



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Faculdade de Engenharia Mecânica

BRENNO VICTOR LIMA CAMPOS

Controle de Ruído em Dutos Usando Metamateriais do Tipo Ressonadores de Helmholtz

CAMPINAS

2018

BRENNO VICTOR LIMA CAMPOS

Controle de Ruído em Dutos Usando Metamateriais do Tipo Ressonadores de Helmholtz

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO BRENNO VICTOR LIMA CAMPOS, E ORIENTADA PELO PROF. DR. JOSÉ MARIA CAMPOS DOS SANTOS.

CAMPINAS

2018

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): CAPES, 33.00.30.17

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

C157c Campos, Brenno Victor Lima, 1990-
Controle de ruído em dutos usando metamateriais do tipo ressonadores de Helmholtz / Brenno Victor Lima Campos. – Campinas, SP : [s.n.], 2018.

Orientador: José Maria Campos dos Santos.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Ressonadores. 2. Dutos. 3. Controle de ruído. I. Santos, José Maria Campos dos, 1953-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Noise control in ducts using Helmholtz resonators metamaterials

Palavras-chave em inglês:

Resonator

Duct

Noise control

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

José Maria Campos dos Santos [Orientador]

Helio Fiori de Castro

Paulo José Paupitz Gonçalves

Data de defesa: 27-03-2018

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Controle de Ruído em Dutos Usando Metamateriais do Tipo Ressonadores de Helmholtz

Autor: Brenno Victor Lima Campos

Orientador: Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos

Faculdade de Engenharia Mecânica / UNICAMP

Prof. Dr. Helio Fiori de Castro

Faculdade de Engenharia Mecânica / UNICAMP

Prof. Dr. Paulo José Paupitz Gonçalves

Faculdade de Engenharia de Bauru / UNESP

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

Campinas, 27 de março de 2018.

*Dedico este trabalho à minha família pela ajuda e compreensão, especialmente ao meu pai
Jorge Campos, minha mãe Kátia Campos, aos meus irmãos Brendel e Déborah.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus, ao professor José Maria pela sua orientação e por sua boa vontade em ajudar-me, à CAPES pelo apoio financeiro ao projeto, aos companheiros do laboratório de vibro-acústica (DMC/FEM) e a todos os amigos e familiares que me ajudaram nessa caminhada.

*“O temor do Senhor é o princípio do conhecimento, mas os insensatos desprezam a sabedoria
e a disciplina.”
(Provérbios 1:7)*

RESUMO

Os ressonadores de Helmholtz foram utilizados amplamente na engenharia acústica como dispositivos passivos para reduzir o ruído em bandas de frequência estreitas. Nas últimas décadas, algumas abordagens foram propostas para melhorar o desempenho do ressonador de Helmholtz. Muitos deles se concentram em ajustar a frequência de ressonância para ampliar a largura de banda de ressonância e melhorar a perda de transmissão sonora. Para ampliar a largura de banda de frequência, as configurações do ressonador Helmholtz dispostos periodicamente são propostas. Uma abordagem interessante e promissora para obter uma ampla faixa de atenuação em um duto consiste em distribuir ressonadores locais de Helmholtz periodicamente ao longo do duto. Isso gera algumas bandas de frequência, conhecidas como "bandas de parada" ou "bandgaps", onde as ondas harmônicas não se propagassem. Os Bandgaps comumente estudados na área de cristais fonônicos e metamateriais são gerados com base na frequência espacial das áreas de impedância incompatíveis que produzem efeito de dispersão de Bragg e efeito de ressonância local dos ressonadores de Helmholtz. Este trabalho investiga as lacunas de banda criadas no sistema de duto-ressonador utilizando o método da matriz de transferência acústica (TMM) e os modelos de elementos finitos de onda (WFE). As variações periódicas da geometria são investigadas. O teorema de Floquet-Bloch é usado em uma matriz de transferência da célula periódica rearranjada de uma matriz de rigidez dinâmica acústica para obter os diagramas de dispersão que revelam os intervalos da banda causados pela dispersão de Bragg. As previsões numéricas da resposta forçada obtida pelo modelo de elementos finitos (FE) de um sistema duto-ressonador com três células são comparados com o modelo de elementos finitos de onda (WFE).

Palavras-chave: Bandgaps; ressonador de Helmholtz; duto, controle de ruído.

ABSTRACT

Helmholtz resonators have been used extensively in acoustic engineering as passive devices to reduce noise in narrow frequency bands. In the last decades, some approaches have been proposed to improve the performance of Helmholtz resonator. Many of them concentrate on tuning the resonance frequency to enlarge the resonance bandwidth and improve the transmission loss. To broaden the frequency bandwidth, configurations of Helmholtz resonator in array are proposed. An interesting and promising approach to obtain a broader attenuation range in a duct consists in to distribute local resonators branch-side type with Helmholtz resonators periodically along the duct. This generates some frequency bands, known as “stop bands” or “band gaps”, where harmonic waves do not propagate. Bandgaps commonly studied in the area of phononic crystals and metamaterials are generated based on the spatial frequency of mismatched impedance areas which produce Bragg scattering effect and local resonance effect from the Helmholtz resonators. This work investigates the band gaps created in duct-resonator system using acoustic transfer matrix method (TMM) and finite element models (FEM) models. Periodic geometry variations are investigated. The Floquet-Bloch theorem is used on a transfer matrix of the periodic cell rearranged from an acoustic dynamic stiffness matrix to obtain the dispersion diagrams that reveal the band gaps caused by Bragg scattering and local resonance. Numerical predictions of the forced response obtained with the full FEM model of a duct-resonators system with three cells are compared with a (WFE).

Keywords: Bandgaps; helmholtz resonator; duct, noise control.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Duto acústico periódico com ressonadores de Helmholtz locais.	20
Figura 2 – Esboço de uma célula unitária de um sistema duto-HR.	21
Figura 3 – Modelo 1 projetado no ANSYS para geometria de uma célula unitária. . . .	28
Figura 4 – Modelo 1 com malha gerada no ANSYS®.	29
Figura 5 – Diagrama de dispersão do Modelo 1 calculado pela TMM e WFE com geometria: 2D, F3D e 3D.	29
Figura 6 – Modelo 2 com malha gerada no ANSYS®.	30
Figura 7 – Diagrama de dispersão do Modelo 2 calculado pela TMM e WFE com geometria: 2D, F3D e 3D.	31
Figura 8 – Modelo 3 com malha gerada no ANSYS®.	32
Figura 9 – Diagrama de dispersão do Modelo 3 calculado pela TMM e WFE com geometria: 2D, F3D e 3D.	33
Figura 10 – Transmission loss dos modelos acústicos analisados.	34
Figura 11 – Modelo 4 projetado no ANSYS.	35
Figura 12 – Modelo 4 com malha gerada no ANSYS®.	36
Figura 13 – Comparação das FRF's obtidas por elementos finitos e WFE.	36
Figura 14 – Modelo 4 com malha gerada no ANSYS® com geometria 3D fracionada. . .	37
Figura 15 – Comparação das FRF's obtidas por elementos finitos e WFE para a geometria 3D fracionada.	38
Figura 16 – Comparação das FRF's obtidas para o modelo 4.	39
Figura 17 – Modelo 5 com malha gerada no ANSYS® com geometria 3D fracionada. . .	40
Figura 18 – Comparação das FRF's para o modelo 5 usando WFE e elementos finitos. .	40
Figura 19 – Modelo 5 com malha gerada no ANSYS® com geometria 3D fracionada. . .	41
Figura 20 – Comparação das FRF's obtidas por elementos finitos e WFE para a geometria 3D fracionada.	42
Figura 21 – Comparação das FRF's obtidas para o modelo 5.	43
Figura 22 – Modelo 6 com malha gerada no ANSYS®.	44
Figura 23 – Comparação das FRF's para o modelo 6.	44
Figura 24 – Modelo 6 com malha gerada no ANSYS® com geometria 3D fracionada. . .	45
Figura 25 – Comparação das FRF's para o modelo 6 (3D fracionado).	46
Figura 26 – Comparação das FRF's obtidas para o modelo 6.	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros geométricos e propriedade do ar para todos modelos de célula unitária	28
Tabela 2 – Número de nós e elementos no Modelo 1.	29
Tabela 3 – Número de nós e elementos no Modelo 2.	31
Tabela 4 – Número de nós e elementos no Modelo 3.	32
Tabela 5 – Parâmetros geométricos e propriedade do ar para todos modelos de célula unitária	35
Tabela 6 – Número de nós e elementos no Modelo 4.	36
Tabela 7 – Tempo de processamento para o Modelo 4 para o cálculo da FRF.	37
Tabela 8 – Número de nós e elementos no Modelo 4.	37
Tabela 9 – Diferença de processamento para o Modelo 4 para o cálculo da FRF.	38
Tabela 10 – Diferença de processamento para o Modelo 4 para o cálculo da FRF.	39
Tabela 11 – Número de nós e elementos no Modelo 5.	40
Tabela 12 – Diferença de processamento para o Modelo 5 para o cálculo da FRF.	41
Tabela 13 – Número de nós e elementos no Modelo 5 fracionado.	41
Tabela 14 – Diferença de processamento para o Modelo 5 para o cálculo da FRF.	42
Tabela 15 – Comparação do processamento para o Modelo 5 para o cálculo da FRF.	43
Tabela 16 – Número de nós e elementos no Modelo 6.	44
Tabela 17 – Diferença de processamento para o Modelo 6.	45
Tabela 18 – Número de nós e elementos no Modelo 6 fracionado.	45
Tabela 19 – Diferença de processamento para o Modelo 6 fracionado.	46
Tabela 20 – Comparação do processamento para o Modelo 6 para o cálculo da FRF.	47

