

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Dissertação Apresentada à
Faculdade de Engenharia de Campinas
Como Requisito Parcial à Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

ANÁLISE DE TESTES DE POÇOS UTILIZANDO DECONVOLUÇÃO
DE PRESSÃO E VAZÃO

Este exemplar corresponde à redução final da Tese defendida pelo
Eng. Luiz Carlos Cronemberger Mendes e aprovada pelo Conselho Julgador
em 22/03/89

dlh Tygel
Prof. Dr. Martin Tygel

Autor : Luiz Carlos Cronemberger Mendes

Orientador : Martin Tygel

Co-Orientador : Antônio Cláudio de França Corrêa

Março, 1989

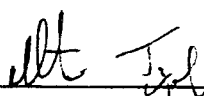


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

A dissertação " Análise de Testes de Poços Utilizando Deconvolução de Pressão e Vazão ", elaborada por Luiz Carlos Cronemberger Mendes e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Sub-Comissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

Campinas, 22 de março de 1989

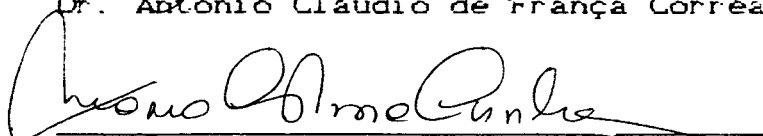
Banca Examinadora



Dr. Martin Tygei



Dr. Antônio Cláudio de França Corrêa



Dra. Maria Cristina Cunha Bezerra

Aos meus pais, Sílvia e Isaura

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Antônio Cláudio de França Corrêa, pelo incentivo e orientação permanentes.

Aos Drs. Martin Tygel e Maria Cristina Cunha Bezerra, pelo apoio e orientação.

A todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

A análise de testes de poços pode ser feita com maior segurança quando dados simultâneos de pressão e vazão na face da formação são disponíveis. O processo de deconvolução pode ser usado para encontrar a resposta de pressão resultante caso a produção tivesse sido efetuada com vazão constante. Esta resposta, com efeitos de estocagem minimizados, pode então ser interpretada usando os métodos convencionais de análise.

Neste trabalho sugerem-se dois algoritmos de deconvolução, baseados em aproximações dos dados de pressão e vazão por combinações de funções splines lineares (método 3) e cúbicas (método 4). Usando transformadas de Laplace para estas aproximações, obtém-se a resposta à vazão constante. A inversão para o campo real é feita utilizando algoritmos de inversão numérica: são usados os métodos de Crump e Stehfest.

Estes algoritmos de deconvolução não fazem qualquer suposição acerca da natureza do reservatório. Portanto, podem ser aplicados para reservatórios homogêneos e heterogêneos, como também para diferentes geometrias de fluxo.

Compara-se estes algoritmos com outros dois métodos sugeridos na literatura, baseados em linearizações da integral de convolução (presente no princípio de Duhamel, ou teorema da superposição).

São consideradas as seguintes aplicações:

- Análise de testes de formação ou "Drillstem tests" (DST), quando os fluidos produzidos não atingem a superfície; é feita a análise simultânea dos períodos de fluxo e estática.

- Análise de testes em poços bombeados em que os dados de pressão e vazão de fundo são calculados utilizando sonolog.

- Análise de testes de buildup de pressão, para poços produzindo com vazão constante antes do fechamento. Apresenta-se exemplo em que houve medição do "afterflow"; o

uso da deconvolução elimina os efeitos de estocagem.

São apresentados exemplos de campo das aplicações citadas.

Os métodos apresentados neste trabalho podem ser aplicados a problemas com pequenas flutuações e ruídos nos dados de pressão e vazão, que geralmente causam instabilidade em métodos anteriormente apresentados. Para isso, faz-se uma suavização das curvas de pressão e vazão vs tempo, utilizando combinações de funções B-splines e o critério dos quadrados mínimos.

ABSTRACT

Well test analysis can be done with more reliability when both bottomhole pressures and sandface flow rates are available. The deconvolution process can be used to obtain the pressure data that would result from production at a constant sandface rate.

In this work deconvolution algorithms are presented, based on the approximation of bottomhole pressure and sandface rate measurements by combinations of linear splines functions (method 3) and cubic splines functions (method 4). Using Laplace transforms for these approximations we can obtain the constant rate response. The inversion is carried out by numerical inversion algorithms: the methods of Crump and Stehfest are used.

These deconvolution algorithms do not make any assumption with respect to the nature of reservoir system. Therefore, it can be applied to either homogeneous or heterogeneous reservoirs, as well as to different flow geometries.

We compared these algorithms with two other methods, based on linearizations of the convolution integral.

The following applications are considered:

-Drillstem test analysis when the produced fluids do not fill the drillstring: in this case the sandface flow rate can be calculated from pressure data with a constant wellbore storage factor. Simultaneous analysis of flow and buildup periods is considered.

-Analysis of acoustically derived pressure and rate data, for pumping wells.

-Analysis of pressure buildup tests for wells producing steadily before the shutin. The deconvolution eliminates the afterflow effects.

The methods presented in this work may be applied to problems with fluctuations or noises in pressure and rate measurements. Pressure and rate vs time curves are smoothed by means of combination of B-splines functions and minimum squares criterium.

INDICE

PÁGINA

Lista de tabelas.....	1
Lista de figuras.....	ii
INTRODUÇÃO.....	1
1.-CAP. 1: INTRODUÇÃO A ANÁLISE DE TESTES	
1.1-Equação da Difusividade e Métodos Convencionais de Análise de Testes.....	4
1.2-Testes de Vazão Variável e Revisão Bibliográfica de Métodos de Deconvolução.....	9
2.-CAP. 2: DESCRIÇÃO DOS METODOS DE DECONVOLUÇÃO IMPLEMENTADOS	
2.1-Método 1	17
2.2-Método 2	22
2.3-Método 3	25
2.4-Método 4	31
3.-CAP. 3: APLICAÇÕES	
3.1-Exemplos Teóricos e Testes Simulados.....	36
3.2-Aplicações Práticas.....	64
CONCLUSÕES - SUGESTÕES - RECOMENDAÇÕES.....	89
NOMENCLATURA.....	91
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	94
APENDICE A - Convolução e Fórmulas de Duhamel.....	97
APENDICE B - Método 1 em Termos Dimensionais.....	101
APENDICE C - Funções B-splines e Suavização de Dados	102
APENDICE D - Listagens de Programas.....	105

LISTA DE TABELAS

TABELA	DESCRIÇÃO	PÁGINA
1.1	- Sistemas de unidades.....	5
1.2	- Definições de variáveis adimensionais.....	6
2.1	- Definição e regras operacionais para Transformadas de Laplace.....	26
3.1	- Exemplo 1: Dados de excitação e resposta, e de resultados da deconvolução.....	37
3.2	- Exemplo 2: Dados de excitação e resposta, e de resultados da deconvolução.....	39
3.3	- Exemplo 3: Dados de entrada e resultados da deconvolução.....	42
3.4	- Exemplo 4: Parâmetros assumidos, dados de pressão gerados e resultados da deconvolução.....	47
3.5	- Exemplo 5: Parâmetros assumidos para a geração do comportamento de pressão da figura 3.7.....	56
3.6	- Exemplo 6: Dados do teste de buildup e resultados da deconvolução.....	67
3.7	- Exemplo 7: Dados do teste e resultados da deconvolução.....	74
3.8	- Exemplo 8: Dados do teste.....	82

LISTA DE FIGURAS

FIG.	DESCRIÇÃO	PÁGINA
I.1	- Efeito da estocagem (afterflow) sobre a vazão na face da formação.....	2
I.2	- Gráfico semilog de dados de pressão de fluxo para um poço com estocagem e skin.....	2
1.1	- Pressão adimensional incluindo estocagem (S=0)..	10
1.2	- Dados gerados de pressão adimensional, com e sem estocagem, para reserv. de dupla porosidade.....	16
2.1a-	Função degrau unitário ou de Heaviside.....	28
2.1b-	Função "janela".....	28
3.1	- Exemplo 2: Funções excitação(q_w), resposta(dpw) e "transferência" (dps).....	40
3.2	- Exemplo 3: Comportamento da vazão adimensional na face da formação.....	44
3.3	- Exemplo 3: Gráfico semilog da resposta de pressão antes e após a deconvolução.....	45
3.4	- Exemplo 4: Comportamento da pressão de fluxo ("slug test")	48
3.5	- Exemplo 4: Resultados da deconvolução.....	50
3.6	- Exemplo 4: Gráficos semilog dos resultados da deconvolução.....	51
3.7	- Exemplo 5: DST gerado para um reservatório verticalmente fraturado.....	55
3.8	- Exemplo 5: Comportamento de pressões extrapoladas	57
3.9	- Exemplo 5: Gráfico dos dados resultantes da deconvolução (fluxo + estática).....	60
3.10-	Exemplo 5: Gráfico log x log dos resultados da deconvolução (fluxo + estática).....	61
3.11-	Exemplo 5: Gráfico $\Delta p_s(t)$ vs \sqrt{t} :fluxo linear	63
3.12-	Suavização de dados utilizando combinações de funções B-splines e o critério dos quadrados mínimos.....	65

FIG.	DESCRIÇÃO	PÁGINA
3.13-	Exemplo 6: Definições de variáveis.....	68
3.14-	Exemplo 6: Respostas antes e após a deconvolução (método 3).....	70
3.15-	Exemplo 6: Respostas antes a após a deconvolução (método 4).....	71
3.16-	Exemplo 6: Resultados apresentados pelos métodos	72
3.17-	Exemplo 7: Gráfico log x log mostrando o efeito da estocagem (reta de inclinação unitária).....	75
3.18-	Exemplo 7: Resultados da deconvolução.....	76
3.19-	Exemplo 7: Gráfico log x log mostrando a minimização dos efeitos da estocagem pela deconvolução.....	77
3.20-	Exemplo 7: Gráfico semilogarítmico, indicando a ocorrência de fluxo radial para $t > 35$ h	78
3.21-	Exemplo 7: Gráfico para análise do período de fluxo linear.....	80
3.22-	Exemplo 8: 7-CP-137-SE / TFR-1 - Dados de pressão de fluxo.....	83
3.23-	Exemplo 8: 7-CP-137-SE / TFR-1 - Gráfico de Horner.....	85
3.24-	Exemplo 8: Resultados da deconvolução.....	86
3.25-	Exemplo 8: Gráficos semilog dos resultados da deconvolução.....	87
C.1 -	Função B-spline.....	104

INTRODUÇÃO

Algumas importantes informações para a análise e previsão da performance de reservatórios podem ser obtidas através de testes transientes de pressão.

Os métodos mais comumente empregados na interpretação dos dados de pressão registrados durante estes testes utilizam-se de soluções analíticas da equação da difusividade, as quais são obtidas considerando-se produção constante na face da formação como condição de contorno interna.

O procedimento mais adotado para aquisição de dados nestes testes é o de registro de pressões no fundo do poço e de vazão na superfície, procurando-se manter esta o mais próximo possível de um valor constante. Ocorre que, mesmo se a vazão na superfície for mantida em um valor absolutamente constante, o comportamento de vazão na face da formação é variável nos tempos iniciais do fluxo e da estática, devido aos efeitos de estocagem (Fig. I.1). Isto provoca um afastamento entre o comportamento de pressão observado e o comportamento esperado para o caso de vazão de produção constante (Fig. I.2). Os efeitos de estocagem podem se prolongar por alguns minutos ou até por muitas horas, dependendo das características do poço, do reservatório e dos fluidos produzidos. A estocagem pode ocultar efeitos de heterogeneidades, ou até mesmo impossibilitar a interpretação dos dados do teste para o cálculo dos parâmetros do reservatório.

Um procedimento que traz grandes vantagens é a determinação simultânea de pressão e vazão na face da formação. A vazão pode ser medida diretamente, utilizando-se ferramentas recentemente desenvolvidas, ou inferida através da utilização de várias técnicas (por exemplo, determinação acústica do nível de fluido); pode também ser calculada a

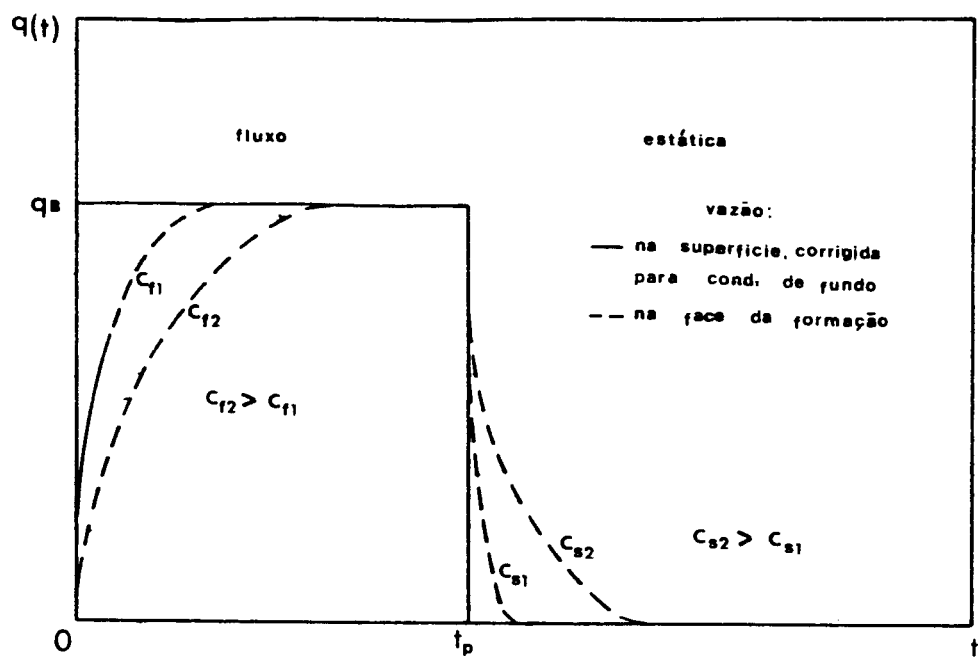


Figura I.1- Efeito da estocagem (afterflow) sobre a vazão na face da formação

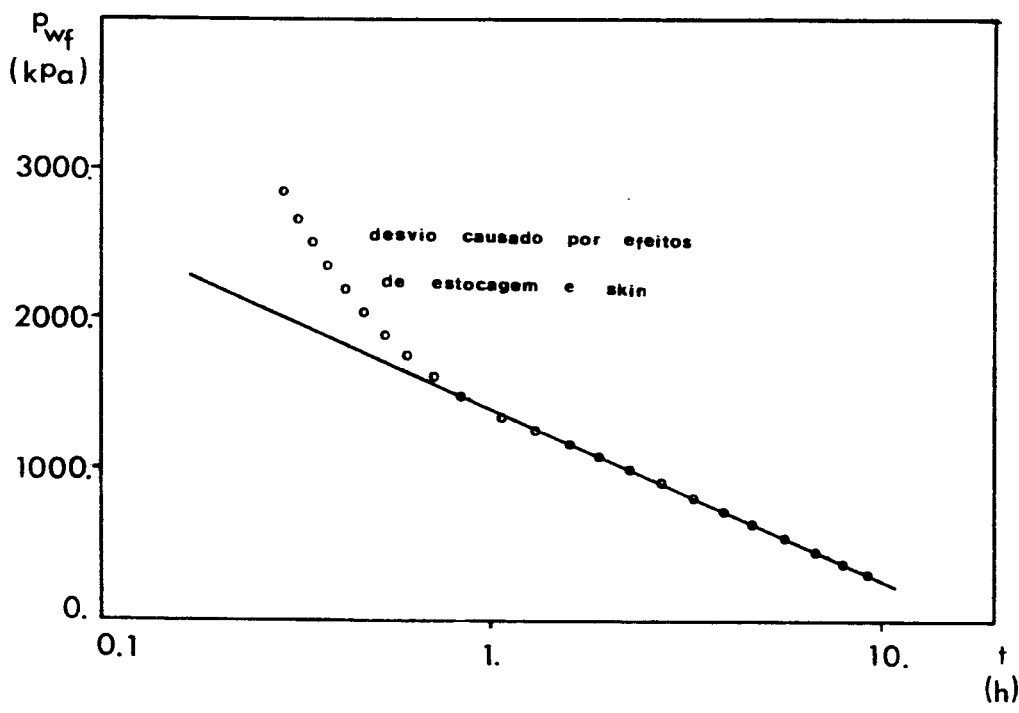


Figura I.2- Gráfico semilog de dados de pressão de fluxo para um poço com estocagem e skin

partir dos dados de pressão medidos, assumindo-se que a estocagem permaneça constante, o que é uma aproximação razoável para testes em poços não surgentes.

Todos os métodos propostos para a estimativa dos parâmetros do reservatório em testes com vazão variável utilizam o Princípio de Duhamel (superposição). Nele, a solução da equação da difusividade para vazão variável é dada pela convolução da solução à vazão constante, ou função resposta ao degrau unitário, com a condição de contorno interna (vazão na face da formação). O problema inverso, determinação da função resposta à vazão constante a partir do comportamento de pressão à vazão variável, é chamado de "deconvolução".

O uso da deconvolução na análise de testes de poços tem como vantagem principal a minimização, ou até mesmo a eliminação dos efeitos de estocagem. Isto pode poupar tempo de teste, diminuindo seu custo, além de possibilitar uma caracterização mais segura dos parâmetros do reservatório.

No Cap. 1 faz-se uma breve exposição dos métodos mais utilizados para a análise de testes de transiente de pressão. Apresenta-se também um resumo de técnicas de deconvolução apresentadas por diversos autores.

No Cap. 2 detalham-se os aspectos teóricos dos métodos de deconvolução implementados neste trabalho.

O Cap. 3 traz diversas aplicações para testes simulados e reais, comparando os métodos apresentados.

CAP. 1

INTRODUÇÃO À ANÁLISE DE TESTES

Neste capítulo faz-se um resumo da teoria de fluxo transiente para testes de poços e das técnicas de análise mais utilizadas:

1.1) EQUAÇÃO DA DIFUSIVIDADE E MÉTODOS CONVENCIONAIS DE INTERPRETAÇÃO DE TESTES

A equação diferencial que descreve o escoamento de fluidos em meios porosos resulta da combinação de: lei de conservação da massa (eq. da continuidade), equação de estado (eq. da compressibilidade) e lei de Darcy.

Com as equações acima e considerando-se um meio poroso isotrópico e homogêneo, escoamento horizontal monofásico, pequenos gradientes de pressão, fluido com viscosidade constante e pequena compressibilidade, efeitos gravitacionais desprezíveis e porosidade, compressibilidade, permeabilidade e viscosidade invariantes com a pressão, tem-se finalmente a equação da difusividade. Para modelo de fluxo radial, esta é dada por:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{\alpha k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots(1.1)$$

onde $p = p(r, t)$ e α depende das unidades empregadas (ver Tabelas 1.1 e 1.2).

Utilizando variáveis adimensionais (definidas na Tabela 1.2), a eq. (1.1) se reduz a:

$$\boxed{\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}} \quad \dots(1.2)$$

VARIÁVEL	S I S T E M A			
	S I	DARCY	AMERICANO	PETROBRÁS
Pressão (p)	Pa	atm	psi	kg/cm ²
Vazão de líquido (q)	m ³ /s	cm ³ /s	stb/d	m ³ /d
Comprimento (h, r, x)	m	cm	ft	m
Permeabilidade (k)	m ²	D	mD	mD
Compressibilidade (c)	Pa ⁻¹	atm ⁻¹	psi ⁻¹	cm ² /kg
Tempo (t, Δt)	s	s	h	h
Coef. de estocagem (C)	m ³ /Pa	cm ³ /atm	bbl/psi	m ³ /kg/cm ²
Viscosidade (μ)	Pa.s	cp	cp	cp

Tabela 1.1 - Sistemas de unidades

tempo (t_D)	$\frac{\alpha k t}{\phi \mu c_t r_w^2}$		
raio (r_D)	$\frac{r}{r_w}$		
queda de pressão (p_D)	$\frac{\beta k h}{q B \mu} \cdot (p_i - p)$		
vazão na face da formação (q_{wD})	$\frac{q_w}{q_r}$		
coeficiente de estocagem do poço (C_D)	$\frac{\gamma C}{2 \pi \phi c_t h r_w^2}$		
SISTEMA	α	β	γ
DARCY	1.	2π	1.
AMERICANO	0.0002637	1/141.2	5.615
PETROBRÁS	0.0003484	1/19.03	1.

Tabela 1.2 - Definições de variáveis adimensionais

Seja p_D a solução de pressão adimensional para a equação da difusividade, utilizando as seguintes condições de contorno:

1) $p_D(r_D, 0) = 0$, $\forall r_D > 1$, (reservatório inicialmente em equilíbrio à pressão p_i)

2) $r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \Big|_{r_D=1} = -1$, $t_D > 0$, (vazão constante na face da formação);

3) $\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0$. (reservatório infinito)

Para este modelo de fluxo e com as condições de contorno acima, a solução é dada em termos da função integral exponencial , que pode ser aproximada²² pela função logarítmica para $t_D/r_D^2 > 25$:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{4 t_D}{\gamma r_D^2} \right] , \quad \dots (1.3)$$

onde γ é a exponencial da constante de Euler : $\gamma = 1.781\dots$

A pressão no poço ($r_D=1$) é calculada a partir da eq. (1.3) :

$$p_D(1, t_D) = \frac{1}{2} \left[\ln (t_D) + 0,809 \right]$$

ou ainda:

$$p_D(1, t_D) = 1,1513 \left[\log (t_D) + 0,3513 \right] \quad \dots (1.4)$$

Incluindo o fator de skin (S), ou queda de pressão adimensional na face da formação devido a dano ou estímulo, tem-se:

$$P_{SD}(t_D) \stackrel{\Delta}{=} P_D(1, t_D) + S = \frac{2\pi kh}{qB\mu} \left[P_i - P_w(t) \right], \dots (1.5)$$

onde q é a vazão constante na superfície. O fator volume de formação B faz a correção para condições de fundo do poço.

A resposta de pressão a vazão constante pode então ser expressa da seguinte forma (de (1.4) e (1.5), e usando a definição de tempo adimensional):

$$P_w(t) = P_i - \frac{qB\mu}{4\pi kh} \left\{ \ln(t) + \ln\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + 0,809 + 2S \right\}, \dots (1.6)$$

ou:

$$P_w(t) = P_i - \frac{0,1832 qB\mu}{kh} \left\{ \log(t) + \log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + 0,3513 + 0,869 S \right\} \dots (1.7)$$

ou ainda :

$$P_w(t) = P_{1h} + m \log(t) \dots (1.8)$$

com:

$$m = - \frac{0,1832 qB\mu}{kh} \dots (1.9)$$

Portanto, traçando-se um gráfico de pressão de fluxo no fundo do poço versus $\log(t)$, pode-se obter uma linha reta com inclinação m . A partir desta declividade pode-se calcular a permeabilidade da formação. Efetivamente, esta reta ocorre, mas somente quando cessam os efeitos de estocagem e de dano (e se os limites do reservatório ainda não estiverem influenciando o comportamento de pressão no poço), como pode ser visto na Fig. 1.2.

Este desvio da linha reta semilog nos tempos iniciais ocorre porque a condição de contorno interna (vazão constante na face da formação) não é obedecida. Na análise destes dados de pressão, para os quais a linha reta ainda não ocorreu, utiliza-se a técnica de ajuste com curvas-tipo. É um método menos preciso que a análise semilog, mas bastante útil neste caso (como também no caso de reservatório fraturado, por exemplo). As curvas-tipo mais utilizadas (como as de Ramey, Gringarten, etc) assumem coeficiente de estocagem constante.

A Fig. 1.1 revela uma característica do período influenciado pelo efeito de estocagem: inclinação unitária num gráfico $\log(p_D)$ vs $\log(t_D)$. Tal efeito cessa quando a curva $C_D=0$ é atingida; como regra prática, assumimos o final da estocagem a partir de $1\frac{1}{2}$ ciclos logarítmicos após o início do desvio da reta de inclinação unitária.

No caso de testes em poços não surgentes de alta produtividade ("slug-test"), também ocorre vazão variável na face da formação. As curvas-tipo de Ramey e Agarwal são utilizadas para analisá-los, entretanto, frequentemente encontram-se problemas de unicidade, com mais de uma curva ajustando-se bem aos dados dos testes.

Pelo exposto acima, verifica-se a importância do estudo de testes de vazão variável, o que será abordado a seguir.

1.2) ANÁLISE DE TESTES DE VAZÃO VARIÁVEL E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DE MÉTODOS DE DECONVOLUÇÃO:

Em 1949 Van Everdingen e Hurst¹ introduziram o uso das transformadas de Laplace no estudo do escoamento de fluidos em meios porosos, mostrando que a interpretação de dados de pressão com vazão variável pode ser feita a partir da resposta de pressão à vazão constante, utilizando-se o teorema da superposição ou Princípio de Duhamel (ver Apêndice A).

A linearidade da equação da difusividade permite a

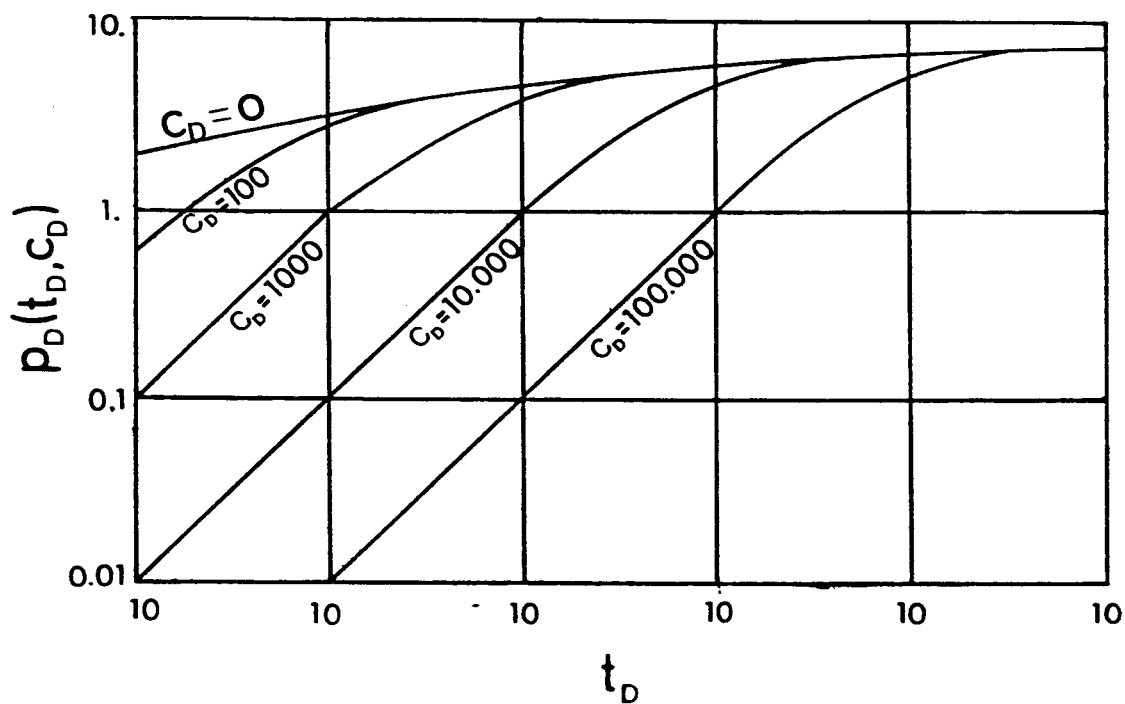


Figura 1.1- Pressão adimensional incluindo estocagem
($S=0$). Por Wattenbarger e Ramey.

aplicação do teorema da superposição com uma sequência de vazões constantes, reproduzindo o comportamento variável de vazão na face da formação.

