

AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DO DESEMPENHO
DE BOMBAS DE CALOR

092/84

Este exemplar corresponde à
redação final da tese defendida
por Judit Zoltán Halász e
aprovada pela Comissão julgadora
em 08-11-84.

Carlos Affinati
12/11/84.

IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS
NO DOMÍNIO DO TEMPO:
ALGUNS ASPECTOS PRÁTICOS

047/83

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS NO DOMÍNIO DO TEMPO:
ALGUNS ASPECTOS PRÁTICOS

Robson Pederiva

Tese submetida à Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Aprovada por

Hans Ingo Weber - Orientador

Douglas Eduardo Zampieri

Wagner Caradori do Amaral

CAMPINAS - SP
SETEMBRO DE 1983

A G R A D E C I M E N T O S

Ao meu orientador Prof. Dr. HANS INGO WEBER pela orientação no trabalho e constante incentivo que tem me dado.

Ao Prof. Dr. DOUGLAS EDUARDO ZAMPIERI pela orientação em uma das fases deste trabalho.

Ao Prof. Dr. WAGNER CARADORI DO AMARAL pelas discussões e valiosas sugestões.

A TAKA OTA PERRONI pela presteza e cuidado na datilografia.

E a todos que me auxiliaram de maneira direta ou indireta, em particular ao pessoal do GĒPROM pela constante boa vontade demonstrada.

Aos
meus pais.

"IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS NO DOMÍNIO
DO TEMPO: ALGUNS ASPECTOS PRÁTICOS"

S U M Á R I O

Estuda-se a identificação de um sistema mecânico de um grau de liberdade pela análise dos sinais de excitação e resposta no domínio do tempo.

A estimação dos parâmetros é feita "off line" e analisa-se a influência do tempo de discretização dos sinais, dos erros introduzidos pela instrumentação e da montagem utilizada para excitação sobre o valor final das estimativas.

"MECHANICAL SYSTEM IDENTIFICATION IN TIME DOMAIN:
SOME PRACTICAL ASPECTS"

S U M M A R Y

The identification of a one degree of freedom mechanical system is studied by the analysis of excitation and response signals in the time domain.

The parameter estimation was made off line and the influence of some aspects related as: sampling time, instrumentation, mounting used to excite the system were analysed.

Í N D I C E

Pág.

SUMÁRIO

SUMMARY

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1. IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS	1
1.2. OBJETIVOS DO TRABALHO	3
1.3. DIVISÃO DO TRABALHO	4

CAPÍTULO 2 - TRATAMENTO MATEMÁTICO

2.1. INTRODUÇÃO	6
2.2. EQUACIONAMENTO	6
2.3. DISCRETIZAÇÃO	8
2.4. ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS	12
2.4.1. Formulação da Equação	12
2.4.2. Aplicação do Estimador	14

CAPÍTULO 3 - ASPECTOS PRÁTICOS

3.1. INTRODUÇÃO	18
3.2. PROCESSAMENTO	18
3.2.1. Aquisição dos sinais	19
3.2.2. Programa	20
3.3. TESTE DO RESÍDUO	22
3.4. EXCITAÇÃO	24
3.5. TRATAMENTO DOS SINAIS	24
3.5.1. Níveis DC	25
3.5.2. Ortogonalidade	25

CAPÍTULO 4 - SIMULAÇÃO

4.1. INTRODUÇÃO	27
4.2. ESQUEMA PARA SIMULAÇÃO ANALÓGICA	28

	Pág.
4.3. ESQUEMA PARA MEDIÇÕES	31
4.3.1. Gravação	31
4.3.2. Reprodução e Aquisição	32
4.4. RESULTADOS	33
4.4.1. Convergência	33
4.4.2. Discretização	49
4.4.3. Transiente	51
4.4.4. Outro Sistema	53
4.5. CONCLUSÕES	58
 CAPÍTULO 5 - SISTEMA REAL	
5.1. INTRODUÇÃO	59
5.2. MONTAGEM EXPERIMENTAL	59
5.2.1. Sistema Mecânico	59
5.2.2. Instrumentação	61
5.2.2.1. Excitação	61
5.2.2.2. Medição dos sinais	64
5.3. RESULTADOS	67
5.3.1. Preliminares	67
5.3.2. Ortogonalidade	70
5.3.3. Resultados Corrigidos	73
5.3.4. Características do Sistema	79
5.3.4.1. Mesa	80
5.3.4.2. Mesa mais Excitador	80
5.4. CONCLUSÕES	83
 CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES.....	 83
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 90
 APÊNDICE A	
 APÊNDICE B	

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS

Na análise do comportamento de sistemas mecânicos, frequentemente nos deparamos com o problema da determinação de um modelo matemático adequado para descrever a dinâmica do sistema em estudo. Mesmo conhecendo-se a estrutura do sistema, portanto tendo condições de associar a este um modelamento matemático adequado, nos vemos em face ao problema da determinação dos valores dos parâmetros do modelo. Estes nem sempre podem ser medidos por vias diretas, exigindo muitas vezes técnicas sofisticadas de identificação para sua perfeita determinação.

O problema de identificação consiste basicamente na determinação de um modelo, baseado nos sinais de entrada e saída, de tal modo que este seja equivalente ao processo sob teste, segundo algum critério definido [1].

Partindo-se do princípio que a estrutura do modelo é conhecida, estimação é o processo da determinação dos parâmetros do modelo [1].

Portanto, identificação é um problema em que supomos o sistema uma "caixa preta", onde conhecemos a entrada, a saída e devemos associar aos dados um modelo matemático. O processo de identificação harmoniza teoria e experimentação para obtenção de um modelo teórico-experimental do sistema.

É de interesse prático para análise de sistemas mecânicos, modelos representados por equações diferenciais no tempo ou modelos representados como uma combinação de parâmetros modais, au

tovalores e autovetores. O segundo é mais facilmente obtido pela análise dos sinais no domínio da frequência, ao passo que a análise no domínio do tempo favorece a obtenção do modelo por equações diferenciais. A utilização prática de um ou outro modelamento depende do tipo de sistema e do interesse final da análise.

Vantagens e desvantagens em se trabalhar no domínio do tempo ou da frequência são largamente discutidos por Ljung [2] e chega-se a conclusão de que os dois procedimentos são mais complementares do que rivais. Por exemplo, se adotamos um modelamento por equações diferenciais no tempo, muitas vezes uma análise prévia em frequência pode ajudar significativamente na determinação correta do número de graus de liberdade que devemos associar ao sistema sem que percamos informação a respeito de sua dinâmica.

O problema da determinação correta da ordem do modelo é discutido em [3], onde apresenta-se uma comparação entre diversos métodos.

Tendo assumido o tipo de modelamento a ser utilizado, resta-nos a determinação dos parâmetros do mesmo. Existe uma gama enorme de métodos de identificação que podem ser encontrados na literatura. Não é objeto deste trabalho apresentá-los todos, contudo apresentaremos os métodos de identificação paramétrica, que são de particular interesse no caso da determinação dos parâmetros da equação diferencial que descreve o sistema.

As técnicas de estimação de parâmetros mais utilizados hoje em dia são: [4]

- i) Estimador dos mínimos quadrados e seus derivados (matriz estendida, mínimos quadrados generalizado, linearizado, etc)
- ii) Variável instrumental
- iii) Máxima verossimilhança

iv) Métodos de filtragem não linear

Detalhes sobre estas técnicas são encontrados nas referências.

1.2. OBJETIVOS DO TRABALHO

A dinâmica da rotação é objeto de estudo do grupo de projeto mecânico do Departamento de Engenharia Mecânica da UNICAMP já há algum tempo e especificamente o estudo de rotores tem se destacado como uma das principais linhas de pesquisa do grupo, pela sua relevância na análise dinâmica de turbogeradores, centrífugas e sistemas rotativos.

Em sistemas mecânicos de grande porte, mesmo com o conhecimento de um modelo matemático que descreva o seu comportamento numa determinada faixa de operação, é praticamente impossível conseguirmos obter os parâmetros deste modelo por medições diretas. Precisamos utilizar portanto, técnicas de identificação para este fim.

Entretanto, antes de aplicarmos as técnicas diretamente aos equipamentos de grande porte, necessitamos conhecê-las bem, nos familiarizar com suas limitações e características. Para este estudo preliminar, podemos nos valer de um sistema mecânico mais simples e de dimensões reduzidas, inicialmente simulado e depois reproduzido em um modelo dinâmico.

Inspiramo-nos num rotor de Laval, rotor sobre eixo flexível, apoiado sobre dois mancais, figura 1.1.

Consideramos o rotor parado e se restringirmos a análise a um único plano, temos na realidade um sistema descrito por equações análogas à um sistema de um grau de liberdade [5].

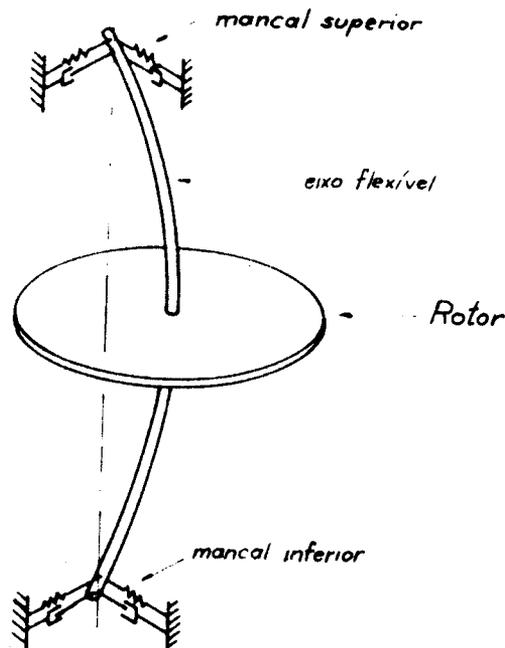


Fig. 1.1. - Rotor de Laval

Portanto, utilizaremos neste trabalho um sistema mecânico simples de um grau de liberdade, pois para a aplicação das técnicas de identificação o importante é a estrutura do equacionamento.

No sistema turbogerador, o sistema é excitado por forças periódicas (desbalanceamento por exemplo), e por forças aleatórias. Neste trabalho pretende-se estudar o efeito destas forças aleatórias sobre o processo de estimação dos parâmetros.

A técnica de estimação utilizada para o estudo corresponde ao estimador dos mínimos quadrados que será visto durante todo o texto.

1.3. DIVISÃO DO TRABALHO

No Capítulo 2 é desenvolvida a formulação da equação pa

ra a aplicação no estimador dos mínimos quadrados.

Alguns aspectos práticos relativos ao processo de identificação são apresentados no Capítulo 3.

Os resultados para sistemas simulados em computador analógico serão vistos no Capítulo 4, juntamente com algumas conclusões relativas à escolha do tempo de discretização adequado.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados para um sistema mecânico real e os problemas de ortogonalidade que podem surgir.

O trabalho contém dois Apêndices:

O Apêndice A se constitui de um resumo das características e propriedades mais importantes do estimador dos mínimos quadrados.

No Apêndice B é apresentada uma sugestão para implantação da técnica da Matriz Estendida.

CAPÍTULO 2

TRATAMENTO MATEMÁTICO

2.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentamos alguns aspectos matemáticos do problema de identificação de parâmetros invariantes no tempo em um sistema mecânico linear. Todo o equacionamento foi derivado a partir de um sistema mecânico específico, que será o objeto de estudo até o final deste trabalho.

A partir da equação de movimento e passando pela equação de estado, obtemos uma representação do sistema em uma forma discreta no tempo. Esta forma é necessária para o processamento via computador digital, já que os dados de entrada por exemplo, deslocamento medido, estarão discretizados no tempo.

Deste modelo chegamos a uma equação na forma final para a aplicação do estimador dos mínimos quadrados. Este estimador determinará os valores dos parâmetros do modelo, procurando minimizar a soma do quadrado do resíduo, ou seja, da diferença entre a saída medida e a saída estimada pelo modelo.

2.2. EQUACIONAMENTO

Consideremos o sistema mecânico representado na figura 2.1. excitado por uma força f variável no tempo.

Como sabemos, este sistema de um grau de liberdade pode ser representado matematicamente por meio de uma equação diferen-

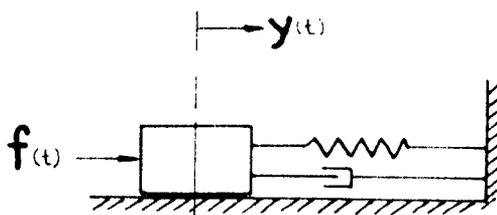


Fig. 2.1 - Sistema Mecânico

cial de segunda ordem da seguinte forma:

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = f(t) \quad , \quad (2.1)$$

onde m , c , k representam a massa, o amortecimento e a rigidez do sistema, supostamente invariantes no tempo.

Dividindo a equação anterior por m , vem,

$$\ddot{y}(t) + \frac{c}{m} \dot{y}(t) + \frac{k}{m} y(t) = \frac{1}{m} f(t) \quad . \quad (2.2)$$

Uma representação equivalente a esta é obtida pela equação de estado,

$$\underline{\dot{x}} = A\underline{x} + b\underline{u} \quad . \quad (2.3)$$

Se escolhermos como variáveis de estado as variáveis de deslocamento (y) e velocidade (\dot{y}), teremos:

$$\underline{x} = \{y \quad \dot{y}\}^t \quad (2.4)$$

$$\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix} \underline{x} + \frac{1}{m} \begin{Bmatrix} 0 \\ f \end{Bmatrix} \quad .$$

2.3. DISCRETIZAÇÃO

A equação (2.4) descreve a dinâmica do sistema de uma forma contínua no tempo. Deseja-se estimar os valores constantes nesta equação utilizando um algoritmo de computador, e para isto, necessitamos expressar esta mesma equação na forma discretizada no tempo.

A solução da equação (2.3) é bem conhecida e é dada por [6]

$$\underline{x}(t) = \Phi(t, t_0) \underline{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \underline{b} \underline{u}(\tau) d\tau, \quad (2.5)$$

onde $\Phi(t, \tau)$ é a matriz transição de estado, obtida da solução de

$$\frac{\partial}{\partial t} \Phi(t, \tau) = \mathbf{A} \Phi(t, \tau), \quad (2.6)$$

$$\Phi(t, t) = \mathbf{I}.$$

Como no nosso caso, estamos interessados em parâmetros constantes no tempo, muitas simplificações são obtidas e é possível mostrar-se que [6]

$$\Phi(t, t_0) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)} \quad (2.7)$$

e portanto a solução expressa na equação (2.5) fica

$$\underline{x}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)} \underline{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \underline{b} \underline{u}(\tau) d\tau. \quad (2.8)$$

Se assumirmos $t_0=0$, temos que a solução da equação de estado para um sistema dinâmico com parâmetros invariantes no

tempo \bar{t} dada por

$$\underline{x}(t) = e^{A(t-t_0)} \underline{x}(t_0) + \int_0^t e^{A(t-\zeta)} \underline{b} \underline{u}(\zeta) d\zeta . \quad (2.9)$$

Como estamos interessados em sinais discretizados no tempo, vamos considerar que a entrada f seja constante por partes, em outras palavras, o seu valor muda sómente em instantes discretos de tempo. A figura 2.2a mostra a função f contínua no tempo e a figura 2.2b mostra os valores observados desta função nos instantes $0, T, 2T \dots$. Considerando que o valor de f não muda até que uma nova observação seja feita, teremos uma descrição de f como é mostrado na figura 2.2c.

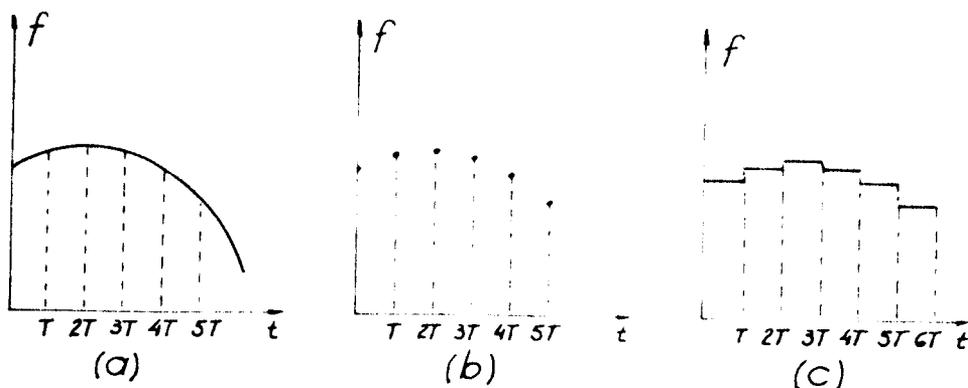


Fig. 2.2 - Representação da força f .

Temos desta forma que ao instante t está associado uma determinada observação n ,

$$f(t) = f(nT) \triangleq f(n) \quad nT \leq t < (n+1)T \quad n=0,1,2,\dots \quad (2.10)$$

onde T representa o tempo de discretização (amostragem).

O comportamento do sistema com entradas constantes por

partes na forma da equação (2.10) pode ser calculado pela equação (2.9). Entretanto, se somente o comportamento nos instantes de observação $0, T, 2T, \dots$ são de interesse, uma equação dinâmica discreta pode ser escrita para dar a resposta de

$$\underline{x}^{(n)} \triangleq \underline{x}(nT) \quad \text{para } n=0,1,2,\dots$$

Da equação (2.9) temos

$$\underline{x}^{(n+1)} = e^{A(n+1)T} \underline{x}^{(n)} + \int_0^{(n+1)T} e^{A(nT+T-\zeta)} \underline{b} \underline{u}(\zeta) d\zeta, \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \underline{x}^{(n+1)} = e^{AT} \left[e^{AnT} \underline{x}^{(n)} + \int_0^{nT} e^{A(nT-\zeta)} \underline{b} \underline{u}(\zeta) d\zeta \right] + \\ + \int_{nT}^{(n+1)T} e^{A(nT+T-\zeta)} \underline{b} \underline{u}(\zeta) d\zeta. \end{aligned} \quad (2.12)$$

O termo entre colchetes nesta equação corresponde a $\underline{x}^{(n)}$ e, como supomos que a entrada f é constante por partes, temos que $\underline{u}(\zeta)$ é constante no intervalo $[nT, n+1)T$ e igual a $\underline{u}^{(n)}$. Portanto a equação (2.12), após efetuarmos a mudança de variáveis $\alpha = nT + T - \zeta$, torna-se:

$$\underline{x}^{(n+1)} = e^{AT} \underline{x}^{(n)} + \left(\int_0^T e^{A\alpha} d\alpha \right) \underline{b} \underline{u}^{(n)}. \quad (2.13)$$

Esta equação corresponde a uma equação de estado discreta no tempo que podemos escrever da seguinte forma:

$$\underline{x}^{(n+1)} = \underline{F}_1 \underline{x}^{(n)} + \underline{G}_1 \underline{u}^{(n)} \quad (2.14)$$

onde $\underline{F}_1 = e^{\underline{A}T}$

$$\underline{G}_1 = \left(\int_0^T e^{\underline{A}\alpha} d\alpha \right) \underline{b} .$$

A exponencial $e^{\underline{A}T}$ pode ser aproximada por uma série infinita, quando a matriz \underline{A} é quadrada,

$$e^{\underline{A}T} = \underline{I} + \underline{A}T + \underline{A}^2 \frac{T^2}{2!} + \dots . \quad (2.15)$$

Para tempos de discretização T suficientemente pequenos, [7]

$$e^{\underline{A}T} \cong \underline{I} + \underline{A}T . \quad (2.16)$$

Introduzindo esta aproximação na equação (2.14), chegamos a forma simplificada

$$\underline{x}^{(n+1)} = (\underline{I} + \underline{A}T) \underline{x}^{(n)} + T \underline{b} \underline{u}^{(n)} \quad (2.17)$$

que é boa para $O(T^2)$ e onde T é o intervalo de discretização.

Colocando a equação (2.4) na forma discretizada representada na equação (2.17), vem

$$\underline{x}^{(n+1)} = \underline{F} \underline{x}^{(n)} + \underline{g} \underline{u}^{(n)} \quad (2.18)$$

$$\text{com } \mathbf{x}(n) = \{y(n) \dot{y}(n)\}^t, \quad \mathbf{u}(n) = \{0 \ f(n)\}^t$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ -\frac{k}{m}T & 1 - \frac{c}{m}T \end{bmatrix} \quad \mathbf{g} = \frac{T}{m}$$

Uma representação esquemática desta equação é mostrada na figura 2.3.

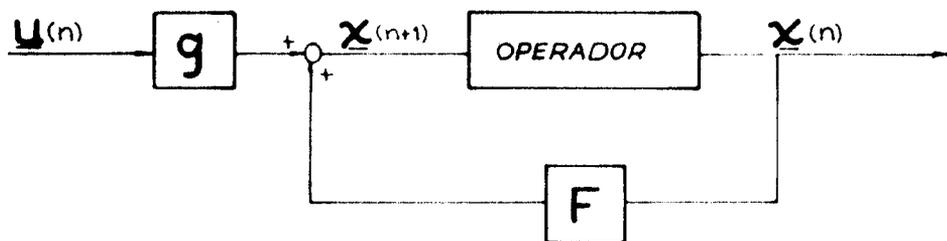


Fig. 2.3 - Representação Esquemática da Equação (2.18)

2.4. ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS

2.4.1. Formulação da Equação

Da maneira que foi exposta no ítem anterior, sómente temos acesso, via computador digital, aos parâmetros da equação (2.18). Mas como vemos, os elementos da matriz \mathbf{F} estão relacionados aos parâmetros $\frac{k}{m}$ e $\frac{c}{m}$ através do tempo de discretização T . Portanto, para determinarmos estes parâmetros, devemos estimar primeiramente os valores dos elementos da matriz \mathbf{F} e efetuar uma transformação que leva em conta o tempo de discretização, conhecido *à priori*. Esta transformação será melhor explicada adiante.

Acrescentaremos à equação (2.18) ainda um vetor de resíduos \underline{f} , através do qual pretendemos incluir a descrição de três fatores no modelo matemático do sistema [8].

- i) Erros de observações nas medidas dos sinais
- ii) Processos aleatórios presentes no sistema
- iii) Erros no modelo, por exemplo, por uma representação insuficiente do número de graus de liberdade.

Por resíduo, entendemos a diferença entre o valor medido e o valor estimado pelo modelo das saídas. As hipóteses feitas a respeito das características do vetor resíduo são analisadas mais adiante.

Portanto, teremos com o acréscimo deste vetor

$$\underline{x}^{(n+1)} = \underline{F} \underline{x}^{(n)} + \underline{g} \underline{u}^{(n)} + \underline{\xi}^{(n)} \quad (2.19)$$

com
$$\underline{\xi}^{(n)} = \left\{ \underline{\xi}_y^{(n)} \quad \underline{\xi}_{\dot{y}}^{(n)} \right\}^t$$

para o problema que está sendo estudado, onde $\underline{\xi}_y^{(n)}$ indica o resíduo relacionado ao deslocamento e $\underline{\xi}_{\dot{y}}^{(n)}$ o relacionado a velocidade.

Podemos escrever esta equação na forma matricial para n observações

$$\begin{bmatrix} \underline{y}^{(2)} \cdots \underline{y}^{(n+1)} \\ \underline{\dot{y}}^{(2)} \cdots \underline{\dot{y}}^{(n+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \underline{T} \\ -\frac{\underline{k}}{\underline{m}} \underline{T} & 1 - \frac{\underline{c}}{\underline{m}} \underline{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{y}^{(1)} \cdots \underline{y}^{(n)} \\ \underline{\dot{y}}^{(1)} \cdots \underline{\dot{y}}^{(n)} \end{bmatrix} + \frac{1}{\underline{m}} \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \underline{f}^{(1)} \cdots \underline{f}^{(n)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\xi}_y^{(1)} \cdots \underline{\xi}_y^{(n)} \\ \underline{\xi}_{\dot{y}}^{(1)} \cdots \underline{\xi}_{\dot{y}}^{(n)} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

e rearranjando os termos, chegamos a

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}^{(2)} & \dot{\mathbf{y}}^{(2)} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{y}^{(n+1)} & \dot{\mathbf{y}}^{(n+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^{(1)} & \dot{\mathbf{y}}^{(1)} & \mathbf{f}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{y}^{(n)} & \dot{\mathbf{y}}^{(n)} & \mathbf{f}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{T} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{m}}\mathbf{T} \\ 1 - \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{m}}\mathbf{T} \\ \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{m}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{\mathbf{y}}^{(1)} & \xi_{\dot{\mathbf{y}}}^{(1)} \\ \vdots & \vdots \\ \xi_{\mathbf{y}}^{(n)} & \xi_{\dot{\mathbf{y}}}^{(n)} \end{bmatrix} \cdot (2.21)$$

Escrevendo de uma forma compacta, teremos

$$\mathbf{X} = \mathbf{W}\Theta + \mathbf{E} \quad (2.22)$$

com

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^{(2)} & \dot{\mathbf{y}}^{(2)} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{y}^{(n+1)} & \dot{\mathbf{y}}^{(n+1)} \end{bmatrix} \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^{(1)} & \dot{\mathbf{y}}^{(1)} & \mathbf{f}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{y}^{(n)} & \dot{\mathbf{y}}^{(n)} & \mathbf{f}^{(n)} \end{bmatrix}$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{m}}\mathbf{T} \\ \mathbf{T} & 1 - \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{m}}\mathbf{T} \\ 0 & \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{m}} \end{bmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \xi_{\mathbf{y}}^{(1)} & \xi_{\dot{\mathbf{y}}}^{(1)} \\ \vdots & \vdots \\ \xi_{\mathbf{y}}^{(n)} & \xi_{\dot{\mathbf{y}}}^{(n)} \end{bmatrix}$$

Chamamos \mathbf{W} matriz de observações, Θ matriz de parâmetros e \mathbf{E} matriz de resíduos.

2.4.2. Aplicação do Estimador

São muitas as técnicas que podem ser utilizadas para es

timar os parâmetros $\hat{\Theta}_{(i,j)}$ da matriz $\hat{\Theta}$, através dos quais chegaremos à $\frac{c}{m}$ e $\frac{k}{m}$, como já foi visto no Capítulo 1.

Em um primeiro estudo, optamos pelo estimador dos mínimos quadrados, o qual minimiza a soma dos quadrados dos resíduos.

No Apêndice A fazemos um resumo sobre as características e propriedades deste estimador.

Aplicando-se este estimador ao equacionamento (2.22) temos que:

$$\hat{\Theta} = [W^t W]^{-1} W^t X \quad (2.23)$$

$\hat{\Theta}$ contém os valores estimados para a matriz de parâmetros Θ , segundo um critério de minimização da soma do quadrado dos resíduos.

Para obtermos $\frac{c}{m}$ e $\frac{k}{m}$ basta efetuarmos uma transformação, pois sabemos da equação (2.23) que,

$$\hat{\Theta}_{(2,1)} = -\frac{k}{m} T \quad \hat{\Theta}_{(2,2)} = 1 - \frac{c}{m} T$$

Daí temos,

$$\frac{k}{m} = -\frac{\hat{\Theta}_{(2,1)}}{T} \quad \frac{c}{m} = 1 - \frac{\hat{\Theta}_{(2,2)}}{T} \quad (2.24)$$

Clark mostra em [9] que se o vetor f for correlato no tempo, os parâmetros convergirão para valores polarizados, em outras palavras, convergirão para valores diferentes dos reais.

Devido à estrutura do nosso equacionamento, por equação de estado, o vetor resíduo ξ é correlato no tempo, o que é mostrado em [1] [7]. Este fato é facilmente visualizado supondo por exemplo, que a medida do vetor de estado é afetado por um ruído

\underline{v} e dada por

$$\underline{x}_m(n) = \underline{x}(n) + \underline{v}(n) \quad (2.25)$$

onde \underline{x}_m indica o vetor de estado medido.

Substituindo esta relação no equacionamento (2.19), antes do acréscimo do resíduo ξ no modelo, que deve ser responsável por incluir, dentre outras coisas, esta perturbação na medida do vetor de estado, teremos

$$\underline{x}_m(n+1) = \underline{v}(n+1) + F(\underline{x}_m(n) - \underline{v}(n)) + g\underline{u}(n) \quad (2.26)$$

e

$$\underline{x}_m(n+1) = F\underline{x}_m(n) + g\underline{u}(n) + [\underline{v}(n+1) - F\underline{v}(n)] \quad (2.27)$$

A parcela entre colchetes seria representada por ξ no modelo e portanto uma sequência correlata no tempo. Desta maneira devemos esperar estimativas polarizadas.

O quanto o valor estimado está próximo do valor real depende das relações sinal/ruído [9], que exercem forte influência sobre este desvio.

Vamos supor primeiramente que as relações sinal/ruído sejam suficientemente grandes para garantir que a polarização possa ser desprezada.

Caso estas hipóteses não sejam verificadas na aplicação a um problema da prática, necessitamos utilizar outras técnicas para eliminar este efeito.

Diversas são as técnicas que se aplicam a este problema; algumas sugeridas em [1] são:

- 1) As técnicas derivadas do próprio estimador dos mínimos quadrados
 - i) Matriz estendida
 - ii) Mínimos quadrados generalizados
- 2) Variável instrumental
- 3) Máxima verossimilhança
- 4) Método de Levi

Estas técnicas basicamente resolvem o problema através da modelagem do ruído e conseqüente estimação dos parâmetros do modelo e do ruído.

No apêndice B é apresentada uma formulação para o Método da Matriz Estendida, cuja operacionalização em computador é simples de ser realizada.

CAPÍTULO 3

ASPECTOS PRÁTICOS

3.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados alguns aspectos práticos do problema de identificação de parâmetros em sistemas mecânicos.

Descreve-se para tanto, o algoritmo utilizado no processamento e a sistemática para aquisição e tratamento dos dados, juntamente com os problemas de verificação do modelamento.

Não é objeto do trabalho estudar técnicas para determinação da ordem correta do modelo, que supomos conhecida a priori.

