

IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS DE SISTEMAS
MECÂNICOS COM APLICAÇÃO A MANCAIS

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECANICO

IDENTIFICAÇÃO DE PARAMETROS DE SISTEMAS MECANICOS
COM APLICAÇÕES A MANCAIS

*Este exemplar corresponde à
redação final da tese defendida
por Natanael Victor de Oliveira
e aprovada pela comissão julgadora
em 23/05/1988*

[Assinatura]

Natanael Victor de Oliveira

Tese apresentada à Faculdade de
Engenharia de Campinas -Unicamp,
como parte dos requisitos exi -
gidos para obtenção do Título de
Doutor em Engenharia Mecânica.

CAMPINAS

1988

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECANICO

Tese de : DOUTORADO.

Título da Tese : IDENTIFICAÇÃO DE PARAMETROS DE SISTEMAS
MECÂNICOS COM APLICAÇÃO A MANCAIS.

Autor : NATANAEL VÍCTOR DE OLIVEIRA.

Orientador : Prof. Dr. JOSÉ ROBERTO DE FRANÇA ARRUDA.

Aprovada por :

Prof. Dr. JOSÉ ROBERTO DE FRANÇA ARRUDA (PRESIDENTE)

Prof. Dr. FERNANDO IGUTI (EXAMINADOR)

Prof. Dr. HANS INGO WEBER (EXAMINADOR)

Prof. Dr. MOYSÉS ZINDELUK (EXAMINADOR)

Prof. Dr. VALDER STEFFEN JÚNIOR (EXAMINADOR)

Prof. Dr. DOUGLAS EDUARDO ZAMPIERI (CONVIDADO)

Prof. Dr. CARLOS AMADEU PALLEROSI (CONVIDADO)

A minha esposa Luciana, meu filho
Rafael Victor, meu irmão e amigo
José Victor, minha cunhada Maria
Nazaré e a minha querida mãe.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. José Roberto de França Arruda, meu orientador pela dedicação, incentivo e atenção que me foram dados.

Ao Prof. Dr. Fernando Iguti, pela valiosa contribuição e atenção no início deste trabalho.

Ao Prof. Ms. Luis Roberto Xavier Ribeiro, pela ajuda e discussões no projeto da bancada de teste.

Ao Prof. Ms. José Maria C. dos Santos pela importante ajuda na revisão do trabalho.

Ao Sr. Rosângelo W. Ap. Ferreira pela constante ajuda na parte de instrumentação.

Ao Sr. Armando Arruda, pela confecção cuidadosa dos desenhos.

Aos técnicos Luis Roberto Morrelli, José Luis C. de Almeida e Júlio C. C da Silva pela constante ajuda na montagem da bancada de teste.

Ao GEPRON (Laboratório de Projeto Mecânico)

A CAPIS/PICD/ CNPq por ter financiado este projeto de pesquisa.

A Universidade Federal da Paraíba - Centro de Ciências e Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, Campina Grande-Pb, por ter me dado a oportunidade de realizar este trabalho.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram e tornaram possível a realização deste trabalho, a minha gratidão.

RESUMO

O objetivo do presente trabalho é o estudo e desenvolvimento de diferentes formulações matemáticas no domínio da frequência e no domínio do tempo para identificar parâmetros de sistemas mecânicos, sendo dada ênfase a aplicação em sistemas mecânicos rotativos que possuem mancais hidrodinâmicos como suportes.

Para tal são processadas simulações no tempo e em frequência para verificação das formulações matemáticas desenvolvidas, bem como são feitos comentários sobre técnicas numéricas de resolução de sistemas de equações lineares em frequência e no tempo para identificar tais parâmetros.

Assim, diferentes formulações matemáticas para os processos de identificação são comentadas e discutidas.

São discutidos neste trabalho os aspectos mais relevantes no tocante à escolha adequada (critério) do intervalo de tempo na discretização dos sinais e seu efeito nos coeficientes identificados, aos tipos de integradores para obtenção conveniente dos sinais, aos ruídos sobrepostos às variáveis independentes (saídas) e seu efeito nos coeficientes identificados, bem como os aspectos ligados ao estimador dos mínimos quadrados e ao estimador das variáveis instrumentais utilizados.

Finalmente, são apresentados como ilustração, alguns resultados experimentais de identificação dos coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo de um mancal hidrodinâmico circular. Procura-se, aí, levantar comentários e discussões com relação à bancada de teste, medidas convenientes dos sinais, folga radial adotada, e quanto ao sinal de excitação utilizado, enfatizando suas vantagens em relação a outros tipos de sinais que normalmente são utilizados para identificar parâmetros de sistemas mecânicos. Procura-se, também, apresentar alguns resultados preliminares de identificação de forças no domínio da frequência para o sistema em análise.

ABSTRACT

The main object of this work is to present and investigate different formulations for the estimation of mechanical system parameters, both in the time and in the frequency domain. These formulations are directed to the application to the problem of journal bearing coefficients estimation.

Estimation methods are investigated and compared to each other using simulated data. Many comments on numerical problems related to the simulation and to the solution of linear systems of equations involved in the estimation procedure are made. Some examples are the time interval choice in digital simulation, numerical investigation methods and the choice of the excitation signal.

From the simulated data it is shown that the best procedure for the journal bearing parameters estimation problem consists in exciting the system with a synthesized low-correlation periodic signal (Schroeder) and using a sort of Instrumental Variable Method simulated on the frequency domain.

Some preliminary experimental results are presented for a plain cylindrical journal bearing excited in the horizontal and vertical directions simultaneously. Some results of forces identification in the frequency domain are also presented for the bearing system.

SIMBOLOGIA

A	matriz do sistema	
A_L	matriz livre de ruído	
A_R	matriz dos ruídos	
A^+	pseudo-inversa da matriz A	
B	matriz de distribuição	[rad/s]
b	vetor de excitação	
b_L	vetor de excitação livre de ruído	
b_R	vetor de excitação com ruído	
b_x, b_y	razão de ganhos	
C	folga radial	[m]
C_m	coeficiente de amortecimento adimensional ($m = xx, xy, yx, yy$)	
C_n	coeficientes de amortecimento ($n = xx, xy, yx, yy$)	[Ns/m]
Cov	covariância	
C_p	coeficiente de amortecimento adimensional em relação ao sistema de coordenadas móvel ($p = rr, rs, sr, ss$)	
D	diâmetro do mancal	[m]
DT, $\Delta t, T$	intervalo de tempo de discretização	
e	excentricidade	[m]
E []	valor esperado	
F	matriz fundamental	
\bar{F}	amplitude do vetor força de excitação	[N]
f	frequência	[Hz]
(Fc)	vetor força de excitação complexo	

F_I, F_J	forças radial e transversal devidas ao campo de de pressão	[N]
F_x, F_y	forças aplicadas nas direções x e y	[N]
f_x, f_y	força de excitação adimensional nas direções x e y	[N]
F_{ro}, F_{so}	forças estática radial e transversal geradas no filme de óleo	[N]
F_{xn}^C, F_{xn}^S	coeficientes de Fourier do vetor força de excitação na direção-x	
F_{yn}^C, F_{yn}^S	coeficientes de Fourier do vetor força de excitação na direção-y	
G	módulo de torção	[Pa]
$[H_{ij}(\omega)]$	matriz das funções de resposta em frequência complexa	
h	espessura do filme de óleo	[m]
h_{max}	espessura máxima do filme de óleo	[m]
h_{min}	espessura mínima do filme de óleo	[m]
I	matriz unitária	
i	$\sqrt{-1}$	
$[I_m]$	matriz identidade modificada	
$[K_c]$	matriz de rigidez complexa	
K_m	coeficiente de rigidez adimensional ($m = xx, xy, yx, yy$)	
K_n	coeficientes de rigidez ($n = xx, xy, yx, yy$)	[N/m]
K_p	coeficiente de rigidez adimensional em relação ao sistema de coordenadas móvel ($p = rr, rs, sr, ss$)	
K_x, K_y	constante de rigidez equivalente dos suportes nas direções x e y	[N/m]

L	comprimento do mancal	[m]
M	massa da bucha do mancal	[Kg]
Ne	potência de dois do número de pontos a gerar	
Nr	número de pontos em frequência ($Nr = 2^{Ne}$)	
N_R	nível de ruído em porcentagem	
Nt	número de pontos no tempo	
Npi	número para escolha do intervalo de tempo de discretização ($Npi > 0$)	
Oe	centro do eixo	
Oee	centro estático do centro do eixo em relação ao mancal	
Oed	centro dinâmico do centro do eixo em relação ao mancal	
Om	centro do mancal	
p	pressão	[N/m ²]
PLim	limite de probabilidade	
q,q1,q2	vazão do fluxo de óleo	[m ³ /s]
R	raio do eixo	[m]
R()	vetor do ruído	
r,s	deslocamento em relação ao sistema de coordenadas móvel	[m]
\dot{r}, \dot{s}	velocidade em relação ao sistema de coordenadas móvel	[m/s]
T	período	[s]
t	tempo	[s]
To	carga estática aplicada	[N]
U	vetor de entrada	[N]
U1,U2,V	velocidades	[m/s]

u, v, w	componentes de velocidade	[m/s]
Var	variância	
(V_c)	vetor em deslocamento complexo	
Ved	velocidade dinâmica do centro do eixo em relação ao centro do mancal	[m/s]
V_x, V_y	potencial elétrico	
W_S	matriz do sistema eixo - mancal	
W_v	matriz das variáveis instrumentais	
X	deslocamento, vetor de estado	[m]
[X]	matriz das variáveis de estado e excitação	
\bar{X}, \bar{Y}	valor médio ou estático dos deslocamentos	[m]
$X_i(k)$	vetor de estado no k-ésimo instante de amostragem	
X_L	resposta livre de ruído	
$X_{x_n}^C, X_{y_n}^S$	coeficientes de Fourier do vetor de deslocamento na direção-x	
X1	deslocamento adimensional direção-x	
X2	velocidade adimensional direção-x	
X3	deslocamento adimensional direção-y	
X4	velocidade adimensional direção-y	
$Y_{y_n}^C, Y_{y_n}^S$	coeficientes de Fourier do vetor de deslocamento na direção-y	
Z_n	matriz de impedância	
α	ângulo	[rad]
α_n	coeficientes de inércia do filme de óleo (n = xx, xy, yx, yy)	[Ns ² /m]
β	parâmetro de carregamento adimensional	

θ_i	séries temporais coeficientes	
$(\gamma(k))$	seqüência de variáveis aleatórias	
$\Delta F_x, \Delta F_y$	forças restauradoras em relação ao sistema de coordenadas inercial	[N]
$\delta F_r, \delta F_s$	forças restauradoras em relação ao sistema de coordenadas móvel	[N]
$\Delta \phi$	"bias" ou viés (erro sistemático)	
ϵ	matriz e/ou vetor dos erros	
e_r	excentricidade relativa ($e_r = e/C$)	
e_o	excentricidade estática relativa do centro do eixo em relação ao mancal	
μ	viscosidade do lubrificante	[Ns/m ²]
σ	tensão média	
σ_i^+	valores singulares da matriz A	
Φ, ϕ	matriz e/ou vetor dos coeficientes	
$\hat{\Phi}_{MQ}$	estimador dos mínimos quadrados	
$\hat{\Phi}_{VI}$	estimador das variáveis instrumentais	
ψ	posição angular dinâmica do eixo em relação ao mancal	[rad]
ψ_o	posição angular estática do centro do eixo em relação ao mancal	[rad]
Ω	velocidade angular de rotação do eixo	[rad/s]
Ω_{pr}	frequência angular de "Oil-Whirl"	[rad/s]
ω	frequência	[rad/s]
ω_n	frequência natural	[rad/s]
ω_o	frequência fundamental ($2\pi/T$)	[rad/s]

(^) valor estimado

Σ_i^+ diagonal de σ_i^+

∇^2 operador de Laplace $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

ÍNDICE

CAPÍTULO.1

INTRODUÇÃO

1.1-Introdução Geral.....	1-1
1.2-Characterização do Mancal Hidrodinâmico-Histórico e Revisão Bibliográfica.....	1-4
1.3-Identificação de Sistemas Mecânicos.....	1-25
1.4-Descrição do Trabalho.....	1-32

CAPÍTULO.2

CARACTERIZAÇÃO DO MANCAL HIDRODINAMICO

2.1-Introdução.....	2-1
2.2-Definição.....	2-4
2.3-Fenômenos de Instabilidade-Explicação Simplificada.....	2-5
2.4-Characterização do Mancal Hidrodinâmico.....	2-10
2.5-Hipóteses Aplicadas à Teoria Hidrodinâmica.....	2-11
2.6-Forma Geral da Equação de Reynolds Aplicada a Mancais Hidrodinâmicos (Coeficientes Lineares do Mancal).....	2-13
2.9-Conclusão.....	2-26

CAPÍTULO.3

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE IDENTIFICAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE RIGIDEZ E AMORTECIMENTO DO MANCAL NO DOMÍNIO DO TEMPO

3.1-Introdução.....	3-1
3.2-Modelo Físico.....	3-2
3.3-Modelo Matemático.....	3-4
3.4-Formulação Para o Problema de Identificação.....	3-12
3.5-Estimação da Matriz dos Coeficientes.....	3-16
3.5-Conclusão.....	3-21

CAPÍTULO.4

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE IDENTIFICAÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUENCIA USANDO ESPECTRO DA EXCITAÇÃO E RESPOSTA

4.1-Introdução.....	4-1
4.2-Modelo Matemático e Formulação Para o Processo de Identificação.....	4-2
4.3-Conclusão.....	4-23

CAPÍTULO 5

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE IDENTIFICAÇÃO USANDO FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

5.1-Introdução.....	5-1
5.2-Resposta em Frequência Para Sistemas não Conservativos....	5-2
5.3-Formulação Matemática Para o Processo de Identificação....	5-6
5.4-Cálculo das Funções de Resposta em Frequência Para o Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico.....	5-10
5.5-Conclusão.....	5-18

CAPÍTULO 6

PROPRIEDADES DOS DIVERSOS ESTIMADORES E SINAIS DE EXCITAÇÃO

6.1-Introdução.....	6-1
6.2-Excitação Harmônica.....	6-2
6.3-Excitação Impulsional.....	6-4
6.4-Excitação Aleatória.....	6-5
6.5-Excitação com Sinal Sintetizado (Schroeder).....	6-6
6.6-Estimador dos Mínimos Quadrados.....	6-13
6.7-Estimador das Variáveis Instrumentais.....	6-25
6.8-Conclusão.....	6-31

CAPÍTULO.7

RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DIGITAL DO PROBLEMA DE IDENTIFICAÇÃO

7.1-Introdução.....	7-1
7.2.-Identificação em Frequência do Sistema de Um Grau de Liberdade.....	7-4
7.3-Identificação de Sistemas Mecânicos no Domínio do Tempo...7-31	
7.3.1-Formulação Matemática Para o Processo de Identificação no Domínio do Tempo Para Sistemas de Um Grau de Liberdade.....	7-33
7.4-Identificação do Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico no Domínio da Frequência Usando Espectro da Excitação e Resposta.....	7-47
7.4.1-Formulação Matemática Para o Processo de Identificação em Frequência.....	7-49
7.4.2-Identificação em Frequência Usando Espectro da Excitação e Resposta com Excitação Agindo Simultaneamente nas Direções X e Y.....	7-50
7.4.3-Identificação Em Frequência Usando Espectro da Excitação e Resposta Com Excitação Agindo na Direção-X.....	7-56
7.4.4-Identificação Em Frequência Usando Espectro da Excitação e Resposta Com Excitação Agindo na Direção-Y.....	7-63

7.5-Identificação do Sistema de Um Grau de Liberdade Com Simulação em Frequência Usando o Estimador Dos Mínimos Quadrados (EMQ) e o Método das Variáveis Instrumentais (EVI).....	7-70
7.5.1-Resposta Em Frequência do Sistema Simulado.....	7-72
7.5.2-Formulação Matemática Para o Processo de Identificação.....	7-74
7.6-Identificação do Sistema Eixo-mancal Com Simulação em Frequência Usando o Estimador dos Mínimos Quadrados (EMQ) e o Estimador das Variáveis Instrumentais (EVI)....	7-86
7.6.1-Resposta em Frequência do Sistema Simulado.....	7-87
7.6.2-Formulação Matemática Para o Processo de Identificação.....	7-90
7.6.3-Discussões Com Relação aos Planos de Excitação do Sistema.....	7-92
7.6.4-Coefficientes Lineares do Mancal.....	7-97
7.6.5-Resultados de Identificação para o Mancal.....	7-99
7.7-Um Método de Identificação de Forças no Domínio da Frequência Usando o Estimador dos Mínimos Quadrados (EMQ) e o Método das Variáveis Instrumentais (EVI).....	7-111
7.7.1-Método dos Mínimos Quadrados (EMQ).....	7-112
7.7.2-Método das Variáveis Instrumentais (EVI).....	7-114
7.7.3-Resultados Para o Processo de Identificação de Forças Usando o Estimador dos Mínimos Quadrados e o Estimador das Variáveis Instrumentais.....	7-115
7.8-Conclusão.....	7-118

CAPÍTULO.8

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

8.1-Introdução.....	8-1
8.2-Descrição Geral da Bancada de Teste.....	8-3
8.3-Frequências Naturais da Estrutura.....	8-10
8.3.1-Frequência Natural do Eixo (Livre-Livre).....	8-10
8.3.2-Frequências Naturais da Montagem com Eixo Parado($\Omega = 0$).....	8-12
8.3.3-Frequências Naturais da Base do Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico.....	8-18
8.4-Força de Excitação Utilizada no Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico.....	8-19
8.5-Dados Geométricos do Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico....	8-20
8.6-Faixa de Operação do Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico....	8-23
8.7-Análise do Comportamento Dinâmico do Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico.....	8-24
8.8-Resultados Experimentais.....	8-39
8.8.1-Resultados Experimentais de Identificação Usando os Espectros de Excitação e Resposta (Coeficientes Lineares do Mancal) e Identificação de Forças.....	8-45
8.9-Conclusão.....	8-72

CAPÍTULO.9
CONCLUSÃO GERAL

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APÊNDICES

APÊNDICE A-ANÁLISE DE FOURIER.

APÊNDICE B-DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DE ESTADO.

APÊNDICE C-MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS.

APÊNDICE D-MÉTODO DAS VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS.

APÊNDICE E-RUÍDO ALEATÓRIO SIMULADO.

APÊNDICE F-MÉTODO PARA IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MANCAL
USANDO AS MEDIDAS DO MÓDULO E FASE ENTRE OS SINAIS
ENTRADA E SAÍDAS.

APÊNDICE G-DERIVAÇÃO DAS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO PARA O SISTEMA
EIXO-MANCAL HIDRODINÂMICO (COEFICIENTES LINEARES).

APÊNDICE H-PUBLICAÇÕES

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1-INTRODUÇÃO GERAL

O estudo do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos eixo-mancais na dinâmica de rotores, tem despertado grande interesse na comunidade científica nas últimas décadas. Dentro desta área, é de real importância o estudo das características dos coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo de mancais hidrodinâmicos, uma vez que é patente, na grande maioria de tais sistemas, a utilização destes tipos de mancais. Esta modalidade de sistema apresenta particularidades de construção e operação assim como: limitações das velocidades angulares de rotação do eixo, vibrações auto-excitadas, capacidade de suportar combinações de cargas e velocidades.

Como as velocidades das máquinas rotativas vêm aumentando, assim como as exigências quanto ao seu desempenho, o interesse no desenvolvimento da teoria sobre o comportamento dinâmico de sistemas eixo-mancais tem sido considerável. Estas características, no seu conjunto, sugerem métodos híbridos de modelagem e identificação que permitam a obtenção de um modelo satisfatório. Essa área envolve uma parte teórica de formulação do problema de identificação relativamente complexa, complexidade

esta que se acentua ainda mais quando o estudo é direcionado para o problema experimental de identificação.

A análise do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos é objeto de estudo do Departamento de Projeto Mecânico da Unicamp há algum tempo, e tem-se caracterizado como uma das principais linhas de pesquisa. Este trabalho é sugerido como um esforço adicional na capacitação tecnológica na área de dinâmica da rotação que vem sendo desenvolvida.

Nos sistemas mecânicos de grande porte, mesmo com o conhecimento de um modelo matemático que retrate o comportamento dinâmico em dadas faixas de operação, é praticamente impossível obter-se parâmetros destes modelos de forma direta. Daí, a necessidade de se utilizar métodos de identificação.

O trabalho em linhas gerais consiste em :

1- Obtenção de um modelo matemático do sistema eixo-mancal numa configuração simples para a obtenção dos coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal hidrodinâmico.

2- Construção de uma bancada de testes que represente o modelo matemático adotado.

3- Simulação do modelo matemático adotado, no tempo e em frequência, para verificação da formulação matemática desenvolvida no tempo e em frequência para o processo de identificação.

4- Investigação do ruído nas respostas medidas e seu efeito nos coeficientes identificados.

5- Exemplo ilustrativo para obtenção experimental dos coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do mancal

hidrodinâmico.

6-Exemplo ilustrativo de um método experimental de identificação de perturbações externas que foi proposto em [76,78] usando-se o estimador dos mínimos quadrados e o estimador das variáveis instrumentais.

Em geral, nos sistemas dinâmicos rotativos (turbo geradores por exemplo), o sistema é perturbado por excitações síncronas (desbalanceamento, desalinhamento, etc) e perturbações aleatórias (interação fluido estrutura, etc). Neste trabalho, idealizou-se o modelo físico em escala reduzida de forma a se poder excitar o sistema com uma excitação assíncrona, obtida a partir de síntese de sinais periódicos [7].

1.2-CARACTERIZAÇÃO DO MANCAL HIDRODINÂMICO-HISTÓRICO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Há mais de um século que o efeito da ação hidrodinâmica do filme de óleo em mancais de deslizamento (hidrodinâmico) foi descoberto. Desde esta época então, estudos teóricos e experimentais vêm sendo feitos no tocante às características hidrodinâmicas do filme de óleo e a aspectos relacionados a problemas de vibrações em rotores.

Tower[8], investigando experimentalmente métodos de lubrificação para eixos de locomotivas, descobriu que a pressão do filme de óleo no meio do suporte era maior do que o dobro da pressão média atuando no eixo.

Esta foi a primeira publicação indicando o efeito da ação hidrodinâmica do filme de óleo quando se utilizam mancais de deslizamento como suportes de sistemas dinâmicos rotativos.

Reynolds [9], publicou um trabalho baseado nos resultados obtidos por Tower, no qual definia as medidas da distribuição do campo de pressão no interior do filme de óleo de um fluido incompressível. A equação de Reynolds em sua forma original para mancal circular, figura 1.2.1, é dada por,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right] = 6 \mu \left\{ [(U_1+U_2)] + \frac{\partial h}{\partial x} + 2 V \right\}$$

(1.2.1)

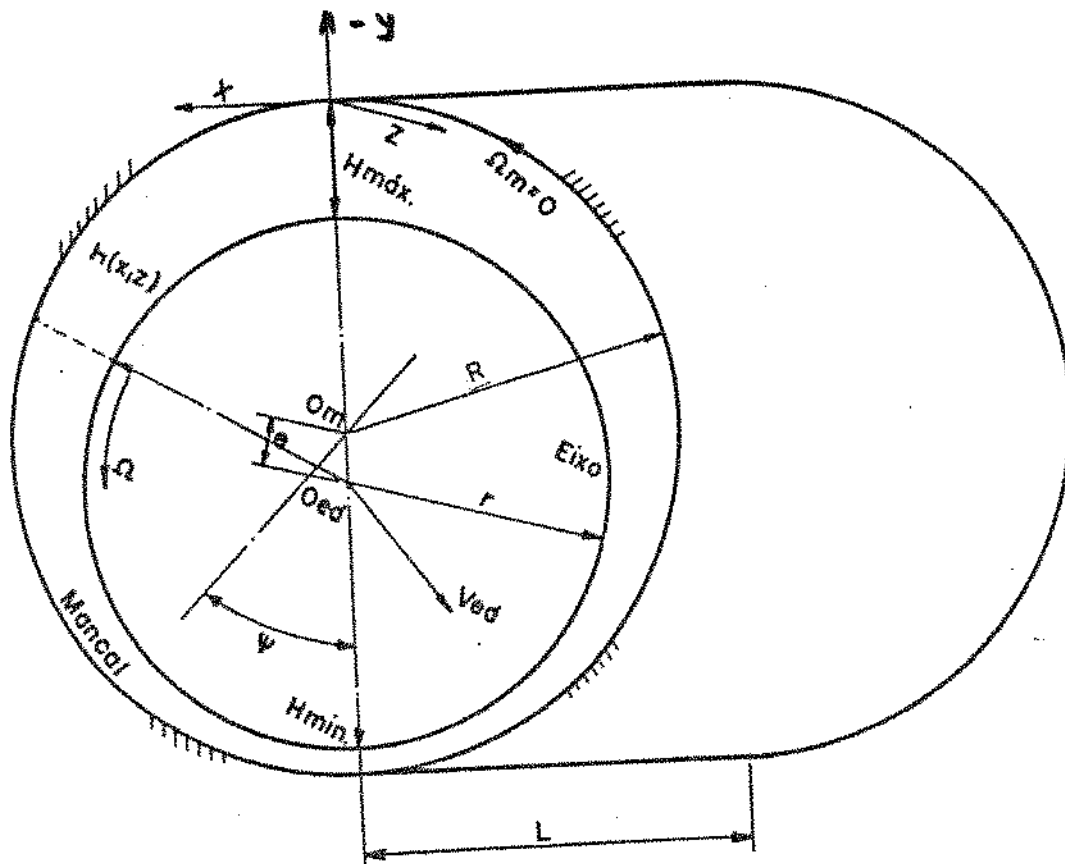


Figura 1.2.1 - Configuração do Mancal Hidrodinâmico Circular.

Tratando-se, portanto, de uma equação diferencial a derivadas parciais. As medidas da distribuição de campo de pressão, solução da equação (1.2.1), são obtidas considerando que o fluido entre duas superfícies de contato se movem com velocidades U_1 e U_2 , em termos da espessura do filme de óleo h e da velocidade V . A figura 1.2.2 mostra de forma esquemática esta configuração.

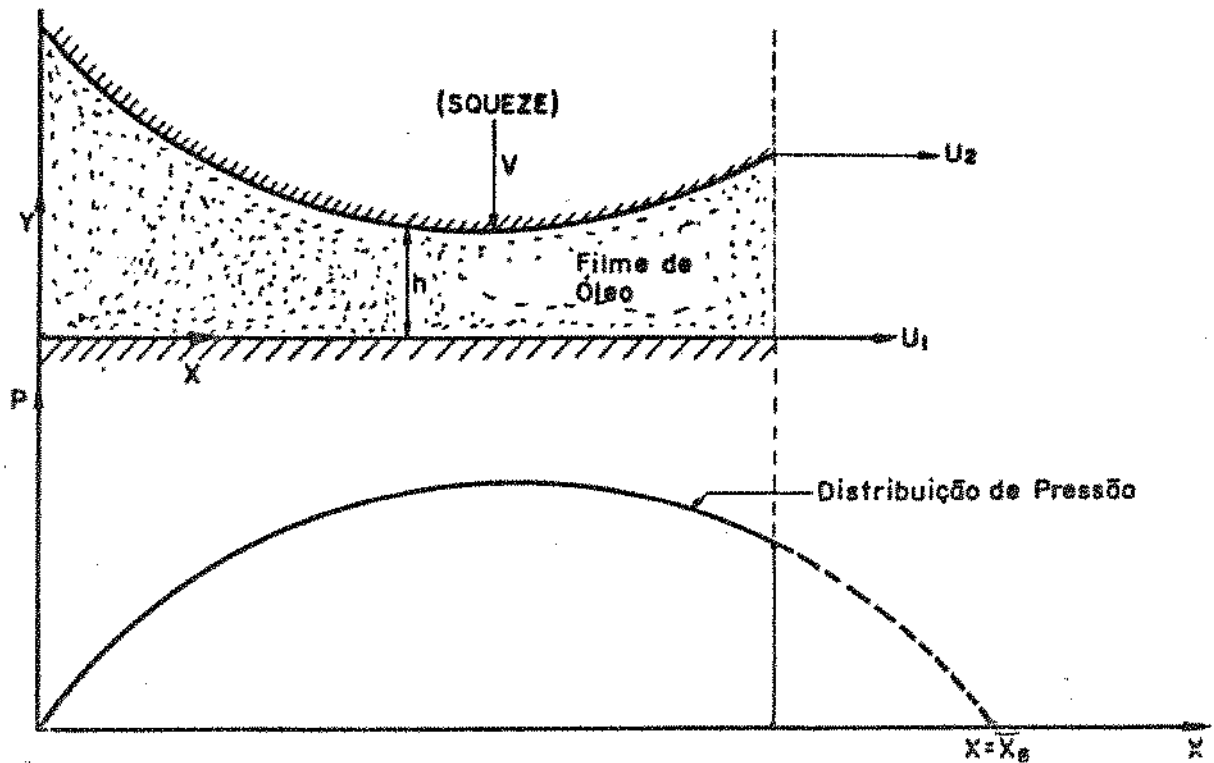


Figura 1.2.2-Medidas da Distribuição de Pressão Segundo as Condições de Reynolds.

As condições sobre as quais as medidas da distribuição do campo de pressão são calculadas podem ser resumidas como segue:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad ; \text{ em } X = \bar{X}_s$$

$$p = 0$$

onde $X = \bar{X}_s$ delimita a fronteira descohecida entre a zona ativa e inativa do filme de óleo lubrificante.

Sommerfeld [10], apresentou em 1904 uma solução analítica para a equação de Reynolds na qual ele considera a aproximação de "mancal infinitamente longo", sob a ação de uma carga estática

atuando sobre o eixo. Esta solução acarretava em considerar que a velocidade de "Squeeze" ver figura 1.2.2, é nula ($V = 0$). Também considerava o efeito da pressão negativa na metade da circunferência do mancal - o que não é correto.

A figura 1.2.3 mostra esquematicamente a distribuição do campo de pressão segundo as condições de Sommerfeld [11].

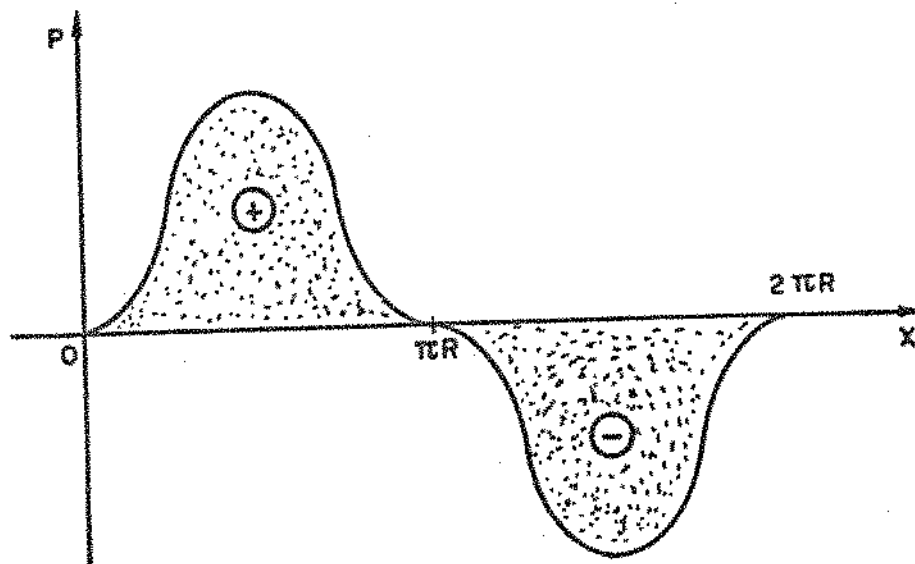


Figura 1.2.3-Medidas da Distribuição de Pressão Segundo as Condições de Sommerfeld.

Estas condições conduzem a uma área de pressão fortemente negativa na metade do mancal, isto é, $\pi R \leq X \leq 2 \pi R$, o que é impossível ocorrer na prática.

Gümbel [12], foi quem primeiro sugeriu correções para a solução da equação de Sommerfeld, introduzindo um fator de correção que era baseado na razão comprimento/diâmetro do mancal (L/D). A condição de Gümbel é representada na figura 1.2.4.

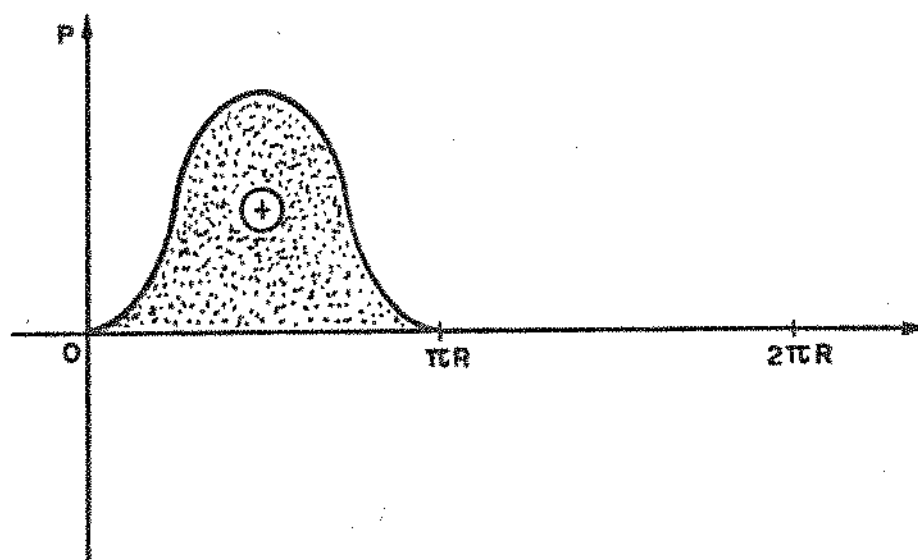


Figura 1.2.4-Medidas da Distribuição do Campo de Pressão Segundo as Condições de Gumbel.

Estas condições ocasionam uma descontinuidade brusca em $X = \pi R$, o que é fisicamente inaceitável.

O primeiro estudo das características dinâmicas do sistema eixo-mancal de deslizamento foi realizado por Harrison [13] em 1919. Seu estudo foi baseado na solução de Sommerfeld considerando a hipótese de mancal "infinitamente longo" e massa do eixo desprezível.

Embora esta análise fosse um tanto distante da realidade, ele sugeriu que sob certas combinações de cargas e velocidades, o mancal tornava-se instável. Determinou também a órbita instável das frequências naturais em aproximadamente a metade da velocidade angular de rotação do eixo, frequência de "Oil-Whirl".

Em 1925, Stodola [14] estudou teóricamente a influência de mancais hidrodinâmicos sobre as velocidades críticas em turbo-geradores.

Durante suas investigações, ele começou a suspeitar da existência de velocidades críticas independentemente da flexibilidade do eixo ou rotor desbalanceado, e introduziu em consequência desta descoberta o conceito de "Oil-Spring", associando desta forma características de rigidez ao filme de óleo em mancais hidrodinâmicos.

No mesmo ano Newkirk [15], apresenta neste campo os primeiros resultados dos fenômenos de instabilidade num sistema físico e denominou a este fenômeno de instabilidade como "Oil-Whirl" ou "Oil-Whip".

Mas o avanço marcante no estudo do comportamento dinâmico do sistema eixo-mancal hidrodinâmico se deu após a segunda guerra mundial e vem crescendo até os dias de hoje. Duas razões principais podem ser enumeradas:

a)-Uma tendência em se utilizar mancais hidrodinâmicos como suportes em máquinas rotativas de alta velocidade (notadamente em turbina a vapor) e o crescente uso de lubrificantes de baixa viscosidade.

b)-A intenção dos pesquisadores de projetar mancais hidrodinâmicos adequados de forma a minimizar níveis de vibração que comumente ocorriam em máquinas rotativas, em particular, turbo geradores. As pesquisas tendiam a ser divididas em duas categorias:

- Análise linear.
- Análise não - linear.

A análise não-linear era em geral utilizada para examinar a natureza da instabilidade de "Oil-Whirl", ou "Oil-Whip" efeitos que poderiam ser catastróficos em turbogeradores e em outros sistemas que utilizassem este tipo de mancal como suporte. A análise linear tinha como objetivo, de acordo com as pretensões inicialmente postuladas por Stodola, estudar a influência dos mancais sobre as velocidades críticas do rotor, esta sendo geralmente manifestada pela redução da velocidade crítica em rotor rígido.

Um dos primeiros pesquisadores que iniciaram tais estudos foi Hagg [16], que em 1946, publicou um trabalho onde avaliava a capacidade do amortecimento de um mancal hidrodinâmico segmentado de patins oscilantes ("Tilt-pad journal bearing").

A solução da equação de Reynolds foi desenvolvida por Ocvirk [17] em 1952. A análise de Sommerfeld aplicava-se a mancais "infinitamente longos", onde não existia fluxo de óleo na direção axial. Tal solução era analiticamente conveniente e conduzia a resultados razoáveis quando se aplicava cargas estática para mancais cuja razão (L/D) era suficientemente grande .

No entanto, a tendência natural era se usar mancais curtos, cuja razão (L/D) era igual ou menor do que a unidade. Neste caso,

a solução de Sommerfeld não se aplicava bem . O método de Ocvirk's foi baseado numa sugestão feita por Michell [18]. Indagava-se que se um dos termos da equação de Reynold's fosse desprezado, então, era possível uma solução analítica, todavia; permanecia o enigma de se considerar desprezível o fluxo de óleo na direção onde as derivadas eram omitidas. Este problema foi contornado por Ocvirk, considerando que para mancais possuindo a razão $(L/D) \leq 2$, o termo das derivadas da pressão na direção axial poderia ser consideravelmente maior do que na direção circunferencial. Deste modo, a equação de Reynold's é apresentada para mancal infinitamente curto na forma ,

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right] = 6 \mu U \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1.2.2)$$

onde $U=U_1+U_2$, com $U_1=0$ para mancal estacionário, figura 1.2.1.

Assumindo que a espessura máxima e mínima do filme de óleo estendem-se ao longo da linha de centros, figura 1.2.5, Ocvirk derivou as equações das forças hidrodinâmicas atuando sobre o eixo, em termos da razão carga estática/excentricidade, viscosidade do lubrificante e os parâmetros que descrevem a geometria do mancal.

A medida da distribuição do campo de pressão que descreve a aproximação do mancal infinitamente curto é da forma mostrada na figura 1.2.6.

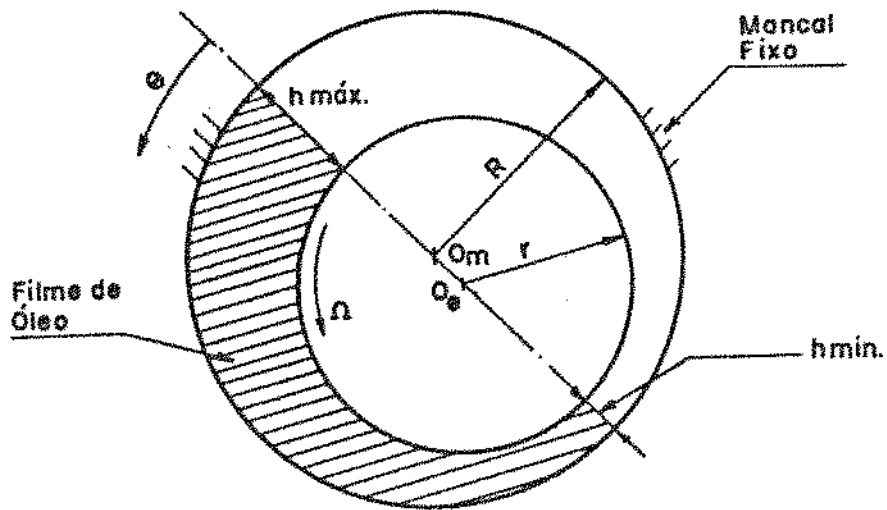


Figura 1.2.5-Secção Reta Cilíndrica do Mancal.

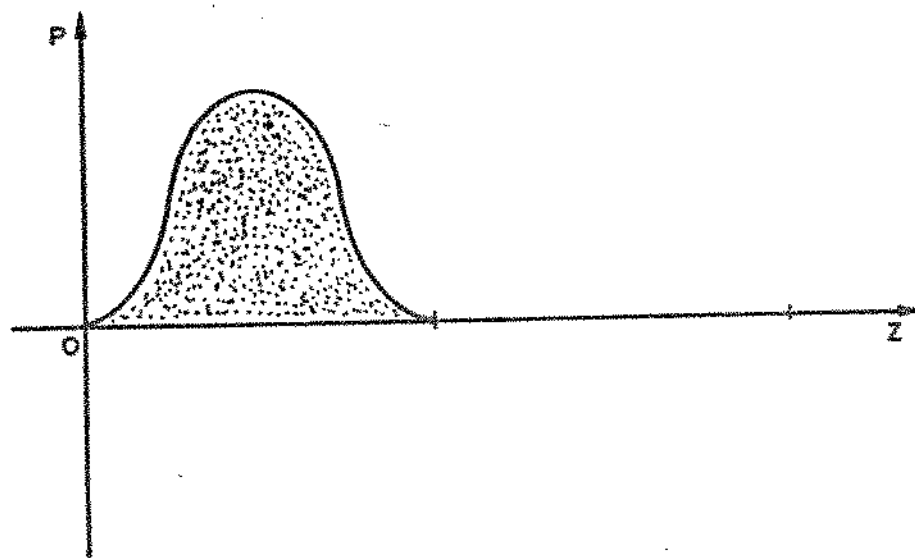


Figura 1.2.6-Medidas da Distribuição do Campo Pressão Segundo as Condições de Ocvirk.

Dubois e Ocvirk [19] publicaram posteriormente confirmação experimental da viabilidade deste método de análise para mancais possuindo razão (L/D) menor ou igual a dois. Deram também uma série de gráficos, usando simultaneamente dados teóricos e experimentais com o cálculo através de processos numéricos na solução da equação de Reynolds, avaliando sob condições operacionais os parâmetros do mancal tais como: razão de excentricidade, espessura do filme de óleo, torque devido a fricção e fluxo de óleo para uma dada geometria do mancal, velocidade angular de rotação do eixo e temperatura estimada do lubrificante.

Em 1959, Sternlicht [20], usando métodos de diferenças finitas, resolveu a equação de Reynold's para mancal hidrodinâmico de comprimento finito. Desenvolveram-se neste trabalho quatro coeficientes de rigidez e dois coeficientes de amortecimento (desprezando-se, portanto, os coeficientes de amortecimento cruzados) e foram apresentados em forma gráfica. Sternlicht, e os trabalhos dados em [21,22] para a determinação dos coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo consideram a localização estática do centro do eixo como ponto de partida de suas teorias e a exatidão relativa de seus métodos dependem de forma direta do número de coeficientes dinâmicos escolhidos para representar o modelo.

Em 1960, dois trabalhos de particular interesse foram publicados por Capriz [23] e Holmes [24]. Capriz tentou resolver as equações não lineares do movimento do eixo, considerando a hipótese de mancal infinitamente longo. Não é considerada em sua

análise a carga estática do eixo - força devido ao campo gravitacional, o que é equivalente a considerar a montagem na vertical. Ele concluiu em sua análise que uma vez a frequência de "Oil-Whirl" iniciada, permanecia de forma contínua.

O trabalho de Holmes, publicado em 1960, é de considerável interesse porque estendia a teoria de Ocvirck "Teoria do mancal infinitamente curto" incluindo em sua análise os termos das componentes de velocidade do eixo. Esta análise permitiu que se desenvolvesse os oito coeficientes de rigidez e amortecimento, originalmente postulados por Stodola em 1925. A determinação teórica desses coeficientes foram baseadas em suposições de pequenas vibrações em torno da posição de equilíbrio estático do centro do eixo. Suposição que permitia linearizar as forças hidrodinâmicas geradas no filme de óleo em torno desta posição de equilíbrio, sob a ação de uma dada carga estática. Alguns resultados em forma gráfica na determinação destes oito coeficientes são dados em [23], e indicam que o eixo é sempre estável para uma razão de excentricidade relativa maior do que .75, e em alguns casos podendo ser estável para todos os valores de ϵ_r (razão de excentricidade).

As equações dinâmicas do movimento do centro do eixo em relação ao sistema de coordenadas móvel podem ser escritas na forma, vide (figuras G.1 e G.2, apêndice G)

$$M \ddot{r} = K_{rr} s + K_{rs} \dot{s} + C_{rr} \dot{r} + C_{rs} \dot{s} \quad (1.2.3)$$

$$M \ddot{s} = K_{ss} r + K_{sr} \dot{r} + C_{ss} \dot{s} + C_{sr} \dot{r}$$

onde r , \dot{r} , s , \dot{s} , são deslocamentos e velocidade do centro do eixo em relação à posição de equilíbrio sob a ação da carga estática nas direções radial e transversal respectivamente. Holmes mostrou que para a teoria de mancal infinitamente curto, as relações que existem entre os coeficientes de rigidez e amortecimento adimensionais no sistema de coordenadas móvel podem ser dadas por,

$$\begin{aligned} C_{rr} &= 2 K_{sr} \\ C_{ss} &= 2 K_{rs} \\ C_{rs} &= C_{sr} = 2 K_{ss} \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

Estas mesmas relações foram desenvolvidas por Morrison [25] usando diferentes métodos de análise.

Passando as equações linearizadas do movimento do centro do eixo, para pequenas amplitudes do movimento, do sistema de coordenadas móvel (r,s) para o sistema de coordenadas inercial (x,y) tem-se,

$$M \ddot{X} = \Delta F_x \quad (1.2.5)$$

$$M \ddot{Y} = \Delta F_y$$

onde ΔF_x e ΔF_y , são as forças restauradoras nas duas direções mutuamente perpendiculares. Em geral são definidas em termos dos coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo na forma ,

$$\Delta F_x = K_{xx} X + K_{xy} Y + C_{xx} \dot{X} + C_{xy} \dot{Y} \quad (1.2.6)$$

$$\Delta F_y = K_{yx} X + K_{yy} Y + C_{yx} \dot{X} + C_{yy} \dot{Y}$$

Estas equações podendo ser alteradas para incluir o efeito da inércia do lubrificante na forma ,

$$\Delta F_x = K_{xx} X + K_{xy} Y + C_{xx} \dot{X} + C_{xy} \dot{Y} + \alpha_{xx} \ddot{X} + \alpha_{xy} \ddot{Y} \quad (1.2.7)$$

$$\Delta F_y = K_{yx} X + K_{yy} Y + C_{yx} \dot{X} + C_{yy} \dot{Y} + \alpha_{yx} \ddot{X} + \alpha_{yy} \ddot{Y}$$

onde os termos α_{xx} , α_{xy} , α_{yx} , α_{yy} , são definidos como sendo os coeficientes de inércia do filme lubrificante. Smith [26] em 1965, estende esta análise ao estudo teórico dos coeficientes de inércia para o modelo do mancal infinitamente curto e longo. As conclusões desse trabalho podem ser resumidas em linhas gerais por :

1.-Os coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo para uma dada rotação, mantinham-se constante para pequenas oscilações do eixo em torno da posição de equilíbrio. Os coeficientes de inércia, no entanto, variavam de acordo com a relação $Re(C/D)$ onde Re é o número de Reynolds e C/D folga radial/diâmetro do mancal.

2.-Como resultado deste estudo, os coeficientes de inércia do filme de óleo poderiam ser desprezados para muitas aplicações , o que é muito comum na grande maioria das aplicações práticas que utilizam mancais curtos como suportes de sistemas dinâmicos

rotativos.

Desta forma as equações em (1.2.6) são perfeitamente aplicadas.

A aproximação de mancal curto foi novamente considerada por Capriz [27]. Neste trabalho é investigada a instabilidade do rotor rígido tendo como suporte dois mancais hidrodinâmicos. Os resultados obtidos numericamente para as equações não lineares do movimento, indicam que o critério de estabilidade inicialmente formulado por Holmes [24], baseado na aproximação linear era substancialmente válida. Ele também notou que, a despeito da complexidade e rigor dessa análise, os resultados indicaram que, uma vez ocorrido o "Oil-Whirl", a amplitude aumentava de forma indefinida e nenhum limite cíclico poderia ser detectado.

O método de análise estudado em [29] para detectar as características de "Oil-Whirl" para mancal curto e longo usando a teoria $S_{2\pi}$, foi refinada por Mitchel [28], usando-se um computador digital para resolver as equações não lineares do movimento do centro do eixo. Investigações experimentais foram realizadas, mostrando uma boa concordância com a teoria.

Holmes [30], também estudou fenômenos de instabilidade de rotor rígido em mancais circulares para diversos valores de L/D , com a massa do disco deslocada do plano médio dos apoios. Ele formulou as equações do movimento do centro do eixo para modos simétricos e assimétricos de vibração e examinou fenômenos de instabilidade usando o critério de Routh.

As equações do movimento incluíam não somente os coeficientes de deslocamento, mas também os de velocidade, os

quais eram freqüentemente ignorados, como sendo pouco importante. Holmes encontrou nestes coeficientes de velocidade indicação muito importante com relação às características globais de estabilidade. O efeito da razão comprimento/diâmetro do mancal também foi examinado, usando os coeficientes do filme de óleo para modelos de mancal curto e longo e aqueles dados por Smith [26] para valores intermediários de L/D. Holmes mostra neste trabalho que a estabilidade pode ser melhorada pela redução da razão L/D, e consoante, pela localização do rotor assimétrico entre os mancais.

Holmes e Parkinson [31] em 1969, comprovam teórica e experimentalmente, o efeito da excitação assíncrona sobre pequenas vibrações em um turbo-gerador de um navio. Nestas circunstâncias, o rotor possuía uma alta rigidez transversal e foi admitido rígido, mas a flexibilidade do sistema filme de óleo suporte do mancal foi considerada de forma a permitir a análise.

As equações linearizadas do movimento foram formuladas e resolvidas para modos simétricos e assimétricos de vibração considerando a aproximação de mancal curto. Curvas de resposta experimental foram obtidas para uma variação de velocidade que se estendia até as duas primeiras velocidades críticas. Comparação destas curvas com aquelas obtidas teoricamente, indicam que, embora haja discordância nas amplitudes de vibração, há uma razoável concordância em relação aos ângulos de fase e às velocidades críticas do rotor.

São muitos e variados os trabalhos que procuraram a partir da década de 60, comprovar teórica e experimentalmente os fenômenos ligados ao comportamento dinâmico do sistema eixo-mancal

hidrodinâmico.

De fundamental importância são os trabalhos que procuram identificar os coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo em mancais de deslizamento por métodos experimentais. Embora sejam em número muito reduzido, procuraremos referenciar alguns.

É usual na determinação destes coeficientes utilizarem-se rotores rígidos tendo como suportes dois mancais hidrodinâmicos.

Lund [32], enfatiza que as investigações experimentais com relação ao comportamento dinâmico do sistema eixo - mancal tem sido em número reduzido e geralmente inconclusivas, devido principalmente à falta de conhecimento dos parâmetros que caracterizam o sistema. Outro aspecto desta afirmação está relacionada à falta de instrumentação adequada para se identificar experimentalmente os coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento de tais mancais. No início de suas investigações, a ausência de trabalhos relacionados à determinação experimental dos coeficientes dinâmicos do filme de óleo, em particular os quatro coeficientes de amortecimento, eram óbvias. White [33], nota que há uma concordância em relação à resposta dinâmica para a configuração simples (rotor rígido e dois mancais hidrodinâmicos como suportes) entre o modelo teórico e o experimental.

Discussões detalhadas são dadas por Tondl [34]. Em suas investigações experimentais, são revelados muito mais detalhes e a natureza das características das vibrações auto-excitadas ("Oil-Whip") para diversos tipos de mancais são explanadas de forma qualitativa. Já Cooper [35] em 1963, demonstra teórica e

experimentalmente as vantagens de se usar mancais hidrodinâmicos como suportes de sistemas dinâmicos rotativos.

Li [36], Alaire [37] e Abdul [38], investigaram o comportamento dinâmico de um rotor rígido para diversos tipos de mancais. Seus trabalhos apresentam cartas de estabilidade que mostram que alterações na geometria do mancal são suficientes para evitar problemas de estabilidade ou não no sistema. São vários os trabalhos publicados a partir da década de 70, abordando os mais diversos e variados fenômenos ligados ao comportamento dinâmico sistema eixo-mancais hidrodinâmico. Entre os mais recentes pode-se citar os que estão listados nas referências [39, 40, 41, 42, 43, 43, 44, 45, 46].

De real importância são os trabalhos que procuram investigar experimentalmente os coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo em mancais hidrodinâmicos.

Glienicke [52] em 1966, investigou experimentalmente os coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais de uma turbina e usou os resultados identificados para predizer a estabilidade do sistema através de uma simulação digital. Neste trabalho foram usados como entrada para excitar o sistema, sinais de excitação síncrona (força harmônica), a frequências discretas. No capítulo 6 são dados detalhes deste método.

Morton [48,49], usa um método baseado no teste de força de excitação do tipo degrau unitário aplicado ao eixo. Os resultados obtidos por ele apresentam grande dispersão, devido provavelmente à própria escolha do tipo de excitação, como mostram Burrows e Stanway [50].

O trabalho destes dois últimos autores indicam que tais limitações podem ser contornadas usando-se sinais de força de excitação assíncrona de alto conteúdo frequencial, uma vez que, desta forma, é possível obter respostas com baixos níveis de excitação, o que está mais de acôrdo com a linearização feita para o sistema eixo-mancal.

Já Lund [51] em 1977, mostra uma técnica de identificação para determinação experimental destes coeficientes usando método da impedância mecânica. Este método sugere as medidas de dois grupos de variáveis independentes (deslocamento nas direções x e y), produzidas por duas forças de excitação não correlatas, isto é, independentes. No caso específico de rotores em mancais hidrodinâmicos onde não se considera a rigidez dos suportes [48,49], a equação para o processo de identificação pode ser colocada na forma,

$$Z_n X_m = \omega^2 M X_m + F \quad (1.2.9)$$

onde Z_n é a matriz de impedância, X_n -medidas das variáveis independentes, M-massa do rotor e F o vetor força de excitação.

Parkins [53,54], investiga três métodos para a determinação experimental dos oito coeficientes dinâmicos do filme de óleo. Nestes trabalhos, ele aborda possibilidade de se evitar as medidas das respostas harmônicas nas duas direções x e y, e as medidas dos ângulos de fase. No terceiro método, o mais vantajoso, usa-se uma combinação de testes de força de excitação harmônica à frequências discretas nas direções (x e y) com o carregamento incremental.

Estes métodos são bem discutidos na referência [53].

Em 1980 Nordman [55], usa um método de excitação impulsional e o compara com o método utilizado por Glienicke [52]. Neste trabalho são discutidas as vantagens de se utilizar o teste de força de excitação impulsional em relação ao usado por Glienicke. O modelo físico adotado consistia de um rotor rígido simétrico, apoiado em dois mancais hidrodinâmicos. São comparadas as resposta analíticas e as respostas medidas através do modelo matemático no domínio da frequência, quando os coeficientes são estimados.

No mesmo ano, Dogan et alii [56], investigam experimentalmente estes coeficientes usando testes de forças de excitação assíncronas obtidas a partir de seqüências de números pseudo-aleatórios. Discute-se aí, as vantagens de se usar seu método ou o de Nordman. Grandes discrepâncias são verificadas nos coeficientes identificados experimentalmente em relação aos teóricos, calculados analiticamente. As origens desses desvios são discutidas na referência. Em ambos os trabalhos os coeficientes identificados são obtidos através do ajuste das funções de respostas em frequência.

Ao contrário dos trabalhos de Nordman, e de Dogan et alii, Burrows e Sahinkaya [57] em 1982, desenvolveram um método de identificação no domínio da frequência para obtenção direta de parâmetros de sistema mecânicos, sem a necessidade de recorrer à técnica do ajuste de curvas nas medidas das variáveis independentes. Neste trabalho, eles usaram o estimador dos mínimos quadrados e investigaram efeito do ruído nos valores dos

coeficientes identificados numa simulação digital aplicando em seguida, o algoritmo ao processamento de dados experimentais para identificar os parâmetros de um sistema real. O sistema mecânico por eles adotados consistia de um só mancal hidrodinâmico do tipo "Squeeze film", em cujo modelo matemático adotado estima-se os quatro coeficientes de amortecimento. Os resultados dos coeficientes identificados são então, comparados com os obtidos, usando-se um método de identificação no domínio tempo. Mostra-se, nesse trabalho, que o algoritmo no domínio da frequência é mais eficiente que o algoritmo no domínio do tempo.

Stanway [58,59], em trabalhos publicados em 1983 e 1984, desenvolveu um algoritmo para identificação dos coeficientes dinâmicos no domínio do tempo, baseado numa formulação matemática não linear através da equação de estado. São usados como vetor de entrada sinais de forças de excitação síncrona nas direções x e y.

Assume-se nesses trabalhos o conhecimento a priori da magnitude e a posição angular das componentes do desbalanceamento, considerando-se para efeito de verificação nesta formulação, quatro coeficientes de amortecimento, desprezando-se, portanto, os quatro coeficientes de rigidez. Chega-se à conclusão que desvios de 30% nos coeficientes identificados, somente ocorrem, quando erros de fase entre os sinais de entradas e saídas excedem a 10%.

Sahinkaya [60], desenvolveu um outro algoritmo no domínio do tempo para identificar estes coeficientes usando o mesmo teste de excitação síncrona. Observa-se, nos métodos de Stanway e Sahinkaya, que há necessidade, em se tratando de um processamento experimental, da utilização de massas de testes. Em ambos os

métodos, os resultados de simulação e verificação dos processos de identificação mostram-se fortemente consistentes à rejeição de ruído. A dificuldade realmente reside, no método de medição da entrada, isto é, das componentes do desbalanceamento para posterior obtenção experimental dos coeficientes. No mesmo ano, ou seja, em meados de dezembro de 1984, Sahinkaya et alii [61], publicam um trabalho onde desenvolvem um algoritmo para identificação dos quatro coeficientes de amortecimento no domínio da frequência, usando forças de excitação de alto conteúdo frequencial. O modelo físico considerado é do tipo "Squeeze film bearing". Este trabalho é de grande interesse pois permitia a obtenção experimental dos parâmetros de forma direta, sem contudo haver necessidade de se medir os ângulos de fase entre os sinais de entrada e saída do sistema físico. O método utilizado neste trabalho para identificar tais coeficientes correspondia ao estimador por mínimos quadrados.

1.3-IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MECANICOS.

Um dos problemas básicos da ciência é a tarefa de se explanar observações físicas a partir de equações matemáticas. Desde as épocas mais antigas da civilização, o homem tem se preocupado em interpretar suas observações dos parâmetros físicos e fazer predições. As áreas relacionadas à "Caracterização de sistemas" e "Identificação de sistemas" estão sendo largamente utilizadas hoje em dia e existe uma preocupação patente em escolher equações matemáticas que descrevam adequadamente relações entre os dados de entradas e saídas para sistemas reais.

Atualmente, as várias técnicas de estimação em diferentes contextos, e suas propriedades, são de fundamental importância para várias áreas das ciências naturais e sociais, e da engenharia na análise de dados experimentais, no controle de sistemas sujeitos a perturbações aleatórias ou na tomada de decisões baseados em informações incompletas.

O processo de estimação consiste basicamente em se fazer uma decisão sobre o valor - aproximado de uma quantidade desconhecida, levando-se em consideração todas as informações disponíveis, satisfazendo a determinados critérios [1,2].

A caracterização de sistemas pode ser colocada da seguinte forma "Como pode a relação entre entrada e saída ser expressada matematicamente". Para problemas essencialmente estáticos, as equações algébricas podem ser suficientes, no entanto, para problemas dinâmicos a questão é mais complexa, e torna-se obrigatório que as equações matemáticas tenham uma dependência no

tempo. Existe várias formas de caracterização para descrever o comportamento dinâmico de sistemas, dentre elas, Arnold e Narendra [3] mostram quatro diferentes formas para sistemas lineares e invariantes no tempo:

1-Resposta ao impulso, 2-Função de transferência, 3-Equação diferencial, e 4-Decomposição ortogonal.

A título de ilustração estas formas de caracterização de sistemas serão repetidas aqui:

1-Resposta impulsiva. Para uma dada resposta impulsiva $h(t)$, a relação que existe entre a entrada e a saída é da forma,

$$Y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) F(t-\tau) d\tau + n(t) \quad (1.3.1)$$

onde,

$Y(t)$: é a saída do sistema.

$F(t)$: é a entrada do sistema.

$h(t)$: é a função resposta impulsiva do sistema.

$n(t)$: é o ruído nas medidas.

Deste modo, a resposta de um sistema linear a uma excitação arbitrária é a convolução de sua resposta impulsiva e excitação. Esta caracterização é conhecida como teorema de Borel.

2- Função de transferência. Dada uma função de transferência, $H(s)$, a relação que existe entre a entrada e saída podem ser caracterizadas pelas seguintes relações,

$$F(s) = \mathcal{L} (F(t))$$

$$Y(s) = H(s) F(s) \quad (1.3.2)$$

$$Y(t) = \mathcal{L}^{-1} (Y(s))$$

onde $\mathcal{L} ()$ é a transformada de Laplace [4].

3-Equação diferencial. Assumindo que as variáveis independentes de um dado sistema sejam diferenciáveis e de n-ésima ordem, e que o modelo possua coeficientes constantes, pode-se escrever,

$$\sum_{j=0}^m A_j \frac{d^j y(t)}{dt^j} = \sum_{i=0}^l B_i \frac{d^i F(t)}{dt^i} \quad (1.3.3.)$$

onde $l \leq m$, e A_j, B_i -coeficientes constantes.

Em vez de se usar a resposta ao impulso, é possível usar um conjunto de coeficientes generalizados, (C_n) , como caracterização na forma,

$$h(\tau) = \sum_{n=0}^N C_n \Phi_n(\tau) \quad (1.3.4)$$

onde $\Phi_n(\tau)$ é um conjunto de funções ortogonais, tais como os polinômios de Laguerre,

$$C_n = \int_0^{\infty} h(\tau) \Phi_n(\tau) d\tau \quad (1.3.5)$$

Substituindo a equação (1.3.4) na equação (1.3.1) as relações entre as entrada e as saídas torna-se,

$$Y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \alpha_n(t) \quad (1.3.6)$$

$$\alpha_n = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi(\tau) F(t-\tau) dt \quad (1.3.7)$$

Qualquer uma das quatro caracterizações podem ser usadas para descrever um sistema físico. Em dinâmica de sistemas mecânicos, um dos problemas que normalmente surge é o conhecimento prévio de certos parâmetros do sistema tais como rigidez, amortecimento, distribuição de massa. Em dadas situações, é possível, por via direta, a determinação desses parâmetros. Em outras, é necessário usar métodos de identificação.

O problema de identificação consiste essencialmente na busca de um modelo que determine a relação que existe entre os sinais de entradas e saídas segundo algum critério [1,2]. Logo, partindo-se do pressuposto que o modelo matemático é conhecido, a identificação é um processo de determinar os parâmetros intrínsecos do sistema. Este trabalho está concentrado na caracterização do modelo através de equações diferenciais. O modelo considerado consiste num sistema de equações diferenciais de segunda ordem. Maiores detalhes e considerações do modelo serão abordados oportunamente.

É de interesse prático, portanto, no estudo do comportamento dinâmicos de sistemas mecânicos, modelos matemáticos caracterizados por equações diferenciais ou modelos caracterizados por uma combinação linear de parâmetros modais (autovalores, autovetores). No segundo caso, tem-se um problema de

identificação modal, que está mais intrínsecamente ligado à análise de sinais no domínio da frequência enquanto que, no domínio do tempo, além de se obter um modelo matemático representado por equações diferenciais, pode-se trabalhar com este modelo no domínio da frequência pela aplicação direta da transformada de Laplace.

Vantagens e desvantagens de se trabalhar no tempo ou em frequência são extensivamente discutidos em [5], chegando-se à conclusão que os métodos de análise são mais complementares do que rivais, ou seja, uma vez assumido um modelamento por equações diferenciais no tempo, uma análise antecipada em frequência torna-se às vezes necessária para uma determinação correta do número de graus de liberdade do sistema, sem contudo, perder informações sobre sua dinâmica.

Assim, o problema clássico de estimação de parâmetros estudado extensivamente em estatística e mais recentemente em identificação de sistemas na engenharia, consiste, a grosso modo, em estimar os parâmetros que identificam, satisfazendo a determinados critérios, elemento ou elementos de uma determinada família parametrizada. Mais especificamente, uma vez adotado o modelo paramétrico, a identificação consiste em se determinar os parâmetros deste modelo.

Alguns métodos de identificação de parâmetros encontrados na literatura [2,4], são : mínimos quadrados e seus derivados, máxima verossimilhança, estimação sequencial, variáveis instrumentais, para não citar outros. Detalhes de cada método são encontrados na literatura. Aqui, vamos trabalhar exclusivamente

com dois tipos de estimadores : Mínimos quadrados generalizados e variáveis instrumentais. A figura 1.3.1 mostra diversas alternativas para simular o comportamento dinâmico de sistemas mecânicos usando a caracterização via equação diferencial no tempo ou em frequência.

A notação utilizada é definida como segue :

Simul : Simulação.

Ident : Identificação.

FFT : Transformada de Fourier rápida.

Med : Medidas.

RF : Resposta em frequência.

FRF : Função de resposta em frequência.

\mathcal{L} : Transformada de Laplace.

Freq : Frequência.

Excit : Sinal de Excitação.

|RF| : Modulo da Resposta em Frequência.

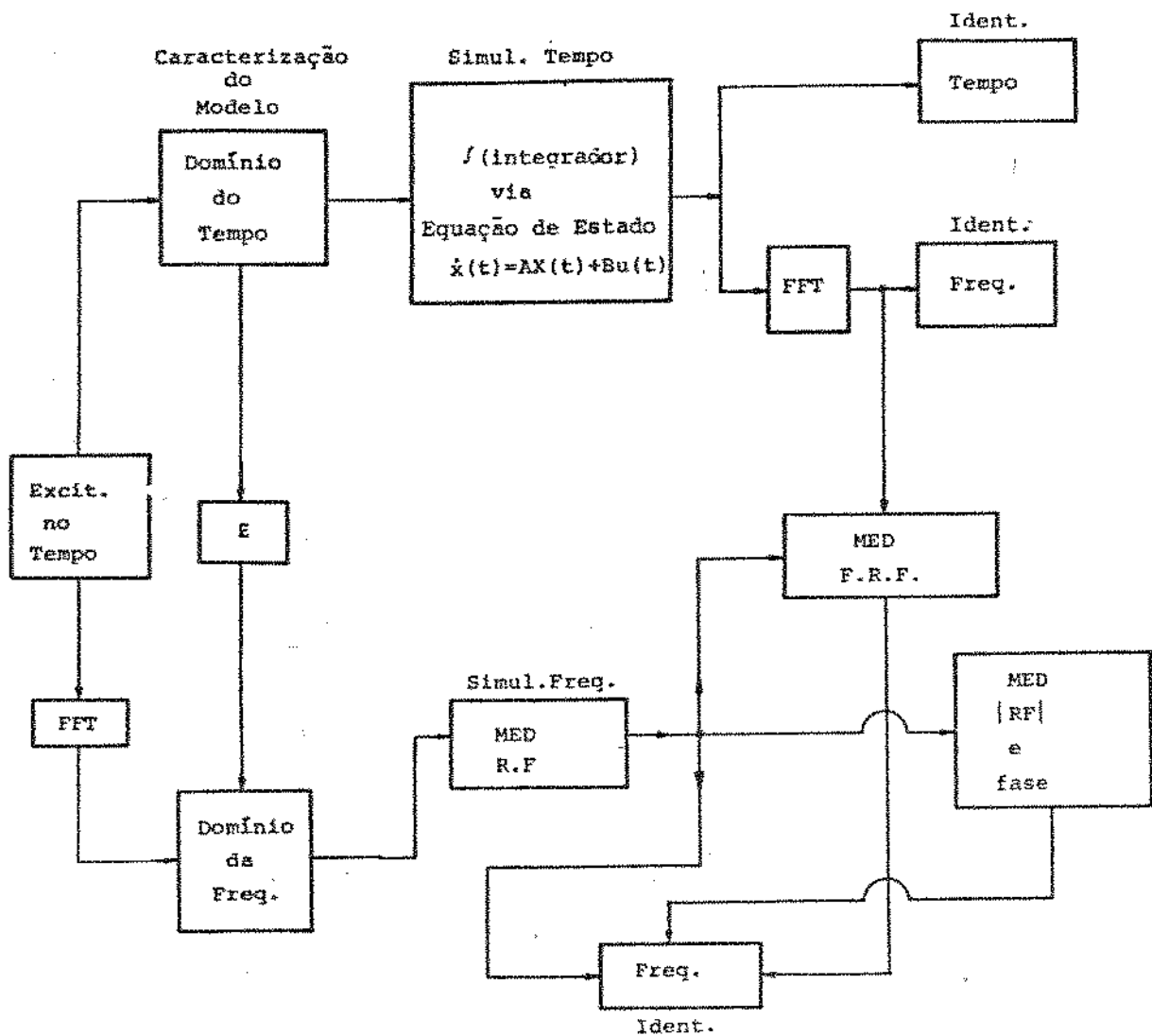


Figura 1.3.1-Diagrama de Blocos para Simulação e Verificação dos Processos de Identificação.

1.4-DESCRIÇÃO DO TRABALHO.

Este trabalho dá ênfase ao desenvolvimento de algumas formulações matemáticas para o processo de identificação de sistemas mecânicos no domínio do tempo e no domínio da frequência. Usa-se, para tanto, a caracterização no tempo via equação diferencial.

As técnicas de identificação utilizadas correspondem ao estimador dos mínimos quadrados e ao estimador das variáveis instrumentais. Embora tenham sido desenvolvidos outros métodos de identificação [77], para sistemas de um grau de liberdade, procuramos nos concentrar na utilização dos dois métodos acima citados.

Abordamos, no capítulo que trata do problema de simulação e verificação dos processos de identificação, aspectos os mais diversos e variados tais como :

- . Escolha do integrador para simular o sistema no domínio do tempo.
- . Escolha do intervalo de tempo de discretização e seu efeito nos coeficientes identificados.
- . Ruído nas saídas do sistema e seu efeito nos coeficientes estimados.
- . Simulação do sistema diretamente em frequência.
- . Aspectos ligados ao estimador dos mínimos quadrados e ao método das variáveis instrumentais.

Aqui, faz-se necessário uma observação. Ao longo dos capítulos às vezes algumas idéias são repetidas. Esta repetição

acontece sempre que necessário para facilitar a compreensão do capítulo.

O segundo capítulo procura tratar da formulação do problema do mancal hidrodinâmico. Assim, procura-se desenvolver toda a teoria básica necessária à obtenção da equação de Reynolds - base do estudo do comportamento dinâmico dos mancais hidrodinâmicos.

Procura-se tratar das condições para as quais as equações dinâmicas do sistema eixo-mancal hidrodinâmico são obtidas. Assim, procura-se estabelecer o paralelo entre o modelo físico adotado e sua representação através do modelo matemático. Deste modo, são abordados todas as componentes de velocidade do centro do eixo e/ou mancal necessárias à obtenção das equações dinâmicas do movimento.

Fundamentalmente, a partir daí é obtida a equação de Reynolds na sua forma mais geral, podendo ser aplicada ao estudo do comportamento dinâmico do mancal hidrodinâmico.

No capítulo três desenvolve-se a formulação matemática para identificar os oito coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo do mancal no domínio do tempo. -
Aqui, uma outra observação. Embora, não se processe a identificação no domínio do tempo, procura-se utilizar os resultados da simulação no tempo, obtidos através da equação de estado, para verificar a formulação matemática para o processo de identificação no domínio da frequência.

No capítulo quatro, desenvolve-se a formulação matemática para o processo de identificação dos parâmetros do mancal no domínio da frequência usando-se o espectro da excitação e

resposta.

No capítulo cinco, são desenvolvidas as equações necessárias para o processo de identificação destes oito coeficientes dinâmicos no domínio da frequência usando as medidas das funções de respostas em frequência.

Neste mesmo capítulo, procura-se apresentar num diagrama de blocos os passos para se obter os resultados de simulação em frequência.

No processo de simulação e verificação das equações necessárias para estimação destes coeficientes, procura-se caracterizar o sistema diretamente em frequência, isto é, o vetor de excitação (força) e deslocamentos são obtidos diretamente em frequência em termos de suas componentes reais e imaginárias, sem contudo haver necessidade de aplicar-se o algoritmo da transformada de Fourier rápida na obtenção destes sinais.

No capítulo seis, aborda-se aspectos mais gerais no tocante ao sinal de excitação utilizado como entrada, na derivação das equações para variância-covariância e desvio padrão dos coeficientes estimados e propriedades estatísticas dos estimadores.

No capítulo sete, apresenta-se uma bateria de resultados tratando dos aspectos ligados aos problemas de simulação e verificação dos processos de identificação, abordados nos capítulos anteriores, usando os dois tipos de estimadores. Finalmente, é também desenvolvido neste mesmo capítulo o problema de identificação de perturbações usando o estimador dos mínimos quadrados e o estimador das variáveis instrumentais.

O capítulo oito trata da bancada de testes e procura dar como ilustração alguns resultados preliminares de identificação experimental dos coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo do mancal hidrodinâmico, para uma dada combinação de carga e velocidade angular de rotação do eixo.

Enfatiza-se aí, problemas de cunho essencialmente experimental no tocante às dificuldades de se obter medidas convenientes dos sinais de deslocamento, problemas de instrumentação, etc. Finalmente é apresentado neste mesmo capítulo um método de identificação de forças no domínio da frequência utilizando-se o estimador dos mínimos quadrados generalizado e o estimador das variáveis instrumentais.

CAPÍTULO 2

CARACTERIZAÇÃO DO MANCAL HIDRODINÂMICO

2.1 - INTRODUÇÃO

Um dos maiores problemas que surge no estudo do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos rotativos que envolvem mancais hidrodinâmicos é, sem dúvida, a determinação das características de rigidez e amortecimento do filme de óleo.

Entre os componentes principais de todas as máquinas, encontram-se os mancais, que exigiram aperfeiçoamento quanto à construção e manutenção a medida que as velocidades de rotação e as cargas dinâmicas foram aumentando. Os mancais podem ser suportes ou guias das partes móveis de máquinas, motores, transmissões etc, sendo geralmente do tipo hidrodinâmico (deslizamento) ou de rolamento. Em qualquer indústria, por menor que seja, é possível encontrar elevado número de mancais, de cujo bom funcionamento depende em grande parte a continuidade, qualidade e a capacidade de produção, e conseqüentemente, o rendimento econômico.

Quanto ao desempenho de máquinas rotativas, vem crescendo, na comunidade científica, a preocupação com o estudo do comportamento dinâmico dos sistemas eixo-mancais. Com relação ao comportamento dinâmico das partes sólidas do sistema eixo e suporte do mancal, tem-se utilizado técnicas de modelamento tais como métodos de elementos finitos e matrizes de transferência, bem

como de técnicas experimentais como impedância mecânica e análise modal, permitindo, assim, a obtenção de modelos satisfatórios. No caso do estudo de mancais hidrodinâmicos, o grande problema consiste em se caracterizar o comportamento dinâmico do filme de óleo que separa as partes sólidas do sistema eixo-mancal. A equação de Reynolds, linearizada em torno da posição de equilíbrio, em sua forma analítica, é impossível de ser solucionada. No entanto, soluções empregando-se métodos de diferenças finitas [98], métodos de elementos finitos [11], bem como usando a hipótese de mancal infinitamente curto [99] ou infinitamente longo [100], têm permitido explicar certos fenômenos ligados ao filme de óleo, tais como: "Oil-Whirl", e "Oil-Whip", deixando, no entanto, comprometida a obtenção de um modelo quantitativo adequado. A solução da equação de Reynolds, tanto para mancal infinitamente curto, como para mancal infinitamente longo ou mancal de comprimento finito é em parte comprometida pelas hipóteses feitas, tais como:

- . Fluido incompressível
- . Variação de temperatura desprezível
- . Regime laminar
- . Viscosidade constante
- . Inércia do fluido desprezível, etc.

Estas hipóteses não retratam, geralmente, a realidade, levando a resultados bastante diferentes dos resultados experimentais. Com estes problemas presentes, e o aumento das exigências com relação ao emprego de mancais hidrodinâmicos em sistemas rotativos, fica claro a necessidade de se estudar o

comportamento dos coeficientes dinâmicos do filme de óleo por métodos experimentais.

Os métodos a serem utilizados no processo de caracterização dos coeficientes dinâmicos podem ser técnicas de identificação, onde os parâmetros do sistema eixo-mancal hidrodinâmico são obtidos a partir das respostas à forças de excitação conhecidas.

No entanto, antes de se começar a formulação matemática do processo de identificação, será formulada a caracterização do comportamento do filme de óleo a partir da equação de Reynolds e montadas as equações dinâmicas do conjunto eixo-mancal hidrodinâmico.

2.2 - DEFINIÇÃO

Mancal hidrodinâmico é, em resumo, um suporte destinado ao emprego em máquinas rotativas, cuja secção cilíndrica é separada do eixo que gira por uma fina película de óleo.

Na grande maioria das aplicações, o mancal é estacionário, ou seja, permanece parado, enquanto o eixo gira. Como as velocidades das máquinas rotativas usando mancal hidrodinâmico vêm aumentando, e dadas as maiores exigências quanto ao seu desempenho, o interesse no desenvolvimento da teoria dos mancais hidrodinâmicos tem aumentado nos últimos anos. Em tais mancais registram-se frequentemente altas amplitudes de vibração sob certas condições de carregamento e velocidades. Forças de grandes amplitudes são transmitidas às fundações do sistema, ou parte dos seus componentes. Newkirk [15] foi quem primeiro registrou em meados de 1924 um fenômeno de instabilidade em mancal hidrodinâmico. Ele demonstrou que sob certas combinações de velocidade e carregamento, o centro do eixo não permanecia fixo, como estabelecia a equação de Reynolds para o caso de carga estacionária, mas assumia um movimento de precessão, ou seja, orbitava em torno de uma posição de equilíbrio numa velocidade angular igual a cerca da metade da velocidade de rotação do eixo. Este fenômeno foi chamado de "Oil-Whip". No fenômeno de "Oil-Whip" as amplitudes de precessão "Oil-Whirl" aumentam com o tempo caracterizando a instabilidade.

Denotando por q_1 a vazão do fluxo de óleo onde a película de óleo é máxima e tomando o valor médio da velocidade V naquela região, é imediato que,

$$q_1 = \frac{1}{2} L R \Omega (C + e) \quad (2.3.1)$$

De maneira similar, a vazão do fluxo de óleo onde a película de óleo é mínima, assume o valor,

$$q_2 = \frac{1}{2} L R \Omega (C - e) \quad (2.3.2)$$

Se o eixo gira sob condição estacionária, uma cunha de óleo é formada entre a superfície do eixo e do mancal. Devido a esta condição, é desenvolvida pressão no filme de óleo e o fluxo na região inferior do mancal é reduzida enquanto na região superior é aumentada, mantendo-se assim, um balanço contínuo de fluxo a depender da velocidade de rotação do eixo. Portanto, se a carga é suficientemente pequena, a pressão no filme de óleo pode ser desprezada e uma pequena velocidade é induzida para manter o balanço de fluxo. Se a velocidade angular instantânea é $\dot{\phi} = \Omega$ para o centro do eixo, então a velocidade induzida é V , veja figura 2.3.1. A ação de levantar o eixo devido à cunha de óleo formada quando o eixo está girando em consonância com a velocidade induzida em torno de uma posição fixa estacionária, faz com que o fluxo de óleo aumente do valor,

$$q = 2 L R V \quad (2.3.3)$$

onde $2 L R$ é a área projetada do mancal.

No entanto, para que haja um balanço de fluxo, deve-se ter

$$q_1 = q_2 + q$$

Substituindo as equações (2.3.1), (2.3.2), (2.3.3) em (2.3.4) e explicitando o valor de Ω_p , obtém-se

$$\Omega_p = \frac{\Omega}{2} \quad (2.3.5)$$

com o valor da velocidade tangencial de precessão dada por $V = e \Omega_p$. Assim, Ω_p é a velocidade de "Oil-whirl", ou seja, é a frequência com que o centro do eixo orbita ou precessa em torno da posição de equilíbrio. Pode-se observar que, se a frequência de precessão for maior do que a metade da frequência de rotação do eixo, a vazão do fluxo de óleo q_1 é sensivelmente aumentada e em consequência é gerada uma maior pressão naquela região. Deste modo, diz-se que o mancal trabalha sob condições estáveis.

Se pelo contrário, a frequência de "Whirl" for menor do que a metade da frequência de rotação do eixo, a quantidade de fluxo é bem menor, diminuindo a pressão no filme de óleo e como consequência surge um maior espaço entre o eixo e o mancal. Deste modo, há uma considerável perda na capacidade de carga do mancal e o movimento torna-se instável. A frequência de "Oil-Whirl" tem sido observada em análise experimental quando se utiliza rotor rígido, posicionado simetricamente com dois mancais hidrodinâmicos variando em torno de $0,46 \Omega \leq \Omega_p \leq 0,48 \Omega$ [39].

No entanto, se o eixo é flexível, a instabilidade causada pela frequência de "Oil-Whirl" causa grandes amplitudes devido às condições de ressonância gerada pela velocidade crítica. Este fenômeno é explanado esquematicamente no diagrama de Campbell, figura 2.3.2, que mostra a frequência de vibração (precessão) do sistema variando como função da velocidade de rotação do eixo. Observa-se que a frequência de ressonância do sistema diminui na medida em que se aumenta a velocidade de rotação do eixo. A diminuição da frequência de ressonância do sistema está ligada às características de rigidez e amortecimento do filme de óleo, bem como do efeito giroscópico.

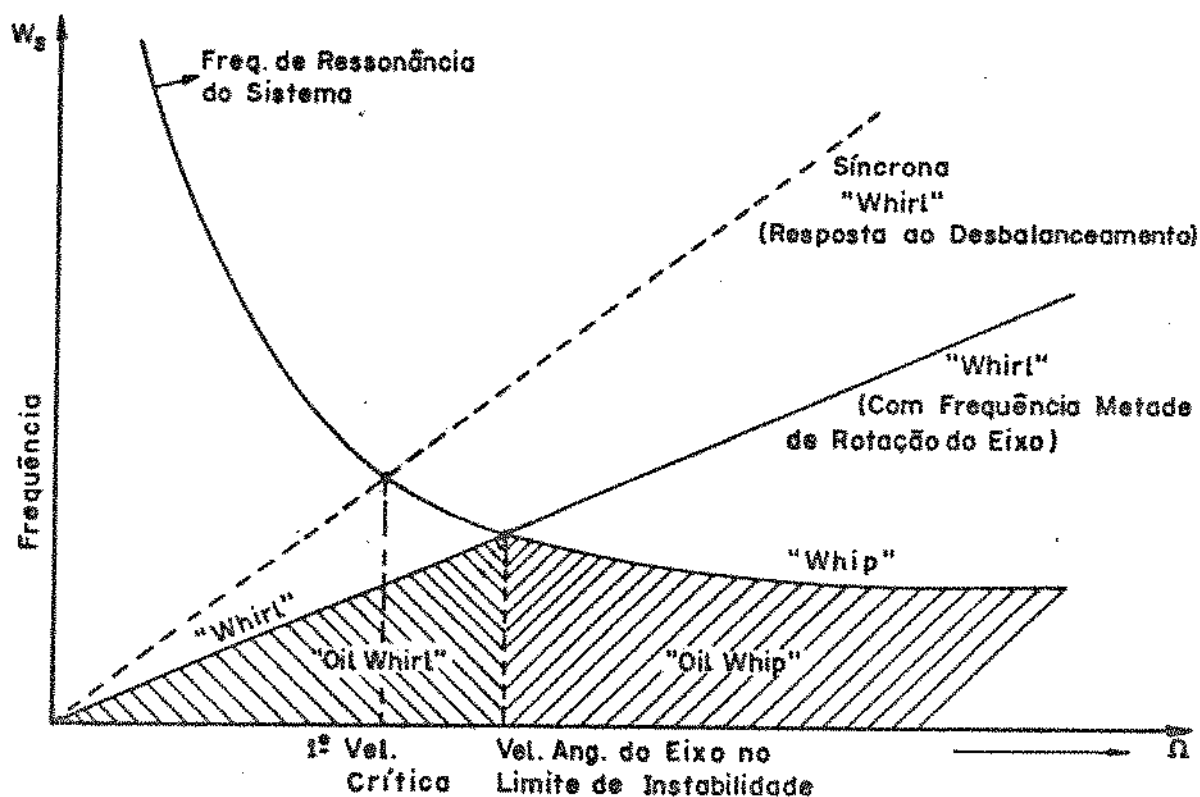


Figura 2.3.2 - Diagrama de Campbell

A linha pontilhada caracteriza o "Whirl" (precessão síncrona) e a primeira velocidade crítica quando a velocidade de rotação do eixo é igual à frequência natural do sistema. A linha cheia estabelece a frequência de "Oil-Whirl" como função da velocidade de rotação do eixo no intervalo de variação entre a primeira velocidade crítica e o limite de instabilidade. Se o eixo é estável para a frequência de "Oil-Whirl" maior do que a metade da velocidade de rotação do eixo, pode-se admitir amortecimento positivo para valores da frequência de "Oil-Whirl" acima da linha e negativo abaixo.

Quando há intersecção entre a curva de frequência do sistema e a reta que estabelece a metade da frequência de "Oil-Whirl", tem-se o limite de instabilidade. Para frequências de rotação além deste limite denomina-se de "Oil-Whip", o fenômeno de instabilidade que ocorre.

Assim, a persistência ou não da velocidade de "Oil-Whirl" ou "Oil-Whip", dependerá das características de rigidez e amortecimento do filme de óleo que influenciam a variação da frequência natural com a rotação. A escolha de um óleo com viscosidade adequada para certas combinações de cargas e velocidades quando se utiliza mancal hidrodinâmico como suporte em sistemas rotativos, constitui um grande problema uma vez que as características de rigidez e amortecimento do filme de óleo são de difícil e imprecisa obtenção teórica.

2.5 - HIPÓTESES APLICADAS A TEORIA HIDRODINÂMICA

As suposições que normalmente são consideradas para se estabelecer as equações de continuidade aplicadas à teoria hidrodinâmica são:

1 - A espessura do filme de óleo h em um ponto qualquer do mancal é muito pequena se comparada com as dimensões do eixo. Esta suposição é válida na medida em que a razão da espessura do filme de óleo em relação ao raio do eixo assuma valores em torno de $h/R < 0,001$.

2 - A temperatura e a viscosidade do lubrificante são admitidas constantes.

3 - Se o raio do eixo é suficientemente grande comparado com a espessura do filme de óleo, a curvatura do eixo em relação à superfície do mancal pode ser desprezada. Deste modo, considera-se que as velocidades das duas superfícies em contato possuem direção constante.

4 - As forças de corpo que agem no filme de óleo podem ser desprezadas, ou seja, não existem forças devido ao campo gravitacional da terra atuando no filme de óleo. Esta suposição é universalmente aceita.

5 - O fluxo é laminar, ou seja, não existe vórtice ou turbulência do filme de óleo em pontos do mancal.

6 - A viscosidade do lubrificante é independente da taxa de cisalhamento, isto é, o fluido é Newtoniano.

7 - A inércia do fluido pode ser desprezada. Esta suposição é válida desde que o fluxo de óleo esteja em regime laminar.

8 - Não há deslizamento entre os pontos da superfície do eixo e mancal, ou seja, as leis que regem as componentes de velocidades nestas superfícies são igualmente válidas.

9 - Comparadas com os gradientes de velocidade através da espessura do filme de óleo, todos os demais gradientes de velocidades podem ser desprezados.

A equação da continuidade para o mancal hidrodinâmico foi originalmente obtida por Reynolds a partir da equação de Navier-Stokes, fazendo-se as suposições enumeradas acima.

O ponto central desta análise no estudo do comportamento dinâmico do mancal hidrodinâmico tem sua origem na equação que permite calcular as medidas da distribuição do campo de pressão do filme de óleo. Embora a equação de Reynolds seja insolúvel analiticamente em sua forma completa, duas aproximações básicas são consideradas - a teoria do mancal curto e longo as quais Ocvirc [17] e Holmes [24] mostraram ser realísticas para a grande maioria dos mancais usados nas máquinas rotativas. Este capítulo procura abordar o modelo matemático para a determinação teórica dos oito coeficientes linearizados de rigidez e amortecimento, aplicados a pequenas amplitudes de vibração em torno da posição de equilíbrio.

2.6 - FORMA GERAL DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS APLICADA A MANCAIS HIDRODINAMICOS (COEFICIENTES LINEARES DO MANCAL)

No presente estudo será enfatizado o caso geral em que o mancal hidrodinâmico poderá girar no sentido de rotação do eixo ou em sentido oposto. Designa-se a este tipo de movimento de "mancal hidrodinâmico não estacionário".

No entanto, na maioria das aplicações práticas utiliza-se mancal hidrodinâmico estacionário, ou seja, o mancal é posicionado em um suporte fixo, enquanto eixo mantém seu movimento normal de rotação. A formulação da equação de Reynolds será obtida para o mancal hidrodinâmico não estacionário, o que torna a abordagem mais geral. Posteriormente, será considerado o caso em que o mancal é estacionário, o que é imediato.

No estudo da mecânica dos fluidos, a equação de Navier-Stokes é estabelecida através das equações de momento e continuidade para o caso geral em que se considera um sólido compressível e com densidade variável. Quando trabalhada para se estudar o comportamento de um fluido ou gás, algumas hipóteses são feitas. Em se tratando dos fluidos, o módulo de torção G do sólido é substituído pela viscosidade μ do fluido, a tensão média $\bar{\sigma}$ é substituída pela pressão p do escoamento e por último as tensões no fluido deverão ser proporcionais à variação das deformações em função do tempo, o que corresponde a substituir o vetor deslocamento por suas derivadas em relação ao tempo em três direções mutuamente perpendiculares. Desta forma, a equação de

Navier-Stokes pode ser expressa em notação vetorial compacta [101].

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{B} - \vec{\nabla}p + \mu \left[\frac{1}{3} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{V} + \vec{\nabla}^2 \cdot \vec{V}) \right] \quad (2.6.1)$$

Para aplicar a equação ao nosso problema, considera-se a curvatura da superfície do mancal muito pequena (hipótese 1), o que permite considerar o filme de óleo escoando entre duas placas de comprimento L e largura b, separadas de uma distância h(x,z) muito pequena.

Considerando que as forças de corpo são desprezíveis (hipótese 4), a equação (2.6.1) reduz-se a

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = - \vec{\nabla}p + \mu \vec{\nabla}^2 \cdot \vec{V} \quad (2.6.2)$$

Se o fluido é incompressível e a velocidade axial na superfície do mancal é zero, a equação (2.6.2) pode ser reduzida à forma [98]

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial Z} \right] = 12 (V_2 - V_1) + 6 (U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial X} + 6h \frac{\partial}{\partial X} (U_1 + U_2) \quad (2.6.3)$$

Portanto, a equação (2.6.3) é a forma mais geral da equação

de Reynolds e constitui a base para o estudo do comportamento dinâmico dos mancais hidrodinâmicos.

Como se deseja relacionar a solução da equação de Reynolds à geometria do mancal, faz-se necessário estabelecer de forma explícita alguns parâmetros. A espessura do filme de óleo numa posição qualquer pode ser obtida da geometria do mancal [102], dando

$$h(\psi) = c (1 + e_r \cos \theta) \quad (2.6.4)$$

onde ψ é medido em relação à linha de centros e θ é medido em relação à coordenada fixa X.

O movimento do conjunto eixo-mancal hidrodinâmico é uma combinação linear das componentes:

- 1 - Eixo girando em torno de OE com velocidade angular Ω .
- 2 - Mancal hidrodinâmico girando em torno de O com velocidade angular Ω_m .
- 3 - Movimento radial do centro do eixo ao longo da linha de centros.
- 4 - Precessão do centro do eixo em torno do centro do mancal com velocidade angular $\Omega_p = \dot{\phi}$, movimento de "Oil-Whirl".

Estabelecidas as componentes do movimento resultante do conjunto eixo-mancal hidrodinâmico, pode-se substituir estas componentes na equação (2.6.3) e resolvê-la para mancal infinitamente curto e infinitamente longo. Para obtê-las, considere a disposição esquemática da figura 2.6.1.

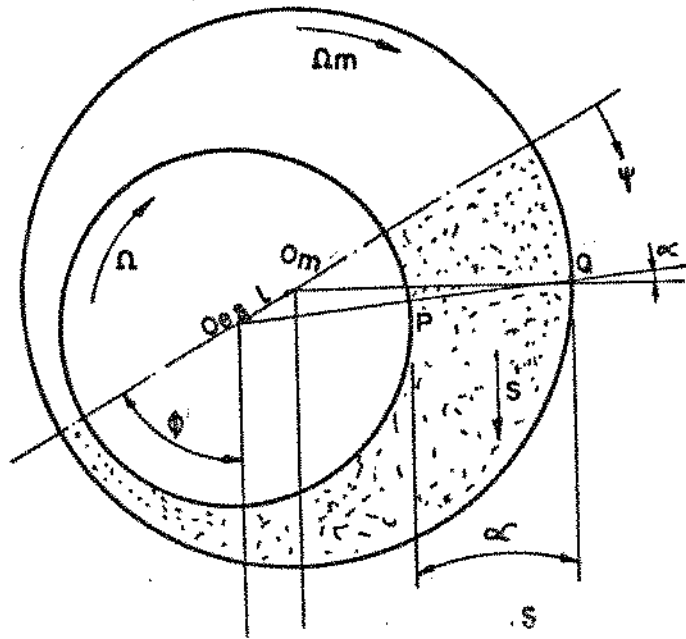


Figura 2.6.1 - Configuração Esquemática do Mancal para Determinação das Equações de Reynolds.

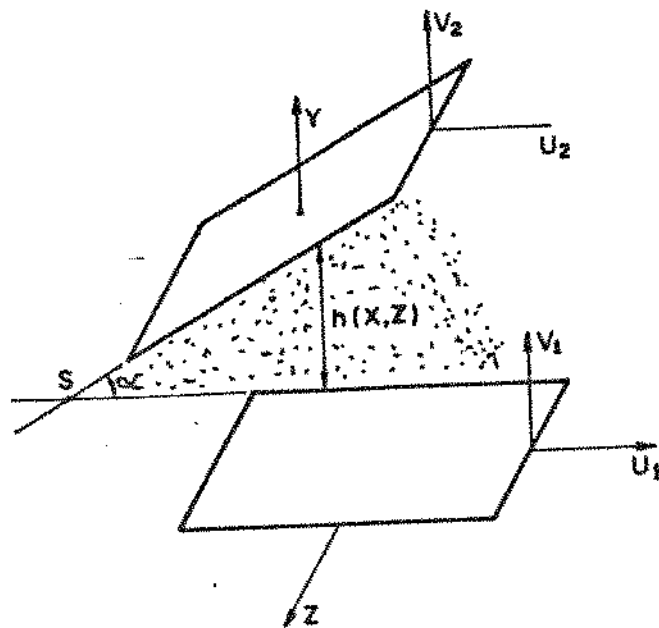


Figura 2.6.2 - Modelo Esquemático do Contato Entre as Superfícies do Eixo e Mancal.

Imaginando que o plano de deslizamento das superfícies do eixo e mancal ocorre na direção X com uma pequena flutuação na direção Y (figura 2.6.2) e considerando o fato de que a velocidade axial (direção Z) é nula, pode-se fazer um diagrama no plano <XYO> das direções das velocidades para as duas superfícies, como mostra a figura 2.6.3.

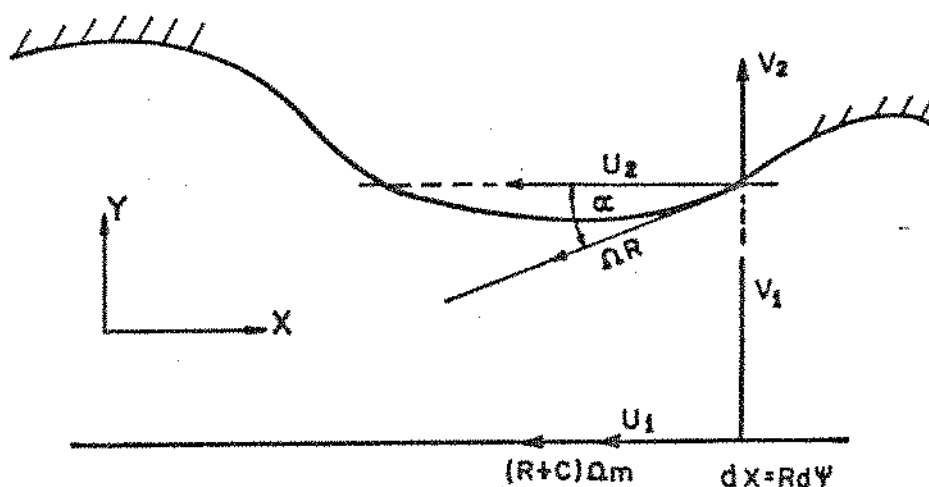


Figura 2.6.3 - Configuração Esquemática das Componentes de Velocidade nas Superfícies do Eixo e Mancal.

Da observação das figuras (2.6.1), (2.6.2) e (2.6.3) pode-se estabelecer as componentes de velocidades em relação aos planos de deslizamento para o eixo e mancal na forma

1 - Para o mancal

A componente da velocidade para o mancal na direção x é dado por

$$U_1 = (R + C) \Omega_M \quad (2.6.5)$$

Se o raio do mancal é muito maior do que a folga radial ($R \gg C$), então, pode-se fazer a aproximação

$$U_1 = R \Omega_M \quad (2.6.6)$$

Dado que não há componente de velocidade transversal na direção x , tem-se

$$V_1 = 0 \quad (2.6.7)$$

2 - Para o Eixo

De maneira similar, a componente de velocidade do eixo na direção X é

$$U_2 = \Omega R \cos \alpha \quad (2.6.8)$$

Se α é suficientemente pequeno, então,

$$U_2 = \Omega R \quad (2.6.9)$$

e conseqüentemente a componente de velocidade do eixo na direção Y é,

$$V = \Omega R \sin \alpha \quad (2.6.10)$$

Como a espessura do filme de óleo é função da coordenada X, pode-se fazer a aproximação,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dh}{dx} \quad (2.6.11)$$

Mas, como $dx = R d\psi$ e, para α pequeno $\operatorname{tg} \alpha \cong \operatorname{sen} \alpha$ obtém-se

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{R} \frac{dh}{d\psi} \quad (2.6.12)$$

Deste modo, a componente de velocidade do eixo na direção Y é obtida quando se substitui a equação (2.6.12) na equação (2.6.9)

$$v_z = \frac{1}{2} \frac{dh}{d\psi} \quad (2.6.13)$$

Substituindo as componentes de velocidades dadas pelos grupos de equações (2.6.6), (2.6.7), (2.6.8), (2.6.13), e desprezando o efeito da dilatação do filme de óleo devido à soma das componentes de velocidades em relação à rotação do eixo e mancal na equação de Reynolds, obtém-se

$$\frac{1}{6} \left[\nabla \left(\frac{h^3}{\mu} \nabla p \right) \right] = (\Omega_M + \Omega) \frac{\partial h}{\partial \psi} \quad (2.6.14)$$

onde a espessura do filme de óleo em uma posição genérica qualquer é

$$h = c (1 + \varepsilon_r \cos \psi) \quad (2.6.15)$$

Supondo que o mancal hidrodinâmico é estacionário,, ou seja, $\Omega_M = 0$, a equação (2.2.14) reduz-se a

$$\frac{1}{6} \left[\nabla^2 \left(\frac{h^3}{\mu} \nabla p \right) \right] = \alpha \frac{\partial h}{\partial \psi} \quad (2.6.16)$$

Como o interesse está na formulação da equação de Reynolds que relacione os parâmetros característicos de sua geometria, a equação (2.6.16) isolada não se presta para analisar o comportamento global do sistema. No entanto, pode-se estabelecer o efeito das componentes de velocidade para o movimento ao longo da linha de centros, com

$$U_2 = \dot{\varepsilon} \sin \psi \quad (2.6.17)$$

$$V_2 = \dot{\varepsilon} \cos \psi \quad (2.6.18)$$

$$U_1 = V_1 = 0 \quad (2.6.19)$$

Substituindo as expressões (2.2.17), (2.2.18) e (2.2.19), e considerando que

$$\frac{h}{R} \ll 1 \quad \text{e} \quad \frac{\varepsilon}{R} \ll 1$$

com as derivadas da espessura do filme de óleo em relação ao ângulo ψ e em relação ao tempo, da equação (2.6.3) obtém-se

$$\frac{1}{6} \left[\vec{\nabla} \left(\frac{h^3}{\mu} \vec{\nabla} p \right) \right] = 2 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.6.20)$$

Para a precessão, todo ponto do eixo possui velocidade dada por $e \Omega p = e \dot{\phi}$ e encontra-se direcionada normalmente à linha de centros. Portanto, as componentes devido ao efeito de precessão do centro do eixo são

$$U_z = - e \dot{\phi} \cos \psi \quad (2.6.21)$$

$$V_z = e \dot{\phi} \cos \psi \quad (2.6.22)$$

$$U_1 = V_1 = 0 \quad (2.6.23)$$

de forma similar, substituindo as expressões (2.6.21), (2.6.22) e (2.6.23) na equação (2.6.3) e usando o fato de que,

$$\frac{\partial h}{\partial \psi} = - e \sin \psi \quad (2.6.24)$$

obtém-se

$$\frac{1}{6} \left[\vec{\nabla} \left(\frac{h^3}{\mu} \vec{\nabla} p \right) \right] = - 2 \dot{\phi} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.6.25)$$

Combinações lineares das equações (2.6.14), (2.6.16) e (2.6.25) fornecem a equação básica para o estudo do comportamento dinâmico do mancal hidrodinâmico na sua forma mais geral,

$$\frac{1}{6} \left[\nabla^+ \left(\frac{h^3}{\mu} \nabla^+ p \right) \right] = (\Omega_M + \Omega - 2\dot{\phi}) \frac{\partial h}{\partial \psi} + 2 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.6.26)$$

Derivando h em relação ao tempo e levando em conta o fato de que a excentricidade do centro do mancal em relação ao centro do eixo é igual ao produto da excentricidade relativa ϵ_r pela folga radial e considerando ainda que a velocidade do centro do eixo naquela direção é dada por $\dot{e} = \dot{\epsilon}_r C$, tem-se

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[h^3 \frac{\partial P}{\partial \psi} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[h^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right] = 6 \Omega \mu \frac{\partial h}{\partial \psi} +$$

$$12 \Omega_p \epsilon_r C \sin \psi + 12 \mu \dot{\epsilon}_r C \cos \psi \quad (2.6.27)$$

finalmente como a velocidade de precessão do centro do eixo em torno do centro do mancal é $\Omega_p = \dot{\phi}$, pode-se colocar a equação (2.6.27) na forma

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[h^3 \frac{\partial P}{\partial \psi} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[h^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right] = 6 \mu (\Omega - 2\dot{\phi}) \frac{\partial h}{\partial \psi} +$$

$$12 \mu C \frac{d\epsilon_r}{dt} \cos \psi \quad (2.6.28)$$

A equação (2.6.2B) não tem solução analítica. Duas aproximações básicas são consideradas na literatura para resolvê-la analiticamente. Uma é considerar a hipótese de mancal infinitamente curto [98] e a outra mancal infinitamente longo [100]. A solução do mancal de comprimento finito, só é possível por meio de métodos numéricos, como método dos elementos finitos [11] ou métodos de diferenças finitas.

A equação (2.6.2B) é uma equação diferencial parcial e os três termos do lado direito desta equação indicam fisicamente a existência de três fatores independentes que causam pressão no filme de óleo. Mais especificamente, o primeiro termo é a contribuição da pressão que é causada devido à rotação do eixo para uma dada razão de excentricidade. O segundo e o terceiro termos são fatores que causarão pressão devido às componentes de velocidade do eixo nas direções radial e transversal, respectivamente. Portanto, os três fatores causam componentes de pressão independentemente. Pode-se expressar a pressão total P como sendo uma superposição das três componentes de pressão na forma

$$P = P_{\Omega} + P_{\dot{\epsilon}_r} + P_{\dot{\epsilon}_{\theta}}$$

A figura 2.6.4 mostra a direção das componentes de velocidades $C_{\dot{\epsilon}_r}$ e $C_{\dot{\epsilon}_{\theta}}$, que causam as componentes de pressão $P_{\dot{\epsilon}_r}$ e $P_{\dot{\epsilon}_{\theta}}$

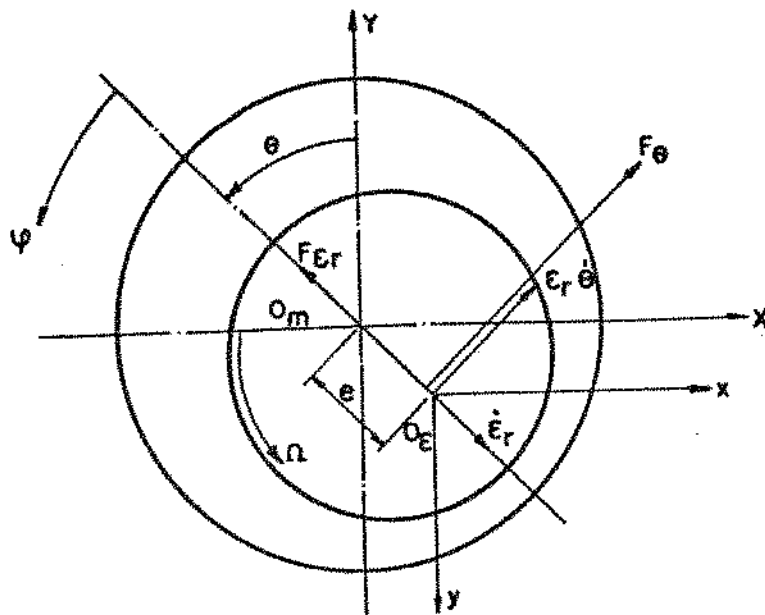


Figura 2.6.4 - Configuração Esquemática das Componentes de Velocidade que Geram as Componentes de Pressão.