De (1.5), a queda de pressão no tempo t , devido à vazão inicial $q_w(t_1=0)$, é:

$$\Delta p_{w_1}(t) = \frac{q_w(0) \mu}{2 \pi k h} p_{SD}(t_D)$$

onde $p_{SD}(t_D)$ é a solução da equação da difusividade para vazão constante, sem efeitos de estocagem e incluindo o fator de skin

O efeito de um incremento de vazão $[q_v(t_2) - q_v(t_1)]$ em um instante t_2 , na queda de pressão no tempo t , é:

$$\Delta p_{w_2} = \frac{\mu}{2\pi k h} \left[q_v(t_2) - q_v(t_1) \right] \cdot p_{SD}[(t-t_1)_D]$$

Considerando-se a superposição dos efeitos dessas variações de vazão, tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta p_w(t) = \frac{\mu}{2\pi k h} \left\{ q_v(0) \cdot p_{SD}(t_D) + [q_v(t_2) - q_v(t_1)] \cdot p_{SD}[(t-t_1)_D] \right. \\ \left. + [q_v(t_3) - q_v(t_2)] \cdot p_{SD}[(t-t_2)_D] + \dots \right\} \end{aligned}$$

Tomando-se o limite para incrementos de vazão infinitesimais, resulta:

$$\Delta p_w(t) = \frac{\mu}{2\pi k h} \left[q_v(0) \cdot p_{SD}(t_D) + \int_0^t q'_v(\tau) \cdot p_{SD}(t_D - \tau_D) \cdot d\tau \right] \quad \dots(1.10)$$

Ou ainda, como pode ser visto no Apêndice A :

$$\Delta p_w(t) = \frac{\mu}{2\pi kh} \left[q_v(0) \cdot p_{SD}(t_D) + \int_0^t q'_v(t-\tau) \cdot p_{SD}(\tau_D) \cdot d\tau \right] \quad \dots(1.11)$$

Dividindo ambos os lados da equação acima por uma vazão constante de referência, q_r (se o poço estiver produzindo com vazão constante na superfície, considera-se q_r igual a esta vazão, corrigida para condições de fundo):

$$p_{WD}(t_D) = q_{WD}(0) \cdot p_{SD}(t_D) + \int_0^{t_D} q'_{WD}(t_D-\tau) \cdot p_{SD}(\tau) \cdot d\tau \quad \dots(1.12)$$

o que é equivalente a:

$$p_{WD}(t_D) = q_{WD}(t_D) \cdot p_{SD}(0) + \int_0^{t_D} q_{WD}(\tau) \cdot p'_{SD}(t_D-\tau) \cdot d\tau \quad \dots(1.13)$$

Então, a convolução da solução para vazão constante com a condição de contorno interna variável, resulta na solução da equação da difusividade para vazão variável. Um aspecto que deve ser ressaltado é a necessidade de se assumir um modelo de reservatório, para realizar a convolução. Por exemplo, para fluxo radial em regime transiente,

$$p_{SD}(t_D) = \frac{1}{2} \left[\ln(t_D) + 0,809 \right] + S$$

O método de Horner, para análise de buildup durante o período transiente, usa o princípio da superposição. Para um poço produzindo com vazão q constante durante um tempo t_p e com vazão nula após o fechamento, tem-se:

$$p_{ws}(t) = p_i - \frac{qB\mu}{2\pi kh} \cdot \left\{ p_D\left(\frac{t_p + \Delta t}{D}\right) - p_D\left(\frac{\Delta t}{D}\right) \right\} .$$

Para fluxo radial, resulta:

$$p_{ws}(t) = p_i - m \cdot \log\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right) ,$$

onde

$$m = \frac{0,1832 \cdot qB\mu}{kh} .$$

Portanto, um gráfico p_{ws} vs $\log\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right)$ poderia produzir uma linha reta, sendo que a permeabilidade da formação poderia ser calculada a partir da declividade, m . Ocorre que a vazão na face da formação não cessa imediatamente após o fechamento, como foi visto na seção 1.1, resultando os efeitos indesejáveis já abordados.

A importância da determinação correta da vazão na face da formação foi ressaltada há bastante tempo. Em 1953, Van Everdingen e Hurst² estimaram essa vazão da seguinte forma:

$$q_w = q \cdot \left[1 - \exp(-\beta \cdot t_p) \right] ,$$

onde β é uma constante positiva, determinada a partir de parâmetros do poço e do reservatório. Esta aproximação é bastante razoável quando se trata de "afterflow". Utilizando-se a expressão acima e o Princípio de Duhamel, van Everdingen e Hurst puderam calcular a pressão no poço.

Em 1955, Gladfelter³ apresentou um método para a determinação da permeabilidade da formação a partir de

dados de pressão e de afterflow. A deconvolução era realizada dividindo o crescimento de pressão pela mudança instantânea de vazão (os dados de afterflow foram obtidos medindo o crescimento do nível de líquido no poço). Este método funciona bem se a vazão variar linearmente com o tempo (ver ref. 15).

Em 1965 foi publicado um trabalho de Odeh e Jones⁴ sobre análise de drawdown com vazão variável, fazendo uma integração numérica da integral de convolução. Uma limitação deste trabalho é que foi assumida a solução logarítmica para a queda de pressão adimensional presente na integral.

Nos últimos anos, com o aparecimento de ferramentas que medem simultaneamente vazão e pressão na face da formação, tem havido um interesse crescente pela análise de testes de vazão variável utilizando o Princípio de Duhamel:

Em 1983 Stewart, Wittman e Meunier⁹ usaram medições de vazão e pressão na face da formação para análise de crescimento de pressão, mostrando que o método de Horner pode ser modificado de tal forma que a linha reta semilog seja atingida mais cedo, conseguindo-se diminuir os efeitos de estocagem. Os dados de vazão foram interpolados linearmente, por partes. A integral de convolução é calculada diretamente, assumindo comportamento de reservatório homogêneo e infinito, com fluxo radial, o que é a maior limitação do método.

Ainda em 1983, Kuchuk e Ayestaran¹⁰ sugeriram o uso de uma combinação de funções exponenciais para aproximar o comportamento de vazão, utilizando-se das transformadas de Laplace e do teorema da convolução e encontrando um método aplicável a reservatórios heterogêneos. Sugeriram também aproximar $p_{SD}(t_D)$ por uma série de potências de $\ln(t_D)$ da

forma
$$p_{SD}(t_D) = \sum_{i=1,m} \alpha_i (\ln(t_D))^2$$
, tal que

substituindo-se p_{SD} na integral de convolução e resolvendo o sistema de equações resultante, encontram-se os α_i 's e,

consequentemente, a expressão da resposta a vazão constante. Mostraram ainda o uso do método de Hamming e da regra dos trapézios, para a linearização da integral de convolução.

Thompson e Reynolds¹² (1984) aproximaram os dados de pressão e de vazão linearmente em cada subintervalo de integração. O cálculo da integral de convolução é realizado através de sua linearização (ver método 1, no Cap.2), obtendo uma relação de recorrência para o cálculo de P_{SD} .

No Cap. 2 apresenta-se quatro métodos de deconvolução: os métodos 1 e 2 utilizam linearizações da integral de convolução, trabalhando no campo real; os outros dois métodos aproximam os dados de pressão e vazão através de combinações de funções splines lineares (método 3) ou cúbicas (método 4), utilizando transformadas de Laplace para obter a resposta à vazão constante.

A Fig. 1.2 serve para se observar a importância da deconvolução: ela mostra dados de pressão adimensional gerados para reservatório de dupla porosidade, com e sem efeitos de estocagem. Note-se que a existência da primeira reta não seria percebida, e a caracterização da dupla porosidade seria prejudicada, devido à estocagem.

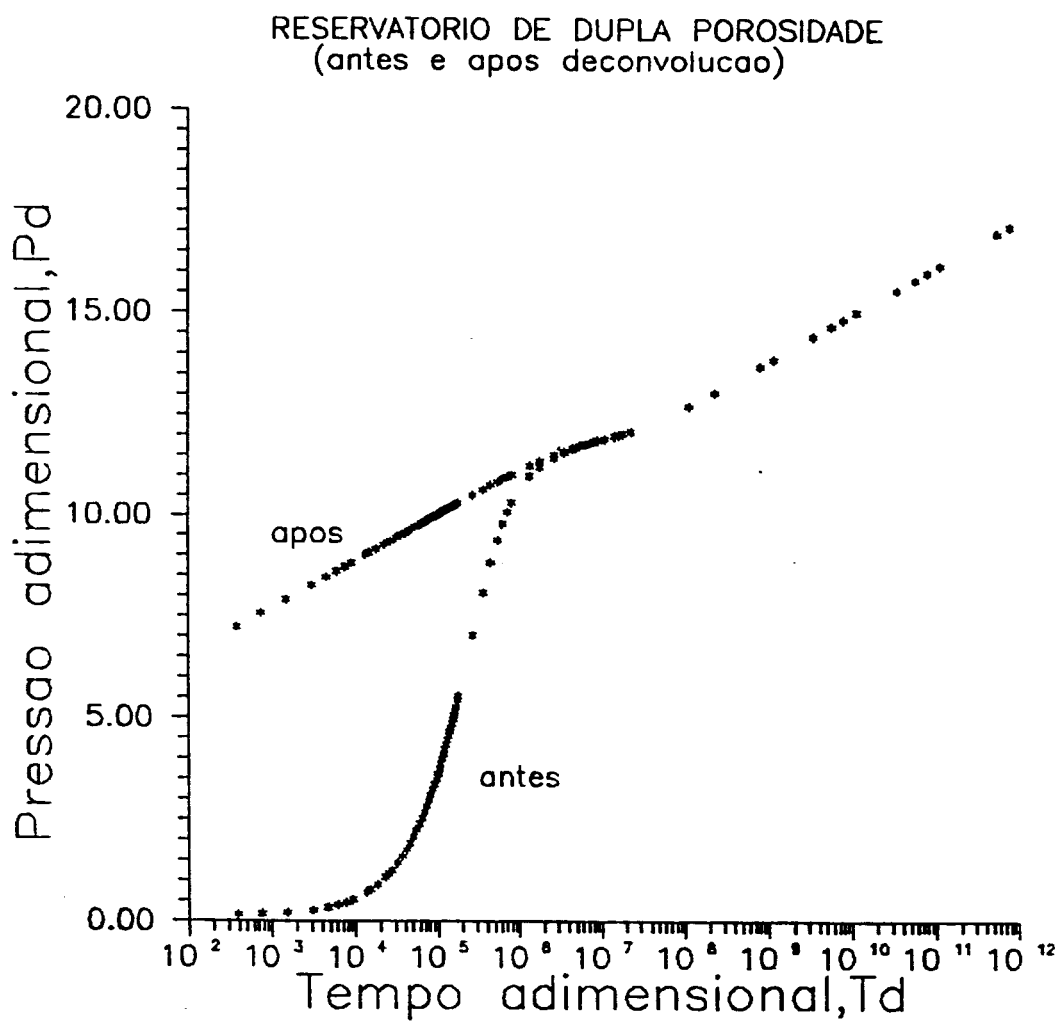


Figura 1.2 - Dados gerados de pressão adimensional ,
com e sem estocagem

CAP. 2

DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS DE DECONVOLUÇÃO IMPLEMENTADOS

2.1) METODO 1

Este método faz a deconvolução através da linearização da integral de convolução¹³. Da equação (1.12), resulta:

$$p_{WD}(t_D) = q_{WD}(0) \cdot p_{SD}(t_D) + \int_0^{t_D} q'_{WD}(t_D - \tau) \cdot p_{SD}(\tau) \cdot d\tau \quad \dots (2.1)$$

Dividindo-se o intervalo de teste $[0, t_D]$ em subintervalos, não necessariamente iguais, tal que:

$$0 = t_{D,1} < t_{D,2} < \dots < t_{D,n-1} < t_{D,n} = t_D \quad \dots (2.2)$$

então a equação (2.1) pode ser escrita da seguinte forma:

$$p_{WD}(t_{D,n}) = q_{WD}(0) \cdot p_{SD}(t_D) + \sum_{j=1}^{n-1} \int_{t_{D,j}}^{t_{D,j+1}} q'_{WD}(t_D - \tau) \cdot p_{SD}(\tau) \cdot d\tau \quad \dots (2.3)$$

Em cada intervalo $(t_{D,j}, t_{D,j+1})$ usa-se série de Taylor truncada de primeira ordem:

$$p_{SD}(\tau_D) = p_{SD}(t_{D,j}^*) + p'_{SD}(\alpha_j) \cdot \left[\tau_D - t_{D,j}^* \right] \quad \dots (2.4)$$

onde

$$t_{D,j} \leq \alpha_j \leq t_{D,j+1} \quad e \quad t_{D,j}^* = \theta_j \cdot t_{D,j+1} + (1 - \theta_j) \cdot t_{D,j} \quad \dots (2.5)$$

Caso p_{SD} varie pouco no intervalo $(t_{D,j}, t_{D,j+1})$, tal que $p'_{SD}(\alpha_j) \cong 0$, ou caso o intervalo seja suficientemente pequeno, a equação (2.4) pode ser aproximada por:

$$P_{SD}(\tau_D) = P_{SD}(t_{D,j}^*) \quad \dots(2.6)$$

Usando-se as equações (2.3) e (2.6), resulta:

$$P_{WD}(t_{D,n}) = q_{WD}(0) \cdot P_{SD}(t_D) + \\ + \sum_{j=1}^{n-1} P_{SD}(t_{D,j}^*) \cdot \left[q_{WD}(t_D - t_{D,j}) - q_{WD}(t_D - t_{D,j+1}) \right] \quad \dots(2.7)$$

Para $q_{WD}(0) = 0$, a equação acima pode ser rearranjada como segue:

$$P_{SD}^*(t_{D,n-1}) = \frac{P_{WD}(t_{D,n})}{q_{WD}(t_D - t_{D,n-1})} - \\ - \sum_{j=1}^{n-2} \left[\frac{q_{WD}(t_D - t_{D,j}) - q_{WD}(t_D - t_{D,j+1})}{q_{WD}(t_D - t_{D,n-1})} \right] \cdot P_{SD}(t_{D,j}^*) \quad \dots(2.8)$$

O primeiro valor de p_{SD} é dado por:

$$P_{SD}(t_{D,1}^*) = \frac{P_{WD}(t_{D,2})}{q_{WD}(t_{D,2})}$$

Pode-se escrever (2.8) da seguinte forma:

$$P_{SD}(t_{D,n-1}^*) = \frac{P_{WD}(t_{D,n}) - \text{SOMA}}{q_{WD}(t_{D,n} - t_{D,n-1})} \quad , \quad \dots (2.9)$$

onde:

$$\text{SOMA} = \sum_{j=1}^{n-2} \left[q_{WD}(t_{D,n} - t_{D,j}) - q_{WD}(t_{D,n} - t_{D,j+1}) \right] \cdot P_{SD}(t_{D,j}^*) .$$

Kuchuk e Ayestaran¹⁰ utilizaram as equações acima com $\theta = 1/2$, ou seja, $t_{D,j}^* = 1/2 \cdot (t_{D,j} + t_{D,j+1})$.

Na verdade, a escolha de θ é o ponto crítico deste método, já que o valor ótimo de θ (para o qual a linearização efetuada na integral de convolução produz um erro mínimo) varia caso a caso, como se verá nos exemplos teóricos. O programa computacional implementado neste trabalho tem como um dos dados de entrada o valor de θ .

A suposição de que $q_{WD}(0) = 0$ é válida para o caso de produção por abertura de válvula na superfície, mas não vale para teste de crescimento de coluna ("slug-test"). Neste caso, Thompson, Jones e Reynolds¹⁹ aconselham o uso de $\theta=1$, ou seja, $t_{D,j}^* = t_{D,j+1}$.

Da equação (2.7), tem-se que:

$$P_{WD}(t_{D,n}) = P_{SD}(t_D) \cdot \left[q_{WD}(0) + q_{WD}(t_D - t_{D,n-1}) - q_{WD}(t_D - t_{D,n}) \right] + \\ + \sum_{j=1}^{n-2} P_{SD}(t_{D,j+1}) \cdot \left[q_{WD}(t_D - t_{D,j}) - q_{WD}(t_D - t_{D,j+1}) \right] ,$$

que pode ser resumido por:

$$P_{SD}(t_D) = \frac{P_{WD}(t_{D,n}) - \text{SOMA}}{q_{WD}(t_D - t_{D,n-1})} \quad , \quad \dots (2.10)$$

onde:

$$\text{SOMA} = \sum_{j=1}^{n-2} P_{SD}(t_{D,j+1}) \cdot \left[q_{WD}(t_D - t_{D,j}) - q_{WD}(t_D - t_{D,j+1}) \right] \quad ,$$

com:

$$P_{SD}(t_{D,2}) = \frac{P_D(t_{D,2})}{q_D(t_{D,2})} \quad .$$

Este procedimento também foi implementado e, tanto neste como no caso anterior, utilizou-se interpolação dos dados de vazão por splines cúbicas (ver método 3). As referências citadas acima usaram interpolação linear.

As equações (2.1) a (2.7) são gerais e se aplicam também para o período de buildup. Devido ao efeito de estocagem, a vazão não cessa no instante do fechamento, como foi visto no Cap. 1. Utilizando as equações acima pode-se converter os dados de "drawdown" e de "buildup" para a queda de pressão que resultaria se a vazão fosse constante. Thompson e Reynolds¹² apresentam um procedimento a ser utilizado quando somente dados de buildup são considerados.

Com o procedimento indicado, nenhuma restrição sobre a partição da eq.(2.2) é necessária para se ter a estabilidade do método. Na eq. (2.10), para teste de crescimento de coluna, suponhamos que tenha havido um erro ϵ no cálculo de $P_{SD}(t_{D,k})$, $0 \leq k \leq n-2$. Isso provocará um erro no valor calculado de $P_{SD}(t_D)$, e seja $P_{SD}^*(t_D)$ este valor :

$$P_{SD}^*(t_D) = \frac{P_{WD}(t_D)}{q_{WD}(t_D - t_{D,n-1})} - c_k \cdot \left[P_{SD}(t_{D,k}) + \epsilon \right] -$$

$$- \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k-1}}^{n-2} c_{j+1} \cdot P_{SD}(t_{D,j+1}) \quad \dots (2.11)$$

onde:

$$c_{j+1} = \frac{q_{WD}(t_D - t_{D,j}) - q_{WD}(t_D - t_{D,j+1})}{q_{WD}(t_D - t_{D,n-1})}$$

Subtraindo-se (2.11) de (2.10) e tomando-se o valor absoluto, tem-se:

$$|e| = |p_{SD}(t_D) - p_{SD}^*(t_D)| = |c_k| \cdot |\varepsilon|.$$

A condição para a estabilidade é que $|e|$ seja menor ou igual a $|\varepsilon|$, ou seja, que não tenha havido amplificação do erro. Então, o método é estável se $|c_k| \leq 1, \forall k, 1 \leq k \leq n-2$, o que equivale a :

$$\left| \frac{q_{WD}(t_D - t_{D,k-1}) - q_{WD}(t_D - t_{D,k})}{q_{WD}(t_D - t_{D,n-1})} \right| \leq 1$$

Em um teste de crescimento de coluna a vazão tem um comportamento decrescente com o tempo, pois a contrapressão sobre a face da formação aumenta à medida que o fluido se move para cima. Daí :

$$q_{WD}(t_D - t_{D,n-1}) > q_{WD}(t_D - t_{D,k}) > q_{WD}(t_D - t_{D,k-1}) > 0,$$

e

$$q_{WD}(t_D - t_{D,n-1}) > q_{WD}(t_D - t_{D,k}) - q_{WD}(t_D - t_{D,k-1}) > 0, 1 \leq k \leq n-2$$

Portanto, $|c_k| < 1$, o que garante a estabilidade do método.

O Apêndice B apresenta o método 1 em termos dimensionais.

2.1) MÉTODO 2

Este método lineariza a integral de convolução usando a regra dos trapézios .

O intervalo $[0, t_{N+1}]$ será dividido em subintervalos:

$$0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_N < t_{N+1}$$

Da equação (1.13), resulta:

$$\frac{2\pi kh}{\mu} \cdot \Delta p_w(t_{n+1}) = q_w(0) \cdot p_{SD}(t_{n+1}) + \int_{t_1=0}^{t_{n+1}} q'_w(t_{n+1}-\tau) \cdot p_{SD}(\tau) \cdot d\tau,$$

ou :

$$\Delta p_w(t_{n+1}) = q_w(0) \cdot \Delta p_s(t_{n+1}) + \sum_{i=1}^n \int_{t_i}^{t_{i+1}} q'_w(t_{n+1}-\tau) \cdot \Delta p_s(\tau) \cdot d\tau,$$

onde:

$$\Delta p_s(\tau) = \frac{\mu p_{SD}(\tau_D)}{2\pi k h} .$$

Utilizando-se a regra dos trapézios, a equação anterior se transforma em

$$\begin{aligned} \Delta p_w(t_{n+1}) &= q_w(0) \cdot \Delta p_s(t_{n+1}) + \\ &+ \sum_{i=1}^n \left[\Delta p_s(t_{i+1}) \cdot q'_w(t_{n+1}-t_{i+1}) + \Delta p_s(t_i) \cdot q'_w(t_{n+1}-t_i) \right] \cdot \frac{(t_{i+1}-t_i)}{2} \\ &\dots(2.12) \end{aligned}$$

com $n = 0, 1, 2, \dots, N$. Tem-se então $N+1$ equações, com incógnitas $\Delta p_S(t_1), \Delta p_S(t_2), \dots, \Delta p_S(t_{N+1})$.

Em termos matriciais,

$$[A] \cdot [\Delta p_S] = [\Delta p_W],$$

onde:

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{N+1,1} & a_{N+1,2} & a_{N+1,3} & \dots & \dots & a_{N+1,N+1} \end{bmatrix}$$

Os elementos da matriz são dados por :

$$a_{11} = q_w(t_1) = q_w(0)$$

$$a_{ii} = q_w(t_i) + q'_w(t_i) \cdot \left(\frac{t_i - t_{i-1}}{2} \right), \quad i = 2, \dots, N+1$$

$$a_{i,i-1} = q'_w(t_i - t_{i-1}) \cdot \left(\frac{t_i - t_{i-1}}{2} \right), \quad i = 2, \dots, N+1$$

$$a_{i,j} = q'_w(t_i - t_j) \cdot \left(\frac{t_{j+1} - t_{j-1}}{2} \right), \quad j = 2, \dots, N$$

$$[\Delta p_S] = \begin{bmatrix} \Delta p_S(t_1) \\ \Delta p_S(t_2) \\ \Delta p_S(t_3) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta p_S(t_{N+1}) \end{bmatrix}; \quad [\Delta p_W] = \begin{bmatrix} \Delta p_W(t_1) \\ \Delta p_W(t_2) \\ \Delta p_W(t_3) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta p_W(t_{N+1}) \end{bmatrix}$$

Na equação (2.12) , vê-se a necessidade de interpolar os valores das derivadas da vazão nos nós. Para isso, utiliza-se as subrotinas SPLINE e SPLINT¹⁰ , em anexo (interpolação por splines cúbicas).

O sistema de equações lineares resultante é tal que a matriz dos coeficientes é triangular inferior, sendo facilmente resolvido por substituição direta.

Este método tem problemas quanto a estabilidade, pois existe acumulação de erros, em muitos casos. Valores imprecisos de $q_w(t_1=0)$ e $\Delta p_w(t_1=0)$ ocasionam uma má estimativa de $\Delta p_s(t_1)$, provocando um cálculo incorreto de $\Delta p_s(t_2)$, etc...

O cálculo das derivadas da vazão nos nós também pode levar a erros, principalmente se o comportamento de vazão não for muito suave.

Quando se aplica a regra dos trapézios em cada subintervalo $[t_i, t_{i+1}]$, tem-se um erro da ordem de $h_i^3 \cdot f''$, com $h_i = t_{i+1} - t_i$. Ou seja , a resposta correta e a estimada diferem de um valor que é dado pelo produto de um fator por h_i^3 (o que mostra a necessidade de intervalos de integração pequenos) pela derivada segunda da função em algum ponto do intervalo de integração. Este ponto, entretanto, é desconhecido, daí não ser possível se fazer uma estimativa do erro cometido ao usar-se este método na deconvolução.

2.3) METODO 3

Aplicando-se a transformada de Laplace (ver Tabela 2.1) na eq. (1.12), e utilizando-se o teorema da convolução (Apêndice A), tem-se:

$$L\{p_{WD}(t_D)\} = q_{WD}(0) \cdot L\{p_{SD}(t_D)\} + \\ + L\left\{ \int_0^{t_D} q'_{WD}(t_D - \tau) \cdot p_{SD}(\tau) \cdot d\tau \right\} ,$$

o que produz:

$$\bar{p}_{WD}(s) = q_{WD}(0) \cdot \bar{p}_{SD}(s) + \left[s \cdot \bar{q}_{WD}(s) - q_{WD}(0) \right] \cdot \bar{p}_{SD}(s) .$$

Dai, tem-se que:

$$\boxed{\bar{p}_{SD}(s) = \frac{\bar{p}_{WD}(s)}{s \cdot \bar{q}_{WD}(s)}} \quad \dots (2.13)$$

Denominando-se:

$$\bar{\Delta p}_S(s) = \frac{\bar{\Delta p}_W(s)}{s \cdot \bar{q}_W(s)} ,$$

resulta:

$$\bar{p}_{SD}(s) = \frac{2\pi kh}{\mu} \cdot \bar{\Delta p}_S(s) \quad \dots (2.14)$$

FUNÇÃO ORIGINAL	TRANSFORMADA
$f(t)$	$L\{f(t)\} = f(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot f(t) \cdot dt$
$a \cdot f_1(t) + b \cdot f_2(t)$	$a \cdot \bar{f}_1(s) + b \cdot \bar{f}_2(s)$
$u(t-a)$	$\frac{e^{-as}}{s}$
$f(t) \cdot u(t-a)$	$e^{-as} \cdot L\{f(t+a)\}$
$f'(t)$	$s \cdot \bar{f}(s) - f(0_+)$

Tabela 2.1 - Definição e regras operacionais para Transformadas de Laplace

Os dados de pressão e vazão serão aproximados linearmente em cada subintervalo de medição. As expressões para os comportamentos de pressão e vazão em todo o intervalo de medição são obtidas utilizando a função degrau unitário (Fig. 4). Encontra-se então as expressões para $\overline{\Delta p_w}$ e $\overline{q_w}$ no campo de Laplace. Utilizando o método de Crump ou o de Stehfest para a inversão numérica de $\overline{\Delta p_s}(s)$, obtém-se a resposta ao degrau unitário no campo real.

O procedimento indicado será detalhado a seguir:

Sejam f_1, f_2, \dots, f_n os valores a interpolar, medidos nos tempos t_1, t_2, \dots, t_n , com $h_i = t_i - t_{i-1}$.

Interpolando linearmente, para $t \in [t_{i-1}, t_i]$:

$$f_i(t) = f_{i-1} + \frac{f_i - f_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \cdot (t - t_{i-1}) = f_{i-1} + A_i \cdot (t - t_{i-1}) \quad \dots(2.15)$$

A expressão em (2.15) vale para $t \in [t_{i-1}, t_i]$. Para obter a expressão para a função $f(t)$, $\forall t \in [t_1, t_n]$, utiliza-se a função degrau unitário (Fig. 2.1):

$$u(t-t_i) = \begin{cases} 0, & t < t_i \\ 1, & t > t_i \end{cases}$$

Para o intervalo $[t_1, t_n]$:

$$f(t) = \sum_{i=2}^n f_i(t) \cdot \left[u(t-t_{i-1}) - u(t-t_i) \right] \quad \dots(2.16)$$

Como foi dito anteriormente, é necessário expressar f no campo de Laplace:

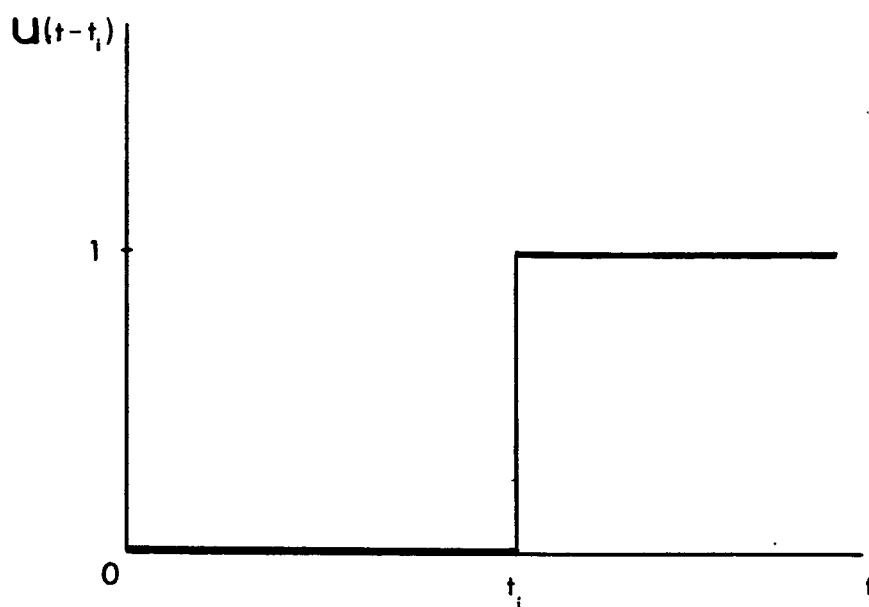


Figura 2.1a- Função degrau unitário ou de Heaviside

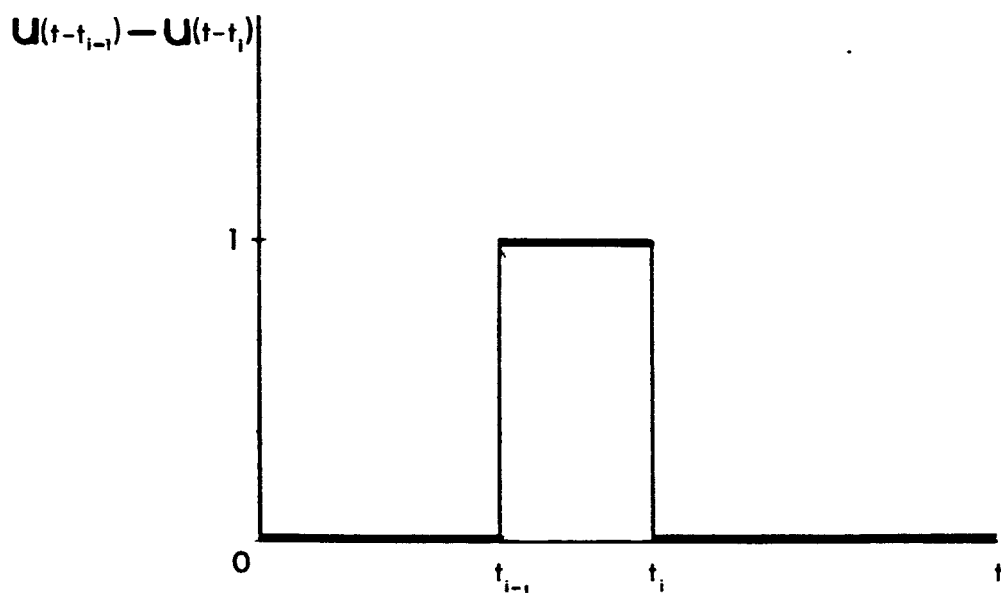


Figura 2.1b- Função "janela"

$$L\{f(t)\} = \bar{f}(s) = \sum_{i=2}^n L\left\{ f_i(t) \cdot \left[u(t-t_{i-1}) - u(t-t_i) \right] \right\}$$

ou:

$$\bar{f}(s) = \sum_{i=2}^n L\left\{ \left[f_{i-1} + A_i \cdot (t-t_{i-1}) \right] \cdot \left[u(t-t_{i-1}) - u(t-t_i) \right] \right\} \dots (2.17)$$

Dado que:

$$L\left\{ f_i(t) \cdot \left[u(t-a) \right] \right\} = \exp(-a \cdot s) \cdot L\left\{ f_i(t+a) \right\} , \dots (2.18)$$

tem-se:

$$\begin{aligned} 1) \quad L\left\{ \left[f_{i-1} + A_i \cdot (t - t_{i-1}) \right] \cdot u(t - t_{i-1}) \right\} &= \\ &= \exp(-t_{i-1} \cdot s) \cdot \left[\frac{f_{i-1}}{s} + \frac{A_i}{s^2} \right] \dots (2.19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad L\left\{ \left[f_{i-1} + A_i \cdot (t - t_{i-1}) \right] \cdot u(t - t_i) \right\} &= \\ &= \exp(-t_i \cdot s) \cdot L\left\{ f_{i-1} + A_i \cdot \left[t + t_i - t_{i-1} \right] \right\} = \\ &= \exp(-t_i \cdot s) \cdot \left[\frac{f_{i-1} + A_i \cdot h_i}{s} + \frac{A_i}{s^2} \right] \dots (2.20) \end{aligned}$$

Usando (2.19) e (2.20) em (2.17), resulta:

$$\begin{aligned} \bar{f}(s) &= \sum_{i=2}^n \left\{ \exp(-t_{i-1} \cdot s) \cdot \left[\frac{f_{i-1}}{s} + \frac{A_i}{s^2} \right] - \right. \\ &- \left. \exp(-t_i \cdot s) \cdot \left[\frac{f_{i-1} + A_i \cdot h_i}{s} + \frac{A_i}{s^2} \right] \right\} \dots (2.21) \end{aligned}$$

Utilizando-se a equação acima para os dados de pressão e vazão, as expressões de Δp_w e q_w no campo de Laplace são obtidas.