LISTA DE ABREVIACES E ACRNIMOS

Matrizes e Vetores

$\mathbf{T}_{D1}$	- matriz de transferência do lado esquerdo do duto
$\mathbf{T}_{D2}$	- matriz de transferência do lado direito do duto
$\mathbf{T}_{HR}$	- matriz de transferência do ressonador de helmholtz
$\mathbf{T}_{D1}$	- matriz de transferência do sistema duto-HR
$\mathbf{q}_0$	- vetor de estado na posi $x = 0$
$\mathbf{q}_L$	- vetor de estado na posi $x = L$
$\mathbf{q}_l$	- vetor de estado do lado esquerdo
$\mathbf{q}_r$	- vetor de estado do lado direito
$\mathbf{M}_a$	- matriz de massa acústica
$\mathbf{K}_a$	- matriz de rigidez acústica
$\mathbf{f}$	- vetor de excita acústica
$\mathbf{p}$	- vetor nodal de press acústica
$\mathbf{D}$	- matriz de rigidez dinâmica
$\mathbf{T}_{WFE}$	- matriz de transferência da célula unitária do sistema duto-HR obtida pelo WFE
$\mathbf{w}$	- vetor de press acústica referente a uma célula unitária

Letras Latinas

L	- comprimento de uma célula unitária
N	- número de HR
p	- pressão acústica
c	- velocidade do som
t	- tempo
j	- unidade imaginária
k	- número de onda
N_c	- número de células unitárias
$\hat{k}$	- número de onda complexo
S_d	- área da seção do duto
l	- comprimento do duto
l_e	- comprimento efetivo do duto
a	- raio do duto
f_c	- frequência de corte para ondas planas
f_{HR}	- frequência de ressonância do ressonador de Helmholtz
V	- volume do ressonador
r	- raio do pescoço do ressonador
R	- raio da cavidade do ressonador
ln	- comprimento do pescoço do ressonador
dn	- diâmetro do pescoço do ressonador
dc	- diâmetro da cavidade do ressonador
lc	- comprimento da cavidade do ressonador
L_p	- comprimento da estrutura duto-HR periodizada

Letras Gregas

ω	- frequência angular
ρ	- densidade do ar
η	- fator de perda
δ_e	- fator de correção para a interface pescoço-cavidade
δ_i	- fator de correção para a interface pescoço-duto
e^μ	- número de onda de Bloch
∇	- operador diferencial

Acrônimos

- FE - Elementos Finitos
- WFE - Elementos finitos de onda
- TMM - Método da matriz de transferência
- HR - Ressonador de Helmholtz
- TL - Perda de transmissão (Transmission Loss)

Outras Notações

- 1D - uni-dimensional
- 2D - bi-dimensional
- 3D - tri-dimensional
- F3D - tri-dimensional fracionado

SUMÁRIO

Lista de Figuras	11
Lista de Tabelas	12
1 Introdução	16
1.1 Objetivos	17
1.1.1 Objetivos Específicos	17
2 Revisão Bibliográfica	18
3 Metodologia	20
3.1 Modelo do Metamaterial Acústico	20
3.1.1 Modelo da Matriz de Transferência	20
3.1.2 Modelo de Elementos Finitos de Onda	25
3.1.2.1 Resposta Forçada	26
3.1.3 Transmission Loss (TL)	27
4 Resultados	28
4.1 Variando a Geometria da Cavityde do Ressonador de Helmholtz	30
4.2 Transmission Loss dos Modelos Acústicos Analisados	34
4.3 Resultados das Respostas Forçadas	34
5 Conclusões	48
5.1 Trabalhos Futuros	49
Referências	50

1 INTRODUÇÃO

O uso de silenciadores acústicos é amplamente aplicado para controle de ruído em motores de combustão e sistemas de ventilação. Os ressonadores de Helmholtz (HR) foram amplamente utilizados em engenharia acústica como dispositivos passivos para reduzir o ruído em bandas de frequência estreitas. Nas últimas décadas, algumas abordagens foram propostas para melhorar o desempenho do ressonador de Helmholtz. Eles estão concentrados em ajustar a frequência de ressonância para ampliar a largura de banda de ressonância e melhorar a perda de transmissão sonora. As configurações de HR periódicos foram propostas para ampliar a largura de banda de frequência.

Uma abordagem para uma maior faixa de atenuação em um duto consiste em distribuir os HR periodicamente ao longo do duto. Isso gera algumas bandas de frequência, conhecidas como bandas proibidas ou bandgaps, onde as ondas harmônicas não se propagassem. Comumente estudados na área de cristais fonônicos e metamateriais, bandgaps são gerados com base na frequência espacial de áreas de impedância incompatíveis que produzem efeito de dispersão de Bragg e/ou efeito de ressonância local dos HR. Este trabalho investiga as bandgaps criados no sistema periódico duto-HR usando método de matriz de transferência acústica (TMM) e método de elemento finito de onda (WFE).

As variações periódicas da geometria da célula unitária são investigadas para uma melhor compreensão do aparecimento de bandgaps. O TMM é baseado na formulação acústica da onda plana para uma célula unitária de duto-HR para obter uma matriz de transferência (MUNJAL, 2014). No seguinte, o teorema de Floquet-Bloch é aplicado na matriz de transferência para obter um problema de autovalor, cujas soluções são os números de onda (diagramas de dispersão) e os modos de onda correspondentes (amplitudes de onda) causados pela dispersão de Bragg e ressonância local. Recentemente desenvolvido para avaliar o comportamento de estruturas periódicas a partir de uma célula unitária modelada pelo método de elementos finitos (FE), o WFE (MENCIK; ICHCHOU, 2005) é aplicado aqui para calcular bandgaps em um sistema acústico duto-RH. Neste método, a matriz de rigidez dinâmica de uma célula unitária do sistema acústico duto-HR é modelada por FE e transformada na forma da matriz de transferência.

O uso do teorema de Floquet-Bloch resulta em um problema de autovalor / vetor, cuja solução dá os números de onda e os modos de onda correspondentes. O WFE foi utilizado para a propagação de ondas livres e forçadas na análise de vibração (DUHAMEL *et al.*, 2006) com aplicações em modelos estruturais unidimensionais e bidimensionais (MACE; MANCONI, 2008). Aqui, a WFE será aplicado ao modelo de guia de ondas metamateriais acústicas com ressonadores locais de Helmholtz. São comparadas as previsões numéricas dos diagramas de dispersão de um sistema de duto-HR periódico calculado pelo modelo TMM e

WFE com modelos divididos em 2D, 3D e 3D fracionado. Um resultado importante deste trabalho é demonstrar a precisão, flexibilidade e eficiência do WFE para modelagem do sistema metamaterial acústico.

1.1 Objetivos

Esta dissertação tem como objetivo geral modelar sistemas metamateriais acústicos usando o método de elementos finitos de onda (WFE) para calcular bandgaps e respostas forçadas para um sistema acústico duto-HR.

1.1.1 Objetivos Específicos

- Comparar os resultados obtidos pelo métodos WFE e método da matriz de transferência para o cálculo do diagrama de dispersão e verificar os bandgaps.
- Comparar os resultados das resposta forçada obtida pelo modelo de elementos finitos de um sistema duto-ressonador pelo método de elementos finitos de onda.
- demonstrar a eficiência do WFE em modelagens de sistema acústicos periódicos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O ressonador de Helmholtz vem sendo utilizado frequentemente usados para redução de ruído em admissão de ar, sistemas de escape e na combustão interna de motores em uma estreita faixa de frequência. Segundo Munjal (2014) os ressonadores de Helmholtz (também chamado de HR) são aplicados à sistema de escapes de veículos. Já outros autores como Tang e Sirignano (1973) qualificam o uso de HR na redução de oscilações dentro de motores à jato. Além dessas aplicações, os HR são utilizados ao controle de vibrações acústicas, sistemas de descargas de compressores e na construção de sistemas de ventilação industrial com o intuito de atenuar a propagação sonora (HOWARD *et al.*, 2005), outros trabalhos demonstraram o uso de HR's juntamente com ressonadores de quarto de onda na concepção de um silenciador reativo para a estação de energia (HOWARD; CAZZOLATO, 2014). Recentemente o uso de ressonadores de Helmholtz foram usados para redução da transmissão sonora em veículos espaciais (LEAV *et al.*, 2015) (ESTEVE; JOHNSON, 2005). Como alternativa para melhorar o uso de ressonadores, vários pesquisadores assumiram uma abordagem em que se mude a geometria do ressonador com o objetivo de manter ou aumentar sua eficiência em determinada faixa de frequência. Um dos pesquisadores pioneiros a relatar os efeitos da geometria na frequência de ressonância foi Ingard (1953) que usou diferentes variações geométricas nos elementos pescoço/cavidade. Já o trabalho desenvolvido por Tang e Sirignano (1973) apresentam um análise sofisticada para ressonadores cilíndricos assumindo propagação de onda unidimensional, essa formulação desenvolvida pode ser aplicado à ressonadores de quarto de onda e ressonadores de Helmholtz.