3.2. PROCESSAMENTO

O processamento pode ser feito em linha ("on line") ou fora de linha ("off line"). No caso em linha a identificação é feita em linha com o processo, ao passo que em fora de linha os dados são primeiramente gravados e depois processados. A diferença entre os dois tipos de processamento pode ser vista na figura 3.1.

No nosso caso, devido às restrições do sistema de aquisição de dados utilizado, estamos impossibilitados de fazer o processamento em linha. Supomos então que a velocidade, deslocamento e excitação estejam gravados numa fita de um gravador analógico.

O problema consiste portanto, em adquirir estes sinais

pelo computador para posterior processamento.

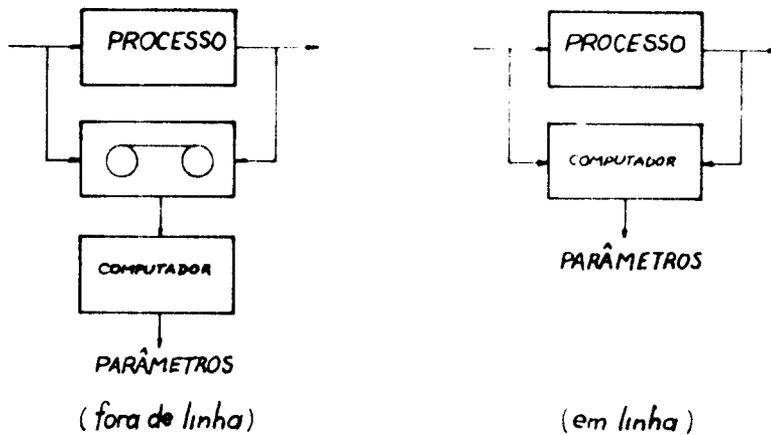


Fig. 3.1 - Tipos de Processamento.

3.2.1. Aquisição dos sinais

A aquisição consiste basicamente em ler em determinados instantes o sinal analógico que o gravador fornece na saída, convertê-lo para a forma digital e transferi-lo à unidade de processamento ou armazenagem.

A figura 3.2 ilustra esquematicamente este procedimento.



Figura 3.2 - Esquema para aquisição do sinal gravado.

Nos experimentos foram utilizados um gravador HP 3964A com

capacidade para gravação de até 4 canais e o sistema de aquisição de dados acoplados ao minicomputador HP 9845A.

Em um dos canais do gravador, gravou-se um sinal de referência que dispara o sistema de aquisição para garantir um início sincronizado na leitura do sinal. Os sinais de força, deslocamento e velocidade são transferidos sucessivamente para o minicomputador, onde são gravados em forma digital numa fita cassete que será utilizada posteriormente para o processamento.

3.2.2. Programa

Os dados discretizados de força, deslocamento e velocidade são utilizados no programa principal para a estimação propriamente dita dos parâmetros.

O programa faz o processamento dos dados em bloco, isto é, montam-se as matrizes W e X para as observações e aplica-se diretamente a equação 2.23 do estimador.

$$\hat{\Theta} = [W^t W]^{-1} W^t X$$

Com $\hat{\Theta}$ obtém-se os resíduos ε ,

$$\varepsilon = X - W \hat{\Theta} \quad (3.1)$$

que em outras palavras significa a diferença entre as saídas medidas experimentalmente e as estimadas pelo modelo.

No capítulo anterior já vimos que a matriz de resíduo possui duas colunas dadas pelas sequências de resíduos relacionados à velocidade e ao deslocamento

$$\mathbf{E} = [\mathbf{E}_y \mid \mathbf{E}_\beta]$$

com
$$\mathbf{E}_y = [\mathbf{f}_y^{(1)} \cdots \mathbf{f}_y^{(n)}]^t$$

$$\mathbf{E}_\beta = [\mathbf{f}_\beta^{(1)} \cdots \mathbf{f}_\beta^{(n)}]^t .$$

Se os resíduos constituírem-se de processos ruído branco gaussiano com média zero e variância $\sigma^2 \mathbf{I}$, pode-se utilizar a equação A.9 do Apêndice A, obtendo a matriz de covariância de $\hat{\Theta}$ que é dada por

$$\text{Cov}[\hat{\Theta}] = [\mathbf{W}^t \mathbf{W}]^{-1} \sigma^2 . \quad (3.2)$$

Uma boa estimativa para σ^2 é dada na equação A.10,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{S}{n-p} \quad (3.3)$$

com S : soma do quadrado dos resíduos

n : número de observações

p : número de parâmetros .

Desta forma podemos saber os desvios de cada parâmetro estimado e conseqüentemente estabelecer as regiões de confiabilidade dos resultados.

O diagrama de blocos do programa para a estimação é apresentado na figura 3.3. O termo \mathbf{E}_y que aparece no diagrama, indica que neste passo calculamos a correlação da seqüência resíduo \mathbf{E}_y . No próximo item mostraremos como isto é feito.

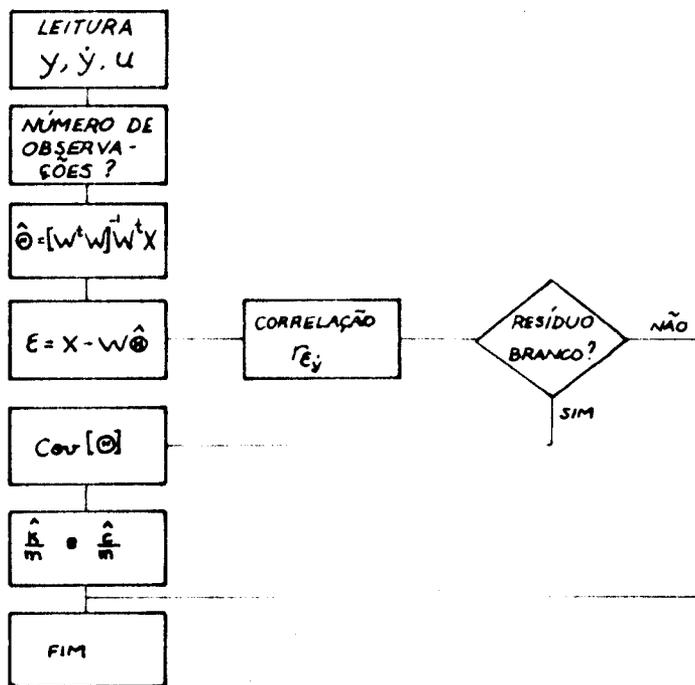


Fig. 3.3 - Diagrama de Blocos do Programa.

Como foi visto no capítulo anterior, pelas relações (2.24) obtemos $\frac{\hat{k}}{m}$ e $\frac{\hat{c}}{m}$ e se a sequência E formada pelos resíduos $\hat{\epsilon}_y$ para n observações for um ruído branco gaussiano, podemos calcular as variâncias dos parâmetros $\hat{\theta}_{(i,j)}$ da matriz $\hat{\theta}$ através de (3.2). Estabelecidos os desvios padrão para os parâmetros $\hat{\theta}_{(i,j)}$ chegamos facilmente aos desvios padrão de $\frac{\hat{k}}{m}$ e $\frac{\hat{c}}{m}$.

3.3. TESTE DO RESÍDUO

Se o modelo matemático proposto para descrever a dinâmica do sistema for bom, o resíduo obtido pela equação (3.1) deve ser uma sequência ruído branco, como foi suposto quando da derivação do estimador dos mínimos quadrados na equação A.1. Em outras palavras, o resíduo não contém mais informação a respeito do sistema que possa ser modelada.

Para checarmos a condição de resíduo branco ou não, ana

lisamos a correlação da sequência ϵ_y formada pelos resíduos f_y verificados para n observações.

Uma boa estimativa do coeficiente de correlação para uma sequência discreta contendo n pontos é dada por [10]

$$r_{\epsilon_y}(k) = \frac{C_{\epsilon_y}(k)}{C_{\epsilon_y}(0)} \quad (3.4)$$

onde

$$C_{\epsilon_y}(k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-k} [f_y(i) - \bar{f}_y][f_y(i+k) - \bar{f}_y] \quad k=0, 1, 2, \dots, n-1$$

$$\bar{f}_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_y(i)$$

e quando o número de termos da série é suficientemente grande, a distribuição de $r_{\epsilon_y}(k)$ pode ser assumida normal com média zero e variância [11]

$$\sigma^2[r_{\epsilon_y}(k)] = \frac{1}{n} \quad (3.5)$$

Quanto maior o número de pontos n , melhores serão estas estimativas e os valores mais confiáveis para $r_{\epsilon_y}(k)$ estarão na faixa de k variando de zero a aproximadamente $\frac{n}{4}$ [11].

Se a sequência for um ruído branco o valor de r_{ϵ_y} para $k=0$ será a unidade e para qualquer outro valor de k será zero idealmente.

Na prática, o que pode ser considerado zero, está ligado às regiões de confiabilidade do estimador $r_{\epsilon_y}(k)$. No próximo capítulo este problema estará exemplificado pela própria aplicação.

3.4. EXCITAÇÃO

Um requisito mínimo exigido do sinal de excitação é que a dinâmica do processo seja persistentemente excitada durante todo o período de medida. Em outras palavras, isto significa que o sinal de excitação deve ser suficientemente rico para excitar todos os modos de interesse do sistema durante os experimentos [12].

O interesse do trabalho é estudar o efeito de entradas aleatórias no sistema, como já foi ressaltado no capítulo 1. Portanto, escolheu-se um caso particular de entrada aleatória; um processo ruído branco, sobre o qual conhecemos bem as características e propriedades.

Contudo, sabemos que é impossível obter-se na prática um ruído branco, mas aqui consideraremos uma sequência ruído branco se esta apresentar uma densidade espectral de potência aproximadamente constante durante toda a faixa de frequência de interesse para análise.

A sequência ruído branco por sua vez satisfaz as exigências de excitação persistente, desde que excite todos os modos de interesse na análise [12].

3.5. TRATAMENTO DOS SINAIS

Outros problemas que podem surgir são níveis DC nos sinais medidos, problemas relativos à ortogonalidade entre os vetores deslocamento e velocidade e problemas ligados ao tempo de discretização. Este último será analisado em capítulos posteriores.

3.5.1. Níveis DC

Níveis DC resultantes de instrumentação podem levar a resultados errôneos no processo de identificação.

Sómente as variações nos sinais de saída que estejam relacionadas à excitação devem ser consideradas na estimação dos parâmetros.

Estes níveis podem ser estimados pelo valor médio do sinal [12]

$$y_{DC} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y^{(i)} \quad (3.6)$$

onde y_{DC} : nível DC presente no sinal
 n : nº de observações.

Para evitar estes possíveis erros, antes do processamento do estimador, os níveis DC devem ser subtraídos dos respectivos sinais.

3.5.2. Ortogonalidade

Pode ocorrer, pelo fato dos sinais de velocidade e deslocamento serem obtidos através de instrumentações diferentes, que estes apresentem erros de defasagem.

Kozin mostra em [13] que para um processo estacionário diferenciável de 2ª ordem:

$$E \{ y^{(t)}, \dot{y}^{(t)} \} = 0 \quad (3.7)$$

ou seja, o sinal de velocidade é ortogonal ao sinal de deslocamento. Uma aproximação para o cálculo da esperança matemática cons-

tante na equação (3.7) é obtida por uma somatória para n instantes de observação,

$$P_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y^{(i)} \dot{y}^{(i)} \quad (3.8)$$

e esta aproximação será tanto melhor, quanto maior o número de pontos considerado neste cálculo.

Como estamos interessados apenas em saber a respeito da defasagem entre os dois sinais, faremos uma análise simplificada e apenas qualitativa através do cálculo do produto

$$P = \sum_{i=1}^n y^{(i)} \dot{y}^{(i)} \quad (3.9)$$

Assim, se as sequências forem ortogonais entre si, como é esperado, o produto P deve ser igual a zero.

Este problema é bastante sério, pois afeta em muito a estimativa do termo Θ associado ao amortecimento. Em capítulos posteriores mostraremos como isto ocorre, e como o erro causado por este problema pode ser minimizado.

CAPÍTULO 4

SIMULAÇÃO

4.1. INTRODUÇÃO

A identificação de parâmetros em construções mecânicas apresenta muitas dificuldades: encontrar os transdutores adequados, ruído, pontos de medição, determinação de massas e inércia, etc. A qualidade do resultado muitas vezes só pode ser aferida comparando os resultados de vários processos de identificação entre si. Por isso há grande vantagem, no desenvolvimento de uma técnica de identificação, em se fazer uma simulação, onde pode-se definir a priori o comportamento do sistema e principalmente estabelecer de antemão os valores dos parâmetros deste sistema.

Como já foi visto anteriormente, por limitações de instrumentação, só podemos fazer o processamento fora de linha, isto é, os sinais são antes gravados e depois transferidos para o computador.

Com o intuito de nos aproximarmos um pouco mais do problema real, o sistema foi simulado via computador analógico e os sinais de velocidade, deslocamento e excitação foram gravados em fita.

Este procedimento já introduz um pouco da influência da instrumentação que devemos encontrar nos sistemas reais, com ruídos adicionados às medidas e além disto, poderemos testar a sistemática de aquisição e processamento do sinal já exposta no capítulo 3.

Neste capítulo apresentamos o esquema de simulação analógica e a instrumentação utilizada na gravação. Os resultados das

estimativas são obtidos para os sistemas simulados e é analisada a influência do tempo de discretização sobre as estimativas dos parâmetros.

Diversas conclusões são apresentadas no final deste capítulo.

4.2. ESQUEMA PARA SIMULAÇÃO ANALÓGICA

Procederemos à simulação da equação inicial

$$\ddot{y} + \frac{c}{m} \dot{y} + \frac{k}{m} y = f$$

Os valores escolhidos para as constantes m e k são
 $m = 2\text{kg}$, $k = 64.000 \text{ N/m}$.

Será feita a simulação para dois valores de amortecimento, quais sejam:

$$C_1 = 140 \text{ kg/s} \quad \text{e} \quad C_2 = 30 \text{ kg/s}.$$

Esta escolha foi inspirada num modelo didático de rotor de Laval (um disco sobre eixo flexível). O estudo do comportamento deste sistema, sob certas condições, pode ser aproximado a um sistema de um grau de liberdade [5].

Supondo que o sistema simulado possua amortecimento $C = C_1$, então

$$\frac{k}{m} = 32.000 \text{ [S}^{-2}\text{]} \quad \text{e} \quad \frac{c}{m} = 70 \text{ [S}^{-1}\text{]}$$

em outras palavras, a frequência natural do sistema e seu fator de amortecimento valem aproximadamente

$$\omega_1 = 28 \text{ Hz}$$

$$\gamma = 0,20$$

Com estes valores de $\frac{k}{m}$ e $\frac{c}{m}$ a equação (2.2) fica

$$\ddot{y} + 70 \dot{y} + 52000 y = 0,5 f \quad (4.1)$$

O esquema analógico que simula o comportamento dinâmico deste sistema é mostrado na figura 4.1.

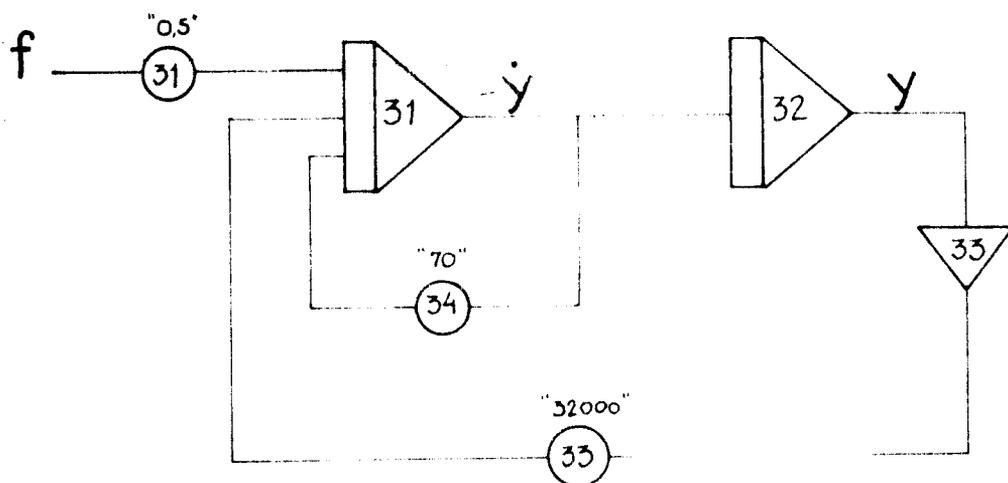


Fig. 4.1 - Esquema Analógico

Naturalmente os valores indicados para os potenciômetros são inadequados, exigindo que seja feito um escalonamento nas amplitudes e no tempo.

Assumindo que os valores máximos para o deslocamento, velocidade e excitação sejam

$$y_{\max} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\dot{y}_{\max} = 0,1 \text{ m/s}$$

$$f_{\max} = 100N,$$

definimos as variáveis \bar{y} , $\dot{\bar{y}}$ e \bar{f} que indicam os sinais de deslocamento, velocidade e excitação normalizados em relação aos respectivos máximos, ou seja

$$\bar{y} = \frac{y}{y_{\max}} \quad \dot{\bar{y}} = \frac{\dot{y}}{\dot{y}_{\max}} \quad \bar{f} = \frac{f}{f_{\max}}$$

Definimos também a variável

$$\tau = \beta t$$

onde t é o tempo.

Com estas novas variáveis e com $\beta = 500$, temos o seguinte equacionamento para o sistema representado pela equação (4.1),

$$\frac{d}{d\tau} \dot{\bar{y}} + 0,14 \dot{\bar{y}} + 0,32 \bar{y} = \bar{f}$$

$$\frac{d}{d\tau} \bar{y} + 0,4 \dot{\bar{y}} = 0$$

(4.2)

O esquema para simulação analógica que representa estas equações é mostrado na figura 4.2.

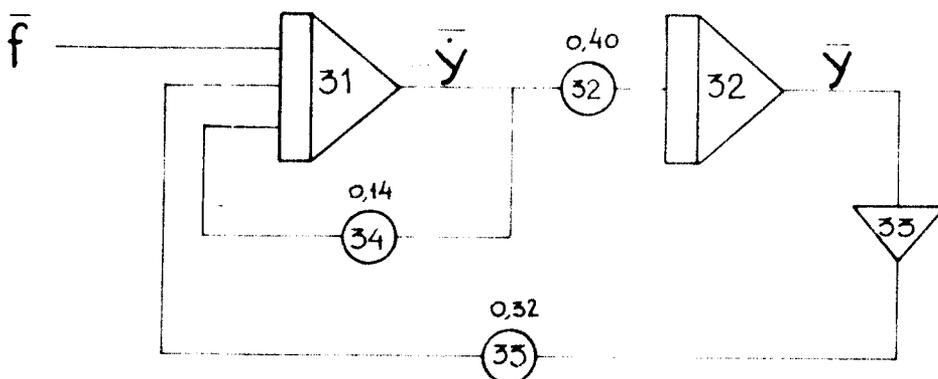


Fig. 4.2 - Esquema Analógico Final.

Desta maneira, teremos na saída dos integradores 31 e 32 os valores da velocidade e deslocamento normalizados.

Estes sinais juntamente com a excitação serão posteriormente corrigidos no processamento das estimativas dos parâmetros.

4.3. ESQUEMA PARA MEDIÇÕES

4.5.1. Gravação

O esquema de instrumentação utilizado para a gravação dos sinais é mostrado na figura 4.3 e na figura 4.4 temos uma fotografia da montagem dos instrumentos.

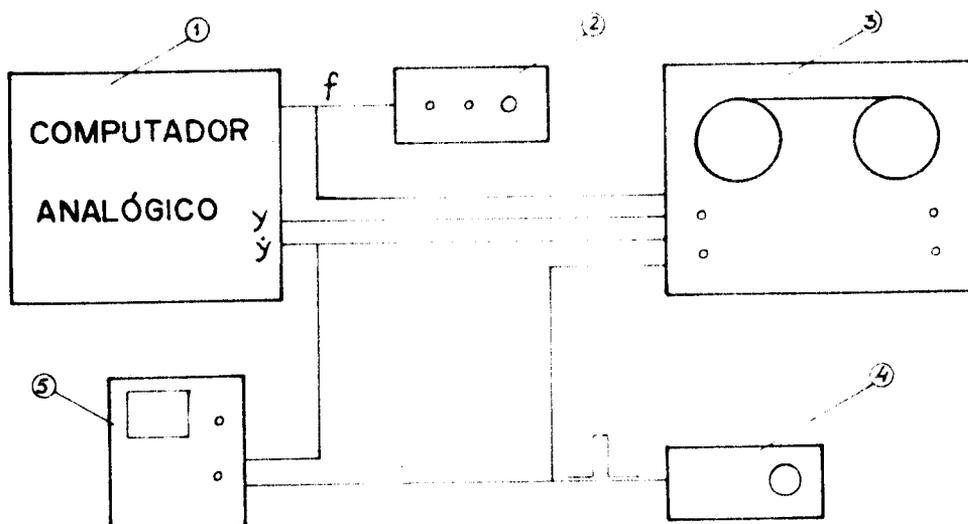


Fig. 4.3 - Esquema para Gravação.



Fig. 4.4 - Fotografia da Montagem para Gravação.

O gerador de ruído² modelo GR1381 serviu como fonte de excitação. Este aparelho gera um sinal aleatório de distribuição gaussiana com espectro de voltagem constante dentro de uma certa faixa de frequência ajustável. As características deste sinal serão mostrados adiante.

Para a simulação analógica foi utilizado o computador MINIAC de fabricação da EAI¹. O sinal de referência na gravação foi obtido do gerador de sinais⁴ Tectronix modelo FG503.

Todos os sinais foram gravados em fita analógica no gravador³ HP modelo 3964A com capacidade para quatro canais.

O sinal de velocidade foi tomado na saída do integrador 31, que pode ser visto na figura 4.2, e o sinal de deslocamento foi medido na saída do integrador 32, visualizado nesta mesma figura.

O osciloscópio⁵ foi utilizado para o monitoramento dos níveis dos sinais para gravação.

4.3.2. Reprodução e Aquisição

Como já foi descrito no capítulo 3 procedemos à reprodução e a aquisição destes sinais pelo computador.

As figuras 4.5, 4.6 e 4.7 mostram os sinais da excitação, velocidade e deslocamento respectivamente para $\frac{c}{m} = 70s^{-1}$ da forma que estão armazenados no computador.

No caso, utilizamos uma discretização de 1ms e mostramos nos gráficos os primeiros 500 pontos de observações.

A figura 4.8 mostra a densidade espectral da potência do sinal de excitação medido em volts na saída do gravador. Vemos que existe uma faixa de frequência onde o valor da densidade praticamente não varia. Em outras palavras, o sinal se comporta praticamente como um ruído branco na faixa de zero até aproximadamente 1300 Hz.

Portanto a excitação é persistente para o sistema simulado, o qual possui um único modo próprio em torno de 28 Hz como já vimos.

4.4. RESULTADOS

No capítulo 3 já foi explicado que o programa faz o processamento dos dados em bloco. Com o conjunto de pontos medidos em n instantes de tempo dos sinais de velocidade, deslocamento e excitação, montamos as matrizes W e X com dimensões $n \times 3$ e $n \times 2$ respectivamente que aparecem na equação (2.22)

$$X = W\Theta + \epsilon$$

4.4.1. Convergência

A estimativa dos parâmetros é obtida para um determinado número de pontos, ou seja, para um conjunto específico de observações de velocidade, deslocamento e excitação em n instantes.

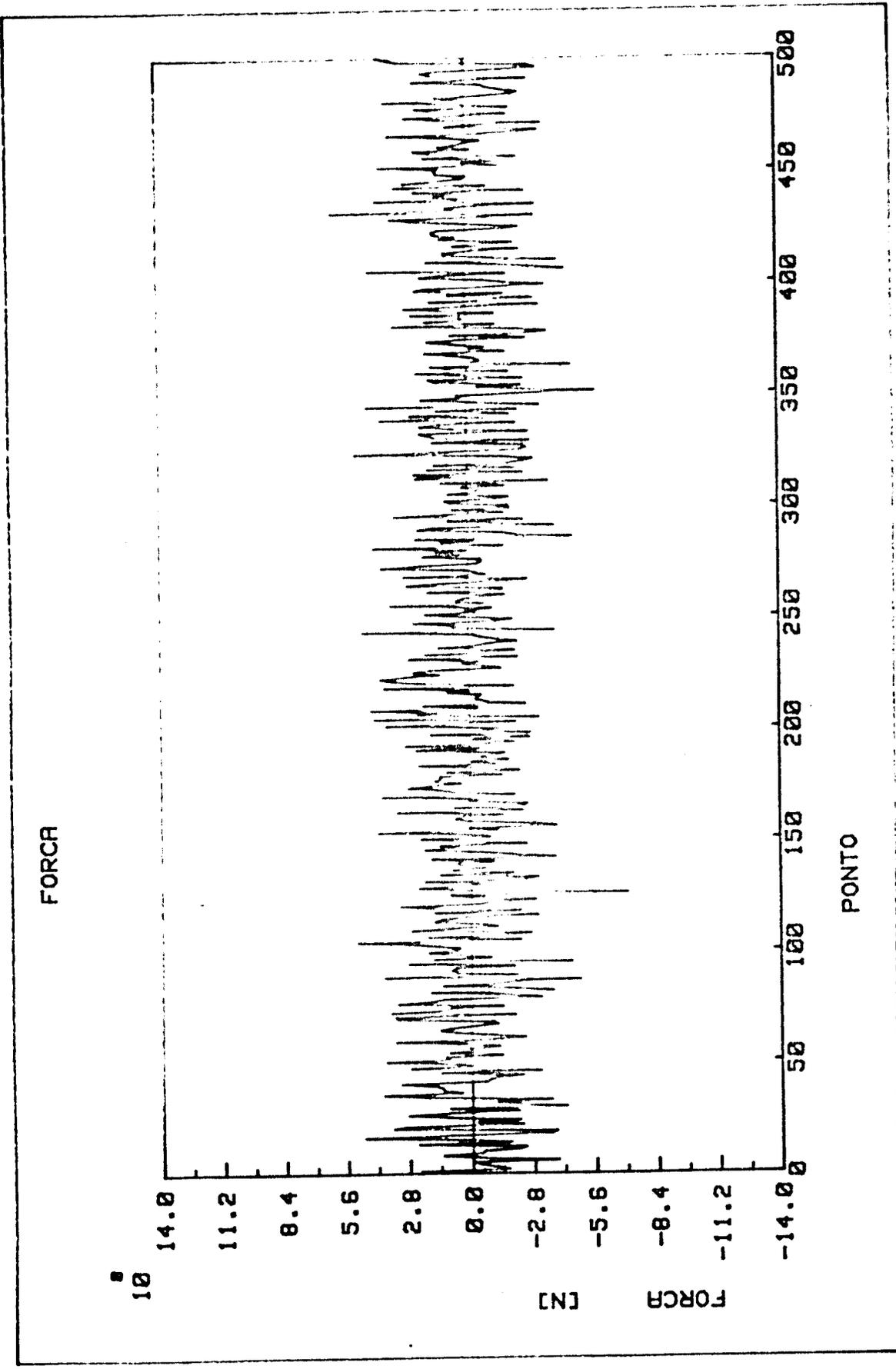


Fig. 4.5 - Força utilizada para excitação do sistema simulado com $\frac{c}{m} = 70 \text{ [s}^{-1}\text{]}$

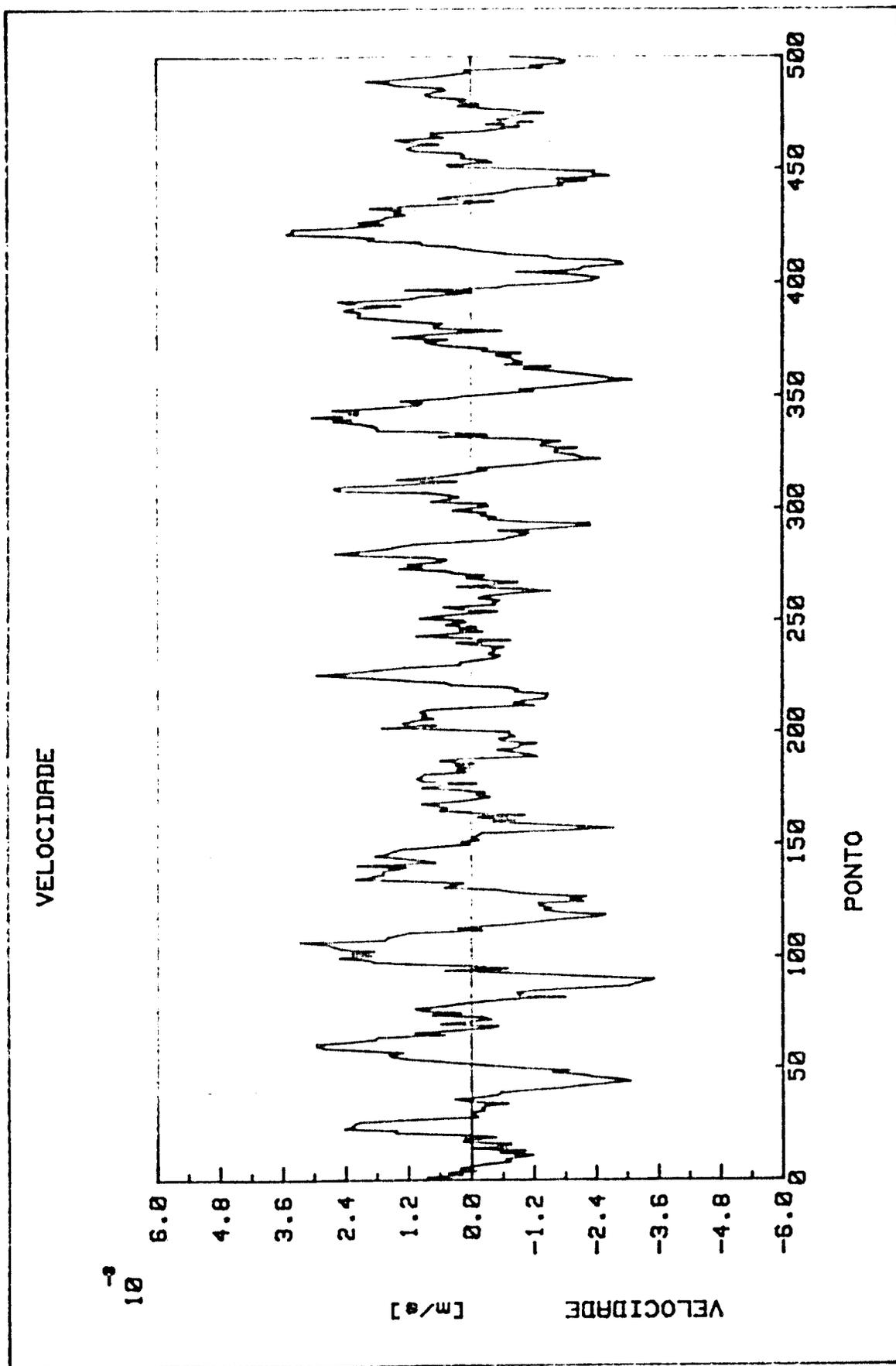


Fig. 4.6 - Velocidade medida no sistema simulado com $\frac{c}{m} = 70$ [s⁻¹]

