



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
Faculdade de Engenharia Mecânica

**ANDREI BAVARESCO REZENDE**

# **Ajuste De Parâmetros Em Sistemas Rotativos Através De Otimização Multiobjetivo**

CAMPINAS  
2016

**ANDREI BAVARESCO REZENDE**

# **Ajuste De Parâmetros Em Sistemas Rotativos Através De Otimização Multiobjetivo**

Dissertação de mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica na área de Mecânica dos Sólidos e Projetos Mecânicos.

Orientador: Prof. Dr. Hélio Fiori de Castro

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO  
FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO  
ALUNO ANDREI BAVARESCO REZENDE E  
ORIENTADO PELO PROF. DR. HÉLIO FIORI DE  
CASTRO

---

ASSINATURA DO ORIENTADOR

CAMPINAS  
2016

**Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s):** CAPES, 33003017

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura  
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

R339a Rezende, Andrei Bavaresco, 1991-  
Ajuste de parâmetros em sistemas rotativos através de otimização  
multiobjetivo / Andrei Bavaresco Rezende. – Campinas, SP : [s.n.], 2016.

Orientador: Hélio Fiori de Castro.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade  
de Engenharia Mecânica.

1. Otimização multiobjetivo. 2. Algoritmo genético. 3. Otimização por  
enxame de partículas. 4. Parâmetros - Estimativa. 5. Rotores - Dinâmica. I.  
Castro, Hélio Fiori de, 1977-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade  
de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em outro idioma:** Identification of parameters in rotating systems through  
multiobjective optimization

**Palavras-chave em inglês:**

Multi-objective optimization

Genetic algorithm

Optimization particle swarm

Parameters - Estimate

Rotors - Dynamic

**Área de concentração:** Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

**Titulação:** Mestre em Engenharia Mecânica

**Banca examinadora:**

Hélio Fiori de Castro [Orientador]

Robson Pederiva

Americo Barbosa da Cunha Junior

**Data de defesa:** 08-07-2016

**Programa de Pós-Graduação:** Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS INTEGRADOS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADEMICO**

# **Ajuste De Parâmetros Na Identificação De Falhas Em Máquinas Rotativas**

Autor: ANDREI BAVARESCO REZENDE  
Orientador: DR. HÉLIO FIORI DE CASTRO

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou essa Dissertação:

---

**Prof. Dr. Hélio Fiori de Castro**  
Universidade Estadual de Campinas

---

**Prof. Dr. Robson Pederiva**  
Universidade Estadual de Campinas

---

**Prof. Dr. Americo Barbosa da Cunha Junior**  
Universidade do Estado do Rio de Janeiro

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

Campinas, 08 de Julho de 2016.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus pela oportunidade de finalizar mais essa etapa e toda graça diária.

Meus pais Nicolau e Clarice, pelo exemplo dado, por sempre estarem ao meu lado, prestando todo o incentivo, apoio e carinho ao longo da vida.

As minhas irmãs Nicole e Larissa pelo companheirismo e incentivo.

A todos os amigos, especialmente Cassio e Gabrielly pela amizade desde a chegada a Campinas, sempre dando apoio e compartilhando bons momentos; Maycon e Lucas por todo o apoio desde o princípio da ideia de fazer o mestrado.

Ao professor Hélio, que sempre esteve auxiliando nesses dois anos, pela amizade e por ter-me guiado nos momentos de dúvida e dificuldades do trabalho.

Aos colegas e professores do LAMAR, pelas ajudas prestadas, convívio diário, momentos divertidos juntos, conhecimentos compartilhados e por terem me acolhido desde o início.

A todos os professores, colegas e funcionários da faculdade, que ajudaram de forma direta e indireta na conclusão deste trabalho.

A CAPES pelo aporte financeiro prestado a este trabalho.

*“Pedras no caminho? Eu guardo todas.*

*Um dia construirei um castelo.”*

*Nemo Nox.*

## RESUMO

Máquinas rotativas operam em funções importantes nos dias de hoje. Desta maneira, os estudos de modelos de sistemas rotativos ocupam uma posição de destaque no contexto destas máquinas, devido à quantidade de fenômenos que podem ocorrer durante a operação destes sistemas. Diversas falhas podem ocorrer em um sistema rotativo, sendo necessários modelos matemáticos cada vez mais precisos, a fim de evitar que tais falhas aconteçam. Portanto, é interessante identificar os parâmetros de falha através da minimização das diferenças entre as respostas do modelo e as respostas experimentais. Em um sistema rotativo é de grande valia utilizar métodos de otimização multiobjetivo para a resolução do problema de estimação de parâmetros, por se tratar de um problema complexo, com várias funções objetivo. Com tal característica, métodos de otimização meta-heurísticos são ferramentas de grande capacidade de resolução de problemas de engenharia. Este trabalho propõe a aplicação dos métodos de otimização multiobjetivo algoritmo genético, colônia de vagalumes e otimização por enxame de partículas para a estimação de parâmetros em dois problemas envolvendo sistemas rotativos. No primeiro método, a metodologia de otimização é baseada na teoria da evolução das espécies na natureza, na qual apenas os mais aptos irão sobreviver às mudanças do ambiente. O segundo método é organizado com base nas características bioluminescente dos vagalumes, nas quais um vagalume representa uma possível solução na área de busca e move-se randomicamente, atraindo ou sendo atraído por outros vagalumes. O último método é baseado no comportamento social de revoada de pássaros e cardume de peixes em busca de abrigo e alimento. É proposto também, utilizar o método de Máxima Verossimilhança para indicar as melhores soluções da fronteira de Pareto. Todos os métodos de otimização foram eficientes em estimar parâmetros próximos aos valores esperados, em que o método colônia de vagalumes foi o método com soluções com maior diversidade. Para os problemas tratados neste trabalho o método de Máxima Verossimilhança mostrou-se capaz de estimar corretamente as melhores soluções.

*Palavras Chave: Algoritmo Multiobjetivo Colônia de Vagalumes, Algoritmo Genético Multiobjetivo, Otimização Multiobjetivo por Enxame de Partículas, Sistemas Rotativos, Estimação de Parâmetros.*

## ABSTRACT

Rotating machines operate important functions inside the industries today. Therefore, the study of rotor dynamic models occupies a prominent position in the rotating machinery context due to the significant number of phenomena that can occur during the operation of such equipment. Considering the faults that occur in rotating systems, it is necessary that the mathematical models be increasingly accurate in order to avoid these faults. Thus, it is interesting to identify the fail parameters by minimizing the difference between the simulated and real responses. In this way, a rotating system is considering a complex problem with many objective functions and it is interesting to use multi-objective optimization methods for resolution of estimated problems. Therefore, meta-heuristics search methods are interesting tools to solve complex engineering problems. This work proposes an application of multi-objective optimization methods based on Genetic Algorithm, Firefly Algorithm and Particle Swarm Optimization. In the first method, the optimization methodology is based on theory of species evolution in nature, wherever only the strongest individuals will survive. The second method is based on the bioluminescent behavior of fireflies' colonies. The method is based on bioluminescent characteristics of fireflies whenever considering that a firefly is a possible solution of the problem and moves randomly in the sample space, attracting or being attracted to other fireflies. The last method is inspired by the social behavior of bird flocking or fish schooling to find food. In addition it is proposed to use the Maximum Likelihood to indicate the best solutions from Pareto Front. Both optimization methods were able to estimate parameters close to the expected value, and the Firefly Algorithm was the method in which, the solution provided more diversity. Considering the addressed problems in this work, the Maximum Likelihood was able to estimate correctly the best solutions.

*Key Words: Multi-objective Firefly Algorithm, Multi-objective Genetic Algorithm, Multi-objective Particle Swarm Optimization, rotating system, parameters estimation.*

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|  |    |
|--|----|
| Figura 3-1 – Esquema básico de sistema rotativo e sistema de referência (NELSON, 1976).                      | 35 |
| Figura 3-2 – Modelo de Elementos Finitos para elemento de disco e suas coordenadas (TAPIA, 2003).            | 37 |
| Figura 3-3 – Modelo de Elementos Finitos para elemento de viga e suas coordenadas (TAPIA, 2003).             | 38 |
| Figura 3-4 – Representação mancal hidrodinâmico (MACHADO E CAVALVA, 2009).                                   | 42 |
| Figura 3-5 – Funcionamento típico de um mancal hidrodinâmico (MENDES, 2011).                                 | 42 |
| Figura 3-6 – Geometria típica de um mancal radial (MACHADO E CAVALVA, 2009).                                 | 44 |
| Figura 3-7 – Representação de um sistema com desbalanceamento de massa (CAMARGO, 2010).                      | 47 |
| Figura 3-8 – Organização das matrizes elementares na matriz global (CASTRO, 2007).                           | 48 |
| Figura 3-9 – Exemplificação do diagrama de Campbell (MENDES, 2011).  | 51 |
| Figura 4-1 – Fluxograma análise de falhas com algoritmos de otimização.                                      | 52 |
| Figura 4-2 – Teoria do ótimo de Pareto (Adaptado FLEMING E PURSHOUSE, 2002).                                 | 56 |
| Figura 4-3 – Estrutura do NSGA II (Adaptado DEB, 2001).  | 62 |
| Figura 4-4 – Esquema do operador de distância de multidão ( <i>crowding distance</i> ) (Adaptado DEB, 2001). | 63 |
| Figura 4-5 – Exemplo de solução para duas funções objetivo.  | 68 |
| Figura 5-1 – Aparato experimental (SIQUEIRA et al., 2012).   | 82 |
| Figura 5-2 – Sistema discretizado por elementos finitos (CASTRO et al. 2012).                                | 83 |
| Figura 5-3 – Conjunto de soluções para NSGA II.  | 85 |
| Figura 5-4 – Conjunto de soluções para MOFA.   | 85 |
| Figura 5-5 – Conjunto de soluções para MOPSO.  | 86 |
| Figura 5-6 – Resposta ao desbalanceamento mancal 1 e 2 para solução NSGA II.                                 | 89 |
| Figura 5-7 – Resposta ao desbalanceamento mancal 1 e 2 para solução MOFA.                                    | 89 |
| Figura 5-8 – Resposta ao desbalanceamento mancal 1 e 2 para solução MOPSO.                                   | 89 |
| Figura 5-9 – Bancada experimental de teste utilizada no problema 2.  | 91 |
| Figura 5-10 – Funções resposta em frequência no mancal 1 com rotação de 20 Hz.                               | 92 |
| Figura 5-11 – Funções resposta em frequência no mancal 2 com rotação de 20 Hz.                               | 92 |
| Figura 5-12 – Funções resposta em frequência no disco com rotação de 20 Hz.                                  | 92 |
| Figura 5-13 – Discretização por elementos finitos do sistema.  | 94 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 5-14 – Conjunto de soluções para NSGA II.....                            | 96  |
| Figura 5-15 – Conjunto de soluções para MOFA.....                               | 97  |
| Figura 5-16 – Conjunto de soluções para MOPSO. ....                             | 97  |
| Figura A-1 – Estrutura de evolução de um algoritmo genético (SILVA, 2001). .... | 113 |
| Figura A-2 – Processo de cruzamento (CASTRO, 2007). ....                        | 117 |
| Figura A-3 – Processo de mutação. ....  | 118 |

## LISTA DE TABELAS

|  |    |
|--|----|
| Tabela 4.1 – Estrutura típica de um algoritmo evolutivo (SOARES, 2008).....                                | 57 |
| Tabela 5.1 – Valores limites dos parâmetros para otimização. ....  | 83 |
| Tabela 5.2 – Valores limites dos parâmetros para otimização do problema 1.....                             | 84 |
| Tabela 5.3 – Melhores soluções do grupo de acordo com função de máxima verossimilhança.<br>.....           | 87 |
| Tabela 5.4 – Frequências naturais obtidas. ....  | 93 |
| Tabela 5.5 – Valores limites dos parâmetros para otimização. ....  | 95 |
| Tabela 5.6 – Valores limites dos parâmetros para otimização do problema 2.....                             | 96 |
| Tabela 5.7 – Melhores soluções separadas por grupo de acordo com função de máxima<br>verossimilhança. .... | 98 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

### *Letras Latinas*

|               |   |
|---------------|---|
| A             | Área  |
| c             | Coefficiente de amortecimento               |
| C             | Centro do eixo                              |
| $[C^e]$       | Matriz de amortecimento do elemento de viga |
| $c_1$         | Fator de aprendizado cognitivo              |
| $c_2$         | Fator de aprendizado social                 |
| $d_i$         | Diâmetro interno do elemento de disco       |
| $d_{ext}$     | Diâmetro externo do elemento de disco       |
| E             | Módulo de Elasticidade                      |
| e             | Excentricidade                              |
| f             | Folga radial no mancal                      |
| $\{F_{ext}\}$ | Vetor da força de desbalanceamento          |
| $F_r$         | Força Radial                                |
| $F_t$         | Força Tangencial                            |
| $F_{UNB}$     | Força de desbalanceamento                   |
| G             | Módulo de elasticidade transversal          |
| $[G]$         | Matriz giroscópica                          |
| $[G^e]$       | Matriz giroscópica elemento de viga         |
| $[G^d]$       | Matriz giroscópica elemento de disco        |
| h             | Espessura do filme de óleo                  |
| $h_{máx}$     | Espessura máxima do filme de óleo           |
| $[I]$         | Matriz identidade                           |
| I             | Brilho de um vagalume                       |
| $I_m$         | Referente à resposta imaginária             |
| $I_t$         | Momento de inércia de massa transversal     |
| $I_p$         | Momento de inércia polar                    |
| k             | Coefficiente de rigidez                     |
| $[K_B^e]$     | Matriz de rigidez do elemento de viga       |
| L             | Comprimento                                 |
| $L_d$         | Espessura do elemento de disco              |

|               |   |
|---------------|---|
| $m_d$         | Massa do elemento de disco                              |
| $m_{UNB}$     | Massa desbalanceada                                     |
| $[M_T^d]$     | Matriz de massa do elemento de disco                    |
| $[M_R^d]$     | Matriz de inércia do elemento de disco                  |
| $[M_T^e]$     | Matriz de massa do elemento de viga                     |
| $[M_R^e]$     | Matriz de inércia do elemento de viga                   |
| $N$           | Tamanho da População                                    |
| $O$           | Centro do mancal  |
| $p_c$         | Probabilidade de cruzamento                             |
| $p_m$         | Probabilidade de mutação                                |
| $p$           | Pressão gerada no interior do filme de óleo             |
| $\{q\}$       | Vetor de coordenadas generalizadas                      |
| $\{q_i^d\}$   | Vetor de coordenadas generalizadas do elemento de disco |
| $\{q_i^e\}$   | Vetor de coordenadas generalizadas do elemento de viga  |
| $q_{ei}$      | Relativo à resposta experimental                        |
| $q_{si}$      | Relativo à resposta simulada                            |
| $r$           | Distância Euclidiana                                    |
| $r_i$         | Raio interno  |
| $R$           | Raio externo  |
| $Re$          | Referente à resposta real                               |
| $r_1$         | Valor aleatório com distribuição uniforme               |
| $r_2$         | Valor aleatório com distribuição uniforme               |
| $T_{max}$     | Número de iterações máximas                             |
| $U$           | Velocidade tangencial na superfície do rotor            |
| $\{v_i\}$     | Vetor velocidade da partícula                           |
| $v_i$         | Deslocamento na direção vertical                        |
| $x_i$         | Vetor Posição da partícula                              |
| $W$           | Carga aplicada no mancal                                |
| $w_i$         | Variável de ponderação de inércia                       |
| $x_{pbest}^i$ | Melhor Posição da partícula                             |
| $x_{leader}$  | Posição do líder  |
| $\{x\}$       | Equação de estado                                       |
| $x_c$         | Coordenada inercial do centro do eixo                   |
| $xyz$         | Referencial rotacional                                  |
| $XYZ$         | Referencial inercial                                    |
| $\{y\}$       | Equação de saída  |
| $y_a$         | Variável aleatória                                      |
| $y_c$         | Coordenada inercial do centro do eixo                   |

.....

### ***Letras Gregas***

|                    |   |
|--------------------|---|
| $\rho$             | Densidade do material   |
| $\alpha$           | Termo aleatório   |
| $\varphi$          | Ângulo de fase da resposta  |
| $\omega$           | Velocidade de rotação   |
| $\omega_n$         | Frequência natural  |
| $\omega_{ni\_exp}$ | Frequência natural experimental   |
| $\omega_{ni\_sim}$ | Frequência natural simulada   |
| $\beta$            | Atratividade de um vagalume   |
| $\beta_0$          | Atratividade para uma distância $r = 0$                                   |
| $\gamma$           | Coefficiente de absorção de luz   |
| $\theta$           | Coordenada angular  |
| $\theta_p$         | Vetor parâmetro   |
| $\theta_{UNB}$     | Ângulo inicial do desbalanceamento em relação ao referencial inercial XYZ |
| $\mu$              | Viscosidade absoluta do filme de óleo                                     |
| $\phi$             | Ângulo de atitude   |
| $\Omega$           | Velocidade angular  |
| $\varepsilon$      | Razão de excentricidade   |
| $\xi$              | Coefficiente de amortecimento   |

.....

### ***Subscritos***

|             |                                      |
|-------------|--------------------------------------|
| <i>cand</i> | Candidato                            |
| <i>t</i>    | Contador                             |
| <i>n</i>    | Enésimo elemento ou indivíduo        |
| UNB         | Relativo ao desbalanceamento         |
| <i>i</i>    | Relativo ao nó ou indivíduo <i>i</i> |
| <i>j</i>    | Relativo ao nó ou indivíduo <i>j</i> |

.....

### ***Abreviações***

|            |                             |
|------------|-----------------------------|
| <b>GDL</b> | Grau de liberdade           |
| <b>MEF</b> | Método de Elementos Finitos |

|                |   |
|----------------|---|
| <b>NSGA II</b> | Non-dominated sorting genetic algorithm     |
| <b>MOFA</b>    | Multi-objective firefly algorithm           |
| <b>MOPSO</b>   | Multi-objective particle swarm optimization |
| <b>FRF</b>     | Função resposta em frequência               |

.....

*Siglas*

|                |                                   |
|----------------|-----------------------------------|
| <b>FEM</b>     | Faculdade de Engenharia Mecânica  |
| <b>LAMAR</b>   | Laboratório de Máquinas Rotativas |
| <b>UNICAMP</b> | Universidade Estadual de Campinas |

.....

# SUMÁRIO

|  |    |
|--|----|
| 1. INTRODUÇÃO .....  | 18 |
| 1.1 Objetivo Geral.....  | 19 |
| 1.2 Objetivos Específicos .....  | 19 |
| 1.3 Descrição dos capítulos .....  | 20 |
| 2. REVISÃO DA LITERATURA .....   | 21 |
| 2.1 Modelagem de Rotores .....   | 21 |
| 2.2 Identificação de falhas em sistemas rotativos .....  | 23 |
| 2.3 Ajuste de modelos de elementos finitos.....  | 25 |
| 2.4 Métodos de Otimização Multiobjetivo .....  | 28 |
| 3. MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA ROTATIVO .....  | 35 |
| 3.1 Modelo de elemento de disco.....   | 36 |
| 3.2 Modelo de elemento de viga .....   | 38 |
| 3.3 Modelo dos mancais .....   | 41 |
| 3.4 Força de desbalanceamento.....   | 46 |
| 3.5 Matriz Global .....  | 47 |
| 3.6 Espaço de Estados.....   | 49 |
| 3.7 Diagrama de Campbell .....   | 50 |
| 4. MÉTODOS EVOLUTIVOS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO.....   | 52 |
| 4.1 Aplicação dos métodos de otimização na identificação de parâmetros de sistemas rotativos ..... | 52 |
| 4.2 Otimização e Abordagem multiobjetivo.....  | 54 |
| 4.3 Ótimo de Pareto.....   | 55 |
| 4.4 Algoritmos Evolutivos.....   | 56 |
| 4.5 Algoritmos Genéticos (GAs).....  | 57 |
| 4.5.1 Algoritmos Genéticos Multiobjetivo.....  | 58 |

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 4.5.2 | NSGA II – ( <i>Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm</i> ).....                          | 61  |
| 4.6   | Otimização por Enxame de Partícula (PSO).....  | 64  |
| 4.6.1 | Parâmetros do Algoritmo PSO.....   | 66  |
| 4.6.2 | A Otimização Enxame de Partículas Multiobjetivo.....   | 67  |
| 4.6.3 | MOPSO – ( <i>Multi-objective Particle Swarm Optimization</i> ) .....                               | 71  |
| 4.7   | Algoritmo Colônia de Vagalumes ( <i>Firefly Algorithm</i> ).....                                   | 73  |
| 4.7.1 | Comportamento dos vagalumes.....   | 73  |
| 4.7.2 | Descrição do Algoritmo .....   | 73  |
| 4.7.3 | Algoritmo Multiobjetivo Colônia de Vagalumes ( <i>Multi-objective Firefly Algorithm</i> )<br>..... | 76  |
| 4.8   | O Método da Máxima Verossimilhança .....   | 78  |
| 5.    | RESULTADOS.....  | 81  |
| 5.1   | Problema 1.....  | 81  |
| 5.1.1 | Procedimento experimental .....  | 81  |
| 5.1.2 | Resultados para o problema 1 .....   | 82  |
| 5.2   | Problema 2.....  | 90  |
| 5.2.1 | Procedimento experimental .....  | 91  |
| 5.2.2 | Resultados para problema 2.....  | 94  |
| 6.    | CONCLUSÃO .....  | 100 |
| 6.1   | Sugestões para trabalhos futuros .....   | 101 |
|       | Referências .....  | 103 |
|       | Apêndice A - Estruturas dos Algoritmos Genéticos (GAs) .....                                       | 113 |
|       | Geração da População Inicial .....   | 114 |
|       | Avaliação da População .....   | 114 |
|       | Operadores Genéticos .....   | 115 |
|       | Parâmetros dos Algoritmos Genéticos.....   | 118 |

## 1. INTRODUÇÃO

Máquinas rotativas operam importantes funções nas indústrias atualmente, estando presentes desde a geração de energia e cadeia produtiva, até itens de uso diário da população, tais como computadores e veículos em geral. Assim, o estudo de modelos dinâmicos de rotores ocupa uma posição de importância no contexto das máquinas rotativas, devido à quantidade e complexidade dos fenômenos que podem ocorrer durante o funcionamento destes equipamentos, e também pela perda financeira que falhas nestes podem causar.

Desse modo, é de grande importância garantir a precisão dos modelos matemáticos que predizem o comportamento destes sistemas, sendo este processo de melhora obtido por meio da identificação dos parâmetros do sistema em um ajuste do modelo. Uma das maneiras de abordar esta estimação é a partir da minimização das diferenças entre as respostas obtidas do modelo e as obtidas experimentalmente. Uma das formas de realizar a estimação de parâmetros é através da aplicação de métodos de otimização. Diversos métodos já foram desenvolvidos e estudados, entretanto, aqueles que trabalham com múltiplos objetivos vêm ganhando espaço nas aplicações, por tratarem mais eficientemente problemas complexos. No que tange a otimização multiobjetivo, tem-se duas abordagens, em que a primeira, mais aplicada, baseia-se nos métodos mono-objetivo, ponderando-se peso para cada função objetivo do problema tratado, sendo a otimização baseada em uma única função objetivo composta pela soma dessas funções objetivo e como resultado, tem-se uma única solução (melhor global). Na segunda abordagem, emprega-se a teoria da Fronteira de Pareto, em que se obtém como resultado uma gama de soluções (fronteira de soluções não dominadas) e trata-se as diversas funções objetivo de maneira igualitária, sem a necessidade de atribuir peso para cada função.

Na estimação de parâmetros em rotores, estes métodos de otimização multiobjetivo tornam-se de interessante aplicação, devido à diferença entre a resposta experimental e do modelo para cada grau de liberdade monitorado ser as funções objetivo a se minimizar. Assim, como se trabalha com diversos graus de liberdade, diversas funções precisam ser tratadas simultaneamente.

Desta maneira, métodos de procura meta-heurísticos são ferramentas interessantes e cada vez mais empregadas para a resolução de problemas deste cunho, portanto, utiliza-se os métodos multiobjetivo algoritmo genético, colônia de vagalumes e otimização enxame de partículas para o tratamento dos problemas, devido à baixa complexidade de implementação e robustez a fim de evitar ótimos locais destes algoritmos. O primeiro método é baseado na teoria

da evolução das espécies proposto por Charles Darwin e destina-se a evoluir um conjunto uniformemente distribuído de soluções pertencente à fronteira de Pareto. As soluções são indivíduos com determinada característica genética que pertencem a uma população, e esta população gera uma nova população através de operadores genéticos evolutivos. O segundo método é organizado considerando que um vagalume é uma possível solução do problema e este vagalume move-se randomicamente no espaço de busca atraindo e sendo atraído por outros vagalumes. O terceiro método é baseado no comportamento social de revoada de pássaros e cardume de peixes na busca por abrigo e alimento. O indivíduo ou potencial solução, chamada de partícula, voa no espaço de busca seguindo outra partícula que momentaneamente é considerada a líder do enxame e por meio da exploração do exame por melhores posições, são encontradas as soluções do método.

### **1.1 Objetivo Geral**

Tem-se como o objetivo geral deste trabalho, a aplicação de métodos evolutivos de otimização multiobjetivo, a fim de ajustar o modelo matemático via estimação de parâmetros de determinado sistema rotativo e verificar se estes métodos são ferramentas capazes de estimar corretamente estes parâmetros.

### **1.2 Objetivos Específicos**

Tem-se como os objetivos específicos para este trabalho, o estudo dos modelos matemáticos que simulam os sistemas rotativos e analisar os fenômenos responsáveis pela vibração nestes equipamentos e seus parâmetros de falhas. Posteriormente, dados experimentais coletados em bancadas de teste são utilizados para montar as funções objetivo e por meio destas, estimar os parâmetros que minimizam a diferença entre resposta obtida pelo modelo numérico e as respostas obtidas experimentalmente.

O processo de estimação de parâmetros é realizado por meio de técnicas de otimização multiobjetivo, nas quais se aplica três destas, sendo Algoritmo Genético, Colônia de Vagalumes e Enxame de Partículas. O primeiro método utiliza-se como ferramenta do software MATLAB e os demais algoritmos são necessários a programação com o mesmo software. Através de testes são estimados os parâmetros de entrada destes algoritmos e em seguida as soluções (parâmetros) são obtidas.

Propõe-se a aplicação do Método de Máxima Verossimilhança com uma distribuição Gama, para auxiliar a escolha das melhores soluções dentre as encontradas e busca-se habilitar esta técnica, para ser utilizada em outros problemas de otimização e estimação de parâmetros.

### **1.3 Descrição dos capítulos**

Esta dissertação é composta por cinco capítulos, sendo o resumo de cada capítulo apresentado abaixo:

O Capítulo 1 apresenta uma perspectiva geral da dissertação de mestrado e de seus objetivos.

No Capítulo 2, é discorrido o estudo da revisão bibliográfica a respeito do assunto a ser tratado, apresentando trabalhos relevantes já desenvolvidos sobre modelagem e identificação de falhas em sistemas rotativos e sistemas mecânicos, ajuste de modelos de problemas de engenharia, métodos de otimização mono e multiobjetivo e suas aplicações.

A modelagem matemática do sistema rotativo é discorrida no Capítulo 3, apresentando a modelagem do disco e eixo do sistema através do Método de Elementos Finitos e a modelagem dos mancais hidrodinâmicos por meio de Diferença ou Volumes Finitos. Todos os modelos presentes no Capítulo 3 estão presentes no pacote computacional desenvolvido no Laboratório de Máquinas Rotativas (LAMAR) da Universidade Estadual de Campinas.

O Capítulo 4 apresenta a teoria dos métodos de otimização, sendo tratados especialmente o Algoritmo Genético, Colônia de Vagalumes e Enxame de partículas. A otimalidade de Pareto é abordada, e a aplicação desta teoria no desenvolvimento destes métodos evolutivos em versão para problemas de cunho multiobjetivo é apresentada. Por fim, é abordado sobre o Método de Máxima Verossimilhança, a fim da utilização do mesmo para auxiliar a escolha das melhores soluções obtidas pelos métodos de otimização.

No Capítulo 5, são apresentados os resultados e discussão a respeito dos objetivos propostos para este trabalho. Dividido em duas abordagens, tem-se no problema 1 o ajuste de um modelo numérico de um rotor, com a obtenção dos parâmetros de desbalanceamento; no problema 2 é ajustado novamente um modelo numérico de um rotor, porém neste os parâmetros obtidos são características do filme de óleo presente nos mancais hidrodinâmicos.

Por fim, no Capítulo 6, são apresentadas as observações e conclusões desta dissertação, e também sugestões para trabalhos futuros.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, é realizada uma revisão bibliográfica de trabalhos presentes na literatura pertinentes aos assuntos aqui tratados. É abordada a análise de sistemas rotativos, compreendendo a modelagem, monitoramento e detecção de falhas. Também, é dado enfoque aos métodos de ajuste de modelos de sistemas rotativos, além de algoritmos multiobjetivo.

### 2.1 Modelagem de Rotores

Os primeiros estudos sobre dinâmica de rotores se deu no ano de 1869, quando William Rankine publicou o primeiro artigo a respeito deste assunto. O artigo tratava de um modelo que predizia o comportamento de um eixo flexível sujeito a determinada rotação e com uma massa concentrada em seu centro médio, com o eixo bi apoiado em suportes fixos.

Rankine (1869) definiu que havia uma velocidade na qual nenhum sistema desbalanceado poderia ultrapassar, sendo esta chamada de velocidade crítica " $\omega$ " e função da rigidez e a massa desse sistema. Em 1885, De Laval contestou esta definição por meio de testes experimentais, em que ficou comprovado que esta velocidade crítica poderia ser ultrapassada e operar de uma forma estável, porém, era nesta velocidade que a amplitude de vibração se tornava elevada.

No ano de 1895, Laval apresentou um modelo simples de rotor, no qual o mesmo consistia em um eixo longo e elástico, bi apoiado em estrutura rígida, girando a uma determinada velocidade e fixado no centro médio do eixo um disco rígido, com determinada massa e momento polar de inércia com relação ao eixo de rotação. Os centros de massa e geométrico não eram concêntricos devido ao desbalanceamento, e considerado que o disco se movia em torno do eixo  $x$ , no plano  $y$  e  $z$ .

Jeffcott (1919) formulou o rotor como um problema de vibração forçada. Ele mostrou pela primeira vez que o eixo não gira principalmente em torno da posição de repouso, mas sim em torno da própria linha de centro. Baseado em um rotor similar ao proposto por Laval, foi acrescido no modelo de Jeffcott o amortecimento, sendo o mesmo função do arrasto aerodinâmico sobre o disco.

Neste período, vários pesquisadores iniciaram estudos na área da dinâmica de rotores. Stodola (1910) propôs um procedimento, no qual as velocidades críticas eram obtidas graficamente, sendo este procedimento utilizado amplamente nos anos seguintes. Myklestad

(1944) e Prohl (1945) apresentaram o método da matriz de transferência, o qual sucedeu o modelo proposto por Stodola.

Ao longo dos anos, vários métodos de análise de dinâmica dos rotores foram propostos e estudados por diversos pesquisadores. Porém, desde 1970, o método de análise por elementos finitos para modelagem de sistemas rotativos passou a ser amplamente estudado a partir da introdução realizada por Archer (1963).

Ruhl (1970) e Ruhl e Booker (1972) estudaram a estabilidade e a resposta ao desbalanceamento de um turbo gerador através de um modelo aproximado por elementos finitos, no qual o mesmo incluía os efeitos de energia de flexão elástica e energia cinética translacional.

Nelson e MacVaugh (1976) trataram de um estudo, no qual utilizou-se elemento de viga de Rayleigh de eixo rotativo, considerando o sistema referencial fixo e móvel rotacional para o desenvolvimento das equações elementares. Neste trabalho, além de apresentar um elemento de disco rígido, também foram incluídos no modelo os carregamentos axiais, momentos giroscópios, as inércias de translação e rotação tanto como a rigidez à flexão. Como continuação do trabalho anteriormente mencionado, Zorzi e Nelson (1976) apresentaram um estudo que incluía o amortecimento viscoso e histerético.

Nelson (1980) apresentou um trabalho, em que se desenvolveu um elemento de viga Timoshenko, incluindo à teoria de viga de Rayleigh a deformação por cisalhamento transversal. Este trabalho possibilitou a comparação de soluções tradicionais fechadas de sistemas contínuos com os resultados obtidos.

Como visto, diversos estudos foram realizados no campo de elementos finitos. A partir destes trabalhos, outros foram desenvolvidos buscando-se a representação cada vez mais precisa dos sistemas rotativos reais nos modelos numéricos, obtendo assim, um estudo teórico mais confiável.

A modelagem dinâmica de um sistema rotativo a ser estudado, deve englobar interações entre todos os sub-componentes presentes. O Método de Elementos Finitos (MEF) realiza uma aproximação de um sistema contínuo para um sistema discreto, no qual a modelagem é composta de um conjunto de elementos que individualmente são considerados contínuos, propiciando um método relevante nas aplicações de dinâmica de rotores. Neste método, o deslocamento de um ponto qualquer do sistema contínuo é tratado através dos deslocamentos de um conjunto finito de pontos, os quais são obtidos por meio de uma função de interpolação. A aplicação desta abordagem em problemas estruturais tem obtidos resultados satisfatórios.

Tuckmantel (2010) utilizou esse método para resolução do modelo matemático de um rotor, suportado por mancais hidrodinâmicos modelado por Machado e Cavalca (2009) para desenvolver uma configuração de um pacote computacional que simule sistemas rotativos.

O Laboratório de máquinas rotativas (LAMAR) instalado na Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas utiliza este pacote computacional que possibilita a análise dinâmica de sistemas rotativos, sendo este pacote desenvolvido ao longo dos anos. Neste pacote, contempla-se a modelagem de eixos rotativos (TUCKMANTEL, 2010), análise da estrutura de suporte, (TUCKMANTEL et al. 2011), mancal hidrodinâmico com geometria variável (MACHADO e CAVALCA 2011 e 2012), (MACHADO, 2011), efeito térmico em mancais (ALVES e CAVALCA 2011), em mancais hidrodinâmicos cilíndricos, (ALVES, DANIEL e CAVALCA 2014), em mancais segmentados, (DANIEL E CAVALCA 2012 e 2013), relação fundação-mancal-rotor (SANTANA et al. 2010), interação com estrutura de suporte (CAVALCA, 1993; CAVALCANTE, 2001; OKABE, 2007). Pacote este, que foi utilizado para a modelagem do sistema rotativo presente neste trabalho.