A resposta ao degrau unitário, no campo de Laplace, é dada por

$$\overline{\Delta p_s}(s) = \frac{\overline{\Delta p_w}(s)}{s \cdot \overline{q_w}(s)}$$

Finalmente, utilizando o método de Crump¹⁷ ou o de Stehfest¹⁸ (subrotinas em anexo), é feita a inversão para o campo real.

O algoritmo de Stehfest limita-se à inversão de funções contínuas, não funcionando quando há variações bruscas de vazão. O algoritmo de Crump^{17,19} é mais sofisticado, utilizando-se de análise de Fourier e avaliando as funções no campo de Laplace para valores complexos do argumento s ; este método de inversão funciona satisfatoriamente mesmo quando há variações bruscas de vazão.

2.4) MÉTODO 4

Este método utiliza o mesmo procedimento do método 3, mas os dados de pressão e vazão serão aproximados por spline cúbica em cada subintervalo de medição.

Sejam f_1, f_2, \dots, f_n os valores a interpolar, medidos nos tempos t_1, t_2, \dots, t_n .

Definindo-se:

$$h_i = t_i - t_{i-1} \quad ; \quad d_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{h_i} \quad , \quad i = 2, n$$

$$x = \frac{t - t_{i-1}}{h_i} \quad , \quad (t \in [t_{i-1}, t_i])$$

a função "spline" de grau 3 (em $[t_{i-1}, t_i]$) é :

$$\begin{aligned} f_i(t) = & x \cdot f_i(t_i) + (1 - x) \cdot f_{i-1}(t_{i-1}) + \\ & + h_i \cdot x \cdot (1 - x) \cdot \left[(K_{i-1} - d_i) \cdot (1 - x) - (K_i - d_i) \cdot x \right] \end{aligned}$$

... (2.22)

com K_1, K_2, \dots, K_n (derivadas nos nós) satisfazendo ao sistema tridiagonal :

$$h_{i+1} \cdot K_{i-1} + 2 \cdot (h_i + h_{i+1}) \cdot K_i + h_i \cdot K_{i+1} = 3 \cdot (h_i \cdot d_{i+1} + h_{i+1} \cdot d_i) \quad ,$$

$i = 2, 3, \dots, n-1$
... (2.23)

As equações acima definem um sistema linear com $(n-2)$ equações e n incógnitas.

Para se obter uma solução única, são necessárias condições

adicionais :

$$\begin{cases} 2.K_1 + K_2 = 3.d_2 & , & (f''_2(t_1)=0) , \\ K_{n-1} + 2.K_n = 3.d_n & , & (f''_n(t_n)=0) , \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} 2.K_1 + K_2 = 3.d_2 & , & (f''(t_1)=0) , \\ K_n = 0 & , & (f'(t_n)=0) . \end{cases}$$

... (2.24)

A matriz dos coeficientes tem algumas propriedades especiais : é tridiagonal, simétrica e, para qualquer escolha de $t_1 < t_2 < \dots < t_n$, é não-singular e diagonalmente dominante. Então, uma solução única K_1, K_2, \dots, K_n sempre existe.

Pode ser mostrado que para qualquer escolha razoável de t_1, t_2, \dots, t_n a matriz dos coeficientes é bem condicionada.

Resolvendo-se o sistema obtém-se os valores das derivadas nos nós. Utilizando-os na eq. (2.15) encontra-se a aproximação em cada subintervalo $[t_{i-1}, t_i]$.

Pode-se reescrever a eq. (2.22) da seguinte forma :

$$f_i(t) = f_{i-1} + A_i \cdot [t-t_{i-1}] + B_i \cdot [t-t_{i-1}]^2 + C_i \cdot [t-t_{i-1}]^3 ,$$

... (2.25)

onde

$$A_i = K_{i-1} ; B_i = \frac{1}{h_i} \left[-2.K_{i-1} - K_i + 3.d_i \right] ;$$

$$e \quad C_i = \frac{1}{h_i^2} \left[K_{i-1} + K_i - 2.d_i \right].$$

A expressão em (2.16) vale para $t \in [t_{i-1}, t_i]$. Para se obter a expressão para a função $f(t)$, $\forall t \in [t_1, t_n]$, utiliza-se a função degrau unitário.

Para o intervalo $[t_1, t_n]$, pode-se escrever:

$$f(t) = \sum_{i=2}^n f_i(t) \cdot \left[u(t-t_{i-1}) - u(t-t_i) \right]. \quad \dots(2.26)$$

Algumas propriedades importantes da interpolação efetuada são:

a) Em cada subintervalo tem-se um polinômio de grau 3.

b) Existe continuidade da derivada segunda nos nós, isto é:

$$f_i''(t_i) = f_{i+1}''(t_i)$$

Como foi dito anteriormente, é necessário expressar f no campo de Laplace, o que é feito por:

$$\begin{aligned} L\{f(t)\} &= \bar{f}(s) = \sum_{i=2}^n L\left\{ f_i(t) \cdot \left[u(t-t_{i-1}) - u(t-t_i) \right] \right\} = \\ &= \sum_{i=2}^n L\left\{ \left[f_{i-1} + A_i \cdot (t-t_{i-1}) + B_i \cdot (t-t_{i-1})^2 + C_i \cdot (t-t_{i-1})^3 \right] \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \left[u(t-t_{i-1}) - u(t-t_i) \right] \right\} \quad \dots(2.27) \end{aligned}$$

Mas,

$$L\left\{ f_i(t) \cdot \left[u(t-a) \right] \right\} = \exp(-a \cdot s) \cdot L\left\{ f_i(t+a) \right\} \quad \dots(2.28)$$

Então:

$$\begin{aligned}
 1) L\left\{\left[f_{i-1} + A_i \cdot (t-t_{i-1}) + B_i \cdot (t-t_{i-1})^2 + C_i \cdot (t-t_{i-1})^3\right] \cdot \left[u(t-t_{i-1})\right]\right\} &= \\
 &= \exp(-t_{i-1} \cdot s) \cdot L\left\{f_{i-1} + A_i \cdot t + B_i \cdot t^2 + C_i \cdot t^3\right\} = \\
 &= \exp(-t_{i-1} \cdot s) \cdot \left[\frac{f_{i-1}}{s} + \frac{A_i}{s^2} + \frac{2 \cdot B_i}{s^3} + \frac{6 \cdot C_i}{s^4}\right] \dots (2.29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) L\left\{\left[f_{i-1} + A_i \cdot (t-t_{i-1}) + B_i \cdot (t-t_{i-1})^2 + C_i \cdot (t-t_{i-1})^3\right] \cdot \left[u(t-t_i)\right]\right\} &= \\
 &= \exp(-t_i \cdot s) \cdot L\left\{f_{i-1} + A_i \cdot (t+h_i) + B_i \cdot (t+h_i)^2 + C_i \cdot (t+h_i)^3\right\} = \\
 &= \exp(-t_i \cdot s) \cdot \left[\frac{(f_{i-1} + A_i \cdot h_i + B_i \cdot h_i^2 + C_i \cdot h_i^3)}{s} + \right. \\
 &+ \left. \frac{(A_i + 2 \cdot B_i \cdot h_i + 3 \cdot C_i \cdot h_i^2)}{s^2} + \frac{2 \cdot (B_i + 3 \cdot C_i \cdot h_i)}{s^3} + \frac{6 \cdot C_i}{s^4}\right] \dots (2.30)
 \end{aligned}$$

Substituindo (2.29) e (2.30) em (2.27), a expressão de f no campo de Laplace é obtida.

A subrotina INTERP, em anexo, calcula os valores dos coeficientes A_i, B_i, C_i , $i = 2, \dots, n$.

Utilizando a subrotina INTERP, para os dados de queda de pressão e de vazão, e a expressão (2.27) , encontramos as expressões de para Δp_w e q_w no campo de Laplace .

A resposta ao degrau unitário, no campo de Laplace, é dada por

$$\overline{\Delta p_s}(s) = \frac{\overline{\Delta p_w}(s)}{s \cdot \overline{q_w}(s)}$$

Finalmente, utilizando o método de Crump ou o de Stehfest , é feita a inversão para o campo real.

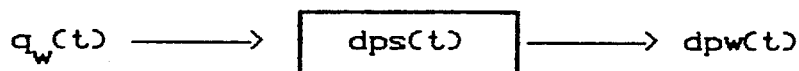
CAP. 3

APLICAÇÕES

3.1) EXEMPLOS TEÓRICOS E TESTES SIMULADOS

Inicialmente serão abordados alguns exemplos teóricos que possibilitam uma comparação dos métodos de deconvolução implementados.

Sejam $q_w(t)$ a função excitação aplicada a um sistema físico, $dpw(t)$ a resposta por ele produzida e $dps(t)$ a "função transferência", ou resposta à função degrau unitário, obtida por deconvolução (ver Apêndice A):

3.1.1) EXEMPLO 1

Sejam, por exemplo, $q_w(t) = 2.t$ e $dpw(t) = t^2$

A resposta teórica da deconvolução é :

$$dps(t) = L^{-1} \left\{ \frac{\overline{dpw}(s)}{s \cdot \overline{q_w}(s)} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{\frac{2}{s^3}}{s \cdot \frac{2}{s^2}} \right\} = t$$

O método 1 produziu resultados corretos com o uso de $\theta = 1/2$. O método 2 também funcionou corretamente.

Os resultados apresentados pelos métodos 3 e 4 também tiveram boa precisão. Esta precisão pode ser melhorada, se o parâmetro "máximo erro relativo permitido" na inversão da Transformada de Laplace (ver Apêndice D) for diminuído. Entretanto, quanto maior a precisão desejada, maior o tempo de computação necessário para a inversão.

Todos os resultados são apresentados na Tabela 3.1.

t	método 1 ($\theta = 1/\sqrt{3}$) dps	método 2 dps	método 3 dps	método 4 dps
0.00				
0.05	0.050000			
0.10		0.100000	0.099313	0.092266
0.15	0.150000			
0.20		0.200000	0.199433	0.202080
0.25	0.250000			
0.30		0.300000	0.299419	0.299449
0.35	0.350000			
0.40		0.400000	0.398010	0.400160
0.45	0.450000			
0.50		0.500000	0.499807	0.499977
0.55	0.550000			
0.60		0.600000	0.598682	0.600026
0.65	0.650000			
0.70		0.700000	0.698575	0.700017
0.75	0.750000			
0.80		0.800000	0.796263	0.800020
0.85	0.850000			
0.90		0.900000	0.900039	0.900024
0.95	0.950000			
1.00		1.000000	1.000028	0.999550
1.05	1.050000			
1.10		1.100000	1.100027	1.100025
1.15	1.150000			
1.20		1.200000	1.200026	1.200011
1.25	1.250000			
1.30		1.300000	1.300027	1.299989
1.35	1.350000			
1.40		1.400000	1.400027	1.399959
1.45	1.450000			
1.50		1.500000	1.500027	1.499920
1.55	1.550000			
1.60		1.600000	1.600027	1.599873
1.65	1.650000			
1.70		1.700000	1.700027	1.699815
1.75	1.750000			
1.80		1.800000	1.800026	1.799751
1.85	1.850000			
1.90		1.900000	1.900044	1.899667
1.95	1.950000			
2.00		2.000000	2.000009	1.999585

Tabela 3.1- Exemplo 1: Resultados da deconvolução
(resposta correta : dps = t)

3.1.2) EXEMPLO 2

Sejam

$$q_w(t) = \exp(-t) \quad \text{e} \quad dpw(t) = 2. \left[1 - \exp(-t) \right].$$

(ver Fig. 3.1)

A resposta teórica da deconvolução é :

$$dps(t) = L^{-1} \left\{ \frac{\overline{dpw}(s)}{s \cdot \overline{q_w}(s)} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{\frac{2}{s \cdot (s+1)}}{s \cdot \frac{1}{s+1}} \right\} = 2 \cdot t$$

O uso de $\theta=1/2$ no método 1, ao contrário do exemplo anterior, não produziu bons resultados neste caso. Os menores erros foram apresentados para $\theta=1$. De fato, o valor de $\theta_{\text{ótimo}}$ varia caso a caso, o que dificulta a aplicação deste método. Para testes em poços não surgentes, como foi visto no Cap. 2, o uso de $\theta = 1$ é aconselhável.

O método 2 apresentou acumulação de erros. Este é um problema crítico para a aplicação deste método, podendo causar inclusive sua instabilidade.

Os métodos 3 e 4 funcionaram satisfatoriamente, com erro quase nulo (ver Tabela 3.2).

t	método 1 ($\theta=1$)		método 2		método 3		metodo 4	
	dps	erro (%)	dps	erro (%)	dps	erro (%)	dps	erro (%)
0.00			0.000000	0.0				
0.10	0.210342	5.17	0.199833	-0.08	0.199658	-0.17	0.199875	-0.06
0.20	0.420684	5.17	0.398717	-0.32	0.399356	-0.16	0.399903	-0.02
0.30	0.631026	5.17	0.596655	-0.56	0.599065	-0.16	0.599890	-0.02
0.40	0.841367	5.17	0.793652	-0.79	0.798775	-0.15	0.799889	-0.01
0.50	1.051709	5.17	0.989712	-1.03	0.998458	-0.15	0.999884	-0.01
0.60	1.262051	5.17	1.184840	-1.26	1.198243	-0.15	1.199880	-0.01
0.70	1.472393	5.17	1.379041	-1.50	1.397971	-0.14	1.399875	-0.01
0.80	1.682735	5.17	1.572318	-1.73	1.597736	-0.14	1.599871	-0.01
0.90	1.893077	5.17	1.764677	-1.96	1.797488	-0.14	1.799867	-0.01
1.00	2.103418	5.17	1.956121	-2.19	1.997173	-0.14	1.999863	0.00
1.10	2.313760	5.17	2.146654	-2.42	2.197030	-0.13	2.199858	-0.01
1.20	2.524102	5.17	2.336282	-2.65	2.396803	-0.13	2.399875	-0.01
1.30	2.734444	5.17	2.525009	-2.88	2.596179	-0.15	2.599850	-0.01
1.40	2.944786	5.17	2.712838	-3.11	2.796013	-0.14	2.799846	-0.01
1.50	3.155128	5.17	2.899774	-3.34	2.995847	-0.14	2.999841	-0.01
1.60	3.365469	5.17	3.085822	-3.57	3.195681	-0.13	3.199837	-0.01
1.70	3.575811	5.17	3.270985	-3.79	3.395519	-0.13	3.399833	0.00
1.80	3.786153	5.17	3.455267	-4.02	3.595590	-0.12	3.599830	0.00
1.90	3.996495	5.17	3.638674	-4.25	3.795331	-0.12	3.799825	0.00
2.00	4.206837	5.17	3.821209	-4.47	3.994920	-0.13	3.999827	0.00

Tabela 3.2 - Exemplo 2: Resultados da deconvolução
(resposta correta : dps = 2.t)

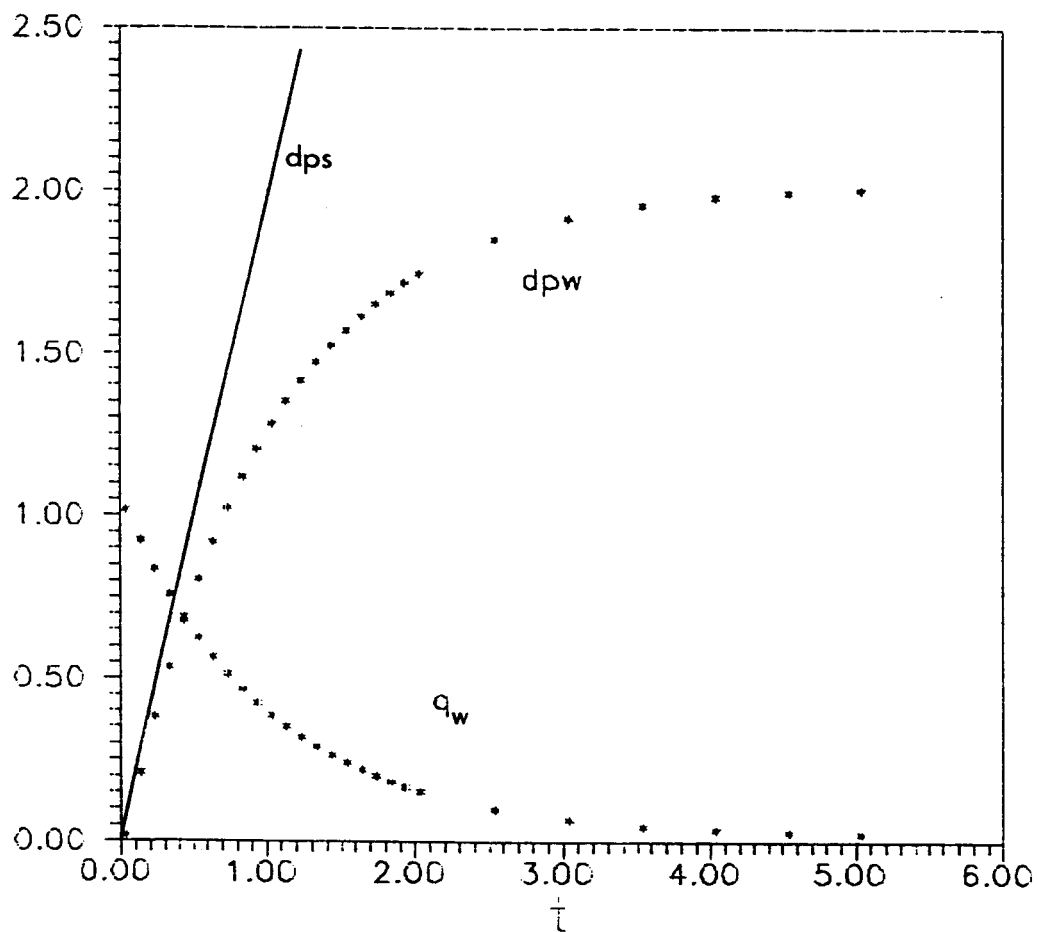


Figura 3.1- Exemplo 2: Funções excitação (q_w), resposta (dpw) e "transferência" (dps)

3.1.3) EXEMPLO 3

A ref.9 traz um histórico de pressão adimensional gerado para o período de fluxo de um teste em poço, com estocagem e skin, produzindo com vazão constante na superfície. Com estas condições e considerando reservatório homogêneo infinito com fluxo radial, utiliza-se a solução da fonte linear para se obter a expressão da queda de pressão adimensional no campo de Laplace, dada por:

$$\bar{p}_{WD} = \frac{K_o(r_D \sqrt{s}) + S}{s \left[1 + s \cdot C_D \left(K_o(r_D \sqrt{s}) + S \right) \right]}$$

... (3.1)

A vazão adimensional na face da formação pode ser calculada, pois assume-se um coeficiente de estocagem constante para gerar p_{WD} , através de:

$$\bar{q}_{WD} = \frac{1}{s} - C_D \cdot s \cdot \bar{p}_{WD}$$

... (3.2)

Assumindo-se $C_D = 10^3$, $S=5$, utilizando-se as duas expressões acima e o algoritmo de Stehfest, foram gerados os dados da Tabela 3.3.

t_D	q_{WD}	P_{WD}	DECONVOLUÇÃO	
			Δp_{SD} (met. 3)	Δp_{SD} (met. 4)
10^2	.013710	.09929		
$10^{2.5}$.039646	.30970	8.33081	8.17767
10^3	.112090	.94100	8.85299	8.89798
$10^{3.5}$.294890	2.65325	9.29820	9.41801
10^4	.637620	6.15337	9.78920	10.03544
$10^{4.5}$.935790	9.71998	10.63681	10.59456
10^5	.993310	11.02468	11.19125	11.13773
10^6	.999490	12.29979	12.32818	12.30617

Tab. 3.3- Dados de entrada e resultados da deconvolução

A Fig. 3.2 mostra o comportamento de q_D vs t_D . Observe-se o efeito da estocagem, fazendo com que somente para $t_D=10^5$ a vazão na face da formação assuma um valor constante e igual à vazão na superfície, corrigida para condições de fundo. A estocagem provoca um afastamento do comportamento de pressão em relação à resposta teórica da formação que, neste caso, seria uma linha reta semilog. Como se pode ver da Fig. 3.3 somente para $t_D > 10^5$ a resposta gerada se aproxima da linha reta semilog. Nota-se também que a deconvolução utilizando os métodos 3 e 4, cujos resultados são apresentados na Tabela 3.3, elimina os efeitos de estocagem, apresentando a reta semilog desde o início.

Fazendo-se uma análise de regressão para os dados resultantes da deconvolução, obtém-se:

$$m_D = 1.1633$$

$$\Delta p_{SD}(t_D=1) = 5.3248$$

Os dados do teste foram gerados utilizando os valores 1.1515 e 5.4045, respectivamente. Observa-se, portanto, um erro da ordem de 1%, que pode ser diminuído se os dados de pressão e vazão adimensionais forem gerados utilizando menores intervalos de tempo.

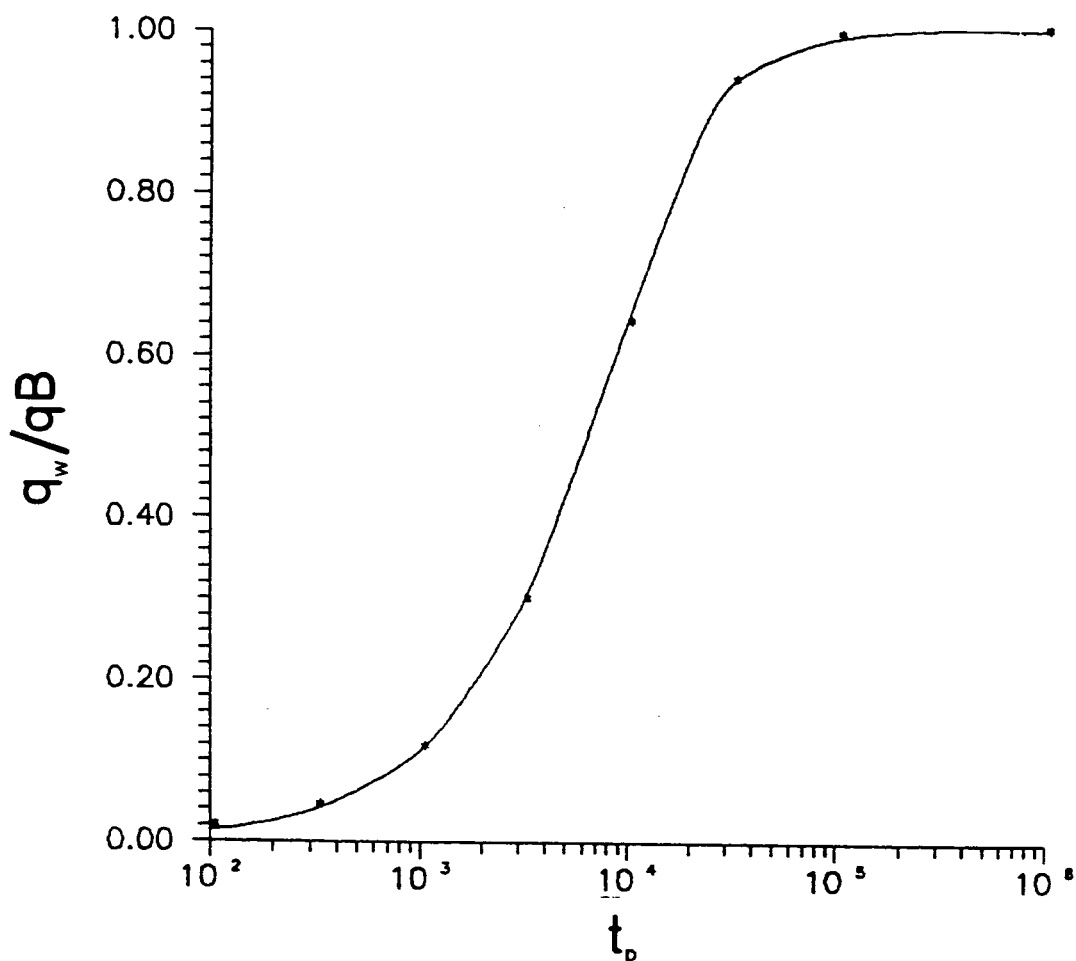


Figura 3.2- Exemplo 3 : Comportamento da vazão adimensional na face da formação

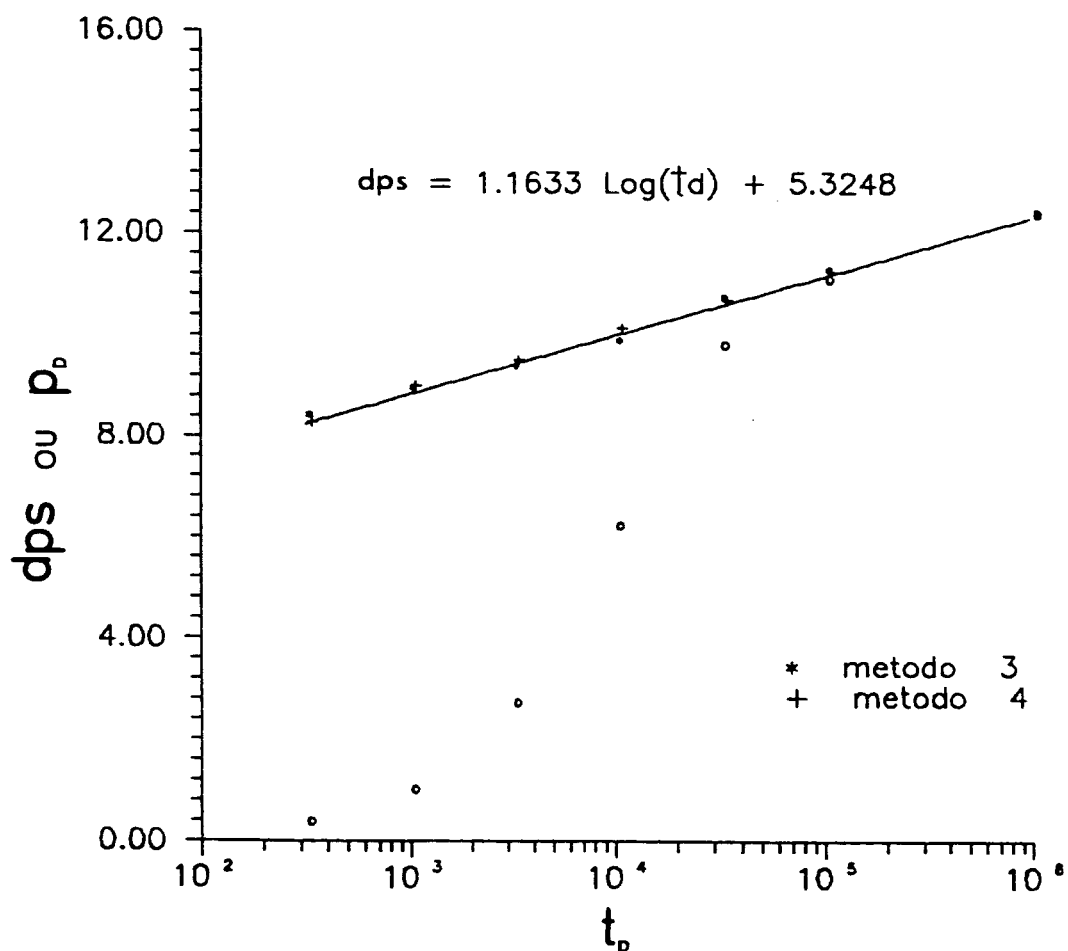


Figura 3.3- Exemplo 3: Gráfico semilog da resposta de pressão antes e após a deconvolução

3.1.4) EXEMPLO 4

Este exemplo corresponde à análise do período de fluxo de um teste de formação tipo "DST", em que os fluidos produzidos não atingem a superfície.