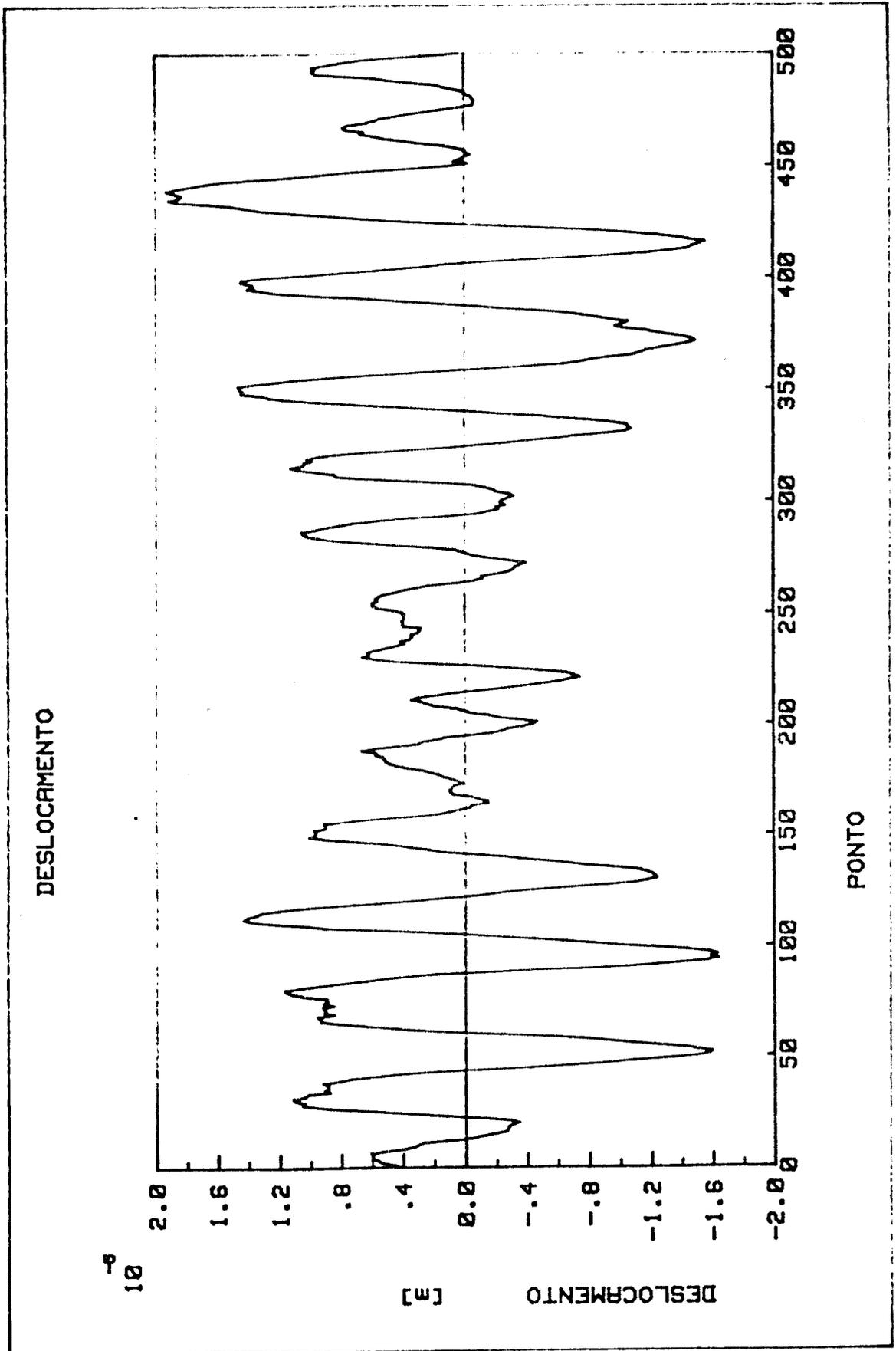


Fig. 4.7 - Deslocamento medido no sistema simulado com $\frac{c}{m} = 70 \text{ [s}^{-1}\text{]}$

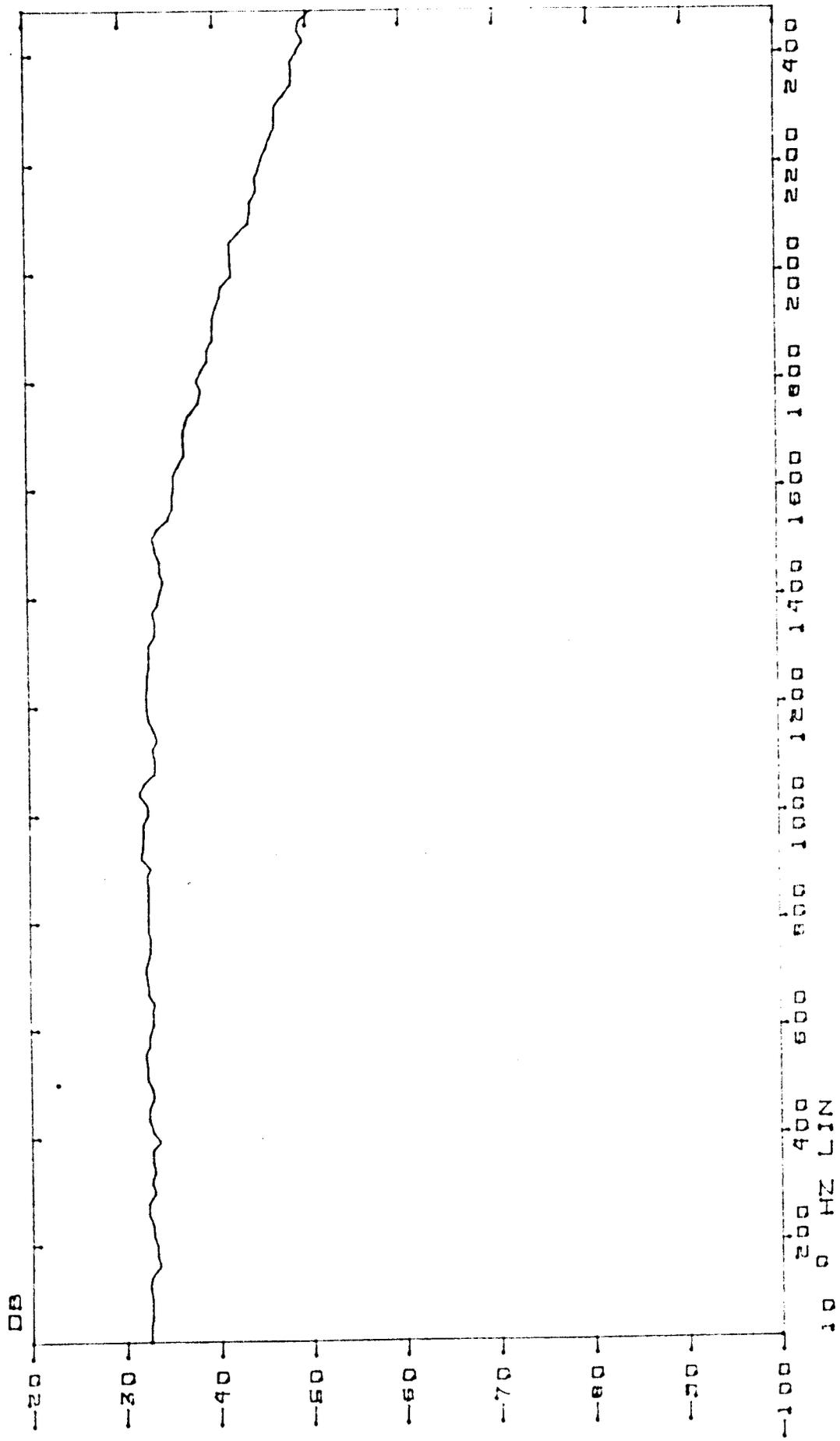


Fig. 4.8 - Densidade Espectral de Potência do sinal de excitação medido em volts utilizado na simulação do sistema com $\frac{c}{m} = 70 [S^{-1}]$

Não sabemos contudo, quão representativos estes conjuntos de pontos são para conter toda a informação sobre a dinâmica do sistema e portanto, não sabemos o número mínimo de pontos de observações necessários para que estimativa obtida esteja realmente próxima do valor correto. Fizemos primeiramente um estudo relativo a este problema. A figura 4.9 ilustra o comportamento do valor das estimativas $\frac{\hat{c}}{m}$ e $\frac{\hat{k}}{m}$ para diferentes números de observações.

Como vemos o valor de $\frac{\hat{k}}{m}$ assume um valor próximo do valor de convergência, mesmo para um número pequeno de observações e praticamente não se altera com o aumento do número de pontos considerados.

Ao contrário, o valor de $\frac{\hat{c}}{m}$ é muito sensível e somente tende a um valor determinado quando se considera por volta de 4000 pontos no processamento.

Nos gráficos aparecem regiões representadas por traços verticais, que serão explicadas adiante. As linhas tracejadas mostram os valores nominais dos parâmetros que foram simulados. Vemos portanto, que as estimativas tendem a um determinado valor que não é o verdadeiro e assim estão polarizadas.

Para este caso, tempo de discretização de 1ms, os resultados obtidos, considerando-se 4400 pontos são

$$\frac{\hat{k}}{m} = 30260 \text{ [S}^{-2}\text{]}$$

$$\frac{\hat{c}}{m} = 33,4 \text{ [S}^{-1}\text{]}$$

e comparando com os valores simulados

$$\frac{k}{m} = 32000 \text{ [S}^{-2}\text{]}$$

$$\frac{c}{m} = 70 \text{ [S}^{-1}\text{]}$$

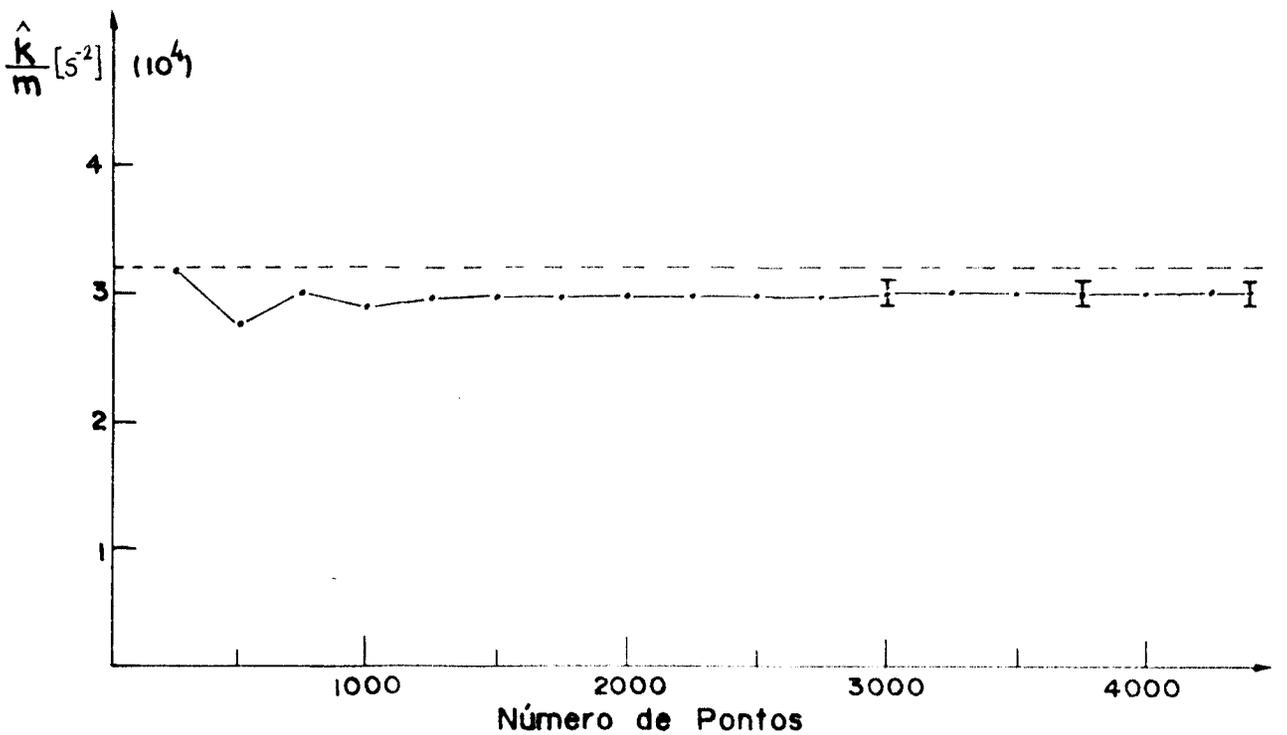
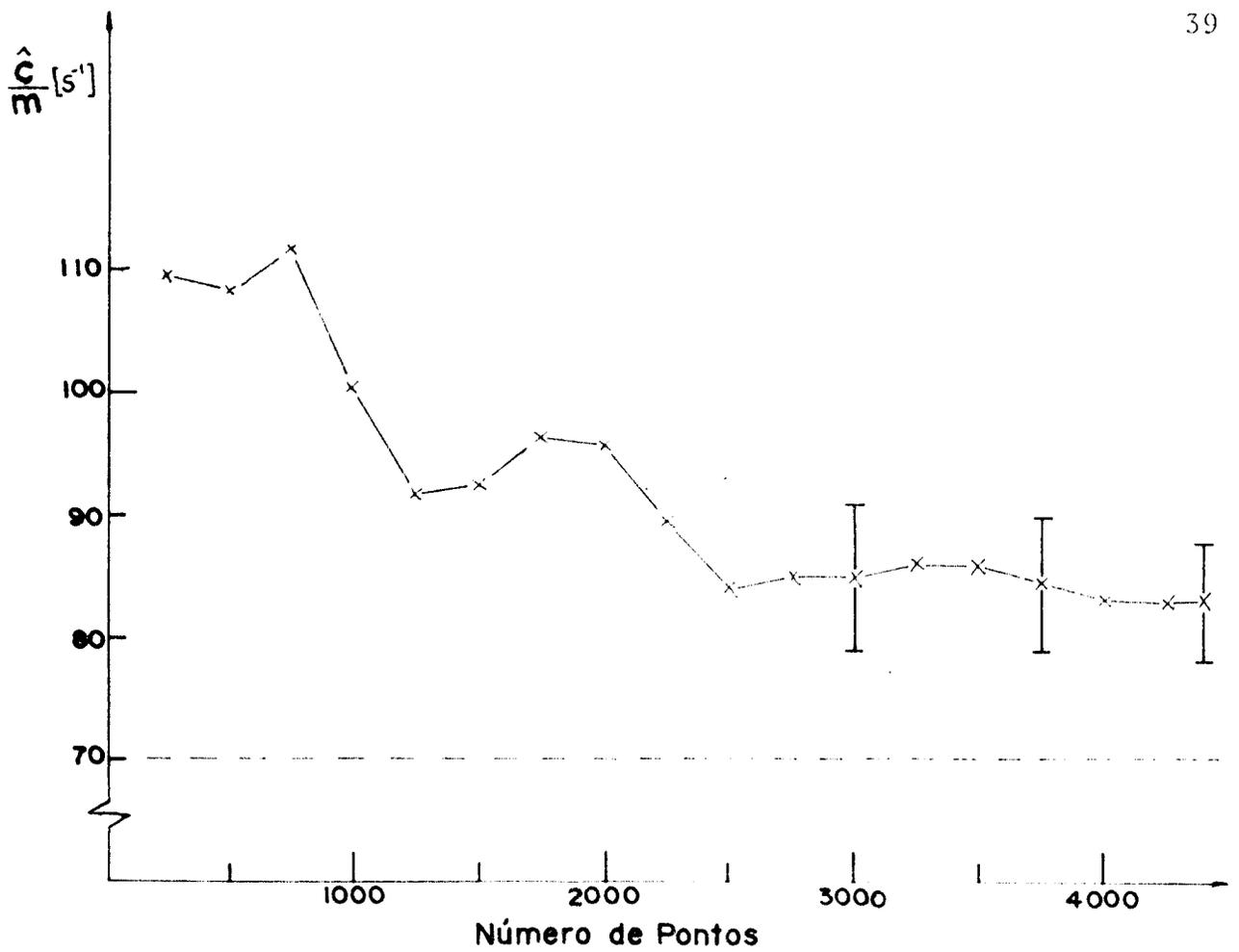


Fig. 4.9 - Valor das estimativas para diferentes números de observações considerando o sistema simulado com $\frac{c}{m} = 70 [S^{-1}]$. Tempo de discretização $T=1$ ms.

temos que os erros das estimacões em relação ao valor real estão em torno de

$$e_{k/m} = 5,4\%$$

$$e_{c/m} = 20\%$$

Vejamos agora como está a diferença entre os valores da saída medidos e os previstos pelo modelo.

Na figura 4.10 aparece o gráfico da velocidade medida para o caso da estimacão mostrada anteriormente. Apesar de termos considerado 4400 pontos da velocidade, estamos mostrando sómente os primeiros 200 pontos para melhor visualizacão.

A equacão

$$X = W\Theta + \varepsilon$$

com

$$X = \begin{bmatrix} y^{(2)} & \dot{y}^{(2)} \\ \vdots & \vdots \\ y^{(n+1)} & \dot{y}^{(n+1)} \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} y^{(1)} & \dot{y}^{(1)} & f^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ y^{(n)} & \dot{y}^{(n)} & f^{(n)} \end{bmatrix}$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} \Theta^{(1,1)} & \Theta^{(1,2)} \\ \Theta^{(2,1)} & \Theta^{(2,2)} \\ \Theta^{(3,1)} & \Theta^{(3,2)} \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_y^{(1)} & \varepsilon_{\dot{y}}^{(1)} \\ \vdots & \vdots \\ \varepsilon_y^{(n)} & \varepsilon_{\dot{y}}^{(n)} \end{bmatrix}$$

pode ser reescrita na forma

$$[Y | \dot{Y}] = W[\Theta_y | \Theta_{\dot{y}}] + [\varepsilon_y | \varepsilon_{\dot{y}}] \quad (4.2)$$

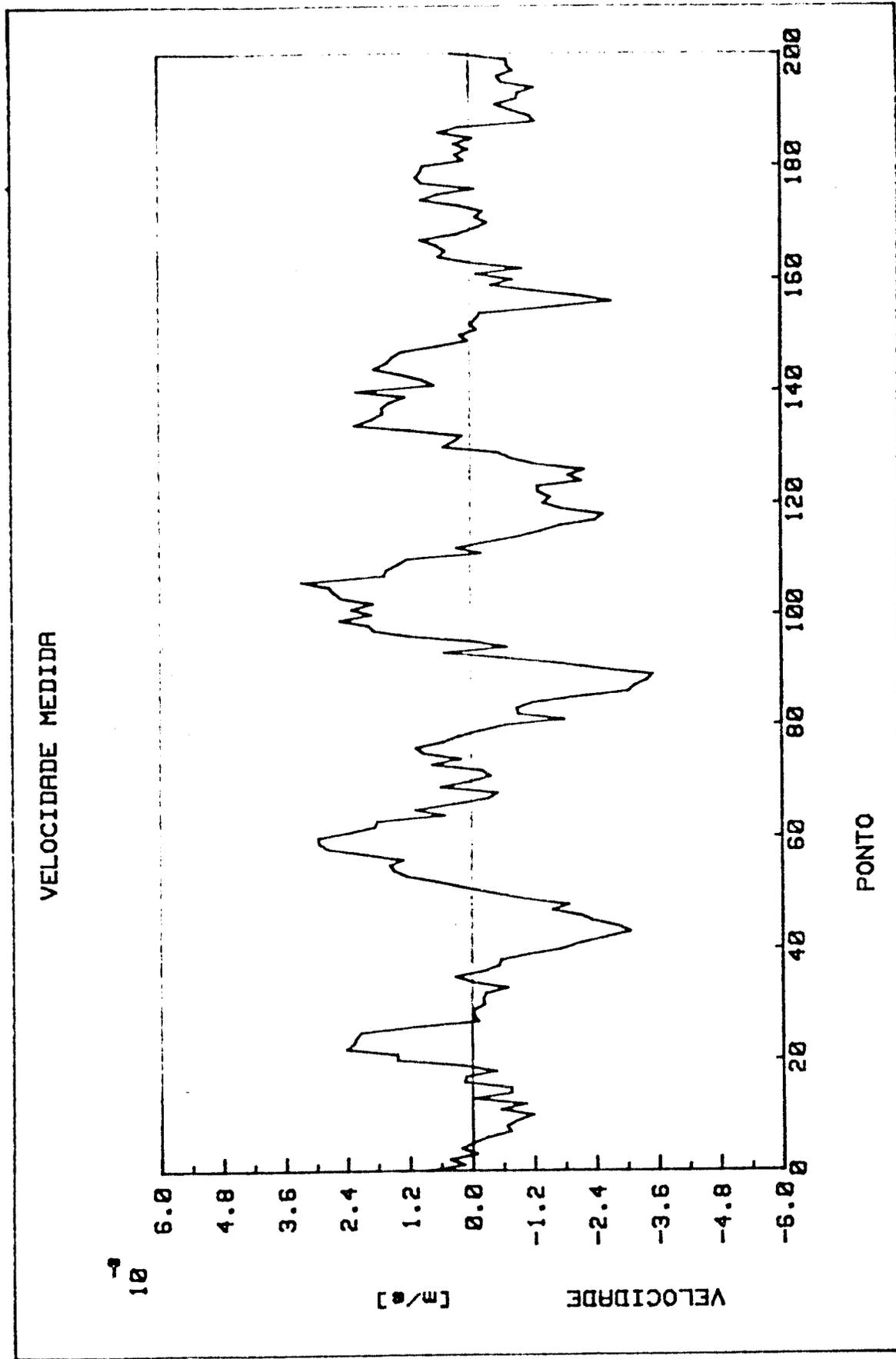


Fig. 4.10 - Velocidade medida no sistema simulado com $\frac{C}{m} = 70 [S^{-1}]$. Tempo de discretização

$T = 1 \text{ ms.}$

com

$$Y = [y^{(2)} \cdots y^{(n+1)}]$$

$$\dot{Y} = [\dot{y}^{(2)} \cdots \dot{y}^{(n+1)}]$$

$$\Theta_y = [\Theta_{(1,1)} \quad \Theta_{(2,1)} \quad \Theta_{(3,1)}]$$

$$\Theta_{\dot{y}} = [\Theta_{(1,2)} \quad \Theta_{(2,2)} \quad \Theta_{(3,2)}]$$

$$E_y = [f_y^{(1)} \cdots f_y^{(n)}]$$

$$E_{\dot{y}} = [f_{\dot{y}}^{(1)} \cdots f_{\dot{y}}^{(n)}]$$

A equação do estimador dos mínimos quadrados para a matriz Θ é

$$\hat{\Theta} = [W^t W]^{-1} W^t X$$

Com $\hat{\Theta}$ podemos obter a velocidade estimada pelo modelo, ou seja

$$\hat{\dot{Y}} = W \hat{\Theta}_{\dot{y}} \quad (4.3)$$

e esta é mostrada na figura 4.11 para os primeiros 200 pontos também. Desta maneira podemos comparar os vetores medido e o estimado e ter uma idéia de quão preciso é o modelo. Para melhor visualizar a diferença, graficamos as duas na mesma escala na figura 4.12. A curva em linha contínua é a velocidade medida e a tracejada a estimada de acordo com a equação (4.3).

A diferença para cada ponto, ou seja, o resíduo

$$E_{\dot{y}} = \dot{Y} - W \hat{\Theta}_{\dot{y}} \quad (4.4)$$

é mostrado na figura 4.13.

Com este resíduo podemos calcular as variâncias dos parâmetros $\hat{\Theta}_{(i,j)}$ pelas equações (3.2) e (3.3).

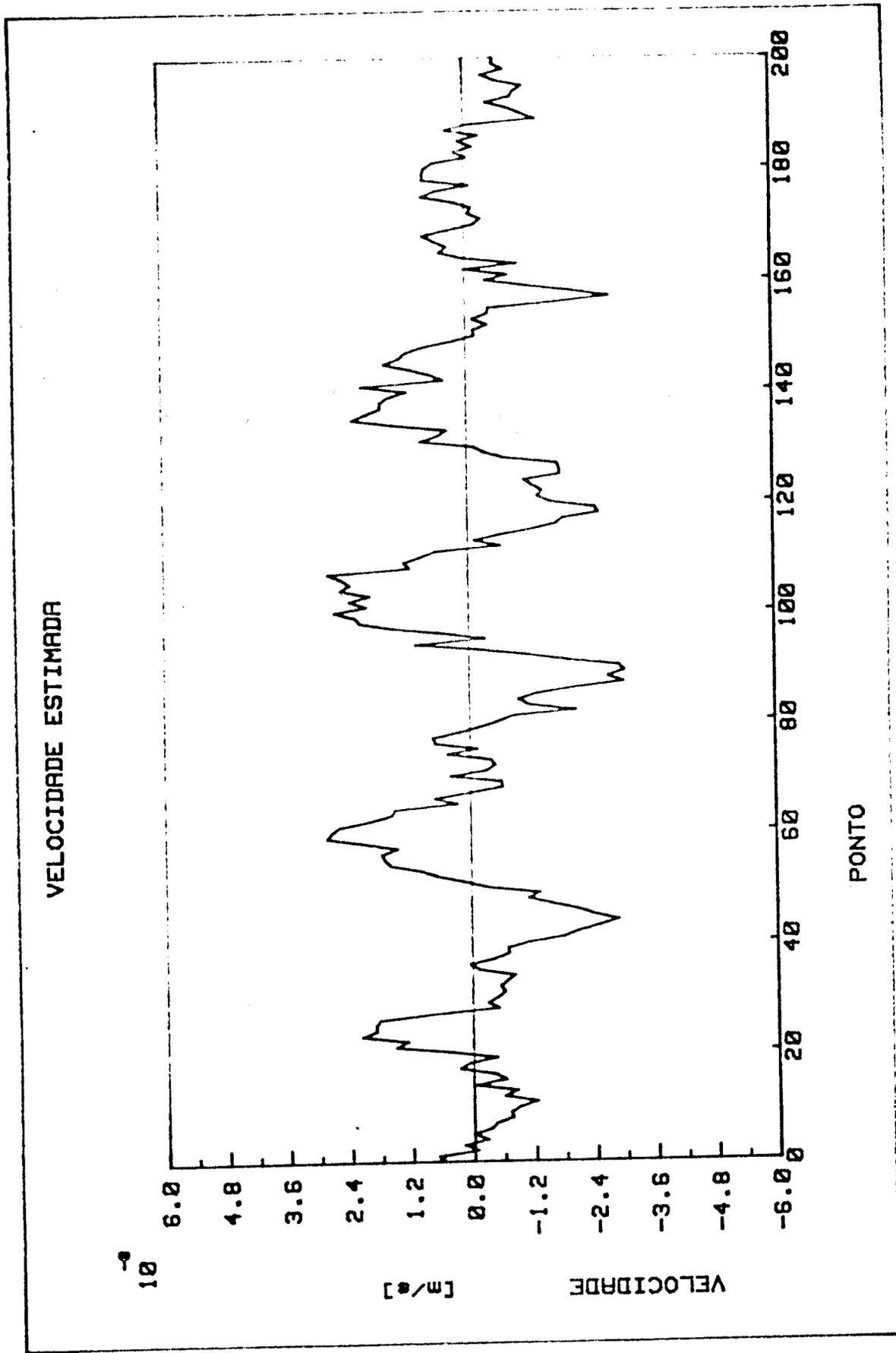


Fig. 4.11 - Velocidade estimada pelo modelo na identificação do sistema simulado com $\frac{c}{m} = 70 [S^{-1}]$. Tempo de discretização $T=1$ ms.

