

JUNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

Ciências e Engenharia de Petróleo

**MODELOS PARA ESTIMATIVA DO MOMENTO ÓTIMO DE INVESTIMENTO
EM PROJETOS EM ÁGUAS PROFUNDAS UTILIZANDO OPÇÕES REAIS**

Campinas

2007

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS**

Modelos Para Estimativa do Momento Ótimo de Investimento em Projetos em Águas Profundas Utilizando Opções Reais

Autor: **Carlos Alexandre Camargo de Abreu**
Orientador: **Saul Barisnik Suslick**

Curso: Ciências e Engenharia de Petróleo

Tese de doutorado apresentada à Subcomissão de Pós-Graduação Interdisciplinar de Ciências e Engenharia de Petróleo (FEM e IG), como requisito para a obtenção do título de Doutor em Ciências e Engenharia de Petróleo.

Campinas, 2007
SP - Brasil

UNIDADE BC
Nº CHAMADA: _____
T/UNICAMP
V. _____ EX. _____
TOMBO BCCL 80241
PROC 16-148-09
C _____ D X
PREÇO 11,00
DATA 10-02-09
BIB-ID _____

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Abreu, Carlos Alexandre Camargo de
Ab86m Modelos para estimativa do momento ótimo de investimento
em projetos em águas profundas utilizando opções reais /
Carlos Alexandre Camargo de Abreu.--Campinas, SP: [s.n.],
2007.

Orientador: Saul Barisnik Suslick
Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,
Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências.

1. Engenharia econômica. 2. Incerteza. 3. Petróleo –
aspectos econômicos. 4. Avaliação de riscos. 5. Teoria
econômica. I. Suslick, Saul Barisnik. II. Universidade Estadual
de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Instituto
de Geociências. IV. Título.

Título em Inglês: Models for estimation of the optimal investment timing in deep-water
projects

Palavras-chave em Inglês: Economic evaluation, Real options, Technological uncertainty

Área de concentração: Reservatórios e Gestão

Titulação: Doutor em Ciências e Engenharia de Petróleo

Banca examinadora: Manoel Rodrigues Neves, Gabriel Alves da Costa Lima, Rodrigo
Portugal, Denis Schiozer

Data da defesa: 27/07/2007

Programa de Pós-Graduação: Ciências e Engenharia de Petróleo

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

TESE DE DOUTORADO

**Modelos Para Estimativa do Momento
Ótimo de Investimento em Projetos em
Águas Profundas Utilizando Opções Reais**

Autor: Carlos Alexandre Camargo de Abreu

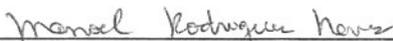
Orientador: Saul Barisnik Suslick

Banca Examinadora:



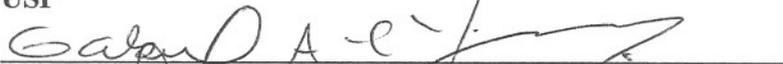
Prof. Dr. Saul Barisnik Suslick

Unicamp



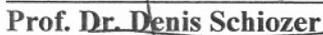
Prof. Dr. Manoel Rodrigues Neves

USP



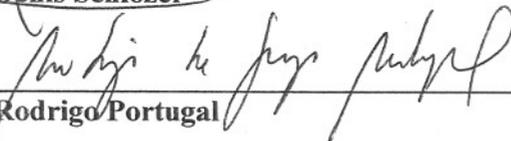
Prof. Dr. Gabriel Alves da Costa Lima

Unicamp



Prof. Dr. Denis Schiozer

Unicamp



Prof. Dr. Rodrigo Portugal

Unicamp

2007

Campinas, 27 de Julho de

200904003

Dedicatória:

Dedico este trabalho à minha mãe e ao inesquecível Baruk (In Memoriam)

Agradecimentos

Agradeço a todos aqueles que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento do trabalho, a destacar:

Meus pais, pelo apoio contínuo mesmo de longe, sempre disponibilizando apoio e palavras de incentivo e amor.

Minha família por estarem sempre presentes.

Professor Saul, por encarar o desafio e sempre me apoiar, mesmo nos momentos mais difíceis.

A CAPES pela bolsa de estudos fornecida.

À Banca examinadora pela atenção e contribuições visando a melhoria do trabalho.

À todos os professores e funcionários do departamento, que ajudaram de forma direta e indireta na conclusão deste trabalho.

Gabriel, pela ajuda na evolução do estudo da Teoria das Opções Reais.

Aos Colegas do LAGE: Henrique, Ana, Rafael, Artur, Diego, Quintão, Gláucia, Leo, Tati, Tiago, Estela.

Aos amigos que sempre estiveram por perto morando na república e agregados desta, pela companhia e incentivo: Babu, Serginho, Marquim, Márcio, Tasso, Lagarto, Alex, Rui, Vivi, Serjão, Zé, Zanão, Zaca, Bruno, Baruk, Ganzo, Bozo, Pagodinho, Malditos, Fábio, Ana, Capri, Rod, Vira, Bell, Durval, Jammil, Ivete e Claudinha

Aos amigos que mesmo distante sempre estão ao meu lado: Amigos do Rio, Amigos de Fortaleza, Amigos de Floripa / Blumenau e todos que passaram pela minha vida.

A Juju por ser essa pessoa especial e pela atenção, amor e carinho que nunca faltaram.

Nem melhor, nem pior. Apenas diferente.

Resumo

Abreu, Carlos Alexandre Camargo. *Modelos Para Estimativa do Momento Ótimo de Investimento em Projetos em Águas Profundas Utilizando Opções Reais*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1993. 137 p. Tese (Doutorado)

Esse trabalho propõe dois modelos de Opções Reais para avaliação econômica de projetos em águas profundas, considerando os efeitos das incertezas em relação ao preço do petróleo e ao processo de evolução tecnológica. Esses modelos são bastante úteis nesses tipos de aplicações, pois permitem estimar o impacto do avanço tecnológico em campos com reservas de petróleo desenvolvidas, mas que apresentam grandes níveis de incertezas, pois as tecnologias atualmente conhecidas não possibilitam o desenvolvimento da produção com viabilidade econômica. Os modelos desenvolvidos foram aplicados em estudos de casos em diferentes cenários tecnológicos e projetos de campos simulados. As incertezas relacionadas ao processo de evolução tecnológica impactam no valor dos custos operacionais do projeto, considerando que os preços seguem um Movimento Geométrico Browniano, representando sua evolução ao longo do tempo. No primeiro modelo proposto a tecnologia evolui de acordo com saltos aleatórios de melhoria de eficiências, enquanto que no segundo modelo a evolução da tecnologia comporta-se de acordo com uma função logística. Foi obtida solução analítica para o caso do primeiro modelo com uma variável estocástica. No segundo modelo foi utilizada o método numérico da Simulação de Monte Carlo, com duas variáveis estocásticas, resultando na estimativa do valor da opção de espera e do momento ótimo de investimento.

Palavras Chave - Avaliação Econômica, Opções Reais, Incerteza Tecnológica

Abstract

Abreu, Carlos Alexandre Camargo. *Models For Estimation of the Optimal Investment Timing in Deep-Waters Projects*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2007. 137 p. Tese (Doutorado)

This work proposes two Real Options models for economic evaluation of E&P projects located in deep-water. The models consider the effects of uncertainties related to the oil price and the process of technological evolution. These models are useful for undeveloped reserves of heavy oil in deep-water that depict a great level of uncertainty, as the available technologies do not support the economic feasibility of the production development of such fields. The effects of technology impact on operational costs, and prices are modeled using a Geometric Brownian Motion stochastic process. The first model supposes that technology evolution is modeled with random jumps representing gains in efficiency and uses only one stochastic variable, which are obtained through an analytical solution. The second model employs a logistic utility function to model the technological evolution process and a numerical procedure (Monte Carlo Simulation) is used as a solution, using two stochastic variables. The developed models estimate the waiting option values and the optimal timing for investment for the decision process.

Key Words - Economic evaluation, Real Options, Technological Uncertainty

SUMÁRIO

SUMÁRIO	i
FIGURAS	iv
NOMENCLATURA	vi
TABELAS	viii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1. Motivação	3
1.2. Objetivos	4
1.3. Aspectos Metodológicos	4
1.4 Estrutura da tese	5
2 TEORIA DAS OPÇÕES REAIS	6
2.1. Origens: Opções Financeiras	6
2.1.1. Posição Longa e Posição Curta	13
2.1.2. Conceitos de Arbitragem	15
2.2. Avaliação econômica tradicional x Teoria das Opções Reais	17
2.3. Teoria das Opções Reais na indústria de petróleo	20
2.4. Opções reais e incerteza tecnológica	25
3 PROCESSOS ESTOCÁSTICOS, SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO E MODELAGEM DE OPÇÕES REAIS	29
3.1 Modelagem Estocástica	29
3.2 Processos estocásticos	32
3.2.1 Processo de Wiener	33
3.2.2 Movimento Browniano	34
3.2.3 Movimento Geométrico Browniano	35
3.2.4 Movimento de Reversão a Média	38
3.2.5 Lema de Ito	41
3.2.6 Processo de Poisson (Processo de Saltos)	43
3.3 Simulação de Monte Carlo	44
3.4 Opções Reais em tempo discreto	46

3.5 Opções Reais em tempo contínuo	48
4 INCERTEZA TECNOLÓGICA	54
4.1 Momento ótimo de adoção tecnológica	56
4.2 Incerteza tecnológica e aprendizado	61
4.3 Incerteza Tecnológica como Função Logística	62
5 MODELO ANALÍTICO PROPOSTO: PROCESSO DE EVOLUÇÃO TECNOLÓGICA ATRAVÉS DO PROCESSO DE POISSON	65
5.1 Modelo proposto	66
5.2 Projeto e Cenários Tecnológicos simulados	72
5.3 Resultados da aplicação do modelo nos cenários simulados	76
5.4 Análises de sensibilidades	83
5.5 Dados utilizados nos estudos de caso	87
5.6 Estudo de caso utilizando dados de perfuração em águas profundas no Brasil e Golfo do México	89
6 ESTIMATIVA DO MOMENTO ÓTIMO DE INVESTIMENTO COM O PROCESSO DE EVOLUÇÃO TECNOLÓGICA REPRESENTADO POR FUNÇÃO LOGÍSTICA	94
6.1 Modelo logístico de evolução tecnológica da profundidade da lâmina d'água	95
6.2 Incertezas do modelo: preços e lâmina d'água	98
6.3 Estimativa das taxas de crescimento tecnológico em águas profundas (α_{pr}) e risco tecnológico em águas profundas (σ_{pr}) para os casos das bacias no Brasil e no Golfo do México	99
6.4 Variável incerta do modelo: VPL do campo desenvolvido	101
6.5 Estimativa do valor do campo desenvolvido usando Simulação de Monte Carlo	103
6.6 Estudo de caso: valor da opção de espera e definição das regras de tomada de decisão para os casos de evolução tecnológica em águas profundas na costa brasileira e no Golfo do México	109
7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	118
7.1 Sugestões para trabalhos futuros	122
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	123

ANEXO 1 – DERIVAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA METODOLOGIA DE INVESTIMENTO	131
ANEXO 2 – FLUXO DE CAIXA DO PROJETO	136

FIGURAS

Figura 2.1: <i>Payoff</i> de um contrato futuro	7
Figura 2.2: Valor de uma opção de compra	8
Figura 2.3: Lucro de opções de compra e venda	10
Figura 2.4: Opções em projetos de petróleo	22
Figura 3.1: Preços históricos do petróleo	31
Figura 3.2: Trajetórias de um MGB	36
Figura 3.3: Trajetórias de movimentos de reversão a média	40
Figura 3.4: Comportamento da variância nos processos estocásticos	41
Figura 3.5: Fronteiras do valor da continuação	52
Figura 3.6: Condição de alto contato	53
Figura 4.1: Estratégias tecnológicas	58
Figura 4.2 – Frequência de poços perfurados em águas profundas em Bacias do Brasil e Golfo do México	64
Figura 5.1 : Etapas do modelo 1	72
Figura 5.2: Análise de sensibilidade $V(R)$ x (R) entre razão 0 e 25	77
Figura 5.3: Análise de sensibilidade $V(R)$ x (R) entre a razão 0 e 2	77
Figura 5.4: Opções Reais em função de (R) para os três cenários	80
Figura 5.5: Definição do <i>Timing</i> do investimento	82
Figura 5.6 – Sensibilidade de $(R)^*$ e $F(R)$ em relação ao tamanho do crescimento tecnológico	84
Figura 5.7 – Sensibilidade de $(R)^*$ e $F(R)$ em relação ao intervalo de tempo entre inovações	85
Figura 5.8 – Sensibilidades de $F(R)$ em relação as volatilidades	86
Figura 5.9 – Histograma de dados de poços perfurados em águas profundas no Brasil	88
Figura 5.10 – Histograma de dados de poços perfurados em águas profundas no Golfo do México	89
Figura 5.11 – Ponto ótimo de investimento (Brasil)	92
Figura 5.12 – Ponto ótimo de investimento (Golfo do México)	92

Figura 6.1 – Função logística de capacidade tecnológica: águas profundas do Brasil	96
Figura 6.2 – Função logística de capacidade tecnológica: águas profundas do Golfo do México	97
Figura 6.3 - Simulações de profundidades de lâmina d'água	104
Figura 6.4 – Etapas do modelo 2	105
Figura 6.5 – Trajetórias de valores do projeto pra diferentes cenários de preços	106
Figura 6.6 – Conceito dos parâmetros x e z	107
Figura 6.7 – Redução de OPEX gerada pela evolução tecnológica	110
Figura 6.8 - Preços de gatilhos de investimento	114

NOMENCLATURA

α	Taxa esperada de crescimento
Δ	Número de ações
Δx	Variação de x
ε_t	Porção aleatória do processo de Wiener
η	Velocidade de reversão a média de longo prazo
ϕ	Salto de qualidade tecnológica
λ	Taxa média de surgimento de uma nova tecnologia
μ	Magnitude de um evento
σ	Volatilidade
ANP	Agência Nacional do Petróleo
°API	Indicador de densidade do óleo
B	Número de títulos livres de risco
(R)	Razão benefício-custo
CAPEX	Custo de capital
C_t	Prêmio da opção
dF	Diferencial total
dq	Incremento de Poisson
dt	Intervalo de tempo
dz	Incremento de Wiener
E	Valor esperado
E&P	Exploração e Produção
F(T)	Preço do derivativo
F(R)	Valor da opção
(I / Prod)	Investimento unitário
K	Preço de exercício
MGB	Movimento Geométrico Browniano
MM barris	Milhões de barris
MMS	Mineral Management Services
MMUS\$	Milhões de dólares

MRM	Movimento de Reversão a Média
OPEP	Organização dos países exportadores de petróleo
OPEX	Custo operacional
p	Probabilidade livre de risco
Payoff	Ganhos de valor investido
PPB	Período de Payback
r	Taxa de juros livre de risco
S_T	Ativo Subjacente
T	Data de expiração do contrato
t_0	Tempo inicial
TIR	Taxa Interna de Retorno
US\$ / bbl	Dólar por barril
$V(R)$	Valor do projeto em função de (R)
$V'(R)$	Derivada parcial de primeira ordem
$V''(R)$	Derivada parcial de segunda ordem
VPL	Valor Presente Líquido
x_m	Média de longo prazo
$x^*(t)$	Valor crítico no tempo t
X_t	Variável x no tempo t

TABELAS

Tabela 2.1- Componentes do valor da opção	12
Tabela 2.2- Posição longa de um investidor	15
Tabela 2.3- Posição curta de um investidor	15
Tabela 2.4- Indicadores tradicionais de avaliação econômica	19
Tabela 2.5 - Analogias entre opções de compras financeiras e as opções reais em Petróleo	24
Tabela 5.1 - Características do projeto	73
Tabela 5.2 - Taxa de dividendos do projeto	75
Tabela 5.3 - Cenários tecnológicos	76
Tabela 5.4 - Modelo de Opções Reais x Metodologia tradicional (VPL) - modelo 1	83
Tabela 5.5 Dados Tecnológicos de águas profundas no Brasil e Golfo do México	90
Tabela 5.6 Valores nominais de gatilho de investimento	91
Tabela 6.1 – Médias anuais de profundidades de lâmina d'água	100
Tabela 6.2 – Estimativas de α e σ	101
Tabela 6.3 – Valores de investimento imediato e de continuação (Golfo do México)	112
Tabela 6.4 – Valores de investimento imediato e de continuação (Brasil)	113
Tabela 6.5 - Modelo de Opções Reais x Metodologia tradicional (VPL) - modelo 2	115
Tabela 6.6 – Regras de investimento (Brasil)	117

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Atualmente, diversas companhias de petróleo estão investindo na aquisição de blocos para a produção em águas profundas, apesar do fato de que em muitos casos as tecnologias necessárias para tornar tais projetos de investimentos um sucesso econômico ainda não são totalmente conhecidas. Esses tipos de investimentos envolvem grandes desafios para as empresas, pois há muitas incertezas envolvidas, como por exemplo, o tempo de chegada das tecnologias futuras, o desempenho dessas inovações, a dinâmica do preço do petróleo, as incertezas técnicas dos reservatórios, entre outras.

A tomada de decisão nas etapas de exploração e produção em águas profundas, tem assumido um papel importante dentro do portfólio de projetos das grandes companhias. Os níveis de descobertas de novas reservas de óleos leves em bacias terrestres ou mesmo em águas rasas estão se tornando cada vez mais escassas, ainda mais se considerarmos o caso das descobertas dos novos campos de petróleo no Brasil.

Apesar dos patamares atuais de preços atuais do petróleo, o desenvolvimento de muitos projetos em águas profundas, mesmo considerando-se o nível atual de tecnologias existentes, possuem custos operacionais muito elevados e investimentos com grande incerteza. Desta maneira, a utilização e aperfeiçoamento de tecnologias como ferramentas de elevação artificial, desenvolvimento de longos poços horizontais, completação com sistemas inteligentes, entre outras tecnologias, podem fazer

com que os custos operacionais fiquem menores e tornando esses projetos viáveis economicamente.

Dessa forma, mesmo que as tecnologias ideais não estando disponíveis na atualidade, existe a possibilidade que esta inovação esteja disponível no futuro. Essa expectativa cria uma oportunidade estratégica para adiar esses projetos visando ganhos futuros. O desafio pode ser traduzido da seguinte forma: como incorporar de forma quantitativa esta informação no processo de tomada de decisão corrente, sem comprometer a viabilidade econômica dos projetos?

Uma outra fonte de incerteza é referente aos preços de petróleo, os quais apresentam uma volatilidade anual de 20%, analisando o período entre 1970 e 2004 (Pindyck, 1999). A volatilidade implica preços oscilando ao longo do tempo, gerando períodos de lucros positivos e outros nos quais os lucros cessam. Um gerente de projeto pode decidir por adiar o investimento se os preços correntes estiverem muito baixos e os retornos dos projetos com altos riscos.

Na análise desses tipos de projetos de E&P utiliza-se tradicionalmente o modelo de fluxo de caixa descontado. Quanto maior o risco do investimento, maior será a taxa de desconto, acarretando em uma subestimação dos valores presentes de projetos.

A presença de incertezas pode levar a valores de projetos distintos daqueles, inicialmente, planejados de forma determinística, pois a metodologia tradicional não considera que os gerentes tenham certa flexibilidade para adaptar os projetos às possíveis novas realidades econômicas e tecnológicas enfrentadas pelas companhias de exploração e produção de óleo.

Como as incertezas aliadas à flexibilidade podem ter um potencial de melhorar o valor de um projeto e a perda é limitada aos investimentos de capital do projeto (CAPEX), a metodologia tradicional de análise de investimentos tende a recomendar regras sub-ótimas de investimento.

O foco dos modelos desenvolvidos para esta tese é a combinação das incertezas nos preços do petróleo com outras incertezas relacionadas ao OPEX, em razão do desconhecimento da trajetória do progresso tecnológico para a produção de óleo em águas

profundas. Utiliza-se, para tanto um modelo baseado na teoria das opções reais para determinar o momento ótimo de investimento em projetos em águas profundas.

Um modelo de opções reais é capaz de prover as ferramentas necessárias para estimar as incertezas do processo de evolução tecnológica e incertezas de mercado, características que estão presentes no modelo de valoração. A simulação numérica de projetos com características similares aos localizados em águas profundas da Bacia de Campos, foi selecionada para estimar os impactos das incertezas nos valores futuros do projeto.

Foram desenvolvidos dois modelos distintos para realizar a avaliação econômica desse tipo de projeto. O primeiro representa a incerteza tecnológica como saltos aleatórios de eficiência ao longo do tempo. O segundo modelo representa a incerteza quanto ao processo de evolução da tecnológica através de uma função logística.

1.1) Motivação

A indústria de petróleo já detectou que muitos dos novos campos localizam-se em águas profundas. O desenvolvimento de novas tecnologias nos próximos anos, para que a produção se torne viável economicamente nestes campos, já está em andamento, porém as decisões de que dependem da avaliação econômica desses projetos devem ser realizadas logo, pois este tipo de óleo representará uma porção significativa do perfil futuro da produção, como no caso do Brasil.

As empresas necessitam de ferramentas que possam fornecer estimativas quanto aos seus custos futuros de desenvolvimento e produção de um campo. Para obter tal estimativa de forma precisa, é necessário que se considere as possibilidades de surgirem tecnologias que venham a reduzir os investimentos e os custos de produção nos próximos anos.

Neste sentido torna-se necessário que o comportamento da evolução do processo tecnológico seja mensurado de forma a estimar magnitude dos ganhos de eficiência em relação ao método corrente de produção. O desenvolvimento de modelos mais dinâmicos de avaliação econômica assume um papel importante, pois possibilita estimar o melhor

momento para realizar um investimento, ou seja, quando um projeto trará o maior retorno para a sua empresa e, conseqüentemente, aos seus acionistas.

1.2) Objetivos

- Desenvolver uma metodologia que incorpore no processo de tomada de decisões, de forma quantitativa, informações sobre expectativas de inovações tecnológicas, englobando de maneira conjunta incertezas referentes ao comportamento futuro do mercado.
- Utilizar a Teoria das Opções Reais no desenvolvimento de um modelo com as incertezas do processo de evolução tecnológica sendo representadas por ganhos de eficiências que surjam aleatoriamente.
- Desenvolver um modelo de Opções Reais, considerando que a tecnologia irá evoluir de acordo com um modelo logístico.
- Aplicar os modelos desenvolvidos em projeto de E&P em águas profundas realizando a estimativa do melhor momento de investir nos projetos analisados, utilizando os modelos desenvolvidos.

1.3) Aspectos Metodológicos

O trabalho consiste na utilização da Teoria das Opções Reais para o desenvolvimento de dois modelos agregando incertezas de mercado e incertezas relacionadas ao processo de evolução tecnológica. O primeiro modelo consiste no desenvolvimento de uma solução analítica para estimativa do valor da opção de espera pelo momento ótimo de investimento, considerando que a razão benefício – custo do projeto é a variável estocástica do modelo, agregando as duas incertezas consideradas.

O segundo modelo desenvolvido neste trabalho utiliza um método numérico na resolução do problema de estimativa do valor da opção e definição do momento ótimo de

investimento. O modelo possui duas variáveis estocásticas, representando as incertezas de mercado e do processo tecnológico, as quais o comportamento ao longo do tempo é identificado por intermédio de Simulação de Monte Carlo.

A aplicação dos modelos é realizada em estudos de casos em projetos em águas profundas. Os dados econômicos do projeto utilizado foram obtidos através da simulação numérica de um campo com características semelhantes aos existentes em águas profundas de Bacia de Campos. Os dados de evolução do processo tecnológico dizem respeito à evolução da perfuração de poços em águas profundas do Brasil e do Golfo do México.

1.4) Estrutura da Tese

Este trabalho está dividido em sete capítulos, sendo este primeiro composto por uma breve introdução ao tema, os objetivos, motivação e os principais aspectos da metodologia utilizada nos modelos. O segundo capítulo aborda uma breve revisão da teoria das opções reais. As ferramentas matemáticas necessárias para compreensão da base do funcionamento dos modelos propostos se encontram no terceiro capítulo. Procura-se apresentar uma revisão do estado-da-arte sobre as incertezas da evolução do processo tecnológico no capítulo 4. O quinto capítulo aborda o primeiro modelo proposto, sua aplicação em cenário tecnológicos simulados envolvendo a análise de sensibilidade e seus respectivos resultados. O sexto capítulo apresenta o segundo modelo proposto, com a função logística e os seus respectivos resultados. O último capítulo contém as principais conclusões e recomendações futuras do trabalho.

CAPÍTULO 2

TEORIA DAS OPÇÕES REAIS

Esse capítulo visa apresentar uma visão geral da Teoria das Opções Reais, abrangendo a origem da metodologia de avaliação econômica e principais argumentos em favor desta teoria em relação às metodologias tradicionais. A aplicação da teoria no setor de E&P de petróleo também será abordada, além de revisão das principais contribuições relativas às incertezas quanto ao processo tecnológico em modelos de opções reais.

2.1) Origens: Opções Financeiras

Os derivativos são tipos de contratos financeiros, onde o seu valor está atrelado ao valor de um ativo subjacente, podendo este último ser ações de sociedades anônimas, commodities, contratos cambiais, entre outros. Derivativos são conhecidos como ativos contingentes, isto é, o *payoff* (retorno sobre o valor investido) de tal contrato está contingente ao seu ativo subjacente.

Os principais tipos de derivativos são os contratos futuros e as opções financeiras. Os primeiros são contratos padronizados com definição de uma data de vencimento para tal. No caso de commodities ainda são definidos, local, qualidade e momento da entrega da mercadoria. Quando os termos de um contrato futuro são fechados, estipula – se o preço futuro que deverá ser pago na data de expiração estabelecida. Os lucros ou perdas de um contrato futuro apresentam movimentos positivos ou negativos de seus *payoffs*, como é

possível observar na Figura 2.1. Se um corretor adquire um contrato a preços futuros este obterá lucros se o preço contratado for inferior aos observados no mercado na data de vencimento, do contrário este terá prejuízo.

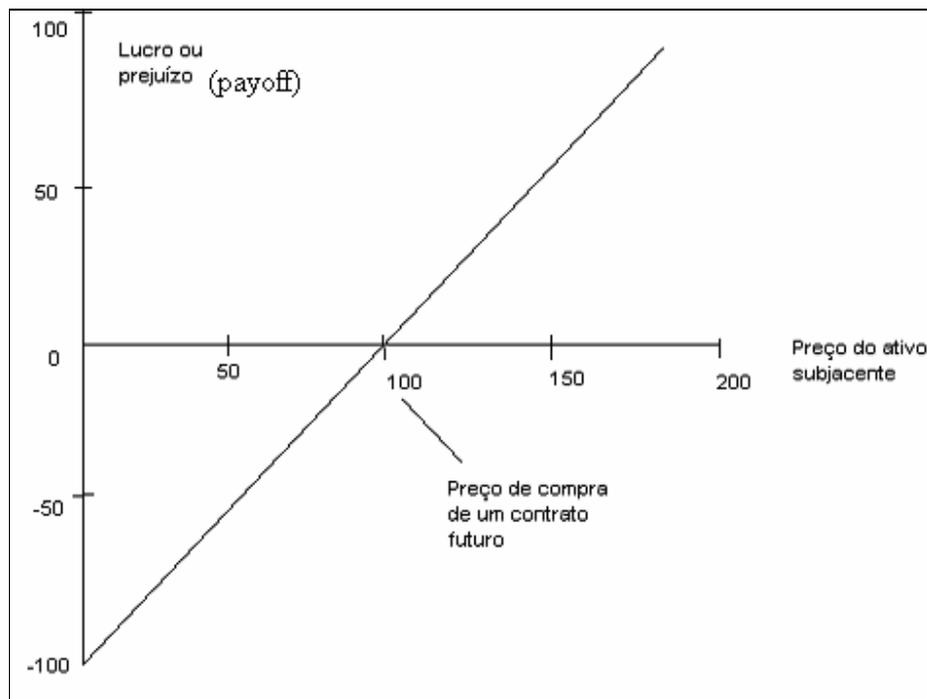


Figura 2.1: *Payoff* de um contrato futuro (adaptado de Neftci (2000))

As opções diferem de contratos futuros, pois estas não representam uma obrigação, e sim um direito de se comprar ou vender um ativo. Uma opção, no mercado financeiro, caracteriza-se por ser um contrato, no qual se pode comprar (*call option*) ou vender (*put option*) um ativo por um preço pré-determinado em contrato, o qual apresentará um espaço de tempo, para que a opção seja exercida. A opção será chamada de americana, se esta puder ser exercida, a qualquer momento, desde a data de firmação do contrato até a data de vencimento deste (Cox e Rubinstein, 1985).

O outro tipo é a chamada opção européia, a qual pode ser exercida, somente, na data de expiração do contrato. Analisando a Figura 2.2, temos que o comportamento do valor de uma opção apresenta uma assimetria, já que em virtude da inexistência da obrigação de se

realizar a opção, os *payoffs* serão positivos e o valor da opção não será inferior a zero, pois se o preço do ativo subjacente for inferior, ao preço estipulado em contrato, esta não será exercida. De forma contrária, se tivéssemos uma opção de venda (*put option*), se o ativo estivesse com valor acima do preço de exercício, a opção seria deixada de lado (Hull, 1988).

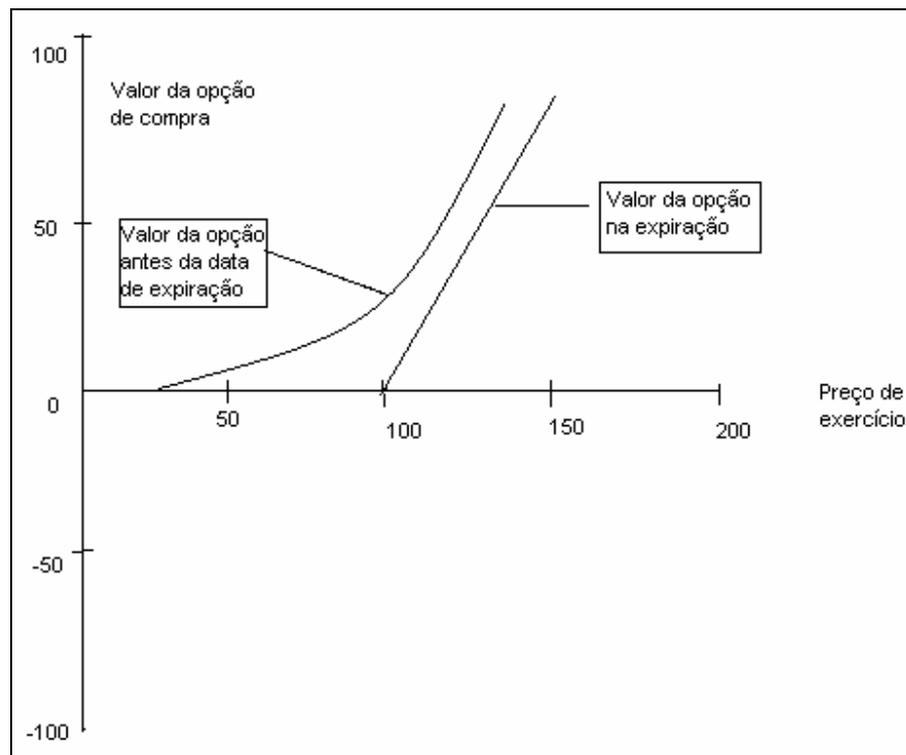


Figura 2.2: Valor de uma opção de compra (adaptado de Neftci (2000))

Os componentes principais de um contrato de opções são:

Ativo subjacente (S_t) - Preço do ativo no período t .

Preço de exercício (K) – Valor do ativo, estipulado no contrato, para a realização da opção.

Data de expiração do contrato (T) – Período máximo para exercer uma opção americana ou momento único no caso de opções européias.

Prêmio da opção (C_t) – Valor da opção para exercício do contrato no tempo t .

Utilizamos para demonstrar a equação do valor de uma opção, também conhecida como função de *payoff*, a determinação de seu valor na data de expiração do contrato. Quando vencer o contrato, o ativo poderá estar “dentro do dinheiro” ou “fora do dinheiro”. O primeiro caso, com uma opção de compra, ocorrerá se, $S_t > K$, isto é, o preço no mercado estará maior que o preço de exercício, dando valor a opção de compra, definido pela equação (2.1). O segundo caso se dará, quando, $S_t < K$, com o preço para exercer a opção, sendo maior que os valores observados no mercado, para o ativo subjacente. Neste caso, o valor da opção é definido de acordo com a equação (2.2). Com base nestas definições, obtém-se a equação (2.3) de valoração de uma opção de compra realizada em sua data de vencimento (T) (Hull, 1988).

$$C_T = S_T - K, \quad (2.1)$$

$$C_T = 0, \quad (2.2)$$

$$C_T = \max (S_T - K, 0), \quad (2.3)$$

Para opções de vendas temos as equações abaixo:

$$C_T = K - S_T, \quad (2.4)$$

$$C_T = 0, \quad (2.5)$$

$$C_T = \max (K - S_T, 0), \quad (2.6)$$

Stoll e Whaley (1993) usam o diagrama da Figura 2.3 para ilustrar os lucros no período de maturidade (T) da opção, em função do preço do ativo subjacente (S), assumindo-se que as opções têm o mesmo preço de exercício (K). Adquirir uma opção de compra trará lucros se, $S_t > K$. O vetor representando esta consequência é $(^1_0)$, onde a primeira posição do vetor indica o lucro para cada unidade monetária que o preço do ativo excede o preço de exercício. A segunda posição do vetor representa o lucro quando o valor do ativo fica menor que o preço de exercício, na data de vencimento do contrato. O vetor para o vendedor de uma opção de compra é $(^1_0)$, pois este terá prejuízos, quando, $S_t > K$. No caso de um comprador de uma opção de venda temos $(^0_1)$, pois este ganha dinheiro se o preço de mercado for inferior ao de exercício da opção. A notação do vetor para o vendedor

de uma opção de venda é (${}^0_{-1}$), já que o vendedor terá perdas, se na maturidade o preço do ativo for inferior ao estipulado no contrato.

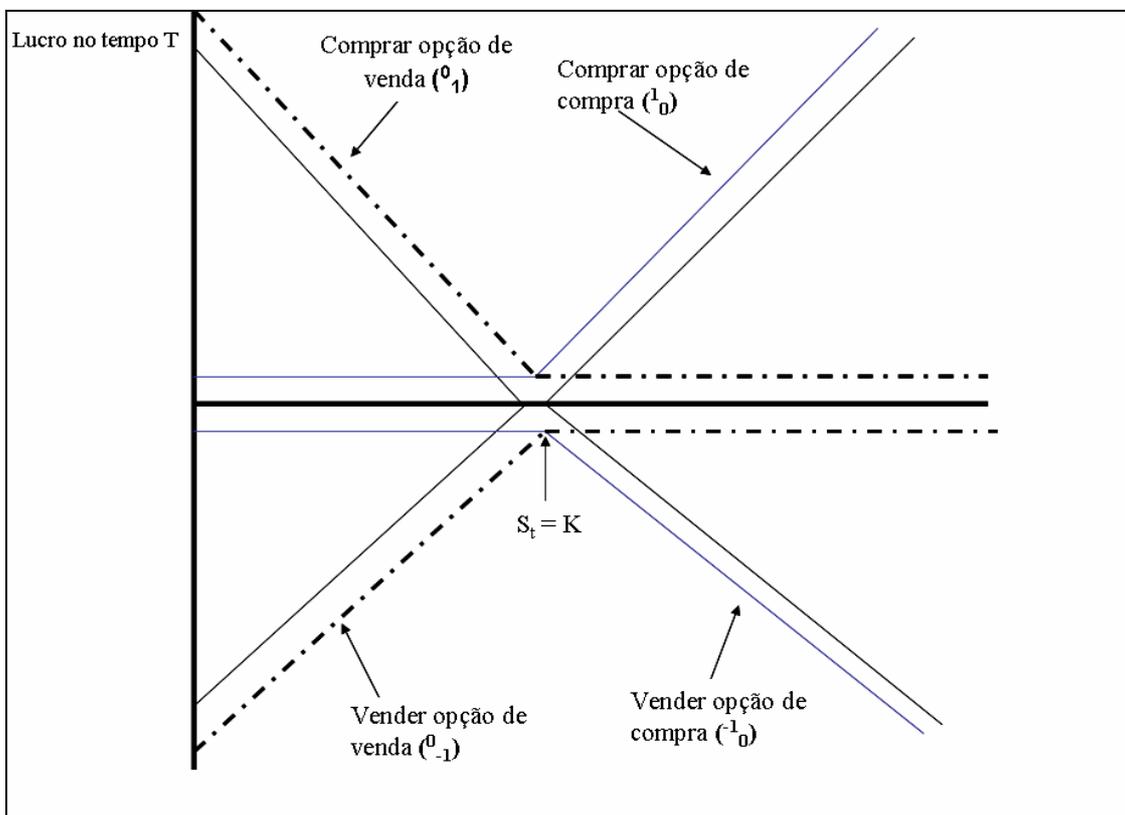


Figura 2.3: Lucro de opções de compra e venda (adaptado de Stoll e Whaley (1993))

No caso de opções americanas, a existência da possibilidade do titular exercer a opção antes do vencimento, é considerada um privilégio com um valor positivo. Podemos considerar o valor de uma opção americana, como sendo a soma de seu valor na maturidade (sua equivalente europeia), com o prêmio para o exercício pré – maturidade. Dessa forma, temos que o valor da opção americana terá, no mínimo, o valor de sua equivalente europeia, ou seja, seu próprio *payoff* no vencimento, pois do contrário a opção seria exercida imediatamente.

Grande parte das opções negociadas em mercados é do tipo americana, fazendo com que a valoração dos prêmios seja um dos fatores mais importantes no mercado financeiro.

Além dos componentes mencionados, anteriormente, o valor dos prêmios das opções ainda são influenciados pelas taxa de juro livres de riscos, nível de dividendos distribuídos aos acionistas do ativo, e volatilidade da taxa de retorno do ativo.

A Tabela 2.1, desenvolvida por Costa Lima (2004), mostra, de forma qualitativa, a influência oscilações em cada um desses componentes, no valor de prêmio das opções européias e americanas, tanto de compra, quanto de venda.