Recentemente, Selamet e Lee (2003) desenvolveram um trabalho que investigam os efeitos da geometria na frequência de ressonância dos ressonadores de Helmholtz (HR), além de descrever a capacidade de atenuação dos HR's acoplados à dutos, pois, uma das aplicações dos ressonadores é reduzir a propagação de ruído em dutos, isso ocorre devido a uma mudança na impedância no local onde o HR foi acoplado. Essa mudança na impedância tem como efeito a reflexão das ondas acústicas de volta à origem da fonte sonora. A eficiência do desempenho dos ressonadores de Helmholtz pode se avaliado calculando alguns parâmetros acústicos, sendo alguns deles eles: Insertion Loss (IL), Transmission Loss (TL) e Noise Reduction (NR). Quanto maiores os valores desses parâmetros, maior é a eficiência dos HR's.

Em um trabalho desenvolvido por Selamet *et al.* (1997) foram considerados diferentes formas de HR's, mais precisamente a relação comprimento/diâmetro da cavidade do ressonador na frequência de ressonância e transmission loss (TL) em HR's cilíndricos acoplados a dutos, salientando que quaisquer variações geométricas do pescoço e cavidade dos ressonadores influenciam a frequência de ressonância dos HR's. O desempenho acústico de um HR pode ser estimado teoricamente pelo calculo da TL do ressonador. Isso ocorre porque a TL de um

elemento acústico é uma característica unicamente do elemento e não depende das impedâncias de origem e de terminação. A dedução da TL de um ressonador foi baseada em algumas suposições, como a propagação de onda plana em um sistema duto-HR e ressonadores com geometria pequena em relação ao comprimento de onda. Selamet *et al.* (1997) chegaram à uma expressão para calcular a TL de um ressonador cilíndrico acoplado a um duto com propagação de onda unidimensional. Mesmo sendo possível calcular a TL para modelos bidimensionais e tridimensionais estes modelos não incluem os efeitos de campo de som complexo na interface pescoço/cavidade, por conseguinte, tais modelos não podem ser utilizados em avaliações da acuracidade dos ressonadores de Helmholtz.

De acordo com Chen *et al.* (1998) que relata que a TL de um sistema duto-HR pode ser melhorada adicionando mais ressonadores no duto. Em um trabalho desenvolvido por Zhang *et al.* (2000) onde relata que para aumentar a eficiência de HR acoplados em dutos pode-se adicionar ressonadores de Helmholtz duplos periodicamente, obtendo a TL como parâmetro acústico para avaliar a eficácia do sistema duto-HR. Munjal (2014) aborda uma técnica para calcular a TL de um ressonador de Helmholtz usando o método da matriz de transferência. É notório que todos os métodos teóricos capazes de prever a performance acústica de HR's nos dá a conclusão que as frequências de ressonâncias de ressonadores e a TL máximas são os mesmos (SELAMET; JI, 2000). Deve-se salientar que é preciso acrescentar um amortecimento ao sistema utilizando um número de onda complexo no método da matriz de transferência para obter um parâmetro mais realista do sistema duto-HR.

3 METODOLOGIA

3.1 Modelo do Metamaterial Acústico

Considerando o duto acústico metamaterial com distribuição periódica e ressonadores locais Helmholtz acústicos, anexados periodicamente, conforme esboçado na fig. 1. O comprimento de cada célula unitária é L . Para a distribuição periódica espacial, os bandgaps são gerados pela dispersão de Bragg, que aparece em torno de frequências regidas por $L = n(\lambda/2)$ ($n = 1, 2, \dots$). Os ressonadores locais são representados por uma série de ressonadores de Helmholtz, HR_n com $n = 1, 2, \dots, N$ onde N é o número de HR. O bandgap de ressonância local aparece em torno da frequência natural de HR dada por. Considerando que a célula unitária

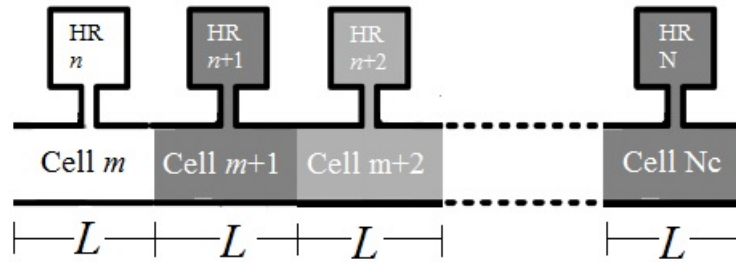


Figura 1 – Duto acústico periódico com ressonadores de Helmholtz locais.

metamaterial acústico consiste em um duto acústico conectado a um ressonador Helmholtz local e usando o teorema de Floquet-Bloch, ele pode ser modelado para apenas uma célula unitária para obter os números de onda (diagrama de dispersão) e os modos de onda correspondentes (amplitudes de onda).

3.1.1 Modelo da Matriz de Transferência

O TMM tem sido amplamente utilizado como uma ferramenta para calcular sistemas complexos devido à sua eficiência computacional e flexibilidade. Alguns pesquisadores (Munjal (2014), Singh *et al.* (2008)) usaram o TMM para analisar sistemas de duto acústico. Embora muitos trabalhos de pesquisa e livros de texto acústicos (Beranek e Ver (1992), Kinsler *et al.* (1999)) forneçam um breve resumo do TMM, eles não incluem alguns detalhes importantes de um sistema específico. A fim de modelar a célula unitária do duto acústico acoplado a um HR usando TMM, é aplicado um modelo similar (SINGH *et al.*, 2008). Consiste em dividir os sistemas duct-HR em três elementos: Elemento D1 - parte do duto antes da HR; Elemento D2 - parte do duto após o HR, e Elemento HR - o ressonador Helmholtz. A Figura 2 mostra um esboço do canal da unidade-célula-HR do comprimento L com o HR na localização x . A figura

também indica os três Elementos D1, D2 e HR, juntamente com as interfaces cavidade/pescoço e duto/pescoço.

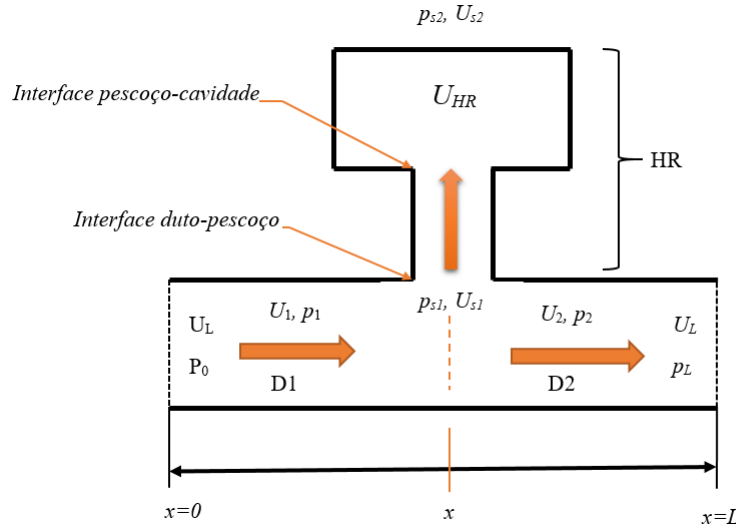


Figura 2 – Esboço de uma célula unitária de um sistema duto-HR.

A matriz de transferência de um duto pode ser obtida a partir de um modelo acústico 1D. A equação de onda não dissipativa pode ser escrita como Kinsler *et al.* (1999):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

onde, p é a pressão acústica, c é a velocidade do som, x é o espaço e t é o tempo. A solução da equação (3.1) pode ser escrita como Kinsler *et al.* (1999):

$$p(x) = Ae^{-jkx} + Be^{jkx} \quad (3.2)$$

onde, A e B são os coeficientes complexos a serem determinados por condições de contorno, j é a unidade imaginária, $k = \omega/c$ é o número de onda e ω é a frequência angular. Ao substituir a equação (3.2) na equação de Euler, $u(x) = -\frac{1}{\rho} \int \frac{\partial p}{\partial x}$, a velocidade da partícula pode ser obtida como:

$$u(x) = -\frac{1}{\rho c} (Ae^{-jkx} - Be^{jkx}) \quad (3.3)$$

onde ρ é a densidade do ar. Reescrevendo a velocidade da partícula como velocidade de volume obtemos:

$$U(x) = \frac{S_d}{\rho c} (Ae^{-jkx} - Be^{jkx}) \quad (3.4)$$

onde S_d é a área da seção do duto. A partir das equações (3.2) e (3.4) a matriz de transferência de um duto com a área da seção circular uniforme S_d e comprimento l , podemos escreve-la como Munjal (2014):

$$\begin{Bmatrix} U_n \\ p_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\hat{k}l) & j\frac{S_d}{\rho c}\sin(\hat{k}l) \\ j\frac{\rho c}{S_d}\sin(\hat{k}l) & \cos(\hat{k}l) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{n-1} \\ p_{n-1} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

onde $\hat{k} = k(1 + j\eta)$ é o número de onda complexa que foi formulado para incluir o amortecimento no sistema e η é o fator de perda. Os índices, n e $n - 1$, representam os extremos dos lados do duto, entrada e saída, respectivamente. E agora, considerando a entrada do duto (fonte) em $x = 0$ e saída (aberto) em $x = L$, e o comprimento efetivo do duto, então a equação (3.5) torna-se:

$$\begin{Bmatrix} U_0 \\ p_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\hat{k}l_e) & j\frac{S_d}{\rho c}\sin(\hat{k}l_e) \\ j\frac{\rho c}{S_d}\sin(\hat{k}l_e) & \cos(\hat{k}l_e) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_L \\ p_L \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

O comprimento efetivo é $l_e = L + 0.6a$, o que corresponde à soma do comprimento do duto físico, L , e ao fator de correção final, $0.6a$. Este fator de correção final é para um duto com uma extremidade aberta não ajustada, onde a é o raio do duto (KINSLER *et al.*, 1999).