## **2.2 Identificação de falhas em sistemas rotativos**

Com o passar do tempo e o rápido desenvolvimento tecnológico, máquinas rotativas estão cada vez mais solicitadas em função da necessidade de recursos e aumento de produtividade. Este fato é notado pela necessidade de máquinas cada vez menos robustas e que operem em altas rotações. De acordo com Edwards et al. (1998), esses fatores fazem com que a identificação, monitoramento e localização de falhas sejam de grande importância no campo de dinâmica de rotores. Assim, o estudo dos fenômenos presentes nesses sistemas tem ganhado amplo espaço no meio científico, o que leva a modelos numéricos mais precisos e confiáveis.

A identificação de falhas em sistemas rotativos é realizada a partir da análise de dinâmica de rotores, por meio das leituras de amplitude de vibração. Estas vibrações podem apresentar como origem, o desbalanceamento de massa, desalinhamento de acoplamentos e deformações do eixo, falta de ajuste na folga do mancal, falta de rigidez do sistema, entre outras.

O rápido desenvolvimento tecnológico possibilitou o surgimento de máquinas que trabalham em rotações cada vez mais altas e tolerâncias mais justas. Na mesma linha, o projeto e análise dessas máquinas se tornaram mais complexos e onerosos, sendo cada vez mais importante o desenvolvimento de técnicas que possam prever ou minimizar a ocorrência de falhas.

Segundo Edwards et al. (1998) as principais causas de vibrações em eixos rotativos, são devido a desbalanceamento, desalinhamento, empenamento e trincas. Os principais estudos na área de monitoramento e identificação de falhas têm ocorrido nas áreas acima citadas, porém, por desbalanceamento tem ganhado um grande enfoque devido a sua alta ocorrência.

Um rotor em rotação gera esforços dinâmicos que se propagam aos demais componentes do sistema que o sustenta. Em todo projeto de máquina é previsto um esforço em seus componentes mecânicos, porém, não é recomendado que os níveis dos mesmos sejam ultrapassados, apresentando como consequência, a redução da vida útil do equipamento.

O desbalanceamento é causado por desequilíbrio de massas, sendo uma das fontes comuns de esforços dinâmicos em máquinas rotativas. Quando fora de seus níveis previstos, é necessário identificar a causa do mesmo e realizar a correção do problema. As principais fontes de desbalanceamento de massa são erros na manufatura de componentes, tais como densidade ou porosidade do material e deformações na geometria.

O desbalanceamento de massa provoca a mudança da posição do centro de gravidade da seção transversal do rotor, e conseqüentemente, uma força centrífuga é gerada devido à falta de concentricidade entre eixo de inércia do rotor e o eixo de rotação. Possui uma frequência de rotação de uma vez a velocidade de rotação do eixo (1X RPM), isto ocorre em virtude da força de desbalanceamento ter o mesmo sentido da rotação do eixo.

A identificação de desbalanceamento em sistemas rotativos é realizada em regime transiente ou de desaceleração. Diferentes respostas ao desbalanceamento são obtidas excitando o sistema com diferentes massas desbalanceadas, possibilitando verificar a influência do desbalanceamento no sistema em comparação ao sistema balanceado. Com essas respostas, é possível a identificação de um desbalanceamento residual do sistema nos diversos planos de desbalanceamento e também desenvolver um modelo matemático. A amplitude de desbalanceamento dos planos pode ser estimada utilizando métodos de minimização.

Lees e Friswell (1997) utilizaram o método dos mínimos quadrados para estimar os parâmetros de desbalanceamento, porém as respostas experimentais foram obtidas com uma única desaceleração do rotor. A análise se mostrou insensível aos parâmetros do mancal para sistemas com suportes flexíveis. Estudo similar foi realizado por Edwards et. al. (2000), no qual igualmente à Lees e Frisweel, dados experimentais medidos nos mancais foram comparados com as respostas obtidas pelo método de elementos finitos e foi utilizado o método de mínimos quadrados para estimar os parâmetros dinâmicos da fundação e os parâmetros de desbalanceamento em diversos planos. Este trabalho apontou que ainda seria necessário um

maior estudo quanto à utilização do método de mínimos quadrados, para uma correta e maior velocidade de obtenção da condição de falha.

Pennacchi et al. (2006) utilizaram o método de mínimos quadrados para estimar os parâmetros de desbalanceamento de um turbo-gerador de 320 MW em uma planta de energia, na qual o método se mostra robusto e preciso com uma boa capacidade de identificação da posição e amplitude do desbalanceamento.

Castro et al. (2008) realizaram um estudo de um sistema rotativo em velocidade constante. O sistema foi modelado por elementos finitos, nos quais o mesmo era composto por um eixo apoiado em suas extremidades por mancais e com um disco de massa no centro médio deste eixo. Utilizando a força de desbalanceamento como força de excitação, os parâmetros a serem estimados foram a amplitude de desbalanceamento e a viscosidade em cada mancal. Algoritmos genéticos multiobjetivo foram utilizados para realizar o ajuste do modelo, considerando as diferenças entre as órbitas experimentais e ajustadas como funções objetivo. Resultados satisfatórios foram obtidos, porém utilizou-se um resultado de simulação representando o experimento, pois o objetivo foi testar o método de ajuste.

Zhou et al. (2016) estudaram um rotor flexível desbalanceado e apoiado em mancais magnéticos ativos, no qual foi utilizada a resposta ao desbalanceamento do mesmo para ajustar os parâmetros de amortecimento e rigidez do sistema. Primeiramente, obteve-se a resposta ao desbalanceamento e os coeficientes do sistema por meio de testes experimentais. Assim, um modelo matemático foi obtido e aproximado por meio do método de elementos finitos e em seguida a resposta ao desbalanceamento do sistema foi simulada. Por meio de um método de malha fechada, buscaram-se os coeficientes de amortecimento e rigidez, os quais minimizaram a diferença entre a resposta do modelo e a resposta experimental. A resposta encontrada foi posteriormente simulada e validada, apresentando resultados satisfatórios para o método de estimação.

### **2.3 Ajuste de modelos de elementos finitos**

A análise de dinâmica de rotores tem estado presente na fase de projeto, pois nesta, pode-se realizar ajustes sem grandes impactos. Modelos matemáticos são desenvolvidos buscando simular o comportamento real do projeto, no qual depois de desenvolvido o modelo numérico, busca-se comparar os resultados encontrados pelo mesmo com dados experimentais obtidos com testes em bancadas.

Ajuste de modelo numérico é um processo de sintonização visando que o mesmo reflita os dados da estrutura física que está sendo modelada (FRISWELL e MOTTERSHEAD, 1995). O ajuste de um modelo numérico busca identificar parâmetros, em que os mesmos proporcionem uma melhor aproximação do modelo numérico para o objeto físico que está sendo estudado. Este processo é fundamentalmente um problema de otimização, em que as variáveis de projeto são os parâmetros do modelo que se consideram em dúvida (e posteriormente precisarão ser ajustados) e a função objetivo é a equação que caracteriza a distância entre os dados estimados pelo modelo numérico e aqueles que foram medidos (MARWALA, 2010).

Diversos métodos de otimização têm sido utilizados nos ajustes de modelo. Os métodos Meta-heurísticos têm ganhado grande atenção devido a sua robustez e precisão. Os mais conhecidos são os Algoritmos Genéticos, Recozimento Simulado, Enxame de Partículas, entre outros. Larson e Zimmeman (1993), Dunn (1998), Levin e Lieven (1998) e Zimmerman e Yap (1999) realizaram estudos de grande valia na área de ajuste de modelos.

Cavalca et al. (2001) ajustaram um modelo de mancal hidrodinâmico proposto por Capone (1986 e 1991). Neste trabalho, utilizando a diferença entre os esforços que o modelo predizia e medições experimentais como função objetivo, foi possível estimar a temperatura do filme de óleo lubrificante para o mancal estudado. Castro et al. (2004) utilizaram o Algoritmo Genético para realizar o ajuste de um modelo de um rotor bi-apoiado em mancais hidrodinâmicos, e então, obter o momento de desbalanceamento e a viscosidade do óleo lubrificante em cada mancal como parâmetros ajustados. O método se mostrou válido para o ajuste, no qual uma melhor seleção dos parâmetros resultaria em resultados mais apurados. Castro e Cavalca (2005), fundamentados no mesmo problema, utilizaram o algoritmo multiobjetivo baseado na versão mono-objetivo como método de otimização para ajustar o modelo matemático aproximado por elementos finitos do sistema rotativo. O trabalho também considera o resultado do ajuste satisfatório, porém, com a variação dos pesos utilizados para cada função objetivo acarretaria uma busca em diferentes direções no espaço de busca e consequentemente melhores soluções.

No intuito de estimar parâmetros desconhecidos em mancais, por meio de respostas obtidas de um rotor flexível, Assis e Steffen (2002) desenvolveram um método de otimização baseado no algoritmo genético e recozimento simulado. O método foi capaz de obter soluções satisfatórias que foram validadas por testes experimentais.

Castro, Cavalca e Mori (2005) desenvolveram um método híbrido de otimização para o ajuste de modelo de rotor, utilizando parâmetros elípticos da órbita e a posição do centro do eixo no mancal como função objetivo. O método é composto pelo Algoritmo Genético, que realiza uma primeira estimativa dos parâmetros e sucessivamente, o método de Recozimento Simulado é utilizado para refinar os dados encontrados, obtendo deste modo, soluções mais precisas. Os métodos se mostraram adequados para o ajuste, e com uma melhor avaliação dos parâmetros dos algoritmos permite-se obter um ajuste mais refinado.

Castro et al. (2010) aplicaram o Algoritmo Genético Multiobjetivo para ajuste de um modelo de rotor desbalanceado, utilizando como parâmetros a serem ajustados: a magnitude de desbalanceamento, fase e posição nodal do sistema rotativo. Castro (2013) realizou o ajuste de um modelo de sistema rotativo desbalanceado utilizando dois métodos de otimização, Algoritmo Genético e Enxame de Partículas, a fim de comparar os resultados obtidos por ambos. Os dois métodos foram capazes de retornar soluções próximas do valor esperado, porém o Enxame de Partículas obteve uma convergência mais rápida que o Algoritmo Genético.

Camargo et al. (2009, 2010) utilizaram o método baseado no Algoritmo Genético Multiobjetivo para realizar o ajuste de um modelo numérico de rotor desbalanceado, obtendo um conjunto ótimo de parâmetros de falha do rotor. Os resultados apresentaram uma boa aproximação com os valores esperados, demonstrando que o método multiobjetivo é uma ferramenta de interessante aplicação para ajuste de modelos.

XU et al. (2015) realizaram um trabalho, no qual foi ajustado o modelo numérico aproximado por elementos finitos de um rotor apoiado em mancais magnético por meio do algoritmo *Nelder Mead Simplex*. Neste trabalho, um erro entre a amplitude de vibração experimental e a simulada é obtido. Posteriormente com base nestas amplitudes, é calculado o número de MAC para os dados experimentais e simulados, obtendo um erro entre os mesmos. Assim, a função objetivo do modelo a ser ajustado é o somatório dos erros de amplitude e número de MAC. Por meio deste estudo, uma aproximação satisfatória foi obtida entre o modelo numérico e os dados experimentais.

Na maior parte dos trabalhos citados que utilizam a abordagem multiobjetivo, o problema é aproximado para mono-objetivo, por meio de ponderações de pesos para cada função objetivo. Por consequência, não é obtido um conjunto de soluções ótimas (característica de problemas multiobjetivo), mas sim uma única solução ótima. Para cada variação das configurações do problema é atribuído um peso diferente, afim de que os resultados sejam diferentes em cada

configuração. Desta forma, problemas multiobjetivo fornecem diversas soluções ótimas (ótimo de Pareto), as quais levam em consideração essas mudanças nas variáveis do problema.

#### 2.4 Métodos de Otimização Multiobjetivo

Métodos de otimização vêm sendo utilizados como suporte na solução de uma gama de problemas que envolvem aplicação real. Segundo Soares (2008), por tantas vezes, problemas de otimização são difíceis de resolver, devido a suas características não lineares e quantidade de variáveis a serem consideradas.

Nos dias atuais, há diversos métodos de otimização já desenvolvidos e considerados eficientes. Porém, a escolha de qual método melhor atende o problema depende da complexidade das funções objetivo, das restrições que o problema impõe e do número de variáveis presentes. Assim, é necessário realizar um estudo do problema a ser otimizado e verificar qual método melhor se adapta.

Diversos métodos de otimização utilizam a abordagem mono-objetivo, no qual há somente uma função objetivo e conseqüentemente, única solução ótima global é encontrada. Entretanto, em abordagens complexas de engenharia, diversas funções objetivo se fazem necessárias para descrever o problema, e assim, é preciso adaptá-las em uma única através de ponderação de pesos para cada função objetivo. Portanto, otimização multiobjetivo torna-se um método mais pertinente para se trabalhar com problemas complexos, devido suas multidimensionalidades.

Métodos de otimização multiobjetivo trabalham com vários objetivos, os quais podem ser conflitantes entre si. Nesta abordagem obtém-se um conjunto de soluções ótimas, ou seja, não sendo possível apontar uma solução ótima única. Tais soluções são tratadas como ótimas, pois não há outras soluções superiores a essas no espaço de busca quando se leva em conta todos os objetivos simultaneamente, sendo estas conhecidas como *soluções ótimas de Pareto*, (CASTRO, 2001).

O conceito *Ótimo de Pareto ou Fronteira de Pareto* proposto por Edgeworth (1881) e aperfeiçoado por Pareto (1896), considera intuitivamente que para um ponto  $y^*$  pode ser adotado como ótimo se nenhum critério utilizado pode melhorar a solução, sem piorar pelo menos um outro critério (LOBATO, 2008).

Métodos determinísticos de otimização (que utilizam cálculo de derivadas) são ferramentas de otimização confiáveis para problemas com funções contínuas e com

convexidade. Entretanto, quando se trata de problemas com descontinuidades, estes métodos têm sua eficiência reduzida. Alguns problemas se fazem presentes nas otimizações com técnicas diretas e indiretas, algumas delas são dependentes de uma solução inicial para a convergência da solução ótima, ocorrência de mínimos locais, ineficiência em problemas com variáveis discretas e em problemas com computação paralela. Uma classe de métodos chamada de heurísticos tem apresentado eficiência por evitar alguns destes problemas.

Ao longo dos anos, graças a melhor compreensão da evolução das espécies, diversos cientistas verificaram a possibilidade de associar o processo de evolução aos problemas da ciência e engenharia. Desta forma, as Técnicas Heurísticas são técnicas iterativas baseadas em sistemas naturais, sendo o sucesso de sobrevivência associado ao grau de adaptação e também ao comportamento das espécies na natureza. Nas pesquisas que utilizam esses algoritmos, busca-se utilizar o princípio da evolução e movimento para simular em processos artificiais os processos de adaptação presentes na natureza (SOARES, 2008). Esses algoritmos operam de maneira aleatória orientada, utilizando regras de probabilidade, e não há necessidade das informações das derivadas ou descontinuidade do problema, no qual a única informação necessária é da função objetivo.

Estudiosos como Ashby (1960), Rechenberg (1973), Fogel et al. (1966) e Holland (1975, 1992) implementaram os métodos baseados na evolução das espécies, conhecidos como *Algoritmos Evolutivos (AE)*. Alguns dos métodos desenvolvidos são Algoritmos Genéticos, Estratégias de Evolução, Evolução Diferencial, etc. Dorigo et al. (1991), Kennedy e Eberhart (1995), Lucic & Teodorovic (2001) e Yang (2008) implementaram os algoritmos baseados no comportamento coletivo de sistemas auto-organizados ou inteligência coletiva. Pode-se citar os métodos Otimização por Enxame de Partículas, Colônias de Formigas, Colônia de Abelhas e Colônia de Vagalumes, etc.

Existem diversos motivos para emprego dos Algoritmos Evolutivos e as Técnicas de Inteligência Coletiva para resolução de problemas multiobjetivo. Dentre eles, ressalta-se a vantagem de se trabalhar com populações, em que o processo de busca é feito segundo informações obtidas por um grupo de pontos, promovendo a possibilidade de se listar mais soluções de Pareto em uma única execução. Estes detalhes deixam os algoritmos mais versáteis e eficientes na resolução de problemas multiobjetivo (SOARES, 2008).

O Algoritmo Genético tem sido largamente empregado, sendo o método evolutivo mais popular atualmente. Este método simula matematicamente o mecanismo de evolução das espécies, por meio de indivíduos representados por cromossomos, os quais passam por

processos de adaptação e evolução genética. Goldberg (1989) foi responsável pela popularização do método a partir do desenvolvimento do **SGA** (*Simple Genetic Algorithm*). Por muito tempo o algoritmo *SGA* era tido como o padrão de comparação para novos algoritmos genéticos, porém com o passar do tempo, outros mais eficientes por meio de validação foram surgindo.

A aplicação do algoritmo genético em problemas multiobjetivo tem sido visto como uma ferramenta eficaz na busca por soluções ótimas, visto que consideram conjuntos de soluções a cada iteração. Segundo Deb (2001), a capacidade de obterem-se diversas soluções ótimas nas otimizações, torna o método ímpar na resolução de problemas multiobjetivo.

Rosenberg (1967) idealizou a utilização do algoritmo genético em problemas com múltiplas funções objetivo, mas somente Schaeffer (1984) aplicou pela primeira vez o algoritmo para busca de múltiplas soluções ótimas utilizando o denominado **VEGA** (*Vector Evaluated Genetic Algorithm*). Posteriormente Fonseca e Fleming (1993) desenvolveram o **MOGA** (*Multi-Objective Genetic Algorithm*), o qual foi implantado no algoritmo multiobjetivo conceitos de dominância e diversidade para as soluções obtidas nas gerações.

Diversos outros algoritmos multiobjetivo foram desenvolvidos ao longo do tempo. Tratados como a primeira geração de MOEA por Coello (2005), são caracterizados como fatores mais relevantes destes algoritmos: a simplicidade e a falta de metodologia para validação dos mesmos.

De acordo com Coello (2005), na segunda geração dos **MOEAs** preza-se pela eficiência, e inicia-se quando o elitismo se torna um mecanismo padrão. Esse conceito é uma determinação teórica com o propósito de garantir a convergência do algoritmo. Nesta segunda fase, uma variedade de métodos foi proposta por diversos pesquisadores, e isso possibilitou uma quantidade de comparações de resultados, e por meio desses estudos comparativos, Zitzker e Thiele (1999) afirmaram que na performance de um MOEA, era interessante garantir a maximização do número de elementos na fronteira de *Pareto* e da densidade das soluções encontradas, buscando-se uma distribuição mais uniforme e suave possível, minimização da distância entre a fronteira de *Pareto* encontrada no algoritmo e a fronteira real global (assumindo que seja conhecida a sua localização).

Com o passar dos anos, segundo Coello (2005), os MOEAs vêm adquirindo uma aplicabilidade cada vez maior em diversas áreas do conhecimento, tais como Engenharia, Industrial e Científica. O maior interesse dessas áreas nestes métodos deve-se a grande quantidade de problemas de abordagem multiobjetivo. Diversos trabalhos com resultados

satisfatórios têm sido desenvolvidos nessas áreas utilizando o algoritmo genético, na sua versão NSGA, da forma que pudesse citar alguns bem-sucedidos na sequência.

Em pesquisas da área de radioterapia, Hass, Burnham e Mills (1997), utilizaram um algoritmo genético multiobjetivo para otimizar o tratamento de câncer em pacientes. A ideia do estudo era direcionar a aplicação do remédio em tecidos comprometidos, enquanto os tecidos saudáveis ou órgãos em risco eram poupados.

Panda (2011) aplicou eficientemente o algoritmo NSGA II para sintonizar um controlador Proporcional Integral Derivativo (PID) para controlar um estabilizador baseado em um sistema de transmissão AC flexível. Um método de lógica de *Fuzzy* é utilizado para auxiliar na escolha da melhor solução da fronteira de Pareto.

Carlucci *et al.* (2015) realizaram uma otimização multiobjetivo do projeto de um edifício de baixo consumo de energia. Buscava-se minimizar o desconforto térmico e visual utilizando o algoritmo genético NSGA II, de tal maneira que o algoritmo obteve um bom conjunto de soluções, as quais seriam selecionadas posteriormente por um “*decision maker*”. Parente; Cortez; Correia, (2015) utilizaram o mesmo algoritmo para realizar a otimização multiobjetivo de um sistema de locação de recursos para fase de terraplanagem de um projeto civil. O algoritmo se mostrou capaz de incrementar substancialmente os valores de tempo de duração e redução do custo.

Malekzhehtab e Golafshani (2013) ajustaram um modelo matemático através do método de elementos finitos de uma estrutura de plataforma “*offshore*”. Utiliza-se Algoritmo Genético para fazer o ajuste entre o medido e o simulado, e assim, tem-se um modelo satisfatório de predição de falhas ajustado. Xu, Lin e Yang (2015) utilizaram o algoritmo NSGA II para encontrar os parâmetros de otimização simultâneas de *layout* e geometria do material para um projeto de estruturas com amortecimento visco elástico. Os autores concluem que o método atendeu o esperado e pode ser aplicado às estruturas viscoelásticas de maior complexidade.

Castro *et al.* (2012) analisou a convergência do algoritmo genético aplicado na estimação de parâmetros em problema de desbalanceamento de sistemas rotativos, levando em consideração a influência dos parâmetros obtidos pelo algoritmo no processo de busca. O método proporcionou bons resultados, que podem ser se incrementados através de uma análise dos parâmetros de entrada do algoritmo.

Rezende *et al.* (2015) utilizaram Algoritmo Genético Multiobjetivo e Inferência Bayesiana para ajustar um modelo matemático e identificar parâmetros de desbalanceamento, de um sistema rotativo apoiado em mancais hidrodinâmicos. O ajuste é feito por meio da

diferença entre as respostas numéricas e experimentais, no qual posteriormente, é aplicado os métodos de otimização a fim de obter os parâmetros de falha.

Como observa-se, o algoritmo genético vem sendo extensamente aplicado no campo de otimização, no qual pode-se destacar o método NSGA II, devido sua capacidade de obter-se soluções não dominadas com diversidade, e também por ser uma técnica já estruturada, o que proporciona uma robustez ao método.

Dentro das técnicas heurísticas, as estratégias de inteligência vêm ganhando espaço nas pesquisas atuais. Estas são inspiradas no comportamento coletivo de enxames ou colônias, tais como insetos, pássaros ou peixes (LOBATO, 2008). Estes algoritmos simulam as ações comunicativas existentes nas populações dos insetos ou animais. O algoritmo Colônia de Vagalumes, desenvolvido recentemente por Yang (2008) é inspirado na natureza e baseado no comportamento social dos vagalumes e tem interessante aplicação, sendo alvo de pesquisas por diferentes autores.

Com o sucesso do Algoritmo Colônia de Vagalumes, uma abordagem multiobjetivo se fazia interessante, e desta forma, Apostolopoulos e Vlachos (2011) desenvolveram um trabalho em que foi aplicado um algoritmo multiobjetivo para otimizar o problema de expedição econômica de cargas. Neste algoritmo, o problema multiobjetivo foi transformado em mono-objetivo, por meio da união de todas as funções em uma única função objetivo. Uma ponderação de pesos foi utilizada para determinar a relevância de cada função secundária na função principal.

Extensão de seu primeiro trabalho, Yang (2013) desenvolveu um algoritmo chamado de **MOFA** (*Multi-objective Firefly Algorithm*), no qual é adicionada a teoria de seleção dos não dominados (*non-dominated sort*) e a solução é organizada com base na fronteira de Pareto. Neste método, a fronteira de Pareto é representada pelos vagalumes e composta pelas melhores soluções, ou seja, aquelas não dominadas. Nesta versão de Yang, apenas as soluções não dominadas são passadas para a próxima geração, sendo que isso possibilita uma eficaz aproximação da fronteira de Pareto (YANG, 2013).

Baseado nos trabalhos de Yang, outras versões do MOFA foram desenvolvidas. Podemos destacar o trabalho de Lobato e Steffen (2013), no qual foi desenvolvido um algoritmo multiobjetivo para otimizar o projeto de um sistema de engenharia bioquímico. Lobato et al. (2014) apresentaram um trabalho de otimização de sistemas de engenharia utilizando uma versão híbrida do MOFA. Neste, é adicionado o conceito de otimização multiobjetivo robusta ao algoritmo, e são comparadas as soluções obtidas para problemas robustos e não robusto. Em

ambos os trabalhos, os autores concluíram que a metodologia abordada é uma alternativa relevante para a otimização de problemas robustos.

Outro algoritmo dentro da metodologia de colônia que vem ganhando atenção é a Otimização por Enxame de Partículas ou, no inglês, *Particle Swarm Optimization* (PSO). Seu embasamento teórico foi desenvolvido por Kennedy e Eberhart (1995), sendo uma técnica heurística de busca que simula o comportamento social de revoada de pássaros e cardume de peixes na procura de alimentos. Segundo Parsopoulos & Vrahatis (2008), a manipulação dos enxames difere significativamente daquelas praticadas nos algoritmos evolucionários.

Para o desenvolvimento multiobjetivo do PSO, foi incorporada a teoria da fronteira de Pareto e seleção dos não dominados. Desta forma, a cada iteração, são selecionadas apenas as soluções não dominadas para seguirem no processo. Diversas variações deste método já foram desenvolvidas até então. Coello e Sierra (2006) realizaram uma revisão de vários métodos de otimização multiobjetivo por exame de partículas, na qual foi incluída uma classificação e identificação de algumas características dos métodos. Os autores concluíram na época, que este método ainda teria um incremento no número de trabalhos ao longo do tempo devido aos bons resultados obtidos.

Suresh, Sujit e Rao (2007) utilizaram o método de enxame de partícula para uma abordagem multiobjetivo, a fim de otimizar o projeto de caixas de engrenagem de helicópteros. Maciel *et al.* (2012) realizaram um trabalho, no qual utilizou-se o MOPSO para otimizar a avaliação do impacto da geração distribuída na área de engenharia elétrica. Além de otimizar este problema, foi comparado este método com outros métodos evolutivos. Em ambos os trabalhos, o método mostrou-se eficiente na busca por soluções não dominadas para os problemas.

Rao e Sivasubramanian (2008) apresentaram um controlador com lógica de *fuzzy*, combinando-a à um desenvolvido autoconfigurável multiobjetivo PSO para controle de vibração ativa de edifícios sismicamente excitados. Das, Pattnaik e Padhy (2014) desenvolveram um método baseado no enxame de partícula, no qual aplicou-se Redes Neurais Artificiais (RNA) treinada com a Otimização por enxame de partícula para um problema de equalização de canais.

Como pode-se verificar, os Algoritmos Evolutivos se encontram presentes em diversas áreas, e já contam com programações bem desenvolvidas ao longo do tempo. De acordo com Coello (2005), embora sua grande utilização nos problemas de otimização multiobjetivo, ainda há áreas pouco exploradas na aplicação da abordagem. Uma dessas áreas é o ajuste de

parâmetros dos modelos de elementos finitos de estruturas, a qual será abordada neste trabalho. As principais vantagens de se utilizar os algoritmos evolutivos são a robustez com relação a ótimos globais, a não necessidade de cálculos diferenciais e como consequência, fácil implementação.

### 3. MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA ROTATIVO

A modelagem dinâmica de sistemas rotativos vem sendo foco de trabalhos ao longo de diversos anos. Este fato vem possibilitando uma representação mais detalhada e realística do sistema físico em modelos matemáticos. Nos modelos dinâmicos, devem conter todas as interações entre componentes e subcomponentes do sistema, tais como rotores, mancais, selos de fluxo, acoplamentos e fundação. Neste sentido, o Método de Elementos Finitos (MEF) vem sendo extensamente utilizado para a resolução de modelos numéricos de sistemas rotativos, em que o mesmo trata sistemas contínuos por meio da discretização de um conjunto de elementos, os quais são individualmente contínuos. Por meio deste método, o deslocamento de um ponto qualquer do sistema contínuo, é função do deslocamento de um conjunto de pontos, os quais são obtidos por uma função de interpolação. A partir do MEF, têm-se obtido respostas satisfatórias na resolução de problemas estruturais, porém, ainda há espaço para o contínuo estudo dos fenômenos e da modelagem matemática dos problemas, devido à complexidade destes problemas.

Um exemplo de sistema rotativo (Figura 3.1) foi apresentado por Nelson e McVaugh (1976), o qual é composto por eixo, discos e mancais. O sistema de referência  $XYZ$  constitui o sistema referencial inercial, o qual também é utilizado neste trabalho, sendo que  $X$  representa o eixo axial e  $YZ$  os eixos transversais horizontal e vertical, respectivamente. O sistema de referência  $xyz$  constitui o sistema referencial de rotação, e é em função do sistema referencial inercial por meio da rotação  $\omega t$  em torno de  $X$ . Os eixos  $X$  e  $x$  são colineares e coincidentes com a linha de centro do eixo sem deformação. O sistema abordado é ilustrado na figura 3.1.

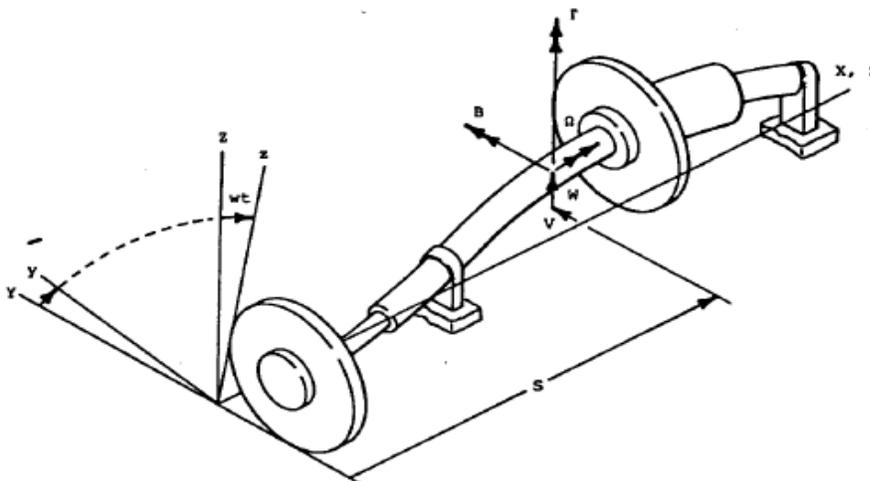


Figura 3-1 - Esquema básico de sistema rotativo e sistema de referência (NELSON, 1976).

Para a modelagem por Elementos Finitos, a consideração da geometria e o comportamento da estrutura são fatores importantes. O sistema contínuo é dividido em uma quantidade finita de elementos conectados entre si por meio de nós. Desta maneira, podem-se calcular as energias cinética ( $T_i$ ), de deformação ( $U_i$ ) e o termo de dissipação de energia ( $R_i$ ) de cada elemento  $i$  conforme o deslocamento dos nós de sua fronteira. Considerando uma estrutura com  $N$  elementos, a energia estrutural global é determinada pelo somatório das energias de cada elemento (Equação 3.1):

$$T = \sum_{i=1}^N T_i, \quad U = \sum_{i=1}^N U_i, \quad R = \sum_{i=1}^N R_i. \quad (3.1)$$

A equação de movimento do sistema completa é obtida pela aplicação da equação de Lagrange (Equação 3.2):

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Fq_i, \text{ para } i=1,2,\dots, n \quad (3.2)$$

sendo  $q_i$ , a  $i$ -ésima coordenada generalizada e  $Fq_i$ , a força generalizada atuante na direção da  $i$ -ésima coordenada generalizada. Assim, a equação do sistema completo fica da seguinte forma:

$$[M]\{\dot{q}(t)\} + [C]\{q(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{F(t)\}, \quad (3.3)$$

sendo,

$[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$  são respectivamente as matrizes globais de massa, amortecimento e rigidez.

$\{F\}$  é o vetor de força ou excitação e  $\{q\}$  é o vetor deslocamento relativo ao sistema de coordenadas inerciais.

A modelagem dos componentes do sistema rotativo será apresentada separadamente, na seguinte ordem: elemento de disco rígido, elementos de viga, elementos de mancal e elementos de acoplamento.

### 3.1 Modelo de elemento de disco

Um elemento de disco (Figura 3.2) é considerado um corpo rígido de modo que se considera um único nó para a modelagem.

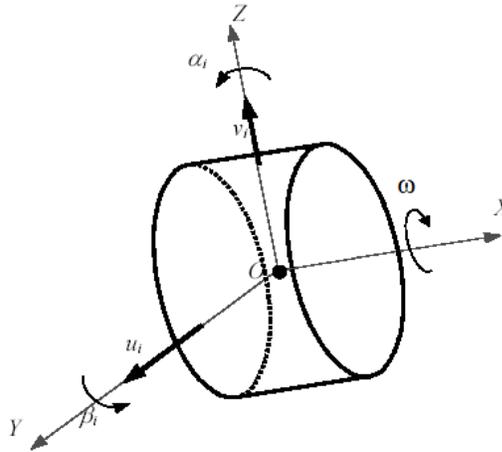


Figura 3-2 – Modelo de Elementos Finitos para elemento de disco e suas coordenadas (TAPIA, 2003).

Desta forma, a equação de movimento não amortecida para um elemento de disco é obtida aplicando a equação de Lagrange, sendo dada por:

$$([M_T^d] + [M_R^d])\{q_i^d\} + \Omega[G^d]\{q_i^d\} = F^d, \quad (3.4)$$

sendo,  $[M_T^d]$  e  $[M_R^d]$ , respectivamente as matrizes de massa e inércia do elemento de disco,  $[G^d]$  é a matriz giroscópica e  $F^d$  é o vetor de força que abrange a força de desbalanceamento e  $\{q_i^d\}$  é o vetor de coordenadas generalizadas do elemento de disco,  $\Omega$ , a velocidade de rotação.

$$\{q_i^d\} = [u_i \quad v_i \quad \alpha_i \quad \beta_i]^T, \quad (3.5)$$

sendo,  $u_i$  e  $v_i$ , deslocamentos nas direções horizontal Y e vertical Z,  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  são os ângulos de rotação em torno dos eixos Y e Z, respectivamente. As matrizes de massa, inércia e giroscópica são dadas por:

$$[M_T^d] = \begin{bmatrix} m_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad [M_R^d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_t \end{bmatrix}, \quad [G^d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \\ 0 & 0 & I_p & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

em que  $m_d$  é a massa do disco,  $I_t$  e  $I_p$  são o momento de inércia de massa transversal e polar, respectivamente, e são obtidas pelas Equações 3.7 e 3.8.

$$I_t = \frac{m_d}{12} \left( \frac{3}{4} (d_{ext}^2 + d_i^2) + L_d^2 \right), \quad (3.7)$$

$$I_p = \frac{m_d}{8} (d_{ext}^2 + d_i^2), \quad (3.8)$$

uma vez que  $d_{ext}$  e  $d_i$  são os diâmetros externo e interno do elemento de disco, respectivamente, e  $L_d$ , a espessura do disco.

