

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE PRESSÃO
EM PROJETO DE ENGRENAGENS.**

Autor: Geraldo Roberto de Sousa
Orientador: Franco Giuseppe Dedini

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETOS MECÂNICOS**

INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE PRESSÃO EM PROJETO DE ENGRENAGENS.

Autor: Geraldo Roberto de Sousa
Orientador: Franco Giuseppe Dedini

Curso: Engenharia Mecânica
Área de Concentração: Projetos Mecânicos

Dissertação de mestrado acadêmico apresentado à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2003.
SP – Brasil

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETOS MECÂNICOS**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE PRESSÃO EM PROJETO DE ENGRENAGENS.

Autor: **Geraldo Roberto de Sousa**
Orientador: **Franco Giuseppe Dedini**

Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini, Presidente.
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

Profª. Drª. Vânia Regina Velloso e Silva
Universidade Federal de São João Del Rei - UFSJ

Prof. Dr. Auteliano Antunes do Santos Junior
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

Campinas, 21 de Fevereiro de 2003

Dedicatória:

Dedico este trabalho ao meu saudoso pai Francisco Assis de Sousa, *In-memoriam*, e à minha querida mãe Maria da Conceição de Sousa.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda principalmente de *Deus* e de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Aos meus familiares e amigos, pelo incentivo em todos os momentos da minha vida.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini, que me mostrou os caminhos a serem seguidos.

Ao meu amigo, Prof. Dr. Jorge Nei Brito e família, pelo incentivo.

Aos meus inesquecíveis amigos Mariana, Hélio, Paulo Lamim, Alfredo, Emerson, Marcão, Arley, Roberto, Darley, Amiel, Vinícius e Wagner pelo companheirismo e colaboração prestada em horas oportunas.

A todos os professores e colegas de departamento, que ajudaram de forma direta e indireta na conclusão deste trabalho.

Aos meus colegas do departamento de mecânica da UFSJ, por me conceder esta oportunidade para o meu crescimento profissional.

À Universidade Federal de São João del Rei (UFSJ), por tudo que significa para mim.

*Mundo, mundo, vasto mundo, mais vasto é o meu coração,
há se eu me chamasse Raimundo seria uma rima mais não a solução.
(Saudoso poeta mineiro, Carlos Drumond de Andrade).*

Resumo

SOUSA, Geraldo Roberto, *Influência do Ângulo de Pressão em Projetos de Engrenagens*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2003, 106 p. Dissertação (Mestrado).

A aplicação de engrenagens na indústria é extensa. As engrenagens devem ser econômicas, silenciosas, leves e ter grande capacidade de transmissão de potência. Conseqüentemente, precisam ser bem projetadas, o que tem forçado o seu aperfeiçoamento. Neste trabalho, apresenta-se o Programa α_{Free} , desenvolvido em Visual Basic 5.0, que mostra a influência do ângulo de pressão em projetos de engrenagens. O ângulo de pressão é formado pela tangente comum aos diâmetros primitivos das duas engrenagens e a trajetória descrita por um ponto de contato entre um par de dentes das mesmas. Sua variação irá influenciar a cinemática de engrenamento e, conseqüentemente, a otimização dos projetos de engrenagens. O Programa α_{Free} tem duas subrotinas principais. A primeira, considera o raio não-dimensional ζ (0,5, 1), seu objetivo é verificar o contato do dente no ponto mais elevado, ou seja, o ponto mais crítico do engrenamento. A segunda considera o raio não-dimensional ζ (0,1), seu objetivo é identificar a influência do ângulo de pressão no projeto de engrenagens cilíndricas de dentes retos. Variou-se o ângulo de pressão entre 14°30' a 25°, em intervalos de 30', determinando-se os parâmetros de dimensionamento dos sistemas engrenados. Fez-se também uma análise de sensibilidade, objetivando a escolha de uma faixa em que o ângulo de pressão exercesse, satisfatoriamente, a maior influência nos projetos de engrenagens.

Palavras Chave

Ângulo de Pressão, Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos, Sistemas Engrenados

Abstract

SOUSA, Geraldo Roberto, *Influence of the Pressure Angle in Gears Design*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2003, 106 p. Dissertação (Mestrado).

The use of gears in industry is extensive. The gears must to more economical, quiet, light and they should have great capacity of power transmission. Consequently, they need to be well designed what has forced its perfectioning. This investigation introduces the α_{Free} Programam developed in Visual Basic 5.0, which shows the influence of pressure angle in gears design. The pressure angle is formed by the common tangent to the primitive diameter of the two gears and the described trajectory through by a contact point between a pair of teeth of the same ones. Its variations will influence the cinematic of mesh and, consequently, the optimization of gears design. The α_{Free} has two mains subroutines. The first one considers the non-dimensional ray ζ (0,5, 1), its objective is verify the tooth contact in highest point, or in other words, the most critical point in the mesh. The second one considers the non-dimensional ray ζ (0, 1), its objective is to identify the influence of pressure angle in the spur gears design. The angle between 14°30' and 25° was divided in 30' intervals, determining the parameters of engaged systems. Furthermore, an analysis of sensitivity was carried out aiming at choosing a band where the pressure angle exerts, satisfactory, the biggest influence in the engaged systems.

Key Words.

Pressure Angle, Spur Gear, Engaged Systems.

Índice

- Lista de Figuras	iv
- Lista de Tabelas	vi
- Nomenclatura	vii
Capítulo 1	1
Introdução	1
Capítulo 2	7
Ângulo de Pressão e Traçado do Perfil de Dente	7
2.1 – Ângulo de Pressão de Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos	7
2.1.1 – Introdução	7
2.1.2 – Sistemas Padronizados	8
2.1.3 – Sistema Normal (Adotado pela ABNT P.PB.89)	8
2.1.4 – Sistema Composto $14^{\circ}30'$	8
2.1.5 – Sistema Stub 20°	8
2.1.6 – Sistema Fellow	9
2.2 – Traçado do Perfil dos Dentes	9
2.2.1 – Evolvente como Perfil de Dentes de Engrenagem	10
2.2.2 – Diferentes Formas dos Dentes	11
2.3 – Vantagens e Inconvenientes dos Perfis Evolventes e Cicloidais	15

2.4 – Solução Analítica para Determinação do Perfil de Engrenagens de Evolvente	
sem correção	16
2.4.1 – Equação da Evolvente em Coordenadas Polares	17
2.4.2 – Equação da Trocóide em Coordenadas Polares	19
2.4.3 – Equação da Evolvente e Trocóide em Coordenadas Cartesianas	20
2.5 – Deslocamento dos Perfis	22
2.6 – Tipos de Engrenamento	24
2.6.1 – Engrenamento Zero ($x_1 = x_2 = 0$)	24
2.6.2 – Engrenamento $v\hat{e}$ zero ($x_1 + x_2 = 0$)	24
2.6.3 – Engrenamento $v\hat{e}$ ($x_1 + x_2 \neq 0$)	25
2.7 – Solução Analítica para Determinação do Perfil de Engrenagens Evolvente com	
Correção	30
Capítulo 3	32
Implementação Computacional	32
3.1 – Introdução	32
3.1.1 – Dados Geométricos	34
3.1.1.1 – Variáveis de Entrada para os Dados Geométricos	35
3.1.1.2 – Variáveis de Saída para os Dados Geométricos	38
3.1.2 – Dados do Material da Engrenagem	40
3.1.2.1 – Variáveis de Entrada para os Dados do Material da Engrenagem	40
3.1.2.2 – Variáveis de Saída para os Dados do Material da Engrenagem	41
3.1.3 – Dados Dinâmicos	41
3.1.3.1 – Variáveis de Entrada para os Dados Dinâmicos	42
3.1.3.2 - Variáveis de Saída para os Dados Dinâmicos	42

3.1.4 – Fatores do Projeto	44
3.1.4.1 – Variáveis de Entrada para os Fatores de Projeto	44
3.1.4.2 – Variáveis de Saída para os Fatores de Projeto	46
3.1.5 – Variação do Ângulo de Pressão	48
Capítulo 4	72
Aplicação e Exemplo	72
4.1 – Introdução	72
4.1.1 – Dados Geométricos – HPSTC e Caso Geral	73
4.1.2 – Dados do Material da Engrenagem – HPSTC e Caso Geral	73
4.1.3 – Dados Dinâmicos – HPSTC e Caso Geral	74
4.1.4 – Fatores do Projeto – HPSTC e Caso Geral	74
4.1.5 – Variação do Ângulo de Pressão – HPSTC	75
4.1.6 - Variação do Ângulo de Pressão – Caso Geral	76
4.2 – Análise Gráfica	77
4.3 – Análise de Sensibilidade	83
4.4 – Resultado	88
Capítulo 5	90
Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros	90
5.1 – Conclusões	90
5.2 – Sugestões para Trabalhos Futuros	92
Referências Bibliográficas	93
Anexo 1	99

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Ângulo de Pressão (α)	7
Figura 2.2 – Desenvolvimento dos Dentes da Engrenagem	11
Figura 2.3 – Perfil "Stub"	12
Figura 2.4 – Comparação do Perfil do Dente "Stub" de 20° e Normal de 20°	12
Figura 2.5 – Engrenagens Bostock e Bramley	13
Figura 2.6 – Comparação entre Dentes Bostock e Bramley e Dente Normal de 20°	14
Figura 2.7 – Pinhão de 30 Dentes com Cremalheira	14
Figura 2.8 – Pinhão de 30 Dentes e Engrenagem de 180 Dentes	14
Figura 2.9 – Perfil do Dente	17
Figura 2.10 – Curva Evolvente e Principais Grandezas Geométricas	18
Figura 2.11 – Curva da Trocóide e Principais Grandezas Geométricas	20
Figura 2.12 – Curva da Evolvente e Trocóide e Principais Grandezas Geométricas	21
Figura 2.13 – Perfil Normal	22
Figura 2.14 – Perfil Deslocado	23
Figura 2.15 – Geração do Engrenamento "vê"	26
Figura 3.1 – Fluxograma do Programa α_{Free}	32
Figura 3.2 – Principais Grandezas Geométricas das ECDR	34

Figura 3.3 – Dados Geométricos	40
Figura 3.4 – Dados do Material da Engrenagem	41
Figura 3.5 – Dados Dinâmicos	44
Figura 3.6 – Fator Dinâmico AGMA, k_v , C_v	46
Figura 3.7 – Fatores de Projeto	48
Figura 3.8 – Carga Aplicada no Ponto mais Elevado para um Simples Contato no Dente (HPSTC)	50
Figura 3.9 – Sistema de Coordenadas e Perfil do Dente	56
Figura 3.10 – Parábola Lewis	60
Figura 3.11 – Fator Geométrico j para ξ (0,1)	65
Figura 3.12 – Efeito do Número de Dentes na Geometria do Dente	66
Figura 3.13 – Fator Geométrico j para ξ (0,5,1)	67
Figura 3.14 – Coeficientes das Equações de j para ξ (0,5,1)	68
Figura 3.15 – Variação do Ângulo de Pressão	71
Figura 4.1 – Dados Geométricos	73
Figura 4.2 – Dados do Material da Engrenagem	73
Figura 4.3 – Dados Dinâmicos	74
Figura 4.4 – Fatores do Projeto	74
Figura 4.5 – Variação do Ângulo de Pressão – HPSTC	75
Figura 4.6 – Variação do Ângulo de Pressão – Caso Geral	76

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Engrenagens Cilíndricas Retas Normais – Perfil Evolvente	99
Tabela 2.2 – Comparação entre os Diferentes Sistemas de Geração do Perfil "Stub"	100
Tabela 2.3 – Características Fundamentais dos Sistemas de Geração de Perfil "Stub"	101
Tabela 2.4 – Equações para Traçado do Perfil de Engrenagens Cilíndricas com/sem Correção	102
Tabela 3.1 – Fator de Distribuição de Carga – (K_m)	103
Tabela 3.2 – Fator AGMA (K_R)	103
Tabela 3.3 – Coeficientes das Equações de j para $\xi (0, 1)$	104
Tabela 3.4 – Coeficientes da Equações de j para $\xi (0,5, 1)$	105
Tabela 3.5 – Coeficientes das Equações Logarítmicas para $\xi (0,5, 1)$	106
Tabela 4.1 – Variáveis de Influência	85
Tabela 4.2 – Intervalos de Maior influência do Ângulo de Pressão	89

Nomenclatura

Símbolos	Letras Latinas	Unidades	
		SI	Sistema Inglês
a	Addendum	mm	in
a'	Distância entre centros de operação	mm	in
a ₁	Distância entre centros hipotética	mm	in
a _c	Distância da linha de referência da cremalheira ao centro da engrenagem	mm	in
b	Dedendum	mm	in
c	Folga no fundo do dente (backlash)	mm	in
C e a	Distância entre centros	mm	in
C _f	Fator de superfície	-	-
C _H	Fator de dureza	-	-
C _p	Coefficiente de elasticidade	-	-
d	Diâmetro de primitivo	mm	in
d _a	Diâmetro da cabeça	mm	in
d _{bp} e d _{bg}	Diâmetro da base do pinhão e da coroa	mm	in
d _f	Diâmetro do pé	mm	in

d_{HPSTCp} e d_{HPSTCg}	Diâmetro para o HPSTC	mm	in
d_{op} e d_{og}	Diâmetro externo do pinhão e coroa	mm	in
e	Vão frontal	mm	in
E_p e E_g	Módulo de elasticidade do pinhão e da coroa	MPa	psi
F	Largura da face	mm	in
$F(\alpha)$	Função Ponderada	-	-
h	Altura total do dente	mm	in
h_a	Altura da cabeça do dente	mm	in
h_{ap}	Altura da cabeça da cremalheira	mm	in
h_f	Altura do pé do dente	mm	in
I	Fator geométrico superficial	-	-
i, m_G	Relação de transmissão	-	-
$\text{inv}\alpha$	Função evolvente	-	-
J	Fator de flexão geométrico AGMA	-	-
j	Fator geométrico	-	-
K_a, C_a	Fator de aplicação	-	-
K_B	Fator de flexão periférica	-	-
K_I	Fator da engrenagem intermediária (ociosa).....	-	-
K_L	Fator de vida (flexão-fadiga)	-	-
K_m, C_m	Fator de distribuição de carga	-	-
K_R, C_R	Fator de confiabilidade	-	-
K_S, C_S	Fator de tamanho	-	-
K_T, C_T	Fator de temperatura	-	-

K_v, C_v	Fator dinâmico	-	-
m	Módulo métrico	mm	-
M	Momento	N.m	lb.in
m'	Módulo de operação	mm	-
m_p	Razão de contato	-	-
N_g e z_g	Número de dentes da coroa	-	-
N_p e z_p	Número de dentes do pinhão	-	-
n_p, n_g	Rotação do pinhão e da coroa	RPM	-
P	Potência	hp	hp
P_b	Passo da base	mm	in
P_c	Passo circular	mm	in
P_d	Diametral pitch	-	1/in
Q_v	Índice de qualidade da engrenagem	-	-
r	Raio da circunferência primitiva	mm	in
r'	Raio de aplicação	mm	in
r'_1 e r'_2	Raios primitivos de operação	mm	in
r_b	Raio da circunferência de base	mm	in
r_f	Raio do filete	mm	in
r_i	Raio de um ponto no perfil evolvente do dente	mm	in
r_L	Raio limite teórico	mm	in
r_o	Raio externo	mm	in
RO_2	Raios externos de duas planetárias	mm	in
r_p	Raio em qualquer ponto P sobre a evolvente	mm	in
r_{ps}	Raio padrão do passo	mm	in

r_T	Raio da trocóiide	mm	in
r_{ti}	Raio inicial da evolvente do perfil do dente	mm	in
s	Espessura do dente	mm	in
s_1 e s_2	Espessura do dente sobre a circunferência primitiva de geração	mm	in
s_a	Espessura da cabeça do dente	mm	in
s_f	Espessura da seção crítica do dente	-	-
S_{fb}	Limite de resistência à flexão	MPa	psi
S_{fb}'	Limite de resistência à fadiga	MPa	psi
S_{fc}	Limite de resistência à flexão superficial.....	MPa	psi
S_{fc}'	Limite de resistência à fadiga superficial.....	MPa	psi
t	Raio padrão do passo da espessura circular do dente.	mm	in
T	Torque	N.m	lb.m
V_t	Velocidade na linha do passo	m/s	in/s
W	Força resultante	N	lb
w	Velocidade angular	rad/s	rad/s
w_A	Velocidade angular do braço em relação à conexão fixa	rad/s	rad/s
w_F	Velocidade angular da primeira engrenagem em relação à conexão fixa	rad/s	rad/s
w_L	Velocidade angular da última engrenagem em relação à conexão fixa	rad/s	rad/s
W_r	Força radial	N	lb
W_t	Força tangencial	N	lb
x	Coefficiente de deslocamento do perfil do dente	-	-

x_f, y_f	Coordenadas do perfil do filete da trocóide	-	-
x_i, y_i	Coordenadas da evolvente do perfil do dente	-	-
x_p	Coeficiente addendum do pinhão	-	-
x_p e x_g	Coeficiente addendum do pinhão e coroa	-	-
x_t, y_t	Coordenadas do ponto de tangência	-	-
Y	Fator de forma do dente (Lewis)	-	-
y	Fator de forma	-	-
Z	Comprimento da linha de ação	mm	in
Z_c	Distância entre o ponto do passo e o HPSTC da engrenagem medida ao longo da linha de ação.....	mm	in
Z_c	Distância entre o ponto do passo e o HPSTC do pinhão medida ao longo da linha de ação.....	mm	in

Símbolos

Letras Gregas

Unidades

		SI	Sistema Inglês
α'	Ângulo de pressão de operação	deg	deg
α	Ângulo de pressão	deg	deg
α_p	Ângulo de rolamento do ponto P	deg	deg
α_L	Ângulo entre a linha de ação e a linha horizontal, (ângulo de carga)	deg	deg
δ	Ângulo entre as origens da evolvente e da trocóide ...	deg	deg
δ	Ângulo entre as origens da evolvente e trocóide	deg	deg
θ'	Ângulo entre o eixo de simetria do dente e o eixo que passa pelo ponto de origem da evolvente	deg	deg

θ_p	Ângulo vetorial entre os raios vetores que definem a origem da evolvente em qualquer ponto	deg	deg
θ_T	Ângulo diretor da trocóiide	deg	deg
$\tau, \kappa, \xi, \gamma$	Ângulos estruturais	deg	deg
ν_p, ν_g	Coefficiente de Poisson do pinhão e da coroa	-	-
Δ	Metade da largura da base do dente	-	-
ρ	Raio de curvatura do filete mínimo da curva	mm	in
ρ_p e ρ_g	Raio de curvatura do pinhão e coroa	mm	in
ζ	Raio não dimensional	-	-
σ_b	Tensão de flexão	MPa	psi
σ_c	Tensão de superfície	MPa	psi

Superescrito

Modificado, Operação.....	(m)
Padrão, Geral.....	(s)
Carga.....	(c)

Capítulo 1

Introdução

As primeiras engrenagens de que se têm conhecimento são as da Carruagem Chinesa, século 27 a.C. Os dentes destas engrenagens eram pinos de madeiras, organizados em um complexo trem de engrenagens, que moviam uma estatueta com um braço estendido, sempre apontando para a mesma direção, independente da direção que a carruagem se movia. As primeiras descrições escritas sobre engrenagens foram feitas por Aristóteles, no século 4 a.C. Ctesibius, inventor grego, usou no século 3 a.C., as engrenagens cilíndricas de dentes retos e cônicas, e Archimedes mencionou parafuso sem-fim e coroa em seus escritos. Vitruvius, que inventou a roda d'água vertical, usou um par de engrenagens de ângulo reto para transmitir potência do eixo de uma roda horizontal para uma roda de eixo vertical de um moinho de pedra, (Amaral 2000).

Os cadernos de Leonardo da Vinci contêm esboços de engrenagens cilíndricas de dentes retos, cônicas e parafuso sem-fim e coroa. É provável que nenhum destes inventores prestaram muita atenção no problema de perfis de dentes cinematicamente corretos, o que permitiria uma relação de velocidades constantes (perfis conjugados). Embora a curva cicloidal já fosse conhecida há mais de 200 anos, até 1674 ela ainda não havia sido empregada para perfis de dentes de engrenagens. No séculos XVIII e XIX, debateu-se os méritos da aplicação dos perfis cicloidais e evolventais. Desde 1830 os perfis evolventais eram os preferidos para transmissões de potência das máquinas industriais. Já os perfis cicloidais eram usados para a fabricação dos relógios. A primeira engrenagem cilíndrica de dentes retos e cônica foi cortada com a forma de cut-ters, e correspondia aos espaços entre os dentes, (Amaral 2000).

O mais antigo cortador giratório deste tipo era feito à mão por um mecânico francês chamado Jacques de Vaucanson, em 1782, tendo sido usado em uma máquina de moenda. Até os meados do século XIX ainda não haviam aparecido as máquinas especiais para cortar engrenagens Britânica.

O desenvolvimento da siderurgia brasileira na década de 1970 ficou evidenciado pela sua grande expansão. A consequência desse processo é o reconhecimento internacional, que considera o brasileiro um dos melhores fabricantes de aço plano. Nesse processo de desenvolvimento, a siderurgia recebeu a maioria de seus equipamentos do Japão. Após esse período houve como consequência natural, o aspecto competitivo, ou seja, outros fabricantes na busca de seu “Market-share” introduziram equipamentos de alta qualidade. As modificações mais significativas no que se refere à transmissão de potência foram nos Sistemas Engrenados, (Brito 1999).

Principalmente a partir da década de setenta, investigações teóricas e experimentais vêm sendo desenvolvidas para o estudo do comportamento dinâmico de sistemas engrenados. Pode-se observar uma primeira tendência ligada à pesquisa de tensões no dente da engrenagem, com a inclusão de efeitos térmicos durante o ciclo de engrenamento e considerando a sua flexibilidade, objetivando a otimização do projeto do dente de engrenagem, (Kasuba e Evans 1981, Lin e Huston 1986, Lewicki 1986, Queiroz e Brazzalle 1978 e Milovic e Turrin 1983).

Numa segunda linha de pesquisa, tem-se estudado o comportamento dinâmico global da transmissão devido às excitações geradas pelo engrenamento, incluindo os erros geométricos de fabricação, flexibilidade dos dentes e defeitos da superfície do perfil ativo dos dentes, (Randall 1982, Magalhães 1990 e Brito 1994).

Ichimaru 1974, analisou as causas de falhas em engrenagens cilíndricas de dentes retos sob carregamento pesado provocadas por erros de fabricação, para uma determinada condição de operação.

Mitchiner e Mabie 1982, publicaram um artigo sobre a determinação do Fator Forma Lewis e do Fator geométrico AGMA J, para dentes de engrenagens externa de aço. Este trabalho definiu problemas de aproximação direta da raiz do perfil padrão dos dentes de engrenagens de aço não padronizados.

Milovici e Turrin 1983, publicaram um trabalho que descreve um programa para gerar perfis de engrenagens, através do qual baseia-se nos métodos analíticos. Essa tarefa, antes dos computadores, era desgastante devido ao grande volume de cálculos.

Magalhães 1990, investigou o comportamento dinâmico transiente de sistemas engrenados com folgas, sujeitos a impactos torcionais externos.

Mogalapalli 1992, apresentou em sua dissertação de Mestrado, um estudo de otimização do número de dentes das engrenagens para as transmissões automáticas equipadas com caixa Simpson, GM THM 440 PGT e Ravigneaux.

Erdman 1993, coordenou a edição de um livro sobre o estado da arte da moderna cinemática dos mecanismos que contém os principais trabalhos e autores dos últimos 40 anos. Um dos 14 capítulos é dedicado exclusivamente aos sistemas de transmissão por engrenagens, cujo editor foi Lung-Wen Tsai.

Brito 1994, apresentou em sua dissertação de mestrado uma metodologia para identificar a influência de defeitos gerados pelo desgaste e/ou erosão do perfil ativo de dentes de engrenagens cilíndricas de dentes retos, sobre as vibrações medidas no redutor.

Papalambros 1995, identificou a otimização de sistemas mecânicos como a mais importante área de pesquisa para o futuro.

Rey, Toll e Ballester 1998, desenvolveram um método prático para obter os parâmetros geométricos fundamentais do dentado das engrenagens cilíndricas de eixos paralelos e de engrenamento externo com resultados médios de precisão aceitáveis. Zapico, Sanches e Velasco

1998, desenvolveram um estudo cinemático e de rendimentos dos mecanismos planetários de simples e duplos engrenamentos, com a simulação através do programa Working Model.

Pertence e Junior 1998, desenvolveram um programa visando uma seqüência automatizada de cálculo, estruturado na Linguagem Visual Basic para o dimensionamento de transmissões por engrenagens cilíndricas.

Bezerra e Junior 2001, apresentaram em seu trabalho o desenvolvimento de um programa com diversas rotinas que possibilitam ao usuário a escolha de um conjunto de engrenagens a partir de dados propostos. Entre estes, citam-se as condições de trabalho, materiais para as engrenagens, etc. A linguagem de programação utilizada foi o LISP (List Processing), a qual se mostrou bastante adaptada em um ambiente CAD (Computer Aided Design). Este programa é acessado através de quadros de diálogos simples e de ampla visualização dos parâmetros do projeto do perfil evolvental. Com a utilização de normas, pode-se aplicar fatores de correção com o intuito de determinar as tensões e as de solicitações do conjunto, obtendo de tal forma, um conjunto confiável e seguro para desempenhar o trabalho o qual foi projetado.

Arikan 2001, apresentou em seu artigo as expressões analíticas para o cálculo do fator geométrico AGMA (J) obtidas de engrenagens externas, tornando possível avaliar facilmente o fator (J) e com o mínimo tempo de processo, para análise computacional das engrenagens e aplicações do projeto. Também foi desenvolvido um programa de computador para demonstrar o uso de expressões derivadas.

Flávio 2002, apresentou em seu artigo o desenvolvimento de um programa capaz de calcular em frações de segundo todas as características de um engrenamento que utiliza engrenagens cilíndricas de dentes retos, calculando inclusive os eixos, rolamentos e chavetas acopladas. Este programa também é capaz de desenhar estas engrenagens, exportar arquivos para o AutoCAD e gerar relatórios e gráficos.

Os sistemas de transmissão por engrenagens são projetados para condições de operações extremas, acarretando estreitos limites para as possibilidades de ocorrência de falhas durante seu funcionamento. Exige-se, portanto, que tanto as técnicas de projeto como as de monitoração do

estado de funcionamento sejam refinadas para reduzir as incertezas de desempenho e prever a vida útil do equipamento.

Praticamente, todas as máquinas possuem engrenagens. Devido às suas especificidades, os projetistas têm necessidade de frequentemente projetá-las. Isto tem forçado o aperfeiçoamento das engrenagens, tornando-as mais econômicas, silenciosas, leves e com maior capacidade de carga. Conseqüentemente, vários métodos de cálculos para o dimensionamento de engrenagens têm sido desenvolvidos por universidades e empresas especializadas em sua fabricação. Com a facilidade do uso de recursos computacionais estes métodos estão cada vez mais precisos, permitindo projetos mais elaborados.

Nos sistemas de transmissão de engrenagens estão presentes diversos tipos de tensões. O projetista deve considerar todas as possibilidades, para que estas tensões fiquem dentro dos limites do projeto.

Alguns fatores tornam difícil o cálculo destas tensões. Um deles é a carga transmitida pelos dentes, geralmente conhecida. Entretanto, pode-se não saber como esta carga é distribuída através da largura do dente e ainda, como ela é dividida por dois ou mais pares de dentes que estejam em contato ao mesmo tempo.

Erros no passo não somente dificultam a distribuição da carga entre os dentes, como também podem causar acelerações e desacelerações, causando o aparecimento de uma sobrecarga dinâmica.

O tema do trabalho “*Influência do Ângulo de Pressão em Projeto de Engrenagens*” foi escolhido baseado na importância que o ângulo de pressão representa no projeto das engrenagens. Para estudar a influência do ângulo de pressão em projetos de engrenagens foi desenvolvido o programa *α_{Free}* , em linguagem Visual Basic 5.0, variando-se o ângulo de pressão em função dos parâmetros envolvidos no projeto. Fez-se uma análise das principais mudanças no engrenamento, e observou-se que os sistemas engrenados tornaram-se mais eficientes.

No capítulo 2 apresenta-se uma abordagem sobre a utilização do ângulo de pressão e também um estudo sobre o traçado do perfil dos dentes das Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos.

No capítulo 3 apresenta-se o programa α_{Free} , onde é possível analisar o contato crítico entre os dentes (subrotina HPSTC) e o caso genérico que analisa o contato em todo perfil evolvental do dente (subrotina CASO GERAL).