Na hipótese do mancal infinitamente longo na direção axial considera-se que ao longo da coordenada Z não há variação de pressão e como consequência a taxa de variação do campo de pressão em relação à Z é nula. Com esta hipótese é possível resolver a equação (2.6.28), porém desenvolver-se-á aqui apenas a solução pela hipótese do mancal infinitamente curto que fornece melhores resultados para mancais de comprimento finito.

Admitindo que o fluxo devido ao gradiente de pressão na direção X é desprezível quando a razão $L/R < 2$, Ovirck [17] demonstrou que é possível para muitas aplicações práticas se fazer um estudo dinâmico com boas aproximações. Com esta hipótese, dita de mancal infinitamente curto, a equação (2.6.28) fica

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left[h^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right] = 6 \mu (\Omega - 2\dot{\phi}) \frac{\partial h}{\partial \psi} + 12 \psi C \dot{\epsilon}_r \cos \psi \quad (2.6.29)$$

O passo seguinte é resolver a equação (2.6.29) em sua forma analítica e estabelecer as equações dinâmicas para o sistema, bem como os coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo analiticamente como função da excentricidade relativa (vide Apêndice G). Assim, as equações dinâmicas para o sistema eixo-mancal hidrodinâmico para pequenas perturbações em torno de uma dada posição de equilíbrio são dadas de (G.13) por

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} \quad (2.6.30)$$

onde F_x , F_y são forças de excitação conhecidas.

2.7 - CONCLUSÃO

Procurou-se apresentar neste capítulo, a teoria básica relacionada ao estudo do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos que utilizam mancais hidrodinâmicos como suportes. Este estudo torna-se importante, na medida que o trabalho aqui proposto, tem como finalidade principal, o desenvolvimento de métodos de identificação de parâmetros (tempo e frequência) de sistemas mecânicos com aplicação à mancais. Embora o contexto geral das formulações matemáticas desenvolvidas para identificar parâmetros possam ser utilizadas para as mais diversas e variadas modalidades de sistemas mecânicos.

Assim, procura-se nos capítulos subsequentes formular as equações para o processo de identificação para um mancal hidrodinâmico circular, cujo comportamento dinâmico pode ser estudado através do sistema de equações diferenciais dadas em (2.6.30). Isto porque, dentre os diversos tipos de mancais hidrodinâmicos que são utilizados como suportes de sistemas dinâmicos rotativos, isto é, os mancais hidrodinâmicos esféricos, segmentado de patins oscilantes (tilt-pad journal bearing) etc e além do circular, a equação (2.6.30) pode ser notadamente utilizada [38,47,96].

CAPÍTULO 3

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE IDENTIFICAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE RIGIDEZ E AMORTECIMENTO DO MANCAL HIDRODINÂMICO NO DOMÍNIO DO TEMPO

3.1 - INTRODUÇÃO

Embora a ênfase maior do trabalho seja a identificação dos parâmetros no domínio da frequência, será apresentada toda a formulação matemática da identificação no domínio do tempo no sentido de apresentar uma visão global do tema. As equações de movimento são reduzidas à forma de estado e a solução discretizada é formulada.

3.2 - MODELO FÍSICO

O modelo considerado consiste basicamente de um eixo rígido suportado por dois mancais. O mancal hidrodinâmico é posicionado de forma simétrica no meio do eixo e tracionado ao longo da direção Y (fig. 3.2.1).

As equações do movimento na direção horizontal e vertical são estabelecidas em termos de pequenos deslocamentos X e Y, respectivamente, em torno de alguma posição de equilíbrio estático. A linearização em torno desta posição de equilíbrio se faz necessária devido ao comportamento não linear do filme de óleo. No modelo considerado, o mancal é suportado por molas de rigidez conhecida nas duas direções perpendiculares X e Y. Esta adaptação no modelo se faz necessária para dar um melhor posicionamento à luva do mancal.

O modelo para o sistema em questão é mostrado de forma simplificada na figura (3.2.1). Como pode-se observar este sistema representa, do ponto de vista das equações do movimento, uma configuração equivalente a de um rotor rígido tendo como suporte dois mancais hidrodinâmicos. Vantagem adicional nesta montagem é que ela é razoavelmente versátil e permite, por exemplo, variar a carga estática, bem como, o fato de se utilizar um só mancal hidrodinâmico.

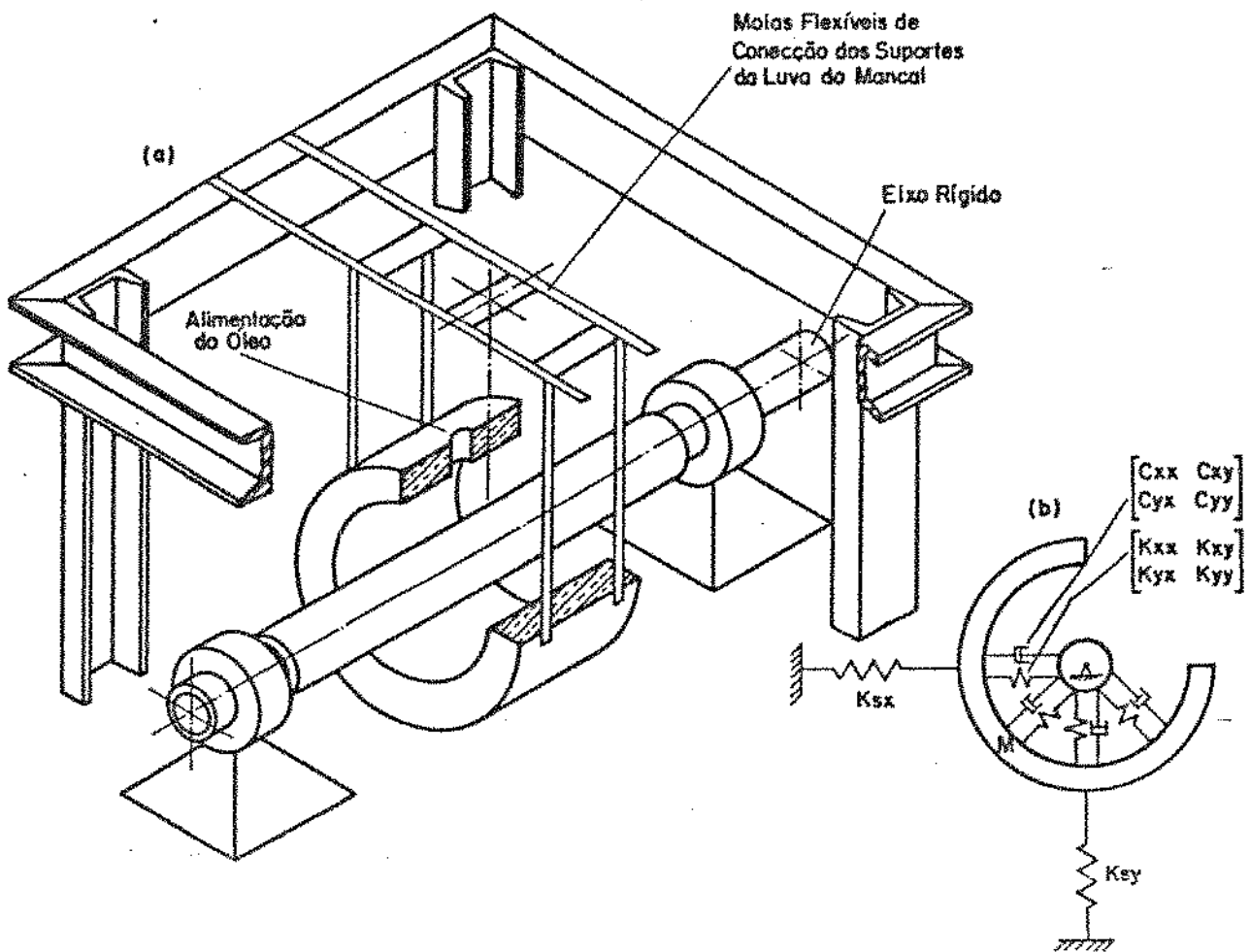


Figura 3.2.1-Sistema Eixo-Mancal Hidrodinâmico

(a) Esquema Simplificado

(b) Modelo Físico

3.3 - MODELO MATEMÁTICO.

O modelo matemático adotado é obtido considerando a disposição esquemática da figura 3.2.1. A utilização de um só mancal hidrodinâmico posicionado no plano médio do eixo e tendo como suportes dois mancais de contato angular requer uma readaptação do modelo matemático, ou seja, há necessidade de se incluir as constantes de rigidez dos suportes nos dois planos perpendiculares. As constantes de amortecimento dos suportes livres não são incluídas no modelo, uma vez que são suficientemente pequenas em relação as características de amortecimento do filme de óleo.

Usando a hipótese de pequenas perturbações em torno da posição de equilíbrio, possível na medida em que as amplitudes do conjunto luva mais bucha do mancal assumam pequenos valores, a análise é linear.

As equações dinâmicas do movimento para esta configuração em termos de pequenas perturbações e dos oito coeficientes linearizados de rigidez e amortecimento do filme de óleo podem ser obtidas a partir do modelo físico da figura (3.2.1) em relação ao sistema de coordenadas inercial,

$$M \ddot{X} + C_{xx} \dot{X} + C_{xy} \dot{Y} + K_{xx}^* X + K_{xy} Y = F_x \quad (3.3.1)$$

$$M \ddot{Y} + C_{yx} \dot{X} + C_{yy} \dot{Y} + K_{yx} X + K_{yy}^* Y = F_y \quad (3.3.2)$$

Admite-se nas equações (3.3.1) e (3.3.2) que as forças de excitação arbitrárias provenientes de alguma fonte de excitação

externa atuam nas direções horizontal e vertical simultaneamente.

As equações dinâmicas assim obtidas levam em consideração o modelo já linearizado em torno da posição de equilíbrio estático, sendo X e Y os deslocamentos a partir desta posição.

No processo de identificação é conveniente trabalhar com as equações diferenciais adimensionalizando os coeficientes de rigidez e amortecimento, uma vez que a formulação resultante torna o problema mais geral. Vamos verificar mais adiante que as forças de excitação são arbitrárias no modelamento, o que permite considerar diferentes tipos de excitação, uma vez que a matriz dos coeficientes a serem estimados não se altera com uma mudança dos sinais de excitação.

Parte-se do pressuposto que a identificação dos parâmetros independe da fonte de excitação, ou seja, para duas forças de excitação arbitrárias devemos obter os mesmos coeficientes, desde que estas forças excitem de forma conveniente os modos de vibração do sistema [1].

No capítulo 6 será feito um estudo dos sinais que serão utilizados para excitar o sistema físico real e utilizados também para a simulação e verificação de toda a formulação matemática para o processo de identificação dos parâmetros do mancal.

Voltando ao grupo de equações diferenciais (3.3.1) e (3.3.2). Pode-se colocar os coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento na forma adimensional fazendo as seguintes substituições,

$$C_{xx} = C_{xx} \left(\frac{\Omega C}{T_0} \right) \dots, \text{ etc} \quad (3.3.3)$$

$$K_{xx} = K_{xx}^* \left(\frac{C}{T_0} \right) \dots, \text{ etc} \quad (3.3.4)$$

nas equações diferenciais (3.3.1) e (3.3.2) para o modelo linearizado em torno da posição de equilíbrio estático.

Um sistema mecânico com n graus de liberdade tem equações de movimento que podem ser postas na forma:

$$[M] (\ddot{X}) + [C] (\dot{X}) + [K] (X) = (f)$$

Este sistema de equações diferenciais pode ser reduzido a um sistema de equações diferenciais de primeira ordem da forma,

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_{\cdot 1} \\ \vdots \\ \dot{X}_f \\ \ddot{X}_{\cdot 1} \\ \vdots \\ \ddot{X}_f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ \hline -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_{\cdot 1} \\ \vdots \\ X_f \\ \dot{X}_{\cdot 1} \\ \vdots \\ \dot{X}_f \end{Bmatrix} + [M]^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ \hline U(t) \end{Bmatrix} \quad (3.3.5)$$

Este sistema de equações pode ser representado na forma curta por:

$$\dot{X} = A X + B U \quad (3.3.6)$$

onde,

X :é o vetor de estado, solução do sistema de equações diferenciais em termos das variáveis de estado (deslocamento e velocidade).

A :matriz do sistema (contém os coeficientes de rigidez e amortecimento do sistema, bem como outros parâmetros de interesse).

U :vetor de entrada (contém as forças de excitação).

B :matriz de distribuição (contém elementos a serem definidos mais adiante).

Fazendo as substituições das variáveis:

$$X_1 = \frac{X}{C} \quad (\text{deslocamento adimensional na direção X}) \quad (3.3.7)$$

$$X_2 = \frac{\dot{X}}{C \Omega} \quad (\text{velocidade adimensional na direção X}) \quad (3.3.8)$$

$$X_3 = \frac{Y}{C} \quad (\text{deslocamento adimensional na direção Y}) \quad (3.3.9)$$

$$X_4 = \frac{\dot{Y}}{C \Omega} \quad (\text{velocidade adimensional na direção Y}) \quad (3.3.10)$$

com suas derivadas,

$$\dot{X} = C \Omega \dot{X}_2 \qquad \dot{Y} = C \Omega \dot{X}_4 \qquad (3.3.11)$$

$$\dot{X} = C \Omega X_2 \qquad X = C X_1 \qquad (3.3.12)$$

$$\dot{X} = C \dot{X}_1 \qquad \dot{Y} = C \Omega X_4 \qquad (3.3.13)$$

$$Y = C X_3 \qquad \dot{Y} = C \dot{X}_5 \qquad (3.3.14)$$

fazendo,

$$\beta = \frac{T_0}{m C \Omega^2} \qquad f_x = \frac{F_x}{m C \Omega^2} \qquad f_y = \frac{F_y}{m C \Omega^2} \qquad (3.3.15)$$

onde f_x e f_y são forças de excitação adimensionais nas direções X e Y respectivamente. Podemos obter a equação de estado, isto é, no caso em estudo,

$$\dot{X}(t) = A X(t) + B U(t) \qquad (3.3.16)$$

Num problema clássico de simulação, os valores de A, B, U(t) e a condição inicial $X(t_0)$ são grandezas conhecidas.

Efetuada-se as substituições adequadas no sistema de equações diferenciais (3.3.1) e (3.3.2) e multiplicando por Ω de ambos os lados das equações, fica,

$$\dot{X}_2 + \Omega \beta [C_{xx} X_2 + K_{xx}^* X_1 + C_{xy} X_4 + K_{xy} X_3] = \Omega \bar{F}_x \quad (3.3.17)$$

$$\dot{X}_4 + \Omega \beta [C_{yx} X_2 + K_{yx} X_1 + C_{yy} X_4 + K_{yy}^* X_3] = \Omega \bar{F}_y \quad (3.3.18)$$

onde,

$$\bar{F}_x = \frac{F_x}{m C \Omega} \quad \text{e} \quad \bar{F}_y = \frac{F_y}{m C \Omega} \quad (3.3.19)$$

Ordenando as equações,

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= \Omega X_2 \\ \dot{X}_2 &= \Omega \beta [-K_{xx} X_1 - C_{xx} X_2 - K_{xy} X_3 - C_{xy} X_4] + \Omega \bar{F}_x \\ \dot{X}_3 &= \Omega X_4 \\ \dot{X}_4 &= \Omega \beta [-K_{yx} X_1 - C_{yx} X_2 - K_{yy} X_3 - C_{yy} X_4] + \Omega \bar{F}_y \end{aligned} \quad (3.3.20)$$

o que em forma matricial conduz a,

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{Bmatrix} = \Omega \beta \begin{bmatrix} 0 & 1/\beta & 0 & 0 \\ -K_{xx}^* & -C_{xx} & -K_{xy} & -C_{xy} \\ 0 & 0 & 0 & 1/\beta \\ -K_{yx} & -C_{yx} & -K_{yy}^* & -C_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} + \Omega \begin{Bmatrix} \bar{F}_x \\ 0 \\ \bar{F}_y \end{Bmatrix} \quad (3.3.21)$$

de sorte que a equação de estado é uma forma equivalente de se representar o sistema de equações diferenciais de segunda ordem em um sistema de equações diferenciais de primeira ordem, ou seja,

$$\dot{X} = A X + B f \quad (3.3.22)$$

que tem a mesma forma da equação (3.3.16).

As variáveis de estado para o sistema são definidos como segue pelas equações (3.3.7) a (3.3.10)

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{deslocamento e velocidade dimensionais na direção X, somente})$$

$$\begin{Bmatrix} X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} \quad (\text{deslocamento e velocidade dimensionais na direção Y, somente})$$

e o vetor de estado pode ser colocado na forma,

$$[X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad X_4]^T \quad (3.3.23)$$

Desta forma, tem-se que,

$$A = \Omega \beta \begin{bmatrix} 0 & 1/\beta & 0 & 0 \\ -K_{xx}^* & -C_{xx} & -K_{xy} & -C_{xy} \\ 0 & 0 & 0 & 1/\beta \\ -K_{yx} & -C_{yx} & -K_{yy}^* & -C_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.3.24)$$

é a matriz do sistema e,

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \Omega & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix} \quad (3.3.25)$$

é a matriz de distribuição contendo as frequências de rotação do eixo e ainda

$$f = \begin{Bmatrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_y \end{Bmatrix} \quad (3.3.26)$$

é o vetor de entrada contendo as forças de excitação na forma adimensional. Nos coeficientes de rigidez K_{xx}^* , K_{yy}^* estão incluídos as constantes de rigidez equivalentes dos suportes.

3.4 -FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO.

A equação (3.3.22) pode ser colocada na forma discreta (vide Apêndice B, equação (B.19))

$$X(k+1) = (I+AT) X(k) + T B f(k) \quad (3.4.1)$$

onde T é o intervalo de tempo de discretização e $X(k) = X(t=kT)$.

Fazendo as substituições com os valores de A, I, B, f(k), já conhecidos vamos chegar a,

$$X(k+1) = \left\{ I \right\} + \left\{ \begin{array}{cccc} 0 & T\Omega & 0 & 0 \\ -K_{xx}^* T\Omega\beta & -C_{xx} T\Omega\beta & -K_{xy} T\Omega\beta & -C_{xy} \\ 0 & 0 & 0 & T\Omega \\ -K_{yx}^* T\Omega\beta & -C_{yx} T\Omega\beta & -K_{yy}^* T\Omega\beta & -C_{yy} T\Omega\beta \end{array} \right\} X(t) + \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ T\Omega & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & T\Omega \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} f_x(k) \\ f_y(k) \end{array} \right\} \quad (3.4.2)$$

Somando I + [AT], mas agora colocando o índice no vetor de estado $X_i(k+1)$, com $i = 1, 2, 3, 4$ a eq.(3.4.2), fica

$$X_i(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & T\Omega & 0 & 0 \\ -K_{xx}^* T\Omega\beta & (1 - C_{xx} T\Omega\beta) & -K_{xy} T\Omega\beta & -C_{xy} T\Omega\beta \\ 0 & 0 & 1 & T\Omega \\ -K_{xy} T\Omega\beta & -C_{xy} T\Omega\beta & -K_{yy}^* T\Omega\beta & (1 - C_{yy} T\Omega\beta) \end{bmatrix} X_i(k)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ T\Omega & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & T\Omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_x(k) \\ f_y(k) \end{Bmatrix} \quad (3.4.3)$$

Para várias observações e fazendo a transposta da equação (3.4.3), tem-se depois de algumas manipulações,

$$\begin{bmatrix} X_1(2) & X_2(2) & X_3(2) & X_4(2) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_1(k+1) & X_2(k+1) & X_3(k+1) & X_4(k+1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} X_1(1) & X_2(1) & X_3(1) & X_4(1) & f_x(1) & f_y(1) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_1(k) & X_2(k) & X_3(k) & X_4(k) & f_x(k) & f_y(k) \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -K_{xx}^* T\Omega\beta & 0 & -K_{xy} T\Omega\beta \\ T\Omega & (1 - C_{xx} T\Omega\beta) & 0 & -C_{xy}^* T\Omega\beta \\ 0 & -K_{xy} T\Omega\beta & 1 & -K_{yy} T\Omega\beta \\ 0 & -C_{xy} T\Omega\beta & T\Omega & (1 - C_{yy} T\Omega\beta) \\ 0 & T\Omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T\Omega \end{bmatrix}$$

(3.4.4)

Um resultado particular para coeficientes de rigidez e amortecimento cruzados do filme de óleo iguais a zero, isto é, $K_{xy} = K_{yx} = 0$ e $C_{xy} = C_{yx} = 0$ é dado a seguir. Com esta hipótese, pode-se desacoplar o sistema conduzindo a um problema simples de identificação de parâmetros no domínio do tempo de um sistema de um grau de liberdade. Considerando como simplificação $\beta = 1$ na

equação (3.4.4), as equações resultantes para o processo de identificação no domínio do tempo nas duas direções perpendiculares seria, no caso, por simples inspeção daquela equação, dadas por,

$$\begin{bmatrix} X_1(2) & X_2(2) \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ X_1(k+1) & X_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1(1) & X_2(1) & f_x(1) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ X_1(k) & X_2(k) & f_x(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -K_{xx}^* T\Omega \\ T\Omega & (1 - \Omega C_{xx} T) \\ 0 & T\Omega \end{bmatrix} \quad (3.4.5)$$

$$\begin{bmatrix} X_3(2) & X_4(2) \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ X_3(k+1) & X_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_3(1) & X_4(1) & f_y(1) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ X_3(k) & X_4(k) & f_y(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -K_{yy}^* T\Omega \\ T\Omega & (1 - \Omega C_{yy} T) \\ 0 & T\Omega \end{bmatrix} \quad (3.4.6)$$

Resultados do problema de identificação no domínio do tempo para o sistema representado pelas equações (3.4.5) e (3.4.6) com o cálculo do vetor de estado obtido numa simulação digital são dados no capítulo 7.

3.5 - ESTIMAÇÃO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES

Finalmente, a equação (3.4.4) pode ser colocada na forma,

$$\varepsilon(k) = X^T(k+1) - X(k)\phi \quad (3.5.1)$$

onde $\varepsilon(k)$ é o erro de medição no instante k . As grandezas da equação (3.5.1) são definidos por,

ϕ : matriz dos coeficientes a serem estimados.

$\varepsilon(k)$: matriz dos erros.

X^T : matriz das variáveis de estado e excitação.

Utilizando o método dos mínimos quadrados para minimizar o erro, a equação (3.5.1) fica,

$$\varepsilon^T \varepsilon = [X^T(k+1) - X(k)\phi]^T [X^T(k+1) - X(k)\phi] \quad (3.5.2)$$

Fazendo a transposta do primeiro termo do lado direito da equação (3.5.2) e levando em consideração que,

$$X(k+1) X(k) \phi = \phi^T X^T(k) X^T(k+1) = \text{cte} \quad (3.5.3)$$

e ainda que,

$$\frac{\partial I}{\partial A^T} = 2 \gamma A \quad (3.5.4)$$

onde,

$$I = A^T \gamma A \quad (3.5.5)$$

onde,

$$\gamma = X^T(k) X(k) \quad (3.5.6)$$

Tem-se que,

$$\varepsilon^T \varepsilon = X(k+1) X^T(k+1) - 2 \phi^T X^T(k) X^T(k+1) - \phi^T \gamma \phi$$

Minimizando o quadrado do erro com relação à matriz a ser estimada, isto é,

$$\frac{\partial (\varepsilon^T \varepsilon)}{\partial \phi^T} = 0 \quad (3.5.7)$$

obtêm-se,

$$\hat{\phi} = \gamma^{-1} X^T(k) X^T(k+1) \quad (3.5.8)$$

Finalmente, substituindo a equação (3.5.6) na equação (3.5.8) obtêm-se,

$$\hat{\phi} = [X^T(k) X(k)]^{-1} X^T(k) X^T(k+1) \quad (3.5.9)$$

ficando assim estabelecido o estimador por mínimos quadrados para o processo de identificação dos parâmetros de rigidez e amortecimento do mancal hidrodinâmico no domínio do tempo.

A equação (3.5.9) podendo ser implementada em um computador digital e os coeficientes estimados obtidos de,

$$\hat{K}_{xx}^* = \frac{\hat{\phi}_{12}}{T \Omega \beta} \quad \hat{K}_{xy} = \frac{\hat{\phi}_{22}}{T \Omega \beta} \quad (3.5.10)$$

$$\hat{K}_{yx} = \frac{\hat{\phi}_{14}}{T \Omega \beta} \quad \hat{K}_{yy}^* = \frac{\hat{\phi}_{24}}{T \Omega \beta} \quad (3.5.11)$$

$$\hat{C}_{xx} = \frac{(1 - \hat{\phi}_{22})}{T \Omega \beta} \quad \hat{C}_{xy} = - \frac{\hat{\phi}_{42}}{T \Omega \beta} \quad (3.5.12)$$

$$\hat{C}_{yx} = - \frac{\hat{\phi}_{24}}{T \Omega \beta} \quad \hat{C}_{xx} = \frac{(1 - \hat{\phi}_{44})}{T \Omega \beta} \quad (3.5.13)$$

Os valores dos oito coeficientes dinâmicos podem agora ser obtidos utilizando-se as equações (3.3.3) e (3.3.4).

Aqui, faz-se necessário omitir as constantes de rigidez equivalente dos suportes dos coeficientes de rigidez do filme de óleo nas duas direções X e Y, respectivamente. Dado que K_{xx} e K_{yy} são transformados para forma dimensional, os seus valores podem ser obtidos de,

$$\hat{K}_{xx} = \hat{K}_{xx}^* - K_{ox} \quad (5.3.14)$$

$$\hat{K}_{yy} = \hat{K}_{yy}^* - K_{ey}$$

onde agora,

\hat{K}_{xx} : é o coeficiente de rigidez do filme de óleo na direção - X na forma dimensional. Analogamente, para a direção - Y.

A figura 3.5.1 mostra o diagrama de blocos para o processo de identificação no domínio do tempo, com o vetor força de excitação agindo simultaneamente nas direções x e y.

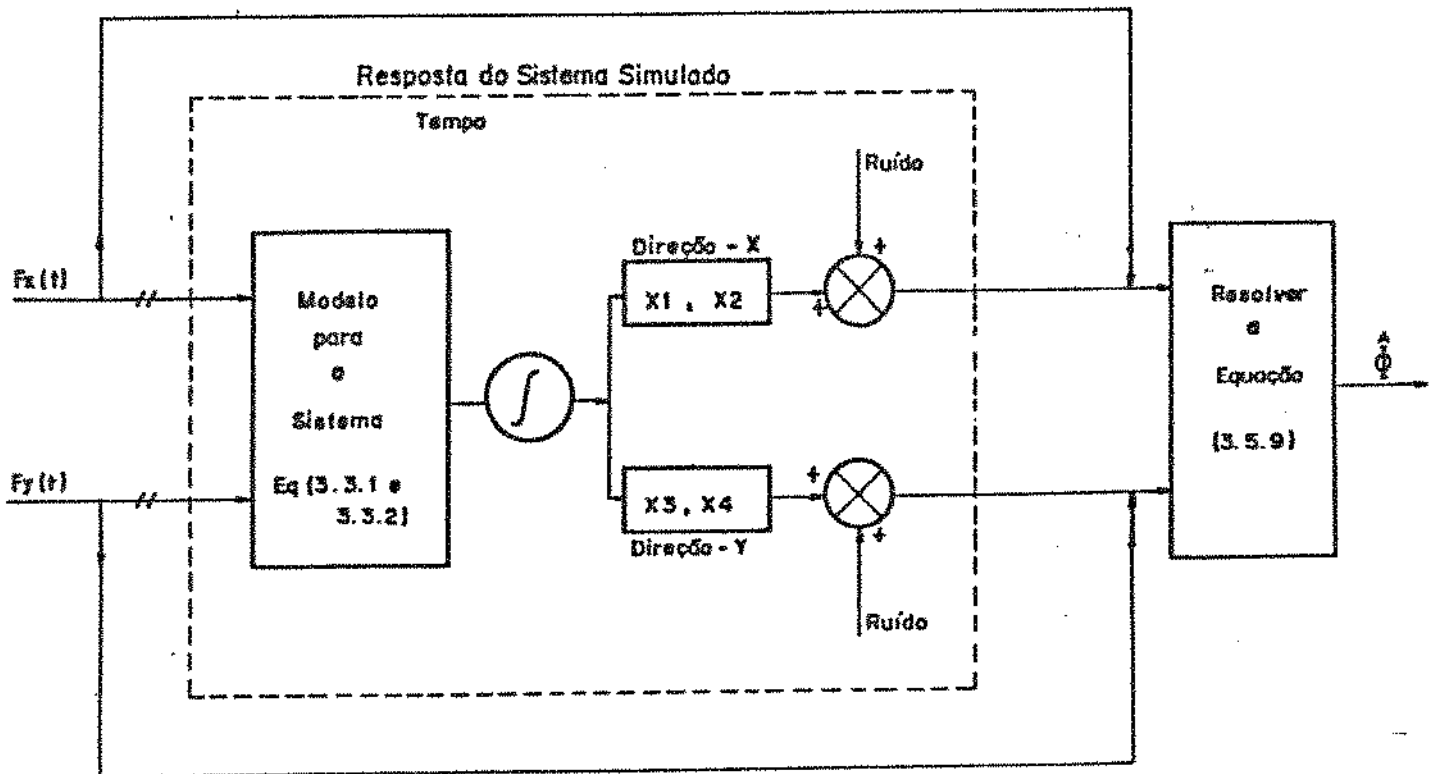


Figura 3.5.1 - Diagrama de Blocos para o Processo de Identificação no Domínio do Tempo Usando as Medidas do Vetor de Estado e Excitação.

3.6 - CONCLUSÃO.

Neste capítulo, procurou-se desenvolver a formulação matemática para o processo de identificação dos coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo para mancais hidrodinâmicos no domínio do tempo.

Apresentou-se o caso particular onde se considera os coeficientes cruzados de rigidez e amortecimento do filme de óleo iguais a zero, permitindo desta forma, desacoplar o sistema em dois problemas de identificação de um grau de liberdade no domínio do tempo. Na verdade, a estrutura das equações assim obtida para o processo de identificação no domínio do tempo, dada pelas equações (3.4.5) e (3.4.6), é mais adequada para o caso onde se considera o modelo matemático do sistema "Squeeze-Film Bearing" [58,114].

Cabe aqui lembrar que o vetor solução na equação (3.3.22) pode ser indistintamente utilizado para identificar os coeficientes de rigidez e amortecimento tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência.

No domínio do tempo é necessário a utilização do vetor de estado em sua forma completa incluindo deslocamento e velocidade, enquanto que no domínio da frequência é necessário somente o vetor de deslocamentos, com o cálculo de suas respectivas transformadas de Fourier.

CAPÍTULO 4

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE IDENTIFICAÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA USANDO ESPECTRO DA EXCITAÇÃO E DA RESPOSTA

4.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo, procura-se desenvolver a formulação matemática para o processo de identificação dos parâmetros do mancal no domínio da frequência usando os espectros de excitação e da resposta.

Os índices que denotam as componentes reais e imaginárias dos espectros, no domínio da frequência, são definidos por c e s , respectivamente. No apêndice A, apresenta-se uma revisão sobre a série e a transformada de Fourier.

4.2 - MODELO MATEMÁTICO E FORMULAÇÃO PARA O PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO

Como mostrado anteriormente, as equações dinâmicas do movimento do suporte do mancal nas direções horizontal e vertical, em termos de pequenos deslocamentos, são respectivamente

$$M \ddot{x} + C_{xx} \dot{x} + K_{xx}^* x + C_{xy} \dot{y} + K_{xy} y = F_x \quad (4.2.1)$$

$$M \ddot{y} + C_{yx} \dot{x} + K_{yx} x + C_{yy} \dot{y} + K_{yy}^* y = F_y \quad (4.2.2)$$

onde F_x e F_y são as forças de excitação aplicadas, por exemplo, com um excitador eletrodinâmico, "SHAKER". A rigidez dos suportes está incluída nos termos K_{xx}^* e K_{yy}^* .

K_{xx} , K_{xy} , ..., C_{xx} , C_{xy} , etc. são coeficientes de rigidez e amortecimento linearizados do filme de óleo, funções da razão de excentricidade.

Ω : velocidade angular de rotação do eixo.

M : massa do conjunto não girante do mancal.

$N \omega_o$: frequência angular da força de excitação.

Nota : A formulação apresentada a seguir foi originalmente proposta por Burrows [57].

As forças aplicadas e deslocamentos resultantes nas direções horizontal e vertical pelo "shaker" são medidas por transdutores apropriados de força e deslocamento. O sinal do transdutor devidamente condicionado será uma tensão elétrica $V(t) = K \gamma(t)$, onde K é o ganho utilizado e $\gamma(t)$ a grandeza

física - força ou deslocamento.

O potencial elétrico medido para as diversas grandezas nas duas direções são

$$\begin{aligned}V_x &= K_1 x(t) & V_{F_x} &= K_3 F_x(t) \\V_y &= K_2 y(t) & V_{F_y} &= K_4 F_y(t)\end{aligned}$$

Se admitirmos que as forças aplicadas nas direções x e y respectivamente são periódicas e por ser o sistema linear, os sinais medidos podem ser expandidos em série de Fourier,

$$x(t) = \frac{1}{K_1} \left[\bar{x} + \sum_{n=1}^N (x_n^c \cos n\omega_0 t + x_n^s \sin n\omega_0 t) \right] \quad (4.2.3)$$

e

$$y(t) = \frac{1}{K_2} \left[\bar{y} + \sum_{n=1}^N (y_n^c \cos n\omega_0 t + y_n^s \sin n\omega_0 t) \right] \quad (4.2.4)$$

O fato dos sinais de excitação serem periódicos, permite-nos também, de maneira similar, expandí-los em série de Fourier, ou seja

$$F_x(t) = \frac{1}{K_3} \left[\bar{F}_x + \sum_{n=1}^N (F_{xn}^c \cos n\omega_0 t + F_{xn}^s \sin n\omega_0 t) \right] \quad (4.2.5)$$

e

$$F_y(t) = \frac{1}{K_4} \left[\bar{F}_y + \sum_{n=1}^N (F_{yn}^c \cos n\omega_0 t + F_{yn}^s \sin n\omega_0 t) \right] \quad (4.2.6)$$

A notação \bar{x} , \bar{y} , ..., etc., indica o valor médio ou estático das variáveis (nível dc).

As condições para o equilíbrio do mancal hidrodinâmico com relação à posição estática do centro geométrico do eixo podem ser dados pelas expressões,

$$K_{xx} \left(\frac{\bar{x}}{K_1} \right) + K_{xy} \left(\frac{\bar{y}}{K_2} \right) = \frac{\bar{F}_x}{K_3} \quad (4.2.7)$$

$$- K_{yx} \left(\frac{\bar{x}}{K_1} \right) + K_{yy} \left(\frac{\bar{y}}{K_2} \right) = \frac{\bar{F}_y}{K_4} \quad (4.2.8)$$

Na formulação adotada é o conjunto luva do mancal mais bucha que caracteriza o mancal hidrodinâmico - a massa desse conjunto é conhecida. É este conjunto que vai vibrar em torno de alguma posição de equilíbrio estático. Mas ainda, deve-se levar em consideração que o mancal hidrodinâmico é estacionário, ou seja, ele não gira com o eixo rígido. Hipótese contrária comprometeria a formulação das equações diferenciais em (4.2.1) e (4.2.2) e conseqüentemente a solução completa para este grupo de

equações apresentar-se-ia em forma diferente.

Pode-se observar que o grupo de equações em (4.2.7) e (4.2.8) representa restrições com relação aos valores de ganho K_1 , K_2 , K_3 e K_4 , associados respectivamente às variáveis \bar{x} , \bar{y} , \bar{F}_x e \bar{F}_y . Se admiti-se que o nível de dessas variáveis é igual a zero, ou seja,

$$\bar{x} = \bar{y} = \bar{F}_x = \bar{F}_y = 0$$

qualquer valor do ganho pode ser ajustado sem ferir as equações (4.2.7) e (4.2.8).

Ajustando o ganho com relação ao deslocamento, de sorte que os ganhos sejam iguais nas direções x e y, respectivamente, tem-se

$$K_1 = K_2$$

Denotando-se b_x e b_y como a razão de ganhos nas direções x e y, respectivamente, tem-se

$$b_x = \frac{K_1}{K_3}$$

$$b_y = \frac{K_1}{K_4}$$

Fazendo-se as derivadas de (4.2.3) e (4.2.4) com os valores médios ou estáticos das variáveis \bar{x} , \bar{y} , \bar{F}_x e \bar{F}_y todos iguais a zero, obtém-se

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{K_1} \sum_{n=1}^N (-x_n^c n\omega_0 \text{ sen } n\omega_0 t + x_n^s n\omega_0 \text{ cos } n\omega_0 t) \quad (4.2.9)$$

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{K_1} \sum_{n=1}^N (-x_n^c n^2\omega_0^2 \text{ cos } n\omega_0 t - x_n^s n^2\omega_0^2 \text{ sen } n\omega_0 t) \quad (4.2.10)$$

$$\dot{y}(t) = \frac{1}{K_2} \sum_{n=1}^N (-y_n^c n\omega_0 \text{ sen } n\omega_0 t + y_n^s n\omega_0 \text{ cos } n\omega_0 t) \quad (4.2.11)$$

$$\ddot{y}(t) = \frac{1}{K_2} \sum_{n=1}^N (-y_n^c n^2\omega_0^2 \text{ cos } n\omega_0 t - y_n^s n^2\omega_0^2 \text{ sen } n\omega_0 t) \quad (4.2.12)$$

$$F_x(t) = \frac{1}{K_3} \sum_{n=1}^N (F_{xn}^c \text{ cos } n\omega_0 t + F_{xn}^s \text{ sen } n\omega_0 t) \quad (4.2.13)$$

$$F_y(t) = \frac{1}{K_4} \sum_{n=1}^N (F_{yn}^c \text{ cos } n\omega_0 t + F_{yn}^s \text{ sen } n\omega_0 t) \quad (4.2.14)$$

com os valores de ganhos ajustados $K_1 = K_2$.

Substituindo as equações (4.2.3) a (4.2.12) nas equações diferenciais (4.2.1) e (4.2.2), obtém-se

Na equação diferencial (4.2.1) :

$$M \ddot{x} + C_{xx} \dot{x} + K_{xx} x + C_{xy} \dot{y} + K_{xy} y = F_x$$

$$M \left[\frac{1}{K_1} \sum_{n=1}^N (-x_n^c n^2 \omega_0^2 \cos n\omega_0 t - x_n^s n^2 \omega_0^2 \sin n\omega_0 t) \right] +$$

$$C_{xx} \left[\frac{1}{K_1} \sum_{n=1}^N (-x_n^c n\omega_0 \sin n\omega_0 t + x_n^s n\omega_0 \cos n\omega_0 t) \right] +$$

$$K_{xx} \left[\frac{1}{K_1} \sum_{n=1}^N (x_n^c \cos n\omega_0 t + x_n^s \sin n\omega_0 t) \right] +$$

$$C_{xy} \left[\frac{1}{K_2} \sum_{n=1}^N (-y_n^c n\omega_0 \sin n\omega_0 t + y_n^s n\omega_0 \cos n\omega_0 t) \right] +$$

$$K_{xy} \left[\frac{1}{K_2} \sum_{n=1}^N (y_n^c \cos n\omega_0 t + y_n^s \sin n\omega_0 t) \right] =$$

$$\frac{1}{K_3} \sum_{n=1}^N (F_{xn}^c \cos n\omega_0 t + F_{xn}^s \sin n\omega_0 t)$$

(4.2.15)

Colecionando os termos em $\cos n\omega_0 t$ e $\sin n\omega_0 t$, usando o fato de que o somatório pode ser eliminado tomando-se $n = 1, 2, \dots, N$ e fazendo-se $K_1 = K_2$ com as substituições das

simplificações,

$$b_x = \frac{K_1}{K_3} \quad \text{e} \quad b_y = \frac{K_1}{K_4}$$

segue-se que

$$\begin{aligned} & - C_{xx} x_n^c \omega_0 \operatorname{sen} n\omega_0 t + C_{xx} x_n^s \omega_0 \operatorname{cos} n\omega_0 t + K_{xx} x_n^c \operatorname{cos} n\omega_0 t \\ & + K_{xx} x_n^s \operatorname{sen} n\omega_0 t - C_{xy} y_n^c \omega_0 \operatorname{sen} n\omega_0 t + C_{xy} y_n^s \omega_0 \operatorname{cos} n\omega_0 t \\ & + K_{xy} y_n^c \operatorname{cos} n\omega_0 t + K_{xy} y_n^s \operatorname{sen} n\omega_0 t - b_x F_{xn}^c \operatorname{cos} n\omega_0 t \\ & - b_x F_{xn}^s \operatorname{sen} n\omega_0 t = M x_n^c n^2 \omega_0^2 \operatorname{cos} n\omega_0 t + M x_n^s n^2 \omega_0^2 \operatorname{sen} n\omega_0 t \end{aligned} \quad (4.2.16)$$

Colecionando-se os termos em $\operatorname{cos} n\omega_0 t$ e $\operatorname{sen} n\omega_0 t$, somente, fica-se com

$$\begin{aligned} & K_{xx} x_n^c \operatorname{cos} n\omega_0 t + C_{xx} x_n^s \omega_0 \operatorname{cos} n\omega_0 t + K_{xx} y_n^c \operatorname{cos} n\omega_0 t \\ & + C_{xy} y_n^s \omega_0 \operatorname{cos} n\omega_0 t - b_x F_{xn}^c \operatorname{cos} n\omega_0 t = M x_n^c n^2 \omega_0^2 \operatorname{cos} n\omega_0 t \\ & K_{xy} x_n^s \operatorname{sen} n\omega_0 t - C_{xx} x_n^c \omega_0 \operatorname{sen} n\omega_0 t + K_{xy} y_n^s \operatorname{sen} n\omega_0 t \\ & - C_{xy} y_n^c \omega_0 \operatorname{sen} n\omega_0 t - b_x F_{xn}^s \operatorname{sen} n\omega_0 t = M x_n^s n^2 \omega_0^2 \operatorname{sen} n\omega_0 t \end{aligned} \quad (4.2.17)$$

Na equação diferencial (4.2.2) :

$$M \ddot{y} + C_{yx} \dot{x} + K_{yx} x + C_{yy} \dot{y} + K_{yy} y = F_y(t)$$

$$\begin{aligned}
& M \left[\frac{1}{K_4} \sum_{n=1}^N (-y_n^c n^2 \omega_0^2 \cos n\omega_0 t - y_n^s n^2 \omega_0^2 \sin n\omega_0 t) \right] + \\
& C_{yx} \left[\frac{1}{K_4} \sum_{n=1}^N (-x_n^c n\omega_0 \sin n\omega_0 t + x_n^s n\omega_0 \cos n\omega_0 t) \right] - \\
& K_{yx} \left[\frac{1}{K_4} \sum_{n=1}^N (x_n^c \cos n\omega_0 t + x_n^s \sin n\omega_0 t) \right] + \\
& C_{yy} \left[\frac{1}{K_4} \sum_{n=1}^N (-y_n^c n\omega_0 \sin n\omega_0 t + y_n^s n\omega_0 \cos n\omega_0 t) \right] + \\
& K_{yy} \left[\frac{1}{K_4} \sum_{n=1}^N (y_n^c \cos n\omega_0 t + y_n^s \sin n\omega_0 t) \right] = \\
& \frac{1}{K_4} \sum_{n=1}^N (F_{yn}^c \cos n\omega_0 t + F_{yn}^s \sin n\omega_0 t)
\end{aligned} \tag{4.2.18}$$

similarmente à formação da equação (4.2.13), e usando o fato de que

$$b_y = \frac{K_1}{K_4}$$

segue-se que

$$\begin{aligned}
& - C_{yx} x_n^c n\omega_0 \text{ sen } n\omega_0 t + C_{yx} x_n^s n\omega_0 \text{ cos } n\omega_0 t - K_{yx} x_n^c \text{ cos } n\omega_0 t \\
& + K_{yx} x_n^s \text{ sen } n\omega_0 t - C_{yy} y_n^c n\omega_0 \text{ sen } n\omega_0 t + C_{yy} y_n^s n\omega_0 \text{ cos } n\omega_0 t \\
& + K_{yy} y_n^c \text{ cos } n\omega_0 t + K_{yy} y_n^s \text{ sen } n\omega_0 t - b_y F_{yn}^c \text{ cos } n\omega_0 t \\
& - b_y F_{yn}^s \text{ sen } n\omega_0 t = M y_n^c n^2 \omega_0^2 \text{ cos } n\omega_0 t + M y_n^s n^2 \omega_0^2 \text{ sen } n\omega_0 t
\end{aligned}
\tag{4.2.19}$$

Colecionando os termos em $\text{cos } n\omega_0 t$ e $\text{sen } n\omega_0 t$, fica-se com,

$$\begin{aligned}
& - K_{yx} x_n^c \text{ cos } n\omega_0 t + C_{yx} x_n^s n\omega_0 \text{ cos } n\omega_0 t + K_{yx} y_n^c \text{ cos } n\omega_0 t \\
& - C_{yy} y_n^s n\omega_0 \text{ cos } n\omega_0 t - b_y F_{yn}^c \text{ cos } n\omega_0 t = M y_n^c n^2 \omega_0^2 \text{ cos } n\omega_0 t \\
& - K_{xy} x_n^s \text{ sen } n\omega_0 t - C_{yx} x_n^c n\omega_0 \text{ sen } n\omega_0 t + K_{yy} y_n^s \text{ sen } n\omega_0 t \\
& - C_{yy} y_n^c n\omega_0 \text{ sen } n\omega_0 t - b_y F_{yn}^s \text{ sen } n\omega_0 t = M y_n^s n^2 \omega_0^2 \text{ sen } n\omega_0 t
\end{aligned}
\tag{4.2.20}$$

Juntando-se as equações (4.2.19) e (4.2.20) de maneira conveniente e colocando-se em forma matricial, obtém-se

$$\begin{bmatrix} x_n^c & n\omega_0 x_n^s & y_n^c & n\omega_0 y_n^s & -F_{xn}^c & -F_{yn}^c \\ x_n^s & -n\omega_0 x_n^c & y_n^s & -n\omega_0 y_n^c & -F_{xn}^s & -F_{yn}^s \end{bmatrix}_{2N \times 6} x$$

$$\begin{bmatrix} * & \\ K_{xx} & -K_{yx} \\ C_{xx} & C_{yx} \\ K_{xy} & K_{yy} \\ C_{xy} & C_{yy} \\ b_x & 0 \\ 0 & b_y \end{bmatrix}_{6 \times 2} = \begin{bmatrix} M n^2 \omega_0^2 x_n^c & M n^2 \omega_0^2 y_n^c \\ M n^2 \omega_0^2 x_n^s & M n^2 \omega_0^2 y_n^s \end{bmatrix}_{2N \times 2}$$

(4.2.21)

com $n = 1, \dots, N$.

As equações (4.2.19) e (4.2.20) produzem $2N$ equações nas variáveis a serem medidas, ou seja, para N medidas a equação matricial (4.2.21) assume a forma

$$\begin{bmatrix}
 x_1^c & \omega_0 x_1^s & y_1^c & \omega_0 y_1^s & -F_{x1}^c & -F_{y1}^c \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 x_N^c & N\omega_0 x_N^s & y_N^c & N\omega_0 y_N^s & -F_{xN}^c & -F_{yN}^c \\
 \hline
 x_1^s & -\omega_0 x_1^s & y_1^s & -\omega_0 y_1^s & -F_{x1}^s & -F_{y1}^s \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 x_N^s & -N\omega_0 x_N^s & y_N^s & -N\omega_0 y_N^s & -F_{xN}^s & -F_{yN}^s
 \end{bmatrix} \times \quad 2N \times 6$$

$$\begin{bmatrix}
 * & \\
 K_{xx} & -K_{yx} \\
 C_{xx} & C_{yx} \\
 K_{xy} & K_{yy} \\
 C_{xy} & C_{yy} \\
 b_x & 0 \\
 0 & b_y
 \end{bmatrix}_{6 \times 2} = \begin{bmatrix}
 M \omega_0^2 x_1^c & M \omega_0^2 y_1^c \\
 \vdots & \vdots \\
 M N^2 \omega_0^2 x_N^c & M N^2 \omega_0^2 y_N^c \\
 \hline
 M \omega_0^2 x_1^s & M \omega_0^2 y_1^s \\
 \vdots & \vdots \\
 M N^2 \omega_0^2 x_N^s & M N^2 \omega_0^2 y_N^s
 \end{bmatrix}_{2N \times 2}$$

(4.2.22)

A equação (4.2.22) pode ser colocada na forma

$$A \phi = b \quad (4.2.23)$$

onde

A : matriz retangular 2N x 6 contendo os coeficientes de Euler-Fourier das forças aplicadas e dos deslocamentos nas direções x e y, respectivamente.

ϕ : matriz retangular de ordem 6 x 2 contendo os

coeficientes a serem estimados e, portanto, desconhecida.

b : matriz retangular de ordem $2N \times 2$ contendo os coeficientes de Euler-Fourier das forças de inércia nas direções horizontal e vertical.

A estimação dos coeficientes por mínimos quadrados pode ser obtida através da formulação (vide Apêndice D)

$$\hat{\phi} = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (4.2.24)$$

É conveniente trabalhar com o grupo de equações em (4.2.1) e (4.2.2) na forma adimensional, pois isto permite identificar as características de rigidez e amortecimento do mancal hidrodinâmico numa abordagem mais geral, ou seja, pode-se estabelecer parâmetros diferentes para a folga radial, comprimento, diâmetro do mancal etc.

Para trabalhar com a estimação dos parâmetros na forma adimensional, precisa-se fazer as seguintes substituições nas equações (4.2.1) e (4.2.2)

$$C_{xx} = C_{xx} \frac{\Omega C}{T_o} \quad (4.2.25)$$

$$C_{xy} = C_{xy} \frac{\Omega C}{T_o} \quad (4.2.26)$$

$$C_{yy} = C_{yy} \frac{\Omega C}{T_o} \quad (4.2.27)$$

$$C_{yx} = C_{yx} \frac{\Omega C}{T_o} \quad (4.2.28)$$

$$K_{xx} = K_{xx} \frac{C}{T_o} \quad (4.2.29)$$

$$K_{xy} = K_{xy} \frac{C}{T_o} \quad (4.2.30)$$

$$K_{yy} = K_{yy} \frac{C}{T_o} \quad (4.2.31)$$

$$K_{yx} = K_{yx} \frac{C}{T_o} \quad (4.2.32)$$

onde,

T_o : carga estática total externa

Ω : velocidade angular do eixo

C : folga radial

Q : $T_o / (M C \Omega^2)$ parâmetro de carregamento adimensional

M : massa do sistema

e : excentricidade do centro do mancal em relação ao centro do eixo

ε : razão de excentricidade, $\varepsilon = e/C$

Explicitando os valores de C , K etc nas equações (4.2.25) a (4.2.32), tem-se

$$C_{xx} = \frac{T_o}{C \Omega} C_{xx} \quad (4.2.33)$$

$$C_{xy} = \frac{T_o}{C \Omega} C_{xy} \quad (4.2.34)$$

$$C_{yy} = \frac{T_o}{C \Omega} C_{yy} \quad (4.2.35)$$

$$C_{yx} = \frac{T_o}{C \Omega} C_{yx} \quad (4.2.36)$$

$$K_{xx} = \frac{T_o}{C} K_{xx} \quad (4.2.37)$$

$$K_{xy} = \frac{T_o}{C} K_{xy} \quad (4.2.38)$$

$$K_{yy} = \frac{T_o}{C} K_{yy} \quad (4.2.39)$$

$$K_{yx} = \frac{T_o}{C} K_{yx} \quad (4.2.40)$$

Substituindo as equações (4.2.33) a (4.2.40) nas equações (4.2.1) e (4.2.2), e denotando

$$u_{xn}^s = \frac{F_{xn}^s}{M C \Omega^2} \quad ; \text{ componente adimensional da força de excitação em seno na direção } x$$

$$u_{xn}^c = \frac{F_{xn}^c}{M C \Omega^2} \quad ; \text{ componente adimensional da força de excitação em cosseno na direção } x$$

$$u_{yn}^s = \frac{F_{yn}^s}{M C \Omega^2} \quad ; \text{ componente adimensional da força de excitação em seno na direção } y$$

$$u_{yn}^c = \frac{F_{yn}^c}{M C \Omega^2} \quad ; \text{ componente adimensional da força de excitação em cosseno na direção } y$$

Substituindo F_{xn}^s , , etc. nas equações (4.2.1) e (4.2.2), e dividindo em seguida todos os membros da equação por $M C \Omega^2$, tem-se,

$$\begin{aligned}
 & \frac{Q}{C} K_{xx} x_n^c \cos n\omega_0 t + \frac{Q}{\Omega C} C_{xx} x_n^s n\omega_0 \cos n\omega_0 t \\
 + & \frac{Q}{C} K_{xy} y_n^c \cos n\omega_0 t + \frac{Q}{\Omega C} C_{xy} y_n^c n\omega_0 \cos n\omega_0 t - b_x x_n^c \cos n\omega_0 t \\
 + & \frac{Q}{C} K_{xx} x_n^s \sin n\omega_0 t - \frac{Q}{\Omega C} C_{xx} x_n^c n\omega_0 \cos n\omega_0 t + \\
 + & \frac{Q}{C} K_{xy} y_n^s \sin n\omega_0 t - \frac{Q}{\Omega C} C_{xy} y_n^c n\omega_0 \cos n\omega_0 t - b_x x_n^s \sin n\omega_0 t \\
 = & \frac{x_n^c}{C \Omega^2} n^2 \omega_0^2 \cos n\omega_0 t + \frac{x_n^s}{C \Omega^2} n^2 \omega_0^2 \sin n\omega_0 t
 \end{aligned} \tag{4.2.41}$$

$$\begin{aligned}
 - & \frac{Q}{C} K_{yx} x_n^c \cos n\omega_0 t + \frac{Q}{\Omega C} C_{yx} x_n^s n\omega_0 \cos n\omega_0 t \\
 + & \frac{Q}{C} K_{xy} y_n^c \cos n\omega_0 t + \frac{Q}{\Omega C} C_{yy} y_n^c n\omega_0 \cos n\omega_0 t - b_y y_n^c \cos n\omega_0 t \\
 - & \frac{Q}{C} K_{yx} x_n^s \sin n\omega_0 t - \frac{Q}{\Omega C} C_{yx} x_n^c n\omega_0 \cos n\omega_0 t \\
 + & \frac{Q}{C} K_{yy} y_n^s \sin n\omega_0 t - \frac{Q}{\Omega C} C_{yy} y_n^c n\omega_0 \cos n\omega_0 t - b_y y_n^s \sin n\omega_0 t \\
 = & \frac{y_n^c}{C \Omega^2} n^2 \omega_0^2 \cos n\omega_0 t + \frac{y_n^s}{C \Omega^2} n^2 \omega_0^2 \sin n\omega_0 t
 \end{aligned} \tag{4.2.42}$$

Finalmente, multiplicando todos os membros das equações (4.2.41) e (4.2.42) pela folga radial e rearranjando, fica-se com

$$\begin{aligned}
& Q K_{xx} x_n^c \cos n\omega_0 t + \frac{Q}{\Omega} C_{xx} x_n^e n\omega_0 \cos n\omega_0 t \\
+ & Q K_{xy} y_n^c \cos n\omega_0 t + \frac{Q}{\Omega} C_{xy} y_n^c n\omega_0 \cos n\omega_0 t - C b_x x_n^e \cos n\omega_0 t \\
+ & Q K_{xx} x_n^e \sin n\omega_0 t - \frac{Q}{\Omega} C_{xx} x_n^c n\omega_0 \cos n\omega_0 t + \\
+ & Q K_{xy} y_n^e \sin n\omega_0 t - \frac{Q}{\Omega} C_{xy} y_n^c n\omega_0 \cos n\omega_0 t - C b_x x_n^e \sin n\omega_0 t \\
= & x_n^c \left(\frac{n\omega_0}{\Omega} \right)^2 \cos n\omega_0 t + x_n^e \left(\frac{n\omega_0}{\Omega} \right)^2 \sin n\omega_0 t
\end{aligned} \tag{4.2.43}$$

$$\begin{aligned}
- & Q K_{yx} x_n^c \cos n\omega_0 t + \frac{Q}{\Omega} C_{yx} x_n^e n\omega_0 \cos n\omega_0 t \\
+ & Q K_{yy} y_n^c \cos n\omega_0 t + \frac{Q}{\Omega} C_{yy} y_n^c n\omega_0 \cos n\omega_0 t - C b_y y_n^c \cos n\omega_0 t \\
- & Q K_{yx} x_n^e \sin n\omega_0 t - \frac{Q}{\Omega} C_{yx} x_n^c n\omega_0 \cos n\omega_0 t \\
+ & Q K_{yy} y_n^e \sin n\omega_0 t - \frac{Q}{\Omega} C_{yy} y_n^c n\omega_0 \cos n\omega_0 t - C b_y y_n^e \sin n\omega_0 t \\
= & y_n^c \left(\frac{n\omega_0}{\Omega} \right)^2 \cos n\omega_0 t + y_n^e \left(\frac{n\omega_0}{\Omega} \right)^2 \sin n\omega_0 t
\end{aligned} \tag{4.2.44}$$

Este grupo de equações, pode ser colocado na seguinte forma matricial

$$\begin{bmatrix}
 x_n^c & n\omega_o x_n^s & y_n^c & n\omega_o y_n^s & -cu_{xn}^c & -cu_{yn}^c \\
 x_n^s & -n\omega_o x_n^c & y_n^s & -n\omega_o y_n^c & -cu_{xn}^s & -cu_{yn}^s
 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix}
 Q K_{xx} & -Q K_{yx} \\
 \frac{Q}{\Omega} C_{xx} & \frac{Q}{\Omega} C_{yx} \\
 Q K_{xy} & Q K_{yy} \\
 \frac{Q}{\Omega} C_{xy} & \frac{Q}{\Omega} C_{yy} \\
 b_x & 0 \\
 0 & b_y
 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
 \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right)^2 x_n^c & \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right)^2 y_n^c \\
 \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right)^2 x_n^s & \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right)^2 y_n^s
 \end{bmatrix}$$

(4.2.45)

De sorte que ainda pode-se colocar na forma

$$\begin{bmatrix} x_n^c & \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) x_n^s & y_n^c & \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) y_n^s & -cu_{xn}^c & -cu_{yn}^c \\ x_n^s & - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) x_n^c & y_n^s & - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) y_n^c & -cu_{xn}^s & -cu_{yn}^s \end{bmatrix} x$$

$$\begin{bmatrix} Q K_{xx} & -Q K_{yy} \\ Q C_{xx} & Q C_{yx} \\ Q K_{xy} & Q K_{yy} \\ Q C_{xy} & Q C_{yy} \\ b_x & 0 \\ 0 & b_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 x_n^c & \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 y_n^c \\ \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 x_n^s & \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 y_n^s \end{bmatrix}$$

(4.2.46)

Em forma matricial curta, tem-se

$$A \phi = b \quad (4.2.47)$$

de sorte que

$$\hat{\phi} = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (4.2.48)$$

Para $n = 1, 2, \dots, N$ a equação matricial (4.2.46) assume a forma

Pode-se notar na equação matricial (4.2.49), em correspondência à equação (4.2.47), que

- . a matriz A tem dimensão de comprimento
- . a matriz ϕ é adimensional
- . a matriz b tem dimensão de comprimento, e, portanto, a equação matricial está compatível com o sistema de unidades.

Os coeficientes de rigidez e amortecimento em sua forma adimensional, podem ser obtidos de

$$\hat{\phi}_{11} = Q \hat{K}_{xx} \quad \therefore \quad \hat{K}_{xx} = \frac{\hat{\phi}_{11}}{Q} \quad (4.2.50)$$

$$\hat{\phi}_{12} = Q \hat{K}_{xy} \quad \therefore \quad \hat{K}_{xy} = \frac{\hat{\phi}_{12}}{Q} \quad (4.2.51)$$

$$\hat{\phi}_{21} = Q \hat{C}_{xx} \quad \therefore \quad \hat{C}_{xx} = \frac{\hat{\phi}_{21}}{Q} \quad (4.2.52)$$

$$\hat{\phi}_{22} = Q \hat{C}_{yx} \quad \therefore \quad \hat{C}_{yx} = \frac{\hat{\phi}_{22}}{Q} \quad (4.2.53)$$

$$\hat{\phi}_{31} = Q \hat{K}_{xy} \quad \therefore \quad \hat{K}_{xy} = \frac{\hat{\phi}_{31}}{Q} \quad (4.2.54)$$

$$\hat{\phi}_{32} = Q \hat{K}_{yy} \quad \therefore \quad \hat{K}_{yy} = \frac{\hat{\phi}_{32}}{Q} \quad (4.2.55)$$

$$\hat{\phi}_{41} = Q \hat{C}_{xy} \quad \therefore \quad \hat{C}_{xy} = \frac{\hat{\phi}_{41}}{Q} \quad (4.2.56)$$

$$\hat{\phi}_{42} = Q \hat{C}_{yy} \quad \therefore \quad \hat{C}_{yy} = \frac{\hat{\phi}_{42}}{Q} \quad (4.2.57)$$

$$\hat{\phi}_{51} = \hat{b}_x \quad \hat{\phi}_{62} = \hat{b}_y \quad (4.2.58)$$

A razão de ganhos b_x e b_y nas direções X e Y podem ser controlados de forma a não ser necessário estimá-los. Para tanto, ajusta-se os amplificadores de forma a se obter ganhos iguais, ou seja, $b_x = b_y = 1$.

Resultados do problema de simulação e verificação do processo de identificação no domínio da frequência com dados simulados são apresentados no capítulo 7.

O procedimento utilizado no processo de identificação pode ser resumido como se segue:

- 1 - Gerar a função de excitação na forma discreta para um dado número de pontos.
- 2 - Aplicar o algoritmo da transformada de Fourier Rápida (FFT) aos sinais $x(n)$, $y(n)$ e $F(n)$, que são formas discretas dos sinais de deslocamentos $x(t)$ e $y(t)$ e de força $F(t)$, respectivamente.
- 3 - Montar as matrizes A e b.
- 4 - Implementar a equação (4.2.48) e estimar os coeficientes.

A equação (4.2.48) produzirá a estimação dos parâmetros se o produto matricial $A^T A$ for não singular.

O diagrama de blocos para o processo de estimação é mostrado na figura (4.2.1).

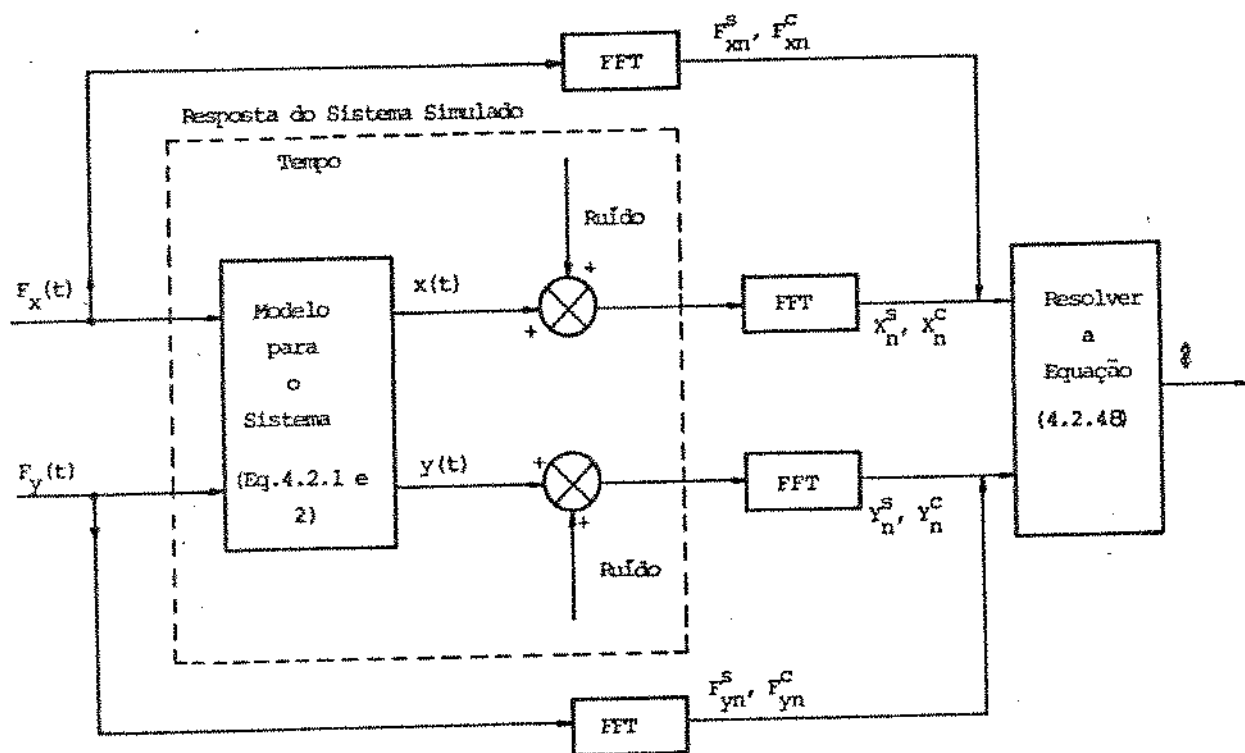


Figura 4.2.1 - Diagrama de Blocos para o Processo de Identificação no Domínio da Frequência Usando Espectro da Excitação e Resposta.

4.3 - CONCLUSÃO

Como pode-se observar no esquema da figura 4.2.1, os resultados de simulação são processados no domínio do tempo e daí obtém-se os vetores de deslocamentos. A formulação matemática adotada para simular o sistema foi apresentada no Capítulo 3, onde se reduziu o sistema de equações diferenciais de segunda ordem a um sistema de equações de primeira ordem na forma de estado. O integrador utilizado para se obter os vetores de estado é baseado no método de Runge-Kutta de quarta ordem. No capítulo 7 são apresentados alguns resultados de simulação no tempo, e verificado o processo de identificação em frequência para sistemas de um grau de liberdade e para o sistema com mancal hidrodinâmico, levando-se em consideração aspectos ligados a escolha do número de pontos, intervalo de discretização e suas influências nos coeficientes identificados.

Na verdade, duas características distintas e determinantes devem ser abordadas com relação aos processos de simulação e verificação da formulação matemática para os processos de identificação.

Uma delas está relacionada com a própria escolha do integrador, ou seja, se o processo de resolução numérica não consegue mapear os sinais em deslocamentos de forma exata, os resultados da estimação serão "biasados" em consequência.

A outra está ligada a própria formulação matemática para o processo de identificação.

Os erros que eventualmente possam ocorrer nos coeficientes

identificados a partir de dados simulados são provenientes do processo de simulação, ou da formulação matemática adotada para o processo de identificação ?

Estas, entre outras questões serão levantadas e discutidas no capítulo que trata dos resultados de simulação.

CAPÍTULO 5

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E IDENTIFICAÇÃO USANDO AS FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

5.1-INTRODUÇÃO.

Nos capítulos 3 e 4, tratou-se da formulação do problema da formulação dos processos de identificação para o mancal com abordagens específicas. Neste capítulo, procura-se tratar o problema com uma formulação mais geral e, a partir daí, aplicar ao caso do mancal.

5.2-RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA SISTEMAS NÃO CONSERVATIVOS.

A solução das equações diferenciais do movimento para sistemas não conservativos conhecidas em função do tempo ou para condições iniciais (deslocamento ou velocidades prescritas) constitui o principal objetivo de cálculo da resposta dinâmica de sistemas mecânicos.

Neste item serão comentados dois métodos para o cálculo da resposta dinâmica de sistemas mecânicos : O método da superposição modal e o método de integração direta do sistema de equações diferenciais (5.2.1), em seguida, formula-se um terceiro método para a obtenção da resposta dinâmica de sistemas mecânicos diretamente em frequência.

O método da superposição modal consiste basicamente, na transformação das coordenadas do sistema estrutural em coordenadas modais, com a finalidade de reduzir o número de graus de liberdade do sistema. Em dados casos, como poderá ser visto em [62], o sistema de equações diferenciais, resultante da transformação de coordenadas, ficará desacoplado em um conjunto de equações diferenciais independentes, cada uma funcionando como a equação do movimento de um sistema de um grau de liberdade e possível de ser integrada analiticamente. Caso contrário, o sistema de equações diferenciais permanecerá acoplado, sendo integrada unicamente através de métodos numéricos.

O método modal é adequado para sistemas que permitam boa precisão no cálculo da resposta dinâmica com o uso de poucos modos normais. Isto ocorrerá nos casos em que os modos de ordem mais

alta contribuam pouco para a resposta.

No método direto, a resposta dinâmica poderá ser obtida pela integração da equação (5.2.1), por meio de integração passo-a-passo, sem contudo, haver necessidade de se efetuar transformação de coordenadas.

Em dados casos poderá ser mais vantajoso se utilizar o método direto em vez do método modal, isso porque ele não requer o cálculo das frequências naturais e modos de vibração que poderá consumir um tempo de processamento considerável para sistemas com grande número de graus de liberdade.

No caso da resposta dinâmica de sistemas obtidas diretamente em frequência, considera-se o sistema mecânico com f graus de liberdade representado através do sistema de equações diferenciais na forma [63],

$$[M] (\ddot{X}) + [C] (\dot{X}) + [K] (X) = (F) \quad (5.2.1)$$

As matrizes $[M]$, $[K]$ e $[C]$ são respectivamente matrizes de massa, rigidez e amortecimento, e (F) o vetor força de excitação e (X) o vetor de resposta em deslocamento.

A forma genérica da equação (5.2.1), no domínio da frequência, é obtida quando se aplica a transformada de Fourier em ambos os lados daquela equação,

$$- \omega^2 [M] (X) + i\omega [C] (X) + [K] (X) = (F) \quad (5.2.2)$$

onde $i = \sqrt{-1}$, e (X) , (F) vetores complexos.

Pode-se decompor os vetores de resposta (X) e excitação (F) , que são grandezas complexas, em termos de suas componentes reais e imaginárias na forma,

$$(X) = (X)^C + i (X)^S \quad (5.2.3)$$

$$(F) = (F)^C + i (F)^S \quad (5.2.4)$$

Substituindo as equações (5.2.3) e (5.2.4) na equação (5.2.2) tem-se,

$$-\omega^2 [M] ((X)^C + i (X)^S) + i\omega [C] ((X)^C + i (X)^S) + [K] ((X)^C + i (X)^S) = (F)^C + i (F)^S \quad (5.2.5)$$

Reagrupando os termos do lado esquerdo e direito da equação

$$-\omega^2 [M] (X)^C - \omega [C] (X)^S + [K] (X)^C = (F)^C \quad (5.2.6)$$

$$-\omega^2 [M] (X)^S + \omega [C] (X)^C + [K] (X)^S = (F)^S \quad (5.2.7)$$

Em forma matricial,

$$\begin{bmatrix} [K] - \omega [M] & -\omega [C] \\ \omega [C] & [K] - \omega [M] \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} (X)^C \\ (X)^S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (F)^C \\ (F)^S \end{Bmatrix}$$

(5.2.8)

ou forma compacta,

$$[A_g] (X) = (F) \quad (5.2.9)$$

onde,

$[A_g]$: matriz global do sistema de ordem $2f \times 2f$ contendo as matrizes de rigidez, massa e amortecimento.

(X) : vetor solução de ordem $2f \times 1$

(F) : vetor força de excitação de ordem $2f \times 1$

f : número de graus de liberdade.

Entende-se por grau de liberdade de um sistema vibratório, o número mínimo de coordenadas espaciais independentes necessária para descrever seu movimento [64].

O vetor solução de (5.2.9) é obtido diretamente em frequência em termos de suas componentes reais e imaginárias para cada frequência do vetor força de excitação, $\omega = n \omega_0$, sendo ω_0 a frequência fundamental.

5.3-FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO.

A matriz de rigidez complexa para sistemas com f graus de liberdade pode ser dada por [65],

$$[K_c] = [K] - \omega^2 [M] + i\omega [C] \quad (5.3.1)$$

satisfazendo à condição,

$$[K_c] (X) = (F) \quad (5.3.2)$$

onde aqui,

$[K_c]$: matriz de rigidez complexa.

(X) : resposta em deslocamento no domínio da frequência.

(F) : excitação (força) no domínio da frequência.

Da equação (5.3.2), o vetor solução em termos das funções de respostas em frequência complexa pode ser obtido pela transformação,

$$(X) = [K_c]^{-1} (F) \quad (5.3.3)$$

Observando a equação (5.3.3), observa-se que o inverso da matriz de rigidez complexa é a própria matriz das funções de resposta em frequência $H(\omega)$, e é função respectivamente do vetor força de excitação e dos parâmetros intrínsecos do sistema, isto é, massa, rigidez e amortecimento.

Assim, pode-se escrever,

$$[H(\omega)] = [K_c]^{-1} \quad (5.3.4)$$

Logo, como as matrizes $[H(\omega)]$ e $[K_c]$ são em geral quadradas, tem-se:

$$[K_c] [H(\omega)] = [I] \quad (5.3.5)$$

onde $[I]$ é a matriz identidade.

Podemos separar a matriz das funções de resposta em frequência em componentes real e imaginária na forma,

$$[H] = [H]^C + i [H]^S \quad (5.3.6)$$

onde foi omitido a dependência em relação à frequência para simplificar a notação.

Substituindo a equação (5.3.1) e (5.3.6) em (5.3.5) e levando em consideração os erros presentes nas medidas tem-se,

$$([K] - \omega^2 [M] + i\omega [C]) ([H]^C + i [H]^S) = [I] + [R] \quad (5.3.7)$$

onde,

$$[R] = [R]^C + i [R]^S \quad (5.3.8)$$

é a matriz do ruído definida em termos de suas componentes reais e imaginárias.

Desenvolvendo a equação (5.3.7) e separando-a em componentes reais e imaginárias tem-se,

$$[H^C] [K] - \omega^2 [H^C] [M] - \omega [C] [H^S] = [I]^C + [R]^C \quad (5.3.9)$$

$$[H^S] [K] - \omega^2 [H^S] [M] + \omega [C] [H^C] = [R]^S$$

observando que a matriz identidade $[I]^C$ é sempre real.

Colocando em forma matricial e lembrando que $\omega = n \omega_0$, tem-se,

$$\begin{bmatrix} [H^C] & -n^2 \omega_0^2 [H^C] & -n \omega_0 [H^S] \\ \dots & \dots & \dots \\ [H^S] & -n^2 \omega_0^2 [H^S] & n \omega_0 [H^C] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [K] \\ [M] \\ [C] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] + [R]^C \\ \dots \\ [R]^S \end{bmatrix} \quad (5.3.10)$$

onde,

$[H^C]$: parte real da matriz das funções de resposta em frequência.

$[H^S]$: parte imaginária da matriz das funções de resposta em frequência.

Portanto, a equação (5.3.10) pode ser dada na forma matricial compacta por,

$$[A] [\Phi] = [I]_M \quad (5.3.11)$$

onde define-se $[I_M]$ como sendo uma matriz identidade modificada complexa contendo os erros associados às k-ésimas medidas.

A ordem das matrizes em (5.3.11) são :

$$[A] : 2Nf \times 3f.$$

$$[\Phi] : 3f \times f.$$

$$[I_M] : 2Nf \times f.$$

onde N é o número de pontos em frequência.

Da equação (5.3.11) pode-se obter o estimador por mínimos quadrados dos coeficientes de $[\Phi]$ através da solução da equação (vide apêndice C),

$$[A]^t [A] [\hat{\Phi}] = [A]^t [I_M] \quad (5.3.12)$$

onde t denota transposta.

5.4-CÁLCULO DAS FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA O SISTEMA EIXO-MANCAL HIDRODINÂMICO.

No sistema mecânico do mancal, procura-se representar o modelo matemático considerando somente dois graus de liberdade, desprezando-se, portanto, os dois modos cônicos de vibração correspondentes a rotações em relação aos eixos x e y.

Definindo a matriz das funções de resposta em frequência $[H(\omega)]$ por,

$$[H(\omega)] = \begin{bmatrix} H_{xx} & H_{xy} \\ H_{yx} & H_{yy} \end{bmatrix} \quad (5.4.1)$$

com cada função podendo ser decomposta em termos de suas componentes reais e imaginárias,

$$H_{xx} = H_{xx}^c + i H_{xx}^s \quad (5.4.2)$$

$$H_{xy} = H_{xy}^c + i H_{xy}^s \quad (5.4.3)$$

$$H_{yx} = H_{yx}^c + i H_{yx}^s \quad (5.4.4)$$

$$H_{yy} = H_{yy}^c + i H_{yy}^s \quad (5.4.5)$$

A matriz das funções de resposta em frequência expressa a relação entre as forças de excitação e as respostas em

deslocamento,

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{xx} & H_{xy} \\ H_{yx} & H_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} \quad (5.4.6)$$

onde aqui,

X : resposta em frequência complexa, na direção-x

Y : resposta em frequência complexa, na direção-y

F_x : vetor força de excitação em frequência, complexo na direção-x

F_y : vetor força de excitação em frequência, complexo na direção-y

Para se obter as funções de resposta em frequência pode-se proceder da seguinte forma,

1.- Excita-se na direção-x com ;

$$F_x \neq 0 \quad \text{e} \quad F_y = 0 \quad (5.4.7)$$

obtem-se,

$$H_{xx} = \frac{X}{F_x} \quad \text{e} \quad H_{yx} = \frac{Y}{F_x} \quad (5.4.8)$$

2.-Excita-se na direção-y, com ;

$$F_x = 0 \quad \text{e} \quad F_y \neq 0 \quad (5.4.9)$$

obtem-se de forma similar,

$$H_{xy} = \frac{X}{F_y} \quad \text{e} \quad H_{yy} = \frac{Y}{F_y} \quad (5.4.10)$$

Definindo-se as respostas e forças de excitação como em (5.2.3) e (5.2.4) na forma,

$$X = X^C + i X^S \quad (5.4.11)$$

$$Y = Y^C + i Y^S \quad (5.4.12)$$

$$F_x = F_x^C + i F_x^S \quad (5.4.13)$$

$$F_y = F_y^C + i F_y^S \quad (5.4.14)$$

obtem-se por simples inspeção das equações (5.4.8) e (5.4.10) todas as funções de resposta em frequência em termos de suas componentes reais e imaginárias, na forma ;

1.-Direção-x.

$$H_{xx}^C = \frac{(X^C F_x^C + X^S F_x^S)}{F_{qx}^2} \quad (5.4.15)$$

$$H_{xx}^S = \frac{(X^S F_x^C - X^C F_x^S)}{F_{qx}^2} \quad (5.4.16)$$

$$H_{yx}^C = \frac{(Y^C F_x^C + Y^S F_x^S)}{F_{qx}^2} \quad (5.4.17)$$

$$H_{yx}^S = \frac{(Y^S F_x^C - Y^C F_x^S)}{F_{qx}^2} \quad (5.4.18)$$

2.- Direção-y.

$$H_{xy}^C = \frac{(X^C F_y^C + X^S F_y^S)}{F_{qy}^2} \quad (5.4.19)$$

$$H_{xy}^S = \frac{(X^S F_y^C - X^C F_y^S)}{F_{qy}^2} \quad (5.4.20)$$

$$H_{yy}^C = \frac{(Y^C F_y^C + Y^S F_y^S)}{F_{qy}^2} \quad (5.4.21)$$

$$H_{yy}^S = \frac{(Y^S F_y^C - Y^C F_y^S)}{F_{qy}^2} \quad (5.4.22)$$

onde F_{qx} e F_{qy} são respectivamente dados por,

$$F_{qx}^2 = (F_x^C)^2 + (F_x^S)^2 \quad (4.5.23)$$

$$F_{qy}^2 = (F_y^C)^2 + (F_y^S)^2 \quad (4.5.24)$$

Assim, obtêm-se as oito funções de respostas em frequência necessárias para estimar os parâmetros do mancal.

As equações resultantes necessárias para processar a identificação dos parâmetros podem agora, ser estabelecidas da equação (5.3.10) com o grupo de funções de resposta em frequência obtidas das equações (5.4.15) a (5.4.22).

Desta forma, a equação matricial resultante para o processo de identificação no caso do mancal hidrodinâmico é estabelecida da equação (5.3.11) de onde se obtém,

$$[A] [\Phi] = [b] \quad (5.4.25)$$

onde,

$$[A] = \begin{bmatrix} H_{xx}^C & H_{xy}^C & -n^2 \omega_0^2 H_{xx}^C & -n^2 \omega_0^2 H_{xy}^C & -n \omega_0 H_{xx}^S & -n \omega_0 H_{xy}^S \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_{yx}^C & H_{yy}^C & -n^2 \omega_0^2 H_{yx}^C & -n^2 \omega_0^2 H_{yy}^C & -n \omega_0 H_{yx}^S & -n \omega_0 H_{yy}^S \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_{xx}^S & H_{xy}^S & -n^2 \omega_0^2 H_{xx}^S & -n^2 \omega_0^2 H_{xy}^S & n \omega_0 H_{xx}^C & n \omega_0 H_{xy}^C \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_{yx}^S & H_{yy}^S & -n^2 \omega_0^2 H_{yx}^S & -n^2 \omega_0^2 H_{yy}^S & n \omega_0 H_{yx}^C & n \omega_0 H_{yy}^C \end{bmatrix}_{4N \times 6}$$

(5.4.26)

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \\ M & 0 \\ 0 & M \\ C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix}_{6 \times 2} \quad (5.4.27)$$

e [b] dado por,

$$[b] = \begin{bmatrix} 1 + R^C & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 1 + R^C \\ \dots & \dots \\ R^S & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & R^S \end{bmatrix}_{4N \times 2} \quad (5.4.28)$$

onde aqui $f=2$ (sistema eixo-mancal, dois graus de liberdade).

Tratando-se, portanto, de um sistema de equações lineares em frequência superdimensionado em $[\Phi]$.

Para colocar o sistema na forma adimensional, procede-se como o utilizado em desenvolvimento anteriores.

O procedimento adotado no processo de identificação com dados simulados e/ou dados obtidos do modelo físico é análogo ao do capítulo 4, mas agora, calculando as funções de resposta em frequência. O diagrama de blocos está representado na figura 5.4.1

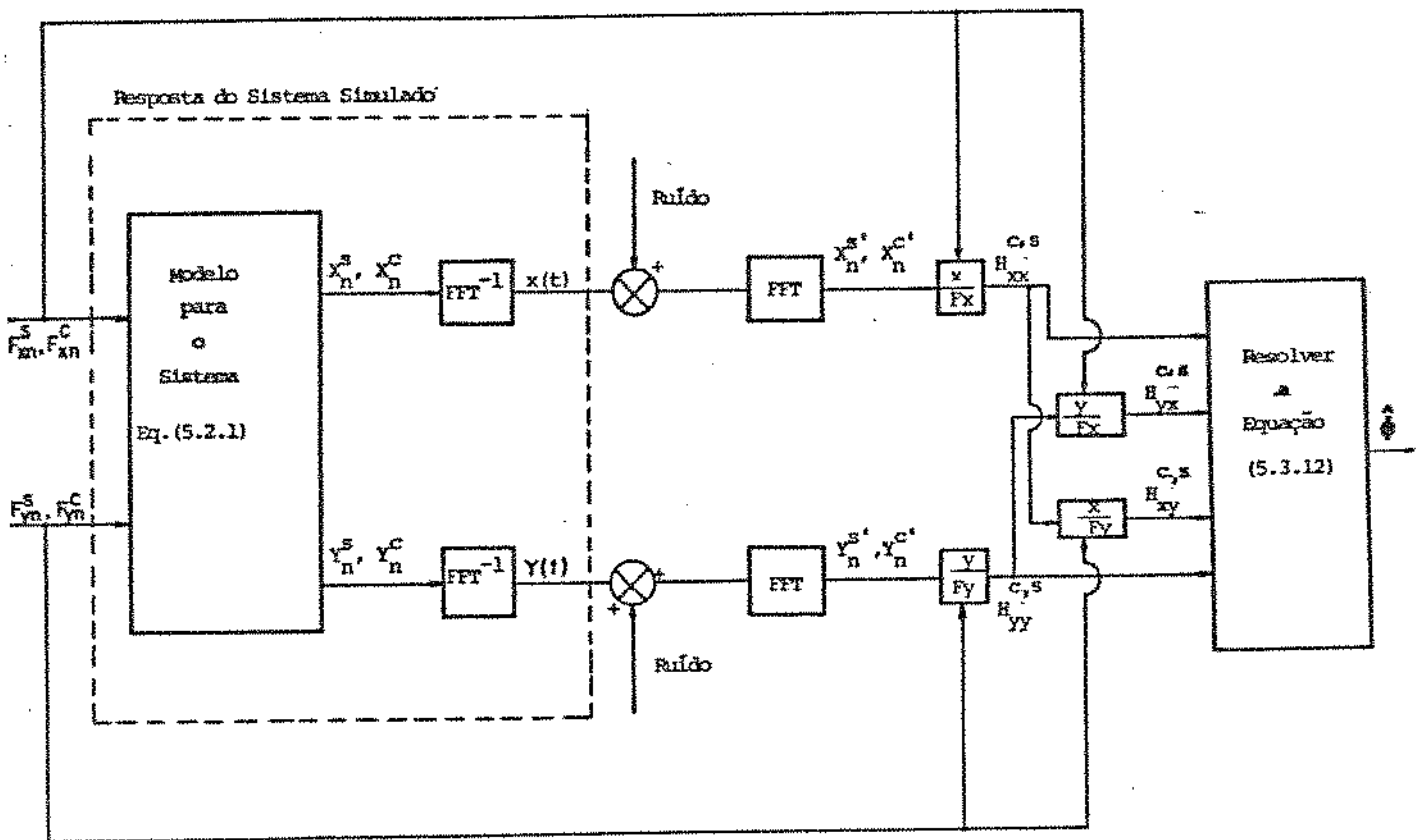


Figura 5.4.1 - Diagrama de Blocos para o Processo de Identificação Usando Funções de Resposta em Frequência.

5.5-CONCLUSÃO.

Observando-se o diagrama de blocos da figura 5.4.1 os resultados de simulação são processados no domínio da frequência e as funções de resposta em frequência utilizadas para identificar os parâmetros do mancal. Um esquema mais geral de simulação no domínio do tempo e em frequência foi apresentado no capítulo 1, figura 1.3.1.

Neste contexto, desenvolveu-se a formulação matemática para o processo de identificação em frequência de parâmetros de sistemas mecânicos num sentido mais geral. Sendo, a equação resultante para o processo de identificação dos parâmetros do mancal dada em (5.4.25).

No entanto, deve-se ficar patente, a possibilidade de se utilizar a equação (5.3.10) para identificar parâmetros de sistemas mecânicos de ordem mais elevada, sem contudo, haver necessidade a priori do conhecimento de um modelo matemático para descrevê-lo.

Na verdade, o que deve-se definir, é a ordem do modelo que represente o sistema físico em consideração. Uma vantagem desta formulação em frequência para identificar parâmetros de sistemas mecânicos é que, embora necessite-se do vetor força de excitação para estimar as funções de resposta em frequência, não há necessidade de se medi-la de forma explícita e usá-la na equação (5.3.10).

Nos capítulos 3 e 4, pôde-se observar que existe uma dependência em se medir as entradas e usá-las de forma explícita

nas equações (3.4.4) e (4.2.14), isto é, identificação no tempo onde se utiliza as medidas do vetor de estado, e em frequência onde se utiliza o espectro da excitação e resposta. Contudo, esta colocação só será útil, se se usar os modernos computadores de análise e processamento de sinais (os chamados analisadores de Fourier), onde existem pacotes (programas) que permitem a obtenção direta das funções de respostas em frequência.

Para finalizar esta conclusão, é apresentado no apêndice F, um outro desenvolvimento matemático para identificar parâmetros de mancais no domínio da frequência, onde procura-se investigar o efeito da fase entre os vetor força de excitação (entradas) e vetor em deslocamento (saídas).

CAPÍTULO 6

PROPRIEDADES DOS DIVERSOS ESTIMADORES E SINAIS DE EXCITAÇÃO

6.1-INTRODUÇÃO.

Dentre os vários tipos de sinais que normalmente são utilizados no estudo do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos em geral e no problema de identificação de parâmetros em particular, falaremos de alguns deles, que foram utilizados neste trabalho, enfatizando suas vantagens e desvantagens..

6.2-EXCITAÇÃO HARMÔNICA.

Com este tipo de sinal de excitação, toda energia está concentrada em uma única frequência. Reconstituir a função de resposta em frequência por este método de excitação pode ser muito longo e tedioso.

As equações necessárias para o processo de identificação podem ser estabelecidas para diferentes valores de frequência do sinal de entrada.

Assim, para a aplicação aqui tratada os oito coeficientes dinâmicos linearizados de rigidez e amortecimento podem ser identificados usando uma força de excitação senoidal seguindo os seguintes passos:

1-aplica-se a força de excitação senoidal ao longo de um dos eixos com frequência $\omega = \omega_1$.

2-processam-se as medidas das grandezas no domínio da frequência

$$X_1 \quad Y_1 \quad \phi_1^x \quad \phi_1^y$$

que são as medidas das amplitudes e fases nas direções x e y respectivamente.

3-repete-se o processo para $\omega = \omega_2$.

4-resolvem-se as oito equações simultâneas para se determinar os coeficientes desconhecidos.

5-continua-se processo para $\omega = \omega_3$ e $\omega = \omega_4$ e comparam-se os resultados.

6-repete-se o processo a partir do ponto 1 até que haja uma convergência nos valores estimados.

Como pode-se observar, este processo é direto, mas no entanto, a procura em se identificar os oito coeficientes é complicado e tedioso na prática, pela presença de ruídos e dificuldades adicionais em se obter medidas exatas dos ângulos de fase. Glienicke [47], em 1967 publicou um trabalho onde usou este método para investigar experimentalmente os coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais de uma turbina.

6.3-EXCITAÇÃO IMPULSIONAL.

Conceitualmente, este sinal é superior ao teste com força senoidal a frequências discretas.

A faixa de frequência desse sinal (0 a ω_{\max}), é inversamente proporcional ao intervalo de tempo de duração de aplicação da força.

Deste modo, para se garantir que a energia devido ao impulso excite com energia suficiente os modos de vibração do sistema pode ser necessário que a amplitude da força assuma valores elevados, com o que as hipóteses de linearidades podem ser violadas. A figura 6.3.1 mostra este tipo de sinal no domínio do tempo e seu espectro.

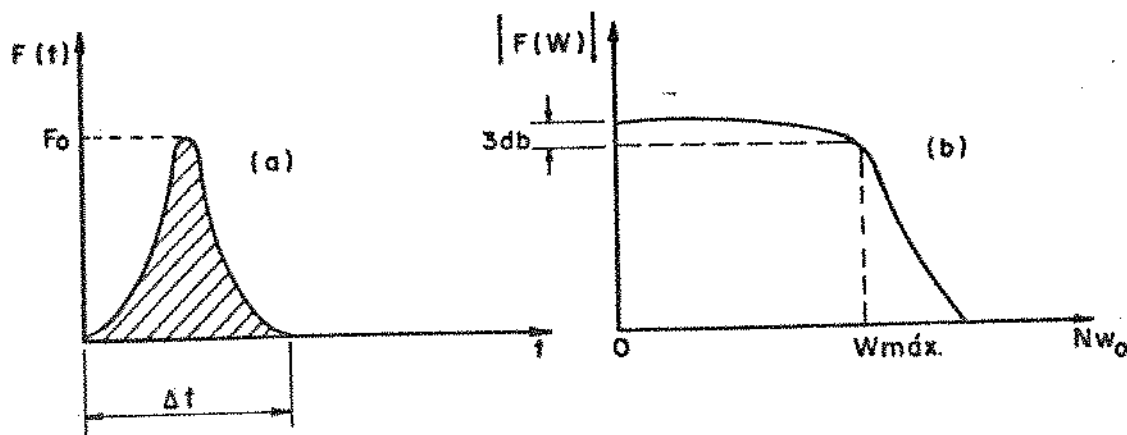


Figura 6.3.1- (a)-Sinal Impulsional e (b)-Espectro.

6.4-EXCITAÇÃO ALEATÓRIA.

Este tipo de sinal pode ser obtido por geradores de ruído. A energia contida no sinal é distribuída para excitar os modos de vibração do sistema nas frequências de interesse.

Este sinal quando usado para identificação de parâmetros no domínio da frequência pode ser, periodizado (pseudo-aleatório periódico) de forma a se garantir um nível de energia que excite de forma persistente os modos de vibração do sistema e eliminar o problema de "leakage" na transformada de Fourier discreta [66].

Para os vários algoritmos para geração de ruído aleatório existente na literatura, deve-se verificar a energia contida no sinal pelo cálculo de sua densidade espectral. Isto porque corre-se o risco de trabalhar com um sinal aleatório pobre em energia. Com isso, dependendo das propriedades dinâmicas do sistema, pode ser que não se consiga excitar de forma conveniente os seus modos próprios.

São dados no capítulo 7 exemplos de simulação e verificação dos processos de identificação no domínio da frequência pelo cálculo de resposta por Runge-Kutta de quarta ordem, para sistemas de um grau de liberdade e para o sistema dinâmico em estudo.

6.5-EXCITAÇÃO COM SINAL SINTETIZADO.

É possível, através dos ângulos de fase das harmônicas que compõem um sinal, produzir um sinal com baixo fator de pico (quociente do maior valor em amplitude pelo seu valor eficaz).

Essencialmente, este sinal pode ser estabelecido como segue: Pode-se considerar um sinal periódico $F(t)$, de período T e largura de banda finita, bem como sua transformada de Fourier,

$$F(t) = \sum_{n=1}^N (p_k / 2) \cos [\theta(t) + \theta_n] \quad (6.5.1)$$

com o argumento $\theta(t)$ dado por,

$$\theta(t) = n \omega_0 t \quad (6.5.2)$$

Sendo $\omega_0 = 2 \pi / T$ a frequência fundamental, tem-se que,

$$\theta(t_0) = \frac{2 \pi n}{T} t \quad (6.5.3)$$

com $T = n Dt$ e Dt o intervalo de tempo de discretização.

Reportando-nos a equação (6.5.1) as seguintes grandezas são definidas,

p_k : é a potência relativa referente a i -ésima harmônica que compõe o sinal, satisfazendo por exemplo a condição $\sum p_k = 1$.

θ_n : ângulo de fase das harmônicas que compõe o sinal.

Deste modo, sendo pré-estabelecido a potência relativa contida no sinal entre duas harmônicas consecutivas, surge o problema de como minimizar a diferença entre máxima e a mínima amplitude do sinal, ou seja, $(F_{max}-F_{min})$. Este problema foi contornado por Schroeder [7], no seu trabalho em meados de de 60's, considerando o sinal periódico modulado em fase como segue,

$$F_p(t) = \cos \theta(t) \quad (6.5.4)$$

onde a modulação em fase do sinal é dado por,

$$\psi(t) = \int_0^t \dot{\psi}(\tau) d\tau \quad (6.5.5)$$

e

$$\dot{\psi}(t) = \frac{2\pi n}{T} t \quad , \quad t_{n-1} < t < t_n \quad (6.5.6)$$

Os instantes discretos t_n são aqueles nos quais as frequências instântaneas mudam de valor de tal modo que a relação seja satisfeita,

$$t_n = T \sum_{i=1}^N p_i \quad , \quad n = 1(1)N \quad (6.5.7)$$

onde,

T : é o período do sinal

n : número de harmônicas

p_i : potência relativa da i -ésima harmônica que compõe o sinal a ser considerado.

Na equação (6.5.6) $t_n - t_{n-1}$, é o intervalo de tempo durante o qual a frequência instantânea do sinal é igual a n/T , o que por sua vez deve ser igual à potência relativa p_i da i -ésima harmônica. Deste modo, quando $N > 1$ e considerando as relações (6.5.4) e (6.5.5), obtém-se um espectro relativo aproximadamente igual a p_k .

Da equação (6.5.4) a fase instantânea no i -ésimo intervalo de tempo de $F_p(t)$ é dado por,

$$\psi(t) = \phi_n + \frac{2 \pi n}{T} t, \quad t_{n-1} < t_n \quad (6.5.8)$$

onde ϕ_n no caso limite, quando N é suficientemente grande, corresponde ao ângulo de fase constante da i -ésima harmônica do sinal $F_p(t)$.

No caso contínuo, fazendo $t = t_{n-1}$, a seguinte relação é satisfeita,

$$\phi_n + (2 \pi n / T) t_{n-1} = \phi_{n-1} + [2 \pi (n-1) / T] t_{n-1} \quad (6.5.9)$$

o que conduz a,

$$\phi_n = \phi_{n-1} - (2 \pi n / T) t_{n-1} \quad (6.5.10)$$

Da equação (6.5.5) em $t_n = t_{n-1}$, obtém-se,

$$\phi_n = \phi_1 - \frac{2\pi}{T} \sum_{n=1}^{n-1} t_{n-1} \quad (6.5.11)$$

A substituição da equação (6.5.7) na equação (6.5.11) tem-se,

$$\phi_n = \phi_1 - 2\pi \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{i=1}^k P_i \quad (6.5.12)$$

Com a inversão da ordem dos somatórios, obtém-se,

$$\phi_n = \phi_1 - 2\pi \sum_{i=1}^{n-1} (n-1) P_i \quad (6.5.13)$$

Desta forma, a equação (6.5.13) permite seleccionar os ângulos de fase das harmônicas que compõe o sinal para um dado espectro de potência de modo a minimizar o fator de pico

Alguns casos de como gerar sinais no domínio do tempo a partir dos ângulos de fase para um dado espectro de potência são analisados na referência [7].

Em particular, o sinal de excitação a ser utilizado como fonte de excitação no sistema mecânico em estudo, é obtido por síntese de sinais de baixa auto-correlação com baixo fator de pico, sintetizado a partir dos ângulos de fase das harmônicas que o compõem, com ângulos de fase restringido entre 0 e Π .

Gerar este sinal em um computador digital significa buscar séries temporais de comprimento finito β_1 , β_2 , β_n , cujos

coeficientes de auto-correlação definidos por,

$$\alpha_k = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^{N-k} \beta_n \beta_{n+k} \quad (6.5.14)$$

assumam valores pequenos para $K > 1$.

Deste modo, considera-se um sinal periódico de período T , contendo N harmônicas,

$$F_n(t) = \sum_{n=1}^N \beta_n \cos[n\omega t] \quad (6.5.15)$$

Restringindo a variação do ângulo de fase entre 0 e π , as séries temporais podem ser obtidas pela equação,

$$\beta_n = 1 - 2 \left[\frac{\phi_n}{\pi} \right] \quad (6.5.16)$$

Assim, os ângulos de fase das harmônicas que compõe o sinal, são obtidas da equação (6.5.13), para sinais de espectro plano que possuem potência relativa inversamente proporcional ao número de harmônicas ($p_n = 1/N$), e são dadas pela equação,

$$\phi_n = 1 - \pi \left[\frac{n^2}{2N} \right]_{\text{mod } 2} \quad (6.5.17)$$

O sinal de excitação gerado desta forma constitui-se num

sinal de banda larga em frequência do tipo ruído branco, porém, com as vantagens de ser um sinal periódico. Na prática, este sinal pode ser gerado e usado para excitar um sistema físico real através de um conversor digital/analógico.

As figuras 6.5.1 e 6.5.2, representam o sinal gerado no domínio do tempo e seu respectivo espectro pela soma de 128 funções cossenoidais de iguais amplitudes, com ângulos de fase selecionados por (6.5,17). Se este sinal é usado para excitar o sistema, isto equivale a injetar 128 sinais senoidais. Algumas vantagens de se utilizar este sinal como fonte de excitação em sistemas mecânicos, objetivando identificação de parâmetros, podem ser resumidos como segue:

1-é um sinal com alto conteúdo frequencial (de banda larga) do tipo ruído branco, onde a faixa de frequência pode ser pré-estabelecida.

2-possui a vantagem de ser periódico.

3-pode-se garantir excitação persistente no sistema e a energia contida no sinal certamente se distribuirá de forma a excitar seus modos próprios.

4-pode ser facilmente implementado num computador digital e pode ser usado através de um conversor digital analógico, para excitar o sistema físico real.

Do ponto de vista mecânico, justifica-se a utilização deste sinal de excitação para processar a identificação de parâmetros no domínio do tempo ou no domínio da frequência.

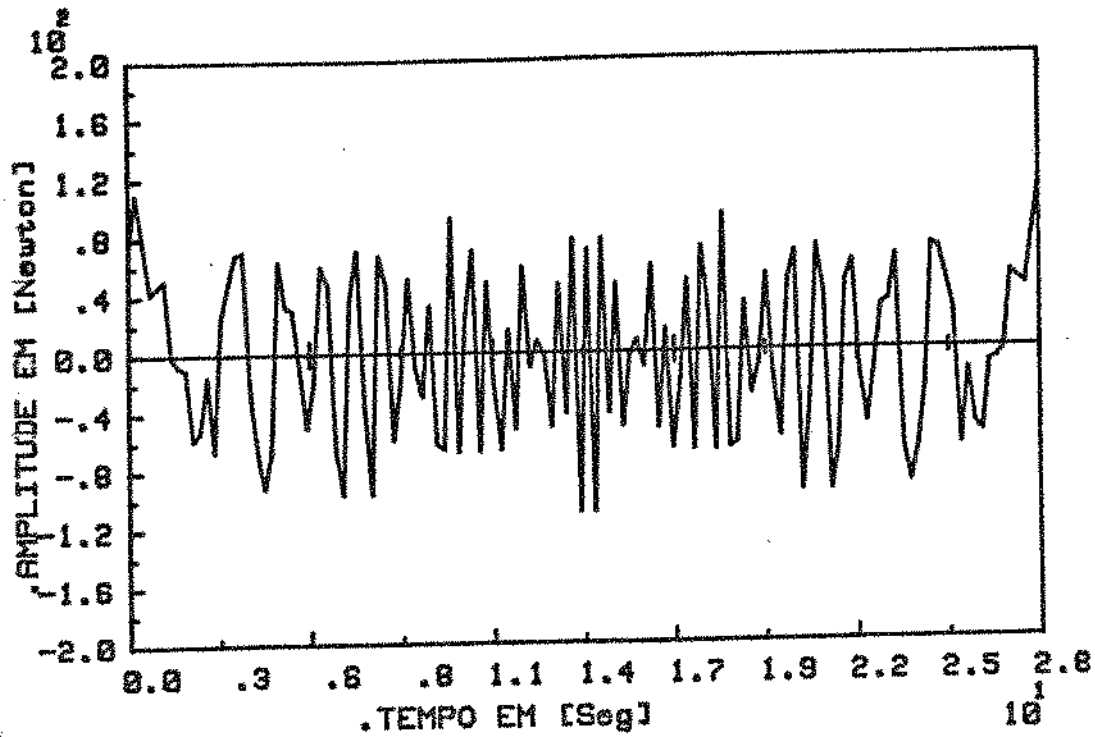


Figura 6.5.1-Sinal de Excitação Sintetizado no Tempo.

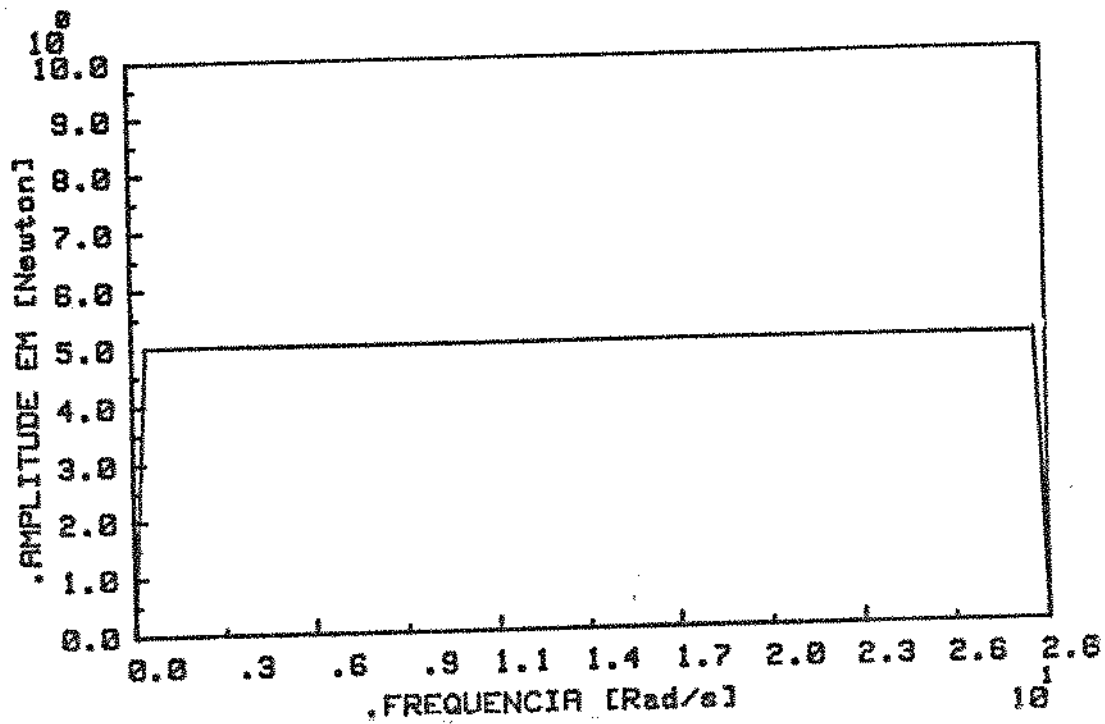


Figura 6.5.2-Espectro do Sinal Sintetizado.