Quanto mais alto for o preço do ativo subjacente, maior será o valor das opções de compra e menor o prêmio pelas opções de venda.

Na medida em que o preço de exercício for superior, maiores valores terão as opções de venda e, prêmios inferiores serão pagos pelas opções de compra.

Quanto a uma elevação no tempo de maturidade de uma opção européia, o efeito não é claro, já que esta pode ser somente exercida no seu vencimento. No caso de uma opção americana, o efeito é positivo, já que há um maior tempo em que o contrato está sujeito ao surgimento de boas possibilidades de negócio.

Um crescimento da volatilidade das taxas de retorno do ativo gera um maior valor das opções, pelo fato de uma volatilidade alta e positiva aumentar o valor do prêmio das opções de compra, já que se o preço cair não haverá perdas com opção não sendo exercida. De forma semelhante, uma opção de venda terá o seu valor oscilando para cima, na medida em que a volatilidade oscilar para baixo. Portanto, a taxa de volatilidade aumentará o valor do prêmio, tanto em opções de vendas, quanto em opções de compra.

No caso de ocorrer um aumento na taxa de juros livre de risco, o resultado vai depender da combinação do valor da taxa de desconto e de juros, pois o valor do ativo subjacente irá aumentar, mas o valor presente do retorno advindo da opção sofrerá reduções. Aparentemente, no caso de uma opção de compra, um crescimento de r , provoca um aumento em seu valor. Em uma opção de venda, maiores taxas de juros, tendem a diminuir o valor do prêmio.

Se houver pagamentos de dividendos, o valor da opção de compra sofrerá uma queda, enquanto o de uma opção de venda apresentará valores superiores. Este fato ocorre, pois se um determinado ativo estiver pagando dividendos, fará com que o valor do ativo

subjacente caia próximo a data, na qual o dividendo será pago, já que os dividendos seguintes ocorrerão, somente, em algum período adiante, reduzindo a demanda por este ativo e, conseqüentemente, seu preço de mercado.

Tabela 2.1: Componentes do valor da opção (Lima, 2004)

		Opções	Europeias	Opções	Americanas
Variável	Simbologia	Compra	Venda	Compra	Venda
Preço do ativo - objeto	S	+	-	+	-
Preço de exercício	K	-	+	-	+
Maturidade	T	?	?	+	+
Volatilidade	Σ	+	+	+	+
Taxa de juros livre de risco	R	+	-	+	-
Dividendos	Δ	-	+	-	+

A título de exemplificar como funciona o mercado de opções, suponhamos que um investidor adquira uma opção de compra com preço de exercício de R\$ 60,00 e com 5 meses faltando para atingir o prazo de maturação. Consideremos que o ativo esteja a um preço de mercado de R\$ 55,00, isto é, abaixo do valor de exercício. Neste caso o titular da opção não exerceria seu direito de compra, imediatamente, pois no momento não auferiria lucros. Porém, este valor inferior do preço do ativo subjacente não significa que a opção deixará de apresentar um valor positivo, devido à presença da volatilidade, que torna possível o preço do ativo sofrer oscilações positivas, tornando a opção executável. Se as vésperas do vencimento do contrato, o valor do ativo oscilar para um valor de R\$ 64 e mantiver este valor até a maturidade, a opção vencerá com um valor positivo de R\$ 4. Caso

o ativo objeto permaneça com preço de R\$ 55, no fim do contrato, o investidor deixará a opção expirar e esta não terá nenhum valor.

É possível observar que os investidores podem usar o mercado de opções como “*hedge*”, isto é, com o objetivo de proteger sua posição em algum ativo, contra possíveis oscilações do mercado, garantindo pagar o preço combinado em um contrato financeiro. As opções podem também ser utilizadas de forma especulativa, já que investidores podem adquirir os contratos apostando na volatilidade do preço do ativo e, conseqüentemente, obter ganhos com a flutuação dos preços de ativos no mercado financeiro. A principal função dos derivativos é a possibilidade de transferência de riscos.

2.1.1) Posição Longa e Posição Curta

A obtenção de lucros no mercado financeiro advém das flutuações positivas de preço de ativos. Se houver a expectativa de que o preço de uma ação da companhia X vai aumentar em um período próximo, o investidor irá comprar estes ativos, suponhamos que 50 ações, e irá vendê-la no período seguinte e conseguir obter lucros. O investidor terá um lucro nessa operação pelo fato de que quando acontecer o aumento nos preços de mercado do ativo, este possuirá as ações X, com valores superiores. Este fato é conhecido no mercado financeiro como assumir uma posição longa no ativo 50 X, e desta posição são gerados os lucros obtidos pelo investidor. Este terá um portfólio positivo de + 50 X. No caso das previsões, quanto ao preço futuro do ativo estiverem falhas, assumir uma posição longa nesta ação específica será um mau negócio.

Outra maneira de um investidor obter lucros no mercado financeiro, seria se este realizar uma previsão na qual os preços de determinada ação oscilará para baixo em algum período subsequente. Revertendo a posição assumida no caso de um aumento no valor do ativo o investidor obterá lucros de uma queda nestes mesmos. Ao invés de comprar 50 ações e vende-las quando ocorrer alta de preços, vende-se os ativos na expectativa de compra-los de volta, no fim do período após a flutuação negativa do preço da ação. Acontece que, neste caso o investidor terá de vender ações, as quais, inicialmente, não possui. O investidor terá que pegar as ações emprestadas com um corretor, pelo período

determinado. Dessa forma, cria-se um débito, porém tal saldo devedor não é em dinheiro e sim em unidades do ativo. Portanto, assume-se uma posição curta 50 X, vendendo as ações “emprestadas” no mercado.

Se o preço da ação, realmente, sofrer uma queda, o investidor poderá pagar ao corretor, no final do período, comprando o ativo a um preço menor, permitindo a quitação da dívida, isto é, liquidar a posição curta e ainda obter um lucro na transação. Obtêm-se lucros com as posições curtas quando há oscilações negativas do preço, porque o portfólio será negativo -50 X, e tal posição (-50 X) se tornará menos negativa quando o preço do ativo diminuir.

Uma outra maneira de analisar as posições assumidas pelos investidores é considerando que lidamos com dois tipos de ativos: dinheiro e ações. Se ações forem compradas com dinheiro (assumir uma posição longa em X), haverá ganhos se o valor das ações evoluir em relação ao dinheiro. Ao contrário, assumir uma posição curta é equivalente a comprar dinheiro com ações. Sendo assim, uma posição curta obterá lucro, quando o valor do dinheiro crescer em relação às ações.

A Tabela 2.2 mostra o balanço financeiro de um investidor que assume uma posição longa, adquirindo 50 ações e pagando R\$ 10,00 no preço de cada unidade, investindo um total de R\$ 500,00. Decorridos 5 dias, o preço do ativo sofre uma elevação e passa custar R\$ 12,00. O investidor vende e recebe um fluxo positivo de R\$ 600,00, obtendo um lucro final de R\$ 100,00.

Tabela 2.2: Posição longa de um investidor

Posição Longa	(Preço do ativo	oscila de R\$ 10,00 para R\$ 12,00)
Atitude	Saldo em T₀ (R\$)	Saldo em T₅ (R\$)
Compra de 50 ações	-500	
Venda de 50 ações		600
Fluxo de caixa líquido	-500	600

Apresenta-se na Tabela 2.3, o balanço financeiro de um investidor assumindo uma posição curta, onde podemos analisar que o funcionamento desta ocorre, simplesmente, de forma contrária a posição longa.

Tabela 2.3: Posição curta de um investidor

Posição Curta	(Preço do ativo	oscila de R\$ 10,00 para R\$ 12,00)
Atitude	Saldo em T₀ (R\$)	Saldo em T₅ (R\$)
Venda de 50 ações	600	
Venda de 50 ações		-500
Fluxo de caixa líquido	600	-500

2.1.2) Conceitos de Arbitragem

Arbitragem é o processo de compra e venda de ativos, no mercado financeiro, com o objetivo de explorar alguma oportunidade que venha a trazer lucros elevados ao investidor, sem assumir riscos. A eficiência no funcionamento de um mercado está diretamente ligada à exploração de tais oportunidades, já que levará o mercado ao

equilíbrio, onde os preços dos ativos estarão refletindo seu verdadeiro valor, levando a uma alocação ótima dos capitais e a eficiência econômica. O conceito de arbitragem, por exemplo, garante que compradores e vendedores de um mesmo ativo paguem o mesmo valor, independente em que mercado estejam operando.

Nosal e Wang (2004), colocam que o princípio da arbitragem no mercado financeiro foi usado para desenvolver a metodologia de precificação de opções, pois o fator de desconto a ser utilizado para avaliar o risco de opções não deveria ser o mesmo que é utilizado para avaliar o ativo subjacente, pois as características de risco das primeiras apresentam diferenças, devido ao fato de que os *payoffs* e riscos de opções financeiras, podem sim ser comparadas aos retornos do ativo subjacente, quando estes oscilam acima do preço de exercício, porém se o valor de mercado estiver abaixo do preço de exercício, o valor da opção não segue os mesmos padrões de riscos de um ativo subjacente.

Utilizamos com o objetivo de exemplificar como funcionam as oportunidades de arbitragem, duas ações do mesmo tipo e de uma mesma empresa. Suponhamos que estas ações estejam sendo negociadas em duas bolsas de valores diferentes, nos locais X e Y. No mercado X, a ação está avaliada em R\$ 50,00, enquanto que no mercado Y a ação similar está sendo vendida no valor de R\$ 52,00. Com tal diferença nos preços de um local para outro, surgem possibilidades de lucros, assumindo uma posição curta, isto é, indo ao mercado X e tomando uma ação emprestada, vendendo-a no mercado Y por R\$ 52,00 e, posteriormente, comprando no mercado X uma ação por R\$ 50 para quitar a dívida do empréstimo de uma ação.

No final das operações, o especulador terá lucrado R\$ 2,00 sem ter utilizado nenhum recurso próprio ou de empréstimo e sem risco. Porém, se o investidor insistir nesta operação financeira negociando um maior volume de ações, a lei econômica da oferta e da procura, irá limitar os lucros até que eles cessem, pois ao procurar vender grandes quantidades de ações no mercado Y, fará com que os preços sofram redução, enquanto comprando muitas ações no mercado X elevará o preço nesta localidade. O preço final tenderá a atingir um equilíbrio, sendo iguais em ambos os mercados e os lucros desaparecerão. Portanto, ativos iguais devem ter os mesmos preços, pois do contrário, haverá oportunidades de arbitragem.

Black e Scholes (1973) aplicaram a idéia de arbitragem em um modelo para precificar opções. O modelo foi baseado na idéia de que a estrutura de *payoff de uma opção* pode ser replicada por um portfólio com ativos do mercado. Como os retornos são iguais, o preço da opção será igual ao valor do portfólio, pois do contrário haveriam oportunidades de arbitragem. Os modelos discretos e contínuos de precificação de opções serão detalhados mais adiante.

2.2) Avaliação econômica tradicional x Teoria das Opções Reais

Tradicionalmente, as organizações têm usado medidas mais estáticas de avaliação econômica de projetos. Tais métodos baseiam-se no fato de que as companhias irão seguir um plano pré-determinado do início ao fim do projeto, com receitas, custos e taxas de descontos programados, sem levar em consideração as incertezas e possíveis alterações de cenários futuros, que alterem possíveis preços e custos, durante a vigência do projeto. A gerência de um projeto tem uma atuação passiva, neste contexto.

A realidade dos mercados, principalmente, onde a competitividade é uma característica forte, apresenta uma constante ocorrência de mudanças, causando uma série de incertezas, fazendo com que os fluxos de caixas de projetos previstos, inicialmente, provavelmente não venham a ser confirmados. Lima (2004) difere ativos que geram renda fixa dos que apresentam rendas variáveis onde, os retornos advindo dos primeiros podem ser previstos durante toda a sua vida útil no momento de tomada de decisão, enquanto que no segundo o fluxo de caixa evolui de forma imprevisível, não sendo possível realizar previsões precisas sobre seu comportamento, no momento de tomar a decisão de investimento.

No caso de ativos onde não há incerteza quanto aos fluxos de caixa futuros e, conseqüentemente, o risco é zero, são descontados levando-se em conta somente o valor do dinheiro no tempo. Se existir a presença de risco quanto à realização de fluxos de caixas previstos, estes devem ser descontados, além do efeito do tempo, também para um prêmio de risco. Brealey e Meyers (1992) chamam atenção para o fato de que um investidor irá

adquirir ativos de alto risco, somente se o retorno destes compensarem, ou seja, o ativo terá que pagar uma taxa pelo prêmio de risco.

Considerando a avaliação econômica de um projeto pelo método do VPL com fluxos de caixas futuros incertos este será descontado a uma taxa ajustada ao risco (taxa livre de risco + prêmio de risco). Tal taxa estará de acordo com os riscos envolvidos na atividade da companhia, ou especificamente do projeto. O efeito do risco no valor do projeto será o de reduzir o valor presente do projeto em uma proporção maior do que no caso de projetos, nos quais a incerteza é inexistente. O risco na orçamentação de capital tradicional faz com que o projeto seja penalizado, isto é, quanto maior o nível de risco, menor será o seu valor presente. O risco em opções reais, traduzidos na taxa de volatilidade tem efeito contrário. Em virtude da presença da flexibilidade gerencial, há a possibilidade de, por exemplo, parar o desenvolvimento de um campo de petróleo, caso os preços sofram uma queda drástica e esperar até que o mercado se normalize. A flexibilidade tem seu valor e em virtude da existência do risco de mercado dos preços do petróleo.

As metodologias para análise de investimentos de projetos utilizadas por gerentes, dos mais variados segmentos industriais tem sido baseada em indicadores do fluxo de caixa descontado. Os principais indicadores de acordo com Gentry e O'Neil (1982), encontram-se na Tabela 2.4. Tais regras de avaliação econômica não têm a capacidade de valorar a flexibilidade da gerência em adaptar e revisar as decisões de investimento, no caso de haverem alterações no comportamento dos mercados.

Tabela 2.4: Indicadores tradicionais de avaliação econômica

INDICADORES	DESCRIÇÃO
VPL	Valor Presente Líquido dos fluxos de entradas e saídas do projeto, menos os custos de investimento
TIR	Taxa Interna de Retorno, definida como taxa do projeto que faz com que os valores dos fluxos operacionais seja igual aos investimentos.
PPB	Período de tempo mínimo para que as entradas de caixas superem as saídas (período de <i>Payback</i>)
VPL / I	É a taxa de retorno unitária do projeto, isto é, VPL dividido por unidade monetária investida.
B/C	Razão Benefício-Custo de um projeto

Os projetos desenvolvidos pelas companhias estão, normalmente, associados à uma série de flexibilidades, as quais oferecem opções durante a realização destes. Trigeorgis (1996) observa em projetos de investimento, possíveis opções de adiamento, abandono, mudança de escalas e crescimento. O conceito de opções reais é uma extensão do conceito de flexibilidade, identificado por Kester (1984). O objetivo da teoria das opções reais consiste nas mensurações quantitativas, atribuindo valor monetário à flexibilidade existente nos projetos (Trigeorgis, 1996).

As incertezas de mercado e tecnológicas, entre outras, modificam as expectativas relacionadas à viabilidade de diversos projetos tornando-os viáveis ou não, ou seja, opções reais possuem o poder de avaliar e valorar os custos e benefícios intangíveis da flexibilidade ao longo da vida de um projeto. A teoria das opções reais conecta a parte financeira de um projeto com grandes oportunidades estratégicas para uma companhia, permitindo valorá-las. As grandes oportunidades estratégicas de mercado são caracterizadas por rupturas com o que é feito usualmente, podendo ser grandes inovações tecnológicas, mudanças políticas ou outros tipos de mudanças que gerem oportunidades de mudança na postura empresarial.

Ao se realizar uma avaliação estritamente financeira, pelos métodos estáticos tradicionais de avaliação econômica, dificilmente um projeto com estas características seria viabilizado economicamente, pois tais projetos, muitas vezes, apresentam um nível de investimento alto e uma grande porção de incerteza agregada a eles é ignorada, sendo analisado cenários onde a dinâmica de um projeto não é avaliada. Na medida em que o tempo passa, novas informações aparecem e as incertezas sobre as novas condições para o projeto e seus futuros fluxos de caixas são compreendidas, acarretando em uma flexibilidade para aumentar os lucros como novas oportunidades ou evitarem-se prejuízos, no caso de informações negativas. A teoria das opções reais permite a avaliação econômica de projetos estratégicos, onde, possivelmente ainda há a inexistência de um mercado para o produto, ou onde as tecnologias para o desenvolvimento do projeto ainda são inexistentes, isto é, onde as incertezas sobre os custos e possíveis retornos futuros são imensas.

2.3) Teoria das Opções Reais na indústria de petróleo

A avaliação econômica sob a ótica da teoria das opções reais tem um bom enquadramento dentro das características do ambiente de tomada de decisão da indústria do petróleo. O óleo cru é a “*commodity*” que possui o mercado mais movimentado do planeta, com seus preços apresentando, historicamente, volatilidade considerável, tornando a incerteza de mercado parte intrínseca a indústria.

Os projetos de investimentos na indústria requerem grandes investimentos de capitais e são pelo menos em parte irreversíveis, isto é, o capital investido no projeto, não será recuperado, em caso de insucesso. Portanto, é de extrema necessidade otimizar o momento de investir. Outro ponto importante que caracteriza a indústria é que, normalmente, exploração, desenvolvimento e produção de um campo têm duração de décadas, podendo o tempo total de todo o processo de vida útil de um campo aproximar-se de 30 anos. Dessa forma, é possível observar a presença de flexibilidade gerencial na indústria, pois com o longo período de um projeto pode-se, adiar, postergar ou abandonar o desenvolvimento de um campo, esperando o melhor momento para investir.

Dias (2005) mostra as opções reais sequenciais nas diferentes fases do processo de E&P de petróleo. A primeira fase é quando a companhia obtém através de um leilão, os direitos de concessão de um bloco para exploração e tem a opção de perfurar um poço pioneiro e investir em exploração. Se houver a descoberta de óleo e gás a firma obtém um campo não – delimitado com incerteza relacionada ao tamanho da reserva. A etapa seguinte é a opção para a realização de investimentos na delimitação, que possam vir a reduzir as incertezas técnicas e obter uma reserva não-desenvolvida. Se as incertezas forem resolvidas de tal forma que compensem o investimento surge a opção de desenvolvimento do campo. A empresa pode também devolver o campo à agência reguladora ou então aguardar condições de mercado mais favoráveis para iniciar o desenvolvimento. A última etapa compreende as opções ao longo da vida operacional do campo, ao longo do período em que estiver produzindo, como opções de expandir, interromper ou até abandonar a produção, de acordo com as condições de mercado. A Figura 2.4 mostra, resumidamente, as opções em projetos de E&P de petróleo

PROCESSOS E OPÇÕES EM E & P

→ Área concedida: Opção de explorar ou não



→ Campo não delimitado: Opção de avaliar economicamente



→ Campo delimitado não desenvolvido: Opção de produzir



→ Campo desenvolvido: Opções de expansão, parada temporária e abandono

Figura 2.4: Opções em projetos de petróleo (adaptado de Dias 2005)

Tourinho (1979) foi o primeiro a utilizar a metodologia de precificação de opções na valoração de reservas de petróleo, sob condições de incerteza de mercado. Ekern (1988), aplica a metodologia de opções reais em campos satélites valorando opções compostas de desenvolvimento do campo e opções na fase de operações. Cortazar e Schwartz (1998) valoram uma reserva não desenvolvida e mostram que parte do valor de um campo de petróleo deriva da flexibilidade gerada pela opção de adiamento do início do investimento e que tal flexibilidade sofre redução com o crescimento dos preços. Galli et al (1999) valoram um campo de petróleo comparando as metodologias de precificação de opções, árvores de decisões e simulação de Monte Carlo e analisam a flexibilidade gerencial de cada um deles.

Laughton (1998) mostra que o valor de um campo aumenta com o aumento de incertezas relacionadas aos preços do petróleo e ao tamanho da reserva, com a maior parte dos investimentos demorando mais para serem realizados quando a incerteza de preços for maior, enquanto que exploração e delineamento ocorrem mais rapidamente, quanto maior for a incerteza relacionada às reservas.

Alguns trabalhos procuraram anexar à incerteza dos preços a outros tipos de incertezas. Dias (2005) usa probabilidade condicional para modelar a incerteza técnica quanto ao tamanho de reservas e a qualidade do óleo. Lundquist (2003) avalia um projeto offshore tratando estocasticamente os preços e taxas de dividendos do projeto. Abreu et al (2006), calculam o valor da opção e o timing de um projeto em águas profundas considerando, as incertezas quanto ao preço, bem como as relacionadas e evolução do processo tecnológico.

O modelo clássico para análise dos impactos da flexibilidade no segmento de E&P de petróleo foi desenvolvido por Paddock et al (1988) e pode ser analisado na Tabela 2.5. No caso de uma opção real o equivalente ao preço de exercício de uma opção financeira é o custo de investimento do projeto, que será irreversível. O ativo subjacente de uma opção real é o valor do projeto representado no fluxo de caixa. A taxa livre de risco normalmente utilizada nas avaliações financeiras e reais, é a taxa paga pelos títulos do governo dos EUA.

A incerteza em projetos de opções reais de petróleo pode ser medida pelo desvio – padrão anual do valor do projeto. Tal medida de volatilidade pode ser atrelada à volatilidade dos preços histórico da *commodity*. Os dividendos de um ativo real são uma

porcentagem dos fluxos de caixa do projeto (para detalhes sobre metodologias de como calcular tais dividendos, consultar Lima (2004)). O tempo de expiração de um projeto é o período máximo que a empresa possui, no contrato de concessão, para desenvolver e operar o campo

Tabela 2.5: Analogias entre opções de compras financeiras e as opções reais em petróleo (adaptado de Paddock et al (1988))

Grandezas	Opções Financeiras	Opções Reais de investidor
Custos	Preço de exercício	Valor presente dos custos de desenvolvimento
Ativo Subjacente	Ação	Valor presente das reservas desenvolvidas
Retorno do Capital	Retorno da ação	Retorno do projeto
Ganhos do Capital	Variações no preço da ação	Variações no valor do projeto
Dividendos (ativos)	Fluxo de dividendos da ação	Fluxo de dividendos do projeto
Incerteza	Volatilidade do preço da ação	Volatilidade do valor do projeto
Maturidade	Tempo expiração do contrato	Vida útil do projeto

Apesar das semelhanças de variáveis entre os dois tipos de opções, a metodologia aplicada a projetos reais apresenta uma maior complexidade em relação ao ativo financeiro. Kester (1984), aponta algumas peculiaridades de opções reais que podem ser aplicadas a projetos de E&P de petróleo:

1. Opções Reais não são exclusivas de somente um investidor, pois são compartilhadas entre empresas diferentes em mercados competitivos.
2. Grande porção das opções reais não pode ser negociada em mercados.
3. O valor de opções reais dependem de uma série de variáveis como preço, custo e produção, não sendo função somente do ativo subjacente, se compararmos com uma opção financeira.
4. As flutuações dos valores presentes do fluxo de caixa de um projeto de E&P dependem da gestão estratégica da empresa.

5. Valor presente do investimento apresenta incerteza, pois os custos das tecnologias aplicadas a exploração e desenvolvimento de um campo são correlacionados com os preços do petróleo. No caso de opções financeiras tem-se conhecimento prévio do preço de exercício.
6. Opções Reais de investimento em um projeto de E&P é um processo lento, contrário a rapidez existente nos mercados financeiros.

2.4) Opções reais e incerteza tecnológica

Quando se tem a expectativa de que no futuro surjam inovações tecnológicas que tragam melhorias e o investimento em tecnologias tem caráter bastante irreversível, o valor da opção de espera possui bastante relevância. Uma empresa considerando investimento em novas tecnologias enfrenta o problema de investir agora ou esperar o futuro. Mudança tecnológica significa deixar de lado ganhos que seriam obtidos pela tecnologia atual, fazendo com que o decisor enfrente um custo de oportunidade. Não se pode realizar incrementos de forma continuada, pois as inovações tecnológicas requerem grandes investimentos. Alguns modelos procuram capturar o valor dessa opção e realizar análise do investimento aplicando a Teoria das Opções Reais para investimentos em inovação tecnológica, quando a variável tecnologia é considerada uma variável incerta.

Incerteza é um elemento fundamental no processo de seleção e adoção de tecnologias. Incertezas envolvendo diferentes componentes como a demanda de novas tecnologias pode ser entendido como a incerteza de mercado que pode adiar a adoção e afetar o tamanho das inovações. Uma empresa não melhoraria suas máquinas se estivesse esperando turbulência no mercado. Por sua vez incerteza referente a ocorrência de uma inovação, refere-se a espera de um decisor por novidades tecnológicas, fazendo com que este possa preferir adiar o investimento em tecnologia.

Murto (2003) discute a diferença entre progresso tecnológico e a incerteza relacionada as receitas. A primeira tem a característica de movimentação em uma única direção, isto é, as inovações somente movem-se em uma direção, sempre tornando

superiores as melhores tecnologias existente, enquanto que as incertezas de mercado podem variar tanto positivamente, quanto de forma negativa. Dessa forma, a incerteza tecnológica refere-se somente a tendência, com a qual o progresso ocorre.

Murto (2003), analisa o comportamento ótimo de uma companhia investindo em projetos de energia renováveis, com uma oportunidade de investimento sujeita a um progresso tecnológico exógeno junto com uma incerteza ligada as suas receitas futuras. O progresso tecnológico foi modelado com por um processo de Poisson, onde a inovações responsáveis por reduções de custo, surgem aleatoriamente. O fluxo de receitas, que podem ser gerado pelo projeto foi representado por um MGB. O investidor acompanha ambos os processos e deve decidir quando os custos de investimento estão reduzidos, ao mesmo tempo em que as receitas estejam elevadas e valorar a opção de esperar o melhor momento de se investir.

Segundo Roche (2003) o gerente permanece passivo, independente das condições de mercado, se o valor de venda da tecnologia estiver acima e de determinado nível. Se a economia estiver passando por um bom momento quando a tecnologia atingir tal nível, o gerente fará um upgrade tecnológico, o qual não será, necessariamente, a tecnologia mais evoluída do momento. Em uma recessão o decisor irá preferir continuar operando a tecnologia corrente.

Alvarez e Stenbacka (2003), também trabalham com um progresso tecnológico sendo um processo exógeno a firma, determinado por um processo de Poisson. Utiliza-se um modelo de opções reais pra caracterizar o processo de acumulação ótima de estoque de capital. Analisa-se como a presença de progresso tecnológico afeta o valor da opção real de adotar uma tecnologia, assim como o volume de investimentos em inovações. A tecnologia presente representa uma opção real composta, a qual incorpora como opções reais a oportunidade de sucessivos upgrades tecnológicos, para gerações superiores.

O modelo não se restringe somente às modificações dos pontos de gatilho dos investimentos em virtude das inovações, na medida em que caracteriza, como um progresso tecnológico antecipado influencia na probabilidade de aumentar o nível de investimento antes da adoção da tecnologia, para um volume de investimento maior em uma fase pós – inovação, isto é, logo que o ponto de gatilho de investimento da fase de pré-adoção for

atingido, também ocorrerá um incentivo para crescimento do nível de investimentos na fase pós –adoção, onde já se terá acesso a tecnologia mais produtiva.

De acordo com Bessen (1999), a aproximação da produtividade das gerações das tecnologias mais novas com as últimas gerações das antigas, faz com que os preços de gatilho aumentem, fazendo com que os potenciais entrantes da indústria demandem um preço maior para a entrada. Tal crescimento se deve ao aumento do valor da opção de espera. A elevação do ponto de gatilho em torno do ponto onde as produtividades se das tecnologias diferentes se igualam significa que a adoção da nova tecnologia só ocorrerá, quando a produção desta ultrapassar em grande escala a tecnologia obsoleta, isto é, quando os custos de produção da inovação caírem com intensidade suficiente para baixarem os preços. O momento de uma transição tecnológica depende da flutuação dos preços.

A indústria do petróleo com projetos que podem durar mais de 20 anos, necessita de inserir em suas avaliações econômicas tal variável de incerteza. Projetos com longas durações, onde ocorrerão entradas e saídas do caixa durante vários anos adiante deve levar em consideração a realização de parte do projeto com outros tipos de tecnologias, que possam vir a aparecer no futuro.

O desenvolvimento tecnológico por parte das empresas de petróleo permitiu um grande avanço na exploração de campos em águas profundas. Atualmente, existem diversas tecnologias de águas profundas sendo desenvolvidas, que levarão a uma exploração mais eficiente dos reservatórios. A inovação tecnológica de equipamentos de águas profundas tem o potencial de tornar grandes campos bastantes rentáveis e de tornarem os campos menores, viáveis economicamente, na medida em que a tecnologia mais avançada teria o poder de reduzir os custos de produção, passando a justificar o capex investido no projeto.

Rutherford (2002), descreve uma valoração utilizando opções reais de um projeto de exploração de petróleo em águas profundas, com a possibilidade de aparecimento de alguma nova tecnologia no decorrer do período em que o campo esteja em produzindo. Valorando o projeto com tecnologias disponíveis no presente, o projeto não seria viável, porém alguns anos adiante, com as inovações, o projeto seria aprovado pelo gerente. A valoração foi feita utilizando uma opção real composta e seqüencial, implementada utilizando a técnica de árvore de decisão dinâmica.

A primeira parte da opção representa a fase de exploração do projeto, na qual é resolvida a questão da incerteza referente ao tamanho da reserva. Quando se atinge a fase de exploração, o decisor tem a sua frente duas opções se o campo for viável, iniciar o desenvolvimento do campo imediatamente ou esperar alguns anos e desenvolver o campo com tecnologias que aparecerão (momento determinado) adiante, sendo que a espera por uma nova tecnologia seria a segunda parte da opção composta.

CAPÍTULO 3

PROCESSOS ESTOCÁSTICOS, SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO E MODELAGEM DE OPÇÕES REAIS

Este capítulo diz respeito à modelagem matemática dos processos estocásticos necessários em modelos de opções reais e a demonstração dos modelos matemáticos para utilização da metodologia em tempo contínuo e discreto.

3.1) Modelagem Estocástica

Um processo estocástico representa uma função aleatória ao longo do tempo. Os valores futuros de uma variável estocástica não podem ser conhecidos com precisão e sim estimados. O processo é governado por um mecanismo aleatório completamente imprevisível, apresentando certo padrão de comportamento.

O espaço de tempo em um processo estocástico pode ser classificado como sendo discreto ou contínuo. Se os pontos ao longo do tempo, em que ocorrem as mudanças em X_t , forem finitos ou contáveis temos um processo estocástico discreto. Do contrário, se X_t puder flutuar em qualquer ponto dentro do espaço de tempo (t), teremos um processo estocástico contínuo.

Um modelo econômico estocástico é uma ferramenta utilizada para estimar a distribuição de probabilidades para valores futuros de determinada variável, permitindo variações randômicas. A variação aleatória é baseada em flutuações observadas, normalmente, em séries históricas mensuradas, do comportamento periódico da variável estocástica. O tipo de distribuição ou processo estocástico selecionado para representar o comportamento de tal variável, deve ser escolhido de forma que venha ter um comportamento próximo ao observado na realidade.

A avaliação econômica de um projeto, no qual o produto seja uma *commodity* depende, diretamente, de seus preços negociados em mercado. Estimar o preço futuro de uma commodity é útil para a tomada de decisões, no que diz respeito ao posicionamento estratégico de uma companhia em relação aos preços e cenários futuros.

Pindyck (1999) aponta que a maneira ideal para definir preços futuros, seria através da análise dos movimentos da oferta e demanda da *commodity* e outras variáveis que possam ter influência nestas. Porém, a estimativa de variáveis da estrutura de mercado completa é bastante complexa, tornado-se possível apenas se realizar no curto prazo. A estimativa de preços, a longo prazo, são extrapolações, com base em dados históricos, onde assume-se que os preços crescerão a uma determinada taxa, a qual procura incorporar taxa de esgotamento das reservas, mudanças tecnológicas e outros fatores imprevisíveis.

A Figura 3.1 apresenta o comportamento histórico dos preços do petróleo ajustado à inflação. É possível observar que, na maior parte da série temporal, os preços sempre apresentaram pequenas oscilações, consequência de pequenos eventos que influenciam na oferta e demanda do produto, estando, muitas vezes, abaixo da média histórica mundial de US\$ 16,59. As grandes flutuações do preço do petróleo ocorreram em épocas onde houve muito excesso ou escassez de oferta, como aconteceu durante os anos 70, com os dois choques de oferta. Outro período de grande oscilação ocorreu logo após as primeiras descobertas, quando os preços sofreram grandes quedas em virtude do desenvolvimento em larga escala das “novas” reservas de petróleo. Do início deste século até os dias atuais vem ocorrendo mais uma grande alta nos preços, em razão da redução do excedente de capacidade de produção, pois alguns países tiveram suas produções reduzidas ao mesmo tempo em que a demanda mundial por petróleo cresceu. A menor quantidade e do excesso

de capacidade não é suficiente para cobrir uma interrupção de oferta de qualquer país, o que adiciona ao preço um prêmio de risco responsável pelos altos valores do preço do petróleo.

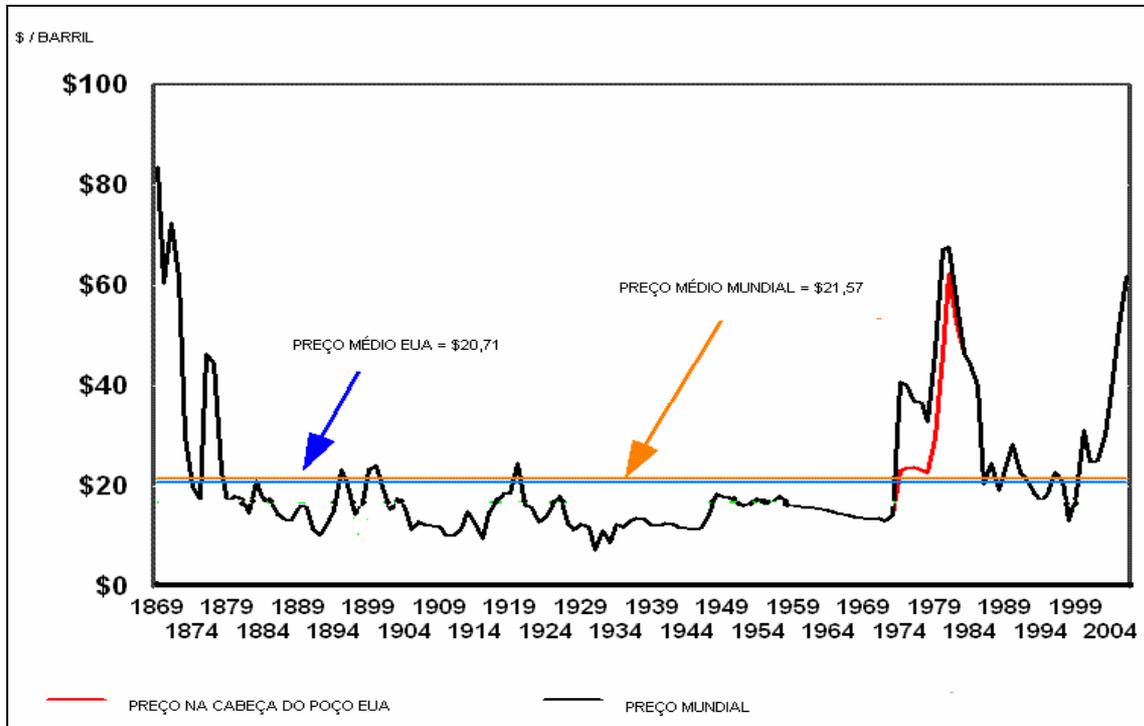


Figura 3.1: Preços históricos do petróleo (adaptado de WTRG (2006))

A modelagem estocástica pode ser utilizada na estimativa de preços futuros de petróleo, na medida em que aplicando os processos estocásticos existentes procura-se generalizar para o futuro, os dados históricos conhecidos. Como podemos ver analisando a Figura 3.1, os preços do petróleo apresentam um alto grau de oscilação. Portanto, a realização de uma previsão para os preços desta *commodity* e decisões de investimentos baseadas nestes últimos corre um sério risco de ser falha, se for realizada de forma determinística, devendo incorporar as incertezas relacionadas aos eventos aleatórios que podem vir a ocorrer ao longo do tempo, representado na variável estocástica.

Stevenson (1981) enfatiza que uma previsão de preços do petróleo deve ser composta por uma soma de quatro componentes: 1) tendência; 2) sazonalidade; 3) ciclicidade; 4) aleatoriedade. O componente de tendência deve refletir o comportamento de longo prazo dos preços. No caso da porção de sazonalidade, esta representa se a variação

do nível de preços terá um momento exato definido no calendário para que aconteça. A ciclicidade está ligada à regularidade com as quais as flutuações irão suceder. Finalmente, a aleatoriedade está de acordo com a componente incerta das previsões, isto é, com os eventos que podem ocorrer, sem que possam haver previsões, gerando riscos.

Lima (2004), diferencia dois formatos de um modelo estocástico, podendo estes serem do tipo aditivos ou multiplicativos. A equação (3.1) mostra o modelo aditivo, enquanto que a equação (3.2) representa um modelo estocástico multiplicativo.

$$X(t) = X(t-1) + \varepsilon(t), \quad (3.1)$$

$$X_t = X(t-1) \exp(\varepsilon(t)), \quad (3.2)$$

onde, X_t é o valor da variável no momento t , X_{t-1} o valor da variável no instante $t - 1$ e ε_t representa a porção aleatória do modelo. No modelo aditivo os incrementos são independentes do valor atual da variável, apresentando taxas de crescimento reduzidas e taxas de queda maiores. No modelo multiplicativo os incrementos são dependentes do valor corrente da variável, com taxa de crescimento rápida e taxa de decréscimo mais lenta.