No capítulo 4 tem-se uma aplicação do programa α_{Free} , também apresenta-se uma análise de sensibilidade, objetivando fornecer a faixa em que o ângulo de pressão exerça maior influência na eficiência dos sistemas engrenados.

No capítulo 5 apresenta-se as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Ângulo de Pressão e Traçado do Perfil de Dente.

2.1 – Ângulo de Pressão de Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos.

2.1.1 – Introdução.

O ângulo de pressão é formado pela tangente comum aos diâmetros primitivos das duas engrenagens e a trajetória descrita por um ponto de contato entre um par de dentes das engrenagens, como ilustra a Figura 2. 1. Os ângulos de pressão dos pares engrenados são padronizados em poucos valores pelos fabricantes de engrenagem. Eles são definidos na distância de centros nominal para um par engrenado “cortado”. Os valores padrões são 14,5°, 20° e 25°. A norma DIN 867 recomenda-se a utilização do ângulo de pressão $\alpha = 20^\circ$, atualmente o mais usado, (Sarkis 2000).

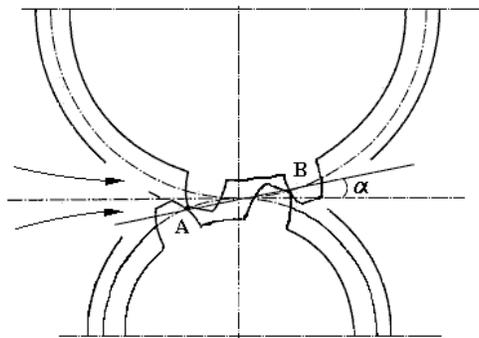


Figura 2. 1 - Ângulo de Pressão (α).

2.1.2 – Sistemas Padronizados.

É indiscutível a conveniência dos perfis serem padronizados. É o que se faz normalmente, adotando-se dimensões dos dentes em função do módulo ou do passo diametral. Assim, a cada módulo (ou passo diametral) corresponderão dimensões bem determinadas para os dentes. Existem vários perfis padronizados, dificultando a identificação de engrenagens gastas, (Sarkis 2000).

2.1.3 – Sistema Normal (Adotado pela ABNT P.PB.89).

A curva do perfil é uma evolvente de círculo com ângulo de pressão de 20° ou $14^\circ30'$. A característica principal deste sistema é a cabeça do dente igual ao módulo ou ao inverso do passo diametral, (Sarkis 2000).

Na Tabela 2.1 do anexo 1, são apresentadas as relações geométricas deste sistema.

2.1.4 – Sistema Composto $14^\circ30'$.

O perfil do dente é constituído, na sua parte central, por um arco de evolvente de círculo, concordando por arcos de curvas tipo cicloidais no fundo e no exterior.

O ângulo de pressão é $14^\circ30'$. Estas engrenagens possuem um melhor funcionamento quanto à interferência devido a forma da cabeça do dente. As cortadeiras são, no entanto, mais caras, (Sarkis 2000).

2.1.5 – Sistema Stub 20° .

Em função das condições exigidas na moderna construção de máquinas e elementos de tração, foi preciso estudar engrenagens de elevadas condições de resistência, modificando-se os ângulos de pressão. Em 1899, a firma americana Fellows Shaper Co. utilizou o dente “Stub”, que foi traduzido como “dente sem ponta”, em diversos órgãos de máquinas. O resultado do uso do

sistema “Stub” foi excelente, mas seu uso generalizado foi lento, encontrando seu lugar preferencial na indústria automobilística e de máquinas ferramentas.

A finalidade de utilização deste perfil, é obter número mínimo de dentes, a cabeça do dente é menor que a do sistema normal, isto é, a altura da cabeça do dente (h_a) é menor que o módulo (m). Conseqüentemente, a profundidade por ser menor, resultará um dente mais reforçado e uma diminuição na relação de contato, (Sarkis 2000).

2.1.6 – Sistema Fellow.

Este sistema foi desenvolvido pela Fellow Gear Sharper Co. e têm sido usado largamente para transmissões de automóveis. O sistema utiliza ângulo de pressão de 20° , sendo a geometria da engrenagem determinada por uma função, em que o numerador é o passo diametral utilizado para o diâmetro e a espessura do dente e o denominador para a altura, a cabeça e a base. Conforme mostra a Tabela 2.1 do anexo 1, (Sarkis 2000).

2.2 – Traçado do Perfil de Dentes.

O estudo do traçado do perfil do dente de engrenagens cilíndricas de evolvente tem despertado interesse dos projetistas pelo fato das engrenagens, na sua maioria, serem fabricadas sempre com correção, (Brito 1999).

Neste item são discutidos os princípios básicos para o traçado do perfil do dente das engrenagens cilíndricas de evolvente, destacando suas vantagens, inconvenientes e soluções analíticas.

O traçado do perfil do dente de engrenagens torna-se necessário em diversas situações de projeto e de controle de qualidade. Dentre elas podem ser destacadas:

- No projeto e no controle de ferramentas, tais como moldes de injeção, coquilhas para fundição sob pressão, matrizes de extrusão e matrizes de compactação em processos de sinterização.

- No projeto de engrenagens com perfis especiais, tais como engrenagens que devem operar sob condições muito severas de carga, engrenagens fabricadas em termoplásticos, etc.

- Na necessidade de calcular a tensão que atua no pé do dente, no caso de perfis especiais ou quando dados geométricos necessários a este cálculo não podem ser fáceis ou rapidamente obtidos.

- No controle do perfil de engrenagens obtidas através de diferentes processos de fabricação, na falta de equipamento específico para esta finalidade.

Existem diversos métodos para o traçado de perfis de dentes de engrenagens. Os métodos gráficos são mais simples e fáceis de executar, simulam o processo de geração e são muito úteis no caso de perfis especiais. Porém, os métodos analíticos são os mais precisos e com o uso de artifícios computacionais, pode-se obter qualquer número de pontos do perfil, de forma rápida e precisa.

2.2.1 – Evolvente como Perfil de Dentes de Engrenagem.

Quando a evolvente é usada como perfil de dentes de engrenagens, várias curvas evolventes são desenvolvidas a partir de uma mesma circunferência de base, (Dias 2002).

A Figura 2. 2 ilustra o desenvolvimento do lado que apresenta vários dentes sucessivos. Considere-se um cordão com vários nós igualmente espaçados, enrolado sobre uma circunferência de base. Quando o cordão é desenrolado, cada nó descreve uma curva evolvente. A distância entre essas evolventes, medida sobre qualquer linha tangente à circunferência de base é sempre a mesma, que por sua vez é igual ao comprimento do arco da circunferência de base entre as origens de quaisquer duas evolventes sucessivas, que também é igual a distância entre os nós do cordão e ao comprimento da circunferência de base dividida pelo número de dentes da engrenagem. Chamada de passo da base (P_b), conforme Equação 2.1.

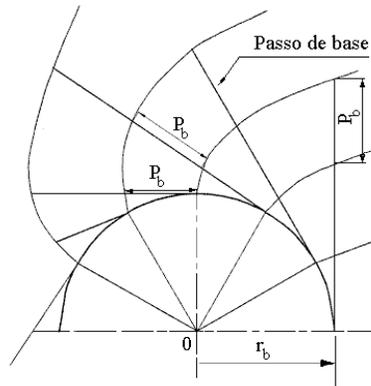


Figura 2. 2 - Desenvolvimento dos Dentes da Engrenagem.

$$P_b = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_b}{N} \quad (2.1)$$

2.2.2 – Diferentes Formas dos Dentes

Em um procedimento análogo a Firma Americana Fellows Shaper Co. (item 2.1.5), a empresa R. D. Nuttall Co. desenvolve o desenho dos dentes, marcando suas formas de uma maneira distinta, diferenciando-se entre si nas dimensões das alturas da cabeça e do pé do dente, a partir do diâmetro primitivo, mas mantendo o mesmo ângulo de pressão.

A Comissão de Normalização Alemã - DIN, adota o mesmo sistema de dentes “Stub”, conservando as alturas normais do dente. A American Standard, em sua norma, apresenta uma ligeira variação.

Brito 1999, mostra em seu trabalho que a Figura 2. 3 ilustra o perfil “Stub” de um dente de engrenagem com suas dimensões, onde (s) é a espessura, (h) a altura total, (h_a) a altura da cabeça e (h_f) a altura do pé. A Tabela 2.2 do anexo 1 mostra a comparação entre os diferentes sistemas de geração do perfil “Stub”. Para a mesma, será tomado como referência o “Diametral Pitch nº 4”, passo equivalente ao módulo 6,35. A Figura 2. 4, ilustra o perfil do dente “Stub” e normal de 20°.

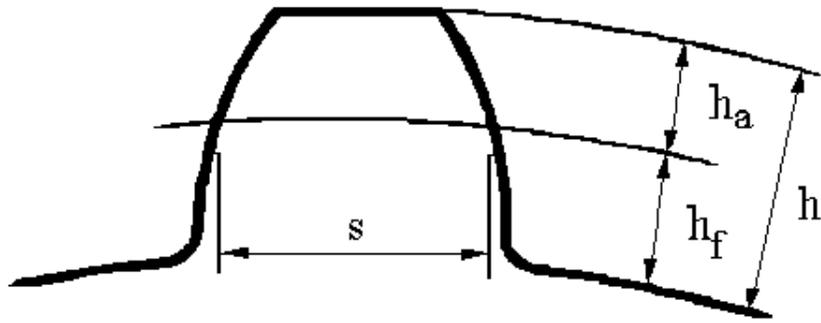


Figura 2. 3 - Perfil "Stub".

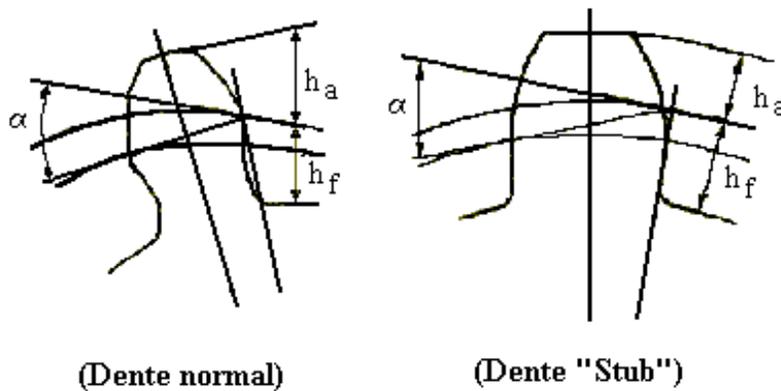


Figura 2. 4 - Comparação do Perfil do Dente "Stub" de 20° e Normal de 20°.

A Tabela 2.3 do anexo 1 mostra as características fundamentais que se deve conhecer sobre os sistemas Fellows, Nuttall e AGMA – American Gear Manufactory Association.

O Comitê Francês de Normalização – CFN adotou um perfil de dente que já é empregado na indústria francesa, também usando o ângulo de pressão de 20°. Neste perfil, a altura do dente e altura do pé do dente são dadas pelas Equações 2.2 e 2.3, respectivamente, onde (m) é o módulo.

$$h_a = 0,75 \cdot m \quad (2.2)$$

$$h_f = 0,95 \cdot m \quad (2.3)$$

Um perfil de dente, considerado um processo que revoluciona tudo aquilo de uso corrente, apesar de pouco conhecido, porém muito aplicado, é o sistema Bostock e Bramley, cuja aplicação principal são as engrenagens redutoras de velocidade utilizadas principalmente na propulsão de barcos acionados por turbinas a vapor. Suas características são notáveis, como pode-se observar nas Figuras 2.5, 2.6, 2.7 e 2.8, onde são ilustradas diversas comparações relacionadas com a cremalheira com dente normal de 15° a 20° . Pode-se observar a zona de rolagem e deslizamento cujas vantagens são relevantes quando comparadas a outro sistema ou norma para geração de dentes que satisfaz à aplicação especial atribuída a este sistema. Também pode-se observar que o diâmetro primitivo encontra-se na proximidade da raiz do dente e quase na extremidade da cabeça do mesmo na engrenagem e na cremalheira. Portanto, pode-se afirmar que nada se fez em matéria de engrenagens com características tão originais como as do sistema Bostock e Bramley.

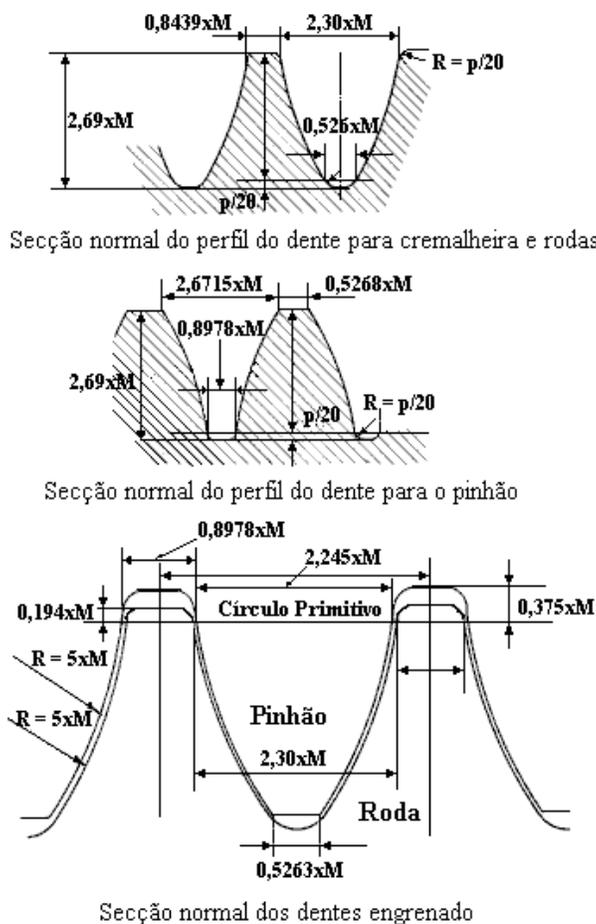


Figura 2. 5 - Engrenagens Bostock e Bramley

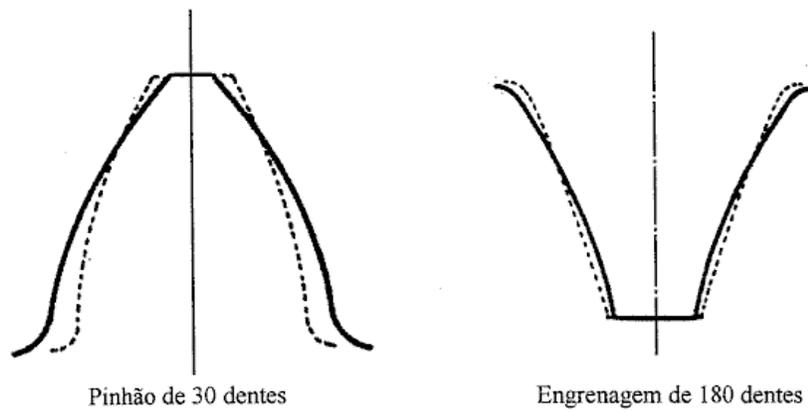


Figura 2. 6 - Comparação entre Dentes Bostock e Bramley e Dente Normal de 20°

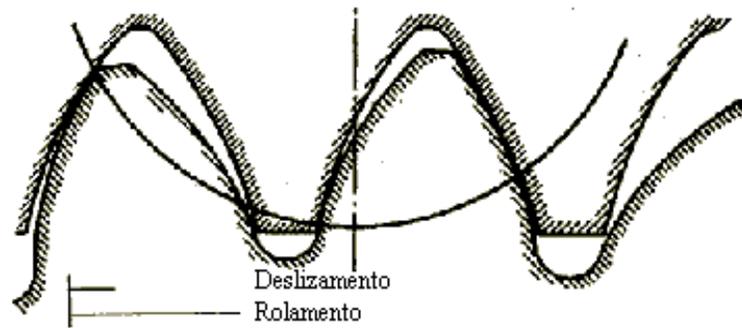


Figura 2. 7 - Pinhão de 30 Dentes com Cremalheira

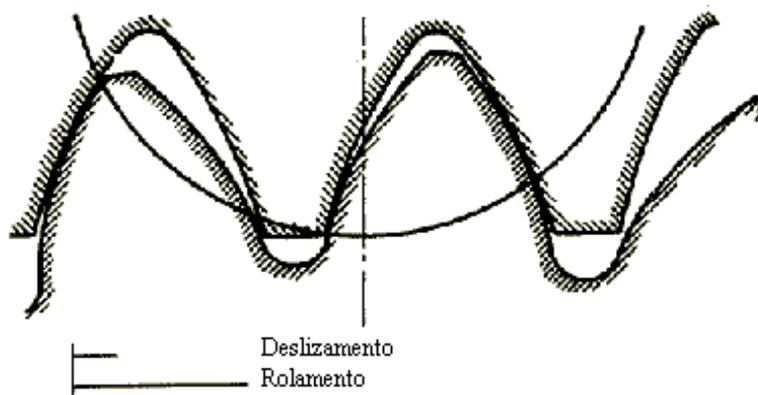


Figura 2. 8 - Pinhão de 30 Dentes e Engrenagem de 180 Dentes.

Outro perfil de dente que obteve uma grande aceitação, sendo muito utilizado, é o perfil da British Standard. Este perfil tem um ângulo de 20° e sua aplicação principal é em engrenagens de tração, caixas reductoras para turbinas a vapor, em aviação e em outras aplicações especiais. O seu uso mais generalizado é em engrenagens helicoidais com eixos paralelos. Estas engrenagens classificam-se em três classes:

- Classe A – Precisão: engrenagens para uma velocidade periféricas maior que 600 [m/min];

- Classe B – Alta precisão: engrenagens para uma velocidade periférica de 230 a 900 [m/min];

- Classe C – Tipo comercial: engrenagens para uma velocidade periféricas inferior a 360 [m/min];

2.3 – Vantagens e Inconvenientes dos Perfis Evolventes e Cicloidais.

Segundo Pires 1980 e Shigley 1984, cada um dos perfis têm vantagens e inconvenientes. Nas engrenagens cicloidais o contato dos dentes verifica-se entre uma superfície côncava e uma convexa. Desta maneira, a área deformada de contato é maior que nas engrenagens da evolvente, resultando uma pressão menor, e conseqüente diminuição de desgaste. O número mínimo de dentes admissíveis é menor. Estas engrenagens apresentam, porém, o inconveniente de exigir uma distância precisa entre as árvores, pois uma modificação na distância provoca alteração de funcionamento, já que a lei fundamental das engrenagens não se satisfaz. O traçado é mais difícil, a intensidade das pressões nos pontos de contato aumenta do centro do perfil para as extremidades. Engrenagens com o mesmo passo só podem engrenar se os perfis são gerados por circunferências de mesmos raios. As ferramentas para a execução são mais numerosas e de execução difícil. As bases dos dentes resultam debilitadas, para as engrenagens de pequeno número de dentes.

As engrenagens da evolvente do círculo permitem uma variação na distância dos centros, o que acarreta apenas a modificação do ângulo de pressão. O traçado é mais simples e as cortadeiras são de execução fácil. A pressão nos pontos de contato é constante, por ser a linha de

ação, uma reta. Para um mesmo passo, os dentes das engrenagens da evolvente são mais reforçados que os das cicloidais. Mas, inconvenientes existem. Os contatos se processam entre duas superfícies convexas, o que aumenta a pressão atuante. O número mínimo de dentes é bem mais elevado que para engrenagens cicloidais, tornando o rendimento ligeiramente inferior.

Ponderando estas vantagens e inconvenientes, as engrenagens cicloidais estão sendo, cada vez mais, substituídas pelas engrenagens evolventes.

2.4 – Solução Analítica para Determinação do Perfil de Engrenagens de Envolve Sem Correção.

Brito 1999, destaca em seu trabalho que a curva evolvente é universalmente utilizada como perfil dos dentes das engrenagens, por sua grande facilidade de fabricação e, sobretudo por certas características que ela tem na sua utilização.

A evolvente permite que o contato entre os dentes das duas engrenagens aconteça apenas em um ponto A (ou uma pequena região reformada em torno do ponto), permitindo uma ação conjugada, suave e sem muito deslizamento, próximo a uma condição de rolamento.

Conforme ilustrado na Figura 2. 9, à medida que as engrenagens giram, o ponto de contato “A” muda nos dentes, mas permanece sempre ao longo da linha aa’, chamada de linha de ação. A inclinação desta linha, é definida pelo ângulo de pressão α , sendo uma característica já incorporada na ferramenta usada para gerar o dente. É na direção da linha de ação que a força é transmitida de um dente para outro.

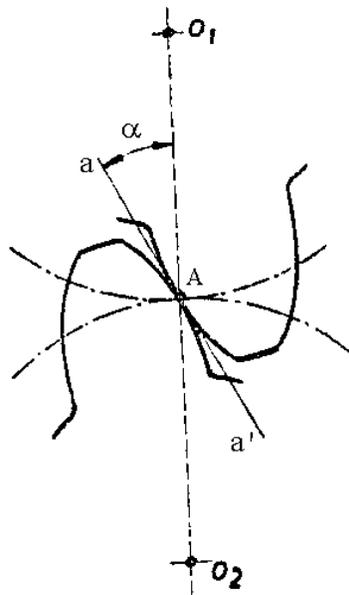


Figura 2. 9 - Perfil do Dente

2.4.1 – Equação da Evolvente em Coordenadas Polares.

A evolvente é uma linha gerada por um ponto P de uma reta g , que rola sem escorregar sobre uma circunferência de base b , como ilustra a Figura 2. 10. Na mesma, a curva obtida se faz sobre uma circunferência de raio r_b e centro em O , onde ρ é o raio instantâneo de curvatura da evolvente, r_p é o raio em qualquer ponto P sobre a evolvente, θ_p é o ângulo vetorial entre os raios vetores que definem a origem da evolvente em qualquer ponto, tal como P sobre a evolvente, α_p é o ângulo de rolamento do ponto P e r_b é o raio da circunferência de base, (Brito 1999).

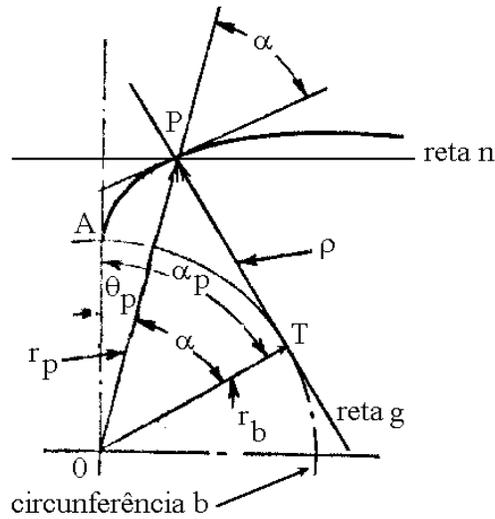


Figura 2. 10 - Curva Evolvente e Principais Grandezas Geométricas.

O segmento \overline{PT} da reta g chama-se geratriz da evolvente. Este segmento é perpendicular a evolvente no ponto P, gerando o raio de curvatura desta no mesmo ponto. O ângulo que o raio vetor OP forma com o raio do círculo de base, passando por “T”, é igual ao ângulo que a geratriz forma com a reta n, normal a OP, e resulta também igual ao ângulo α que o raio vetor OP forma com a tangente à evolvente do ponto P. A condição fundamental é que $\overline{PT} = \widehat{AT}$. Como, $\overline{PT} = \rho$, têm-se as Equações 2.20 e 2.21. Fazendo-se a Equação 2.20 igual a Equação 2.21, pela condição fundamental, tem-se a Equação 2.22, que define a função evolvente $\text{inv}\alpha$, onde $(\text{tg}\alpha)$ é expressa em graus e (α) em radianos. O ângulo de rolamento do ponto P (α_p) é dado pela Equação. 2.23.

$$AT = r_b(\theta_p + \alpha) \quad (2.20)$$

$$\rho = \overline{PT} = r_b \text{tg}\alpha = \sqrt{r_p^2 - r_b^2} \quad (2.21)$$

$$\theta_p = \text{tg}\alpha - \alpha \quad \text{inv}\alpha = \text{tg}\alpha - \alpha \quad (2.22)$$

$$\alpha_p = \arctg r_p \frac{d\theta_p}{dr_p} = \arctg \frac{\sqrt{r_p^2 - r_b^2}}{r_b} \quad (2.23)$$

O vetor (r_p) e o ângulo (α_p) variam com a posição do ponto P, e estão ligados ao raio (r_b) do círculo de base pela Equação 2.24, sendo o ângulo (α_p) igual a zero na origem A e aumentando enquanto o ponto P percorre a evolvente. Portanto, em coordenadas polares, têm-se (θ_p) para cada (r_p), para um dado círculo de base P (r_p , α_p).

$$r_p = \frac{r_b}{\cos \alpha_p} \quad (2.24)$$

2.4.2 – Equação da Trocóide em Coordenadas Polares.

A curva evolvente têm seu começo na circunferência de base, não permitindo que haja ação conjugada abaixo desta circunferência. Se uma cremalheira com cantos agudos atua contra a evolvente e seus bordos se estendem bem abaixo da circunferência de base, ocorrerá interferência, a menos que o dente seja recortado. A curva em laço, representa a trajetória do canto agudo do dente da cremalheira quando ele entra e sai do engrenamento e, é chamada de trocóide, como ilustra a Figura 2. 11, onde (α) é o ângulo de pressão, (r) é o raio da circunferência primitiva, (r_T) é o raio qualquer da trocóide (origem no centro da engrenagem), (θ_T) é o ângulo diretor da trocóide, (h_{ap}) é a altura da cabeça da cremalheira, (δ) é o ângulo entre as origens da evolvente e da trocóide e LP é a linha primitiva, (Brito 1999).

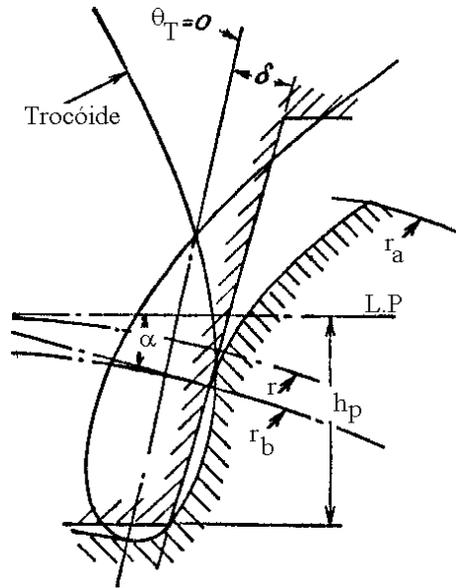


Figura 2. 11 - Curva da Trocóiide e Principais Grandezas Geométricas.

Para o caso mais freqüente de recorte, que é a trocóiide gerada no engrenamento de um pinhão com uma cremalheira, o que ocorre com a maioria dos processos de fabricação de engrenagens por geração, tem-se as Equações 2.25 e 2.26, sendo (α) em radianos e ($\text{tg}\alpha$) em graus. Para a altura da cabeça da cremalheira, geralmente, adota-se o mesmo valor da altura do pé do dente (h_f).

$$\theta_T = \arctg \left[\frac{\sqrt{r_T^2 - (r - h_{ap})^2}}{r - h} \right] - \frac{\sqrt{r_T^2 - (r - h_{ap})^2}}{r} \quad (2.25)$$

$$\delta = \alpha - \frac{(r - h_{ap}) \text{tg}\alpha}{r} \quad (2.26)$$

2.4.3 – Equação da Evolvente e Trocóiide em Coordenadas Cartesianas.

A Figura 2. 12 ilustra a curva da evolvente e trocóiide, onde X_P , Y_P são as coordenadas cartesianas de um ponto P pertencente à evolvente em relação a um sistema com origem no

centro da engrenagem e cujo eixo y passa pelo centro do dente, (θ') é o ângulo entre o eixo de simetria do dente e o eixo que passa pelo ponto de origem da evolvente e X_T , Y_T são as coordenadas cartesianas de um ponto T pertencentes à trocóiide em relação ao mesmo sistema de coordenadas X_P , Y_P .

