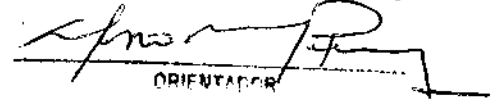


Este exemplar corresponde à redação final
da tese defendida por Vicente Dias
Spinelli Junior e aprovada
pela comissão julgadora em 02/12/1997


ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Análise de Testes em Poços Não Surgentes Sob Condições de Fluxo Bifásico Óleo-Água

Autor: **Vicente Dias Spinelli Junior**

Orientador: **Alvaro Marcello Marco Peres**

Co-Orientador: **Antonio Cláudio de França Corrêa**

12/1997

Sp46a

33964/BC

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Análise de Testes em Poços Não Surgentes Sob Condições de Fluxo Bifásico Óleo-Água

Autor: Vicente Dias Spinelli Junior

Orientador: Alvaro Marcello Marco Peres

Co-Orientador: Antonio Cláudio de França Corrêa

Curso: Engenharia de Petróleo

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 1997

S.P. - Brasil

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	
V.	Ex.
IMPRESSO	BC/33964
PREÇO	395/98
C	☐
D	☒
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	27/05/98
N.º CPD	

CM-00112966-B

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Sp46a

Spinelli Junior, Vicente Dias

Análise de testes em poços não surgentes sob condições de fluxo bifásico óleo-água. / Vicente Dias Spinelli Junior.--Campinas, SP: [s.n.], 1997.

Orientadores: Alvaro Marcello Marco Peres, Antonio Cláudio de França Corrêa.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Poços de petróleo - Testes. 2. Escoamento bifásico
3. Engenharia do petróleo. I. Peres, Alvaro Marcello Marco. II. Corrêa, Antonio Cláudio de França. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

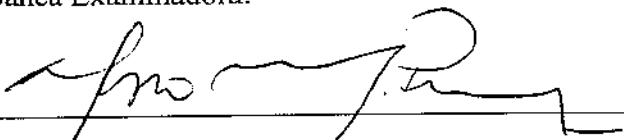
**Análise de Testes em Poços Não Surgentes
Sob Condições de Fluxo Bifásico Óleo-Água**

Autor: Vicente Dias Spinelli Junior

Orientador: Alvaro Marcello Marco Peres

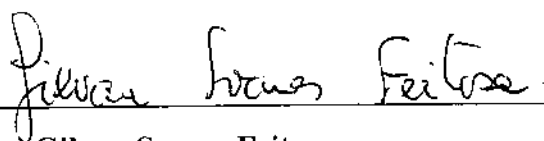
Co-Orientador: Antonio Cláudio de França Corrêa

Banca Examinadora:



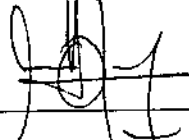
Prof. Dr. Alvaro Marcello Marco Peres, Presidente

PETROBRÁS/CENPES



Prof. Dr. Gilvan Soares Feitosa

PETROBRÁS/E&P SE-AL



Prof. Dr. Osvair Vidal Trevisan

UNICAMP/FEM

Campinas, 02 de dezembro de 1997

Dedicatória

À minha querida esposa Sandra, pela confiança e apoio.

Às minhas adoráveis filhas Larissa, Giovanna e Isabela, pela paciência e compreensão.

Aos meus pais, Vicente e Gracinda, por me guiarem sempre pelos melhores caminhos.

Agradecimentos

Aos meus orientadores, Prof. Dr. Alvaro Marcello Marco Peres e Prof. Dr. Antonio Cláudio de França Corrêa, pelas sugestões, incentivo e confiança em mim depositada. Agradeço especialmente a dedicação, o profissionalismo e a paciência demonstrados pelo Dr. Alvaro quando no exercício da árdua função de orientar.

Aos membros da Banca Examinadora, Dr. Gilvan Soares Feitosa e Prof. Dr. Osvair Vidal Trevisan, pelos valiosos comentários e sugestões.

Ao Prof. Dr. Denis José Schiozer, pelos esclarecimentos sobre simulação de reservatórios.

Aos demais professores e aos funcionários do Departamento de Engenharia de Petróleo da UNICAMP, pela dedicação.

Aos colegas do curso de mestrado, pela amizade e companheirismo.

Aos colegas da PETROBRÁS S/A, pela amizade, apoio e estímulo.

À UNICAMP, pelo suporte tecnológico.

À PETROBRÁS S/A, pela oportunidade concedida para a minha participação no Curso de Mestrado e pelo suporte financeiro despendido para tal.

*A Luz, o sol, o ar livre
envolvem o sonho do engenheiro.
O engenheiro sonha com coisas claras:
superfícies, tênis, um copo de água,
o lápis, o esquadro, o papel;
o desenho, o projeto, o número:
o engenheiro pensa o mundo justo
mundo que nenhum véu encobre.*

(João Cabral de Melo Neto)

Resumo

SPINELLI Jr., Vicente Dias, *Análise de Testes em Poços não Surgentes Sob Condições de Fluxo Bifásico Óleo-Água*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1997. 190 p. Dissertação (Mestrado)

Os métodos existentes para a análise de testes em poços não surgentes pressupõem fluxo monofásico. Este trabalho investiga os efeitos do fluxo bifásico óleo-água na análise de testes deste tipo. O estudo baseia-se em um simulador numérico radial, totalmente implícito, que acopla modelos para o fluxo isotérmico bifásico óleo-água no poço e reservatório. O modelo de poço reproduz a condição de contorno interna de um poço não surgente não considerando os efeitos inerciais e de fricção. Duas situações que resultam em fluxo bifásico óleo-água em um teste são analisadas: (1) perfil de saturação inicial de água uniforme no reservatório e superior à saturação de água crítica, e (2) presença de uma região de maior saturação de água próxima ao poço. O comportamento no tempo e no espaço de importantes variáveis, tais como, saturação de água, mobilidade total, fluxo fracionário, fator de película aparente, é mostrado para os casos simulados. Comparações entre as respostas bifásicas no fluxo e estática e as respectivas soluções analíticas monofásicas são realizadas. Alguns métodos monofásicos de interpretação são aplicados aos casos simulados e as respostas comparadas aos dados de entrada do simulador. As principais conclusões são: (1) os métodos monofásicos podem ser usados para analisar a resposta bifásica de um poço não surgente, desde que a saturação inicial no reservatório seja constante e, (2) quando existe uma pequena a média zona de invasão próxima ao poço, a interpretação do período da estática por métodos monofásicos resulta em uma boa estimativa da mobilidade total da zona não invadida. O valor do fator de película calculado pelo período de estática tem uma parcela aparente, que representa a queda de pressão adicional provocada pela existência de uma zona de mobilidade alterada próxima ao poço no instante do fechamento. A mobilidade total e o fator de película calculados a partir da interpretação do período de fluxo podem não ser representativas das propriedades da zona não invadida.

Palavras Chave

- Poços Não Surgentes, Análise de Testes, Fluxo Bifásico Óleo-Água

Abstract

SPINELLI Jr., Vicente Dias, *Well Test Analysis in Slug Tests and DST's Under Water-Oil Two-Phase Flow Conditions*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1997. 190 p. Dissertação (Mestrado)

Existing methods for the analysis of Slug Tests and DrillStem Tests (DST's) are based on single-phase flow theory. This work considers the effects of the water-oil two-phase flow on the analysis of these kind of tests. This study is based on a fully implicit radial numerical model, which couples the wellbore and reservoir equations for isothermal water-oil two-phase flow. The wellbore model reflects the Slug and DST's inner boundary conditions for cases where inertial and frictional effects are assumed to be negligible. Two situations that result in oil-water flow in a test are considered: (1) initial water saturation profile over the whole reservoir is uniform and above connate water saturation value, and (2) presence of a region of higher water saturation next to the wellbore. The behavior in time and space of important variables such as water saturation, total mobility, fractional flow, apparent skin, is shown for different cases. Simulator results, for both flow and buildup periods, are compared to available single-flow analytical solutions. A few single-flow analysis procedures are applied to synthetic data and compared to the input data values. The main conclusions of this work are: (1) single-phase methods can be used to analyze oil-water slug and buildup data, provided the initial saturation profile is uniform, and (2) when a small to medium invasion zone exists next to the wellbore, single phase analysis methods applied to buildup data give a reliable total mobility estimate of the uninvaded zone. Skin factors calculated from buildup data have an apparent part, which represents an additional pressure drop due to the zone of altered mobility next to the wellbore at the moment of shut-in. Total mobility and skin factor estimates calculated from the flow period may not represent the properties of the uninvaded zone.

Key Words

- Slug Tests, DrillStem Tests, Welltest Analysis, Oil-Water Two-Phase Flow

Índice

Lista de Figuras..... x

Lista de Tabelas..... xiv

Nomenclatura..... xv

1. Introdução..... 1

2. Revisão da Literatura..... 6

 2.1 Testes transientes em poços..... 6

 2.2 Análise de *Drillstem Tests* em poços não surgentes..... 8

 2.3 Fluxo multifásico na análise de testes 9

3. Formulação do Modelo do Problema 14

 3.1 Hipóteses utilizadas na modelagem do problema..... 14

 3.2 Modelo matemático do reservatório 17

 3.3 Modelo matemático do poço 21

4. Modelagem Numérica do Problema 29

 4.1 Modelo numérico do reservatório..... 29

 4.2 Modelo numérico do poço 42

 4.3 Acoplamento Poço-Reservatório 44

5. Modelagem Computacional do Problema 49

5.1 Modelo computacional	49
5.2 Validação do Modelo Numérico Computacional	52
6. Análise das Equações no Reservatório e Poço para Fluxo Bifásico Óleo-Água	66
6.1 Estabelecimento de um critério para exclusão dos termos de segunda ordem na equação para fluxo bifásico óleo-água	68
6.2 Análise de não-linearidades na equação governante do fluxo bifásico óleo-água em poços não surgentes	74
6.3 Análise das não linearidades da equação no poço (CCI) para fluxo bifásico óleo-água em poços não surgentes	78
7. Análise de Casos Simulados com Saturação de Água Inicial Uniforme	83
7.1 Caracterização dos casos estudados	83
7.2 Comparação entre a resposta bifásica e a solução analítica monofásica	94
7.3 Análise das equações bifásicas no reservatório e poço para os casos estudados	102
7.4 Aplicação de métodos monofásicos de análise aos casos simulados	110
8. Análise de Casos Simulados com Saturação de Água Inicial Não Uniforme	120
8.1 Caracterização dos casos estudados	120
8.2 Comparação entre a resposta bifásica e a solução analítica monofásica da zona não invadida	137
8.3 Aplicação de métodos monofásicos de análise aos Casos G e H	141
9. Conclusões e Recomendações	154
9.1 Conclusões	154
9.2 Recomendações	157
Referências Bibliográficas	158
Anexos	164
I. Derivadas da Matriz Jacobiana	164
II. Metodos Monofásicos Utilizados	185

Lista de Figuras

1.1 - Esquema de um <i>DST</i> típico (adaptado de Corrêa, 1988)	3
1.2 - Comportamento de pressão típico de um <i>DST</i> com 2 fluxos e 2 estáticas.....	3
3.1 - Modelo físico do sistema reservatório-poço	16
3.2 - Representação da condição de contorno interna durante o fluxo	21
3.3 - Representação da condição de contorno interna durante a estática.....	25
4.1 - Bloco típico para um modelo radial (adaptado de Aziz <i>et al.</i> , 1979).....	30
4.2 - Bloco típico para um modelo de seção transversal (adap. de Aziz <i>et al.</i> , 1979).....	30
4.3 - Esquema de bloco centrado igualmente espaçado em Ω	31
4.4 - Esquema representativo da matriz Jacobiana	41
4.5 - Esquema representativo da matriz Jacobiana, incluindo as equações de resíduos no poço	48
5.1 - Fluxograma simplificado do modelo computacional	51
5.2 - Caso 1 - Comparação entre a solução numérica e a analítica para diferentes fatores de película	57
5.3 - Caso 2 - Curvas de permeabilidades relativas.....	57
5.4 - Caso 2 - Comparação entre a solução numérica para fluxo bifásico com $M=1$ e a analítica para fluxo monofásico para diferentes fatores de película	58
5.5 - Caso 3 - Conjuntos de curvas de permeabilidades relativas	60
5.6 - Caso 3 - Comparação entre as soluções numéricas calculadas pelos simuladores IMEX e o deste trabalho para dois diferentes conjuntos de curvas de permeabilidades relativas ..	60
5.7 - Caso 3 - Comparação entre as vazões calculadas pelos simuladores IMEX e o deste trabalho para dois diferentes conjuntos de curvas de permeabilidades relativas.....	61
5.8 - Caso 4 - Comparação entre a solução numérica e a analítica para diferentes fatores de película	65

5.9 - Caso 5 - Comparação entre a solução numérica para fluxo bifásico e a solução analítica para fluxo monofásico para diferentes fatores de película	65
7.1 - Casos A a F - Curvas de permeabilidades relativas	87
7.2 - Casos A a F - Mobilidade total dos conjuntos de curvas de permeabilidades relativas...	88
7.3 - Casos A a F - Comportamento da pressão de fundo	88
7.4 - Casos A a F - Vazão de óleo (condições de reservatório).....	89
7.5 - Casos A a F - Vazão de água (condições de reservatório)	89
7.6 - Casos A a F - Vazão total (condições de reservatório)	90
7.7 - Caso C - Saturação de água ao longo do raio durante o fluxo	91
7.8 - Caso C - Saturação de água ao longo do raio durante a estática	91
7.9 - Caso C - Pressão ao longo do raio durante o fluxo	92
7.10 - Caso C - Pressão ao longo do raio durante a estática	92
7.11 - Caso B - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo para t_{D1b} , C_{FD1b} e s	97
7.12 - Caso B - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo para t_{D1b} , C_{FD2b} e s	97
7.13 - Caso B - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo para t_{D2b} , C_{FD3b} e s	98
7.14 - Caso B - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica da estática para t_{D1b} , t_{pD1b} , C_{FD1b} , C_{SD1b} e s	98
7.15 - Caso B - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica da estática para t_{D1b} , t_{pD1b} , C_{FD2b} , C_{SD1b} e s	99
7.16 - Caso B - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica da estática para t_{D2b} , t_{pD2b} , C_{FD3b} , C_{SD2b} e s	99
7.17 - Caso D - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo para t_{D1b} , C_{FD1b} , e s	100
7.18 - Caso F - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo para t_{D1b} , C_{FD1b} , e s	100
7.19 - Caso D - Verificação da relação entre a resposta simulada bifásica para poço não surgente e a derivada da solução analítica monofásica para poço surgente	101
7.20 - Casos A a F - Critério teórico (Inequação 6.16) para eliminação dos termos de segunda ordem na equação governante do fluxo bifásico óleo-água.....	104

7.21 - Caso C - Composição do critério teórico para eliminação dos termos de segunda ordem na equação governante do fluxo bifásico óleo-água.....	105
7.22 - Caso D - Composição do critério teórico para eliminação dos termos de segunda ordem na equação governante do fluxo bifásico óleo-água.....	105
7.23 - Caso F - Composição do critério teórico para eliminação dos termos de segunda ordem na equação governante do fluxo bifásico óleo-água.....	106
7.24 - Caso D - Verificação do critério aproximado para eliminação do termo quadrático da pressão na equação governante do fluxo bifásico óleo-água.....	106
7.25 - Caso C - Verificação do critério aproximado para eliminação do termo de segunda ordem na saturação na equação governante do fluxo bifásico óleo-água.....	107
7.26 - Casos A a F - Variação do parâmetro η_1	107
7.27 - Casos A a F - Variação do parâmetro η_2	108
7.28 - Casos A a F - Variação do parâmetro ψ_1 (fluxo).....	108
7.29 - Casos A a F - Variação do parâmetro ψ_2 (fluxo).....	109
7.30 - Casos A a F - Variação do parâmetro ω (estática).....	109
7.31 - Caso B - Método da Vazão Normalizada (fluxo).....	113
7.32 - Caso B - Método da Convolução (fluxo).....	113
7.33 - Caso B - Gráfico Diagnóstico (estática).....	117
7.34 - Caso B - Método de Horner com Superposição (estática).....	117
7.35 - Caso B - Método de Peres 2 (Estática).....	118
8.1 - Casos G e H - Esquema representativo da distribuição da saturação inicial de água no reservatório.....	125
8.2 - Casos G e H - Comportamento da pressão de fundo.....	125
8.3 - Casos G e H - Vazão de óleo (condições de reservatório).....	126
8.4 - Casos G e H - Vazão de água (condições de reservatório).....	126
8.5 - Casos G e H - Vazão total (condições de reservatório).....	127
8.6 - Casos G e H - Fluxo fracionário (fluxo) e <i>holdup</i> de água (estática).....	127
8.7 - Casos G e H - Coeficiente de estocagem no fluxo.....	128
8.8 - Casos G e H - Variação da saturação de água no primeiro bloco.....	128
8.9 - Caso G - Saturação de água ao longo do raio durante o fluxo.....	129
8.10 - Caso H - Saturação de água ao longo do raio durante o fluxo.....	129
8.11 - Caso G - Mobilidade total ao longo do raio durante o fluxo.....	130

8.12 - Caso H - Mobilidade total ao longo do raio durante o fluxo.....	130
8.13 - Caso G - Saturação de água ao longo do raio durante a estática.....	131
8.14 - Caso H - Saturação de água ao longo do raio durante a estática.....	131
8.15 - Caso G - Mobilidade total ao longo do raio durante a estática	132
8.16 - Caso G - Mobilidade total ao longo do raio durante a estática	132
8.17 - Caso G - Pressão ao longo do raio durante o fluxo.....	133
8.18 - Caso H - Pressão ao longo do raio durante o fluxo.....	133
8.19 - Caso G - Pressão ao longo do raio durante a estática.....	134
8.20 - Caso H - Pressão ao longo do raio durante a estática.....	134
8.21 - Caso G - Fator de película aparente	135
8.22 - Caso H - Fator de película aparente	135
8.23 - Caso G - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo, considerando as propriedades da zona não invadida e $s=0.0$	139
8.24 - Caso G - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo, considerando as propriedades da zona não invadida e $s=1.0$	139
8.25 - Caso H - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo, considerando as propriedades da zona não invadida e $s=0.0$	140
8.26 - Caso H - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo, considerando as propriedades da zona não invadida e $s=4.0$	140
8.27 - Caso G - Método da Vazão Normalizada (fluxo)	142
8.28 - Caso G - Método da Convolução (fluxo).....	143
8.29 - Caso H - Método da Vazão Normalizada (fluxo)	143
8.30 - Caso H - Método da Convolução (fluxo).....	144
8.31 - Caso G - Gráfico Diagnóstico (estática).....	147
8.32 - Caso H - Gráfico Diagnóstico (estática).....	147
8.33 - Caso G - Método de Horner com Superposição (estática)	148
8.34 - Caso G - Método de Peres 2 (estática)	148
8.35 - Caso H - Método de Horner com Superposição (estática)	149
8.36 - Caso H - Método de Peres 2 (estática)	149

Lista de Tabelas

3.1 - Resumo da modelagem matemática do problema.....	28
5.1 - Dados utilizados para o Caso 1 - monofásico surgente.....	56
5.2 - Dados utilizados para o Caso 3 - bifásico surgente.....	59
5.3 - Dados utilizados para o Caso 4 - monofásico não surgente.....	64
6.1 - Equações para o problema do DST no caso monofásico.....	67
7.1 - Dados comuns aos Casos A a F.....	86
7.2 - Diferenças nos Casos estudados.....	87
7.3 - Casos A a F - Variação da saturação de água no primeiro bloco.....	90
7.4 - Casos A a F - Resultados obtidos da simulação.....	93
7.5 - Casos A a F - Comparação dos resultados da análise do fluxo com os valores da simulação.....	114
7.6- Casos A a F - Comparação das permeabilidades efetivas obtidas da análise do fluxo com os valores da simulação.....	114
7.7 - Casos A a F - Comparação dos resultados da análise da estática com os valores da simulação.....	118
8.1 - Casos G e H - Resultados obtidos da simulação.....	136
8.2 - Casos G e H - Comparação dos resultados da análise do fluxo com os valores da simulação.....	144
8.3 - Casos G e H - Comparação dos resultados da análise da estática com os valores da simulação.....	150

Nomenclatura

Letras Latinas

- A = área da interface do bloco, m^2
- A_c = área da seção transversal da coluna, m^2
- b_l = inverso do fator volume de formação da fase l , m^3/m^3
- B_l = fator volume de formação da fase l , m^3/m^3
- $\bar{c}$ = compressibilidade isotérmica média, $1/Pa$
- C_F = coeficiente de estocagem durante o fluxo, m^3/Pa
- C_{FD} = coeficiente de estocagem adimensional durante o fluxo, adimensional
- c_l = compressibilidade isotérmica da fase l , $1/Pa$
- c_r = compressibilidade da rocha, $1/Pa$
- C_S = coeficiente de estocagem durante a estática, m^3/Pa
- C_{SD} = coeficiente de estocagem adimensional durante a estática, adimensional
- c_t = compressibilidade total do sistema, $1/Pa$
- c_{wf} = compressibilidade do fluido presente no poço, $1/Pa$
- f_g = fator dependente da geometria no termo da transmissibilidade, m^3
- f_p = fator dependente da pressão no termo da transmissibilidade, $m^3/(m^3.Pa.s)$
- f_s = fator dependente da saturação no termo da transmissibilidade, fração
- f_w = fluxo fracionário instantâneo de água, fração
- F_l = função resíduo da fase l , m^3/s
- g = constante de aceleração gravitacional, m/s^2
- H_l = concentração da fase l no poço (*holdup*), fração

- h = espessura porosa, m
 k = permeabilidade absoluta, m²
 k_r = permeabilidade absoluta na direção radial, m²
 k_{r_l} = permeabilidade relativa à fase l , fração
 L = altura da coluna de fluidos, m
 m = inclinação do método da Vazão Normalizada, s
 m = inclinação do método da Convolução, s
 m_2 = inclinação do método de Peres2, Pa
 m_H = inclinação do método de Horner com superposição, Pa
 M = razão de mobilidades, adimensional
 N = número de blocos na direção r , adimensional
 p = pressão, Pa
 p_D = pressão adimensional, adimensional
 p_i = pressão inicial no reservatório, Pa
 p_o = pressão de fluxo inicial no poço (pressão do colchão), Pa
 p_{scD} = diferença de pressão adimensional durante a estática para o problema de vazão na superfície constante, adimensional
 p_w = pressão no poço, Pa
 p_{wcD} = queda de pressão adimensional durante o fluxo para o problema de vazão na superfície constante
 p_{wD} = queda de pressão adimensional no poço para qualquer tempo adimensional t_D durante o DST, adimensional
 p_{wf} = pressão no poço durante o fluxo, Pa
 p_{ws} = pressão no poço durante a estática, Pa
 $\tilde{q}_c$ = fluxo de saída de massa do componente c por unidade de volume do meio poroso, (kg/s)/m³
 $\tilde{Q}_l$ = vazão volumétrica da fase l , medida em condições padrão, por unidade de volume do reservatório, (m³/s)/m³
 q_l = vazão volumétrica da fase l , medida em condições de reservatório, m³/s
 Q_l = vazão volumétrica da fase l , medida em condições padrão, (m³/s)/m³

r	= distância radial em relação ao poço, m
r_D	= raio adimensional, adimensional
r_e	= raio externo do reservatório, m
r_f	= raio da zona invadida, m
r_p	= raio da coluna de tubos no DST, m
r_w	= raio do poço, m
s	= fator de película, adimensional
s_{ap}	= fator de película aparente, adimensional
S_l	= saturação da fase l , fração
S_{w_c}	= saturação de água conata, fração
$\overline{S_w}$	= saturação de água média atrás da frente de avanço (Buckley-Leverett), fração
t	= tempo, s
t_e	= tempo total da estática, s
t_{eR}	= tempo equivalente (radial), s
t_{mH}	= tempo de Horner com múltiplas vazões, adimensional
t_p	= tempo total do fluxo, s
T_l	= transmissibilidade da fase l , $m^3/(Pa.s)$
U	= função que assume o valor 1 quando fluxo ocorre da célula $i+l$ para i ; ou o valor 0 em caso contrário, adimensional
V	= volume, m^3
V_c	= volume da câmara de estocagem, m^3
WI	= fator geométrico do poço (<i>Well Index</i>), m^3
W_i	= volume de fluidos injetado, m^3

Letras Gregas

α	= relação entre os raios das interfaces de um bloco, adimensional
α_1	= constante de conversão de unidades. Para o sistema SI modificado utilizado nos casos apresentados neste trabalho vale 119.586543

α_2 = constante de conversão de unidades. Para o sistema SI modificado utilizado nos casos apresentados neste trabalho vale 0.000348423.

$\Delta\Omega$ = distância radial linearizada, adimensional

Δt = tempo decorrido de fechamento, s

ϕ = porosidade do meio poroso, fração

$\bar{\gamma}$ = densidade média, Pa/m

γ_l = densidade de cada fase l , Pa/m

η_1, η_2 = parâmetros de análise das não linearidades da equação governante do fluxo bifásico óleo-água (Capítulo 6), adimensional

λ_l = mobilidade da fase l , $m^2/(Pa.s)$

λ_t = mobilidade total, $m^2/(Pa.s)$

μ_l = viscosidade da fase l , Pa.s

ω = parâmetro de análise das não linearidades da equação no poço para fluxo bifásico óleo-água durante o período de estática (Capítulo 6), adimensional

ρ_l = massa específica da fase l , kg/m^3

ψ_1, ψ_2 = parâmetros de análise das não linearidades da equação no poço para fluxo bifásico óleo-água durante o período de fluxo (Capítulo 6), adimensional

Operadores

Δ = diferença

$\Delta_t u = u^{n+1} - u^n$ = diferença na derivada do tempo

F = vetor das funções resíduo

$\langle J \rangle$ = matriz Jacobiana

X = vetor das incógnitas

$\bar{u}$ = média da variável u

$u|_{p_i}$ = valor da variável u calculado na pressão inicial

Superescritos

n = passo de tempo ($n=0, 1, 2, \dots$)

ν = iteração

ref = calculado na pressão de referência

Subscritos

b = condições bifásicas óleo-água

i = bloco genérico

$i \pm \frac{1}{2}$ = interfaces do bloco

l = fase (o - óleo; w - água)

max = máximo

min = mínimo

mist = mistura água/óleo

o = componente ou fase óleo

sc = condições padrões (*standard conditions*)

w = componente ou fase água; poço

Abreviaturas

CCI Condição de contorno interna

CCE Condição de contorno externa

CI Condição inicial

DST *DrillStem Tests*, ou seja, testes realizados com coluna de perfuração ou produção e com fechamento no fundo. No Brasil, TFR's ou TF's.

RGO Razão Gás Óleo

TF Teste de Formação

TFR Teste de Formação a Poço Revestido

Siglas

CMG Computer Modelling Group, empresa que comercializa o simulador IMEX.

UNICAMP Universidade Estadual de Campinas

Capítulo 1

Introdução

Testes em poços de petróleo envolvem a criação de uma perturbação em um ou mais poços e a observação do efeito no poço perturbado e seus vizinhos. Matematicamente, a análise de testes em poços representa a resolução do problema inverso, ou seja, uma vez disponível a resposta do sistema à perturbação, procuramos um modelo matemático cuja solução mais se ajuste à resposta medida. Estes testes são realizados visando obter um conhecimento quantitativo e qualitativo do poço e reservatório sendo testado.

A análise de testes em poços vem sendo utilizada ao longo das últimas cinco décadas como uma importante ferramenta de avaliação das formações potencialmente produtoras. Originalmente os testes eram realizados basicamente visando determinar a qualidade do poço ou estimar as vazões produtoras sob diferentes pressões de produção. Hoje em dia os testes buscam melhor caracterizar o reservatório testado (rocha e fluido) sob condições dinâmicas de fluxo. A interpretação de testes evoluiu para um campo bastante sofisticado, capaz não só de apontar o motivo de uma baixa produtividade (em função da determinação da razão de dano, permeabilidade da formação, pressão estática da formação etc.), como também de fornecer estimativas da geometria do reservatório (em função das barreiras identificadas dentro do raio de investigação do teste). Tal evolução foi impulsionada pelo desenvolvimento de novas ferramentas, o que resultou em testes mais elaborados, pelo aprimoramento dos equipamentos e técnicas de aquisição de dados, o que acarretou medições mais precisas, e, devido ao refinamento crescente nos métodos de análise dos testes.

Existem diversos tipos de testes em poços, entretanto esse estudo versará sobre os dois tipos de testes mais empregados na prática da indústria: os *Drillstem Tests* e os *Slug Tests*.

O *Drillstem Test* ou *DST* é uma completação temporária realizada no poço, objetivando testar a formação produtora e, assim, caracterizá-la sob condições dinâmicas de fluxo. É também utilizado em zonas produtoras já desenvolvidas para monitorar o reservatório e as

condições do poço. Este tipo de teste recebe no Brasil a denominação TFR (Teste de Formação à Poço Revestido) ou TF (Teste de Formação), dependendo se realizado a poço revestido ou não, respectivamente. Maiores detalhes sobre a programação, os equipamentos e os procedimentos padrões a serem seguidos na realização de um *DST* podem ser obtidos, por exemplo, em Black (1956), van Poolen (1961), McAlister, Nutter e Lebourg (1965), Matthews *et al.* (1967), Earlougher (1977) e Erdle (1984).

A ferramenta de teste utilizada nos *DST*'s é composta essencialmente de uma coluna de tubos de produção (*tubing*) ou de perfuração (*drill pipes*), combinadas com um obturador (*packer*), uma válvula e registradores de pressão (ver Figura 1.1). A Figura 1.2 mostra um registro da pressão com o tempo típico para um *DST* composto de 2 fluxos (a-b, d-e) e 2 estáticas (b-c, e-f). Geralmente é colocado um “colchão” de fluido acima da válvula para diminuir o diferencial imposto à formação quando a válvula é aberta. Dependendo do tipo de válvula utilizada, podem ser realizadas tantas seqüências de fluxos e estáticas quantas se queira. A análise da resposta do sistema poço-reservatório a estas perturbações a ele impostas é que possibilita a estimativa de características do sistema.

A abertura da válvula impõe uma brusca queda de pressão à face da formação, que passa então a produzir fluido do reservatório para dentro do poço. O acúmulo do fluido dentro da tubulação e conseqüente aumento do nível de fluido lá existente, causa uma crescente contrapressão na formação, resultando em uma tendência de diminuição da vazão de fluxo. Quando o reservatório não tem energia suficiente para fazer estes fluidos atingirem a superfície, dizemos que o poço é não surgente. Neste caso, o período de fluxo representa essencialmente um teste do tipo *slug test*, bastante utilizado na Hidrologia, e que consiste no monitoramento da mudança no nível da água após a remoção ou introdução de certa quantidade (“*slug*”) de água da formação. Assim, por analogia, denominamos de *Slug Test* ao período de fluxo de um *DST* em um poço não surgente.

Após o fechamento da válvula, o fluido existente na câmara de estocagem (volume compreendido entre a parte inferior da válvula e o fundo do poço) é comprimido continuamente devido a produção de fluidos do reservatório, até que seja atingida uma situação de equilíbrio, na qual a pressão na câmara é igual a pressão estática do reservatório.

Embora maior atenção tenha sido dada pela literatura aos testes em poços surgentes, a maioria dos testes realizados no Brasil são em poços não surgentes. A não surgência está relacionada com a incapacidade do reservatório de suprir energia suficiente para elevar os fluidos até a superfície, o que, por sua vez, está intimamente relacionado com características

do reservatório e do fluido. De um modo geral, poços em reservatórios depletados, de baixa permeabilidade e contendo um fluido de alta viscosidade e baixa solubilidade são mais propícios a serem não surgentes.

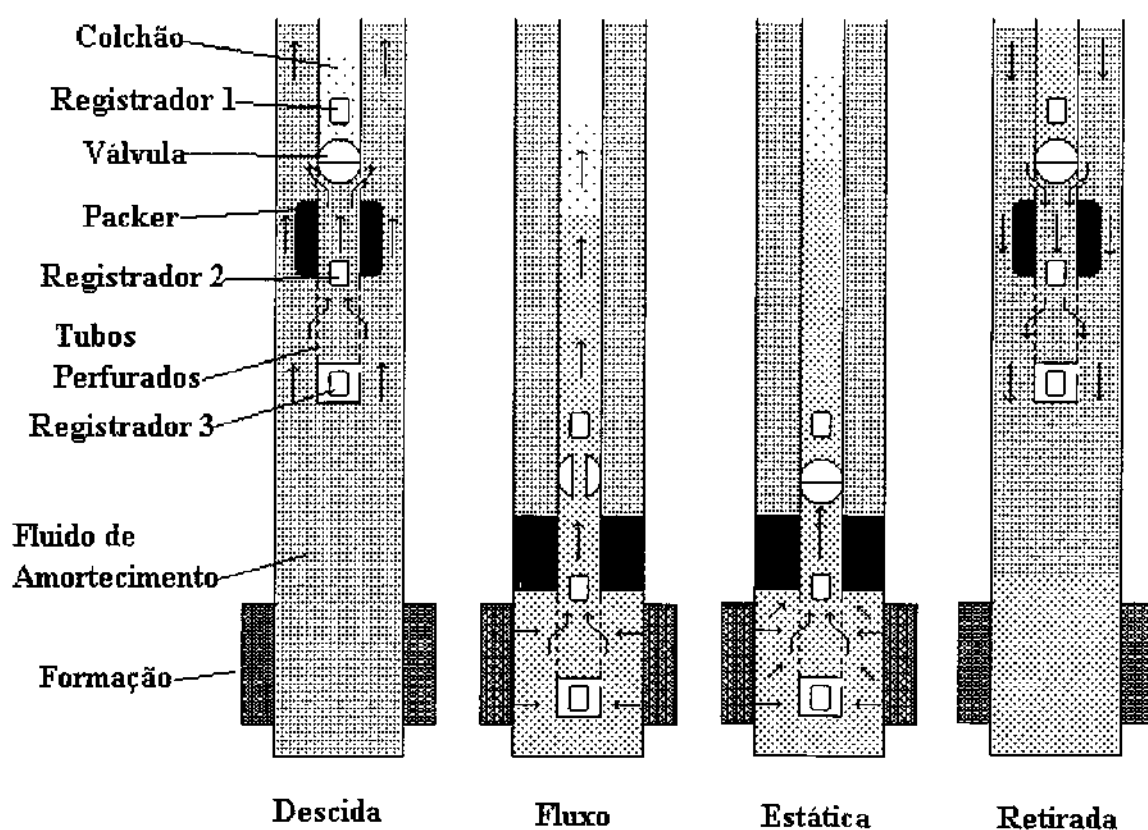


Figura 1.1 - Esquema de um *DST* típico (adaptado de Corrêa, 1988)

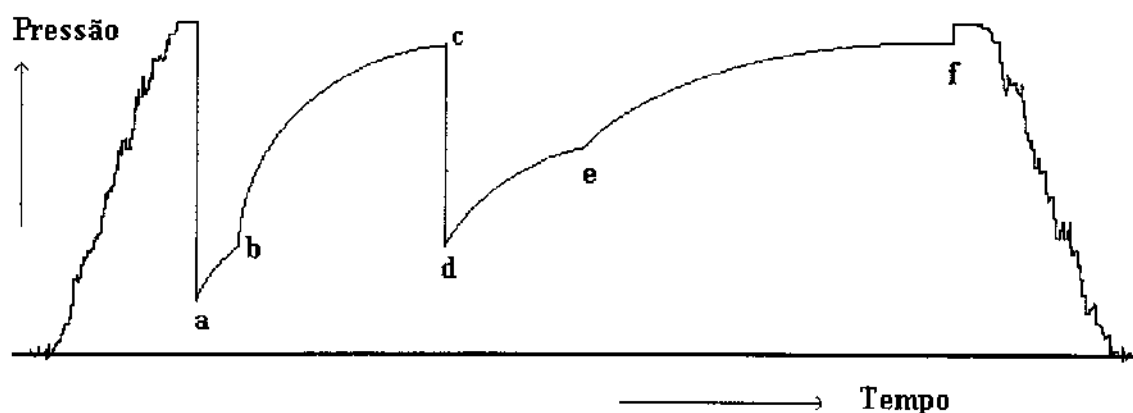


Figura 1.2 - Comportamento de pressão típico de um *DST* com 2 fluxos e 2 estáticas

A interpretação do teste não surgente apresenta algumas dificuldades adicionais, principalmente devido aos tempos empregados serem geralmente curtos e à variação contínua da vazão durante o fluxo. Embora o problema tenha sido satisfatoriamente resolvido, os atuais métodos de análise pressupõem fluxo monofásico e foram desenvolvidos com base na equação da difusividade considerando as hipóteses simplificadoras de praxe, o que implica que eles podem não ser aplicáveis quando ocorre fluxo multifásico. Perrine (1956) e Martin (1959) propuseram modificações ao problema do fluxo monofásico de modo que a teoria monofásica pudesse ser utilizada em testes com fluxo multifásico. Todavia, o desenvolvimento da teoria de Perrine-Martin despreza os termos de segunda ordem envolvendo os gradientes de pressão e saturação.

Em poços de baixa razão de solubilidade, nos quais a presença do gás é mínima, o fluxo multifásico pode se restringir apenas ao fluxo de óleo e água. Abaixo são discutidas algumas das situações que podem levar a ocorrência do fluxo bifásico óleo-água no reservatório durante um teste:

1. Teste em zona de transição, onde existe uma saturação de água maior que a crítica e, portanto, a água também é móvel. Neste caso, além do fluxo bifásico no reservatório, pode ocorrer a produção conjunta de óleo e água no poço desde os tempo iniciais do teste.
2. Teste em zona de óleo após invasão dos fluidos presentes no poço. Neste caso, geralmente ocorre produção de óleo e fluido no poço, enquanto que na maioria do reservatório o fluxo é apenas de óleo.
3. Teste em zona de óleo sujeita a projeto de injeção de água, em uma situação próxima do “breakthrough”. Neste caso há uma região próxima ao poço em que o óleo é móvel e uma região mais afastada em que a água é móvel.
4. Teste em zona de óleo sujeita ao fenômeno de cone de água, devido a proximidade da zona de produção com o contato óleo-água.
5. Teste em zona de óleo sob influência de aquífero lateral.

Note-se que na primeira situação citada acima o perfil inicial de saturação de água no reservatório é uniforme. Nos outros casos o perfil de saturação apresenta uma “quebra” e pode tornar-se uniforme, ou não, no decorrer do teste.

O objetivo desse trabalho é estudar a influência do fluxo simultâneo de óleo e água no meio poroso na interpretação de testes em poços não surgentes. O estudo investiga a resposta bifásica do teste em poço não surgente em duas situações: (1) quando a saturação inicial de

água é uniforme ao longo de todo o reservatório e seu valor é superior à saturação de água crítica, e (2) quando a saturação inicial de água é maior em uma pequena região próxima ao poço. Procura-se avaliar os erros envolvidos na utilização da teoria monofásica para o caso de fluxo bifásico óleo-água nestas duas situações. O estudo é baseado em um modelo numérico computacional desenvolvido neste trabalho, capaz de simular o comportamento de um teste não surgente em um reservatório infinito, possibilitando a descrição do comportamento da pressão no poço e determinação do perfil de saturação e pressão ao longo do raio.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma:

- No Capítulo 2 é feita uma revisão da literatura sobre testes transientes em poços, análise de testes em poços não surgentes e fluxo multifásico na análise de testes.
- No Capítulo 3 são apresentadas as hipóteses utilizadas na modelagem do problema e descritos os modelos matemáticos do reservatório e poço.
- No Capítulo 4, os modelos numéricos utilizados para o reservatório e poço são formulados.
- No Capítulo 5 é feita uma rápida descrição do modelo computacional desenvolvido e apresentada a validação do modelo de fluxo no reservatório e do modelo acoplado poço-reservatório.
- No Capítulo 6, a equação governante para fluxo bifásico no reservatório é analisada e são estabelecidos critérios que permitem avaliar a importância relativa de seus termos de segunda ordem na pressão e saturação. Também são estabelecidos parâmetros que permitem verificar o grau de não linearidade das equações no reservatório e poço para o problema estudado nesse trabalho.
- No Capítulo 7, o problema do reservatório com saturação inicial uniforme é estudado e discutido. O comportamento no tempo e espaço de diversas variáveis é apresentado para seis diferentes casos. São mostradas comparações entre as respostas bifásicas do fluxo e estática com as respectivas soluções analíticas. Os resultados da aplicação de métodos monofásicos às respostas bifásicas simuladas são apresentados e discutidos.
- O Capítulo 8 trata do problema do reservatório com uma zona invadida próxima ao poço. É feita uma caracterização detalhada de dois casos estudados. É mostrada uma comparação da resposta bifásica no fluxo com a solução analítica monofásica e são apresentados os resultados da aplicação de métodos monofásicos de análise aos dados bifásicos de fluxo e estática.
- No Capítulo 9 são apresentadas as conclusões e recomendações.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

2.1 Testes transientes em poços

Já na década de 30, Moore, Schilthuis e Hurst (1933) sugeriram que o crescimento da pressão de fundo durante a estática poderia ser utilizado para se determinar a permeabilidade da formação. O problema de produção à vazão constante incluindo o conceito de estocagem foi introduzido por van Everdingen e Hurst (1949), que usaram um método gráfico baseado em curvas tipo log-log. Mais tarde, van Everdingen (1953) e Hurst (1953) estenderam esta solução, introduzindo o conceito do fator de película (*skin*) infinitesimal, que foi definido como sendo um impedimento ao fluxo, causado por uma região infinitesimal com permeabilidade alterada ao redor do poço. A queda de pressão adicional, causada por esta região infinitesimal, é proporcional à vazão que sai do reservatório, sendo o comportamento do fluxo nesta região considerado como permanente.

O método introduzido por Horner (1951), cuja interpretação baseia-se na identificação de uma linha reta em um gráfico semilogarítmico, ainda é, sem dúvida, um dos mais utilizados na indústria do petróleo. Outros métodos, ainda bastante populares, foram introduzidos por Miller, Dyes e Hutchinson (1950) e Matthews, Brons e Hazebroek (1954). A interpretação utilizando os métodos baseados no estabelecimento de linhas retas, ficou conhecida como “análise convencional”. Matthews e Russel (1967) apresentam uma discussão bastante detalhada dos métodos convencionais de análise.

A aplicação dos métodos convencionais algumas vezes deixa dúvidas sobre a correta identificação da linha reta a ser traçada. A abordagem baseada em gráficos log-log, introduzida por Agarwal (1970) e McKinley (1971) facilita a identificação do início da reta nos gráficos semilogarítmicos e permite a determinação de parâmetros através da técnica de

“ajuste por curvas tipo”, na qual os dados de campo são ajustados com modelos analíticos durante todo o tempo de teste. A partir de então, houve uma rápida proliferação de gráficos log-log para os mais diferentes modelos de reservatórios. Earlougher (1977) apresenta uma revisão completa sobre os métodos de análise por curvas tipo existentes na época. Gringarten, Bourdet, Landel e Knaifzeff (1979) propuseram uma nova curva tipo para o problema influenciado por estocagem e fator de película que, desde então, passou a ser um padrão largamente utilizado na indústria de petróleo. A grande vantagem da curva tipo proposta por Gringarten *et al.* (1979) foi uma redução considerável no número de curvas apresentadas. Todavia, ainda persistia um problema verificado desde quando se utilizava as curvas tipo de Agarwal (1970): os dados de campo podiam ser ajustados em mais de uma curva ao mesmo tempo, gerando incertezas sobre os parâmetros obtidos do ajuste.

Impulsionado pelo advento dos registradores de alta resolução na década de 80, o uso da derivada da pressão se firmou como uma excelente ferramenta para a identificação de modelos. Bourdet, Whittle, Douglas e Pirard (1983) introduziram a derivada da pressão adimensional na curva tipo de Gringarten *et al.* (1979), aumentando consideravelmente a probabilidade de se obter um ajuste único. Desde o clássico trabalho de Boudert *et al.* (1983), tem sido comum a utilização da derivada da pressão para explicar o comportamento de novos modelos, bem como para estabelecer padrões de identificação. O gráfico da derivada vem sendo utilizado como uma forma de diagnóstico, que é feito com o uso conjunto de dados externos, tais como dados geofísicos, geológicos e de engenharia. A busca de uma melhor integração destes dados de origens diversas parece ser a chave para uma caracterização mais acertada do reservatório. Quanto melhor e mais rapidamente for caracterizado o reservatório, maiores são as chances de uma exploração economicamente bem sucedida da jazida. Neste cenário, a importância da análise de testes como ferramenta auxiliar desta caracterização fica evidente.

Existem muitos outros importantes trabalhos sobre a análise de testes transientes de pressão em poços. Para uma revisão mais completa sobre o assunto, ver, por exemplo, Ramey (1982); Gringarten (1986); Economides, Joseph, Ambrose e Norwood (1990) e Ramey (1992). Também, uma compilação de importantes aspectos da análise de testes, incluindo desenvolvimentos mais recentes, podem ser encontrados em Stretsolva (1988) e Raghavan (1993). No que concerne a esta dissertação, o maior interesse é na análise dos chamados *Drillstem Tests*, particularmente em poços não surgentes influenciados por fluxo multifásico de óleo e água.

2.2 Análise de *Drillstem Tests* em poços não surgentes

2.2.1 Análise do fluxo em testes não surgentes

Conforme citado anteriormente, o fluxo em um poço não surgente se comporta como um *slug test*, que é um tipo de teste bastante popular no campo da Hidrologia. No início da década de 50, Ferris e Knowles (1954), baseados em uma solução assintótica de longo tempo para linha fonte, introduziram um método para se obter uma estimativa da capacidade de fluxo através de um gráfico cartesiano da pressão no poço contra o inverso do tempo. Cooper, Bredehoeft e Papadopulos (1967), apresentaram uma solução para poço de raio finito, bem como curvas tipo, a partir das quais se podia obter a permeabilidade do reservatório e o produto porosidade-compressibilidade. O método de Cooper *et al.* foi adaptado ao problema do fluxo no poço de petróleo não surgente por van Poolen e Weber (1970) e Kohlhaas (1972).

Ramey e Agarwal (1972) incluíram o fator de película infinitesimal nas soluções para *slug tests*. Mais tarde, Ramey, Agarwal e Martin (1975) apresentaram três diferentes formas gráficas da solução para *slug tests*, resultando em curvas tipo log-log e semilogarítmicas. As curvas tipo apresentadas usam como parâmetro o grupo de correlação $C_D \exp(2s)$. Ramey *et al.* (1972) mostraram que, para o fluxo radial em um reservatório homogêneo e infinito, a solução adimensional da pressão para o problema do *slug test* é diretamente proporcional à derivada da solução adimensional do problema clássico de vazão constante com estocagem e fator de película. Peres (1989) e Peres, Onur e Reynolds (1989a), a partir do Princípio de Duhamel, mostraram que a relação apresentada por Ramey *et al.* (1972) é válida para qualquer sistema poço-reservatório e também para qualquer ponto do reservatório. A partir da relação citada, Peres *et al.* (1989a) deduziram uma Solução Geral do *slug test*. Tal solução permite converter a resposta de pressão do *slug test* em dados de pressão e respectiva derivada que seriam obtidos caso o poço produzisse com vazão constante na superfície, incluindo estocagem e fator de película. Os dados convertidos podem, então, ser analisados pelos métodos tradicionais de interpretação de testes com vazão constante na superfície (por exemplo, ajuste a curvas tipo). Peres *et al.* (1989a) apresentaram também métodos de convolução e deconvolução que podem ser aplicados para confirmar a análise feita através de ajuste a curvas tipo. É importante observar que a técnica apresentada por Peres *et al.* (1989a) não necessita do conhecimento ou cálculo das vazões na face da formação e pode ser aplicada a qualquer geometria de fluxo poço-reservatório.

2.2.2 Análise da estática em poços não surgentes

No Capítulo 1 foi visto que a vazão em um *slug test* apresenta valores continuamente decrescentes. Esta inerente característica de variação de vazão contraria a hipótese de vazão constante utilizada na maioria dos métodos convencionais de análise da estática, como por exemplo, o método de Horner (1951). Ainda assim, se a variação de vazão não for muito significativa (Dolan *et al.*, 1957) ou se o tempo de fechamento for grande (Stretsolva, 1988), o uso de uma vazão média para o cálculo da capacidade de fluxo no método de Horner produz resultados razoavelmente precisos.

A utilização do método comumente denominado de “Horner com Superposição de Vazões” é uma maneira de se levar em consideração de forma mais rigorosa na análise da estática os efeitos da variação de vazão ocorrida no fluxo. Este método resulta da aplicação do Princípio da Superposição (Horner, 1951 e Earlougher, 1977) e sua aplicação para testes em poços não surgentes necessita do cálculo das vazões em função do crescimento do nível de fluido na coluna. Este cálculo é feito considerando o crescimento de pressão verificado durante o fluxo e as características da coluna e do fluido, sendo comum, em testes realizados no campo, que as vazões calculadas apresentem um comportamento oscilatório, o que pode comprometer os resultados obtidos da aplicação do método.

Corrêa e Ramey (1987) derivaram uma solução analítica explícita para o problema da estática em um DST em um poço não surgente. Baseados em uma aproximação de longo tempo para esta solução, eles propuseram um método de análise do período de estática que é comumente denominado de método de Corrêa.

Usando o Princípio de Duhamel, Peres (1989) e Peres, Onur e Reynolds (1989b) apresentaram métodos de análise da estática em poços não surgentes que levam em consideração os efeitos da vazão variável durante o fluxo, mas que, ao contrário do método de Horner com Superposição, não necessitam do cálculo explícito destas vazões.

2.3 Fluxo multifásico na análise de testes

Embora a ocorrência de fluxo multifásico seja bastante comum nos reservatórios de petróleo, a grande maioria dos trabalhos desenvolvidos na área de análise de testes baseia-se nas soluções analíticas de problemas envolvendo o fluxo monofásico de um fluido de pequena compressibilidade e viscosidade constante.

As equações para fluxo multifásico foram resolvidas pela primeira vez por Muskat e Meres (1935) para alguns poucos casos especiais. Evinger e Muskat (1942) estudaram o efeito do fluxo multifásico no índice de produtividade e examinaram o fluxo radial permanente para óleo e gás em um meio poroso. Eles mostraram que, sob condições de fluxo radial permanente, a vazão de óleo é dada por

$$Q_o = \frac{2\pi kh}{\ln\left(\frac{r_e}{r}\right)} \int_p^{p_e} \frac{k_{ro}(S_o)}{\mu_o B_o} dp \quad (2.1)$$

onde,

B_o é o fator volume de formação do óleo

k é a permeabilidade absoluta

k_{ro} é a permeabilidade relativa ao óleo

h é a espessura porosa

p é a pressão no raio r

p_e é a pressão no raio externo

Q_o é a vazão volumétrica, medida em condições padrões

r é a distância radial em relação ao poço

r_e é o raio externo do reservatório

S_o é a saturação de óleo

μ_o é a viscosidade do óleo.

Note-se que a integral na Equação 2.1 só pode ser resolvida se for conhecida uma relação entre a saturação do fluido e a pressão, pois a permeabilidade relativa é uma função da saturação.

Perrine (1956) sugeriu modificações na teoria do fluxo monofásico para incorporar os efeitos do fluxo multifásico. Esse trabalho propõe o uso das mesmas equações do fluxo monofásico para se analisar o caso de fluxo multifásico, desde que o termo de mobilidade seja substituído pela soma das mobilidades de cada fase e que a compressibilidade do fluido monofásico seja substituída por uma média das compressibilidades dos fluidos ponderada pela saturação de cada fase. Martin (1959) apresentou uma justificativa teórica para a abordagem empírica sugerida por Perrine (1956), partindo das equações governantes do fluxo multifásico

no meio poroso e desprezando os termos de segunda ordem dos gradientes de pressão e saturação. Weller (1966) analisou o comportamento do crescimento de pressão para fluxo multifásico em reservatórios de gás em solução e concluiu que a abordagem de Perrine (1956) era válida, mas alertou que esta aproximação torna-se menos precisa à medida que a saturação de gás cresce. Este crescimento da saturação de gás próximo ao poço para reservatórios de gás em solução, contraria a hipótese de gradientes de saturação desprezíveis utilizadas na abordagem de Perrine-Martin.

Motivado pela similaridade observada no comportamento dos poços de óleo e gás, Fetkovich (1973) estendeu para o caso bifásico a idéia da pseudo-pressão (Al-Hussainy, Ramey e Crawford, 1966) e propôs que se uma expressão similar àquela utilizada para a pseudo-pressão de um gás real fosse definida, então as equações descrevendo o fluxo simultâneo de óleo e gás através do meio poroso poderiam ser simplificadas consideravelmente, resultando em uma melhor adaptação da analogia com o líquido. Raghavan (1975), usando a Razão Gás-Óleo (RGO), chegou a métodos práticos para se calcular a pseudo-pressão para problemas de fluxo radial em reservatórios de gás em solução. Bøe, Skjaeveland e Whitson (1981) apresentaram uma relação analítica entre a saturação de óleo e a pressão para reservatórios de gás em solução, obtida da aplicação da transformada de Boltzman. Serra (1988), Serra, Peres e Reynolds (1987) e Al-Khalifaf, Horne e Aziz (1987) também utilizaram a função pseudo-pressão e apresentaram métodos que buscam determinar as curvas de permeabilidade efetiva (ou relativa, caso se disponha de uma estimativa da permeabilidade absoluta) como função da pressão (ou tempo).

Todos os trabalhos citados até o momento são referentes ao fluxo multifásico em poços surgentes. Kato (1990) e Kato e Serra (1991) estudaram a influência do fluxo multifásico no reservatório sobre a interpretação de testes em poços não surgentes. Estes trabalhos foram baseados em um simulador numérico bidimensional que incorporava a condição de contorno típica para um poço não surgente. As análises se restringiram ao fluxo bifásico gás-óleo e supunham que a pressão inicial de fluxo era menor que a pressão de bolha inicial. As principais conclusões de Kato *et al.* (1991) são: (1) Efeitos multifásicos de variação nas propriedades dos fluidos e nos valores das permeabilidades relativas são a razão da discrepância geralmente observada entre os valores calculados da análise do fluxo e da estática, (2) se o valor da pressão de fluxo inicial estiver muito abaixo da pressão de bolha inicial, a aplicação dos métodos monofásicos ao período de fluxo pode resultar em estimativas errôneas da permeabilidade do reservatório e fator de película. Por outro lado, a aplicação dos

métodos monofásicos ao período da estática resulta em melhores estimativas dos parâmetros reais do reservatório, (3) a pressão extrapolada obtida do período de estática não parece ser muito afetada pelo fluxo multifásico no reservatório.

Muitos dos trabalhos que tratam do fluxo bifásico óleo-água no reservatório são referentes, principalmente, aos dois tipos de testes mais freqüentemente utilizados em poços injetores de água: os testes de injeção e os testes de decaimento de pressão (*falloff*). Hazebroek, Rainbow e Matthews (1958) foram os primeiros a considerar os efeitos do fluxo multifásico na análise de testes de decaimento de pressão e assumiram um modelo de três zonas consistindo de água injetada, óleo e óleo e gás. O trabalho resolve um modelo de frente móvel durante a injeção usando similaridade e são desenvolvidas soluções aproximadas para o decaimento de pressão. Kazemi, Merrill e Jargon (1972) também usaram métodos de similaridade durante a injeção e resolveram o problema do teste de decaimento de pressão numericamente. Kazemi *et al.* (1972) mostraram que o sucesso na estimativa das mobilidades das zonas invadida e não invadida usando métodos semilogarítmicos depende de diversos fatores, entre eles, da estocagem no poço, da razão de mobilidades (λ_1/λ_2) e da razão específica de estocabilidades $[(\phi c_t)_1/(\phi c_t)_2]$. Ao estudar o problema dos múltiplos bancos de fluidos, os trabalhos acima assumiram saturações constantes em cada zona e mudança abrupta da saturação nas fronteiras. Estas hipóteses foram evitadas por Sosa, Raghavan e Limon (1980), que investigaram o efeito dos gradientes de saturação nos testes de decaimento de pressão. Sosa *et al.* (1980) realizaram análises semilogarítmicas de dados simulados como função de diferentes parâmetros e concluíram que a forma da curva do teste de decaimento de pressão é influenciada pelo tempo de injeção e pela razão de mobilidades. Eles descreveram o significado dos diferentes segmentos de reta obtidos, classificando-os de acordo com a razão de mobilidades e o tempo de injeção. Assumiram implicitamente que a abordagem de Perrine-Martin era válida, pois calcularam as mobilidades correspondentes às inclinações dos segmentos de linha reta e estimaram as saturações a partir de um gráfico de mobilidade total $(k/\mu)_t$ versus saturação de água (S_w). Para todos os casos examinados, a inclinação da primeira reta obtida era proporcional à mobilidade da fase água na saturação residual de óleo ($S_o = S_{or}$), todavia a interpretação da segunda ou terceira reta, quando existia, dependia da razão de mobilidades e do tempo de fechamento. Baseados na simulação de um grande número de testes de injeção e decaimento de pressão, Yeh e Agarwal (1989) mostraram que, para testes de injeção, exceto nos tempos iniciais, a derivada da pressão é constante e a linha

reta semilogarítmica associada reflete a mobilidade da zona invadida. Para testes de decaimento de pressão, Yeh et al. (1989) apresentaram um procedimento para estimar o perfil de mobilidades no reservatório no instante de fechamento.

Chu, Reynolds e Raghavan (1986) estudaram o efeito dos gradientes de saturação em testes convencionais para sistemas óleo-água. Eles analisaram a influência de gradientes de saturação, tanto verticais quanto horizontais, em poços completamente e parcialmente canhoneados e mostraram que, se mais de uma fase é móvel, o procedimento de Perrine (1956) não é aplicável quando os gradientes de saturação são significativos. Chu *et al.* (1986) mostraram ainda que de um modo geral, para problemas radiais, a análise semilogarítmica convencional de dados de testes fornece uma estimativa da mobilidade total. Apenas em alguns casos especiais é que é possível se obter as mobilidades individuais de cada fase. Estes casos especiais exigem que uma das seguintes condições seja satisfeita: 1 - existência de apenas uma fase móvel ao longo de todo o reservatório; 2 - existência de uma distribuição de saturação razoavelmente uniforme (na direção horizontal); ou; 3 - quando a RAO (razão água-óleo) de produção reflete as vazões de óleo e água da zona de interesse. Chu *et al.* (1986) advertem ainda que a produção simultânea de óleo e água no poço, embora seja uma condição necessária, não é suficiente para que se obtenha estimativas confiáveis das mobilidades individuais das fases.

Capítulo 3

Formulação do Modelo do Problema

O fenômeno estudado neste trabalho é de um reservatório infinito produzindo óleo e água através de um único poço, sendo que o reservatório não tem energia suficiente para elevar estes fluidos até a superfície.

Para estudar a influência do fluxo bifásico óleo-água em testes não surgentes, foi construído um modelo numérico capaz de retratar o mais fielmente possível as condições encontradas em um *DST* típico. Os próximos três capítulos deste trabalho apresentam a modelagem e validação do modelo numérico computacional desenvolvido. Este capítulo trata do modelo físico e matemático.

3.1 Hipóteses utilizadas na modelagem do problema

O modelo físico simplificado a ser estudado é de um reservatório infinito, contendo um único poço. A Figura 3.1 ilustra o modelo físico, cujas principais hipóteses são listadas a seguir.

3.1.1 Com relação ao poço

- A coluna de teste é composta basicamente de um obturador (packer) e de uma válvula de fundo, conforme esquema típico de *DST* mostrado na Figura 1.1. Isto significa que após o fechamento da válvula, ocorre a compressão do fluido existente na câmara de estocagem, cujo volume é conhecido.
- Durante o período de fluxo, o fluido dentro do poço (inclusive o colchão) não alcança a superfície (poço não surgente).

- A pressão inicial (p_o) exercida pelo colchão é conhecida e constante. Assume-se que ela refere-se a profundidade média dos canhoneados.
- A hidrostática da coluna de ar localizada entre o topo do colchão e a cabeça do poço é considerada desprezível.
- Assume-se que o poço é completamente vertical.
- A coluna é formada por tubos de diâmetro interno constante. Esta hipótese tem impacto direto no cálculo dos volumes produzidos (vazões) e, consequentemente, no cálculo da pressão no poço.
- A pressão inicial da estática é igual à última pressão de fluxo.
- No início da estática, a fração volumétrica de água na câmara de estocagem é igual ao fluxo fracionário instantâneo ao final do período de fluxo¹.

3.1.2 Com relação ao reservatório e fluidos

- O reservatório é composto de um meio poroso homogêneo² e isotrópico, contendo um único poço localizado na origem do sistema de coordenadas de uma região de drenagem infinita.
- Inicialmente o reservatório encontra-se em equilíbrio, com uma pressão inicial, p_i , constante em todos os pontos. Assume-se que esta pressão inicial refere-se à profundidade média dos canhoneados.
- O reservatório considerado é infinito³ em extensão, todavia tem limites superior e inferior bem definidos e selantes. O reservatório se compõe, portanto, de uma única camada com espessura constante.
- A formação produtora está completamente canhoneada.

¹ Rigorosamente esta condição só seria válida para uma câmara de estocagem infinitesimal. Todavia esta é uma aproximação realista, pois o volume de fluidos confinado na câmara de estocagem no momento do fechamento é muito mais influenciado pelos fluidos mais recentemente produzidos pelo reservatório.

² Embora o interesse neste trabalho seja estudar o caso do reservatório homogêneo, os modelos matemático e numérico desenvolvidos contemplam o caso heterogêneo na direção radial.

³ No modelo numérico o reservatório é considerado como limitado. A condição de reservatório infinito é obtida considerando-se o raio do reservatório grande o suficiente para eliminar os efeitos das fronteiras da resposta obtida no poço.