Utilizando a solução encontrada por Jaeger (1956), em estudos de condução de calor, Ramey e Agarwal (ref. 7) apresentaram, em 1972, a solução para o "slug-test" no campo de Laplace:

$$\bar{p}_{WD}(s) = \frac{C_D}{s \cdot C_D + \frac{1}{\frac{K_0(\sqrt{s})}{\sqrt{s} \cdot K_1(\sqrt{s})}} + S}$$

... (3.3)

onde:

$$P_{WD} = \frac{P_i - P_w}{P_i - P_o} = \frac{\Delta p_w}{P_i - P_o},$$

sendo K_0 e K_1 as funções de Bessel modificadas de primeira espécie.

Assumindo-se valores para C_D , S , p_o , p_i e $k/\phi\mu c_t r_w^2$ (a Tabela 3.4 mostra os parâmetros assumidos), utilizando-se as subrotinas da ref. 20 para o cálculo das funções de Bessel, e o algoritmo de Stehfest para a inversão da expressão (3.3), gerou-se a curva P_{wf} vs t apresentada na Fig. 3.4.

Parâmetros utilizados para a geração dos dados de pressão:					
$p_o = 657.7$ psi		$r_v = 0.328$ ft			
$p_i = 3489.7$ psi		$C_f = 0.0537$ bbl/psi			
$k = 41.6$ mD		$C_D = 20498.$			
$S = +5$		$\rho = 52.78$ lbm/ft ³			
$\phi = 0.16$		$h = 17.$ ft			
$\mu = 1.$ cp		$c = 8. \times 10^{-6}$ psi ⁻¹			
t (h)	p_w (psi)	DECONVOLUÇÃO (psi/bbl/d)			
		método 1	método 2	método 3	método 4
.000	657.700		1.601		
.050	726.310	1.742	1.742	1.734	1.733
.100	780.785	1.943	1.885	1.921	1.922
.150	832.761	1.999	1.972	1.978	1.981
.200	882.857	2.032	2.012	2.016	2.019
.250	931.372	2.055	2.039	2.042	2.043
.300	978.488	2.074	2.060	2.062	2.063
.350	1024.331	2.090	2.077	2.079	2.080
.400	1068.998	2.104	2.091	2.093	2.094
.450	1112.562	2.115	2.104	2.105	2.106
.500	1155.085	2.126	2.115	2.116	2.117
.550	1196.619	2.136	2.124	2.126	2.126
.600	1237.208	2.144	2.133	2.135	2.135
.650	1276.892	2.152	2.142	2.143	2.143
.700	1315.707	2.160	2.149	2.150	2.151
.750	1353.684	2.167	2.156	2.157	2.158
.800	1390.852	2.173	2.163	2.164	2.164
.850	1427.239	2.179	2.169	2.170	2.170
.900	1462.868	2.185	2.174	2.176	2.176
.950	1497.764	2.190	2.180	2.181	2.182
1.000	1531.948	2.195	2.185	2.186	2.187
1.050	1565.440	2.200	2.190	2.191	2.192
1.100	1598.260	2.205	2.194	2.196	2.196
1.150	1630.426	2.209	2.199	2.200	2.200
1.200	1661.955	2.213	2.203	2.204	2.205
1.250	1692.864	2.217	2.207	2.208	2.209
1.300	1723.169	2.221	2.211	2.213	2.213
1.350	1752.885	2.225	2.215	2.216	2.216
1.400	1782.027	2.229	2.218	2.220	2.220
1.450	1810.608	2.232	2.222	2.223	2.223
1.500	1838.642	2.235	2.225	2.226	2.227
1.550	1866.142	2.239	2.228	2.229	2.230
1.600	1893.120	2.242	2.232	2.233	2.233
1.650	1919.589	2.245	2.235	2.236	2.236
1.700	1945.560	2.248	2.238	2.239	2.239
1.750	1971.044	2.250	2.240	2.241	2.242
1.800	1996.052	2.253	2.243	2.237	2.239
1.850	2020.594				

Tabela 3.4 - Exemplo 4: Parâmetros assumidos, dados de pressão gerados e resultados da deconvolução

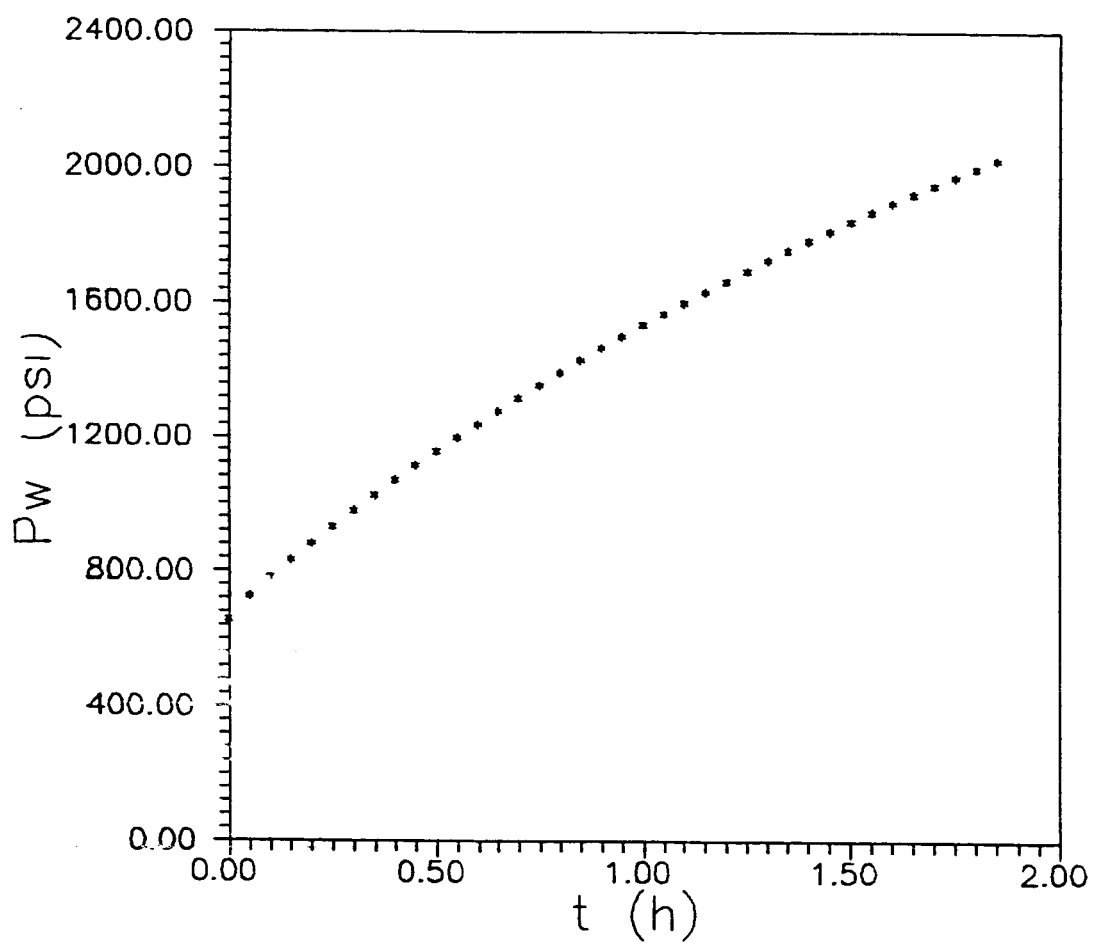


Figura 3.4- Exemplo 4: Comportamento da pressão de fluxo ("slug test")

O cálculo de vazão vs tempo é feito utilizando-se o conceito de coeficiente de estocagem:

$$\boxed{q_w(t) = C_f \cdot \frac{dp_w}{dt}} \quad (C_f \text{ constante}) \quad \dots(3.4)$$

Com os dados de P_{wf} e q_w gerados da forma acima, fez-se a deconvolução através dos quatro métodos implementados, obtendo-se o resultado apresentado na Fig. 3.5. Os gráficos semilog (Fig. 3.6) indicam que a deconvolução minimizou os efeitos de estocagem (linha reta quase desde o início do teste).

A interpretação é realizada da seguinte forma:

A solução do problema de vazão constante, em unidades do Sistema Americano, é dada por:

$$P_{SD} = \frac{k h}{141.2 \mu} L^{-1} \left\{ \frac{\overline{\Delta p_w(s)}}{s \cdot \overline{q_w(s)}} \right\} \quad \dots(3.5)$$

Os métodos de deconvolução implementados fornecem valores de $\Delta P_s(t)$, sendo:

$$\Delta p_s(t) = L^{-1} \left\{ \frac{\overline{\Delta p_w(s)}}{s \cdot \overline{q_w(s)}} \right\} = \frac{141.2 \mu}{k h} \cdot P_{SD}$$

Se o regime de fluxo for radial, a resposta acima será da forma:

$$\Delta P_s(t) = \frac{141.2 \mu}{k h} \cdot P_{SD} = m_D \cdot \log(t) + \text{cte.} \quad \dots(3.5)$$

De (1.4) e (1.5), para fluxo radial em regime transiente, tem-se:

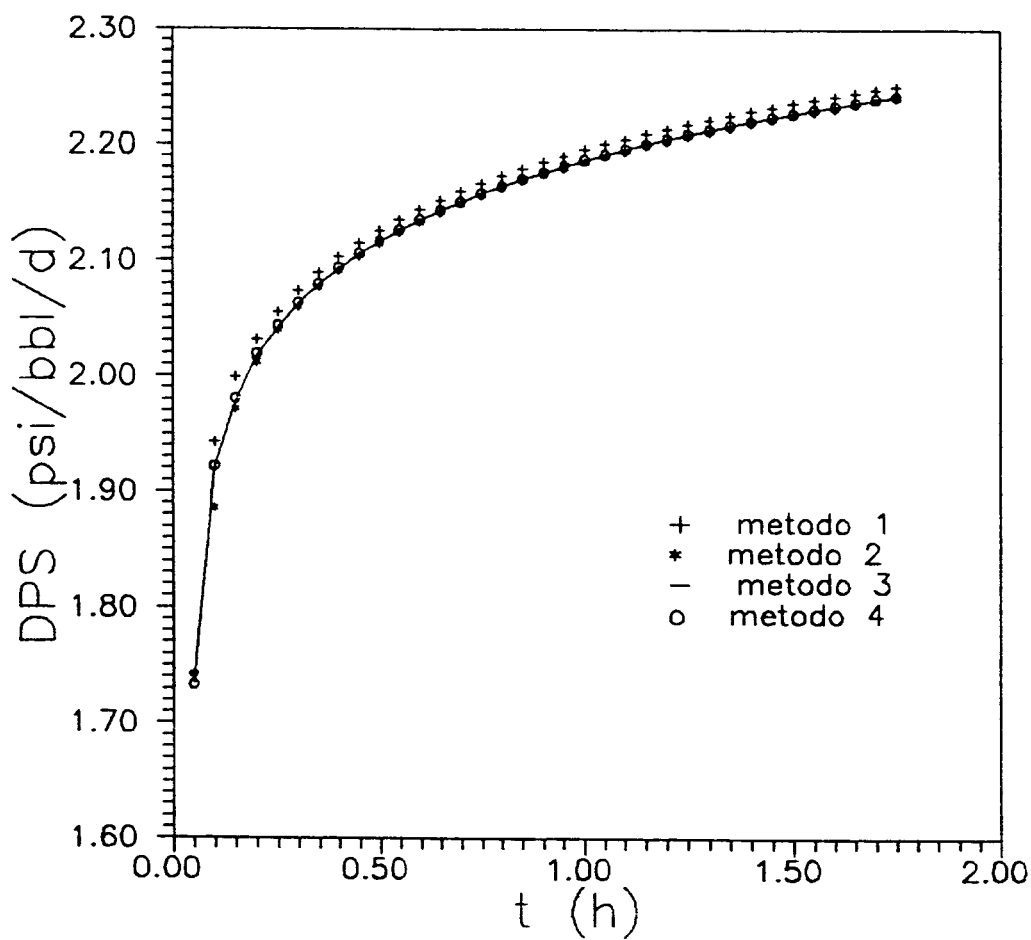


Figura 3.5- Exemplo 4: Resultados da deconvolução

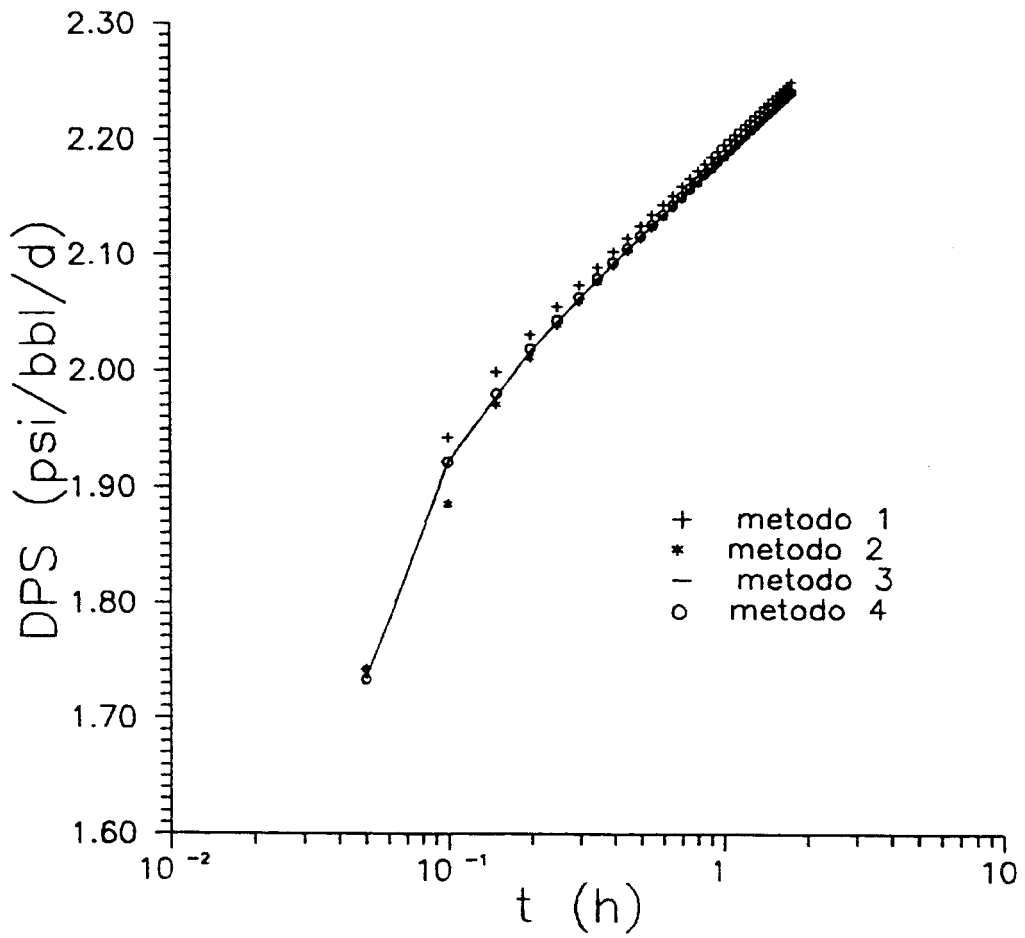


Figura 3.6- Exemplo 4: Gráficos semilog dos resultados da deconvolução

$$P_{so} = 1,1513 \left[\log(t) + \log \left(\frac{k}{\phi \mu c_l r_w^2} \right) - 3,2275 + 0,869 S \right] \quad \dots(3.6)$$

Substituindo (3.6) em (3.5) e comparando os dois lados da equação resultante, obtêm-se as expressões para o cálculo da permeabilidade,

$$k = \frac{162,6 \mu}{m_D h} \quad ,$$

... (3.7)

e o efeito de película, determinado por:

$$S = 1,1513 \left[\frac{\Delta p_S (1 h)}{m_D} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu c_l r_w^2} \right) + 3,2275 \right] \quad .$$

... (3.8)

Fazendo-se uma análise de regressão para ajustar uma linha reta semilog aos dados resultantes da deconvolução, observa-se que os quatro métodos apresentaram praticamente os mesmos resultados (Fig. 3.6), ou sejam:

$$m_D = 0,230 \text{ psi/bbl/d/ciclo} \implies k = 41,6 \text{ mD} \quad ,$$

$$e \quad \Delta p_S (1h) = 2,182 \text{ psi/bbl/d} \implies S = +4,9 \quad .$$

Estes resultados, compatíveis com os dados de permeabilidade e skin utilizados para a geração dos dados de pressão, confirmam o funcionamento do processo de deconvolução. Mais adiante mostrar-se-á um exemplo de campo desta aplicação.

Nos métodos 3 e 4, que envolvem as expressões de Δp_w e q_w no campo de Laplace, é necessário se fazer uma extrapolação de p_w até o valor de p_i , determinando o comportamento de pressão e, conseqüentemente, de vazão em todo o intervalo $[0, \infty)$. Deve-se isto à própria definição de Transformada de Laplace (Tabela 2.1). Se esta extrapolação não for feita, ocorre um afastamento dos últimos pontos resultantes da deconvolução, em relação à linha reta semilog. Dois tipos de extrapolação foram utilizados: linear pelos últimos dados de pressão ou ajustando uma curva logarítmica pelos mesmos pontos (esta última é a mais aconselhável quando o amortecimento não estiver próximo). Os dados reais em conjunto com os dados extrapolados são então ajustados por combinações de splines lineares (método 3) ou cúbicas (método 4). Deve-se salientar que somente os últimos pontos resultantes da deconvolução são influenciados pela extrapolação efetuada, a qual não interfere nos demais resultados e na interpretação como um todo.

3.1.5) EXEMPLO 5

Um aspecto importante da deconvolução é a possibilidade de interpretação simultânea dos períodos de fluxo e estática, tratando-os como um único teste.

Para mostrar isto, seja o teste tipo DST da Fig. 3.7, gerado²¹ para escoamento linear, em reservatório infinito. A Tabela 3.5 apresenta os parâmetros assumidos para gerar os dados de pressão deste teste.

O método 4 foi aplicado, com o seguinte procedimento:

1) Inicialmente, foi feito um ajuste por splines cúbicas (eq. 2.22) para os dados de pressão e vazão (esta, calculada com a eq. (3.4)) do período de fluxo, utilizando-se inclusive os pontos extrapolados mostrados na Fig. 3.8 , obtidos das duas formas indicadas no exemplo 4. Desta forma encontra-se as expressões para $\Delta p_w(t)$ e $q_w(t)$ para $t \leq t_p$.

2) Para os dados do buildup, procede-se da mesma maneira: O ajuste é feito pelos dados de pressão medidos e extrapolados, como mostrado na Fig. 3.8. A extrapolação para $t \leq t_p$ é feita linearmente, impondo-se continuidade para a função $q_w(t)$ em $t=t_p$:

$$C_f \cdot \left. \frac{dp_{wf}}{dt} \right|_{t=t_{p-}} = C_s \cdot \left. \frac{dp_{ws}}{dt} \right|_{\Delta t=0_+} \quad \dots (3.9)$$

A extrapolação para $p_{ws} = p_i$, necessária pelo motivo mencionado no exemplo 4, foi feita linearmente. As extrapolações realizadas à esquerda e à direita de $t = t_p$ servem para evitar desvios provocados pelas condições adicionais (eq. 2.24), utilizadas para a interpolação por splines cúbicas. Desta forma obtém-se um comportamento suave para as curvas de pressão e vazão em tempos próximos a $t = t_p$. Somente estes pontos são influenciados pelas

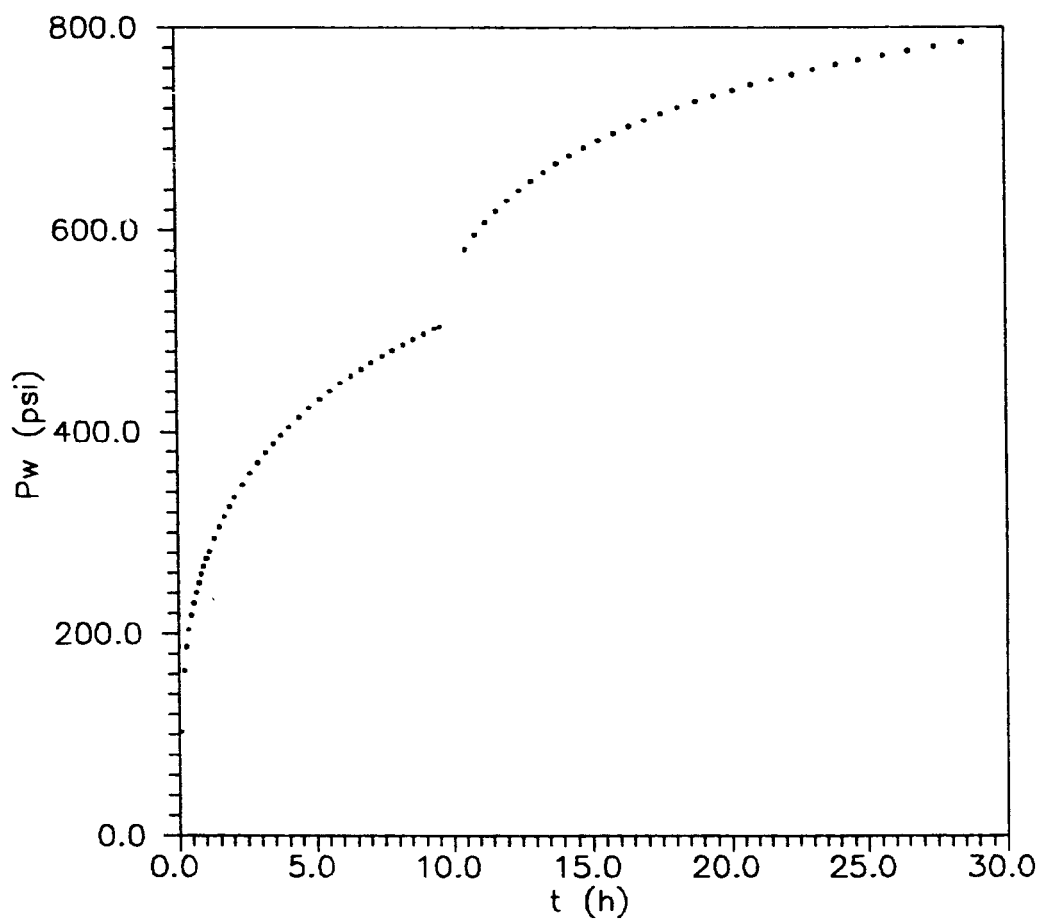


Figura 3.7- Exemplo 5: DST gerado para um reservatório verticalmente fraturado

RESERVATÓRIO COM FRATURA VERTICAL ARTIFICIAL

x_f (i/2 comprimento da fratura) =	50. ft	
h =	50. ft	
k =	100. mD	ϕ = .10
μ =	10. cp	$c_t = .100E-4$ psi ⁻¹
C_f =	.446 RB/psi	$C_s = .446E-3$ RB/psi
r_w =	.350 ft	Skin = 0.
p_i =	1000. psi	$p_o = 100.$ psi

Tempo de produção : 9.480 h

Tempo de fechamento : 18.961 h

Pressão final de fluxo : 501.75 psi

Pressão final da estática : 782.46 psi

Tabela 3.5- Exemplo 5: Parâmetros assumidos para a geração do comportamento de pressão da fig. 3.7

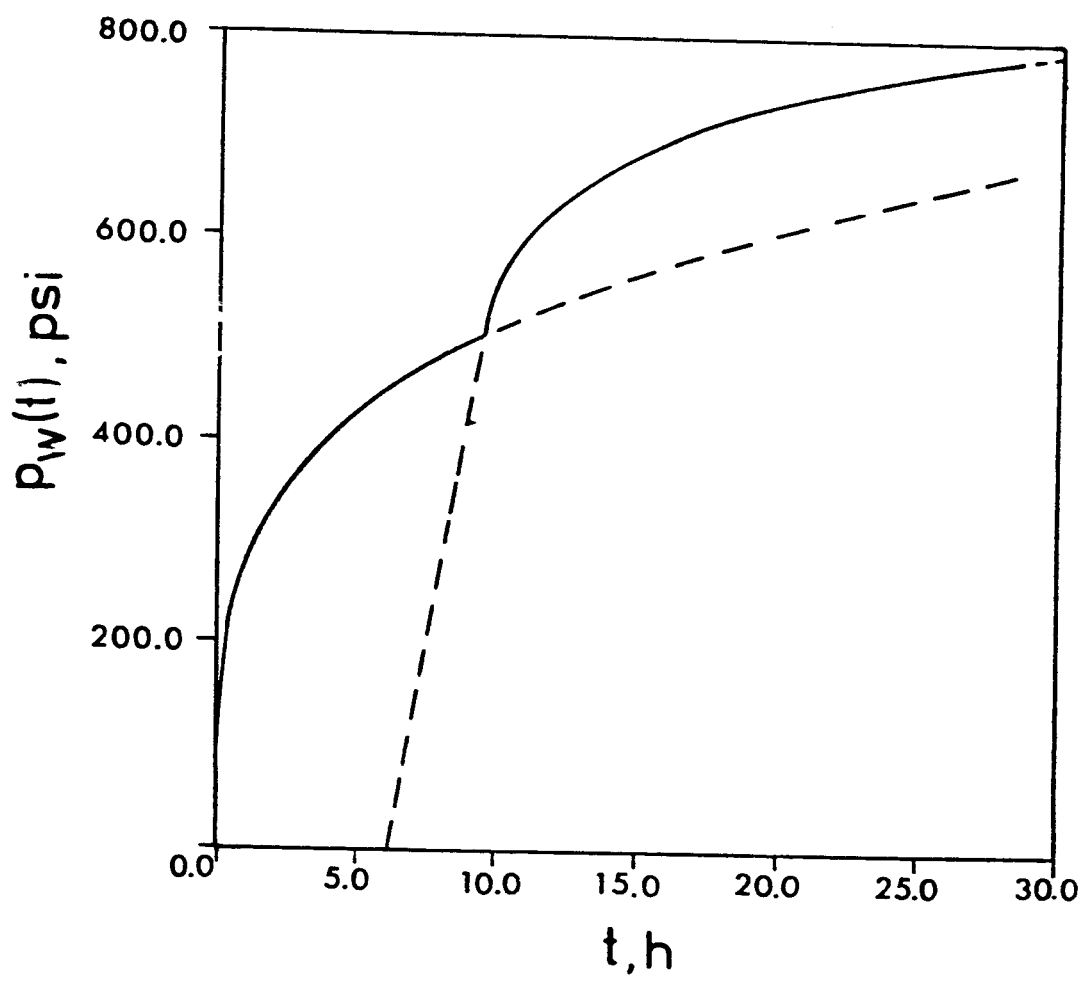


Figura 3.8- Exemplo 5: Comportamento de pressões extrapoladas

extrapolações adotadas, sendo que não há comprometimento da interpretação dos dados resultantes da deconvolução.

A interpolação é realizada por partes: inicialmente pelos dados de pressão de fluxo medidos mais os extrapolados, e a seguir pelos dados de pressão estática (medidos e extrapolados).

As expressões de $\Delta p_w(t)$ e $q_w(t)$ para todo o intervalo de teste $[0, t]$, são obtidas com a eq. (2.26), onde, neste caso:

$$f(t) = \sum_{i=2}^k f_i(t) \cdot \left[u(t-t_{i-1}) - u(t-t_i) \right] + \quad \text{(fluxo)}$$

$$+ \sum_{i=k+1}^n f_i(t) \cdot \left[u(t-t_{i-1}) - u(t-t_i) \right] \quad \text{(buildup)}$$

... (3.10)

com $f_i(t) = \Delta p_{w_i}(t)$ ou $f_i(t) = q_{w_i}(t)$, calculados das seguintes formas:

$$\Delta p_w(t) = \begin{cases} p_i - p_{wf}(t) & , t \leq t_k = t_p \\ p_i - p_{ws}(t) & , t \geq t_k = t_p \end{cases}$$

e

$$q_w(t) = \begin{cases} C_f \cdot \frac{dp_{wf}}{dt} & , t \leq t_k = t_p \\ C_s \cdot \frac{dp_{ws}}{dt} & , t \geq t_k = t_p \end{cases}$$

Para fluxo linear, em um reservatório infinito, a queda de pressão adimensional na face da formação (considerando fratura com fluxo uniforme) é dada por¹⁶ :

$$p_D = \sqrt{\pi \cdot t_{D_{xf}}} \cdot \operatorname{erf} \left[\frac{1}{2 \sqrt{t_{D_{xf}}}} \right] - \frac{1}{2} \cdot E_i \left[- \frac{1}{4 \cdot t_{D_{xf}}} \right],$$

... (3.10)

com

$$t_{D_{xf}} = t_D \cdot \left[\frac{r_v}{x_f} \right]^2.$$

Para $t_{D_{xf}} < 0.1$, a eq. acima pode ser simplificada para

$$p_D = \sqrt{\pi \cdot t_{D_{xf}}}$$

... (3.12)

Portanto, um gráfico $\log(p_D)$ vs $\log(t_{D_{xf}})$ apresenta uma reta de declividade $1/2$.

A deconvolução produziu a resposta apresentada na Fig. 3.9, que, num gráfico $\log \times \log$ (Fig. 3.10), apresenta uma reta de declividade $1/2$ desde os primeiros pontos. O efeito de estocagem é eliminado, e a caracterização do fluxo linear é feita desde o início do teste.

Uma vantagem desta análise simultânea de fluxo e estática é que a resposta da deconvolução resulta numa curva maior, possibilitando uma análise mais segura por curvas-tipo, por exemplo.