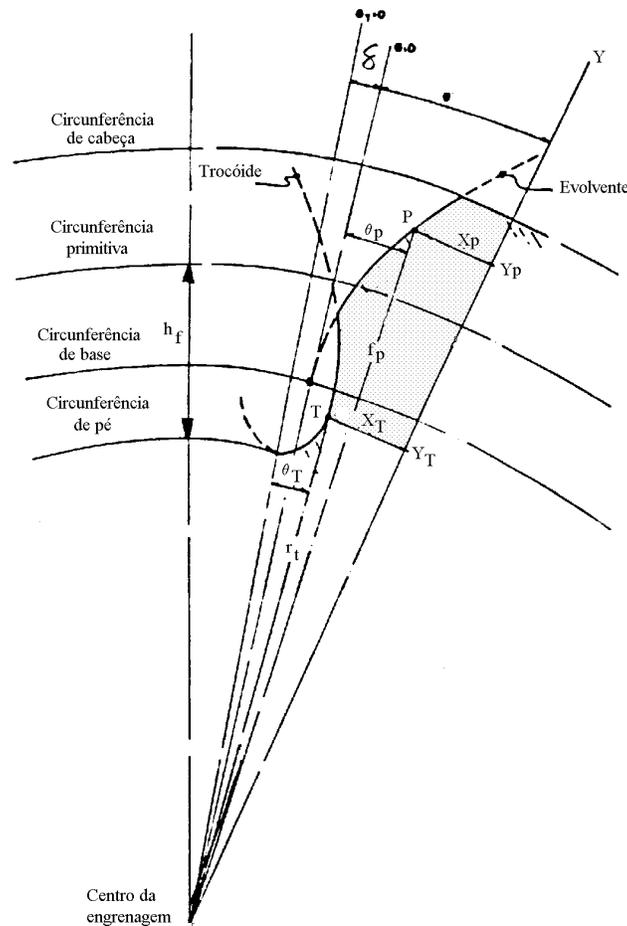


Figura 2. 12 - Curva da Evolvente e Trocóiide e Principais Grandezas Geométricas

O ângulo (θ') é dado pela Equação 2.27 onde N é o número de dentes. A curva da evolvente em coordenadas cartesianas é dada pela Equação 2.28, e a curva da trocóiide em coordenadas cartesianas é dada pela Equação 2.29.

$$\theta' = \frac{\pi}{N} + \text{inv}\alpha \quad (2.27)$$

$$X_p = r_p \sin(\theta' - \theta_p) \quad Y_p = r_p \cos(\theta' - \theta_p) \quad (2.28)$$

$$X_T = r_T \sin(\theta' - \delta - \theta_T) \quad Y_T = r_T \cos(\theta' - \delta - \theta_T) \quad (2.29)$$

2.5 - Deslocamento dos Perfis.

Brito 1999, mostra em seu trabalho que uma das grandes vantagens do perfil evolvente é a possibilidade de deslocamento do perfil, sem modificação da conjugação. Outras vantagens do deslocamento de perfis são: obtenção de maior ou menor razão de contato, melhorar a resistência à flexão, eliminação do recorte, melhoramento do rendimento e diminuição do ruído.

Uma engrenagem de perfil evolvente não têm definido o diâmetro da circunferência primitiva até que os perfis entrem em contato.

Na Figura 2. 13, a linha de referência da cremalheira tangencia a circunferência primitiva da engrenagem, obtendo-se a Equação 2.30, onde (d) é o diâmetro primitivo, (m) o módulo e (N) o número de dentes.

$$d = mN \quad (2.30)$$

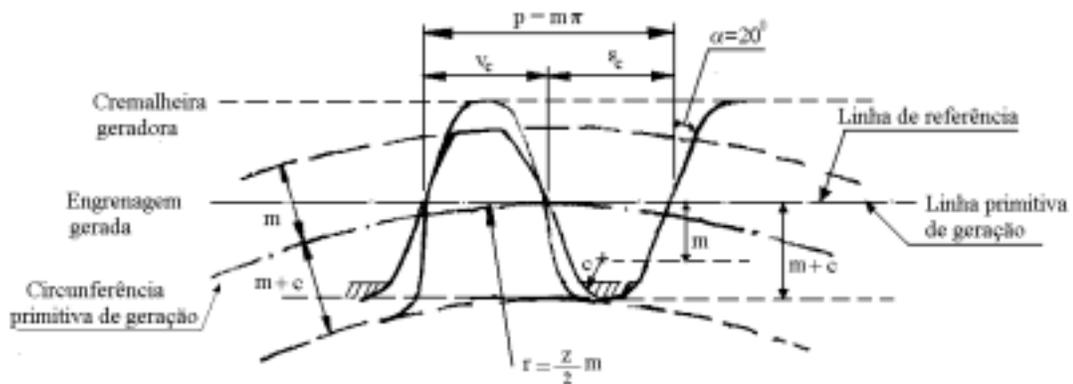


Figura 2. 13- Perfil Normal

Na Figura 2.14, a engrenagem ao ser gerada foi afastada da cremalheira geradora de uma distância v dada pela Equação 2.31, onde (x) é o coeficiente de deslocamento do perfil e (m) o módulo.

$$v = xm \quad (2.31)$$

Por questão de convenção, o coeficiente de deslocamento do perfil é positivo $(+x)$ se a linha de referência da cremalheira se afasta do centro da engrenagem. A distância da linha de referência da cremalheira ao centro da engrenagem (a_c) é dado pela Equação 2.32, onde (r) é o raio primitivo.

$$a_c = r + xm = \frac{N}{2} m + xm \quad (2.32)$$

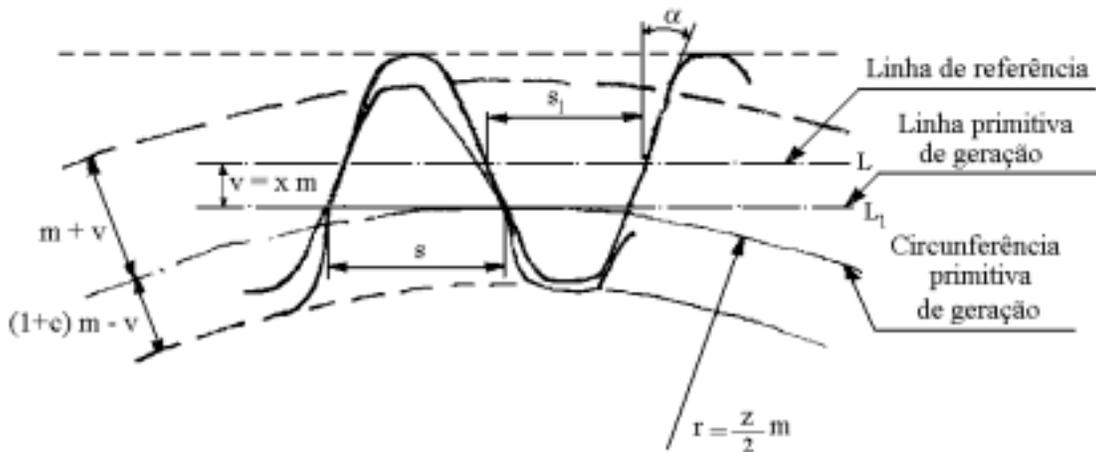


Figura 2. 14 - Perfil Deslocado

A espessura do dente (s) gerado com deslocamento de perfil positivo, medida sobre a circunferência primitiva de geração, aumenta de $(2x \text{ mtg}\alpha)$, Equação 2.33. As novas alturas da cabeça e do pé do dente são dadas pelas Equações 2.34 e 2.35, respectivamente.

$$s = \frac{\pi m}{2} + 2m x \operatorname{tg} \alpha \quad (2.33)$$

$$h_a = m + v = m(1 + x) \quad (2.34)$$

$$h_f = m(1 + c) - v = m(1 + c - x) \quad (2.35)$$

2.6 – Tipos de Engrenamento.

2.6.1 – Engrenamento Zero ($x_1 = x_2 = 0$)

Brito 1999, destacou em seu trabalho que no engrenamento zero, as duas engrenagens são geradas sem deslocamento de perfil. As vantagens são: intercambiabilidade das engrenagens e possibilidade de fabricação com fresas módulos. As desvantagens são: em engrenagens de dentes retos, não permite a utilização de qualquer distância entre centros requerida e os dentes do pinhão podem ser muito delgados, conseqüentemente são menos resistentes que os da coroa.

Uma engrenagem cilíndrica com deslocamento zero do perfil, chama-se engrenagem sem correção por deslocamento do perfil.

2.6.2 - Engrenamento vê zero ($x_1 + x_2 = 0$).

No engrenamento “vê zero”, o deslocamento positivo do perfil de uma das engrenagens (em geral a menor), é igual ao deslocamento negativo do perfil da engrenagem conjugada.

A distância entre centros e o ângulo de pressão de operação não variam em relação ao engrenamento zero.

Este tipo de engrenamento é empregado em casos com grandes relações de multiplicação, a fim de se conseguir dentes de pinhão mais espessos, ou dentes de pinhão sem penetração considerável.

Como $x_1 + x_2 = 0$ e $x_1 \neq 0$ tem-se as espessuras dos dentes sobre a circunferência de geração que coincidem com as de operação, Equações 2.36 e 2.37, e conseqüentemente $s_1 \neq s_2$.

$$s_1 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha \right) \quad (2.36)$$

$$s_2 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha \right) \quad (2.37)$$

Como $s_1 + s_2 = m\pi = p$, logo é possível que o sistema de engrenagens opere com um módulo igual ao de geração das engrenagens, isto é, $m' = m$.

Conclui-se que no engrenamento “vê zero”, o passo e os diâmetros primitivos de operação são os mesmos e a distância entre centros é igual ao engrenamento “zero”, ou seja, não sofre alteração.

2.6.3 – Engrenamento vê ($x_1 + x_2 \neq 0$).

Um par de engrenagens com perfil deslocado que não satisfaz a condição de engrenamento “vê zero”, é chamado de engrenamento “vê”.

Freqüentemente, apenas o pinhão sofre em deslocamento de perfil positivo. O engrenamento “vê” permite uma variação contínua da distância entre centros de operação e também possibilita maior capacidade de carga ou maior razão de condução ou engrenamento equilibrado. Por estes motivos, este engrenamento é o mais usado em projetos elaborados.

A fabricação destas engrenagens só pode ser feita com o uso de dentadoras por geração (cremalheira ou fresa geradora). A condição básica é que $(x_1 + x_2 \neq 0)$, logo, $s_1 + s_2 \neq m\pi$.

A Figura 2. 15 ilustra o caso onde foram geradas duas engrenagens com deslocamento de perfil positivo, utilizando-se a mesma cremalheira geradora, e as Equações 2.38 e 2.39.

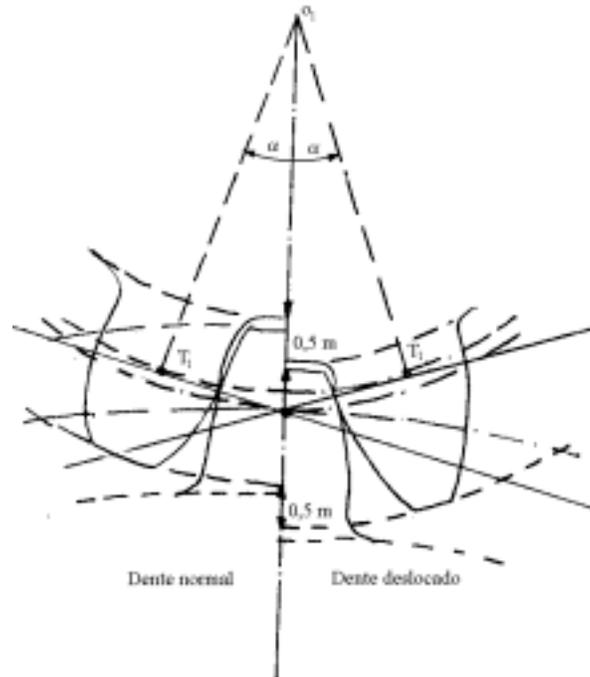


Figura 2. 15 - Geração do Engrenamento "vê"

$$s_1 + s_2 = m\pi + (2\text{tg}\alpha)(x_1 + x_2) \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 > 0 & \quad s_1 + s_2 > \pi m \\ x_1 + x_2 < 0 & \quad s_1 + s_2 < \pi m \end{aligned} \quad (2.39)$$

Para o pinhão, o raio de circunferência primitiva (r_1) de geração c_1 é dado pela Equação 2.40. A linha primitiva de geração (L_1) é deslocada de " x_1m " em relação a linha de referência da cremalheira L_0 . A espessura do dente (s_1) sobre a circunferência primitiva de geração é dada pela Equação 2.41 e (s_1) é a espessura do dente sobre a circunferência primitiva de geração.

$$r_1 = \frac{N_p}{2} m \quad (2.40)$$

$$s_1 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha \right) \quad (2.41)$$

Para a coroa, o raio de circunferência primitiva (r_2) de geração c_2 é dado pela Equação 2.42. A linha primitiva de geração (L_2) é deslocada de “ $x_2 m$ ” em relação a linha de referência da cremalheira L_0 . A espessura do dente (s_2) sobre a circunferência primitiva de geração é dada pela Equação 2.43) e (s_2) é a espessura do dente sobre a circunferência primitiva de geração.

$$r_2 = \frac{N_g}{2} m \quad (2.42)$$

$$s_2 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha \right) \quad (2.43)$$

A distância entre centros hipotética (a_1) existente na Figura 2. 15 é dada pela Equação 2.44, sendo $a = r_1 + r_2$. Com essa distância, constata-se que não se estabelece o contato entre os dentes. Será então necessário aproximar as engrenagens para uma distância entre centros (a'), chamada de distância entre centros de operação. A diferença entre as distâncias de operação e a de referência ($a = mN_m$) é que a modificação da distância entre centros é sempre menor que a soma de deslocamento de perfil executados no pinhão e na coroa, como mostra a Equação 2.45.

$$a_1 = a + x_1 m + x_2 m \quad (2.44)$$

$$a' - a < (x_1 + x_2) m \quad (2.45)$$

Para a distância entre centros de operação (a'), tem-se os raios primitivos de operação (r'_1) e (r'_2), o ângulo de pressão de operação (α') e o módulo de operação (m').

Na Equação 2.48 têm-se o valor de (a') e na Equação 2.49 o valor de (m'). Na Equação 2.50 tem-se o valor de (s'). Com a condição de operação dada pela Equação 2.51 e substituindo-se os valores de (s_1), (s_2), (r_1), e (r_2), tem-se o valor de ($ev\alpha'$) dada pela Equação 2.54, sendo o valor de (N_m) dado pela Equação 2.55.

$$a' = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \quad (2.46)$$

$$a = r_1 + r_2 = \frac{mN_p}{2} + \frac{mN_g}{2} = mN_m \quad (2.47)$$

$$a' = r'_1 + r'_2 = m' \frac{N_p}{2} + m' \frac{N_g}{2} = m' N_m \quad (2.48)$$

$$m' = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \quad (2.49)$$

$$\begin{aligned} s'_1 &= r'_1 \left[\frac{s_1}{r_1} + 2(ev\alpha - ev\alpha') \right] \\ s'_2 &= r'_2 \left[\frac{s_2}{r_2} + 2(ev\alpha - ev\alpha') \right] \end{aligned} \quad (2.50)$$

$$s'_1 + s'_2 = \pi m' = \pi m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \quad (2.51)$$

$$\pi m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \left[\pi + 2(x_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha + (N_p + N_g)(\operatorname{ev} \alpha - \operatorname{ev} \alpha') \right] \quad (2.52)$$

$$2(x_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha + (N_p + N_g)(\operatorname{ev} \alpha - \operatorname{ev} \alpha') = 0 \quad (2.53)$$

$$\operatorname{ev} \alpha' = \operatorname{ev} \alpha + \frac{(x_1 + x_2)}{N_m} \operatorname{tg} \alpha \quad (2.54)$$

$$N_m = \frac{N_1 + N_2}{2} \quad (2.55)$$

Para manter a folga de fundo (backlash), quando da aproximação das engrenagens, estas têm suas alturas de cabeça e pé do dente modificadas, Equações 2.56 e 2.57, respectivamente, e conseqüentemente os diâmetros da cabeça, Equações 2.58, sendo (y) dado pela Equação 2.59 e (k) dado pela Equação 2.60.

$$h_{a_1} = m(1 - x_2 + y) = m(1 + x_1 - k) \quad (2.56)$$

$$h_{a_2} = m(1 - x_1 + y) = m(1 + x_2 - k)$$

$$h_{f_1} = m(1 + c - x_1) \quad (2.57)$$

$$h_{f_2} = m(1 + c - x_2)$$

$$d_{a_1} = d_1 + 2h_{a_1} \quad (2.58)$$

$$d_{a_2} = d_2 + 2h_{a_2}$$

$$y = \frac{a' - a}{m} \quad (2.59)$$

$$k = x_1 + x_2 - y \quad (2.60)$$

Quando se produz o deslocamento do perfil positivo, deve-se ter o cuidado para que as engrenagens não resultem dentes pontiagudos. Para isso pode-se calcular a espessura da cabeça do dente (S_a) pelas Equações 2.61.

$$s_a = r_a \left[\frac{1}{z} (\pi + 4 x \operatorname{tg} \alpha) + 2 (ev\alpha - ev\alpha_a) \right] \quad (2.61)$$

$$s_a = d_a \left[\frac{m}{\alpha} \left(\frac{\pi}{2} + 2 x \operatorname{tg} \alpha \right) + (ev\alpha - ev\alpha_a) \right]$$

A razão de contato transversal é calculada da mesma forma, apenas utilizando-se a distância entre centros de operação (a') e o ângulo de pressão de operação (α'), dado pela Equação 2.62.

$$\varepsilon_a = \frac{1}{2p_b} [\sqrt{d_{a_1}^2 - b_{b_1}^2} + \sqrt{d_{a_2}^2 - b_{b_2}^2} - 2a' \operatorname{sen} \alpha'] \quad (2.62)$$

2.7 – Solução Analítica para Determinação do Perfil de Engrenagens Evolvente com Correção.

Brito 1999, destacou em seu trabalho que no item 2.4 foi estudada a solução analítica para o traçado do perfil de engrenagens cilíndricas de dentes retos de evolvente sem correção. Neste item será apresentados o estudo do traçado do perfil de engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais de evolvente com correção.

As engrenagens cilíndricas corrigidas são os tipos de maior utilização e pode-se afirmar que, praticamente, não existem engrenagens sem correção.

Para solução de engrenagens cilíndricas de dentes retos com correção e para a solução de engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais com plano normal e frontal, com e sem correção, procede-se de forma análoga ao caso estudado no item 2.4. As equações da evolvente e trocóiide em coordenadas cartesianas, são as mesmas. As alterações são no raio primitivo(r), raio de base (r_b), ângulo de pressão (α), no ângulo (θ°), na altura do pé do dente (h_f) e na altura da cabeça do dente (h_a). A Tabela 2.4 do anexo 1 mostra todas as equações para os seis casos: engrenagens cilíndricas de dentes retos, com e sem correção e engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais, plano normal e frontal, com e sem correção.

Neste capítulo foi introduzido alguns métodos de utilização do ângulo de pressão e também foi apresentado um estudo criterioso sobre o traçado do perfil de dentes de engrenagens.

No próximo capítulo é mostrada a implementação computacional para as duas subrotinas, HPSTC (Contato do dente no ponto mais elevado – ponto crítico) ζ (0,5, 1) e o Caso Geral ζ (0, 1), desenvolvidas em Visual Basic 5.0, cuja finalidade é destacar a influência do ângulo de pressão em projetos de engrenagens.

Capítulo 3

Implementação Computacional

3.1 - Introdução

Na Figura 3. 1 tem-se o fluxograma do programa α_{Free} , desenvolvido na linguagem Visual Basic 5.0.

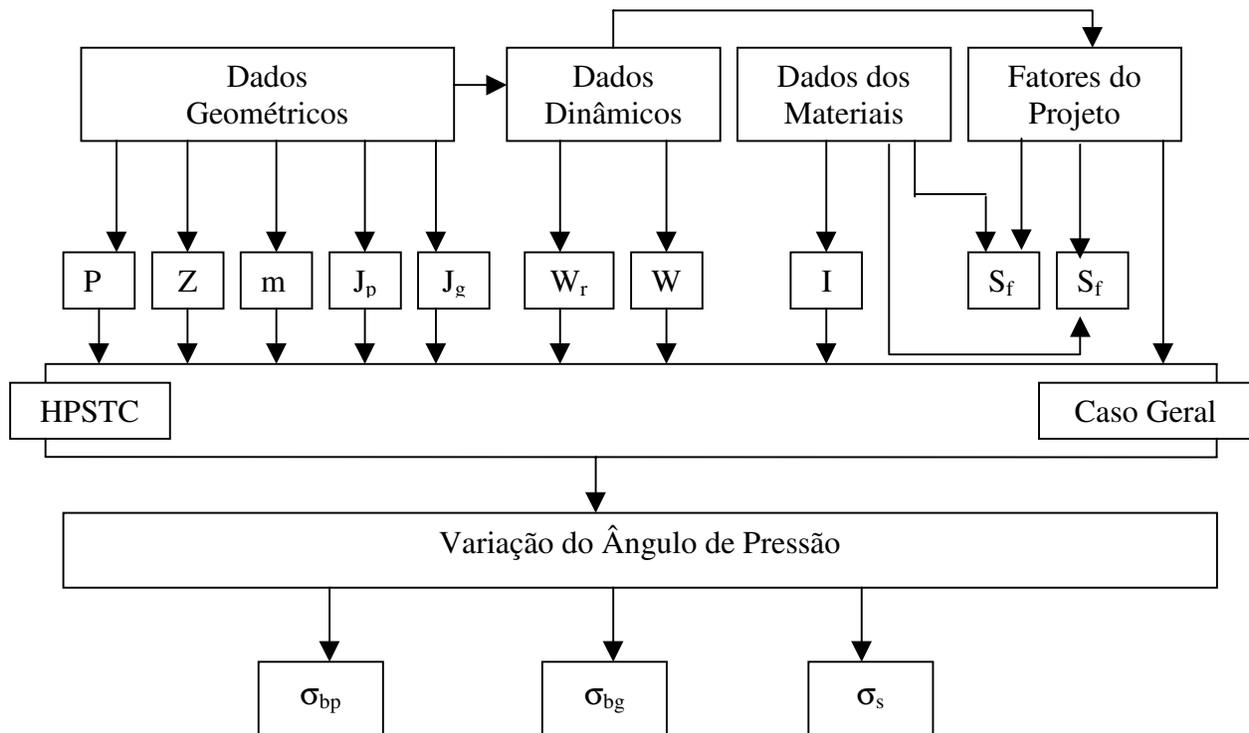


Figura 3. 1- Fluxograma do Programa α_{Free}

O programa é composto pelas janelas: Dados geométricos, Dados dos materiais, Dados dinâmicos e Fatores do projeto. Estas janelas fornecem os dados de entrada para as subrotinas: *HPSTC* e *Caso Geral*. Finalmente tem-se as saídas σ_{bp} , σ_{bg} e σ_s que são respectivamente, as tensões de flexão do pinhão e da coroa e a tensão de superfície.

As variáveis de saída são:

- Dados Geométricos: Passo da base (P_b), comprimento da linha de ação (Z), razão de contato (m_p), coeficiente J AGMA do pinhão e coroa (J_p e J_g) e os dados dinâmicos.
- Dados Dinâmicos: Carga radial (W_r), carga resultante (W) e os Fatores de projeto.
- Dados dos Materiais: Fator geométrico superficial (I) e os limites de resistência à flexão (S_{fb} e S_{fc}).
- Fatores de Projeto: Limites de resistência à flexão.

Através da subrotina *HPSTC* é possível estudar o contato do dente no ponto mais elevado, variando-se o raio não-dimensional ζ para o intervalo de 0,5 a 1, Figura 3.13. Este caso é considerado o mais crítico, devido à atuação do ângulo de pressão entre os pares de dentes adjacentes em contato.

Através da subrotina *Caso Geral* é possível estudar a geometria do dente em todo o perfil evolvental, permitindo uma análise mais criteriosa do contato. Neste caso, o raio não-dimensional ζ varia entre 0 e 1, Figura 3.11.

O programa α_{Free} permite estudar a influência do ângulo de pressão para ângulos de $14^\circ 30'$ a 25° , discretizados em intervalos de $30'$.

O usuário entra com as variáveis de dimensionamento e o programa α_{Free} fornece os parâmetros de projeto da engrenagem e as tensões de flexão e de superfície. Através dessas saídas o usuário pode avaliar a influência do ângulo de pressão em projetos de engrenagens cilíndricas de dentes retos.

Além dessa avaliação pessoal do usuário, realizou-se também uma análise de sensibilidade apresentada no item 4.3.

3.1.1 – Dados Geométricos

Sempre que possível as definições, equacionamentos e simbologias serão normalizadas, segundo normas aprovadas pela ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas.

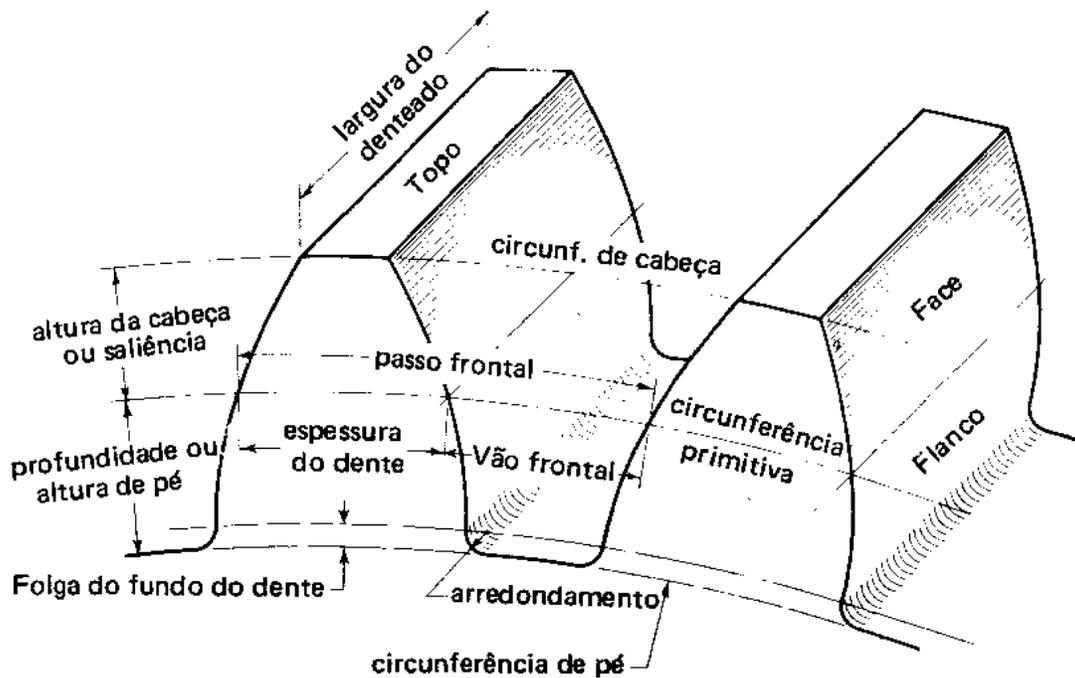


Figura 3. 2- Principais Grandezas Geométricas das ECDR.

As grandezas geométricas foram nomeadas conforme a Figura 3. 2 e descritas como o exposto abaixo. A janela da Figura 3. 3 oferece ao usuário a opção de trabalhar com engrenagens internas ou externas.

As grandezas físicas de entrada e saída que compõem as janelas referentes aos dados geométricas, do material da engrenagem, dinâmicos, do projeto e a variação do ângulo de pressão ilustradas nas Figuras 3.3, 3.4, 3.5, 3.7 e 3.15, são definidas e equacionadas, segundo as seguintes

referências: Normas NBR 10099 1970, 6774 1980, 6684 1981, 8088 1983, normas AGMA 2001-B88, 908-b89, Shigley 1996, Norton 1998 e Arikan 2001.

3.1.1.1 - Variáveis de Entrada para os Dados Geométricos.

Através das grandezas geométricas de entrada e saída, foi elaborada a janela referente aos dados geométricos, Figura 3. 3, cuja as definições e equacionamentos são expostos abaixo.

- O ângulo de pressão (α) – é o ângulo formado pela tangente comum aos diâmetros primitivos das duas engrenagens e a trajetória descrita por um ponto de contato entre um par de dentes das mesmas.

- O passo diametral (diametral Pitch) (P_d), Equação 3.1 - é o nome pelo qual se compreende o número de dentes por polegada inglesa no diâmetro primitivo, ou seja, é o inverso do módulo.

$$P_d = \frac{N}{d} = \frac{\pi}{p_c} = \frac{1}{m} \quad (3.1)$$

- O número de dentes (N_p e N_g), Equação 3.2 – dente em uma engrenagem é cada um dos elementos salientes destinados a transmitir potência por contato a outro elemento mecânico.

$$N = \frac{d}{m} \quad (3.2)$$

- A largura da face (F) – é estimada em função do passo diametral (P_d). A faixa recomendada de trabalho é $8/P_d < F < 16/P_d$. Por outro lado o valor nominal utilizado é $F = 12/P_d$.