Para o uso do método da matriz de transferência presume-se que apenas ondas planas se propaguem dentro do duto. A validade dessa suposição depende das dimensões do duto. A frequência abaixo da frequência de corte são onde as ondas planas se propagam em um duto de raio a . A frequência de corte é dada por:

$$f_c = \frac{1.8412c}{2\pi a} \quad (3.7)$$

onde c é a velocidade do som e a é o raio do duto.

Para o cálculo da frequência de ressonância do ressonador de Helmholtz que leva em consideração o volume do ressonador e o comprimento efetivo do pescoço é dado por (RAYLEIGH *et al.*, 1916)(LI *et al.*, 2016):

$$f_{HR} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi r^2}{l_e V}} \quad (3.8)$$

onde, c é a velocidade do som, l_e é o comprimento efetivo do pescoço, V é o volume do ressonador e r é o raio do pescoço.

Uma das complicações presente na análise teórica de um sistema duto-HR é a inserção do fator de correção nas extremidades do pescoço do ressonador de Helmholtz, nas interfaces pescoço-cavidade e pescoço-duto, ambas correções devem ser adicionados ao comprimento

físico do pescoço do ressonador para a obtenção do comprimento efetivo. A expressão do fator de correção para a interface pescoço-cavidade (SELAMET; JI, 2000):

$$\delta_e = 0.82r \left(1 - 1.33 \frac{r}{R} \right) \quad (3.9)$$

onde, r é o raio do pescoço e R é o raio da cavidade do ressonador, respectivamente.

Já para o fator de correção da interface pescoço-duto não se tem uma modelagem analítica devido a dificuldade de analisar o campo sonoro "não-plano" na região do duto próximo ao pescoço do ressonador. Porém, Ji (2005) a partir de uma Análise por Elementos de Contorno conseguir obter duas expressões para o fator de correção para a interface pescoço-duto com base na relação entre os diâmetros do pescoço e do duto no sistema acústico duto-HR. Essas expressões são:

$$\delta_i = r \left\{ 0.8216 - 0.0644 \left(\frac{r}{a} \right) - 0.694 \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right\}; \quad \frac{r}{a} \leq 0.4 \quad (3.10)$$

$$\delta_i = r \left\{ 0.9326 - 0.6196 \left(\frac{r}{a} \right) \right\}; \quad \frac{r}{a} > 0.4 \quad (3.11)$$

onde, onde, r é o raio do pescoço e a é o raio do duto acoplado ao ressonador.

Após as correções aplicadas ao sistema duto-HR, podemos retornar a equação (3.6) e descrevê-la de forma compacta como:

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{T}_d \mathbf{q}_L \quad (3.12)$$

onde $\mathbf{T}_d$ é a matriz de transferência do duto e $\mathbf{q}_0$ e $\mathbf{q}_L$ são os vetores de estado na posição $x = 0$ e L , respectivamente. Ao aplicar condições de continuidade e compatibilidade para a velocidade de volume e a pressão acústica no modelo duto-HR apresentado na fig.2, é obtida:

$$U_1(x) = U_{HR}(x) + U_2(x) \quad (3.13)$$

$$p_1(x) = p_{HR}(x) = p_2(x) \quad (3.14)$$

reescrevendo as equações (3.13) e (3.14) na forma matricial temos:

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ p_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{HR} + U_L \\ p_L \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ p_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & U_{HR}/U_L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_L \\ p_L \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Da equação (3.14), $p_L(x) = p_{HR}(x)$, então temos, $\frac{p_{HR}}{U_{HR}} = Z_{HR}$ que é a impedância acústica na extremidade superior do ressonador. Então, também da Eq. (3.14) e (3.16) pode ser reescrita como:

$$\begin{Bmatrix} U_0 \\ p_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1/Z_{HR} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_L \\ p_L \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

A equação (3.17) pode ser reescrita na forma compacta como:

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{T}_{HR}\mathbf{q}_L \quad (3.18)$$

onde $\mathbf{T}_{HR}$ é a matriz de transferência do ressonador de Helmholtz e $\mathbf{q}_0$ e $\mathbf{q}_L$ são os vetores de estado na posição $x = 0$ e L , respectivamente. Agora, os três elementos D1, D2 e HR podem ser reunidos para obter a matriz de transferência da célula unitária do sistema duto-HR. A matriz de transferência resultante é o produto da matriz de transferência de cada elemento. Então, a partir da Eq. (3.12) aplicada aos elementos D1 e D2 e Eq. (3.16) aplicada ao elemento HR, a matriz de transferência resultante é dada como:

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{T}_{D1}\mathbf{T}_{HR}\mathbf{T}_{D2}\mathbf{q}_L \quad \text{ou} \quad \mathbf{q}_0 = \mathbf{T}_{DHR}\mathbf{q}_L \quad (3.19)$$

onde $\mathbf{T}_{DHR}$ é a matriz de transferência da célula unitária do sistema duto-HR. Antes de aplicar a condição de periodicidade a Eq. (3.19) podem ser reescritos de forma mais conveniente como:

$$\mathbf{q}_r = \mathbf{T}_{DHR}\mathbf{q}_L \quad (3.20)$$

onde $\mathbf{q}_r$ e $\mathbf{q}_L$ agora são o vetor de estado na posição direita e esquerda da célula unitária, respectivamente. Consideremos agora as células unitárias consecutivas, m e $m+1$, na estrutura mostrada na fig. 1. A condição de compatibilidade e continuidade da velocidade de volume e da pressão acústica produz $\mathbf{q}_r^{(m)} = \mathbf{q}_L^{(m+1)}$. Ao substituir na Eq. (3.20), produz:

$$\mathbf{q}_L^{(m+1)} = \mathbf{T}_{DHR}\mathbf{q}_L^{(m)} \quad (3.21)$$

O teorema de Floquet-Bloch para propagação de onda aplicado em um sistema periódico infinito de células unitárias infinita, gera:

$$\mathbf{q}_L^{(m+1)} = e^{\mu}\mathbf{q}_L^{(m)} \quad (3.22)$$

onde $\mu = -jkL$ é a constante de atenuação. E substituindo a Eq. (3.22) na Eq. (3.21) e rearranjando, chegamos à:

$$\mathbf{T}_{DHR}\mathbf{q}_L^{(m+1)} = e^{\mu}\mathbf{q}_L^{(m)} \quad (3.23)$$

no qual resolve-se o problema de autovalor/autovetor pelo teorema de onda de Floquet-Bloch, onde e^{μ} é o número de onda de Bloch e $\mathbf{q}_L$ são os vetores de onda correspondentes.

3.1.2 Modelo de Elementos Finitos de Onda

A Eq. (3.1) pode ser escrita de forma mais completa como:

$$\nabla^2 \mathbf{p} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial t^2} \quad (3.24)$$

onde ∇ é o operador diferencial e $\mathbf{p}$ é um vetor no espaço R^3 .

O campo de pressão acústica em um sistema duto-HR excitado por ondas de plano pode ser modelado como problema 2D e 3D. Para resolver a Eq. (3.24) em um volume especificado, as condições de contorno devem ser aplicado nos limites da sua superfície. Para uma superfície sólida, a condição de limite é dada por:

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}} = \rho \ddot{\mathbf{u}}_{\mathbf{n}} \quad (3.25)$$

onde $\mathbf{n}$ é a superfície externa da normal e $\ddot{\mathbf{u}}_{\mathbf{n}}$ é a aceleração no contorno na direção $\mathbf{n}$.

Este problema de valor de limite geralmente é resolvido por análise de elementos finitos, usando Método de Galerkin para obter uma solução aproximada descrita por Cook *et al.* (2002). Depois da discretização, o sistema de equações a serem resolvidas é:

$$\mathbf{M}_a \ddot{\mathbf{p}} - \mathbf{K}_a \mathbf{p} = \mathbf{f} \quad (3.26)$$

onde $\mathbf{M}_a$ é a matriz de massa acústica, $\mathbf{K}_a$ é a matriz de rigidez acústica, $\mathbf{f}$ é o vetor de excitação acústico e $\mathbf{p}$ é o vetor nodal da pressão acústica. As matrizes de massa e rigidez são obtidos a partir do software comercial para análise dos modelos acústicos 2D, 3D e 3D fracionado.