O cálculo dos parâmetros é feito a partir da resposta da deconvolução, $\Delta p_S(t)$, a qual é dada por:

$$\Delta p_S(t) = \frac{141,2 \mu}{k h} \cdot p_{SD}(t_{D_{xf}}) = \frac{141,2 \mu}{k h} \cdot \sqrt{\pi t_{D_{xf}}}$$

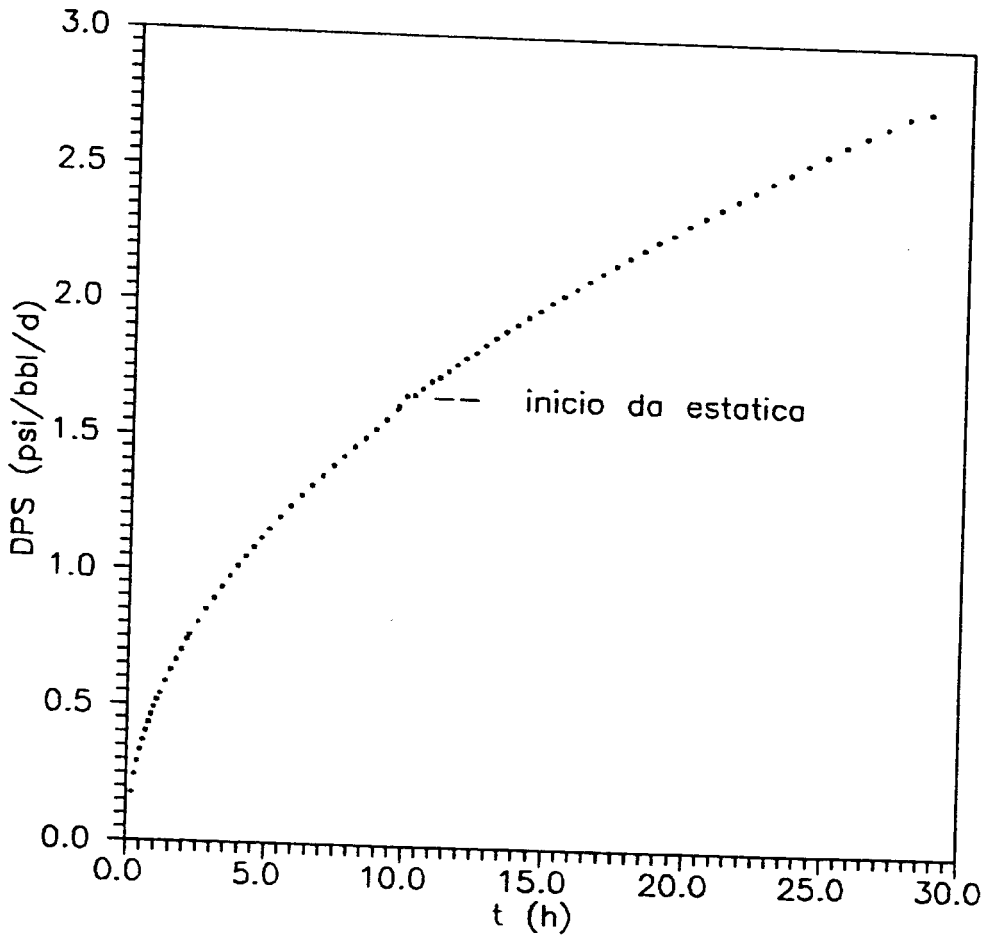


Figura 3.9- Exemplo 5: Gráfico dos dados resultantes da deconvolução (fluxo + estática)

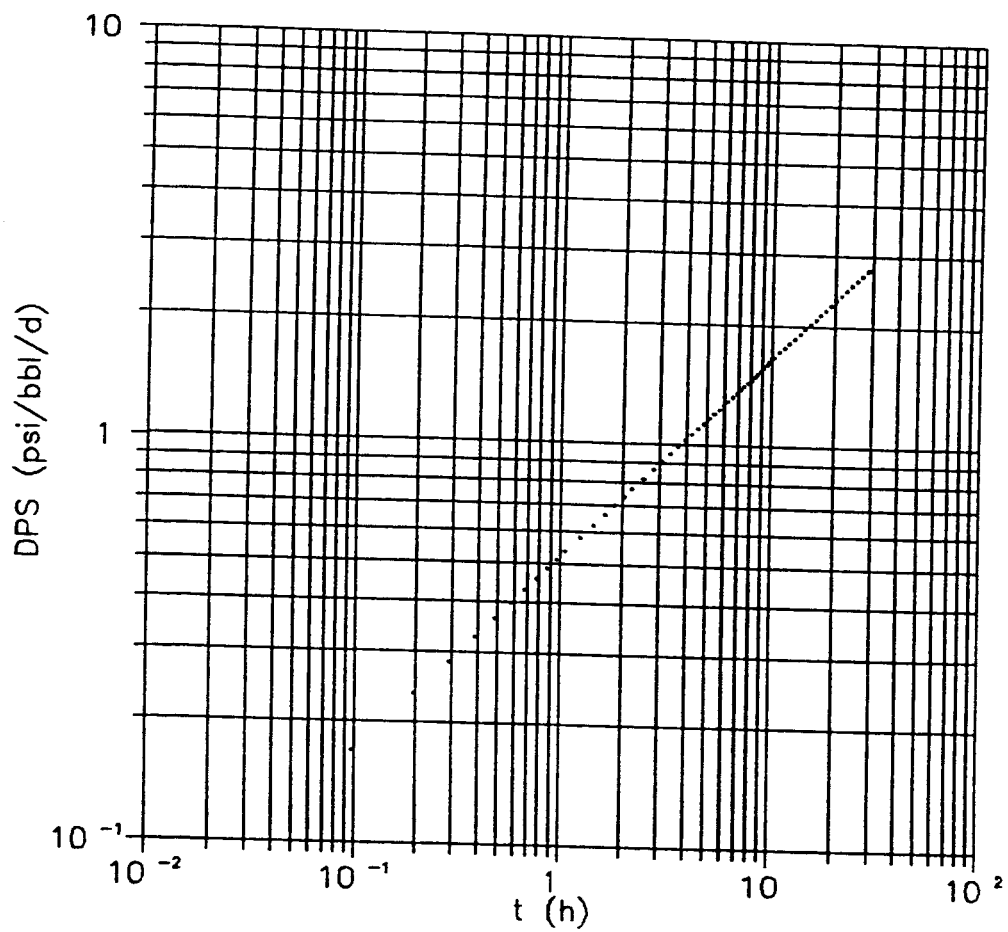


Figura 3.10- Exemplo 5: Gráfico log x log dos resultados da deconvolução (fluxo + estática)

ou:

$$\Delta p_s(t) = \frac{4,064}{h \cdot x_f} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{k \phi c_t}} \cdot \sqrt{t} = m_D \cdot \sqrt{t}$$

Portanto, tem-se que:

$$\boxed{k \cdot x_f^2 = \left(\frac{4,064}{m_D h} \right)^2 \cdot \frac{\mu}{\phi c_t}} \quad \dots (3.13)$$

Do gráfico $\Delta p_s(t)$ vs \sqrt{t} (Fig. 3.11) , obtém-se:

$$m_D = 0,515 \text{ psi/bbl/d/h}^{1/2}$$

Com a equação acima, tem-se:

$$k \cdot x_f^2 = 249088 \text{ mD.ft}^2$$

Os dados de permeabilidade ($k=100$ mD) e meio comprimento da fratura ($x_f=50$ ft) fornecem:

$$k \cdot x_f^2 = 250000 \text{ mD.ft}^2$$

Portanto, a deconvolução apresentou um pequeno erro de 0.4% .

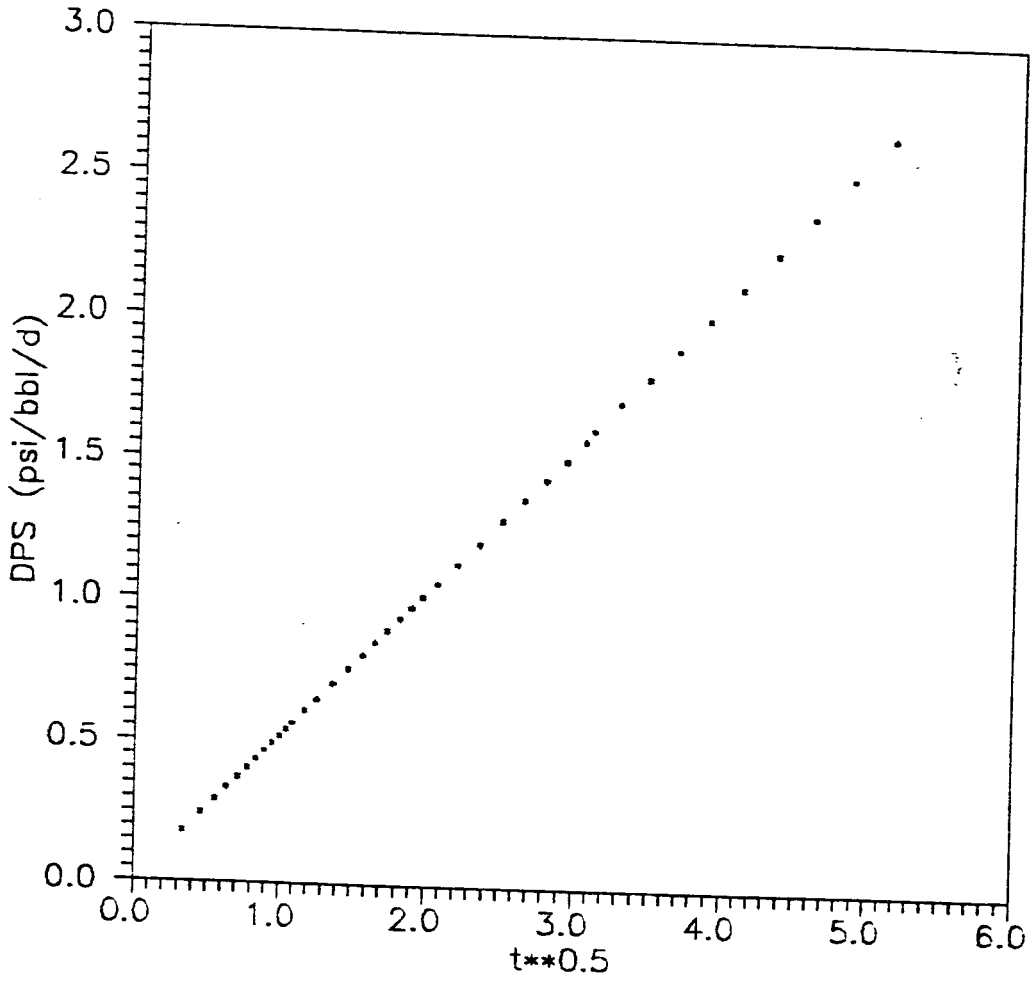


Figura 3.11 - Exemplo 5: Gráfico $\Delta p_s(t)$ vs \sqrt{t} : fluxo linear

3.2) APLICAÇÕES PRÁTICAS

AQUISIÇÃO DE DADOS :

Os principais procedimentos utilizados para aquisição de dados são:

a) Medição de pressão de fundo e vazão na superfície , é o mais utilizado na prática.

b) Inferição dos valores de pressão e vazão na face da formação, para poços bombeados, a partir da determinação do nível de líquido por sonolog.

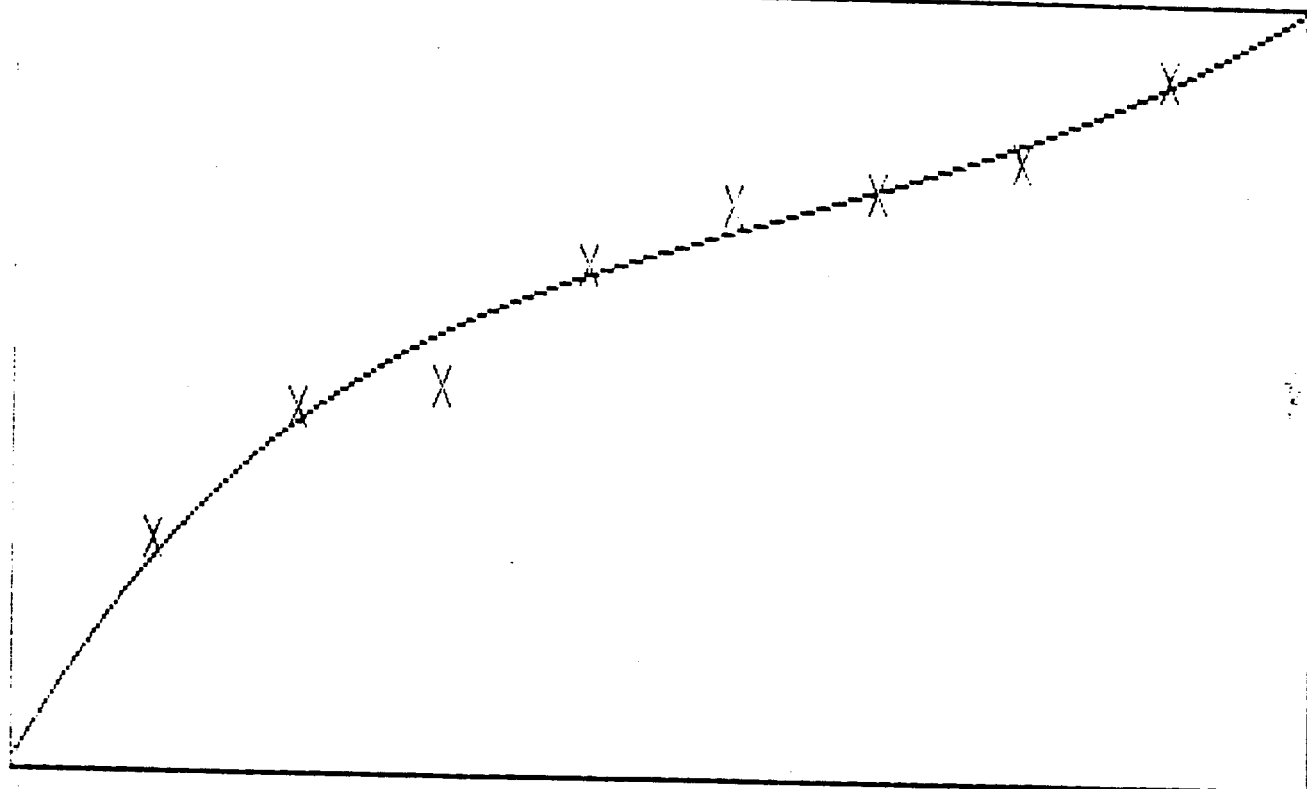
c) Medição simultânea de pressão e vazão na face da formação; procedimento muito pouco utilizado atualmente . A sofisticação dos métodos de interpretação (por exemplo, deconvolução de pressão e vazão), deve-se em grande parte ao aparecimento de ferramentas capazes de realizar essas medições.

TRATAMENTO DOS DADOS :

A existência de ruídos nos dados de pressão e vazão, provocados pelos instrumentos de medição ou por erros nas leituras desses dados, pode provocar instabilidade nos métodos numéricos utilizados para a deconvolução. Então, antes de se iniciar a interpretação destes dados , deve-se inicialmente tentar eliminar esses ruídos, suavizando o comportamento das curvas de pressão e vazão vs tempo. Para isso, os dados medidos são aproximados por combinações de funções B-splines, obedecendo ao critério dos quadrados mínimos.

O Apêndice C apresenta detalhes sobre as funções B-splines e o procedimento utilizado para a suavização dos dados.

Aproximacao de funcao tabelada, segundo minimos quadrados (usando 3 B-Splines)



Intervalos: $X \rightarrow (0.000 , 9.000)$; $Y(X) \rightarrow (0.000 , 3.204)$
 erro relativo da aproximacao nos pontos tabelados: 0.0402395

Figura 3.12 - Suavizaçao de dados utilizando combinaçoes de funçoes B-splines e o critério dos quadrados mínimos

O programa MQBS²⁴ realiza esta suavização. A execução deste programa é auto-explicativa, interagindo com o usuário para alteração ou introdução de parâmetros. Há possibilidade de repetição, utilizando diferentes números de B-splines. As saídas do programa podem ser: gráfica (Fig. 3.12) ou numérica, através de valores da aproximação calculados em pontos especificados pelo usuário.

EXEMPLOS :

3.2.1) EXEMPLO 6

Um teste de crescimento de pressão pode ser analisado usando a teoria apresentada para período de fluxo, se associarmos a resposta de pressão $\Delta p_w(t) = p_{ws}(t) - p_{wf}^{ext}(t)$ com a vazão $q_w(t) = q_o - q_s(t)$, onde q_o é a vazão de produção constante antes do fechamento (ver Fig. 3.13)

Stewart, Wittmann e Meunier⁹ apresentaram um teste de buildup de pressão em que houve medição simultânea de pressão ($p_{ws}(t)$) e afterflow ($q_s(t)$). O poço foi fechado na superfície, após produzir durante 96 h com uma vazão de 9200 bbl/d , em condições de fundo.

Os valores de vazão após o fechamento foram registrados pelo flowmeter durante 1 h, quando então o spinner parou de girar. A partir deste instante, os autores extrapolaram o comportamento do afterflow considerando coeficiente de estocagem constante e igual ao último valor calculado ($C = 0.01$ bbl/psi , obtido usando a eq. $q_s(t) = 24. C. \frac{d(p_{ws}(t))}{dt}$).

A extrapolação para o comportamento da pressão de fluxo foi realizada considerando p_{wf}^{ext} constante e igual ao valor registrado no instante do fechamento (1844.6 psi)

A Tabela 3.6 mostra os dados deste teste.

Os autores fizeram a deconvolução destes dados de pressão e vazão utilizando um procedimento que assume

$h=78$ ft $\mu=1$ cp		$c_l=20 \times 10^{-6}$ psi ⁻¹ $\phi=0.2$ $p_{wf}^{ext}=p_{wff}=1844.6$ psi		$r_w=0.1875$ ft $q_o=9200$ bbl/d	
DADOS DE ENTRADA			DECONVOLUÇÃO		
t, h	q(t)=q _o -q _s (t) (bbl/d)	p _{wa} (t)-p _{wff} (psi)	método 3	método 4	
			(psi/bbl/d)		
0.04208	1478.0	56.7			
0.10125	3452.7	142.0	.042461	.042541	
0.20958	6148.6	259.7	.042892	.042948	
0.31042	7647.4	326.2	.043364	.043333	
0.40333	8388.0	361.4	.044177	.044147	
0.50500	8768.8	383.7	.045016	.045073	
0.70708	9011.0	407.2	.046141	.046249	
0.88542	9063.4	418.1	.046841	.046881	
1.04750	9090.1	424.9	.047226	.047257	
1.24000	9132.8	431.1	.047646	.047635	
1.61130	9150.6	439.8	.048411	.048452	
2.01710	9163.3	446.9	.049058	.049059	
2.25670	9168.8	450.3	.049369	.049374	
2.52500	9172.6	453.6	.049667	.049679	
2.98830	9177.4	458.3	.050122	.050126	
3.34330	9180.3	461.4	.050419	.050428	
3.74080	9182.7	464.4	.050720	.050718	
4.18540	9184.9	467.3	.051007	.051007	
4.68250	9186.8	467.6	.051296	.051296	
5.14210	9188.5	472.5	.051523	.051522	
6.08540	9190.4	476.6	.051940	.051956	
7.90880	9192.8	482.7	.052583	.050624	

Tabela 3.6- Exemplo 6: Dados do teste de buildup e resultados da deconvolução.

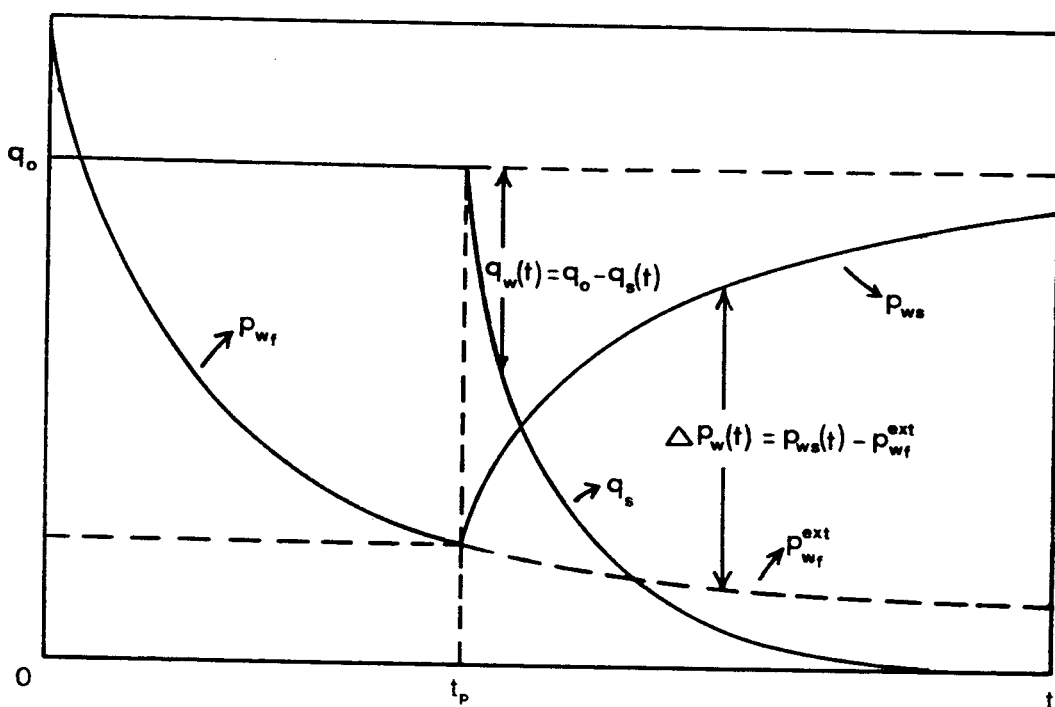


Figura 3.13- Exemplo 6: Definições de variáveis

comportamento de fluxo radial, encontrando:

$$k=341,5 \text{ mD} \quad e \quad S=1,814$$

Utilizando os métodos 3 e 4 implementados no presente trabalho, analisou-se estes mesmos dados, encontrando os seguintes resultados:

$$k=337. \text{ mD} \quad e \quad S=1,590$$

Pode-se observar das Figs. 3.14 e 3.15 que a deconvolução diminui o tempo para o início da reta semilog ($\cong 0.5 \text{ h}$). O gráfico convencional de $p_{ws}(t) - p_{wf}^{ext}$ vs $\log(t)$ só atinge o trecho reto semilog após 3 h de estática.

A Fig. 3.16 mostra os resultados apresentados pelos métodos 1, 3 e 4, que diferiram somente nos pontos iniciais. O método 2 apresentou instabilidade.

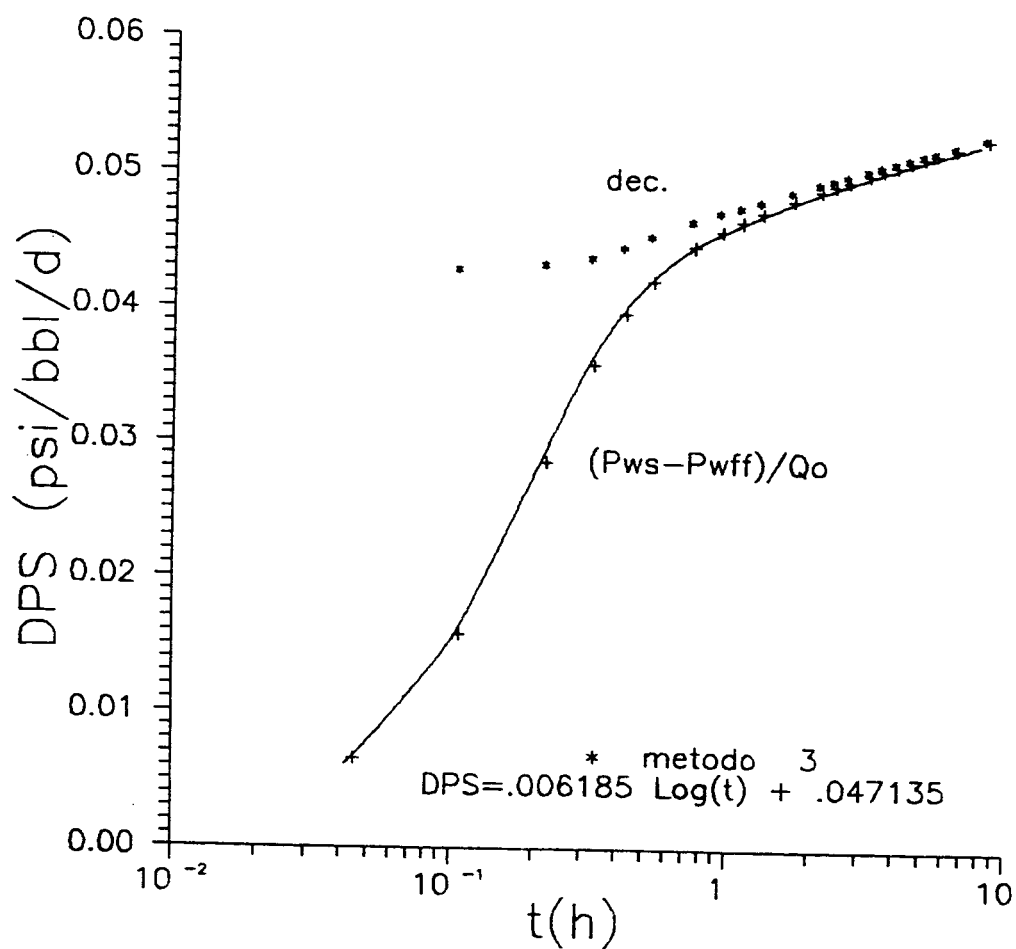


Figura 3.14- Exemplo 6: Respostas antes e após a deconvolução (método 3)

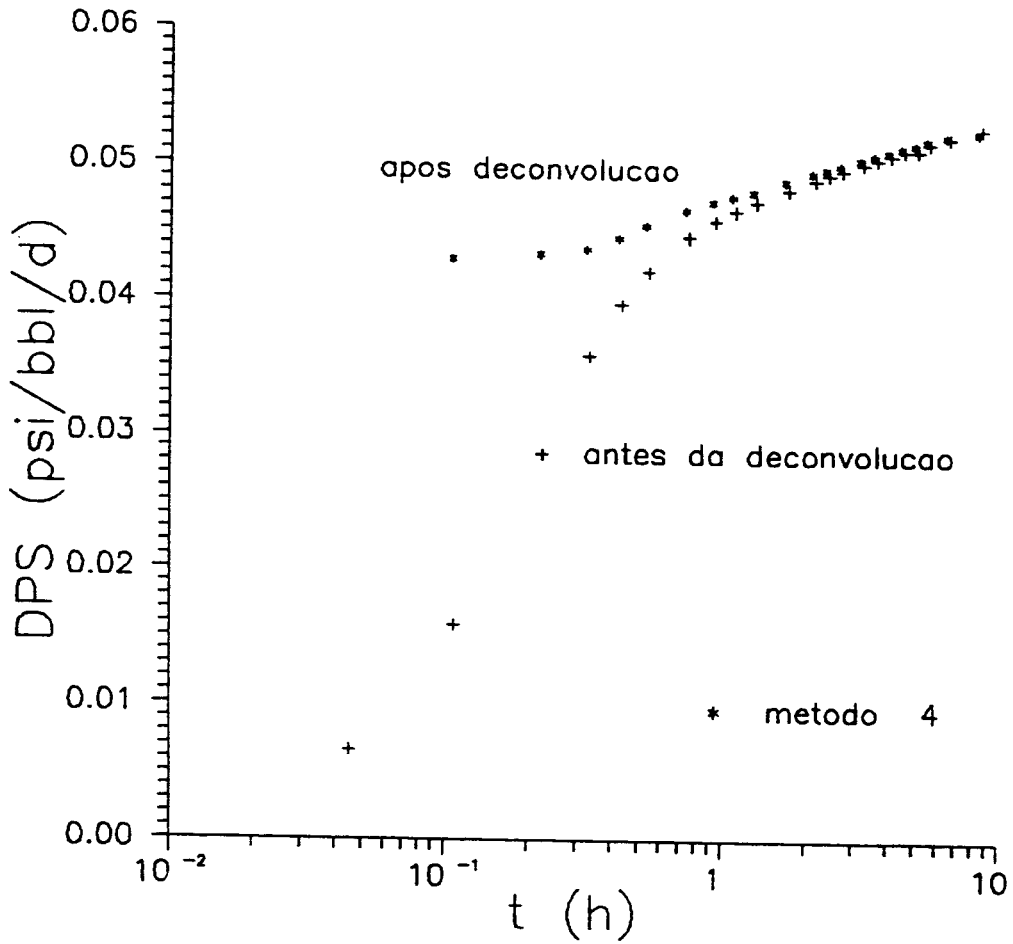


Figura 3.15- Exemplo 6: Respostas antes e após a deconvolução (método 4)

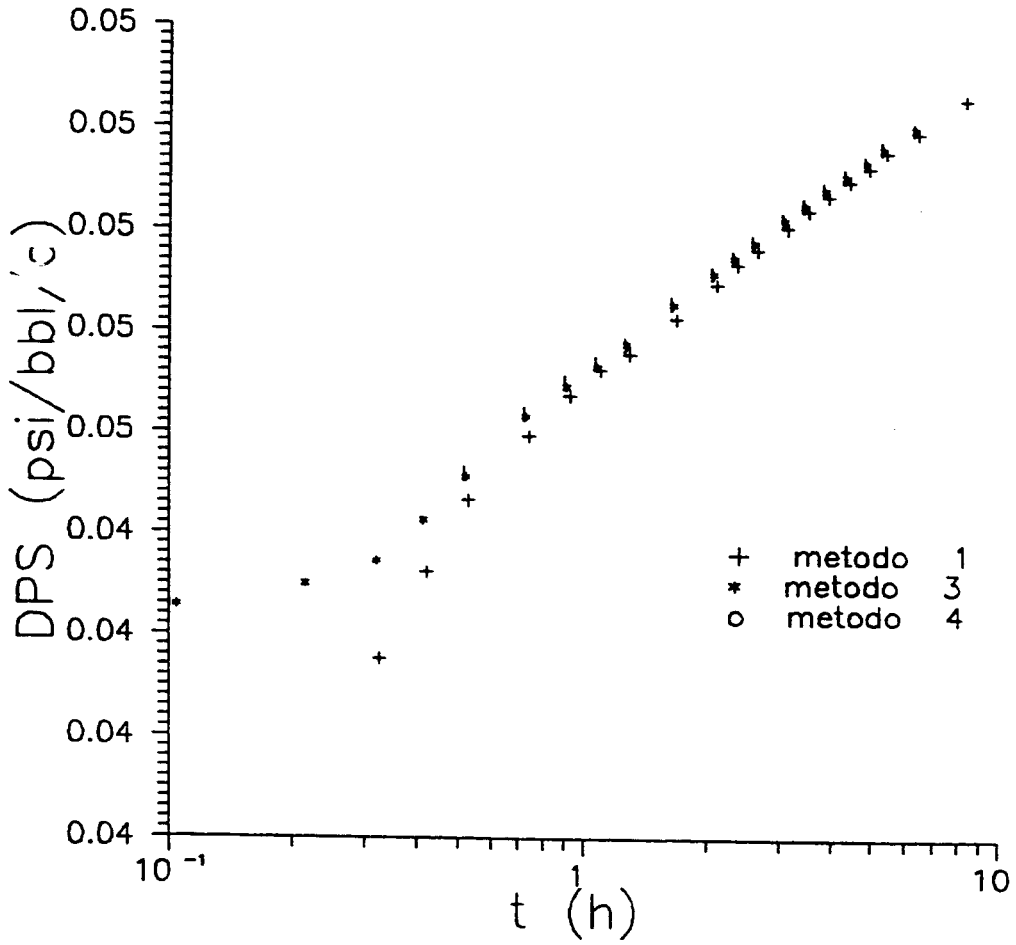


Figura 3.16- Exemplo 6: Resultados apresentados pelos métodos

3.2.2) EXEMPLO 7

A ref. 11 apresenta resultados de um teste de crescimento de pressão realizado em um poço bombeado (Philips' Oil Well N° 1), em que os dados de pressão e vazão são inferidos através do uso de um medidor de nível de líquido (sonolog). Estes dados são mostrados na Tabela 3.7.