- O addendum ou altura da cabeça do dente (h_a) ou (a), Equação 3.3 – ou saliência, é a distância radial entre a circunferência da cabeça e a circunferência primitiva.

$$a = \frac{1,0}{P_d} = 1,0 \cdot m \quad (3.3)$$

- O dedendum ou altura do pé do dente (h_f) ou (b), Equação 3.4 – ou profundidade, é a distância radial entre a circunferência do pé e a circunferência primitiva.

$$b = \frac{1,25}{P_d} = 1,25 \cdot m \quad (3.4)$$

- O coeficiente addendum do pinhão (x_p) – é igual a porcentagem decimal do alongamento do addendum para uma desigualdade no addendum do dente.

Para o comprimento integral do dente padrão, usa-se $x_p = 0$ e para 25% do comprimento do addendum, usa-se $x_p = 0,25$.

- A espessura do dente (s), Equação 3.5 – é comprimento do arco de circunferência primitiva, compreendido entre dois perfis aparentes de um dente.

$$s = \frac{1,5708}{P_d} = \frac{P_c}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2} \quad (3.5)$$

- O diâmetro da base (d_b), Equação 3.6 – é o diâmetro da circunferência da base. Em uma engrenagem cilíndrica de evolvente, é a circunferência de base das evolventes das mesmas, determinado pelos perfis frontais.

$$d_b = d \cdot \cos \alpha \quad (3.6)$$

- O passo da base (P_b), Equação 3.7 – é a distância medida, ao longo do círculo de base, de um ponto de um dente ao ponto correspondente do dente adjacente. É também a distância entre perfis paralelos em dentes adjacentes, medida segundo a geratriz.

$$P_b = \frac{P_c \cdot d_b}{d} = P_c \cdot \cos \alpha = \pi \cdot m \cdot \cos \alpha \quad (3.7)$$

- A Razão de contato (m_p), Equação 3.8 – define o número médio de dentes em contato num instante de tempo.

$$m_p = \frac{P_d \cdot Z}{\pi \cdot \cos \alpha} \quad \text{onde,} \quad (3.8)$$

$$Z = \sqrt{(r_p + a_p)^2 - (r_p \cdot \cos \alpha)^2} + \sqrt{(r_g + a_g)^2 - (r_g \cdot \cos \alpha)^2} - C \cdot \sin \alpha$$

- A circunferência da cabeça – é a seção da superfície cilíndrica da cabeça por um plano perpendicular ao eixo da engrenagem.

- A circunferência primitiva – é a seção da superfície cilíndrica primitiva (ou de funcionamento) por um plano perpendicular ao eixo da engrenagem.

- A altura do dente (h), Equação 3.9 – é a distância radial entre a circunferência da cabeça e a circunferência do pé.

$$h = 0,5729 \cdot P_c = \frac{1,8}{P_d} = 2,25 \cdot m \quad (3.9)$$

- A folga no fundo do dente (c) – é a distância, sobre a linha de centros, entre a superfície do pé de uma engrenagem e a superfície da cabeça da engrenagem conjugada. O valor padronizado segundo a norma NBR 9438, 1980 é dado na Equação 3.10, recomenda-se também para acabamento superficial do dente retificado, $c = 0,4 \cdot m$.

$$c = 0,25 \cdot m \quad (3.10)$$

- O diâmetro da cabeça (d_a), Equação 3.11 – ou diâmetro externo, é o diâmetro da circunferência da cabeça.

$$d_a = \frac{N + 1,6}{P_d} = d + 2 \cdot h_a \quad (3.11)$$

- O diâmetro do pé (d_f), Equação 3.12 - ou diâmetro interno, é o diâmetro da circunferência do pé do dente.

$$d_f = d - 2 \cdot h_f \quad (3.12)$$

- O vão frontal (e), Equação 3.13 – é o comprimento de arco da circunferência primitiva compreendido entre dois perfis aparentes consecutivos.

$$e = \frac{P_c}{2} \quad (3.13)$$

- A largura do dentado (B) – é um valor a ser dimensionado ou adotado.

3.1.1.2 - Variáveis de Saída para os Dados Geométricos.

- A razão de transmissão (i) ou (m_G), Equação 3.14 – é a relação entre o número de dentes da coroa com o número de dentes do pinhão (ou diâmetro da coroa com o diâmetro do pinhão, rotação da coroa com a rotação do pinhão).

$$i = \frac{N_p}{N_g} = \frac{d_g}{d_p} = \frac{n_g}{n_p} \quad (3.14)$$

- O diâmetro primitivo (d) ou (d_p), Equação 3.15 – é a seção da superfície cilíndrica primitiva (ou de funcionamento) por um plano perpendicular ao eixo da engrenagem.

$$d = \frac{N}{P_d} = m \cdot N \quad (3.15)$$

- O módulo (m), Equação 3.16 – é o quociente do passo circular (P_c) pelo número π , ou quociente do diâmetro primitivo (d) pelo número de dentes (N).

$$m = \frac{P_c}{\pi} = \frac{d}{N} = \frac{1}{P_d} \quad (3.16)$$

- O passo circular (P_c), Equação 3.17 – é o comprimento do arco da circunferência primitiva, compreendido entre dois flancos homólogos consecutivos.

$$P_c = \frac{\pi \cdot d}{N} = m \cdot \pi \quad (3.17)$$

- A distância entre centros (C), Equação 3.18 – é a semi-soma (ou semi-diferença) dos diâmetros primitivos de duas engrenagens de um par externo (ou interno) de engrenagens.

$$C = \frac{d_p + d_g}{2} \quad (3.18)$$

Figura 3. 3- Dados Geométricos

3.1.2 – Dados do Material da Engrenagem.

A janela da Figura 3. 4, refere aos dados do material da engrenagem, cujo os equacionamentos, definições e simbologias estão sendo demonstradas abaixo.

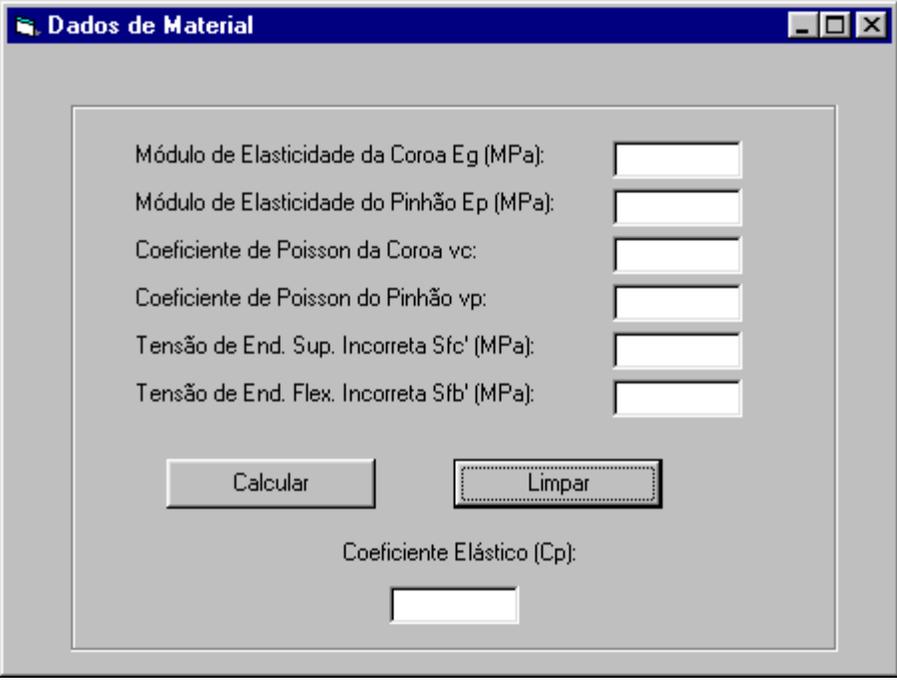
3.1.2.1 - Variáveis de Entrada para os Dados do Material da Engrenagem.

- Módulo de Elasticidade (E) – é definido pela razão entre tensão e deformação. ($\sigma = \epsilon E$).
- Coeficiente de Poisson (ν).
- Limite de Resistência à Fadiga Superficial (S_{fc}).
- Limite de Resistência à Fadiga (S_{fb}).

3.1.2.2 - Variáveis de Saída para os Dados do Material da Engrenagem.

- O coeficiente elástico (C_p), Equação 3.19 – é calculado para as engrenagens de materiais diferentes.

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[\left(\frac{1-\nu_p^2}{E_p} \right) + \left(\frac{1-\nu_g^2}{E_g} \right) \right]}} \quad (3.19)$$



The image shows a software window titled "Dados de Material" with a standard Windows-style title bar. The window contains a form with six input fields, each with a label and a corresponding text box:

- Módulo de Elasticidade da Coroa E_g (MPa):
- Módulo de Elasticidade do Pinhão E_p (MPa):
- Coefficiente de Poisson da Coroa ν_c :
- Coefficiente de Poisson do Pinhão ν_p :
- Tensão de End. Sup. Incorreta S_{fc}' (MPa):
- Tensão de End. Flex. Incorreta S_{fb}' (MPa):

Below the input fields are two buttons: "Calcular" and "Limpar". At the bottom of the window, there is a label "Coeficiente Elástico (C_p):" followed by a single output text box.

Figura 3. 4- Dados do Material da Engrenagem

3.1.3 – Dados Dinâmicos.

A janela que se refere aos dados dinâmicos, Figura 3. 5, foi construída com base às definições e equacionamentos citados abaixo.

3.1.3.1 - Variáveis de Entrada para os Dados Dinâmicos.

- A potência (P), Equação 3.20 – é a razão entre o trabalho realizado pelo tempo decorrido.

$$P = \eta_p \cdot \frac{W \cdot N_p \cdot \cos \alpha}{2 \cdot P_d} \quad (3.20)$$

- A rotação do pinhão (n_p), Equação 3.21 – é o produto da relação de transmissão pela rotação na engrenagem.

$$n_p = i_t \cdot n_g \quad (3.21)$$

3.1.3.2 - Variáveis de Saída para os Dados Dinâmicos.

- A velocidade da linha do passo (V_t), Equação 3.22 – é a razão entre distância percorrida pelo tempo decorrido.

$$V_t = \frac{d_p}{2} \cdot n_p, \quad (\text{ft} / \text{min}) \quad \text{ou} \quad V_t = \frac{\pi \cdot d_p \cdot n}{60}, \quad (\text{m} / \text{s}) \quad (3.22)$$

- A rotação na coroa (n_g), Equação 3.23 – é definida pelo produto da relação de transmissão entre as engrenagens (pinhão, coroa) pela rotação do pinhão.

$$n_g = i_t \cdot n_p \quad (3.23)$$

- A força tangencial (W_t), Equação 3.24 – é responsável pelo movimento das engrenagens, sendo também a carga que origina o momento fletor, tendendo a romper por flexão o pé do dente.

$$W_t = \frac{T_p}{r_p} = \frac{2 \cdot T_p}{d_p} = \frac{2 \cdot P_d \cdot T_p}{N_p} \quad (3.24)$$

- O torque (T), Equação 3.25 – é a razão entre potência fornecida ao sistema pela rotação.

$$T_p = \frac{P}{n_p} \quad \text{e} \quad T_g = \frac{P}{n_g}, \quad \text{Onde} \quad T_g = i_t \cdot T_p \quad (3.25)$$

- A força radial W_r , Equação 3.26 – atua na direção radial da engrenagem. É determinada por meio da tangente do ângulo α (ângulo de pressão).

$$W_r = W_t \cdot \tan \alpha \quad (3.26)$$

- A força resultante W , Equação 3.27 – é soma vetorial da componente tangencial e radial.

$$\vec{W} = \vec{W}_r + \vec{W}_t$$

$$\text{ou} \quad W = \frac{2 \cdot P_d \cdot T_p}{N_p \cdot \cos \alpha} \quad (3.27)$$

$$W = \sqrt{W_t^2 + W_r^2}$$

The image shows a software interface window titled "Dados Dinâmicos". It has a standard Windows-style title bar with minimize, maximize, and close buttons. The window is divided into two main sections:

- Entradas (Inputs):** This section contains two input fields: "Potência P (HP):" and "Rotação do Pinhão np (RPM):". Below these fields are two buttons: "Calcular" and "Limpar".
- Saídas (Outputs):** This section contains four output fields: "Velocidade da linha do Passo Vt (m/s):", "Rotação da Coroa ng (RPM):", "Torque no Pinhão T (N.m):", and "Força Tangencial Wt (N):".

Figura 3. 5- Dados Dinâmicos

3.1.4 – Fatores do Projeto.

A janela que é estabelecida para os fatores do projeto da engrenagem, Figura 3. 7, é composta de variáveis de entrada e saída, cujas definições, simbologias e equacionamentos estão expostos abaixo.

3.1.4.1 - Variáveis de Entrada para os Fatores de Projeto.

- O fator de aplicação (k_a , C_a), AGMA 2001-B88 – embora no modelo de carga tenha-se usado uma definição de carga tangencial (W_t) uniforme em função do tempo, flutuações momentâneas estão presentes em uma situação real devido ao acoplamento e desacoplamento dos dentes da engrenagem.

Na ausência de uma informação definitiva sobre as cargas dinâmicas durante o uso, aplica-se o fator k_A para aumentar a tensão no dente em uma modelagem uniforme.

$k_A = 1$, em se tratando de solicitações de esforços sem choque.

$k_A > 1$, em se tratando de solicitações de esforços com choque.

- O fator de distribuição de carga (K_m, C_m) – é uma forma conservadora e aproximada para quantificar uma maior largura da face do dente (F), visando contemplar a força tangencial causada por desalinhamentos axiais. Adquirido da Tabela 3.1 do anexo 1.

- O fator de tamanho (K_S, C_S) – pode ser usado da mesma forma que o fator de tamanho para cargas e fadigas normais.

- O fator de espessura da borda (k_B), – foi recentemente introduzido pela norma AGMA 2001-B88, para quantificar situações através do qual grandes diâmetros de engrenagem, faz com que a borda seja tão grande quanto o disco sólido, que têm uma profundidade da borda fina em comparação com a profundidade dos dentes.

$$\begin{aligned} K_B &= -2.m_B + 3,4 && \text{para,} && 0,5 \leq m_B \leq 1,2 \\ K_B &= 1,0 && \text{para,} && m_B = 1,2 \\ m_B &= t_R/h_t \end{aligned}$$

- O fator da engrenagem ociosa (louca) (k_I) – está sujeito a mais ciclos de tensão por unidade de tempo e maior magnitude de cargas alternadas que uma engrenagem vizinha não ociosa (louca).

Considera-se: $K_I = 1,42$, para engrenagem ociosa (louca).

$K_I = 1,0$, para engrenagem não ociosa (não louca).

- O fator de acabamento superficial (C_F) – é usado quando se considera as rugosidades não usuais no acabamento superficial dos dentes da engrenagem.

Utiliza-se: $C_f = 1$, para engrenagens convencionais.

$C_f > 1$, para engrenagens não convencionais.

- O fator de vida (k_L, C_L) – é um fator de correção para os ciclos de vida da engrenagem.

- O fator de confiabilidade (k_R, C_R) – é um fator de correção da confiabilidade das engrenagens. Adquirido conforme a Tabela 3.2 do anexo 1.

- O fator de dureza (C_H) – Este fator é gerado em função da razão de transmissão das engrenagens e da dureza relativa entre o pinhão e a coroa.

3.1.4.2 - Variáveis de Saída para os fatores de Projeto.

- O fator dinâmico (k_v), Equações 3.28 a 3.30 – quantifica as cargas de vibração geradas internamente devido aos impactos dos dentes induzidos por engrenamento não conjugado.

$$k_v = \left[\frac{A}{A + \sqrt{V_t}} \right]^B \quad (\text{I nglês}) \quad \text{onde, } A = 50 + 56 \cdot (1 - B) \text{ e} \quad (3.28)$$

$$k_v = \left[\frac{A}{A + \sqrt{200 V_t}} \right]^B \quad (\text{SI}) \quad B = \left(\frac{12 - Q_v}{4} \right)^{2/3} \text{ para, } 6 \leq Q_v \leq 11$$

Onde Q_v é o índice qualitativo para o acoplamento de engrenagens de baixa qualidade.

Na Figura 3. 6 cada curva empírica termina abruptamente em um valor (V_t) particular. Elas podem ser extrapoladas além desses pontos, mas os dados experimentais através dos quais elas foram geradas, não se estendem além desses limites. Os valores terminais de (V_t) para cada curva podem ser calculados através da Equação 3.29.

$$v_{t(\max)} = [A + (Q_v - 3)]^2 \quad (ft / \min)$$

$$v_{t(\max)} = \frac{[A + (Q_v - 3)]^2}{200} \quad (m / s)$$
(3.29)

Para engrenagens com $Q_v \leq 5$, usa-se.

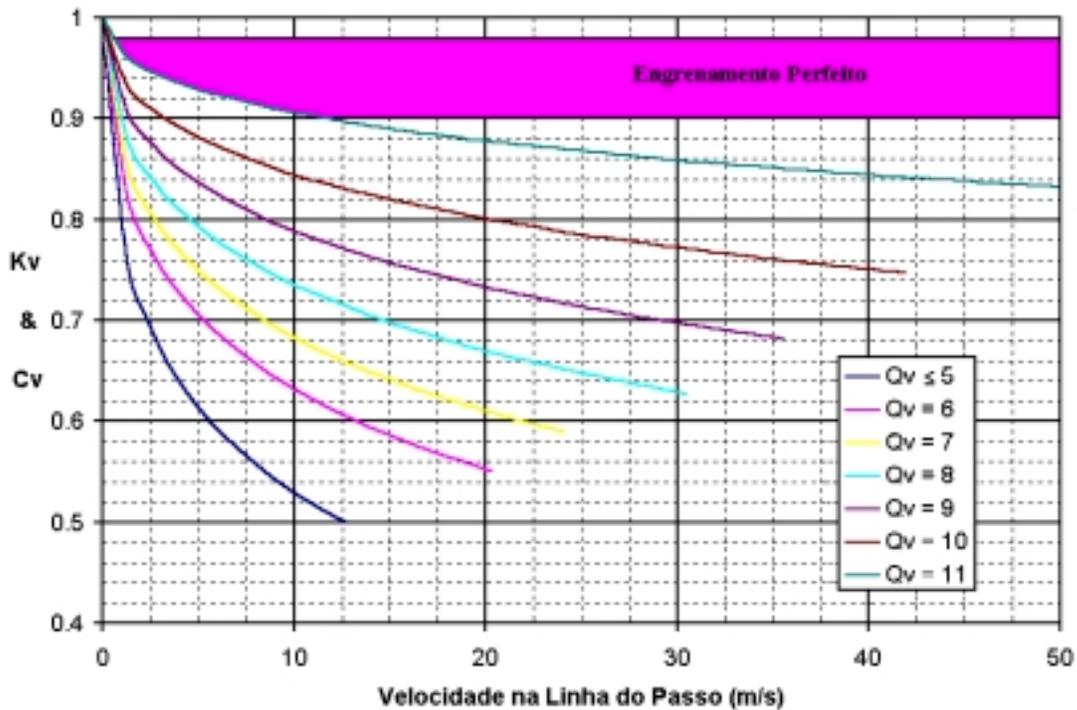


Figura 3. 6- Fator Dinâmico AGMA, (k_v e C_v).

$$k_v = \frac{50}{50 + \sqrt{v_t}} \quad (\text{Inglês})$$

$$k_v = \frac{50}{50 + \sqrt{200 \cdot v_t}} \quad (\text{SI}) \quad (3.30)$$

$$Q_v \leq 5$$

A relação mostrada na Equação 3.30 é somente válida para $V_t \leq 2500$ ft/min (13 m/s) como pode ser observado na linha $Q_v = 5$, conforme a Figura 3. 6.

- O fator de temperatura (k_T), Equação 3.31 – é uma correção para a temperatura de trabalho das engrenagens.

$$k_T = \frac{460 + T_F}{620} \quad (3.31)$$

Para temperaturas abaixo de (250°F = 121,11°C), considera-se $k_T = 1$.



Figura 3. 7- Fatores de Projeto

3.1.5 – Variação do Ângulo de Pressão.

O objetivo do programa foi identificar a influência do ângulo de pressão nos parâmetros físicos conforme ilustra a Figura 3. 15, tais como: Passo da base, Comprimento da Linha de Ação, Razão de contato, Carga radial, Carga resultante, Fator geométrico do pinhão, coroa e superfície, Tensões de Flexão do pinhão e da coroa, Tensão superficial total, Limite de Resistência à Fadiga Superficial e Limite de Resistência a Fadiga.

Foi proposta uma variação do ângulo de 14°30' a 25°, com pretensões futuras de expandir esta faixa, em seguida foi feita uma análise de todas as equações que direta ou indiretamente influenciam o mesmo. Tais como:

a) - As Equações da Tensão de Flexão no Dente – AGMA 2001-B88 (σ_b). São descritas conforme as Equações 3.32, 3.33 e 3.34.

$$\sigma_b = \frac{W_t \cdot P_d}{F \cdot Y} \quad (3.32)$$

$$\sigma_b = \frac{W_t \cdot P_d}{F \cdot J} \cdot \frac{K_a \cdot K_m}{K_v} \cdot K_s \cdot K_B \cdot K_I \quad (3.33)$$

e

$$\sigma_b = \frac{W_t}{F \cdot m \cdot J} \cdot \frac{K_a \cdot K_m}{K_v} \cdot K_s \cdot K_B \cdot K_I \quad (3.34)$$

Segundo Mitchiner e Mabie 1982, a determinação de Rc que terá como consequência a dedução do fator geométrico J AGMA para engrenagens externas de dentes retos, Equação 3.47, que compõem as equações para o cálculo da tensão de flexão no dente, Equações. 3.32, 3.33 e 3.34 é mostrada na equação 3.41 e ilustrada na figura 3.8, é válida para o caso da carga entre os dentes minimizados. A distância (Rc) deriva-se das seguintes equações 3.35, 3.36, 3.37, 3.38, 3.39 e 3.40).

$$\tau = \sin^{-1} \left[\left(\frac{R_2}{R_{b2}} \right) \cdot \cos \alpha \right] \quad (3.35)$$

$$R_x = \sqrt{Q^2 + R_1^2 - 2 \cdot Q \cdot R_1 \cdot \sin \alpha} \quad (3.36)$$

Onde,

$$Q = \frac{\cos(\tau + \alpha)}{\sin \tau} \cdot R_2 \quad (3.37)$$

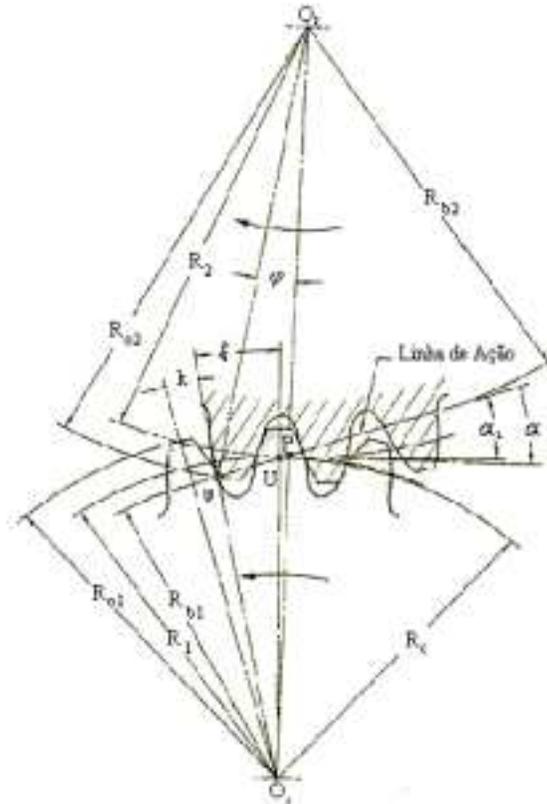


Figura 3. 8– Carga Aplicada no Ponto mais Elevado para um Simples Contato no Dente (HPSTC).

Como,

$$k = \frac{\pi}{2 \cdot N} - \text{inv} \left(\cos^{-1} \left(\frac{R_1}{R_k} \cdot \cos \alpha \right) \right) + \text{inv} \alpha \quad (3.38)$$

$$\xi = \frac{2 \cdot \pi}{N} - k \quad (3.39)$$

$$\zeta = \cos^{-1} \left[\frac{R_x^2 + R_{b2}^2 - (R_1 + R_2)^2}{2 \cdot R_x \cdot R_{b2}} \right] - \tau \quad (3.40)$$

Então,

$$R_t = \frac{R_x \cdot \sin(\zeta)}{\sin(\zeta + \xi)} \quad (3.41)$$

Shigley 1977, define o fator de Lewis (Y), conforme a equação 3.42:

$$Y = \frac{2 \cdot X \cdot P_d}{3} \quad (3.42)$$

Onde X é definido na equação 3.43, como:

$$X = \frac{x_E^2}{R_c - y_E} \quad (3.43)$$

O fator de forma Lewis (Y) definido na equação 3.42, considera-se apenas os efeitos de flexão no dente do elemento, não combinando os efeitos de flexão e compressão. A norma AGMA 908-B89 define Y conforme a equação 3.44.

$$Y = \frac{P_d}{\frac{\cos \alpha_L}{\cos \alpha} \cdot \left[\frac{1,5}{X} - \frac{\tan \alpha_L}{T} \right]} \quad (3.44)$$

Onde α_L é o ângulo entre a linha de ação e a linha horizontal e sua definição é mostrada na equação 3.45.

$$\alpha_L = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 - \left[\frac{R}{R+a} \cdot \cos \alpha \right]^2}}{\frac{R}{R+a} \cdot \cos \alpha} \right) - \frac{\pi}{2 \cdot N} - \operatorname{inv} \left[\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 - \left[\frac{R}{R+a} \cdot \cos \alpha \right]^2}}{\frac{R}{R+a} \cdot \cos \alpha} \right) \right] + \operatorname{inv} \alpha \quad (3.45)$$

Sabe-se que ($\operatorname{inv} \theta = \operatorname{tg} \theta - \theta$), θ é dado em (Radianos).

Para o caso de carga dividida entre os dentes, α_L é definido conforme a equação 3.46.

$$\alpha_L = \zeta + \xi - \frac{\pi}{2} \quad (3.46)$$

O Fator Geométrico J mostrado na equação 3.47 é definido pela norma AGMA 908-B89 como,

$$J = \frac{Y}{k_f \cdot m_N} \quad (3.47)$$

Onde K_f , é o fator de concentração de tensão, definido por Dolan e Broghamer 1942, na equação 3.48.

$$k_f = H + \left(\frac{T}{r} \right)^L + \left(\frac{T}{R_c - y_E} \right)^M \quad \text{Onde, } H = 0,34 - 0,4583662 \cdot \alpha$$

$$L = 0,316 - 0,4583662 \cdot \alpha \quad (3.48)$$

$$M = 0,290 + 0,4583662 \cdot \alpha \quad \text{e}$$

$$r = r_f + (b - r_f)^2 / (R + b - r_f)$$

O m_N pode ser considerado igual a razão de contato m_p , definido segundo a equação 3.8 do ítem 3.1.1.

Segundo Arikan 2001, o fator geométrico (J) AGMA é o parâmetro principal para o cálculo das tensões na raiz do dente. Foram feitas muitas aplicações visando determinar alguns números

específicos de dentes usando um procedimento avançado e os resultados obtidos, foram tabelados. Estas tabelas compreendem somente dados para engrenagens padrões, isto é, engrenados sem a modificação do addendum. Sabe-se, que os valores tabelados necessitam de técnicas de interpolação para o cálculo de valores intermediários. Se estas tabelas estiverem sendo utilizadas em aplicações computacionais, elas devem ser inseridos no banco de dados, afim de que os algoritmos de interpolação usem as bases de dados. Então o resultado será incluído no módulo da análise ou no software do projeto da engrenagem. Desde que o projeto exija um procedimento interativo, o uso dos dados tabelados necessitará de um número de interpolação e tempo de processo.

Em 1982, Mitchiner e Mabie introduziram um procedimento semi-analítico para a determinação do fator J para as engrenagens externas de dentes retos com tamanhos padronizados. Os resultados foram tabelados e compilados para várias geometrias de cortadores de cremalheira. As tabelas do fator J para engrenagens externas de dentes retos e helicoidais com proporções padrões são mostradas na norma AGMA 218.01 1982.

No apêndice, a norma introduz um método semi-analítico para o cálculo do fator Y da formulação do dente para as engrenagens externas de dentes retos e helicoidais. Em 1984, Mitchiner e Mabie apresentaram um algoritmo para a determinação do fator J para as engrenagens externas helicoidais de proporções padrão.