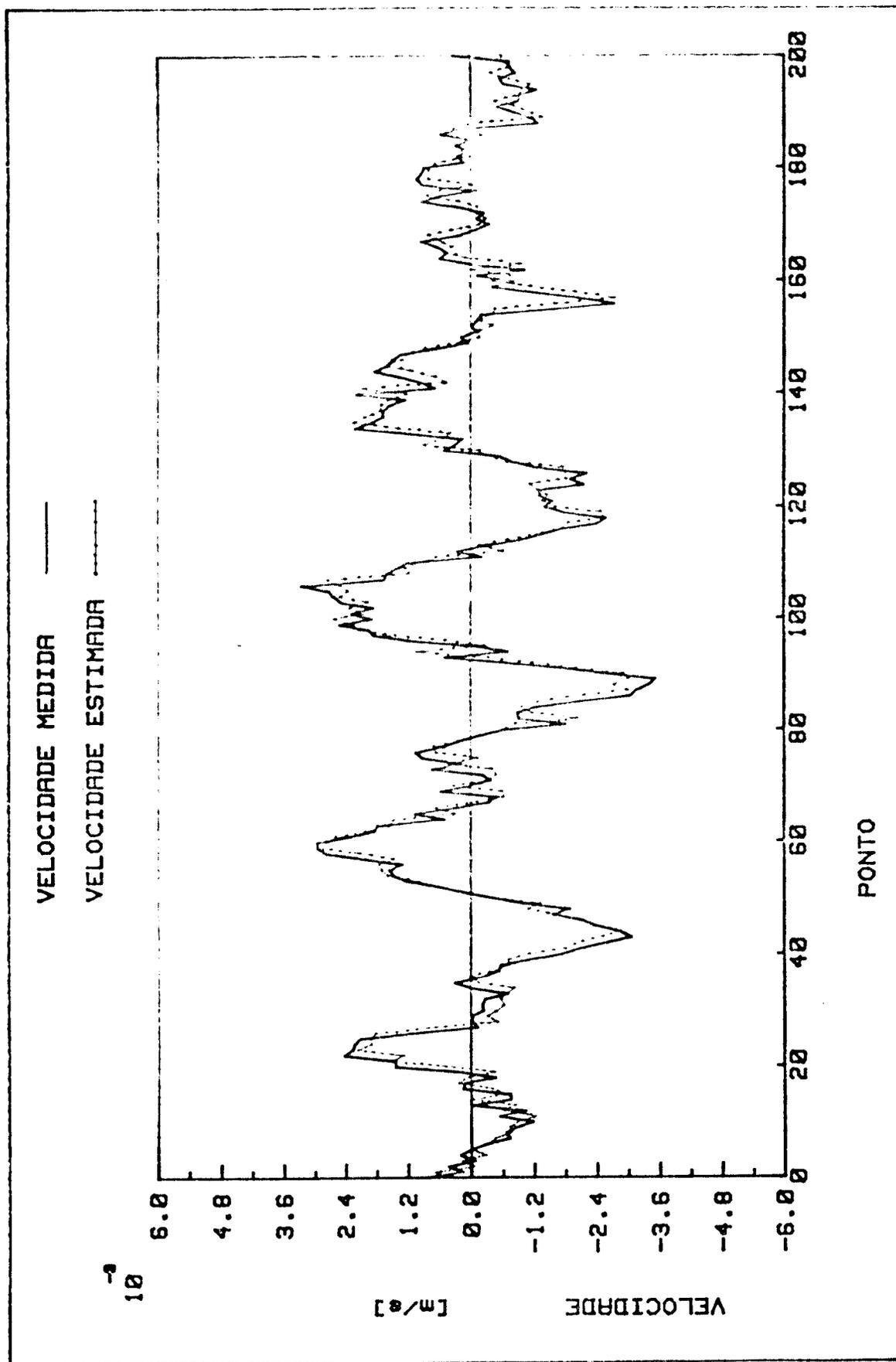


Fig. 4.12 - Comparação entre velocidade medida e a velocidade estimada na identificação do sistema simulado com $\frac{c}{m} = 70$ [S⁻¹]. Tempo de discretização T = 1 ms.

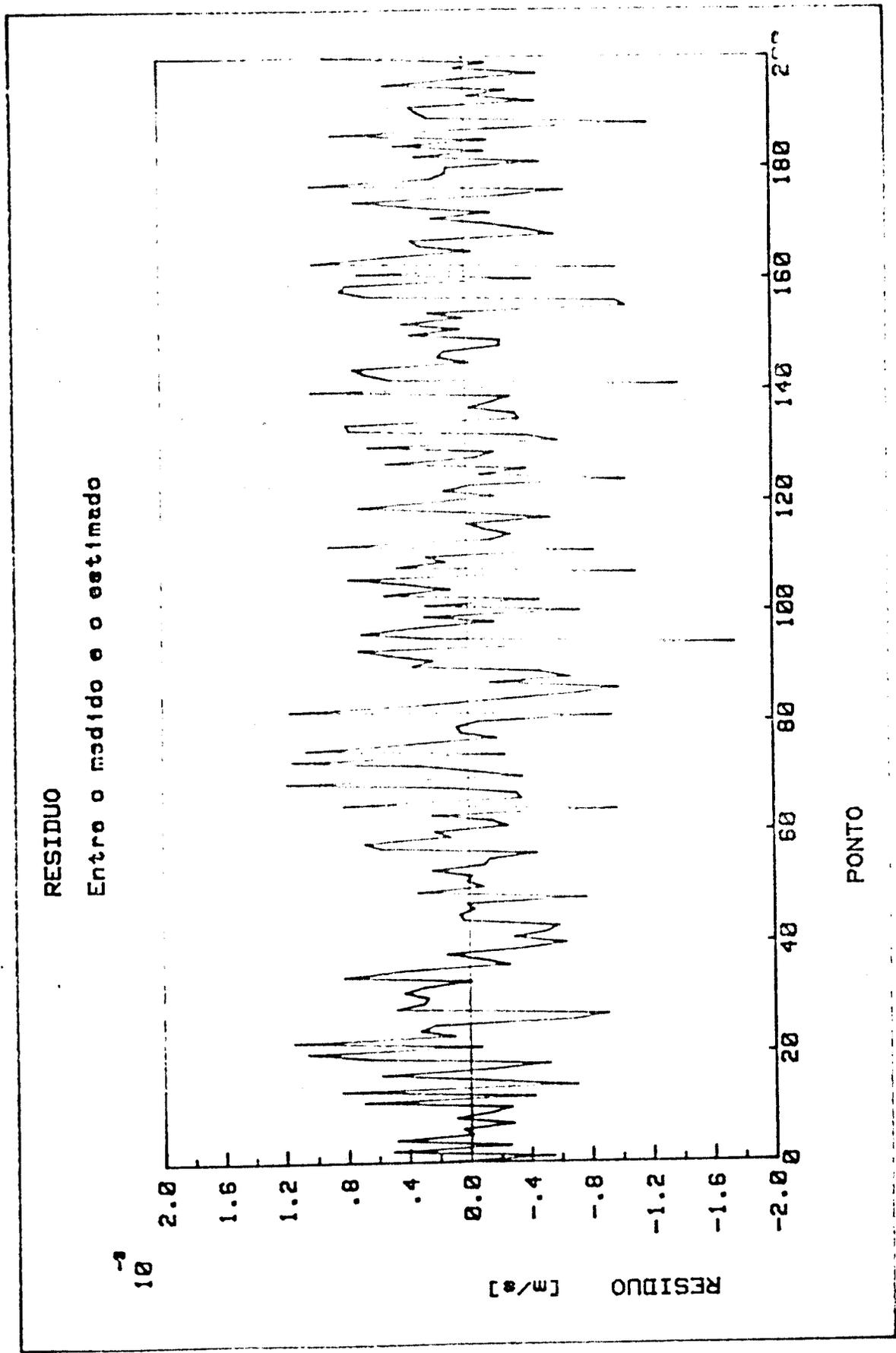


Fig. 4.13 - Diferença entre a velocidade medida e a estimada pelo modelo na identificação do sistema simulado com $\frac{c}{m} = 70 [S^{-1}]$. Tempo de discretização $T = 1$ ms.

Para os resultados já mostrados, considerando 4400 pontos de observações e $\frac{C}{m} = 70 \text{ s}^{-1}$, os desvios padrão dos valores das estimativas são

$$\sigma_{\hat{\lambda}} = 0,06,7 \quad [\text{S}^{-2}]$$

$$\sigma_{\hat{c}} = 5,18 \quad [\text{S}^{-1}].$$

Estes valores estão representados na figura 4.9 em torno do valor da estimativa obtida. Estes desvios são mostrados também quando consideramos 3000 e 3750 pontos de observação no processamento. A região indicada representa a faixa que o valor final deve estar com probabilidade de aproximadamente 68%.

Como já vimos em capítulos anteriores se o resíduo \mathcal{E}_y formar uma sequência correlata no tempo, devemos esperar que as estimativas estejam polarizadas e o quanto polarizadas elas estiverem dependerá das relações sinal/ruído [9].

Procedemos ao cálculo da correlação desta sequência como mostrado no Capítulo 3.

O valor da correlação obtida da equação (3.4)

$$r_{\mathcal{E}_y}(k) = \frac{C_{\mathcal{E}_y}(k)}{C_{\mathcal{E}_y}(0)}$$

onde

$$C_{\mathcal{E}_y}(k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-k} [f_y(i) - \bar{f}_y] [f_y(i+k) - \bar{f}_y]$$

$$\bar{f}_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_y(i)$$

para k variando de 0 a 10 aparece na tabela 4.1 e na figura 4.14 na forma de gráfico.

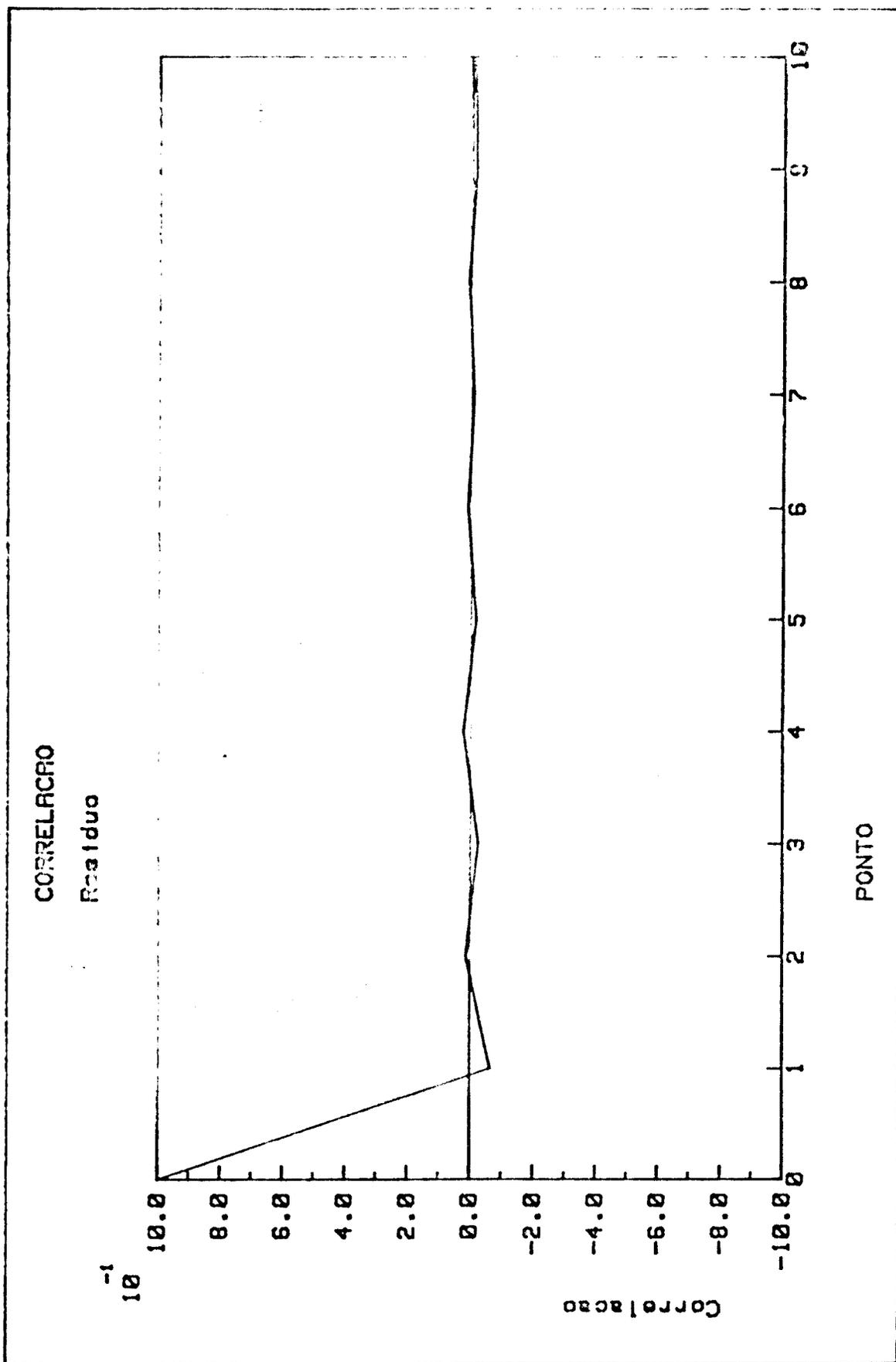


Fig. 4.14 - Correlação do resíduo obtido na identificação do sistema simulado com $\frac{C}{m} = 70 [S^{-1}]$; Tempo de discretização $T = 1$ ms.

A variância para os valores de r_{ϵ_y} é dada por

$$\sigma^2[r_{\epsilon_y(k)}] = \frac{1}{n}$$

ou seja, para $n = 4400$ pontos, o desvio padrão para o valor da correlação é

$$\sigma[r_{\epsilon_y(k)}] = 0,015$$

Considerando uma região de 95% de confiabilidade nos resultados, teremos que o valor da correlação é aproximadamente

$$r_{\epsilon_y(k)} \pm 0,030$$

Esta região é mostrada no gráfico e notamos pela tabela 4.1 que o único valor que não inclui o zero é o valor obtido para $K = 1$.

Tabela 4.1 - Correlação do Resíduo para 4400 pontos e $\frac{c}{m} = 70 [s^{-1}]$

K	Correlação $(r_{\epsilon_y(k)})$ (10^{-2})
0	100
1	-6,56
2	1,18
3	-2,66
4	2,03
5	-1,91
6	0,81
7	-1,11
8	0,71
9	-1,74
10	-1,14

Pela análise destes resultados, não podemos afirmar que a sequência ϵ seja um ruído branco, pois por esta análise simples, parece haver uma pequena correlação entre pontos adjacentes na sequência.

No caso em que esta sequência se apresenta correlata no tempo, precisamos aplicar métodos mais sofisticados que incluem a modelagem do ruído também. Alguns métodos foram sugeridos no Capítulo 2 e neste trabalho apresentamos no Apêndice B o método da Matriz Estendida.

No nosso problema, de qualquer forma, o valor da correlação para $K=1$ é bem pequeno em relação ao máximo (para $K=0$) e antes de aplicarmos estes métodos mais sofisticados, estudaremos neste trabalho outros efeitos que, como veremos, tem forte influência no valor final das estimativas.

4.4.2. Discretização

Fizemos o mesmo procedimento descrito no ítem anterior para um tempo de discretização de 0,5 ms e encontramos um valor de convergência diferente do encontrado anteriormente. O comportamento das estimativas em função do número de observações para esta nova condição pode ser visualizado na figura 4.15.

Neste caso, considerando-se 4096 pontos, obtivemos

$$\frac{\hat{k}}{m} = 30780 \quad [S^{-2}]$$

$$\frac{\hat{c}}{m} = 94,1 \quad [S^{-1}]$$

diferentes dos valores obtidos anteriormente para $T=1ms$. O erro é bem maior para a estimativa de $\frac{c}{m}$.

Se o tempo de discretização influi no valor das estimativas, então um problema que se coloca é o da escolha da discreti

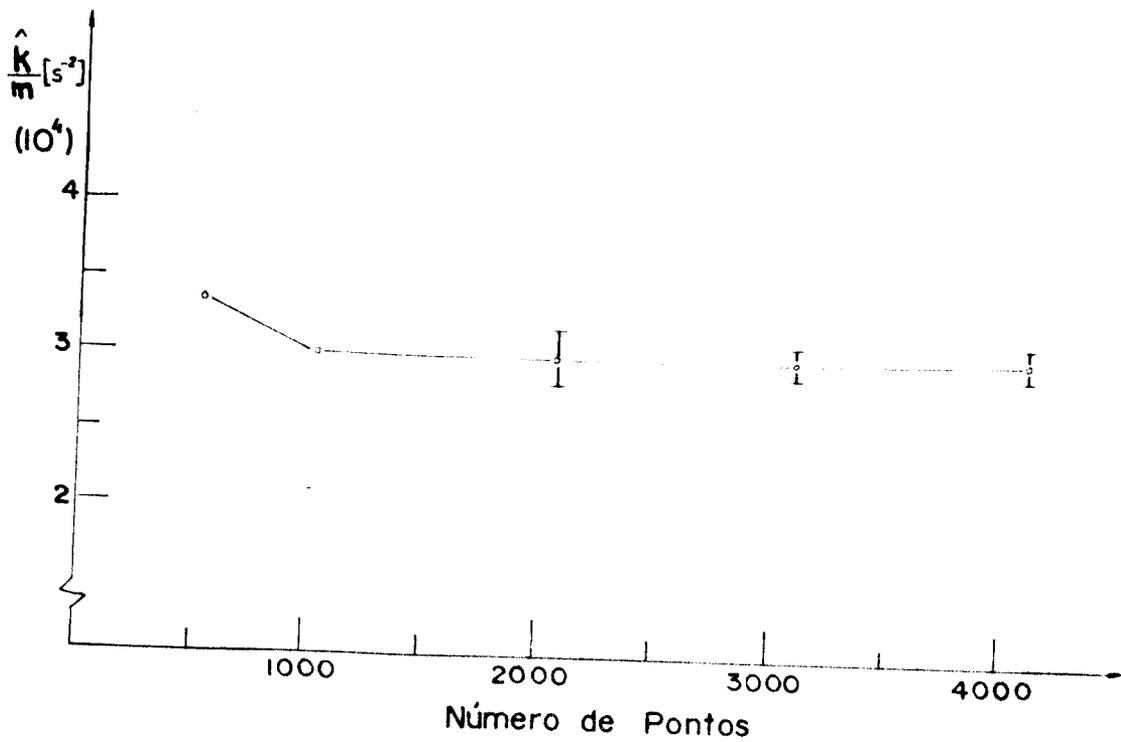
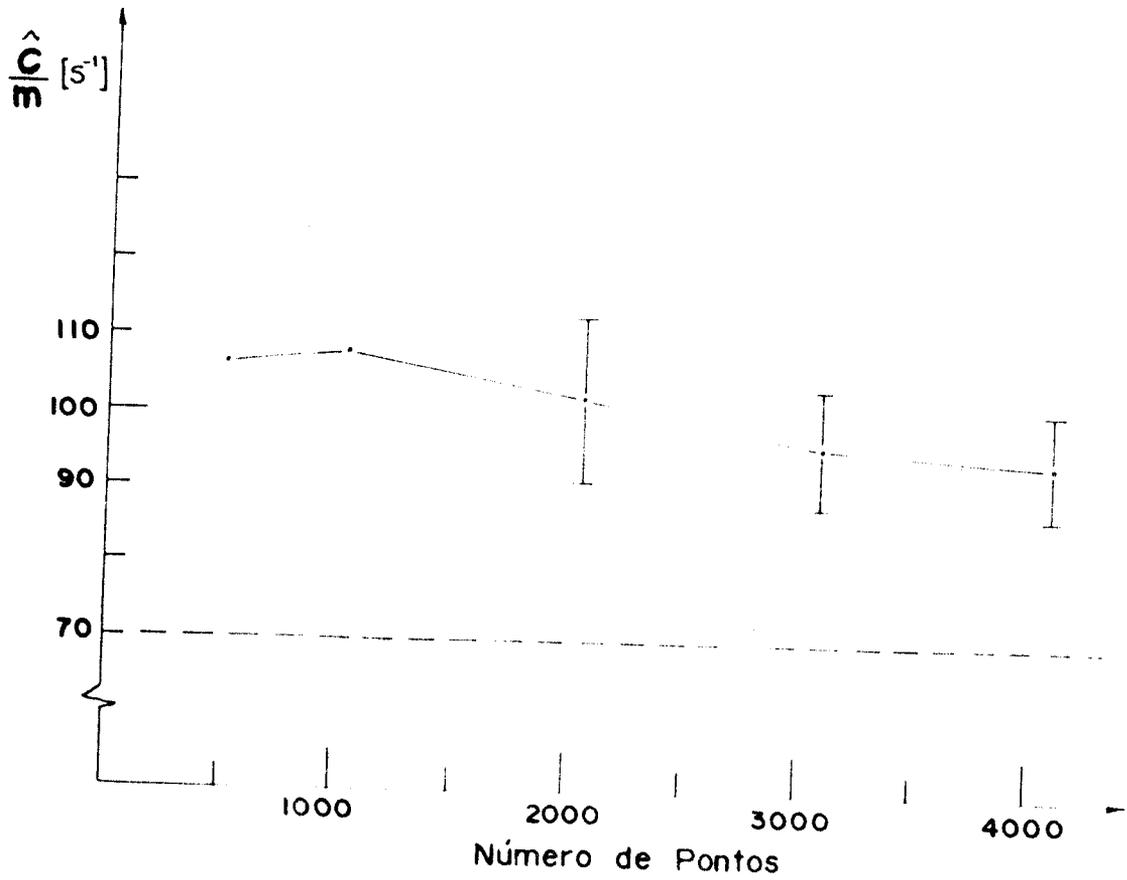


Fig. 4.15 - Valor das estimativas para diferentes números de observações para o sistema simulado com $\frac{c}{m} = 70$ [s⁻¹] e considerando $T = 0,5$ ms.

zação ideal para os sinais. Repetimos o mesmo procedimento para diversos tempos de discretização e fizemos um estudo da variação do valor de convergência de $\frac{\hat{c}}{m}$ e $\frac{\hat{k}}{m}$ como função destes tempos. Este estudo está ilustrado na figura 4.16 com os valores das estimativas e respectivos desvios padrão.

Para valores muito pequenos de T (tempo de discretização), as estimativas assumem valores bastante fora da faixa esperada e se tornam instáveis para pequenas variações de T. Ao passo que aumentando muito T, as estimativas divergem cada vez mais do valor real. No gráfico de $\frac{c}{m}$ vemos uma região em que as estimativas se comportam bem e se aproximam mais do valor esperado, sendo que o valor de mínimo desta curva é o mais próximo do valor correto do parâmetro.

Para tempos de discretização muito grandes, o comportamento dinâmico é descrito de forma muito inexata. As simplificações supostas na equação (2.16) quando da derivação da equação de estado discretizada já não valem mais.

Quanto a tempos muito pequenos, além de entrarmos numa faixa de frequência de análise em que o sinal de excitação já não se comporta como um ruído branco, estaremos introduzindo nas aquisições muito ruído e o processamento das estimativas já não é mais capaz de eliminá-los.

4.4.3. Transiente

Como foi analisado no item anterior, chegamos a conclusão de que as melhores estimativas conseguidas para os parâmetros $\frac{k}{m}$ e $\frac{c}{m}$ são as obtidas para um tempo de discretização por volta de 1 ms.

Dentro das amostragens processadas, a melhor portanto, é para $T=1$ ms, a qual já foi exposta no item 4.4.1 com as res-

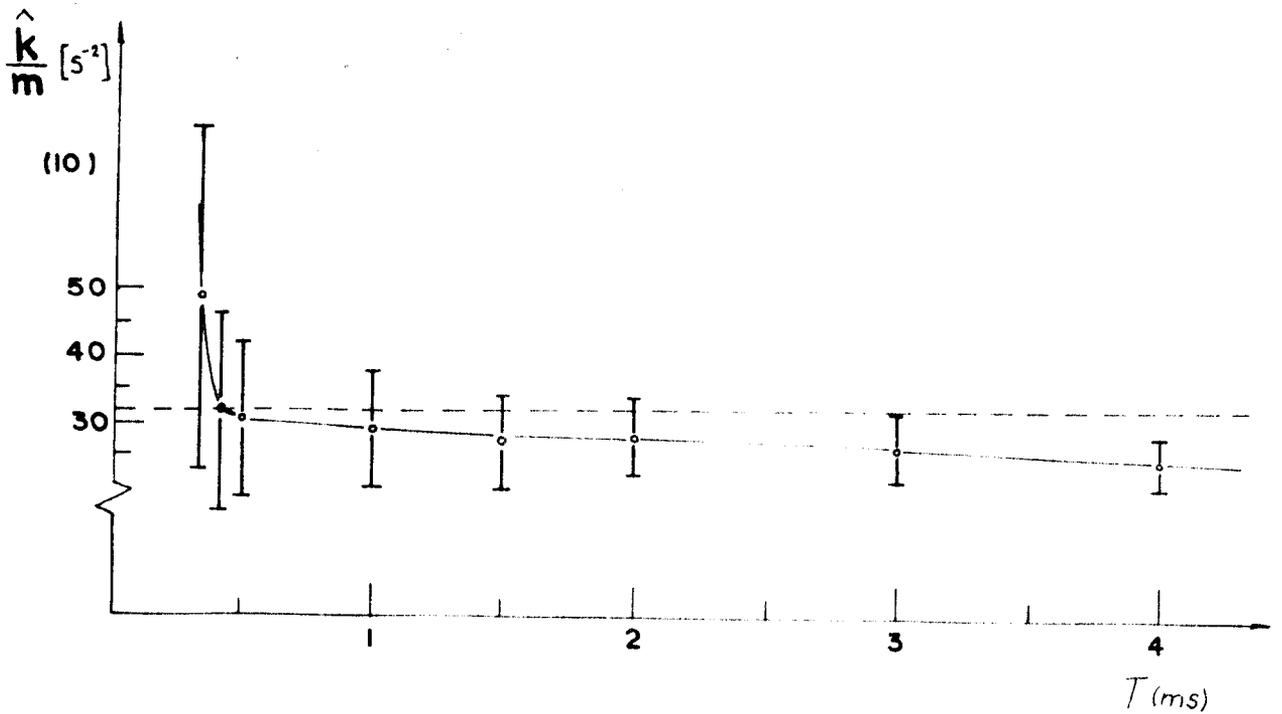
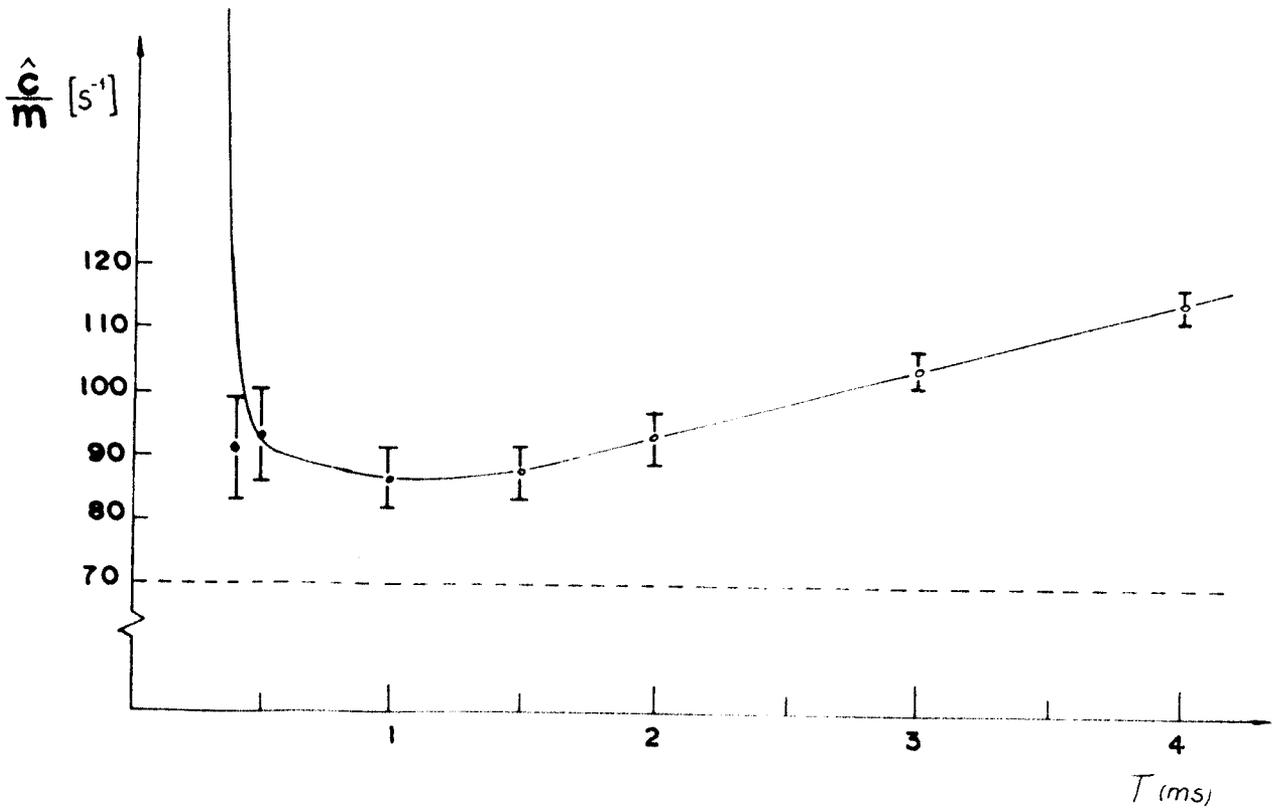


Figura 4.16 - Valores de convergência para diferentes tempos de discretizações, considerando o sistema simulado com $\frac{c}{m} = 70$ [s^{-1}] e $\frac{k}{m} = 32000$ [s^{-2}].

pectivas curvas de interesse.

Para termos uma idéia de quanto sensível é o sistema para variações de $\frac{k}{m}$ e $\frac{c}{m}$ faremos uma comparação do comportamento da resposta ao impulso entre o sistema com os valores simulados e com os valores estimados $\hat{\frac{k}{m}}$ e $\hat{\frac{c}{m}}$ com $T=1$ ms.

A figura 4.17 mostra as duas curvas, onde a indicada em linha contínua corresponde à resposta para os valores simulados e a tracejada para os valores estimados.

Nota-se que a diferença no comportamento não é tão representativa, mesmo para uma variação de 20% no valor do amortecimento.

4.4.4. Outro Sistema

Processamos a identificação de um sistema com outro valor de amortecimento. No caso $\frac{c}{m} = 15 \text{ s}^{-1}$ e mantivemos o valor de $\frac{k}{m} = 32000 \text{ s}^{-2}$.

A figura 4.18 mostra o comportamento do valor das estimativas para três diferentes tempos de discretização e notamos mais uma vez que o ponto que mais se aproxima do valor esperado, está em torno do mínimo da curva.

Comparativamente para o amortecimento $\frac{c}{m} = 70 \text{ s}^{-1}$ podemos ver que a faixa de valores de discretização na qual as estimativas estão próximas do valor esperado fica agora bem menor.