### 3.2 Modelo de elemento de viga

Baseado nos trabalhos de Nelson e McVaugh (1976) e Nelson (1980), foi utilizado, neste trabalho, um elemento de viga com secção transversal circular uniforme, sendo o mesmo localizado entre os seus nós  $i$  e  $j$  (Figura 3.3).

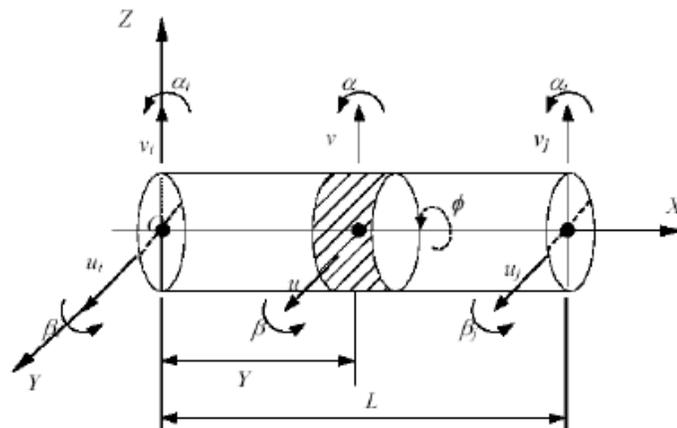


Figura 3-3 – Modelo de Elementos Finitos para elemento de viga e suas coordenadas (TAPIA, 2003).

O elemento de viga ilustrado possui oito graus de liberdade, composto por quatro de translação e quatro de rotação. Seu vetor de coordenada generalizada  $\{q_i^e\}$  é dado por:

$$\{q^e\} = [u_i \quad v_i \quad \alpha_i \quad \beta_i \quad u_j \quad v_j \quad \alpha_j \quad \beta_j]^T, \quad (3.9)$$

Por seguinte, é aplicado a Equação de Lagrange para um elemento de viga, obtendo-se então a equação de movimento para o elemento (Equação 3.10).

$$([M_T^e] + [M_R^e])\{q^e\} + ([C^e] + \Omega[G_e])\{q^e\} + [K_B^e]\{q^e\} = F^e, \quad (3.10)$$

sendo,  $[M_T^e]$  e  $[M_R^e]$ , respectivamente as matrizes de massa e de inércia do elemento de viga,  $[C^e]$ , a matriz de amortecimento,  $[G^e]$  é a matriz giroscópica e  $F^e$  é o vetor de força que abrange a força de desbalanceamento. A matriz giroscópica  $[G^e]$  é antissimétrica e as demais matrizes da equação são simétricas.

Assim, de acordo com Tuckmantel (2010), as matrizes da equação de movimento são dadas por:

- Matriz de massa e inércia são dadas por:

$$[M] = [M_T^e] + [M_R^e]$$

$$[M_T^e] = \begin{matrix} b_1 & 0 & 0 & b_2 & b_4 & 0 & 0 & b_5 \\ & b_1 & b_2 & 0 & 0 & b_4 & b_5 & 0 \\ & & b_3 & 0 & 0 & b_5 & b_6 & 0 \\ & & & b_3 & b_5 & 0 & 0 & b_6 \\ & & & & b_1 & 0 & 0 & b_2 \\ & & & & & b_1 & b_2 & 0 \\ & & & & & & b_3 & 0 \\ & & & & & & & b_3 \end{matrix},$$

*sim.*

sendo,

$$b_1 = (156 + 294\Phi + 140\Phi^2)\alpha_T,$$

$$b_2 = (22 + 38.5\Phi + 17.5\Phi^2)L\alpha_T,$$

$$b_3 = (4 + 7\Phi + 3.5\Phi^2)L^2\alpha_T,$$

$$b_4 = (54 + 126\Phi + 70\Phi^2)\alpha_T,$$

$$b_5 = (13 + 31.5\Phi + 17.5\Phi^2)L\alpha_T,$$

$$b_6 = (3 + 7\Phi + 3.5\Phi^2)L^2\alpha_T,$$

$$\alpha_T = \frac{\rho AL}{420(1 + \Phi)^2}.$$

$$[M_R^e] = \begin{matrix} br_1 & 0 & 0 & br_2 & br_1 & 0 & 0 & br_2 \\ & br_1 & br_2 & 0 & 0 & br_1 & br_2 & 0 \\ & & br_3 & 0 & 0 & br_2 & br_4 & 0 \\ & & & br_3 & br_2 & 0 & 0 & br_4 \\ & & & & br_1 & 0 & 0 & br_2 \\ & & & & & br_1 & br_2 & 0 \\ & & & & & & br_3 & 0 \\ sim. & & & & & & & br_3 \end{matrix} ,$$

sendo,

$$br_1 = (36)\alpha_R,$$

$$br_2 = (3 + 15\Phi)L\alpha_R,$$

$$br_3 = (4 + 5\Phi + 100\Phi^2)L^2\alpha_R,$$

$$br_4 = (1 + 5\Phi - 5\Phi^2)L^2\alpha_R,$$

$$\alpha_R = \frac{\rho A(R^2 + ri^2)}{120L(1 + \Phi)^2}.$$

- A Matriz Giroscópica  $[G^e]$  definida por:

$$[G^e] = \begin{matrix} 0 & bg_1 & bg_2 & 0 & 0 & bg_1 & bg_2 & 0 \\ & 0 & 0 & bg_2 & bg_1 & 0 & 0 & bg_2 \\ & & 0 & bg_3 & bg_2 & 0 & 0 & bg_4 \\ & & & 0 & 0 & bg_2 & bg_4 & 0 \\ & & & & 0 & bg_1 & bg_2 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & bg_2 \\ & & & & & & 0 & bg_3 \\ sim. & & & & & & & 0 \end{matrix} ,$$

sendo,

$$bg_1 = (36)\alpha_G,$$

$$bg_2 = (3 + 15\Phi)L\alpha_G,$$

$$bg_3 = (4 + 5\Phi + 100\Phi^2)L^2\alpha_G,$$

$$bg_4 = (1 + 5\Phi - 5\Phi^2)L^2\alpha_G,$$

$$\alpha_G = \frac{2\rho A(R^2 + ri^2)}{120L(1 + \Phi)^2}.$$

- Matriz de Rigidez a Flexão  $[K_b]$  é igual à:

$$[K_B^e] = \frac{EI_t}{L^3(1 + \Phi)} \begin{matrix} 12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ & 12 & 6L & 0 & 0 & 12 & 6L & 0 \\ & & L^2(4 + \Phi) & 0 & 0 & 6L & L^2(2 + \Phi) & 0 \\ & & & L^2(4 + \Phi) & 6L & 0 & 0 & L^2(2 + \Phi) \\ & & & & 12 & 0 & 0 & 6L \\ & & & & & 12 & 6L & 0 \\ & & & & & & L^2(4 + \Phi) & 0 \\ \text{sim.} & & & & & & & L^2(4 + \Phi) \end{matrix} ,$$

- Matriz de amortecimento  $[C^e]$  é em função da matriz de rigidez, sendo:

$$[C^e] = \beta [K_B^e],$$

sendo  $\beta$ , coeficiente de amortecimento proporcional a matriz de rigidez.

Sendo os parâmetros utilizados em todas as matrizes definidos como:

L – Comprimento do elemento;

$r_i$  – Raio Interno;

R – Raio Externo;

$\rho$  – Densidade do Material;

E – Módulo de Elasticidade do Material;

A – Área transversal do elemento,  $A = \pi(R^2 - r_i^2)$ ;

I – Momento de inércia de área,  $I = \frac{\pi}{4}(R^4 - r_i^4)$ ;

$\Phi$  – Coeficiente de cisalhamento,  $\Phi = \frac{12EI}{kAGL^2}$ ;

G – Módulo de elasticidade transversal;

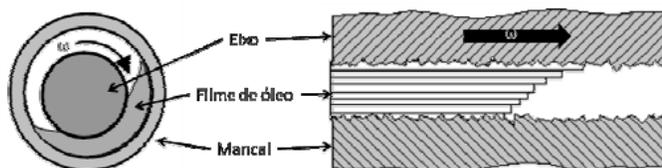
k – Coeficiente para círculo vazado,  $k = \frac{6(1+\nu)(1+n^2)^2}{(7+6\nu)(1+n^2)^2 + (20+12\nu)n^2}$  com  $n = \frac{r_i}{R}$  e  $\nu$  coeficiente de Poisson.

### 3.3 Modelo dos mancais

Quando houver movimento relativo entre dois corpos, caracteriza-se um mancal por definição. Em sistemas rotativos, além de absorverem cargas e limitar os graus de liberdade

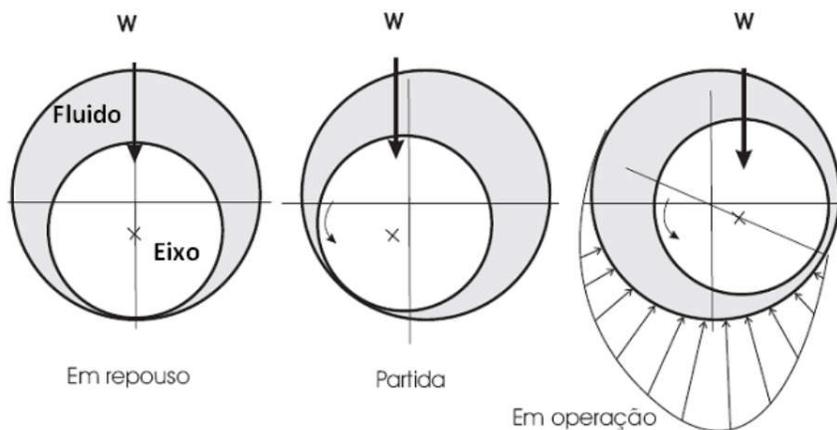
devido à movimentação do eixo, os mancais são responsáveis por fazer a ligação entre a parte móvel (rotor) e a parte fixa (fundação).

Diversas formas e materiais são utilizados na interface entre as superfícies, porém, a utilização de fluido tem ganhado grande espaço. Nestes mancais, é adicionado um fluido entre as superfícies em movimento, visando à separação das partes sólidas. Desta forma, o atrito entre as superfícies sólidas passa de seco para viscoso. A figura 3.4 ilustra a disposição do filme de fluido no mancal hidrodinâmico.



**Figura 3-4 – Representação mancal hidrodinâmico (MACHADO E CAVALVA, 2009).**

No início do movimento, o contato entre a parede do mancal e do eixo é inevitável, porém o movimento das partes sólidas força o fluido a direcionar-se para região inferior do eixo, por meio das forças de cisalhamento gerada pelo eixo. Esse processo ocasiona um aumento de pressão na superfície do mancal, possibilitando a sustentação do peso do rotor e o não contato entre o eixo e o mancal. Este processo é representado resumidamente pela Figura 3.5.



**Figura 3-5 – Funcionamento típico de um mancal hidrodinâmico (MENDES, 2011).**

A partir da caracterização do mancal hidrodinâmico, pode-se representar e quantificar as forças transmitidas pelo componente. A representação das características dinâmicas dos mancais hidrodinâmicos pelos coeficientes de rigidez e amortecimento foi inicialmente proposta por Stodola (1925) e Hummel (1926). Simultaneamente, o fenômeno de estabilidade

induzida foi estudado por Newkirk (1924 e 1925), possibilitando a associação deste fenômeno com os coeficientes do mancal por outros pesquisadores em anos seguintes.

A modelagem dos mancais hidrodinâmicos para este trabalho segue o modelo proposto pelo trabalho de Machado e Cavalca (2009). Neste modelo, a expressão do filme de óleo é função do peso do rotor e das características geométricas do mancal. Por meio da espessura do filme de fluido, obtém-se a distribuição de pressão e forças hidrodinâmicas de sustentação no mancal, possibilitando por seguinte à avaliação dos coeficientes. A solução da equação de Reynolds é obtida pela aplicação do método de diferenças ou volumes finitos. Diferentes geometrias de mancais hidrodinâmicos foram estudadas pelos autores, tais como cilíndrico, elíptico e multi-lobular.

Por meio da resolução por diferenças ou volumes finitos da equação de Reynolds (Equação 3.11), é possível obter a distribuição de pressão do fluido para o mancal de determinada característica geométrica.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu U \frac{\partial}{\partial x} + 12\mu \frac{\partial}{\partial t}, \quad (3.11)$$

nos quais  $x$  e  $z$  são as coordenadas cartesianas,  $p$  é a pressão gerada no interior do filme de fluido,  $t$ , o tempo,  $\mu$ , a viscosidade absoluta do lubrificante,  $U$ , a velocidade tangencial na superfície do rotor e  $h$ , a espessura do filme de óleo, dada a equação 3.12.

Conforme o exemplo de mancal hidrodinâmico ilustrado na Figura 3.6, um eixo circular com raio  $R$ , rodando a uma velocidade angular  $\Omega$  no interior de um mancal cilíndrico de raio  $R + f$  (sendo  $f$  a diferença entre o raio do mancal e do eixo, ou folga radial) e com comprimento axial  $L$  na coordenada  $Z$ . As coordenadas do centro  $C$  do eixo são indicadas por  $x_c$  e  $y_c$ , que possuem origem no centro  $O$  do mancal. A denominada excentricidade,  $e$ , é obtida pela distância entre o centro do eixo e o centro do mancal. Ainda, a posição de máxima espessura do filme ( $h_{máx}$ ) é localizada na interseção da linha  $CO$  com a superfície do mancal em  $B$ , e a partir dela é medida a coordenada angular  $\theta$ .

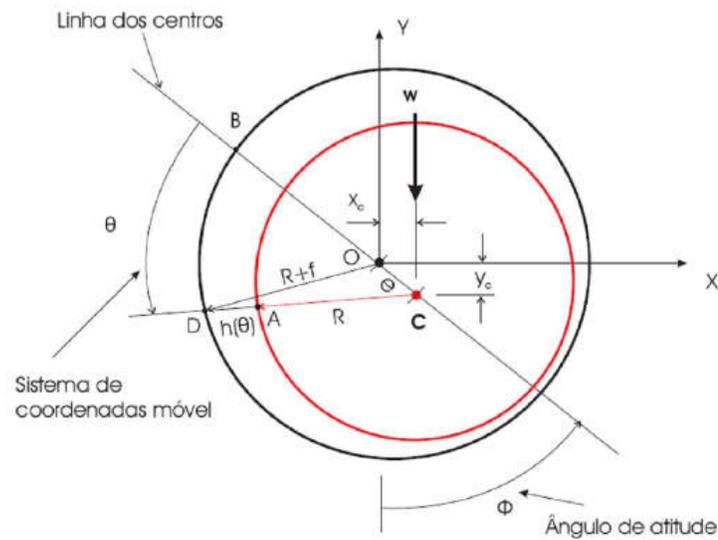


Figura 3-6 – Geometria típica de um mancal radial (MACHADO E CAVALVA, 2009).

A espessura do filme de lubrificante é calculada por meio da Equação 3.12.

$$= f + e \cos \theta = f(1 + \varepsilon \cos \theta), \quad (3.12)$$

sendo,  $\varepsilon$ , a razão de excentricidade, dado por  $\varepsilon = \frac{e}{f}$ .

As forças presentes no sistema são relacionadas aos carregamentos externos aplicados, e são designadas nas coordenadas móveis pelas forças radial,  $F_r$ , e tangencial,  $F_t$ . A força radial está presente na direção da mínima espessura de filme de fluido, e a  $90^\circ$  desta se encontra a força tangencial, e são calculadas por:

$$F_r = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{\theta_1}^{\theta_2} p \cos \theta R d\theta dz, \quad (3.13)$$

$$F_t = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{\theta_1}^{\theta_2} p \sin \theta R d\theta dz, \quad (3.14)$$

Ambas as forças podem ser calculadas para sistema fixo por meio do ângulo de atitude  $\Phi$ , e são denotadas por  $F_x$  e  $F_y$ , no qual:

$$F_x = F_r \sin \Phi + F_t \cos \Phi, \quad (3.15)$$

$$F_y = F_r \cos \Phi - F_t \sin \Phi, \quad (3.16)$$

Com a descrição do fluido em modelo mola-amortecedor, caracterizado por coeficientes de rigidez e amortecimento, as expressões diferenciais são obtidas linearizando os mesmos, que após serem aproximadas por diferenças finitas, resultam nas equações de coeficiente de rigidez direto ( $K_{xx}$  e  $K_{yy}$ ) e amortecimento direto ( $C_{xx}$  e  $C_{yy}$ ), também se obtém os coeficientes cruzados ( $K_{xy}$  e  $K_{yx}$ ) e ( $C_{xy}$  e  $C_{yx}$ ), no qual os mesmos são dados abaixo pelas Equações 3.17 a 3.24.

Os coeficientes de rigidez são:

$$K_{xx} = \frac{F_x}{x} \approx \frac{F_{x+} - F_{x-}}{2x}, \quad (3.17)$$

$$K_{xy} = \frac{F_x}{y} \approx \frac{F_{x+} - F_{x-}}{2y}, \quad (3.18)$$

$$K_{yy} = \frac{F_y}{y} \approx \frac{F_{y+} - F_{y-}}{2y}, \quad (3.19)$$

$$K_{yx} = \frac{F_y}{x} \approx \frac{F_{y+} - F_{y-}}{2x}. \quad (3.20)$$

Os coeficientes de amortecimento são dados por:

$$C_{xx} = \frac{F_x}{x} \approx \frac{F_{x+} - F_{x-}}{2x}, \quad (3.21)$$

$$C_{xy} = \frac{F_x}{y} \approx \frac{F_{x+} - F_{x-}}{2y}, \quad (3.22)$$

$$C_{yy} = \frac{F_y}{y} \approx \frac{F_{y+} - F_{y-}}{2y}, \quad (3.23)$$

$$C_{yx} = \frac{F_y}{x} \approx \frac{F_{y+} - F_{y-}}{2x}. \quad (3.24)$$

### 3.4 Força de desbalanceamento

Na modelagem do sistema rotativo, o termo de força pode conter diversas forças atuantes no sistema, dependendo das características do mesmo. A força devido ao desbalanceamento de massa é a força mais frequente e significativa encontrada em sistemas rotativos, e sua intensidade varia de acordo com o balanceamento realizado no sistema. A massa desbalanceada no rotor ocasiona uma força periódica, que influi em tanto nos mancais e nos suportes da estrutura. A frequência de vibração desta força é síncrona (1x) à velocidade de rotação do eixo.

A força de desbalanceamento presente nos rotores advém de diversos motivos. As causas mais recorrentes são não uniformidade na densidade do material, porosidade em peças obtidas por processo de fundição, montagem de forma incorreta, tolerâncias de fabricação, manutenções, entre outros cujos resultem em alterações na distribuição de massa (PRABHU E SEKHAR, 2008). Entretanto, mesmo evitando-se esses problemas citados, deteriorações na máquina oriundas de sua operação podem causar alterações no balanceamento de massa da mesma.

Uma das formas de redução da vibração a níveis aceitáveis, causada por massa desbalanceada, é realizar o balanceamento do sistema por meio da identificação da magnitude e posição do desbalanceamento e, posteriormente, aplicar uma massa de correção à 180 graus. Este procedimento, quando realizado, aproxima o centro de massa ao centro geométrico, e pode ser repetido em diversos planos de desbalanceamento da máquina.

O comportamento e distribuição das forças em um plano de desbalanceamento são ilustrados na Figura 3.7, de modo que,  $m_{UNB}$  é a massa desbalanceada e  $\theta_{UNB}$ , o ângulo de desbalanceamento;  $O'_{XYZ}$  e  $O_{xyz}$  são, respectivamente, os centros referência de inércia do rotor e de rotação;  $\varepsilon$ , a excentricidade, ou a distância do centro da massa desbalanceada ao centro de referencial rotativo;  $\omega$  é a velocidade de rotação do eixo;  $f_{UNB}$  é a força de desbalanceamento, a qual pode ser decomposta na direção vertical e horizontal pelas componentes  $f_{UNB}^Y$  e  $f_{UNB}^Z$ .

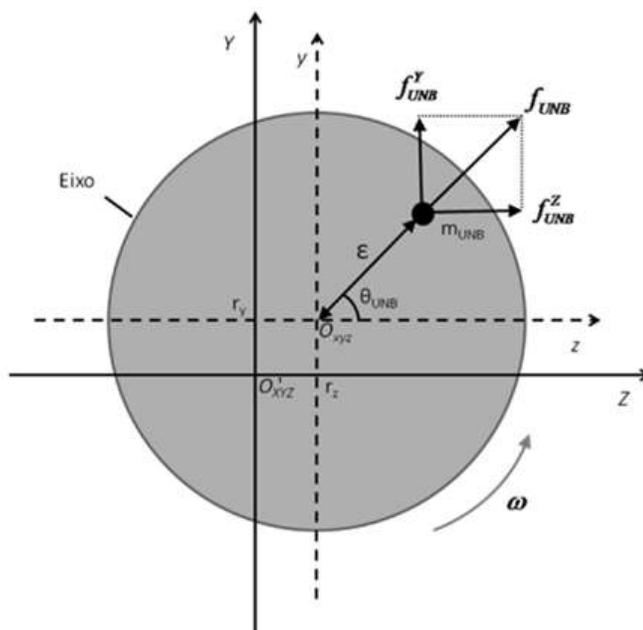


Figura 3-7 – Representação de um sistema com desbalanceamento de massa (CAMARGO, 2010).

De acordo com Lalanne e Ferraris (1999), obtendo-se a posição e velocidade da massa desbalanceada, posteriormente, é possível calcular a energia cinética do ponto material e aplicá-la à Equação de Lagrange para obter-se a equação da força de desbalanceamento, a qual é dada por:

$$\{f_{UNB}^i\} = \begin{Bmatrix} f_{UNB}^Y \\ f_{UNB}^Z \end{Bmatrix} = m_{UNB} \epsilon \omega^2 \begin{Bmatrix} \sin(\omega t + \theta_{UNB}) \\ \cos(\omega t + \theta_{UNB}) \end{Bmatrix}, \text{ agindo nos GDL } u_i \text{ e } v_i \text{ do nó } i \quad (3.25)$$

A força representada na Equação (3.25) precisa ser alocada aos respectivos graus de liberdade do vetor de força global, para a resolução do sistema linear.

### 3.5 Matriz Global

A equação global do sistema é montada após ter-se modelado cada componente do sistema rotativo. Desta maneira, agrupam-se as matrizes dos elementos em uma matriz global, respeitada a posição em cada grau de liberdade. Assim, a equação global do sistema, a qual é dependente do tempo  $t$ , para  $N$  elementos, levando em consideração todos os graus de liberdade, pode ser visualizada na Equação (3.26).

$$[M]\{q(t)\} + ([C] + \Omega[G])\{q(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{F(t)\}, \quad (3.26)$$

sendo  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[G]$ ,  $[K]$ , as matrizes de massa, amortecimento, giroscópica e rigidez, respectivamente;  $\{F(t)\}$  é o vetor que contém as forças que atuam no sistema,  $\{q(t)\}$  é o vetor que contém os graus de liberdade do sistema, sendo a mesma dada na Equação (3.27).

$$\{q(t)\} = [u_1 \quad v_1 \quad \alpha_1 \quad \beta_1 \quad \dots \quad u_N \quad v_N \quad \alpha_N \quad \beta_N]^T, \quad (3.27)$$

sendo,  $u$  e  $v$ , deslocamentos nas direções horizontal Y e vertical Z,  $\alpha$  e  $\beta$  são os ângulos de rotação em relação aos eixos Y e Z, respectivamente. Assim, o arranjo das matrizes na matriz global é dado pela Figura 3.8.

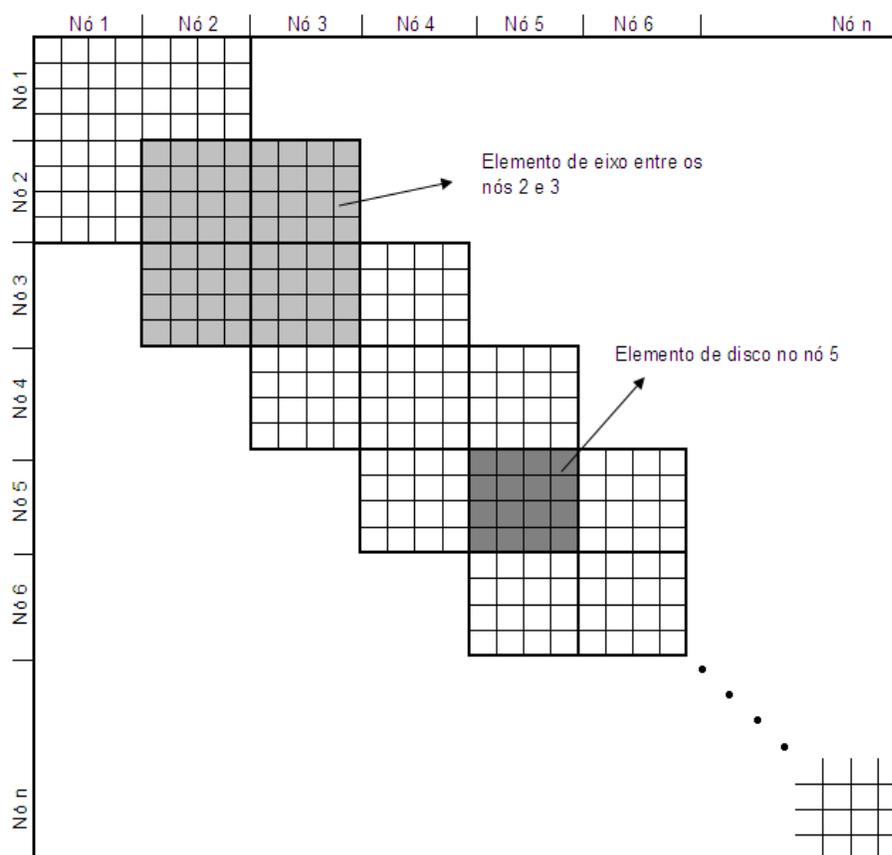


Figura 3-8 – Organização das matrizes elementares na matriz global (CASTRO, 2007).

Como ilustrado na Figura (3.8), soma-se alguns termos das matrizes dos elementos que possuem o mesmo grau de liberdade. Desta maneira, a matriz global do sistema rotativo é obtida

sobrepondo todas as matrizes elementares, sendo referente aos elementos de disco, viga, mancais e acoplamentos.

### 3.6 Espaço de Estados

Um dos métodos cabíveis para o cálculo da resposta do modelo numérico do rotor é a representação em espaço de estados. Este é um método matemático que relaciona um sistema físico mediante equações diferenciais de primeira ordem, sendo este sistema constituído por conjunto de variáveis de entrada,  $u(t)$ , de saída,  $y(t)$  e de estado. Em outras palavras, esta representação compreende em reescrever o sistema de  $n$  equações de 2ª ordem em um sistema de  $2n$  equações de 1ª ordem, em vista de simplificar a resolução destas equações e manter as características dinâmicas do sistema (MENDES, 2011). Considera-se o estado de um sistema, o conjunto de informações que juntamente com a entrada determina unívoco o comportamento do sistema, podendo constituir-se por conjunto finito e infinito de valores.

Como apresentado anteriormente, as matrizes de massa, rigidez, amortecimento e giroscópica obtidas pelo método de elementos finitos compõem a equação de movimento do sistema, sendo dada por:

$$[M]\{x\} + ([C] + \Omega[G])\{x\} + [K]\{x\} = \{F\}, \quad (3.28)$$

De acordo com procedimento apresentado por Inman (2001), esta equação diferencial de segunda ordem pode ser descrita em função de espaço de estados (Equação 3.29), sendo  $\{x\}$ , a equação de estado e  $\{y\}$ , a equação de saídas, considerando um sistema linear.

$$\begin{cases} \dot{\{x\}} = [A_s]\{x\} + [B_s]\{u\} \\ \{y\} = [C_s]\{x\} + [D_s]\{u\} \end{cases} \quad (3.29)$$

Desta forma, tem-se,

$$\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [M]^{-1}[K] & [M]^{-1}([C] + \Omega[G]) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ x \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [M]^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{F\} \end{Bmatrix}, \quad (3.30)$$

$$\{y\} = [I] \begin{Bmatrix} \{x\} \\ \{x\} \end{Bmatrix} + [0] \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{F\} \end{Bmatrix}, \quad (3.31)$$

sendo  $[A_s]$ , a matriz dinâmica do sistema,  $[B_s]$  e  $[C_s]$ , as matrizes de ganho de entrada e de saída respectivamente,  $[D_s]$ , a matriz de ligação direta. Ainda  $\Omega$ , a velocidade de rotação do eixo.

Os coeficientes de rigidez e amortecimento referente aos mancais hidrodinâmicos devem ser inseridos nas respectivas matrizes de rigidez e amortecimento da Equação 3.30, nos nós correspondentes à posição em que os mancais estão instalados. O vetor força  $\{F\}$  contém as forças atuantes no sistema, tais como por desbalanceamento de massa.

Utilizando a matriz dinâmica do sistema  $[A_s]$  por meio da solução do problema de autovalor  $\lambda$  e auto vetor  $\mathbf{v}$  (Equação 3.32), pode-se calcular os parâmetros modais do sistema.

$$(A - \lambda I)\mathbf{v}=0 \quad (3.32)$$

Sendo que os autovalores  $\lambda = -\xi\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$  proporcionam os valores de frequência natural,  $\omega_n$ , e de fator de amortecimento,  $\xi$ , e os autovetores, os modos de vibrar do sistema.

### 3.7 Diagrama de Campbell

Por meio da resolução da parte homogênea (resposta livre do sistema) da Equação 3.30, é possível obter as frequências naturais,  $\omega_n$ , e modos de vibrar do sistema. Este cálculo se dá através de um problema de autovalor generalizado.

$$\begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [M]^{-1}[K] & [M]^{-1}([C] + \Omega[G]) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

No rotor girante há a atuação de duas rotações com suas direções perpendiculares entre si, sendo uma a rotação do eixo do rotor e a segunda atuante no disco, chamada de nutação. Assim, um momento giroscópico atua no sistema e é representado pela matriz giroscópica  $[G]$ , na qual é função da frequência de rotação do eixo do rotor. Sempre que há uma variação nesta rotação, ocorre também uma variação da resposta do problema de autovalor generalizado,

influenciando as frequências naturais do sistema. Além disto, deve-se considerar também a variação dos coeficientes dinâmicos dos mancais com a velocidade de rotação.

O diagrama de Campbell (Figura 3.9) apresenta a variação da frequência natural em função da frequência de rotação do sistema. Esta variação das frequências naturais em função da rotação do eixo pode ser calculada a partir da resolução do problema de autovalor generalizado para cada frequência de rotação e correlacionando-as com as frequências naturais anteriores.

Este diagrama também apresenta a linha 1X, sendo esta, uma reta 45°, em que as frequências de rotação do sistema são iguais ao eixo das frequências naturais. Assim, os pontos de intersecção da linha 1X com as curvas de frequências características indicam as velocidades críticas.

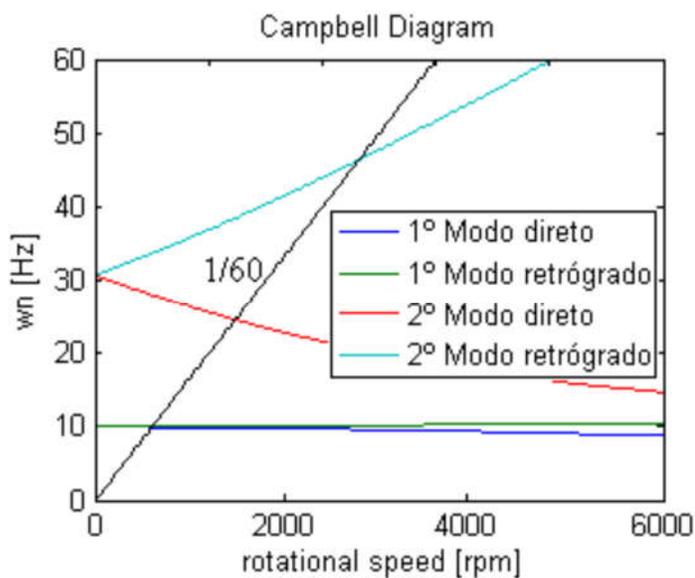


Figura 3-9 – Exemplificação do diagrama de Campbell (MENDES, 2011).

## 4. MÉTODOS EVOLUTIVOS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

### 4.1 Aplicação dos métodos de otimização na identificação de parâmetros de sistemas rotativos

Dentre os diversos problemas a serem abordados em uma otimização, a identificação de parâmetros se faz muito comum. Neste tipo de problema, busca-se primeiramente a obtenção das respostas experimentais (sistema real) e a modelagem numérica do sistema, possibilitando por seguinte à montagem das funções objetivo. Posteriormente, aplica-se os algoritmos de otimização, como o algoritmo genético, enxame de partículas e colônia de vagalumes visando à minimização da diferença entre as respostas experimentais e as simuladas numericamente.

O fluxograma da resolução de problemas de estimação de parâmetros aplicado neste trabalho é apresentado na Figura 4.1. O algoritmo inicia gerando uma população (possíveis soluções) e, em seguida, é calculado os valores numéricos para cada indivíduo de acordo com o modelo matemático que representa o sistema. Desta forma, para cada indivíduo da população, seus respectivos valores numéricos são comparados com os valores experimentais, e então, o mesmo é avaliado de acordo com a função objetivo. O próximo passo é o processamento do indivíduo, visando à minimização dos valores das funções objetivo, e passando o mesmo para a nova população. Este processo é repetido para todos os indivíduos da população até que um critério de parada seja alcançado.

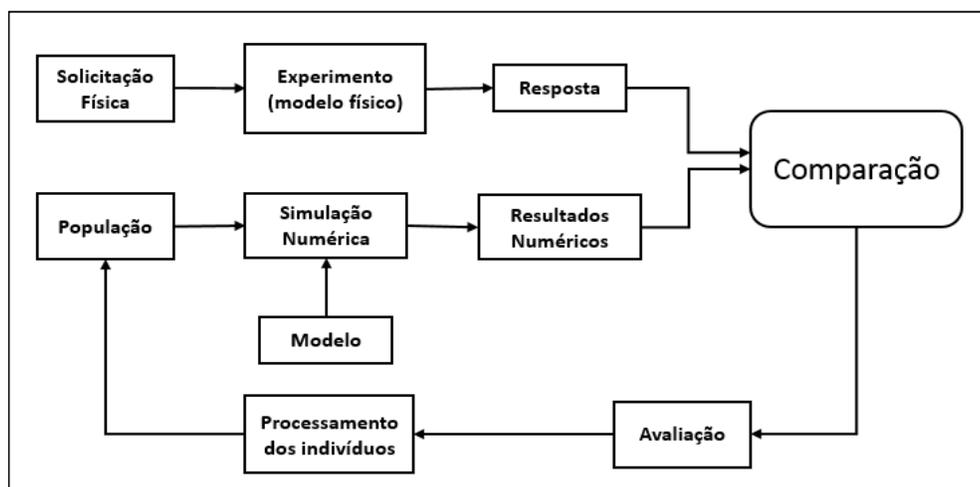


Figura 4-1 – Fluxograma análise de falhas com algoritmos de otimização.