Um método semi-analítico para a determinação do fator geométrico AGMA para as engrenagens de dentes retos, helicoidal e duplo helicoidal (espinha de peixe) é mostrado na norma AGMA 908-B89 1989. A norma inclui várias tabelas para vários cortadores de cremalheira e para alguns pares de engrenagens não padronizados. Os pares de engrenagens tabelados não padronizados referem-se à engrenagem x-zero (longo e curto addendum), que é igual e oposto às modificações feitas no pinhão e na coroa.

Quando os resultados e os procedimentos disponíveis para a determinação do fator geométrico J AGMA são examinados, encontra-se nas tabelas os métodos semi-analíticos. Como já foi discutido anteriormente, o uso das mesmas em aplicações computacionais requer um

número de interpolações, e tempo de processo. Por outro lado, elas são muito úteis para os cálculos analíticos, porque o valor requerido pode ser lido rápida e facilmente com uma exatidão aceitável, quando estes cálculos são considerados. A fim de usar as tabelas para aplicações computacionais, as curvas devem ser compiladas, e as expressões analíticas correspondentes devem ser determinadas. Conseqüentemente, em tais expressões extraídas serão naturalmente encontrados alguns erros. Mais importante do que isto é, que estas tabelas são elaboradas para o uso de alguns números específicos de dentes, e para os valores intermediários, a interpolação torna-se novamente necessária. Os métodos semi-analíticos necessitam sempre de um algoritmo numérico para a solução, que compreende naturalmente interações e o uso do tempo de processo. A convergência é um outro ponto a ser considerado em algoritmos numéricos.

Por outro lado, analisando os estudos recentes no projeto de engrenagens, observa-se que as aproximações baseadas em simulações torna-se o rendimento das engrenagens mais eficaz, Arikian 2000; Houser, Harianto, Chandrasekaran, Josephson e Iyer 2000. Em tais aproximações torna-se necessário testar todos os casos possíveis a fim encontrar a melhor solução. Enquanto o número de casos aumenta, o tempo de processo torna-se um fator preponderante no desempenho, considerando o software do projeto de engrenagens. Obviamente, o módulo do programa que usa o método semi-analítico para a identificação do fator J não deve ser usado. Quando a aproximação baseada em simulação é considerada, o uso das expressões analíticas, que necessitam de interpolação para a determinação de valores intermediários, também não é uma boa opção.

Neste estudo, o fator J é determinado independente do contato do dente no ponto mais elevado (HPSTC). As equações determinadas podem ser usadas para calcular as tensões na raiz do dente que correspondem às cargas que agem em alguns pontos no perfil da evolvente do dente. Assim, nos casos, onde a distância entre centros é aumentada resultando a folga ou operando as engrenagens em uma distância entre centros exata desejada, pode-se facilmente determinar o HPSTC novo correspondente. O método pode também ser usado para a determinação do fator J para as engrenagens com as proporções não padronizadas.

- Geometria do Dente das Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos.

Segundo Arikian 2001, o perfil da evolvente do dente da engrenagem é composto de duas curvas. A curva de trabalho é a evolvente e a curva do filete é a trocóiide. As coordenadas do ponto na curva de trabalho podem ser determinadas usando as Equações 3.49 a 3.57. O sistema de coordenadas do perfil do dente usado é ilustrado na Figura 3. 9.

$$x_i = r_i \cdot \sin \gamma \quad r_{ti} \leq r_i \leq r_o \quad (3.49)$$

$$y_i = r_i \cdot \cos \gamma \quad r_{ti} \leq r_i \leq r_o \quad (3.50)$$

Onde,

$$\gamma = \frac{t^m}{2 \cdot r_{ps}} + \text{inv} \alpha^c - \text{inv} \left(\cos^{-1} \frac{r_{ps} \cdot \cos \alpha^c}{r_i} \right) \quad r_{ti} \leq r_i \leq r_o \quad (3.51)$$

$$t^m = t_p^m = t_p^s + 2 \cdot m \cdot x_p \cdot t \tan \alpha^c = \frac{\pi \cdot m}{2} + 2 \cdot m \cdot x_p \cdot t \tan \alpha^c \quad (\text{Para o Pinhão}) \quad (3.52)$$

$$t^m = t_g^m = t_g^s + 2 \cdot m \cdot x_g \cdot t \tan \alpha^c = \frac{\pi \cdot m}{2} + 2 \cdot m \cdot x_g \cdot t \tan \alpha^c \quad (\text{Para a Coroa}) \quad (3.53)$$

$$t_p^s = \frac{\pi \cdot d_p^s}{2 \cdot N_p} = \frac{\pi \cdot m}{2} = t^c = \frac{p^c}{2} \quad (3.54)$$

$$t_g^s = \frac{\pi \cdot d_g^s}{2 \cdot N_g} = \frac{\pi \cdot m}{2} = t^c = \frac{p^c}{2} \quad (3.55)$$

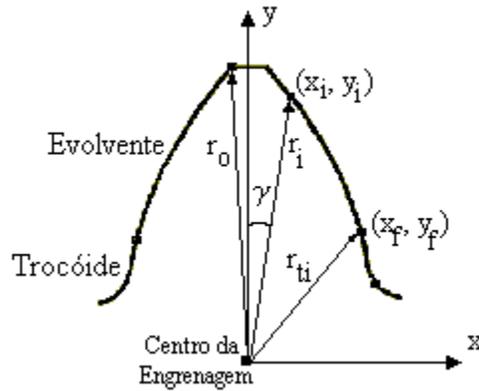


Figura 3. 9– Sistema de Coordenadas e Perfil do Dente.

$$r_{ps} = \frac{d_p^s}{2} = \frac{m \cdot N_p}{2}, \quad r_o = \frac{d_{po}^m}{2} \quad (\text{Para o Pinhão}) \quad (3.56)$$

$$r_{ps} = \frac{d_g^s}{2} = \frac{m \cdot N_g}{2}, \quad r_o = \frac{d_{go}^m}{2} \quad (\text{Para a Coroa}) \quad (3.57)$$

O sistema de coordenadas do ponto, e a curva do filete são ilustradas na Figura 3. 9, e podem ser determinadas com o uso das Equações. 3.58 a 3.63, que foram desenvolvidas por Mitchiner e Mabie 1982, para engrenagens com as proporções padrões e foram modificados para as engrenagens com as proporções não padronizadas por (Arikan 1995, 2000).

$$x_f = (r_{ps} - b^c + m \cdot x + r_f) \cdot \sin(\beta + \theta) - r_{ps} \cdot \theta \cdot \cos(\beta + \theta) - \frac{r_f}{[(b^c - m \cdot x - r_f)^2 + r_{ps} \cdot \theta^2]^{\frac{1}{2}}} [(b^c - m \cdot x - r_f) \cdot \sin(\beta + \theta) + r_{ps} \cdot \theta \cdot \cos(\beta + \theta)], \quad \theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max} \quad (3.58)$$

$$y_f = (r_{ps} - b^c + m \cdot x + r_f) \cdot \cos(\beta + \theta) + r_{ps} \cdot \theta \cdot \sin(\beta + \theta) - \frac{r_f}{[(b^c - m \cdot x - r_f)^2 + r_{ps} \cdot \theta^2]^{\frac{1}{2}}} [(b^c - m \cdot x - r_f) \cdot \cos(\beta + \theta) - r_{ps} \cdot \theta \cdot \sin(\beta + \theta)], \quad \theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max} \quad (3.59)$$

Onde,

$$\beta = \frac{\pi}{N} - \frac{\Delta}{r_{ps}} \quad (3.60)$$

$$\Delta = \frac{\pi \cdot m}{4} - (b^c - r_f) \cdot \tan \alpha^c - \frac{r_f}{\cos \alpha^c} \quad (3.61)$$

$$\theta_{\min} = 0 \quad (3.62)$$

$$\theta_{\max} = \frac{b^c - m \cdot x - r_f}{r_{ps} \cdot \tan \alpha^c} \quad (3.63)$$

Quando o ângulo ($\theta = 0$), o perfil da trocóiide tangencia a raiz do círculo, quando alcança o seu valor máximo, o perfil da trocóiide une-se ao perfil da evolvente. Conseqüentemente, o raio inicial do perfil da evolvente do dente passa a ser calculado, usando a Equação 3.64.

$$r_{ti} = \left[x_f^2 \Big|_{\theta=\theta_{\max}} + y_f^2 \Big|_{\theta=\theta_{\max}} \right]^{1/2} \quad (3.64)$$

Sob condições normais, o uso do θ_{\max} na equação acima dá excelentes resultados. Entretanto, para os casos extremos, onde o número de dentes é pequeno e/ou há uma grande modificação negativa do addendum (avanço do cortador da cremalheira no vão da engrenagem, porque o corte inferior é excessivo e extremamente côncavo no formato do perfil do filete). Para este caso, o ângulo θ deve ser determinado através do ponto de interseção dos perfis da evolvente e da trocóiide.

Se o raio limite teórico da engrenagem, que é o raio em que o perfil da evolvente da engrenagem faz com o comprimento total do perfil da evolvente da engrenagem do acoplamento, for menor que o raio do perfil da evolvente do dente anterior, ocorre a interferência na evolvente.

Quando os dentes da engrenagem são feitos pelo o processo de geração através do uso de cortador de cremalheira ou hobbing, a interferência será eliminada automaticamente, desde que a ferramenta de corte remova a parte que interfere, que é chamada de corte inferior. Isto resulta em uma relação reduzida do contato. Os raios limites teóricos do pinhão e da coroa são calculados conforme as Equações 3.65 e 3.66, (Arikan 1995, 2000).

$$r_{Lp} = \frac{1}{2} \cdot \{[d_{bp}]^2 + [(d_p^m + d_g^m) \cdot \sin\alpha^m - (d_{og}^{m2} - d_{bg}^{m2})^{1/2}]^2\}^{1/2} \quad (3.65)$$

$$r_{Lg} = \frac{1}{2} \cdot \{[d_{bg}]^2 + [(d_p^m + d_g^m) \cdot \sin\alpha^m - (d_{op}^{m2} - d_{bp}^{m2})^{1/2}]^2\}^{1/2} \quad (3.66)$$

- O Cálculo do Fator Geométrico J AGMA..

Segundo Arikan, 2001, baseado nas normas AGMA 218.01 1982 e 2001-B88 1988, o fator geométrico J AGMA, das engrenagens de dentes retos, define-se segundo a Equação 3.67.

$$J = \frac{Y}{k_f} \quad (3.67)$$

As Equações 3.68 a 3.72 podem ser usadas para o fator de forma Y e para o fator de concentração de tensão k_f .

$$Y = \frac{1}{\frac{\cos\alpha_L}{\cos\alpha^m} \cdot \left(\frac{6h_F}{s_F^2} - \frac{\tan\alpha_L}{s_F} \right)} \quad (3.68)$$

$$k_f = H + \left(\frac{s_f}{\rho_f} \right)^L + \left(\frac{s_f}{h_f} \right)^M \quad (3.69)$$

Onde,

$$H = 0,331 - 0,436 \cdot \alpha^c \quad (3.70)$$

$$L = 0,324 - 0,492 \cdot \alpha^c \quad (3.71)$$

$$M = 0,261 + 0,545 \cdot \alpha^c \quad (3.72)$$

A altura (h_f) da parábola de Lewis, e a espessura (s_f) correspondente à seção crítica do dente. Podem ser determinadas encontrando-se às coordenadas do ponto de tangência da parábola de Lewis e a curva da raiz do filete do dente. Como ilustrado na Figura 3. 10, a coordenada do vértice y e da parábola y_L podem ser encontradas através da equação de linha, Equação 3.73 cuja a inclinação é dada pela $\tan \alpha_L$, passando pelo ponto no perfil da evolvente do dente (x_i, y_i). Os valores de x_i e y_i podem ser calculados através das Equações 3.49 e 3.50.

$$y_L = y_i - x_i \cdot \tan \alpha_L \quad (3.73)$$

As Equações 3.74 e 3.75, podem ser usadas para determinar os ângulos de carga que agem nos diâmetros d_{xp} e d_{xg} do dente, para o pinhão e para a coroa, respectivamente. Os ângulos da carga são medidos através da perpendicular da linha central e a linha central do dente.

$$\alpha_{Lp} = \frac{(d_{xp}^2 - d_{bp}^2)^{1/2}}{d_{bp}} - \left(\frac{t_p^m}{d_p^s} + \text{inv} \alpha^c \right) \quad (3.74)$$

$$\alpha_{Lg} = \frac{(d_{xg}^2 - d_{bg}^2)^{1/2}}{d_{bg}} - \left(\frac{t_g^m}{d_g^s} + \text{inv} \alpha^c \right) \quad (3.75)$$

Da abertura da parábola da Figura 3. 10, com seu vértice em $(y_L, 0)$, usa-se a equação 3.76.

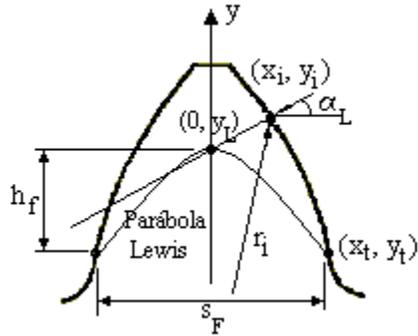


Figura 3. 10– Parábola Lewis.

$$y = -c \cdot x^2 + y_L \quad (3.76)$$

Por outro lado à inclinação da parábola é dada pela Equação 3.77,

$$m_p = \frac{dy}{dx} = -2 \cdot c \cdot x \quad (3.77)$$

Em seguida, a inclinação da tangente à curva da raiz do filete do dente, m_f pode ser determinada segundo ao emprego das Equações 3.58 e 3.59, resultando na Equação 3.78.

$$m_f = \frac{dy_f/d\theta}{dx_f/d\theta} \quad (3.78)$$

Desde que, no ponto de tangência (x_t, y_t) , as inclinações, m_p e m_f são iguais; usando algoritmos numéricos, primeiro θ , depois x_t e y_t , e finalmente c podem ser igualmente encontrados. Enfim, h_f e s_f são determinados através das Equações 3.79 e 3.80.

$$h_f = y_L - y_t \quad (3.79)$$

$$s_t = 2 \cdot x_t \quad (3.80)$$

O raio de curvatura, ρ da raiz da curva do filete do dente pode ser determinado pela Equação 3.81 segundo o uso das Equações 3.58 e 3.59.

$$\rho = \frac{[(dx_f/d\theta)^2 + (dy_f/d\theta)^2]^{3/2}}{|(dx_f/d\theta)(d^2y_f/d\theta^2) - (dy_f/d\theta)(d^2x_f/d\theta^2)|} \quad (3.81)$$

O raio de curvatura mínimo da curva do filete, ρ_f ocorre no ponto onde a curva do filete é tangente à raiz do círculo. Logo, o raio da curvatura pode ser determinado para $\theta = 0$.

- Contato do Dente no Ponto mais Elevado (HPSTC).

Segundo Arikan 2001, no cálculo do número das tensões de flexão AGMA, HPSTC é considerado o ponto mais crítico, devido à carga atuar entre os pares de dentes adjacentes em contato. Caso não haja compartilhamento da carga, a ponta do dente será o ponto mais crítico. Portanto, o diâmetro que corresponde o HPSTC, ou o diâmetro externo devem ser usados nas Equações 3.74 e 3.75 para determinar os ângulos da carga que são utilizados no cálculo do fator J.

Segundo Arikan 1995 e 2000, os diâmetros do pinhão e da coroa referentes ao HPSTCs podem ser determinados usando as Equações 3.82 a 3.87. Na condição $r_{ti} > r_L$ indica o corte inferior. O efeito do mesmo é deslocar o HPSTC ao longo do perfil do dente e reduzir a razão de contato.

quando, $r_{tip} \leq r_{Lp}$

$$d_{\text{HPSTQp}} = 2 \cdot \left[\left(\frac{d_{\text{bp}}}{2} \right)^2 + \left(\frac{d_{\text{p}}^m \cdot \sin \alpha^m}{2} + Z_e \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.82)$$

Onde,

$$Z_e = P_b - \frac{1}{2} \cdot \left[\left(d_{\text{go}}^{m2} - d_{\text{bg}}^2 \right)^{1/2} - \left(d_{\text{g}}^{m2} - d_{\text{bg}}^2 \right)^{1/2} \right] \quad (3.83)$$

quando $r_{\text{tig}} \leq r_{\text{Lg}}$

$$d_{\text{HPSTCg}} = 2 \cdot \left[\left(\frac{d_{\text{bg}}}{2} \right)^2 + \left(\frac{d_{\text{g}}^m \cdot \sin \alpha^m}{2} + Z_c \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.84)$$

onde,

$$Z_c = P_b - \frac{1}{2} \cdot \left[\left(d_{\text{op}}^{m2} - d_{\text{bp}}^2 \right)^{1/2} - \left(d_{\text{p}}^{m2} - d_{\text{bp}}^2 \right)^{1/2} \right] \quad (3.85)$$

quando, $r_{\text{tip}} > r_{\text{Lp}}$

$$d_{\text{HPSTQp}} = 2 \cdot \left\{ \left[\frac{d_{\text{bp}}}{2} \right]^2 + \left[\left(r_{\text{tip}}^2 - \left(\frac{d_{\text{bp}}}{2} \right)^2 \right)^{1/2} + P_b \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (3.86)$$

quando, $r_{\text{tig}} > r_{\text{Lg}}$

$$d_{\text{HPSTCg}} = 2 \cdot \left\{ \left[\frac{d_{\text{bg}}}{2} \right]^2 + \left[\left(r_{\text{tig}}^2 - \left(\frac{d_{\text{bg}}}{2} \right)^2 \right)^{1/2} + P_b \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (3.87)$$

- Fator de Forma Y e Fator Geométrico J.

Como mostrado na Equação 3.68, o fator de forma Y do dente têm o termo α^m em sua expressão e também é usado para calcular o fator geométrico J AGMA. O fator J depende de α^m , pois α^m provoca variação na distância entre centros. A distância entre centros deve ser mudada para se obter o valor desejado. A fim de fazer Y e J independentes da distância entre centros e de α^m , dois fatores novos, y e j são definidos nas Equações 3.88 e 3.89.

$$y = \frac{Y}{\cos \alpha^m} = \frac{1}{\cos \alpha_L \cdot \left(\frac{6 \cdot h_f}{s_F^2} - \frac{\tan \alpha_L}{s_F} \right)} \quad (3.88)$$

$$j = \frac{J}{\cos \alpha^m} = \frac{y}{k_f} \quad (3.89)$$

Após ter calculado o fator geométrico j, o fator geométrico J AGMA pode facilmente ser encontrado fazendo o uso da Equação 3.90.

$$J = j \cdot \cos \alpha^m \quad (3.90)$$

As Equações 3.91, 3.92 e 3.93 são usadas para calcular o α^m .

$$\text{inv} \alpha^m = \text{inv} \alpha^c + \frac{2 \cdot (x_p + x_g)}{N_p + N_g} + B \quad (3.91)$$

$$\cos \alpha^m = \frac{C^s \cdot \cos \alpha^c}{C^m} \quad (3.92)$$

Onde,

$$C^s = \frac{m \cdot (N_p + N_g)}{2} \quad (3.93)$$

- Extração de Resultados.

A variação do fator geométrico j com relação ao ponto de aplicação da carga no dente é identificada pelo cálculo de vários pontos ao longo do perfil evolvente do dente e também pelo uso do software desenvolvido. A fim de se obter equações não dimensionais, o raio não dimensional ζ é definido através da Equação 3.94.

$$\zeta = \frac{r - r_{ti}}{r_o - r_{ti}} \quad (3.94)$$

Quando a carga agir no ponto onde o perfil evolvente inicia ($r = r_{ti}$), $\zeta = 0$; quando a carga agir na ponta do dente ($r = r_o$), $\zeta = 1$.

As variações de j são ilustradas na Figura 3. 11, para as engrenagens padrão cortadas usando o cortador de cremalheira AGMA 201.02.

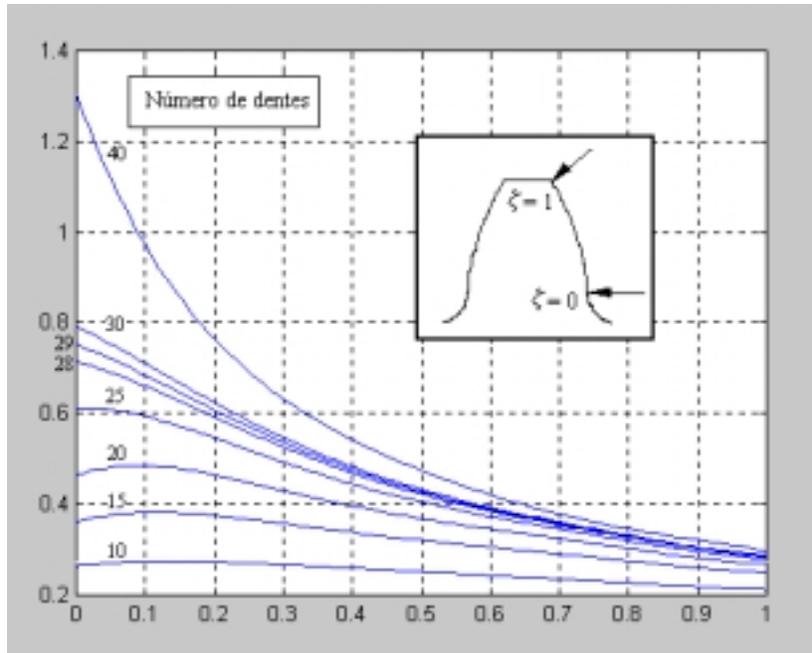


Figura 3. 11– Fator Geométrico j para ζ (0, 1).

Como ilustrado na Figura 3. 11, o cálculo das tendências das variáveis do fator geométrico j depende do número de dentes. Para um número de dentes pequeno, há um aumento e em seguida uma diminuição do fator j , enquanto o raio não dimensional ζ aumenta (está acima do perfil do dente). A curva é composta de uma parte côncava e de regiões ascendentes côncavas. Para números de dentes entre 25-29, j diminui e as curvas têm novamente a concavidade voltada para baixo e regiões ascendentes côncavas diminuem. Para números de dentes maiores que 29, são observadas que as curvas ascendentes côncavas continuam diminuindo.

A razão para este comportamento é a geometria do dente. Como ilustra a Figura 3. 12, para um número pequeno de dentes, é formado um filete profundo na raiz do dente. Devido a esta geometria, o perfil evolvente próximo à raiz do perfil da trocóiide tem uma inclinação da carga em sua componente vertical que é perpendicular à componente ascendente do dente, que têm um efeito crescente no tensor da raiz. Este efeito crescente de tensão destaca-se como j diminui com a tensão na raiz do dente. (como pode ser observado na equação AGMA que o número de tensão de flexão, é inversamente proporcional a J , ou a j). Enquanto o número dos dentes aumenta, o filete torna-se menor e a componente vertical da carga no dente deixa de ser perpendicular a

componente ascendente. Entretanto, ao longo do perfil evolvente, a componente vertical está voltada para baixo e conseqüentemente a tensão na raiz do dente diminui.

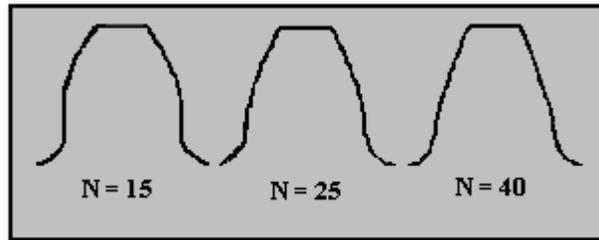


Figura 3. 12– Efeito do Número de Dentes na Geometria do Dente.

Este comportamento necessita do uso de equações polinomiais de quinto grau, Equação 3.95, para o cálculo de j .

$$j = a_5 \cdot \zeta^5 + a_4 \cdot \zeta^4 + a_3 \cdot \zeta^3 + a_2 \cdot \zeta^2 + a_1 \cdot \zeta + a_0 \quad (3.95)$$

Os coeficientes da equação são dados na Tabela 3.3 do anexo 1. Os cálculos são feitos e os resultados são obtidos com o uso de 15 dígitos, de modo que a exatidão máxima seja alcançada. O coeficiente de correlação (R^2) para os polinômios é 0.999 ou maior. O erro entre os valores reais de j e valores encontrados com o uso das equações é menor que 1% e para a maioria dos casos são menores que 0.5%.

Embora as curvas de tendências diferentes para j possam ser determinadas com o uso de equações polinomiais de quinto grau, há um método mais simples cuja única finalidade da análise é fazer com que o fator j corresponda o HPSTC ou a ponta do dente. Desde que HPSTC esteja em torno ou acima do ponto do passo para as engrenagens padrões, as equações são derivadas principalmente ao considerar a região $\zeta(0,5,1)$. As variações de j para esta região são ilustradas na Figura 3. 13 para as engrenagens padrões cortadas usando o cortador de cremalheira AGMA 201.02.

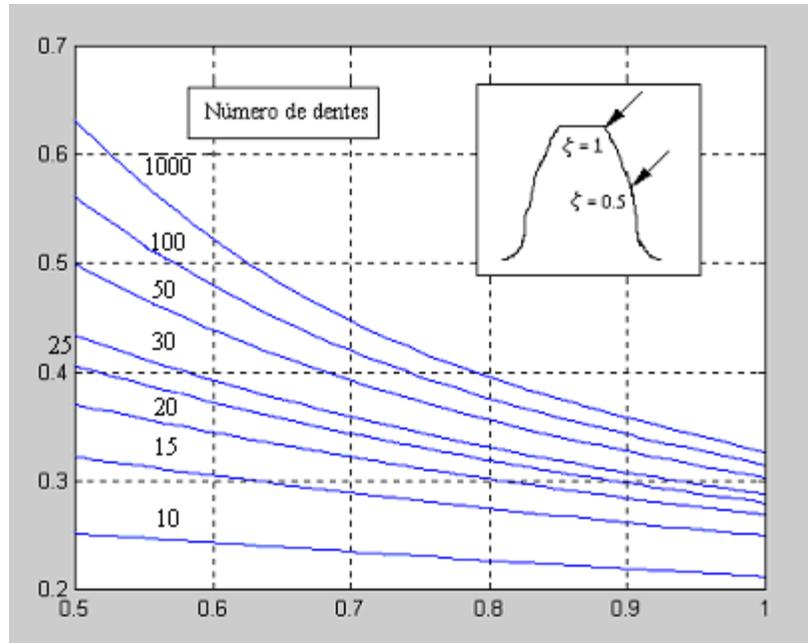


Figura 3. 13– Fator Geométrico j para ζ (0,5,1).

Como ilustra a Figura 3. 13, todas as curvas estão diminuindo continuamente, curvas côncavas ascendentes. Entretanto, ao invés do uso de equações polinomiais de quinto grau, podem ser utilizadas as equações de terceiro grau. A Tabela 3.4 do anexo 1 mostra os coeficientes da equação de j referente a equação de terceiro grau, Equação 5.96, usados para a expressão de j.

$$j = b_3 \cdot \zeta^3 + b_2 \cdot \zeta^2 + b_1 \cdot \zeta + b_0 \quad (3.96)$$

O coeficiente de correlação (R^2) para os polinômios é 0.9999 ou maior. O erro entre os valores reais de j e os valores obtidos usando as equações é menor que 0.5% e para a maioria dos casos menores que 0.05%.

Quando as variações dos coeficientes das equações de j, como ilustrados na Figura 3. 14, são analisadas, observa-se que podem ser determinados facilmente com o emprego de equações logarítmicas, onde i corresponde ao b_i . Equação 3.97. Os coeficientes das equações são dados na Tabela 3.5 do anexo 1. O coeficiente de correlação (R^2) para as equações é 0.95 ou maior.