6.6-ESTIMADOR POR MÍNIMOS QUADRADOS.

A obtenção da equação necessária à aplicação do método dos mínimos quadrados na estimação de parâmetros de sistemas mecânicos é sempre o resultado da formulação matricial de mínimos quadrados na forma geral,

$$A \Phi = b \quad (6.6.1)$$

onde,

A :é em geral uma matriz retangular cujos elementos são compostos das medidas de entradas e/ou saídas.

Φ :vetor e/ou matriz dos parâmetros a serem estimados.

b :vetor de entrada.

Da equação (6.6.1) pode-se deduzir as equações para estimar a variância de cada parâmetro a ser estimado bem como a covariância entre os parâmetros.

As equações necessárias para análise dos dados são estabelecidos neste tópico para melhor clarificar os resultados.

É considerado no desenvolvimento destas equações que o modelo a ser estudado retrate exatamente um sistema físico real em estudo, embora esta consideração não represente uma suposição realística. Pressupõe-se que em todas as medidas estão presentes erros devido à falta de ajuste dos dados. A origem destes erros pode ser classificada em duas categorias distintas - erros aleatórios e erros de "bias" (sistemático). De acordo com Bendat[66], em análise espectral, os erros aleatórios são

essencialmente devidos a:

1-Ruídos em transdutores (de deslocamento, velocidade etc), e ruídos introduzidos nos processos computacionais devido a falta de precisão numérica (truncamento).

2-Ruídos que não são detectados nos pontos de entradas que contribuem na saída passando pelo sistema, e que são incorrelatos com as entradas.

3-Problemas de não linearidades do sistema entre as entradas e saídas.

Os erros de "bias" são erros sistemáticos que tem como origens primárias principais [66],

1-Ruídos nas medidas de entradas que não passam através do sistema, e ruídos que surgem em pontos de saída do sistema não correlatos com as entradas.

2-Erros devido à baixa resolução em frequência na estimação da densidade espectral.

3-Não linearidades paramétricas do sistema

4-Ruídos não medidos nas entradas que contribuem na saída passando pelo sistema, e que são correlatos com as medidas de entradas.

Estes e outros fatores constituem problemas cruciais no problema de identificação de parâmetros de sistemas mecânicos. O conhecimento prévio, se possível, da origem destes e outros erros que eventualmente possam surgir, pode assegurar dentro de certas limitações uma estimação razoável para os parâmetros do sistema.

Nestas condições a equação (6.6.1) pode ser colocada na forma,

$$A \hat{\Phi} = b + \text{erros} \quad (6.6.2)$$

onde,

erros : erros obtidos em cada medida efetuada.

Os erros presentes nos vetores de entrada são assumidos constantes e independentes, tendo média zero e variância constante. Logo, a variância no vetor de entrada pode ser escrito na forma [2],

$$\text{Var} [b] = \sigma^2 I \quad (6.6.3)$$

onde,

σ^2 : medida escalar.

I : matriz identidade

Como não é possível obter o valor real da grandeza σ^2 , para se estimar a variância do erro no vetor de entrada, estabelece-se um valor estimado, levando em consideração todas as grandezas medidas para o sistema.

Para se estabelecer a variância dos parâmetros desconhecidos, considera-se em primeira instância a estimação por mínimos quadrados dos parâmetros desconhecidos de $\hat{\Phi}$, na equação (6.6.2) que é dado por,

$$\hat{\Phi} = [A^t A]^{-1} A^t b \quad (6.6.4)$$

Se as medidas obtidas nas saídas estão livres de ruído, o valor esperado dos coeficientes pode ser expresso por,

$$E [\hat{\Phi}] = E [A^t A]^{-1} A^t b \quad (6.6.5)$$

Admitindo que os termos da matriz que contém as informações das saídas e entradas são constantes, pode-se escrever a equação (6.6.5) na forma,

$$E [\hat{\Phi}] = [A^t A]^{-1} A^t E [b] \quad (6.6.6)$$

Levando em consideração que o valor esperado do vetor de entrada b , é obtido pelo simples produto $A \Phi$, então pode-se escrever,

$$E [\hat{\Phi}] = [A^t A]^{-1} A^t \Phi A \quad (6.6.7)$$

o que simplificando conduz a,

$$E [\hat{\Phi}] = \Phi \quad (6.6.8)$$

uma vez que o produto $[A^t A]$ resulta numa matriz quadrada.

Fisicamente, a equação (6.6.8) dá uma indicação de uma estimação exata para os coeficientes estimados, isto é, não há efeito de "bias" nos coeficientes estimados "estimação consistente, não "biasada". Os resultados da equação (6.6.8) dependerá essencialmente da história de como as grandezas medidas são adquiridas. Se as grandezas medidas retratam exatamente os dados do modelo físico real, então certamente ter-se-á uma estimação exata para os parâmetros do sistema. Ao longo do trabalho

são feitas simulações para sistemas de um grau de liberdade e para o sistema em estudo como verificação da equação acima.

A situação mais realística no cálculo da matriz de variância-covariância dos parâmetros desconhecidos de Φ é considerar o erro que se comete em cada medida que é processada.

Considerando novamente a equação (6.6.4) e admitindo que o erro presente em cada medida, possa ser expressa pela equação (6.6.2), tem-se,

$$\hat{\Phi} = [A^t A]^{-1} A^t (\Phi A + \epsilon) \quad (6.6.9)$$

Desenvolvendo esta equação de forma conveniente, obtem-se,

$$E [\hat{\Phi}] = \Phi + \bar{A} \epsilon \quad (6.6.10)$$

onde,

$$\bar{A} = [A^t A]^{-1} A^t A \quad (6.6.11)$$

A covariância do estimador $\hat{\Phi}$ pode ser dado por,

$$\text{Cov} [\hat{\Phi}] = E \{ (\hat{\Phi} - E [\hat{\Phi}])(\hat{\Phi} - E [\hat{\Phi}])^t \} \quad (6.6.12)$$

Substituindo a equação (6.6.10), na equação (6.6.12), obtem-se,

$$\text{Cov} [\hat{\Phi}] = E \{ (\bar{A} \epsilon \epsilon^t) \bar{A}^t \} \quad (6.6.13)$$

como os termos da matriz \bar{A} e \bar{A}^t são constantes, então,

$$\text{Cov} [\hat{\Phi}] = \bar{A} E [\epsilon \epsilon^t] \bar{A}^t \quad (6.6.14)$$

Definindo o valor esperado do quadrado do erro no vetor de entrada por σ^2 que é uma grandeza escalar fica,

$$\text{Cov} [\hat{\Phi}] = \bar{A} \sigma^2 \bar{A}^t \quad (6.6.15)$$

Substituindo o valor da matriz \bar{A} dada pela equação (6.6.11), na equação (6.6.15), tem-se,

$$\text{Cov} [\hat{\Phi}] = [A^t A]^{-1} A^t \sigma^2 A [A^t A]^{-1} \quad (6.6.16)$$

O valor real de σ^2 é essencialmente desconhecido e deste modo precisa-se fazer uma estimativa desta grandeza.

Para se calcular o valor estimado de σ^2 , parte-se do pressuposto de que o valor médio do erro seja um vetor nulo. Logo a variância do erro ϵ pode ser calculada pelo número total de medidas menos o número de parâmetros estimados. Portanto, a soma dos quadrados do erro pode ser dada pela equação,

$$\hat{\epsilon}^t \hat{\epsilon} = (b - A \hat{\Phi})^t (b - A \hat{\Phi}) \quad (6.6.17)$$

Desenvolvendo, a equação (6.6.17) e lembrando que o produto $b^t A \hat{\Phi} = \hat{\Phi}^t A^t b = \text{cte}$, com a equação (6.6.4), obtem-se,

$$\hat{\epsilon}^t \hat{\epsilon} = b^t b - \hat{\Phi}^t A^t b \quad (6.6.18)$$

Portanto, o valor estimado para σ^2 pode ser obtido de [2],

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{[b^t b - \hat{\Phi}^t A^t b]}{(N_t - N_p)} \quad (6.6.19)$$

onde,

N_t : número total de medidas.

N_p : número total de parâmetros em $\hat{\Phi}$

Logo a covariância dos parâmetros estimados de $\hat{\Phi}$ na equação (6.6.16) fica,

$$\text{Cov} [\hat{\Phi}] = [A^t A]^{-1} \hat{\sigma}^2 \quad (6.6.20)$$

onde se considera que o valor médio do erro $E [\epsilon]$ seja nulo. Observação cuidadosa da equação (6.6.20) permite explicitar que a variância de cada parâmetro estimado é o simples resultado dos elementos da diagonal principal de $[A^t A]^{-1}$ multiplicado pela grandeza estimada σ^2 . O desvio padrão de cada parâmetro é obtido da raiz quadrada de sua respectiva variância.

As variâncias dos parâmetros estimados fornecem uma indicação de como os dados experimentais se ajustam ao modelo matemático idealizado. Um modelo exato de um sistema físico com

dados reais livres de ruído indicariam variância e covariância zero na estimação dos parâmetros.

Na explanação anterior, mostrou-se que o estimador por mínimos quadrados dos parâmetros desconhecidos do sistema, quando livre de ruídos, era consistente ou não "biasador". O problema realmente surge quando aparecem alguns tipos de erros como os já mencionados.

Do ponto de vista estatístico, os erros de "bias" são erros sistemáticos cuja magnitude se mantém aproximadamente constante e independente do número de medidas efetuadas. Ao contrário, os erros aleatórios apresentam dispersões em torno do valor real do parâmetro a ser estimado diferentes para diferentes número de medidas.

Os erros de "bias" nos parâmetros estimados podem ser definidos por [66],

$$\Delta \phi = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \hat{\phi}_n - \phi = E [\hat{\phi}] - \phi \quad (6.6.21)$$

onde,

$\hat{\phi}_n$: são os valores estimados.

ϕ : valores reais dos parâmetros.

$E [\hat{\phi}_n]$: é o valor esperado dos parâmetros para N medidas distintas.

A estimação é consistente se $E [\hat{\phi}_n] = \phi_n$.

Seguindo este raciocínio, queremos analisar qual o efeito das "bias" no estimador por mínimos quadrados quando o ruído está presente em pontos de entradas e/ou saídas do sistema.

A equação necessária para se obter a resposta do sistema dinâmico em estudo diretamente em frequência, pode ser estabelecido quando se aplica a transformada de Fourier nas equações no domínio do tempo e pode ser colocada na forma,

$$e = F - W X \quad (6.6.22)$$

onde,

W : matriz contendo todos os parâmetros do sistema "massa, rigidez e amortecimento".

X : vetor das respostas em frequência definido em termos de suas componentes reais e imaginárias.

F : vetor força de excitação em frequência em termos de suas componentes reais e imaginárias.

Admite-se que a equação (6.6.22) seja estritamente satisfeita no domínio da frequência quando livre de ruído.

A resposta resultante quando o ruído está presente, pode ser desacoplado em duas componentes,

$$X = X_L + R \quad (6.6.23)$$

onde,

X_L : resposta livre de ruído.

R : ruído presente.

As suposições feitas em relação ao ruído são que seu valor esperado seja nulo e que não haja correlação com os sinais de entrada e saída do sistema.

Substituindo a equação (6.6.23) em (6.6.22) e simplificando

fica,

$$\epsilon = - W R \quad (6.6.24)$$

com W_s para o sistema do mancal em estudo dado por,

$$[W_s] = \begin{bmatrix} (K_{xx}^* - M \omega^2) & -\omega C_{xx} & K_{xy} & -\omega C_{xy} \\ \omega C_{xx} & (K_{xx}^* - M \omega^2) & \omega C_{xy} & K_{xy} \\ K_{yx} & -\omega C_{yx} & (K_{yy}^* - M \omega^2) & -\omega C_{yy} \\ \omega C_{yx} & K_{yx} & \omega C_{yy} & (K_{yy}^* - M \omega^2) \end{bmatrix}$$

A equação (6.6.24) não conduz a um problema simples de regressão, mais sim, a um problema de natureza "estrutural" que é essencialmente caracterizado pelo fato de que os parâmetros desconhecidos estão acoplados ao ruído "R" pelo produto. Este problema é bem colocado por Kendall e Stuart [67]. Como os coeficientes a serem identificados dependem da história de como os sinais são medidos não se pode esperar uma estimativa consistente dos parâmetros.

A solução da equação (6.6.2), com a minimização por mínimos quadrados, fornece,

$$\hat{\phi} = [A^t A]^{-1} A^t (\phi A + \text{erros}) \quad (6.6.25)$$

Se os valores teóricos dos parâmetros em ϕ são conhecidos, os erros de "bás" podem ser obtidos pela manipulação da equação (6.6.21) dando,

$$\Delta \hat{\phi} = E [A^t A]^{-1} A^t (\phi A + \text{erros}) \quad (6.6.26)$$

Sendo que a matriz A e o vetor de excitação b neste ponto, estão contaminados com ruído e podem ser decompostos na forma,

$$A = A_L + A_R \quad (6.6.27)$$

$$b = b_L + b_R$$

onde,

A_L : matriz das medidas livres de ruído.

A_R : matriz dos ruídos.

b_L : vetor de excitação livre de ruído.

b_R : vetor dos ruídos.

Fazendo analogia com a equação, $\text{erros} = b - A \phi$, com substituição da equação (6.6.27) e simplificando obtém-se,

$$\text{erros} = b_R + A_R \phi \quad (6.6.28)$$

que substituída na equação (6.6.26) conduz a,

$$\Delta \hat{\phi} = E [(A^t A)^{-1} (A_L^t + A_R^t) (b_R + A_R \phi)] \quad (6.6.29)$$

A observação cuidadosa da equação (6.6.29), indica que os erros de "bias" nunca desaparecem quando o ruído está presente nas entradas e/ou saídas do sistema. O estimador dos mínimos quadrados nestas circunstância é "biasado" e os termos $A_R^t b_R$ e $A_R^t A_R \phi$, por inspeção da equação (6.6.29) conteram sempre a soma dos quadrados das componentes do ruído.

6.7-ESTIMADOR DAS VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS.

Mostrou-se no parágrafo anterior que o estimador dos mínimos quadrados (MQ),

$$\hat{\Phi}_{MQ} = [A^t A]^{-1} A^t b$$

era "biasado" ou não consistente quando as variáveis independentes entradas e/ou saídas contidas na matriz A estavam poluídas com ruído. Aqui procura-se usar o método das variáveis instrumentais como forma alternativa de se eliminar ou reduzir o "bias" quando ruídos estão presentes nos pontos de entrada e/ou saída do sistema.

O método das variáveis instrumentais foi inicialmente desenvolvido através do problema de estimação de parâmetros em econometria e é descrito por Kendal e Stuart [67] e Dubim [68]. Para os problemas clássicos de estimação de parâmetros, o método foi aplicado inicialmente por Joseph, Lewis e Tow [69] e mais tarde por Wong e Pollak [70], Young [71]. São usadas para aplicação do método à caracterização de sistemas no domínio do tempo através de equações a diferenças estendendo-as ao problema de estimação recursiva. O método das variáveis instrumentais para identificação de sistemas mecânicos no domínio da frequência foi inicialmente proposto por Schwarz [72] em 1980.

A idéia básica do algoritmo para processar a identificação de parâmetros de sistemas mecânicos no domínio da frequência usando o método das variáveis instrumentais foi inicialmente

apresentada por Fritzen [73]. Ressaltando apenas que a idéia básica deste algoritmo é a mesma que a do domínio do tempo [71]. Aqui, vamos fazer uma pequena revisão teórica das propriedades estatística do estimador e montar o procedimento sequencial para aplicação do método na identificação de parâmetros, sem contudo nos preocupar em apresentar todo o formalismo matemático que existe por trás do método, embora se apresente no (apêndice D), um resumo do formalismo matemático de como o estimador das variáveis instrumentais é obtido.

Primeiro define-se uma matriz " W_v " denotada de matriz das variáveis instrumentais com as seguintes propriedades estatísticas [1,74]

$$(1) \text{ P lim } \left(\frac{1}{L} W^t \varepsilon \right) = 0$$

$$(2) \text{ P lim } \left(\frac{1}{L} W^t A \right) \text{ não singular}$$

onde P lim denota o limite de probabilidade, L denota o número de observações e "A" é a matriz das variáveis independentes, saídas e/ou entradas, do sistema mecânico a ser considerado. As duas propriedades asseguram a consistência da estimação - o que significa,

$$\text{P lim } \left(\hat{\Phi}_{VI} \right) = \Phi_0$$

e, portanto, a consistência do estimador é essencialmente garantida. Deste modo, quando o número de observações é

suficientemente grande tem-se que,

$$\lim E (\hat{\beta}_{VI}) = \beta_0$$

No parágrafo (6.6) vimos que a correlação das variáveis independentes na matriz " A " e o erro " ϵ " era responsável pelos erros de "bias" definido pela equação (6.6.21).

Este efeito agora é evitado devido a propriedade (1). Deste modo, a escolha da matriz das variáveis instrumentais " W_V " é feita de forma a não se ter nenhuma correlação com o erro " ϵ " .

Colocando a equação (6.6.2) na forma,

$$\epsilon = b - A \beta$$

e premultiplicando por " W_V^t ", fica,

$$W_{VI}^t \epsilon = W_{VI}^t b - W_{VI}^t A \beta \quad (6.7.1)$$

fazendo uso da propriedade (1) quando o número de observações tende ao infinito, equação (6.7.2) fica,

$$\hat{\beta}_{VI} = [W_V^t A]^{-1} W_V^t b \quad (6.7.2)$$

Deste modo, a equação permite identificar os parâmetros desconhecidos de β_{VI} . Neste ponto, pode-se notar, que a equação (6.7.2) possui a mesma estrutura da equação (6.6.4). A diferença reside na colocação da matriz das variáveis instrumentais " W_V^t "

ao invés da matriz " A^t ", e o fato de que, o produto matricial $[W_v^t A]$ não ser mais simétrico.

Um dos problemas cruciais que surge quando se usa o método das variáveis instrumentais, é a própria escolha da matriz " W_v ". Young [71] sugere a construção da matriz " W_v " considerando que as variáveis independentes medidas estejam livres de ruído. Na prática, infelizmente, este procedimento é pouco realístico, mas pode ser aproximado pelo seguinte procedimento.

Um modelo auxiliar adicional é criado para gerar as variáveis auxiliares independentes como saídas, aqui denotadas por " V_{aux} ". Estas variáveis auxiliares incorporam a matriz " W_v " conforme formos gerando as variáveis " V_{aux} " com " V " e a matriz " A ". A figura 6.7.1 mostra que os parâmetros " $\hat{\Phi}_{vI}$ " da última estimação são calculados mediante um novo modelo auxiliar com os parâmetros $\hat{\Phi}_{vI(aux)}$. Isto significa que, no caso de um ajuste ótimo entre o sistema e o modelo (modelo auxiliar) o modelo produzirá " V_o " livres de ruído. Do ponto de vista estatístico isto significa máxima correlação das variáveis instrumentais "através do modelo auxiliar" com os sinais livres de ruído.

Wong e Pollak [70] chamam estas variáveis de variáveis ótimas, ou seja, $V_{aux} = V_o$ correspondendo as respostas livres de ruído e $W_{vI} = A_o$, matriz das variáveis instrumentais.

Na prática, o seguinte procedimento iterativo é adotado:

- 1) Inicia-se a identificação usando o método dos mínimos quadrados generalizados ($\hat{\Phi}_{M\alpha}$) e toma-se o resultado da estimação ($\hat{\Phi}_{M\alpha}$) como parâmetros de um modelo auxiliar inicial.
- 2) Calcula-se as variáveis instrumentais " V_{aux} " através

do modelo auxiliar.

3) Gera-se $W_{VI}^t A$ e $W_{VI}^t b$ e estima-se $\hat{\Phi}_{VI}$.

4) Atualiza-se o modelo auxiliar através do modelo identificado fazendo-se,

$$\hat{\Phi}_{aux} = \hat{\Phi}_{VI}$$

5) Compara-se os parâmetros $\hat{\Phi}_{VI}$ da estimação e aqueles do último passo. Se o resultado tende a valores estáveis (convergência) para-se o processo, caso contrário, volta-se para o passo 2.

Deve-se mencionar que uma das vantagens adicionais do método das variáveis instrumentais, é que não existe nenhuma restrição com relação ao modelo (propriedades dinâmicas do sistema - grau de linearidade do sistema), bem como, restrições com relação as propriedades estatística do ruído, ou seja, distribuição normal, variância, etc.

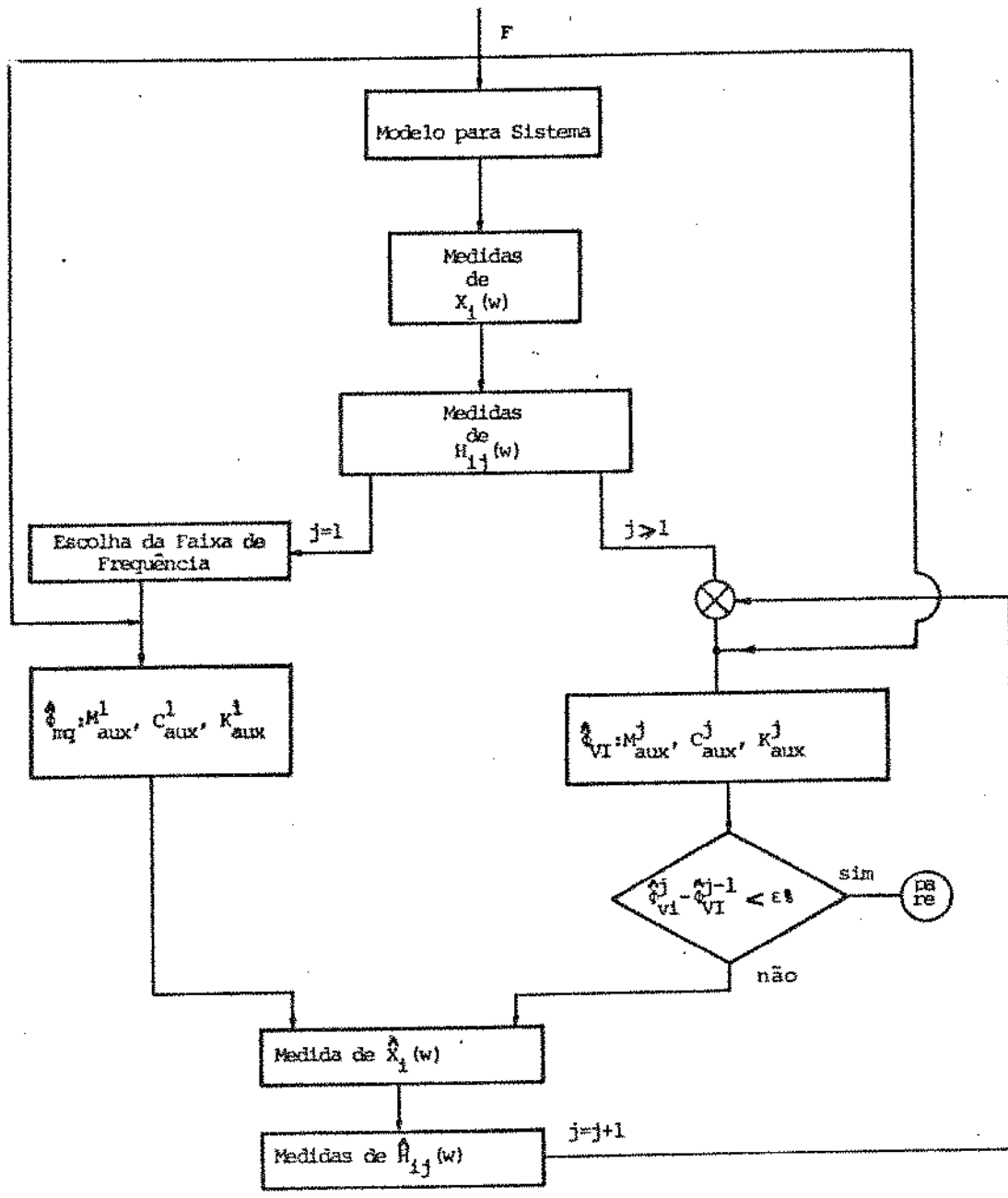


Figura 6.7.1-Princípio para o Processo de Identificação Usando Variáveis Instrumentais.

6.9-CONCLUSÃO.

São muito os métodos que podem ser usados para identificar parâmetros de sistemas mecânicos, alguns são sugeridos em [1,2];

- mínimos quadrados.
- o método da matriz estendida.
- máxima verossimilhança.
- variáveis instrumentais.
- etc.

Estes métodos basicamente resolvem o problema através da modelagem do ruído e conseqüentemente a estimação dos parâmetros do modelo

Dentre os métodos de identificação abordados, foram selecionados o método dos mínimos quadrados (MQ) e o método das variáveis instrumentais (VI). Maiores detalhes com relação as propriedades estatísticas dos estimadores podem ser encontrados na literatura citada.

Aqui, pode-se notar a superioridade do método das variáveis instrumentais em relação ao método dos mínimos quadrados. Em geral poucas iterações são suficientes para a convergência dos parâmetros.

CAPÍTULO 7

RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DIGITAL DO PROBLEMA DE IDENTIFICAÇÃO

7.1-INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados de simulação e verificação das equações necessárias para o processo de identificação para um sistema de um grau de liberdade massa-mola-amortecedor viscoso e o sistema constituído pelo mancal hidrodinâmico.

Os resultados são apresentados em várias fases delineadas a seguir:

Na primeira fase procurou-se verificar a formulação matemática para o processo de identificação no domínio da frequência usando o espectro da excitação e da resposta para o sistema de um grau de liberdade com a formulação desenvolvida no capítulo 4. Assim, procura-se simular o sistema no tempo reduzindo a equação diferencial à forma de estado, com o vetor de estado obtido através do método de Runge-Kutta de quarta ordem.

O método de solução para a obtenção do vetor dos parâmetros corresponde ao método de resolução de equações lineares por Cholesky, sendo dada ênfase na escolha do intervalo de tempo de discretização aplicada ao integrador, bem como o número de pontos na discretização dos sinais e suas influências nos coeficientes

identificados.

Numa segunda fase analisa-se o problema de identificação no domínio do tempo usando a formulação matemática desenvolvida no capítulo 3 e é feita aplicação ao mesmo sistema de um grau de liberdade estudado na primeira fase. Com isto procura-se estabelecer dentro de determinados critérios a eficiência de cada um dos métodos de identificação (tempo e frequência) e compará-los.

Na terceira fase procura-se identificar os oito coeficientes de rigidez e amortecimento representados no sistema de equações diferenciais de segunda ordem para o sistema eixo-mancal hidrodinâmico. Para tanto, reduz-se o sistema de equações diferenciais de segunda ordem ao sistema de equações diferenciais de primeira ordem na forma de estado (vide capítulo 3). O vetor de estado é obtido pelo método de integração numérica de Runge-Kutta de quarta ordem. Contudo, para identificar os parâmetros do sistema usa-se a mesma formulação desenvolvida no capítulo 4, onde os espectros da excitação e resposta são usados. Deste modo, procura-se investigar qual a influência do intervalo de tempo de discretização para um número fixo de pontos nos coeficientes identificados. É estudado o efeito do vetor força de excitação na identificação de tais parâmetros, ora agindo na direção-x ora agindo na direção-y, ou excitando o sistema nas duas direções simultaneamente. Este é um aspecto de fundamental importância para obtenção experimental dos coeficientes de rigidez e amortecimento de mancais.

Na quarta fase, procurou-se estudar o problema de

identificação para o sistema de um grau de liberdade usando o estimador dos mínimos quadrados e o estimador das variáveis instrumentais utilizando a formulação matemática para o processo de identificação em frequência desenvolvida no capítulo 5.

Procura-se avaliar o efeito do ruído sobreposto aos sinais de deslocamento para diferentes níveis e seu efeito nos coeficientes identificados. Este mesmo procedimento é tratado numa quinta fase onde se considera o sistema dinâmico rotativo constituído pelo mancal hidrodinâmico. Resultados preliminares abordando este aspecto podem ser encontrados nas referências [75,76,77,78].

Numa sexta fase é desenvolvido um método de identificação de forças no domínio da frequência usando o estimador dos mínimos quadrados e variáveis instrumentais.

No apêndice F, embora não se apresente resultados, é desenvolvida a formulação matemática para o processo de identificação dos parâmetros do mancal hidrodinâmico usando as medidas do módulo e fase entre os sinais de entrada e saída. Esta formulação tem como objetivo investigar a influência da fase nos coeficientes identificados para mancais hidrodinâmicos e propõe o sinal de Schroeder [7] como vetor força de excitação.

7.2-IDENTIFICAÇÃO EM FREQUENCIA DO SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE

As equações do movimento de sistemas mecânicos com f graus de liberdade, obtida através de formulações do tipo Newton-Euler, Lagrange e etc, podem ser resolvidas no domínio do tempo por métodos de solução numérica tais como Diferenças Finitas, Newmark, Houbolt, Diferenças Centrais, Wilson [79], Runge-Kutta de segunda, terceira e quarta ordem, etc, pela transformação do sistema de equações diferenciais na forma de estado.

A escolha do método que melhor se adapta ao processo de simulação para testar os métodos de identificação dos parâmetros dependem essencialmente de fatores tais como:

- Escolha do passo de integração
- Problemas de instabilidade numérica inerentes ao método a ser escolhido.
- Introdução de amortecimento fictício no sistema.
- etc

Estes fatores têm efeitos cruciais na simulação do sistema e em particular no que se refere ao problema de identificação de parâmetros. Adicionalmente, pode-se citar o efeito das propriedades dinâmicas do sistema, do número de graus de liberdade e a natureza dos sinais de excitação a serem utilizados.

Vantagens e desvantagens de cada método são discutidos. O histórico de como os vetores solução são obtidos e utilizados para estimar os parâmetros é de fundamental importância na interpretação dos resultados.

Se o método de resolução escolhido não consegue retratar os vetores solução do sistema de forma suficientemente exata, os coeficientes identificados podem ser "biasados" (vide capítulo 6).

Esta questão se coloca tanto na identificação de parâmetros no domínio do tempo como no domínio da frequência.

Como primeira verificação da formulação matemática para o processo de identificação no domínio da frequência, considera-se aquela desenvolvida no capítulo 4 e aplica-se a um sistema mecânico de um grau de liberdade (massa-mola-amortecedor viscoso) representado pela equação diferencial,

$$M \ddot{X}(t) + C \dot{X}(t) + K X(t) = F(t) \quad (7.2.1)$$

Os parâmetros de massa, amortecimento e rigidez tomados como referência e adotados na equação (7.2.1), bem como a amplitude do vetor força de excitação e o intervalo de tempo de discretização são dados na tabela 7.2.1.

M	C	K	Ampl	DT
10Kg	5Ns/m	500N/m	10N	10^{-1} s

Tabela 7.2.1-Valores Adotados para Verificação do Processo de Identificação no Domínio da Frequência.

No processo de identificação procurou-se manter o intervalo de tempo de discretização constante (referência $DT=10^{-1}$ s), mas variando-se o número de pontos em frequência.

Um outro procedimento consistiria em manter o número de

pontos fixo e variar o intervalo de tempo de discretização do sinais de entrada e saída. Com isto, seria possível, embora trabalhoso, estabelecer um intervalo de tempo de discretização ótimo e obter medidas convenientes dos sinais de deslocamento. Com este procedimento teria-se em frequência uma a estimulação consistente ou não "biasada" .

Dentre os vários algoritmos citados anteriormente para simulação do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos, procurou-se utilizar o método de solução numérica de Runge-Kutta de quarta ordem. Embora sejam apontadas na literatura algumas restrições à utilização deste método de integração [80], os resultados obtidos nos processos de identificação mostram a sua eficiência. Para tanto, foi efetuada uma criteriosa escolha do passo de integração. Mais adiante este aspecto será abordado.

As equações necessárias para o processo de identificação do sistema de um grau de liberdade no domínio da frequência, usando-se o mesmo procedimento do capítulo 4, podem ser postas na forma,

$$[A] (\phi) = (b) \quad (7.2.2)$$

com a matriz $[A]$ dada por,

$$[A] = \begin{bmatrix} X_1^c & 1 & \omega_0 & X_1^c & -F_1^c \\ X_2^c & 2 & \omega_0 & X_2^c & -F_2^c \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_n^c & n & \omega_0 & X_n^c & -F_n^c \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -X_1^e & 1 & \omega_0 & X_1^e & -F_1^e \\ -X_2^e & 2 & \omega_0 & X_2^e & -F_2^e \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -X_n^e & n & \omega_0 & X_n^e & -F_n^e \end{bmatrix} \quad 2N \times 5$$

contendo as variáveis independentes definidas em termos de suas componentes reais e imaginárias,

$$(\phi) = (C \quad K \quad 1 \quad)_{2N \times 4}^t$$

contendo os parâmetros a serem estimados e o vetor (b) dado por,

$$(b) = \begin{bmatrix} M X_1^c & 1 & \omega_0^2 \\ M X_2^c & 4 & \omega_0^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ M X_n^c & n^2 & \omega_0^2 \\ \dots & \dots & \dots \\ M X_2^e & 1 & \omega_0^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ M X_2^e & 4 & \omega_0^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ M X_n^e & n^2 & \omega_0^2 \end{bmatrix} \quad 2N \times 3$$

contendo o vetor força de inércia definidos em termos de suas componentes reais e imaginárias.

Para que o sistema de equações lineares definido na equação (7.2.2) seja compatível com o número de parâmetros a serem estimados, presisa-se definir um número mínimo de componentes harmônicas no vetor força de excitação, que conduza a um conjunto de equações lineares em frequência maior ou igual ao número parâmetros do sistema a serem identificados.

O vetor força de excitação usado como entrada no sistema mecânico corresponde ao sinal obtido a partir de síntese de sinais periódicos, já tratado no capítulo 6 e será utilizado em todo processo de verificação ao longo deste capítulo.

As figuras 7.2.1 e 7.2.2 mostram respectivamente este sinal gerado no tempo e sua transformada de Fourier para uma faixa de frequência entre 0 e 100Hz obtido através do algoritmo de Schroeder implementado num analisador de Fourier.

Na verdade, o sinal gerado desta forma corresponde a equação (6.5.15) (vide capítulo 6).

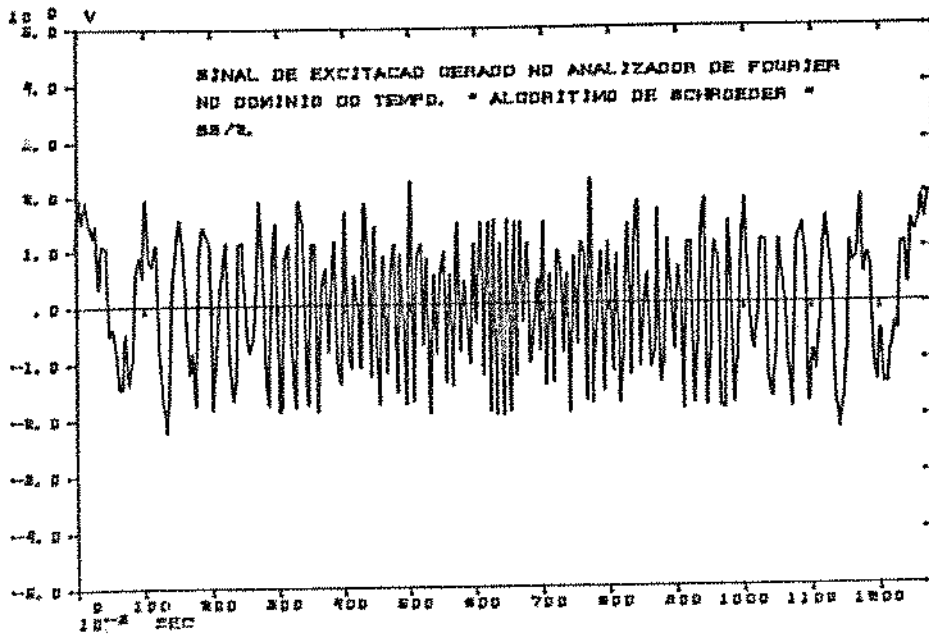


Figura 7.2.1-Sinal de Excitação Gerado no Tempo

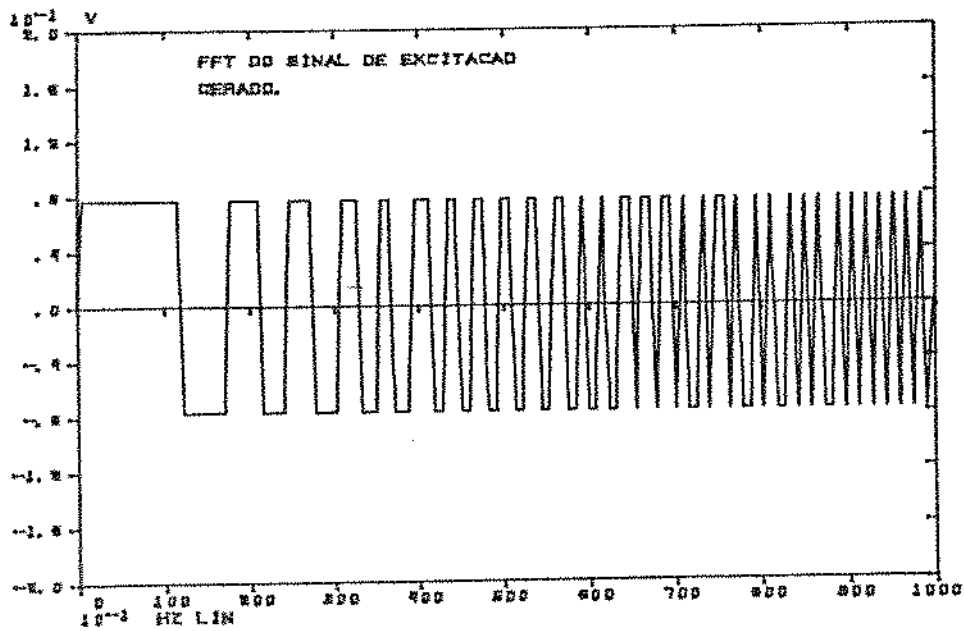


Figura 7.2.2-Parte Real da Transformada do Sinal de Schroeder.
Faixa de Frequência de 0 a 100Hz.

Teóricamente podemos observar que se trata de um sinal do tipo ruído branco, pois, na faixa de frequência em análise ele apresenta um espectro plano, isto é, a energia correspondente a cada componente harmônica no espectro se distribui de forma uniforme.

O espectro do sinal calculado é mostrado na figura 7.2.3.

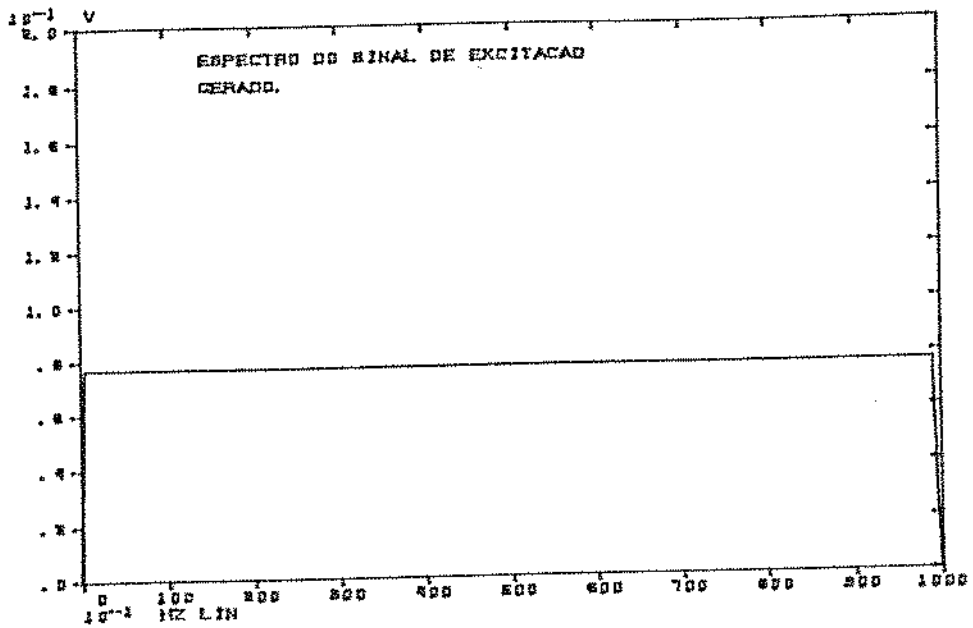


Figura 7.2.3-Espectro de Amplitude do Sinal de Schroeder.

Como observação adicional, o número de componentes harmônicas do sinal sintetizado é sempre tomado como sendo menor ou igual à metade do número de pontos considerados no domínio do

tempo. Com isto , procuramos garantir a " priori " o não efeito de " Aliasing " (vide apêndice A). Este mesmo procedimento é tomado quando geramos o sinal no computador digital.

O passo ou intervalo de tempo de discretização no processo de resolução numérica das equações diferenciais será denotado por DT.

Para simular o sistema em (7.2.1), escolheu-se inicialmente como teste, um valor arbitrário para o intervalo de tempo de discretização dos sinais de 10^{-1} s (vide tabela 7.2.1).

Teóricamente, quanto menor o intervalo de tempo de discretização mais próximo da solução exata estará a solução numérica. Na verdade, a escolha do passo não é um problema simples. Ela pode depender tanto do vetor de excitação quanto do período das vibrações livres do sistema.

A título de ilustração, as figuras 7.2.4 e 7.2.5 representam o vetor força de excitação gerado no tempo e seu espectro pela soma de 128 funções cossenoidais de iguais amplitudes com ângulos de fase selecionados pela equação (6.5.17). Se este sinal é usado para excitar o sistema , isto equivale a injetar simultaneamente 128 sinais cossenoidais, obtendo-se o espectro de resposta em amplitude mostrado na figura 7.2.6.

Na figura 7.2.7 mostra-se a rigidez estimada nestas condições com Nr (número de pontos em freqüências) iguais respectivamente a 2,4,8,16,32,64 e 128 pontos considerando os parâmetros do sistema dados na tabela 7.2.1.

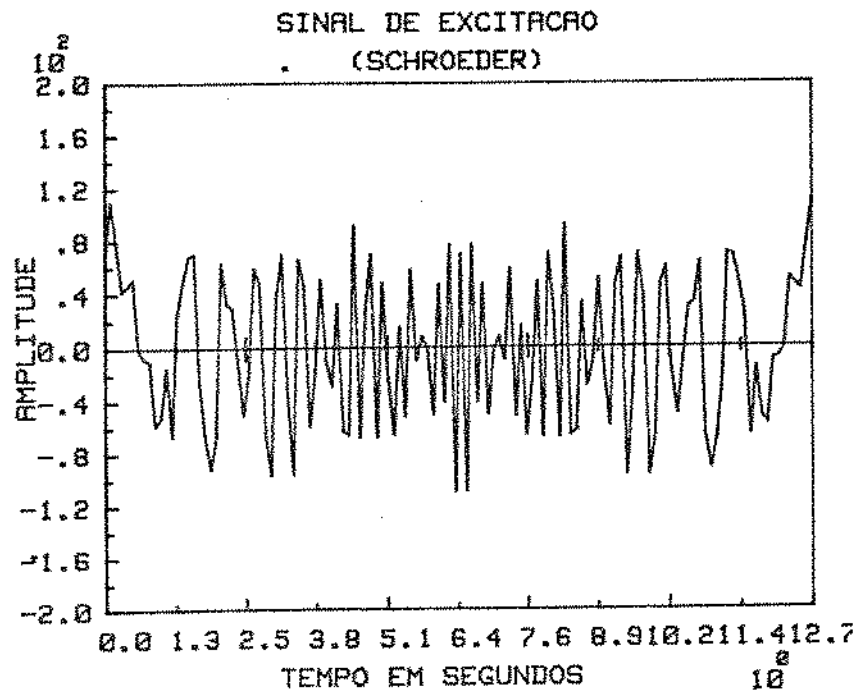


Figura 7.2.4-Sinal de Excitação Gerado no Tempo Via Computador Digital.

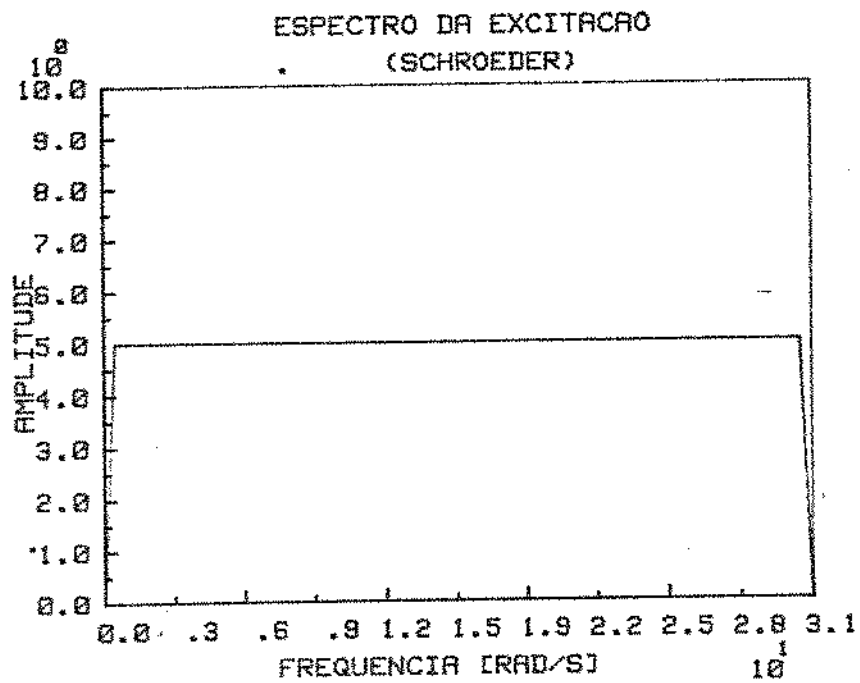


Figura 7.2.5 - Espectro do Sinal de Schroeder Via Computador Digital.

A figura 7.2.6 mostra o espectro do sinal de deslocamento para uma faixa de frequência entre 0 e 31rad/s.

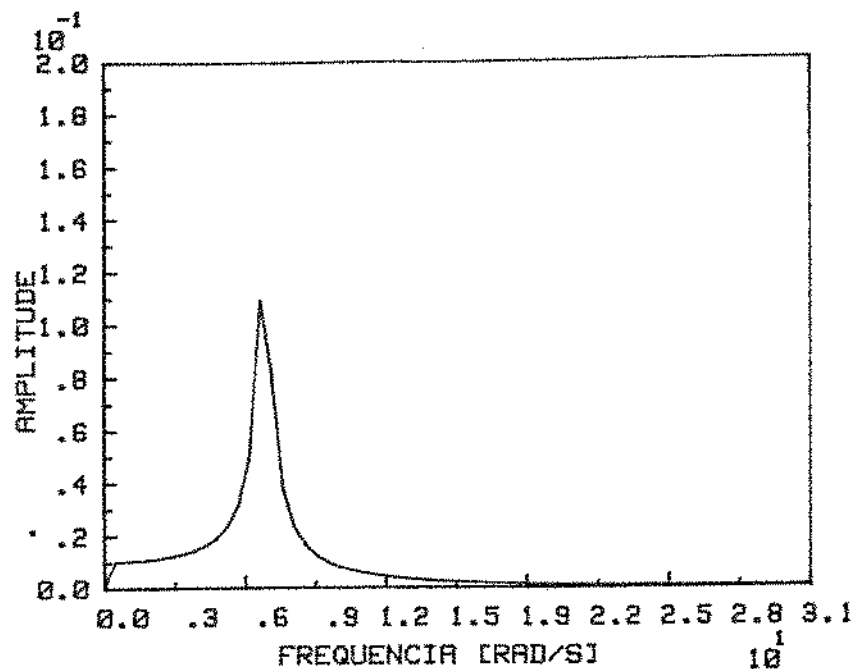


Figura 7.2.6.-Espectro da Resposta

Processado o sinal de excitação e resposta em frequência em termos de suas componentes reais e imaginárias, a estimação dos parâmetros pode ser feita utilizando diretamente a equação (D.6), seguindo o diagrama apresentado na figura 4.2.1 ou resolvendo o sistema de equações lineares em frequência na forma da equação (7.2.2) por métodos de resolução direta tais como Decomposição QR Cholesky etc, (vide apêndice C). Em particular, em todos os resultados obtidos nesta primeira fase, usou-se o método de resolução numérica de sistemas lineares de equação por Cholesky.

As figuras 7.2.7 e 7.2.8. apresentam respectivamente os

valores do coeficiente de rigidez identificados e o erro em porcentagem definido por,

$$\hat{\epsilon} = \frac{(\phi - \hat{\phi})}{\phi} \times 100\% \quad (7.2.3)$$

para 2,8,32,64 e 128 pontos em frequência, considerando o intervalo de tempo de discretização igual a 10^{-1} s.

De forma similar, são apresentados nas figuras 7.2.9. e 7.2.10 os gráficos correspondentes ao amortecimento e o erro calculado.

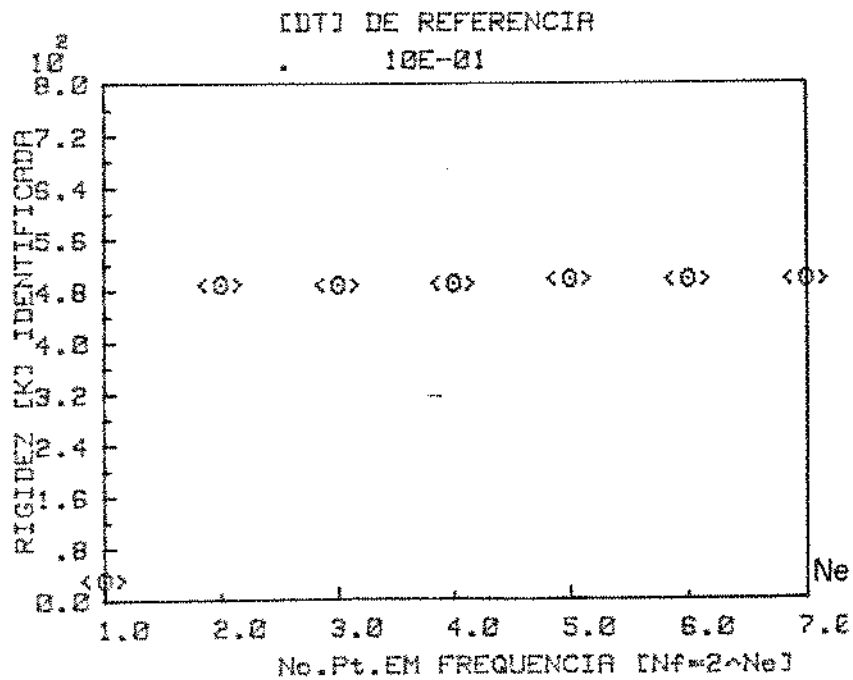


Figura 7.2.7-Valores Estimados da Rigidez em Função do Número de Pontos Utilizados.

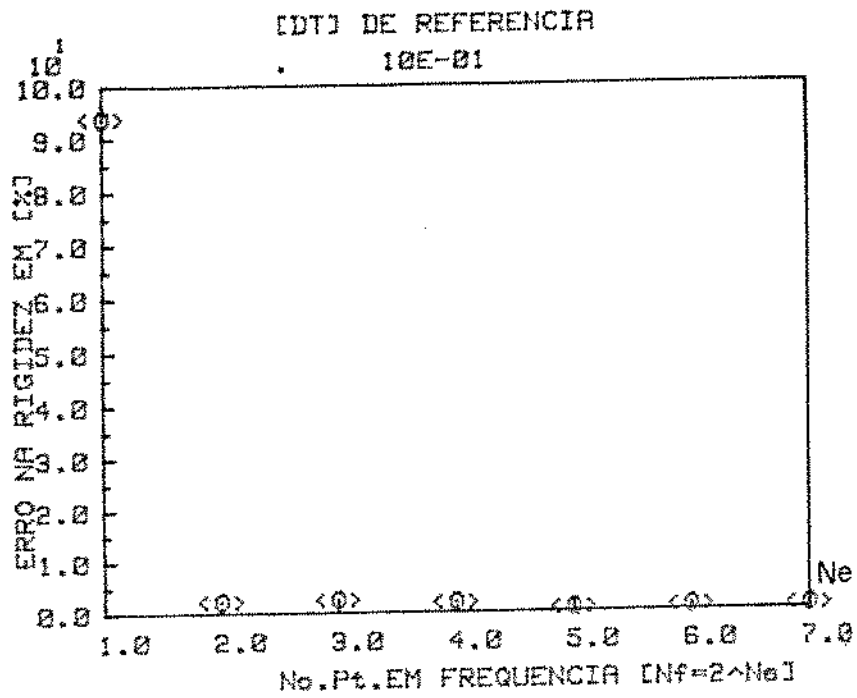


Figura 7.2.8-Erro na Rigidez Estimada em Função do Número de Pontos em Frequência.

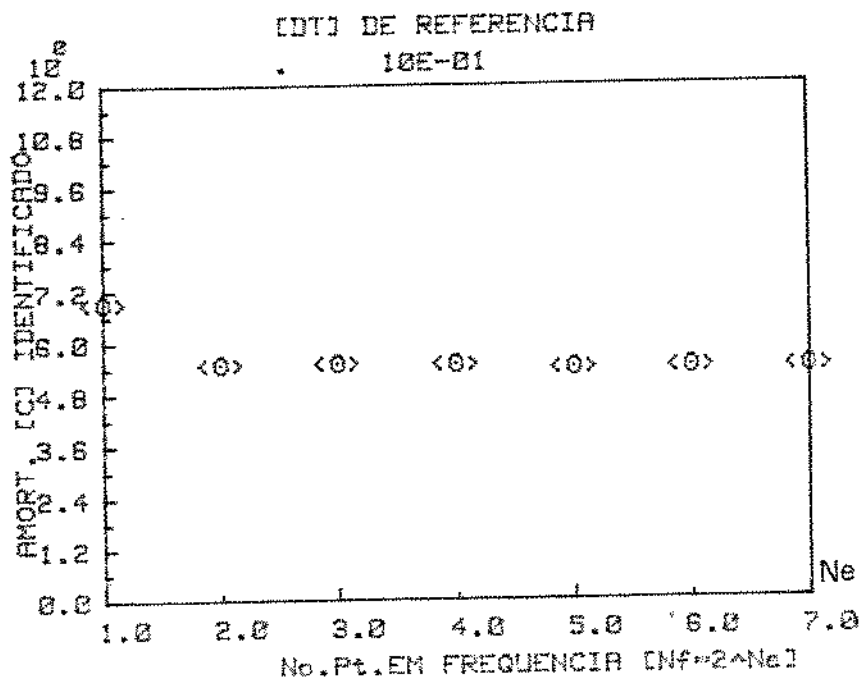


Figura 7.2.9-Valores Estimados no Amortecimento em Função do Número de Pontos Utilizados.

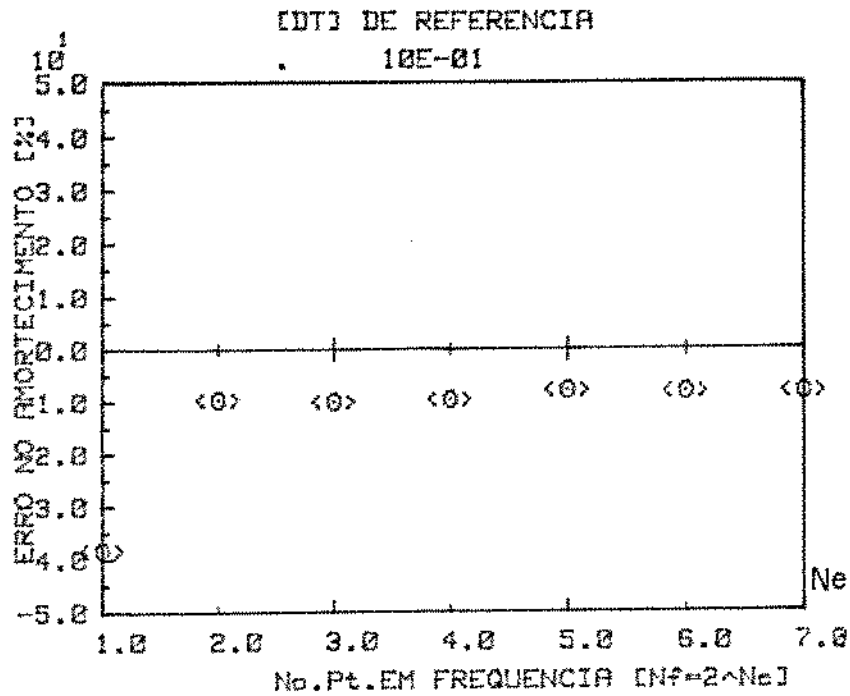


Figura 7.2.10-Erro no Amortecimento em Função do Número de Pontos Utilizados.

Com o intuito de dar uma visão quantitativa dos valores de rigidez e amortecimento identificados em função do número de pontos em frequência (N_f), com $N_f=2$ apresenta-se na tabela 7.2.2 estes valores com seus erros definidos pela equação (7.2.3), afim de se poder interpretar os resultados. O número N_e é sempre tomado no eixo horizontal.

Da tabela 7.2.2 pode-se observar facilmente que o coeficiente de amortecimento apresenta-se em todos os casos com erros superiores ao de rigidez a partir de N_e igual dois. Esta diferença, no entanto, deve-se ao fato da escolha inadequada do intervalo de tempo de discretização

Uma alternativa para minimizar o erro na estimação do

amortecimento, seria no caso, aumentar o número de pontos. Este procedimento não é o mais adequado, como será visto mais adiante.

Observa-se que o melhor resultado da identificação para os parâmetros do sistema em análise está associado a 32 pontos em frequência. Isto deve-se provavelmente à faixa de frequência mais adequada quando se usou o intervalo de tempo discretização de 10^{-1} s.

Tabela 7.2.2-Rigidez e Amortecimento Estimados em Função do Número de Pontos em Frequência para $DT=10^{-1}$ s.

Nr	$\hat{\Phi}_K$	$\hat{\epsilon}_K$ %	$\hat{\Phi}_G$	$\hat{\epsilon}_G$ %	Ne
2	31.1452	93.77	6.9166	-38.33	1
4	489.006	2.189	5.4830	-9.660	2
8	487.906	2.418	5.5013	-10.026	3
16	490.354	1.921	5.4814	-9.628	4
32	496.423	.712	5.3927	-7.854	5
64	495.471	.905	5.4065	-8.131	6
128	495.510	.897	5.4058	-8.116	7

Como se pode observar, dos resultados apresentados até o momento, a escolha do tipo de integrador, erros de truncamento nos processos de resolução numérica, escolha do passo de integração adequado e o número de pontos arbitrariamente adotado, pode não conduzir a uma estimativa consistente.

Embora não seja objetivo do trabalho investigar todos os integradores referenciados anteriormente pode-se, contudo, citar

os métodos de aceleração generalizados de Newmark, e Wilson, que podem introduzir erros de "bias" pela escolha inadequada do intervalo de tempo de discretização.

O de Newmark, mesmo sendo um método de resolução incondicionalmente estável e apresentar concordância entre os valores máximos e mínimos de amplitudes correspondentes da solução numérica em relação a solução exata, pode-se comprovar que existe um erro no período de vibração, e que é função do intervalo de tempo usado.

Do exposto, podemos de certo modo concluir que no método de Newmark é introduzida uma compressão na escala do tempo fictícia no sinal, alterando, deste modo, a frequência ou as frequências naturais do sistema.

No método de Wilson, por razões análogas, é introduzido amortecimento fictício no sistema, conduzindo ao mesmo problema do método de Newmark, e mais o fato de um achatamento nos picos de amplitude máxima do sinal no domínio da frequência.

Como vemos, estes erros pode constituir problemas cruciais na estimação de parâmetros de sistemas, sendo os valores identificados, em consequência "biasados".

Uma alternativa para se verificar a formulação matemática para o processo de identificação é simular o sistema diretamente em frequência, o que será feito na quarta fase. Desta forma, os vetores solução ficam menos comprometidos devido aos erros inerentes aos processos de solução numérica.

Do exposto, o próximo passo em se tratando de simular o sistema no tempo é a busca de um intervalo de tempo de

discretização "ótimo" aplicado ao integrador de Runge-Kutta de quarta ordem, que minimize os erros de "bias" introduzidos nos resultados obtidos anteriormente.

Para tal propósito, procura-se definir o intervalo de tempo de discretização como função dos parâmetros intrínsecos do sistema como segue.

Primeiro definimos o período das vibrações livres do sistema mecânico na forma,

$$T = \frac{2 \pi}{\omega_n} \quad (7.2.4)$$

onde ω_n é a frequência natural do sistema. Definindo agora $T_1 = T N \pi$ com $N \pi > 0$, ficamos com,

$$T_1 = \frac{2 \pi}{\omega_n} N \pi \quad (7.2.5)$$

Definindo agora T_1 por $N \Delta t_1$, onde Δt_1 é um novo intervalo de tempo de discretização a depender dos valores assumidos por $N \pi$ tem-se que,

$$\Delta t_1 = \frac{2 \pi}{N \omega_n} N \pi \quad (7.2.6)$$

Assumindo que a frequência fundamental do vetor força de

excitação esteja relacionada com (7.2.6), tem-se,

$$\omega_o = \frac{2 \pi}{N Dt_1} \quad (7.2.7)$$

A equação (7.2.6) em (7.2.7) conduz a,

$$\omega_o = \frac{\omega_n}{N \pi i} \quad (7.2.8)$$

Assim, a escolha do passo de integração e as frequências de excitação dependem das vibrações livres do sistema.

De fato, nas equações (7.2.6) e (7.2.8) existe uma dependência na escolha adequada do intervalo de tempo de discretização e a faixa de frequência a ser adotada para o processo de identificação, uma vez que Dt_1 e ω_o são funções de $N \pi i$.

Definindo a faixa de frequência por $N \omega_o$ tem-se ,

$$\omega_K = \omega_n \frac{K}{N \pi i} \quad K = 1, 2, \dots, N \quad (7.2.9)$$

Assim, para um número fixo de pontos em frequência, pode-se observar que uma variação em $N \pi i$ conduzirá a um deslocamento relativo no pico de amplitude máxima do espectro. A figura 7.2.11 mostra de forma esquemática este efeito.

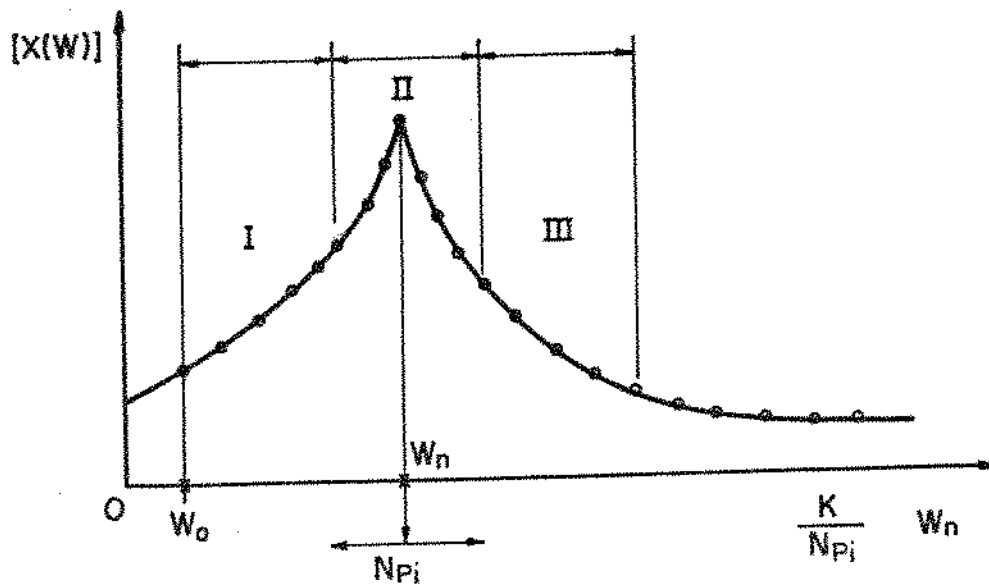


Figura 7.2.11-Deslocamento do Pico de Amplitude Máximo do Espectro como Função de N_{pi} .

A escolha do intervalo de tempo de discretização para identificar parâmetros de sistemas mecânicos não é uma tarefa fácil e, torna-se tediosa na prática quando não se tem um critério bem definido de busca.

O critério para a obtenção do intervalo de tempo de discretização aqui discutido é aplicado ao mesmo sistema de um grau de liberdade já tratado anteriormente, como forma de estabelecer um parâmetro de comparação. O mesmo critério, será posteriormente aplicado ao sistema dinâmico constituído pelo mancal.

A tabela 7.2.3 mostra os resultados obtidos da identificação para cinco valores de N_{pi} , adotando-se inicialmente

para N_{pi} um valor igual a 14.

Tabela 7.2.3-Tabela para Localização do Intervalo de Tempo de Discretização "ótimo" na Identificação de Parâmetros no Domínio da Frequência ($N_f = 128$).

$\hat{\phi}_k$	$\hat{\epsilon}_k$	$\hat{\phi}_a$	$\hat{\epsilon}_a$	N_{pi}	DT
498.66099	.2678	5.06255	-1.2510	14	4.859403221362E-02
498.80034	.2339	5.05351	-1.0790	13	4.51230298407 E-02
499.98935	.0021	5.00041	.00839	1	3.43100229544 E-03
499.98935	.0021	5.00041	-.00839	1.1	3.47100226073 E-03
499.89977	.02005	5.00118	-.02379	.99	3.85666917859 E-03

Como pode-se observar na tabela 7.2.3, existe uma forte tendência em diminuir o erro na identificação dos parâmetros na medida em que N_{pi} vai diminuindo. O erro é minimizado no intervalo de variação entre 1 e 1.1111... . Conduzindo, portanto, aos melhores resultados da estimação. Cabe destacar que todos os valores dos coeficientes estimados na tabela 7.2.3 se apresentam melhores do que aqueles da tabela 7.2.2 .

Do exposto, a condição "ótima" para uma melhor estimação dos parâmetros, seria obtida com N_{pi} assumindo valores na faixa $1 < N_{pi} < 1.111...$.

Observando a tabela 7.2.3, pode-se notar que os erros para o coeficiente de rigidez estimado são bem inferiores aos erros para o amortecimento. Desta forma, fica bem colocada a maior sensibilidade do amortecimento em relação a variação tanto na

escolha do número de pontos em frequência como do intervalo de tempo de discretização dos sinais de deslocamento e da força de excitação.

Um outro procedimento para tentar ainda otimizar a identificação dos parâmetros consistiria em melhorar a resolução em frequência dos sinais de deslocamento e força de excitação no tempo, tomando como base o mesmo número de pontos já adotados anteriormente, mas agora fazendo interpolações (lineares, spline ou cúbica ou interpolador de Newton [81]).

No caso da interpolação linear, aqui adotada, o processo consiste em tomar entre dois valores consecutivos gerados no vetor de entrada para um dado intervalo de tempo de discretização, valores intermediários. Deste modo, novos valores dos vetores força de excitação e de deslocamento são gerados a intervalos de tempo de discretização menores.

A tabela 7.2.4 mostra alguns resultados da identificação adotando este processo, para $N_{pi}=1.111111$ com 64 pontos em frequência e tomando respectivamente dois e três pontos intermediários.

De forma similar, procurou-se efetuar novamente o processo tomando 32 pontos em frequência, considerando quatro pontos intermediários por questão de limitação que é o máximo que podia ser tomado de memória do sistema computacional utilizado.

A idéia em adotar este procedimento é refinar a solução numérica ponto a ponto e com isto eliminar o efeito "bias" devido, principalmente, da escolha adequada do intervalo de tempo de discretização e erros de truncamento no processo de resolução.

Como observação adicional, os pontos intermediários não foram utilizados no processo de identificação.

Tabela 7.2.4- Refinamento dos Coeficientes Identificados em Frequência em Função do Nº de Pontos Intermediários no Processo de Resolução Numérica (N_r = 64).

$\hat{\Phi}_K$	$\hat{\epsilon}_K$	$\hat{\Phi}_C$	$\hat{\epsilon}_C$	N _{pi}	INT	DT
499.97772	.00455	5.000004	.00817	1.111111	2	7.7094...E-03
500.03402	-.0068	5.000020	-.0005		3	7.7113...E-03
500.05525	-.0110	5.001480	-.0297		4	1.0154...E-03

Obs: Os pontos intermediários na tabela 7.2.4 não são usados no processo de identificação.

Analisando a tabela 7.2.4, podemos detectar facilmente que o melhor resultado obtido na identificação dos parâmetros de rigidez e amortecimento aparece para valores de N_r = 64 e INT = 3 e neste caso, o intervalo de tempo de discretização "ótimo" assumiria o valor de 7.7113337663E-03.

Cabe destacar que a utilização do critério de escolha do intervalo de tempo de discretização aqui apresentado, somado ao fato de se utilizarem sinais de excitação determinísticos, explicam a estimação precisa de parâmetros com uma quantidade de pontos significativamente menor do que é geralmente apresentado na literatura [82,83,84,85]. Os resultados apresentados aqui só foram possíveis a partir do momento em que se estabeleceu um critério de busca para se determinar um intervalo de tempo de

discretização "ótimo".

Um fato de particular importância que surge na interpretação dos resultados apresentados na tabela 7.2.4, é o fato do erro para o coeficiente de amortecimento identificado ser em alguns casos menor do que aquele calculado para o coeficiente de rigidez. Este fato deve-se, provavelmente, ao tipo de refinamento adotado e a uma maior resolução no espectro do sinal no interior da faixa II (vide figura 7.2.11) e em particular, ao sinal de excitação adotado, conduzindo ao melhor resultado para o coeficiente de amortecimento identificado.

Uma forma de visualizar estes efeitos é levantar curvas de sensibilidades para os coeficientes de rigidez e amortecimento e eventualmente a massa a ser estimada, na forma [86],

$$S_j = \frac{\partial F(\phi, \omega)}{\partial \phi_j} \quad , \quad j=1, \dots, K \quad (7.2.10)$$

onde ϕ é o vetor dos parâmetros com K elementos, $F(\phi, \omega)$ é qualquer função dinâmica no domínio da frequência ou no tempo e ω é a frequência do vetor de excitação em rad/s. Contudo, estes coeficientes de sensibilidade podem ser normalizados para permitir comparações entre diferentes parâmetros e diferentes funções algébricas [86] na forma,

$$S_j^N = \frac{\phi_j}{F(\phi, \omega)} \frac{\partial F(\phi, \omega)}{\partial \phi_j} \quad (7.2.11)$$

As equações necessárias para o cálculo das funções dos coeficientes de sensibilidade para os parâmetros de rigidez e amortecimento considerando a equação (7.2.2) são dadas por,

$$S_{\hat{K}}^N = \frac{\partial \hat{X}(\hat{K}, \omega)}{\partial \hat{K}} \frac{\hat{K}}{\hat{X}(\hat{K}, \omega)} \quad (7.2.12)$$

$$S_{\hat{C}}^N = \frac{\partial \hat{X}(\hat{C}, \omega)}{\partial \hat{C}} \frac{\hat{C}}{\hat{X}(\hat{C}, \omega)} \quad (7.2.13)$$

onde $\hat{X}(\phi, \omega)$ é a resposta dinâmica no domínio da frequência.

As equações finais, calculadas convenientemente para os coeficientes de sensibilidade fornecem em módulo,

$$S_{\hat{K}}^N(\hat{K}, \omega) = \frac{a_1}{[a_2^2 + a_3^2]^{1/2}} \quad (7.2.14)$$

$$S_{\hat{C}}^N(\hat{C}, \omega) = \frac{a_3}{[a_2^2 + a_3^2]^{1/2}} \quad (7.2.15)$$

onde os valores dos parâmetros a_1 , a_2 e a_3 que são funções dos parâmetros intrínsecos do sistema são dados por,

$$a_1 = \hat{K} \quad (7.2.16)$$

$$a_2 = \hat{K} - M n^2 \omega_o^2 \quad (7.2.17)$$

$$a_3 = n \omega_o \hat{C} \quad (7.2.18)$$

Variando, portanto, com a frequência do vetor força de excitação.

As figuras 7.2.12 e 7.2.13 mostram respectivamente a evolução dos valores dos coeficientes de sensibilidade normalizados para os parâmetros de rigidez e amortecimento em função da frequência .

Observando as figuras 7.2.13(b) e (c), nota-se que os valores dos coeficientes de sensibilidade calculados em torno da frequência de ressonância, assumem valores superiores se comparados com os da figura 7.2.12 (b) e (c).

Comparando os resultados de referência da tabela 7.2.2 para $N_f = 128$ com os resultados da tabela 7.2.3 para $N_{pi} = 14$, pode-se verificar que o coeficiente de sensibilidade mais elevado corresponde a um erro menor nos coeficientes identificados e portanto, maior redução no efeito de " bias " introduzidos nos processos de resolução numérica. Deste modo, pode-se concluir quanto maior forem os valores calculados para os coeficientes de sensibilidade tanto melhor será a identificação dos parâmetros, sendo em consequência os coeficientes estimados não " biasados ".

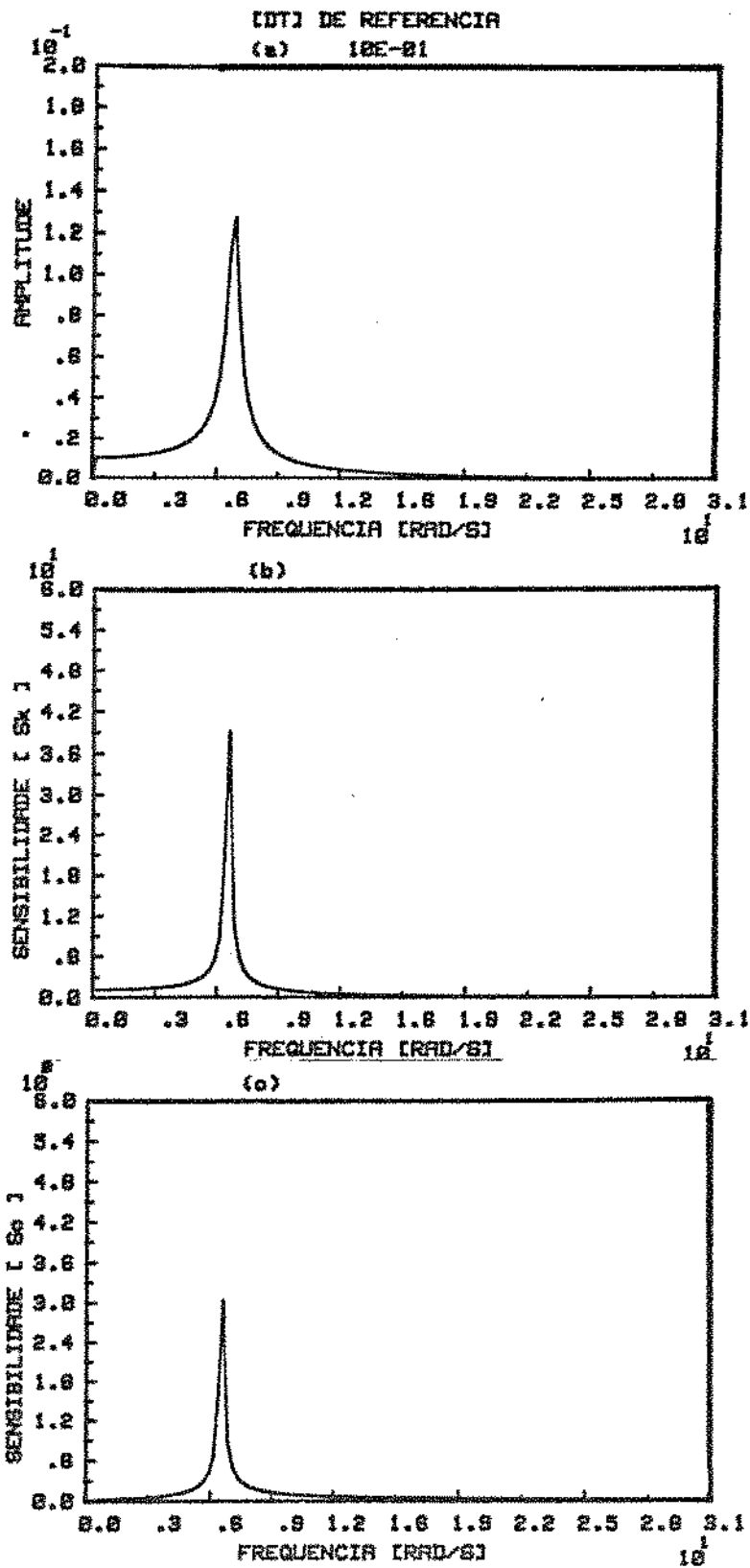


Figura 7.2.12-Gráficos de (a) Resposta em Frequencia , (b) e (c) Coeficientes de Sensibilidade para os Dados da Tabela 7.2.2 com Nr = 128.

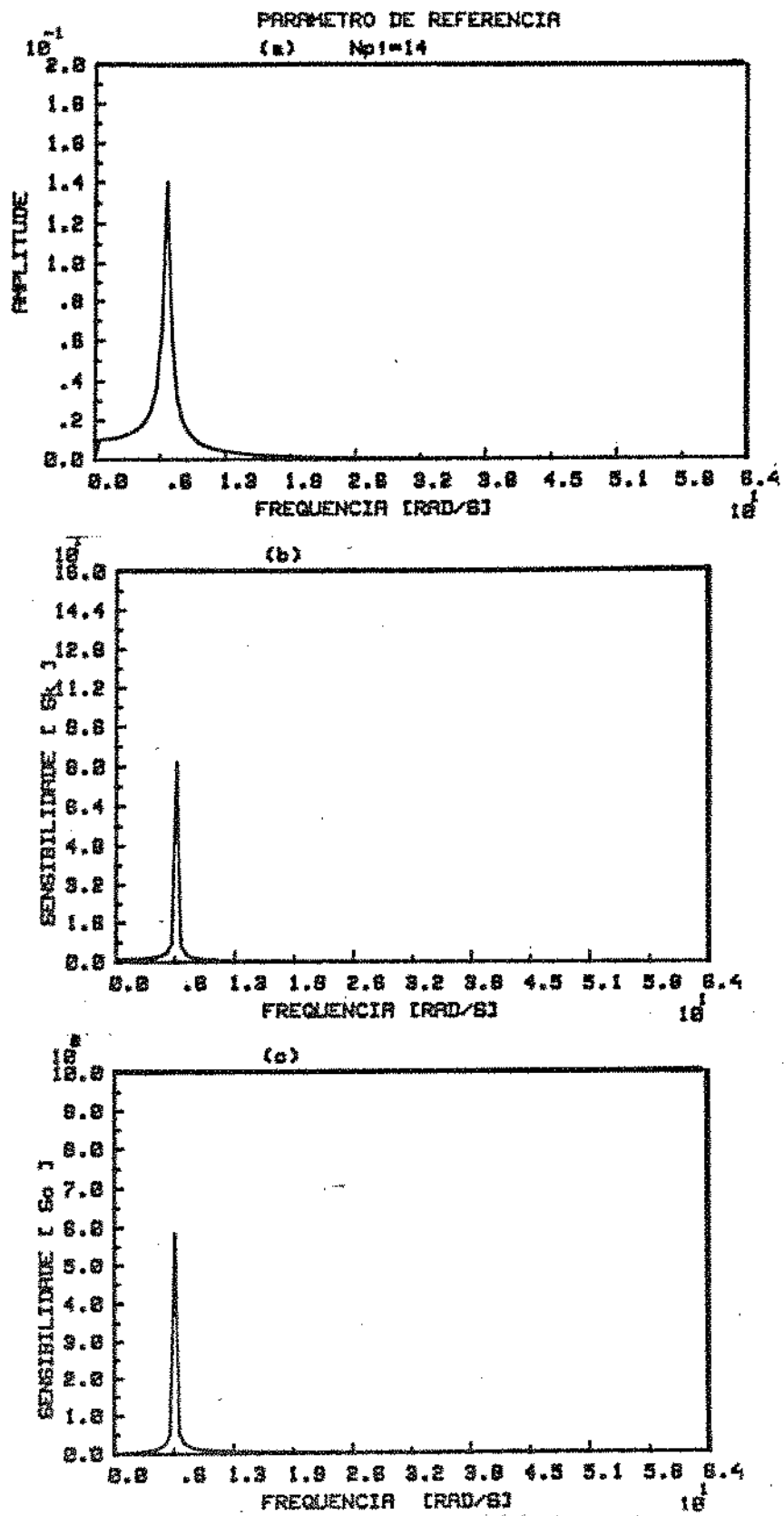


Figura 7.2.13-Gráficos de (a) Resposta em Frequência, (b) e (c) Coeficientes de Sensibilidade para os Dados da Tabela 7.2.3 com $N_f = 128$.

Deste modo, procuramos aplicar a experiência adquirida com os resultados obtidos da identificação de parâmetros de sistemas mecânicos de um grau de liberdade, ao caso do sistema mecânico constituído pelo mancal hidrodinâmico representado pelas equações (3.4.5) e (3.4.6).

Apresentou-se nesta primeira fase o problema de identificação de parâmetros de sistemas mecânicos de um grau de liberdade no domínio da frequência usando a formulação matemática para o processo de identificação desenvolvida no capítulo 4, sendo o sistema simulado no tempo com o espectro do vetor de resposta em deslocamento e o vetor força de excitação utilizados no processo de identificação.

Mostrou-se que é muito importante se estabelecer critérios de análise para simular corretamente o sistema no tempo, para a obtenção de sinais de resposta em deslocamento.

Neste contexto, foi desenvolvido um critério para se obter o intervalo de tempo de discretização "ÓTIMO" para simulação usando o método de solução numérica por Runge-Kutta de quarta ordem. Desenvolveu-se também as equações necessárias para o cálculo dos coeficientes de sensibilidade para o sistema de um grau de liberdade.

7.3-IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMA MECÂNICO NO DOMÍNIO DO TEMPO.

Neste item procura-se apresentar resultados de identificação de parâmetros no domínio do tempo usando a formulação matemática desenvolvida no capítulo 3 , aplicando-a ao caso particular do mancal hidrodinâmico onde se considera os coeficientes cruzados de rigidez e amortecimento viscoso do filme de óleo iguais a zero , isto é , $K_{xy} = K_{yx} = 0$ e $C_{xy} = C_{yx} = 0$.

Processa-se inicialmente o problema de identificação no tempo , considerando os parâmetros de referência adotados na tabela 7.2.1. O objetivo desta análise é estabelecer a eficiência comparativa dos métodos de identificação no tempo e em frequência utilizados sendo que, para a verificação matemática no tempo usa-se os mesmos critérios de análise utilizados no domínio da frequência. Esta colocação torna-se importante na medida em que os erros de " bias " que apareceram na identificação em frequência foram de certo modo devidos à escolha inadequada do intervalo de tempo de discretização dos sinais , número de pontos adotados e erros de truncamento nos processos de resolução numérica.

Assim, procura-se investigar estes efeitos e suas influências nos coeficientes identificados usando a formulação matemática para o processo de identificação no domínio do tempo. Para tanto, toma-se como referência os resultados da identificação em frequência apresentados na tabela 7.2.3 considerando os mesmos dados de entrada para N_f , N_{pi} , e DT .

Desta forma, pode-se verificar nesta análise em qual um dos dois métodos de identificação, se no tempo ou frequência, os

coeficientes identificados são mais sensíveis a estes efeitos.

O objetivo desta análise prévia é poder trabalhar de forma mais consistente no problema de identificação de parâmetros de sistemas maiores, como por exemplo, sistemas mecânicos rotativos tendo como suportes mancais.

7.3.1-FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO PARA SISTEMAS DE UM GRAU DE LIBERDADE.

No capítulo 3 foi desenvolvida a formulação matemática para o processo de identificação no domínio do tempo para o sistema constituído pelo mancal hidrodinâmico e apresentou-se um caso particular desta formulação quando se considerou os coeficientes cruzados de rigidez e amortecimento do filme de óleo iguais a zero.

Com esta hipótese, foi possível desacoplar o sistema de equações diferenciais em dois, conduzindo portanto, ao problema de identificação no domínio do tempo de sistemas de um grau de liberdade .

Objetivando não aplicar diretamente o estimador dos mínimos quadrados (vetor solução de (3.5.9)), por razões que são colocadas no apêndice C, procura-se desacoplar os dois sistemas de equações (3.4.5) e (3.4.6) em quatro sistemas de equações dadas por (7.3.1.1), (7.3.1.2), (7.3.1.3) e (7.3.1.4) de forma a se poder aplicar os métodos de resolução direta de sistemas de equações lineares tais como Cholesky, Decomposição QR, e assim, comparar convenientemente os resultados da identificação no tempo com aqueles da tabela 7.2.3, uma vez que os resultados desta tabela foram obtidos pelo método de resolução por Cholesky.

Deste modo, aquelas equações assumem a forma,

$$\begin{Bmatrix} X_1(2) \\ \vdots \\ X_1(K+1) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1(1) & X_2(1) & f_x(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_1(K) & X_2(K) & f_x(K) \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 1 \\ T \Omega \beta \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7.3.1.1)$$

$$\begin{Bmatrix} X_1(2) \\ \vdots \\ X_1(K+1) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1(1) & X_2(1) & f_x(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_1(K) & X_2(K) & f_x(K) \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} * \\ -K_{xx} T \Omega \beta \\ (1 - C_{xx} T \Omega \beta) \\ T \Omega \beta \end{Bmatrix} \quad (7.3.1.2)$$

$$\begin{Bmatrix} X_3(2) \\ \vdots \\ X_3(K+1) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X_3(1) & X_4(1) & f_y(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_3(K) & X_4(K) & f_y(K) \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 1 \\ T \Omega \beta \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7.3.1.3)$$

$$\begin{Bmatrix} X_3(2) \\ \vdots \\ X_3(K+1) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X_3(1) & X_4(1) & f_y(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_3(K) & X_4(K) & f_y(K) \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} * \\ -K_{yy} T \Omega \beta \\ (1 - C_{yy} T \Omega \beta) \\ T \Omega \beta \end{Bmatrix} \quad (7.3.1.4)$$

Os parâmetros de β , T e Ω são respectivamente, parâmetro de carregamento adimensional, intervalo de tempo de discretização e velocidade angular de rotação do eixo em rad/s, $[X_1, X_2]^t$ e $[X_3, X_4]^t$ são vetores de estado nas direções X e Y

respectivamente, β é definido em (3.3.15) e f_x e f_y são os vetores força de excitação.

Observando as equações (7.3.1.1) a (7.3.1.4) é possível, além de se estimar os parâmetros de rigidez e amortecimento do sistema, identificar também, o intervalo de tempo de discretização e as constantes 0 e 1 .

Com os parâmetros 1 , 0 e T estimados a partir das equações (7.3.1.1) e (7.3.1.2) pode-se ter uma idéia a priori de como os parâmetros de rigidez e amortecimento são identificados.

A fim de simplificar o problema para posterior comparação com os resultados apresentados nas tabelas (7.2.2) e (7.2.4), considera-se $\Omega = 1$ e $\beta = 1/M$ conduzindo portanto, ao caso da formulação matemática para o processo de identificação de parâmetros no domínio do tempo para o sistema de um grau de liberdade. Os parâmetros de rigidez, massa e amortecimento, bem como, o intervalo de tempo de discretização e a amplitude do vetor força de excitação são dados na tabela 7.2.1.

As figuras (7.3.1.1), (7.3.1.2), (7.3.1.3), (7.3.1.4) e (7.3.1.5) mostram o comportamento dos parâmetros 1 , T , 0 , rigidez e amortecimento identificados tomando $DT = 10^{-4}$ s com o intervalo de tempo de discretização fixo (referência) e variando o número de pontos no tempo. O número N_e , potência de 2 do número de pontos (N_0) é sempre tomado no eixo horizontal para facilitar a forma gráfica dos resultados.

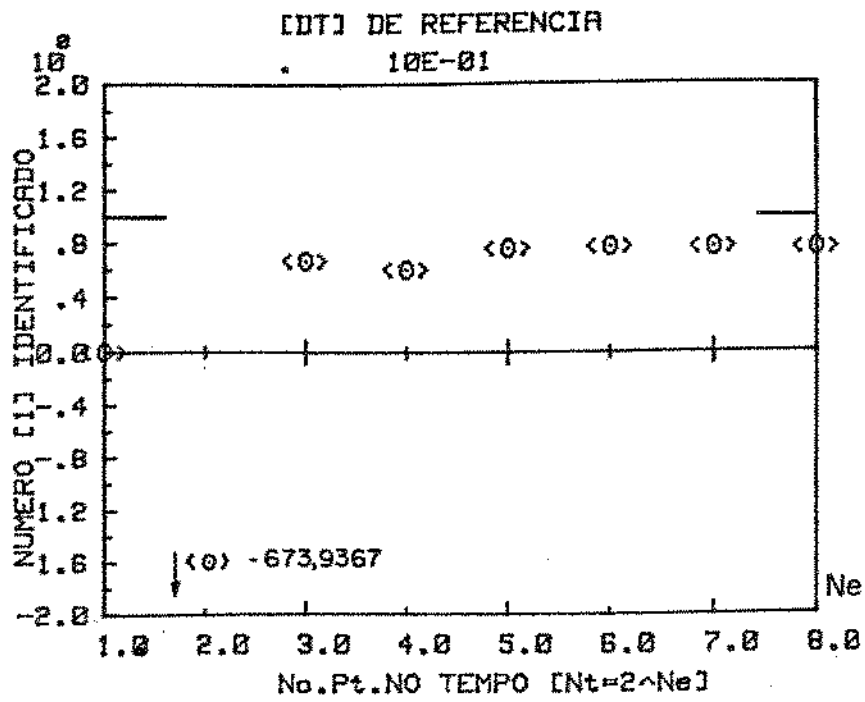


Figura 7.3.1.1-Valor Estimado para a Constante 1 em Função do Número de Pontos no Tempo.

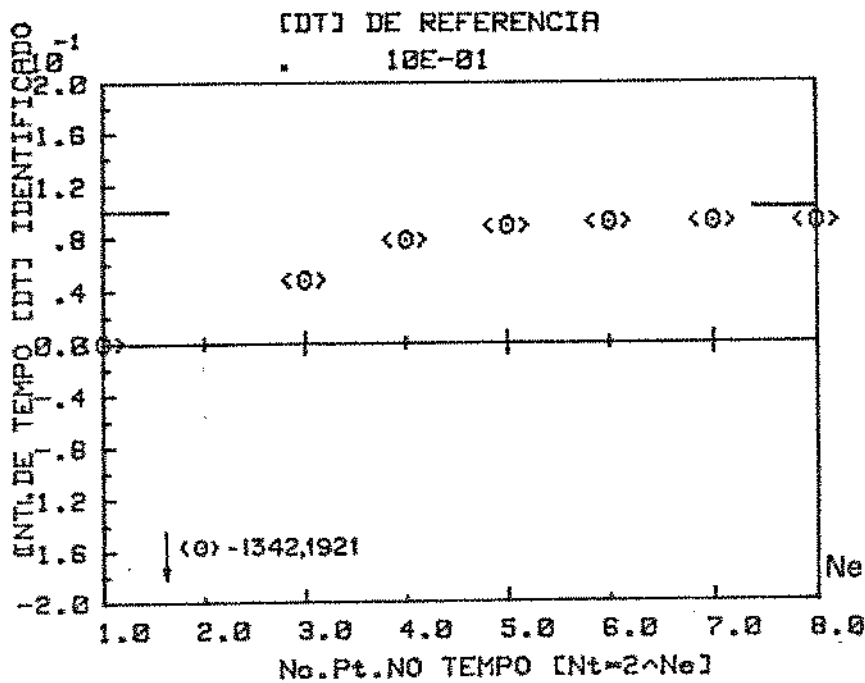


Figura 7.3.1.2-Intervalo de Tempo de Discretização Identificado em Função do Número de Pontos no Tempo.

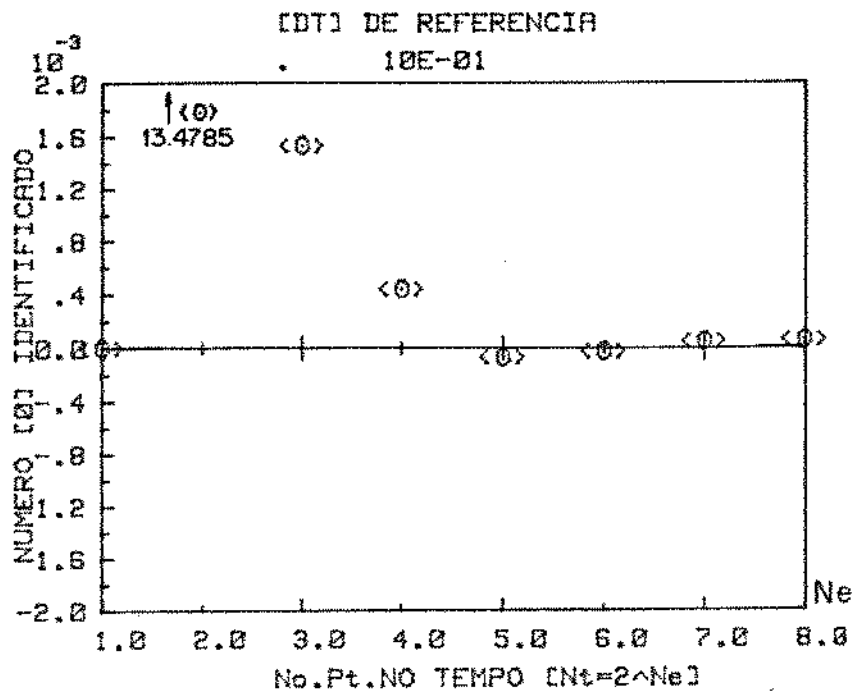


Figura 7.3.1.3-Constante Zero Identificada em Função do Número de Pontos no Tempo.

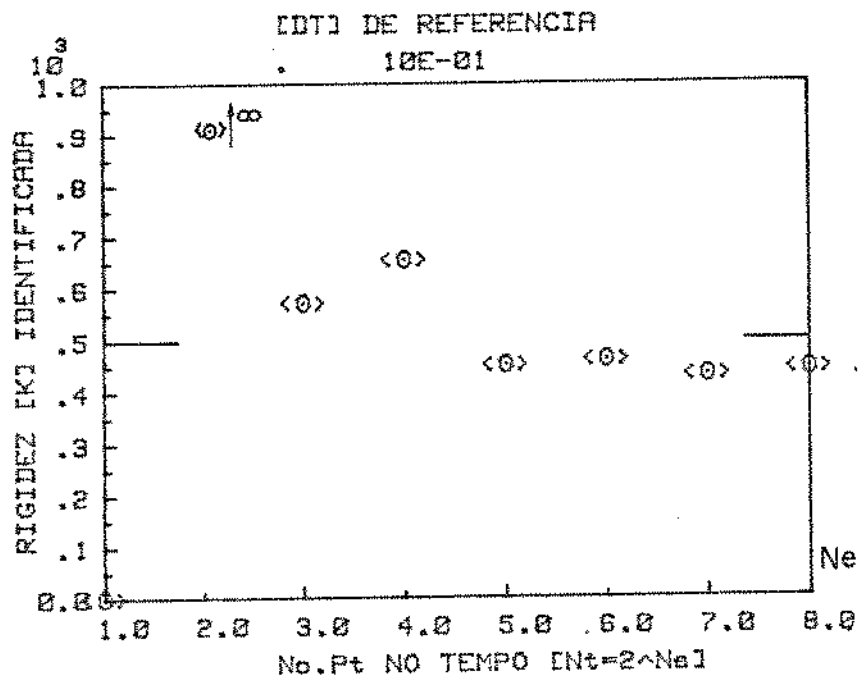


Figura 7.3.1.4-Rigidez Identificada em Função do Número de Pontos no Tempo.

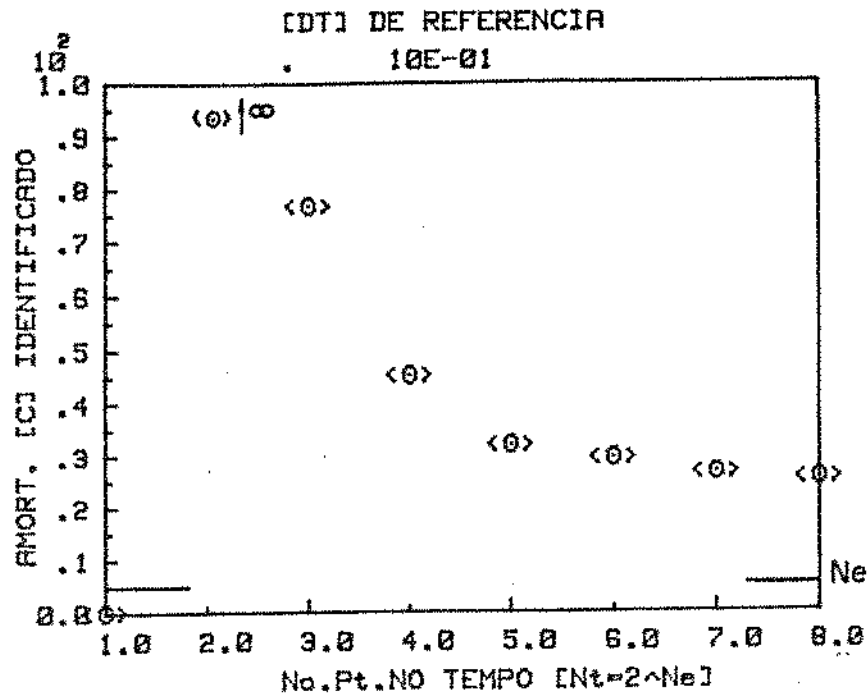


Figura 7.3.1.5-Amortecimento Identificado em Função do Número de Pontos no Tempo.

Das figuras (7.3.1.1) a (7.3.1.5) observa-se que existe uma dispersão relativamente grande para todos os coeficientes, embora tolerável, se levarmos em consideração a pequena quantidade de pontos adotados no tempo. A exceção do amortecimento, que apresenta erros inaceitáveis, mostrando-se altamente "biasados" para o intervalo de tempo e o número de pontos adotados.

Para melhor interpretar os resultados, apresenta-se na tabela 7.3.1.1 todos os parâmetros identificados a partir da formulação matemática no domínio do tempo, dadas pelas equações (7.3.1.1) e (7.3.1.2).

Comparando a tabela 7.3.1.1 com os parâmetros identificados no domínio do tempo com os da tabela 7.2.3 identificados no

domínio da frequência , notamos que os erros nos coeficientes de amortecimento, rigidez usando a formulação no tempo são bem superiores aqueles da tabela 7.3.2 usando-se a formulação em frequência.

Embora haja uma tendência em se minimizar esta diferença aumentando-se o número de pontos, provavelmente ela esteja mais ligada à própria formulação para o processo de identificação no tempo quando da discretização da equação de estado (vide apêndice B), onde se considera o intervalo de tempo de discretização da série, equação (B.16) suficientemente pequeno.

Duas alternativas para aproximar os resultados da identificação usando a formulação no tempo em relação aos resultados obtidos em frequência. Primeiramente, pode-se tomar um maior número de termos da série. A outra, consiste em usar o critério discutido anteriormente, variando N_{pi} e assim, mapear intervalos de tempo cada vez menores de forma a se obter um intervalo de tempo de discretização " ótimo ".

Tabela 7.3.1.1-Coeficiente de Rigidez, Amortecimento, Constantes Zero, 1, e o Intervalo de Tempo de Discretização Identificados no Tempo com Variação do Número de Pontos.

Nt	$\hat{\Phi}(1)$	$\hat{\epsilon}(1)\%$	$\hat{\Phi}(T)$	$\hat{\epsilon}(T)\%$	$\hat{\Phi}(0)$
4	-673.9367	∞	- 1342.1921	∞	13.4285
8	.66922	33.0774	4.780E-02	52.1911	1.535E-3
16	.60709	39.2909	7.814E-02	21.8571	4.407E-4
32	.76288	23.7113	8.873E-02	11.2680	-6.58E-5
64	.77230	22.7624	9.159E-02	8.4000	-2.12E-5
128	.76730	23.2614	9.191E-05	8.0820	5.102E-5
256	.75930	24.0680	9.137E-05	8.6290	6.137E-5

continuação da tabela (7.3.1.1)

Nt	$\hat{\epsilon}(0)\%$	$\hat{\Phi}_K$	$\hat{\epsilon}_K\%$	$\hat{\Phi}_C$	$\hat{\epsilon}_C\%$
4	- ∞	∞	∞	∞	∞
8	-	572.7676	-14.5335	76.7906	- ∞
16	-	665.7031	-31.1406	45.2084	- ∞
32	-	453.3694	9.3261	32.1157	- ∞
64	-	463.4857	7.3008	29.6564	-493.1291
128	-	432.6271	23.2614	26.7459	-434.9184
256	-	444.5072	11.0988	25.5399	-410.794

Obs: Tabela para comparar com a tabela 7.2.3..

As figuras 7.3.1.6, 7.3.1.7, 7.3.1.8 e 7.3.1.9, 7.3.1.10 apresentam, de forma similar, o comportamento dos cinco coeficientes identificados para 256 pontos no tempo, mas tomando, agora, uma maior faixa de variação para N_{pi} (Tabela 7.2.3). Por estas figuras, pode-se observar uma redução brusca para todos os coeficientes em torno dos valores teóricos com os erros tendendo a zero.

Para comparar os resultados com os da tabela 7.2.3, apresenta-se também na tabela 7.3.1.2 estes resultados com N_{pi} assumindo os valores 14, 13, 7, 6, 5, 4, 3, 2, e 1. Deste modo, para um número fixo de pontos no tempo, o intervalo de tempo de discretização equação (7.2.7) diminui na proporção em que N_{pi} assume valores cada vez menores.

Os valores teóricos do intervalo de tempo de discretização calculados pela equação (7.2.7) e os identificados para um dado valor de N_{pi} são dados na tabela 7.3.1.2 com os seus respectivos erros em porcentagem.

Como pode-se observar por esta tabela, todos os coeficientes identificados apresentam bons resultados se comparados com os da tabela 7.2.3, com exceção do amortecimento, que apresenta uma alta sensibilidade a pequenas variações no intervalo de tempo de discretização. No entanto, uma melhor estimativa para o amortecimento pode ser obtido pesquisando valores de N_{pi} entre (4 e 5), dado que, seus erros relativos apresentaram-se em torno de -5.8111 % e 16.686 % respectivamente. Mesmo assim, considerados excelentes se considerado o pequeno número de pontos adotados no tempo.

A outra colocação para explicar os bons resultados de identificação no domínio do tempo apresentados na tabela 7.3.1.2 usando um número de pontos relativamente pequeno, é que o vetor de excitação utilizado (vide capítulo 6) apresenta as vantagens de ser periódico e apresentar função de autocorrelação aproximadamente constante igual a zero e densidade spectral de potência constante na faixa de frequência utilizada.

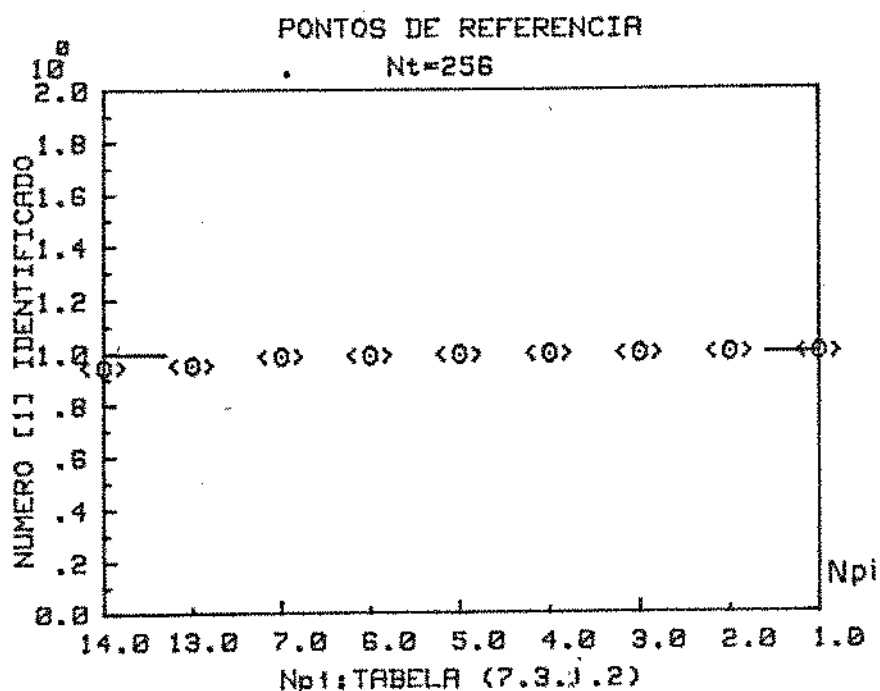


Figura 7.3.1.6-Constante 1 Identificada em Função de Npi.