Para o problema 1, as funções objetivo contém as variáveis de controle que podem ser obtidas experimentalmente (real e imaginário da resposta em cada mancal), e as variáveis de controle são dependentes das variáveis que passam pelo processo de ajuste na otimização, (CAMARGO, 2010).

As respostas experimentais são medições da vibração nos mancais da máquina rotativa. Assim, as funções objetivo são formuladas por meio da diferença absoluta entre a resposta simulada numericamente e a experimental para cada grau de liberdade do mancal, sendo divididas em uma parte real e outra imaginária. Cada sensor realiza medições dos deslocamentos nos graus de liberdade horizontal e vertical, totalizando  $ns$  medições para o sistema. Desta forma, as funções objetivo do sistema são dadas pelas Equações 4.1 e 4.2.

$$f_i = \sqrt{\left(Re(qe_i) - Re(qs_i)\right)^2}, \quad (4.1)$$

$$f_{i+ns} = \sqrt{\left(Im(qe_i) - Im(qs_i)\right)^2}. \quad (4.2)$$

sendo  $ns$ , o número de graus de liberdade do mancal,  $i$  é o grau de liberdade (direção da medição),  $qe$  e  $qs$  são as respostas experimental e simulada, respectivamente. No problema aqui ajustado, os deslocamentos medidos são dois por mancal, determinando assim quatro funções objetivo em cada mancal e por final, oito funções objetivo, pois são considerados dois mancais.

No problema 2, através dos testes experimentais em bancada, é obtido a resposta do sistema para diversas velocidades de rotação e calculado, então, as frequências naturais experimentais. Deste modo, o diagrama de Campbell é montado com as frequências naturais obtidas para cada velocidade de rotação do rotor. Através da modelagem do sistema utilizando o Método de Elementos Finitos, e por meio da matriz de espaço de estado do sistema, são calculados os parâmetros modais do sistema utilizando a solução de autovalor generalizado. Assim, obtêm-se as frequências naturais do sistema numericamente. As funções objetivo são a diferença (resíduo) das frequências naturais direta e retrógada simuladas com as frequências naturais experimentais correspondentes, e é dada pela Equação 4.3.

$$f_i = \frac{(\omega_{ni\_exp} - \omega_{ni\_sim})}{\omega_{ni\_exp}}, \quad (4.3)$$

sendo  $\omega_{ni\_exp}$ , a  $i$ -ésima frequência natural do sistema obtida experimentalmente e  $\omega_{ni\_sim}$ , a  $i$ -ésima frequência natural do sistema obtida numericamente. Como neste problema, trabalham-se com cinco frequências de rotação, e frequências naturais direta e retrógrada, totalizam-se dez funções objetivo, ou seja,  $i = 10$ .

A ferramenta de programação MATLAB foi utilizada para a implementação do problema 1, no qual utilizou-se o Método dos Elementos Finitos para resolução do modelo matemático do sistema rotativo para o ajuste, de acordo com a formulação presente no Capítulo 3. Os métodos multiobjetivo otimização por enxame de partícula e algoritmo colônia de vagalumes foram desenvolvidos em MATLAB, e para o algoritmo genético multiobjetivo (NSGA II) foi utilizado uma versão do algoritmo presente no *Toolbox* do programa, sendo necessário apenas desenvolver as funções objetivo do problema, já os algoritmos MOFA e MOPSO foram programados em MATLAB exclusivamente para este trabalho. No Segundo problema, utilizou-se o software ROTORTEST<sup>®</sup> (TUCKMANTEL, 2010), (TUCKMANTEL et al. 2011), (MACHADO e CAVALCA 2011 e 2012), (MACHADO, 2011), (ALVES e CAVALCA 2011), (ALVES, DANIEL e CAVALCA 2014), (DANIEL E CAVALCA 2012 e 2013), (SANTANA et al. 2010), (CAVALCA, 1993; CAVALCANTE, 2001; OKABE, 2007) desenvolvido no Laboratório de Máquinas Rotativas para a modelagem do sistema rotativo, e como no problema 1, MATLAB para implementação dos métodos de otimização.

## 4.2 Otimização e Abordagem multiobjetivo

A otimização de projeto visa à busca de parâmetros na tentativa de melhor modelar matematicamente um problema. Otimizar também é a busca pela melhor disposição do projeto, sem a necessidade de aplicar todas as alternativas disponíveis. Desta forma, obtém-se redução de tempo de trabalho e custo de projeto. Diversas classificações de otimização estão disponíveis na literatura, sendo algumas delas as contínuas e discretas, restritivos e não restritivos, mono e multiobjetivo, entre outras. Segundo Edgar et al. (2001), não há um determinado algoritmo de otimização o qual seja possível aplicar eficientemente para qualquer classe de problemas. A escolha do método depende das características do problema, tais como função objetivo, as restrições e variáveis.

Os algoritmos de otimização mono-objetivo buscam encontrar uma solução, da forma que a mesma seja a melhor possível (ótimo global), ou que se aproxime ao máximo desta. Entretanto, quando se considera problemas de ciências exatas, as formulações multiobjetivo

tentam representar mais precisamente este tipo de abordagem. Nestes problemas, os objetivos são conflitantes entre si, por consequência, a otimização de uma única função não implica a melhoria das outras, ocorrendo na maioria das vezes uma deterioração nas demais funções.

Os problemas multiobjetivo visam encontrar um conjunto de soluções ótimas, nas quais cada solução resulta em uma melhoria múltipla das funções objetivo. Tais soluções são tratadas como ótimas, pois não há outras soluções superiores a essas no espaço de busca, quando se leva em conta todos os objetivos simultaneamente, e estas são conhecidas como *soluções ótimas de Pareto*, (CASTRO 2001). A partir deste conjunto de soluções, o tomador de decisão definirá qual delas é a solução ótima devido aos recursos disponíveis para a resolução do problema. Um problema multiobjetivo trabalha com dois espaços (variáveis e objetivos) ao contrário dos problemas de único objetivo, em que se trabalha com apenas um. Ao manter-se a diversidade das soluções, torna o problema mais complicado, visto que a proximidade de duas soluções no espaço de variáveis não implica em proximidade no espaço dos objetivos (LOBATO, 2008).

### 4.3 Ótimo de Pareto

Segundo Camargo et al. (2009) e Camargo (2010), um conjunto de soluções oriundas de um problema multiobjetivo consiste em todos os vetores de decisão que não podem melhorar o valor de qualquer objetivo sem que ocorra a degradação de ao menos um dos outros. Estes vetores são conhecidos como *ótimos de Pareto*. Castro (2001) enfatiza a diferença entre um conjunto de *soluções não-dominadas* e um conjunto *ótimo de Pareto*, no qual o primeiro é definido no contexto de uma amostra no espaço de busca e o segundo é definido a todo espaço de busca.

Um problema de minimização pode ser descrito por meio de soluções ótimas de Pareto, nas quais todas as funções objetivo devem ser minimizadas. Por meio desta teoria, uma solução factível  $s$  domina uma segunda solução factível  $t$ , se:

$$\begin{cases} f_i(s) \leq f_i(t), \forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \\ f_j(s) < f_j(t), \exists j \in \{1, 2, \dots, n\} \end{cases}$$

Portanto, o ponto  $s$  é uma solução não-dominada e pertencente a fronteira de Pareto, se não existir qualquer ponto que domine tal ponto  $s$ . Considerando um simples caso com dois objetivos quaisquer, a Figura 4.2 ilustra a teoria da otimalidade de Pareto. Pode-se observar que o espaço destacado em cinza representa a região no campo dos objetivos, em que soluções

factíveis existem. A curva escura ilustra a dimensão ou superfície de troca entre as duas funções objetivos,  $f_1$  e  $f_2$  e também uma das fronteiras da região factível. Por meio desta curva, pode-se perceber que qualquer alteração na solução irá implicar na degradação de uma das funções objetivo. Os pontos marcados com  $x$  representam as soluções dominadas pela fronteira de Pareto (pontos em preto).

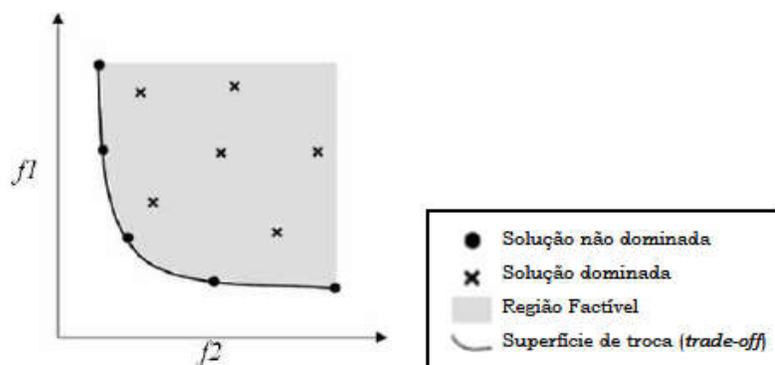


Figura 4-2 – Teoria do ótimo de Pareto (Adaptado FLEMING E PURSHOUSE, 2002).

Obtida a fronteira de Pareto, o tomador de decisão irá definir qual a melhor solução, de acordo com as demais características do problema e a disponibilidade de recursos para sua solução. Para problemas com duas funções objetivo, é facilmente visualizada a fronteira de Pareto, porém para problemas mais complexos, com mais funções objetivo, é necessário então, a aplicação de métodos computacionais para a otimização do problema.

#### 4.4 Algoritmos Evolutivos

Os Algoritmos Evolutivos (AE) baseiam-se em sistemas naturais, nos quais se importa características biológicas para criar um modelo artificial que simule os processos naturais. Tais algoritmos partem da ideia de um conjunto de potenciais soluções, em que as mesmas disputam entre si a caminho da solução ótima durante o processo de evolução. Este comportamento tem como base as teorias de evolução de Darwin, em que apenas os mais aptos sobrevivem, e dependem do grau de adaptação definido pela função de adaptação.

Segundo Coello (2004); Castro (2001), as classificações dos algoritmos evolutivos são tomadas de acordo com sua metodologia, sendo as principais: Algoritmos Genéticos, Programação Evolutiva, Estratégias Evolutivas, Programação Genética e Estratégias de

Colônia. A estrutura típica de um algoritmo evolutivo é dada pela tabela 4.1. Estes algoritmos são executados de acordo com as seguintes etapas: a inicialização da população de acordo com os parâmetros de entrada e a avaliação das funções objetivo; ação dos processos de seleção, recombinação e diversidade até que seja atingido um critério de parada; obtenção dos resultados e seleção das melhores pelo tomador de decisão.

**Tabela 4.1 – Estrutura típica de um algoritmo evolutivo (SOARES, 2008).**

|   |   |
|---|---|
|   | <b>Entrada</b> ( <i>parâmetros</i> )  |
|   | <b>Saída</b> ( <i>soluções candidatas</i> )                                       |
| 1 | inicialize as <i>soluções candidatas</i> com <i>parâmetros</i>                    |
| 2 | compute o desempenho das <i>soluções candidatas</i> .                             |
| 3 | se critério de parada é atingido siga para 9.                                     |
| 4 | aplique método de <i>seleção</i> sobre as <i>soluções candidatas</i> .            |
| 5 | aplique operador de <i>recombinação</i> sobre o resultado da <i>seleção</i> .     |
| 6 | aplique operador de <i>diversidade</i> sobre o resultado da <i>recombinação</i> . |
| 7 | compute o desempenho do novo grupo de <i>soluções candidatas</i> .                |
| 8 | siga para 4.  |
| 9 | retorne as <i>soluções candidatas</i> .   |

As abordagens multiobjetivo dos algoritmos evolucionários são chamadas de MOEAs (*Multi-objective Evolutionary Algorithms*). A principal vantagem de se utilizar este tipo de abordagem é a possibilidade de trabalhar com população, em que as informações são oriundas de grupo de soluções, e deste modo, é possível obter diversas soluções na fronteira de *Pareto*.

#### 4.5 Algoritmos Genéticos (GAs)

Entre as diversas classificações dos Algoritmos Evolutivos, o mais popular e empregado por pesquisadores para a otimização de problemas é o Algoritmo Genético. Este algoritmo faz analogia à evolução das espécies e de seu processo genético, no qual em um determinado ambiente, apenas aqueles que se adaptarem as mudanças irão sobreviver, e essas características adaptativas são repassadas por meio dos genes aos indivíduos filhos. Foi inicialmente proposto por John Holland no ano de 1975, porém sua popularização se deu graças ao trabalho proposto por Godenberg em 1989. Esta popularidade deve-se a ampla aplicabilidade deste método, facilidade de utilizá-lo, implementá-lo e a busca global que o mesmo realiza. Apesar de ser

considerado um método de conceitos simples, quando não se selecionam os parâmetros de forma correta, resultados não satisfatórios poderão potencialmente ser obtidos.

Os Algoritmos Genéticos transformam a população de indivíduos, nos quais cada um possui um valor de aptidão associado, em uma nova geração de indivíduos utilizando os princípios de reprodução e sobrevivência dos mais aptos propostos por Darwin, por meio da aplicação de operadores genéticos como recombinação e mutação (LOBATO, 2008).

Outras informações a respeito da estrutura, execução, parâmetros de entrada, operadores de cruzamento, mutação e técnicas de seleção do algoritmo genético se encontram no Apêndice A.

#### 4.5.1 Algoritmos Genéticos Multiobjetivo

O primeiro algoritmo multiobjetivo foi desenvolvido no ano de 1985 por Schaffer. Após este algoritmo ter sido apresentado, houve um intervalo de dez anos sem a apresentação de outras versões de algoritmos genéticos multiobjetivo. No ano de 1989, Goldberg publicou um livro, em que apresentava um esboço de um processo para ordenar soluções não-dominadas, e desde então, muitos algoritmos têm sido desenvolvidos através destas ideias propostas.

O algoritmo genético multiobjetivo utiliza as mesmas características dos algoritmos genéticos simples para procurar um conjunto de múltiplas soluções não dominadas ou a fronteira de Pareto. O operador de cruzamento do algoritmo genético pode explorar estruturas com soluções aptas, para diversas funções objetivo, propiciando criar novas soluções não dominadas em partes que não foram exploradas na fronteira de Pareto (CAMARGO, 2010).

Ao longo dos anos, diversos métodos foram desenvolvidos, e muitos deles modificaram a ideia principal proposta por Goldberg. Conseqüentemente, é possível verificar diversas implementações do algoritmo genético multiobjetivo, sendo inviável listar todos. Assim, alguns métodos multiobjetivo desta metodologia serão abordados a seguir.

- VEGA – *Vector Evaluated Genetic Algorithm* – Schaffer (1985).
- MOGA – *Multi-objective Genetic Algorithm* – Fonseca e Fleming (1993).
- NPGA – *Niched Pareto Genetic Algorithm* – Horn et al. (1994).
- NSGA – *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* – Srinivas e Deb (1994).
- NSGA II – *Elistist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm* – Deb et al. (2001).
- SPEA – *Strenght Pareto Evolutionary Algorithm* – Zitzler e Thiele (1998).

O **VEGA** (*Vector Evaluated Genetic Algorithm*) foi desenvolvido por Schaffer (1985), e é considerado por muitos como o pioneiro nesta metodologia evolucionária de otimização de problemas multiobjetivo. Este algoritmo foi desenvolvido com base no *software GENESIS*, no qual com modificação da estrutura do mesmo é possível realizar a busca de indivíduos separadamente para cada função objetivo, até ser atingido o número de indivíduos para a realização da reprodução. Posteriormente os operadores genéticos (recombinação e mutação) são aplicados e o processo segue até que a condição de parada seja satisfeita.

Neste método, os resultados fornecidos são pontos não dominados de cada função objetivo. Entretanto, em alguns problemas característicos não foi possível à obtenção de respostas satisfatórias pelo fato do algoritmo não alcançar o mapeamento de todos os pontos da fronteira de Pareto. Isso se dá pelo fato de as soluções não dominadas serem obtidas em direção das regiões ótimas de cada função objetivo, sem que haja uma iteração entre as mesmas. Desta forma, não é interessante a obtenção de uma solução ótima para uma função sendo que há detrimento de outra função.

O autor buscou a minimização deste efeito, através do desenvolvimento dos procedimentos Heurísticos de seleção, conhecidos como seleção não-dominada e seleção cruzada (CASTRO, 2001). Subsequente à aplicação destes métodos, Schaffer concluiu que o método tradicional anteriormente desenvolvido ainda era superior aos métodos heurísticos aplicados.

O **MOGA** (*Multi-objective Genetic Algorithm*) foi introduzido por Fonseca e Fleming (1993), no qual o mesmo utiliza-se do princípio da não dominância e diversidade entre as soluções obtidas para cada geração. Neste método, é atribuído um valor de aptidão aos indivíduos da população, sendo possível conferir um valor de *ranking* baseado nos números de indivíduos que o dominam, mais o valor de um. Assim, os indivíduos não dominados ou soluções ótimas irão possuir sempre o valor de *ranking* igual a 1, e estes serão selecionados aleatoriamente para o processo de cruzamento e mutação.

Outra técnica aplicada neste método é a formação de nichos, visando à distribuição da população sobre a região ótima de Pareto, visando à manutenção da diversidade. Neste processo, identifica-se a vizinhança entre os indivíduos por meio da distância entre os mesmos e formam-se subpopulações. Em seguida através de funções de partilha, procura-se manter estas subpopulações. O processo segue normalmente como no GA comum. De acordo com Deb

(2001), o MOGA se destaca pela simplicidade para calcular os valores de adaptação. Coello (2005) afirma que o MOGA se sobressai sobre outros algoritmos não elitistas.

Horn et al. (1994) desenvolveram o **NPGA** (*Niched Pareto Genetic Algorithm*), no qual o mesmo também se baseia no critério de não dominância. Neste método não se calcula o valor de aptidão para os indivíduos, porém utiliza-se um método de seleção conhecido por Torneio de Pareto. O processo de seleção inicia-se com um conjunto de comparação ( $t_{dom}$ ), o qual é tomado randomicamente em cada geração e posteriormente dois indivíduos  $i$  e  $j$  são selecionados na população para comparação. Se o indivíduo  $i$  é não dominado e  $j$  é dominado, então é selecionado o indivíduo  $i$ . Caso  $i$  e  $j$  sejam não dominados, um contador de nicho é aplicado para cada indivíduo da população e calcula-se um contador de distância. O indivíduo que apresentar menor valor de contador de nicho é então selecionado.

SPEA (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm*) foi apresentado por Zitzler e Theile (1998), e pode ser considerado um algoritmo evolucionário multiobjetivo elitista com conceitos de não dominância (CASTRO, 2001). Neste algoritmo é introduzida uma população externa de tamanho  $\bar{N}$ , na qual são armazenados os indivíduos não dominados que são preservados desde o início da evolução. A cada geração, os indivíduos não dominados encontrados na mesma são comparados com os indivíduos da população externa, e as não dominadas formam a nova população externa. Este processo permite que bons indivíduos não sejam excluídos ao longo do processo de evolução. Como o tamanho desta população externa é limitado, quando a quantidade de soluções não dominadas for superior ao número máximo estabelecido, o método de agrupamento (*Clustering Method*) é acionado. Este método atua preservando as soluções não dominadas que estão situadas em regiões do espaço de busca menos povoadas, desta forma, se mantém a dispersão das soluções.

Após formada a população externa, utiliza-se os operadores genéticos para a formação de novos indivíduos, que utilizarão como base a população corrente e os indivíduos da população externa. A fim de avaliar os membros de ambas as populações, é atribuído um valor de *fitness* a cada indivíduo, e quanto mais indivíduos o membro da população externa dominar, maior será seu valor de *fitness*.

O **NSGA** (*Non-Sorting Genetic Algorithm*) foi inicialmente proposto por Srinivas e Deb (1994). As principais finalidades são gerar soluções não dominadas ao mesmo tempo em que se mantém a diversidade destas soluções. A cada geração, a população de indivíduos é agrupada em subpopulações, que são distribuídas em fronteiras não dominadas. Técnicas de nicho buscam desenvolver estas subpopulações espalhando soluções sobre cada fronteira não

dominada. Antes do procedimento de seleção, as soluções não dominadas são ordenadas baseando-se no nível de não dominância, proporcionando a todos os indivíduos não dominados o mesmo potencial reprodutivo por receberem o mesmo valor de aptidão.

Posteriormente, a fim de se garantir a diversidade populacional, é utilizada a distância Euclidiana entre as soluções não dominadas para o compartilhamento de seus valores de aptidão e técnicas de nicho são utilizadas a fim de agrupar os indivíduos na fronteira. A primeira fronteira é então guardada e o processo é repetido para os demais indivíduos da população a fim que se obtenha a segunda fronteira, na qual os indivíduos irão apresentar valor de aptidão um pouco menor que os membros da primeira fronteira. Este ciclo é repetido até que todos os indivíduos estejam em suas respectivas fronteiras. Assim, o processo segue com o cruzamento e mutação, visto que, serão realizadas um maior número de cópias dos indivíduos presentes na primeira fronteira e, assim subsequente, a redução do número de indivíduos para as demais fronteiras conforme sua posição. O processo completo descrito é repetido para todas as gerações até que o critério de parada seja obtido e a fronteira de Pareto seja formada.

#### **4.5.2 NSGA II – (*Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm*)**

O NSGA II tem apresentado uma crescente aplicação, desde o seu desenvolvimento para otimização de problemas multiobjetivo, devido a sua capacidade de retornar resultados satisfatórios. Mitra e Gopinath (2004) aplicaram o método para otimizar um problema de operação de moagem industrial de uma usina de beneficiamento de minério de chumbo-zinco. Foram utilizadas duas funções objetivo e os autores concluem que o método foi capaz de gerar a fronteira de Pareto significativamente densa.

Shafaghat *et al.* (2008) utilizaram o NSGA II para otimizar dois modelos de redução de cavitação bidimensional em fluxo sujeito a sobrecavitação. Por meio deste estudo, foi possível obter as soluções (parâmetros) ótimos que minimizassem a cavitação conforme proposto. Hajabdollahi *et al.* (2012) buscaram maximizar a eficiência térmica e minimizar a taxa de custo simultaneamente de uma turbina instalada em uma planta termo econômica utilizando o NSGA II. Os resultados apresentaram certo conflito entre os dois objetivos, porém foi possível obter um aumento de 3,76% na eficiência e redução de 3,84% do custo total, simultaneamente.

Rezende *et al.* (2015) apresentaram uma comparação entre métodos heurísticos multiobjetivo para a minimização do desbalanceamento de massa de um sistema rotativo. Foi utilizado o NSGA II como um dos métodos, o qual apresentou resultados satisfatórios e

superiores aos outros métodos comparados. DePaula et al. (2015) na mesma linha, utilizaram o NSGA II para otimização da disponibilidade e custo de um sistema redundante e posteriormente realizar a comparação com outros métodos. O método foi capaz de retornar soluções ótimas dentro do esperado, e com melhor distribuição das mesmas sobre a fronteira de Pareto, quando comparado aos demais métodos.

O NSGA II foi proposto por Deb et al. (2001) devido a alguns pontos negativos (alto custo computacional, falta de elitismo e especificação de um parâmetro de partilha) apresentado pelo NSGA. Este método atua da mesma forma que o NSGA, porém incluiu-se o elitismo e uma medida da distância entre o indivíduo e seus vizinhos, o que é chamado de Comparação de Multidão (*Crowding Distance*).

Assim, o algoritmo trabalha da forma que se inicia a população inicial e a mesma é classificada conforme critério de não dominância e são separadas em fronteiras conforme o processo do NSGA. Em seguida, a população é selecionada por torneio e reproduzida gerando indivíduos filhos. A população de filhos é, então, comparada com os indivíduos das primeiras fronteiras da população pai, e aqueles indivíduos da primeira fronteira que forem não dominados são, então, inseridos nas primeiras fronteiras da nova população e os indivíduos dominados são removidos. Esse processo é repetido nas gerações subsequentes, e o processo é ilustrado na Figura 4.3.

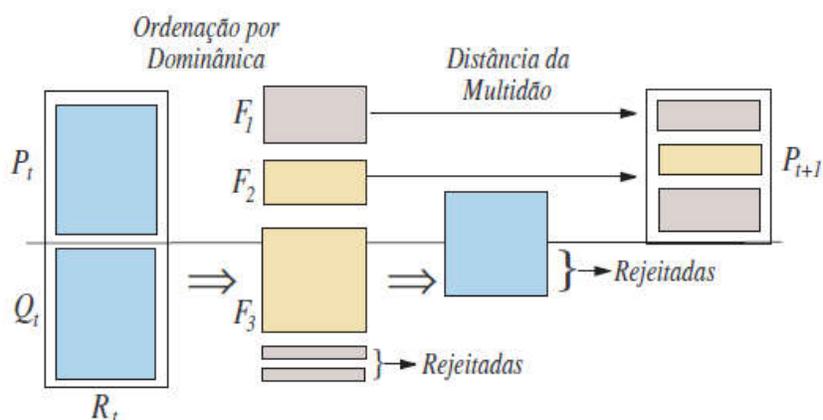


Figura 4-3 – Estrutura do NSGA II (Adaptado DEB, 2001)

No NSGA II, foi introduzido também o método de seleção conhecido como distância de multidão (*crowding distance*). Este método aproxima a densidade da vizinhança de um indivíduo, por meio da soma da distância média deste para seus indivíduos vizinhos para cada função objetivo. Desta forma, considera-se a *crowding distance* como uma forma de estimar o

perímetro do cuboide, no qual os vértices são definidos como os vizinhos mais próximos de um indivíduo. Assim, o valor do *crowding distance* apresenta uma relação inversa à densidade dos indivíduos (soluções) numa determinada região, ou seja, quanto maior for o seu valor, menor a densidade. A Figura 4.4 ilustra o esquema do operador de distância de multidão.

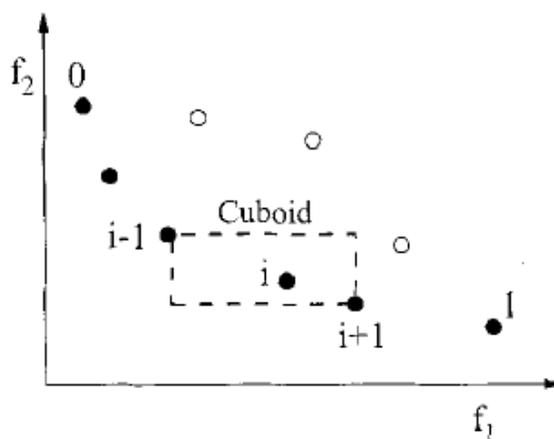


Figura 4-4 – Esquema do operador de distância de multidão (*crowding distance*) (Adaptado DEB, 2001)

O valor de *crowding distance* é calculado apenas para os indivíduos pertencentes a uma mesma fronteira não dominada. As soluções são ordenadas de ordem crescente em função do valor da função objetivo, e o valor da distância entre os indivíduos é calculado pela diferença entre o valor das funções objetivo de ambos, sendo necessária a normalização deste valor posteriormente. Para as soluções cujos valores da função objetivo são máximos e mínimos, é atribuído um valor infinito de distância, desta maneira, esses indivíduos são sempre mantidos na população externa, e obtém-se uma chance maior de participar da operação de cruzamento. Esta regra é válida para os demais indivíduos, ou seja, segundo Barbosa (2012), aqueles que possuírem maior valor de *crowding distance* irão deter maior chance de serem selecionados para a reprodução, possibilitando favorecer as soluções com localização nas regiões menos populosas.

Devido à atuação do operador de distância de multidão, o NSGA II é capaz de encontrar soluções com maior dispersão na fronteira de Pareto comparado a outros algoritmos. Fato este, que permite o método receber destaque nos estudos ao longo dos anos.

A estrutura do NSGA II é, então, estruturada da seguinte maneira:

---

 Algoritmo 1 – NSGA II
 

---

- 1: Entrar com os Parâmetros de Entrada.
  - 2: Gerar a população inicial
  - 3: Realizar seleção, cruzamento e mutação e posteriormente gerar população filha  $Q_o$
  - 4: Realizar a ordenação por não dominância em  $R_n$
  - 5: Criar  $P_{n+1} = \{ \}$
  - 6: Enquanto  $|P_{n+1} + F_j| \leq N$ , copiar as soluções de  $F_j$  em  $P_{n+1}$ ;
  - 7: Calcular a distância de multidão em  $F_j$ , ordenando  $F_j$  conforme as distâncias  $d_j$  e copiando as primeiras  $N - |P_{n+1}|$  soluções de  $F_j$  para  $P_{n+1}$ ;
  - 8: Aplicar seleção, cruzamento e mutação para gerar a nova população  $Q_{n+1}$ ;
  - 9: Se  $n > nMax$ , parar e gerar as soluções não dominadas no arquivo de saída, caso contrário, atribuir  $n = n + 1$  e voltar ao segundo passo.
- 

sendo P e Q, as populações pai e filho respectivamente,  $R_n$ , população de não dominados da geração corrente  $n$ ,  $F_j$ , fronteiras de soluções não dominadas,  $nMax$ , o número de gerações máxima.

Segundo Deb et al. (2001), a complexidade do algoritmo genético NSGA II é da ordem de  $O(M N^2)$ , sendo a soma do grau  $2N$  para a ordenação das soluções não dominadas,  $O(M N \log N)$  para obter as distâncias de multidão e  $O(N \log N)$  para passar as melhores soluções para a população corrente, o que evidencia a redução do custo computacional comparado ao NSGA, o qual possuía ordem de  $O(M N^3)$ , sendo M o número de funções objetivo e N o tamanho da população.

Um ponto negativo do NSGA II é que, se o conjunto  $F_1$  tem um tamanho maior que N, o processo de escolha de apenas N soluções, usando o *crowding distance*, faz com que sejam perdidas soluções com bom potencial (LOBATO, 2008).

#### 4.6 Otimização por Enxame de Partícula (PSO)

A Otimização por Enxame de Partícula (*Particle Swarm Optimization*) é uma técnica desenvolvida a fim de simular o comportamento social de revoada de pássaros, enxames de insetos ou cardumes de peixes na procura por alimento ou abrigo. Este método pode ser classificado como algoritmo de inteligência de enxame. A principal característica dessa classe de algoritmos é de pouca ou até ausência de inteligência nos indivíduos, entretanto, os mesmos

possuem alta capacidade de organização em estruturas coletivas complexas com a finalidade da resolução de problemas de otimização.

O método de otimização por enxame de partícula foi desenvolvido por Kennedy e Eberhart (1995), sendo originalmente um algoritmo de simulação gráfica do movimento aleatório de uma revoada de pássaros. Cada indivíduo representa uma solução, sendo o mesmo chamado de partícula, e possui um valor de posição e velocidade aleatório no espaço de busca XY. Os indivíduos (enxame) são movimentados em conjunto por meio da velocidade, e procura-se igualar o valor da mesma a cada iteração para os indivíduos com maior proximidade. Desta maneira, com a atualização da velocidade a cada iteração, permite-se um movimento unilateral das partículas em algumas iterações, após o início do algoritmo. Em alguns momentos, o enxame pode se dispersar, porém logo volta a reagrupar-se, sendo este processo importante para mapear novos pontos no espaço de busca (SOARES, 2008). O enxame movimenta-se no plano de busca, guiado pela melhor posição encontrada por ela e pela partícula com a melhor posição encontrada na população, comumente chamada de *Líder*. Quando uma nova partícula apresentar melhor posição, a mesma, então, se torna a Líder e passará a guiar o enxame.

Assim, o algoritmo *Particle Swarm Optimization* (PSO) para uma abordagem mono-objetiva trata cada possível solução como partícula, e o conjunto destas, como enxame (*swarm*). Uma posição  $x_i \in R^n$  é atribuída a cada partícula  $i$ , em que  $R^n$  representa o espaço de busca de  $n$  dimensões, composto pelas  $n$  variáveis do problema. Também é associado a esta partícula um vetor de velocidade,  $v_i$ .

O movimento da partícula  $i$  é dado em função da atualização da sua velocidade,  $v$ . A atualização da velocidade é realizada conforme cálculo da Equação 4.4. Este equacionamento é dividido em três partes, sendo a primeira um termo referente à velocidade da partícula na iteração anterior, o segundo termo é referente ao conhecimento da partícula ou a parte “cognitiva” e, por fim, a terceira parte representa a parte social, ou seja, a influência das outras partículas. O valor da posição atualizada será igual à posição atual mais o valor da velocidade atualizada no  $\Delta t=1s$ , dada pela Equação 4.5.

$$v_i(t) = w_i v_i(t) + c_1 r_1 (x_{pbest}^i - x_i(t)) + c_2 r_2 (x_{leader} - x_i(t)), \quad (4.4)$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t) \quad t, \quad (4.5)$$

sendo  $x_{pbest}^i$ , a melhor posição da partícula ao longo das iterações,  $x_{leader}$ , a posição da partícula líder (ou melhor solução encontrada) na iteração corrente e  $x_i(t)$ , a posição atual da partícula.  $w_i$  é definido como a variável de ponderação de inércia, a qual define quanto a velocidade atual irá influenciar na nova velocidade.  $c_1$  e  $c_2$  são intitulados fator de aprendizado cognitivo e fator de aprendizado social, respectivamente, tendo como função a ponderação da importância do seu desempenho e do desempenho das outras partículas na velocidade da partículas (BADAR et al., 2012).  $r_1$  e  $r_2$  são valores aleatórios com distribuição uniforme no intervalo (0,1). Os parâmetros  $w$ ,  $c_1$  e  $c_2$  alteram diretamente o comportamento do algoritmo em relação a diversos fatores, tais como a habilidade de evitar mínimos locais, número de iterações até a convergência, a capacidade de explorar e refinar as soluções, (BARBOSA, 2012).

#### 4.6.1 Parâmetros do Algoritmo PSO

A seleção dos parâmetros na otimização por enxame de partícula é um processo de fundamental importância. Esses valores de entrada podem ser ajustados para obter-se um desempenho mais satisfatório e uma maior eficiência na busca pelo ótimo global. Esses parâmetros na maioria dos casos são selecionados por heurísticas de tentativa e erro (COELLO et al., 2003). Devida importância destes parâmetros, os mesmos serão detalhados nesta seção.

