

A
R-519

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

Análise de Teste de Poço sob Condição de

**Análise de Teste de Poço sob Condição de
Escoamento Bifásico – Óleo e Gás.**

Autor: João Bosco Dias Marques

Orientador: Prof. Dr. Osvair Vidal Trevisan

01/08

Este exemplar corresponde a redação final
da tese defendida por João Bosco
Dias Marques e aprovada
pela comissão julgadora em 31/01/08


Orientador

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

Análise de Teste de Poço sob Condição de Escoamento Bifásico – Óleo e Gás.

Autor: **João Bosco Dias Marques**

Orientador: **Prof. Dr. Osvair Vidal Trevisan**

Curso: Ciências e Engenharia de Petróleo

Dissertação de mestrado apresentada à Subcomissão de Pós-Graduação Interdisciplinar de Ciências e Engenharia de Petróleo (FEM e IG), como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ciências e Engenharia de Petróleo.

Campinas, 2008

S.P. – Brasil

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Análise de Teste de Poço sob Condição de
Escoamento Bifásico – Óleo e Gás.**

Autor: **João Bosco Dias Marques**

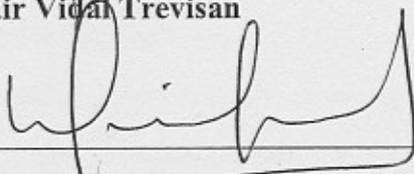
Orientador: **Prof. Osvaldo Vidal Trevisan**

Banca Examinadora:



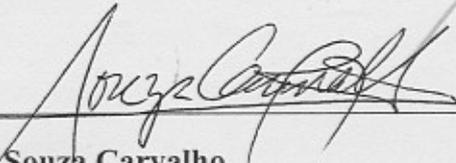
Prof. Dr. **Osvaldo Vidal Trevisan**

Unicamp



Prof. Dr. **Denis José Schiozer**

Unicamp



Dr. **Renato de Souza Carvalho**

Petrobras

Campinas, 31 de janeiro de 2008.

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha companheira e esposa Aglais Zaranza Lopes.

Agradecimentos

Primeiramente agradeço ao meu orientador, Professor Doutor Osvaldo Vidal Trevisan, pela indicação do tema e principalmente pela sua maestria na condução deste trabalho, sem a qual não conseguiria realizá-lo.

Aos Doutores Denis Schiozer, Sergio Bordalo, Iatchuk, Euclides Bonet, Alexandre Vidal, Saul Suslick, Giorgio Basilici e Gabriel Lima, pelas disciplinas ministradas durante estes dois anos e por proporcionarem um ambiente acadêmico favorável para o aprendizado em Engenharia de Petróleo. Aos pesquisadores da UNICAMP, que em todos os momentos se mostraram solícitos nas dúvidas correntes, especialmente Dra. Eliana Ligerio e Dr. Celio Marshio.

Agradeço à Petrobras, na pessoa do gerente Walter Brito, que me indicou para mestrado na UNICAMP e ao geólogo Mauro Becker e engenheiro Nereu Rossi, que possibilitaram minha liberação da rotina de trabalho para esta empreitada. Aos amigos de trabalho, Renato Carvalho, pelas primeiras lições tomadas na Universidade Petrobras em Engenharia de Reservatório e ao meu estimado amigo Pitombo, pelo incentivo na busca de mais uma qualificação.

À Gê, minha pequena, Yuri e Paulo Renato, que fazem parte da minha vida, pelo carinho, paciência e incentivo para conquista desta etapa. Não foram poucas as vezes que partilharam comigo os momentos mais difíceis.

Ao Professor Doutor Francisco Marques, meu irmão, pelo ambiente social proporcionado a mim e minha família durante os dois anos em Campinas, e aos nossos amigos em comum, Guina, Adalberto, Eloy, Mario Sergio, Ronaldo e famílias, pelos momentos sociais.

Aos amigos de debate sobre política, economia e engenharia, que conheci na UNICAMP, Gustavo Becerra, Alexandre Parker, Diego, Guilherme Avansi, Paulo Gasse, Perin, Carlos Eduardo e Pedro Nogueira e àqueles que promoveram um convívio social agradável no local de trabalho: Fabiola, Desirée, Ana Tereza, Pokotó, Jotapê, Tereza, Odair e Mauro Ida.

Aos colaboradores do DEP e FEM, agradeço-os pela paciência e apoio: Fátima, Giselle, Beth, Delcio e Alice.

*“Aquele que leva a preciosa semente, andando e chorando,
voltará sem dúvida com alegria trazendo consigo os seus molhos”.*

(Salmos 126:6)

Resumo

MARQUES, João Bosco Dias. *Análise de Teste de Poço sob Condição de Escoamento Bifásico – Óleo e Gás*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2008. 135 p. Dissertação (Mestrado)

Este trabalho disserta sobre a análise de teste transitório de produção e de crescimento de pressão em poço vertical sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás. Os resultados obtidos são o fator de película e pontos das curvas das permeabilidades efetivas ao óleo e ao gás em função da saturação de óleo. A permeabilidade efetiva em função da saturação do óleo é obtida da combinação da permeabilidade efetiva em função da pressão de teste de poço com a solução de uma equação diferencial ordinária que relaciona a saturação do óleo com a pressão. Um dos métodos, denominado método p^2 , é desenvolvido a partir da representação da curva da função de pseudopressão, $k_{ro}/(\mu_o B_o)$ versus a pressão de teste, por meio de duas linhas retas. O problema físico analisado consiste de um reservatório homogêneo operando a partir da pressão de bolha, água conata imóvel e efeitos de capilaridade e de gravidade desprezíveis. Os dados para validação dos métodos são obtidos com testes de poços realizados em modelos de reservatórios preparados num simulador comercial. O método p^2 utiliza basicamente pontos e inclinações de retas de curvas típicas, construídas com dados de teste de poço, para determinar o fator de película e as curvas das permeabilidades efetivas aos fluidos. As curvas obtidas pelo método p^2 são comparadas com as obtidas por outro método, chamado de método de determinação *in situ*.

Palavras Chave:

- Escoamento bifásico; permeabilidade; teste.

Abstract

MARQUES, João Bosco Dias. *Well Test Analysis under Two-Phase Flow Condition – Oil and Gas*. Campinas: Mechanical Engineering College, State University of Campinas, 2008. 135p. Master Degree.

This thesis provides an analysis of drawdown and buildup tests from vertical well under solution gas-drive conditions. The results obtained include the skin factor and the points of the effective permeability curves for the oil and gas as a function of oil saturation. The effective permeability as a function of oil saturation is the result of a combination of the effective permeability as a function of wellbore pressure and the solution of an ordinary differential equation which relates oil saturation to the pressure. One of the methods, named square-pressure method, is developed using two straight lines to approximate the curve of the pseudo-pressure function, $k_{ro}/(\mu_o B_o)$ versus the wellbore pressure. The physical problem consists of a homogeneous reservoir operating from bubble-point pressure with immobile connate water, neglecting the capillarity and gravity effects. The data for the validation of the methods was obtained using well tests reservoirs models built in a commercial simulator. The p^2 method basically utilizes the points and the straight lines slope of typical curves built from well test data to determinate the effective permeability curves and the skin factor. Then, the results of these curves are compared to those obtained with another method, named *in situ* determination method.

Key Word

- Two phase flow; test; permeability.

Índice

| | |
|--|------|
| Lista de Figuras | x |
| Lista de Tabelas | xii |
| Nomenclatura | xiii |
| 1.0 Introdução | 1 |
| 1.1 Contexto desta dissertação | 3 |
| 1.2 Motivação | 4 |
| 1.3 Objetivo deste trabalho | 5 |
| 2.0 Revisão Bibliográfica | 6 |
| 2.1 Análise de teste de poços – monofásico | 6 |
| 2.2 Análise de teste de poços – multifásico | 9 |
| 3.0 Fundamentação Teórica | 14 |
| 3.1 Formulação matemática do problema | 14 |
| 3.2 Análise de teste transitório de produção – drawdown | 17 |
| 3.2.1 Equação da pressão | 17 |
| 3.2.2 Equação da saturação | 23 |
| 3.2.3 Determinação da permeabilidade efetiva – determinação in situ | 30 |
| 3.2.4 Método p^2 | 33 |
| 3.3 Análise de teste de crescimento de pressão – buildup | 34 |
| 3.3.1 Equação da pressão | 35 |
| 3.3.2 Equação da saturação | 38 |
| 3.3.3 Determinação da permeabilidade efetiva – determinação in situ | 40 |
| 3.3.4 Método p^2 | 42 |

| | |
|---|-----|
| 4.0 Metodologia | 44 |
| 4.1 Fluxograma da metodologia | 45 |
| 4.2 Modelos construídos e observações relevantes | 47 |
| 5.0 Resultados e Discussões | 52 |
| 5.1 Análise – teste transitório de produção | 53 |
| 5.2 Análise – teste de crescimento de pressão | 74 |
| 6.0 Conclusões e Recomendações | 88 |
| 6.1 Conclusões | 88 |
| 6.2 Recomendações | 91 |
| Referências Bibliográficas | 92 |
| Anexo I | 98 |
| Apêndice A | 103 |
| A. Equação da difusão – Escoamento Multifásico | 103 |
| Apêndice B | 110 |
| B. Equação da Difusão – Formulação Composicional e Black-Oil | 110 |
| B.1 Formulação Composicional | 110 |
| B.2 Formulação <i>Black-Oil</i> | 112 |
| B.3 Equação da difusão – composicional | 114 |
| B.4 Equação da difusão – <i>Black-Oil</i> | 116 |
| Apêndice C | 118 |
| C. Equação da Difusão – Escoamento Bifásico de Óleo e Gás | 118 |
| Apêndice D | 122 |
| D. Solução Analítica – Escoamento Bifásico de Óleo e Gás | 122 |
| Apêndice E | 127 |
| E. Representação Aproximada da Função α - Duas Retas | 127 |
| E.1 Teste transitório de produção – drawdown | 127 |
| E.2 Teste de crescimento de pressão – buildup | 132 |

Lista de Figuras

| | |
|---|----|
| Figura 3.1: Comportamento da função α vs a pressão de poço. | 19 |
| Figura 3.2: Simulação m_{wD} vs solução analítica – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$). | 22 |
| Figura 3.3: Simulação m_{wD} vs solução analítica – Caso 2 ($s=+5$). | 22 |
| Figura 3.4: Função f_w – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$). | 28 |
| Figura 3.5: Função F_w – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$). | 29 |
| Figura 3.6: Teste esquemático de crescimento de pressão – <i>buildup</i> . | 35 |
| Figura 3.7: Saturação de óleo – analítico e simulado. | 40 |
| Figura 4.1: Diagrama geral da metodologia – validação dos métodos. | 45 |
| Figura 4.2: Modelo de malha ilustrativo para simulação dos testes de poços. | 48 |
| Figura 5.1: Pressão do teste de poço – <i>drawdown</i> e <i>buildup</i> . | 53 |
| Figura 5.2: Comportamento da pressão – <i>drawdown</i> . | 54 |
| Figura 5.3: Comportamento de saturação de óleo – <i>drawdown</i> . | 54 |
| Figura 5.4: Comportamento da função α – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 55 |
| Figura 5.5: Comportamento da função α – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 56 |
| Figura 5.6: Curva característica método p^2 – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 57 |
| Figura 5.7: Pseudopressão m_{wD} e p_{wDg} – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 58 |
| Figura 5.8: Pseudopressão m_{wD} e p_{wDg} – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 59 |
| Figura 5.9: Dano aparente s_{md} – Caso 1 ($q_o=16$ e $32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 60 |
| Figura 5.10: Permeabilidade k_o vs p_{wf} – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 61 |
| Figura 5.11: Permeabilidade k_o vs t_D – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 61 |
| Figura 5.12: Permeabilidade k_g vs p_{wf} – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 62 |
| Figura 5.13: Comportamento de $-F_w=(\partial p/\partial r)/(\partial p/\partial t)$ – <i>drawdown</i> . | 63 |
| Figura 5.14: Saturação de óleo – solução numérica e simulação – <i>drawdown</i> . | 64 |
| Figura 5.15: Curvas razão gás/óleo – Caso 1 ($q_o=16$ e $32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 65 |
| Figura 5.16: Curva de permeabilidade k_o – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 66 |
| Figura 5.17: Curva de permeabilidade k_g – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 66 |
| Figura 5.18: Curva de permeabilidade k_o – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 67 |

| | |
|--|-----|
| Figura 5.19: Curva de permeabilidade k_g – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 67 |
| Figura 5.20: Índice D_i – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> . | 68 |
| Figura 5.21: Pseudopressão m_{wD} e p_{wDg} – Caso 2 ($s=+5$) – <i>drawdown</i> | 69 |
| Figura 5.22: Curva característica método p^2 – Caso 2 ($s=+5$) – <i>drawdown</i> . | 69 |
| Figura 5.23: Curva de permeabilidade k_o – Caso 2 ($s=+5$) – <i>drawdown</i> . | 70 |
| Figura 5.24: Curva de permeabilidade k_g – Caso 2 ($s=+5$) – <i>drawdown</i> . | 71 |
| Figura 5.25: Permeabilidade k_o vs t_D – Caso 2 ($s=+5$) – <i>drawdown</i> . | 71 |
| Figura 5.26: Índice D_i – Caso 2 ($s=+5$) – <i>drawdown</i> . | 72 |
| Figura 5.27: Pseudopressão m_{wD} – poços com dano ($s=0,-2,+5$ e $+10$) – <i>drawdown</i> . | 72 |
| Figura 5.28: Curva de permeabilidade k_o – Caso 2 ($s=+10$) – <i>drawdown</i> . | 73 |
| Figura 5.29: Curva de permeabilidade k_g – Caso 2 ($s=+10$) – <i>drawdown</i> . | 74 |
| Figura 5.30: p_{wf} , p_{ws} , p_b – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> e <i>buildup</i> . | 75 |
| Figura 5.31: p_{ws} , p_b na face do poço – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>buildup</i> . | 76 |
| Figura 5.32: S_o na face do poço – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>buildup</i> . | 76 |
| Figura 5.33: S_o na face do poço – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> e <i>buildup</i> . | 77 |
| Figura 5.34: Razão gás/óleo – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> e <i>buildup</i> . | 78 |
| Figura 5.35: Razão de solubilidade – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> e <i>buildup</i> | 78 |
| Figura 5.36: Curva característica método p^2 – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>buildup</i> . | 79 |
| Figura 5.37: Função α – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>buildup</i> . | 80 |
| Figura 5.38: Curva de permeabilidade k_o – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$). | 81 |
| Figura 5.39: Curva de permeabilidade k_g – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$). | 81 |
| Figura 5.40: S_o na face do poço – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>drawdown</i> e <i>buildup</i> . | 82 |
| Figura 5.41: Curva característica método p^2 – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – <i>buildup</i> . | 83 |
| Figura 5.42: Curva de permeabilidade k_o – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$). | 84 |
| Figura 5.43: Curva característica método p^2 – Caso 2 ($s=+5$) – <i>buildup</i> . | 85 |
| Figura 5.44: Curva de permeabilidade k_o – Caso 2 ($s=+5$). | 85 |
| Figura 5.45: Fator de película avaliado graficamente – <i>drawdown</i> e <i>buildup</i> . | 86 |
| Figura 5.46: Comparação dos resultados – fator de película. | 87 |
| Figura B.1: Volume de controle – equação de conservação de massa – composicional. | 110 |
| Figura B.2: Volume de controle – equação de conservação de massa – <i>Black-Oil</i> | 113 |
| Figura E.1: Modelo de duas retas para representar a função α vs pressão do poço. | 127 |
| Figura E.2: Modelo esquemático final da função α vs pressão do poço. | 129 |

Lista de Tabelas

| | |
|---|----|
| Tabela 4.1: Equações utilizadas nos métodos p^2 e determinação <i>in situ</i> . | 47 |
| Tabela 4.2: Raio e tamanho dos blocos – malha radial e Cartesiana. | 49 |
| Tabela 4.3: Controle numérico para IMEX versão 2006.11 | 49 |
| Tabela 4.4: PVT para óleo leve | 50 |
| Tabela 4.5: PVT para óleo pesado | 51 |

Nomenclatura

Letras Latinas

| | |
|------------------|--|
| a | parâmetro – Equação (3.40) |
| | coeficiente angular – Figura E.1 e Equação (E.5) |
| \hat{a} | parâmetro – Equação (E.5) |
| b | parâmetro – Equação (3.12) |
| | coeficiente angular – Figura E.1 e Equação (E.6) |
| \hat{b} | parâmetro – Equação (E.6) |
| B | fator volume formação |
| c | compressibilidade |
| | coeficiente linear – Equação (E.1) |
| d | coeficiente linear – Equação (E.1) |
| D_i | parâmetro – Índice de dano – Figura 5.20 |
| f | função – definida pela Equação (3.35) |
| h | altura da formação |
| k | permeabilidade absoluta ou relativa |
| k_r | permeabilidade relativa |
| m | pseudopressão – <i>drawdown</i> – Equação (3.17) |
| | massa |
| m_{Ds} | pseudopressão – <i>buildup</i> – Equação (3.80) |
| \tilde{m}_{Ds} | pseudopressão – <i>buildup</i> – Equação (3.81) |
| \hat{m} | inclinação – Equação (E.13) |
| M | termo não linear – Equação (3.19) |
| p | pressão |

Unidades

| |
|--------------------------------------|
| $m^3 \text{ std}/m^3 .cp$ |
| $m^3 \text{ std}/m^3 .cp.(kgf/cm^2)$ |
| $m^3 \text{ std}/m^3 .cp.(kgf/cm^2)$ |
| $m^3 \text{ std}/m^3 .cp$ |
| $m^3 \text{ std}/m^3 .cp.(kgf/cm^2)$ |
| $m^3 \text{ std}/m^3 .cp.(kgf/cm^2)$ |
| $m^3/m^3 \text{ std}$ |
| $(kgf/cm^2)^{-1}$ |
| $m^3 \text{ std}/m^3 .cp$ |
| $m^3 \text{ std}/m^3 .cp$ |
| <i>adimensional</i> |
| <i>dias/m</i> |
| <i>m</i> |
| <i>mD</i> |
| <i>adimensional</i> |
| $m^3 \text{ std}(kgf/cm^2)/m^3 .cp$ |
| <i>kg</i> |
| <i>adimensional</i> |
| <i>adimensional</i> |
| $(kgf/cm^2)^2/ciclo \log$ |
| m^{-1} |
| kgf/cm^2 |

| | | |
|-------------------|---|---------------------|
| \bar{p} | pressão média | kgf/cm^2 |
| p^* | pressão extrapolada – gráficos de Horner | kgf/cm^2 |
| p_1 | pressão – interseção de duas retas da Figura E.1 | kgf/cm^2 |
| p_{1hs} | pressão após 1 horas de teste | kgf/cm^2 |
| \tilde{p}_{Dgs} | queda de pressão adimensional – Equação (3.105) | <i>adimensional</i> |
| p_{wDg} | queda de pressão adimensional – Equação (E.11) | <i>adimensional</i> |
| q | vazão | m^3/dia |
| r | raio | m |
| R | razão gás/óleo | $m^3 std/m^3 std$ |
| R_{H1} | tempo de Horner – Equação (3.98) | <i>adimensional</i> |
| R_{H2} | tempo de Horner – Equação (3.99) | <i>adimensional</i> |
| R_s | razão de solubilidade | $m^3 std/m^3 std$ |
| s | fator de película mecânico | <i>adimensional</i> |
| s_{md} | fator de película aparente – <i>drawdown</i> | <i>adimensional</i> |
| s_{mb} | fator de película aparente – <i>buildup</i> | <i>adimensional</i> |
| t | tempo de teste – <i>drawdown</i> | <i>dias</i> |
| Δt | tempo de poço fechado – <i>buildup</i> | <i>dias</i> |
| Δt_{nD} | tempo adimensional <i>buildup</i> – Equação (3.100) | <i>adimensional</i> |
| u | velocidade aparente | m/s |
| z | variável de Boltzmann – Equação (3.43) | m^2/dia |

Letras Gregas

| | | |
|-----------|----------------------------|---------------------|
| α | parâmetro – Equação (3.12) | $m^3 std/m^3 .cp$ |
| β | parâmetro – Equação (3.12) | $m^3 std/m^3$ |
| ϕ | porosidade | <i>adimensional</i> |
| λ | mobilidade | cp^{-1} |
| μ | viscosidade dinâmica | cp |

Unidades

ρ massa específica kg/m^3

Subscritos

b bolha
referente às variáveis do teste de *buildup*

bb referente às variáveis do teste de *buildup*

c conata

d referente às variáveis do teste de *drawdown*

dd referente às variáveis do teste de *drawdown*

D adimensional

e externo

g fluido gás (*gas*)

i fluido inicial

L livre

o fluido óleo (*oil*)

s poço fechado (*shut*)
zona afetada pelo dano ou estímulo (*skin*)

t total

w água (*water*)
costado do poço (*well*)

x fase (óleo, água ou gás)

wf poço (*wellbore flowing*)

Abreviaturas

MBH Método de Matthews, Brons e Hazerbroek.

MDH Método de Miller, Dyes e Hutchinson.

Capítulo 1

Introdução

O escoamento de um fluido num meio poroso é um processo de natureza complexa. Uma amostra de rocha, mesmo retirada da mais simples formação geológica, encerra uma estrutura de poros de tal complexidade que se torna impossível interpretar com precisão a difusão do fluido neste meio. O processo de interação entre rocha e fluido, a exemplo de outros fenômenos da natureza, apresenta comportamento extremamente não linear, sendo ainda mais complexo quando este processo envolve mais de uma fase do fluido. Entender a difusão dos hidrocarbonetos em uma formação rochosa é de fundamental importância, pois disto depende o sucesso da exploração deste valioso recurso.

Uma das técnicas mais importante para avaliar uma formação acumuladora de petróleo é o teste de poço. Testar uma formação nada mais é do que permitir que ela produza livremente o fluido nela contido. As informações de um teste de poço, pressão e vazão de óleo em função do tempo, são analisadas hoje em dia por uma grande quantidade de métodos. Estes métodos adotam desde simples equações analíticas até sofisticados tratamentos matemáticos ou estatísticos. Por meio da análise de um teste de poço, utilizando-se destes métodos, é possível avaliar: permeabilidade absoluta da formação, limites do reservatório, reserva de hidrocarboneto, dano mecânico próximo ao poço, potencial de produção, pressão média do reservatório, interferências entre poços, heterogeneidades, existência de falhas, extensões de fraturas e outras características geométricas do reservatório. Nos últimos anos, sofisticados equipamentos de medição foram desenvolvidos para realização de testes de poços sob diversas condições de operação. A tecnologia tem contribuído desta forma para que novos métodos de análise de teste de poço sejam validados nos campos de produção de petróleo.

Duas variáveis são de difícil obtenção por meio de um teste de poço sob condição de escoamento multifásico: a permeabilidade efetiva e o fator de película. O comportamento da permeabilidade efetiva depende de fenômenos complexos e não lineares, tais como molhabilidade, mobilidade e capilaridade. Este nível de complexidade impede, por exemplo, que sejam elaborados modelos analíticos exatos para determinação da curva de permeabilidade efetiva, seja para a fase óleo, gás ou água. Por outro lado, tal nível de dificuldade motivou excelentes trabalhos empíricos com base em experimentos de laboratório. Amyx *et al* (1960), por exemplo, demonstraram por meio de experimento a relação entre a permeabilidade efetiva com a saturação do fluido.

Os modelos de permeabilidade efetiva e de dano mecânico obtidos em laboratórios são aproximações. A dificuldade dos métodos experimentais é representar fielmente o processo de escoamento tal como ocorre no reservatório. Mesmo que fosse possível simular as condições de reservatório em um laboratório, a simples retirada de uma amostra da formação e a condução para o local de experimento já implicam em mudanças significativas na estrutura dos poros, provocando alterações de vários fenômenos do sistema. As curvas das permeabilidades efetivas são afetadas por algumas destas alterações, por exemplo: saturação residual de óleo e gás, saturação irreduzível e inicial da água, molhabilidade da rocha, tensão capilar entre as fases, efeito de escorregamento de gás em meio capilar, salinidade da água na presença de materiais argilosos, temperatura, presença de estrangulamento capilar e outros. Determinar o fator de película e as curvas das permeabilidades efetivas aos fluidos com base em dados dinâmicos de teste de poço é, possivelmente, a maneira mais adequada de traduzir os fenômenos descritos acima de forma combinada. Daí a importância da análise de teste de poço.

Apesar das dificuldades na obtenção de soluções analíticas para interpretar o escoamento multifásico em meio poroso, nas últimas quatro décadas foram apresentados excelentes trabalhos abordando o assunto. Em projetos de aumento do fator de recuperação de óleo, por exemplo, analisar o comportamento do escoamento multifásico entre a água ou gás injetados e o óleo presente no reservatório, transformando esta análise em ações que visem melhorar a eficiência do projeto é, sem dúvida, um desafio. Em última análise, as soluções analíticas já apresentadas e validadas com simuladores numéricos de reservatórios de alto desempenho, buscam atingir um objetivo comum: prever como um reservatório produzirá o fluido nele contido, ou em outras

palavras, como se comportará o mecanismo de produção de um campo no futuro. A qualidade da previsão de como se comportarão estes mecanismos depende da precisão dos métodos de análise de teste de poço. Nada é mais importante em projetos de injeção de água, vapor ou gás, que um estudo de previsão confiável, pois disto depende o sucesso dos projetos. Embora as metodologias de mitigação de incertezas de variáveis com base em métodos probabilísticos sejam de grande utilidade, nada substitui uma evidência demonstrada por uma análise de teste poço baseada em sólidos fundamentos analíticos.

1.1 Contexto desta dissertação

Nos últimos 75 anos, muitos métodos de interpretação de testes de poços foram desenvolvidos e verificados sua aplicabilidade em campos de produção de petróleo. Como em qualquer outra atividade de caracterização de reservatório, interpretar um teste de poço é analisar um problema de natureza inversa, cujas soluções são múltiplas. Embora a aplicação destes métodos seja apenas uma tentativa de solução do problema, os resultados obtidos em campo justificam os métodos já desenvolvidos e mais, justificam também o esforço para publicações de novos trabalhos, principalmente os relacionados ao escoamento multifásico.

Nas técnicas de caracterização de reservatório, por meio de ajuste de histórico de produção com simuladores numéricos, não é raro obter um ajuste combinando supostas características do reservatório que não se confirmam numa análise de teste de poço. Neste contexto os resultados oriundos das análises de testes de poço têm contribuído para correções de alguns destes erros. A prática na indústria do petróleo tem demonstrado que, a melhor alternativa para caracterizar um reservatório, é a combinação das metodologias analíticas de teste de poço com as de ajustes de histórico de produção.

Nos últimos 30 anos uma grande quantidade de metodologias em análise de teste de poço sob condição de escoamento multifásico foram validadas com simuladores comerciais. Hoje em dia, sofisticadas técnicas matemáticas têm sido aplicadas em análise de teste de poço, contribuindo em muito para caracterizar o reservatório. Como exemplo, o processo de deconvolução de dados de teste, na verificação de limites do reservatório, tem contribuído para certificar reservas com maior segurança. No entanto, apesar do estágio avançado em que se

encontra a análise de teste de poço, a prática de validar métodos analíticos simples com simuladores comerciais ainda vigora. A evidente vantagem em utilizar estes métodos é a sua grande simplicidade na aplicação, pois demanda pouquíssimo esforço computacional, e mais, os modelos desenvolvidos em simulador multifásico permitem estudos de uma infinidade de outras situações de escoamento de fluidos em uma acumulação.

1.2 Motivação

A maior parte das metodologias utilizadas pela indústria do petróleo em análise de teste de poço é baseada em escoamento monofásico e estendida para os casos de escoamento multifásico. Embora a indústria já disponha de programas específicos para análise de teste sob condição de escoamento multifásico, há muitas equações analíticas que precisam ser trabalhadas para inclusão nestes programas. Validar métodos analíticos com simuladores comerciais amplamente utilizados na indústria de petróleo, para aproveitamento em programas específicos de análise de teste de poço sob condição de escoamento multifásico, é uma das motivações deste trabalho.

A permeabilidade efetiva e o fator de película próximo ao poço são importantes para a atividade de ajuste de histórico de produção e constituem variáveis de grande incerteza. Duas fontes são utilizadas para caracterizá-las: modelos empíricos e resultados de análise de laboratório. Modelos empíricos de permeabilidade relativa como o de Stone (1970) são amplamente utilizados nos trabalhos expeditos de simulação, embora isto de forma alguma invalide o esforço para fomentar o uso de modelos analíticos de determinação desta variável. Já os resultados obtidos em laboratório representam bem o reservatório quando muitas amostras são retiradas e avaliadas estatisticamente. No entanto, quando obtidas por meio do teste de formação, tais variáveis representam toda a extensão drenada pelo teste e podem ser utilizadas como dados de comparações nas técnicas de mitigação de incertezas em trabalhos de ajuste de histórico de produção. Daí se depreende outra motivação deste trabalho: integrar mais ainda a atividade de simulação de reservatório com a atividade de análise de teste de poço.

1.3 Objetivo deste trabalho

O objetivo principal deste trabalho é avaliar métodos analíticos aproximados para determinar o fator de película e pontos das curvas das permeabilidades efetivas aos fluidos por meio de análise de teste de poço sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás. Dois tipos de análise de teste de poço são abordados: teste transitório de produção e de crescimento de pressão. Os testes são realizados em poços inseridos em modelos de reservatórios construídos num simulador comercial de alto desempenho sob as condições de contorno do problema proposto na fundamentação teórica deste trabalho. Os métodos avaliados são: método p^2 , para determinar o fator de película e pontos das curvas das permeabilidades efetivas aos fluidos e, método de determinação *in situ*, somente para pontos das curvas das permeabilidades efetivas. A validação dos resultados obtidos é realizada comparando-os com valores das correlações inseridas nos modelos de simulações de testes de poços.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Este capítulo é dividido em duas seções. Na primeira, são revisadas de forma sucinta as principais contribuições das publicações em análise de teste de poço sob condição de escoamento monofásico de óleo ou de gás. A segunda seção apresenta as publicações sobre escoamento multifásico com comentários inerentes ao tema desta dissertação. A revisão bibliográfica da primeira parte é importante para que se tenha uma idéia da evolução dos métodos aplicados em análise de teste de poço. As publicações revisadas são apenas parte de uma grande quantidade de artigos já publicados no meio acadêmico, tanto por profissionais de engenharia como de geologia.

2.1 Análise de teste de poços – monofásico

A análise de uma formação produtora de petróleo só se tornou possível com o desenvolvimento dos primeiros equipamentos de medição de pressão de poço. Os primeiros dispositivos, baseados no princípio de tubo de Bourdon (1849), foram desenvolvidos e utilizados no início da década de 20, tornando possível verificar no campo a teoria da equação da difusão de fluidos em meio poroso. Sclater e Stephenson (1929) utilizaram as medições dos primeiros equipamentos para um estudo de razão gás/óleo. Outros equipamentos foram desenvolvidos baseados em princípios sonoros. Em 1933 já havia mais de dez tipos diferentes de equipamentos, entre eles o Amerada, Humble e MacDonald. Baseado no uso destes equipamentos, Moore e Shilthuis (1933), elaboraram os primeiros trabalhos sugerindo avaliar a permeabilidade absoluta da formação a partir de informações de pressão contra o tempo observado durante fechamento de um poço.

Matthews e Russell (1967) foram os primeiros a publicar um tratado completo sobre análise de teste de poço. Esta primeira monografia, atualizada posteriormente por Earlougher (1977), reuniu publicações sobre análise de testes de poços entre 1930 e 1965 e, tornou-se referência obrigatória para muitos engenheiros de reservatório que atuam na atividade de caracterização das formações nas companhias de petróleo. A atualização da monografia de Matthews e Russell (1967) tornou-se necessária devido ao grande número de publicações surgidas com o desenvolvimento dos primeiros simuladores numéricos de reservatório no início da década de 60. Antes do advento dos simuladores numéricos até meados da década de 60, a atividade de interpretação de testes de poços se restringia basicamente às técnicas de interpretação de gráficos log-log da pressão contra o tempo de teste, ou nas técnicas de identificação de linhas retas em gráficos semilogarítmico da pressão contra o tempo. Trabalhos importantes publicados entre 1930 e 1965 merecem citação. Van Everdingen e Hurst (1949) apresentaram solução para o problema da estocagem do poço verificado em teste de formação com fechamento do poço na superfície. Miller, Dyes e Hutchinson (1950) desenvolveram um método para estimar a permeabilidade absoluta do reservatório, o fator de película e a pressão média da região drenada pelo poço através da análise de dados de crescimento de pressão. Este método, conhecido como método MDH, consiste em elaborar um gráfico da pressão do poço após fechamento, p_{ws} , contra o logaritmo do tempo de fechamento do poço, $\log \Delta t$. A inclinação da reta resultante desta relação possibilita avaliar a permeabilidade absoluta da formação testada e outras características do reservatório. Horner (1951) desenvolveu um método, considerado um dos mais populares métodos de interpretação de teste de crescimento de pressão, onde relaciona a pressão do poço após fechamento, p_{ws} contra $\log [(t_p + \Delta t)/\Delta t]$. O argumento de $\log [(t_p + \Delta t)/\Delta t]$ ficou conhecido como tempo de Horner.

Van Everdingen e Hurst (1953), atualizando seus trabalhos originais sobre o efeito de estocagem, incluíram um modelo matemático importante na análise da pressão do poço: o fator de película. Este conceito, puramente matemático, tem a finalidade de expressar uma situação física causada por um fenômeno real, o dano ou estímulo da formação. Matthews, Brons e Hazerbroek (1954), utilizando-se do trabalho anterior de Horner (1951), publicaram um método que ficou conhecido como método MBH, útil para determinação da pressão média para reservatório limitado. No método MBH, Matthews, Brons e Hazerbroek (1954) sintetizaram os

gráficos publicados por Horner (1951) com equações de balanço de material e de compressibilidade total do sistema.

Dietz (1965) sugeriu uma metodologia para estimar a pressão média da região drenada pelo poço diretamente da curva de pressão do poço em teste de crescimento de pressão, p_{ws} , contra o logaritmo do tempo de fechamento do poço, $\log \Delta t$. A tabela de Dietz (1965) tornou-se popular na indústria do petróleo. Nesta tabela constam os tempos aproximados e exatos para verificação do regime pseudopermanente e regime transitório para várias geometrias de reservatórios limitados. Al-Hussainy *et al* (1965) apresentaram uma importante definição para a queda de pressão em teste de poços de gás utilizando a transformação de Kirchhoff (1894). Este termo ficou conhecido como pseudopressão, $m(p)$. Dois métodos aproximados foram desenvolvidos a partir desta definição, o método p^2 , aplicável para o comportamento dos poços de gás de pequena pressão e, o método p , também um método aproximado, aplicável para os casos em que o comportamento do gás pode ser considerado idêntico à dos líquidos, ou seja, para casos de pressão muito alta.

Earlougher *et al* (1968), utilizando-se do princípio de Duhamel (1933), mostraram como calcular a pressão em qualquer ponto de um reservatório selado de geometria retangular com poço centralizado. Agarwal *et al* (1970) apresentaram graficamente a solução de um teste de poço com fluxo radial relacionando quatro parâmetros adimensionais de teste, queda de pressão no poço p_D , tempo t_D , coeficiente de estocagem C_D e fator de película s . As curvas originais de Agarwal *et al* (1970) obtiveram grande êxito em função de sua utilidade prática. Nasceram os métodos de análises baseados no ajustamento de dados de campo às curvas padrões de comportamento, curvas típicas.

Gringarten, Ramey e Raghavan (1974) atualizaram o trabalho inicial de Earlougher *et al* (1968) utilizando o conceito de deconvolução ou desuperposição de efeitos, mostrando como avaliar a pressão em qualquer ponto de um reservatório com diferentes geometrias e posição relativa do poço. Gringarten *et al* (1979) sugeriram uma nova forma de representar o comportamento da pressão do poço versus o logaritmo do tempo, desta vez com três parâmetros ao invés de quatro, p_D , t_D/C_D e $C_D e^{2s}$. A vantagem das curvas propostas por Gringarten *et al* (1979) é a redução do número de curvas na técnica de ajuste por curva típica, uma vez que eram

comuns as incertezas geradas com o uso desta técnica, pois não raro duas ou mais curvas podiam ser perfeitamente ajustadas às curvas de campo.

Após uma década da publicação das curvas típicas originais de Agarwal *et al* (1970), Agarwal *et al* (1980) apresentaram um método de teste de crescimento de pressão que consideram os efeitos para qualquer tempo de produção anterior ao teste, inclusive para casos onde a produção do reservatório já tenha atingido o regime pseudopermanente. No trabalho de Agarwal *et al* (1980) é apresentado um novo conceito para os gráficos de pressão contra o tempo, tempo equivalente de Agarwal, $\Delta t_e = t_p \Delta t / (t_p + \Delta t)$.

Bourdet *et al* (1983) revisaram as mesmas curvas de Gringarten *et al* (1979) atualizando-as com a inserção das curvas de derivada da pressão. A partir do advento da técnica da derivada da pressão do poço, muitos trabalhos foram publicados com gráficos evidenciando diversos padrões de identificação de regimes de escoamento e características geométricas da formação. Os gráficos gerados com a técnica da derivada vêm sendo utilizados hoje em dia como diagnóstico inicial, muitas vezes ratificada ou mesmo retificada com os modelos da geofísica e da geologia. A inclusão das curvas de derivada em um só gráfico de análise também reduziu enormemente as incertezas da técnica de ajustamento por curva típica.

Outros trabalhos mais recentes, dentre uma grande quantidade produzida nos últimos 20 anos, podem ser citados após o clássico trabalho de Bourdet *et al* (1983). Alguns com ênfase nos resultados obtidos com simuladores numéricos e outros para estimativa de parâmetros não lineares com técnicas de regressão, Rosa (1983), Gringarten (1986), Stretsolva (1988), Carvalho *et al* (1992), Peres *et al* (1993) e Raghavan (1993).

2.2 Análise de teste de poços – multifásico

Muskat e Meres (1936) formularam a primeira proposição matemática para o problema que envolve o escoamento de gás, óleo e água num meio poroso. Basicamente, na tentativa de representar por meio de retas as equações de escoamento multifásico, Muskat e Meres (1936) sugeriram generalizar a lei de Darcy aplicando-a para uma situação onde mais de uma fase está

presente no meio. Evinger e Muskat (1942) aplicaram o desenvolvimento publicado por Muskat e Meres (1956) para estimar a produtividade de uma acumulação de óleo sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás. Eles consideraram a condição de regime permanente para o escoamento multifásico e razão gás/óleo constante. Neste trabalho, Evinger e Muskat (1942) propuseram um método para calcular a pressão, a saturação e as permeabilidades efetivas ao óleo e ao gás. O trabalho de Evinger e Muskat (1942) serviu para concluir que, mesmo considerando razão gás/óleo constante, o comportamento da pressão com a vazão não é linear. Isto impede de representar a produtividade de um poço sob condição de escoamento multifásico por meio de um só parâmetro. Os cálculos utilizados por Evinger e Muskat (1942), usando a Equação (2.1), considerava a função $k_{ro}/(\mu_o B_o)$ como função unicamente da pressão. É importante registrar que Evinger e Muskat (1942) validaram esta equação para uma grande quantidade de casos observados em campo.

$$q_o = \frac{2\pi kh \int_{p_{wf}}^{p_e} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) dp}{\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} \quad (2.1)$$

Perrine (1956) e Martin (1959) apresentaram uma derivação da equação da difusão aplicada para o escoamento multifásico de forma mais completa, onde associam as saturações dos fluidos com a variação da pressão no tempo. O Apêndice A deste trabalho apresenta o desenvolvimento desta importante derivação publicada por Perrine (1956) e Martin (1959). No procedimento, Perrine (1956) e Martin (1959) negligenciaram os produtos dos gradientes $\partial p/\partial r$, $\partial S_o/\partial r$ e $\partial S_w/\partial r$ entre si e chegaram à seguinte equação da difusão para escoamento multifásico:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \left(\frac{\phi c_t}{\lambda_t} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.2)$$

em que

$$c_t = S_o c_o + S_w c_w + S_g c_g \quad (2.3)$$

e

$$\lambda_t = \lambda_o + \lambda_w + \lambda_g \quad (2.4)$$

Embora a solução aproximada da equação da difusão para o escoamento multifásico tenha sido apresentada há mais de oito décadas, foi com o desenvolvimento dos simuladores numéricos que tornou possíveis as publicações de métodos de análise de teste de poço sob condição de escoamento multifásico de óleo, gás e água. Levine e Prats (1961) estão entre os primeiros a utilizarem métodos computacionais para solução de sistemas de equações diferenciais parciais não lineares em estudos de reservatório. Eles publicaram um trabalho comparando os resultados obtidos numericamente com os de métodos analíticos aproximados. O resultado desta comparação permitiu Levine e Prats (1961) afirmarem que o valor da pressão média calculado por métodos analíticos aproximados são satisfatórios para os propósitos da engenharia de reservatório. Levine e Prats (1961) utilizaram para comparação uma equação analítica em que assume, para um determinado instante, a taxa de declínio da vazão e a razão gás/óleo constantes em qualquer ponto do reservatório.

Weller (1966) avaliou dados de simulação de um teste de crescimento de pressão, considerando o valor de $(\partial/\partial t)(S_o/B_o)$ constante para todos os pontos do reservatório num determinado instante, suposição normalmente assumida para regime pseudopermanente. A segunda suposição assumida por Weller (1966) foi de razão gás/óleo constante. Em seu trabalho, realizado em reservatório sob mecanismo de produção gás em solução, Weller (1966) confirmou as aproximações de Perrine (1956) para o campo de pressão do reservatório e permeabilidade efetiva quando a saturação do gás é baixa. Tal suposição, já verificada por outros em trabalhos semelhantes, não é aplicável quando a saturação do gás é muito diferente da saturação crítica.

Na tentativa de representar por meio de reta ou curva a equação do índice de produtividade de uma formação sob condição de escoamento multifásico, a exemplo de Evinger e Muskat (1942), Vogel (1968) publicou um equação empírica para cálculo do índice de produtividade do poço operando tanto abaixo como acima da pressão de bolha. A equação de Vogel (1968), Equação (2.5), tornou-se muito popular na indústria do petróleo e ainda hoje é utilizada para cálculos expeditos,

$$\frac{q_o}{(q_o)_{m\acute{a}x}} = 1 - 0,20 \left(\frac{P_{wf}}{\bar{P}} \right) - 0,80 \left(\frac{P_{wf}}{\bar{P}} \right)^2 \quad (2.5)$$

A utilização da função de pseudopressão, conforme Equação (2.1), surgiu originalmente nos trabalhos de Al-Hussainy, Ramey e Crawford (1965). Fetkovich (1973) estendeu os mesmos procedimentos de cálculo do índice de produtividade, por analogia com o teste de gás, para o caso onde se tem mais de uma fase fluindo. O trabalho de Fetkovich (1973) foi baseado numa grande quantidade de dados observados. Apesar de empírico, este trabalho se constitui um avanço na compreensão do comportamento de um reservatório de óleo operando abaixo da pressão de bolha. A grande dificuldade na analogia publicada por Fetkovich (1973) era estabelecer uma correlação entre a saturação e pressão. Raghavan (1976), baseado nos trabalhos de Fetkovich (1973), utilizou a função de pseudopressão e correlacionou com as soluções de escoamento monofásico. Bøe *et al* (1981), com ajuda de simuladores de fluxo, publicaram as bases teóricas para análise de teste transitório de poço sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás. Este estudo se limitou a analisar o escoamento radial, sem fator de película, num poço penetrando totalmente uma formação homogênea. As soluções matemáticas indicadas por Bøe *et al* (1981) são para teste com vazão constante, efeitos de gravidade e capilaridade desprezíveis. Bøe *et al* (1981) apresentaram uma equação para dS/dp cuja solução requer o conhecimento prévio das curvas das permeabilidades efetivas como função da saturação. Os métodos de Raghavan (1976) e Bøe *et al* (1981) requerem o conhecimento prévio das permeabilidades efetivas. Os trabalhos baseados nas equações de Bøe *et al* (1981) indicaram métodos inéditos para avaliação das permeabilidades efetivas a partir da análise de teste de poço sob condição de fluxo multifásico.

Aanonsen (1985) demonstrou por meio de observações, que a saturação não é unicamente função da pressão, propondo desta forma alteração da função originalmente definida por Al-Hussainy *et al* (1965). Apesar disto, muitos trabalhos realizados até então e posteriores continuaram assumindo a saturação do óleo como função única da pressão. Al-Khalifah, Horne e Aziz (1987), por exemplo, assumindo a saturação do óleo como função unicamente da pressão, sugeriram um método novo para determinação das permeabilidades efetivas. Neste trabalho, Al-Khalifah, Horne e Aziz (1987) utilizaram a mesma equação de saturação sugerida por Bøe *et al* (1981) estendendo-a para três fases. Serra, Peres e Reynolds (1990), considerando a aproximação logarítmica sugerida por Fetkovich (1973) e também saturação do óleo como função unicamente da pressão, publicaram um artigo indicando um método para determinação das permeabilidades efetivas a partir de um teste transitório de poço sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás. O método p^2 para determinação do fator de película e pontos das curvas das permeabilidades

efetivas aos fluidos, validado nesta presente dissertação de mestrado, é o mesmo utilizado por Serra (1988) em sua tese de doutorado.

Inúmeros outros trabalhos baseados em proposições empíricas ou em fundamentos teóricos sobre escoamento multifásico foram publicados nas décadas de 70 e 80, especialmente baseados nas publicações de Fetkovich (1973), Raghavan (1976), Bøe *et al* (1981) e Al-Khalifah, Horne e Aziz (1987). A maioria destes trabalhos utiliza os resultados de simuladores numéricos construídos especificamente para validação dos métodos publicados. Outros autores validaram seus métodos com dados obtidos em campo utilizando sofisticados equipamentos de medições específicos para escoamento multifásico. Algumas publicações, baseadas em testes de injeção e em testes de poços não surgentes e validados com simuladores numéricos específicos, também contribuíram para entendimento do escoamento multifásico. Entre estas publicações podem ser citadas, Kato (1990), Spinelli (1997) e Peres e Reynolds (2003). Por fim, vale registrar que nos últimos anos o uso das técnicas de deconvolução, que permite transformar os dados de pressão de teste de vazão variável em pressão de teste de vazão constante, tem sido uma tendência para os cálculos de reservas e outras propriedades do reservatório, Gringarten (2006).