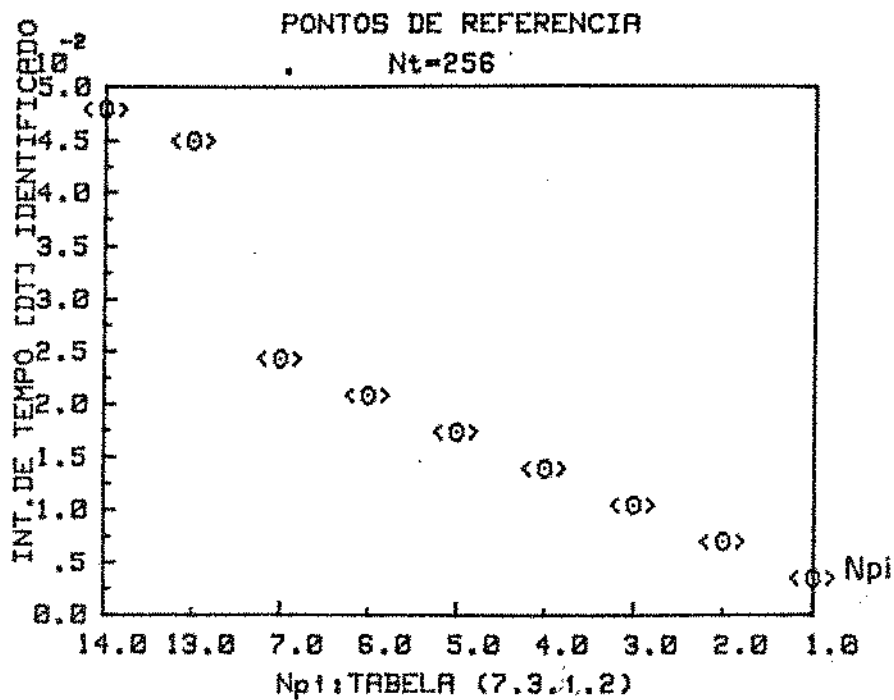


Figura 7.3.1.7-Intervalo de Tempo de Discretização Identificado em Função de Npi.

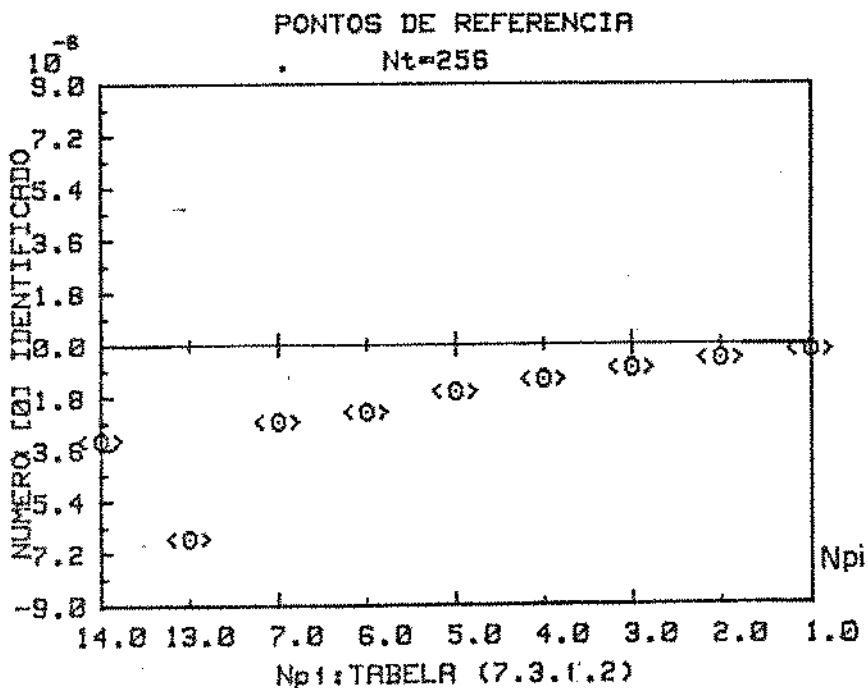


Figura 7.3.1.8-Constante Zero Identificada em Função de Npi

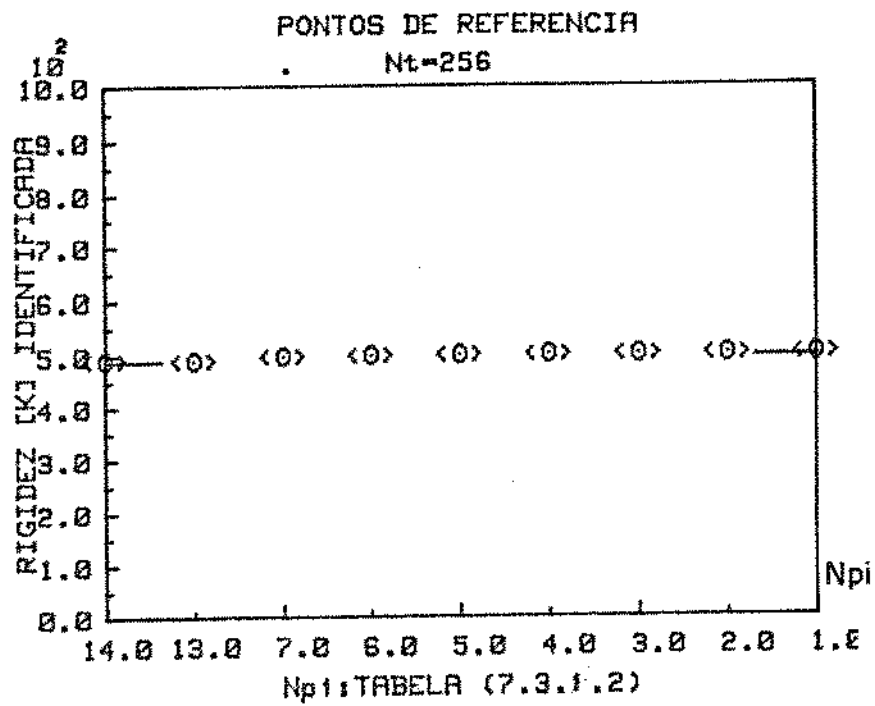


Figura 7.3.1.9-Rigidez Identificada em Função de Npi

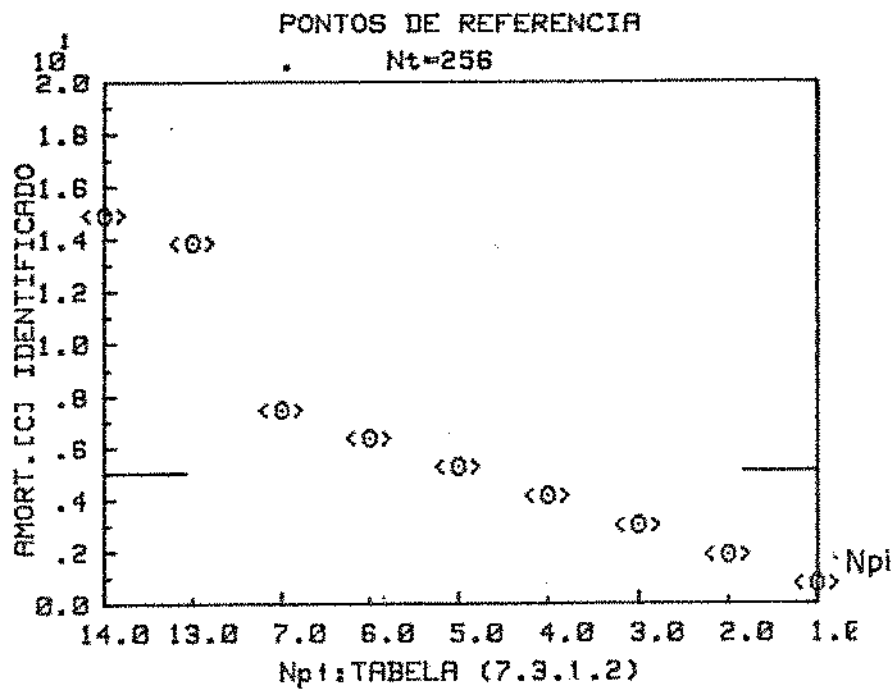


Figura 7.3.1.10-Amortecimento Identificado em Função de Npi

Tabela 7.3.1.2-Identificação dos Coeficientes de Rigidez, Amortecimento, Constantes 1, T e Zero no Domínio do Tempo em Função de Npi (Nt = 256).

Npi	$\hat{\Phi}(1)$	$\hat{\epsilon}(1)\%$	$\hat{\Phi}(T)$	$\hat{\epsilon}(T)\%$	$\hat{\Phi}(0)$
14	.9448	5.551	4.7892E-02	1.4430	-3.314E-06
13	.9521	4.783	4.4994E-02	.9494	-6.696E-06
7	.9855	1.443	2.4369E-02	-.2982	-2.662E-06
6	.9892	1.071	2.0916E-02	-.4360	-2.320E-04
5	.9924	.7510	1.7450E-02	-.5483	-1.621E-06
4	.9951	.4847	1.3972E-02	-.6397	-1.197E-06
3	.9972	.2750	1.04887E-02	-.7127	-8.267E-07
2	.9987	.1235	6.99518E-02	-.7660	-5.079E-07
1	.9996	.0315	3.4987E-02	-.7987	-2.345E-07

continuação da tabela (7.3.1.2)

Nt	$\hat{\epsilon}(0)\%$	$\hat{\Phi}_K$	$\hat{\epsilon}_K\%$	$\hat{\Phi}_C$	$\hat{\epsilon}_C\%$
14	-∞	491.522	1.695	14.901	-192.029
13	-	489.396	2.120	13.848	-176.977
7	-	496.113	.777	7.490	-49.800
6	-	497.577	.484	6.390	-27.819
5 ^x	-	498.929	.214	5.290 ^x	-5.811 ^x
4	-	500.050	-.010	4.169	19.689
3	-	500.958	-.191	3.029	39.416
2	-	501.607	-.321	1.879	62.402
1	-	501.974	-.394	.7234	85.531

Apresentou-se nesta segunda fase o problemas de identificação de parâmetros no domínio do tempo usando a formulação matemática para o processo de identificação desenvolvida no capítulo 3. Sendo o sistema simulado no tempo com o vetor de estado e o vetor força de excitação utilizados no processo de identificação.

Mostrou-se que é possível , mesmo utilizando uma quantidade relativamente pequena de pontos na discretização dos sinais do vetor de estado , identificar o coeficiente de amortecimento com erros mínimos em relação ao valor teórico inicialmente adotado.

Este resultado , no entanto , só foi possível devido ao sinal de excitação utilizado e ao critério de busca adotado na escolha do intervalo de tempo de discretização aplicado ao integrador de Runge - Kutta de quarta ordem para obtenção conveniente das medidas do vetor de estado.

7.4-IDENTIFICAÇÃO DO SISTEMA EIXO-MANCAL HIDRODINÂMICO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA USANDO ESPECTROS DA EXCITAÇÃO E RESPOSTA.

Na verdade, um dos grandes problemas que surge no problema de identificação de parâmetros de sistemas mecânicos rotativos que utilizam mancais como suportes, é como utilizar de forma conveniente o vetor força de excitação como entrada para excitar o sistema.

Duas questões de fundamental importância podem ser levantadas com relação a sistemas dinâmicos que utilizam mancais hidrodinâmicos como suportes.

Uma delas é estabelecer em qual das direções (x ou y) deve-se utilizar o vetor de excitação, se de forma independente ou mesmo simultaneamente para identificar convenientemente os parâmetros do mancal. A outra está fortemente ligada à própria formulação matemática para o processo de identificação em frequência a ser adotado, isto é, se usando espectro da excitação e resposta ou usando a formulação onde se trabalha com a matriz das funções de resposta em frequência (F.R.F). Estas questões são igualmente válidas para o processo de identificação no domínio do tempo.

Para responder a estas indagações, procura-se nos itens subsequentes usar a formulação matemática desenvolvida no capítulo 4, onde se usa o espectro da excitação e resposta, com o vetor força de excitação agindo no sistema ora na direção-x ora na direção-y e agindo simultaneamente nas duas direções.

Ao contrário de alguns trabalhos que usam testes de força de excitação síncrona para identificar estes parâmetros [58,60] usando dois mancais hidrodinâmicos, apresenta-se aqui, a concepção matemática de um modelo físico que permite utilizar um só mancal hidrodinâmico e usar como entrada teste com força de excitação assíncrona .

Esta colocação torna-se importante na medida em que se procura estabelecer condições realizáveis para obtenção experimental de tais coeficientes. Como referenciado anteriormente , o teste de força de excitação assíncrona a ser utilizado na identificação dos parâmetros do mancal corresponde ao sinal de excitação tratado nos processos de identificação anteriores.

7.4.1-FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO EM FREQUENCIA.

A formulação matemática considerada nesta fase corresponde àquela desenvolvida no capítulo 4, onde o sistema de equações lineares em frequência para o processo de identificação dos parâmetros do mancal é montado usando o espectro do vetor força de excitação e resposta.

7.4.2-IDENTIFICAÇÃO EM FREQUENCIA COM EXCITAÇÃO AGINDO SIMULTANEAMENTE NAS DIREÇÕES X E Y.

Afim de simplificar o processo de identificação, considera-se inicialmente a equação (4.2.49) em forma compacta dada por ,

$$\begin{bmatrix} X_n^C & n \omega_o X_n^S & Y_n^C & n \omega_o Y_n^S \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_n^S & -n \omega_o X_n^C & Y_n^S & n \omega_o Y_n^C \end{bmatrix}_{2N \times 4} \times \begin{bmatrix} K_{xx} & -K_{yx} \\ C_{xx} & C_{yx} \\ K_{xy} & K_{yy} \\ C_{xy} & C_{yy} \end{bmatrix}_{4 \times 2} = \begin{bmatrix} M n^2 \omega_o^2 X_n^C + F_{xn}^C & M n^2 \omega_o^2 Y_n^C + F_{yn}^C \\ \dots & \dots \\ M n^2 \omega_o^2 X_n^S + F_{xn}^S & M n^2 \omega_o^2 Y_n^S + F_{yn}^S \end{bmatrix}_{2N \times 2} \quad (7.4.2.1)$$

onde toma-se as razões de ganhos $b_x = b_y = 1$.

Para aplicar o método dos mínimos quadrados com solução do sistema de equações lineares por Cholesky, a equação (7.4.2.1) pode ser colocada na forma ,

$$A \phi = B \quad (7.4.2.2)$$

onde agora , a partição desta equação pode ser dada por ,

$$A \phi_1 = B_1 \quad (7.4.2.3)$$

$$A \phi_2 = B_2 \quad (7.4.2.4)$$

com a matriz A comum as equações (7.4.2.3) e (7.4.2.4).

Os vetores dos parâmetros nas direções x e y são respectivamente ,

$$\phi_1 = \left\{ K_{xx} \quad C_{xx} \quad K_{xy} \quad C_{xy} \right\}^t \quad (7.4.2.5)$$

$$\phi_2 = \left\{ -K_{yx} \quad C_{yx} \quad K_{yy} \quad C_{yy} \right\}^t \quad (7.4.2.6)$$

De forma similar para B_1 e B_2 tem-se ,

$$B_1 = \left\{ M n^2 \omega_o^2 X_n^c + F_{xn}^c \quad M n^2 \omega_o^2 X_n^e + F_{xn}^e \right\}^t \quad (7.4.2.7)$$

$$B_2 = \left\{ M n^2 \omega_o^2 Y_n^c + F_{yn}^c \quad M n^2 \omega_o^2 Y_n^e + F_{yn}^e \right\}^t \quad (7.4.2.8)$$

Para simular o sistema no tempo usa-se o método de integração por Runge-Kutta de quarta ordem na forma apresentada no capítulo 3 , seguindo os passos delineados no diagrama de blocos da figura 4.2.1.

Os parâmetros de referência inicialmente adotados para simular o sistema representado pelas equações (4.2.1) e (4.2.2) são dados na tabela 7.4.1.

Tabela 7.4.1-Valores Adotados para Verificação do Processo de Identificação no Domínio da Frequência.

M	DIREÇÃO - X				DIREÇÃO - Y				Ampl	
	K_{xx}	C_{xx}	K_{xy}	C_{xy}	K_{yx}	C_{yy}	K_{yy}	C_{yx}	X	Y
14.8	40	20	50	10	-20	60	60	10	100	100

onde Ampl denota a amplitude do vetor força de excitação e DT o intervalo de tempo de discretização calculado pela equação (7.2.7).

A frequência natural das vibrações livres do sistema é aproximadamente igual a 1.7999 rad/s.

Um aspecto de fundamental importância é o fato de se poder excitar o sistema simultaneamente quando se usa a formulação das equações (7.4.2.3) e (7.4.2.4), fato que não ocorre utilizando-se diretamente a estrutura matricial das equações (4.2.14). Nesta equação fazendo-se $F_{xn} = F_{xn}$ e $F_{yn} = F_{yn}$ tem-se que a matriz A tem duas colunas idênticas. Neste caso, teria-se como resultante através do produto matricial $A^T A$ uma matriz singular, visto que o rank da matriz A é igual ao rank da matriz $[A^T A]$, [87]. Este problema pode ser contornado utilizando-se a decomposição em valores singulares da matriz A vide (apêndice C). Para evitar estes problemas, preferiu-se utilizar o método de resolução dos sistemas de equações lineares das equações (7.4.2.3) e (7.4.2.4).

A tabela 7.2.4 mostra os resultados obtidos com o vetor força de excitação (excitação assíncrona) agindo simultaneamente

nas direções x e y .

Para verificar a influência do intervalo de tempo de discretização e seu efeito nos coeficientes de rigidez e amortecimento identificados , adotou-se valores de N_{pi} iguais a 4, 3, 2 e 1 , tomando sempre 64 pontos em frequência.

Observa-se na tabela 7.4.2 que os melhores resultados em termos relativos para os coeficientes de rigidez e amortecimento, surgiram para $N_{pi} = 2$, com erros relativamente pequenos, se comparados a pequena quantidade de pontos em frequência.

Tabela 7.4.2-Coeficiente de Rigidez e Amortecimento Estimados em Função de N_{pi} com Excitação Simultaneamente nas Direções X e Y ($N_f = 64$).

V.T	\hat{x}	$\hat{\epsilon}\%$	\hat{x}	$\hat{\epsilon}\%$	\hat{x}	$\hat{\epsilon}\%$	\hat{x}	$\hat{\epsilon}\%$
K_{xx}	37.813	5.465	38.397	4.007	38.919	2.701	39.068	2.328
K_{xy}	48.503	2.989	48.624	2.751	48.650	2.698	45.734	8.530
C_{xx}	19.371	3.142	19.453	2.734	19.535	2.323	18.919	5.414
C_{xy}	12.359	-23.6	11.916	-19.2	11.460	-14.6	11.690	-16.90
K_{yx}	-22.084	-10.4	-21.535	-7.67	-21.04	-5.18	-20.90	-4.533
K_{yy}	58.511	2.481	58.623	2.294	58.647	2.254	55.731	7.1133
C_{yx}	9.380	6.191	9.459	5.401	9.539	4.604	8.919	10.816
C_{yy}	32.237	-7.45	31.827	-6.09	31.400	-4.66	31.656	-5.520
N_{pi}	4		3		2		1	

Obs: V.T- Valores teórico adotados (Tabela 7.4.1)

Na tentativa de melhorar os resultados da tabela 7.4.2, procurou-se reprocessar a identificação dos parâmetros utilizando pontos intermediários. Tomando-se 32 pontos por limitação de memória do sistema computacional utilizado. Considerou-se, para o processo de resolução numérica do sistema de equações diferenciais, dois pontos intermediários. Assim, procurou-se comprovar mais uma vez que a consistência nos coeficientes identificados, mesmo para sistemas maiores, não está de certo modo associada com uma quantidade relativamente grande de pontos, mas antes com a natureza do vetor força de excitação utilizado, tipo de refinamento (critério) adotado e com a própria formulação matemática para o processo de identificação.

A tabela 7.4.3 apresenta os resultados obtidos em função de N_{pi} para valores fixos do número de pontos em frequência (N_f) e do número de pontos intermediários (INT).

Comparando as tabelas 7.4.2 e 7.4.3 observa-se que, em todos os casos, os resultados da tabela 7.4.3 se apresentam melhores aos da tabela 7.4.2, obtendo-se os menores erros. De particular importância, são os resultados da identificação obtidos para $N_{pi} = 2$, e isto, provavelmente deve-se à melhor faixa de frequência e ao próprio refinamento no processo de resolução numérica quando $INT = 2$.

Dados os resultados da tabela 7.4.3 adotou-se $N_{pi}=2$ com 32 pontos em frequência e $INT = 2$ para processar resultados de identificação agora excitando o sistema ora na direção-x, ora na direção-y.

Tabela 7.4.3-Coeficiente de Rigidez e Amortecimento Estimados em Função de Npi Tomando Dois Pontos Intermediários (INT) com Excitação Simultânea (Nr = 32).

V.T	$\hat{\Phi}$	$\hat{\epsilon}\%$	$\hat{\Phi}$	$\hat{\epsilon}\%$	$\hat{\Phi}$	$\hat{\epsilon}\%$	$\hat{\Phi}$	$\hat{\epsilon}\%$
K_{xx}	39.498	1.254	39.557	1.157	39.676	.808	39.700	.749
K_{xy}	49.825	.345	49.724	.550	49.677	.645	48.752	2.495
C_{xx}	19.917	.441	19.830	.849	19.877	.611	19.672	1.639
C_{xy}	10.523	-5.60	10.601	-.601	10.439	-4.39	10.542	-5.426
K_{yx}	-20.207	-1.03	-20.164	-.823	-20.17	-.854	-20.19	-.988
K_{yy}	59.830	.282	59.676	.533	59.611	.514	58.737	2.121
C_{yx}	9.905	.940	9.858	1.414	9.892	1.078	9.679	3.207
C_{yy}	30.131	-.439	30.249	-.833	30.214	-.713	30.406	-1.355
Npi	4		3		2		1	

OBS: V.T-Valores teóricos adotados (Tabela 7.4.1).

7.4.3-IDENTIFICAÇÃO EM FREQUÊNCIA COM EXCITAÇÃO AGINDO NA DIREÇÃO-X.

Para processar a identificação dos parâmetros pelos sistemas de equações lineares em frequência dadas por (7.4.2.3) e (7.4.2.4) com o vetor força de excitação agindo apenas na direção-x, procurou-se tomar como referência os mesmo valores para N_f , N_{pi} e INT da tabela 7.4.3.

Colocando-se de forma explícita a estrutura matricial de (7.4.2.3) e (7.4.2.4) com excitação na direção-x, isto é, $F_x \neq 0$ e $F_y = 0$, têm-se,

$$\begin{bmatrix} X_n^C & n \omega_o X_n^S & Y_n^C & n \omega_o Y_n^S \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_n^S & -n \omega_o X_n^C & Y_n^S & n \omega_o Y_n^C \end{bmatrix}_{2N \times 4} \times \begin{bmatrix} K_{xx} \\ C_{xx} \\ K_{xy} \\ C_{xy} \end{bmatrix}_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} M n^2 \omega_o^2 X_n^C + F_{xn}^C \\ \dots \\ M n^2 \omega_o^2 X_n^S + F_{xn}^S \end{bmatrix}_{2N \times 1} \tag{7.4.3.1}$$

$$\begin{bmatrix} X_n^C & n \omega_o X_n^S & Y_n^C & n \omega_o Y_n^S \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_n^S & -n \omega_o X_n^C & Y_n^S & n \omega_o Y_n^C \end{bmatrix}_{2N \times 4} \times \begin{bmatrix} K_{yx} \\ C_{yy} \\ K_{yy} \\ C_{yx} \end{bmatrix}_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} M n^2 \omega_o^2 Y_n^C \\ \dots \\ M n^2 \omega_o^2 Y_n^S \end{bmatrix}_{2N \times 1} \tag{7.4.3.2}$$

Três informações de fundamental importância podem ser extraídas das duas equações acima. Uma é o fato de se ter em comum no primeiro membro do lado esquerdo daquelas equações a matriz A com as mesmas medidas das variáveis independentes. A outra, está muito fortemente ligada às componentes em frequência do vetor força de excitação, que aparecem de forma explícita no segundo membro do lado direito da equação (7.4.3.2). Na equação (7.4.3.2), observa-se claramente que o vetor força de excitação não aparece de forma explícita. Daí, pode-se levantar as seguintes perguntas:

Seria possível identificar os parâmetros do sistema dinâmico na direção- y com o vetor força de excitação agindo somente na direção- x ? Se a premissa for verdadeira, donde viria a energia de vibração para que a estimação dos parâmetros na direção- y seja possível?

De fato, observando a estrutura de rigidez (mesmo não sendo simétrica, isto é, $K_{xy} \neq K_{yx}$) e da matriz de amortecimento, é possível compreender o que ocorre.

Na verdade o sistema está acoplado pelos termos fora da diagonal das matrizes de rigidez e amortecimento. Com efeito, percebe-se que a energia de vibração introduzida pelo vetor força de excitação na direção- x encontra-se implicitamente embutida no lado direito da equação (7.4.3.2) pelo termo $M n^2 \omega^2$, através dos produtos das componentes reais e imaginárias na direção- y , ou seja, $M n^2 \omega_o^2 Y_n^c$ e $M n^2 \omega_o^2 Y_n^i$.

Assim, pode-se de certo modo concluir por esta formulação em frequência que, para sistema dinâmicos que apresentem matrizes

de rigidez e amortecimento não diagonais (acoplamento entre as direções) é possível identificar estas matrizes com força de excitação agindo em uma única direção, desde que se excite convenientemente os seus modos próprios.

Na tabela 7.4.4 são apresentados resultados de identificação com o vetor força de excitação agindo somente na direção-x.

As figuras 7.4.3.1 e 7.4.3.2 mostram a evolução dos vetores em deslocamento medidos na direção x e y respectivamente, tomando-se 64 pontos no tempo. A figura 7.4.3.3 mostra a evolução da órbita gerada pelos dois sinais de deslocamento x e y.

De forma similar, apresenta-se nas figuras 7.4.3.4 e 7.4.3.5 os espectros dos sinais em deslocamento nas direções x e y.

Observa-se que os picos máximos em amplitude para ambos os espectros ocorrem na frequência natural do sistema que é aproximadamente 1.8 rad/s. Neste sentido, pode-se notar pelas figuras 7.4.3.4 e 7.4.3.5 que apesar de se utilizar o vetor força de excitação agindo somente na direção-x, consegue-se excitar convenientemente os dois modos de vibração do sistema ao longo das direções x e y.

Das tabelas, 7.4.2 e 7.4.3 nota-se que, para $N_{pi} = 2$, os erros nos valores identificados para os coeficientes de rigidez e amortecimento estão muito próximos, com exceção do coeficiente de amortecimento cruzado C_{xy} que apresenta erro em torno de 15%. Este erro pode ser minimizado aumentando-se o número de pontos em frequência ou refinando-se o processo de

simulação numérica.

Para completar a análise inicialmente proposta, procura-se no item seguinte obter resultados de identificação com o vetor força agindo somente na direção-y de modo a se poder fazer uma análise comparativa.

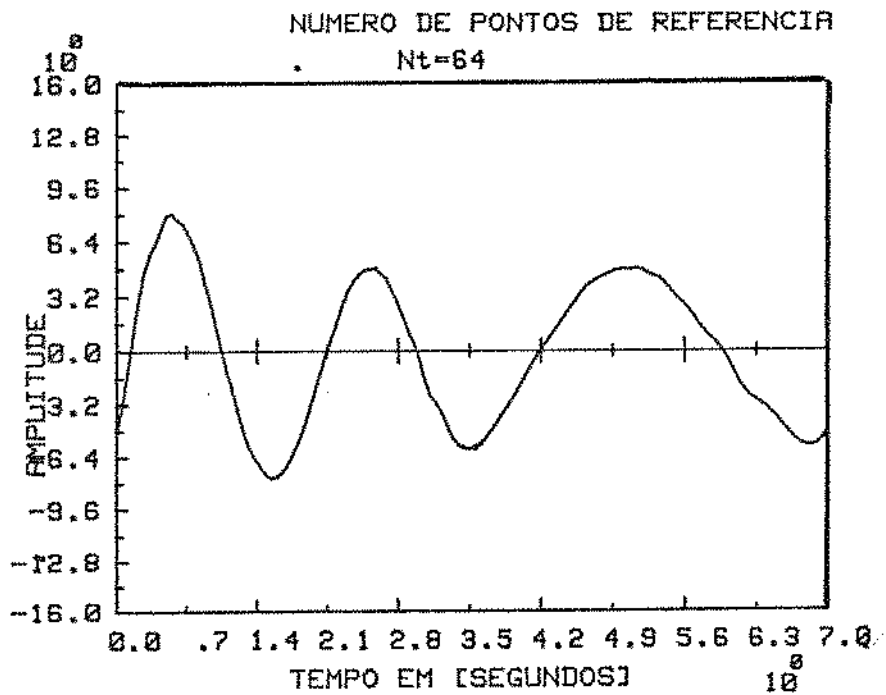


Figura 7.4.3.1-Resposta em Deslocamento na Direção-X.

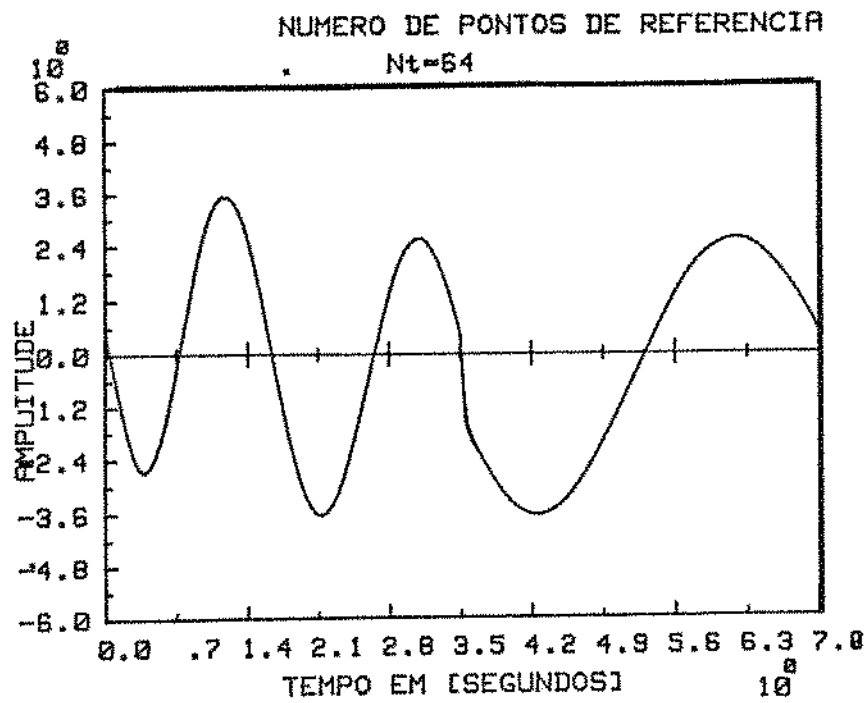


Figura 7.4.3.2-Resposta em Deslocamento na Direção-Y.

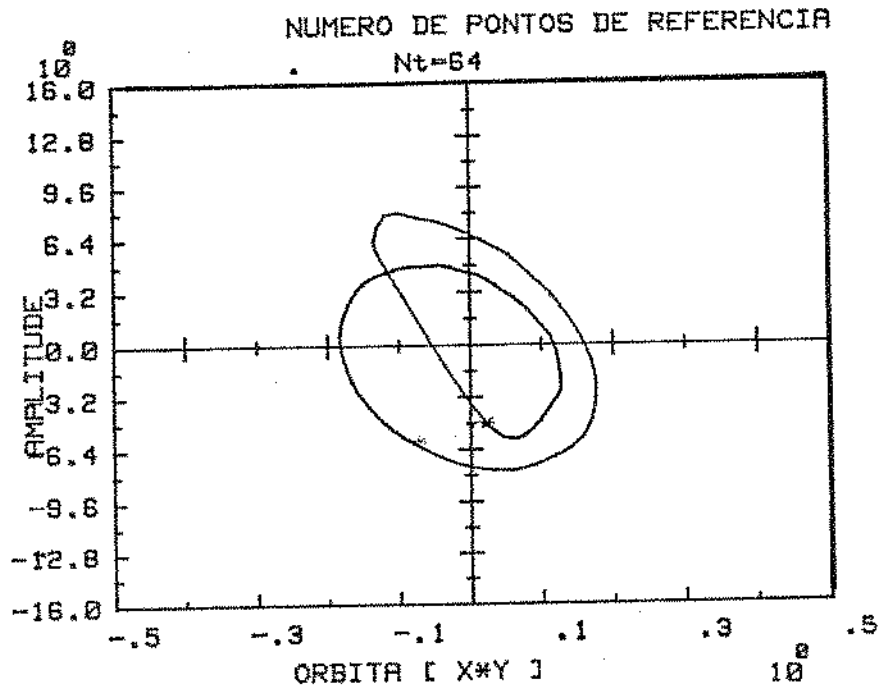


Figura 7.4.3.3-órbita dos Sinais de Deslocamento X e Y.

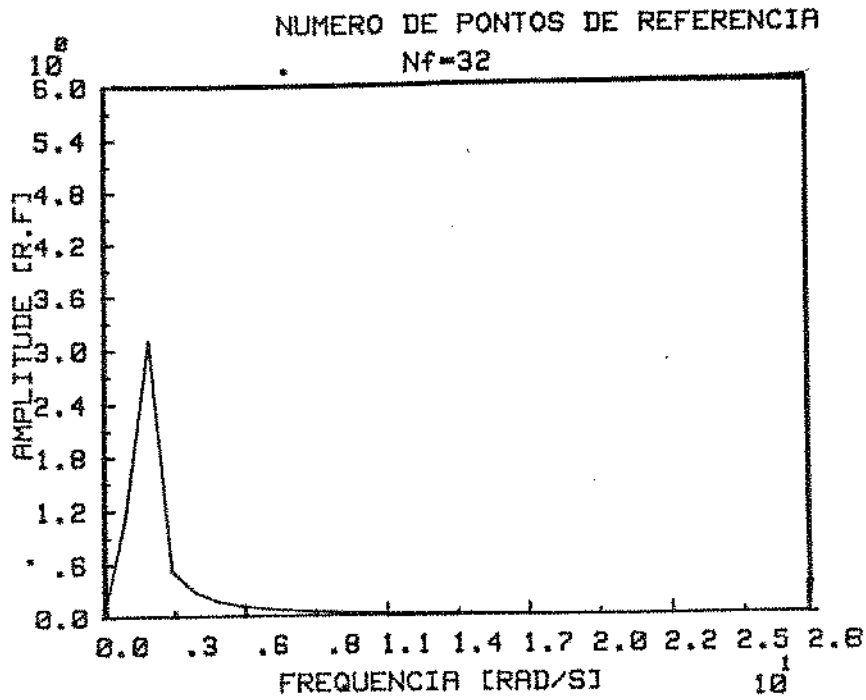


Figura 7.4.3.4-Espectro da Resposta na Direção-X.

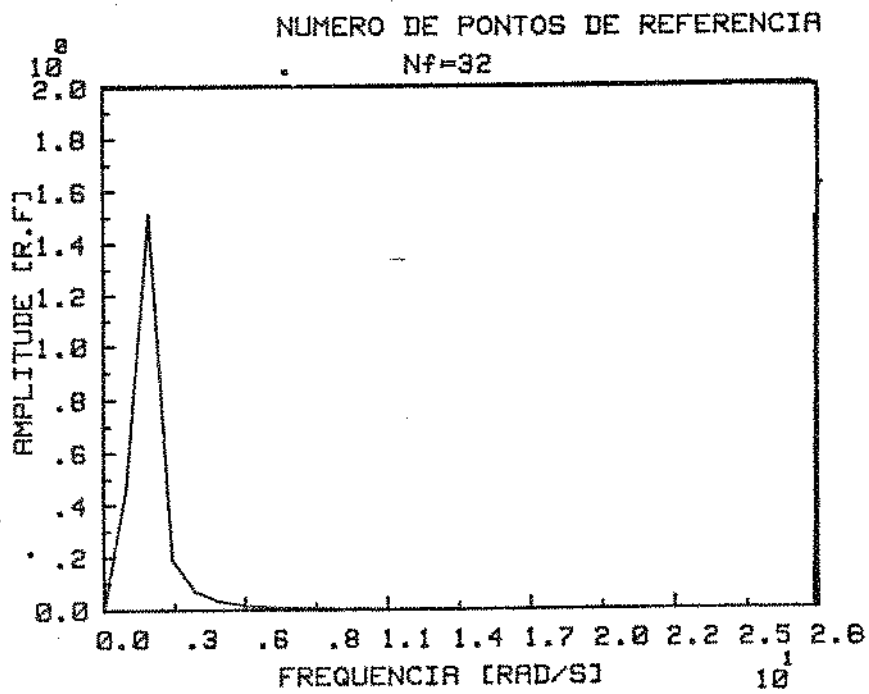


Figura 7.4.3.5-Espectro da Resposta na Direção-Y.

Tabela 7.4.4-Coefficientes de Rigidez e Amortecimento Estimado
 Tomando 2 Pontos Intermediários com Excitação na
 Direção-X ($N_{pi} = 2$ e $N_f = 32$).

	V.T	$\hat{\Phi}$	$\hat{\epsilon}\%$
K_{xx}	40	39.056	2.356
K_{xy}	50	50.784	-1.569
C_{xx}	20	20.502	-2.511
C_{xy}	10	11.547	-15.472
K_{yx}	-20	-19.818	.907
K_{yy}	60	59.511	.814
C_{yx}	10	9.785	2.144
C_{yy}	30	29.601	1.327
$N_{pi} = 2$			

Obs:V.T-Valores teóricos adotados (Tabela 7.4.1).

7.4.4-IDENTIFICAÇÃO EM FREQUÊNCIA COM EXCITAÇÃO AGINDO NA DIREÇÃO-Y

Para identificar os parâmetros do sistema com o vetor força de excitação agindo somente na direção-y , isto é , $F_x = 0$ $F_y \neq 0$, tem-se de forma similar ,

$$\begin{bmatrix} X_n^C & n \omega_o X_n^S & Y_n^C & n \omega_o Y_n^S \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_n^S & -n \omega_o X_n^C & Y_n^S & n \omega_o Y_n^C \end{bmatrix}_{2N \times 4} \times \begin{bmatrix} K_{xx} \\ C_{xx} \\ K_{xy} \\ C_{xy} \end{bmatrix}_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} M n^2 \omega_o^2 X_n^C \\ \dots \\ M n^2 \omega_o^2 X_n^S \end{bmatrix}_{2N \times 1} \quad (7.4.4.1)$$

$$\begin{bmatrix} X_n^C & n \omega_o X_n^S & Y_n^C & n \omega_o Y_n^S \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_n^S & -n \omega_o X_n^C & Y_n^S & n \omega_o Y_n^C \end{bmatrix}_{2N \times 4} \times \begin{bmatrix} -K_{yx} \\ C_{yy} \\ K_{yy} \\ C_{yx} \end{bmatrix}_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} M n^2 \omega_o^2 Y_n^C + F_{xn}^C \\ \dots \\ M n^2 \omega_o^2 Y_n^S + F_{xn}^S \end{bmatrix}_{2N \times 1} \quad (7.4.4.2)$$

A diferença em relação às equações (7.4.3.1) e (7.4.3.2) reside na obtenção de uma nova matriz A, também comum as equações (7.4.4.1) e (7.4.4.2) e no fato de se ter de forma explícita o vetor força de excitação em termos de suas componentes reais e imaginárias no lado direito da equação (7.4.4.2), ou seja, na

direção-y.

Mostra-se nas figuras 7.4.4.1, 7.4.4.2 e 7.4.4.3 os sinais de deslocamento simulado no tempo com o vetor força de excitação agindo na direção-y e suas respectivas órbitas.

Nas figuras 7.4.4.4 e 7.4.4.5 apresentam-se os respectivos espectros em amplitude nas direções x e y.

Observando os espectros de amplitude para os processos de identificação ora na direção-x ora na direção-y, nota-se que a frequência natural do sistema não se altera com uma mudança na direção do vetor de excitação.

Na tabela 7.4.5, apresenta-se os resultados da estimação para os oito coeficientes de rigidez e amortecimento com excitação atuando na direção-y. Pelos resultados apresentados, pode-se observar que, embora com uma quantidade relativamente pequena de pontos em frequência, os coeficientes de rigidez e amortecimento identificados na direção-y foram melhores se comparados com os da tabela 7.4.3 para $N_{pi} = 2$, ou seja, usando-se excitação simultânea. Estes comentários são igualmente válidos para os resultados da tabela 7.4.4, com excitação agindo somente na direção-x.

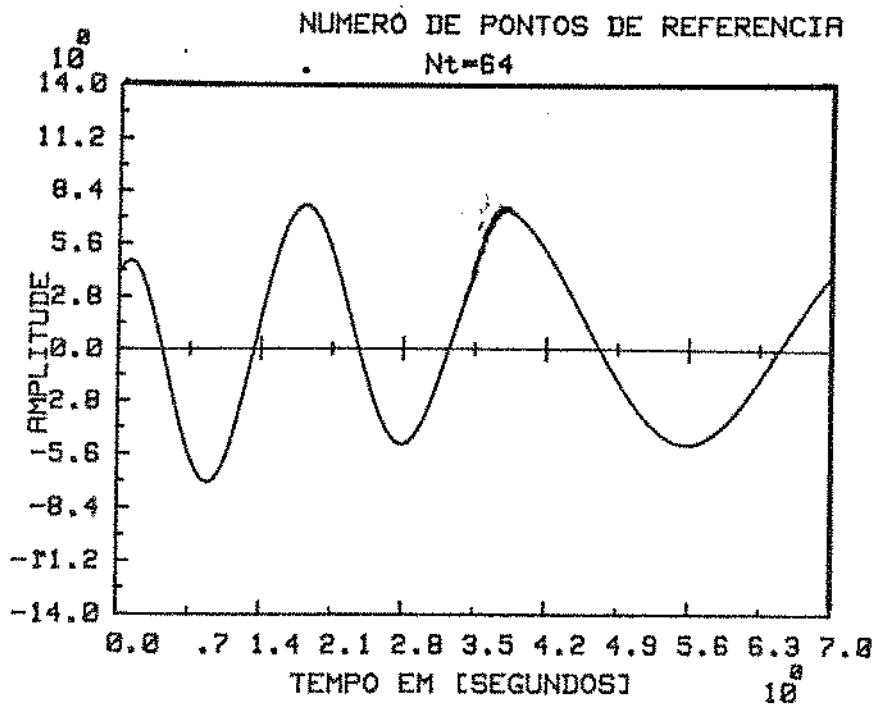


Figura 7.4.4.1-Resposta em Deslocamento na Direção-X.

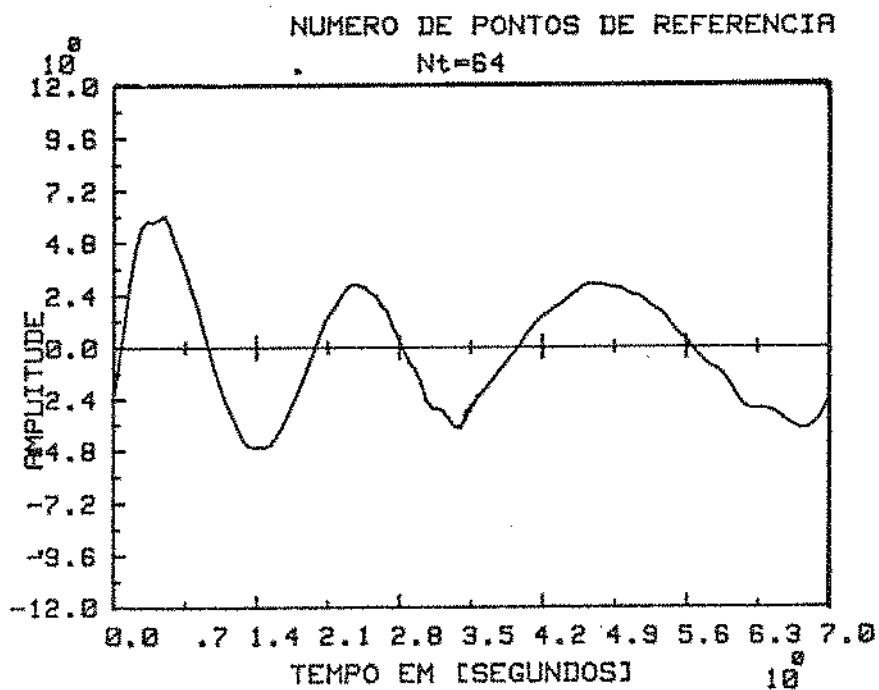


Figura 7.4.4.2-Resposta em Deslocamento na Direção-Y.

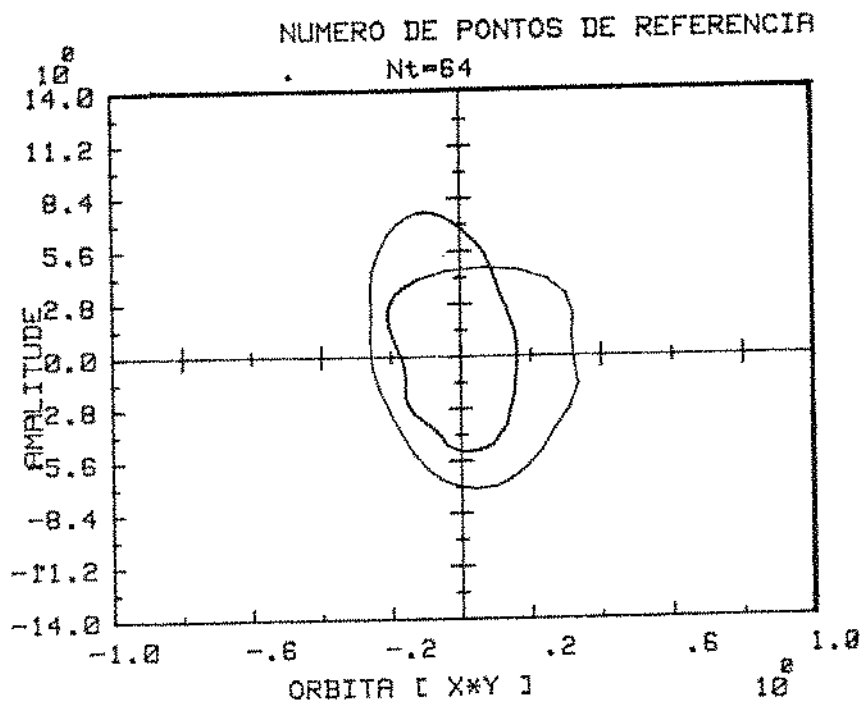


Figura 7.4.4.3-órbita dos Sinais de Deslocamento X e Y.

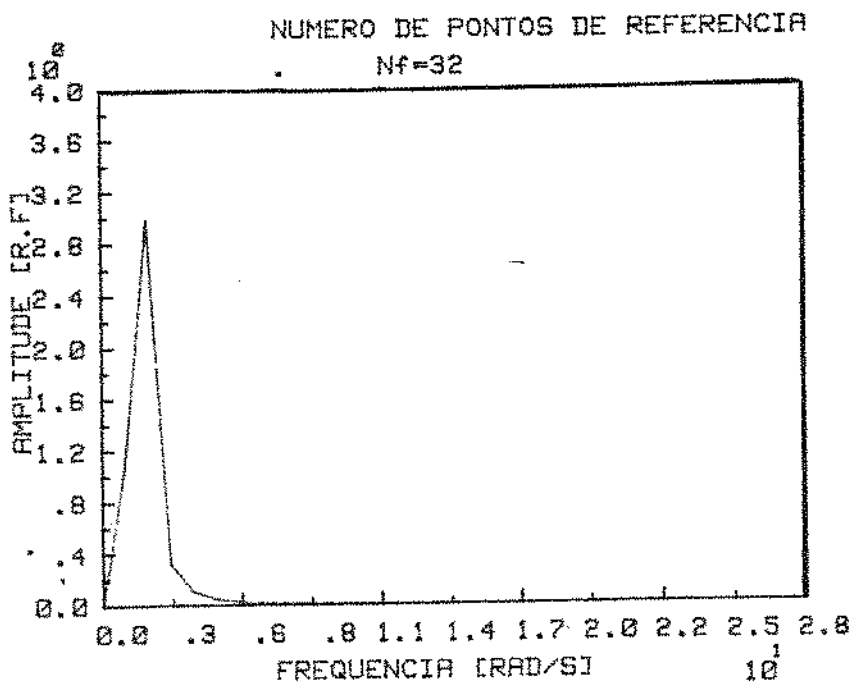


Figura 7.4.4.4-Espectro da Resposta na Direção-X.

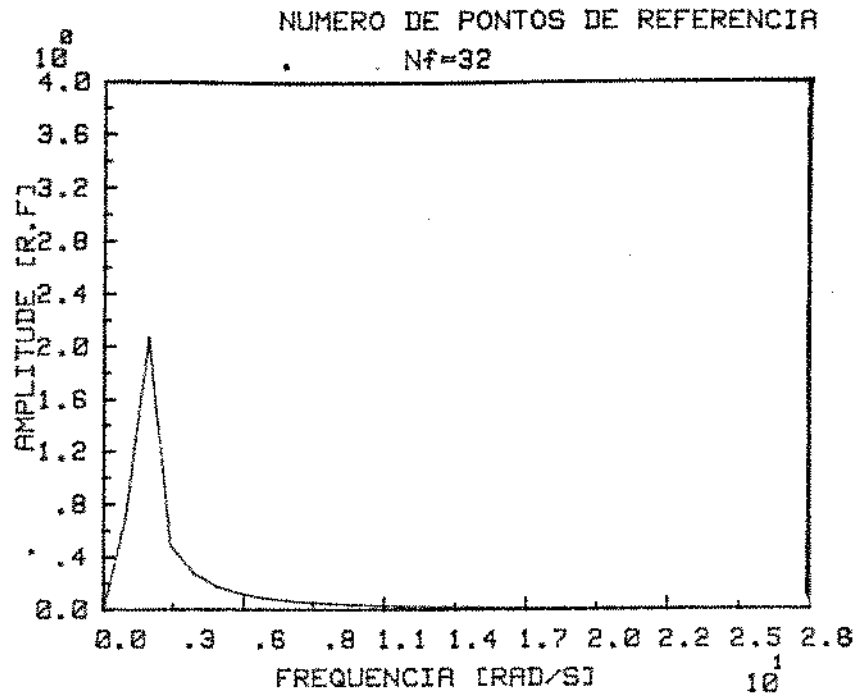


Figura 7.4.4.5-Espectro de Resposta na Direção-Y.

Tabela 7.4.5-Coeficiente de Rigidez e Amortecimento Estimados
Tomando 2 Pontos Intermediários com Excitação na
Direção-Y.

	V.T	$\hat{\Phi}$	$\hat{\epsilon}\%$
K_{xx}	40	40.330	-.825
K_{xy}	50	50.784	-.733
C_{xx}	20	20.502	-.638
C_{xy}	10	11.547	2.284
K_{yx}	-20	-19.818	.301
K_{yy}	60	59.511	-.699
C_{yx}	10	9.785	-2.132
C_{yy}	30	29.601	-.0379
Npi = 2			

Obs: V.T-Valores teóricos adotados (Tabela 7.4.1).

Apresentou-se nesta fase do trabalho , resultados do problema de identificação de parâmetros no domínio da frequência usando-se espectro -da excitação e resposta. Considerou-se, a estrutura do modelo matemático para o mancal representado pelo sistema de equações diferenciais em (3.2.1) e (3.2.2). Adotou-se inicialmente para verificação da formulação para o processo de identificação em frequência desenvolvida no capítulo 4, valores para os coeficientes das matrizes de rigidez e amortecimento (tabela 7.4.1).

Mostrou-se que é possível, mesmo em se tratando de sistemas dinâmicos com matrizes não simétricas, identificar seus

parâmetros com forças de excitação assíncrona atuando de forma independente em qualquer direção, ou mesmo de forma simultânea.

Mostrou-se também, que pela formulação em frequência proposta, sinais de excitação idênticos podem ser utilizados para o processo de identificação agindo simultaneamente, nas duas direções, o que não é possível quando se utiliza diretamente a inversa generalizada com estrutura matricial dada pela equação (4.2.14).

7.5-IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS DE UM GRAU DE LIBERDADE COM SIMULAÇÃO EM FREQUÊNCIA USANDO O ESTIMADOR DOS MÍNIMOS QUADRADOS E O ESTIMADOR DAS VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS

Nos itens precedentes procurou-se abordar o problema de identificação de parâmetros de sistemas mecânicos no domínio da frequência e no domínio do tempo. Mostrou-se que é muito importante, em se tratando do problema de identificação, se estabelecer um controle de análise rigoroso na simulação de tais sistemas para posterior verificação da formulação matemática para o processo de identificação.

Com efeito, percebeu-se que os erros de "bias" (vide capítulo 6), de certo modo responsável pela inconsistência de alguns parâmetros identificados, estavam mais intrínsecamente ligados a escolha adequada do passo de integração, tipo de integradores adotado no processo de resolução numérica etc, do que na própria formulação matemática para o processo de identificação (tempo e frequência).

- Nos itens subseqüentes, procura-se como alternativa para se eliminar ou reduzir os erros de "bias" acima citados, simular os sistemas já estudados anteriormente diretamente em frequência (vide diagrama de blocos apresentado na figura 1.3.1). Com isso, procura-se mostrar que a identificação de parâmetros no domínio da frequência usando-se o estimador dos mínimos quadrados ($\hat{\Phi}_{MQ}$) é capaz de produzir boa estimação quando as saídas das variáveis independentes estão livres de ruído. Na presença de ruído (vide capítulo 6) a estimação torna-se "biasada" e aumenta na medida em

que se aumenta o nível de ruído (vide equação 6.2.24).

Assim, procura-se investigar nos itens seguintes, resultados do problema de identificação usando-se os dois tipos de estimadores , isto é, o estimador dos mínimos quadrados (Φ_{MQ}) e o estimador das variáveis instrumentais (Φ_{VI}) (vide apêndice D) quando diferentes níveis de ruído são sobrepostos as saídas medidas e seus efeitos nos coeficientes identificados.

A formulação matemática utilizada nesta fase para verificar o processo de identificação em frequência, corresponde aquela desenvolvida no capítulo 5, onde se trabalha com as medidas das funções de resposta em frequência.

7.5.1-RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO SISTEMA SIMULADO.

Observando-se a estrutura matricial da equação (5.2.9), isto é,

$$[A_g] (\bar{X}) = (\bar{F}) \quad (7.5.1.1)$$

e comparando-a com aquela dada em (5.2.8), a equação resultante para obtenção do vetor solução em deslocamento para o sistema de um grau de liberdade, isto é, tomando $f=1$ (onde f é o número de graus de liberdade do sistema), tem-se,

$$\begin{bmatrix} (K - \omega^2 m) & -\omega C \\ \omega C & (K - \omega^2 m) \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} X^C \\ X^S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F^C \\ F^S \end{Bmatrix} \quad (7.5.1.2)$$

onde X^C , X^S , representam as componentes do vetor solução obtido diretamente em frequência em termos de suas componentes reais e imaginárias para cada componente do vetor força de excitação. F^C e F^S representam as componentes reais e imaginárias do vetor força de excitação.

Em forma compacta a equação (7.5.1.2) fica,

$$[W] (S) = (F) \quad (7.5.1.3)$$

onde $[W]$ é uma matriz quadrada de ordem 2×2 contendo todos os

parâmetros do sistema, (S) vetor resposta em deslocamento de ordem 2×1 e (F) vetor força de excitação simulado diretamente em frequência de ordem 2×1 .

Logo, pela estrutura matricial dada na equação (7.5.1.3) é possível simular o sistema diretamente em frequência e se obter o vetor resposta em deslocamento livre de ruído. Assim, os erros inerentes aos processos de resolução numérica oriunda dos integradores utilizados, erros de estimação no cálculo da transformada de Fourier (vide apêndice A) etc, e seus efeitos nos coeficientes identificados, estavam de certo modo associados à obtenção dos sinais de deslocamento quando o sistema era simulado no domínio do tempo. Este problema pode ser agora contornado, como será visto mais adiante, simulando o sistema diretamente em frequência. Contudo, esta premissa só será possível de ser avaliada de forma concreta, se se utilizar os sinais de entrada e saída em frequência e se identificar os parâmetros do sistema, obtendo-se em conseqüência, uma estimação consistente, isto é, os erros nos coeficientes identificados assumirem valores tão próximo do zero quanto possível.

Neste contexto, pode-se avaliar de forma contundente o ruído sobreposto aos sinais de deslocamento e seu efeito nos coeficientes identificados.

O ruído será sempre considerado sobreposto aos sinais de deslocamento (saídas), pois sendo as saídas geralmente a mais importante podem está incluído nelas, outras entradas não levadas em conta e não linearidades do sistema, além do fato da presença, por exemplo, do ruído de medição.

7.5.2-FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO.

A formulação matemática para o processo de identificação, objetivando além de se estimar os parâmetros de rigidez e amortecimento, a massa do sistema, faz-se uso da estrutura matricial dada em (5.3.11), isto é,

$$[A] (\Phi) = [I_M] \quad (7.5.2.1)$$

Comparando a equação (7.5.2.1) termo a termo com a estrutura matricial da equação (5.3.10), obtem-se respectivamente para a matriz [A], o vetor dos parâmetros (Φ) e a matriz e/ou vetor identidade modificado (I_M),

$$[A] = \begin{bmatrix} H^C & -n^2 \omega_o^2 H^C & -n \omega_o H^S \\ \dots & \dots & \dots \\ H^S & -n^2 \omega_o^2 H^S & n \omega_o H^C \end{bmatrix} \quad (7.5.2.2)$$

$$(\Phi) = (K \quad M \quad C)^t \quad (7.5.2.3)$$

$$[I_M] = (1 + R^c \quad R^s)^t \quad (7.5.2.4)$$

onde R^C e R^S são as componentes real e imaginária do ruído em frequência.

A matriz das funções de resposta em frequência, definida em termos de suas componentes reais e imaginárias é de ordem $2N \times 3$, o vetor dos parâmetros a ser estimado de ordem 3×1 e o vetor (1_M) de ordem $2N \times 1$.

Observar que em (7.5.2.4) leva-se em conta o ruído, em consequência, isto equivale implicitamente a considerá-lo sobreposto às saídas medidas.

A fim de se poder dar uma forma quantitativa e qualitativa na interpretação dos resultados usando-se o estimador dos mínimos quadrados e o estimador das variáveis instrumentais, procurou-se definir os erros de "bias" em porcentagem na forma,

$$\Delta\phi = \left| \frac{E[\hat{\phi}_n] - \phi}{\phi} \right| \times 100 \% \quad (7.5.2.5)$$

onde o valor esperado de $E[\hat{\phi}_n]$ foi definido capítulo 6 e $|\quad|$ denota valor absoluto do erro.

As funções de resposta em frequência H^C e H^S para o sistema de um grau de liberdade, são calculadas mediante as estruturas das equações desenvolvidas em (5.4.16), (5.4.17) etc, com o módulo do vetor força de excitação definido de forma análoga à equação (5.4.24).

Para verificar a formulação matemática em frequência dada pela equação (7.5.2.1) adotou-se os mesmo valores para os coeficientes de rigidez, amortecimento e massa (referência) tabela 7.2.1 com o cálculo do intervalo de tempo de discretização no

vetor força de excitação gerado no tempo, dado pela equação (7.2.6), tomando $N_{pi} = 32$. Como observação adicional, procurou-se utilizar 64 componentes harmônicas do vetor força de excitação para identificar os parâmetros do sistema.

As funções de resposta em frequência foram poluídas com ruído aleatório gaussiano [88]. Sendo a quantificação do nível de ruído dado em termos da porcentagem do valor rms dos sinais de deslocamento. As figuras 7.5.1.e 7.5.2 mostram respectivamente o ruído gerado e seu respectivo espectro considerando $N_{corr} = 8$. No apêndice E, apresenta-se a forma de como o ruído foi gerado.

A figura 7.5.3 mostra o resultado da função de resposta em frequência sobreposta ao ruído, considerando o espectro representado pela figura 7.5.2, isto é, para $N_{corr} = 8$.

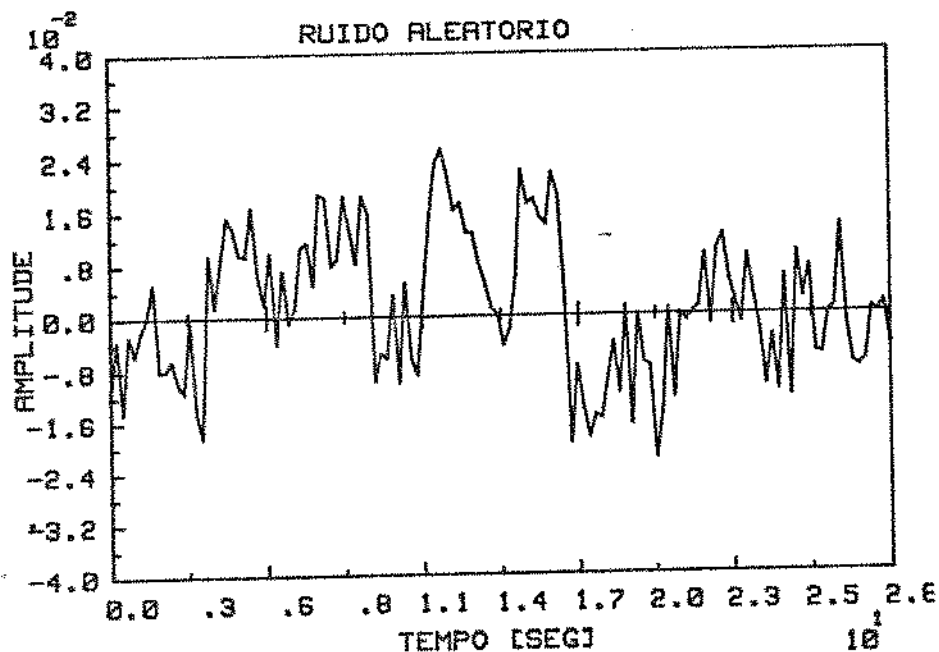


Figura 7.5.1 - Ruído Aleatório Simulado para $N_{corr} = 8$.

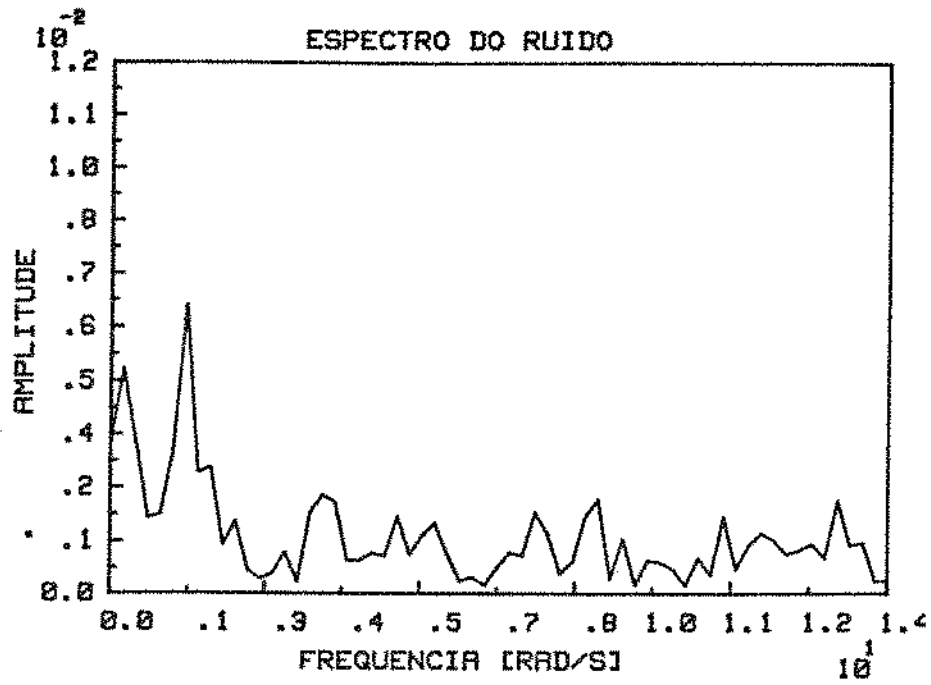


Figura 7.5.2 - Espectro do Ruído Aleatório Simulado.

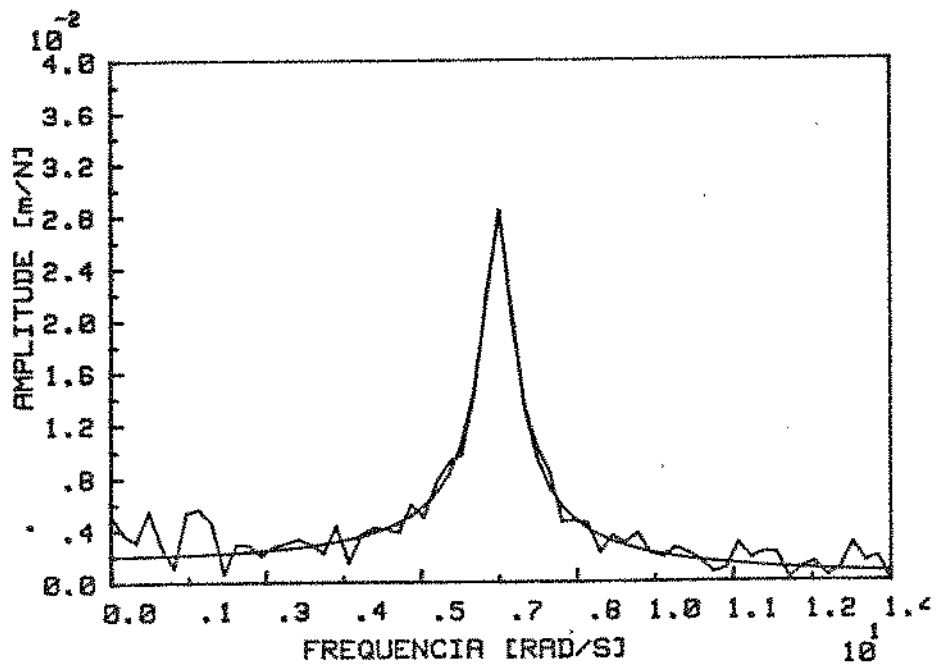


Figura 7.5.3-Função de Resposta em Frequência Simulada e Poluída com 10% de Ruído.

As figuras 7.5.4, 7.5.5 e 7.5.6 mostram resultados dos coeficientes de rigidez, amortecimento e massa identificados para um nível de ruído (N_r) correspondente a 10 %, tomando como referência os valores dos coeficientes dados na tabela 7.2.1 para dez iterações. O diagrama de blocos apresentado na figura 6.7.1, mostra como no processo iterativo os valores dos parâmetros vão sendo ajustados (estimados) em torno daqueles inicialmente adotados e como são utilizados para ajustar a função de resposta em frequência, em torno da solução exata. Um cuidado de real importância que se deve ter, é com a relação sinal-ruído definido pela equação (E.2.4, apêndice E). Se esta relação, por exemplo, for igual a 1, pode-se compreender o que ocorre. Com efeito, teríamos nestas circunstâncias, um vetor de ruído igual ao vetor das variáveis independentes. Na prática, sabe-se que esta situação é irreal. O ideal é sempre ter uma relação sinal-ruído a maior possível. Com isso, pode-se garantir que o nível de ruído somado em pontos de respostas do sistema é o menor possível.

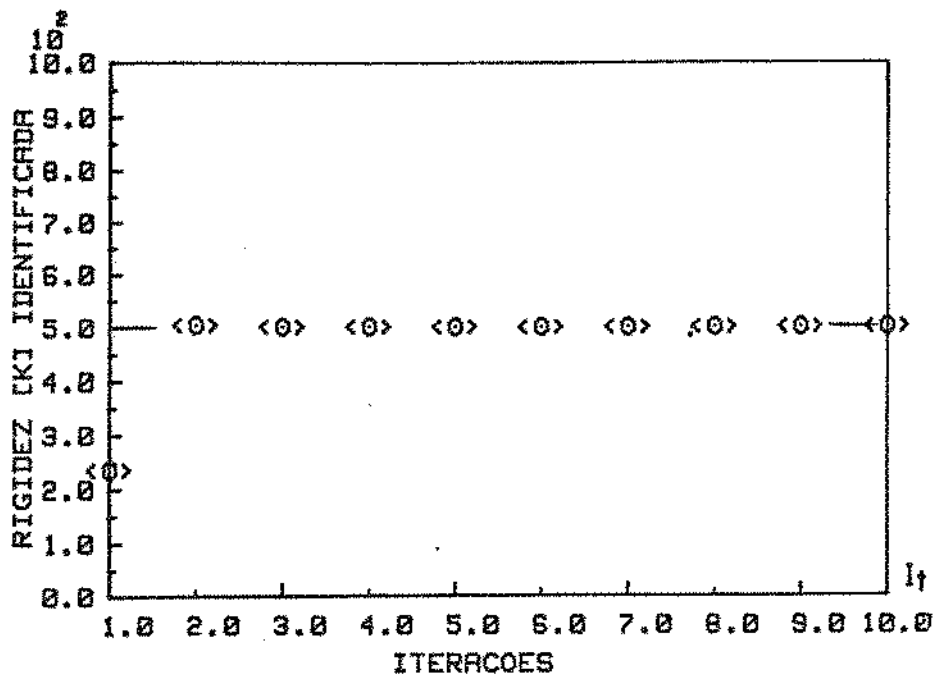


Figura 7.5.4-Rigidez Identificada em Função do Número de Iterações
Considerando $N_R = 10\%$

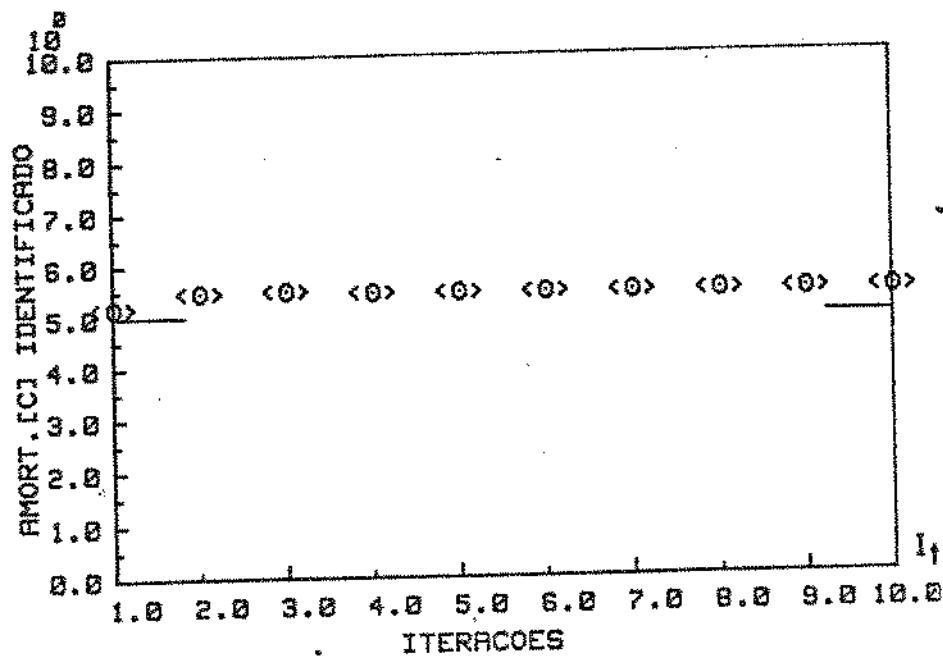


Figura 7.5.5 - Amortecimento Identificado em Função do Número de Iterações para $N_R = 10\%$.

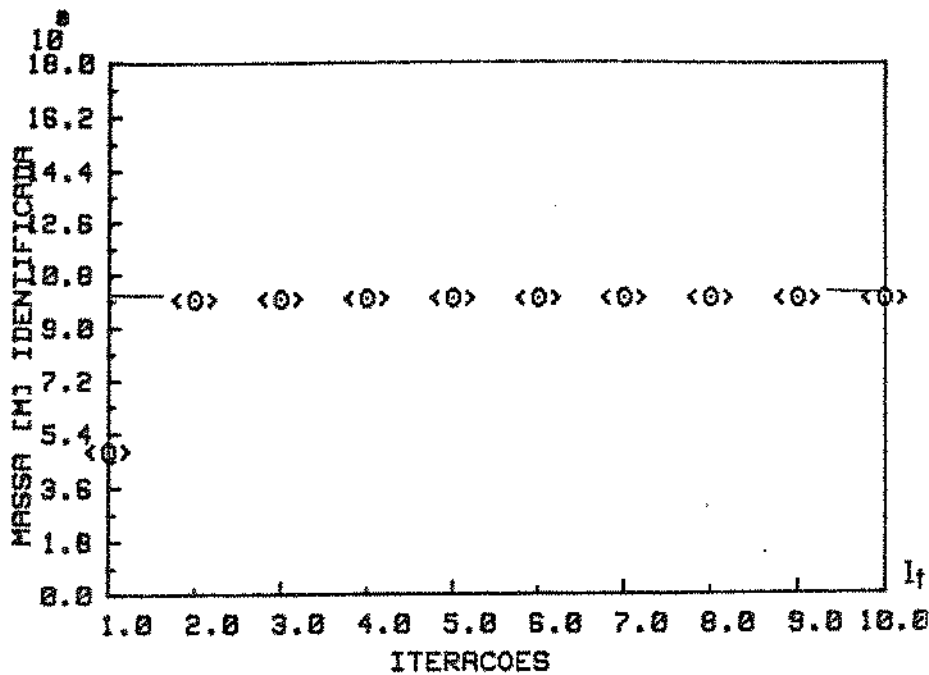


Figura 7.5.6 - Massa Identificada em Função do Número de Iterações para $N_R = 10\%$.

Nas figuras 7.5.4, 7.5.5 e 7.5.6, o primeiro ponto corresponde ao valor dos coeficientes identificados utilizando o estimador dos mínimos quadrados. Os demais pontos correspondem aos identificados utilizando-se o estimador das variáveis instrumentais.

As figuras 7.5.7, 7.5.8. e 7.5.9 mostra a evolução dos erros de "bias" para os coeficientes de rigidez, massa e amortecimento identificados para diferentes níveis de ruído sobrepostos as funções de resposta em frequência, considerando 64 pontos em frequência. Em todos os resultados obtidos, considerou-se como parâmetros de referência $N_{corr} = 8$ e $N_{pi} = 32$. Com efeito, uma melhor estimação poderia ser obtida, tomando N_{pi}

cada vez menor, isto é, aumentando-se a resolução em frequência, como pode-se notar em processos anteriores a partir do critério de N_{pi} .

Pelas curvas apresentadas, pode-se notar que os erros de "bias" ou de polarização, assumem valores iguais a zero para todos os coeficientes quando as funções de resposta em frequência medidas estão livre de ruído (estimação consistente ou não polarizada), isto é, $E[\hat{\Phi}_n] = \Phi$. Com efeito, mostrando que o estimador dos mínimos quadrados é capaz de produzir boa estimação quando as saídas medidas estão livres de ruído. Na presença de ruído, a estimação dos coeficientes torna-se "biassada" e aumenta na medida em que se aumentar o nível de ruído.

Uma observação de particular importância é com relação ao parâmetro de amortecimento identificado (vide figura 7.5.9). Com efeito, pode-se observar pelo comportamento da curva, que o amortecimento identificado mostrou-se menos sensível ao ruído sobrepostos as funções de resposta em frequência.

Este resultado, provavelmente esteja muito fortemente ligado ao fato do ruído sobreposto as saídas medidas, pouco influenciar a região do pico de amplitude máximo do espectro, vide figura 7.5.3. Com efeito, observando-se a figura 7.5.3, o ruído só tem influência na região da curva interior das faixas I e III, vide figura 7.2.11, regiões em que, dependendo da quantificação do nível de ruído somado às saídas, ter-se-á ou não uma estimação aceitável. Os resultados apresentados nas figuras 7.5.5 e 7.5.9 exemplificam bem este fato para diferentes níveis de ruído sobreposto as funções de resposta em frequência.

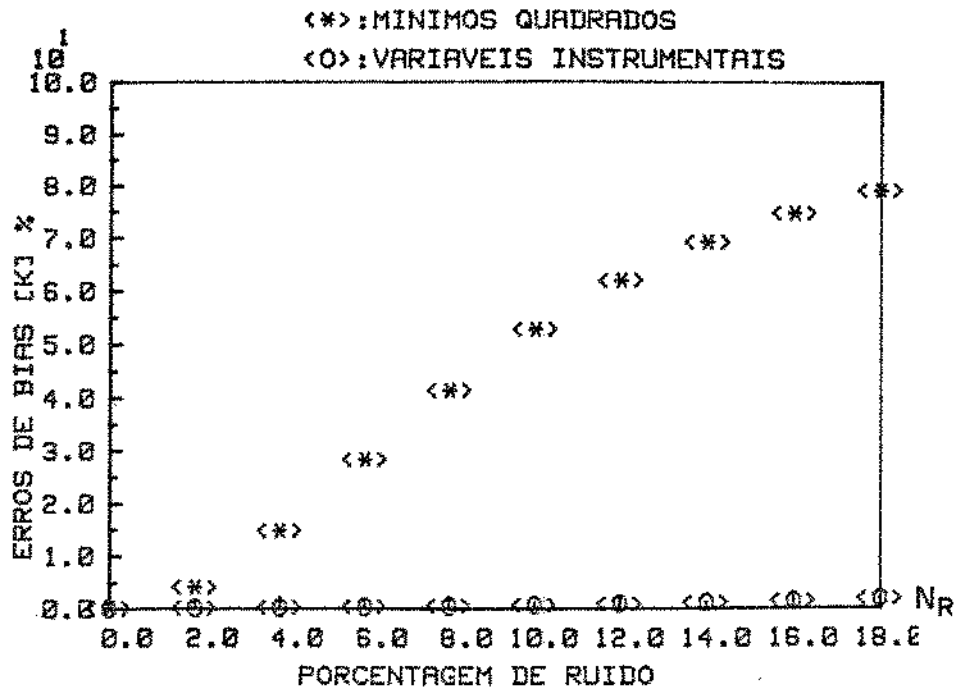


Figura 7.5.7 - Erros de "Bias" para a Rigidez Identificada em Função do Nível de Ruído.

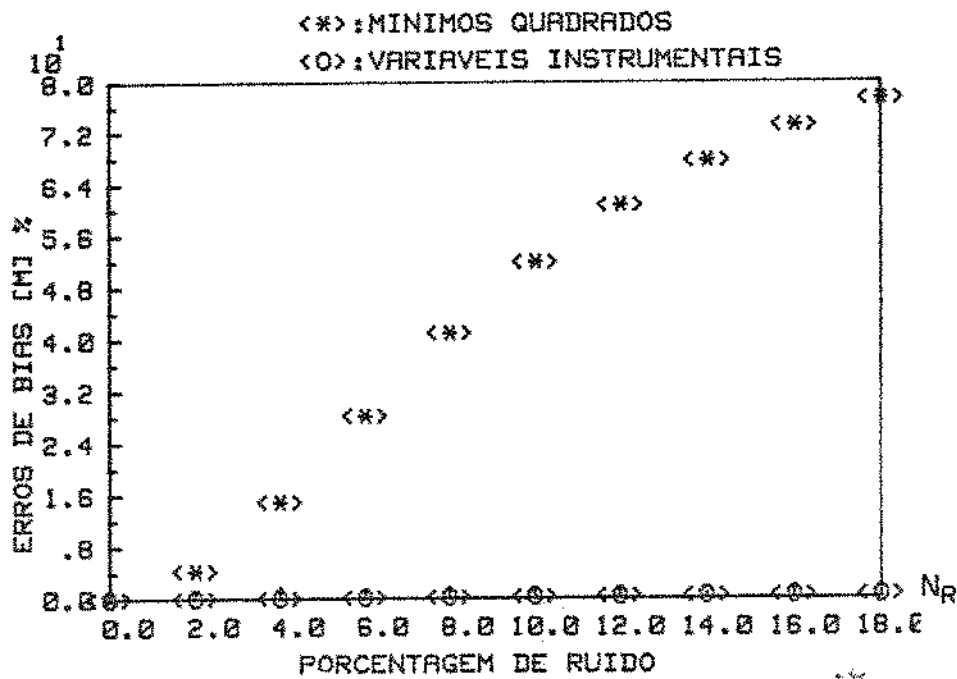


Figura 7.5.8 - Erro de "Bias" para a Massa Identificada em Função do Nível de Ruído.

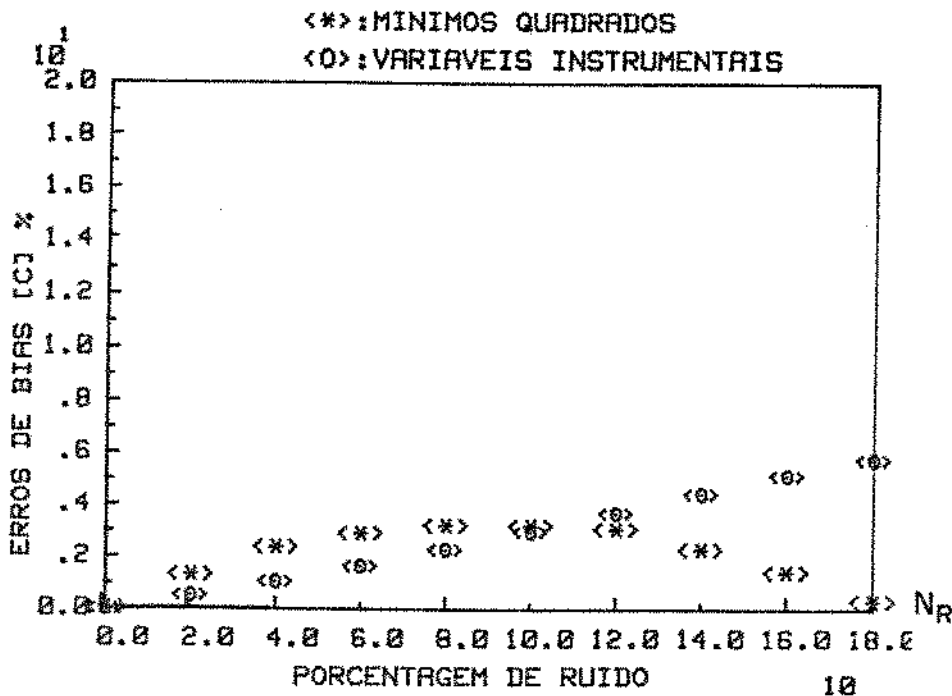


Figura - 7.5.9 - Erro de "Bias" para o Amortecimento Identificado em Função do Nível de Ruído.

O estimador das variáveis instrumentais, como pode-se notar pelos resultados apresentados até aqui, mostrou-se potencialmente superior ao estimador dos mínimos quadrados.

A tabela 7.5.1 apresenta de forma quantitativa os valores dos coeficientes identificados para diferentes níveis de ruído (N_R) em porcentagem para os dois estimadores.

Tabela 7.5.1-Efeito do Nível de Ruído (N_R) nos Coeficientes Identificados Usando o Estimador dos Mínimos Quadrados e o Estimador das Variáveis Instrumentais.

N_R	Param	$\hat{\phi}_{MQ}$	$\Delta\hat{\phi}_{MQ}$	$\hat{\phi}_{VI}$	$\Delta\hat{\phi}_{VI}$
0%	K	500.0000	.0000	500.0000	.0000
	C	4.9999	.0000	4.9999	.0000
	M	10.0000	.0000	10.0000	.0000
2%	K	479.4800	4.1030	500.5450	.1099
	C	5.0639	1.2780	5.0744	1.4920
	M	9.5771	4.2290	9.9904	.0958
4%	K	425.8830	14.8800	500.0940	.2256
	C	5.1116	2.2320	5.1543	3.1100
	M	8.5108	14.8900	9.9808	.1951
8%	K	292.6200	41.4700	502.2000	.4998
	C	5.1548	3.1660	5.3308	6.7700
	M	5.8951	41.0400	9.9613	.4132
10%	K	236.1050	52.7700	502.7560	.6736
	C	5.1578	3.1560	5.4278	8.8240
	M	4.7958	52.0400	9.5113	.5339

Obs: Valores identificados e erros de "bias" para 4 iterações.

(*) Valores de referência adotados da Tabela 7.2.1.

Como pode-se notar pela tabela 7.5.1, os erros de "bias" para $N_n = 0\%$, isto é, saídas livres de ruído são iguais a zero para todos os coeficientes quando se utiliza o estimador dos mínimos quadrados. Na presença de ruído os erros podem assumir valores inaceitáveis.

O estimador das variáveis instrumentais, ao contrário, mostra-se fortemente consistente, indicando em consequência, que é possível eliminar-se ou reduzir-se estes erros para níveis de ruído relativamente consideráveis nas funções de respostas medidas.

Assim, procurou-se apresentar neste item, a importância e os cuidados que devem ser tomados na análise do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos quando perturbações externas (ruídos, erros de medição, etc.) estiverem de certa forma sobrepostas às saídas medidas, e se deseje utilizá-las para identificar parâmetros. Com efeito, mostrou-se que o estimador das variáveis instrumentais é capaz de reduzir ou mesmo eliminar estes erros na estimação das variáveis independentes (saídas). O estimador dos mínimos quadrados mostrou-se fortemente "biasado", como pôde-se notar em desenvolvimentos no capítulo 6. Como resultado de particular importância, percebe-se que o estimador dos mínimos quadrados pode ser utilizado para identificar o amortecimento, quando na região de amplitude máxima do espectro (região de ressonância), as curvas das funções de resposta em frequência não foram afetadas por ruídos.

7.6-IDENTIFICAÇÃO DO SISTEMA EIXO-MANCAL COM SIMULAÇÃO EM FREQUÊNCIA USANDO O ESTIMADOR DOS MÍNIMOS QUADRADOS E O ESTIMADOR DAS VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS

Neste capítulo, procura-se utilizar a formulação matemática para o processo de identificação desenvolvida no capítulo 5, onde se trabalha com as medidas das funções de resposta em frequência (FRF) e a formulação matemática desenvolvida no capítulo 4, onde se trabalha com os espectros das excitações e respostas. Para tanto, simula-se o sistema diretamente em frequência (vide diagrama de blocos para simulação e verificação dos processos de identificação, figura 1.3.1)

Questões no tocante as direções onde o vetor força de excitação deve ser utilizado e qual a sua influência nos parâmetros a serem identificados são levantadas e discutidas quando se utiliza a formulação matemática para o processo de identificação via matriz das funções de resposta em frequência, equação (5.4.25). Procura-se utilizar como parâmetros de referência para verificar os métodos de identificação valores teóricos lineares dos coeficientes de rigidez e amortecimento dados por [24], na forma adimensional, e reproduzidos com discussões adicionais no capítulo 2 e apêndice G.

Neste contexto, procura-se sobrepor às funções de resposta em frequência simuladas, diferentes níveis de ruído (vide apêndice E), e deste modo se poder verificar a eficiência dos dois tipos de estimadores.

7.6.1-RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO SISTEMA SIMULADO

A resposta dinâmica para o sistema pode ser obtida diretamente em frequência com o vetor força de excitação agindo de forma simultânea nas direções x e y respectivamente, a partir da equação (5.2.8). Assim, definindo os vetores de deslocamento em termos de suas componentes reais e imaginárias para os dois planos de excitação, isto é, X^C, X^S para a direção-x e Y^C, Y^S para a direção-y, com o vetor força de excitação definido de forma similar tem-se,

$$\begin{bmatrix}
 (K_{xx}^* - M \omega^2) & -\omega C_{xx} & K_{xy} & -\omega C_{xy} \\
 \omega C_{xx} & (K_{xx}^* - M \omega^2) & -\omega C_{xy} & K_{xy} \\
 K_{yx} & -\omega C_{yx} & (K_{yy}^* - M \omega^2) & -\omega C_{yy} \\
 \omega C_{yx} & K_{yx} & \omega C_{yy} & (K_{yy}^* - M \omega^2)
 \end{bmatrix}
 \times
 \begin{bmatrix}
 X^C \\
 X^S \\
 Y^C \\
 Y^S
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 F_x^C \\
 F_x^S \\
 F_y^C \\
 F_y^S
 \end{bmatrix}
 \tag{7.6.1.1}$$

onde aqui $f = 2$. Lembrando que f é o número de graus de liberdade do sistema, ou seja, não se considera no modelamento do sistema eixo-mancal hidrodinâmico os modos cônicos de vibração. Na hipótese contrária, ter-se-ia quatro graus de liberdade.

O sistema de equações lineares em (7.6.1.1), pode ser posto

em forma compacta com os seus respectivos termos correspondentes por,

$$[W_s] (X) = (F) \quad (7.6.1.2)$$

onde $[W_s]$ é a matriz do sistema de ordem 4×4 contendo todos os parâmetros do intrínsecos do sistema, (X) vetor em deslocamento de ordem 4×1 obtido e definido em termos de suas componentes reais e imaginárias para cada componente do vetor força de excitação, e (F) de ordem 4×1 .

Para se obter todas as funções de resposta em frequência definidas pelas equações (5.4.15) a (5.4.18) com excitação na direção - x, e aquelas definidas através das equações (5.4.19) a (5.4.22) com excitação na direção - y, faz-se necessário desmembrar a equação (7.6.2) em dois sistemas de equações lineares em frequência na forma,

$$[W_s] (X1) = (F1) \quad (7.6.1.3)$$

$$[W_s] (X2) = (F2) \quad (7.6.1.4)$$

onde $[W_s]$ é comum às equações (7.6.1.3) e (7.6.1.4).

Os vetores $(F1)$ e $(F2)$ são definidos respectivamente como segue,

Na direção - x :

$$(F1)^t = \left\{ F_x^c \quad F_x^s \quad 0 \quad 0 \right\}^t \quad (7.6.1.5)$$

Na direção - y :

$$(F2)^t = \left\{ 0 \quad 0 \quad F_y^c \quad F_y^s \right\}^t \quad (7.6.1.6)$$

Deste modo, obtem-se todas as funções de resposta em frequência a partir do cálculo dos vetores de deslocamento obtidos de (7.6.1.3) e (7.6.1.4) com o vetor força de excitação ora agindo na direção-x ora agindo na direção-y.

7.6.2-FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO

As equações necessárias para o processo de identificação usando-se as funções de resposta em frequência são obtidas da equação (5.4.25), isto é,

$$[A] [\Phi] = [b] \quad (7.6.2.1)$$

onde as matrizes $[A]$, $[\Phi]$ e $[b]$ são definidas respectivamente em (5.4.26), (5.4.27) e (5.4.28).

Para se resolver o sistema de equações lineares em frequência (7.6.2.1), com excitação ora agindo na direção-x ora agindo na direção-y e poder-se aplicar os métodos clássicos de resolução de sistemas de equações lineares para identificar os parâmetros desconhecidos na matriz $[\Phi]$, desacopla-se a equação (7.6.2.1) em dois sistemas de equações lineares em frequência na forma,

$$[A] [\Phi_1] = [b_1] \quad (7.6.2.2)$$

$$[A] [\Phi_2] = [b_2] \quad (7.6.2.3)$$

sendo a matriz $[A]$, comum às equações (7.6.2.2), (7.6.2.3) é definida em (5.4.26). Os vetores dos parâmetros (Φ_1) , (Φ_2) e os vetores (b_1) e (b_2) são dados respectivamente por,

$$(\Phi 1)^t = \left\{ \begin{matrix} K_{xx} & K_{yx} & M & 0 & C_{xx} & C_{yx} \end{matrix} \right\}^t \quad (7.6.2.4)$$

$$(\Phi 2)^t = \left\{ \begin{matrix} K_{xy} & K_{yy} & 0 & M & C_{yx} & C_{xy} \end{matrix} \right\}^t \quad (7.6.2.5)$$

com (b1) e (b2) dados respectivamente por,

$$(b1)^t = \left\{ \begin{matrix} 1 + R_x^c & 0 & R_x^s & 0 \end{matrix} \right\}^t \quad (7.6.2.6)$$

$$(b2)^t = \left\{ \begin{matrix} 0 & 1 + R_y^c & 0 & R_y^s \end{matrix} \right\}^t \quad (7.6.2.7)$$

Aqui, procurou-se resolver os sistemas de equações lineares em frequência (7.6.2.2) e (7.6.2.3) utilizando-se o método de resolução de sistemas de equações lineares por Householder [93]. Com isto, procurou-se evitar o problema de processar o produto matricial $A^t A$, oriundo do problema de mínimos quadrados (vide apêndice C, equação C.5), fato este que ocorre quando se utiliza o método de resolução de sistemas de equações lineares por Cholesky, e além de se exigir neste processo de resolução numérica que a matriz resultante do produto matricial $A^t A$ seja positiva definida.

7.6.3-DISSCUSSÕES COM RELAÇÃO AS DIREÇÕES DE EXCITAÇÃO

Duas questões de fundamental importância podem ser levantadas com relação aos planos de excitação, utilizando-se a formulação matemática para o processo de identificação dos parâmetros do mancal nas equações (7.6.2.2) e (7.6.2.3).

Com efeito, a seguinte pergunta pode ser levantada: é possível identificar todos os parâmetros do mancal contidos no vetor (41), com o vetor força de excitação agindo somente na direção-x? Se a resposta for negativa, que parâmetros poderiam ser identificados? Estas questões que são igualmente válidas com o vetor força de excitação agindo somente na direção-y, evidentemente.

Com efeito, observando-se a estrutura matricial da equação (5.4.25) e repetida a seguir, com o vetor de força agindo somente na direção-x, isto é, $F_x^C, F_x^S \neq 0$ e $F_y^C = F_y^S = 0$, na forma definida pela equação (7.6.2.2) tem-se,

frequência na direção-x.

Logo, observando-se a estrutura matricial da equação (7.6.3.2), com a matriz [A] comum às equações (7.6.2.2) e (7.6.2.3), fica fácil de compreender o porque de não se conseguir identificar todos os coeficientes do vetor $\{\Phi\}$, com excitação agindo somente na direção-x. Com efeito, para se montar a matriz das funções de resposta em frequência e se estimar todos parâmetros de $\{\Phi\}$, é necessário excitar o sistema ora na direção-x ora na direção-y. Para tanto, calcula-se a resposta em deslocamento nas direções x e y, simulando o sistema diretamente em frequência a partir da estrutura matricial apresentada na equação (7.6.1.3) ou simulando o sistema diretamente no tempo a partir da equação de estado (3.3.16), obtendo-se em consequência as funções de resposta em frequência das equações (5.4.15) a (5.4.18).

Com o vetor força agindo na direção-y, determina-se de forma similar as funções de resposta em frequência a partir das equação (7.6.1.4) e das equações (5.4.19) a (5.4.22). Deste modo, consegue-se medir todas as funções de resposta em frequência e estimar todos os parâmetros do sistema.

A equação matricial para o processo de identificação com excitação na direção-y, isto é, $F_x^c = F_x^s = 0$ e $F_y^c, F_y^s \neq 0$, é dada a partir da equação (5.4.25) por,

$$\begin{bmatrix}
 H_{xx}^C & H_{xy}^C & -n^2 \omega_o^2 H_{xx}^C & -n^2 \omega_o^2 H_{xy}^C & -n \omega_o H_{xx}^S & -n \omega_o H_{xy}^S \\
 H_{yx}^C & H_{yy}^C & -n^2 \omega_o^2 H_{yx}^C & -n^2 \omega_o^2 H_{yy}^C & -n \omega_o H_{yx}^S & -n \omega_o H_{yy}^S \\
 H_{xx}^S & H_{xy}^S & -n^2 \omega_o^2 H_{xx}^S & -n^2 \omega_o^2 H_{xy}^S & n \omega_o H_{xx}^C & n \omega_o H_{xy}^C \\
 H_{yx}^S & H_{xy}^S & -n^2 \omega_o^2 H_{yx}^S & -n^2 \omega_o^2 H_{yy}^S & n \omega_o H_{yx}^C & n \omega_o H_{yy}^C
 \end{bmatrix} \times$$

4N x 6

$$\begin{bmatrix}
 K_{xy} \\
 K_{yy} \\
 0 \\
 M \\
 C_{xy} \\
 C_{yy}
 \end{bmatrix}_{6 \times 1} = \begin{bmatrix}
 0 \\
 1 + R_y^C \\
 0 \\
 -R_y^S
 \end{bmatrix}_{4N \times 1}$$

(7.6.3.3)

ou em forma compacta,

$$[A] (\Phi_g) = (b_g) \tag{7.6.3.4}$$

Logo, para se estimar todos os parâmetros do sistema por esta formulação em frequência, precisa-se excitar o sistema em ambas as direções de forma independente, como pode-se notar pelas equações (7.6.2.8) e (7.6.2.10).

7.6.4- COEFICIENTES LINEARES DO MANCAL

Os parâmetros de referência adotados para se verificar a formulação matemática para o processo de identificação, correspondem aos coeficientes teóricos lineares de rigidez e amortecimento desenvolvidos na forma adimensional e reproduzidos no capítulo 2 e apêndice C com discussões adicionais (vide equação G.14).

A forma gráfica dos coeficientes lineares de rigidez e amortecimento calculados na forma adimensional para mancais hidrodinâmicos circulares completo, usando a hipótese de mancal infinitamente curto [26] são apresentados nas figuras 7.6.4.1 e 7.6.4.2.

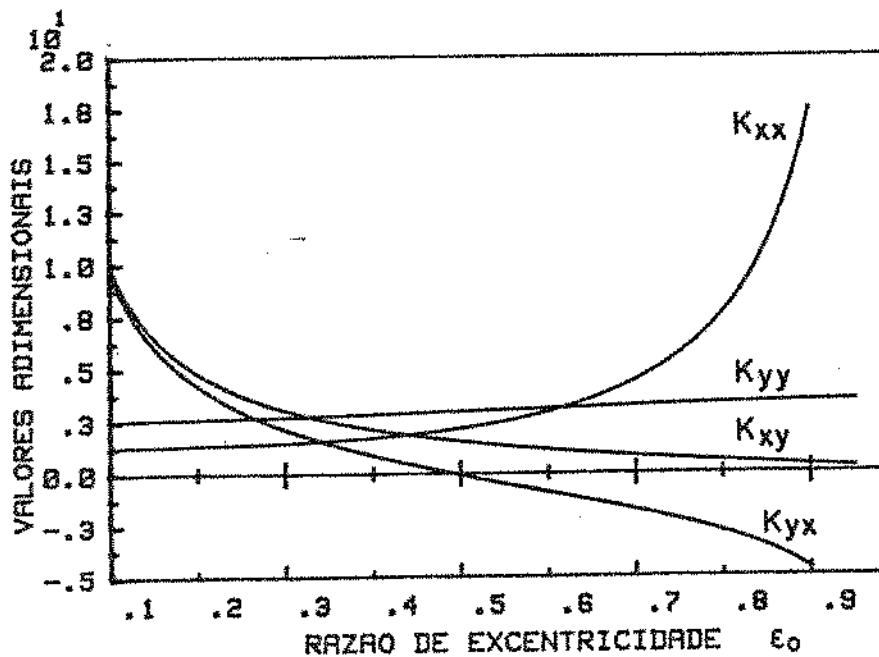


Figura 7.6.4.1-Coefficientes de Rigidez Adimensional

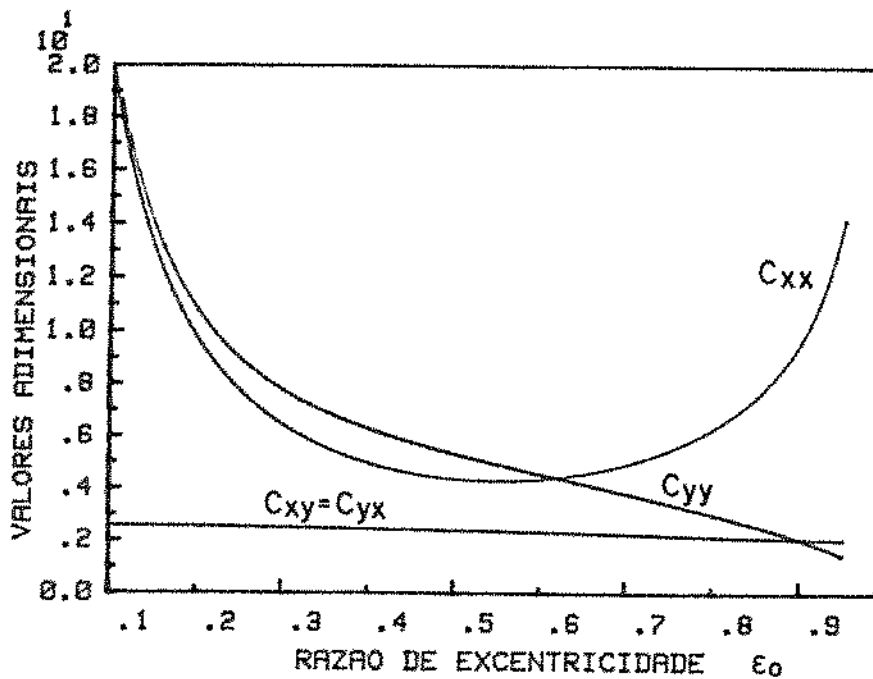


Figura 7.6.4.2- Coeficientes de Amortecimento Adimensional

Para dimensioná-los, usa-se as relações dadas pelas equações (3.3.3) e (3.3.4).

Com efeito, pode-se observar pelo comportamento das curvas 7.6.4.1 e 7.6.4.2 como variam os coeficientes lineares de rigidez e amortecimento em função da razão de excentricidade, e implicitamente como variam com velocidade angular de rotação do eixo.

7.6.5-RESULTADOS DE IDENTIFICAÇÃO PARA O MANCAL

Resultados do problema de identificação para os coeficientes lineares de rigidez e amortecimento do filme de óleo do sistema eixo-mancal hidrodinâmico utilizando-se as medidas das funções de resposta em frequência a partir do estimador dos mínimos quadrados e o estimador das variáveis instrumentais são apresentados nas figuras 7.6.5.1 a 7.6.5.8.

Procurou-se adotar para o processo de identificação, 64 componentes do vetor força de excitação. Com efeito, observando-se a estrutura matricial das equações (7.6.2.8) e (7.6.2.10), nota-se que para 64 componentes em frequência, obtém-se 256 equações algébricas, caracterizando-se, portanto, num sistema de equações lineares em frequência superdeterminado. Assim, se existem componentes harmônicas no vetor força de excitação com um nível de energia suficiente para excitar o modo ou os modos de vibração do sistema, e o sistema é estável, então o sistema pode ser identificado.

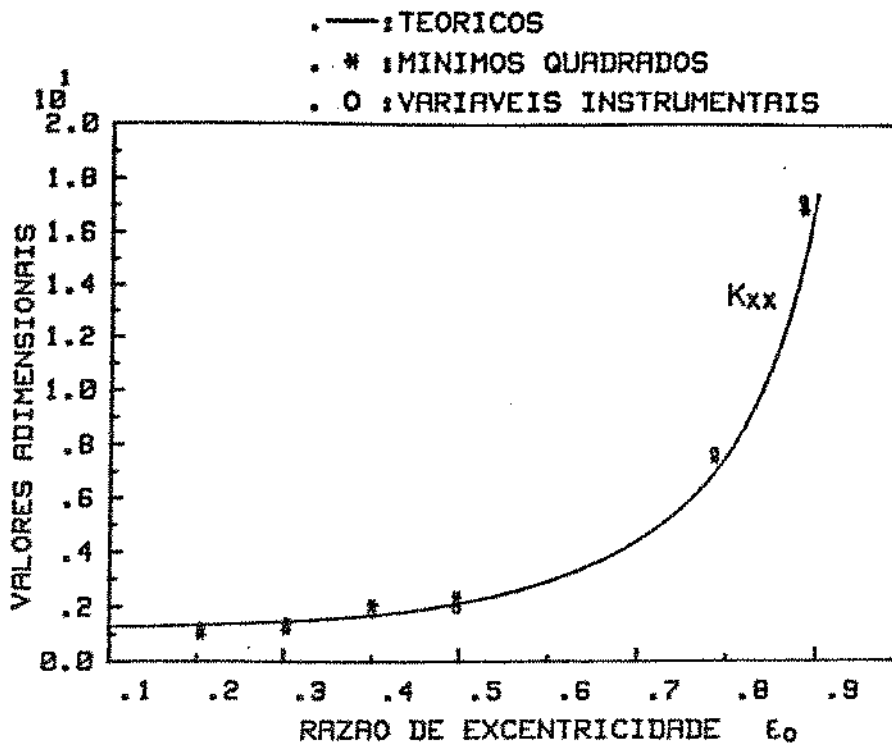


Figura 7.6.5.1-Coefficientes de Rigidez K_{xx} Identificados para 5% de Ruído.