A matriz de rigidez dinâmica acústica pode ser escrita como:

$$\mathbf{D} = \mathbf{K}_a - \omega^2 \mathbf{M}_a \quad (3.27)$$

que pode ser dividido em termos de graus de liberdade internos, lado esquerdo e lado direito, como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{ii} & \mathbf{D}_{il} & \mathbf{D}_{ir} \\ \mathbf{D}_{li} & \mathbf{D}_{ll} & \mathbf{D}_{lr} \\ \mathbf{D}_{ri} & \mathbf{D}_{rl} & \mathbf{D}_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_i \\ \mathbf{p}_l \\ \mathbf{p}_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0}_i \\ \mathbf{f}_l \\ \mathbf{f}_r \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

A partir da Eq. (3.28) as pressões internas podem ser escritas como:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{D}_{ii}^{-1} (\mathbf{D}_{il} \mathbf{p}_l + \mathbf{D}_{ir} \mathbf{p}_r) \quad (3.29)$$

Substituindo a Eq. (3.29) na Eq. (3.28) a matriz de rigidez dinâmica acústica condensada é obtido como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{ll} & \mathbf{D}_{lr} \\ \mathbf{D}_{rl} & \mathbf{D}_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_l \\ \mathbf{p}_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_l \\ \mathbf{f}_r \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

onde, $\mathbf{D}_{ll} = \mathbf{D}_{ll} - \mathbf{D}_{li}^{-1} \mathbf{D}_{il}$, $\mathbf{D}_{rl} = \mathbf{D}_{rl} - \mathbf{D}_{ri} \mathbf{D}_{ii}^{-1} \mathbf{D}_{il}$, $\mathbf{D}_{rl} = \mathbf{D}_{lr} - \mathbf{D}_{li} \mathbf{D}_{ii}^{-1} \mathbf{D}_{ir}$ e $\mathbf{D}_{rr} = \mathbf{D}_{rr} - \mathbf{D}_{ri} \mathbf{D}_{ii}^{-1} \mathbf{D}_{ir}$.

Neste método, a matriz de rigidez dinâmica de uma célula unitária de toda a estrutura é modelado por elementos finitos é usado para aplicar a condição de periodicidade em uma perturbação harmônica propagando através do sistema duto-HR. Reorganizando a Eq. (3.30) como a matriz de transferência a formulação produz:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_r \\ -\mathbf{f}_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{D}_{lr}^{-1} \mathbf{D}_{ll} & -\mathbf{D}_{lr}^{-1} \\ \mathbf{D}_{rl} - \mathbf{D}_{rr} \mathbf{D}_{lr}^{-1} \mathbf{D}_{ll} & -\mathbf{D}_{rr} \mathbf{D}_{lr}^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_l \\ \mathbf{f}_l \end{Bmatrix} \quad \text{ou} \quad \mathbf{q}_r = \mathbf{T}_{WFE} \mathbf{q}_l \quad (3.31)$$

onde $\mathbf{T}_{WFE}$ é a matriz de transferência da célula unitária do sistema duto-HR obtida pelo WFE.

Considerando que as Eq. (3.31) e (3.20) são semelhantes, assim podemos aplicar o mesmo procedimento do teorema Floquet-Bloch feito na Eq. (3.20) e aplicá-lo para a Eq. (3.31) e assim resolver um autoproblema similar. Dado agora por:

$$\mathbf{T}_{WFE} \mathbf{q}_L = e^{\mu} \mathbf{q}_L \quad (3.32)$$

3.1.2.1 Resposta Forçada

Partindo da Eq. (3.31) observa-se que $\mathbf{T}$ depende de $\mathbf{D}_{lr}^{-1}$. No entanto, mesmo a matriz $\mathbf{D}_{lr}^{-1}$ seja inversível é provável que ocorra erros de precisão numérica. No intuito de evitar tais erros é mais aconselhável representá-lo como vetores de estado (ZHONG; WILLIAMS, 1995). Reorganizando os vetores de estado como uma função de pressão acústica sonora dos lados esquerdo e direito chegamos à seguinte expressão:

$$\mathbf{q}_l = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & \mathbf{0} \\ -\mathbf{D}_{ll} & -\mathbf{D}_{lr} \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}} \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_l \\ \mathbf{p}_r \end{Bmatrix}}_{\mathbf{w}} \quad \text{e} \quad \mathbf{q}_r = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_n \\ \mathbf{D}_{rl} & \mathbf{D}_{rr} \end{bmatrix}}_{\mathbf{N}} \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_l \\ \mathbf{p}_r \end{Bmatrix}}_{\mathbf{w}} \quad (3.33)$$

onde as matrizes $\mathbf{L}$ e $\mathbf{N}$ são inversíveis se $\mathbf{D}_{lr}$ é inversível e $\mathbf{T} = \mathbf{N} \mathbf{L}^{-1}$. então a Eq. (3.31) envolvendo a matriz simplética $\mathbf{T}$ pode ser substituída pela seguinte expressão:

$$e^{\mu} \mathbf{L} \mathbf{w} = \mathbf{N} \mathbf{w} \quad (3.34)$$

onde, e^{μ} é o autovalores e $\mathbf{w}$ é o vetor de pressão acústica sonora referente a uma célula unitária. Então pode-se dizer que e^{μ} e $\mathbf{L} \mathbf{w}$ são respectivamente os autovalores e autovetores da Eq. (3.34),

que podem ser organizados em dois grupos: $|e^{-\mu i}| \leq 1$, onde $i = 1, 2, 3, \dots, n$ que correspondem às ondas que viajam para a direita e $|e^{-\mu j}| \geq 1$, onde $j = 1, 2, \dots, n$ que correspondem as ondas que viajam para a esquerda. Então os vetores de estado $\mathbf{q}^{(m)}$ para uma estrutura finita pode ser descrita por Silva *et al.* (2014) como:

$$\mathbf{q}^{(m)} = \sum_i \Phi_i \mathbf{Q}_i^{(m+1)} = \sum_i \Phi_i e^{-jkL} \mathbf{Q}_i^{(m)} \quad \text{onde} \quad m = 1, 2, \dots, N_c, N_c + 1. \quad (3.35)$$

onde N_c é o numero de células, k é o numero de onda, $\Phi_i = \mathbf{L}\mathbf{w}_i$ é o autovetor. $\mathbf{Q}_i^{(m+1)}$ e $\mathbf{Q}_i^{(m)}$ são as amplitudes do vetor de onda de uma célula unitária $m+1$ e m .

3.1.3 Transmission Loss (TL)

TL pode ser descrita simplificadamente como a diferença entre o potência sonora incidente antes do silenciador e a potência sonora que continua a ser transmitida após o silenciador. Já para Munjal (2014) a TL não dependente da fonte e presume que o sistema acústico tenha uma terminação anecoica em sua extremidade de saída, e pode ser descrita simbolicamente como:

$$TL = L_{w(\text{incidente})} - L_{w(\text{transmitida})} \quad (3.36)$$

Para calcular a transmission loss a partir da matriz de transferência da célula unitária, que é o produto das matrizes D1, D2 E HR, descrito na equação (3.19) onde:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{D1} \times \mathbf{T}_{HR} \times \mathbf{T}_{D2} = \mathbf{T}_{DHR} \quad (3.37)$$

Então, o cálculo da transmission loss é dada por:

$$TL = 20 \log_{10} \left| \frac{A + \frac{S_d}{c} B + \frac{c}{S_d} C + D}{2} \right| \quad (3.38)$$

onde S_d é a área da seção do duto e c é a velocidade do som.

4 RESULTADOS

Neste capítulo, alguns exemplos simulados são avaliados para comparar os métodos TMM e WFE. Um primeiro modelo de uma célula unitária em elementos finitos do sistema acústico duto-HR, chamado Modelo 1, foi projetado no software ANSYS® com as três geometrias: 2D, 3D e 3D fracionado que a partir de agora será chamado de F3D. A Figura 3 mostra o aspecto dessas geometrias. Os valores dos parâmetros de cada geometria e as propriedades dos materiais apresentados na tabela 1 são os mesmos para todos os modelos de células unitárias duto-HR. Somente o comprimento da cavidade do parâmetro variará para diferentes modelos. Para o Modelo 1 é $l_c = 0,2m$. Todos os modelos são discretizados com o tipo de elemento FLUID29 (triangular) para geometria 2D e tipo de elemento FLUID30 (tetraédrico) para geometria 3D, ambos são usados para modelar o meio fluido e a interface em problemas de interação fluido/estrutura. Aplicações típicas incluem propagação de ondas sonoras e dinâmica de estrutura submersa. A geração livre de malha é aplicado para todos os modelos analisados aqui.

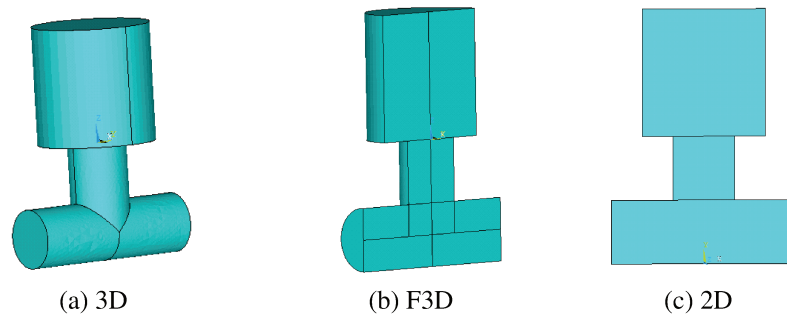


Figura 3 – Modelo 1 projetado no ANSYS para geometria de uma célula unitária.

Tabela 1 – Parâmetros geométricos e propriedade do ar para todos modelos de célula unitária

Geometria/Propriedades	Valor
Comprimento da célula unitária (L)	0.3 m
Comprimento do pescoço (l_n)	0.1 m
Diâmetro do duto (D)	0.1 m
Diâmetro do pescoço (d_n)	0.1 m
Diâmetro da cavidade (d_c)	0.2 m
Velocidade do som (c)	343.24 m/s
Densidade do ar (ρ)	1.2041 Kg/m^3

A Figura 4 mostra a malha gerada pelo software ANSYS® para o Modelo 1, com o restrição de 15 elementos por comprimento de onda para a geometria: 3D, F3D e 2D. A Tabela 2 mostra o número de nós e elementos gerados nos modelos.

