, observa-se que o escoamento na região compreendida entre a entrada da fase gás e a seção transversal em $Y = 0,4H_l$ apresenta grandes complexidades, uma vez que altas taxas de tensão são observadas.

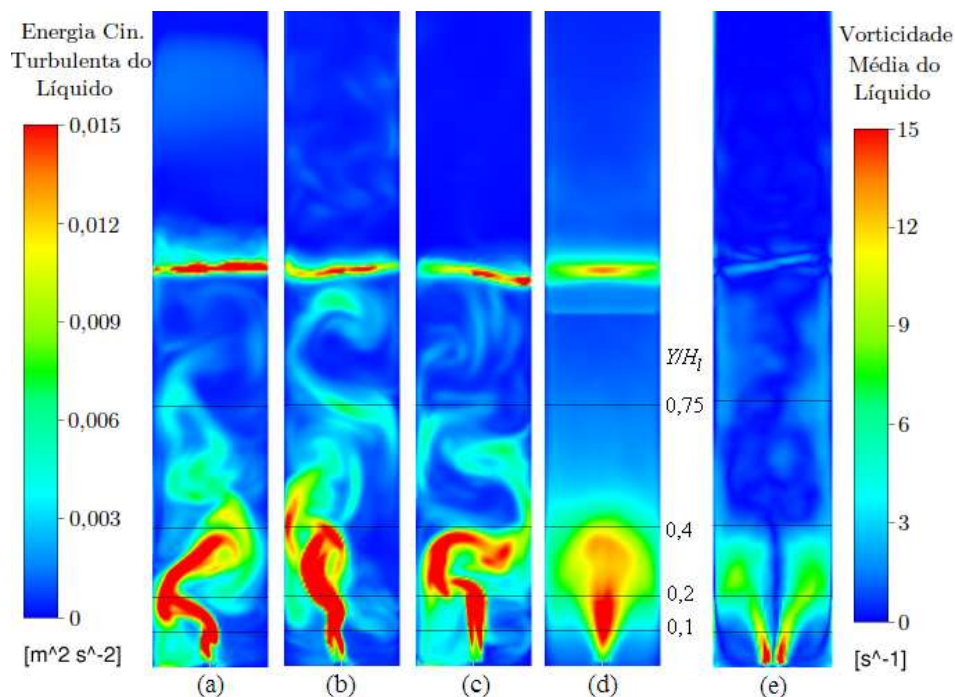


Figura 6.29. Perfil instantâneo de energia cinética turbulenta em (a) 10s; (b) 70s; (c) 100s; (d) Perfil da energia cinética turbulenta média; (e) Vorticidade média da fase líquida (Plano XY).

Os fatos ressaltados nas Figuras 6.29 e 6.30 podem ser atribuídos como uma das razões nas quais as previsões dadas pelo modelo de duas equações $k-\epsilon$ padrão apresentaram maiores erros, desde que como ressaltado anteriormente, a hipótese de Boussinesq pode falhar em regiões com mudanças bruscas na taxa de tensão, entre outros fatores.

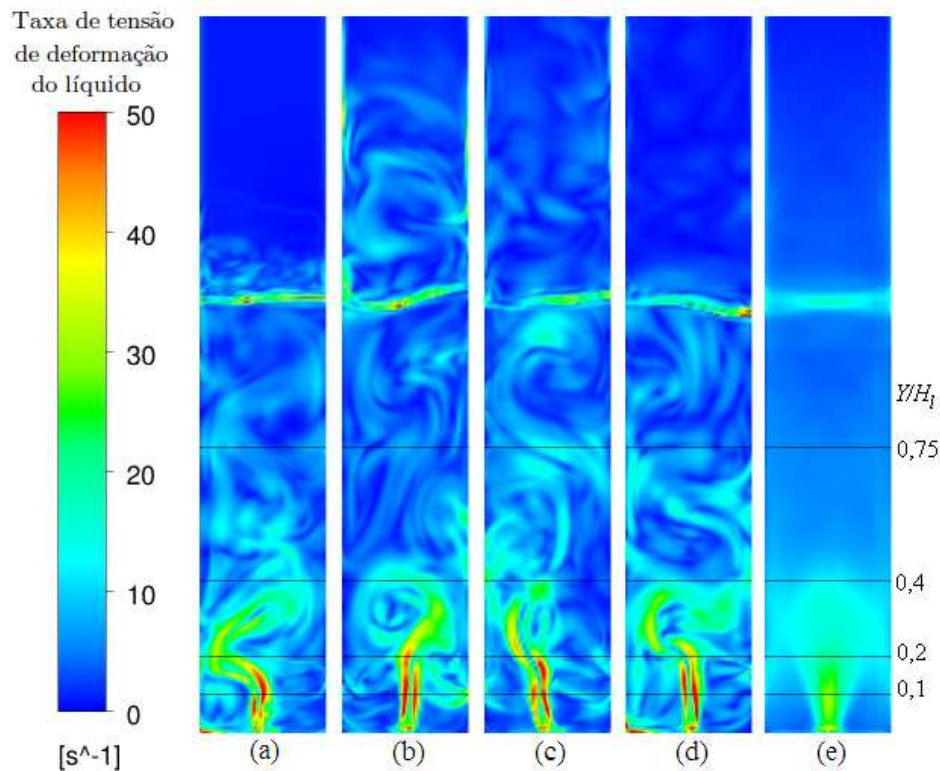


Figura 6.30. Perfil instantâneo da taxa de tensão de cisalhamento instantânea após (a) 10s; (b) 45s; (c) 70s; (d) 100s; (e) Taxa de tensão de cisalhamento média (Plano XY).

6.3 Avaliação dos Modelos de Turbulência

Apresenta-se a seguir a análise sobre os diferentes modelos de turbulência empregados nesta pesquisa.

6.3.1 Comparação entre os diferentes Modelos de Turbulência

A comparação entre os modelos de turbulência foi realizada empregando diferentes combinações entre as forças interfaciais, onde as correlações para as forças de arraste, de sustentação e de dispersão turbulenta foram definidas conforme explicado anteriormente.

Apenas para análise qualitativa do comportamento obtidos pelos diferentes modelos de turbulência, a distribuição e o mapa de velocidade das bolhas obtidos experimentalmente por JULIÁ *et al.* (2007) para a aeração F6 (uma vez que os autores não apresentaram estes resultados para a configuração F16, no entanto, descreveram o comportamento fluidodinâmico observado nesta aeração com base nos resultados obtidos empregando a configuração F6) são mostrados na Figura 6.31 (a) e (b), respectivamente.

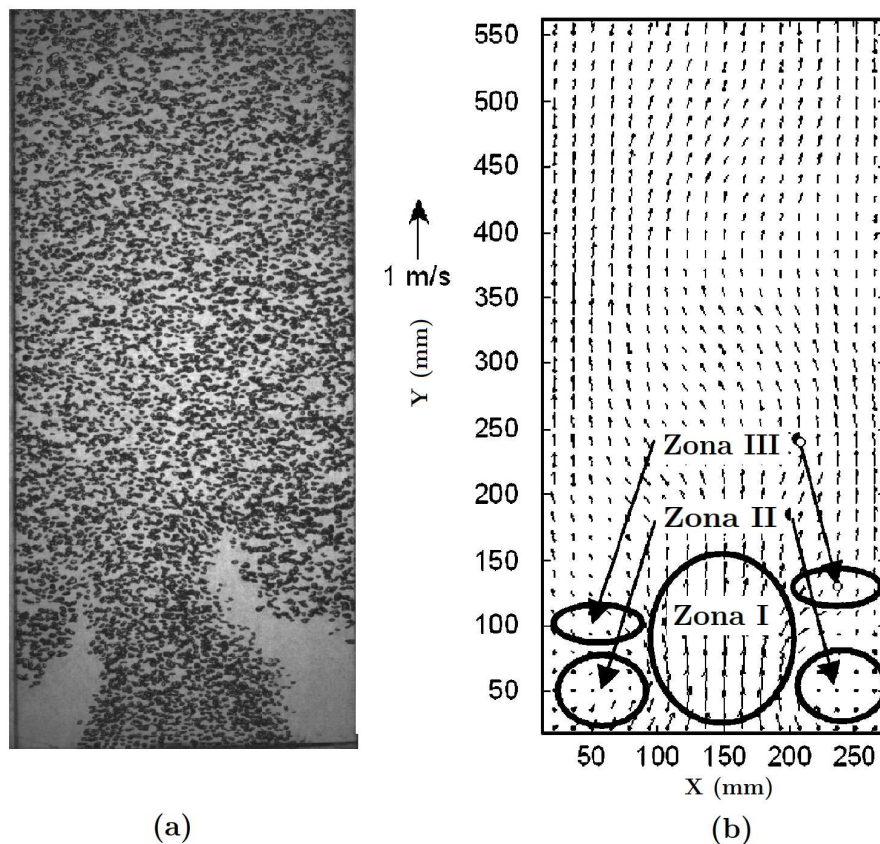


Figura 6.31. (a) Distribuição das bolhas; (b) mapa de velocidade da fase gás (destaque para as zonas I, II, III).

JULIÁ *et al.* (2007) destacaram quatro estágios principais na fluidodinâmica das estruturas turbulentas do escoamento:

- **Estágio 1:** nenhuma movimentação turbulenta é observada na base da coluna e a região da pluma das bolhas possui direção totalmente vertical;
- **Estágio 2:** uma estrutura turbulenta (vórtice) é formada no lado esquerdo na zona III (Figura 6.31 (b)), deslocando-se para baixo;
- **Estágio 3:** o vórtice chega a uma posição de equilíbrio (próximo a base da coluna; zona II – Figura 6.31 (b)), empurrando a pluma das bolhas para o lado direito da coluna;
- **Estágio 4:** o vórtice se desloca ascendentemente formando assim uma zona de recirculação completa na fase contínua.

Na aeração F16, o período mais longo da oscilação da pluma das bolhas corresponde aos estágios 2 e 4, os quais representam o tempo necessário para os vórtices de movimentarem para cima e para baixo entre a zona III (Figura 6.31 (b)) e a posição de equilíbrio. Este fato

pode ser explicado devido a maior distância entre a zona III e a base da coluna para esta aeração F16. O estágio 3 não é importante na configuração F16, uma vez que o número de bolhas presas na zona II (Figura 6.31 (b)) é baixo. Para a aeração F16, JULIÁ *et al.* (2007) não destacaram nenhuma estrutura de recirculação marcante em regiões onde o escoamento está plenamente desenvolvido.

As Figuras 6.32 – 6.35 apresentam os perfis de velocidade axial média da fase líquida obtidos pelos diferentes modelos de turbulência considerando apenas a força interfacial de arraste, pela correlação de ISHII e ZUBER (1979).

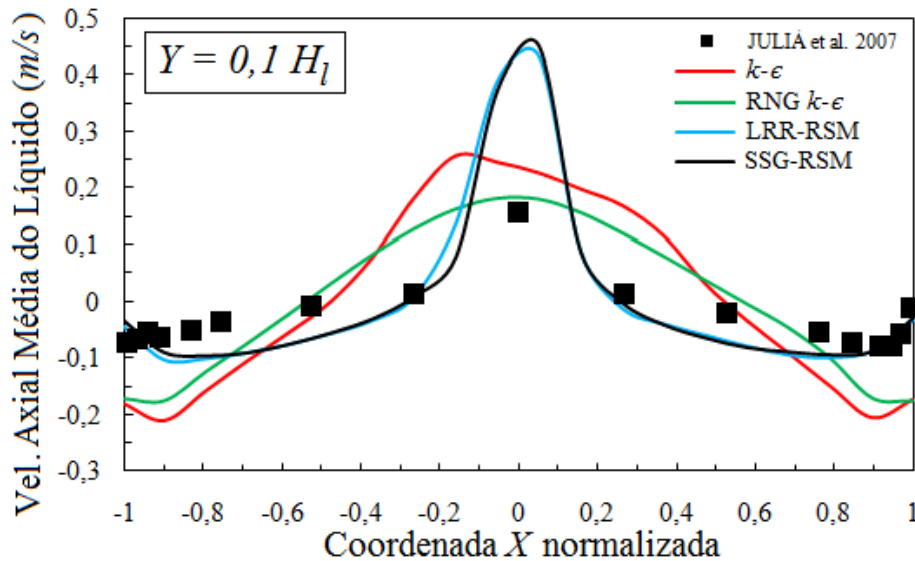


Figura 6.32. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se apenas o arraste – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,1 H_l$.

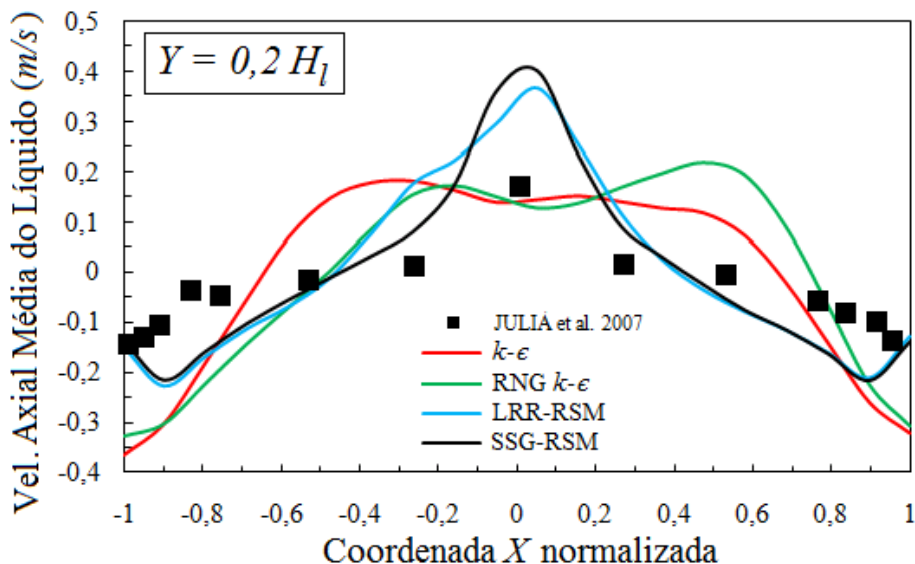


Figura 6.33. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se apenas o arraste – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,2 H_l$.

Na seção transversal $Y = 0,1H_l$ (Figura 6.32), os modelos de duas equações apresentaram uma melhor aproximação aos dados experimentais na região central do escoamento, enquanto que os modelos de fechamento de segunda ordem apresentam um comportamento qualitativo similar aos dados experimentais, no entanto, superestimando a velocidade na região central. Em $Y = 0,2H_l$ (Figura 6.33), os modelos LRR-RSM e SSG-RSM apresentaram novamente um perfil com comportamento qualitativo similar aos resultados experimentais, superestimando a velocidade axial do líquido na região central. Perfis achatados são observados nos resultados obtidos pelos modelos $k-\epsilon$ e RNG $k-\epsilon$, onde a predição deste último apresentou uma assimetria.

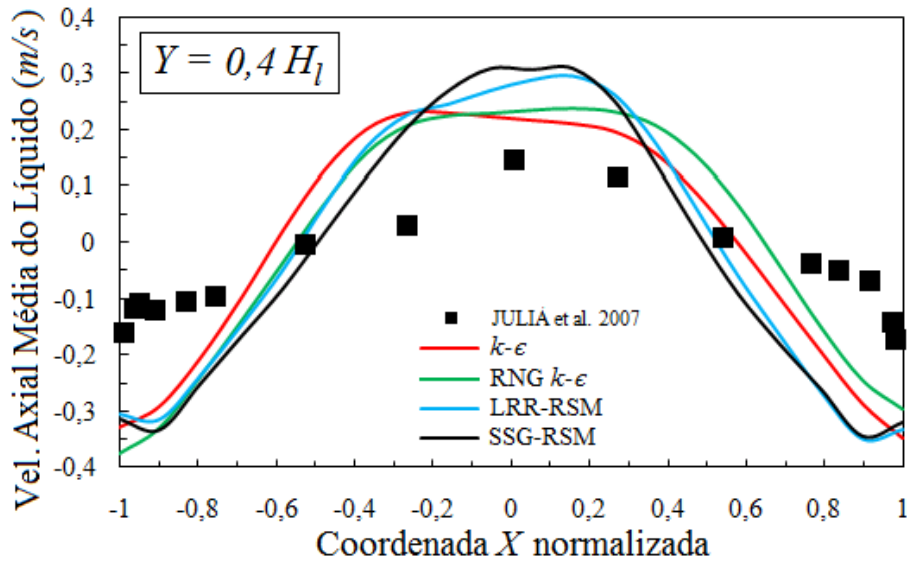


Figura 6.34. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se apenas o arraste – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,4H_l$.