Capítulo 3

Fundamentação Teórica

Este capítulo é dividido em três seções. A primeira seção descreve a formulação matemática do problema com suas condições iniciais e de contorno; a segunda aborda os fundamentos teóricos envolvidos numa análise de teste transitório de produção, comumente chamado de *drawdown*, e a terceira e última seção descreve os fundamentos teóricos de uma análise de teste de crescimento de pressão, conhecido como *buildup*. Neste Capítulo é apresentado com detalhes o método p^2 e o de determinação *in situ* aplicados para os dois tipos de testes descritos acima.

3.1 Formulação matemática do problema

O problema proposto consiste de um reservatório sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás produzindo por meio de um poço. O meio poroso é homogêneo e de espessura constante. A porosidade é assumida constante e a rocha é considerada incompressível. Os efeitos de capilaridade e de gravidade são desprezados e o processo se dá isotermicamente. A água conata existente é imóvel, portanto, é considerado somente o escoamento conjunto de óleo e gás. A pressão inicial do sistema p_i é a própria pressão de bolha inicial do óleo. É assumido um modelo do tipo *Black-Oil*, isto é, as variáveis B_o , B_g , R_s , μ_o e μ_g são relacionadas satisfatoriamente com a pressão do sistema.

A condição de contorno externa é de reservatório limitado ou com manutenção de pressão nos seus limites. A condição interna é de vazão constante na face produtora do poço. A zona

alterada ao redor do poço será considerada no problema, e para efeito de construção das equações o efeito de estocagem será desprezado. Para quantificar matematicamente o fator de película, é utilizado o modelo de cálculo idealizado por van Everdingen e Hurst (1953), isto é,

$$s = \left(\frac{k}{k_s} - 1 \right) \ln(r_s/r_w) \quad (3.1)$$

onde s representa o fator de película, k_s a permeabilidade absoluta da zona alterada, k a permeabilidade absoluta original do reservatório, r_w o raio do poço e r_s o raio da zona alterada. O fator de película pode representar tanto um dano, $s > 0$, como um estímulo, $s < 0$. Note que, de acordo com a Equação (3.1), para um conjunto de valores únicos de s , k e r_w , existem diversas combinações de k_s e r_s que satisfazem o modelo. Para valores negativos de s em reservatório de baixa permeabilidade absoluta, esta combinação resulta em grandes valores para r_s , o que dificulta representá-lo nos simuladores quando se deseja avaliar a pressão a poucos metros da face produtora do poço. Quando a zona alterada próxima ao poço é muito grande o problema passa a ser tratado como um modelo de reservatório composto.

Aplicando o princípio de conservação de massa para os componentes óleo e gás em um volume de controle, os resultados são equações diferenciais que relacionam as velocidades das fases do sistema com suas saturações no espaço e no tempo. Usando a generalização da Lei de Darcy e as condições já descritas, o problema do escoamento radial de um fluido com duas fases atravessando um meio poroso pode ser representado por duas equações diferenciais: a equação do óleo,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k_o}{\mu_o B_o} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \quad (3.2)$$

e a equação do gás,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{R_s k_o}{\mu_o B_o} + \frac{k_g}{\mu_g B_g} \right) \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R_s S_o}{B_o} + \frac{S_g}{B_g} \right) \quad (3.3)$$

sujeito à condição $S + S_g + S_w = 1$. O raio r é o raio do reservatório, R_s a razão de solubilidade do gás no óleo, k_o e k_g as permeabilidades efetivas ao óleo e ao gás, μ_o e μ_g as viscosidades do óleo e do gás, B_o e B_g os fatores volume formação do óleo e do gás e, S_o e S_g as saturações de óleo e do gás, respectivamente. Perrine (1956) e Martin (1959) derivaram as equações da difusão num sistema com óleo, gás e água. Esta derivação, provavelmente a mais conhecida, está no Apêndice A deste

trabalho. Note que a Equação (3.3) difere da Equação (A.12) do Apêndice A. Aqui, o gás dissolvido na água não é considerado. Esta suposição é razoável, pois para um valor de água conata em torno de 20% o volume de gás dissolvido é muito pequeno, podendo ser desprezado sem alteração significativa nos resultados. Uma observação que merece registro, conforme último parágrafo do Apêndice A, é que Perrine (1956) e Martin (1959) negligenciaram em suas demonstrações os produtos dos gradientes $\partial p/\partial r$, $\partial S_o/\partial r$ e $\partial S_w/\partial r$ entre si.

Para solução das equações parciais de segunda ordem descritas acima, é necessário definir as seguintes condições iniciais e de contorno:

$$p(r,0) = p_i \quad (3.4)$$

$$S_o(r,0) = S_{oi} \quad (3.5)$$

$$p_b(r,0) = p_{bi} \quad (3.6)$$

onde p_i é a pressão inicial, S_{oi} a saturação de óleo inicial e p_{bi} a pressão de bolha inicial. Se a pressão for constante no limite externo a equação que representa esta condição é dada por:

$$p(r_e, t) = p_i \quad (3.7)$$

ou, se vazão nula no limite externo do reservatório a equação é

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_e} = 0 \quad (3.8)$$

onde r_e representa o raio externo do reservatório ou o raio de drenagem. Para condição de contorno interna são considerados dois modelos de produção do reservatório: produção constante e pressão constante na face produtora. Para vazão constante no poço a equação é

$$q_o = \frac{2\pi h k_o}{\mu_o B_o} r_w \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_w} \quad (3.9)$$

onde q_o é a vazão de óleo e r_w o raio do poço. A equação para pressão constante no poço é

$$p(r_w, t) = p_{wf} \quad (3.10)$$

onde p_{wf} é a pressão verificada na face produtora do poço. As Equações de (3.1) a (3.10) descrevem o problema físico a ser analisado.

3.2 Análise de teste transitório de produção – *drawdown*

3.2.1 Equação da pressão

As permeabilidades efetivas em função da pressão são obtidas com uma equação que relaciona a pressão do poço com o tempo de teste. A saturação de óleo como função da pressão é obtida por simples solução de uma equação diferencial ordinária que é mostrada adiante. Com as duas relações acima é possível obter facilmente as permeabilidades efetivas em função da saturação de óleo. Nesta seção é indicada a equação da pressão em função do tempo de um teste transitório de produção. A razão gás/óleo, definida por R , pode ser expressa pela Equação (3.11) a seguir, demonstrada por Evinger e Muskat (1942).

$$R = R_s + \left(\frac{k_{rg}}{k_{ro}} \right) \left(\frac{\mu_o B_o}{\mu_g B_g} \right) \quad (3.11)$$

Note que a derivação desta equação com respeito ao tempo encerra algumas complicações para solução exata dos problemas de escoamento multifásico, pois k_{rx} é função da saturação dos fluidos e μ_x , B_x e a razão de solubilidade do gás no óleo são funções da pressão. Para facilitar a notação são adotadas as mesmas simplificações sugeridas por Bøe *et al* (1981), que define,

$$\alpha = \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}, \quad b = R_s \frac{S_o}{B_o} + \frac{S_g}{B_g} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{S_o}{B_o} \quad (3.12)$$

Desta forma, podem-se reescrever as Equações (3.2) e (3.3) conforme as Equações (3.13) e (3.14) seguintes

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi}{k} \frac{\partial \beta}{\partial t} \quad (3.13)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r R \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \frac{\phi}{k} \frac{\partial b}{\partial t} \quad (3.14)$$

Considerando que tanto a compressibilidade da rocha como da água são desprezíveis, a compressibilidade total do sistema pode ser definida por:

$$c_i = -\frac{S_g}{B_g} \frac{dB_g}{dp} + \frac{S_o B_g}{B_o} \frac{dR_s}{dp} - \frac{S_o}{B_o} \frac{dB_o}{dp} \quad (3.15)$$

conforme demonstrado no Apêndice A, Equação (A.39). O tempo adimensional e o raio adimensional são definidos como:

$$t_D = \frac{k \lambda_{ii} t}{\phi c_{ii} r_w^2} \quad \text{e} \quad r_D = \frac{r}{r_w} \quad (3.16)$$

onde o subscrito i representa o valor da variável no tempo inicial. Observe que a definição do tempo adimensional leva em conta a compressibilidade e a mobilidade total calculadas na pressão inicial ou tempo inicial do teste. Aqui, a mobilidade de um fluido x é definida como k_{rx}/μ_x . Utilizando a transformação de Kirchhoff (1894) chega-se ao termo definido pela Equação (3.17) a seguir, comumente denominado de pseudopressão, $m(p)$,

$$m(p) = \int_p^{p_i} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) dp \quad (3.17)$$

cuja forma adimensional é

$$m_D = \frac{2\pi k h m(p)}{q_o} \quad (3.18)$$

A função α , integrando da Equação (3.17), apresenta um comportamento não linear, como já mencionado. Para ilustrar, A Figura 3.1 mostra um comportamento da função $k_{ro}/\mu_o B_o$ versus pressão de poço para o Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$). A função $m(p)$ é a área abaixo da curva entre a pressão inicial e a pressão atual.

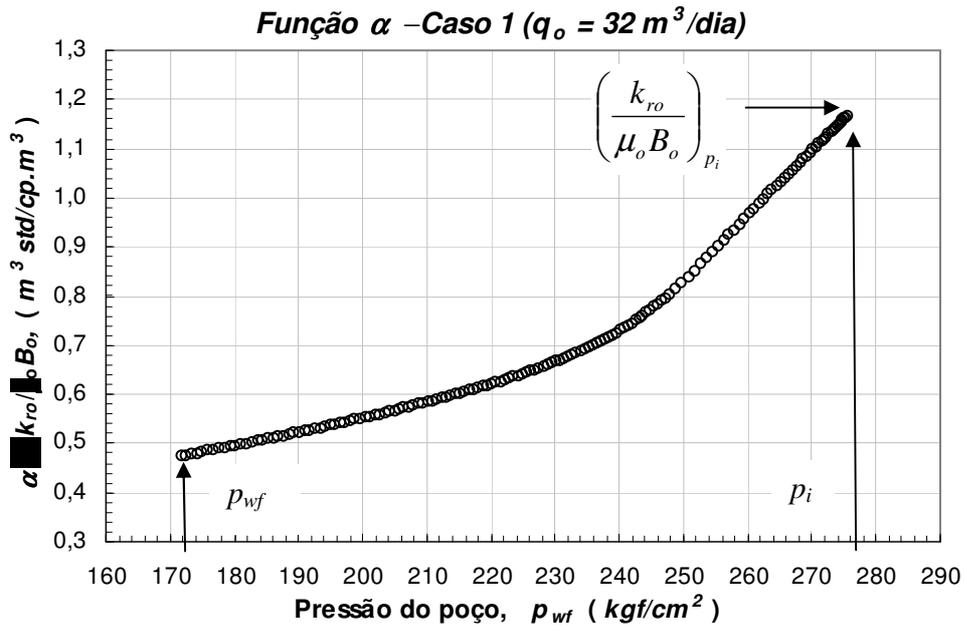


Figura 3.1: Comportamento da função α vs a pressão de poço.

Ainda para simplificar a formulação, um termo M será definido conforme a Equação (3.19), a seguir

$$M = \frac{B_g \lambda_o}{B_o \lambda_t} \frac{\partial R}{\partial r} \quad (3.19)$$

Usando esta equação de forma combinada com as equações originais de óleo e gás resulta em:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \right) + M \alpha \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi c_t}{k \lambda_t} \alpha \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.20)$$

Como a dedução da Equação (3.20) não é imediata, o Apêndice C traz esta dedução. Serra, Peres e Reynolds (1990) trabalharam com um simulador numérico baseado nesta equação. Observe que a manipulação algébrica realizada no Apêndice C resultou no desenvolvimento de apenas uma equação para representar as equações de difusão do óleo e gás, sem desprezar nenhum termo durante sua dedução.

Neste trabalho considera-se o modelo *Black-Oil* para o sistema de óleo e gás. Outra maneira é considerar formulação composicional de dois termos, componente óleo e componente gás. O Apêndice B mostra a dedução da equação da difusão utilizando a formulação *Black-Oil* e a formulação composicional. Neste Apêndice, onde a notação é própria deste trabalho, foram incluídas algumas considerações feitas por Raghavan (1993). Como em outros trabalhos semelhantes, na dedução da Equação (3.20) é assumido que a saturação é função unicamente da pressão, embora Aanonsen (1985) tenha demonstrado em sua tese de doutorado que a saturação não é rigorosamente função apenas da pressão.

Utilizando a definição de pseudopressão dada pela Equação (3.17), a Equação (3.20) pode ser reescrita em termos da pseudopressão conforme Equação (3.21):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial m}{\partial r} \right) + M \frac{\partial m}{\partial r} = \frac{\phi}{k} \frac{c_i}{\lambda_i} \frac{\partial m}{\partial t} \quad (3.21)$$

Definindo M_D conforme Equação (3.22), pode-se reescrever a Equação (3.21) em termos de variáveis adimensionais conforme Equação (3.23).

$$M_D = \frac{B_g \lambda_o}{B_o \lambda_i} \frac{\partial R}{\partial r_D} \quad (3.22)$$

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right) + M_D \frac{\partial m_D}{\partial r_D} = \frac{c_i \lambda_{ii}}{c_{ii} \lambda_i} \frac{\partial m_D}{\partial t_D} \quad (3.23)$$

Ramey (1966) demonstrou para o caso gás real em escoamento monofásico, desconsiderando o efeito de escoamento turbulento, que:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right) = \frac{c_i \mu}{c_{ii} \mu_i} \frac{\partial m_D}{\partial t_D} \quad (3.24)$$

onde m_D representa a pseudopressão adimensional para um sistema de gás real. Comparando a formulação de escoamento monofásico de gás real, Equação (3.24), com a formulação para escoamento bifásico, Equação (3.23), pode-se perceber uma diferença envolvendo um termo não linear, M_D . Durante o período de escoamento transitório em teste de poços de gás, a influência da razão λ_{ii}/λ_i pode ser negligenciada, pois são valores próximos de 1, conforme Serra *et al* (1990). No caso de fluido monofásico pouco compressível, tanto c_i/c_{ii} como λ_{ii}/λ_i tem efeito ainda menor

do que no caso de gás real. Esta consideração permite-nos afirmar que os testes monofásicos em poços de gás real e também os monofásicos em poços com fluido pouco compressível são casos particulares dos testes em poços sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás.

O Apêndice D traz a solução analítica para a Equação (3.23), considerando o modelo de fonte linear como condição de contorno interna. Nesta dedução foi utilizada a transformação de Boltzmann, transformando um problema de equação diferencial parcial de segunda ordem em uma equação diferencial ordinária de mesma ordem. A função de pseudopressão resultante desta dedução é representada pela Equação (3.25)

$$m_D \left(\frac{r_D^2}{4t_D} \right) = \frac{1}{2} \int_{\frac{r_D^2}{4t_D}}^{\infty} \frac{\exp \left[- \int_0^{\infty} c_D(u) du \right]}{x} dx \quad (3.25)$$

que é a mesma Equação (D.24) do Apêndice D, onde o parâmetro c_D é um termo adimensional chamado de fator de pseudocompressibilidade, definido como:

$$c_D = \frac{B_g \lambda_o}{B_o \lambda_i} \left(\frac{dR}{d \left(\frac{r_D^2}{4t_D} \right)} \right) + \frac{c_i \lambda_{ii}}{c_{ii} \lambda_i} \quad (3.26)$$

Pode ser verificado que, conforme relatado no Apêndice D, se a razão gás/óleo R for constante e a variação da mobilidade desprezível, ou seja, $(\lambda_{ii}/\lambda_i) \approx 1$, a solução para fluido bifásico se torna similar à equação para um sistema de gás real monofásico. Se for negligenciada a variação da compressibilidade, $c_D \approx 1$, então a Equação (3.25) se reduz à equação para escoamento monofásico de um líquido pouco compressível.

A aproximação logarítmica para a solução do modelo de fonte linear para fluidos monofásicos é aplicada para valores grandes de t_D . Isto sugere avaliar a possibilidade de representar também o termo m_D com uma aproximação logarítmica. Raghavan (1976) demonstrou, por meio de simulação numérica, para reservatório com escoamento bifásico de óleo e gás, que é possível representar de forma satisfatória uma curva de m_D versus t_D com uma aproximação logarítmica tal qual a solução para reservatório de líquido. Nas simulações deste trabalho, onde os casos simulados são registrados e comentados no Capítulo 5, os resultados se

mostraram também satisfatórios. As Figura 3.2 e Figura 3.3 mostram dois casos analisados neste trabalho, o primeiro com fator de película $s=0$ e o segundo com $s=+5$. As curvas de círculos pretos indicam o resultado da simulação para m_{wD} e as curvas sólidas lilás representam a solução para o caso de escoamento monofásico de líquido adotando aproximação logarítmica.

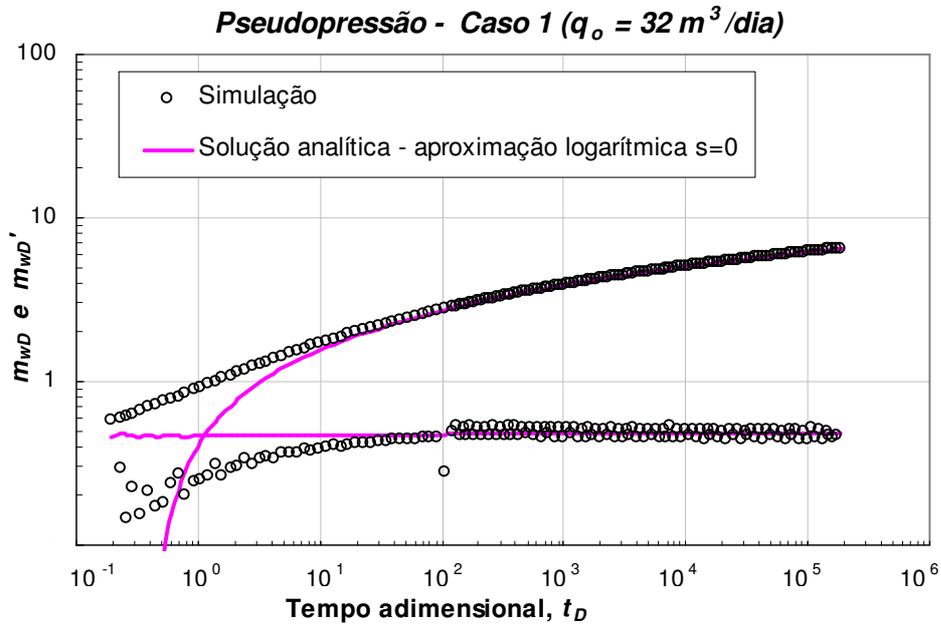


Figura 3.2: Simulação m_{wD} vs solução analítica – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$).

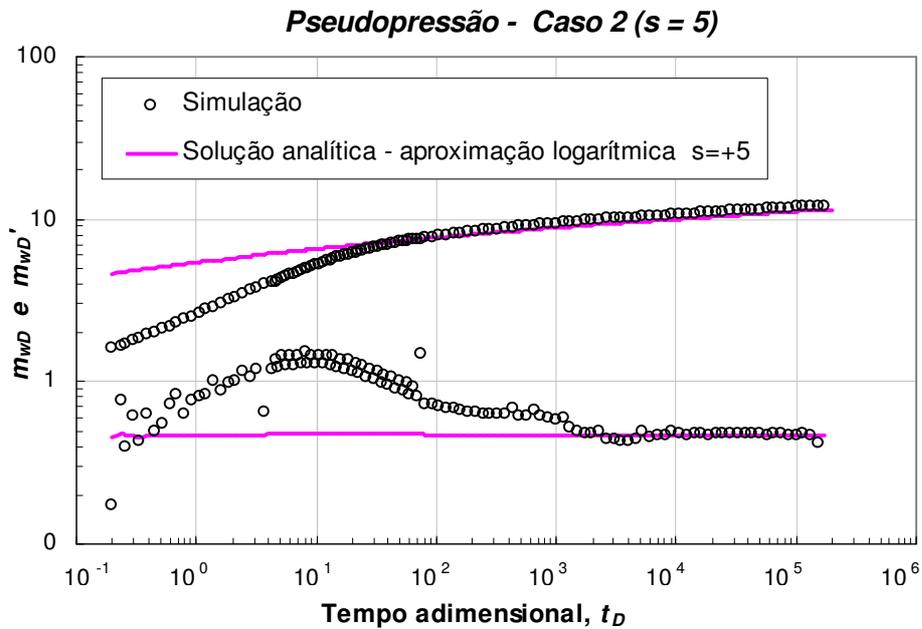


Figura 3.3: Simulação m_{wD} vs solução analítica – Caso 2 ($s=+5$).

Reynolds *et al* (1987) também obtiveram resultados semelhantes para o caso de reservatório de gás. Neste trabalho, onde o termo de não linearidade para o caso de gás real é desprezado, a função de pseudopressão m_{wD} é aproximada por uma função logarítmica conforme Equação (3.27), a seguir

$$m_{wD} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma} \right) + s \quad (3.27)$$

onde s denota o fator de película, dano ou estímulo, e γ representa a constante de Euler, isto é $\gamma=0,57722$. Esta mesma analogia pode ser aplicada para a pseudopressão em reservatório sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás. O termo m_{wD} para este caso, com já demonstrado, é definido como

$$m_{wD} = \frac{2\pi khm(p)}{q_o} = \frac{2\pi kh \int_{p_{wf}}^{p_i} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) dp}{q_o} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma} \right) + s \quad (3.28)$$

A aproximação logarítmica na Equação (3.27) foi introduzida primeiramente por Fetkovich (1973). Fetkovich *et al* (1986) apresentaram um trabalho, assumindo uma relação linear de $k_{ro}/\mu_o B_o$ com a pressão do poço, indicando uma metodologia para determinação de pontos das curvas das permeabilidade efetiva ao óleo e ao gás. O procedimento de Fetkovich *et al* (1986) foi realizado com dados de pressão no poço dominados pelos limites externos de um reservatório selado. Serra *et al* (1990), no entanto, demonstrou que a relação de $k_{ro}/\mu_o B_o$ com a pressão do poço é mais bem representada por duas retas ao invés de uma. A representação do comportamento do termo $k_{ro}/\mu_o B_o$ com a pressão por meio de duas retas está detalhada no Apêndice E parte (E.1).

3.2.2 Equação da saturação

O objetivo deste item é determinar uma equação para dS/dp que possa ser integrada, fornecendo a saturação como função da pressão. Duas equações diferenciais são apresentadas com este objetivo. Essas equações requerem as medições da pressão do poço e razão gás/óleo, R , como função do tempo. Bøe *et al* (1981) apresentaram uma equação para dS/dp cuja solução requer o conhecimento das curvas das permeabilidades efetivas como função da saturação. Aqui,

como o objetivo é exatamente este, determinar pontos das curvas das permeabilidades efetivas, é necessário então adotar um equação que dependa somente das informações de pressão do poço e da razão gás/óleo, R , como função da pressão do poço.

Tomando a Equação (C.2) do Apêndice C e expandindo o lado esquerdo resulta

$$R \nabla \cdot (\alpha \nabla p) + \alpha \nabla p \cdot \nabla R = \frac{\phi}{k} \frac{\partial b}{\partial t} \quad (3.29)$$

Usando a Equação (C.1) na Equação (3.29) obtém-se

$$R \frac{\phi}{k} \frac{\partial \beta}{\partial t} + \alpha \nabla p \cdot \nabla R = \frac{\phi}{k} \frac{\partial b}{\partial t} \quad (3.30)$$

Aplicando para um sistema radial, resulta

$$R \frac{\partial \beta}{\partial t} - \frac{\partial b}{\partial t} = - \frac{k \alpha}{\phi} \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial R}{\partial r}. \quad (3.31)$$

Observe que o termo do lado direito da Equação (3.31) tem o formato da Lei de Darcy. Aplicando a Lei de Darcy em toda extensão do reservatório com escoamento radial e espessura h a Equação (3.31) se torna então

$$R \frac{\partial \beta}{\partial t} - \frac{\partial b}{\partial t} = -Q_D(r, t) \frac{\partial R}{\partial r} \quad (3.32)$$

onde

$$Q_D(r, t) = \frac{q_o(r, t)}{2\pi\phi rh} \quad (3.33)$$

desde que q_o atenda a Equação (3.9)

As Equações (3.31) e (3.32) são gerais, sem nenhuma consideração específica quanto à relação entre a saturação de óleo S_o e a pressão. Se for admitida a existência de uma variável z tal que, tanto a saturação do óleo como a pressão sejam funções desta variável, isto é $S_o = S_o(z)$ e $p = p(z)$, então todas as variáveis da Equação (3.32) serão funções da variável z e, portanto,

$$R \frac{d\beta}{dz} \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{db}{dz} \frac{\partial z}{\partial t} = -Q_D(r, t) \frac{dR}{dz} \frac{\partial z}{\partial r} \quad (3.34)$$

Definindo a função f como

$$f = \frac{\partial z / \partial r}{\partial z / \partial t} \quad (3.35)$$

A Equação (3.34) pode ser reescrita de forma diferencial

$$Rd\beta - db = -fQ_D dR \quad (3.36)$$

Tomando a diferencial total como,

$$dX = \frac{\partial X}{\partial S_o} dS_o + \frac{\partial X}{\partial p} dp \quad (3.37)$$

e usando o conceito da diferencial total para expandir $d\beta$ e db , a Equação (3.36) resulta na seguinte equação:

$$\left(R \frac{\partial \beta}{\partial p} - \frac{\partial b}{\partial p} \right) dp + \left(R \frac{\partial \beta}{\partial S_o} - \frac{\partial b}{\partial S_o} \right) dS_o = -fQ_D dR \quad (3.38)$$

Expandindo também a diferencial total dR na Equação (3.36) e utilizando na Equação (3.38) pode-se obter a seguinte equação

$$\frac{dS_o}{dp} = \left(\frac{-fQ_D \frac{\partial R}{\partial p} + \frac{\partial b}{\partial p} - R \frac{\partial \beta}{\partial p}}{fQ_D \frac{\partial R}{\partial S_o} - \frac{\partial b}{\partial S_o} + R \frac{\partial \beta}{\partial S_o}} \right) \quad (3.39)$$

Definindo o termo a conforme

$$a = \frac{R_s k_{ro}}{\mu_o B_o} + \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} \quad (3.40)$$

logo fica fácil verificar, com ajuda da Equação (3.11), que

$$R = \frac{a}{\alpha} \quad (3.41)$$

Aplicando esta relação na Equação (3.39), obtém-se:

$$\frac{dS_o}{dp} = \left(\frac{-\frac{fQ_D}{\alpha} \left[\alpha \frac{\partial a}{\partial p} - a \frac{\partial \alpha}{\partial p} \right] + \alpha \frac{\partial b}{\partial p} - a \frac{\partial \beta}{\partial p}}{\frac{fQ_D}{\alpha} \left[\alpha \frac{\partial a}{\partial S_o} - a \frac{\partial \alpha}{\partial S_o} \right] - \alpha \frac{\partial b}{\partial S_o} + a \frac{\partial \beta}{\partial S_o}} \right) \quad (3.42)$$

As Equações (3.38), (3.39) e (3.42) são aplicáveis em toda extensão do reservatório desde que a saturação do óleo e a pressão sejam funções da variável z . Bøe *et al* (1981), num trabalho de análise de teste em escoamento bifásico, assumiram z como uma variável de Boltzmann, isto é

$$z = \frac{r^2}{t} \quad (3.43)$$

Desta forma a função f resulta em

$$f = \frac{-2t}{r} \quad (3.44)$$

Observe-se que em outras situações a variável de Boltzmann é escrita conforme a Equação (3.43) multiplicada por uma constante. Para o caso em questão, se a variável z for multiplicada por uma constante, mesmo assim a função f teria a mesma formulação da Equação (3.44). Outra forma de definir a variável de Boltzmann é fazer $z=t/r^2$, ou multiplicado por uma constante. Ainda nestes casos, a função f seria a mesma indicada acima.

Observe que a Equação de Martin (1959), pode ser obtida a partir da Equação (3.38) ou (3.39) assumindo a razão gás/óleo como sendo uma constante. Sob esta condição a Equação (3.39) se torna

$$\frac{dS_o}{dp} = \left(\frac{\frac{\partial b}{\partial p} - \frac{a}{\alpha} \frac{\partial \beta}{\partial p}}{-\frac{\partial b}{\partial S_o} + \frac{a}{\alpha} \frac{\partial \beta}{\partial S_o}} \right) \quad (3.45)$$

que é igual à equação derivada por Martin (1959), Equação (A.40). Para verificar, basta substituir as definições dadas para α , β , b , λ_t , c_t e a na Equação (3.45) que resulta em

$$\frac{dS_o}{dp} = \frac{S_o}{B_o} \frac{dB_o}{dp} + \frac{\lambda_o}{\lambda_t} c_t \quad (3.46)$$

É interessante observar a Equação (3.46). De forma mais generalizada, esta equação pode ser obtida diretamente da Equação (3.32). Para tanto, basta negligenciar o lado direito da equação, ou seja, assumir que a razão gás/óleo se mantenha constante. Isto é razoável para pontos distantes do poço.

Para o cálculo do valor da saturação de óleo S_o admite-se que a pressão e a saturação sejam funções da variável z , que é o mesmo que admitir que a saturação dependa da pressão do reservatório. É necessário também que a pressão no poço seja conhecida. Usando a definição de Q_D dado pela Equação (3.33), aplicada ao poço, a Equação (3.38) se torna

$$\left(R \frac{\partial \beta}{\partial p} - \frac{\partial b}{\partial p} \right) dp + \left(R \frac{\partial \beta}{\partial S_o} - \frac{\partial b}{\partial S_o} \right) dS_o = -f_w \frac{q_o}{2\pi\phi r_w h} dR \quad (3.47)$$

onde as derivações de β e b podem ser obtidas derivando-se as Equações (3.12). Para cálculo de dS_o/dp a partir da Equação (3.42), ou de uma equação semelhante, é necessário que a função f definida conforme Equação (3.35) seja validada com os dados de simulação. Para ilustrar, veja na Figura 3.4 o comportamento da função f aplicada no poço para o Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$). Os círculos pretos representam os valores de $-f_w$ extraído da Equação (3.38) utilizando dados de simulação. Observe que o resultado é satisfatório.

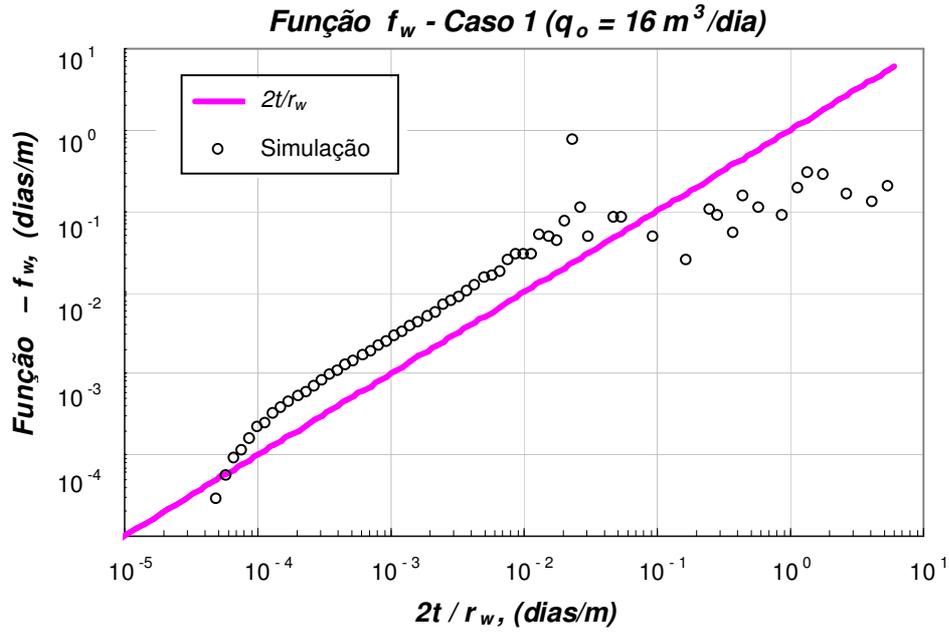


Figura 3.4: Função f_w – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$).

Uma equação alternativa para dS_o/dp pode ser derivada reescrevendo a Equação (3.31) conforme (3.48) a seguir:

$$R \frac{d\beta}{dp} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{db}{dp} \frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{q_o}{2\pi r h \phi} \frac{\partial R}{\partial r} \quad (3.48)$$

onde se considera todas as variáveis como funções da pressão. Tomando então as Equações definidas em (3.12), tem-se que:

$$\frac{d\beta}{dp} = - \frac{S_o}{B_o^2} \frac{dB_o}{dp} + \frac{1}{B_o} \frac{dS_o}{dp} \quad (3.49)$$

e

$$\frac{db}{dp} = S_o \frac{d}{dp} \left(\frac{R_s}{B_o} \right) + \frac{R_s}{B_o} \frac{dS_o}{dp} - \frac{S_g}{B_g^2} \frac{dB_g}{dp} - \frac{1}{B_g} \frac{dS_o}{dp} \quad (3.50)$$

desde que $dS_g/dp = -dS_o/dp$. Esta igualdade só é verdadeira se a água conata é imóvel. Usando as Equações (3.48), (3.49) e (3.50) e rearranjando os termos comuns tem-se que:

$$\left(\frac{R - R_s}{B_o} + \frac{1}{B_g} \right) \frac{dS_o}{dp} = \frac{RS_o}{B_o^2} \frac{dB_o}{dp} + S_o \frac{d}{dp} \left(\frac{R_s}{B_o} \right) - \frac{S_g}{B_g^2} \frac{dB_g}{dp} - \frac{q_o}{2\pi r h \phi} \frac{dR}{dp} F \quad (3.51)$$

onde $F = (\partial p / \partial r) / (\partial p / \partial t) = -2t / r$. Nesta equação, considera-se p como uma função da variável de Boltzmann. Avaliando a Equação (3.51) na pressão da face produtora do poço, onde $r=r_w$ e $p=p_{wf}$.

$$\left(\frac{R - R_s}{B_o} + \frac{1}{B_g} \right) \frac{dS_o}{dp_{wf}} = \frac{RS_o}{B_o^2} \frac{dB_o}{dp_{wf}} + S_o \frac{d}{dp_{wf}} \left(\frac{R_s}{B_o} \right) - \frac{S_g}{B_g^2} \frac{dB_g}{dp_{wf}} - \frac{q_o}{2\pi r h \phi} \frac{dR}{dp_{wf}} F_w \quad (3.52)$$

onde

$$F_w = \left(\frac{\partial p / \partial r}{\partial p / \partial t} \right)_{r_w} = - \frac{2t}{r_w} \quad (3.53)$$

A partir de um teste de poço é possível obter: a função F_w , pressão do poço e a razão gás/óleo como função do tempo e, a vazão de teste. Com isto e os dados da análise de PVT, é possível calcular dS_o com a Equação (3.52), desde que a saturação do óleo na pressão inicial seja conhecida. Note que não é possível separar a variável S_o e p_{wf} na Equação (3.52), e a solução deve ser obtida numericamente. Para validar o comportamento da variável de Boltzmann utilizada por Bøe *et al* (1981) nesta dedução, observe na Figura 3.5 os resultados simulados para o Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$). Os círculos pretos representam os valores de $-F_w$ extraído da Equação (3.53) com dados de simulação.

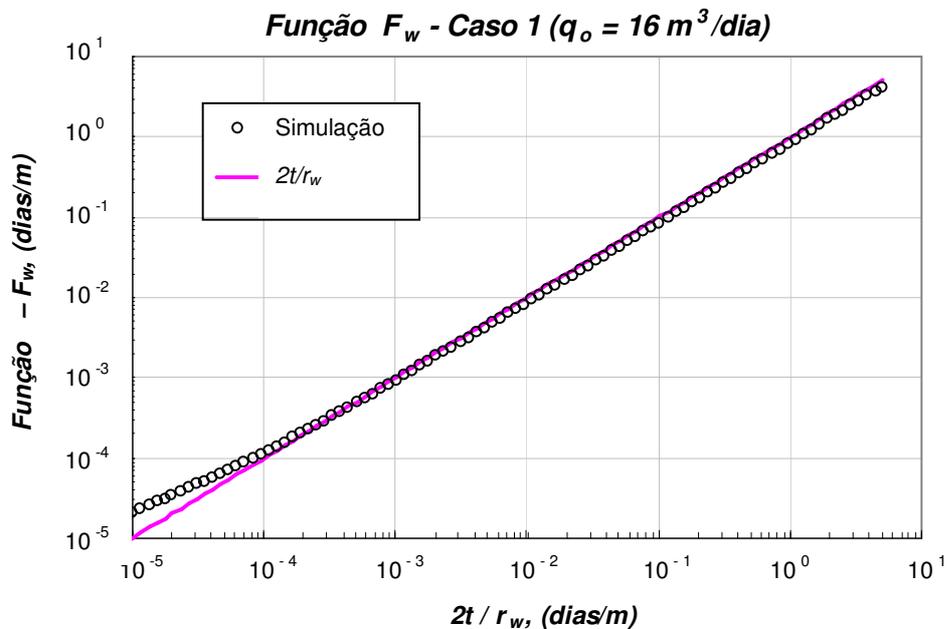


Figura 3.5: Função F_w – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$).

3.2.3 Determinação da permeabilidade efetiva – determinação *in situ*

Inicialmente será mostrada uma equação para determinação das permeabilidades efetivas para casos onde o fator de película é zero, Al-Khalifah *et al* (1987). Utilizando a variável z de Boltzmann e considerando que a saturação de óleo e a pressão são funções da variável z , isto é, $S_o=S_o(z)$ e $p=p(z)$, é fácil verificar a partir da Equação (3.43) que

$$r \frac{\partial p}{\partial r} = 2z \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.54)$$

A Equação (3.9) pode ser então reescrita como:

$$q_o = \frac{4\pi h(kk_{ro})}{\mu_o B_o} z_w \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{z_w} \quad (3.55)$$

onde z_w representa a variável de Boltzmann avaliada em $r=r_w$. Outra expressão que pode ser desenvolvida a partir da Equação (3.43), utilizando a regra da cadeia, é

$$-2t \frac{\partial p}{\partial t} = 2z \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.56)$$

tornando possível reescrever a Equação (3.9) da seguinte forma:

$$q_o = \left(\frac{2\pi h(kk_{ro})}{\mu_o B_o} \right)_{r_w} 2t \frac{\partial p_{wf}}{\partial t} \quad (3.57)$$

Tomando a Equação (3.57) pode-se avaliar kk_{ro} como função da pressão de teste conforme Equação (3.58) a seguir:

$$kk_{ro} = \frac{q_o \mu_o B_o}{(4\pi h) \partial p_{wf} / \partial \ln(t)} \quad (3.58)$$

Os resultados do item anterior podem ser usados para obter a saturação S_o como função da pressão. Na Equação (3.58) é possível obter kk_{ro} como função da pressão. Logo este procedimento nos fornecerá também kk_{ro} como função da saturação S_o . Este mesmo procedimento pode ser usado também para determinar kk_{rg} como função da saturação do óleo, S_o . Neste caso, num reservatório abaixo da pressão de bolha inicial há sempre a presença do gás livre e do gás dissolvido no óleo. Seja q_g a vazão de gás livre e q_{gt} a vazão total, ou seja, gás livre mais

a vazão do gás dissolvido. Conforme a lei de Darcy e a variável de Boltzmann definida pela Equação (3.43), pode ser demonstrado que:

$$q_g = q_{gt} - R_s q_o = \left(\frac{2\pi h (kk_{rg})}{\mu_g B_g} \right)_{r_w} 2t \frac{\partial p_{wf}}{\partial t} \quad (3.59)$$

que é semelhante à Equação (3.57). Com isto, é possível determinar kk_{rg} como função da pressão do poço,

$$kk_{rg} = \frac{q_g \mu_g B_g}{(4\pi h) \partial p_{wf} / \partial \ln(t)} \quad (3.60)$$

Neste caso, para o cálculo de q_g , é necessário conhecer a razão de solubilidade, R_s . Note que a determinação da permeabilidade efetiva como função da pressão é independente da determinação da saturação como função da pressão. Notar também que neste método o fator de película é zero. Na determinação da permeabilidade efetiva ao óleo como função da pressão, utilizando-se do método p^2 desenvolvido no Apêndice E, o fator de película pode assumir qualquer valor, estímulo ou dano.

Observando a Equação (3.1) e comentários, note que k_s representa a permeabilidade da região próxima ao poço. Considerando que o conceito de fator de película pressupõe regime permanente na região alterada, a vazão de óleo ou gás livre pode ser expressa pela Equação (3.61) a seguir:

$$q_x = - \frac{2\pi k_s k_{rx} h}{\mu_x B_x} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_w} \quad (3.61)$$

onde $x=o, g$. Admitindo também, conforme já discutido anteriormente, que a queda de pseudopressão adimensional possa ser aproximada por uma função logarítmica, logo

$$m_D = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{e^\lambda r_D^2} \right) + s(r_D) \quad (3.62)$$

onde

$$s(r_D) = \left(\frac{k}{k_s} - 1 \right) \ln \left(\frac{r_{sD}}{r_D} \right) \quad (3.63)$$

e r_{sD} é o raio adimensional da zona alterada definido conforme Equação (3.64),

$$r_{sD} = \frac{r_s}{r_w} \quad (3.64)$$

Note que se $r=r_w$, então $r_D=1$ e $s(r_D)=s$. A Equação (3.62) leva em consideração o conceito de linha fonte. Para tempos iniciais a aproximação logarítmica não representa boa aproximação para a solução linha fonte. Nos tempos iniciais a solução adequada seria a integral exponencial modificada. Isto sugere que a variável de Boltzmann aplicada nos tempos iniciais também não represente bem o comportamento do efeito de película, a menos que $s(r_D)$ seja uma função de t_D/r_D^2 , o que definitivamente não é o caso. Diferenciando a Equação (3.62) com respeito à r_D e t_D , têm-se respectivamente

$$\frac{\partial m_D}{\partial r_D} = -\frac{1}{r_D} \frac{k}{k_s} \quad (3.65)$$

e

$$\frac{\partial m_D}{\partial t_D} = \frac{1}{2t_D} \quad (3.66)$$

que combinando as Equações (3.65) e (3.66) resulta:

$$\frac{r_D}{-2t_D} \frac{\partial m_D / \partial r_D}{\partial m_D / \partial t_D} = \frac{k}{k_s} \quad (3.67)$$

Assumindo que todas as variáveis sejam funções da pressão e usando as definições em (3.16) e (3.17), a Equação (3.67) pode ser reescrita como:

$$\frac{r \partial p / \partial r}{-2t \partial p / \partial t} = \frac{k}{k_s} \quad (3.68)$$

ou, de forma equivalente,

$$r \frac{\partial p}{\partial r} = -2t \frac{\partial p}{\partial t} \frac{k}{k_s} \quad (3.69)$$

Substituindo a Equação (3.69) na Equação (3.61) resulta:

$$q_x = -\left(\frac{2\pi k k_{rx} h}{\mu_x B_x} \right)_{r_w} (-2t) \frac{\partial p_{wf}}{\partial t} \quad (3.70)$$

Isto é, a equação para cálculo das permeabilidades efetivas é a mesma tanto para o caso de poço com fator de película s , dano ou estímulo, como para o caso sem fator de película, $s=0$. Isto é uma interessante conclusão, porém note que a Equação (3.68) só é verdadeira se for considerado regime permanente para a zona afetada próxima ao poço, o que não é verdade para os tempos iniciais. No entanto, se a zona afetada for suficientemente grande, as Equações (3.65) a (3.68) podem ser aplicadas substituindo-se k por k_s , e neste caso a permeabilidade efetiva pode ser avaliada com a equação:

$$k_x = \frac{q_x \mu_x B_x}{(4\pi h) \partial p_{wf} / \partial \ln(t)} \quad (3.71)$$

onde $x=o, g$. Os valores obtidos para permeabilidade efetiva estarão entre os valores de $k_s k_{rx}$ e kk_{rx} . À medida que o tempo aumenta, os valores se aproximarão de kk_{rx} . Note-se também que em $r=r_w$, a Equação (3.69) é equivalente a

$$\left(\frac{\partial p / \partial r}{\partial p / \partial t} \right)_{r_w} = - \frac{2t}{r_w} \frac{k}{k_s} \quad (3.72)$$

semelhante à Equação (3.53). A Equação (3.72) pode ser aplicada para qualquer equação diferencial já citada. Por exemplo, na Equação (3.51) para o cálculo da saturação do óleo como função da pressão na face produtora do poço, basta adotar a função F_w conforme:

$$F_w = - \frac{2t}{r_w} \frac{k}{k_s} \quad (3.73)$$

3.2.4 Método p^2

Para compreensão detalhada das equações seguintes se faz necessária a leitura do Apêndice E. Nesta demonstração, o método p^2 é obtido admitindo-se a aproximação logarítmica para representar a pseudopressão em reservatório sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás. Em outras palavras, o método p^2 leva em conta as considerações anteriormente feitas em relação ao trabalho inicial de Fetkovich (1973). Assumindo então o modelo de duas retas para representar a curva de $k_{ro}/\mu_o B_o$ versus p_{wf} , chega-se a Equação (3.74), a seguir:

$$\frac{kk_{ro}}{\mu_o B_o} = (\hat{k})p \quad (3.74)$$

onde $\hat{a}k$ representa a inclinação da reta do gráfico semilog de $(p_i^2 - p_{wf}^2)$ contra o tempo. A Equação (3.74) indica uma metodologia para determinação de pontos da curva de permeabilidade efetiva a partir de dados de um teste transitório de produção, *drawdown*. Assumindo a aproximação logarítmica para a Equação (3.28), resulta que

$$\frac{1}{2} \frac{\hat{a} 2\pi kh (p_i^2 - p_{wf}^2)}{q_o} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{e^\lambda} \right) + s_{md} \quad (3.75)$$

Note que um gráfico semilog de $(p_i^2 - p_{wf}^2)$ contra o tempo resultará numa reta com inclinação igual a

$$\hat{m} = \frac{1,151 (2q_o)}{\hat{a} 2\pi kh} \quad (3.76)$$

de onde se tira o valor de $\hat{a}k$,

$$\hat{a}k = \frac{1,151 (2q_o)}{\hat{m} 2\pi h} \quad (3.77)$$

Na Equação (3.75), \hat{a} e s_{md} são definidos respectivamente por

$$\hat{a} = a + \frac{2d}{p_1 - p_{wf}} \quad (3.78)$$

e

$$s_{md} = s - \frac{2\pi kh}{q_o} \frac{(\hat{b} - \hat{a})}{2} (p_i^2 - p_1^2) \quad (3.79)$$

Note que para calcular o fator de película com a Equação (3.79) é necessário conhecer a curva da função α em função da pressão de teste. Esta curva só é possível com conhecimento da permeabilidade efetiva ao óleo em função da pressão de teste. Já a Equação (E.15), também do método p^2 , fornece o valor do fator de película com dados apenas do teste de poço.