3.2) Processos estocásticos

Os modelos estocásticos têm sido utilizados para representar as oscilações dos preços do petróleo, podendo representar eventos corriqueiros ou acontecimentos do tipo raro. Neftci (2000) distingue os dois tipos, relacionando os eventos raros a descontinuidades, isto é, a probabilidade de ocorrência no intervalo de tempo difere dos observados ao longo de eventos normais. Se o intervalo for pequeno o tamanho de eventos menores também é inferior. Se observarmos os preços do petróleo durante um ano, teremos mais altas de preços do que se analisarmos somente uma semana. A característica principal de eventos normais é a perda de importância destes, quando o intervalo de observação fica menor. A probabilidade de eventos normais ocorrerem no intervalo de tempo é superior a zero. Os eventos raros ocorrem com baixa frequência, com as suas probabilidades de ocorrência tendendo a zero, na medida em que o intervalo reduz, porém apresentando

tamanhos maiores. Uma alta dos preços de petróleo, no caso de eventos raros, não apresentará tamanhos diferentes se observarmos, durante um dia ou se a análise for realizada durante 1 ano.

Os processos estocásticos usualmente utilizados na modelagem dos preços *spot* do petróleo são os modelos contínuos do Movimento Geométrico Browniano e modelo de reversão à média. Quando se pretendem simular o acontecimento de eventos poucos prováveis que tenham grandes conseqüências no preço do petróleo, utiliza-se um desses processos contínuos em conjunto com a simulação de um evento raro. A simulação do processo de evolução tecnológica também pode ser considerada um evento que não ocorre com grande freqüência e, portanto simulado por um processo estocástico discreto.

3.2.1) Processo de Wiener

O processo de Wiener é um processo estocástico em tempo contínuo, com o qual eventos normais podem ser modelados. O processo de Wiener deve ser utilizado se a variável tiver um comportamento contínuo. Em um processo contínuo com pequenos intervalos de tempo serão observadas pequenas oscilações na variável estocástica. O processo de Wiener serve como componente básico para outros processos estocásticos contínuos, como podemos observar em Willmott (1998). A equação (3.3) refere-se ao processo de Wiener.

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{dt} \quad , \quad (3.3)$$

Onde, dt representa a variação infinitesimal no tempo, ε_t é uma variável aleatória com distribuição normal de média zero e desvio padrão 1 e dz é o incremento da variável estocástica.

O processo de Wiener apresenta algumas características básicas, assim colocadas por Dixit e Pindyck (1994) e Baxter e Rennie (1996), Neftci (2000). A primeira característica do processo de Wiener é que este se comporta como um processo de Markov, pois as distribuições de probabilidades de todos os seus possíveis valores no futuro, dependem somente de seu valor atual, sendo, completamente independente de qualquer

valor passado ou série histórica, já que considera que estes últimos estão incorporados no valor corrente da variável, como demonstrado por Costa Lima (2004).

A segunda característica descreve que os incrementos de um processo de Wiener são independentes, pois a distribuição de probabilidade de ocorrer uma oscilação na variável dentro de um intervalo de tempo não está relacionada com nenhum outro intervalo de tempo. Portanto, como é colocado na equação (3.4), não há correlação, ao longo do tempo, entre diferentes dt .

$$\rho [\varepsilon_t \varepsilon_s] = 0, \text{ para } t \neq s, \quad (3.4)$$

Considerando que ε_t possui média 0, na equação (3.5) e desvio padrão 1, na equação 3.6., pode-se concluir que:

$$E [dz] = 0, \quad (3.5)$$

$$\text{Var} [dz] = E [(dz)]^2 - E [dz]^2 = dt - 0 = dt, \quad (3.6)$$

Isto é, dz possui média 0 e desvio padrão dt .

3.2.2) Movimento Browniano

A partir do processo de Wiener é possível construir processos estocásticos mais elaborados. O movimento Browniano é o processo estocástico mais simples, dos que derivam do processo de Wiener, o qual é possível observar na equação (3.7), onde tem-se que α é uma taxa de tendência de longo prazo da variável, σ é a taxa de volatilidade da variável e dz é o incremento de Wiener. Cada variação de Δx , tem distribuição normal com valor esperado de $\alpha \Delta t$ e variância $\sigma^2 \Delta t$.

$$dx = \alpha dt + \sigma dz, \quad (3.7)$$

No longo prazo o que determina o valor da variável é a componente de tendência, enquanto que no curto prazo o fator dominante é a taxa de volatilidade. De acordo com Dixit e Pindyck (1994), porque a média de $(x_1 - x_0)$ é αt e o desvio padrão é $\sigma \sqrt{t}$. Para valores maiores que 1, $\sqrt{t} < t$, e para valores inferiores que 1, ocorre o contrário.

A partir do movimento Browniano generalizado também conhecido como processo de Ito, constrói – se os principais processos estocásticos utilizados na modelagem de preços de petróleo. A equação (3.8) representa o movimento browniano simples.

$$dx = a(x, t) dt + b(x, t) dz , \quad (3.8)$$

onde, dz é o incremento de Wiener e $a(x, t)$ e $b(x, t)$ são funções determinísticas da variável de estado e do tempo, sendo que a primeira reflete a tendência do processo, enquanto que a segunda traduz sua volatilidade. Nas equações 3.9 e 3.10, temos o valor esperado e variância do movimento Browniano, as quais são dependentes do horizonte de tempo analisado.

$$E(dx) = a(x, t) dt , \quad (3.9)$$

$$\text{Var}(dx) = E(dx^2) - (E[dx])^2 = b^2(x, t) dt , \quad (3.10)$$

3.2.3) Movimento Geométrico Browniano

O MGB tem sido bastante utilizado na modelagem de preços de commodities e outros ativos financeiros. Comparando com o movimento Browniano da seção anterior, podemos observar na equação (3.11) que o componente de tendência $a(x, t) = \alpha x$ e o componente de volatilidade, no MGB, é representado por σx .

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz , \quad (3.11)$$

Assim como no movimento Browniano simples, quando temos um MGB teremos uma taxa de tendência de longo prazo, no caso de crescimento, como podemos analisar na Figura 3.2, onde temos exemplificadas quatro trajetórias do processo. Acontece que, segundo Baxter e Rennie (1996), se observarmos a linha de tendência temos um crescimento exponencial, diferente do que ocorre no movimento Browniano simples, onde tem-se um crescimento linear. Por isso utiliza-se o termo geométrico.

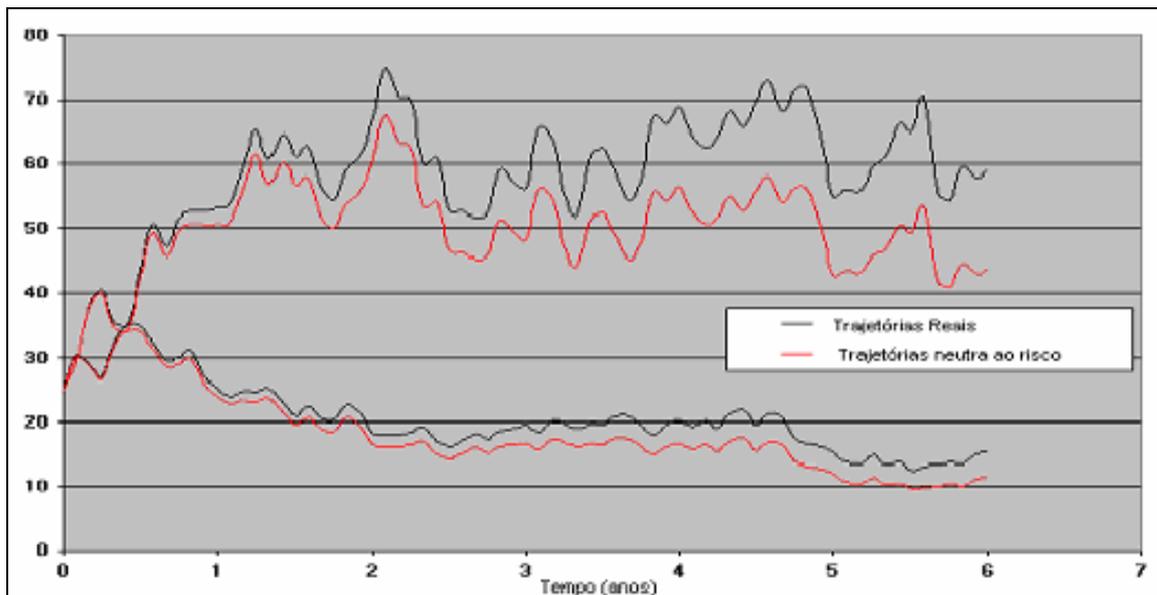


Figura 3.2: Trajetórias de um MGB (adaptado de Dias (2005))

No MGB a distribuição de probabilidade usada para as variações é uma lognormal, já que tais mudanças são sobre o logaritmo natural de x . Tal processo é utilizado na modelagem de preços, pois o processo de Wiener generalizado permite que a variável estocástica tenha valores negativos. A equação (3.12) mostra o valor esperado de dx , enquanto (3.13) coloca sua variância.

$$E(dx) = \alpha x dt, \quad (3.12)$$

$$V(dx) = \sigma^2 x^2 dt, \quad (3.13)$$

Dixit e Pindyck (1994) e Lima (2004), mostram a relação entre a variável estocástica x e seu logaritmo. A equação (3.11) pode ser reescrita de outra forma:

$$dx / x = \alpha dt + \sigma dz, \quad (3.14)$$

Transformam – se as seguintes variáveis:

$$Y(x) = \ln(x)$$

$$dY / dx = 1/x$$

$$d(\ln x) = dx/x$$

A variação percentual geométrica de x (dx/x) segue um movimento Browniano simples com média e variância de αdt e $\sigma^2 dt$, respectivamente. Já, dx/x é quanto varia $\ln(x)$. A

distribuição de $\ln(x)$ não é conhecida. Dessa forma, seja $Y(x) = \ln(x)$, temos, através do Lema de Ito (explicitada em seção, mais adiante):

$$dY(x) = \frac{dY}{dx} dx + \frac{1}{2} \frac{d^2Y}{dx^2} (dx)^2, \quad (3.15)$$

Substituindo as derivadas de Y em relação a x e fazendo as simplificações temos:

$$dY(x) = (\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2) dt + \sigma dz, \quad (3.16)$$

Dessa forma observando a equação (3.16), tem-se que a variação no logaritmo de x apresenta distribuição normal com média $(\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2)t$ e variância $\sigma^2 t$. Se $\ln(x)$ for normalmente distribuído, x tem uma distribuição lognormal.

A popularidade do MGB vem em virtude de sua praticidade, já que existe facilidade em estimar os dados de suas componentes de tendência e volatilidade através de séries históricas das médias anuais de crescimento (ou queda) dos preços e o desvio padrão dos preços no espaço de tempo analisado. O modelo também pode ser facilmente calibrado com possíveis estimativas futuras de oferta e demanda da *commodity*, que venha a alterar a tendência ou volatilidade.

Segundo Baker et al (1998), o MGB tem sido utilizado para modelar preços de commodities, já que tal processo não reflete o comportamento dos preços destas, da mesma forma que o faz no caso de ativos financeiros, onde se os mercados forem eficientes, as mudanças nos preços não são previsíveis, os preços correntes são independentes de flutuações passadas e não há tendência de retorno a nenhum nível específico de preços. No caso de commodities, ocorre o contrário, pois após uma alta de preços a tendência é que haja uma queda ao invés de um eterno crescimento. O processo de reversão à média, analisado na próxima seção é uma alternativa para a modelagem do preço do petróleo e outras *commodities*.

O MGB foi utilizado na área de finanças na modelagem do preço de ativos financeiros em uma série de trabalhos como, Merton (1973), Cox e Rubinstein (1985) e Hull e White (1988). No caso da utilização deste processo estocástico na modelagem do comportamento dos preços de petróleo e outras commodities temos: Brennan e Schwartz (1985), Metcalf e Hasset (1995), Lima e Suslick (2001, 2002), entre outros.

3.2.4) Movimento de Reversão a Média

A principal justificativa para o uso o processo de reversão à média na modelagem de preços de petróleo e outras *commodities* é a de que quando ocorre um crescimento no nível de preços, há um incentivo para que novas empresas entrem no mercado ou as firmas que já operam neste, façam investimentos no aumento de suas capacidades de produção. O crescimento da produção ocorrerá até que os lucros marginais sejam nulos, quando haverá um excesso de oferta, levando à uma queda de dos preços, considerando que trabalhamos com uma curva de demanda inclinada negativamente. De forma similar, no caso de ocorrer uma queda nos preços, as empresas que tenham custos de produção mais elevados sairão do mercado, causando uma redução na quantidade ofertada e, conseqüentemente, uma elevação nos preços.

Podemos considerar que no curto prazo, se analisarmos os preços do petróleo, estes estão sujeitos a variações relativas a guerras em países produtores ou em relação a mudanças nas quotas de oferta da OPEP ou até alterações nas reservas estratégicas dos EUA. Porém no longo prazo, os preços tendem a se estabilizar e se igualar aos seus custos marginais, do mercado em equilíbrio. O processo de reversão à média tem sido utilizado na modelagem de preços de commodities em alguns trabalhos: Besseminder et al (1995), Schwartz (1997), Baker et al (1998), Schwartz e Smith (2000). Dias e Rocha (1998) modelam os preços do petróleo utilizando o processo de reversão à média com um processo de Poisson (modelo de saltos).

De acordo com Dixit e Pindyck (1994), a equação estocástica (3.17) governa o processo de reversão à média simples ou processo de Ornstein – Uhlenbeck. A maior facilidade no manejo em simulações leva à utilização da versão aritmética do processo estocástico.

$$d(\ln x) = dx/x = \eta (x_m - x) dt + \sigma dz$$

$$dx = \eta x (x_m - x) dt + \sigma x dz , \tag{3.17}$$

onde, η é a velocidade com que a variável reverte a sua média de longo prazo, x_m é o nível normal de x , para o qual ocorrerá a reversão (se considerarmos que o mercado esteja em equilíbrio, temos o valor no qual preço e custos marginais são iguais), enquanto que os demais parâmetros são iguais aos já apresentados na seção sobre Movimento Geométrico Browniano. Metcalf e Hasset (1994) atrelam o processo de reversão à média ao valor de η , quando este for maior que zero temos um MRM, enquanto se a velocidade de reversão a média for nula ou quase nula tem-se um MGB. As equações 3.18 e 3.19 representam as médias e variância do MRM.

$$E(dx) = \eta (x_m - x) dt , \quad (3.18)$$

$$\text{Var} (dx) = \sigma^2 dt , \quad (3.19)$$

O valor esperado de dx depende da diferença $(x_m - x)$. Se x for maior que x_m , é mais provável que x irá cair no intervalo de tempo a seguir. Já no caso de x não superar x_m .

A Figura 3.3, a seguir, aponta algumas trajetórias do movimento de Reversão à Média. Podemos observar que as trajetórias da variável x apresentam um afastamento inicial da tendência de longo prazo, mas em períodos futuros se aproxima desse valor. É possível afirmar que, quanto maior for η , menor será a variação longe da média de longo prazo. Por exemplo, quando $\eta = 0,5$ a variável x praticamente não se afastaria da média. De forma contrária, quando $\eta = 0$, x não apresenta uma média de longo prazo e, portanto, somente afasta-se da tendência de longo prazo. Nesse caso tem-se um MGB.

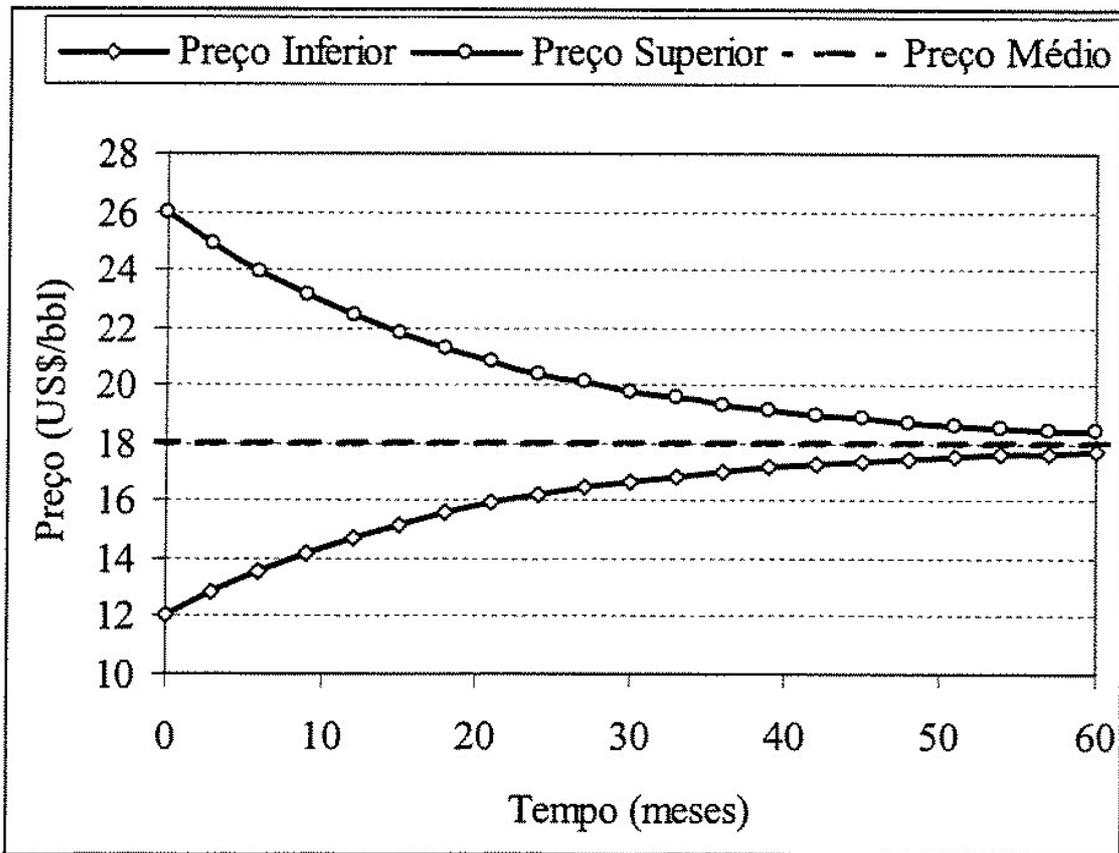


Figura 3.3: Trajetórias de movimentos de reversão a média (Lima (2004))

Ao utilizarmos o Movimento de reversão à média na modelagem dos preços de petróleo, assume-se que a variância irá crescer, inicialmente, no curto prazo e posteriormente, no longo prazo, irá estabilizar-se, como é possível observar na Figura 3.4, a seguir, analisando os casos de tendências de aumento e queda dos preços, respectivamente. Na mesma Figura, se for comparado com a variância de um MGB, pode-se ver que neste últimos a variância não irá estabilizar-se no longo prazo, pois continuará com o horizonte temporal.

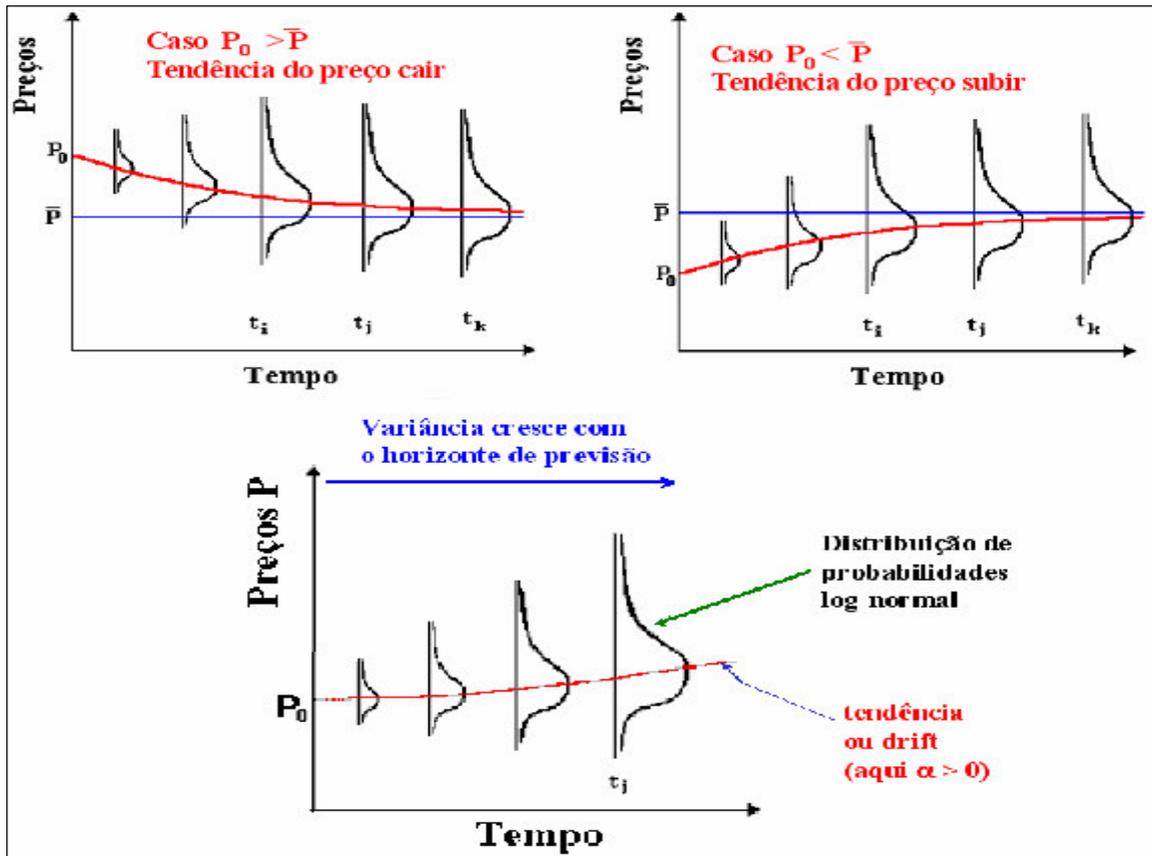


Figura 3.4: Comportamento da variância nos processos estocásticos (Dias (2005))

3.2.5) Lema de Ito

O Lema de Ito é uma ferramenta indispensável, quando se trabalha com funções contínuas e estocásticas. Tal regra é utilizada para calcular os diferenciais de funções no cálculo estocástico, já que utilizando as regras tradicionais do cálculo Newtoniano não é possível obter os diferenciais para estas funções randômicas. O Lema de Ito pode ser comparado à regra da cadeia do cálculo tradicional. Nesta seção colocam-se as principais idéias do Lema de Ito. Para mais detalhes do formalismo matemático consultar Baxter e Rennie (1996), Willmott (1998), Shiryaev (1999) e Elliott e Kopp (1999), Neftci (2000).

Segundo Neftci (2000), no cálculo tradicional, a regra da cadeia expressa a taxa de variação de uma variável como uma reação em cadeia de uma variação inicial. No cálculo

estocástico operações do tipo dF_t / dt , dS_t / dt não podem ser definidas para processos contínuos ou movimentos Brownianos. O equivalente estocástico da regra da cadeia é definido em termos de variações absolutas como, dF_t , dS_t , dt . No cálculo estocástico a regra da cadeia refere-se ao modo, pelo qual os diferenciais estocásticos se relacionam um com o outro.

Seguindo as idéias de Pindyck (1994) e Bjork (1998), suponhamos que a variável x (t) seja governada pela equação (3.8) e considerando que temos uma função $F(x,t)$ diferenciável no mínimo duas vezes em x e uma em t . O objetivo é calcular o diferencial total, dF . A regra da cadeia define tal diferencial em termos de variações de primeira ordem em x e t , de acordo com a equação (3.20).

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial t} dt \quad , \quad (3.20)$$

Incluindo termos de ordem superiores nas variações de x teríamos:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} (dx)^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 F}{\partial x^3} (dx)^3 \quad , \quad (3.21)$$

No cálculo tradicional todos os termos de ordem superiores desaparecem, pois no limite tenderiam a zero mais rapidamente que dt , quando este passa a ter intervalos infinitesimais. Porém, na regra de Ito o terceiro termo da equação acima não será nulo. A equação (3.22) é a definição da regra de Ito.

$$dF = \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} (dx)^2 \quad . \quad (3.22)$$

3.2.6) Processo de Poisson (Processo de Saltos)

O processo de saltos difere dos anteriores, na medida em que este não é um processos de difusão, e tem característica a descontinuidade. Considerando uma variável q , processo de Poisson tem como objetivo modelar, através de saltos discretos e pouco freqüentes, choques que venham a representar uma grande oscilação. No caso dos preços de uma *commodities* pode-se modelar eventos (crises políticas, novos produtores, etc...) que venham a modificar drasticamente os preços em um determinado intervalo de tempo, tornando o modelo mais realista, como foi feito. Tal processo estocástico também é utilizado na modelagem do processo tecnológico e surgimento de inovações, como será melhor detalhado os trabalhos existente, em seção do Capítulo 3.

Neftci (2000), coloca que a principal diferença de um processo de Poisson para um processo de Wiener, é que em um processo de saltos os valores futuros da variável não dependem de dt . No processo de Poisson, são as probabilidades de ocorrência de um evento que será função de dt . Quanto mais próximo de zero estiver dt , menores serão os incrementos de um MGB, por exemplo, enquanto que no caso do processo de Poisson, as flutuações permanecem com o mesmo tamanho.

Para Dixit e Pindyck (1994), o processo de Poisson apresenta saltos aleatórios de tamanhos fixos, onde o surgimento dos saltos segue uma distribuição de Poisson. Tais saltos são conhecidos como eventos. A taxa média de surgimento de um evento durante um intervalo de tempo dt é representada por λ , a probabilidade de ocorrer um evento em dt é dada por λdt , e a probabilidade de que nada irá ocorrer no intervalo de tempo é $1 - \lambda dt$. O evento tem tamanho μ , que pode ser aleatória ou determinística (nesta tese considerou-se o tamanho do salto como valor determinado). Sendo q um processo de Poisson, temos:

$$dq = \begin{cases} 0, & \text{com probabilidade } 1 - \lambda dt \\ \mu, & \text{com probabilidade } \lambda dt \end{cases}$$

A equação diferencial estocástica do processo, fazendo-se uma analogia ao processo de Wiener, é colocada a seguir, onde $f(x,t)$ e $g(x,t)$ não são funções aleatórias.

$$dx = f(x,t) dt + g(x,t) dq \tag{3.23}$$

No processo de Poisson utilize-se uma regra similar ao Lema de Ito para derivar as funções estocásticas. Supõe-se que $H(x,t)$ é uma função diferenciável em x e t . Pretende-se derivar uma expressão que traduz os valores esperado de dH .

$$dH = \frac{\partial H}{\partial t} dt + \frac{\partial H}{\partial x} dx$$

$$dH = \frac{\partial H}{\partial t} dt + \frac{\partial H}{\partial x} [f(x,t)dt + g(x,t)dq] \quad (3.24)$$

Mudanças em x causam perturbações em H , de duas formas diferentes. $H(x,t)$ varia continuamente e de forma determinística de acordo com a tendência em x , ao mesmo tempo em que existe a chance que ocorra um evento de Poisson, modificando x no valor do tamanho do salto μ e, conseqüentemente, $H(x,t)$ na mesma quantidade. O valor esperado do processo de Poisson em relação ao tamanho do salto pode ser verificado na equação (3.25). O Lema de Ito equivalente para uma função, na qual exista um processo de Poisson é dada pela equação (3.26).

$$E \left[\frac{\partial H}{\partial x} g(x,t)dq \right] = E_u \lambda H(x + ug(x,t)u, t) - H(x,t)dt \quad (3.25)$$

$$E(dH) = \left[\frac{\partial H}{\partial t} + f(x,t) \frac{\partial H}{\partial x} \right] dt + E_u \lambda [H(x,t)u, t) - H(x,t)] dt \quad (3.26)$$

3.3) Simulação de Monte Carlo

O método da simulação de Monte Carlo consiste em uma técnica que envolve a utilização de probabilidades aliadas à computação, na resolução de problemas, onde se apresentam variáveis incertas. O método consiste na simulação de diversos valores aleatórios ou iterações, do valor esperado pelo modelo determinístico desenvolvido, transformando um modelo onde não havia variáveis incertas em um modelo estocástico, onde existe a presença do risco de as variáveis antes determinísticas não apresentarem os valores esperados.

A metodologia tem como objetivo avaliar os efeitos de variações aleatórias, incertezas nas sensibilidades e desempenho do sistema sendo modelado. A técnica é considerada um método de amostragem, pois os dados de entrada são gerados de forma randômica com base em distribuições de probabilidades, simulando os dados determinísticos inseridos no modelo. Portanto, a distribuição a ser simulada deve aproximar dados conhecidos em relação ao modelo simulado, para que os resultados se aproximem ao máximo da realidade. A lógica da simulação de Monte Carlo é baseada na geração de números aleatórios de uma distribuição uniforme $[0,1]$ para gerar números aleatórios de uma distribuição exponencial.

A Simulação de Monte Carlo é utilizada em problemas complexos, nos quais as metodologias matemáticas tradicionais apresentam limitações na resolução do problema. Considerando um modelo de Opções Reais, a simulação de Monte Carlo deve ser utilizada quando há a ocorrência de mais de uma variável de estado no modelo, onde não existe solução analítica para o problema ou outras metodologias numéricas não possuem a praticidade e rapidez da resolução utilizando Simulação de Monte Carlo.

No caso de projetos de investimentos utilizando a teoria das opções reais, a técnica terá utilidade na simulação de diversas possíveis trajetórias futuras relacionadas a variáveis incertas como preços, custos, variáveis de incertezas técnica, incertezas quanto ao processo de evolução tecnológica, ou qualquer outra variável que possa vir a impactar no valor de um projeto de investimento. A metodologia pode ser utilizada tanto na simulação de problemas em que a modelagem pode ser feita considerando que as opções são do tipo européia, quanto com as opções sendo do tipo americana, o que ocorre na maior parte dos modelos baseados na teoria das opções reais. O segundo modelo desenvolvido neste trabalho utiliza Simulação de Monte Carlo aliado a uma metodologia de otimização, na resolução de problemas envolvendo opções do tipo americanas.

3.4) Opções Reais em tempo discreto

Nesta seção analisaremos uma metodologia para cálculo do valor de uma opção, onde os intervalos de tempo são discretos. Na presente tese considera-se o tempo contínuo, porém a análise em tempo discreto serve como base para a compreensão da metodologia em tempo contínuo. A análise aqui é baseada na definição da metodologia em tempo discreto de acordo com Cox et al (1979), Duffie (1996) e Bjork (1998). Mostra-se o modelo simplificado simplificado de um período. O modelo geral para vários períodos e maiores detalhes matemáticos podem ser consultados nos autores especificados acima.

No modelo em tempo discreto o valor do projeto assume um processo binomial multiplicativo onde o valor deste nos período seguinte pode apresentar uma variação positiva ou negativa, como podemos observar abaixo. O valor do projeto hoje é representado por S e o seu valor no fim do período será uS ou dS com probabilidade de q e $1-q$, respectivamente. Com o objetivo de simplificar a análise, considera-se que a taxa de juros utilizada no modelo é constante, onde $u > r > d$. Do contrário, haveriam oportunidade de arbitragem.

$$S \begin{cases} uS & \text{com probabilidade } q \\ dS & \text{com probabilidade } 1 - q \end{cases}$$

Suponhamos que a data da expiração do projeto ocorra no período seguinte, sendo que C é o valor atual de uma opção, C_u será o valor desta no final do período, caso o projeto tenha seu valor incrementado por u , e C_d será o valor apresentar uma queda de d . Como no período seguinte temos a data final de expiração, sabe-se que o valor da opção no fim de sua vida, é a diferença entre o valor do projeto (S) e o custo do investimento (K). No final do período o valor da opção será de $C_u = \text{Max} [0, uS - K]$ e $C_d = \text{Max} [0, dS - K]$.

$$C \begin{cases} C_u = \text{max}[0, uS - K] & \text{com probabilidade } q \\ C_d = \text{max}[0, dS - K] & \text{com probabilidade } 1 - q \end{cases}$$

A idéia básica do modelo é de que não há possibilidades de ganhos com arbitragem. O valor da opção de investir pode ser replicado por um portfólio com um conjunto de ativos existentes no mercado. Para que não haja oportunidades de arbitragem, a opção e o portfólio devem ter o mesmo valor de mercado, já que se um deles tiver valor superior, um especulador pode obter lucros vendendo o de maior valor e comprando o de menor valor. Como os dois ativos são iguais terão que apresentar o mesmo retorno, portanto é possível obter o valor da opção calculando o valor do portfólio.

Forma-se um portfólio composto por ações do ativo subjacente e títulos livres de risco, como temos na equação (3.27), onde Δ é número de ações, S o preço do ativo e B o número de títulos livres de risco.

$$F = \Delta S - B, \quad (3.27)$$

As variáveis Δ e B podem assumir qualquer valor, contanto que o portfólio tenha o mesmo valor da opção. No final do período temos:

$$\Delta uS + rB = C_u, \quad (3.28)$$

$$\Delta dS + rB = C_d, \quad (3.29)$$

Utilizando as equações acima podemos definir o número de ações do ativo subjacente, assim como o número de ativos livres de risco, de acordo com a equação (3.30).

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{(u-d)S}, \quad B = \frac{uC_d - dC_u}{(u-d)r}, \quad (3.30)$$

Substituindo os valores de Δ e B na equação (3.27) obtém-se:

$$C = \Delta S + B = \frac{C_u - C_d}{u-d} + \frac{uC_d - dC_u}{(u-d)r} = \left[\left(\frac{r-d}{u-d} \right) C_u + \left(\frac{u-r}{u-d} \right) C_d \right] / r, \quad (3.31)$$

A equação pode ser simplificada definindo a probabilidade livres de risco:

$$p \equiv \frac{r-d}{u-d}, \quad (3.32)$$

$$1-p \equiv \frac{u-r}{u-d}, \quad (3.33)$$

substituindo (3.32) e (3.33) na equação (3.31) obtemos a equação para definição do valor de uma opção em tempo discreto para 1 período.

$$C = [pC_u + (1 - p)C_d]/r \quad , \quad (3.34)$$

Cox et al (1979) ressaltam alguns pontos importantes envolvendo a equação (3.34):

1 – A probabilidade de ocorrência ou não de um crescimento do valor do projeto (q), não é levada em conta na valoração da opção.

2 – A metodologia de valoração incorpora qualquer investidor, independente de suas atitudes em relação ao risco, sendo que a única premissa é a de que o investidor prefere ter mais riqueza do que menos riqueza. Dessa forma o indivíduo tiraria vantagem de oportunidades de arbitragem.

3 – A única variável aleatória do qual o valor da opção é dependente é valor do ativo subjacente. Não depende do valor de nenhum outro portfólio ou ativo.

4 – A probabilidade neutra ao risco tem uma única característica similar ao da probabilidade tradicional, isto é, seu valor está localizado entre zero e um. Isto ocorre porque p é o valor que q teria em um mundo livre de risco com os investidores em equilíbrio. O valor de uma opção pode ser definido com a expectativa de seu valor futuro descontado a uma taxa livres de risco.

3.5) Opções Reais em tempo contínuo

O cálculo do valor de uma opção real em tempo contínuo, assim como na metodologia utilizada para o tempo discreto, foi originalmente desenvolvido para o cálculo de opções financeiras. A idéia básica, novamente é, na valoração de um novo ativo, replicar as características de risco e retorno através de um portfólio. O preço da opção deve ser igual ao valor de mercado do portfólio, para que não haja oportunidades de arbitragem.

A aplicação desta metodologia de análise de contingente em um projeto real requer que as mudanças estocásticas no valor do projeto sejam perfeitamente correlacionada a de algum ativo existente no mercado. No caso de projetos onde, o produto final seja uma

commodity, como o petróleo, a utilização desta metodologia torna-se mais viável, pois estas são negociadas em mercados *spots* e futuros podendo-se correlacionar os preços observados nesses mercados com o valor de um projeto.

Black e Scholes (1973), demonstraram que a aplicação contínua de uma estratégia de replicação de um portfólio dinâmico, leva a uma equação diferencial parcial que deve ser satisfeita pelo valor da opção em sua data de expiração. O modelo serve para ser aplicado em opções europeias. O modelo e algumas de suas equações são colocados adiante. Para maiores detalhamentos consultar Baxter e Rennie (1996), Duffie (1996) e Neftci (2000).

Os preços de um ativo segue o movimento geométrico Browniano da equação (2.19) e obedece a quatro premissas básicas:

- 1 – Não há custos de transação diferenciados, não existe restrições relacionadas a compra e venda de posições e não há restrições ao recebimento ou concessão de empréstimos.
- 2 – A taxa de juros livre de risco é constante ao longo da vida da opção.
- 3 – O ativo subjacente paga dividendos constantes durante a vida da opção, sendo este proporcional ao seu valor.
- 4 – As carteiras são ajustadas de forma contínua ao longo do tempo.

Suponhamos que temos um portfólio composto por uma opção de compra na posição longa e Δ unidades do ativo subjacente S , na equação (3.35).

$$\Phi = F(S,t) - \Delta S \quad , \quad (3.35)$$

O valor deste portfólio muda com o passar do tempo em virtude das mudanças em $F(S,t)$ e S . As variações do portfólio são representadas em (3.36). Tanto dF , quanto dS são incrementos que apresentam componentes imprevisíveis (dz) na definição de dS . A variação total do portfólio depende da flutuação de S no mercado e da quantidade de dividendos pagos pela ação, já que estes devem ser pago ao titular.

$$d\Phi = dF(S,t) - \Delta dS \quad , \quad (3.36)$$

Utilizando a regra de Ito para derivarmos uma função já que S é estocástica, temos:

$$dF(S,t) = \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F(S,t)}{\partial S^2} dt + \frac{\partial F(S,t)}{\partial S} (\alpha S dt - \sigma S dz) + \frac{\partial F(S,t)}{\partial t} dt \quad , \quad (3.37)$$

Substituindo (3.37) em (3.36), obtém-se para a variação do portfólio em (3.38)

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F(S,t)}{\partial S^2} dt + \frac{\partial F(S,t)}{\partial t} dt + \alpha S \left(\frac{\partial F(S,t)}{\partial S} - \Delta \right) dt + \sigma S \left(\frac{\partial F(S,t)}{\partial S} - \Delta \right) dz \quad , \quad (3.38)$$

Define-se o valor de Δ de forma que $d\Phi$ seja previsível e livre de risco.

$$\Delta = \frac{\partial F(S,t)}{\partial S} \quad , \quad (3.39)$$

Substituindo (3.39) em (3.38), temos a equação que representa o ganho de capital do portfólio:

$$d\Phi = \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F(S,t)}{\partial S^2} dt + \frac{\partial F(S,t)}{\partial t} dt \quad , \quad (3.40)$$

Como os ganhos com dividendos pertencem ao dono das ações, faz-se necessário subtraí-los do total de ganhos do portfólio. Dessa forma temos:

$$d\Phi = \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F(S,t)}{\partial S^2} dt + \frac{\partial F(S,t)}{\partial t} dt - \delta \Delta S dt \quad , \quad (3.41)$$

Já que não há a presença de risco no portfólio, seu ganhos devem ser iguais a um investimento sob a taxa livres de risco durante um intervalo dt , para que não haja oportunidade de arbitragem. Assume-se que a taxa livre de risco é r e o portfólio livre de risco é:

$$d\Phi = \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F(S,t)}{\partial S^2} dt + \frac{\partial F(S,t)}{\partial t} dt - \delta \Delta S dt = r\Phi dt \quad , \quad (3.42)$$

Substituindo (3.35) em (3.42) tem-se:

$$\frac{1}{2} - \delta \Delta S dt = r(F(S,t) - \Delta S) dt \quad , \quad (3.43)$$

substituindo (3.39) em (3.43) e simplificando, chegamos a equação de Black e Scholes.