Para a seção transversal $Y = 0,4H_l$ (Figura 6.34), os quatro modelos de turbulência empregados apresentaram comportamento similar entre si, no entanto, os modelos de duas equações apresentaram um menor erro na região central do escoamento. Na Figura 6.35 ($Y = 0,75H_l$), pode-se observar novamente que os modelos apresentaram comportamento similar. O modelo SSG-RSM apresentou uma melhor tendência aos dados experimentais neste nível axial.

A Figura 6.36 apresenta os campos vetoriais da velocidade média do líquido, os quais foram obtidos pelos diferentes modelos de turbulência empregados, considerando-se apenas a força de arraste. Analisando esta figura, os campos de velocidade axial média do líquido, preditos pelos modelos de fechamento de segunda ordem apresentam uma melhor simetria, principalmente quando comparados ao modelo de turbulência RNG $k-\epsilon$. Considerando apenas o arraste também se observa uma região de alta velocidade no centro do escoamento na região compreendida em toda a coluna de líquido, no caso dos modelos

de duas equações, e entre as seções transversais em $Y = 0,1H_l$ até quase $Y = 0,75H_l$, no caso dos modelos LRR-RSM e SSG-RSM. Os modelos $k-\epsilon$ e RNG $k-\epsilon$ apresentaram várias regiões de recirculação, as quais estão compreendidas em diversas regiões da coluna, fato não destacado nas observações de JULIÁ *et al.* (2007).

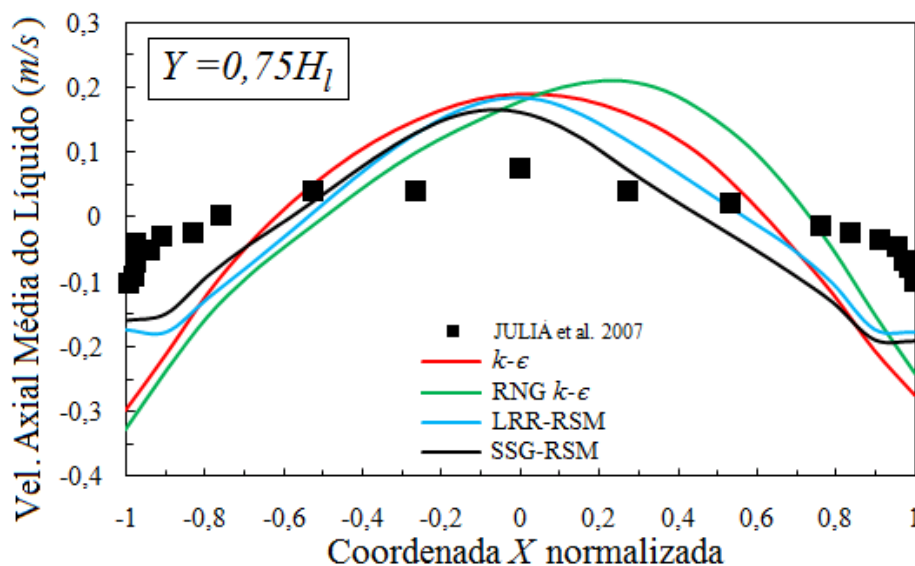


Figura 6.35. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se apenas o arraste – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,75H_l$.

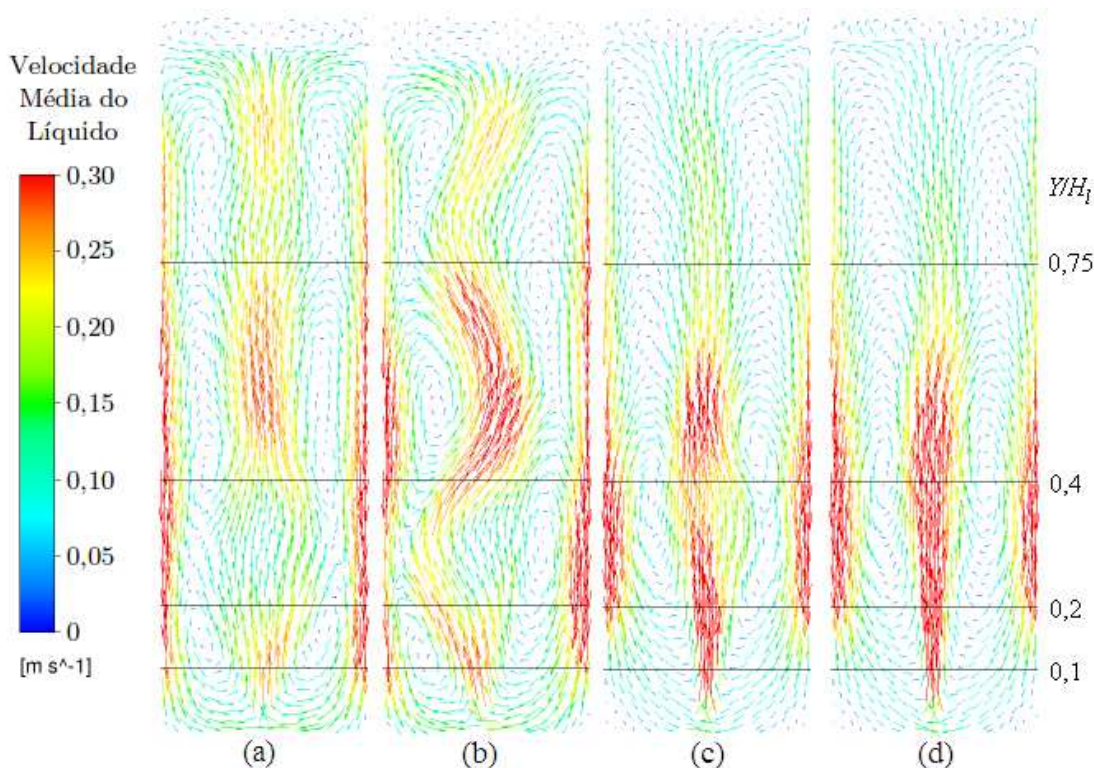


Figura 6.36. Campo vetorial da velocidade média da fase líquida, predito pelos modelos de turbulência (a) $k-\epsilon$; (b) RNG $k-\epsilon$; (c) LRR-RSM; (d) SSG-RSM considerando apenas o arraste interfacial – Plano XY.

As Figuras 6.37 – 6.40 mostram os perfis de velocidade axial média do líquido obtidos pelos diferentes modelos de turbulência considerando as forças de arraste e de sustentação, pelas correlações de ISHII e ZUBER (1979) e TOMIYAMA (2004), respectivamente. Com a força de sustentação em adição ao arraste, observou-se uma aproximação entre os perfis de velocidade axial média do líquido, preditos pelos diferentes modelos de turbulência, já na seção transversal $Y = 0,1 H_l$ (Figura 6.37), onde o modelo SSG-RSM apresentou a melhor tendência na região central do escoamento.

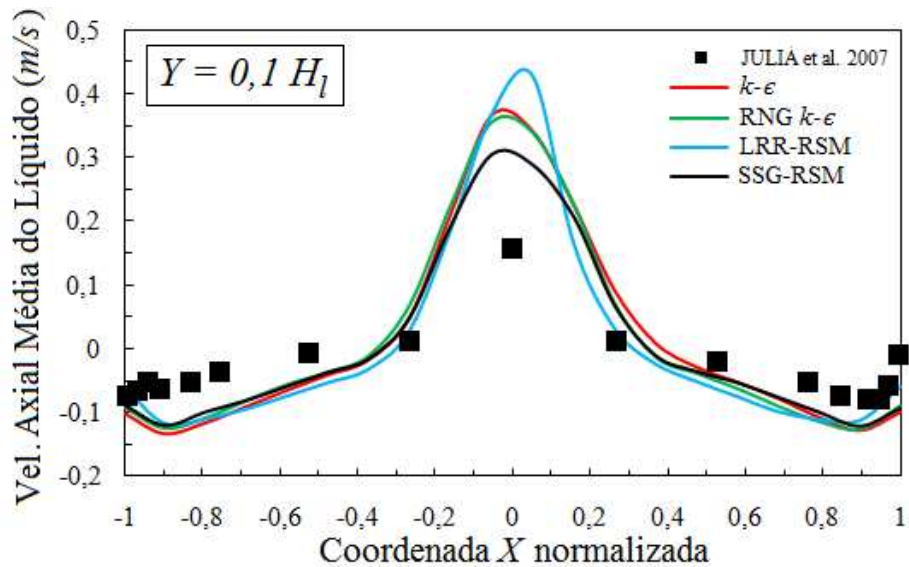


Figura 6.37. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste e de sustentação – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,1 H_l$.

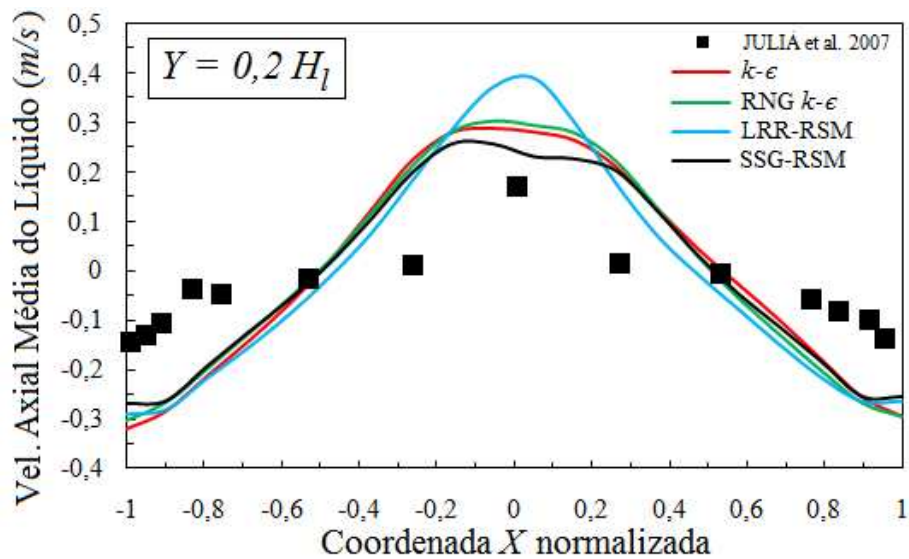


Figura 6.38. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste e de sustentação – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,2 H_l$.

Assim como na seção transversal $Y = 0,1H_l$, também se nota em $Y = 0,2H_l$ (Figura 6.38), um comportamento análogo entre os perfis obtidos pelos diferentes modelos. Novamente, o modelo SSG-RSM apresentou a melhor aproximação aos dados experimentais na região central do escoamento. No entanto, assim como nos outros resultados já obtidos até então, observou-se erros neste nível axial, fato que pode ser atribuído à complexidade do escoamento em tal.

Para a seção transversal $Y = 0,4H_l$ (Figura 6.39), observou-se que os modelos de duas equações se aproximaram mais aos dados experimentais, principalmente na região central do escoamento. Os modelos LRR-RSM e SSG-RSM superestimaram a velocidade axial do líquido na região central, subestimando esta na região da parede.

Na seção transversal $Y = 0,75H_l$ (Figura 6.40), os modelos de duas equações, juntamente ao modelo SSG-RSM, mostraram resultados próximos, onde a velocidade axial do líquido foi subestimada na região central do escoamento. Notou-se também, uma leve assimetria nos modelos $k-\epsilon$ e RNG $k-\epsilon$. Neste nível axial, o modelo LRR-RSM apresentou comportamento similar ao predito em $Y = 0,4H_l$ (Figura 6.39), no entanto, com uma melhor aproximação na região central.

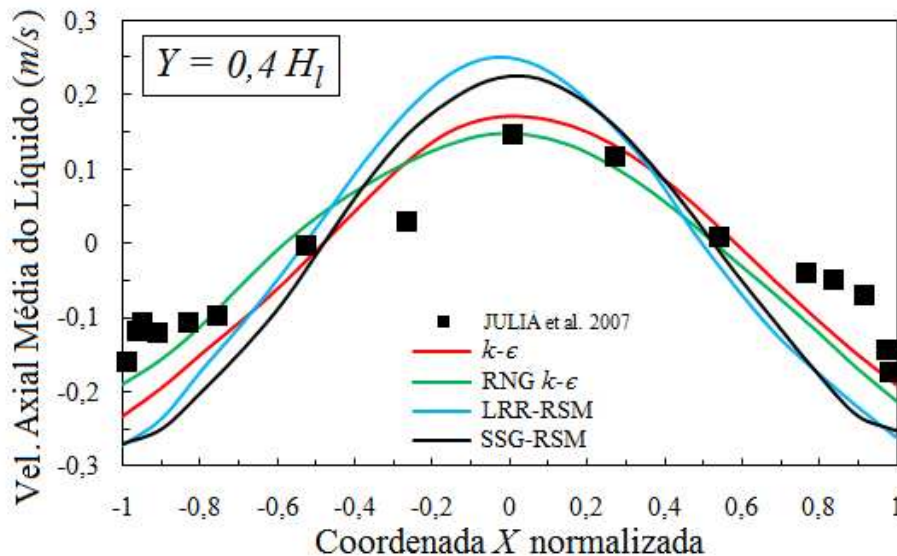


Figura 6.39. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste e de sustentação – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,4H_l$.

A Figura 6.41 apresenta os campos vetoriais da velocidade média do líquido, os quais foram obtidos pelos diferentes modelos de turbulência empregados considerando as forças de arraste e de sustentação.

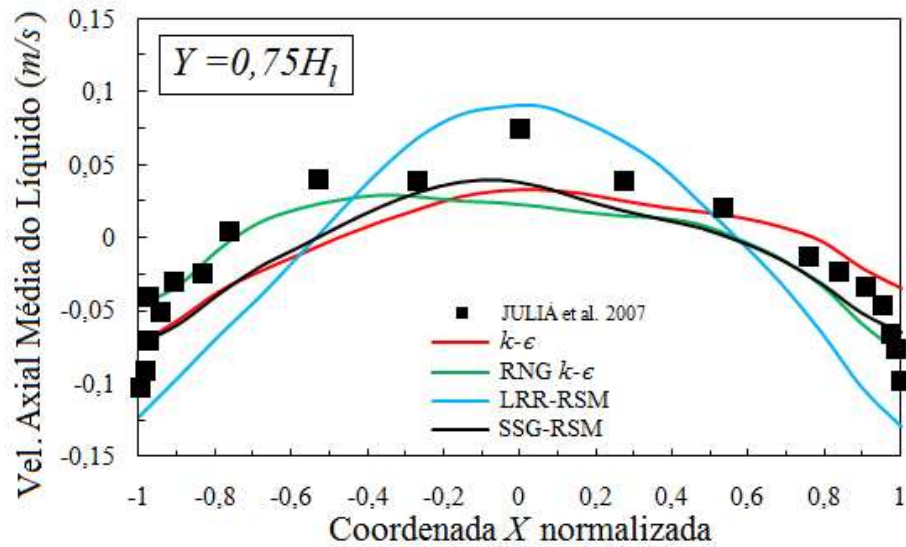


Figura 6.40. Comparação entre as previsões obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste e de sustentação – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,75H_l$.