3.3 Análise de teste de crescimento de pressão – *buildup*

Nesta seção é considerada a resposta de um teste de crescimento de pressão, comumente conhecido como teste de *buildup*. O modelo físico proposto a ser analisado é o mesmo descrito na

seção inicial deste capítulo. Na seção anterior foi demonstrado que a determinação da permeabilidade efetiva ao óleo como função da pressão é possível com as respostas de um teste transitório de produção. Para tanto é necessário conhecer o valor da saturação inicial e as medições de vazões de óleo e gás como função do tempo e da pressão durante o teste de poço.

Na prática, as melhores caracterizações são feitas combinando as análises do teste transitório de produção e do teste de crescimento de pressão. Nesta seção é apresentada uma equação de superposição envolvendo a função de pseudopressão. A equação de superposição permite também estimar a permeabilidade efetiva como função da pressão. Similarmente à seção anterior, a determinação da permeabilidade efetiva ao óleo como função da saturação é realizada de forma indireta, pois o que se determina de fato são a permeabilidade e a saturação como função da pressão, o que possibilita produzir uma curva de k_o como função de S_o .

3.3.1 Equação da pressão

A pressão de fundo em um teste de crescimento de pressão pode ser esquematizada conforme mostra a Figura 3.6.

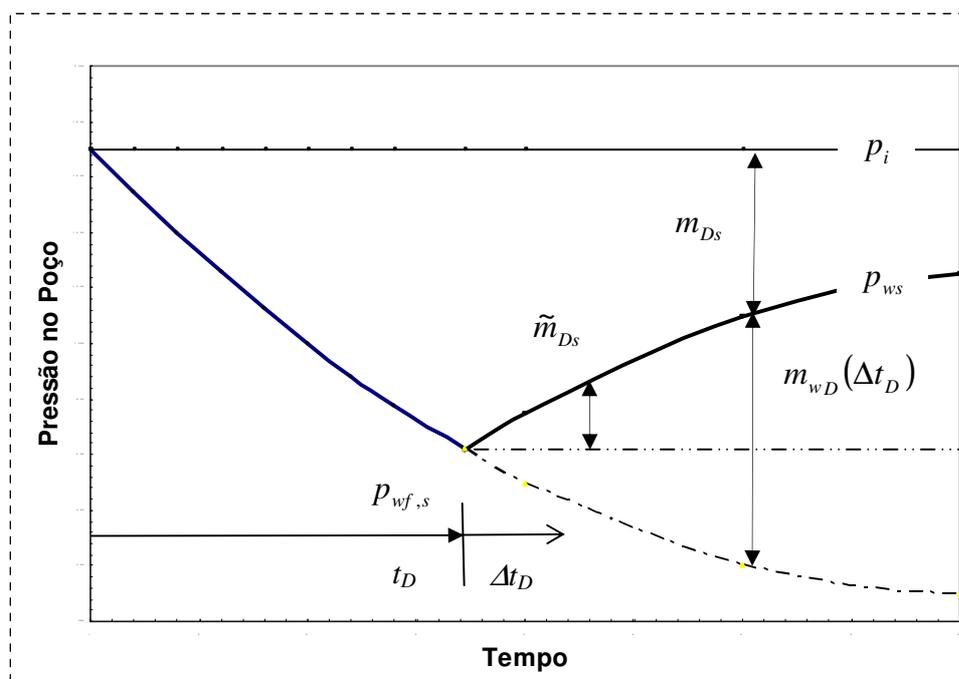


Figura 3.6: Teste esquemático de crescimento de pressão – *buildup*.

Nesta seção, o comportamento da pressão em um teste de crescimento de pressão é mostrado através da aplicação do princípio da superposição. As duas funções de pseudopressão, m_{Ds} e \tilde{m}_{Ds} , conforme indicado na Figura 3.6, são definidas por

$$m_{Ds} = \frac{2\pi khm(p_{ws})}{q_o} = \frac{2\pi kh \int_{p_{ws}}^{p_i} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) dp}{q_o} \quad (3.80)$$

e

$$\tilde{m}_{Ds} = \frac{2\pi kh [m(p_{ws}) - m(p_{wf,s})]}{q_o} = \frac{2\pi kh \int_{p_{wf,s}}^{p_{ws}} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) dp}{q_o} \quad (3.81)$$

onde p_{ws} representa a pressão do poço após seu fechamento e $p_{wf,s}$ representa a pressão do poço no instante do fechamento do poço. De acordo com o princípio de Duhamel, que considera o efeito da vazão anterior ao fechamento do poço superpondo-o ao efeito posterior ao fechamento, pode-se dizer que

$$m_{Ds} = m_{wD}(t_D + \Delta t_D) - m_{wD}(\Delta t_D) \quad (3.82)$$

e

$$\tilde{m}_{Ds} = m_{wD}(t_D) - m_{wD}(t_D + \Delta t_D) + m_{wD}(\Delta t_D) \quad (3.83)$$

onde t_D representa o tempo transitório de produção e Δt_D o tempo medido após o fechamento do poço. A forma adimensional de Δt_D é definida conforme

$$\Delta t_D = \frac{k\lambda_i \Delta t}{\phi c_{ii} r_w^2} \quad (3.84)$$

Note que as funções nas Equações (3.80) e (3.81), aplicadas para o caso de reservatório com escoamento bifásico de óleo e gás, são não lineares. Portanto, a aplicação do princípio da superposição nas Equações (3.82) e (3.83) só é possível com as considerações feitas no Apêndice E parte E.2. Usando a definição de pseudopressão dadas nas Equações (3.28) e (3.80) na Equação (3.82) resulta que

$$\int_{p_{ws}}^{p_i} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{bu} dp = \int_{p_{wf}(t_D + \Delta t_D)}^{p_i} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{dd} dp - \int_{p_{wf}(\Delta t_D)}^{p_i} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{dd} dp \quad (3.85)$$

onde o subscrito *dd* se refere ao período transitório de produção, *drawdown*, e *bu* se refere ao período de crescimento de pressão, *buildup*. Note que a relação de $k_{ro}/(\mu_o B_o)$ com a pressão pode ser determinada tanto durante a queda de pressão no período transitório de produção como durante o crescimento de pressão após fechamento do poço. A Equação (3.85) pode ser reescrita como

$$\int_{p_{ws}}^{p_i} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{bu} dp = \int_{p_{wf}(t+\Delta t)}^{p_{wf}(\Delta t)} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{dd} dp \quad (3.86)$$

Usando o mesmo procedimento para a Equação (3.83) resulta

$$\int_{p_{wf,s}}^{p_{ws}} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{bu} dp = \int_{p_{wf,s}}^{p_i} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{dd} dp - \int_{p_{wf}(t+\Delta t)}^{p_{wf}(\Delta t)} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{dd} dp \quad (3.87)$$

Usando a Equação (3.86) na Equação (3.87), após rearranjo resulta

$$\int_{p_{ws}}^{p_i} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{bu} dp = \int_{p_{wf,s}}^{p_i} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{dd} dp - \int_{p_{wf,s}}^{p_{ws}} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{bu} dp \quad (3.88)$$

Evidentemente a Equação (3.88) só é válida, se e somente se, $k_{ro}/(\mu_o B_o)$ em função da pressão fornecer os mesmos valores, tanto no período transitório de produção, *drawdown*, como no período de crescimento de pressão, *buildup*. Esta condição, também assumida em outros trabalhos relacionados, não é atendida em todas as situações de teste. Outra condição é que a função de pseudopressão para o período transitório de produção seja aproximada por uma função logarítmica, conforme solução para o caso de escoamento de líquido. Em outras palavras, se forem adotadas estas condições, a Equação (3.82) pode ser aproximada por meio da Equação (3.89),

$$m_{Ds} = \frac{2\pi khm(p_{ws})}{q_o} = \frac{2\pi kh \int_{p_{ws}}^{p_i} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) dp}{q_o} = 1,151 \log \left(\frac{t + \Delta t}{\Delta t} \right) \quad (3.89)$$

3.3.2 Equação da saturação

Durante o crescimento de pressão a vazão de óleo é nula. Tomando a Equação (3.42) aplicada na face produtora do poço durante o teste transitório de produção e adotando vazão zero para Q_D , resulta na mesma expressão encontrada por Martin (1959), que é dada por

$$\frac{dS_o}{dp_{ws}} = \frac{S_o}{B_o} \frac{dB_o}{dp_{ws}} + c_t \frac{\lambda_o}{\lambda_t} \quad (3.90)$$

Usando a definição da compressibilidade adotada neste trabalho, a Equação (3.90) pode ser reescrita como:

$$\frac{dS_o}{dp_{ws}} = \left(1 - \frac{\lambda_o}{\lambda_t}\right) \frac{S_o}{B_o} \frac{dB_o}{dp_{ws}} + \left(\frac{S_o B_g}{B_o} \frac{dR_s}{dp_{ws}} - \frac{S_g}{B_g} \frac{dB_g}{dp_{ws}}\right) \frac{\lambda_o}{\lambda_t} \quad (3.91)$$

É interessante notar que é possível construir uma equação aproximada para a Equação (3.91) que não envolva a permeabilidade efetiva. Para tanto, basta supor que a saturação de gás seja considerada pequena, levando o termo λ_o/λ_t próximo à unidade. Logo, a Equação (3.91) se torna

$$\frac{dS_o}{dp_{ws}} = \left(\frac{S_o B_g}{B_o} \frac{dR_s}{dp_{ws}} - \frac{S_g}{B_g} \frac{dB_g}{dp_{ws}}\right) \quad (3.92)$$

Note que, quando a Equação (3.92) é válida, a saturação do óleo na face produtora do poço é função unicamente da transferência de massa entre óleo e gás e da compressibilidade do gás. Raghavan (1976) apresentou um método para determinação da saturação como função da pressão em teste de crescimento de pressão, desde que se conheçam as curvas das permeabilidades relativas como função da saturação, ou seja, k_{rg} e k_{ro} como função de S_o . Para tanto, Raghavan utilizou a expressão

$$\frac{k_{ro}}{k_{rg}} = (R)_{\Delta t=0} - R_s \left(\frac{\mu_g B_g}{\mu_o B_o}\right) \quad (3.93)$$

onde $(R)_{\Delta t=0}$ denota a razão gás/óleo no instante do fechamento do poço. Partindo da Equação (3.93), Raghavan obteve k_{ro}/k_{rg} como função da pressão. Comparando estes resultados com os

dados disponíveis, isto é k_{rg} e k_{ro} como função de S_o , Raghavan relacionou então a saturação com a pressão.

Uma alternativa interessante para determinar a saturação de óleo é utilizar a equação de balanço de material para o gás, conforme:

$$R_{sb} = R_s + \left(\frac{S_g B_o}{S_o B_g} \right) \quad (3.94)$$

onde R_{sb} é a razão de solubilidade na pressão de bolha. Desde que $S_g=1-S_o-S_w$, é fácil verificar após alguns rearranjos que:

$$S_o = \frac{B_o (1 - S_w)}{B_o + (R_{sb} - R_s) B_g} \quad (3.95)$$

Observe-se que a Equação (3.95) pode prover um meio para avaliar a saturação de óleo desde que se conheça a pressão de bolha e a saturação de água. Neste trabalho a saturação de água é considerada imóvel e igual à saturação conata, S_{wc} . Assumindo que a variação da pressão de bolha não implica em erro significativo, a Equação (3.95) se torna

$$S_o = \frac{B_o (1 - S_{wc})}{B_o + (R_{sbi} - R_s) B_g} \quad (3.96)$$

onde R_{sbi} representa a razão de solubilidade na pressão de bolha inicial. É interessante observar que a Equação (3.96) fornece a saturação de óleo em função da pressão.

Durante o período de *drawdown* o óleo próximo ao costado do poço libera uma determinada quantidade de gás que pode ser expressiva ou não, dependendo da queda de pressão do poço durante o teste. O óleo remanescente no costado do poço fica mais denso e com pressão de bolha menor que a pressão de bolha inicial. No momento em que se fecha o poço para o período de crescimento de pressão, a saturação de óleo atinge seu máximo num tempo relativamente curto, pois a pressão de bolha atual é menor. Para ilustrar, a Figura 3.7 mostra a comparação entre a saturação de óleo resultante da simulação e os valores calculados pela Equação (3.96) para o Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$). A diferença de valores calculados pela Equação (3.96) e os dados simulados para o período de *buildup* depende do quanto varia a pressão de bolha durante o período de *drawdown*.

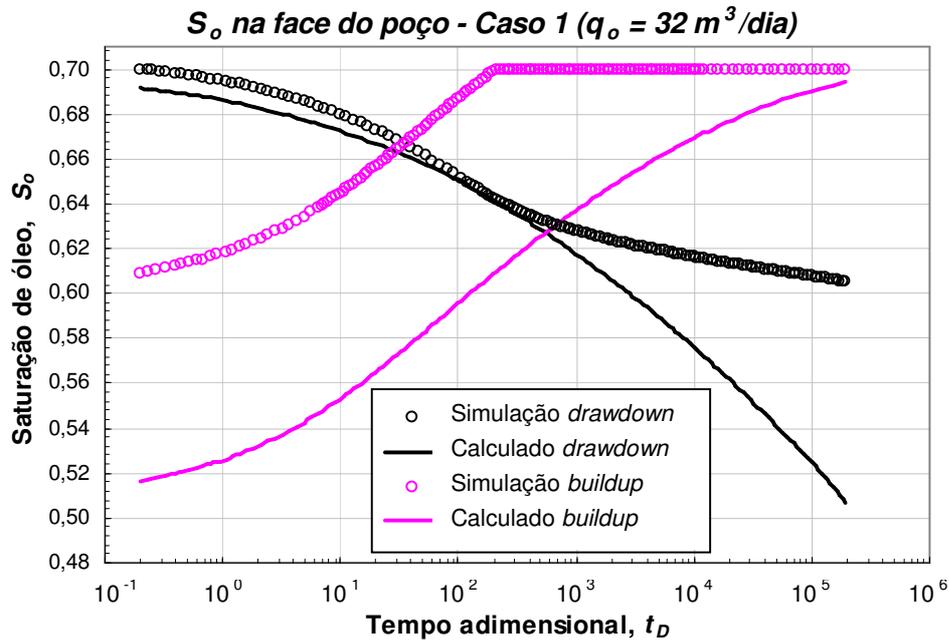


Figura 3.7: Saturação de óleo – analítico e simulado.

Neste trabalho as curvas das permeabilidades efetivas em função da saturação de óleo obtidas com análise do período de *buildup* utilizam a Equação (3.96).

3.3.3 Determinação da permeabilidade efetiva – determinação *in situ*

Antes de apresentar a metodologia para obtenção das curvas das permeabilidades efetivas aos fluidos a partir do teste de crescimento de pressão, são necessárias algumas definições complementares. Conforme já justificado anteriormente, usando a aproximação logarítmica no lado direito da Equação (3.83) resulta em

$$\tilde{m}_{Ds} = 1,151 \log \left(\frac{4t_D}{e^\lambda} \right) + s - 1,151 \log (R_{H1}) \quad (3.97)$$

onde γ representa a constante de Euler ($\gamma = 0,5772$) e R_{H1} representa o tempo definido por Horner conforme:

$$R_{H1} = \frac{t_D + \Delta t_D}{\Delta t_D} = \frac{t + \Delta t}{\Delta t} \quad (3.98)$$

Note-se que o lado direito da Equação (3.97) representa a solução para escoamento monofásico com líquido. Outra definição de tempo adimensional pode ser utilizada, conforme Scott (1979), indicada na Equação (3.99). Esta definição é conhecida como tempo adimensional normalizado de Horner,

$$R_{H2} = \frac{t_D + \Delta t_D}{\Delta t_{nD}} \quad (3.99)$$

onde Δt_{nD} é definido como

$$\Delta t_{nD} = \frac{kk_{roi} \Delta t}{c_t \mu_o \phi r_w^2} \quad (3.100)$$

Usando a Equação (3.100) na Equação (3.99) resulta

$$R_{H2} = \frac{(t + \Delta t)/(\mu_{oi} c_{ti})}{\Delta t/(\mu_o c_t)} \quad (3.101)$$

Observe-se que, em função das variáveis incluídas nesta equação, R_{H2} pode ser estimado sem o conhecimento prévio da permeabilidade efetiva. Esta condição é importante neste modelo, pois é exatamente isto que se pretende neste trabalho. Note-se também que os valores de μ_o e c_t usados nas Equações (3.99), (3.100) e (3.101) são avaliados na pressão do poço no instante do seu fechamento.

Usando a aproximação logarítmica para queda de pressão m_{wD} , representada na Equação (3.82), resulta

$$\frac{2\pi kh \int_{p_{ws}}^{p_i} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) dp}{q_o} = 1,151 \log(R_{H1}) \quad (3.102)$$

Diferenciando a Equação (3.102) com respeito à Δt , usando a regra da cadeia e rearranjando os termos, resulta em

$$kk_{ro} = \frac{1,151 q_o \mu_o B_o}{2\pi h [dp_{ws}/d \log(R_{H1})]} \quad (3.103)$$

Se o tempo normalizado puder ser usado na análise do teste de crescimento de pressão, então basta substituir o termo R_{H1} por R_{H2} . De uma forma geral, pode-se reescrever a Equação (3.103) aplicada para cada fase do fluido conforme

$$kk_{rx} = \frac{1,151 q_x \mu_x B_x}{2\pi h \left[dp_{ws} / d \log(R_{Hj}) \right]} \quad (3.104)$$

onde $x=o, g$ (óleo e gás) e $j=1$ e 2 , dependendo de qual tempo de Horner é utilizado. Neste trabalho é utilizado R_{H2} , por ter apresentado melhores aproximações.

3.3.4 Método p^2

O Apêndice E parte (E.2), detalha as equações e o raciocínio utilizado para representar o comportamento de $k_{ro}/(\mu_o B_o)$ com a pressão por meio de duas retas para o caso de teste de crescimento de pressão. Desta parte do Apêndice E, a exemplo do que foi feito para o caso de teste transitório de produção, a Equação (3.97) pode ser reescrita conforme

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{Dsg} = & \frac{\hat{b}_b 2\pi kh (p_{ws}^2 - p_{wf,s}^2)}{2q_o} = 1,151 \log \left(\frac{4t_D}{e^\lambda} \right) \\ & - 1,151 \log (R_{H1}) + s + \frac{(\hat{b}_b - \hat{a}_b) 2\pi kh (p_1^2 - p_{wf,s}^2)}{2q_o} \end{aligned} \quad (3.105)$$

onde o primeiro termo define \tilde{p}_{Dsg} , e \hat{a}_b e \hat{b}_b são definidos respectivamente por

$$\hat{a}_b = a + \frac{2d}{(p_1 + p_{wf,s})} \quad (3.106)$$

$$\hat{b}_b = b + \frac{2c}{(p_{ws} + p_1)} \quad (3.107)$$

Note-se que as constantes \hat{a}_b e \hat{b}_b são definidas de forma diferente para os dois tipos de teste. Conforme mostrado no Apêndice E, se $d \approx 0$ então $\hat{a}_b \approx a$ e $\hat{a} \approx a$, tanto para o *drawdown* como para o *buildup*. Se $c \approx 0$, então \hat{b} para o *drawdown* e \hat{b}_b para o *buildup* são iguais a b . Observe também que, se for aplicado a Equação (3.105) para $p_{ws} > p_1$ e construído um gráfico de

$p_{ws}^2 - p_{wf,s}^2$ versus logaritmo de R_{Hj} ($j=1$ ou 2), resultará numa linha reta onde o coeficiente angular é dado por

$$\hat{m}_b = \frac{2(1,151 q_o)}{\hat{b}_b 2\pi kh} \quad (3.108)$$

Da Equação (3.108) vê-se que a inclinação da reta para o teste de crescimento de pressão é inversamente proporcional ao produto $\hat{b}_b k$. Para o teste transitório de produção a inclinação da reta em gráfico semelhante é inversamente proporcional ao produto $\hat{a}_b k$. O valor do fator de película aparente pode ser calculado com uso da Equação (E.29) do Apêndice D, ou seja

$$s_{mb} = 1.151 \left[\frac{(p_{1hs}^2 - p_{wf,s}^2)}{\hat{m}_b} - \log \left(\frac{k\lambda_{ii}}{\phi c_{ii} r_w^2} \right) + 3.23 \right] \quad (3.109)$$

onde p_{1hs} representa a pressão em uma hora de teste de crescimento de pressão. Conforme mostrado no Apêndice E, o valor do fator de película aparente é dado por

$$s_{mb} = s + \frac{2\pi kh (\hat{b}_b - \hat{a}_b)}{q_o} (p_1^2 - p_{wf,s}^2) \quad (3.110)$$

Como pode ser verificado na Equação (3.110), o valor do fator de película aparente será superestimado em relação ao valor verdadeiro do fator de película mecânico quando $\hat{a}_b \leq \hat{b}_b$, isto é $s \leq s_{mb}$. Na metodologia deste trabalho, considera-se que, caso os dados do teste transitório de produção e os dados do teste de crescimento de pressão estejam disponíveis, um valor médio entre os dois valores seja uma boa estimativa para o valor verdadeiro de s , isto é

$$s = \frac{1}{2} (s_{md} + s_{mb}) \quad (3.111)$$

ou seja

$$s = \frac{1}{2} \left[\left(s - \frac{2\pi kh (\hat{b}_b - \hat{a}_b)}{q_o} (p_i^2 - p_1^2) \right) + \left(s + \frac{2\pi kh (\hat{b}_b - \hat{a}_b)}{q_o} (p_1^2 - p_{wf,s}^2) \right) \right] \quad (3.112)$$

Note que se $p_i^2 - p_1^2 \approx p_1^2 - p_{wf,s}^2$, a Equação (3.112) fornece uma excelente estimativa para o verdadeiro valor do fator de película mecânico.

Capítulo 4

Metodologia

Este Capítulo é dividido em duas seções. A primeira apresenta o fluxograma da metodologia de trabalho para validação dos métodos apresentados no Capítulo 3. Esta seção mostra como obter os resultados de uma análise de teste de poço sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás baseados nos métodos p^2 e determinação *in situ*, especificamente o fator de película e pontos das curvas das permeabilidades efetivas aos fluidos. A segunda seção apresenta os modelos construídos no simulador comercial para fins de validação dos métodos apresentados e algumas considerações relevantes na preparação do arquivo de simulação.

Uma alternativa metodológica para atingir o objetivo deste trabalho seria elaborar um simulador numérico baseado na equação da difusão definida pela Equação (3.23). Serra *et al* (1990), validaram as equações publicadas construindo um simulador numérico radial baseado na Equação (3.23). Neste presente trabalho de dissertação, a opção foi construir modelos de testes de poços no simulador comercial de reservatório IMEX (versão 2006.11). Isto possibilitou não só reproduzir alguns resultados obtidos por Serra *et al* (1990), como também validar outros resultados analíticos referentes ao tema publicado por outros autores. Outra vantagem do uso deste simulador é a possibilidade de construir modelos de reservatório com malha Cartesiana, onde a representação de fraturas e falhas num reservatório é de fácil programação. A razão da escolha deste simulador advém do fato de ser um dos mais utilizado por profissionais da indústria do petróleo. Apesar de alguns programas comerciais de análises de testes contemplarem módulos para escoamento multifásico, a maioria dos programas é construída para interpretar testes sob condições de escoamento monofásico, o que impossibilita seu uso para validação de modelos analíticos como os apresentados neste trabalho.

4.1 Fluxograma da metodologia

O trabalho de validação dos métodos apresentados no Capítulo 3 segue basicamente a metodologia geral da Figura 4.1.

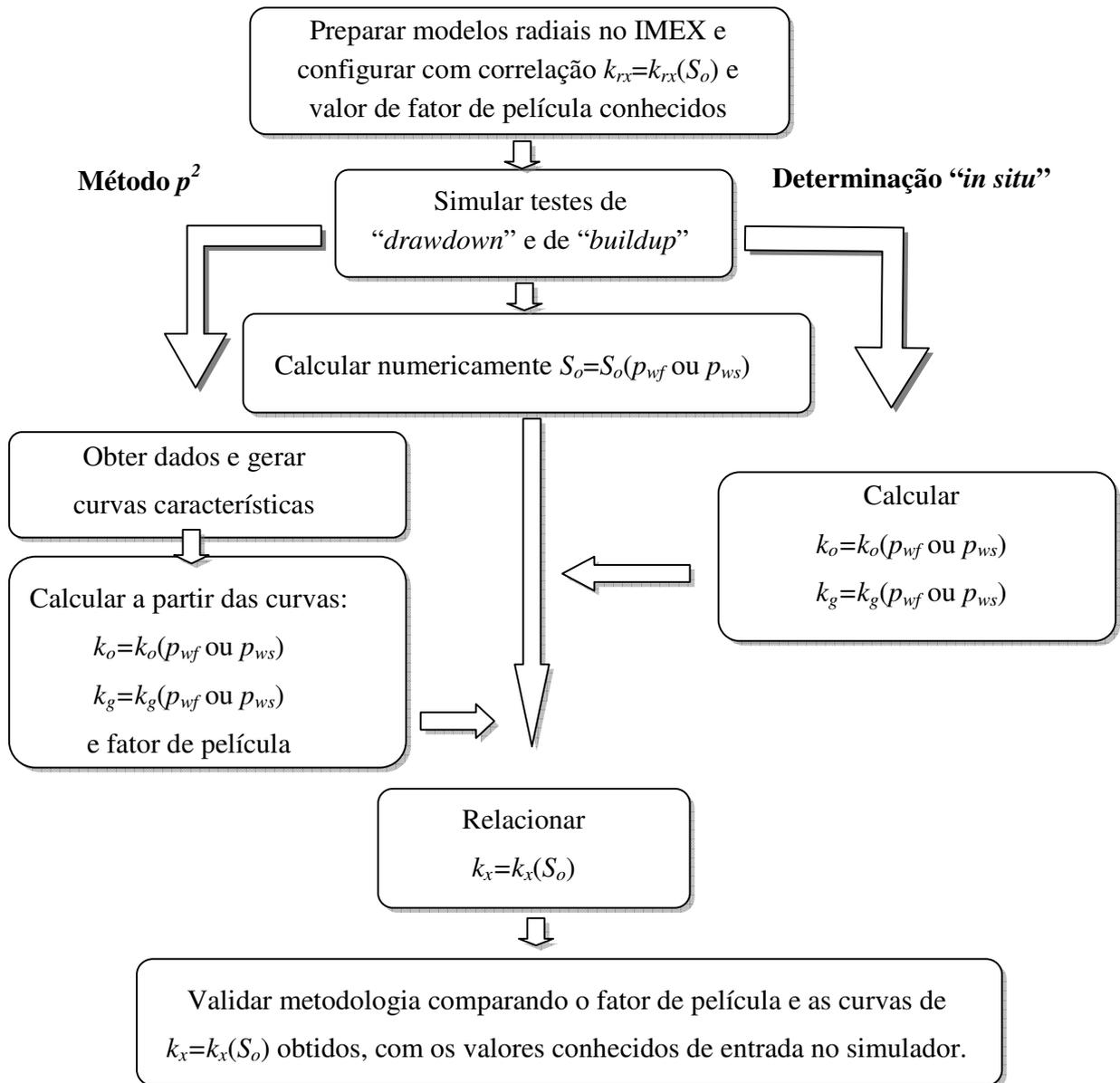


Figura 4.1: Diagrama geral da metodologia – validação dos métodos.

A metodologia indicada no diagrama da Figura 4.1 é aplicável para o teste transitório de produção, *drawdown*, e o de crescimento de pressão, *buildup*. Inicialmente os modelos de simulação são preparados de forma a realizar testes de poços atendendo todas as condições de contorno do problema exposto no Capítulo 3. Os testes são simulados e os dados obtidos são analisados utilizando-se das equações analíticas dos métodos p^2 e método de determinação *in situ*. Os dados dos testes em função da pressão ou do tempo são: pressão de poço p_{wf} do período de *drawdown* e p_{ws} do período de *buildup*, razão gás/óleo e vazão de teste. O método p^2 usa as informações de uma curva característica para determinar o fator de película e pontos da curva da permeabilidade efetiva ao óleo em função da pressão de teste. O método de determinação *in situ* utiliza equações específicas com dados de vazão de óleo e gás para determinação da permeabilidade efetiva ao óleo e ao gás. Para efeito de validação, os modelos de testes são configurados com valores de fator de película e permeabilidade efetiva conhecidos. A validação dos métodos é atestada comparando estes valores com os obtidos pela aplicação dos métodos.

Para avaliar o comportamento das equações deduzidas no Capítulo 3 e possibilitar a geração de gráficos comparativos específicos, a opção foi utilizar os recursos de uma planilha eletrônica, uma vez que o simulador não dispunha de saída de gráficos apropriados para esta análise. É importante registrar que nenhum método de suavização de curva foi utilizado para representação dos resultados.

Observe-se que na metodologia o cálculo da saturação do óleo S_o em função da pressão do poço p_{wf} , período de *drawdown* ou p_{ws} , período de *buildup*, independe do cálculo para as curvas das permeabilidades efetivas e do fator de película. As curvas das permeabilidades efetivas obtidas pelo método p^2 e determinação *in situ* são em função da pressão. A saturação de óleo em função da pressão é obtida pela simples solução numérica de uma equação diferencial ordinária dS_o/dp_{wf} . Com as duas relações acima, k_o , k_g e S_o em função da pressão no poço, as permeabilidades efetivas em função da saturação de óleo podem ser relacionadas de forma imediata.

A Tabela 4.1 mostra as equações utilizadas pelos métodos p^2 e determinação *in situ* no cálculo do fator de película e pontos das curvas das permeabilidades efetivas. O Capítulo 5 faz referências a estas equações nos comentários dos resultados obtidos neste trabalho.

Tabela 4.1: Equações utilizadas nos métodos p^2 e determinação *in situ*.

| Propriedade | Período de <i>drawdown</i> | | Período de <i>buildup</i> | |
|---|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| | Método p^2 | Método <i>in situ</i> | Método p^2 | Método <i>in situ</i> |
| Fator de película aparente s_{md} e s_{mb} | Equação (E.12) Equação (E.15) | | Equação (E.25) Equação (E.29) | |
| Permeabilidade efetiva $k_o=k_o(p_{wf}$ ou $p_{ws})$ | Equação (E.19) | Equação (3.58) | Equação (E.33) | Equação (3.104) |
| Permeabilidade efetiva $k_g=k_g(p_{wf}$ ou $p_{ws})$ | | Equação (3.11) Equação (3.60) | | Equação (3.11) Equação (3.104) |
| Saturação de óleo $S_o=S_o(p_{wf}$ ou $p_{ws})$ | Equação (3.52) | | Equação (3.96) | |

4.2 Modelos construídos e observações relevantes

Os modelos construídos no simulador, conforme ilustrado na Figura 4.2, têm as seguintes características básicas:

- Modelo de malha radial com 40 blocos concêntricos e poço vertical com raio de 0,10 m inserido no centro do reservatório, altura de 5 m, raio externo de 200 m, saturação de óleo inicial de 70%, saturação inicial de água imóvel de 30% e altura de reservatório de 5 m. A análise de PVT utilizada, permeabilidade absoluta, porosidade e fator de película encontram-se na Tabela 5.1 do Capítulo 5 – (Caso 1 – dois testes, Caso 2 – três testes, Caso 3 – um teste);
- Modelo de malha Cartesiana com 2401 blocos, geometria quadrada de 400 m × 400 m, poço vertical com raio de 0,10 m inserido no centro do reservatório, saturação de óleo inicial de 70%, saturação inicial de água imóvel de 30% e altura de reservatório de 5 m. A análise PVT é de um óleo pesado, permeabilidade absoluta de 10 mD, porosidade de 30% e sem fator de película – Tabela 5.1 do Capítulo 5 – (Caso 4 – um teste).

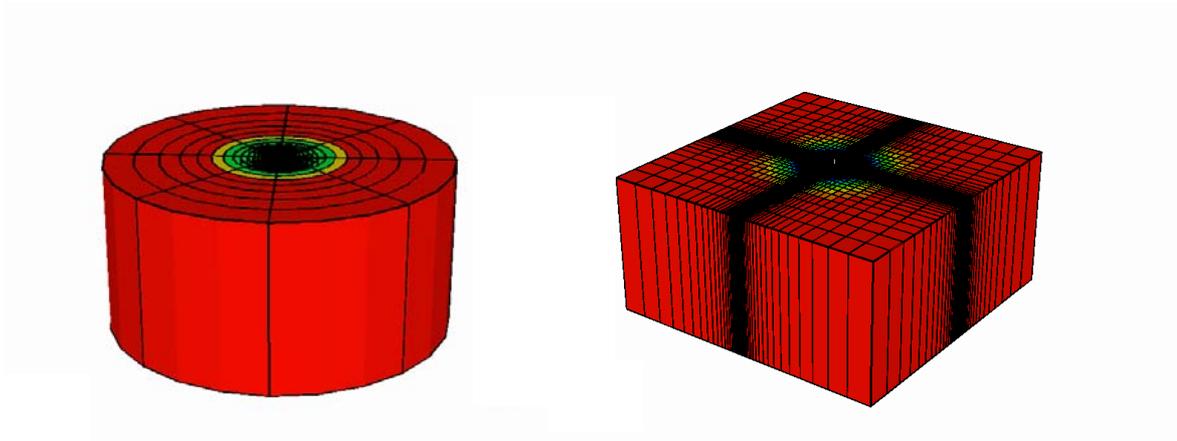


Figura 4.2: Modelo de malha ilustrativo para simulação dos testes de poços.

A relação de tamanho entre dois blocos adjacentes no modelo radial tem a mesma proporção logarítmica em toda sua extensão, ou seja,

$$r_j = \alpha \log r_{j-1} \quad \text{com} \quad \alpha = \left(\frac{r_e}{r_w} \right)^{\frac{1}{N}} \quad (4.1)$$

onde N é o número de blocos. No modelo Cartesiano o refinamento ocorre a partir dos blocos externos laterais até o bloco central do poço. A relação de tamanho de dois blocos adjacentes segue a mesma proporção adotada no modelo de malha radial. Na construção da malha radial, não há limitação quanto ao refinamento do bloco próximo ao poço, pois o poço é condição de contorno externo do primeiro bloco. No modelo Cartesiano o tamanho mínimo do bloco onde o poço é inserido é limitado em função do comando utilizado no simulador para definir a geometria do poço. Na versão utilizada, a opção foi adotar o comando *GEO. Nesta opção o tamanho mínimo do bloco é função do raio do poço e de dois parâmetros, *geofac* e *wfrac*. A validação pelo simulador, quando esta opção é especificada no modelo Cartesiano, é feita por:

$$\Delta x \Delta y = \left(\frac{r_w}{geofac} \right)^2 \pi \cdot wfrac \quad (4.2)$$

Os valores adotados foram 0,5 e 1,0 para os parâmetros *geofac* e *wfrac* respectivamente. A Tabela 4.2 indica o tamanho dos blocos dos dois modelos, radial e Cartesiano, e a Tabela 4.3 os valores para o controle numérico adotado no simulador IMEX.

Tabela 4.2: Raio e tamanho dos blocos – malha radial e Cartesiana.

| Raio dos blocos – modelo de malha radial (Δr). | | | | | | | | | |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,021 | 0,025 | 0,031 | 0,037 | 0,045 | 0,054 | 0,066 | 0,079 | 0,096 | 0,116 |
| 0,140 | 0,170 | 0,205 | 0,248 | 0,300 | 0,363 | 0,439 | 0,531 | 0,642 | 0,777 |
| 0,939 | 1,136 | 1,374 | 1,662 | 2,010 | 2,431 | 2,940 | 3,556 | 4,301 | 5,202 |
| 6,291 | 7,609 | 9,203 | 11,131 | 13,462 | 16,282 | 19,692 | 23,817 | 28,806 | 33,669 |
| Tamanho dos blocos – modelo de malha Cartesiana (Δx e Δy iguais). | | | | | | | | | |
| 38,463 | 28,302 | 23,400 | 19,348 | 15,997 | 13,226 | 10,936 | 9,042 | 7,476 | 6,181 |
| 5,111 | 4,226 | 3,494 | 2,889 | 2,388 | 1,975 | 1,633 | 1,350 | 1,116 | 0,923 |
| 0,763 | 0,631 | 0,522 | 0,431 | 0,357 | 0,431 | 0,522 | 0,631 | 0,763 | 0,923 |
| 1,116 | 1,350 | 1,633 | 1,975 | 2,388 | 2,889 | 3,494 | 4,226 | 5,111 | 6,181 |
| 7,476 | 9,042 | 10,936 | 13,226 | 15,997 | 19,348 | 23,400 | 28,302 | 38,463 | |

Tabela 4.3: Controle numérico para IMEX versão 2006.11

| Restrições | Valores |
|--|-------------------------|
| “time step” inicial Δt_i | 0,000001 dia |
| Critério para Δt_{n+1} | 1,15 Δt_n |
| “time step” máximo | 1 dia |
| “time step” mínimo | 0,000001 dia |
| Varição normal da pressão a cada “time step” | 1 kgf/cm ² |
| Varição normal da saturação a cada “time step” | 0,025 |
| Varição máxima da pressão a cada “time step” | 1,5 kgf/cm ² |
| Varição máxima da saturação a cada “time step” | 0,03 |

A correlação da permeabilidade relativa usada para configurar os modelos de simulação é a mesma para todos os casos e segue a Equação (4.3).

$$\begin{aligned}
 k_{ro} &= 0,7(S_o^*)^4 \\
 k_{rg} &= 0,7(1 - S_o^*)^2 [1 - (S_o^*)^2] \\
 S_o^* &= S_o / (1 - S_{wc})
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Esta correlação é idêntica à utilizada por Bøe *et al* (1981), Serra (1988) e Serra *et al* (1990). A saturação de água conata S_{wc} é considerada imóvel e valor constante de 30%. A saturação crítica de gás é zero. Neste trabalho, o fator de película é representado pela alteração da permeabilidade absoluta dos blocos ao redor do poço até um raio igual a r_s , mantendo-se o restante dos blocos inalterados, conforme Equação (3.1). Dois tipos de óleo foram testados, um leve e um pesado. Os valores das variáveis PVT estão indicados na Tabela 4.4 e Tabela 4.5. A compressibilidade do óleo acima da pressão de bolha para o óleo leve e pesado são respectivamente $2,276 \times 10^{-4} (kgf/cm^2)^{-1}$ e $1,442 \times 10^{-5} (kgf/cm^2)^{-1}$.

Tabela 4.4: PVT para óleo leve

| <i>Pressão</i> <i>kgf/cm²</i> | <i>B_o</i> <i>m³/m³ std</i> | <i>B_g</i> <i>m³/m³ std</i> | <i>R_s</i> <i>m³ std/m³ std</i> | <i>μ_o</i> <i>cp</i> | <i>μ_g</i> <i>cp</i> |
|---|--|--|--|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 401,1 | 1,806 | 0,003301 | 266,98 | 0,298 | 0,030 |
| 396,0 | 1,791 | 0,003402 | 261,89 | 0,300 | 0,030 |
| 365,9 | 1,702 | 0,003498 | 232,53 | 0,317 | 0,028 |
| 330,6 | 1,605 | 0,003700 | 200,81 | 0,348 | 0,026 |
| 295,4 | 1,516 | 0,003998 | 171,60 | 0,391 | 0,025 |
| 281,2 <i>p_{bi}</i> | 1,483 | 0,004140 | 160,78 | 0,413 | 0,024 |
| 260,2 | 1,434 | 0,004351 | 144,72 | 0,446 | 0,023 |
| 224,9 | 1,360 | 0,004890 | 120,00 | 0,515 | 0,021 |
| 194,8 | 1,302 | 0,005564 | 100,41 | 0,587 | 0,020 |
| 164,6 | 1,249 | 0,006580 | 82,20 | 0,671 | 0,018 |
| 134,4 | 1,202 | 0,008169 | 65,28 | 0,768 | 0,017 |
| 104,2 | 1,159 | 0,010831 | 49,56 | 0,881 | 0,015 |
| 74,0 | 1,121 | 0,015861 | 34,93 | 1,011 | 0,014 |
| 43,8 | 1,088 | 0,028062 | 21,22 | 1,164 | 0,013 |
| 13,6 | 1,058 | 0,094780 | 7,89 | 1,350 | 0,011 |
| 0,0 | 1,028 | 0,127591 | 0,00 | 1,400 | 0,011 |

Tabela 4.5: PVT para óleo pesado

| <i>Pressão</i> <i>kgf/cm²</i> | <i>B_o</i> <i>m³/m³ std</i> | <i>B_g</i> <i>m³/m³ std</i> | <i>R_s</i> <i>m³ std/m³ std</i> | <i>μ_o</i> <i>cp</i> | <i>μ_g</i> <i>cp</i> |
|---|--|--|--|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 126,6 | 1,220 | 0,007495 | 62,00 | 1,200 | 0,0156 |
| 91,4 <i>p_{bi}</i> | 1,190 | 0,011897 | 48,83 | 1,260 | 0,0142 |
| 80,9 | 1,181 | 0,013357 | 44,35 | 1,290 | 0,0138 |
| 72,1 | 1,172 | 0,015154 | 40,25 | 1,340 | 0,0135 |
| 63,3 | 1,163 | 0,017343 | 36,33 | 1,400 | 0,0133 |
| 54,6 | 1,154 | 0,020330 | 32,06 | 1,470 | 0,0130 |
| 45,8 | 1,144 | 0,024474 | 27,60 | 1,550 | 0,0128 |
| 36,6 | 1,133 | 0,031094 | 22,62 | 1,650 | 0,0125 |
| 28,1 | 1,123 | 0,040897 | 18,17 | 1,760 | 0,0122 |
| 0,0 | 1,082 | 0,074994 | 0,00 | 2,200 | 0,0115 |

Capítulo 5

Resultados e Discussões

Neste capítulo são apresentados os resultados das análises dos testes de poços baseados nos métodos descritos na fundamentação teórica deste trabalho. Dois métodos são validados: o método p^2 para avaliação do fator de película e pontos das curvas das permeabilidades efetivas aos fluidos e o método de determinação *in situ*, também para pontos das curvas das permeabilidades efetivas. Na primeira seção são apresentados os resultados dos testes transitórios de produção, *drawdown*, seguido dos testes de crescimento de pressão, *buildup*. A Tabela 5.1 mostra os dados dos casos analisados.

Tabela 5.1 – Casos analisados.

| Casos | PVT | Permeabilidade k | Porosidade | Fator s | Vazão |
|-------------------------------------|-------------|--------------------|-------------|-----------|---------------------------------|
| Caso 1 (malha radial) | Óleo leve | $k=10 \text{ mD}$ | $\phi=18\%$ | $s=0$ | $q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$ |
| | Tabela 4.4 | | | | $q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$ |
| Caso 2 (malha radial) | Óleo leve | $k=10 \text{ mD}$ | $\phi=18\%$ | $s=-2$ | $q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$ |
| | Tabela 4.4 | | | $s=+5$ | |
| | | | | $s=+10$ | |
| Caso 3 (malha radial) | Óleo pesado | $k=200 \text{ mD}$ | $\phi=30\%$ | $s=0$ | $q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$ |
| | Tabela 4.5 | | | | |
| Caso 4 (malha Cartesiana) | Óleo leve | $k=10 \text{ mD}$ | $\phi=30\%$ | $s=0$ | $q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$ |
| | Tabela 4.4 | | | | |

O Caso 1 abrange dois testes de poços com diferentes vazões, $q_o=16$ e $32 \text{ m}^3/\text{dia}$. O Caso 2 contempla três testes com diferentes valores de fator de película, $s=(-2,+5,+10)$. O Caso 1 e 2 são simulados em reservatórios com o mesmo tipo de óleo e características petrofísicas. O objetivo do Caso 2 é avaliar principalmente a consistência dos resultados encontrados para diferentes valores do fator de película. Em ambos os Casos, 1 e 2, o óleo do reservatório é leve e o modelo de malha é radial. O Caso 3 trata da simulação de um teste de poço com óleo pesado em um modelo de malha radial. A simulação do Caso 4 é realizada num modelo de malha Cartesiana com óleo leve. Ao todo foram analisadas sete simulações de testes de poços, sendo que para os Casos 3 e 4, os gráficos são registrados apenas para consulta e constam no Anexo I deste trabalho.

5.1 Análise – teste transitório de produção

O tempo do teste transitório de produção é de um dia, seguido de igual período com poço fechado para crescimento de pressão. A Figura 5.1 mostra a pressão do poço produzida pelo simulador durante os períodos de *drawdown* e de *buildup* para o Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$).