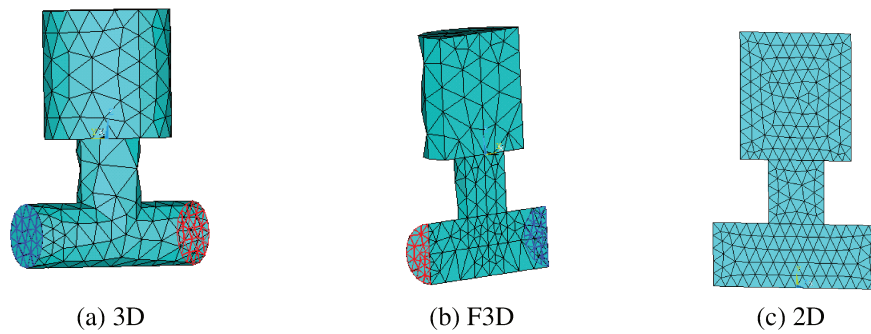


Figura 4 – Modelo 1 com malha gerada no ANSYS®.

Tabela 2 – Número de nós e elementos no Modelo 1.

Geometria	Elementos	Nós
3D	1530	438
F3D	819	305
2D	405	242

A Figura 5 mostra o diagrama de dispersão do Modelo 1, que apresenta a parte real (ondas propagativas) e o negativo da parte imaginária (ondas não propagativas ou ondas evanescentes) de kL versus frequência.

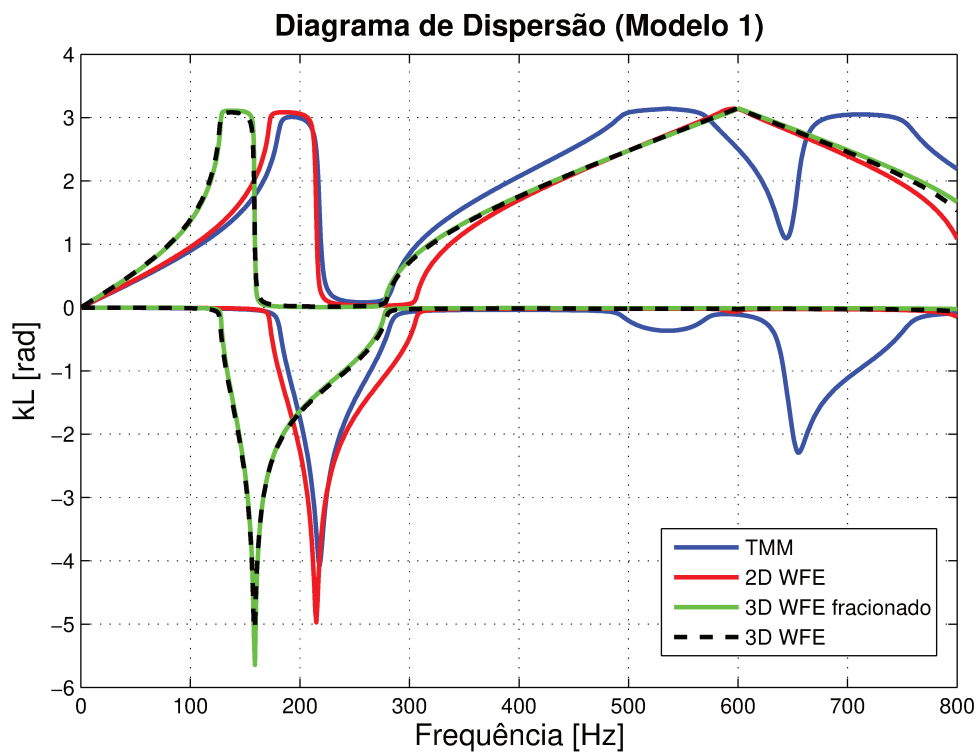


Figura 5 – Diagrama de dispersão do Modelo 1 calculado pela TMM e WFE com geometria: 2D, F3D e 3D.

Na banda de baixa frequência, ambos os métodos (TMM e WFE) concordam, no entanto, como o aumento da banda frequência para os métodos TMM e WFE com todas as geometrias (2D, 3D e F3D) diverge. Como esperado WFE-3D e WFE-F3D apresentam uma boa convergência para toda a banda de frequência e o diagrama de dispersão do método WFE-2D se aproxima dos modelos 3D e F3D à medida que a frequência aumenta. Como os bandgaps representam as ondas não propagativas, sendo assim localizadas na parte imaginária negativa de kL no gráfico. Pode-se ver dois intervalos de banda, o primeiro pode ser identificado como um bandgap de ressonância local que ocorre em torno da frequência natural do HR ($f_{HR} = 193,14\text{Hz}$). O segundo bandgap é devido à periodicidade, que está localizado em torno do limite de Bragg de $f_{BL} = 572,1\text{Hz}$. Pode-se ver que ambos os métodos podem identificar o bandgap, mas apresentam uma diferença na posição bandgap e largura obtida com TMM e WFE-2D em comparação com o WFE-3D e F3D, que são coincidentes. Além disso, o TMM identifica um terceiro bandgap em torno da frequência de 700 Hz, o que não é correto e parece ser o limite do método TMM, considerando que a hipótese de onda plana foi assumida nas formulações.

4.1 Variando a Geometria da Cavidade do Ressonador de Helmholtz

Outra maneira de explorar o comportamento do bandgap é variar o volume da cavidade do HR. Isso foi realizado variando o comprimento da cavidade (lc) para avaliar esta sensibilidade do parâmetro relacionado à largura e posição do bandgap. Para este propósito, o Modelo 1 teve seu comprimento de cavidade reduzido para a metade, ou seja, $lc = 0,1m$, e se torna o Modelo 2. A Figura 6 mostra a malha do Modelo 2 gerado por ANSYS® com geometria: 3D, F3D e 2D. A tabela 3 mostra o número de nós e os elementos usados para cada geometria (3D, F3De2D) do modelo 2. Descrevendo as dimensões para os modelos 3D, 3D fracionado e 2D para comparar os resultados obtidos pelo diagrama de dispersão que demonstram uma atenuação causada pelo ressonador e a dispersão de Bragg causada principalmente pela periodicidade da estrutura quando utilizado método WFE.

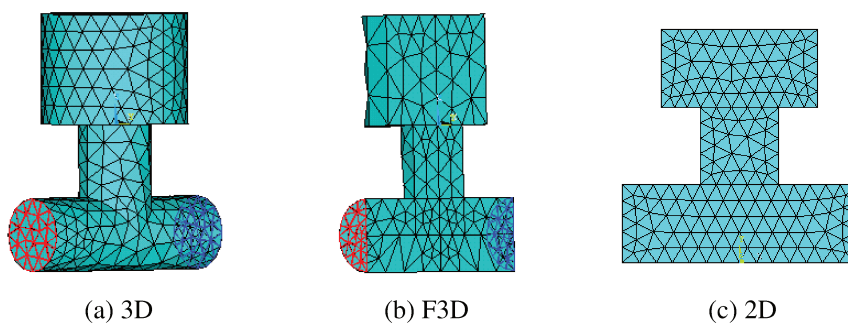


Figura 6 – Modelo 2 com malha gerada no ANSYS®.

Tabela 3 – Número de nós e elementos no Modelo 2.

Geometria	Elementos	Nós
3D	3250	795
F3D	789	295
2D	319	195

A Figura 7 mostra o diagrama de dispersão do Modelo 2. Na faixa de baixa frequência tanto métodos (TMM e WFE) concordam, no entanto, com o aumento da banda de frequência os métodos TMM e WFE-2D apresentam um comportamento semelhante com as curvas de dispersão próximas umas das outras. Como esperado WFE-3D e F3D apresentam uma boa convergência para toda a banda de frequência, mas não estão perto do TMM e WFE-2D. Duas lacunas de banda são identificadas, a primeira pode ser identificada como uma ressonância local do ressonador de Helmholtz $f_{HR} = 273,14Hz$. O segundo é um bandgap da periodicidade, que está localizado em torno do limite de Bragg de $f_{BL} = 572,1Hz$. Pode-se ver que ambos os métodos podem identificar o bandgap, mas apresenta diferenças na posição de bandgap e na largura obtida com TMM e WFE-2D em comparação com o WFE-3D e F3D, que são coincidentes. Agora, como o volume da cavidade foi reduzido o terceiro bandgap identificado pela TMM com o Modelo 1 desaparece. Este resultado confirma o limite TMM, relacionado à hipótese da onda plana, uma vez que, como o volume de HR da cavidade foi reduzido para a metade foi suficiente para o resultado concordar com o outras.