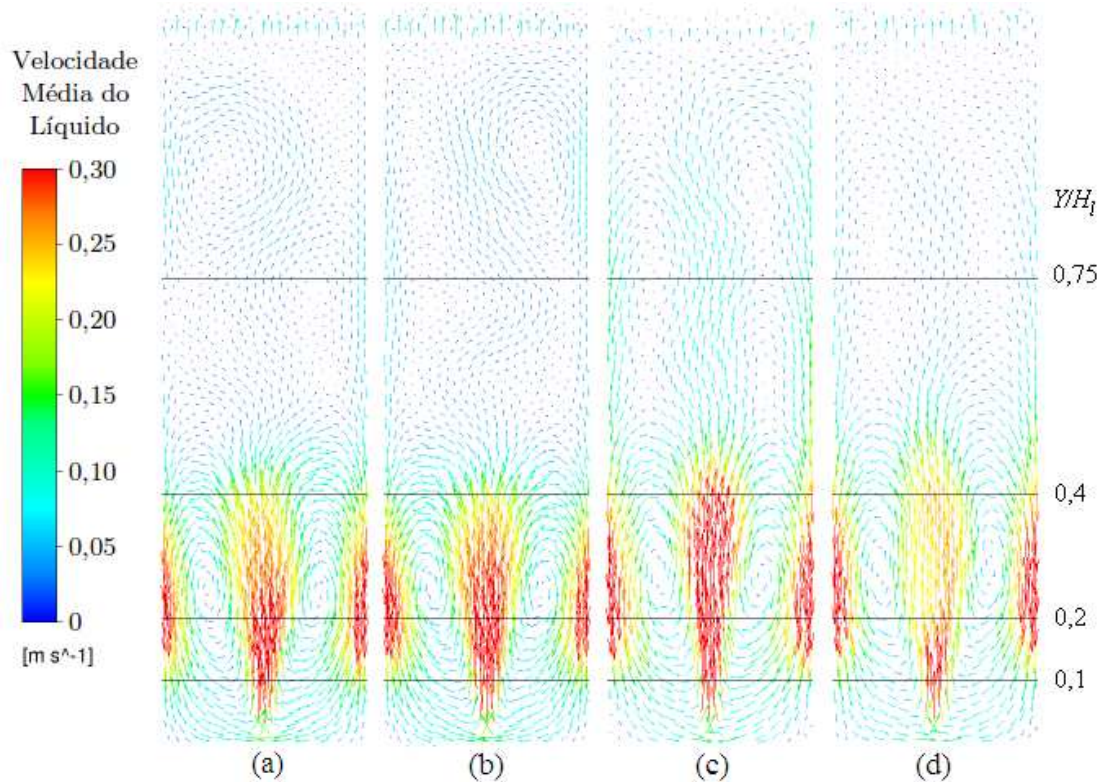


Figura 6.41. Campo vetorial da velocidade média da fase líquida, predito pelos modelos de turbulência (a) $k-\epsilon$; (b) RNG $k-\epsilon$; (c) LRR-RSM; (d) SSG-RSM considerando as forças interfaciais de arraste e de sustentação – Plano XY.

Observou-se na Figura 6.41 que, a consideração da força de sustentação, a região central de maior velocidade da fase líquida ficou compreendida entre $Y = 0,1H_l$ e $0,4H_l$, diferentemente de quando apenas o arraste interfacial foi considerado. Os modelos de duas equações apresentaram zonas de recirculação do líquido acima da seção transversal $Y = 0,4H_l$, as quais são refletidas diretamente na assimetria do perfil de velocidade axial média do líquido, conforme pode ser melhor observado nas linhas onde foram realizadas as comparações entre as predições e os resultados experimentais de JULIÁ *et al.* (2007). De modo geral, analisando as Figuras 6.41 e 6.23 (b) foi observado que a força de sustentação atuou na homogeneização do escoamento, concordando com os fatos relatados na literatura.

As Figuras 6.42 – 6.45 apresentam os perfis de velocidade axial média do líquido preditos pelos diferentes modelos de turbulência considerando três forças interfaciais: arraste, sustentação e dispersão turbulenta, pelas correlações de ISHII e ZUBER (1979), TOMIYAMA (2004) e LOPEZ DE BERTODANO (1991) com $C_{TD} = 0,5$, respectivamente.

Comportamentos similares são observados entre as predições considerando duas forças interfaciais (arraste e sustentação) e três forças interfaciais (arraste, sustentação e dispersão turbulenta) nas seções transversais em $Y = 0,1H_l$ (Figuras 6.37 e 6.42) e $Y = 0,2H_l$ (Figuras 6.38 e 6.43). Para os níveis axiais onde o escoamento está mais desenvolvido, uma maior diferença pode ser observada.

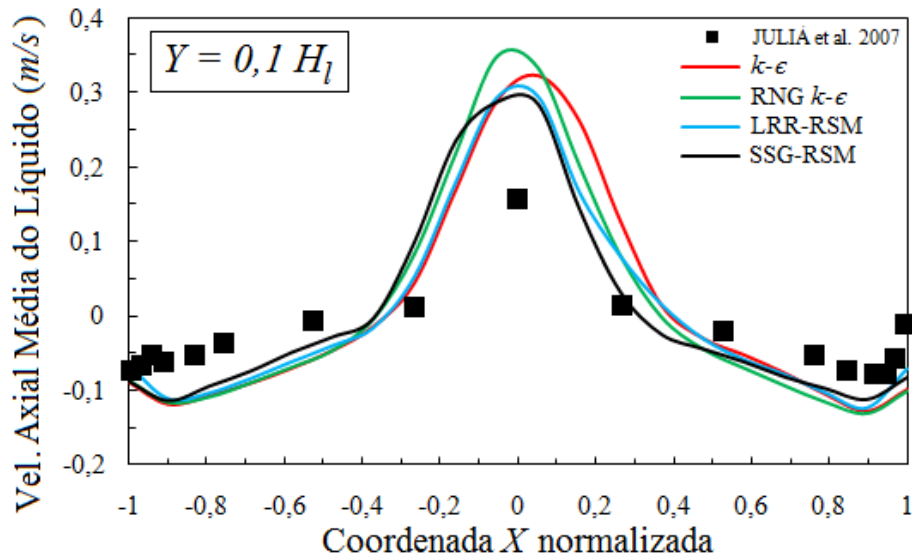


Figura 6.42. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste, de sustentação e de dispersão turbulenta – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,1H_l$.

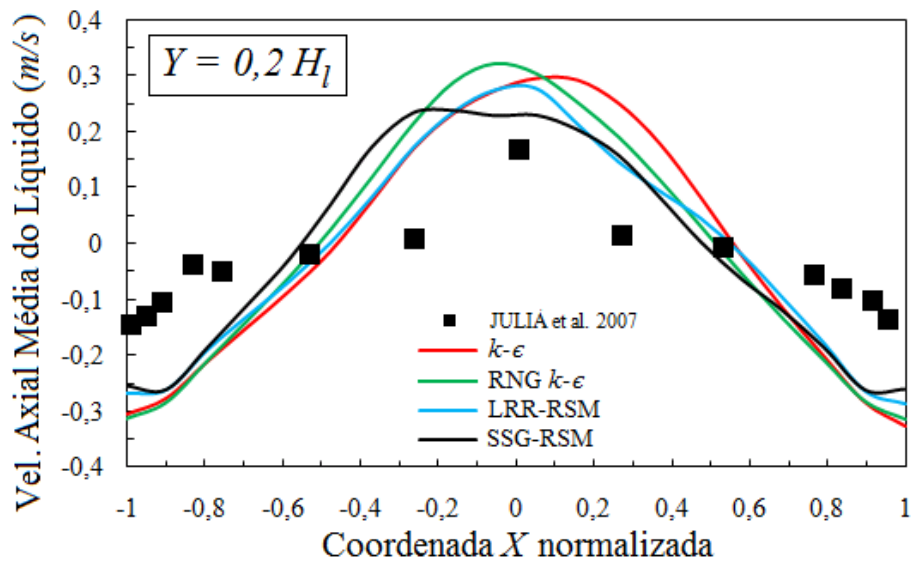


Figura 6.43. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste, de sustentação e de dispersão turbulenta – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,2H_l$.

Na seção transversal $Y = 0,4H_l$ (Figura 6.44), observou-se que os modelos de duas equações apresentaram melhor concordância com os dados experimentais na região da parede, subestimando a velocidade axial na região central do escoamento. Enquanto que, os modelos das tensões de Reynolds superestimaram a velocidade axial na região central do escoamento, subestimando na região da parede. Dentre estes modelos, o LRR-RSM apresentou menores erros na região central do escoamento.

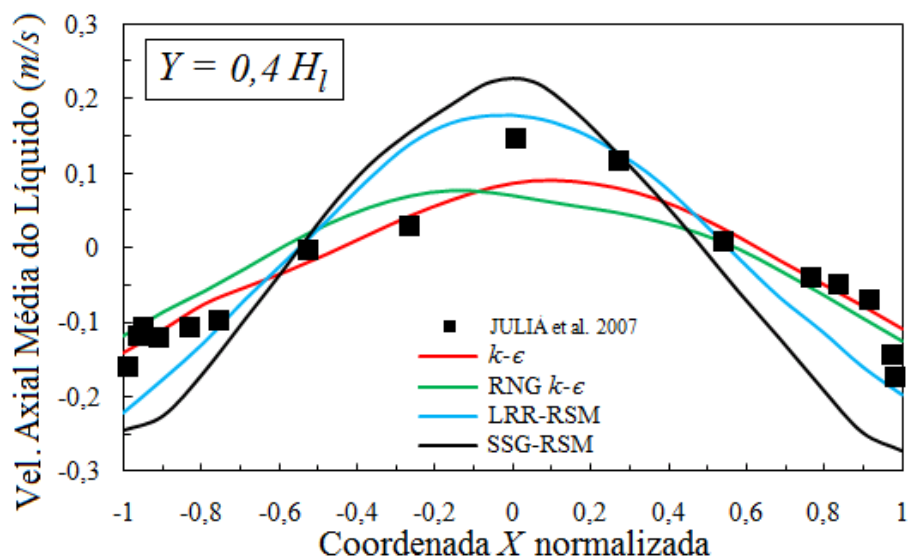


Figura 6.44. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste, de sustentação e de dispersão turbulenta – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,4H_l$.

Para a seção transversal $Y = 0,75H_l$ (Figura 6.45), observou-se que os modelos $k-\epsilon$ e SSG-RSM subestimaram a velocidade axial do líquido na região compreendida entre $-0,75 < X_{norm} \leq 1$, enquanto que na região de $X_{norm} < -0,75$, boa concordância com os dados experimentais é observada. Um perfil quase achatado foi visto na predição dada pelo modelo RNG $k-\epsilon$, onde a velocidade axial do líquido, foi superestimada na região da parede, e subestimada na região central do escoamento. O modelo LRR-RSM mostrou um perfil simétrico, onde uma boa concordância com os dados experimentais pode ser observada na região central do escoamento, no entanto, na região da parede a velocidade axial do líquido foi subestimada.

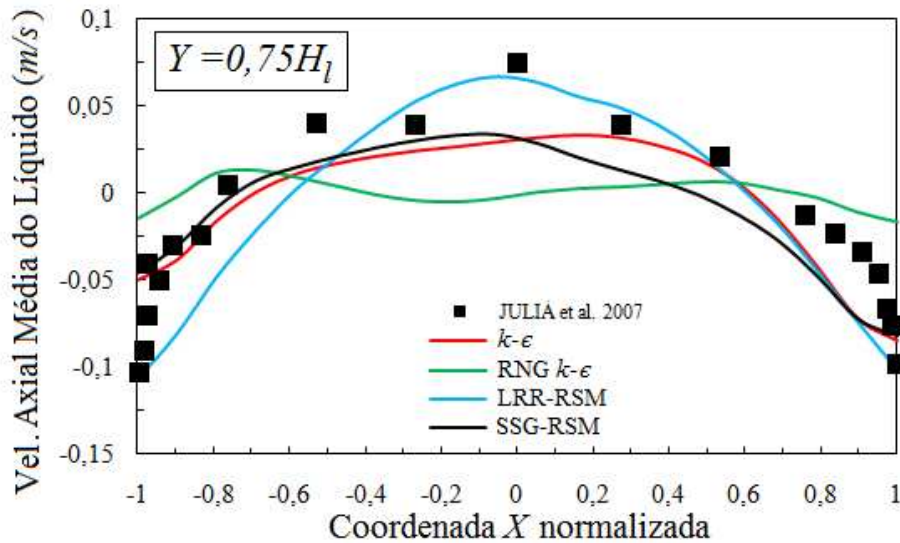


Figura 6.45. Comparação entre as predições obtidas pelos diferentes modelos de turbulência considerando-se as forças de arraste, de sustentação e de dispersão turbulenta – Perfil da vel. axial média do líquido em $Y = 0,75H_l$.

A Figura 6.46 apresenta os campos vetoriais da velocidade média do líquido, os quais foram obtidos pelos diferentes modelos de turbulência empregados, considerando as forças de arraste, de sustentação e de dispersão turbulenta. Notou-se novamente, que o modelo LRR-RSM mostrou boa concordância com as observações experimentais de JULIÁ *et al.* (2007). Já o modelo SSG-RSM apresentou outras zonas de recirculação do líquido em níveis axiais acima de $Y = 0,75H_l$. Os modelos de duas equações apresentaram diversas regiões de recirculação da fase contínua. De modo geral, relata-se que, assim como a força de sustentação, a adição da força de dispersão turbulenta atuou na homogeneização do escoamento, uma vez que esta é relacionada ao transporte da fase dispersa pelas estruturas de recirculação presentes na fase contínua, as quais são marcantes neste tipo de aeração.

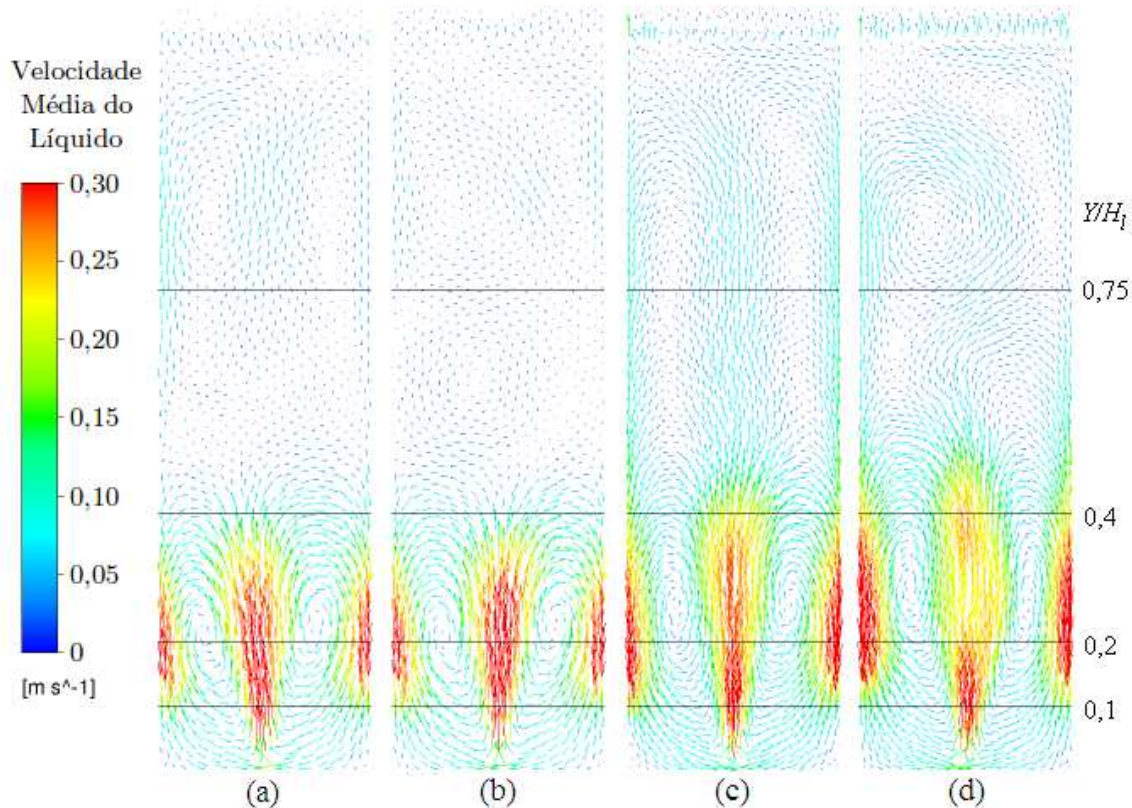


Figura 6.46. Campo vetorial da velocidade média da fase líquida, previsto pelos modelos de turbulência (a) $k-\epsilon$; (b) RNG $k-\epsilon$; (c) LRR-RSM; (d) SSG-RSM considerando as forças interfaciais de arraste, de sustentação e de dispersão turbulenta – Plano XY.