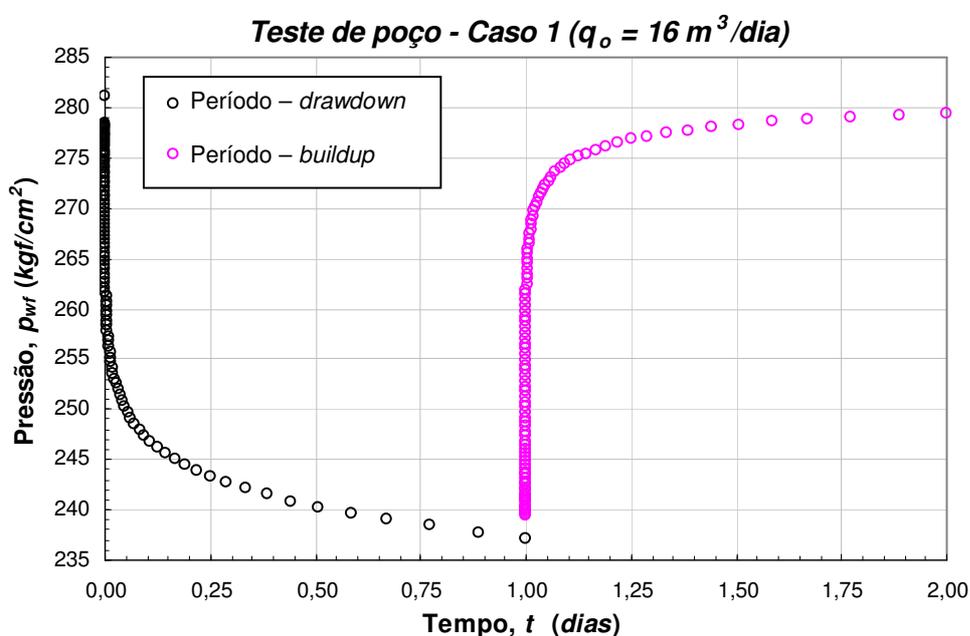


Figura 5.1: Pressão do teste de poço – *drawdown* e *buildup*.

As Figura 5.2 e Figura 5.3 mostram respectivamente, para o caso em análise, o comportamento da pressão e da saturação de óleo contra a variável adimensional de Boltzmann, t_D/r_D^2 , para o período de *drawdown*.

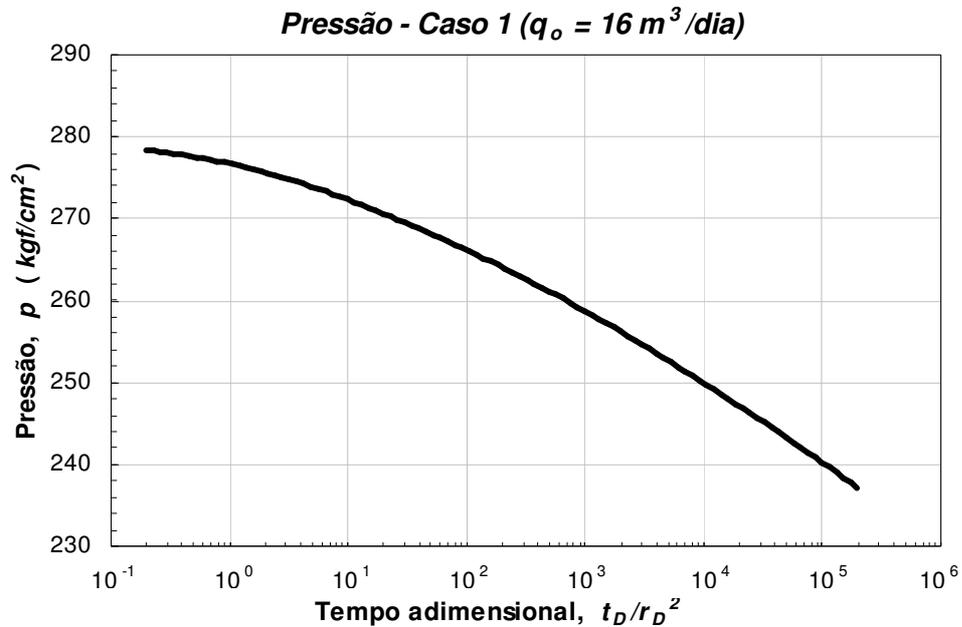


Figura 5.2: Comportamento da pressão – *drawdown*.

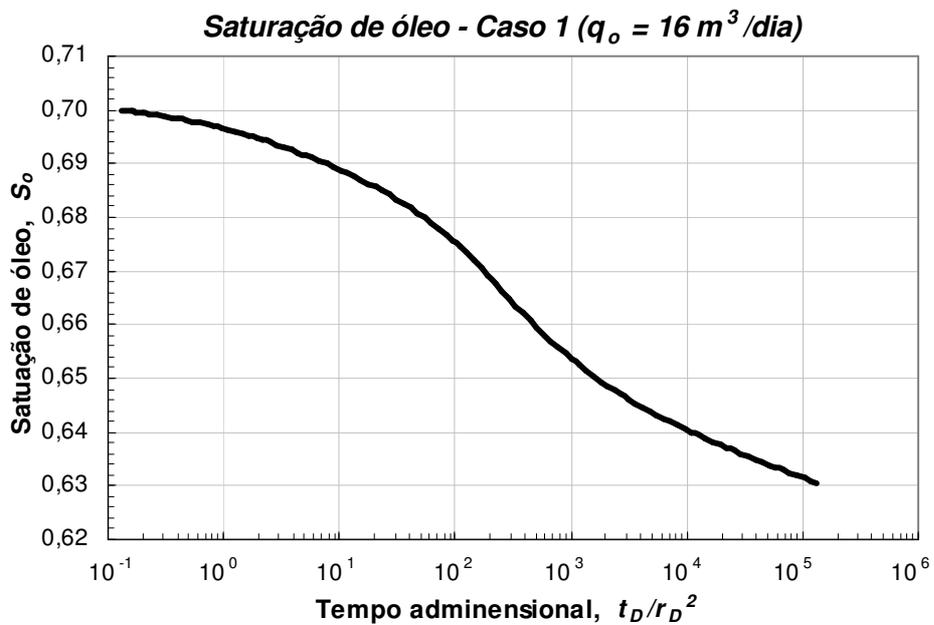


Figura 5.3: Comportamento de saturação de óleo – *drawdown*.

Para o Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$), a pressão inicial de teste parte de $281,23 \text{ kgf/cm}^2$ e atinge uma pressão final de $237,22 \text{ kgf/cm}^2$. A concentração de gás próximo à parede do poço chega a 6,95% ao final do teste. A Figura 5.4 mostra o comportamento da função α , conforme definido pela Equação (3.12), para os dados de simulação do Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$). Observe-se que, conforme ocorre em praticamente todos os testes de poços sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás, o comportamento da função α não é linear.

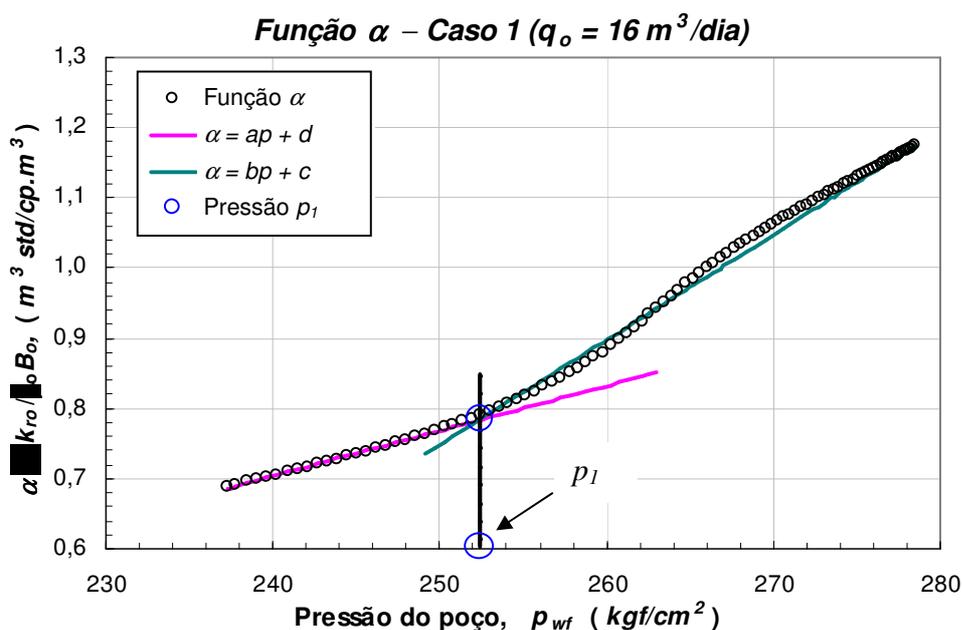


Figura 5.4: Comportamento da função α – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown.

De acordo com o exposto no Apêndice E, o fator de película aparente é calculado conforme Equação (E.12). Esta equação é função dos parâmetros \hat{a} e \hat{b} . Estes dois parâmetros são funções das inclinações e coeficientes lineares das retas verde e lilás da Figura 5.4, conforme Equação (E.5) e (E.6) respectivamente. Para o teste em análise, os valores de \hat{a} e \hat{b} são, respectivamente, iguais a 0,0002110 e 0,0002635. Como $\hat{b} > \hat{a}$ o valor do fator de película aparente resulta num valor menor que o fator de película mecânico, conforme comentário referente à Equação (E.12) do Apêndice E. No Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$), sem fator de película, o resultado para s_{md} é de $-0,94$. A Figura 5.5 apresenta o comportamento da função α para o Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$). O objetivo aqui é avaliar a repetibilidade do método p^2 na obtenção do fator de película aparente.

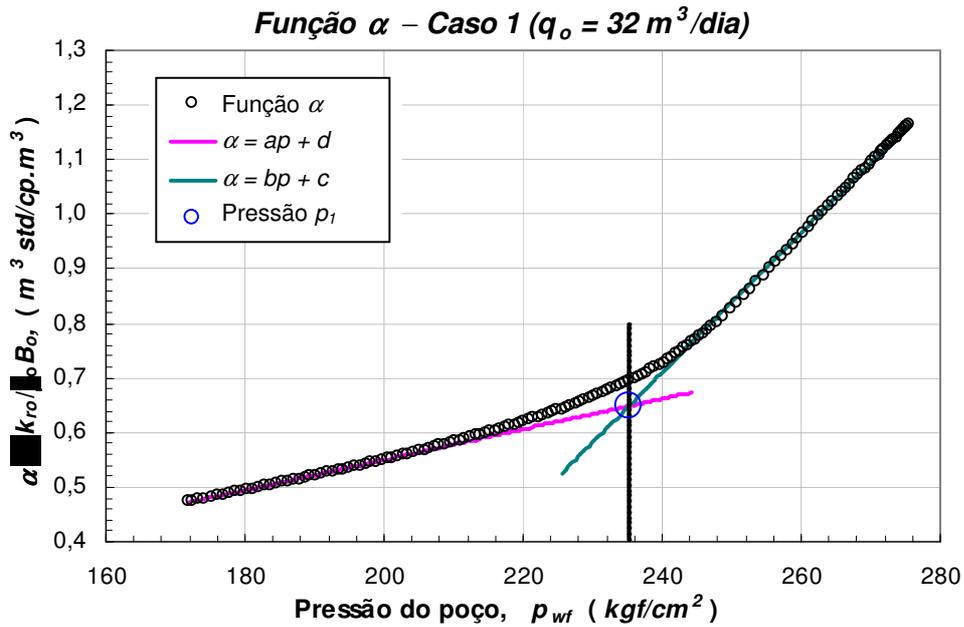


Figura 5.5: Comportamento da função α – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown.

Note-se que a pressão de poço no final do teste para o Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) é de $171,77 \text{ kgf/cm}^2$, inferior ao valor da pressão de poço no Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$). Este resultado é esperado, pois a vazão de teste neste caso é o dobro do caso anterior. Isto resulta em maior saturação de gás próximo à parede do poço ao final do teste, que é de $9,48\%$ ante os $6,95\%$ do caso anterior. Os valores de \hat{a} e \hat{b} neste caso são respectivamente $0,0001986$ e $0,0002608$, resultando num valor para s_{md} de $-0,81$ com a Equação (E.12). Pode-se verificar que os dois valores obtidos pelo método p^2 nos dois testes são compatíveis e próximos do valor de referência, que neste caso é zero. Isto representa sem dúvida um excelente resultado da metodologia.

É importante lembrar que o fator de película aparente calculado conforme Equação (E.12) pressupõe o conhecimento prévio da permeabilidade efetiva ao óleo, pois os parâmetros utilizados na equação são extraídos das retas que representam o comportamento da função α . A função α depende de k_o . Neste trabalho, o fator de película aparente calculado conforme Equação (E.12), período de drawdown e Equação (E.25), período de buildup, servem para validar as equações referentes desenvolvidas no método p^2 . O fator de película aparente, obtido com a Equação (E.15) para o período de drawdown e a partir da Equação (E.29) para período de buildup, dependem de informações das curvas características construídas tão somente com dados

de pressão do teste. Observe-se na Figura 5.6, onde é representada a curva característica do método p^2 para o Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$).

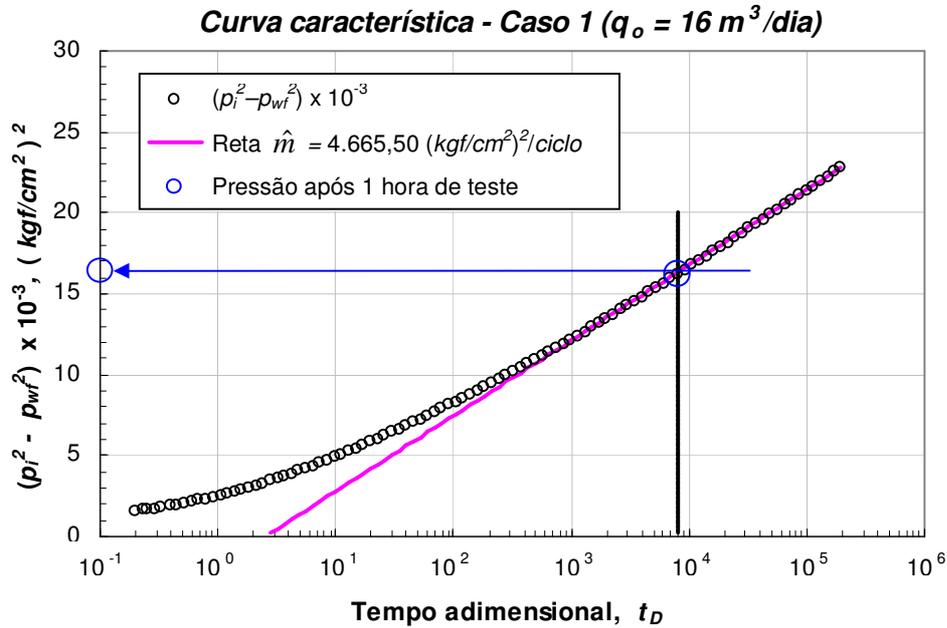


Figura 5.6: Curva característica método p^2 – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown.

O fator de película aparente, conforme Equação (E.15), utiliza o termo $(p_i^2 - p_{wf}^2)_{1\text{hr}}$ em sua expressão. Este termo, por sua vez, representa o valor de $(p_i^2 - p_{wf}^2)$ obtido pela extrapolação da reta até o tempo de 1 hora de teste. Conforme Figura 5.6, para o Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$), este valor é de $16,19 \times 10^{-3} (\text{kgf}/\text{cm}^2)^2$. Este dado aplicado na Equação (E.15) resulta num valor para s_{md} de +0,80. Este é o fator de película aparente obtido com dados apenas do teste de poço. O fator de película aparente final é a média aritmética entre os obtidos durante os períodos de drawdown e de buildup, conforme Equação (3.111).

Outra técnica para avaliar o fator de película aparente é por meio da curva de p_{wDg} , Equação (E.11). A Equação (E.11) é também um resultado do método p^2 . A Figura 5.7 mostra a comparação entre as curvas calculadas conforme Equação (E.11) com a curva de m_{wD} produzida pelo simulador. As retas pontilhadas preta e vermelha representam a solução analítica de m_{wD} utilizando-se da teoria monofásica para líquido com dano igual a 5 e 0, respectivamente. A curva de m_{wD} , círculos pretos, é obtida com o lado esquerdo da Equação (E.10) com dados do

simulador. As retas pontilhadas foram obtidas com o lado direito da Equação (E.10). Lembrando que os dados de m_{wD} são obtidos com as simulações de testes de poços sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás.

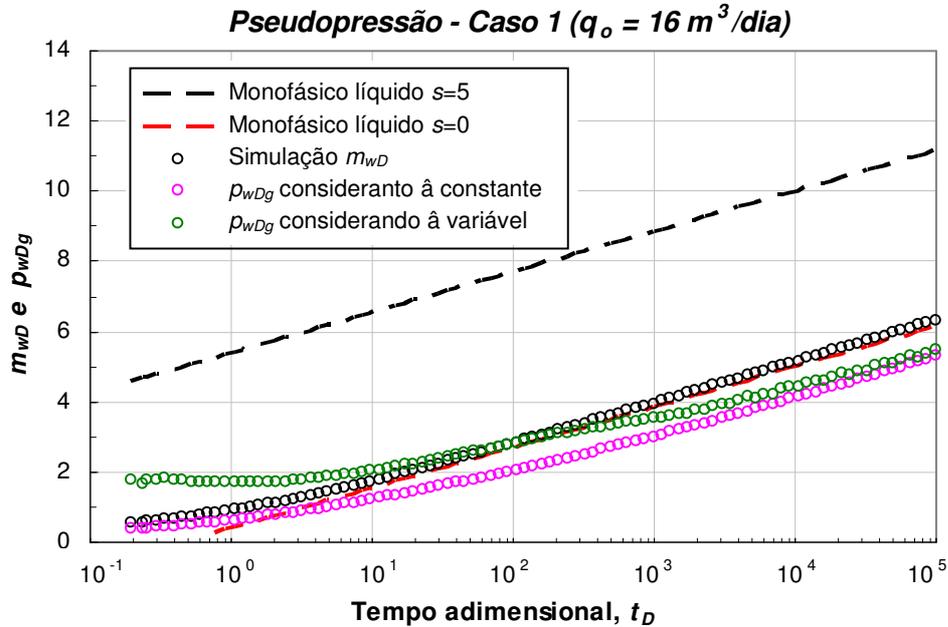


Figura 5.7: Pseudopressão m_{wD} e p_{wDg} – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown.

Observando as curvas da Figura 5.7, pode-se verificar que a solução do caso líquido monofásico com $s=0$ é uma excelente aproximação para m_{wD} do Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$). Esta importante observação, já verificada em outras publicações mencionadas no Capítulo 3, tem orientado a análise de testes em poços sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás. Na prática, em testes de poços onde a saturação do gás próxima ao poço não difere muito da saturação crítica, a análise é feita com as mesmas técnicas utilizadas para o caso de escoamento monofásico de líquido.

O conceito de pseudopressão p_{wDg} , definido conforme Equação (E.11), é um resultado do método p^2 . A construção desta curva utiliza apenas dados de teste de poço. Na Figura 5.7, estão indicadas duas curvas de comportamento de p_{wDg} , uma considerando \hat{a} como uma constante e outra \hat{a} como uma variável. Note-se que, conforme comentários no Apêndice E, considerar \hat{a} como uma constante, o que rigorosamente não é verdadeiro, não resulta em erro significativo. Desta forma o fator de película aparente, termo que compõe a Equação (E.11), pode ser avaliado

graficamente observando-se a curva de p_{wDg} para o caso de \hat{a} constante. Pode-se perceber neste caso em análise que o valor de $-0,94$ para s_{md} , usando a Equação (E.12), é compatível com o valor que se depreende do gráfico da Figura 5.7. Como não se calcula o fator de película aparente com a Equação (E.12) sem o conhecimento prévio da permeabilidade efetiva ao óleo, a maneira de determinar este valor, prescindindo desta informação, é gerando um curva de p_{wDg} analiticamente conforme Equação (E.11).

A Figura 5.8 mostra as curvas de p_{wDg} e m_{wD} para o Caso 1 com vazão dobrada ($q_o=32$ m^3/dia). Observar que o resultado de p_{wDg} ao considerar \hat{a} uma constante para $t_D > 10^2$ é praticamente igual ao resultado considerando \hat{a} uma variável. Neste caso, Caso 1 ($q_o=32$ m^3/dia) sem fator de película, o valor para s_{md} é de $-0,81$ com uso da Equação (E.12). Note-se que este valor é compatível com o do gráfico da Figura 5.8. Já utilizando a Equação (E.15) o valor de s_{md} é de $+0,87$.

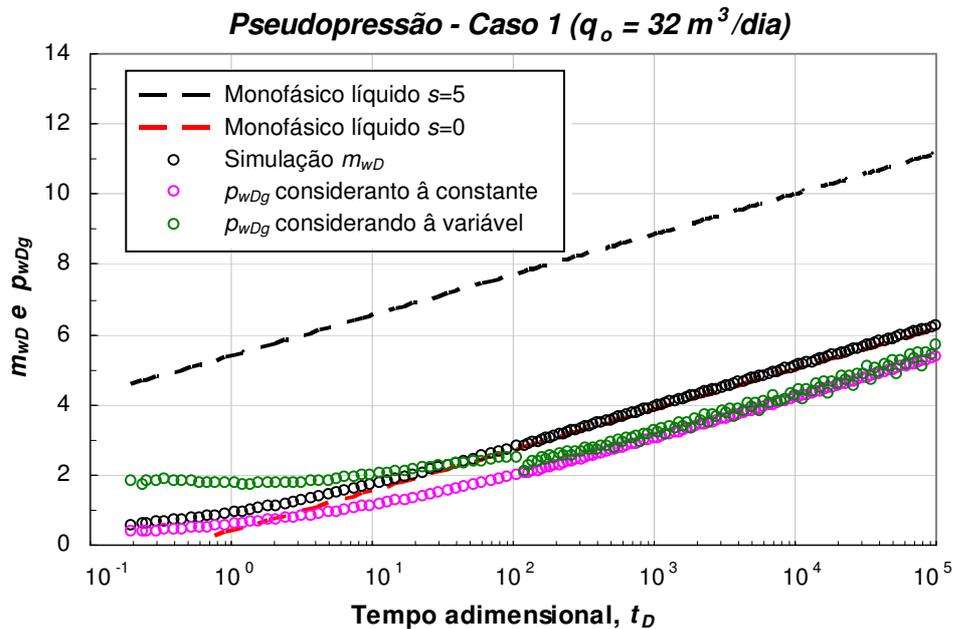


Figura 5.8: Pseudopressão m_{wD} e p_{wDg} – Caso 1 ($q_o=32$ m^3/dia) – drawdown.

Como se sabe, a equação que determina o fator de película é função dos tempos iniciais de teste. Normalmente, esta equação tende para um valor constante num tempo muito curto, pois a área onde se presume existir um efeito de película próximo ao poço é drenada rapidamente nos

testes de poços. Para ilustrar, a Figura 5.9 indica o comportamento do fator de película aparente para as duas simulações do Caso 1 ($q_o=16$ e $32 \text{ m}^3/\text{dia}$) em função do tempo. Notar que os resultados para os dois casos são próximos. O tempo que estabiliza a equação é de três a quatro minutos de teste. Este gráfico é um resultado que valida em parte a repetibilidade do método p^2 na obtenção do fator de película aparente.

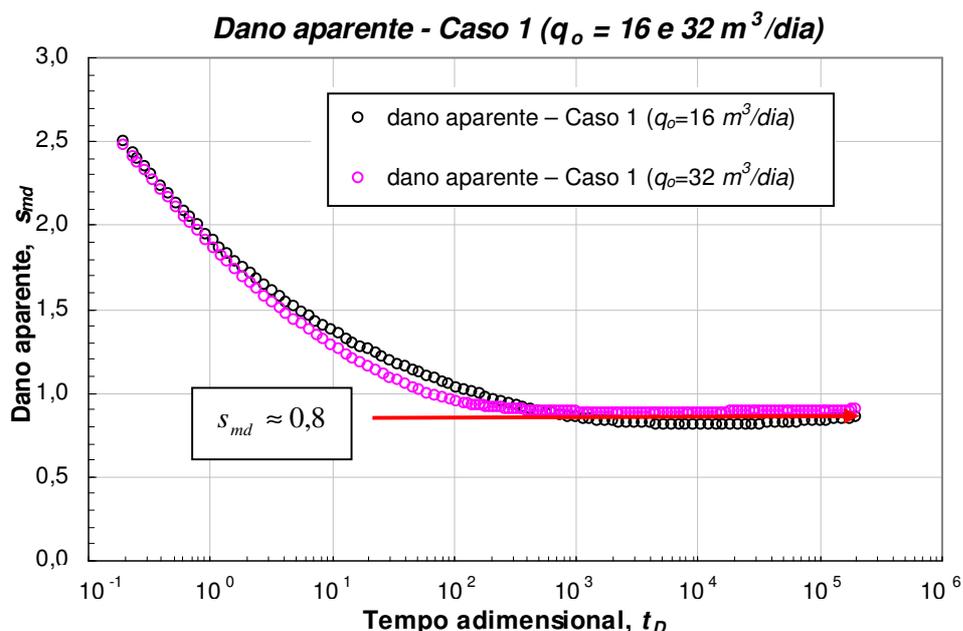


Figura 5.9: Dano aparente s_{md} – Caso 1 ($q_o=16$ e $32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown.

A inclinação da reta \hat{m} da Figura 5.6, mostrada anteriormente, é usada para o cálculo do valor de $\hat{a}k$ conforme Equação (E.14). A curva da permeabilidade efetiva ao óleo em função da pressão, pelo método p^2 , é construída usando este valor na Equação (E.19). Outro método para avaliar k_o , método de determinação *in situ*, utiliza a Equação (3.58). A Figura 5.10 mostra as curvas das permeabilidades efetivas ao óleo em função da pressão de teste. Estas curvas são obtidas pelos métodos p^2 e determinação *in situ*. No gráfico da Figura 5.10, a curva sólida preta representa a correlação que configura os modelos de simulações. Esta correlação, calculados conforme Equação (4.3), representa a curva de referência para validação dos métodos.

As mesmas curvas, agora em função do tempo de teste, são também comparadas na Figura 5.11. Notar que as curvas dos dois métodos divergem da curva de referência nos tempos iniciais

do teste e aproximam-se nos tempos finais. Para $t_D > 10^2$ os valores de k_o obtidos pelo método p^2 e pelo método de determinação *in situ* apresentam excelentes aproximações. Para o Caso 1 ($q_o = 16 \text{ m}^3/\text{dia}$) isto representa tempo de teste inferior a 1 minuto.

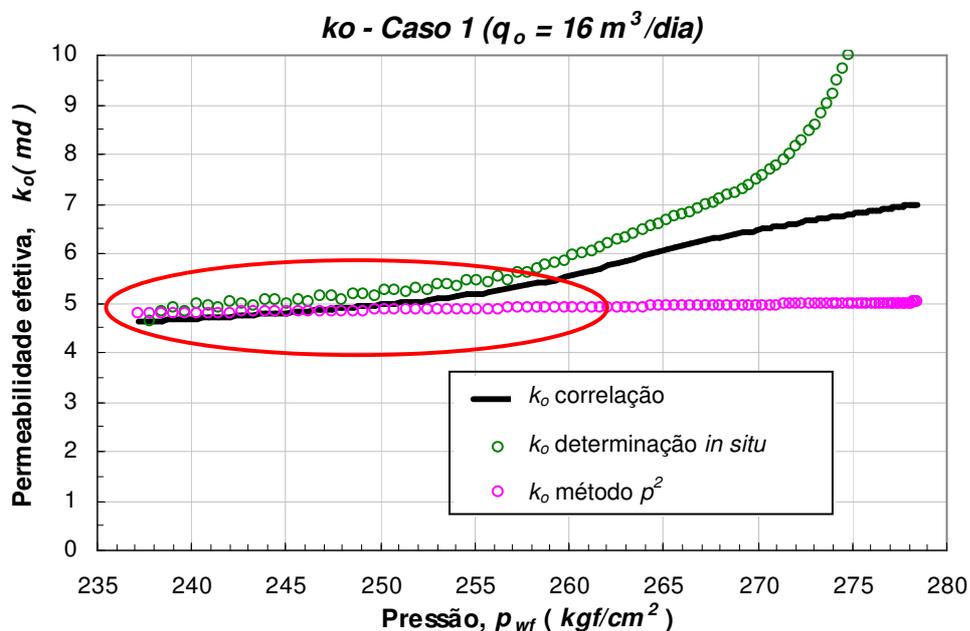


Figura 5.10: Permeabilidade k_o vs p_{wf} – Caso 1 ($q_o = 16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown.

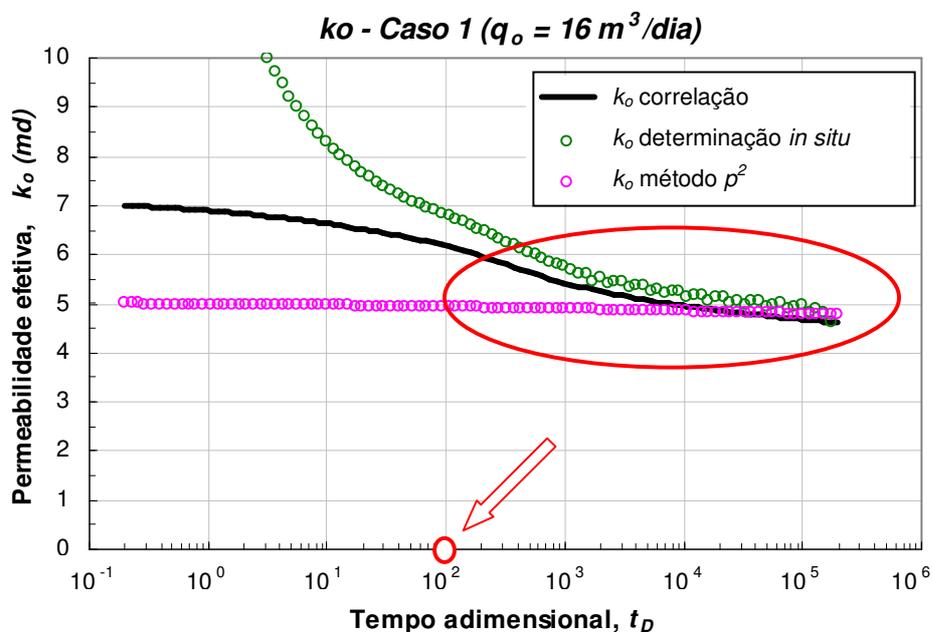


Figura 5.11: Permeabilidade k_o vs t_D – Caso 1 ($q_o = 16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown.

O procedimento para avaliar a permeabilidade efetiva ao gás utiliza os valores de k_o , já calculados, na Equação (3.11). Outra maneira é por meio da Equação (3.60), desde que o gás produzido, q_g , seja medido durante o teste. A Figura 5.12 apresenta o resultado das curvas das permeabilidades efetivas ao gás em função da pressão para o Caso 1 ($q_o=16\text{ m}^3/\text{dia}$). Observe que as aproximações obtidas pelos dois métodos são excelentes.

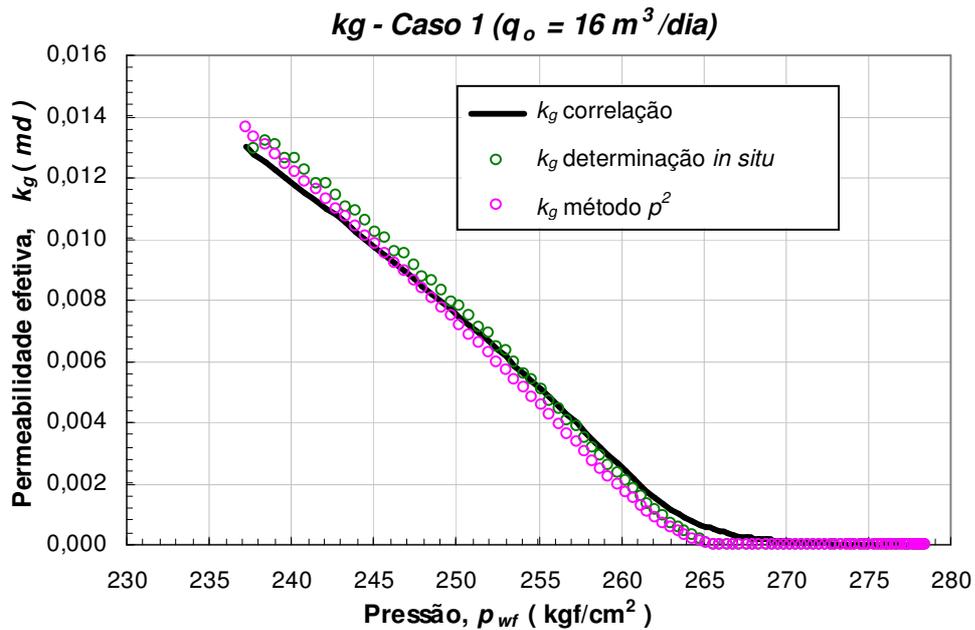


Figura 5.12: Permeabilidade k_g vs p_{wf} – Caso 1 ($q_o=16\text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown.

Com as curvas das permeabilidades efetivas em função da pressão, Figura 5.10 e Figura 5.12, é possível então obter k_o ou k_g em função da saturação S_o . Para tanto basta relacioná-las com a solução numérica da Equação (3.52). Lembrando que esta equação fornece a saturação de óleo S_o em função da pressão de teste p_{wf} . Conforme fundamentos teóricos exposto no Capítulo 3, a Equação (3.52) depende da função F_w definida conforme Equação (3.53). É importante então, avaliar se os dados de pressão de teste produzidas na simulação atendem satisfatoriamente a igualdade da Equação (3.53). Esta é uma forma de validar os modelos de simulação preparados no IMEX com a solução numérica da Equação (3.52). Para ilustrar, A Figura 5.13 mostra o comportamento em gráfico log-log da função F_w para o Caso 1 ($q_o=16$ e $32\text{ m}^3/\text{dia}$) e Caso 2 ($s=-2$). Em todos os casos analisados neste trabalho a função F_w atende satisfatoriamente a Equação (3.53).

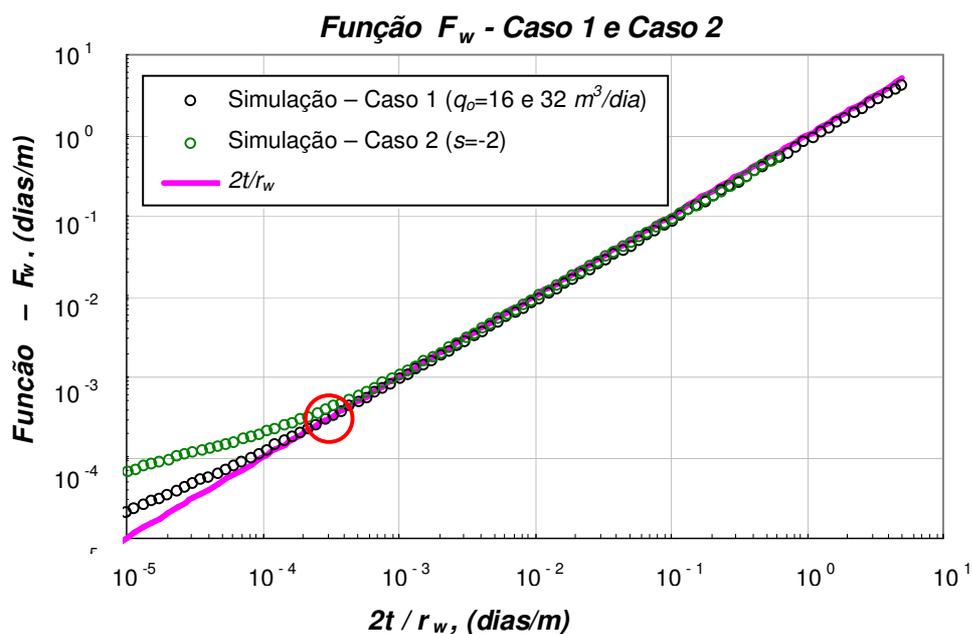


Figura 5.13: Comportamento de $-F_w = (\partial p / \partial r) / (\partial p / \partial t)$ – drawdown.

Na Figura 5.13, a reta lilás representa os valores de $2t/r_w$. As curvas de pontos circulares representam os valores simulados de $-F_w$ obtidos com o lado esquerdo da Equação (3.53). A curva de círculo preto refere-se ao Caso 1 ($q_o=16$ e $32 \text{ m}^3/\text{dia}$) e a curva de círculo verde representa o Caso 2 ($s=-2$). Note-se que os dados simulados apresentam uma excelente aproximação com os valores analíticos, diferindo apenas para valores onde $2t/r_w < 3 \times 10^{-4}$, isto representa $t_D < 25$. Observe também que, nos casos onde não há fator de película, Caso 1 ($q_o=16$ e $32 \text{ m}^3/\text{dia}$), as aproximações são ainda mais evidentes. Para os três testes simulados, Caso 1 ($q_o=16$ e $32 \text{ m}^3/\text{dia}$) e Caso 2 ($s=-2$), o tempo em que os valores calculados analiticamente divergem dos valores simulados não chega a ser de 1 minuto após a abertura do poço.

A Figura 5.14 representa os valores da saturação de óleo no costado do poço em função da pressão do poço. A linha sólida preta representa os valores da saturação de óleo calculados numericamente com a Equação (3.52), e a linha de círculos lilás representa a saturação de óleo fornecida pelo simulador. A curva de círculos marrons representa o erro relativo, calculado conforme equação indicada no próprio gráfico. Para o cálculo numérico da saturação de óleo são necessários os dados da análise de PVT e da razão gás/óleo R medida no campo. Em caso de não se dispor das medições da razão gás/óleo, o cálculo é feito com a Equação (3.11), desde que se

conheçam previamente as curvas das permeabilidades efetivas aos fluidos. Como um dos objetivos do método é determinar estas curvas, a medição da razão gás/óleo R é imprescindível.

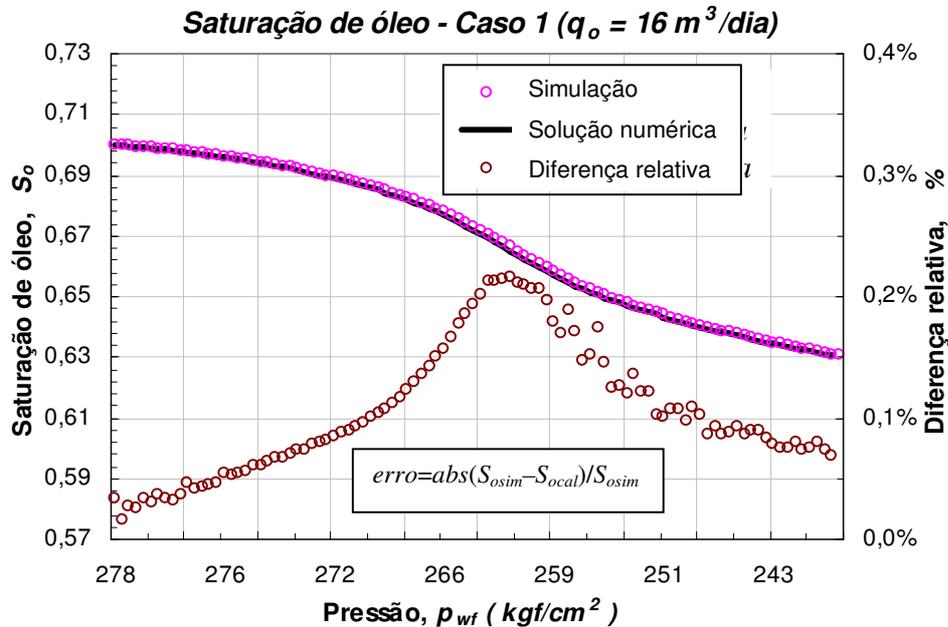


Figura 5.14: Saturação de óleo – solução numérica e simulação – drawdown.

Como já mostrado, a permeabilidade efetiva ao gás é obtida por meio da Equação (3.11). Portanto, se faz necessário validar a Equação (3.11) com os valores simulados. A Figura 5.15 apresenta a razão R para os dois testes do Caso 1 ($q_o=16$ e $32 \text{ m}^3/\text{dia}$). Na Figura 5.15 as linhas sólidas representam os valores calculados pela Equação (3.11) e as linhas formadas por círculos representam os valores das saturações fornecidas pelo simulador. Observar que as aproximações são excelentes. O Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$), para os tempos finais de teste, apresenta uma pequena divergência entre os valores simulados e calculados. É bom lembrar, que neste caso específico, a saturação de gás próximo ao poço é alta ao final do teste. Nas simulações em que a saturação de gás ao final do teste próximo ao poço é alta, maiores são as divergências entre os valores calculados e simulados. A validação desta equação, já verificada em inúmeros trabalhos, é também necessária quando se deseja aplicá-la em métodos analíticos de previsão de comportamento.

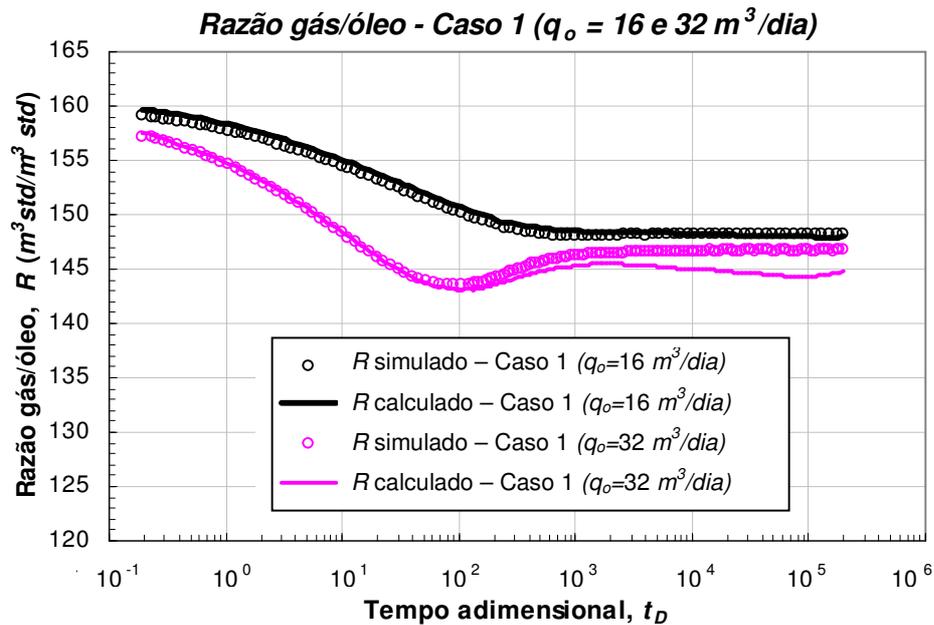


Figura 5.15: Curvas razão gás/óleo – Caso 1 ($q_o=16$ e 32 m³/dia) – drawdown.

É possível agora, uma vez validada a equação que relaciona a saturação de óleo com a pressão, obter facilmente a curva da permeabilidade efetiva ao óleo em função da saturação de óleo. Para tanto, basta relacionar os dados disponíveis na Figura 5.10 com os disponíveis na Figura 5.14. A curva da permeabilidade efetiva ao gás é obtida com a Equação (3.11) utilizando os valores de k_o já calculados. Os resultados estão dispostos nas Figura 5.16 e Figura 5.17 para o Caso 1 ($q_o=16$ m³/dia). Note-se que as aproximações obtidas com o método de determinação *in situ* são excelentes para uma faixa de saturação de óleo entre 63% e 68%. O método p^2 apresenta excelentes aproximações para uma faixa de saturação de óleo entre 63% e 66%. No entanto, como pode ser observada que, a curva obtida pelo método p^2 não diverge tanto da curva de referência para as saturações de óleo nos tempos iniciais do teste. As curvas das permeabilidades efetivas ao gás apresentam aproximações ainda mais significativas que às do óleo, como mostrado na Figura 5.17.

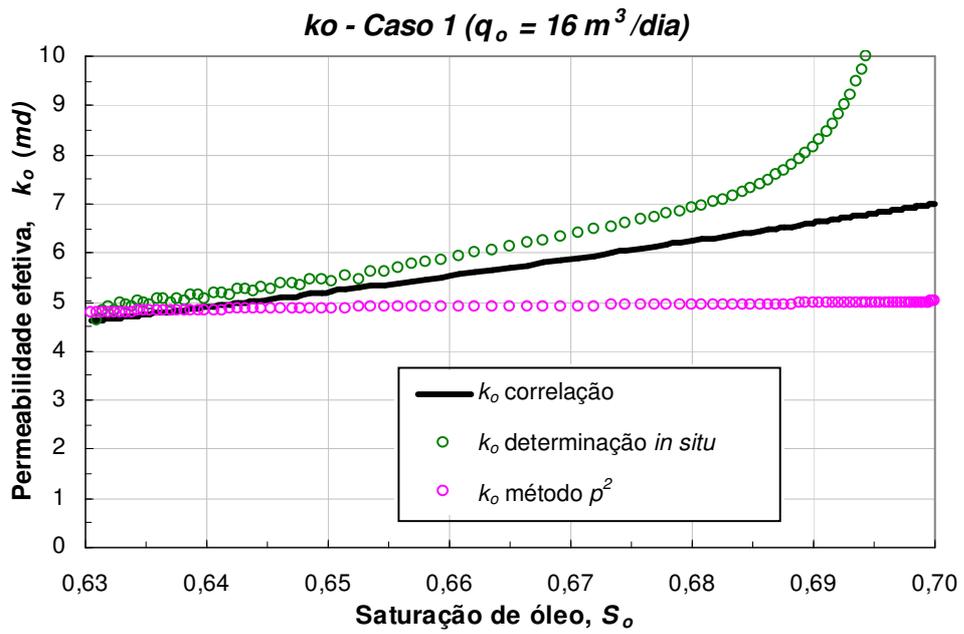


Figura 5.16: Curva de permeabilidade k_o – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown.