- a) *Tamanho do Enxame (N)*: Este parâmetro determina a quantidade de partículas presentes no enxame, ou o número de avaliações realizadas em cada iteração. Um enxame com grande número de partículas possibilita maior velocidade de convergência para o ótimo global, entretanto, caso aumente-se demasiadamente a quantidade de partículas, acarretará maior tempo de execução do algoritmo, maior custo computacional e possível instabilidade, que pode ocasionar uma não convergência para o ótimo global ou uma convergência precoce do algoritmo. Um tamanho de enxame pequeno ou insuficiente pode provocar uma não convergência do algoritmo para ótimo global.
- b) *Fator de inércia (w)*: A seleção deste parâmetro pode influenciar a capacidade de exploração e refinamento do algoritmo. Sua função é de ponderação da importância da velocidade atual na velocidade atualizada (próxima iteração). Esse nome foi dado pelos autores, pelo fato do mesmo dificultar a alteração da velocidade da partícula. Um alto valor de inércia tentará evitar o movimento da partícula em direção do enxame, forçando a

partícula a movimentar-se para novos locais (COELLO e SIERRA, 2006). No início do processamento do algoritmo deseja-se que o valor do fator de inércia seja alto a fim de ampliar a exploração das partículas na área de busca, e para o final das iterações deseja-se um valor menor do fator de inércia para um maior refinamento das soluções através de movimentos menores. Desta forma, nos algoritmos PSO, propicia-se uma redução deste parâmetro com o passar das iterações.

- c) *Fator de Aprendizado,  $c_1$  e  $c_2$* : Os parâmetros de aprendizado têm como atribuição determinar a influência da experiência da partícula e do enxame no movimento da mesma. Chamado de fator de aprendizado cognitivo,  $c_1$  incide sobre a parcela do movimento baseado em sua melhor experiência já encontrada. Já o fator de aprendizado social,  $c_2$  pondera quanto o melhor valor de função objetivo encontrado pelo enxame influencia o movimento da partícula. Frequentemente atribui-se a esses parâmetros valores iguais, que variam no intervalo de  $[0,4]$ .

#### **4.6.2 A Otimização Enxame de Partículas Multiobjetivo**

Devido ao sucesso do algoritmo PSO na resolução de problemas mono-objetivo, verificou-se a possibilidade de ampliar o método para problemas com mais de um objetivo. As primeiras versões multiobjetivo foram desenvolvidas por Moore et al. (1997) e por Coello et al. (2002). Anos seguintes, Coello et al. (2006) apresentaram um trabalho com informações mais detalhadas da versão do algoritmo multiobjetivo, no qual o mesmo abordava também algumas outras propostas para utilização do PSO multiobjetivo. As propostas citadas são: combinação das funções objetivo em uma única função objetivo, ordenação lexicográfica das funções objetivo, divisão do enxame, conceito de dominância de Pareto, metodologias combinadas e outras metodologias. Comparado a outros métodos utilizados, como NSGA e SPEA, os algoritmos propostos obtiveram resultados satisfatórios, com rápida convergência.

Uma das questões centrais ao desenvolver uma versão multiobjetivo de um algoritmo PSO é a seleção da partícula líder que será utilizada na atualização da velocidade (COELLO e SIERRA, 2006). Diferente do método mono-objetivo, ao trabalhar-se com diversos objetivos, múltiplas soluções são consideradas como soluções ótimas, pelo fato de serem não-dominadas e, então, potenciais líderes. A partir da Figura 4.5, pode-se exemplificar este fato, buscando-se

a minimização de duas funções objetivo,  $f_1$  e  $f_2$ , em que para duas soluções não-dominadas, A e B, não é possível afirmar qual é melhor, pois  $f_1(B) < f_1(A)$  e  $f_2(A) < f_2(B)$ .

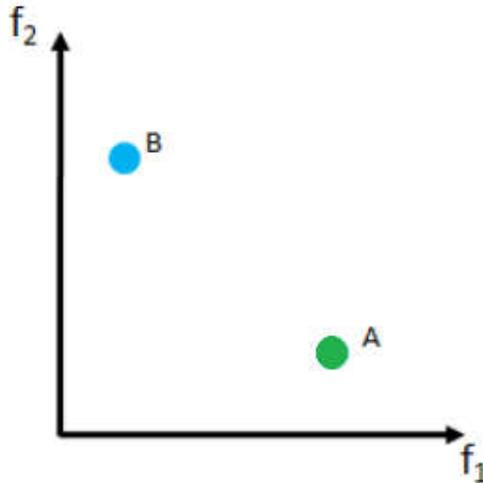


Figura 4-5 – Exemplo de solução para duas funções objetivo.

Então, é necessário determinar uma técnica que possibilite medir qualitativamente quão bom é uma solução para ser selecionada como líder. Algumas técnicas são utilizadas para esta seleção, nas quais se destaca o *crowding distance* do NSGA II e a força de Pareto utilizado no algoritmo SPEA.

O MOPSO (*Multi-objective Particle Swarm Optimization*) desenvolvido por Coello et al. (2004) foi baseada no processo do PSO mono-objetivo. Neste algoritmo soluções não dominadas (fronteira de Pareto) são obtidas por meio do seguinte processo: o enxame é criado aleatoriamente e avaliado conforme as funções objetivo. A cada iteração, a posição de cada partícula é atualizada por meio de uma equação de velocidade, descrita na Equação 4.6, a qual é baseada pela posição atual da partícula, influência da melhor posição encontrada por ela e pelo enxame até o momento.

$$v_i(t) = w_i v_i(t) + r_1 (x_{pbest}^i - x_i(t)) + r_2 (x_{leader} - x_i(t)), \quad (4.6)$$

Diferentemente do PSO mono-objetivo, nesta versão não é utilizado os fatores de aprendizado social e cognitivo. A cada iteração, as soluções não-dominadas segundo critério de Pareto são selecionadas e armazenadas em um conjunto externo, e assim eleger-se, uma solução como a melhor global. Posteriormente, ao se inserir novas soluções neste conjunto externo, é

avaliado a não-dominância do conjunto de soluções contidas no mesmo (soluções inseridas e já presentes), e as soluções dominadas são excluídas, mantendo somente soluções não-dominadas no conjunto.

A melhor posição individual é obtida pelo critério de dominância de Pareto, da posição atual da partícula e a nova posição encontrada. Caso a nova posição encontrada seja não-dominada em relação a atual melhor posição, a mesma torna-se a melhor posição, o contrário verdadeiro, a atual armazenada continua sendo a melhor partícula. Na situação, na qual ambas as soluções sejam não-dominadas, é selecionada aleatoriamente dentre ambas.

A seleção da melhor partícula global ou líder foi baseada no algoritmo *Pareto Archived Evolution Strategy* (PAES). É calculado um valor de *fitness* para cada partícula do conjunto externo e a partícula com maior valor é escolhida como líder. Para o cálculo do *fitness*, o espaço de busca é dividido em hipercubos, e as soluções são alocadas nestes hipercubos conforme o valor de sua função objetivo. A cada hipercubo é conferido um valor de *fitness* proporcional à quantidade de soluções nele contidas, no qual, quanto maior a quantidade presente no hipercubo, menor o valor do *fitness*. Posteriormente, é sorteado um hipercubo, em que aqueles com maior valor de *fitness* possuem maior probabilidade de ser sorteado, e aleatoriamente dentre as soluções contidas no mesmo sorteado, é selecionada a partícula líder. Quando o limite de soluções no conjunto externo for atingido, as soluções com menor valor de *fitness* são excluídas do arquivo, possibilitando manter as soluções que estão em regiões menos povoadas no espaço de busca.

No algoritmo MOPSO foi inserido também, um mecanismo de mutação, cujo possui a finalidade de evitar a convergência do algoritmo em ótimos locais, e desta forma assegurar uma boa capacidade de exploração. O mecanismo afeta as partículas em intensidade e número, proporcionalmente ao número de iterações do algoritmo, em que no início é maior a incidência do mesmo e decai ao longo das iterações.

O algoritmo apresentou um desempenho satisfatório comparado a outros algoritmos. O mesmo apresentou soluções que cobriam a fronteira de Pareto completamente na maior parte das soluções comparadas.

Com base no MOPSO desenvolvido por Coello, no ano seguinte, Raquel e Naval Jr. (2005) apresentaram um trabalho com modificações neste algoritmo, o qual foi chamado MOPSO-CD. Neste método, o *fitness* para as soluções da fronteira de Pareto era calculado utilizando a técnica de *crowding distance* ao invés da técnica de grades adaptativas da versão original. Essa técnica implementada realiza a estimativa da densidade de soluções em torno de

cada solução presente na fronteira de Pareto no âmbito das funções objetivo. A seleção da melhor solução global é realizada aleatoriamente no conjunto das soluções não dominadas com maior valor de *crowding distance*, possibilitando direcionar o enxame para as regiões com menor concentração da fronteira de Pareto.

Ao longo das gerações, pode ocorrer do conjunto externo que armazena as soluções não dominadas apresentar um número maior de indivíduos do total permitido, neste caso, as soluções com menor valor de *crowding distance* são excluídas do conjunto externo. As demais operações deste algoritmo são semelhantes ao MOPSO.

Quando comparado com o MOPSO de Coello, o MOPSO-CD apresentou uma capacidade de obter uma fronteira de Pareto com soluções mais abrangentes, com performance quase duas vezes melhor, evidenciando que a utilização do *crowding distance* além de prover uma melhor distribuição do conjunto de soluções não dominadas, também auxilia a convergência do algoritmo para a verdadeira fronteira de Pareto. Contudo, não se pode afirmar qual método domina o outro ou qual deles possui um desempenho melhor, visto que não é possível afirmar que uma fronteira domina a outra (RAQUEL e NAVAL JR., 2005).

Alguns anos após, Coelho; Barbosa; Lebensztajn (2010) publicaram uma variação do algoritmo de Raquel e Naval para otimização de projeto de um motor de corrente contínua sem escova. Chamado de EMPSO, nesta versão foi incorporada a técnica de distribuição truncada de Cauchy, a fim de ponderar os fatores de aprendizado cognitivo e social, e pelo fato de não haver reprodução no *Particle Swarm Optimization*, foi retirado o operador de mutação. A razão dessas alterações no algoritmo era de aprimorar o equilíbrio entre a capacidade de exploração e o refino das soluções. As demais operações eram semelhantes ao MOPSO-CD.

Pode-se notar que a diversidade do enxame não foi altamente afetada com a retirada do operador de mutação, visto que com a utilização da distribuição de Cauchy, as variáveis que multiplicam os fatores de aprendizado podem assumir valores superiores a 1, permitindo que as partículas desloquem grandes distâncias aumentando a área de procura. Embora, quando se compara os dois algoritmos, o MOPSO-CD apresentou uma fronteira de Pareto mais uniforme.

Barbosa (2012) utilizou uma versão chamada de MSP2SO (*Multiobjective Strength Pareto Particle Optimization*) na otimização de projeto de equipamentos eletromagnéticos. Este algoritmo alia o desempenho e simplicidade do PSO, com o SPEA (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm*) em um algoritmo multiobjetivo.

Neste método, o desempenho da população segue os passos do PSO, sendo atribuído um valor de *fitness* aos indivíduos e utiliza-se um conjunto externo para armazenar as soluções

externas, como no SPEA. A exclusão das soluções excedentes é realizada pela técnica de *cluster*, também do SPEA. Diferente dos outros métodos citados, neste não é utilizada a melhor solução global como líder. Este termo possui a contribuição de todas as soluções não dominadas, por meio do cálculo de um vetor da diferença entre a posição atual da partícula e todas as soluções não dominadas presentes no conjunto externo, sendo este vetor ponderado por uma variável baseada na distribuição arco-seno.

O autor conclui que o algoritmo encontrou a fronteira de Pareto satisfatoriamente, e destaca o uso do arquivo de soluções não dominadas como melhor global para a geração de novas soluções de forma eficiente.

#### 4.6.3 MOPSO – (*Multi-objective Particle Swarm Optimization*)

Neste trabalho, foi programado em MATLAB um algoritmo multiobjetivo para otimização por enxame de partícula baseado nos algoritmos MOPSO de Coello et al. (2004), buscando aliar técnicas do Enxame de Partículas com versões multiobjetivo do algoritmo genético. As mudanças foram a retirada do operador de mutação e o uso da técnica de *crowding distance* para o cálculo do *fitness* a ser atribuído às soluções, da forma que esta retirada não gere prejuízo pelo fato do *crowding distance* proporcionar diversidade, e tem produzido bons resultados em outros trabalhos. Também foram retomados os fatores de aprendizado cognitivo e social no cálculo da velocidade e empregado um conjunto externo para armazenar as soluções não dominadas que são encontradas ao longo das iterações.

O algoritmo inicia com a geração aleatória do enxame, e posteriormente os mesmos são avaliados de acordo com a função objetivo designada. As soluções não dominadas são identificadas e alocadas no conjunto externo, e a partir deste arquivo, as soluções líder ou melhor global ( $x_{leader}$ ) são encontradas. Para este processo de identificação da partícula líder, é calculado e atribuído o valor de *crowding distance* para os indivíduos, em que aqueles com maior valor de *fitness* são alocados nas primeiras posições. A melhor solução global é selecionada aleatoriamente no conjunto dos 20% indivíduos com maior valor de *fitness*.

Posteriormente, a posição dos indivíduos é atualizada de acordo com a Equação 4.5. O movimento da partícula é dependente da posição atual ( $x_i$ ) do mesmo e da sua velocidade associada ( $v_i$ ), a qual é calculada pela Equação 4.4.

Atualizada a posição de cada partícula, o enxame é reavaliado através da função objetivo e compara-se se a nova posição da partícula é dominada ou dominante em relação a atual melhor

posição local ( $x_{pbest}^i$ ). Caso a nova posição seja não dominada em relação à anterior, ela passa a ser a melhor posição individual, sendo o contrário verificado, mantém-se a melhor posição local anterior.

A partir das novas posições do enxame são identificadas as soluções não dominadas e as mesmas inseridas no conjunto externo. Uma nova verificação é realizada no conjunto externo, a fim de garantir que com as novas soluções inseridas não haja nenhuma solução dominada. Caso sejam encontradas soluções dominadas, as mesmas são excluídas do arquivo. O líder também é atualizado a partir das soluções atualizadas do conjunto externo. Caso o número de soluções não dominadas no arquivo ultrapasse o limite imposto no início da execução do algoritmo, é calculado o valor de *crowding distance* e as soluções excedentes com menor valor são excluídas do arquivo.

O processo é repetido até que o critério de parada seja obtido. Ao final do processamento, as soluções presentes no conjunto externo serão as soluções que irão compor a fronteira de Pareto. O pseudocódigo para o algoritmo utilizado é apresentado abaixo:

---

Algoritmo 2 – MOPSO

---

- 1: Iniciar o enxame com posições e velocidades aleatórias, inserindo em A.
  - 2: Avalie o valor das funções objetivos para cada indivíduo
  - 3: Verificar as partículas não dominadas e inseri-las no conjunto externo B.
  - 4: Identificar a melhor posição global e as melhores locais para cada indivíduo.
  - 5:  $t = 0$
  - 6: **enquanto**  $t < T_{max}$  **faça**                    % $T_{max}$  = número de iterações
  - 7:     **para** Partículas do enxame **faça**
  - 8:         Atualizar a velocidade segundo eq. 4.5
  - 9:         Atualizar a posição segundo eq. 4.6
  - 10:     **fim**
  - 11:     Avaliar partículas e atualizar melhores soluções locais para cada partícula
  - 12:     Verificar soluções não dominadas de A e inserir em B
  - 13:     Verificar soluções não dominadas em B, excluindo dominadas
  - 14:     Atualize arquivo líder (melhor global) a partir de B
  - 15:      $t = t + 1$
  - 16: **fim**
-

#### 4.7 Algoritmo Colônia de Vagalumes (*Firefly Algorithm*)

O Algoritmo Colônia de Vagalumes (*Firefly Algorithm*) é uma técnica de otimização baseada no comportamento social e característica bioluminescente dos vagalumes, insetos notórios por suas emissões de luminosas (LOBATO e STEFFEN, 2013). Neste método, os vagalumes são considerados as soluções do problema, e deslocam-se no espaço de busca guiadas pelos vagalumes mais brilhantes, ou seja, as melhores soluções. Essa técnica foi inicialmente desenvolvida para otimização contínua, porém logo em seguida foi aplicado em otimização de estruturas e processamento de imagens.

##### 4.7.1 Comportamento dos vagalumes

Os vagalumes são insetos encontrados principalmente nas regiões tropicais e temperadas, havendo por volta de duas mil espécies no planeta. A maior parte das espécies produz um curto e rítmico *flash* de luzes, que são oriundas de um processo bioluminescente e possuem a função de atrair parceiros para acasalamento (fêmeas são atraídas por vagalumes machos mais brilhantes), atração de presas e como mecanismo de proteção, no qual induz potenciais predadores do gosto amargo que os vagalumes possuem (YANG, 2008).

É conhecido que a intensidade da luz emitida pelos vagalumes em uma distância específica da fonte de luz é regida pela lei do quadrado, ou seja, decai conforme se aumenta a distância, além do ar que absorve parte da luz. Estes dois fatos combinados proporcionam aos vagalumes serem visualizados a certo limite de distância, aproximadamente 100 metros, à noite.

É observado também quando há uma alta quantidade de vagalumes em uma mesma área, o fenômeno de sincronização é responsável pela emissão de *flashes* de luz, o que evidencia a característica de auto-organização emergente (YANG, 2008).

##### 4.7.2 Descrição do Algoritmo

Os algoritmos metaheurísticos inspirados na natureza têm se tornado poderosos na solução de modernos problemas globais de otimização, destacando-se nos casos de problemas de otimização não linear (YANG, 2010). O algoritmo Colônia de Vagalumes foi desenvolvido por Yang (2008), fundamentado na característica bioluminescente dos vagalumes.

Para a simplicidade do desenvolvimento do algoritmo foram idealizadas três hipóteses, sendo elas (YANG, 2008):

- i) Todos os vagalumes são unissex, desta maneira, um vagalume poderá ser atraído por outros vagalumes independentemente do seu sexo;
- ii) A atratividade é proporcional ao seu brilho, então tomando-se dois vagalumes com determinado brilho, o indivíduo com menor brilho moverá em direção ao mais brilhante. Se não houver um vagalume mais brilhante que outro, então eles irão mover-se aleatoriamente. Também, a atratividade é proporcional ao brilho e ela decresce se a distância entre os indivíduos aumentar.
- iii) O brilho de um vagalume é afetado ou determinado pela área de procura da função objetivo.

Para problemas de maximização, o valor do brilho é proporcional ao valor da função objetivo ou sua função de avaliação, e decai conforme aumenta-se a distância entre dois vagalumes (YANG, 2013). Desta forma, o brilho  $I$  de um vagalume em uma localização particular  $x$  é dada por  $I(x) \propto f(x)$ . A intensidade da luz percebida por um vagalume varia conforme a distância, e é dada pela Equação 4.7.

$$I(r) = I_0 \exp(-\gamma r^2), \quad (4.7)$$

sendo  $I_0$ , a intensidade da luz emitida;  $r$ , a distância Euclidiana entre os vagalumes  $i$  e  $j$ , e sendo  $i$ , o vagalume menos brilhante e  $j$ , o mais brilhante,  $r_{ij} = \|x_i - x_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_{i,k} - x_{j,k})^2}$ ;  $\gamma$  é o parâmetro de absorção de luz pelo ambiente. A aproximação dos vagalumes é dada pelo fator de atratividade  $\beta$ , o qual é definido pela Equação 4.8.

$$\beta = \beta_0 \exp(-\gamma r^2), \quad (4.8)$$

sendo  $\beta_0$ , a atratividade para uma distância  $r = 0$ . A movimentação do vagalume menos brilhante  $i$  em direção ao vagalume mais brilhante  $j$ , é determinado por:

$$x_i = x_i + \beta_0 e^{-\gamma r^2} (x_j - x_i) + \alpha \epsilon_i, \quad (4.9)$$

sendo que o primeiro termo se refere a atual posição do vagalume, o segundo termo é referente à atração. O terceiro e último termo é o processo de aleatoriedade, em que  $\alpha$  é um parâmetro

aleatório e  $\epsilon_i$  é um vetor de números randômicos obtido por distribuição Gaussiana ou distribuição uniforme.

Os parâmetros a serem definidos no algoritmo colônia de vagalumes são:

- i) Número de Vagalumes ( $n$ ): é o tamanho da população de vagalumes que estarão presentes no processo iterativo ou o total de avaliações realizadas por iteração. Quanto maior o seu valor, maior a velocidade de convergência do algoritmo para o ótimo global, porém, ocasiona um acréscimo no tempo de execução do algoritmo e, conseqüentemente, um maior custo computacional. Caso  $n$  possua um valor muito pequeno ou insuficiente, dificultará a convergência para a fronteira de Pareto.
- ii) Fator de randomização ( $\alpha$ ): é o termo referente à randomização do terceiro termo da equação de deslocamento do vagalume. Valores grandes para este termo aumentam a agressividade da procura no espaço de busca. Para valores menores, ocorre o inverso, a procura se torna mais suave.
- iii) Parâmetro de absorção de luz ( $\gamma$ ): é o parâmetro que dita a facilidade da luz se propagar no meio. Valores altos propiciam uma maior capacidade de propagação da luz emitida por um vagalume, e uma facilidade desta luz ser percebida por outros vagalumes, propiciando uma maior velocidade de movimentação.

Uma seleção coerente desses parâmetros faz-se necessária a fim de obter-se um processo com tempo de execução adequado do algoritmo, e uma boa aproximação da verdadeira fronteira de Pareto seja alcançada.

Diversos autores vêm utilizando o algoritmo colônia de vagalumes para otimização de problemas, devido a facilidade de adaptar este algoritmo aos problemas presentes e pela eficiência do mesmo na resolução dos problemas. Algumas áreas de aplicação são no projeto de redes sem fio, Leidenfrost e Elmenreich (2008), otimização matemática Yang (2008), projetos de sistemas de engenharia Lobato et al. (2011a), estimação de parâmetros de controladores Souza et al. (2012), em otimização em processos de transferência de radiação Cirino, Knupp e SilvaNeto, (2012) e CIRINO *et al.* (2012), estimação de parâmetros em problemas de engenharia química Lobato e Malagoni (2014).

#### 4.7.3 Algoritmo Multiobjetivo Colônia de Vagalumes (*Multi-objective Firefly Algorithm*)

Devido ao sucesso do algoritmo colônia de vagalumes na otimização de problemas de engenharia e ciências, é de grande valia a utilização deste algoritmo na resolução de problemas multiobjetivo (LOBATO e STEFFEN JR, 2013).

A otimização de problemas com multiobjetivo utilizando o algoritmo colônia de vagalumes pode ser abordada de duas maneiras quanto à formulação da função objetivo. Utilizada por Apostolopoulos e Vlachos (2011), uma das maneiras é agrupar todas as funções objetivo em uma única função, multiplicando a cada uma um fator de ponderação, executando o algoritmo na estrutura da versão mono-objetivo. Outra forma é utilizando a teoria da dominância de Pareto, e adaptar o algoritmo para obter um conjunto ótimo de soluções não dominadas ou a fronteira de Pareto.

Yang (2013) desenvolveu um algoritmo colônia de vagalumes multiobjetivo chamado MOFA (*Multi-objective Firefly Algorithm*). Neste algoritmo, as ideias básicas do FA (*Firefly Algorithm*) foram estendidas para a introdução da dominância de Pareto. Os indivíduos são gerados aleatoriamente dentro do espaço de busca, avaliados conforme suas funções objetivo. Em pares, o brilho dos vagalumes é comparado, e aqueles menos brilhantes são movidos em direção dos mais brilhantes. Os indivíduos não dominados são identificados e passados para a próxima geração. O processo é repetido até o critério de parada ser alcançado e a fronteira de Pareto ser obtida.

Ainda no mesmo ano, Lobato e Steffen Jr. (2013) também desenvolveram um algoritmo multiobjetivo colônia de vagalumes a fim de otimizar o projeto de um sistema de engenharia Bioquímica. Neste algoritmo, foram incorporadas técnicas oriundas do *Non-dominated Sort Genetic Algorithm* (NSGA II), tais como o operador *crowding distance* e o *fast non-dominated sorting*, visando à busca do conjunto ótimo de soluções da fronteira de Pareto.

Nesta versão desenvolvida pelos autores do MOFA, a população inicial de tamanho  $N$  é gerada aleatoriamente, avaliada e as soluções dominadas são separadas da população por meio da utilização do *Fast Non-dominated Sorting*. As soluções não dominadas são armazenadas em um conjunto externo e organizadas em fronteiras não dominadas (primeira fronteira, segunda fronteira, assim por diante). Posteriormente, o algoritmo colônia de vagalumes é utilizado para gerar uma nova população de indivíduos por meio da locomoção dos indivíduos da população inicial de acordo com seu brilho e atratividade. O processo é repetido até o critério de parada ser obtido, assim, a cada iteração, as soluções não dominadas são identificadas e enviadas para

o conjunto externo. Caso o número de indivíduos no conjunto externo seja ultrapassado, é utilizada então a técnica de truncamento *Crowding Distance*, em que os indivíduos com menor valor de *crowding* são eliminados do conjunto externo. O mesmo método foi utilizado por Barrozo e Lobato (2016), a fim de otimizar um problema de flotação em coluna de um minério de fosfato ígnea. Da mesma forma que o trabalho anteriormente citado, foram obtidos resultados satisfatórios quando comparado ao método NSGA II.

Neste trabalho, foi desenvolvido em MATLAB um algoritmo multiobjetivo colônia de vagalumes similar ao proposto por Lobato e Steffen Jr. (2013), no qual aliam-se as técnicas de busca da colônia de vagalumes com as do NSGA II (principalmente na questão da densidade da fronteira de Pareto). Uma das alterações está na seleção dos indivíduos mais brilhantes, sendo a mesma realizada por meio do critério de dominância de Pareto, na qual uma solução  $i$  é considerada não dominada (maior brilho) em relação à uma solução  $j$  apenas se dois critérios sejam verdadeiros:  $f_i(s) \leq f_i(t), \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$  e  $f_j(s) < f_j(t), \exists j \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

No demais, o algoritmo segue a mesma estrutura, em que a população inicial é gerada aleatoriamente, avaliada e as soluções não dominadas são alocadas no conjunto externo. A cada geração, são utilizados as características e parâmetros do FA mono-objetivo, em que os indivíduos menos brilhantes deslocam-se em direção aos mais brilhantes e posteriormente a esta movimentação, é verificado a não dominância das soluções, inserindo na população externa estas não dominadas. Após a inserção destas soluções no conjunto externo, é verificado novamente a não dominância das soluções e aquelas dominadas são excluídas do conjunto. Quando o número de soluções no conjunto externo ultrapassa a quantidade limite, é utilizada a ferramenta *crowding distance* para retirar do conjunto as soluções excedentes, sendo aquelas cujas possuam menor valor de *crowding distance*. Esta operação é repetida iterativamente até que o critério de parada seja alcançado, e assim, obtida a fronteira de Pareto. Desta maneira, o pseudocódigo do algoritmo é dado abaixo:

---

 Algoritmo 3 – MOFA
 

---

```

1: Iniciar a população com posição aleatória no espaço de busca.
2: Avalie o brilho (valor das funções objetivos) para cada vagalume.
3: Verificar as soluções não dominadas por meio da dominância de Pareto.
4: Inserir as soluções não dominadas no conjunto externo B.
5:  $t = 0$ 
6: enquanto  $t < T_{max}$  faça            $\%T_{max} = \text{número de iterações}$ 
7:   para Vagalumes da população faça
8:     calcular o valor da intensidade do brilho e atratividade segundo eq. 4.7 e 4.8
9:     se brilho do vagalume  $j$  for maior que o indivíduo  $i$ 
10:      mover o vagalume  $i$  em direção do vagalume  $j$  de acordo com eq. 4.9
11:     fim
12:   fim
13: Verificar soluções não dominadas e inserir em B
14: Verificar soluções não dominadas em B, excluindo dominadas através do
    Crowding distance.
15:    $t = t + 1$ 
16: fim

```

---

#### 4.8 O Método da Máxima Verossimilhança

Após o processo de otimização multiobjetivo, em que se obtém como resultado um conjunto de soluções ótimas, é de notório interesse utilizar um método para estimar quais soluções possuem maior probabilidade de serem as melhores dentre as obtidas. O método de Máxima Verossimilhança tem sido extensamente utilizado e com sucesso para estimação de parâmetros em diversos problemas e torna-se assim, uma ferramenta estatística de interessante aplicação para realizar essa estimação probabilística. Nesse contexto, é proposta a utilização desta técnica para verificar sua eficiência na estimação das melhores soluções da fronteira de Pareto.

O princípio de Máxima Verossimilhança é um procedimento utilizado para a estimação de parâmetros de modelos e testes de hipóteses relacionados às restrições lineares e não lineares ao vetor de parâmetros, com adequadas propriedades assintóticas dos estimadores. Em outras palavras, baseando-se nos resultados obtidos por uma amostra, busca-se determinar qual a solução dentre todas aquelas definidas pelos possíveis valores de seus parâmetros, com maior probabilidade de ter gerado esta amostra. Desta forma, o estimador indica qual solução ou combinação de parâmetros explica a amostra.

Considerando uma amostra aleatória não-censurada de  $n$  realizações  $(y_1, y_2, \dots, y_n)$ , sendo estas independentes e com mesma distribuição, na qual a população é representada por uma função de densidade de probabilidade  $f(y, \theta)$ . A função é diretamente dependente do vetor de parâmetros  $\theta$ , que pode ser representado por um ou mais parâmetros. Portanto, função de verossimilhança ( $L$ ) é basicamente o produto das densidades de cada observação da amostra e é dada por:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n \Phi f(y_i, \theta). \quad (4.10)$$

Assim, a procura pela distribuição que melhor representa a amostra, é buscar o parâmetro  $\theta$  que maximiza a função de verossimilhança  $L(\theta)$ , ou seja, qual o parâmetro que maximiza a probabilidade desta amostra transcorrer. Levando isto em consideração, a solução com maior valor de função de verossimilhança será aquela com maior probabilidade de ser a melhor dentre os resultados obtidos no problema de otimização.

Para o cálculo da função de verossimilhança é importante a escolha da distribuição amostral, e esta varia de acordo com a característica da amostra. Algumas distribuições de variáveis contínuas empregadas são Weibull, Exponencial, Normal, Lognormal, Gama, entre outras.

A distribuição Gama foi escolhida para a representação da amostra, por ser uma das distribuições mais gerais. Uma variável aleatória  $X$  possui uma distribuição Gama se sua função densidade probabilidade for igual a:

$$\begin{aligned} f(X) &= \frac{\beta^\alpha}{(\alpha)} X^{\alpha-1} e^{-\beta X}, & X > 0 \\ f(X) &= 0, & X \leq 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

sendo  $\alpha$ , o parâmetro de forma ( $\alpha > 0$ ) e  $\beta$  é o parâmetro de escala ( $\beta > 0$ ).

O valor esperado e a variância de uma variável aleatória  $X$  com distribuição gama são:

$$E(X) = \frac{\alpha}{\beta}, \quad (4.12)$$

$$VAR(X) = E(X^2) - E^2(X) = \frac{\alpha}{\beta^2}. \quad (4.13)$$

Correlacionando as equações acima:

$$\alpha = \frac{E^2(X)}{VAR(X)}, \quad (4.14)$$

$$\beta = \frac{E^2(X)}{VAR(X)^2}. \quad (4.15)$$

Dada as equações, pode-se calcular o valor esperado e variância para o conjunto de todas as funções objetivo e, por seguinte, obter os parâmetros de forma e escala. Logo, calculam-se as funções densidade e probabilidade para cada função objetivo e os valores de função de verossimilhança (Equação 4.11) para cada solução. Considerando que o Método da Máxima Verossimilhança procura obter os parâmetros que maximizam o valor da função de verossimilhança, aquelas soluções com maior valor são consideradas aquelas com maior probabilidade de serem as melhores.

## 5. RESULTADOS

Neste capítulo, apresentam-se os resultados obtidos por meio da aplicação dos métodos de otimização, na identificação dos parâmetros de falha de um sistema rotor-mancal. A partir da modelagem matemática já desenvolvida do sistema rotativo, dividiu-se o trabalho em dois problemas a serem resolvidos.

### 5.1 Problema 1

No problema 1, busca-se prever o desempenho do sistema rotativo sujeito a forças de desbalanceamento, por meio da obtenção de parâmetros desconhecidos. Momento de desbalanceamento, ângulo de fase e posição axial da força de desbalanceamento são os parâmetros a serem estimados por meio da utilização dos métodos de otimização *non-dominated sorting genetic algorithm* (NSGA II), otimização multiobjetivo por enxame de partículas (MOPSO) e algoritmo multiobjetivo colônia de vagalumes (MOFA). A estimação desses valores se dá através da minimização da diferença entre a resposta numérica e experimental do sistema rotativo, em que a última é obtida por meio de medições em testes de bancada. Os algoritmos de otimização processam os dados da modelagem numérica e das medições, retornando um conjunto de soluções (parâmetros) que minimizam essa diferença dos dados. A fim de auxiliar a escolha das melhores soluções, é utilizado o método estatístico de Máxima Verossimilhança, no qual o mesmo estima as melhores soluções através da função de verossimilhança. Os resultados obtidos com simulações utilizando este problema foram publicados no 23rd *ABCM International Congress of Mechanical Engineering* (REZENDE et al., 2015).

#### 5.1.1 Procedimento experimental

Os dados experimentais utilizados na resolução do problema de desbalanceamento de um sistema rotativo foram adquiridos por meio de testes realizados em bancada (Figura 5.1). O equipamento de teste experimental é composto por um rotor (disco) fixado em um eixo e bi apoiado em mancais hidrodinâmicos, com as seguintes características: cada mancal dispendo de uma folga radial de 90  $\mu\text{m}$ , com raio interno de 31 mm e comprimento de 20 mm, e utilizando

óleo AWS 32, como fluido lubrificante. O disco apresenta uma massa concentrada de 2,3 kg, um diâmetro externo de 95 mm e comprimento de 47 mm; o diâmetro do eixo sendo de 12 mm e a distância entre os centros dos mancais de 600 mm.

Um mancal radial com diâmetro de 40 mm e comprimento de 80 mm está também presente no eixo próximo ao mancal 2 em oposição ao motor, devido ao atuador magnético instalado no sistema. Entretanto, neste trabalho não foi necessária a utilização do mesmo, pois somente a resposta ao desbalanceamento foi utilizada.

A fim de medir os deslocamentos do eixo dentro dos mancais nas direções horizontal e vertical, dois sensores magnéticos de proximidade estão instalados sob imersão no filme de óleo de cada mancal. Outros procedimentos e dados do teste experimental, bem como o ajuste dos coeficientes de amortecimento e rigidez dos mancais utilizados no modelo se encontram em Siqueira et al. (2012) e Castro et al. (2012 e 2013).