A Tabela 6.6 apresenta os valores para a fração volumétrica global média do gás, obtidos numericamente pelos modelos de turbulência considerando diferentes forças interfaciais. Nesta tabela se observa que os modelos de fechamento de segunda ordem mostraram pouca variação na fração volumétrica global média de gás quando se considerou diferentes forças interfaciais. Além disso, apresentaram uma disparidade quando comparados aos modelos de duas equações, na simulação onde foi considerada apenas a força de arraste.

Tabela 6.6. Fração volumétrica global média de gás predita pelos modelos de turbulência considerando diferentes forças interfaciais.

Modelo de Turbulência	Fração volumétrica global média de gás – $\bar{\alpha}_g$ global (%)		
	Forças interfaciais*		
	A	A + S	A + S + DT
$k-\epsilon$	8	10,5	10
RNG $k-\epsilon$	8,5	11	11
LRR-RSM	10	10,5	10,5
SSG-RSM	10	10,5	10,5

* Forças interfaciais: A - Arraste; S - Sustentação; DT - Dispersão Turbulenta

6.3.2 Avaliação das Forças Interfaciais empregando os diferentes Modelos de Turbulência

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos pelos modelos de turbulência considerando diferentes combinações de forças interfaciais, visando caracterizar a influência de cada força nos modelos de turbulência analisados. As forças de arraste, de sustentação e de dispersão turbulenta, foram modeladas pelas correlações de ISHII e ZUBER (1979), TOMIYAMA (2004) e LOPEZ DE BERTODANO (1991) com $C_{TD} = 0,5$, respectivamente. As Figuras 6.47 e 6.48 mostram, respectivamente, os resultados obtidos pelos modelos de turbulência $k-\epsilon$ e RNG $k-\epsilon$, nas seções transversais de $Y = 0, 1H_l$ e $0, 2H_l$.

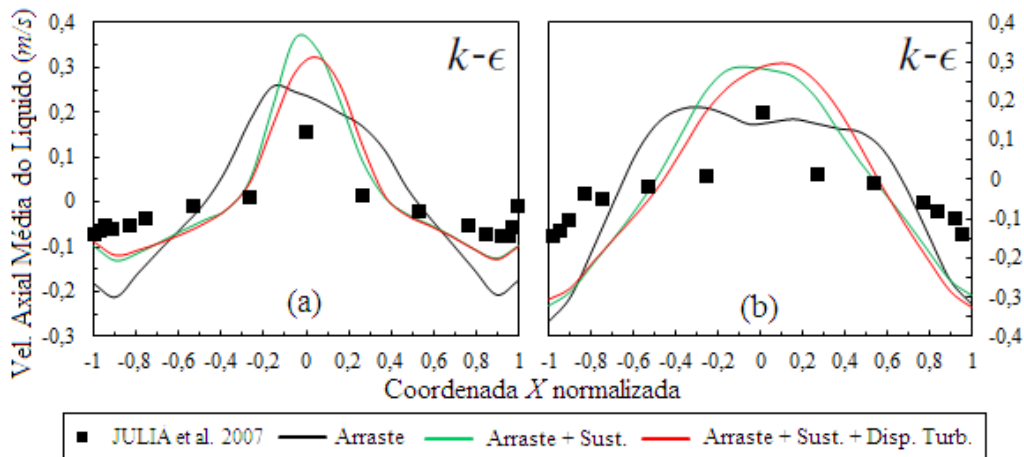


Figura 6.47. Comparação entre as previsões do modelo de turbulência $k-\epsilon$, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0, 1H_l$; (b) $Y = 0, 2H_l$.

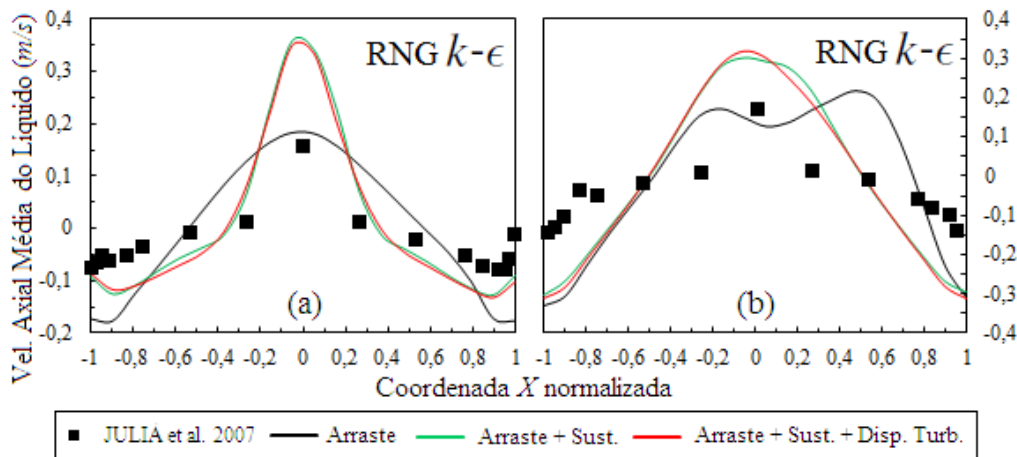


Figura 6.48. Comparação entre as previsões do modelo de turbulência RNG $k-\epsilon$, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0, 1H_l$; (b) $Y = 0, 2H_l$.

Para os modelos de viscosidade turbulenta de duas equações ($k-\epsilon$ e RNG $k-\epsilon$), observa-se já na seção transversal $Y = 0, 1H_l$ (Figuras 6.47 (a) e 6.48 (a)) a influência das

forças interfaciais de sustentação e dispersão turbulenta no perfil da velocidade axial média do líquido. Uma melhor aproximação aos dados, principalmente na região da parede foi obtidas, considerando tais forças em comparação à predição onde apenas o arraste interfacial foi modelado. Para a seção transversal $Y = 0,2H_l$ (Figuras 6.47 (b) e 6.48 (b)), ao contrário da predição dada considerando apenas a força de arraste, onde um perfil achatado do campo de velocidade axial do líquido foi observado na região central do escoamento, a adição das forças de sustentação e dispersão turbulenta resultou na formação de um perfil parabólico, no entanto, erros são observados nestas predições.

As Figuras 6.49 e 6.50 apresentam, respectivamente, os resultados obtidos pelos modelos de turbulência $k-\epsilon$ e RNG $k-\epsilon$, nas seções transversais de $Y = 0,4H_l$ e $0,75H_l$.

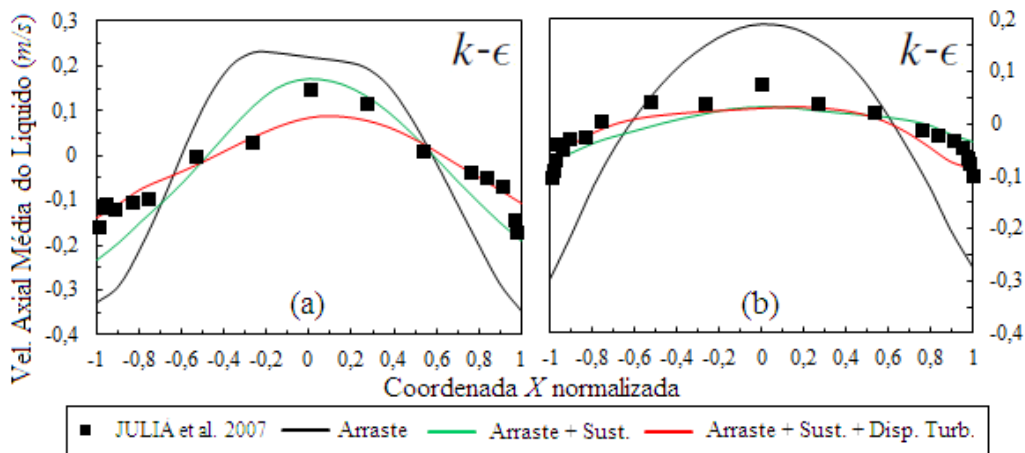


Figura 6.49. Comparação entre as predições do modelo de turbulência $k-\epsilon$, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0,4H_l$; (b) $Y = 0,75H_l$.

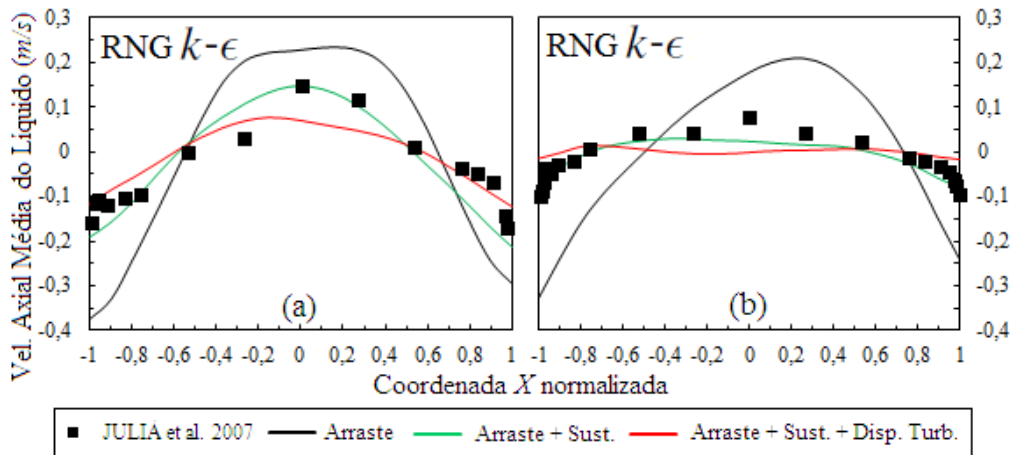


Figura 6.50. Comparação entre as predições do modelo de turbulência RNG $k-\epsilon$, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0,4H_l$; (b) $Y = 0,75H_l$.

Nos modelos de duas equações, foi visto para a seção transversal em $Y = 0,4H_l$ (Figuras 6.49 (a) e 6.50 (a)) uma boa concordância entre as predições considerando as forças

de sustentação e de dispersão turbulenta, e os dados experimentais de JULIÁ *et al.* (2007). Neste nível axial se destaca que, para regiões onde $|X_{norm.}| > 0,6$, os modelos de fechamento, onde foram consideradas três forças interfaciais (arraste, sustentação e dispersão turbulenta), apresentou uma ótima concordância com os dados experimentais, enquanto que o modelo onde foi adicionada a força de sustentação ao arraste, mostrou boa concordância na região compreendida em $|X_{norm.}| < 0,6$.

Para a seção transversal $Y = 0,75H_l$ (Figuras 6.49 (b) e 6.50 (b)), os modelos onde se considerou duas e três forças interfaciais apresentaram um desempenho melhor em comparação ao qual se considerou apenas o arraste interfacial. Observou-se um comportamento similar entre os modelos de duas e três forças interfaciais, com boa concordância entre as previsões e os dados experimentais, principalmente na região da parede, exceto pela previsão dada pelo modelo RNG $k-\epsilon$ considerando as três forças interfaciais, a qual apresentou velocidades axiais negativas na região central do escoamento, conforme já destacado.

A Figura 6.51 apresenta os perfis de velocidade axial média do líquido no plano XY , obtidas pelo modelo de duas equações RNG $k-\epsilon$ considerando diferentes forças interfaciais, além das diferenças entre as previsões.

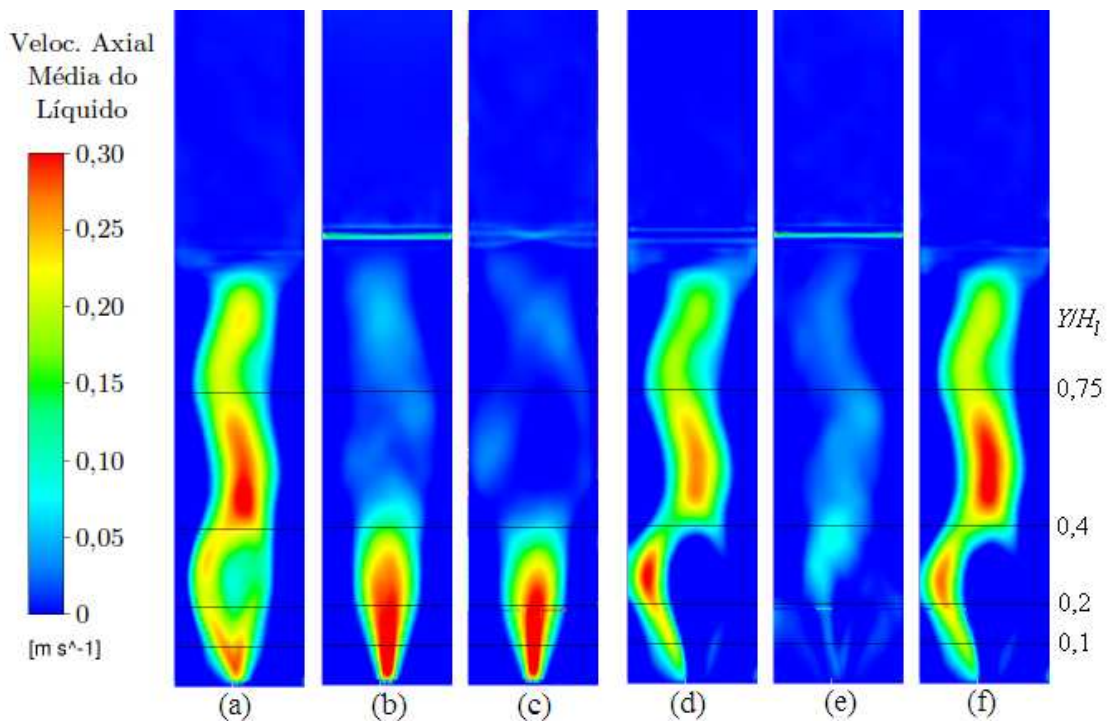


Figura 6.51. Perfis de velocidade axial média do líquido preditos pelo modelo de turbulência RNG $k-\epsilon$ considerando diferentes forças interfaciais (a) A; (b) A + S; (c) A + S + DT. Diferenças obtidas entre os perfis considerando as forças de (d) A vs. A + S; (e) A + S vs. A + S + DT; (f) A vs. A + S + DT (Forças interfaciais: A - Arraste; S - Sustentação; DT - Dispersão Turbulenta).

Analisando a Figura 6.51, observou-se melhor a influência das forças interfaciais de sustentação e dispersão turbulenta adicionadas ao arraste. Uma suavização do perfil da velocidade axial média da fase líquida foi vista nos resultados dados pelos modelos onde se levou em conta as forças de sustentação e dispersão turbulenta (Figuras 6.51 (b) e (c)), fato destacado nas Figuras 6.51 (d) e (f), onde se observa uma grande diferença em toda a região de dispersão gás-líquido. Já a comparação entre os perfis obtidos pelas simulações considerando duas e três forças interfaciais apresentam pequenas diferenças (Figura 6.51 (e)), principalmente na região central do escoamento na zona entre as seções transversais de $Y = 0, 2$ e $0, 4H_l$.

As Figuras 6.52 e 6.53 mostram, respectivamente, os resultados obtidos pelos modelos de turbulência LRR-RSM e SSG-RSM, nos níveis axiais $Y = 0, 1H_l$ e $0, 2H_l$.