- Os efeitos capilares e gravitacionais no reservatório são considerados desprezíveis.
- Assume-se que as variações de temperatura podem ser consideradas desprezíveis, de modo que o modelo é isotérmico.
- O sistema se compõe de duas fases e dois componentes: óleo e água. Não ocorre gás livre no reservatório.
- O óleo e a água são considerados imiscíveis e, portanto, não trocam massa entre si.
- Os fluidos têm compressibilidade pequena e constante

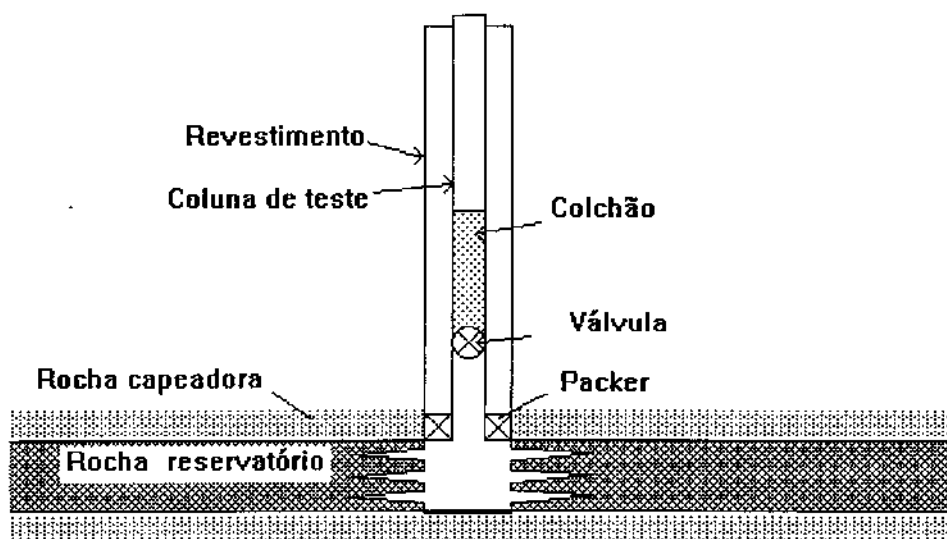


Figura 3.1 - Modelo físico do sistema reservatório-poço

3.2 Modelo matemático do reservatório

A modelagem matemática do problema será baseada no modelo físico simplificado, descrito anteriormente.

3.2.1 Equações governantes

O modelo matemático do fluxo de fluidos em meios porosos está baseado nas seguintes leis fundamentais:

- a lei da conservação da massa
- a lei de Darcy (1856)
- equações de estado

Para o sistema óleo-água estudado neste trabalho, o significado de “fase” e “componente” se confundem. Aplicando-se a lei de conservação da massa em um volume de controle representativo do meio poroso considerando a formulação *Black-Oil*, que assume a conservação das massas em condições padrões, combinada com a lei de Darcy e, desprezando-se os efeitos capilares e gravitacionais no reservatório, obtém-se as seguintes equações para cada fase (Aziz *et al.*, 1979):

- água

$$\nabla \cdot (\lambda_w \nabla p) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right) + \tilde{Q}_w \quad (3.1)$$

- óleo

$$\nabla \cdot (\lambda_o \nabla p) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right) + \tilde{Q}_o \quad (3.2)$$

onde, nas Equações 3.1 e 3.2, para cada fase $l=(o, w)$:

ϕ é a porosidade do reservatório

t é o tempo

S_l é a saturação da fase l

B_l é o fator volume de formação da fase l

$\tilde{Q}_l$ é a vazão volumétrica da fase l em condições padrões, por unidade de volume do meio poroso

λ_l é a mobilidade da fase l , expressa por:

$$\lambda_l = \frac{1}{B_l} \frac{kk_{rl}}{\mu_l} \quad (3.3)$$

sendo,

k_{rl} a permeabilidade relativa à fase l

μ_l a viscosidade da fase l .

A introdução da restrição de que a soma das saturações é igual a unidade nas Equações 3.1 e 3.2 resulta em:

- óleo

$$\nabla \cdot (\lambda_o \nabla p) = \frac{\partial}{\partial t} [\phi b_o (1 - S_w)] + \tilde{Q}_o \quad (3.4)$$

- água

$$\nabla \cdot (\lambda_w \nabla p) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi b_w S_w) + \tilde{Q}_w \quad (3.5)$$

onde, para $l=(o,w)$, o inverso do fator volume de formação foi definido como

$$b_l = \frac{1}{B_l} \quad (3.6)$$

Como por hipótese o modelo é radial, assumindo-se simetria em θ , as Equações 3.4 e 3.5 em coordenadas cilíndricas tornam-se:

- óleo

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_o r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} [\phi b_o (1 - S_w)] + \tilde{Q}_o \quad (3.7)$$

- água

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_w r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} [\phi b_w(S_w)] + \tilde{Q}_w \quad (3.8)$$

3.2.2 Condição de contorno inicial (CI)

Por hipótese inicialmente o reservatório encontra-se em equilíbrio, com uma pressão inicial, p_i , constante em todos os pontos. Matematicamente, esta condição é expressa por:

$$p(r,0) = p_i, \quad r_w \leq r \leq r_e \quad (3.9)$$

3.2.3 Condição de contorno interna (CCI)

A condição de contorno interna é a de um poço não surgente e será melhor detalhada na formulação do modelo matemático do poço.

3.2.4 Condição de contorno externa (CCE)

Devido ao curto tempo geralmente empregado em testes não surgentes, a pressão no poço não é normalmente afetada pelos limites do reservatório durante o período de teste. Neste caso, a condição de contorno externa corresponde a um reservatório infinito na direção radial, ou seja,

$$\lim_{r \rightarrow \infty} p(r,t) = p_i \quad (3.10)$$

Embora o escopo deste trabalho seja restrito ao regime de fluxo transiente, para dar flexibilidade a modelagem do problema, será considerado um reservatório circular completamente selado nas fronteiras. A condição de fluxo transiente será obtida considerando o raio do reservatório tão grande quanto seja necessário para garantir a inexistência de efeitos de fronteira. A condição de reservatório selado nos limites é dada por:

$$\frac{\partial p}{\partial r}(r_e, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq \infty \quad (3.11)$$

3.2.5 Propriedades PVT e porosidade

Como por hipótese os fluidos têm compressibilidade isotérmica constante e pequena, pode-se adotar a seguinte aproximação:

$$B_l = \frac{B_l^{ref}}{1 + c_l(p - p^{ref})} \quad (3.12)$$

onde,

B_l^{ref} é o fator volume de formação da fase l na pressão de referência p^{ref} .

c_l é a compressibilidade isotérmica da fase l .

A porosidade e a compressibilidade da rocha (c_r) são relacionadas por:

$$\phi = \phi^{ref} \left[1 + c_r(p - p^{ref}) \right] \quad (3.13)$$

onde,

ϕ^{ref} é a porosidade na pressão de referência p^{ref} .

Por hipótese o sistema água-óleo de interesse permanece numa pressão acima da pressão de bolha. Portanto, as viscosidades das fases são expressas pelas seguintes relações:

$$\mu_l = \mu_l^{ref} + \frac{d\mu_l}{dp}(p - p^{ref}) \quad (3.14)$$

onde,

μ_l^{ref} é a viscosidade da fase l na pressão de referência p^{ref} .

$\frac{d\mu_l}{dp}$ é a derivada da viscosidade da fase l com relação à pressão. Este valor é considerado

conhecido e constante.

3.3 Modelo matemático do poço

O modelo do poço será baseado nas hipóteses adotadas para o modelo físico simplificado descrito anteriormente. Das hipóteses listadas, a que resulta em maior impacto na formulação matemática do poço é o fato deste ser não surgente.

3.3.1 Período de fluxo

Como, por hipótese, não há surgência de fluidos, todo o fluido produzido permanece dentro do poço, contribuindo para aumentar a contrapressão sobre a formação durante o fluxo.

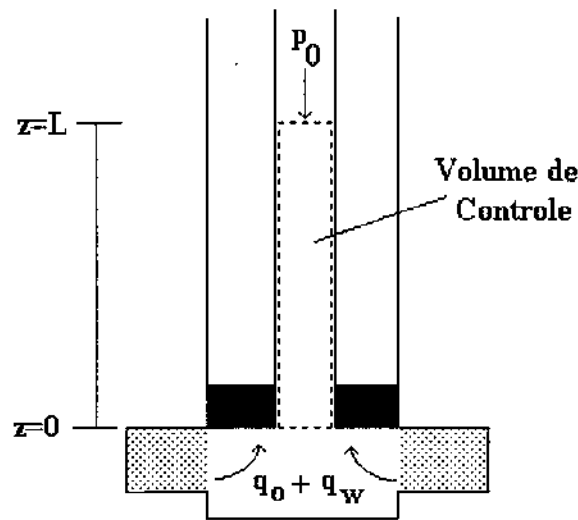


Figura 3.2 - Representação da condição de contorno interna durante o fluxo

A Figura 3.2 mostra o volume de controle utilizado para o período de fluxo. Note-se que este volume de controle é variável com o tempo, ou seja,

$$V(t) = A_c L(t) \quad (3.15)$$

onde,

$V(t)$ é o volume de controle

A_c é a área da seção transversal; constante por hipótese.

$L(t)$ é a altura da coluna de fluidos, que é variável com o tempo.

O balanço de massa para a fase óleo no volume de controle é dado por

$$(\rho_o q_o)_{z=0} \Delta t - 0 = (\rho_o V H_o)^{t+\Delta t} - (\rho_o V H_o)^t \quad (3.16)$$

onde,

ρ_o é a massa específica do óleo em condições de reservatório.

q_o é a vazão volumétrica de óleo, em condições de reservatório.

H_o é equivalente ao *holdup* de óleo, ou seja, é a “concentração de óleo no poço”, expresso pela relação entre o volume de óleo e o volume de controle:

$$H_o = \frac{V_o(t)}{V(t)} \quad (3.17)$$

Dividindo-se ambos os lados da Equação 3.16 por Δt e tomando-se o limite quando $\Delta t \rightarrow 0$, obtém-se

$$(\rho_o q_o)_{z=0} = \frac{d(\rho_o V H_o)}{dt} = A_c \frac{d(\rho_o L H_o)}{dt} \quad (3.18)$$

Considerando o balanço de massa para a fase água, chega-se a uma forma similar da Equação 3.18:

$$(\rho_w q_w)_{z=0} = A_c \frac{d(\rho_w L H_w)}{dt} \quad (3.19)$$

A soma das Equações 3.18 e 3.19 resulta em:

$$(\rho_o q_o + \rho_w q_w)_{z=0} = A_c \frac{d}{dt} (\rho_o L H_o + \rho_w L H_w) \quad (3.20)$$

Desconsiderando-se os termos de inércia e atrito⁴, a equação de conservação do momento linear resume-se à:

⁴ Este procedimento está de acordo com os recentes resultados obtidos para poços não surgentes por Lemos (1993).

$$\frac{dp}{dz} + \rho g = 0 \quad (3.21)$$

onde,

g é a constante de aceleração gravitacional.

As condições de contorno da Equação 3.21 são (ver Figura 3.2),

$$p(z = 0) = p_{wf} \text{ e } p(z = L) = p_o \quad (3.22)$$

onde,

p_{wf} é a pressão no poço durante o fluxo

p_o é a pressão de fluxo inicial no poço (pressão do colchão).

A integração da Equação 3.21 com as condições de contorno dadas, resulta em:

$$p_o - p_{wf}(t) + \int_0^{L(t)} \rho g dz' = 0 \quad (3.23)$$

que, pode ser rescrita como,

$$p_o - p_{wf}(t) + \frac{g}{A_c} \int_0^{L(t)} \rho A_c dz' = 0 \quad (3.24)$$

Fazendo-se $A_c dz' = dV$ na Equação 3.24, obtém-se,

$$p_o - p_{wf}(t) + \frac{g}{A_c} \int_0^{V(t)} \rho dV = 0 \quad (3.25)$$

A integral na Equação 3.25 representa a massa total no volume de controle no tempo t , ou seja,

$$\int_0^{V(t)} \rho dV = \rho_o V_o(t) + \rho_w V_w(t) = (\rho_o H_o + \rho_w H_w) V(t) = (\rho_o H_o + \rho_w H_w) A_c L(t) \quad (3.26)$$

A introdução da Equação 3.26 na Equação 3.25, resulta em,

$$p_o - p_{wf}(t) + g(\rho_o H_o + \rho_w H_w) L(t) = 0 \quad (3.27)$$

Reordenando-se a Equação 3.27 e substituindo-a na Equação 3.20, obtém-se,

$$(\rho_o q_o + \rho_w q_w)_{z=0} = A_c \frac{d}{dt} \left(\frac{p_{wf}(t) - p_o}{g} \right) = \frac{A_c}{g} \frac{dp_{wf}(t)}{dt} \quad (3.28)$$

Expressando o primeiro termo da Equação 3.28 em função das vazões volumétricas em condições padrões de óleo (Q_o) e de água (Q_w), podemos reescrevê-la como,

$$(\rho_o B_o Q_o + \rho_w B_w Q_w)_{z=0} = \frac{A_c}{g} \frac{dp_{wf}(t)}{dt} \quad (3.29)$$

ou ainda,

$$(B_o Q_o + B_w Q_w)_{z=0} \frac{(\rho_o B_o Q_o + \rho_w B_w Q_w)_{z=0}}{(B_o Q_o + B_w Q_w)_{z=0}} = \frac{A_c}{g} \frac{dp_{wf}(t)}{dt} \quad (3.30)$$

Definindo-se o fluxo fracionário instantâneo como sendo,

$$f_w = \frac{B_w Q_w}{B_o Q_o + B_w Q_w} \quad (3.31)$$

e, introduzindo-se esta definição na Equação 3.31, chega-se facilmente à:

$$(B_o Q_o + B_w Q_w)_{z=0} = \frac{A_c}{g [\rho_o (1 - f_w) + \rho_w f_w]_{z=0}} \frac{dp_{wf}(t)}{dt} \quad (3.32)$$

Note-se que o termo $[\rho_o (1 - f_w) + \rho_w f_w]_{z=0}$ na Equação 3.32 representa uma massa específica média da mistura que entra no poço, ou seja, representa uma massa específica média instantânea.

Definindo-se a densidade média instantânea da mistura em função das massas específicas padrões das fases.

$$\bar{\gamma}_{mist}|_{z=0} = \left[\frac{\rho_{o_{sc}}}{B_o} (1 - f_w) + \frac{\rho_{w_{sc}}}{B_w} f_w \right]_{z=0} g \quad (3.33)$$

pode-se reescrever a Equação 3.32 como

$$(B_o Q_o + B_w Q_w)|_{z=0} = \frac{A_c}{\bar{\gamma}_{mist}|_{z=0}} \frac{dp_{wf}(t)}{dt} \quad (3.34)$$

É oportuno recordar que a condição inicial no poço, válida para a Equação 3.34, é que a pressão inicial de fluxo é igual à pressão hidrostática exercida pelo colchão, ou seja,

$$p_{wf}(0) = p_o \quad (3.35)$$

3.3.2 Período de estática

No modelo de poço deste trabalho a estocagem durante a estática é considerada. A Figura 3.3 mostra o volume de controle usado para a estática, o qual se confunde com o volume da câmara de estocagem (V_c), sendo, portanto, constante com o tempo.

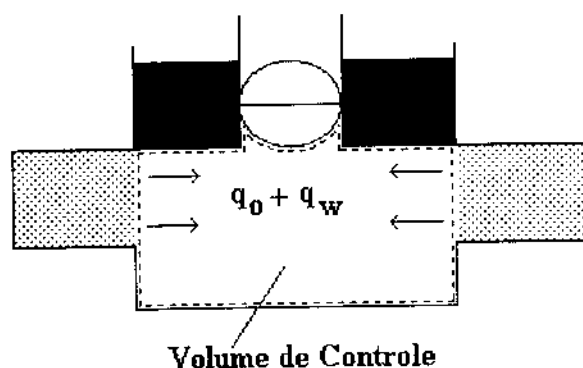


Figura 3.3 - Representação da condição de contorno interna durante a estática

O balanço de massa para a fase óleo no volume de controle é dado por,

$$(\rho_o q_o)_{r=r_w} \Delta t - 0 = (\rho_o V_c H_o)^{t+\Delta t} - (\rho_o V_c H_o)^t \quad (3.36)$$

Dividindo-se ambos os lados da Equação 3.36 por Δt e tomando-se o limite quando $\Delta t \rightarrow 0$, obtém-se,

$$(\rho_o q_o)_{r=r_w} = \frac{d(\rho_o V_c H_o)}{dt} = V_c \frac{d(\rho_o H_o)}{dt} \quad (3.37)$$

Adotando-se procedimento semelhante para a fase água, chega-se à,

$$(\rho_w q_w)_{r=r_w} = V_c \frac{d(\rho_w H_w)}{dt} \quad (3.38)$$

A expansão do lado direito da Equação 3.37 resulta em,

$$\begin{aligned} (\rho_o q_o)_{r=r_w} &= V_c \left\{ H_o \frac{d\rho_o}{dt} + \rho_o \frac{dH_o}{dt} \right\} = V_c \left\{ H_o \frac{d\rho_o}{dp_{ws}} \frac{dp_{ws}}{dt} + \rho_o \frac{dH_o}{dt} \right\} = \\ &= V_c \left\{ H_o \rho_o c_o \frac{dp_{ws}}{dt} + \rho_o \frac{dH_o}{dt} \right\} \end{aligned} \quad (3.39)$$

onde,

p_{ws} é a pressão no poço durante a estática.

Note-se que a definição da compressibilidade isotérmica do óleo foi usada na penúltima igualdade da Equação 3.39. A divisão de ambos os lados pela massa específica do óleo resulta em,

$$(q_o)_{r=r_w} = V_c \left\{ H_o c_o \frac{dp_{ws}}{dt} + \frac{dH_o}{dt} \right\} \quad (3.40)$$

Similarmente, para a água, obtém-se,

$$(q_w)_{r=r_w} = V_c \left\{ H_w c_w \frac{dp_{ws}}{dt} + \frac{dH_w}{dt} \right\} \quad (3.41)$$

Somando-se as Equações 3.40 e 3.41 acima, chega-se à,

$$(q_o + q_w)_{r=r_w} = V_c \left\{ \left[(1 - H_w) c_o + H_w c_w \right] \frac{dp_{ws}}{dt} \right\} \quad (3.42)$$

onde foram usadas as relações

$$H_o + H_w = 1 \quad (3.43)$$

e

$$\frac{dH_o}{dt} + \frac{dH_w}{dt} = 0 \quad (3.44)$$

Expressando o primeiro termo da Equação 3.42 em função das vazões volumétricas em condições padrão de óleo (Q_o) e de água (Q_w), podemos reescrevê-la como,

$$(B_o Q_o + B_w Q_w)_{r=r_w} = V_c \left\{ \left[(1 - H_w) c_o + H_w c_w \right] \frac{dp_{ws}}{dt} \right\} \quad (3.45)$$

Note-se que o termo $(1 - H_w) c_o + H_w c_w$ na Equação 3.45 representa a compressibilidade total dos fluidos dentro da câmara de estocagem, e varia com o tempo, uma vez que H_w é variável com o tempo. Definindo-se esta compressibilidade como,

$$\bar{c}_{mist} = (1 - H_w) c_o + H_w c_w \quad (3.46)$$

pode-se reescrever a Equação 3.45 como,

$$(B_o Q_o + B_w Q_w)_{r=r_w} = V_c \bar{c}_{mist} \frac{dp_{ws}}{dt} \quad (3.47)$$

A condição inicial na estática, válida para a Equação 3.47, é que a pressão inicial da estática é igual à última pressão de fluxo, ou seja,

$$p_{ws}(0) = p_{wf}(t_p) \quad (3.48)$$

Por hipótese, no início da estática a fração volumétrica de água na câmara de estocagem é igual ao fluxo fracionário instantâneo ao final do período de fluxo, portanto,

$$H_w(0) = f_w(t_p)$$

(3.49)

A Tabela 3.1 mostra um resumo das equações que descrevem o modelo matemático considerado neste trabalho para o sistema poço-reservatório.

Tabela 3.1 - Resumo da modelagem matemática do problema

Equações governantes	$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} \left(\lambda_o r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} [\phi b_o (1 - S_w)] + \tilde{Q}_o$ $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} \left(\lambda_w r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} [\phi b_w (S_w)] + \tilde{Q}_w$
Condição inicial	$p(r,0) = p_i, \quad r_w \leq r \leq r_e$
Condição de contorno externa	$\frac{\partial p}{\partial r}(r_e,t) = 0, \quad 0 \leq t \leq \infty$
Condição de contorno interna - Fluxo	$p_{wf}(0) = p_o$ $(B_o Q_o + B_w Q_w)_{z=0} = \frac{A_c}{g[\rho_o(1 - f_w) + \rho_w f_w]_{z=0}} \frac{dp_{wf}(t)}{dt}$
Condição de contorno interna - Estática	$p_{ws}(0) = p_{wf}(t_p)$ $(B_o Q_o + B_w Q_w)_{r=r_w} = V_c \left\{ [(1 - H_w)c_o + H_w c_w] \frac{dp_{ws}}{dt} \right\}$

Capítulo 4

Modelagem Numérica do Problema

Para a obtenção de um modelo numérico⁵, é preciso discretizar as equações do modelo matemático, colocando-as em uma forma adequada à simulação numérica. Neste trabalho foi utilizado o método das diferenças finitas para a discretização das equações, adotando-se um esquema totalmente implícito.

4.1 Modelo numérico do reservatório

4.1.1 Malha utilizada na discretização

Embora o modelo seja radial (reservatório cilíndrico), pode ser tratado como um problema de seção transversal (x - z) através das transformações: $r \rightarrow x$; $\theta \rightarrow y$ e $z \rightarrow z$. Como o modelo de fluxo deste trabalho é apenas na direção horizontal, a abordagem de seção transversal pode ser utilizada. As Figuras 4.1 e 4.2 apresentam blocos típicos para o modelo radial e o de seção transversal, respectivamente. Observa-se que as áreas das interfaces com os blocos vizinhos são diferentes no caso do modelo radial, o mesmo não acontecendo com as áreas do bloco do modelo de seção transversal. Neste trabalho estaremos considerando o problema simétrico em θ , de modo que os blocos considerados podem ser representados por anéis ($\theta = 2\pi$ radianos na Figura 4.1).

Utilizando-se coordenadas cartesianas, as Equações 3.7 e 3.8 tornam-se, respectivamente,

⁵ Maiores detalhes sobre simulação numérica de reservatórios podem ser obtidas em Crichlow (1977), Peaceman (1977) e Aziz e Settari (1979).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_o \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial t} [\phi b_o (1 - S_w)] + \tilde{Q}_o \quad (4.1)$$

e,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_w \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi b_w S_w) + \tilde{Q}_w \quad (4.2)$$

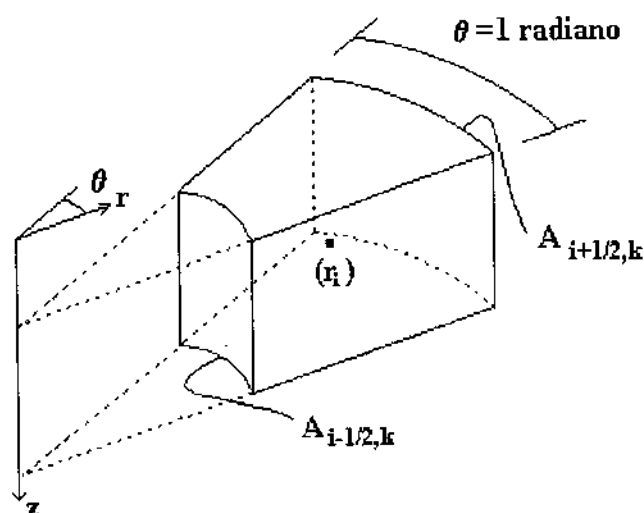


Figura 4.1 - Bloco típico para um modelo radial (adaptado de Aziz *et al.*, 1979)

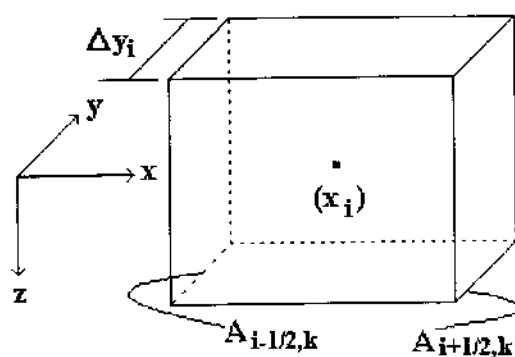


Figura 4.2 - Bloco típico para um modelo de seção transversal (adap. de Aziz *et al.*, 1979)

A natureza logarítmica da Lei de Darcy (1856), numa geometria radial, sugere a construção de uma malha com distribuição logarítmica para resolver numericamente o problema. Para uma malha com N células ao longo do eixo r , considerando um esquema de bloco centrado, conforme a Figura 4.3, a distância radial linearizada em Ω é dada por:

$$\Delta\Omega = \frac{\ln(r_e) - \ln(r_w)}{N} = \frac{1}{N} \ln \frac{r_e}{r_w} \quad (4.3)$$

onde,

r_w é o raio do poço.

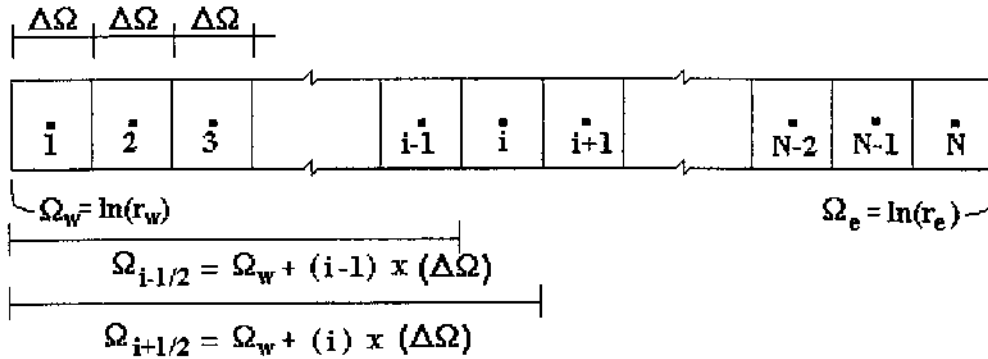


Figura 4.3 - Esquema de bloco centrado igualmente espaçado em Ω

Ainda conforme mostrado na Figura 4.3, os raios das interfaces de um bloco genérico i , são calculadas por

$$r_{i-1/2} = \exp(\Omega_{i-1/2}) = r_w \exp[(i-1)\Delta\Omega] \quad (4.4)$$

e,

$$r_{i+1/2} = \exp(\Omega_{i+1/2}) = r_w \exp(i\Delta\Omega) \quad (4.5)$$

As posições dos pontos nodais da malha cilíndrica, correspondentes aos pontos nos quais a pressão é igual à pressão média de cada bloco, são calculados neste trabalho usando o método desenvolvido por Pedrosa (1984), o qual admite a existência de fluxo incompressível permanente ao longo do bloco radial. A utilização desse critério resulta na seguinte expressão para os raios dos blocos:

$$r_i = r_{i-1/2} \exp\left(\frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1} \ln \alpha - \frac{1}{2}\right) \quad (4.6)$$

onde,

$$\alpha = \frac{r_{i+1/2}}{r_{i-1/2}} = \frac{r_w \exp(i\Delta\Omega)}{r_w \exp[(i-1)\Delta\Omega]} = \exp(\Delta\Omega) \quad (4.7)$$

4.1.2 Obtenção das equações discretizadas

As Equações 4.1 e 4.2 são discretizadas utilizando um esquema de diferenças finitas, sendo que para o espaço utiliza-se diferenças centradas e para o tempo diferenças atrasadas (esquema implícito), conforme exemplificado abaixo:

- diferenças centradas no espaço:

$$\frac{du_i}{dx} \approx \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta x} \text{ ou } \frac{u_{i+1/2} - u_{i-1/2}}{\Delta x} \quad (4.8)$$

- diferenças atrasadas no tempo:

$$\left(\frac{du_i}{dt} \right)^{n+1} \approx \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \quad (4.9)$$

onde,

n refere-se ao passo de tempo ($n = 0, 1, 2, \dots$).

Inicialmente o primeiro termo do lado direito das Equações 4.1 e 4.2, ou seja, o termo de acumulação será analisado. Este termo quando multiplicado pelo volume do bloco ($V_i = A_i \Delta x_i$) resulta em:

- óleo:

$$V \frac{\partial}{\partial t} [\phi b_o (1 - S_w)] \approx \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ [\phi b_o (1 - S_w)]_i^{n+1} - [\phi b_o (1 - S_w)]_i^n \right\} = \frac{V_i}{\Delta t} \Delta_i [\phi b_o (1 - S_w)]_i \quad (4.10)$$

- água:

$$V \frac{\partial}{\partial t} (\phi b_w S_w) \approx \frac{V_i}{\Delta t} \left[(\phi b_w S_w)_i^{n+1} - (\phi b_w S_w)_i^n \right] = \frac{V_i}{\Delta t} \Delta_i (\phi b_w S_w)_i \quad (4.11)$$

Nas Equações 4.10 e 4.11 foi usado o seguinte operador de diferenças para a derivada no tempo:

$$\Delta_t u = u^{n+1} - u^n \quad (4.12)$$

A expansão do lado direito da Equação 4.10, de modo a preservar o balanço de massas (Aziz *et al.*, 1979), resulta em:

- óleo

$$\begin{aligned} \frac{V_i}{\Delta t} \Delta_t [\phi b_o (1 - S_w)]_i &= \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ (1 - S_w)_i^n \Delta_t (\phi b_o) + (\phi b_o)_i^{n+1} \Delta_t (1 - S_w)_i \right\} = \\ &= \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ (1 - S_w)_i^n [\phi^n \Delta_t b_o + b_o^{n+1} \Delta_t \phi]_i + (\phi b_o)_i^{n+1} \Delta_t (1 - S_w)_i \right\} = \\ &= \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ (1 - S_w)_i^n [\phi^n b_o' (p^{n+1} - p^n) + b_o^{n+1} \phi' (p^{n+1} - p^n)]_i + (\phi b_o)_i^{n+1} (S_w^n - S_w^{n+1})_i \right\} = \\ &= \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ (1 - S_w)_i^n [(\phi^n b_o' + b_o^{n+1} \phi') (p^{n+1} - p^n)]_i + (\phi b_o)_i^{n+1} (S_w^n - S_w^{n+1})_i \right\} \end{aligned} \quad (4.13)$$

onde foram utilizadas as seguintes relações,

$$\Delta_t (xy) = x^{n+1} \Delta_t y + y^n \Delta_t x = x^n \Delta_t y + y^{n+1} \Delta_t x \quad (4.14)$$

$$\Delta_t b_o = b_o' \Delta_t p \quad (4.15)$$

$$\Delta_t \phi = \phi' \Delta_t p \quad (4.16)$$

Aplicando-se o mesmo procedimento para a Equação 4.11, obtém-se:

- água

$$\frac{V_i}{\Delta t} \Delta_t [\phi b_w S_w]_i = \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ S_w^n [(\phi^n b_w' + b_w^{n+1} \phi') (p^{n+1} - p^n)]_i + (\phi b_w)_i^{n+1} (S_w^{n+1} - S_w^n)_i \right\} \quad (4.17)$$

Nas Equações 4.13 e 4.17 para $l=(o, w)$, b_l' e ϕ' são dados respectivamente por:

$$b_l' = \frac{d\left(\frac{1}{B_l}\right)}{dp} = \frac{c_l}{B_l^{ref}} = c_l b_l^{ref} \quad (4.18)$$

e,

$$\phi' = \frac{d(\phi)}{dp} = \phi^{ref} c_r \quad (4.19)$$

A discretização do termo do lado esquerdo das Equações 4.1 e 4.2, o termo de fluxo, já multiplicado pelo volume, resulta, para o óleo em:

$$\begin{aligned} V \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_o \frac{\partial p}{\partial x} \right) &\approx \Delta x_i \left\{ \frac{1}{\Delta x_i} \left[\left(A \lambda_o \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} - \left(A \lambda_o \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} \right] \right\} = \\ &= \left(\frac{A}{\Delta x} \lambda_o \right)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} (p_{i+1} - p_i)^{n+1} - \left(\frac{A}{\Delta x} \lambda_o \right)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} (p_i - p_{i-1})^{n+1} = \\ &= T_o^{n+1} \Big|_{i+\frac{1}{2}} (p_{i+1} - p_i)^{n+1} - T_o^{n+1} \Big|_{i-\frac{1}{2}} (p_i - p_{i-1})^{n+1} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Similarmente para a água, obtemos:

$$V \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_w \frac{\partial p}{\partial x} \right) \approx T_w^{n+1} \Big|_{i+\frac{1}{2}} (p_{i+1} - p_i)^{n+1} - T_w^{n+1} \Big|_{i-\frac{1}{2}} (p_i - p_{i-1})^{n+1} \quad (4.21)$$

Nas Equações 4.20 e 4.21, as transmissibilidades das fases nas interfaces dos blocos são dadas por:

$$T_l^{n+1} \Big|_{i \pm \frac{1}{2}} = \left(\frac{A}{\Delta x} \lambda_l \right)_{i \pm \frac{1}{2}}^{n+1} \quad (4.22)$$

onde,

A é a área da interface do bloco.

O último termo do lado direito nas Equações 4.1 e 4.2 é denominado termo fonte ou sumidouro. Este termo, quando multiplicado pelo volume, resulta na vazão volumétrica da fase em condições padrões:

$$V\tilde{Q}_l = Q_l \quad (4.23)$$

Os poços são representados pelos termos fontes no modelo numérico descrevendo o fluxo no reservatório. Neste trabalho, quando o poço estiver produzindo fluidos, apenas o termo fonte do primeiro bloco será diferente de zero, sendo expresso por:

$$Q_{l_1}^{n+1} = WI \left(\frac{k_{r_1}}{\mu_l B_l} \right)^{\frac{1}{2}} \left(p_1^{n+1} - p_w^{n+1} \right) \quad (4.24)$$

onde,

p_1 é a pressão no primeiro bloco

p_w é a pressão no poço

WI é o fator geométrico do poço (*Well Index*), dado pela expressão:

$$WI = \frac{2\pi kh}{\ln\left(\frac{r_1}{r_w}\right) + s} \quad (4.25)$$

Na Equação 4.25, r_1 representa o raio do primeiro bloco (Equação 4.6) e s é o fator de película (*skin effect*).

O termo de transmissibilidade da Equação 4.24 é avaliado na interface poço-reservatório, de uma forma consistente aos termos de fluxo das equações discretizadas para os blocos.

4.1.3 Equações discretizadas

Agrupando-se as discretizações explicitadas acima para os termos de fluxo, acumulação e fonte, obtém-se

- óleo:

$$\begin{aligned}
 & T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} (p_{i+1} - p_i)^{n+1} - T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} (p_i - p_{i-1})^{n+1} = \\
 & = \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ (1 - S_w)_i^n \left[(\phi^n c_o b_o^{ref} + b_o^{n+1} c_r \phi^{ref}) (p^{n+1} - p^n) \right]_i + (\phi b_o)_i^{n+1} (S_w^n - S_w^{n+1})_i \right\} + Q_{o_i}^{n+1}
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

- água:

$$\begin{aligned}
 & T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} (p_{i+1} - p_i)^{n+1} - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} (p_i - p_{i-1})^{n+1} = \\
 & = \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ S_{w_i}^n \left[(\phi^n c_w b_w^{ref} + b_w^{n+1} c_r \phi^{ref}) (p^{n+1} - p^n) \right]_i + (\phi b_w)_i^{n+1} (S_w^{n+1} - S_w^n)_i \right\} + Q_{w_i}^{n+1}
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

4.1.4 Análise dos termos de transmissibilidade

Os termos de transmissibilidade podem ser desmembrados em um fator dependente apenas da geometria (f_g), um fator dependente apenas da pressão (f_p) e um fator dependente apenas da saturação (f_s). Assim, pode-se reescrever a Equação 4.22 como:

$$T_{l_{i \pm \frac{1}{2}}} = \left(\frac{A}{\Delta x} \frac{k k_\eta}{B_l \mu_l} \right)_{i \pm \frac{1}{2}} = f_g f_p f_s = \left(\frac{A k}{\Delta x} \right)_{i \pm \frac{1}{2}} \left(\frac{1}{B_l \mu_l} \right)_{i \pm \frac{1}{2}} (k_{r_l})_{i \pm \frac{1}{2}} \tag{4.28}$$

Para compensar a diferença de geometria na mudança do modelo de seção transversal para radial, este trabalho utiliza o fator de geometria definido por Pedrosa (1984), ou seja,

$$f_{g_{i+\frac{1}{2}}} = \frac{2\pi h}{\frac{1}{k_{r_i}} \ln \left(\frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right) + \frac{1}{k_{r_{i+1}}} \ln \left(\frac{r_{i+1}}{r_{i+1/2}} \right)} \tag{4.29}$$

$$f_{g_{i-\frac{1}{2}}} = \frac{2\pi h}{\frac{1}{k_{r_i}} \ln \left(\frac{r_i}{r_{i-1/2}} \right) + \frac{1}{k_{r_{i-1}}} \ln \left(\frac{r_{i-1/2}}{r_{i-1}} \right)} \tag{4.30}$$

onde k_{r_i} é a permeabilidade absoluta do bloco i na direção radial.

Aziz *et al.* (1979) alertam que as equações de fluxo discretizadas em coordenadas cilíndricas devem resultar em vazões exatas de fluxo para uma dada queda de pressão para uma mobilidade constante e, também, que o volume discretizado deve ser igual ao volume real do bloco. Para a dedução dos fatores apresentados nas Equações 4.29 e 4.30, Pedrosa (1984) usou o método integral, resultando diretamente em uma média harmônica para as permeabilidades e satisfazendo as questões discutidas em Aziz *et al.* (1979).

O segundo fator na Equação 4.28, o fator de pressão (f_p), contém propriedades dependentes da pressão, as quais são consideradas como fracamente não lineares, de modo que este fator é calculado para cada fase considerando a abordagem *midpoint weighting*, ou seja,

$$f_{p_{i\pm\frac{1}{2}}} = \frac{f_{p_{i_i}} + f_{p_{i_{i\pm 1}}}}{2} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{B_l \mu_l} \right)_i + \left(\frac{1}{B_l \mu_l} \right)_{i\pm 1} \right] \quad (4.31)$$

O fator de saturação (f_s) é calculado usando a formulação *upstream weighting*, pois sendo a permeabilidade relativa considerada uma propriedade fortemente não linear, o uso da abordagem *midpoint weighting* para modelos numéricos com equações de natureza hiperbólica fornece resultados incorretos, de acordo com Aziz *et al.* (1979). Assim, para avaliar $f_{s_{i\pm\frac{1}{2}}}$ utiliza-se⁶

$$f_{s_{i+\frac{1}{2}}} = U k_{r_{i+1}} + (1-U) k_{r_i} \quad (4.32)$$

$$f_{s_{i-\frac{1}{2}}} = U k_{r_i} + (1-U) k_{r_{i-1}} \quad (4.33)$$

onde,

$U = 0$ se o fluxo ocorre da célula i para $i+1$ ou de $i-1$ para i ;

$U = 1$ se o fluxo ocorre da célula $i+1$ para i ou de i para $i-1$.

⁶ Para o problema estudado nesta dissertação, a direção de fluxo é conhecida *a priori* ($U=1$). A utilização do fator de saturação da forma apresentada visa dar maior flexibilidade ao modelo numérico do reservatório.

4.1.5 Discretização das condições de contorno

Como a opção foi por considerar o reservatório selado no modelo numérico, as transmissibilidades das fases nas fronteiras são nulas, ou seja, nos limites interno e externo, faz-se nas Equações 4.26 e 4.27,

$$T_{o_{\frac{1}{2}}} = T_{w_{\frac{1}{2}}} = 0 \text{ ou } T_{o_{i+\frac{1}{2}}} = T_{w_{i-\frac{1}{2}}} = 0 \quad (4.34)$$

4.1.6 Resolução do Sistema de Equações de diferenças

As equações de diferenças (Equações 4.26 e 4.27) quando aplicadas aos N blocos do reservatório, formam um sistema de 2N equações não lineares. A solução do sistema é obtida pelo método de Newton-Raphson, que será resumido a seguir.

As funções resíduo são definidas a partir das Equações 4.26 e 4.27 como sendo,

- óleo

$$\begin{aligned} F_{o_i} = & T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} (p_{i+1} - p_i)^{n+1} - T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} (p_i - p_{i-1})^{n+1} - \\ & - \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ (1 - S_w)_i \left[(\phi^n c_o b_o^{ref} + b_o^{n+1} c_r \phi^{ref}) (p^{n+1} - p^n) \right]_i + (\phi b_o)_i^{n+1} (S_w^n - S_w^{n+1})_i \right\} - Q_{o_i}^{n+1} = 0 \end{aligned} \quad (4.35)$$

- água

$$\begin{aligned} F_{w_i} = & T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} (p_{i+1} - p_i)^{n+1} - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} (p_i - p_{i-1})^{n+1} - \\ & - \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ S_w^n \left[(\phi^n c_w b_w^{ref} + b_w^{n+1} c_r \phi^{ref}) (p^{n+1} - p^n) \right]_i + (\phi b_w)_i^{n+1} (S_w^{n+1} - S_w^n)_i \right\} - Q_{w_i}^{n+1} = 0 \end{aligned} \quad (4.36)$$

Adotando-se uma notação vetorial, pretende-se resolver o sistema formado por

$$\mathbf{F}^{n+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_1^{n+1} \\ \mathbf{F}_2^{n+1} \\ \vdots \\ \mathbf{F}_i^{n+1} \\ \vdots \\ \mathbf{F}_N^{n+1} \end{pmatrix} = 0 \quad (4.37)$$

onde,

$$\mathbf{F}_i^{n+1} = \begin{pmatrix} F_{o_i} \\ F_{w_i} \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

O método de resolução do sistema baseia-se na idéia de linearização através da aplicação da Série de Taylor. Utilizando-se a aproximação de primeira ordem para as equações do sistema descrito pela Equação 4.37, chega-se para $l=(o, w)$ em:

$$\begin{aligned} F_{l_i}^{(\nu+1)} = F_{l_i}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial F_{l_i}}{\partial p_{i-1}} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta p_{i-1}^{(\nu+1)} + \left(\frac{\partial F_{l_i}}{\partial s_{w_{i-1}}} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta s_{w_{i-1}}^{(\nu+1)} + \left(\frac{\partial F_{l_i}}{\partial p_i} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta p_i^{(\nu+1)} + \\ + \left(\frac{\partial F_{l_i}}{\partial s_{w_i}} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta s_{w_i}^{(\nu+1)} + \left(\frac{\partial F_{l_i}}{\partial p_{i+1}} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta p_{i+1}^{(\nu+1)} + \left(\frac{\partial F_{l_i}}{\partial s_{w_{i+1}}} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta s_{w_{i+1}}^{(\nu+1)} = 0 \end{aligned} \quad (4.39)$$

onde,

ν representa o nível de iteração.

Na Equação 4.39 foi usado o operador da diferença no nível de iteração:

$$\delta X^{(\nu+1)} = X^{(\nu+1)} - X^{(\nu)} \quad (4.40)$$

Cada uma das linhas que formam o sistema representado pela Equação 4.37 pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\partial F_{l_i}}{\partial p_{i-1}} \right)^{(v)}_{n+1} \delta p_{i-1}^{(v+1)} + \left(\frac{\partial F_{l_i}}{\partial s_{w_{i-1}}} \right)^{(v)}_{n+1} \delta s_{w_{i-1}}^{(v+1)} + \left(\frac{\partial F_{l_i}}{\partial p_i} \right)^{(v)}_{n+1} \delta p_i^{(v+1)} + \\
& + \left(\frac{\partial F_{l_i}}{\partial s_{w_i}} \right)^{(v)}_{n+1} \delta s_{w_i}^{(v+1)} + \left(\frac{\partial F_{l_i}}{\partial p_{i+1}} \right)^{(v)}_{n+1} \delta p_{i+1}^{(v+1)} + \left(\frac{\partial F_{l_i}}{\partial s_{w_{i+1}}} \right)^{(v)}_{n+1} \delta s_{w_{i+1}}^{(v+1)} = -F_{l_i}^{(v)}
\end{aligned} \tag{4.41}$$

ou ainda, sob a forma vetorial

$$\langle \mathbf{J} \rangle_{n+1}^{(v)} \delta \mathbf{X}^{(v+1)}_{n+1} = -\mathbf{F}^{(v)}_{n+1} \tag{4.42}$$

onde

$\langle \mathbf{J} \rangle$ é a matriz Jacobiana

$\mathbf{X}$ é o vetor de incógnitas

Resolve-se o sistema não linear representado pela Equação 4.37, solucionando-se de forma iterativa o sistema linear representado pela Equação 4.42. Encontra-se a aproximação para $\delta \mathbf{X}^{(v+1)}_{n+1}$ e atualiza-se o novo valor como

$$\mathbf{X}^{(v+1)}_{n+1} = \delta \mathbf{X}^{(v+1)}_{n+1} + \mathbf{X}^{(v)}_{n+1} \tag{4.43}$$

Como o problema de interesse é unidimensional, cada bloco i só se relaciona com os blocos vizinhos e, portanto, as derivadas das suas funções resíduos com relação à variáveis primárias de outros blocos, diferentes de $i-1$, i e $i+1$, são todas nulas. Para o problema bifásico aqui tratado, a estrutura da matriz Jacobiana é tridiagonal em blocos de 2×2 .

Os elementos das submatrizes 2×2 de uma linha genérica k da matriz Jacobiana são as derivadas das funções resíduos em relação às variáveis primárias, ou seja,

$$\langle \mathbf{J} \rangle_{k,i-1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{o_i}}{\partial p_{i-1}} & \frac{\partial F_{o_i}}{\partial s_{w_{i-1}}} \\ \frac{\partial F_{w_i}}{\partial p_{i-1}} & \frac{\partial F_{w_i}}{\partial s_{w_{i-1}}} \end{pmatrix} \tag{4.44}$$

$$\langle \mathbf{J} \rangle_{k,i} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{o_i}}{\partial p_i} & \frac{\partial F_{o_i}}{\partial S_{w_i}} \\ \frac{\partial F_{w_i}}{\partial p_i} & \frac{\partial F_{w_i}}{\partial S_{w_i}} \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

$$\langle \mathbf{J} \rangle_{k,i+1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{o_i}}{\partial p_{i+1}} & \frac{\partial F_{o_i}}{\partial S_{w_{i+1}}} \\ \frac{\partial F_{w_i}}{\partial p_{i+1}} & \frac{\partial F_{w_i}}{\partial S_{w_{i+1}}} \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

A estrutura da matriz Jacobiana do modelo do reservatório é representada na Figura 4.4 para uma discretização do reservatório em 8 células.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	○○ ○○	◆◆ ◆◆						
2	++ ++	○○ ○○	◆◆ ◆◆					
3		++ ++	○○ ○○	◆◆ ◆◆				
4			++ ++	○○ ○○	◆◆ ◆◆			
5				++ ++	○○ ○○	◆◆ ◆◆		
6					++ ++	○○ ○○	◆◆ ◆◆	
7						++ ++	○○ ○○	◆◆ ◆◆
8							++ ++	○○ ○○

+- derivadas dos resíduos em relação às variáveis primárias do bloco $i-1$

○ - derivadas dos resíduos em relação às variáveis primárias do bloco i

◆ - derivadas dos resíduos em relação às variáveis primárias do bloco $i+1$

Figura 4.4 - Esquema representativo da matriz Jacobiana

4.2 Modelo numérico do poço

O modelo numérico do poço é baseado nas equações descritas no correspondente modelo matemático. A pressão no fundo do poço é incluída como variável a ser determinada implicitamente no sistema de equações. O *holdup* de água durante a estática também é determinado implicitamente.

4.2.1 Fluxo

A discretização da Equação 3.34 resulta em,

$$p_{wf}^{n+1} = p_{wf}^n + \frac{\bar{\gamma}_{mist}^{n+1} \Delta t}{A_c} (B_o Q_o + B_w Q_w)_{z=0}^{n+1} \quad (4.47)$$

Devido à condição inicial no poço (Equação 3.35), no primeiro passo de tempo (*timestep*) faz-se na Equação 4.47:

$$p_{wf}^0 = p_o \quad (4.48)$$

4.2.2 Estática

Discretizando-se a Equação 3.47, obtém-se,

$$\begin{aligned} p_{ws}^{n+1} &= p_{ws}^n + \frac{\Delta t}{V_c \bar{c}_{mist}^{n+1}} (B_o Q_o + B_w Q_w)_{r=r_w}^{n+1} = \\ &= p_{ws}^n + \frac{\Delta t}{V_c \left[(1 - H_w^{n+1}) c_o + H_w^{n+1} c_w \right]} (B_o Q_o + B_w Q_w)_{r=r_w}^{n+1} \end{aligned} \quad (4.49)$$

Note-se que neste caso, ao contrário do fluxo, duas variáveis adicionais são acrescentadas ao sistema e devem ser calculadas implicitamente: a pressão no poço e o *holdup* de água, equivalente à “saturação” na câmara de estocagem. Logo, além da Equação 4.49, faz-se necessário o uso de uma outra equação.

A divisão da Equação 3.38 pela massa específica da fase água em condições padrões ($\rho_{w_{sc}}$), resulta em,

$$\left(\frac{\rho_w}{\rho_{w_{sc}}} q_w \right)_{r=r_w} = V_c \frac{d \left(\frac{\rho_w}{\rho_{w_{sc}}} H_w \right)}{dt} \quad (4.50)$$

A relação entre a massa específica da fase l em condições de reservatório e a mesma massa específica em condições padrões é dada por:

$$\rho_l = \frac{\rho_{l_{sc}}}{B_l} \quad (4.51)$$

Portanto, a Equação 4.50 pode ser reescrita como:

$$(Q_w)_{r=r_w} = V_c \frac{d \left(\frac{H_w}{B_w} \right)}{dt} \quad (4.52)$$

A discretização da Equação 4.52 resulta em,

$$(Q_w)_{r=r_w}^{n+1} = \frac{V_c}{\Delta t} \left[H_w^n b'_w \Delta_t p_{ws} + b_w^{n+1} \Delta_t H_w \right] \quad (4.53)$$

Dividindo-se a Equação 4.53 por b_w^{n+1} , obtém-se,

$$(B_w Q_w)_{r=r_w}^{n+1} = \frac{V_c}{\Delta t} \left[H_w^n \frac{b'_w}{b_w^{n+1}} \Delta_t p_{ws} + \Delta_t H_w \right] \quad (4.54)$$

Uma vez que o esquema utilizado é o implícito, b'_w na Equação 4.54 é calculado no passo de tempo $n+1$, de modo que a seguinte relação pode ser usada:

$$\left(\frac{b'_w}{b_w} \right)^{n+1} = \frac{1}{b_w^{n+1}} \left(\frac{db_w}{dp} \right)^{n+1} = c_w^{n+1} \quad (4.55)$$

Como, por hipótese, a compressibilidade dos fluidos é constante, reordenando-se a Equação 4.54, chega-se na equação adicional procurada:

$$H_w^{n+1} = H_w^n \left[1 - c_w \left(p_{ws}^{n+1} - p_{ws}^n \right) \right] + \frac{\Delta t}{V_c} (B_w Q_w)_{r=r_w}^{n+1} \quad (4.56)$$

4.3 Acoplamento Poço-Reservatório

Nesta seção, é mostrado como as condições de contorno internas para o fluxo e estática são incluídas no sistema de equações não lineares.

4.3.1 Fluxo

A Equação 4.47 pode ser reescrita de uma forma mais compacta como:

$$p_{wf}^{n+1} = p_{wf}^n + \frac{\Delta t}{C_F^{n+1}} (B_o Q_o + B_w Q_w)^{n+1} \quad (4.57)$$

onde C_F é o coeficiente de estocagem durante o fluxo, expresso por:

$$C_F^{n+1} = \frac{A_c}{\gamma_{misi}^{n+1}} \quad (4.58)$$

Note-se que na modelagem matemática do fluxo, o *holdup* foi eliminado da equação da condição de contorno interna. Portanto, durante o fluxo há uma única variável primária adicional: a pressão no poço. Torna-se necessário, então, acrescentar uma única equação residual ao sistema, o que é feito procurando-se manter a estrutura da matriz Jacobiana. Com base na Equação 4.57, a equação residual do poço para a pressão durante o fluxo é definida como,

$$Fp_{wf} = p_{wf}^{n+1} - p_{wf}^n - \frac{\Delta t}{C_F^{n+1}} (B_o Q_o + B_w Q_w)^{n+1} \quad (4.59)$$

Similarmente às equações residuais do reservatório, a expansão em série de Taylor de primeira ordem para a Equação 4.59, em função das variáveis primárias p_{wf} , S_{wi} e p_1 , torna-se,

$$F_{p_{wf}}^{(\nu+1)} = F_{p_{wf}}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial F_{p_{wf}}}{\partial p_{wf}} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta p_{wf}^{(\nu+1)} + \left(\frac{\partial F_{p_{wf}}}{\partial \mathcal{S}_{w1}} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta \mathcal{S}_{w1}^{(\nu+1)} + \left(\frac{\partial F_{p_{wf}}}{\partial p_1} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta p_1^{(\nu+1)} = 0 \quad (4.60)$$

De modo a preservar a estrutura da matriz Jacobiana, embora haja apenas uma equação adicional, são incluídas submatrizes 2 x 2. O elemento da primeira linha e primeira coluna da matriz Jacobiana passa a ser:

$$\langle \mathbf{J} \rangle_{0,0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{p_{wf}}}{\partial p_{wf}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.61)$$

Na primeira linha, segunda coluna, fica-se com,

$$\langle \mathbf{J} \rangle_{0,1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{p_{wf}}}{\partial p_1} & \frac{\partial F_{p_{wf}}}{\partial \mathcal{S}_{w1}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.62)$$

Na segunda linha, primeira coluna, tem-se,

$$\langle \mathbf{J} \rangle_{1,0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{o1}}{\partial p_{wf}} & 0 \\ \frac{\partial F_{w1}}{\partial p_{wf}} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.63)$$

4.3.2 Estática

Reescrevendo-se a Equação 4.49 de uma forma mais compacta, fica-se com,

$$p_{ws}^{n+1} = p_{ws}^n + \frac{\Delta t}{C_S^{n+1}} (B_o Q_o + B_w Q_w)^{n+1} \quad (4.64)$$

onde C_S é o coeficiente de estocagem durante a estática, expresso por:

$$C_S^{n+1} = V_c \bar{c}_{mist}^{n+1} \quad (4.65)$$

Assim, à semelhança do período de fluxo, pode-se definir uma equação de resíduo para a pressão em função da Equação 4.64 como

$$F_{p_{ws}} = p_{ws}^{n+1} - p_{ws}^n - \frac{\Delta t}{C_S^{n+1}} (B_o Q_o + B_w Q_w)^{n+1} = 0 \quad (4.66)$$

Todavia, conforme já comentado, durante a estática é necessário definir também uma função resíduo para o *hold up* de água. Assim, com base na Equação 4.56, escreve-se:

$$F_{H_w} = H_w^{n+1} - H_w^n \left[1 - c_w (p_{ws}^{n+1} - p_{ws}^n) \right] - \frac{\Delta t}{V_c} (B_w Q_w)_{r=r_w}^{n+1} = 0 \quad (4.67)$$

Para as equações de resíduo no poço durante a estática (Equações 4.66 e 4.67) as variáveis primárias são: p_{ws} , H_w , S_{w1} e p_1 . Portanto, as expansões em Série de Taylor de primeira ordem são, respectivamente, dadas por

$$\begin{aligned} F_{p_{ws}}^{(\nu+1)} &= F_{p_{ws}}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial F_{p_{ws}}}{\partial p_{ws}} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta p_{ws}^{(\nu+1)} + \left(\frac{\partial F_{p_{ws}}}{\partial H_w} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta H_w^{(\nu+1)} + \\ &+ \left(\frac{\partial F_{p_{ws}}}{\partial S_{w1}} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta S_{w1}^{(\nu+1)} + \left(\frac{\partial F_{p_{ws}}}{\partial p_1} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta p_1^{(\nu+1)} = 0 \end{aligned} \quad (4.68)$$

e

$$\begin{aligned} F_{H_w}^{(\nu+1)} &= F_{H_w}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial F_{H_w}}{\partial p_{ws}} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta p_{ws}^{(\nu+1)} + \left(\frac{\partial F_{H_w}}{\partial H_w} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta H_w^{(\nu+1)} + \\ &+ \left(\frac{\partial F_{H_w}}{\partial S_{w1}} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta S_{w1}^{(\nu+1)} + \left(\frac{\partial F_{H_w}}{\partial p_1} \right)^{(\nu)}_{n+1} \delta p_1^{(\nu+1)} = 0 \end{aligned} \quad (4.69)$$

Logo, as submatrizes 2x2 incluídas na matriz Jacobiana original do reservatório, para o caso da estática, são as seguintes:

Na primeira linha, primeira coluna,

$$\langle \mathbf{J} \rangle_{0,0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{p_{ws}}}{\partial p_{ws}} & \frac{\partial F_{p_{wy}}}{\partial p_{wy}} \\ \frac{\partial F_{H_w}}{\partial p_{ws}} & \frac{\partial F_{H_w}}{\partial H_w} \end{pmatrix} \quad (4.70)$$

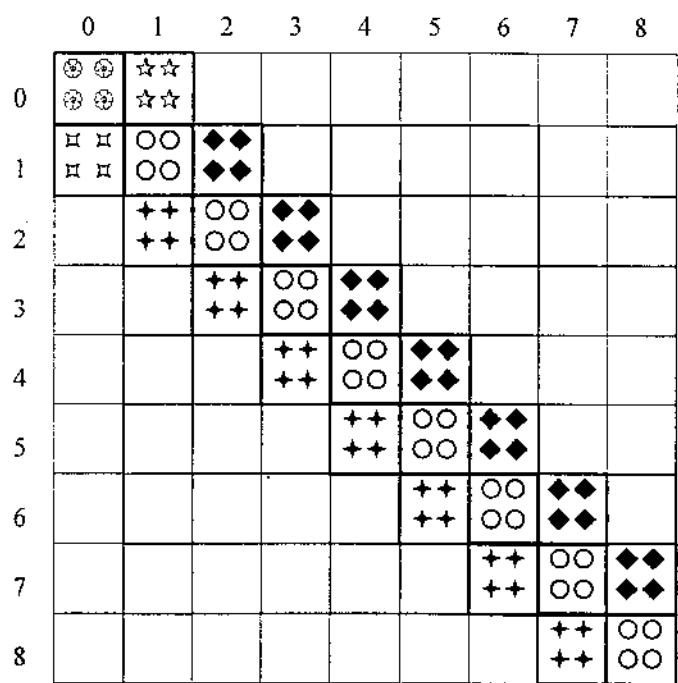
Na primeira linha, segunda coluna,

$$\langle \mathbf{J} \rangle_{0,1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{p_{ws}}}{\partial p_1} & \frac{\partial F_{p_{wy}}}{\partial \mathcal{S}_{w_1}} \\ \frac{\partial F_{H_w}}{\partial p_1} & \frac{\partial F_{H_w}}{\partial \mathcal{S}_{w_1}} \end{pmatrix} \quad (4.71)$$

Na segunda linha, primeira coluna,

$$\langle \mathbf{J} \rangle_{1,0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{o_1}}{\partial p_{ws}} & \frac{\partial F_{o_1}}{\partial H_w} \\ \frac{\partial F_{w_1}}{\partial p_{ws}} & \frac{\partial F_{w_1}}{\partial H_w} \end{pmatrix} \quad (4.72)$$

A Figura 4.5 mostra a forma final da estrutura da matriz Jacobiana após a introdução dos termos de resíduo no poço para um sistema com 8 células. No Anexo I estão apresentadas as equações de todas as derivadas que formam a matriz Jacobiana.



⊗ - derivadas dos resíduos do poço em relação às variáveis primárias do poço (p_w e H_w)

☆ - derivadas dos resíduos do poço em relação às variáveis primárias do bloco l

⊞ - derivadas dos resíduos do reservatório em relação às variáveis primárias do poço (p_w e H_w)

⊕ - derivadas dos resíduos do reservatório em relação às variáveis primárias do bloco $i-1$

○ - derivadas dos resíduos do reservatório em relação às variáveis primárias do bloco i

◆ - derivadas dos resíduos do reservatório em relação às variáveis primárias do bloco $i+1$

Figura 4.5 - Esquema representativo da matriz Jacobiana, incluindo as equações de resíduos no poço

Capítulo 5

Modelagem Computacional do Problema

5.1 Modelo computacional

O modelo computacional desenvolvido consiste de um programa em FORTRAN, cujo fluxograma simplificado é apresentado na Figura 5.1.

Foi implementada uma rotina de consistência que, além de verificar se os dados de entrada estão entre limites preestabelecidos, veta o uso do programa para condições diferentes daquelas para o qual foi elaborado. Assim, por exemplo, embora seja possível simular o fluxo surgente, não é permitida a especificação de vazões negativas para simular uma injeção de fluidos.

O programa elaborado permite a simulação de diversas seqüências de fluxos e estáticas. Para o caso de poço não surgente, pode-se especificar a pressão no poço em diferentes instantes do fluxo, permitindo, assim, a simulação de “pistoneios”. Embora o escopo nesta dissertação tenha se limitado ao caso de reservatório homogêneo, o modelo numérico computacional desenvolvido possibilita o estudo de diversas heterogeneidades. As características citadas tornam o modelo computacional desenvolvido uma excelente ferramenta auxiliar na programação e interpretação de testes em poços não surgentes.

Para a resolução do sistema de equações pelo Método de Newton-Raphson foi utilizada a subrotina BITRI, encontrada no apêndice B de Aziz *et al.* (1979), ligeiramente modificada para o caso de poço não surgente, de modo a permitir o cálculo da pressão no poço e *holdup*. Tal escolha deve-se ao fato da matriz Jacobiana ser tridiagonal em blocos 2x2. A subrotina supracitada é baseada no método direto de eliminação para resolução de sistemas e permite que os coeficientes da matriz Jacobiana e termos independentes (resíduos) sejam armazenados em 4 vetores, diminuindo consideravelmente a demanda de memória.