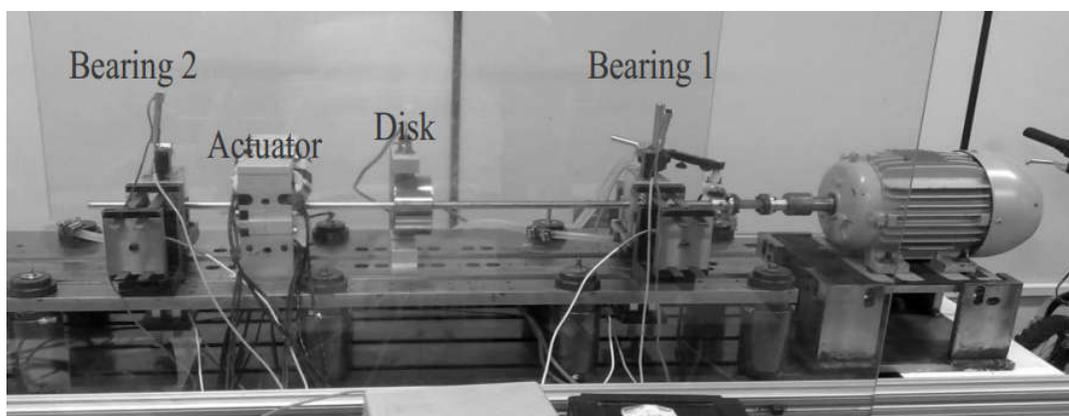


Figura 5-1 – Aparato experimental (SIQUEIRA et al., 2012).

### 5.1.2 Resultados para o problema 1

Com a resposta experimental adquirida do rotor sujeito a desbalanceamento, o próximo passo consiste em discretizar o rotor utilizando o método de elementos finitos, processo este ilustrado na Figura 5.2, com a finalidade de obter a resposta numérica do modelo. Posteriormente, as funções objetivo que possuem o resíduo entre a resposta numérica e experimental são montadas, e os métodos de otimização aplicados com a intenção de estimar os parâmetros de desbalanceamento (momento de desbalanceamento ( $m_e$ ), ângulo de fase ( $\varphi$ ) e posição axial (nó) da força desbalanceamento), que minimizem esta diferença.

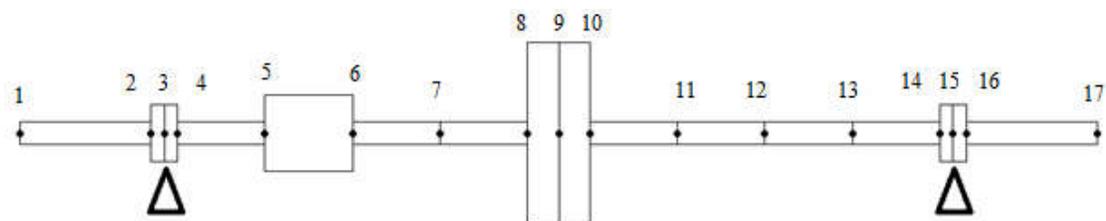


Figura 5-2 – Sistema discretizado por elementos finitos (CASTRO *et al.* 2012).

Os métodos de otimização utilizados foram *Non-dominated sorting genetic algorithm (NSGA II)*, otimização multiobjetivo enxame de partículas (MOPSO) e algoritmo multiobjetivo colônia de vagalumes (MOFA). A Tabela 5.1 apresenta os valores limites para os parâmetros de resposta ao desbalanceamento a serem obtidos, bem como seus respectivos valores esperados. Os valores limites são impostos devido às características da bancada, em que para posição axial é a quantidade de nós que pode variar de 1 a 17, ângulo de fase variando 360 graus e momento de desbalanceamento um valor muito pequeno que pode chegar até o valor limite da bancada. O valor esperado foi imposto para realização do procedimento experimental.

Tabela 5.1 - Valores limites dos parâmetros para otimização.

| Parâmetros                                | Limite Inferior     | Limite superior    | Valor Esperado        |
|---|---------------------|--------------------|-----------------------|
| Momento de Desbalanceamento [kg.m]        | $0.5 \cdot 10^{-4}$ | $10 \cdot 10^{-4}$ | $1.425 \cdot 10^{-4}$ |
| Ângulo de Fase [rad]                      | $-\pi$              | $\pi$              | 0                     |
| Posição Axial da Massa Desbalanceada [Nó] | 1                   | 17                 | 8                     |

Como já mencionado, as funções objetivo a serem utilizadas no ajuste são o resíduo entre as respostas experimental e simulada Equação 4.1 e 4.2, as quais totalizam quatro funções objetivos para cada mancal e conseqüentemente oito funções para o problema.

Os parâmetros de entrada dos algoritmos podem ser visualizados na Tabela 5.2, em que estes foram definidos por meio de diversos testes realizados, e indicações de intervalos em trabalhos disponíveis na literatura. Os testes foram de grande desafio, visto que, demandaram elevado tempo de verificação (aproximadamente 5 meses), em que era necessário executar cada algoritmo para cada combinação de parâmetros e aguardar os resultados que tais parâmetros retornavam, para posteriormente comparar com outros arranjos de parâmetros. Os métodos de otimização sofrem impacto direto na variação destes parâmetros, da forma que cada

combinação destes, influencia na convergência do método. Assim, é de grande importância encontrar valores ajustados para estes parâmetros.

Para o NSGA II é definido o tamanho da população, número de iterações, probabilidade de mutação e probabilidade de cruzamento. Para o MOFA, os parâmetros de entrada são o tamanho da população, número de iterações, parâmetro de randomização, coeficiente de absorção de luz e atratividade máxima. Finalmente, para o MOPSO, têm-se tamanho da população, número de iterações, fator individual e cognitivo, fator social e peso de inércia, em que o último varia de 0,1 a 4 e o valor decai com o passar das iterações. Para ambos algoritmos, o critério de parada definido foi o número de iterações, pois desta forma pode-se realizar uma comparação dos resultados dos três métodos. Desta maneira, o valor de 1000 foi o necessário para obter uma boa convergência para todos os métodos.

**Tabela 5.2 - Valores limites dos parâmetros para otimização do problema 1.**

| Parâmetros de Entrada dos Algoritmos              |      |   |      |   |       |
|---|------|---|------|---|-------|
| Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA II) |      | Algoritmo Multiobjetivo Colônia de Vagalumes (MOFA) |      | Otimização Multiobjetivo Enxame de Particular (MOPSO) |       |
| Tamanho da População                              | 100  | Tamanho da População                                | 100  | Tamanho da População                                  | 100   |
| Número de Iterações                               | 1000 | Número de Iterações                                 | 1000 | Número de Iterações                                   | 1000  |
| Probabilidade de Mutação                          | 0,2  | Parâmetro de Randomização                           | 0,6  | Peso de Inércia                                       | 0,1-4 |
| Probabilidade de Cruzamento                       | 0,95 | Coeficiente de Absorção de Luz                      | 3,8  | Fator individual e cognitivo                          | 1,8   |
|   |      | Atratividade Máxima                                 | 1,0  | Fator social  | 1,8   |

Ao final das iterações, os algoritmos fornecem um conjunto de soluções não dominadas ou a fronteira de Pareto. Cada ponto do conjunto de soluções representa os parâmetros de desbalanceamento que minimizam as funções objetivo das Equações 4.10 e 4.11. As Figuras 5.3 a 5.5 ilustram as soluções ótimas encontradas para cada método.

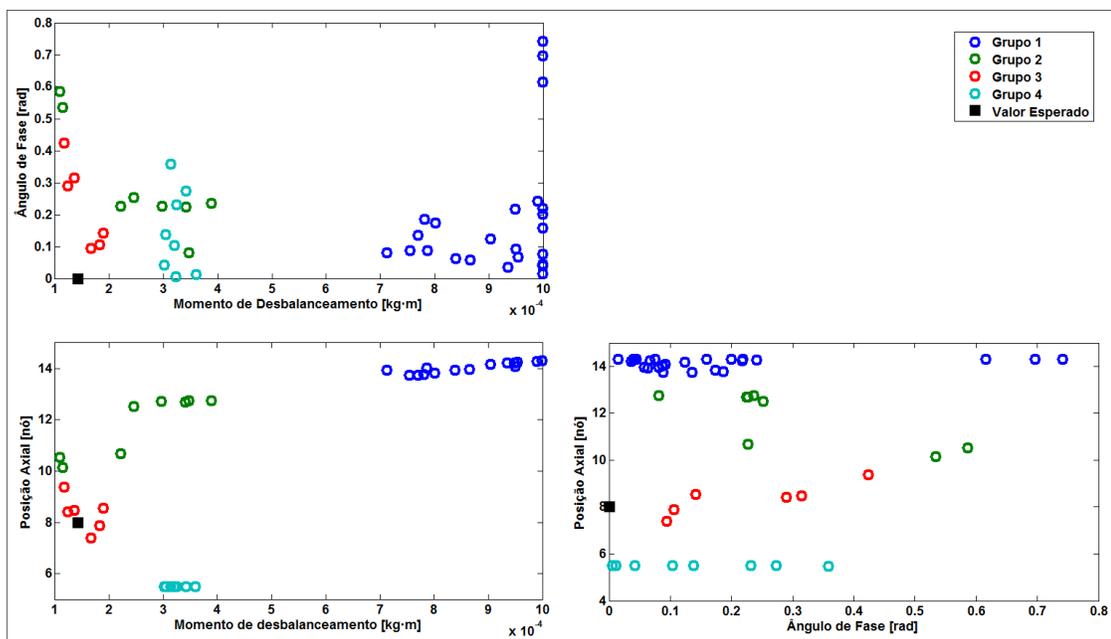


Figura 5-3 – Conjunto de soluções para NSGA II.

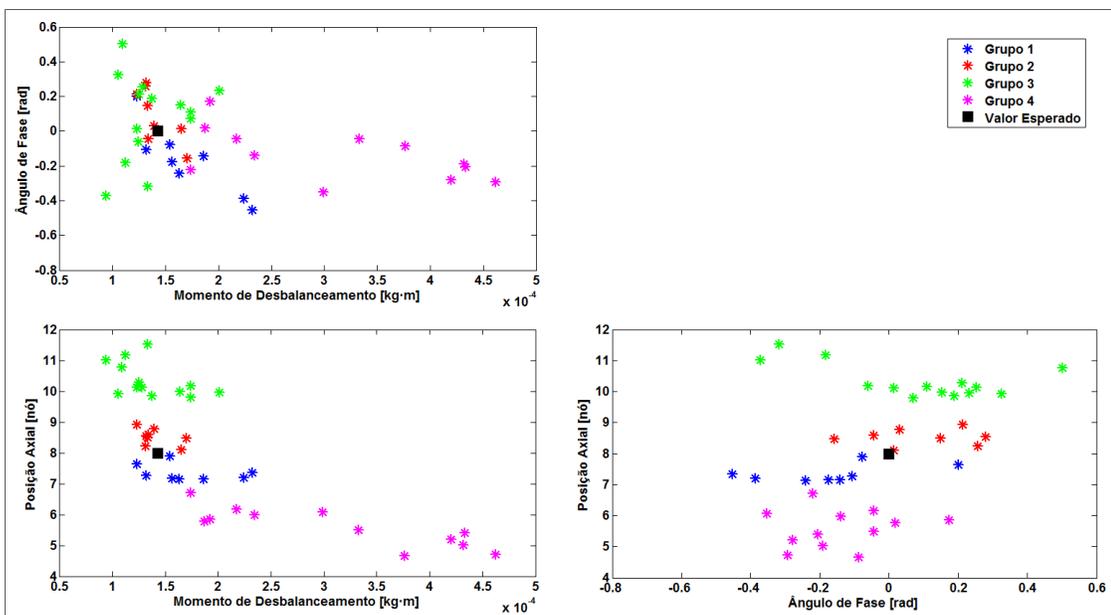


Figura 5-4 – Conjunto de soluções para MOFA.

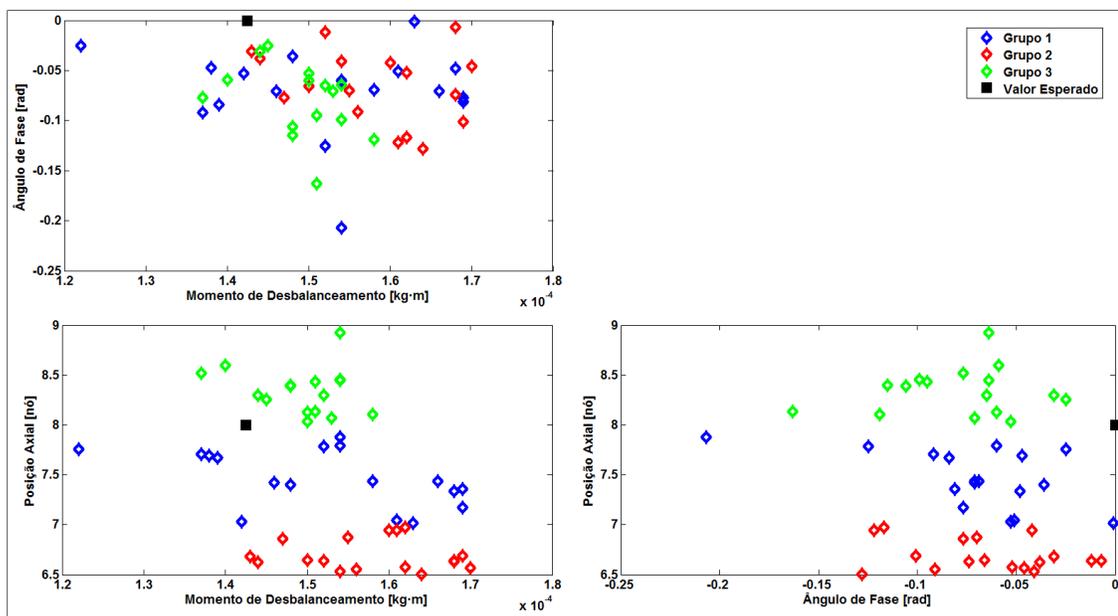


Figura 5-5 – Conjunto de soluções para MOPSO.

Como se pode verificar, as soluções foram apresentadas nas seguintes combinações de parâmetros visando uma melhor visualização: Ângulo de Fase x Momento de Desbalanceamento, Posição Axial x Momento de Desbalanceamento e Posição Axial x Ângulo de fase.

Visando também proporcionar uma melhor organização para avaliação dos métodos de otimização, além de determinar tendências de convergências nas variáveis de busca, as soluções foram separadas em grupos por área de proximidade. Para separação dos grupos, calcularam-se as distâncias normalizadas entre as soluções e por meio destas, buscou-se identificar as soluções vizinhas entre si. Assim, em cada grupo foram alocadas apenas as soluções que faziam vizinhança uma com as outras, e conseqüentemente, acaba-se por limitar uma área de localização para as soluções do grupo. Cada cor representa um grupo e o quadrado em preto representa o valor esperado para a combinação de parâmetro. Foram obtidos para o NSGA II e MOPSO, o total de 50 soluções, para o MOFA, total de 42 soluções.

A grande vantagem de utilizar-se a teoria da fronteira de Pareto nos métodos multiobjetivo, é que a mesma proporciona a obtenção de um conjunto de soluções, entretanto, diversas vezes a escolha de qual melhor se adapta para a característica do problema pode se tornar uma tarefa com certo nível de dificuldade. À vista disto, foi proposta a utilização do método de Máxima Verossimilhança (Equação 4.10) para auxiliar a escolha das melhores soluções.

Assim, após o resultado separado nos grupos, foram calculadas as funções de verossimilhança para cada solução, e aquelas com maiores valores são as com maior probabilidade de serem as melhores do conjunto. Na Tabela 5.3, encontram-se identificadas as soluções com maiores valores de função de verossimilhança para cada grupo, em que podasse verificar tanto qual é a melhor dentro do conjunto separado, como também a melhor solução de todo resultado obtido. Os valores da função de verossimilhança foram normalizados, dividindo o valor da função de verossimilhança pelo valor máximo da função.

**Tabela 5.3 – Melhores soluções do grupo de acordo com função de máxima verossimilhança.**

|         |             | Melhor Indivíduo por Grupo  |           |           |           | VALOR ESPERADO |            |
|---------|-------------|---|-----------|-----------|-----------|----------------|------------|
|         |             | GRUPO 1   | GRUPO 2   | GRUPO 3   | GRUPO 4   |                |            |
| NSGA II | X (Solução) | Momento de Desbalanceamento [kg.m]  | 9,990E-04 | 1,135E-04 | 1,240E-04 | 3,011E-04      | 1.425.10-4 |
|         |             | Ângulo de Fase [rad]  | 0,69      | 0,53      | 0,29      | 0,04           | 0,00       |
|         |             | Posição Axial [Nó]  | 14        | 10        | 8         | 6              | 8          |
|         |             | $\frac{\text{Função de Verossimilhança}}{\text{Função Máxima Verossimilhança}}$ | 4,67E-05  | 0,08      | 1         | 0,031          | -          |
| MOFA    | X (Solução) | Momento de Desbalanceamento [kg.m]  | 1,543E-04 | 1,392E-04 | 1,235E-04 | 1,869E-04      | 1.425.10-4 |
|         |             | Ângulo de Fase [rad]  | -0,08     | 0,03      | -0,06     | 0,02           | 0,00       |
|         |             | Posição Axial [Nó]  | 8         | 9         | 10        | 6              | 8          |
|         |             | $\frac{\text{Função de Verossimilhança}}{\text{Função Máxima Verossimilhança}}$ | 0,39      | 1         | 0,42      | 0,04           | -          |
| MOPSO   | X (Solução) | Momento de Desbalanceamento [kg.m]  | 1,384E-04 | 1,521E-04 | 1,449E-04 | -              | 1.425.10-4 |
|         |             | Ângulo de Fase [rad]  | -0,05     | -0,01     | -0,02     | -              | 0,00       |
|         |             | Posição Axial [Nó]  | 8         | 7         | 8         | -              | 8          |
|         |             | $\frac{\text{Função de Verossimilhança}}{\text{Função Máxima Verossimilhança}}$ | 0,29      | 0,34      | 1         | -              | -          |

Assim, com os valores ilustrados nas Figuras 5.3 a 5.5 e na Tabela 5.3 é possível afirmar que todos os métodos foram capazes de encontrar soluções com parâmetros próximos aos valores esperados. O método da Máxima Verossimilhança indicou corretamente as melhores soluções, sendo estas, as com maiores valores desta função e as mais próximas do valor esperado.

Defrontando os métodos, o algoritmo de otimização por enxame de partícula MOPSO apresentou um tempo de convergência menor que os demais métodos, em que com 400 iterações já é possível obter valores com boa convergência, porém um conjunto de soluções

melhores foi encontrado a partir de 700 iterações. O MOFA possibilitou boa convergência com 600 iterações e NSGA II apresentou boas soluções a partir de 500 iterações, e melhor diversidade ao final das 1000 iterações, porém percebe-se soluções concentradas em grupos e distantes entre si na área de busca, diferentemente de o que ocorreu nos demais métodos, em que os grupos apresentaram menor distância entre si. O inverso ocorre com o MOPSO, visto que as soluções se encontraram mais próximas ao valor esperado. O algoritmo colônia de vagalumes (MOFA) foi o método que apresentou soluções mais esparsas e com maior diversidade. Desta forma, a fim de obter cobertura do domínio do problema para todos os métodos, fixou-se como critério de parada total de 1000 iterações, sendo o maior valor necessário entre os três algoritmos.

Os métodos NSGA II e MOFA resultaram em 4 grupos cada, sendo que no primeiro método, o grupo 3 (vermelho) foi aquele que mais se aproximou ao valor esperado, e no MOFA, dois grupos obtiveram maior aproximação ao valor esperado, sendo estes os grupos 1 e 2 (azul e vermelho respectivamente). No MOPSO, obtiveram-se apenas três grupos, sendo os grupos 1 (azul) e 3 (verde) aqueles com maior aproximação ao valor esperado. Também, todos os grupos, que mais se aproximaram do valor esperado, possuíam as soluções com maiores valores de função de verossimilhança, o que evidencia que o método de Máxima Verossimilhança apontou corretamente os melhores grupos.

Comparando o tempo de processamento de cada algoritmo, os métodos NSGA II e MOPSO foram os que demandaram menor tempo para as 1000 iterações, sendo necessários 2440 segundos (aprox. 40 min) para o NSGA II, e 2550 segundos (aprox. 42 min) para o MOPSO. O algoritmo MOFA utilizou 3000 segundos (aprox. 50 min) para as mesmas 1000 iterações. É importante destacar que estes resultados foram obtidos utilizando um equipamento com processador Intel® Xeon® CPU W350 2.67 GHz e 12 Gb de memória.

A comparação da resposta experimental e a resposta do modelo numérico utilizando os melhores resultados encontrados pelos algoritmos de otimização, ou seja, aqueles com maiores valores de função de máxima verossimilhança, possibilita verificar se realmente as soluções minimizam a diferença entre as respostas. A resposta ao desbalanceamento (amplitude e fase) para os mancais 1 e 2 são ilustradas, nas Figuras 5.6 e 5.7.

Para a simulação numérica da resposta ao desbalanceamento nos mancais, foram utilizados os parâmetros encontrados pelos métodos de otimização, sendo: NSGA II e MOPSO, melhor solução do grupo 3, e MOFA, solução do grupo 2.

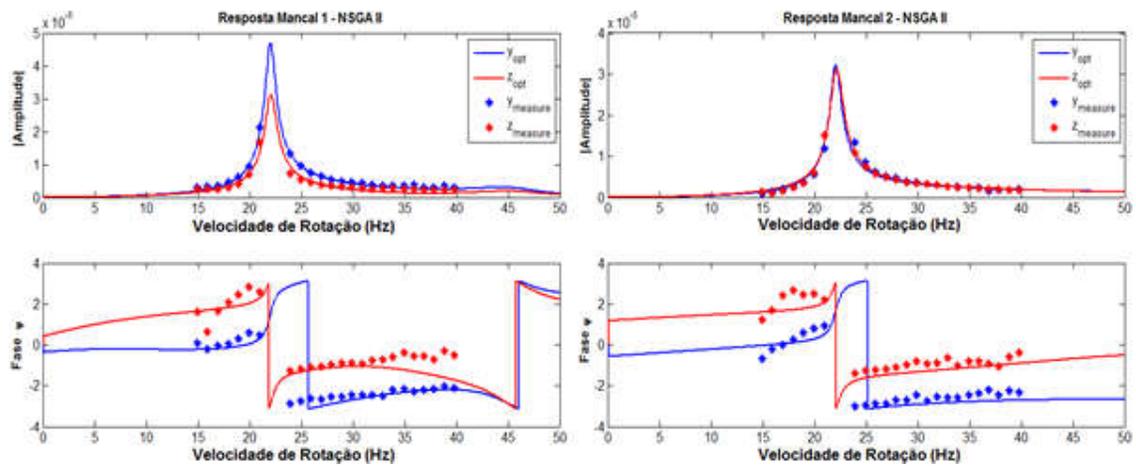


Figura 5-6 – Resposta ao desbalanceamento mancal 1 e 2 para solução NSGA II.

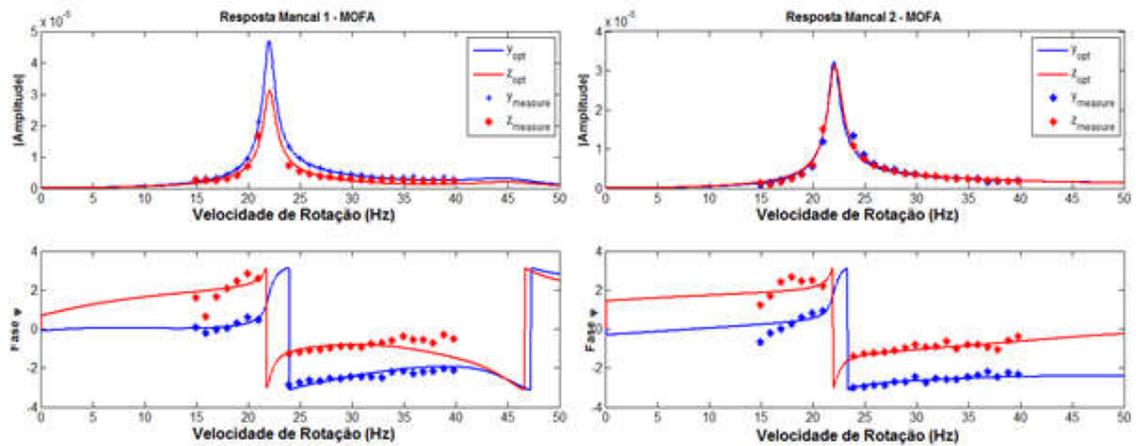


Figura 5-7 – Resposta ao desbalanceamento mancal 1 e 2 para solução MOFA.

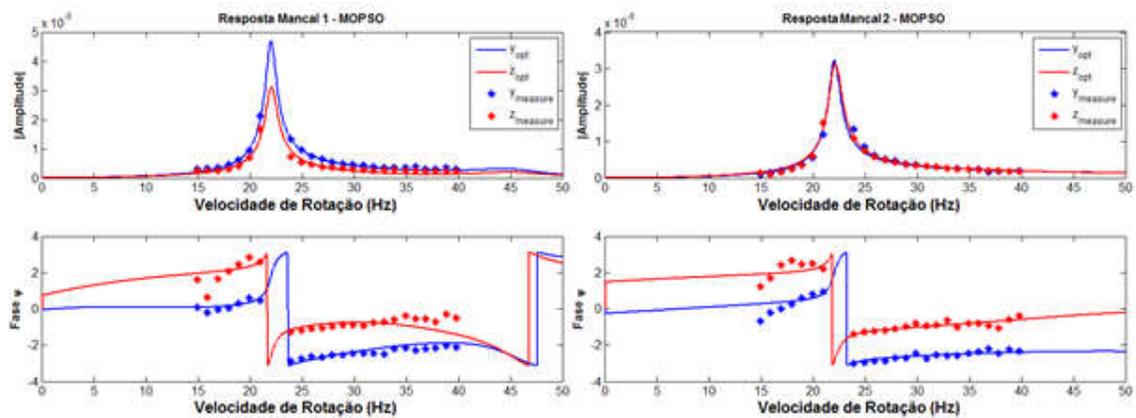


Figura 5-8 – Resposta ao desbalanceamento mancal 1 e 2 para solução MOPSO.

Nas Figuras 5.6 a 5.8, os dados em azul representam o deslocamento na direção horizontal  $y$ , e em vermelho o deslocamento vertical  $z$ . As linhas representam os resultados simulados numericamente a partir dos parâmetros de desbalanceamento e os pontos, os resultados experimentais. Diferentemente do mancal 2, verifica-se no mancal 1 uma certa distância entre as respostas da direção  $y$  e  $z$ , e este fato se dá devido ao acoplamento do eixo estar mais próximo do mancal 1, e este influenciar na resposta nestas direções. É importante salientar que o modelo adotado não considera um acoplamento flexível, pois a diferença das respostas não é significativa frente ao custo computacional. Nota-se também que na resposta experimental não há pontos na faixa da velocidade crítica devido a amplitude de vibração ser muito alta nesse intervalo, o que impossibilitou a medição destes pontos.

Constata-se que há uma boa precisão entre as respostas simulada e experimental, evidenciando que os métodos de otimização foram capazes de fornecer soluções que minimizam a diferença entre experimental e numérico. Verifica-se também que as soluções dadas como as melhores pelo método de máxima verossimilhança são realmente próximas ao valor experimental, demonstrando que este método de classificação para este problema se mostrou uma ferramenta capaz para indicar as melhores soluções (as que minimizavam a diferença entre real e simulado).

## 5.2 Problema 2

Para o problema 2, também se busca a obtenção de parâmetros desconhecidos, de um sistema rotativo sujeito às forças de desbalanceamento e força de excitação gerada por um atuador magnético. Estes parâmetros são temperatura do fluido nos mancais 1 e 2 e a folga radial apresentada no interior dos mancais 1 e 2, em que os mesmos foram estimados utilizando os métodos de otimização *non-dominated sorting genetic algorithm* (NSGA II), otimização multiobjetivo por enxame de partículas (MOPSO) e algoritmo multiobjetivo colônia de vagalumes (MOFA). Novamente, é utilizada a diferença entre as respostas medidas experimentalmente em bancadas de teste e as obtidas numericamente, por meio de um software utilizado pelo Laboratório de Máquinas Rotativas (LAMAR), em que o mesmo simula matematicamente por meio do Método de Elementos Finitos, o sistema rotativo. Em vista de auxiliar a escolha das soluções com maior probabilidade de serem as melhores, é utilizado o método estatístico de Máxima Verossimilhança, no qual o mesmo estima as melhores soluções através da função de verossimilhança.

### 5.2.1 Procedimento experimental

As respostas experimentais foram obtidas por meio de teste em bancada (Figura 5.9), em que o mesmo é composto por um eixo apoiado sobre dois mancais hidrodinâmicos, no qual é fixado um disco na posição da distância média entre os mancais. As especificações das partes são: disco com diâmetro externo de 95 mm, comprimento de 47 mm e massa de 2,3 kg; mancais com folga radial de 90  $\mu\text{m}$ , raio de 31 mm e comprimento de 20 mm; diâmetro do eixo de 12 mm e distância entre os mancais de 420 mm.

Com o propósito de obter as curvas nas direções horizontais e verticais, dois sensores de proximidade magnética monitoraram a órbita da massa do rotor. Para medir o deslocamento do eixo no interior dos mancais, dois sensores de proximidade magnéticos são utilizados, imersos na película de óleo. Células de carga são dispostos nas direções horizontais e verticais, de modo a possibilitar a medição dos esforços nos mancais.

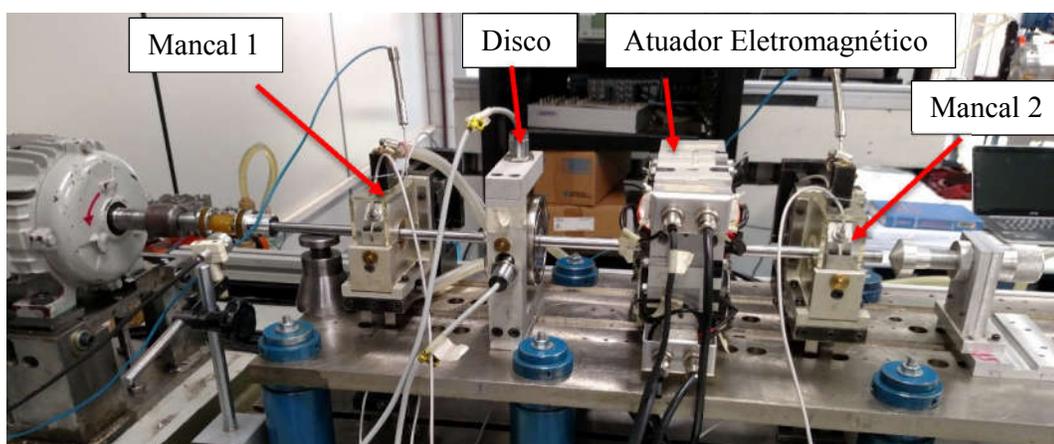


Figura 5-9 – Bancada experimental de teste utilizada no problema 2.

Além da resposta ao desbalanceamento, o comportamento dinâmico do sistema também pode ser caracterizado por funções resposta em frequência, obtidas a partir de excitações causadas pelo mancal eletromagnético. Utilizou-se, como força de excitação, ruído branco nas direções horizontal ( $y$ ) e vertical ( $z$ ). A resposta do sistema foi medida nos dois mancais e no disco. Estes testes foram realizados com velocidades de rotação de 20, 25, 30, 35, e 40 Hz. Portanto, podem-se estimar as FRF para cada uma destas velocidades. As Figuras 5.10 a 5.12 mostram as FRFs para uma velocidade de rotação de 20 Hz no mancal 1, mancal 2 e disco, respectivamente. O termo “ $yy$ ” refere-se à FRF com excitação na direção  $y$  e resposta na direção

y. O termo “yz” representa a FRF com excitação vertical (z) e resposta horizontal (y). Os termos “zy” e “zz” respeitam a mesma lógica descrita anteriormente.

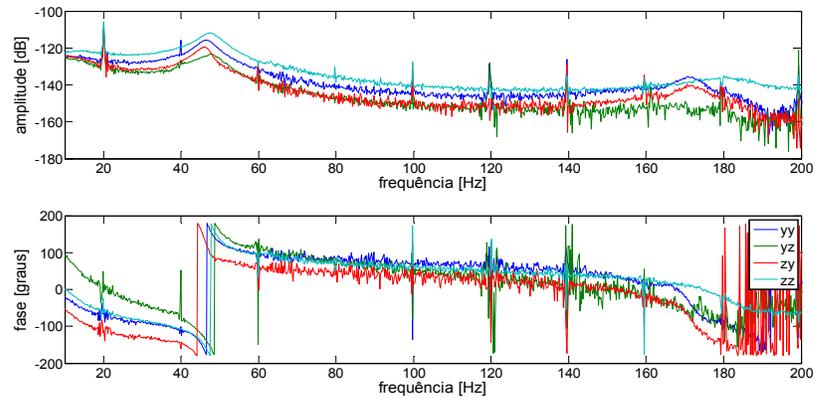


Figura 5-10 – Funções resposta em frequência no mancal 1 com rotação de 20 Hz

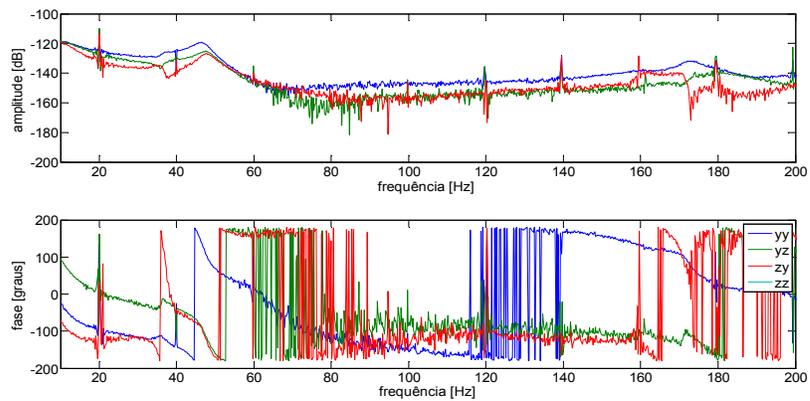


Figura 5-11 – Funções resposta em frequência no mancal 2 com rotação de 20 Hz

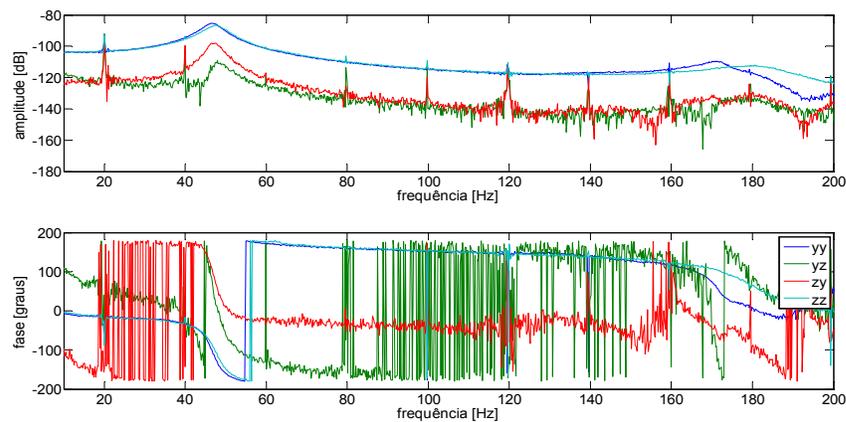


Figura 5-12 – Funções resposta em frequência no disco com rotação de 20 Hz

Após a obtenção das FRFs, ajustaram-se as respostas com modelos matemáticos, os quais permitem a extração de parâmetros modais como frequência natural, fator de amortecimento e

modos de vibrar. Neste passo, foi utilizado o *toolbox System Identification* da biblioteca do MATLAB®, especificamente o método N4SID (*Subspace state system identification*). Os sistemas identificados são do tipo MIMO (*Multiple Input Multiple Output*). Portanto, foram consideradas as entradas em Y e Z e as respostas dos sensores de deslocamento.