A figura 4.19 ilustra o comportamento assintótico da estimativa em função do número de observações para $T=0,8$ ms. Finalmente na figura 4.20 temos a correlação do resíduo obtido como já mostrado anteriormente.

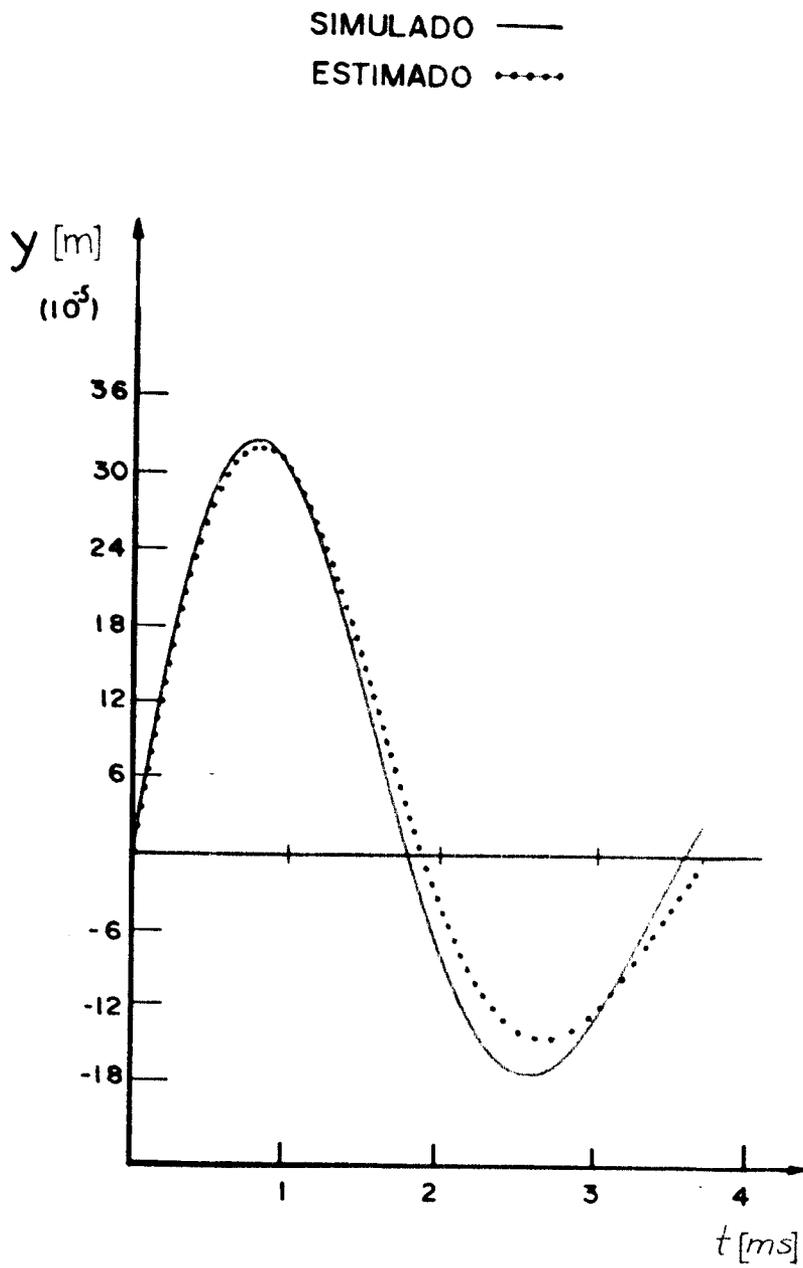


Fig. 4.17 - Resposta ao impulso.

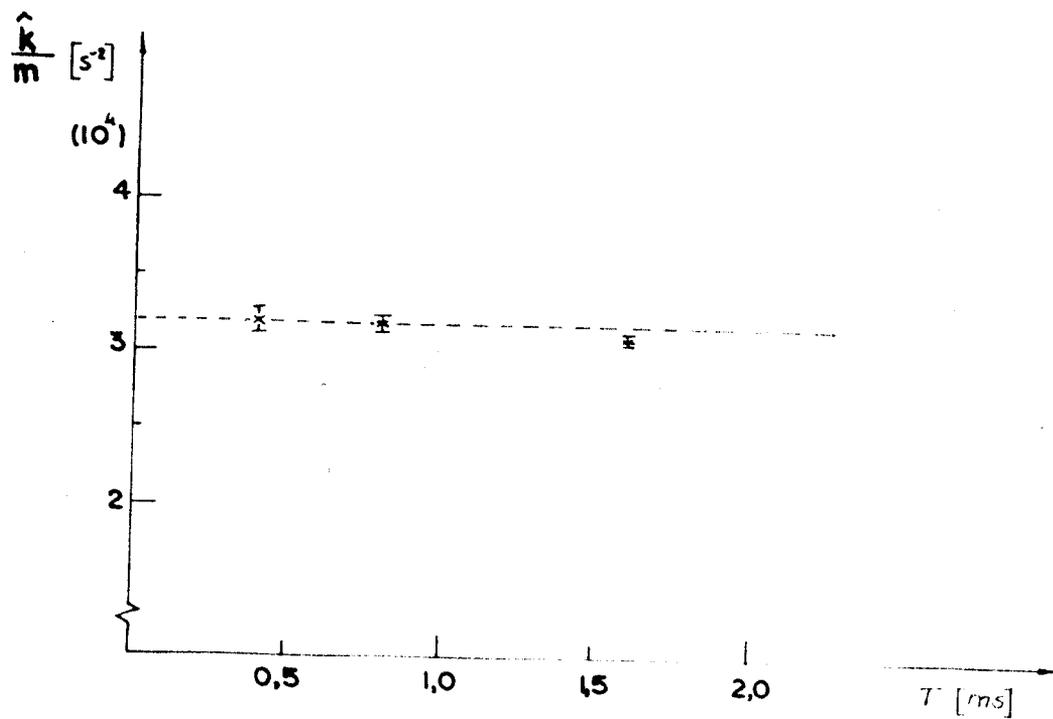
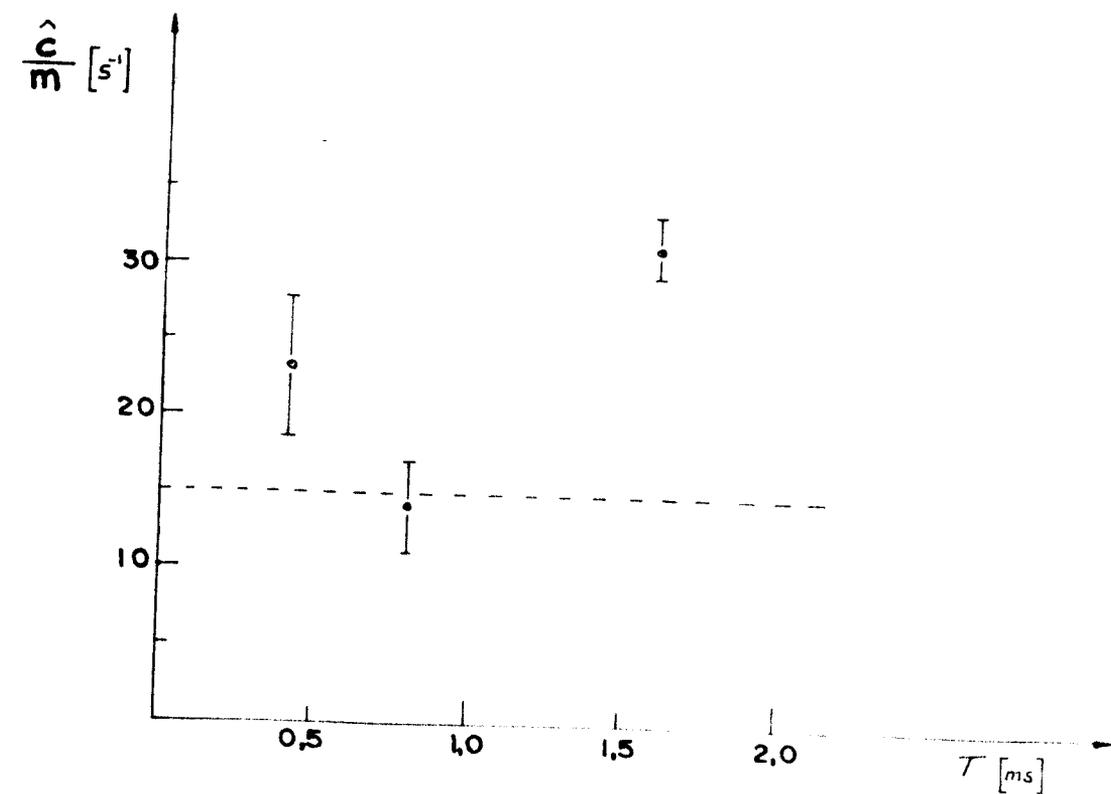


Fig. 4.18 - Valores de convergência para diferentes tempos de discretizações, considerando o sistema simulado com $\frac{\hat{c}}{m} = 15 [s^{-1}]$ e $\frac{\hat{k}}{m} = 32000 [s^{-2}]$

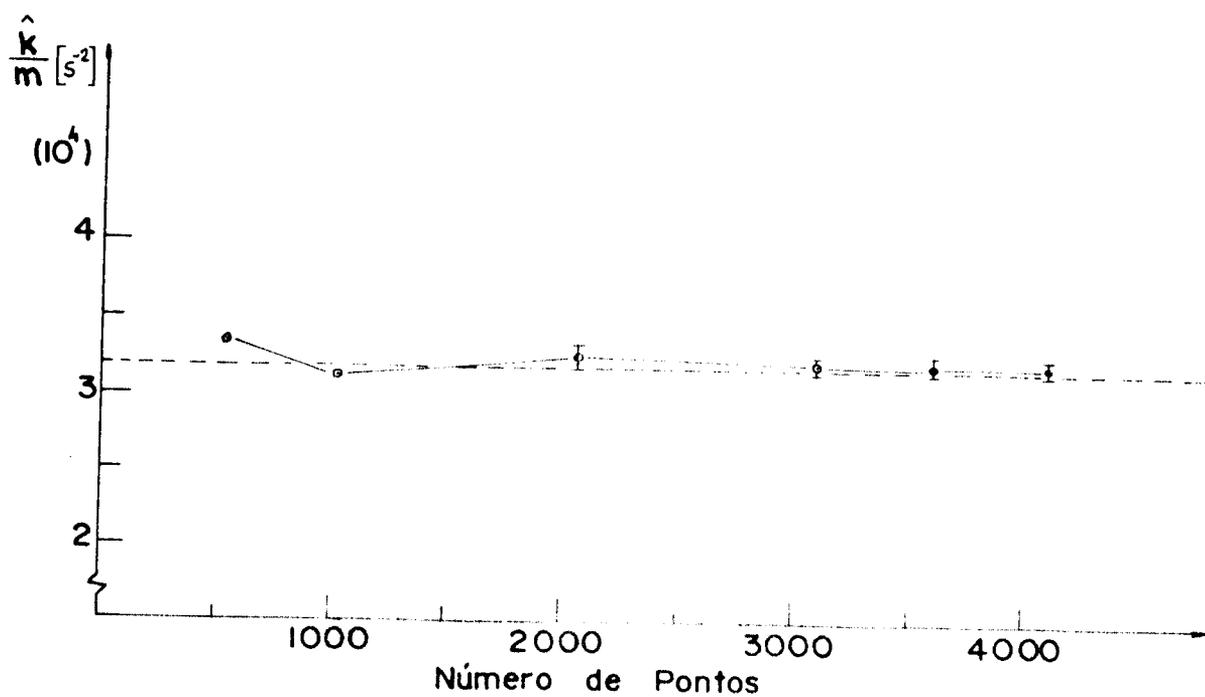
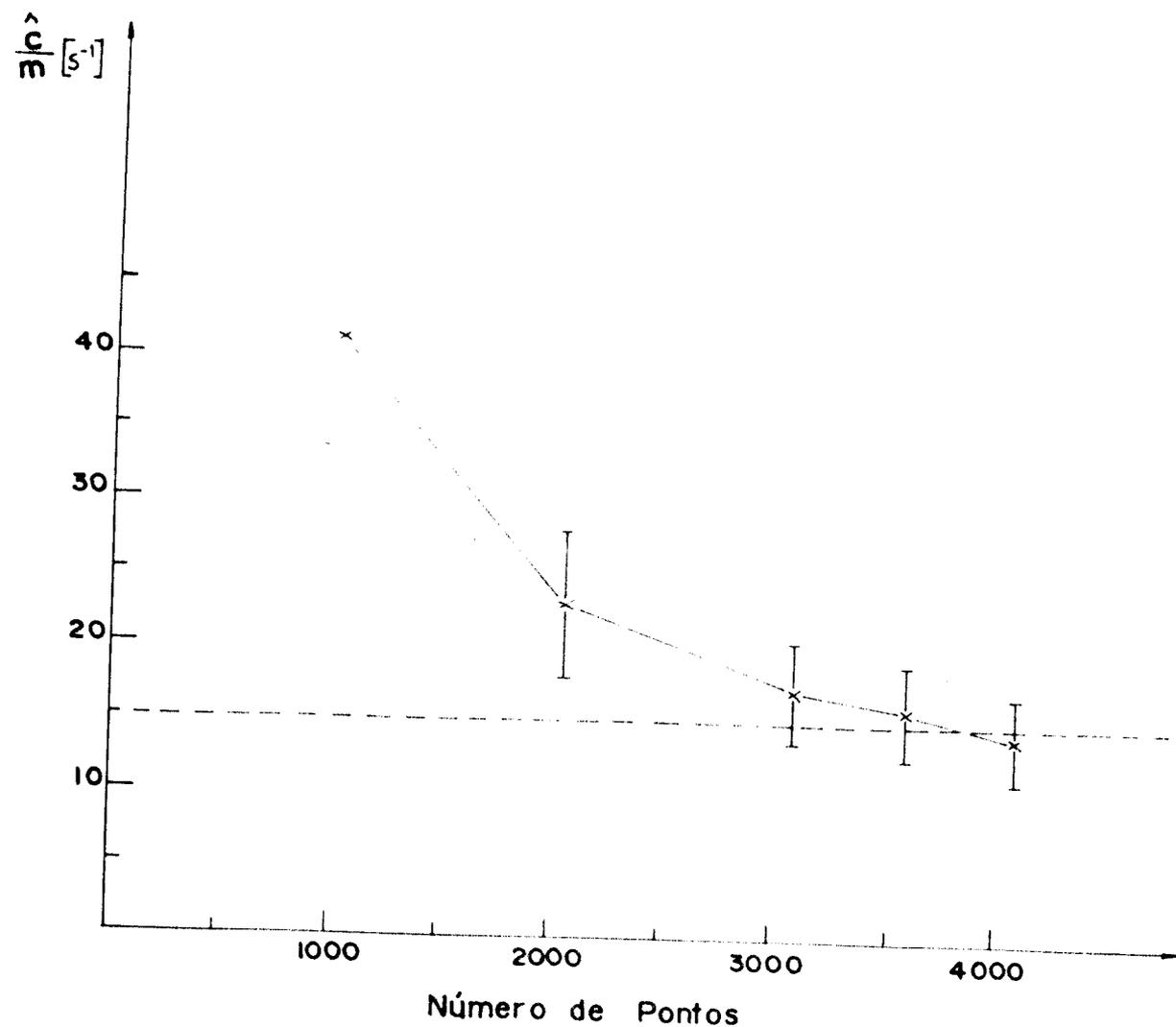


Fig. 4.19 - Valor das estimativas para diferentes números de observações para o sistema simulado com $\frac{c}{m} = 15 [S^{-1}]$ e considerando $T = 0,8$ ms.

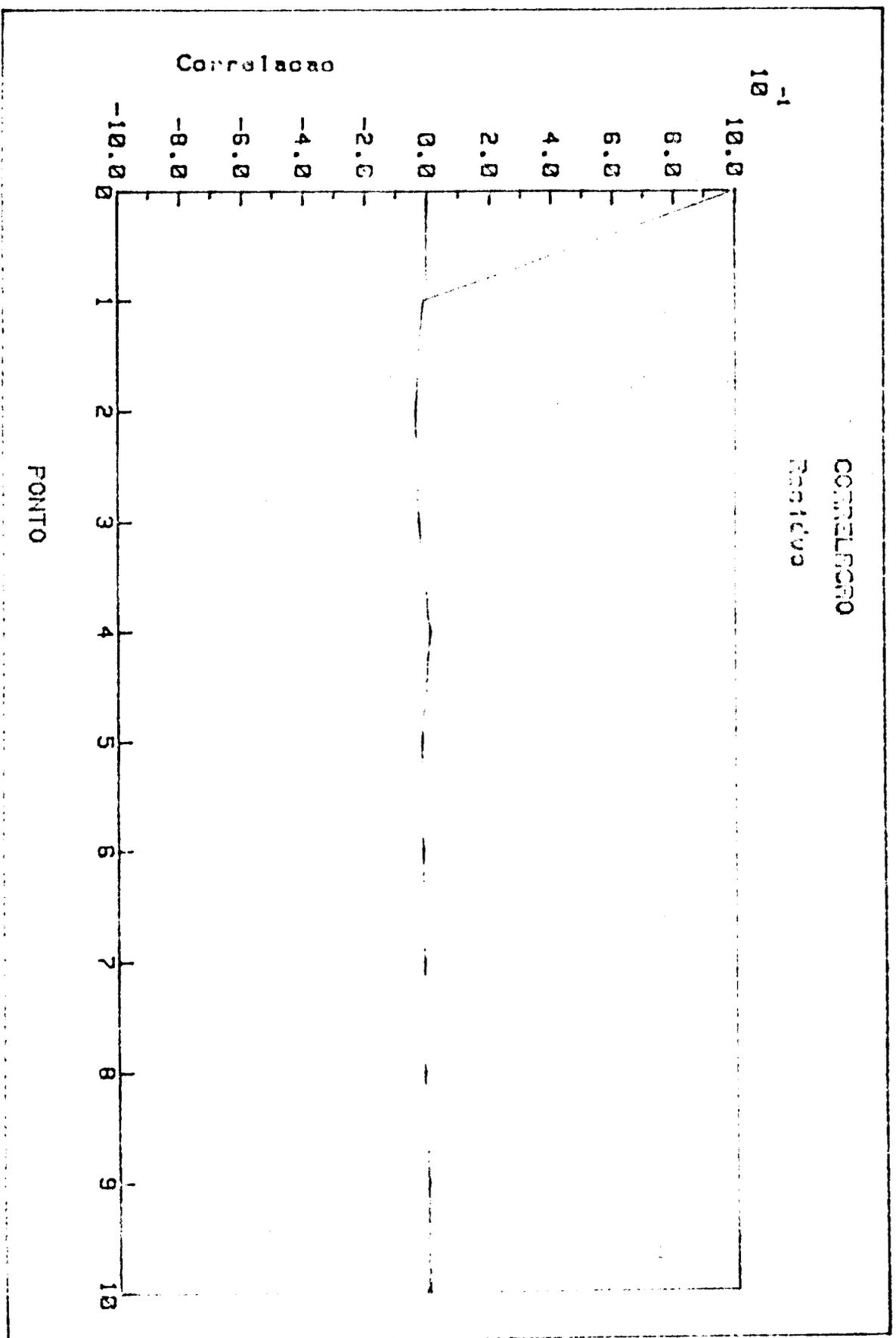


Fig. 4.20 - Correlação do resíduo obtido na identificação do sistema simulado com $\frac{C}{m} = 15 [S^{-1}]$.

4.5. CONCLUSÕES

Concluimos do que foi feito que são necessários muitos pontos de observação para que a estimativa $\frac{\hat{c}}{m}$ assumam um valor estável, ao passo que $\frac{\hat{k}}{m}$ atinge o valor final mesmo para poucos pontos.

Vimos também que os valores das estimativas obtidas dependem fortemente da escolha do tempo de amostragem.

E o tempo de discretização ótimo que fornece as melhores estimativas são conseguidas tomando-se na curva $\frac{\hat{c}}{m} \times T$ o valor de T próximo do mínimo e que para amortecimentos menores a faixa ótima para escolha de T é mais estreita.

Os valores obtidos, mesmo para o tempo de discretização ótimo podem apresentar-se polarizados e no caso de amortecimentos pequenos, esta polarização é bem menor.

A estimação de $\frac{k}{m}$ está mais próxima do valor real do que a de $\frac{c}{m}$. Uma justificativa para este fato é a de que a resposta do nosso sistema é pouco sensível a variações de $\frac{c}{m}$ e bastante sensível a pequenas variações de $\frac{k}{m}$, como vimos na análise da resposta ao impulso.

CAPÍTULO 5

SISTEMA REAL

5.1. INTRODUÇÃO

Agora que já conhecemos algumas características do processo de identificação, principalmente com relação ao tempo de discretização que, como vimos, tem forte influência nas estimativas, podemos aplicar a técnica de estimação a um sistema real.

É utilizada uma montagem que pode ser aproximada por um sistema de um grau de liberdade dentro da faixa de análise que desejamos. Os resultados relativos à identificação deste sistema são mostrados e analisados juntamente com os problemas de ortogonalidade surgidos.

5.2. MONTAGEM EXPERIMENTAL

A montagem experimental pode ser dividida em duas partes: Sistema mecânico em si e a instrumentação utilizada.

5.2.1. Sistema Mecânico

O sistema mecânico a ser identificado é constituído basicamente de uma plataforma presa por lâminas de aço à uma base, tendo um elemento amortecedor entre eles, como pode ser visto no desenho mostrado na figura 5.1.

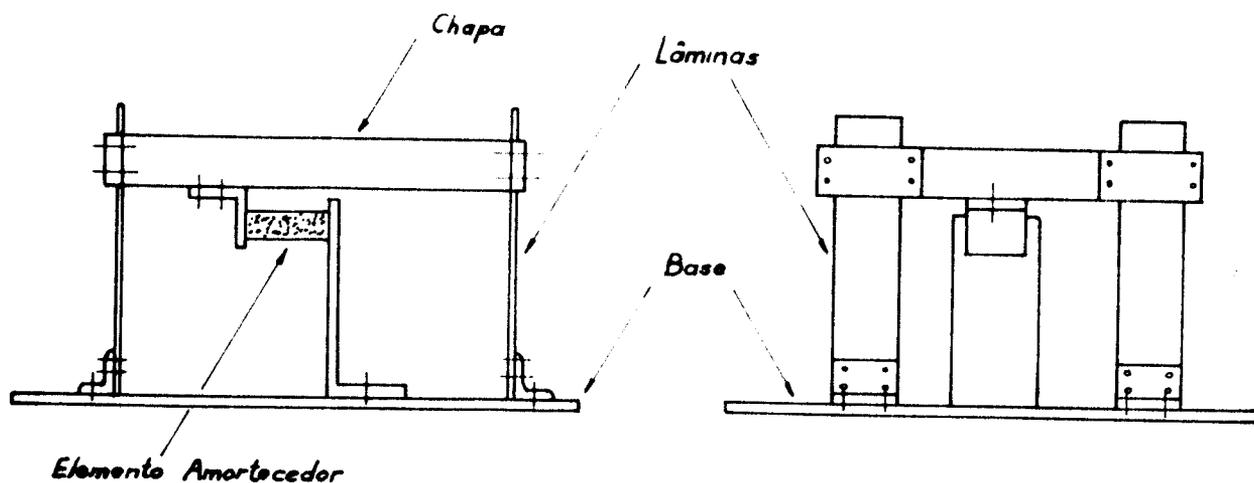


Fig. 5.1 - Sistema Mecânico.

A lâmina faz basicamente o papel de elemento mola e o amortecimento é conseguido através de um elemento de borracha preso entre a chapa e a base (figura 5.1). Os detalhes podem ser vistos nas figuras 5.2 e 5.3, onde mostramos em perspectivas a montagem das lâminas e do elemento amortecedor.

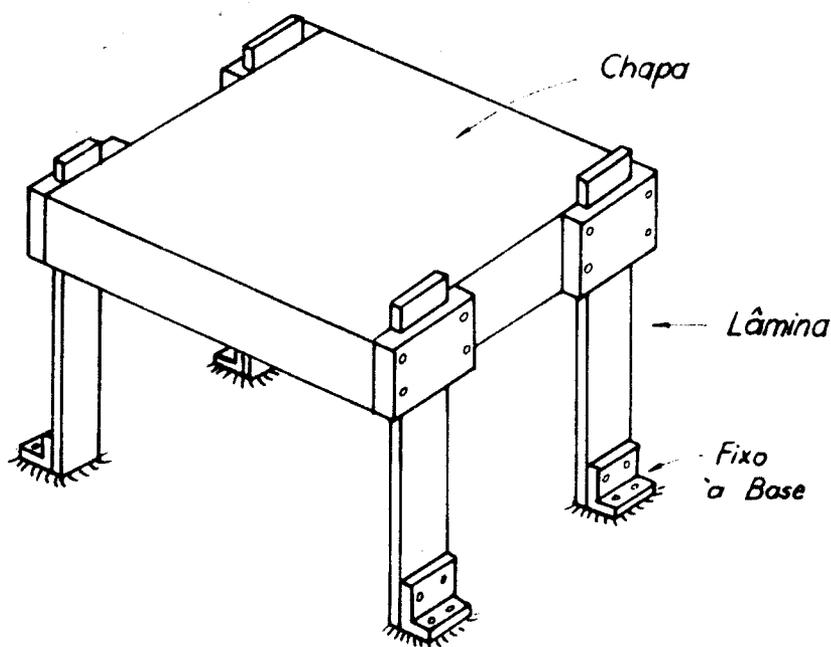


Fig. 5.2 - Detalhes da Montagem das Lâminas.

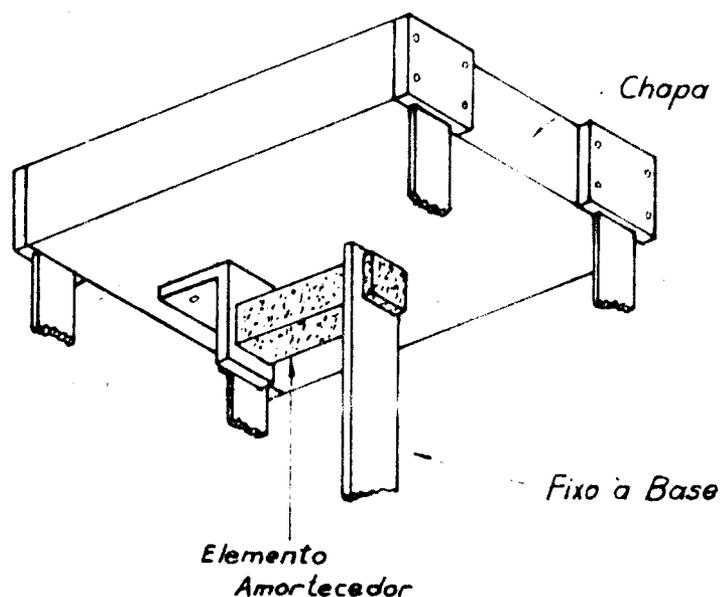


Fig. 5.3 - Detalhes da montagem do Elemento de Borracha.

Todo este sistema é montado sobre uma base inercial para evitar a entrada de perturbações indesejáveis ao sistema que poderiam causar erros na análise.

5.2.2. Instrumentação

5.2.2.1. Excitação

Para a excitação do sistema utilizou-se um excitador eletrodinâmico¹ de fabricação B&K modelo 4808 e foi montado como ilustra a figura 5.4.

A célula de carga² modelo B&K 8200 mostrada na posição indicada faz a medição da força que entra no sistema mecânico³.

A forma de onda que chega ao excitador é conseguida como mostra esquematicamente a figura 5.5.

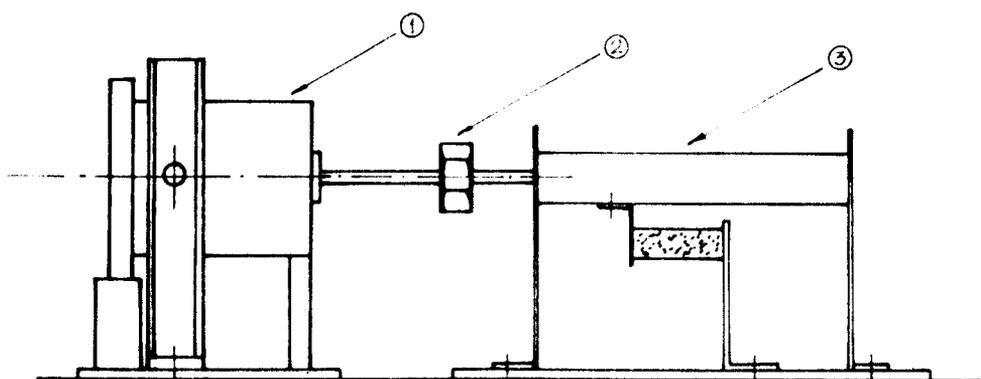


Fig. 5.4 - Montagem do Excitador.

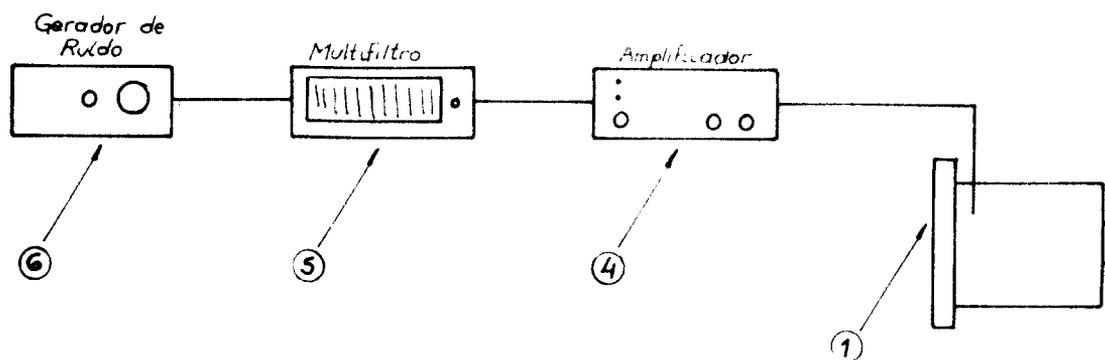


Fig. 5.5 - Esquema dos Instrumentos para a alimentação do excitador.