O modelo computacional desenvolvido inclui um controle automático do incremento nos passos de tempo, conforme sugerido em Aziz *et al.* (1979). Cada período de fluxo ou estática é iniciado com um valor de passo de tempo especificado como dado de entrada (Δt^0). O procedimento de controle adotado aumenta ou diminui o tamanho do passo de tempo seguinte (Δt^{n+1}), caso a máxima variação de pressão ($\max \Delta p_j^n$) ou máxima variação de saturação ($\max \Delta S_{w_j}^n$) nos blocos seja menor ou maior, respectivamente, que os limites especificados para a pressão ($\Delta p_{\max}$) e para a saturação ($\Delta S_{\max}$). Portanto, o valor de Δt^{n+1} é calculado a partir de Δt^n através da seguinte relação,

$$\Delta t^{n+1} = \min \left[\Delta t_S^{n+1}, \Delta t_p^{n+1} \right] \quad (5.1)$$

onde, para $n=0,1,2,\dots$, temos que,

$$\Delta t_S^{n+1} = \frac{\Delta S_{\max}}{\max \Delta S_{w_j}^n} \Delta t^n \quad (5.2)$$

e,

$$\Delta t_p^{n+1} = \frac{\Delta p_{\max}}{\max \Delta p_j^n} \Delta t^n \quad (5.3)$$

Uma vez que as mudanças reais são não lineares, é necessário introduzir também limites superior e inferior para a variação no tamanho do passo de tempo. Assim, o valor do próximo passo de tempo é estimado pela Equação 5.1 e a relação entre este passo de tempo e o anterior é comparada com valores multiplicadores limites. A aplicação deste controle automático garante que quanto mais rápidas as mudanças, menores os incrementos de tempo empregados. O objetivo deste controle é garantir que os erros de truncamento do tempo permaneçam dentro de limites aceitáveis.

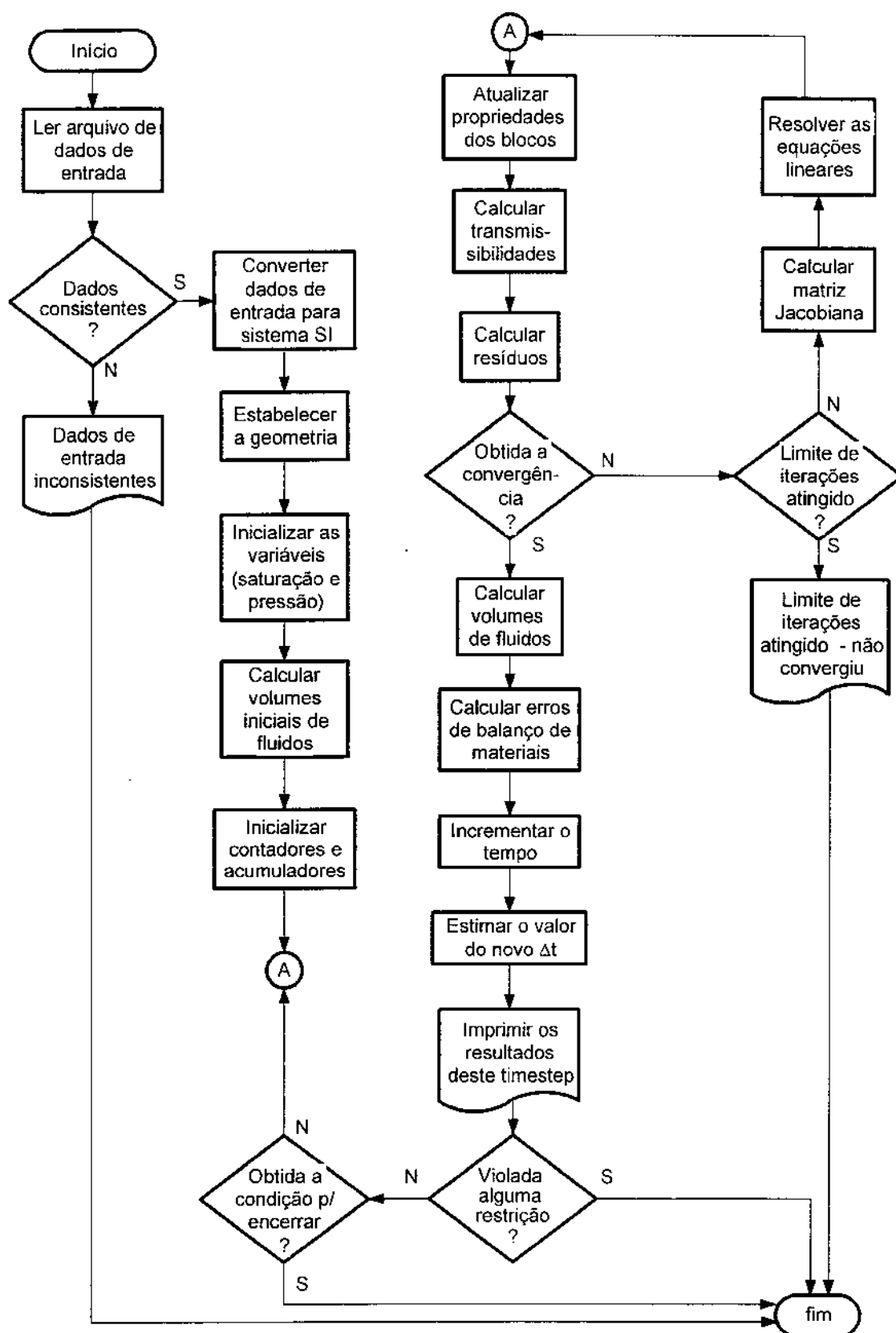


Figura 5.1 - Fluxograma simplificado do modelo computacional

5.2 Validação do Modelo Numérico Computacional

Antes do modelo desenvolvido neste trabalho ser utilizado para simular testes em poços não surgentes sob condições de fluxo bifásico, é necessário inicialmente verificar a sua precisão. Não há como validar de forma definitiva o modelo completo desenvolvido, pois não existe solução analítica para este caso específico. Foram realizados alguns testes em situações especiais, para as quais, ou existiam soluções analíticas disponíveis, ou era possível a comparação com um outro simulador. Em todos os testes realizados, foi observada uma excelente concordância das soluções numéricas geradas pelo modelo desta dissertação com as soluções analíticas específicas ou com a resposta de um outro simulador comercial de eficiência comprovada.

5.2.1 Validação do modelo de fluxo no reservatório

Para a validação do modelo de fluxo no reservatório foram simulados três diferentes casos, nos quais a condição de contorno interna era de um poço surgente sem estocagem. No Caso 1 foi simulada uma condição de fluxo monofásico e a resposta numérica foi comparada com a solução analítica. Para o Caso 2 foi simulado um fluxo bifásico utilizando um conjunto de curvas de permeabilidades relativas especiais, as quais permitiam que a resposta numérica fosse comparada com a solução analítica monofásica. No Caso 3 foi simulada uma condição de fluxo bifásico e a resposta obtida foi comparada com a solução numérica obtida por um outro simulador.

Caso 1 - Fluxo Monofásico - Poço Surgente Sem Estocagem

Para este caso, a resposta no poço do modelo numérico deste trabalho foi comparada com a solução analítica da equação da difusividade para fluxo monofásico em um reservatório infinito produzindo com vazão constante. A solução analítica do fluxo foi obtida pela inversão numérica utilizando o algoritmo de Stehfest (1970) da solução do problema no campo de Laplace, conforme apresentado por Agarwal, Al-Hussainy e Ramey (1970). A solução analítica para a estática foi obtida diretamente da solução do fluxo através da aplicação do princípio da superposição.

Neste trabalho, utilizamos a nomenclatura adotada por Peres (1989), de modo que as pressões adimensionais foram calculadas através das seguintes expressões:

$$p_{wcD} = \frac{2\pi kh}{qB\mu} (p_i - p_{wf}) \quad (5.4)$$

e

$$p_{scD} = \frac{2\pi kh}{qB\mu} (p_i - p_{ws}) \quad (5.5)$$

onde,

p_{wcD} é a queda de pressão adimensional durante o fluxo para o problema de vazão constante na superfície

p_{scD} é a diferença de pressão adimensional durante a estática para o problema de vazão constante na superfície

O tempo adimensional foi calculado através da seguinte expressão:

$$t_D = \frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2} \quad (5.6)$$

Os dados usados no Caso 1 encontram-se descritos na Tabela 5.1. A Figura 5.2 mostra que as soluções numéricas obtidas para diferentes valores de fatores de película são praticamente coincidentes com as respectivas soluções analíticas, tanto no fluxo quanto na estática.

Caso 2 - Fluxo Bifásico - Poço Surgente Sem Estocagem - Razão de Mobilidades Unitária

Para verificar o comportamento das respostas do modelo numérico desenvolvido quando simulando uma condição de fluxo bifásico, foram adotadas curvas de permeabilidades que possibilitaram a comparação com a solução analítica do fluxo monofásico. Foram utilizadas curvas de permeabilidade relativas retilíneas, traçadas de modo que:

$$k_{r_o} \Big|_{S_w = S_{wc}} = k_{r_w} \Big|_{S_w = 1 - S_{or}} \quad (5.7)$$

e,

$$k_{r_w} \Big|_{S_w=S_{wc}} = k_{r_o} \Big|_{S_w=1-S_{or}} = 0 \quad (5.8)$$

A Figura 5.3 mostra as curvas de permeabilidades relativas utilizadas no Caso 2. O uso das curvas de permeabilidades relativas como retas, juntamente com a utilização das mesmas propriedades para ambos os fluidos (óleo e água), garante que a mobilidade total, definida como,

$$\lambda_t = \frac{kk_{r_o}}{\mu_o} + \frac{kk_{r_w}}{\mu_w} \quad (5.9)$$

seja constante para qualquer valor de saturação de água. Além disso, a razão de mobilidades definida em função das permeabilidades relativas dos pontos terminais como,

$$M = \frac{k_{r_w} \Big|_{S_w=1-S_{or}}}{\mu_w} \Bigg/ \frac{k_{r_o} \Big|_{S_w=S_{wc}}}{\mu_o} \quad (5.10)$$

fica sendo igual a um. Deste modo, portanto, é possível comparar a resposta do fluxo bifásico com a solução analítica para fluxo monofásico.

Os dados utilizados no Caso 2 foram iguais aos descritos na Tabela 5.1, tendo-se utilizado para a água as mesmas propriedades utilizadas para o óleo. Considerou-se como sendo de 0.5 a saturação inicial no reservatório. A mobilidade total calculada para qualquer valor de saturação de água coincide com a utilizada no Caso 1. A Figura 5.4 mostra que, tanto para o fluxo quanto para a estática, as soluções numéricas obtidas para diferentes valores de fatores de película considerando o fluxo bifásico com razão de mobilidades unitária são praticamente coincidentes com as respectivas soluções analíticas para fluxo monofásico.

Caso 3 - Fluxo Bifásico - Poço Surgente Sem Estocagem

Para o caso de fluxo bifásico no reservatório foi feita uma comparação entre a solução obtida através do modelo numérico desenvolvido nesta dissertação e a solução fornecida pelo simulador comercial de reservatórios IMEX, da CMG, disponível no Departamento de Engenharia de Petróleo da UNICAMP. Embora a consistência com outro modelo numérico não garanta que todos os parâmetros estão sendo calculados de forma correta, pelo menos aumentam a possibilidade das respostas estarem próximas às corretas, principalmente quando a comparação é feita com um simulador comercial de eficiência comprovada.

Os dados utilizados no Caso 3 estão descritos na Tabela 5.2. Foram utilizados dois diferentes conjuntos de permeabilidades relativas, conforme mostrado na Figura 5.5. A Figura 5.6 mostra que as pressões no poço calculadas pelos simuladores IMEX e o desta dissertação resultaram em valores praticamente idênticos para os dois conjuntos de curvas de permeabilidades relativas utilizados. A Figura 5.7 ressalta a excelente coincidência nas vazões de óleo e água calculados por ambos os simuladores para o Caso 3.

Tabela 5.1 - Dados utilizados para o Caso 1 - monofásico surgente

Descrição do reservatório		
Número de blocos na direção radial	30	-
Raio do poço	0.10795	m
Raio do reservatório	500.0	m
Espessura da formação	10.0	m
Porosidade (constante)	0.20	fração
Permeabilidade efetiva	89.9	mD
Propriedades do fluido		
Viscosidade (constante)	2.5	cp
Fator volume de Formação	1.2	m ³ /m ³
Compressibilidade	50x10 ⁻⁶	cm ² /kgf
Condições iniciais		
Pressão inicial	200.0	kgf/cm ²
Controle numérico da simulação		
Incremento de tempo inicial	1.0x10 ⁻⁶	h
Máxima variação de pressão permitida	0.2	kgf/cm ²
Multiplicador máximo do incremento de tempo	1.3	-
Multiplicador mínimo do incremento de tempo	0.5	-
Tolerância para a pressão	1.0x10 ⁻⁹	kgf/cm ²
Tolerância para o resíduo	1.0x10 ⁻⁶	m ³ /s
Outros dados		
Tempo de fluxo	6.0	h
Tempo de estática	12.0	h
Vazão total	100.0	m ³ /d
Coefficiente de estocagem no fluxo	0.0	m ³ /kgf/cm ²
Coefficiente de estocagem na estática	0.0	m ³ /kgf/cm ²

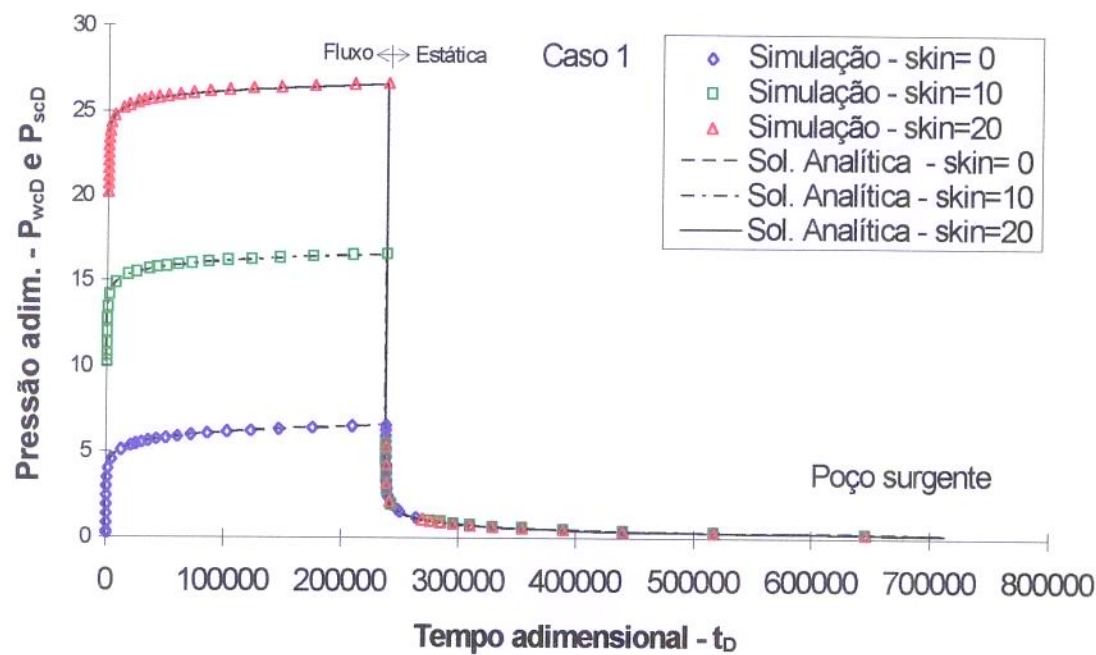


Figura 5.2 - Caso 1 - Comparação entre a solução numérica e a analítica para diferentes fatores de película

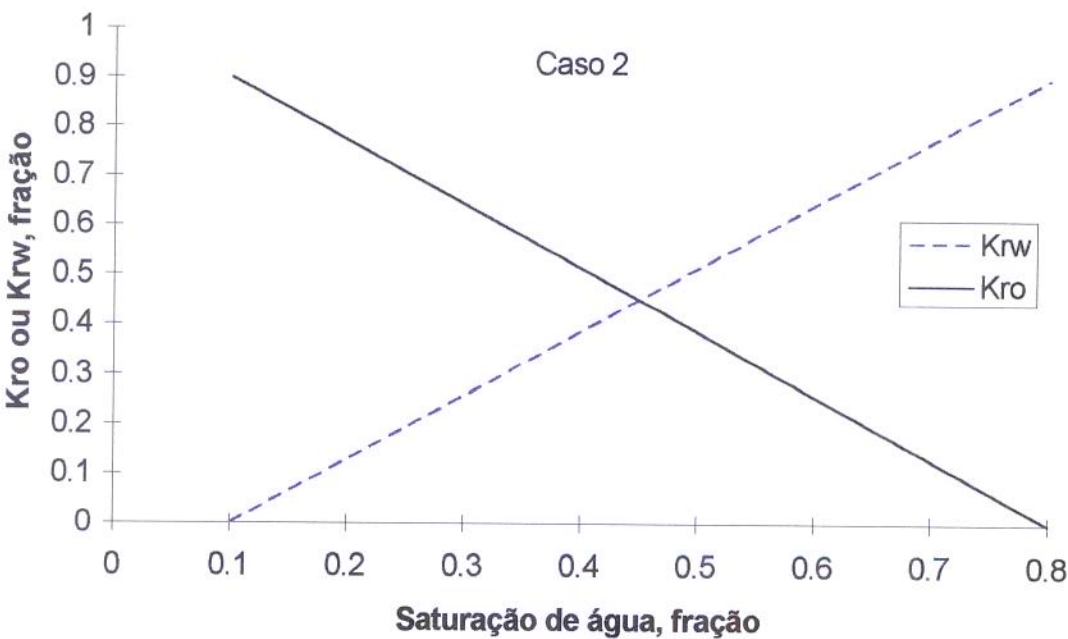


Figura 5.3 - Caso 2 - Curvas de permeabilidades relativas

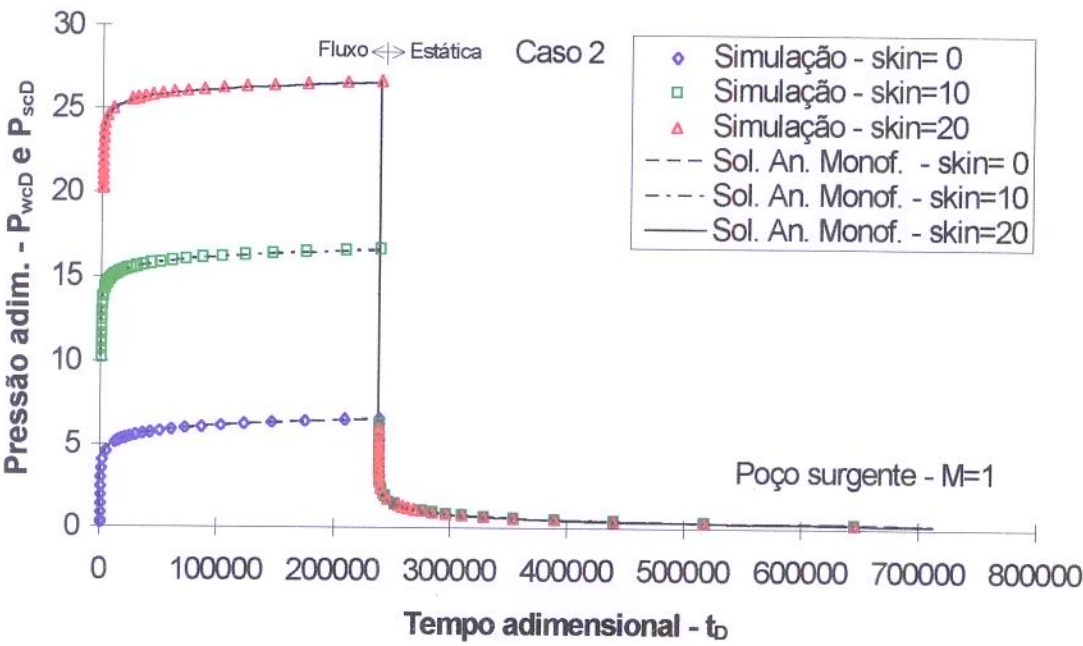


Figura 5.4 - Caso 2 - Comparação entre a solução numérica para fluxo bifásico com $M=1$ e a analítica para fluxo monofásico para diferentes fatores de película

Tabela 5.2 - Dados utilizados para o Caso 3 - bifásico surgente

Descrição do reservatório		
Número de blocos na direção radial	30	-
Raio do poço	0.10795	m
Raio do reservatório	500.0	m
Espessura da formação	10.0	m
Porosidade @ 1.033 kgf/cm ²	0.21	fração
Compressibilidade da rocha	480x10 ⁻⁶	cm ² /kgf
Permeabilidade absoluta	313	mD
Propriedades do fluido		
Viscosidade do óleo @ 2.6 kgf/cm ²	3.73	cp
Variação da viscosidade do óleo com a pressão	0.0107	cp/kgf/cm ²
Viscosidade da água (constante)	0.50	cp
Fator volume de formação do óleo @ 2.6 kgf/cm ²	1.0364	m ³ /m ³
Fator volume de formação da água @ 1.033 kgf/cm ²	1.02	m ³ /m ³
Compressibilidade do óleo	94.3x10 ⁻⁶	cm ² /kgf
Compressibilidade da água	41.0x10 ⁻⁶	cm ² /kgf
Condições iniciais		
Pressão inicial	70.0	kgf/cm ²
Controle numérico da simulação		
Incremento de tempo inicial	1.0x10 ⁻³	h
Máxima variação de pressão permitida	0.5	kgf/cm ²
Multiplicador máximo do incremento de tempo	1.5	-
Multiplicador mínimo do incremento de tempo	0.5	-
Tolerância para a pressão	1.0x10 ⁻⁹	kgf/cm ²
Tolerância para o resíduo	1.0x10 ⁻⁶	m ³ /s
Outros dados		
Tempo de fluxo	120	h
Tempo de estática	240	h
Vazão total especificada	50.0	m ³ /d
Coeficiente de estocagem no fluxo	0.0	m ³ /kgf/cm ²
Coeficiente de estocagem na estática	0.0	m ³ /kgf/cm ²

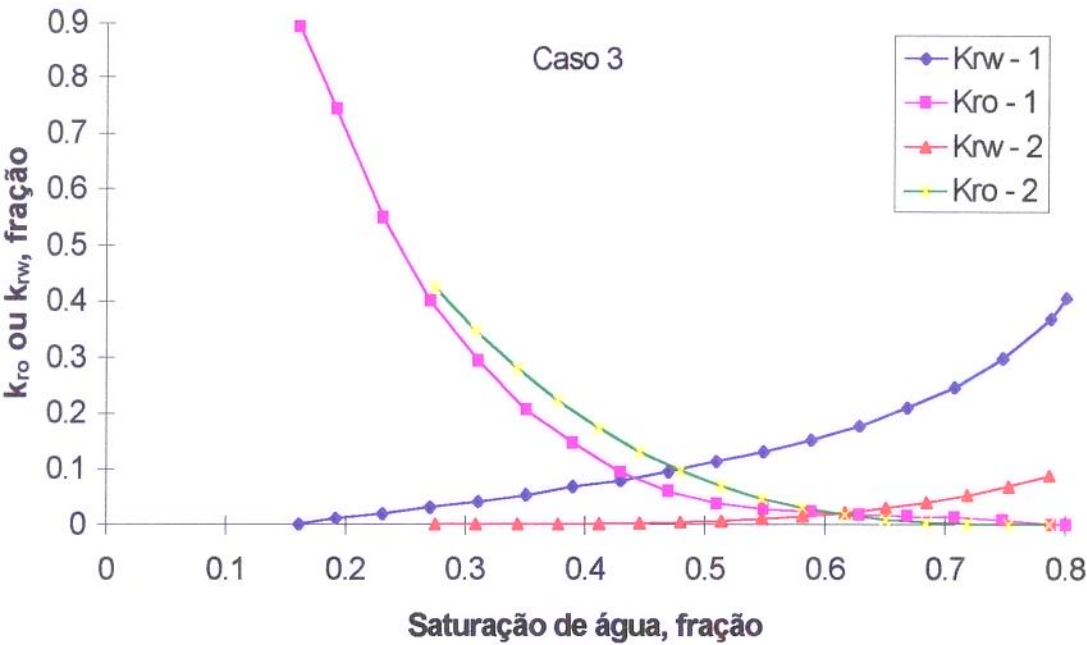


Figura 5.5 - Caso 3 - Conjuntos de curvas de permeabilidades relativas

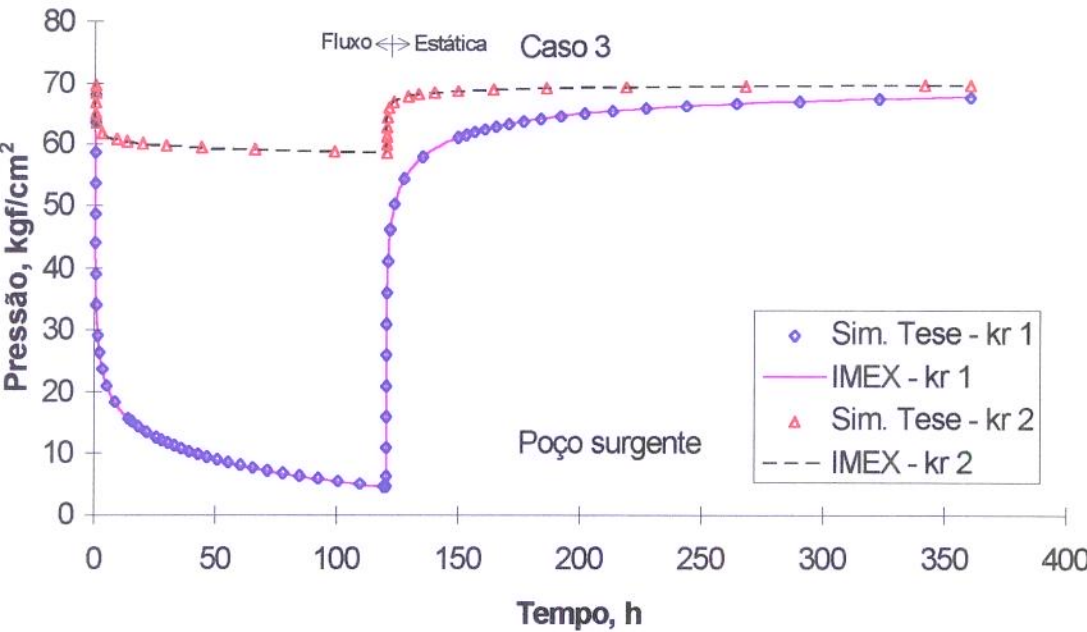


Figura 5.6 - Caso 3 - Comparação entre as soluções numéricas calculadas pelos simuladores IMEX e o deste trabalho para dois diferentes conjuntos de curvas de permeabilidades relativas

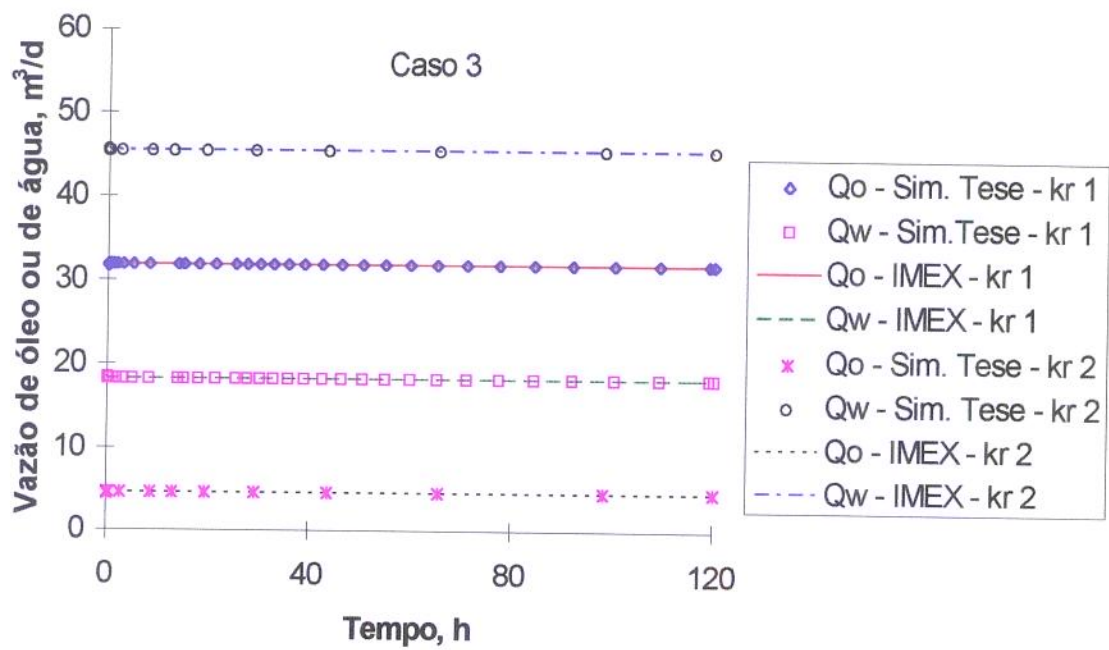


Figura 5.7 - Caso 3 - Comparação entre as vazões calculadas pelos simuladores IMEX e o deste trabalho para dois diferentes conjuntos de curvas de permeabilidades relativas

5.2.2 Validação do modelo de reservatório e poço não surgente

Para a validação do modelo de fluxo no poço e reservatório foram simulados dois casos usando a condição de contorno interna de um poço não surgente. No Caso 4 foi simulada uma condição de fluxo monofásico e a resposta numérica foi comparada com a solução analítica. Para o Caso 5, a exemplo do Caso 2, foi simulado fluxo bifásico utilizando-se um conjunto de curvas de permeabilidades relativas especiais, as quais permitiam que a resposta numérica fosse comparada com a solução analítica monofásica.

Caso 4 - Fluxo Monofásico - Poço Não Surgente

As respostas no poço obtidas do modelo numérico do reservatório foram comparadas com as soluções analíticas para poço não surgente. A solução analítica do fluxo foi obtida pela inversão numérica utilizando o algoritmo de Stehfest (1970) da solução do problema de *slug test* no campo de Laplace, conforme apresentada por Ramey e Agarwal (1972). A solução analítica para a estática foi obtida da solução explícita no campo real para um teste de crescimento de pressão não surgente, conforme desenvolvida por Corrêa *et al.* (1987).

A queda de pressão adimensional no poço para qualquer tempo adimensional t_D durante o *DST* é definida por:

$$p_{wD} = \frac{p_i - p_w(t)}{p_i - p_o} \quad (5.11)$$

sendo que para o fluxo, $p_w = p_{wf}$ e, para a estática, $p_w = p_{ws}$. O coeficiente de estocagem adimensional durante o fluxo é definido como:

$$C_{FD} = \frac{C_F}{2\pi\phi c_i h r_w^2} \quad (5.12)$$

onde, C_F representa o coeficiente de estocagem no fluxo (*slug test*) devido a mudança do nível de fluido no poço, que é função do raio da tubulação (r_p) e da massa específica do fluido (ρ):

$$C_F = \frac{\pi r_p^2}{\rho g} \quad (5.13)$$

Durante a estática, o coeficiente de estocagem adimensional é dado por:

$$C_{SD} = \frac{C_S}{2\pi\phi c_l h r_w^2} \quad (5.14)$$

onde, C_S representa o coeficiente de estocagem na estática devido a compressão do fluido no poço, que é função do volume da câmara de estocagem no poço (V_c) e da compressibilidade do fluido no poço (c_{wf}):

$$C_S = V_c c_{wf} \quad (5.15)$$

Os dados usados no Caso 4 encontram-se descritos na Tabela 5.3. A Figura 5.8 mostra que as soluções numéricas obtidas para diferentes valores de fatores de película são praticamente coincidentes com as respectivas soluções analíticas, tanto no fluxo quanto na estática.

Caso 5 - Fluxo Bifásico - Poço Não Surgente - Razão de Mobilidades Unitária

Neste caso foi adotado procedimento semelhante ao utilizado no Caso 2, com as curvas de permeabilidades relativas definidas como retas, de modo a ser possível comparar a solução numérica do simulador em condições de fluxo bifásico com a solução analítica monofásica para poço não surgente. As curvas de permeabilidades relativas foram definidas de forma tal que a mobilidade total para qualquer valor de saturação de água coincide com o valor da mobilidade do caso monofásico não surgente (Caso 4). Foram utilizados os mesmos dados da Tabela 5.3 e considerou-se como 0.5 a saturação inicial no reservatório. As Figuras 5.9 mostra que, tanto para o fluxo como para a estática, as soluções numéricas obtidas para os diversos valores de fatores de película considerando o fluxo bifásico com razão de mobilidades unitária, são praticamente coincidentes com as respectivas soluções analíticas para fluxo monofásico não surgente.

Tabela 5.3 - Dados utilizados para o Caso 4 - monofásico não surgente

Descrição do reservatório		
Número de blocos na direção radial	30	-
Raio do poço	0.10795	m
Raio do reservatório	500.0	m
Espessura da formação	5.0	m
Porosidade (constante)	0.20	fração
Permeabilidade efetiva	107.2	mD
Propriedades do fluido		
Massa específica do fluido em condições padrões	0.893	g/cm ³
Viscosidade (constante)	8.1	cp
Fator volume de formação	1.0302	m ³ /m ³
Compressibilidade	54x10 ⁻⁶	cm ² /kgf
Condições iniciais		
Pressão inicial do reservatório	70.0	kgf/cm ²
Pressão inicial do fluxo (colchão)	5.0	kgf/cm ²
Controle numérico da simulação		
Incremento de tempo inicial	1.0x10 ⁻⁶	h
Máxima variação de pressão permitida	0.2	kgf/cm ²
Multiplicador máximo do incremento de tempo	1.3	-
Multiplicador mínimo do incremento de tempo	0.5	-
Tolerância para a pressão	1.0x10 ⁻⁹	kgf/cm ²
Tolerância para o resíduo	1.0x10 ⁻⁶	m ³ /s
Outros dados		
Diâmetro interno da coluna	0.062	m
Volume da câmara de estocagem	0.50	m ³
Tempo de fluxo	1.0	h
Tempo de estática	3.0	h
Coeficiente de estocagem no fluxo	3.486x10 ⁻²	m ³ /kgf/cm ²
Coeficiente de estocagem na estática	2.70x10 ⁻⁵	m ³ /kgf/cm ²

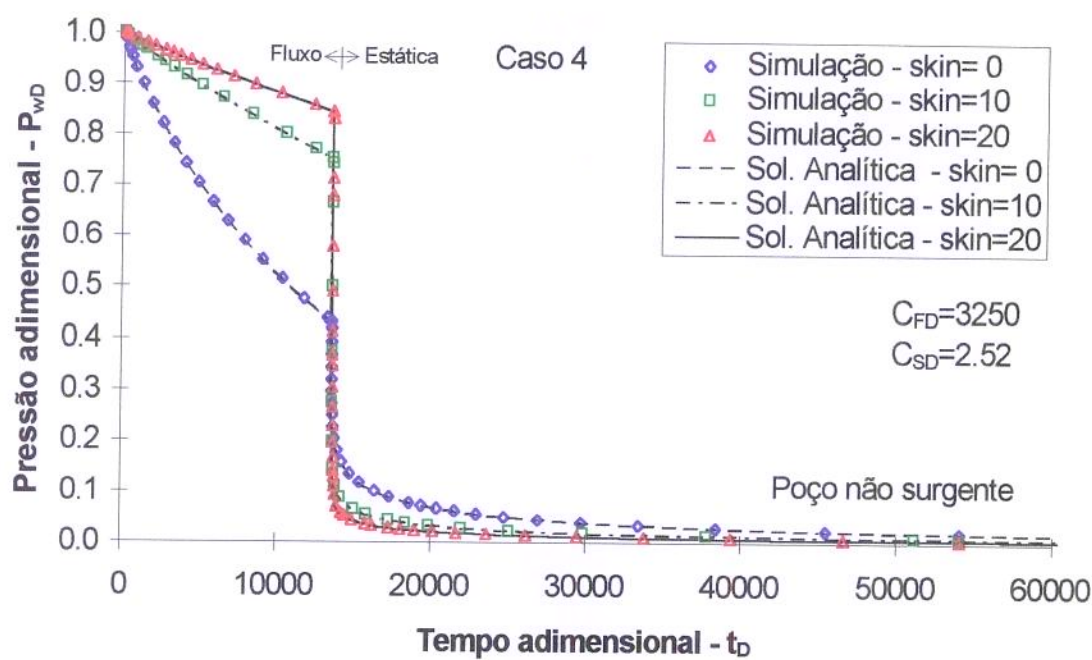


Figura 5.8 - Caso 4 - Comparação entre a solução numérica e a analítica para diferentes fatores de película

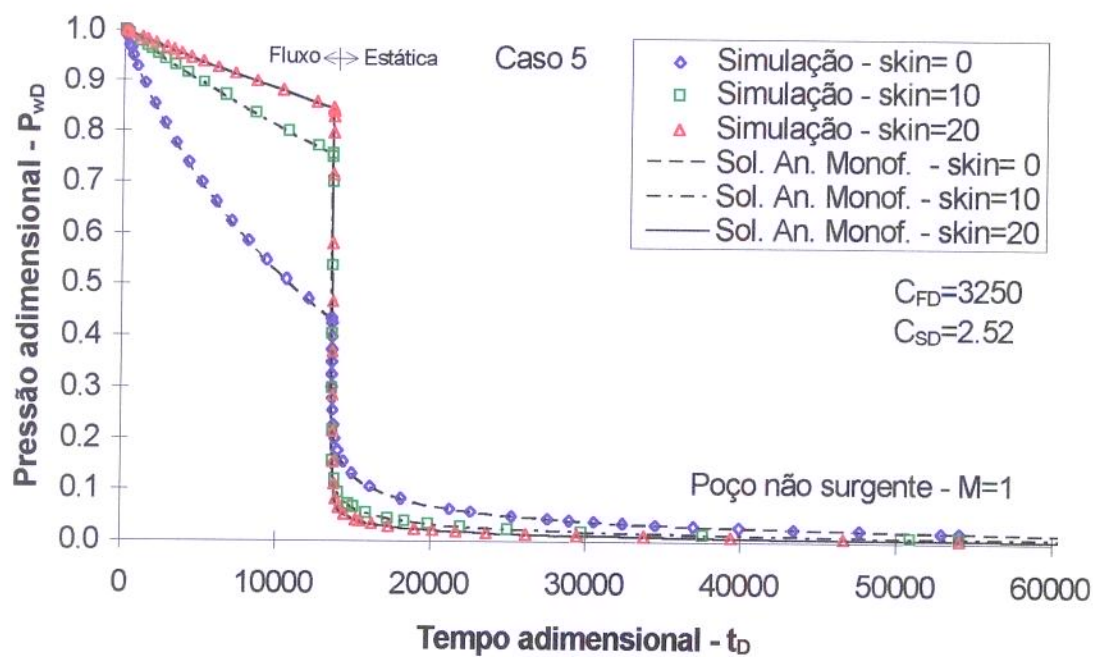


Figura 5.9 - Caso 5 - Comparação entre a solução numérica para fluxo bifásico e a solução analítica para fluxo monofásico para diferentes fatores de película

Capítulo 6

Análise das Equações no Reservatório e Poço para o Fluxo Bifásico Óleo-Água

Conforme comentado no Capítulo 2, Perrine (1956) sugeriu modificações na teoria do fluxo monofásico para incorporar os efeitos do fluxo multifásico. Para justificar a abordagem proposta por Perrine (1956), Martin (1959) desprezou os gradientes de segunda ordem na pressão e saturação. Neste capítulo, a equação governante para o fluxo de óleo e água no reservatório é deduzida e analisa-se as implicações da abordagem de Perrine-Martin através do estabelecimento de critérios, os quais uma vez satisfeitos, garantem uma justificativa para que os gradientes de segunda ordem sejam desprezados. São estabelecidos parâmetros que possibilitam o estudo do efeito das não linearidades tanto na equação governante quanto nas equações no poço durante o fluxo e a estática.

A formulação do problema do fluxo monofásico radial em poços não surgentes está resumida na Tabela 6.1. Maiores detalhes sobre a derivação das equações governantes e condições de contorno podem ser obtidos, por exemplo, em Mathews e Russel (1967), Corrêa (1988) e Peres (1989).

Tabela 6.1 - Equações para o problema do DST no caso monofásico

	Forma Dimensional	Forma Adimensional
Equação governante	$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t}$	$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}$ $r_D = \frac{r}{r_w} \text{ e}$ $p_D(r_D, t_D) = \frac{p_i - p(r, t)}{p_i - p_o}$
Condição inicial	$p(r, 0) = p_i, \quad r > r_w$	$p_D(r_D, 0) = 0, \quad 1 < r_D < \infty$
Condição de contorno externa	$\lim_{r \rightarrow \infty} p(r, t) = p_i$	$\lim_{r \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0$
Condição de contorno interna	$p_w(0) = p_o$	$p_{wD}(0) = 1$
Equação no poço durante o fluxo	$q(t) - C_F \frac{dp_w}{dt} = 0, \quad 0 < t < t_p$ $C_F = \frac{A_c}{\rho g}$	$q_D(t_D) + C_{FD} \frac{dp_{wD}}{dt_D} = 0, \quad 0 < t_D < t_{pD}$ $q_D(t_D) = \frac{q(t) \mu}{2\pi k h (p_i - p_o)}$
Equação no poço durante a estática	$q(t) - C_S \frac{dp_w}{dt} = 0, \quad t > t_p$ $C_S = c_{wf} V_c$	$q_D(t_D) + C_{SD} \frac{dp_{wD}}{dt_D} = 0, \quad t_D > t_{pD}$
Vazão na face da formação	$q(t) = \frac{2\pi k h}{\mu} \left[r \frac{\partial p}{\partial r} \right]_{r=r_w}$	$q_D(t_D) = - \left[r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right]_{r_D=1}$
Equação do fator de película	$p_w(t) = p(r_w, t) - q(t)s$	$p_{wD}(t_D) = p_D(1, t_D) + s q_D(t_D)$

6.1 Estabelecimento de um critério para exclusão dos termos de segunda ordem na equação para fluxo bifásico óleo-água

Desconsiderando-se a presença dos termos fontes, as equações governantes para cada fase no reservatório (Equações 3.1 e 3.2) podem ser reescritas como:

- óleo

$$\nabla \cdot \left[k \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o B_o} \right) \nabla p \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{S_o}{B_o} \right) \quad (6.1)$$

- água

$$\nabla \cdot \left[k \left(\frac{k_{r_w}}{\mu_w B_w} \right) \nabla p \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{S_w}{B_w} \right) \quad (6.2)$$

Em coordenadas cilíndricas (r, θ, z) , considerando-se o problema simétrico em θ e desprezando-se as variações em z , as Equações 6.1 e 6.2 tornam-se, respectivamente:

- óleo

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[k \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o B_o} \right) r \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{S_o}{B_o} \right) \quad (6.3)$$

- água

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[k \left(\frac{k_{r_w}}{\mu_w B_w} \right) r \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{S_w}{B_w} \right) \quad (6.4)$$

Considerando-se o reservatório homogêneo, a Equação 6.3 pode ser reescrita como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{k_{r_o}}{\mu_o B_o} r \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{S_o}{B_o} \right) \quad (6.5)$$

A expansão do lado esquerdo da Equação 6.5, considerando-se a viscosidade do óleo constante, resulta em.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{k_{r_o}}{\mu_o B_o} r \frac{\partial p}{\partial r} \right] &= \frac{k_{r_o}}{\mu_o B_o} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{k_{r_o}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\mu_o B_o} \frac{dk_{r_o}}{dS_o} \frac{\partial S_o}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + k_{r_o} \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{1}{\mu_o B_o} \right] \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 = \\
&= \frac{k_{r_o}}{\mu_o B_o} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{k_{r_o}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\mu_o B_o} \frac{dk_{r_o}}{dS_o} \frac{\partial S_o}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{k_{r_o}}{\mu_o B_o} c_o \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2
\end{aligned} \quad (6.6)$$

onde, na penúltima igualdade da Equação 6.6, foi utilizada a definição da compressibilidade isotérmica do óleo:

$$c_o = - \frac{1}{B_o} \frac{dB_o}{dp} \quad (6.7)$$

Expandindo-se o lado direito da Equação 6.5, obtém-se:

$$\frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial r} \left(\phi \frac{S_o}{B_o} \right) = \frac{1}{k} \left[\frac{S_o}{B_o} \frac{\partial \phi}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial r} + \phi S_o \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{B_o} \right) \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\phi}{B_o} \frac{\partial S_o}{\partial r} \right] = \frac{\phi}{kB_o} \left[S_o (c_r + c_o) \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial S_o}{\partial r} \right] \quad (6.8)$$

onde, na penúltima igualdade da Equação 6.8, foi utilizada a Equação 6.7 e a definição de compressibilidade da rocha, ou seja:

$$c_r = \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dp} \quad (6.9)$$

Substituindo-se as Equações 6.6 e 6.8 na Equação 6.5 e multiplicando-se por B_o , obtém-se:

$$\frac{k_{r_o}}{\mu_o} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{k_{r_o}}{\mu_o} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\mu_o} \frac{dk_{r_o}}{dS_o} \frac{\partial S_o}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{k_{r_o}}{\mu_o} c_o \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi}{k} \left[S_o (c_r + c_o) \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial S_o}{\partial r} \right] \quad (6.10)$$

A equação similar para a fase água é dada por:

$$\frac{k_{r_w}}{\mu_w} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\mu_w} \frac{dk_{r_w}}{dS_w} \frac{\partial S_w}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} c_w \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi}{k} \left[S_w (c_r + c_w) \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial S_w}{\partial r} \right] \quad (6.11)$$

A soma das Equações. 6.10 e 6.11 resulta em,

$$\begin{aligned} & \frac{k_{r_o}}{\mu_o} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{k_{r_o}}{\mu_o} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\mu_o} \frac{dk_{r_o}}{dS_o} \frac{\partial S_o}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\mu_w} \frac{dk_{r_w}}{dS_w} \frac{\partial S_w}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \\ & + \frac{k_{r_o}}{\mu_o} c_o \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} c_w \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi}{k} \left[S_o (c_r + c_o) \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial S_o}{\partial r} \right] + \frac{\phi}{k} \left[S_w (c_r + c_w) \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial S_w}{\partial r} \right] \end{aligned} \quad (6.12)$$

Ou ainda,

$$\begin{aligned} & \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right) \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \\ & + \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right) \left(\frac{\partial S_w}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \left(\frac{\frac{1}{\mu_w} \frac{dk_{r_w}}{dS_w} + \frac{1}{\mu_o} \frac{dk_{r_o}}{dS_o}}{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w}} \right) + \\ & + \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \left(\frac{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} c_o + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} c_w}{\left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)} \right) = \\ & = \frac{\phi}{k} \left[[S_o c_r + S_o c_o + S_w c_r + S_w c_w] \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial S_o}{\partial r} + \frac{\partial S_w}{\partial r} \right] \end{aligned} \quad (6.13)$$

Donde, dividindo-se por $\left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)$ e após alguns passos adicionais, obtém-se,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \left[1 + \left(r \frac{\partial S_w}{\partial r} \right) \left(\frac{\frac{1}{\mu_w} \frac{dk_{r_w}}{dS_w} + \frac{1}{\mu_o} \frac{dk_{r_o}}{dS_o}}{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w}} \right) + \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) \left(\frac{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} c_o + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} c_w}{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w}} \right) \right] = \\ & = \frac{\phi}{k \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)} \left[(c_r + S_o c_o + S_w c_w) \frac{\partial p}{\partial r} \right] \end{aligned} \quad (6.14)$$

Note-se que a equação proposta por Perrine (1956) para o caso de fluxo bifásico água-óleo é,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi}{k \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)} \left[(c_r + S_o c_o + S_w c_w) \frac{\partial p}{\partial t} \right] = \frac{\phi c_t}{\lambda_t} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (6.15)$$

onde,

c_t é a compressibilidade total do sistema.

A partir da comparação entre as Equações 6.14 e 6.15, conclui-se que para que se possa desprezar os termos de segunda ordem da equação governante do fluxo de óleo e água no reservatório, o seguinte critério teórico deve ser atendido:

$$\left| \left(r \frac{\partial S_w}{\partial r} \right) \left(\frac{\frac{1}{\mu_w} \frac{dk_{r_w}}{dS_w} + \frac{1}{\mu_o} \frac{dk_{r_o}}{dS_w}}{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w}} \right) + \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) \left(\frac{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} c_o + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} c_w}{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w}} \right) \right| \ll 1 \quad (6.16)$$

Para o caso do reservatório com uma saturação inicial uniforme ao longo de toda a sua extensão, os máximos gradientes de pressão e saturação ocorrem na interface poço-formação, ou seja, quando $r = r_w$. Assim, a satisfação do critério nesta posição garante que ele seja atendido ao longo de todo o reservatório. No Capítulo 7, o comportamento do lado esquerdo da Inequação 6.16, calculado na interface poço-formação, é mostrado para os diversos casos simulados. Para alguns casos é mostrada a participação de cada uma das parcelas da soma no lado esquerdo da Inequação 6.16 (“parcela da saturação” e “parcela da pressão”).

Exceto quando as parcelas do lado esquerdo da Inequação 6.16 tiverem sinais contrários, uma condição necessária para que este critério seja satisfeito é que o módulo de cada uma das parcelas seja bem menor que 1, ou seja, os seguintes critérios devem ser satisfeitos concomitantemente:

$$\left| \left(r \frac{\partial S_w}{\partial r} \right) \left(\frac{\frac{1}{\mu_w} \frac{dk_{r_w}}{dS_w} + \frac{1}{\mu_o} \frac{dk_{r_o}}{dS_w}}{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w}} \right) \right| \ll 1 \quad (6.17)$$

$$\left| \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) \left(\frac{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} c_o + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} c_w}{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w}} \right) \right| \ll 1 \quad (6.18)$$

Como, por hipótese, as fases água e óleo são imiscíveis, a vazão total na face da formação é igual a soma das vazões individuais de óleo e água, ou seja,

$$Q_o B_o + Q_w B_w = 2\pi k h \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right) \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w} \quad (6.19)$$

donde,

$$\left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w} = \frac{Q_o B_o + Q_w B_w}{2\pi k h \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)} \quad (6.20)$$

Substituindo a Equação 6.20 na Inequação 6.18, obtém-se:

$$\left| \frac{Q_o B_o + Q_w B_w}{2\pi k h \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)} \left(\frac{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} c_o + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} c_w}{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w}} \right) \right| \ll 1 \quad (6.21)$$

ou ainda,

$$|Q_o B_o + Q_w B_w| \ll \frac{2\pi k h \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)^2}{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} c_o + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} c_w} \quad (6.22)$$

Devido a sua origem estar ligada à parcela do gradiente de pressão na Inequação 6.16, neste trabalho denominamos a Inequação 6.22 como “critério da pressão”. A partir da Inequação 6.22, é possível obter-se um critério de mais fácil verificação na prática, desde que

se disponha de resultados de um teste. Definindo-se o máximo valor entre as compressibilidades do óleo e da água como,

$$c_{wfmax} = \max[c_o, c_w] \quad (6.23)$$

pode-se chegar a seguinte relação:

$$\left| \frac{2\pi kh \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)^2}{c_{wfmax} \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)} \right| < \left| \frac{2\pi kh \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)^2}{\frac{k_{r_o}}{\mu_o} c_o + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} c_w} \right| \quad (6.24)$$

Com base na Inequação 6.24, podemos estabelecer o seguinte critério aproximado, que uma vez satisfeito, garante que o critério dado pela Inequação 6.22 também é satisfeito:

$$|Q_o B_o + Q_w B_w| \ll \left| \frac{2\pi kh \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)}{c_{wfmax}} \right| \quad (6.25)$$

O critério aproximado dado pela Inequação 6.25 pode ser facilmente verificado na prática pois o produto $kh \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)$ representa a transmissibilidade total, que pode ser obtida em um teste. A condição a ser verificada, então, é se a vazão total máxima calculada (ou medida no caso de poço surgente) em condições de reservatório é bem menor do que o lado direito da Inequação 6.25. No caso de poços não surgentes, que apresentam vazões decrescentes com o tempo, o momento crítico é logo após a abertura da válvula para fluxo. O atendimento deste critério prático implica no atendimento também da Inequação 6.22 e, conseqüentemente, o gradiente de segunda ordem da pressão na Equação 6.14 pode ser justificadamente desprezado.

A partir da Inequação 6.17 pode-se chegar ao “critério da saturação”, que escrito para a interface poço-reservatório, resulta em:

$$\left| \left(r \frac{\partial S_w}{\partial r} \right)_{r=r_w} \right| << \left| \frac{\frac{kr_o}{\mu_o} + \frac{kr_w}{\mu_w}}{\frac{1}{\mu_w} \frac{dkr_w}{dS_w} + \frac{1}{\mu_o} \frac{dkr_o}{dS_w}} \right| \quad (6.26)$$

Note-se que o critério dado pela Inequação 6.26 é de difícil verificação na prática, pois é necessário um conhecimento prévio das curvas de permeabilidades relativas e não há como estimar ou medir a variação da saturação com o raio durante um teste. No próximo capítulo deste trabalho, entretanto, é feita uma análise dos termos deste critério para os casos simulados, nos quais foram utilizadas diferentes curvas de permeabilidade relativa.

Note-se que o lado direito da Inequação 6.26 representa o quociente da mobilidade total por sua derivada com relação à saturação, ou seja,

$$\left| \left(r \frac{\partial S_w}{\partial r} \right)_{r=r_w} \right| << \left| \frac{\frac{kr_o}{\mu_o} + \frac{kr_w}{\mu_w}}{\frac{d}{dS_w} \left(\frac{kr_o}{\mu_o} + \frac{kr_w}{\mu_w} \right)} \right| \quad (6.27)$$

A mobilidade total plotada contra a saturação geralmente resulta em uma curva côncava, apresentando um ponto de mínimo, com derivada nula. A Equação 6.27 indica que as condições mais favoráveis para que os gradientes de segunda ordem na saturação (Equação 6.14) sejam desprezados são obtidas quando, durante todo o teste, a saturação varia nas proximidades deste ponto de mínimo.

6.2 Análise de não-linearidades na equação governante do fluxo bifásico óleo-água em poços não surgentes

A Equação 6.15 proposta por Perrine (1956), na qual já foram desprezados os gradientes de segunda ordem na pressão e saturação, a rigor, ainda não é totalmente linear pois existe uma dependência do produto $\phi c_t / \lambda_t$ com a pressão. O Objetivo desta seção é definir formas de avaliar esta não linearidade para poços não surgentes, utilizando diferentes definições do tempo adimensional.

À semelhança da definição de pressão adimensional para fluxo monofásico, pode-se definir a pressão adimensional para fluxo bifásico como sendo,

$$p_{wD_b}(t_{D_b}, C_{D_b}) = \frac{p_i - p_{wb}(t)}{p_i - p_o} \quad (6.28)$$

onde o subscrito b na Equação 6.28 indica condições bifásicas. Utilizando-se a definição de pressão adimensional dada pela Equação 6.28 e a definição usual de raio adimensional, ou seja,

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (6.29)$$

na Equação 6.15, obtém-se

$$\frac{\partial^2 p_{wD_b}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_{wD_b}}{\partial r_D} = - \frac{\phi}{k \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)} (c_r + S_o c_o + S_w c_w) r_w^2 \frac{\partial p_{wD_b}}{\partial t} \quad (6.30)$$

Neste trabalho utilizamos duas diferentes formas para o tempo adimensional em condições bifásicas. A primeira delas é dada por,

$$t_{D_{1b}} = \frac{k \left(\frac{\overline{k_{r_o}}}{\mu_o} + \frac{\overline{k_{r_w}}}{\mu_w} \right) t}{\phi|_{p_i} c_t|_{p_i} r_w^2} \quad (6.31)$$

onde,

$\overline{k_{r_o}}$ e $\overline{k_{r_w}}$ representam os valores médios das permeabilidades relativas ao óleo e à água, respectivamente, no período considerado.

$\phi|_{p_i}$ representa o valor da porosidade na pressão inicial.

$c_t|_{p_i}$ representa o valor da compressibilidade total na pressão inicial, ou seja, calculada considerando a saturação na pressão inicial através de:

$$c_t|_{p_i} = c_r + \left(1 - S_w|_{p_i}\right) c_o + S_w|_{p_i} c_w \quad (6.32)$$

Nesta dissertação, os valores médios são calculados considerando-se a integração da variável no tempo. Assim, se x é uma variável genérica, a sua média é calculada como,

$$\bar{x} = \frac{1}{t_p} \int_{\tau=0}^{\tau=t_p} x d\tau \quad (6.33)$$

durante o fluxo, ou,

$$\bar{x} = \frac{1}{t_e} \int_{\tau=t_p}^{\tau=t_e} x d\tau \quad (6.34)$$

durante a estática.

Nas Equações 6.33 e 6.34, t_p e t_e representam os tempos totais de fluxo e de estática, respectivamente.

Usando-se a definição de tempo adimensional dado pela Equação 6.31 na Equação 6.30, chega-se a,

$$\frac{\partial^2 p_{wD_b}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_{wD_b}}{\partial r_D} = \eta_1 \frac{\partial p_{wD_b}}{\partial \alpha_{D_b}} \quad (6.35)$$

onde,

$$\eta_1 = \frac{\phi \left[c_r + (1 - S_w) c_o + S_w c_w \right] \left(\frac{\overline{k_{r_o}}}{\mu_o} + \frac{\overline{k_{r_w}}}{\mu_w} \right)}{\phi|_{p_i} \left[c_r + (1 - S_w|_{p_i}) c_o + S_w|_{p_i} c_w \right] \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)} \quad (6.36)$$

A segunda forma utilizada neste trabalho para definir o tempo adimensional bifásico é através de,

$$t_{D_{2b}} = \frac{k \left(\frac{\overline{k_{r_o}}}{\overline{\mu_o}} + \frac{\overline{k_{r_w}}}{\overline{\mu_w}} \right) t}{\overline{\phi} \overline{c_t} r_w^2} \quad (6.37)$$

onde,

$\overline{\phi}$ representa o valor médio da porosidade

$\overline{c_t}$ representa o valor médio da compressibilidade total, ou seja, calculada considerando a saturação média através de:

$$\overline{c_t} = c_r + (1 - \overline{S_w}) c_o + \overline{S_w} c_w \quad (6.38)$$

Introduzindo-se a definição de tempo adimensional dado pela Equação 6.37 na Equação 6.30, obtém-se,

$$\frac{\partial^2 p_{wD_b}}{\partial \tau_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_{wD_b}}{\partial \tau_D} = \eta_2 \frac{\partial p_{wD_b}}{\partial \tau_{D_{2b}}} \quad (6.39)$$

onde,

$$\eta_2 = \frac{\overline{\phi} [c_r + (1 - \overline{S_w}) c_o + \overline{S_w} c_w] \left(\frac{\overline{k_{r_o}}}{\overline{\mu_o}} + \frac{\overline{k_{r_w}}}{\overline{\mu_w}} \right)}{\overline{\phi} [c_r + (1 - \overline{S_w}) c_o + \overline{S_w} c_w] \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)} \quad (6.40)$$

Comparando-se as Equações 6.35 e 6.39 com a equação governante na forma adimensional para fluxo monofásico (Tabela 6.1), verifica-se que a resposta bifásica com as adimensionalizações propostas, será tão mais próxima da monofásica quanto mais η_1 ou η_2 se mantiverem próximos de 1. Estes parâmetros, cujo comportamento é analisado para

alguns casos simulados no Capítulo 7, permitem, então, uma avaliação do grau de não linearidade da equação governante do fluxo bifásico.

6.3 Análise das não linearidades da equação no poço (CCI) para fluxo bifásico óleo-água em poços não surgentes

6.3.1 Período de fluxo

A equação válida para o poço durante o fluxo (Equação 3.32) pode ser reescrita como:

$$Q_o B_o + Q_w B_w = q_o + q_w = \frac{A_c}{\left[\frac{\rho_{o_{sc}}}{B_o} (1 - f_w) + \frac{\rho_{w_{sc}}}{B_w} f_w \right] g} \frac{\partial p_{wf}(t)}{\partial t} \quad (6.41)$$

A introdução da Equação 6.19 na Equação 6.41 resulta em:

$$2\pi kh \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right) \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w} = \frac{A_c}{\left[\frac{\rho_{o_{sc}}}{B_o} (1 - f_w) + \frac{\rho_{w_{sc}}}{B_w} f_w \right] g} \frac{\partial p_{wf}(t)}{\partial t} \quad (6.42)$$

Introduzindo-se as definições de pressão e raio adimensionais dados, respectivamente, pelas Equações 6.28 e 6.29 na Equação 6.42, obtém-se:

$$\left(r_D \frac{\partial p_{wD_b}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = \frac{A_c}{\left[2\pi kh \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right) \right] \left[\frac{\rho_{o_{sc}}}{B_o} (1 - f_w) + \frac{\rho_{w_{sc}}}{B_w} f_w \right] g} \frac{\partial p_{wD_b}(t)}{\partial t} \quad (6.43)$$

Neste trabalho o coeficiente de estocagem adimensional para condições de fluxo bifásico é definido de três diferentes formas, sendo a primeira delas dada por,

$$C_{FD_{1b}} = \frac{A_c}{\left[\frac{\rho_{o_{sc}}}{B_o|_{p_i}} (1 - \bar{f}_w) + \frac{\rho_{w_{sc}}}{B_w|_{p_i}} \bar{f}_w \right] g} \quad (6.44)$$

$$2\pi \phi|_{p_i} c_t|_{p_i} h r_w^2$$

onde,

$B_o|_{p_i}$ e $B_w|_{p_i}$ representam, respectivamente, os fatores volume de formação do óleo e da água na pressão inicial.

$\overline{f_w}$ representa a média do fluxo fracionário instantâneo.

Utilizando-se a Equação 6.44 e a definição de tempo adimensional dado pela Equação 6.31 ($t_{D_{1b}}$) na Equação 6.43, obtém-se,

$$\left(r_D \frac{\partial p_{wD_b}}{\partial D} \right)_{r_D=1} = \psi_1 C_{FD_{1b}} \frac{\partial p_{wD_b}(t_{D_{1b}})}{\partial t_{D_{1b}}} \quad (6.45)$$

onde,

$$\psi_1 = \frac{\left(\frac{\overline{k_{r_o}}}{\mu_o} + \frac{\overline{k_{r_w}}}{\mu_w} \right) \left[\frac{\rho_{o_{sc}}}{B_o|_{p_i}} (1 - \overline{f_w}) + \frac{\rho_{w_{sc}}}{B_w|_{p_i}} \overline{f_w} \right]}{\left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right) \left[\frac{\rho_{o_{sc}}}{B_o} (1 - f_w) + \frac{\rho_{w_{sc}}}{B_w} f_w \right]} \quad (6.46)$$

Uma outra forma utilizada neste trabalho para a definição do coeficiente de estocagem adimensional bifásico é,

$$C_{FD_{2b}} = \frac{A_c \left[\frac{\rho_{o_{sc}}}{B_o} (1 - \overline{f_w}) + \frac{\rho_{w_{sc}}}{B_w} \overline{f_w} \right] g}{2\pi\phi|_{p_i} c_t|_{p_i} h r_w^2} \quad (6.47)$$

onde,

$\overline{B_o}$ e $\overline{B_w}$ representam as médias dos fatores volume de formação do óleo e da água, respectivamente.