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F(S,t)}{\partial S^2} + (r - \delta) S \frac{\partial F(S,t)}{\partial S} + \frac{\partial F(S,t)}{\partial t} - rF(S,t) = 0 \quad , \quad (3.44)$$

A resolução da equação diferencial requer condições de contorno. Sabemos que na data de expiração o valor da opção será conhecido, sendo a diferença entre o valor do ativo subjacente e o seu preço de exercício. Portanto coloca-se em (3.45) como condição de contorno. A segunda condição de contorno diz respeito ao valor mínimo que o valor da opção pode assumir. Uma implicação do processo estocástico é que se o ativo subjacente atingir o valor de zero, este permanecerá sendo zero e o valor da opção também será nulo ($F(0) = 0$).

$$F(S,T) = \max [S-K, 0] \quad (3.45)$$

Com as equações (3.44) e (3.45) foi possível obter a forma da função $F(S,t)$

$$F(S,t) = S e^{-\delta(T-t)} N(d_1) - E e^{-r(T-t)} N(d_2) , \quad (3.46)$$

Onde d_1 e d_2 são:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{X}\right) + (r + 0.5\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} , \quad (3.47)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{X}\right) + (r - 0.5\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} , \quad (3.48)$$

Como destacado no início desta seção, a formula de Black e Scholes é aplicada na valoração de opções européias, isto é, quando a data de expiração é definida. No caso de projetos de opções reais tal procedimento não se verifica, já que o investimento pode ser realizada a qualquer momento (no caso de projetos de E&P de petróleo dentro do período estabelecido pelo contrato de concessão), sendo semelhante a opções do tipo americana. A resolução da equação diferencial parcial do modelo acima necessita de algumas outras condições de contorno.

Pindyck (1994) define duas condições de contorno para otimização sob incerteza utilizando a abordagem da programação dinâmica onde a decisão de investir ou esperar é uma decisão binária que a firma enfrenta a cada instante. A equação de Bellman abaixo é a equação fundamental da otimização. A empresa tomará sua decisão procurando maximizar, em cada período, soma dos dois termos da equação. O primeiro termo do lado direito em

(3.49), diz respeito ao fluxo de lucros imediato do investimento. O segundo termo é o termo do valor de continuidade, isto é, o valor esperado dos retornos futuros descontados.

$$F_t(x_t) = \max \{ \pi_t(x_t, u_t) + 1/(1+\rho), E[F_{t+1}(x_{t+1})] \} , \quad (3.49)$$

Quando o valor de x for superior ao valor crítico $x^*(t)$ o segundo termo será maior que o termo de fluxo de lucros. As condições de contornos e, conseqüentemente, o formato da função são definidas na região de fronteira, como pode ser visto na Figura 3.5, entre as duas regiões de parada e continuidade, onde $x = x^*(t)$. Sabe-se que no momento de parada ótima o valor da opção é igual a função de payoff de realizar o investimento. Temos a condição de como parada ótima na equação (3.50).

$$F(x^*(t), t) = \Omega(x^*(t), t) , \quad (3.50)$$

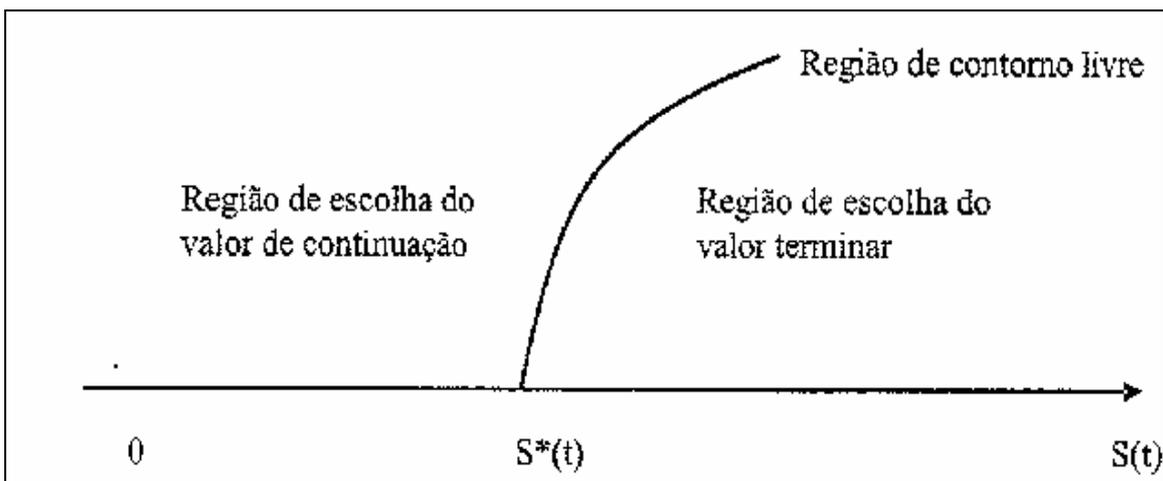


Figura 3.5: Fronteiras do valor da continuação (Lima, 2004)

A última condição de contorno necessária é conhecida como condição de alto contato. Esta condição coloca que para cada t , os valores de $F(x,t)$ e $\Omega(x, t)$ devem se tangenciar na região de contorno livre, $x^*(t)$. Portanto, tem-se que no ponto de alto contato, não requer somente que os valores sejam iguais, requer-se também que as derivadas das duas funções também se igualem. Essa condição pode ser observada na Figura 3.6.

$$F_x(x^*(t), t) = \Omega_x(x^*(t), t) , \quad (3.52)$$

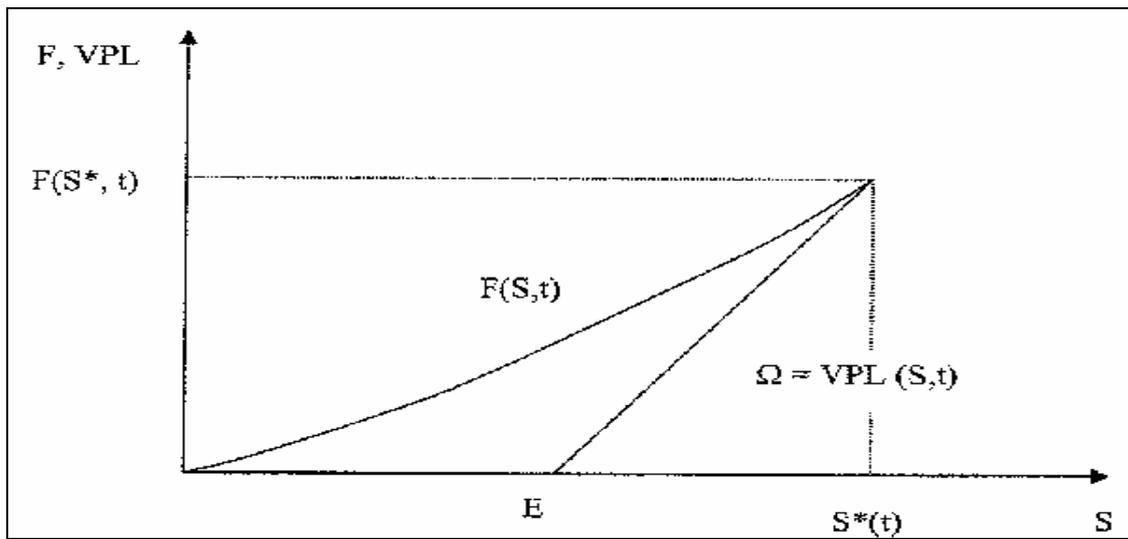


Figura 3.6: Condição de alto contato (Lima, 2004)

CAPÍTULO 4

INCERTEZA TECNOLÓGICA

A evolução dos sistemas de produção tem sido marcada por uma série de incrementos tecnológicos em todos os segmentos industriais, sendo a tecnologia uma das principais responsáveis pelo desenvolvimento econômico das empresas. O tempo entre o desenvolvimento das inovações e sua adoção em escala comercial é, muitas vezes, bastante longo ou muitas vezes a inovação nem chega a ser colocada em prática. As empresas, normalmente são cautelosas na adoção de uma inovação tecnológica, em virtude das várias incertezas envolvidas nas decisões de mudanças tecnológicas, relacionadas aos custos de operação e investimento, comportamento do mercado e competição. Uma incerteza que muitas vezes é deixada de lado, porém tem grande relevância, é aquela que envolve o processo de evolução tecnológica por si, envolvendo a incerteza quanto tempo de chegada da nova tecnologia e tamanho, escala e volume do desenvolvimento em relação a geração anterior.

Schumpeter (1934) desenvolveu uma teoria econômica, no qual o desequilíbrio do mercado é a força que desenvolve uma economia. Esse economista demonstrou que a dinâmica das inovações realizadas pelas empresas causa um fenômeno chamado *destruição criativa*, na qual as firmas com antigos métodos são substituídas por outras que desenvolveram alguma nova combinação, que lhe propiciou alguma vantagem competitiva. Esse desequilíbrio do mercado trará às empresas pioneiras na inovação ganhos de capitais

acima das outras, até que o novo paradigma seja absorvido, revolucionando o mercado e, conseqüentemente, este retorne ao equilíbrio. Para sobreviver a uma destruição criativa, uma organização deve ter uma visão empreendedora procurando não se prender nos paradigmas tecnológicos vigentes ou em sua posição de mercado.

Uma nova tecnologia impacta no fluxo de caixa de quatro maneiras diferentes: uma inovação tecnológica produz maiores receitas, devido a melhorias de qualidade levando a um possível crescimento da demanda do produto. A melhoria tecnológica leva a um ganho de eficiência que é traduzido em redução dos custos. A inovação influi na durabilidade do produto, em virtude dos efeitos sobre a depreciação do estoque de capital.

A difusão de informações dentro de uma indústria ou entre um conjunto de diferentes setores é o principal fator para que uma inovação se espalhe, isto é, conhecimentos sobre seu uso e sua eficiência, os quais vão sendo repassados na medida em que os usuários das várias empresas adquirem experiência na tecnologia. Pode-se colocar de forma simples, apenas a transferência de conhecimento como sendo um processo de trocas de informação entre os diversos agentes da indústria, com a maior fonte de informações sendo empresas que já usaram o novo método, analisando somente como a tecnologia se difunde. Porém, o foco deste trabalho é analisar o estado da arte de modelos com incerteza tecnológica, nos quais analisa-se o comportamento individual de cada decisor frente à incerteza referida.

Geroski (2000) conclui que modelos de difusão tecnológica consideram que a decisão de se adotar um novo método é realizada de forma individual pela empresa, com os agentes tomando decisões diversas, de acordo com as características (tamanho, custos, entre outros) da empresa, a qual tem influência no lucro trazido pela inovação. As empresas passarão a adotar a inovação se estiverem acima de determinado ponto de gatilho, em relação às suas características individuais.

4.1) Momento ótimo de adoção tecnológica

Uma companhia planeja trocar suas tecnologias mais antigas, as quais utiliza, atualmente, pela geração recém lançada no mercado (tecnologia 1). Porém, muitos tomadores de decisão não acreditam que este seja o melhor negócio, pois possuem informações de que novos equipamentos estão em fase avançada de desenvolvimento (tecnologias 2, 3), o que deixaria a tecnologia adotada obsoleta e, possivelmente, não levaria a companhia a atingir os melhores retornos potenciais, além da perda de valor dos equipamentos para uma possível venda. Podemos considerar uma outra firma na qual a estratégia em relação à tecnologia, seja sempre estar produzindo com a inovação mais recente.

Uma série de estratégias tecnológicas podem ser adotadas por diferentes companhias ou até mesmo dentro de uma mesma empresa, em diferentes setores. O ambiente tecnológico tem a característica de ser bastante dinâmico, com evoluções a todo momento, dificultando a tomada de decisão de um gerente e colocando em evidência algumas questões relativas ao processo. A companhia realiza a mudança tecnológica agora ou espera o desenvolvimento e comercialização de inovações? Havendo o surgimento de uma tecnologia inovadora, a empresa investe imediatamente ou espera os custos de aquisição reduzirem?. O decisor deve analisar o momento ótimo, para que seu investimento traga o maior retorno possível.

Kaplan (1986) coloca duas características de investimentos em inovação tecnológica presentes no processo de investimentos das companhias. O autor destaca o impacto de decisões tecnológicas anteriores em investimentos futuros junto com a incerteza em relação aos incrementos tecnológicos futuros.

Nos anos 70, empresas investiram em máquinas automáticas controladas eletronicamente. À época foram obtidos retornos modestos. Nos anos 80 apareceram novas tecnologias utilizando microprocessadores, introduzindo a oportunidade de se auferirem maiores lucros. As empresas que investiram, inicialmente, na tecnologia anterior levaram grande vantagem em relação às outras que não tinham tomado tal iniciativa de

investimento, pois as primeiras tiveram maiores facilidades pra migrar de uma tecnologia para outra devido à familiaridade em trabalhar com processos baseados na eletrônica.

A inovação tecnológica pode ser tratada como uma seqüência de inovações, onde a firma terá uma série de opções tecnológicas ao longo do tempo. Ao escolher uma tecnologia, o decisor deve considerar as possíveis inovações futuras. Quando a nova tecnologia aparecer, deve ser tomada a decisão de mudança tecnológica ou não. Ao longo do tempo, uma série de decisões terá de ser tomadas, sendo que as escolhas futuras estarão ligadas as tecnologias adotadas, anteriormente, originando uma árvore de decisão tecnológica, onde as decisões estão todas interligadas.

Grenadier e Weiss (1997) identificaram quatro tipos de estratégias tecnológicas de acordo com a postura e o *timing* de adoção de tecnologias: adotar todas as inovações possíveis (estratégia compulsiva), adota algumas (estratégia de saltos – quando não adota a inovação imediata, mas adota uma no futuro - estratégia da inovação atual – investe na inovação atual, mas não na futura) ou estratégia retardada (estratégia retardada – apesar de já existir tecnologia mais desenvolvida, adota-se a tecnologia corrente). Como podemos observar na Figura 4.1 a adoção de uma das estratégias é função do tempo esperado pela empresa para o surgimento de inovações. A figura mostra que na medida em que o tempo esperado para adoção tecnológica aumenta, a probabilidade de adoção da inovação irá variar de acordo com a estratégia tecnológica incorporada pela companhia.

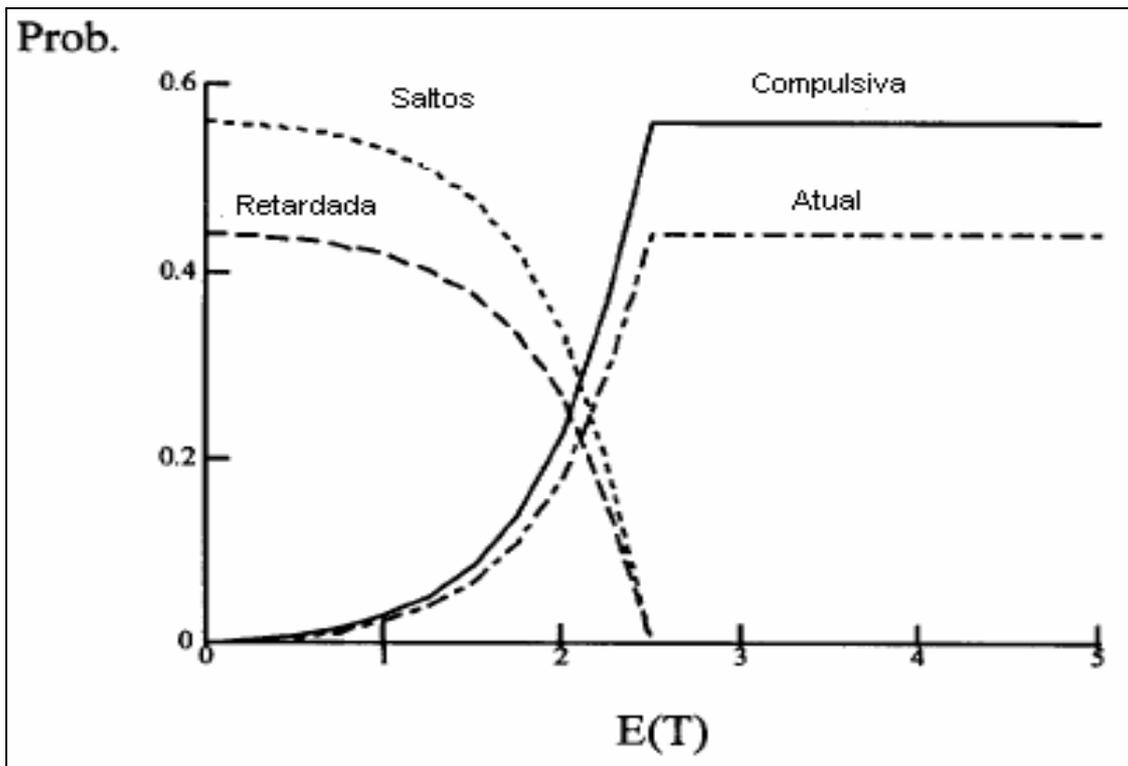


Figura 4.1: Estratégias tecnológicas (adaptado de Grenadier e Weiss(1997))

No caso da simulação do processo de evolução tecnológica, podemos considerar tais acontecimentos como sendo de ocorrência discreta no tempo, não surgindo com grande frequência ao longo do tempo. O crescimento de eficiência de uma tecnologia corrente em relação a tecnologia futura pode ser simulado com tais saltos discretos e descontínuos. Mesmo se tivermos uma continuidade na modelagem do processo de surgimento de inovações, este ainda pode ser representado como evento raro, porém com uma maior probabilidade de ocorrer a inovação, mas com saltos positivos de tamanhos bastante reduzidos.

A modelagem adotada para o progresso tecnológico é o processo estocástico de Poisson (jump process) abordado no capítulo anterior, na qual a evolução da eficiência tecnológica é caracterizada por saltos positivos, os quais ocorrem em intervalos de tempos fixos. Os intervalos de surgimento e o respectivo tamanho da inovação são desconhecidos. As melhorias dos processos tecnológicos podem ser modelados como redução de custos devido a melhor utilização de insumos e / ou aumento no aumento da quantidade produzida por uma empresa.

A evolução do processo tecnológico pode ser representada pela equação (4.1), onde tem-se representado o processo de Poisson. Considera-se que os parâmetros λ e μ do processo estocástico representam a probabilidade de que ocorra uma inovação e o tamanho desta inovação, ou seja, em que magnitude a melhoria tecnológica irá reduzir custos ou incrementar a produção. Portanto, a evolução da tecnologia é o valor esperado do aumento de eficiência derivado de uma tecnologia futura, a qual pode ou não se concretizar, estando sujeita a uma probabilidade de se concretizar.

$$E(dH) = \left[\frac{dH}{dt} + f(x, t) \frac{dH}{dx} \right] dt + E_u \lambda [H(x, t)u, t) - H(x, t)] dt \quad , \quad (4.1)$$

O momento ótimo de se adotar uma nova tecnologia é influenciado pela incerteza quanto ao tamanho da inovação e a velocidade esperada de surgimento de inovações, considerando que as incertezas de mercado sejam mantidas constantes. Analisa-se um horizonte de planejamento, onde a companhia tem seu nível tecnológico inicial e na medida em que o tempo passa novas tecnologias aparecem, dando a oportunidade para a firma de adotá-las, onde o processo tecnológico é exógeno a empresa e a tecnologia sempre se tornam mais eficientes.

Farzin et al (1998) coloca que a eficiência da tecnologia utilizada está sujeita saltos, representando o surgimento de inovações, que acarretam em uma redução da quantidade de insumos necessários no processo produtivo. Os saltos do processo de Poisson que representam o incremento de eficiência gerado pela evolução tecnológica é representado por $d\theta$, que assume os valores determinado em (4.2). Os tamanho dos saltos são considerados variáveis aleatórias e a estratégia tecnológica adotada é a de adotar algumas das tecnologias que venham a surgir.

$$d\theta = \begin{cases} U, & \text{com probabilidade } \lambda dt \\ 0, & \text{com probabilidade } 1 - \lambda dt \end{cases} \quad (4.2)$$

Doraszelski (2004) segue a mesma linha de Farzin (1998), com a diferença que, procura diferenciar grandes avanços tecnológicos de simples melhorias sobre uma tecnologia vigente. Um novo paradigma tecnológico atrai uma série de melhorias

tecnológicas inferiores, que aperfeiçoarão a inovação desenvolvida, por meios de ganhos de eficiência desta última. As melhorias podem fazer com que um decisor ache melhor esperar até realizar a adoção de uma nova tecnologia, sendo um incentivo para adiar a decisão de adoção até que ela esteja suficientemente avançada. O modelo considera que em cada intervalo de tempo, podem ocorrer três possibilidades: 1) uma grande inovação (U); 2) uma melhoria simples (V); 3) nenhuma inovação, como pode ser visto em (4.3).

$$d\theta = \begin{cases} U, & \text{com probabilidade } \lambda dt, \\ V, & \text{com probabilidade } u(t)dt, \text{ onde } u(t) \text{ é o tempo percorrido desde o último } U \text{ e} \\ 0, & \text{com probabilidade } 1 - \lambda dt - u(t)dt \end{cases} \quad (4.3)$$

Com o objetivo de definir um *mix* de tecnologias que otimizem a produção Rajagopalan et al (1998) desenvolveram um modelo onde a seqüência de melhorias tecnológicas que irão surgir no futuro são conhecidas, porém considerou também que o tamanho da evolução é uma variável incerta. A empresa, procurando responder a demanda por seus produtos, tem de definir a quantidade e o momento ótimo de investir nos novos equipamentos substituindo a geração de tecnologias atuais, gradativamente.

Ainda utilizando o modelo de Poisson na modelagem da evolução tecnológica, Dasgupta e Stiglitz (1981) estudaram o efeito da incerteza tecnológica na taxa de exploração de um recurso natural sujeito a exaustão. A incerteza na qual se concentrou diz respeito a data aleatória de chegada da nova tecnologia. A evolução tecnológica diz respeito à uma invenção única que levará a substituição do recurso por uma nova tecnologia de recursos sem exaustão, sobre a qual não há incerteza ligadas às suas características. Foi observado, que com o conhecimento da data do aparecimento da nova tecnologia a taxa de extração do recurso exaurível seria escolhida de maneira a acabar com o estoque de recursos na data da invenção, enquanto que com uma data incerta a taxa de extração seria escolhida de forma que a economia possuiria um saldo positivo em seu estoque enquanto não aparece a tecnologia revolucionária.

4.2) Incerteza tecnológica e aprendizado

Uma empresa foca sua atenção na evolução dos custos de produção ao longo do tempo. Tais custos têm o potencial de serem influenciados em virtude do aparecimento de novos sistemas de produção. É possível observar também, que os custos de produção também estão atrelados a aquisição de experiência, por parte da firma, em seus processos rotineiros. As decisões de reduções de custos devem considerar ambas as possibilidades, procurando identificar os momentos onde devem continuar aprendendo ou se já chegou o momento de atualização tecnológica. Sheshinski (1967) afirma que acréscimo de produtividade e conseqüentes reduções de custos operacionais estão relacionados aos níveis de investimentos e que, são criados pelo aprendizado tecnológico..

Cohen e Levinthal (1989) argumentam que o objetivo do setor de P&D em uma companhia vai além de desenvolver novas técnicas de produção. O setor também é responsável por desenvolver a capacidade de absorção da empresa, isto é, o poder de uma firma tem de identificar e assimilar o conhecimento no ambiente externo, como captar pesquisas básicas fora da empresa e utilizar como base para aplicação no desenvolvimento de técnicas internas. Tais elementos externos podem ter origem em empresas concorrentes, outras indústrias e em laboratórios de universidades, por exemplo.

Tal conceito de capacidade de absorção difere do que ocorre com a curva de aprendizagem, a qual caracteriza-se por ser um processo em que os trabalhadores aprendem com a prática, atingindo uma eficiência superior com o passar do tempo. O modelo desenvolvido pelos autores, coloca como o estoque de conhecimento tecnológico de uma companhia, o qual tem o potencial de elevar os lucros, é dado pela soma dos investimentos em P&D feitos pelas firmas com a fração de conhecimento externo advindo de spillovers de outras empresas do mesmo setor com os de fora da indústria.

Segundo o modelo de Parente (1994) quando ocorre um salto tecnológico, uma nova forma de produzir passa a vigorar em uma companhia, onde o conhecimento predominante está ligado a tecnologia vigente na unidade produtiva. A adoção de uma nova tecnologia fará com que a companhia necessite reiniciar o processo de aprendizado, para que possa incrementar eficiência na nova tecnologia. O aprendizado adquirido na

tecnologia corrente pode ser transferido para os métodos mais avançados, porém somente parcialmente, sendo que a quantidade do aprendizado que pode ser utilizado na tecnologia mais avançada está conectada ao tamanho do salto de qualidade, isto é, quanto maior a evolução tecnológica, menor a quantidade de conhecimento que pode ser levado adiante para a nova maneira de produzir, pois as grandes evoluções carregarão menos características das tecnologias vigentes.

4.3) Incerteza Tecnológica como Função Logística

A função logística pode ser usada como modelo de evolução tecnológica por apresentar uma teoria condizente com aspectos das melhorias de capacidades tecnológicas especificadas e por ser uma função matemática simples. A equação (4.4) indica o formato de uma função logística.

$$u(x) = 1 / (a - b e^{c(x)}) \quad (4.4)$$

onde, $u(x)$ é a utilidade da capacidade tecnológica analisada, a e b são constantes, c é o coeficiente de tolerância ao risco tecnológico e x é a capacidade tecnológica em análise. Na aplicação desta tese o aspecto tecnológico considerado são tecnologias em águas profundas. Outros aspectos de evolução tecnológica podem se referir a indicadores que reflitam a evolução de tecnologias para elevação do óleo, tecnologias referentes à construção de poços horizontais, entre outras na indústria de petróleo e outros setores industriais.

A porcentagem dos ganhos em eficiência na capacidade tecnológica analisada, é refletida no valor da utilidade que pode variar de 0 a 1, de acordo com o estágio de evolução que se encontra o nicho tecnológico especificado, tendo o valor 0 quando a capacidade está pouco desenvolvida e o valor 1 quando atinge o ponto máximo de evolução devido a limites físicos ou restrições da própria firma.

Lanford (1972) identificou que a evolução tecnológica apresenta o crescimento, ao longo do tempo, de acordo com uma curva de formato S, assim como ocorre em uma função logística. Inicialmente, a tecnologia tem um período de crescimento lento, no qual a difusão ainda não ocorreu. Em um segundo momento, quando o potencial de ganhos com a

exploração da fronteira tecnológica é reconhecido, investimentos de capital e de recursos humanos começam a ser realizados acarretando em altas taxas de crescimento da capacidade tecnológica. O último estágio do processo de evolução ocorre quando o limite de crescimento se aproxima e, conseqüentemente, os ganhos de eficiências com inovações sofre reduções até atingir a capacidade máxima onde não irá mais evoluir.

Outra característica abordada por Lanford (1972) é a de que substituição de uma tecnologia por outra também segue uma função com formato de S, onde em um primeiro momento a substituição ocorre vagarosamente, rapidamente em uma segunda fase até atingir a substituição total. O processo de inovação ocorre em uma sucessão de curvas logísticas ao longo do tempo, na medida em que a tecnologia mais antiga atinge sua capacidade máxima, momento no qual é substituída por uma nova tecnologia mais avançada, representada por uma nova função logística.

A previsão do comportamento futuro da evolução tecnológica pode ser realizada considerando que o futuro seguirá um padrão de evolução das inovações similar ao que foi observado no passado. A estimativa dos efeitos das tecnologias futuras permite ao tomador de decisão ter conhecimento dos possíveis efeitos das inovações, em operações de longo prazo. Alguns trabalhos relativos ao processo de previsão de evolução tecnológica utilizando modelos de desenvolvimento logístico foram desenvolvidos por Ayres (1969), Martino(1990), Higgins (1993).

De acordo com Nepomuceno et al (1999), o valor dos ganhos em eficiência tecnológica na exploração de petróleo em águas profundas podem ser expressos de quatro formas diferentes: 1) redução de custos de capital, 2) redução de custos operacionais, 3) aumento de produção e 4) crescimento das reservas provadas.

Os ganhos em eficiência e a conseqüente queda dos custos criam oportunidades em fronteiras tecnológicas inviáveis, quando utilizadas tecnologias em estágios inferiores de desenvolvimento. Nepomuceno et al (1999) e Suslick e Furtado (2002) mostram que a redução de custos fruto da melhora das tecnologias utilizadas para a perfuração em águas profundas tanto no Brasil, quanto no Golfo do México, levou a uma evolução no número acumulado de poços perfurados acima de 1000 metros de lâmina d'água no Brasil e acima de 762 metros no Golfo do México, ao longo dos anos. É possível observar na Figura (4.2),

que em ambas as regiões a evolução tecnológica segue o padrão de uma curva de utilidade logística.

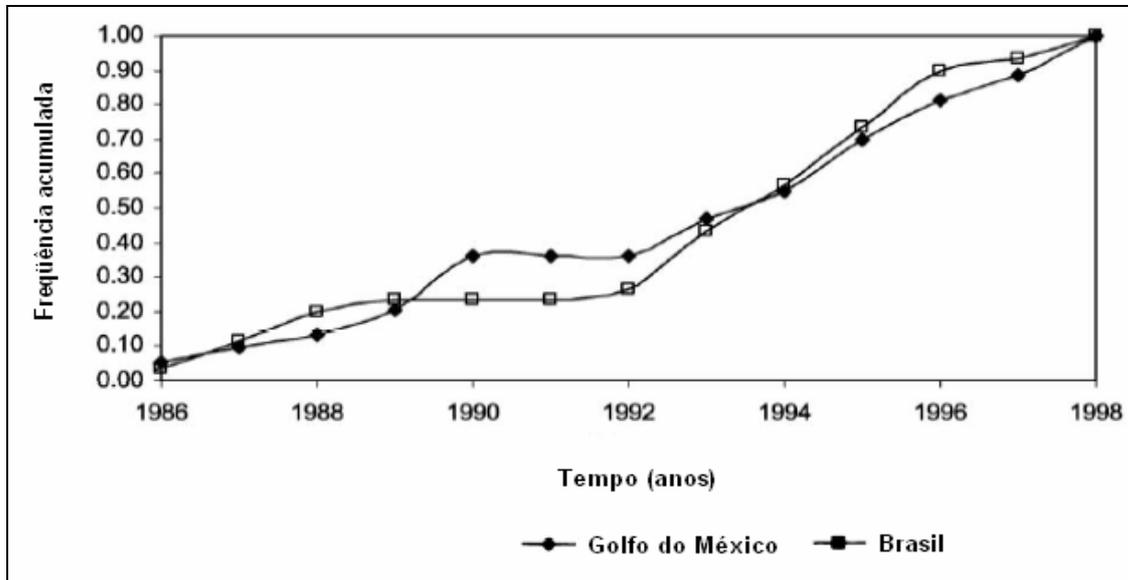


Figura 4.2 – Frequência acumulada de poços perfurados em águas profundas em Bacias do Brasil e Golfo do México (adaptado de Nepomuceno et al (1999))

Estudo empírico realizado por Oligney e Economides (1998), com base em dados de perfuração de poços, indicou que o avanço tecnológico pode ser modelado por uma função de utilidade logística. Foram utilizados dados de 1680 poços localizados em diferentes regiões (Estados Unidos, Venezuela, Canadá e Omã) e em todos obteve-se como resultado uma curva em formato de S para a evolução do processo tecnológico.

CAPÍTULO 5

MODELO ANALÍTICO PROPOSTO: PROCESSO DE EVOLUÇÃO TECNOLÓGICA ATRAVÉS DO PROCESSO DE POISSON

Grande parte das descobertas em águas profundas podem ser considerados ativos valiosos, se novas tecnologias tornarem-se disponíveis, para que seja possível transformar sucessos geológicos em projetos de desenvolvimento e produção com sucesso econômico. Porém, algumas questões permeiam os gerentes responsáveis pela realização de projetos deste tipo:

- 1) Como realizar a previsão em relação a avanços tecnológicos futuros, para que seja possível realizar a produção?
- 2) Como as companhias podem estimar os custos de desenvolvimento para os próximos 5 a 10 anos?
- 3) Com qual grau de certeza as novas tecnologias estarão disponíveis reduzindo custos de produção para este tipo de óleo?

O modelo proposto nessa tese aplica a teoria das opções reais para a valoração e auxílio na definição do momento ótimo para tomada de decisões em projetos de E&P em águas profundas, na qual a incerteza quanto à evolução do processo tecnológico é um ponto de intensa relevância. A incerteza quanto ao processo tecnológico, no presente modelo, resume-se ao que diz respeito às tecnologias relativas à exploração do óleo em águas profundas (elevação, escoamento, transporte, etc).

A primeira variável incerta é o preço do petróleo o qual flutua, ao longo do tempo, representado por um movimento geométrico Browniano. A segunda variável incerta é o impacto dos avanços de tecnologias de produção nos custos de produção que se comportam como um processo de Poisson. As suposições relativas à modelagem do comportamento dos preços do petróleo são baseadas em uma flutuação contínua ao longo do tempo. No caso da modelagem do surgimento de inovações tecnológicas, assume-se que os avanços ocorrem de forma discreta através de saltos que representam ganhos, os quais permitem que a firma venha a produzir com eficiência superior, reduzindo seus custos operacionais. Considera-se que os avanços futuros são exógenos à firma, isto é, a companhia não tem controle sobre o processo de evolução tecnológica da indústria.

5.1) Modelo proposto

A utilização de um modelo baseado na teoria das opções reais para avaliação econômica de campos em águas profundas requer algumas premissas básicas, que são apresentadas a seguir:

1 – Os valores dos preços futuros do óleo e de seus custos operacionais são incertos. i) O preço do óleo flutua diariamente, de acordo com a oferta e demanda em mercados *spots*, ii) Os impactos de inovações tecnológicas no OPEX são incertos, porém, supõe-se que quanto maior for o progresso, menor serão os custos operacionais.

2 – Com a presença de incertezas com relação ao futuro, o gerente necessita de flexibilidade para adaptar o projeto à uma possível nova realidade. Certamente, em muitos casos o tomador de decisão possui tais flexibilidades como escolha do melhor momento

para investir, opção de modificar insumos de produção e produtos finais do processo de produção e expansão da produção. O presente trabalho concentra-se na flexibilidade relacionada ao momento ótimo da decisão de investimento.

3 – A maior parte dos investimentos realizados por uma empresa de petróleo são irreversíveis.

O primeiro passo no desenvolvimento do modelo é selecionar a variável incerta, que segue um processo estocástico. No presente modelo trabalhou-se com dois tipos de incertezas. Porém, para tornar mais simples o desenvolvimento do modelo, as incertezas foram concentradas em uma única variável de comportamento aleatório, conhecida como a razão benefício - custo de um projeto, como se observa na equação (5.1). Segundo Stermole e Stermole (1993) tal indicador caracteriza-se por comparar os custos esperados de produção com os retornos totais esperados de um projeto de investimento. Na demonstração do modelo chama-se a razão Benefício-Custo de R , para simplificar o desenvolvimento do modelo.

$$R = \frac{B}{C} = \frac{\text{Valor Presente dos Benefícios Líquidos}}{\text{Valor Presente dos Custos}} \quad (5.1)$$

A razão benefício custo permite que a incerteza de mercado, governada por um MGB, seja refletida na porção benefícios do indicador, enquanto que os saltos do processo de Poisson, representando os ganhos em eficiência tecnológica, irão influenciar na porção custos da razão. Dessa forma, utilizou-se para modelar o comportamento aleatório de (R) , uma mistura de movimento geométrico browniano com processo de saltos, onde a variável (R) apresenta um comportamento contínuo ao longo do tempo de acordo com a oscilação dos preços, mas em alguns períodos seu valor pode sofrer saltos positivos em virtude das reduções de custos advindas de novas tecnologias. A equação (5.2) representa o processo estocástico do modelo.

$$d(R) = \alpha(R) dt + \sigma(R) dz - (R) dq, \quad (5.2)$$

onde, $\partial(\frac{B}{C})$ é a variação da razão benefício custo, α é a taxa de crescimento esperado para o valor de (R) , σ é o valor da volatilidade da razão custo-benefício, que é representada por

seu desvio padrão, ∂z é o incremento de Wiener e ∂q é o incremento (na verdade temos um salto) de Poisson. O valor de ∂q é definido da seguinte maneira:

$$dq = \begin{cases} 0, & \text{com probabilidade } 1-\lambda dt \\ \phi, & \text{com probabilidade } \lambda dt \end{cases}, \quad (5.3)$$

onde, λ é a taxa média de surgimento de uma inovação durante um intervalo de tempo dt , enquanto ϕ é o tamanho do salto de qualidade tecnológica, medido em % de evolução da eficiência. Portanto, durante um intervalo de tempo existe a probabilidade λ de ocorrer um progresso tecnológico, no qual a maior eficiência produtiva irá reduzir os custos operacionais em ϕ . Também há uma probabilidade $1-\lambda$ de não ocorrer nenhuma alteração no processo de evolução tecnológica.