O sinal é gerado no gerador de ruídos⁶ GR 1381 com as características já mencionadas no capítulo anterior. Como os equipamentos alteram o sinal que chega efetivamente ao sistema, utiliza-se um multifiltro⁵ modelo GR 1925, onde ajusta-se os ganhos e atenuações em cada frequência para que o sistema mecânico seja excitado por um sinal o mais próximo possível de um ruído branco. O amplificador⁴ B&K modelo 2712 é usado para alimentar o excitador com níveis de corrente compatíveis à este.

O sinal da força é obtido tomando-se simplesmente o sinal da célula de carga² visualizada na figura 5.4, passando por

um condicionador de sinal modelo B&K 2626 que fornece na saída um sinal em volts proporcional à força em newtons.

As figuras 5.6 e 5.7 mostram a densidade espectral de potência do sinal de excitação medido na saída do condicionador. Este é o sinal mais próximo de um ruído branco que foi possível de se obter na prática.

Comparando os dois gráficos, notamos que para uma faixa de frequência menor, o sinal se mostra mais bem comportado, isto é, não apresenta flutuações tão grandes em relação à média quanto o outro.

5.2.2.2. Medição dos sinais

O esquema para obtenção e gravação dos sinais é mostrado na figura 5.8a e 5.8b.

A maneira de se obter o sinal da força já foi esclarecida no item anterior.

Os equipamentos utilizados para a medição do deslocamento são de fabricação da Dornier e constitui-se de um sensor sem contato⁸ modelo A11, o qual é alimentado por um oscilador⁹ modelo IWA 0/10 e sua resposta condicionada¹⁰ para uma saída em volts.

A velocidade provém de uma medida de aceleração obtida no "acelerômetro" B&K modelo 4381. Este sinal passa pelo condicionador de sinais¹² B&K modelo 2626 e é integrado uma vez no módulo de integração¹³ modelo AVD2 de fabricação de Unholtz-Dickie, que fornece na saída um sinal em volts proporcional à velocidade.

Todos os sinais foram gravados no gravador¹⁴ HP 3964A.

O sinal de referência foi obtido da mesma forma descrita anteriormente no capítulo 4 e pelo mesmo equipamento. Utilizou-se também um osciloscópio¹⁶ para o monitoramento das medições.

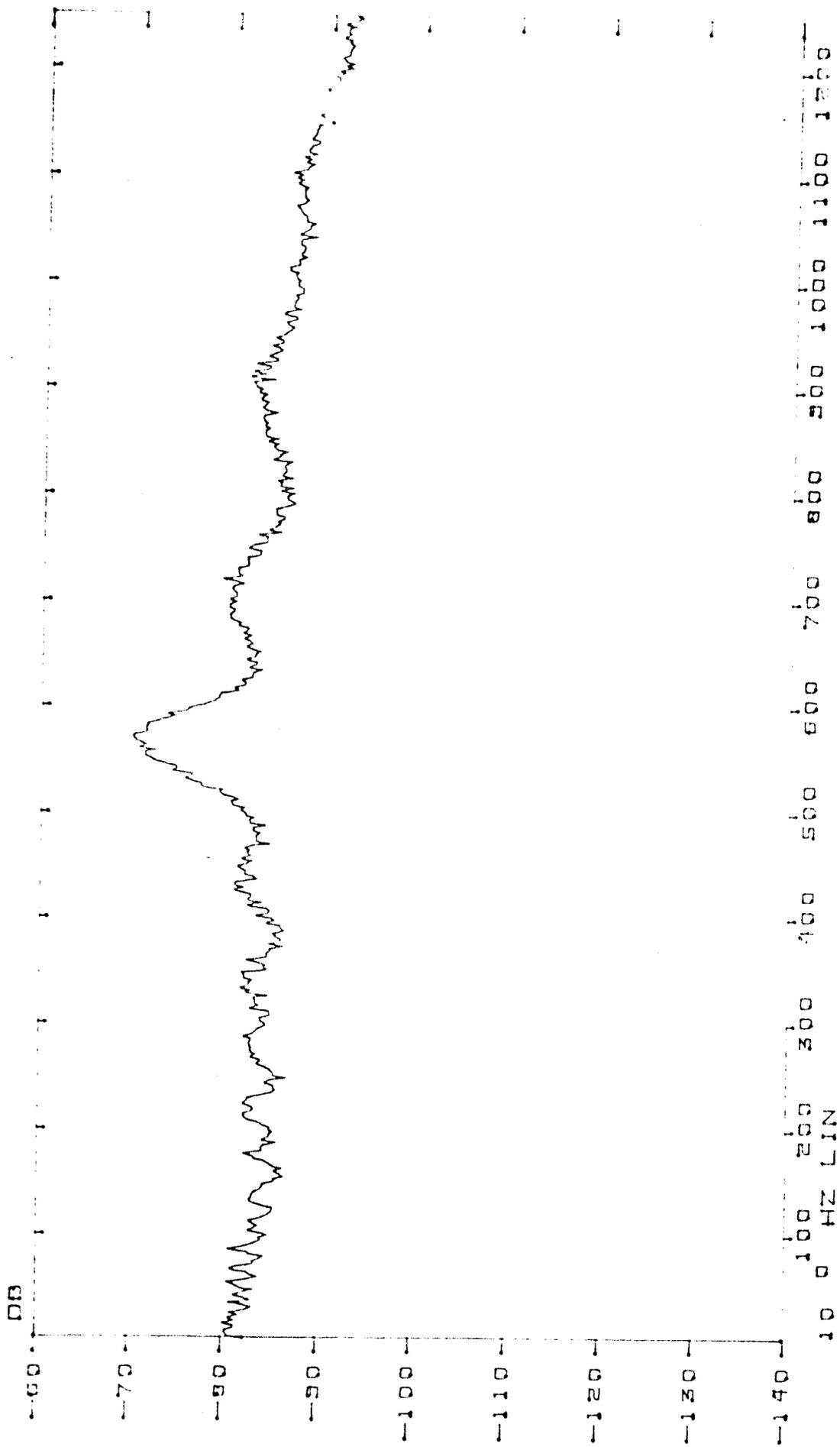


Fig. 5.6 - Densidade espectral de potência do sinal medido na célula de carga (em volts). Faixa de análise 0-1250 Hz.

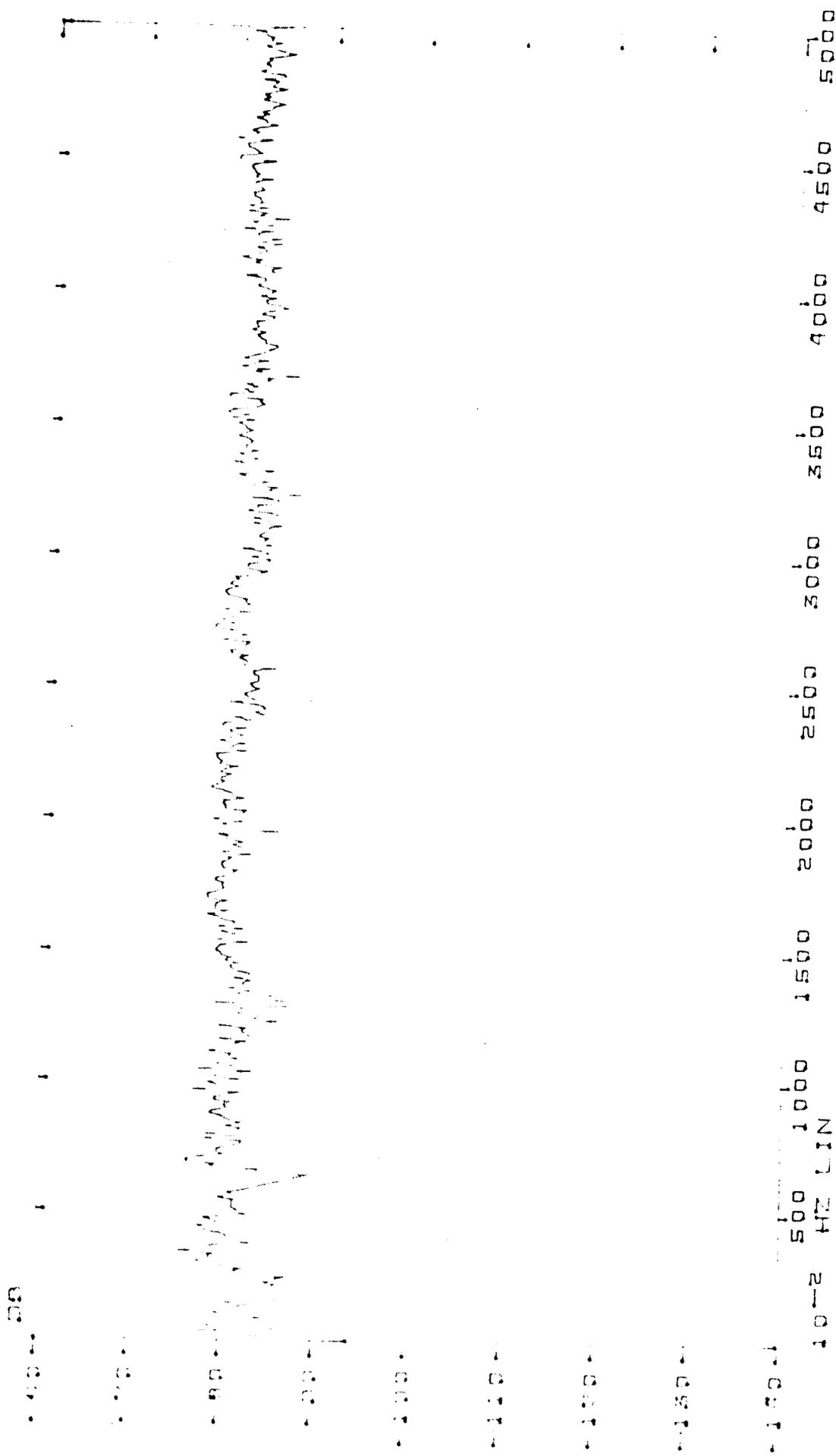


Fig. 5.7 - Densidade espectral de potência de sinal medido na célula de carga (em volts). Faixa de análise 0-50 Hz.

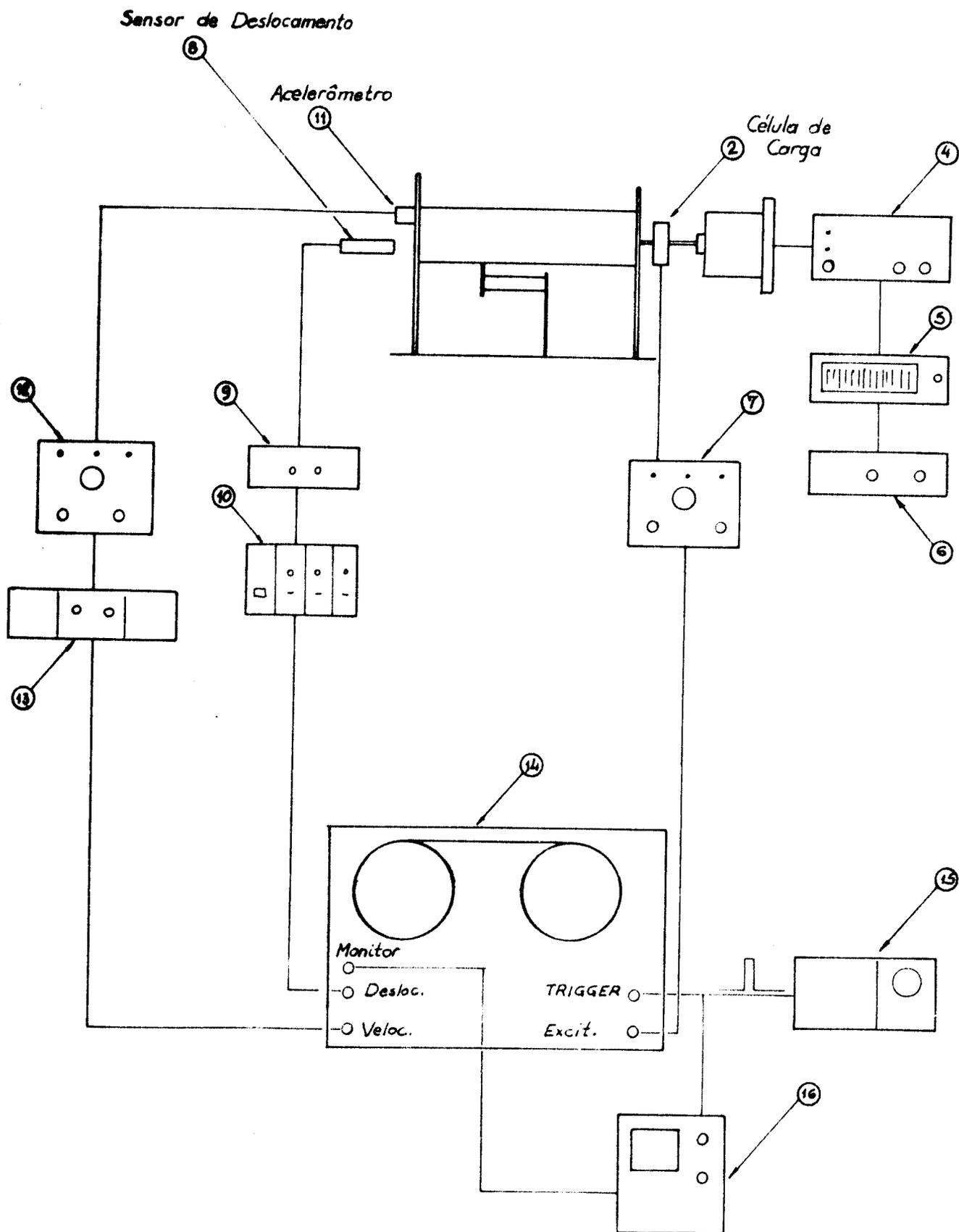


Fig. 5.8a - Esquema geral para obtenção e gravação dos sinais.

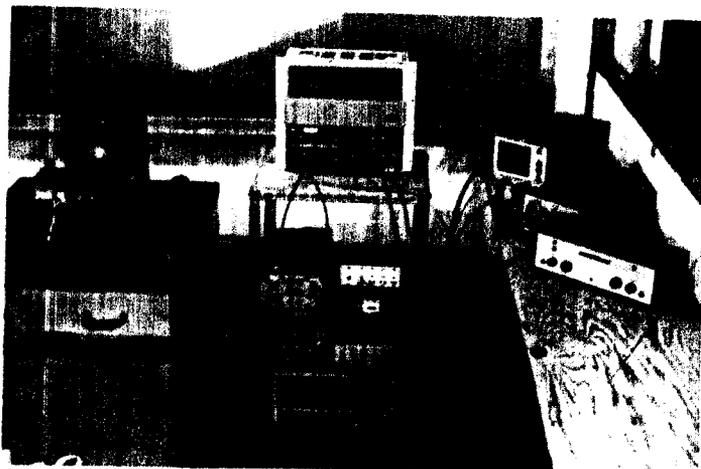


Fig. 5.8b - Instrumentação utilizada para mediação dos sinais.

5.3. RESULTADOS

5.3.1. Preliminares

O procedimento para a aquisição e processamento dos dados foi o mesmo já descrito anteriormente. Fizemos primeiramente um estudo do valor de convergência como função do tempo de discretização, o que é mostrado na figura 5.9.

Como vimos no capítulo anterior, o tempo de discretização que fornece os melhores resultados corresponde a região de mínimo da curva $\frac{\hat{c}}{m} \times T$. O resultado da estimativa de $\frac{c}{m}$ para estes tempos fornecem estranhamente valores negativos.

O comportamento assintótico das estimativas em função do número de pontos utilizados, é mostrado na figura 5.10 com os

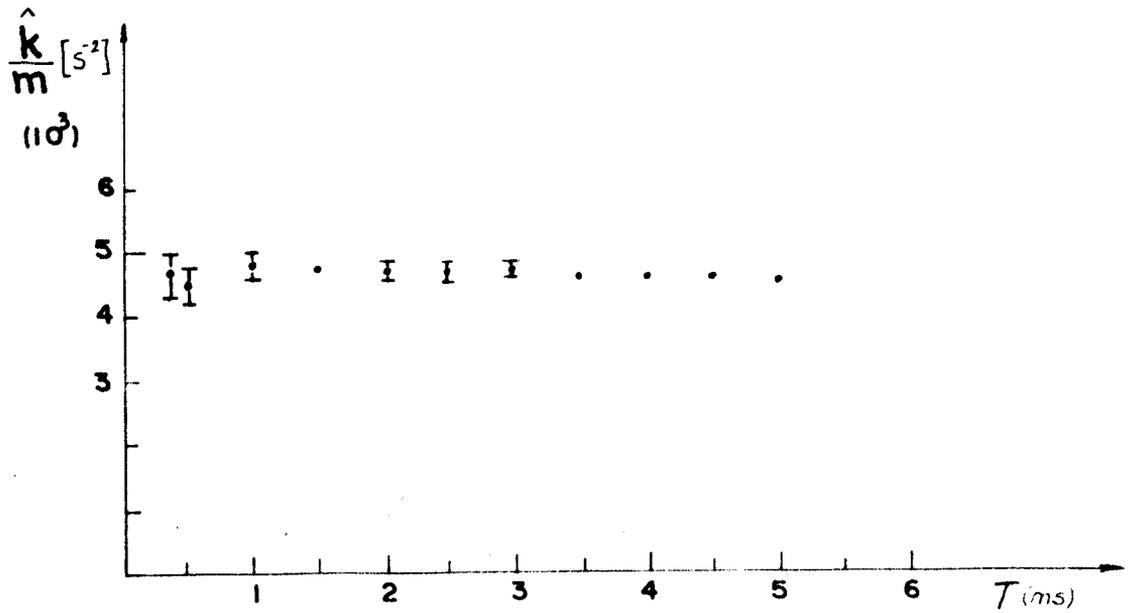
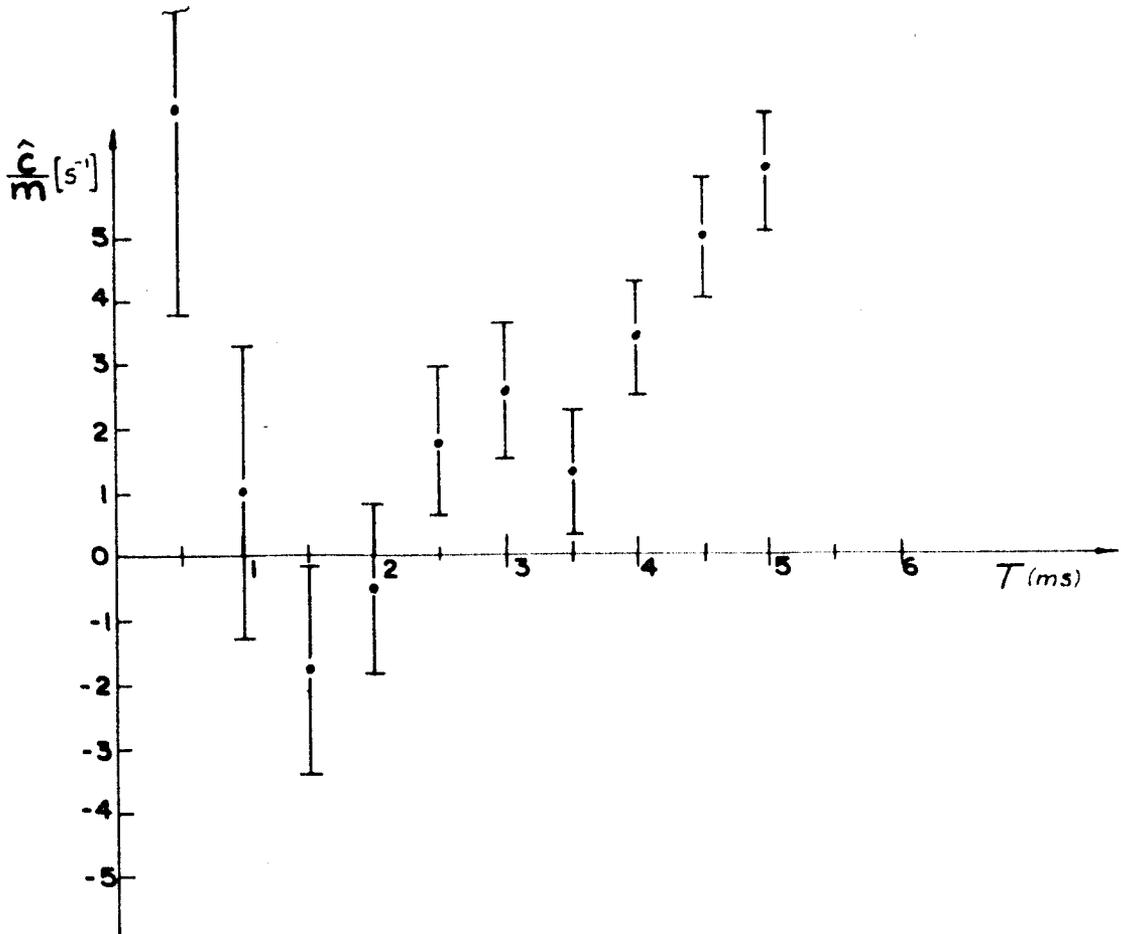


Fig. 5.9 - Valores de convergência para diferentes tempos de discretizações na análise do sistema real.

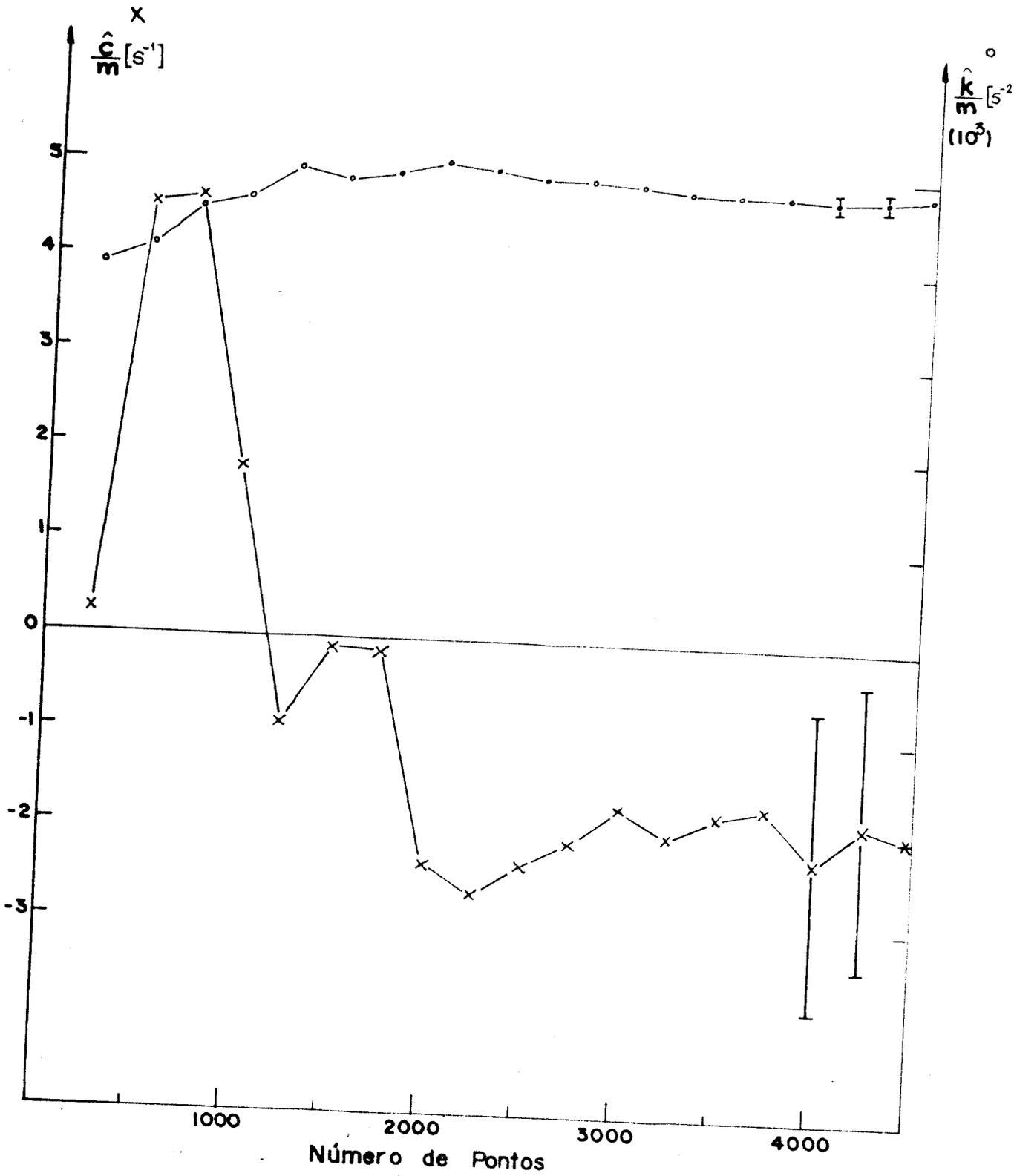


Fig. 5.10 - Valores das estimativas para diferentes números de observações na análise do sistema real. Tempo de discretização 1,5 ms.

respectivos desvios padrão para o caso de $T=1,5$ ms.

Estes desvios apresentam valores bastante altos, mesmo quando são utilizados por volta de 4000 pontos no processamento e o comportamento de $\frac{\hat{c}}{m}$ convergindo para um valor negativo é muito estranho. A única justificativa aceitável no caso, seria a de um possível erro na medição dos sinais introduzido pela instrumentação.

A seguir, trataremos da análise da ortogonalidade entre velocidade e deslocamento.

5.3.2. Ortogonalidade

No ítem 5.2 apresentamos o esquema de instrumentação utilizado nos experimentos e podemos notar que os sinais de velocidade e deslocamento são obtidos de maneiras completamente independentes.

A velocidade é obtida pela integração de um sinal de aceleração e esta operação pode introduzir erros de fase no resultado, assim como os outros instrumentos também podem introduzir pequenos erros que se acumulam.

Para checarmos a ortogonalidade entre a sequência de valores de velocidade observados e a sequência de deslocamento, calculamos como já foi descrito no capítulo 3, o produto

$$P = \sum_{i=1}^n y^{(v)} \dot{y}^{(d)}$$

Como estamos interessados apenas numa análise qualitativa, utilizaremos o valor dos sinais em volts. Então temos que o valor deste produto para as sequências de 4250 pontos de velocidade e deslocamento, utilizados no processamento do sistema real é

$$P = 9,5 [v^2]$$

Este não é zero como esperávamos. Defasamos agora a sequência de velocidades medidas de 1 ponto em relação à sequência de deslocamentos e calculamos o novo produto. Adotando este procedimento para diversas defasagens, encontramos os valores mostrados na tabela 5.1 e representados graficamente na figura 5.11. Os valores de defasagem negativos, indicam que a sequência de deslocamentos foi defasada, mantendo-se a sequência de velocidade fixa.

Tabela 5.1 - Produto entre velocidades e deslocamentos medidos para 4250 pontos.

Defasagem	P (v ²)
-4	27,67
-3	23,57
-2	19,13
-1	14,41
0	9,50
1	4,41
2	- 0,65
3	- 5,63
4	-10,50

Pela análise destes valores, concluímos que a defasagem K=2 fornece o valor do produto mais próximo de zero e que portanto, os sinais realmente foram afetados pelos instrumentos.

Estes dados são corrigidos, rearranjando os pontos da

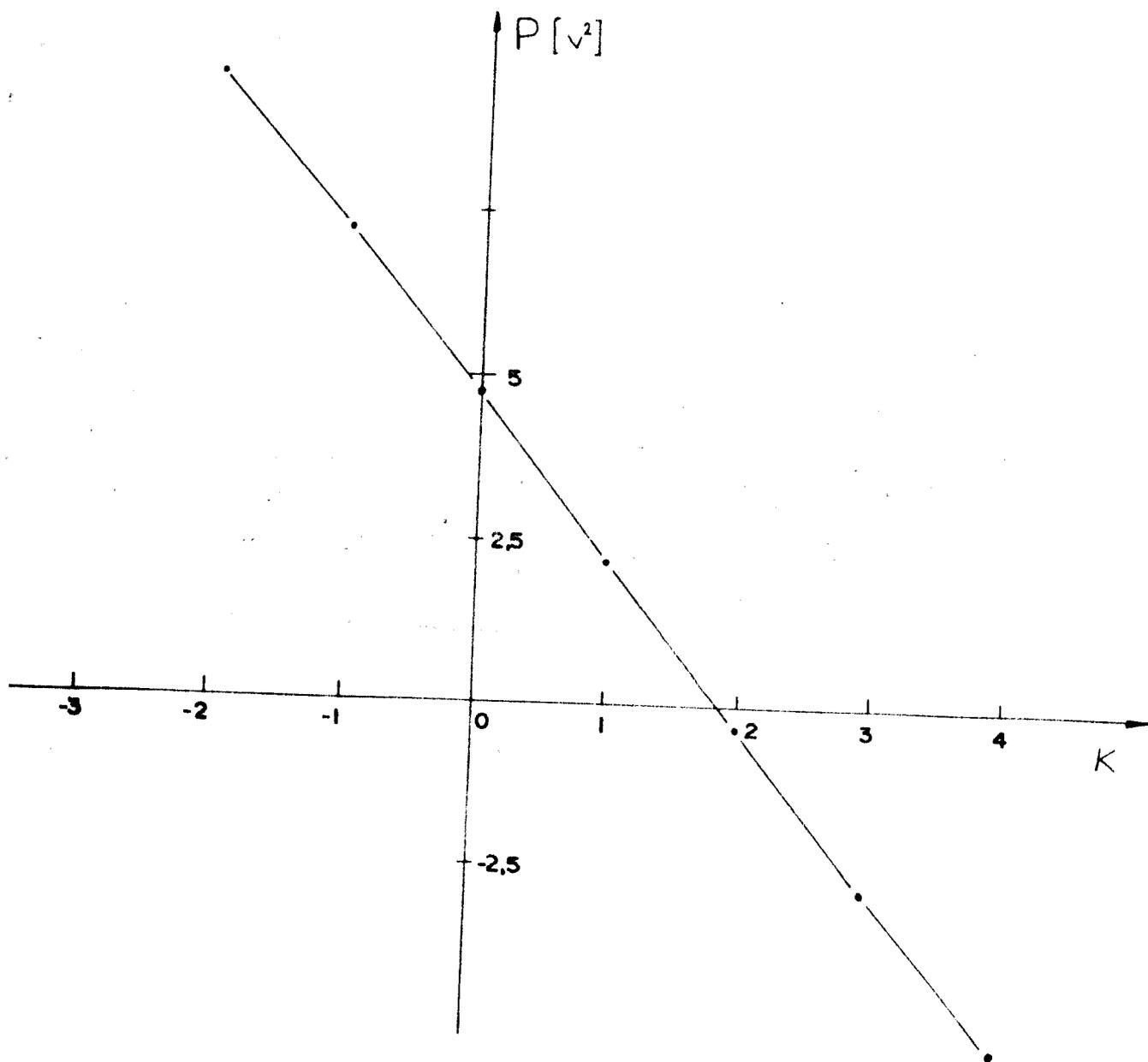


Fig. 5.11 - Valor do produto P entre velocidade e deslocamento para diferentes defasagens para $n = 4250$ pontos.

seqüência de velocidades para que estes correspondam de maneira mais aproximada possível dos correspondentes deslocamentos.