Usando-se a Equação 6.47 e a definição de tempo adimensional dado pela Equação 6.31 ($t_{D_{1b}}$) na Equação 6.43, obtém-se,

$$\left(r_D \frac{\partial p_{wD_b}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = \psi_2 C_{FD_{2b}} \frac{\partial p_{wD_b}(t_{D_{1b}})}{\partial t_{D_{1b}}} \quad (6.48)$$

onde,

$$\psi_2 = \frac{\left(\frac{\overline{k_{r_o}}}{\mu_o} + \frac{\overline{k_{r_w}}}{\mu_w} \right) \left[\frac{\rho_{o_{sc}}}{B_o} (1 - \overline{f_w}) + \frac{\rho_{w_{sc}}}{B_w} \overline{f_w} \right]}{\left(\frac{\overline{k_{r_o}}}{\mu_o} + \frac{\overline{k_{r_w}}}{\mu_w} \right) \left[\frac{\rho_{o_{sc}}}{B_o} (1 - \overline{f_w}) + \frac{\rho_{w_{sc}}}{B_w} \overline{f_w} \right]} \quad (6.49)$$

A terceira definição do coeficiente de estocagem adimensional bifásico utilizada neste trabalho é dada por,

$$C_{FD_{3b}} = \frac{\overline{A_c} \left[\frac{\rho_{o_{sc}}}{B_o} (1 - \overline{f_w}) + \frac{\rho_{w_{sc}}}{B_w} \overline{f_w} \right] g}{2\pi \phi c_i h r_w^2} \quad (6.50)$$

A utilização do coeficiente de estocagem adimensional dado pela Equação 6.50 e a definição de tempo adimensional dado pela Equação 6.37 ($t_{D_{2b}}$) na Equação 6.43 resulta em:

$$\left(r_D \frac{\partial p_{wD_b}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = \psi_2 C_{FD_{3b}} \frac{\partial p_{wD_b}(t_{D_{2b}})}{\partial t_{D_{2b}}} \quad (6.51)$$

É importante observar que neste caso o fator que aparece multiplicando o lado direito na Equação 6.51 é o mesmo daquele obtido quando se utiliza a combinação $C_{FD_{2b}}$ e $t_{D_{1b}}$, expresso pela Equação 6.49.

A comparação das Equações 6.45, 6.48 e 6.51 com a equação adimensional no poço durante o fluxo para o caso monofásico (Tabela 6.1), indica que a solução bifásica para poço não surgente com as adimensionalizações propostas, será tão mais próxima da solução monofásica quanto mais próximos de 1 forem os fatores ψ_1 e ψ_2 . Estes fatores, portanto, permitem uma avaliação do grau de não linearidade da equação no poço durante o fluxo. No

próximo capítulo é feita uma análise do comportamento destes fatores para alguns casos simulados.

6.3.2 Período de Estática

A equação do modelo matemático do poço durante a estática (Equação 3.45) pode ser reescrita como:

$$(B_o Q_o + B_w Q_w)_{r=r_w} = q_o + q_w = V_c \left\{ \left[(1 - H_w) c_o + H_w c_w \right] \frac{dp_{ws}}{dt} \right\} \quad (6.52)$$

A introdução da Equação 6.19 e o uso das definições adimensionais para a pressão e o raio, dados pelas Equações 6.28 e 6.29, na Equação 6.52, resulta em:

$$\left(r_D \frac{\partial p_{wD_b}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = \frac{V_c \left[(1 - H_w) c_o + H_w c_w \right] \frac{\partial p_{wD_b}(t)}{\partial t}}{2\pi k h \left(\frac{kr_o}{\mu_o} + \frac{kr_w}{\mu_w} \right)} \quad (6.53)$$

Neste trabalho definimos o coeficiente de estocagem adimensional bifásico na estática de duas diferentes formas, sendo a primeira delas dada por,

$$C_{SD_{lb}} = \frac{V_c \left[(1 - \overline{H_w}) c_o + \overline{H_w} c_w \right]}{2\pi \phi \left|_{p_i} c_t \right|_{p_i} h r_w^2} \quad (6.54)$$

onde,

$\overline{H_w}$ representa a média do *holdup* de água no poço.

Usando a Equação 6.54 e a definição de tempo adimensional dado pela Equação 6.31 ($t_{D_{lb}}$) na Equação 6.53 obtém-se,

$$\left(r_D \frac{\partial p_{wD_b}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = \omega C_{SD_{lb}} \frac{\partial p_{wD_b}(t_{D_{lb}})}{\partial t_{D_{lb}}} \quad (6.55)$$

onde,

$$\omega = \frac{\left[(1 - H_w) c_o + H_w c_w \right] \left(\frac{\overline{k}_{r_o}}{\mu_o} + \frac{\overline{k}_{r_w}}{\mu_w} \right)}{\left[(1 - \overline{H}_w) c_o + \overline{H}_w c_w \right] \left(\frac{k_{r_o}}{\mu_o} + \frac{k_{r_w}}{\mu_w} \right)} \quad (6.56)$$

Uma outra definição utilizada neste trabalho para o coeficiente de estocagem bifásico adimensional na estática é:

$$C_{SD_{2b}} = \frac{V_c \left[(1 - \overline{H}_w) c_o + \overline{H}_w c_w \right]}{2\pi \phi c_t h r_w^2} \quad (6.57)$$

Utilizando-se o coeficiente de estocagem adimensional dado pela Equação 6.57 e a definição de tempo adimensional dado pela Equação 6.37 ($t_{D_{2b}}$) na Equação 6.53, chega-se à:

$$\left(r_D \frac{\partial p_{wD_b}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = \omega C_{SD_{2b}} \frac{\partial p_{wD_b}(t_{D_{2b}})}{\partial t_{D_{2b}}} \quad (6.58)$$

Neste caso, o fator que aparece multiplicando o lado direito da Equação 6.58 é o mesmo daquele obtido quando usamos a combinação $C_{SD_{2b}}$ e $t_{D_{2b}}$, expresso pela Equação 6.56.

A comparação das Equações 6.55 e 6.58 com a equação adimensional no poço durante a estática para o caso monofásico (Tabela 6.1), indica que a solução bifásica durante a estática para poço não surgente com as adimensionalizações propostas, será tão mais próxima da respectiva solução monofásica quanto mais próximo de 1 for o fator ω . Este fator, cujo comportamento é analisado para alguns casos simulados no Capítulo 7, permite avaliar o grau de não linearidade da equação no poço durante a estática.

Capítulo 7

Análise de Casos Simulados com Saturação de Água Inicial Uniforme

O objetivo deste capítulo é estudar o comportamento de testes não surgentes em reservatórios onde a saturação de água inicial é uniforme ao longo de todo o reservatório, porém seu valor é maior que a saturação crítica, resultando, portanto, em um fluxo bifásico de óleo e água. Foram realizadas seis diferentes simulações para se avaliar qual o nível de erro cometido ao se utilizar a teoria monofásica para analisar o fluxo bifásico de óleo e água.

7.1 Caracterização dos casos estudados

Para estudar o problema foram realizadas seis diferentes simulações, resultando nos casos aqui denominados de A, B, C, D, E e F. Nesta seção são mostradas algumas características destes casos.

A Tabela 7.1 resume os dados comuns aos casos estudados e a Tabela 7.2 mostra as diferenças nos dados de entrada destes casos. A Figura 7.1 representa os dois conjuntos de curvas de permeabilidades relativas utilizados nas simulações e a Figura 7.2 mostra o comportamento da mobilidade total em função da saturação para estes conjuntos de curvas.

A Figura 7.3 mostra o comportamento da pressão de fundo para cada caso durante todo o tempo de teste (fluxo e estática). Note-se que os crescimentos de pressão dos Casos A e B foram bem semelhantes e que há um crescimento acentuado da pressão de fluxo em todos os casos, indicando uma recuperação de fluidos na coluna de regular a boa.

As Figuras 7.4, 7.5 e 7.6 mostram a variação das vazões de óleo, de água e total, respectivamente, para os casos simulados. Exceto nos Casos E e F, nos quais o fator de película é diferente de zero, as vazões decrescem rapidamente a partir de um valor inicial elevado. Note-se que embora tenham resultado em vazões de óleo e água bem distintas, os

Casos A, B e C apresentam vazões totais próximas. É importante observar ainda que as saturações iniciais de água (Tabela 7.2) foram escolhidas de modo que o fluxo fracionário instantâneo médio durante o fluxo fosse de aproximadamente 0.25 para os Casos A e D; 0.50 para os Casos B e E; e, 0.75 para os Casos C e F.

Em todos os casos aqui reportados foi utilizado um valor inicial uniforme para a saturação de água ao longo de todo o reservatório. A Tabela 7.3 mostra, para alguns instantes do fluxo e da estática, o comportamento da saturação de água no primeiro bloco da malha utilizada no simulador, indicando que no geral a variação com o tempo foi bem pequena em todos os casos. A tabela mostra que a variação ocorre geralmente na terceira casa decimal.

O comportamento da saturação de água ao longo do raio em diferentes intervalos de tempo para o Caso C é mostrado na Figura 7.7 para o fluxo e na Figura 7.8 para a estática. Vale salientar que curvas semelhantes foram obtidas também nos outros casos. Ainda para o Caso C, as Figuras 7.9 e 7.10 mostram o comportamento da pressão ao longo do raio em diferentes intervalos de tempo do fluxo e da estática, respectivamente. Também aqui as curvas obtidas são bem representativas dos outros casos, com exceção do Caso F, cujo elevado fator de película causa uma queda brusca de pressão próxima ao poço. As Figuras 7.7 a 7.10 indicam que, para o Caso C, as variações de saturação e pressão durante o fluxo e estática limitaram-se a um raio menor do que 50 metros. Em todos os casos estas variações atingiram um raio seguramente menor do que 100 metros. Consequentemente, os casos estudados não estão afetados pelo limite externo do reservatório (500 m), representando assim o comportamento de um reservatório infinito.

A Tabela 7.4 mostra alguns resultados obtidos das simulações realizadas. A massa específica de fluido média apresentada refere-se ao fluxo, sendo calculada através de:

$$\rho = \frac{\rho_{oSC}}{B_o|_{p_i}} (1 - \overline{f_w}) + \frac{\rho_{wSC}}{B_w|_{p_i}} (\overline{f_w}) \quad (7.1)$$

O coeficiente de estocagem do fluxo mostrado é o usado na determinação de $C_{FD_{1b}}$ e utiliza a massa específica média calculada pela Equação 7.1, sendo obtido através de:

$$C_F \left(m^3 / kg / cm^2 \right) = \frac{A_c \left(m^3 / m \right)}{0.1 \rho \left(g / cm^3 \right)} \quad (7.2)$$

A tabela apresenta também o *holdup* observado ao final do período de fluxo, que representa a fração volumétrica de água no volume total de líquido produzido, sendo, portanto, calculado através de:

$$H_w|_{t_p} = \frac{\int_0^{t_p} q_w(\tau) d\tau}{\int_0^{t_p} [q_w(\tau) + q_o(\tau)] d\tau} \quad (7.3)$$

Observa-se que para os todos os casos, o valor calculado através da Equação 7.3 é muito próximo do fluxo fracionário instantâneo médio ($\overline{f_w}$), calculado durante o fluxo, e do holdup médio ($\overline{H_w}$) da estática. A Tabela 7.4 inclui ainda o valor do coeficiente de estocagem da estática, usado na determinação de $C_{SD_{1b}}$ e $C_{SD_{2b}}$ e dado por:

$$C_S = V_c \left[(1 - \overline{H_w}) c_o + \overline{H_w} c_w \right] \quad (7.4)$$

Tabela 7.1 - Dados comuns aos Casos A a F

Descrição do reservatório		
Número de blocos na direção radial	30	-
Raio do poço	0.10795	m
Raio do reservatório	500.0	m
Espessura da formação	10.0	m
Porosidade na pressão inicial do reservatório	0.21	fração
Compressibilidade da rocha	50×10^{-6}	cm^2/kgf
Propriedades dos fluidos		
Massa específica do óleo em cond. padrões	0.848	g/cm^3
Massa específica da água em cond. padrões	1.000	g/cm^3
Viscosidade do óleo (constante)	4.45395	cp
Viscosidade da água (constante)	0.5	cp
Fator volume de formação do óleo @ $1.033 \text{ kgf}/\text{cm}^2$	1.0348	m^3/m^3
Fator volume de formação da água @ $1.033 \text{ kgf}/\text{cm}^2$	1.0200	m^3/m^3
Compressibilidade do óleo	94.3×10^{-6}	cm^2/kgf
Compressibilidade da água	41.0×10^{-6}	cm^2/kgf
Condições iniciais		
Pressão inicial do reservatório	70.0	kgf/cm^2
Pressão inicial do fluxo (colchão)	5.0	kgf/cm^2
Controle numérico da simulação		
Incremento de tempo inicial	1.0×10^{-6}	h
Máxima variação de pressão permitida	0.2	kgf/cm^2
Máxima variação de saturação permitida	0.003	fração
Multiplicador máximo do incremento de tempo	1.3	-
Multiplicador mínimo do incremento de tempo	0.5	-
Tolerância para a pressão	1.0×10^{-9}	kgf/cm^2
Tolerância para o resíduo	1.0×10^{-6}	m^3/s
Outros dados		
Diâmetro interno da coluna	0.062	m
Volume da câmara de estocagem	1.0	m^3
Tempo de fluxo	0.5	h
Tempo de estática	3.0	h

Tabela 7.2 - Diferenças nos Casos estudados

Propriedade	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D	Caso E	Caso F
Permeabilidade Absoluta (mD)	420.0	420.0	420.0	200.0	200.0	200.0
Fator de Película (skin)	0.0	0.0	0.0	0.0	2.0	15.0
Curvas de Permeabilidades Relativas	Conjunto 1 da Figura 7.1	Conjunto 1 da Figura 7.1	Conjunto 1 da Figura 7.1	Conjunto 2 da Figura 7.1	Conjunto 2 da Figura 7.1	Conjunto 2 da Figura 7.1
Saturação de água conata	0.274	0.274	0.274	0.160	0.160	0.160
Saturação de água inicial no reservatório	0.480	0.523	0.567	0.234	0.296	0.369

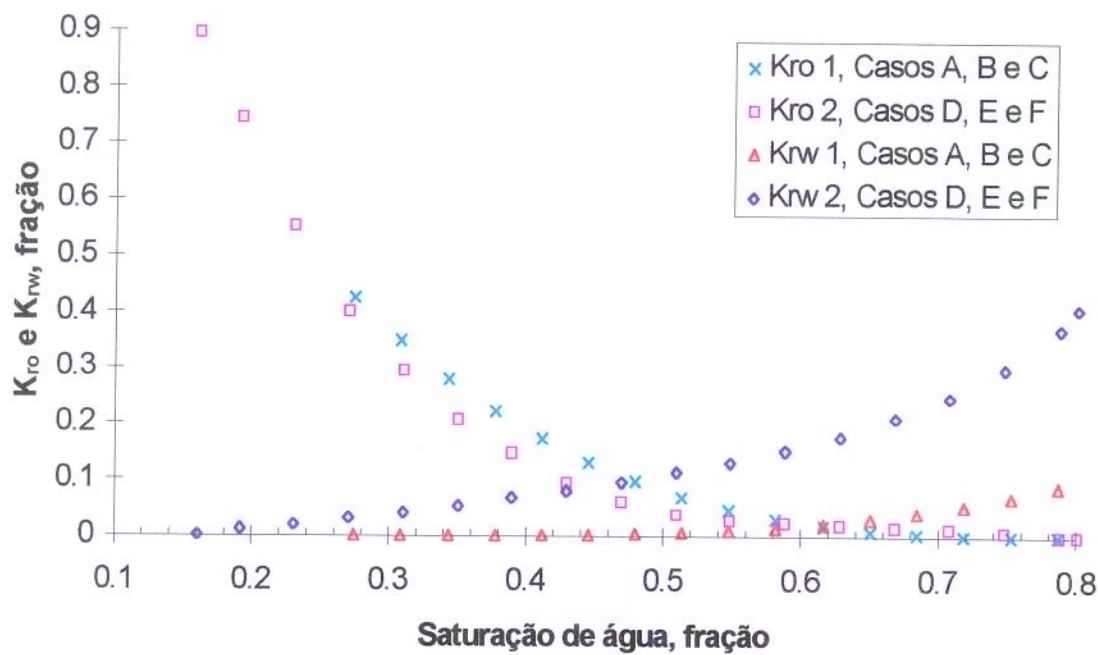


Figura 7.1 - Casos A a F - Curvas de permeabilidades relativas

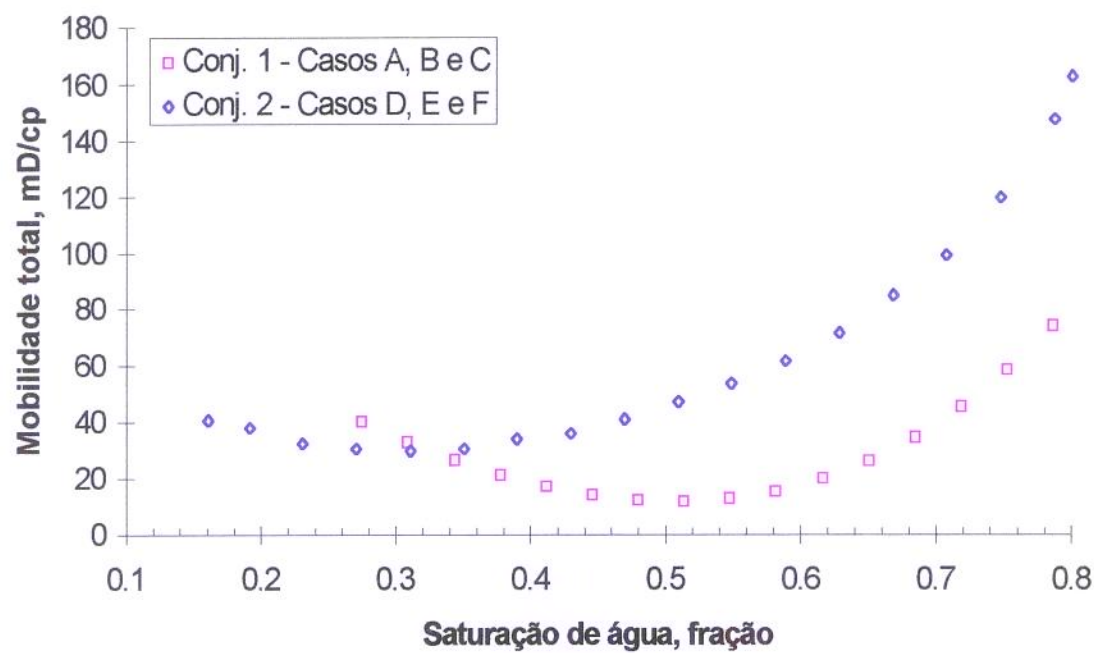


Figura 7.2 - Casos A a F - Mobilidade total dos conjuntos de curvas de permeabilidades relativas

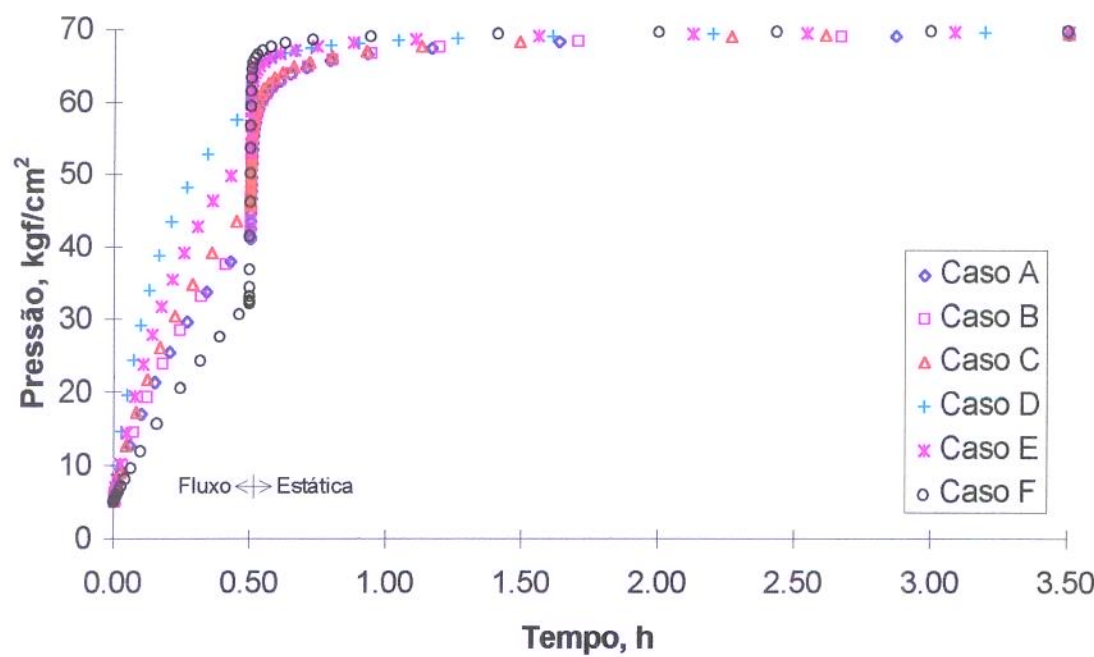


Figura 7.3 - Casos A a F - Comportamento da pressão de fundo

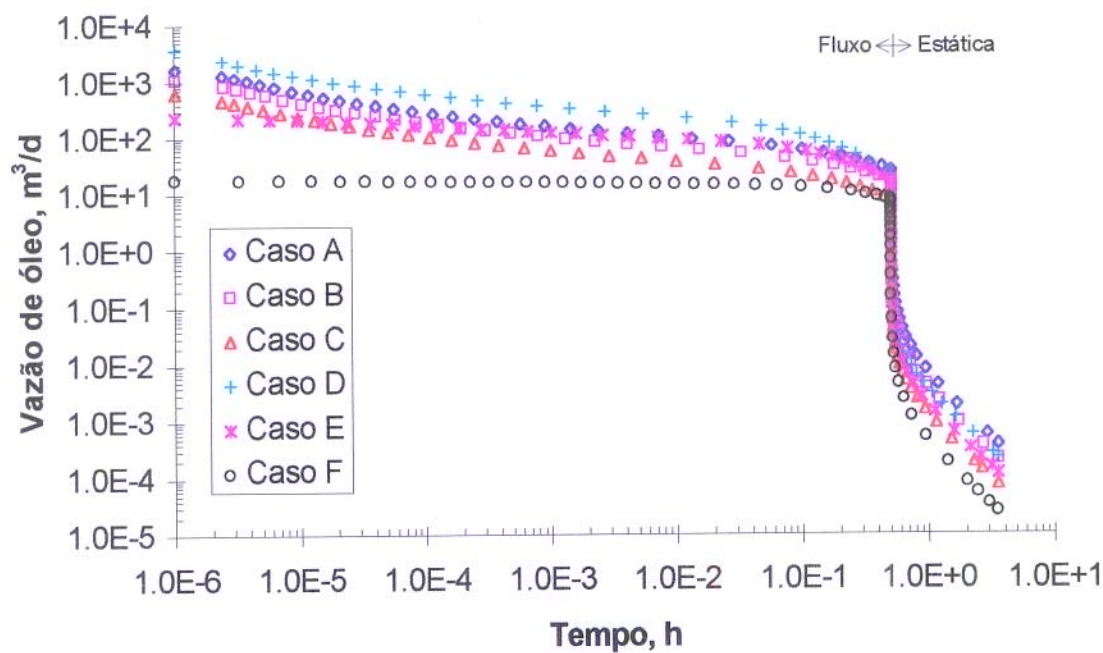


Figura 7.4 - Casos A a F - Vazão de óleo (condições de reservatório)

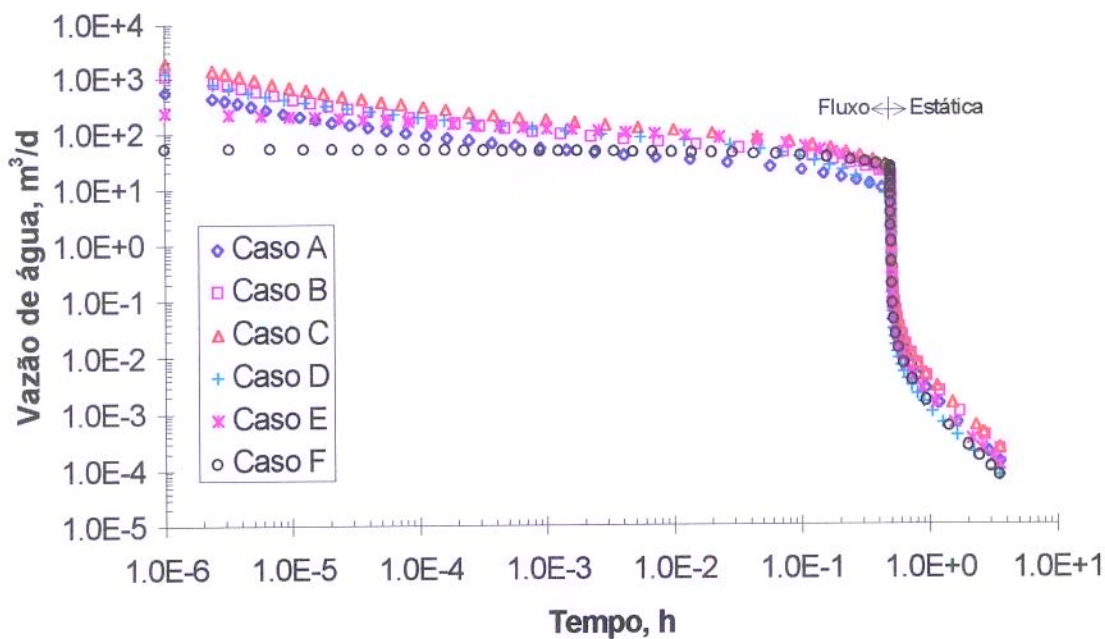


Figura 7.5 - Casos A a F - Vazão de água (condições de reservatório)

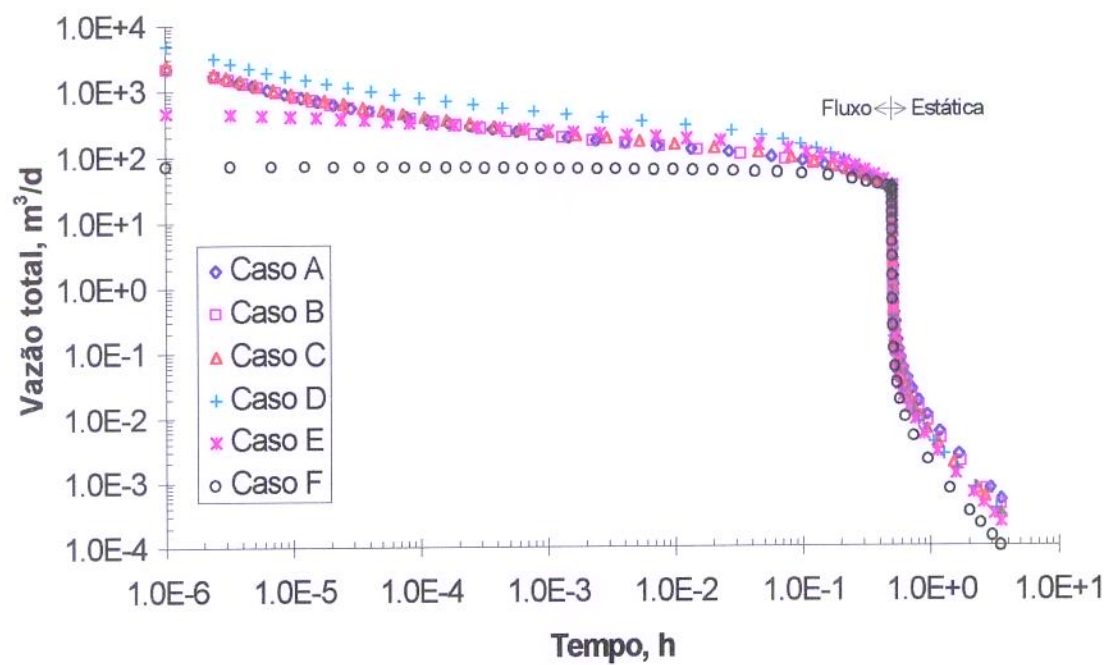


Figura 7.6 - Casos A a F - Vazão total (condições de reservatório)

Tabela 7.3 - Casos A a F - Variação da saturação de água no primeiro bloco

Período	Tempo (horas)	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D	Caso E	Caso F
Fluxo	1.0x10 ⁻⁶	0.48016	0.52287	0.56654	0.23376	0.29592	0.36898
	1.0x10 ⁻⁴	0.48070	0.52241	0.56518	0.23337	0.29518	0.36873
	0.010	0.48052	0.52251	0.56554	0.23351	0.29487	0.36831
	0.250	0.48023	0.52274	0.56635	0.23386	0.29552	0.36842
	0.500	0.48014	0.52284	0.56664	0.23396	0.29578	0.36856
Estática	0.501	0.48008	0.52288	0.56677	0.23398	0.29586	0.36860
	0.510	0.47995	0.52299	0.56704	0.23402	0.29602	0.36889
	0.750	0.47982	0.52309	0.56731	0.23406	0.29617	0.36908
	3.500	0.47976	0.52313	0.56742	0.23408	0.29624	0.36915

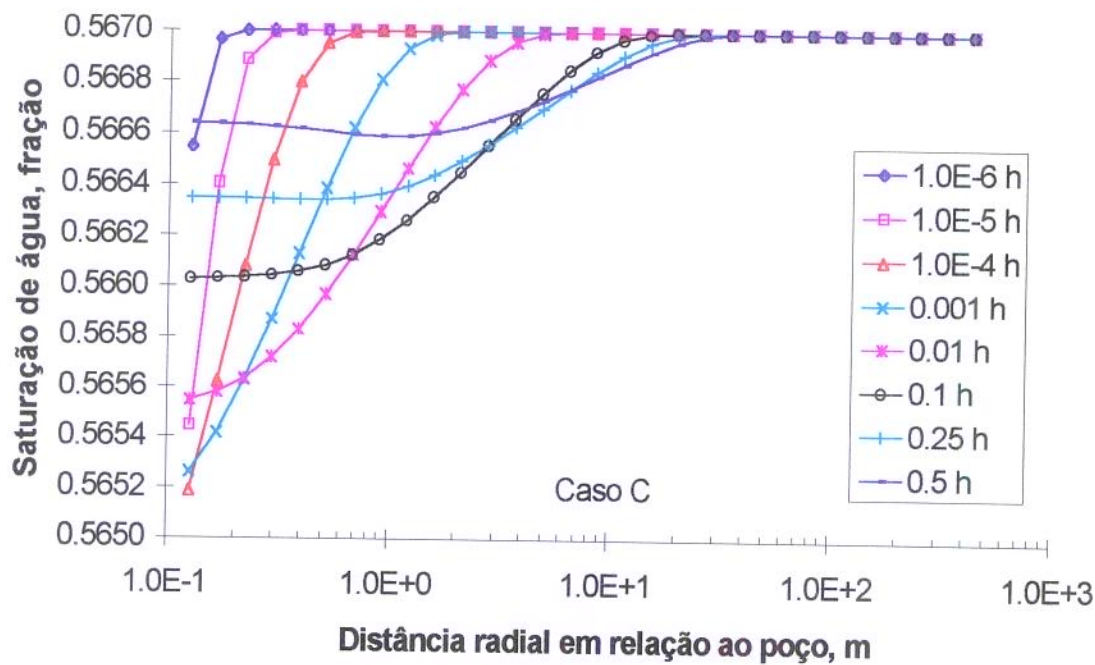


Figura 7.7 - Caso C - Saturação de água ao longo do raio durante o fluxo

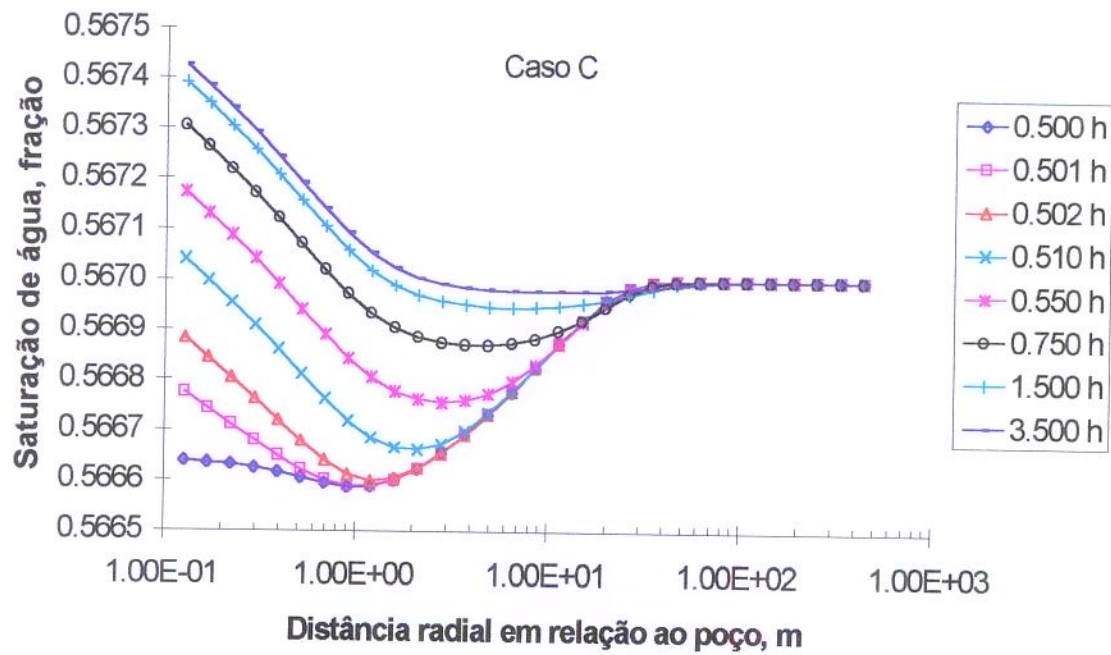


Figura 7.8 - Caso C - Saturação de água ao longo do raio durante a estática

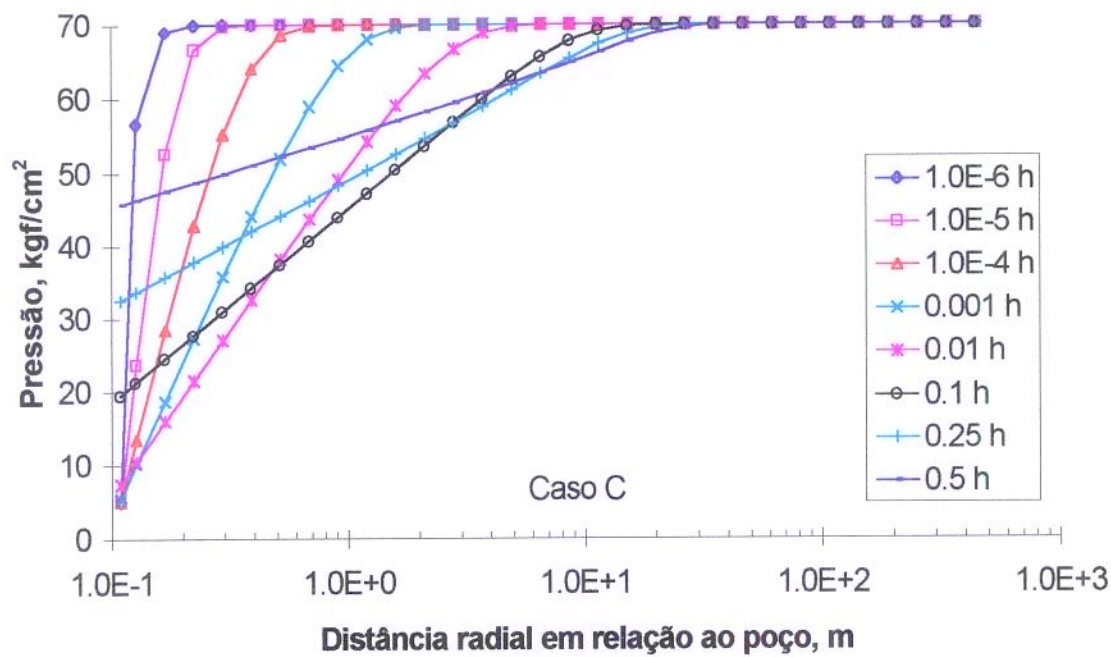


Figura 7.9 - Caso C - Pressão ao longo do raio durante o fluxo

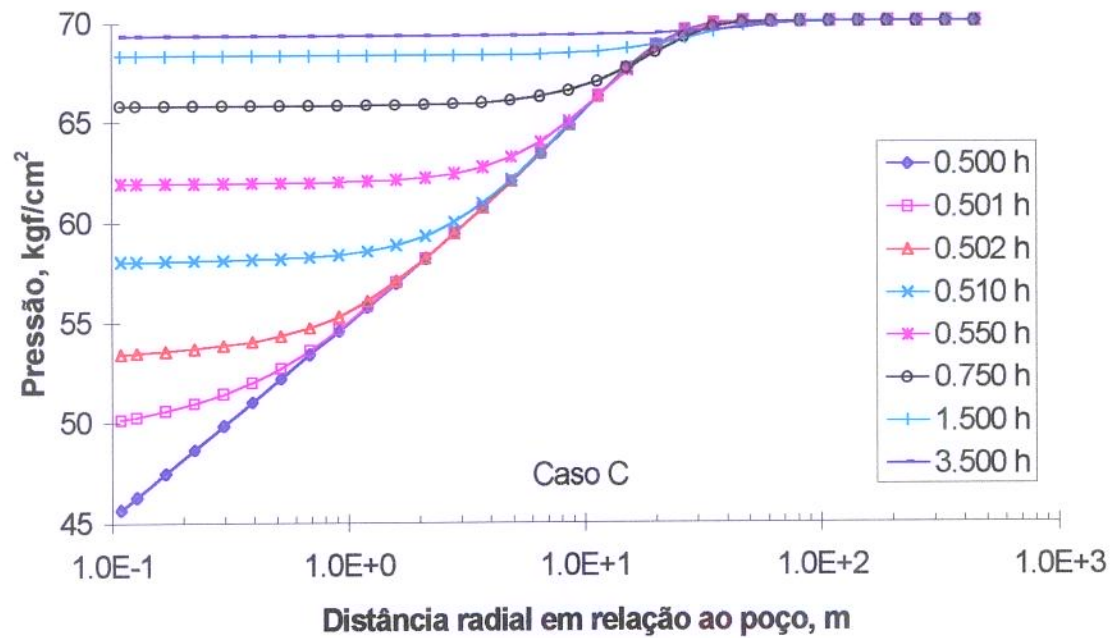


Figura 7.10 - Caso C - Pressão ao longo do raio durante a estática

Tabela 7.4 - Casos A a F - Resultados obtidos da simulação

	Equação	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D	Caso E	Caso F
$c_t _{p_i}$ cm ² /kgf	6.32	1.187x10 ⁻⁴	1.164x10 ⁻⁴	1.141x10 ⁻⁴	1.318x10 ⁻⁴	1.285x10 ⁻⁴	1.246x10 ⁻⁴
ρ g/cm ³	7.1	0.8652	0.9047	0.9437	0.8646	0.9040	0.9437
C_F m3/ kgf/cm ²	7.2	3.490x10 ⁻²	3.337x10 ⁻²	3.206x10 ⁻²	3.492x10 ⁻²	3.334x10 ⁻²	3.199x10 ⁻²
$\overline{f_w}$ fração	6.33	0.2550	0.5043	0.7510	0.2510	0.5001	0.7506
$H_w _{t_p}$ fração	7.3	0.2554	0.5041	0.7504	0.2508	0.4994	0.7509
$C_{FD_{1b}}$ adim.	6.44	1911.75	1864.30	1823.87	1722.86	1690.02	1669.54
$C_{FD_{2b}}$ adim.	6.47	1918.23	1869.48	1827.66	1726.57	1693.80	1673.93
$C_{FD_{3b}}$ adim.	6.50	1922.45	1873.11	1830.55	1728.73	1695.42	1674.50
C_S m ³ /kg/cm ²	7.4	8.073x10 ⁻⁴	6.736x10 ⁻⁴	5.417x10 ⁻⁴	8.089x10 ⁻⁴	6.756x10 ⁻⁴	5.425x10 ⁻⁴
$\overline{H_w}$ fração	6.34	0.2546	0.5054	0.7529	0.2516	0.5016	0.7514
$C_{SD_{1b}}$ adim.	6.54	4.4226750	3.7630801	3.0881294	3.9905725	3.4189458	2.8309089
$C_{SD_{2b}}$ adim.	6.57	4.4226754	3.7630808	3.0881293	3.9905726	3.4189471	2.8309092

7.2 Comparação entre a resposta bifásica e a solução analítica monofásica

Nesta seção são comparadas as respostas bifásicas no poço para os casos simulados, com as respectivas soluções analíticas da equação da difusividade para fluxo monofásico em um reservatório infinito, cuja condição de contorno interna é a de poço não surgente. A coincidência ou proximidade entre estas soluções indica ser possível a utilização da teoria de Perrine-Martin para a resposta bifásica em poços não surgentes.

A metodologia adotada para a comparação entre a resposta bifásica e a monofásica foi a seguinte:

- Uma vez obtidos os resultados das simulações para os Casos A a F, a pressão adimensional bifásica (p_{wD_b}) foi calculada através da Equação 6.28.
- Os tempos adimensionais foram calculados de duas diferentes formas através das Equações 6.31 ($t_{D_{1b}}$) e 6.37 ($t_{D_{2b}}$). O uso destas equações para o tempo total de fluxo resulta na definição dos tempos de produção adimensionais como sendo:

$$t_{pD_{1b}} = \frac{k \left(\frac{\overline{k_{r_o}}}{\mu_o} + \frac{\overline{k_{r_w}}}{\mu_w} \right) t_p}{\phi|_{p_i} c_t|_{p_i} r_w^2} \quad (7.5)$$

e

$$t_{pD_{2b}} = \frac{k \left(\frac{\overline{k_{r_o}}}{\mu_o} + \frac{\overline{k_{r_w}}}{\mu_w} \right) t_p}{\overline{\phi c_t} r_w^2} \quad (7.6)$$

- Foram calculados três diferentes coeficientes de estocagem adimensionais médios para o fluxo através das Equações 6.44 ($C_{FD_{1b}}$), 6.47 ($C_{FD_{2b}}$) e 6.50 ($C_{FD_{3b}}$). Para os coeficientes de estocagem durante a estática foram utilizadas as Equações 6.54 ($C_{SD_{1b}}$) e 6.57 ($C_{SD_{2b}}$).
- A solução analítica monofásica do fluxo foi calculada por inversão numérica utilizando o algoritmo de Stehfest (1970) da solução do problema de *slug test* no campo de Laplace, conforme apresentada por Ramey e Agarwal (1972). A solução

foi calculada para os diferentes valores de coeficientes de estocagem adimensionais, considerando o fator de película estipulado em cada caso conforme a Tabela 7.2.

- A solução analítica monofásica da estática foi calculada por integração numérica da solução explícita no campo real para um teste de crescimento de pressão não surgente, conforme desenvolvida por Corrêa e Ramey (1987). Esta solução foi calculada considerando os fatores de película de cada caso, os tempos de produção dados pelas Equações 7.5 e 7.6 e os coeficientes de estocagem adimensionais de fluxo e estática compatíveis entre si. Assim, foram utilizados os seguintes conjuntos de parâmetros: $C_{FD_{1b}}$, $C_{SD_{1b}}$, $t_{pD_{1b}}$ e s ; $C_{FD_{2b}}$, $C_{SD_{1b}}$, $t_{pD_{1b}}$ e s ; $C_{FD_{3b}}$, $C_{SD_{2b}}$, $t_{pD_{2b}}$ e s .

As Figuras 7.11, 7.12 e 7.13 referem-se ao período de fluxo do Caso B. A análise destas figuras indica uma excelente coincidência entre a resposta bifásica obtida do simulador numérico e a solução analítica monofásica, independentemente da combinação de parâmetros utilizada. As Figuras 7.14, 7.15 e 7.16 se referem ao período de estática do Caso B e também indicam uma excelente coincidência entre a resposta numérica bifásica e a solução analítica monofásica. Assim, quaisquer que sejam as definições de tempo e coeficiente de estocagem adimensionais escolhidas as figuras parecem indicar que as pressões adimensionais são praticamente iguais. Este comportamento foi verificado em todos os outros casos e as Figuras 7.17 e 7.18 são exemplos do período de fluxo dos Casos D e F, respectivamente. É oportuno lembrar que os Casos D e F se destacam dos demais por apresentarem os maiores e menores valores de vazões totais, respectivamente. Também, o Caso F apresenta um elevado fator de película. A implicação que a coincidência observada entre a resposta bifásica adimensional e a solução analítica monofásica sugere, é que pode-se utilizar os métodos desenvolvidos para fluxo monofásico para analisar testes em poços não surgentes sob condições de fluxo bifásico óleo-água, desde que a saturação de água seja uniforme ao longo de todo o reservatório antes do teste.

Conforme comentado no Capítulo 2, Peres (1989) usou a relação existente entre a solução adimensional para o problema do *slug test* e a derivada da solução adimensional do problema clássico de vazão constante com estocagem e fator de película, para propor alguns métodos de análise do *slug test*. Esta relação, que é a base dos métodos da “Vazão Normalizada” e da “Convolução” utilizados mais adiante neste trabalho, é expressa para fluxo monofásico através de:

$$p_{wD}(t_D, C_D, s) = C_D \frac{dp_{wcD}}{dt_D}(t_D, C_D, s) \quad (7.7)$$

Multiplicando-se ambos os lados da Equação 7.7 por t_D/C_D , obtém-se uma relação equivalente dada por:

$$\frac{t_D}{C_D} p_{wD}(t_D, C_D, s) = \frac{dp_{wcD}}{d \ln t_D}(t_D, C_D, s) \quad (7.8)$$

A Figura 7.19 mostra a validade da relação expressa pela Equação 7.8 para a resposta bifásica do Caso D, utilizando-se as definições adimensionais $t_{D_{lb}}$ e $C_{FD_{lb}}$. A validade desta relação também foi verificada quando utilizando as outras definições de tempo e coeficiente de estocagem adimensionais, inclusive para os outros casos não mostrados aqui. A implicação que este resultado sugere é que a aplicabilidade dos métodos da Vazão Normalizada e da Convolução pode ser estendida ao fluxo bifásico óleo-água, quando a saturação inicial no reservatório é uniforme antes do *slug test*.

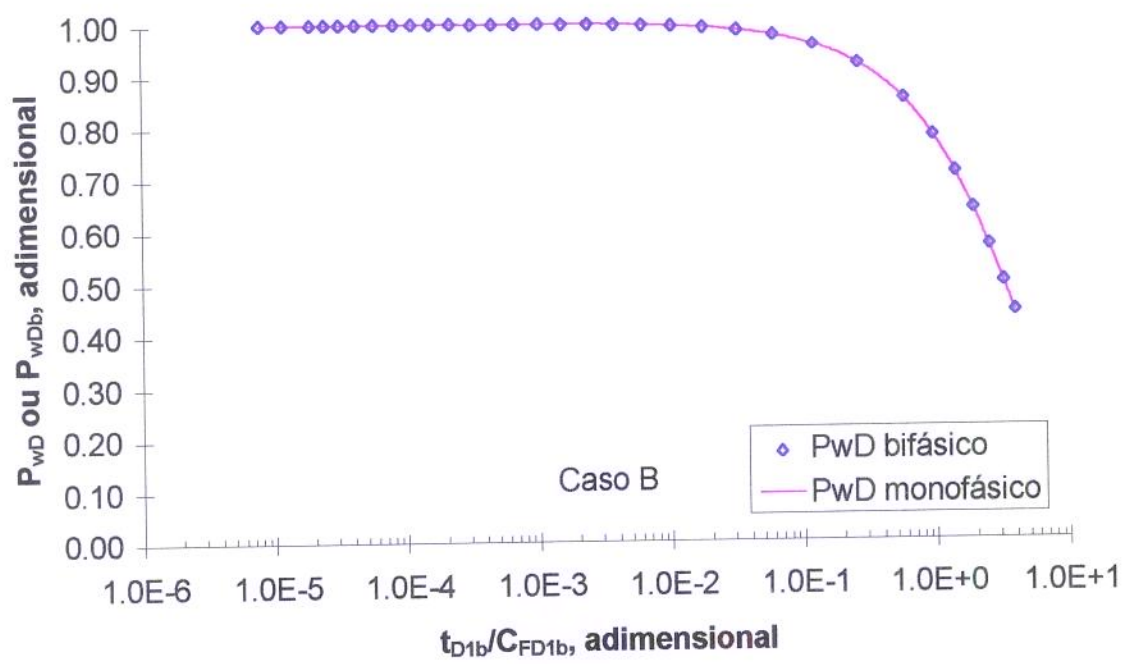


Figura 7.11 - Caso B - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo para t_{D1b} , C_{FD1b} e s

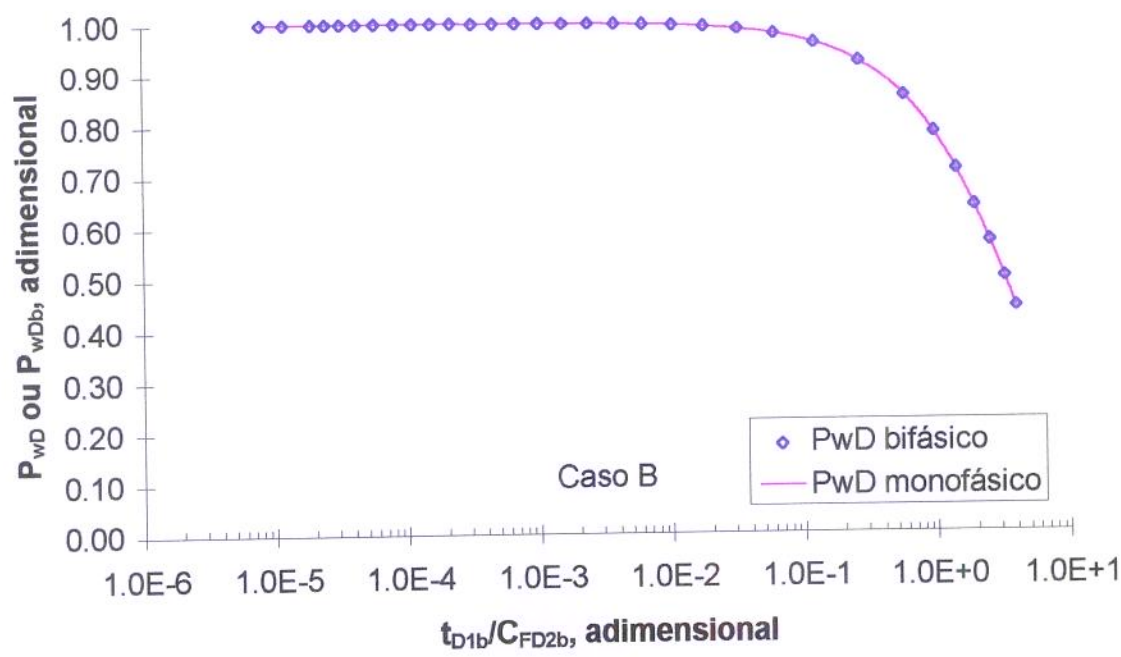


Figura 7.12 - Caso B - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo para t_{D1b} , C_{FD2b} e s

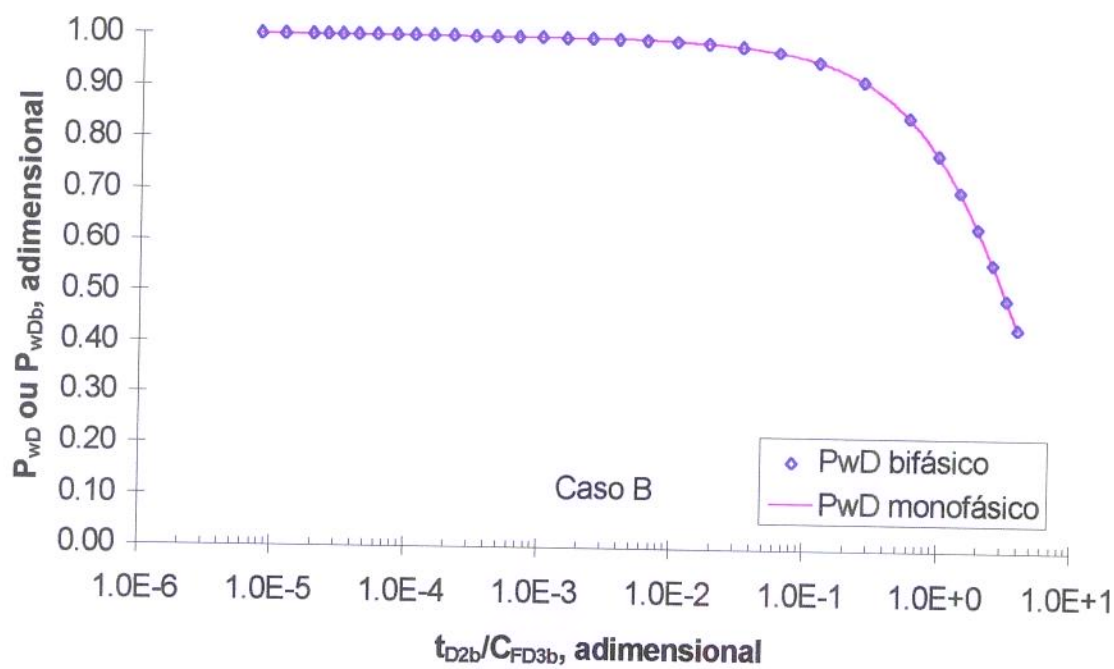


Figura 7.13 - Caso B - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo para t_{D2b} , C_{FD3b} e s

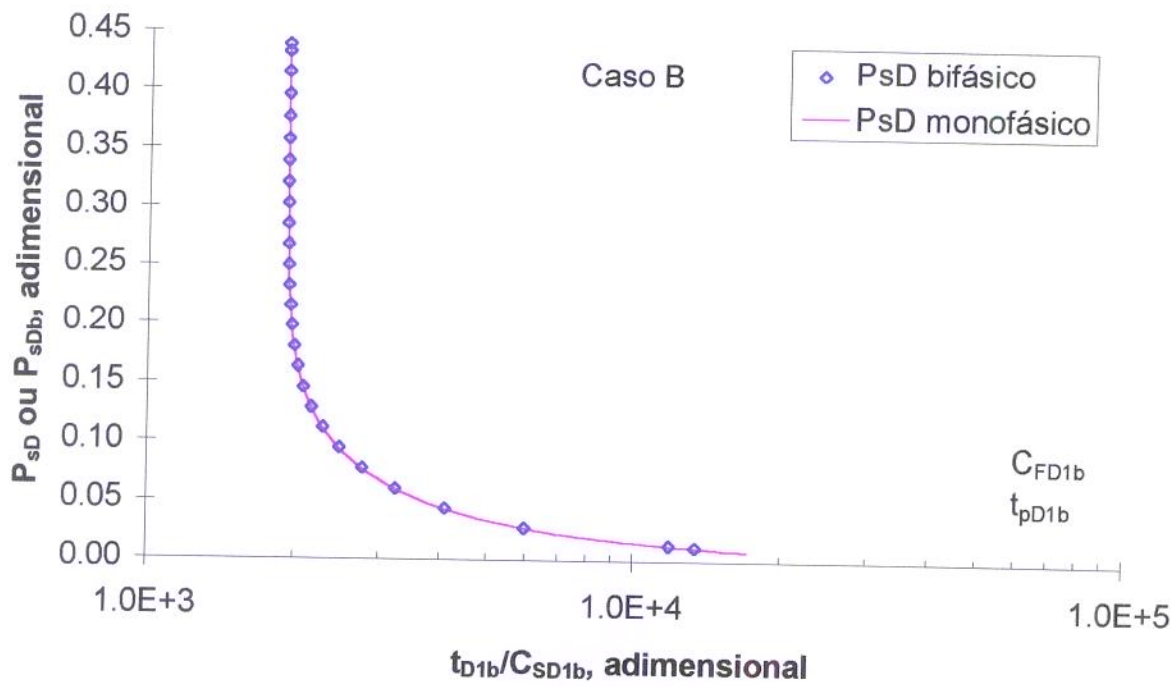


Figura 7.14 - Caso B - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica da estática para t_{D1b} , t_{pD1b} , C_{FD1b} , C_{SD1b} e s

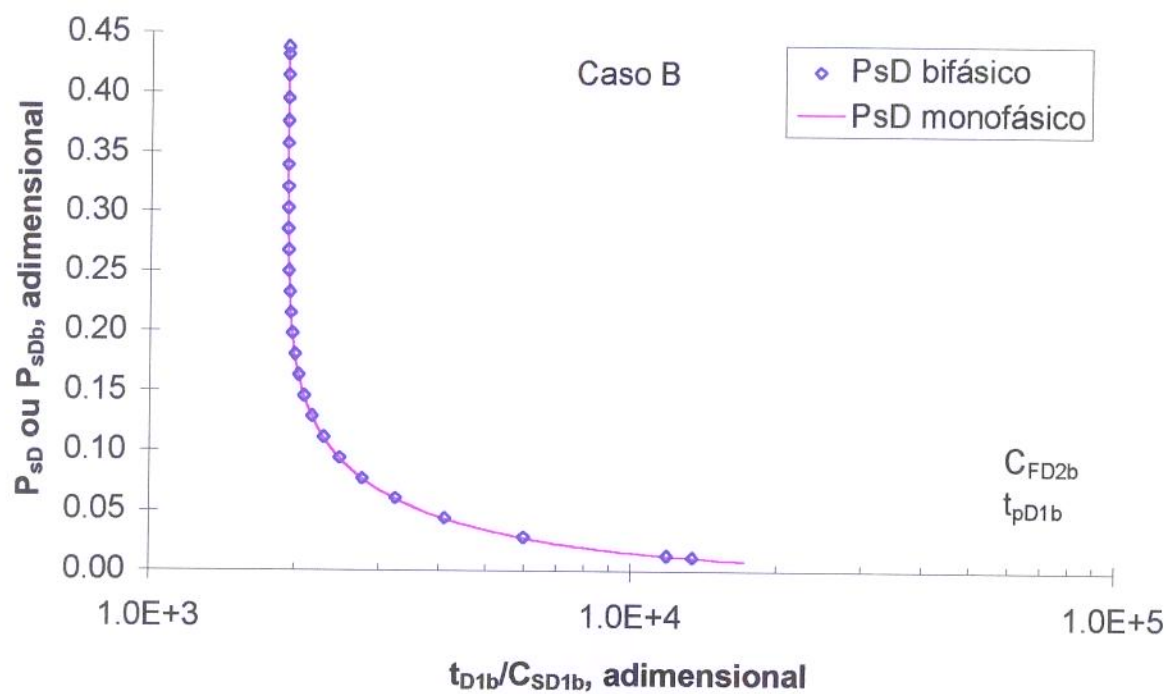


Figura 7.15 - Caso B - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica da estática para t_{D1b} , t_{pD1b} , C_{FD2b} , C_{SD1b} e s

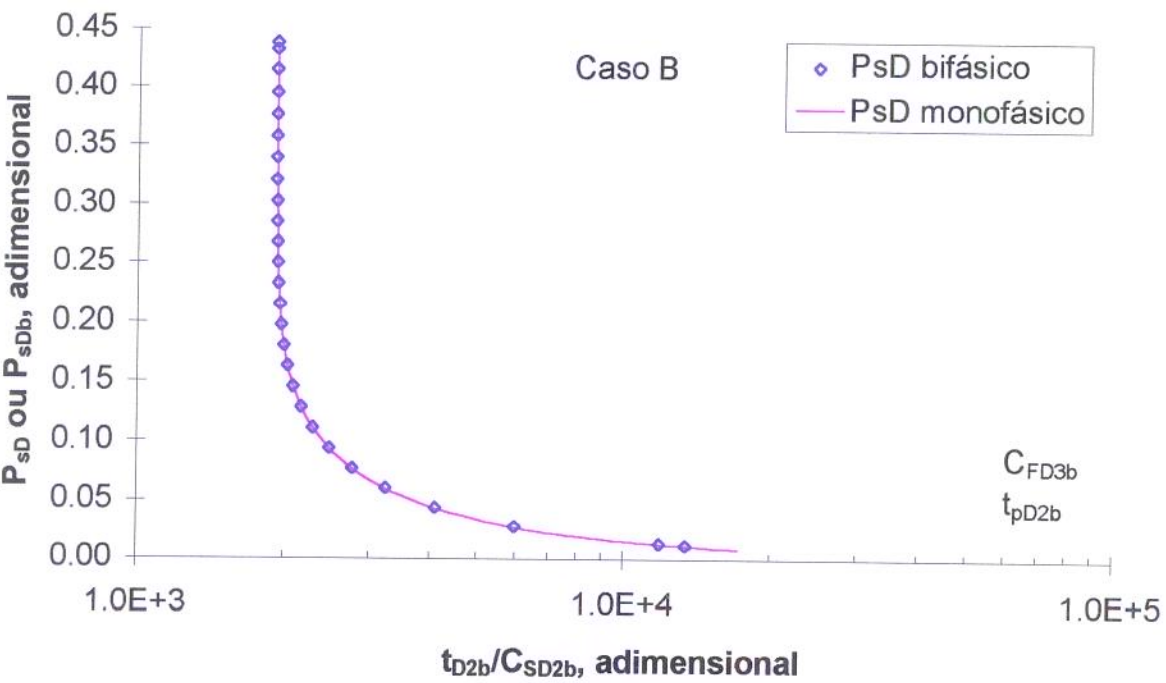


Figura 7.16 - Caso B - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica da estática para t_{D2b} , t_{pD2b} , C_{FD3b} , C_{SD2b} e s

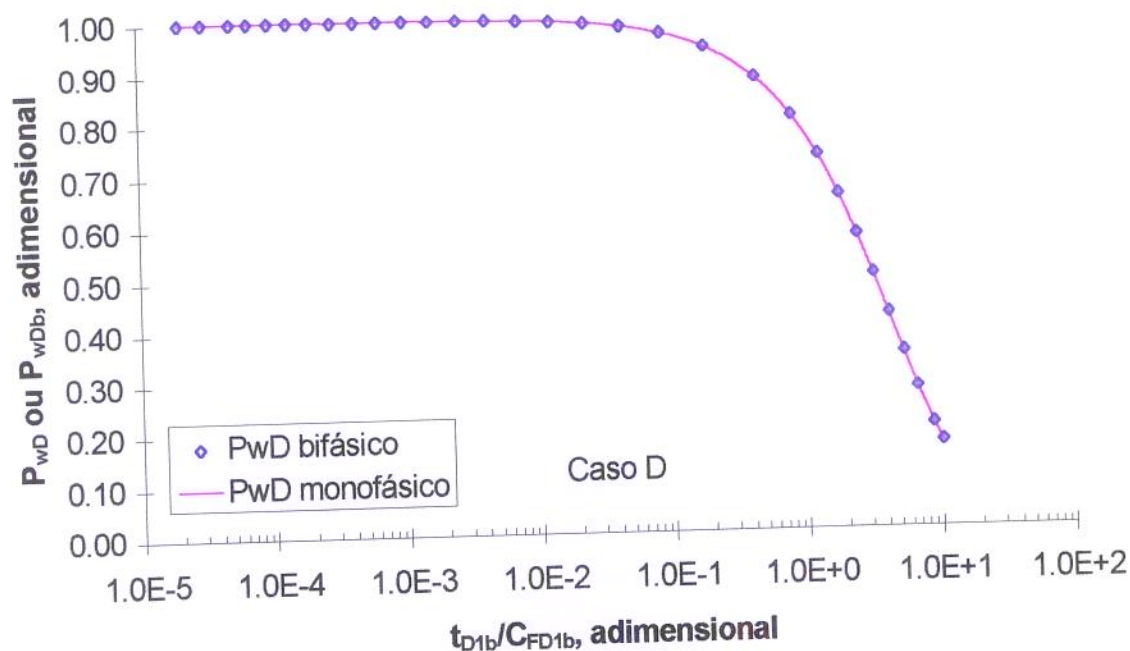


Figura 7.17 - Caso D - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo para t_{D1b} , C_{FD1b} , e s

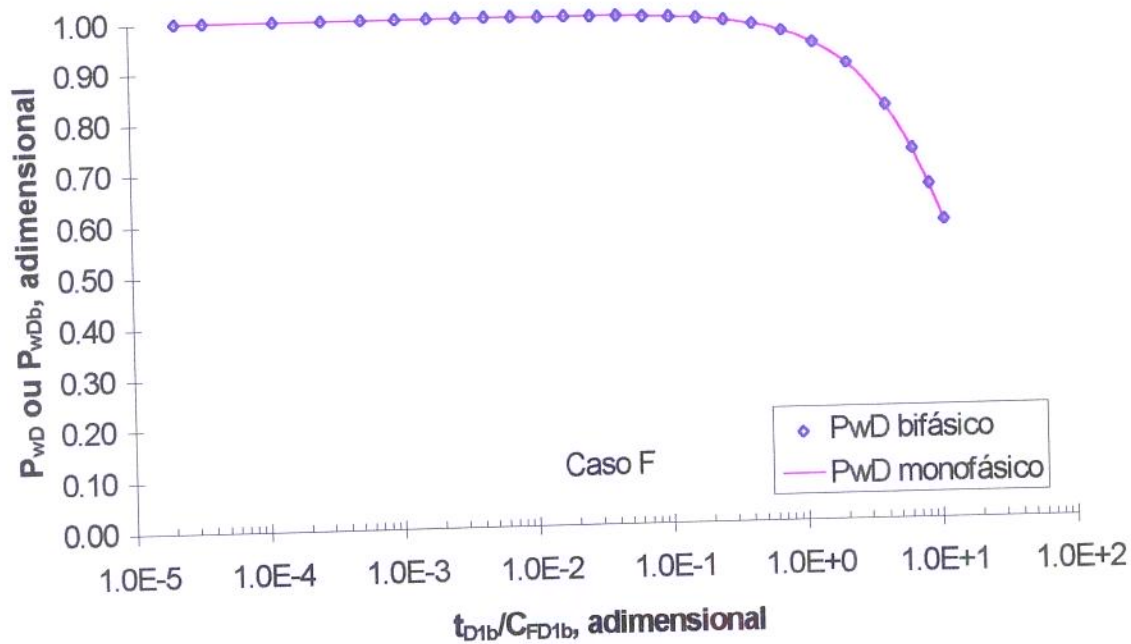


Figura 7.18 - Caso F - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo para t_{D1b} , C_{FD1b} , e s

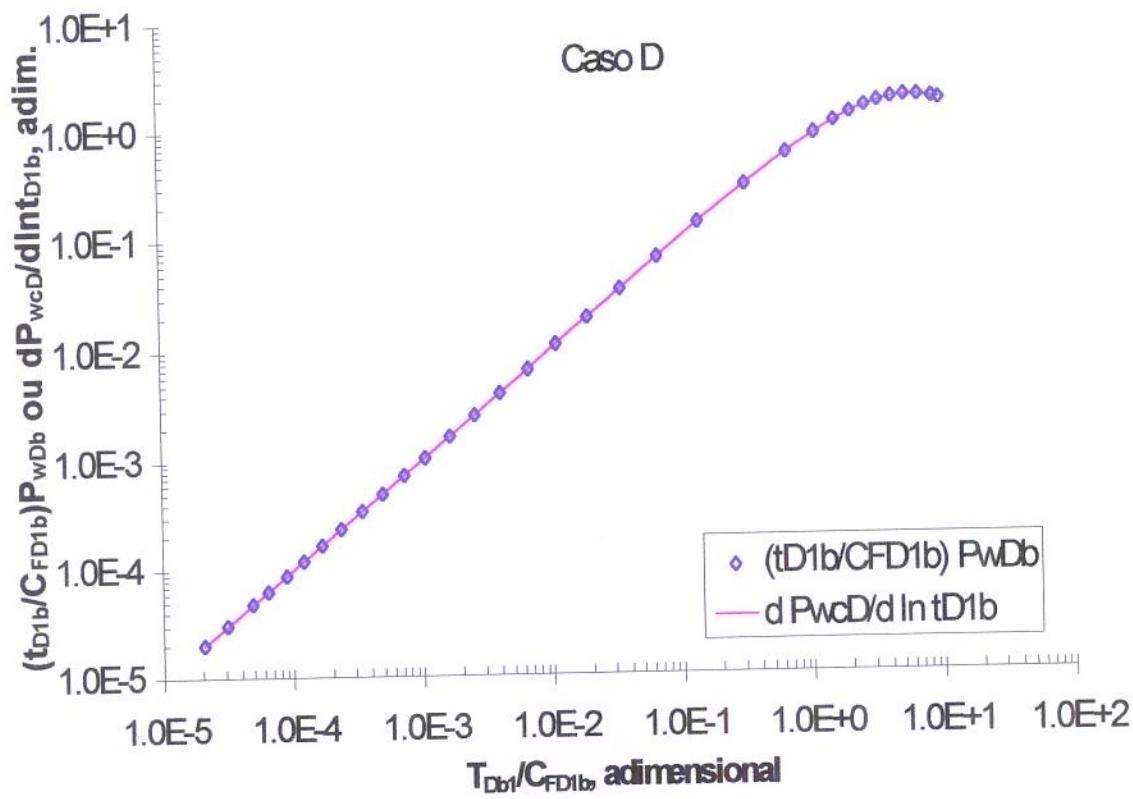


Figura 7.19 - Caso D - Verificação da relação entre a resposta simulada bifásica para poço não surgente e a derivada da solução analítica monofásica para poço surgente

7.3 Análise das equações bifásicas no reservatório e poço para os casos estudados

O fato da resposta bifásica ser praticamente coincidente com a solução analítica monofásica pode ser melhor compreendido ao se analisar os critérios e parâmetros descritos no Capítulo 6 deste trabalho, o que é feito nesta seção para todos os casos simulados.