Assume-se que o projeto estará operando, somente, quando seus benefícios forem superiores aos custos, já que em caso contrário o projeto não estará convertendo lucros ao investidor e as operações serão suspensas, temporariamente, sem custos, podendo ser retomadas, posteriormente, também sem custos, se os benefícios voltarem a ser maiores que os custos em virtude de oscilações em (R) , devido a flutuações do mercado, evoluções tecnológicas ou por ambos os motivos, gerando um fluxo de lucros para o projeto representado pelo indicador de lucro $\pi(R)$. A cada instante o lucro do projeto pode ser definido de acordo com (5.4):

$$\pi(R) = \max[(R), 0] \quad , \quad (5.4)$$

O objetivo final do modelo é a estimativa do valor da opção real de investir no projeto. Porém, antes é necessário definir o valor do projeto. A equação diferencial (5.5) define o valor do projeto, através de suas soluções. A equação da valoração do projeto é obtida usando os princípios de precificação de opções em tempo contínuo, demonstrado no capítulo 3, conhecido como Valoração por Análise de Contingência. Porém, neste modelo utiliza-se um ativo real e um processo estocástico diferente do MGB puro. A derivação completa da equação encontra-se no Anexo 1.

$$\frac{1}{2} \sigma^2 (R)^2 V''(R) + (r-\delta) (R) V'(R) - (\lambda-r) V (R) + \lambda [1+\phi] (R) = 0, \quad (5.5)$$

onde, $V''(R)$ e $V'(R)$ representam as derivadas de segunda e primeira ordem, r é a taxa de juros livre de risco e δ é a taxa de dividendos do projeto.

Foi assumido no modelo que dq é uma variável discreta aleatória de Poisson. Dessa forma, o tempo entre o surgimento de inovações segue uma distribuição exponencial com parâmetro λ , isto é, $f(T) = \lambda e^{-\lambda T}$, onde T é o tempo de espera para a ocorrência de uma inovação. O tempo médio esperado entre o surgimento de inovações é calculado de acordo com a equação (5.6).

$$E(T) = \int_0^{\infty} \lambda T e^{-\lambda T} dT = 1/\lambda \quad , \quad (5.6)$$

A solução para a equação (5.5) pode ser vista logo abaixo e esta é uma combinação linear das duas raízes da equação: β_1 e β_2 (verificar mais detalhes no anexo 1). O valor de β é encontrado após a solução numérica da equação (5.7), e normalmente, encontram-se uma raiz positiva e outra negativa. A equação (5.8), mostra a solução geral para (5.7).

$$\frac{1}{2} \sigma^2 \beta(\beta - 1) + (r - \delta) \beta - (\lambda - r) + \lambda [1 + \phi]^\beta = 0 \quad , \quad (5.7)$$

$$V(R) = K_1 (R)^{\beta_1} + K_2 (R)^{\beta_2} \quad , \quad (5.8)$$

A resolução da equação requer duas maneiras diferentes de serem resolvidas em virtude da existência de duas regiões distintas. A primeira região é quando $B > C$ e, portanto, o indicador (R) tem valor positivo. Quando isto ocorre significa que o projeto está operando e, conseqüentemente, temo um fluxo de lucros. A segunda área para onde a equação deve ser resolvida acontece nos momentos, nos quais os custos sobrepõem os benefícios, e a razão (R) torna-se negativa e o projeto é suspenso, cessando qualquer entrada de lucros. O termo $(R) (r/\delta)$, em (5.9), segue a definição de fluxo de lucros para a razão (R) . Se definirmos que $\delta = \mu - \alpha$, o valor presente esperado de B é $\int_0^{\infty} \lambda B e^{-\alpha t} e^{-\mu t} dt = \frac{B}{\delta}$, e o valor presente esperado dos custos operacionais é $\int_0^{\infty} C e^{-rt} dt = \frac{C}{r}$. Portanto, o indicador de fluxo de lucros pode ser definido como, $B/\delta / C/r = (R) (r/\delta)$. Para mais detalhes das equações abaixo, consultar o anexo 1.

$$V(R) = D_2 (R)^{\beta_2} + (R) \left(\frac{r}{\delta}\right) \quad , \quad \text{se } (R) > 1 \quad , \quad (5.9)$$

$$V(R) = K_1 (R)^{\beta_1} \quad , \text{ se } (R) < 1 \quad . \quad (5.10)$$

Pode-se observar que na região em que as operações estão suspensas ($B < C$), devido a baixos preços do petróleo ou altos custos operacionais, apesar de não existir nenhuma entrada de lucros, ainda assim, o projeto apresenta algum valor em razão da expectativa de que no futuro os preços de mercado voltarão a subir, fazendo com que os benefícios ultrapassem os valores dos custos e o projeto volte a ter lucros. No caso do projeto estar em operação, seu valor é definido pela soma do termo de fluxo de lucros com outro termo representando a opção de cessar o projeto, se a razão Benefício-Custo venha a se tornar inferior a 1.

As constantes K_1 e D_2 são determinadas através de considerações aplicáveis a região de fronteira entre as duas regiões, isto é, quando os valores dos benefícios e dos custos são iguais e o valor de (R) é 1. (maiores detalhes no anexo 1)

$$K_1 = \frac{-(r/\delta)(1-\beta_1)}{(\beta_1-\beta_2)} + \left(\frac{r}{\delta}\right) \quad , \quad (5.11)$$

$$D_2 = \frac{-(r/\delta)(1-\beta_1)}{(\beta_1-\beta_2)} \quad . \quad (5.12)$$

É possível notar que toda a valoração dos projetos depende, fortemente, de quatro parâmetros de entrada: volatilidade (σ), taxa de juros livre de risco (r), taxa média de surgimento de novas tecnologias (λ) e dimensão do progresso tecnológico (ϕ).

A partir da determinação do valor do projeto pode-se evoluir para a etapa seguinte e valorar o valor da opção real de investimento, além de ter a possibilidade de determinar o momento ótimo de investir. Da mesma forma que foi realizada para a valoração do projeto, também é obtida uma equação diferencial parcial, a partir da qual determinará os valores da opção de investimento, a qual é muito semelhante à equação (5.6). Utiliza-se a metodologia de valoração de ativos por contingência, derivada do mercado financeiro e adaptada para a valoração deste modelo de opções reais aplicada à indústria de petróleo. Os detalhes da resolução da equação (5.13), podem ser vistas no anexo 1.

$$\frac{1}{2}\sigma^2 (R)^2 F''(R) + (r-\delta) (R) F'(R) - (\lambda-r) F(R) + \lambda [1+\phi] (R) = 0 \quad . \quad (5.13)$$

A opção de investimento será realizada somente na região onde os benefícios são maiores do que os custos, pois não há motivos para incorrer em um custo de investimento irreversível, para que as operações fiquem suspensas.

$$F(R) = A_1(R^*)^{\beta_1} \quad , \quad (5.14)$$

onde $F(R)$ é o valor da opção e A_1 é uma constante definida por um sistema de equações, determinado com base nas condições de contorno para resolução da equação diferencial do valor da opção real de investimento utilizando a seguinte forma.

$$A_1(R)^{\beta_1} = D_2(R)^{\beta_2} + (R) \left(\frac{r}{\delta}\right) - I \quad , \quad (5.15)$$

$$\beta_1 A_1 (R)^{\beta_1 - 1} = D_2 \beta_2 (R)^{\beta_2 - 1} + \left(\frac{r}{\delta}\right) \quad . \quad (5.16)$$

A solução das equações (5.15) e (5.16) define a regra para tomada de decisão em projetos, considerando-se a incerteza em (R) , para o caso no qual a razão esteja acima de 1 e com o projeto em operação. Este modelo será utilizado para estimar o momento ótimo, ao longo do tempo, para a realização do investimento, isto é, quando o retorno acima da quantidade investida, estiver em seu nível máximo. A razão ótima é obtida usando a equação (5.17), que pode ser resolvida numericamente.

$$\frac{D_2}{(B/C^*)} (R^*)^{\beta_2} (\beta_1 - \beta_2) + \left(\frac{r}{\delta}\right) (\beta_1 - 1) - \frac{\beta_1 I}{(B/C^*)} = 0 \quad . \quad (5.17)$$

O modelo apresentado nesta seção segue alguns passos básicos semelhantes em sua aplicação, como pode ser observado. O modelo inicia com a definição de sua variável incerta ou estocástica, que no caso é a razão (R) . Define-se o valor esperado do indicador no fluxo de caixa do projeto selecionado para avaliação. Em um segundo momento são estimados os parâmetros de mercado e tecnológicos, para que estes em um terceiro passo, sejam utilizados na estimativa do valor real do projeto. Finalmente, utilizando o valor do projeto e os parâmetros estimados como entradas para o modelo, calcula-se o valor da opção, valor ótimo do indicador financeiro para realizar o investimento e o tempo que seria ótimo aguardar até investir. Para facilitar a compreensão os passos estão resumidos na Figura 5.1.

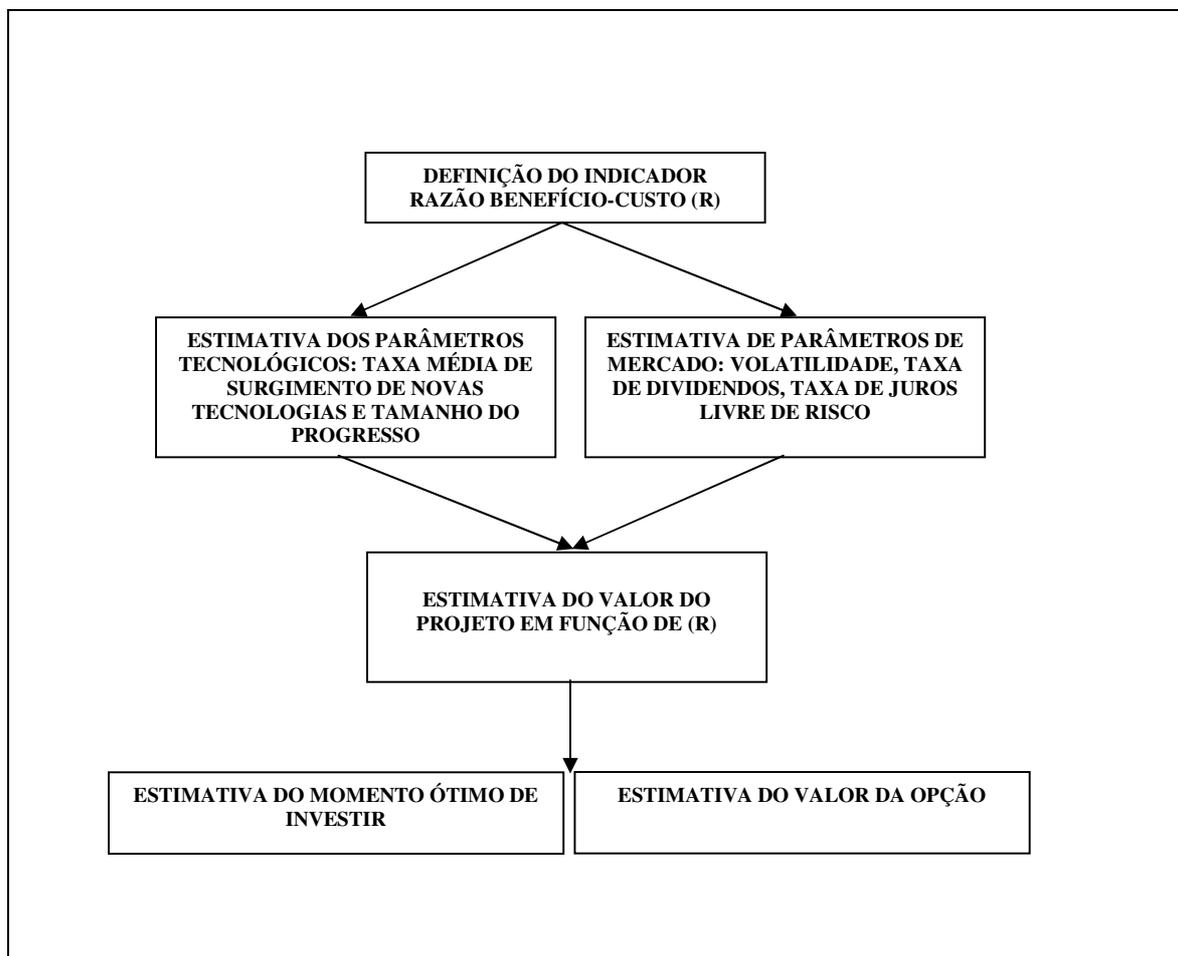


Figura 5.1 : Etapas do modelo 1

5.2) Projeto e Cenários Tecnológicos simulados

O modelo de tomada de decisão foi aplicado a um projeto de E&P localizado em águas profundas. A aplicação possui características similares a um caso real de descobertas recentes nas Bacias de Campos e Espírito Santo. As características econômicas e geológicas do projeto podem ser vistas na Tabela 5.1. A produção inclui 7 poços de produção e 7 de injeção, e apresenta um fator de recuperação de 16%.

Tabela 5.1: Características do projeto

VOIP(MM bbl)	800,00
°API	15
CAPEX (MMUS\$)	780,0
OPEX (MMUS\$)	829,70
Reserva (MM bbl)	132,80
Preço Spot (US\$ / bbl)	35,00
Taxa de desconto (% a.a)	12,00

O valor esperado da razão benefício-custo foi estimado com base no fluxo de caixa (Anexo 2) gerado, utilizando a curva de produção determinada pela simulação numérica e considerando os parâmetros econômicos estipulados. A seguir, são apresentados como foram estimados os parâmetros benefícios e custos para o valor do indicador esperado.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \text{Custos} = \text{Custos Operacionais} \\
 \text{Benefícios} = (\text{Receita} - \text{Opex} - \text{Capex} - \text{GT} + \text{depreciação}) (1-T) + \text{depreciação}, \\
 \text{onde:} \\
 \text{GT (Government take)} = \text{Royalties} + \text{aluguel de área} + \text{Contribuições Sociais} \\
 \text{T} = \text{Imposto de Renda}
 \end{array} \right. \quad (5.18)$$

Os valores esperados descontados do projeto para benefícios, custos, e indicador (R) são:

$$E(B) = \text{US\$ } 792,20 \text{ Milhões}$$

$$E(C) = \text{US\$ } 289,85 \text{ Milhões}$$

$$E(R) = 2,73$$

A razão benefício-custo é um indicador unitário, isto é, ao dividir o total dos benefícios pelos custos operacionais obtém-se um valor global do indicador para cada barril produzido. Como se trabalhou com um valor unitário para a variável estocástica (R) é necessário que se faça o mesmo com o nível de investimento, isto é, transformando-o em um indicador de investimento por barril, o qual chamamos de (I / Produção). Para uma produção de 132,8 milhões de barris e um Capex descontado de US\$ 691,5 milhões, tem-se um investimento por barril (I / Prod) de 5,21 US\$/bbl.

A estimativa da volatilidade é crítica, pois depende do período analisado e do ajuste à inflação da série temporal. Considerando uma série histórica longa dos preços do petróleo, Pindyck (1999) e Lima e Suslick (2005) definem que a volatilidade anual do preço da *commodity* localiza-se em um intervalo entre 15% e 20%. Em decorrência do patamar atual de preços, assumiu-se que a volatilidade está em 20%.

Em projetos de exploração e produção de petróleo, a taxa de dividendos refere-se ao fluxo de caixa do projeto e pode ser definido como o custo de oportunidade de não explorar o óleo, deixando-o estocado no subsolo. Segue-se a metodologia estabelecida por Lima (2004), a taxa de dividendos do projeto (δ), onde este é estimado pelo fluxo de caixa do projeto, no qual a taxa de dividendo anual é estipulada como sendo a porcentagem do fluxo de caixa no período (no caso, ano 1, ano 2) em relação ao valor total esperado do projeto, ao final de sua vida útil. A partir do valor anual é possível estipular a média das taxas de dividendos anuais do projeto e utilizá-la no modelo de valoração. Os dividendos anuais do presente projeto estão resumidos na Tabela 5.2. O valor utilizado para o projeto para δ foi de 4,76%

Tabela 5.2: Taxa de dividendos do projeto

Ano do projeto	Taxa de dividendos(δ) (% a.a)
1	0,00
2	0,00
3	1,89
4	11,20
5	9,02
6	7,61
7	6,72
8	5,96
9	8,13
10	11,06
11	7,63
12	5,50
13	4,25
14	3,46
15	2,88
16	3,47
17	4,21
18	2,77
19	1,94
20	1,36
21	0,94
Média	4,76

A taxa de juros livre de risco assumida para a aplicação do modelo foi a taxa paga pelos títulos do governo americano de longo prazo. A taxa de juros considerada foi de 5% a.a.

Os dados referentes aos parâmetros tecnológicos, taxa média de surgimento de novas tecnologias(λ) e tamanho do progresso tecnológico (ϕ), são de difícil mensuração e não foi possível obter tais dados sobre tecnologias específicas relacionadas à produção em águas profundas. Sendo assim, foram propostos três cenários para a aplicação do modelo com o objetivo de comparar as diferenças entre eles.

No primeiro caso, procurou-se simular um cenário com pequenas melhorias na eficiência tecnológica, reduzindo o Opex a uma taxa mais baixa, porém com uma expectativa de surgimento de inovações frequentes. O terceiro caso representa um cenário mais próximo de uma mudança de paradigma tecnológico ou de uma revolução

tecnológica, onde os ganhos em eficiência são significativos, mas com o aparecimento de novas tecnologias sendo pouco frequentes. O caso 2 é um meio termo entre os dois casos extremos. A Tabela 5.3 resume os parâmetros tecnológicos utilizados nos 3 casos.

Tabela 5.3: Cenários tecnológico

Cenário Tecnológico	Tempo Esperado de uma Inovação (anos)	Taxa Média de Surgimento	Tamanho do Progresso
Caso 1	2	50,0%	3%
Caso 2	7	14,3%	12%
Caso 3	10	10,0%	20%

5.3 – Resultados da aplicação do modelo nos cenários simulados

Os dados de entrada dos parâmetros da Tabela 5.1 mostram que para cada unidade monetária, no caso dólar, de custo, tem-se um retorno de 2,73 em benefícios. Porém, se utilizarmos a equação (5.10) na determinação do valor do projeto, seu valor revela-se como sendo de \$ 3.40 de benefícios para cada dólar de custo.

Por que o valor do projeto com valor corrente de $(R) = 2,73$, sobe para 3,40? Esse acréscimo no valor do indicador ocorre em virtude da presença dos parâmetros de entrada econômicos e tecnológicos no cálculo do valor do projeto, em função do indicador, especialmente a volatilidade dos preços do petróleo. Isto implica que o valor real do projeto é superior à estimativa corrente, pois como o futuro é incerto existe a possibilidade de que haja um aumento nos preços do petróleo e, conseqüentemente, nos benefícios ou que surja uma inovação tecnológica, reduzindo custos operacionais. Há também a possibilidade de diminuição do preço, com a flexibilidade permitindo gerenciar melhor o processo, caso ocorresse o contrário ao observado.

Uma análise de sensibilidade do valor do projeto ($V((R))$), com o valor estimado sem considerar os parâmetros econômicos e tecnológicos ((R)), é mostrada na Figura 5.2. Nota-se que há um crescimento linear do valor real do projeto com sua estimativa corrente. A título de ilustração, se considerarmos um valor corrente extremo para o indicador, com

sendo 25, temos que seu valor utilizando o modelo proposto se situaria um pouco acima de 30.

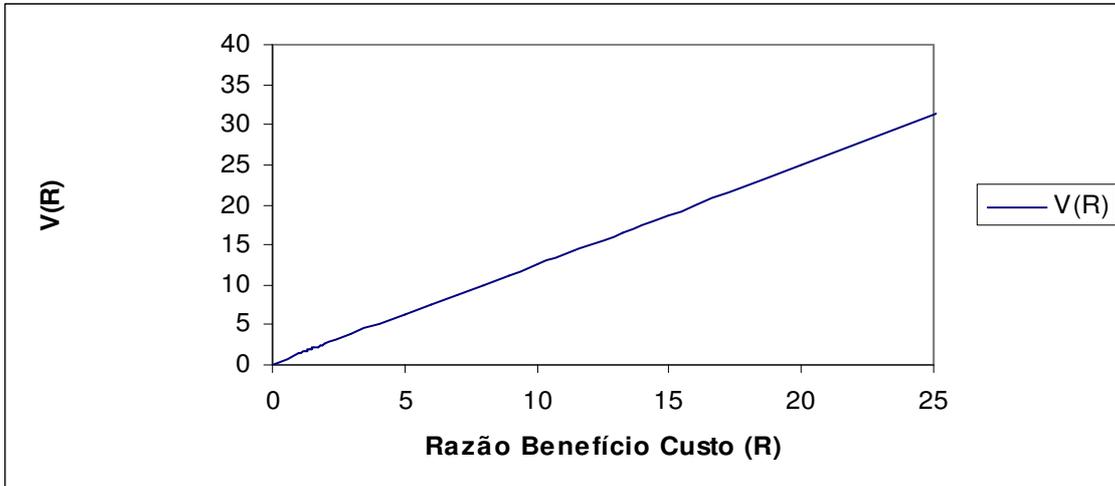


Figura 5.2: Análise de sensibilidade $V(R)$ x (R) entre a razão 0 e 25

Acontece que se reduzimos a escala horizontal da Figura 5.2, pode-se dividir os valores de projeto em duas regiões distintas, uma primeira na qual o indicador é menor que 1 e a segunda região onde o mesmo tem valores superiores a unidade, como ilustrado na Figura 5.3.

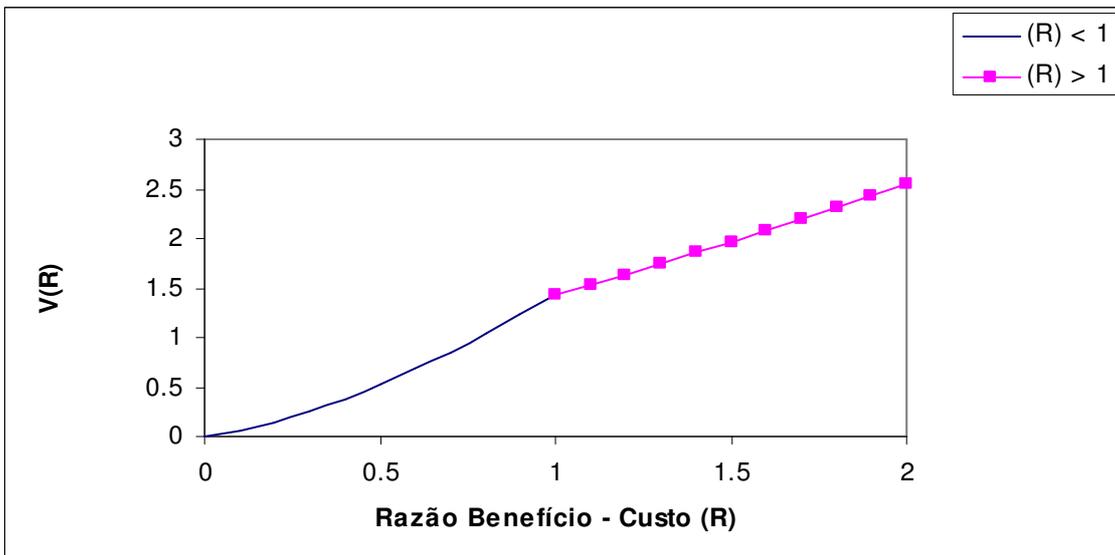


Figura 5.3: Análise de sensibilidade $V(R)$ x (R) entre razão 0 e 2

Se (R) for inferior a um, os benefícios são menores que os custos, e os lucros serão negativos. De acordo com os critérios tradicionais de avaliação econômica, o valor do projeto seria negativo. Porém, podemos observar na Figura 5.3 que o projeto tem valor positivo mesmo que os custos sejam superiores aos benefícios. Isto acontece, pois com os custos sendo maiores, o projeto estará inativo e seu valor depende da expectativa sobre o crescimento da razão benefício-custo no futuro, o que pode vir a ocorrer caso tenhamos incrementos positivos nos preços de mercado ou o aparecimento de novas tecnologias. O modelo considera que o analista possui a flexibilidade de suspensão do projeto em caso de condições insatisfatórias. Na porção (R) superior ao valor unitário, a intensidade do crescimento (linear) é maior que com $(R) < 1$ de crescimento não linear, em virtude da presença de um fluxo de lucros somado a opção de suspensão das atividades.

Após a análise do valor do projeto, podemos estudar o valor da opção de investimento e definição do momento ótimo de investir no projeto considerando as duas fontes de incerteza do modelo.

No caso de benefícios superiores aos custos, o VPL em função de B/C é positivo e a decisão ótima é investir imediatamente. Se os benefícios forem inferiores aos custos a decisão é não investir. Acontece que está é uma visão estática de analisar o investimento, que ignora os componentes do fluxo de caixa que possuem um comportamento dinâmico, ao longo do tempo. Para o projeto em análise, utilizando a visão tradicional de avaliação econômica, este seria rejeitado, pois tem-se o valor do investimento por barril (5,21) superior ao seu (R) corrente.

Portanto, como consideramos que os preços do petróleo, assim como os custos operacionais são incertos, usamos então a equação (5.15) para estimar o valor total da opção de investir agora ou sob melhores condições, em algum período adiante.

Utilizando os mesmos parâmetros da etapa de valoração dos projeto tem-se que o valor do retorno do investimento, em função de (R) , no momento ótimo é de 11,31 (analisando o caso 1), estando longe de ser rejeitado. Qual a explicação para tal diferença em relação a metodologia tradicional que apresenta valores e que rejeita decisão de realização do investimento? A diferença ocorre, novamente, em razão da incerteza dos preços e do processo tecnológico. O valor corrente do projeto é baseado em uma visão

estática na previsão do fluxo de caixa, mas não captura o valor real do projeto, que é dependente das oscilações das variáveis preço e custo.

A Figura 5.4 apresenta os gráficos clássicos de análise do valor das opções reais. Considera-se que o valor do projeto leve em contas os parâmetros deste modelo. A análise é realizada para os 3 casos de parâmetros tecnológicos, explicitados na seção anterior. É possível verificar que o valor do projeto (linha reta do VPL), terá sempre um valor negativo para o projeto (eixo vertical). Pode-se notar também, que para valores de $(R) > 1$, o valor do VPL em função do indicador crescerá linearmente, a partir do valor negativo até atingir o ponto de gatilho do investimento ($VPL = 0$) e depois cresce com valores positivos.

Quando (R) atinge o valor de 4,16, o valor do projeto é zero, porém a opção de investir não é zero, como podemos observar no espaço as duas curvas, pois a empresa pode preferir investir mais adiante. Pode-se verificar também, que o valor da opção jamais será negativo, variando de zero a infinito. Se a empresa decidir investir no futuro, qual será o momento ótimo de (R)

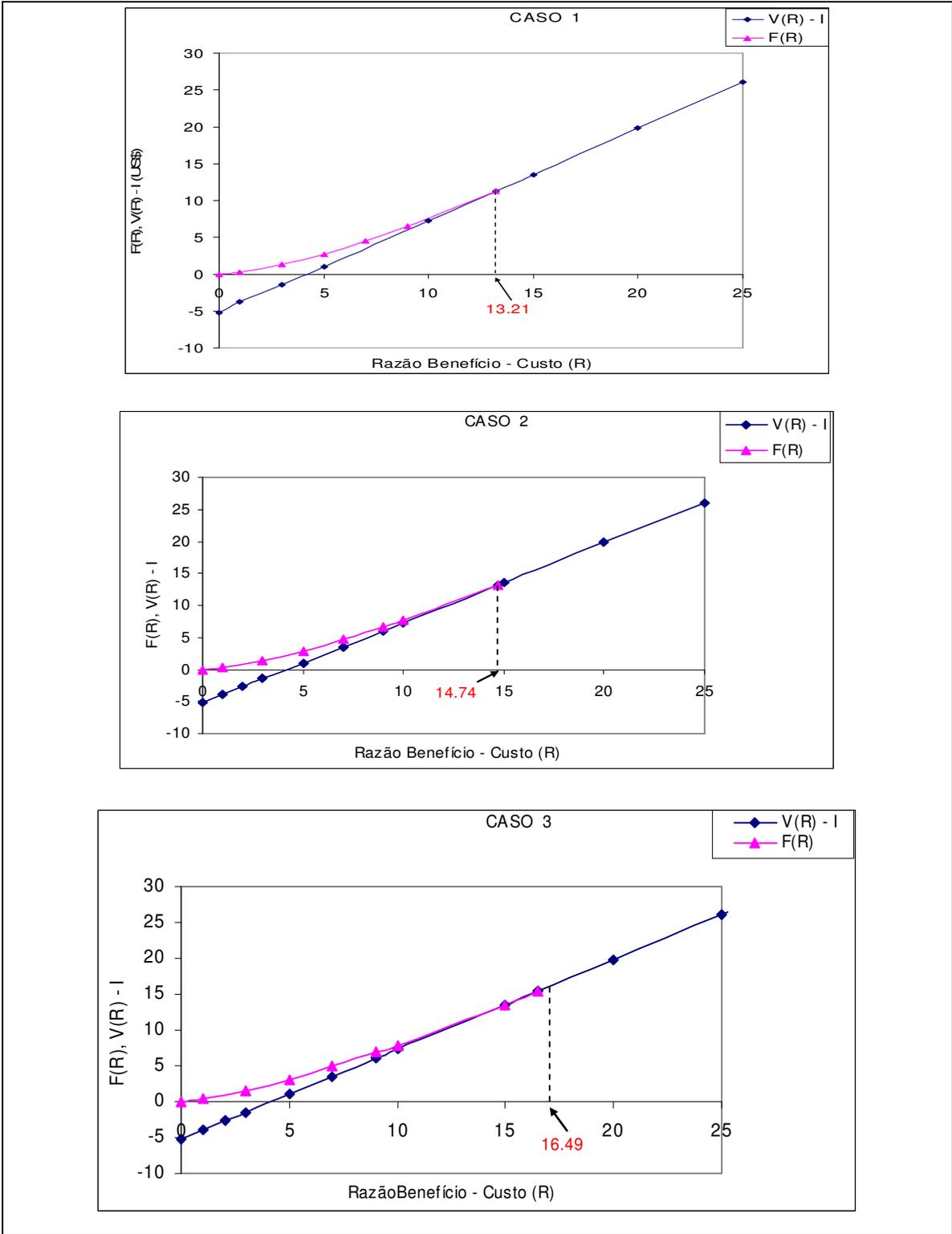


Figura 5.4: Opções Reais em função de (R) para os três cenários

Fazendo-se uso da equação (5.17), o ponto de gatilho (R) para o primeiro caso é uma razão de 13,21. Se observarmos a Figura 5.4, a razão (R) atinge o valor crítico no momento em que o valor da opção do valor de investir e seu VPL (V(R)-I) tem o mesmo valor e se tangenciam, obedecendo as condições de parada ótima e de alto contato. Este é o momento ótimo de investimento, pois se trata do único momento onde VPL e as opções terão os mesmos valores. Se o investimento não for realizado, a curva de opção real continuará crescendo exponencialmente e jamais se atingirá um ponto ótimo para investir com valores sempre maiores que $V(R) - I$, ou seja, não se investirá jamais.

Os pontos anteriores ao momento ótimo (ponto de gatilho) mostram valores em que a opção, representados na curva $F(R)$ apresenta valores superiores aos observado pela metodologia tradicional (reta azul). É possível observar um espaço no formato de uma cunha entre as duas curvas, representando o valor da flexibilidade que o gerente possui em suspender ou ativar o projeto de acordo com as melhores condições para realização do investimento. Portanto se o investimento for realizado antes do momento ótimo o valor da flexibilidade estará sendo excluído da avaliação econômica e o projeto, possivelmente, sendo sub-avaliado.

Pode-se observar que a metodologia das opções reais não elimina a metodologia tradicional. Pelo contrário, esta é parte relevante da análise, na medida em que a reta $V(R) - I$, representa o VPL do projeto em função da razão B/C , levando em conta que o projeto tenha sido calculado utilizando os parâmetros tecnológicos e econômicos. As opções reais podem ser consideradas um VPL expandido, onde se incorpora ao valor do projeto a flexibilidade gerencial existente em um projeto.

Nos casos 2 e 3, o ponto crítico para investir é maior, se compararmos ao primeiro caso, com o indicador ótimo para o investimento sendo 14,74 e 16,49, respectivamente. O custo de oportunidade de se investir é superior em casos nos quais o ambiente tecnológico tem uma evolução esperada de prazo mais longo e maior eficiência.

Outra questão relevante do modelo é a possibilidade de estimar, quando seria o tempo ótimo de investimento, ou seja, até quando se deve esperar até que o indicador atinja $(R)^*$. A estimativa pode ser realizada fazendo-se simulações de Monte Carlo, simulando

possíveis trajetórias futuras de (R). A título de exemplo utilizaremos algumas trajetórias simuladas do indicador para o caso1, as quais podemos verificar na Figura 5.5.

De acordo com a primeira trajetória, o valor crítico do indicador (13,21) será alcançado em 11 anos. A segunda trajetória nos mostra que o ponto de gatilho para o investimento ocorrerá em 15 anos, enquanto que a terceira trajetória expõe que o ponto ótimo de investimento será atingido um ano após a segunda opção de cenário para (R). Ressaltando, novamente, que tais trajetórias têm o objetivo apenas de exemplificar uma possível função do modelo. Uma determinação mais precisa do momento de investimento deverá ser composta por simulações de Monte Carlo mais detalhadas, como maior número de iterações, o que não é o foco principal desta tese.

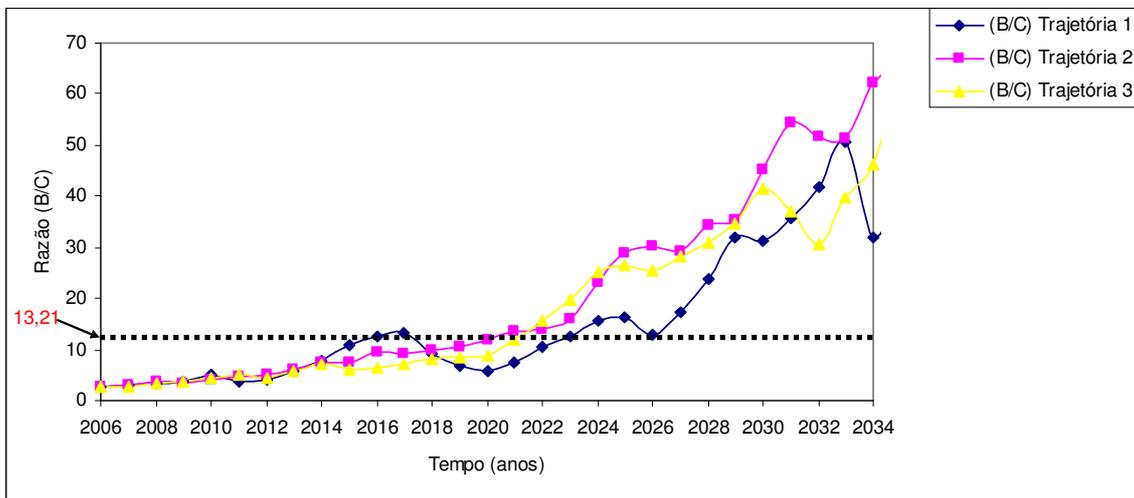


Figura 5.5: Definição do *Timing* do investimento

A Tabela 5.4 apresenta as principais diferenças entre o primeiro modelo, e a avaliação realizada com a metodologia tradicional. A Tabela utiliza os valores obtidos na avaliação do cenário tecnológico 1, na discussão das diferenças entre metodologias. O estudo de caso realizado em seções adiantes, assim como os outros dois cenários tecnológicos apresentam resultados similares. A diferença entre os dois pontos de gatilhos representa o quanto o projeto estará sendo sub-otimizado caso a decisão de investir seja tomada antes do momento ótimo.

Tabela 5.4: Modelo de Opções Reais x Metodologia tradicional (VPL) - Modelo 1

R	Valor da Opção (R nominal / descontado)	VPL em função da razão B/C	Ponto de gatilho da opção	Ponto de gatilho do V(R) - I
2,73	11,31 / 2,37	- 1,76	13,21	4,16

5.4) Análises de sensibilidades

A sensibilidade dos valores das opções e do valor ótimo da razão (R) é verificada em relação as variáveis tecnológicas (λ , Φ). A figura 5.6 apresenta o comportamento dos valores nominais de investimento ótimo da razão benefício-custo, de acordo com variações no tamanho da inovação e na redução dos custos operacionais. Na análise considera-se que o tempo esperado para o surgimento de uma inovação seria de 10 anos. Observa-se que com níveis de inovações superiores, os valores da opção de investir, assim como o valor ótimo da razão e, conseqüentemente, um tempo de espera para realização do investimento superior. Tal fato ocorre, pois uma expectativa futura de inovações superiores acarreta em um aumento do valor da opção de esperar, já que os custos operacionais serão cada vez menores, quanto maior a inovação, tornando favorável à espera.