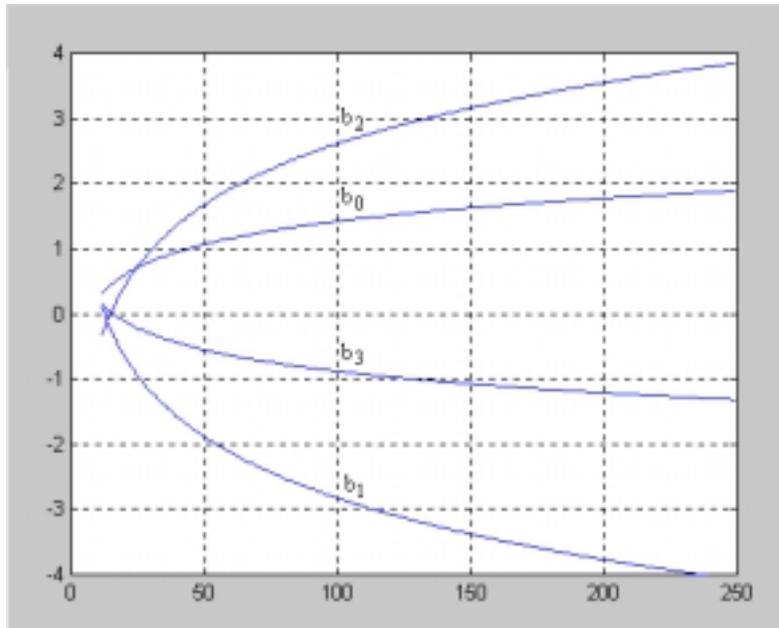


Figura 3. 14– Coeficientes das Equações de j para $\zeta (0,5,1)$.

$$b_i = c_{ii} \cdot \ln(N) + c_{0i} \quad (3.97)$$

O último parâmetro necessário para calcular o fator J é o raio inicial da evolvente do perfil do dente (r_{ii}), Equação 3.98. Embora, haver uma relação linear entre r_{ii} e o número de dentes. A fim de se obter uma equação mais exata de terceira ordem, deduzida para as engrenagens padrões cortadas usando o cortador de cremalheira AGMA 201.02. O coeficiente de correlação (R^2) para a equação é maior que 0.9999999.

$$r_{ii} = -4,81830853424348E - 07 \cdot N^3 + 1,95946871128921E - 04 \cdot N^2 + 4,78016591410493E - 01 \cdot N - 2,41243856759964E - 01 \quad (3.98)$$

- Discussão e Conclusão.

Segundo Arikan 2001, as expressões analíticas para o cálculo do fator geométrico J AGMA são derivadas para as engrenagens externas de dentes retos. Assim, é possível avaliar o fator J com o mínimo tempo de processo para aplicações e análise computacionais do projeto da engrenagem. Os resultados obtidos usando as equações derivadas e o programa de computador

comparados com os fatores geométricos AGMA tabelados e/ou mostrados em gráficos padrões relacionados, são excelentes.

b) - A Equação da Tensão na Superfície do Dente – AGMA 2001-B88 (σ_c) – são descritas conforme as Equações 3.99 e 3.100.

$$\sigma_c = C_p \cdot \sqrt{\frac{W_T}{F \cdot l \cdot d} \cdot \frac{C_a \cdot C_m}{C_v} \cdot C_s \cdot C_f} \quad (3.99)$$

$$\sigma_c = C_p \cdot \sqrt{\frac{W_t}{F \cdot l \cdot d} \cdot \frac{C_a \cdot C_m}{C_v} \cdot C_s \cdot C_f} \quad (3.100)$$

O coeficiente de elasticidade (C_p) e o fator geométrico superficial (I) que compõem as Equações 3.99 e 3.100, são mostrados nas Equações 3.51 e 3.52.

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \left[\left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} \right) + \left(\frac{1 - \nu_g^2}{E_g} \right) \right]}} \quad (3.101)$$

e,

$$I = \frac{\cos \alpha}{\left(\frac{1}{\rho_p} \pm \frac{1}{\rho_g} \right) \cdot d} \quad \text{onde,} \quad d = \frac{N_p}{P_d} \quad (3.102)$$

O Raio de curvatura do pinhão e da coroa (ρ_p e ρ_g) presentes na Equação 3.102, são mostrados nas Equações 3.103 e 3.104.

$$\rho_p = \sqrt{\left(r_p + \frac{1 + X_p}{P_d}\right)^2 - (r_p \cdot \cos \alpha)^2} - \frac{\pi}{P_d} \cdot \cos \alpha \quad (3.103)$$

e,

$$\rho_g = C \cdot \sin \alpha \mp \rho_p \quad (3.104)$$

O sinal, negativo (-) em destaque na Equação 3.104, é usado para determinar o raio de curvatura das engrenagens internas e positivo (+), das engrenagens externas.

c) - A Equação da Tensão de Flexão-Fadiga – AGMA 2001-B88 (S_{fb}) – é definida segundo a Equação 3.105.

$$S_{fb} = \frac{K_L}{K_T \cdot K_R} \cdot S_{fb'} \quad (3.105)$$

d) - A Equação da Tensão de Superfície-Fadiga – AGMA 2001-B88 (S_{fc}) - é definida conforme a Equação 3.106.

$$S_{fc} = \frac{C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R} \cdot S_{fc'} \quad (3.106)$$

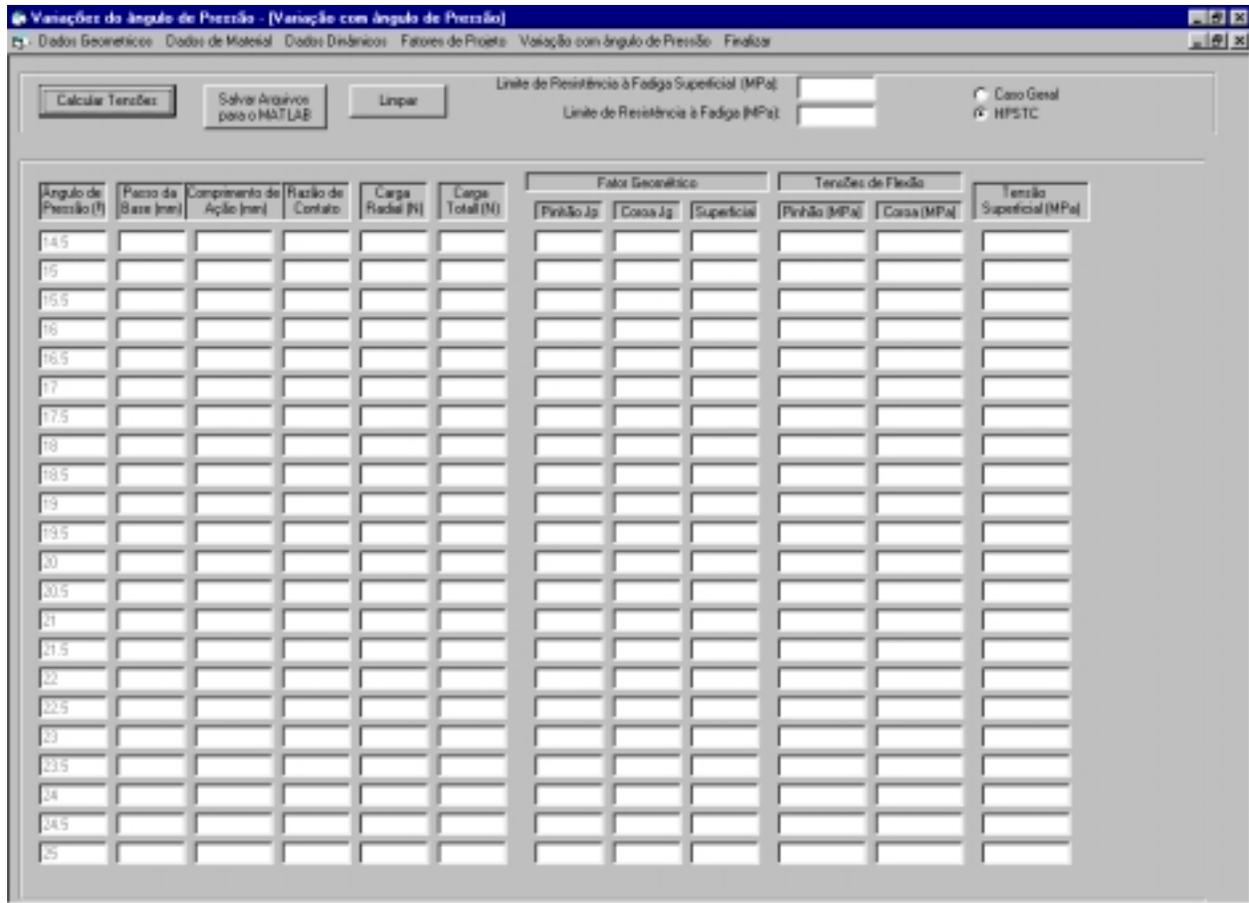


Figura 3. 15- Variação do Ângulo de Pressão

Neste capítulo são mostradas as janelas do programa (α_{Free}) desenvolvido em Visual Basic 5.0, para os dados geométricos, dados do material da engrenagem, dados dinâmicos, fatores do projeto e variação do ângulo de pressão para as duas subrotinas HPSTC e Caso Geral, cuja finalidade é determinar as variáveis de influência do ângulo de pressão em uma faixa discretizada entre $14^{\circ}30'$ a 25° .

No próximo capítulo é mostrada uma aplicação do programa α_{Free} , decorrente de um exemplo imposto por um suposto usuário, juntamente com a análise de sensibilidade, no sentido de fornecer a faixa em que o ângulo de pressão exerça maior influência na eficiência dos sistemas engrenados.

Capítulo 4

Aplicação e Exemplo

4.1 – Introdução

O *software Visual Basic 5.0TM* é uma poderosa ferramenta para o desenvolvimento de aplicativos no ambiente *WindowsTM*, utilizando interface gráfica, Programme's Guide of Microsoft, 1993. Assim, é possível criar janelas, menus, caixas de texto, botões de comandos, caixas de seleção, barras de rolagem e caixas de arquivos, Cornell, 1998. Com este software pode-se escrever praticamente todos os tipos de aplicativos como jogos, editores de texto, editores de imagens e banco de dados, Visual Basic 5.0, (Método Rápido, 1998).

As janelas do programa (**CFree**), conforme Figuras 4.1 a 4.4, mostram as variáveis de entrada impostas pelo usuário no exemplo escolhido e as Figuras 4.5 e 4.6 ilustram as saídas para o caso do HPSTC e Caso Geral respectivamente.

4.1.1 – Dados Geométricas – HPSTC e Caso Geral.

Entradas:	Saídas:
Módulo Módulo m (mm)	Relação de Transmissão (i)
Número de Dentes da Coroa Ng	Raio do Pinhão rp (mm)
Número de Dentes do Pinhão Np	Raio da Coroa rg (mm)
Largeza da Face F (mm)	Passo Diametral Pd (1/in)
Addendum a (mm)	Passo Circular Pc (mm)
Dedendum b (mm)	Distância entre Centros C (mm)
Raio do Filete r (mm)	
Espessura do Dente z (mm)	
Profundidade de Trabalho ht (mm)	
<input type="checkbox"/> Engrenagem Interna	
<input checked="" type="checkbox"/> Engrenagem Externa	
Coefficiente Addendum do Pinhão ap	
Coefficiente Addendum da Coroa ag	

Figura 4. 1- Dados Geométricos.

4.1.2 – Dados do Material da Engrenagem – HPSTC e Caso Geral.

Módulo de Elasticidade da Coroa Eg (MPa):	207E3
Módulo de Elasticidade do Pinhão Ep (MPa):	207E3
Coefficiente de Poisson da Coroa vc:	0.28
Coefficiente de Poisson do Pinhão vp:	0.28
Tensão de End. Sup. Incorreta Sfc' (MPa):	820
Tensão de End. Flex. Incorreta Sfb' (MPa):	300
Calcular	
Limpar	
Coefficiente Elástico (Cp):	189.071

Figura 4. 2- Dados do Material da Engrenagem.

4.1.3 – Dados Dinâmicos – HPSTC e Caso Geral.



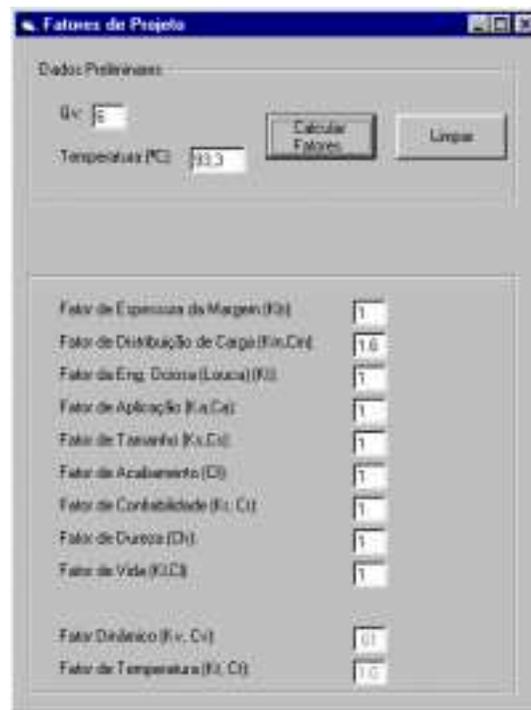
Entradas	
Potência P (HP)	20
Rotação do Pinhão np (RPM)	2500

Calcular Limpar

Saídas	
Velocidade da linha do Passo Vt (m/s)	11.781
Rotação da Coroa ng (RPM)	1216.216
Torque no Pinhão T (N.m)	504.203
Força Tangencial Wt (N)	56.023

Figura 4. 3- Dados Dinâmicos

4.1.4 – Fatores do Projeto – HPSTC e Caso Geral.



Dados Preliminares	
Wc	5
Temperatura (C)	33.3

Calcular Fatores Limpar

Fator de Espessura de Margem (Kt)	1
Fator de Distribuição de Carga (Km,Cv)	1.6
Fator de Eng. Ocasia (Locus) (Kl)	1
Fator de Aplicação (Ka,Cv)	1
Fator de Tamanho (Ks,Cv)	1
Fator de Acabamento (E)	1
Fator de Confiabilidade (Rt, Ct)	1
Fator de Dureza (Dh)	1
Fator de Vida (KLD)	1
Fator Dinâmico (Kv, Cv)	0.1
Fator de Temperatura (Kt, Ct)	1.0

Figura 4. 4- Fatores de Projeto.

4.1.5 – Variação do Ângulo de Pressão - HPSTC.

Variações do ângulo de Pressão - [Variação com ângulo de Pressão]

Dados Geométricos Dados de Material Dados Dinâmicos Fatores de Projeto Variação com ângulo de Pressão Finais

Calcular Tensões Salvar Arquivos para o MATLAB Limpar

Limite de Resistência à Fadiga Superficial (MPa) 202 Caso Geral
 Limite de Resistência à Fadiga (MPa) 775 HPSTC

Ângulo de Pressão (°)	Passo de Base (mm)	Comprimento de Ação (mm)	Raio de Cantos	Carga Real (N)	Carga Total (N)	Fator Geométrico			Tensões de Flexão		Tensão Superficial (MPa)
						Pinão (g)	Coroa (g)	Superficial	Pinão (MPa)	Coroa (MPa)	
14.5	3.942	5.732	1.905	14.48941	57.89571	304	415	892	7.51	8.86	253.93
15	3.036	5.63	1.905	75.07119	57.99881	38	414	895	7.59	8.96	255.11
15.5	3.027	5.531	1.827	75.53642	58.13686	376	41	897	7.66	7.03	256.41
16	3.02	5.436	1.8	76.0642	58.28022	373	405	899	7.74	7.11	257.91
16.5	3.052	5.343	1.774	76.59483	58.42885	369	401	902	7.82	7.19	259.57
17	3.084	5.252	1.748	77.12781	58.58232	365	396	904	7.9	7.27	261.39
17.5	2.996	5.165	1.724	77.66284	58.74127	361	392	907	7.99	7.35	263.36
18	2.989	5.08	1.7	78.20003	58.90559	357	388	909	8.07	7.44	265.47
18.5	2.979	4.997	1.677	78.74489	59.07534	353	383	911	8.16	7.52	267.72
19	2.97	4.917	1.655	79.29671	59.25061	349	379	914	8.25	7.61	270.09
19.5	2.961	4.84	1.634	79.85582	59.43145	345	374	916	8.35	7.7	272.57
20	2.952	4.764	1.614	80.42264	59.61795	341	37	918	8.44	7.79	275.17
20.5	2.943	4.691	1.594	80.99697	59.8102	338	366	91	8.54	7.88	277.87
21	2.933	4.62	1.575	81.58894	60.00827	334	362	912	8.63	7.97	280.66
21.5	2.923	4.551	1.557	82.18876	60.21226	33	358	915	8.73	8.06	283.56
22	2.913	4.484	1.539	82.79557	60.42226	318	354	917	8.86	8.15	286.54
22.5	2.902	4.419	1.522	83.40929	60.63827	309	35	919	8.93	8.24	289.6
23	2.892	4.356	1.506	83.80796	60.86069	301	346	921	9.09	8.33	292.76
23.5	2.881	4.294	1.49	84.39229	61.08929	294	342	923	9.1	8.43	295.97
24	2.87	4.234	1.475	84.94284	61.32431	288	338	925	9.05	8.52	299.27
24.5	2.859	4.176	1.461	85.53094	61.56586	282	335	927	9.02	8.61	302.64
25	2.847	4.119	1.447	86.12374	61.81484	277	331	928	9.08	8.71	311.87

Figura 4. 5- Variação do Ângulo de Pressão – HPSTC.

4.1.6 – Variação do Ângulo de Pressão – Caso Geral.

Variações do Ângulo de Pressão - [Variação com Ângulo de Pressão]

Dados Geométricos | Dados de Material | Dados Dinâmicos | Fatores de Projeto | Variação com Ângulo de Pressão | Finalizar

Calcular Tensões | Salvar Arquivos para o MATLAB | Limpar

Limite de Resistência à Fadiga Superficial (MPa) 302 Caso Geral
 Limite de Resistência à Fadiga (MPa) 771 HPS1C

Ângulo de Pressão (°)	Peso da Base (N)	Alongamento de Ação (mm)	Razão de Contato	Carga Radial (N)	Carga Total (N)	Fator Geométrica			Tensões de Flexão		Tensão Superficial (MPa)
						Pinhão _{up}	Coroa _{Ag}	Superficial	Pinhão (MPa)	Coroa (MPa)	
14.5	3.042	3.732	1.685	14.48841	57.85571	418	385	802	6.08	7.29	263.98
15	3.035	3.62	1.685	15.01113	57.99891	438	382	805	7.07	7.35	260.11
15.5	3.027	3.521	1.627	15.53642	58.13696	288	389	807	7.25	7.4	256.41
16	3.02	3.436	1.6	16.0642	58.26822	389	387	809	7.42	7.46	252.91
16.5	3.012	3.343	1.774	16.59463	58.40395	381	385	812	7.57	7.5	249.57
17	3.004	3.252	1.748	17.12761	58.53232	374	382	814	7.7	7.54	246.28
17.5	2.996	3.165	1.724	17.66304	58.74127	368	38	817	7.93	7.58	243.36
18	2.988	3.08	1.7	18.20203	58.93559	363	378	819	7.94	7.62	241.47
18.5	2.979	3.007	1.677	18.74488	59.11534	358	376	821	8.04	7.66	239.72
19	2.97	3.017	1.685	19.29011	59.28661	354	374	824	8.13	7.7	238.09
19.5	2.961	3.04	1.634	19.83862	59.43145	351	372	826	8.22	7.74	236.57
20	2.952	3.064	1.614	20.39054	59.61795	347	37	828	8.3	7.78	235.17
20.5	2.943	3.091	1.584	20.94597	59.8162	344	369	831	8.38	7.82	233.87
21	2.933	3.12	1.575	21.50504	60.03627	341	367	832	8.45	7.86	232.66
21.5	2.923	3.153	1.557	22.06786	60.21236	338	365	835	8.52	7.9	231.56
22	2.912	3.188	1.529	22.63457	60.42226	336	363	837	8.58	7.94	230.54
22.5	2.902	3.219	1.522	23.20529	60.63807	333	361	839	8.65	7.98	229.6
23	2.892	3.256	1.586	23.78018	60.86998	331	36	841	8.72	8.01	228.75
23.5	2.881	3.294	1.48	24.35923	61.10929	328	358	843	8.78	8.05	227.97
24	2.87	3.334	1.475	24.94254	61.32431	326	356	845	8.84	8.09	227.27
24.5	2.859	3.375	1.481	25.53094	61.56586	324	354	847	8.9	8.13	226.64
25	2.847	3.419	1.447	26.12374	61.81404	322	353	849	8.96	8.17	226.07

Figura 4. 6- Variação do Ângulo de Pressão – Caso Geral.

4.2 – Análise Gráfica.

Os parâmetros físicos destacados nas janelas de variação do ângulo de pressão Figuras 4.5 e 4.6, foram compilados em função dos resultados extraídos das janelas de saída, referente aos Dados Geométricos, aos Dados do Material da Engrenagem, aos Dados Dinâmicos, aos fatores de Projeto, do programa (α_{Free}) desenvolvido em Visual Basic 5.0. Os gráficos abaixo têm a finalidade de mostrar a performance de cada variável no projeto de engrenagens, em função da variação do ângulo de pressão.

O programa foi desenvolvido para uma variação de ângulo de pressão de $14^{\circ}30'$ a 25° , conforme descrito no item 3.1, objetivando limitar um intervalo em que o ângulo de trabalho seja mais adequado para a operação que lhe é confiada, ou seja, onde o ângulo exerça maior influência no sentido de tornar o sistema engrenado mais eficiente.

- HPSTC - ζ (0,5, 1)

- CASO GERAL - ζ (0, 1)

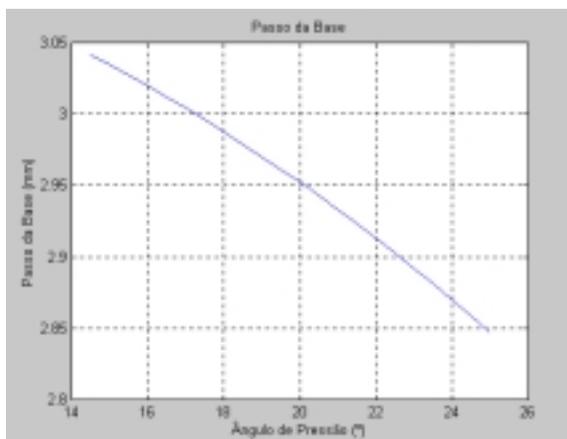


Gráfico 4. 1 - Passo da Base x Ângulo de Pressão.

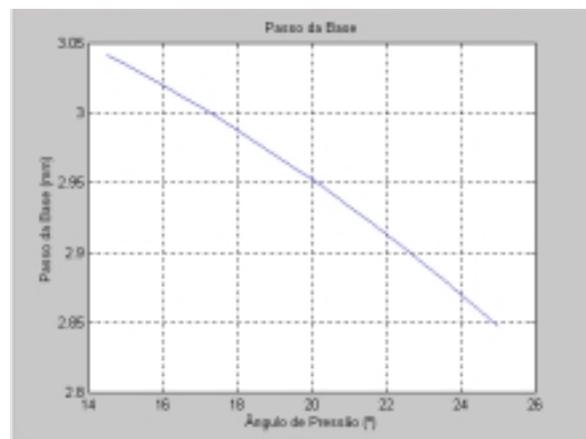


Gráfico 4. 2 - Passo da Base x Ângulo de Pressão.

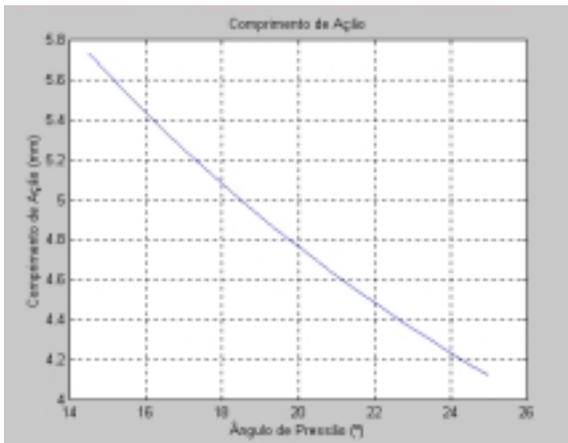


Gráfico 4. 3 – Comprimento de Ação x Ângulo de Pressão.

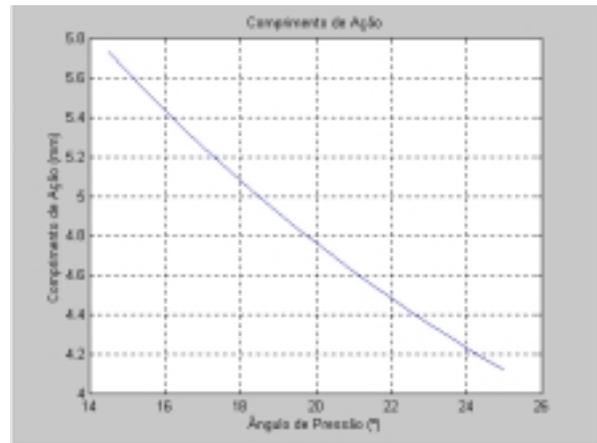


Gráfico 4. 4 – Comprimento de Ação x Ângulo de Pressão.

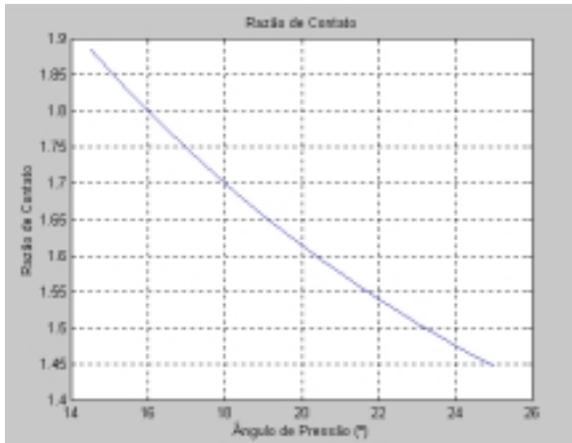


Gráfico 4. 5 - Razão de Contato x Ângulo de Pressão

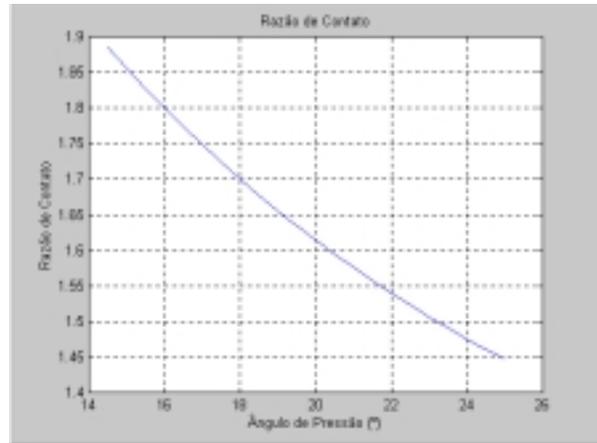


Gráfico 4. 6 - Razão de Contato x Ângulo de Pressão

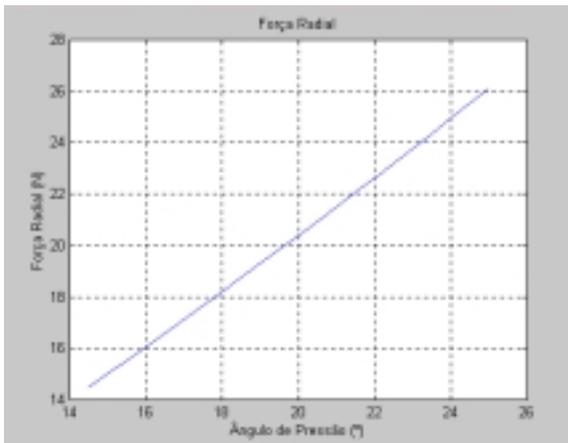


Gráfico 4. 7- Força Radial x Ângulo de Pressão.

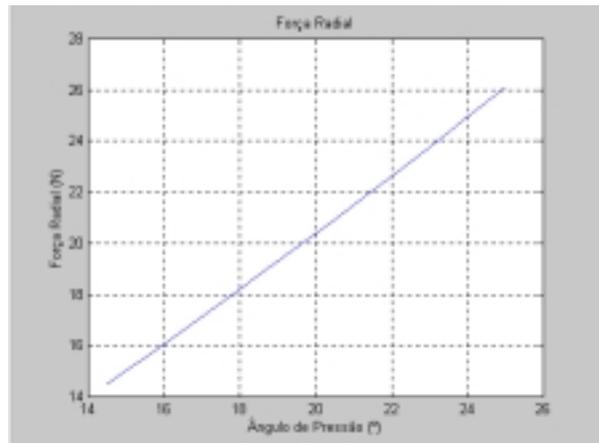


Gráfico 4. 8- Força Radial x Ângulo de Pressão.

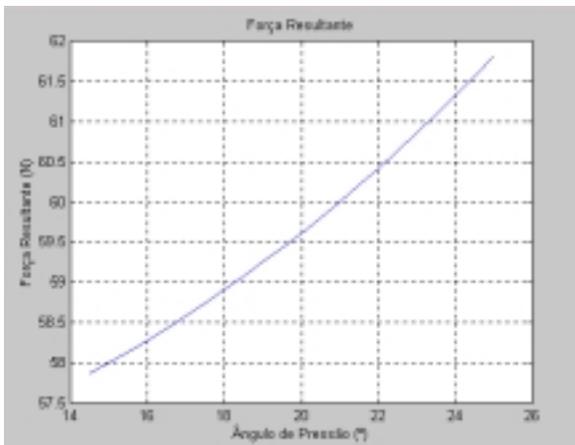


Gráfico 4. 9- Força Resultante x Ângulo de Pressão.