Inicialmente, é analisado o comportamento do critério teórico dado pela Inequação 6.16, cuja satisfação implica ser possível desprezar-se os termos de segunda ordem da equação governante do fluxo de óleo e água no reservatório. A Figura 7.20 mostra o comportamento para todos os casos simulados do lado esquerdo da Inequação 6.16, que convencionamos chamar de “critério teórico”. Note-se que em todos os casos o critério foi plenamente atendido, pois os valores calculados ficaram pelo menos 33 vezes menores que 1. Também há uma tendência do critério ser mais facilmente atendido à medida que a vazão decresce. Na estática, como as vazões convergem rapidamente para zero, o lado esquerdo da Inequação 6.16 praticamente se anula. A implicação que este resultado sugere é que podemos desprezar os termos de segunda ordem na pressão e saturação na Equação 6.14, ou seja, a equação proposta na teoria de Perrine-Martin é válida também para poços não surgentes sob condições de fluxo bifásico óleo-água, desde que o perfil de saturação inicial seja uniforme. Vale salientar que o “critério teórico” se compõe de duas parcelas: uma relativa à saturação e outra à pressão. As Figuras 7.21, 7.22 e 7.23 se referem respectivamente aos Casos C, D e F e mostram a participação de cada uma destas parcelas na composição do critério teórico. Em todos os casos estudados, a parcela relativa à pressão foi geralmente superior àquela relativa à saturação. Apenas no Caso C, nos tempos iniciais, a parcela da saturação foi superior à da pressão. O termo quadrático na pressão também ocorre na equação que descreve o fluxo monofásico, sendo comum desprezá-lo e, portanto, o fato da parcela da saturação para os casos bifásicos analisados ser menor do que a da pressão, justifica muito mais que o termo quadrático na saturação da Equação 6.14 seja desprezado.

Uma forma aproximada de verificar a satisfação do critério teórico descrito pela Inequação 6.16, é dividi-lo em dois critérios conforme descrito no Capítulo 6. Na Figura 7.24 estão plotados para o Caso D, os lados esquerdo (losangos) e direito (quadrados) da Inequação 6.22, que denominamos como “critério da pressão”. Note-se que a figura ratifica o pleno atendimento do critério, pois o lado direito é pelo menos 40 vezes maior do que o lado esquerdo. Analisando-se a figura isoladamente conclui-se que o termo quadrático da pressão pode ser justificadamente desprezado na Equação 6.14. Comportamento semelhante a este foi

observado em todos os outros casos simulados. A Figura 7.25 apresenta para o Caso C os lados esquerdo e direito da Inequação 6.26, que convencionamos chamar de “critério da saturação”. Note-se que o critério da saturação também é satisfeito pois o lado direito é pelo menos 75 vezes superior ao lado esquerdo. A implicação da análise isolada da figura é que o termo de segunda ordem envolvendo a saturação na Equação 6.14 pode ser desprezado. O comportamento observado para os outros casos estudados foi semelhante ao exibido pelo Caso C.

As Figuras 7.20 a 7.25 indicam, então, que mesmo para testes em poços não surgentes, pode-se desprezar a influência dos termos de segunda ordem na pressão e saturação sobre a equação governante do fluxo bifásico óleo-água. Consequentemente, estas figuras fornecem uma justificativa bastante razoável para a simplificação da Equação 6.14 para a Equação 6.15, conforme proposto pela teoria de Perrine-Martin, e sua aplicação na análise de testes bifásicos em poços não surgentes. Todavia, esta equação governante simplificada (Equação 6.15) não é rigorosamente linear e a influência dos termos não lineares no seu lado direito pode ser avaliada ao se analisar o comportamento dos parâmetros η_1 e η_2 , definidos no Capítulo 6 através das Equações 6.36 e 6.40. As Figuras 7.26 e 7.27 indicam que os parâmetros η_1 e η_2 variam muito pouco em torno de 1 para todos os casos, o que mostra que o problema analisado é fracamente não linear e justifica a analogia da Equação 6.15 com a equação governante para o fluxo monofásico (Tabela 6.1). A comparação mais atenta entre estas figuras mostra que o valor de η_2 no geral se mantém mais próximo de 1, significando que o uso da porosidade e saturação (no cálculo da c_t) média resulta em uma melhor aproximação da equação para fluxo monofásico.

A influência das não linearidades nas equações no poço (Condição de Contorno Interna) pode ser avaliada ao se analisar o comportamento dos parâmetros ψ_1 e ψ_2 , relativos ao fluxo, e do parâmetro ω , relativo à estática, definidos através das Equações 6.46, 6.49 e 6.56, respectivamente. As Figuras 7.28, 7.29 e 7.30 descrevem o comportamento destes três parâmetros para os diversos casos e indicam uma pequena flutuação em torno de 1. Este resultado implica que as equações que descrevem o problema no poço sob condições de fluxo bifásico óleo-água são fracamente não lineares e se comportam de forma bem semelhante às aquelas equações análogas para fluxo monofásico. Comparando-se as Figuras 7.28 e 7.29, percebe-se que o parâmetro ψ_2 tem um comportamento médio mais próximo de 1, indicando

que uso dos fatores volumes de formação médios resulta numa melhor aproximação da equação no poço para fluxo monofásico.

Os diversos resultados apresentados nesta seção fornecem uma justificativa para a excelente coincidência entre a resposta bifásica e a solução analítica monofásica, verificada na Seção 7.2 para os casos estudados. Na próxima seção são aplicados alguns métodos monofásicos de análise à resposta bifásica dos casos simulados.

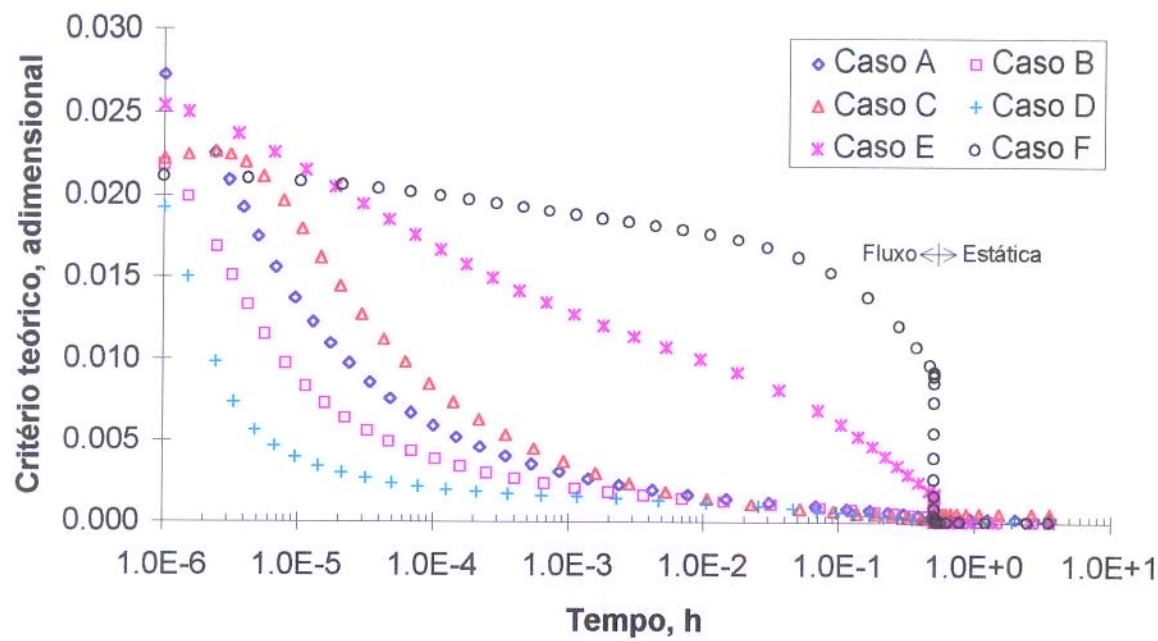


Figura 7.20 - Casos A a F - Critério teórico (Inequação 6.16) para eliminação dos termos de segunda ordem na equação governante do fluxo bifásico óleo-água

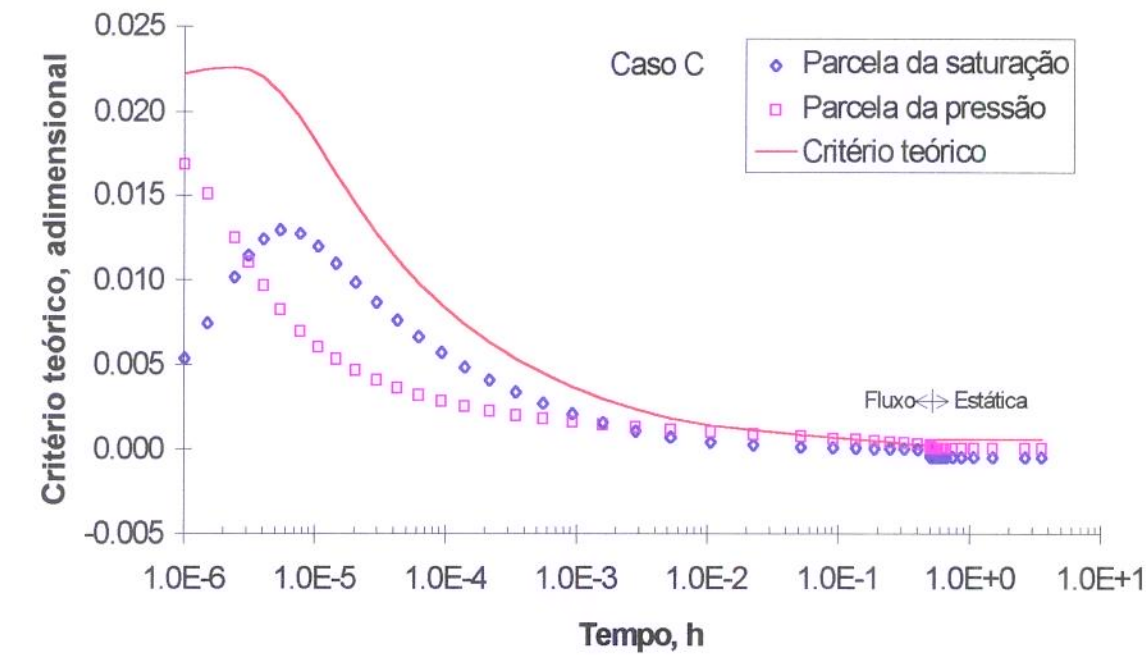


Figura 7.21 - Caso C - Composição do critério teórico para eliminação dos termos de segunda ordem na equação governante do fluxo bifásico óleo-água

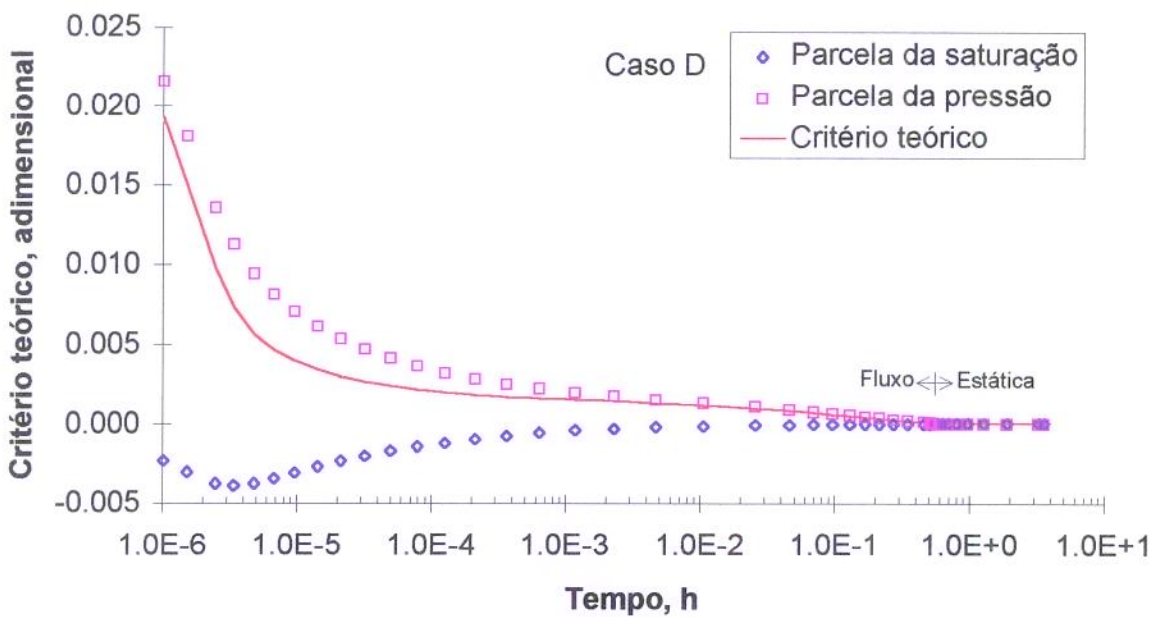


Figura 7.22 - Caso D - Composição do critério teórico para eliminação dos termos de segunda ordem na equação governante do fluxo bifásico óleo-água

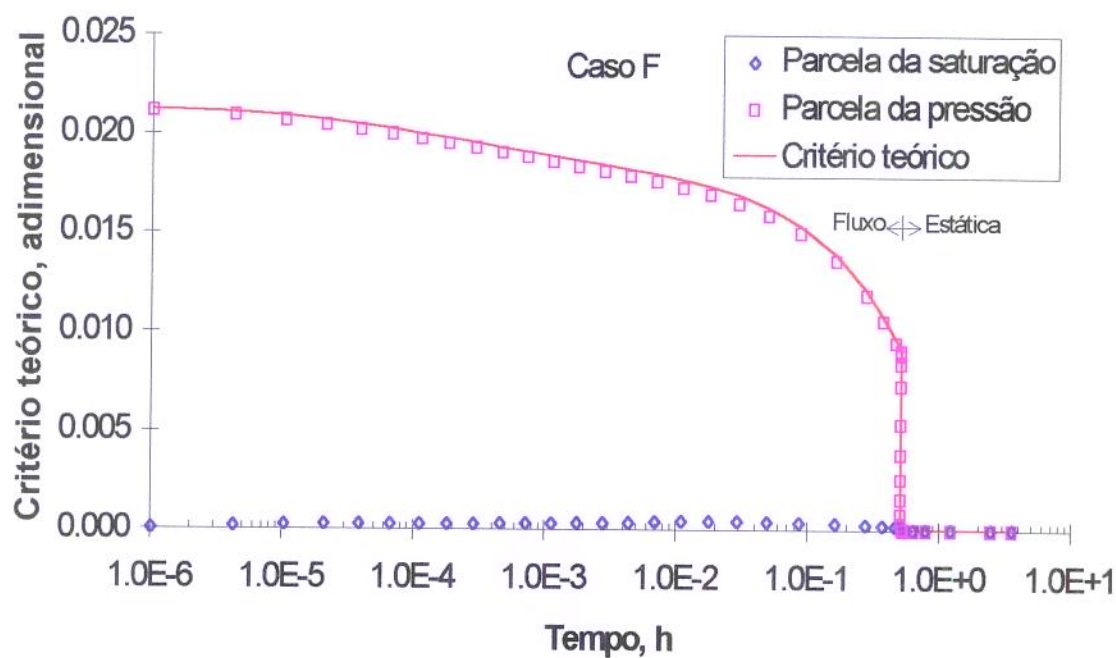


Figura 7.23 - Caso F - Composição do critério teórico para eliminação dos termos de segunda ordem na equação governante do fluxo bifásico óleo-água

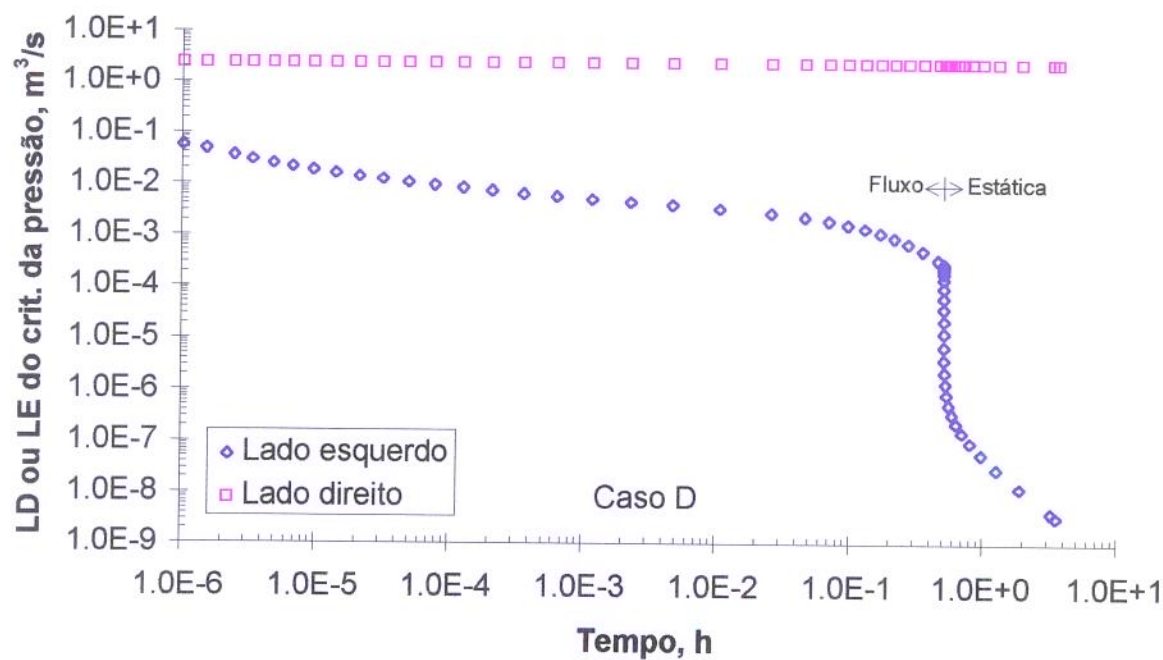


Figura 7.24 - Caso D - Verificação do critério aproximado para eliminação do termo quadrático da pressão na equação governante do fluxo bifásico óleo-água

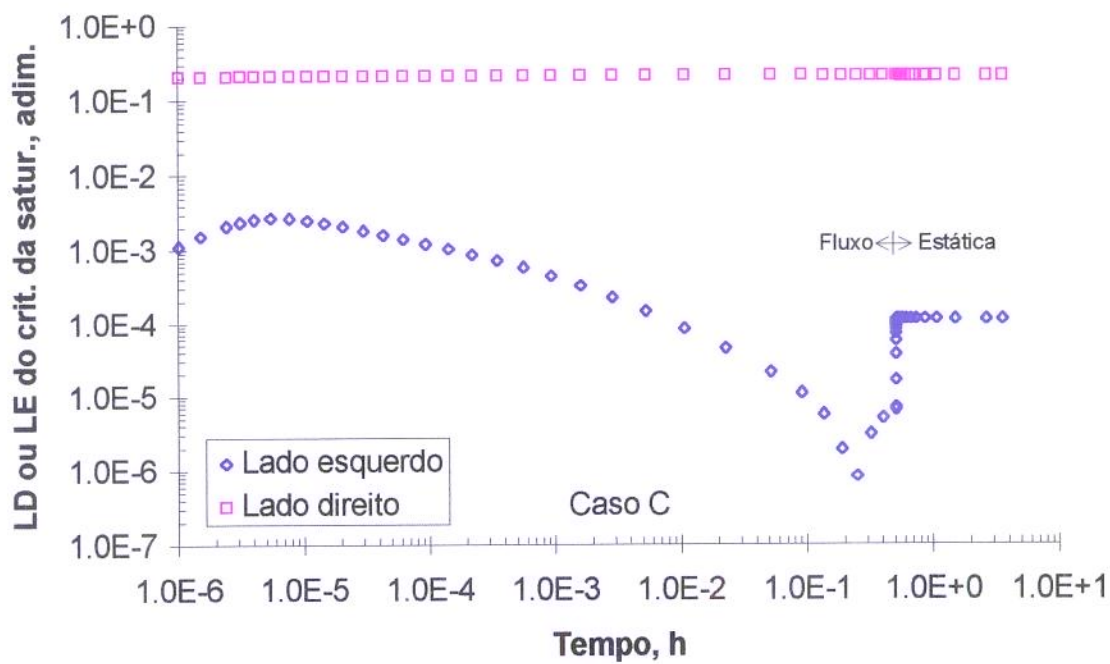


Figura 7.25 - Caso C - Verificação do critério aproximado para eliminação do termo de segunda ordem na saturação na equação governante do fluxo bifásico óleo-água

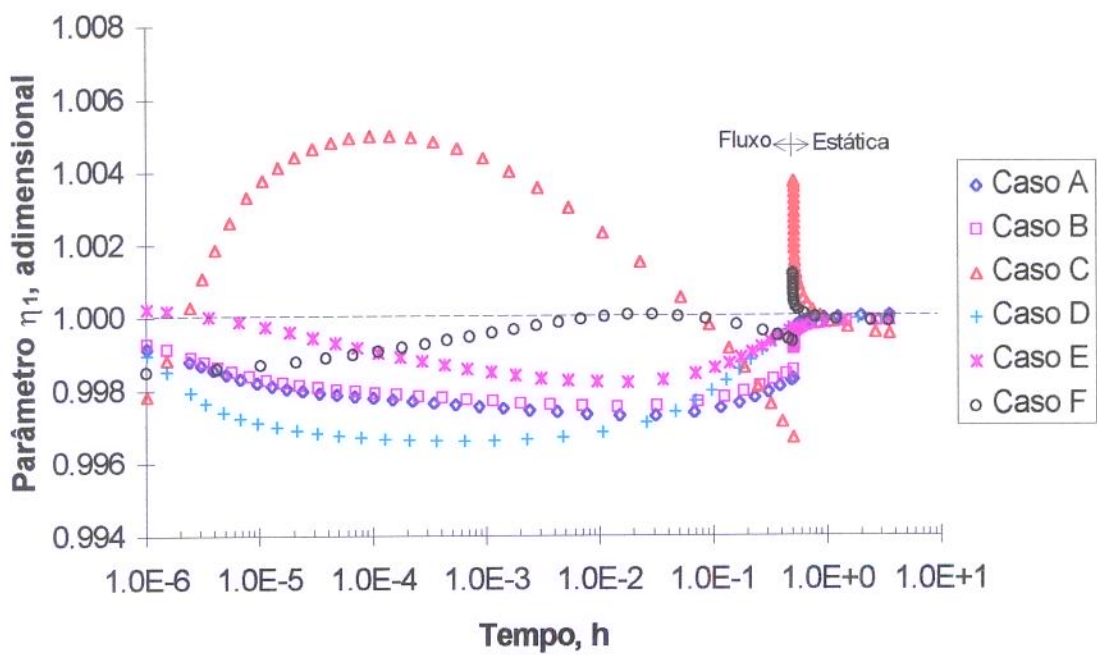


Figura 7.26 - Casos A a F - Variação do parâmetro η_1

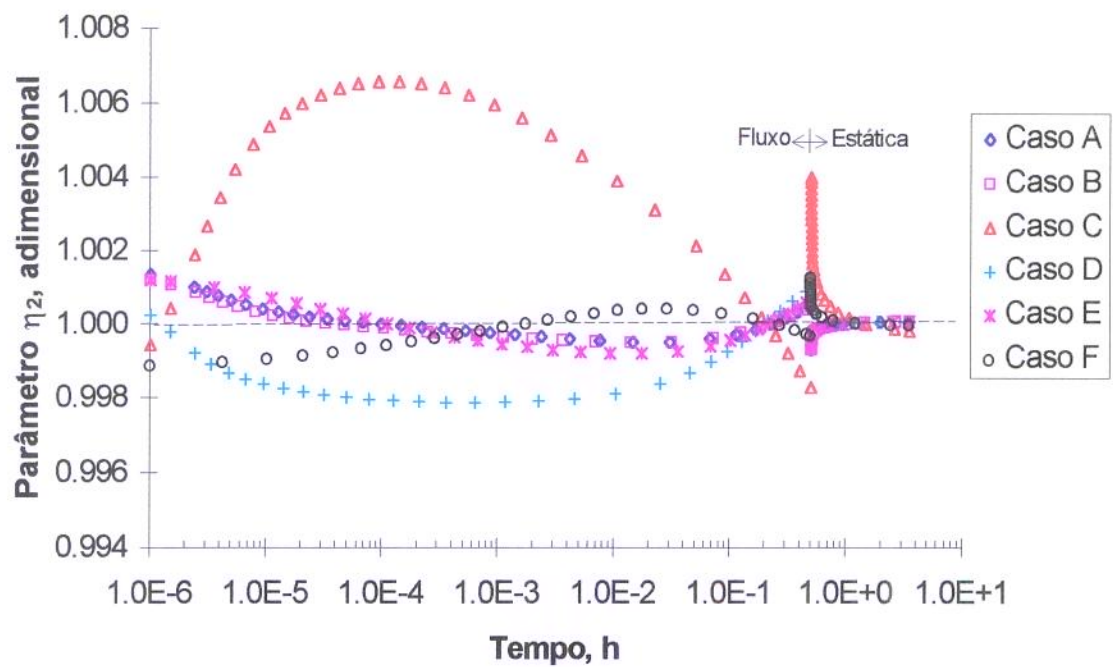


Figura 7.27 - Casos A a F - Variação do parâmetro η_2

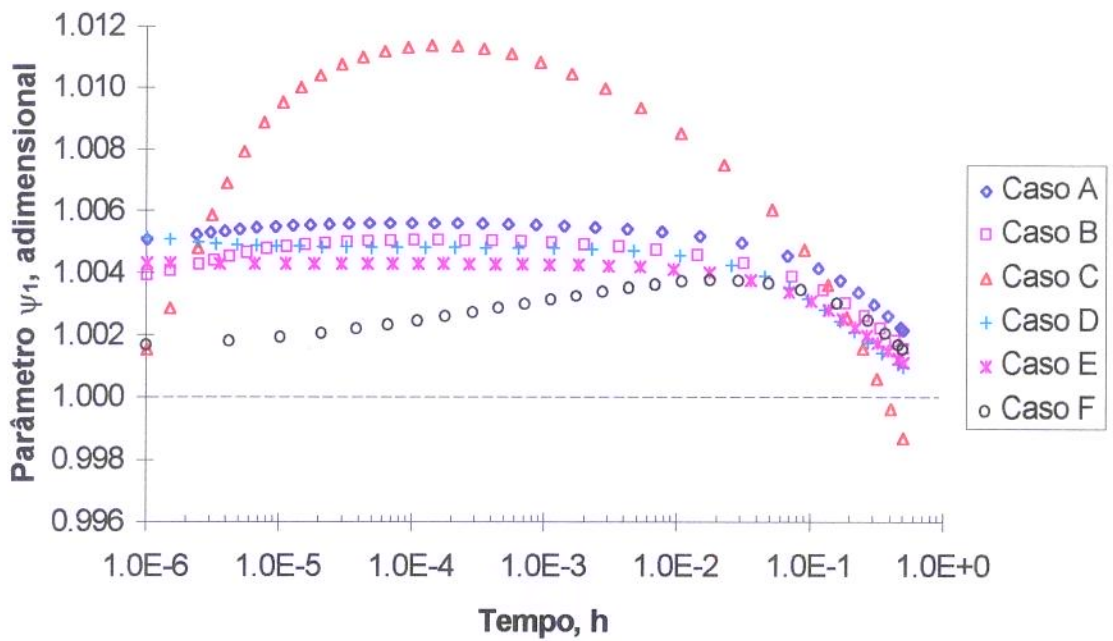


Figura 7.28 - Casos A a F - Variação do parâmetro ψ_1 (fluxo)

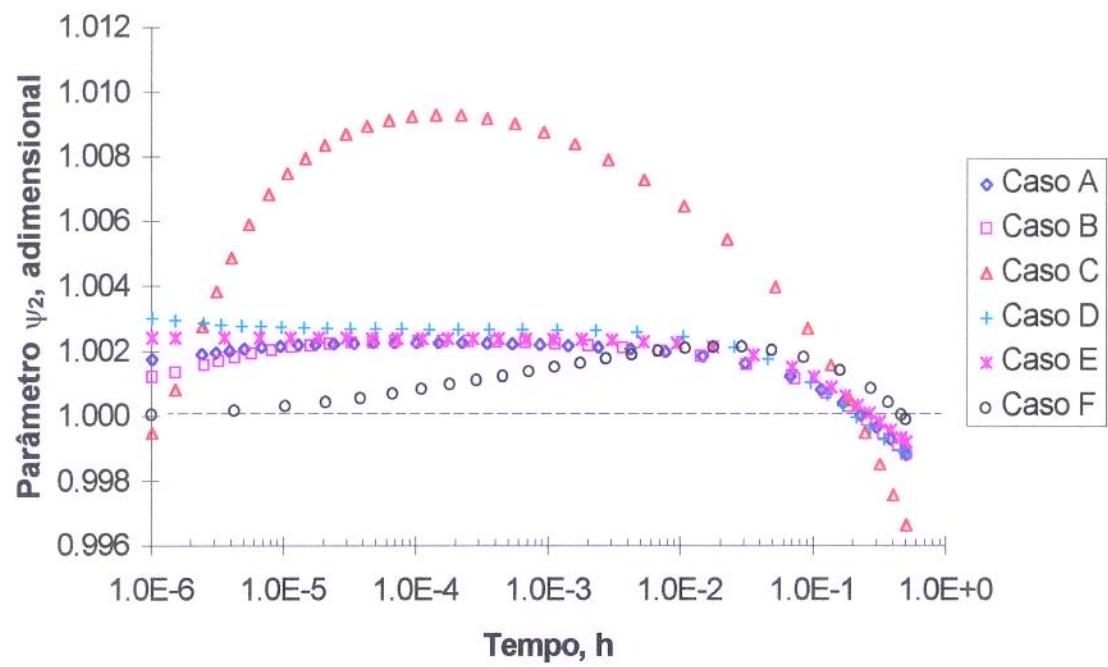


Figura 7.29 - Casos A a F - Variação do parâmetro ψ_2 (fluxo)

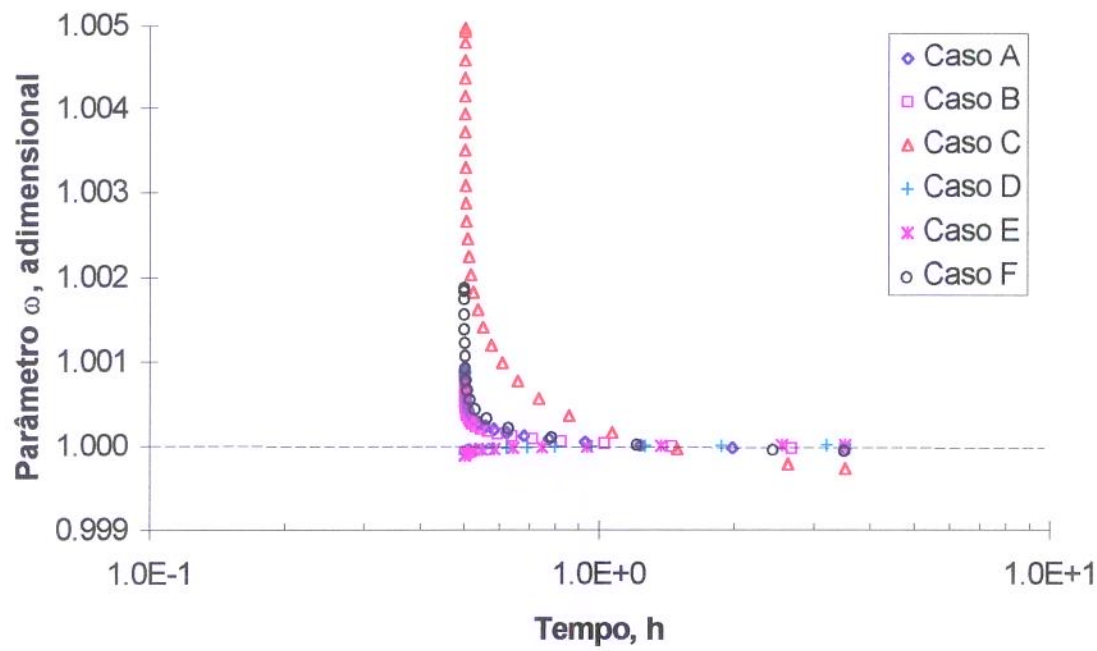


Figura 7.30 - Casos A a F - Variação do parâmetro ω (estática)

7.4 Aplicação de métodos monofásicos de análise aos casos simulados

O objetivo desta seção é ilustrar através da aplicação de alguns métodos monofásicos de análise, os resultados observados na Seção 7.2 e justificados na Seção 7.3, de que a teoria monofásica pode ser aplicada com sucesso na análise de testes bifásicos não surgentes. A metodologia adotada é a de comparar os resultados da interpretação do fluxo e estática dos casos simulados com os dados de entrada do simulador. Os aspectos mais relevantes e as principais equações dos métodos empregados neste trabalho estão resumidos no Anexo II.

7.4.1 Resultados Obtidos da Análise do Fluxo

- Para fins de interpretação do Caso B, foram considerados os seguintes parâmetros:
- Pressão inicial do reservatório (p_i) : 70.0 kg/cm² (Tabela 7.1)
 - Pressão de fluxo final (p_o) : 5.0 kg/cm² (Tabela 7.1)
 - Espessura porosa (h) : 10.0 m (Tabela 7.1)
 - Raio do poço (r_w) : 0.10795 m (Tabela 7.1)
 - Saturação de água inicial ($S_w|_{p_i}$) : 0.523 (Tabela 7.2)
 - Porosidade na pressão inicial ($\phi|_{p_i}$) : 0.21 (Tabela 7.1)
 - Compressibilidade total ($c_t|_{p_i}$) : 1.16424x10⁻⁴ cm²/kg (Tabela 7.4)
 - Fluxo fracionário médio ($\overline{f_w}$) : 0.5043 (Tabela 7.4)
 - Massa específica média do fluido em cond. reserv. (ρ) : 0.90467 g/cm³ (Tabela 7.4)
 - Coeficiente de estocagem do fluxo (C_F) : 3.3374x10⁻² m³/kg/cm² (Tabela 7.4)

Para o sistema de unidades SI modificado usado nos casos apresentados neste trabalho, as constantes de conversão de unidades α_1 e α_2 que aparecem nas equações do Anexo II valem respectivamente 119.586543 e 0.00034842.

As Figuras 7.31 e 7.32 mostram, respectivamente, o resultado da aplicação dos métodos da Vazão Normalizada e Convolução aos dados de fluxo do Caso B. O desvio em relação à reta observado em ambos os métodos nos pontos iniciais, cujos respectivos tempos são extremamente pequenos, é devido a não validade da aproximação logarítmica para tempos curtos. Com base na inclinação obtida no gráfico do método da Vazão Normalizada, calcula-se a mobilidade total a partir da Equação II.3 como:

$$\lambda_t = 21.907 \frac{(24)(0.033374)}{(0.14898)(10)} = 11.78 \text{ mD/cp}$$

Usando-se o ponto da linha reta $\{ [I(\Delta p) / (pwf - po)]_{t^*} = 0.54720h, t^* = 0.29675h \}$ na Equação II.4, obtém-se:

$$s = 1.151 \left\{ \frac{0.54720}{0.14898} - \log \left[\frac{(0.00034842)(11.78)(0.29675)}{(0.21)(1.16424 \times 10^{-4})(0.10795)^2} \right] - 0.3514 \right\} = -0.36$$

Agora considerando-se os resultados da aplicação do método da Convolução, pode-se calcular a mobilidade total a partir da Equação II.8:

$$\lambda_t = 21.907 \frac{(24)(0.033374)}{(0.14921)(10)} = 11.76 \text{ mD/cp}$$

Usando-se o ponto da linha reta $\{ [I(\Delta p) / (pwf - po)]_{t_{eR}} = 0.54742h, t_{eR} = 0.13963h \}$ na Equação II.9, obtemos:

$$s = 1.151 \left\{ \frac{0.54742}{0.14921} - \log \left[\frac{(0.00034842)(11.76)(0.13963)}{(0.21)(1.16424 \times 10^{-4})(0.10795)^2} \right] - 0.3514 \right\} = 0.02$$

Os resultados obtidos acima para o Caso B, juntamente com os resultados da aplicação dos métodos da Vazão Normalizada e Convolução a todos os outros casos estão resumidos na Tabela 7.5. Na tabela também estão mostrados os valores médios da mobilidade total durante o fluxo, calculados com os resultados das simulações através da seguinte expressão:

$$\overline{\lambda}_t = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} \left(\frac{kk_{ro}}{\mu_o} + \frac{kk_{rw}}{\mu_w} \right) d\tau \quad (7.9)$$

Conforme pode ser observado na Tabela 7.5 há uma excelente concordância entre as mobilidades totais estimadas pelos métodos de análise usados e as mobilidades médias estimadas pela Equação 7.9. As estimativas obtidas para o fator de película para cada caso também são bastante consistentes com os valores usados no simulador, sendo que os

resultados do método da Vazão Normalizada, conforme previsto no Anexo II, apresentam valores ligeiramente subestimados.

Uma vez obtida uma estimativa da mobilidade total, pode-se estimar as permeabilidades efetivas a cada fluido através das seguintes expressões:

- óleo

$$k_o = (1 - \overline{f_w}) \left(\frac{k}{\mu} \right)_t \mu_o \quad (7.10)$$

- água

$$k_w = \overline{f_w} \left(\frac{k}{\mu} \right)_t \mu_w \quad (7.11)$$

A aplicação das Equações 7.10 e 7.11 ao Caso B, considerando-se a estimativa da mobilidade total obtida pelo método da Convolução resulta nos seguintes valores:

$$k_o = (1 - 0.5043)(11.76)(4.45395) = 25.97mD$$

e

$$k_w = (0.5043)(11.76)(0.5) = 2.97mD$$

A Tabela 7.6 mostra que estes valores coincidem com os valores das permeabilidades efetivas médias obtidas dos resultados das simulações. Nota-se que o uso das Equações 7.10 e 7.11 resultou em excelentes estimativas das permeabilidades efetivas em todos os casos estudados.

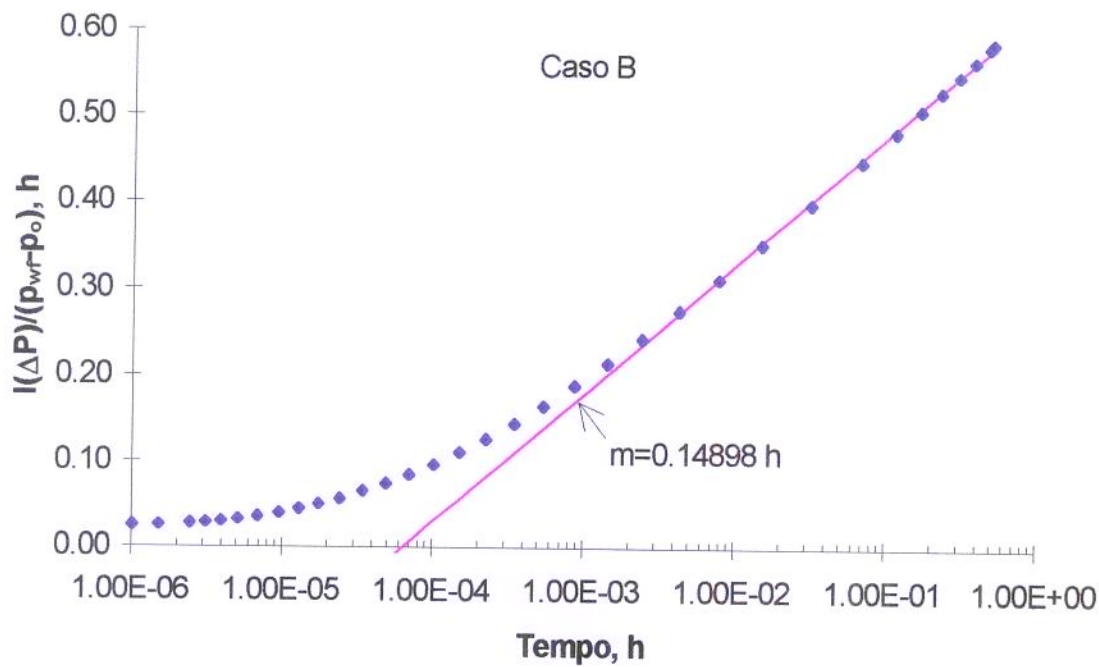


Figura 7.31 - Caso B - Método da Vazão Normalizada (fluxo)

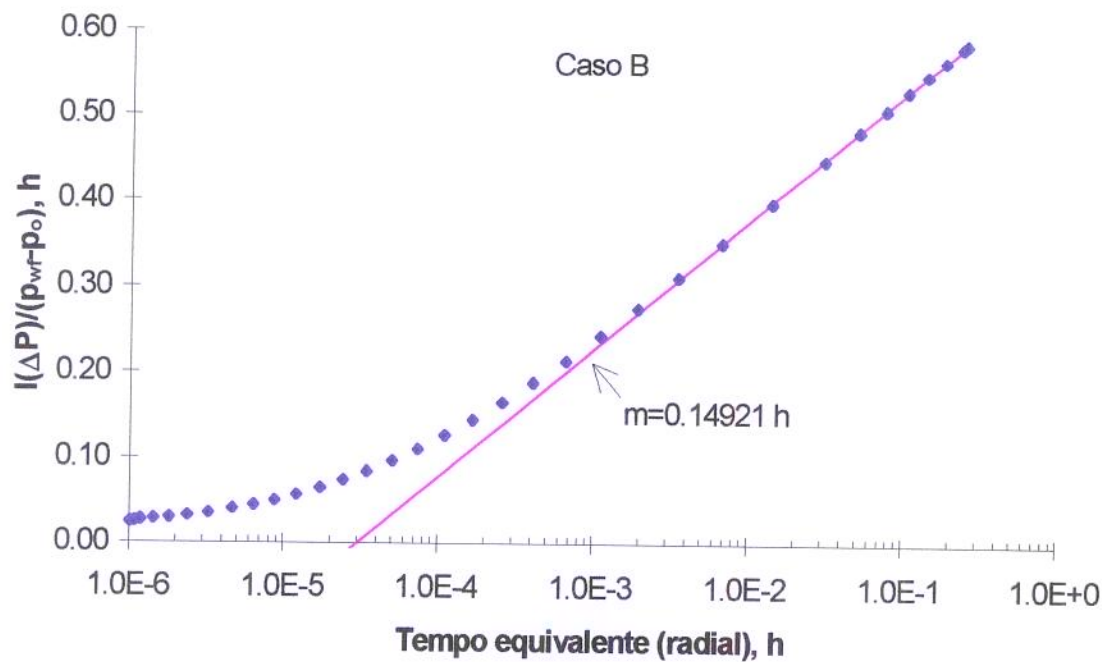


Figura 7.32 - Caso B - Método da Convolução (fluxo)

Tabela 7.5 - Casos A a F - Comparação dos resultados da análise do fluxo com os valores da simulação

Propriedade	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D	Caso E	Caso F
Valores obtidos da simulação						
λ_t (mD/cp)	12.04	11.75	13.84	32.11	29.88	32.01
s (adimensional)	0.00	0.00	0.00	0.00	2.00	15.00
Resultados obtidos pelo método da Vazão Normalizada						
λ_t (mD/cp)	12.08	11.78	13.89	32.16	29.80	32.19
s (adimensional)	-0.35	-0.36	-0.34	-0.34	1.61	14.70
Resultados obtidos pelo método da Convolução						
λ_t (mD/cp)	12.04	11.76	13.84	32.16	29.80	32.05
s (adimensional)	0.01	0.02	0.02	0.02	2.01	15.09

Tabela 7.6- Casos A a F - Comparação das permeabilidades efetivas obtidas da análise do fluxo com os valores da simulação

Propriedade	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D	Caso E	Caso F
Valores obtidos da simulação						
k_o (mD)	39.95	25.95	15.35	107.13	66.51	35.53
k_w (mD)	1.53	2.96	5.20	4.03	7.47	12.02
Valores calculados em função da mobilidade obtida pelo método da Convolução						
k_o (mD)	39.95	25.97	15.35	107.30	66.63	35.60
k_w (mD)	1.53	2.97	5.20	4.04	7.45	12.03

7.4.2 Resultados Obtidos da Análise da Estática

A Figura 7.33 representa o gráfico Diagnóstico do Caso B, no qual pode-se observar que os pontos iniciais estão influenciados pela estocagem e que o trecho final corresponde ao regime radial transiente.

As Figuras 7.34 e 7.35 mostram, respectivamente, o resultado da aplicação dos métodos de Horner com Superposição e Peres 2 aos dados de estática do Caso B. Para fins de interpretação foram considerados os mesmos parâmetros descritos na subseção 7.4.1.

Com a inclinação obtida do gráfico do método de Horner com Superposição, a mobilidade total é estimada usando-se a Equação II.14 reordenada:

$$\lambda_t = 21.907 \frac{(31.644)}{(5.9353)(10)} = 11.68 \text{ mD/cp}$$

O fator de película é estimado através da Equação II.15:

$$s = 1.151 \left\{ \frac{69.96 - 41.47}{5.9353} - 0.3075 - \log \left[\frac{(0.00034842)(11.68)}{(0.21)(1.16424 \times 10^{-4})(0.10795)^2} \right] - 0.3514 \right\} = -0.02$$

No cálculo do fator de película acima foram usados os fatos de que a última pressão de fluxo vale 41.47 kg/cm^2 e de que soma dada pela Equação II.16 vale 0.3075 h .

A partir da inclinação do gráfico do método de Peres 2 obtém-se a mobilidade total usando-se a Equação II.20 reordenada:

$$\lambda_t = 19.033 \frac{(24)(0.033374)[41.47 - 5.00]}{(4.7774)(10)(2)(0.5)} = 11.64 \text{ mD/cp}$$

A estimativa do fator de película é obtido usando-se a Equação II.21:

$$s = 1.151 \left\{ \frac{69.96 - 27.26}{(4.7774)(\ln 10)} + 0.6024 - \log \left[\frac{(0.00034842)(11.64)}{(0.21)(1.16424 \times 10^{-4})(0.10795)^2} \right] - 0.3514 \right\} = -0.02$$

No cálculo do fator de película acima foram usados os fatos de que a pressão de fluxo média calculada pela Equação II.23 vale 27.26 kg/cm^2 e de que soma dada pela Equação II.22 vale $-0.6024h$.

A Tabela 7.7 resume os resultados obtidos da aplicação dos métodos de Horner com Superposição e Peres 2 ao período de estática de todos os casos. A exemplo da Tabela 7.5, incluímos também a mobilidade total média durante a estática calculada com os resultados das simulações através da expressão:

$$\overline{\lambda}_t = \frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} \left(\frac{kk_{ro}}{\mu_o} + \frac{kk_{rw}}{\mu_w} \right) d\tau \quad (7.12)$$

A análise da Tabela 7.7 indica que a aplicação dos métodos de Horner com Superposição e Peres 2 na estática resultou em valores bem próximos daqueles das simulações. Todavia, parece haver uma tendência de que os resultados da análise da estática sejam ligeiramente subestimados.

Os excelentes resultados obtidos nesta seção para alguns métodos de análise do fluxo e da estática, ilustram de forma clara a conclusão obtida na Seção 7.2, e justificada na Seção 7.3, de que é a teoria monofásica é aplicável para analisar testes bifásicos em poços não surgentes, desde que a saturação inicial no reservatório seja uniforme. Note-se que a obtenção de estimativas precisas das mobilidades das fases para estes casos, está de acordo com os resultados obtidos para poços surgentes por Chu *et al.* (1986), que afirmou que a existência de uma distribuição de saturação razoavelmente uniforme é uma das condições para a obtenção das mobilidades individuais das fases. Embora o perfil inicial de saturação utilizado nas simulações deste trabalho seja perfeitamente uniforme, o que é improvável em reservatórios reais, é razoável supor que resultados semelhantes sejam obtidos para um perfil de saturação aproximadamente uniforme.

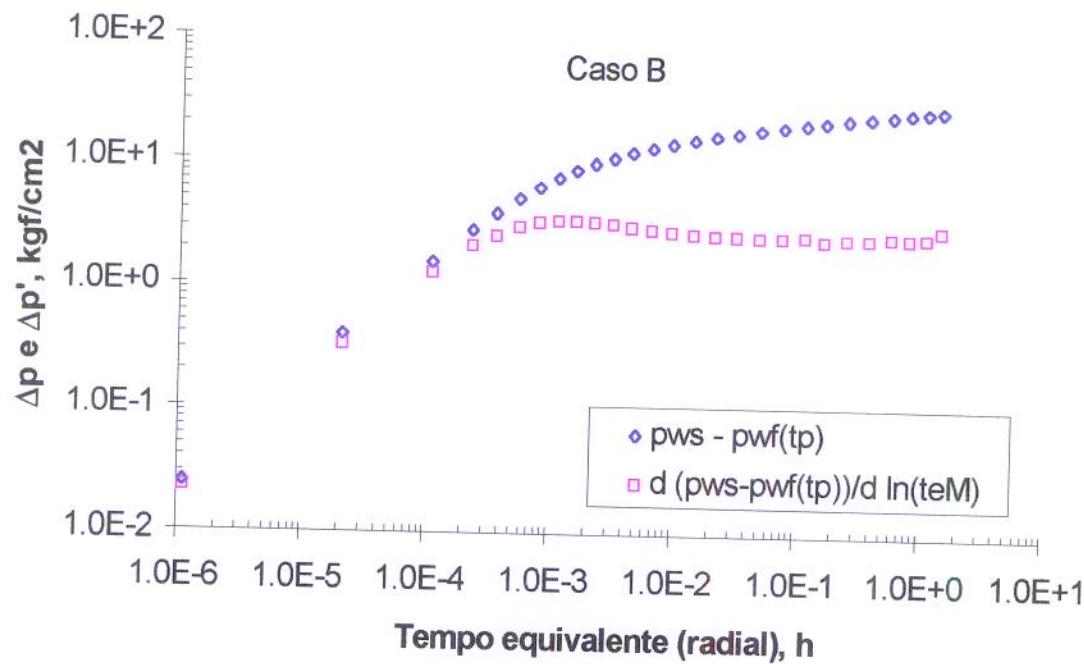


Figura 7.33 - Caso B - Gráfico Diagnóstico (estática)

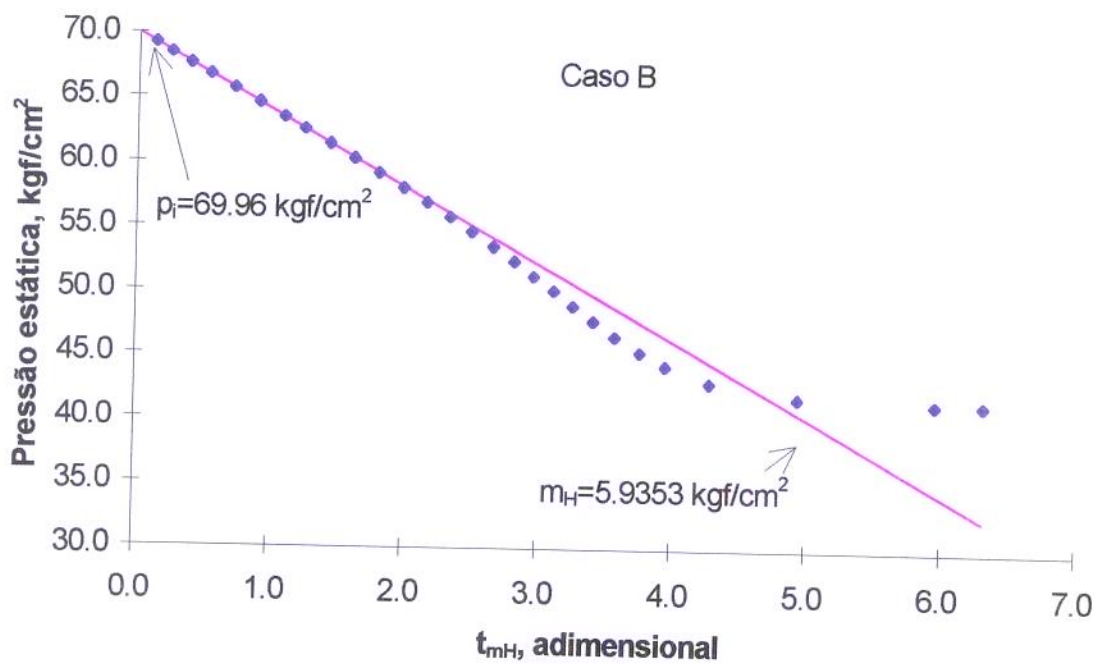


Figura 7.34 - Caso B - Método de Horner com Superposição (estática)

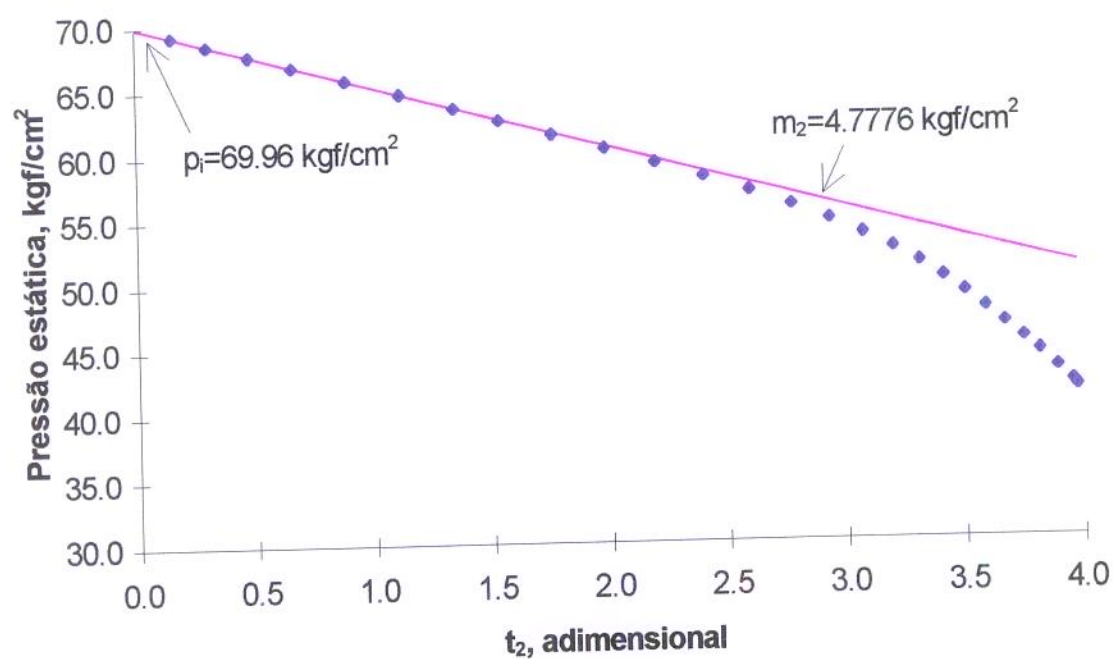


Figura 7.35 - Caso B - Método de Peres 2 (Estática)

Tabela 7.7 - Casos A a F - Comparação dos resultados da análise da estática com os valores da simulação

Propriedade	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D	Caso E	Caso F
Valores obtidos da simulação						
λ_t (mD/cp)	12.05	11.76	13.94	32.10	29.86	32.07
s (adimensional)	0.00	0.00	0.00	0.00	2.00	15.00
p_i (kg/cm ²)	70.00	70.00	70.00	70.00	70.00	70.00
Resultados obtidos pelo método de Horner com Superposição						
λ_t (mD/cp)	11.95	11.68	13.83	31.92	29.65	31.51
s (adimensional)	-0.02	-0.02	-0.01	-0.02	1.96	14.70
p_i (kg/cm ²)	69.96	69.96	69.95	69.96	69.96	69.97
Resultados obtidos pelo método de Peres 2						
λ_t (mD/cp)	11.91	11.64	13.79	31.76	29.45	30.48
s (adimensional)	-0.02	-0.02	-0.01	-0.03	1.94	14.27
p_i (kg/cm ²)	69.96	69.96	69.96	69.97	69.97	69.99

7.4.3 Aspectos práticos da utilização dos métodos monofásicos de análise sob condições de fluxo bifásico óleo-água

Para a aplicação de métodos monofásicos em testes bifásicos reais é necessário calcular a vazão total durante o fluxo, o que é feito através da Equação II.17, na qual é utilizado o coeficiente de estocagem do fluxo (C_F). Mesmo nos métodos onde não é necessário o cálculo direto das vazões, o C_F faz parte das equações a partir das quais a mobilidade total é calculada (ver Equações II.3, II.8 e II.20). Portanto, qualquer erro no coeficiente de estocagem do fluxo repercutirá diretamente na estimativa da mobilidade total. Para que se obtenha um valor médio representativo de C_F utiliza-se o fluxo fracionário instantâneo médio (ver Equações 7.1 e 7.2). Todavia, a medição do fluxo fracionário durante todo o período de fluxo, embora possível, não é uma operação corriqueira. Uma prática comum na retirada dos testes em poços não surgentes é verificar o volume de óleo e de água existentes na coluna. Através desta prática é possível se obter uma estimativa do *holdup* na coluna ao final do fluxo ($H_w|_{t_p}$), que representa a fração volumétrica de água no volume total de líquido produzido. Para o caso do reservatório com uma saturação inicial uniforme, a substituição do fluxo fracionário médio ($\overline{f_w}$) pelo *holdup* ao final do fluxo é uma boa opção prática, pois estes valores são muito próximos, conforme foi mostrado na Tabela 7.4.