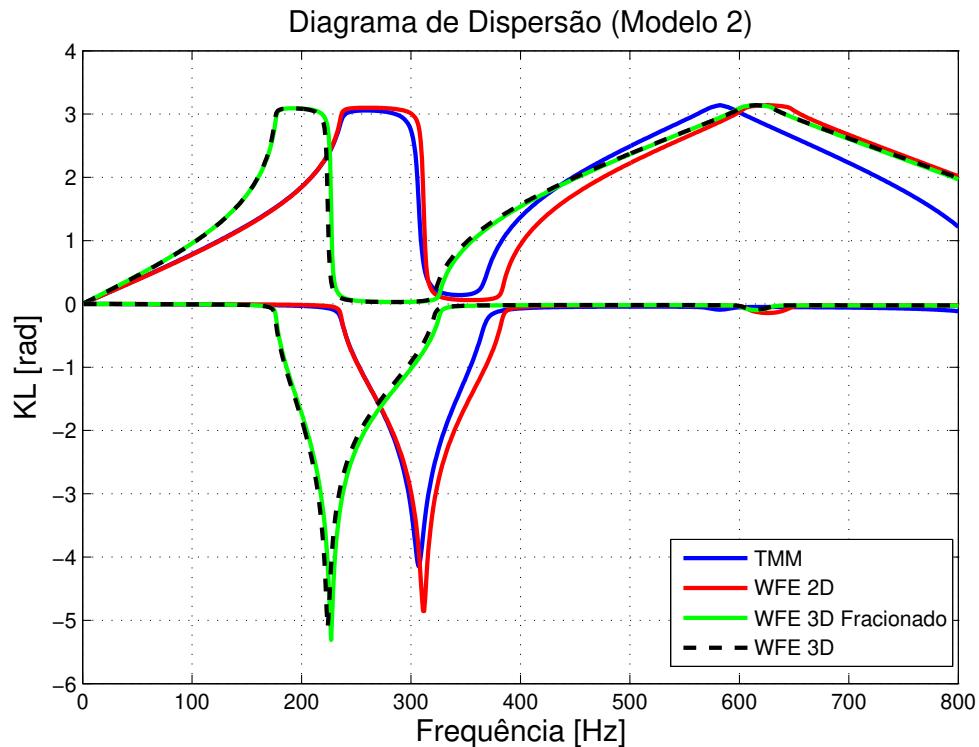


Figura 7 – Diagrama de dispersão do Modelo 2 calculado pela TMM e WFE com geometria: 2D, F3D e 3D.

Para a próxima avaliação, o Modelo 1 foi modificado para gerar o Modelo 3. O Modelo 3 consiste no Modelo 1 com o seu comprimento de cavidade aumentado em 25% ($l_c = 0.25m$). A tabela 4 mostra a número de nós e elementos para o modelo 3 com geometria 3D, F3D e 2D. A figura 8 mostra a malha modelo 3 gerada pela ANSYS® com geometria 3D, F3D e 2D.

Tabela 4 – Número de nós e elementos no Modelo 3.

Geometria	Elementos	Nós
3D	1162	5022
F3D	314	831
2D	298	507

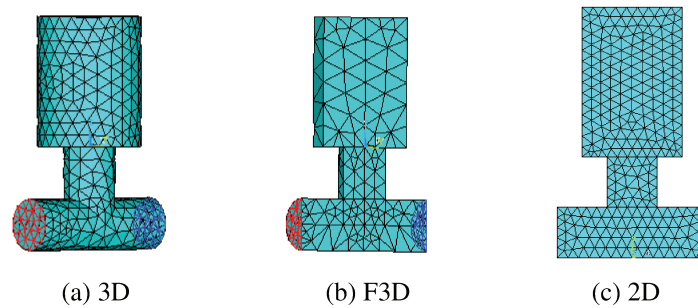


Figura 8 – Modelo 3 com malha gerada no ANSYS®.

A Figura 9 mostra o diagrama de dispersão do Modelo 3. Agora, com resultados de banda de baixa frequência o método TMM converge com o WFE-2D, no entanto, à medida que o aumento da banda de frequência as curvas divergem. Como esperado, WFE-3D e F3D apresentam um bom acordo para todas as bandas de frequência, mas não estão perto de TMM e WFE-2D. São identificadas duas lacunas de banda, a primeira pode ser identificada como um bandgap de ressonância local em torno da frequência natural do ressonador $f_{HR} = 172.75$ Hz. O segundo é o mesmo que antes, uma vez que a periodicidade não foi alterada ($f_{BL} = 572,1$ Hz). Semelhante aos resultados com Modelos 1 e 2, ambos os métodos podem identificar o bandgaps, mas apresenta diferenças na posição do bandgap e na largura obtida com o TMM e WFE-2D em comparação com o WFE-3D e F3D, que são coincidentes.

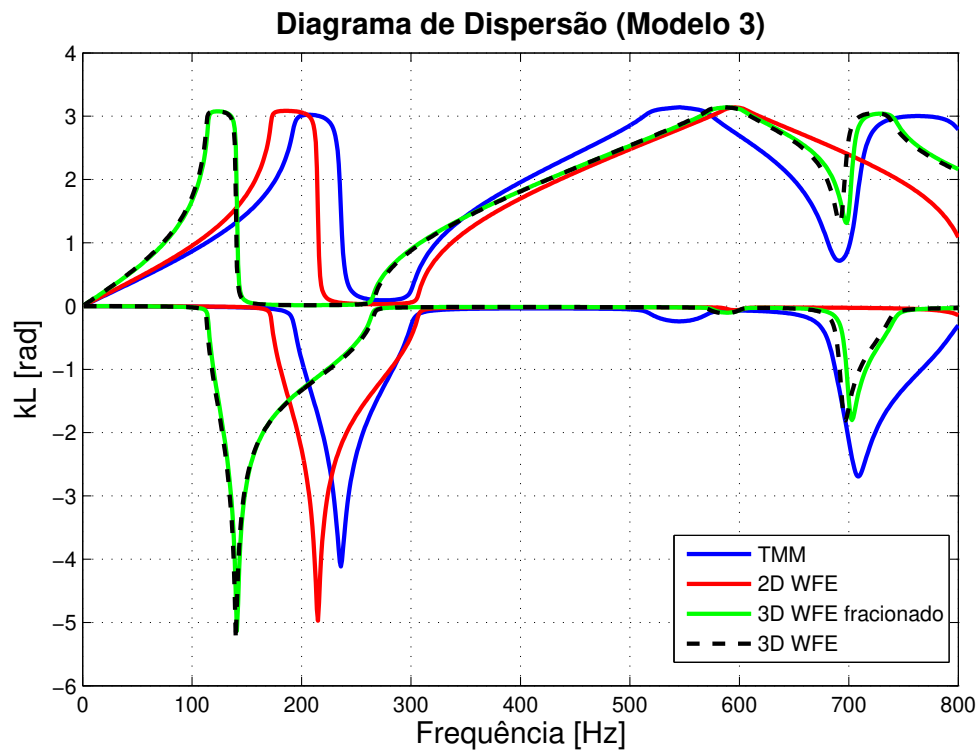


Figura 9 – Diagrama de dispersão do Modelo 3 calculado pela TMM e WFE com geometria: 2D, F3D e 3D.

Agora, como a cavidade o volume foi ampliado, o terceiro falso bandgap é identificado por TMM, WFE-3D e F3D, mas não estava com o WFE-2D. Este resultado confirma o limite da onda plana, já que, como o volume da cavidade do ressonador foi ampliada Os modelos TMM e WFE-3D falham e somente WFE-2D não foi afetado.

4.2 Transmission Loss dos Modelos Acústicos Analisados

Para avaliar a eficiência dos modelos analisados foi calculado como parâmetro acústico para efeito de comparação a transmission loss dos três modelos usados aqui.

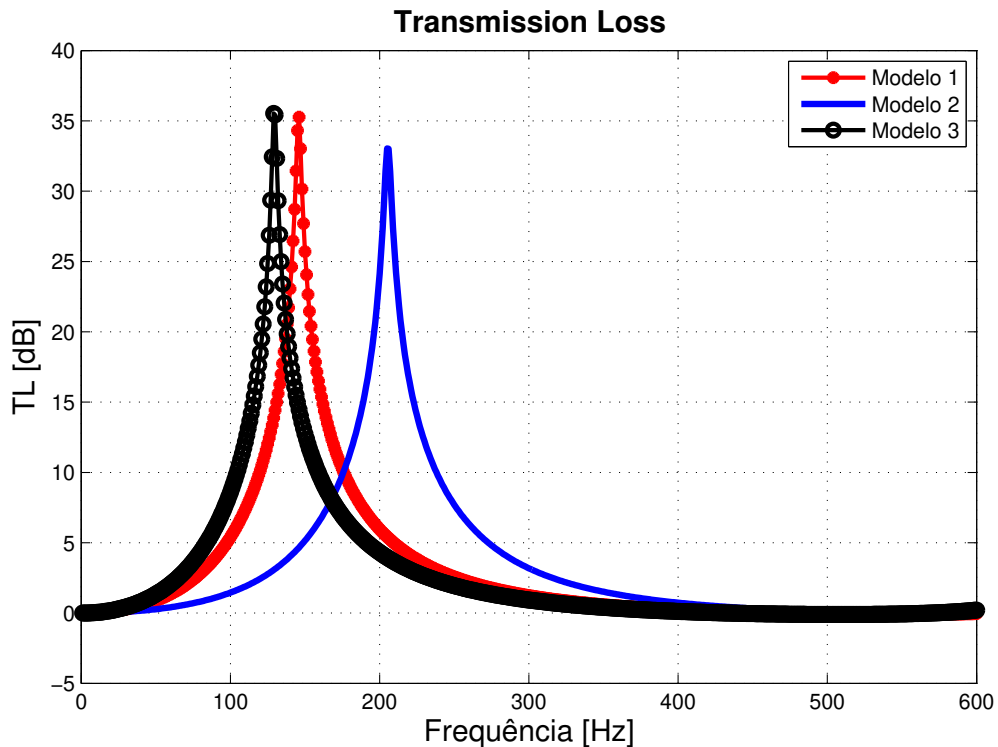


Figura 10 – Transmission loss dos modelos acústicos analisados.