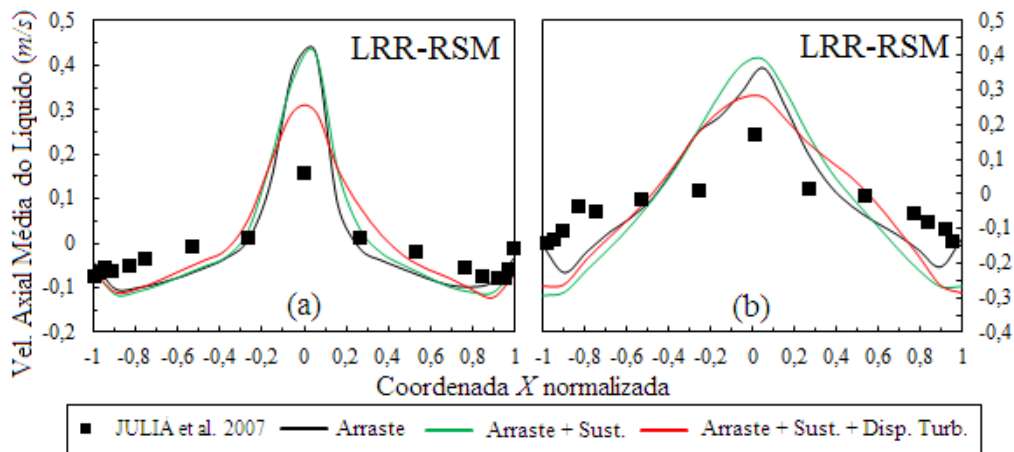


Figura 6.52. Comparação entre as predições obtidas pelo modelo de turbulência LRR-RSM, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0, 1H_l$; (b) $Y = 0, 2H_l$.

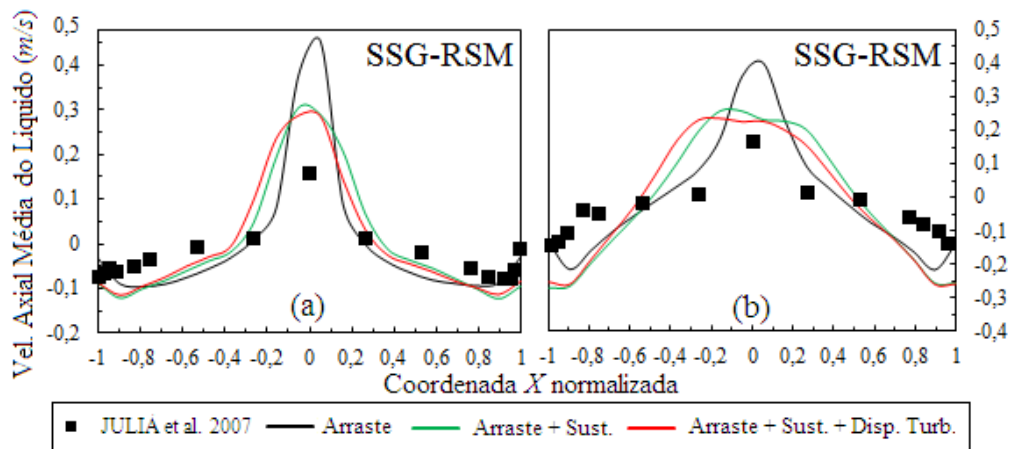


Figura 6.53. Comparação entre as predições obtidas pelo modelo de turbulência SSG-RSM, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0, 1H_l$; (b) $Y = 0, 2H_l$.

Para os modelos de fechamento de segunda ordem, as previsões dadas considerando apenas o arraste interfacial já apresentam um bom comportamento qualitativo, quando comparadas aos dados experimentais, no entanto, a adição de outras forças interfaciais diminuiu os erros, principalmente na região central do escoamento, conforme pode ser observado nas Figuras 6.52 e 6.53 (Perfis de velocidade axial média do líquido, obtidos pelos modelos LRR-RSM e SSG-RSM, respectivamente). Para o modelo isotrópico LRR-RSM, a adição da terceira força interfacial (dispersão turbulenta) resultou em uma melhor aproximação da previsão aos dados experimentais na região central do escoamento nas seções transversais de $Y = 0,1H_l$ e $Y = 0,2H_l$ (Figura 6.52 (a) e (b), respectivamente), enquanto que, para o modelo anisotrópico SSG-RSM, as previsões considerando duas e três forças interfaciais apresentaram comportamentos análogos para estes dois níveis axiais.

As Figuras 6.54 e 6.55 apresentam, respectivamente, os resultados obtidos pelos modelos de turbulência LRR-RSM e SSG-RSM, nos níveis axiais $Y = 0,4H_l$ e $0,75H_l$.

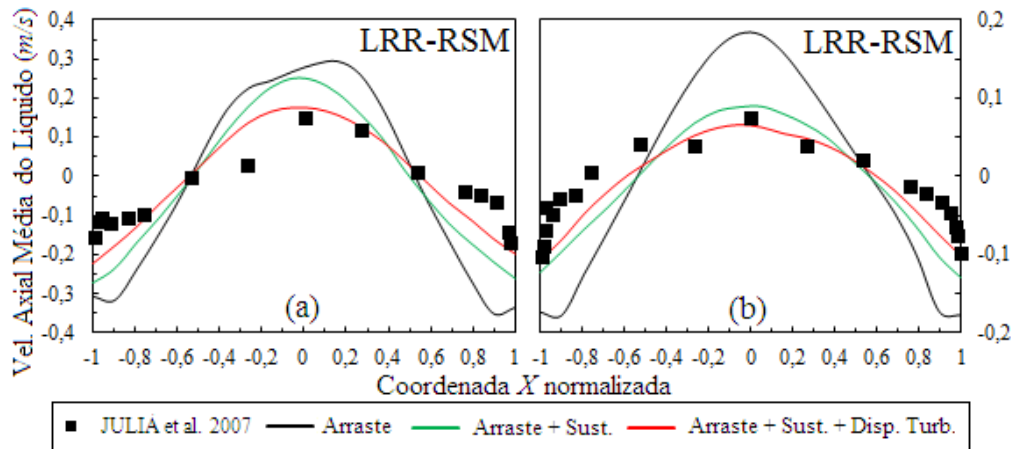


Figura 6.54. Comparação entre as previsões obtidas pelo modelo de turbulência LRR-RSM, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0,4H_l$; (b) $Y = 0,75H_l$.

De modo geral, a adição de uma terceira força interfacial às de arraste e de sustentação, neste caso, dispersão turbulenta, não ocasionou grandes diferenças nas previsões obtidas pelo modelo anisotrópico SSG-RSM em todas as seções transversais avaliadas. No entanto, vale ressaltar que a adição da força de dispersão turbulenta ocasionou o aparecimento de zonas de recirculação do líquido em regiões onde o escoamento se encontra plenamente desenvolvido (no caso, em níveis axiais superiores à $Y = 0,75H_l$ – Figura 6.46).

Já o modelo de turbulência LRR-RSM apresentou diferenças em suas previsões, considerando-se tais combinações de forças interfaciais, conforme já destacado para as seções transversais em $Y = 0,1H_l$ e $Y = 0,2H_l$ (Figura 6.52 (a) e (b), respectivamente). Esta

diferença é destacada principalmente em $Y = 0,4H_l$ (Figura 6.54 (a)), onde uma melhor concordância com os dados experimentais é vista na predição dada quando considerou-se as três forças interfaciais. Para a seção transversal $Y = 0,75H_l$ (Figura 6.54 (b)), isto também é observado, no entanto, as predições considerando-se duas e três forças interfaciais se aproximaram mais.

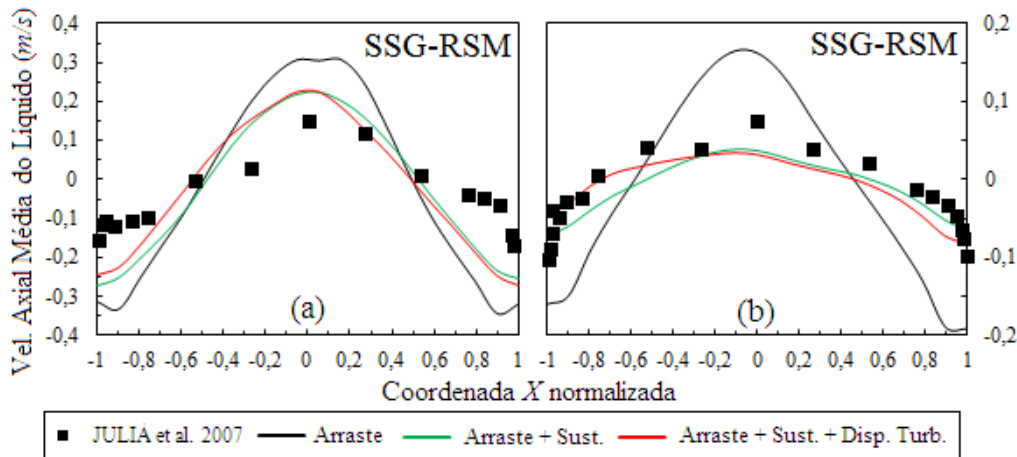


Figura 6.55. Comparação entre as predições obtidas pelo modelo de turbulência SSG-RSM, considerando diferentes forças interfaciais – Perfil da vel. axial média do líquido em (a) $Y = 0,4H_l$; (b) $Y = 0,75H_l$.

A Figura 6.56 apresenta os perfis de velocidade axial média do líquido no plano XY , obtidas pelo modelo de turbulência LRR-RSM, considerando as diferentes forças interfaciais, além das diferenças entre estas. Por esta figura se pode observar novamente a influência das forças de sustentação e dispersão turbulenta adicionadas ao arraste. Assim como para os modelos de duas equações, a consideração apenas da força interfacial de arraste leva a uma grande região de alta velocidade axial média do líquido por toda a coluna (Fig.6.56(a)). Adicionando-se uma segunda força interfacial (sustentação - Figura 6.56(b)) e após também uma terceira (dispersão turbulenta - Figura 6.56(c)), observa-se uma diminuição nesta região de maior velocidade. Fato destacado pela diferença entre as predições (Figuras 6.56 (d) e (f)), principalmente na região acima de $Y = 0,4H_l$. As maiores diferenças entre os modelos considerando duas e três forças interfaciais é observada na região compreendida entre a base da coluna e a seção transversal em $Y = 0,4H_l$ (Figura 6.56 (e)), fato que pode ser atribuído a grande complexidade da região de entrada do gás, caracterizada por maiores níveis de energia cinética turbulenta (já destacado na Figura 6.29), uma vez que a força de dispersão turbulenta é diretamente proporcional à esta, conforme correlacionado por LOPEZ DE BERTODANO (1991).

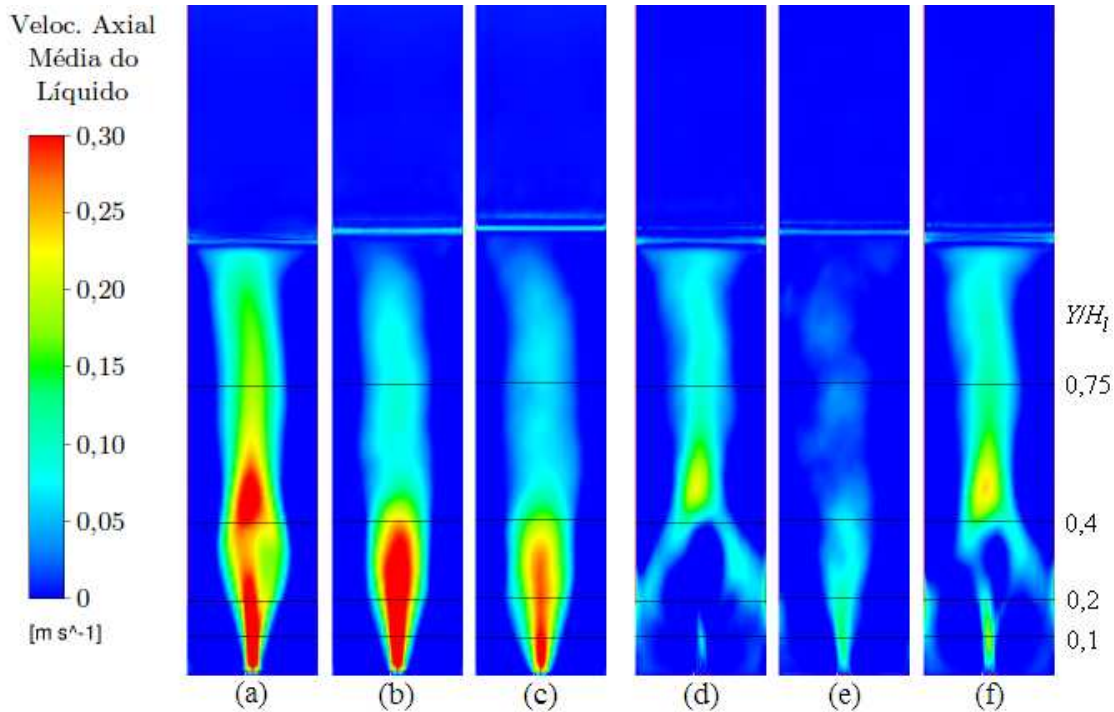


Figura 6.56. Perfis de velocidade axial média do líquido previstos pelo modelo de turbulência LRR-RSM considerando diferentes forças interfaciais (a) A; (b) A + S; (c) A + S + DT. Diferenças obtidas entre os perfis considerando as forças de (d) A vs. A + S; (e) A + S vs. A + S + DT; (f) A vs. A + S + DT (Forças interfaciais: A - Arraste; S - Sustentação; DT - Dispersão Turbulenta).

6.4 Análise dos Erros

Para uma melhor investigação dos modelos de fechamento, analisou-se os erros absolutos médios obtidos nas previsões da velocidade axial do líquido em três regiões distintas do escoamento, as quais foram definidas da seguinte maneira: **I – Região da parede:** compreendida para valores absolutos da coordenada X normalizada acima de 0,85 ($|X_{norm.}| \geq 0,85$); **II – Região de inversão do escoamento:** compreendida para valores absolutos da coordenada X normalizada entre 0,6 e 0,85 ($0,6 \leq |X_{norm.}| < 0,85$); **III – Região central do escoamento:** compreendida para valores absolutos da coordenada X normalizada abaixo de 0,6 ($|X_{norm.}| < 0,6$). Os erros absolutos médios ($\overline{E_{abs}}$) foram calculados de acordo com a Equação 6.1:

$$\overline{E_{abs}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |U_{l,y}^{exp.} - U_{l,y}^{sim.}| \quad (6.1)$$

onde N representa o número total de amostras (número de dados por região do escoamento), o qual é limitado pelos pontos experimentais de JULIÁ *et al.* (2007), $U_{l,y}^{exp.}$ e $U_{l,y}^{sim.}$ são,

respectivamente, as velocidades axiais do líquido, obtidos experimentalmente por JULIÁ *et al.* (2007) e numericamente pelas simulações.

As Tabelas 6.7 – 6.10 apresentam os erros absolutos médios para cada seção transversal analisada. Os valores em negrito destacam os menores erros obtidos em cada região do escoamento.

Tabela 6.7. Erros absolutos médios dados nas predições – Seção transversal em $Y = 0, 1H_l$.

Modelo de Turbulência	Forças Interfaciais*	Região do escoamento		
		Parede	De inversão	Central
$k-\epsilon$	A + S	0,06045449	0,05815515	0,06740796
	A + S + DT	0,06045449	0,05815515	0,06740796
RNG $k-\epsilon$	A + S	0,05258428	0,05740833	0,07418242
	A + S + DT	0,05373997	0,05895923	0,08392723
LRR-RSM	A + S	0,03737884	0,05682584	0,07816659
	A + S + DT	0,04354074	0,05109607	0,05748125
SSG-RSM	A + S	0,05208557	0,04783581	0,05568557
	A + S + DT	0,04525506	0,04406484	0,07646302

* Forças Interfaciais: A - Arraste; S - Sustentação; DT - Dispersão Turbulenta

Conforme pode ser observado na Tabela 6.7, para a seção transversal $Y = 0, 1H_l$, a predição dada pelo modelo de turbulência LRR-RSM onde se considerou as forças interfaciais de arraste e sustentação apresentou as melhores aproximações na região da parede. Já o modelo SSG-RSM se aproximou mais nas outras duas regiões do escoamento, sendo que na região central a consideração de duas forças interfaciais (arraste e sustentação) resultou em um menor erro médio em relação aos dados experimentais. Na região de inversão do escoamento, o modelo onde se considerou as três forças interfaciais apresentou a melhor concordância com os dados experimentais.