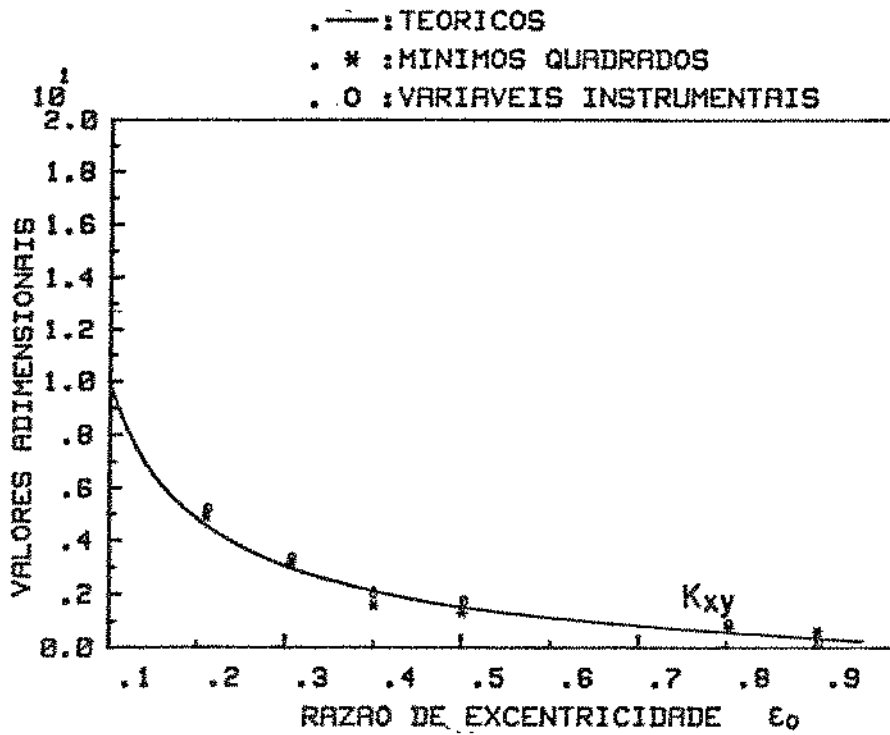


Figura 7.6.5.2-Coefficiente de Rigidez K_{xy} Identificado para 5% de Ruído.

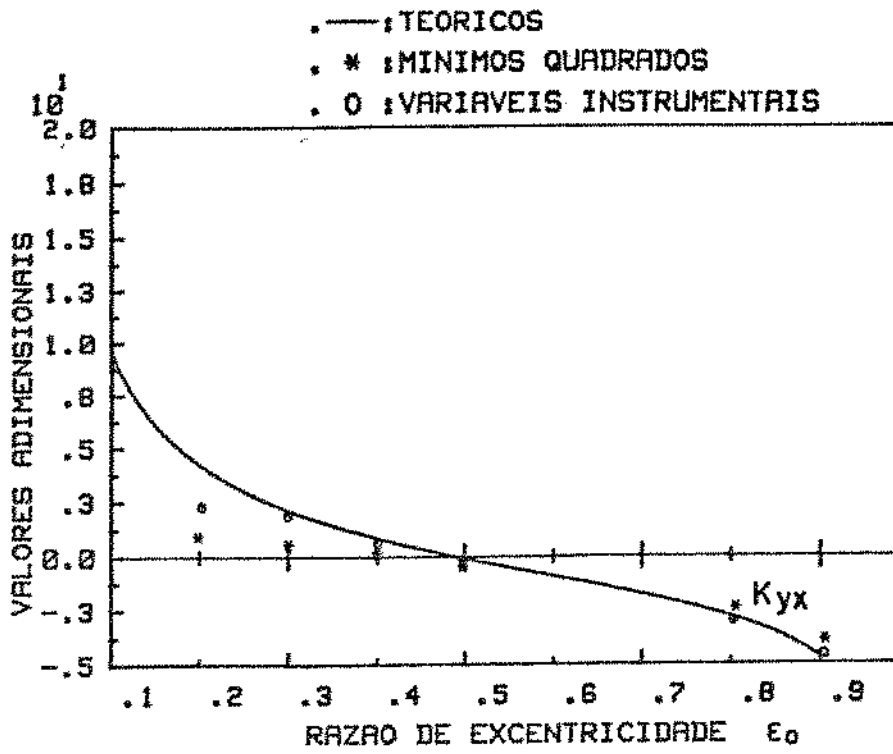


Figura 7.6.5.3-Coeficiente de Rigidez K_{yx} Identificado para 5% de Ruído.

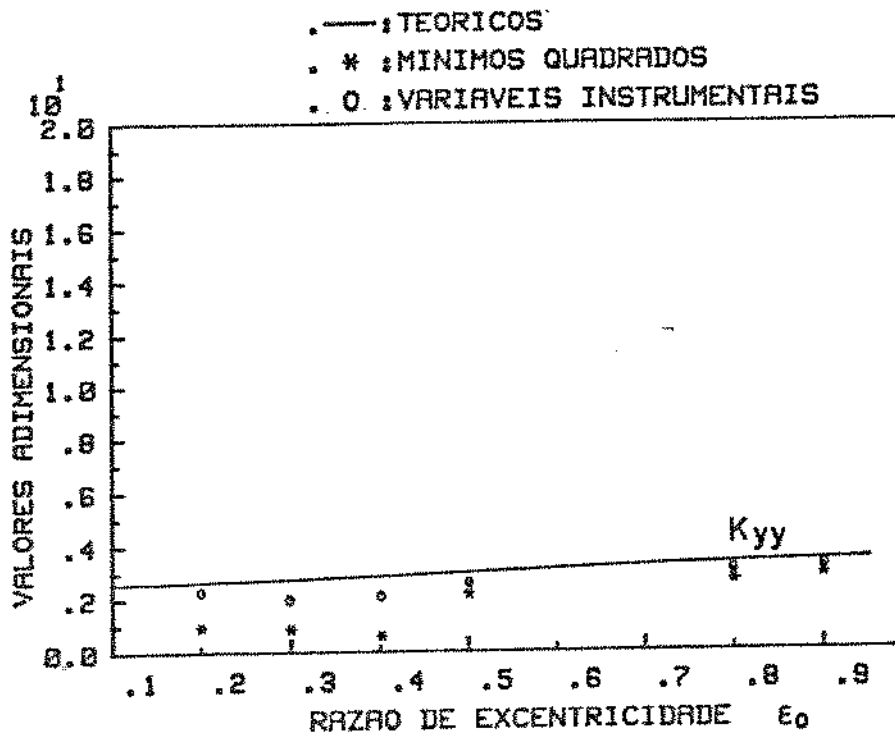


Figura 7.6.5.4-Coeficiente de Rigidez K_{yy} Identificado para 5% de Ruído.

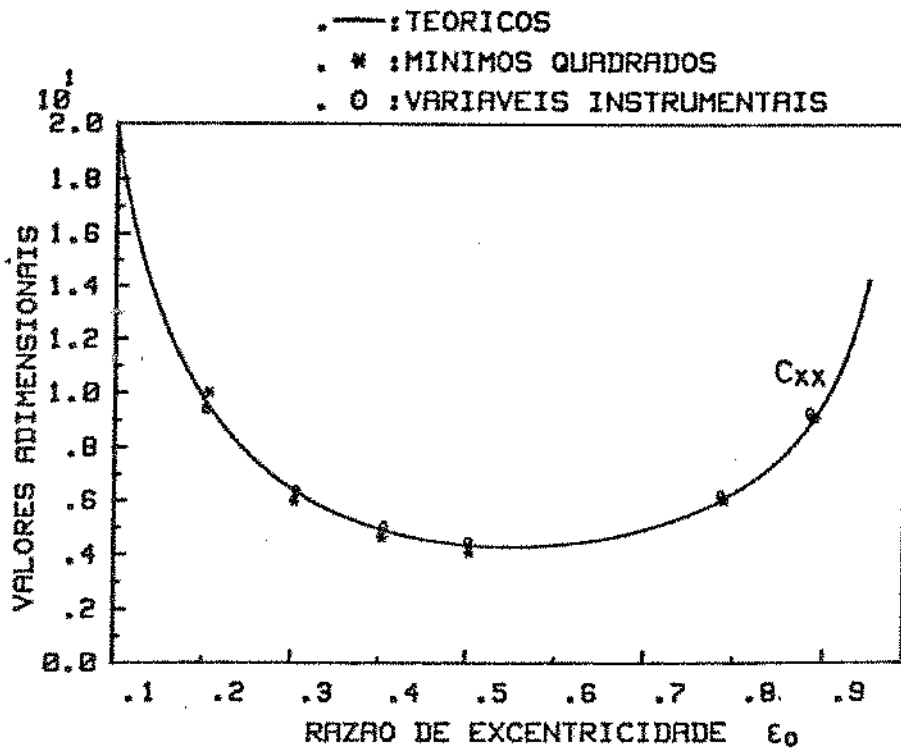


Figura 7.6.5.5- Coeficiente de Amortecimento C_{xx} Identificado para 5% de Ruído.

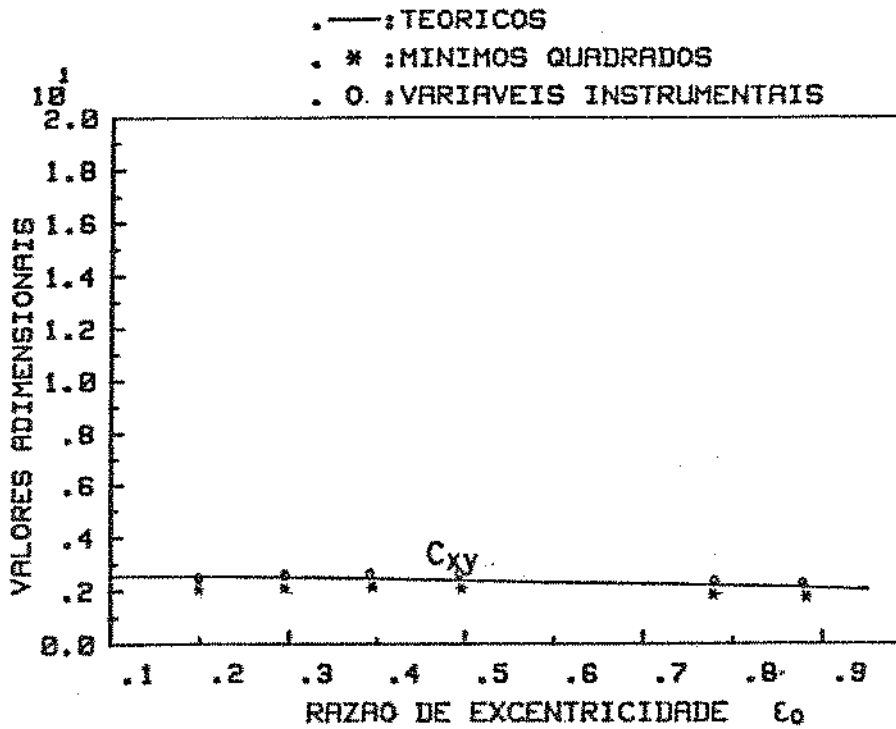


Figura 7.6.5.6- Coeficiente de Amortecimento C_{xy} Identificado para 5% Ruído.

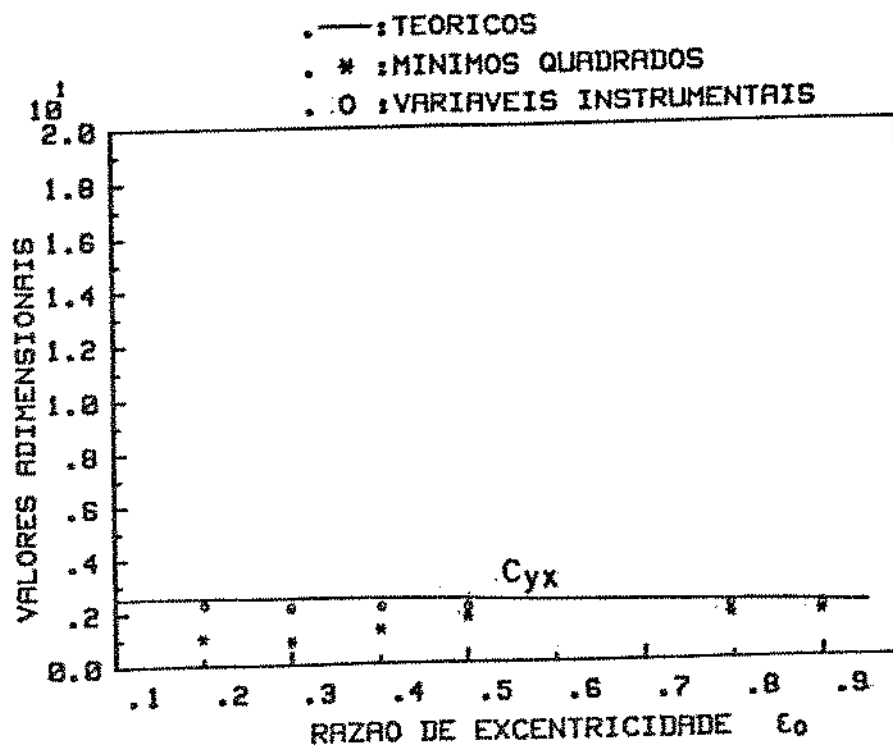


Figura 7.6.5.7- Coeficiente de Amortecimento C_{yx} Identificado para 5% Ruído.

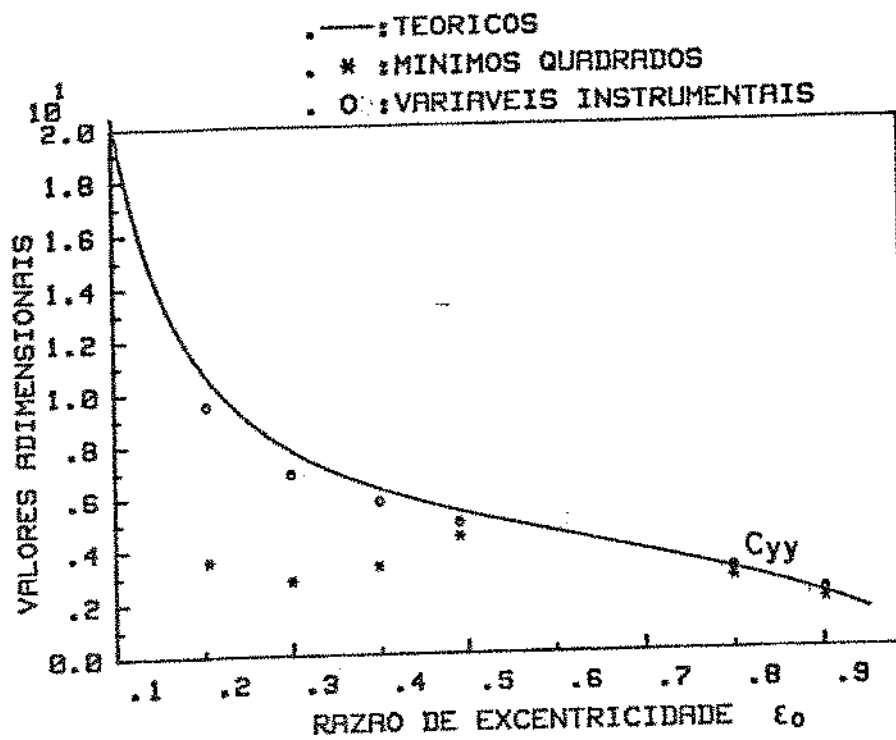


Figura 7.6.5.8- Coeficiente de Amortecimento C_{yy} Identificado para 5% de Ruído.

De forma similar apresenta-se nas figuras 7.6.5.9 a 7.6.5.16 os coeficientes lineares de rigidez e amortecimento estimados para $N_r = 5\%$, mas considerando as medidas dos espectro da excitação e resposta com o vetor força de excitação agindo simultaneamente nas direções x e y.

Enfatizando que o mérito relativo de cada formulação matemática para o processo de identificação, isto é, usando os espectro da excitação e resposta ou as medidas das funções de respostas em frequência é com efeito, perfeitamente discutível.

Como pode-se observar pela evolução das curvas apresentadas, o estimador das variáveis instrumentais mostra-se conceitualmente superior ao estimador dos mínimos quadrados, apresentando em consequência os melhores resultados para quase todos os coeficientes identificados.

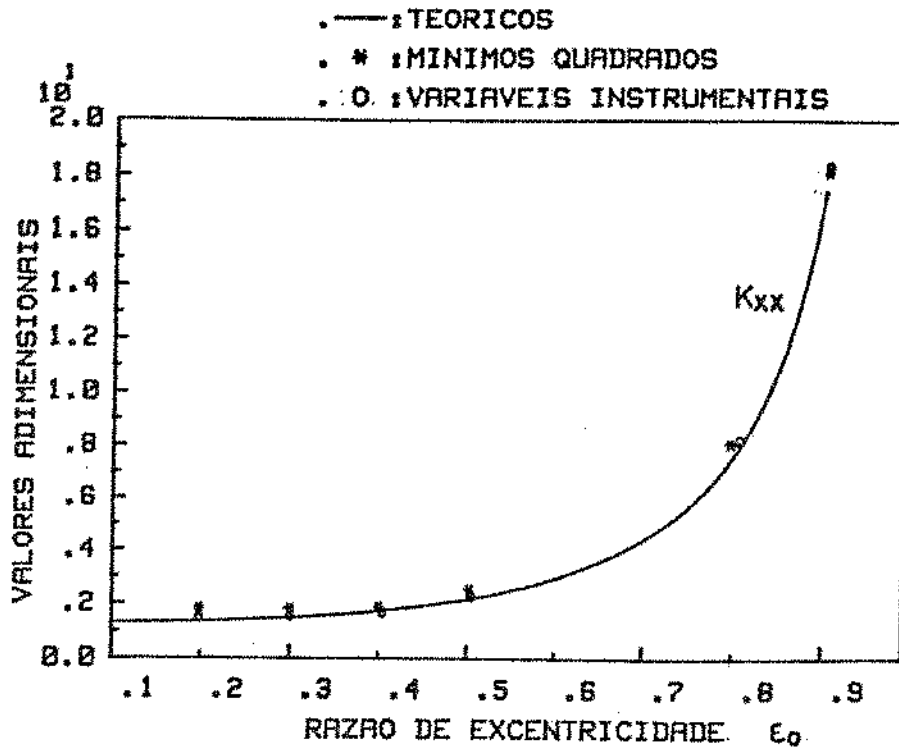


Figura 7.6.5.9-Coefficientes de Rigidez K_{xx} Identificados para 5% de Ruído.

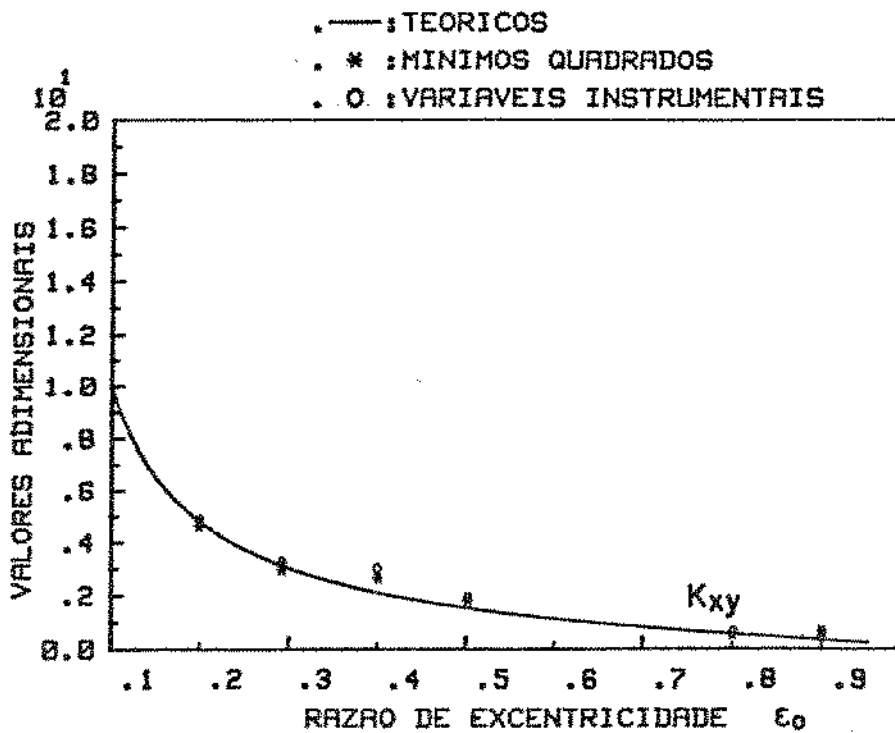


Figura 7.6.5.10-Coefficientes de Rigidez K_{xy} Identificados para 5% de Ruído.

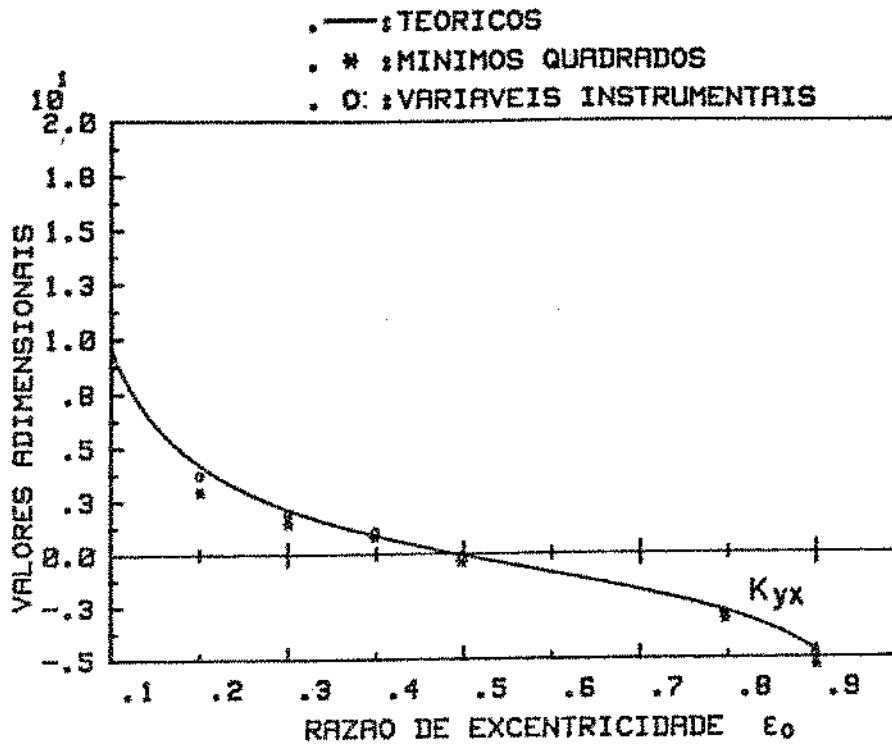


Figura 7.6.5.11-Coefficientes de Rigidez K_{yx} Identificados para 5% de Ruído.

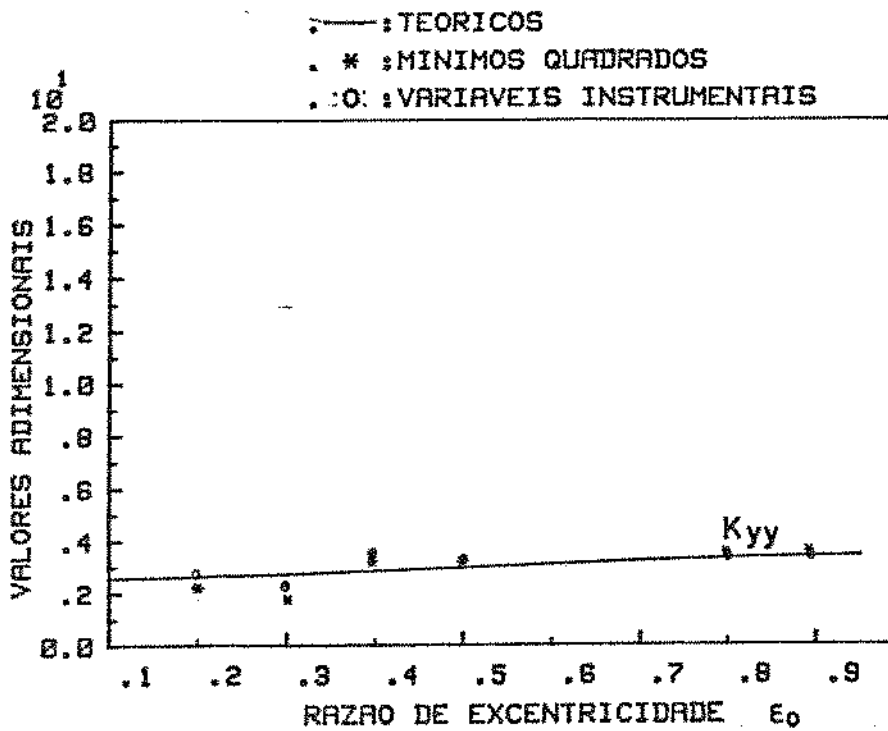


Figura 7.6.5.12-Coefficientes de Rigidez K_{yy} Identificados para 5% de Ruído.

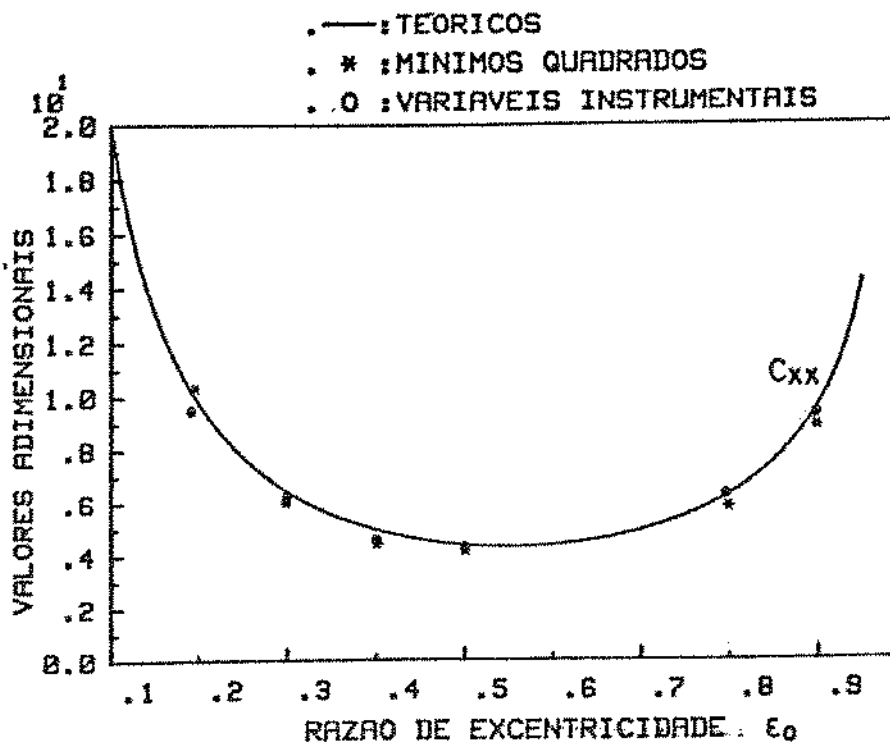


Figura 7.6.5.13- Coeficiente de Amortecimento C_{xx} Identificado para 5% de Ruído.

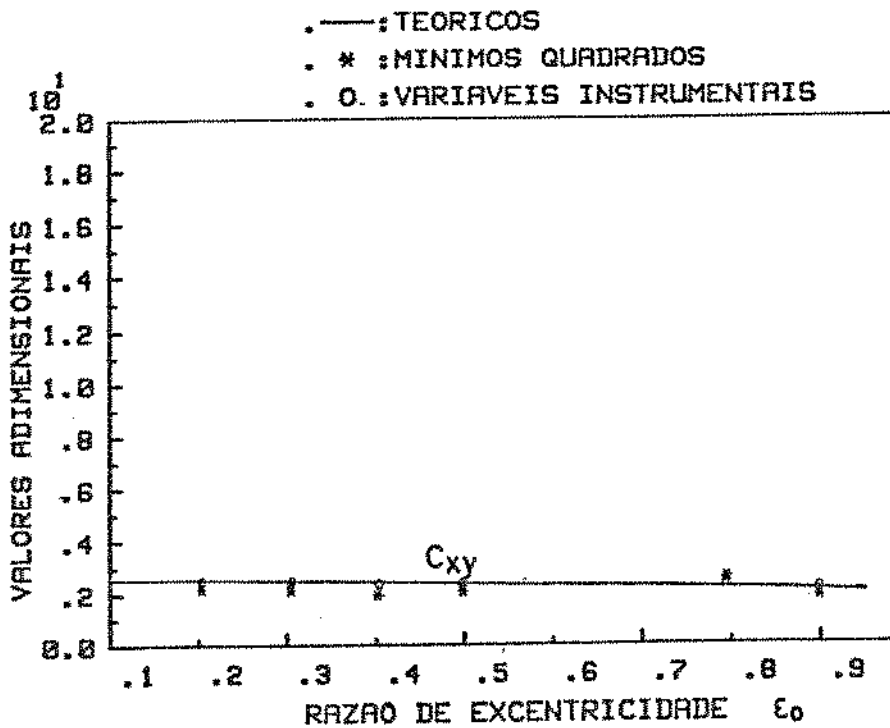


Figura 7.6.5.14- Coeficiente de Amortecimento C_{xy} Identificado para 5% de Ruído.

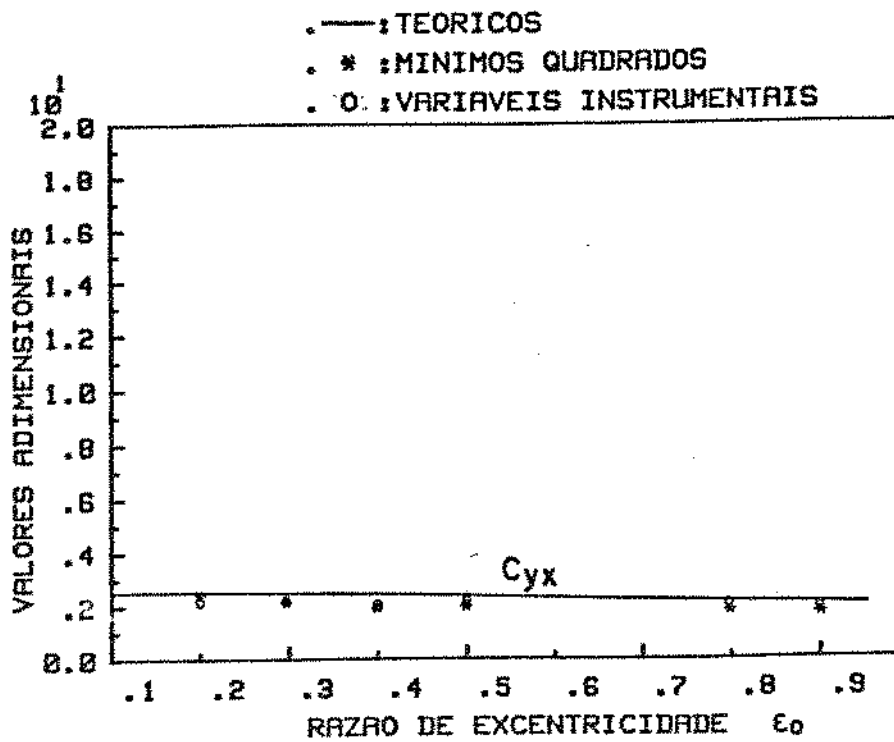


Figura 7.6.5.15- Coeficiente de Amortecimento C_{yx} Identificado para 5% de Ruído.

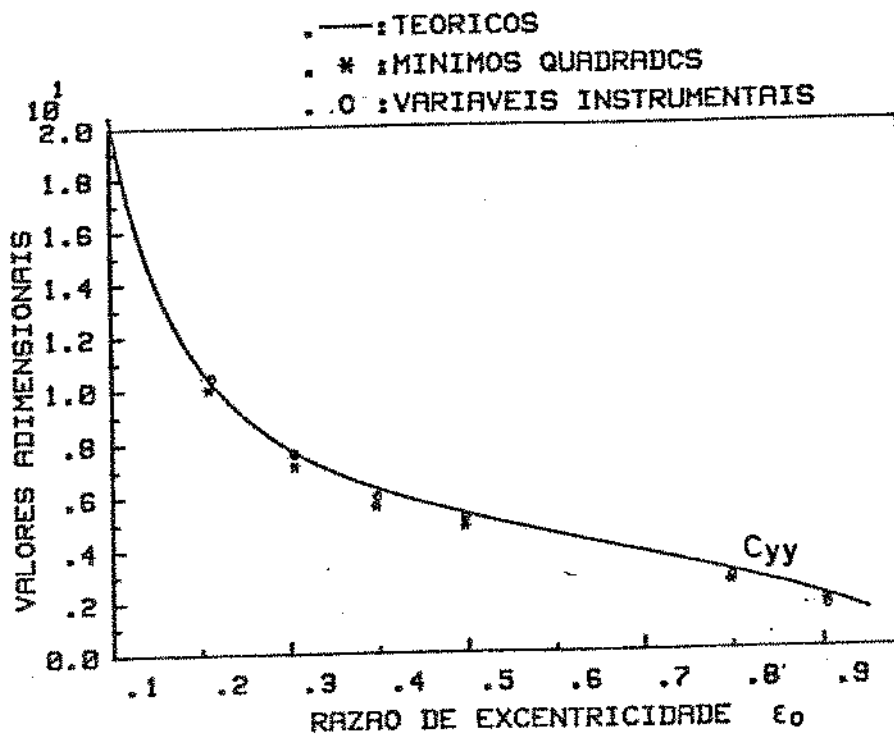


Figura 7.6.5.16- Coeficiente de Amortecimento C_{yy} Identificado para 5% de Ruído.

Como observação, não se procurou estimar os coeficientes de rigidez e amortecimento para o ponto de funcionamento correspondentes às razões de excentricidade .6 e .7 uma vez que a parte real dos autovalores calculados nestas circunstâncias assumiram valores iguais a zero, violando, portanto, o critério do N_{pi} inicialmente adotado, ou seja, necessita-se a para o processo de identificação de parâmetros (por este critério) o conhecimento prévio dos autovalores do sistema. No entanto, um outro critério poderia ser considerado e tais parâmetros serem estimados.

Assim, procurou-se apresentar nesta fase do trabalho todo um formalismo matemático em frequência para identificar parâmetros de sistemas mecânicos que utilizam mancais hidrodinâmicos como suportes de sistemas dinâmicos rotativos.

Apresentou-se também, algumas discussões com relação as direções em que devem ser utilizados os vetores de entrada para excitar o sistema

Esta investigação torna-se de fundamental importância na medida em que procura-se formas alternativas para um procedimento experimental, isto é, se utilizando o espectro da excitação e resposta via formulação desenvolvida no capítulo 4 ou se utilizando a formulação matemática via matriz das funções de resposta em frequência desenvolvida no capítulo 5. Com efeito, procurou-se, a partir dos resultados de simulação e verificação dos processos de identificação investigados, adotar a formulação matemática desenvolvida no capítulo.4 para investigar experimentalmente os coeficientes lineares de rigidez e amortecimento de um mancal hidrodinâmico (vide figura 3.2.1) para

uma dada combinação de carga e velocidade angular de rotação do eixo.

Os resultados desta investigação são apresentados no capítulo 8, onde procura-se discutir e levantar questões com relação às dificuldades em se obter medidas convenientes dos sinais de deslocamento para o caso do sistema eixo-mancal hidrodinâmico (problema de instrumentação adequada, concepção da bancada de teste, inicialmente adotada, etc).

7.7-UM MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA USANDO O ESTIMADOR DOS MÍNIMOS QUADRADOS E O ESTIMADOR DAS VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS

Procura-se apresentar nesta seção do trabalho, um método alternativo de identificação para estimar forças no domínio da frequência usando o estimador dos mínimos quadrados e o estimador das variáveis instrumentais. Assim, procura-se investigar a sensibilidade ao ruído dos estimadores para os dois métodos de identificação de forças.

A perturbação externa (sinal) simulado a ser considerado, é aquela já tratada no capítulo 6 e utilizada como entrada nos estudos dos sistemas anteriores.

7.7.1-MÉTODOS DOS MÍNIMOS QUADRADOS.

Numa estrutura, as respostas dinâmicas podem ser calculadas com um número de pontos igual ao número de pontos de excitação, e assim, as forças que agem sobre a estrutura poderão ser estimadas pela simples inversão matricial [109],

$$\{F_E(\omega)\} = [H(\omega)]^{-1}\{X(\omega)\} \quad (7.7.1.1)$$

Supondo-se agora, que Q forças excitem o sistema e que as respostas são medidas em Q + N pontos, as forças podem ser estimadas utilizando-se o método dos mínimos quadrados na forma [109],

$$\{F_E(\omega)\} = \left\{ [H(\omega)]^{tc} [H(\omega)] \right\}^{-1} [H(\omega)]^{tc} \{X(\omega)\} \quad (7.7.1.2)$$

onde $\{F_E(\omega)\}$ é o vetor força a ser determinado e tc aqui, denota a transposta conjugada complexa da matriz das funções de resposta em frequência. Discursões mais detalhadas com relação à utilização deste método de identificação de forças pode ser encontrado na referência [110].

Uma formulação matemática diferente, que foi proposta em [78], para identificação de forças de sistemas mecânicos usando o método dos mínimos quadrados e o método das variáveis instrumentais, se for tomada em relação à formulação matemática

representada pela equação (7.7.1.2), consistiria em :

Primeiro, identifica-se os parâmetros do sistema aplicando-se forças de excitação periódicas conhecidas e obtendo-se as funções de resposta em frequência.

A solução por mínimos quadrados da equação (C.1) (vide apêndice C), para os parâmetros desconhecidos de $[\hat{\Phi}]$, é então dada por,

$$[A]^t [A] [\hat{\Phi}]_{MQ} = [A]^t [b] \quad (7.7.1.3)$$

onde a matriz $[A]$, contém todas as funções de resposta em frequência.

Em seguida, estima-se as forças a partir da equação (5.2.9) rearranjada na forma,

$$[\hat{F}]_{MQ} = [B] [\hat{\Phi}]_{MQ} \quad (7.7.1.4)$$

onde a matriz $[B]$ na equação (7.7.1.4) é constituída a partir das respostas medidas e $[\hat{\Phi}]_{MQ}$, que é a matriz dos parâmetros identificados com a equação (7.7.1.3).

A solução da equação (7.7.1.3) quando ruídos estão presentes nas entradas e/ou saídas do sistema, mostra-se ser "biasada" ou não consistente (vide capítulo 6) e referências [77,78]. Este problema é bem colocado em [106]. Portanto, as forças estimadas podem não corresponder às reais forças que interagem sobre a estrutura quando se utiliza o método dos mínimos quadrados.

7.7.2-MÉTODO DAS VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS

De forma similar, identifica-se os parâmetros do sistema aplicando-se forças de excitação conhecidas e obtendo-se as funções de resposta em frequência.

A solução pelo método das variáveis instrumentais da equação normal (C.1) (vide capítulo 6, item 6.7 e apêndice D), para os coeficientes desconhecidos da matriz dos parâmetros $[\hat{\Phi}]$, é dada por,

$$[W]_{VI}^t [A] [\hat{\Phi}]_{VI} = [W]_{VI}^t [b] \quad (7.7.2.1)$$

Assim, a partir do conhecimento do modelo matemático identifiacado, isto é, matrizes de rigidez, amortecimento e eventualmente a matriz de massa do sistema, contidas em $[\hat{\Phi}]_{VI}$, as forças poderão ser estimadas de forma similar à estrutura matricial em (7.7.2.1), rearranjada na forma,

$$[\hat{F}]_{VI} = [B^*] [\hat{\Phi}]_{VI} \quad (7.7.2.2)$$

A solução de (7.7.2.2) é então procurada num processo iterativo onde as forças estimadas no processo anterior são utilizadas para calcular uma nova matriz $[B^*]$, utilizando-se os parâmetros $[\hat{\Phi}]_{VI}$.

Portanto, as forças estimadas são estabelecidas da equação (7.7.2.2) quando no processo iterativo os valores das forças estimadas convergirem para valores estáveis.

7.7.3-RESULTADOS PARA O PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS USANDO O ESTIMADOR DOS MÍNIMOS QUADRADOS E O ESTIMADOR DAS VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS

A força simulada foi gerada através do algoritmo de Schroeder (vide capítulo 6).

As figuras 7.7.3.1 e 7.7.3.2, mostram os resultados da função de resposta em frequência sobreposta ao ruído para o sistema de um grau de liberdade usando os dois métodos de identificação de forças.

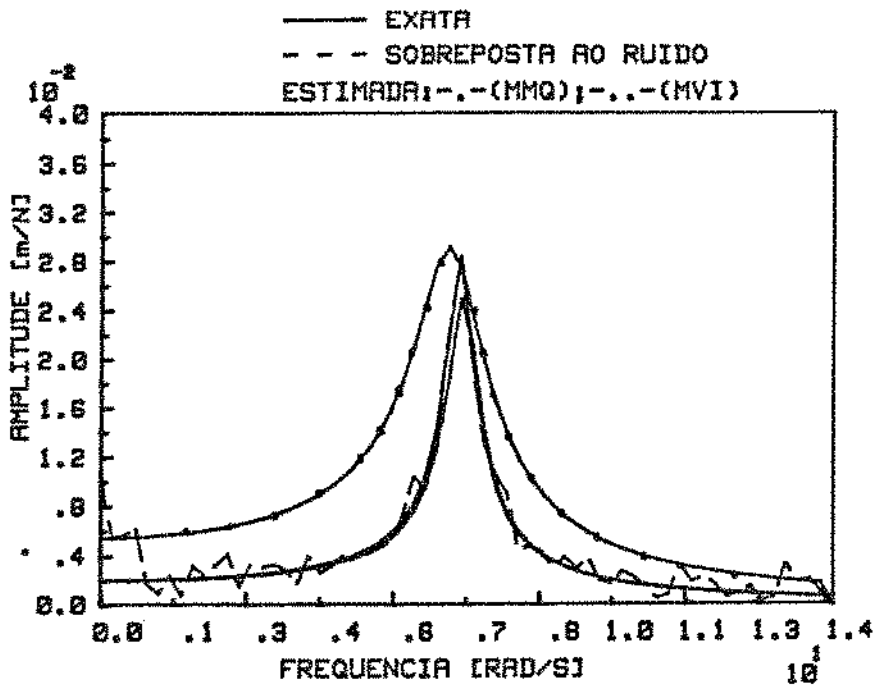


Figura 7.7.3.1.-FRF do Sistema de Um Grau de Liberdade Simulada e Poluída com $N_R = 10\%$.

Observa-se o ajuste da função de resposta em frequência usando-se o método dos mínimos quadrados e método das variáveis instrumentais em relação à função de resposta em frequência

simulada sem efeito do ruído, para quatro iterações.

A figura 7.7.3.2 mostra a título de ilustração a força simulada (linha cheia - espectro constante) e espectro estimado utilizando-se o método dos mínimos quadrados e usando o método das variáveis instrumentais.

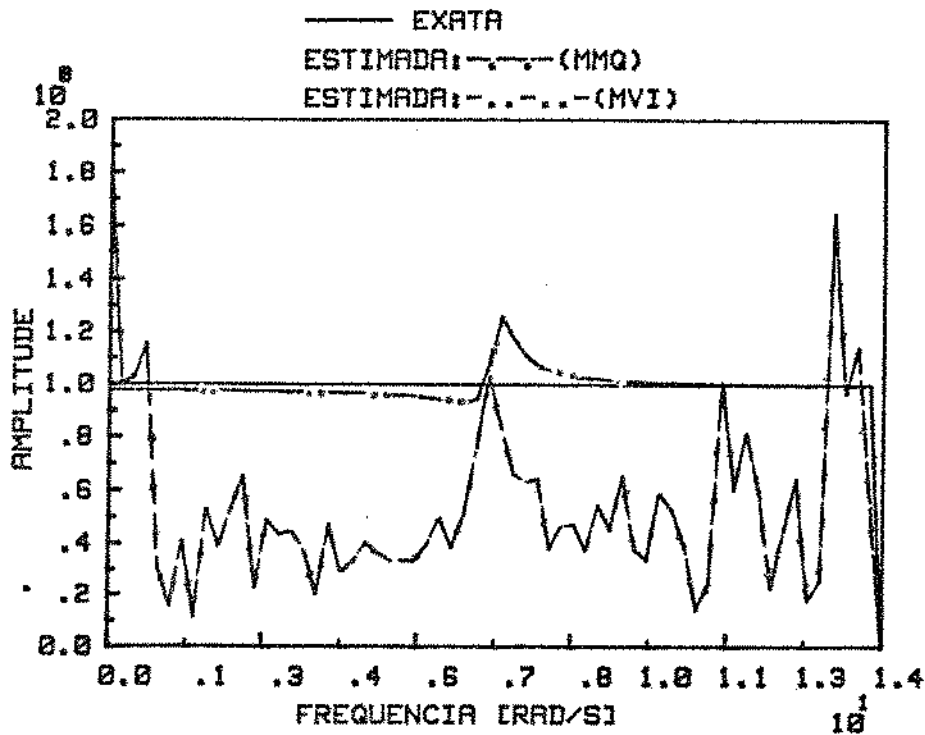


Figura 7.7.3.2-Força Estimada em Frequência Usando os Dois Métodos de Identificação de Forças.

Apresentou-se nesta fase do trabalho, o desenvolvimento de um método de identificação de forças no domínio da frequência usando o estimador dos mínimos quadrados e o estimador das variáveis instrumentais.

Mostrou-se que é muito importante, em se tratando de identificar perturbações externas agindo sobre uma estrutura, fazer-se uma identificação prévia de um modelo matemático que retrate o seu comportamento dinâmico. Assim, uma vez estabelecido o modelo matemático, omite-se a necessidade de se medir as funções de resposta em frequência e usá-las no processo de identificação de forças, como é o caso dos trabalhos apresentados nas referências [109,110].

Com efeito, mostrou-se que os métodos de identificação de forças exigem a identificação prévia de um modelo matemático que relacione entradas com saídas nos pontos de medida do sistema. O método dos mínimos quadrados mostrou-se não consistente, apresentando grandes erros nos valores das forças estimadas na presença de ruído nas respostas. O método das variáveis instrumentais foi utilizado como forma de se eliminar ou reduzir estes erros de estimação nas forças identificadas.

7.8-CONCLUSÃO

Desenvolveu-se ao longo deste trabalho diferentes formulações matemáticas para identificar parâmetros de sistemas mecânicos no domínio da frequência e no domínio do tempo. Embora a formulação dos processos de identificação tenha sido em parte direcionada à aplicação específica de sistemas dinâmicos rotativos que possuem como suportes mancais hidrodinâmicos, pode-se, sem perda de generalidades, serem aplicados às mais diversas e variadas modalidades de sistemas mecânicos.

Como sugestão concludente deste fato, propõe-se para investigações futuras, a utilização do método de identificação em frequência desenvolvido no capítulo 5, onde se usa as medidas das funções de resposta em frequência para identificar parâmetros de estruturas mecânicas. Com efeito, é possível através da formulação matricial de (5.3.10) identificar as matrizes de rigidez, amortecimento e eventualmente a massa do sistema em alguns pontos de interesse sem a necessidade prévia de um modelamento matemático via equação diferencial no tempo. Assim, pode-se comparar as matrizes de rigidez, massa e amortecimento obtidas experimentalmente, com aquelas, por exemplo, obtidas teoricamente pelo método dos elementos finitos. Algumas colocações adicionais de como trabalhar os sinais de excitação e resposta no domínio da frequência e utilizá-los para identificar tais parâmetros já foram levantadas no item de conclusão, capítulo 5.

Desenvolveu-se, além de diferentes formulações matemáticas para identificar parâmetros de sistemas mecânicos, possíveis de

serem aplicados na prática utilizando o estimador dos mínimos quadrados e o estimador das variáveis instrumentais, um critério de busca na escolha adequada do intervalo de tempo de discretização dos sinais, a partir do parâmetro N_{pi} (vide item 7.2) e também um método de identificação de forças no domínio da frequência.

Como pode-se notar pelos resultados apresentados no capítulo 7, o critério baseado no de N_{pi} basicamente orientou a escolha do intervalo de tempo de discretização dos sinais simulados e a faixa de frequência mais adequada para serem utilizados no processo de identificação dos parâmetros. Mostrou-se também, que a identificação de parâmetros não está tão fortemente ligada ao número de pontos utilizados (como é o caso de alguns métodos de identificação no domínio do tempo citados na literatura [82,84,85]) mais sim, aos critérios que devem ser utilizados na obtenção conveniente dos sinais e notadamente com relação à própria formulação matemática para o processo de identificação, quando se utilizam algumas hipóteses simplificadoras, como é o caso da formulação no tempo, desenvolvida no capítulo 3.

Além das colocações acima e das conclusões que foram possíveis de serem tomadas ao longo deste trabalho, notadamente a partir dos resultados obtidos neste capítulo, de real importância foi a oportunidade de se poder descobrir na literatura o trabalho de Schroeder [7] que versa sobre algoritmos para geração de sinais, e que podem ser obtidos a partir de síntese de sinais periódicos, possuindo com efeito, o mesmo conteúdo espectral de um processo estocástico puro (ruído branco), mostrando-se, portanto, muito adequado para ser utilizado como

entrada para identificar parâmetros de sistemas mecânicos.

Com efeito, pode-se de certo modo concluir pelos resultados apresentados, que os algoritmos desenvolvidos para identificar parâmetros de sistemas mecânicos no domínio da frequência apresentam muitas vantagens em relação aos algoritmos desenvolvidos no domínio do tempo em geral.

CAPÍTULO 8

RESULTADOS EXPERIMENTAIS DE IDENTIFICAÇÃO

8.1-INTRODUÇÃO.

Nos capítulos 3, 4, 5 e apêndice F, desenvolveram-se formulações matemáticas que permitem estimar parâmetros de sistemas dinâmicos no domínio do tempo e em frequência, sendo dada ênfase à aplicação específica de sistemas dinâmicos que têm como suportes mancais hidrodinâmicos. Mostrou-se que é muito importante, em se tratando do problema de identificação, estabelecer-se critérios rigorosos de análise para a obtenção das saídas (deslocamentos) e entradas (forças) e para utilização destes sinais na identificação de parâmetros de sistemas mecânicos. Com efeito, pôde-se compreender pelo que foi apresentado, o nível de complexidade e dificuldades que poderão surgir numa eventual aplicação direta de métodos de identificação (tempo e frequência).

Neste capítulo, são apresentados como ilustração alguns resultados do problema de identificação experimental dos coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo de um mancal hidrodinâmico, considerando um modelo físico com um só mancal hidrodinâmico. Procura-se aí, levantar questões e discussões tais como - obtenção conveniente dos sinais de deslocamento do sistema eixo-mancal e qual ou quais direções de excitação deve-se utilizar para a obtenção conveniente destes

sinais, que formulação matemática utilizar para o processo de identificação, concepção de projeto de bancada mais adequada para se estimar tais parâmetros, e aspectos ligados ao problema de aquisição de dados e folga radial a ser adotada.

8.2-DESCRIÇÃO GERAL DA BANCADA DE TESTES

O arranjo geral da bancada de testes é mostrado de forma simplificada na figura 3.2.1 (capítulo 3).

Da figura 3.2.1 observa-se que o mancal é sustentado por molas flexíveis nas direções x e y respectivamente. Assim, na tentativa de projetar um sistema que representasse do ponto de vista físico um rotor rígido apoiado por dois mancais hidrodinâmicos, procurou-se adotar como concepção de projeto, um eixo rígido apoiado por dois mancais de rolamento de contato angular (ajustável) nas extremidades do eixo com um só mancal hidrodinâmico posicionado no meio do eixo. A carga estática é introduzida por um sistema de roldanas e que representa do ponto de vista físico o mesmo que a carga estática que é introduzida no rotor rígido tendo como suportes dois mancais hidrodinâmicos, isto é, considera-se a carga estática como sendo devida ao campo gravitacional da terra (peso próprio do rotor).

A alimentação do óleo é feita por gravidade como pode-se notar pelo corte na parte superior da luva do mancal na figura 3.2.1.

O modelo físico do sistema eixo-mancal hidrodinâmico incluindo as molas flexíveis de conexão da luva do mancal é mostrado na figura 3.2.1-b.

A figura 8.2.1 mostra uma vista geral superior da bancada de testes onde pode-se notar o reservatório para a alimentação do óleo por gravidade, as molas flexíveis da luva do mancal, o posicionamento dos dois "Shakers" (direção- x e direção- y), os

dois mancais rígidos de sustentação do eixo, o motor de acionamento, e a forma como o mancal hidrodinâmico é posicionado no plano médio do eixo e a forma como é introduzida a carga estática através do sistema de roldanas, bem como é colhido o óleo no reservatório através de tubos flexíveis (vide também figuras 8.2.5 e 8.2.7).

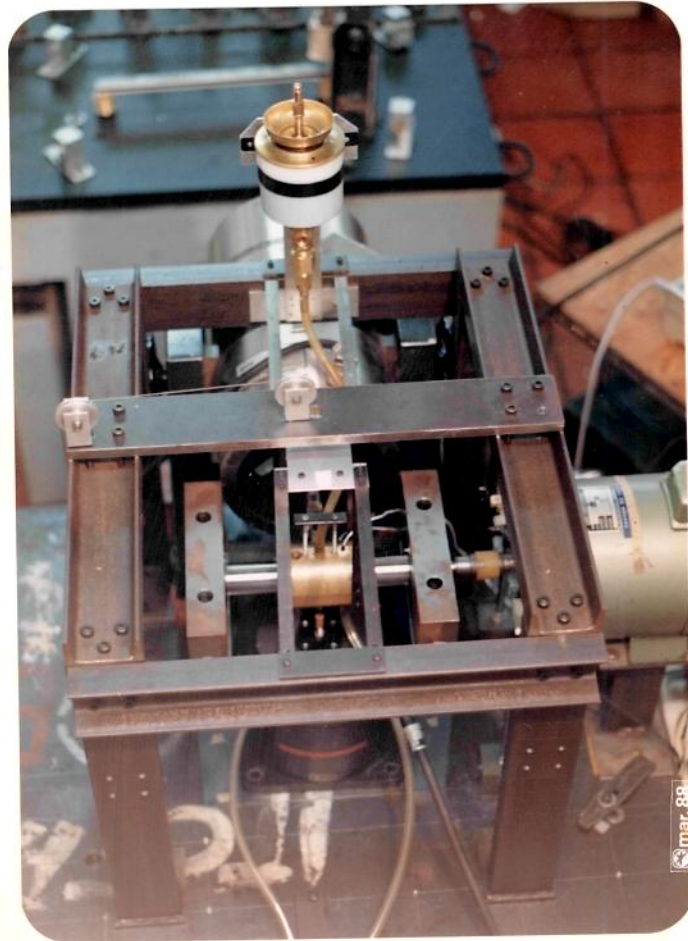


Figura 8.2.1-Vista Geral Superior da Bancada

Na figura 8.2.2 é mostrado o sistema de aquisição de dados (Analisador de Fourier) utilizado para aquisição, processamento e análise dos sinais de entrada e saída.

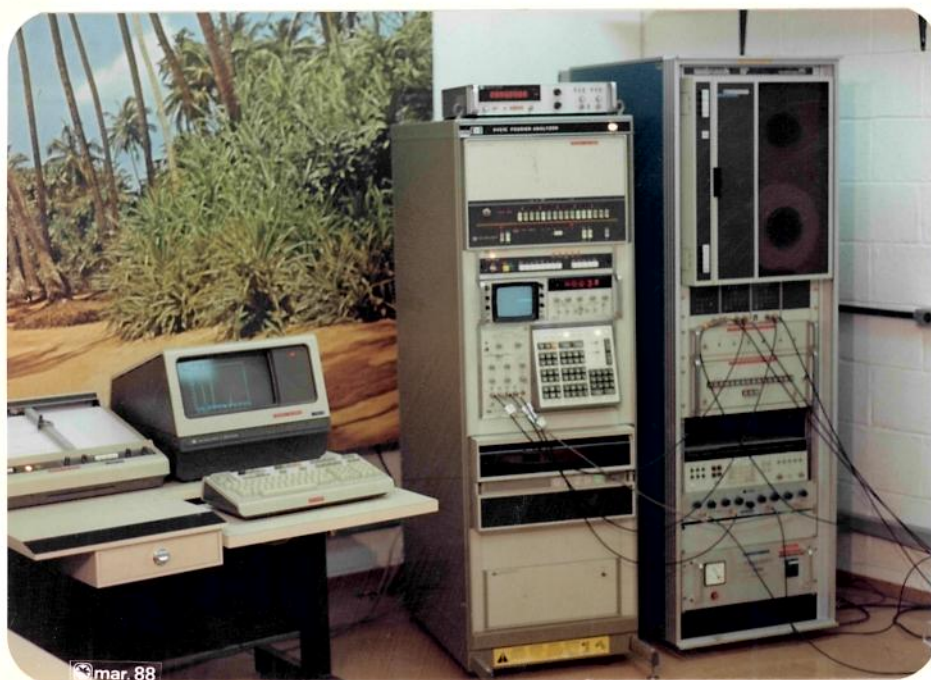


Figura 8.2.2-Sistema de Análise de Sinais.

Na figura 8.2.3 é mostrada uma vista geral da bancada com a instrumentação de medição de deslocamentos e forças, controle dos excitadores eletrodinâmicos ("Shakers"), controle de velocidade do motor de corrente contínua e um osciloscópio para monitoramento local dos sinais. Os sinais devidamente amplificados são conduzidos por cabos coaxiais até a sala do sistema de análise de sinais.

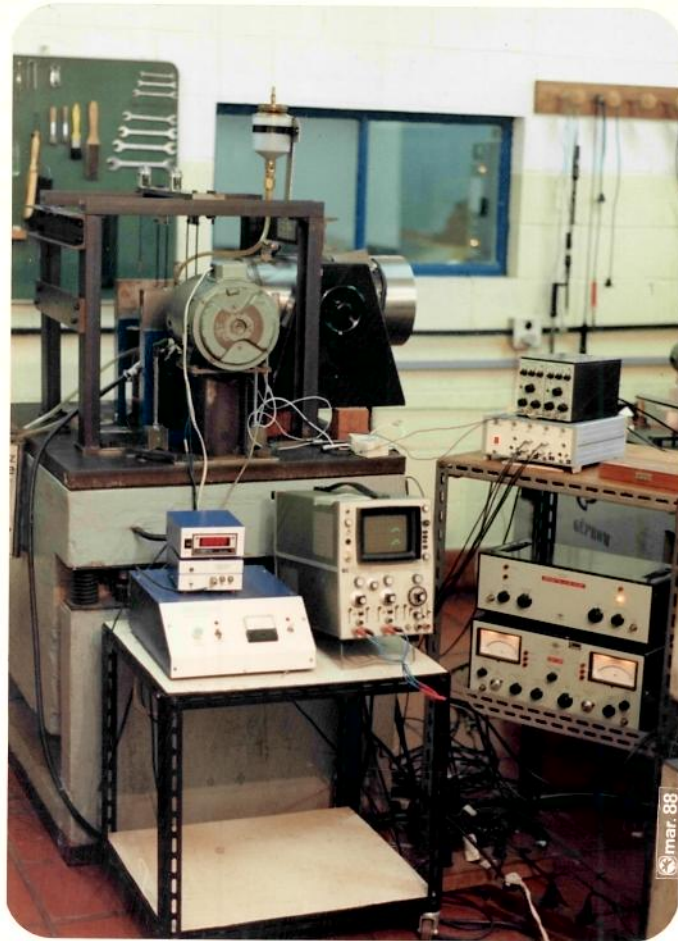


Figura 8.2.3-Vista Geral da Bancada e Instrumentação.

A figura 8.2.4 mostra em detalhe a forma como é introduzida a carga estática no mancal hidrodinâmico e a alimentação do óleo por gravidade.

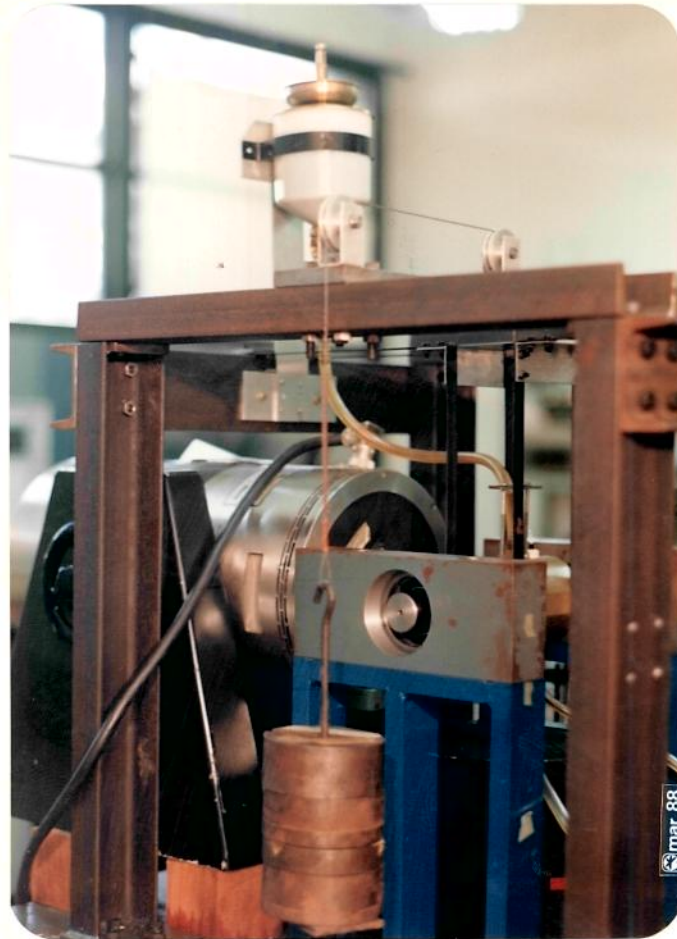


Figura 8.2.4-Detalhe de Aplicação da Carga Estática do Mancal e Alimentação do óleo por Gravidade.

A figura 8.2.5 mostra o detalhe da bancada onde pode-se observar a estrutura rígida do sistema eixo e suportes dos mancais

de rolamento. Com esta disposição pode-se montar sensores de deslocamento nas extremidades do eixo e ajustar de forma adequada os mancais de rolamento de contato angular de forma a se ter níveis mínimos de vibração do eixo.

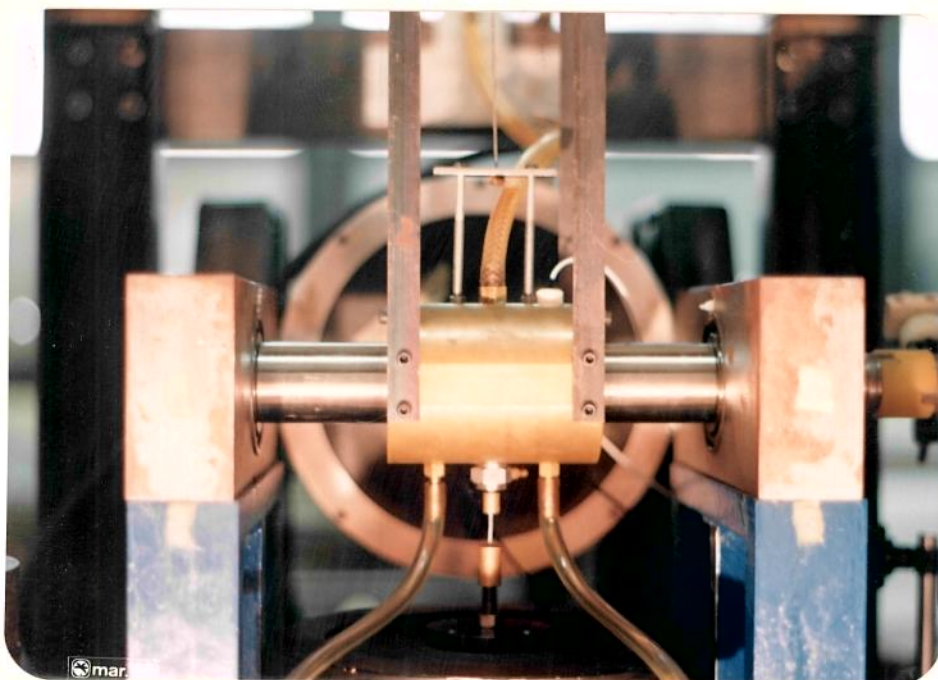


Figura 8.2.5-Detalhe da Bancada

De forma similar, apresenta-se nas figuras 8.2.6 e 8.2.7 detalhes de como foram posicionados e fixados ao mancal os "Shakers" nas direções horizontal e vertical.

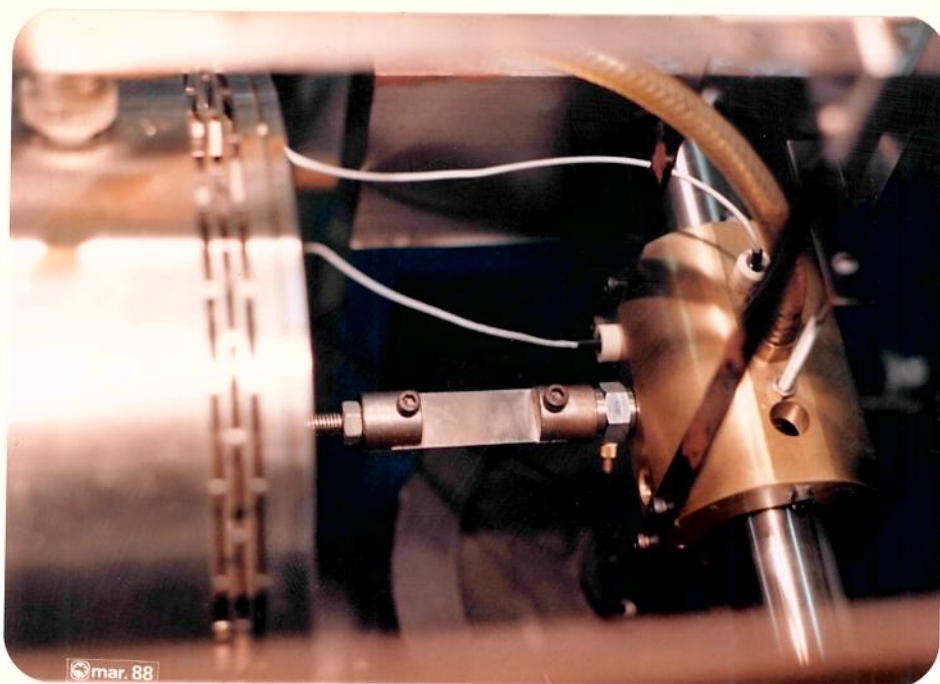


Figura 8.2.6-Fixação do Excitador na Direção X (horizontal).

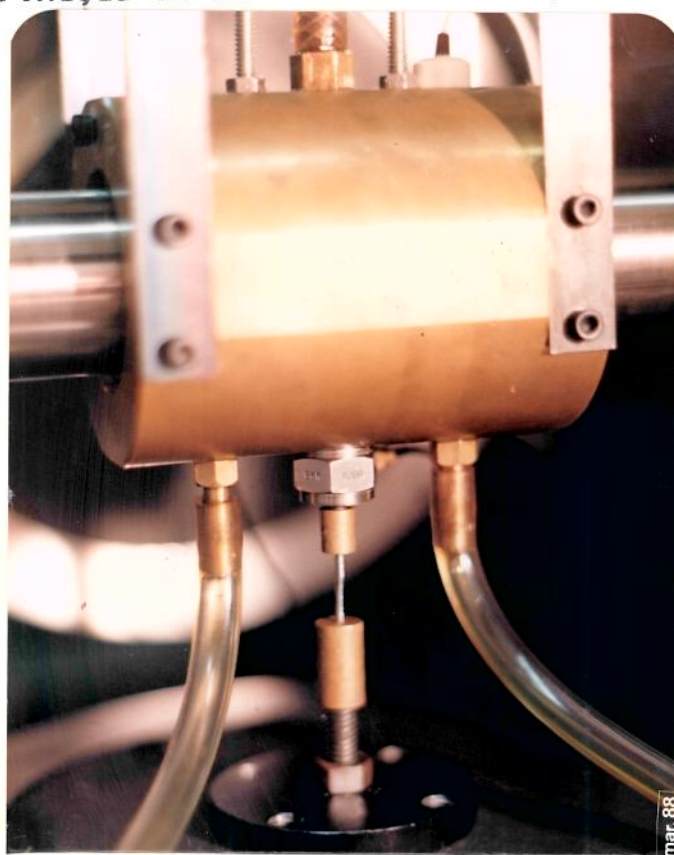


Figura 8.2.7-Fixação do Excitador na Direção Y (vertical).

8.3-FREQUÊNCIAS NATURAIS DA ESTRUTURA

Nesta seção procurou-se adotar o procedimento de se mapear as frequências naturais da estrutura da figura 8.2.1 com a finalidade de poder-se estabelecer a faixa ou faixas de frequências a serem adotadas para o vetor força de excitação para a obtenção experimental dos coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal.

8.3.1-FREQUÊNCIA NATURAL DO EIXO (LIVRE-LIVRE)

A primeira frequência natural de flexão do eixo livre-livre foi calculada pelo método dos elementos finitos [108] obtendo-se um erro em torno de 8 % em relação ao calculado experimentalmente. A figura 8.3.1.1 mostra o eixo com as suas respectivas dimensões em milímetros.

A figura 8.3.1.2 mostra a resposta do eixo suspenso em elásticos flexíveis ("Sandows") a uma excitação impulsiva, destacando-se claramente a primeira frequência natural de flexão em 1827 Hz, o que concorda com a precisão teórica.

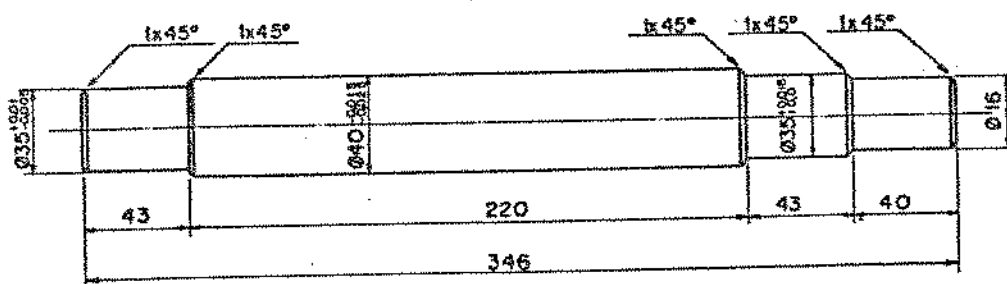


Figura 8.3.1.1-Dimensões do Eixo.

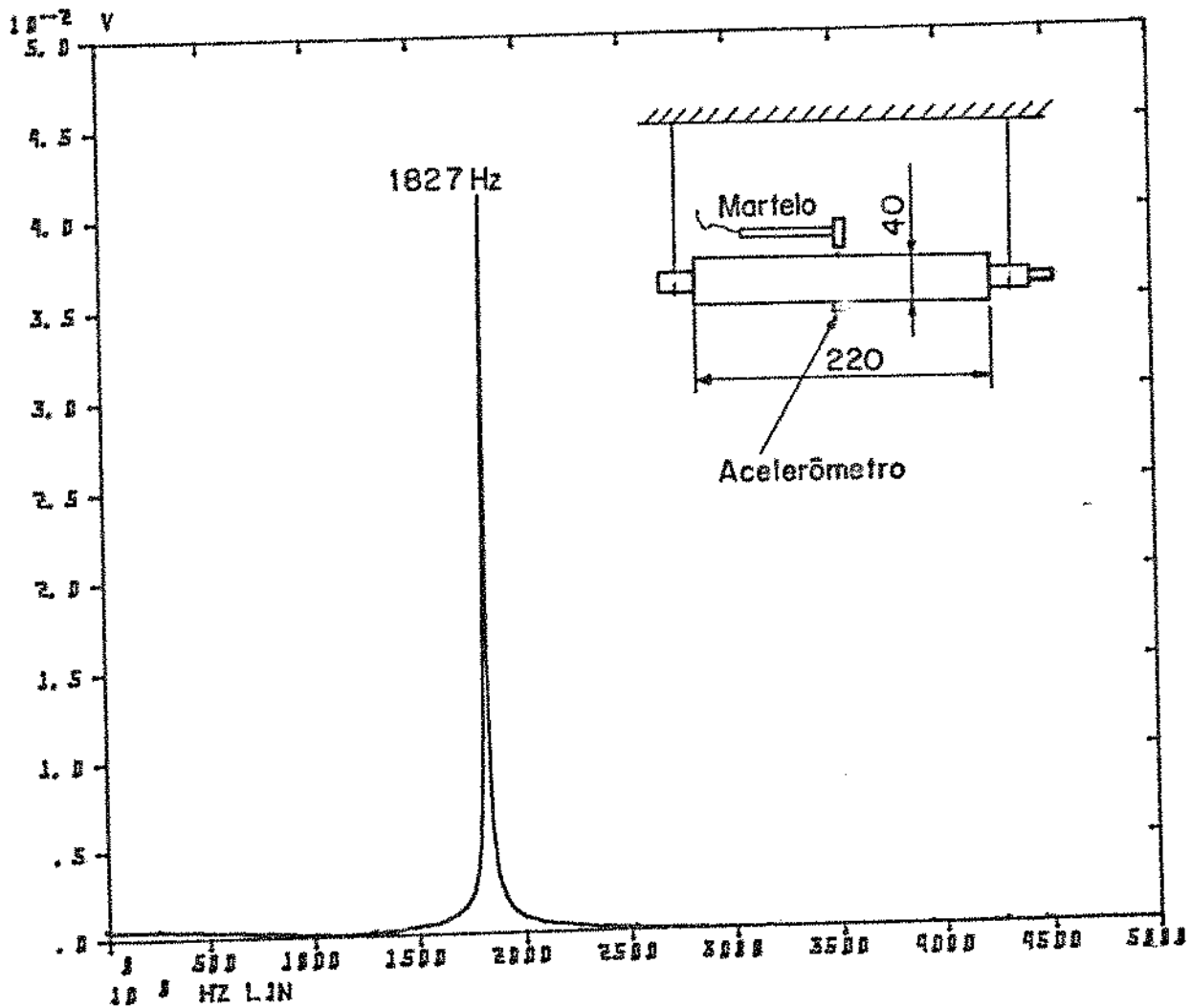


Figura 8.3.1.2-Localização da Primeira Frequência Natural do Eixo Livre-Livre Obtida Experimentalmente.

A localização do acelerômetro e o ponto de aplicação da excitação impulsional (martelo) são mostrados no campo direito da figura 8.3.1.2.

8.3.2-FREQUÊNCIAS NATURAIS DA MONTAGEM COM O EIXO PARADO ($\Omega = 0$)

As frequências naturais da montagem com o eixo em repouso ($\Omega = 0$) foram levantadas para diversas situações, isto é, a partir de combinações de medidas e pontos de aplicação da força impulsional. Com efeito, para interpretação física destas frequências seriam necessários um modelamento laborioso da estrutura através do método dos elementos finitos ou uma análise experimental do comportamento dinâmico da estrutura através do método da análise modal. Com efeito, em se tratando de se optar por este caminho haveriam algumas dificuldades, uma vez que existem na estrutura pontos de conexão por meio de parafusos que introduzem não linearidades. Assim, procurou-se apenas detectar as frequências naturais mais baixas da estrutura experimentalmente para poder adotar a faixa de frequência mais adequada, como veremos mais adiante.

A figura 8.3.2.1 mostra o espectro do sinal de aceleração com o acelerômetro posicionado a direita do plano médio do eixo. As frequências naturais da estrutura estão indicadas na figura. No campo direito são mostrados os pontos de aplicação de força e a localização do sensor de aceleração. A figura 8.3.2.2 mostra como ilustração o espectro da excitação impulsional para uma faixa de frequência entre 0 a 5000 Hz. A frequência natural do eixo (1º modo de flexão) obtida experimentalmente está situada em torno de 995 Hz. A calculada teoricamente pelo método dos elementos finitos assumindo a hipótese clássica de viga (viga bi-apoia) girou em torno de 1378 (vide figura 8.3.2.3). A diferença entre

o valor teórico calculado para a frequência natural, primeiro modo de flexão, e a obtida experimentalmente, figura 8.3.2.1, provavelmente reside no fato de se ter na montagem do sistema eixo-mancal de rolamento folgas nas pistas internas do mancais, que diminui a rigidez do mesmo modo que a lubrificação das esferas, o ajuste das extremidades do eixo no mancal e o próprio ajuste do rolamento no suporte do mancal, contribuindo assim, para que a frequência natural obtida experimentalmente assumira o valor em torno de 995 Hz.

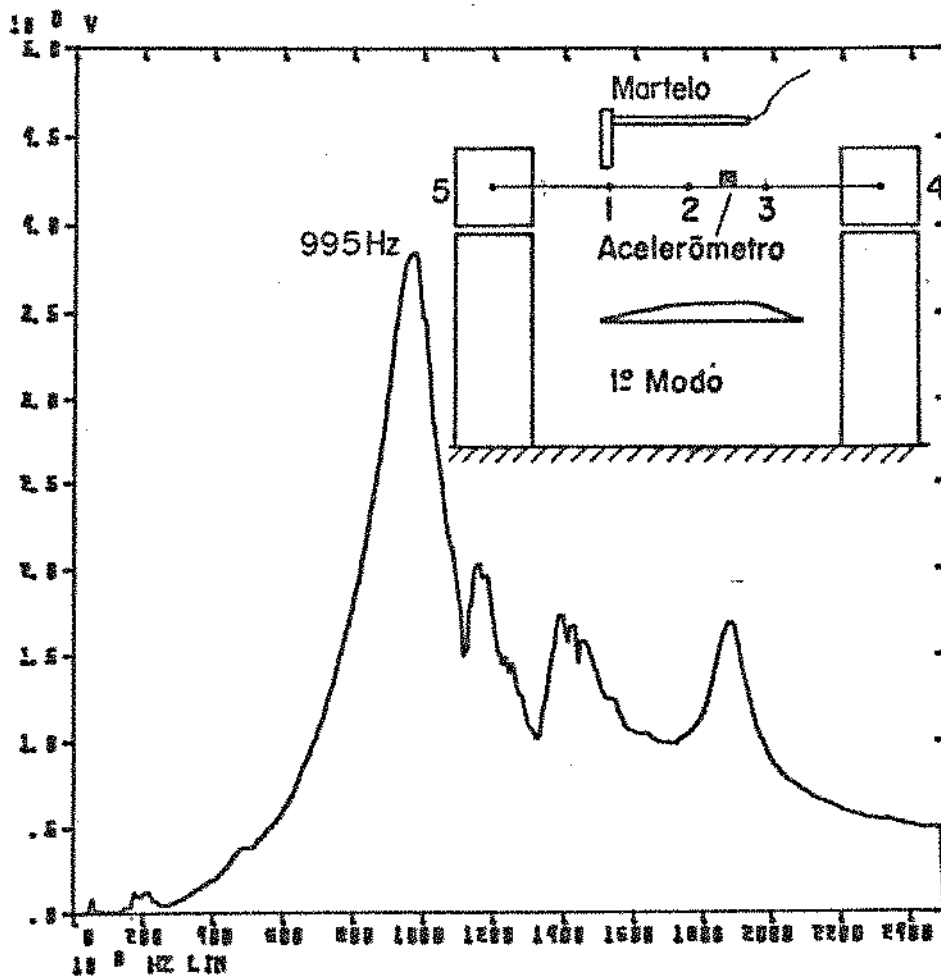


Figura 8.3.2.1-Espectro do Sinal de Aceleração para a Localização das Frequências Naturais.

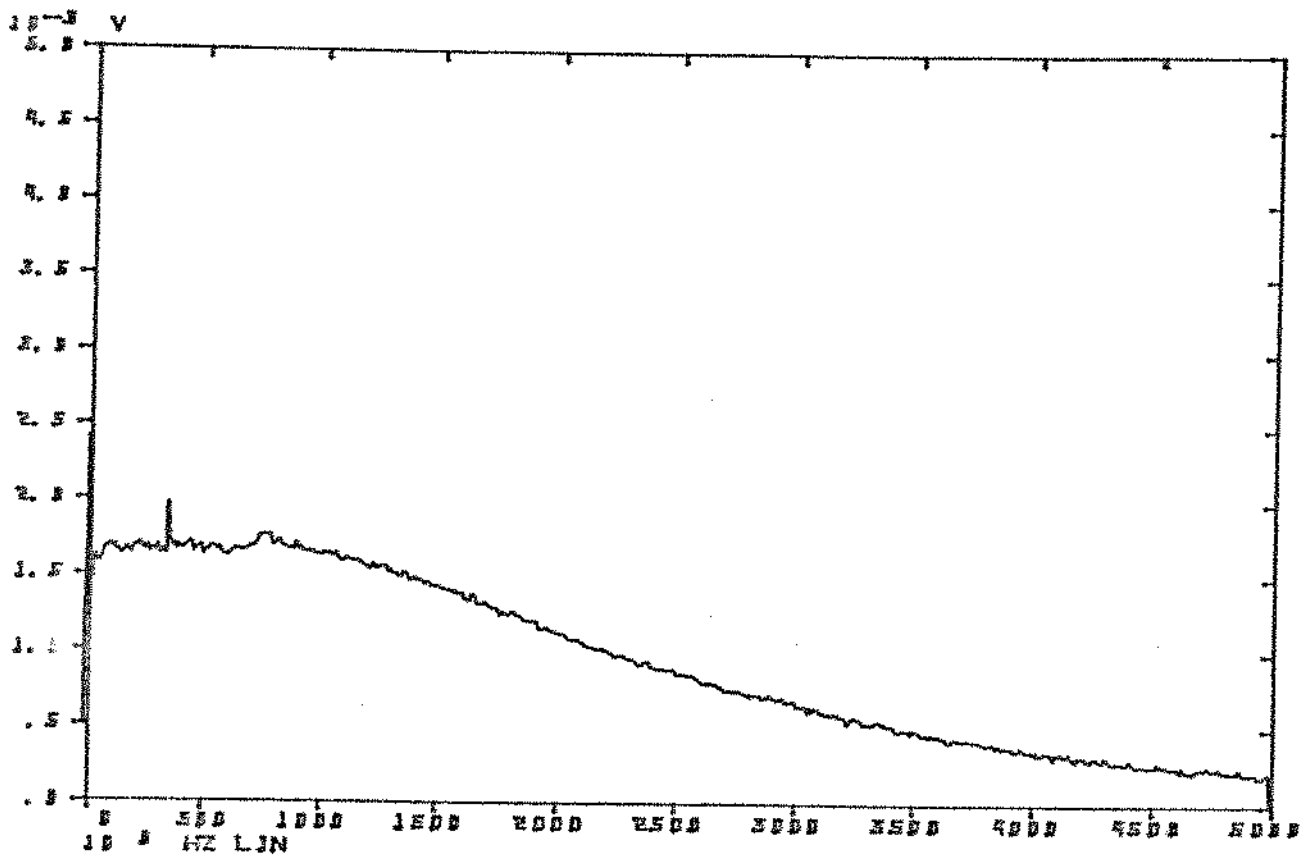


Figura 8.3.2.2-Espectro da Excitação Impulsional Medida

A figura 8.3.2.3 mostra a título de ilustração os três primeiros modos de vibração do eixo modelo bi-apoiado e as correspondentes frequências naturais calculadas pelo método dos elementos finitos [111].

Análise dinâmica do sistema eixo/mancal (modelo bi-apoiado)
 (Cálculo das frequências naturais)

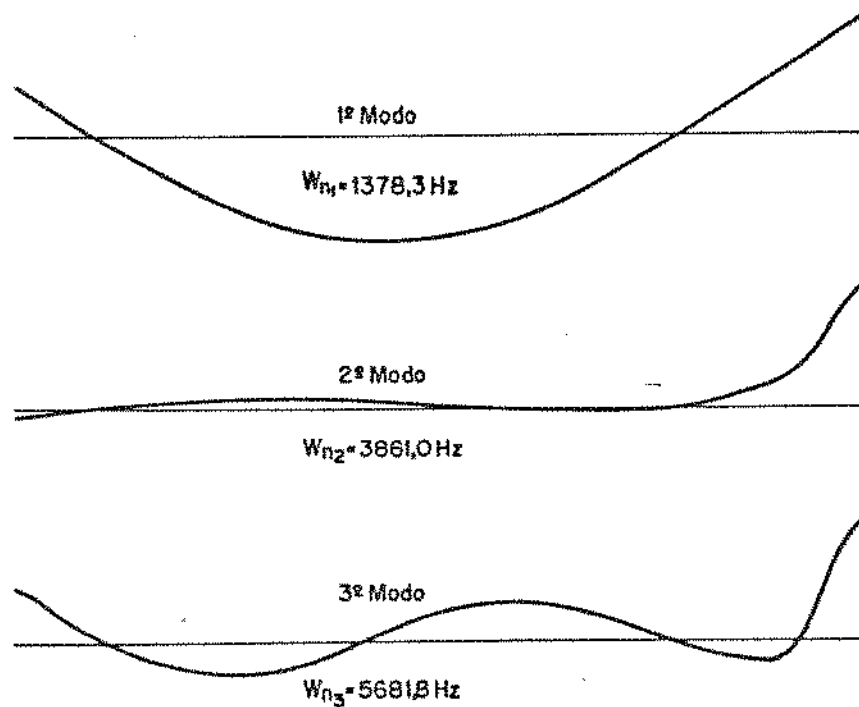
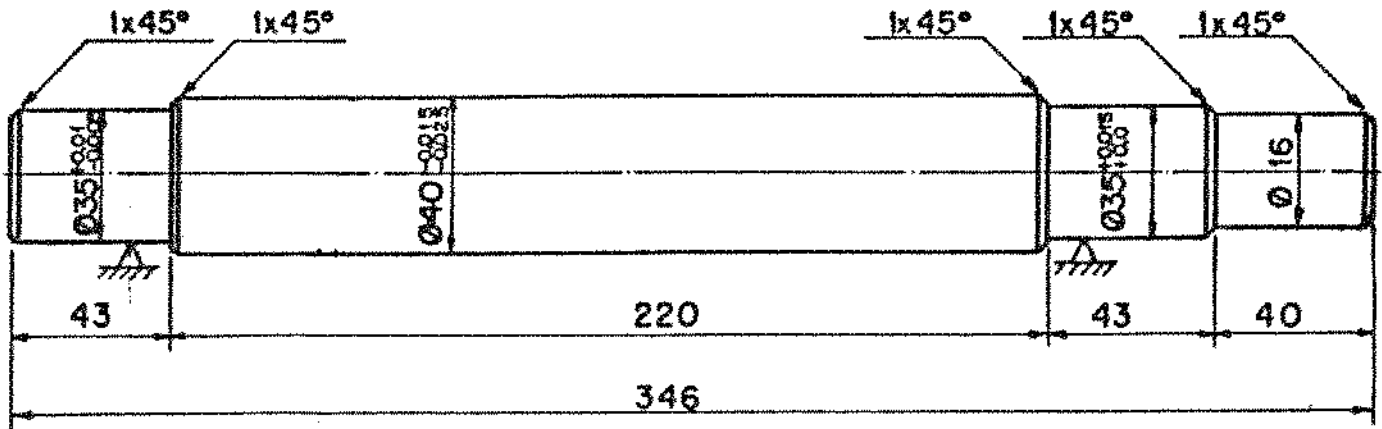


Figura 8.3.2.3-Geometria, Modos de Vibração e Frequências Naturais.

A figura 8.3.4 mostra o esquema do eixo modelo bi-apoiado considerando-se nove elementos de discretização para a determinação (ajuste) da rigidez dos mancais de rolamento.

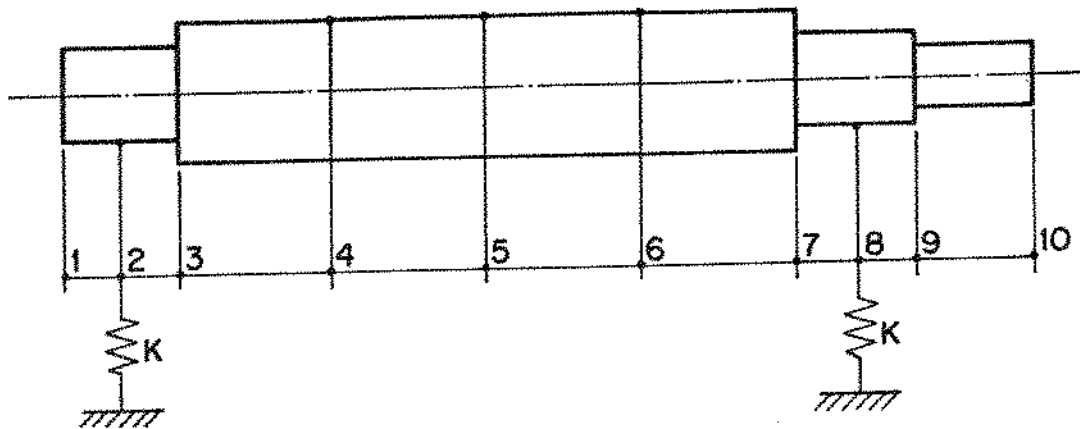


Figura 8.3.2.4-Modelo para Determinação (ajuste) da Rigidez dos Mancais de Rolamento.

Tomou-se como referência para o cálculo da rigidez dos mancais, a frequência natural do sistema eixo-mancais de rolamento obtida experimentalmente considerando-se o primeiro modo de flexão, vide figura 8.3.2.1, cuja frequência assume o valor de 995.28 Hz. Para tal análise usou-se o programa monorot [113] por ser o mais adequado. O critério de busca constituiu-se em se tomar inicialmente um valor de rigidez para os mancais de $1.0E10$ N/m, com os demais parâmetros geométricos do eixo, dados pela tabela 8.5.1, ajustando-se a frequência natural teórica à frequência natural obtida experimentalmente pela variação da rigidez dos mancais.

O valor da frequência natural ajustada nestas circunstâncias foi de 995.48 Hz, valor este praticamente igual ao da frequência natural obtida experimentalmente (995.28 Hz), correspondendo a uma rigidez dos mancais igual a 8.85E7 N/m.

A figura 8.3.2.5 mostra a evolução da frequência natural (1º modo de flexão) do sistema eixo-suporte em função da variação da rigidez dos mancais de rolamento onde pode-se detectar (par ordenado) a frequência natural ajustada teóricamente e a correspondente rigidez dos mancais (suportes).

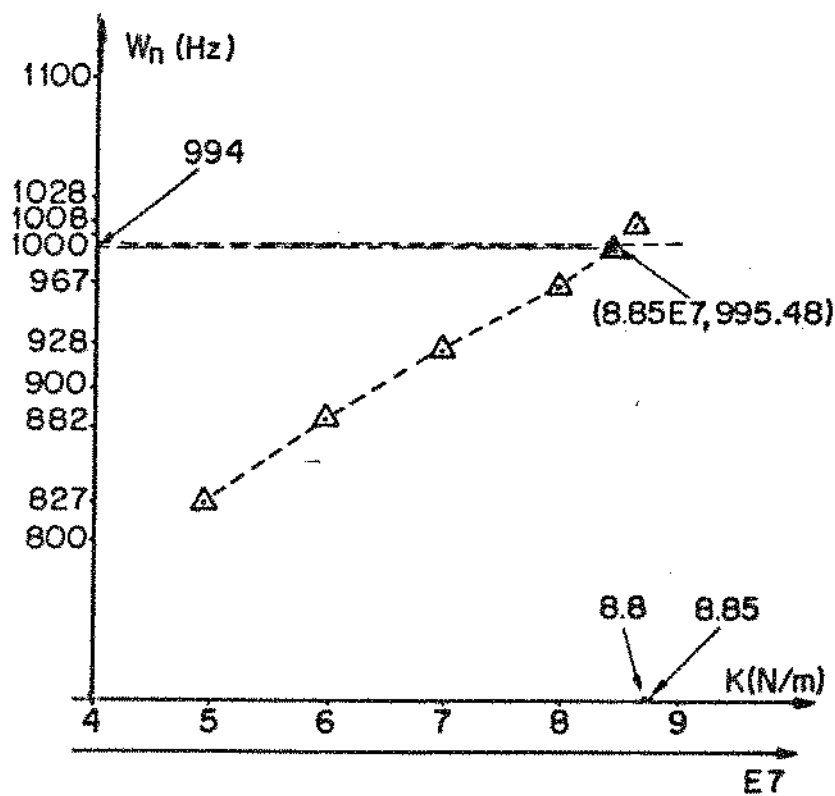


Figura 8.3.2.5-Variação da Frequência Natural do Sistema Eixo Suporte em Função da Rigidez dos Mancais de Rolamento.

8.3.3-FREQUENCIAS NATURAIS DA BASE DO SISTEMA EIXO MANCAL HIDRODINAMICO

A figura 8.3.3.1 mostra o espectro do sinal de aceleração para uma situação onde foi colocado um acelerômetro e escolhidos pontos de aplicação da força (impulso) para determinação das frequências naturais do suporte onde montou-se o mancal hidrodinâmico. A figura 8.2.5 mostra o detalhe da bancada onde pode-se visualizar a configuração.

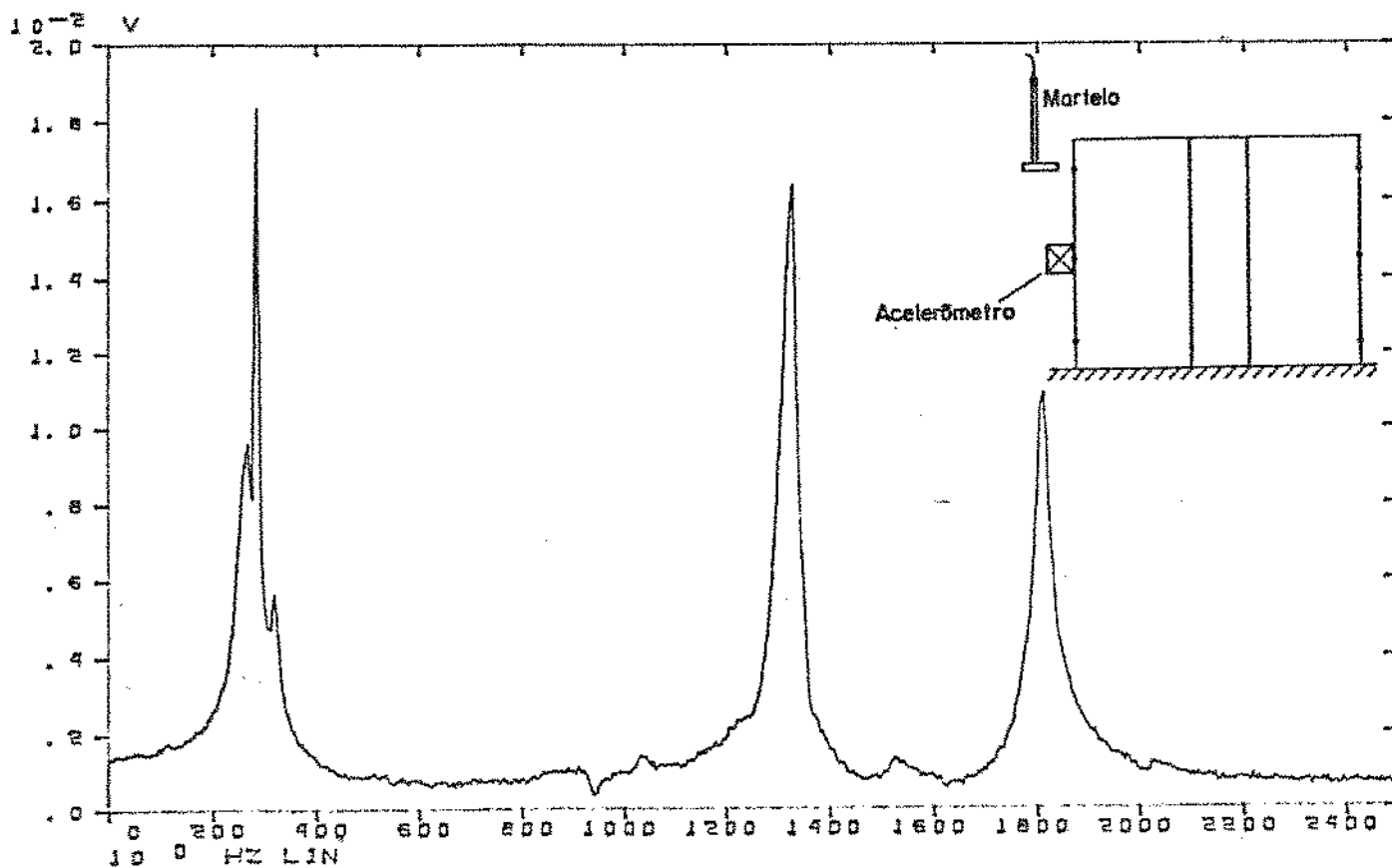


Figura 8.3.3.1-Espectro do Sinal Aceleração do Suporte do Mancal Hidrodinâmico.

B.4-FORÇA DE EXCITAÇÃO UTILIZADA NO SISTEMA EIXO MANCAL HIDRODINAMICO

O tipo de excitação utilizado para introduzir energia de vibração no sistema físico corresponde ao sinal de Schroeder [7]. As figuras 8.2.6 e 8.2.7 mostram os detalhes de fixação dos dois excitadores ("Shakers") posicionados nas direções horizontal e vertical. Para tanto, o mesmo sinal utilizado como entrada para simular os sistemas tratados no capítulo 7, foi previamente programado no analisador de Fourier figura (8.2.2) e utilizado através de um conversor digital/analógico. O sinal amplificado é enviado ao "Shaker" que transmite a força através de uma célula de carga ao sistema físico constituído pelo conjunto eixo-mancal hidrodinâmico. A forma gráfica deste sinal no domínio do tempo e seu respectivo espectro utilizando as equações (6.5.15), (6.5.16) e (6.5.17) gerado via analisador de Fourier são mostradas nas figuras 7.2.1 e 7.2.3 para uma faixa de frequência entre 0 a 100 Hz. As vantagens de se utilizar este sinal como fonte de excitação para identificar parâmetros de sistemas mecânicos já foram levantadas no capítulo 6 e comprovadas ao longo dos resultados apresentados no capítulo 7.

8.5-DADOS GEOMÉTRICOS DO SISTEMA EIXO-MANCAL HIDRODINÂMICO

Os dados de projeto do sistema eixo/mancal hidrodinâmico são mostrados na tabela 8.5.1. A figura 8.5.1 mostra em detalhe o eixo construído e seus mancais de suportes.

Tabela 8.5.1- Dados de projeto do mancal

No	DESCRIÇÃO	SÍMBOLO	VALOR	UNIDADE
1	Diâmetro do eixo	D	3.994E-2	m
2	Comprimento do eixo até os mancais de rolamento	L	2.20E-1	m
3	Densidade específica do eixo	ρ	7.8E+3	Kg/m ³
4	Massa por unidade de comprimento do eixo	u	$\pi D^2 \rho / 4$	Kg/m
5	Modulo de elasticidade do eixo	E	2.01E+11	N/m ²
6	Frequência natural do eixo livre-livre	ω_n	1827	Hz
7	Frequência natural do eixo modelo bi-apoiado.	ω_{n1}	$\cong 1378$	Hz
8	Carga estática aplicada no eixo	Fo	37.32	N
9	Velocidade ang. de rot. do eixo	Ω	Variável	rpm
10	Comprimento do mancal	l	4.0E-1	m
11	Diâmetro do Mancal	d	4.019E-1	m
12	Folga radial	C	1.25E-4	m
13	Viscosidade do óleo SAE 20W - 40W	μ	7.0E-3	N-s/m ²
14	Temperatura do óleo	Tc	43	°C
15	Rigidez dos suportes do mancal	Ksx Ksy	Desprezível	N/m

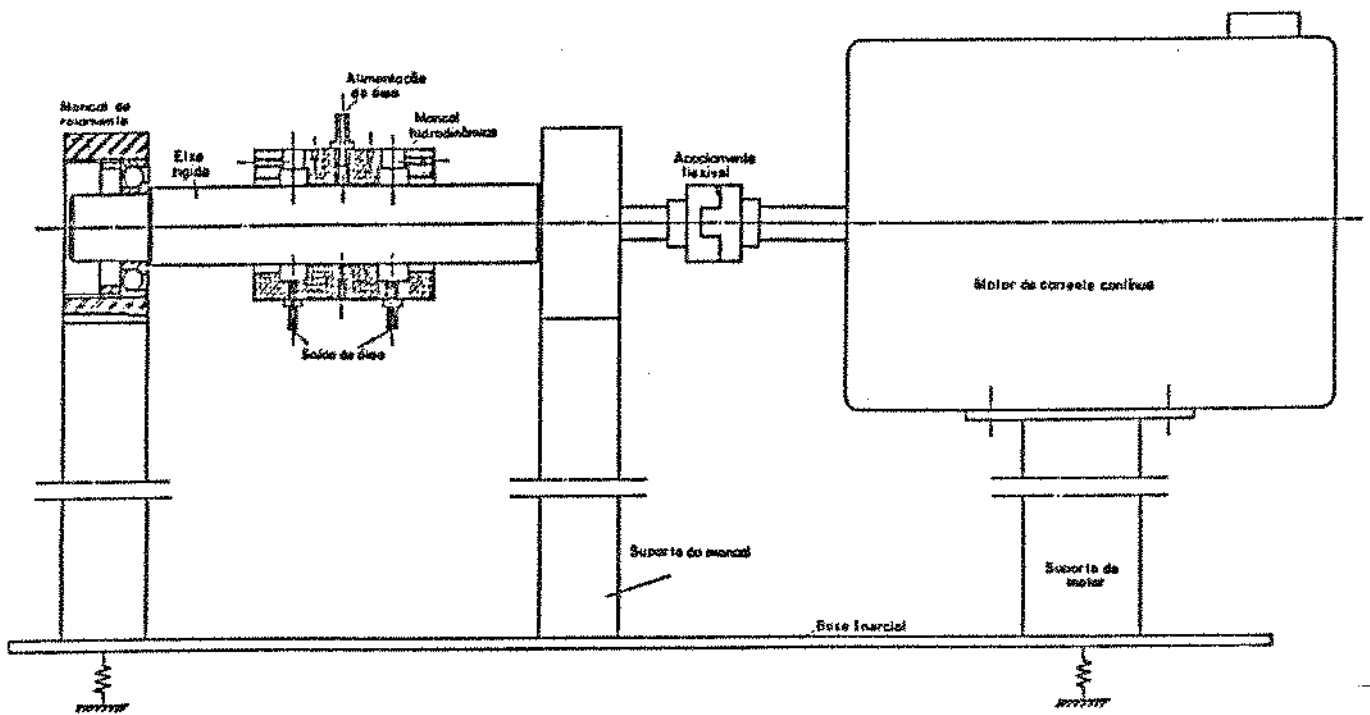


Figura 8.5.1-Detalhe do Eixo e Seus Mancais de Suporte.

A figura 8.5.2 mostra o desenho do mancal hidrodinâmico onde pode-se visualizar em detalhe os pontos de posicionamento dos sensores de deslocamentos, fuga do óleo, etc.

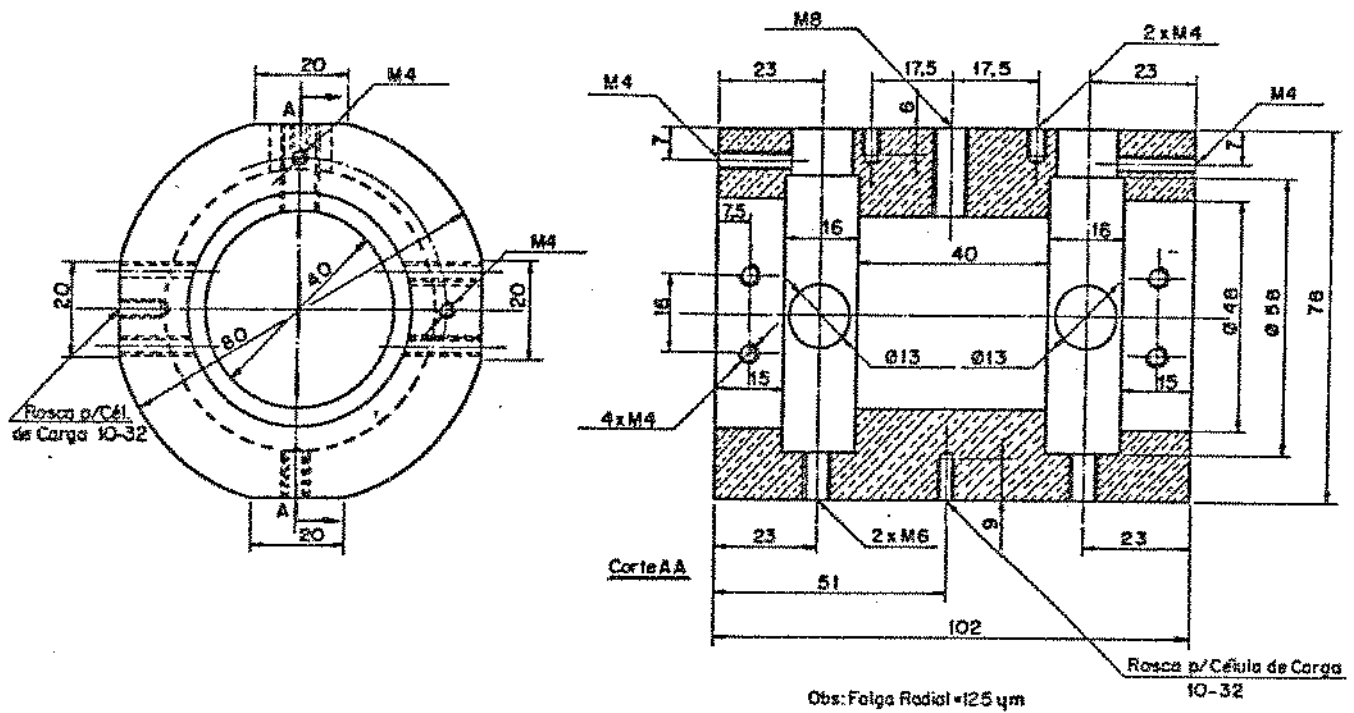


Figura 8.5.2-Desenho do Mancal Hidrodinâmico.