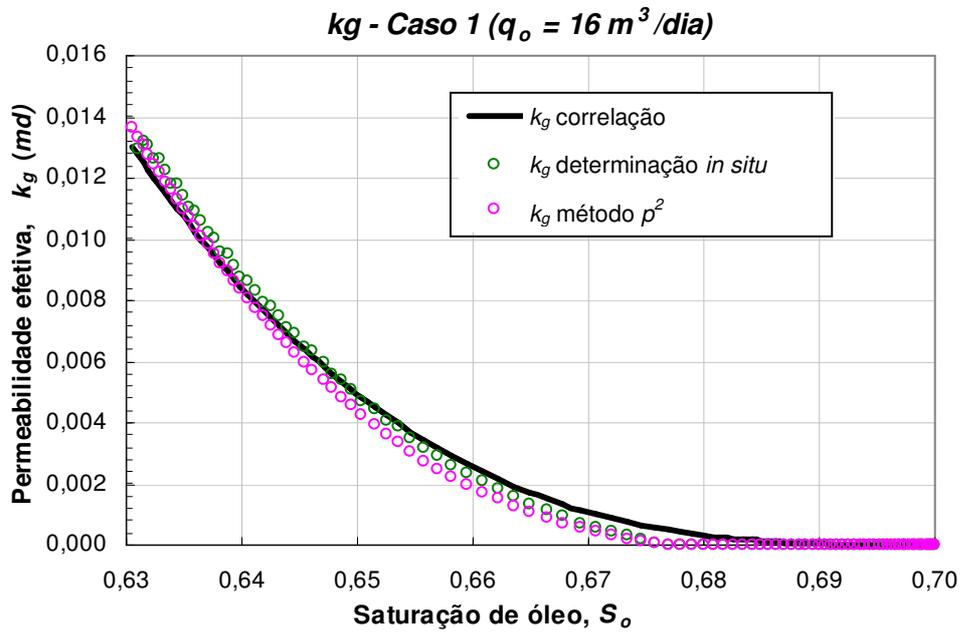


Figura 5.17: Curva de permeabilidade k_g – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown.

A Figura 5.18 e Figura 5.19 mostram as curvas das permeabilidades efetivas ao óleo e ao gás para o Caso 1 com vazão de teste dobrada ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$). Observe que os resultados são também bastante satisfatórios para uma faixa de saturação de óleo entre 61% e 65%.

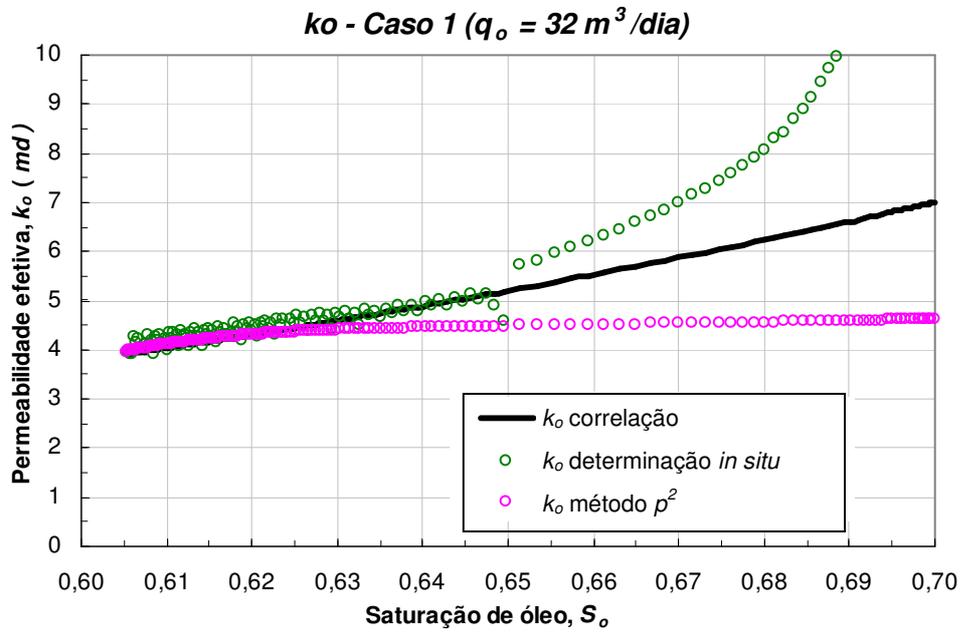


Figura 5.18: Curva de permeabilidade k_o – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown.

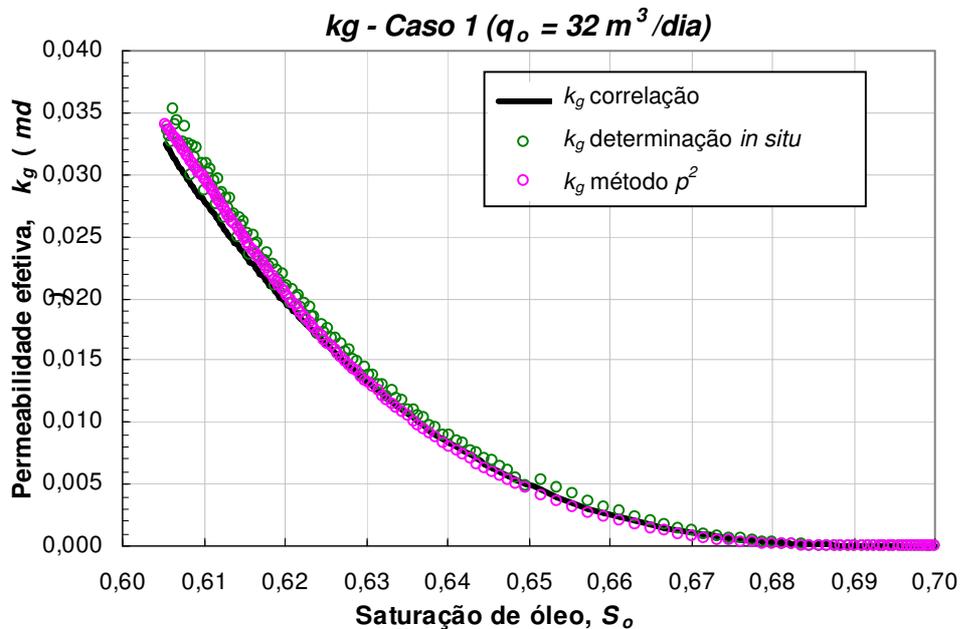


Figura 5.19: Curva de permeabilidade k_g – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown.

Uma maneira de avaliar o quanto as curvas obtidas pela metodologia divergem da curva de referência é através de um índice definido conforme a razão indicada na Figura 5.20.

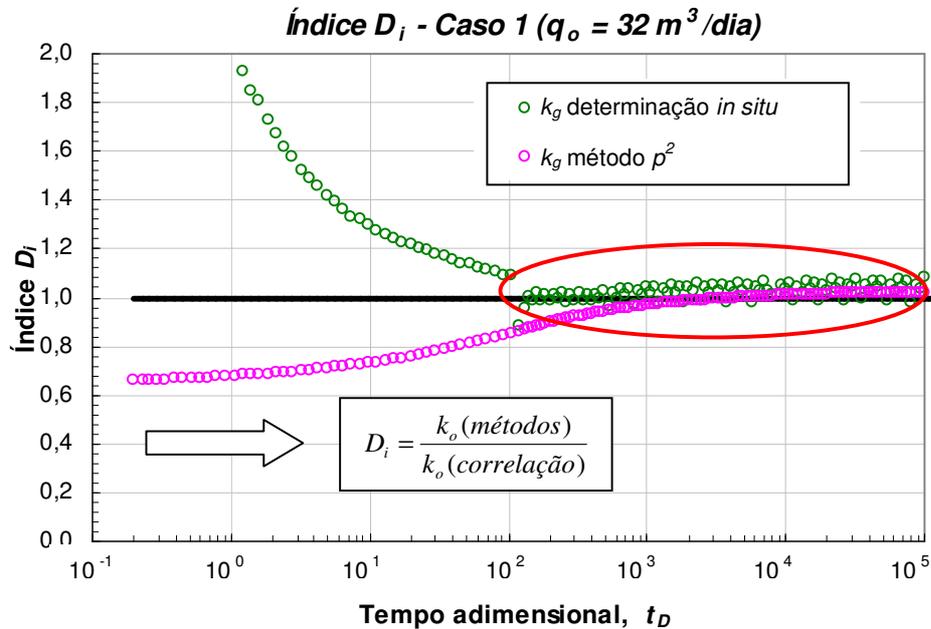


Figura 5.20: Índice D_i – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown.

O índice D_i é a razão entre os valores da permeabilidade efetiva ao óleo obtido pelo método p^2 ou pelo método de determinação *in situ* e os valores de referência, fornecidos pela correlação de entrada do simulador. Como podem ser observados, tanto o método p^2 como o método de determinação *in situ* apresentam excelentes aproximações para o Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$), especialmente para tempos $t_D > 10^2$. Este tempo representa menos de 1 minuto para os testes analisados. A mesma qualidade de resultado é também obtida com o Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$).

A Figura 5.21 dá início agora à análise de um teste de poço com fator de película diferente de zero. Começando com o Caso 2 ($s=+5$), observar inicialmente o comportamento das curvas de pseudopressão, m_{wD} e p_{wDg} .

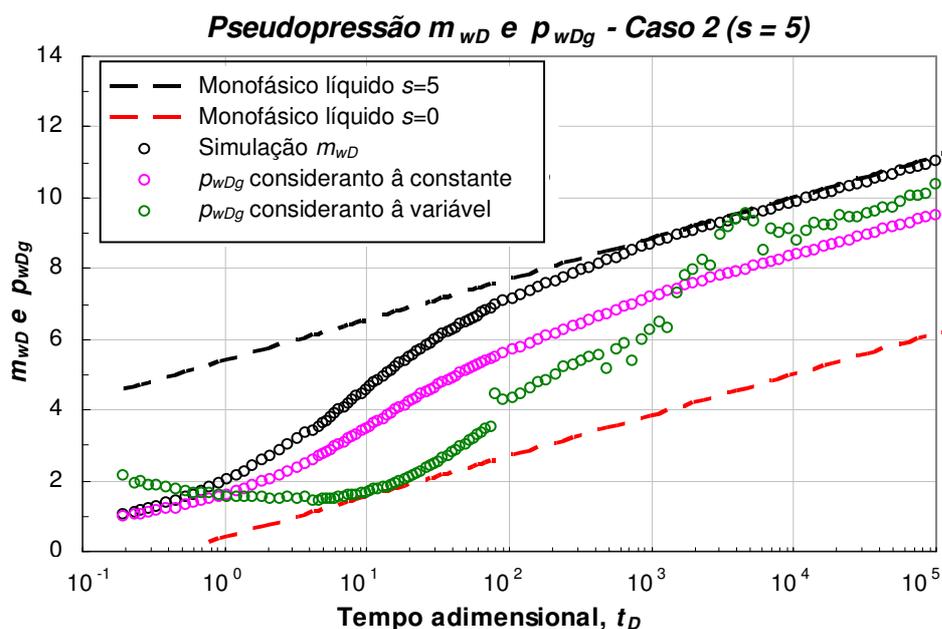


Figura 5.21: Pseudopressão m_{wD} e p_{wDg} – Caso 2 ($s=+5$) – drawdown

A curva de pseudopressão p_{wDg} , gerada pelo método p^2 , indica um dano um pouco menor que o valor de referência, que é de +5 neste caso. A Figura 5.22 apresenta a curva característica do método p^2 para cálculo do fator de película aparente.

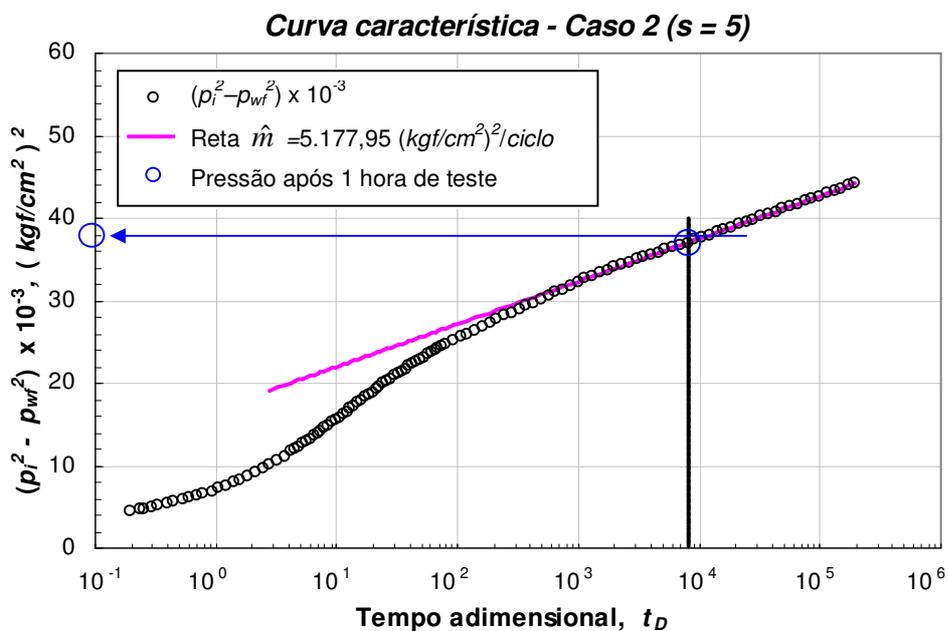


Figura 5.22: Curva característica método p^2 – Caso 2 ($s=+5$) – drawdown.

O valor de $(p_i^2 - p_{wf}^2) \times 10^{-3}$ após 1 hora de teste neste caso é de $37,04 \times 10^{-3} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^2$. Este dado aplicado na Equação (E.15) resulta $s_{md}=+5,05$. Já calculando com a Equação (E.12), que faz uso das retas que representam a função α em função da pressão de teste, o valor para s_{md} é de $+3,0$. Este valor está compatível com o resultado gráfico representado pela curva $p_w D_g$ (considerando \hat{a} constante) da Figura 5.21. Neste caso, analisando apenas o período de *drawdown*, o resultado para o fator de película aparente não resulta boa aproximação. No entanto, como é mostrado mais adiante, o valor resultante após combinação com a análise do período de *buildup* é excelente. Os valores finais para este caso e de outros estão apresentados no final deste Capítulo, na Figura 5.46.

As curvas das permeabilidades efetivas ao óleo e ao gás para o Caso 2 ($s=+5$) são geradas conforme o mesmo procedimento do Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$). A Figura 5.23 indica as curvas das permeabilidades efetivas ao óleo e a Figura 5.24 indica as curvas das permeabilidades efetivas ao gás, ambas em função da saturação de óleo. A Figura 5.25 indica as curvas de k_o em função do tempo adimensional, t_D . Tanto o método p^2 como o de determinação *in situ* resultam em boas aproximações para tempos onde $t_D > 10^2$, embora não tanto quanto no Caso 1 ($q_o=16$ e $32 \text{ m}^3/\text{dia}$). Analisando pelo índice D_i , na Figura 5.26, nota-se que a curva do método p^2 apresenta menor afastamento em relação à curva de referência em relação ao método de determinação *in situ*.

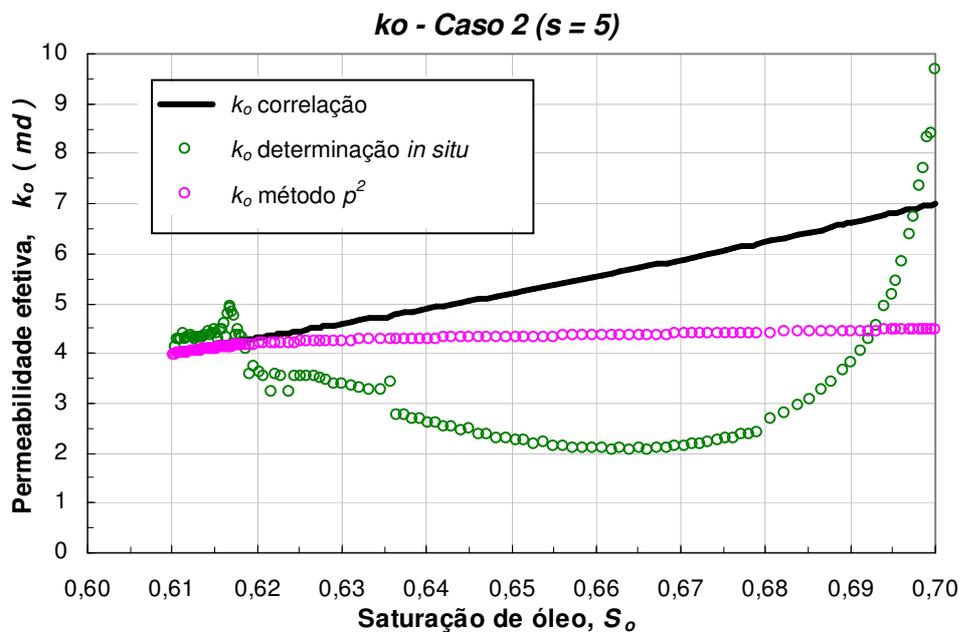


Figura 5.23: Curva de permeabilidade k_o – Caso 2 ($s=+5$) – *drawdown*.

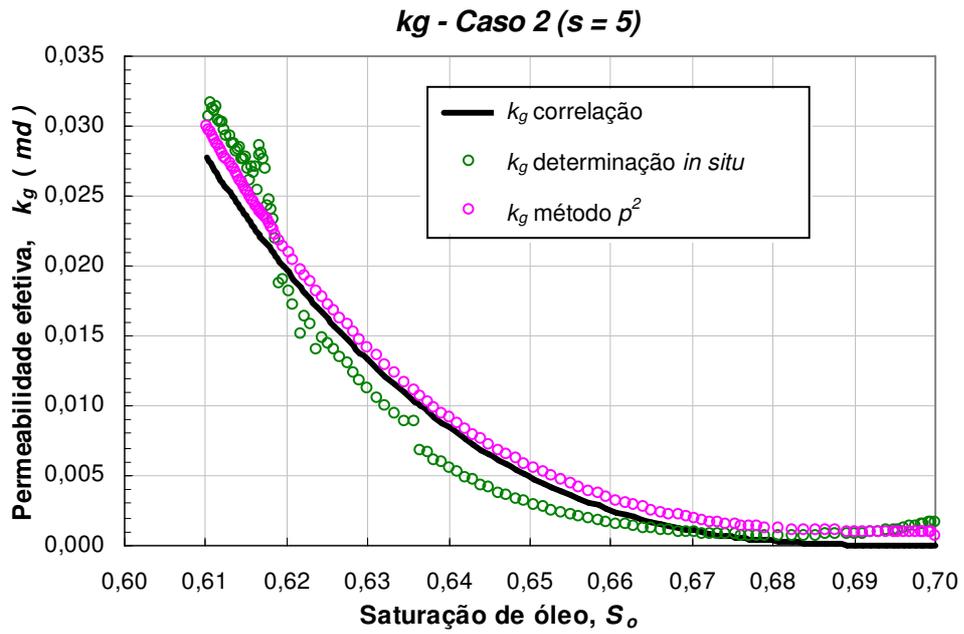


Figura 5.24: Curva de permeabilidade k_g – Caso 2 ($s=+5$) – *drawdown*.

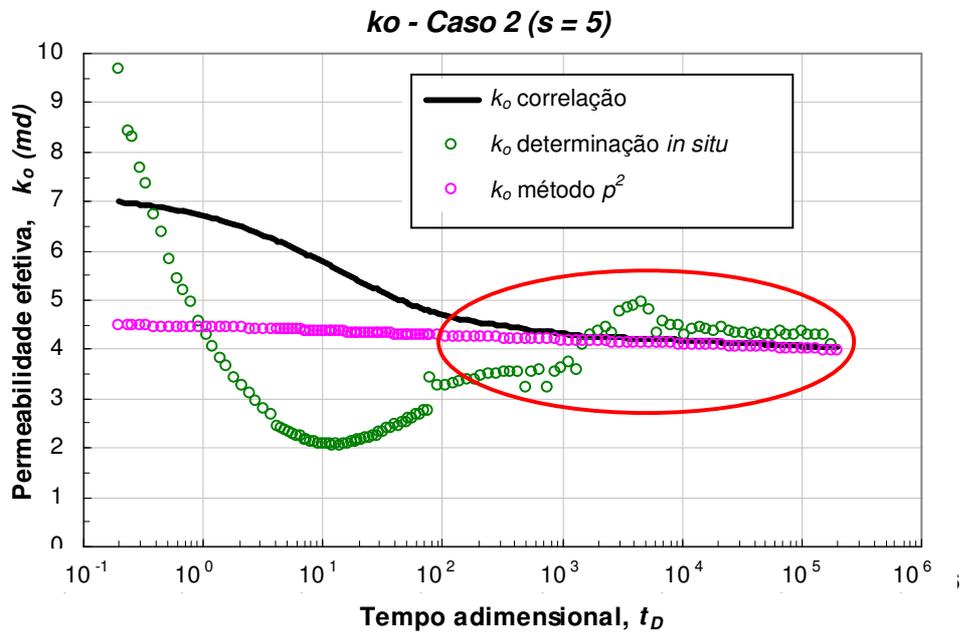


Figura 5.25: Permeabilidade k_o vs t_D – Caso 2 ($s=+5$) – *drawdown*.

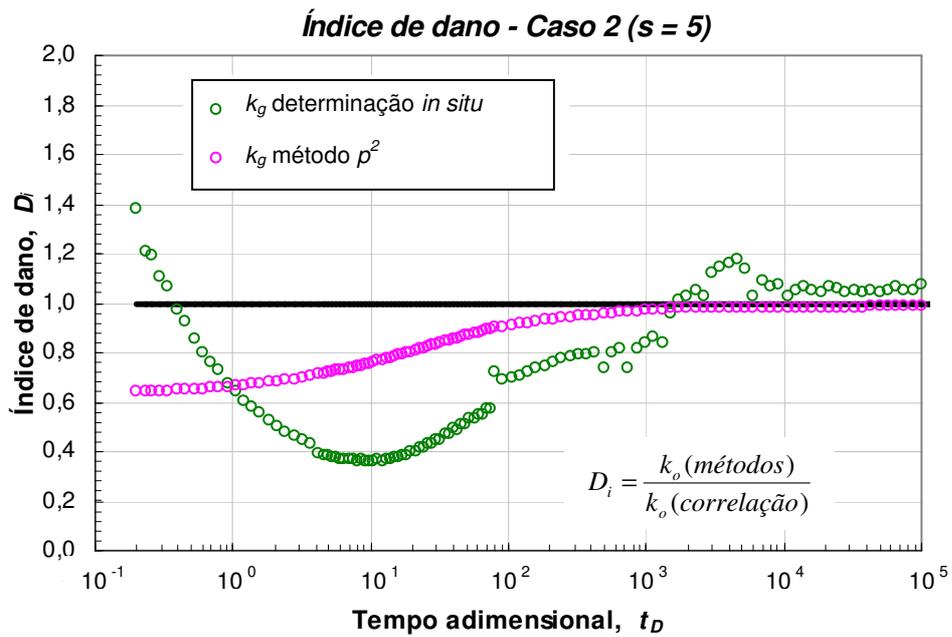


Figura 5.26: Índice D_i – Caso 2 ($s=+5$) – drawdown.

A Figura 5.27 apresenta as curvas de pseudopressão versus a variável de Boltzmann para quatro testes simulados: três com fator de película diferente de zero, Caso 2 ($s=-2, +5$ e $+10$), e um teste com fator de película igual a zero, Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$).

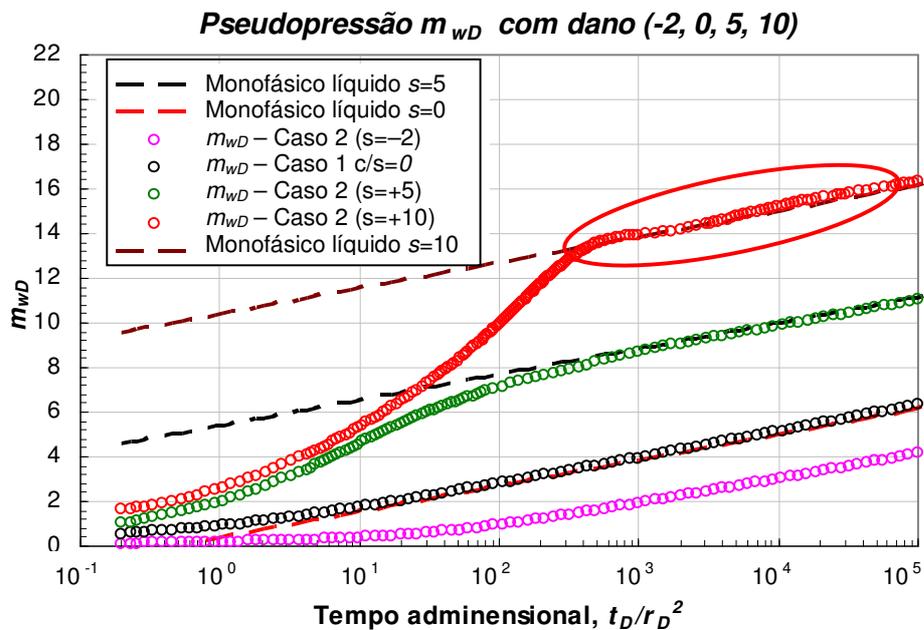


Figura 5.27: Pseudopressão m_{wD} – poços com dano ($s=0, -2, +5$ e $+10$) – drawdown.

Avaliando as curvas de pseudopressão m_{wD} para os casos analisados onde a saturação de gás não ultrapassa 10%, Caso 1 ($q_o=16$ e $32 \text{ m}^3/\text{dia}$) e Caso 2 ($s=-2$ e $+5$), verifica-se que é razoável aplicar as mesmas técnicas de análise de teste monofásico de líquido para interpretar os testes de poços em questão, no caso aqui sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás. Observar curvas de círculos verdes e pretos na Figura 5.27, Caso 1 e Caso 2 ($s=+5$). Caso o fator de película seja avaliado com as mesmas técnicas adotado para escoamento monofásico de líquido, os valores 0 e $+5$, respectivamente para os Caso 1 ($s=0$) e Caso 2 ($s=+5$), são um excelente resultado. Estes valores concordam precisamente com os valores de referência atribuídos aos dois casos.

No Caso 2 ($s=+10$), a saturação de gás atinge 10,7%, que já é considerado um valor alto para a saturação de gás. Observa-se que neste caso, conforme indica a região com círculo vermelho na Figura 5.27, uma distorção no comportamento da curva da pseudopressão m_{wD} ($s=+10$). Esta distorção se reflete também nos resultados das curvas das permeabilidades efetivas ao óleo e ao gás, como pode ser observado nas Figura 5.28 e Figura 5.29. Além da divergência entre as curvas das permeabilidades efetivas determinadas pelos métodos e a curva de referência, há ainda uma distorção nos dados finais dos testes.

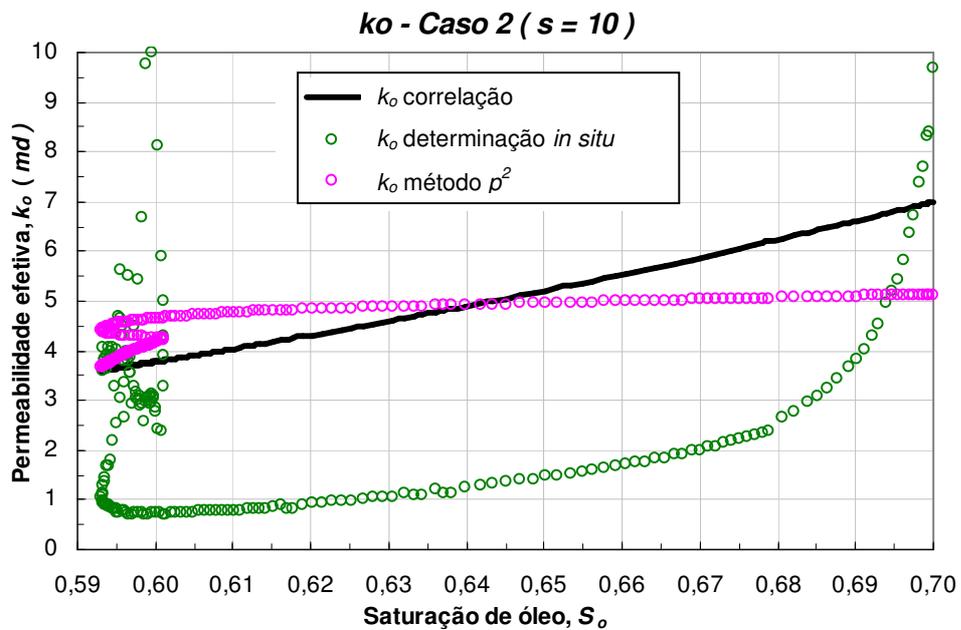


Figura 5.28: Curva de permeabilidade k_o – Caso 2 ($s=+10$) – *drawdown*.

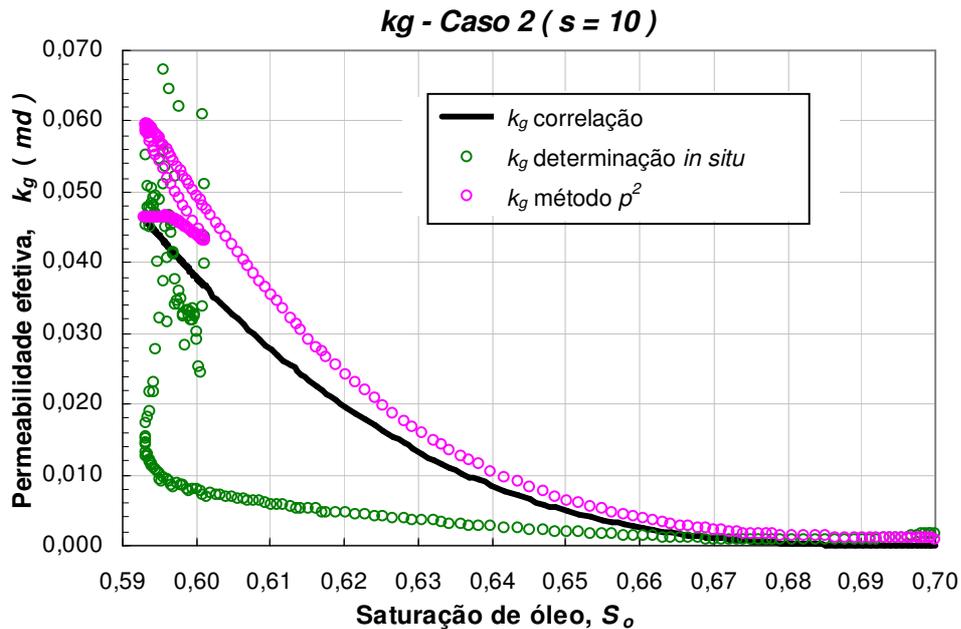


Figura 5.29: Curva de permeabilidade k_g – Caso 2 ($s=+10$) – *drawdown*.

5.2 Análise – teste de crescimento de pressão

A primeira observação a ser considerada no teste de *buildup* é referente à saturação de óleo nas regiões próximas ao poço durante o crescimento de pressão. A saturação de óleo em função da pressão durante período de *buildup* não é rigorosamente a mesma durante o período de *drawdown*, embora tenha sido esta a condição imposta para dedução da Equação (3.88). É sabido que, quanto mais a pressão de poço se afasta da pressão de bolha inicial, maior é a concentração de gás na face do poço. Esta diferença pode ser observada nos testes do Caso 1 ($q_o=16$ e 32 m^3/dia). Nos testes onde a pressão de poço atinge valores menores a saturação de gás na face do poço é maior. O óleo próximo àquela região estará mais denso devido à maior quantidade de gás liberada. No Caso 1 ($q_o=32$ m^3/dia), onde a saturação de gás atinge valores significativos antes do fechamento para o período de *buildup*, a pressão de bolha próxima a região do poço durante fechamento do poço é diferente da pressão estática p_{ws} . A pressão de bolha nos primeiros blocos é a pressão necessária para trazer de volta o gás que se encontra livre naquela região para a solução óleo. Durante o teste transitório de produção, as regiões mais próximas liberam quantidade de gás significativa, o que explica a queda na pressão de bolha do óleo nestas regiões. Nas regiões mais afastadas da face do poço, onde a liberação de gás é menor durante o período de *drawdown*, a

pressão de bolha tende a se igualar com a pressão estática p_{ws} . Isto pode ser constatado observando-se, na Figura 5.30, a pressão de bolha durante período de *buildup* para os blocos 1, 6 e 12, do Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$).

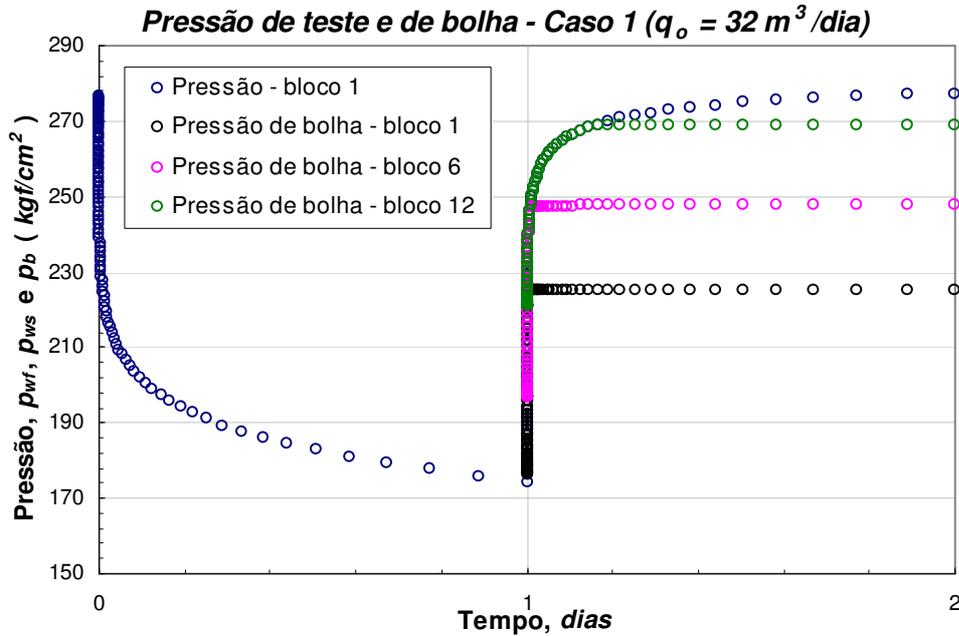


Figura 5.30: p_{wf} , p_{ws} , p_b – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – *drawdown* e *buildup*.

Como se sabe, na pressão de bolha a saturação de óleo é máxima. Observa-se pela Figura 5.30 que a pressão de bolha no costado do poço, bloco 1, é atingida em tempos relativamente curtos. Portanto, a saturação de óleo para o Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) atinge seu valor máximo em tempos também relativamente curtos após o fechamento do poço.

A Figura 5.31 indica a pressão de bolha e a pressão estática contra o tempo adimensional t_D para o Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) durante o período de *buildup*. A Figura 5.32 mostra a saturação de óleo contra t_D para o mesmo caso e mesmo período. A escolha deste caso, para mostrar a evidente diferença entre as saturações de óleo nos dois períodos é proposital. É exatamente neste caso onde ocorre uma grande liberação de gás durante o período anterior ao fechamento do poço.

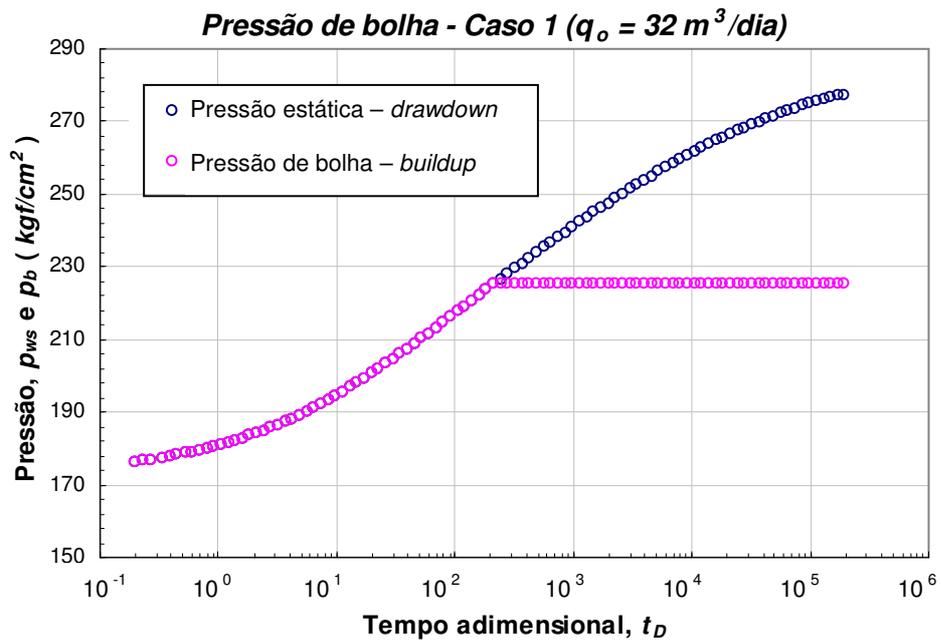


Figura 5.31: p_{ws} , p_b na face do poço – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – *buildup*.

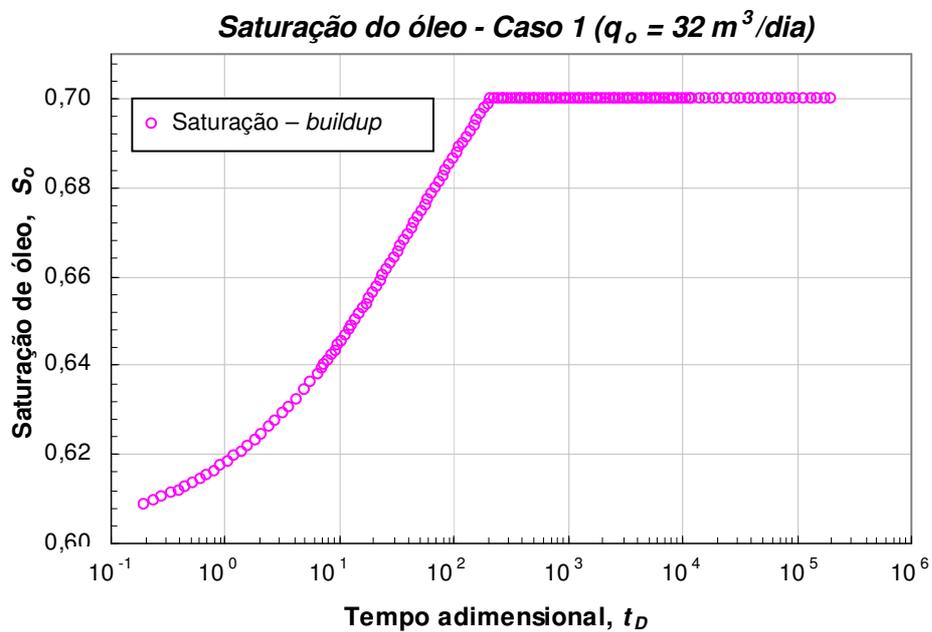


Figura 5.32: S_o na face do poço – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – *buildup*.

É exatamente esta observação relativa à pressão de bolha no teste de *buildup* que explica a diferença de comportamento da saturação de óleo entre os períodos de *buildup* e de *drawdown*. Esta diferença para o Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) é mostrada na Figura 5.33.

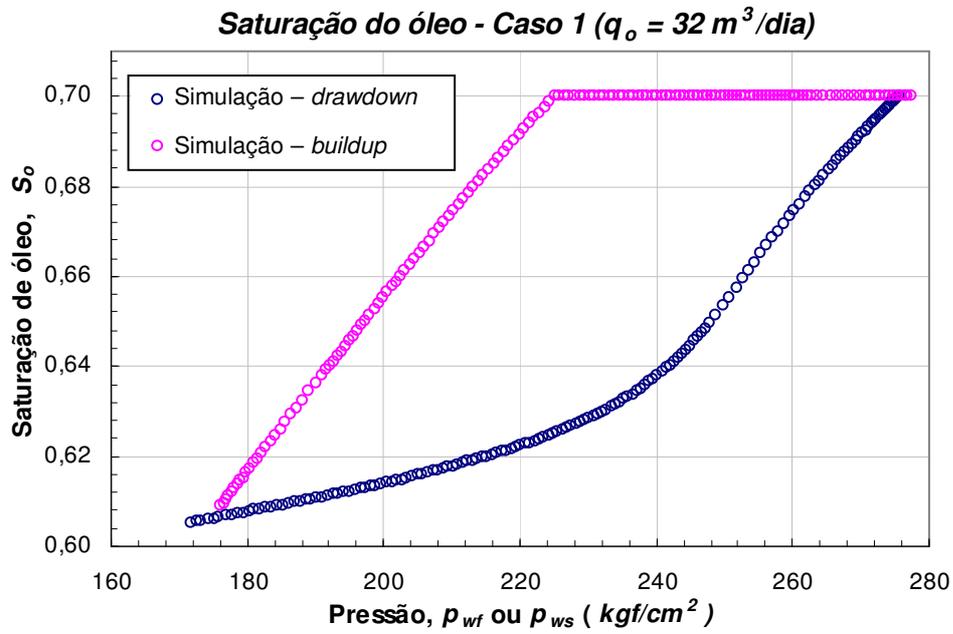


Figura 5.33: S_o na face do poço – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – *drawdown* e *buildup*.

Como pode ser observado na Figura 5.33, a saturação de óleo atinge um valor máximo em tempos relativamente curtos durante o teste de *buildup*. Neste caso em análise, $dS_o/dp_{ws}=0$ para $t_D > 2 \times 10^2$. No período de *buildup*, a saturação de óleo obtida com a Equação (3.92), a mesma aplicada para o período de *drawdown* fazendo $Q_D=0$, apresenta problemas onde $dS_o/dp_{ws}=0$. A solução numérica da Equação (3.92) depende de dS_o/dp_{ws} . Isto implica adotar outra equação para relacionar a saturação de óleo com a pressão. Neste trabalho, a saturação de óleo para o caso de *buildup* segue a Equação (3.96) em substituição à Equação (3.92).

O poço não produz óleo para a atmosfera durante o período de crescimento de pressão, portanto, a razão gás/óleo R fornecida pelo simulador é zero. Assim sendo, no *buildup*, a razão gás/óleo R é obtida por cálculo, utilizando-se da Equação (3.11). Os valores calculados desta forma representam a razão de gás/óleo *in situ*. A Figura 5.34 apresenta a razão gás/óleo R , calculado pela Equação (3.11), para o caso o *buildup* e o *drawdown* do Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$).

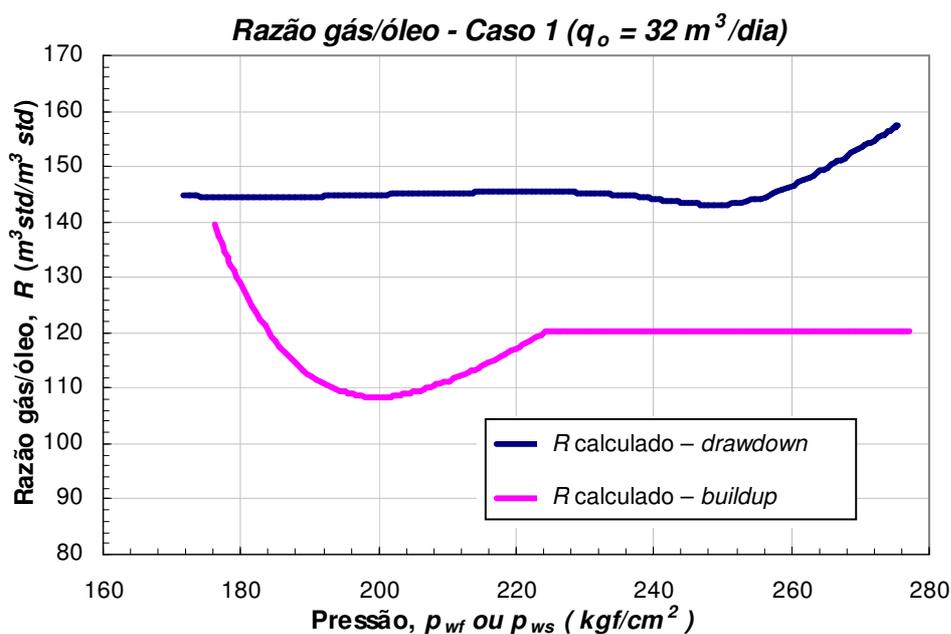


Figura 5.34: Razão gás/óleo – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown e buildup.

A Figura 5.34 mostra claramente que as curvas de razão gás/óleo em função da pressão para o período de *buildup* e o de *drawdown* são distintas. Isto resulta em curvas de razão de solubilidade também distintas, observe a Figura 5.35.

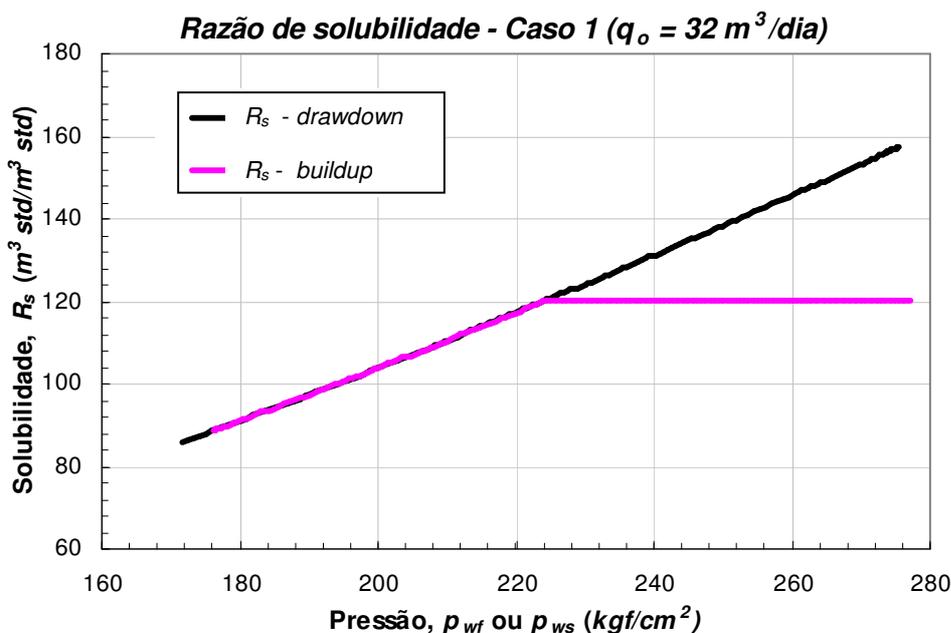


Figura 5.35: Razão de solubilidade – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – drawdown e buildup

A curva de saturação em função da pressão para o período de *buildup*, Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$), atinge um máximo em uma pressão em torno de 226 kgf/cm^2 , conforme a Figura 5.33. Observe que a solubilidade do óleo em função da pressão também apresenta seu valor máximo nesta mesma pressão, note-se Figura 5.35. Este resultado é evidente e esperado, mas serve para validar ainda mais os modelos preparados no simulador e as equações analíticas utilizadas neste trabalho.