Os maiores erros foram obtidos na seção transversal $Y = 0, 2H_l$ (Tabela 6.8), uma vez que nesta se encontra a maior complexidade do escoamento. No entanto, a predição dada pelo modelo de duas equações $k-\epsilon$ onde se considerou três forças interfaciais apresentou os menores erros médio nas regiões central e de inversão do escoamento, apesar da maior aproximação do modelo SSG-RSM na linha central do escoamento $|X_{norm.}| = 0$ (Figuras 6.38 e 6.43). Neste nível axial o modelo SSG-RSM adicionado das forças interfaciais de arraste e sustentação apresentou os menores erros médios na região da parede.

Tabela 6.8. Erros absolutos médios dados nas predições – Seção transversal em $Y = 0, 2H_l$.

Modelo de Turbulência	Forças Interfaciais*	Região do escoamento		
		Parede	De inversão	Central
$k-\epsilon$	A + S	0,17282564	0,16347001	0,13173395
	A + S + DT	0,16811751	0,13179659	0,08858609
RNG $k-\epsilon$	A + S	0,17296431	0,14363082	0,11009856
	A + S + DT	0,18561602	0,15538278	0,11480505
LRR-RSM	A + S	0,16852251	0,14764434	0,11629607
	A + S + DT	0,18452604	0,15687419	0,11352246
SSG-RSM	A + S	0,15257685	0,13594824	0,09819695
	A + S + DT	0,15301355	0,13408398	0,09685972

* Forças Interfaciais: A - Arraste; S - Sustentação; DT - Dispersão Turbulenta

Tabela 6.9. Erros absolutos médios dados nas predições – Seção transversal em $Y = 0, 4H_l$.

Modelo de Turbulência	Forças Interfaciais*	Região do escoamento		
		Parede	De inversão	Central
$k-\epsilon$	A + S	0,13222209	0,10029557	0,07045843
	A + S + DT	0,07230986	0,04775301	0,03267148
RNG $k-\epsilon$	A + S	0,06804762	0,05448280	0,03261284
	A + S + DT	0,02675319	0,01524297	0,02910777
LRR-RSM	A + S	0,05747313	0,04658900	0,02547257
	A + S + DT	0,03138444	0,03069268	0,04094553
SSG-RSM	A + S	0,13080347	0,11582845	0,06394017
	A + S + DT	0,12752842	0,10623525	0,05406240

* Forças Interfaciais: A - Arraste; S - Sustentação; DT - Dispersão Turbulenta

Conforme mostra a Tabela 6.9, para a seção transversal $Y = 0, 4H_l$, o modelo RNG $k-\epsilon$ onde se considerou três forças interfaciais apresentou os menores erros nas regiões de inversão do escoamento e da parede. Para a região central do escoamento, pode-se destacar que o modelo LRR-RSM onde se levou em conta as forças interfaciais de arraste e sustentação, apresentou os menores erros.

Na seção transversal $Y = 0, 75H_l$ (Tabela 6.10), as predições obtidas pelo modelo LRR-RSM onde as forças interfaciais de arraste e sustentação foram consideradas, resultaram na melhor aproximação aos dados experimentais de JULIÁ *et al.* (2007), nas regiões de inversão do escoamento e da parede. Já para a região central do escoamento, o modelo

de duas equações $k-\epsilon$ adicionado das forças de arraste, sustentação e dispersão turbulenta apresentou os menores erros médios em relação aos dados experimentais.

Tabela 6.10. Erros absolutos médios dados nas predições – Seção transversal em $Y = 0,75H_l$.

Modelo de Turbulência	Forças Interfaciais*	Região do escoamento		
		Parede	De inversão	Central
$k-\epsilon$	A + S	0,05730149	0,05383127	0,02718525
	A + S + DT	0,03615141	0,03381917	0,01504109
RNG $k-\epsilon$	A + S	0,02560922	0,02114343	0,02546273
	A + S + DT	0,02412611	0,01704055	0,02106972
LRR-RSM	A + S	0,02149169	0,01092468	0,02461323
	A + S + DT	0,04652304	0,01756434	0,04015710
SSG-RSM	A + S	0,02497856	0,0211073	0,02537735
	A + S + DT	0,02503567	0,01890699	0,02579979

* Forças Interfaciais: A - Arraste; S - Sustentação; DT - Dispersão Turbulenta

6.5 Análise do Custo Computacional

Avaliou-se também nesta pesquisa o custo computacional requerido para cada modelo de fechamento proposto. A análise foi realizada como base no tempo gasto na simulação de um modelo básico, onde se considerou apenas a força de arraste pela correlação de ISHII e ZUBER (1979), a turbulência da fase contínua pelo modelo $k-\epsilon$ padrão e a turbulência induzida da fase dispersa pelo modelo de SATO e SEKOGUCHI (1975).

De modo geral, observou-se que a consideração individual das forças de sustentação ou dispersão turbulenta, em adição à de arraste, não provoca aumento significativo no custo computacional, ao contrário da força de massa virtual, a qual provocou um aumento de aproximadamente 30 – 40%.

A combinação entre as forças de sustentação e dispersão turbulenta, adicionadas ao arraste provocou um aumento de aproximadamente 10 – 15% no custo computacional. A utilização das quatro forças interfaciais (arraste, sustentação, dispersão turbulenta e massa virtual) também gerou um aumento de aproximadamente 30 – 40% no tempo requerido de processamento. Portanto, pode-se destacar que dentre as forças interfaciais, a de massa virtual atribuiu o maior custo computacional aos modelos de fechamento.

Em comparação ao modelo de turbulência $k-\epsilon$, as simulações onde se empregou o modelo de turbulência RNG $k-\epsilon$ apresentaram um custo computacional equivalente. Para os

modelos de fechamento de segunda ordem, como já se era esperado, um maior tempo de processamento computacional foi requerido, sendo de aproximadamente 100% em relação aos modelos de duas equações. Entre os dois modelos de turbulência de segunda ordem empregados, o modelo SSG-RSM apresentou um maior tempo computacional, devido a consideração do transporte difusivo como anisotrópico, além de aplicar uma correlação quadrática para o termo pressão-tensão. Além disso, observou-se uma maior instabilidade deste modelo em relação aos outros.

Capítulo 7

Conclusões e Sugestões

7.1 Conclusões

Na avaliação da **força de arraste**, destaca-se que, as predições obtidas pelas correlações de SCHILLER e NAUMANN (1933), WHITE (1974), ISHII e ZUBER (1979) e ZHANG e VANDERHEYDEN (2002) apresentaram simetria na predição do escoamento em todas as seções transversais investigadas, concordando com as observações experimentais relatadas na literatura. Para a região de alimentação do gás, a correlação de GRACE (1976) apresentou assimetria, a qual foi suavizada conforme o desenvolvimento do escoamento. As correlações de arraste que não consideram a deformação da fase dispersa (SCHILLER e NAUMANN (1933), WHITE (1974) e ZHANG *et al.* (2006)) subestimaram a fração volumétrica global média de gás; a correlação de GRACE (1976) apresentou boa concordância com os dados experimentais na predição desta; já a correlação proposta por ISHII e ZUBER (1979) superestimou a fração volumétrica global, no entanto, com um erro menor em relação às correlações de SCHILLER e NAUMANN (1933), WHITE (1974) e ZHANG *et al.* (2006). De modo geral, a correlação de arraste proposta por ISHII e ZUBER (1979) demonstrou melhores tendências aos padrões de escoamento, uma vez que predisse o perfil da velocidade axial média do líquido com simetria e apresentou boa tendência de aproximação aos dados experimentais de JULIÁ *et al.* (2007).

Para a **força de sustentação** adicionada ao arraste, pode-se ressaltar que as três correlações investigadas (SAFFMAN-MEI (1994), LEGENDRE e MAGNAUDET (1998) e TOMIYAMA (2004)) apresentaram equivalência na região de alimentação do gás. A correlação de LEGENDRE e MAGNAUDET (1998) falhou na predição em regiões onde o escoamento está desenvolvido, subestimando a velocidade axial da fase líquida na região

central do escoamento e superestimando a velocidade nas zonas próximas à parede, não concordando com os padrões de escoamento esperados. A correlação de SAFFMAN-MEI (1994) demonstrou qualitativamente os padrões fluidodinâmicos esperados, porém, superestimou a velocidade axial da fase líquida nas regiões de entrada e intermediária da coluna de líquido. A correlação de TOMIYAMA (2004) apresentou os melhores resultados, uma vez que para as regiões onde o escoamento está mais desenvolvido se observou uma boa aproximação quando comparado aos dados de JULIÁ *et al.* (2007). A adição da força de sustentação ao arraste interfacial provocou um aumento na fração volumétrica global média de gás predita nas simulações, fato que pode ser relacionado ao movimento lateral da fase dispersa, fenômeno o qual é modelado por esta força, no entanto, uma significativa aproximação aos dados experimentais de velocidade axial média do líquido foi obtida.

A adição da **força de dispersão turbulenta** ao arraste interfacial também ocasionou uma superestimação na fração volumétrica global média de gás, fato que também pode ser justificado pelo papel desta força, uma vez que o transporte da fase dispersa pelas estruturas turbulentas presentes na fase contínua leva à uma maior homogeneização do escoamento, ocasionando assim uma maior retenção da fase dispersa na contínua. Pode-se destacar que a força de dispersão turbulenta apresentou melhores resultados quando se considerou esta como terceira força interfacial, promovendo uma melhor aproximação aos dados experimentais.

Já a **força de massa virtual** não apresentou nenhum benefício na predição do escoamento gás-líquido no caso proposto, concordando com as observações de ZHANG *et al.* (2006), TABIB *et al.* (2008), DÍAZ *et al.* (2008) e HOSOKAWA e TOMIYAMA (2004). Além disso, a adição desta força ao modelo de fechamento provocou um grande aumento no custo computacional.

Após toda a análise empregando os diferentes **modelos de turbulência**, notou-se que diversas combinações (modelo de turbulência + forças interfaciais) se apresentaram melhores em diferentes regiões do escoamento e níveis axiais, os quais estão relacionados ao desenvolvimento do escoamento.

De modo geral, para a seção transversal $Y = 0,1H_l$ (região de alimentação do gás), todos os modelos de turbulência, os quais consideraram duas ou três forças interfaciais, representaram bem o comportamento qualitativo do escoamento, no entanto, na região central uma superestimação da velocidade axial do líquido foi observada. Destaca-se para este nível axial, a boa concordância obtida por estes modelos de fechamento na região da parede.

Para a seção transversal $Y = 0,2H_l$ (região de alimentação do gás) nenhum modelo de fechamento apresentou boa aproximação aos dados experimentais, fato justificado pela

complexidade do escoamento nesta região, a qual é marcada pela recirculação do líquido.

Para as regiões onde o escoamento está mais desenvolvido ($Y = 0,4$ e $0,75H_l$), ressalta-se o bom desempenho dos **modelos de turbulência de duas equações** ($k-\epsilon$ e RNG $k-\epsilon$), isto quando se considerou outras forças interfaciais em adição ao arraste. Destaca-se que o modelo de turbulência RNG $k-\epsilon$ conjuntamente as forças de arraste, sustentação e dispersão turbulenta apresentou uma falha na seção transversal $Y = 0,75H_l$. Vale ressaltar também, a boa representação do escoamento obtida na região da parede, por estes modelos de fechamento.

Os **modelos de fechamento de segunda ordem** (RSM) apresentaram uma tendência qualitativa desde a primeira região de comparação ($Y = 0,1H_l$), mesmo quando se considerou apenas a força de arraste entre as fases. A adição das outras forças interfaciais à estes modelos de turbulência levou a uma melhor aproximação dos dados experimentais de JULIÁ *et al.* (2007).

Para o modelo turbulento anisotrópico SSG-RSM, a consideração de duas (arraste e sustentação) ou três forças (arraste, sustentação e dispersão turbulenta) interfaciais não ocasionou grandes diferenças nas predições. Já o modelo isotrópico LRR-RSM apresentou melhores aproximações quando se considerou três forças interfaciais. Na região onde o escoamento está desenvolvido, uma boa representação da região central do escoamento foi obtida, no entanto, para região da parede, este modelo apresentou erros em comparação aos modelos de duas equações, os quais mostraram resultados mais próximos aos dados experimentais de JULIÁ *et al.* (2007).

Considerando os fatos ressaltados, pode-se concluir que o modelo de turbulência $k-\epsilon$ consegue prevêr de modo satisfatório o comportamento da velocidade axial média do líquido, fato também destacado por TABIB *et al.* (2008), além de DHOTRE *et al.* (2008), os quais ressaltaram o bom desempenho deste modelo no entendimento do comportamento das propriedades médias do escoamento.

Em relação as forças interfaciais, destaca-se que para este tipo de aeração, o qual é marcado por zonas de recirculação logo na região de entrada do gás, forças relacionadas aos fenômenos de dispersão lateral e induzida pela turbulência da fase contínua devem ser consideradas, ou seja, forças de sustentação e de dispersão turbulenta, devem ser adicionadas ao arraste interfacial.

7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Por fim, vale ressaltar a necessidade de pesquisas futuras com o objetivo da aplicação do modelo de fechamento proposto na validação de dados experimentais obtidos em colunas de bolhas com diferentes parâmetros geométricos e operacionais. Mais especificamente, pode-se destacar como sugestões para trabalhos futuros:

- Implementação de funções de parede nos modelos de fechamento que apresentaram falhas nesta região (ex. LRR-RSM considerando as forças interfaciais de arraste, sustentação e dispersão turbulenta);
- Extensão do modelo de fechamento proposto na modelagem fluidodinâmica da coluna de bolhas experimental de seção retangular do laboratório de pesquisas PQGe, explorando todos os regimes de operação, objetivando a comparação entre os padrões fluidodinâmicos das diferentes colunas de bolhas já estudadas;
- Utilização de outros fluidos na constituição do sistema, os quais possam ser definidos conforme o interesse de aplicações industriais;
- Adição de uma terceira fase, visando o entendimento dos padrões fluidodinâmicos do escoamento trifásico em colunas com diferentes configurações;
- Modelagem cinética das reações presentes em processos de interesse industrial.

Referências Bibliográficas

- AKHTAR, M.A.; TADÉ, M.O.; PAREEK, V.K. Two-Fluid Eulerian Simulation of Bubble Column Reactors with Distributors. *Journal of Chem. Eng. of Japan*, Vol. 39, n^o. 8, p.831-841, 2006.
- ANSYS, INC. *CFX-12 User's Guide*, 2009.
- BASTOS, J.C.S.C. *Análise Experimental e Numérica de um Jato de Dispersão Gás-Sólido*. Campinas: UNICAMP/LPQGe, 2009, 203p. Tese de Doutorado.
- BAUER, M.; EIGENBERGER, G. A concept for multi-scale modeling of bubble columns and loop reactors. *Chem. Eng. Science*, Vol. 54, p. 5109-5117, 1999.
- BECKER, S.; SOKOLICHIN, A.; EIGENBERGER, G. Gas-liquid flow in bubble columns and loop reactors: Part II. Comparison of detailed experiments and flow simulations. *Chem. Eng. Science*, Vol. 49, p. 5747-5762, 1994.
- BECKER, S.; DE BIE, H.; SWEENEY, J. Dynamic flow behaviour in bubble columns *Chem. Eng. Science*, Vol. 54, p. 4929-4935, 1999.
- BHOLE, M.R.; JOSHI, J.B. Stability analysis of bubble columns: Predictions for regime transitions. *Chem. Eng. Science*, Vol. 60, p. 4493-4507, 2005.
- BHOLE, M.R.; JOSHI, J.B.; RAMKRISHNA, D. CFD simulation of bubble columns incorporating population balance modeling. *Chem. Eng. Science*, Vol. 63, p. 2267-2282, 2008.
- BRADSHAW, P.; CEBECI, T.; WHITELAW, J.H. *Engineering Calculation Methods for Turbulent Flow*. Academic Press, London, UK, 1981.
- BUWA, V.V.; RANADE, V.V. Dynamics of gas-liquid flow in a rectangular bubble column: experiments and single/multi-group CFD simulations. *Chem. Eng. Science*, Vol. 57, p. 4715-4736, 2002.
- BUWA, V.V.; DEO, D.S.; RANADE, V.V. Eulerian-Lagrangian simulations of unsteady gas-liquid flows in bubble columns. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 32, p. 864-885, 2006.