8.6-FAIXA DE OPERAÇÃO DO SISTEMA EIXO-MANCAL HIDRODINAMICO.

Da forma como o sistema foi projetado e em função do mapeamento das frequências naturais da estrutura, o sistema teoricamente poderia operar até uma faixa de operação em torno de 15000 rpm (vide menor frequência correspondente ao espectro de amplitude do sinal de aceleração figura 8.3.3.1.), sem haver de certo modo interferência das vibrações da estrutura na análise do comportamento dinâmico do conjunto eixo -mancal hidrodinâmico. Como já colocado em capítulos anteriores e em se tratando do problema de identificação de parâmetros, uma análise prévia do comportamento dinâmico da estrutura se faz necessária para se poder adquirir sinais convenientes e utilizá-los nos processos de identificação. Por questão de limitação do motor de acionamento utilizado, a faixa de frequência adotada para análise do comportamento dinâmico do sistema projetado vai de zero a 2000rpm. Entretanto, para conseguir-se um movimento estável que caracterize um regime permanente com velocidade angular constante, precisou-se trabalhar acima dos 1000 rpm.

8.7-ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA EIXO-MANCAL HIDRODINÂMICO

Neste item, procura-se estudar o comportamento dinâmico do sistema eixo-mancal hidrodinâmico e validar a concepção de projeto idealizada se comparada com a do rotor rígido apoiado por dois mancais hidrodinâmicos. A faixa de operação de rotação do eixo é tomada entre 1000 e 2000 rpm. Toma-se como referência para validar a concepção da bancada de teste e se poder utilizar as saídas e entradas para identificar os parâmetros do mancal. A tabela 8.7.1 resume os principais parâmetros de projeto.

Tabela 8.7.1-Especificações Principais.

Diâmetro do eixo	3.994E-2 m
Diâmetro do mancal	4.019E-2 m
Comprimento do mancal	4.0E-2 m
Folga radial	1.25E-4 m
Vel. ang. de rotação	1000 a 2000rpm
Máxima carga estática	37.32 N
Frequência de excitação	0 a 100 Hz
Frequência de "Oil-Whirl"	$\cong \frac{\Omega}{2}$

A faixa de frequência adotada para o vetor força de excitação, entre 0 e 100 Hz, justifica-se na medida em que a velocidade nominal máxima do rotação é de 2000 rpm (cerca de 33 Hz). A frequência de "Oil-Whirl", frequência natural do sistema, deve

assumir um valor em torno de 16 Hz e é em torno dela que o sistema deve responder melhor à excitação.

Uma questão de fundamental importância, que deve ser considerada, é a relação entre a rigidez do eixo e a rigidez do filme de óleo. Com efeito, para que o eixo seja considerado rígido em relação à rigidez do filme de óleo é necessário que a rigidez do eixo assuma valor no mínimo uma potência de 10 maior do que o valor da rigidez do filme de óleo [96]. Com efeito, duas situações poderão ser consideradas:

1^o Situação- Rigidez do eixo muito maior do que a rigidez do filme de óleo ($K_E \gg K_{1J}$)

Com esta situação ter-se-ia a disposição esquemática do modelo físico da figura 8.7.1

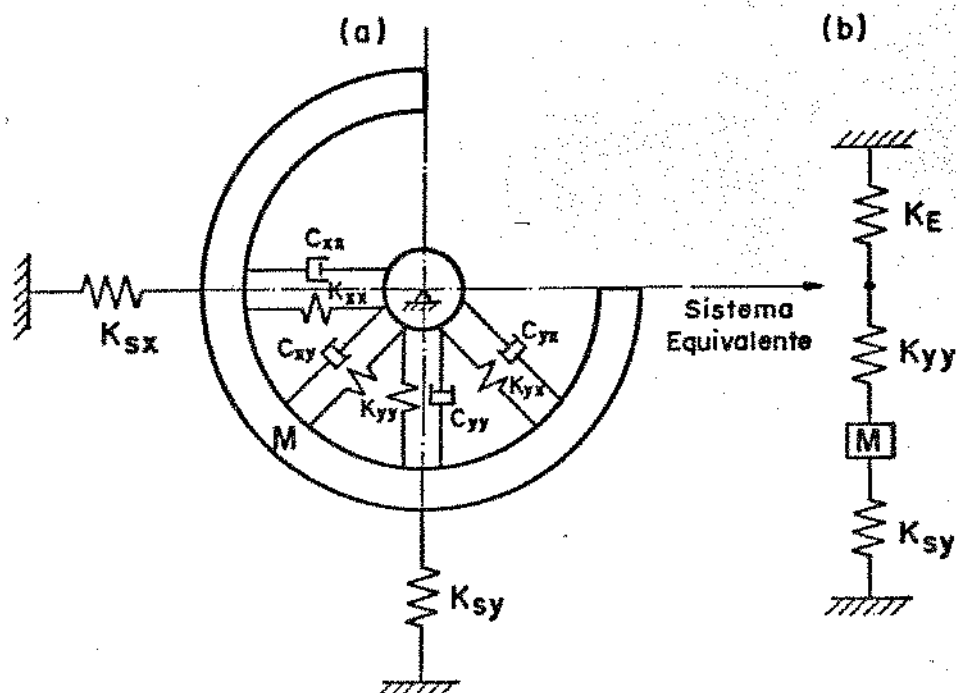


Figura 8.7.1-(a) Modelo Físico , (b) Sistema Equivalente.

Nestas circunstâncias, a constante de rigidez equivalente do sistema eixo-mancal hidrodinâmico, por exemplo, nas direções x e y seriam dadas respectivamente por,

$$K_{eqx} = \frac{K_{xx} K_E}{K_{xx} + K_E} + K_{sx} \quad (8.7.1)$$

$$K_{eqy} = \frac{K_{yy} K_E}{K_{yy} + K_E} + K_{sy} \quad (8.7.2)$$

Como a rigidez dos suportes da luva do mancal é muito menor do que a rigidez do filme de óleo, tem-se,

$$K_{eqx} \cong K_{xx} \quad (8.7.3)$$

$$K_{eqy} \cong K_{yy} \quad (8.7.4)$$

Nesta condição, ter-se-ia que o sistema adotado é análogo ao rotor rígido apoiado por dois mancais hidrodinâmicos. Os suportes serviriam somente de posicionadores da luva do mancal.

2ª Situação- Rigidez do eixo da mesma ordem de grandeza que a rigidez do filme de óleo.

A rigidez equivalente para esta situação nas direções x e y

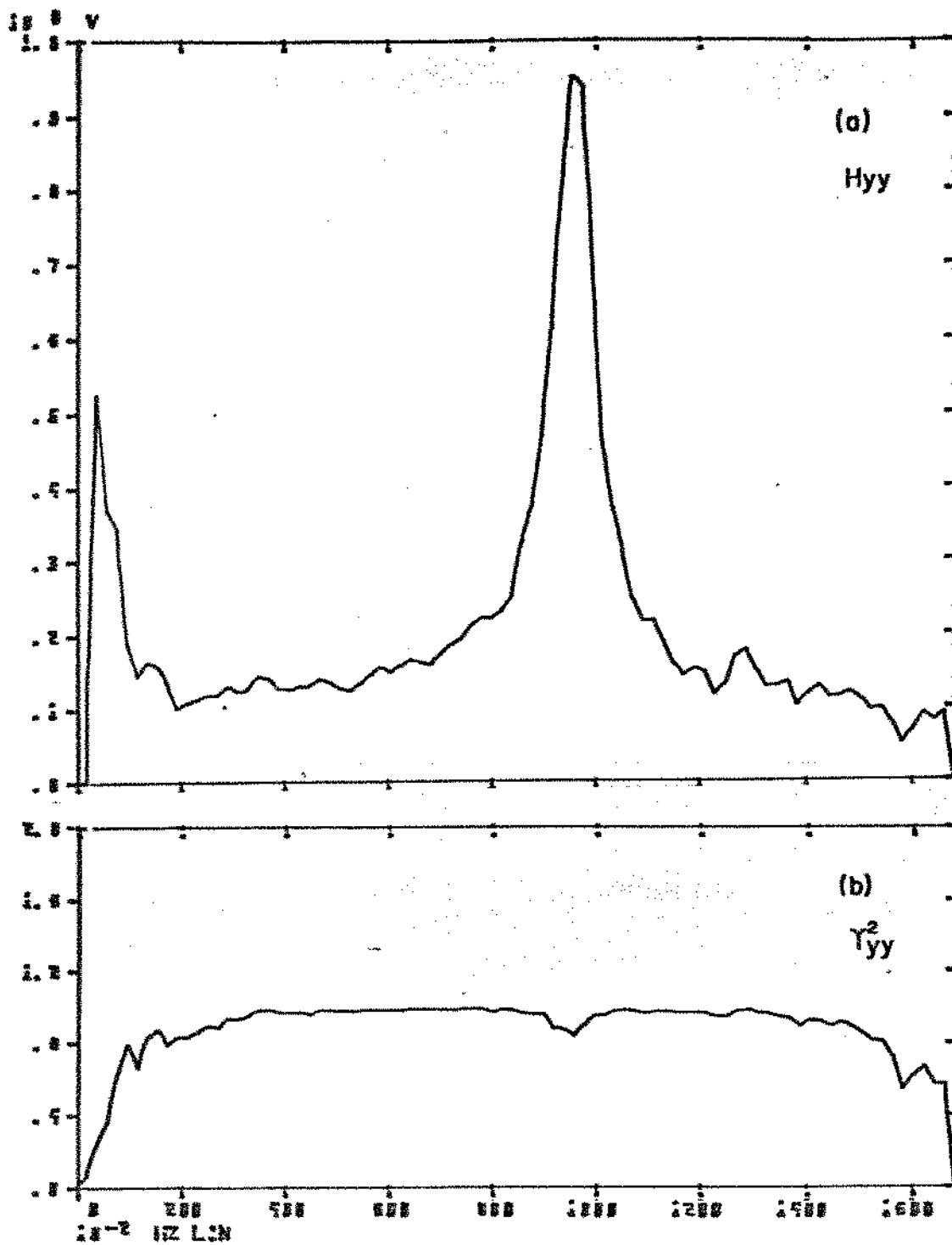


Figura 8.7.5- (a) Função de Resposta em Frequência $H_{yy}(f)$
 (b) Função de Coerência $\gamma_{yy}^2(f)$.

Observa-se pelas curvas das funções de coerência que na faixa entre 2 e 16 Hz o sistema eixo-mancal hidrodinâmico responde de forma satisfatória, ou seja, os valores assumidos pelas funções de coerência praticamente assumem valores iguais a 1 para todo f . Os desvios em alguns pontos em torno do valor 1, indicam com efeito, ruídos que estão presentes nas medidas, erros de resolução de "bias" na estimação da densidade spectral e possivelmente outras medidas que não estão de certo modo relacionadas com a dinâmica do sistema e que surgem provavelmente devido a outras entradas, como esforços no acoplamento do motor de acionamento, por exemplo.

Uma vez estabelecido este padrão de análise, procura-se detectar a frequência própria do sistema, frequência de "Oil-Whirl", ou seja, a frequência com que o mancal hidrodinâmico precessa ou orbita em torno de uma dada posição de equilíbrio. A figura 8.7.7.a e b, mostram respectivamente o espectro das respostas com e sem a atuação do "Shaker". Pode-se ver um pico correspondente a uma vibração síncrona (excitação devido ao desbalancamento) na direção x para uma velocidade angular de rotação em torno de 1180 rpm e um pico de vibração assíncrona devido ao excitador na direção x . De forma análoga, é feita a mesma análise na direção y nas figuras 8.7.8a e b.

Como pode-se observar pelas figuras 8.7.7b e 8.7.8b a frequência própria do sistema eixo-mancal hidrodinâmico aparece assumindo um valor em torno da metade da frequência de rotação do eixo. Nestas circunstâncias, fica garantida a validade do sistema físico inicialmente idealizado com o rotor rígido tendo

como suportes dois mancais hidrodinâmicos. Para certifica-se ainda deste fato, procurou-se girar o eixo em diversas velocidades de rotação no sentido de se verificar se a frequência de "Oil-Whirl" se deslocava na mesma proporção em que se aumentava a velocidade de rotação do eixo. A figura 8.7.9 configura bem este fato para um ponto de funcionamento em torno de 1600 rpm com o excitador agindo na direção x (vide figura 8.2.6).

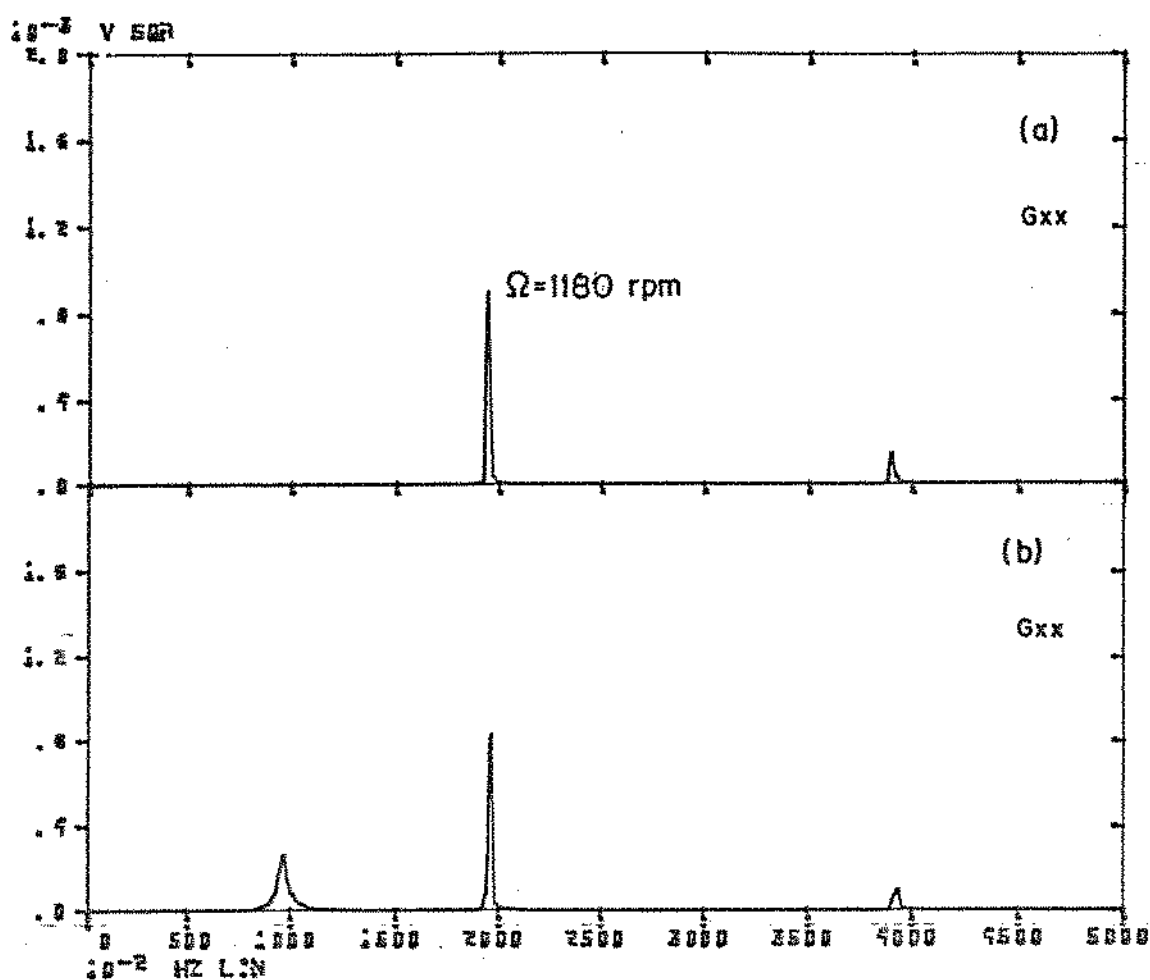


Figura 8.7.7- (a) Densidade Espectral Síncrona em Torno de 1180 rpm Direção X , (b) Densidade Espectral Assíncrona Direção X .

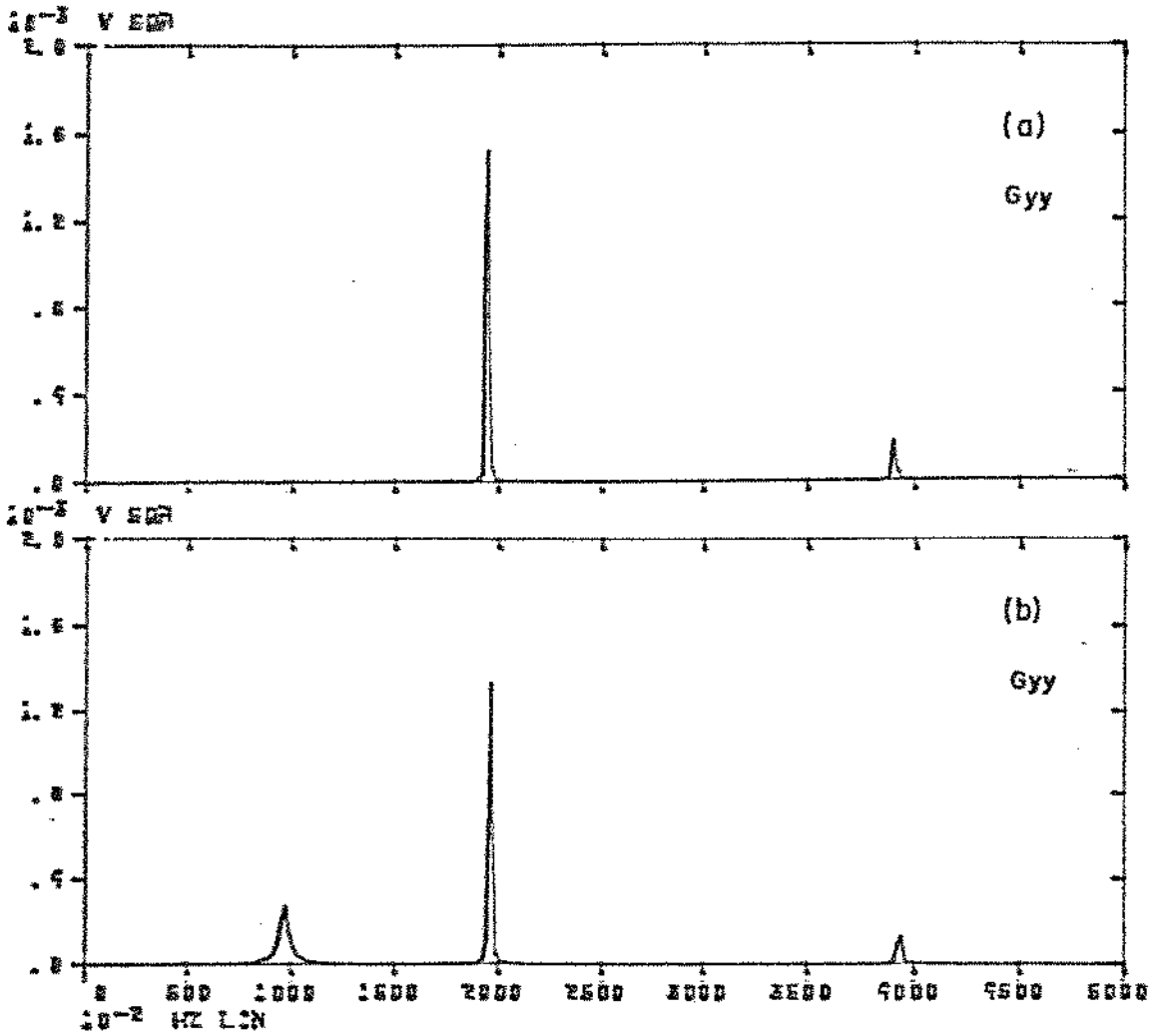


Figura 8.7.8- (a) Densidade Espectral Síncrona em Torno de 1180 rpm
 Direção Y , (b) Densidade Espectral Assíncrona
 Direção Y .

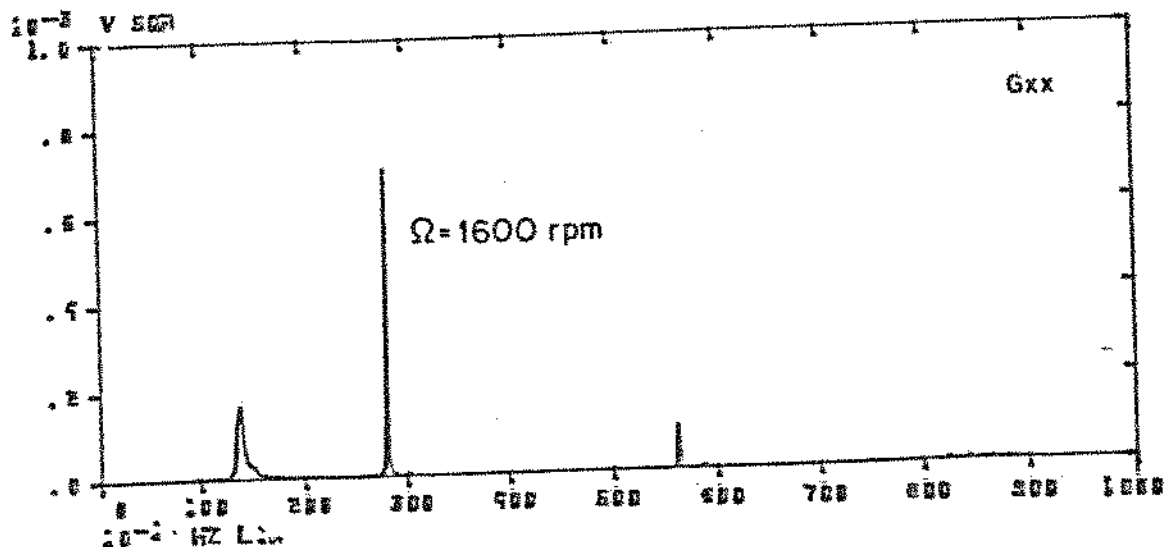


Figura 8.7.9-Variação da Frequência de "Oil-Whirl" com a Rotação.

As figuras 8.7.10a e b mostram as variações das curvas de densidade espectral dos deslocamentos com a excitação.

Sem excitação aparecem apenas os picos correspondentes às vibrações síncronas devidas a desbalanceamentos residuais, desalinhamentos, "run-out" da pista de medição [112], etc. Com excitação aparece a resposta assíncrona na faixa de excitação e preponderantemente em torno da frequência natural devido ao filme de óleo "Oil-Whirl".

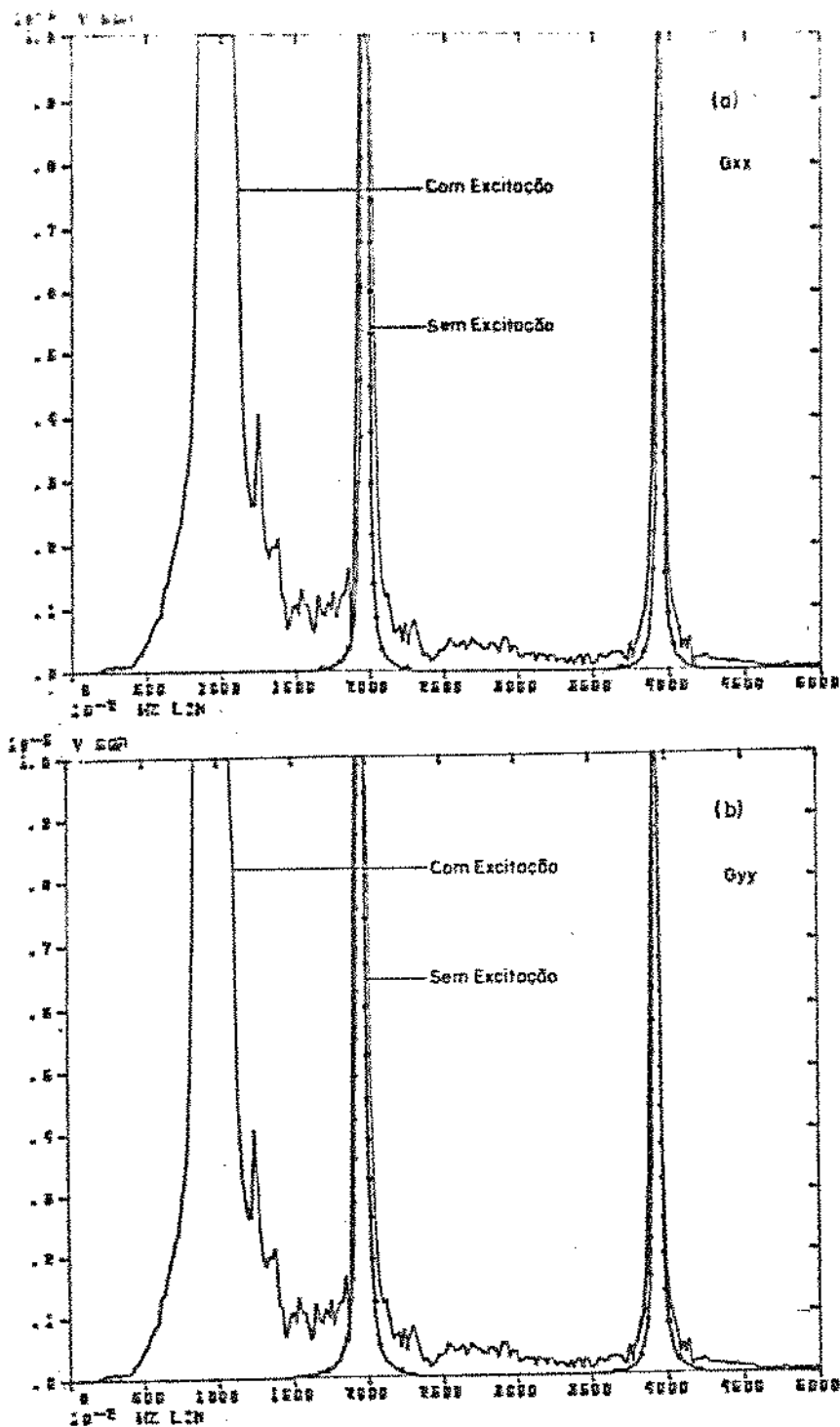


Figura 8.7.10-(a) Variação das Curvas de Densidade Espectral com e sem Excitação na Direção X para Localizar a Frequência de "Oil-Whirl".

(b) Variação das Curvas de Densidade Espectral com e sem Excitação na Direção Y para Localizar a Frequência de "Oil-Whirl".

Como pode-se notar pelo critério de análise adotado para caracterizar o comportamento dinâmico do sistema eixo-mancal hidrodinâmico, fica claro a validade do modelo físico adotado. Neste contexto, o próximo item tratará de levantar alguns resultados experimentais dos coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo para uma dada combinação de carga e velocidade angular de funcionamento do eixo.

A formulação matemática adotada para o processo de identificação em frequência, corresponde à desenvolvida no capítulo 4, onde se trabalha com os espectros da excitação e resposta. Utilizando-se a formulação desenvolvida no capítulo 5, onde se trabalha com as medidas das funções de resposta em frequência, o processo é com efeito direto. As vantagens e desvantagens de se trabalhar com uma ou outra formulação é perfeitamente discutível. Não são apresentados resultados de identificação no domínio do tempo devido à falta de um sistema de aquisição de dados adequado para adquirir simultaneamente os vetores de estado nas direções x e y e as medidas dos vetores de força de excitação. Discussões com relação a estes pontos serão apresentadas oportunamente.

8.8-RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesta fase do trabalho apresenta-se alguns resultados experimentais identificação dos coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo de um mancal para uma dada combinação de carga e velocidade angular de funcionamento. A questão que surge neste ponto é validade do modelo matemático. Com efeito, algumas hipóteses simplificadoras impostas as equações de Navier Stokes não são realistas para a obtenção de um modelo matemático que retrate de forma global o comportamento dinâmico sistema eixo-mancal hidrodinâmico. Neste contexto, procura-se validar o modelo matemático (qualitativo) para o sistema físico idealizado tomando-se como referência curvas experimentais. Trabalha-se com os espectros da excitação e resposta e apresenta-se resultados de identificação experimental para os coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo usando-se o estimador dos mínimos quadrados e o estimador das variáveis instrumentais.

A figura 8.8.1 mostra o diagrama para aquisição, processamento e análise dos sinais que foi utilizado.

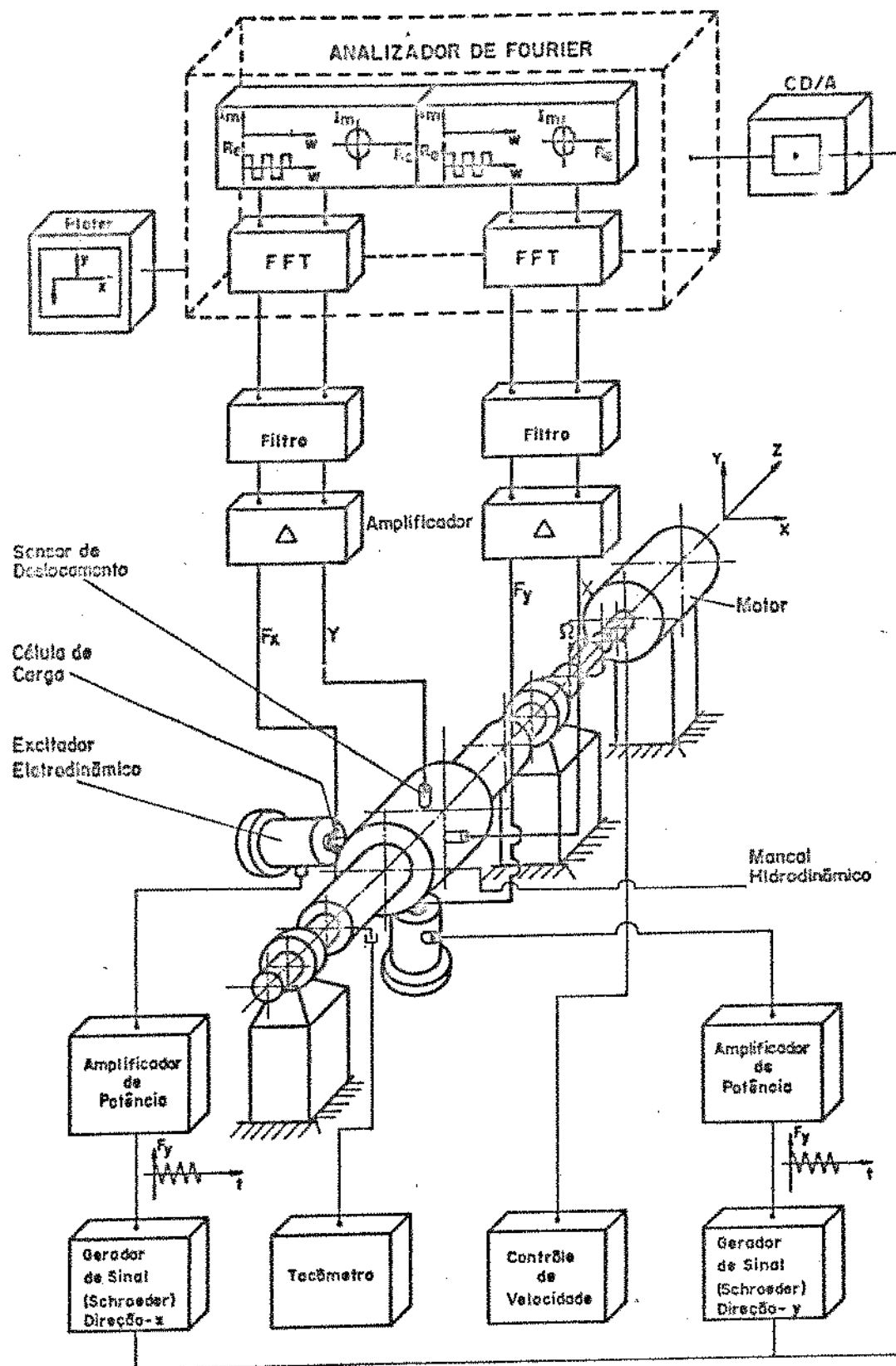


Figura 8.8.1 - Diagrama para Aquisição, Análise e Processamento dos Sinais.

Com o intuito de se verificar as condições nas quais o sistema físico era realizável, isto é, identificável, procurou-se usar o vetor força de excitação agindo na direção-x e agindo simultaneamente nas direções x e y. Com efeito, mostrou-se no capítulo de simulação e verificação das formulações matemáticas para os processos de identificação, que mesmo excitando o sistema em uma única direção, era possível identificar todos os parâmetros de rigidez e amortecimento do filme de óleo do mancal hidrodinâmico. O diagrama da figura 8.8.1 mostra em detalhe a forma como foram posicionados os "Shakers" para excitar o sistema e como são adquiridos os sinais de entrada e saída para posterior processamento. As figuras 8.8.2a e 8.8.2b mostram os espectros das respostas nas direções x e y com o vetor de excitação agindo na direção-x (vide detalhes na figura 8.2.6).

As figuras 8.8.3a e 8.8.3b mostram de forma similar os espectros das respostas nas direções x e y com o vetor força de excitação agindo em ambas as direções simultaneamente (figura 8.2.5).

As figuras 8.8.4a e 8.8.4b mostram os espectros dos vetores de força de excitação medidos nas direções x e y respectivamente.

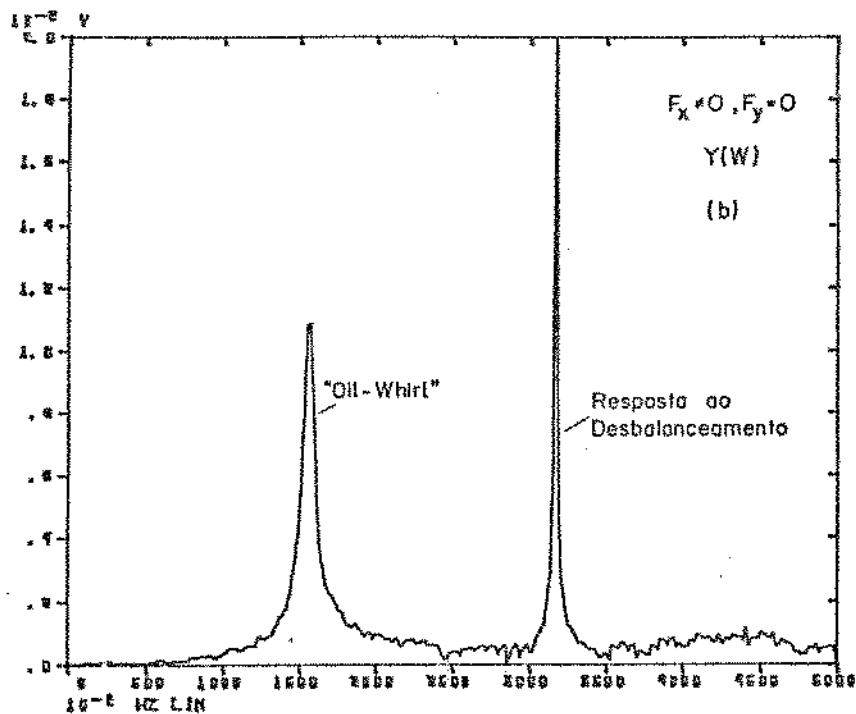
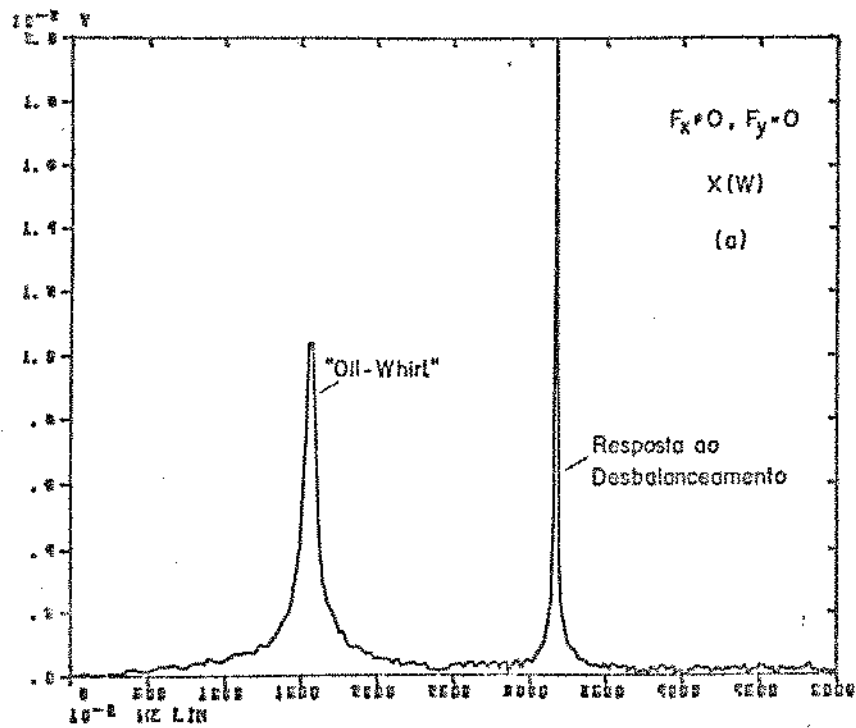


Figura B.8.2-(a) Espectro da Resposta na Direção-X .

(b) Espectro da Resposta na Direção-Y.

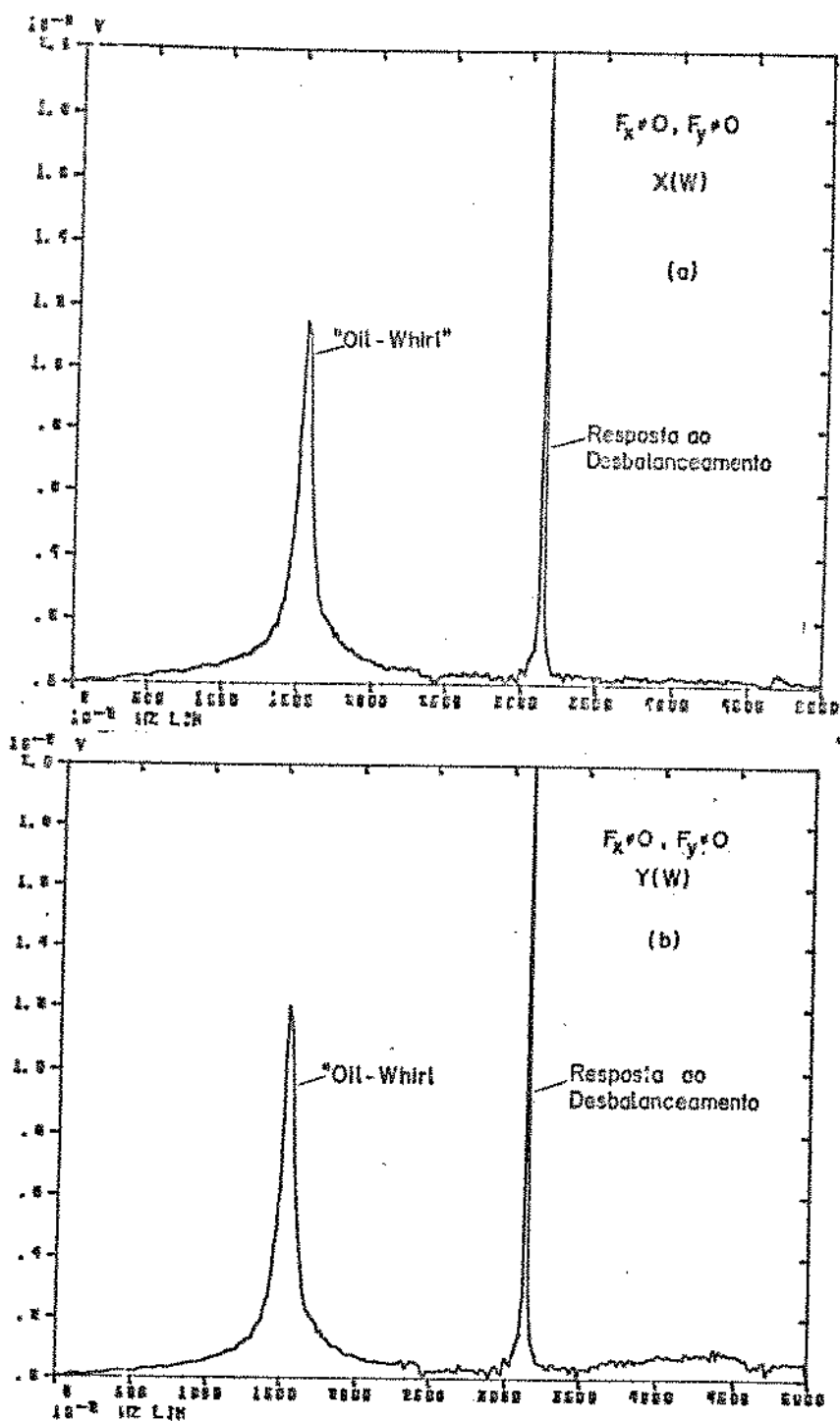


Figura 8.8.3-(a) Espectro da Resposta na Direção-X com Excitação Simultânea.

(b) Espectro da Resposta na Direção-Y com Excitação Simultânea.

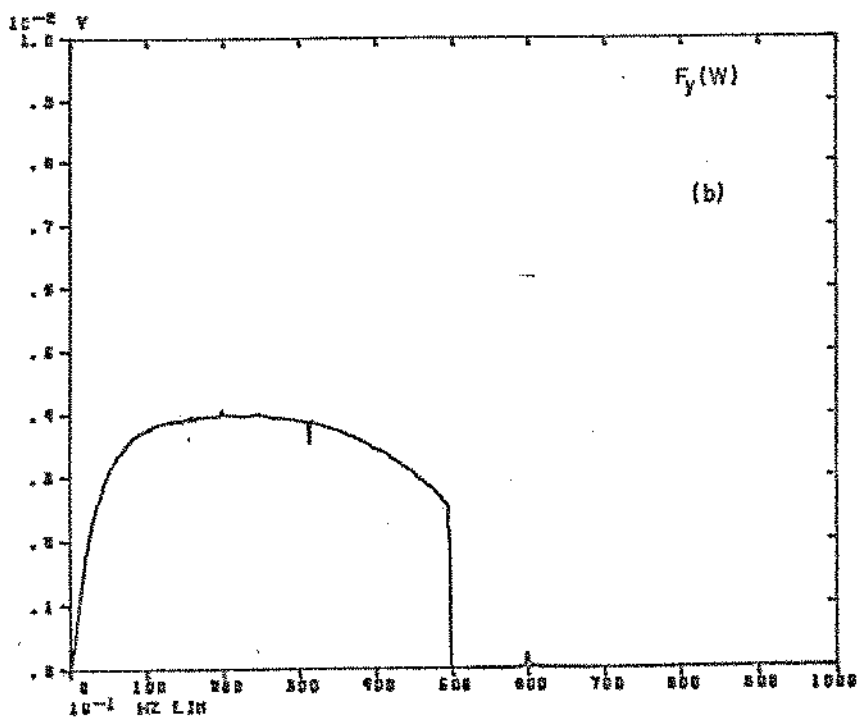
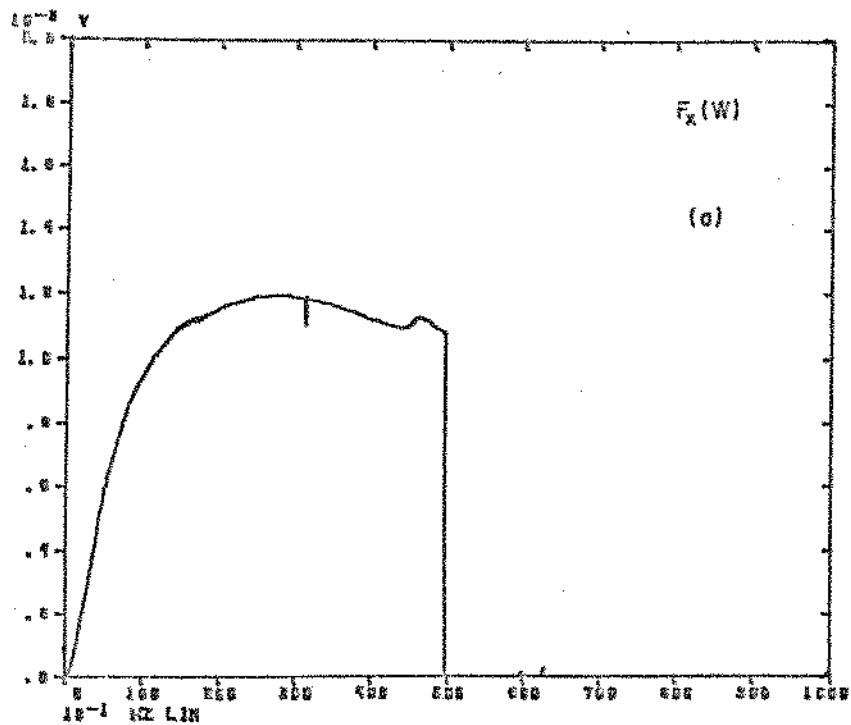


Figura 8.8.4-(a) Espectro da Excitação Medida na Direção-X.
 (b)-Espectro da Excitação Medida na Direção-Y.

8.8.1-RESULTADOS EXPERIMENTAIS DE IDENTIFICAÇÃO USANDO-SE OS ESPECTROS DA EXCITAÇÃO E RESPOSTA (COEFICIENTES LINEARES DO MANCAL) E IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS.

Como critério de análise para validar o modelo matemático para o sistema físico idealizado, utilizou-se os resultados dos espectros das saídas medidas nas direções x e y. Com este critério, procurou-se trabalhar em toda região dos espectros de deslocamentos numa região onde o sistema responde de forma mais adequada à excitação. As figuras 8.7.2a e 8.7.2b dão uma idéia qualitativa de como a faixa para análise e processamento dos sinais foi escolhida a partir do cálculo das funções de coerência. Como pode-se observar pela figura 8.7.2.b, por razões que já foram levantadas em se tratando do problema de identificação de parâmetros (no caso do mancal em estudo), a faixa de frequência que parece mais adequada para análise e processamento dos sinais de entradas e saídas encontra-se no intervalo entre 6 e 12Hz, região onde a função de coerência assume valores praticamente iguais a unidade. Com efeito, vários experimentos foram processados neste sentido com excitação ora agindo na direção-x ora agindo na direção-y ou agindo de forma simultânea tomando as medidas dos espectros da excitação e resposta ou tomando as medidas das funções de resposta em frequência. As figuras 8.8.5. e 8.8.6 mostram os resultados dos espectros das saídas medidas e identificadas usando-se o estimador dos mínimos quadrados e o ajuste usando o estimador das variáveis instrumentais nas direções x e y para um ponto de funcionamento do eixo em torno de 1980 rpm

com os vetores de força de excitação agindo de form simultânea. De forma similar são apresentadas nas figuras 8.8.7 e 8.8.8 uma outra situação para uma velocidade angular de rotação do eixo em torno de 1642 rpm. Observa-se pela evolução das curvas obtidas experimentalmente em relação às identificadas através do modelo matemático, utilizando-se o estimador dos mínimos quadrados e o ajuste utilizando-se o estimador das variáveis instrumentais a validade do modelo matemático qualitativo para representar o comportamento dinâmico do sistema eixo-mancal hidrodinâmico.

EXCITAÇÃO DIREÇÃO-X
 ESPECTRO DA RESPOSTA-X
 VELOC. ANG. DE ROT. : 1980 RPM

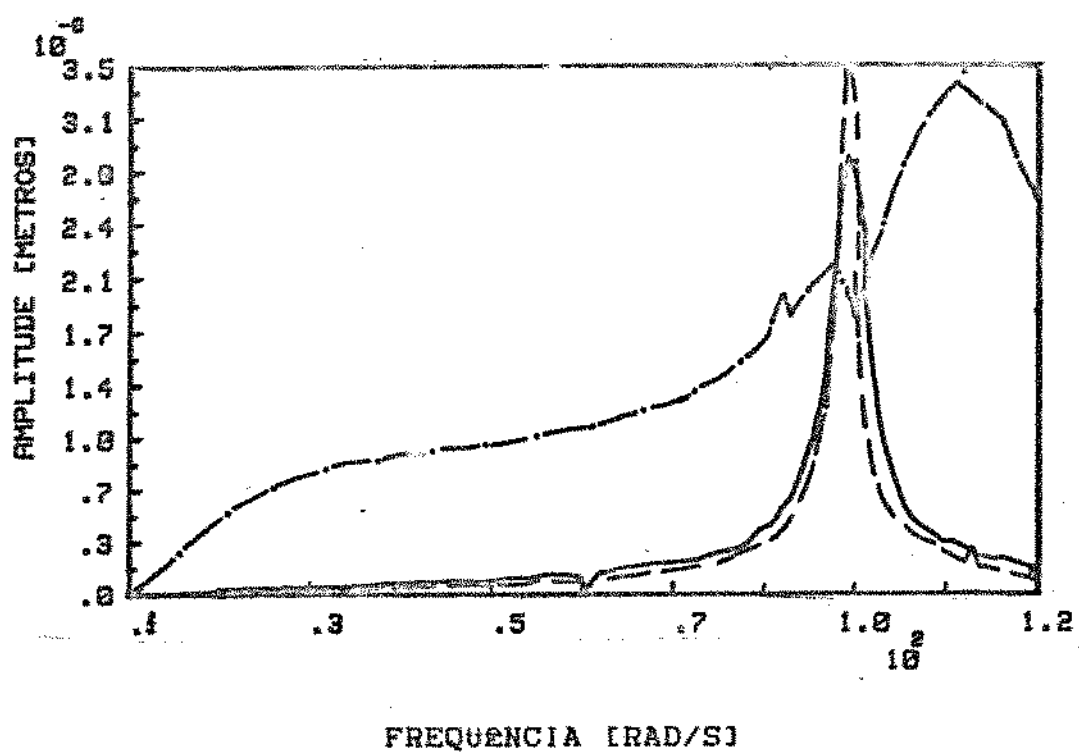


Figura 8.8.5-Espectro da Resposta Medida e Identificada na
 Direção-X (1980 rpm).
 ————— Medida Experimentalmente.
 - · - · - Identificada Experimentalmente com Estimador dos
 Mínimos Quadrados.
 - - - Identificada Experimentalmente com Estimador das
 Variáveis Instrumentais.

EXCITAÇÃO DIREÇÃO-Y
 ESPECTRO DA RESPOSTA-Y
 VELOC. ANG. DE ROT. : 1980 RPM

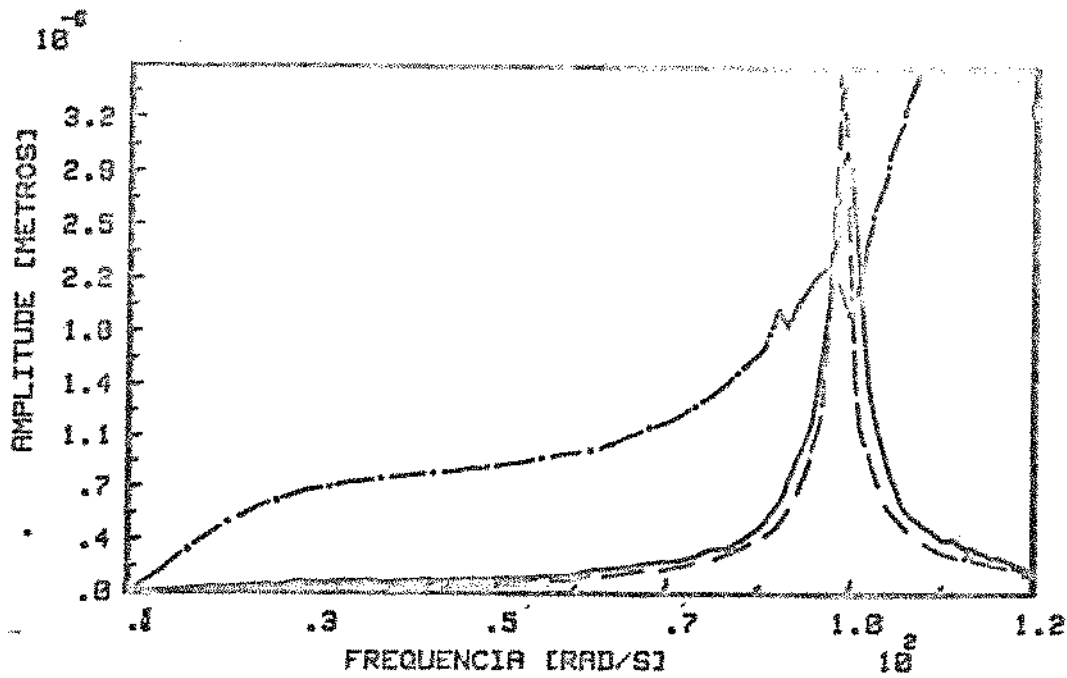


Figura 8.8.6-Espectro da Resposta Medida e Identificada na Direção-y (1980 rpm).

- Medida Experimentalmente.
- · - · Identificada Experimentalmente com Estimador dos Mínimos Quadrados.
- - - Identificada Experimentalmente com Estimador das Variáveis Instrumentais.

EXCITAÇÃO HARMÔNICA-X
 REGISTRADO DA LINEARIZADA-X
 VELOC. ANG. DE ROT. : 1642 RPM

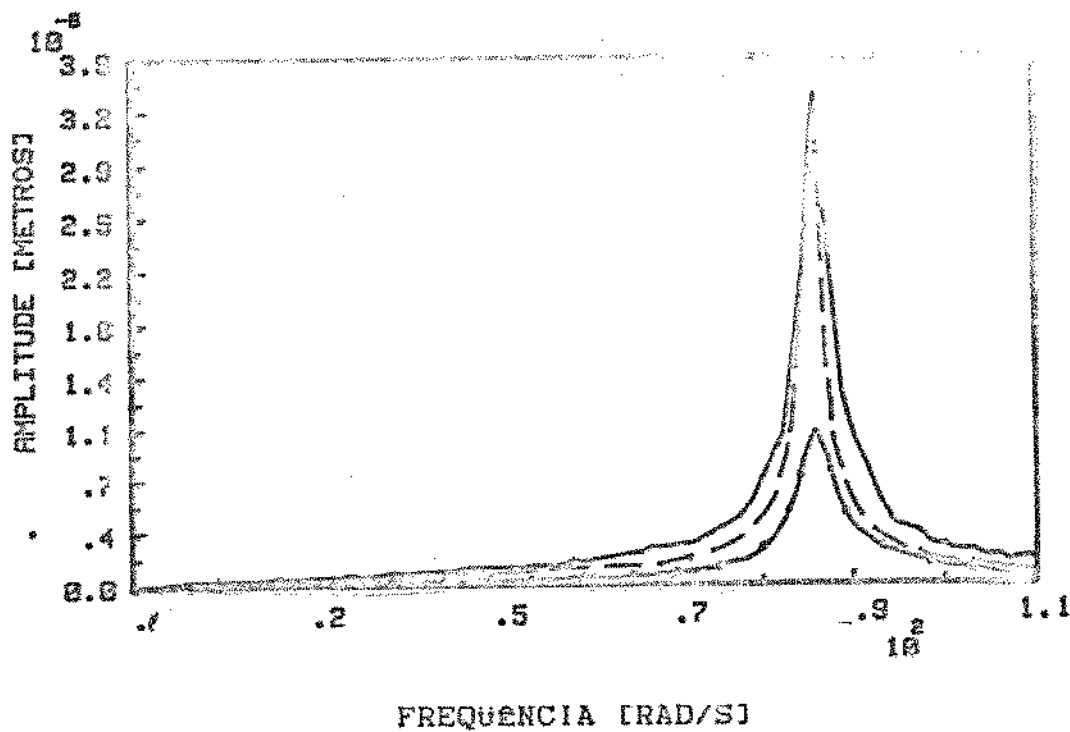


Figura 8.8.7-Espectro da Resposta Medida e Identificada na
 Direção-X (1642 rpm).

- Medida Experimentalmente.
- - - Identificada Experimentalmente com Estimador dos
 Mínimos Quadrados.
- . - . Identificada Experimentalmente com Estimador das
 Variáveis Instrumentais.

EXCITAÇÃO ROTACIONAL O-Y
 ROTACIONAL NA DIREÇÃO O-Y
 VELOC. ANG. DE ROT. = 1642 RPM

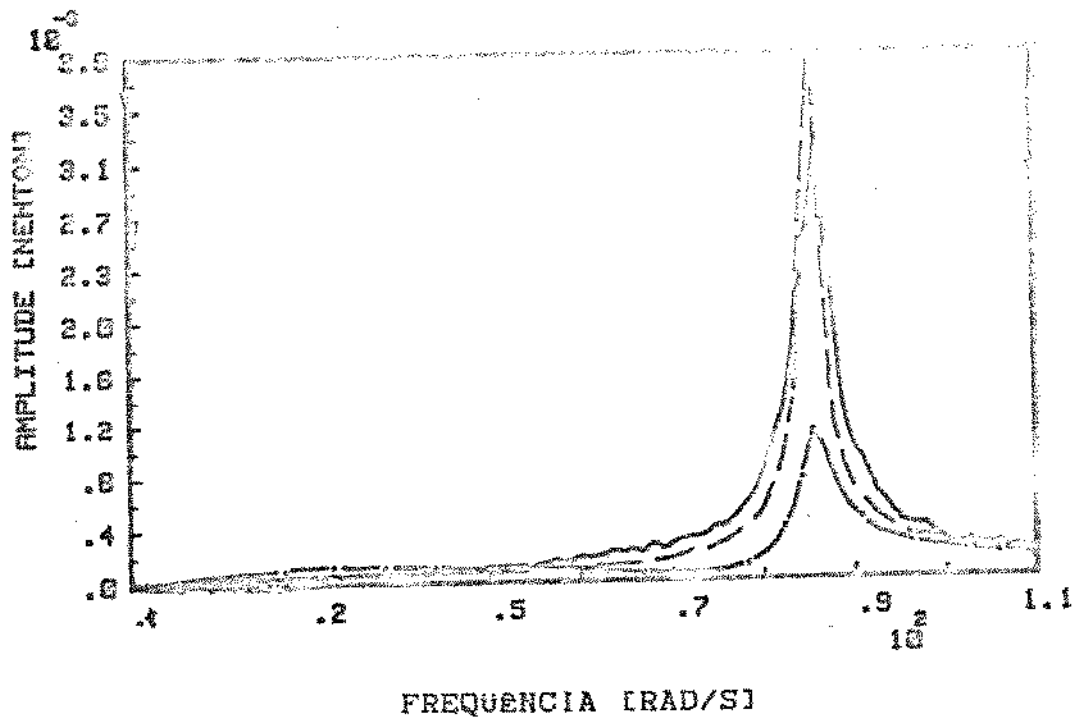


Figura 8.8.8-Espectro da Resposta Medida e Identificada na Direção-Y (1642 rpm).

- Medida Experimentalmente.
- Identificada Experimentalmente com Estimador dos Mínimos Quadrados.
- - - Identificada Experimentalmente com Estimador das Variáveis Instrumentais.

Como pode-se observar pela evolução das curvas obtidas experimentalmente em relação às identificadas através do modelo matemático utilizando-se o estimador dos mínimos quadrados e o ajuste utilizando-se o estimador das variáveis instrumentais, fica claro a validade do modelo matemático qualitativo para representar o comportamento dinâmico do sistema eixo-mancal hidrodinâmico.

As figuras 8.8.9, 8.8.10 e 8.8.11 e 8.8.12 mostram também os espectros das respostas medidas e estimadas através do modelo matemático identificado com o vetor força de excitação agindo nas direções x e y simultaneamente onde procura-se investigar experimentalmente a consistência do estimador das variáveis instrumentais em relação ao estimador dos mínimos quadrados para uma dada relação sinal/ruído considerando-se dois pontos de funcionamento de rotação do eixo. Neste sentido, procurou-se não filtrar os sinais de deslocamento para observar o comportamento dos estimadores. Pode-se notar pelo comportamento destas curvas que o estimador das variáveis instrumentais é superior ao estimador dos mínimos quadrados quando as saídas medidas estão poluídas com ruído. No caso das figuras 8.8.9 e 8.8.10, onde considera-se uma velocidade angular de rotação em torno de 1117 rpm, observa-se um melhor ajuste das curvas usando-se o estimador das variáveis instrumentais em torno da frequência natural com que o mancal vibra "Oil-Whirl" quando comparadas com o comportamento das curvas dadas nas figuras 8.8.11 e 8.8.12 para uma velocidade angular de rotação do eixo em torno de 1425 rpm. Com efeito, pode-se desconfiar que no caso das figuras 8.8.11 e 8.8.12 tenha-se uma relação sinal/ruído bem menor

do que no caso das figuras 8.8.9 e 8.8.10. Indicação deste fato pode, com efeito, ser visualizado nas figuras 8.8.11 e 8.8.12 onde aparece preponderantemente um maior nível de ruído (N_R) em torno da região de ressonância do sistema eixo-mancal hidrodinâmico. Daí, justifica-se um melhor ajuste em torno da região de ressonância para este experimento usando-se o estimador das variáveis instrumentais. O estimador dos mínimos quadrados sendo em consequência fortemente "biasado".

EXCITAÇÃO DIREÇÃO-X
 ESPECTRO DA RESPOSTA-X
 VELOC. ANG. DE ROT. : 1117 RPM

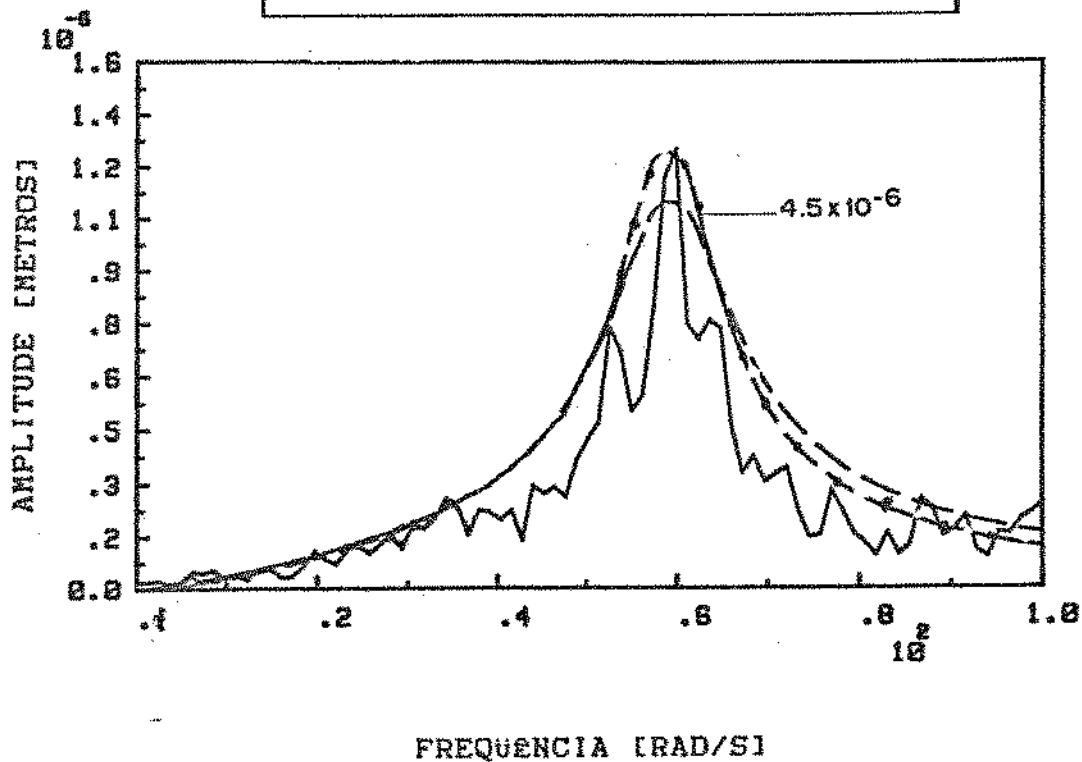


Figura 8.8.9-Espectro da Resposta Medida e Identificada na Direção-X para uma Dada Relação Sinal/Ruído (1117 rpm).

- Medida Experimentalmente.
- · - · - Identificada Experimentalmente com Estimador dos Mínimos Quadrados.
- - - Identificada Experimentalmente com Estimador das Variáveis Instrumentais.

EXCITAÇÃO DIREÇÃO-Y
 ESPECTRO DA RESPOSTA-Y
 VELOC. ANG. DE ROT. : 1117 RPM

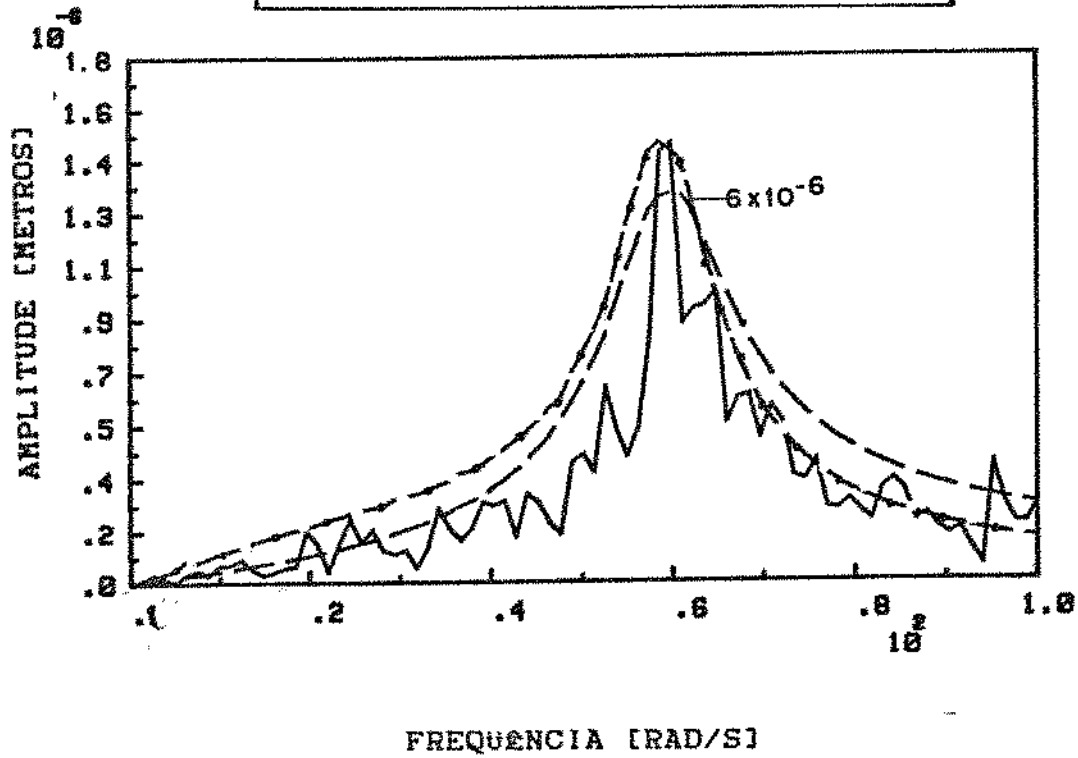


Figura 8.8.10-Espectro da Resposta Medida e Identificada na
 Direção-Y para uma Dada Relação Sinal/Ruído
 (1117 rpm).

- Medida Experimentalmente.
- · - · Identificada Experimentalmente com Estimador dos
Mínimos Quadrados.
- - - Identificada Experimentalmente com Estimador das
Variáveis Instrumentais.

EXCITAÇÃO DIREÇÃO-X
 ESPECTRO DA RESPOSTA-X
 VELOC. ANG. DE ROT. : 1425 RPM

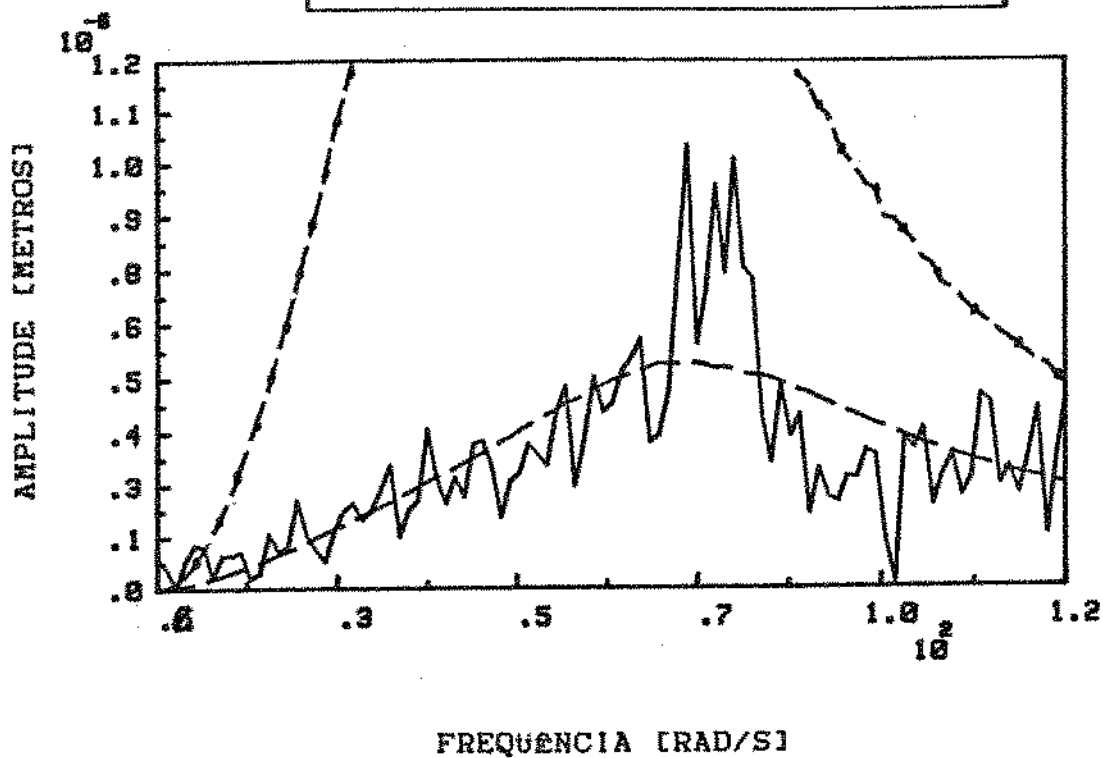


Figura 8.8.11-Espectro da Resposta Medida e Identificada na Direção-X para uma Dada Relação Sinal/Ruído (1425 rpm).

- Medida Experimentalmente.
- · - · - Identificada Experimentalmente com Estimador dos Mínimos Quadrados.
- - - Identificada Experimentalmente com Estimador das Variáveis Instrumentais.

EXCITAÇÃO DIREÇÃO-Y
 ESPECTRO DA RESPOSTA-Y
 VELOC. ANG. DE ROT. : 1425 RPM

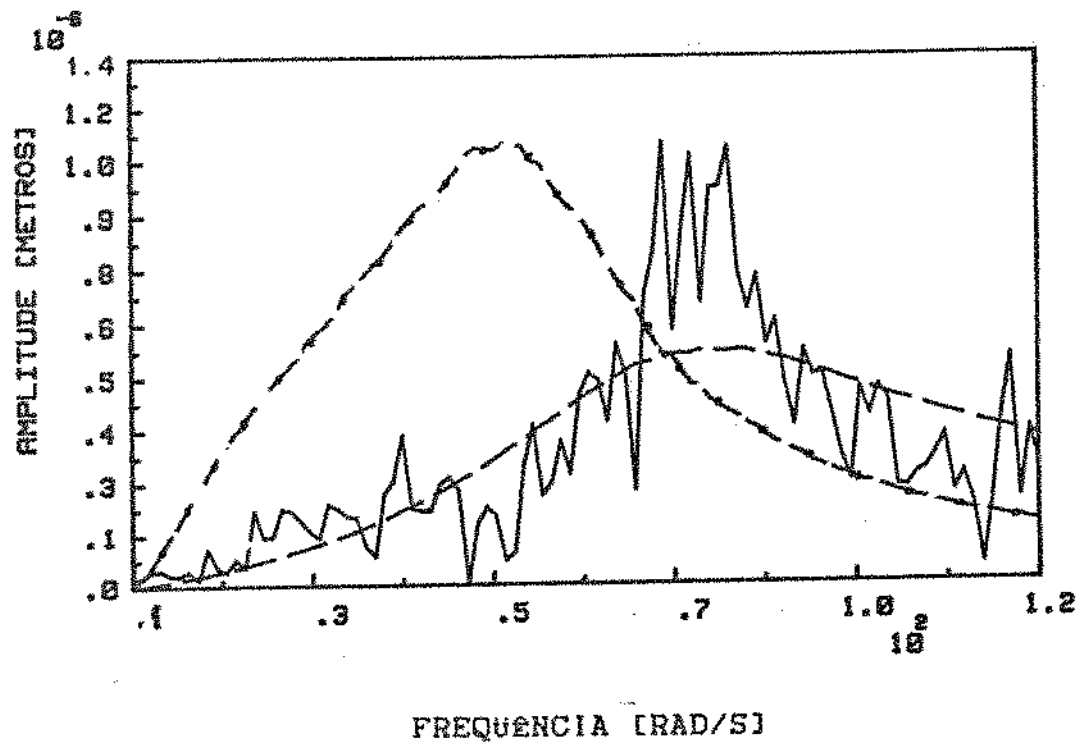


Figura 8.8.12-Espectro da Resposta Medida e Identificada na Direção-Y para uma Dada Relação Sinal/Ruído (1425 rpm).

- Medida Experimentalmente.
- · - · Identificada Experimentalmente com Estimador dos Mínimos Quadrados.
- - - Identificada Experimentalmente com Estimador das Variáveis Instrumentais.

As figuras 8.8.13, 8.8.14 e 8.8.15, 8.8.16 representam duas situações para uma mesma condição de funcionamento do eixo (943 rpm) onde procura-se investigar a influência da escolha da faixa de frequência para tentar validar também o modelo matemático qualitativo com o vetor força de excitação (Schroeder) agindo de forma simultânea para uma dada relação sinal/ruído. É curioso notar para esta condição de funcionamento o ajuste das curvas identificadas utilizando-se o estimador das variáveis instrumentais com os picos de amplitudes máxima dos sinais de deslocamentos centrados em torno da frequência natural com que o mancal hidrodinâmico vibra na ressonância (Frequência de "Oil-Whirl"). O estimador dos mínimos quadrados novamente mostra-se fortemente "biasado" quando ruídos estão sobrepostos aos sinais que se deseja processar, não sendo em consequência possível detectar por este método de identificação e para esta condição de funcionamento do eixo um pico pronunciado em torno da frequência natural do sistema. As figuras 8.8.17 a 8.8.20 mostram em seqüência os correspondentes sinais de entrada medidos (Schroeder) referentes às figuras 8.8.13 a 8.8.16.

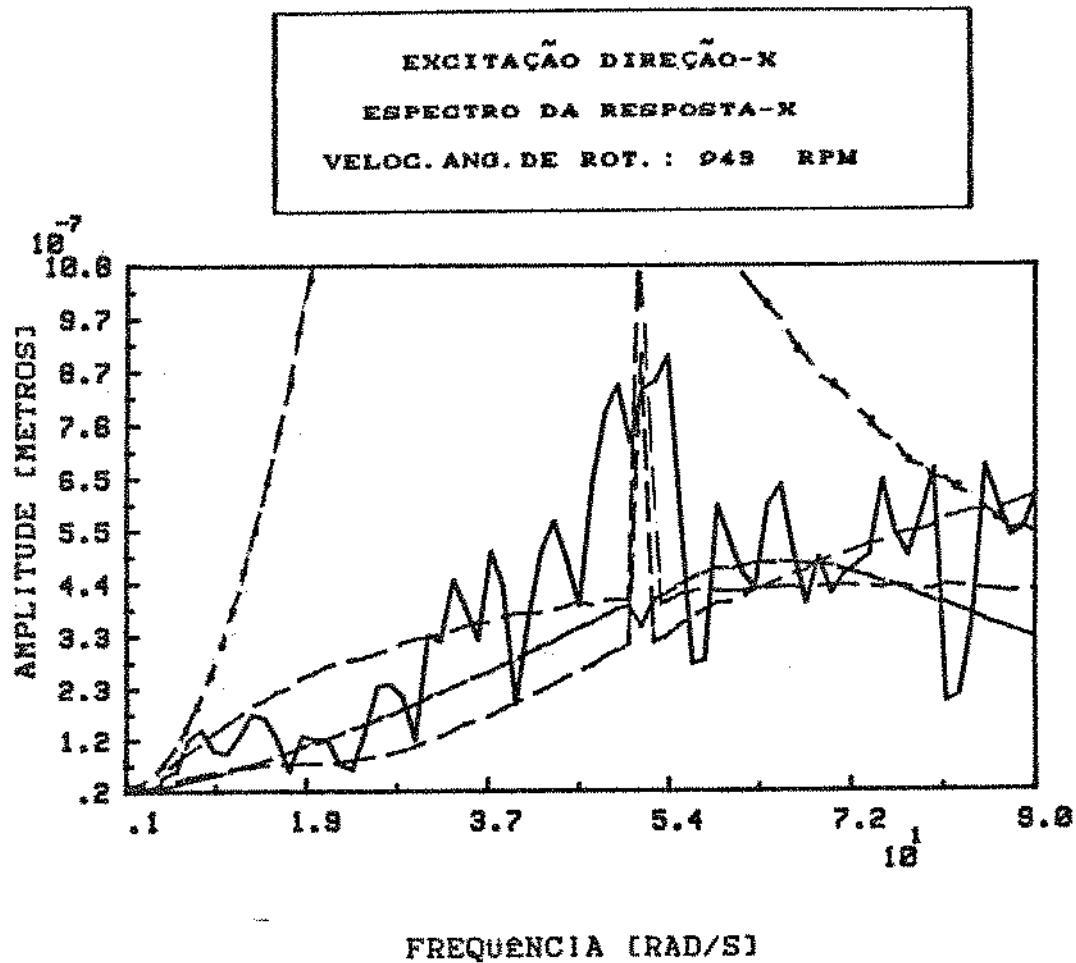


Figura 8.8.13-Espectro da Resposta Medida e Identificada na Direção-X para Toda Faixa de Frequência (943 rpm).

- Medida Experimentalmente.
- .-.- Identificada Experimentalmente com Estimador dos Mínimos Quadrados.
- - - Identificada Experimentalmente com Estimador das Variáveis Instrumentais.

EXCITAÇÃO DIREÇÃO-Y
 ESPECTRO DA RESPOSTA-Y
 VELOC. ANG. DE ROT. : 049 RPM

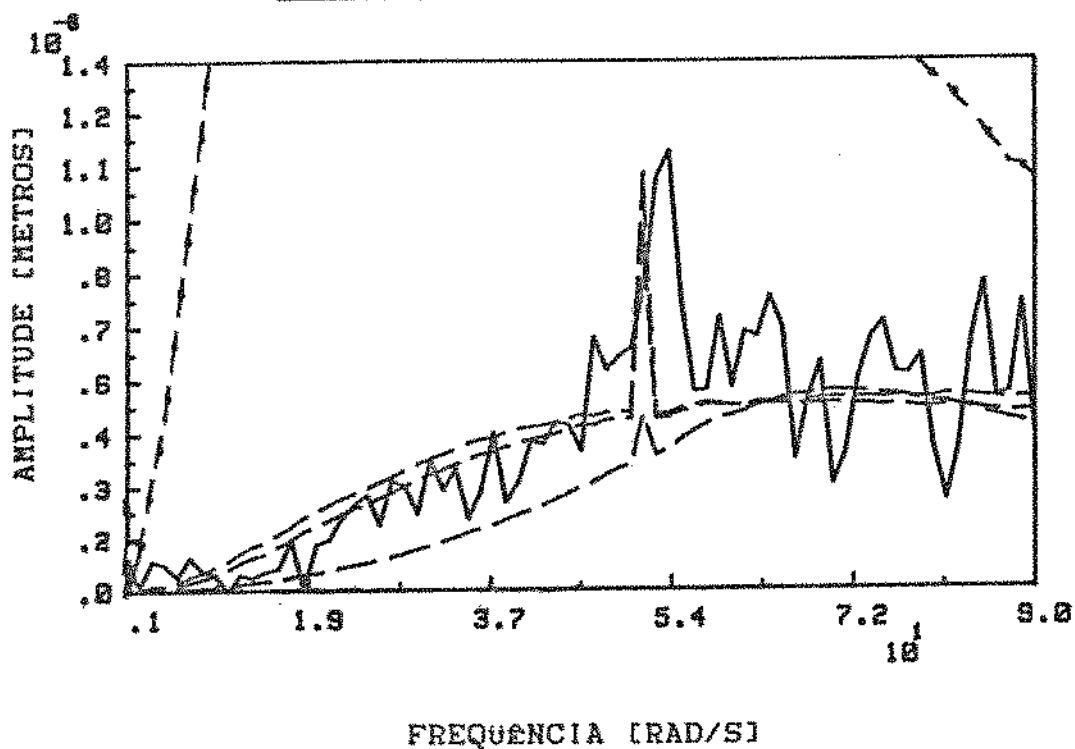


Figura 8.8.14-Espectro da Resposta Medida e Identificada na Direção-Y para Toda Faixa de Frequência (943 rpm).

- Medida Experimentalmente.
- .-.- Identificada Experimentalmente com Estimador dos Mínimos Quadrados.
- - - Identificada Experimentalmente com Estimador das Variáveis Instrumentais.

EXCITAÇÃO DIREÇÃO-X
 ESPECTRO DA RESPOSTA-X
 VELOC. ANG. DE ROT. : 943 RPM

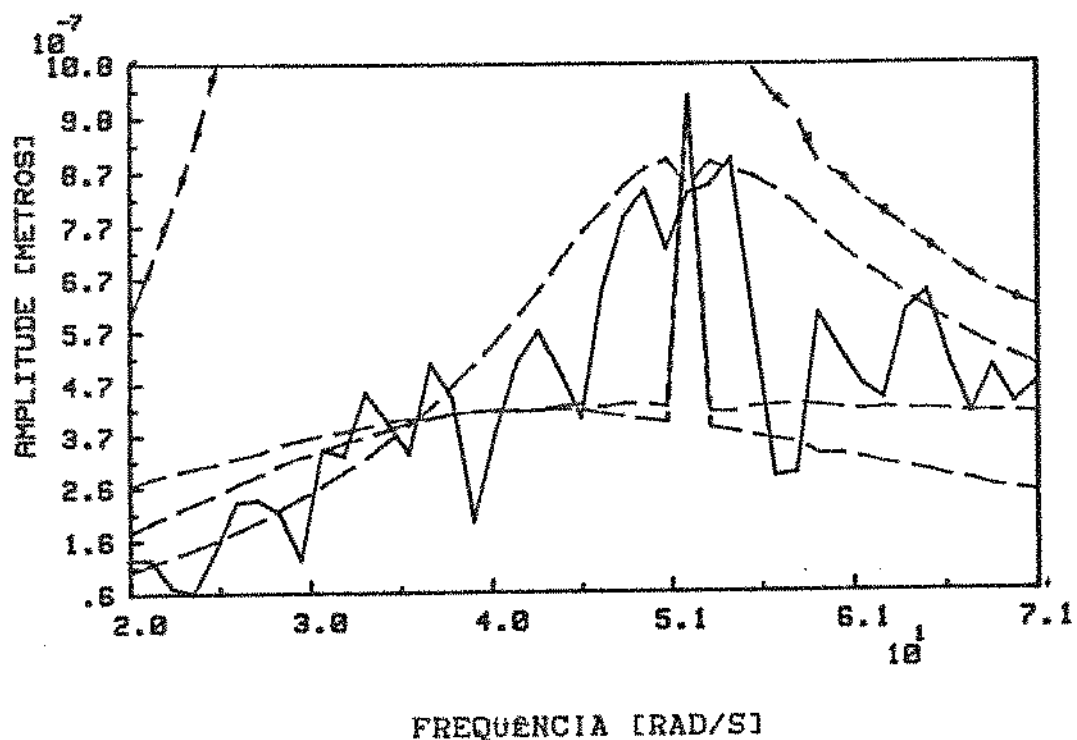


Figura 8.8.15-Espectro da Resposta Medida e Identificada na Direção-X para uma Dada Faixa de Frequência (943 rpm).

- Medida Experimentalmente.
- · - · - Identificada Experimentalmente com Estimador dos Mínimos Quadrados.
- - - Identificada Experimentalmente com Estimador das Variáveis Instrumentais.

EXCITAÇÃO DIREÇÃO-Y
 ESPECTRO DA RESPOSTA-Y
 VELOC. ANG. DE ROT. : 943 RPM

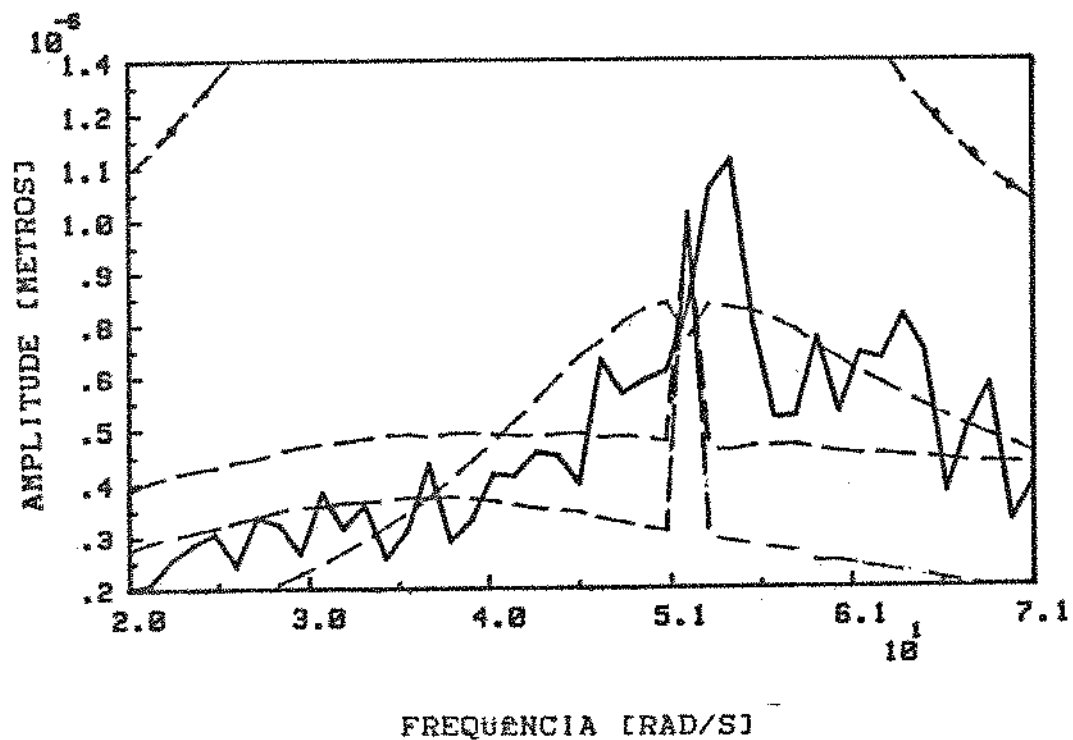


Figura 8.8.16-Espectro da Resposta Medida e Identificada na Direção-Y para uma Dada Faixa de Frequência (943 rpm).

- Medida Experimentalmente.
- · - · - Identificada Experimentalmente com Estimador dos Mínimos Quadrados.
- - - Identificada Experimentalmente com Estimador das Variáveis Instrumentais.

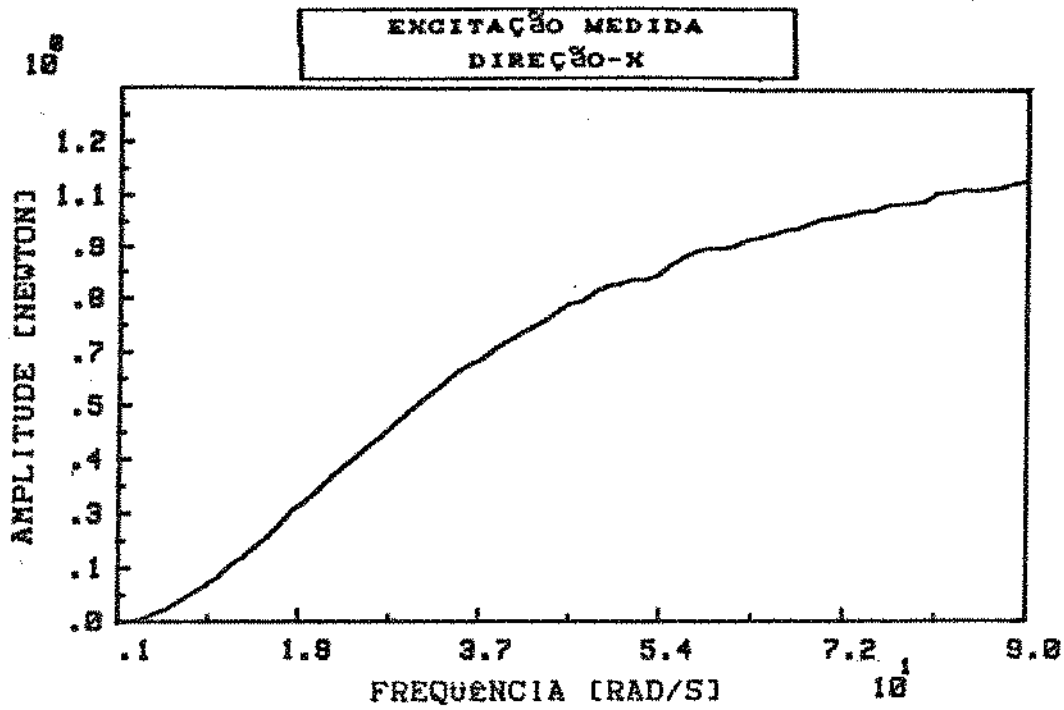


Figura 8.8.17-Excitação Medida na Direção-X para Toda Faixa de Frequência em Análise (943 rpm).

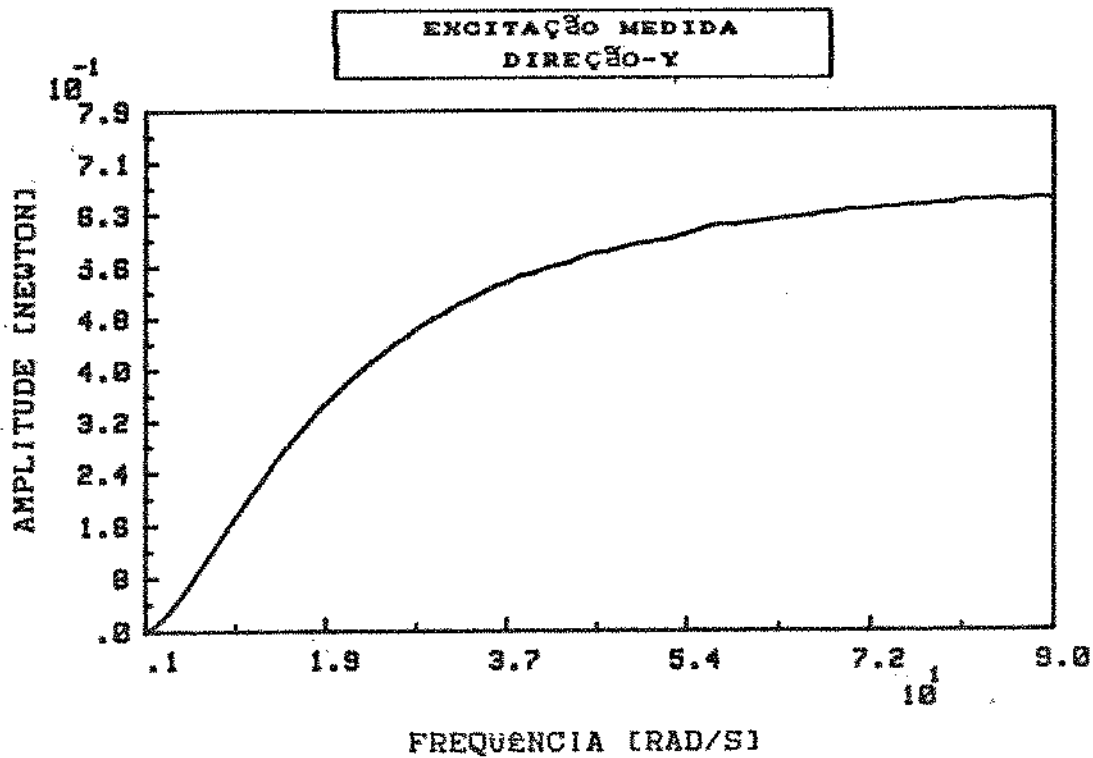


Figura 8.8.18-Excitação Medida na Direção-Y para Toda Faixa de Frequência em Análise (943 rpm).

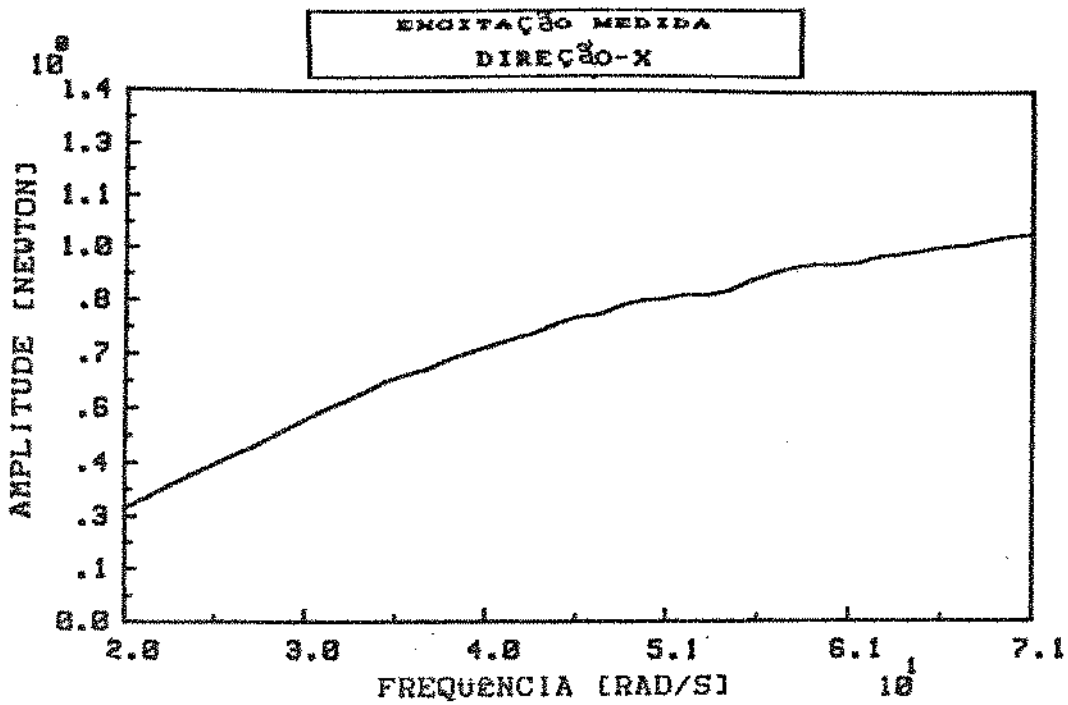


Figura 8.8.19-Excitação Medida na Direção-X para uma Dada Faixa de Frequência (943 rpm).

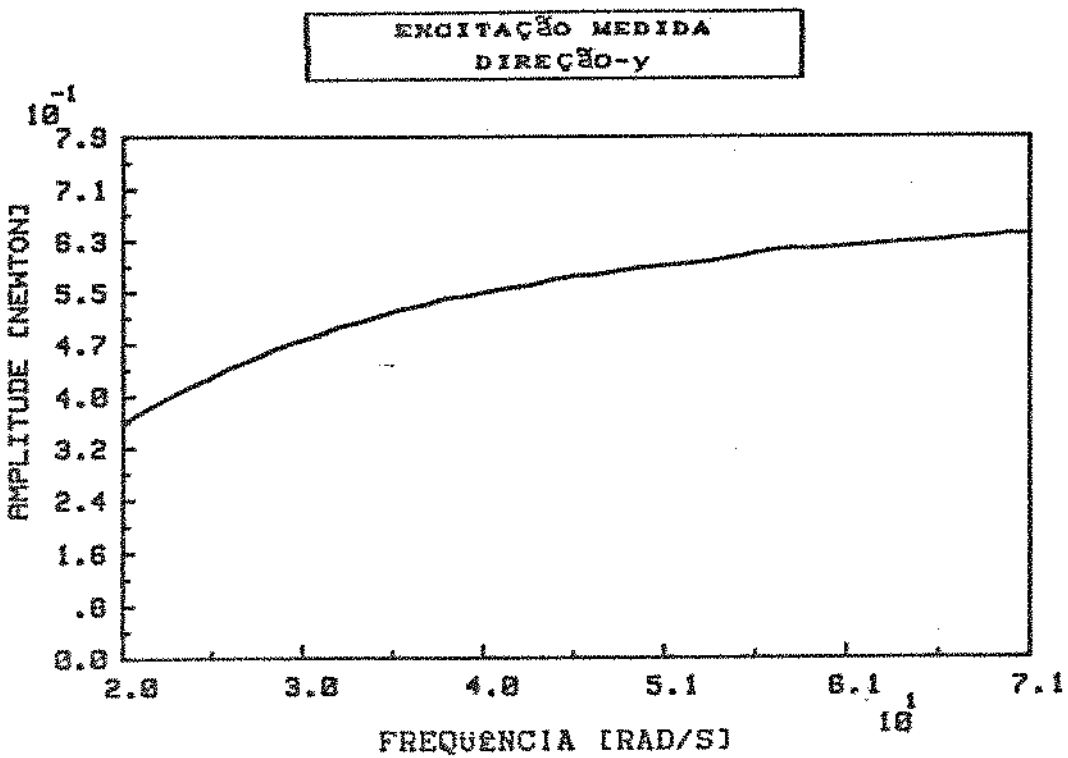


Figura 8.8.20-Excitação Medida na Direção-Y para uma Dada Faixa de Frequência (943 rpm).

Como pode-se notar pela evolução das curvas obtidas experimentalmente em relação às identificadas através do modelo utilizando-se o estimador dos mínimos quadrados e o estimador das variáveis instrumentais, fica claro de novo a validade do modelo matemático qualitativo para representar o comportamento dinâmico do sistema eixo-mancal hidrodinâmico.

A tabela B.8.1 mostra os coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo identificados experimentalmente relativo aos espectros dos sinais de deslocamentos e forças para as cinco condições de funcionamento do eixo que foram discutidas a partir da formulação matemática em frequência para o processo de identificação desenvolvida no capítulo 4 onde se trabalha com os espectros da excitação e resposta.

Tabela 8.8.1-Coefficientes de Rigidez e Amortecimento do Filme de óleo Identificados Experimentalmente.

*	C_{xx}	C_{xy}	C_{yx}	C_{yy}	K_{xx}	K_{xy}	K_{yx}	K_{yy}	Ω
MQ	-27.650	19.091	-12.874	8.169	8.358	10.309	3.319	5.139	1
VI	11.479	148.78	-11.748	52.733	67.624	-27.99	23.399	1.020	
MQ	-23.154	68.382	-18.440	20.577	35.753	5.114	10.056	6.949	2
VI	12.162	66.135	-22.160	17.577	42.590	-15.81	9.696	8.808	
MQ	-4.226	11.422	-.266	3.982	7.232	-.286	2.874	-.338	3
VI	-4.436	17.405	41.360	24.374	12.407	2.345	-.174	-17.33	
MQ	-6.422	20.093	.338	7.609	12.848	2.390	5.048	-.0723	4
VI	3.474	32.296	-7.594	6.510	18.702	1.370	8.367	3.959	
MQ	-3.306	6.736	-.418	4.755	5.622	.372	4.431	3.512	5
VI	19.845	48.794	16.369	23.407	22.795	4.108	12.454	-.988	

(*) Todos os parâmetros são dados na forma adimensional.

Obs: Os pontos 1, 2, 3, 4 e 5 correspondem respectivamente às velocidades angulares de rotação do eixo 1980, 1642, 1425, 1117 e 943 rpm.

Para dimensionalizar os coeficientes da tabela 8.8.1 utilizam-se as relações dadas nas equações (4.2.3) e (4.2.4) com os parâmetros dados na tabela 8.8.2.

A tabela 8.8.3 mostra os resultados das frequências naturais "Oil-Whirl" estimadas, obtidas através do modelo matemático identificado para as diversas situações já discutidas com os respectivos erros em porcentagem, tomando como referência a frequência de "Oil-Whirl" teórica ($\cong \Omega/2$).

Tabela 8.2.2- Parâmetros para conversão dos coeficientes na forma dimensional.

Descrição	Valor	Símbolo	Unidade
Carga estática	37.31	F_o	N
Folga radial	1.25E-4	C	m
Rot.do eixo	variáv.	Ω	rad/s
óleo	SAE 20W - 40W		
Viscosidade	7.0E-3	μ	N.s/m ²

Tabela 8.8.3-Comparação das Freqüências de "Oil-Whirl" Obtidas Experimentalmente através do Modelo Matemático Identificado com as Teóricas ($\cong \Omega/2$).

"Oil-Whirl" Teórica ($\Omega/2$) (rad/s)	"Oil-Whirl" Experimental (rad/s)	Velocidade Angular de Rotação do Eixo (rad/s)	Erro (%)
103.6725	103.5354	203.24	.132
86.0010	95.6396	171.915	-11.207
74.6128	71.5591	149.15	4.092
61.6537	51.8697	123.245	15.892
49.3818	39.7039	98.820	19.820

Pelos resultados de identificação apresentados através das medidas dos espectros da excitação e respostas e o fato de se poder retratar o comportamento dinâmico do sistema eixo-mancal hidrodinâmico através dos coeficientes identificados

experimentalmente, fica patente mais uma vez a validade do modelo matemático.

A figura 8.8.21 mostra os resultados dos coeficientes identificados experimentalmente sobrepostos aos teóricos calculados pela formulação do Holmes [24] usando-se os espectros da excitação e resposta com o vetor força de excitação agindo simultaneamente nas direções x e y para diferentes velocidades angulares de rotação do eixo. De forma geral, os coeficientes identificados experimentalmente mantêm-se praticamente com a mesma ordem de grandeza dos calculados teoricamente pela formulação de Holmes. Melhores resultados acredita-se poderiam ser obtidos ajustando o modelo físico no tocante à influência dos dispositivos de acoplamento dos "Shakers", utilizando um motor com capacidade de rotação mais elevada para permitir uma maior faixa de análise e utilizando excitadores eletrodinâmicos com maior capacidade de carga.

As figuras 8.8.22, 8.8.23, 8.8.24 e 8.8.25 representam uma condição de funcionamento do eixo onde procurou-se identificar experimentalmente o vetor força de excitação utilizado como entrada para excitar o sistema dinâmico rotativo e validar o método proposto em [76,78] utilizando-se o estimador dos mínimos quadrados e o estimador das variáveis instrumentais. Com efeito, as figuras 8.8.22 e 8.8.23 mostram os espectros das entradas medidas e identificadas utilizando-se toda a faixa de frequência e as figuras 8.8.24 e 8.8.25 mostram a mesma condição de funcionamento do eixo tomando uma dada faixa de frequência. Como observação adicional, nos cálculos das frequências de "Oil-Whirl"

estimadas através do modelo matemático identificado, estão incorporados o efeito do ruído dos sinais de deslocamento para alguns pontos de funcionamento do eixo. Com efeito, melhores resultados poderiam ser obtidos com a filtragem adequada dos sinais de deslocamento.