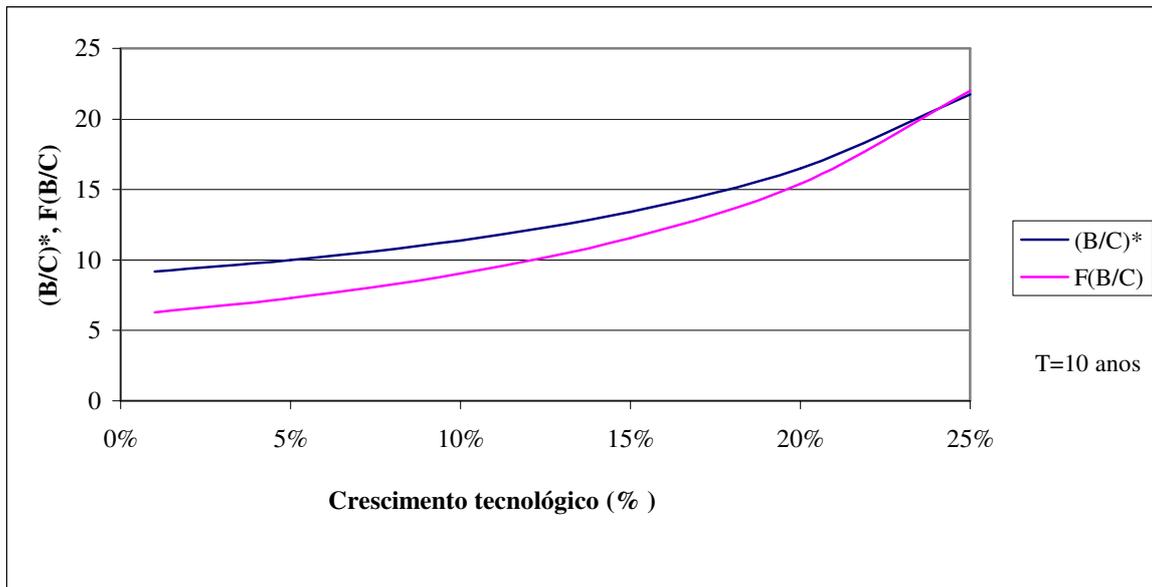


Figura 5.6 – Sensibilidade de $(R)^*$ e $F(R)$ em relação ao tamanho do crescimento tecnológico

A figura 5.7, mostra que a sensibilidade de (R) ótimo e do valor da opção versus o tempo para o surgimento de uma inovação, tem um comportamento contrário à análise anterior. Considerando que o crescimento tecnológico esteja fixado em 10%, verifica-se que, quanto menor for o tempo esperado para o surgimento de uma inovação, maior será tanto o valor da opção, quanto o valor ótimo de investimento. Na medida em que a expectativa de surgimento de uma inovação se afasta do momento de tomada de decisão, o adiamento do investimento torna-se cada vez menos rentável, pois o investidor irá preferir que uma tecnologia surja o quanto antes, reduzindo o valor de espera.

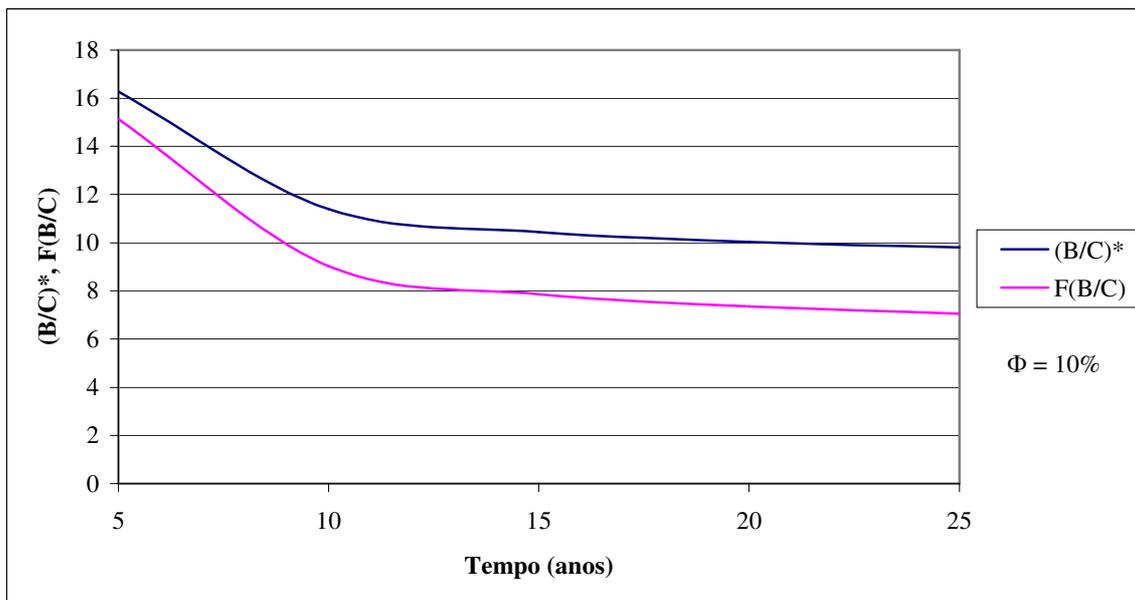


Figura 5.7 – Sensibilidade de $(R)^*$ e $F(R)$ em relação ao intervalo de tempo entre inovações

O valor da opção de esperar o melhor momento de investir também apresenta sensibilidade às variáveis econômicas do modelo. Pode ser analisado, na figura 5.8, comparando as duas curvas de níveis de risco de mercado, que uma maior volatilidade do mercado eleva o valor da opção de adiamento do investimento, tanto para valores superiores de crescimento tecnológico, quanto para menores tempos esperados entre o surgimento de inovações. A variável se comporta desta forma, pelo fato de que com uma volatilidade superior o tomador de decisão tem a expectativa de que os preços do petróleo e, conseqüentemente, a razão (R) , possam se tornar mais elevados no futuro, tornando o investimento mais lucrativo.

Observando as análises de sensibilidades das variáveis tecnológicas e da volatilidade em relação ao valor da opção de adiar o investimento a espera de condições econômicas e tecnológicas superiores, é possível observar que o modelo apresenta uma limitação para valores altos de crescimento tecnológico e volatilidade, assim como para intervalos de surgimento de inovações muito baixos.

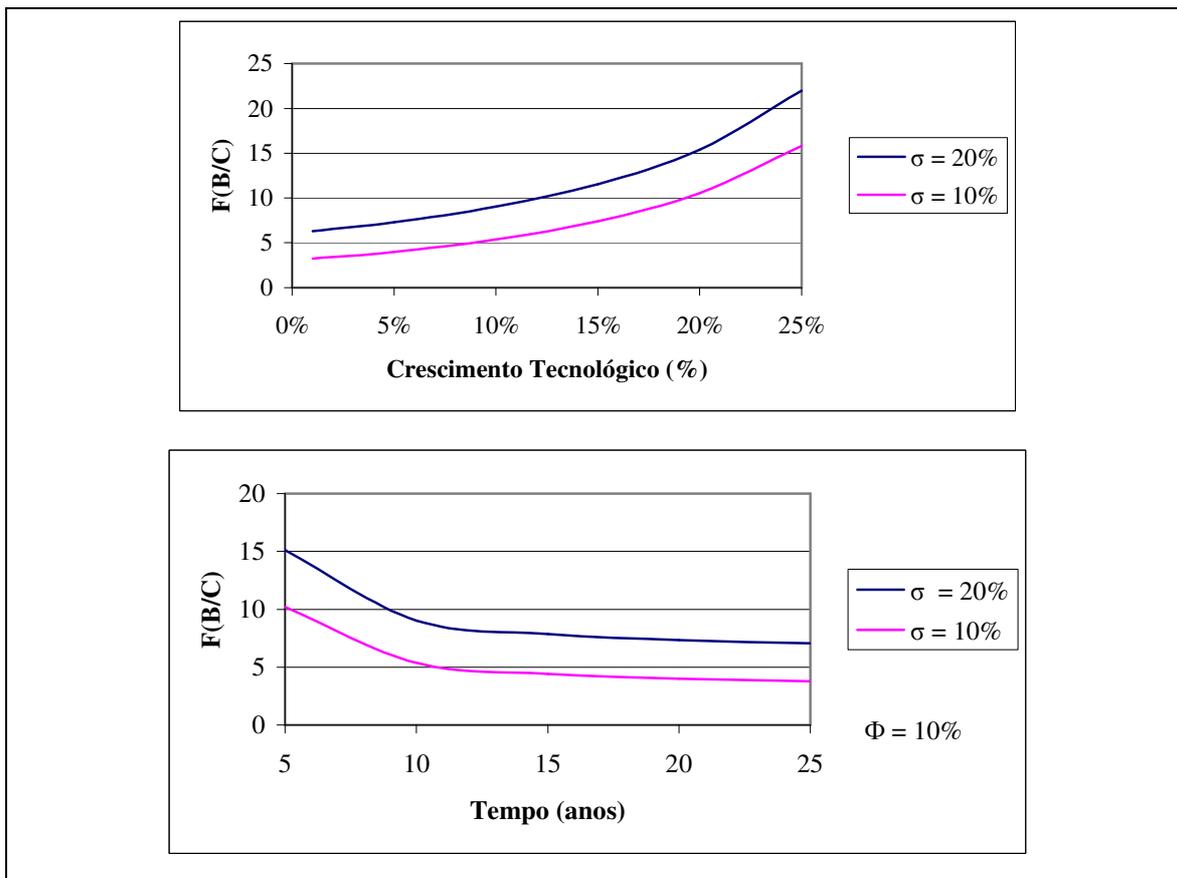


Figura 5.8 – Sensibilidades de F(R) em relação as volatilidades

Observando a figura 5.8, tem-se que taxas de inovações cada vez maiores, levam a um crescimento exponencial do valor da opção de investir e de sua respectiva razão ótima. O modelo analítico aqui apresentado considera que, quando o crescimento tecnológico apresentar valores altos, o tomador de decisão irá preferir esperar sempre por inovações futuras, levando a períodos de adiamentos de investimentos bastante altos, já que haveriam sempre expectativas de grandes inovações no futuro. De forma similar, quando se apresentam intervalos de surgimento de inovações pequenos, a probabilidade de aparecimento de uma melhoria tecnológica torna-se elevada, levando ao adiamento do projeto para futuros distantes, pois há a expectativa de que inovações (com tamanho fixo) estarão ocorrendo em todos os períodos.

Como foi mencionado, anteriormente, o ponto ótimo de investimento no modelo analítico, ocorre quando o valor da opção é igual ao valor do projeto menos o investimento e quando a curva do valor das opções reais tangencia a curva que determina o valor do projeto. Nesses casos, tal ponto ocorrerá somente com valores de opções muito altos.

Portanto, o modelo funciona dentro de limites de crescimento tecnológicos, taxas de surgimento de inovações e volatilidades de mercado. O modelo apresentado no capítulo seguinte tratará a incerteza tecnológica de forma diferenciada, mostrando que a metodologia utilizada permite um melhor tratamento dessas limitações do modelo analítico desenvolvido neste capítulo.

5.5) Dados utilizados nos estudos de caso

O modelo desenvolvido em seções anteriores e o segundo modelo, que será desenvolvido no próximo capítulo, foram aplicados a estudos de casos com dados obtidos relacionados a campos de águas profundas na costa do Brasil e do Golfo do México. Os dados utilizados nestas aplicações são detalhados nesta presente seção.

Os dados utilizados nas aplicações realizadas para os estudos de caso dos modelos desenvolvidos neste item, foram coletados em bases de dados da ANP no caso das bacias brasileiras, e em base de dados do *Mineral Management Services* (MMS), para o desenvolvimento dos exemplos considerando perfurações em águas profundas do Golfo do México.

Foram analisados dados referentes às profundidades dos poços perfurados nessas regiões. Para efeitos da aplicação desses dados nos modelos, selecionaram-se os poços perfurados em águas profundas, acima de 400 metros de lâmina d'água, com o objetivo de através destes dados realizar uma estimativa do comportamento dos processos de evolução tecnológicas em águas profundas.

No caso do primeiro modelo apresentado em seções anteriores, os dados foram utilizados na estimativa dos parâmetros tecnológicos como dados de entradas do modelo. No caso do segundo modelo, apresentado no capítulo seguinte, os dados foram utilizados na estimativa de uma função representativa da evolução tecnológica. Utilizaram-se tais dados, também na estimativa das volatilidades tecnológicas e taxas de crescimento, os quais serviram como dados de entrada para simulações de Monte Carlo realizadas para o segundo modelo. Essas estimativas estão mais detalhadas, no capítulo seguinte.

As figuras 5.9 e 5.10 apontam as freqüências das profundidades dos poços perfurados em ambas as regiões no período analisado. Dividiram-se os poços em classes de valores de profundidades apontando a distribuição dos poços perfurados em águas profundas. Os dados abrangem aos poços perfurados em águas profundas até 1998, em bacias marítimas brasileiras e, até 1999 em bacias localizadas no Golfo do México. Apesar de não terem sido utilizados dados mais atualizados, os poços perfurados até essas datas representam com proximidade a capacidade tecnológica máxima para águas profundas, as quais atualmente encontram-se em torno de 2700 metros nas bacias brasileiras, e pouco acima de 3000 metros no Golfo do México.

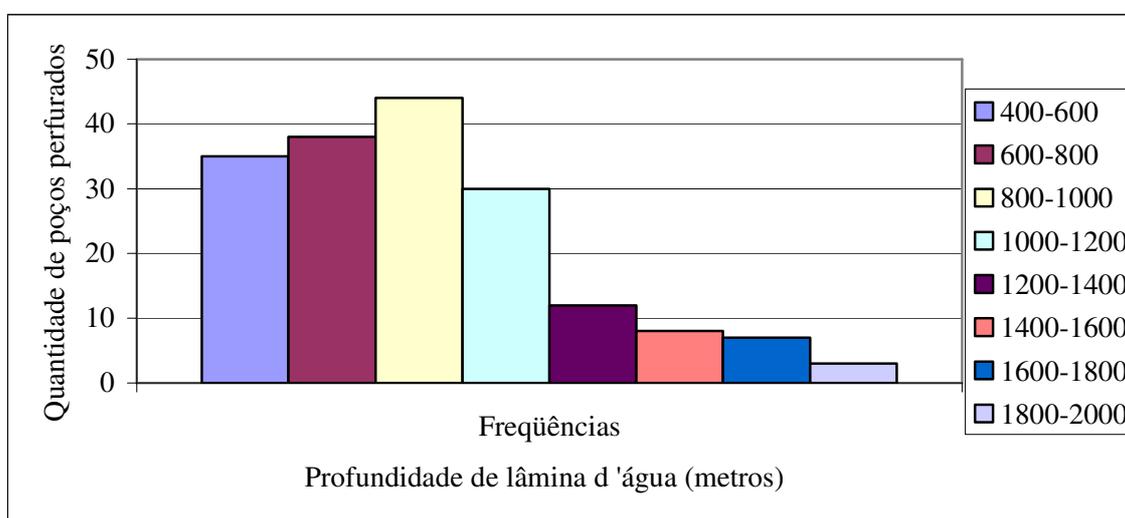


Figura 5.9 – Histograma de dados de poços perfurados em águas profundas no Brasil

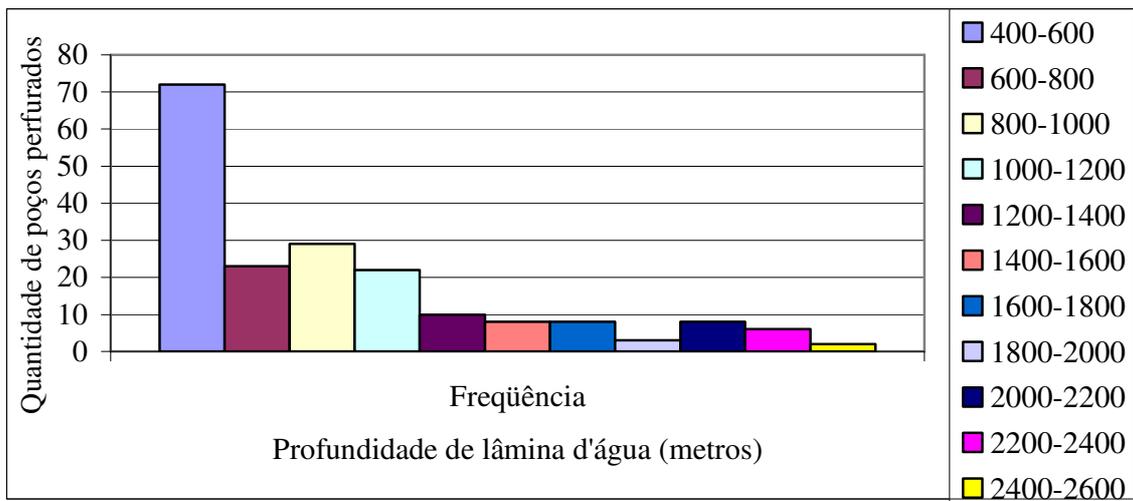


Figura 5.10 – Histograma de dados de poços perfurados em águas profundas no Golfo do México

5.6) Estudo de caso utilizando dados de perfuração em águas profundas no costa Brasil e Golfo do México

Os dados utilizados para a definição das variáveis tecnológicas nos exemplos, dizem respeito à evolução das profundidades dos poços ao longo do período analisado (1983-1998 para o Golfo do México e no período 1984-1998 no caso brasileiro). Em cada um dos casos estimou-se a profundidade de lâmina d'água dos poços no último ano da análise (T) e também destas no ano inicial (t_0).

O modelo tem como objetivo definir o momento ótimo de investimento no futuro e seu respectivo valor de opção de adiar o investimento. Porém, os dados utilizados são de dados do passado. Para efeito dos exemplos desta tese, considerou-se que o referido projeto teria seu momento de tomada de decisão em t_0 , de acordo com os períodos dos dados estimados para cada caso.

Definiu-se como evolução tecnológica do período a diferença a profundidade alcançada no final do período analisado e a mesma no primeiro ano da análise e calculou-se o crescimento médio para cada ano do período analisado, dividindo a evolução total pelo número de anos. A variável de tamanho da evolução tecnológica (Φ) foi definida como a

porcentagem que o crescimento médio representa para a evolução total do período. Dessa forma, o tempo de análise foi definido como um ano. Os dados estimados podem ser vistos na Tabela 5.4. No caso de perfuração de poços em águas profundas no Golfo do México, estimou-se um crescimento anual em torno de 6% ao ano, enquanto que para o Brasil obteve-se uma taxa de crescimento tecnológico anual levemente superior, no valor de 7%.

Tabela 5.5 – Dados tecnológicos de águas profundas no Brasil e Golfo do México

	Golfo do México	Brasil
Profundidade em T (m)	2322	1816
Profundidade em t_0 (m)	441	405,38
Evolução Tecnológica (m)	1881	1410,62
Crescimento anual médio (m)	125,40	100,76
Tamanho da evolução tecnológica (%)	6%	7%

Os dados econômicos da Tabela 5.1, em conjunto com os dados tecnológicos estimados na Tabela 5.5 para águas profundas nas duas regiões, são utilizados como dados de entrada no modelo. Se o projeto for avaliado pela metodologia tradicional, considerando que seja desenvolvido em qualquer uma das regiões, teríamos uma decisão de não desenvolvimento, pois $V(R) - I$ apresenta um valor negativo para o valor da razão Benefício – Custo determinística (2,73). Tal fato pode ser visto na Tabela 5.6.

A estimativa do momento ótimo de investimento, consiste em, inicialmente, definir os valores nominais da razão ótima de investimento e de seu respectivo valor de opção de adiamento. Ressalta-se, novamente, que tais valores são definidos como o ponto em que $V(R) - I$ é igual ao valor da opção, $F(R)$. Analisando a Tabela 5.6 vemos que isto ocorre quando o valor nominal da razão ótima é de 302 e o valor da opção é de 372,29, para o caso do Brasil. No caso do Golfo do México os valores nominais de $(R)^*$ e $F(R)$ são 250 e 307,29, respectivamente.

Tabela 5.6 – Valores nominais de gatilho de investimento

	Brasil				Golfo do México	
R	V(R) - I	F(R)		R	V(R) - I	F(R)
0	-5,21	0		0	-5,21	0
2,73	-1,80	3,11		2,73	-1,80	3,15
25	26,04	29,76		25	26,04	29,55
50	57,29	60,10		50	57,29	59,80
100	119,79	121,38		100	119,79	121,02
150	182,29	183,11		150	182,29	182,78
200	244,79	245,13		200	244,79	244,90
250	307,29	307,37		250	307,29	307,29
302	372,29	372,29		300	369,79	369,89

Depois de estimados os valores ótimos de investimento e o respectivo valor de opção real, é necessário realizar a estimativa do momento ótimo de investimento. Realizou-se uma simulação de Monte Carlo dos processos estocásticos, com os dados de entradas de cada um dos casos. Foram obtidas 10000 possíveis trajetórias para de evolução de (R) no futuro, a partir das quais se estimou a média do valor de (R) para cada ano, em um horizonte futuro.

Dessa forma, assim como feito na análise dos cenários tecnológicos, neste mesmo capítulo, teremos o momento ótimo de realização do investimento no ano futuro em que a trajetória média simulada atinja o valor nominal estimado para o (R) ótimo para investimento, como visto na Tabela acima. Podem-se visualizar os momentos ótimos de investimento para os casos de um projeto no Brasil e Golfo do México nas figuras 5.11 e 5.12, respectivamente. Nos dois casos o momento ótimo de investimento se daria em 22 anos.

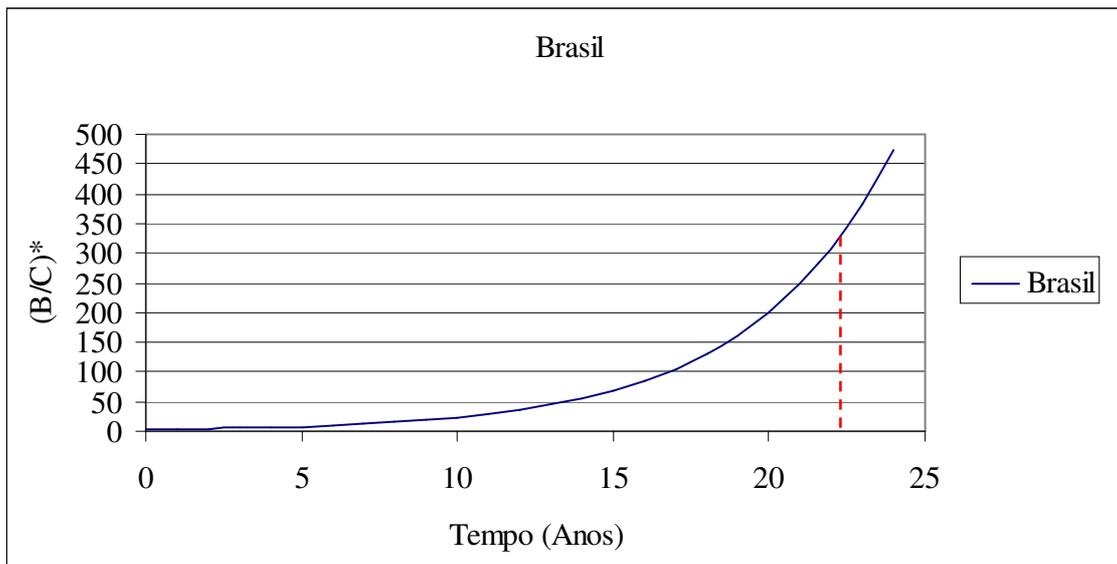


Figura 5.11 – Ponto ótimo de investimento (Brasil)

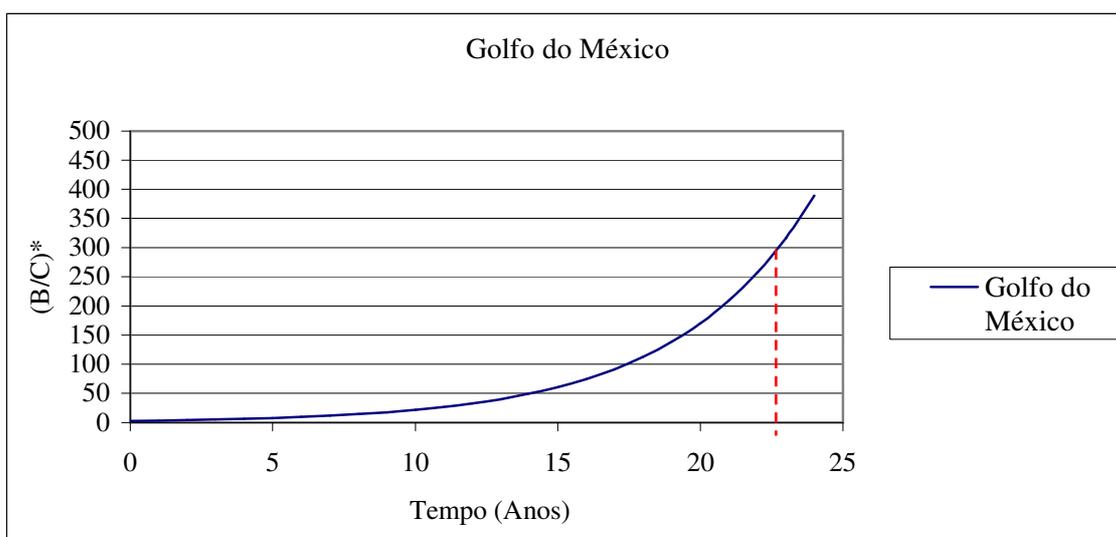


Figura 5.12 – Ponto ótimo de investimento (Golfo do México)

Após a definição do momento ótimo de investimento, desconta-se o projeto com a taxa de desconto estipulada (12% a.a), para se obter o valor real da opção de investimento, no momento da tomada de decisão. Portanto, os valores reais para opção de adiamento do investimento para os casos brasileiros e do Golfo do México são de 26,56 e 21,92, respectivamente. Apesar de o momento ótimo de investimento ter sido igual em ambos os

casos, o valor da opção real é superior para o caso brasileiro. Isto acontece porque o valor estimado de crescimento anual da evolução das profundidades de lâmina d'água, neste caso, é superior, fazendo com que as expectativas quanto aos crescimentos tecnológicos futuros sejam de inovações que venham a reduzir os custos operacionais em maiores escalas. Dessa forma, “esperar” terá um maior valor.

CAPÍTULO 6

ESTIMATIVA DO MOMENTO ÓTIMO DE INVESTIMENTO COM O PROCESSO DE EVOLUÇÃO TECNOLÓGICA REPRESENTADO POR FUNÇÃO LOGÍSTICA

O segundo modelo desenvolvido nesta tese, envolve o mesmo projeto em águas profundas, apresentado nas seções anteriores. O modelo tem por objetivo a valoração de um campo de petróleo não desenvolvido e a definição do momento ótimo de realização do investimento, considerando um horizonte máximo de 21 anos. As premissas da teoria das opções reais detalhadas anteriormente, também são aqui consideradas.

De forma contrária ao modelo anterior, neste caso o processo de evolução tecnológica da indústria está inserido na avaliação econômica do projeto, determinada por uma função logística, ao longo das etapas de desenvolvimento e de produção, isto é, não está sujeito aos possíveis saltos aleatórios de evolução tecnológica.

A segunda grande diferença em relação ao modelo anterior é a presença de duas variáveis incertas na avaliação do projeto, no caso representando o comportamento dos preços do petróleo ao longo dos anos de produção e a evolução das tecnologias em ambiente de águas profundas, na qual novos campos são desenvolvidos. Com o modelo possuindo duas variáveis de estado, não há uma solução analítica para a definição do ponto ótimo de investimento e valor da opção de espera para investir. Tal fato torna necessária a

utilização de um método numérico para resolução das equações diferenciais que governam os processos estocásticos, no qual as variáveis aleatórias do modelo estão representadas.

A simulação de Monte Carlo em conjunto com uma metodologia de otimização, baseada em programação dinâmica é utilizada, pois se considera que a decisão de realizar o investimento pode ser tomada em um número finito de pontos específicos ao longo dos anos considerados nesta avaliação econômica. A análise será realizada em dois casos diferentes, com o primeiro utilizando dados, representando melhorias tecnológicas, de evolução da perfuração em águas profundas nas bacias da costa brasileira, enquanto que o segundo se baseará em dados semelhantes de águas profundas do Golfo do México.

6.1) Modelo logístico de evolução tecnológica da profundidade da lâmina d'água

A característica tecnológica selecionada para representar evolução do processo tecnológico neste modelo de avaliação para projetos em águas profundas foi a profundidade da lâmina d'água. Apesar dos dados utilizados no estudo de caso deste modelo representar uma característica tecnológica específica de um projeto deste tipo, em uma avaliação mais completa o ideal seria utilizar uma função logística que incorpore o maior número de diferentes tecnologias envolvidas no projeto, por exemplo, análise das tecnologias de elevação, produção, entre outras.

O desenvolvimento tecnológico no modelo segue a curva logística utilizada por Nepomuceno et al (1999) e Suslick et al (2002) para o caso de um projeto na costa brasileira. A progressão da profundidade da lâmina d'água das perfurações realizadas em águas profundas obedecerá uma curva do tipo logística. Assume-se que cada incremento tecnológico se traduz em ganhos de confiabilidade e em redução de custos, que permitem a perfuração em condições mais complexas, isto é, em águas cada vez mais profundas.

Quando o primeiro poço é perfurado a companhia encontra-se no início da curva logística, onde os ganhos tecnológicos ainda são pequenos e, conseqüentemente, a evolução da lâmina máxima atingida é pouco significativa. Na medida em que um maior número de poços são perfurados e o conhecimento tecnológico, em águas profundas, é incorporado as operações, a empresa evolui na curva logística até obter os ganhos máximos da tecnologia,

quando diversos poços em águas profundas (poços perfurados em lâmina d'água superior a 400m) tiverem sido perfurados e o limite da capacidade da tecnologia tiver sido alcançado.

A figura 6.1 indica a frequência acumulada de poços perfurados em águas profundas, na costa brasileira, em relação a profundidade da lâmina d'água. Observa-se que a curva logística estimada, reflete a curva de evolução da tecnologia em águas profundas. Ao longo do tempo a maior frequência do número de poços perfurados pela empresa vai se concentrando em profundidades superiores. Os dados utilizados para estimar a função logística para o caso brasileiro são de poços *offshore* perfurados em águas profundas até 1998, quando a capacidade máxima tecnológica era próxima de 1800 metros de profundidade.

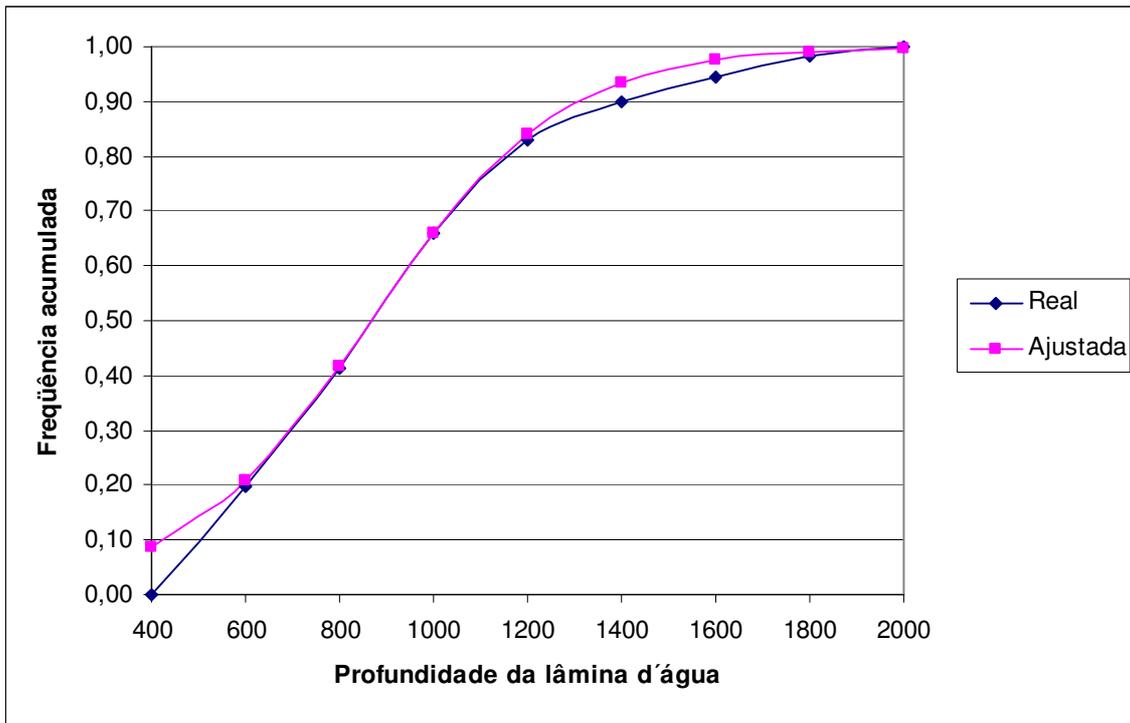


Figura 6.1 – Função logística de capacidade tecnológica: águas profundas do Brasil

Assumindo a função logística como representativa dos avanços de inovações de tecnologias utilizadas em águas profundas, os ganhos em eficiência podem ser definidos por uma função logística. A taxa de crescimento tecnológico para águas profundas pode ser estimada pela equação (6.1), variando de 0, quando a profundidade alcançada ainda é baixa, até 1, quando todo o conhecimento tecnológico tiver sido obtido. Os ganhos em eficiência

tecnológica, no presente modelo, serão refletidos em uma redução dos custos operacionais. Dessa forma, teremos reduções de custos operacionais de projetos, na medida em que a empresa ou até a indústria, em geral, evolua na curva logística acima.

$$U(\text{prof})=1-1/(1+0,01306*\exp(-0,005*(\text{prof}))), \quad (6.1)$$

onde, (prof) é a profundidade da lâmina d'água alcançada pelos poços perfurados, $c = 0,05$ é o inverso do total de número de poços, definido empiricamente por Nepomuceno et al (1999), que representa o coeficiente de tolerância ao risco tecnológico, isto é, quantifica a disposição ou habilidade que uma empresa possui para participar em investimentos de risco em águas profundas.

Utilizando-se de dados de perfuração de poços acima de 400m de lâmina d'água no Golfo do México estimou-se, de forma similar ao realizado no caso de poços na costa brasileira, uma função logística representando a evolução da tecnologia em águas profundas. A função é representada na equação (6.2) e na figura 6.2.

$$U(\text{prof})=1-1/(1+0,008*\exp(-0,0052356*(\text{prof}))), \quad (6.2)$$

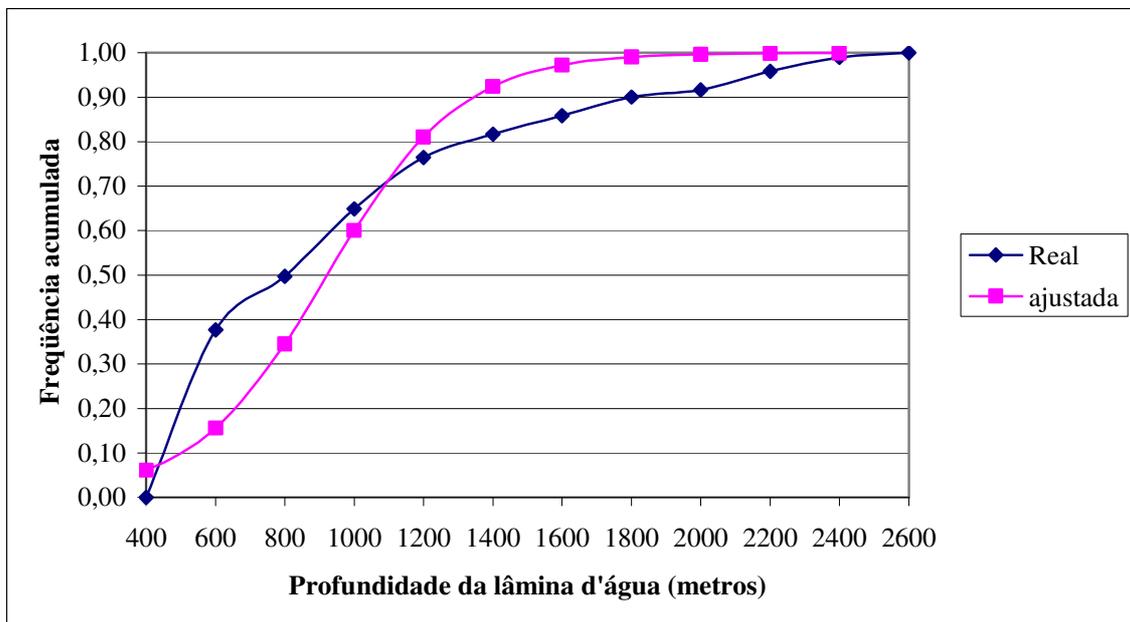


Figura 6.2 – Função logística de capacidade tecnológica: águas profundas do Golfo do México

6.2) Incertezas do modelo: preços e lâmina d'água

O modelo envolve duas variáveis de estado que se comportam estocasticamente. A primeira variável é o preço do petróleo, onde se assume que este se comportará seguindo um Movimento Geométrico Browniano ajustado ao risco, pois considera-se que o petróleo é uma commodity negociada no mercado com sua taxa de crescimento esperada definida como $r-\delta$, isto é, uma taxa livre de risco, de acordo com a equação (6.3).

$$dP = (r-\delta)P dt + \sigma P dz , \quad (6.3)$$

onde, r é a taxa de juros livre de risco, δ a taxa de dividendos do projeto, P o preço do petróleo, σ a taxa de volatilidade dos preços do petróleo (medido pelo desvio padrão), dz é o incremento de Wiener e dP de variação dos preços. No estudo de caso analisado para este modelo, mantiveram-se os mesmos parâmetros econômicos (α, σ) considerados na razão Benefício-Custo do modelo anterior, podendo ser verificados na Tabela 5.1. Como o mesmo projeto será analisado também no caso deste modelo de tecnologia, a taxa de dividendos do projeto também foi mantida, podendo ser observada na Tabela 5.2.

A segunda variável incerta presente no modelo diz respeito às profundidades futuras da lâmina d'água. Assim como nos preços, assume-se que a estimativa da profundidade da lâmina d'água, nas quais os poços serão perfurados pela empresa, em anos futuros, segue um Movimento Geométrico Browniano, de acordo com a equação (6.4).

$$dPr = \alpha_{pr} Pr dt + \sigma_{pr} Pr dz, \quad (6.4)$$

onde, dPr é a variação da profundidade, Pr é a profundidade dos poços atingidos no período t , α_{pr} é a taxa de crescimento da evolução da profundidade de lâmina d'água atingida pela empresa ou indústria, e σ_{pr} é a volatilidade da profundidade dos poços.

6.3) Estimativa das taxas de crescimento tecnológico em águas profundas (α_{pr}) e risco tecnológico em águas profundas (σ_{pr}) para os casos das bacias no Brasil e no Golfo do México

As estimativas de taxa de crescimento tecnológico em águas profundas e de seus respectivos riscos foram realizadas com base em dados de poços perfurados em águas profundas nos períodos de 1984 a 1998, no Brasil, e no intervalo de 1983-1998 para o golfo do México, anos a partir dos quais há uma série histórica ininterrupta de dados de poços perfurados em profundidades acima de 400 metros de lâmina d'água. Com o objetivo de estimar a profundidade na qual a Petrobras (no caso brasileiro) ou indústria (no Golfo do México) conseguiu perfurar poços em águas profundas, definiu-se como indicador a média dos três poços perfurados em lâminas d'água mais profundas, em cada ano da série histórica.