A Fig. 3.17 mostra um gráfico tipo log-log convencional. Os dados do início do teste estão completamente influenciados pela estocagem, como se pode notar pela presença da reta de inclinação unitária. Começa a haver um afastamento desta reta a partir de $t=2$ h. Usando-se a regra do $1\frac{1}{2}$ ciclo, vê-se que somente para $t \geq 65$ h a linha reta semilog se desenvolve. Utilizando-se o método de Horner, foram calculados a transmissividade e o efeito de película, resultando:

$$\left(\frac{k h}{\mu} \right) = 76,2 \text{ mD-ft/cp} \quad \text{e} \quad S = -4,8$$

Segundo os autores, o cálculo destes parâmetros com o uso de curvas-tipo não foi possível, pois não conseguiram um bom ajuste dos dados.

Utilizando os dados $\Delta p_w(t) = p_{ws}(t) - p_{wff}$ e $q_w(t) = q_o - q_s(t)$ da Tab. 3.7 (colunas 8 e 9), realizou-se a deconvolução. A Fig. 3.18 mostra resultados praticamente idênticos apresentados pelos métodos 1,3 e 4. O método 2 apresentou instabilidade.

A Fig. 3.19 mostra o comportamento normalizado de pressão antes e após a deconvolução. Esta eliminou os efeitos de estocagem, indicando a existência de uma reta de inclinação $1/2$, característica de um reservatório verticalmente fraturado.

Para $t > 35$ h, verifica-se a existência de uma linha reta semilog (Fig. 3.20), com

At. min	nível do líquido, ft	pressão		afterflow			$q_0 - q_t$ RB/D	Δp psi
		superf. psi	fundo psi	gás RB/D	líquido RB/D	total RB/D		
0	7277	40.9	99	257	71	328	0	0
3	7269	41.3	103	229	59	288	40	4
5	7263	41.5	105	219	59	278	50	6
10	7248	42.1	111	202	60	262	66	12
20	7219	43.4	122	168	61	229	99	23
30	7190	44.5	133	142	62	204	124	34
40	7161	45.6	145	122	63	185	143	46
50	7132	46.6	156	105	64	169	159	57
60	7103	47.6	168	91	65	156	172	69
70	7074	48.6	180	82	65	147	181	81
80	7045	49.5	192	72	66	138	190	93
90	7019	50.4	202	67	61	129	200	103
100	6994	51.3	212	62	57	119	209	113
110	6970	52.1	222	58	55	113	215	123
120	6948	52.9	231	55	50	105	223	132
173	6851	56.8	272	41	43	84	244	173
236	6756	60.5	315	27	36	63	265	216
308	6665	64.0	356	19	31	50	278	257
390	6579	67.5	395	15	26	41	287	296
583	6413	74.3	472	9	20	29	299	373
694	6341	77.4	505	7	16	23	305	406
814	6274	80.4	536	6	14	20	308	437
945	6213	83.3	564	5	12	17	311	465
1034	6155	86.1	591	4	11	15	313	492
1234	6098	88.5	621	3	10	13	315	522
1393	6041	90.6	648	2	9	11	317	549
1562	5983	92.7	674	2	9	11	317	575
1741	6926	94.7	700	2	8	10	318	601
1929	5868	96.6	726	1	8	9	319	627
2127	5811	98.4	752	1	8	9	319	653
2334	5754	100.3	777	0	8	8	320	678
2552	5696	102.1	830	0	7	8	320	704
2778	5639	103.8	828	0	6	7	321	729
3015	5582	105.6	853	1	6	7	321	754
3180	5547	106.8	867	0	5	6	322	768
3240	5535	107.2	873	1	5	6	322	774
3300	5523	107.6	878	1	5	6	322	779
3360	5511	108.0	883	1	5	6	322	784
3420	5499	108.4	888	1	5	6	322	789
3480	5488	108.6	899	0	5	5	323	800
3540	5477	108.9	904	0	5	5	323	805
3600	5466	109.1	908	0	5	5	323	809
3660	5455	109.3	913	0	5	5	323	814
3720	5444	109.5	917	0	5	5	323	818
3780	5434	109.7	922	0	5	5	323	823
3840	5423	109.9	926	0	5	5	323	827
3900	5413	110.1	930	0	4	5	323	831
3960	5493	110.4	935	0	4	4	324	836
4020	5383	110.5	939	0		4	324	840

Tabela 3.7 - Exemplo 7: Dados do teste de buildup, obtidos com o uso de sondador acústico

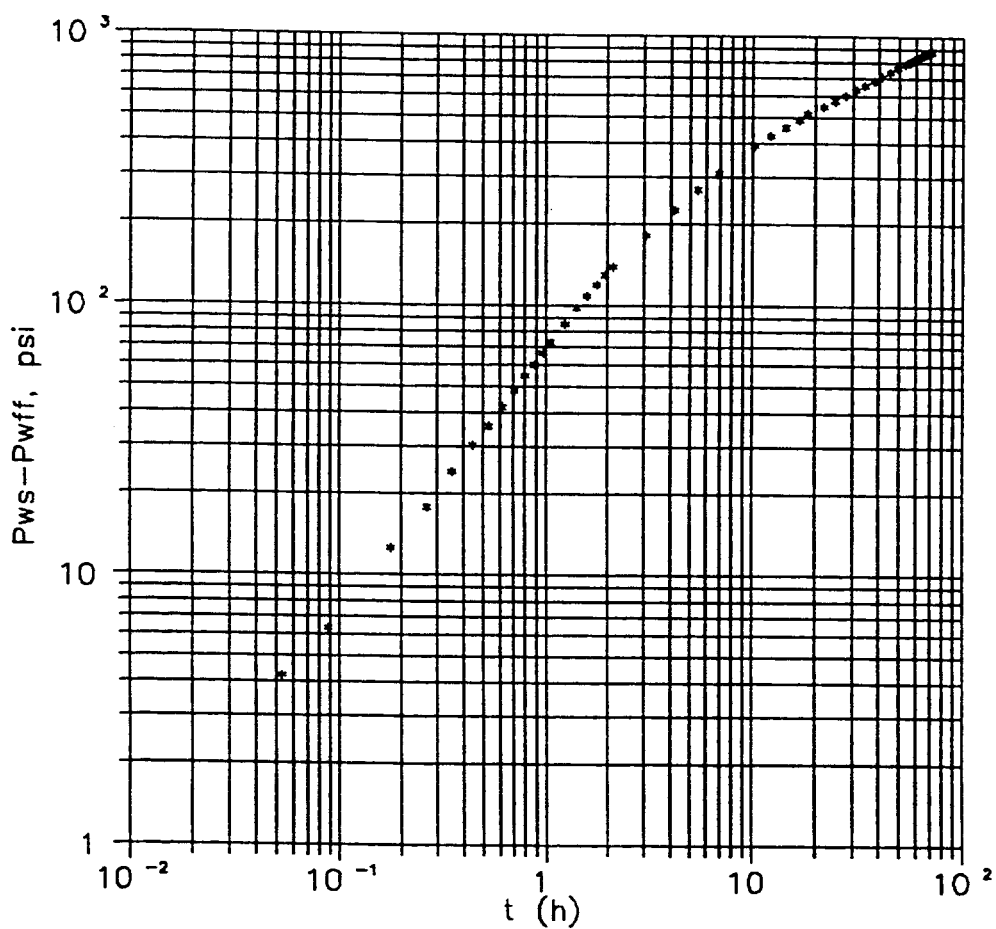


Figura 3.17 - Exemplo 7: Gráfico log x log , mostrando o efeito de estocagem (reta de inclinação unitária)

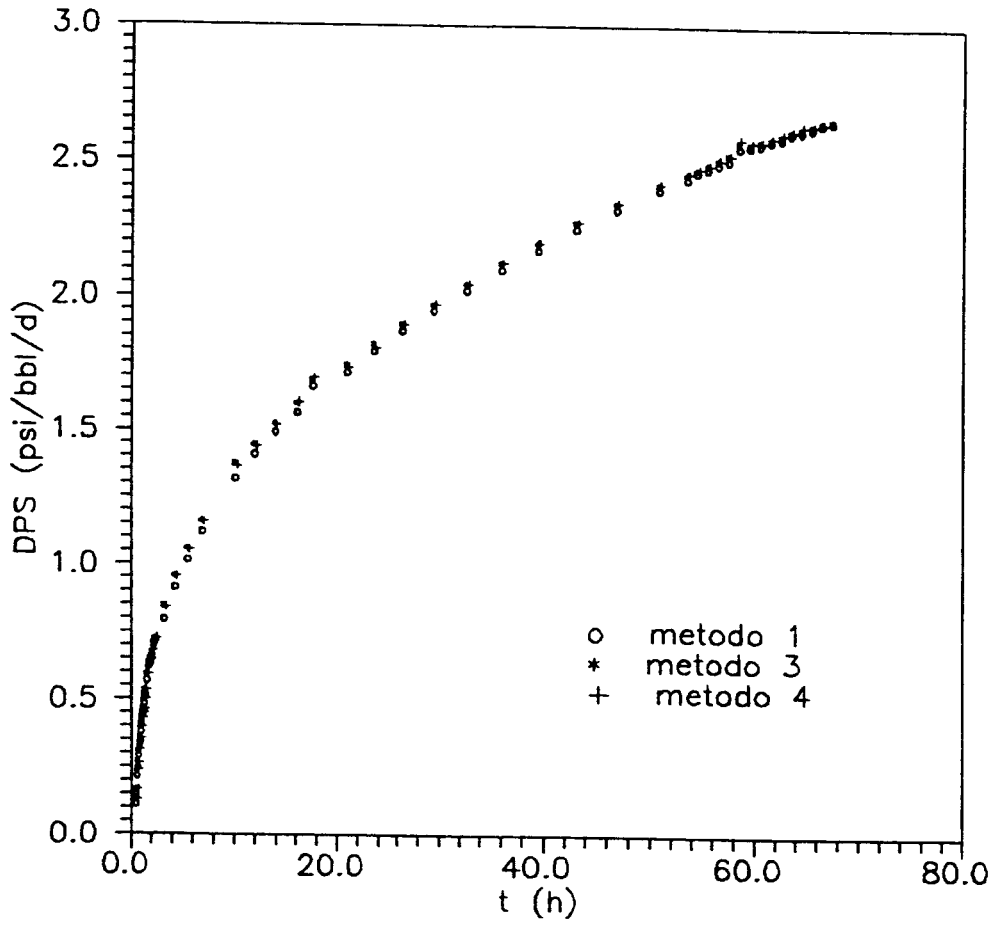


Figura 3.18 - Exemplo 7: Resultados da deconvolução

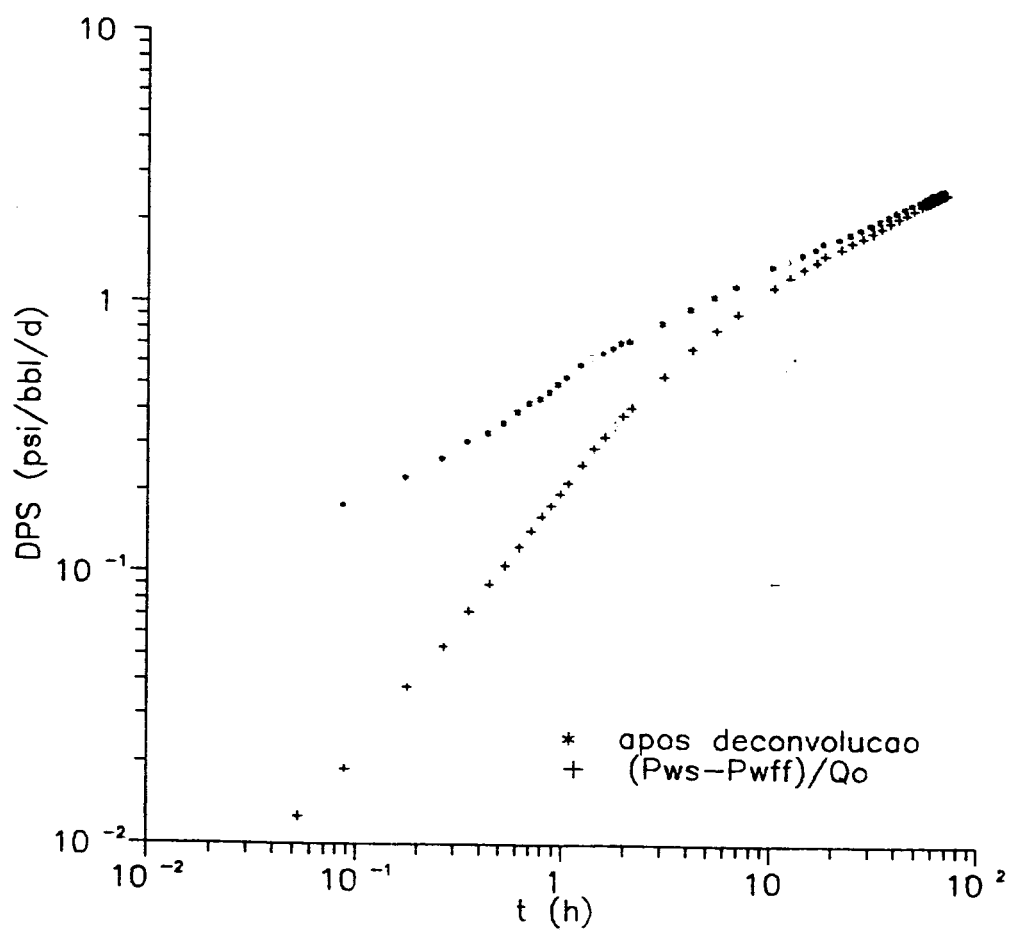


Figura 3.19 - Exemplo 7: Gráfico log x log mostrando a minimização da estocagem pela deconvolução

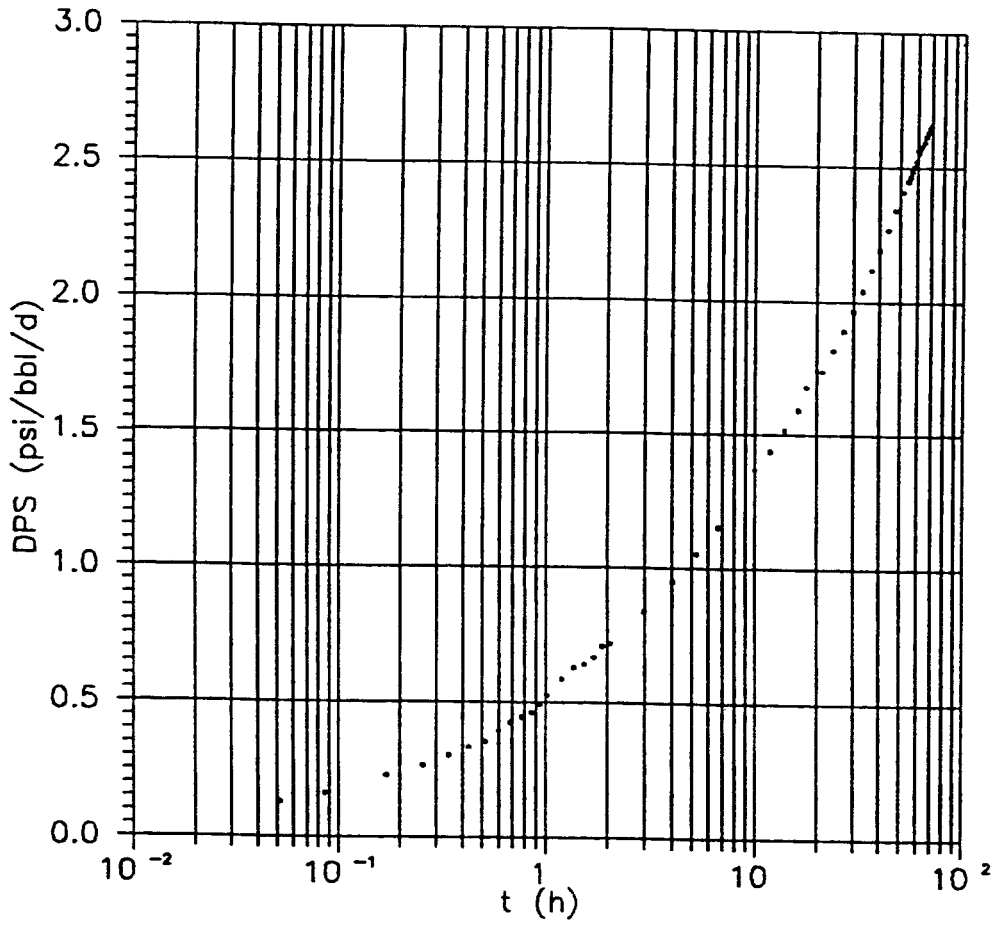


Figura 3.20 - Exemplo 7: Gráfico semilogarítmico, indicando a ocorrência de fluxo radial para $t > 35$ h

$m_D = 1,9 \text{ psi/bbl/d/ciclo}$ e $\Delta p_S(1h) = -0,85 \text{ psi/bbl/d}$.

Utilizando as fórmulas 3.7 e 3.8, obtém-se:

$$\left(\frac{k h}{\mu} \right) = 85,6 \text{ mD-ft/cp} \quad \text{e} \quad S = -4,7$$

Os autores utilizaram o método de Gladfelter para realizar a deconvolução, dividindo o crescimento de pressão pela mudança instantânea de vazão. Os dados resultantes foram apresentados contra $\log(t)$ (gráfico MDH), sendo obtidos resultados idênticos aos apresentados acima. A análise por curvas-tipo com os dados resultantes da deconvolução também foi possível, encontrando-se resultados praticamente idênticos aos apresentados.

O trecho de declividade $1/2$ no gráfico da Fig. 3.19 corresponde ao um trecho reto na Fig. 3.21, com

$$m_D = 0,46 \text{ psi/bbl/d/h}^{1/2}$$

Outros dados são:

$$\phi = 0,14$$

$$c_t = 20 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$h = 47 \text{ ft}$$

Da eq. (3.13), tem-se:

$$\frac{k}{\mu} \cdot x_f^2 = \left[\frac{4,064}{m_D h} \right] \cdot \frac{1}{\phi c_t} = 12620 \text{ mD.ft}^2/\text{cp}$$

Um aspecto importante da deconvolução é que os dados dela resultantes identificam melhor os modelos de fluxo e do sistema, possibilitando uma melhor escolha de curvas-tipo para análise dos dados.

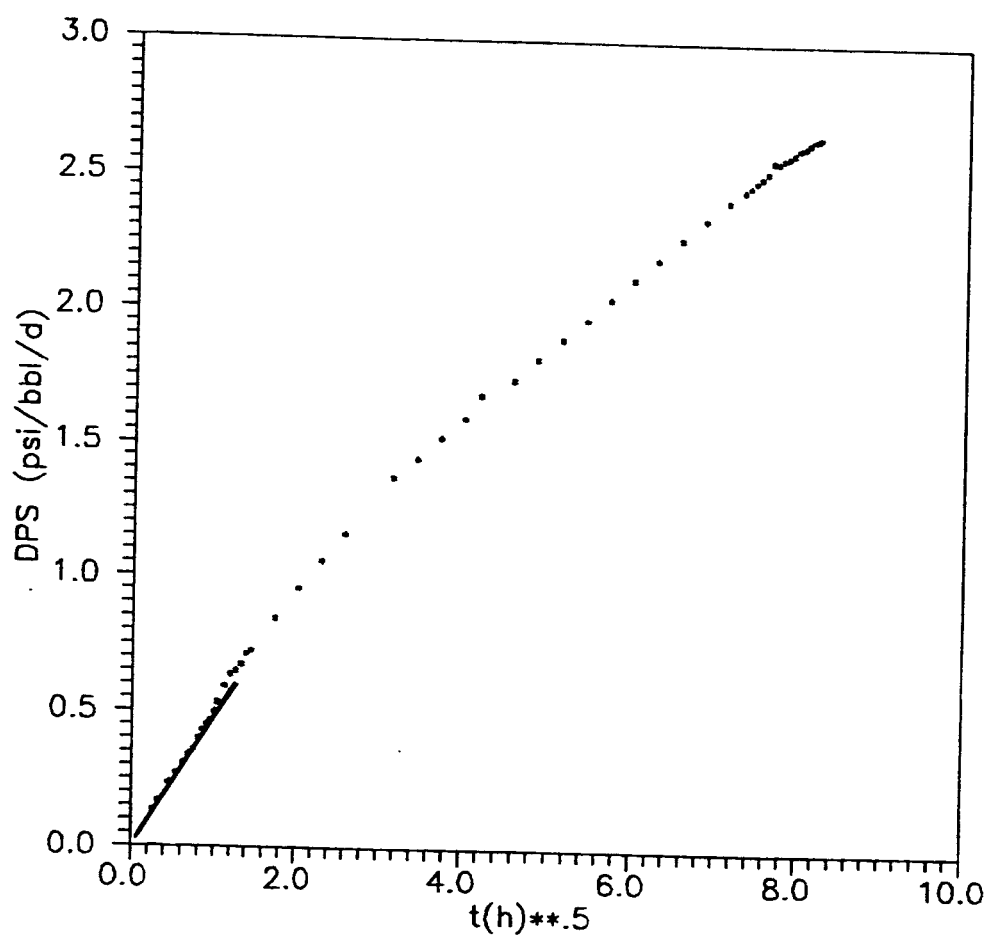


Figura 3.21 - Exemplo 7: Gráfico para análise do período de fluxo linear

3.2.3) EXEMPLO 8

Poço : 7-CP-137-SE

Teste : TFR-01

Interv. : 650,4-660,3 m

Data : Jan/84

A Fig. 3.22 apresenta o comportamento da pressão de fluxo registrado neste teste de crescimento de coluna. Os valores de pressão medidos estão na Tabela 3.8.

Da mesma forma que no exemplo (3.1.4), os valores de vazão na face da formação são calculados assumindo coeficiente de estocagem (C_f) constante :

$$q_w(t) = C_f \cdot \frac{dp_w(t)}{dt} \quad , \quad 0 < t < t_p$$

onde:

$$C_f = \frac{\pi \cdot r_t^2}{\rho \cdot g \cdot B}$$

e:

r_t = raio interno da tubulação, [L]

ρ = densidade média do fluido no poço, [M][L]⁻³

g = aceleração da gravidade, [L][T]⁻²

B = fator volume de formação, adimensional

Com $\Delta p_w(t) = p_i - p_w(t)$ e $q_w(t)$ calculada da forma acima, utilizou-se os métodos de deconvolução, encontrando-se a resposta de pressão a vazão constante. Este tipo de análise é bastante útil, quando a interpretação do crescimento de pressão não puder ser realizada por métodos convencionais (se houver amortecimento total do poço pelo fluido produzido), ou não puder apresentar resultados confiáveis.

Neste exemplo, a análise do crescimento de pressão pelo

7-CP-137-SE/TFR-01 (análise do fluxo)

DADOS DE ROCHA , POÇO E FLUIDO :

$h = 16.73 \text{ ft}$

$\phi = 0.227$

$c_l = 4.38 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$

$r_w = 0.2296 \text{ ft}$

$C_{tub} = 0.00578 \text{ bbl/ft}$

$\rho = 63. \text{ lbm/ft}^3$

$\mu = 0.65 \text{ cp}$

$p_o = 50.66 \text{ psi}$

$p_l = 381.81 \text{ psi}$

t (h)	p _w (t) (psi)	DECONVOLUÇÃO (psi/bbl/d)			
		método 1	método 2	método 3	método 4
.000	50.66				
.192	149.02	2.236583	2.227194	2.198264	2.170454
.384	176.81	3.408869	2.875737	3.066831	3.028358
.576	193.99	4.185421	3.438527	3.520450	3.531430
.768	211.22	4.677310	3.840488	3.923501	3.959749
.960	225.04	5.068819	4.182115	4.264456	4.292462
1.152	235.98	5.406883	4.475233	4.553736	4.589872
1.344	245.80	5.683943	4.723500	4.798468	4.836274
1.536	254.93	5.906695	4.933632	5.006649	5.046625
1.728	263.20	6.090926	5.113409	5.184539	5.225075
1.920	270.78	6.242812	5.268063	5.336357	5.377414
2.112	277.93	6.372761	5.406325	5.470704	5.510259
2.304	284.19	6.513298	5.542943	5.606170	5.644293
2.496	288.82	6.685196	5.684614	5.750655	5.790001
2.688	292.49	6.852762	5.817831	5.885248	5.927756
2.880	296.86	6.967284	5.926063	5.994924	6.039569
3.072	301.93	7.039918	6.012058	6.075989	6.119844
3.264	306.40	7.102634	6.084478	6.146797	6.193931
3.456	310.64	7.139720	6.138298	6.223722	6.246468
3.562	313.59			6.278750	6.335422

Tabela 3.8 - Exemplo 8: Dados do teste

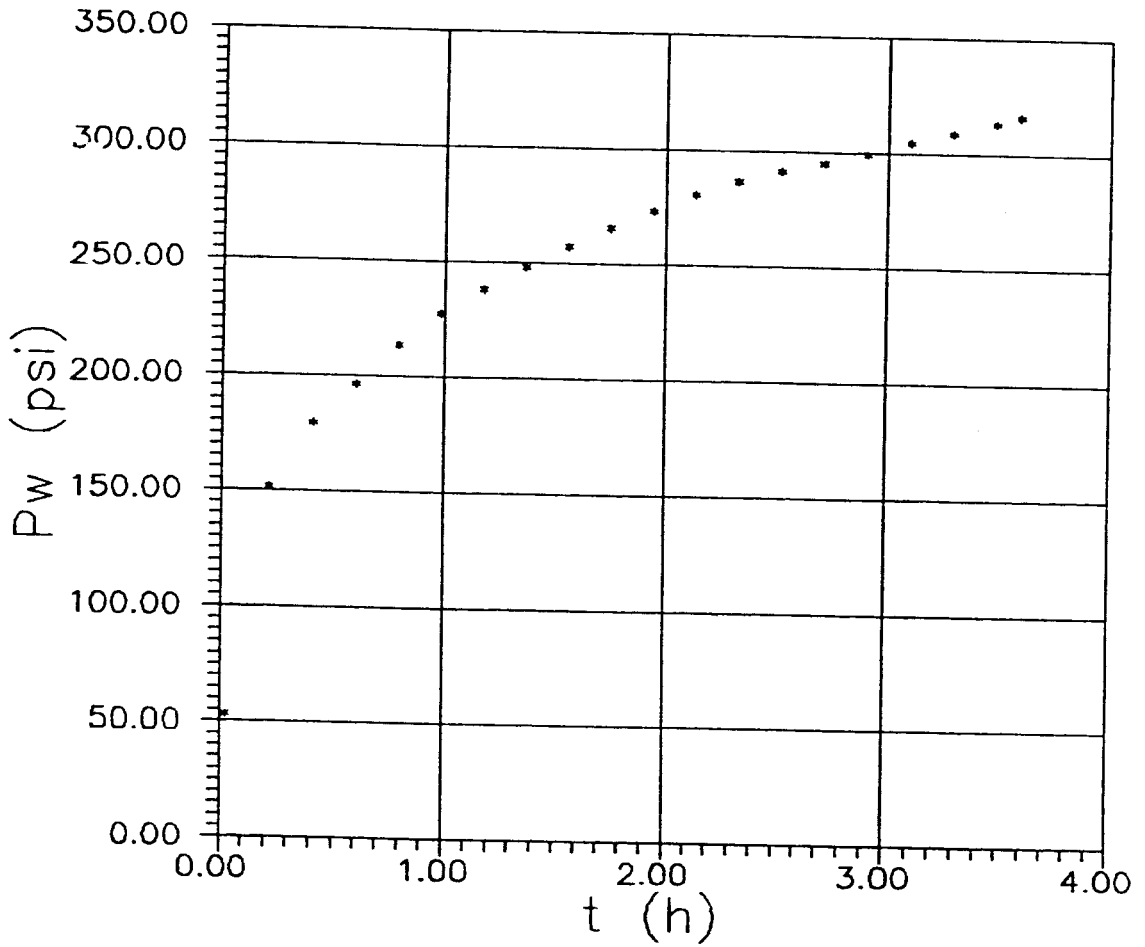


Figura 3.22- Exemplo 8: 7-CP-137-SE / TFR-1 - Dados de pressão de fluxo

método de Horner (Fig. 3.23) apresentou os seguintes resultados :

$$k = 4,0 \text{ mD}$$

e

$$S = -2.$$

Utilizando-se as curvas-tipo de Ramey, Agarwal e Martin, obteve-se

$$k = 1,74 \text{ mD} \quad ; \quad S = -2,4$$

Com os dados de pressão medidos e de vazão calculados da forma indicada, foi feita a deconvolução. Os resultados são mostrados na Tabela 3.8.