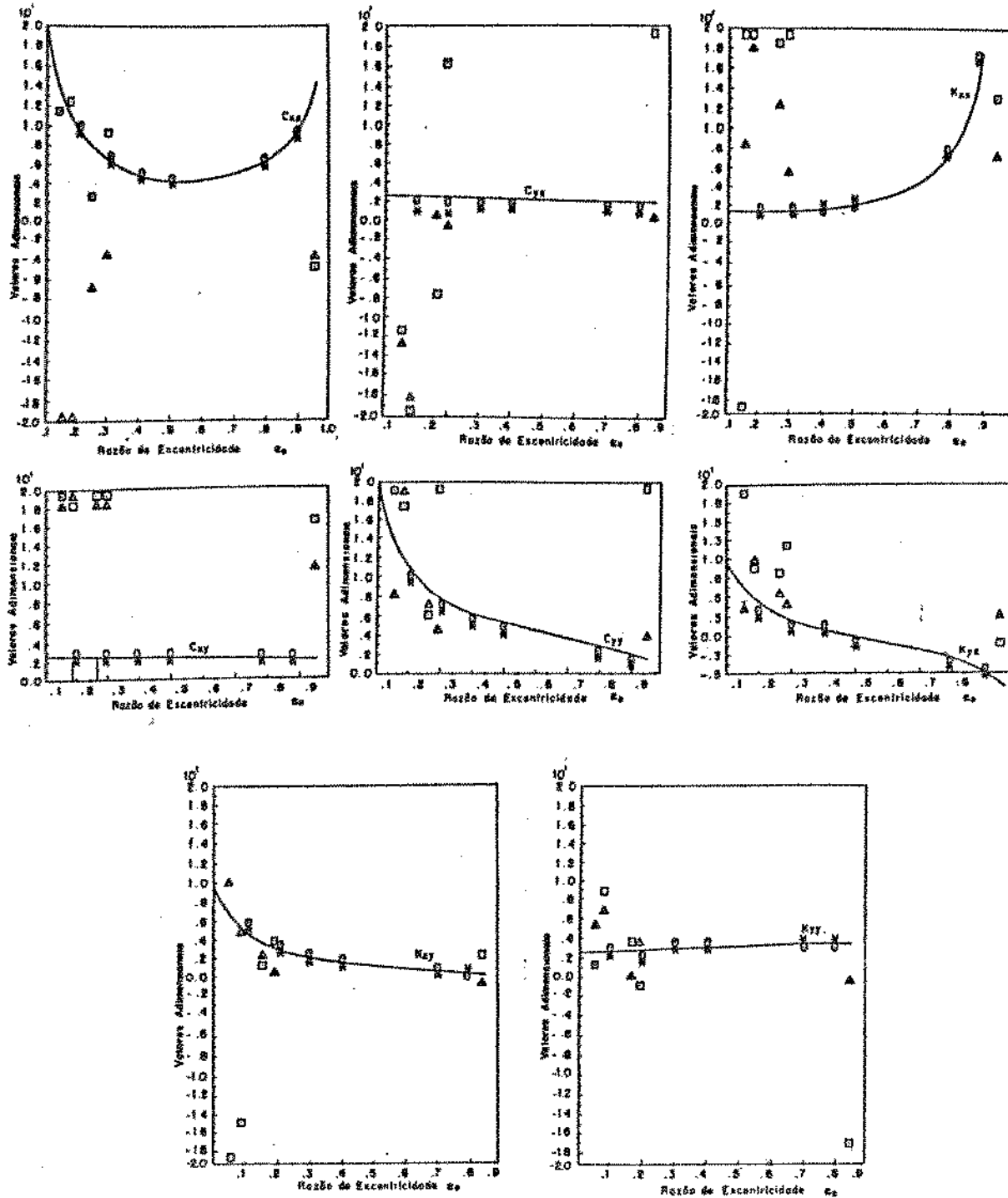


Figura 8.8.21-Coefficientes de Rigidez e Amortecimento do Filme de óleo Identificados Experimentalmente.

Simulado, $N_R = 5\%$ — : Teórico
 * : Mínimos Quadrados
 ○ : Variáveis Instrumentais
 Experimental △ : Mínimos Quadrados
 □ : Variáveis Instrumentais

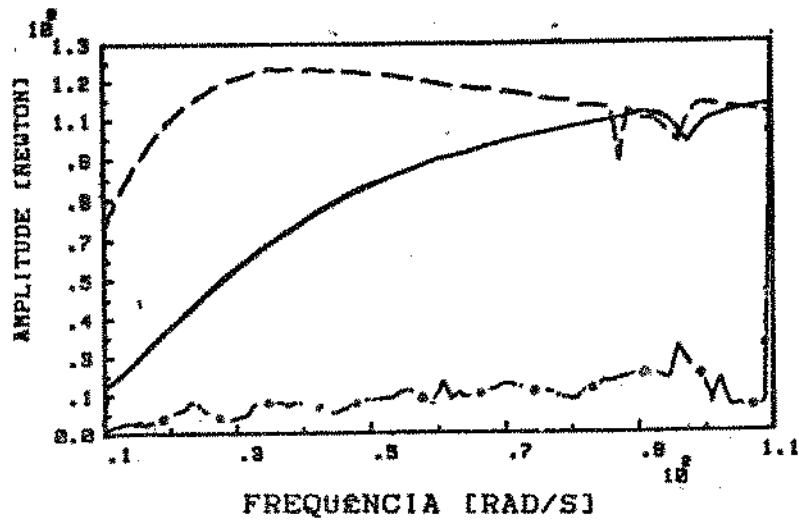
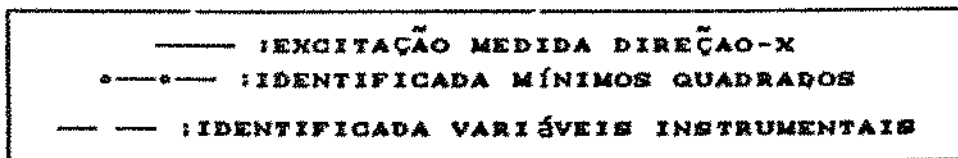


Figura 8.8.22-Excitação Identificada Direção-X Utilizando-se Toda a Faixa do Espectro.

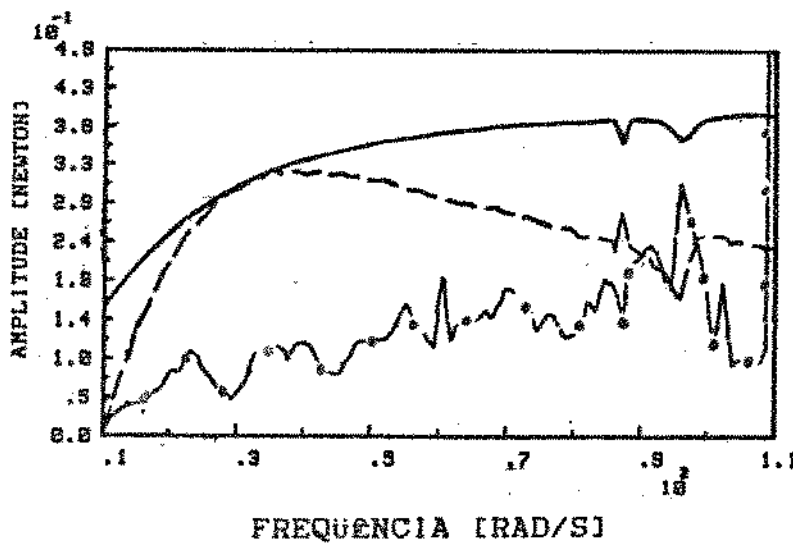
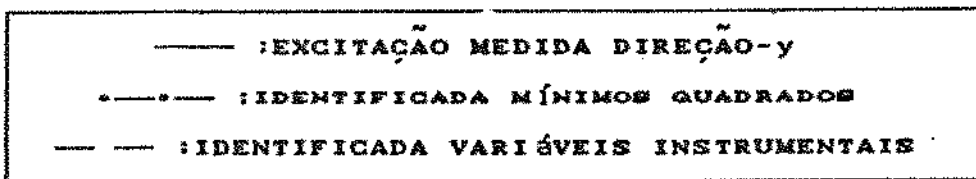


Figura 8.8.23-Excitação Identificada Direção-Y Utilizando-se Toda a Faixa do Espectro.

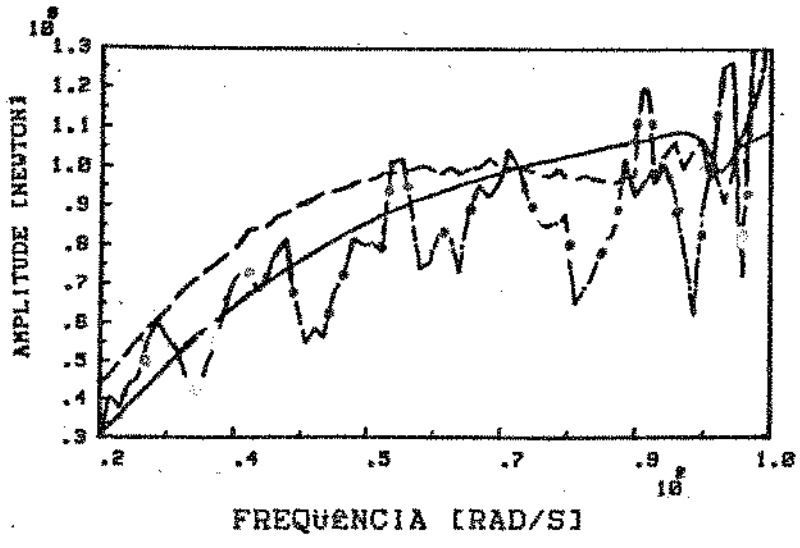
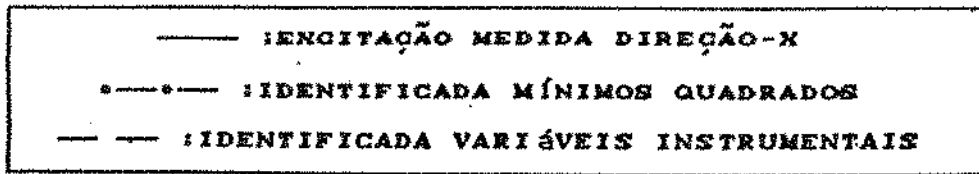


Figura 8.8.24-Excitação Identificada Direção-X Utilizando-se uma Dada Faixa do Espectro.

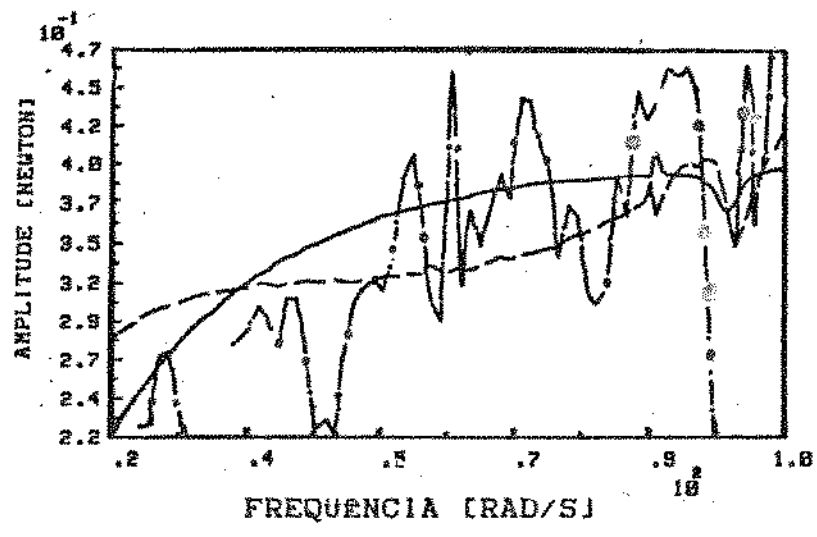
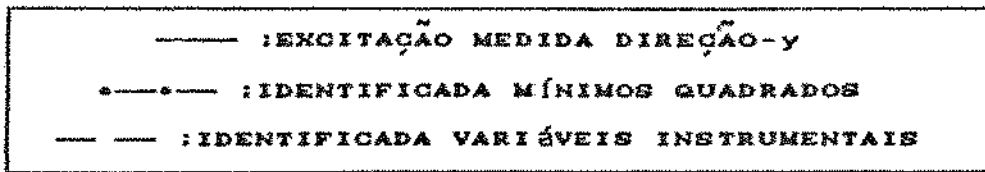


Figura 8.8.25-Excitação Identificada Direção-Y Utilizando-se Uma Dada Faixa do Espectro.

8.9-CONCLUSÃO.

Observando-se os resultados de identificação experimental dos coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo dados na tabela 8.8.2 e representados na forma gráfica sobrepostos aos teóricos calculados através da formulação do Holmes [24], nota-se uma forte dispersão para quase todos os coeficientes.

Mostrou-se que mesmo para níveis mínimos de ruído sobrepostos às saídas medidas, como é o caso do eixo girando em torno de 1980 rpm, vide figuras 8.8.5 e 8.8.6, fica difícil validar o modelo matemático qualitativo utilizando-se o estimador dos mínimos quadrados generalizado. O estimador das variáveis instrumentais, ao contrário, mostrou-se mais adequado em todas as situações e condições de funcionamento do eixo. Na verdade, não existe na literatura citada praticamente nenhum trabalho que aborde o problema de identificação dos coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo de mancais hidrodinâmicos, que investigue de forma consistente a validade do modelo matemático em geral adotado, para identificar tais parâmetros. Com efeito, a dispersão dos coeficientes de rigidez e amortecimento identificados experimentalmente em relação aos teóricos dados pela formulação do Holmes, era de certo modo esperada, devido principalmente às hipóteses simplificadoras impostas as equações de Navier Stokes na obtenção da equação de Reynoldes aplicada a mancais hidrodinâmicos. Assim, a consistência ou não de tais coeficientes identificados experimentalmente deve ser verificado

através do modelo matemático identificado, tomando como referência os espectros das saídas medidas, como pode-se verificar nos vários testes apresentados e discutidos.

De forma geral, os resultados de identificação experimental apresentados na tabela 8.8.2, mostram-se muito razoáveis para as condições de testes e situações que foram consideradas. A consistência efetiva de tais coeficientes deve, com efeito, ser garantida a partir de uma observação cuidadosa entre os sinais medidos e aqueles obtidos através do modelo matemático identificado. No entanto, os resultados experimentais para tais coeficientes só foi possível a partir de uma análise criteriosa e cuidadosa do comportamento dinâmico a priori do sistema físico idealizado, onde, por exemplo, foi possível selecionar uma faixa de frequência adequada no vetor força de excitação. Vale salientar neste ponto, a importância de ter se utilizado um sinal de excitação periódico de auto conteúdo frequencial, determinístico, com as mesma propriedades estatísticas de um ruído aleatório puro, mas com as vantagens adicionais de ser periódico e permitir escolher a faixa de frequência a ser adotada para excitar o sistema físico, que se mostrou com, efeito, muito adequado para a identificação experimental dos parâmetros de sistemas mecânicos.

Apresentou-se também, alguns resultados preliminares de identificação experimental de forças no domínio da frequência, utilizando-se o estimador dos mínimos quadrados e estimador das variáveis instrumentais conforme foi proposto em [76,78].

CAPÍTULO 9

CONCLUSÃO GERAL

Desenvolveram-se neste trabalho várias formulações matemáticas no domínio da frequência e no domínio do tempo para identificar parâmetros de sistemas mecânicos utilizando métodos possíveis de serem aplicados de forma direta na prática em sistemas reais. Procurou-se, além de se trabalhar extensivamente as equações matemáticas no tempo e em frequência para os processos de identificação, investigar as condições nas quais os processos eram válidos utilizando sistemas mecânicos de um grau de liberdade para posteriormente aplicá-los a um sistema físico constituído de um eixo rígido com um só mancal hidrodinâmico no plano médio do eixo.

Dentre os vários tipos de estimadores existentes na literatura para identificar parâmetros de sistemas mecânicos foram selecionados dois: o estimador dos mínimos quadrados generalizados e o estimador das variáveis instrumentais. Várias conclusões puderam ser extraídas destas investigações quando direcionadas ao problema de identificação de parâmetros de sistemas mecânicos.

Neste trabalho, o estimador dos mínimos quadrados mostrou-se fortemente "biasado" mesmo para níveis mínimos de ruído nas saídas medidas. O estimador das variáveis instrumentais, ao contrário, mostrou-se conceitualmente superior ao estimador dos mínimos quadrados, conseguindo, com efeito, validar o modelo

matemático qualitativo utilizado para o sistema dinâmico rotativo eixo-mancal hidrodinâmico para todos os pontos de funcionamento do eixo investigados.

Numa eventual aplicação direta do estimador dos mínimos quadrados para identificar experimentalmente parâmetros de sistemas mecânicos, deve-se fazer uma análise prévia do comportamento dinâmico do sistema e garantir-se a priori que as saídas que se deseja medir estejam praticamente livres de ruído.

Nos processos de simulação e verificação das formulações matemáticas desenvolvidas para identificar parâmetros de sistemas mecânicos, deve-se estabelecer critérios de análise para monitorar os sinais medidos. Com efeito, o sucesso em se obter resultados experimentais dos coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo que representem o comportamento dinâmico do sistema eixo mancal-hidrodinâmico só foi possível a partir destas investigações. No capítulo 7, apresenta-se uma bateria de resultados teóricos de simulação e verificação das formulações matemáticas no tempo e em frequência onde se enfatiza bem este fato.

De forma geral, os resultados de identificação experimental dos coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo do mancal hidrodinâmico usado neste trabalho, mostraram-se satisfatórios.

Indicação consistente deste fato é que a ordem de grandeza dos coeficientes obtidos experimentalmente é a mesma dos calculados teoricamente pela formulação do Holmes [24].

Outra indicação é o fato de se poder reproduzir

experimentalmente, a partir da bancada de teste idealizada, a frequência de "Oil-Whirl", isto é, a frequência natural com que o mancal hidrodinâmico vibra ou precessa em torno de alguma posição de equilíbrio estático, e se poder reproduzi-la através do modelo matemático adotado utilizando-se os coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo obtidos experimentalmente.

Assim, acredita-se que as contribuições principais deste trabalho sejam : mostrar que é possível identificar experimentalmente os coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo de mancais hidrodinâmicos utilizando uma montagem com um só mancal e levantar as características de tais parâmetros para diferentes combinações de carregamento e velocidades angulares de rotação do eixo. Poder-se utilizar estes resultados experimentais como parâmetros para análise do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos rotativos com estruturas mais complexas que utilizam estes tipos de mancais como suportes.

- Investigar experimentalmente a eficiência do estimador das variáveis instrumentais numa situação de operação real e também o fato de se poder validar o modelo matemático qualitativo que normalmente é utilizado para sistemas mecânicos que utilizam mancais hidrodinâmicos como suportes de sistemas dinâmicos rotativos.

- Mostrar a possibilidade de se poder utilizar o método de identificação de forças no domínio da frequência utilizando-se o método dos mínimos quadrados generalizados e o método das

variáveis instrumentais que foi proposto em [76,78], e com efeito, comprovado experimentalmente para o sistema dinâmico rotativo constituído do sistema eixo-mancal hidrodinâmico.

- Finalmente, mostrar que se pode utilizar um sinal de excitação (Schroeder) com o mesmo conteúdo espectral de um ruído branco, porém, com as vantagens de ser periódico e possibilitar escolher a faixa de frequência mais adequada para excitar o sistema físico eixo-mancal hidrodinâmico, com isso evitando os problemas de "Leakage" e "Aliasing" na discretização dos sinais que se deseja medir.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

- [1] ASTRON, K. S. & EYKHOFF, P. System Identification a Survey. *Automatica*, 7:123-62,1971.
- [2] BECK, J. V. & ARNOLD, K. J. *Parameter Estimation in Engineering and Science*. 2v., mar. 1977.
- [3] ARNOLD, C. R. & NAREDA, K. The Identification and Classification of System. *Technical Report 471*. Cambridge, Mass, Cruft Laboratory , Havard Univ., 1975.
- [4] McCOLLUN, P. & BROWN, B. Laplace Transform Table and Related Topics of Operational Methods. *Engineering Research Bulletin*. Stillwater, Oklahoma State Univ., Oklahoma Publication nº 137, 1964.
- [5] LJUND, L. & GLOVER, K. Frequency Domain Versus Time Domain Methods in System Identification. *Automatica*. 10:233-44, 1981.
- [6] LATRE, L. G. Identificação de Parâmetros em Modelos Dinâmicos. 4º Congresso Brasileiro de Automática. Campinas, SP, 46-55, 1982.

- [7] SCHROEDER, M. R. Synthesis of Low-Peak-Factor Signals and Binary Sequences with Low Autocorrelation. *IEEE Transactions on Information and Theory*. 85-89, Jan 1970.
- [8] TOWER, B. Reports of The Research Committee on Friction. *Proc Inst Mech Engrs*. 632, 1883.
- [9] REYNOLDS, O. On the Theory of Lubrification and its Application to Mr. Beachamp Tower's Experiments. *Phil Trans* . 177:157, 1886.
- [10] SOMMERFELD, A. Zur Hydrodynamische Theorie Der Schmiermittelreibung. *Z Math Phys* . 50:97, 1904.
- [11] BIEREMBAUT, M. Y. Raideur et Amortissement des Pailers Hydrodynamiques. *Méthode de Calcul Par Element Finis - Memoir du Cetim*. 32, 1977.
- [12] GUMBEL, L. Einflum der Schmierrung auf die Konstruktion. *Jahrb Schiffbautechn. Ges.* 18:233, 1917.
- [13] HARRISON, W. J. The Hydrodynamic Theory of the Lubrification of a Cylindrical Bearing under Variabel Load and of Pivot Bearings. *Trans Comb Phil Soc*, . 22:373, 1919.

- [14] STODOLA, A. Kritische Wellenstörung Infolge der Nachgiebigkeit des Oelpolters in Lager, 85-265, 1925.
- [15] NEWKIRK, B. L. Shaft Wipping. *General Electric Review*. 27:169, 1925
- [16] HAGG, A. C. The Influence of Oil-Film Journal Bearing on the Stability of Rotating Machine. *Trans ASME*. 68:A211, 1946.
- [17] OCVIRK, F. M. Short Bearing Approximation for Full Journal Bearing. *NACA*. Tech. Note 2808, 1952.
- [18] MICHELL, A. C. M. Progress in Fluid Film Lubrification. *Trans ASME*. 51:153, 1929.
- [19] DUBOIS, G. B. & OCVIRK, F. W. Analytical Derivation and Experimental Avaluation on Short Bearing Approximation for Full Journal Bearing. *NACA*, Tech.Rep.1157, 1953.
- [20] STERNLICHT, B. Elastic and Damping Properties of Cylindrical Journal Bearing. *J. Basic Eng. Trans ASME*. 81:101, 1959.

- [21] HAGG, A. C., & SANKEY, C. D. - Elastic and Damping Properties of Oil-Film Journal Bearing for Application to Unbalance Vibration Calculation. *J. Appl Mech - Trans ASME*. 80:141, 1958.
- [22] HAGG, A. C., & WARNER, P. C. Oil Whip of Flexible Rotor. *Trans ASME*. 75:1339, 1953.
- [23] CAPRIZ, G. On Some Vibration Problems Arising in The Theory of Lubrication. *Revista di Matematica Univ Parma*. Pt 1, 1960.
- [24] HOLMES, R. The Vibration of a Rigid Shaft on Short Sleeve Bearing. *J. Mech Sci* . 2:337, 1960.
- [25] MORRISON, D. Influence of Plain Journal Bearing on The Whirling Action of an Elastic Rotor. *Proc Instr Engrs*. 176:542, 1962.
- [26] SMITH, D. M. Journal Bearing Dynamic Characteristics-Effect of Lubricant. *Proc Instr Mech Engrs*. 179:37, Pt.3J, 1965.
- [27] CAPRIZ, G. - Communication Reference [28] by Mitchell et alii, 1966.

- [28] MITCHELL, J. R.; HOLMES, R.; BYRNE, J. Oil Whirl of a Rigid Rotor in 360° Journal Bearing ; Further Characteristics. *Proc Inst Mech* . 180:593, Pt.1, 1966.
- [29] HOLMES, R. Oil-Whirl Characteristics of a Rigid Rotor in 360° Journal Bearing. *Proc Inst Mech Engrs*, 177(11): 1963.
- [30] HOLMES, R. Instability Phenomena Due to Circular Bearing Oil-Film. *J Mech Engr Sci*, 8(4):419, 1966.
- [31] HOLMES, R. & PARKINS, D. H. Assessing Unbalance Effects in a Small Turbo-Rotor. *ASME Paper* n° 19, DE-9, 1960.
- [32] LUND, J. W. *Self Excited Stationary Whirl Orbits of a Journal in Sleeve Bearing*. Rensselaer Polytech. Inst. New York, 1966 (Ph.D. Thesis).
- [33] WHITE, D. C. *Squeeze Film Journal Bearing*. Churchill College, Cambridge, 1970 (Ph.D. Thesis).
- [34] TONDL, A. *Some Problems of Rotor Dynamics*. House of The Czechoslovak Academy of Science. Prague, 1965.
- [35] COOPER, S. Preliminary Investigation of Oil Film for Control of Vibration, Lubrification and Wear Convention. *Proc Inst Mech* . Paper 28, 305-315, 1963.

- [36] LI, D. F. et alii Stability and Transient Characteristic Four Multilobe Journal Bearing Configuration. *Trans. ASME*. 102:291-99, 1980.
- [37] ALLAIRE, P. E. et alii Transient Unbalance Response of Four Multilobe Journal Bearing. *Trans ASME*. 102:300-307, 1980.
- [38] ABDUL, W. N. *Comportement Dynamique des Paliers Hydrodynamiques*. Lion, Université Claude Bernard, 1982 (Thèse D'Etat).
- [39] RAD, J. S. Instability of Rotors in Fluid Bearing. *Trans ASME*. 105:274-79, 1983.
- [40] McHUGH, J. D. Estimation The Severity of Shaft Vibration Within Fluid Film Journal Bearing. *Trans ASME*. 105:306-12, 1983.
- [41] HOLMES, R. The Control of Vibration Using Squeeze Film Dampers Journal Bearing of Engineering for Power. *Trans ASME*. 105:525-29, 1983.
- [42] DEDE, M. & HOLMES, R. On Prediction Experimental Assesement of Engineering Performance. *Tribology International*. 17(5):251-58, 1984.

- [43] MYERS, C. J. Bifurcation Theory Applied to Whirl in Plain Cylindrical Journal Bearing. *Trans ASME*. 51:244-50, 1984.
- [44] SAHINKAYA, M. N. & BURROWS, C. R. Control of Stability and Synchronous Vibration of a Flexible Rotor Supported on Oil-Film Bearing. *Journal of Dynamics Systems Measurement and Control*. 107:139-44, 1985.
- [45] HOLMES, R. The Performance of a Sealed Squeeze Film-Bearing in Flexible Support Structure. *Proc Instr Engrs*. 199:1-9, 1987.
- [46] ROHDE, S. M. & LI, D. F. A Generalized Short Bearing Theory. *Journal of Lubrication Technology*. 102:278-82, 1980.
- [47] GLIENICKE, J. Experimental Investigation of the Stiffness and Damping Coefficients of Turbine Bearing and Their Application to Instability Prediction. *Proc Inst Mech Engrs*. 1981:116-29, 1966-67.
- [48] MORTON, P. G. Measurement of the Dynamic Characteristics of a Large Sleeve Bearing. *Journal of Lubrication Technology*. :143-50, Jan.1971.

- [49] MORTON, P.G. The Dynamic Characteristics of Bearing Under Operation Condition. *G.E.C. - Journal of Science and Technology*. 42(1):, 1975.
- [50] BURROWS, C. R. & STANAWAY, R. Identification of Journal Bearing Characteristics. *Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control*.:167-73, Sept.1977.
- [51] LUND, J. W. Evaluation of Stiffness and Damping Coefficients for Fluid-Film Bearing. *Shock and Vibration*. :5-10, 1978.
- [52] GLIENICKE, J. *Feder Und Dampfungsk Konstanten Von Gleitlagern Fur Turbomaschinen Und Deren Einfluss Auf Das Schwingungsverhalte Eines Einfachen Rotor*. Dissertation, Technischen Hochschule Karlsruhe, 1966.
- [53] PARKINS, D. W. *Static and Dynamic Characteristics of a Hydrodynamic Bearing*. Cranfield Institution of Technology, 1976 (Ph.D. Thesis).
- [54] PARKINS, D. W. Measured Characteristics of a Journal Bearings Oil-Film. *Trans ASME*. 103:120-25, Jan.1981.

- [55] NORDMAN, R. & SHOLLORN, Identification of Stiffness and Damping Coefficients of Journal Bearing by Means of The Impact Methods. Technische Hochschule Darmstadt, German Federal Republic. *Imech. E.*, :277-81, 1980.
- [56] DOGAN, L. V. et alii. Identification of Journal Bearing Using a Pseudo-Random Binary Sequence. Department of Mechanical Engineering. University of Newcastle Upon Tyne. *Imech. E.*, 1980.
- [57] BURROWS, C. R. & SAHINKAYA, M. N. Frequency Estimation of Linearized Oil-Film Coefficients *Trans ASME.* 104:210-15, 1982.
- [58] STANAWAY, R. Identification of Linearized Squeeze-Film Dynamics Using Synchronous Excitation. *Proc Inst Mech Engrs.* 197c:199-204, Sept.1983.
- [59] STANAWAY, R. Journal Bearing Identification Under Operation Condition. *Trans ASME.* 106:178-82, 1984.
- [60] SAHINKAYA, M. N. & BURROWS, C. R. Estimation of Linearized Oil-Film Parameters from the Out-Balance Response. *Proc Inst Mech Engrs.* 1986(8):131-35, 1984.

- [61] SAHINKAYA, M. N.; TURKAY, O. S.; BURROWS, C. R.
Minimization of Variance in Oli-Film Damping Estimates
Trans ASME. 108:342-49, 1984.
- [62] LIMA, E. C. P. Uma Linguagem Orientada para Análise
Dinâmica de Estruturas. Rio de Janeiro, UFRJ, 1977 (Tese
de Doutorado).
- [63] MEIROVITCH, L. *Elements of Vibration Analysis*. New York,
McGraw-Hill, Serie International Student, 1975.
- [64] TSE, F. S. et alli. *Mechanical Vibration. Theory and
Application*. 2 ed., 1978.
- [65] MIRANDA, N. et alli. Identification of Structural Modal
Parameters by Dynamical Test at a Single Point. Centre
Techniques des Industries Mécaniques Senlis (France).
- [66] BENDAT, J. S. & PIERSOL, A. G. *Engineering Application of
Correlation and Spectral Analysis*. A Wiley - Interscience
Publication.
- [67] KENDALL, M. G. & STUART A. *The Advanced Theory of
Statistics*. London, Griffin, 2v., 1961.
- [68] DURBIN, J. Erros in Variables. *Review of The International
Statistical Institute*. 22:23-32, 1954.

- [69] JOSEPH, P.; LEWIS, J. ;TOU Plant Identification in the
Presence of Disturbances and Application to Digital
Systems. *AIEE Trans.* 80:18-24, Mar. 1961.
- [70] WONG, K. Y. & POLAK, E. Identification of Linear Discrete
Time Systems Using The Instrumental Variable Methods.
IEEE Transaction on Automatic Control. AC-12(6):707-18,
Dec. 1967.
- [71] YOUNG, P. C. An Instrumental Variable Method for Real-Time
Identification of a Noise. *Automatic.* 6:271-87, 1970.
- [72] SCHWARZ, R. G. Identifikation Mechanischer Mehrkorpersysteme
Fortschrittberichte der VDI - Zeitschriften, Reihe,
No.30.VDI - Verlag.Düsseldorf, May 1980.
- [73] FRITZEN, C. P. Identification of Mass, Damping and
Stiffness Matrices of Mechanical Systems. 10th *ASME
Conference on Mechanical Vibration and Noise.* Cincinnati,
Sept. 1985.
- [74] LJUNG, L. *System Identification. Theory for The User.*
Prentice-Hall, 1987.

- [75] OLIVEIRA, N. V. & ARRUDA, J. R. F. Identificação dos Coeficientes de Rigidez e Amortecimento de Mancal Hidrodinâmico. V Seminário ADUNESP - Guaratinguetá. 2:434-41, 1985.
- [76] OLIVEIRA, N. V. & ARRUDA, J. R. F. Identificação de Forças em Sistemas Mecânicos Rotativos no Domínio da Frequência. VI Seminário ADUNESP - Guaratinguetá. 2.13-19, 1986.
- [77] ARRUDA, J. R. F. & OLIVEIRA, N. V. Frequency Domain Methods for Structural Parameters Estimation. *Mecanique. Materiaux. Electricité*. 416:4-8, Mai-Juin 1986.
- [78] OLIVEIRA, N. V. & ARRUDA, J. R. F. Identificação das Características de Rigidez e Amortecimento de Mancal Hidrodinâmico. IX COBEM. Florianópolis - SC, :709-711, Dez. 1987.
- [79] BATHE, K. J. & WILSON, E. L. - *Numerical Methods in Finite Element Analysis*. 1976.
- [80] SHAMPINE, L. F. & GORDON, M. K. *Computer Solution of Ordinary Differential Equation. The Problem*. W. H. Freeman and Company, 1975.

- [81] PETER, A. *Análise Numérica - Um Curso Moderno*. Série Ciências e Computação. Universidade do estado de São Paulo.
- [82] WEBER, H. I. & SCHIEHLEN, W. O. A Filter Technique for Parameter Identification. *Mechanics Research Communications*. 1:259-65, 1983.
- [83] DIAS, Jr. M. & WEBER, H. I. Estimação de Parâmetros de Sistemas Mecânicos Através da Equação de Ljapunov. VI Seminário ADUNESP - Guaratinguetá. 2:348-54, 1985.
- [84] PEDERIVA, R. *Identificação de Sistemas Mecânicos no Domínio do Tempo. Alguns Aspectos Práticos*. Unicamp, 1983 (Tese de Mestrado).
- [85] DIAS, Jr. M. *Identificação de Parâmetros de Sistemas Mecânicos e das Características de uma Perturbação Externa Pelo Método das Covariâncias*. Unicamp 1987 (Tese de Mestrado).
- [86] BECK, J. V. & ARNOLD, K. J. *Parameter Estimation in Engineering and Science*. New York.
- [87] MEURANT, G. & GOLUB, G. *Resolution Numerique des Grands Systems Lineares*. Centre D'études de Limeil - France. Note CEA, N-226B.

- [88] BOX, G. E. P. & MÜLLER, M. E. A Note on The Generation of Randon Normal Deviates. *Ann Math Statist* ,29:610-11, 1958.
- [89] PAPOULIS, A. *Signal Analysis*. New York, MacGraw-Hill, Serie International Student, 1977.
- [90] NEWLAND, D. E. *An Introduction to Randon Vibration and Spectral Analysis*. New York, Longman, 2 ed., 1975.
- [91] COOLEY, J. W. & TUKEY, J. W. An Algorithm for Machine Calculation of Complex Fourier Series. *Math Computation* 19:297-301, 1965.
- [92] SCHWARZ, R. J. & FRIEDLAND, B. *Linear Systems*. 1965.
- [93] STRANG G. *Linear Algebra and Its Applications*. London, Academic Press, 2 ed., 1976.
- [94] WILKINSON, J. W. & REINSCH, C. *Handbook for Automatic Computation*. New York, Springer-Verlag, 1971.
- [95] GOLDENBERG, A. S. *Econometric Theory*. New York, Wiley, 1975.
- [96] GASCH, R. & PFUTZNER, H. *Rotordynamik*. Springer Verlag, 1975.

- [97] NORDMAN, R. Identification of modal Parameters of Elastic Rotor With Oil Film Bearing. *Journal of Vibration*. 106:107-12, 1984.
- [98] PINKUS, O. & STERNLICHT, - *Theory of Hydrodynamic Lubrication*. New York, Mc.Graw-Hill, 1961.
- [99] KIRK, R. G. & GUNTER, E. J. Stability and Motion of Plain Journal Mounted in Flexible Damped Supports. *Journal of Engineering for Industry*. :576-92, May 1975.
- [100] ONO, K. & TAMURA, A. On Vibration of Horizontal Shaft Supported in Oil Film Lubricated Journal Bearing. *Bulletin of ASME*. 11(47):613-824.
- [101] VIEIRA, R. C. C. *Atlas de Mecânica dos Fluidos*. São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo, 3v., 1971.
- [102] *TIBOLGGY, FRICTION, LUBRICATION AND WEAR*. Edited by A.Z, Szeri. University of Pittsburgh.
- [103] COLE, J. A. & HUGHES, C. J. Visual Study of Film Extend in Dynamically Loaded Complete Journal Bearing. *Proc Conf Lub and Wear*. (Inst. Mech. Engrs. London).
- [104] FLOBERG, L. Boundary Condition of Cavitation Region in Journal Bearing. *Trans. ASME*. 4:282, 1961.

- [105] BENDAT, J. S. & PIERSOL, A. G. *Random Data : Analysis and Measurement Procedures*. Wiley-Interscience, 1971.
- [106] SODERSTROM, T. & STOICA, P. G. *Instrumental Variable Methods for Identification. Control Information Science*. Springer-Verlag, 1983.
- [107] SODERSTROM, T. Ergodicity Results for Sample Covariances. *Problems of Control and Information Theory*. 4:131-38, 1975.
- [108] SERPA, A. L.; FERREIRA, J. V.; IGUTI, F. *ANAFIN - Manual do Usuário*. Campinas, UNICAMP/FEC/DPM/GEPRON, Versão 1.0, 1988.
- [109] HILLARY, B. & EWINS, D. J. The Use Strain Gauges in Force Determination and Frequency Response Measurements. *International Modal Analysis Conference*. :627-34, 1984.
- [110] ARRUDA, J. R. F. et alii *Vibration Severity for Hidraulic Turbines. International Conference on Condition Monitoring*. Brighton-England, :183-95, May 1986.
- [111] OLIVEIRA, W. C. *Estudo Comparativo das Frequências Naturais de Vigas e Eixos Obtidas Através dos Métodos das Matrizes de Transferência e dos Elementos Finitos*. Itajubá, EFEI, Ago. 1984 (Dissertação de Mestrado).

- [112] EUBANKS, C. A. Diagnosing Rotating Equipments With
Vibration Measurements. *Machine Desing.*:86-92, Jan.1980.
- [113] FERRARIS, G.; BERTHIER, P.; LALANE, M. *Programme Monorot.*
Lyon, Laboratoire de Mecanique des Structures - INSA.
- [114] BURROWS, C.R. et aliii A Comparision of Multifrequency
Techniques for Measuring the Dynamics of Squeeze-Film
Bearing. *Journal of Lubrification Technology.* Jan.1981
Vol.103/107. Pg.137-144.

APÊNDICE A

APENDICE A

ANALISE DE FOURIER

I. SÉRIES DE FOURIER

Seja $f(t)$ um sinal periódico no tempo, com período T . Admitamos que $f(t)$ satisfaça as seguintes condições:

- 1 . Possua valor médio finito no intervalo de $[0, T]$.
- 2 . Que seja contínuo nesse intervalo ou, se apresentar descontinuidade, sejam estas finitas e em número finito.
- 3 . Possua número finito de máximos e mínimos no intervalo $[0, T]$.

Se $f(t)$ atende às condições acima, ditas condições de Dirichlet, então, pode ser decomposta em uma série trigonométrica de sinais senoidais e cossenoidais de frequência fundamental $\omega_0 = 2\pi / T$, na forma,

$$a_0 + \sum_{n=1}^N [a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sen n\omega_0 t]$$

que, para $N \rightarrow \infty$, converge para $f(t)$. Assim, em tais circunstâncias,

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^N [a_n \cos n\omega_0 t + b_n \text{sen } n\omega_0 t] \quad (\text{A1.1})$$

Os coeficientes de a_0 , a_n e b_n são definidos de tal modo que a representação corresponde exatamente a $f(t)$ para N suficientemente grande, e são calculados segundo as expressões a seguir:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T} f(t) dt \quad (\text{A1.2})$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T} f(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (\text{A1.3})$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T} f(t) \text{sen } n\omega_0 t dt \quad (\text{A1.4})$$

O termo a_0 é o valor médio ou o nível d.c. do sinal $f(t)$ no intervalo $[t_0, t_0 + T]$.

A série trigonométrica em (A1.1) admite outras representações, quais sejam:

1.1 - FORMA TRIGONOMÉTRICA COMPACTA.

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^N c_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n), \text{ tal que}$$

$$c_n = [a_n^2 + b_n^2]^{1/2} \quad (\text{A1.1.1})$$

$$\theta_n = -\text{tg}^{-1} [b_n / a_n]. \quad (\text{A1.1.2})$$

onde θ_n é o ângulo de fase das harmônicas que compõe o sinal $f(t)$.

A transformação é simples. Com efeito, fazendo

$$a_n \cos n\omega_0 t + b_n \text{sen } n\omega_0 t = c_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n)$$

expandindo-se o segundo membro e comparando-o termo a termo com o primeiro membro, encontram-se as relações (A1.1.1) e (A1.1.2).

1.2 - FORMA EXPONENCIAL.

O sinal $f(t)$ pode ser representado, também, em função de combinações lineares das funções exponenciais da forma $e^{jn\omega_0 t}$, conforme descrito a seguir:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t} \quad (\text{A1.2.1})$$

com

$$F_n = \frac{1}{T} \int_0^{t_i + T} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (\text{A1.2.2})$$

onde $j = \sqrt{-1}$ e os F_n são os coeficientes dos termos exponenciais da série.

Para se obter as expressões (A1.2.1) e (A1.2.2), faz-se substituições de (A1.2), (A1.3) e (A1.4) em (A1.1). Em seguida, os termos $\cos(n\omega_0 t)$ e $\sin(n\omega_0 t)$ são substituídos pelas expressões equivalentes de Euler.

$$\sin n\omega_0 t = \frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{2j}$$

$$\cos n\omega_0 t = \frac{e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}}{2}$$

Depois de algumas manipulações, as formas (A1.2.1) e (A1.2.2) são estabelecidas. a_0 , F_0 , a_n , b_n e F_n estão assim relacionados por

$$a_0 = F_0 \quad (\text{A1.2.3})$$

$$a_n = F_n + F_{-n}$$

$$b_n = j (F_n - F_{-n})$$

$$F_n = \frac{1}{2} (a_n - j b_n)$$

As séries trigonométricas e exponencial são formas diferentes de expressar a mesma série. Os índices $(-n)$ e F_{-n} são introduzidos para levar em conta as frequências angulares negativas $(-\omega)$. No plano imaginário, as componentes imaginárias de F_n e F_{-n} se anulam para um dado valor real de $f(t)$, veja figura A1.2.1.

As expressões (A1.2.3) permitem obter os coeficientes da série trigonométrica, conhecidos os coeficientes da série exponencial, e vice-versa.

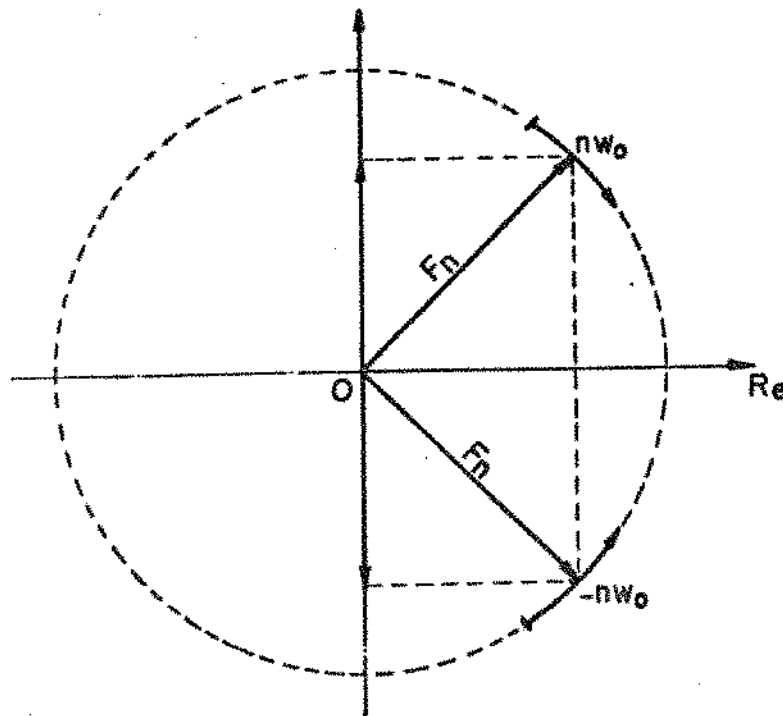


Figura A1.2.1 - Interpretação das Frequências Negativas em Série

1.3 - TRANSFORMADA DE FOURIER

Como já foi visto, uma série trigonométrica de Fourier é a expansão de uma função periódica em uma soma de senos e cossenos, cujas amplitudes são finitas e suas frequências são múltiplas da frequência fundamental ω_0 .

Contudo, essa técnica de análise poderá ser aplicada a sinais não periódicos, mediante o uso das integrais de Fourier. Deste modo, para todo sinal não periódico de energia finita, a sua transformada pode ser calculada por meio de transformações lineares da forma,

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (A1.3.1)$$

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (A1.3.2)$$

Usando a equação (A1.3.1) podemos escrever uma função não periódica $f(t)$ em termos de funções exponenciais em todo intervalo $[-\infty, \infty]$. Uma componente qualquer de frequência ω_k terá amplitude igual a $F(\omega_k)$.

As equações (A1.3.1) e (A1.3.2) são conhecidas como par de transformadas de Fourier e permitem a transferência de uma função no domínio do tempo para o domínio da frequência e vice-versa, o

que simplifica os cálculos e análise das funções. Assim:

$$F(\omega) = \text{transformada de Fourier} = \mathcal{F} [f(t)]$$

$$f(t) = \text{transformada inversa de Fourier} = \mathcal{F}^{-1} [F(\omega)]$$

No estudo das séries trigonométricas de Fourier, ficou claro que as frequências angulares envolvidas são discretas e múltiplas da frequência fundamental, ω_0 , ou seja, $\omega = n \omega_0$ e $n = \text{inteiro}$, onde $\omega_0 = 2\pi / T$, $T = \text{período do sinal}$, assim $\omega = 2\pi n / T$.

Agora, por outro lado, ω não é mais discreta, mas contínua no intervalo $[-\infty, \infty]$.

No primeiro caso, a discretização implica em que a diferença $\Delta\omega = 2\pi n / T - 2\pi(n-1) / T$, obtêm-se $\Delta\omega = 2\pi / T$.

No segundo caso, com $T \rightarrow \infty$, $\omega \rightarrow d\omega$, daí a necessidade da integral ao invés de somatórios.

1.4 - EXISTENCIA PARA A TRANSFORMADA DE FOURIER.

Na equação (A1.3.2), a magnitude de $e^{-j\omega t}$ é 1. Assim, uma condição suficiente para a existência de $\mathcal{F} [f(t)]$ é que,

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt \quad (\text{A1.4.1})$$

seja finita.

Esta condição, contudo, não é rígida. As funções singulares, por exemplo, nem sempre atendem a essa condição de integrabilidade e, no entanto, podem admitir transformada de Fourier. A condição em análise é suficiente, mas não necessária. Como exemplo, as funções seno e cosseno não atendem à condição acima, mas têm transformadas de Fourier no sentido mais geral de distribuição. Assim, podemos obter a transformada de Fourier de sinais periódicos, denominadas de pseudo-transformada de Fourier, baseado na transformação,

$$e^{j\omega t} \longrightarrow \delta(\omega - n\omega_0) \quad (A1.4.2)$$

$$f(t) \longrightarrow f(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \delta(\omega - n\omega_0)$$

onde $\delta(\omega)$ denota a distribuição delta de Dirac.

A série e transformada de Fourier são definições essencialmente matemáticas. Do ponto de vista prático não podemos integrar um sinal durante um intervalo de tempo infinito. Assim, o procedimento usual, é se fazer uma estimação da transformada de Fourier, definida na forma,

$$f(\omega, T) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{j\omega t} dt \quad (A1.4.3)$$

daf o mesmo procedimento é tomado para sinais periódicos ou transitórios.

1.5 - DISCRETIZAÇÃO E TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA

Abordamos nos parágrafos anteriores, a análise de sinais contínuos, tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência.

Contudo, na aplicação em problemas reais, onde se trabalha com computador, é necessário discretizar ou digitalizar estes sinais. Desta forma, é preciso poder estabelecer relações entre os sinais discretos e contínuos, bem como relações entre suas transformadas.

1.5.1 -DISCRETIZAÇÃO E TEOREMA DA AMOSTRAGEM.

Para o sinal $f(t)$ contínuo, podemos, assumindo valores do intervalo de tempo de discretização constante Δt , obter um sinal discreto $f(n)$ na forma,

$$f(n) = F(t = n \Delta t), \quad n = 0, N - 1 \quad (A1.5.1)$$

A transformada de Fourier contínua do sinal discreto (A1.5.1) pode ser dado por,

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n) e^{-i2\pi f n \Delta t} \quad (A1.5.2)$$

Pode-se mostrar que a transformada de Fourier do sinal

discreto $f(n)$ em (A1.5.2) é periódica [89],

$$\bar{X}(f + kf_a) = \bar{X}(f) , k = \text{inteiro} \quad (\text{A1.5.3})$$

sendo f_a a frequência de amostragem,

$$f_a = \frac{1}{\Delta t} \quad (\text{A1.5.4})$$

Assim, a transformada em (A1.5.2) é periódica de período f_a .

Depois de algumas transformações e considerando (A1.5.4), podemos mostrar que a transformada inversa de (A1.5.2) é dada por,

$$f(n) = \frac{1}{f_a} \int_{-f_a/2}^{f_a/2} \bar{X}(f) e^{i2\pi f n \Delta t} dt \quad (\text{A1.5.5})$$

A equação (A1.5.5) podendo ser interpretada como sendo os coeficientes de Euler-Fourier da expansão em série de (A1.5.2).

Para se estabelecer o teorema da amostragem podemos considerar que $f(n)$ é a transformada inversa de $X(t)$, na forma,

$$F(n) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{i2\pi f n \Delta t} dt \quad (\text{A1.5.6})$$

o que depois de algumas transformações e substituição de

variáveis, obtém-se,

$$f(n) = \int_{-f_a/2}^{f_a/2} \left[\sum_{r=-\infty}^{\infty} X(f + rf_a) \right] e^{iz\pi n \Delta t} dt \quad (A1.5.7)$$

com r e n inteiros.

Comparando (A1.5.5) e (A1.5.7), tem-se,

$$\bar{X}(f) = f_a \sum_{r=-\infty}^{\infty} X(f + rf_a) \quad (A1.5.8)$$

que é a equação conhecida como teorema da discretização ou amostragem.

Para que não haja distorção do sinal na discretização (A1.5.8), é necessário que a frequência de amostragem seja maior ou igual a duas vezes a maior frequência contida no sinal.

No caso em que o sinal contiver componente de frequência maior do que a metade da frequência de amostragem, ocorrerá uma distorção do sinal. Esta distorção pode ser vista como um rebatimento do espectro devido à discretização ("aliasing"). Nestes casos, é necessário utilizar um filtro passa-baixa ou filtro anti-aliasing, para que este efeito possa ser contornado.

No caso em que a frequência máxima do sinal for menor ou igual a metade da frequência de amostragem (frequência de

Nyquist), podemos escrever,

$$F(t) = \frac{1}{f_a} \int_{-f_a/2}^{f_a/2} \bar{X}(f) e^{i2\pi ft} df \quad (A1.5.9)$$

Substituindo (A1.5.2) em (A1.5.8), podemos chegar a expansão conhecida por interpolação de Shannon,

$$F(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(k) \frac{\text{sen } \pi f_a (t - k \Delta t)}{\pi f_a (t - k \Delta t)} \quad (A1.5.10)$$

Deste modo, a equação (A1.5.10) permite reconstituir um sinal contínuo ou analógico a partir do mesmo sinal discretizado desde que a frequência de amostragem seja menor ou igual ao dobro da maior frequência contida no sinal.

1.5.2 - TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA.

A avaliação numérica da transformada de Fourier discreta definida pela equação (A1.5.2) é inadequada para a obtenção de um espectro, pois, para tal propósito seriam necessários um número infinito de valores amostrados de $f(t)$.

Mostra-se que os termos da série de Fourier do sinal $f(t)$ periodizado, isto é, $f_P(t)$ são os valores amostrados da transformada de $f(t)$, na forma [89],

$$f_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{f(kf_0)}{T} e^{-i2\pi f_0 t} \quad (\text{A1.5.2.1})$$

onde,

$$f_0 = 1 / T \quad (\text{A1.5.2.2})$$

$$f_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t + kT)$$

A expressão (A1.5.2.1) é conhecida como fórmula de Poisson.

Assim, os valores discretos de $f_p(t)$ espaçados do intervalo de tempo de discretização Δt com período $N \Delta t$, podendo ser calculado na forma,

$$f_p(n) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{f(kf_0)}{T} e^{-i2\pi kn/N} \quad (\text{A1.5.2.3})$$

Usando o teorema da amostragem, definido em (A1.5.8), e levando em consideração que $f_p(n)$ é uma função periódica de período N , podemos obter a transformada de Fourier discreta do sinal $f_p(n)$, ao custo de algumas transformações de,

$$f_k = \frac{1}{N} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n e^{-i2\pi nk/N} \quad (\text{A1.5.2.4})$$

Para o cálculo da transformada de Fourier de um sinal transitório através da transformada de Fourier discreta (A1.5.2.4), deve-se garantir que a periodização não introduza distorção no sinal, isto é, que a maior frequência contida no sinal $f(t)$ seja menor que a frequência de Nyquist.

No caso de sinais periódicos é necessário truncar o sinal. Isto equivale a fazer a convolução do sinal com a transformada de uma janela (retangular, Hanning etc).

Para que não haja distorção dos coeficientes de Euler-Fourier obtidos é necessário que o tempo total de aquisição represente um número inteiro de períodos [90]

Para o cálculo eficiente da transformada de Fourier discreta de (A1.5.2.4), existem vários algoritmos que podem ser encontrados na literatura. Estes algoritmos conhecidos como de transformada de Fourier rápida ("Fast Fourier Transform", FFT) foram inicialmente propostos e formulados por Cooley e Tukey [91], tendo como objetivo diminuir o tempo do cálculo de (A1.5.2.4).

APÊNDICE B

APENDICE B

DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DE ESTADO

Considerando o sistema governado pela equação de estado

$$\dot{X}(t) = A X(t) + B f(t) \quad (B.1)$$

a solução para tal sistema é da forma [92],

$$X(t) = e^{At} X(t_0) + \int_0^t e^{A(t-\lambda)} B f(\lambda) d\lambda \quad (B.2)$$

onde e^{At} é uma série infinita e converge quaisquer que sejam A e T , de forma que e^{At} é definida para toda as matrizes quadradas. Assim, pode-se trabalhar com esta formulação pois a matriz do sistema é quadrada, de forma que se pode expandir e^{At} por,

$$e^{At} = I + A t + \frac{A^2 t^2}{2!} + \dots + \frac{A^n t^n}{n!} \quad (B.3)$$

Para determinar o estado $X(t)$ nos instantes discretos $0, T, \dots, kT$, estabelece-se uma equação a diferenças para $X(kT)$.

Em $t = (k + 1)T$, com um valor inicial fixo em $t_0 = 0$ e considerando que $f(t)$ é constante entre os instantes discretos de amostragem, tem-se,

$$X(kT + T) = e^{AT(k+1)} X(t) + \int_{t_0}^{kT+T} e^{A(kT+T-\lambda)} B f(\lambda) d\lambda \quad (B.4)$$

Fixando o tempo inicial em $t_0 = 0$, obtem-se,

$$X(kT + T) = e^{AT(k+1)} X(0) + \int_{t_0}^{kT+T} e^{A(kT+T-\lambda)} B f(\lambda) d\lambda \quad (B.5)$$

Simplificando esta expressão, tem-se,

$$X(kT + T) = e^{AT} \left[e^{AT} X(0) + \int_0^{kT} e^{A(kT-\lambda)} B f(\lambda) d\lambda + \int_0^{kT+T} e^{A(kT+T-\lambda)} B f(\lambda) d\lambda \right] \quad (B.6)$$

No entanto, podemos observar que a expressão entre colchetes é o mesmo que $X(kT)$, de sorte que obtem-se,

$$X(kT + T) = e^{AT} X(kT) + \int_{kT}^{kT+T} e^{A(kT+T-\lambda)} B f(\lambda) d\lambda \quad (B.7)$$

Agora, se a entrada $f(t)$ é constante entre os instantes discretos de amostragem, ou seja,

$$f(t) = f(kT) \quad \text{para} \quad kT \leq t \leq (k+1)T$$

então a equação (B.7) assumirá a forma,

$$X(kT + T) = e^{AT} X(kT) + \int_{kT}^{kT+T} e^{A(kT+T-\lambda)} B f(kT) d\lambda \quad (B.8)$$

Com a mudança de variável $\alpha = (kT + T - \lambda)$, esta equação torna-se,

$$X(kT + T) = e^{AT} X(kT) + \int_0^T e^{A\alpha} B d\alpha f(kT) \quad (B.9)$$

fazendo agora, $X(kT) = X(k)$ e $f(kT) = f(k)$, tem-se,

$$X(K + 1) = e^{AT} X(k) + \int_0^T e^{A\alpha} B d\alpha f(k) \quad (B.10)$$

Deste modo, obtemos a equação na forma discreta, ou seja,

$$X(K + 1) = F X(k) + G f(k) \quad (B.11)$$

onde,

$$F = \phi(T) = e^{AT} \quad (B.12)$$

é a matriz fundamental na forma discreta e responsável pela dinâmica do sistema,

$$G = \int_0^T B d\alpha = G_1 B \quad (B.13)$$

e

$$G_1 = \int_0^T e^{A\alpha} d\alpha \quad (B.14)$$

a equação (B.11) pode ser colocada na forma,

$$X(K + 1) = F X(k) + G_1 B f(k) \quad (B.15)$$

que é a equação de estado similar a equação (B.2) a instantes de tempo discretizados.

Para nosso propósito é conveniente estabelecermos expressões simplificadas para F e G_1 assim, com T suficientemente pequeno,

$$F = e^{AT} = I + AT + \frac{A^2 T^2}{2!} + \dots + \frac{A^n T^n}{n!} = I + AT \quad (B.16)$$

e desenvolvendo para G_1 , obtém-se,

$$G_1 = \int_0^T e^{A\alpha} d\alpha \cong \int_0^T (I + A\alpha) d\alpha = \int_0^T I d\alpha + \int_0^T A \alpha d\alpha \quad (B.17)$$

donde, G_1 assume a forma,

$$G_1 = T + A \frac{T^2}{2} \quad (B.18)$$

Lembrando que T é suficientemente pequeno, então:

$$A \frac{T^2}{2} \rightarrow 0$$

de sorte que,

$G_1 = T$, é o intervalo de tempo de discretização

Logo, a equação (B.15) assume a forma,

$$X(k+1) = (I + AT) X(k) + T B f(k) \quad (B.19)$$

que é a equação necessária para o processo de identificação de parâmetros de sistemas mecânicos no domínio do tempo, usando-se formulação via discretização da equação de estado.

APÊNDICE C

APENDICE C

MÍNIMOS QUADRADOS

O método dos mínimos quadrados na identificação de parâmetros de sistemas lineares é sempre o resultado da formulação matricial do problema de mínimos quadrados na forma,

$$b = A \phi \quad (C.1)$$

onde em geral:

b = vetor ou matriz

A = matriz retangular

ϕ = vetor ou matriz dos parâmetros a estimar

O valor medido do vetor ou matriz b , pode ser dado por,

$$b = A \phi + \epsilon \quad (C.2)$$

O princípio dos mínimos quadrados estabelece que os parâmetros a serem estimados podem ser obtidos pela minimização da soma dos quadrados dos erros para cada medida, em relação aos valores calculados a partir dos parâmetros usados na equação (C.1).

A soma dos quadrados dos erros pode ser escrita por,

$$E = \epsilon^T \epsilon = (b - A \phi)^T (b - A \phi) \quad (C.3)$$

Fazendo o produto matricial em (C.3) e levando em consideração que $b^T A \phi = \phi^T A^T b$ por ser um escalar, tem-se,

$$E = b^T b - 2 \phi^T A^T b + \phi^T A^T A \phi \quad (C.4)$$

onde T denota transposta de uma matriz.

Derivando a equação (C.4) em relação a ϕ de modo a procurar a solução que minimize o erro, isto é, $\partial E / \partial \phi = 0$ e simplificando, tem-se,

$$A^T A \hat{\phi} = A^T b \quad (C.5)$$

Dado que o produto $A^T A$ é uma matriz quadrada, podemos pré-multiplicar ambos os membros da equação (C.5) por $(A^T A)^{-1}$, dando,

$$\hat{\phi} = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (C.6)$$

Assim, $\hat{\phi}$ constitui o estimador por mínimos quadrados dos parâmetros desconhecidos de ϕ . A única restrição em relação ao estimador é que o produto matricial $A^T A$ seja não singular, isto é, linhas ou colunas sejam linearmente independentes (rank igual a ordem da matriz).

Na verdade o mais usual é resolver o sistema linear de equações (C.5) por transformações matriciais de modo a triangularizar $A^T A$ usando métodos como Gauss pivotado, ou usando métodos de resolução direta, como o método de Householder [93], do

sistema linear de equações (C.1),

No entanto, a equação (C.6) pode ser resolvida diretamente, caso o produto matricial $A^T A$, tenha como resultante uma matriz bem condicionada. Testes neste sentido foram processados usando o método de solução do sistema de equações lineares por Decomposição QR a partir da equação (C.1) e usando-se a definição da inversa generalizada a partir da equação (C.6). Embora seja desnecessário apresentar aqui resultados neste sentido, cabe dizer que comprovou-se que o método da Decomposição QR significativamente superior à inversa generalizada no caso em que o produto matricial é mal condicionado.

Caso a matriz $A^T A$ seja singular, é possível mostrar que esta singularidade pode ser causada por problemas numéricos no produto $A^T A$ [94]. Nestes casos, recomenda-se resolver o sistema linear de equações algébricas (C.1) por decomposição em valores singulares, sendo a solução dada por,

$$\hat{\phi} = A^+ b \quad (C.7)$$

onde A^+ é a pseudo-inversa de A ($m \times n$) retangular dada por [87],

$$A^+ = V \sum^+ U^T \quad (C.8)$$

A matriz U consiste dos n autovetores associados com os n autovalores da matriz $A^T A$, e a matriz V consiste dos autovetores de $A^T A$. Sendo os elementos da diagonal de \sum^+ dados por,

$$\sum_i^+ = \text{diag} (\sigma_i^+) \quad (\text{C.9})$$

onde os σ_i^+ são chamados valores singulares da matriz A e são obtidos da raiz quadrada dos autovalores da matriz $A^T A$, atendendo à condição,

$$\sigma_i^+ = \begin{cases} 1 / \sigma_i & \text{para } \sigma_i > 0 \\ 0 & \text{para } \sigma_i = 0 \end{cases} \quad (\text{C.10})$$

Assim, a pseudo-inversa pode ser facilmente obtida a partir dos resultados fornecidos pela decomposição em valores singulares. Deste modo, a equação (C.8) em sua forma completa fica,

$$\hat{\phi} = V [\text{diag} (\sigma_i^+)] U^T b \quad (\text{C.11})$$

constituindo-se, portanto, no estimador por mínimos quadrados dos parâmetros ϕ , obtido a partir da decomposição em valores singulares da matriz A.

APÊNDICE D

APÊNDICE D

MÉTODO DAS VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS

D.0-INTRODUÇÃO

Sem querer entrar no formalismo matemático rigoroso, e sim, dar uma visão geral dos dois tipos de estimadores utilizados neste trabalho, neste apêndice é apresentado, parte do desenvolvimento teórico necessário à obtenção do estimador das variáveis instrumentais que é dado na referência [71]. Discursões mais detalhadas e aprofundadas podem ser encontradas na literatura e nas referências citadas neste trabalho.

D.1 - COLOCAÇÃO DO PROBLEMA

Seja o sistema dinâmico representado pela equação a diferenças de ordem $p-1$ da forma,

$$\sum_{j=1}^p \phi_j y_{i-p+j} = \sum_{j=1}^p \beta_j f_{i-p+j} \quad i = 1, 2, \dots \quad (D.1)$$

onde y_i é a saída e f_i é a entrada no tempo. Admitamos que os parâmetros β_j na equação (D.1) sejam normalizados de forma a se

obter $\sum_{j=1}^p \beta_j = 1$.

Os parâmetros do sistema $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{p-1}$ para serem estimados exigem $N + p - 1$ observações, onde $N \geq p$. Para $i = 1, 2, \dots, N - p + 1$, é possível observar um número de entradas f_i e saída sobreposta ao ruído X_i definido por

$$X_i = Y_i + R_i \quad (D.2)$$

onde R_i é um ruído estocástico estacionário com média zero, cuja função de covariância tende a zero quando o número de observações $k \rightarrow \infty$. Para $i = 1, 2, \dots, N + p - 1$, as entradas f_i são elementos de uma seqüência que podem ser processos determinísticos ou processos aleatórios estacionários. É assumido em tais circunstâncias que as entradas e o ruído presentes nas medidas sejam estaticamente independentes.

Admite-se que os autovalores do sistema (D.1), isto é, as raízes da equação

$$\sum_{j=1}^p \phi_j \lambda^{j-1} = 0$$

estejam situadas no interior de um círculo unitário.

Na verdade, a discussão do método das variáveis instrumentais torna-se consideravelmente simplificada se o sistema

dinâmico representado por equações a diferenças ficar restringido ao caso particular da equação (D.1) onde considera-se as constantes $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_{p-1} = 0$, obtendo-se,

$$\phi_p y_i + \phi_{p-1} y_{i-1} + \dots + \phi_1 y_{i-p+1} = f_i \quad (D.3)$$

tratando-se, portanto, de uma equação genérica de diferenças.

D.2 - ESTIMADOR DAS VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS

Definamos a função $A_N(\cdot)$, $N = p, p+1, \dots$, que mapeando seqüências escalares tais como $x = (x_i)$, $i = 1, 2, 3, \dots$, sejam introduzidas numa matriz genérica $N \times p$ na forma

$$A_N(x) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_p \\ \vdots & \vdots & & \\ x_N & x_{N+1} & \dots & x_{N+p-1} \end{bmatrix} \quad (D.4)$$

Deixe $A_N^j(\cdot)$ denotar a j -ésima coluna da matriz $A_N(\cdot)$, isto é, variáveis independentes quaisquer, com $j = 1, 2, \dots, p$, e $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)$. Com i assumindo os valores de $1, 2, \dots, N + p - 1$, onde ($N \geq p$), então, ($N + p - 1$) equações são obtidas de (D.3), que podem ser colocadas em forma matricial por,

$$A_N(y) \phi = b_N^p(f) \quad (D.5)$$

Se o sistema dinâmico representado pela equação (D.3) é linear, podemos substituir a seqüência de variáveis escalares $X = Y + R$, na equação (D.5), obtendo-se,

$$A_N(x) \phi = b_N^P(f) + A_N(r) \phi \quad (D.6)$$

Considerando W_N uma matriz retangular de ordem $N \times p$ tal que $W_N^T A_N(x)$ seja não singular e premultiplicando ambos os lados de (D.6) por W_N^T , tem-se,

$$\phi = (W_N^T A_N(x))^{-1} W_N^T b_N^P(f) + (W_N^T A_N(x))^{-1} W_N^T A_N(r) \phi \quad (D.7)$$

onde r denota transposta.

Neste ponto, faz-se necessário algumas definições para se estabelecer o estimador das variáveis instrumentais.

Definição 1:

Seja $\{\gamma(k)\}_{k=1}^n$ uma seqüência de variáveis aleatórias de comprimento n_0 . Suponhamos que exista um vetor de variáveis aleatórias γ pertencente a um domínio R^p tal que para $\xi = (\xi^1, \xi^2, \dots, \xi^p)$, $|\xi| = \max_i |\xi^i|$, então

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_r \left\{ |\gamma(n) - \gamma| \geq \epsilon \right\} = 0,$$

para todo $\epsilon > 0$. Nestas circunstâncias diz-se que γ tem um limite

de probabilidade na seqüência $(\gamma(k))_{k=1}^n$, que pode ser escrita por,

$$P \lim_{n \rightarrow \infty} \gamma(n) = \gamma$$

Definição 2

Para uma dada seqüência de entradas f em (D.3), a matriz $(W)_{N=p}^{\infty}$ de ordem $N \times p$ é uma matriz de seqüência instrumental se atende as seguintes condições [95],

$$P \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} W_N^T A_N(x) = 0 \quad (D.8)$$

$$P \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} W_N^T A_N(x) \text{ é não singular} \quad (D.9)$$

Observação:

Quando os elementos das matrizes $W^T A(y)$ são determinísticos, o limite em (D.9) é tomado no sentido ordinário de convergência.

Definição 3:

O estimador das variáveis instrumentais $\hat{\alpha}_N$, dos parâmetros desconhecidos de α , tomado como base $N + p - 1$ observações é definido por,

$$\hat{\phi}_N = (W_N^T A_N(x))^{-1} W_N^T b_N^P(f) \quad (D.10)$$

com $N = p, p+1, p+2, \dots$

Para verificar a identidade em torno da equação (D.10), considera-se o seguinte teorema:

Para $N = p, p+1, \dots$, o estimador das variáveis instrumentais $\hat{\phi}_N$ é um estimador consistente dos parâmetros desconhecidos de ϕ . A prova deste teorema é dada em [67]. Será repetida aqui para tornar a abordagem do assunto mais geral.

PROVA:

Por definição, $\hat{\phi}_N$ é um estimador de ϕ se,

$$P \lim_{N \rightarrow \infty} \hat{\phi}_N = \phi \quad (D.11)$$

$$P \lim_{N \rightarrow \infty} \hat{\phi}_N = \phi - P \lim_{N \rightarrow \infty} (W_N^T A_N(x))^{-1} W_N^T A_N(R) \phi \quad (D.12)$$

Aplicando o teorema de Slutsky's [94,95], tem-se

$$P \lim_{N \rightarrow \infty} \hat{\phi}_N = \phi - P \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N} W_N^T A_N(y) + \frac{1}{N} W_N^T A_N(R) \right]$$

$$P \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} W_N^T A_N(R) \phi \quad (D.13)$$

Levando em consideração as definições (D.8) e (D.9) em (D.13), tem-se por simples inspeção, o estimador das variáveis instrumentais dado por,

$$\hat{\phi}_N = (W_N^T A_N(x))^{-1} W_N^T b_N^P(f) \quad (D.14)$$

c.q.d.

Logo, $\hat{\phi}_N$ é um estimador consistente dos parâmetros desconhecidos de ϕ , e assim fica provado (D.10).

Discussões mais rigorosas da utilização do método das variáveis instrumentais pode ser encontrado na referência [106].

APÊNDICE E

APENDICE E

RUÍDO ALEATÓRIO SIMULADO.

E.1 - RUÍDO ALEATÓRIO.

O ruído aleatório simulado é gerado de forma determinística usando-se seqüências de números pseudo aleatório no intervalo (0,1). Para se obter estas seqüências usou-se a transformação de Box-Muller [88]. Assim, se U_{2i-1} e U_{2i} são aleatórios entre (0,1) então os números,

$$X_{2i-1} = [-2 \ln U_{2i-1} \cos(2 \pi U_{2i})]^{1/2} \quad (E.1.1)$$

$$X_{2i} = [-2 \ln U_{2i-1} \sin(2 \pi U_{2i})]^{1/2}$$

são seqüências independentes sobre uma distribuição com valor esperado zero e variância constante.

Uma vez gerado o ruído a partir das relações (E.1.1) desenvolveu-se uma outra relação matemática para gerar nova seqüência aleatória, de forma a se obter uma dada correlação entre os números destas seqüências, deste modo,

$$R(t) = \sum_{n=N}^{N+N_{corr}-1} F(t) \quad (E.1.2)$$

onde

$F(t)$: ruído gerado a partir de (E.1.1).

N_{corr} : quantidade de números a serem somados sucessivamente no vetor e armazenado no novo vetor $R(t)$.

Deste modo, a lei de formação para se gerar uma nova pilha de seqüências aleatórias $R(t)$ é ilustrada como segue,

$$R(1) = \sum_{n=1}^{N_{\text{corr}}} F(t)$$

$$R(2) = \sum_{n=2}^{N_{\text{corr}}+1} F(t) \quad (\text{E.1.3})$$

⋮

$$R(N) = \sum_{n=N}^{N_{\text{corr}}+N-1} F(t)$$

O ruído aleatório gerado desta forma é mostrado na figura

E.1.1.

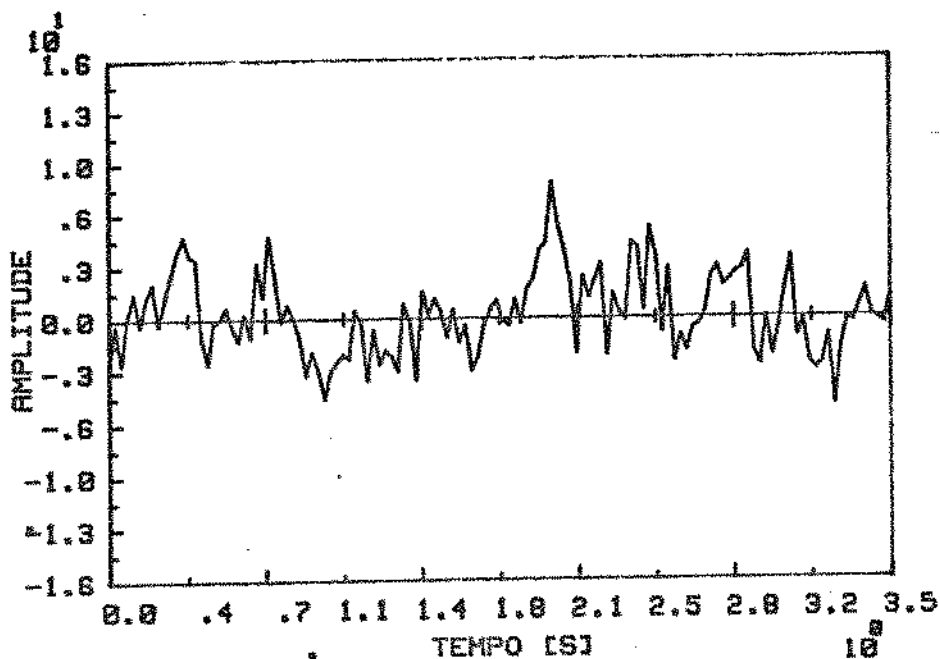


Figura E.1.1- Ruído Aleatório Simulado.

O nível de ruído somado em pontos de respostas das variáveis independentes foi calculado em termos dos valores (rms) dos sinais. O ruído é somado diretamente em frequência em termos de suas componentes reais e imaginária. A figura E.1.2 mostra o espectro do ruído aleatório simulado.

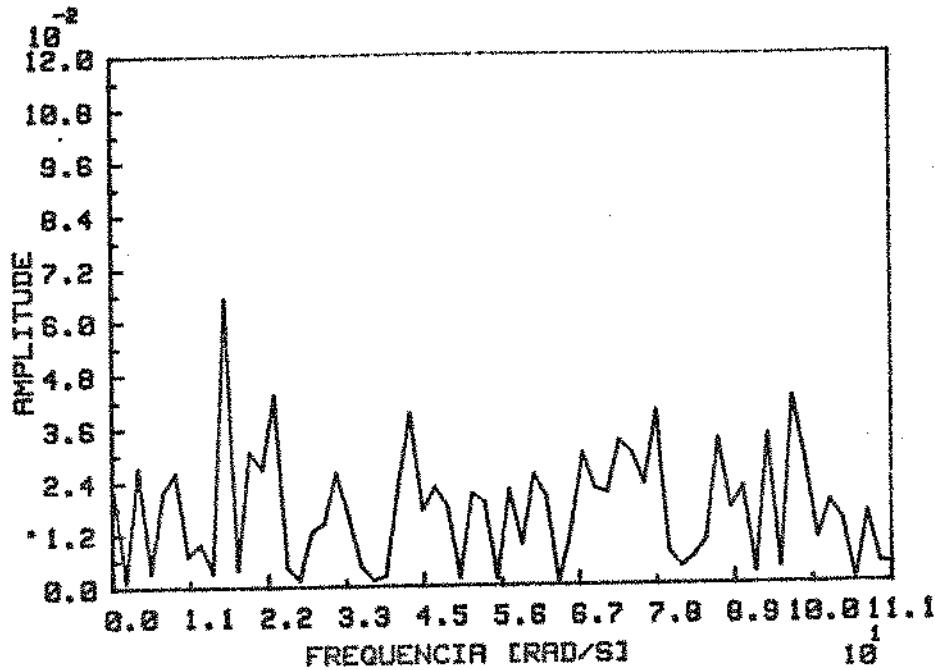


Figura E.1.2-Espectro do Ruído Aleatório Simulado.

E.2-CALCULO DO VALOR RMS DO SINAL-RUÍDO

O valor médio quadrado de uma variável aleatória fornece a medida da energia associada com a vibração descrita por aquela variável [105],

$$\psi_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2(t) \quad (E.2.1)$$

A raiz quadrada positiva da equação (E.2.1) é conhecida como raiz média quadrada ou valor rms do sinal $x_i(t)$,

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2(t)} \quad (\text{E.2.2})$$

Para processos ergódicos, o valor médio m de x_i é constante. Neste caso, o valor médio pode ser considerado como a componente estática de $X_i(t)$, e $[X(t)-m]$ como a componente dinâmica. Esta quantidade é o valor médio quadrado em torno da média, e é conhecido como variância. Assim, tem-se

$$\text{Var} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [X_i(t) - m]^2 \quad (\text{E.2.3})$$

daf, pode-se vê que a variância é igual ao valor médio quadrado menos o quadrado do valor médio. O valor rms e variância do ruído pode ser calculado para um dado valor de N_{corr} , equação E(1.3).

Como ilustração, é apresentado na figura E.2.1 a densidade espectral de potência deste ruído considerando $N_{\text{corr}} = 4$, tomando 128 pontos no tempo.

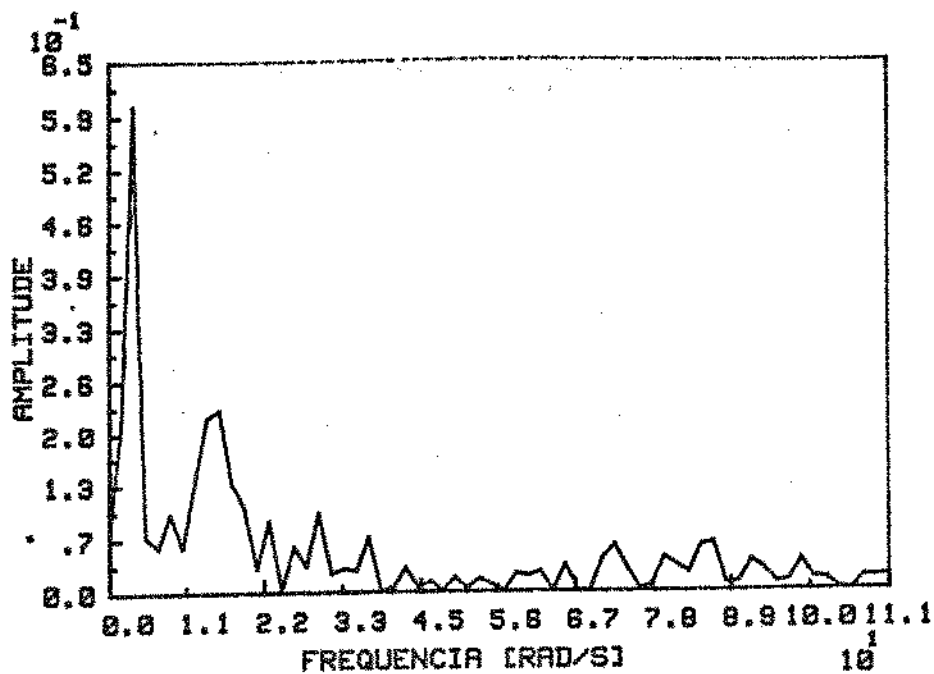


Figura E.2.1- Densidade Espectral de Potência do Ruído
para $N_{corr} = 4$.

A razão sinal-ruído é denotado por S_R e é definido por [106],

$$S_R = (E [X^2(t)] / E [R^2(t)])^{1/2} \quad (E.2.4)$$

No caso de sistemas com saídas multivariadas a mesma definição em (E.2.4) se aplica para componentes discretas na forma [106],

$$S_{Ri} = (E [X_i^2(t)] / E [R_i^2(t)])^{1/2}, \quad i = 1, \dots, N \quad (E.2.5)$$

Da equação (E.2.5), pode-se estabelecer a quantificação do nível de ruído em termos da porcentagem do valor rms dos sinais, onde supõe-se que $R(t)$ é um processo estocástico estacionário e matriz de densidade spectral não singular [107].

APÊNDICE F

APENDICE F

IDENTIFICAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE RIGIDEZ E AMORTECIMENTO DO MANCAL HIDRODINAMICO USANDO AS MEDIDAS DOS ANGULO DE FASE

F.1 - INTRODUÇÃO

É desenvolvido neste apêndice, a formulação matemática para o processo de identificação dos parâmetros do sistema usando de forma explícita as medidas dos ângulos de fase, mas considerando um sinal de força obtido por síntese de sinais periódicos (Schroeder, capítulo 6).

F.2 - MODELO MATEMÁTICO E FORMULAÇÃO PARA O PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO

As equações dinâmicas do movimento são aquelas obtidas no capítulo (2).

Usando as fontes de excitação periódicas, tem-se que:

$$F_x = \sum_{n=1}^N \bar{F}_{nx} \cos [\omega t] \quad (F.2.1)$$

$$F_y = \sum_{n=1}^N \bar{F}_{ny} \cos [\omega t]$$

As respostas em termos dos deslocamentos nas direções X e Y são respectivamente,

$$X = \sum_{n=1}^N X_n \cos [\omega t + \phi_n^x] \quad (F.2.2)$$

$$Y = \sum_{n=1}^N Y_n \cos [\omega t + \phi_n^y] \quad (F.2.3)$$

Se admitirmos que a excitação ocorre nas duas direções simultaneamente, então, pode-se caracterizar o mancal hidrodinâmico de maneira completa para cada velocidade angular de rotação do eixo, isto é, identificar todas as características de rigidez e amortecimento do filme de óleo.

Derivando sucessivamente os sinais de deslocamento nas

direções X e Y, tem-se que,

$$X(t) = X_n \cos [\omega t + \phi_n^x] \quad (\text{F.2.4})$$

$$\dot{X}(t) = -X_n \omega \sin [\omega t + \phi_n^x] \quad (\text{F.2.5})$$

$$\ddot{X}(t) = -X_n \omega^2 \cos [\omega t + \phi_n^x] \quad (\text{F.2.6})$$

$$Y(t) = Y_n \cos [\omega t + \phi_n^y] \quad (\text{F.2.7})$$

$$\dot{Y}(t) = -Y_n \omega \sin [\omega t + \phi_n^y] \quad (\text{F.2.8})$$

$$\ddot{Y}(t) = -Y_n \omega^2 \cos [\omega t + \phi_n^y] \quad (\text{F.2.9})$$

Substituindo o grupo de equações de (F.2.4) a (F.2.9) nas equações dinâmicas do movimento, levando em consideração que n é um número inteiro e que por sua vez estabelece a frequência na qual a fonte de excitação está excitando o sistema, tem-se que,

$$-M X_n \omega^2 \cos [\omega t + \phi_n^x] - C_{xx} X_n \omega \cos [\omega t + \phi_n^x]$$

$$K_{xx} X_n \cos [\omega t + \phi_n^x] - C_{xy} Y_n \omega \sin [\omega t + \phi_n^y]$$

$$K_{xx} Y_n \cos [\omega t + \phi_n^y] = F_{nx} \cos [\omega t]$$

(F.2.10)

Desenvolvendo as expressões em termos de $\cos [\omega t + \phi]$ e $\sin [\omega t + \phi]$, obtém-se,

$$\begin{aligned}
 & - C_{xx} \bar{X}_n \omega \sin \omega t \cos \phi_n^x - C_{xx} \bar{X}_n \omega \sin \phi_n^x \cos \omega t \\
 & K_{xx} \bar{X}_n \omega \cos \omega t \cos \phi_n^x - K_{xx} \bar{X}_n \omega \sin \omega t \sin \phi_n^x \\
 & - C_{xy} \bar{Y}_n \omega \sin \omega t \cos \phi_n^y - C_{xy} \bar{Y}_n \omega \sin \phi_n^y \cos \omega t \\
 & + K_{xy} \bar{Y}_n \cos \omega t \cos \phi_n^y - K_{xy} \bar{Y}_n \omega \sin \phi_n^y \sin \omega t = \\
 & F_{nx} \cos \omega t + M \bar{X}_n \omega^2 \cos \omega t \cos \phi_n^x - M \bar{X}_n \sin \omega t \sin \phi_n^x
 \end{aligned}
 \tag{F.2.11}$$

Procedimento análogo é feito para a obtenção das equações na direção Y.

Colecionando os termos das equações (F.2.11) com aquelas obtidas para a direção Y, igualando cada uma delas separadamente em relação aos termos em $\cos \omega t$ e $\sin \omega t$ e somando, obtém-se um sistema de equações que pode ser posta em forma matricial, e que permitirá identificar os coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo pelas medidas dos sinais de entrada e saída no domínio da frequência.

A equação matricial resultante é dada por,

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_n \cos \phi_n^x - \bar{X}_n \omega \sin \phi_n^x & \bar{Y}_n \cos \phi_n^y - \bar{Y}_n \omega \sin \phi_n^y \\ -\bar{X}_n \sin \phi_n^x - \bar{X}_n \omega \cos \phi_n^x & -\bar{Y}_n \sin \phi_n^y - \bar{Y}_n \omega \cos \phi_n^y \end{bmatrix}^x$$

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & -K_{yx} \\ C_{xx} & C_{yx} \\ K_{xy} & -K_{yy} \\ C_{xy} & C_{yy} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} F_{nx} + M \bar{X}_n \omega^2 \cos \phi_n^x & \bar{F}_{ny} + M \bar{Y}_n \omega^2 \cos \phi_n^y \\ \hline -M \bar{X}_n \omega^2 \sin \phi_n^x & -M \bar{Y}_n \omega^2 \sin \phi_n^y \end{array} \right]$$

(F.2.12)

Podendo ser colocada na forma,

$$A \phi = b \quad (F.2.13)$$

onde ϕ é a matriz dos coeficientes a serem estimados.

Observa-se que para cada frequência do sinal de excitação, digamos, $\omega = \omega_1$, devemos obter as medidas das amplitudes e fases \bar{X}_1 , \bar{Y}_1 , ϕ_1^x , ϕ_1^y , \bar{F}_{1x} , \bar{F}_{1y} e montar as matrizes A e b. Mas dessa forma não é possível a identificação dos parâmetros, pois, precisa-se de no mínimo quatro medidas em frequência para que o sistema de equações seja determinado.

Como para N medidas em frequência obtém-se 2N equações, o sistema pode ser expandido na forma,

$$\begin{bmatrix}
 \bar{X}_1 \cos \phi_1^x - \bar{X}_1 \omega_0 \text{sen } \phi_1^x & \bar{Y}_1 \cos \phi_1^y - \bar{Y}_1 \omega_0 \text{sen } \phi_1^y \\
 \bar{X}_2 \cos \phi_2^x - \bar{X}_2 2\omega_0 \text{sen } \phi_2^x & \bar{Y}_2 \cos \phi_2^y - \bar{Y}_2 2\omega_0 \text{sen } \phi_2^y \\
 \vdots & \vdots \\
 \bar{X}_n \cos \phi_n^x - \bar{X}_n n\omega_0 \text{sen } \phi_n^x & \bar{Y}_n \cos \phi_n^y - \bar{Y}_n n\omega_0 \text{sen } \phi_n^y \\
 \hline
 -\bar{X}_n \text{sen } \phi_n^x - \bar{X}_n n\omega_0 \cos \phi_n^x & -\bar{Y}_n \text{sen } \phi_n^y - \bar{Y}_n n\omega_0 \cos \phi_n^y
 \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix}
 K_{xx} & -K_{yx} \\
 C_{xx} & C_{yx} \\
 K_{xy} & K_{yy} \\
 C_{xy} & C_{yy}
 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix}
 F_{1x} + n \bar{X}_1 \omega_0^2 \cos \phi_1^x & F_{1y} + n \bar{Y}_1 \omega_0^2 \cos \phi_1^y \\
 F_{2x} + n \bar{X}_2 4\omega_0^2 \cos \phi_2^x & F_{2y} + n \bar{Y}_2 4\omega_0^2 \cos \phi_2^y \\
 \vdots & \vdots \\
 F_{nx} + n \bar{X}_n n^2 \omega_0^2 \cos \phi_n^x & F_{ny} - n \bar{Y}_n n^2 \omega_0^2 \cos \phi_n^y \\
 \hline
 -n \bar{X}_n n^2 \omega_0^2 \text{sen } \phi_n^x & -n \bar{Y}_n n^2 \omega_0^2 \text{sen } \phi_n^y
 \end{bmatrix}$$

(F.2.14)

Adimensionalizando a equação matricial (F.2.14) com substituições adequadas já definidas em outros capítulos tem-se,

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_n \cos \phi_n^x - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{X}_n \sin \phi_n^x & \bar{Y}_n \cos \phi_n^y - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{Y}_n \sin \phi_n^y \\ - \bar{X}_n \sin \phi_n^x - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{X}_n \cos \phi_n^x & - \bar{Y}_n \sin \phi_n^y - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{Y}_n \cos \phi_n^y \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & -K_{yx} \\ C_{xx} & C_{yx} \\ K_{xy} & K_{yy} \\ C_{xy} & C_{yy} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} C \bar{r}_{nx} + \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 \bar{X}_n \cos \phi_n^x & C \bar{r}_{ny} + \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 \bar{Y}_n \cos \phi_n^y \\ - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 \bar{X}_n \sin \phi_n^x & - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 \bar{Y}_n \sin \phi_n^y \end{bmatrix}$$

(F.2.15)

O estimador por mínimos quadrados dos coeficientes desconhecidos, solução da equação matricial (F.2.15) é dado por,

$$A^T A \hat{\phi} = A^T b \quad (F.2.16)$$

Podendo-se agora, explicitar os coeficientes de rigidez e amortecimento estimados na forma adimensional por,

$$\hat{K}_{xx} = \frac{\hat{\phi}_{11}}{U}, \dots, \text{etc} \quad \hat{C}_{xx} = \frac{\hat{\phi}_{21}}{U}, \dots, \text{etc}$$

Para adimensionalizá-los as relações são simples e diretas.

Uma alternativa para se estimar os parâmetros do sistema seria usando excitações atuando ora na direção X, ora na direção Y. Como mencionado, Glienicke [47] usou este método, mas, trabalhando com forças harmônicas a frequências discretas, isto é, o vetor resposta em frequência obtidos nas direções X e Y, eram reconstituídos a cada dois pontos dos sinais de excitação.

Neste caso, a matriz resultante para o processo de identificação seria então obtida fazendo $F_x \neq 0$ e $F_y = 0$, montando assim os vetores soluções nas direções X e Y.

Processo similar, com excitação na direção Y, fazendo $F_x=0$ e $F_y \neq 0$, obtendo-se novos vetores \bar{X} e \bar{Y} . Daí, a obtenção das matrizes resultantes seriam montadas e os coeficientes estimados a cada dois pontos em frequência. Na prática este processo é muito longo e tedioso.

Este problema pode ser contornado na prática usando-se sinais de excitação periódicos de alto conteúdo frequencial. As matrizes resultantes seriam então obtidas fazendo-se,

1 - Excitação na direção X com $F_x \neq 0$ e $F_y = 0$, obtém-se,

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_n \cos \phi_n^x - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{X}_n \operatorname{sen} \phi_n^x & \bar{Y}_n \cos \phi_n^y - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{Y}_n \operatorname{sen} \phi_n^y \\ - \bar{X}_n \operatorname{sen} \phi_n^x - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{X}_n \cos \phi_n^x & - \bar{Y}_n \operatorname{sen} \phi_n^y - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{Y}_n \cos \phi_n^y \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & -K_{yx} \\ C_{xx} & C_{yx} \\ K_{xy} & K_{yy} \\ C_{xy} & C_{yy} \end{bmatrix} =$$

$$\left[\begin{array}{c|c} C \bar{F}_{nx} + \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 \bar{X}_n \cos \phi_n^x & + \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 \bar{Y}_n \cos \phi_n^y \\ \hline - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 \bar{X}_n \operatorname{sen} \phi_n^x & - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 \bar{X}_n \operatorname{sen} \phi_n^y \end{array} \right]$$

(F.2.16)

2 - Excitação na direção Y com $F_x = 0$ e $F_y \neq 0$, obtém-se

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_n^* \cos\phi_{nx}^* - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right) \bar{X}_n^* \text{sen}\phi_{nx}^* & \bar{Y}_n^* \cos\phi_{ny}^* - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right) \bar{Y}_n^* \text{sen}\phi_{ny}^* \\ - \bar{X}_n^* \text{sen}\phi_{nx}^* - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right) \bar{X}_n^* \cos\phi_{nx}^* & - \bar{Y}_n^* \text{sen}\phi_{ny}^* - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right) \bar{Y}_n^* \cos\phi_{ny}^* \end{bmatrix}^x$$

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & -K_{yx} \\ C_{xx} & C_{yx} \\ K_{xy} & K_{yy} \\ C_{xy} & C_{yy} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} + \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right)^2 \bar{X}_n^* \cos\phi_{nx}^* & C \bar{F}_{ny} + \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right)^2 \bar{Y}_n^* \cos\phi_{ny}^* \\ - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right)^2 \bar{X}_n^* \text{sen}\phi_{nx}^* & - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right)^2 \bar{Y}_n^* \text{sen}\phi_{ny}^* \end{bmatrix}$$

(F.2.17)

As matrizes resultantes para o processo de identificação dos parâmetros nas direções X e Y, respectivamente, são,

Direção - X

$$\begin{bmatrix}
 \bar{X}_n \cos \phi_n^x - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{X}_n \operatorname{sen} \phi_n^x & \bar{Y}_n \cos \phi_n^y - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{Y}_n \operatorname{sen} \phi_n^y \\
 - \bar{X}_n \operatorname{sen} \phi_n^x - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{X}_n \cos \phi_n^x & - \bar{Y}_n \operatorname{sen} \phi_n^y - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{Y}_n \cos \phi_n^y \\
 \bar{X}_n^* \cos \phi_{nx}^* - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{X}_n^* \operatorname{sen} \phi_{nx}^* & \bar{Y}_n^* \cos \phi_{ny}^* - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{Y}_n^* \operatorname{sen} \phi_{ny}^* \\
 - \bar{X}_n^* \operatorname{sen} \phi_{nx}^* - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{X}_n^* \cos \phi_{nx}^* & - \bar{Y}_n^* \operatorname{sen} \phi_{ny}^* - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right) \bar{Y}_n^* \cos \phi_{ny}^*
 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix}
 K_{xx} \\
 C_{xx} \\
 K_{xy} \\
 C_{xy}
 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
 C \bar{f}_{nx} + \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 \bar{X}_n \cos \phi_n^x \\
 - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 \bar{X}_n \operatorname{sen} \phi_n^x \\
 - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 \bar{X}_n \operatorname{sen} \phi_n^x \\
 - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega} \right)^2 \bar{X}_n \operatorname{sen} \phi_n^x
 \end{bmatrix}$$

(F.2.18)

Direção - Y

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_n \cos\phi_n^x - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right) \bar{X}_n \sin\phi_n^x & \bar{Y}_n \cos\phi_n^y - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right) \bar{Y}_n \sin\phi_n^y \\ - \bar{X}_n \sin\phi_n^x - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right) \bar{X}_n \cos\phi_n^x & - \bar{Y}_n \sin\phi_n^y - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right) \bar{Y}_n \cos\phi_n^y \\ \bar{X}_n^* \cos\phi_{nx}^* - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right) \bar{X}_n^* \sin\phi_{nx}^* & \bar{Y}_n^* \cos\phi_{ny}^* - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right) \bar{Y}_n^* \sin\phi_{ny}^* \\ - \bar{X}_n^* \sin\phi_{nx}^* - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right) \bar{X}_n^* \cos\phi_{nx}^* & - \bar{Y}_n^* \sin\phi_{ny}^* - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right) \bar{Y}_n^* \cos\phi_{ny}^* \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} -K_{yx} \\ C_{yx} \\ K_{yy} \\ C_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right)^2 \bar{Y}_n \cos\phi_n^y \\ - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right)^2 \bar{Y}_n \sin\phi_n^y \\ C \bar{r}_{ny} + \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right)^2 \bar{X}_n^* \cos\phi_{ny}^* \\ - \left(\frac{n\omega_o}{\Omega}\right)^2 \bar{Y}_n^* \sin\phi_{ny}^* \end{bmatrix}$$

(F.2.19)

Como pode-se observar, para $n = N$ obtêm-se $4 \times N$ equações lineares em frequência. Deste modo, pode-se processar a identificação dos parâmetros fazendo-se as medidas dos sinais de entradas e saídas nas direções X e Y, com excitações ora na direção X e ora na direção Y, mas agora, as medidas serão processadas uma única vez.

APÊNDICE G

APENDICE G

DERIVAÇÃO DAS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO PARA O SISTEMA EIXO-MANCAL HIDRODINAMICO (COEFICIENTES LINEARES)

Integrando duas vezes a equação (2.6.29) em relação à coordenada Z, com as condições de contorno de,

$$P(\psi, Z) = P(\psi, 0) = P(\psi, L) = 0 \quad (G.1)$$

obtem-se a solução analítica como uma medida da variação do campo de pressão em relação as coordenadas ψ e Z,

$$P(\psi, Z) = \frac{Z(Z-L) [12\mu C \epsilon_r \text{Cos}\phi - 6\mu(\Omega - 2\phi C \epsilon_r \text{Sen}\phi)]}{2 C^3 (1 + \epsilon_r \text{Cos}\phi)^3} \quad (G.2)$$

Pode-se observar que esta equação prediz uma região sub-pressão no interior do filme de óleo e deste modo sua solução deve ser violada nesta região, pois o óleo não suportará pressão abaixo da sua própria pressão de vapor. Este fenômeno é denominado na literatura de "Cavitação" e a pressão gerada naquela região é aproximadamente igual à pressão atmosférica. No entanto, estudos teóricos e experimentais têm indicado que o fluxo contínuo é até certo ponto mantido naquela região pela formação de tranças circunferenciais do óleo e deste modo o fluxo de óleo na região de cavitação volta a assumir valores de pressão positivos.

Alguns trabalhos abordando este fenômeno são dados por Cole e Hughes [103] e Froberg [104].

A inspeção da equação (G.2) permite estabelecer a região de pressão positiva quando $P(\psi, Z) = 0$, e deste modo tem-se,

$$12 \mu C \dot{\epsilon}_r \cos \psi = 6 \mu (\Omega - 2 \dot{\phi}) C \dot{\epsilon}_r \sin \psi \quad (G.3)$$

que é obviamente satisfeita para os seguintes valores de ψ ,

$$\psi_1 = \text{Arctg} \left[\frac{2 \dot{\epsilon}_r}{\dot{\epsilon}_r (\Omega - 2 \dot{\phi})} \right] \quad (G.4)$$

e

$$\psi_2 = \psi_1 + \pi \quad (G.5)$$

Deste modo, o filme lubrificante se estenderá numa região de pressão positiva em torno de um arco de 180 graus, e os valores assumidos pela pressão dependerão dos valores de $\dot{\epsilon}_r$ e $\dot{\phi}$.

As forças oriundas devido ao campo de pressão nas direções radial e transversal quando o eixo está girando com velocidade angular de rotação Ω em torno da região delimitada pela linha de centros em relação ao sistema de coordenadas girante podem ser obtidas de,

$$F_1 = R \int_0^L \int_{\theta_1}^{\theta_2} P(\psi, Z) \cos \psi \, d\psi \, dz \quad (G.6)$$

$$F_y = \int_0^{2\pi} \int_0^L \rho \omega^2 r^2 \sin^2 \psi \, dy \, dz \quad (G.7)$$

As relações matemáticas medidas das distribuições de entre 0 e 180 graus. A teoria por S_{π} , e quando os limites de intervalo de variação entre 0 e 360 graus, por $S_{2\pi}$ (mancal completo).

A avaliação correta necessariamente dos valores de vibração do movimento do em posição de equilíbrio, os valores pequenos se comparados com a velocidade angular de rotação do eixo nas equações (G.6) e (G.7). Neste modo,

As eqs (G.6) e (G.7) dão as forças oriundas na região de integração são delimitados no intervalo de variação entre 0 e 360 graus, por $S_{2\pi}$ (mancal completo).

Os integrais dependerá do para pequenas amplitudes de movimento em torno de uma dada posição de equilíbrio, os valores α_1 / α_2 e ψ serão muito pequenos se comparados com a velocidade angular de rotação do eixo nas equações (G.6) e (G.7). Neste modo,

$$\alpha_1 = 0 \quad \text{e} \quad \alpha_2 = \pi \quad (G.8)$$

Estas forças, depois integradas convenientemente

Por isso,

$$F_y = \frac{\rho \omega^2 L^2}{2 \cdot 10^8} \left[\frac{2 \alpha^2}{(1 - \frac{\alpha^2}{r^2})^2} \right] \quad (G.9)$$

$$F_J = \frac{\mu L^3 R}{2 C^2} \left[e_r \frac{4 \epsilon_r}{(1 - \epsilon_r^2)^2} + (\Omega - 2 \dot{\psi}) \frac{\pi \epsilon_r}{(1 - \epsilon_r^2)^{5/2}} \right] \quad (G.10)$$

Para derivar as equações dinâmicas do movimento do eixo, considera-se que em um dado instante o centro do eixo vibra livremente em torno do centro dinâmico O_{ed} sob a ação de uma carga estática T_0 a uma dada distância da posição de equilíbrio estático O_{es} . As coordenadas são mostradas nas figuras G.1 e G.2.

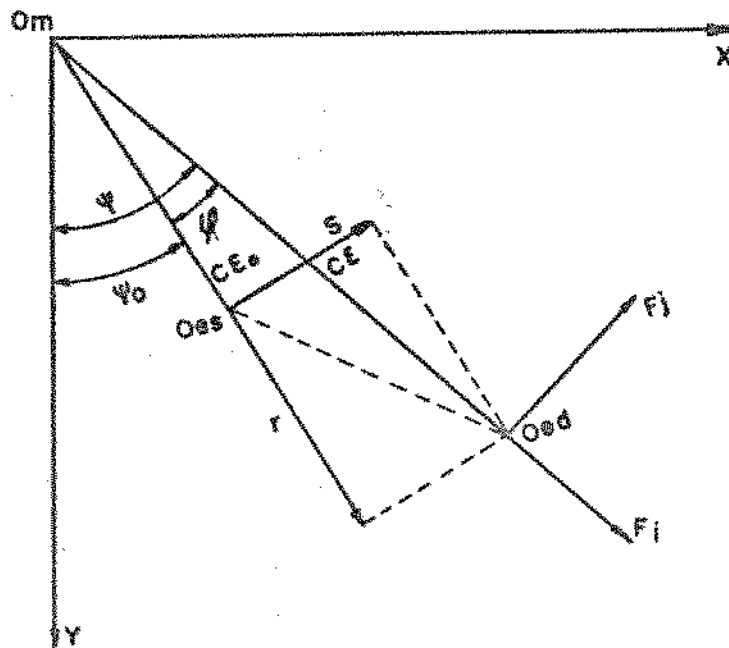


Figura G.1- Sistema de Coordenadas

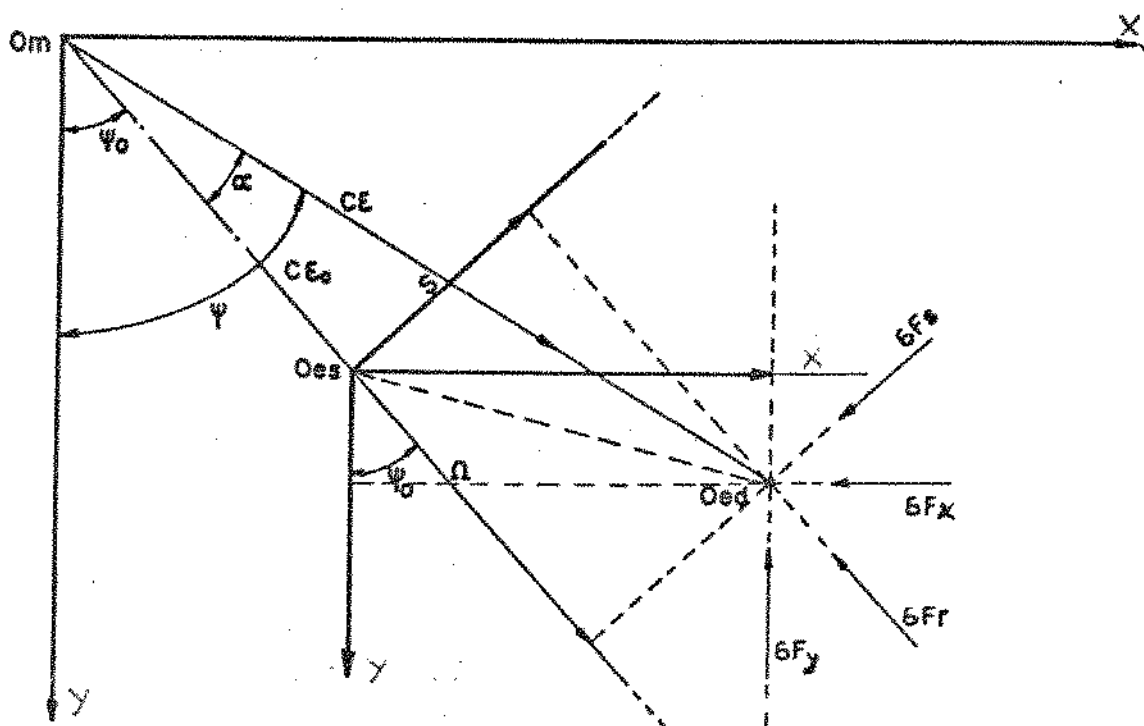


Figura G.2- Sistema de Coordenadas - Mancel.