Embora a coincidência entre a resposta bifásica e a solução monofásica, descrita na Seção 7.2, tenha sido de excelente qualidade independentemente de se usar propriedades médias ou os valores na pressão inicial, a aparente vantagem vista na Seção 7.3 dos parâmetros η_2 e ψ_2 sobre η_1 e ψ_1 , respectivamente, sugere o uso de valores médios para as propriedades. Todavia, a obtenção de valores médios na prática é difícil ou muitas vezes impossível, sendo mais comum o uso de valores na pressão inicial. Os resultados da subseção anterior mostram que o uso de propriedades na pressão inicial é suficiente para que se obtenha uma boa estimativa dos parâmetros do reservatório.

Capítulo 8

Análise de Casos Simulados com Saturação Inicial de Água Não Uniforme

O objetivo deste capítulo é estudar o comportamento de testes não surgentes em reservatórios onde a saturação de água inicial não é uniforme ao longo de todo o reservatório. Considerou-se a situação em que inicialmente há uma região próxima ao poço onde praticamente só existe água e no restante do reservatório a saturação de água é igual a S_{wc} . Tal configuração procura modelar a situação de um reservatório de óleo após uma pequena a média invasão de fluidos, decorrente, por exemplo, da exposição do reservatório ao fluido de amortecimento durante as manobras e antes do teste propriamente dito. Vale salientar que foi considerado que o gradiente de pressão causado pela invasão já havia se dissipado antes do início do teste, de modo que a distribuição de pressão inicial pode ser considerada uniforme. Verifica-se de que maneira esta pequena zona de invasão, onde ocorre fluxo bifásico de óleo e água, afeta a estimativa dos parâmetros da zona não invadida na interpretação de um teste não surgente. Foram realizadas duas simulações, cujos dados de entrada se diferenciam apenas pelo tamanho da zona invadida. Nos dois casos estudados a relação entre o raio da zona invadida e o raio do poço é menor que 10, pois devido aos curtos tempos geralmente empregados em testes não surgentes, para grandes raios de invasão a resposta medida no poço é fortemente influenciada pela mobilidade da região invadida.

8.1 Caracterização dos casos estudados

Nesta seção são mostradas algumas características dos Casos G e H, correspondentes às duas simulações realizadas para estudar o problema da saturação inicial não uniforme.

Os dados mostrados na Tabela 7.1 também se aplicam aos dois casos estudados neste capítulo. Para os Casos G e H, como nos Casos A, B e C do capítulo anterior, a permeabilidade absoluta vale 420 mD e o fator de película é nulo. Também, as curvas de permeabilidades relativas utilizadas são representadas pelo conjunto 1 da Figura 7.1.

A Figura 8.1 mostra um esquema representativo da distribuição inicial de saturação no reservatório em função da distância. Na figura citada, r_f representa o raio da zona invadida e $\overline{S}_w$ representa a saturação de água média atrás da frente de avanço, calculada segundo a teoria de Buckley e Leverett (1942) para reservatório radial. Para o conjunto de curvas de permeabilidades relativas utilizadas nos Casos G e H, $\overline{S}_w = 0.644$, $S_{wc} = 0.274$ e $(1 - S_{or}) = 0.786$. O volume de fluidos injetado (W_i) é estimado por:

$$W_i = \pi(r_f^2 - r_w^2)h\phi(\overline{S}_w - S_{wc}) \quad (8.1)$$

A diferença nos dados de entrada dos Casos G e H advém unicamente do valor do raio da zona de invasão. Para o Caso G, $r_f \approx 0.333$ m (4 blocos), correspondendo a um volume injetado (Equação 8.1) de aproximadamente 0.242 m³ (1.5 bbl) e uma relação entre o raio da zona de invasão e o raio do poço, $r_f/r_w = 3.1$. O Caso H representa uma invasão de fluidos bem maior, pois $r_f \approx 1.025$ m (8 blocos) e, conseqüentemente, $W_i \approx 2.537$ m³ (15.9 bbl) e $r_f/r_w = 9.5$.

A Figura 8.2 mostra o comportamento da pressão de fundo para os casos G e H durante todo o tempo do teste.

As Figuras 8.3, 8.4 e 8.5 mostram o comportamento das vazões de óleo, de água e total, respectivamente. A análise destas figuras indica que para tempos curtos, até aproximadamente 5×10^{-3} h, os Casos G e H apresentam praticamente os mesmos valores de vazões de óleo e água. Entretanto, para tempos de fluxo maiores, há uma separação considerável do comportamento das vazões, tanto de óleo quanto de água, para cada caso. A Figura 8.5 mostra que o comportamento das vazões totais para ambos os casos é semelhante.

No Capítulo 7, onde a saturação inicial no reservatório era uniforme, o fluxo fracionário instantâneo, durante o fluxo, e o *holdup* de água, durante a estática, se mantiveram praticamente constantes. As observações feitas sobre o comportamento das vazões de óleo e água para os Casos G e H, ao contrário, indicam uma variação considerável no fluxo fracionário, conforme pode ser constatado na Figura 8.6. A observação da figura indica que no

Caso G, o fluxo fracionário, que para os tempos iniciais é bem próximo de 1, a partir de 0.1 h, já é praticamente zero. No Caso H, embora o fluxo fracionário decline rapidamente a partir de 0.2 h de fluxo, no final do período seu valor ainda é de aproximadamente 0.3. A Figura 8.7 mostra o comportamento do coeficiente de estocagem durante o fluxo, o qual é compatível com o exibido pelo fluxo fracionário. Assim, enquanto que para Caso G o coeficiente de estocagem é praticamente constante a partir de 0.1 h, no Caso H, ele varia consideravelmente entre 0.2 e 0.5 h.

O comportamento do fluxo fracionário nos Casos G e H é melhor entendido ao se analisar a variação da saturação de água. A Figura 8.8 mostra que a saturação de água no primeiro bloco da malha utilizada no simulador variou consideravelmente durante o período de fluxo em ambos os casos. As Figuras 8.9 e 8.10 mostram o comportamento da saturação ao longo do raio em diversos instantes do período de fluxo, indicando que em ambos os casos ocorre uma significativa variação da saturação na região invadida. No Caso G, a velocidade de mudança na saturação é maior e o perfil de saturação ao final do fluxo (0.5 h) na região invadida está mais próximo daquele observado na região não invadida. O comportamento exibido pela saturação na região invadida implica que nesta região a mobilidade total, função das permeabilidades relativas, varia com o tempo e com a posição no reservatório, conforme mostrado nas Figuras 8.11 e 8.12 para os Casos G e H, respectivamente. Para o conjunto de curvas de permeabilidades utilizado, a mobilidade total atinge um mínimo quando a saturação de água é de aproximadamente 0.51 (ver Figura 7.2). A Figura 8.11 mostra que no Caso G, a mobilidade na região invadida é mínima para um tempo de fluxo de aproximadamente 0.01 horas, passando então a crescer. No Caso H, ao final do fluxo a mobilidade total na zona invadida ainda é próxima do valor mínimo, conforme mostrado na Figura 8.12. As Figuras 8.13 e 8.14 mostram que o perfil de saturação praticamente não se altera em ambos os casos durante todo o período de estática, permanecendo basicamente igual àquele observado ao final do fluxo. O mesmo ocorre com a mobilidade total, conforme apresentado nas Figuras 8.15 e 8.16. Isto ocorre devido a estocagem ser pequena durante a estática, com produção de fluidos muito próxima a zero. Note-se que o fato do perfil de saturações permanecer praticamente constante durante a estática, torna a situação semelhante àquela encontrada no problema clássico de reservatório composto e, devido ao raio da zona invadida ser pequeno, o problema se assemelha ao caso do reservatório homogêneo com fator de película infinitesimal.

Uma melhor compreensão do fenômeno também pode ser obtida ao se analisar o perfil de pressões ao longo do raio do reservatório, conforme mostrado pelas Figuras 8.17 a 8.20. As

Figuras 8.17 e 8.19 são referentes ao período de fluxo e estática, respectivamente, do Caso G. As Figuras 8.18 e 8.20 referem-se ao Caso H. Nota-se uma queda maior da pressão na região invadida, que tem mobilidade menor que a original, criando um efeito semelhante ao da presença de um fator de película de raio finito (Hawkins, 1956). Devido a variação da mobilidade da região invadida durante o fluxo, este fator de película aparente é variável com o tempo. Observa-se que a mobilidade também varia ao longo do raio na zona invadida, sendo necessário generalizar a equação proposta por Hawkins (1956) para se obter uma estimativa do fator de película aparente para cada instante de tempo. Assumindo-se fluxo bifásico imiscível de óleo e água com pressão capilar nula, regime de fluxo permanente na zona invadida, permeabilidade absoluta constante e saturação uniforme na zona não invadida, pode-se definir um fator de película aparente como:

$$S_{ap} = \lambda_t|_{ni} \int_{r_w}^{r_f} \frac{1}{r} \frac{1}{\lambda_t} dr - \ln\left(\frac{r_f}{r_w}\right) \quad (8.2)$$

onde o subscrito *ni* refere-se a zona não invadida. As Figuras 8.17 e 8.18 mostram que rapidamente a queda de pressão na região invadida torna-se aproximadamente linear com o logaritmo do raio, indicando a presença de fluxo permanente nesta região, o que foi usado como premissa para a dedução da Equação 8.2. Considerando-se o modelo numérico adotado neste trabalho, se a zona invadida é composta por K blocos, a Equação 8.2 pode ser discretizada bloco a bloco, resultando em:

$$S_{ap} = \lambda_t|_{ni} \left\{ \sum_{i=1}^K \frac{1}{(\lambda_t)_i} \ln\left(\frac{r_{i+\frac{1}{2}}}{r_{i-\frac{1}{2}}}\right) \right\} - \ln\left(\frac{r_f}{r_w}\right) \quad (8.3)$$

onde $r_{\frac{1}{2}} = r_w$ e $r_{K+\frac{1}{2}} = r_f$.

As Figuras 8.21 e 8.22 mostram a variação com o tempo do fator de película aparente para os casos G e H, respectivamente. Note-se que para as características dos casos testados neste capítulo, a presença da zona invadida resulta em um fator de película aparente positivo. Em ambos os casos observa-se a presença de um ponto de máximo no fator de película aparente, o que pode ser associado ao fato de existir um ponto de mínimo na curva de mobilidade total. Assim, para o Caso G, como a diferença de mobilidades entre a região

invadida e a não invadida já é bem menor ao final do fluxo, o valor final do fator de película aparente calculado é bem inferior ao ponto de máximo. Para o Caso H, o tempo de 0.5 h de fluxo ainda não foi suficiente para “limpar” a região invadida adequadamente e o fator de película obtido ao final do fluxo ainda é bem próximo do ponto de máximo.

A Tabela 8.1 mostra alguns parâmetros utilizados neste capítulo, calculados em função dos resultados da simulação. A própria tabela inclui as equações utilizadas e algumas observações sobre as considerações de cálculo. Foi visto no Capítulo 7 que quando o perfil de saturação inicial é uniforme, o valor do *holdup* de água ao final do fluxo ($\overline{H_w|_{t_p}}$) é muito próximo do valor médio do fluxo fracionário e, portanto, o seu uso no lugar do fluxo fracionário para o cálculo da massa específica média no poço (Equação 7.1), não causa praticamente nenhuma diferença. É oportuno lembrar que o *holdup* ao final do fluxo representa a fração volumétrica de água no volume total de líquido produzido (Equação 7.3) e seu valor, ao contrário do fluxo fracionário médio, é geralmente obtido na prática. A Tabela 8.1 mostra que os valores médios do fluxo fracionário e do *holdup* de água ao final do fluxo para os Casos G e H não são tão próximos quantos eram aqueles obtidos nos casos estudados no Capítulo 7 (ver Tabela 7.4). Todavia, para o Caso H, o uso do $H_w|_{t_p}$ no lugar do $\overline{f_w}$ resultaria em um valor subestimado para o C_F e, conseqüentemente para a mobilidade total, em aproximadamente 2.5%, o que é aceitável em termos práticos. Para o Caso G, esta substituição resultaria em um valor subestimado para o C_F em aproximadamente 1%.

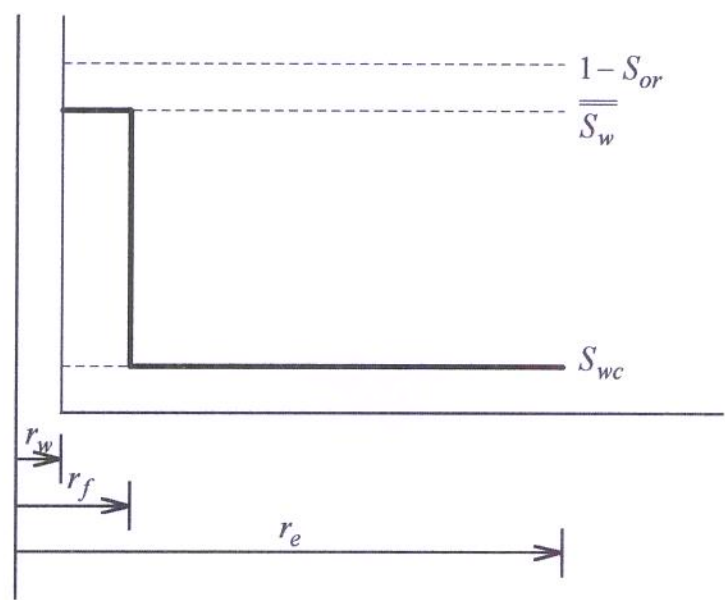


Figura 8.1 - Casos G e H - Esquema representativo da distribuição da saturação inicial de água no reservatório

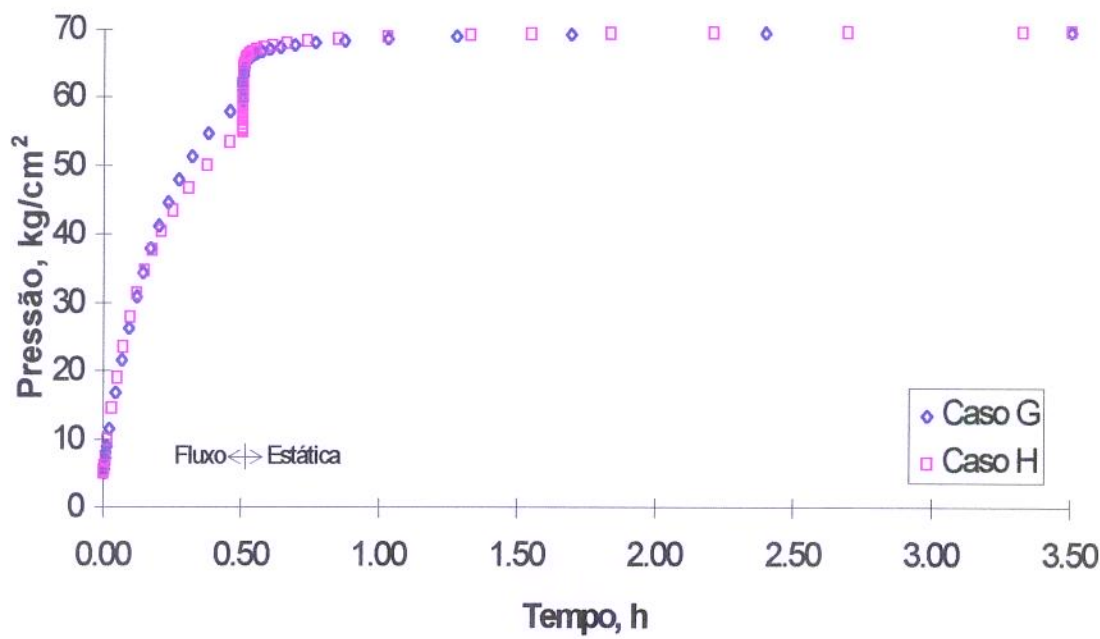


Figura 8.2 - Casos G e H - Comportamento da pressão de fundo

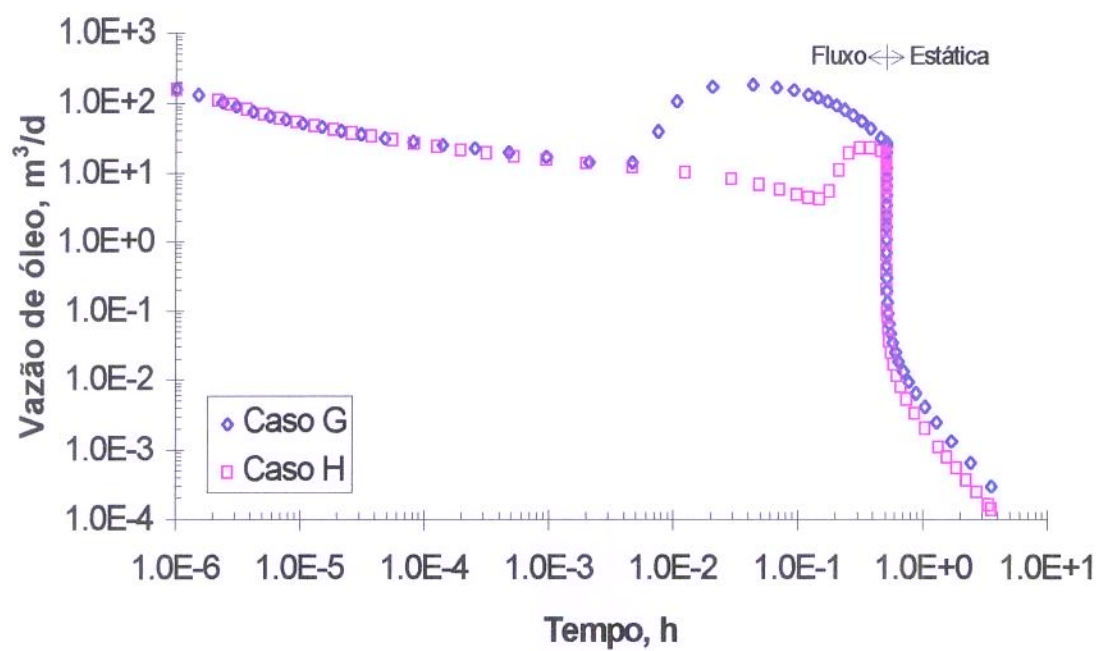


Figura 8.3 - Casos G e H - Vazão de óleo (condições de reservatório)

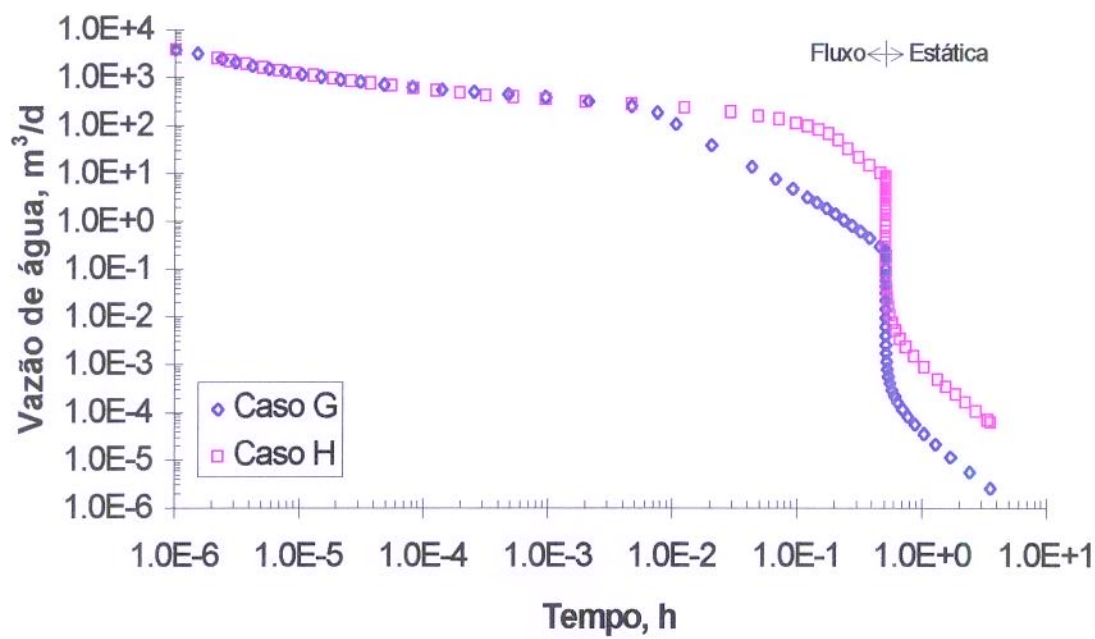


Figura 8.4 - Casos G e H - Vazão de água (condições de reservatório)

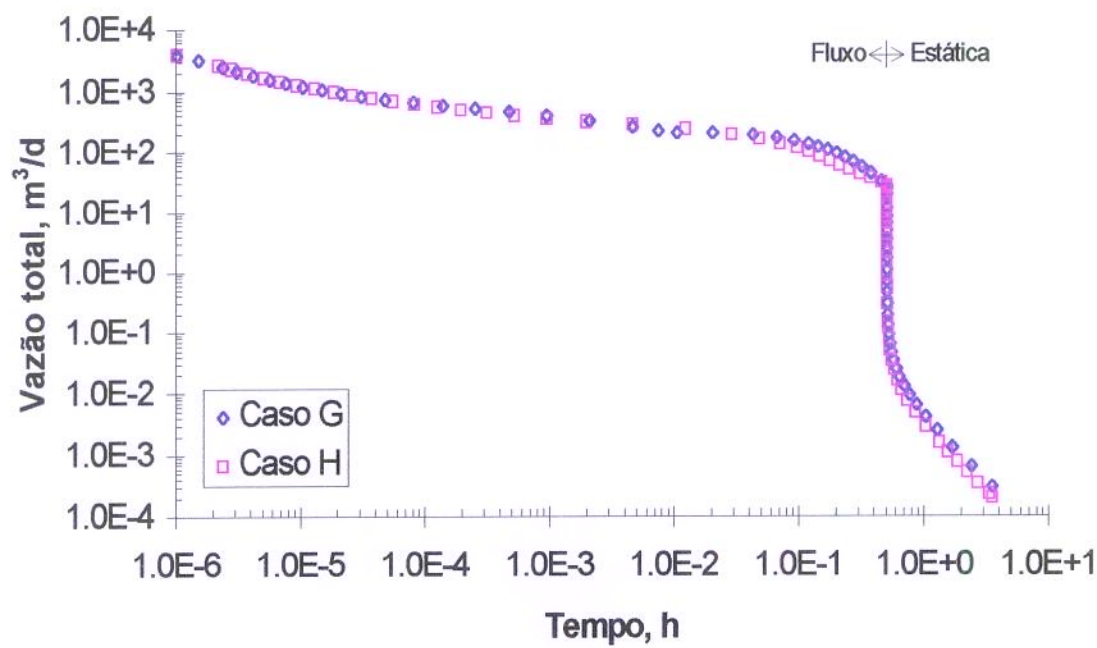


Figura 8.5 - Casos G e H - Vazão total (condições de reservatório)

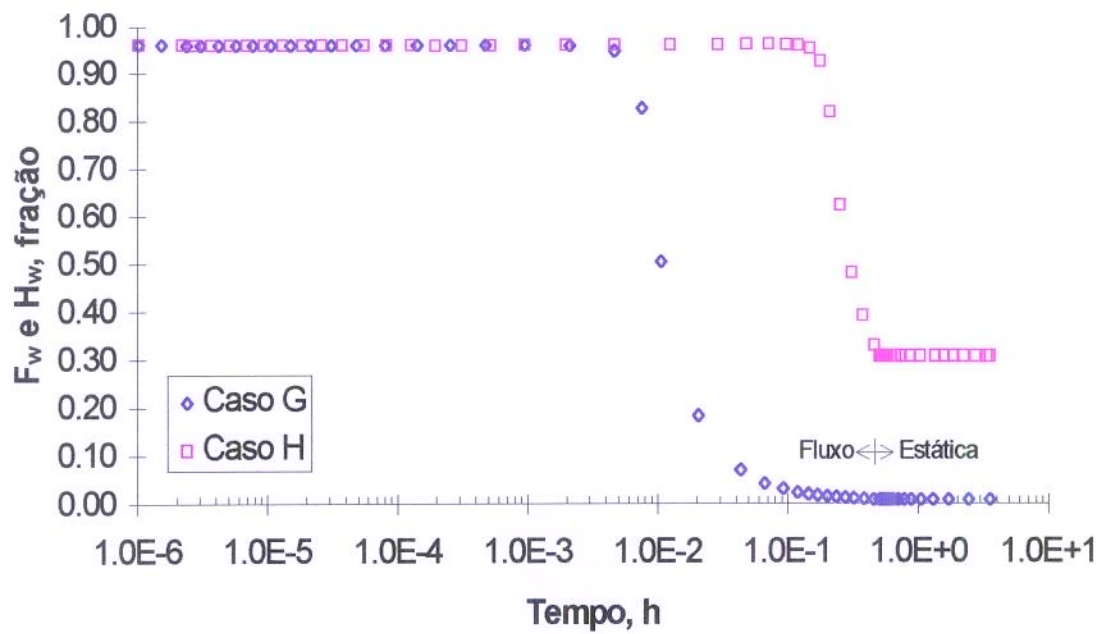


Figura 8.6 - Casos G e H - Fluxo fracionário (fluxo) e *holdup* de água (estática)

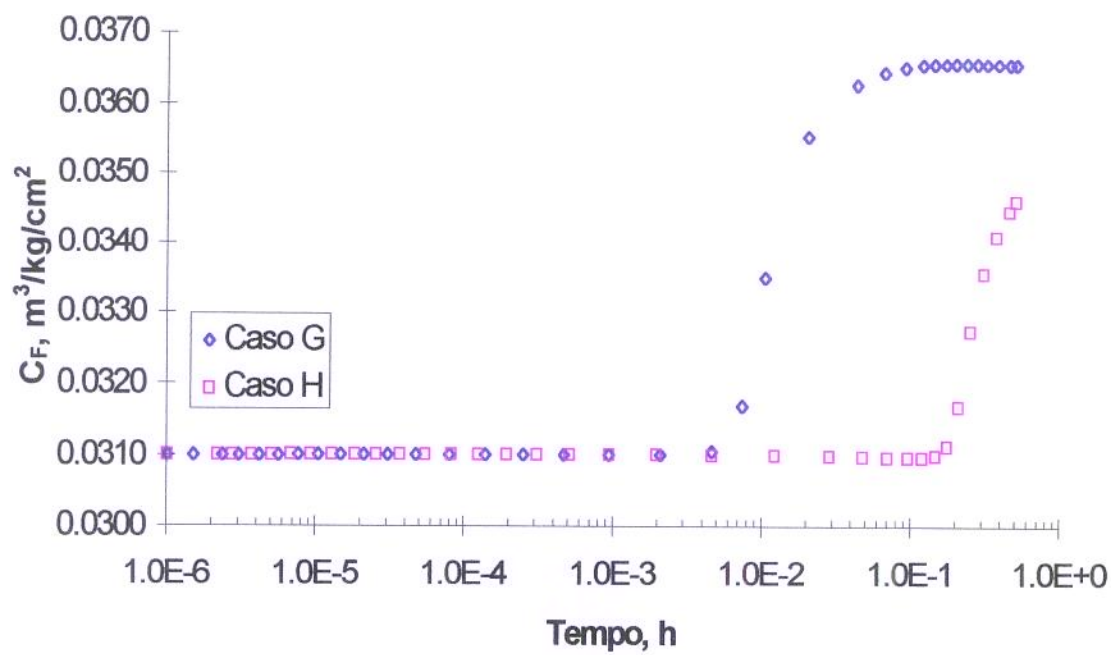


Figura 8.7 - Casos G e H - Coeficiente de estocagem no fluxo

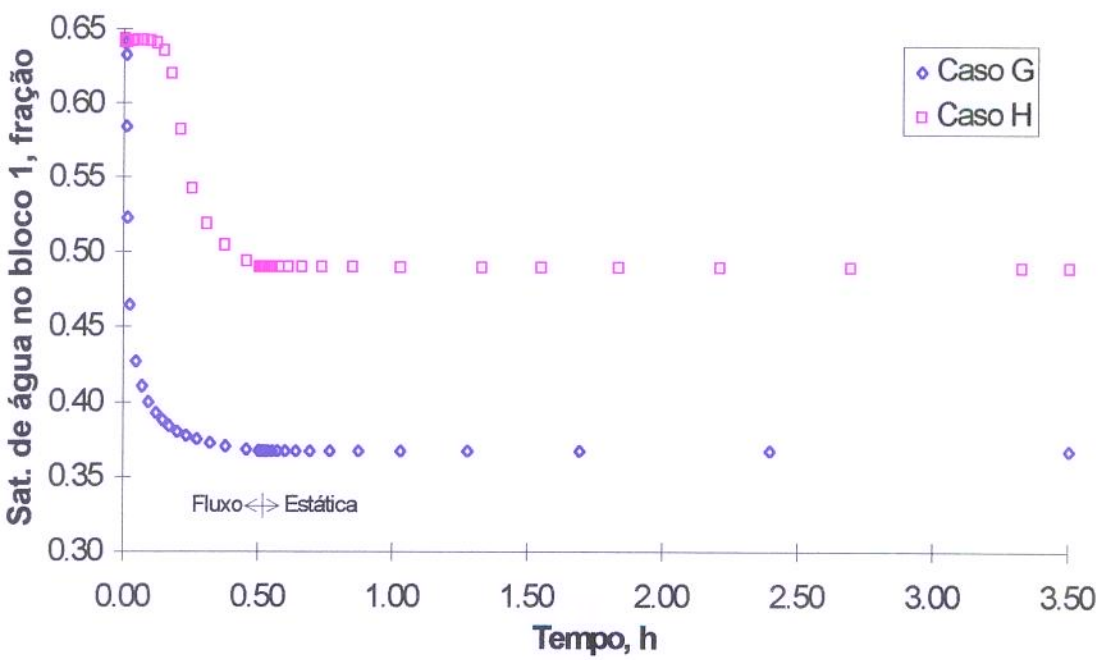


Figura 8.8 - Casos G e H - Variação da saturação de água no primeiro bloco

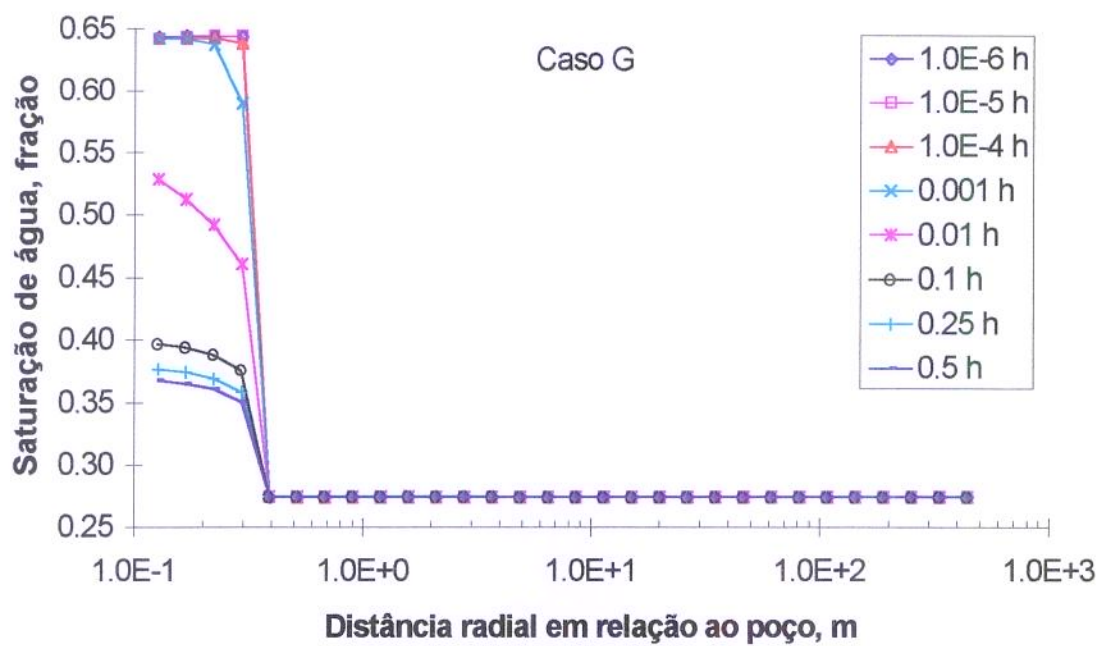


Figura 8.9 - Caso G - Saturação de água ao longo do raio durante o fluxo

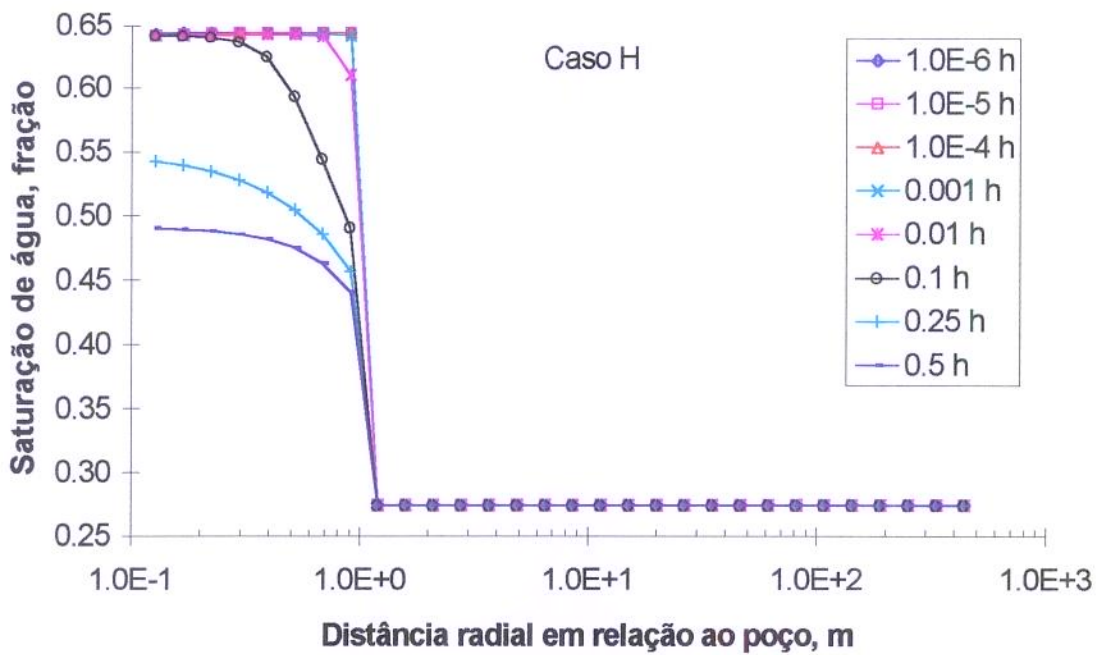


Figura 8.10 - Caso H - Saturação de água ao longo do raio durante o fluxo

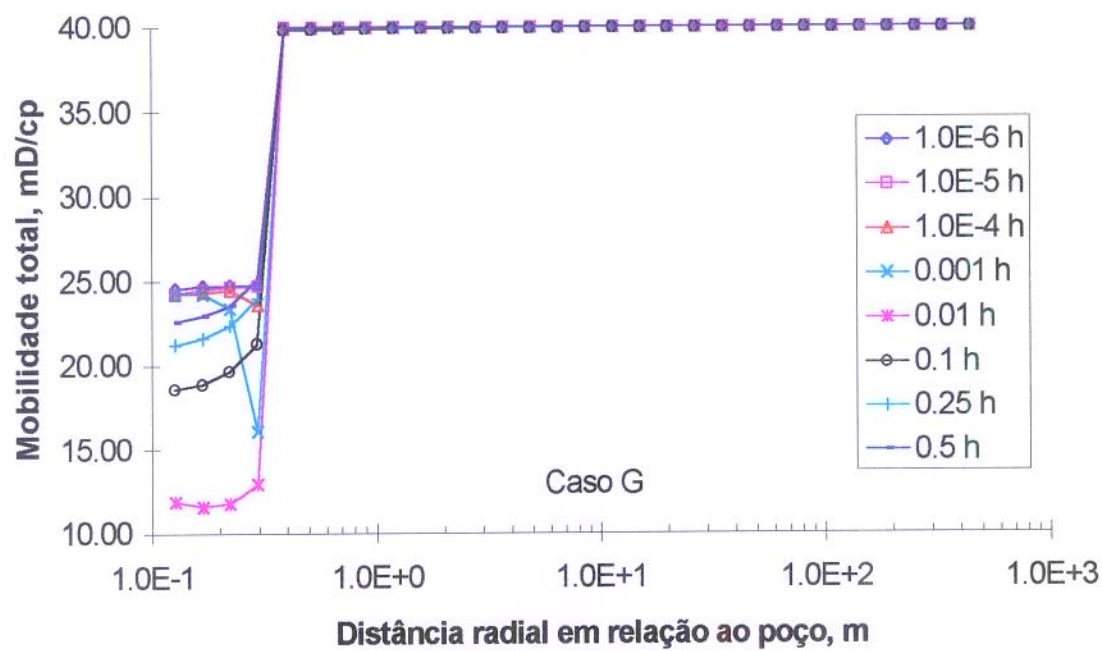


Figura 8.11 - Caso G - Mobilidade total ao longo do raio durante o fluxo

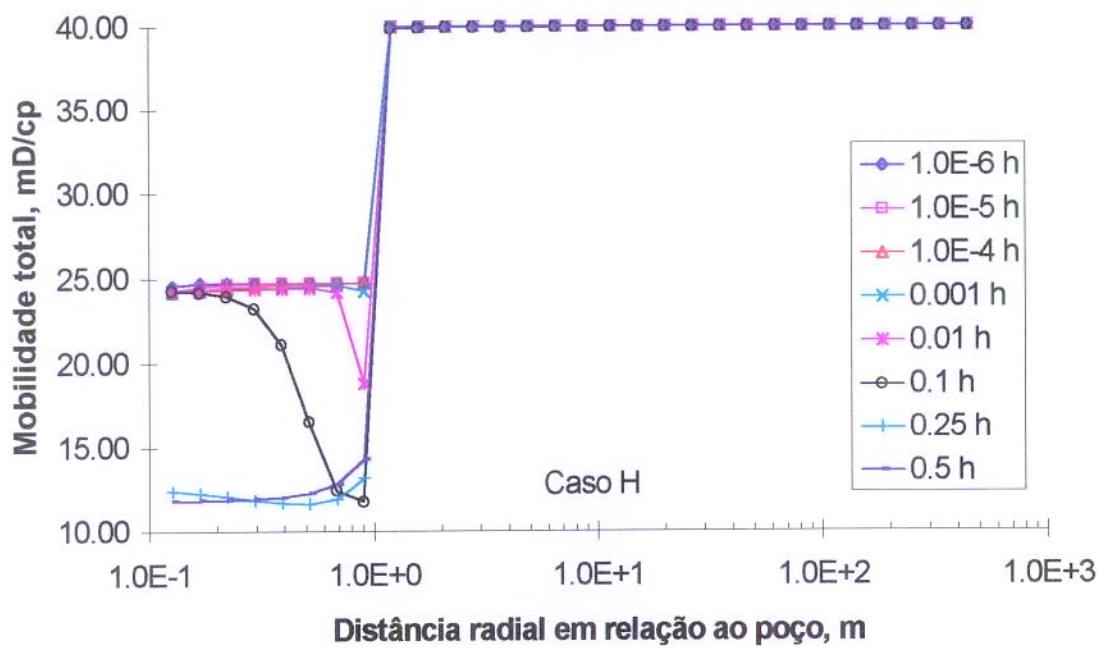


Figura 8.12 - Caso H - Mobilidade total ao longo do raio durante o fluxo

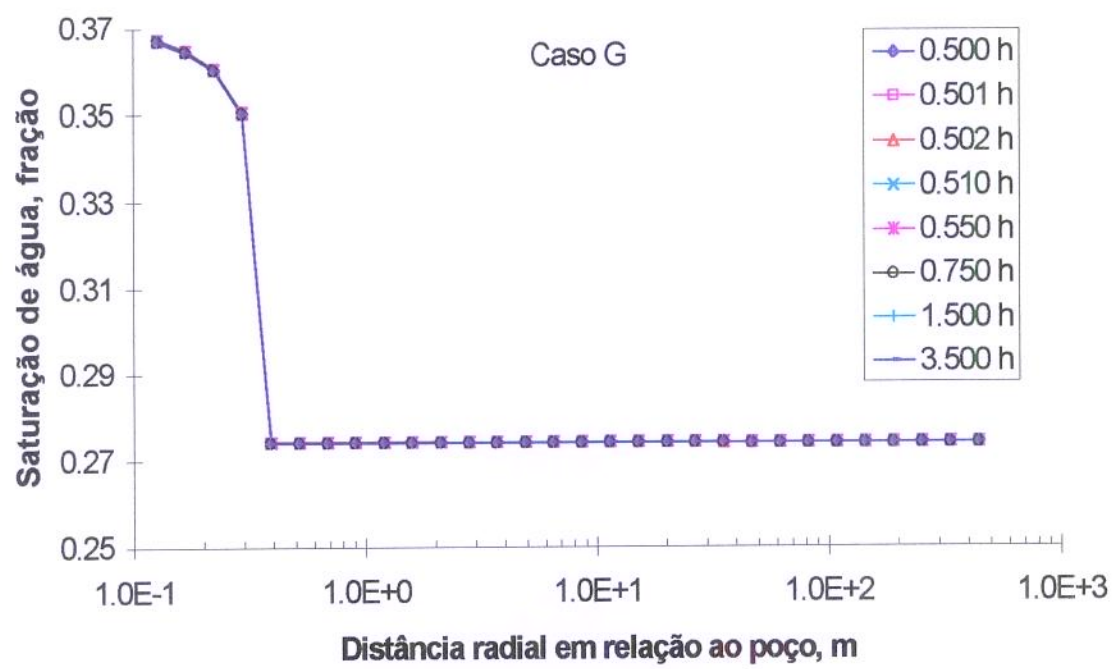


Figura 8.13 - Caso G - Saturação de água ao longo do raio durante a estática

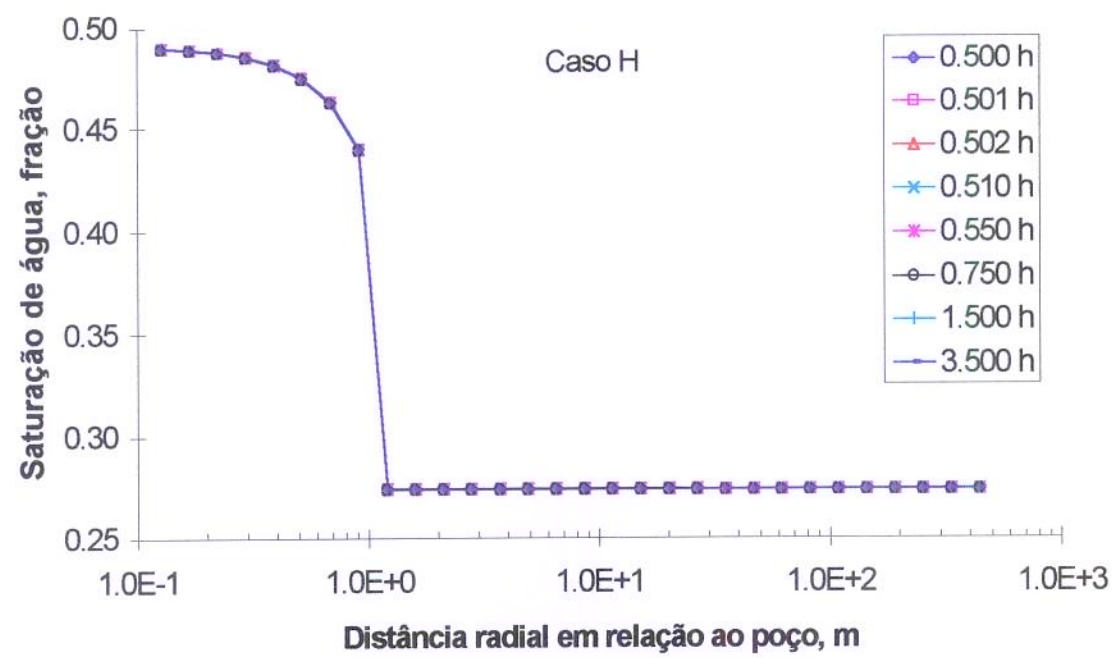


Figura 8.14 - Caso H - Saturação de água ao longo do raio durante a estática

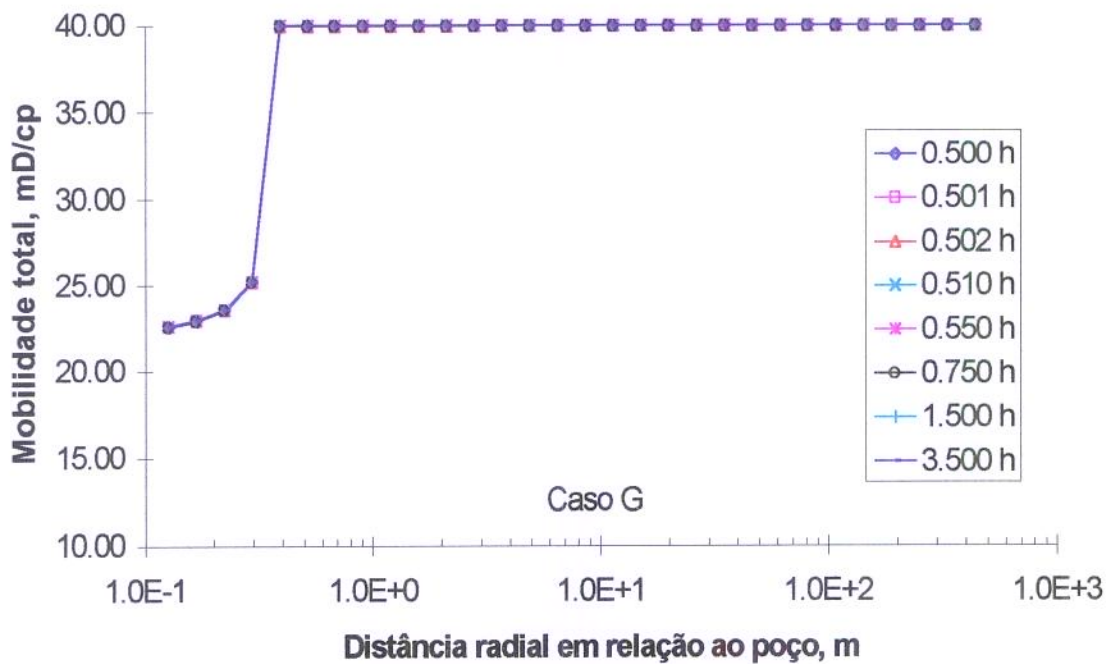


Figura 8.15 - Caso G - Mobilidade total ao longo do raio durante a estática

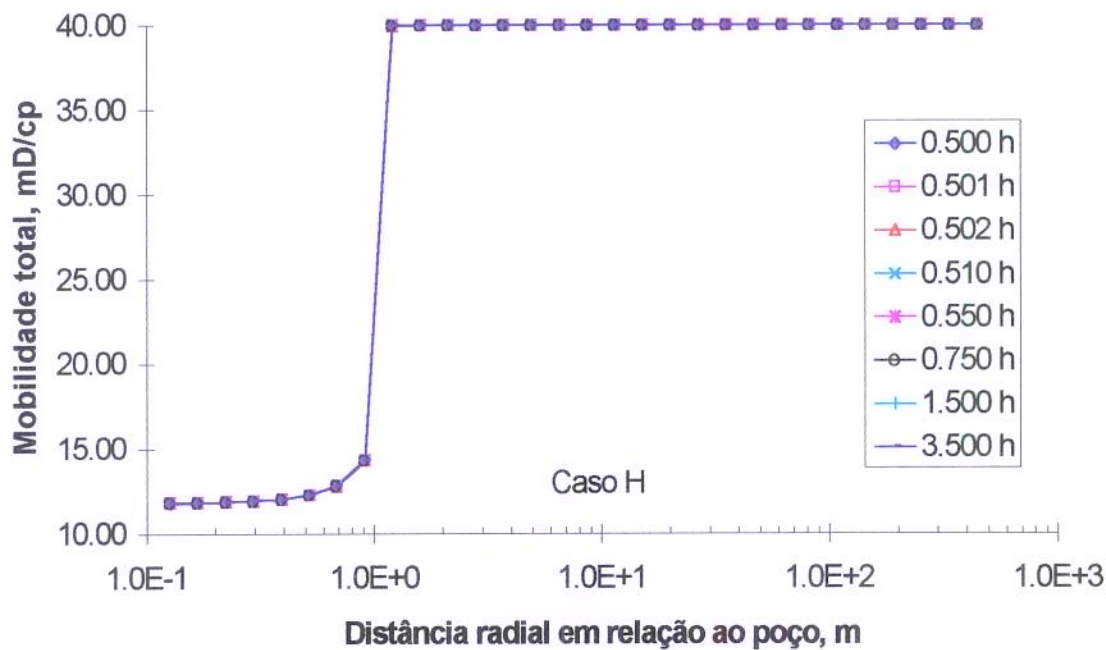


Figura 8.16 - Caso G - Mobilidade total ao longo do raio durante a estática

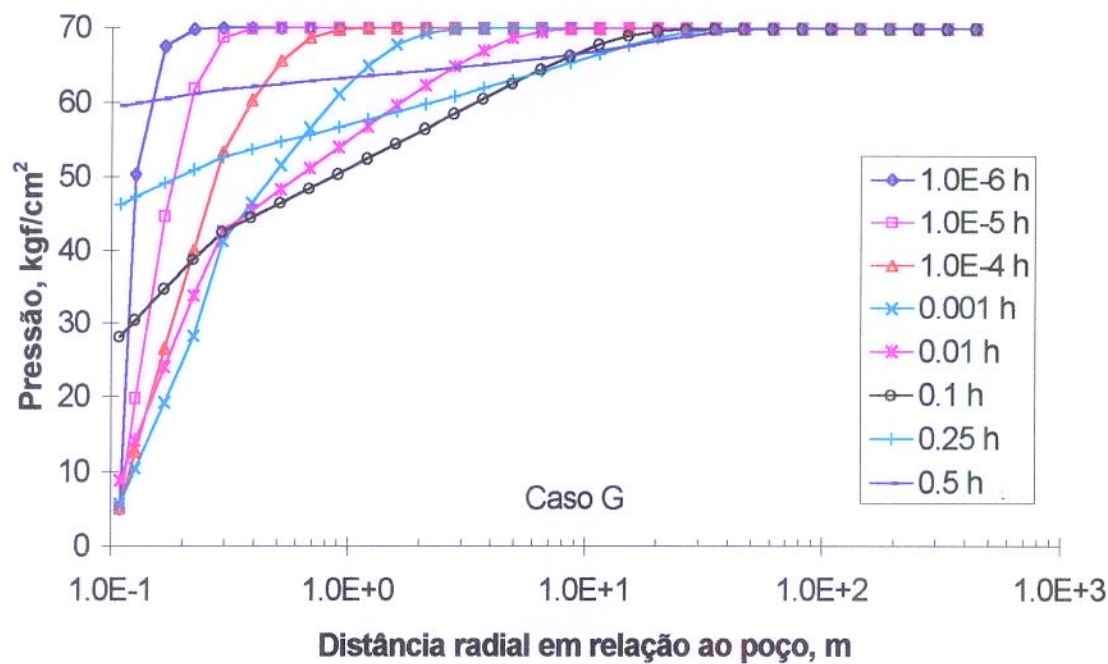


Figura 8.17 - Caso G - Pressão ao longo do raio durante o fluxo

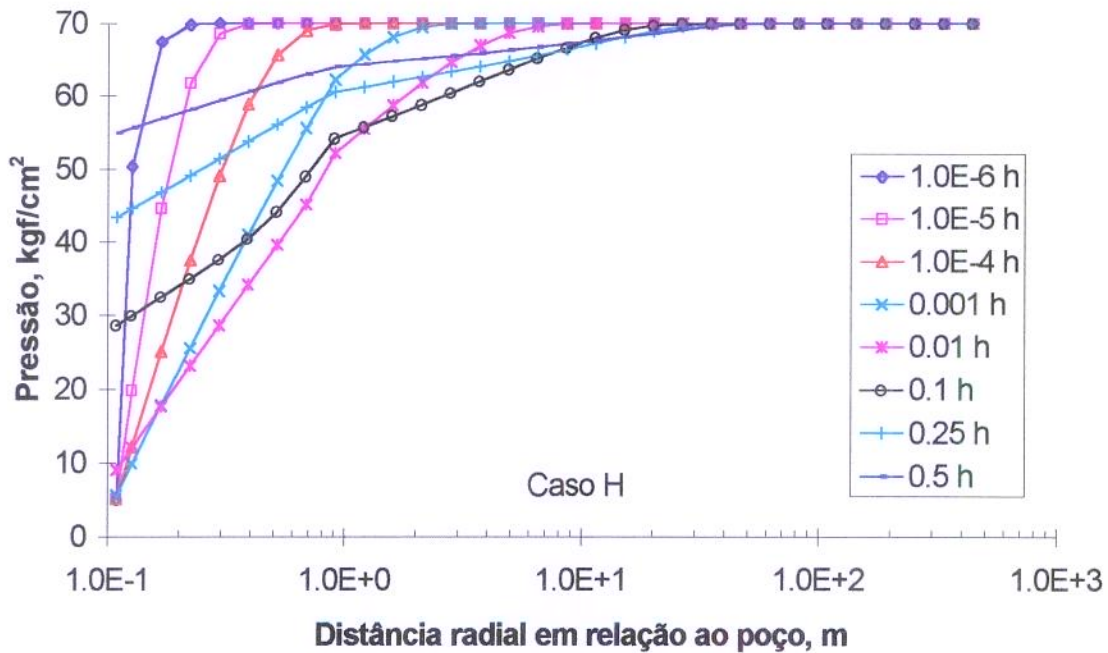


Figura 8.18 - Caso H - Pressão ao longo do raio durante o fluxo

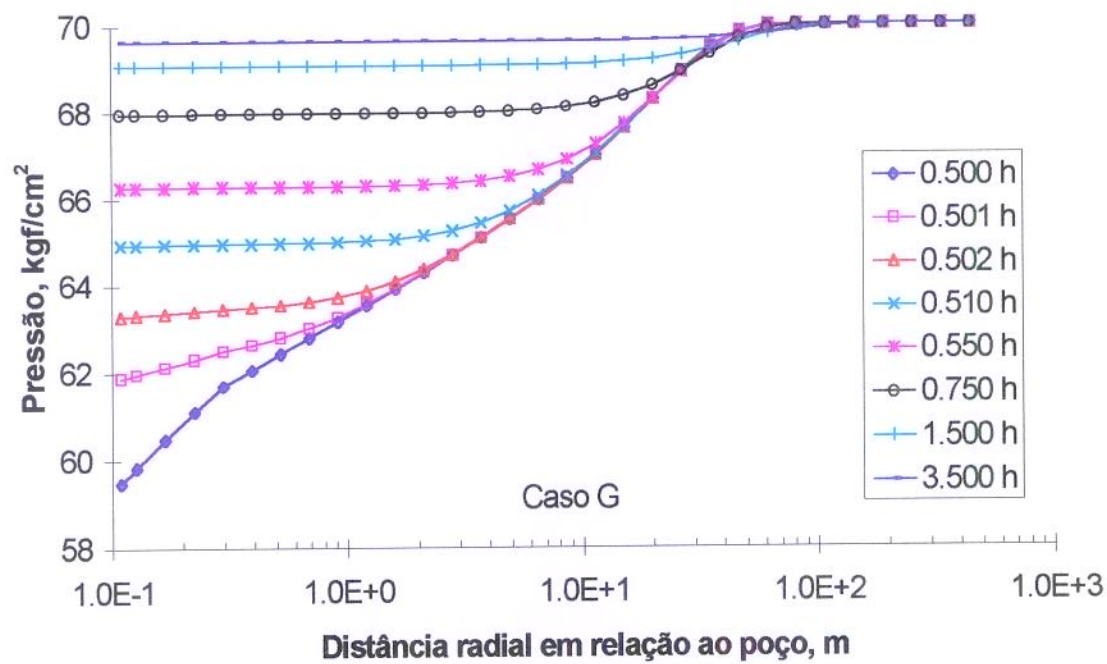


Figura 8.19 - Caso G - Pressão ao longo do raio durante a estática

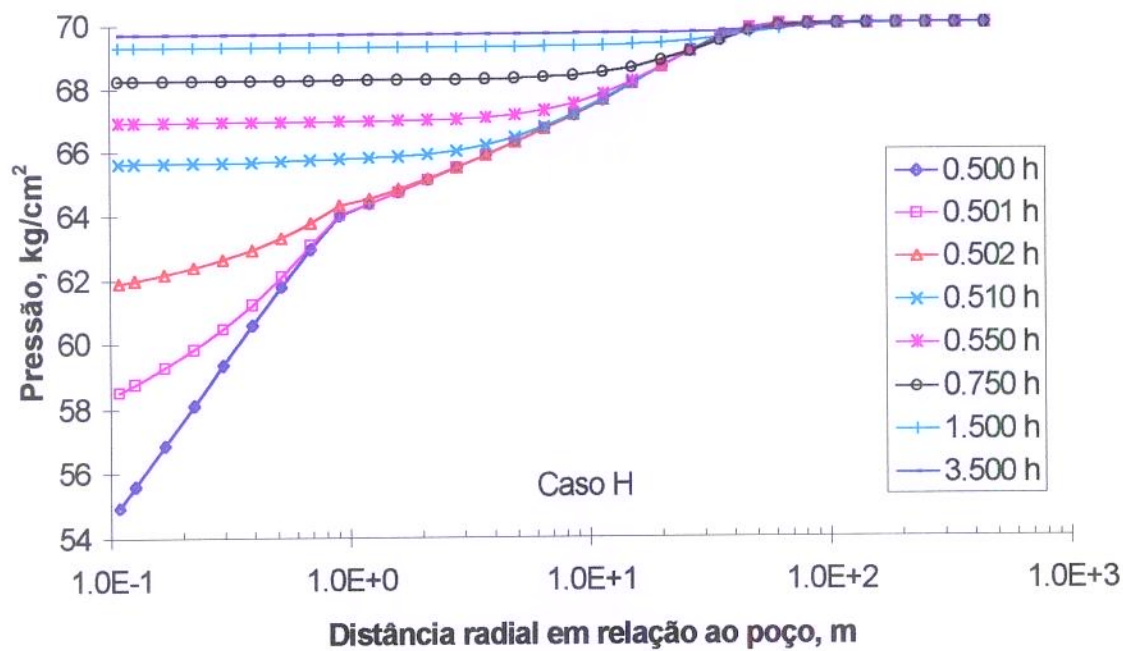


Figura 8.20 - Caso H - Pressão ao longo do raio durante a estática

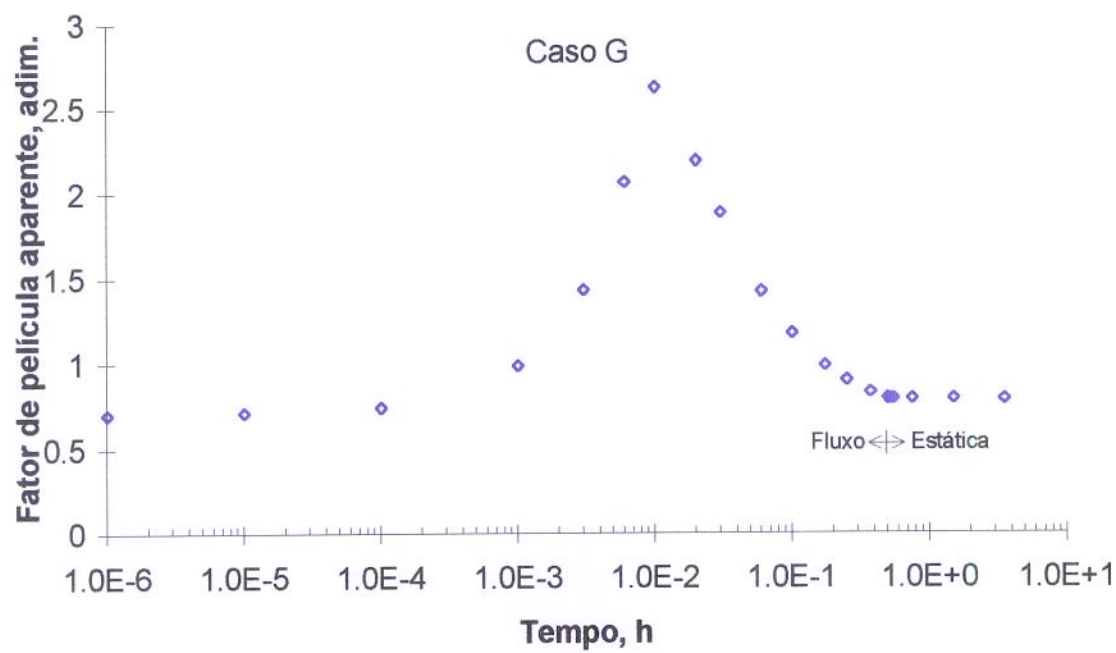


Figura 8.21 - Caso G - Fator de película aparente

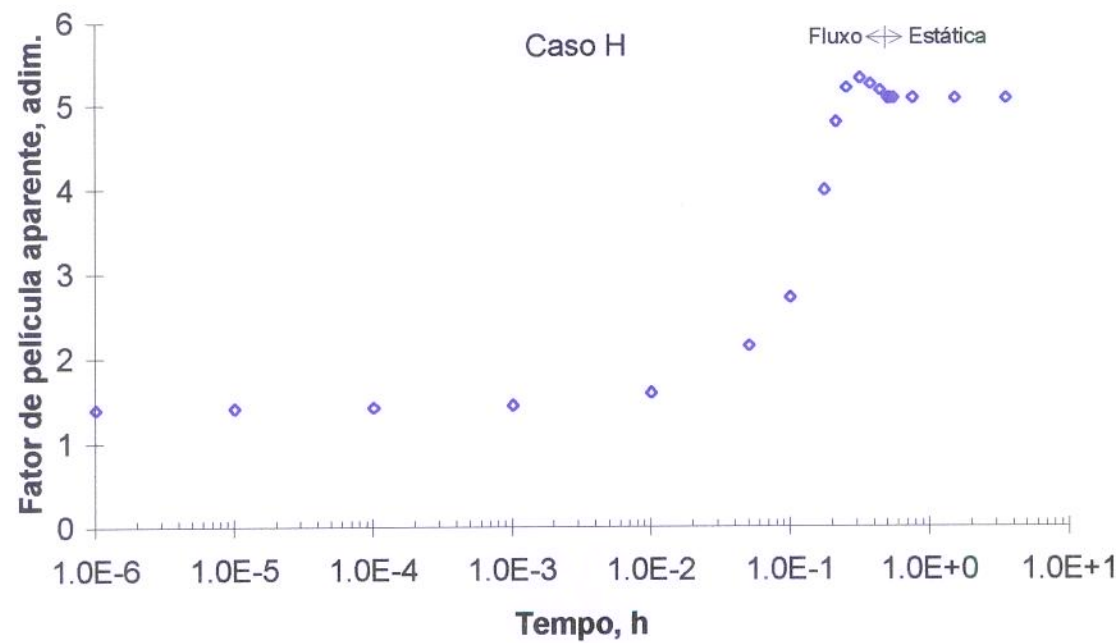


Figura 8.22 - Caso H - Fator de película aparente

Tabela 8.1 - Casos G e H - Resultados obtidos da simulação

Parâmetro	Equação	Caso G	Caso H	Observação
$c_t _{p_i}$, cm ² /kgf	6.32	1.2970x10 ⁻⁴	1.2970x10 ⁻⁴	Usa $S_w _{p_i}$ da zona não invadida.
ρ , g/cm ³	7.1	0.83997	0.92884	Considera óleo e água
C_F , m3/kgf/cm ²	7.2	3.6300x10 ⁻²	3.2505x10 ⁻²	Considera óleo e água
$\overline{f_w}$, fração	6.33	0.0437	0.6570	
$H_w _{t_p}$, fração	7.3	0.0957	0.8052	
C_{FD} , adim.	6.44	1820.28	1629.97	Baseado em $C_{FD_{lb}}$. Considera λ_t apenas da zona não invadida.
C_S , m ³ /kg/cm ²	7.4	9.38346x10 ⁻⁵	7.79910x10 ⁻⁵	
$\overline{H_w}$, fração	6.34	0.0873	0.3060	
C_{SD} , adim.	6.54	3.910868	4.705352	Baseado em $C_{SD_{lb}}$. Considera λ_t apenas da zona não invadida.