5.3.3. Resultados corrigidos

Com as seqüências de deslocamento e velocidade obtidos com $T=1,5$ ms já corrigidos, fazemos novamente o estudo do comportamento assintótico das estimativas e este é visto na figura 5.12. Notamos agora que o amortecimento apresenta um valor final positivo.

Os valores das estimativas quando considera-se 4250 pontos são:

$$\frac{\hat{k}}{m} = 4640 \text{ [S}^{-2}\text{]}$$

$$\frac{\hat{c}}{m} = 12,1 \text{ [S}^{-1}\text{]}$$

com desvios padrão

$$\sigma_{\frac{\hat{k}}{m}} = 106 \text{ [S}^{-2}\text{]}$$

$$\sigma_{\frac{\hat{c}}{m}} = 1,48 \text{ [S}^{-1}\text{]}$$

As figuras 5.13, 5.14 e 5.15 mostram os primeiros 200 pontos da velocidade medida, velocidade estimada pelo modelo e a comparação entre elas, respectivamente.

Na figura 5.16 mostramos a correlação do resíduo entre o medido e o estimado. Os valores desta correlação são indicados na tabela 5.2 a seguir.

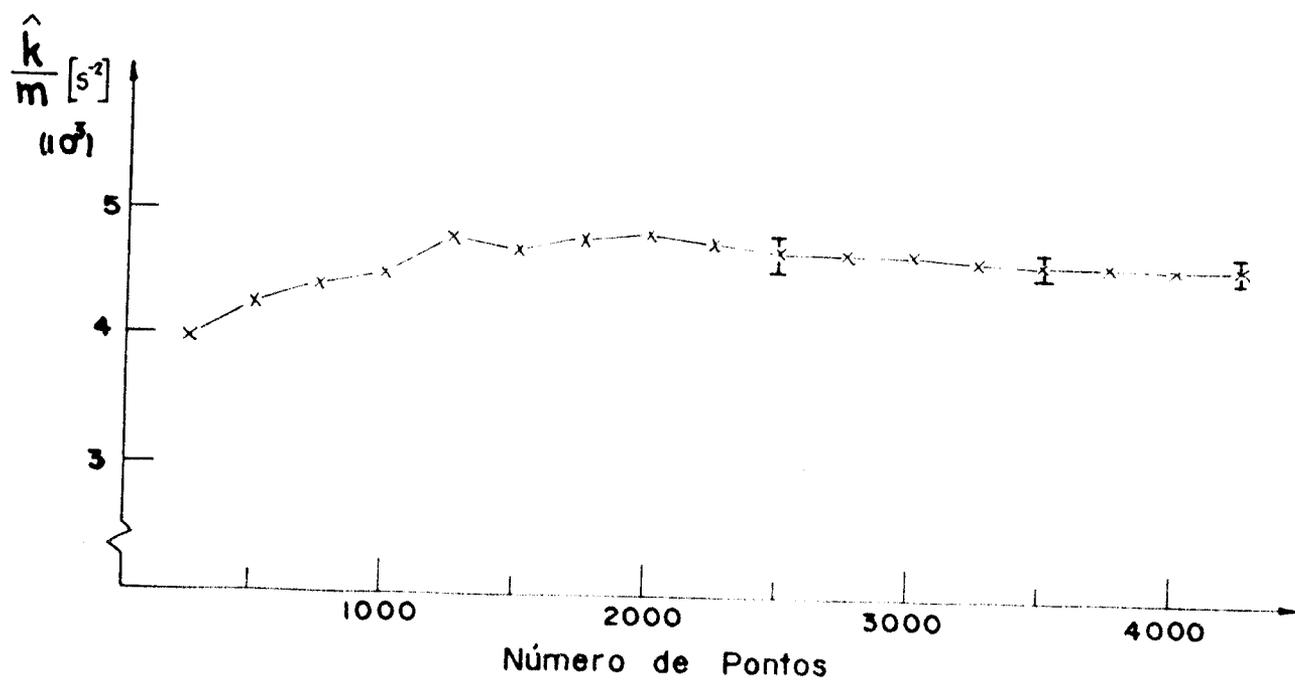
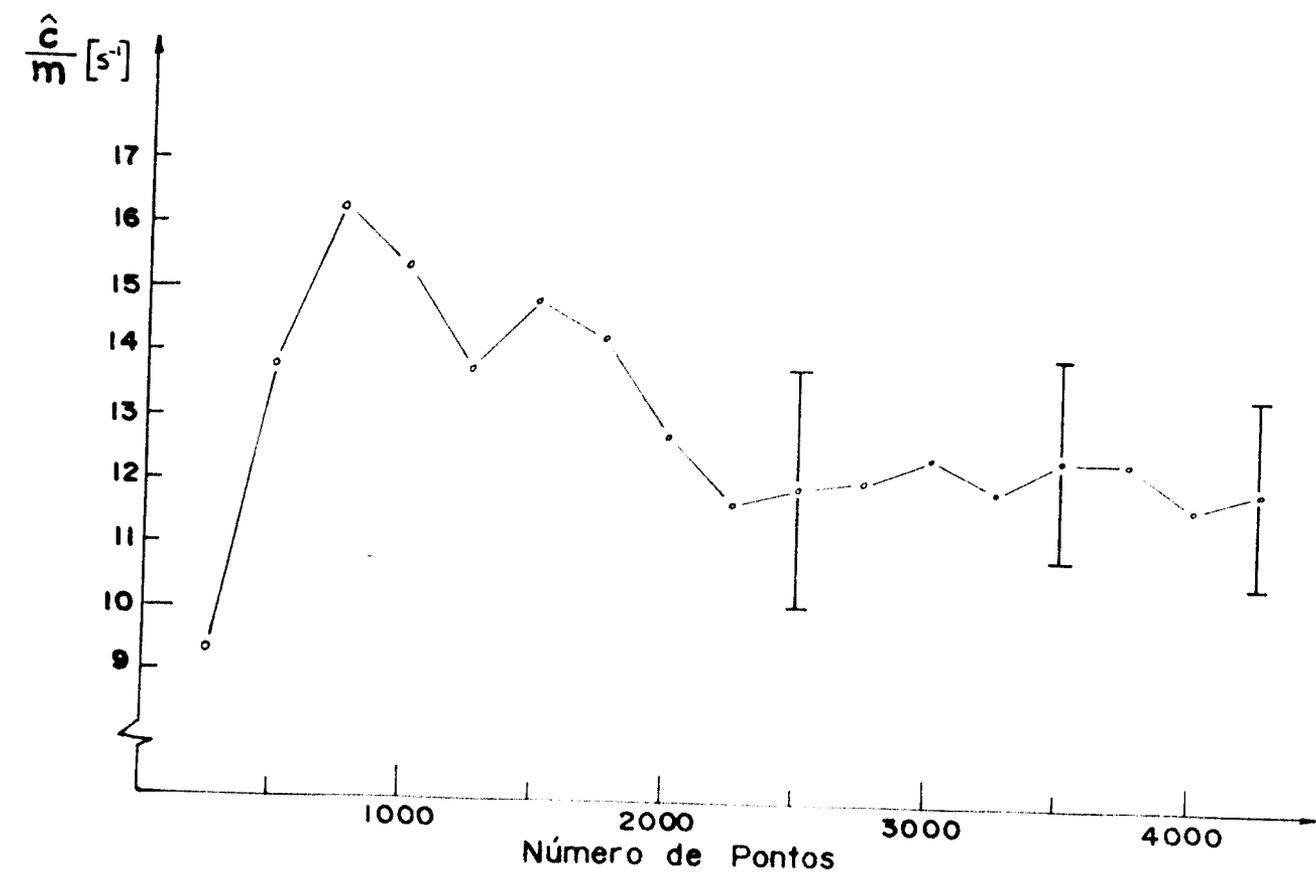


Fig. 5.12 - Valores das estimativas para diferentes números de observações na análise do sistema real, considerando os sinais corrigidos. Tempo de discretização $T = 1,5$ ms.

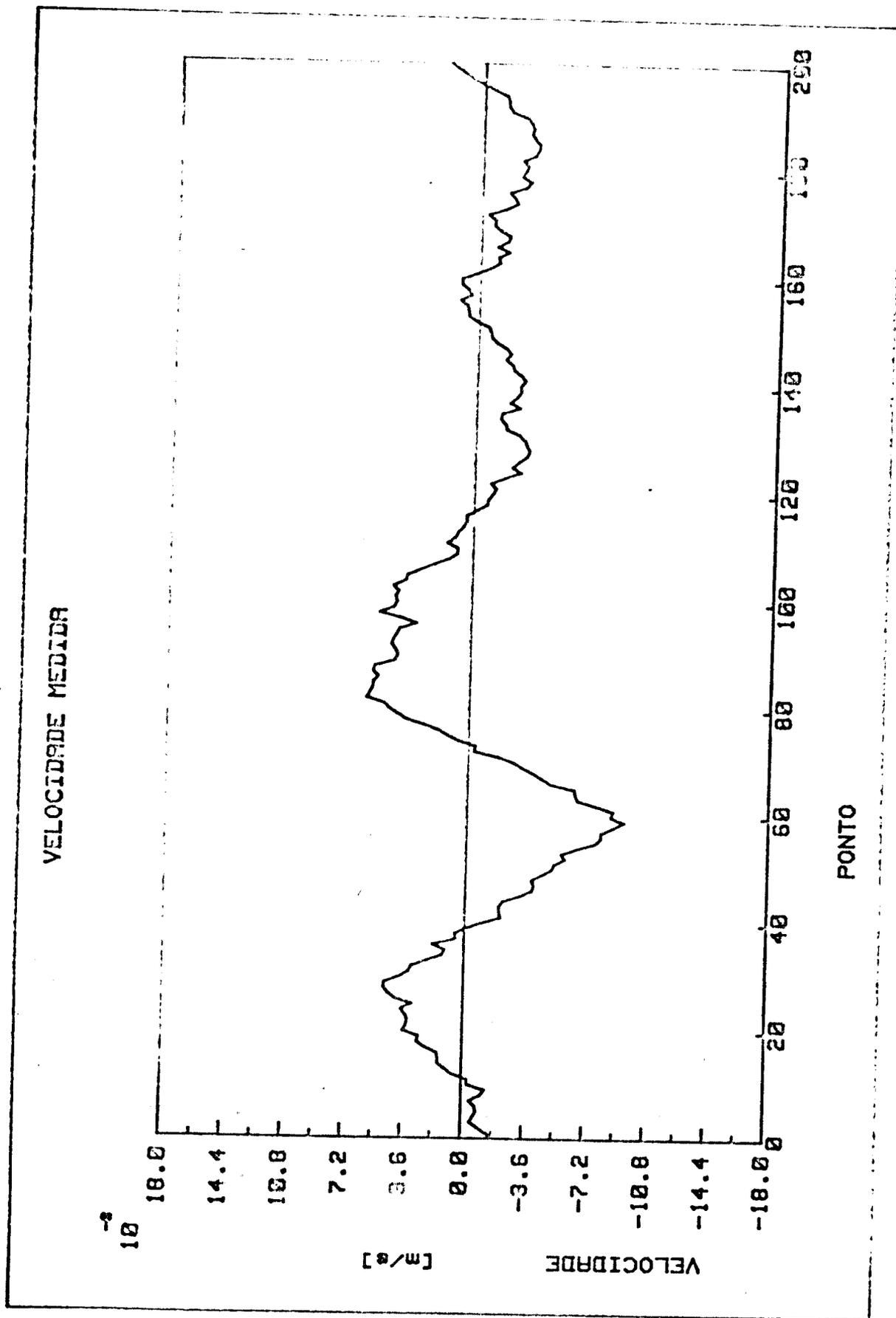


Fig. 5.13 - Velocidade medida no sistema real com $T = 1,5$ ms.

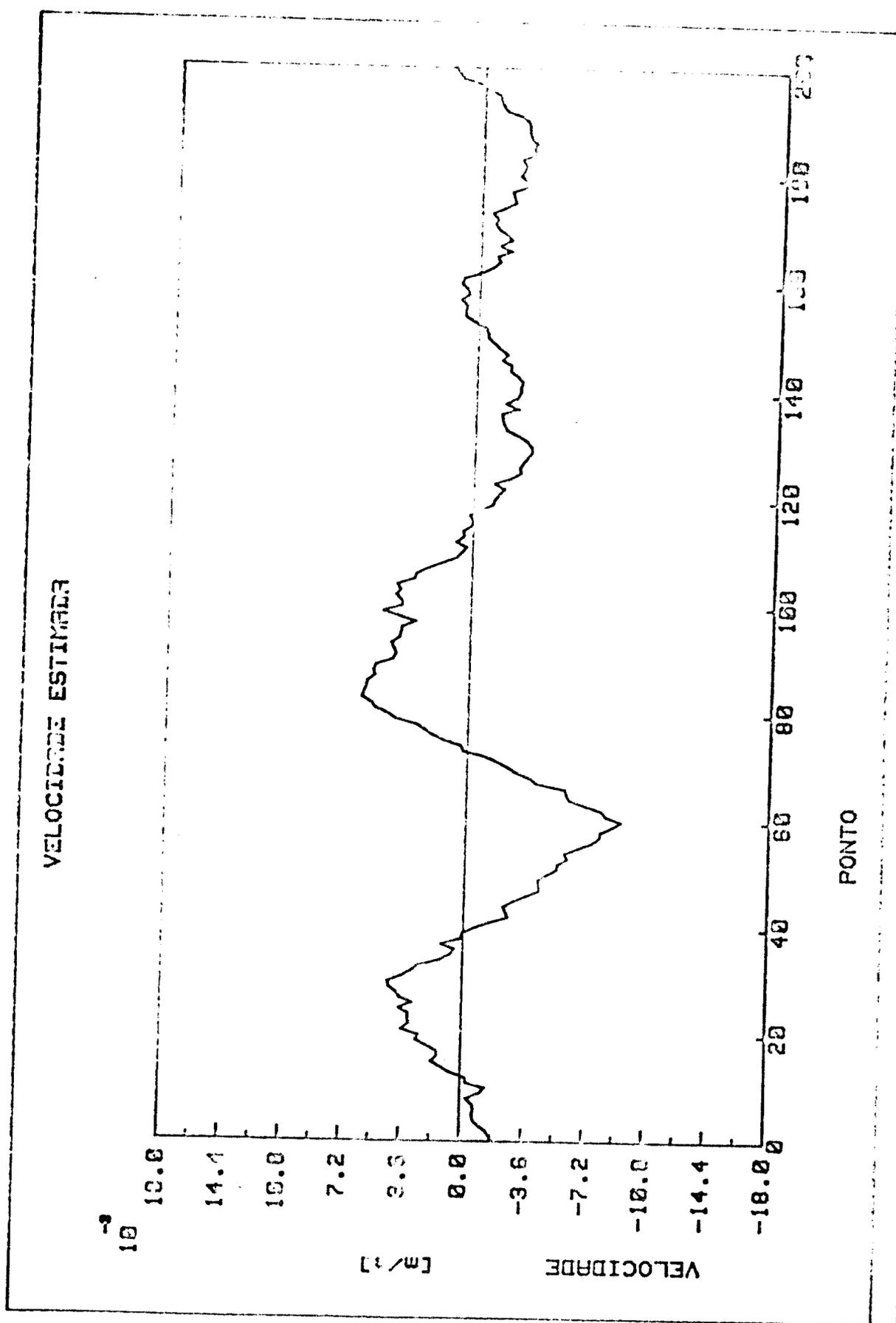


Fig. 5.14 - Velocidade estimada pelo modelo na identificação do sistema real. Tempo de discretização $T = 1,5$ ms.

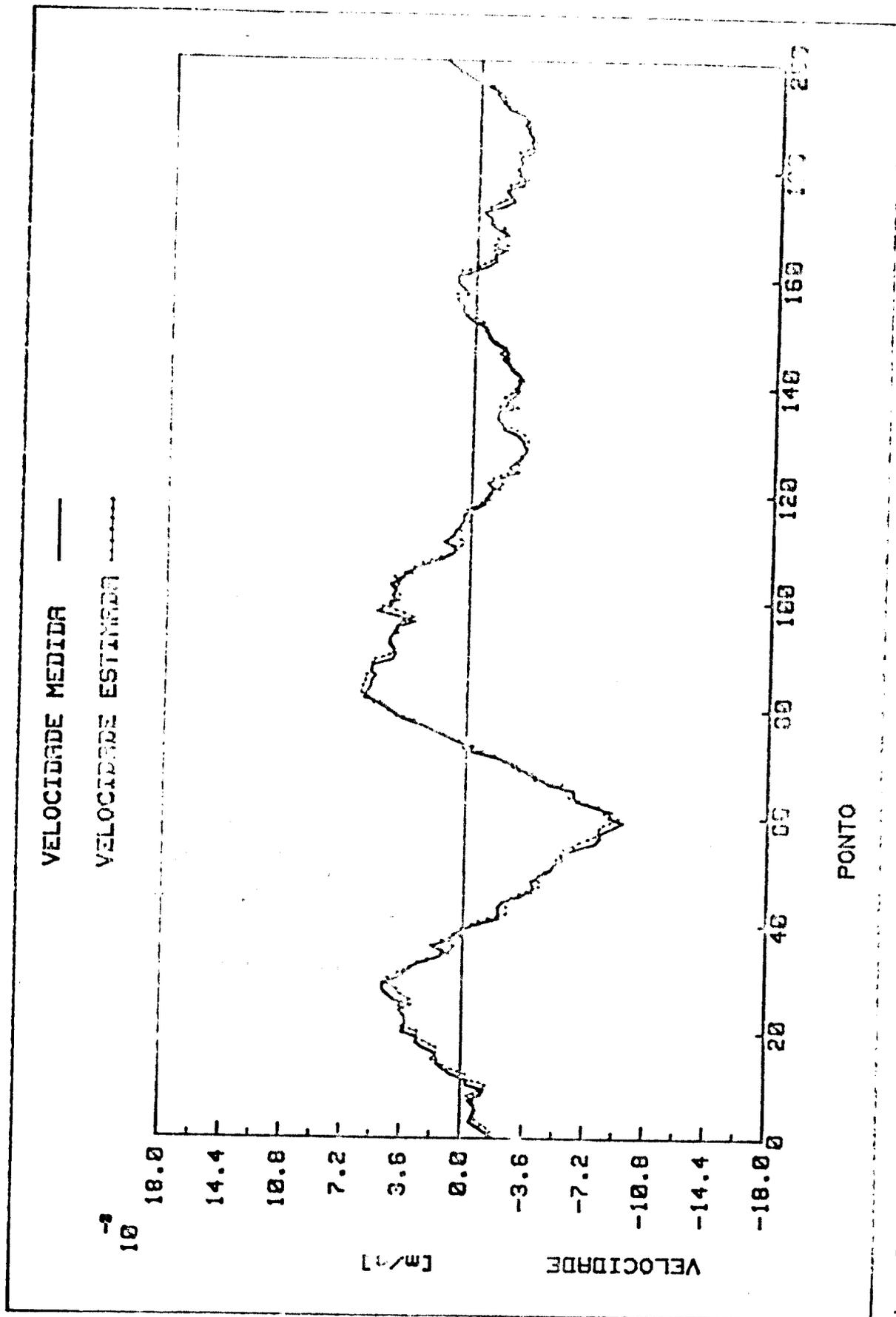


Fig. 5.15 - Comparação entre a velocidade medida e a estimada na identificação do sistema real. Tempo de discretização $T = 1,5$ ms.

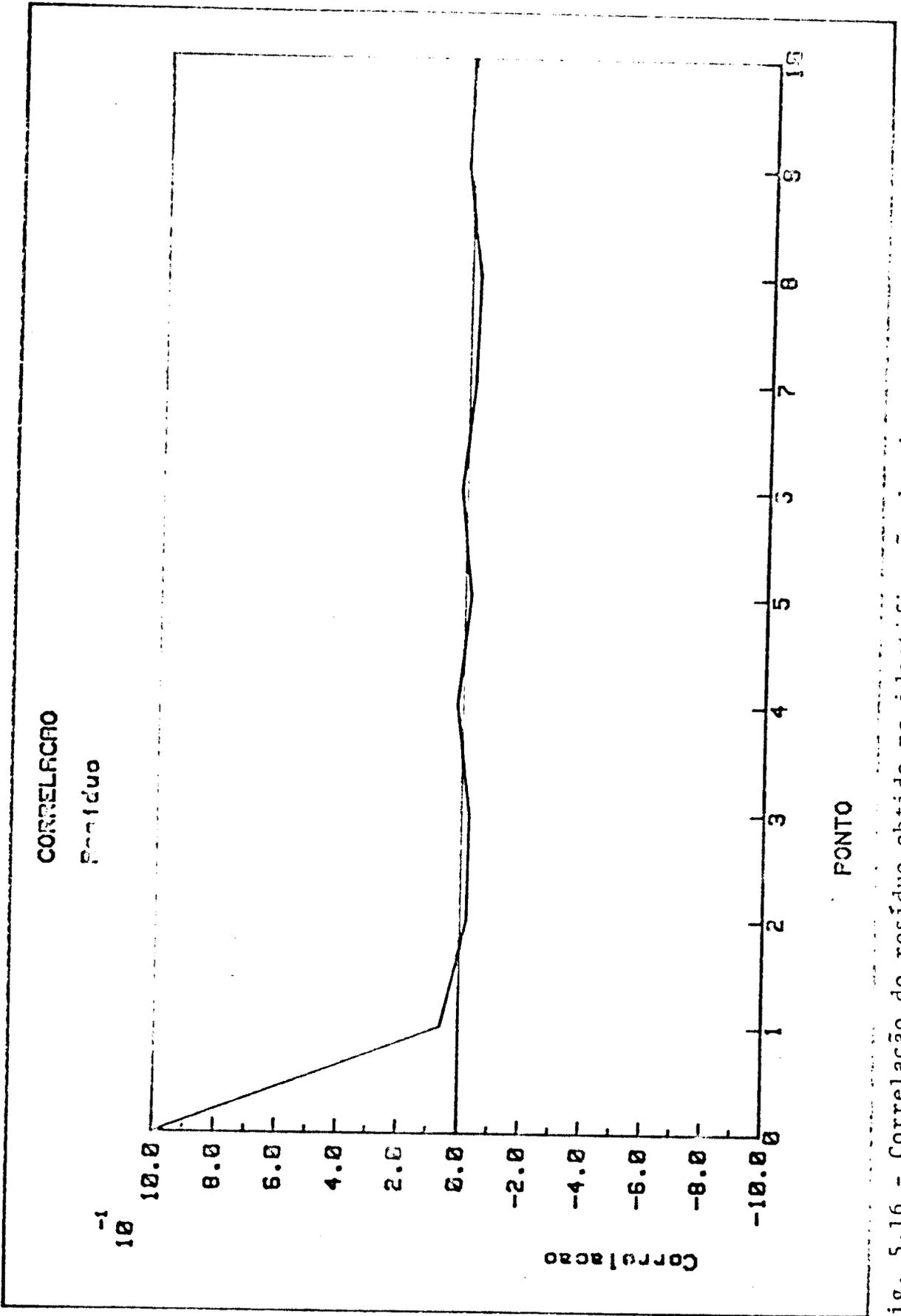


Fig. 5.16 - Correlação do resíduo obtido na identificação do sistema real com um tempo de discretização $T = 1,5$ ms.

Tabela 5.2 - Correlações do Resíduo

K	Correlação (10^{-2})
0	100
1	5,8
2	-2,3
3	-2,7
4	1,7
5	-2,2
6	1,5
7	-2,1
8	-2,9
9	1,6
10	0,6

Os valores destas correlações para uma confiabilidade de 95% são dados por

$$r_{E_y^{(K)}} = 0,03$$

Aqui novamente a única correlação que não engloba o zero é dada para $K=1$ como no capítulo anterior, quando consideramos $\frac{c}{m} = 70 \text{ s}^{-1}$. As considerações feitas lá, valem aqui também e desta forma não podemos dizer que o resíduo é um ruído branco.

5.3.4. Características do sistema

Como o sistema em estudo é simples, podemos fazer através da análise da função transiente uma medição direta das constantes de interesse.

5.3.4.1. Mesa

Utilizando-se um analisador de Fourier HP modelo 5451C fizemos a aquisição da resposta livre do sistema através da medida do seu deslocamento. A composição em frequência deste sinal é mostrada na figura 5.17 e facilmente podemos extrair a frequência natural do sistema.

Na figura 5.18 temos o sinal transiente registrado em escala logarítmica e desta forma facilmente encontramos o valor do decremento logarítmico que é proporcional ao amortecimento.

Os valores dos parâmetros obtidos por este método são:

$$\frac{k}{m} = 4400 \text{ [S}^{-2}\text{]}$$

$$\frac{c}{m} = 5,9 \text{ [S}^{-1}\text{]}$$

O sistema aqui considerado é constituído da montagem descrita no ítem 5.2.1.

5.3.3.2. Mesa mais excitador

Na figura 5.4 vemos a montagem utilizada para a excitação do sistema mecânico de interesse para análise.

O excitador eletrodinâmico utilizado constitui-se basicamente de um núcleo que se move dentro de um campo magnético variável. Esta variação é dada pela forma de onda do sinal que entra no excitador. Simplificadamente teríamos o que é mostrado na figura 5.19.

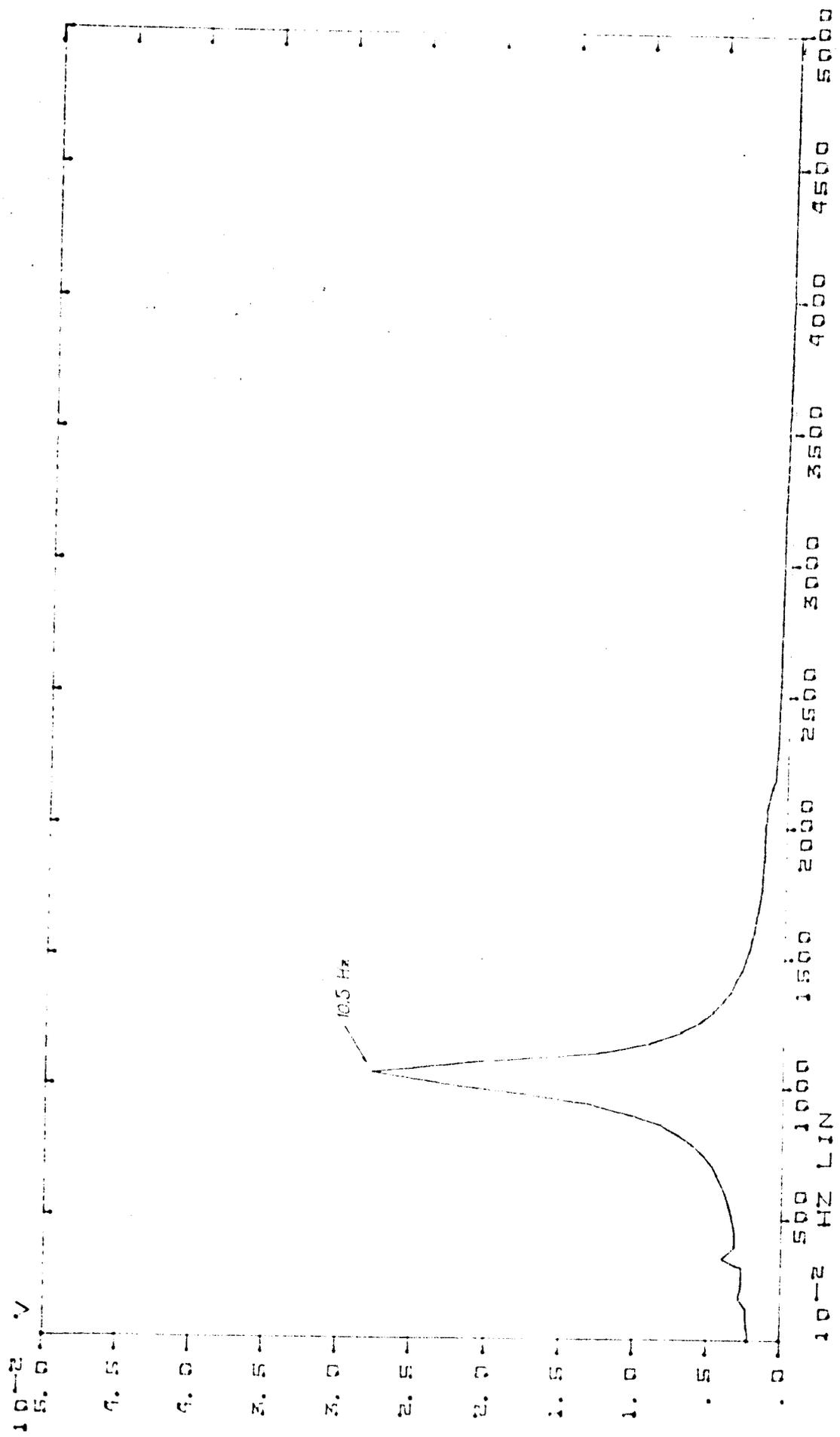


Fig. 5.17 - Composição em frequência do sinal transiente medido no sistema mesa.