Pode-se ver na Fig. 3.24 que os métodos 2 , 3 e 4 apresentaram resultados praticamente iguais, enquanto o método 1, embora tenha se mantido estável, apresentou valores mais altos. Os gráficos semilog são apresentados na Fig.3.25. Verifica-se uma leve ondulação nos últimos pontos, sendo porém bem caracterizada a linha reta. A declividade da reta apresentada pelos resultados do método 1 não difere muito daquelas dos outros três métodos, o que leva ao cálculo de um valor de permeabilidade sem grande erro.

Os resultados obtidos, utilizando as equações (3.7) e (3.8) foram:

Método 1 :

$$m_D = 3,9 \text{ psi/bbl/d/ciclo} \Rightarrow k = 1,6 \text{ mD}$$

$$\Delta p_S(1h) = 5,1 \text{ psi/bbl/d} \Rightarrow S = -3,6$$

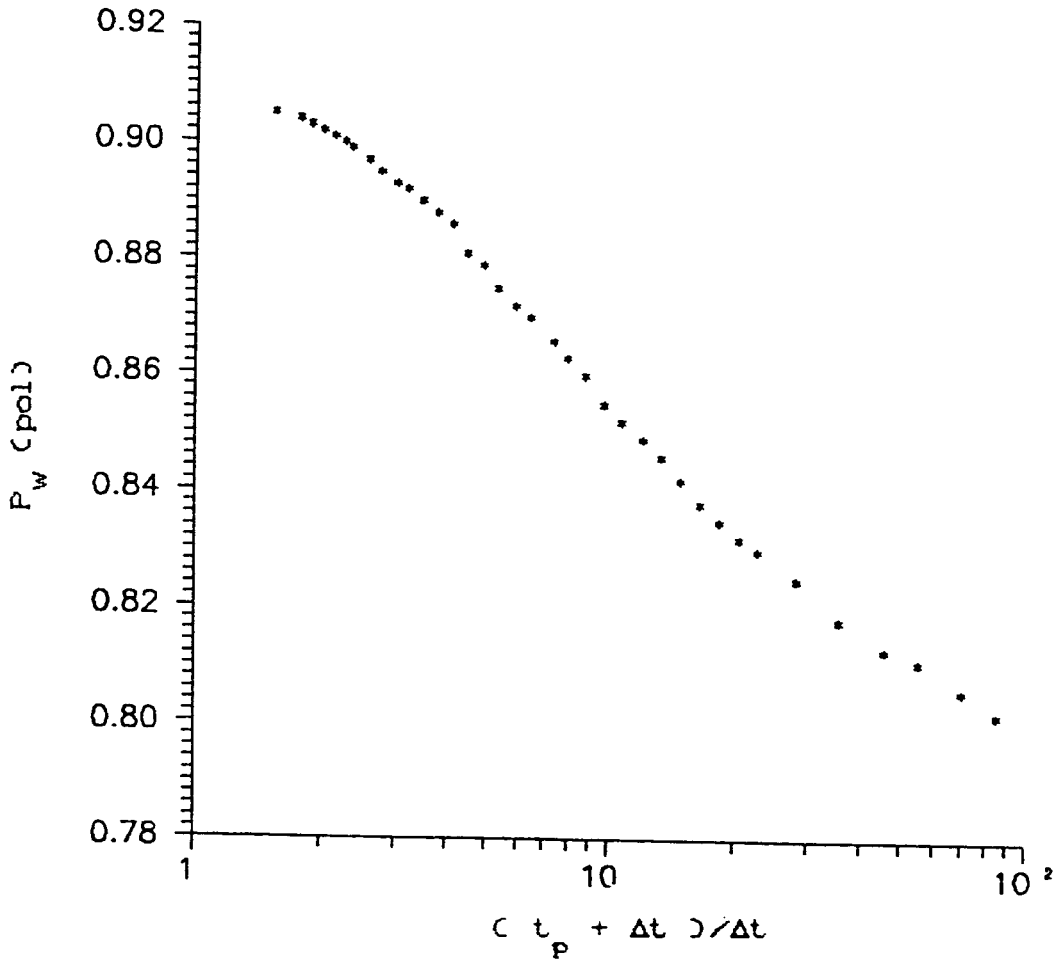


Figura 3.23 - Exemplo 8: Gráfico de Horner

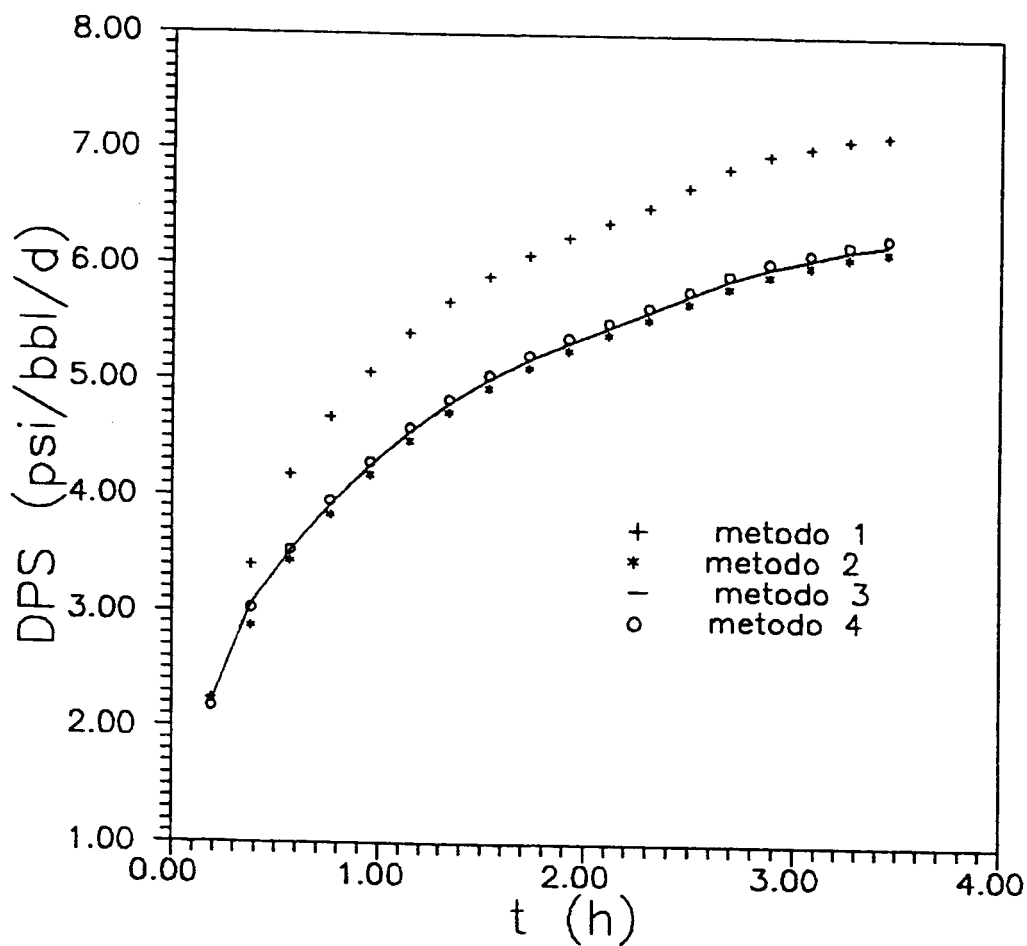


Figura 3.24 - Exemplo 8: Resultados da deconvolução

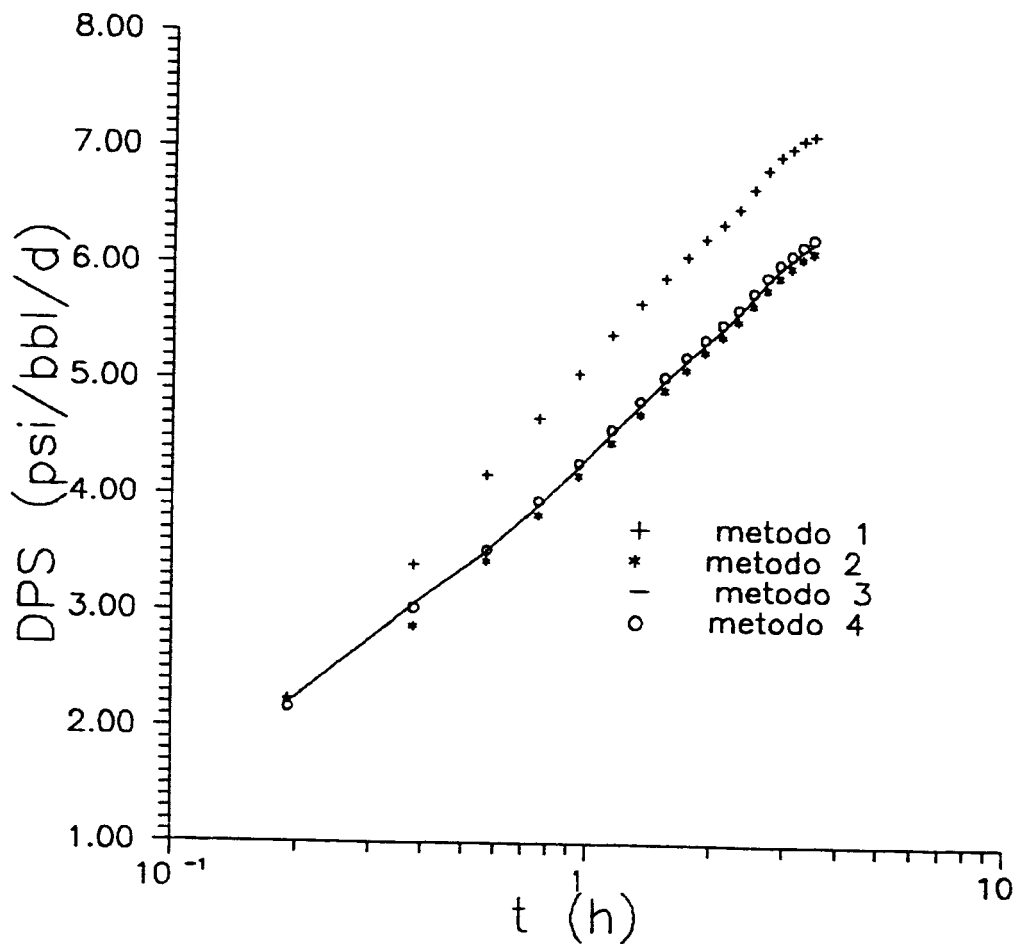


Figura 3.25 - Exemplo 8: Gráficos semilog dos resultados da deconvolução

Método 2 :

$$m_D = 3,62 \text{ psi/bbl/d/ciclo} \Rightarrow k = 1,7 \text{ mD}$$

$$\Delta p_S(1h) = 4,22 \text{ psi/bbl/d} \Rightarrow S = -3,8$$

Métodos 3 e 4 :

$$m_D = 3,62 \text{ psi/bbl/d/ciclo} \Rightarrow k = 1,7 \text{ mD}$$

$$\Delta p_S(1h) = 4,36 \text{ psi/bbl/d} \Rightarrow S = -3,7$$

Como se pode notar, o valor da permeabilidade obtido através da análise dos resultados da deconvolução foi idêntico àquele apresentado pela análise de curvas-tipo, embora tenha havido diferença em relação à permeabilidade calculada pelo método de Horner. Esta diferença deve-se, provavelmente, à grande variação da vazão durante o período de fluxo, o que compromete a validade do método de Horner. Outro aspecto é que não houve, no gráfico de Horner, uma boa definição da linha reta semilog.

CONCLUSÕES - SUGESTÕES - RECOMENDAÇÕES

- A determinação simultânea de dados de pressão e vazão na face da formação pode diminuir bastante o tempo de teste e, conseqüentemente, seu custo. O uso da deconvolução para a análise destes dados minimiza efeitos de estocagem, identificando características difíceis de serem observadas por métodos convencionais de interpretação.
- Os métodos de deconvolução apresentados, em particular os métodos 3 e 4, fazem uma melhor identificação do modelo de fluxo do reservatório, o que possibilita uma escolha mais segura de curvas-tipo para análise dos dados.
- Uma limitação destes métodos, como de qualquer método de deconvolução, é a necessidade de determinação da vazão na face da formação. Entretanto, as vantagens obtidas com o uso da deconvolução devem incentivar o uso de técnicas de medição já existentes e o desenvolvimento de outras. Para testes de buildup em poços bombeados, que representam a maior parte dos poços existentes no país, a determinação da vazão através da medição do nível de líquido por sonolog é uma técnica perfeitamente aplicável.
- O uso da deconvolução para a análise do período de fluxo de testes de formação em poços não surgentes é bastante útil, principalmente quando a análise do buildup por métodos convencionais for impraticável. O cálculo de vazão assumindo coeficiente de estocagem constante deve ser visto com reservas, embora esta suposição tenha levado a resultados coerentes em muitos testes.
- A técnica apresentada de análise simultânea dos períodos de fluxo e estática tem a vantagem de produzir uma curva

resultante da deconvolução mais prolongada, possibilitando uma interpretação mais segura através de curvas-tipo.

- É fundamental, para o perfeito funcionamento destes métodos, que as medições de pressão e vazão sejam as mais precisas possíveis.

- Ruídos existentes nas medições devem ser eliminados, pois podem provocar instabilidade dos métodos. Embora o método utilizado para a suavização dos dados tenha funcionado bem em muitos casos, é aconselhável fazer um tratamento estatístico destes dados. Acredita-se que desta forma a eliminação de ruídos será mais efetiva e os dados resultantes mais representativos dos reais comportamentos de pressão e vazão do poço.

- Os métodos apresentados não fazem qualquer suposição acerca da natureza do reservatório, podendo ser aplicados a reservatórios homogêneos ou heterogêneos, assim como para diferentes geometrias de fluxo.

- Os métodos 3 e 4, sugestões deste trabalho, são bastante rápidos e sempre aplicáveis, quando os ruídos nos dados são minimizados. Os métodos 1 e 2 mostraram-se mais susceptíveis a instabilidades, principalmente este último, que apresenta sério problema de acumulação de erros.

NOMENCLATURA

- B : Fator volume de formação
- C_D : Constante de estocagem adimensional
- C_{Df} : Constante de estocagem do poço no período de fluxo, $[M]^{-1}[L]^4[T]^2$
- C_{Ds} : Constante de estocagem do poço no período de estática, $[M]^{-1}[L]^4[T]^2$
- C_{tub} : Capacidade da tubulação por unidade de comprimento, $[L]^{-2}$
- c_t : Compressibilidade total do sistema, $[M]^{-1}[L][T]^2$
- erf : Função erro
- g : Aceleração da gravidade, $[L][T]^{-2}$
- h : Espessura efetiva da formação, [L]
- k : Permeabilidade da formação, $[L]^2$
- K_0 : Função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem zero
- K_1 : Função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem um
- m : Inclinação da porção linear do gráfico semilog de dados de transiente de pressão
- m_D : Inclinação da porção linear do gráfico dos dados resultantes da deconvolução
- $p(r,t)$: Pressão a uma distância r do poço, num instante t
 $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- P_i : Pressão inicial do reservatório, $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- P_w : Pressão na face da formação ($r=r_w$), $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- Δp_w : Queda de pressão no poço, $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- P_{WD} : Queda de pressão adimensional na face da formação, obtida sob condição de vazão variável. $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- P_{wf} : Pressão no período de fluxo, $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- P_{ws} : Pressão no período de fechamento, $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
- P_{wff} : Pressão de fluxo no poço, no instante do fechamento, $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$

- Δp_S : Queda de pressão normalizada no poço, para vazão constante na face da formação; inclui efeito de skin
 $[M]^{-2}[L]^{-1}[T]^{-1}$
- P_{SD} : Queda de pressão adimensional no poço, para vazão constante na face da formação; inclui fator de skin
- q : Vazão na superfície, $[L]^3[T]^{-1}$
- q_w : Vazão na face da formação, $[L]^3[T]^{-1}$
- q_{wD} : Vazão adimensional
- q_r : Vazão de referência, $[L]^3[T]^{-1}$
- r : Raio, ou distância ao centro do poço. [L]
- r_w : Raio do poço, [L]
- r_D : Raio adimensional
- r_t : Raio interno da tubulação, [L]
- S : Fator de skin
- s : Argumento da transformada de Laplace
- t : Tempo, [T]
- t_P : Tempo de produção, [T]
- t_D : Tempo adimensional
- $t_{D_{xf}}$: Tempo adimensional, para reservatório fraturado
- V_U : Volume por unidade de comprimento, $[L]^2$
- x_f : Meio comprimento de uma fratura vertical, [L]
- γ : Constante exponencial de Euler (1.781....)
- μ : Viscosidade, $[M][L]^{-1}[T]^{-1}$
- $\theta_{\text{Ótimo}}$: Valor de θ que produz erro mínimo na linearização da integral de convolução (método 1)
- ρ : Densidade média do fluido no poço, $[M][L]^{-3}$
- ϕ : Porosidade

SUBSCRITOS

D	: adimensional
f	: fratura
i	: inicial, índice
j	: índice
S	: ... incluindo skin
t	: total
wf	: de fluxo
ws	: de estática
1h	: dado da linha reta semilog após 1 h de teste
τ	: variável de integração

BIBLIOGRAFIA

- 1.) van Everdingen, A.F. e Hurst, W. : "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs", Trans. AIME (1949), V. 186, 305-24.
- 2.) van Everdingen, A.F. : "The Skin Effect and Its Influence on the Productive Capacity of a Well", Trans. AIME (1953), V. 198, 171-76.
- 3.) Gladfelter, R.E., Tracy, G.W. e Wilsey, L.E. : "Selecting Wells Which Will Respond to Production-Stimulation Treatment", Drill. and Prod. Prac., API (1955), 117-29.
- 4.) Odeh, A.S. e Jones, L.G. : "Pressure Drawdown Analysis, Variable Rate Case", JPT (1965) , 960-64. Trans AIME , 234.
- 5.) Jargon, J.R. e van Poolen, H.K. : "Unit Response Function from Varying Rate Data" , JPT (1965), 965-69. Trans. AIME, 234.
- 6.) Ramey, H.J., Jr. : " Non-Darcy Flow and Wellbore Storage Effects in Pressure Buildup and Drawdown of Gas Wells " , J. Pet. Tech. (Fev., 1965), 223-233; Trans. AIME, 234
- 7.) Ramey, H.J., Jr. e Agarwall, R.G. : "Annulus Unloading Rates as Influenced by Wellbore Storage and Skin Effect", Soc. Pet. Eng. J. (Out., 1972), 453-62.
- 8.) Brownscombe, E.R. : "Afterflows and Buildup Interpretation on Pumping Wells", JPT (1982), 397-405.
- 9.) Stewart, G. , Wittmann, M.J. e Meunier, D. : "Afterflow Measurements and Deconvolution in Well Test Analysis", paper SPE 12174 (1983).

- 10.) Kuchuk, F. e Ayestaran, L. : "Analysis of Simultaneously Measured Pressure and Sandface Flow Rate in Transient Well Testing", paper SPE 12177 (1983).
- 11.) Fetkovich, M.J. e Vienot, M.E. : "Rate Normalization of Buildup Pressure by Using Afterflow Data" , JPT (1984), 2211-24.
- 12.) Thompson, L.G. e Reynolds, A.C. : "Analysis of Variable-Rate Well-Test Pressure Data Using Duhamel's Principle", paper SPE 13080 (1984).
- 13.) Thompson, L.G., Jones, J.R. e Reynolds, A.C. : "Analysis of Pressure Buildup Data Influenced by Wellbore Phase Redistribution", SPEFE (1986), 435-52.
- 14.) Kuchuk, F.J. : "Gladfelter Deconvolution", paper SPE 16377 (1987).
- 15.) Romboutsos, A. e Stewart, G. : "A Direct Deconvolution or Convolution Algorithm for Well Test Analysis", paper SPE 18157 (Oct., 1988)
- 16.) Earlougher, Jr., R.C. : "Advances in Well Test Analysis", Monograph Vol. 5 , Henry L. Doherty Series, SPE of AIME , Dallas, Texas, 1977.
- 17.) Crump, K.S. : "Numerical Inversion of Laplace Transforms Using a Fourier Series Approximation ", Journal of the ACM (Janeiro, 1976), Vol. 23, No. 1, 89-96
- 18.) Stehfest, H. : "Numerical Inversion of Laplace Transforms", Communications of the ACM (Jan., 1970), Vol. 13, No.1, 47-49.

- 19.) Corrêa, A.C. de F. : Algoritmo para Inversão de Transformadas de Laplace Utilizando o Método de Crump , comunicação pessoal
- 20.) Press, W.H. , Flannery, B.P. , Teukolsky, S.A. e Vetterling, W.T. : " Numerical Recipes - The Art of Scientific Computing ", Cambridge University Press, 1986
- 21.) Silva, M.L.F. : " Soluções para Testes de Formação com Geometrias Diversas ", Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas-SP, UNICAMP (Março, 1989)
- 22.) Corrêa, A.C. de F. : " Escoamento de Fluidos em Meios Porosos", Petrobrás-Diven-Sector de Ensino da Bahia (Março-84)
- 23.) Hamming, R.W. : " Numerical Methods for Scientists and Engineers ", McGraw-Hill, New York (1973), 375-377
- 24.) Santos, S.A. : Algoritmo para Aproximação de Função Tabelada Segundo Mínimos Quadrados Usando B-splines , comunicação pessoal (Dez-1987)
- 25.) Wylie, C.R. , Barrett, L.C. : " Advanced Engineering Mathematics ", 5a. edição, McGraw-Hill, 1982.

APENDICE A

CONVOLUÇÃO E FÓRMULAS DE DUHAMEL²⁵

A.1) TEOREMA DE CONVOLUÇÃO :

Sejam $G(s)$ e $F(s)$ as transformadas de Laplace de $g(t)$ e $f(t)$, respectivamente. Seja y a convolução de g e f ; isto é,

$$y(t) \equiv \int_{0_-}^{t_+} g(t-\tau) \cdot f(\tau) \cdot d\tau .$$

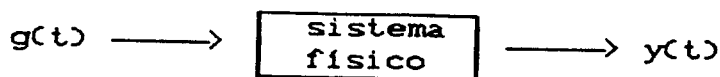
Então, $Y(s) = G(s) \cdot F(s)$

Observe-se que foram indicados 0_- e t_+ como limites de integração, pois se f tem um impulso na origem, ele deve ser incluído no cálculo. Se g tem um impulso na origem, $g(t-\tau)$, como função de τ , tem um impulso em $t=\tau$, que também deve ser considerado.

Uma aplicação prática importante do teorema acima é a possibilidade de se determinar a resposta de um sistema a uma excitação qualquer, conhecendo-se sua resposta a uma função degrau unitário, como será mostrado a seguir.

A.2) FÓRMULAS DE DUHAMEL : DEDUÇÕES

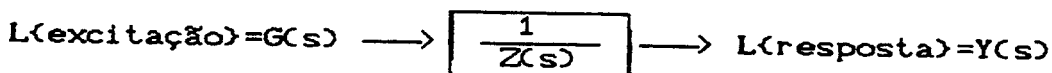
Qualquer sistema físico capaz de responder a uma excitação pode ser imaginado como um esquema que transforma uma função de entrada (excitação) $g(t)$ em uma função de saída (resposta) $y(t)$:



Assumindo que todas as condições iniciais são nulas no instante em que $g(t)$ é aplicada ao sistema (em testes de formação, por exemplo, a queda de pressão no reservatório é nula antes deste começar a produzir), e resolvendo-se as equações diferenciais que descrevem o sistema por meio de transformadas de Laplace, obtém-se a transformada da função resposta na seguinte forma :

$$L\{y(t)\} = Y(s) = \frac{G(s)}{Z(s)} \quad \dots\dots(A.1)$$

onde $Z(s)$ é uma função que depende somente de parâmetros do sistema. Pode-se representar isto através do esquema:



A função $\frac{1}{Z(s)}$ é chamada de "função transferência".

Se uma função degrau unitário é aplicada ao sistema, então:

$$L\{y(t)\} = \frac{L\{u(t)\}}{Z(s)} = \frac{1}{s \cdot Z(s)}$$

Chamando de $f(t)$ a resposta ao degrau unitário, ou seja,

$$L\{f(t)\} = \frac{1}{s \cdot Z(s)} \quad \dots\dots(A.2)$$

Utilizando-se (A.2), pode-se reescrever (A.1) na forma :

$$L\langle y(t) \rangle = \frac{L\langle g(t) \rangle}{Z(s)} = \frac{s \cdot L\langle g(t) \rangle}{s \cdot Z(s)} = s \cdot L\langle g(t) \rangle \cdot L\langle f(t) \rangle$$

Pelo teorema de convolução, tem-se que:

$$L\langle y(t) \rangle = s \cdot L\left\langle \int_0^t g(\tau) \cdot f(t-\tau) \cdot d\tau \right\rangle = s \cdot L\left\langle \int_0^t g(t-\tau) \cdot f(\tau) \cdot d\tau \right\rangle .$$

Usando a regra da derivada (tabela 2.1), segue que

$$y(t) = \frac{d}{dt} \left[\int_0^t g(\tau) \cdot f(t-\tau) \cdot d\tau \right] = \frac{d}{dt} \left[\int_0^t g(t-\tau) \cdot f(\tau) \cdot d\tau \right]$$

Realizando-se as diferenciações, resultam as seguintes fórmulas equivalentes :

$$y(t) = \int_0^t g(\tau) \cdot f'(t-\tau) \cdot d\tau + f(0) \cdot g(t) \quad \dots\dots(A.3)$$

$$e \quad y(t) = \int_0^t g'(t-\tau) \cdot f(\tau) \cdot d\tau + g(0) \cdot f(t) \quad \dots\dots(A.4)$$

Como $f(t)$ é, por definição, a resposta de um sistema inicialmente passivo, a equação (A.3) pode ser simplificada para:

$$y(t) = \int_0^t g(\tau) \cdot f'(t-\tau) \cdot d\tau \quad \dots\dots(A.5)$$

Fazendo-se a mudança de variáveis $\sigma = t-\tau$ nas equações (A.4) e (A.5), tem-se, respectivamente :

$$y(t) = \int_0^t g'(\sigma).f(t-\sigma).d\sigma + g(0).f(t) \quad \dots\dots(A.6)$$

$$y(t) = \int_0^t g(t-\sigma).f'(\sigma).d\sigma \quad \dots\dots(A.7)$$

As fórmulas (A.4) a (A.7) servem para expressar a resposta de um sistema a uma excitação qualquer $g(t)$, em termos da resposta do sistema a uma função degrau unitário. Elas são conhecidas como " fórmulas de Duhamel ".

APENDICE B

MÉTODO 1 EM TERMOS DIMENSIONAIS

Chamemos de Δp_s a queda de pressão normalizada pela vazão:

$$\Delta p_s(\tau) = \frac{\mu p_{SD}(\tau_D)}{2\pi k h}$$

Δp_s é a queda de pressão que ocorreria no poço caso este fosse produzido com vazão constante unitária na face da formação.

A análise pelo método 1 é feita a partir de:

$$\Delta P_s(t_{n-1}^*) = \frac{\left[P_i - P_w(t_n) \right] - \text{SOMA}}{q(t_n - t_{n-1})},$$

onde

$$\text{SOMA} = \sum_{j=1}^{n-2} \left[q(t_n - t_j) - q(t_n - t_{j+1}) \right] \cdot \Delta P_s(t_j^*)$$

O primeiro valor de ΔP_s é dado por :

$$\Delta P_s(t_1^*) = \frac{\left[P_i - P_w(t_2) \right]}{q(t_2)},$$

sendo t_j^* um ponto no subintervalo $[t_j, t_{j+1}]$, dado por

$$t_j^* = \theta_j \cdot t_{j+1} + (1 - \theta_j) \cdot t_j, \text{ onde } 0 \leq \theta_j \leq 1.$$

APENDICE C

FUNÇÕES B-SPLINES E SUAUIZAZÃO DE DADOS

Tomemos inicialmente uma partição (t_0, t_m) do intervalo a ser realizada a suavização. Spline cúbico, associada a esta partição, é função que:

i) Restrita ao subintervalo (t_i, t_{i+1}) , $0 \leq i \leq m-1$, é polinómio de grau 3.

ii) A função resultante da união destes pedaços polinomiais tem derivada segunda contínua.