A Figura 5.36 apresenta a curva característica do método p^2 para o Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$), onde os valores de $(p_{ws}^2 - p_{wf,s}^2) \times 10^{-3}$ foram avaliados em função do tempo de Horner R_{H2} definido pela Equação (3.99). Vale registrar que, o tempo de Horner definido pela Equação (3.99), R_{H2} , apresentou em todos os casos aproximações melhores que o tempo de Horner definido pela Equação (3.98), R_{H1} .

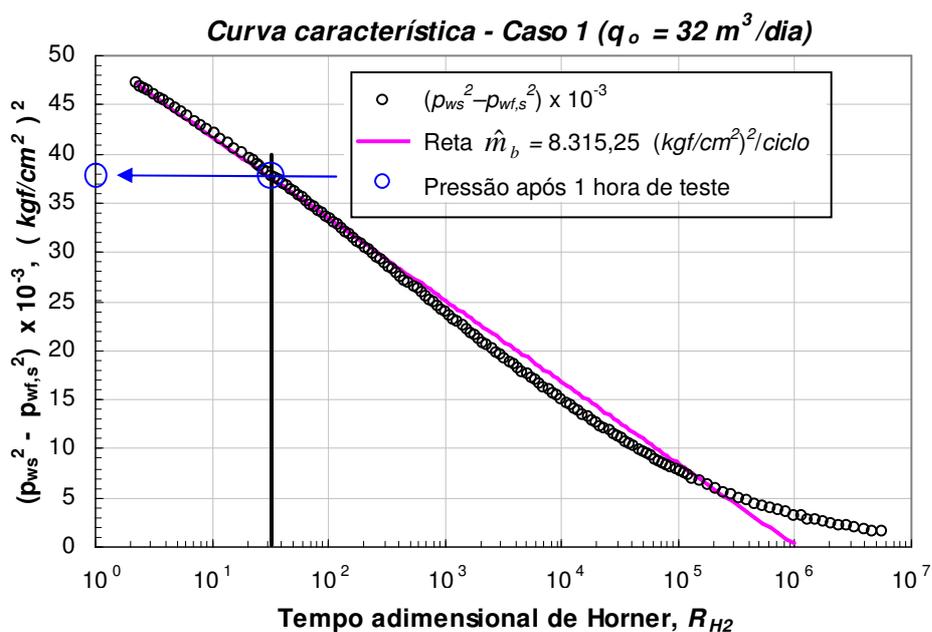


Figura 5.36: Curva característica método p^2 – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – *buildup*.

Neste caso, seguindo o mesmo procedimento da seção anterior, o valor de $(p_{ws}^2 - p_{wf,s}^2) \times 10^{-3}$ após 1 hora de teste é de $37,83 \times 10^{-3} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^2$. Este dado aplicado na Equação (E.29) resulta em $s_{mb}=2,04$. Já calculando este fator com a Equação (E.25) obtém-se $s_{mb}=0,76$. Lembrando que esta equação utiliza as informações das retas que representam o comportamento da função α em função do tempo, observe a Figura 5.37.

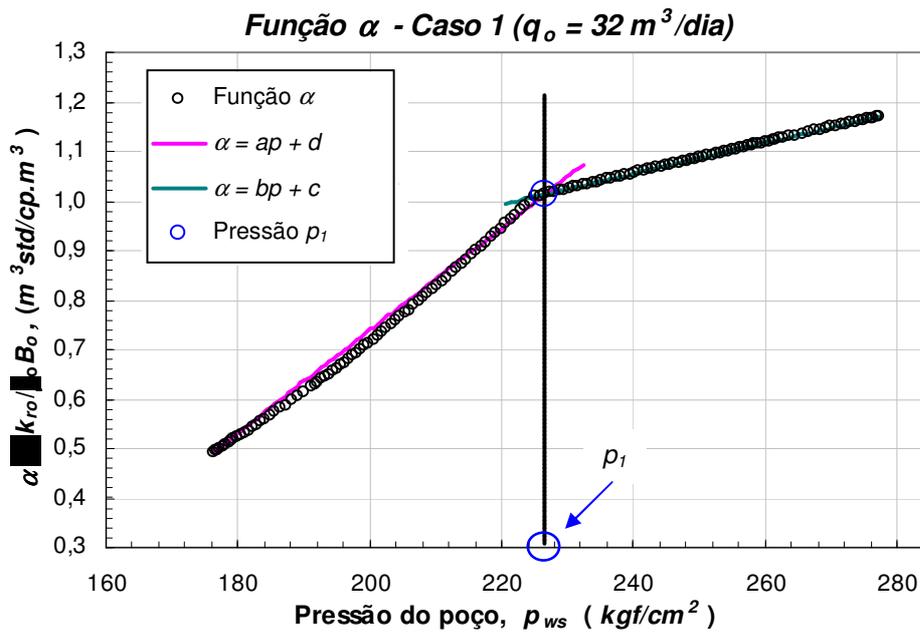


Figura 5.37: Função α – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$) – *buildup*.

Conforme comentário no Apêndice E, a saturação é superestimada quando $\hat{b}_b > \hat{a}_b$, contrário ao que ocorre no período de *buildup*. Isto ocorre quando se analisa a função α para o período de *buildup* no Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$). Os valores de \hat{a}_b e \hat{b}_b são funções da pressão p_1 , inclinações e coeficientes lineares das retas da Figura 5.37. Para o caso em análise esses valores são respectivamente 0,0002577 e 0,0003046, ou seja $\hat{b}_b > \hat{a}_b$.

A curva de permeabilidade efetiva ao óleo em função da pressão de poço é calculada conforme procedimento similar aos casos anteriores. O método p^2 para o período de *buildup* faz uso da Equação (E.33) e com dados de pressão de poço p_{ws} e, o método de determinação *in situ* faz uso da Equação (3.104) considerando tempo de Horner R_{H2} . As Figura 5.38 e Figura 5.39 apresentam as curvas das permeabilidades efetivas ao óleo e ao gás, respectivamente. Lembrando que estas curvas são apresentadas em função da saturação de óleo calculadas conforme a Equação (3.96). Observe na Figura 5.38 que o resultado da permeabilidade efetiva ao óleo obtido pelo método p^2 para o período de *buildup* apresenta melhor aproximação do que o obtido pelo método de determinação *in situ* neste mesmo período. No entanto, os resultados obtidos pelo método de determinação *in situ* apresentam melhores aproximações que o método p^2 para os tempos iniciais do teste.

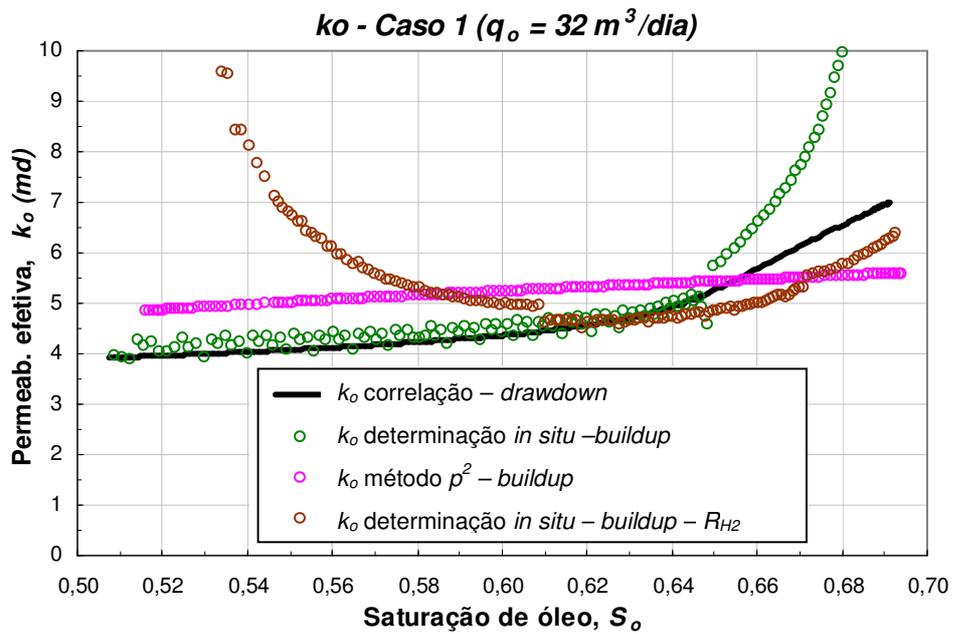


Figura 5.38: Curva de permeabilidade k_o – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$).

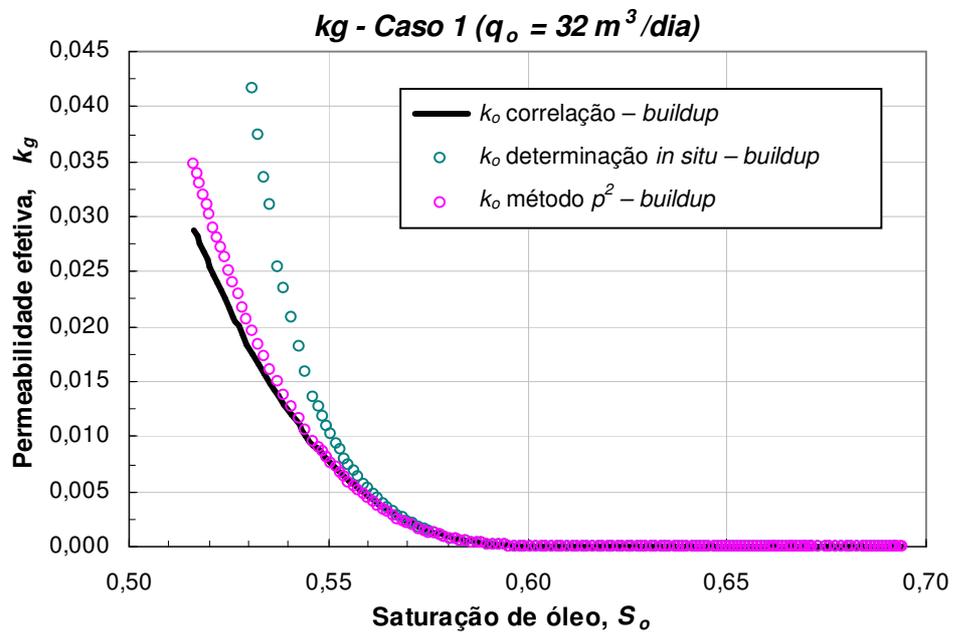


Figura 5.39: Curva de permeabilidade k_g – Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$).

Observar também que o resultado para a permeabilidade efetiva ao gás obtido pela análise do período de *buildup* não é melhor do que o resultado do período de *drawdown*. Como se depreende do exame das Figura 5.19 e Figura 5.39.

Analisando o Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$), onde a saturação de gás no costado do poço é menor que o Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$), nota-se que os comportamentos da saturação de óleo durante o período de *drawdown* e de *buildup* são relativamente aproximados, como disposto na Figura 5.40.

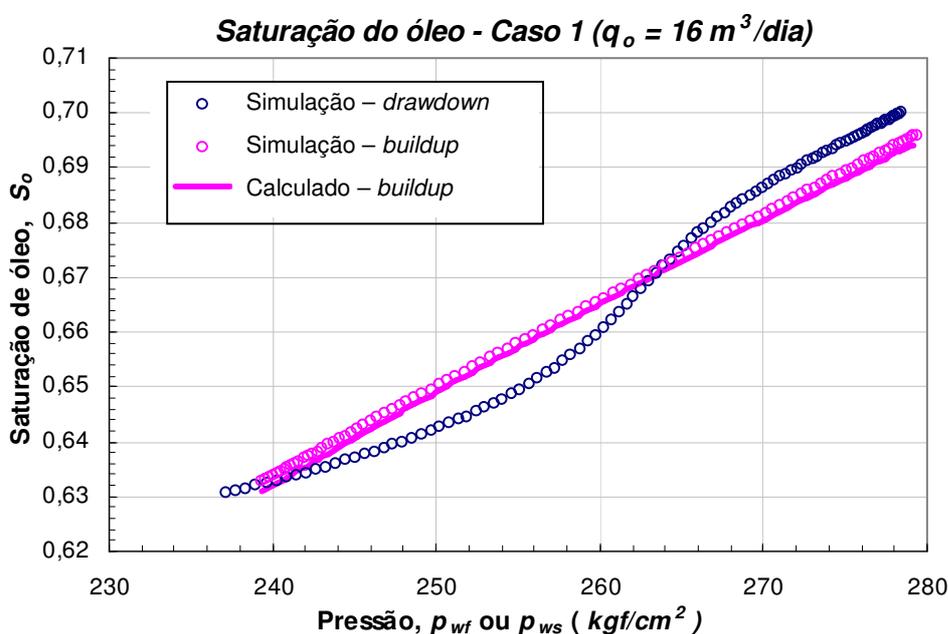


Figura 5.40: S_o na face do poço – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – *drawdown* e *buildup*.

Na Figura 5.40 a linha lilás cheia é a saturação de óleo calculada conforme Equação (3.96) para o período de *buildup*. O comportamento da saturação de óleo no período de *buildup* neste teste resulta bastante diferente do Caso 1 ($q_o=32 \text{ m}^3/\text{dia}$). Neste caso em análise a pressão de bolha é igual à pressão estática para todos os pontos do reservatório, mesmo para os pontos mais próximos do poço, onde a liberação de gás é bem inferior ao Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$). Note-se também que as saturações de óleo calculadas analiticamente pela Equação (3.96) para o período de *buildup* apresenta uma excelente aproximação com os valores simulados para o mesmo período. Isto reforça o potencial de uso da Equação (3.96) para obtenção da curva de saturação em função da pressão para o período de *buildup*.

A Figura 5.41 apresenta a curva característica do método p^2 do Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$). A inclinação da reta é de $3.682,82 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^2/\text{ciclo}$ e o valor de $(p_{ws}^2 - p_{wf,s}^2) \times 10^{-3}$ após 1 hora de teste é de $17,64 \times 10^{-3} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^2$.

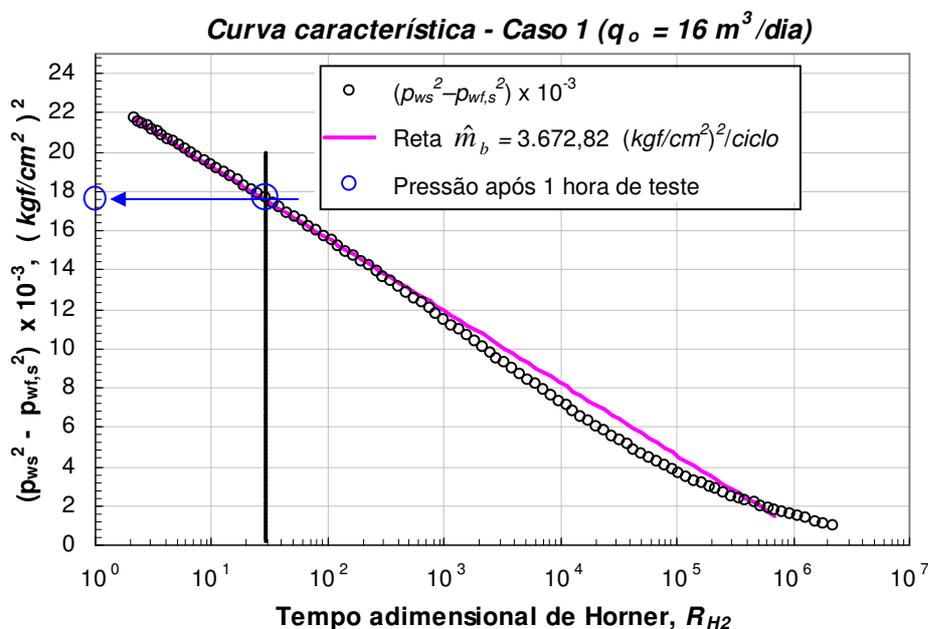


Figura 5.41: Curva característica método p^2 – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$) – *buildup*.

Estes valores aplicados na Equação (E.29) resulta em $s_{mb}=2,33$. Tomando-se os valores de \hat{a}_b e \hat{b}_b da curva da função α neste caso e aplicando na Equação (E.25) resulta em $s_{mb}=0,27$. Os resultados obtidos para o fator de película aparente para o teste com vazão de $16 \text{ m}^3/\text{dia}$ são compatíveis se comparados com os valores obtidos com a vazão de teste duplicada. Estes resultados também são compatíveis com os resultados obtidos da análise do período de *drawdown*.

Com os dados de inclinação da reta na Figura 5.41 são geradas as curvas das permeabilidades efetivas ao óleo, dispostas na Figura 5.42 para o Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$). Para que seja possível comparar as curvas das permeabilidades efetivas em função da saturação de óleo, geradas durante o período de *drawdown* e de *buildup*, a equação da saturação de óleo deve ser a mesma, Equação (3.96).

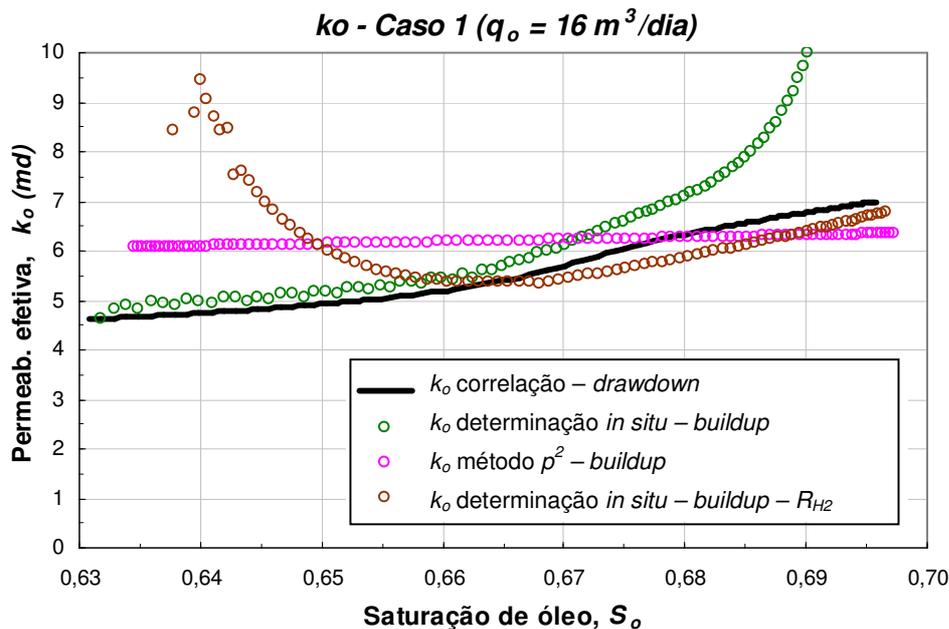


Figura 5.42: Curva de permeabilidade k_o – Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$).

Observe que o método de determinação *in situ* para o período de *buildup* apresenta excelentes aproximações nos tempos iniciais do teste e divergências nos tempos finais de teste. Ao passo que, o mesmo método aplicado no período de *drawdown*, as aproximações se invertem, sendo os resultados excelentes nos tempos finais e divergentes nos tempos iniciais. Esta mesma tendência foi verificada nos outros testes, com ou sem fator de película. Isto sugere que seja adotada a combinação dos resultados, análise de *drawdown* e de *buildup*, para composição das curvas das permeabilidades efetivas ao óleo, a exemplo do que é feito com o fator de película. No caso em questão, a dificuldade está em se estabelecer em que faixa de saturação utilizar os dados do período de *drawdown* e os dados referentes ao período de *buildup*. Na Figura 5.42, para o Caso 1 ($q_o=16 \text{ m}^3/\text{dia}$), parece razoável separar as saturações no intermédio entre 63% e 70%, ou seja, com saturação de óleo entre 66,5% e 70% utilizar método p^2 durante período de *buildup* e entre 63% e 66,5% o método de determinação *in situ* durante período de *drawdown*. Embora, assim procedendo, resulte em boas aproximações para alguns casos analisados, esta técnica carece de mais análise e aferição com outros casos.

A Figura 5.43 apresenta a curva característica do método p^2 para um caso com dano mecânico, Caso 2 ($s=+5$), e a Figura 5.44 apresenta as curvas das permeabilidades efetivas ao óleo em função da pressão de teste.

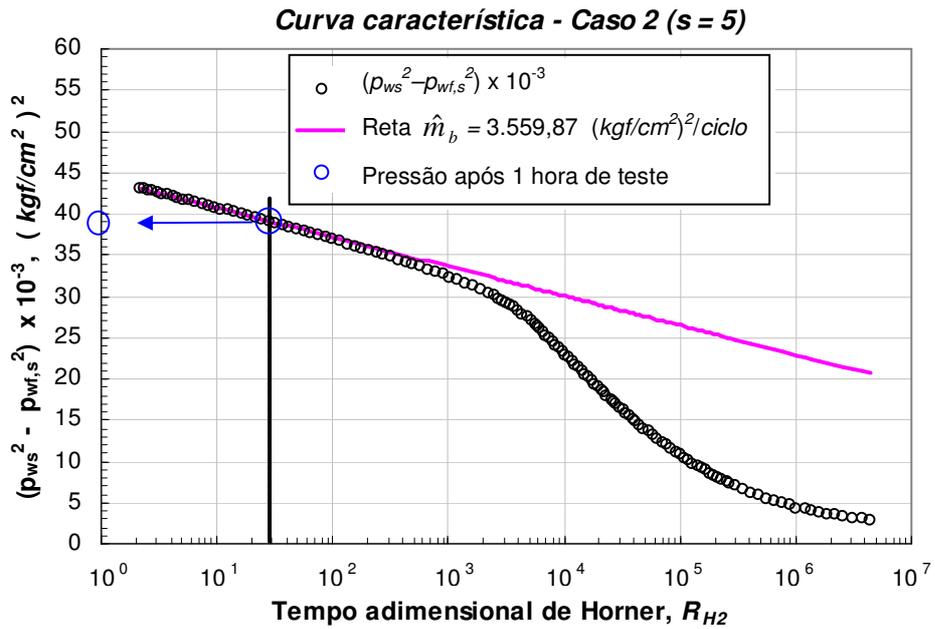


Figura 5.43: Curva característica método p^2 – Caso 2 ($s=+5$) – *buildup*.

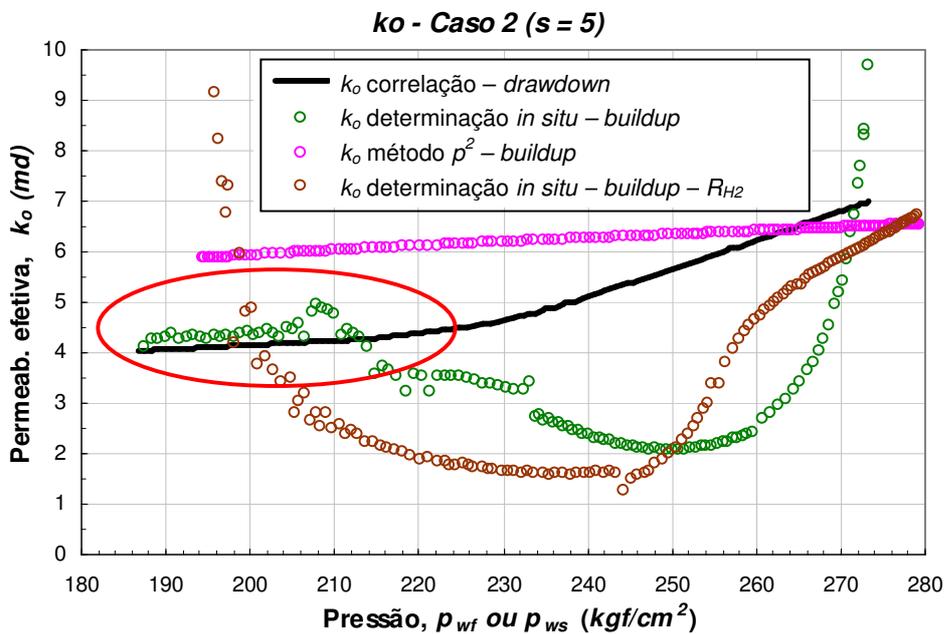


Figura 5.44: Curva de permeabilidade k_o – Caso 2 ($s=+5$).

O fator de película aparente s_{mb} é obtido utilizando-se do mesmo procedimento dos casos anteriores. Para este caso em análise os resultados são $s_{mb}=9,42$ e $6,17$. Estes valores são

calculados adotando-se respectivamente as Equação (E.29) e Equação (E.25). Lembrando que, o fator de película aparente calculado pela Equação (E.25) necessita da curva de permeabilidade efetiva ao óleo. No entanto, seguindo o que é feito no período de *drawdown*, o fator de película aparente pode também ser avaliado graficamente. Para o período de *buildup*, a curva é gerada analiticamente com o lado esquerdo da Equação (E.24), com os dados de pressão do teste. Para ilustrar, a Figura 5.45 apresenta as duas curvas, p_{wDg} e \tilde{p}_{Dsg} , geradas com dados de testes do Caso 2 ($s=+5$) nos períodos de *drawdown* e de *buildup*, respectivamente. Observe na Figura 5.45, como já citado, a média aritmética entre os valores obtidos nos dois períodos de teste é uma excelente estimativa para o valor verdadeiro do fator de película mecânico.

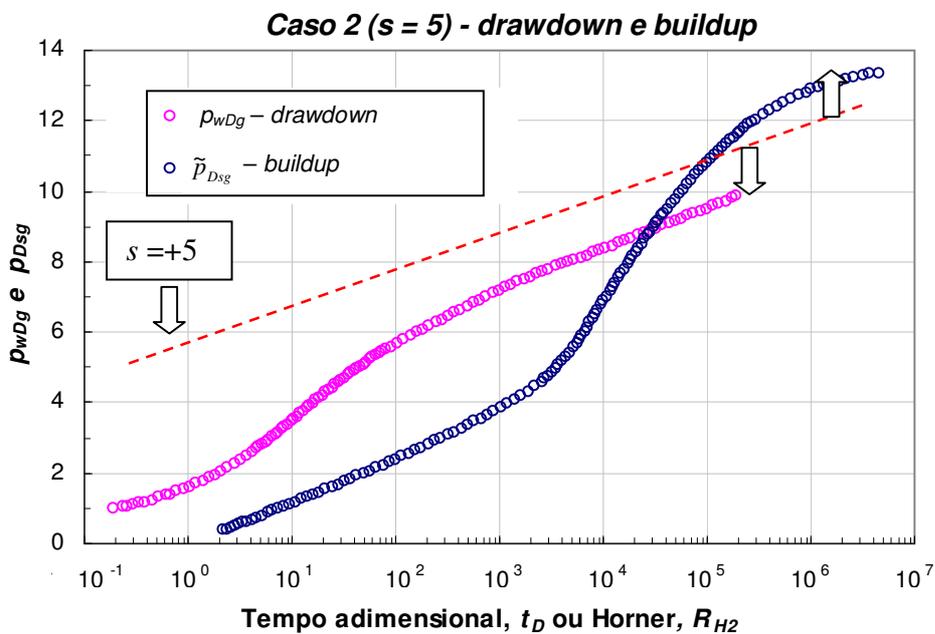


Figura 5.45: Fator de película avaliado graficamente – *drawdown* e *buildup*.

Por fim, combinando os resultados obtidos para o fator de película aparente, conforme Equação (3.111), obtém-se uma boa aproximação do valor verdadeiro do fator de película para todos os casos analisados, como mostra a Figura 5.46. Embora o método p^2 , utilizando-se de dados de pressão após 1 hora de teste, superestime o fator de película, os resultados são ainda excelentes aproximações. Os dados obtidos com inclinação das retas da curva da função α validam o método p^2 na determinação do fator de película aparente conforme apresentada no Apêndice E. Estes resultados, como já mostrado, podem ser avaliados com excelente

aproximação utilizando-se das curvas de p_{wDg} e \tilde{p}_{Dsg} geradas com dados de testes de *drawdown* e de *buildup*, respectivamente.

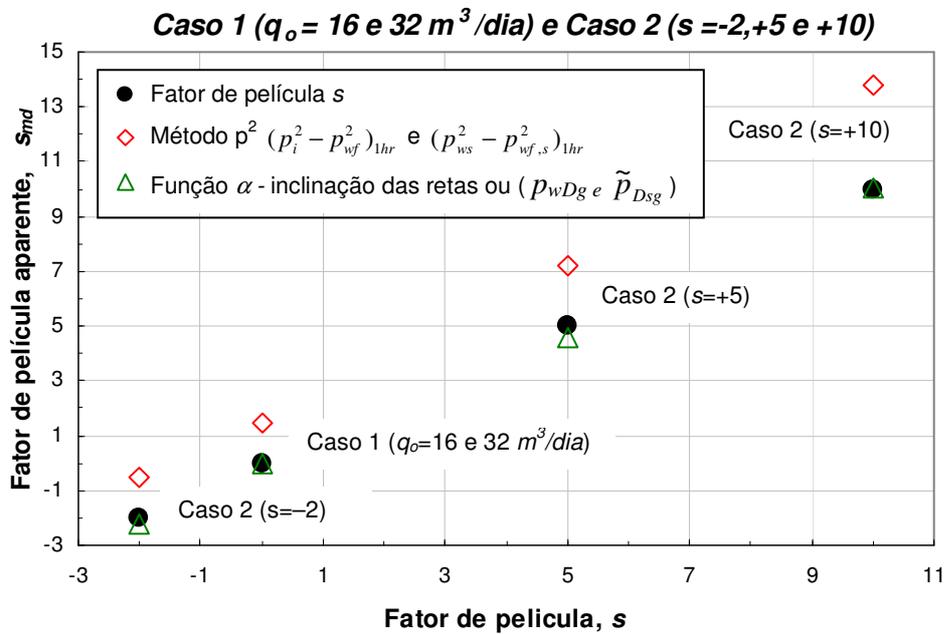


Figura 5.46: Comparação dos resultados – fator de película.

As curvas do Caso 3 e 4 estão no Anexo 1. Neste anexo algumas curvas foram incluídas apenas para consulta. A análise destas curvas segue praticamente o mesmo procedimento realizado para o Caso 1 ($q_o=16$ e $32 \text{ m}^3/\text{dia}$) e Caso 2 ($s=-2,+5,+10$). É importante registrar que a malha para o modelo do Caso 4 é Cartesiana e os resultados obtidos não apresentam diferenças significativas dos resultados do modelo de malha radial do Caso 1 ($32 \text{ m}^3/\text{dia}$). O Caso 4 pode também ser aproveitado em outros estudos de análise de teste de poço onde se pretenda avaliar características geométricas de difícil representação em malha radial. O Anexo 1 traz, por exemplo, gráficos ilustrativos para o comportamento da pseudopressão m_{wD} para três condições de contorno diferentes: presença de falha próxima ao poço, perfuração parcial de poço (fluxo geométrico) e condição de reservatório limitado.

Capítulo 6

Conclusões e Recomendações

Este trabalho apresentou as análises de alguns testes de poços. Foi abordado o teste transitório de produção e de crescimento de pressão em poços verticais sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás. Desta análise, foi possível validar métodos de obtenção de pontos das curvas das permeabilidades efetivas aos fluidos e o fator de película de poços. Os métodos validados foram: método p^2 para determinação do fator de película e pontos das curvas das permeabilidades efetivas aos fluidos e o método de determinação *in situ*, somente para pontos das curvas das permeabilidades efetivas. Para este objetivo, foram construídos modelos de reservatório em um simulador comercial e analisados os testes de *drawdown* e de *buildup*, realizados em poços inseridos nestes modelos.

6.1 Conclusões

Com base nos resultados obtidos com os testes de poços analisados neste trabalho, pode-se concluir que:

- (1) Os modelos construídos no simulador comercial atendem fielmente às condições de contorno impostas que configuram os problemas e permitem a simulação de testes de poços para fins de caracterização do reservatório;
- (2) Devido à inexistência de soluções analíticas para avaliar outras propriedades do reservatório sob outras condições de contorno específicas, a validação dos métodos apresentados neste trabalho fica restrita aos objetivos deste trabalho;

- (3) Quanto ao controle numérico e refinamento poço-reservatório adotados nos modelos de simulação, pode-se dizer que:
- a) As restrições de controle numérico adotadas neste trabalho são suficientes e propiciam condições de análises de informações para os tempos iniciais de um teste de poço, principalmente para os modelos de malha radial, onde é possível refinar satisfatoriamente o acoplamento poço-reservatório;
 - b) Confrontando os resultados simulados com os resultados calculados analiticamente, o modelo com malha radial apresentou melhores resultados do que o modelo Cartesiano, especialmente para os tempos iniciais de testes. A razão deste resultado provém da dificuldade de refinamento do acoplamento poço-reservatório em modelos de malha Cartesiana;
 - c) Apesar da dificuldade no refinamento poço-reservatório no modelo de malha Cartesiana, o modelo de simulação deste trabalho pode ser utilizado para validar métodos de análise de testes de poços.
- (4) Todas as equações analíticas desenvolvidas na fundamentação teórica deste trabalho foram validadas com os dados de testes de poços realizados no simulador comercial adotado;
- (5) Considerando que as soluções analíticas na obtenção do fator de película e pontos das permeabilidades efetivas aos fluidos do método p^2 são aproximações, os resultados obtidos são bastante satisfatórios;
- (6) É possível utilizar a teoria monofásica para análise de teste de poço sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás, tanto para analisar um teste transitório de produção, como um teste de crescimento de pressão, principalmente em condições onde a saturação de gás próxima ao poço não é muito diferente da saturação crítica (diferença menor que 10%);

- (7) A utilização das curvas típicas do método p^2 , p_{wDg} e \tilde{p}_{Dsg} , para avaliação do fator de película durante os períodos de *drawdown* e de *buildup*, respectivamente, produz resultados de excelente qualidade, desde que o valor do fator de película seja avaliado como a média aritmética entre os dois resultados;
- (8) A determinação do fator de película pelo método p^2 através do valor da pressão de teste após 1 hora, $(p_i^2 - p_{wf}^2)_{1hr}$, resulta num valor superestimado. No entanto, o resultado é satisfatório quando se analisam os dois períodos de testes de forma integrada;
- (9) A representação do comportamento da função α , $k_{rc}/\mu_o B_o$, por meio de duas retas, é uma excelente aproximação. O método p^2 , resultante desta aproximação, apresenta melhores resultados para as curvas de permeabilidade efetiva aos fluidos na análise do período de *drawdown* do que na análise do período de *buildup*;
- (10) O método de determinação *in situ* da permeabilidade efetiva ao óleo no período de *buildup* apresenta excelentes aproximações nos tempos iniciais do teste e divergências nos tempos finais de teste. Ao passo que, quando aplicado no período de *drawdown*, as aproximações se invertem, sendo os resultados divergentes nos tempos iniciais e convergentes nos tempos finais;
- (11) O método p^2 e o método de determinação *in situ*, aplicados para o período transitório de produção, *drawdown*, determinam pontos das curvas das permeabilidades efetivas aos fluidos em função da saturação de óleo com excelentes aproximações para tempos de testes $t_D > 25$;
- (12) O perfil de saturação de óleo em função da pressão, calculado numericamente para o período de *drawdown*, Equação (3.52), resulta em excelente aproximação se comparado com os dados simulados. Embora a função F_w utilizada nesta equação, conforme Equação (3.53), tenha comportamento divergente para os tempos iniciais do teste. Já a saturação de óleo para o período de *buildup*, conforme Equação (3.96), apresenta boas aproximações, especialmente para os casos onde a saturação de gás no poço é baixa (menor que 7%);

6.2 Recomendações

Tomando como base os resultados obtidos e os modelos construídos no simulador comercial adotados para validação dos métodos apresentados neste trabalho, são sugeridas as seguintes recomendações

- (1) Utilizar métodos monofásicos de interpretação de testes para avaliar resultados de testes realizados em poços sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás, quando a saturação de gás próxima ao poço não é muito diferente da saturação crítica.
- (2) Utilizar os modelos de malha apresentados neste trabalho, radial e Cartesiano, configurando-os para testes de poços sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás na validação de outros métodos analíticos, por exemplo: determinação da distância de falhas, fluxos geométricos, limites de reservatórios, fraturas, reservas e outras propriedades do reservatório.
- (3) Avaliar com mais dados de simulação, utilizando os modelos construídos para validação deste trabalho, o impacto da saturação de gás próxima ao poço na avaliação do fator de película aparente pelo método p^2 .
- (4) Aproveitar as curvas das permeabilidades efetivas ao óleo apresentadas neste trabalho e gerar mais dados com outras simulações de casos e, estabelecer metodologia para definir que faixa de saturação de óleo utilizar os dados determinados com a análise do período de *drawdown* e que faixa de saturação utilizar os dados do período de *buildup*.
- (5) A fundamentação teórica e os apêndices apresentados neste trabalho registram os conhecimentos sobre análise de testes de poços sob condição de escoamento multifásico e podem ser utilizados como base para outros trabalhos em análise de teste de poço.

Referências Bibliográficas

- Aanonsen, S. *Nonlinear effects during transient fluid flow in reservoirs as encountered in well test analysis*. Norway: University of Bergen, 1985. Tese (Doudorado).
- Agarwal, R. G., Al-Hussainy, R., Ramey Jr., H. J. *An investigation of wellbore storage skin effect in unsteady liquid flow: I. Analytical Treatment*. Artigo SPE 2466, *SPE Journal*, v. 10, n. 3, pp. 279-290, set. 1970.
- Agarwal, R. G. *A new method to account for production time effects when drawdown type curves are used to analyze buildup and other test data*. Artigo SPE 9289, apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Texas, 21-24 set. 1980.
- Al-Hussainy, R., Ramey Jr., H. J., Crawford, P.B. *The flow of real gas through porous media*. Artigo SPE 1243, apresentado no SPE Annual Fall Meeting, Denver, Colorado, 3-6 out. 1965
- Al-Khalifah, A. A., Horne, R. N., Aziz, K. *In-place determination of reservoir relative permeability using well test analysis*. Artigo SPE 16774, apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, realizado em Dalas, Texas, 27-30 set. 1987.
- Amyx, J. W. Bass, D. M. Whiting, R. L. *Petroleum reservoir engineering*. New York: Mc Graw-Hill Book Company, 1960, 610pp.
- Bourdet, D. P., Whittle, T. M., Douglas, A. A., Pirard, Y. M. *A new set of type curves simplifies well test analysis*. *World Oil*, pp. 95-106, 1983.

- Bøe, A., Skjaveland, S. M., Whitson, C. S. *Two-phase pressure transient test analysis*. Artigo SPE 10224, apresentado no SPE Annual Fall Technical Conference and Exhibition, realizado em San Antonio, 5-7 out. 1981; *SPE Formation Evaluation*, v. 4, n. 4, pp. 604-610, dez. 1989.
- Carvalho, R. S., Redner, R. A., Thompson, L. G., Reynolds, A. C. *Robust procedures for parameter estimation by automated type-curve matching*. Artigo SPE 24732, apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, realizado em Washington, D. C., 4-7 out. 1992.
- Dietz, D. N. *Determination of average reservoir pressure from build-up surveys*. Artigo SPE 1156; *Journal of Petroleum Technology*, v. 17, n. 8, pp. 955-959, 1965.
- Earlougher Jr., R. C., Ramey Jr., H. J., Miller, F. G., Mueller, T. D. *Pressure distributions in rectangular reservoirs*. Artigo SPE 1956; *Journal of Petroleum Technology*, v. 20, n. 3, pp. 199-208, fev. 1968.
- Earlougher Jr., R. C. *Advances in well test analysis. Monograph Series*, v. 5, Richardson, TX: SPE 1^a ed., 1977.
- Evinger, H. H., Muskat, M. *Calculation of theoretical productivity factor*. Artigo SPE 942126; *Trans.*, AIME, v. 146, pp. 126-139, 1942.
- Fetkovich, M. J. *The isochronal testing of oil wells*. Artigo SPE 4529, apresentado no SPE Annual Fall Meeting, Las Vegas, Nevada, 30 set.–3 out. 1973.
- Gringarten, A. C., Ramey Jr., H. J., Raghavan, R. *Unsteady-state pressure distributions created by a well with a single infinite-conductivity vertical fracture*. Artigo SPE 4051; *SPE Journal*, v. 14, n. 4, pp. 347-360, 1974.

- Gringarten, A. C., Bourdet, D. P., Landed, P. A., Knaifzeff, V. *A comparison between different skin and wellbore storage type curves for early time transient analysis*. Artigo SPE 8205, apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Las Vegas, Nevada, 23-26 set. 1979.
- Gringarten, A. C. *Computer aided well test analysis*. Artigo SPE 14099, apresentado no SPE International Meeting on Petroleum Engineering, Beijing, China, 17-20 mar. 1986.
- Gringarten, I. C. *From straight lines to deconvolution: The evolution of the state of the art in well test analysis*. Artigo SPE 102079, apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, realizado em San Antonio, Texas, 24-27 set. 2006.
- Horner, D. R. *Pressure build-up in wells*. Proc. Third World Petroleum Congress, E. J. Brill (ed.), Leiden, 1951, v. 2, pp. 503-522.
- Kato, E. T. *Influência do fluxo multifásico em análises de testes em poços não surgentes*. Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas, 1990. Dissertação (Mestrado).
- Levine, J. S., Prats, M. *The calculated performance of solution-gas-drive reservoir*. Artigo SPE 1520; *SPE Journal*, v. 1, n.3, pp. 142–152, set. 1961.
- Martin, J. C. *Simplified equations of flow in gas drive reservoirs and the theoretical foundation of multiphase pressure buildup analysis*. Artigo SPE 1235; *Trans.*, AIME, v. 216, pp. 321-323, 1959.
- Matthews, C. S., Brons, F., Hazerbroek, P. *A method for determination of average pressure in a bounded reservoir*. Artigo SPE 296; *Trans.*, AIME, v. 201, pp. 182-191, 1954.
- Matthews, C. S., Russell, D. G. *Pressure buildup and flow tests in wells*. *Monograph Series*, v. 1, Richardson, TX: SPE 1^a ed., 1967.