8.2 Comparação entre a resposta bifásica e a solução analítica monofásica da zona não invadida

A exemplo da Seção 7.2, aqui são comparadas as respostas bifásicas para os casos simulados com as respectivas soluções analíticas monofásicas. Embora a metodologia empregada seja similar àquela descrita na seção 7.2, os seguintes pontos devem ser ressaltados:

- A comparação foi feita apenas para o período de fluxo.
- Utilizou-se a mobilidade total da zona não invadida no cálculo dos tempos adimensionais.
- A compressibilidade total foi calculada com a Equação 6.32, considerando a saturação inicial de água da zona não invadida.
- O coeficiente de estocagem foi calculado considerando um fluido de massa específica média (Equação 7.1).
- Utilizou-se o valor da porosidade na pressão inicial.

As Figuras 8.23 e 8.24 referem-se ao período de fluxo do Caso G. A análise da Figura 8.23 indica que, ao contrário do caso de saturação inicial uniforme (ver Figura 7.11, por exemplo), não há uma coincidência perfeita entre a resposta bifásica e a solução monofásica ao longo de todo o tempo. Na Figura 8.24 a solução monofásica foi calculada considerando um fator de película infinitesimal igual a 1.0. Observa-se uma melhora significativa em relação a Figura 8.23, havendo agora uma coincidência razoável entre a resposta bifásica e a solução monofásica. Note-se, entretanto, que a coincidência não é perfeita, principalmente para $5 \times 10^{-2} < t_D / C_{FD} < 3$. A implicação sugerida pelo resultado observado é que o uso de métodos de análise monofásicos deve resultar em uma estimativa razoável da mobilidade da zona não invadida e em um valor estimado do fator de película aparente.

As Figuras 8.25 e 8.26 referem-se ao Caso H. Note-se que aqui, ao contrário do Caso G, não houve sucesso quando se utilizou diferentes valores para o fator de película na tentativa de se obter uma boa coincidência entre a resposta bifásica e a solução monofásica. A Figura 8.25 mostra o resultado obtido quando foi tentado um fator de película igual a 4.0. O resultado obtido para o Caso H sugere que a utilização de métodos monofásicos para analisar a resposta bifásica resultaria em uma estimativa incorreta da mobilidade da zona não invadida e do fator de película aparente.

As observações feitas sobre os Casos G e H nesta seção parecem indicar que, quando o reservatório tem uma distribuição inicial não uniforme da saturação, o tamanho da zona invadida influencia os resultados obtidos da utilização da teoria monofásica para analisar a resposta bifásica no período de fluxo em testes não surgentes. Quando o raio da zona de invasão é pequeno, é possível obter-se uma estimativa razoável da mobilidade da zona não invadida e do fator de película aparente. Quando ao contrário, o raio da zona de invasão é um pouco maior, de modo que o curto tempo do período de fluxo não seja suficiente para “limpar” satisfatoriamente a zona invadida, o uso da teoria monofásica para analisar o período de fluxo bifásico pode resultar em uma estimativa errônea da mobilidade da zona não alterada e do fator de película aparente.

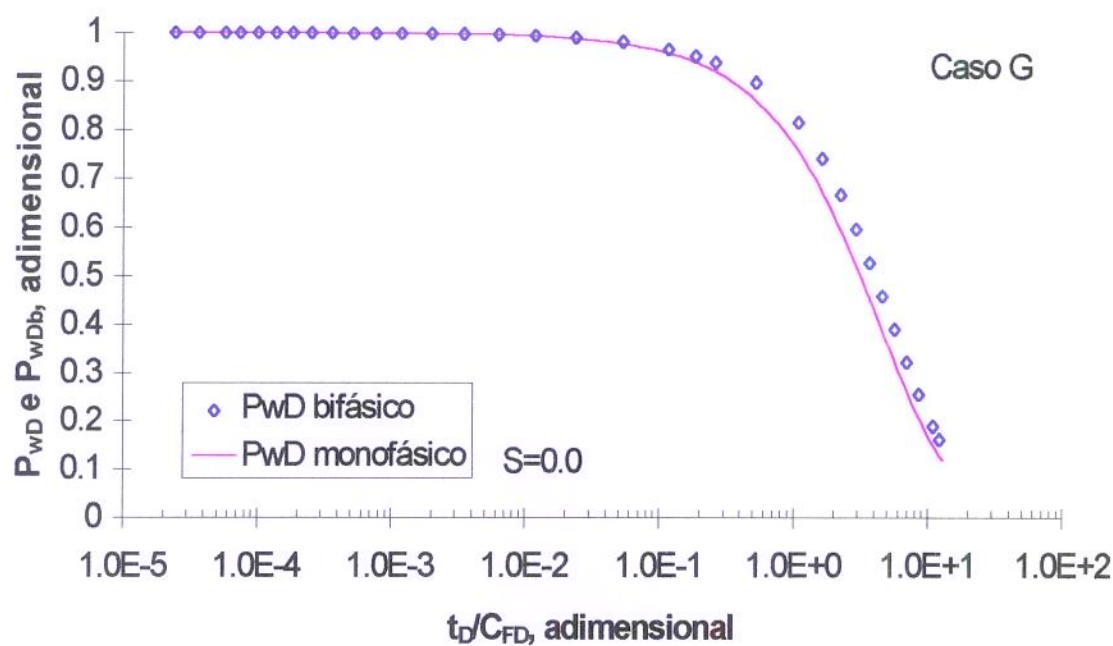


Figura 8.23 - Caso G - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo, considerando as propriedades da zona não invadida e $s=0.0$.

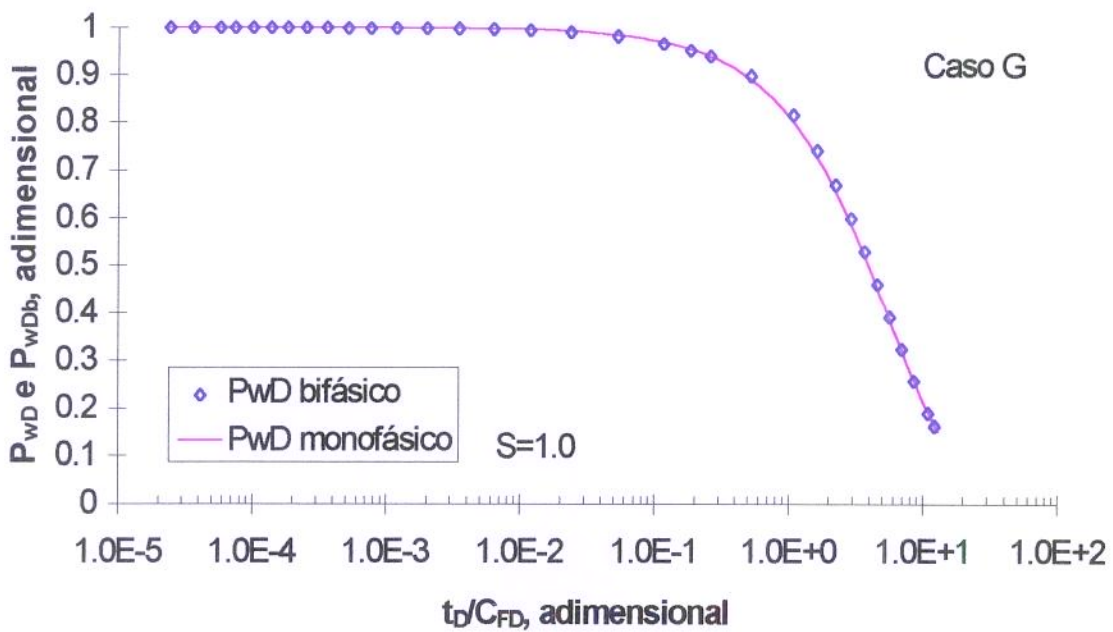


Figura 8.24 - Caso G - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo, considerando as propriedades da zona não invadida e $s=1.0$.

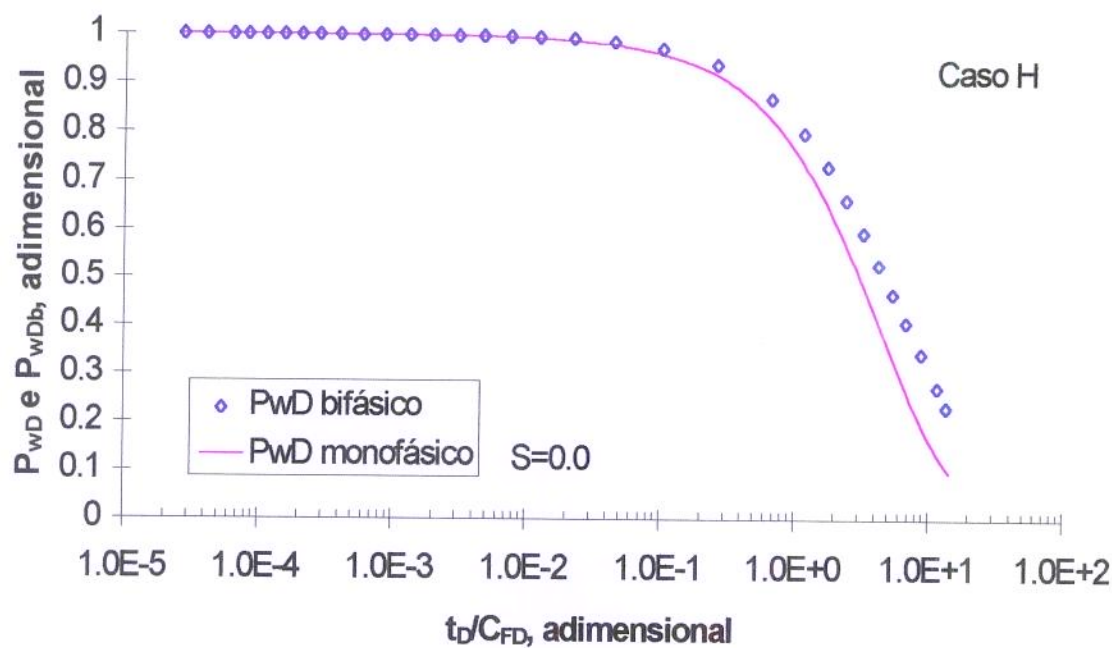


Figura 8.25 - Caso H - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo, considerando as propriedades da zona não invadida e $s=0.0$.

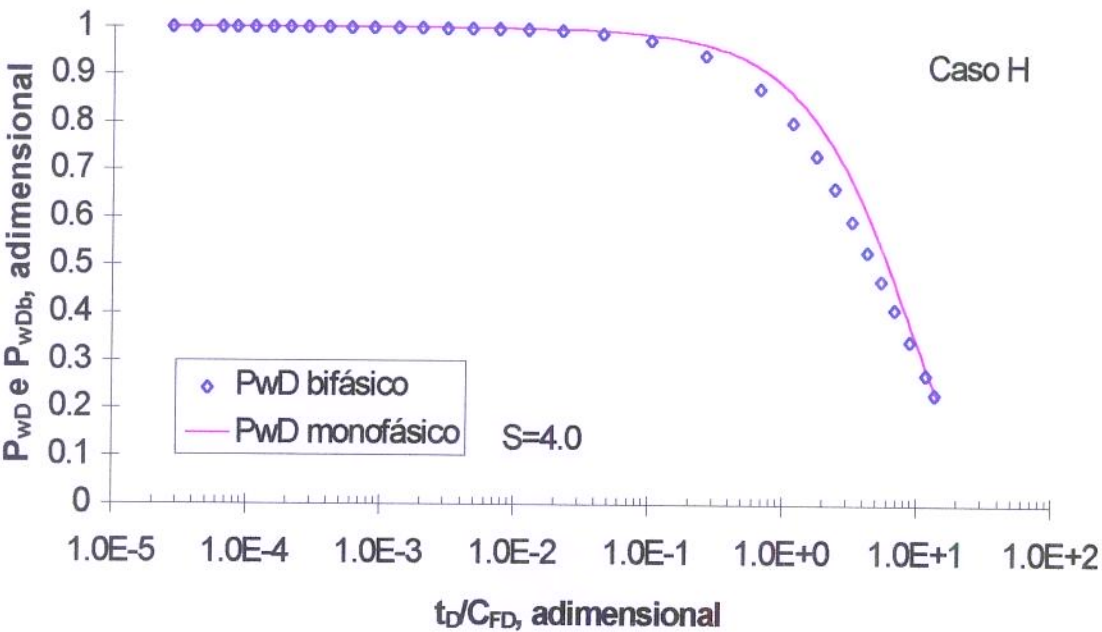


Figura 8.26 - Caso H - Comparação da resposta simulada bifásica e a solução analítica monofásica do fluxo, considerando as propriedades da zona não invadida e $s=4.0$.

8.3 Aplicação de métodos monofásicos de análise aos Casos G e H

Nesta seção são aplicados aos dados simulados alguns métodos monofásicos de análise do fluxo e da estática. A intenção é verificar se é possível determinar os parâmetros do reservatório na zona original quando a resposta no poço está influenciada pela presença de uma zona invadida. Os métodos de análise aqui utilizados encontram-se descritos no Anexo II.

8.3.1 *Resultados obtidos da análise do período de fluxo*

Os parâmetros considerados para fins de interpretação dos casos deste capítulo são iguais àqueles descritos na Subseção 7.4.1, usados no Caso B, com exceção daqueles especificados na Tabela 8.1.

As Figuras 8.27 e 8.28 mostram, respectivamente, os métodos da Vazão Normalizada e Convolução aplicados aos dados de fluxo do Caso G. As Figuras 8.29 e 8.30 são referentes a aplicação destes métodos ao Caso H. Em ambos os casos, para os dois métodos, é possível traçar uma reta razoavelmente bem definida no trecho final do fluxo. O desvio da reta nos tempos iniciais é esperado devido a não aplicabilidade da aproximação logarítmica para curtos tempos. Na Tabela 8.2 estão resumidos os resultados obtidos da análise para os dois casos, bem como a mobilidade da zona não invadida e o fator de película usado nas simulações. A tabela também inclui o último valor calculado no fluxo do fator de película aparente e o seu valor médio ($\overline{S_{ap}}$), obtido integrando-se no tempo os valores calculados através da Equação 8.3 durante o fluxo.

Para o Caso G, que corresponde a existência de uma pequena zona invadida próxima ao poço, a análise da Tabela 8.2 indica que com a aplicação dos métodos da Vazão Normalizada e Convolução é possível obter-se um valor aproximado da mobilidade total da zona não invadida e do fator de película aparente médio. Note-se que a mobilidade obtida é superestimada em relação a mobilidade na zona não invadida. Também o fator de película calculado é superestimado tanto com relação ao fator de película aparente médio quanto ao seu valor ao final do fluxo.

Para o Caso H, onde a zona invadida é maior que aquela do Caso G, a Tabela 8.2 mostra que os resultados obtidos da aplicação dos métodos da Vazão Normalizada e da Convolução não são representativos da zona não invadida. Por outro lado, a mobilidade calculada por

ambos os métodos parece ser mais representativa da mobilidade da zona invadida, pois, conforme visto na Figura 8.11, na segunda metade do fluxo a mobilidade da zona invadida fica entre 12 e 14 mD/cp. Os fatores de película calculados por ambos os métodos são negativos e, portanto, totalmente incoerentes com o comportamento observado do fator de película aparente.

A dedução dos métodos da Vazão Normalizada e Convolução é feita considerando-se o coeficiente de estocagem e o fator de película constantes (ou, no caso de reservatório composto, que as propriedades da zona invadida e da zona virgem são constantes). As Figuras 8.7, 8.21 e 8.22 mostram que estas premissas não são atendidas nos casos estudados neste capítulo, sendo que no Caso G a situação é mais favorável e, por isso, obtém-se melhores aproximações.

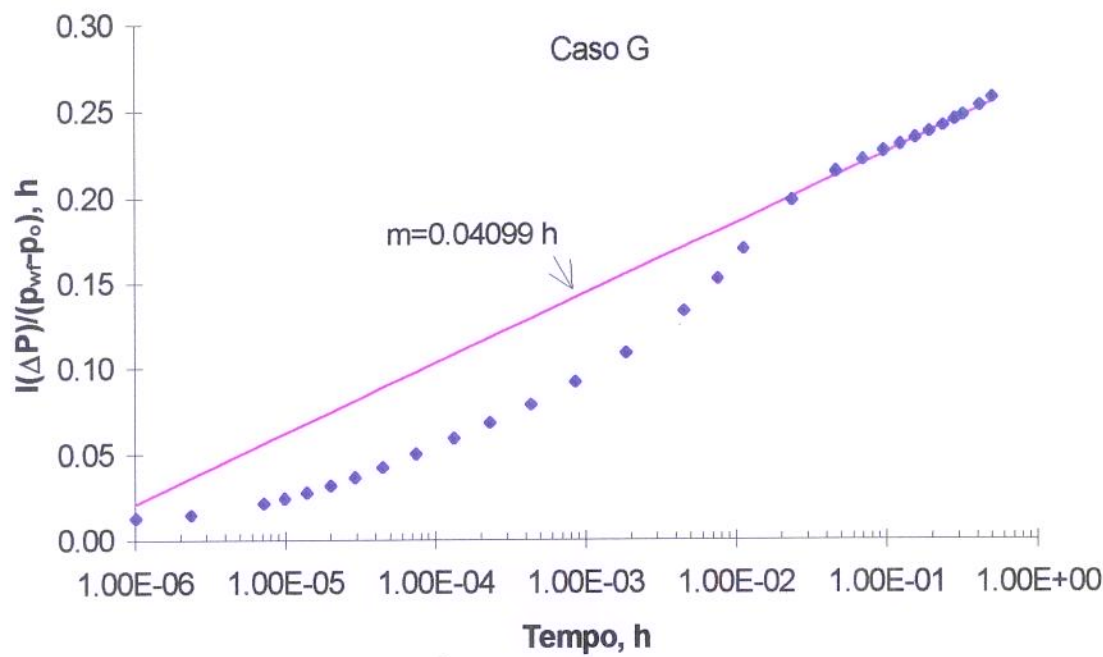


Figura 8.27 - Caso G - Método da Vazão Normalizada (fluxo)

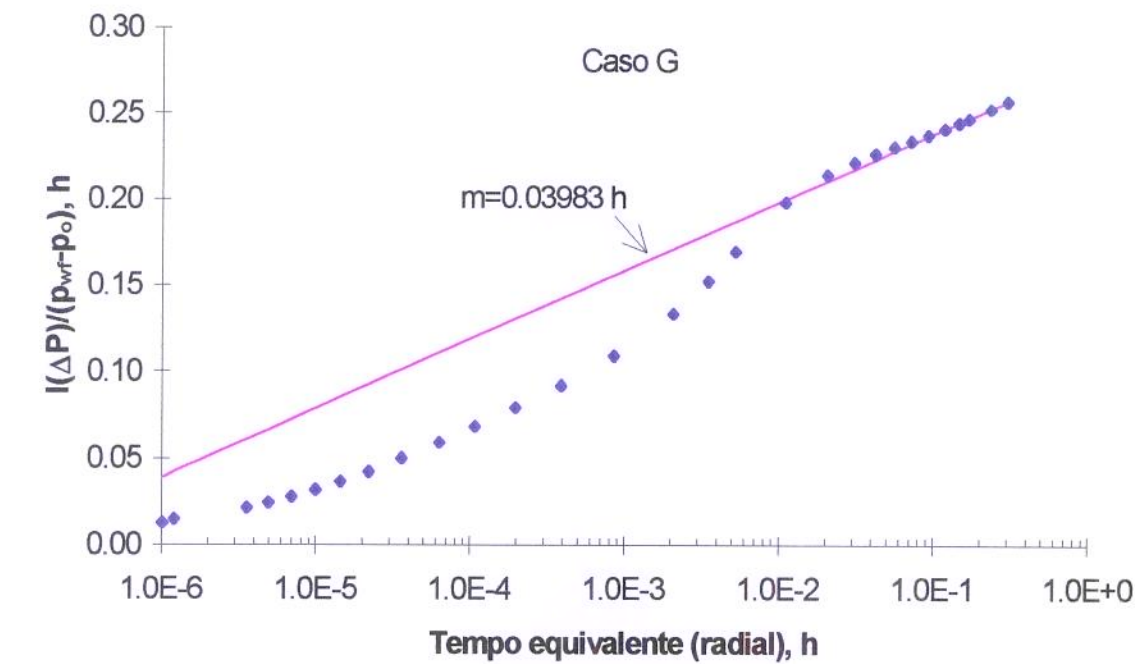


Figura 8.28 - Caso G - Método da Convolução (fluxo)

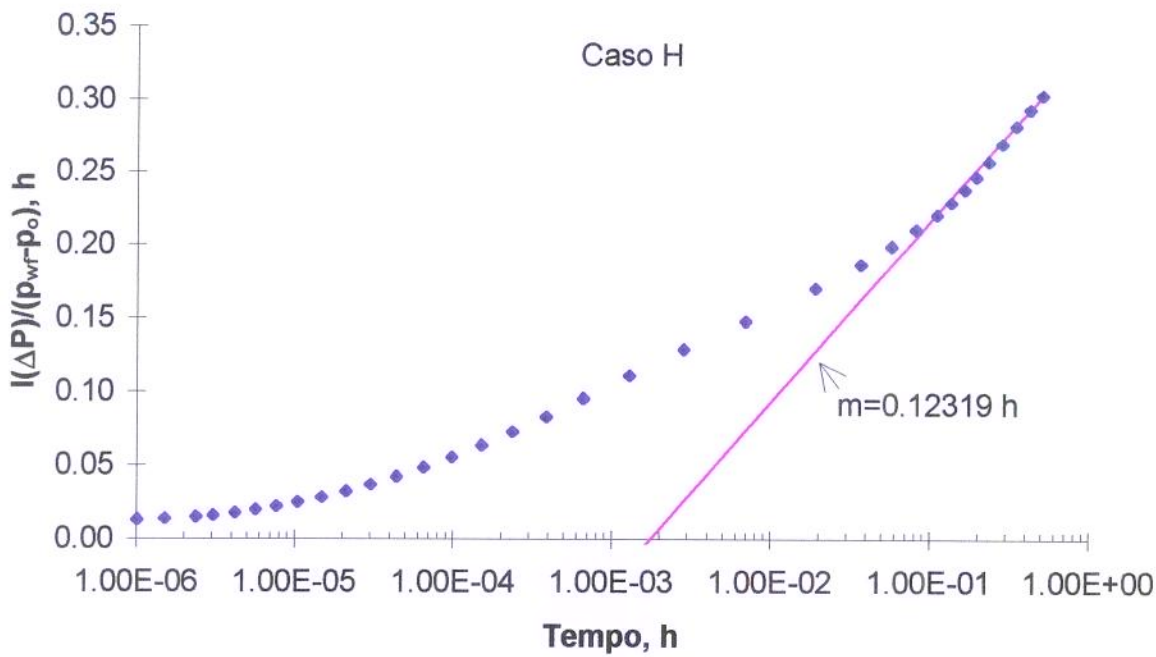


Figura 8.29 - Caso H - Método da Vazão Normalizada (fluxo)

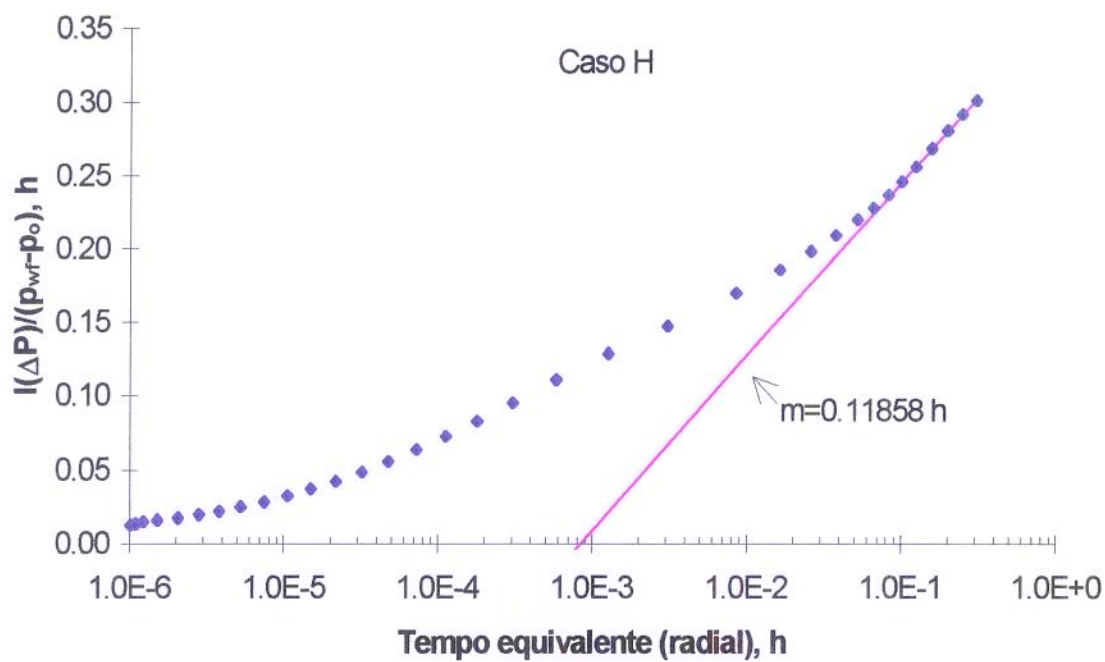


Figura 8.30 - Caso H - Método da Convolução (fluxo)

Tabela 8.2 - Casos G e H - Comparação dos resultados da análise do fluxo com os valores da simulação

Propriedade	Caso G	Caso H
<i>Valores obtidos da simulação</i>		
λ_t da zona não invadida (mD/cp)	39.98	39.98
S infinitesimal (adimensional)	0.00	0.00
S_{ap} ao final do fluxo (adimensional)	0.79	5.07
$\overline{S_{ap}}$ no fluxo (adimensional)	0.99	4.42
<i>Resultados obtidos pelo método da Vazão Normalizada</i>		
λ_t (mD/cp)	46.58	13.88
S (adimensional)	1.67	-2.04
<i>Resultados obtidos pelo método da Convolução</i>		
λ_t (mD/cp)	47.92	14.42
S (adimensional)	2.20	-1.69

8.3.2 *Resultados obtidos da análise do período de estática*

As Figuras 8.31 e 8.32 representam o gráfico Diagnóstico dos Casos G e H, respectivamente. Observa-se que os pontos iniciais estão influenciados pela estocagem e que há uma boa definição do regime radial transiente em ambos os casos. Nota-se uma maior separação das curvas na Figura 8.32, indicando a presença de um fator de película mais elevado no Caso H.

As Figuras 8.33 e 8.34 representam a aplicação dos métodos de Horner com Superposição e de Peres 2, respectivamente, aos dados de estática do Caso G. As Figuras 8.35 e 8.36 representam a aplicação destes métodos ao Caso H. Estas figuras corroboram a informação dos gráficos Diagnóstico e indicam a presença de uma reta bem definida nos dois métodos, para ambos os casos. Na Tabela 8.3 estão resumidos os resultados obtidos para os dois casos, bem como a mobilidade da zona não invadida e o fator de película usado nas simulações. A tabela também inclui o fator de película aparente médio durante o fluxo e o seu valor ao final do fluxo.

A análise da Tabela 8.3 indica que, para os dois casos, o emprego dos métodos de Horner com Superposição e de Peres 2 durante a estática resulta em uma boa aproximação para a mobilidade da zona não invadida e pressão inicial do reservatório. A explicação para este bom resultado pode ser creditado ao comportamento do perfil de saturação, que permanece praticamente constante durante a estática e, portanto, as propriedades da zona invadida ficam constantes durante o transiente causado pelo fechamento do poço, o que torna o problema similar ao caso de reservatório composto da teoria monofásica.

A Tabela 8.3 também indica que os fatores de película calculados pelos métodos foram ligeiramente discrepantes em ambos os casos. No Caso G, o fator de película obtido pelo método de Peres 2 foi 42% maior que o obtido pelo método de Horner com Superposição e seu valor é praticamente o mesmo que o fator de película aparente médio do fluxo. No Caso H, ao contrário, o fator de película obtido pelo método de Peres 2 foi 45% menor e seu valor não se aproxima nem do fator de película aparente médio nem de seu valor ao final do fluxo. Em ambos os casos, o fator de película calculado pelo método de Horner com Superposição foi consistentemente mais próximo do valor do fator de película aparente ao final do fluxo. No Capítulo 7, os valores dos fatores de película obtidos pelos métodos de Horner com Superposição e Peres 2 foram coerentes em todos os casos. Como explicar, então, que nos casos G e H apresentem resultados diferentes, se a mobilidade total e a pressão inicial obtidas

são próximas? A resposta parece estar na equação utilizada pelo método de Peres 2. Na dedução do método 2, Peres (1989) diz não ser possível obter uma equação para este método e, por isso, “toma emprestada” a equação do método de Peres 1, que é idêntica à equação do fator de película do método da Convolução (fluxo), calculada no tempo final de fluxo. Assim, o fator de película calculado pelo método de Peres 2 parece ficar mais vulnerável às variações no coeficiente de estocagem e nas propriedades da zona invadida ocorridas no fluxo. Um outro aspecto a respeito do fator de película é que quando a vazão na estática é nula (estocagem nula), o termo relativo ao fator de película desaparece da solução adimensional da estática. Para contornar este problema no cálculo do fator de película na estática, geralmente é usado a última pressão de fluxo. Assim, nos Casos G e H, onde o fator de película é variável, o uso da pressão final de fluxo para calcular o fator de película resulta em um valor representativo do fator de película aparente ao final do fluxo. A equação do método de Horner com superposição usa o valor da pressão final de fluxo (Equação II-15) e, por isso, o fator de película calculado por este método para os Casos G e H resultou em uma boa aproximação do valor do fator de película aparente ao final do fluxo.

É importante destacar que, além dos Casos G e H, foram realizadas outras simulações referentes à situação em que a saturação de água inicial no reservatório não é uniforme. Nestas simulações foram utilizadas as permeabilidades relativas representadas pelo conjunto 2 da Figura 7.1, duplicados os tempos de testes em relação aos casos anteriores e, finalmente, modificados os valores de permeabilidade absoluta. Os resultados obtidos, não mostrados aqui, corroboram todas as discussões e conclusões apresentadas para os Casos G e H.

Também foram feitas extensões ao Caso H, considerando-se a realização de dois fluxos e duas estáticas, sendo que foram realizados pistoneios, ou durante o primeiro fluxo ou ao final da primeira estática. A análise do segundo fluxo e da segunda estática quando foram utilizados estes esquemas de pistoneios resultaram em valores mais coerentes entre si, em comparação àqueles obtidos no Caso H.

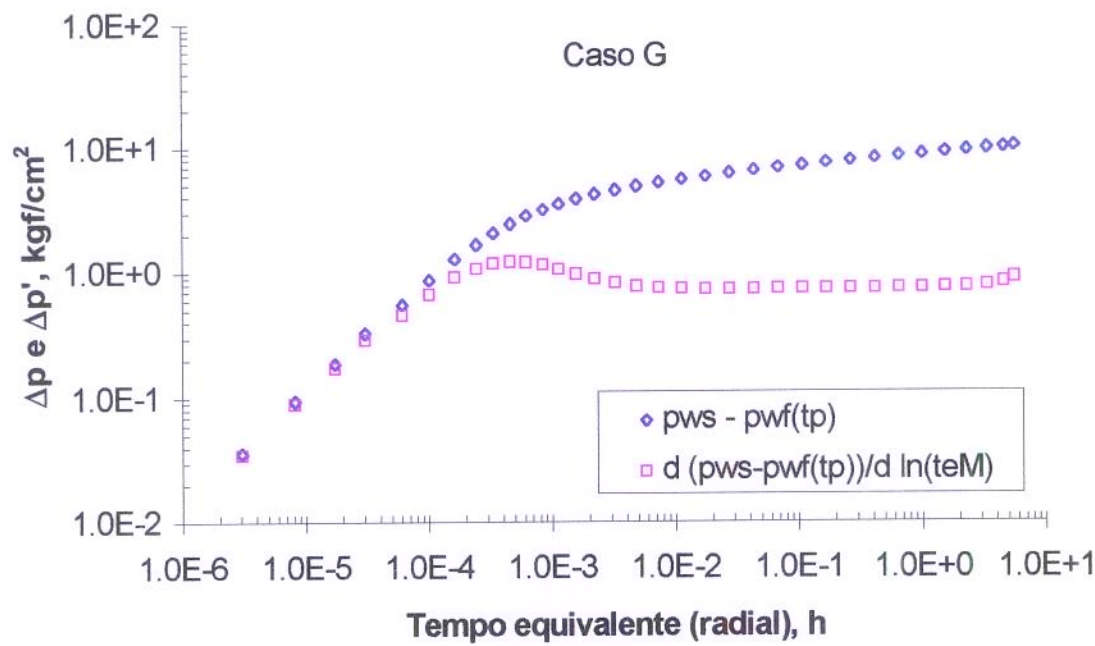


Figura 8.31 - Caso G - Gráfico Diagnóstico (estática)

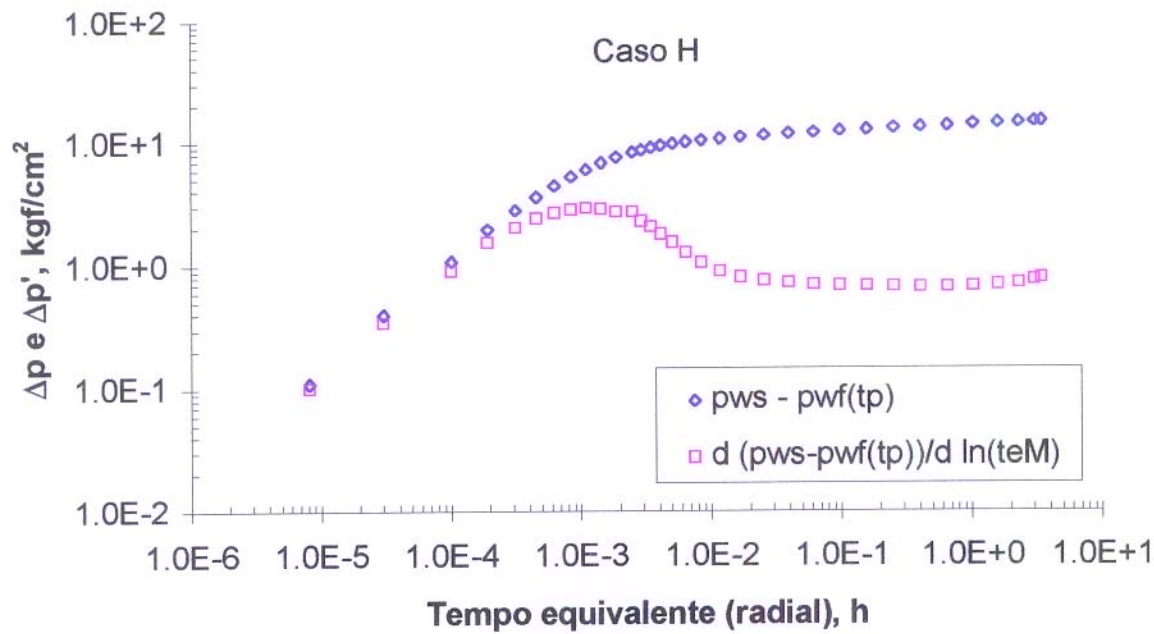


Figura 8.32 - Caso H - Gráfico Diagnóstico (estática)

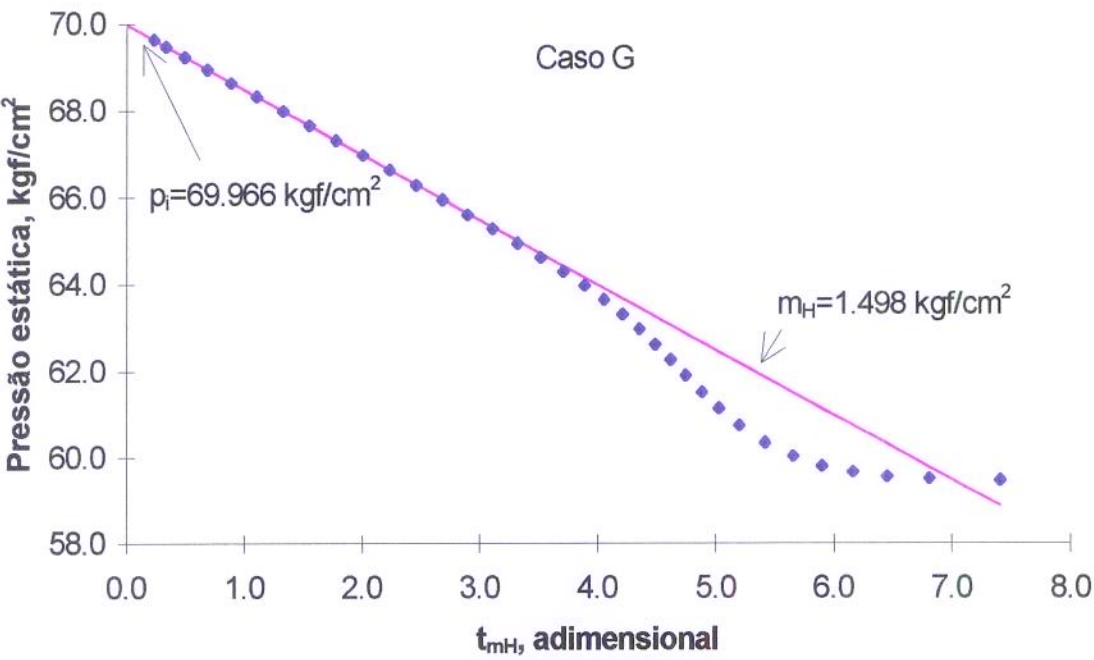


Figura 8.33 - Caso G - Método de Horner com Superposição (estática)

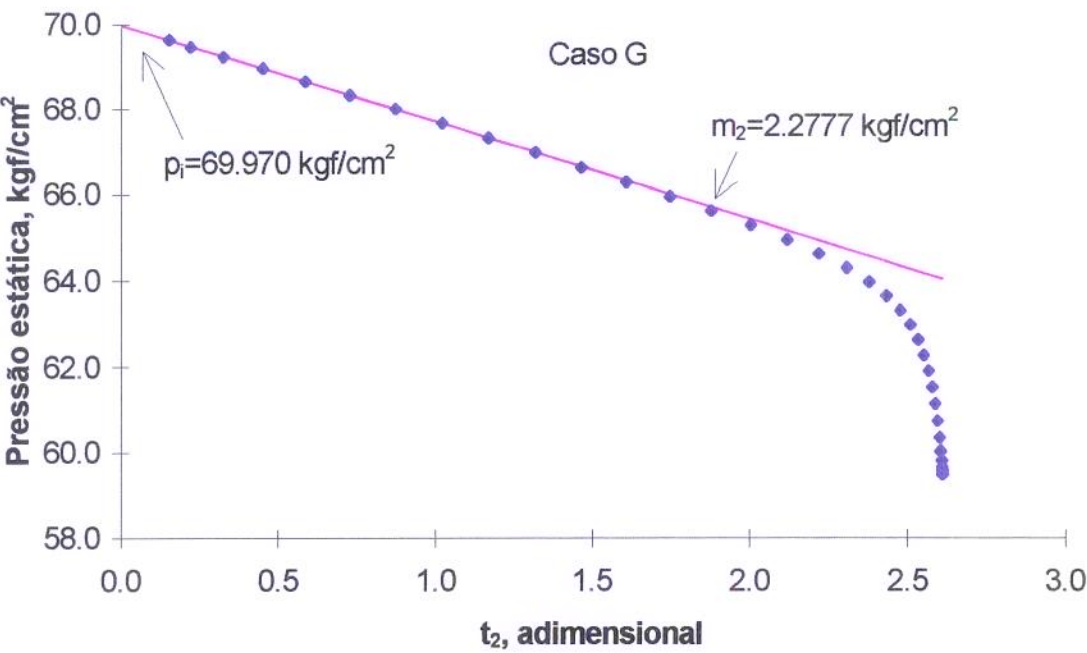


Figura 8.34 - Caso G - Método de Peres 2 (estática)

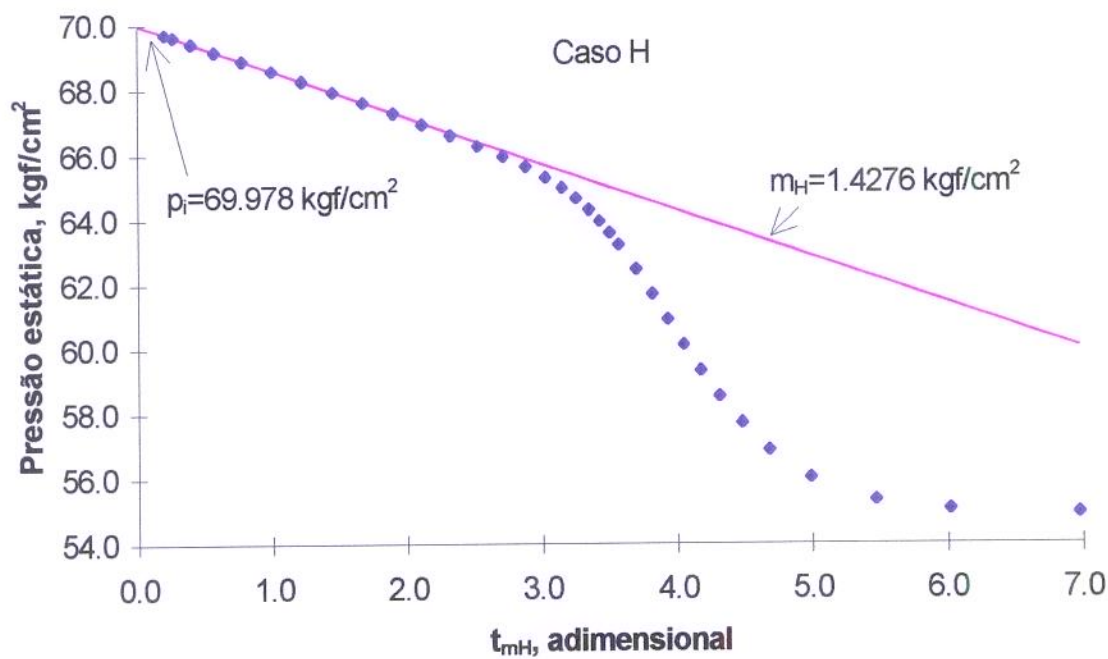


Figura 8.35 - Caso H - Método de Horner com Superposição (estática)

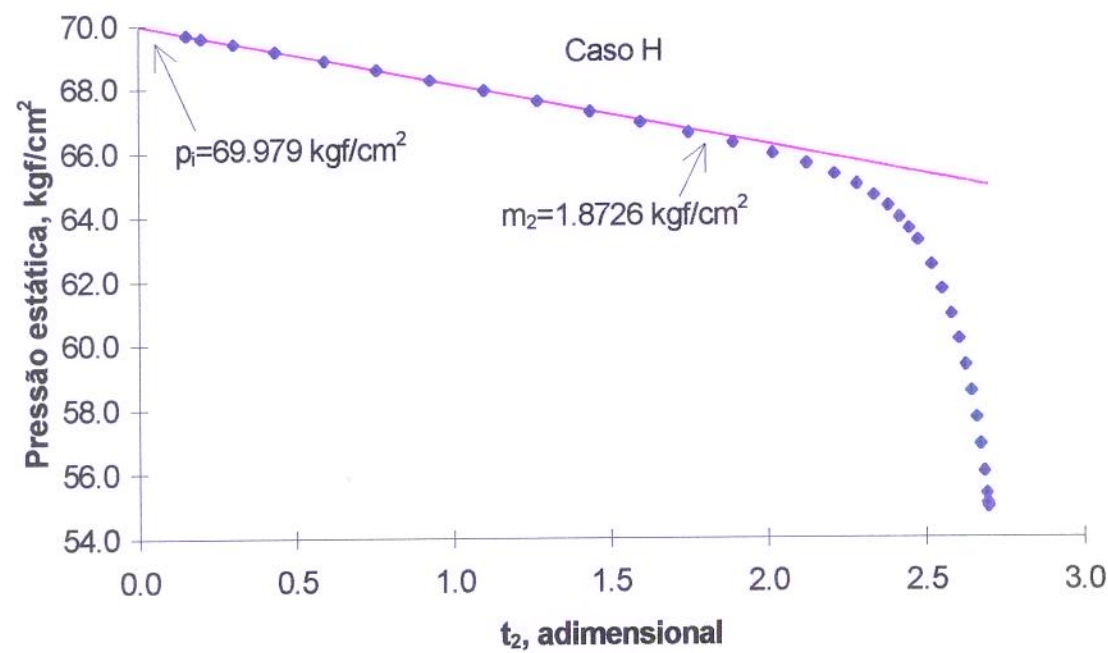


Figura 8.36 - Caso H - Método de Peres 2 (estática)

Tabela 8.3 - Casos G e H - Comparação dos resultados da análise da estática com os valores da simulação

Propriedade	Caso G	Caso H
<i>Valores obtidos da simulação</i>		
λ_i da zona não invadida (mD/cp)	39.98	39.98
p_i (kg/cm ²)	70.00	70.00
S infinitesimal (adimensional)	0.00	0.00
$\overline{S}_{ap}$ no fluxo (adimensional)	0.99	4.42
S_{ap} ao final do fluxo (adimensional)	0.79	5.07
<i>Resultados obtidos pelo método de Horner c/ Superposição</i>		
λ_i (mD/cp)	39.85	39.72
p_i (kg/cm ²)	69.97	69.98
S (adimensional)	0.71	5.28
<i>Resultados obtidos pelo método de Peres 2</i>		
λ_i (mD/cp)	39.67	39.58
p_i (kg/cm ²)	69.97	69.98
S (adimensional)	1.01	2.92

8.3.3 Considerações gerais sobre a análise de testes não surgentes sob condições de fluxo bifásico óleo-água

No capítulo 7 foi visto que, quando a saturação inicial no reservatório é uniforme, é possível obter as mobilidades individuais das fases a partir da estimativa da mobilidade total usando-se o fluxo fracionário médio ou o *holdup* ao final do fluxo. A aplicação deste procedimento para o Caso H, por exemplo, para determinar a mobilidade do óleo considerando-se a mobilidade total obtida do método de Horner com Superposição, resulta em,

$$\lambda_o = (1 - \overline{f_w}) \lambda_t = (1 - 0.6570)(39.72) = 13.62 \text{ mD/cp}$$

Todavia, nos Casos G e H a mobilidade da água na região não invadida é nula, de modo que a mobilidade total obtida da análise da estática já representa a mobilidade do óleo. O exemplo mostrado ilustra que quando o perfil de saturação no reservatório não é uniforme, não é possível obter-se as mobilidades individuais das fases. Esta observação está de acordo com os resultados obtidos por Chu *et al.* (1986) para poços surgentes. Além disso, os resultados das análises para os Casos G e H indicam que quando é sabido que a mobilidade da água na zona não invadida é nula, a obtenção da mobilidade do óleo nesta região deve levar em conta a vazão total de líquido no poço e não apenas a vazão de óleo. Consequentemente, o cálculo do C_F deve considerar a presença de óleo e água no poço.

É comum na interpretação de testes em poços não surgentes que a mobilidade calculada pelo fluxo seja menor que o valor obtido da estática e que, consequentemente, o fator de película resultante do fluxo seja incoerente com o calculado pela estática. Este aspecto é lembrado por Peres (1989) que sugere algumas explicações para o fenômeno, dentre as quais, influência da existência de uma zona de fator de película finito. A comparação dos resultados obtidos pelos métodos de fluxo e estática para o Caso H, indica que esta incoerência pode ser realmente causada pela presença de uma zona invadida próxima ao poço, em testes onde o curto tempo de fluxo não é suficiente para expulsar a maior parte do fluido invasor.

A interpretação do período de fluxo, além da análise comumente realizada da estática, é de fundamental importância em testes com fluxo bifásico óleo-água para que se tenha confiança nos resultados. Três situações podem ser destacadas e analisadas à luz dos resultados obtidos neste trabalho:

- Se os valores obtidos da análise do fluxo forem praticamente iguais aos da estática e, não tendo havido recuperação de fluido de amortecimento na coluna, então, o fluxo bifásico observado é devido, provavelmente, à existência no reservatório de uma saturação uniforme e maior que S_{wc} .
- Se os valores obtidos da análise do fluxo e estática forem um pouco diferentes e, tendo havido recuperação de algum fluido de amortecimento na coluna, então, o fluxo bifásico observado pode ser devido a uma pequena zona de invasão próxima ao poço.
- Se os valores obtidos da análise do fluxo e estática forem discrepantes e, se houver produção de uma quantidade considerável de fluido de amortecimento na coluna, então, o fluxo bifásico observado pode ser devido a uma zona de invasão de extensão razoável próxima ao poço.

As observações acima são gerais e visam apenas ilustrar como o uso conjunto dos resultados da interpretação do fluxo e da estática, quando integrados com outras informações operacionais, geológicas, de engenharia etc., contribui para melhorar a caracterização do reservatório testado.

Diante dos resultados obtidos neste trabalho, algumas recomendações de ordem práticas são sugeridas:

- Utilizar métodos monofásicos de interpretação, tanto do fluxo quanto da estática, para analisar a resposta bifásica óleo-água em testes não surgentes. Podem ser usados os valores das propriedades de fluido e rocha na pressão inicial. Em função da comparação dos resultados de fluxo e estática, balizados por dados externos, verificar se é possível estimar as mobilidades individuais.
- Utilizar sempre a vazão total, mesmo que o interesse seja determinar a mobilidade do óleo na zona não invadida onde a água é imóvel. Como o $\overline{f_w}$ é de difícil obtenção na prática, o mais provável é que o $H_w|_{t_p}$ seja o valor a ser utilizado indiretamente neste cálculo. O valor de $H_w|_{t_p}$ deve, portanto, ser estimado da forma mais criteriosa possível, pois dele depende também a precisão na obtenção das mobilidades individuais, quando for o caso.
- Procurar minimizar os efeitos de gradientes de saturação nos testes em poços não surgentes. Para tal, havendo suspeita da ocorrência de invasão, evitar o uso de

apenas uma sequência fluxo-estática. Quando justificável, recorrer à técnica de “pistoneio” para facilitar a retirada do fluido invasor.

Capítulo 9

Conclusões e Recomendações

O objetivo deste trabalho foi estudar a influência do fluxo simultâneo de óleo e água no meio poroso na interpretação dos períodos de fluxo e de estática em testes em poços não surgentes. Para realizar este estudo foi desenvolvido um modelo numérico computacional capaz de simular testes em poços não surgentes sob condições de fluxo bifásico óleo-água.

9.1 Conclusões

Com relação ao modelo numérico-computacional desenvolvido:

- (1) A modelagem matemática da condição de poço não surgente desenvolvida é rigorosa o suficiente para permitir uma simulação de fluxos e estáticas em poços não surgentes muito próxima da realidade. A inclusão da estocagem no modelo durante a estática é particularmente útil neste sentido.
- (2) A utilização neste trabalho do esquema totalmente implícito no modelo numérico do reservatório e poço tornou o problema incondicionalmente estável, o que, aliado ao controle automático do tamanho dos passos de tempo usado, propiciou resultados bastante precisos.
- (3) Devido a inexistência de uma solução analítica específica para o problema estudado neste trabalho, a validação do modelo completo desenvolvido ficou restrita a situações especiais, onde existiam soluções analíticas disponíveis, ou onde foi possível comparar com um outro modelo numérico comercial de eficiência comprovada.

- (4) O modelo computacional desenvolvido neste trabalho incorpora algumas facilidades que o capacitam como uma excelente ferramenta auxiliar na programação e interpretação de testes bifásicos óleo-água em poços não surgentes. As principais facilidades implementadas são: (a) flexibilidade na entrada de dados, possibilitando estudar efeitos diversos, tais como, variações na permeabilidade, na saturação inicial ou nas propriedades da rocha, (b) simulação de diversas seqüências de fluxos e estáticas e, (c) possibilidade de simular seqüências de pistoneios durante os períodos de fluxo, ou mesmo, ao final das estáticas.

Com relação ao estudo da influência do fluxo bifásico óleo-água em testes em poços não surgentes, situados em reservatórios com uma saturação de água inicial uniforme:

- (5) Neste trabalho chegou-se a um critério teórico que permite avaliar a importância relativa dos termos com gradientes de segunda ordem na equação governante do fluxo bifásico óleo-água no reservatório. A análise deste critério indica que estes gradientes de segunda ordem são desprezíveis para testes bifásicos óleo-água em poços não surgentes.
- (6) Parâmetros de análise desenvolvidos neste trabalho para a equação governante no reservatório e as equações no poço, indicaram que o problema estudado é fracamente não linear.
- (7) É possível utilizar a teoria monofásica para analisar a resposta bifásica óleo-água de testes em poços não surgentes. A aplicação dos métodos da Vazão Normalizada e Convolução ao período de fluxo e, de Horner com Superposição e Peres 2 ao período da estática, resulta em excelentes estimativas dos parâmetros e da pressão inicial do reservatório. Observa-se uma ótima coerência entre os resultados da análise do fluxo e os da estática. Uma vez obtida a mobilidade total, é possível obter-se as mobilidades individuais de cada fase.
- (8) Embora as conclusões apresentadas neste trabalho sejam baseadas em simulações nas quais as saturações iniciais no reservatório são exatamente uniformes, o que é improvável em reservatórios reais, é razoável supor que resultados semelhantes sejam obtidos em reservatórios nos quais as saturações iniciais são aproximadamente uniformes.
- (9) Devido a natureza fracamente não linear do problema estudado, é possível que a resposta bifásica de testes em poços não surgentes em reservatórios que apresentem alguma

heterogeneidade seja coincidente com a respectiva resposta monofásica influenciada pela presença desta heterogeneidade.

Neste trabalho também foi investigada a influência em testes em poços não surgentes do fluxo bifásico óleo-água devido a existência de uma pequena a média região invadida próxima ao poço, correspondendo a situação do reservatório cuja saturação de água inicial não é uniforme. As conclusões a seguir referem-se a este caso.

- (10) A saturação de água na região invadida e, conseqüentemente a mobilidade total, variam significativamente durante o período de fluxo, o mesmo não ocorrendo durante a estática. Portanto, o fator de película aparente associado, positivo para as características de rocha e fluido usadas neste trabalho, varia consideravelmente durante o fluxo.
- (11) Os resultados obtidos da utilização da teoria monofásica para analisar a resposta bifásica óleo-água no período de fluxo em testes não surgentes são influenciados pelo tamanho da zona invadida. Para o caso de pequena invasão, a aplicação dos métodos da Vazão Normalizada e Convolução resulta em estimativas razoáveis da mobilidade total da zona não invadida e do fator de película aparente médio. No caso de invasão média, a mobilidade total obtida da aplicação desses métodos pode não ser representativa daquela existente na zona não invadida. Também o fator de película calculado pode não representar o existente na interface poço-formação, nem tampouco o fator de película aparente médio no fluxo.
- (12) É possível utilizar a teoria monofásica para analisar a resposta bifásica óleo-água no período da estática. Para os dois tamanhos de zona invadida investigados, a aplicação dos métodos de Horner com Superposição e Peres 2 resulta em uma boa estimativa da mobilidade total da região não invadida e da pressão inicial do reservatório. O método de Horner com Superposição fornece uma boa aproximação do fator de película aparente ao final do fluxo. O fator de película calculado pelo método de Peres 2 não é representativo do fator de película aparente ao final do fluxo.
- (13) Para os dois tamanhos de zona invadida investigados, não é possível se obter as mobilidades individuais das fases na zona não invadida. Nos casos em que é sabido que a mobilidade da água na zona não invadida é nula, a obtenção da mobilidade do óleo nesta região deve levar em conta a vazão total de líquido no poço e não apenas a vazão de óleo.

9.2 Recomendações

Com base nos resultados obtidos neste trabalho, as seguintes recomendações são sugeridas:

- (1) Utilizar métodos monofásicos de interpretação, tanto do fluxo quanto da estática, para analisar a resposta bifásica óleo-água em testes não surgentes. Podem ser usados os valores das propriedades de fluido e rocha na pressão inicial. Em função da comparação dos resultados de fluxo e estática, balizados por dados externos, verificar se é possível estimar as mobilidades individuais.
- (2) Utilizar sempre a vazão total, mesmo que o interesse seja determinar a mobilidade do óleo na zona não invadida onde a água é imóvel. Como o fluxo fracionário médio ($\overline{f_w}$) é de difícil obtenção na prática, o mais provável é que a fração volumétrica de água no volume total de líquido produzido ($H_w|_{t_p}$) seja o valor a ser utilizado indiretamente neste cálculo. O valor de $H_w|_{t_p}$ deve, portanto, ser estimado da forma mais criteriosa possível, pois dele depende também a precisão na obtenção das mobilidades individuais, quando for o caso.
- (3) Procurar minimizar os efeitos de gradientes de saturação nos testes. Para tal, havendo suspeita da ocorrência de invasão, evitar o uso de apenas uma sequência fluxo-estática. Quando justificável, recorrer à técnica do “pistoneio” para facilitar a retirada do fluido invasor.