A partir do sistema identificado, é possível obter as frequências naturais direta e retrógrada para cada rotação testada, assim, um diagrama de Campbell experimental é obtido. A Tabela 5.4 apresenta os valores numéricos das frequências naturais obtidas.

**Tabela 5.4 – Frequências naturais obtidas.**

| <b>Velocidade de Rotação [Hz]</b> | <b>Frequência Natural direta [Hz]</b> | <b>Frequência Natural retrógrada [Hz]</b> |
|-----------------------------------|---------------------------------------|---|
| <b>20</b>                         | 47,55                                 | 47,90                                     |
| <b>25</b>                         | 47,45                                 | 47,60                                     |
| <b>30</b>                         | 47,32                                 | 47,40                                     |
| <b>35</b>                         | 46,05                                 | 47,16                                     |
| <b>40</b>                         | 46,20                                 | 46,93                                     |

Com os dados experimentais obtidos, o próximo passo é obter as respostas simuladas por meio da discretização do sistema rotativo através do método de Elementos Finitos (Figura 5.13). Para isto, utilizou-se o software ROTORTEST®, o qual possibilita analisar dinamicamente os sistemas rotativos. Este pacote contempla a modelagem de eixos rotativos (TUCKMANTEL, 2010), análise da estrutura de suporte, (TUCKMANTEL et al. 2011), mancal hidrodinâmico com geometria variável (MACHADO e CAVALCA 2011 e 2012), (MACHADO, 2011), efeito térmico em mancais (ALVES e CAVALCA 2011), em mancais hidrodinâmicos cilíndricos, (ALVES, DANIEL e CAVALCA 2014), em mancais segmentados, (DANIEL E CAVALCA 2012 e 2013), relação fundação-mancal-rotor (SANTANA et al. 2010), interação com estrutura de suporte (CAVALCA, 1993; CAVALCANTE, 2001; OKABE, 2007).

As respostas a serem obtidas no procedimento numérico são as frequências naturais para cada cinco frequências de rotação, analisadas através do Diagrama de Campbell. Assim, considerando a matriz de estado do sistema (Equação 5.2), resolve-se a mesma para cada frequência de rotação por meio do problema de autovalor generalizado e correlacionam-se as

frequências naturais de cada velocidade com as anteriores, obtendo-se de forma correta, o diagrama de Campbell.

$$A = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [M]^{-1}[K] & [M]^{-1}([C] + \Omega[G]) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Desta maneira, podem-se montar as funções objetivo para o problema de estimação de parâmetros. As funções objetivo são os resíduos das frequências naturais direta e retrógrada, simulada e experimental, para cada modo de vibrar (Equação 4.12), sendo que neste problema analisou-se apenas um modo de vibrar do sistema e cinco frequências de rotação, totalizando 10 funções objetivo.

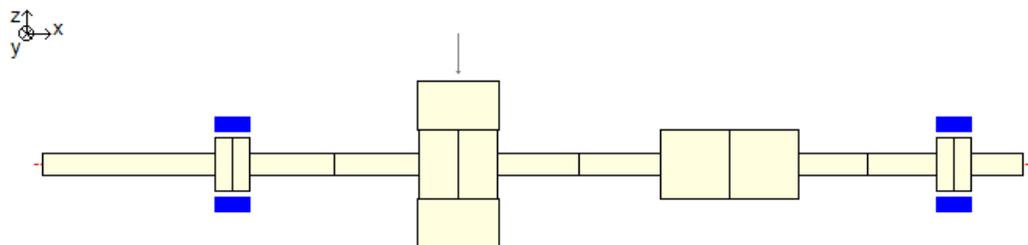


Figura 5-13 – Discretização por elementos finitos do sistema.

## 5.2.2 Resultados para problema 2

Assim, com os dados experimentais coletados e a modelagem numérica realizada, utilizam-se os métodos de otimização multiobjetivo com o intuito de obter os parâmetros que minimizam as diferenças entre os resultados experimentais e numéricos. Novamente, utilizam-se os métodos de otimização *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA II)*, otimização multiobjetivo enxame de partículas (MOPSO) e algoritmo multiobjetivo colônia de vagalumes (MOFA). Os parâmetros a serem obtidos são temperatura do fluido nos mancais 1 e 2 e a folga radial apresentada no interior dos mancais 1 e 2. A Tabela 5.5 apresenta os valores limites para os parâmetros e o valor esperado. Os valores limites são faixas de valores que se procura obter, e o valor esperado são valores medidos no procedimento experimental no interior do mancal.

Tabela 5.5 - Valores limites dos parâmetros para otimização.

| Parâmetros                              | Limite Inferior    | Limite superior     | Valor Esperado     |
|---|--------------------|---------------------|--------------------|
| Temperatura do óleo no Mancal 1 [°C]    | 20                 | 30                  | 25                 |
| Temperatura do óleo no Mancal 2 [°C]    | 20                 | 30                  | 25                 |
| Folga radial Mancal 1 [ $\mu\text{m}$ ] | $80 \cdot 10^{-6}$ | $100 \cdot 10^{-6}$ | $90 \cdot 10^{-6}$ |
| Folga radial Mancal 2 [ $\mu\text{m}$ ] | $80 \cdot 10^{-6}$ | $100 \cdot 10^{-6}$ | $90 \cdot 10^{-6}$ |

Definidos os limites da região factível de busca para os algoritmos, os parâmetros de entrada dos algoritmos podem ser visualizados na Tabela 5.6, nos quais estes parâmetros foram definidos por meio de diversos testes realizados e indicações em trabalhos disponíveis na literatura, de intervalos com melhores resultados. Novamente, esta fase demandou tempo considerável, pois foi necessário de testar várias combinações de parâmetros para cada método de otimização. Vale ressaltar que os resultados destes métodos são sensíveis à variação destes parâmetros, sendo de considerável importância encontrar valores ajustados para estes parâmetros.

Têm-se para o NSGA II os parâmetros como tamanho de população, probabilidade de mutação, probabilidade de cruzamento e número de iterações, sendo este último o critério de parada adotado para todos os métodos. Para MOFA, têm-se tamanho da população (enxame de vagalumes), número de iterações, parâmetro de randomização, coeficiente de absorção de luz e atratividade máxima. Por último, no MOPSO têm-se tamanho da população (enxame de partículas), número de iterações, fator individual e cognitivo e fator social e peso de inércia, em que o último varia de 0,1 a 4 e o valor decai com o passar das iterações. Através de testes, verificou-se que todos os algoritmos necessitaram de 1000 iterações para obter convergência, assim foi imposto este valor como critério de parada para garantir cobertura do domínio do problema em ambos os métodos de otimização.

Tabela 5.6 - Valores limites dos parâmetros para otimização do problema 2.

| Parâmetros de Entrada dos Algoritmos              |      |   |      |   |       |
|---|------|---|------|---|-------|
| Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA II) |      | Algoritmo Multiobjetivo Colônia de Vagalumes (MOFA) |      | Otimização Multiobjetivo Enxame de Particular (MOPSO) |       |
| Tamanho da População                              | 50   | Tamanho da População                                | 50   | Tamanho da População                                  | 50    |
| Número de Iterações                               | 1000 | Número de Iterações                                 | 1000 | Número de Iterações                                   | 1000  |
| Probabilidade de Mutação                          | 0,2  | Parâmetro de Randomização                           | 0,4  | Peso de Inércia                                       | 0,1-4 |
| Probabilidade de Cruzamento                       | 0,6  | Coefficiente de Absorção de Luz                     | 2,4  | Fator individual e cognitivo                          | 1,8   |
|   |      | Atratividade Máxima                                 | 1,0  | Fator social  | 1,8   |

Como resultado às otimizações adotadas, tem-se um conjunto de soluções que minimizam a função da Equação 4.12, ou seja, a diferença entre a resposta experimental e simulada. Desta forma, obtém-se diversas soluções que podem resolver o problema proposto, sendo esta uma das principais vantagens em utilizarem-se métodos multiobjetivo de otimização. As soluções ótimas obtidas para cada método podem ser visualizadas nas Figuras 5.14 a 5.16.

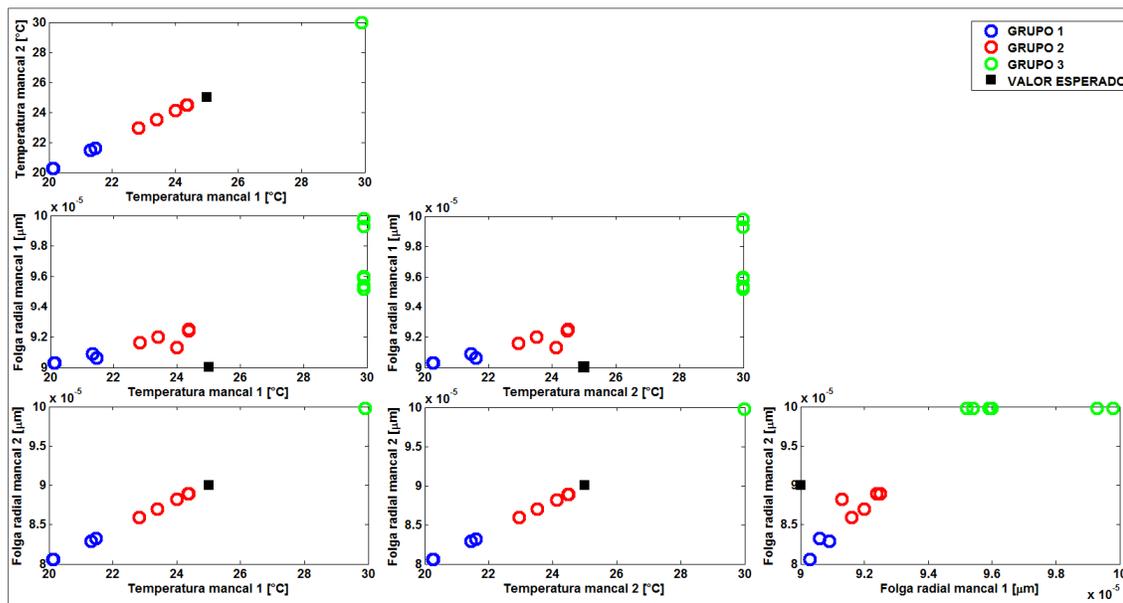


Figura 5-14 – Conjunto de soluções para NSGA II.

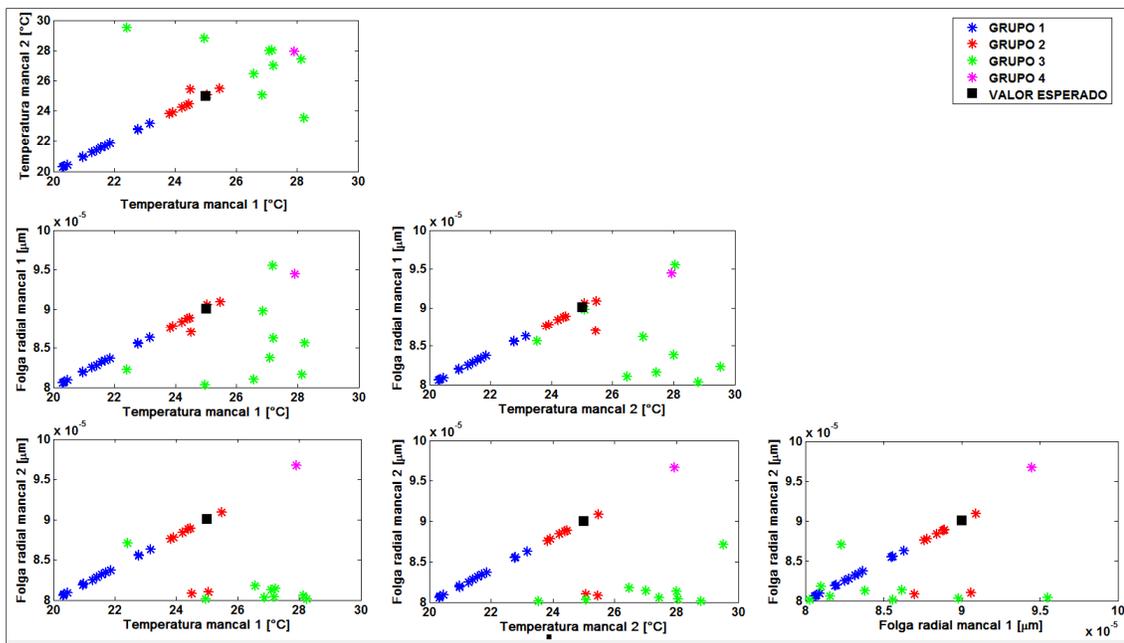


Figura 5-15 – Conjunto de soluções para MOFA.

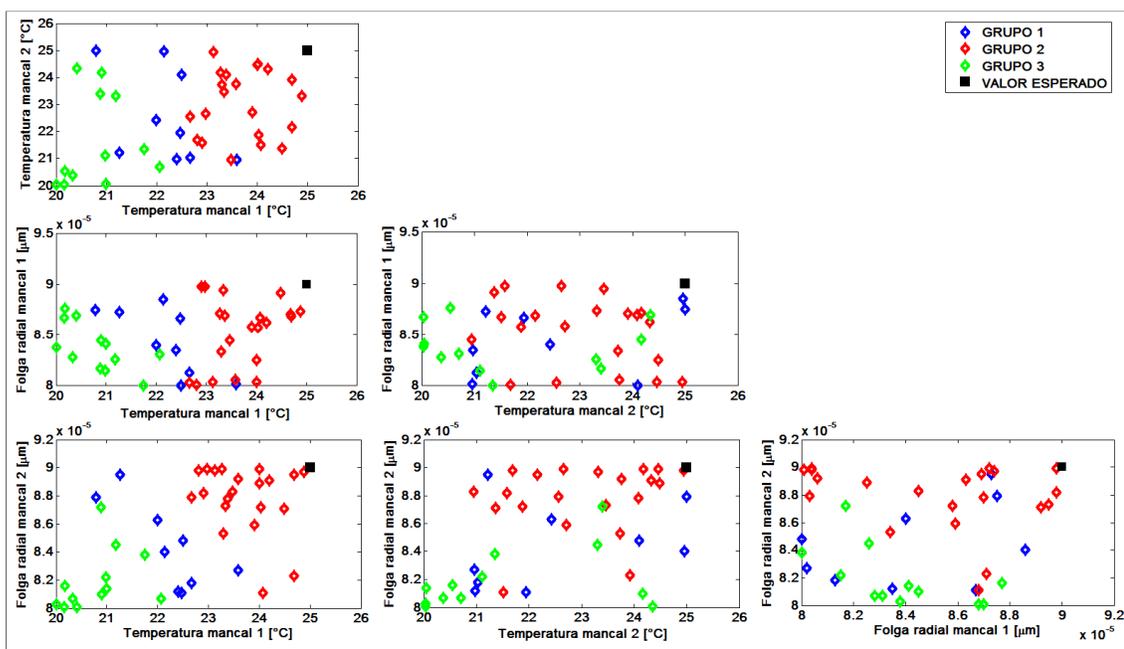


Figura 5-16 – Conjunto de soluções para MOPSO.

As figuras foram apresentadas na seguinte organização: Temperatura no mancal 1 x Temperatura no mancal 2, Temperatura no mancal 1 x Folga radial no mancal 1, Temperatura no mancal 1 x Folga radial no mancal 2, Temperatura no mancal 2 x Folga radial no mancal 1, Temperatura no mancal 2 x Folga radial no mancal 2, Folga radial no mancal 1 x Folga radial

no mancal 2. Deste modo, as soluções obtidas foram separadas em grupos da mesma forma que no problema 1, levando em conta a vizinhança de cada solução, para além de determinar tendências de convergências nas variáveis de busca, mas também obter melhor organização das mesmas, nas quais cada cor representa um grupo e os quadrados em preto representa o valor esperado para a combinação de parâmetro.

Para o NSGA II, obtiveram-se um total de 18 soluções, MOFA, 32 soluções e 42 soluções para o MOPSO. Com o intuito de obter uma estimativa de quais soluções possuem maior probabilidade de serem as melhores soluções dentre as obtidas, utilizou-se o Método de Máxima Verossimilhança, e calculou-se o valor da função de verossimilhança dada pela Equação 4.11. Portanto, as soluções com maior valor desta função são aquelas que possuem maior probabilidade de serem as melhores soluções do conjunto. A Tabela 5.7 ilustra as soluções com maiores valores de função de verossimilhança para cada grupo.

**Tabela 5.7 - Melhores soluções separadas por grupo de acordo com função de máxima verossimilhança.**

|                               |                           |                                      | <b>Melhor Indivíduo por Grupo</b> |                |                |                | <b>Valor Esperado</b> |
|-------------------------------|---------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|----------------|----------------|----------------|-----------------------|
|                               |                           |                                      | <b>GRUPO 1</b>                    | <b>GRUPO 2</b> | <b>GRUPO 3</b> | <b>GRUPO 4</b> |                       |
| <b>NSGA II</b>                | <b>X (Solução)</b>        | Temperatura do Óleo no Mancal 1 [°C] | 21,5                              | 24,4           | 29,8           | -              | 25,0                  |
|                               |                           | Temperatura do Óleo no Mancal 2 [°C] | 21,6                              | 24,5           | 29,9           | -              | 25,0                  |
|                               |                           | Folga Radial Mancal 1 [µm]           | 9,06E-05                          | 9,24E-05       | 9,52E-05       | -              | 9,0E-05               |
|                               |                           | Folga Radial Mancal 2 [µm]           | 8,32E-05                          | 9,24E-05       | 9,98E-05       | -              | 9,0E-05               |
|                               | Função de Verossimilhança |                                      | 0,69                              | 1              | 1,50E-04       | -              | -                     |
| Função Máxima Verossimilhança |                           |                                      |                                   |                |                |                |                       |
| <b>MOFA</b>                   | <b>X (Solução)</b>        | Temperatura do Óleo Mancal 1 [°C]    | 23,2                              | 25,5           | 28,1           | 21,07          | 25,0                  |
|                               |                           | Temperatura do Óleo Mancal 1 [°C]    | 23,2                              | 25,5           | 27,4           | 29,75          | 25,0                  |
|                               |                           | Folga Radial Mancal 1 [µm]           | 8,63E-05                          | 9,09E-05       | 8,16E-05       | 9,83E-05       | 9,0E-05               |
|                               |                           | Folga Radial Mancal 2 [µm]           | 8,63E-05                          | 9,09E-05       | 8,06E-05       | 8,46E-05       | 9,0E-05               |
|                               | Função de Verossimilhança |                                      | 0,45                              | 1              | 0,56           | 0,46           | -                     |
| Função Máxima Verossimilhança |                           |                                      |                                   |                |                |                |                       |
| <b>MOPSO</b>                  | <b>X (Solução)</b>        | Temperatura do Óleo Mancal 1 [°C]    | 20,8                              | 24,9           | 20,9           | -              | 25,0                  |
|                               |                           | Temperatura do Óleo Mancal 1 [°C]    | 25                                | 23,3           | 23,4           | -              | 25,0                  |
|                               |                           | Folga Radial Mancal 1 [µm]           | 8,75E-05                          | 8,74E-05       | 8,17E-05       | -              | 9,0E-05               |
|                               |                           | Folga Radial Mancal 2 [µm]           | 8,79E-05                          | 8,97E-05       | 8,72E-05       | -              | 9,0E-05               |
|                               | Função de Verossimilhança |                                      | 0,53                              | 1              | 0,50           | -              | -                     |
| Função Máxima Verossimilhança |                           |                                      |                                   |                |                |                |                       |

Assim, com a aplicação do Método de Máxima Verossimilhança e ordenação das soluções por grupos, nota-se que todos os métodos foram capazes de retornar um conjunto de soluções não dominadas próximas aos valores esperados. As soluções com maior valor de função de verossimilhança são aquelas mais próximas ao valor esperado, e isto evidencia que o método para este trabalho se mostrou capaz de indicar as melhores soluções dentro de um conjunto de soluções não dominadas.

O método MOFA foi aquele que retornou melhores soluções, visto que as mesmas possuem considerável dispersão ao longo da área de busca e foi também o único método que se obteve uma solução na mesma posição do valor esperado. Diferentemente, o método MOPSO resultou em soluções localizadas abaixo dos valores esperados. O NSGA II resultou baixa quantidade de soluções, porém maior parte em região próxima ao valor esperado.

O método MOFA foi aquele em que se obteve maior número de grupos, totalizando quatro, sendo o grupo 2 (vermelho) em que as soluções mais se aproximaram do valor esperado. No MOPSO e NSGA II foi possível a divisão em três grupos, sendo que para ambos o grupo 2 foi aquele que as soluções mais se aproximaram do valor esperado. O grupo 3 (verde) no NSGA II resultou em soluções distantes do valor esperado e dos demais grupos, sendo, então, o método com menor dispersão e soluções pouco distribuídas. Em todos os grupos citados acima, os que mais se aproximaram ao valor esperado foram aqueles que possuíam as soluções com maior valor de função de verossimilhança. Este fato demonstra que o método também indicou os melhores grupos do conjunto para este problema.

## 6. CONCLUSÃO

Inicialmente, foi proposto a estimação de parâmetros em problemas de sistemas rotativos, composto por rotor, disco e mancais hidrodinâmicos utilizando os métodos de otimização multiobjetivo, Algoritmo Genético (NSGA II), Algoritmo Colônia de Vagalumes (MOFA) e Otimização por Enxame de Partículas (MOPSO). Também se propôs a aplicação do Método de Máxima Verossimilhança para auxiliar a escolha das melhores soluções obtidas pelos métodos de otimização.

Realizou-se uma revisão da literatura existente no que se refere a ajuste de modelos, estimação de parâmetros e modelagem de sistemas rotativos utilizando Método de Elementos Finitos. Também se abordou as pesquisas utilizando métodos de otimização multiobjetivo evolucionários. Neste item, buscou-se um maior entendimento a respeito da abrangência em que está inserido este trabalho dentro do campo de pesquisa, evidenciando problemas já tratados e que ainda precisam ser abordados. Por seguinte, os capítulos de modelagem matemática de sistemas rotativos, identificação de falhas e dos métodos de otimização multiobjetivo foram desenvolvidos a partir de informações iniciais pesquisadas, possibilitando um enriquecimento das discussões e metodologia apresentada nestes capítulos. Foram programados também os métodos de otimização MOFA e MOPSO.

Utilizando um pacote computacional presente no Laboratório de Máquinas Rotativas (LAMAR) da Universidade Estadual de Campinas, o sistema rotativo pode ser modelado numericamente pelo Método de Elementos Finitos e utilizado para a obtenção das respostas numéricas. As respostas experimentais foram obtidas por meio de testes realizados em bancada, instalada no LAMAR e, posteriormente, montaram-se as funções objetivo a serem utilizadas nos processos de otimização. Os métodos de otimização montados por meio do programa computacional *MATLAB* foram aplicados à dois problemas.

No primeiro problema, buscou-se ajustar o modelo através dos parâmetros de desbalanceamento (momento de desbalanceamento, posição axial da massa desbalanceada e ângulo de fase). As funções objetivo montadas levavam em conta a diferença entre a resposta (o deslocamento nos mancais nas direções horizontal e vertical) dos testes experimentais e do modelo numérico. Com as respostas obtidas através dos algoritmos de otimização, pode-se notar que todos os métodos foram capazes de obter conjunto de soluções próximas à solução esperada. O MOPSO foi o método com menor tempo de convergência dentre os utilizados, demandando 400 iterações para uma boa convergência, e o MOFA, o método que apresentou

maior diversidade nas soluções obtidas. Para este problema, o método de Máxima Verossimilhança demonstrou indicar corretamente as soluções com maior probabilidade de serem as melhores dentre as encontradas, ou seja, aquelas mais próximas ao valor esperado.

No segundo problema tratado, também se buscou o ajuste de modelo por meio da estimação de parâmetros, porém, estes referentes ao fluido dos mancais hidrodinâmicos (temperatura e folga radial do fluido). As funções objetivo foram baseadas no Diagrama de Campbell e levavam em conta a diferença (resíduo) da frequência natural direta e retrógrada, simulada e experimental, para cada frequência de rotação. Com a aplicação dos métodos de otimização e a obtenção das respostas, tem-se novamente que os três métodos foram capazes de obter soluções não dominadas próximas ao valor esperado. O método MOFA foi novamente o método com maior dispersão ou diversidade dentre os utilizados, entretanto, o contrário aconteceu para o MOPSO, em que as soluções se situaram abaixo dos valores esperados. Neste problema, o método de Máxima Verossimilhança também indicou corretamente as soluções com maiores chances de serem as melhores, visto que as com maiores valores da função eram as mais próximas do valor esperado.

Desta maneira, considerando toda a extensão dos resultados encontrados, pode-se afirmar que os métodos de otimização multiobjetivo aqui utilizado são ferramentas válidas e capazes de obter corretamente parâmetros desconhecidos em problemas complexos, como o abordado por este trabalho. Com variação nos parâmetros dos algoritmos é possível obter soluções com menor tempo de convergência e mais apuradas. O método de Máxima Verossimilhança também se mostrou, neste trabalho, um mecanismo útil para atuar em conjunto com os métodos de otimização com múltiplos objetivos, servindo de apoio para os tomadores de decisões.

## **6.1 Sugestões para trabalhos futuros**

As seguintes sugestões podem ser destacadas para futuros estudos a respeito do tema abordado neste trabalho:

- Utilização dos métodos de otimização multiobjetivo em problemas de sistemas rotativos ou em outros problemas de engenharia, a fim de testar outros parâmetros de busca.
- Aplicação do método de Máxima Verossimilhança em problemas de estimação de parâmetros, e verificar sua funcionalidade com outros dados de otimização multiobjetivo.

Assim, amplia-se a confiabilidade do método para a indicação das melhores soluções obtidas.

- Implementação e melhoria dos métodos de otimização desenvolvidos, a fim de obterem-se resultados cada vez mais apurados.

## Referências

- ALVES, D.S.; CAVALCA, K.L.; **Investigation on thermal effects in journal bearings.** ICOVP 2011 – In: 10th International conference on vibration problems. **Anais...** Praga, Czech Republic: Technical University of Liberec. Liberec: University of Liberec, 2011, v. 1, p. 346-351.
- ALVES, D.S.; DANIEL, G.B.; Cavalca, K.L.; **Thermal Effects in Hydrodynamic Cylindrical Bearings.** In: 9th IFToMM - International Conference on Rotor Dynamics. **Anais...** Milão: IFToMM, v. 1, p. 1-10, 2014.
- APOSTOLOPOULOS, T.; VLACHOS, A. Application of the Firefly Algorithm for Solving the Economic Emissions Load Dispatch Problem. **International Journal of Combinatorics**, v. 2011, p. 1–23, 2011.
- ARCHER, J. S. Consistent mass matrix formulation for structural analysis using finite element techniques, **AIAA Journal**, v. 3, p. 1910–1918, 1965.
- ASHBY, W.R.: **Design for a Brain.** 2nd ed. New York: Wiley. 1960.
- ASSIS, E. G., STEFFEN JR., V. **Inverse Problems in Rotor Dynamics using Optimization Techniques.** In: 6th IFTOMM - Conference on Rotor Dynamics. **Anais...** Australia: 2002, p. 1-7.
- BADAR, A. Q. H.; UMRE, B. S.; JUNGHARE, A. S. Reactive power control using dynamic Particle Swarm Optimization for real power loss minimization. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 41, n. 1, p. 133–136, out. 2012.
- BARBOSA, L. Z. **Técnicas de otimização baseadas no paradigma de enxames de partículas e sua aplicação ao projeto de equipamentos eletromagnéticos.** São Paulo, 2012.
- BARROZO, M. A. S.; LOBATO, F. S. Multi-objective optimization of column flotation of an igneous phosphate ore. **International Journal of Mineral Processing**, v. 146, p. 82–89, jan. 2016.
- CAMARGO, L.W.F.. **Algoritmo genético multiobjetivo aplicado à otimização da disponibilidade de sistemas redundantes.** 2008. Trabalho de Conclusão de Curso (v. 2). (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- CAMARGO, L. W. F. DE. **Ajuste de parâmetros para desalinhamento e empenamento aplicado à modelagem de rotores.** 2010. 243 p. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas - São Paulo, 2010.
- CAMARGO, L. W. F. DE; CASTRO, H. F. DE; CAVALCA, K. L. **Unbalance identification in rotating machinery applying a multi-objective metaheuristic method.** In: 20th International Congress of Mechanical Engineering. 2009. **Anais...** Gramado - RS: 2009

CAMARGO, L. W. F.; CASTRO, H. F.; CAVALCA, K. L. **Identification of misalignment and unbalance in rotating machinery using multi-objective genetic algorithm**. In: 8th IFToMM International Conference on Rotordynamics. 2010. *Anais...*Seul: 2010.

CAPONE, G., **Orbital motions of rigid symmetric rotor supported on journal bearings**. *La Meccanica Italiana*, n. 199, p. 37-46, 1986.

CAPONE, G., **Descrizione analitica del campo di forze fluidodinamico nei cuscinetti cilindrici lubrificati**, *L.Energia Elettrica*, n. 3, p. 105-110, 1991.

CARLUCCI, S. et al. Multi-objective optimization of a nearly zero-energy building based on thermal and visual discomfort minimization using a non-dominated sorting genetic algorithm (NSGA-II). *Energy and Buildings*, v. 104, p. 378–394, jul. 2015.

CASTRO, H. F., **Análise de Mancal Hidrodinâmico sob Instabilidade Fluido-Induzida**. Campinas. 2007, 189 p. Dissertação (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas,2007.

CASTRO, H. F.; CAVALCA, K. L.; CAMARGO, L. W. F.; BACHSCHMID, N. Identification of unbalance forces by metaheuristic search algorithms. *Mechanical Systems and Signal Processing*, London, v. 24, n. 6, p 1785-1798, 2010.

CASTRO, H. F. **Comparison in the application of genetic algorithm and particle swarm optimization in unbalance identification in rotating machinery**. In: 22rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering, 2013, Ribeirão Preto. *Anais...* Ribeirão Preto, Brazil: 2013 pp. 1-11.

CASTRO, H. F. ; CAMARGO, L.W.F. ; CAVALCA, K.L. . **Multi-objective genetic algorithm applied to availability optimization of redundant system**. In: XXIX Cilamee Iberian Latin American Congress On Computational Methods In Engineering. *Anais...* Maceió: 2008. v. 1. p. 1-20.

CASTRO, H. F.; CAVALCA, K.L.; CAMARGO, L.W.F.. **Multi-Objective Genetic Algorithm Application in Unbalance Identification for Rotating Machinery**. In: 9TH International Conference On Vibration In Rotating Machinery. *Anais...* UK: 2008, v. 2., p. 885-897.

CASTRO, H. F., IDEHARA, S. J., CAVALCA, K. L., DIAS JR., M. **Updating Method Based on Genetic Algorithm applied to non-linear journal bearing Model**. In: ImechE 2004 – 8th International Conference on Vibrations in Rotating machinery. *Anais...* Swansea: 2004 p. 1-10.

CASTRO, H. F. DE; CAVALCA, K. L.; MORI, B. D. **Journal bearing orbits fitting with hybrid meta- heuristic method**18th International Congress of Mechanical Engineering. *Anais...*Ouro Preto, MG: 2005

CASTRO, H. F., CAVALCA, K. L. **Updating Method Based on Multi-objective Genetic Algorithm Method applied to non-linear journal bearing Model**. In: XI DINAME - Proceedings of International Symposium on Dynamics Problems of Mechanics. *Anais...* Brasil: 2005 p. 1 – 10.

CASTRO, H. F., CAVALCA, K. L., BAUER, J., NORRICK, N. **Convergence on unbalance identification process based on genetic algorithm applied to rotating machinery.** In: Proceedings of the 10th International Conference on Vibration in Rotating Machinery. *Anais...* London, England: 2012.

CASTRO, RODRIGO EVANGELISTA DE. **Otimização de Estruturas com Multi-objetivos Via Algoritmos Genéticos.** 2001, 206 p. Tese (Doutorado) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

CAVALCA, K. L., IDEHARA, S. J., DEDINI, F. G., PEDERIVA, R. **Experimental non-linear Model updating Applied in Cylindrical Journal Bearings.** In: ASME 2001 Design Engineering Technical Conference. *Anais...* Pittsburg: 2001, p. 1-9.

CAVALCA, KATIA LUCCHESI, **L'Interazione tra rotori e struttura portante: metodologie per la sua modellazione,** Milão. 1993, Tese (Doutorado) - Politecnico Di Milano, Milão, 1993.

CAVALCANTE, PAULA FRASSINETI. **Modelagem de Estruturas de Suporte de Máquinas Rotativas Horizontais.** 2001, 131p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2001.

CIRINO, R. L.; CARVALHO, F. A.; BIONDI NETO, L.; KNUPP, D.C.; SILVA NETO, A. J.. **Aplicação Do Algoritmo De Colônia De Vagalumes Com Aprendizado Baseado Na Oposição Em Um Problema Inverso De Transferência Radiativa.** In: Congresso de Matemática Aplicada e Computacional. *Anais...*Natal -RN: 2012

CIRINO, R. L.; KNUPP, D. C.; SILVA NETO, A. J.. **Aplicação do Algoritmo dos Vagalumes na identificação simultânea da espessura óptica e albedo com variação espacial em um problema inverso de transferência radiativa.** In: XXXIV Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional. *Anais...*Águas de Lindóia - SP: 2012.

COELHO, L. D. S.; BARBOSA, L. Z. and LEBENSZTAJN, L.. Multiobjective particle swarm approach for the design of a brushless DC wheel motor, **IEEE Transactions on Magnetics**, 46 no. 8 (2010) 2994-2997.

COELLO, C. A. C. Handling multiple objectives with particle swarm optimization. **Evolutionary Computation, IEEE Transactions on**, v.8, n.3, p.256-279, june 2004.