- Miller, C. C., Dyes, A. B., Hutchinson Jr, C. A. *The estimation of permeability and reservoir pressure from bottom-hole pressure build-up characteristics. Trans., AIME*, v. 189, pp. 91-104, 1950.
- Moore, T. V., Shilthuis, R. J. *Calculation of pressure drops in flowing wells. Artigo SPE 933170; Trans., AIME*, v. 103, pp. 170-190, 1933.
- Muskat, M., Meres, M. W. *The flow of heterogeneous fluids through porous media. Physics*, v.7, pp. 346-363, set. 1936.
- Peres, A. M. M., Onur, M., Reynolds, A. C. *A new general pressure analysis procedure for slug test. Artigo SPE 18801, SPE Formation Evaluation*, v. 8, n. 4, pp. 292-298, dez. 1993
- Peres, A. M. M., Reynolds, A. C. *Theory and analysis of injectivity tests on horizontal wells. Artigo SPE 84957; SPE Journal*, v. 8, n. 2, pp. 147-159, jun. 2003.
- Perrine, R. L. *Analysis of pressure buildup curves. Drill. and Prod. Prac. API Bulletin*, pp. 482-509, 1956.
- Raghavan, R. *Well test analysis: Well producing by solution gas drive. Artigo SPE 5588, SPE-AIME Journal*, v. 16, n. 4, pp. 196-208, set. 1976.
- Raghavan, R. *Well test analysis. New Jersey: Prentice Hall*, 1993, 558pp.
- Reynolds, A.C., Bratvold, R.B., Ding, W. *Semilog analysis of gas well drawdown and buildup data. Artigo SPE 13664, SPE Formation Evaluation*, v. 2, n. 4, pp. 657-670, dez. 1987.
- Rosa, J. A., Horne, R. N. *Automated type curve matching in well test analysis using Laplace space determination of parameters gradients. Artigo SPE 12131, apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Francisco*, 5-8 out. 1983.
- Sclater, K. C., Stephenson, B. R. *Measurements of original pressure, temperature and gas-oil ratio in oil sands. Artigo SPE 929119; Trans., AIME*, v. 82, pp. 119-136, 1929

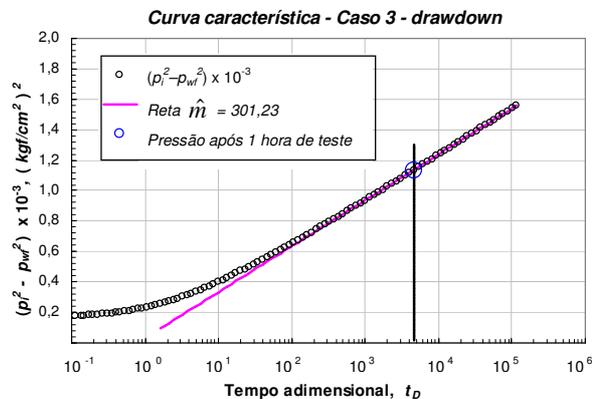
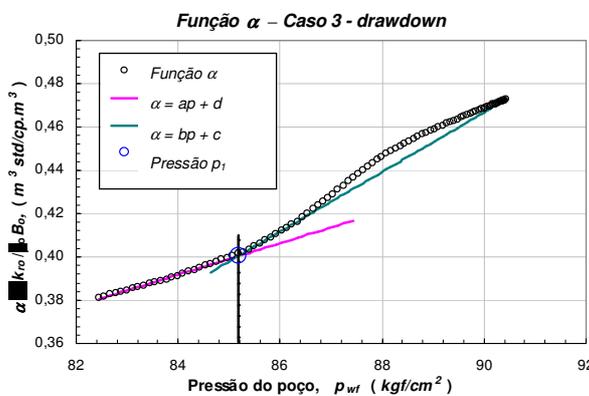
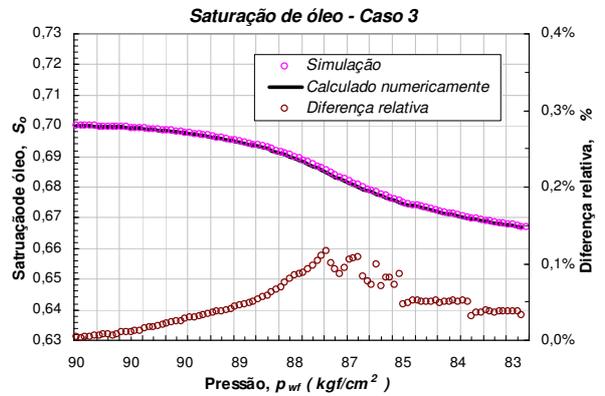
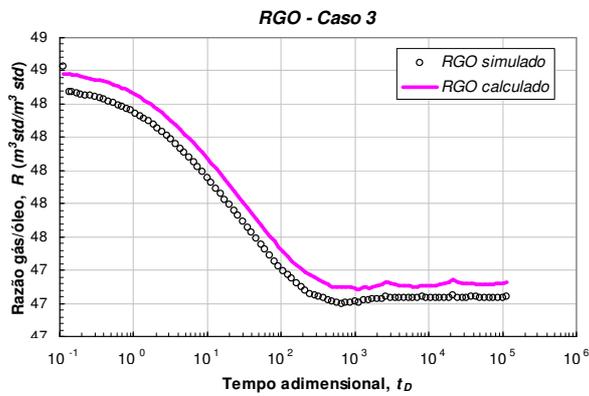
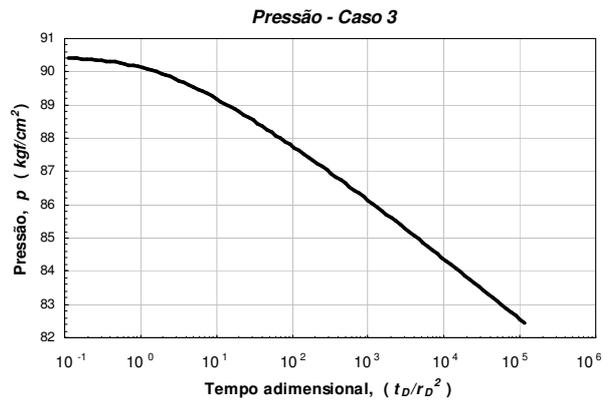
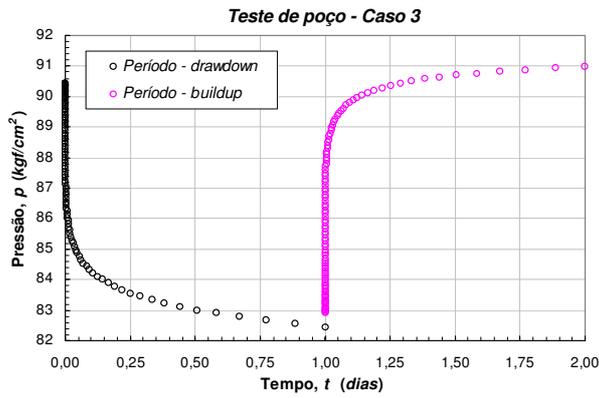
- Scott, J. O. *Application of a new method for determining flow characteristics of fractured gas wells in tight sands*. Artigo SPE 7931, apresentado no Symposium on Low Permeability Gas Reservoirs, Denver, Colorado, 20-22 maio 1979
- Serra, K. V. *Well test analysis for solution gas drive reservoirs*. Tulsa, OK: University of Tulsa, 1988. Tese (Doutorado).
- Serra, K. V., Peres, A. M. M., Reynolds, A C. *Well test analysis for solution gas-drive reservoir - Part I: Determination of relative and absolute permeabilities*. Artigo SPE 17020, *SPE Formation Evaluation*, v. 5, n. 2, pp. 124-132, jun. 1990.
- Serra, K. V., Peres, A. M. M., Reynolds, A C. *Well test analysis for solution gas-drive reservoir - Part II: Buildup analysis*. Artigo SPE 17048, *SPE Formation Evaluation*, v. 5, n. 2, pp. 133-140, jun. 1990.
- Serra, K. V., Peres, A. M. M., Reynolds, A C. *Well test analysis for solution gas-drive reservoir - Part III: A unified treatment of the pressure-squared method*. Artigo SPE 18110, *SPE Formation Evaluation*, v. 5, n. 2, pp. 141-150, jun. 1990.
- Spinelli Jr., V. D. *Análise de testes em poços não surgentes sob condição de fluxo bifásico óleo-gás*. Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas, 1997. Dissertação (Mestrado).
- Stone, H. L. *Probability model for estimating three-phase relative permeability*. Artigo SPE 2116; *Journal Petroleum Technology*, v. 22, n. 2, pp. 214-218, fev. 1970.
- Stretsolva, T. D. *Well testing in heterogeneous formations*. New York: John Wiley and Sons, 1988, 413pp.
- van Everdingen, A. F., Hurst, W. *The application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs*. Artigo SPE 949305; *Trans., AIME*, v. 186, pp. 305-324, 1949.
- van Everdingen, A. F. *The skin effect and its influence on the productive capacity of a well*. Artigo SPE 203; *Trans., AIME*, v. 198, pp. 171-176, 1953.

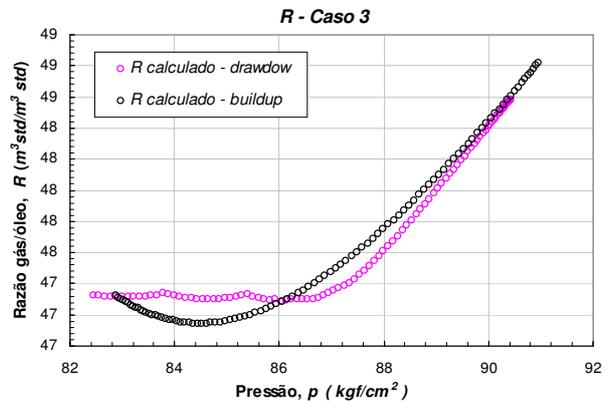
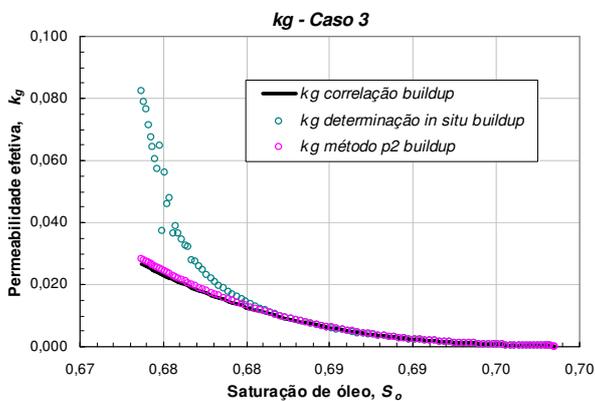
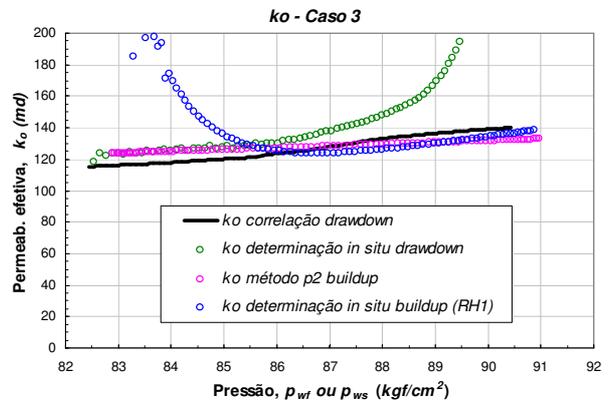
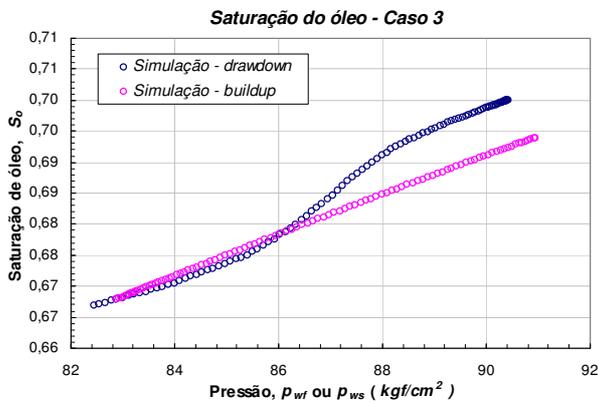
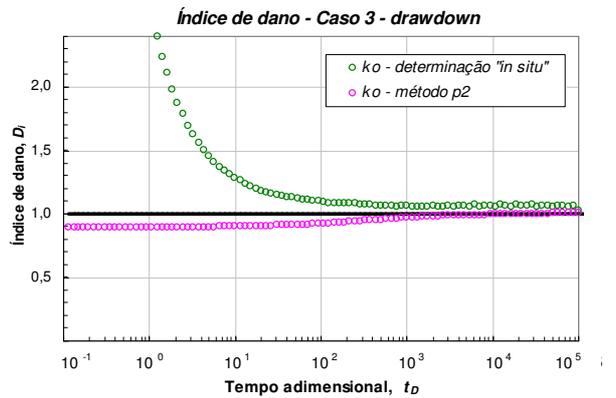
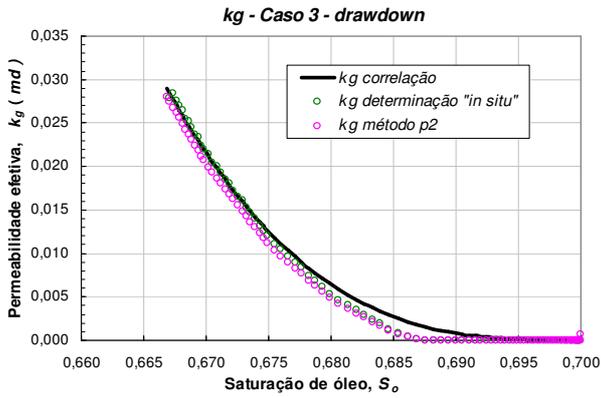
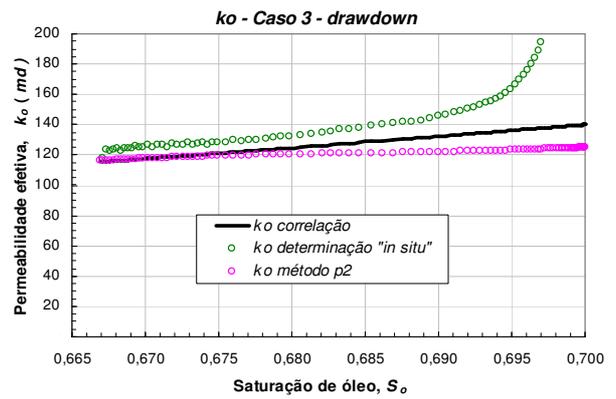
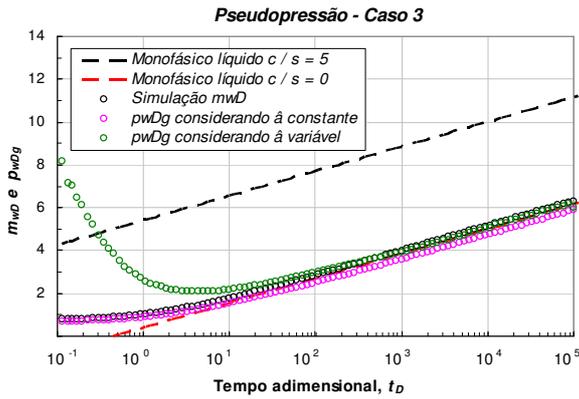
Vogel, J. V. *Inflow performance relationship for solution gas-drive wells*. Artigo SPE 1476; *Journal Petroleum Technology*, v. 20, n.1, pp. 83-92, jan. 1968.

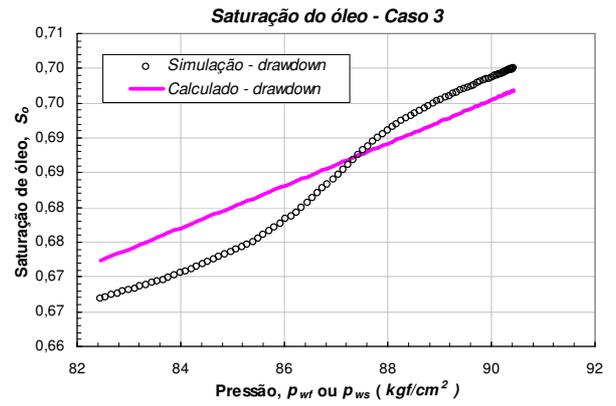
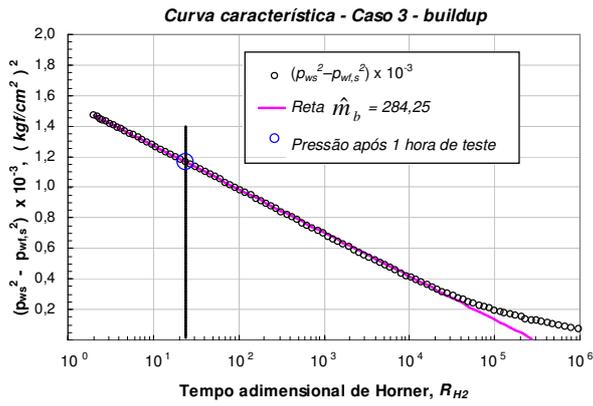
Weller, W. T. *Reservoir performance during two-phase flow*. Artigo SPE 1334; *Journal Petroleum Technology*, v. 18, n.2, pp. 240–246, fev. 1966.

Anexo I

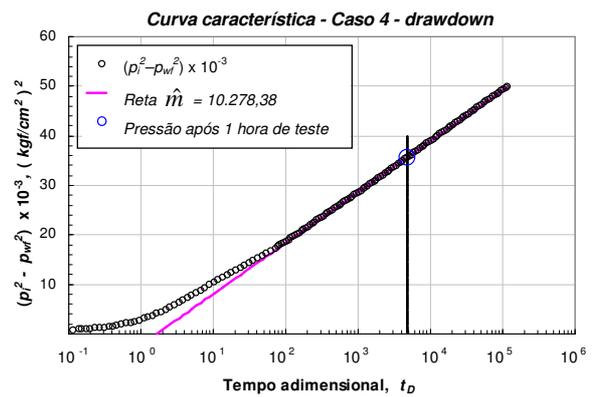
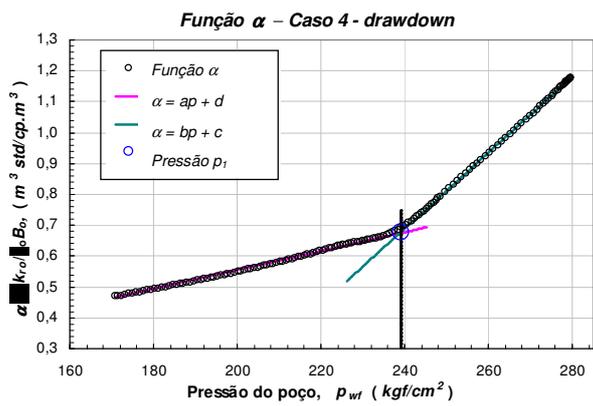
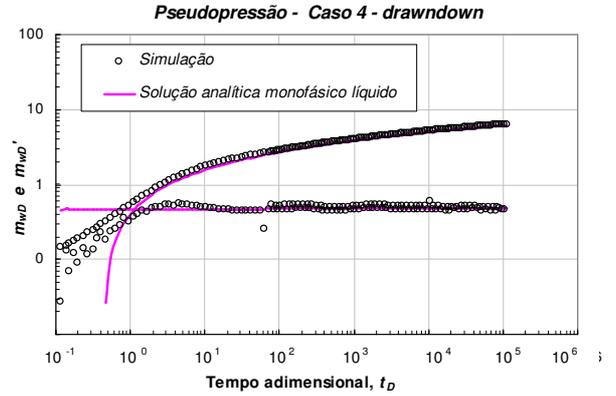
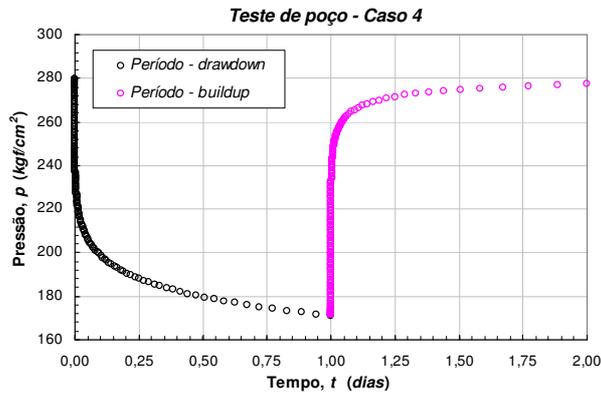
Caso 3

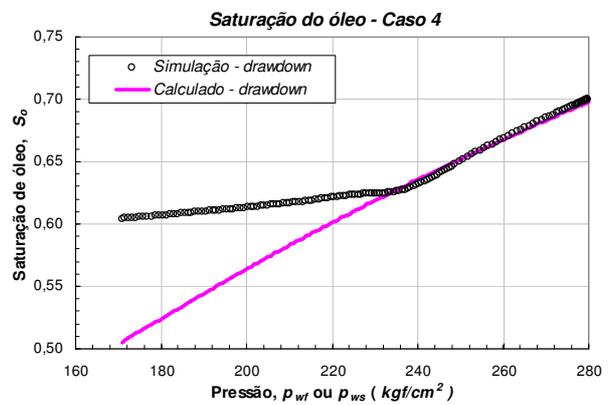
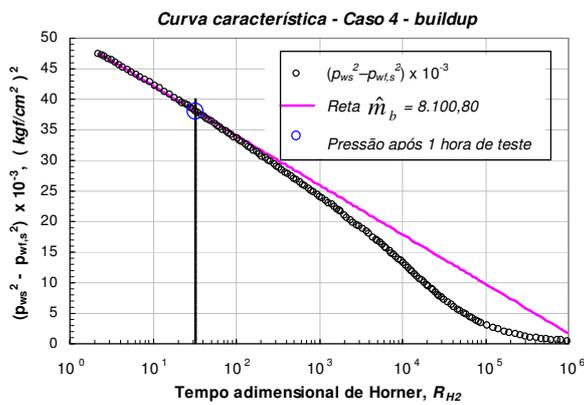
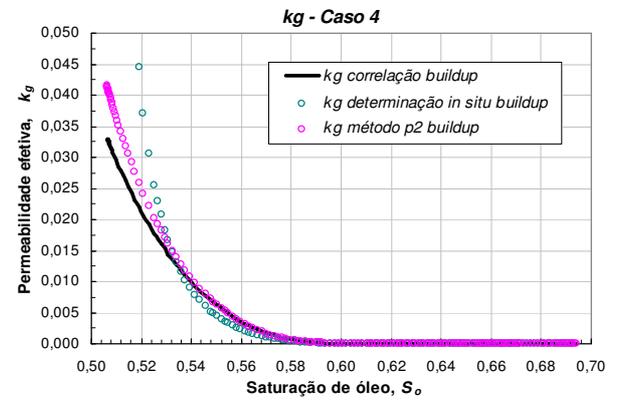
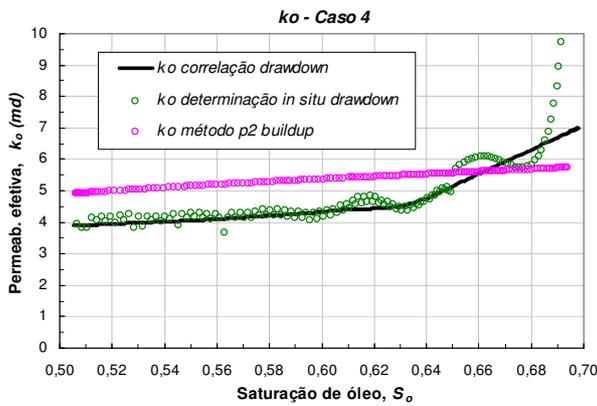
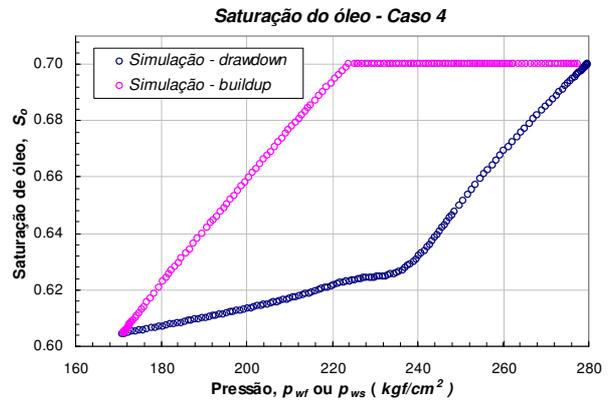
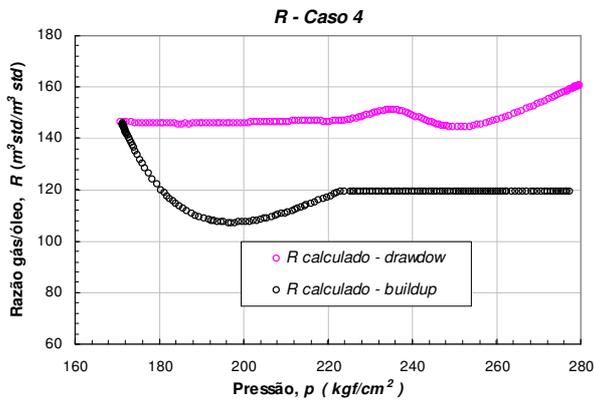
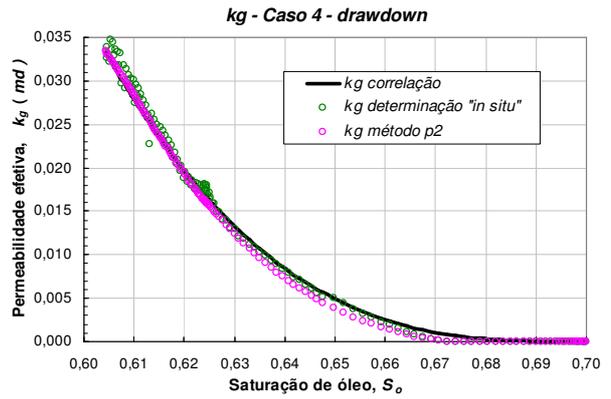
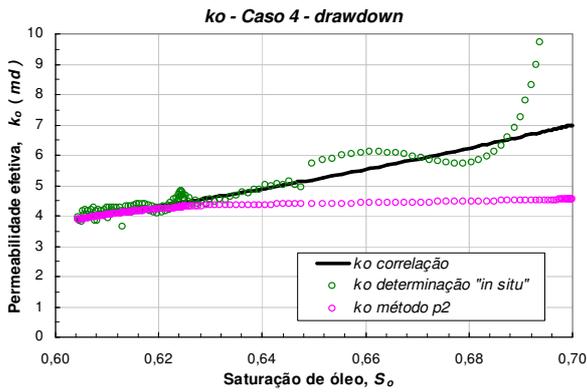




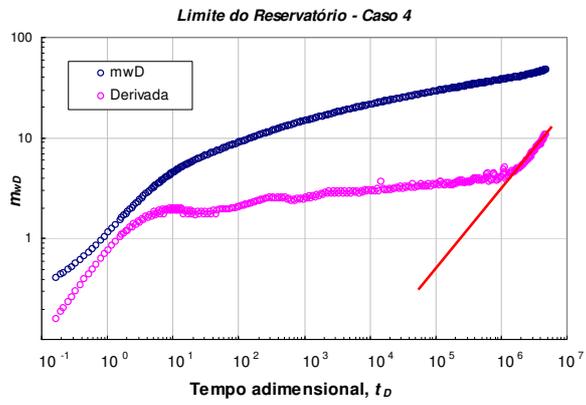
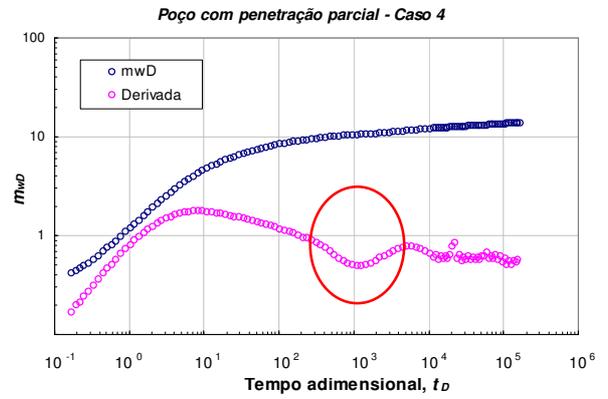
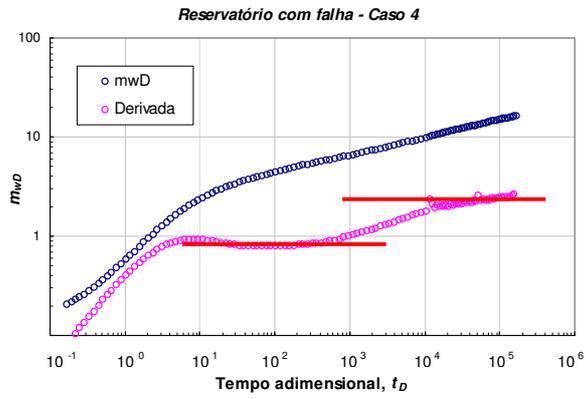


Caso 4





Caso 4 – com outras características geométricas



Apêndice A

A. Equação da difusão – Escoamento Multifásico

Neste desenvolvimento, equação de difusão para escoamento multifásico, é considerado um volume de controle contendo uma saturação de óleo S_o , água S_w e gás S_g . A massa de óleo contida numa unidade de volume do reservatório pode ser escrita como

$$m_o = \frac{\phi S_o}{B_o} \rho_{os} \quad (\text{A.1})$$

onde ϕ é a porosidade e B_o o fator volume formação do óleo e ρ_{os} é a massa específica do óleo em condição padrão. A massa de água é

$$m_w = \frac{\phi S_w}{B_w} \rho_{ws} \quad (\text{A.2})$$

O gás está presente em duas fases: gás livre e gás dissolvido na água e no óleo. A massa de gás livre é representada por

$$m_{g,L} = \frac{\phi S_g}{B_g} \rho_{gs} \quad (\text{A.3})$$

e a massa total de gás dissolvida nos fluidos é

$$m_{g,dissolvido} = \frac{\phi R_s S_o}{B_o} \rho_{gs} + \frac{\phi R_{sw} S_w}{B_w} \rho_{gs} \quad (\text{A.4})$$

onde R_s e R_{sw} são as razões de solubilidade do gás no óleo e na água respectivamente. Portanto, a massa total de gás numa unidade de volume é

$$m_g = \frac{\phi S_g}{B_g} \rho_{gs} + \frac{\phi R_s S_o}{B_o} \rho_{gs} + \frac{\phi R_{sw} S_w}{B_w} \rho_{gs} \quad (\text{A.5})$$

Usando a Lei de Darcy num sistema de geometria radial, obtêm-se para cada fase no volume de controle as seguintes equações para óleo, água e gás respectivamente:

$$\rho_o u_{ro} = -\frac{k_o}{\mu_o B_o} \rho_{os} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (\text{A.6})$$

$$\rho_w u_{rw} = -\frac{k_w}{\mu_w B_w} \rho_{ws} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (\text{A.7})$$

$$\rho_g u_{rg} = -\frac{k_g}{\mu_g B_g} \rho_{gs} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{R_s k_o}{\mu_o B_o} \rho_{gs} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{R_{sw} k_w}{\mu_w B_w} \rho_{gs} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (\text{A.8})$$

onde k_x ($x=o, g$ e w) é a permeabilidade efetiva ao fluido, μ_x representa a viscosidade do fluido, u_{rx} a velocidade radial do fluido no meio poroso, ρ_x a massa específica do fluido nas condições de reservatório. Note que $B_x = \rho_{xs} / \rho_x$. De uma forma geral a equação da continuidade numa geometria radial para uma fase x qualquer pode ser escrita como,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (-r \rho_x u_{rx}) = \frac{\partial m_x}{\partial t} \quad (\text{A.9})$$

As equações da continuidade para o óleo, gás e água são respectivamente:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k_o}{\mu_o B_o} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k_w}{\mu_w B_w} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_w}{B_w} \right) \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{R_s k_o}{\mu_o B_o} + \frac{R_{sw} k_w}{\mu_w B_w} + \frac{k_g}{\mu_g B_g} \right) \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R_s S_o}{B_o} + \frac{R_{sw} S_w}{B_w} + \frac{S_g}{B_g} \right) \quad (\text{A.12})$$

Expandindo a Equação (A.10) com uso da regra da cadeia resulta

$$\frac{1}{r} \left(\frac{k_o}{\mu_o B_o} \right) \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k_o}{\mu_o B_o} \right) = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \quad (\text{A.13})$$

considerando que a permeabilidade efetiva ao óleo k_o seja função da saturação de óleo e de água, S_o e S_w , e que a viscosidade do óleo μ_o e o fator volume formação B_o são funções da pressão.

Expandindo o segundo termo do lado esquerdo da Equação (A.13) resulta que

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left(\frac{k_o}{\mu_o B_o} \right) \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial p}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right) \frac{\partial k_o}{\partial S_o} \frac{\partial S_o}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right) \frac{\partial k_o}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial r} \\ + \frac{\partial p}{\partial r} k_o \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right) \frac{\partial p}{\partial r} = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Considerando que $\partial p/\partial r$, $\partial S_o/\partial r$ e $\partial S_w/\partial r$ são pequenos, os seguintes produtos de gradientes:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2, \quad \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial S_o}{\partial r} \right) \quad e \quad \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial S_w}{\partial r} \right) \quad (\text{A.15})$$

podem ser desprezados. A equação do óleo se reduz a

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu_o B_o}{k_o} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \quad (\text{A.16})$$

De forma similar, as equações da água e do gás são respectivamente,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu_w B_w}{k_w} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_w}{B_w} \right) \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi \left(\frac{R_s k_o}{\mu_o B_o} + \frac{R_{sw} k_w}{\mu_w B_w} + \frac{k_g}{\mu_g B_g} \right)^{-1} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R_s S_o}{B_o} + \frac{R_{sw} S_w}{B_w} + \frac{S_g}{B_g} \right) \quad (\text{A.18})$$

Expandindo a derivada parcial da Equação (A.16) com respeito ao tempo, utilizando a regra da cadeia, resulta ns seguinte equação para o óleo,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu_o B_o}{k_o} \left[\frac{1}{B_o} \frac{\partial S_o}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + S_o \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{B_o} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \right] \quad (\text{A.19})$$

Por conveniência, as derivadas parciais com respeito à pressão são denotadas por B'_o , S'_o e assim por diante. Também se sabe que:

$$\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{B_o} \right) = - \frac{1}{B_o^2} \frac{\partial B_o}{\partial p} \quad (\text{A.20})$$

logo, a Equação (A.19) pode ser reescrita como

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu_o}{k_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{A.21})$$

O mesmo procedimento pode ser feito com a Equação (A.17), resultando

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu_w}{k_w} \left(S'_w - \frac{S_w B'_w}{B_w} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{A.22})$$

A equação do gás é mais trabalhosa, pois a solubilidade é também função da pressão. Expandindo a Equação (A.18) resulta

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi \left(\frac{R_s k_o}{\mu_o B_o} + \frac{R_{sw} k_w}{\mu_w B_w} + \frac{k_g}{\mu_g B_g} \right)^{-1} & \left(\frac{R_s S'_o}{B_o} + \frac{R'_s S_o}{B_o} - \frac{R_s S_o B'_o}{B_o^2} + \right. \\ & \left. \frac{R_{sw} S'_w}{B_w} + \frac{R'_{sw} S_w}{B_w} - \frac{R_{sw} S_w B'_w}{B_w^2} + \frac{S'_g}{B_g} - \frac{S_g B'_g}{B_g^2} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

O lado direito das Equações (A.21) e (A.22) estão relacionados conforme (A.24) a seguir

$$\frac{\lambda_w}{\lambda_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) = \left(S'_w - \frac{S_w B'_w}{B_w} \right) \quad (\text{A.24})$$

onde λ_x ($x=o$ e g) representa a mobilidade do fluido x , ou seja, a razão entre a permeabilidade efetiva ao fluido x e sua viscosidade k_x/μ_x . Logo,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{R_s \lambda_o}{B_o} + \frac{R_{sw} \lambda_w}{B_w} + \frac{\lambda_g}{B_g} \right) & = \left(\frac{R'_s S_o}{B_o} + \frac{R_s}{B_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) + \right. \\ & \left. \frac{R'_{sw} S_w}{B_w} + \frac{R_{sw}}{B_w} \left(S'_w - \frac{S_w B'_w}{B_w} \right) + \frac{S'_g}{B_g} - \frac{S_g B'_g}{B_g^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Substituindo a Equação (A.24) na Equação (A.25) resulta

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{R_s \lambda_o}{B_o} + \frac{R_{sw} \lambda_w}{B_w} + \frac{\lambda_g}{B_g} \right) & = \left(\frac{R'_s S_o}{B_o} + \frac{R_s}{B_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) + \right. \\ & \left. \frac{R'_{sw} S_w}{B_w} + \frac{R_{sw}}{B_w} \frac{\lambda_w}{\lambda_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) + \frac{S'_g}{B_g} - \frac{S_g B'_g}{B_g^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Colocando todos os termos que multiplicam $(S'_o - S_o B'_o / B_o)$ para o lado direito resulta

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{R_s}{B_o} + \frac{R_{sw} \lambda_w}{B_w \lambda_o} + \frac{\lambda_g}{\lambda_o B_g} - \frac{R_s}{B_o} - \frac{R_{sw} \lambda_w}{B_w \lambda_o} \right) = \left(\frac{R'_s S_o}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w}{B_w} + \frac{S'_g}{B_g} - \frac{S_g B'_g}{B_g^2} \right) \quad (\text{A.27})$$

ou

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_g}{\lambda_o B_g} \right) = \left(\frac{R'_s S_o}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w}{B_w} + \frac{S'_g}{B_g} - \frac{S_g B'_g}{B_g^2} \right) \quad (\text{A.28})$$

multiplicando por B_g ,

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_g}{\lambda_o} \right) = \left(\frac{R'_s S_o B_g}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w B_g}{B_w} + S'_g - \frac{S_g B'_g}{B_g} \right) \quad (\text{A.29})$$

Definindo mobilidade total como $\lambda_t = \lambda_o + \lambda_g + \lambda_w$ e sabendo que $S_g + S_o + S_w = 1$ e mais, que $S'_g + S'_o + S'_w = 0$, resulta

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_t - \lambda_o - \lambda_w}{\lambda_o} \right) = \left(\frac{R'_s S_o B_g}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w B_g}{B_w} - S'_o - S'_w - \frac{S_g B'_g}{B_g} \right) \quad (\text{A.30})$$

Adicionando os termos $S_o B'_o / B_o$ e $S_w B'_w / B_w$ a cada lado da Equação (A.30) resulta

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_t - \lambda_o - \lambda_w}{\lambda_o} \right) + \frac{S_o B'_o}{B_o} + \frac{S_w B'_w}{B_w} = \left(\frac{R'_s S_o B_g}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w B_g}{B_w} - S'_o + \frac{S_o B'_o}{B_o} - S'_w + \frac{S_w B'_w}{B_w} - \frac{S_g B'_g}{B_g} \right) \quad (\text{A.31})$$

Substituindo a Equação (A.24) na Equação (A.31)

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_t - \lambda_o - \lambda_w}{\lambda_o} \right) + \frac{S_o B'_o}{B_o} + \frac{S_w B'_w}{B_w} = \frac{R'_s S_o B_g}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w B_g}{B_w} - \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) - \frac{\lambda_w}{\lambda_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) - \frac{S_g B'_g}{B_g} \quad (\text{A.32})$$

Novamente, colocando todos os termos que multiplicam $(S'_o - S_o B'_o / B_o)$ para o lado direito resulta

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_t - \lambda_o - \lambda_w}{\lambda_o} + 1 + \frac{\lambda_w}{\lambda_o} \right) = \left(\frac{R'_s S_o B_g}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w B_g}{B_w} - \frac{S_o B'_o}{B_o} - \frac{S_w B'_w}{B_w} - \frac{S_g B'_g}{B_g} \right) \quad (\text{A.33})$$

finalmente,

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_t}{\lambda_o} \right) = \frac{R'_s S_o B_g}{B_o} - \frac{S_o B'_o}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w B_g}{B_w} - \frac{S_w B'_w}{B_w} - \frac{S_g B'_g}{B_g} \quad (\text{A.34})$$

Definindo a compressibilidade total como sendo

$$c_t = S_o c_o + S_w c_w + S_g c_g \quad (\text{A.35})$$

Os componentes da Equação (A.35), por dedução, ficam assim definidos: abaixo da pressão de bolha a compressibilidade do óleo é definida por

$$c_o = -\frac{1}{B_o} (B'_o - R'_s B_g) \quad (\text{A.36})$$

de forma semelhante,

$$c_w = -\frac{1}{B_w} (B'_w - R'_{sw} B_g) \quad (\text{A.37})$$

enquanto que a compressibilidade do gás é definida como

$$c_g = -\frac{B'_g}{B_g} \quad (\text{A.38})$$

Veja que substituindo as Equações (A.36), (A.37) e (A.38) na Equação (A.35) resulta

$$c_t = \frac{R'_s S_o B_g}{B_o} - \frac{S_o B'_o}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w B_g}{B_w} - \frac{S_w B'_w}{B_w} - \frac{S_g B'_g}{B_g} \quad (\text{A.39})$$

ou, comparando a Equação (A.34) com a Equação (A.39) tem-se que

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_t}{\lambda_o} \right) = c_t \quad (\text{A.40})$$

A Equação (A.21) se torna então

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \left(\frac{\phi c_t}{\lambda_t} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{A.41})$$

A Equação (A.41) é semelhante à equação da difusão para um fluido monofásico de pequena compressibilidade, representada por:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \left(\frac{\phi \mu_o c_t}{k_o} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{A.42})$$

Em suma, para chegar a (A.41), Perrine e Martin (1956) negligenciam os produtos dos gradientes $\partial p/\partial r$, $\partial S_o/\partial r$ e $\partial S_w/\partial r$ entre si. Note que a equação da difusão para um fluido monofásico de pequena compressibilidade se torna igual à equação da difusão para um fluido multifásico, pela simples substituição de λ_o por λ_t .

Apêndice B

B. Equação da Difusão – Formulação Composicional e *Black-Oil*

O objetivo deste Apêndice é fornecer fundamentos adicionais à equação da difusão para sistema bifásico de óleo e gás. Aqui é apresentada de forma detalhada a formulação composicional e a formulação *Black-Oil*, iniciando desde a equação da continuidade até a equação final da difusão.

B.1 Formulação Composicional

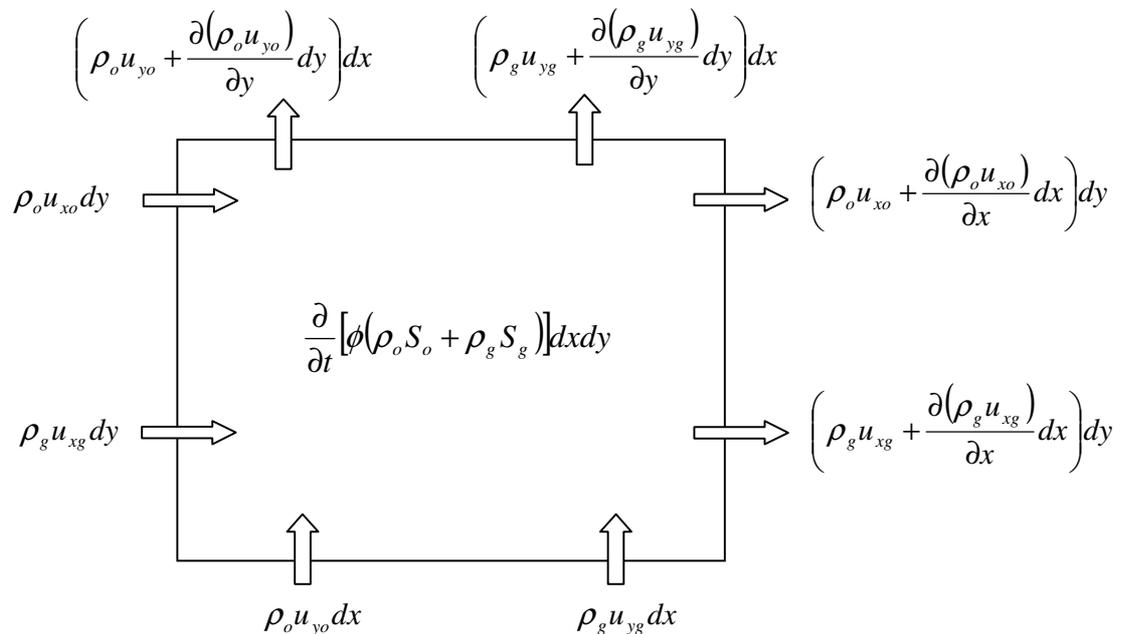


Figura B.1: Volume de controle – equação de conservação de massa – composicional.

Seja ρ_m a massa específica molar da fase m ($m=o, g$). Em cada direção flui $\rho_m u_{xm} \Delta y$ e $\rho_m u_{ym} \Delta x$ respectivamente, sendo u_m o vetor velocidade do fluido m composto por três direções, u_{xm} , u_{ym} e u_{zm} . Os termos de entrada, saída e acumulação de massa, indicados na Figura B.1, estão representados pelas Equações (B.1), (B.2) e (B.3), respectivamente

$$entrada = \sum_m (\rho_m u_{xm} dy + \rho_m u_{ym} dx) \quad (B.1)$$

$$saída = \sum_m \left[\left(\rho_m u_{xm} + \frac{\partial(\rho_m u_{xm})}{\partial x} dx \right) dy + \left(\rho_m u_{ym} + \frac{\partial(\rho_m u_{ym})}{\partial y} dy \right) dx \right] \quad (B.2)$$

$$acumulação = \frac{\partial}{\partial t} [\phi(\rho_o S_o + \rho_g S_g)] dx dy \quad (B.3)$$

Aplicando o princípio de conservação de massa, *entrada-saída=acumulação*, resulta em

$$\frac{\partial(\rho_o u_{xo})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_g u_{xg})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_o u_{yo})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_g u_{yg})}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial t} [\phi(\rho_o S_o + \rho_g S_g)] = 0 \quad (B.4)$$

ou, generalizando para três dimensões, x, y e z

$$\nabla \cdot (\rho_o u_o + \rho_g u_g) + \frac{\partial}{\partial t} [\phi(\rho_o S_o + \rho_g S_g)] = 0 \quad (B.5)$$

O desenvolvimento realizado acima é aplicável para um sistema bifásico de óleo e gás numa geometria tridimensional. Se o sistema consiste de n componentes, o princípio de conservação de massa é aplicado para cada componente i ($i=1, 2, 3..n$). Sejam x_i e y_i , as frações molares do componente i nas fases de líquido e de vapor, respectivamente. A aplicação do princípio de conservação de massa para o componente i nas duas dimensões resulta em

$$\frac{\partial(x_i \rho_o u_{xo})}{\partial x} + \frac{\partial(y_i \rho_g u_{xg})}{\partial x} + \frac{\partial(x_i \rho_o u_{yo})}{\partial y} + \frac{\partial(y_i \rho_g u_{yg})}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial t} [\phi(x_i \rho_o S_o + y_i \rho_g S_g)] = 0 \quad (B.6)$$

em três dimensões,

$$\nabla \cdot (x_i \rho_o u_o + y_i \rho_g u_g) + \frac{\partial}{\partial t} [\phi(x_i \rho_o S_o + y_i \rho_g S_g)] = 0 \quad (B.7)$$

Desta forma, um sistema será formado por n equações da difusão, conforme a Equação (B.7), com $2n+2$ incógnitas ($x_{1,2,3...n}$, $y_{1,2,3...n}$, S_o , S_g). Como o sistema está em equilíbrio termodinâmico, para cada componente i do sistema é válida a seguinte relação:

$$f_{io} = f_{ig} \quad (\text{B.8})$$

onde f_{im} representa a fugacidade do componente i na fase m . A igualdade acima representa mais n Equações para a solução do sistema. As duas equações que complementam o sistema são

$$\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i = 1 \quad (\text{B.9})$$

e

$$S_o + S_g = 1 \quad (\text{B.10})$$

B.2 Formulação *Black-Oil*

A formulação *Black-Oil* assume que as massas de óleo e de gás são referenciadas a uma condição termodinâmica, às condições de tanque. Esta consideração é importante para a formulação, pois na formulação composicional nenhuma especificação de condição é assumida. Na formulação composicional, as correntes ou componentes, são representadas pelas quantidades presentes tanto na fase líquida como na fase vapor. Em trabalhos de simulação composicional a informação de entrada é a composição dos fluidos numa dada condição termodinâmica. Na formulação *Black-Oil* o gás dissolvido no óleo é levado em conta através de uma variável que reporta para a condição padrão a quantidade de gás dissolvida em uma unidade de óleo, que é a razão de solubilidade, R_s . Em trabalhos de simulação *Black-Oil*, o comportamento desta e de outras variáveis em função da pressão constituem informações de entrada.