- CAMARASA, E.; VIAL, C.; PONCIN, S.; WILD, G.; MIDOUX, N.; BOUILLARD, J. Influence of coalescence behaviour of the liquid and of gas sparging on hydrodynamics and bubble characteristics in a bubble column. *Chemical Engineering and Processing*, Vol. 38, p. 329–344, 1999.
- CHADED, J.; ROIG, V.; MASBERNAT, L. Eulerian–Eulerian two-fluid model for turbulent gas–liquid bubbly flows *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 29, p. 23-49, 2003.
- CHAUMAT, H.; BILLET, A.M.; DELMAS, H. Axial em Radial Investigation of Hydrodynamics in a Bubble Column; Influence of Fluids Flow Rates and Sparger Type. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, Vol. 4: A25, 2006.
- CHEN, J.; GUPTA, P.; DEGALEESAN, S.; AL-DAHAN, M.H.; DUDUKOVIĆ, M.P.; TOSELAND, B.A. Gas holdup distributions in large-diameter bubble columns measured by computed tomography. *Flow Measurement and Instrumentation*, Vol. 9, p. 91-101, 1998.
- CHEN, P.; DUDUKOVIC, M.P.; SANYAL, J. Three-dimensional simulation of bubble column flows with bubble coalescence and breakup. *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 51, p. 696-712, 2005.
- CHEN, P.; SANYAL, J.; DUDUKOVIC, M.P. CFD modeling of bubble columns flows: implementation of population balance. *Chem. Eng. Science*, Vol. 59, p. 5201-5207, 2004.
- CHEN, P.; SANYAL, J.; DUDUKOVIC, M.P. Numerical simulation of bubble columns flows: effect of different breakup and coalescence clouser. *Chem. Eng. Science*, Vol. 60, p. 1085-1101, 2005.
- CHEN, R.C.; REESE, J.; FAN, L.-S. Flow structure in a three-dimensional bubble column and three-phase fluidized bed. *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 40, n^o. 7, p. 1093-1104, 1994.
- CHEN, W.; HASEGAWA, T.; TSUTSUMI, A.; OTAWARA, K. Scale-up effects on the time-averaged and dynamic behavior in bubble column reactors. *Chem. Eng. Science*, Vol. 56, p. 6149-6155, 2001.
- CHEN, W.; TSUTSUMI, A.; OTAWARA, K.; SHIGAKI, Y. Local Bubble Dynamics and Macroscopic Flow Structure in Bubble Columns with Different Scales. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 81, p. 1139-1148, 2003.
- CLIFT, R.; GRACE, J.R.; WEBER, M.E. *Bubbles, Drops, and Particles* Academic Press, San Diego, CA, USA, 1978.
- COLES, D.E.; HIRST, E.A. *Proceedings on Computational Turbulent Boundary Layers*, Vol. 2. Stanford University Press, Stanford, CA, USA, 1968.
- COOK, T.L.; HARLOW, F.H. Vortices in Bubbly Two-Phase Flow. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 12 n^o. 1, p. 35-61, 1986.

- DALY, B.J.; HARLOW, F.H. Transport Equations in Turbulence. *Physics of Fluids*, Vol. 13, p. 2634-2649, 1970.
- DARMANA, D.; DEEN, N.G.; KUIPERS, J.A.M. Parallelization of an Euler–Lagrange model using mixed domain decomposition and a mirror domain technique: Application to dispersed gas–liquid two-phase flow. *Journal of Computational Physics*, Vol. 220, p. 216–248, 2006.
- DARMANA, D.; DEEN, N.G.; KUIPERS, J.A.M.; HARTEVELD, W.K.; MUDDE, R.F. Numerical study of homogeneous bubbly flow: Influence of the inlet conditions to the hydrodynamic behavior. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 35, p. 1077-1099, 2009.
- DAVIDSON, L. *An Introduction to Turbulence Models*. Department of Thermo and Fluid Dynamics. Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2003.
- DE SWART, J.W.A.; VAN VLIET, R.E.; KRISHNA R. Size, structure and dynamics of “large” bubbles in a two-dimensional slurry bubble column. *Chem. Eng. Science* Vol. 51, n^o. 20, p. 4619 – 4629, 1996.
- DECKWER, W.D. *Bubble Column Reactors*. John Wiley & Sons, Chichester, 1992.
- DEEN, N.G., HJERTAGER, B.H.; SOLBERG, T. Comparison of PIV and LDA measurement methods applied to the gas–liquid flow in a bubble column. 10th *International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal, July 10-13, 2000.
- DEEN, N.G.; SOLBERG, T.; HJERTAGER, B.H. Numerical Simulation of the Gas-Liquid Flow in a Square Crosssectioned Bubble Column. *CHISA 14th International Congress of Chemical and Process Engineering*, Praha, Czech Republic, August 27-31, 2000.
- DEEN, N.G.; SOLBERG, T.; HJERTAGER, B.H. Large eddy simulation of the Gas–Liquid flow in a square cross-sectioned bubble column. *Chem. Eng. Technol.*, Vol. 56, p. 6341-6349, 2001.
- DEEN, N.G.; VAN SINTANNALAND, M.; KUIPERS J.A.M. Multi-scale modeling of dispersed gas–liquid two-phase flow. *Chem. Eng. Science* Vol. 59, p. 1853 – 1861, 2004.
- DEGALEESAN, S; DUDUKOVIC, M., PAN, Y. Experimental study of gas-induced liquid-flow structures in bubble columns. *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 47, n^o. 9, p 1913-1931, 2001.
- DELNOIJ, E.; KUIPERS, J.A.M.; VAN SWAAIJ, W.P.M. Computational fluid dynamics applied to gas-liquid contactors. *Chem. Eng. Science*, Vol. 52, n^{os}. 21, 22, p. 3623-3638, 1997.
- DELNOIJ, E.; KUIPERS, J.A.M.; VAN SWAAIJ, W.P.M. A three-dimensional CFD model for gas-liquid bubble columns. *Chem. Eng. Science*, Vol. 54, p. 2217-2226, 1999.

- DHOTRE, M.T.; EKAMBARA, K.; JOSHI, J.B. CFD simulation of sparger design and height to diameter ratio on gas hold-up profiles in bubble column reactors. *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 28, p. 407-421, 2004.
- DHOTRE, M.T.; JOSHI, J.B. Design of a gas distributor: Three-dimensional CFD simulation of a coupled system consisting of a gas chamber and a bubble column. *Chemical Engineering Journal*, Vol. 125, p. 149-163, 2007.
- DHOTRE, M.T.; NICENO, B.; SMITH, B.L. Large eddy simulation of a bubble column using dynamic sub-grid scale model. *Chemical Engineering Journal*, Vol. 136, p. 337-348, 2008.
- DÍAZ, M.E.; IRANZO, A.; CUADRA, D.; BARBERO, R.; MONTES, F.J.; GALÁN, M.A. Numerical simulation of the gas-liquid flow in a laboratory scale bubble column. Influence of bubble size distribution and non-drag forces. *Chemical Engineering Journal*, Vol. 139 p. 636-379, 2008.
- DIJKHUIZEN, W.; ANNALAND, M.V.S.; KUIPERS, J.A.M. Numerical and experimental investigation of the lift force on single bubbles. *Chem. Eng. Science*, Vol. 65, p. 1274-1287, 2010.
- DIONÍSIO, R.P.; SILVA, M.K.; D'ÁVILA, M.A.; MORI, M. Three-Dimensional Simulation of Bubbly Flows with Different Geometrical Approaches. *Int. Rev. Chem. Eng.*, Vol. 1, p. 467-473, 2009.
- EKAMBARA, K.; DHOTRE, M.T. CFD simulation of bubble column. *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 240, p. 936-969, 2010.
- FERZIGER, J.H. e PERIĆ, M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*, 3rd Edition. Springer, Berlin, Germany, 2002.
- FORRET, A.; SCHWEITZER, J.-M.; GAUTHIER, T.; KRISHNA, R.; SCHWEICH, D. Influence of scale on the hydrodynamics of bubble column reactors: An experimental study in columns of 0.1, 0.4 and 1 m diameters. *Chem. Eng. Science*, Vol. 58, p. 719-724, 2003.
- FRANK, T.; SHI, J.M.; BURNS, A.D. Validation of Eulerian Multiphase Flow Models for Nuclear Safety Applications. *Third International Symposium on Two-Phase Flow Modeling and Experimentation*, Pisa, Italy, September 22-24, 2004.
- GRACE, J.R.; WAIREGI, T.; NGUYEN, T.H. Shapes and velocities of single drops and bubbles moving freely through immiscible liquids. *Trans. Int. Chem. Eng.*, Vol. 54, p. 167-173, 1976.
- GREEN, D.W.; PERRY, R.H. *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 8th Edition. McGraw Hill, New York, NY, USA, 2008.
- HANJALIĆ, K.; JAKIRLIĆ, S. Second-Moment Turbulence Closure Modelling. Cambridge University Press. 2002. Capítulo 2: *Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows*.

- HANSEN, R. *Computational and Experimental Study of Bubble Size in Bubble Columns*. Ph.D. thesis, The Faculty of Engineering and Science, Aalborg University, Esbjerg, Denmark, 2009.
- HARTEVELD, W.K.; JULIÁ, J.E.; MUDDE, R.F.; VAN DEN AKKER, H.E.A. Large scale vortical structures in bubble columns for gas fractions in the range of 5–25%. *CHISA 16th International Congress Of Chemical And Process Engineering*, Prague, Czech Republic, 2004.
- HOSOKAWA, S.; TOMIYAMA, A. Effects of relative velocity between phases on turbulence modification in dilute gas-solid two-phase upflows in a vertical pipe. *Japanese Journal of Multiphase Flow*, Vol. 18, n^o. 3, p. 255-262, 2004 (Em Japonês).
- HOSOKAWA, S.; TOMIYAMA, A. Multi-fluid simulation of turbulent bubbly pipe flows. *Chem. Eng. Science*, Vol. 64, p. 5308-5318, 2009.
- HUNT, J.C.R.; AUTON, T.R.; SENE, K.; THOMAS, N.H.; KOWE, R. *ICHMT International seminar on transient phenomena in multiphase flow.*, Dubrovnik, Yugoslavia, p. 103-125, 1987.
- ISHII, M.; ZUBER, N. Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows. *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 25, p. 843-855, 1979.
- JAKOBSEN, H.A. *Chemical Reactor Modeling: Multiphase Reactive Flows*. Springer-Verlag, Berlin, Germany, 2008.
- JAKOBSEN, H.A.; LINDBORG, H.; DORAO C.A. Modeling of Bubble Column Reactors: Progress and Limitations. *Ind. Chem. Eng.*, Vol. 44, p. 5107-5151, 2005.
- JAKOBSEN, H.A.; SANNÆS, B.H.; GREVSKOTT, S.; SVENDSEN, H.F. Modeling of Vertical Bubble-Driven Flows. *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 36, p. 4052-4074, 1997.
- JOHNSON, R.W. *The Handbook of Fluid Dynamics*. CRC Press LLC, Boca Raton, FL, USA, 2000.
- JOSHI, J.B. Computational flow modelling and design of bubble column reactors *Chem. Eng. Science*, Vol. 56, p. 5893-5933, 2001.
- JULIÁ, J.E.; HERNÁNDEZ, L.; CHIVA, S.; VELA, A. Hydrodynamics characterization of a needle sparger rectangular bubble column: Homogeneous flow, static bubble plume and oscillating bubble plume. *Chem. Eng. Science*, Vol. 62, p. 6361-6377, 2007.
- KANTARCI, N.; BORAK, F.; ULGEN, K.O. Bubble column reactors *Process Biochemistry*, Vol. 40, p. 2263-2283, 2005.
- KIM, J. On the structure of pressure fluctuations in simulated turbulent channel flow. *Journal Fluid Mechanics*, Vol. 205, p. 421-451, 1989.

- KOLMOGOROV, A.N. Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Number. *Doklady AN. SSSR*, Vol. 30, p. 299-303, 1941.
- KRISHNA, R. A Scale-up Strategy for a Commercial Scale Bubble Column Slurry Reactor for Fischer-Tropsch Synthesis *Oil & Gas Science and Technology*, Vol. 55, n^o. 4, p. 359-393, 2000.
- KRISHNA, R.; URSEANU, M.I.; VAN BATEN, J.M.; ELLENBERGER, J. Influence of scale on the hydrodynamics of bubble columns operating in the churn-turbulent regime: experiments vs. Eulerian simulations. *Chem. Eng. Science*, Vol. 54, p. 4903-4911, 1999.
- KRISHNA, R.; VAN BATEN, J.M. Scaling up bubble column reactors with the aid of CFD. *Chemical Engineering Research and Design*, Vol. 79, n^o. 3, p. 283-309, 2001.
- KRISHNA, R.; VAN BATEN, J.M., URSEANU, M.I. Three-phase Eulerian simulations of bubble column reactors operating in the churn-turbulent regime: a scale up strategy. *Chem. Eng. Science*, Vol. 55, p. 3275-3286, 2000.
- KULKARNI, A.A.; EKAMBARA, K.; JOSHI, J.B. On the development of flow pattern in a bubble column reactor: Experiments and CFD. *Chem. Eng. Science*, Vol. 62, p. 1049-1072, 2007.
- KULKARNI, A.A.; JOSHI, J.B. Bubble Formation and Bubble Rise Velocity in Gas-Liquid Systems: A Review *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 44, p. 5873-5931, 2005.
- KUMAR, S.; RAMKRISHNA, D. On the solution of populational balance equation by discretization – I. A fixed pivot technique. *Chem. Eng. Science*, Vol. 51, p. 1311-1332, 1996.
- KUNDU, P.K.; COHEN I.M. *Fluid Mechanics*, 2nd edition. Academic Press, San Diego, CA, USA, 2002.
- LAUNDER, B.E.; SPALDING, D.B. The numerical computation of turbulent flows. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 3, p. 269-289, 1974.
- LAUNDER, B.E.; REECE, G.J; RODI, W. Progress in the developments of a Reynolds-stress turbulence closure. *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, p. 537-566, 1975.
- LEGENDRE, D.; MAGNAUDET, J. The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 368, p. 81-126, 1998.
- LI, G.; YANG, X.; DAI, G. CFD simulation of effects of the configuration of gas distributors on gas-liquid flow and mixing in a bubble column. *Chem. Eng. Science*, Vol. 64, p. 5104-5116, 2009.
- LIN, T.J.; REESE, J.; HONG, T.; FAN, L.S. Quantitative Analysis and Computation of Two-Dimensional Bubble Columns. *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 42, p. 301–318, 1996.