Se a distância $\overline{O_{ed}.O_{es}} \ll \overline{O_m.O_{es}}$, então, pode-se considerar α suficientemente pequeno. Transpondo as forças F_x e F_y para o sistema de coordenadas nas direções r e s e considerando que,

$$\text{Sen } \alpha = s / C e_r \cong \alpha$$

obtem-se,

$$F_R = \frac{\pi L^3 R}{2 C^2} \left[-\pi \frac{1 + 2 e_\Gamma^2}{(1 - e_\Gamma^2)^{5/2}} e_\Gamma - \frac{2 \Omega^2}{(1 - e_\Gamma^2)^2} + \frac{4 \dot{\phi} e_\Gamma^2}{(1 - e_\Gamma^2)^2} - \frac{4}{(1 - e_\Gamma^2)^2} e_\Gamma \frac{\Gamma}{S} \right. \\ \left. - \pi \frac{\Omega s}{2 C (1 - e_\Gamma^2)^{3/2}} + \pi \frac{\dot{\phi} s}{C (1 - e_\Gamma^2)^{3/2}} \right] \quad (G.11)$$

$$F_S = \frac{\pi L^3 R}{2 C^2} \left[- \frac{\pi e_\Gamma}{(1 - e_\Gamma^2)^2} e_\Gamma - \frac{\Omega \pi e_\Gamma}{2 (1 - e_\Gamma^2)^{3/2}} - \frac{\pi \dot{\phi} e_\Gamma}{(1 - e_\Gamma^2)^{3/2}} \right. \\ \left. \frac{1 + 2 e_\Gamma^2}{(1 - e_\Gamma^2)^{5/2}} e_\Gamma \frac{s}{C e_\Gamma} - \frac{2 \Omega e_\Gamma s}{C (1 - e_\Gamma^2)^2} + \frac{4 \dot{\phi} e_\Gamma s}{C (1 - e_\Gamma^2)^2} \right] \quad (G.12)$$

Estas forças não são lineares em e_Γ . É prática normal em tais circunstâncias considerar pequenas oscilações em torno de uma dada posição de equilíbrio e daí, então, linearizá-las. Holmes [24] em 1960 foi que primeiro estabeleceu toda a formulação matemática para montar as equações dinâmicas para sistemas rotativos que envolvem mancais hidrodinâmicos como suportes quando submetidos ao efeito do desbalanceamento. Linearizando em torno de uma posição de equilíbrio estático, as seguintes equações dinâmicas podem ser obtidas quando se excita o eixo e/ou mancal em duas direções mutuamente perpendiculares,

$$M \ddot{X} + C_{xx} \dot{X} + C_{xy} \dot{Y} + K_{xx} X + K_{xy} Y = F_x \quad (G.13)$$

$$M \ddot{Y} + C_{yx} \dot{X} + C_{yy} \dot{Y} + K_{yx} X + K_{yy} Y = F_y$$

onde os $C_{xx}, \dots, K_{xx}, \dots$, são os coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo. E, portanto, caracterizam as equações dinâmicas para o sistema eixo mancal hidrodinâmico a partir da equação de Reynolds.

Os oito coeficientes de rigidez e amortecimento estabelecidos por Holmes e calculados em relação ao sistema de referência móvel como função da razão de excentricidade relativa, são transformado para o sistema de referência inercial pela transformação matricial,

$$\begin{bmatrix} C_{xx} \\ C_{xy} \\ C_{yx} \\ C_{yy} \\ K_{xx} \\ K_{xy} \\ K_{yx} \\ K_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{rr} & C_{ss} & -(C_{rs} + C_{sr}) \\ C_{rs} & -C_{sr} & (C_{rr} - C_{ss}) \\ C_{sr} & -C_{rs} & (C_{rs} - C_{ss}) \\ C_{ss} & C_{rr} & (C_{rs} + C_{sr}) \\ K_{rr} & K_{ss} & -(K_{rs} + K_{sr}) \\ K_{rs} & -K_{sr} & (K_{rr} - K_{ss}) \\ K_{sr} & -K_{rs} & (K_{ss} - K_{rr}) \\ K_{ss} & K_{rr} & (K_{rs} + K_{sr}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos^2 \psi_0 \\ \sin^2 \psi_0 \\ \cos \psi_0 \sin \psi_0 \end{bmatrix} \quad (G.14)$$

onde ψ_0 é a posição angular estática do centro do eixo. Os coeficientes $C_{rr}, \dots, K_{rr}, \dots$, são obtidos em relação as coordenadas do sistema móvel nas direções r e s. As relações que existem neste sistema de referência para os coeficientes de

rigidez e amortecimento são,

$$\begin{aligned} C_{sr} &= C_{rs} = 2 K_{ss} \\ C_{ss} &= 2 K_{rs} \\ C_{rr} &= 2 K_{sr} \end{aligned} \tag{G.15}$$

As forças estáticas geradas no filme de óleo no sistema de referência móvel nas direções r e s , associadas aos parâmetros característico do mancal para uma dada velocidade angular de rotação do eixo, são

$$F_{ro} = - \frac{\Omega \epsilon_o \mu L^3 R}{C^2 (1 - \epsilon_o^2)^2} \tag{G.16}$$

$$F_{so} = \frac{\Omega \epsilon_o^2 \mu L^3 R}{4 C^2 (1 - \epsilon_o^2)^{3/2}} \tag{G.17}$$

as quais são funções da frequência de rotação do eixo, dos parâmetros característicos L , R , C , da razão de excentricidade e viscosidade do lubrificante. Em termos destas relações pode-se determinar a posição angular estática do centro do eixo e plotar curvas dos coeficientes dinâmicos na forma adimensional como função da razão de excentricidade somente. Assim, a posição angular estática assume o valor,

$$\psi_0 = \text{tag}^{-1} \left[\frac{\pi (1 - e_0^2)^{1/2}}{4 e_0} \right] \quad (\text{G.18})$$

Definindo T_0 como a carga estática externa resultante na direção vertical tem-se,

$$T_0 = (F_{r0}^2 + F_{s0}^2)^{1/2} \quad (\text{G.19})$$

Com o grupo de equações (G.16), (G.17), (G.18) e (G.19), pode-se levantar curvas de forma completa dos coeficientes dinâmicos como função da razão de excentricidade, se conhecermos a velocidade angular de rotação do eixo e carga externa atuando sobre o eixo.

Os coeficientes $K_{rr}, \dots, C_{rr}, \dots$ são dados pelas relações adimensionais,

$$K_{rr} = \frac{B (1 + e_0^2)}{(1 - e_0^2) [\pi^2 (1 - e_0^2) + 16 e_0^2]^{1/2}} \quad (\text{G.20})$$

$$K_{rs} = \frac{\pi (1 - e_0^2)^{1/2}}{e_0 [\pi^2 (1 - e_0^2) + 16 e_0^2]^{1/2}} \quad (\text{G.21})$$

$$K_{sr} = \frac{\pi (1 + 2e_0^2)}{e_0 (1 - e_0^2)^{1/2} [\pi^2 (1 - e_0^2) + 16 e_0^2]^{1/2}} \quad (\text{G.22})$$

$$K_{ss} = \frac{4}{[\pi^2 (1 - e_o^2) + 16 e_o^2]^{1/2}} \quad (G.20)$$

Deste modo, os coeficientes dinâmicos são obtidos teoricamente da equação matricial (G.14) já na forma dimensional, equações (3.3.3) e (3.3.4), para cada combinação de carga e velocidade angular de rotação do eixo.

A figura G.3 mostra um possível sistema de coordenadas onde pode-se compreender o que ocorre com as vibrações do centro do eixo e/ou mancal.

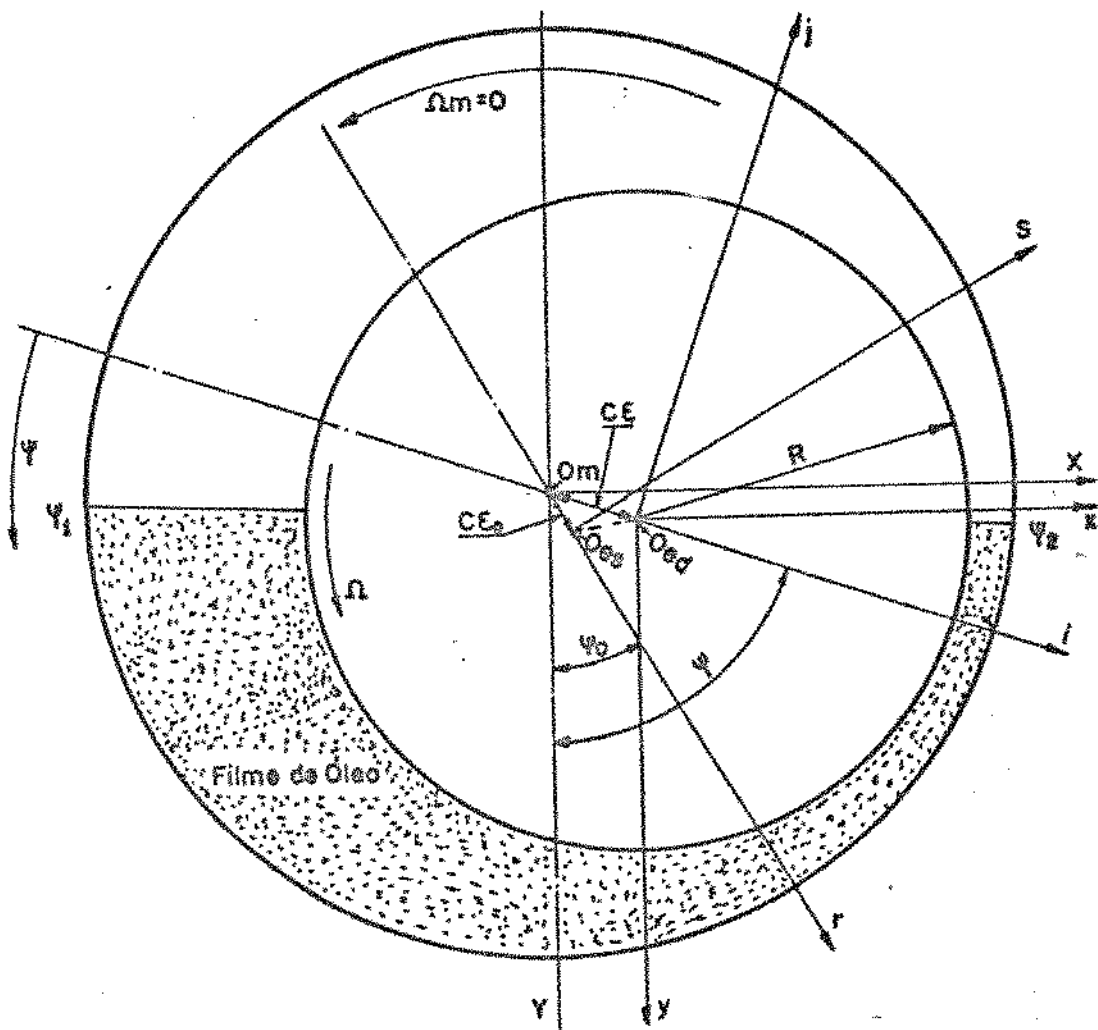


Figura G.3- Sistema de coordenadas para mancais hidrodinâmicos

APÉNDICE H

Frequency domain methods for structural parameters estimation

José Roberto de F. ARRUDA * et Nataneel V. de OLIVEIRA **

ABSTRACT

Output error parameter estimation methods, like model analysis, produce a non-linear error function of the parameters and it's solution involves an iterative process. Input error methods, like linear least-squares direct parameter estimation, produce linear functions of the parameters, but estimators are biased by measurement noise. An instrumental variable method may be used to overcome this problem. The formulation of parameter estimation problem as an optimization problem leads to non-classical methods, well suited for applications where only a few of the structure's parameters are unknown. One of these methods is introduced in this paper and some of the classical frequency domain estimation methods are compared by the identification of a simple mass-spring system with internal damping. The introduced optimization method is used to estimate parameters of a simulated rotor systems.

INTRODUCTION

The increasing interest in structural parameters estimation techniques is the result of the need for increased mechanical system performance, and the availability of modern computer hardware and software. The possibility of adjusting mathematical model parameters with measured data becomes very important when modelling the dynamic behaviour of structures for which it is difficult to measure some of the parameters directly.

This is the case for mechanical structural elements like joints, bearings and seals or for complex phenomena like fluid-structure interaction.

Computer Aided Systems (CAT) are particularly suitable for parameter estimation applications. They normally consist of a mini or microcomputer configured to run a Finite Element software (sometimes associated with a CAD software), and a fast high precision data acquisition system with real time digital signal processing capabilities. Three broad research areas are involved in such problems: structural modelling, parameter estimation and signal processing.

In this paper, some of the most common frequency domain structural parameter estimation methods are discussed. Frequency domain methods are more popular nowadays because of the advantages of the Fast Fourier Transform in signal processing applications. Time domain parameter estimation techniques associated with autoregressive (AR) time series models may be more convenient for applications in which the excitation signal can't be controlled, as it is the case for structures excited by wind or other fluid turbulent phenomena (see for instance reference [1]).

Common parameter estimation methods are formulated, using a general linear structure model, in terms of the mass, stiffness and damping matrices, or in terms of the modal parameters: eigenvalues, eigenvectors and residues. In many applications, most of the parameters of a given structure are known with reasonable precision and only a small amount of them need to be estimated. Common methods are not well suited for those cases and some modified methods (see for instance reference [2]) have recently been proposed. In this paper, the formulation of this problem as a non-linear least-squares optimization problem is proposed. This approach opens a wide field for structural parameter estimation applications, where there is no need to formulate the structure model analytically in the estimation problem. A more general class of parameters, like heights, material properties, etc., may also be directly estimated.

FREQUENCY RESPONSE DESCRIPTION

With the assumptions of linearity and symmetrical stiffness and damping matrices (conditions for reciprocity) and considering an internal damping model, the dynamic behaviour of a structure may be described by the matrix equation:

$$[M] \ddot{x} + [K + iD] x = F(t) \quad (1)$$

where $i = \sqrt{-1}$, x is the displacement vector and F the force vector and the dot denotes time derivative.

Transforming equation (1) to the frequency domain using the Fourier transform we can write:

$$-\omega^2 [M] x + [K + iD] x = F \quad (2)$$

where ω is the frequency in rad/sec and capital letters denote variable in the frequency domain.

Using the properties of orthogonality of complex modal vectors, with $[\Phi]$ being the modal matrix conveniently normalized, we can write:

$$-\omega^2 [I] \{\eta\} + \{\omega_n^2\} \{\eta\} = [\Phi]^T F \quad (3)$$

where,

$$x = [\Phi] \{\eta\}$$

$[I]$ is the identity matrix and ω_n^2 are the complex natural frequencies. Equations (3) may be arranged to be expressed in frequency response terms:

$$x = [\Phi] \left[\frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2} \right] [\Phi]^T F \quad (4)$$

It is easy to show from equation (4) that the frequency response function (FRF) between excitation applied to station j and displacement measured at station i is given by:

$$H_{ij}(\omega) = \frac{x_i}{F_j} = \sum_n \frac{\phi_i^n \phi_j^n}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (5)$$

where ϕ_i^n is the i th element of mode n . Equation (5) may then be written as:

$$H_{ij}(\omega) = \sum_n \frac{[\phi_i^n] [\phi_j^n]^T}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (6)$$

It is clear from equation (6) that only one row or column of matrix $H(\omega)$ is needed to obtain the whole matrix. This means that, in order to identify the whole structure, an excitation force must be applied at any station and the responses measured at all stations or vice-versa. These results may be extended to non-symmetrical stiffness and damping matrices using left and right eigenvectors, in which case one row and one column are needed [3].

MODAL ANALYSIS

The general problem of curve-fitting measured FRFs by equations (6) has been comprehensively treated in reference [4]. As the purpose of this paper is introducing different parameter estimation techniques in a simple, easy-to-understand way, the modal analysis methods will be formulated only for a one degree-of-freedom (DOF) system. Generalising to n DOF systems is straightforward [4].

The one DOF dynamic system has an equation of motion that may be written as:

* Dynam. Mech. Design Lab., State Univ. of Campinas (Brazil).

** Mech. Eng. Department, Federal Univ. of Paraíba (Brazil).

$$m\ddot{x} + (k+iD)x = f \quad (7)$$

where the only frequency response function is given by:

$$H(\omega) = \frac{1/\omega}{\frac{k}{m} + \frac{iD}{m} - \omega^2} \quad (8)$$

writing equation (8) in terms of equation (6) gives:

$$H(\omega) = \frac{\phi_n}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (9)$$

where

$$\omega_n^2 = k/m; \quad \text{Im}[\omega_n^2] = D/m; \quad \phi_n = 1/m$$

The difference between measured FRF $M(\omega_k)$ and model value $H(\omega_k)$ at frequency $\omega = \omega_k = k\omega_n$ is given by:

$$e_k = \frac{\phi_n}{\omega_n^2 - \omega_k^2} - M_k \quad (10)$$

where the subscript k denotes the value at frequency ω_k . In order to linearize the error function with respect to parameters ϕ_n and ω_n^2 we can write:

$$e_k = v_k [\phi_n - (\omega_n^2 - \omega_k^2) M_k] \quad (11)$$

where $v_k = (\omega_n^2 - \omega_k^2)^{-1}$ is the weighting function that can be calculated from values of the previous iteration in an iterative process. The error function for least-squares estimation is:

$$E = \sum_k e_k^2 = \sum_k v_k^2 e_k^2$$

and from equation (11) we have:

$$E = \sum_k |v_k|^2 \left\{ \phi_n^2 - \phi_n [\text{Re}[\omega_n^2] + i \text{Im}[\omega_n^2]] M_k - \phi_n [\text{Re}[\omega_n^2] - i \text{Im}[\omega_n^2]] M_k^* + |M_k|^2 \left[(\text{Re}[\omega_n^2] - \omega_n^2)^2 + (\text{Im}[\omega_n^2])^2 \right] \right\} \quad (12)$$

where $*$ denotes the complex conjugate. The parameters that minimize the error function are obtained by solving the linear system of algebraic equations:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \text{Re}[\omega_n^2]} &= 0 \\ \frac{\partial E}{\partial \text{Im}[\omega_n^2]} &= 0 \\ \frac{\partial E}{\partial \phi_n} &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

equations (13) can be put in the matrix form: $[A] \phi = b$ where:

$$A = \begin{bmatrix} \sum_k |v_k|^2 |M_k|^2 & 0 & \sum_k |v_k|^2 \text{Re}[M_k] \\ 0 & \sum_k |v_k|^2 |M_k|^2 & \sum_k |v_k|^2 \text{Im}[M_k] \\ -\sum_k |v_k|^2 \text{Re}[M_k] & \sum_k |v_k|^2 \text{Im}[M_k] & \sum_k |v_k|^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\phi = \begin{bmatrix} \text{Re}[\omega_n^2] \\ \text{Im}[\omega_n^2] \\ \phi_n \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} \sum_k |v_k|^2 |M_k|^2 \omega_k^2 \\ 0 \\ -\sum_k |v_k|^2 \text{Re}[M_k] \omega_k^2 \end{bmatrix}$$

The least-squares estimator is then given by (5):

$$(\hat{\phi})_{LS} = [A]^T [A]^{-1} [A]^T b \quad (15)$$

The linear system of equations (15) may be solved using standard matrix inversion techniques like Jacobi's, or other methods like Cholesky decomposition, QR, etc., depending on how ill-conditioned is matrix $[A]^T A$.

The modal analysis method may be classified as an output error criterion method. The error function is the difference between the model and the real system's responses. This leads to a non-linear function of the parameters to estimate. In the modal analysis formulation the function is linearized using a weighting function (equation 12) in an iterative process. The main advantage of this class of methods is that estimators are not biased by measurement noise [5].

DIRECT PARAMETER ESTIMATION

Equation (2) may be used directly to formulate the estimation problem:

$$\begin{bmatrix} -\omega_k^2 & (X_k)^T & (X_k)^T & 1 & (X_k)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (M) \\ (K) \\ (D) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_k)^T \end{bmatrix} \quad (16)$$

where X_k denotes $X(\omega_k)$ and F_k denotes $F(\omega_k)$. Equation (16) corresponds to N standard identification problems. Formulating for an excitation at one station and response measurement at all stations:

$$\begin{bmatrix} -\omega_k^2 & (X_k)^T & (X_k)^T & 1 & (X_k)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (M_{ij}) \\ (K_{ij}) \\ (D_{ij}) \end{bmatrix} = (F_{jk}) \quad (17)$$

where $F_{jk} = 0$ if $j \neq k$. For $j = k$ the problem can be solved by equation (16). For $j \neq k$ the equation is homogenous and one column of the matrix containing response variables must be passed to the right hand of equation (17) so that it can be solved. $[M]$, $[K]$ and $[D]$ matrices considered here are symmetric and so there are only $N(N+1)/2$ elements to estimate for each one.

As an example, let us apply the method to the one DOF system to equation (7):

$$\begin{bmatrix} -\omega_k^2 & X_k & X_k & 1 & X_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ k \\ D \end{bmatrix} = (F_k) \quad (18)$$

Matrices in equation (18) are complex and may be decoupled into real and imaginary parts:

$$\begin{bmatrix} -\omega_k^2 & \text{Re}[X_k] & \text{Re}[X_k] & 1 & -\text{Im}[X_k] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ k \\ D \end{bmatrix} = \text{Re}[F_k] \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} -\omega_k^2 & \text{Im}[X_k] & \text{Im}[X_k] & 0 & \text{Re}[X_k] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ k \\ D \end{bmatrix} = -\text{Im}[F_k] \quad (20)$$

These equations are of the form:

$$[A] \phi = b \quad (21)$$

and the least-squares solution for Φ is given by equation (15). The direct estimation method is an input error criterion method where the error function is the difference between the measured excitation and the excitation calculated via model from the measured response. It has the advantage that the error function is a linear function of the parameters, but it may be shown that the least-squares estimators are strongly biased by measurement noise [5]. A method to overcome this problem is discussed in the next section.

INSTRUMENTAL VARIABLES METHOD

Proposed in the 60's, the instrumental variables (IV) methods for parameter estimation has only recently been formulated in the frequency domain by Frizer [6]. The discussion of the fundamentals of the method are beyond the scope of this paper and only its practical implementation will be discussed.

The idea is simple: the parameters estimated by least-squares (equation 21) are used as the initial values of the parameters of an auxiliary model in an iterative process. With this auxiliary model, the auxiliary response matrix [W] is constructed similarly to the [A] matrix in equation (20) but now is constructed with the response vector X calculated with equation (2). Equation (15) is now modified to:

$$[W]^T [A]^{-1} \hat{\Phi} = [W]^T \hat{b} \quad (22)$$

The iterative process is stopped when the parameter values converge.

NON-LINEAR OPTIMIZATION METHOD

As it was shown in the previous example, working in the frequency domain with complex quantities means decoupling the identification problem in two. This redundancy is apparent in the fact that structure parameters can be estimated from the curve-fitting of only the module of the frequency response curve. For simplicity, the proposed method will be formulated using only the module of the FRF.

Any measured FRF is a function of all structure parameters and may be more or less sensitive to changes of each parameter. So it should be possible to estimate any system parameter from any measured FRF, provided it is enough sensitive to produce a good estimation.

The number of parameters that can be estimated is limited and depends on the number of natural frequencies of the structure in the observed frequency range. To each complex natural frequency correspond a complex residue, totalising four parameters per natural frequency that describe uniquely the FRF.

The identifiability of a given set of structure parameters is thus dependent upon the number of parameters to be estimated and the sensitivity of the measured FRF to them.

A given FRF may be written as:

$$H(\omega, \alpha_i) \quad ; \quad i = 1, p \quad (23)$$

where p is the number of parameters α_i to be estimated. Linearising H with respect to the parameters by Taylor's expansion gives:

$$H(\omega_k, \alpha_i) \approx H(\omega_k, \alpha_i^0) + \sum_i \frac{\partial H_k}{\partial \alpha_i} \left(\alpha_i - \alpha_i^0 \right) \quad (24)$$

The error function to be minimized is:

$$E = \sum_k e_k^2 = \sum_k \left[H(\omega_k) - H(\omega_k, \alpha_i) \right]^2 \quad (25)$$

where $H(\omega_k)$ is the measured FRF. Minimizing E leads to the system of linear algebraic equations:

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha_i} = 0 \quad ; \quad i = 1, p \quad (26)$$

Equations (26) may be arranged to give:

$$[A]^{-1} \{a\} = [A] \{a^0\} + \{b\} \quad (27)$$

where:

$$A_{ij} = \sum_k \frac{\partial H_k}{\partial \alpha_i} \frac{\partial H_k}{\partial \alpha_j}$$

$$b_i = \sum_k (H_k - H_k^0) \frac{\partial H_k}{\partial \alpha_i}$$

$$H_k = H(\omega_k, \alpha_i)$$

$$H_k^0 = H(\omega_k, \alpha_i^0)$$

Equation (27) is used in an iterative process where the parameter vector of iteration t, α_i , is calculated from:

$$\{a\}_t = \{a\}_{t-1} + [A]^{-1} \{b\} \quad (28)$$

It is easy to show that this is equivalent to the Gauss-Newton method of error minimization [7]. This method does not always present convergence and the choice of the initial values must be careful.

Derivatives in equation (27) may be calculated by numerical methods from FRF values at neighbour points. As an example, the same one DOF system was identified. Derivatives were calculated by a forward Newton-Gregory formula [8]:

$$\frac{\partial H_k}{\partial \alpha_i} \Big|_{\alpha_i = \alpha_i^0} = \frac{1}{\Delta \alpha_i} \left[-\frac{3}{2} H_k(\alpha_i^0) + 2H_k(\alpha_i^0 + \Delta \alpha_i) - \frac{1}{2} H_k(\alpha_i^0 + 2\Delta \alpha_i) \right] \quad (29)$$

The disadvantages of the Newton search methods in optimization are wellknown [7] and it was used here for simplicity. More elaborated methods with better convergence and not so dependent upon the initial values should be used in practical applications. These methods are, basically, modifications of the Gauss-Newton method and the basic ideas exposed here hold. The objective in this paper is mainly to present the idea of formulating the structural parameters estimation problem as an optimization problem. This approach is very powerful as it leads to methods that allow the estimation of a limited set of parameters of complex structures from only a few measurement stations, without the need for analytically formulating the problem. Any mathematical model of the dynamic behaviour of structures can be used associated with different optimization routines, suitable for the application in scope. It is also interesting to notice that the error function may be constructed in different ways, using for instance natural frequencies and other measurable quantities instead of the FRF, as used in this paper.

RESULTS FOR A ONE DOF SYSTEM

In order to illustrate the methods formulated here, they were used to estimate the parameters of a one degree-of-freedom mechanical system consisting of a mass and a spring with internal damping (equation 7). The measured FRF was calculated from:

$$Re \{X_k\} = \frac{F_k (K - m\omega^2)}{T} \quad (30)$$

$$Im \{X_k\} = \frac{-F_k D}{T} \quad (31)$$

where $T = [k - m\omega^2]^2 + D^2$. The excitation force spectrum used in the numerical simulation was a real constant one:

$$F_k = F_0; \quad k = 1, M.$$

where M is the number of points in frequency used in the simulation. For practical applications, where an excitation signal must be generated to control an electromagnetic shaker, the Schroeder's algorithm [9] may be used to arrange the phases in order to have a low crest-factor periodic signal with flat spectrum:

$$F_k = F_0 \left[1 - 2 \left(\frac{k^2}{2H} \right) \cos 2 \right] \quad (32)$$

It must be emphasized that this kind of signal is ideal for experimental measurement of the FRF because it allows digital signal analysers to obtain leakage-free DFTs and don't need averaging, as it is the case for white-noise type random signals. Modern digital signal analysers with digital-to-analog converters make it very simple to generate the Schroeder's signal by inverse DFT from equation (32). The response calculated with equations (30) and (31) was polluted with random Gaussian noise. The amount of noise is given in percents of the signal's rms value.

Figure 1 shows the results for the estimated parameters using the four different methods as a function of the measurement noise percentage. It is clear that the output noise methods (modal analysis and optimization methods) give better results than input noise. The IV method, however, improves dramatically the results of the latter. Figure 2 shows a simulated FRF and the curve fitted by the IV method.

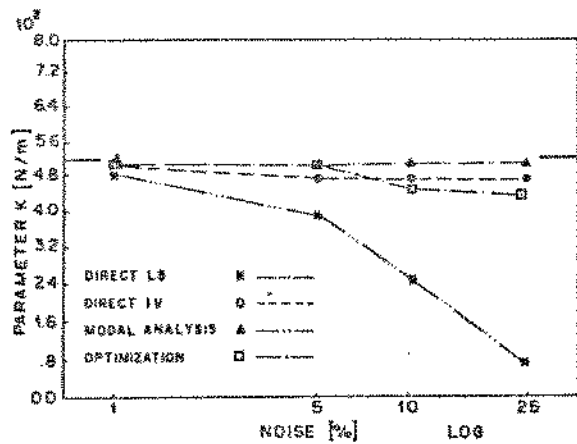


Figure 1.A

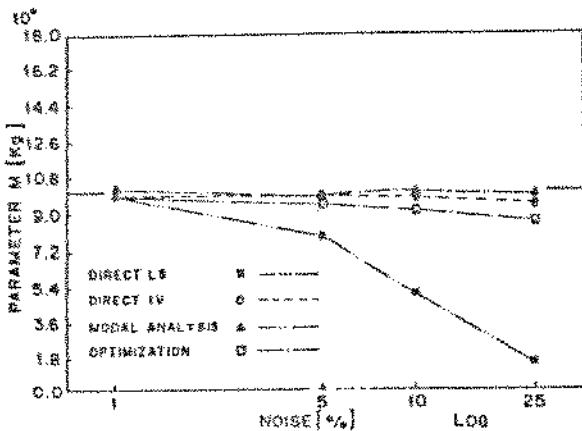


Figure 1.B

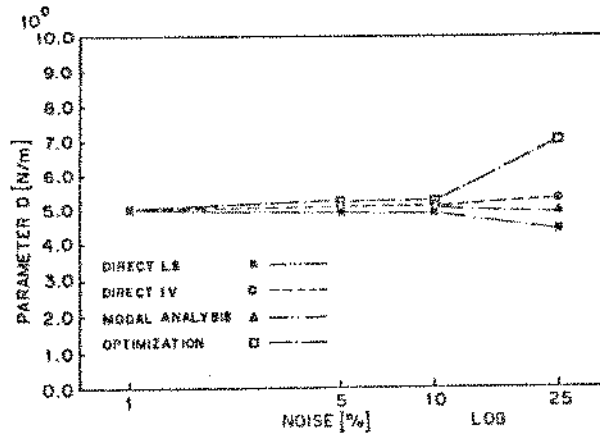


Figure 1.C

Figure 1: Comparison of estimated parameters with different estimation methods as a function of added noise.

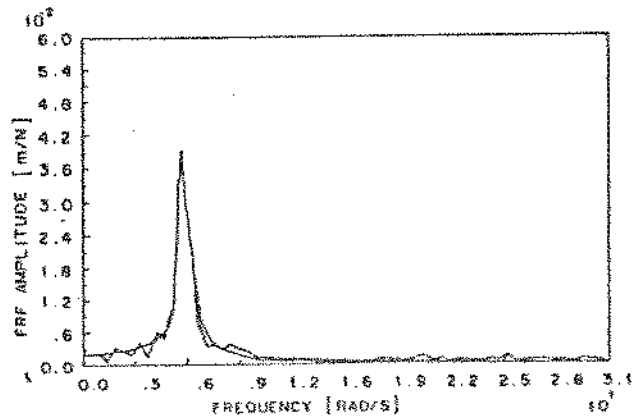


Figure 2: Simulated FRF of the one DOF system polluted with 20% noise and the curve fitted by modal analysis.

RESULTS FOR A ROTOR SYSTEM

A simple, isotropic rotor system consisting of a flexible shaft with three discs mounted on it, supported by two bearings at the extremities, and also two other damper bearings near the extremities, was simulated (figure 3). An extended transfer matrix model was used to calculate the rotor's point 7 FRF with excitation and response measured at the same point [10]. The parameters to be estimated were the support bearing's torsional stiffness coefficient and the damper bearing's stiffness and damping coefficients. This is a typical application for the optimization method. Any other method would involve a tedious analytic formulation to relate the desired coefficients with the estimated ones. Figure 4 shows the simulated FRF polluted by random noise and the fitted curve. Figure 5 shows the results for each iterative step in the iterative search process.

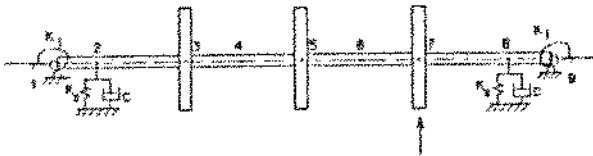


Figure 3 : Simulated rotor system model.

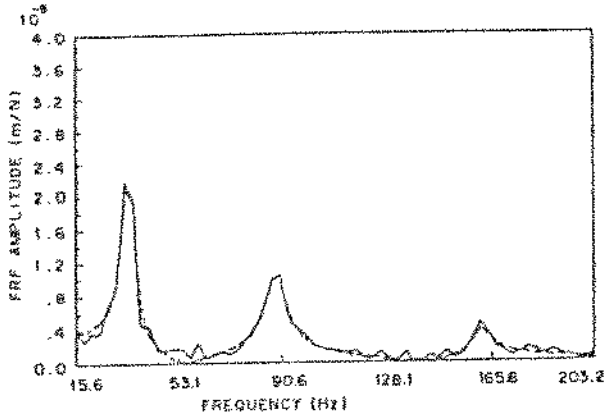


Figure 4 : Simulated FRF of the rotor system polluted with 20 % noise and the curve fitted by the optimization method.

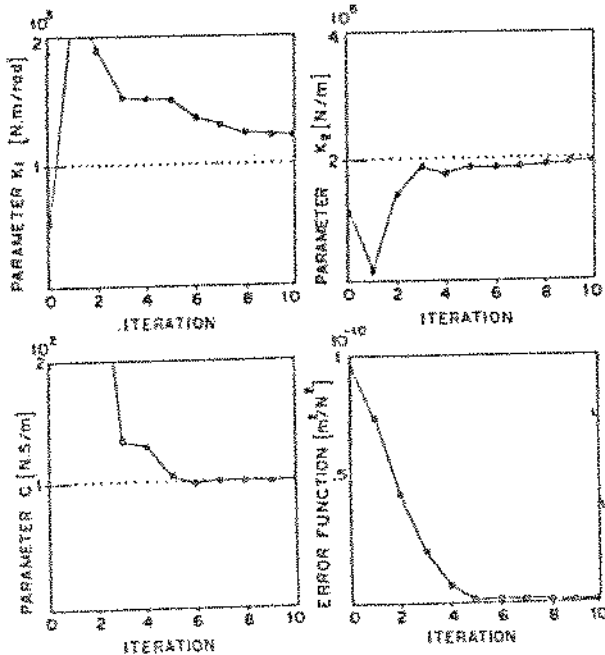


Figure 5 : Rotor system estimated parameters for each step in the iterative search process (optimization).

CONCLUSIONS

Four frequency domain structural parameter estimation methods were presented. Classical methods like modal analysis and direct least-squares parameter estimation involve an analytical formulation of the estimation problem from the structure's equation of motion. An alternative general formulation of the estimation problem as a non-linear least-squares optimization problem was introduced. It allows estimating a limited set of parameters from measured frequency response functions. The methods were compared in the estimation of the parameters of a simple mass-spring system with internal damping, with random noise added to the simulated response. The optimization method was also used to estimate a few parameters of a simulated rotor system. This method is very useful in structural model parameter adjusting applications.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors are thankful for the Brazilian Research Council CNPq for the partial support of the study whose first results are presented here.

REFERENCES

- [1] PANDIT, S.M.; MEHTA, N.P., « Data Dependent Systems Approach to Modal Analysis, Via State Space », *Trans. of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, June, 1955, vol. 107, pp. 132-138.
- [2] STEINVENDER, F.; NORDMANN, R., « Parameter Adjustment of a Finite Element Model by means of Measured Natural Frequencies », University of Kaiserslautern, Germany. To be published.
- [3] NORDMANN, R., « Introduction to Modal Analysis for Nonrotating and Rotating Structures », Lecture notes CISM Course on « Structural Identification and Parameter Estimation », Udine (Italy), Sept. 1982, 18 p.
- [4] GOYDER, H.G.D., « Methods and Applications of Structural Modelling from Measured Frequency Response Data », *J. of Sound and Vibration*, 68(2), 1980, pp. 209-230.
- [5] EYKOFF, P., « System Identification-Parameter and State Estimation », John Wiley & Sons, 1974.
- [6] FRITZER, C.P., « Identification of Mass, Damping and Stiffness Matrices of Mechanical Systems », 10th ASME Conference on Mechanical Vibration and Noise, Cincinnati, USA, Sept. 1985.
- [7] WOLFE, M.A., « Numerical Methods for Unconstrained Optimization », Van Nostrand Reinhold, 1978.
- [8] WYLIE, C.R., « Advanced Engineering Mathematics », 4th ed. Mc Graw-Hill, 1975, p. 125.
- [9] SCHROEDER, M.R., « Synthesis of Low-Peak Factor Signals and Binary Sequences with Low Autocorrelation », *IEEE Trans. on Information Theory*, Jan. 1970, pp. 85-89.
- [10] PAVANELLO, R., « Estudo do Comportamento Dinâmico de um Hidrogerador », M. Sc. Thesis, State Univ. of Campinas (Brasil), 1985.

Identificação das Características de Rigidez e Amortecimento de Mancal Hidrodinâmico



NATANAEL V. DE OLIVEIRA e JOSÉ R. DE FRANÇA ARRUDA*



GEPEM — Depto. Engenharia Mecânica/FEC — UNICAMP
Cx. Postal 6051 - 13.081 - Campinas - SP

SUMÁRIO

O ruído nos sinais de entradas e/ou saídas de sistemas constitui problema na identificação de parâmetros. Usa-se o método dos mínimos quadrados e o método das variáveis instrumentais para identificar os coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo de mancal hidrodinâmico no domínio da frequência. Os métodos são verificados numa simulação digital e investiga-se o efeito do ruído nos coeficientes estimados. Os dois métodos são aplicados para estimar forças no domínio da frequência, a partir do modelo matemático identificado e das respostas periódicas. O método das variáveis instrumentais indica uma maior consistência na identificação dos parâmetros e forças estimadas.

INTRODUÇÃO

A obtenção experimental dos coeficientes linearizados dinâmicos de rigidez e amortecimento que caracterizam o mancal hidrodinâmico é de fundamental importância no estudo da dinâmica de rotores.

O conhecimento das propriedades elásticas de rigidez e das funções de dissipação de energia do filme de óleo em mancais hidrodinâmicos, tem se constituído num dos grandes problemas no estudo do comportamento dinâmico de rotores. A determinação exata da velocidade crítica do eixo para permitir a antecipação do comportamento dinâmico na vizinhança dessa velocidade, depende em grande parte das propriedades elásticas e das funções de dissipação de energia do filme de óleo. Estudos no tocante a fenômenos de estabilidade do sistema eixo-mancais hidrodinâmico são dados em [1], [2], [3].

Valores teóricos para os coeficientes de rigidez e amortecimento associados com o filme de óleo são dados em [4]. Em geral, estes coeficientes calculados teoricamente são validados usando-se dados obtidos para modelos físicos construídos em escala reduzida. Diferentes métodos de identificação tem sido desenvolvidos no domínio do tempo e no domínio da frequência para estimar estes coeficientes linearizados [5], [6], [7].

Este trabalho usa o método dos mínimos quadrados e o método das variáveis instrumentais para identificação das matrizes rigidez e amortecimento do filme de óleo de mancais hidrodinâmicos e propõe o método das variáveis instrumentais para identificação de forças periódicas agindo num sistema rotativo constituído de um eixo rígido bi-apoiado com um só mancal hidrodinâmico entre os apoios. Os métodos de identificação utilizados não primeiro verificados numa simulação digital de um sistema mecânico de um grau de liberdade massa-mola-amortecedor viscoso.

A identificação de forças periódicas é feita no domínio da frequência a partir do conhecimento do modelo matemático e das respostas periódicas em duas direções mutuamente perpendiculares. Neste trabalho, é investigada a sensibilidade ao ruído dos estimadores para os dois métodos de identificação investigados. O sinal de excitação simulado é do tipo periódico de auto conteúdo frequencial [8].

MODELO FÍSICO E MATEMÁTICO

O modelo considerado consiste basicamente de um eixo rígido girando com velocidade angular Ω , suportado por dois mancais de contato angular. O mancal hidrodinâmico é posicionado de forma simétrica no meio do eixo, de forma a permitir o uso de testes de forças de excitação assíncrona (sinal obtido a partir de síntese de sinais periódicos [8]), em duas direções mutuamente perpendiculares. A carga estática é introduzida na direção

vertical.

As equações do movimento nas direções horizontal e vertical são estabelecidas em termos de pequenos deslocamentos X e Y , respectivamente, em torno de alguma posição de equilíbrio estático. A linearização em torno desta posição de equilíbrio se faz necessário devido ao comportamento não linear do filme de óleo. O modelo físico de forma simplificada é representado na fig. 1. De forma similar é mostrado na fig. 2 o sistema de coordenadas, onde os principais parâmetros são e_0 , razão de excentricidade e ψ_0 , posição angular estática da luva do mancal em relação ao centro do eixo.

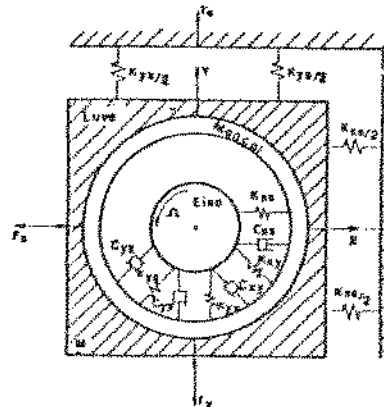


Fig. 1 - Modelo Físico.

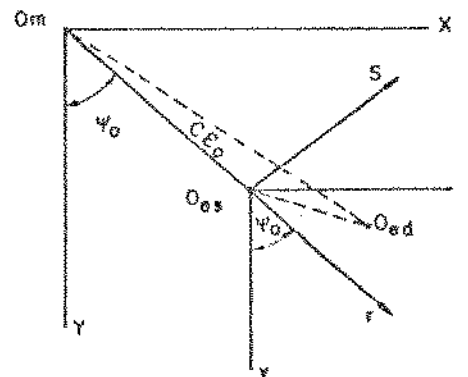


Fig. 2 - Sistema de Coordenadas.

*Membro de ABCM

Podemos escrever a equação de Reynolds para o eixo rígido tendo como suportes mancais hidrodinâmicos por [9].

$$\frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(h^2 \frac{\partial p}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial Z} \right) = \frac{6\mu\Omega b h}{\partial \phi} + 12\mu \dot{\phi} \cos \phi + 12\mu \dot{\phi} \sin \phi \quad (1)$$

onde $h = C(1 + \epsilon \cos \phi)$ é a espessura do filme de óleo e $p(\phi, Z)$ o campo de pressões. Os demais termos são definidos na referência.

As equações dinâmicas do movimento para o sistema da Fig. 1, para pequenas perturbações em torno da posição de equilíbrio podem ser obtidas a partir da eq. (1) dando:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (K_{xx} + K_{ax}) & K_{xy} \\ K_{yx} & (K_{yy} + K_{ay}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} \quad (2)$$

as quais são definidas em termos de c_0, ϕ_0 Fig. 2. As matrizes téóricas de rigidez e amortecimento do filme de óleo são obtidos de [10].

Estas equações dinâmicas podem ser escritas no domínio da frequência.

$$\begin{bmatrix} (K_{xx} - \omega^2 M) + i\omega C_{xx} & K_{xy} + i\omega C_{xy} \\ K_{yx} + i\omega C_{yx} & (K_{yy} - \omega^2 M) + i\omega C_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(\omega) \\ Y(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x(\omega) \\ F_y(\omega) \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde $K_{ax} = K_{xx} + K_{ax}$; $K_{ay} = K_{yy} + K_{ay}$ e $K_{ax} = 2K_{ax}$ etc., constante de rigidez dos suportes livres.

Separando-as em componentes reais e imaginárias, podemos montar o sistema de equações no domínio da frequência em notação matricial por:

$$[W] \cdot \{S\} = \{F\} \quad (4)$$

onde $[W]$ é uma matriz quadrada de ordem 4×4 contendo todos os parâmetros do sistema, $\{S\}$ vetor resposta em deslocamento obtido em termos de suas componentes reais e imaginárias, $\{F\}$ vetor força de excitação, simulado diretamente em frequência.

$$\{S\} = \{X_r \ X_i \ Y_r \ Y_i\}^T \text{ e } \{F\} = \{F_{x_r} \ F_{x_i} \ F_{y_r} \ F_{y_i}\}^T \quad (5)$$

onde os índices r e i denotam a parte real e imaginária respectivamente.

Formulando em termos de função de resposta em frequência, tem-se:

$$\{V_c(\omega)\} = [H_c(\omega)] \cdot \{F_c(\omega)\} \quad (6)$$

A matriz de resposta em frequência $[H_c(\omega)]$ tem quatro elementos que são as funções de respostas complexas; $H_{xx} = H_{xx}^r + iH_{xx}^i$, $H_{xy} = H_{xy}^r + iH_{xy}^i$, $H_{yx} = H_{yx}^r + iH_{yx}^i$, $H_{yy} = H_{yy}^r + iH_{yy}^i$, onde $i = \sqrt{-1}$.

As quatro funções de respostas definidas em termos de suas componentes reais e imaginárias podem ser obtidas a partir das forças de excitação $\{F\}$ e das respostas medidas $\{S\}$.

Para verificar os métodos de identificação as respostas $\{V_c(\omega)\}$ podem ser simuladas no tempo usando-se métodos de resolução numéricos, tais como: Runge-Kutta de quarta ordem, Newmark, Wilson, Diferenças Centrais, Runge-Kutta, Diferenças Finitas, Predictor-Corrector, etc. ou calculando diretamente em frequência de (4).

A equação matricial para o processo de identificação dos parâmetros pode ser obtida de equação (6), que, depois de algumas manipulações, pode ser colocada na forma matricial.

$$[A] \cdot \{\Phi\} = \{b\} \quad (7)$$

onde agora $[A]$, é de ordem $4n \times 6$ contendo as funções de transferência medidas, $\{\Phi\}$ é uma matriz de ordem 6×2 contendo os parâmetros do sistema a serem identificados, $\{b\}$ é uma matriz de ordem $4n \times 2$ contendo as componentes reais e imaginárias.

As matrizes $[A]$, $\{\Phi\}$, $\{b\}$ são dadas respectivamente por:

$$[A] = \begin{bmatrix} H_{xx}^r & H_{yx}^r & -\omega^2 H_{xx}^r & -\omega^2 H_{yx}^r & -\omega^2 H_{xx}^i & -\omega^2 H_{yx}^i \\ H_{xx}^i & H_{yx}^i & -\omega^2 H_{xx}^i & -\omega^2 H_{yx}^i & -\omega^2 H_{xx}^r & -\omega^2 H_{yx}^r \\ H_{xy}^r & H_{yy}^r & -\omega^2 H_{xy}^r & -\omega^2 H_{yy}^r & -\omega^2 H_{xy}^i & -\omega^2 H_{yy}^i \\ H_{xy}^i & H_{yy}^i & -\omega^2 H_{xy}^i & -\omega^2 H_{yy}^i & -\omega^2 H_{xy}^r & -\omega^2 H_{yy}^r \end{bmatrix} \quad 4n \times 6$$

$$\{\Phi\} = \begin{bmatrix} [X]^T \\ [C]^T \\ [H]^T \end{bmatrix} \quad 6 \times 2; \quad \{b\} = \begin{bmatrix} (1 - K_{xx}) H_{xx}^r & -K_{xx} H_{yx}^r \\ -K_{xx} H_{xx}^i & -K_{xx} H_{yx}^i \\ -K_{xx} H_{xy}^r & (1 - K_{yy}) H_{yy}^r \\ -K_{xx} H_{xy}^i & -K_{yy} H_{yy}^i \end{bmatrix} \quad 4n \times 2$$

O sistema em consideração foi excitado com o sinal de Schroeder [8], contendo 64 harmônicas. Os coeficientes α serem estimados é calculado teoricamente na forma adimensional para um dado valor de c_0 , usando expressões derivadas por Holmes [10]. A tabela 1 inclui os valores teóricos calculados e os estimados usando o método dos mínimos quadrados e o método das variáveis instrumentais para diversos níveis de ruído, nas respectivas medidas.

A comparação dos coeficientes estimados com os calculados teoricamente, confirma que a estimação no domínio da frequência usando o estimador nos mínimos quadrados é capaz de produzir boa estimação quando as saídas estão livres do ruído. Na presença de ruído a estimação torna-se viesada e aumenta na medida em que se aumenta o nível de ruído. O método das variáveis instrumentais - que será tratado no próximo tópico, é usado como forma de se eliminar ou reduzir as bias nos coeficientes estimados quando as respostas são poluídas.

ESTIMAÇÃO DE FORÇAS

1.- Método dos mínimos quadrados (MQ)

Quando numa estrutura as respostas medidas são calculadas com um número de pontos igual ao número de pontos da excitação, as forças poderão ser estimadas pela simples inversão matricial [11].

$$\{F(\omega)\} = [H(\omega)]^{-1} \cdot \{X(\omega)\} \quad (8)$$

Se por outro lado, as respostas medidas são obtidas para um número maior de pontos em frequência, as forças podem ser estimadas por mínimos quadrados na forma:

$$\{F(\omega)\} = \{[H(\omega)]\}^T \cdot \{[H(\omega)]\}^{-1} \cdot \{X(\omega)\} \quad (9)$$

onde t denota a transposta. A idéia colocada aqui, em relação à formulação dada na equação (8), é estimar as forças a partir do conhecimento do modelo matemático e das respostas, porém com uma formulação matemática diferente que será formulada a seguir:

Primeiramente identifica-se os parâmetros do sistema aplicando forças de excitação conhecidas e obtendo-se as funções de resposta em frequência.

A solução por mínimos quadrados na equação (7), para os coeficientes desconhecidos de $\{\Phi\}$, na tabela 1, é então dado por [12].

$$\{A\}^T \cdot [A] \{\Phi\}_{MQ} = \{A\}^T \cdot \{b\} \quad (10)$$

onde a matriz $[A]$ aqui, contém todas as funções de resposta em frequência. Em seguida, estima-se as forças a partir da equação (3) reorganizada na forma:

Tabela 1. Efeito do ruído nos coeficientes identificados.

*	V.T.	NÍVEL DE RUÍDO 0%				NÍVEL DE RUÍDO 1%				NÍVEL DE RUÍDO 1%			
		$\hat{\delta}_{MQ}$	$\hat{\epsilon}_{MQ}$	$\hat{\delta}_{VI}$	$\hat{\epsilon}_{VI}$	$\hat{\delta}_{MQ}$	$\hat{\epsilon}_{MQ}$	$\hat{\delta}_{VI}$	$\hat{\epsilon}_{VI}$	$\hat{\delta}_{MQ}$	$\hat{\epsilon}_{MQ}$	$\hat{\delta}_{VI}$	$\hat{\epsilon}_{VI}$
K _{xx}	2.235	2.255	-0.021	2.235	-0.026	2.107	5.70	2.260	-1.15	1.993	13.21	2.272	3.014
K _{xy}	4.053	4.053	0.00	4.053	-0.0014	3.719	8.22	4.094	-1.02	3.358	17.14	4.115	-1.57
C _{xx}	7.039	7.055	.048	7.040	.085	6.122	13.01	7.107	-0.977	5.044	28.33	7.081	-0.509
C _{xy}	2.345	2.345	-0.084	2.345	-0.08	2.717	-15.58	2.368	-0.983	3.151	-34.39	2.325	.825
K _{yx}	1.592	1.591	.012	1.592	.012	1.591	.0013	1.590	-0.135	1.831	-21.35	1.571	-1.308
K _{yy}	2.321	2.320	.008	2.321	-0.017	2.320	.0078	2.320	-0.1292	3.336	-43.79	2.29	1.706
C _{yx}	2.345	2.342	.125	2.342	.142	2.342	-0.094	2.345	-.04	4.267	-112.22	2.313	1.354
C _{yy}	4.252	4.253	-0.063	4.250	.01	4.245	.0817	4.253	-0.053	3.170	25.21	4.283	1.353

V.T. - Valores teóricos dos parâmetros, $\epsilon(\text{ERL}) = (\hat{\epsilon} - \epsilon) / \epsilon \times 100\%$

$$[\hat{\delta}]_{MQ} = [B] \cdot [\hat{\delta}]_{MQ} \quad (11)$$

onde a matriz [B] na equação (11) é constituída a partir das respostas e $[\hat{\delta}]_{MQ}$ é a matriz dos parâmetros estimados com (10).

A solução da equação (10) quando ruídos estão presentes nas entradas e/ou saídas do sistema, mostra-se ser viesada ou não consistente [6], vê tabela 1. Este problema é bem colocado em [13]. Portanto, as forças estimadas podem não corresponder às forças que realmente interagem sobre a estrutura.

2.- Método das variáveis instrumentais (VI)

O método das variáveis instrumentais foi inicialmente proposto por Fritzen [14] para estimação de parâmetros de sistemas mecânicos no domínio da frequência. Aqui o mesmo método é proposto para estimar forças a partir do conhecimento do modelo matemático e das respostas.

A idéia consiste em se estimar os parâmetros do sistema usando o (MQ), equação (10) e em seguida usados como parâmetros iniciais de um modelo auxiliar num processo iterativo. Com este modelo auxiliar, são calculadas as funções de respostas em frequência auxiliares (variáveis instrumentais) e montada a matriz [W_a], que é construída de forma análoga à matriz [A]. Assim, a equação (10) é modificada para,

$$[W_a]^T [A] [\hat{\delta}]_{VI} = [W_a]^T \cdot [b] \quad (12)$$

A partir daí, numa segunda etapa, as forças estimadas podem ser estimadas por,

$$[\hat{\delta}]_{VI} = [W_b] [\hat{\delta}]_{VI} \quad (13)$$

onde novamente a melhor solução é procurada num método iterativo onde as forças estimadas no passo anterior são utilizadas para calcular uma nova matriz [W_b] usando os parâmetros $[\hat{\delta}]_{VI}$.

Portanto, as forças estimadas serão estabelecidas da equação (13) quando no processo iterativo os valores das forças estimadas convergirem para valores estáveis.

RESULTADOS

Para ilustrar os métodos formulados aqui, são usados dois modelos matemáticos: um sistema de um grau de liberdade, massa-mola-amortecedor viscoso e o sistema relativo fig. 1.

A força simulada foi gerada através do algoritmo de Schroeder, considerando o ajuste do ângulo de fase de um sinal periódico, para se obter um sinal com baixo fator de pico e baixa autocorrelação [3].

A fig. 3 mostra o resultado da função de resposta em frequência sobreposta ao ruído para o sistema de (1gl) usando os dois métodos.

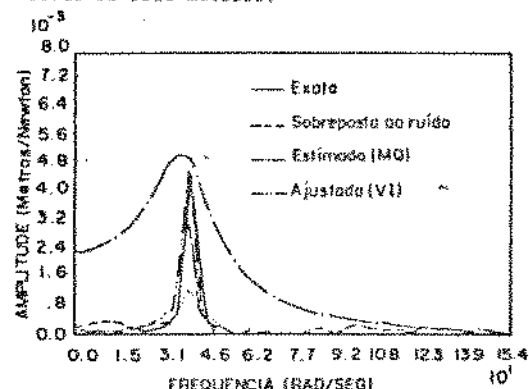


Fig. 3 - FRF do Sist. (1gl) simulado e poluído com 10% de ruído

Observa-se o ajuste da função de resposta em frequência usando o método das variáveis instrumentais em relação à função de resposta em frequência simulada sem efeito do ruído para várias interações.

A fig. 4 mostra a força estimada usando (MQ) e o ajuste usando o método das variáveis instrumentais (VI).

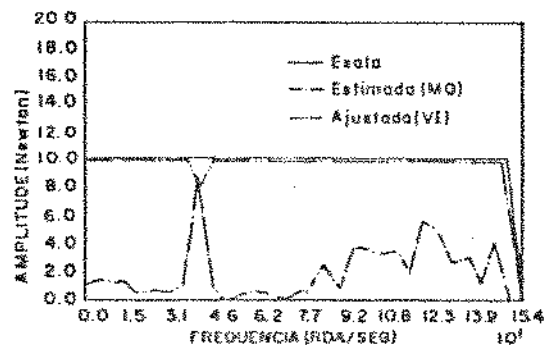


Fig. 4 - Força estimada (1gl)

As funções de resposta em frequência foram poluídas com ruído aleatório gaussiano [15]. A quantificação do nível de ruído foi dada em termos da porcentagem do valor rms dos sinais.

As fig. (5 e 6) mostram de maneira similar, as forças estimadas para o sistema dinâmico relativo nas duas direções mutuamente perpendiculares usando os dois métodos de identificação de forças para um ruído de 10%.

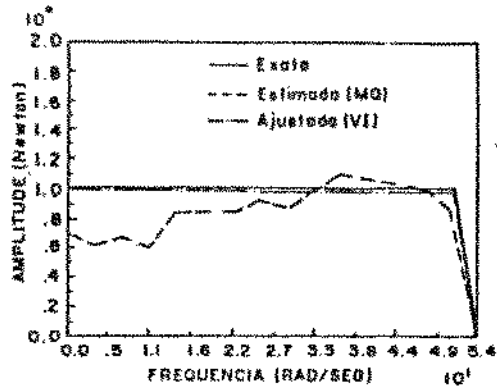


Fig. 5 - Força Estimada
Direção-X

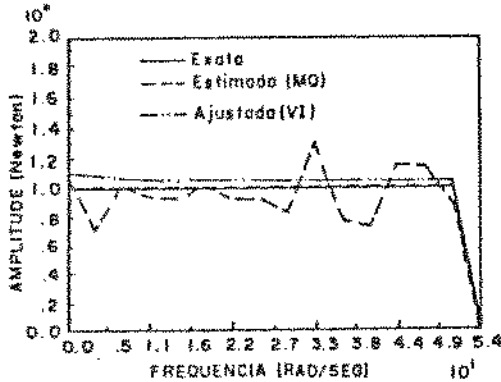


Fig. 6 - Força Estimada
Direção-Y

CONCLUSÃO

Os métodos de identificação para determinação dos coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento do filme de óleo em mancais hidrodinâmicos devem satisfazer a determinados critérios [16]. Os resultados obtidos usando dados simulados para identificação dos parâmetros no domínio da frequência mostraram que o método das variáveis instrumentais é mais eficiente que o dos mínimos quadrados. Sendo que este último é biasedo quando os desvios estão presentes nas saídas medidas.

Os métodos de identificação exigem uma identificação prévia de um modelo matemático que relacione entradas com saídas nos pontos de medidas do sistema. O método dos mínimos quadrados mostra-se não consistente apresentando grandes erros nos valores das forças estimadas na presença de ruídos nas respostas. O método das variáveis instrumentais é apresentado como forma de eliminar ou reduzir estes erros de estimação. A identificação de forças consiste de duas etapas. Na primeira etapa os parâmetros do modelo da estrutura são estimados para forças de excitação conhecidas usando-se o método das variáveis instrumentais. Na segunda etapa, estes parâmetros e as respostas medidas são utilizadas para estimar forças num processo iterativo de estimação por variáveis instrumentais.

REFERÊNCIAS

- [1] Boeker G.F. and Sterlich, H., Investigation of Translatory Fluid Whirl in Vertical Machines, *Trans ASME*, Vol. 78, 1956, pp. 13-19.
- [2] Poritsky, H., Contribution to the Theory of Oil Whip, *Trans ASME*, Vol. 75, 1953, 1153-1161.
- [3] Dugg, A.C. and Warn, P.C., Oil Whip of Flexible Rotors, *Trans ASME*, Vol. 75, 1953, pp. 1339-1361.

- [4] Burrows, C.F. and Stanney, R.A., Coherent Strategy for Estimating Linearized Oil-film Coefficients, *Proc.R.Soc.*, 1980, A370, 890-105.
- [5] Burrows, C.R. and Sabinkay, M.N., Frequency Domain Estimation of Linearized Oil-film Coefficients, *Trans ASME, Lubric.* 210-215, 1982, 104.
- [6] Oliveira, N.V. de e Arruda, J.R. de F., Identificação dos Coeficientes de Rigidez e Amortecimento de Mancais Hidrodinâmicos. VI Seminário Adunesp - Guaratinguetá.
- [7] Frequency Domain in Methods for Structural Parameters, por José Roberto de F. Arruda et Natanael V. Oliveira. *JOURNAL DU GAMI*, nº 146, Mai-Jun-1986 - *Mecanique Materiaux Electricite*.
- [8] Schoroder, M.R., Synthesis of Low-Peak Factor Signals and Binary Sequences Low Auto Correlation. *IEEE Trans. on Information Theory*, Jan. 1970, pp. 85-89.
- [9] Ono, K., Tamura, A., On the Vibration of Horizontal Shaft Supported in Oil Lubricated Journal Bearing. *Bulletin of ASME*, vol. 11, nº 47 (1968), pp.813-824.
- [10] Holmes, R., The Vibration of a Rigid Shaft M. Sleeve Bearing, *J. Mech. Eng. Sci.*, 2, 1960, pp. 337-341.
- [11] Simonian, S.S., Inverse Problem in Structural Dynamics, Part I: Theory; Part II: Application, Vol. 17, 357-386 (1981).
- [12] Eykoff, P., System Identification Parameter and State Estimation", John Wiley and Sons, 10th ASME CONFERENCE on Mechanical Vibration and Noise, Cincinnati, USA, Sept, 1985.
- [13] J.V. Beck and K.J. Arnold, Parameter Estimation in Engineering and Science, Part I and II, March 1977 Revision.
- [14] Fritzen, C.P., Identification of Mass, Damped and Stiffness Matrices of Mechanical System, 10th ASME Conference Mechanical Vibration and Noise, Cincinnati, USA, Sept. 1985.
- [15] Box, G.E.P. and Muller, M.E., A note on the generation of random normal deviates, *Ann. Mart. Statist.*, vol. 29, 610-611, 1958.
- [16] Burrows, C.R. and Stanway, R., Identification of journal bearing characteristics, *ASME Journal of Dynamics Systems Pressure and Control*, vol. 99, 1977, pp. 167-173.

ABSTRACT

Noise in the system input/output signal introduces some problems in parameters identification. The least square and instrumental variable methods were used in the frequency domain identification of the stiffness and damping coefficients. These methods were verified by digital simulation and the effect of the noise in the identified coefficients was investigated. The same methods were applied in order to identify forces in the frequency domain, starting from the mathematical model and periodic responses. The instrumental variable method showed best results for the estimated coefficients and forces.

ANAIS DO
VI SEMINÁRIO ADUNESP - GUARATINGUETÁ

04 A 09 DE NOVEMBRO DE 1985
CAMPUS DA FACULDADE DE ENGENHARIA DE GUARATINGUETÁ
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
GUARATINGUETÁ - SP
BRASIL

Organizado pela ADUNESP-Guaratinguetá
Associação dos Docentes da Universidade Estadual Paulista
Regional de Guaratinguetá

IDENTIFICAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE RIGIDEZ E AMORTECIMENTO DE MANCAIS HIDRODINÂMICOS

OLIVEIRA, NATANAEL VICTOR DE - UFPA
MIRANDA, JOSÉ ROBERTO DE FRANÇA - UNICAMP

SUMÁRIO

Neste trabalho é desenvolvida a formulação matemática no domínio da frequência para estimar os oito coeficientes linearizados de um mancal hidrodinâmico completo. Um sinal de excitação com alto conteúdo frequencial do tipo ruído branco é utilizado numa simulação digital. O sistema é excitado simultaneamente em duas direções mutuamente perpendiculares e é avaliado o efeito do ruído nos valores dos coeficientes estimados. Os valores teóricos dos coeficientes de deslocamento e velocidade são obtidos utilizando-se a teoria de mancal infinitamente curto para uma dada velocidade angular de rotação do eixo e razão de excentricidade. Os resultados indicam um certo grau de rejeição do método proposto ao ruído.

INTRODUÇÃO

Um dos problemas fundamentais no estudo do comportamento dinâmico de rotores é a determinação dos valores numéricos para os oito coeficientes linearizados dinâmicos associados com o filme de óleo em mancais hidrodinâmicos /1/.

Valores teóricos para estes coeficientes são geralmente obtidos através de soluções da equação de Reynolds.

A solução da equação de Reynolds, linearizada em torno da posição de equilíbrio, em sua forma analítica, usando a hipótese de mancal infinitamente curto /2/ ou infinitamente longo /3/, ou utilizando métodos de elementos finitos /4/, tem permitido explicar certos fenômenos ligados ao filme de óleo tais como "oil whirl" e "oil whip". A solução tanto para mancal curto, como para mancal infinitamente longo e mancal de comprimento finito, estão restritas a hipóteses tais como: fluido incompressível, variação de temperatura e inércia do fluido desprezível, viscosidade constante, regime laminar, etc., assim como hipóteses de pequenos deslocamentos em torno da posição de equilíbrio. Estas hipóteses não retratam geralmente a realidade levando a resultados bastante diferentes dos resultados experimentais.

Alguns métodos para estimar os oito coeficientes linearizados do filme de óleo têm sido publicados usando técnicas de identificação no domínio da frequência e no domínio do tempo /5/.

De forma geral, estes coeficientes calculados teoricamente são validados usando-se dados obtidos para modelos construídos em escala reduzida. Este trabalho vem propor uma técnica de identificação no domínio da frequência para estimar os oito coeficientes de rigi-

dez e amortecimento do filme de óleo de um mancal hidrodinâmico circular em uma simulação digital, utilizando-se o sinal de "Schroeder" /6/ como fonte de excitação.

CARACTERIZAÇÃO DO MANCAL HIDRODINÂMICO

A figura.1 mostra a secção reta cilíndrica de um mancal hidrodinâmico completo de comprimento L e raio R . Os parâmetros que o caracterizam são: C - folga radial, e - excentricidade, c_r - excentricidade relativa, Ω - velocidade angular de rotação do eixo, Q_0 - carga estática aplicada e μ - viscosidade do lubrificante.

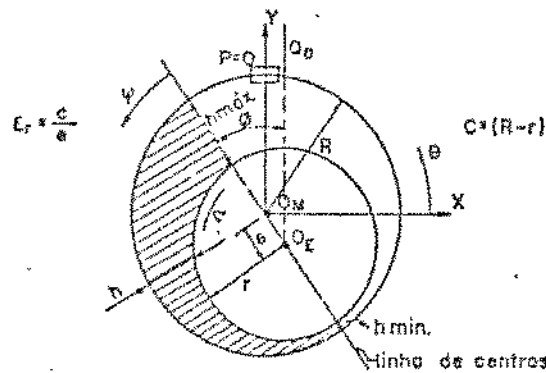


Figura 1. Seção reta de um mancal cilíndrico.

Podemos escrever a equação de Reynolds, partindo-se da equação (1) para a configuração da Fig. 1, /3/.

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \psi} (h^3 \frac{\partial p}{\partial \psi}) + \frac{\partial}{\partial z} (h^3 \frac{\partial p}{\partial z}) = 6\mu\Omega \frac{\partial h}{\partial \psi} + 12\mu c_r \Omega \cos \psi + 12\mu c_r \Omega \sin \psi \quad (1)$$

onde $h = (C + e_r \cos \psi)$ é a espessura do filme de óleo e $p(\psi, z)$ é a medida da distribuição do campo de pressões.

Para se determinar analiticamente a solução de (1) considera-se a aproximação de mancal infinitamente longo desprezando-se o termo $\partial p / \partial z$ ou o caso de mancal infinitamente curto desprezando-se o termo $\partial p / \partial \psi$. A solução para o caso de mancal de comprimento finito só é possível por métodos numéricos - métodos de elementos finitos ou de diferenças finitas.

Quando se desloca o eixo da posição de equilíbrio estático, a espessura do filme de óleo varia e como consequência há uma variação no campo de pressão. De maneira similar, aplicando-se uma velocidade de deslocamento no eixo produzem-se também variações no campo de pressões. As medidas dessas variações podem então ser integradas em torno da posição de equilíbrio.

Desprezando-se os termos de ordem superior na expansão de Taylor e integrando duas vezes para se obter as forças resultantes nas

direções x e y, pode-se chegar às equações dinâmicas /4/

$$\begin{pmatrix} F_x - F_{x0} \\ F_y - F_{y0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \quad (2)$$

onde x e y são os deslocamentos do eixo a partir da posição de equilíbrio. É prática normal trabalhar com estes coeficientes dinâmicos na forma adimensional obtidos de $k_{xx} = K_{xx} \cdot c / Q_0 \dots$, $c_{xx} = C_{xx} \cdot \Omega / Q_0 \dots$, etc. Estes coeficientes de rigidez e amortecimento é função da razão de excentricidade.

FORMULAÇÃO DO MODELO PARA ESTIMAÇÃO

O modelo adotado consiste de um eixo rígido apoiado por dois mancais considerados rígidos e um mancal hidrodinâmico posicionado no meio do eixo e tracionado em planos perpendiculares.

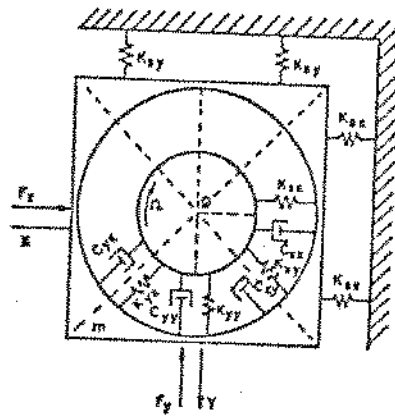


Figura 2. Modelo físico.

As equações dinâmicas do movimento para a configuração da fig. 2 em termos de pequenas perturbações e dos oito coeficientes lineares de rigidez e amortecimento, são:

$$m\ddot{x} + C_{xx}\dot{x} + C_{xy}\dot{y} + (K_{xx} + K_{sx})x + K_{xy}y = F_x \quad (3)$$

$$m\ddot{y} + C_{yx}\dot{x} + C_{yy}\dot{y} + K_{yx}x + (K_{yy} + K_{sy})y = F_y \quad (4)$$

onde F_x e F_y são sinais de excitações arbitrários, por exemplo provenientes de um excitador eletrodinâmico. Os coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo $K_{xx} \dots, C_{xx}$, etc são funções da ra-

ção de excentricidade e_r e variam com a velocidade angular de rotação do eixo. Os parâmetros m , K_{sx} e K_{sy} são respectivamente a massa e rigidez dos suportes.

Estas equações dinâmicas podem ser reescritas no domínio da frequência. Se aplicarmos a transformada de Fourier aos sinais $x(t)$, $\dot{x}(t)$... etc. nas equações dinâmicas e separarmos as componentes reais e imaginárias, obteremos,

$$\begin{bmatrix} (K_{xx}^* - m\omega^2) & -\omega C_{xx} & K_{xy} & -\omega C_{xy} \\ \omega C_{xx} & (K_{xx}^* - m\omega^2) & \omega C_{xy} & K_{xy} \\ K_{yx} & -\omega C_{yx} & (K_{yy}^* - m\omega^2) & -\omega C_{yy} \\ \omega C_{yx} & K_{yx} & \omega C_{yy} & (K_{yy}^* - m\omega^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_r \\ X_i \\ Y_r \\ Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{xr} \\ F_{xi} \\ F_{yr} \\ F_{yi} \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde $\omega = \omega_0$ é a frequência do sinal de excitação, ω_0 sendo a frequência fundamental. O sinal de resposta na direção x é dado em termos de suas componentes $X = X_r + jX_i$, de forma similar para a direção y e para os sinais de excitação. Os subscritos r e i denotam real e imaginário. As constantes de rigidez K_{xx}^* e K_{yy}^* são dados por $K_{xx}^* = K_{xx} + K_{sx}$ e $K_{yy}^* = K_{yy} + K_{sy}$ onde K_{sx} e K_{sy} são as constantes de rigidez equivalentes dos suportes.

A equação (5) colocada na forma $A\phi = B$ pode ser resolvida pela transformação matricial.

$$\phi = A^{-1} \cdot B \quad (6)$$

Portanto, a resposta em frequência para o sistema em termos de suas componentes reais e imaginárias pode ser obtida quando se calcula a transformada de Fourier do sinal de excitação no tempo, (fig. 3) e excita-se o sistema numa dada faixa de frequência de interesse.

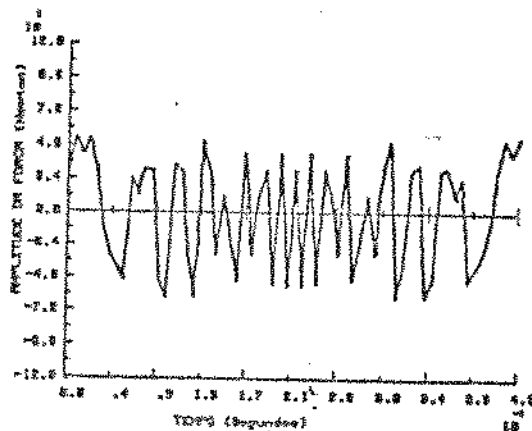


Figura 3. Sinal de excitação no tempo.

A equação matricial para o processo de estimação fornece:

$$\begin{bmatrix} X_r & -\omega X_i & Y_r & -\omega Y_i & F_{xr} & F_{yr} \\ X_i & \omega X_r & Y_i & \omega Y_r & F_{xi} & F_{yi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{xx}^* & K_{yx} \\ C_{xx} & C_{yx} \\ K_{xy} & K_{yy}^* \\ C_{xy} & C_{yy} \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\omega^2 X_r & m\omega^2 Y_r \\ m\omega^2 X_i & m\omega^2 Y_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

a equação (7) montada de forma conveniente produz 2N equações nas variáveis medidas. Podendo ser reescrita na forma

$$A_1 \cdot \Phi_1 = B_1 \quad (8)$$

onde A_1 - é uma matriz $2N \times 6$ contendo as componentes reais e imaginárias do sinal de resposta e forças aplicadas, Φ_1 - matriz 6×2 dos coeficientes a serem estimados, B_1 - matriz $2N \times 2$. O estimador por mínimos quadrados de Φ_1 dos coeficientes desconhecidos de Φ_1 é obtido pela inversa generalizada:

$$\Phi_1 = (A_1^T \cdot A_1)^{-1} \cdot A_1^T \cdot B_1 \quad (9)$$

Esta equação produzirá a estimação dos parâmetros somente se o produto matricial $A_1^T \cdot A_1$ for não singular.

ESTIMAÇÃO USANDO DADOS SIMULADOS

Os valores teóricos (V.T.) de rigidez e amortecimento foram gerados para uma dada velocidade angular de rotação do eixo considerando-se a aproximação de mancal infinitamente curto ///. Estes valores teóricos na forma adimensional para $\Omega=250$ r.p.m., e para os seguintes parâmetros característicos do mancal: $C=3 \times 10^{-3}$ m, $\mu=3.79 \times 10^{-2}$ N.S/m², $Q_0=500$ N, $L=2 \times 10^{-3}$ m, $r=20 \times 10^{-3}$ m, são dados na tabela 1.

O sistema representado pelas equações (3) e (4) com os parâmetros acima foram simulados num computador digital e a equação (9) foi usada para estimar os coeficientes pelas médias de X_r , X_i , Y_r , Y_i com e sem contaminação de ruído. A rigidez dos suportes não foi considerada na simulação (suporte livre).

A frequência natural amortecida calculada é de aproximadamente 14,6 rad/s para uma massa do suporte de 6,572 kg. Este valor calculado concorda sistematicamente com a teoria onde estabelece que a frequência própria do sistema gira em aproximadamente na metade da frequência de rotação do eixo, frequência de "oil whirl".

As figuras 4 e 5 mostram respectivamente o espectro dos sinais de excitação e de resposta no domínio da frequência. Observa-se que o espectro do sinal de excitação é constante dentro da faixa de frequência de interesse.

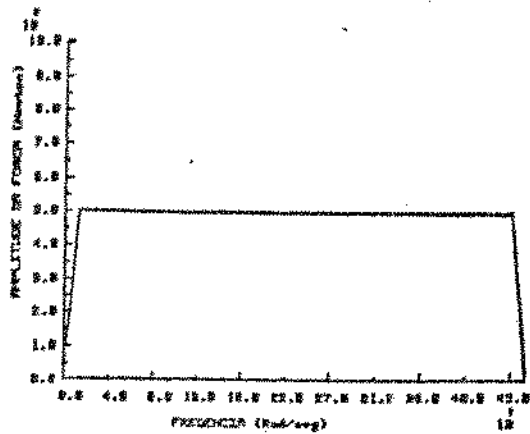


Figura 4. Espectro do sinal de excitação.

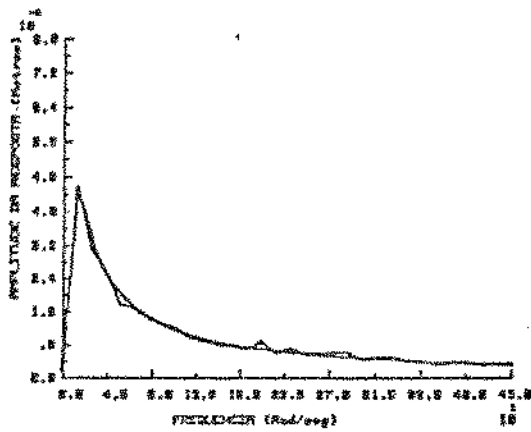


Figura 5. Resposta em frequência sobreposta ao ruído.

A fig. 5 mostra o espectro da resposta em frequência sobreposta ao efeito do ruído. Nota-se que a amplitude máxima do pico de resposta no espectro ocorre em torno da frequência natural do sistema.

O diagrama de blocos para o processo de estimação é mostrado na fig. 6.

A equação (9) foi aplicada aos dados simulados com e sem contaminação de ruído. Vários níveis de ruídos foram adicionados aos sinais de deslocamentos. Alguns resultados são mostrados na tabela 1.

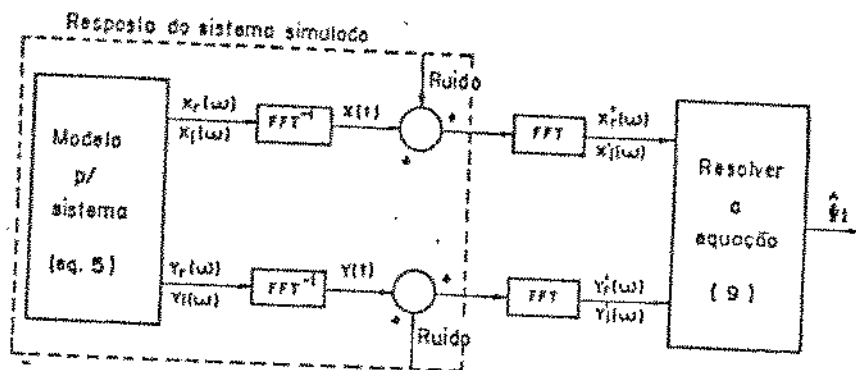


Figura 6. Diagrama de blocos para o processo de estimação.

	V.T.	s/ruído	.01%	.1%	1%	2.5%
k_{xx}	2.235	2.235	2.132	1.763	2.096	2.126
k_{xy}	4.053	4.053	3.375	2.776	3.627	3.598
k_{yx}	1.592	1.592	1.769	1.777	2.095	2.125
k_{yy}	2.321	2.321	2.797	2.84	3.623	3.597
c_{xx}	7.039	7.040	6.285	3.557	5.904	5.849
c_{xy}	2.345	2.345	2.65	3.750	2.795	2.790
c_{yx}	2.345	2.345	3.633	3.678	5.893	5.865
c_{yy}	4.252	4.251	3.728	3.709	2.799	2.791

Tabela 1. Resultados da estimação com dados simulados com e sem contaminação de ruído.

COMENTÁRIOS

Os coeficientes estimados sem efeito de ruído apresentam estimação exata para quase todos os coeficientes. Os resultados ilustram a sensibilidade do método de estimação ao ruído. Nota-se que alguns parâmetros são mais sensíveis que outros. Uma melhor estimação pode ser obtida utilizando-se métodos de coerência para eliminar da resposta o efeito do ruído /9/. Recentemente foi proposto o uso de variáveis instrumentais /10/ como alternativa para diminuir a sensibilidade da estimação ao ruído. Estas técnicas estão sendo investigadas pelos autores.

- /1/ Burrows C.R. and Stansky, R.A., Coherent Strategy for Estimating Linearized Oil-film Coefficients. Proc. R. Soc. Lond, 1980, A370, 89-105.
- /2/ Kirk, R.G., Custer, E.J., "Stability and Transient Motion of a plain Journal Mounted in Flexible Damped Supports", Journal of Engineering for Industry, May (1976), pp. 576-592.
- /3/ Ono, K., Tamura, A., "On the Vibration of Horizontal shaft supported in oil Lubricates Journal Bearing Bulletin of Asme, vol. 11, n° 47 (1968), pp. 813-824.
- /4/ Eirenbault, M.Y., "Paideur et amortissement des paliers hydrodynamiques - méthode de calcul par éléments finis", Mémoires du CEFIM, n° 32 (1977).
- /5/ Burrows, C.R. and Sahinkaya, M.N., Frequency domain estimation of linearized oil-film coefficients. Trans. Asme, J.Lubric.Tech., 210-215. 1982, 104.
- /6/ Schroeder, M.R., "Synthesis of Low-Peak-Factor Signals and Binary sequences with Low Auto Correlation", IEEE Trans. on Information theory, Jan. 1970, pp. 85-89.
- /7/ Holmes, R., "The vibration of a Rigid shaft on short sleeve Bearing", Journal of Mechanical Engineering science, vol. 2, 1960, pp. 337-341.
- /8/ Arruda, J.R.F., "Sobre a caracterização do mancal hidrodinâmico", VI Congresso Brasileiro de Eng. Mecânica, Rio de Janeiro 18/12/81, paper n° C-39. pp. 421-428, PUC/RJ.
- /9/ Bendat, J.S., Piersol, A.G., Random Data: Analysis and Measurement Procedures, John Wiley & Sons, N.Y. (1971)
- /10/ Fritzen, P.T., "Identification of Mass, Damping and Stiffness Matrices of Mechanical Systems", University of Kaiserslautern Federal Republic of Germany, 1985.

ANALIS DO
VII SEMINÁRIO ADUNESP - GUARATINGUETÁ

20 A 25 DE OUTUBRO DE 1986
CAMPUS DA FACULDADE DE ENGENHARIA DE GUARATINGUETÁ
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
GUARATINGUETÁ - SP
BRASIL

Organizado pela ADUNESP-Guaratinguetá
Associação dos Docentes da Universidade Estadual Paulista
Regional de Guaratinguetá

IDENTIFICAÇÃO DE FORÇAS EM SISTEMAS MECÂNICOS ROTATIVOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

OLIVEIRA, NATANAEL VICTOR DE - DEPT. ENG. MECÂNICA (UFFb)
ARRUDA, JOSÉ ROBERTO DE FRANÇA - GEPROM: LAB. PROJ. MECÂNICO-LINICAMP

SUMÁRIO

O ruído nos sinais de entrada e/ou saída de sistemas constitui sério problema na identificação de parâmetros. Usa-se o método dos mínimos quadrados e o método das variáveis instrumentais para identificação de forças sobre sistemas mecânicos. Os métodos são verificados numa simulação digital e investiga-se o efeito do ruído na resposta medida e sua influência na força estimada para um sistema de um grau de liberdade. Os mesmos métodos, em seguida são utilizados para identificar forças num sistema dinâmico rotativo. A identificação é feita no domínio da frequência a partir do conhecimento dos modelos matemáticos e das respostas periódicas para ambos os modelos. O método das variáveis instrumentais indica uma maior consistência nas forças estimadas.

INTRODUÇÃO

A obtenção experimental dos coeficientes linearizados dinâmicos de rigidez e amortecimento que caracterizam o mancal hidrodinâmico é de fundamental importância no estudo da dinâmica de rotores.

O conhecimento das propriedades elásticas de rigidez e das funções de dissipação de energia do filme de óleo em mancais hidrodinâmicos, tem se constituído num dos grandes problemas no estudo do comportamento dinâmico de rotores. A determinação exata da velocidade crítica do eixo para permitir a antecipação do comportamento dinâmico na vizinhança dessa velocidade, depende em grande parte das propriedades elásticas e das funções de dissipação de energia do filme de óleo. Estudos no tocante a fenômenos de estabilidade do sistema eixo-mancal hidrodinâmico são dados em /1/, /2/, /3/.

Valores teóricos para os coeficientes de rigidez e amortecimento associados com o filme de óleo são dados em /4/. Em geral, estes coeficientes calculados teoricamente são validados usando-se dados obtidos para modelos físicos construídos em escala reduzida. Métodos para se estimar estes coeficientes linearizados têm sido publicados usando técnicas de identificação no domínio do tempo e no domínio da frequência /5/, /6/, /7/.

Este trabalho usa o método dos mínimos quadrados e propõe o método das variáveis instrumentais para identificação de forças. Os métodos de identificação utilizados são verificados numa simulação digital de um sistema mecânico de um grau de liberdade massa-mola-amortecedor viscoso. Em seguida os mesmos métodos são usados para identificar forças periódicas agindo num sistema rotativo constituído de um eixo rígido bi-apoiado com um só mancal hidrodinâmico entre os

apoios. A identificação é feita no domínio da frequência a partir do conhecimento do modelo matemático e das respostas periódicas, em duas direções mutuamente perpendiculares. Neste estudo, é investigada a sensibilidade ao ruído dos estimadores para os dois métodos de identificação investigados. O sinal de excitação simulado é do tipo periódico de alto conteúdo frequencial /8/.

MODELO FÍSICO E MATEMÁTICO

O modelo considerado consiste basicamente de um eixo rígido girando com velocidade angular Ω , suportado por dois mancais auto-compensadores. O mancal hidrodinâmico é posicionado de forma simétrica no meio do eixo e a carga estática é introduzida na direção vertical. As equações do movimento nas direções horizontal e vertical são estabelecidas em termos de pequenos deslocamentos X e Y , respectivamente, em torno de alguma posição de equilíbrio estático. A linearização em torno desta posição de equilíbrio se faz necessário devido ao comportamento não linear do filme de óleo. O modelo físico de forma simplificada é representado na fig. 1. De forma similar é mostrado na fig. 2 o sistema de coordenadas, onde os principais parâmetros são e_0 , razão de excentricidade e ψ_0 , posição angular estática do centro do eixo.

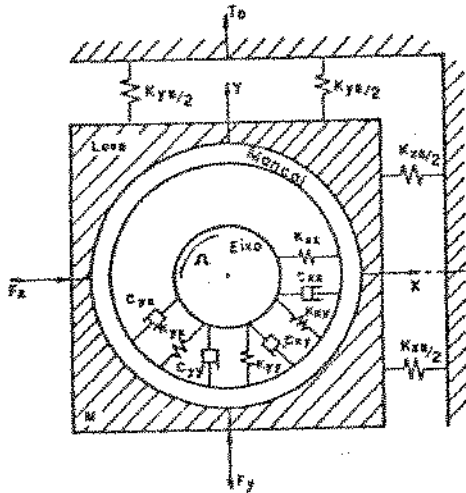


Figura 1. Modelo Físico.

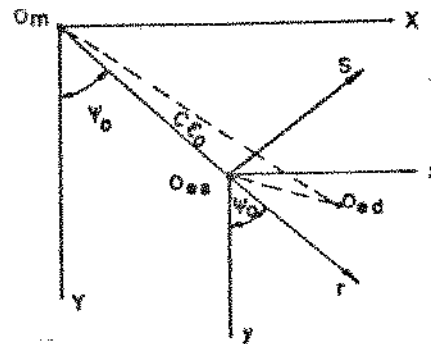


Figura 2. Sistema de Coordenadas.

As equações dinâmicas do movimento para pequenas perturbações em torno da posição de equilíbrio podem ser dadas como segue:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (K_{xx}+k_{sx})+K_{xy} \\ K_{yx}+(k_{yy}+K_{sy}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} \quad (1)$$

as quais são definidas em termos de e_0 , ψ_0 fig. 2. As matrizes teóricas de rigidez e amortecimento são obtidas de /9/.

Estas equações dinâmicas podem ser escritas no domínio da fre-

quência.

$$\begin{bmatrix} (K_{xx}^* - W^2 M) + iWC_{xx} & K_{xy} + iWC_{xy} \\ K_{yx} + iWC_{yx} & (K_{yy}^* - W^2 M) + iWC_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X(W) \\ Y(W) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x(W) \\ F_y(W) \end{bmatrix} \quad (2)$$

onde $K_{xx}^* = K_{xx} + K_{sx}$ e $K_{yy}^* = K_{yy} + K_{sy}$

Separando-as em componentes reais e imaginárias, podemos montar o sistema de equações no domínio da frequência em notação matricial por,

$$[W] \cdot \{S\} = \{F\} \quad (3)$$

onde $[W]$ é uma matriz quadrada de ordem 4x4 contendo todos os parâmetros do sistema, $\{S\}$ vetor resposta em deslocamento obtido em termos de suas componentes reais e imaginárias, $\{F\}$ vetor força de excitação, simulado diretamente em frequência.

$$\{S\} = [X_r \ X_s \ Y_r \ Y_s]^t \text{ e } \{F\} = [F_x^r \ F_x^s \ F_y^r \ F_y^s]^t \quad (4)$$

onde o índice r e s denotam a parte real e imaginária respectivamente.

Formulando em termos de função de resposta em frequência, tem-se

$$\{V_c(W)\} = [H_c(W)] \cdot \{F_c(W)\} \quad (5)$$

A matriz de resposta em frequência $[H_c(W)]$ tem quatro elementos que são as funções de respostas complexas; $H_{xx} = H_{xx}^r + iH_{xx}^s$, $H_{xy} = H_{xy}^r + iH_{xy}^s$, $H_{yx} = H_{yx}^r + iH_{yx}^s$, $H_{yy} = H_{yy}^r + iH_{yy}^s$, onde $i = \sqrt{-1}$.

As quatro funções de resposta definidas em termos de suas componentes reais e imaginárias podem ser obtidas a partir das forças de excitação $\{F\}$ e das respostas medidas $\{S\}$.

Para verificar os métodos de identificação as respostas $\{V_c(W)\}$ podem ser simuladas no tempo usando-se métodos de resolução numéricos, tais como: Runge-Kutta de quarta ordem, Newmark, Wilson, Diferenças Centrais, Roberts, Diferenças Finitas, Predictor-Corrector, etc. ou calculadas diretamente em frequência de (3).

A equação matricial para o processo de identificação do parâmetro pode ser obtida da equação (5), que, depois de algumas manipulações, pode ser colocada na forma matricial.

$$[A] \cdot \{\Phi\} = \{b\} \quad (6)$$

onde agora $[A]$, é de ordem $4N \times 6$ contendo as funções de transferência medidas, $\{\Phi\}$ é uma matriz de ordem 6×2 contendo os parâmetros do sistema a serem identificados, $\{b\}$ é uma matriz de ordem $4N \times 2$ contendo as componentes das forças em termos de componentes reais e imaginárias. As matrizes $[A]$, $\{\Phi\}$, $\{b\}$ são dadas respectivamente por,

$$[A] = \begin{bmatrix} H_{bc}^T & H_{yx}^T & -W^2 H_{yx}^S - W^2 H_{yx}^S - W^2 H_{bc}^T - W^2 H_{yx}^T \\ H_{bc}^S & H_{yx}^S & W^2 H_{yx}^T & W^2 H_{yx}^T - W^2 H_{bc}^S - W^2 H_{yx}^S \\ H_{cy}^T & H_{yy}^T & -W^2 H_{cy}^S - W^2 H_{yy}^T + W^2 H_{cy}^T + W^2 H_{yy}^T \\ H_{cy}^S & H_{yy}^S & W^2 H_{cy}^T & W^2 H_{yy}^T + W^2 H_{cy}^S + W^2 H_{yy}^S \end{bmatrix}_{4n \times 6} ; [\phi] = \begin{bmatrix} [K]^t \\ [C]^t \\ [M]^t \end{bmatrix}_{6 \times 2}$$

$$[b] = \begin{bmatrix} (1-K_{sx})H_{bc}^T & -K_{sx}H_{yx}^T \\ -K_{sx}H_{bc}^S & -K_{sx}H_{yx}^S \\ -K_{sx}H_{cy}^T & (1-K_{sy})H_{yy}^T \\ -K_{sx}H_{cy}^S & -K_{sy}H_{yy}^S \end{bmatrix}_{4n \times 2}$$

ESTIMAÇÃO DE FORÇAS

A)-Método dos mínimos quadrados (MQ)

Quando numa estrutura as respostas medidas são calculadas com um número de pontos igual ao número de pontos da excitação, as forças poderão ser estimadas pelas simples inversão matricial /10/.

$$\{F(W)\} = [H(W)]^{-1} \{X(W)\} \quad (7)$$

Se por outro lado, as respostas medidas são obtidas para um número maior de pontos em frequência, as forças podem ser estimadas por mínimos quadrados na forma,

$$\{F(W)\} = \{[H(W)]^c \cdot [H(W)]\}^{-1} \cdot \{X(W)\} \quad (8)$$

onde c denota a transposta. A idéia colocada aqui, em relação à formulação dada na equação (8), é estimar forças a partir do conhecimento do modelo matemático e das respostas, porém com uma formulação matemática diferente que será formulada a seguir:

Primeiramente identifica-se os parâmetros do sistema aplicando forças de excitação conhecidas e obtendo-se as funções de resposta em frequência.

A solução por mínimos quadrados na equação (6), para os coeficientes desconhecidos de $[\phi]$, é então dado por /11/.

$$[A]^t [A] [\hat{\phi}]_{MQ} = [A]^t [b] \quad (9)$$

onde a matriz $[A]$ aqui, contém todas as funções de resposta em frequência. Em seguida, estima-se forças a partir da equação (2) rearranjada na forma:

$$[F]_{MQ} = [B] [\hat{\phi}]_{MQ} \quad (10)$$

onde a matriz $[B]$ na equação (10) é constituída a partir das respostas e $[\hat{\phi}]_{MQ}$, é a matriz do parâmetro estimado com (9).

A solução da equação (9) quando ruídos estão presentes nas entradas e ou saídas do sistema, mostra-se ser viesada ou não consistente /6/. Este problema é bem colocado em /12/. Portanto, as forças estimadas podem não corresponder às forças que realmente intera

gem sobre a estrutura.

B)-Método das variáveis instrumentais (VI)

O método das variáveis instrumentais foi inicialmente proposto por Fritzen /13/ para estimação de parâmetros de sistemas mecânicos no domínio da frequência. Aqui o mesmo método é proposto para estimar forças a partir do conhecimento do modelo matemático e das respostas.

A idéia consiste em se estimar os parâmetros do sistema usando o (10), equação (9) e em seguida usados como parâmetros iniciais de um modelo auxiliar num processo iterativo. Com este modelo auxiliar, são calculadas as funções de respostas em frequência auxiliares (variáveis instrumentais) e montada a matriz $[W_a]$, que é construída de forma análoga à matriz $[A]$. Assim, a equação (9) é modificada para,

$$[W_a]^t [A] [\hat{\phi}]_{IV} = [W_a]^t [b] \quad (11)$$

(t) aqui denota transposta. A partir daí, numa segunda etapa, as forças podem ser estimadas por,

$$[\hat{F}]_{IV} = [W_b] [\hat{\phi}]_{IV} \quad (12)$$

onde novamente a melhor solução é procurada num método iterativo onde as forças estimadas no passo anterior são utilizadas para calcular uma nova matriz $[W_b]$ usando os parâmetros $[\hat{\phi}]_{IV}$.

Portanto, as forças estimadas serão estabelecidas da equação (12) quando no processo iterativo os valores das forças estimadas, convergirem para valores estáveis.

RESULTADOS

Para ilustrar os métodos formulados aqui, são usados dois modelos matemáticos: um sistema de um grau de liberdade massa-mola-amortecedor viscoso e o sistema rotativo da fig. 1.

A força simulada foi gerada através do algoritmo de Schroeder, considerando o ajuste do ângulo de fase de um sinal periódico, para se obter um sinal com baixo fator de pico e baixa autocorrelação /8/.

A figura 3 mostra o resultado da função de resposta em frequência sobreposta ao ruído para o sistema de (1GL) usando os dois métodos. Observa-se o ajuste da função de resposta em frequência usando o método das variáveis instrumentais em relação à função de resposta em frequência simulada sem efeito do ruído para várias iterações. A figura 4 mostra a força estimada usando (11) e o ajuste usando o método das variáveis instrumentais (VI).

As funções de resposta em frequência foram poluídas com ruído aleatório gaussiano /14/. A quantificação do nível de ruído foi dada em termos da porcentagem do valor rms dos sinais.

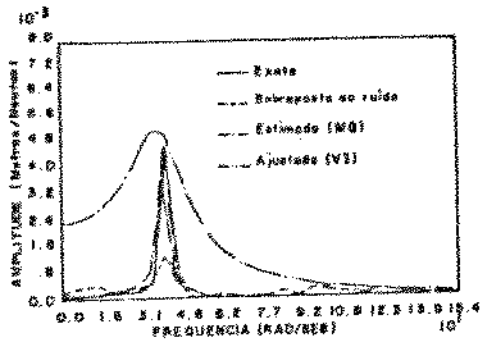


Figura 3. FRF do Sist. (1GL) Simulado e poluída com 10% de ruído.

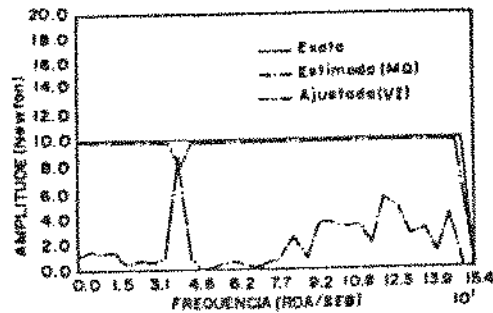


Figura 4. Força Estimada (1GL)

As figuras (5 e 6) mostram, de maneira similar, as forças estimadas para o sistema dinâmico rotativo nas duas direções mutuamente perpendiculares usando os dois métodos de identificação de forças para um ruído de 10%.

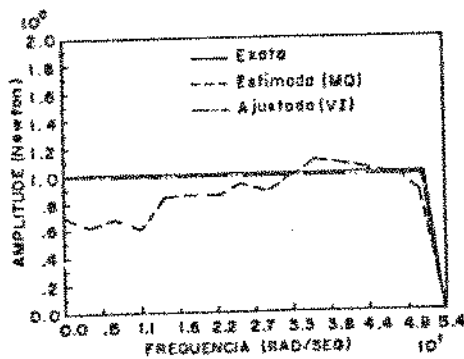


Figura 5. Força Estimada Direção-X

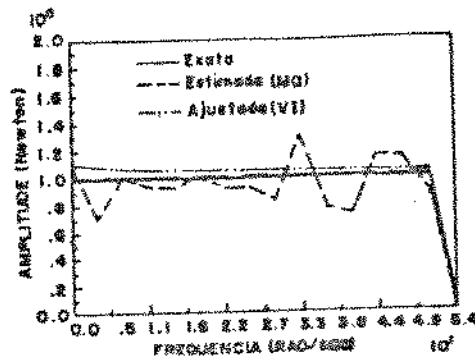


Figura 6. Força Estimada Direção-Y

CONCLUSÃO

Os métodos de identificação de forças exigem uma identificação prévia de um modelo matemático que relacione entradas com saídas nos pontos de medidas na estrutura. O método dos mínimos quadrados mostra-se não consistente apresentando grandes erros nos valores das forças estimadas na presença de ruídos nas respostas. O método (VI) é apresentado como forma de eliminar ou reduzir estes erros de estimação. O método de identificação de forças apresentado consiste de duas etapas. Na primeira etapa os parâmetros do modelo da estrutura são estimados para forças de excitação conhecidas usando-se o método das variáveis instrumentais. Na segunda etapa, estes parâme

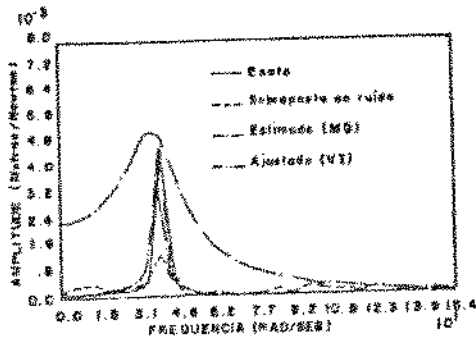


Figura 3. FRF do Sist. (IGL) Simulado e poluído com 10% de ruído.

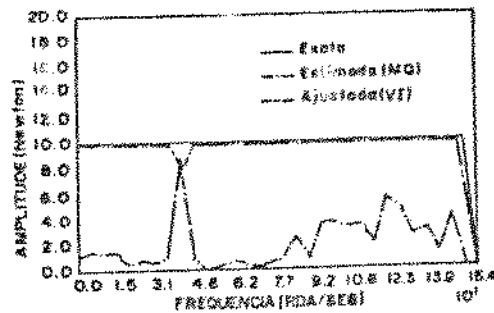


Figura 4. Força Estimada (IGL)

As figuras (5 e 6) mostram, de maneira similar, as forças estimadas para o sistema dinâmico rotativo nas duas direções mutuamente perpendiculares usando os dois métodos de identificação de forças para um ruído de 10%.

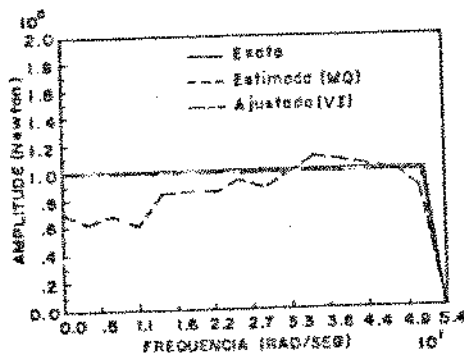


Figura 5. Força Estimada Direção-X

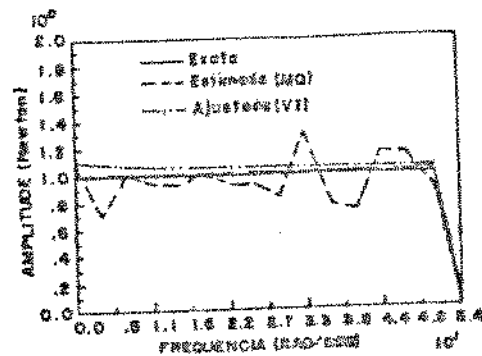


Figura 6. Força Estimada Direção-Y

CONCLUSÃO

Os métodos de identificação de forças exigem uma identificação prévia de um modelo matemático que relacione entradas com saídas nos pontos de medidas na estrutura. O método dos mínimos quadrados mostra-se não consistente apresentando grandes erros nos valores das forças estimadas na presença de ruídos nas respostas. O método (VI) é apresentado como forma de eliminar ou reduzir estes erros de estimação. O método de identificação de forças apresentado consiste de duas etapas. Na primeira etapa os parâmetros do modelo da estrutura são estimados para forças de excitação conhecidas usando-se o método das variáveis instrumentais. Na segunda etapa, estes parâme

tros e as respostas medidas são utilizadas para estimar forças num novo processo iterativo de estimação por variáveis instrumentais.

AGRADECIMENTOS

Os autores desejam agradecer ao CNPq pelo suporte parcial dado a este trabalho. Ao Prof. Janito V. Ferreira que contribuiu na parte computacional.

REFERÊNCIAS

- /1/ Boeker G.F. and Sternlich, B., "Investigation of Translatory Fluid Whirl in Vertical Machines", Trans. ASME, Vol. 78, 1956, pp. 13-19.
- /2/ Poritsky, H., "Contribution to the Theory of Oil Whip", Trans. ASME, Vol. 75, 1953, 1153-1161.
- /3/ Hagg, A.C. and Warn, P.C., "Oil Whip of flexible Rotors", Trans. ASME, Vol. 75, 1953, pp. 1339-1341.
- /4/ Burrows, C.R. and Stanay, R.A., "Coherent Strategy for Estimating Linearized Oil-film Coefficients". Proc. R. Soc. 1980, A370, 890-105.
- /5/ Burrows, C.R. and Sahinkay, M.N., "Frequency domain Estimation of linearized Oil-film Coefficients". Trans. ASME, Lubric. 210 -215, 1982, 104.
- /6/ Oliveira, N.V. de e Arruda, J.R.de F., "Identificação dos Coeficientes de Rigidez e Amortecimento de Mancal Hidrodinâmico". VI Seminário Adunesp - Guaratinguetã.
- /7/ Frequency Domain in Methods for Structural Parameters, par José Roberto de F. Arruda et Natanael V. Oliveira. JOURNAL DU GAMI, No. 146, Mai-Jun-1986 - Mécanique Matériaux Electricite.
- /8/ Schoröder, M.R., "Synthesis of Low-Peak Factor Signals and Binary Sequences Low Auto Correlation". IEEE Trans. on Information Theory, Jna. 1970, pp. 85-89.
- /9/ Holmes, R., "The Vibration of a rigid shaft M. Sleeve bearing", J. Mech. Eng. Sci., 2, 1960, pp. 337-341.
- /10/ Simonian, S.S., "Inverse Problem in Structural Dynamics. Part I: Theory; Part II: Application, Vol. 17, 357-386 (1981).
- /11/ Eykoff, P., "System Identification Parameter and State Estimation". John Wiley and Sons. 10 th ASME CONFERENCE on Mechanical Vibration and Noise, Cincinnati, USA, Sept. 1985.
- /12/ J.V. Beck and K.J. Arnold., "Parameter Estimation in Engineering and Science"., Part I and II, March 1977 Revision.
- /13/ Fritzen, C.P. "Identification of Mass, Damping and Stiffness Matrices of Mechanical System". 10th ASME Conference Mechanical Vibration and Noise". Cincinnati, USA, Sept. 1985.
- /14/ Box, G.E.P. and Muller, M.E., A note on the generation of random normal deviates, Ann. Mat.Statist., vol.29, 610-611, 1958.