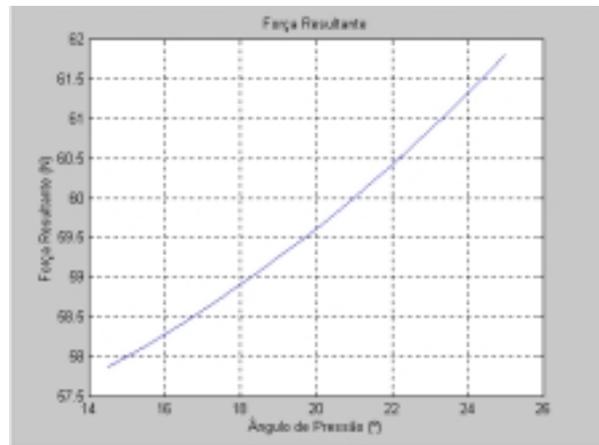


Gráfico 4. 10- Força Resultante x Ângulo de Pressão.

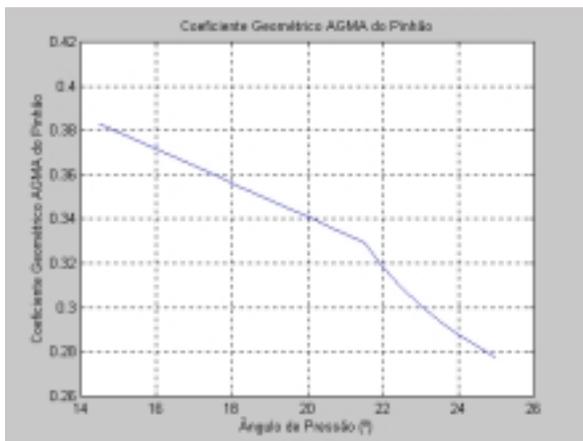


Gráfico 4. 11 – Coeficiente Geométrico AGMA do Pinhão x Ângulo de Pressão.

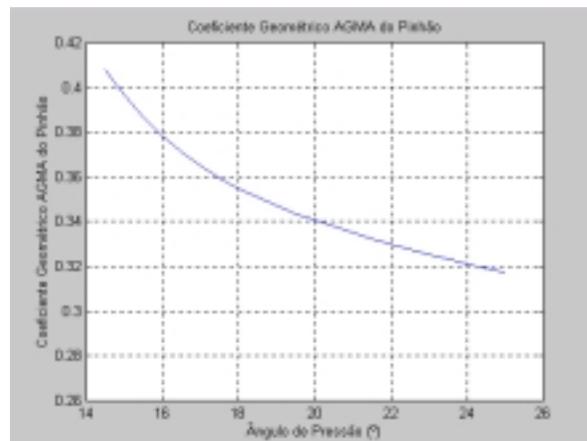


Gráfico 4. 12 – Coeficiente Geométrico AGMA do Pinhão x Ângulo de Pressão.

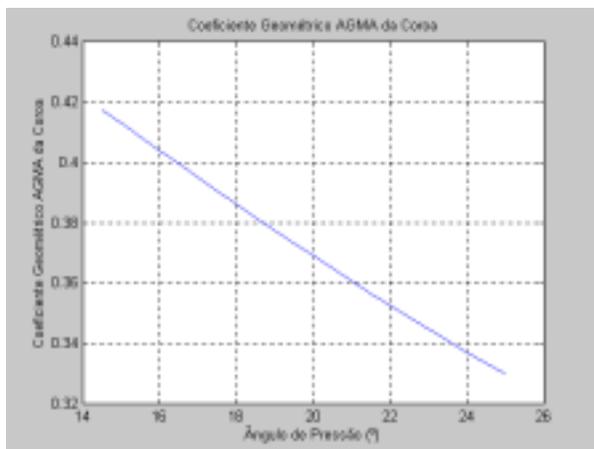


Gráfico 4. 13 – Coeficiente Geométrico AGMA da Coroa x Ângulo de Pressão.

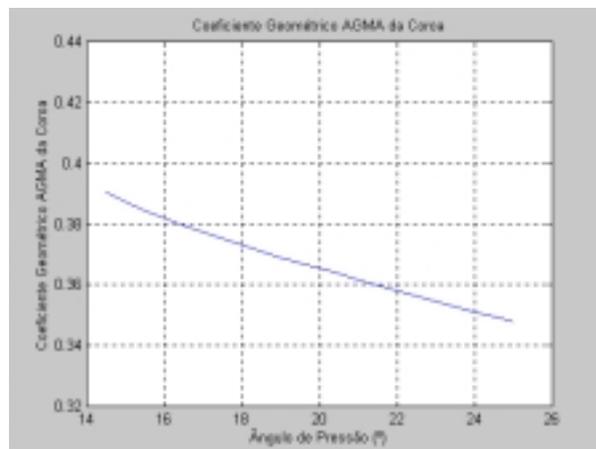


Gráfico 4. 14 – Coeficiente Geométrico AGMA da Coroa x Ângulo de Pressão.

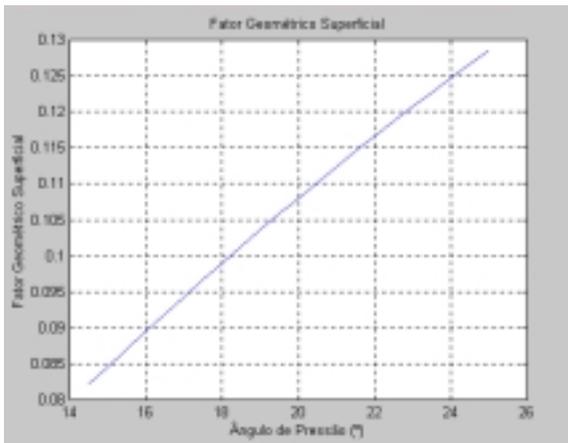


Gráfico 4. 15 – Fator Geométrico Superficial x Ângulo de Pressão.

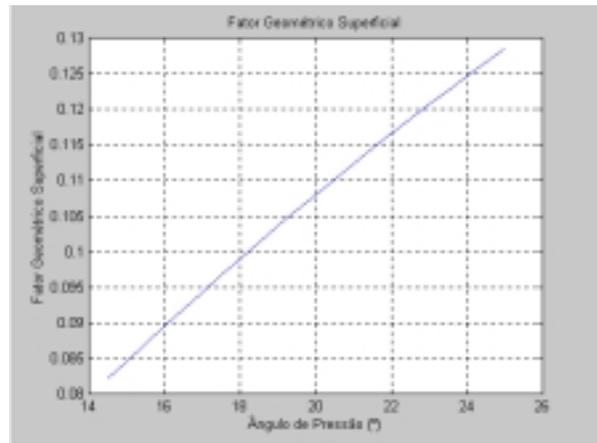


Gráfico 4. 16 – Fator Geométrico Superficial x Ângulo de Pressão.

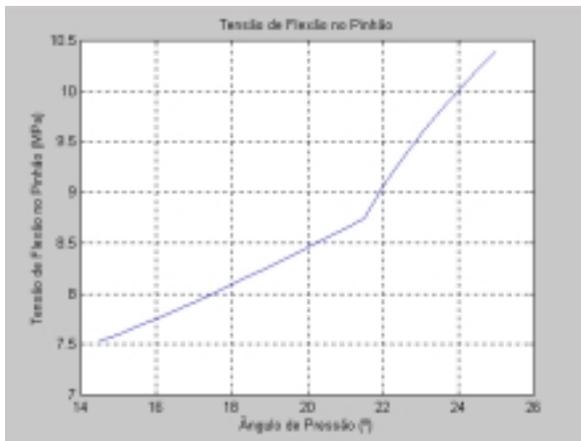


Gráfico 4. 17 - Tensão de Flexão no Pinhão x Ângulo de Pressão.

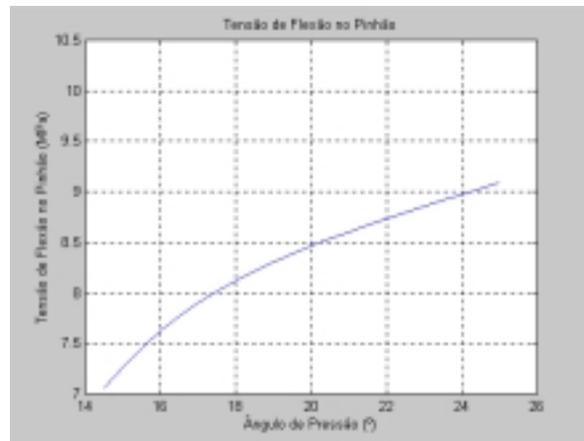


Gráfico 4. 18 - Tensão de Flexão no Pinhão x Ângulo de Pressão.

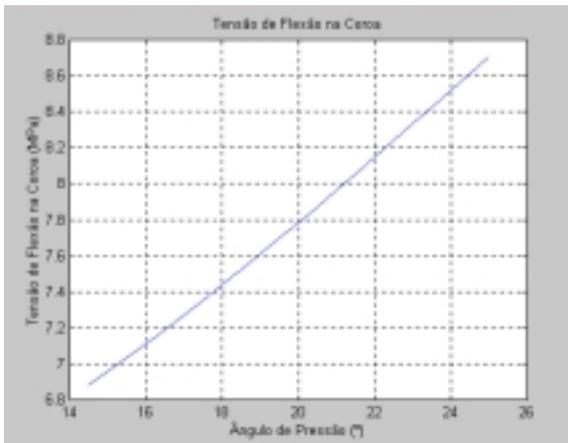


Gráfico 4. 19 – Tensão de Flexão na Coroa x Ângulo de Pressão.

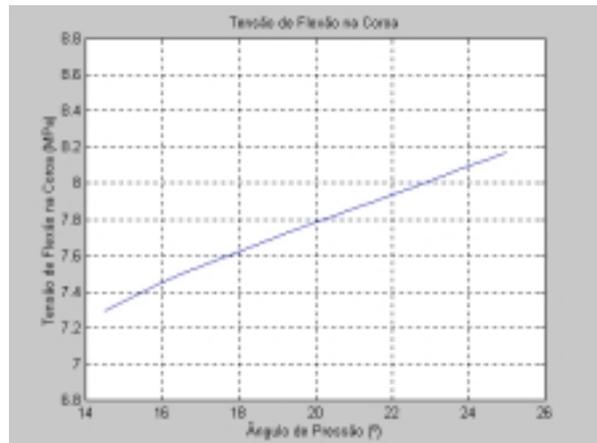


Gráfico 4. 20 – Tensão de Flexão na Coroa x Ângulo de Pressão.

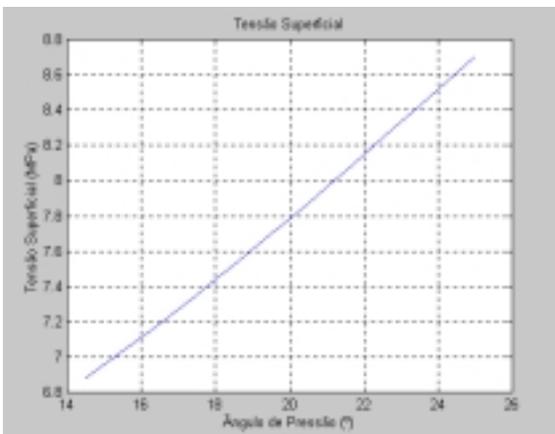


Gráfico 4. 21 - Tensão Superficial x Ângulo de Pressão.

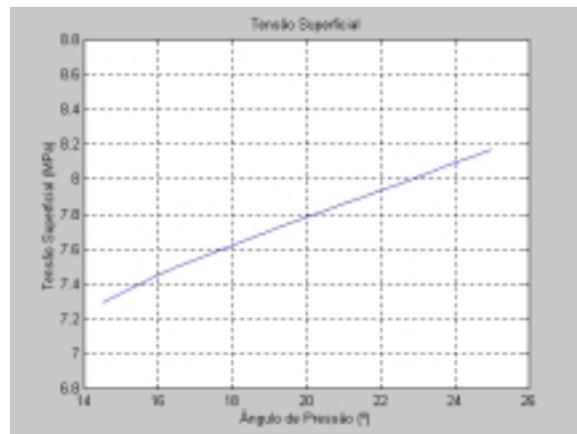


Gráfico 4. 22 - Tensão Superficial x Ângulo de Pressão.

Os Gráficos 4.23 e 4.24, mostram a variação do raio não-dimensional pelo coeficiente geométrico J AGMA do pinhão e Coroa, para o caso HPSTC ζ (0,5, 1), contato no dente no ponto mais elevado (região crítica) ilustrada na Figura 3.13. Nesse caso o raio não-dimensional

aplica-se somente no intervalo de (0,5 a 1), a análise gráfica do fator geométrico do pinhão e Tensão de Flexão do Pinhão passa a ser feita a partir de um ângulo de pressão aproximadamente igual a $21^{\circ}30'$, para a coroa a análise é feita para todos os ângulos especificados.

Logo, é necessário a inclusão de um caso geral ζ (0, 1), ilustrado na Figura. 4.6, onde o raio não-dimensional aplica-se no intervalo de (0 a 1), toda superfície externa do dente. Desta maneira a análise gráfica desses parâmetros passam a ser feita para todos os ângulos escolhidos, oferecendo condições para uma análise mais criteriosa do projeto de engrenagem.

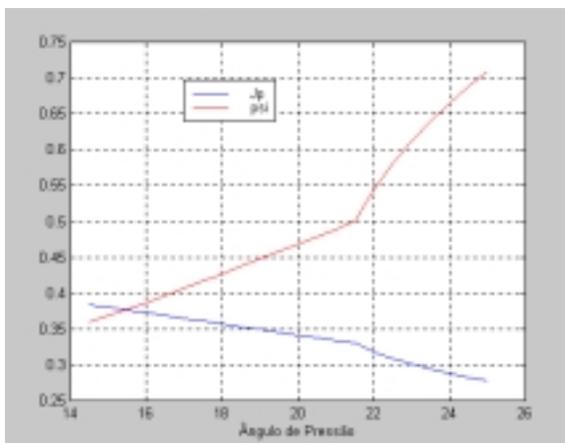


Gráfico 4. 23 – Variação do Raio Não-Dimensional ζ x Coeficiente Geométrico J AGMA do Pinhão

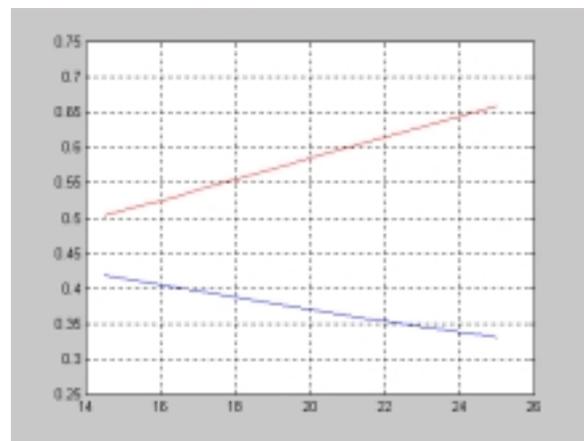


Gráfico 4.24 - Variação do Raio Não-Dimensional ζ x Coeficiente Geométrico J AGMA da Coroa

4.3 - Análise de Sensibilidade.

Grande parte dos esforços na pesquisa em mecânica computacional estão direcionados na determinação do comportamento, ou seja, da resposta, de um objeto quando submetido a um conjunto de forças externas. Considerando-se um sistema com esse, formado por um objeto e ações externas, uma outra questão de igual importância pode ser proposta: o que acontece quando algumas das características desse sistema são alteradas?

A grande motivação para essa questão vêm dos problemas de otimização, através dos quais busca-se um projeto ótimo baseado em critérios bem definidos. Isso ocorre porque nos processos

de otimização, o caminho entre o projeto inicial e o projeto ótimo pode ser encurtado através do conhecimento da sensibilidade do modelo, com relação às mudanças em suas variáveis. Nesse sentido, a Análise de Sensibilidade relaciona os efeitos da variação de parâmetros com a resposta do modelo.

A escolha das variáveis que compõem a função de ponderação Equações 4.1 e 4.2 foi feita através de uma análise criteriosa dos parâmetros de projeto, cuja finalidade é limitar um intervalo de ângulos em que o sistema engrenado exemplificado pelo usuário no item 4.1, adquira uma eficiência satisfatória.

$$F(\alpha) = \sum_i Pontuação_i \cdot \frac{Variável}{Máx(Variável)} \quad (4.1)$$

Descrição das Variáveis	Símbolo	Pontuação
Addendum	a	2,0
Coefficiente Elastico	C _p	2,0
Comprimento da Linha de Ação	Z	3,0
Deddendum	b	2,0
Diâmetro da Base	d _b	2,0
Diâmetro Primitivo	d	2,0
Fator Geométrico AGMA	J	2,0
Força Radial	W_r	2,0
Força Resultante	W	2,0
Largura da Face	F	2,0
Limite de Resistência à Fadiga	S _{fb'}	1,0
Limite de Resistência à fadiga Superficial	S _{fc}	1,0
Limite de Resistência à Flexão	S _{fb}	1,0
Limite de Resistência a Flexão Superficial	S _{fc'}	1,0
Módulo de Elasticidade	E	1,0
Módulo Métrico	m	2,0
Passo da Base	P_b	2,0

Passo Diametral	P_d	2,0
Raio do Filete	r_f	1,0
Raio Externo	r_o	1,0
Raio Inicial da Evolvente do Perfil do Dente	r_{ti}	1,0
Raio não Dimensional	ζ	1,0
Raio Padrão do Passo	r_{ps}	1,0
Razão de Contato	m_p	3,0
Tensão de Flexão da Coroa	σ_{bg}	5,0
Tensão de Flexão do Pinhão	σ_{bp}	5,0
Tensão de Superfície	σ_c	4,0
Torque no Pinhão	T_p	2,0
Velocidade da Linha do Passo	V_t	2,0

Tabela 4.1 – Variáveis de Influência

Legenda	
5,0	Grande Influência
4,0	Boa Influência
3,0	Média Influência
2,0	Regular Influência
1,0	Pequena Influência

Analisando a Tabela 4.1, escolhe-se as variáveis que exercem uma influência satisfatória ao ângulo de pressão e entre as outras variáveis do projeto, deste modo é elaborada a função ponderada Equação 4.2, que terá como finalidade limitar o intervalo de ângulos em que os sistemas engrenados adquirem melhor eficiência.

No capítulo 1, foi proposto um objetivo ao trabalho em questão "Identificar a influência do ângulo de pressão em projetos de engrenagens cilíndricas de dentes retos", através do qual pode

ser visualizado pelos Gráficos 4.25 a 4.30, variando-se a relação de transmissão (2:1, 3:1 e 4:1) para as duas interfaces computacionais, HPSTC ζ (0,5, 1) e Caso Geral ζ (0, 1).

$$F(\alpha) = 2 \cdot \frac{P_b}{\max(P_b)} + 2 \cdot \frac{W_r}{\max(W_r)} + 2 \cdot \frac{W}{\max(W)} + 3 \cdot \frac{Z}{\max(Z)} + 3 \cdot \frac{m_p}{\max(m_p)} + 4 \cdot \frac{\sigma_c}{\max(\sigma_c)} + 5 \cdot \frac{\sigma_{bp}}{\max(\sigma_{bp})} + 5 \cdot \frac{\sigma_{bg}}{\max(\sigma_{bg})} \quad (4.2)$$

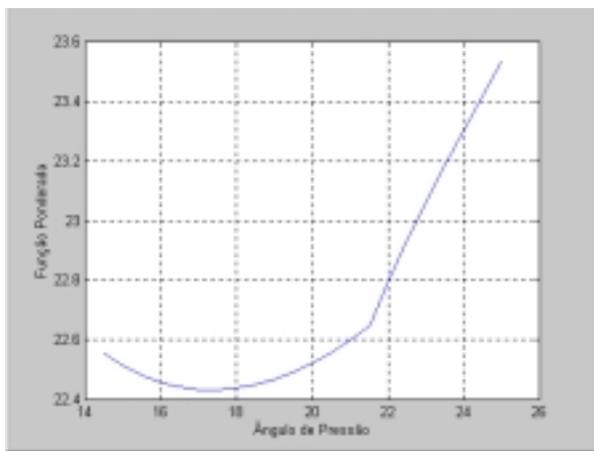


Gráfico 4.25 – Ângulo de Pressão x Função Ponderada – HPSTC - (2:1)

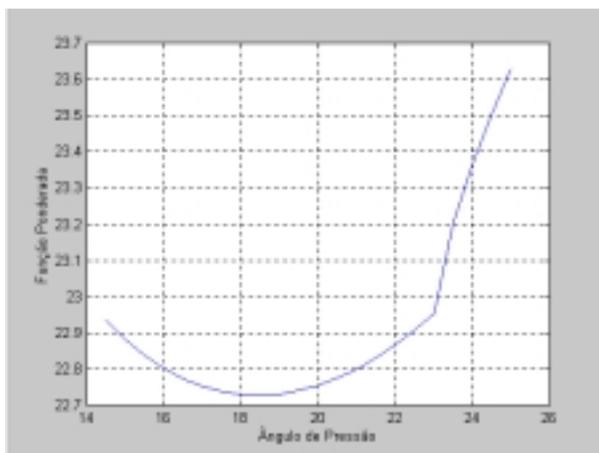
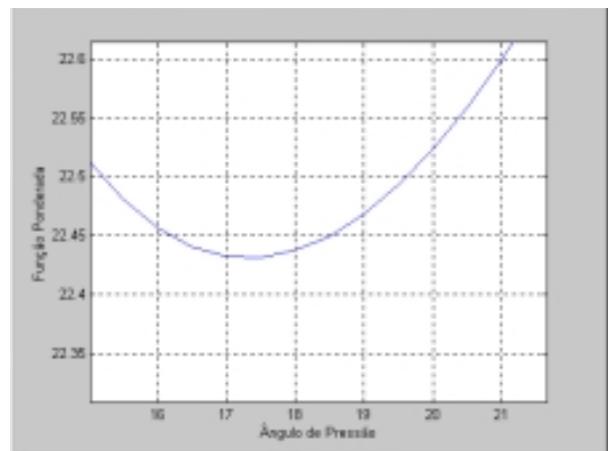
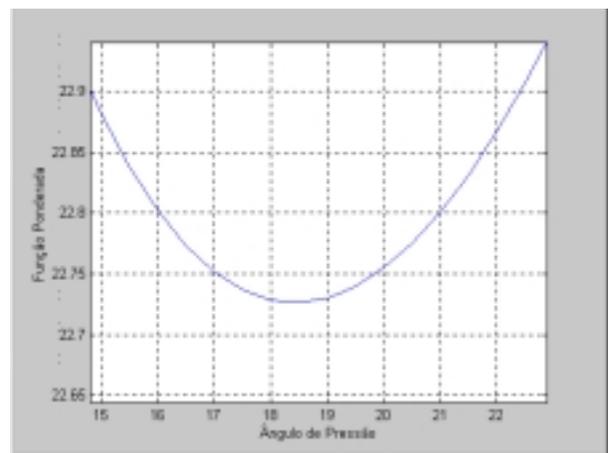


Gráfico 4.26 – Ângulo de Pressão x Função Ponderada – HPSTC - (3:1)



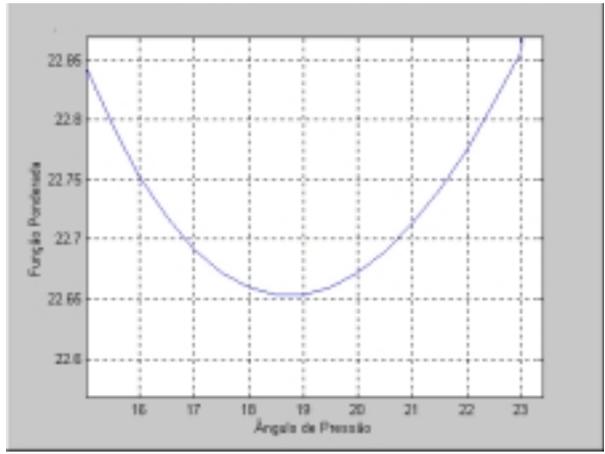
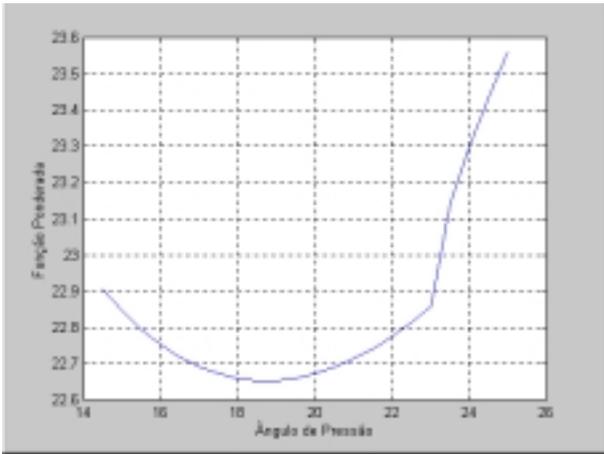


Gráfico 4.27 – Ângulo de Pressão x Função Ponderada – HPSTC - (4:1)

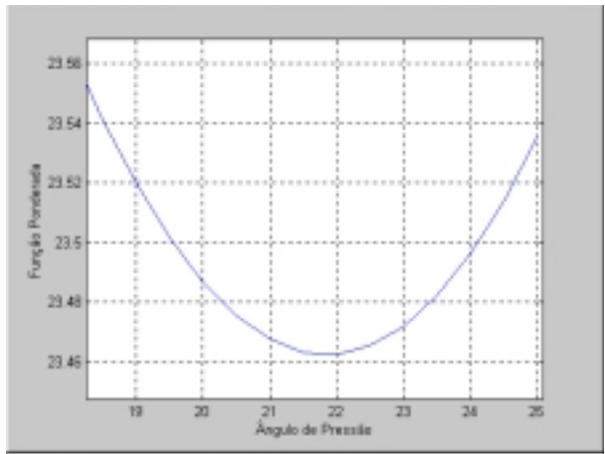
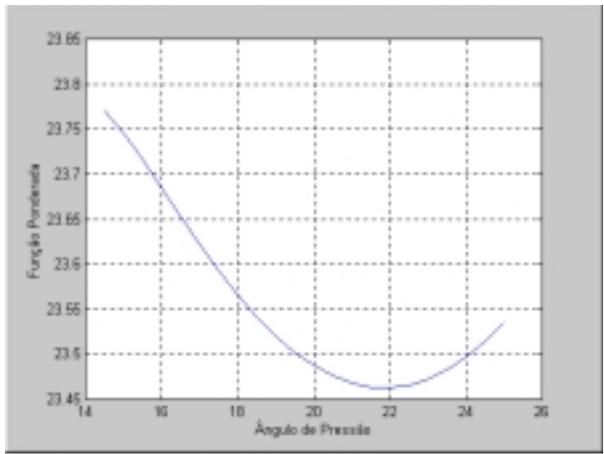


Gráfico 4.28 – Ângulo de Pressão x Função Ponderada – Caso Geral - (2:1)

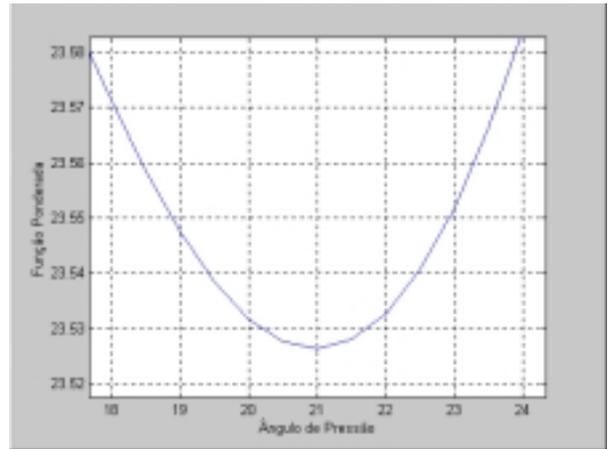
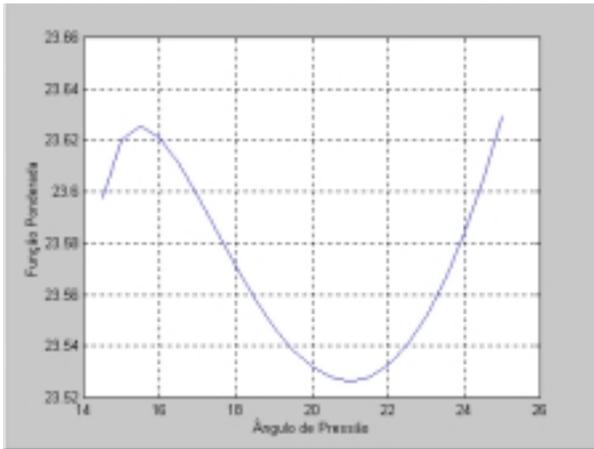


Gráfico 4.29 – Ângulo de Pressão x Função Ponderada – Caso Geral - (3:1)

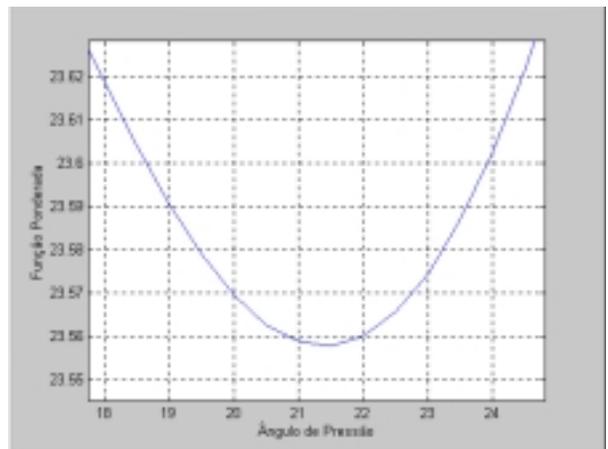
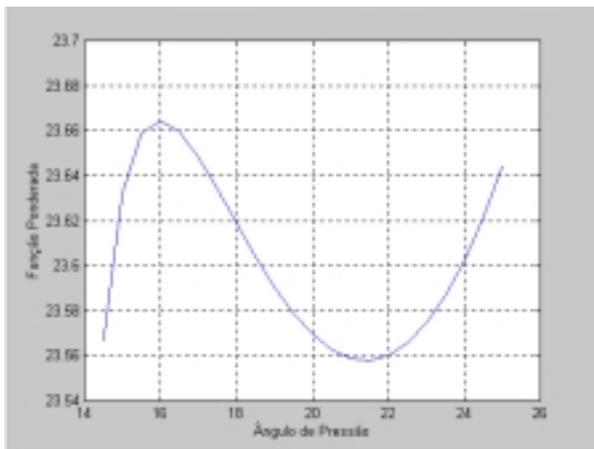


Gráfico 4.30 – Ângulo de Pressão x Função Ponderada – Caso Geral - (4:1)

4.4 – Resultado

Os Gráficos 4.25 a 4.30 mostram a análise de sensibilidade adquirida para os casos HPSTC e Caso Geral, para três relações de transmissões diferentes (2:1, 3:1 e 4:1) e através dos mesmos pode-se observar o intervalo para cada caso, onde o ângulo de pressão exerce maior influência aos sistemas engrenados. Os resultados analisados são mostrados na Tabela 4.2 abaixo.