Seja ρ_{gs} a massa específica do gás nas condições padrão. Em cada direção flui $\rho_g u_{yg} \Delta y$ e $\rho_g u_{yg} \Delta x$ de gás livre e $R_s \rho_o u_{xo} \Delta y$ e $R_s \rho_o u_{yo} \Delta x$ de gás dissolvido no óleo. A fase total de gás consiste de gás livre somado ao gás dissolvido no óleo. Na Figura B.2 a seguir, os termos de entrada de fluxo, saída de fluxo e acumulação para a fase gás são

$$entrada = \rho_g u_{yg} dy + \rho_g u_{yg} dx + R_s \rho_o u_{xo} dy + R_s \rho_o u_{yo} dx \quad (\text{B.11})$$

$$\text{acumulação} = \rho_{gs} \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\frac{S_g}{B_g} + \frac{R_s S_o}{B_o} \right) \right] dx dy \quad (\text{B.12})$$

$$\begin{aligned} \text{saída} = & \left(R_s \rho_o u_{yo} + \frac{\partial(R_s \rho_o u_{yo})}{\partial y} dy \right) dx + \left(\rho_g u_{yg} + \frac{\partial(\rho_g u_{yg})}{\partial y} dy \right) dx + \\ & \left(R_s \rho_o u_{xo} + \frac{\partial(R_s \rho_o u_{xo})}{\partial x} dx \right) dy + \left(\rho_g u_{xg} + \frac{\partial(\rho_g u_{xg})}{\partial x} dx \right) dy \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

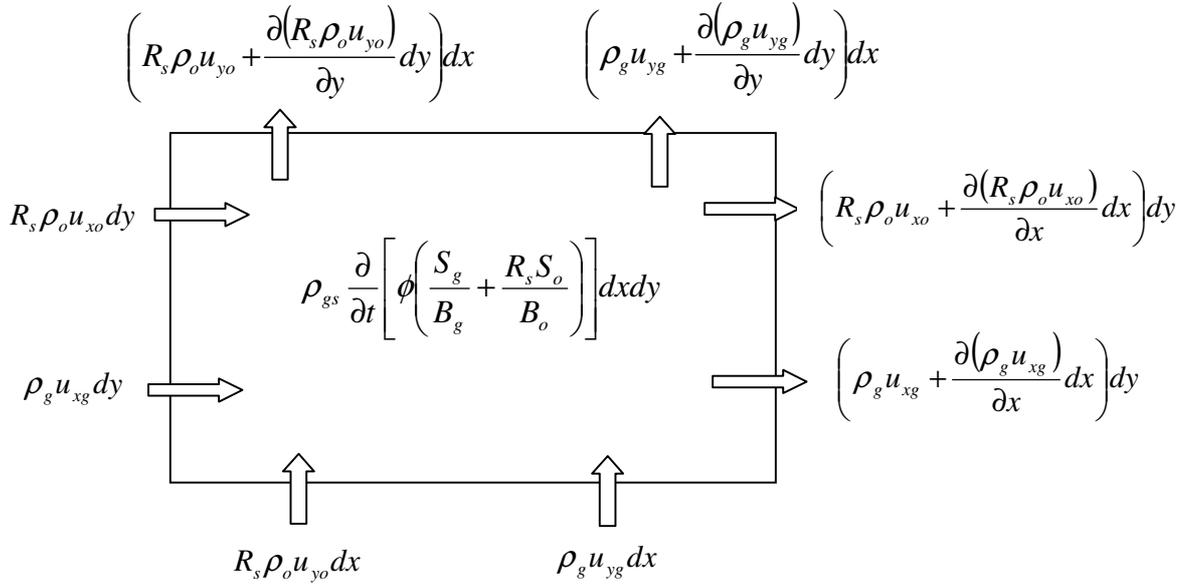


Figura B.2: Volume de controle – equação de conservação de massa – *Black-Oil*

Aplicando o princípio de conservação de massa, obtém-se

$$\frac{\partial(\rho_g u_{xg})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_g u_{yg})}{\partial y} + \frac{\partial(R_s \rho_o u_{xo})}{\partial x} + \frac{\partial(R_s \rho_o u_{yo})}{\partial y} + \rho_{gs} \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\frac{S_g}{B_g} + \frac{R_s S_o}{B_o} \right) \right] = 0 \quad (\text{B.14})$$

Observe que, $B_m = \rho_{ms} / \rho_m$. Em três dimensões, a Equação (B.14) pode ser escrita como

$$\nabla \cdot (\rho_g u_g + R_s \rho_o u_o) + \rho_{gs} \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\frac{S_g}{B_g} + \frac{R_s S_o}{B_o} \right) \right] = 0 \quad (\text{B.15})$$

Realizando o mesmo raciocínio para as três dimensões por similaridade, a fase óleo resulta

$$\nabla \cdot (\rho_o u_o) + \rho_{os} \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \right] = 0 \quad (\text{B.16})$$

B.3 Equação da difusão – composicional

A definição da equação de Darcy sem os efeitos da gravidade é

$$u_m = - \frac{k_m}{\mu_m} \nabla p \quad (\text{B.17})$$

e aplicando na Equação (B.4) resulta

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k_x \left(\rho_o \frac{k_{ro}}{\mu_o} + \rho_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_y \left(\rho_o \frac{k_{ro}}{\mu_o} + \rho_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} \right) \frac{\partial p}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial t} [\phi (\rho_o S_o + \rho_g S_g)] \quad (\text{B.18})$$

Usando a transformação de Kirchhoff (1894) para a função de pseudopressão, tem-se que

$$m(p) = \int_0^p \left(\rho_o \frac{k_{ro}}{\mu_o} + \rho_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} \right) dp \quad (\text{B.19})$$

Admitindo que a permeabilidade absoluta seja isotrópica e constante, a Equação (B.18) pode ser reescrita como

$$\frac{\partial^2 m(p)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m(p)}{\partial y^2} = \frac{\phi}{k} \frac{\partial}{\partial t} [(\rho_o S_o + \rho_g S_g)] \quad (\text{B.20})$$

Note que nesta equação nenhum procedimento particular foi especificado para relacionar a saturação com a pressão. Observe também que para calcular a Equação (B.19), são necessárias: uma equação de estado que relacione a massa específica com a pressão, uma relação da permeabilidade relativa com a pressão e uma relação de viscosidade com a pressão. A versão da Equação (B.18) em três dimensões e para um reservatório com permeabilidade isotrópica é

$$\nabla \cdot \left[\left(\rho_o \frac{k_{ro}}{\mu_o} + \rho_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} \right) \nabla p \right] = \frac{\phi}{k} \frac{\partial}{\partial t} [(\rho_o S_o + \rho_g S_g)] \quad (\text{B.21})$$

A Equação (B.21) é o resultado da aplicação do princípio de conservação de massa de forma generalizada. Na forma composicional é representada pela Equação (B.22) a seguir,

$$\nabla \cdot \left[\left(\rho_o \frac{k_{ro}}{\mu_o} x_i + \rho_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} y_i \right) \nabla p \right] = \frac{\phi}{k} \frac{\partial}{\partial t} [(\rho_o S_o x_i + \rho_g S_g y_i)] \quad (\text{B.22})$$

fazendo,

$$z_i = \frac{\rho_o \frac{k_{ro}}{\mu_o} x_i + \rho_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} y_i}{\lambda_i} \quad (\text{B.23})$$

onde

$$\lambda_i = \rho_o \frac{k_{ro}}{\mu_o} + \rho_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} \quad (\text{B.24})$$

A Equação (B.22) pode ser rescrita como

$$\nabla \cdot [(z_i \lambda_i) \nabla p] = \frac{\phi}{k} \frac{\partial}{\partial t} [(\rho_o S_o x_i + \rho_g S_g y_i)] \quad (\text{B.25})$$

Expandindo a Equação (B.23) resulta

$$z_i \nabla \cdot (\lambda_i \nabla p) + \lambda_i \nabla p \cdot \nabla z_i = \frac{\phi}{k} \frac{\partial}{\partial t} [(\rho_o S_o x_i + \rho_g S_g y_i)] \quad (\text{B.26})$$

que combinado com a Equação (B.21) produz

$$z_i \phi \frac{\partial \delta}{\partial t} + k \lambda_i \nabla p \cdot \nabla z_i = \phi \frac{\partial \delta_i}{\partial t} \quad (\text{B.27})$$

onde

$$\delta = \rho_o S_o + \rho_g S_g \quad \text{e} \quad \delta_i = \rho_o S_o x_i + \rho_g S_g y_i \quad (\text{B.28})$$

As Equações (B.21) e (B.27) podem ser usadas para cálculo da distribuição da pressão e da saturação.

B.4 Equação da difusão – *Black-Oil*

O procedimento é similar ao realizado para a formulação composicional. No entanto, é importante ter em mente que nesta formulação as variáveis são referidos a uma dada condição padrão de pressão. Novamente, desconsiderando os efeitos de gravidade, a velocidade da fase m nas condições de superfície é dada por

$$u_m = -\frac{k_m}{\mu_m B_m} \nabla p \quad (\text{B.29})$$

Substituindo a Equação (B.29) na Equação (B.16) e também na (B.15), as equações para a fase óleo e gás são respectivamente

$$\nabla \cdot \left(k \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \nabla p \right) = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \quad (\text{B.30})$$

$$\nabla \cdot \left[k \left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} + R_s \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) \nabla p \right] = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_g}{B_g} + R_s \frac{S_o}{B_o} \right) \quad (\text{B.31})$$

Adotando aqui a mesma simplificação utilizada por Bøe *et al* (1981), ou seja, fazendo $\alpha = k_{ro}/(\mu_o B_o)$, $\beta = S_o/B_o$, e $b = S_g/B_g + R_s S_o/B_o$, as Equações (B.30) e (B.31) podem ser reescritas respectivamente como

$$\nabla \cdot (k \alpha \nabla p) = \phi \frac{\partial \beta}{\partial t} \quad (\text{B.32})$$

e

$$\nabla \cdot (k a \nabla p) = \phi \frac{\partial b}{\partial t} \quad (\text{B.33})$$

onde $a = k_{rg}/\mu_g B_g + \alpha R_s$. A razão gás/óleo pode ser relacionada com os termos já definidos, ou seja, $R = a/\alpha$. Logo, aplicando na Equação (B.33) chega-se a

$$k \alpha_o \nabla p \cdot \nabla R + R \phi \frac{\partial \beta}{\partial t} = \phi \frac{\partial b}{\partial t} \quad (\text{B.34})$$

A Equação (B.34) é praticamente uma duplicata da Equação (B.27). Esta equação ficou conhecida como Equação da razão gás/óleo total. Aqui será utilizado o método de Perrine (1956)

para combinar as equações de gás e óleo, em que são negligenciados todos os produtos dos gradientes $\partial p/\partial r$, $\partial S_o/\partial r$ e $\partial S_w/\partial r$ entre si. Desde que $\lambda_o=k_{ro}/\mu_o$ e $\lambda_g=k_{rg}/\mu_g$ e assumindo a permeabilidade do meio constante, então as Equações (B.30) e (B.31) podem ser reescrita respectivamente como:

$$\frac{\lambda_o}{B_o} \nabla^2 p = \frac{\phi}{k} \frac{\partial \beta}{\partial t} \quad (\text{B.35})$$

e

$$\left(\frac{\lambda_g}{B_g} + \frac{\lambda_o R_s}{B_o} \right) \nabla^2 p = \frac{\phi}{k} \frac{\partial b}{\partial t} \quad (\text{B.36})$$

As Equações (B.35) e (B.36) são semelhantes às Equações (A.16) e (A.18) do Apêndice A, respectivamente. A diferença é que no Apêndice A o sistema é radial, e aqui o tratamento é para qualquer sistema de coordenadas. A combinação das duas equações acima resulta em

$$(\lambda_o + \lambda_g) \nabla^2 p = \frac{\phi}{k} \left(B_g \frac{\partial b}{\partial t} + B_o \frac{\partial \beta}{\partial t} - R_s B_g \frac{\partial \beta}{\partial t} \right) \quad (\text{B.37})$$

Expandindo-se os termos $\partial \beta/\partial t$ e $\partial b/\partial t$, usando a condição de que $S_o+S_g=1$ e considerando também que $\partial B_o/\partial t$ pode ser reescrito como $(\partial B_o/\partial p)\partial p/\partial t$, então

$$(\lambda_o + \lambda_g) \nabla^2 p = \frac{\phi c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{B.38})$$

ou

$$\nabla^2 p = \frac{\phi c_t}{\lambda_t k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{B.39})$$

onde

$$c_t = -\frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} + \frac{S_o B_g}{B_o} \frac{\partial R_s}{\partial p} - \frac{S_g}{B_g} \frac{\partial B_g}{\partial p} \quad (\text{B.40})$$

e

$$\lambda_t = \lambda_o + \lambda_g \quad (\text{B.41})$$

A Equação (B.39) é a formulação para a equação da difusão.

Apêndice C

C. Equação da Difusão – Escoamento Bifásico de Óleo e Gás

As equações da difusão do óleo e do gás em um reservatório operando sob condições de mecanismo gás em solução num sistema de coordenada qualquer e com as condições simplificadoras adotadas neste trabalho, podem ser representadas conforme a seguir.

$$\nabla \cdot (\alpha \nabla p) = \frac{\phi}{k} \frac{\partial \beta}{\partial t} \quad (\text{C.1})$$

e

$$\nabla \cdot (R \alpha \nabla p) = \frac{\phi}{k} \frac{\partial b}{\partial t} \quad (\text{C.2})$$

onde α , b e β , são simplificações utilizadas por Bøe *et al* (1981) na equação geral do gás e óleo, definidos conforme Equação (3.12), R é a razão gás/óleo dado pela Equação (3.11). Nesta derivação é assumido que a saturação de óleo S_o é função unicamente da pressão. A formulação é do tipo *Black-Oil*.

Usando a regra da cadeia, a Equação (C.3) será sempre verdadeira,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{B_x} \right) = - \frac{1}{B_x^2} \frac{dB_x}{dp} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{C.3})$$

onde o subscrito $x=o, g$, para óleo e gás respectivamente; e

$$\frac{\partial R_s}{\partial t} = \frac{dR_s}{dp} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{C.4})$$

A saturação de água conata é considerada incompressível e imóvel, daí resulta que

$$\frac{\partial S_g}{\partial t} = -\frac{\partial S_o}{\partial t} \quad (\text{C.5})$$

No entanto é possível dizer que

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) = \frac{1}{B_o} \frac{\partial S_o}{\partial t} - \frac{S_o}{B_o^2} \frac{\partial B_o}{\partial t} \quad (\text{C.6})$$

logo,

$$\frac{\partial S_o}{\partial t} = B_o \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) + \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial t} \quad (\text{C.7})$$

Diferenciando o termo $b = R_s S_o/B_o + S_g/B_g$ resulta

$$\frac{\partial b}{\partial t} = R_s \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) + \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial R_s}{\partial t} + \frac{1}{B_g} \frac{\partial S_g}{\partial t} + S_g \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{B_g} \right) \quad (\text{C.8})$$

Usando as relações das Equações (C.3), (C.4), (C.5) e (C.7), pode-se rearranjar a Equação (C.8) resultando na Equação (C.9) a seguir

$$\frac{\partial b}{\partial t} = \left(R_s - \frac{B_o}{B_g} \right) \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) + \left(-\frac{S_o}{B_o B_g} \frac{dB_o}{dp} + \frac{S_o}{B_o} \frac{dR_s}{dp} - \frac{S_g}{B_g^2} \frac{dB_g}{dp} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{C.9})$$

Multiplicando a Equação (C.9) por ϕ/k , e usando a definição de compressibilidade total definida por:

$$c_t = -\frac{S_g}{B_g} \frac{dB_g}{dp} + \frac{S_o B_g}{B_o} \frac{dR_s}{dp} - \frac{S_o}{B_o} \frac{dB_o}{dp} \quad (\text{C.10})$$

resulta

$$\frac{\phi}{k} \frac{\partial b}{\partial t} = \frac{\phi}{k} \left(R_s - \frac{B_o}{B_g} \right) \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) + \frac{\phi}{k} \frac{c_t}{B_g} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{C.11})$$

A definição dada na Equação (C.10) segue a mesma definição dada pela Equação (A.39), excetuando a fase água, que no caso aqui é considerado incompressível e imóvel. A Equação (C.1) pode ser reescrita conforme Equação (C.12)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) = \frac{k}{\phi} \nabla \cdot (\alpha \nabla p) \quad (\text{C.12})$$

Substituindo a Equação (C.12) na Equação (C.11) resulta que

$$\frac{\phi}{k} \frac{\partial b}{\partial t} = \left(R_s - \frac{B_o}{B_g} \right) \nabla \cdot (\alpha \nabla p) + \frac{\phi}{k} \frac{c_t}{B_g} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{C.13})$$

Realizando a expansão no lado esquerdo da Equação (C.2), obtém-se

$$R \nabla \cdot (\alpha \nabla p) + \alpha \nabla p \cdot \nabla R = \frac{\phi}{k} \frac{\partial b}{\partial t} \quad (\text{C.14})$$

Combinando este resultado com a Equação (C.13) produz

$$\left(R - \left[R_s - \frac{B_o}{B_g} \right] \right) \nabla \cdot (\alpha \nabla p) + \alpha \nabla p \cdot \nabla R = \frac{\phi}{k} \frac{c_t}{B_g} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{C.15})$$

como

$$R - R_s = \frac{\lambda_g}{\lambda_o} \frac{B_o}{B_g} \quad (\text{C.16})$$

e

$$\lambda_t = \lambda_o + \lambda_g = \frac{k_{ro}}{\mu_o} + \frac{k_{rg}}{\mu_g} \quad (\text{C.17})$$

logo,

$$R - \left(R_s - \frac{B_o}{B_g} \right) = \frac{\lambda_t}{\lambda_o} \frac{B_o}{B_g} \quad (\text{C.18})$$

Utilizando este resultado na Equação (C.15) e adotando $\alpha = \lambda_o / B_o$ obtém-se

$$\nabla \cdot (\alpha \nabla p) + \left(\frac{B_s \lambda_o}{B_o \lambda_t} \right) \alpha \nabla p \nabla R = \frac{\phi c_t}{k \lambda_t} \alpha \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{C.19})$$

Em coordenadas radiais, a Equação (C.19) se torna

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \left(\frac{B_s \lambda_o}{B_o \lambda_t} \right) \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial R}{\partial r} = \frac{\phi c_t}{k \lambda_t} \alpha \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{C.20})$$

que é idêntica a Equação (3.20) que se deseja chegar. A Equação (C.19) é geral para a pressão em qualquer sistema de coordenadas. Observar que nesta dedução não foi negligenciado nenhum termo, nem qualquer aproximação foi considerada.

Apêndice D

D. Solução Analítica – Escoamento Bifásico de Óleo e Gás

Neste Apêndice é apresentada a solução analítica da pressão de um teste transitório de produção com vazão constante na face produtora em um reservatório sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás. As condições simplificadoras são as mesmas adotadas no trabalho. Para esta solução é aplicada a transformação de Boltzmann e adotado o conceito de fonte linear. Por definição, os termos adimensionais, t_D , r_D e m_D , representam o tempo adimensional, raio adimensional e a pseudopressão adimensional, respectivamente. As equações que representam estas variáveis na forma adimensional são:

$$t_D = \frac{k\lambda_i t}{\phi c_{ii} r_w^2} \quad (D.1)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (D.2)$$

$$m_D = \frac{2\pi khm(p)}{q_o} = \frac{2\pi kh \int_p^{p_i} \left(\frac{k_{ro}}{B_o \mu_o} \right) dp}{q_o} \quad (D.3)$$

Com estas definições, a Equação (3.21) pode ser reescrita sob a forma adimensional como

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right) + M_D \frac{\partial m_D}{\partial r_D} = \frac{c_i \lambda_{ii}}{c_{ii} \lambda_{it}} \frac{\partial m_D}{\partial t_D} \quad (D.4)$$

que é idêntica a Equação (3.23) para $1 < r_D < \infty$. O segundo termo do lado esquerdo da Equação (D.4) é o termo não linear denominado de M_D , definido como:

$$M_D = \frac{B_g \lambda_o}{B_o \lambda_t} \frac{\partial R}{\partial r_D} \quad (\text{D.5})$$

É importante observar que a Equação (D.4) foi deduzida considerando que a saturação de óleo é função unicamente da pressão. Sem esta consideração não seria possível escrever a equação da difusão em termos de pseudopressão tal como a Equação (D.5). A condição de contorno interna é de vazão constante na face produtora do poço que em sua forma adimensional é dada por:

$$\lim_{r_D \rightarrow 0} \left(r_D \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right) = -1 \quad (\text{D.6})$$

Para reservatório com extensão radial infinita, a condição de contorno externa pode ser expressa em sua forma adimensional como

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} m_D(r_D, t_D) = 0 \quad (\text{D.7})$$

A condição inicial tem sua forma adimensional conforme

$$m_D(r_D, 0) = 0 \quad (\text{D.8})$$

para $0 \leq r_D \leq \infty$. As equações acima representam as condições de contorno e inicial que possibilitam a solução da Equação (D.4). Para esta solução é utilizada a transformada de Boltzmann que reduz uma equação diferencial parcial em uma equação diferencial ordinária. A variável da transformada de Boltzmann neste caso é

$$z_D = \frac{r_D^2}{4t_D} \quad (\text{D.9})$$

Usando esta transformada de variável, podem-se reescrever as Equações (D.4), (D.6) e (D.7) conforme

$$\frac{d}{dz_D} \left(z_D \frac{dm_D}{dz_D} \right) + c_D z_D \frac{dm_D}{dz_D} = 0 \quad (\text{D.10})$$

onde o termo c_D é definido por

$$c_D = \frac{B_g \lambda_o}{B_o \lambda_t} \frac{dR}{dz_D} + \frac{c_t \lambda_{ti}}{c_{ti} \lambda_t} \quad (\text{D.11})$$

As duas condições de contorno se transformam então em

$$\lim_{z_D \rightarrow 0} z_D \frac{dm_D}{dz_D} = -\frac{1}{2} \quad (\text{D.12})$$

e

$$\lim_{z_D \rightarrow \infty} m_D(z_D) = 0 \quad (\text{D.13})$$

O termo c_D , definido acima, é o fator de pseudocompressibilidade na sua forma adimensional, composto por dois termos: o primeiro termo que incorpora os efeitos da não linearidade, $(B_g \lambda_o / B_o \lambda_t)(dR/dz_D)$; e o segundo termo que reflete a variação das razões de compressibilidade total e mobilidade total, $(c_t \lambda_{ti} / (c_{ti} \lambda_t))$. Para resolver a Equação (D.10) com as condições de contorno dadas pelas Equações (D.12) e (D.13) é utilizado um artifício de mudança de variável conforme definição a seguir

$$w_D = \frac{dm_D}{dz_D} \quad (\text{D.14})$$

Usando esta mudança de variável, pode-se reescrever a Equação (D.10) como

$$z_D \frac{dw_D}{dz_D} + (1 + c_D z_D) w_D = 0 \quad (\text{D.15})$$

ou

$$\frac{dw_D}{dz_D} + \left(\frac{1}{z_D} + c_D \right) w_D = 0 \quad (\text{D.16})$$

A forma como está representada a Equação (D.16) sugere o seguinte fator de integração:

$$I = z_D \exp \left(\int_0^{z_D} c_D(u) du \right) \quad (\text{D.17})$$

A Equação (D.16) se torna então

$$\frac{d}{dz_D} \left(z_D \exp \left(\int_0^{z_D} c_D(u) du \right) w_D \right) = 0 \quad (\text{D.18})$$

isto implica dizer que

$$z_D \exp \left(\int_0^{z_D} c_D(u) du \right) w_D = C_1 \quad (\text{D.19})$$

ou, usando a definição dada pela Equação (D.14)

$$z_D \frac{dm_D}{dz_D} = C_1 \exp \left(- \int_0^{z_D} c_D(u) du \right) \quad (\text{D.20})$$

onde u é uma variável muda de integração e C_1 é uma constante que pode ser determinada. Tomando o limite de ambos os lados da Equação (D.20) quando z_D tende a zero e usando a condição de contorno representada pela Equação (D.12) resulta

$$\lim_{z_D \rightarrow 0} z_D \frac{dm_D}{dz_D} = - \frac{1}{2} = C_1 \quad (\text{D.21})$$

logo

$$\frac{dm_D}{dz_D} = - \frac{1}{2z_D} \exp \left(- \int_0^{z_D} c_D(u) du \right) \quad (\text{D.22})$$

Integrando a Equação (D.22) desde 0 até ∞ obtém-se

$$\left(\lim_{z_D \rightarrow \infty} m_D(z_D) \right) - m_D(z_D) = - \frac{1}{2} \int_{z_D}^{\infty} \frac{\exp \left(- \int_0^{\infty} c_D(u) du \right)}{x} dx \quad (\text{D.23})$$

Usando agora a condição inicial representada pela Equação (D.13), a Equação (D.23) se reduz a

$$m_D(z_D) = \frac{1}{2} \int_{z_D}^{\infty} \frac{\exp \left(- \int_0^{\infty} c_D(u) du \right)}{x} dx \quad (\text{D.24})$$

que representa uma função exponencial modificada. Esta é a solução analítica para o comportamento da pseudopressão quando o escoamento é bifásico. Observe que, se a razão gás/óleo R for constante, a Equação (D.11) se reduz a

$$c_D = \frac{c_t \lambda_{ii}}{c_{ii} \lambda_t} \quad (\text{D.25})$$

que é possível quando o reservatório se encontra acima da pressão de bolha. Logo a Equação (D.25) pode ser aplicada quando todos os pontos do reservatório estiverem acima da pressão de bolha. Se for negligenciada a variação da viscosidade do óleo, então a Equação (D.25) se reduz a

$$c_D = \frac{c_t}{c_{ii}} \quad (\text{D.26})$$

que é a forma aplicada para um fluxo monofásico de gás real. Se for negligenciada a variação da compressibilidade, ou seja, $c_D=1$, então a Equação (D.24) se torna uma formulação conhecida, que é a função exponencial integral utilizada para escoamento de líquido monofásico,

$$m_D(z_D) = \frac{1}{2} \int_{z_D}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (\text{D.27})$$

Apêndice E

E. Representação Aproximada da Função α - Duas Retas

E.1 Teste transitório de produção – *drawdown*

A idéia inicial de representar a relação entre $k_{ro}/\mu_o B_o$ com a pressão no poço durante o período transitório por meio de duas retas surgiu de observações de resultados numéricos. A representação por meio de duas retas, Figura E.1, é a mesma utilizada por Serra (1988) em sua tese de doutorado. Para ilustrar o raciocínio é utilizado um caso analisado neste trabalho.

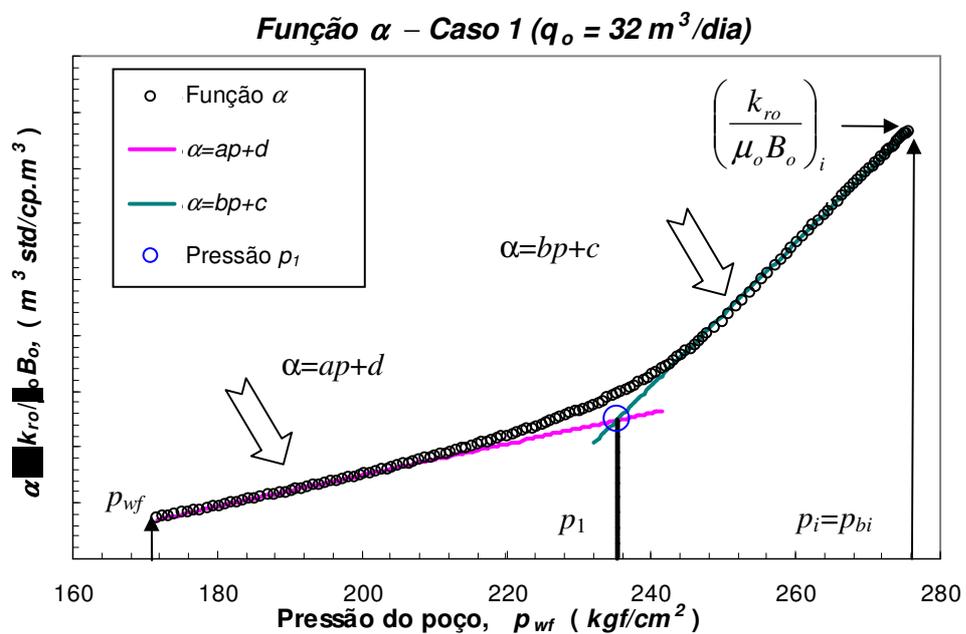


Figura E.1: Modelo de duas retas para representar a função α vs pressão do poço.

Usando as duas retas mostradas na Figura E.1, pode-se aproximar a integral sob a curva conforme Equação (E.1)

$$\int_{p_{wf}}^{p_i} \alpha dp \cong \int_{p_{wf}}^{p_1} (ap + d) dp + \int_{p_1}^{p_i} (bp + c) dp \quad (E.1)$$

onde a , b , c e d são parâmetros das duas retas. Integrando o lado direito da Equação (E.1) obtém-se

$$\int_{p_{wf}}^{p_i} \alpha dp \cong \frac{a}{2}(p_1^2 - p_{wf}^2) + d(p_1 - p_{wf}) + \frac{b}{2}(p_i^2 - p_1^2) + c(p_i - p_1) \quad (E.2)$$

O objetivo aqui é analisar se a curva do quadrado da pressão p_{wf}^2 ou $(p_i^2 - p_{wf}^2)$ versus o logaritmo do tempo resulta em uma linha reta. Para reescrever a Equação (E.2) numa forma que possibilite uma análise de curva típica em termos do quadrado da pressão, são definidos dois parâmetros, \hat{a} e \hat{b} , que satisfaçam as condições:

$$\frac{\hat{a}}{2}(p_1^2 - p_{wf}^2) = \frac{a}{2}(p_1^2 - p_{wf}^2) + d(p_1 - p_{wf}) \quad (E.3)$$

e

$$\frac{\hat{b}}{2}(p_i^2 - p_1^2) = \frac{b}{2}(p_i^2 - p_1^2) + c(p_i - p_1) \quad (E.4)$$

logo,

$$\hat{a} = a + \frac{2d}{p_1 + p_{wf}} \quad (E.5)$$

e

$$\hat{b} = b + \frac{2c}{p_i + p_1} \quad (E.6)$$

Aqui cabe uma observação importante: para um dado p_1 , o parâmetro \hat{b} é uma constante, enquanto o parâmetro \hat{a} depende da pressão do poço, que é função do tempo. Para esta análise, considera-se que durante o teste transitório de produção a pressão do poço p_{wf} atinja valores menores do que a pressão p_1 . Para um valor arbitrário e fixo de pressão no poço p_{wf} , a Equação (E.3) pode ser reescrita como

$$\int_{p_{wf}}^{p_1} (\hat{\alpha}p) dp = \int_{p_{wf}}^{p_1} (\alpha p + d) dp \quad (E.7)$$

Observe que a Equação (E.7) não implica dizer que $\hat{\alpha}p = \alpha p + d$, mas que a área sob a linha $\alpha = \hat{\alpha}p$ e $\alpha = \alpha p + d$ tem o mesmo valor no intervalo $p_{wf} \leq p \leq p_1$. Isto significa que a linha $\alpha = \hat{\alpha}p$ muda com o valor de p_{wf} , ou com o tempo, isto é, quando p_{wf} diminui aumenta o parâmetro $\hat{\alpha}$ se $d > 0$, portanto, $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}(p_{wf}(t))$.

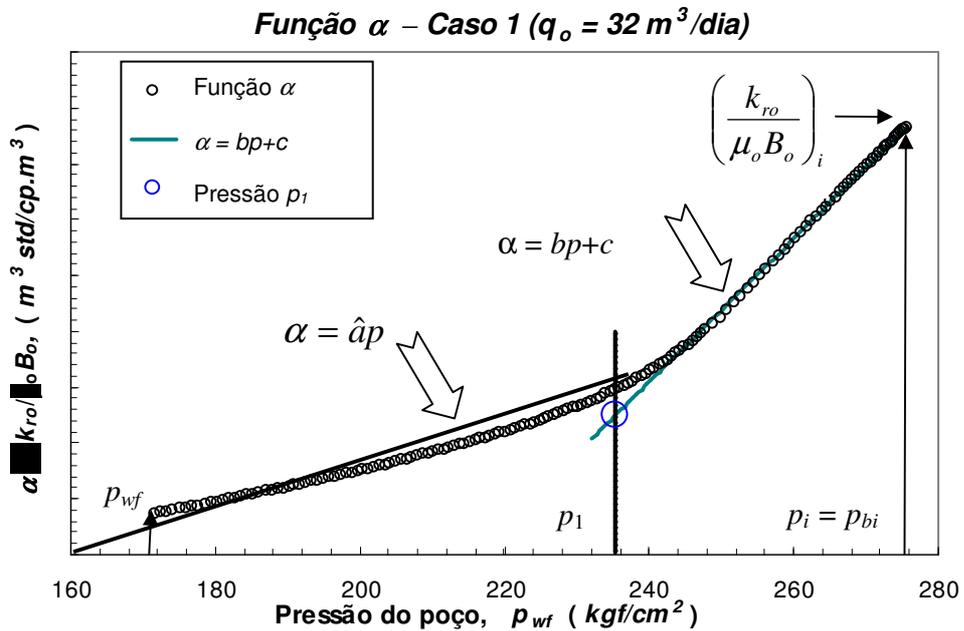


Figura E.2: Modelo esquemático final da função α vs pressão do poço.

Usando as Equações (E.3) e (E.4) na Equação (E.2), resulta

$$\int_{p_{wf}}^{p_i} \alpha dp \approx \frac{\hat{\alpha}}{2} (p_1^2 - p_{wf}^2) + \frac{\hat{b}}{2} (p_i^2 - p_1^2) \quad (E.8)$$

Adicionando e subtraindo $\frac{\hat{\alpha}}{2} (p_i^2 - p_1^2)$ no lado direito da Equação (E.8), chega-se a

$$\int_{p_{wf}}^{p_i} \alpha dp \approx \frac{\hat{\alpha}}{2} (p_i^2 - p_{wf}^2) + \frac{(\hat{b} - \hat{\alpha})}{2} (p_i^2 - p_1^2) \quad (E.9)$$

Aproximando a pseudopressão durante o período transitório de produção por uma expressão logarítmica definida conforme Equação (3.27), resulta que

$$m_{wD} = \frac{2\pi kh}{q_o} \int_{p_{wf}}^{p_i} \alpha dp = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma} \right) + s \quad (E.10)$$

Usando então as Equações (E.9) e (E.10), pode-se obter após rearranjo, uma expressão que é definida como sendo o quadrado da pressão adimensionalizada p_{wDg} , ou seja

$$p_{wDg} = \frac{2\pi kh}{q_o} \frac{\hat{a}}{2} (p_i^2 - p_{wf}^2) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma} \right) + s - \frac{2\pi kh}{q_o} \frac{(\hat{b} - \hat{a})}{2} (p_i^2 - p_1^2) \quad (E.11)$$

Rigorosamente \hat{a} só é constante se e somente se $d=0$. No entanto, por razões práticas, será considerada uma relação entre p_{wf} e \hat{a} tal que \hat{a} comporta-se como um constante. Fazendo assim, um gráfico de p_{wf}^2 ou $(p_i^2 - p_{wf}^2)$ versus o logaritmo do tempo resulta numa linha reta. Olhando para a forma da Equação (E.11) pode-se também verificar, por analogia, um fator de película aparente s_{md} definido por

$$s_{md} = s - \frac{2\pi kh}{q_o} \frac{(\hat{b} - \hat{a})}{2} (p_i^2 - p_1^2) \quad (E.12)$$

Se o valor de \hat{b} é maior do que o valor de \hat{a} , o fator de película aparente s_{md} é menor do que o verdadeiro dano ou estímulo mecânico, s . Isto explica o fato de que, em análise utilizando o método do quadrado da pressão no período transitório de produção, o valor do dano é subestimado ou superestimado em relação ao verdadeiro dano mecânico. Considerando \hat{a} como uma constante, a Equação (E.11) exibe uma curva num gráfico de $(p_i^2 - p_{wf}^2)$ versus o logaritmo do tempo com inclinação conforme

$$\hat{m} = \frac{1,151(2q_o)}{\hat{a} 2\pi kh} \quad (E.13)$$

Considerando que seja conhecido o valor da vazão e da espessura do reservatório, pode-se estimar o valor de $\hat{a}k$ a partir do valor da inclinação da reta do gráfico como

$$\hat{k} = \frac{1,151 (2q_o)}{\hat{m} 2\pi h} \quad (\text{E.14})$$

Para avaliação do fator de película aparente, basta usar as Equações (E.11) e (E.12) para obter

$$s_{md} = 1,151 \left[\frac{(p_i^2 - p_{wf}^2)_{1hr}}{\hat{m}} - \log \left(\frac{k\lambda_{ti}}{\phi c_{ti} r_w^2} \right) + 3,23 \right] \quad (\text{E.15})$$

onde $(p_i^2 - p_{wf}^2)_{1hr}$ representa o valor de $(p_i^2 - p_{wf}^2)$ obtido pela extrapolação da reta até o tempo de teste de 1 h, c_{ti} e λ_{ti} são a compressibilidade e mobilidade total, respectivamente. Para usar a Equação (E.15) é necessário estimar um valor para $k\lambda_{ti}$. Isto é feito utilizando o seguinte raciocínio

$$k\alpha = \frac{kk_{ro}}{\mu_o B_o} = \hat{a}pk \quad (\text{E.16})$$

desde que $p < p_1$, $k\alpha = k(ap+d)$. A Equação (E.16) é correta se e somente se $d=0$. Aplicando a Equação (E.16) para a pressão inicial p_i , obtém-se

$$\left(\frac{kk_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_i = (\hat{a}k) p_i \quad (\text{E.17})$$

ou, multiplicando por B_{oi} ,

$$k\lambda_{ti} = \left(\frac{kk_{ro}}{\mu_o} \right)_i = (\hat{a}k) p_i B_{oi} \quad (\text{E.18})$$

Observe que o valor $k\lambda_{ti}$ é uma estimativa do valor correto, pois $d \neq 0$. No entanto, como este valor aparece na Equação (E.15) como argumento de um logaritmo, um erro grande nesta estimativa não afeta em muito o cálculo do valor do fator de película aparente s_{md} . A aproximação assumida na Equação (E.16) nos fornece um método para estimar kk_{ro} como função da pressão, pois

$$(kk_{ro})_{p_{wf}} = (\hat{a}k) p_{wf} (\mu_o B_o)_{p_{wf}} \quad (\text{E.19})$$

Da Equação (E.19) é possível determinar $(kk_{ro})_{p_{wf}}$ como função da pressão da face produtora do poço. O valor de $\hat{a}k$ pode ser calculado diretamente através da Equação (E.14) desde que se construa o gráfico de $(p_i^2 - p_{wf}^2)$ contra o logaritmo do tempo. Considerando que a estimativa representada pela Equação (E.16) seja válida, a Equação (E.19) fornecerá resultados bastante confiáveis. Para obtenção da permeabilidade efetiva inicial basta fazer $p_{wf}=p_i$.

E.2 Teste de crescimento de pressão – *buildup*

Para o caso de teste de crescimento de pressão, *buildup*, a pressão do poço p_{ws} é considerada maior que a pressão de interseção das duas linhas retas p_1 . O argumento usado aqui é o inverso do argumento utilizado para o caso do teste transitório de produção, ou seja, a reta do gráfico do quadrado da pressão tem início numa pressão maior que a pressão p_1 . Em outras palavras, é necessário que p_{ws} seja maior que p_1 num tempo muito curto, que é o que normalmente ocorre. A equação básica para representar o comportamento da pseudopressão para o teste de crescimento de pressão, desde que sejam aceitas as condições que torna o caso de escoamento bifásico de óleo e gás similar ao caso de escoamento monofásico de líquido, é dada por

$$\tilde{m}_{Ds} = \frac{2\pi kh}{q_o} \int_{p_{wf,s}}^{p_{ws}} \alpha dp = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{e^{\lambda}} \right) + s - \ln(R_{H1}) \quad (E.20)$$

onde R_{H1} é definido conforme Equação (3.98) e \tilde{m}_{Ds} conforme a Equação (3.97). Utilizando o mesmo raciocínio do caso de teste transitório de produção, a função de pseudopressão pode ser reescrita trocando p_i por p_{ws} e p_{wf} por $p_{wf,s}$, conforme

$$\tilde{m}_{Ds} = \frac{2\pi kh}{q_o} \int_{p_{wf,s}}^{p_{ws}} \alpha dp = \frac{2\pi kh}{q_o} \left[\frac{\hat{a}_b}{2} (p_1^2 - p_{wf,s}^2) + \frac{\hat{b}_b}{2} (p_{ws}^2 - p_1^2) \right] \quad (E.21)$$

onde

$$\hat{a}_b = a + \frac{2d}{(p_1 + p_{wf,s})} \quad (E.22)$$

e

$$\hat{b}_b = b + \frac{2c}{(p_{ws} + p_1)} \quad (E.23)$$

Note que \hat{a}_b e \hat{b}_b para o crescimento de pressão são diferentes dos valores de \hat{a} e \hat{b} para o caso de teste transitório de produção, sendo iguais, se e somente se, $d \approx 0$ e $c \approx 0$. É fácil verificar que se $d \approx 0$ então $\hat{a}_b \approx a$ e $\hat{a} \approx a$, assim como se $c \approx 0$, então \hat{b} para o *drawdown* e \hat{b}_b para o *buildup* são iguais a b . Note também que está se considerando que $p_{ws} > p_1$ durante o *buildup* e $p_{wf} > p_1$ durante o *drawdown*. De uma forma geral, para tempos longos no teste de *buildup*, o valor de $(p_1 + p_{wf,s})$ é aproximadamente igual ao valor de $(p_1 + p_{wf})$ e o valor $(p_1 + p_{ws})$ é aproximadamente igual ao valor de $(p_1 + p_i)$. Logo é possível, numa dada condição, obter $\hat{a}_b \approx \hat{a}$ e $\hat{b}_b \approx \hat{b}$. Normalmente a análise de *buildup* pelo método de Horner utiliza um gráfico de $(p_{ws}^2 - p_{wf,s}^2)$ ou p_{ws}^2 versus o tempo de Horner definido conforme Equação (3.98). Adicionando e subtraindo $(\hat{b}_b / 2)(p_1^2 - p_{wf,s}^2)$ no lado direito da Equação (E.21) e usando o resultado na Equação (E.20), pode-se obter uma expressão para o período de *buildup* similar à Equação (E.11) obtida para o caso o *drawdown*, ou seja

$$\tilde{p}_{Dsg} = \frac{2\pi kh}{q_o} \frac{\hat{b}_b}{2} (p_{ws}^2 - p_{wf,s}^2) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4t_D}{e^{\gamma}}\right) - \ln(R_{H1}) + s + \frac{2\pi kh}{q_o} \frac{(\hat{b}_b - \hat{a}_b)}{2} (p_1^2 - p_{wf,s}^2) \quad (E.24)$$

onde a primeira igualdade serve para definir o termo \tilde{p}_{Dsg} e os dois últimos termos do lado direito pode ser tratado como fator de película aparente, ou seja:

$$s_{mb} = s + \frac{2\pi kh}{q_o} \frac{(\hat{b}_b - \hat{a}_b)}{2} (p_1^2 - p_{wf,s}^2) \quad (E.25)$$

Note que se $p_1 > p_{wf,s}$ e $(\hat{b}_b - \hat{a}_b) > 0$, o cálculo para o fator de película aparente fica superestimado para o período de *buildup*, de forma inversa se $(\hat{b}_b - \hat{a}_b) < 0$, o cálculo do fator de película aparente fica subestimado. Utilizando a Equação (E.24) e traçando um gráfico semilog de $(p_{ws}^2 - p_{wf,s}^2)$ versus logaritmo de R_{Hj} ($j=1$ ou 2), uma linha reta é exibida com coeficiente de inclinação

$$\hat{m}_b = \frac{1,151(2q_o)}{\hat{b}_b kh} \quad (E.26)$$

Assumindo que seja conhecido o valor da espessura do reservatório testado, o valor de $\hat{b}_b k$ pode ser estimado usando a expressão a seguir

$$(\hat{b}_b k) = \frac{1,151 (2q_o)}{\hat{m}_b h} \quad (\text{E.27})$$

Utilizando as Equações (E.24) e (E.25) pode-se chegar a uma equação para cálculo do fator de película aparente a partir de dados de um teste de crescimento de pressão em reservatório sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás. A equação terá a seguinte forma

$$s_{mb} = 1,151 \left[\frac{(p^{*2} - p_{wf,s}^2)}{\hat{m}_b} - \log \left(\frac{k \lambda_{ti} t}{\phi c_{ii} r_w^2} \right) + 3,23 \right] \quad (\text{E.28})$$

onde p^{*2} é a pressão extrapolada para tempos infinitos no gráfico de $(p_{ws}^2 - p_{wf,s}^2)$ versus R_{Hj} ($j = 1$ ou 2) e t é o tempo em horas a partir do instante do fechamento. Desta forma o fator de película aparente para qualquer tempo de fechamento pode ser determinado. Por exemplo, se o tempo de fechamento é de 1 hora o valor do fator de película aparente é dado por

$$s_{mb} = 1,151 \left[\frac{(p_{1hs}^2 - p_{wf,s}^2)}{\hat{m}_b} - \log \left(\frac{k \lambda_{ti}}{\phi c_{ii} r_w^2} \right) + 3,23 \right] \quad (\text{E.29})$$

onde p_{1hs} representa a pressão em 1 hora de teste de *buildup*. Para usar as Equações (E.28) e (E.29) é necessário estimar o valor de $k \lambda_{ti}$. Isto é possível utilizando o mesmo raciocínio usado no caso do teste transitório de produção. Note que

$$\alpha = \frac{kk_{ro}}{\mu_o B_o} = (\hat{b}_b k) p \quad (\text{E.30})$$

desde que $p < p_i$ e $k\alpha = k(bp+c)$. A Equação (E.30) é correta se e somente se $c=0$. Extrapolando a Equação (E.30) para a pressão inicial p_i , obtém-se

$$\left(\frac{kk_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_i = (\hat{b}_b k) p_i \quad (\text{E.31})$$

ou, multiplicando por B_{oi} ,

$$k \lambda_{ti} = \left(\frac{kk_{ro}}{\mu_o} \right)_i = (\hat{b}_b k) p_i B_{oi} \quad (\text{E.32})$$

O valor $k\lambda_{ti}$ é estimado a partir desta equação usando o valor $(\hat{b}_b k)$ obtido com a inclinação da curva de $(p_{ws}^2 - p_{wf,s}^2)$ versus logaritmo de R_{Hj} de Equação (E.27). Note que, se não houver uma grande depleção no reservatório durante o teste de fluxo, é razoável admitir que $p_i = p^*$. Por fim, note também que a Equação (E.30) fornece um modo de estimar kk_{ro} :

$$(kk_{ro})_{p_{ws}} = (\hat{b}_b k) p_{ws} (\mu_o B_o)_{p_{ws}} \quad (E.33)$$