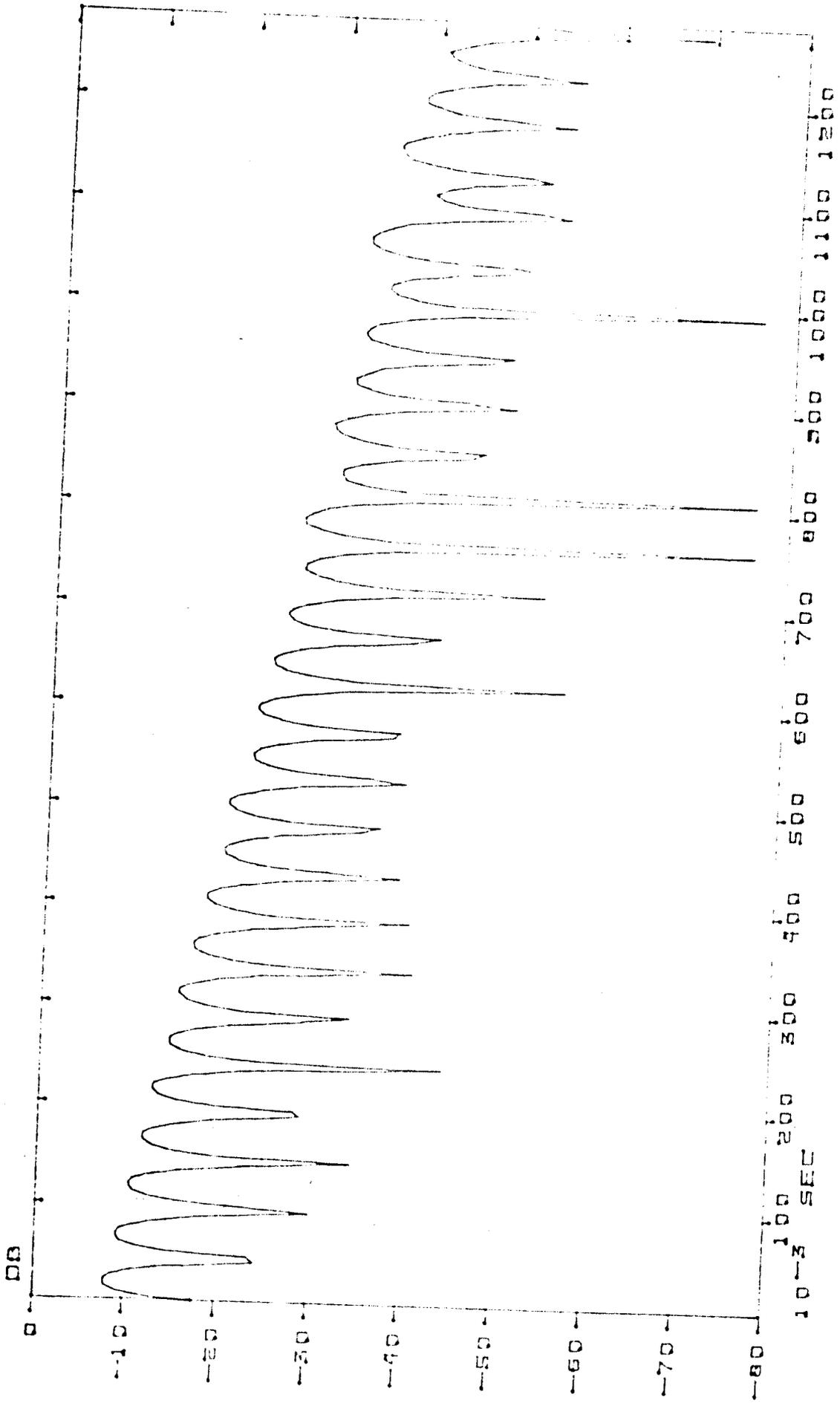


Fig. 5.18 - Transiente do sistema mesa em escala logarítmica.

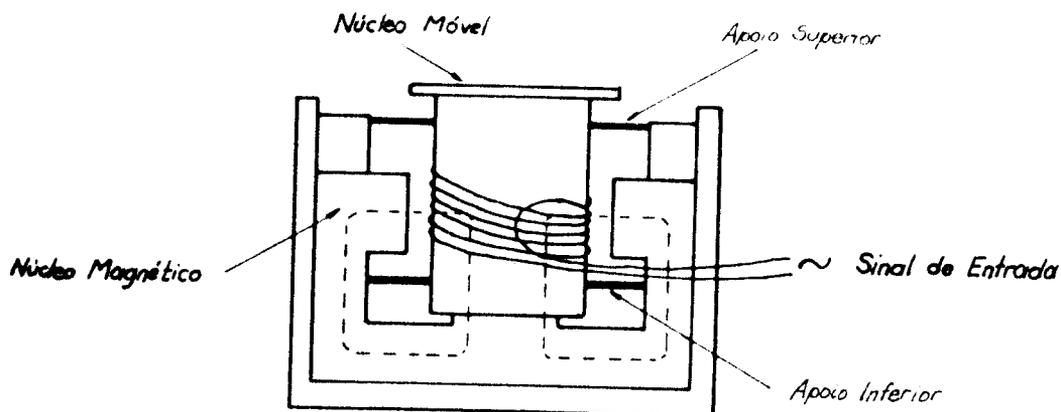


Fig. 5.19 - Esquema simplificado do excitador eletrodinâmico

Este excitador é portanto um sistema também, com amortecimento e rigidez e como o seu núcleo é ligado rigidamente ao sistema mecânico para transmitir os esforços, as características dos dois sistemas se associam.

Procedemos então, ao levantamento das características do sistema mesa mais excitador. O procedimento para isto é análogo ao que foi feito anteriormente só para a mesa.

As curvas correspondentes a este novo sistema estão representadas nas figuras 5.20 e 5.21 e os valores dos parâmetros são:

$$\frac{k}{m} = 4720 \text{ [S}^{-2}\text{]}$$

$$\frac{c}{m} = 11,0 \text{ [S}^{-1}\text{]}$$

5.4. CONCLUSÕES

Comparando os resultados obtidos pela identificação e

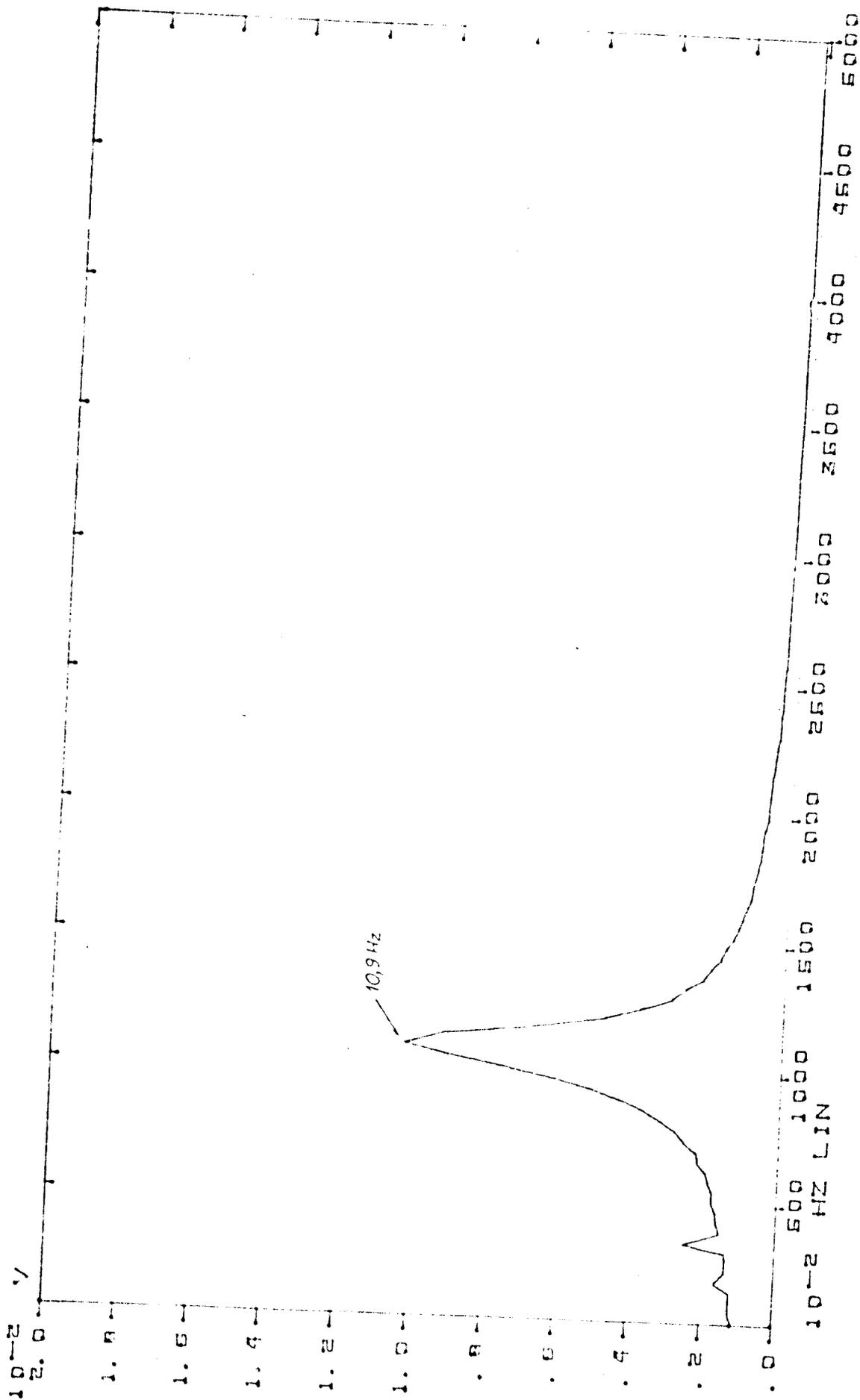


Fig. 5.20 - Composição em frequência do sinal transiente medido para o sistema mesa mais excitador.

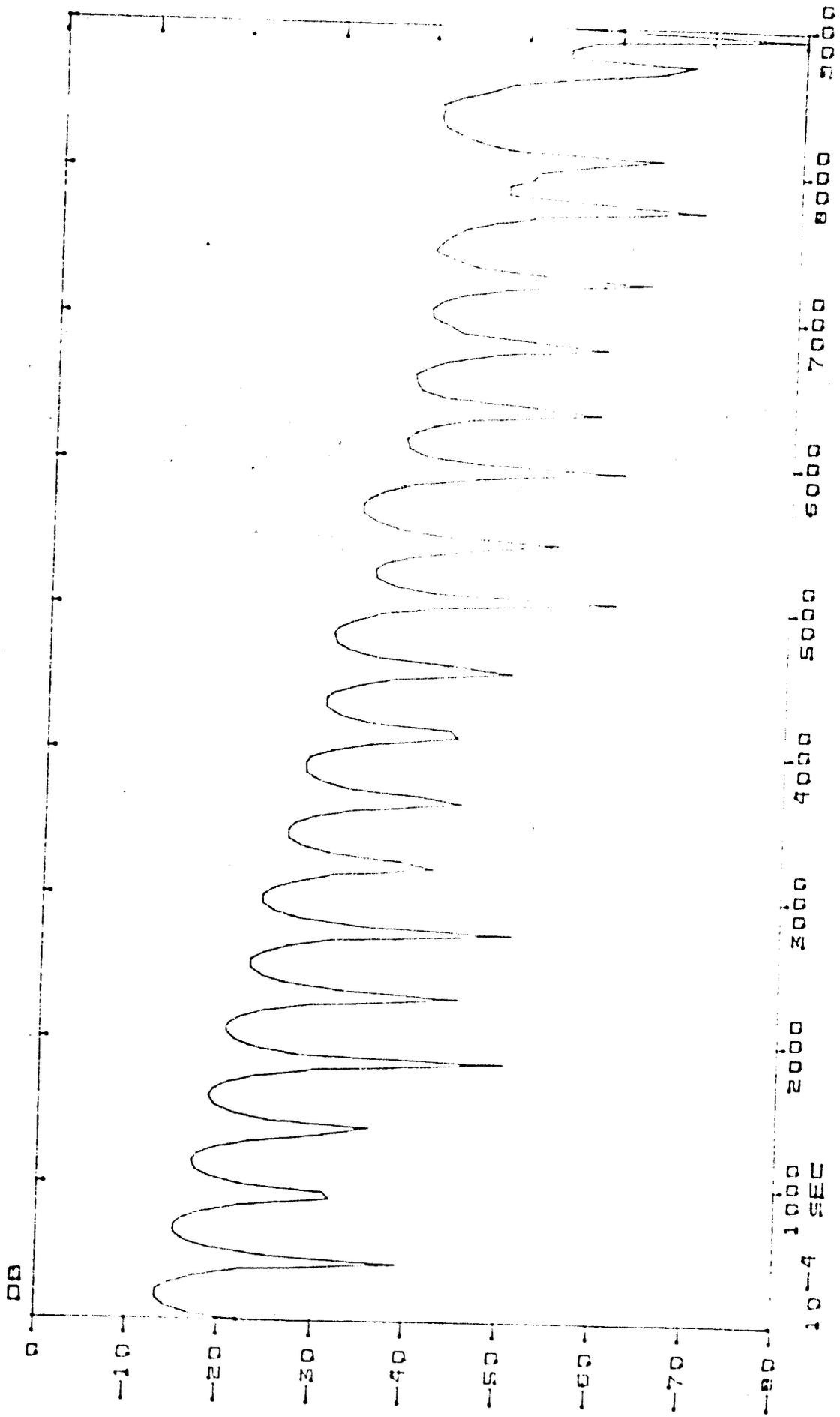


Fig. 5.21 - Transiente do sistema mesa mais excitador em escala logarítmica.

pelas medições diretas mostradas nos itens anteriores temos que os erros para o sistema mesa são:

$$e_{\frac{k}{m}} = 5,2\%$$

$$e_{\frac{c}{m}} = 105\%$$

O erro para o parâmetro $\frac{c}{m}$ é bastante grande, mas como vimos no ítem anterior, o sistema mesa está acoplado ao núcleo do excitador e desta maneira as características dos dois sistemas estão na realidade somadas. Portanto, o nosso problema é análogo ao sistema composto esquematizado na figura 5.22 excitado pela força $f(t)$.

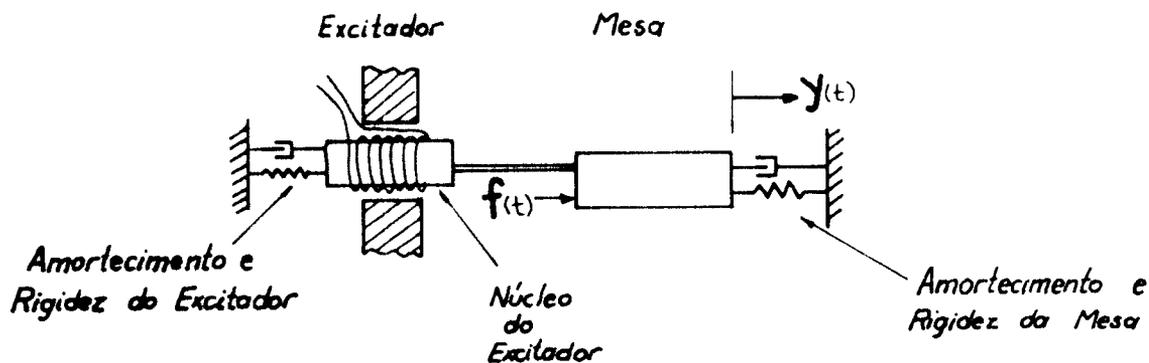


Fig. 5.22 - Sistema mesa mais excitador.

Para este sistema composto, os erros obtidos entre os valores estimados e os medidos diretamente são:

$$e_{\frac{k}{m}} = 1,8\%$$

$$e_{\frac{c}{m}} = 9,1\%$$

que podem ser considerados bons.

No processamento das estimativas portanto, a dinâmica do excitador é incorporada, mesmo com a medição da força de excitação na entrada do sistema de interesse.

Por análise modal, com os mesmos sinais de entrada e saída utilizados, conseguimos extrair as características do sistema sem a influência da dinâmica do excitador. Para tanto, obtém-se a função de transferência do sistema de interesse e a esta ajusta-se uma função de transferência teórica constituída de uma combinação de autovalores e autovetores.

No estudo que fizemos, o sistema é modelado por uma equação diferencial no domínio do tempo e o estimador dos mínimos quadrados é utilizado para obtenção dos parâmetros constantes nesta equação. Como vimos, este estimador tende a ajustar, da melhor forma possível, as saídas previstas pelo modelo às saídas medidas experimentalmente, que no caso, são as do sistema composto pela mesa mais excitador.

Desta forma, os parâmetros obtidos são os do sistema total esquematizado na figura 5.22.

Deste capítulo podemos ainda verificar a forte influência de possíveis erros de fase nos sinais de deslocamento e velocidade sobre o valor das estimativas do amortecimento.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Neste trabalho comprovamos que o problema de identificação de sistemas é enormemente dificultado quando se analisa um sistema real e que os resultados nem sempre correspondem àquilo que se espera.

No problema analisado, de um sistema mecânico simples de um grau de liberdade excitado por uma força aleatória, constatamos alguns fatores que tem forte influência no valor das estimativas.

- O problema de escolha do tempo de discretização adequado

Esta escolha como vimos, está relacionada ao comportamento da curva que mostra o valor de convergência das estimativas em função do tempo de amostragem. Como critério prático de engenharia poderíamos assumir que a região de mínimo desta curva é a que fornece as melhores estimativas para os parâmetros.

- O problema causado pelos instrumentos de medida

Estes instrumentos podem introduzir erros de fase e de amplitude nos sinais de deslocamento e velocidade, o que conduz a resultados errôneos. Os erros de medida de amplitude não se mostraram tão relevantes quanto aos erros introduzidos na fase, que tem forte influência na estimativa do amortecimento.

- O problema da dinâmica do excitador

Pelo método de identificação utilizado, não se consegue separar a influência da dinâmica do excitador e desta forma os parâmetros identificados são os do sistema composto.

A nível nacional, não se tem visto muitos trabalhos que envolvam os aspectos práticos do problema de identificação de sistemas e como um início nesta abordagem prática, achamos que a utilização de um modelo bem simples contribuiu em muito para o melhor conhecimento do problema de identificação e principalmente por dar suporte à linha de pesquisa que pretendemos seguir, ou seja, a identificação de um sistema de rotor.

Para pesquisas futuras pretendemos estudar a identificação de sistemas mecânicos sem o conhecimento da força de excitação. Analisar mais profundamente o problema da modelagem do ruído que no caso deste trabalho não apresentou problemas de forte correlação no tempo, mas o que em outros sistemas pode ocorrer.

Pretendemos estudar também a identificação do sistema representado na figura 1.1 (Disco de Laval) com a inclusão dos efeitos causados pela rotação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ASTRÖM, K.J.; EYKHOFF, P. - "System Identification - A survey", 1971, Automatica, Vol. 7, pp. 123-162.
- [2] LJUNG, L.; GLOVER, K. - "Frequency Domain Versus Time Domain Methods in System Identification", 1981, Automatica, Vol. 17, nº 1, pp. 71-86.
- [3] UNBEHAUEN, H.; GÖHRING, B. - "Tests for Determining Model Order in Parameter Estimation", 1974, Automatica, Vol.10, pp. 233-244.
- [4] LATRE, L.G. - "Identificação de Parâmetros em Modelos Dinâmicos", 1982, 4º Congresso Brasileiro de Automática, Vol. Cursos, pp. 46-55, Campinas-S.P.
- [5] WEBER, H.I.; PEDERIVA, R. - "Identificação de Parâmetros de um Sistema Mecânico", 1981, VI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Vol. C, pp. 141-150, Rio de Janeiro.
- [6] CHEN, C.T. - "Introduction to Linear System Theory", 1970, Hott Rinehart and Winston.
- [7] MENDEL, J.M. - "Discrete Techniques of Parameter Estimation", 1973, Dekker.

- [8] BURROWS, C.R.; STANWAY, R. - "Identification of Journal Bearing Characteristics", 1977, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, pp. 167-173.
- [9] CLARKE, D.W. - "Generalized - Least-Squares Estimation of the Parameters of a Dynamic Model", 1967, Proc. IFAC Symp. Identification in Automatic Control Systems, paper 3.17, Prague.
- [10] BOX, G.E.P.; JENKINS, G.M. - "Time Series Analysis - forecasting and control", 1970, Holden-Day.
- [11] JENKINS, G.M.; WATTS, D.G. - "Spectral Analysis and its Applications", 1968, Holden-Day.
- [12] ISERMAN, R. - "Practical Aspects of Process Identification", 1980, Automatica, Vol. 16, pp. 575-587.
- [13] KOZIN, F. - "Some Statistical Methods of Structural Identification and Parameter Estimation", 1982, CISM, Udine.
- [14] GOODWIN, G.C.; PAYNE, R.L. - "Dynamic System Identification - Experiment Design and Data Analysis", 1977, Academic Press.
- [15] AMARAL, W.C. - "Identificação de Sistemas Discretos por Métodos Sequenciais", 1976, Tese de Mestrado - UNICAMP, Campinas, S.P.
- [16] EYKHOFF, P. - "System Identification: Parameter and State Estimation", 1974, Wiley.

- [17] SCHAWRZ, R.G. - "Identifikation Mechanischer Mehrkörpersysteme"
1980, Fortschrittberichte VDI, 8/30.
- [18] SAGE, A.P.; MELSA, J.L. - "System Identification", 1971,
Academic Press.

APÊNDICE A

ESTIMADOR DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Pelo estimador de mínimos quadrados, os parâmetros são determinados de tal forma que a saída do modelo matemático se aproxima da saída medida no sistema real tanto quanto possível, segundo um critério de soma dos quadrados das diferenças entre eles [14].

Vamos assumir que um sistema é descrito por um equacionamento da forma,

$$X = W\Theta + \varepsilon \quad (\text{A.1})$$

onde Θ é uma matriz de parâmetros

ε é uma matriz de resíduos

W é uma matriz de observações .

Vamos supor que W e ε sejam estatisticamente independentes.

Da equação A.1 temos que

$$\varepsilon = X - W\Theta \quad (\text{A.2})$$

O estimador dos mínimos quadrados implica na minimização de

$$S = \varepsilon^t \varepsilon \quad (\text{A.3})$$

$$S = (X - W\Theta)^t (X - W\Theta) . \quad (A.4)$$

Em outras palavras, encontrar um valor para Θ que minimiza a função S .

A diferenciação da equação A.4 em relação a Θ mostra que o valor $\hat{\Theta}$ que minimiza S , satisfaz a equação normal

$$[W^t W] \hat{\Theta} = W^t X . \quad (A.5)$$

Se $[W^t W]$ é inversível, então existe uma única solução que é expressa por:

$$\hat{\Theta} = [W^t W]^{-1} W^t X . \quad (A.6)$$

Esta equação é chamada estimador dos mínimos quadrados.

Propriedades: Limitar-nos-emos a relacionar as propriedades. As provas podem ser encontradas nas referências [14, 15,16].

1. $\hat{\Theta}$ é um estimador linear, isto é

$$\hat{\Theta} = R X \quad (A.7)$$

$$\text{com } R = [W^t W]^{-1} W^t .$$

2. Supondo W estatisticamente independente de \mathcal{E} e $E[\mathcal{E}] = 0$.

$\hat{\Theta}$ é um estimador não polarizado

$$E[\hat{\Theta}] = \Theta \quad . \quad (A.8)$$

3. Se supormos que os resíduos da matriz \mathbf{E} possuem uma distribuição normal com variância $[\sigma^2 \mathbf{I}]$, então,

$$\text{Cov}[\hat{\Theta}] = [\mathbf{W}^t \mathbf{W}]^{-1} \sigma^2 \quad . \quad (A.9)$$

E um estimador não polarizado para σ^2 é

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{S}{n-p} \quad (A.10)$$

onde n é o número de observações

p o número de parâmetros

S a soma dos quadrados dos resíduos.

APÊNDICE B

MÉTODO DA MATRIZ ESTENDIDA

Supomos que o sistema seja descrito por um equacionamento da forma

$$X = W\Theta + \mathcal{E} \quad (\text{B.1})$$

onde Θ é uma matriz de parâmetros 3×2
 W é uma matriz de observações $n \times 3$
 X é uma matriz $n \times 2$
 \mathcal{E} é uma matriz de resíduos $n \times 2$ dado por

$$\mathcal{E} = \begin{bmatrix} \xi_y^{(1)} & \xi_s^{(1)} \\ \vdots & \vdots \\ \xi_y^{(n)} & \xi_s^{(n)} \end{bmatrix}$$

e n é o número de observações.

Este método supõe que os resíduos correlatos no tempo, podem ser modelados por um processo de média móvel, isto é, o resíduo ξ_y por exemplo, é da seguinte forma

$$\xi_y^{(k)} = e_y^{(k)} + c_1 e_y^{(k-1)} + \dots + c_p e_y^{(k-p)} \quad (\text{B.2})$$

onde e_y representa um processo aleatório branco e p representa a ordem do processo média-móvel. Diz-se que ξ_y é um processo média-móvel de ordem p .

Os resíduos constantes na equação B.1 são modelados da

seguinte forma:

$$\xi_y(k) = e_y(k) + c_1 e_y(k-1) + \dots + c_p e_y(k-p) \quad (B.3)$$

$$\xi_j(k) = e_j(k) + d_1 e_j(k-1) + \dots + d_q e_j(k-q) \quad (B.4)$$

Substituindo B.3 e B.4 em B.1, a matriz \mathcal{E} que contém os resíduos torna-se,

$$\mathcal{E} = \left[\begin{array}{cccc|cccc} e_{y(1)} & 0 & \dots & 0 & e_{j(1)} & 0 & \dots & 0 \\ e_{y(2)+c_1 e_{y(1)}} & \dots & \dots & 0 & e_{j(2)+d_1 e_{j(1)}} & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ e_{y(p-1)+c_1 e_{y(p)} + \dots + c_p e_{y(1)}} & \dots & \dots & \dots & e_{j(q-1)+d_1 e_{j(q)} + \dots + d_q e_{j(1)}} & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots \\ e_{y(n)+c_1 e_{y(n-1)} + \dots + c_p e_{y(n-p)}} & \dots & \dots & \dots & e_{j(n)+d_1 e_{j(n-1)} + \dots + d_q e_{j(n-q)}} & \dots & \dots & \dots \end{array} \right] \quad (B.5)$$

Esta matriz pode ser decomposta da seguinte forma;

$$\mathcal{E} = e + MQ \quad (B.6)$$

onde

$$e = \begin{bmatrix} e_{y(1)} & e_{j(1)} \\ \vdots & \vdots \\ e_{y(n)} & e_{j(n)} \end{bmatrix}$$

$$M = \left[\begin{array}{cccc|cccc} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ e_{y(1)} & 0 & \dots & 0 & e_{j(1)} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ e_{y(p)} & e_{y(p-1)} & \dots & e_{y(1)} & e_{j(q)} & e_{j(q-1)} & \dots & e_{j(1)} \\ \vdots & \vdots \\ e_{y(n-1)} & e_{y(n-2)} & \dots & e_{y(n-p)} & e_{j(n-1)} & e_{j(n-2)} & \dots & e_{j(n-q)} \end{array} \right]$$

$$Q = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ c_p & 0 \\ \hline 0 & d_1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & d_q \end{bmatrix}$$

Substituindo B.6 em B.1, e reestruturando a equação B.1,

$$X = [W|M] \begin{bmatrix} \Theta \\ \hline Q \end{bmatrix} + e \quad (B.7)$$

Uma representação mais simplificada é dada por

$$X = W^* \Theta^* + e \quad (B.8)$$

com

$$W^* = [W|M] \quad \Theta^* = \begin{bmatrix} \Theta \\ \hline Q \end{bmatrix}$$

e chegamos novamente na forma adequada para a aplicação do estimador dos mínimos quadrados.

Como pode-se observar agora estamos estimando também os parâmetros c_p e d_q de B.3 e B.4. Portanto incorporamos também ao equacionamento, a modelagem do resíduo.

Não sabemos a priori a ordem dos modelos média-móvel dos resíduos e portanto precisamos utilizar um algoritmo iterativo para este fim.

O algoritmo é exposto a seguir com a explicação de cada passo.

1. Primeiramente supomos \mathcal{E} um processo aleatório branco e obtemos a primeira estimativa $\hat{\Theta}$ pela equação B.2.

$$\hat{\Theta} = [W^t W]^{-1} W^t X$$

2. Com este valor de $\hat{\Theta}$ obtemos o resíduo \mathcal{E} de,

$$\mathcal{E} = X - W \hat{\Theta}$$

3. Vamos supor primeiro que a ordem do resíduo seja 1 e construímos a matriz W^* constante na equação B.8.

4. Obtemos agora uma nova estimativa $\hat{\Theta}^*$ através de:

$$\hat{\Theta}^* = [W^{*t} W^*]^{-1} W^{*t} X$$

5. Os novos resíduos \mathcal{E} são dados por;

$$\mathcal{E} = X - W^* \hat{\Theta}^*$$

6. Retornar ao passo 3 e parar quando os valores dos parâmetros não variarem mais dentro de uma certa faixa δ pré-fixada.

7. Verificar se o resíduo é um processo aleatório branco, caso não seja, retornar ao passo 3 aumentando a ordem do modelo do resíduo.