Relação de Transmissão (i)	2:1	3:1	4:1
HPSTC $\zeta (0,5, 1)$	16° a 19°	16 a 21°	16 a 21°30'
Ponto de Mínimo	17°30'	18°30'	18°30'
CASO GERAL $\zeta (0, 1)$	19° a 24°30'	19° a 23°	19° a 23°30'
Ponto de Mínimo	22°	21°	21°30'

Tabela 4.2 – Intervalos de Maior Influência do Ângulo de Pressão.

Neste capítulo foi apresentada a utilização do programa através de um exemplo imposto por um suposto usuário, em seguida foi feita uma análise gráfica das variáveis em função do ângulo de pressão e finalmente uma análise de sensibilidade sobre as variáveis de maior influência, cujo objetivo é identificar uma faixa em que o ângulo de pressão exerça aos sistemas engrenados uma eficiência satisfatória

No próximo capítulo são mostradas as conclusões e as sugestões para os trabalhos futuros.

Capítulo 5

Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros.

5.1 - Conclusões

Este trabalho apresentou o desenvolvimento das interfaces computacionais HPSTC ζ (0,5, 1) e Caso Geral ζ (0, 1) aplicado ao projeto de sistemas engrenados. Assim, a seqüência de projeto, trabalhosa e tediosa, devido à extensiva consulta a tabelas, gráficos e formulários, é eliminada. Esse método permite que mudanças nas variáveis sejam rapidamente analisadas e que seu projeto final, otimizado, saia pronto para a execução, incluindo as tolerâncias admissíveis e o grupo de família para o qual foi projetado.

Para atingir o objetivo proposto no trabalho "Identificar a influência do ângulo de pressão em projetos de engrenagens cilíndricas de dentes retos", foi necessário uma pesquisa sobre a evolução das engrenagens ao longo do tempo, em seguida foi feito um estudo sobre o traçado do perfil de dentes de engrenagens cilíndricas de evolvente, com e sem correção.

O estudo do traçado do perfil do dente de engrenagens cilíndricas de evolvente tem despertado grande interesse dos projetistas pelo fato das engrenagens, na sua maioria, serem fabricadas sempre com correção. Existem diversos métodos para o traçado de perfis de dente de engrenagem. Os métodos gráficos simples são rápidos e fáceis de executar e são muito úteis no caso de perfis especiais. Porém, os métodos analíticos são os mais precisos e com o uso dos recursos computacionais, pode-se obter qualquer número de pontos do perfil, de forma rápida e precisa. Essa tarefa, antes do uso dos computadores, era desgastante devido ao grande volume de cálculos.

Concluídos estes passos, obteve-se maiores informações para a elaboração de um programa computacional, cuja finalidade é identificar a influência do ângulo de pressão em projetos de engrenagens cilíndricas de dentes retos, procedendo-se da seguinte forma: discretizou-se os ângulos de pressão entre $14^{\circ}30'$ a 25° , variando de $30'$ em $30'$, através do qual foram calculados os parâmetros de dimensionamento das engrenagens.

Para melhor obtenção dos parâmetros citados, foi necessário a elaboração do programa para duas interfaces computacionais:

1^a - HPSTC (contato do dente no ponto mais elevado), para um raio não-dimensional ζ (0,5, 1). Ele é considerado o caso mais crítico, o mesmo atua entre os pares de dentes adjacentes em contato.

2^a – Caso geral, raio não-dimensional ζ (0, 1), este caso avalia a geometria do dente em todo o seu perfil evolvental, dando condições para uma análise mais criteriosa.

Concluído o programa, utilizou-se de um exemplo prático imposto por um suposto usuário, através do qual adquire-se os parâmetros físicos destacados nas janelas de variação do ângulo de pressão, Figuras 4.5 e 4.6. Em seguida foi feita uma compilação gráfica dos resultados extraídos das janelas de saída, referente aos Dados Geométricos, Figura 4.1, aos Dados do Material da Engrenagem, Figura 4.2, aos Dados Dinâmicos, Figura 4.3 e aos fatores de Projeto, Figura 4.4, do programa (α_{Free}) desenvolvido em Visual Basic 5.0, em função do intervalo de ângulo de pressão proposto no trabalho, para as duas interfaces computacionais. Os gráficos extraídos tiveram como finalidade mostrar a performance de cada variável no projeto de engrenagens.

Finalmente foi feita uma análise de sensibilidade, cuja finalidade é identificar uma faixa em que o ângulo de pressão exerça nos sistemas engrenados uma eficiência satisfatória. Para isso foi elaborada uma função ponderada, Equação 4.2, que é composta pelas variáveis que exerce uma influência direta ao ângulo de pressão das engrenagens e também às outras variáveis do projeto.

Os resultados extraídos da análise avaliaram a melhor faixa de trabalho para os dois casos HPSTC e Caso Geral, para três relações de transmissões diferentes, conforme são visualizados na Tabela 4.2.

Através de uma análise criteriosa de todos os dados apresentados, o Caso Geral nos fornece uma melhor perspectiva de trabalho, pois o mesmo atua em todo perfil evolvental do dente, dando-nos melhores condições para avaliar a performance dos sistemas engrenados.

5.2 – Sugestões para Trabalhos Futuros.

- Influência do Ângulo de Pressão em Projetos de Engrenagens Cilíndricas Helicoidais, Cônicas e Sem fim-coroa.

- Otimização do Ângulo de Pressão no Projeto de Engrenagens.

- Desenvolvimento de um Algoritmo de Otimização que avalie de uma forma mais precisa, o melhor ângulo de trabalho para a operação que lhe é confiada.

- Estudar o material e o processo de fabricação mais adequado aos sistemas engrenados que gera menor ruído, proporcionando-os melhor suavidade de movimento e baixo custo.

- Utilização do ângulo de pressão para otimização estrutural de planetários.

Referências Bibliográficas

AGMA STANDARD 908-B89. *Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spurs, Helical and Herringbone Gear Teeth*, With the permission of the publisher, American Gear Manufacturers Association, 1500 King St., Suite 201, Alexandria, Va., 22134, 1989.

AGMA STANDARD 2001-B88. *Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth*, With the permission of the publisher, American Gear Manufacturers Association, 1500 King St., Suite 201, Alexandria, Va., 22134, 1988.

Amaral, D. *Metodologia, Sistematização e Seleção de Projetos de Transmissões Epicicloidais com Um e Dois TEPs Ligados*, Tese de doutorado apresentada à Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 2000.

Antunes, I.; Freire, M. A. C. *Elementos de Máquinas*, Editora Érica, v. 11, 203 p, 1998.

Arikan, S. A. M. *Determination of Maximum Possible Contact Ratios for Spur Gear Drives with Small Number of Teeth*, Proceedings of 1995 ASME Design Engineering Technical Conferences, DE-Vol. 82, p. 569-576, 1995.

Arikan, S. A. M. *Performance Rating and Optimization of Spur Gear Drives with Small Number of Teeth*, Proceedings of 2000 ASME Design Engineering Technical Conferences, Paper No. DETC00/PTG-14361, 2000.

Arikan, S. A. M. *Derivation of Analytical Expressions for Calculation of AGMA Geometry Factor J for external Spur Gears*, ASME 2001 Design Engineering Technical Conference and Computers and Information in Engineering Conference Pittsburgh, PA, p. 9-12, September, 2001.

Bezerra, R. A; Junior, F. I. S. *Projeto de Engrenagens de Dentes Retos com Perfil Evolvental*, (COBEM) Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 8 p, 2001.

Brasil, H. V. *Máquinas de Levantamento*, Editora Guanabara S.A, Rio de Janeiro, 230 p, 1988.

Brito, J. N. *Estudo dos Efeitos dos Erros Geométricos e dos Defeitos Superficiais de Engrenamento no Comportamento Dinâmico de Redutores de Eixos Flexíveis*, Dissertação de Mestrado apresentada à Universidade Federal de Uberlândia (UFU), 1994.

Brito, J. N. *Desenvolvimento de Interface Computacional Aplicado ao Projeto de Sistemas Engrenados - Engrena*, Relatório Técnico Científico Final, Projeto Fapemig Tec. 1019/96, 130 p. 1999.

Brito, J. N.; Neto, F. P. L. *Estudo do Controle da Qualidade e Erros de Engrenamento em Engrenagens Cilíndricas*, Revista de Ensino de Engenharia da ABENGE – Associação Brasileira de Ensino de Engenharia, no 20, p. 23–32 1998.

Buckingham, E. *Analytical Mechanics of Gears*, Second Edition, Dover Publications, Inc., 546 p, 1949.

Casillas, A. L. *Máquinas Formulário Técnico*, 19^a Edição, Editora Mestre Jou., 634 p, 1961.

Cornell, G. *Visual Basic 5 Completo e Total*, Editora Makron Books do Brasil Ltda, 778 p., 1998.

Dias, A. *Elemento de Máquinas II - Engrenagens*, EMC/UFSC, 12 p., 2002.

Dolan, T. J., Broghamer, E. L. *A Photoelastic Study of the Stresses in Gear Tooth Fillets*, University of Illinois Eng. Experiment station Bulletin 335, March, 1942.

Dubbel, H. *Manual Del Constructor de Máquinas*, 2ª Edição, Editorial Labor S.ª, Barcelona, Madri, 1951 p, 1944.

Erdman, A. G. *Modern Kinematics – Developments in the Last Forty Yaers*, John Wiley & Sons, 604 p, 1944.

Faires, Virgil, M. *Elementos Orgânicos de Máquinas*, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.; p. 460-507, 1971.

Filho, M. S. *Engrenagens*, Editora McGraw-Hill do Brasil, Ltda, p. 1-31, 1973.

Flávio, M. F. *Programa de Auxílio ao Projeto de Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos*, Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM), 10 p, 2002.

Freire, M. A. C.; Izildo, A. *Elementos de Máquinas*, Editora Érica, p. 97-112, 1998.

Ichimaru, K.; Hirano, F. *Dynamic Behavior of Heavy-Loaded Spur Gear*, Journal of Engineering for Industry, p. 373-381, 1974.

Jammu, V. B.; Danai, K.; Lewicki, D. G. *Experimental Evaluation of a Struture-Based Connectionist Network for Falt Diagnosis of Helicopter Gearboxes*, Transactions of the ASME, v. 120, p. 106-112, 1998.

Juvinall, R. C. *Fundamentals of Machine Component Design*, John Wiley and Sons, 457 p, 1983.

- Kasuba, R.; Evans, J. W.** *An Extended Model for Determining Dynamic Loads in Spur Gearing*, ASME: Journal of Mechanical Design, (103), p. 398-409, 1981.
- Lewicki, D. G.** *Predicted Effect of Dynamic Load on Pitting Fatigue Life for Low Contact-Ratio Spur Gears*, NASA TP-2610, ASVCOM TR 86-C-21, 20 p, 1986.
- Lin, E. H.; Huston, R. L.** *Dynamic Loading on Parallel Shaft Gears*, Nasa Contractor Report 179473, 76 p, 1986.
- Mabie, H. H.; Ocvirk, F. W.** *Mechanisms and Dynamics of Machinery*, Third Edition – SI Version, JohnWiley and Sons, 180 p, 1978.
- Magalhães, F. L.** *Amplificação de Choque Torsional em Trens de Acionamento, Modelo para Impacto em Engrenagens com Folga*, 211 p, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 1990.
- Melconian, S.** *Elementos de Máquinas*, Editora Érica Ltda, p. 65-100, 1990.
- Melconian, S.** *Elementos de Máquinas*, Editora Érica Ltda, p. 79-114, 2000.
- Milovic, M.; Turrin, M.** *Traçado do Perfil de Engrenagens Cilíndricas de Evolvente*, p. 2-7, Mundo Mecânico, 1983.
- Mitchiner, R. G.; Mabie, H. H.** *The Determination of the Lewis Form Factor and the AGMA Geometry Factor J For External Spur Gear Teeth*, ASME Journal of Mechanical Design, vol. 104, no 1, p. 148-158, 1982.
- NBR 6174.** *Definições Gerais de Engrenagens - Terminologia*, ABNT – Associação Brasileira de Norma Técnicas, 13 p, 1980.

NBR 6684. *Engrenagens Cilíndricas (Dentes Retos e Helicoidais) - Terminologia*, ABNT – Associação Brasileira de Norma Técnicas, 21 p, 1981.

NBR 9438. *Cremalheira de referência para engrenagens de perfil evolvente – Dimensões - Padronização*, ABNT – Associação Brasileira de Norma Técnicas, 4 p, 1980.

NBR 8088. *Módulo de Engrenagem Cilíndrica - Padronização*, ABNT – Associação Brasileira de Norma Técnicas, 1 p, 1983.

NBR 10095. *Engrenagens Cilíndricas de Evolvente, Precisão Dimensional - Padronização*, ABNT – Associação Brasileira de Norma Técnicas, 43 p, 1989.

NBR 10099. *Símbolos de Engrenagens - Simbologia*, ABNT – Associação Brasileira de Norma Técnicas, 3 p, 1970.

NBR 6167. *Módulos de Engrenagens Cônicas - Normalização*, ABNT – Associação Brasileira de Norma Técnicas, 2 p, 1980.

Norton, R. L. *Machine Design An Integrated Approach*, 703 p, 1998.

Papalambros, P. Y. *Optimal Design of Mechanical Engineering Systems*, Transactions of the ASME, v.117, p. 55-62, 1995.

Pertence, A. E M; Junior, L. M. L. *Desenvolvimento de um Programa Didático para o Cálculo de Engrenagens Cilíndricas*, Revista de Ensino de Engenharia da ABENGE – Associação Brasileira de Ensino de Engenharia, N° 19, p 31 – 39, 1998.

Pires e Albuquerque, O. A. L. *Elementos de Máquinas*, Editora Guanabara Dois S.A., Rio de janeiro, 440 p, 1980.

Queiroz, A. A.; Brazzalle, R. R. *Determinação do Perfil de Engrenagens de Evolvente com mini-calculadoras*, p. 28-30, Mundo Mecânico, 1978.

Randall, R. B. *A New Method of Modeling Gear Faults*, Journal of Mechanical Design, p 259-267, 1982.

Rey G.G.; Toll, A. G. ; Ballester, V. G. *Procedimiento para la Obtención de la Geometría Básica de Engrenajes Cilíndricos a Reconstruir*, 8º Congreso Chileno de Ingeniería Mecánica, Universidad de Concepción, Chile, p 51-56, 1998.

Shigley, J. E. *Elementos de Máquinas*, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, Rio de Janeiro, 700 p, 1984.

Shigley, J. E.; Mischke, C.R. *Mechanical Engineering Design*, 779 p, Fifth Edition, McGraw – Hill Book Company, 1989.

Shigley, J. E.; Mischke, C. R. *Standart Handbook of Machine Design*, Second Edition, McGraw-Hill, 937 p, 1996.

Spotts, M. F.; Shoup, T. E. *Design of Machine Elements*, Seventh Edition, 531 p, 1998.

Velloso, V. R.; Eduardo, A. C. *Análise do Desgaste nos Dentes de Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos*, Trabalho de Iniciação Científica, Universidade Federal de São João del Rei (UFSJ), 1993.

Visual Basic 5.0 – Método Rápido. Instituto Brasileiro de Pesquisa em Informática, Livraria e Editora Infobook AS, 181 p., 1998.

Zapico, A. O.; Sánchez, A. B.; Velasco, J. S. M. *Possibilidades de Empleo para o Cálculo de Engrenagens Cilíndricas*, 8º Congreso Chileno de Ingeniería Mecánica, Universidad de Concepción, Chile, p. 51-60, 1998.

Anexo 1

Grandeza	Passos Frontais Grandes (de 20 P exclusive)		Passos Frontais Pequenos (de 20 P em diante)	
Ângulo de Pressão Frontal (α)	20°	25°	20°	
Altura da cabeça (há)	1,000/p	1,000/p	1,000/p	
Altura do pé (hf)	1,250/p	1,250/p	1,200/p	+0,002pol.
Altura útil (hk)	2,000/p	2,000/p	2,000/p	
Altura do dente (h)	2,25/p	2,25/p	2,200/p	+0,00pol.
Espessura Frontal (st)	$\pi/2p$	$\pi/2p$	1,5708/p	
Raio de arredondamento da cremalheira básica	0,300/p	0,300/p	Não Padronizado	
Folga básica no fundo do dente	0,250/p	0,250/p	0,200/p	+0,002pol
Folga no fundo do dente (dentes polidos ou retificados)	0,350/p	0,350/p	0,3500/p	+0,002 pol.
Número mínimo de dentes do pinhão.	18	12	Não padronizado	
Número mínimo de dentes do par.				
Espessura mínima do dente no topo.	36	24		
	0,25/p	0,25/p		

Tabela 2. 1 - Engrenagens Cilíndricas Retas Normais – Perfil Evolvente.

Sistema	Diametral Pitch	s	h_a	h_f	h	Diferença em altura com o dente normal	Ângulo de pressão
Fellows	4/5	0,3927"	0,2000"	0,2500"	0,4500"	0,0893" = 2,26 mm	20°
Nuttall	4	0,3927"	0,1963"	0,2355"	0,4318"	0,1075" = 2,73 mm	20°
American Standard	4	0,3927"	0,2000"	0,2500"	0,4500"	0,0893" = 2,26 mm	20°

Tabela 2. 2– Comparação entre os Diferentes Sistemas de Geração do Perfil “Stub”.

Equação	Grandeza	Símbolo	Relações Geométricas	Unidades	
Sistema FELLOws					
(5.4)	Diâmetro primitivo	D	$d = \frac{N}{P_d}$	m	in
(5.5)	Diâmetro Externo	d_a	$d_a = d + \left(2 \frac{1}{P_d} \right)$	m	in
(5.6)	Altura da cabeça do dente	h_a	$h_a = \frac{1}{P_d}$	m	in
Sistema NUTTALL					
(5.7)	Altura da cabeça do dente	h_a	$h_a = 0,250P_c$	m	in
(5.8)	Altura do pé do dente	h_f	$h_f = 0,300P_c$	m	in
(5.9)	Diâmetro primitivo	D	$d = \frac{N}{P_d}$	m	in

(5.10)	Diametral Pitch	P_d	$P_d = \frac{N}{d} = \frac{\pi}{P_c} = \frac{1}{m}$	m	in
(5.11)	Passo circular	P_c	$P_c = \frac{\pi}{P_d} = \frac{d\pi}{N}$	m	in
Sistema AGMA					
(5.12)	Altura da cabeça do dente	h_a	$h_a = 0,254P_c = \frac{0,8}{P_d}$	m	in
(5.13)	Altura do pé do dente	h_f	$h_f = 0,3183P_c = \frac{1,0}{P_d}$	m	in
(5.14)	Altura total do dente	H	$h = 0,5729P_c = \frac{1,8}{P_d}$	m	in
(5.15)	Diametral Pitch	P_d	$d_p = \frac{N}{d} = \frac{\pi}{P_c} = \frac{1}{m}$	m	in
(5.16)	Passo circular	P_c	$P_c = \frac{\pi}{P_d} = \frac{d\pi}{N}$	m	in
(5.17)	Diâmetro primitivo	D	$d = \frac{N}{P_d}$	m	in
(5.18)	Diâmetro externo	d_a	$d_a = \frac{N+1,6}{P_d}$	m	in
(5.19)	Espessura do dente no diâmetro primitivo	S	$s = \frac{1,5708}{P_d} = 0,5P_c$	m	in

Tabela 2. 3 - Características Fundamentais dos Sistemas de Geração de Perfil "Stub".

Grandezas	Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos		Engrenagens Cilíndricas de Dentes Helicoidais			
	Sem correção $x = 0$	Com correção $x \neq 0$	Plano normal		Plano frontal	
			Sem correção $x = 0$	Com correção $x \neq 0$	Sem correção $x = 0$	Com correção $x \neq 0$
Raio primitivo	$r = \frac{mN}{2}$	$r = \frac{mN}{2}$	$r = \frac{mN}{2\cos^3\beta}$	$r = \frac{mN}{2\cos^3\beta}$	$r = \frac{mN}{2\cos\beta}$	$r = \frac{mN}{2\cos\beta}$
Raio de base	$r_b = r\cos\alpha$	$r_b = r\cos\alpha$	$r_b = r\cos\alpha$	$r_b = r\cos\alpha$	$r_b = r\cos\alpha_f$	$r_b = r\cos\alpha_f$
Ângulo de pressão	α	α	α	α	$\alpha_f = \arctg \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta}$	$\alpha_f = \arctg \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta}$
Ângulo θ'	$\theta' = \frac{\pi}{2N} + ev\alpha$	$\theta' = \frac{\pi}{2N} + \frac{2x}{N}\operatorname{tg}\alpha + ev\alpha$	$\theta' = \frac{\pi}{2N}\cos^3\beta + ev\alpha$	$\theta' = \frac{\pi}{2N}\cos^3\beta + \frac{2x}{N}\cos^3\beta\operatorname{tg}\alpha + ev\alpha$	$\theta' = \frac{\pi}{2N} + ev\alpha_f$	$\theta' = \frac{\pi}{2N} + \frac{2x}{N}\operatorname{tg}\alpha + ev\alpha_f$
Altura do pé do dente	$h_f = m + c$	$h_f = m + c - xm$	$h_f = m + c$	$h_f = m + c - xm$	$h_f = m + c$	$h_f = m + c - xm$
Altura da cabeça	$h_a = m$	$h_a = m + xm$	$h_a = m$	$h_a = m + xm$	$h_a = m$	$h_a = m + xm$

Tabela 2.4 – Equações para o Traçado do Perfil de Engrenagens Cilíndricas com/sem Correção.

Obs: Segundo NBR – 9438, 1980, a folga do fundo do dente (c) para acabamento superficial do dente retificado é igual a $c = 0,4 m$. O valor padrão é $c = 0,25 m$, também podendo assumir o valor de $c = 0,167$.

Largura da Face (F)		K_m
(in)	(mm)	
<2	50	1,6
6	150	1,7
9	250	1,8
≥ 20	500	2,0

Tabela 3. 1 - Fator de Distribuição de Carga – (K_m).

Confiabilidade (%)	K_R, C_R
90	0,85
99	1,00
99,9	1,25
99,99	1,50

Tabela 3. 2- Fator AGMA (K_R).

	N = 10	N = 15
a ₅	4,39449804940523E-01	1,74105884699748E+00
a ₄	-1,32666945484380E+00	-5,06012004044169E+00
a ₃	1,55814229859243E+00	5,53279686097085E+00
a ₂	-8,92580154368261E-01	-2,77063745943815E+00
a ₁	1,69499867382001E-01	4,469838234360085E-01
a ₀	2,64155967822777E-01	3,60035456753288E-01
	N = 20	N = 25

a ₅	2,81926359608769E+00	2,26844660309871E+00
a ₄	-8,16581064039201E+00	-6,60179054197943E+00
a ₃	8,8060098952558E+00	7,04816100489552E+00
a ₂	-4,21291397248751E+00	-3,10447456911970E+00
a ₁	5,59534365393802E-01	5,75946863561967E-02
a ₀	4,63266609857694E-01	6,12521750536274E-01
	N = 28	N = 29
a ₅	1,63866005103046E+00	1,53476462028630E+00
a ₄	-4,77234733773618E+00	-4,40942757423909E+00
a ₃	4,97052739213541E+00	4.45280332530820E+00
a ₂	-1,86637222024001E+00	-1,47311912288933E+00
a ₁	-4,00006386020777E-01	-5,70485822655883E-01
a ₀	7,14471890344036E-01	7,51887123282003E-01
	N = 30	N = 40
a ₅	1,75475653424292E+00	-3,31672902163336E+00
a ₄	-4,86880461098917E+00	1,08207501970028E+01
a ₃	4,65013661896955E+00	-1,41583320464997E+01
a ₂	-1,31180884874266E+00	9,82554332782456E+00
a ₁	-7,28926726714235E-01	-4,17967653934238E+00
a ₀	7,92582392061242E-01	1,30470689083410E+00

Tabela 3.3 – Coeficientes das Equações de j para ζ (0,1).

	N = 10	N = 15
b ₃	2,35114505372849E-02	4,24082840697793E-03
b ₂	-3,70484767324228E-02	5,40925702347863E-02
b ₁	-6,51782010516939E-02	-2,33509193235037E-01
b ₀	2,90576649037031E-01	4,24654846301310E-01
	N = 20	N = 25
b ₃	-4,77517341905696E-02	-1,23168124191011E-01
b ₂	2,35509106410746E-01	4,72303640932239E-01
b ₁	-4,73795250659578E-01	-7,45720136956407E-01
b ₀	5,54427737391445E-01	6,76321479914354E-01
	N = 30	N = 50
b ₃	-2,07030636174750E-01	-5,14067725734094E-01
b ₂	7,23405382572992E-01	1,60240128909015E+00
b ₁	-1,01492039256348E+00	-1,89675632993357E+00
b ₀	7,85853691519046E-01	1,11097626798888E+00
	N = 100	N = 1000
b ₃	-9,55002938431335E-01	-1,63079003068765E+00
b ₂	2,81921635059416E+00	4,63929647313319E+00
b ₁	-3,05216324751615E+00	-4,71830473011119E+00
b ₀	1,50227507245853E+00	2,03563425739001E+00

Tabela 3.4 – Coeficientes das Equações de j para $\zeta(0,5,1)$.

	c_1	c_0
b_3	-4,74896593945174E-01	1,30342523298815E+00
b_2	1,35269390876435E+00	-3,62174486166810E+00
b_1	-1,35722080769088E+00	3,41832013386102E+00
b_0	5,10486379714333E-01	-9,31869071864429E-01

Tabela 3.5 – Coeficientes das Equações Logarítmicas para $\zeta (0,5,1)$.