- LIU, Z.; ZHENG, Y. PIV study of bubble rising behavior. *Powder Technology*, Vol. 168, p. 10-20, 2006.
- LOPEZ DE BERTODANO, M. *Turbulent Bubbly Flow in a Triangular Duct*. Ph.D. thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy New York, 1991.
- LOPEZ DE BERTODANO, M. Two fluid model for two-phase turbulent jets. *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 179, p. 65-74, 1998.
- LOPEZ DE BERTODANO, M.; LAHEY, R.T.; JONES, O.C. Phase distribution in bubbly two-phase flow in vertical ducts. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 20, n^o. 5, p. 805-818, 1994.
- LOPEZ DE BERTODANO, M.; MORAGA, F.J.; DREW, D.A.; LAHEY JR., R.T. The Modeling of Lift and Dispersion Forces in Two-Fluid Model Simulation of a Bubbly Jet. *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 126, p. 573-577, 2004.
- LUCAS, D.; PRASSER, H.-M.; MANERA, A. Influence of the lift force on the stability of a bubble column. *Chem. Eng. Science*, Vol. 60, p. 3609-3619, 2005.
- LUO, X.; LEE, D.J.; LAU, R.; YANG, G.; FAN, L. Maximum stable bubble size and gas holdup in high-pressure slurry bubble columns. *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 45, p. 665-685, 1999.
- LUO, H.; SVENDSEN, H.F. Theoretical Model for Drop and Bubble Breakup in Turbulent Dispersions. *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 42, p. 1225-1233, 1996.
- MALISKA, C.R. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. LTC Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1995.
- MAXEY, M.R.; RILEY, J.J. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *Phys. Fluids*, Vol. 26, n^o. 4, p. 883-889, 1983.
- MEI, R.; KLAUSNER, J.F. Shear lift force on spherical bubbles. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 15, p. 62-65, 1994.
- MELLOR, G.L.; HERRING, H.J. A Survey of Mean Turbulent Field Closure Models. *AIAA Journal*, Vol. 11, n^o. 5, p. 590-599, 1973.
- MENZEL, T.; WEIDE, T.; STAUDACHER, O.; ONKEN, U. Reynolds stress model for bubble column reactor. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, Vol. 29, p. 998-994, 1990.
- MORAGA, F.J.; LARRETEGUY, A.E.; DREW, D.A.; LAHEY JR., R.T. Assessment of turbulent dispersion models for bubbly flows in the low Stokes number limit. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 29, p. 655-673, 2003.

- MOSHTARI, B.; BABAKHANI, E.G.; MOGHADDAS, J.S. Experimental Study of Gas Hold-Up and Bubble Behavior in Gas-Liquid Bubble Column. *Petroleum and Coal*, Vol. 51, n^o. 1, p. 27-32, 2009.
- MOUZA, A.A.; DALAKOGLU, G.K.; PARAS, S.V. Effect of liquid properties on the performance of bubble column reactors with fine pore spargers *Chem. Eng. Science*, Vol. 60, p. 1465-1475, 2005.
- MOUZA, K.A.; KAZAKIS, N.A.; PARAS, S.V. Bubble column reactor design using a CFD code. *1st International Conference "From Scientific Computing to Computational Engineering"*, 1st IC-SCCE, Athens, Greece, September 8-10, 2004.
- MUDDE, R.F.; HARTEVELD, W.K.; VAN DEN AKKER, H.E.A. Uniform Flow in Bubble Columns. *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 48, p. 148-158, 2009.
- MUDDE, R.F.; LEE, D.J.; FAN, L.S. Role of Coherent Structures on Reynolds Stresses in a 2-D Bubble Column. *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 43, n^o. 4, p. 913-926, 1997.
- MUDDE, R. F.; SIMONIN, O. Two- and three-dimensional simulations of a bubble plume using a two-fluid model. *Chem. Eng. Science*, Vol. 54, p. 5061-5069, 1999.
- NAOT, D.; SHAVIT, A.; WOLFSHTEIN, M. Interactions between components of the turbulent velocity correlation tensor. *Israel J. Tech.*, vol. 8, p. 259, 1970.
- NAYAK, A.K.; BORKA, Z.; PATRUNO, L.E.; SPORLEDER, F.; DORAO, C.A.; JAKOBSEN, H.A. A Combined Multifluid-Population Balance Model for Vertical Gas-Liquid Bubble-Driven Flows Considering Bubble Column Operating Conditions. *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 50 p. 1786-1798, 2011.
- PAN, Y.; DUDUKOVIC, M.P.; CHANG, M. Dynamic simulation of bubbly flow in bubble columns. *Chem. Eng. Science*, Vol. 54, p. 2481-2489, 1999.
- PAN, Y.; DUDUKOVIC, M.P.; CHANG, M. Numerical Investigation of Gas-Driven FLOW in a 2-D Bubble Columns. *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 46, n^o. 3, p. 434-448, 2000.
- PANG, M.J.; WEI, J.J. Analysis of Drag and Lift Coefficient Models of Bubbly Flow System for Low to Median Reynolds Number. *7th International Conference on Multiphase Flow ICMF 2010*, Tampa, Florida, USA, May 30-June 4, 2010.
- PATANKAR, S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Taylor & Francis, New York, USA, 1980.
- PFLEGER, D.; BECKER, S. Modelling and simulation of the dynamic flow behaviour in a bubble column. *Chem. Eng. Science*, Vol. 56, p. 1737-1747, 2001.
- PFLEGER, D.; GOMES, S.; GILBERT, N.; WAGNER, H.G. Hydrodynamics simulations of laboratory scale bubble columns fundamental studies of the Eulerian-Eulerian modelling approach. *Chem. Eng. Science*, Vol. 54, p. 5091-5099, 1999.

- PRINCE, M.J.; BLANCH, H.W. Bubble coalescence and break-up in air-sparged bubble columns. *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 36, p. 1485-1499, 1990.
- RANADE, V.V; UTIKAR, R.P. Dynamics of gas-liquid flows in bubble column reactors *Chem. Eng. Science*, Vol. 54, p. 5237-5243, 1999.
- RODI, W. *Turbulence Models and Their Applications in Hydraulics – A State of Art Review*. 2nd Revised Edition. Rotterdamseweg, IAHR, 1984.
- ROSA, L.M. *Aplicação de Técnicas CFD para o Cálculo de Escoamento em Meio Reativo em Riser*. Campinas: UNICAMP/LMSPQ, 2008, 93p. Tese de Doutorado.
- ROTTA, J.C. Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz. *Zeitschrift fur Physik*, Vol. 129, p. 547-572, 1951.
- RUZICKA, M.C.; DRAHOŠ, J.; FIALOVÁ, M.; THOMAS, N.H. Effect of bubble column dimensions on flow regime transition. *Chem. Eng. Science*, Vol. 56, p. 6117-6124, 2001.
- RUZICKA, M.C.; THOMAS, N.H. Buoyancy-driven instability of bubbly layers: analogy with thermal convection. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 29, n^o. 2, p. 249-270, 2003 (Relatado como RUZICKA e THOMAS (2001)).
- SAFFMAN, P.G. The lift on a small sphere in a slow shear flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 22, p. 385-400, 1965.
- SAFFMAN, P.G. Corrigendum to: The lift on a small sphere in a slow shear flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 31, p. 624, 1968.
- SANTOS, C.M. *Simulação Tridimensional com Sistema Gás-Líquido em Colunas de Bolhas*. Campinas: UNICAMP/LMSPQ, 2005, 96 p. Dissertação de Mestrado.
- SANYAL, J.; MARCHISIO, D.L.; FOX, R.O.; DHANASEKHARAN, K. On the Comparison between Population Balance Models for CFD Simulation of Bubble Columns. *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 44, p. 5063-5072, 2005.
- SANYAL, J.; SERGIO, V.; ROY, S.; DUDUKOVIC, M.P. Numerical simulation of gas-liquid dynamics in cylindrical bubble column reactors. *Chem. Eng. Science*, Vol. 54, p. 5071-5083, 1999.
- SARRAFI, A.; JAMIALAHMADI, M.; MÜLLER-STEINHAGEN, H.; JOHN M. SMITH, J.M. Gas holdup in Homogeneous and Heterogeneous Gas-Liquid Bubble Column Reactors. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 77, p. 11-21, 1999.
- SATHE, M.J.; MATHPATI, C.S.; DESHPANDE, S.S.; KHAN, Z.; EKAMBARA, K.; JOSHI, J.B. Investigation of flow structures and transport phenomena in bubble columns using particle image

- velocimetry and miniature pressure sensors. *Chemical Engineering Science*, Vol. 66, p. 3087-3107, 2011.
- SATO, Y.; SEKOGUCHI, K. Liquid velocity distribution in two-phase bubble flow. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 2, p. 79-95, 1975.
- SCHILLER, L.A.; NAUMANN, Z. A drag coefficient correlation. *VDI Zeits*, 77, p. 318, 1933.
- SHAIKH, A.; AL-DAHMAN, M.H. A Review on Flow Regime Transition in Bubble Columns. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, Vol. 5, Review R1, 2007.
- SHNIP, A.I.; KOLHATKAR, R.V.; SWAMY, D.; JOSHI, J.B. Criteria for the transition from the homogeneous to the heterogeneous regime in two-dimensional bubble column reactors. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 18, p. 705–726, 1992.
- SILVA, M.K. *Estudo Numérico e Experimental de Colunas de Bolhas Operando em Regime Heterogêneo*. Campinas: UNICAMP/LPQGe, 2011, 158p., Tese de Doutorado.
- SILVA, M.K.; D'ÁVILA, M.A.; MORI, M. CFD Modeling of a Bubble Column With an External Loop in the Heterogeneous Regime. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 89, n^o. 4, p. 671-681, 2011.
- SIMONNET, M.; GENTRIC, C.; OLMOS, E.; MIDOUX, N. CFD simulation of the flow field in a bubble column reactor: Importance of the drag formulation to describe regime transitions. *Chemical Engineering and Processing*, Vol. 47, p. 1726-1737, 2008.
- SIMONNET, M.; GENTRIC, C.; OLMOS, E.; MIDOUX, N. Experimental determination of the drag coefficient in a swarm of bubbles. *Chem. Eng. Science*, Vol. 62, p. 858-866, 2007.
- SOKOLICHIN, A; EIGENBERGER, G. Applicability of the standard $k-\epsilon$ turbulence model to the dynamics simulation of bubble columns: Part I. Detailed numerical simulations. *Chem. Eng. Science*, Vol. 54, p. 2273-2284, 1999.
- SOKOLICHIN, A., EIGENBERGER, G., LAPIN, A. Simulation of Buoyancy Driven Bubbly Flow: Established Simplifications and Open Questions. *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 50, n^o. 1, p. 24-45, 2004.
- SOKOLICHIN, A., EIGENBERGER, G., LAPIN, A., LUBBERT, A. Dynamic Numerical Simulation of Gas–Liquid Two-phase Flows Euler–Euler versus Euler–Lagrange. *Chem. Eng. Science*, Vol. 52, p. 611–626, 1997.
- SPEZIALE, S.G.; SARKAR, S.; GATSKI, T.B. Modelling the pressure-strain correlation of turbulence: an invariant dynamical systems approach. *J. Fluid Mech.*, Vol. 277, p. 245-272, 1991.
- TABIB, M.V.; ROY, S.A.; JOSHI, J.B. CFD simulation of bubble column – An analysis of interphase forces and turbulence models. *Chem. Eng. Science*, Vol. 139, p. 589-614, 2008.

- THET, M.K.; WANG, C.H.; TAN, R.B.H. Experimental studies of hydrodynamics and regime transition in bubble columns. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 84, p. 63-72, 2006.
- THAKRE, S.S.; JOSHI, J.B. CFD simulation of bubble column reactors: importance of drag force formulation. *Chem. Eng. Science*, Vol. 54, p. 5055-5060, 1999.
- THORAT, B.N.; JOSHI, J.B. Regime transition in bubble columns: experimental and predictions. *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 28, p. 423-430, 2004.
- TOMIYAMA, A. Struggle with computational bubble dynamics. *ICMF'98, 3rd Int. Conf. Multiphase Flow*, Lyon, France, p. 1-18, June 8-12, 1998.
- TOMIYAMA, A. Drag lift and virtual mass forces acting on a single bubble. *Third International Symposium on Two-Phase Flow Modeling and Experimentation*, Pisa, Italy, September 22-24, 2004.
- TROSHKO, A.A.; HASSAN, Y.A. A two-equation turbulence model of turbulent bubbly flows. *International Journal of Multiphase Flow* Vol. 27, p. 1965-2000, 2001.
- TU, J.; YEOH, G.H.; LIU, C. *Computational Fluid Dynamics: A Practical Approach*. Elsevier, Burlington, MA, USA, 2008.
- TZENG, J.-W.; CHEN, R.C.; FAN, L.-S. Visualization of flow characteristics in a 2-D bubble column and three-phase fluidized bed. *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 39, n^o. 5, p. 733-744, 1993.
- UEYAMA, K. MIYAUCHI, T. Properties of recirculating turbulent two phase flow in gas bubble columns. *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 25, n^o. 2, p. 258-266, 1979.
- VAN BATEN, J.M.; KRISHNA, R. CFD Modeling of a Bubble Column Reactor Carrying out a Consecutive $A \rightarrow B \rightarrow C$ Reaction. *Chemical Engineering and Technology*, Vol. 27, n^o. 4, p. 398-406, 2004.
- VAN DEN HENGEL, E.I.V.; DEEN, N.G.; KUIPERS, J.A.M. Application of Coalescence and Breakup Models in a Discrete Bubble Model for Bubble Columns. *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 44, p. 5233-5245, 2005.
- VERSTEEG, H.K.; MALALASEKERA, W. *An introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Longman Scientific & Technical, New York, NY, USA, 1995.
- WALLIS, G.B. *One-dimensional two-phase flow*. McGraw-Hill, New York, NY, USA, 1969.
- WELLEK, R.M.; AGRAWAL, A.K.; SKELLAND, A.H.P. Shapes of liquid drops moving in liquid media. *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 12, p. 854-862, 1966.

- WHITE, F.M. *Viscous fluid flow*. McGraw-Hill, New York, NY, USA, 1974.
- WILCOX, D.C. Wall Matching, A Rational Alternative to Wall Functions. *AIAA*, Paper 89-611, Reno, NV, USA, 1989.
- WILCOX, D.C. *Turbulence Model for CFD*, 2nd Edition. DCW Industries, La Cañada, California, USA, 1998.
- WILKINSON, P.M. *Physical aspects and scale-up of high pressure bubble columns*. D.Sc. Thesis, University of Groningen, The Netherlands, 1991.
- YAKHOT, V.; ORSZAG, S.A.; THANGAM, S.; GATSKI, B.; SPEZIALE, C.G. Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, Vol. 4, n^o. 7., p. 1510-1520, 1992.
- YAN, K.; CHE, F. A coupled model for simulation of the gas-liquid two-phase flow with complex flow patterns. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 36, p. 333-348, 2010.
- YANG, N.; WU, Z.W.; CHEN, J.; WANG, Y.; LI, J. Multi-scale analysis of gas-liquid interactions and CFD simulation of gas-liquid flow in bubble columns. *Chemical Engineering Science*, Vol. 66, p. 3212-3222, 2011.
- ZHANG, D.; DEEN, N.G.; KUIPERS, J.A.M. Numerical simulation of the dynamic flow behavior in a bubble column: A study of closures for turbulence and interface forces. *Chem. Eng. Science*, Vol. 61, p. 7593-7608, 2006.
- ZHANG, D.Z.; PROSPERETTI, A. Averaged Equations for Inviscid Disperse Two-Phase Flow. *Journal Fluid Mechanics*, Vol. 267, p. 185-219, 1994.
- ZHANG, D.Z.; PROSPERETTI, A. Momentum and Energy Equations for Disperse Two-Phase Flows and Their Closure for Dilute Suspensions. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 23, n^o. 3, p. 425-453, 1997.
- ZHANG, D.Z.; VANDERHEYDEN, W.B. The effects of mesoscale structures on the disperse two-phase flows and their closures for dilute suspensions. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 28, p. 805-822, 2002.
- ZARUBA, A.; KREPPER, E.; PRASSER, H.M.; REDDY VANGA, B.N. Experimental study on bubble motion in a rectangular bubble column using high-speed video observations. *Flow Measurement and Instrumentation*, Vol. 16, p. 277-287, 2005.
- ZUBER, N.; FINDLAY, J.A. Average volumetric concentration in two phase flow systems. *Journal of Heat Transfer*, Vol. 87, p. 453-468, 1969.