Tal indicador permite verificar o estágio tecnológico no qual se encontra as atividades em águas profundas através da observação da lâmina d'água dos poços mais profundos perfurados. A utilização como indicador apenas do poço mais profundo poderia não refletir que o conhecimento já tenha sido adquirido e difundido nas operações em águas profundas, podendo ter sido perfurado um poço em profundidade maior, mas com o novo estágio de desenvolvimento tecnológico não ter sido incorporado pela empresa e (ou) indústria. Quanto à utilização como indicador da média de todos os poços perfurados em águas profundas o efeito seria contrário, pois uma média geral dos poços poderia esconder os avanços tecnológicos obtidos, já que a totalidade dos poços perfurados não se encontra apenas na fronteira tecnológica. As médias anuais de profundidade de lâmina d'água para o Brasil e o Golfo do México encontram-se na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Médias anuais de profundidades de lâmina d'água

Ano	Lâmina d'água média dos 3 poços	perfurados com profundidades superiores (m)
	Golfo do México	Brasil
1983	441,00	-
1984	599,34	405,38
1985	988,47	669,67
1986	162,48	851,00
1987	1664,41	1222,30
1988	1032,56	1224,07
1989	1789,38	957,67
1990	1424,33	858,33
1991	571,91	795,33
1992	638,56	1294,67
1993	2014,12	1574,33
1994	1182,62	1350,67
1995	1564,54	1759,00
1996	2322,00	1778,00
1997	1735,07	1261,33
1998	1495,45	1816,00

Com base nos dados históricos das médias de profundidade dos poços perfurados, torna-se possível estimar as taxas de crescimento da tecnologia e o volatilidade tecnológica, para águas profundas em ambas as regiões. A taxa de crescimento é a tendência de longo prazo que se espera da evolução da lâmina d'água onde os poços serão perfurados (α_{pr}). Tal parâmetro é estimado baseado em séries históricas de acordo com a equação (6.5). Costa Lima (2004) afirma que essa equação pode ser utilizada na estimativa de valores nos quais se possui alguma série histórica.

Considera-se como volatilidade tecnológica de águas profundas, o desvio padrão das taxas de crescimento obtidas com as séries de valores. Os valores de α_{pr} e σ_{pr} estimados para as águas profundas brasileiras e do Golfo do México encontram-se na Tabela 6.2. Observa-se que no Golfo do México estima-se que ao fim do período analisado a profundidade terá evoluído 15%, mais que no caso brasileiro, onde estima-se uma tendência de longo prazo de 10%. Porém, tais estimativas apresentam volatilidades elevadas que podem afastar os valores estimados desta tendência de longo prazo, sendo que no caso brasileiro a volatilidade observada é metade (25%) da obtida para o caso do Golfo do México (50%).

$$\alpha_{pr} = (1/n) \sum \ln[(Pr(t) / Pr(t-1))], \quad (6.5)$$

onde, n é o número de anos analisados na série histórica, $Pr(t)$ é a profundidade no período t e $Pr(t-1)$ é a profundidade média dos poços no período anterior a t .

Tabela 6.2 – Estimativas de α e σ

Ano	$\ln(Pr(t) / Pr(t-1))$ - Golfo do México		$\ln(Pr(t) / Pr(t-1))$ - Brasil
1984	0,39		-
1985	0,50		0,42
1986	0,50		0,24
1987	0,02		0,36
1988	-0,48		0,00
1989	0,55		-0,25
1990	-0,23		-0,11
1991	-0,91		-0,08
1992	0,11		0,49
1993	1,15		0,20
1994	0,00		-0,15
1995	0,28		0,26
1996	0,39		0,01
1997	-0,29		-0,34
1998	-0,15		0,36
α_{pr} - Golfo do México	0,15	α_{pr} - Brasil	0,10
σ_{pr} - Golfo do México	0,50	σ_{pr} - Brasil	0,25

6.4) Variável incerta do modelo: VPL do campo desenvolvido

A partir do momento em que a decisão de produzir o campo é tomada há uma estimativa de produção, custos e impostos a serem arrecadados pelo governo. Dessa forma, se obtém o fluxo de caixa do projeto para todos os anos em que o campo estiver operando e, conseqüentemente, o VPL do projeto quando a decisão de investir ou esperar é tomada.

A definição dos processos estocásticos que governam preços futuros e as estimativas da evolução das profundidades das lâminas d'água a serem atingidas, torna possível estimar o valor presente líquido do projeto nos pontos futuros de tomada de decisão de investimento através da realização de Simulações de Monte Carlo dos processos estocásticos das incertezas presentes no modelo. Assume-se que a tomada de decisão ocorre anualmente e que os valores futuros do projeto são descontados de acordo com a taxa de

atratividade estabelecida pela firma. Portanto, a cada ano, até o final do período analisado tem-se o valor do projeto, caso o investimento seja realizado. O valor do investimento é definido através da equação (6.6).

$$\left. \begin{aligned}
 &V(P, \text{prof}, t) = (\text{Receitas} - \text{Despesas} + \text{Ganhos de evolução tecnológica}) * (1 - \text{IR}) + D_t \\
 &\text{onde,} \\
 &\text{Receita} = \sum_{t=1}^T e^{-rt} [(P_t * B), \\
 &\text{Despesas} = \sum_{t=1}^T e^{-rt} (\text{OPEX} + \text{GT}), \\
 &\text{Ganhos de evolução tecnológica} = \sum_{t=1}^T e^{-rt} (y * \text{OPEX}) * (1 / a - b^{c \text{prof}(t)}), \\
 &\text{IR} = \text{Alíquota de imposto de renda,} \\
 &D_t = \text{depreciação,}
 \end{aligned} \right\} (6.6)$$

onde $V(P, \text{prof}, t)$ é o valor do projeto com preço (P) e lâmina d'água (prof) no momento de tomada de decisão (t), IR é a alíquota do imposto de renda e D_t a depreciação.

O termo $(P_t * B)$ representa a receita do projeto, onde P_t é o preço do petróleo e B a quantidade de barris de óleo produzidos. O preço inicial e a reserva são as mesmas consideradas no modelo anterior, na Tabela 5.1. O segundo termo da equação diz respeito à soma das despesas representadas pelos custos operacionais do projeto e os impostos definidos na equação 5.18.

O terceiro termo da equação 6.6 representa as reduções dos custos operacionais do projeto, na medida em que o conhecimento tecnológico em águas profundas avança até o limite da capacidade tecnológica, isto é, quanto maior a profundidade, mais desenvolvidas as tecnologias e maior a redução do OPEX.

O termo $(1/a - b^{c \text{prof}(t)})$ é a função utilidade logística da evolução tecnológica, OPEX representa os custos operacionais e y é a porcentagem máxima que o OPEX poderá ser reduzido pelas inovações em águas profundas. O valor utilizado nos estudos de casos tanto do Brasil, quanto para o Golfo do México, consideram uma redução máxima de 60% no valor do OPEX, quando a fronteira tecnológica é alcançada.

6.5) Estimativa do valor do campo desenvolvido usando simulação de Monte Carlo

A estimativa do valor de opções reais com mais de uma componente incerta no modelo é realizada de forma mais simples utilizando-se os métodos numéricos. O método utilizado para valorar a opção de aguardar o momento ótimo de investimento baseia-se no procedimento desenvolvido por Barraquand e Martineau (1995) e aplicada em opções reais por Cortazar e Schwartz (1998). Este procedimento permite estimar o valor das opções americanas com múltiplas variáveis aleatórias, utilizando simulação de Monte Carlo.

A metodologia consiste em reduzir um problema com diversas fontes de incerteza, para um modelo com apenas uma variável aleatória, ou seja, reduzir os dois componentes incertos do modelo, preços do petróleo e profundidade da lâmina d'água, para uma variável, valor do campo desenvolvido. O procedimento consiste na divisão do espaço dos possíveis valores do campo desenvolvido, por intermédio das simulações de diversas trajetórias do valor do projeto.

As simulações das trajetórias de preços seguem o método tradicional do Movimento Geométrico Browniano (MGB), com os preços das trajetórias simuladas sujeitas a variações positivas e negativas, de acordo com o risco estabelecido. As simulações das trajetórias de evoluções de profundidades alcançadas, também obedecem a um MGB, como discutido em seção anterior. Porém, considera-se que as variações do valor das profundidades alcançadas apresentam, somente, variações positivas, já que não se admite retrocessos tecnológicos

Portanto, a partir do momento em que a perfuração de poços atinge uma determinada profundidade, no ano seguinte ou a tecnologia em águas profundas apresentará melhorias, atingindo profundidades superiores, ou esta permanecerá no mesmo patamar, tendo efeitos sobre os custos operacionais iguais ao período anterior. Os comportamentos das simulações de profundidades de lâmina d'água podem ser observados na figura 6.3, onde têm-se uma trajetória da simulação realizada (não condicional) e uma trajetória representando uma simulação desconsiderando o retrocesso tecnológico (simulação condicional). Cada trajetória obtida nas simulações gerará um valor de profundidade e preços para cada ano. Os valores são inseridos na equação 6.6 gerando um valor de campo desenvolvido, para todos os anos da análise, em cada iteração.

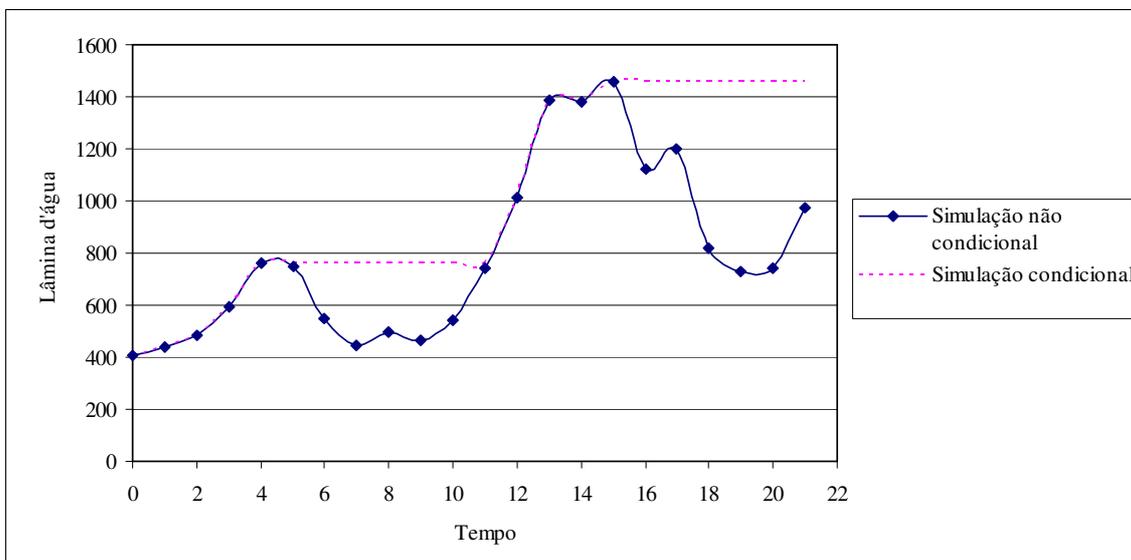


Figura 6.3 - Simulações de profundidades de lâmina d'água

No caso de opções reais o momento ótimo de investir pode ocorrer em qualquer ponto de tomada de decisão, desde o primeiro ano da análise até o último. Portanto é necessário estabelecer o valor do campo desenvolvido em todos os possíveis pontos discretos de realização do investimento ($t = 1$ a $T = 21$) e compará-lo com o valor de não investir, decidindo esperar melhores condições futuras de preços e evolução da tecnologia, ou seja, o valor de continuação.

Com as premissas das simulações definidas, realiza-se um primeiro conjunto de simulações com objetivo de verificar os intervalos de valores do campo desenvolvido, nos quais as diferentes trajetórias estejam fluando, em cada ano. Posteriormente ordenam-se os valores de projetos simulados em ordem decrescente, para todos os anos da análise, e organiza-os em diferentes classes, com todas as classes contendo quantidades iguais de valores simulados. Os passos de desenvolvimento modelo aqui proposto estão resumidos na Figura 6.4, a seguir.

Dessa forma, estipulam-se os valores máximos e mínimos de cada classe de valores. Nos casos analisados, foram utilizadas 500 trajetórias de valores do campo desenvolvido, na divisão do espaço de valores do projeto. Definidas as classes, realiza-se um segundo conjunto de simulações para que possam se estimar os parâmetros necessários no cálculo dos valores do investimento imediato e do valor de continuação, em cada uma das

classes(c). Esse novo conjunto de valores foi obtido através da simulação de 10000 possíveis trajetórias do valor do projeto ao longo dos 21 anos da análise econômica. A figura 6.5 apresenta uma série de trajetórias de valores de projetos, derivados de valores simulados de preços futuros e evoluções tecnológicas em águas profunda

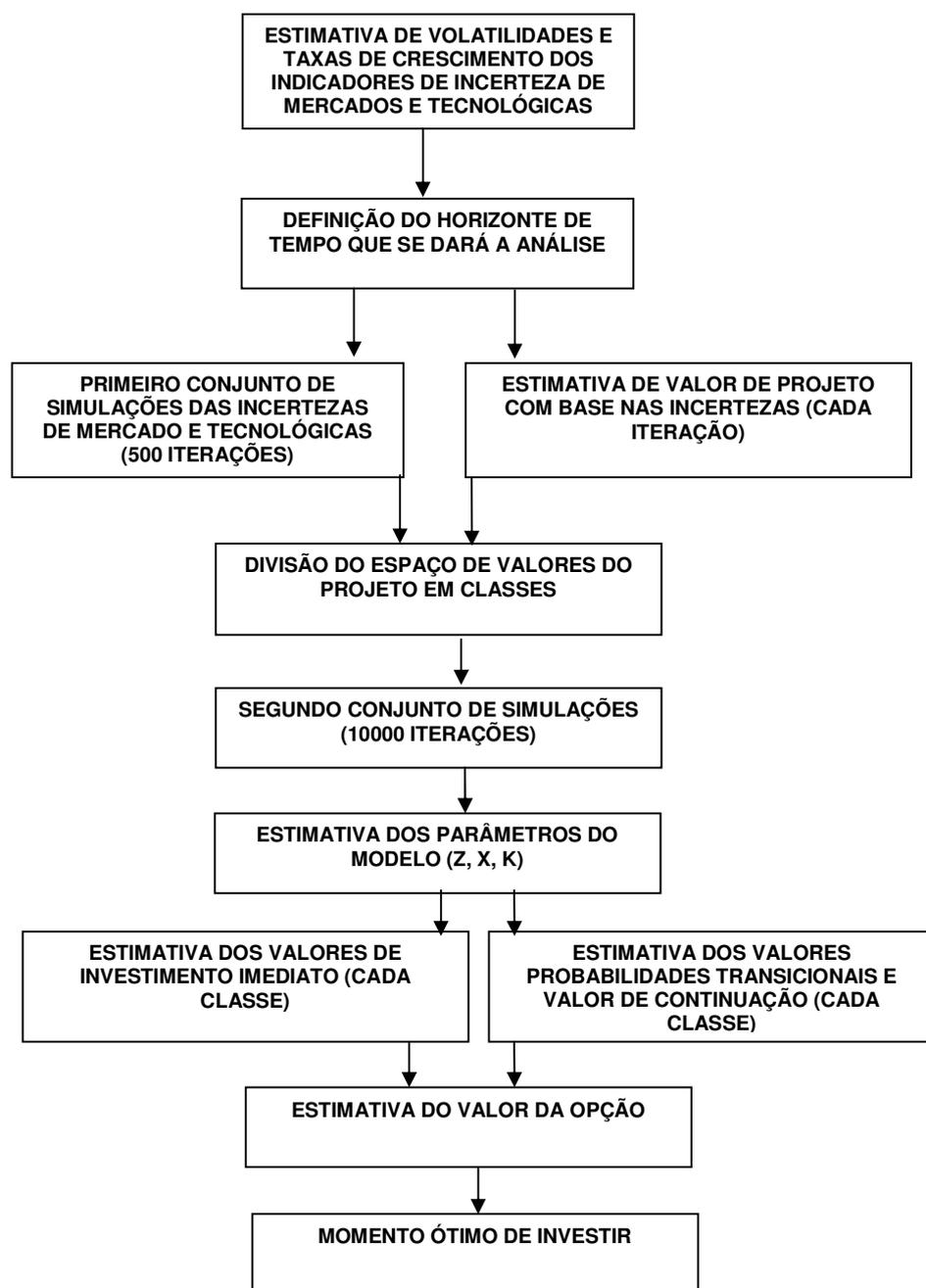


Figura 6.4 – Etapas do modelo 2

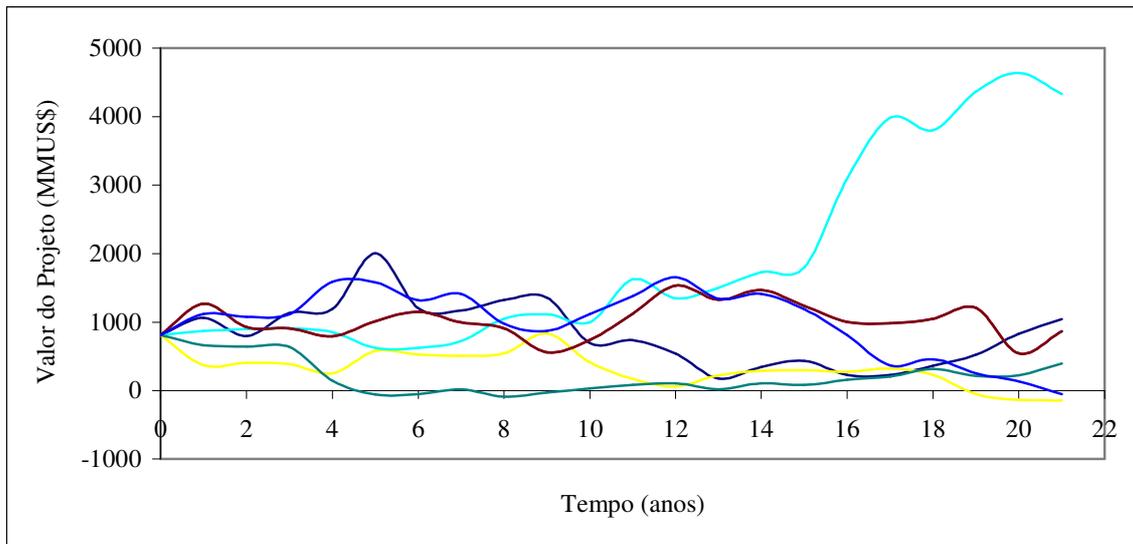


Figura 6.5 – Trajetórias de valores do projeto para diferentes cenários de preços

Cada uma das 210 classes em que o espaço de valores do projeto foi dividido necessita do cálculo de três parâmetros. O primeiro deles, $x_t(c)$, consiste na definição do número de trajetórias simuladas que passam pela referida classe c_t . Na figura 6.6 exemplifica-se o significado dos parâmetros calculados com um conjunto de cinco trajetórias simuladas. É possível observar que no primeiro ano, três trajetórias apresentam valores entre os limites máximos e mínimos da classe $x_1(c_3)$ e uma trajetória nas classes $x_1(c_2)$ e $x_1(c_1)$. O segundo parâmetro é a soma (k) de todos os valores de projeto, das trajetórias que passam pela classe c_t definidas no cálculo de x , para cada uma das classes.

O terceiro parâmetro, $z(c_{i,t}, c_{j,t+1})$ é o número de trajetórias que, em anos consecutivos, encontram-se em pares de classes coincidentes. Observando o exemplo da figura 6.5, existem duas trajetórias, que no primeiro ano estão na classe de valores número três, e que no segundo apresentam valores de projeto condizente com a classe 2. A outra trajetória que no ano inicial passa pela classe 3, no ano seguinte apresentou valores que o enquadram na também na classe 3.

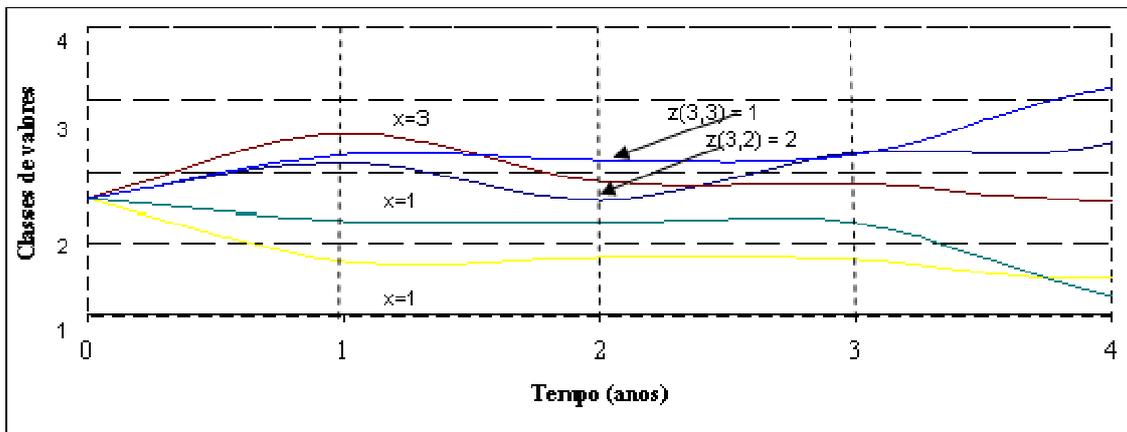


Figura 6.6 – Conceito dos parâmetros x e z

Utilizando-se os parâmetros x, z e k calcula-se, numericamente, os valores do campo, se a opção de investir for realizada, e os valores de continuação caso a opção de esperar seja a decisão tomada. As estimativas dos valores são feitas, iniciando-se no último ano ($T=21$), e calculando os valores, voltando até chegar aos valores para o ano 0. Os dois valores são comparados, em cada uma das classes, permitindo a tomada de decisão de acordo com o maior valor nas diferentes faixas de valores do projeto, resultado de diferentes preços e profundidades de lâmina d'água.

O valor do projeto, se este for desenvolvido no último ano, para uma classe c é definido pela equação (6.7), sendo o maior valor compreendido entre a média dos valores das trajetórias que terminam em cada classe, subtraído pelo valor do Capex, e zero. No último ano, como não há a opção espera, a decisão a ser tomada será a de realizar o investimento, caso o valor do projeto seja positivo ou não realizar o investimento, caso o valor a ser investido seja superior aos retornos.

$$V(T,c) = \text{Max} [(k_T(c) / x_t(c)) - I, 0], \quad (6.7)$$

onde $V(T,c)$ é o valor do campo desenvolvido, $(x_t(c))$ é o número de trajetórias simuladas que terminam na classe de valores c no último ano do horizonte de análise T , $(k_T(c))$ é a soma dos valores das trajetórias que terminam na classe c e tempo final T e I é o CAPEX do projeto.

A partir do ano (T-1), ou seja, do ano 20 desta análise até o ano 1, há a possibilidade de decidir não investir e aguardar por melhores condições de mercado e tecnológicas. Dessa forma, o valor do projeto nesses períodos será o valor máximo entre o retorno do investimento imediato e o valor da opção de espera. O valor de continuação é estimado utilizando os valores de probabilidades de transição entre classes, isto é, a probabilidade do valor do projeto no ano t, pertencer a cada uma das classes no período (t+1). As probabilidades são calculadas pela razão entre a totalidade das trajetórias que passam pela classe c_i , no tempo t, com o número de trajetórias que estarão em cada uma das classes de c_j , no tempo t+1, como pode ser visto na equação (6.8). Portanto, como temos 10 classes para cada ano, teremos 10 valores de probabilidades por classe.

$$P_t(c_i, c_j) = z_t(i,j) / x_t(i), \quad (6.8)$$

onde $P_t(c_i, c_j)$ é a probabilidade de transição da trajetória evoluir da classe c_i no tempo para a classe c_j no tempo (t+1), $z_t(i,j)$ é a quantidade de iterações que passam pelas duas classes e $x_t(i)$ é o numero total de trajetórias simuladas pertencentes a classe i no tempo t.

O valor de continuação é determinado pela equação (6.9). O valor consiste no somatório dos valores esperados descontados do projeto em (t + 1), utilizando as probabilidades de transição. Portanto, o valor do projeto do ano 1 ao ano 20 será o valor máximo entre o valor de continuação e o valor do investimento imediato, como na equação (6.10).

$$V. \text{ cont } (t,c_i) = e^{-r\Delta t} \sum p_t(c_i, c_j) * p_t(c_i, c_j) , \quad (6.9)$$

$$V(t,c_i) = \text{Max} [(k_T(c) / x_t(c)) - I, e^{-r\Delta t} \sum p_t(c_i, c_j) * V(t + 1, c_j)] . \quad (6.10)$$

onde $p_t(c_i, c_j)$ é a probabilidade do valor do projeto evoluir da classe C_i no tempo t, para a classe C_j no tempo t+1, e $V(t + 1, c_j)$ é o valor do projeto em t+1 na classe C_j .

O valor da opção real no tempo t_0 , ou seja, no momento em que o campo não desenvolvido estiver sendo avaliado economicamente para o horizonte de tempo considerado é estimado através da equação 6.9, que consiste em calcular o valor de

continuação para no ano 1. A regra de investimento em comparar o valor da opção real de esperar para investir, com o valor do campo desenvolvido em t_0 , isto é, o valor presente líquido do projeto, considerando preços atuais e evolução tecnológica no momento da avaliação.

6.6 – Estudo de caso: Valor da opção de espera e definição das regras de tomada de decisão para os casos de evolução tecnológica em águas profundas na costa brasileira e no Golfo do México

Nestes estudos de casos utilizou-se o mesmo projeto da aplicação do modelo anterior. Porém, os dados disponíveis pra o estudo de caso, tanto para a estimativa das funções logísticas, quanto no cálculo das taxas de crescimento e volatilidades, utilizadas nas simulações eram dos anos de 1984 à 1998. Dessa forma, para efeitos de aplicação do modelo com o objetivo de mostrar a evolução tecnológica em águas profundas desde o seu início, considerou-se que a tomada de decisão do projeto simulado em águas profundas, ocorreria no início da evolução da curva logística. Possuindo-se dados de estimativas relacionados à uma evolução futura de uma tecnologia, um tomador de decisão pode ajustar uma curva logística para anos além da série histórica. É possível também realizar estimativa de valores de taxas de crescimento e de volatilidades tecnológicas, estimando uma trajetória de evolução tecnológica futura e simulando possíveis trajetórias.

Se considerarmos a avaliação econômica através da metodologia tradicional do fluxo de caixa descontado sem considerar as duas incertezas inerentes ao modelo de opções reais desenvolvido, teríamos um valor presente líquido para o projeto avaliado com o valor de MMUS\$ -14,00. A regra de investimento tradicional orienta o tomador de decisão a não realizar o investimento, já que o VPL do projeto é negativo e a decisão de investimento é do tipo “agora ou nunca”.

Utilizando a equação 6.9, recursivamente, começando no último ano $T=21$, até o ano $t=0$, momento da tomada de decisão de investimento, obtiveram-se os valores da opção real de adiar o investimento até o tempo ótimo de investimento. No caso de considerarmos a evolução tecnológica em águas profundas brasileiras, temos um valor de opção de MMUS\$ 736,00. Já com a curva de função logística de evolução da tecnologia nas águas

profundas do Golfo do México, obteve-se um valor de opção um pouco superior, de MMUS\$ 746,44.

Dessa forma, pode-se verificar que considerando as premissas do modelo, em conjunto com os parâmetros econômicos e tecnológicos, em ambos os casos analisados o investimento imediato não seria realizado. A diferença entre os valores da opção de adiar o investimento nos dois casos, deve-se a maiores reduções de custos operacionais no caso do Golfo do México. É possível se observar na figura 6.7 o comportamento das taxas de redução do OPEX, de acordo com o avanço tecnológico estimado, ao longo dos anos em que o projeto pode ser desenvolvido, considerando as 10000 simulações de trajetórias de profundidades.

As reduções de custos inferiores, no caso do Brasil são conseqüências de dois fatores. No primeiro fator, a capacidade máxima da tecnologia é atingida mais tarde, acarretando em um maior período até que a redução máxima de do OPEX se inicie. O segundo fator consiste na volatilidade tecnológica inferior do Golfo do México, gerando variações inferiores nas estimativas de evolução de profundidades simuladas.

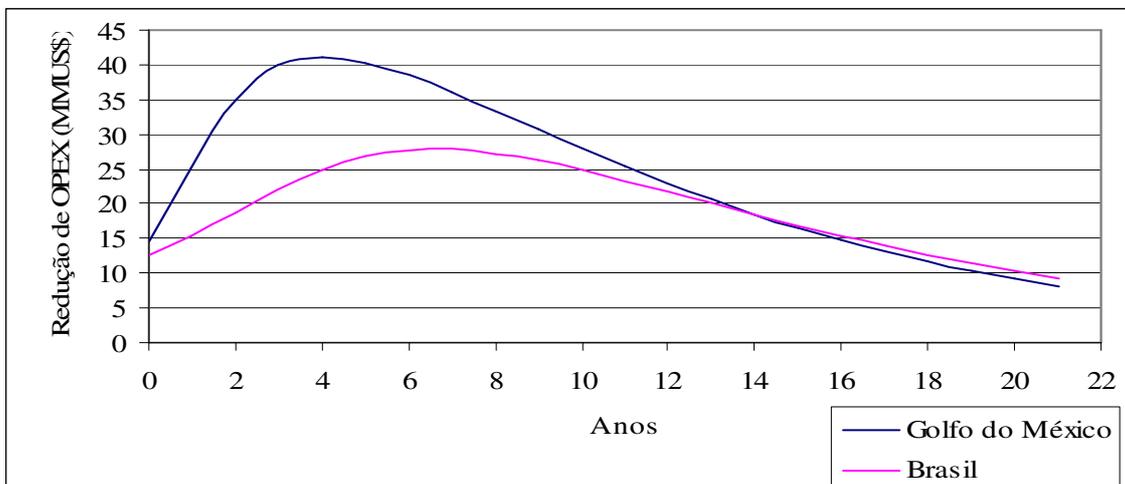


Figura 6.7 – Redução de OPEX gerada pela evolução tecnológica

A capacidade máxima da tecnologia em reduzir custos sendo atingida antes, no caso de perfurações em águas profundas do Golfo do México, faz com que o momento ótimo de investir ocorra dois períodos antes do caso da evolução de inovações em águas profundas brasileiras. Observando as Tabelas 6.3, tem-se que o projeto no Golfo do México seria

desenvolvido no ano 15, já que é o primeiro ponto de tomada de decisão, no qual o valor de investir supera o valor de continuação, valores estimados pela equação 6.10.

Da mesma forma, observando a Tabela 6.4, verifica-se que, no caso do Brasil, investir será melhor que esperar, somente nas classes de valores superiores de projeto a partir de $t = 17$. Em ambos os casos, quando o último ano possível de se investir é atingido a decisão é tomada utilizando a equação 6.7, com o investimento sendo realizado quando o valor descontado do projeto for superior a zero, pois não há valor de continuação.

Tabela 6.3 – Valores de investimento imediato e de continuação (Golfo do México)

			VALOR DE INVESTIMENTO IMEDIATO					
	T15	T16	T17	T18	T19	T20	T21	
Classe 1	561,70	520,49	514,22	458,76	403,47	389,38	378,70	
Classe 2	224,14	198,80	197,58	170,10	151,94	141,33	138,44	
Classe 3	130,28	113,45	104,95	95,40	89,60	78,45	70,84	
Classe 4	71,97	61,84	57,48	51,10	48,20	41,69	34,86	
Classe 5	23,71	14,70	18,28	12,68	14,76	12,16	6,75	
Classe 6	-17,12	-20,62	-16,31	-19,53	-14,41	-12,84	-14,72	
Classe 7	-48,15	-46,59	-42,69	-41,24	-35,90	-33,60	-31,46	
Classe 8	-77,81	-70,14	-64,15	-60,70	-54,10	-50,77	-46,29	
Classe 9	-107,77	-95,69	-85,40	-79,87	-72,25	-65,98	-59,54	
Classe 10	-144,81	-128,82	-114,76	-105,32	-93,84	-84,99	-75,99	
			VALOR DE CONTINUAÇÃO					
	T15	T16	T17	T18	T19	T20	T21	
Classe 1	559,92	518,02	500,95	448,03	400,99	388,29	0,00	
Classe 2	333,55	287,65	291,65	265,06	218,81	196,94	0,00	
Classe 3	223,82	196,61	179,23	159,84	149,64	128,76	0,00	
Classe 4	168,79	146,15	134,50	117,87	109,09	95,61	0,00	
Classe 5	122,74	106,07	96,44	84,60	76,27	67,95	0,00	
Classe 6	89,85	73,50	66,24	53,80	50,99	45,92	0,00	
Classe 7	61,32	51,21	43,89	35,15	31,47	27,35	0,00	
Classe 8	33,27	28,80	24,09	17,10	16,24	11,27	0,00	
Classe 9	5,78	4,98	4,42	-0,29	-0,86	-2,70	0,00	
Classe 10	-23,50	-21,69	-19,88	-20,51	-19,16	-18,30	0,00	

Tabela 6.4– Valores de investimento imediato e de continuação (Brasil)

	VALOR DE INVESTIMENTO IMEDIATO							
	T15	T16	T17	T18	T19	T20	T21	
Classe 1	560,37	522,20	512,50	459,04	410,18	390,87	374,96	
Classe 2	224,76	203,05	200,22	170,69	154,34	143,88	140,35	
Classe 3	125,65	113,97	108,60	96,27	88,65	80,75	74,17	
Classe 4	67,53	58,56	59,78	51,96	48,02	42,37	35,40	
Classe 5	21,79	14,82	18,21	13,22	14,78	12,27	7,73	
Classe 6	-18,69	-20,63	-14,67	-17,99	-13,15	-13,49	-14,48	
Classe 7	-48,81	-48,34	-42,08	-40,24	-34,19	-34,05	-31,19	
Classe 8	-75,63	-71,21	-64,28	-61,50	-53,84	-49,70	-45,36	
Classe 9	-106,02	-95,37	-85,66	-80,59	-71,69	-64,14	-58,39	
Classe 10	-146,09	-129,06	-115,35	-104,87	-92,92	-83,00	-74,28	
			VALOR DE CONTINUAÇÃO					
	T15	T16	T17	T18	T19	T20	T21	
Classe 1	574,80	538,23	499,81	450,21	402,65	384,04	0,00	
Classe 2	332,83	294,32	295,17	263,88	224,30	201,78	0,00	
Classe 3	220,11	197,38	183,42	160,36	147,88	129,78	0,00	
Classe 4	163,19	144,81	136,38	118,79	109,11	95,90	0,00	
Classe 5	123,44	106,01	96,11	85,27	76,69	68,40	0,00	
Classe 6	87,07	73,50	68,55	54,38	52,06	45,61	0,00	
Classe 7	61,64	49,87	44,94	36,21	33,72	27,36	0,00	
Classe 8	35,78	28,60	24,18	18,00	15,90	12,67	0,00	
Classe 9	7,99	5,89	4,01	-1,13	-0,33	-1,24	0,00	
Classe 10	-24,34	-21,80	-19,94	-19,91	-17,93	-16,44	0,00	

As curvas de gatilho de investimento com os valores de preços e profundidades, que sugerem investimento, podem ser estimadas para os anos em que o investimento imediato

supera o valor de continuação, ou seja, do ano 17 a 20, no caso do Brasil e entre os anos 15 e 20, para o Golfo do México, já que nos anos anteriores o investimento não atingiu o valor ótimo de retorno em nenhuma das classes de valores. Os preços e as profundidades de gatilho estimados são seus valores médios na classe de menores valores de investimentos, sendo que nos casos analisados tem-se o investimento imediato, somente, na classe de valores de projetos superiores, como podem ser observados nas Tabelas 6.3 e 6.4. No último ano de análise, quando a decisão passa a ser “agora ou nunca”, tem-se que o valor do investimento imediato superior a zero em cinco classes de valores de projeto.

A figura 6.8 nos mostra os valores de preços de gatilho ajustados à inflação (em torno de 4% ao ano) para ambos os casos analisados. Observa-se que os valores de preço estão acima dos US\$ 60,00 por barril, considerando as condições econômicas e tecnológicas deste modelo. Verifica-se que os investimentos seriam realizados, somente, quando a capacidade máxima de evolução tecnológica em águas profundas tivesse atingido seu ponto máximo, isto é, quando as reduções de custos operacionais fossem as maiores possíveis. No caso de poços em águas profundas no Brasil o investimento seria feito com o conhecimento já sendo suficiente para perfurar a 2000 metros de profundidade, enquanto no Golfo do México a 2600 metros. Essas diferenças refletem o alcance registrado pelos dados utilizados para cada uma das regiões.

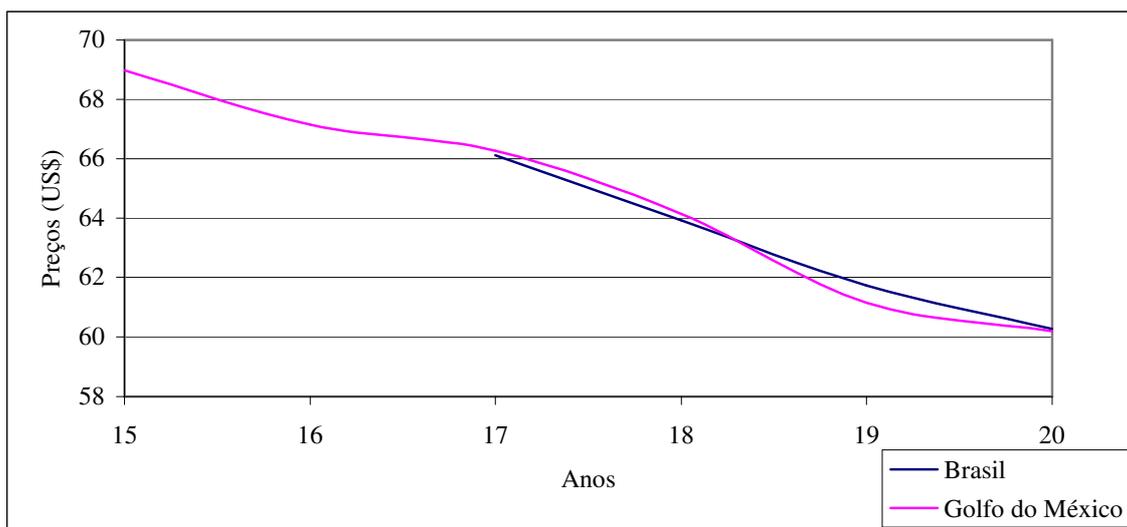


Figura 6.8 - Preços de gatilhos de investimento

A Tabela 6.5 faz uma análise dos pontos críticos do segundo modelo desenvolvido neste trabalho, para o caso do Brasil. Observa-se que a utilização do modelo baseado na Teoria das Opções Reais mostra resultados que levariam a realização do investimento no projeto analisado. Por outro lado, o uso da metodologia tradicional na avaliação econômica do projeto, o investimento não seria realizado no caso de considerarmos que a decisão tenha de ser tomada observando o cenário atual de mercado e tecnologia, têm-se a decisão de não investir pois o VPL é negativo.