É possível estabelecer uma base para o conjunto das funções splines cúbicos; as funções desta base são chamadas B-splines, $B_i(t)$. Pode-se obter expressões para $B_i(t)$ através de mudança de variáveis da função $B(x)$, definida no intervalo padrão $(-2, 2)$ por

$$B(x) = \begin{cases} (x+2)^3 & \text{em } [-2, -1] \\ 1 + 3.(x+1) + 3.(x+1)^2 - 3.(x+1)^3 & \text{em } [-1, 0] \\ 1 + 3.(1-x) + 3.(1-x)^2 - 3.(1-x)^3 & \text{em } [0, 1] \\ (2-x)^3 & \text{em } [1, 2] \\ 0 & \text{se } x \text{ está fora do intervalo } [-2, 2] \end{cases}$$

A transformação linear $\tilde{t} = \frac{(t-t_i)}{h}$ (com $h = t_{i+1} - t_i$) transforma o subintervalo $[t_{i-2}, t_{i+2}]$ no intervalo $[-2, 2]$. Com esta transformação são definidas as funções $B_i(t) = B\left[\frac{t-t_i}{h}\right]$, $0 \leq i \leq m-1$.

Os gráficos de $B(x)$ e $B_i(t)$ são mostrados na fig. C.1 .

A suavização dos dados de pressão e vazão é feita como descrito a seguir²⁴ :

Sejam os pontos $(t_1, f(t_1)), (t_2, f(t_2)), \dots, (t_n, f(t_n))$, onde $f(t_i)$ corresponde a um valor de ΔP_w ou de q_w medido no tempo t_i . A função $F(t)$ será um spline cúbico com nós em t_i , $0 \leq i \leq m$. Escrita em termos da base $B_i(t)$,

$$F(t) = \sum_{i=1}^M \alpha_i \cdot B_i(t)$$

Os coeficientes α_i 's são calculados utilizando-se o critério dos quadrados mínimos, ou seja, minimizando o resíduo ao quadrado,

$$\sum_{i=1}^n [F(t_i) - f(t_i)]^2.$$

Demonstra-se que este problema tem solução única, obtida pela condição

$$\frac{d}{dt} \left[\sum [F(t) - f(t_i)]^2 \right] = 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Resolvendo-se o sistema resultante, calculam-se os valores α_i 's e obtém-se a aproximação suavizada da função tabelada.

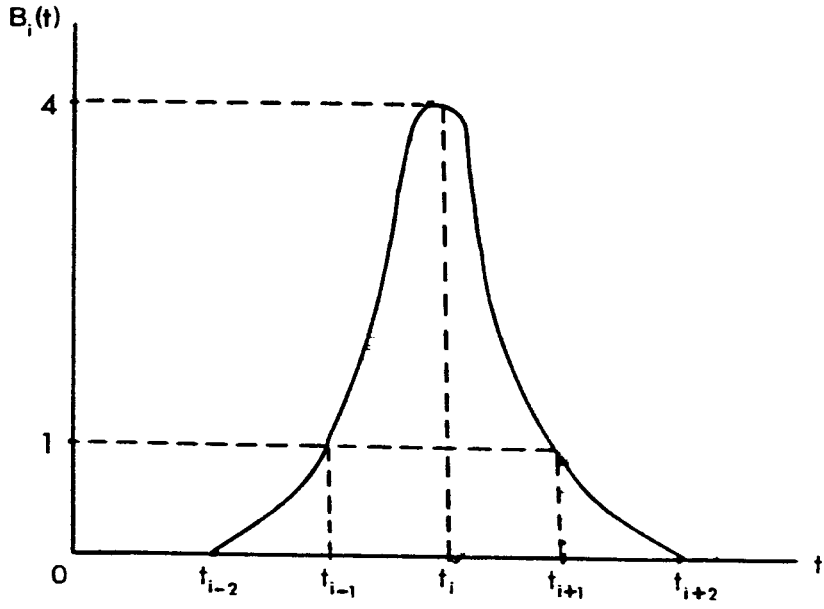
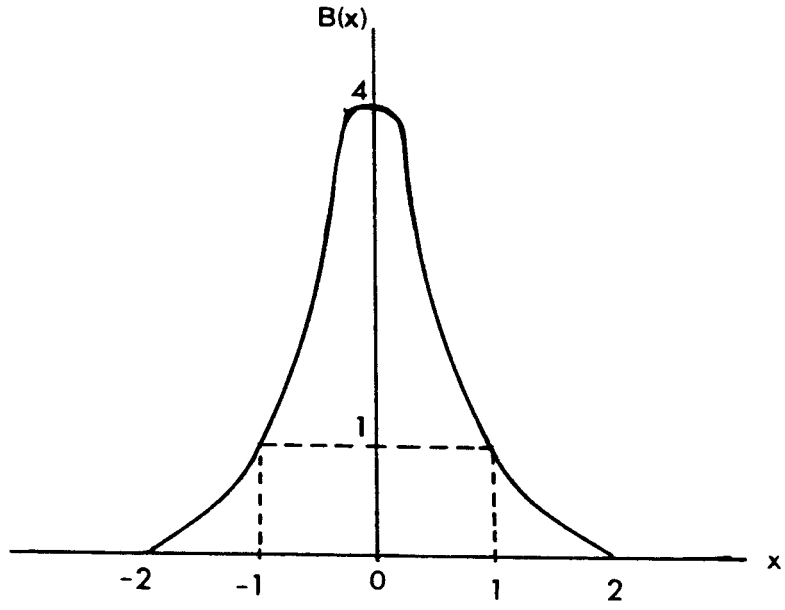


Figura C.1- Função B-spline

APENDICE D

LISTAGENS DE PROGRAMAS

```

PROGRAM DECONV
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON /LAP/T(100),Q(100),DPW(100),M
OPEN(5,FILE='DECONV.DAT')

```

```

C
C   ENTRADA DE DADOS DE VAZAO E DE QUEDA DE PRESSAO, VIA
C   TECLADO OU ARQUIVO DECONV.DAT
C

```

```

80 WRITE(*,100)
100 FORMAT(2X,'Opcoes p/ entrada de dados : 1 - via teclado',/,
*,
          2 - via arquivo deconv.dat',/
*, ' Opcao escolhida : ')
READ(*,110)L
110 FORMAT(I2)
IF(L.NE.1.AND.L.NE.2)GO TO 80
IF(L.EQ.1) THEN
WRITE(*,120)
120 FORMAT(///,2X,'Entre com a tabela t(i),q(i),dpw(i)',/,
*2x,'(para encerrar,digitar um valor de t negativo)')
i=1
125 READ(*,*)t(i),q(i),dpw(i)
IF(t(i).LT.0.DO) GO TO 140
i=i+1
GO TO 125
140 M=i-1
ENDIF
IF(L.EQ.2) THEN
i=1
145 READ(5,*)t(i),q(i),dpw(i)
IF(t(i).LT.0.DO) GO TO 155
i=i+1
GO TO 145
155 M=i-1
ENDIF

```

```

C
C   ESCOLHA DO METODO DE DECONVOLUCAO
C

```

```

160 WRITE(*,165)
165 FORMAT(///,2X,'Metodos para deconvolucao ',/,
*15x,'1 - Hamming',10x,'2 - Regra dos trapezios',/,
*15x,'3 - Spline linear',4x,'4 - Spline cubica',/,
*2x,'Metodo escolhido :')
READ(*,170)L
170 FORMAT(I2)
IF(L.EQ.1)GO TO 200
IF(L.EQ.2)GO TO 300
IF(L.EQ.3)GO TO 400
IF(L.EQ.4)GO TO 500
200 CALL HAM
GO TO 600
300 M=M-1
CALL TRAP
GO TO 600
400 CALL SPLIN
GO TO 600
500 CALL SPLIC

```

```

600 WRITE(*,605)
605 FORMAT(//,2X,'Outro metodo (1-alm ; 2-nao) ?')
   READ(*,610)L
610 FORMAT(I2)
   IF(L. NE. 1. AND. L. NE. 2)GO TO 600
   IF(L. EQ. 1) GO TO 160
   STOP
   END

```

```

C
C   DECONVOLUCAO : METODO 1
C

```

```

SUBROUTINE HAM
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION CT(100),Y2(100),TA(100),QA(100),PWD(100),PSD(100)
COMMON /LAP/T(100),Q(100),DPW(100),M
OPEN(6,FILE='HAM. OUT')
WRITE(*,10)
10 FORMAT(2X,'QUAL O VALOR DE TETA?')
   READ(*,*)TETA
   N=M-1
   DO 20 I=1,M
     TA(I)=T(I)
     QA(I)=Q(I)
     PWD(I)=DPW(I)
20 CONTINUE
   PSD(1)=PWD(2)/QA(2)
   CT(1)=(1-TETA)*TA(1)+TETA*TA(2)
   DO 50 J=2,N
     SUM=0.
     DO 50 I=1,J-1
       R=TA(J+1)-TA(I)
       YP1=10**90.
       YP2=10**90.
       CALL SPLINE(TA,QA,M,YP1,YP2,Y2)
       CALL SPLINT(TA,QA,Y2,M,R,RQ)
       QR=RQ
       S=TA(J+1)-TA(I+1)
       CALL SPLINT(TA,QA,Y2,M,S,RQ)
       QS=RQ
       SUM=SUM+PSD(I)*(QR-QS)
       V=TA(J+1)-TA(J)
       CALL SPLINT(TA,QA,Y2,M,V,RQ)
       QV=RQ
       CT(J)=(1-TETA)*TA(J)+TETA*TA(J+1)
       PSD(J)=(PWD(J+1)-SUM)/QV
50 CONTINUE
   WRITE(*,60)
   WRITE(6,60)
60 FORMAT(8X,'T',14X,'DPS')
   DO 100 J=1,N
     WRITE(*,70) CT(J),PSD(J)
     WRITE(6,70) CT(J),PSD(J)
70 FORMAT(2X,F19. 6,2x,f19. 6)
100 CONTINUE
   RETURN
   END

```

C SUBROTINAS PARA INTERPOLACAO POR SPLINES CUBICAS²⁰

```

SUBROUTINE SPLINE(X,Y,N,YP1,YPN,Y2)
implicit real*8(a-h,o-z)
PARAMETER (NMAX=100)
DIMENSION X(N),Y(N),Y2(N),U(NMAX)
IF (YP1.GT. .99E90) THEN
    Y2(1)=0.
    U(1)=0.
ELSE
    Y2(1)=-0.5
    U(1)=(9. / (X(2)-X(1))) * ((Y(2)-Y(1)) / (X(2)-X(1)) - YP1)
ENDIF
DO 11 I=2,N-1
    SIG=(X(I)-X(I-1)) / (X(I+1)-X(I-1))
    P=SIG*Y2(I-1)+2.
    Y2(I)=(SIG-1. ) / P
    U(I)=(6. * ((Y(I+1)-Y(I)) / (X(I+1)-X(I)) - (Y(I)-Y(I-1))
*      / (X(I)-X(I-1))) / (X(I+1)-X(I-1)) - SIG*U(I-1)) / P
11 CONTINUE
IF (YPN.GT. .99E90) THEN
    QN=0.
    UN=0.
ELSE
    QN=0.5
    UN=(9. / (X(N)-X(N-1))) * (YPN - (Y(N)-Y(N-1)) / (X(N)-X(N-1)))
ENDIF
Y2(N)=(UN-QN*U(N-1)) / (QN*Y2(N-1)+1. )
DO 12 K=N-1,1,-1
    Y2(K)=Y2(K)*Y2(K+1)+U(K)
12 CONTINUE
RETURN
END

```

```

C
SUBROUTINE SPLINT(XA,YA,Y2A,N,X,Y)
implicit real*8(a-h,o-z)
DIMENSION XA(N),YA(N),Y2A(N)
KLO=1
KHI=N
1 IF (KHI-KLO.GT. 1) THEN
    K=(KHI+KLO)/2
    IF(XA(K).GT. X)THEN
        KHI=K
    ELSE
        KLO=K
    ENDIF
GOTO 1
ENDIF
H=XA(KHI)-XA(KLO)
IF (H.EQ. 0.) PAUSE 'Bad XA input.'
A=(XA(KHI)-X)/H
B=(X-XA(KLO))/H
Y=A*YA(KLO)+B*YA(KHI)+
* ((A**3-A)*Y2A(KLO)+(B**3-B)*Y2A(KHI))*(H**2)/6.
RETURN
END

```

```

C
C   DECONVOLUCAO : METODO 2
C
      SUBROUTINE TRAP
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION A(100,100),DQ(100),DPS(100),Y2(100)
      COMMON /LAP/T(100),Q(100),DPW(100),M
      OPEN(2,FILE='TRAP. OUT')
C   CALCULO DAS DERIVADAS DA VAZAO NOS NOS
      DO 40 I=2,M+2
      DQ(I-1)=(Q(I)-Q(I-1))/(T(I)-T(I-1))
40  CONTINUE
C   MONTAGEM DA MATRIZ
      A(1,1)=Q(1)
      K=M+1
      DO 100 I=2,K
      A(I,I)=Q(I)+DQ(I)*(T(I)-T(I-1))/2.
      R=T(I)-T(I)
      YP1=10**90.
      YP2=10**90.
      CALL SPLINE(T,DQ,K,YP1,YP2,Y2)
      CALL SPLINT(T,DQ,Y2,K,R,Y)
      DQR=Y
      A(I,1)=DQR*(T(2)-T(1))/2.
100  CONTINUE
      DO 120 I=3,M+1
      DO 110 J=2,I-1
      S=T(I)-T(J)
      CALL SPLINT(T,DQ,Y2,K,S,Y)
      DQS=Y
      A(I,J)=DQS*(T(J+1)-T(J-1))/2.
110  continue
120  CONTINUE
      IF(A(1,1).EQ.0.DO) THEN
      DPS(1)=0.DO
      GO TO 130
      ELSE
      DPS(1)=DPW(1)/A(1,1)
      ENDIF
130  DO 150 I=2,M+1
      SOMA=DPW(I)
      DO 140 J=1,I-1
140  SOMA=SOMA-A(I,J)*DPS(J)
      DPS(I)=SOMA/A(I,I)
150  CONTINUE
      WRITE(*,155)
      WRITE(7,155)
155  FORMAT(5X,'T',14X,'DPS')
      DO 200 I=1,M+1
      WRITE(*,160)T(I),DPS(I)
      WRITE(7,160)T(I),DPS(I)
160  FORMAT(2X,FB, 9,5X,F12. 6)
200  CONTINUE
      RETURN
      END

```



```

C
C   DECONVOLUCAO : METODO 9
C
SUBROUTINE SPLIN
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON /LAP/T(100),Q(100),DPW(100),M
COMMON /SPL/A(100),B(100),H(100)
EXTERNAL F
OPEN(8,FILE='SPLIN. OUT')
C
C   CALCULO DOS COEFICIENTES PARA INTERPOLACAO E DE  $H(I)=T(I)-T(I-1)$ 
C
DO 5 I=2,M
5 H(I)=T(I)-T(I-1)
DO 10 I=2,M
A(I)=(DPW(I)-DPW(I-1))/H(I)
B(I)=(Q(I)-Q(I-1))/H(I)
10 CONTINUE
WRITE(*,*)
WRITE(*,*)
15 WRITE(*,*)'Metodos p/ inverter TL : 1-STEHF ; 2-CRUMP'
WRITE(*,*)'Metodo escolhido : '
READ(*,17)L
17 FORMAT(I5)
IF(L. NE. 1. AND. L. NE. 2)GO TO 15
IF(L. EQ. 1)THEN
WRITE(*,20)
WRITE(8,20)
20 FORMAT(//,2X,'Deconvolucao usando STEHFEST',//,
*6X,'T',15X,'DPS')
DO 30 I=2,M
ST=T(I)
IF(ST. EQ. 0. DO)GO TO 30
CALL STEHF(ST,FT)
WRITE(*,45)ST,FT
WRITE(8,45)ST,FT
30 CONTINUE
ENDIF
IF(L. EQ. 2)THEN
alpha=0. DO
err=1. D-5
WRITE(*,40)
WRITE(8,40)
40 FORMAT(//,2X,'Deconvolucao usando CRUMP',//,6X,'T',15X,'DPS')
DO 50 j=2,m
st=t(j)
CALL CRUMP(st,alpha,err,n,F,ft)
WRITE(*,45)st,ft
WRITE(8,45)st,ft
45 format(2x,f10. 5,5x,f12. 6)
50 CONTINUE
ENDIF
RETURN
END

```

C EXPRESSAO DA RESPOSTA A VAZAO CONSTANTE NO CAMPO DE
C LAPLACE

```
SUBROUTINE F(SR,SI,DR,DI)
  COMPLEX*16 S,DF,DPWL,fak1,fak2,RF,QWL,ZS
  REAL*8 SR,SI,DR,DI,A,B,T,Q,DPW,H
  COMMON /LAP/T(100),Q(100),DPW(100),M
  COMMON /SPL/A(100),B(100),H(100)
  S=DCMPLX(SR,SI)
  DPWL=(0.0DO,0.0DO)
  QWL=(0.0DO,0.0DO)
  ONE=(1.0DO,0.0DO)
  ZS=ONE/S
  do 50 l=2,m
    fak1=cdexp(-t(l-1)*a)
    fak2=cdexp(-t(l)*a)
    DPWL=DPWL+fak1*((a(l)*ZS+dpw(l-1))*ZS)
    DPWL=DPWL-fak2*((a(l)*ZS+dpw(l-1)+a(l)*h(l))*ZS)
    QWL=QWL+fak1*((b(l)*ZS+q(l-1))*ZS)
    QWL=QWL-fak2*((b(l)*ZS+q(l-1)+b(l)*h(l))*ZS)
50  CONTINUE
  DPWL=DPWL+fak2*((a(m)*ZS+dpw(m))*ZS)
  QWL=QWL+fak2*((b(m)*ZS+q(m))*ZS)
  RF=DPWL/(S*QWL)
  DR=DELE(RF)
  DI=DIMAG(RF)
  RETURN
  END
```

C
C SUBROTINA PARA INVERSAO NUMERICA DE TRANSFORMADA DE LAPLACE
C UTILIZANDO O METODO DE CRUMP
C SUBROUTINE CRUMP (t, alpha, err, N, F,ft)
C NUMERICAL INVERSION OF THE LAPLACE TRANSFORM USING THE CRUMP'S
C TECHNIQUE
C (Journal of the ACM, Vol. 29, No. 1, January 1976, pp. 89-96.)

C ON ENTRY

C t REAL*8
C Time for which the transform is to be computed
C F DOUBLE COMPLEX EXTERNAL FUNCTION
C The Laplace transform to be inverted
C alpha REAL*8
C Maximum real valued pole of ZLAP
C err REAL*8
C Maximum relative error allowed.

C ON OUTPUT

C FT REAL*8
C Computed value of the inverse Laplace transform of F
C N INTEGER*4
C Number of terms in the Fourier series used to approximate FT

C ANTONIO CLAUDIO CORREA - STANFORD UNIVERSITY - FEBRUARY 1987

```

    IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
    REAL*8 ImZ
    DIMENSION E(999)
    EXTERNAL F
    DO 10 l = 1, 999
        E(l) = 0.0D0
10 CONTINUE

    NMAX = 400

    im = (0.0D0,1.0D0)
    TT = 0.8D0 * t
    a = alpha - 0.5D0 * DLOG(terr) / TT
    ST = 0.0D0
    SUM = 0.0D0
    SUMLST = 0.0D0
    pi = 4.0D0 * DATAN(1.0D0)
    DO 40 k = 1, 2*NMAX+1
        arg1 = k*pi/TT
        arg2 = k * pi * t / TT
        call F(A,ARG1,ReZ,ImZ)
        ST = ST + ReZ * DCOS(arg2) - ImZ * DSIN(arg2)
C
C ***** BEGIN EPSILON ALGORITHM *****
C
        Elm1 = 0.0D0
        Ei = E(1)
        E(1) = ST
        IF ( k .EQ. 1) GO TO 35
        DO 30 l = 1, k-1
            aux = E(l+1)
            dif = E(l) - Ei
            IF ( DABS(dif) .LT. 1.0D-70) THEN
                E(l+1) = E(l)
            ELSE
                E(l+1) = (1.0D0 + Elm1 * dif) / dif
            ENDIF
            Elm1 = Ei
            Ei = aux
            SUM = E(l+1)
30 CONTINUE
C
C TEST FOR CONVERGENCE
C
        IF ( k/2*2 .NE. k ) THEN
            errest = DABS(SUM) - DABS(SUMLST)
            errest = DABS(errest) / DABS(SUM)
            IF ( errest .LT. 0.1*DABS(terr) ) THEN
                N = k
                GO TO 50
            ENDIF
        ENDIF
35 CONTINUE
        IF ( k/2*2 .NE. k ) SUMLST = SUM
C
C ***** END EPSILON ALGORITHM *****

```

```

40 CONTINUE
50 call F(A,O,ODO,ReZ,ImZ)
  FT= DEXP(a * t) / TT * ( O.5DO * ReZ + SUM )
  RETURN
  END

```

```

C
C
C
C
SUBROTINA PARA INVERSAO DE TRANSFORMADA DE LAPLACE
UTILIZANDO O METODO DE STEHFEST

```

```

SUBROUTINE STEHF(T,FT)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
INTEGER M
EXTERNAL FST
DIMENSION V1(16),V(16)
DATA V1/

```

```

*-9. 268259268259268D-004,2. 193730158730159,
*-551. 0166666666666700,93500. 161111111110000,
*-812665. 111111111100000,1. 007618376666667D+007,
*-7. 924198297777778D+007,9. 900596920730159D+008,
*-1. 052596533278571D+009,2. 259019928589999D+009,
*-9. 999701984499999D+009,9. 582450461700000D+009,
*-2. 591494081966667D+009,1. 227049828766667D+009,
*-9. 427945554285714D+008,4. 284181942857149D+007/
DO 927 J=1,16
  V(J)=V1(J)

```

```

927 CONTINUE
  VAL=DLOG(2.)/T
  FT=0.
  DO 40 J=1,16
    SA=VAL*J
    FT=FT+V(J)*FST(SA)

```

```

40 CONTINUE
  FT=FT*VAL
  RETURN
  END

```

```

C
C
EXPRESSAO DA RESPOSTA A VAZAO CONSTANTE NO CAMPO DE LAPLACE,
QUANDO SE UTILIZAR O METODO DE STEHFEST PARA A INVERSAO
FUNCTION FST(S)

```

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON /LAP/T(100),Q(100),DPW(100),M
COMMON /SPL/A(100),B(100),H(100)
ZS=1. DO/S
DPWL=0. DO
QWL=0. DO
do 50 i=2,m
  fak1=cdexp(-t(i-1)*a)
  fak2=cdexp(-t(i)*a)
  DPWL=DPWL+fak1*((a(i)*ZS+dpv(i-1))*ZS)
  DPWL=DPWL-fak2*((a(i)*ZS+dpv(i-1)+a(i)*h(i))*ZS)
  QWL=QWL+fak1*((b(i)*ZS+q(i-1))*ZS)
  QWL=QWL-fak2*((b(i)*ZS+q(i-1)+b(i)*h(i))*ZS)
50 CONTINUE
  DPWL=DPWL+fak2*((arm)*ZS+dpv(m))*ZS)
  QWL=QWL+fak2*((b(m)*ZS+q(m))*ZS)
  if(qvl. eq. 0. do)then
    fst=0. do

```

```

        go to 60
    endif
    FST=DPWL/(S*QWL)
60 RETURN
    END

```

```

C
C
C
DECONVOLUCAO : METODO 4

```

```

SUBROUTINE SPLIC
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION PW(100),H(100)
COMMON /SPC/X(100),W(100),G(100),A(100),B(100),C(100),
*pm1(100),pm2(100),pm3(100),pm4(100),qm1(100),
*qm2(100),qm3(100),qm4(100)
COMMON /LAP/T(100),Q(100),DPW(100),M
EXTERNAL FCT
OPEN(9,FILE='SPLIC. OUT')
DO 10 I=2,M
10 H(I)=T(I)-T(I-1)
    CALL INTERP(M,T,Q,A,B,C)
    CALL INTERP(M,T,DPW,X,W,G)
    DO 20 I=2,M
        pm1(i)=dpw(i-1)+x(i)*h(i)+v(i)*h(i)*h(i)+g(i)*(h(i)**3.)
        pm2(i)=x(i)+2. *v(i)*h(i)+9. *g(i)*h(i)*h(i)
        pm3(i)=2. *(v(i)+9. *g(i)*h(i))
        pm4(i)=6. *g(i)
        qm1(i)=q(i-1)+a(i)*h(i)+b(i)*h(i)*h(i)+c(i)*(h(i)**3.)
        qm2(i)=a(i)+2. *b(i)*h(i)+9. *c(i)*h(i)*h(i)
        qm3(i)=2. *(b(i)+9. *c(i)*h(i))
        qm4(i)=6. *c(i)
        G(I)=6. *G(I)
        W(I)=2. *W(I)
        C(I)=6. *C(I)
        B(I)=2. *B(I)
    20 CONTINUE
    WRITE(*,25)
    WRITE(9,25)
25 FORMAT(10X,'T',15X,'DPS')
    DO 30 I=2,M
        ST=T(I)
        CALL CRUMP(ST,0.0D0,1.0D-5,n,FCT,FT)
        WRITE(*,180)ST,FT
        WRITE(9,180)ST,FT
    30 CONTINUE
180 FORMAT(5X,F10.5,5X,F12.6)
    RETURN
    END

```

```

C
EXPRESSAO DA RESPOSTA A VAZAO CONSTANTE NO CAMPO DE LAPLACE
SUBROUTINE FCT(SR,SI,DR,DI)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMPLEX*16 S,RD,PWL,QWL,fak1,fak2,ZS,termp,termq
DIMENSION termp(100),termq(100)
COMMON /SPC/X(100),W(100),G(100),A(100),B(100),C(100),
* pm1(100),pm2(100),pm3(100),pm4(100),qm1(100),
* qm2(100),qm3(100),qm4(100)
COMMON /LAP/T(100),Q(100),DPW(100),M

```

```

S=DCMPLX(SR,SI)
PWL=(0. ODO,0. ODO)
QWL=(0. ODO,0. ODO)
ONE=(1. ODO,0. ODO)
ZS=ONE/S
DO 20 I=2,M
fak1=cdexp(-t(i-1)*a)
fak2=cdexp(-t(i)*a)
termp(i)====(G(I)*ZS+W(I))*ZS+X(I)*ZS+DPW(I-1))*ZS
termq(i)====(C(I)*ZS+B(I))*ZS+A(I))*ZS+Q(I-1))*ZS
PWL=PWL+fak1*termp(i)
PWL=PWL-fak2*(((pm4(i)*ZS+pm3(i))*ZS+pm2(i))*ZS+pm1(i))*ZS)
QWL=QWL+fak1*termq(i)
QWL=QWL-fak2*(((qm4(i)*ZS+qm3(i))*ZS+qm2(i))*ZS+qm1(i))*ZS)
20 CONTINUE
PWL=PWL+fak2*termp(m)
QWL=QWL+fak2*termq(m)
RD=PWL/(S*QWL)
DR=DBLE(RD)
DI=DIMAG(RD)
RETURN
END
C
C   CALCULO DOS COEFICIENTES PARA A APROXIMACAO POR
C   POR SPLINES CUBICAS
SUBROUTINE INTERP(N,T,F,SA,SB,SC)
DOUBLE PRECISION A,B,C,d,R,T,F,U,SA,SB,SC,H
DIMENSION A(100),B(100),C(100),R(100),T(100),F(100),U(100),
*SA(100),SB(100),SC(100),H(100),d(100)
C
DO 10 I=2,N
10 H(I)=T(I)-T(I-1)
DO 15 I=2,N
15 D(I)=(F(I)-F(I-1))/H(I)
C
MONTAGEM DOS ARRAYS A,B,C,R
B(1)=2.
C(1)=1.
A(N)=1.
B(N)=2.
R(1)=9. *D(2)
R(N)=9. *D(N)
DO 20 I=2,N-1
A(I)=H(I+1)
B(I)=2. *(H(I)+H(I+1))
C(I)=H(I)
R(I)=9. *(H(I)*D(I+1)+H(I+1)*D(I))
20 CONTINUE
CALL TRIDAG(A,B,C,R,U,N)
do 30 i=2,n
a(i)=u(i-1)
a(i)=(9. *d(i)-2. *u(i-1)-u(i))/h(i)
a(i)=(u(i-1)+u(i)-2. *d(i))/(h(i)*h(i))
30 continue
RETURN
END
C

```

C SUBROTINA PARA RESOLUCAO DE MATRIZES TRIDIAGONAIS²⁰
 SUBROUTINE TRIDAG(A,B,C,R,U,N)
 DOUBLE PRECISION A,B,C,R,U
 PARAMETER(NMAX=100)
 DIMENSION GAM(NMAX),A(N),B(N),C(N),R(N),U(N)
 IF(B(1).EQ.0.)PAUSE
 BET=B(1)
 U(1)=R(1)/BET
 DO 100 J=2,N
 GAM(J)=C(J-1)/BET
 BET=B(J)-A(J)*GAM(J)
 IF(BET.EQ.0.)PAUSE
 U(J)=(R(J)-A(J)*U(J-1))/BET
 100 CONTINUE
 DO 110 J=N-1,1,-1
 U(J)=U(J)-GAM(J+1)*U(J+1)
 110 CONTINUE
 RETURN
 END