Com relação a sugestões para futuros trabalhos relacionados ao tema desta dissertação,

- (4) Estudar os efeitos nos testes em poços não surgentes da presença de cone de água no reservatório.
- (5) Analisar formas de determinação do raio de investigação para testes em poços não surgentes.
- (6) Aprofundar o estudo do caso onde a saturação inicial do reservatório não é uniforme.

Referências Bibliográficas

- [1] **Agarwal, R.G., Al-Hussainy, R. e Ramey Jr, H.J.:** “An Investigation of Wellbore Storage Skin Effect in Unsteady Liquid Flow: 1. Analytical Treatment,” *Soc. Pet. Eng. Journal*, p. 279-290, set. 1970 ; *Trans.*, AIME, v. **249**.
- [2] **Al-Hussainy, R., Ramey, H.J., Jr., e Crawford, P.B.:** “The Flow of Real Gas Through Porous Media,” *J. Pet. Tech.*, p. 624-636, maio 1966 ; *Trans.*, AIME, v. **237**.
- [3] **Al-Khalifah, A.A., Horne, R.N. e Aziz, K.:** “In-Place Determination of Reservoir Relative Permeability Using Well Test Analysis,” artigo SPE 16774, apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, realizado em Dallas, Texas, 27-30 set. 1987.
- [4] **Aziz, K. e Settari, A.:** *Petroleum Reservoir Simulation*. Essex: Applied Science Publishers, 1979.
- [5] **Bøe, A., Skjaveland, S.M. e Whitson, C.S.:** “Two-Phase Pressure Transient Test Analysis,” artigo SPE 10224, apresentado no SPE Annual Fall Technical Conference and Exhibition, realizado em San Antonio, Texas, 5-7 out. 1981.; *Soc. Pet. Eng. Form. Eval.*, p. 604-610, dez. 1989; *Trans.*, AIME, v. **287**.
- [6] **Black, W.M.:** “A Review of Drill-Stem Testing Techniques and Analysis,” *J. Pet. Tech.*, p. 21-30, jun. 1956.
- [7] **Boudert, D., Whittle, T.M., Douglas, A.A e Pirard, Y.M.:** “A New Set of Type Curves Simplifies Well Test Analysis,” *World Oil*, p. 95-106, 1993.
- [8] **Buckley, S.E e Leverett, M.C.:** “Mechanism of Fluid Displacement in Sands,” *Trans.*, AIME, v. **146**, p. 107-116, 1942 .
- [9] **Chu, W., Reynolds, A.C. e Raghavan, R.:** “Pressure Transient Analysis of Two-Flow Problems,” *Soc. Pet. Eng. Form. Eval.*, p. 151-164, abr. 1986.

- [10] **Cooper, H. H. Jr., Bredehoeft, J.D., and Papadopoulos, I.S.:** "Response of Finite Diameter Well to an Instantaneous Charge of Water," *Water Resources Res.*, v. 3, n. 1, p. 263-269, 1967.
- [11] **Corrêa, A.C.F. e Ramey Jr, H. J.:** "A Method for Pressure Buildup Analysis of Drillstem Tests," artigo SPE 16802, apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, TX, 27-30 set. 1987.
- [12] **Corrêa, A.C.F.:** *Application of the Unit Step Function to Transient Flow Problems with Time-Dependent Boundary Conditions*. Stanford, CA: University of Stanford, 1988. Dissertação (Doutorado).
- [13] **Crichlow, H.B.:** *Modern Reservoir Engineering - A Simulation Approach*. New Jersey: Prentice-Hall, 1977.
- [14] **Darcy, H.:** *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*, Dalmont, Paris, 1856.
- [15] **Dolan, J. P., Einarsen, Charles A. e Hill, G.A.:** "Special Applications of Drillstem Test Pressure Data," *Trans.*, AIME, v. 210, p. 318-324, 1957.
- [16] **Earlougher, R.C. Jr.:** *Advances in Well Test Analysis*, Monograph Series, v. 5, Richardson, TX: SPE, 1977.
- [17] **Ehlig-Economides, C.A., Joseph, J.A., Ambrose Jr, R.W. e Norwood, C.:** "A Modern Approach to Reservoir Testing," *J. Pet. Tech.*, p. 1554-1562, dez. 1990.
- [18] **Erdle, J.C.:** "Current Drillstem Testing Practice Design, Conduct and Interpretation," artigo SPE 13182, apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, 16-19 set. 1984.
- [19] **Evinger, H.H. e Muskat, M.:** "Calculation of Theoretical Productivity Factor," *Trans.*, AIME, v. 146, p. 126-139, 1942.
- [20] **Ferris, J.G. and Knowles, D.B.:** "The Slug Test for Estimating Transmissibility," *USGS Ground Water Note*, v. 26, n. 1, 1954
- [21] **Fetkovich, M.J.:** "The Isochronal Testing of Oil Wells," artigo SPE 4529, apresentado no SPE Annual Fall Meeting, realizado em Las Vegas, 30 set.-3 out. 1973.
- [22] **Gladfelter, R.E., Tracy, G.W. e Wilsey, L.E.:** "Selecting Wells Which Will Respond to Production-stimulation Treatment." *Drill. and Prod. Pract.*, API, p. 117-128, 1955.
- [23] **Gringarten, A.C., Bourdet, D.P., Landel, P.A. e Knaifzeff, V.:** "A Comparison Between Different Skin and Wellbore Storage Type Curves for Early Time Transient

Analysis,” artigo SPE 8205, apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, realizado em Las Vegas, 23-26 set. 1979.

- [24] **Gringarten, A.C.:** “Computer-Aided Well Test Analysis,” artigo SPE 14099, apresentado no SPE International Meeting on Petroleum Engineering, realizado em Beijing, China, 17-20 mar. 1986.
- [25] **Hawkins Jr., M.F.:** “A Note on the Skin Effect,” *Trans., AIME*, v. **207**, p. 356-357, 1956.
- [26] **Hazebroek, O., Rainbow, H. e Matthews, C.S.:** “Pressure Fall-Off in Water Injection Wells,” *Trans., AIME*, v. **213**, p. 250, 1958.
- [27] **Horner, D.R.:** “Pressure Build-Up in Wells,” *Proc., Third World Pet. Cong., E.J. Brill* (ed.), Leiden, 1951. v. **II**, p. 503-522.
- [28] **Hurst, W.:** “Establishment of the Skin Effect and Its Impediment to Fluid Flow Into a Wellbore,” *Pet. Eng.*, v. **25**, p. B6-16, out. 1953.
- [29] **Kato, E.T. e Serra, K.V.:** “Influence of Multiphase Flow in Well Test Analysis of Nonflowing Wells,” artigo SPE 22721 apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, TX, 6-9 out. 1991.
- [30] **Kato, E.T.:** *Influência do Fluxo Multifásico em Análises de Testes em Poços Não Surgentes*. Campinas, SP: UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas, 1990. Dissertação (Mestrado).
- [31] **Kazemi, H., Merrill, L.S. e Jargon, J.R.:** “Problems in Interpretation of Pressure Falloff Tests in Reservoirs with and without Fluid Banks,” *JPT* v. **24**, p. 1147-1156, 1972.
- [32] **Kohlhaas, C.A.:** “A Method for Analyzing Pressures Measured During Drillstem-Test Flow Periods,” *JPT*, p. 1278, out. 1972; *Trans., AIME*, v. **253**.
- [33] **Lemos, W.P.:** *Acoplamento Poço-Reservatório para Análise de Testes em Poços Não Surgentes*. Campinas, SP: UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas, 1993. Dissertação (Mestrado).
- [34] **Martin, J.C.:** “Simplified Equations of Flow in Gas Drive Reservoirs and the Theoretical Foundation of Multiphase Pressure Buildup Analysis,” *Trans., AIME*, v. **216**, p. 309-311, 1959.

- [35] **Matthews, C.S. e Russel, D.G.:** *Pressure Buildup and Flow Tests in Wells*, Monograph Series, v. 1, Richardson, TX: SPE, 1967.
- [36] **Matthews, C.S., Brons, F. e Hazebroek, P.:** "A Method for Determination of Average Pressure in a Bounded Reservoir", *Trans.*, AIME, v. **201**, p. 182-191, 1954.
- [37] **McAlister, J.A., Nutter, B.P. e Lebourg, M.:** "A New System of Tools for Better Control and Interpretation of Drill-Stem Tests," *J. Pet. Tech.*, p. 207-214, fev. 1965.
- [38] **McKinley, R.M.:** "Wellbore Transmissibility From Afterflow-Dominated Pressure Buildup Data," *J. Pet. Tech.*, p. 863-872, jul. 1971.; *Trans.*, AIME, v. **251**.
- [39] **Miller, C.C., Dyes, A.B. e Hutchinson Jr, C.A.:** "Estimation of Permeability and Reservoir Pressure from Bottom-Hole Pressure Build-Up Characteristics," *Trans.*, AIME, v. **189**, p. 91-104, 1950.
- [40] **Moore, T.V., Schilthuis, R.J. e Hurst, W.:** "The Determination of Permeability from Field Data," *API Bulletin 211*, API, Dallas, 1933.
- [41] **Muskat, M. e Meres, M.W.:** "The Flow of Heterogeneous Fluids Through Porous Media," *Physics*, v. 7, p. 346-363, set. 1936.
- [42] **Peaceman, D.W.:** *Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation*, Amsterdam: Elsevier, 1977.
- [43] **Pedrosa, O.A. Jr.:** *Use of Hybrid Grid in Reservoir Simulation*. Stanford, CA: University of Stanford, 1984. Dissertação (Doutorado).
- [44] **Peres, A., Onur, M., and Reynolds, A.C.:** "A New General Pressure Analysis Procedure for Slug Tests," artigo SPE 18801, apresentado no SPE California Regional Meeting, Bakersfield, 5-7 abril 1989a.
- [45] **Peres, A., Onur, M., and Reynolds, A.C.:** "New Methods for The Analysis of Drillstem Test Data," artigo SPE 19843, apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, TX, 8-11 outubro 1989b.
- [46] **Peres, A.M.M.:** *Analysis of Slug and Drillstem Tests*. Tulsa, OK: University of Tulsa, 1989. Tese (Doutorado).
- [47] **Perrine, R.L.:** "Analysis of Pressure Buildup Curves," *Drill. and Prod. Prac.*, API 482, 1956.
- [48] **Raghavan, R.:** "Well Test Analysis: Wells Producing by Solution Gas Drive," artigo SPE 5588, apresentado no SPE-AIME Annual Fall Technical Conference and

Exhibition, realizado em Dallas, 28 set.-1 out. 1975.; *Soc. Pet. Eng. Journal*, p. 196-208, ago. 1976; *J. Pet. Tech.*, p. 369-376, out. 1977.

- [49] **Raghavan, R.:** *Well Test Analysis*. New Jersey: Prentice Hall, 1993.
- [50] **Ramey, H.J. Jr. e Agarwal, R.G.:** "Annulus Unloading Rates as Influenced by Wellbore Storage and Skin Effect," *SPEJ*, p. 453, out. 1972; *Trans.*, AIME, v. **253**.
- [51] **Ramey, H.J. Jr., Agarwal, R.G., e Martin, I.:** "Analysis of 'Slug Test' or DST Flow Period Data," *J. Cdn. Pet. Tech.*, v. **14**, n. 37, jul.-set. 1975.
- [52] **Ramey, H.J. Jr.:** "Pressure Transient Testing," *J. Pet. Tech.*, p. 1407-1413, jul. 1982.
- [53] **Ramey, H.J. Jr.:** "Advances in Practical Well-Test Analysis," *J. Pet. Tech.*, p. 650-659, jun. 1992.
- [54] **Serra, K., Peres, A. e Reynolds, A.C.:** "Well Test Analysis for Solution-Gas-Drive Reservoirs - Part I: Determination of Relative and Absolute Permeabilities," artigo SPE 17020, *Soc. Pet. Eng. Form. Eval.*, p. 124-132, jun. 1990.
- [55] **Serra, K., Peres, A. e Reynolds, A.C.:** "Well Test Analysis for Solution-Gas-Drive Reservoirs - Part II: Build up Analysis," artigo SPE 17048, apresentado no SPE Eastern Regional Meeting, realizado em Pittsburg, Pennsylvania, 21-23 out 1987; *Soc. Pet. Eng. Form. Eval.*, p. 133-140, jun. 1990.
- [56] **Serra, K.V.:** *Well Testing for Solution Gas Drive Reservoirs*. Tulsa, OK: University of Tulsa, 1988. Dissertação (Doutorado).
- [57] **Sosa, A., Raghavan, R. e Limon, T.J.:** "Effect of Relative Permeability and Mobility Ratio on Pressure Falloff Behavior," artigo SPE 9398, apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, realizado em Dallas, Texas, 21-24 set. 1980; *Soc. Pet. Eng. Form. Eval.*, p. 1125-1135, jun 81.
- [58] **Stehfest, H.:** "Algorithm 368, Numerical Inversion of Laplace Transform", *Comm. of the ACM*, v. 13, n. 1, p. 47-49, 1970.
- [59] **Stretsolva, T.D.:** *Well Testing in Heterogeneous Formations*. New York: John Wiley and Sons, 1988.
- [60] **van Everdingen, A.F. e Hurst, W.:** "Application of The Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs," *Trans.*, AIME, v. **186**, p. 305-324, 1949.
- [61] **van Everdinger, A.F.:** "The Skin Effect and Its Influence on the Productive Capacity of a Well," *Trans.*, AIME, v. **198**, p. 171-176, 1953.

- [62] **van Poolen, H.K. and Weber, J.B.:** "DST Analysis for High Influx Wells," artigo SPE 3017, apresentado no SPE Annual Meeting, Houston, Oct. 4-7 1970.
- [63] **van Poolen, H.K.:** "Status of Drill-Stem Testing Techniques and Analysis," *J. Pet. Tech.*, p. 333-339, abr. 1961.
- [64] **Weller, W.T.:** "Reservoir Performance During Two-Phase Flow," artigo SPE 1334; *J. Pet. Tech.*, p. 240-246, fev. 1966; *Trans., AIME*, v. **222**.
- [65] **Yeh, N.S. e Agarwal, R.G.:** "Pressure Transient Analysis of Injection Wells in Reservoirs With Multiple Fluid Banks," artigo SPE 19775, apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Oct. 8-11 1989.

Anexo I

Derivadas da Matriz Jacobiana

Neste anexo são descritas as derivadas da matriz Jacobiana, para o modelo numérico acoplado poço-reservatório descrito no Capítulo 4.

Conforme já comentado no Capítulo 4, apenas no primeiro bloco o termo fonte será diferente de zero. Assim, para os demais blocos, podemos reescrever as funções resíduo do reservatório para o óleo e água, agrupando-os da seguinte forma:

- óleo

$$\begin{aligned} F_{o_i} = T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} DIFP1 - T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} DIFP2 - ACMO = T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} (p_{i+1} - p_i)^{n+1} - T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} (p_i - p_{i-1})^{n+1} - \\ - \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ (1 - S_w)_i^n \left[(\phi^n c_o b_o^{ref} + b_o^{n+1} c_r \phi^{ref}) (p^{n+1} - p^n) \right]_i + (\phi b_o)_i^{n+1} (S_w^n - S_w^{n+1})_i \right\} = 0 \end{aligned} \quad (I.1)$$

- água

$$\begin{aligned} F_{w_i} = T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} DIFP1 - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} DIFP2 - ACMW = T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} (p_{i+1} - p_i)^{n+1} - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} (p_i - p_{i-1})^{n+1} - \\ - \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ S_{w_i}^n \left[(\phi^n c_w b_w^{ref} + b_w^{n+1} c_r \phi^{ref}) (p^{n+1} - p^n) \right]_i + (\phi b_w)_i^{n+1} (S_w^{n+1} - S_w^n)_i \right\} = 0 \end{aligned} \quad (I.2)$$

I.1 Derivadas das funções resíduo do reservatório (F_{o_i} e F_{w_i})

As derivadas das Equações I.1 e I.2 com relação às variáveis primárias dos blocos, serão dadas por:

I.1.1 Em relação a $i-1$

$$\frac{\partial F_{o_i}}{\partial p_{i-1}} = - \left(T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} \frac{\partial DIFP2}{\partial p_{i-1}} + DIFP2 \frac{\partial}{\partial p_{i-1}} T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} \right) \quad (I.3)$$

$$\frac{\partial F_{o_i}}{\partial S_{w_{i-1}}} = - \left(DIFP2 \frac{\partial}{\partial S_{w_{i-1}}} T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} \right) \quad (I.4)$$

$$\frac{\partial F_{w_i}}{\partial p_{i-1}} = - \left(T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} \frac{\partial DIFP2}{\partial p_{i-1}} + DIFP2 \frac{\partial}{\partial p_{i-1}} T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} \right) \quad (I.5)$$

$$\frac{\partial F_{w_i}}{\partial S_{w_{i-1}}} = - \left(DIFP2 \frac{\partial}{\partial S_{w_{i-1}}} T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} \right) \quad (I.6)$$

I.1.2 Em relação a i

$$\frac{\partial F_{o_i}}{\partial p_i} = T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} \frac{\partial DIFP1}{\partial p_i} + DIFP1 \frac{\partial}{\partial p_i} T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} - \left(T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} \frac{\partial DIFP2}{\partial p_i} + DIFP2 \frac{\partial}{\partial p_i} T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} \right) - \frac{\partial ACMO}{\partial p_i} \quad (I.7)$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{o_i}}{\partial \mathcal{S}_{w_i}} = DIFP1 \frac{\partial}{\partial \mathcal{S}_{w_i}} T_o^{n+1} \frac{1}{i+\frac{1}{2}} - \left(DIFP2 \frac{\partial}{\partial \mathcal{S}_{w_i}} T_o^{n+1} \frac{1}{i-\frac{1}{2}} \right) - \frac{\partial \mathcal{ACMO}}{\partial \mathcal{S}_{w_i}} \quad (\text{I.8})$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{w_i}}{\partial \mathcal{P}_i} = T_w^{n+1} \frac{1}{i+\frac{1}{2}} \frac{\partial DIFP1}{\partial \mathcal{P}_i} + DIFP1 \frac{\partial}{\partial \mathcal{P}_i} T_w^{n+1} \frac{1}{i+\frac{1}{2}} - \left(T_w^{n+1} \frac{1}{i-\frac{1}{2}} \frac{\partial DIFP2}{\partial \mathcal{P}_i} + DIFP2 \frac{\partial}{\partial \mathcal{P}_i} T_w^{n+1} \frac{1}{i-\frac{1}{2}} \right) - \frac{\partial \mathcal{ACMW}}{\partial \mathcal{P}_i} \quad (\text{I.9})$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{w_i}}{\partial \mathcal{S}_{w_i}} = DIFP1 \frac{\partial}{\partial \mathcal{S}_{w_i}} T_w^{n+1} \frac{1}{i+\frac{1}{2}} - \left(DIFP2 \frac{\partial}{\partial \mathcal{S}_{w_i}} T_w^{n+1} \frac{1}{i-\frac{1}{2}} \right) - \frac{\partial \mathcal{ACMW}}{\partial \mathcal{S}_{w_i}} \quad (\text{I.10})$$

1.1.3 Em relação a $i+1$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{o_i}}{\partial \mathcal{P}_{i+1}} = T_o^{n+1} \frac{1}{i+\frac{1}{2}} \frac{\partial DIFP1}{\partial \mathcal{P}_{i+1}} + DIFP1 \frac{\partial}{\partial \mathcal{P}_{i+1}} T_o^{n+1} \frac{1}{i+\frac{1}{2}} \quad (\text{I.11})$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{o_i}}{\partial \mathcal{S}_{w_{i+1}}} = DIFP1 \frac{\partial}{\partial \mathcal{S}_{w_{i+1}}} T_o^{n+1} \frac{1}{i+\frac{1}{2}} \quad (\text{I.12})$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{w_i}}{\partial \mathcal{P}_{i+1}} = T_w^{n+1} \frac{1}{i+\frac{1}{2}} \frac{\partial DIFP1}{\partial \mathcal{P}_{i+1}} + DIFP1 \frac{\partial}{\partial \mathcal{P}_{i+1}} T_w^{n+1} \frac{1}{i+\frac{1}{2}} \quad (\text{I.13})$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{w_i}}{\partial \mathcal{S}_{w_{i+1}}} = DIFP1 \frac{\partial}{\partial \mathcal{S}_{w_{i+1}}} T_w^{n+1} \frac{1}{i+\frac{1}{2}} \quad (\text{I.14})$$

I.1.4 Derivadas das diferenças de pressão (DIFP1 e DIFP2)

I.1.4.1 Em relação a $i-1$

$$\frac{\partial DIFP2}{\partial p_{i-1}} = -1 \quad (I.15)$$

I.1.4.2 Em relação a i

$$\frac{\partial DIFP1}{\partial p_i} = -1 \quad (I.16)$$

$$\frac{\partial DIFP2}{\partial p_i} = 1 \quad (I.17)$$

I.1.4.3 Em relação a $i+1$

$$\frac{\partial DIFP1}{\partial p_{i+1}} = 1 \quad (I.18)$$

I.1.5 Derivadas dos termos de transmissibilidade

Conforme descrito no Capítulo 4, os termos de transmissibilidade podem ser vistos como uma multiplicação de três fatores dados pelas Equações 4.29 a 4.33: um fator dependente da geometria (f_g), um fator dependente da pressão (f_p) e um fator dependente da saturação (f_s).

I.1.5.1 Em relação a $i-1$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial p_{i-1}} T_l^{n+1} &= f_{g_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} f_{s_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{l_{i-1}} \frac{db_{l_{i-1}}}{dp_{i-1}} - b_{l_{i-1}} \frac{d\mu_{l_{i-1}}}{dp_{i-1}}}{\mu_{l_{i-1}}^2} \right)^{n+1} \right] = \\
 &= f_{g_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} f_{s_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{l_{i-1}} c_l b_l^{ref} - b_{l_{i-1}} \frac{d\mu_l}{dp}}{\mu_{l_{i-1}}^2} \right)^{n+1} \right]
 \end{aligned} \tag{I.19}$$

$$\frac{\partial}{\partial S_{w_{i-1}}} T_l^{n+1} = f_{g_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} f_{p_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} \left[(1-U) \frac{dkr_{l_{i-1}}}{dS_{w_{i-1}}} \right]^{n+1} \tag{I.20}$$

I.1.5.2 Em relação a i

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial p_i} T_l^{n+1} &= f_{g_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} f_{s_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{l_i} \frac{db_{l_i}}{dp_i} - b_{l_i} \frac{d\mu_{l_i}}{dp_i}}{\mu_{l_i}^2} \right)^{n+1} \right] = \\
 &= f_{g_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} f_{s_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{l_i} c_l b_l^{ref} - b_{l_i} \frac{d\mu_l}{dp}}{\mu_{l_i}^2} \right)^{n+1} \right]
 \end{aligned} \tag{I.21}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial p_i} T_{l_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} &= f_{g_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} f_{s_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{l_i} \frac{db_{l_i}}{dp_i} - b_{l_i} \frac{d\mu_{l_i}}{dp_i}}{\mu_{l_i}^2} \right)^{n+1} \right] = \\
&= f_{g_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} f_{s_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{l_i} c_l b_l^{ref} - b_{l_i} \frac{d\mu_l}{dp}}{\mu_{l_i}^2} \right)^{n+1} \right] =
\end{aligned}
\tag{I.22}$$

$$\frac{\partial}{\partial S_{w_i}} T_{l_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} = f_{g_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} f_{p_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} \left[(1-U) \frac{dkr_{l_i}}{dS_{w_i}} \right]^{n+1}
\tag{I.23}$$

$$\frac{\partial}{\partial S_{w_i}} T_{l_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} = f_{g_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} f_{p_{i-\frac{1}{2}}}^{n+1} \left(U \frac{dkr_{l_i}}{dS_{w_i}} \right)^{n+1}
\tag{I.24}$$

I.1.5.3 Em relação a $i+1$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial p_{i+1}} T_{l_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} &= f_{g_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} f_{s_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{l_{i+1}} \frac{db_{l_{i+1}}}{dp_{i+1}} - b_{l_{i+1}} \frac{d\mu_{l_{i+1}}}{dp_{i+1}}}{\mu_{l_{i+1}}^2} \right)^{n+1} \right] = \\
&= f_{g_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} f_{s_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{l_{i+1}} c_l b_l^{ref} - b_{l_{i+1}} \frac{d\mu_l}{dp}}{\mu_{l_{i+1}}^2} \right)^{n+1} \right] =
\end{aligned}
\tag{I.25}$$

$$\frac{\partial}{\partial S_{w_{i+1}}} T_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = f_{g_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} f_{\rho_{i+\frac{1}{2}}}^{n+1} \left(U \frac{dkr_{i+1}}{dS_{w_{i+1}}} \right)^{n+1} \quad (\text{I.26})$$

I.1.6 Derivadas dos termos de acumulação (ACMO e ACMW)

I.1.6.1 Em relação a i

$$\begin{aligned} \frac{\partial ACMO}{\partial p_i} &= \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ (1 - S_w)_i^n \left[\phi^n c_o b_o^{ref} + b_o^{n+1} c_r \phi^{ref} + (p^{n+1} - p^n) (c_r \phi^{ref}) \frac{db_o^{n+1}}{dp^{n+1}} \right]_i + \right. \\ &\quad \left. + \left(\phi^{n+1} \frac{db_o^{n+1}}{dp^{n+1}} + b_o^{n+1} \frac{d\phi^{n+1}}{dp^{n+1}} \right) (S_w^n - S_w^{n+1})_i \right\} = \\ &= \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ (1 - S_w)_i^n \left[\phi^n c_o b_o^{ref} + b_o^{n+1} c_r \phi^{ref} + (c_o b_o^{ref} c_r \phi^{ref}) (p^{n+1} - p^n) \right]_i + \right. \\ &\quad \left. + \left(\phi^{n+1} c_o b_o^{ref} + b_o^{n+1} c_r \phi^{ref} \right) (S_w^n - S_w^{n+1})_i \right\} \quad (\text{I.27}) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial ACMO}{\partial S_{w_i}} = -\frac{V_i}{\Delta t} (\phi b_o)_i^{n+1} \quad (\text{I.28})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial ACMW}{\partial p_i} &= \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ S_{w_i}^n \left[\phi^n c_w b_w^{ref} + b_w^{n+1} c_r \phi^{ref} + (p^{n+1} - p^n) (c_r \phi^{ref}) \frac{db_w^{n+1}}{dp^{n+1}} \right]_i + \right. \\ &\quad \left. + \left(\phi^{n+1} \frac{db_w^{n+1}}{dp^{n+1}} + b_w^{n+1} \frac{d\phi^{n+1}}{dp^{n+1}} \right) (S_w^{n+1} - S_w^n)_i \right\} = \\ &= \frac{V_i}{\Delta t} \left\{ S_{w_i}^n \left[\phi^n c_w b_w^{ref} + b_w^{n+1} c_r \phi^{ref} + (c_w b_w^{ref} c_r \phi^{ref}) (p^{n+1} - p^n) \right]_i + \right. \\ &\quad \left. + \left(\phi^{n+1} c_w b_w^{ref} + b_w^{n+1} c_r \phi^{ref} \right) (S_w^{n+1} - S_w^n)_i \right\} \quad (\text{I.29}) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial ACMW}{\partial S_{w_i}} = \frac{V_i}{\Delta t} (\phi b_w)_i^{n+1} \quad (\text{I.30})$$

I.1.7 Derivadas dos termos fontes (para o primeiro bloco)

Apenas no primeiro bloco, teremos os termos fontes dados pela Equação 4.24, cujas transmissibilidades também são compostas de um fator dependente da geometria (WI), um fator dependente da pressão (f_p^w) e um fator dependente da saturação (f_s^w). O tratamento dado será o mesmo daquele para os termos de transmissibilidade, ou seja, abordagem *midpoint weighting* para o fator de pressão e abordagem *upstream weighting* para o fator de saturação.

Podemos, então, rescrever a Equações 4.24 como:

$$Q_{l_1}^{n+1} = WI f_{p_1}^w f_{s_1}^w (p_1^{n+1} - p_w^{n+1}) \quad (\text{I.31})$$

Na Equação I.31, WI é dado pela Equação 4.28. Os outros fatores são dados por,

$$f_{p_1}^w = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{B\mu} \right)_w + \left(\frac{1}{B\mu} \right)_1 \right] \quad (\text{I.32})$$

e,

$$f_{s_1}^w = k_{rl_1} \quad (\text{I.33})$$

As derivadas a seguir calculadas em relação ao primeiro bloco devem ser subtraídas das derivadas dos resíduos do reservatório apenas para o primeiro bloco.

1.1.7.1 Em relação a pressão do primeiro bloco

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Q_{l_1}}{\partial p_1} &= WIf_{s_i}^{w^{n+1}} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{l_1} \frac{db_{l_1}}{dp_1} - b_{l_1} \frac{d\mu_{l_1}}{dp_1}}{\mu_{l_1}^2} \right)^{n+1} \right] \left(p_1^{n+1} - p_w^{n+1} \right) + WIf_{s_i}^{w^{n+1}} f_{p_i}^{w^{n+1}} = \\
 &= WIf_{s_i}^{w^{n+1}} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{l_1} c_l b_{l_1}^{ref} - b_{l_1} \frac{d\mu_l}{dp}}{\mu_{l_1}^2} \right)^{n+1} \right] \left(p_1^{n+1} - p_w^{n+1} \right) + WIf_{s_i}^{w^{n+1}} f_{p_i}^{w^{n+1}}
 \end{aligned} \tag{I.34}$$

1.1.7.2 Em relação a saturação de água do primeiro bloco

$$\frac{\partial Q_{l_1}}{\partial S_{w_{i1}}} = WIf_{p_i}^{w^{n+1}} \left[\left(\frac{\partial \kappa_{r_{l_1}}}{\partial S_{w_{i1}}} \right)^{n+1} \right] \left(p_1^{n+1} - p_w^{n+1} \right) \tag{I.35}$$

As derivadas a seguir são referentes às variáveis primárias do poço.

1.1.7.3 Em relação a pressão no poço (Pw)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Q_{l_1}}{\partial p_w} &= WIf_{s_i}^{w^{n+1}} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{l_w} \frac{db_{l_w}}{dp_w} - b_{l_1} \frac{d\mu_{l_{w1}}}{dp_w}}{\mu_{l_w}^2} \right)^{n+1} \right] \left(p_1^{n+1} - p_w^{n+1} \right) - WIf_{s_i}^{w^{n+1}} f_{p_i}^{w^{n+1}} = \\
 &= WIf_{s_i}^{w^{n+1}} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{l_w} c_l b_{l_1}^{ref} - b_{l_1} \frac{d\mu_l}{dp}}{\mu_{l_w}^2} \right)^{n+1} \right] \left(p_1^{n+1} - p_w^{n+1} \right) - WIf_{s_i}^{w^{n+1}} f_{p_i}^{w^{n+1}}
 \end{aligned} \tag{I.36}$$

1.1.7.4 Em relação ao hold up de água

$$\frac{\partial Q_{l_1}}{\partial H_w} = 0 \quad (\text{I.37})$$

I.2 Derivadas das funções resíduo do reservatório (F_{o_1} e F_{w_1}) em relação a pressão no poço (P_w) e ao *hold up* de água

$$\frac{\partial F_{l_1}}{\partial p_{wf}} = - \frac{\partial Q_{l_1}}{\partial p_{wf}} \quad (\text{I.38})$$

$$\frac{\partial F_{l_1}}{\partial H_w} = 0 \quad (\text{I.39})$$

I.3 Derivadas da função resíduo do poço (F_{p_w} e F_{Hw})

I.3.1 Em relação a pressão no poço (p_w)

- Fluxo

$$\frac{\partial F_{p_{wf}}}{\partial p_{wf}} = 1 - \frac{\partial}{\partial p_{wf}} \left(\frac{1}{C_F^{n+1}} \right) \Delta t \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} - \frac{\Delta t}{C_F^{n+1}} \frac{\partial}{\partial p_{wf}} \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} \quad (\text{I.40})$$

- Estática

$$\frac{\partial F_{p_{ws}}}{\partial p_{ws}} = 1 - \frac{\partial}{\partial p_{ws}} \left(\frac{1}{C_S^{n+1}} \right) \Delta t \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} - \frac{\Delta t}{C_S^{n+1}} \frac{\partial}{\partial p_{ws}} \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} \quad (\text{I.41})$$

$$\frac{\partial F_{H_w}}{\partial p_{ws}} = H_w^n c_w - \frac{\Delta t}{V_c} \frac{\partial}{\partial p_{ws}} \left(\frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} \quad (\text{I.42})$$

I.3.2 Em relação ao *hold up* de água

- Estática

$$\frac{\partial F_{p_{ws}}}{\partial H_w} = - \frac{\partial}{\partial H_w} \left(\frac{1}{C_S^{n+1}} \right) \Delta t \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} - \frac{\Delta t}{C_S^{n+1}} \frac{\partial}{\partial H_w} \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} \quad (\text{I.43})$$

$$\frac{\partial F_{H_w}}{\partial H_w} = 1 - \frac{\Delta t}{V_c} \frac{\partial}{\partial H_w} \left(\frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} \quad (\text{I.44})$$

I.3.3 Em relação a pressão do primeiro bloco (p_1)

- Fluxo

$$\frac{\partial F_{p_{wf}}}{\partial p_1} = - \frac{\partial}{\partial p_1} \left(\frac{1}{C_F^{n+1}} \right) \Delta t \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} - \frac{\Delta t}{C_F^{n+1}} \frac{\partial}{\partial p_1} \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} \quad (\text{I.45})$$

- Estática

$$\frac{\partial F_{p_{ws}}}{\partial p_1} = - \frac{\partial}{\partial p_1} \left(\frac{1}{C_S^{n+1}} \right) \Delta t \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} - \frac{\Delta t}{C_S^{n+1}} \frac{\partial}{\partial p_1} \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} \quad (\text{I.46})$$

$$\frac{\partial F_{H_w}}{\partial p_1} = - \frac{\Delta t}{V_c} \frac{\partial}{\partial p_1} \left(\frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} \quad (\text{I.47})$$

I.3.4 Em relação a saturação no primeiro bloco (S_{w1})

- Fluxo

$$\frac{\partial F_{p_{wf}}}{\partial S_{w1}} = -\frac{\partial}{\partial S_{w1}} \left(\frac{1}{C_F^{n+1}} \right) \Delta t \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} - \frac{\Delta t}{C_F^{n+1}} \frac{\partial}{\partial S_{w1}} \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} \quad (I.48)$$

- Estática

$$\frac{\partial F_{p_{ws}}}{\partial S_{w1}} = -\frac{\partial}{\partial S_{w1}} \left(\frac{1}{C_S^{n+1}} \right) \Delta t \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} - \frac{\Delta t}{C_S^{n+1}} \frac{\partial}{\partial S_{w1}} \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} \quad (I.49)$$

$$\frac{\partial F_{H_w}}{\partial S_{w1}} = -\frac{\Delta t}{V_c} \frac{\partial}{\partial S_{w1}} \left(\frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} \quad (I.50)$$

I.3.5 Derivadas da soma das vazões

I.3.5.1 Em relação a pressão no poço

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial p_w} \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} &= \frac{b_{o_w} \frac{\partial Q_{o1}}{\partial p_w} - Q_{o1} \frac{db_{o_w}}{dp_w}}{b_{o_w}^2} + \frac{b_{w_w} \frac{\partial Q_{w1}}{\partial p_w} - Q_{w1} \frac{db_{w_w}}{dp_w}}{b_{w_w}^2} = \\ &= \frac{b_{o_w} \frac{\partial Q_{o1}}{\partial p_w} - Q_{o1} c_o b_o^{ref}}{b_{o_w}^2} + \frac{b_{w_w} \frac{\partial Q_{w1}}{\partial p_w} - Q_{w1} c_w b_w^{ref}}{b_{w_w}^2} \end{aligned} \quad (I.51)$$

I.3.5.2 Em relação ao “hold up” de água

$$\frac{\partial}{\partial H_w} \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} = 0 \quad (I.52)$$

1.3.5.3 Em relação a pressão no primeiro bloco

A expressão é similar àquela obtida para a pressão no poço, ou seja,

$$\frac{\partial}{\partial p_1} \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} = \frac{b_{o_w} \frac{\partial Q_{o_1}}{\partial p_1} - Q_{o_1} c_o b_o^{ref}}{b_{o_w}^2} + \frac{b_{w_w} \frac{\partial Q_{w_1}}{\partial p_1} - Q_{w_1} c_w b_w^{ref}}{b_{w_w}^2} \quad (1.53)$$

1.3.5.4 Em relação a saturação no primeiro bloco

$$\frac{\partial}{\partial S_{w_1}} \left(\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} = \frac{1}{b_{o_w}} \frac{\partial Q_{o_1}}{\partial S_{w_1}} + \frac{1}{b_{w_w}} \frac{\partial Q_{w_1}}{\partial S_{w_1}} \quad (1.54)$$

1.3.6 Derivadas da vazão de água

1.3.6.1 Em relação a pressão no poço

$$\frac{\partial}{\partial p_w} \left(\frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} = \frac{b_{w_w} \frac{\partial Q_{w_1}}{\partial p_w} - Q_{w_1} \frac{db_{w_w}}{dp_w}}{b_{w_w}^2} = \frac{b_{w_w} \frac{\partial Q_{w_1}}{\partial p_w} - Q_{w_1} c_w b_w^{ref}}{b_{w_w}^2} \quad (1.55)$$

1.3.6.2 Em relação ao “hold up” de água

$$\frac{\partial}{\partial H_w} \left(\frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} = 0 \quad (1.56)$$

1.3.6.3 Em relação a pressão no primeiro bloco

A expressão é similar àquela obtida para a pressão no poço, ou seja,

$$\frac{\partial}{\partial p_1} \left(\frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} = \frac{b_{w_w} \frac{\partial Q_{w_1}}{\partial p_1} - Q_{w_1} c_w b_w^{ref}}{b_{w_w}^2} \quad (I.57)$$

I.3.6.4 Em relação a saturação no primeiro bloco

$$\frac{\partial}{\partial S_{w_1}} \left(\frac{Q_w}{b_w} \right)^{n+1} = \frac{1}{b_{w_w}} \frac{\partial Q_{w_1}}{\partial S_{w_1}} \quad (I.58)$$

I.3.7 Derivadas do inverso da compressibilidade no fluxo (1/C_F)

Durante o fluxo,

$$\frac{1}{C_F^{n+1}} = \frac{\bar{\gamma}_{mist}^{n+1}}{A_c} = \frac{g \left[(1 - f_w^{n+1}) \rho_{oSC} b_o^{n+1} + f_w^{n+1} \rho_{wSC} b_w^{n+1} \right]_w}{A_c} \quad (I.59)$$

onde, f_w é dado por

$$f_w^{n+1} = \left(\frac{\frac{Q_w}{b_w}}{\frac{Q_o}{b_o} + \frac{Q_w}{b_w}} \right)_w^{n+1} \quad (I.60)$$

I.3.7.1 Em relação a pressão no poço

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial p_{wf}} \left(\frac{1}{C_F^{n+1}} \right) = g \frac{(1 - f_w^{n+1}) \rho_{oSC} \frac{db_o^{n+1}}{dp_{wf}} + f_w^{n+1} \rho_{wSC} \frac{db_w^{n+1}}{dp_{wf}}}{A_c} + \\ + g \frac{(\rho_{wSC} b_w^{n+1} - \rho_{oSC} b_o^{n+1}) \frac{\mathcal{J}_w^{n+1}}{\partial p_{wf}}}{A_c} \end{aligned} \quad (I.61)$$

que pode ser simplificada para,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial p_{wf}} \left(\frac{1}{C_F^{n+1}} \right) = g \frac{(1 - f_w^{n+1}) \rho_{oSC} c_o b_o^{ref} + f_w^{n+1} \rho_{wSC} c_w b_w^{ref}}{A_c} + \\ + g \frac{(\rho_{wSC} b_w^{n+1} - \rho_{oSC} b_o^{n+1}) \frac{\mathcal{J}_w^{n+1}}{\partial p_{wf}}}{A_c} \end{aligned} \quad (I.62)$$

onde,

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{J}_w^{n+1}}{\partial p_{wf}} = \frac{b_w^{n+1} Q_o^{n+1} Q_w^{n+1} \frac{db_o^{n+1}}{dp_{wf}} - b_o^{n+1} Q_o^{n+1} Q_w^{n+1} \frac{db_w^{n+1}}{dp_{wf}}}{\left[b_w^{n+1} Q_o^{n+1} + b_o^{n+1} Q_w^{n+1} \right]_w^2} - \\ - \frac{b_o^{n+1} b_w^{n+1} Q_w^{n+1} \frac{\partial Q_o^{n+1}}{\partial p_w} - b_o^{n+1} b_w^{n+1} Q_o^{n+1} \frac{\partial Q_w^{n+1}}{\partial p_w}}{\left[b_w^{n+1} Q_o^{n+1} + b_o^{n+1} Q_w^{n+1} \right]_w^2} = \\ = \frac{b_w^{n+1} Q_o^{n+1} Q_w^{n+1} c_o b_o^{ref} - b_o^{n+1} Q_o^{n+1} Q_w^{n+1} c_w b_w^{ref}}{\left[b_w^{n+1} Q_o^{n+1} + b_o^{n+1} Q_w^{n+1} \right]_w^2} - \\ - \frac{b_o^{n+1} b_w^{n+1} Q_w^{n+1} \frac{\partial Q_o^{n+1}}{\partial p_w} - b_o^{n+1} b_w^{n+1} Q_o^{n+1} \frac{\partial Q_w^{n+1}}{\partial p_w}}{\left[b_w^{n+1} Q_o^{n+1} + b_o^{n+1} Q_w^{n+1} \right]_w^2} \end{aligned} \quad (I.63)$$

1.3.7.2 Em relação a pressão no primeiro bloco

A expressão é similar àquela obtida para a pressão no poço, ou seja,

$$\frac{\partial}{\partial p_1} \left(\frac{1}{C_F^{n+1}} \right) = g \frac{\left(1 - f_w^{n+1} \right) \rho_{oSC} c_o b_o^{ref} + f_w^{n+1} \rho_{wSC} c_w b_w^{ref} + \left(\rho_{wSC} b_w^{n+1} - \rho_{oSC} b_o^{n+1} \right) \frac{\partial f_w^{n+1}}{\partial p_1}}{A_c} \quad (I.64)$$

onde,

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_w^{n+1}}{\partial p_1} = & \frac{b_w^{n+1} Q_o^{n+1} Q_w^{n+1} c_o b_o^{ref} - b_o^{n+1} Q_o^{n+1} Q_w^{n+1} c_w b_w^{ref}}{\left[b_w^{n+1} Q_o^{n+1} + b_o^{n+1} Q_w^{n+1} \right]_w} - \\ & - \frac{b_o^{n+1} b_w^{n+1} Q_w^{n+1} \frac{\partial Q_o^{n+1}}{\partial p_1} - b_o^{n+1} b_w^{n+1} Q_o^{n+1} \frac{\partial Q_w^{n+1}}{\partial p_1}}{\left[b_w^{n+1} Q_o^{n+1} + b_o^{n+1} Q_w^{n+1} \right]_w} \end{aligned} \quad (I.65)$$

1.3.7.3 Em relação a saturação do bloco 1

$$\frac{\partial}{\partial S_{w_1}} \left(\frac{1}{C_F^{n+1}} \right) = \frac{g}{A_c} \left[b_w^{n+1} \rho_{wSC} - b_o^{n+1} \rho_{oSC} \right] \frac{\partial f_w^{n+1}}{\partial S_{w_1}} \quad (I.66)$$

onde

$$\frac{\partial f_w^{n+1}}{\partial S_{w_1}} = \frac{b_o^{n+1} b_w^{n+1} Q_o^{n+1} \frac{\partial Q_w^{n+1}}{\partial S_{w_1}} - b_o^{n+1} b_w^{n+1} Q_w^{n+1} \frac{\partial Q_o^{n+1}}{\partial S_{w_1}}}{\left[b_w^{n+1} Q_o^{n+1} + b_o^{n+1} Q_w^{n+1} \right]_w} \quad (I.67)$$

1.3.8 Derivadas do inverso da compressibilidade na estática (1/C_S)

Durante a estática teremos,

$$\frac{1}{C_S^{n+1}} = \frac{1}{V_c \bar{c}_{mis}^{n+1}} = \frac{1}{V_c \left[(1 - H_w^{n+1}) c_o + H_w^{n+1} c_w \right]} \quad (1.68)$$

onde, H_w é dado por

$$H_w^{n+1} = H_w^n \left[1 - c_w (p_{ws}^{n+1} - p_{ws}^n) \right] + \frac{\Delta t}{V_c} \left(\frac{Q_w}{b_w} \right)_{r=r_w}^{n+1} \quad (1.69)$$

1.3.8.1 Em relação a pressão no poço

$$\frac{\partial}{\partial p_{ws}} \left(\frac{1}{C_S^{n+1}} \right) = \frac{(c_o - c_w) \frac{\partial H_w^{n+1}}{\partial p_{ws}}}{V_c \left[(1 - H_w^{n+1}) c_o + H_w^{n+1} c_w \right]^2} \quad (1.70)$$

onde,

$$\frac{\partial H_w^{n+1}}{\partial p_{ws}} = -H_w^n c_w - \frac{\Delta t Q_w^{n+1} \frac{\partial b_w^{n+1}}{\partial p_{ws}}}{V_c (b_w^{n+1})^2} + \frac{\Delta t \frac{\partial Q_w^{n+1}}{\partial p_w}}{V_c b_w^{n+1}} = -H_w^n c_w - \frac{\Delta t Q_w^{n+1} c_w b_w^{ref}}{V_c (b_w^{n+1})^2} + \frac{\Delta t \frac{\partial Q_w^{n+1}}{\partial p_w}}{V_c b_w^{n+1}} \quad (1.71)$$

1.3.8.2 Em relação ao hold up de água

$$\frac{\partial}{\partial H_w} \left(\frac{1}{C_S^{n+1}} \right) = \frac{(c_o - c_w)}{V_c \left[(1 - H_w^{n+1}) c_o + H_w^{n+1} c_w \right]^2} \quad (1.72)$$

1.3.8.3 Em relação a pressão no primeiro bloco

A expressão é similar àquela obtida para a pressão no poço, ou seja,

$$\frac{\partial}{\partial p_1} \left(\frac{1}{C_S^{n+1}} \right) = \frac{(c_o - c_w) \frac{\partial H_w^{n+1}}{\partial p_1}}{V_c \left[(1 - H_w^{n+1}) c_o + H_w^{n+1} c_w \right]^2} \quad (I.73)$$

onde,

$$\frac{\partial H_w^{n+1}}{\partial p_1} = - \frac{\Delta t Q_w^{n+1} \frac{\partial \mathcal{Q}_w^{n+1}}{\partial p_1}}{V_c (b_w^{n+1})^2} + \frac{\Delta t \frac{\partial \mathcal{Q}_w^{n+1}}{\partial p_1}}{V_c b_w^{n+1}} = - \frac{\Delta t Q_w^{n+1} c_w b_w^{ref}}{V_c (b_w^{n+1})^2} + \frac{\Delta t \frac{\partial \mathcal{Q}_w^{n+1}}{\partial p_1}}{V_c b_w^{n+1}} \quad (I.74)$$

1.3.8.4 Em relação a saturação do bloco 1

$$\frac{\partial}{\partial \mathcal{S}_{w_1}} \left(\frac{1}{C_S^{n+1}} \right) = \frac{(c_o - c_w) \frac{\partial H_w^{n+1}}{\partial \mathcal{S}_{w_1}}}{V_c \left[(1 - H_w^{n+1}) c_o + H_w^{n+1} c_w \right]^2} \quad (I.75)$$

onde

$$\frac{\partial H_w^{n+1}}{\partial \mathcal{S}_{w_1}} = \frac{\Delta t \frac{\partial \mathcal{Q}_w^{n+1}}{\partial \mathcal{S}_{w_1}}}{V_c b_w^{n+1}} \quad (I.76)$$

I.4 Caso do poço surgente

Caso o poço seja surgente, a equação do resíduo no poço não existe. As derivadas das funções resíduo no reservatório são exatamente as mesmas daquelas derivadas no item I deste anexo, exceto pelas relativas ao termo fonte.

I.4.1 Vazão total de líquido especificada e constante

Foi considerado o caso da vazão total de líquido especificada e constante. Assim, pode-se escrever, a partir da Equação I.31:

- óleo

$$Q_{o_i}^{n+1} = WIf_{p_o}^w f_{s_o}^w (p_l^{n+1} - p_w^{n+1}) \quad (\text{I.77})$$

- água

$$Q_{w_i}^{n+1} = WIf_{p_w}^w f_{s_w}^w (p_l^{n+1} - p_w^{n+1}) \quad (\text{I.78})$$

Como a vazão total de líquido é a soma das vazões de óleo e água, obtém-se:

$$Q_{T_i}^{n+1} = Q_{o_i}^{n+1} + Q_{w_i}^{n+1} = WI(p_l^{n+1} - p_w^{n+1})(f_{p_o}^w f_{s_o}^w + f_{p_w}^w f_{s_w}^w) \quad (\text{I.79})$$

donde,

$$p_w^{n+1} = p_1^{n+1} - \frac{Q_{T_1}^{n+1}}{WI \left(f_{p_o}^w f_{s_o}^w + f_{p_w}^w f_{s_w}^w \right)} \quad (\text{I.80})$$

Logo, as vazões de óleo e água podem ser reescritas em termos da vazão total como:

- óleo

$$Q_{o_1}^{n+1} = Q_{T_1}^{n+1} \frac{f_{p_o}^w f_{s_o}^w}{\left(f_{p_o}^w f_{s_o}^w + f_{p_w}^w f_{s_w}^w \right)} \quad (\text{I.81})$$

- água

$$Q_{w_1}^{n+1} = Q_{T_1}^{n+1} \frac{f_{p_w}^w f_{s_w}^w}{\left(f_{p_o}^w f_{s_o}^w + f_{p_w}^w f_{s_w}^w \right)} \quad (\text{I.82})$$

Assim, as seguintes derivadas dos termos fontes, calculadas em relação ao primeiro bloco, devem ser subtraídas das derivadas dos resíduos do reservatório apenas para o primeiro bloco.

1.4.1.1 Em relação a pressão do primeiro bloco

$$\frac{\partial Q_{o_1}}{\partial p_1} = Q_{T_1}^{n+1} f_{s_o}^w f_{s_w}^w \frac{\left(f_{p_o}^w \frac{\partial f_{p_o}^w}{\partial p_1} - f_{p_w}^w \frac{\partial f_{p_w}^w}{\partial p_1} \right)}{\left(f_{p_o}^w f_{s_o}^w + f_{p_w}^w f_{s_w}^w \right)^2} \quad (\text{I.83})$$

$$\frac{\partial Q_{w_1}}{\partial p_1} = Q_{T_1}^{n+1} f_{s_o}^w f_{s_w}^w \frac{\left(f_{p_o}^w \frac{\partial f_{p_w}^w}{\partial p_1} - f_{p_w}^w \frac{\partial f_{p_o}^w}{\partial p_1} \right)}{\left(f_{p_o}^w f_{s_o}^w + f_{p_w}^w f_{s_w}^w \right)^2} \quad (I.84)$$

onde,

$$\frac{\partial f_{p_l}^{w^{n+1}}}{\partial p_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{l_1} \frac{db_{l_1}}{dp_1} - b_{l_1} \frac{d\mu_{l_1}}{dp_1}}{\mu_{l_1}^2} \right)^{n+1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{l_1} c_l b_l^{ref} - b_{l_1} \frac{d\mu_l}{dp}}{\mu_{l_1}^2} \right)^{n+1} \quad (I.85)$$

I.4.1.2 Em relação a saturação de água do primeiro bloco

$$\frac{\partial Q_{o_1}}{\partial S_{w1}} = Q_{T_1}^{n+1} f_{p_o}^w f_{p_w}^w \frac{\left[f_{s_w}^w \left(\frac{\partial k_{r_o}}{\partial S_w} \right)_1^{n+1} - f_{s_o}^w \left(\frac{\partial k_{r_w}}{\partial S_w} \right)_1^{n+1} \right]}{\left(f_{p_o}^w f_{s_o}^w + f_{p_w}^w f_{s_w}^w \right)^2} \quad (I.86)$$

$$\frac{\partial Q_{w_1}}{\partial S_1} = Q_{T_1}^{n+1} f_{p_o}^w f_{p_w}^w \frac{\left[f_{s_o}^w \left(\frac{\partial k_{r_w}}{\partial S_w} \right)_1^{n+1} - f_{s_w}^w \left(\frac{\partial k_{r_o}}{\partial S_w} \right)_1^{n+1} \right]}{\left(f_{p_o}^w f_{s_o}^w + f_{p_w}^w f_{s_w}^w \right)^2} \quad (I.87)$$

Anexo II

Métodos Monofásicos Utilizados

Neste anexo são mostrados os aspectos mais relevantes e as principais equações dos métodos monofásicos de análise utilizados neste trabalho: Vazão Normalizada e Convolução (fluxo) e Diagnóstico, Horner com Superposição e Peres 2 (estática).

Para o sistema de unidades SI modificado usado nos casos apresentados neste trabalho, as constantes de conversão de unidades α_1 e α_2 que aparecem nas equações deste Anexo valem respectivamente 119.586543 e 0.00034842.

II.1 Métodos utilizados na análise do fluxo

Os métodos utilizados para a análise do período de fluxo baseiam-se na idéia desenvolvida por Peres (1989), que mostrou ser possível converter a resposta de um fluxo em um poço não surgente (*slug test*) numa resposta equivalente que seria obtida caso o poço produzisse com vazão constante na superfície, incluindo os efeitos de estocagem e fator de película. Isso foi obtido através da integração dos dados do *slug test*, usando-se,

$$I(\Delta p) = \int_0^t \Delta p(\tau) d\tau \quad (\text{II.1})$$

onde,

$$\Delta p = p_i - p_{wf}(t) \quad (\text{II.2})$$

Como geralmente a maioria dos dados convertidos são dominados por estocagem, Peres (1989) explorou a aplicabilidade de métodos que procuram eliminar estes efeitos indesejáveis dos dados convertidos.

O método denominado de “Vazão Normalizada”, cujo desenvolvimento detalhado pode ser obtido em Peres (1989), baseia-se no método aproximado de deconvolução proposto por Gladfelter, Tracy e Wilsey (1955). O método da Vazão Normalizada para problemas de geometria radial consiste em plotar um gráfico semilog de $\frac{I(\Delta p)}{p_{wf(t)} - p_o}$ contra o tempo, a partir do qual se obtém uma linha reta com declividade dada por:

$$m = \frac{1.151\alpha_1}{2\pi} \frac{(24)\mu C_F}{kh} \quad (\text{II.3})$$

Uma vez determinada a inclinação do gráfico, a mobilidade pode ser obtida da óbvia manipulação da Equação II.3. O fator de película pode, então, ser estimado por,

$$s = 1.151 \left[\frac{[I(\Delta p)/(p_{wf} - p_o)]_{t^*}}{m} - \log \left(\frac{\alpha_2 k t^*}{\phi \mu c_i r_w^2} \right) - 0.3514 \right] \quad (\text{II.4})$$

onde $(t^*, [I(\Delta p)/(p_{wf} - p_o)]_{t^*})$ representa qualquer ponto na linha reta traçada. Peres (1989) alerta que o fator de película calculado por este método é subestimado em cerca de 0.4.

Os métodos de convolução baseiam-se, em última análise, na aplicação do princípio de Duhamel. Nestes métodos considera-se que a geometria de fluxo no reservatório é conhecida (por exemplo, radial) e assume-se uma solução particular para p_{wcd}^* (solução de vazão constante na superfície, sem estocagem). A vazão, que varia continuamente, é substituída por uma aproximação por partes. O método comumente denominado de “Convolução” representa a aplicação desta técnica aos dados de *slug test* convertidos, conforme sugerido por Peres (1989). Considerando a seguinte partição do tempo durante o fluxo,

$$0 = t_{0,p} < t_{1,p} < \dots < t_{N,p} < t_{N+1,p} = t_p \quad (\text{II.5})$$

pode-se definir um “tempo equivalente” ao radial como sendo,

$$t_{eR} = \prod_{j=0}^N \left(t_{N+1,p} - t_{j,p} \right)^{a_j} \quad (II.6)$$

onde,

$$a_j = \frac{p_{wf}(t_{j+1,p}) - p_{wf}(t_{j,p})}{p_{wf}(t_{N+1,p}) - p_o} \quad (II.7)$$

O método da Convolução consiste, então, em plotar um gráfico semilog de $\frac{I(\Delta p)}{p_{wf}(t) - p_o}$ contra o tempo equivalente definido pela Equação II.6, do qual se obtém uma linha reta com declividade dada por:

$$m = \frac{1.151 \alpha_1 (24) \mu C_F}{2\pi kh} \quad (II.8)$$

A mobilidade é obtida reordenando-se a Equação II.8 e o fator de película pode, então, ser estimado por

$$s = 1.151 \left[\frac{\left[I(\Delta p) / (p_{wf} - p_o) \right]_{t_{eR}}}{m} - \log \left(\frac{\alpha_2 k t_{eR}^*}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0.3514 \right] \quad (II.9)$$

onde $(t_{eR}^*, [I(\Delta p) / (p_{wf} - p_o)]_{t_{eR}})$ representa qualquer ponto na linha reta traçada.

II.2 Métodos utilizados na análise da estática

Peres (1989) observou que para que as curvas tipo de fluxo com vazão constante possam ser utilizadas para a análise da estática em poços não surgentes, deve ser utilizado um tempo equivalente que leve em conta a variação de vazão ocorrida no fluxo. Seguindo as sugestões de Peres (1989), neste trabalho, o gráfico Diagnóstico do período da estática consiste em se traçar em escala log-log o crescimento de pressão na estática e sua derivada

logarítmica contra o tempo equivalente no radial. O tempo equivalente é calculado através da expressão,

$$t_{eM} = \Delta t \prod_{j=0}^N \left(\frac{t_p - t_{j,p}}{t_p + \Delta t - t_{j,p}} \right)^{b_j} \quad (\text{II.10})$$

onde b_j é dado por:

$$b_j = \frac{q(t_{j+1,p}) - q(t_{j,p})}{q(t_{N+1,p})} \quad (\text{II.11})$$

Em todos os casos deste trabalho a derivada logarítmica $d(p_{ws} - p_{wf}(tp))/d \ln t_{eM}$ do gráfico Diagnóstico foi calculada usando-se o algoritmo de Bourdet *et al.* (1983) sem suavização.

Um dos métodos utilizado na análise dos dados da estática advém da aplicação direta do Princípio da Superposição ao período de estática precedido de fluxo com vazão variável (vide Earlougher, 1977), sendo habitualmente denominado método de “Horner com Superposição de Vazões”. A equação básica deste método é

$$p_{ws}(\Delta t) = p_i - m_H t_{mH} \quad (\text{II.12})$$

onde

$$t_{mH} = \sum_{j=0}^N \frac{q(t_{j+1,p})}{q(t_{N+1,p})} \log \left(\frac{t_p + \Delta t - t_{j,p}}{t_p + \Delta t - t_{j+1,p}} \right) \quad (\text{II.13})$$

e

$$m_H = \frac{1.151 \alpha_1}{2\pi} \frac{q(t_{N+1,p}) \mu}{kh} \quad (\text{II.14})$$

Note-se que a extrapolação do gráfico Cartesiano da pressão estática *versus* o tempo de superposição de Horner para $t_{mH} = 0$, fornece a pressão inicial do reservatório. Obtida a inclinação m_H , a mobilidade é estimada através da Equação II.12 reordenada e o fator de película é estimado através da seguinte expressão,

$$s = 1.151 \left[\frac{p_i - p_{wf}(t_p)}{m_H} - soma - \log \left(\frac{\alpha_2 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0.3514 \right] \quad (II.15)$$

onde,

$$soma = \sum_{j=0}^N \left[\frac{q(t_{j+1,p}) - q(t_{j,p})}{q(t_{N+1,p})} \right] \log(t_{N+1,p} - t_{j,p}) \quad (II.16)$$

Para a aplicação das Equações II.10 a II.14 ao problema do poço não surgente, é necessária a determinação das vazões na face da formação ($q(t)$) a partir do crescimento de líquido na coluna, o que é feito utilizando-se a expressão:

$$q(t_{j,p}) = (24) C_F \left. \frac{dp_{wf}}{dt} \right|_{t_{j,p}} \quad (II.17)$$

Usando o Princípio de Duhamel e desconsiderando a estocagem durante o período da estática, Peres (1989) chegou a métodos que levam em consideração os efeitos da vazão variável durante o fluxo, mas que, ao contrário do método de Horner com Superposição, não necessitam do cálculo explícito destas vazões. Nesta dissertação apenas o segundo método proposto por Peres (1989) é utilizado. A equação básica do método “Peres 2” é a seguinte,

$$p_{ws}(\Delta t) = p_i - m_2 t_2 \quad (II.18)$$

onde,

$$t_2 = \sum_{j=0}^N \left\{ \left(\frac{t_p}{t_p + \Delta t - t_{j,p}} \right) \left[\frac{p_{wf}(t_{j+1,p}) - p_{wf}(t_{j,p})}{p_{wf}(t_p) - p_o} \right] \right\} \quad (II.19)$$

e

$$m_2 = \frac{\alpha_1}{2\pi} \frac{(24)\mu C_F [p_{wf}(t_p) - p_o]}{kh2t_p} \quad (\text{II.20})$$

A Equação II.16 sugere que a extrapolação para $t_2 = 0$ do gráfico Cartesiano da pressão estática *versus* o tempo de superposição t_2 , fornece o valor da pressão inicial. Uma vez obtida o valor da inclinação m_2 , a mobilidade pode ser calculada a partir da reordenação da Equação II.18 e o fator de película pode ser estimado através de,

$$s = 1.151 \left[\frac{\overline{p_i - p_{wf}}}{m_2 \ln 10} - soma1 - \log \left(\frac{\alpha_2 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0.3514 \right] \quad (\text{II.21})$$

onde,

$$soma1 = \sum_{j=0}^N \log(t_p - t_{j,p}) \left[\frac{p_{wf}(t_{j+1,p}) - p_{wf}(t_{j,p})}{p_{wf}(t_p) - p_o} \right] \quad (\text{II.22})$$

e

$$\overline{p_{wf}} = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} p_{wf}(\tau) d\tau \quad (\text{II.23})$$