No caso de considerarmos um cenário futuro, levando em conta para o cálculo do VPL, cenários com parâmetros semelhantes aos utilizados no modelo de opções, isto é, uma redução de 60% no OPEX e considerando preços na faixa de US\$ / bbl 60,00, tem-se uma apreciação do valor do projeto em relação ao cenário atual, como é possível observar na tabela, a seguir.

Se o analista utilizar o modelo de precificação de opções ele poderá ter ganhos se este seguir uma série de ações gerenciais ótimas. Portanto, o valor da opção representa um potencial de ganhos que o tomador de decisão possui. Comparando o valor da opção com o valor do VPL observa-se um valor bastante superior no caso da comparação com o cenário atual de mercado e tecnologia. Comparando o valor da opção real de investir com um cenário futuro de melhoria de preços e inovações tecnológicas reduzindo os custos operacionais, ainda obtém-se um valor de opção superior, mas com a diferença em relação ao VPL bastante reduzida.

Tabela 6.5: Modelo de Opções Reais x Metodologia tradicional (VPL) - Modelo 2

VPL(MMUS\$)	Valor da Opção (MMUS\$)	Ponto de gatilho da opção(MMUS\$)	Ponto de gatilho do VPL(MMUS\$)
Cenário atual: -14,00	736,00	512,50	16,72
Cenário futuro: 560			

Conhecendo os valores de investimento imediato e de continuação de todas as classes de valores é possível aplicar uma regra de investimento para cada nível de valores

de projeto e seus respectivos preços e profundidades médias em cada classe de valores. A Tabela 6.6 (Brasil) mostra as regras de investimento para todos os anos e níveis de valores. Como visto, anteriormente, a decisão recai quando o investimento imediato é maior que a opção de continuar aguardando melhores condições para realizar o investimento. A decisão de esperar deve ser tomada no caso oposto, enquanto que a decisão de não investir, quando o valor de investir imediatamente é negativo.

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
Classe 1	Esperar									
Classe 2	Esperar									
Classe 3	Esperar									
Classe 4	Esperar									
Classe 5	Esperar									
Classe 6	Esperar	Esperar	Esperar	Esperar	Esperar	Esperar	Não investir	Não investir	Não investir	Não investir
Classe 7	Esperar	Não investir								
Classe 8	Não investir									
Classe 9	Não investir									
Classe 10	Não investir									

	T11	T12	T13	T14	T15	T16	T17	T18	T19	T20	T21
Classe 1	Esperar	Esperar	Esperar	Esperar	Esperar	Esperar	Investir	Investir	Investir	Investir	Investir
Classe 2	Esperar	Esperar	Esperar	Esperar	Investir						
Classe 3	Esperar	Esperar	Esperar	Esperar	Investir						
Classe 4	Esperar	Esperar	Esperar	Esperar	Investir						
Classe 5	Esperar	Esperar	Esperar	Esperar	Investir						
Classe 6	Não investir	Não investir	Não investir	Não investir	Não investir						
Classe 7	Não investir	Não investir	Não investir	Não investir	Não investir						
Classe 8	Não investir	Não investir	Não investir	Não investir	Não investir						
Classe 9	Não investir	Não investir	Não investir	Não investir	Não investir						
Classe 10	Não investir	Não investir	Não investir	Não investir	Não investir						

Tabela 6.6 – Regras de investimento (Brasil)

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Os modelos desenvolvidos nesta tese permitem estimar o valor de um projeto de E&P dados incertezas futuras.. A utilização do modelo na avaliação econômica de um projeto em águas profundas mostra que, se a análise for feita pela metodologia tradicional as incertezas podem não ser incorporadas de forma adequada, pois as abordagens tradicionais do fluxo de caixa descontado não levam em consideração a dinâmica da flexibilidade gerencial para tomar decisões. Dessa forma, possíveis fracassos econômicos determinados por um VPL negativo, na verdade podem apresentar um excelente potencial de ganhos no futuro.

A avaliação econômica pela metodologia tradicional induz o processo decisório que o projeto não é economicamente viável, pois a avaliação do valor presente líquido deste projeto obteve valor negativo e de acordo com a regra de investimento “agora ou nunca“ o projeto seria considerado inviável. O modelo de Opções Reais apresenta um valor para a opção de adiar o investimento até que o indicador atinja seu valor ótimo, mostrando que as incertezas fazem com que o valor do projeto aumente em virtude das possibilidades de crescimento dos preços ou redução de custos.

O ponto de gatilho do investimento, utilizando o primeiro modelo proposto, é superior ao valor do indicador ótimo de investimento, para o VPL. Dessa forma, pode-se inferir que a realização do investimento com valores inferiores ao ponto ótimo de investimento, induzindo a empresa a realizar um investimento sub-ótimo. Os casos analisados apresentam pontos de gatilho superiores aos valores obtidos pela metodologia tradicional.

A regra de decisão é bastante sensível às volatilidades dos preços do petróleo, a taxa média de surgimento de inovações na indústria e ao tamanho do progresso tecnológico. Com maiores volatilidades de mercado, torna-se possível uma expectativa de espera para maiores valores de gatilho para realizar o investimento.

A maior dificuldade enfrentada na aplicação deste modelo está relacionada à estimativa dos parâmetros tecnológicos. A aplicação do primeiro modelo nos permite concluir que cenários mais próximos as grandes mudanças tecnológicas (taxa de surgimento reduzida com grandes saltos de qualidade), apresentam seus valores críticos para o investimento mais cedo. Isto ocorre em razão da combinação de dois fatores. O primeiro fator diz respeito a chegada de novas tecnologias de uma forma mais lenta. O custo de oportunidade se torna mais alto, pois será mais vantajoso esperar pelo aparecimento da inovação mais eficiente que reduzirá os custos operacionais ao invés de investir na tecnologia corrente.

De forma contrária, quando os incrementos de eficiência da tecnologia atual para a futura são superiores, menor será o nível do indicador ótimo para realização do investimento. Um salto tecnológico de magnitude alta reduz a opção para o tempo de espera, pois a produção terá melhor eficiência e custos inferiores. Ressalta-se, novamente, que o modelo com tecnologias representadas por saltos aleatórios apresenta limitações, na medida em que o tamanho do avanço tecnológico se torna bastante elevado e (ou) tempo entre surgimento de inovações seja muito baixo, como abordado no capítulo 5.

O segundo modelo apresentado nesta tese tratou da evolução tecnológica de forma distinta ao primeiro modelo, substituindo os saltos aleatórios de evolução tecnológica, por uma função logística, tradicionalmente, utilizada em modelos de evolução e difusão tecnológicas, aliadas a uma metodologia numérica de determinação do valor da opção.

Tal fato permitiu que as limitações observadas no primeiro modelo fossem superadas, pois como a tecnologia evolui de acordo com uma função logística, ou seja, quanto mais rápido o processo de evolução tecnológica atingir o pico ou seu limite, as reduções dos custos serão superiores, levando a tomada de decisões de realizar o investimento, mais cedo.

É possível observar nesse segundo modelo que a redução de custos operacionais em virtude do crescimento tecnológico no Golfo do México, apresentou reduções superiores. Ao mesmo tempo também atingiu o pico, mais rapidamente, que no caso do Brasil (Figura 6.6). Sendo assim, o caso com reduções de custos superiores apresentou um ponto de gatilho de investimento com reduções inferiores e mais demoradas, ou seja, ponto no qual o valor de investimento imediato supera o valor de continuar esperando o melhor momento ocorre antes do caso do brasileiro.

No segundo modelo desenvolvido, da mesma forma que foi observado no primeiro modelo, caso fosse utilizada a metodologia tradicional, a decisão tomada seria a de não realizar o investimento, pois o VPL é negativo. A espera por melhores condições de mercados e a evolução tecnológica estimada por uma função de utilidade logística, faz com que o adiamento do investimento até o momento ótimo apresente valores de opções positivos e superiores ao VPL do campo avaliado.

O ponto de gatilho do valor do projeto tem o mesmo valor da opção já que este representa o primeiro valor de projeto que o investimento imediato é favorável, como mostrado no capítulo 6. Pode-se observar que o investimento neste projeto, utilizando a metodologia tradicional, seria realizado na primeira classe em que o investimento imediato fosse superior a zero. Tal fato ocorreria já no primeiro ano da análise, em níveis de preços reais reduzidos. Porém, a realização do investimento estaria sendo conduzida de forma sub-ótima, já que a espera pelo momento ótimo gera um valor de opção superior.

O segundo modelo é dependente do tipo e da forma da função logística estimada pelo tomador de decisão. Em comparação com o modelo 1, o modelo logístico deve ser usado em momentos em que o tomador de decisão possui uma estimativa mais detalhada do comportamento futuro da evolução do processo tecnológico, em situações que possa a

função representar todo o processo. Além disso, um requisito essencial é a disponibilidade de dados e séries históricas que permitam a estimativa de volatilidades e taxas de crescimento a serem utilizadas nessas simulações. Por sua vez, o primeiro modelo desenvolvido é passível de ser aplicado, em ambientes onde o tomador de decisão possua dados menos específicos relacionados ao processo de evolução tecnológica dos setores de E&P.

Um aspecto importante para utilização dos modelos é o desenvolvimento e acompanhamento de mecanismos que permitam realizar estimativas relacionadas ao ambiente da fronteira tecnológica onde serão desenvolvidos os projetos. A inexistência de mecanismos neste sentido foi a principal dificuldade observada ao longo do trabalho, tornando necessário o desenvolvimento de indicadores que procurassem refletir a realidade da evolução da tecnologia nos ambientes de águas profundas .

É possível verificar que o horizonte de tempo necessário para avaliação econômica dos campos em águas profundas deve ser realizado no longo prazo, visto que nas aplicações desta tese, obtiveram-se momentos ótimos de investimento superiores a 15 anos de espera até o projeto atingir tal ponto. A utilização dos modelos aqui propostos deve ser realizada como ferramenta de auxílio a tomada de decisão, antes do início de desenvolvimento do campo.

A principal contribuição deste trabalho foi a aplicação no setor de E&P de óleo e gás de modelo de avaliação econômica, onde incertezas de mercado e tecnológicas e as flexibilidades advindas destas são consideradas. No caso específico do primeiro modelo apresentado no trabalho, a principal inovação diz respeito à junção em uma só variável estocástica de duas fontes de incertezas presentes na análise econômica. A utilização da razão benefício-custo permitiu isto, na medida em que concentrou a incerteza de mercado na porção benefício da variável, enquanto a porção custo concentrou a os efeitos de possíveis inovações tecnológicas. Já em relação ao segundo modelo a principal inovação foi a de desenvolver um modelo de opções reais em conjunto com a utilização de uma função logística, no caso representando os ganhos tecnológicos.

7.1 – Sugestões para trabalhos futuros

A pesquisa iniciada nesta tese possibilita diferentes níveis e linhas de continuidade e extensões. A seguir são identificadas algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Desenvolver modelos mantendo as incertezas de mercado e tecnológicas, com outros processos estocásticos;
- Incluir nos modelos desenvolvidos diferentes tipos incertezas (meio ambiente, incertezas técnicas, entre outras);
- Desenvolver modelo representando o processo de evolução tecnológica pelo processo de Poisson, onde os saltos de ganhos em eficiência não seja constante.
- Realizar pesquisa sobre o comportamento da evolução tecnológica de outras áreas da tecnologia no segmento de E&P, por exemplo, tecnologias de elevação, impactos das tecnologias de perfuração (poços horizontais, poços multi-laterais, etc), campos inteligentes, etc;
- Desenvolvimento de metodologia para quantificação de parâmetros tecnológicos referentes a velocidade dos processos de evolução tecnológica, dimensão da inovação, em outros setores tecnológicos da indústria.
- Realizar estudos de análise de portfólios de projetos de investimentos, considerando na valoração dos projetos a flexibilidade advinda de incertezas tecnológicas, de mercado, entre outras.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, C.A.C., LIMA, G.A.C, SUSLICK, S.B. The Timing of Investment in Deepwater Heavy – Oil Opportunities with Uncertainty in Oil Price and Production Technology. SPE paper no 102891. San Antonio: Proceedings of the 2006 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 24-27 September, 2006.

ALVAREZ, L., STENBAKA, R., 2003. Irreversibility, uncertainty and investment in the presence of technological progress. The Yrjo Jahnsen working paper series in industrial economics. Swedish School of Business and Administration.

AYRES, R. U., 1969, Technological forecasting and long-range planning: McGraw-Hill Book Co., New York, 237 p.

BAKER, M.P., MAYFIELD, E.S., PARSONS, J.E. Alternative Models of Uncertain Commodity Prices for Use with Modern Asset Pricing. EnergyJournal, vol.19(1), January, 1998, p.115-148

BAXTER, M. & RENNIE, A. (1996) Financial calculus , Cambridge University Press.

BESSEMBINDER, H., COUGHENOUR, J.F., SEGUIN, P.J., SMOLLER, M.M. Mean Reversion in Equilibrium Asset Prices: Evidence from the Futures TermStructure. Journal of Finance, vol.50(1), March, 1995, p.361-375

BJORK, T. (1998): Arbitrage theory in continuous time, Oxford University Press, Oxford, Great Britain.

BLACK, F., SCHOLES, M.S, 1973. "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," Journal of Political Economy, University of Chicago Press, vol. 81(3), pages 637-54, May-June.

BREALEY, R.A., MYERS, S.C. Principles of Corporate Finance. Boston: McGraw-Hill, Inc., sixth ed., 1999, 1093 p.

BRENNAN, M.J., SCHWARTZ, E.S. Evaluating Natural Resource Investment. Journal of Business, vol. 58(2), 1985, p.135-157

CHAMBERS, C., KOUVELIS, P. 2003. Competition, learning and investment in new technology. IIE Transactions 35, 863–878.

CHARI, V., H. HOPENHAYN. (1991). Vintage human capital, growth and the diffusion of new technology. Journal of Political Economy, 99(6), 1142-1165.

COHEN, W., LEVINTHAL, D. (1989) 'Innovation and Learning: Two Faces of R&D', Economic Journal, vol 99, 569-96.

CORTAZAR, G., SCHWARTZ, E.S. Monte Carlo Evaluation Model of an Undeveloped Oil Field. Journal of Energy Finance & Development, vol.3(1), 1998, pp.73-84

COX, J. C., ROSS S.A., RUBINSTEIN, M., 1979, Option Pricing: A Simplified Approach, Journal of Financial Economics, 7: 229-263.

COX, J. e RUBINSTEIN, M. (1985) Option markets, Prentice Hall.

DASGUPTA, P., STIGLITZ, J.E., 1981. Resource depletion under technological uncertainty. *Econometrica* 49, 85-104.

DIAS, M.A.G., ROCHA, K.M.C. Petroleum Concessions with Extendible Options Using Mean Reversion with Jumps to Model Oil Prices. Wassenaar-Leiden (Holanda): Proceedings of the 3rd Annual International Conference on Real Options, June 1999. Primeira versão apresentada em Workshop on Real Options, Stavanger (Noruega), Maio de 1998. Disponível em <http://www.pucrio.br/marco.ind/extend.html>

DIAS, M.A.G. Opções reais híbridas com aplicações em petróleo. Rio de Janeiro: PUC, Departamento de Engenharia Industrial, 2005.

DUFFIE, D. (1992) *Dynamic asset pricing theory*, Princeton University Press.

DIXIT, A.K., PINDYCK, R.S. *Investment under Uncertainty*. Princeton: Princeton University Press, 1994. 468 p.

DORASZELSKI, U. 2004. Innovations, improvements, and the optimal adoption of new technologies. *Journal of Economic Dynamics & Control*, n. 28, 1461– 1480

EKERN, S. An Option Pricing Approach to Evaluating Petroleum Projects. *Energy Economics*, vol.10(2), April, 1988, p.91-99

ELLIOTT, R., KOPP, E.: *Mathematics of Financial Markets*. Springer, Berlin Heidelberg, 1999

FARZIN, Y.H., HUISMAN, K.J.M., KORT, P.M. 1998. Optimal timing of technology adoption. *Journal of Economic Dynamics and Control*. (22): 779-799.

GALLI, A., ARMSTRONG, M., JEHL, B. Comparison of Three Methods for Evaluating Oil Projects. *Journal of Petroleum Technology*, October, 1999, p.44-49

GEROSKI, P.A. 2000, Models of Technology Diffusion. *Research Policy*, 29:603-626.

GENTRY, D. W., O'Neil, T. J. *Mine Investment Analysis*. SME., Littleton,CO, 1984, 502 pp.

GRENADIER, S., WEISS, A., 1997. Investment in technological innovations: an option pricing approach. *Journal of Financial Economics* 44, 397–416.

HIGGINS, J. G., 1993, Planning for risk and uncertainty in oil exploration: Long Range Planning, v. 26, no. 1, p. 111-122.

HULL, JOHN, WHITE, A. 1988. "An Overview of the Pricing of Contingent Claims." *Canadian Journal of Administrative Sciences*, 5 (September): 55-61.

KAPLAN, R.S., 1986. Must CIM be justified by Faith alone ? *Harvard Business Review* 64, 87-93.

KESTER, W.C. Today's Options for Tomorrow's Growth. *Harvard Business Review*, no 62, March-April, 1984, p.153-160

LANFORD, H. W., 1972, Technological forecasting methodologies:Analytical Technique: Advanced Trend Analysis, Am. Management Assoc. New York, p. 59-91.

LAUGHTON, D.G. The Management of Flexibility in the Upstream Petroleum Industry. *Energy Journal*, vol.19(1), January, 1998, p.83-114

LIMA, G.A.C, SUSLICK, S.B., 2001,Quantification of investment moment in mineral assets using real options theory. *Ouro Preto Mining School Journal*, Ouro Preto, v. 54, n. 2, p. 149-154.

LIMA, G.A.C e SUSLICK, S.B. Estimativa da volatilidade de preços spot de petróleo. Textos de Discussão. LAGE. Laboratório de Análises Geoeconômicas. IG/ Unicamp, 2005.

LIMA, G. A. C. Uma proposta de uso da teoria da preferência e das opções reais em projetos de exploração e produção de petróleo. IG/UNICAMP, 2004. 226 p. (Tese de doutorado).

LUNDQUIST, L. Real Option Valuation x DCF Valuation – An application to a North Sea Oilfield. Estocolmo: Stockholm University, School of Business, 2002.

MARTINO, J. P., 1990, Technological forecasting for decision making (3rd ed.): McGraw-Hill Book Co. New York, p. 460.

MERTON, R.C. Theory of Rational Option Pricing. Bell Journal of Economics and Management Science, vol.4, spring, 1973, p.141-183

METCALF, G.E., HASSET, K.A., 1995, “Investment under Alternative Return Assumptions Comparing Random Walks and Mean Reversion” Journal of Economic Dynamics and Control, vol.19, November 1995, pp.1471-1488.

MURTO, P., 2003. Timing of investment under technological and revenue related uncertainties, Systems Analysis Laboratory Research Report E11, Helsinki University of Technology

NEFTCI, S., 2000. An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives. New York, NY, USA, Academic Press.

NEPOMUCENO, F., SUSLICK, S.B., WALLS, M.R. Managing Technological and Financial Uncertainty: A Decision Science Approach for Strategic Drilling Decisions. Natural Resources Research, New York, v. 8, n. 3, p. 193-203, 1999.

NOSAL, E., WANG, T. 2004. "Arbitrage: the key to pricing options," Economic Commentary, Federal Reserve Bank of Cleveland, issue Jan 1.

OLIGNEY, R. E., ECONOMIDES, J., 1998, Technology as an asset: Hart's Petroleum Engineer Intern., v. 71, no. 9, p. 27-39.

PADDOCK, J.L., SIEGEL, D.R., SMITH, J.L. Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases. Quarterly Journal of Economics, August 1988, p. 479-508.

PARENTE, S. (1994). Technology adoption, learning by doing and economic growth. Journal of Economic Theory, 63(2), 346-369.

PINDYCK, R.S., 1999. The long-run evolution of energy prices. Energy Journal 20 (2), 1– 27.

RAJAGAPOLAN, S., Singh, M., Morton, T. 1998. Capacity expansion and replacement in growing markets with uncertain technological breakthroughs. Management Science, vol 44, n.1, 12-30.

ROCHE, H., 2004. Optimal scraping and technology adoption under uncertainty. Disponível em <http://www.realoptions.org/papers2004/RocheTA.pdf>

RUTHERFORD, S. 2002. Deep water real options valuation: waiting for technology. SPE Annual Technical Conference and Exhibition. San Antonio, Texas.

SCHUMPETER, J., 1934. The Theory of Economic Development. Harvard University, Cambridge, MA.

SCHWARTZ, E.S. The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging. Journal of Finance, vol.52(3), July, 1997, p.923-973

SCHWARTZ, E., SMITH, J.E. Short-Term Variations and Long-Term Dynamics in Commodity Prices. *Management Science*, vol.46(7), July, 2000, p.893-9

SHESHINSKI, E. "Tests of the Learning by doing hypothesis." *Review of Economics and Statistics*, Vol 49, No. 4 (1967), pp 568-578.

SHIRYAEV, A. *Essentials of Stochastic Finance*. World Scientific, Singapore, 1999

STERMOLE, F.J., STERMOLE, J.M. 1993 *Economic Evaluation and Investment Decision Methods*. 8th ed. Golden, Colorado:Investment Evaluations Corporation,. 479p.

STEVENSON, W.J. *Estatística aplicada à administração*, tradução Alfredo Alves de Farias. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1981

STOLL, H. R., WHALEY, R. E., 1993, *Futures and options: Theory and Applications*. Cincinnati: Southwestern Publishing Co.

SUSLICK, S.B., SCHIOZER, D.J, NEPOMUCENO, F., FURTADO, R. Forecasting the Development of Heavy-Oil Reserves in Ultra-Deep Waters Using Technological Risk Models. In: SPE HYDROCARBON ECONOMICS AND EVALUATION SYMPOSIUM, 2003, Dallas-USA. SPE Hydrocarbon Economics and Evaluation Symposium held in Dallas, Texas, U.S.A., 5-8 April 2003.. Richardson, Texas: SPE - Society of Petroleum Engineers, 2003.

TOURINHO, O.A.F. *The Valuation of Reserves of Natural Resources: An Option Pricing Approach*. Berkeley, 1979. 103 p. Tese de Ph.D., University of California, Berkeley.

TRIGEORGIS, L. *Real Options – Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*. Cambridge (EUA): MIT Press, 1996, 427 p.

WILLMOTT, P. Derivatives: The Theory and Practice of Financial Engineering.
Chichester: John Wiley & Sons Ltd,1998

ANEXO 1 – DERIVAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA METODOLOGIA DE INVESTIMENTO

A derivação do modelo para a análise do momento ótimo para a realização de investimentos em projetos em águas profundas, utiliza princípios de não-arbitragem comum na valoração de ativos de contingência.

O valor do projeto (V) depende da relação benefício-custo (R). Assume-se que é possível construir o seguinte portfólio dinâmico: mantém-se uma unidade do projeto $V(R)$ e tomando-se uma posição curta em N unidades de (R), o valor do portfólio (Φ) é:

$$\Phi = V(R) - N(R). \quad (A1.1)$$

O retorno global do portfólio é:

$$d\Phi = dV(R) - N d(R). \quad (A1.2)$$

Se o valor de N é $V'(R)$ e o portfólio é continuamente ajustado, o retorno pode ser demonstrado com certeza e, conseqüentemente, livre de risco. Portanto a equação (A1.2) torna-se:

$$d\Phi = dV(R) - V'(R) d(R). \quad (A1.3)$$

Porém, esta estratégia tem um custo. O real dono da posição curta, requer o pagamento de dividendos por ter emprestado para que o investidor assuma a posição longa:

$$\delta V'(R)dt. \quad (A1.4)$$

O retorno do titular da posição longa é:

$$dV(R) - V'(R) d(R) - \delta(R)V'(R)' dt. \quad (A1.5)$$

Para estimar $d(R)$ da equação (A1.5) utilizamos o equivalente do lema de Ito para um processo estocástico reunindo a mistura de MGB e processo de Poisson, para obtermos:

$$dV(R) = V'(R) d(R) + \frac{1}{2} V''(R) (d(R))^2 + \lambda(V(R) - V(R) [1+\phi])dt \quad . \quad (A1.6)$$

Da equação estocástica que governa (R) no modelo com um salto positivo, define-se $(d(R))^2$:

$$(d(R))^2 = (d(R) = \alpha(R)dt + \sigma(R)\partial z - (R)dq)^2 \quad . \quad (A1.7)$$

O componente de tendência do modelo tem termos com (dt^2) que podem ser ignorados, pois estes tendem a zero, deixando somente o componente de volatilidade $(d(R))^2$:

$$(\partial(B/C))^2 = \sigma^2(V(R))^2 dt - \lambda\phi^2(R)^2 dt \quad . \quad (A1.8)$$

Combinando as equações A1.5, A1.6 e A1.8, tem-se o retorno total do portfólio:

$$\frac{1}{2} V''(R) \sigma^2(R)^2 - \delta(R)V'(R) + \lambda(V(R) - V(R) [1+\phi]) \quad . \quad (A1.9)$$

Para que se evite arbitragem, a taxa de retorno do portfólio deve ser igual a um investimento sob uma taxa livre de risco:

$$\frac{1}{2} V''(R) \sigma^2(R)^2 - \delta(R)V'(R) + \lambda(V(R) - V(R) [1+\phi]) = r(V(R) - r V'(R) (R) \quad . \quad (A1.10)$$

Manipulando A1.8, acha-se que o valor do projeto é a solução da seguinte equação diferencial:

$$\frac{1}{2}\sigma^2(R)^2 V''(R) + (r-\delta)(R) V'(R) - (\lambda-r)V(R) + \lambda [1+\phi] (R) = 0 \quad . \quad (A1.11)$$

A solução geral para a equação (A1.11) é:

$$V(R) = K (R)^\beta \quad , \quad (A1.12)$$

onde β é definido como:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 \beta(\beta - 1) + (r-\delta) \beta - (\lambda - r) + \lambda [1+\phi]^\beta = 0 \quad . \quad (A1.13)$$

Para que se encontre uma solução, é necessário considerar duas situações. Na primeira o valor do projeto, quando (R) é igual ou maior que 1 e o projeto está operando. A segunda

é quando a razão é menor que 1 e o projeto está parado. O valor do projeto então deve ser calculado usando duas equações:

$$V(R) = K_1 (R)^{\beta_1} + K_2 (R)^{\beta_2} \quad , \text{ se } (R) < 1 \quad , \quad (A1.14)$$

$$V(R) = D_1 (R)^{\beta_1} + D_2 (R)^{\beta_2} + \pi(R) \quad , \text{ se } (R) > 1 \quad , \quad (A1.15)$$

onde K_1 , K_2 , D_1 e D_2 são constantes a serem determinadas.

Da equação (A1.14), com a razão (R) tendendo a zero, é improvável que volte a ultrapassar o valor de 1, exceto em um futuro muito distante. Oriundo de uma propriedade do MGB, se o indicador atingir zero, o valor do projeto será zero. O termo $K_2 (R)^{\beta_2}$ representa os lucros esperados em um futuro distante. Dessa forma o valor esperado do projeto é:

$$V(R) = K_1 (R)^{\beta_1} \quad . \quad (A1.16)$$

O termo $D_1(R)^{\beta_1}$ da equação (A1.15) é o componente de $V(R)$ causado por bolhas especulativas quando o indicador atinge valores extremamente altos. Segundo Dixit e Pindyck (1994), assume-se que com um valor muito alto, (R) pode ser sobre-valorizado se houver uma expectativa de vender o ativo e obter um ganho de capital. Usamos essa premissa para definir o valor do termo $D_1 (R)^{\beta_1}$. Com a razão tendendo ao ∞ , as operações não serão suspensas, a não ser que sejam em um futuro distante. Com o crescimento de (R), este componente também cresce indefinidamente. Então para satisfazer a premissa, $D_1 = 0$. A valoração do projeto com o indicador sendo maior que 1 é definido:

$$V(R) = D_2 (R)^{\beta_2} + \pi(R) \quad . \quad (A1.17)$$

As constantes K_1 e D_2 são obtidas por intermédio do ponto de contato das equações A1.16 e A1.17. Neste ponto, os benefícios e os custos são iguais e $(R) = 1$, mostrado na equação A1.18.

$$K_1 (R)^{\beta_1} = D_2 (R)^{\beta_2} + (R) \left(\frac{r}{\delta} \right) \quad . \quad (A1.18)$$

Assume-se que no ponto de contato a função é contínua e diferenciável. Então tem-se:

$$\beta_1 K_1 (R)^{\beta_1 - 1} = \beta_2 D_2 (R)^{\beta_2 - 1} + \left(\frac{r}{\delta}\right) . \quad (\text{A1.19})$$

Após alguma álgebra, manipulando A1.18 e A1.19, obtem-se K_1 e D_2 :

$$K_1 = \frac{-(r/\delta)(1-\beta_1)}{(\beta_1-\beta_2)} + \left(\frac{r}{\delta}\right) , \quad (\text{A1.20})$$

$$D_2 = \frac{-(r/\delta)(1-\beta_1)}{(\beta_1-\beta_2)} . \quad (\text{A1.21})$$

Agora é possível evoluir para a determinação do valor da opção de investir e a regra de decisão ótima. Seguindo os mesmos princípios de valoração por ativo de contingência o valor da opção define-se como a solução da equação diferencial:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\sigma^2 (R)^2 F''(R) + (r-\delta) (R) F'(R) - (\lambda-r) F(R) \\ & + \lambda [1+\phi] (R) = 0 . \end{aligned} \quad (\text{A1.22})$$

A solução geral da equação diferencial é :

$$F(R) = A_1 (R)^\beta . \quad (\text{A1.23})$$

Para definir a solução da equação diferencial, necessita-se de 3 condições de contorno:

$$\left\{ \begin{array}{l} F(0) = 0 , \quad (\text{A1.24}) \\ A_1(R)^{\beta_1} = D_2(R)^{\beta_2} + (R) \left(\frac{r}{\delta}\right) - I , \quad (\text{A1.25}) \\ \beta_1 A_1 (R)^{\beta_1 - 1} = D_2 \beta_2 (R)^{\beta_2 - 1} + \left(\frac{r}{\delta}\right) . \quad (\text{A1.26}) \end{array} \right.$$

A equação (A1.24) indica a barreira inferior limite da opção, isto é, se R for zero, o valor da opção também será zero. A equação (A1.25) é a função de valor presente e a equação (A1.26) é a chamada condição de alto contato. Após alguma manipulação envolvendo (A1.25) e (A1.26), obtem-se a equação:

$$\frac{D_2}{(R^*)} (R^*)^{\beta_2} (\beta_1 - \beta_2) + \left(\frac{r}{\delta}\right) (\beta_1 - 1) - \frac{\beta_1 I}{(R^*)} = 0 . \quad (\text{A1.27})$$

Da equação (A1.27), determina-se o a razão ótima para a realização do investimento, $(R)^*$, conhecido também como o ponto de gatilho do investimento. Agora o valor da opção pode ser estimado da seguinte forma:

$$F(R) = A_1(R^*)^{\beta_1}. \quad (A1.28)$$

ANEXO 2 – FLUXO DE CAIXA DO PROJETO

Ano	Produção		RECEITA	CAPEX			Total	OPEX	Impostos Indiretos		Depreciação	Royalties
	Óleo MMbbl	Total MMboe	Total MMUS\$	Poços MMUS\$	Material MMUS\$	Serviço MMUS\$			CAPEX MMUS\$	OPEX MMUS\$		
0	0,00	0,00	0,00		300,00	0,00	300,00	30,00	0,00	2,08	15,00	0,00
1	4,10	4,10	101,68	5	60,00	140,00	200,00	32,46	28,00	2,25	18,00	10,17
2	7,82	7,82	193,89	4	48,00	112,00	160,00	34,69	22,40	2,40	20,40	19,39
3	10,12	10,12	251,14	3	36,00	84,00	120,00	36,07	16,80	2,50	22,20	25,11
4	10,87	10,87	269,77		0,00	0,00	0,00	36,52	0,00	2,53	22,20	26,98
5	8,96	8,96	222,30		0,00	0,00	0,00	35,38	0,00	2,45	22,20	22,23
6	7,72	7,72	191,59		0,00	0,00	0,00	34,63	0,00	2,40	22,20	19,16
7	6,94	6,94	172,14		0,00	0,00	0,00	34,16	0,00	2,36	22,20	17,21
8	6,27	6,27	155,47		0,00	0,00	0,00	33,76	0,00	2,34	22,20	15,55
9	8,18	8,18	202,90		0,00	0,00	0,00	34,91	0,00	2,42	22,20	20,29
10	11,11	11,11	275,59		0,00	0,00	0,00	36,67	0,00	2,54	7,20	27,56
11	8,16	8,16	202,39		0,00	0,00	0,00	34,90	0,00	2,41	4,20	20,24
12	6,34	6,34	157,35		0,00	0,00	0,00	33,81	0,00	2,34	1,80	15,74
13	5,29	5,29	131,20		0,00	0,00	0,00	33,17	0,00	2,30	0,00	13,12
14	4,59	4,59	113,87		0,00	0,00	0,00	32,75	0,00	2,27	0,00	11,39
15	4,09	4,09	101,34		0,00	0,00	0,00	32,45	0,00	2,25	0,00	10,13
16	4,60	4,60	114,07		0,00	0,00	0,00	32,76	0,00	2,27	0,00	11,41
17	5,25	5,25	130,34		0,00	0,00	0,00	33,15	0,00	2,29	0,00	13,03
18	3,98	3,98	98,75		0,00	0,00	0,00	32,39	0,00	2,24	0,00	9,88
19	3,25	3,25	80,73		0,00	0,00	0,00	31,95	0,00	2,21	0,00	8,07
20	2,75	2,75	68,10		0,00	0,00	0,00	31,65	0,00	2,19	0,00	6,81
21	2,37	2,37	58,79		0,00	0,00	0,00	31,42	0,00	2,17	0,00	5,88
22	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	30,00	0,00	2,08	0,00	0,00
23	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	30,00	0,00	2,08	0,00	0,00
24	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	30,00	0,00	2,08	0,00	0,00
Total	132,8	132,8	3293,4	12,0	444,0	336,0	780,0	769,7	67,2	57,4	222,0	329,3
Total Descontado			1364,1	9,8	417,5	274,1	691,5	296,5	54,8	20,5	132,1	136,4

COFINS	PIS	Participação Proprietário do Solo	Retenção de Área	Participação Especial	Lucro Bruto	Imposto de Renda	CSLL	Fluxo de Caixa Anual	Fluxo de Caixa Efetivo
MM US\$	MM US\$	MM US\$	MM US\$	MM US\$	MM US\$	MM US\$	MM US\$	MM US\$	MM US\$
0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	-47,09	-11,77	-3,77	-316,55	-316,55
0,66	3,05	0,00	0,06	0,00	-132,97	-33,24	-10,64	-131,09	-131,09
1,26	5,82	0,00	0,06	0,00	-24,53	-6,13	-1,96	-44,03	-44,03
1,63	7,53	0,00	0,06	0,00	55,22	13,81	4,42	23,20	23,20
1,75	8,09	0,00	0,06	0,00	171,63	42,91	13,73	137,19	137,19
1,44	6,67	0,00	0,06	0,00	131,87	32,97	10,55	110,55	110,55
1,25	5,75	0,00	0,06	0,00	106,14	26,54	8,49	93,31	93,31
1,12	5,16	0,00	0,06	0,00	89,85	22,46	7,19	82,40	82,40
1,01	4,66	0,00	0,06	0,00	75,89	18,97	6,07	73,05	73,05
1,32	6,09	0,00	0,06	0,00	115,62	28,90	9,25	99,66	99,66
1,79	8,27	0,00	0,06	0,00	191,51	47,88	15,32	135,51	135,51
1,32	6,07	0,00	0,06	0,00	133,19	33,30	10,66	93,44	93,44
1,02	4,72	0,00	0,06	0,00	97,87	24,47	7,83	67,37	67,37
0,85	3,94	0,00	0,06	0,00	77,76	19,44	6,22	52,10	52,10
0,74	3,42	0,00	0,06	0,00	63,24	15,81	5,06	42,37	42,37
0,66	3,04	0,00	0,06	0,00	52,75	13,19	4,22	35,34	35,34
0,74	3,42	0,00	0,06	0,00	63,41	15,85	5,07	42,49	42,49
0,85	3,91	0,00	0,06	0,00	77,04	19,26	6,16	51,62	51,62
0,64	2,96	0,00	0,06	0,00	50,58	12,65	4,05	33,89	33,89
0,52	2,42	0,00	0,06	0,00	35,48	8,87	2,84	23,77	23,77
0,44	2,04	0,00	0,06	0,00	24,90	6,23	1,99	16,69	16,69
0,38	1,76	0,00	0,06	0,00	17,10	4,28	1,37	11,46	11,46
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-32,08	-8,02	-2,57	-21,49	0,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-32,08	-8,02	-2,57	-21,49	0,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-32,08	-8,02	-2,57	-21,49	0,00
21,4	98,8	0,0	1,3	0,0	1394,4	348,6	111,6	712,3	733,7
8,9	40,9	0,0	0,5	0,0	403,9	101,0	32,3	-14,8	-13,0