COELLO, C. A. C. Twenty Years of Evolutionary Multi-Objective Optimization: A Historical View of the Field. **Evolutionary Computation Group**, p. 1–20, 2005.

COELLO, C. A. C.; PULIDO, G. T.; AGUIRRE, A. H. **Multi-objective evolutionary algorithms for structural optimization.** [s.l.] Elsevier, 2003.

COELLO, C. A. C.; PULIDO, G. T.; LECHUGA, M. S.. Handling multiple objectives with particle swarm optimization. **IEEE Transactions On Evolutionary Computation**, vol. 8, no. 3, p. 256-279, JUNE 2004.

COELLO, C. A., VAN VELDHUIZEN, D. A. E LAMONT, G. B. **Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems**, New York: Kluwer Academic Publishers, 2002.

COELLO, C. A. C.; SIERRA, M. R. Multi-Objective Particle Swarm Optimizers: A Survey of the State-of-the-Art. **International Journal of Computational Intelligence Research**, v. 2, n. 3, p. 287–308, 2006.

DANIEL, G.B.; CAVALCA, K.L.; **Investigation of the influence of thermal effects in the dynamic coefficients of a tilting pad journal bearing**. In: Proceedings of 10th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery - VIRM10, London: IMechE - Institution of Mechanical Engineers, 2012, v. 1, p. 1-11.

DANIEL, G.B.; CAVALCA, K.L.; **Evaluation of the Thermal Effects in Tilting Pad Bearing**. **International Journal of Rotating Machinery (Print)**, v. 2013, p. 1-17, 2013.

DAS, G.; PATTNAIK, P. K.; PADHY, S. K. Artificial Neural Network trained by Particle Swarm Optimization for non-linear channel equalization. **Expert Systems with Applications**, v. 41, n. 7, p. 3491–3496, jun. 2014.

DE JONG, K. A., **An Analysis of the Behavior of a class of Genetic Adaptive System**. Ph.D. (dissertation), University of Michigan, ANN Arbor, MI., 1975.

DEB, K. **Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms**. First edition. New York: John Wiley & Sons, 2001.

DEPAULA, C. P.; REZENDE, A. B.; CASTRO, H. F. DE. **Comparison on the application between multi-objective optimization methods : genetic algorithm , particle swarm and firefly algorithm to availability and cost optimization of the redundant system**. In: 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering. **Anais...**Rio de Janeiro, RJ, Brazil: 2015

DORIGO, M.; MANIEZZO, V.; COLORNI, A.. Positive feedback as a search strategy. Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano, Italy, **Technical Report TR 91016**,1991.

DUNN, A. A. The use of Genetic Algorithms and Stochastic Hill-Climbing in Dynamic Finite Element Model Identification . **Computes & Structures**, Vol. 66, n. 4, 1998, p. 489-497.

EDGAR, T.F.; HIMMELBLAU, D. M.; LASDON, L. S. **Optimization of Chemical Process**. Second edition. New York: McGraw-Hill Chemical Engineering Series,2001.

EDWARDS, S., LEES, A. W. AND FRISWELL, M. I. Fault Diagnosis of Rotating Machinery. **The shock and vibration digest**, v. 30, n. 1, p. 4–13, 1998.

EDWARDS, S., LEES A.W., FRISWELL M.I., **Estimating Rotor Unbalance From a Single Run-Down**. In: IMechE Conference on Vibrations in Rotating Machinery. **Anais...** Nottingham: 2000, 323-333.

FLEMING, P.F., PURSHOUSE, R.C. **Genetic Algorithms in Control Systems Engineering**. In: TECHNICAL REPORT N. 789. Depart. of Automatic Control and Systems Engineering, University of Sheffield, UK, May, 2001.

FOGEL, L.J., OWENS, A. J., WALSH, M. J. **Artificial Intelligence through simulated evolution**. New York: John Wiley & Sons. Inc, 1966.

FONSECA, C.M., FLEMING, P.J. Multiobjective genetic algorithms, **IEE colloquium on 'Genetic Algorithms for Control Systems Engineering** (Digest N. 1993/130), 1993, UK.

FRISWELL MI, MOTTERSHEAD JE. Finite Element Model Updating in Structural Dynamics. **Klurwer Academic Publishers Group** , Norwell. 1995

GOLDBERG D. **Genetic Algorithms in Search and Machine Learning**. Reading. Addison Wesley, 1989.

HAAS O. C. L., BURNHAM K. J., MILLS J. A. On improving the selectivity in the treatment of cancer: a systems modelling and optimisation approach, **Journal Control Engineering Practice**, v. 5, n. 12, p. 1739-1745, 1997.

HAJABDOLLAHI, F.; HAJABDOLLAHI, Z.; HAJABDOLLAHI, H. Soft computing based multi-objective optimization of steam cycle power plant using NSGA-II and ANN. **Applied Soft Computing**, v. 12, n. 11, p. 3648–3655, nov. 2012.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial system: an introduction with application to biology, control and artificial intelligence**. An Arbor: University of Michigan Press, 1975.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial system: an introduction with application to biology, control and artificial intelligence**. 2nd. Ed. Cambridge, MA: MIT Press, 1992, 211p.

HORN, J., NAFPLIOTIS, N., GOLDBERG, D. E. **A Niche Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization**. In: Proceedings Of The First Ieee Conference On Evolutionary Computation, IEEE World Congress on Computational Computation, v. 1, p. 82-87, IEEE Press, 1994.

HUMMEL, C. Kristische. **Drehzahlen als Folge der Nachgiebigkeit des Schmiermittels im Lager**, VDI Forschungsheft, 1926. 287p.

INMAN, D. J. **Engineering Vibration**. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2nd edition, 2001, 620p.

JEFFCOTT, H. H. The lateral vibration of loaded shafts in the neighbourhood of a whirling speed. **Phil. Mag.**, v. 6, n. 37, p. 304-314, 1919.

KENNEDY, J. and EBERHART, R. C. Particle swarm optimization. Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. **Anais...**, Piscataway, NJ. pp. 1942-1948, 1995.

KNOWLES, J. and CORNE, D.. M-PAES: A metric algorithm for multiobjective optimization. In: Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation (CEC'00). **Anais...** v.1, pages 325-332, Piscataway, New jersey, USA, July 2000.

LALANNE, M., FERRARIS, G.. **Rotordynamics Prediction in Engineering**. 2. ed., Chichester: John Wiley & Sons, 1999.

LARSON, C. B., ZIMMERMAN, D. C. **Structural model refinement using a genetic algorithm approach**. In: Proceedings of the 11th IMAC. **Anais...**1993, p. 1095 -1101.

LEES, A. W.; FRISWELL, M. I. The evaluation of rotor imbalance in flexibly mounted machines. **Journal of Sound and Vibration**, v. 208, n. 5, p. 671–683, dez. 1997.

LEIDENFROST, R., ELMENREICH, W.. “**Establishing Wireless Time-Triggered Communication using a Firefly Clock Synchronization Approach**”. In: Proceedings of the 2008 International Workshop on Intelligent Solutions in Embedded Systems, **Anais...** Regensburg, Germany: 2008, p. 1-18.

LEVIN, R. I., LIEVEN, N. A. J. Dynamic finite element model updating using simulated annealing and Genetic Algorithms. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 12, n 1, 1998, p. 91-120.

LOBATO, FRAN SÉRGIO. **Otimização multi-objetivo para o projeto de sistemas de engenharia**. 2008, 402 p. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

LOBATO, F. S.; MALAGONI, R. A. **Determinação de parâmetros constitutivos no processo de cristalização usando o algoritmo de colônia de vagalumes**XVII Encontro de Modelagem Computacional V Encontro de Ciência e Tecnologia de Materiais Universidade Católica de Petrópolis (UCP). **Anais...**Petrópolis - RJ: 2014

LOBATO, F. S. ; MOREIRA, F. R. ; STEFFEN JR, V. **Projeto de Sistemas de Engenharia usando Otimização Multiobjetivo Robusta e o Algoritmo de Colônia de Vagalumes**. In: Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 2014,. **Anais...** Uberlândia-MG: 2014.

LOBATO, F. S., ARRUDA, E. B., CAVALINI JR, A. AP., STEFFEN JR, V. (2011a), **Engineering System Design using Firefly Algorithm and Multi-objective Optimization**. In: Engineering Conference IDETC/CIE. Proceedings of the ASME 2011 International Designv Engineering Technical Conferences & Computers and Information. **Anais...** Washington, DC, USA: 2011, 28-31.

LOBATO, FRAN SÉRGIO STEFFEN JR, V. Multi-Objective Optimization Firefly Algorithm Applied to (Bio)Chemical Engineering System Design. **American Journal of Applied Mathematics and Statistics**, v. 1, n. 6, p. 110–116, 2013.

LUCIC, P.; TEODOROVIC, D. Computing with bees: attacking complex transportation engineering problems. **International Journal on Artificial Intelligence Tools**, Vol. 12, No. 3, pp. 375-394, 2003.

MACHADO, T. **Avaliação de Mancais Hidrodinâmicos com Descontinuidades Geométricas**. [s.l.] Universidade Estadual de Campinas, Campinas - São Paulo, 2011.

MACHADO, T.H. ; CAVALCA, K.L. . **Evaluation of dynamic coefficients for fluid journal bearings with different geometries**. In: 20TH International Congress Of Mechanical Engineering - COBEM, ABCM 2009. **Anais...** Rio de Janeiro: 2009. v. 1. p. 1-11.

MACHADO, T.H.; CAVALCA, K.L.; **Dynamic analysis of cylindrical hydrodynamic bearings with geometric discontinuities**. In: ICOVP 2011 - 10th International conference on vibration problems, Praga. Proceedings of Technical University of Liberec. **Anais...** Liberec: University of Liberec, 2011, v. 1, p. 352-358.

MACHADO, T.H.; CAVALCA, K.L.; **Analysis of the influence of hydrodynamic bearings with geometric discontinuities on the dynamic response of a rotating system**. In: 10th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery – VIRMI0, 2012, **Anais...** Londres: IMechE - Institution of Mechanical Engineers, v. 1, p. 1-10, 2012.

MACIEL, R. S.; ROSA, M.; MIRANDA, V.; PADILHA, A. F.. Multi-objective evolutionary particle swarm optimization in the assessment of the impact of distributed generation. **Electric Power Systems Research**, v. 89, p. 100–108, ago. 2012.

MALEKZEHTAB, H.; GOLAFSHANI, A. A. Damage Detection in an Offshore Jacket Platform using Genetic Algorithm based Finite Element Model Updating with Noisy Modal Data. **Procedia Engineering**, v. 54, p. 480–490, 2013.

MARWALA T .**Finite element model updating using computational intelligence techniques**. Springer, Heidelberg. 2010

MENDES, R. U. **Desenvolvimento de um Sistema de Atuação Magnética para Excitação de Sistemas Rotativos**. [s.l.] Universidade Estadual de Campinas, Campinas - São Paulo, 2011.

MITRA, K.; GOPINATH, R. **European Symposium on Computer-Aided Process Engineering-14, 37th European Symposium of the Working Party on Computer-Aided Process Engineering**. [s.l.] Elsevier, 2004. v. 18.

MOORE, A.W., BARBEL, S., JAN, L.Y., JAN, Y.N.. **A genomewide survey of basic helix-loop-helix factors in Drosophila**. Proc. Natl. Acad. **Anais...** Sci. U.S.A: 1997: 10436--10441.

MYKLESTAD, N. O. A new method of calculating natural modes of uncoupled bending vibrations. **Int. Aeron. Sci.**, v. 11, p. 153-162, 1944.

NELSON, H. D., MCVAUGH, J. M., The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements. Journal of engineering for Industry – **Transaction of the ASME**, v.98, n.2, p.593-600, May 1976.

NELSON, H. D. A finite rotating shaft element using timoshenko beam theory. **ASME Journal of Mechanical Design**, v. 102, n. 4, p. 793-803, 1980.

NEWKIRK, B. L.; TAYLOR, H. D, Shaft Whipping due to Oil Action in Journal Bearings, **General Electric Review**, v.. 28, n. 8, 1925, p. 559-568.

NEWKIRK, B. L.; TAYLOR, H. D, **Shaft Whipping**, **General Electric Review**, v. 27, n. 3, 1924, p. 169-178.

OKABE, EDUARDO PAIVA. **Interação Rotor-Estrutura: Modelo Teórico-Experimental**. 2007, 154p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

PANDA, S. Multi-objective PID controller tuning for a FACTS-based damping stabilizer using Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 33, n. 7, p. 1296–1308, set. 2011.

PARENTE, M.; CORTEZ, P.; GOMES CORREIA, A. An evolutionary multi-objective optimization system for earthworks. **Expert Systems with Applications**, v. 42, n. 19, p. 6674–6685, nov. 2015.

PARSOPOULOS, K.E., VRAHATIS, M.N., **Multiobjective Particle Swarm Optimization Approaches, Multi-Objective Optimization in Computational Intelligence: Theory and Practice**, by Lam Thu Bui, Sameer Alam (Eds.), Chapter 2, pp. 20-42, IGI Global, 2008.

PENNACCHI, P. et al. Use of modal representation for the supporting structure in model-based fault identification of large rotating machinery: part 1—theoretical remarks. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 20, n. 3, p. 662–681, abr. 2006.

PENNACCHI, P.; VANIA, A., Diagnosis and Model Based Identification of a Coupling Misalignment, **Shock and Vibration**, 12(4), p. 293-308. 2005.

PRABHU B.S., SEKHAR, A.S., **Dynamic Analysis of Rotating Systems and Applications**, UK: Multi Science Publishing Co. Ltd, 2008.

PROHL, M. A. A general method of calculating critical speeds of flexible rotors. **ASME Journal Appl. Mech. Trans.**, v. 67, n. E, p. 142-146, 1945.

RANKINE, W. J. M. **On the centrifugal force of rotating shafts**. The Engineer, v. 27, 1869.

RAO, A. R. M.; SIVASUBRAMANIAN, K. Multi-objective optimal design of fuzzy logic controller using a self configurable swarm intelligence algorithm. **Computers & Structures**, v. 86, n. 23-24, p. 2141–2154, dez. 2008.

RAQUEL, C. R.; NAVAL, P. C. An effective use of crowding distance in multiobjective particle swarm optimization. **Proceedings of the 2005 conference on Genetic and evolutionary computation - GECCO '05**, p. 257, 2005.

RECHENBERG, I. **Evolutionsstrategie – Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien de biologischen Evolution**. Stuttgart: Frommann-Holzboog, 1973.

REZENDE, A. B.; DEPAULA, C. P.; CASTRO, H. F. DE. **Comparison in the Application of Genetic Algorithm and Particle Swarm Optimization in Unbalance Identification** 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering. **Anais...**Rio de Janeiro, RJ, Brazil: 2015

REZENDE, A. B.; TYMINSKI, N. C.; CASTRO, H. F. DE. **Comparison between multi-objective genetic algorithm and bayesian inference on identification of rotating machinery parameters**. International Conference on Engineering Vibration. **Anais...**Ljubljana, Slovenia.: 2015

ROSENBERG, R. M., On the Dynamical Behaviour of Rotating Shafts Driven by Universal (Hooke) Coupling, **Journal of Applied Mechanics**, v. 25, p. 47-51, 1967.

RUHL, R. L. Dynamics of distributed parameter turborotor systems: transfer matrix and finite element techniques. 1970. Tese (Doutorado), Cornell University, Ithaca, N. Y., 1970.

RUHL, R. L.; BOOKER, J. F. A finite element model for distributed parameter turborotor systems. **ASME Journal of Engineering for Industry**, v.94, p. 128-132, 1972.

SANTANA, P.M.; CAVALCA, K.L.; OKABE, E.P.; MACHADO, T.H.; **Complex response of a rotor-bearing-foundation system**. In: Proceedings of the 8th IFToMM International Conference on Rotordynamics. **Anais...** Seoul: Kaist University, 2010, v. 1, p. 1-8.

SCHAFFER JD. **Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms**. In: Proceedings Of The International Conference On Genetic Algorithm And Their Applications. **Anais...** Pittsburgh: 1985.

SHAFAGHAT, R. et al. Shape optimization of two-dimensional cavitators in supercavitating flows, using NSGA II algorithm. **Applied Ocean Research**, v. 30, n. 4, p. 305–310, out. 2008.

SIQUEIRA A A G, NICOLETTI R, NORRICK N, CAVALCA K L, DE CASTRO H F, BAUER J AND DOHNAL F. Linear parameter varying control design for rotating systems supported by journal bearings. **Journal of Sound and Vibration**. 3312220–32, 2012.

SOARES, G.L, **Deterministic and Evolutionary Algorithm Interval for Multi-Objective Robust Optimization**. 2008. 267p. Thesis (Doctorate) Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2008.

SOUZA, D. L., GEDRAITE, R., LOBATO, F. S., “**A Comparative Study using Bio-Inspired Optimization Methods Applied to Controllers Tuning**”, In: *Frontiers in Advanced Control Systems*. **Anais...** Intech: 2012, 7-27.

SRINIVAS, N.; DEB, K., Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms, **Journal of Evolutionary Computation**, 2(3), p. 221-248. 1994.

STODOLA, A. Kritische Wellenstörung infolge der Nachgiebigkeit des Oelpolsters im Lager. **Schweizerische Bauzeitung**, v. 85, p. 265-266, 1925

SURESH, S.; SUJIT, P. B.; RAO, A. K. Particle swarm optimization approach for multi-objective composite box-beam design. **Composite Structures**, v. 81, n. 4, p. 598–605, dez. 2007.

TAPIA TADEU, ABDON. **Modelagem dos Acoplamentos Mecânicos nos Sistemas Horizontais Rotor-Acoplamento-Mancal**. 2003. 250 p. Tese (Doutorado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas. 2003.

TUCKMANTEL, F. W. DA S. **Hidrodinâmicos-Estrutura de Suporte para Resolução**. [s.l.] Universidade Estadual de Campinas, Campinas - São Paulo, 2010.

TUCKMANTEL, F.W.S.; CAVALCA, K.L.; CASTRO, H.F.; FELSCHER, P.; MARKERT, R.; An analysis on the supporting structure representative model in rotating systems. In: Jiri Naprstek; Jaromir Horacek; Miloslav Okrouhlik; Bohdana Marvalova; Ferdinand Verhulst;

Jerzy T. Sawicki. (Org.). Springer Proceedings in Physics 139. Heidelberg: **Springer**, v. 139, p. 589-598, 2011.

XU, C.; LIN, S.; YANG, Y. Optimal design of viscoelastic damping structures using layerwise finite element analysis and multi-objective genetic algorithm. **Computers & Structures**, v. 157, p. 1–8, set. 2015.

XU, Y.; ZHOU, J.; DI, L.; ZHAO, C.; GUO, Q. Active Magnetic Bearing Rotor Model Updating Using Resonance and MAC Error. **Shock and Vibration**, v. 2015, p. 9, 2015.

YANG, X.-S.. “**Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms**”. Luniver Press, Cambridge. 2008

YANG, X.-S. Firefly algorithm, Lévy flights and global optimization, Research and Development in Intelligent Systems. In XXVI (Eds M. Bramer, R. Ellis, M. Petridis), Springer. **Anais...** London: 2010 209-218.

YANG, X. S. Multiobjective firefly algorithm for continuous optimization. **Engineering with Computers**, v. 29, n. 2, p. 175–184, 2013.

ZIMMERMAN, D. C., YAP, K. Evolutionary approach for model refinement. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Vol. 13 n. 4, 1999, p. 609-625.

ZITZLER, E., THIELE, L. **An evolutionary algorithm for multiobjective optimization: The strength Pareto approach**. In: TECHNICAL REPORT 43. **Anais...** Switzerland: Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH), 1998.

ZITZLER, E., DEB, K., THIELE, L. Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results. **Evolutionary Computation Journal** , 8 (2), pp 125-148, 2000.

ZORZI, E.S., NELSON, H.D., Finite Element Simulation of Rotor Bearing Systems with Internal Damping, ASME Trans., **Journal of Engineering for Power**, v.99, p.71-76. 1976.

ZHOU, J.; DIB, L.; CHENGA, C.; XUA, Y.; LIN, Z.. A rotor unbalance response based approach to the identification of the closed-loop stiffness and damping coefficients of active magnetic bearings. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 66-67, p. 665–678, jan. 2016.

## Apêndice A - Estruturas dos Algoritmos Genéticos (GAs)

Em um Algoritmo Genético, cada indivíduo (solução) é avaliado em cada geração conforme seu desempenho, de acordo com a função objetivo considerada. Uma série de operadores é utilizada para manipulação do código genético e a evolução dos indivíduos é executada. Com a evolução sendo realizada a cada geração, uma população com soluções cada vez mais ajustadas é obtida, e casualmente há convergência. Os operadores comumente presentes nos GAs são utilizados para a seleção dos indivíduos que farão parte do processo de cruzamento, para a produção dos novos indivíduos e determinação da composição da população futura.

Grande parte dos trabalhos que envolvem os algoritmos genéticos utiliza a codificação binária para representar as variáveis do problema. Nesta metodologia binária, cada vetor constituído por zeros e uns (0 e 1), representa cada cromossomo e cada *bit* deste vetor corresponde a um gene do mesmo. Outras formas de representação de variáveis são por números inteiros ou números reais.

O processo de um algoritmo genético para cada geração é ilustrado pela Figura A.1.

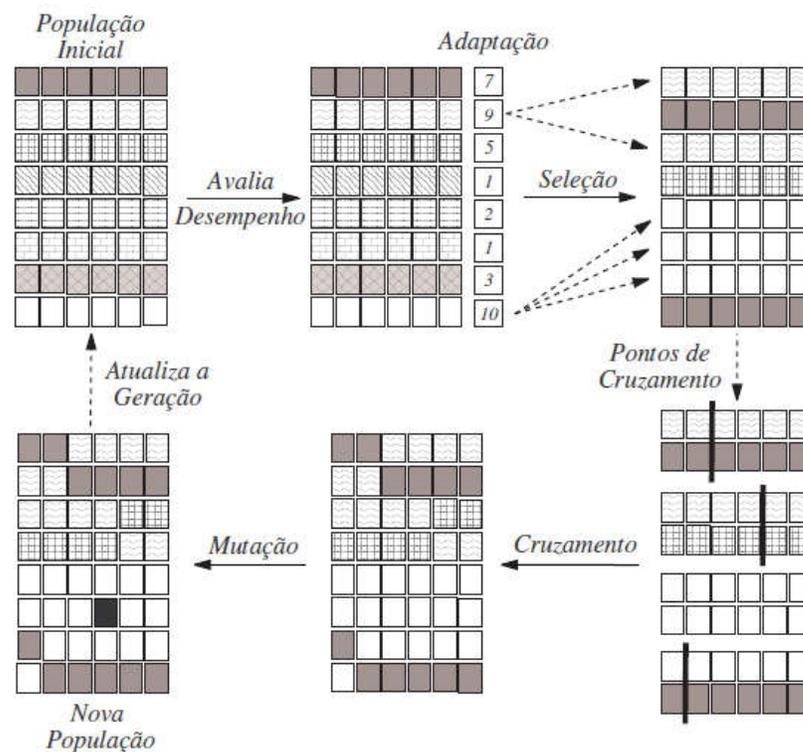


Figura A-1 – Estrutura de evolução de um algoritmo genético (SILVA, 2001).

A estrutura típica ilustrada anteriormente é explicada da seguinte maneira:

- 
- 1: Uma população inicial com N indivíduos (candidatos a solução). Cada solução pode ser representada por vetores  $x_i \in (0, 1)$  ou  $x_i \in \{0, 1\}$  (representação binária ou real)**
- 
- 2: Avalia-se cada solução  $x_i, i = 1, 2, \dots, N$ , com relação ao valor da função adaptativa ou função objetivo.**
- 
- 3: Seleciona-se os indivíduos que farão parte da geração de novos indivíduos de acordo com um método de seleção.**
- 
- 4: Aplica-se os operadores genéticos para o cruzamento ou recombinação.**
- 
- 5: Aplica-se o operador de mutação**
- 
- 6: Gera-se uma nova população**
- 
- 7: Caso o critério de parada não seja satisfeito, repete-se os passos 2 a 6 até que o mesmo seja alcançado.**
- 

### **Geração da População Inicial**

Em métodos de otimização heurísticos, a população inicial pode ser gerada na maioria das vezes de forma randômica, entretanto, diversas vezes é necessário gerar esta população por meio de seleção heurística, com a introdução de indivíduos pertinentes. Comparado a outras etapas dos algoritmos genéticos, a geração da população inicial não é uma questão crítica, porém para que isto seja verdadeiro, esta população necessita conter número suficiente de cromossomos variados (GOLDBERG, 1989).

### **Avaliação da População**

Cada indivíduo na população possui um valor de aptidão atribuído a ele. Desta forma, a avaliação da população é necessária para indicação da qualidade de cada indivíduo dentro desta população e é executada a partir da função de aptidão. Este processo em otimização de problemas é associado fortemente à função objetivo em que desejasse minimizar ou maximizar. Com o processo de evolução, os indivíduos passam a ter aptidões cada vez mais semelhantes entre si, podendo haver necessidade de aumento da pressão de seleção, adotando determinada estratégia para este fim (GOLDBERG, 1989).

Um fator interessante é que a aptidão pode variar ao longo do processo evolutivo, de maneira dinâmica e estocástica, imprecisa e mesmo subjetiva (CASTRO, 2001). Ao contrário da etapa de geração da população, na maioria das vezes, a escolha da função de aptidão é uma

etapa crítica do processo, visto que há a necessidade de avaliação da mesma para cada indivíduo da população no processo de evolução.

### **Operadores Genéticos**

Os operadores genéticos são responsáveis por transformar a população por meio das gerações, em vista a se obter resultados razoáveis na conclusão do processo. A determinação dos parâmetros de cada operador é de extrema importância, visto que este processo possui responsabilidade direta nas respostas obtidas.

#### **i) Operador de Seleção:**

No processo de seleção de um algoritmo genético, é realizada a escolha dos indivíduos mais aptos, que irão participar do processo de reprodução. A probabilidade de seleção de um indivíduo está ligada ao valor da sua função objetivo ou função de aptidão. Desta maneira, o processo de seleção pode ser tratado com um processo probabilístico ou determinístico, isto é, no primeiro caso um indivíduo com melhor função de aptidão possui uma probabilidade mais alta de ser selecionado, e no segundo caso, o processo seleciona os indivíduos com desempenho superior (CASTRO, 2007).

O operador de reprodução tem como função produzir cópias de soluções de alto desempenho e eliminar as soluções ruins da população (DEB, 2001). Este processo é obtido com a identificação de soluções apreciáveis na população, realização de múltiplas cópias destes indivíduos e substituição dos indivíduos ruins pelos novos indivíduos. Desta maneira, quando selecionados na população principal, os indivíduos são inseridos em uma população temporária, na qual serão selecionados para reprodução aleatoriamente de dentro desta população. Os indivíduos com baixa aptidão que restarem na população principal serão excluídos e os novos indivíduos serão inseridos.

Com o desenvolver dos algoritmos genéticos, diversos modos de seleção foram criados e implantados. Entretanto, alguns desses métodos de seleção não são biologicamente aceitáveis. Os principais modos de seleção utilizados serão tratados na sequência.

a) *Seleção Proporcional*: Este método foi proposto por Holland (1975) e é utilizado até os dias atuais e a seleção é feita com base no valor de aptidão dos indivíduos. A probabilidade  $p_i$  do  $i$ -ésimo indivíduo ser selecionado para reprodução é dada por:

$$p_i = \frac{F_i}{\sum_{j=1}^N F_j},$$

em que  $F_i$  é o valor da função de aptidão da solução  $i$  e  $N$ , o tamanho da população. O número de cópias na população temporária é dado por  $E_i = p_i N$  e considera-se a parte inteira deste valor. Assim, espera-se que o cromossomo  $i$  seja copiado  $E_i$  vezes na população temporária.

b) *Seleção por Torneio*: Nesta estratégia, dois indivíduos são selecionados e comparados entre si, sendo que o melhor é copiado para a população temporária. Este processo se repete até que a população temporária seja preenchida. É o método mais simples para implementação computacional com bons resultados encontrados, sendo suas principais vantagens não acarretar convergência prematura, combate à estagnação, aptidão explícita é desnecessária e inspiração biológica do processo (CASTRO, 2001).

c) *Seleção por Ranking*: Esta estratégia ordena as soluções de acordo com seus valores de aptidão, em que a pior solução é ordenada no *ranking* 1 e a melhor solução no *ranking*  $N$ . Posteriormente, o número de cópias destas soluções será proporcional ao valor do mesmo no *ranking*.

d) *Seleção Elitista*: O modelo de seleção elitista atua vinculado a outros métodos de seleção, no qual busca-se elevar a velocidade de convergência do algoritmo. Neste processo, são copiados os  $N$  melhores indivíduos da atual população para a próxima geração. Portanto, garante-se que os cromossomos copiados não sejam eliminados nas etapas de recombinação e mutação.

A vantagem deste método é que garante que não seja perdido o melhor indivíduo durante o processo evolutivo, desta forma, pode-se gerar uma sequência invariável, com resultados que não são degradados. Entretanto, a sua desvantagem é que possibilita forçar a busca em direção a um ponto ótimo local, cujo seja descoberto antes do ponto ótimo global. A alternativa que se

tem utilizado é reter em separado a melhor solução ao longo da evolução e no final do processo, designar esta solução como um indivíduo ótimo localizado.

## ii) Cruzamento ou recombinação:

O operador de cruzamento ou recombinação é conceituado por muitos estudiosos como o operador mais relevante do algoritmo genético, por ser considerado uma analogia à reprodução sexuada dos seres (GOLDBERG, 1989). Neste processo, novas soluções (filhos) são geradas a partir de dois indivíduos (pais). Este processo ocorre com a troca de partes randômicas do material genético dos indivíduos pais para a geração de novos cromossomos. Este processo pode ser verificado a partir da Figura A.2, na qual à esquerda, encontra-se os indivíduos pais e a direita, os indivíduos filhos.



Figura A-2 – Processo de cruzamento (CASTRO, 2007).

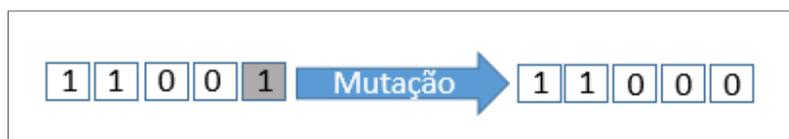
Visando à preservação de bons indivíduos na população, nem todos os indivíduos passarão pelo processo de cruzamento. Assim sendo, para uma dada probabilidade de cruzamento  $p_c$ ,  $(100 \cdot p_c)\%$  dos indivíduos irão passar pelo processo e  $100(1-p_c)\%$  serão apenas copiados para a próxima geração.

O operador de recombinação também é conhecido como *crossover*, e as formas de operação do mesmo são divididas em: **um ponto**, em que é selecionado um ponto de cruzamento e por meio dele são trocadas as informações genéticas dos pais; **multipontos**, o qual são escolhidos diversos pontos de cruzamento para troca de material genético; **uniforme**, em que a escolha é realizada por meio de um parâmetro global, e é determinada a probabilidade de cada *bit* ser herdada de cada indivíduo pai.

## iii) Operador de Mutação

O operador de mutação realiza alterações arbitrárias em um ou mais componentes dos genes dos indivíduos. Este operador é de grande valia, visto que por meio do mesmo, permite-

se a manutenção da diversidade genética da população. Segundo Castro (2001), através deste operador são fornecidos meios para a introdução de novos elementos na população, deste modo, assegura-se que a probabilidade de se alcançar qualquer ponto no espaço de busca jamais seja igual à zero, e possibilita-se a tentativa de evitar os casos de ótimos locais. A Figura A.3 ilustra este processo de mutação na cadeia de *bits* de um indivíduo.



**Figura A-3 – Processo de mutação.**

O operador de mutação é empregado aos indivíduos por meio da probabilidade de mutação dada pela taxa  $P_m$ . Deb (2001) afirma que usualmente utiliza-se uma taxa de mutação pequena, devido o mesmo ser um operador genético secundário.

### **Parâmetros dos Algoritmos Genéticos**

Considerando os algoritmos genéticos, a determinação dos parâmetros é o tópico mais relevante do processo, em que uma escolha incorreta pode acarretar a ineficiência do método. Os parâmetros genéticos são as entidades que determinam o desempenho dos GA's, no qual a cada geração busca-se encontrar os indivíduos que possuem as melhores habilidades comparadas aos anteriores (CAMARGO, 2010).

Os parâmetros a serem definidos são tamanho da população, número de gerações, probabilidade de cruzamento e mutação. A escolha destes parâmetros é diferente para cada problema em particular e influi diretamente na convergência do algoritmo, no tempo de execução e custo computacional. Camargo (2008) e Castro et al. (2008) estudaram os efeitos desses parâmetros, quando alterados, em um problema de otimização de redundâncias de estruturas. A seguir, os parâmetros do algoritmo genético são detalhadamente abordados:

i) Tamanho da População ( $N$ ): é o número de indivíduos (cromossomos) que estarão presentes na população a cada geração. O desempenho global e a eficiência do algoritmo são os fatores que mais sofrem influência deste parâmetro. Quanto maior o tamanho da população, a diversidade de soluções será maior, porém o custo computacional se elevará também.

Entretanto, uma população com poucos indivíduos pode levar a busca para um local mínimo, e consequentemente uma convergência prematura.

Castro (2001) afirma que uma solução interessante para este parâmetro, é relacionar o tamanho da população com o tamanho do cromossomo. Desta forma, quanto maior o cromossomo, maior necessita ser o tamanho da população, a fim que se disponha de uma diversidade aceitável.

ii) Probabilidade de cruzamento ( $P_c$ ): Este parâmetro fornece o valor percentual da probabilidade de um indivíduo, que foi selecionado na população, ser escolhido para participar do processo de cruzamento. Quanto maior esse valor, mais rapidamente serão inseridos novos indivíduos na população principal. Sendo definida uma alta probabilidade de cruzamento, e não havendo elitismo, acarretará na exclusão de indivíduos com boas aptidões da população mais rapidamente. No entanto, se a taxa for baixa, a convergência do algoritmo se torna lenta, pelo fato de reduzir-se a taxa de exploração.

iii) Probabilidade de Mutação ( $P_m$ ): A probabilidade de mutação é o parâmetro que define o percentual de indivíduos que irão passar pelo processo de mutação em seus genes em cada geração. Altos valores irão induzir o algoritmo à uma busca aleatória, e baixos valores de probabilidade irá propiciar uma recomposição da diversidade genética da população. De Jong (1975) propõe que a probabilidade de mutação seja inversamente proporcional ao tamanho da população.

iv) Número de Gerações ( $N_{GER}$ ): é o número de gerações que o algoritmo genético irá passar na otimização, em que muitos autores utilizam este parâmetro como um critério de parada. Quanto maior o número de gerações, maior será a cobertura do domínio do problema, porém, consequentemente, despenderá maior custo computacional.