Nota-se que em todos os exemplos analisados os valores máximos de atenuação estão na mesma faixa, principalmente os modelos 1 e 3, em torno de 35[dB], já o modelo 2 ficou com atenuação máxima de 33[dB].

As diferenças entre as atenuações máximas de cada modelo estão diretamente ligadas aos volumes dos ressonadores, vendo que a TL do modelo 2 tem menor atenuação e menor volume, vo entanto os demais, com volume maior, tem atenuação mais elevada.

4.3 Resultados das Respostas Forçadas

Em um sistema duto-HR utilizando três células periódicas foram obtidas usando ANSYS® para modelagem por Elementos finitos e comparados com os resultados obtidos pelo método WFE. Foi observado grande concordância entre os resultados dos métodos utilizados nesta seção. A modelagem por Elementos Finitos foram feitas utilizando o elemento FLUID30 com pressão como grau de liberdade interno e utilizando 15 elementos por comprimento de onda e a malha gerada livremente pelo software. Para calcular a solução foi utilizado o comando FLOW (ANSYS®) como excitação em uma das extremidades do sistema duto acoplado ao ressonador HR, aplicando uma aceleração de volume constante igual a 1, a outra extremidade

foi modelada como aberta e irradiada para o espaço livre aplicando uma impedância de radiação com o comando IMPEDANCE (ANSYS®) assim obtêm-se a solução harmônica do sistema por Elementos Finitos. Para calcular a solução pelo método WFE foi utilizado as matrizes de massa e rigidez para a montagem de uma matriz de rigidez dinâmica de apenas uma célula de elementos finitos descrito na seção 3.2.1., as análises harmônicas foram realizadas em uma faixa de frequência de 0 a 800 Hz com incrementos de 1 Hz. Após a solução do problema, os dados das respostas gerados foram exportados para o MatLab® para pós-processamento.

Este modelo consiste em um arranjo periódico de três células unitárias que, calculado a sua resposta forçada por software de elementos finitos é comparada com a resposta da mesma estrutura usando WFE utilizando somente as geometrias 3D e 3D fracionado, os resultados obtidos pelo modelo 2D não se mostraram satisfatórios para análises comparativas. Assim como os resultados adquiridos na seção anterior o único parâmetro que varia é o comprimento da cavidade (lc). A tabela 5 descreve os valores dos parâmetros e propriedades da estrutura do sistema duto-HR periódico para este modelo. Com o comprimento da cavidade sendo $lc = 0.2m$.

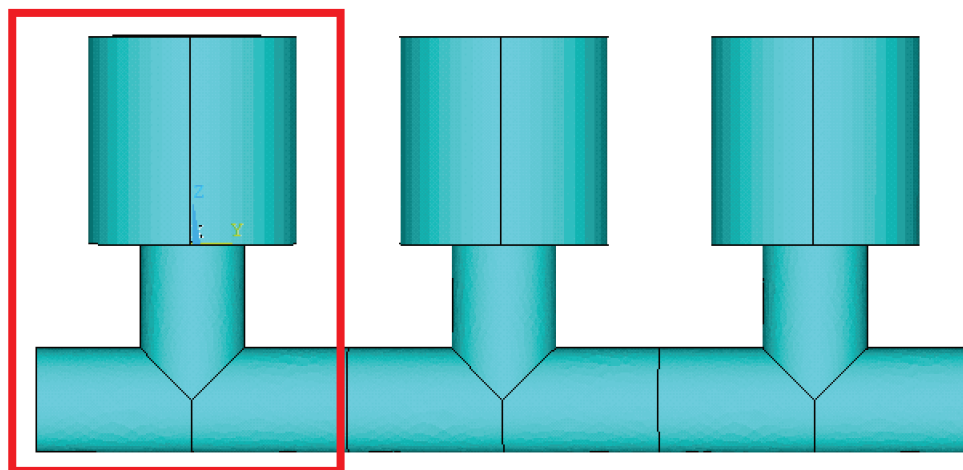


Figura 11 – Modelo 4 projetado no ANSYS.

Tabela 5 – Parâmetros geométricos e propriedade do ar para todos modelos de célula unitária

Geometria/Propriedades	Valor
Comprimento da célula unitária (L)	0.3 m
Comprimento da estrutura periodizada (Lp)	0.9 m
Comprimento do pescoço (ln)	0.1 m
Diâmetro do duto (D)	0.1 m
Diâmetro do pescoço (dn)	0.1 m
Diâmetro da cavidade (dc)	0.2 m
Velocidade do som (c)	343.24 m/s
Densidade do ar (ρ)	1.2041 Kg/m ³

A figura 12 mostra a malha gerada pelo ANSYS® para este modelo de geometria 3D. A tabela 6 mostra o numero de nós e elementos gerados.

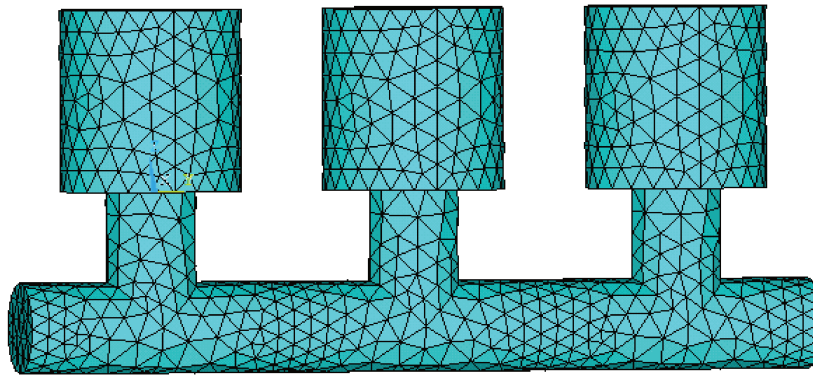


Figura 12 – Modelo 4 com malha gerada no ANSYS®.

Tabela 6 – Número de nós e elementos no Modelo 4.

Geometria	Elementos	Nós
3D	12752	2969

A figura 13 mostra a FRF do modelo 4. Os resultados convergem basicamente em toda faixa de frequência analisada, tanto para o método de elementos finitos quanto para o WFE, porem há uma pequena variação nas amplitudes nas frequências de ressonância, no entanto não chega a comprometer a comparação das FRF's. Pode-se observar os intervalos de presentes entre as faixas de frequência entre 121 a 279 Hz, o que condiz com o resultado encontrado na fig. (5), onde nessa mesma faixa de frequência situa-se o bandgap de ressonância local causado pelo HR.

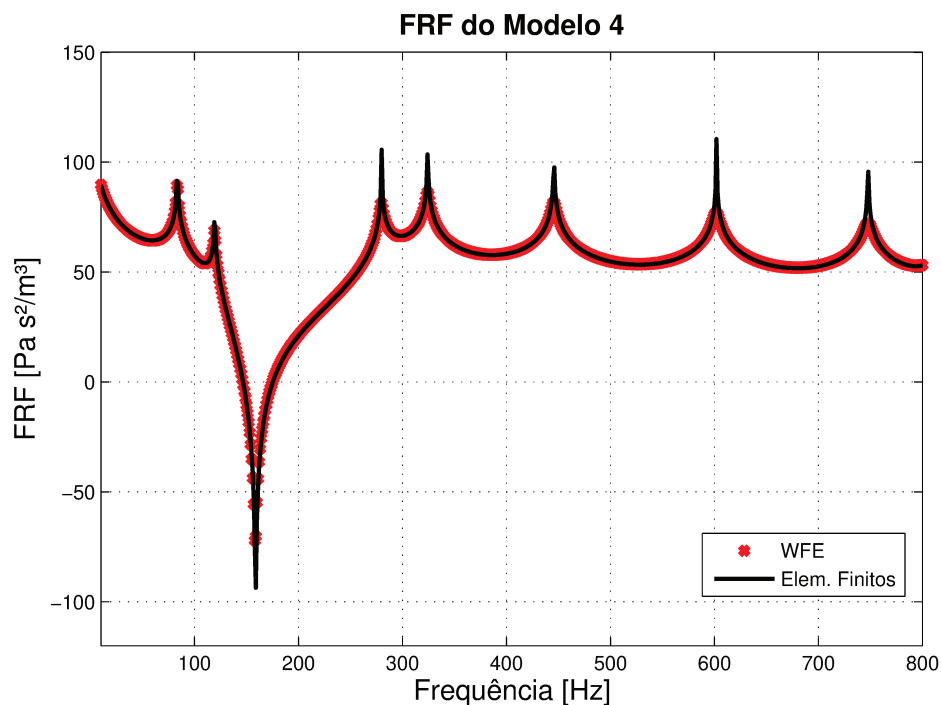


Figura 13 – Comparação das FRF's obtidas por elementos finitos e WFE.

Uma questão a ser enfatizada é o tempo gasto na solução do problema, onde o método WFE mostrou ser muito mais eficaz do que o método de solução por elementos finitos convencional gastando muito menos em processamento computacional sendo cerca de 62,18% mais rápido.

Tabela 7 – Tempo de processamento para o Modelo 4 para o cálculo da FRF.

Método	Tempo	Diferença %
Elementos finitos	19.54 min	-
WFE	7.39min	62,18%

Outra análise para este modelo foi utilizado a geometria 3D fracionada, onde os resultados obtidos mostraram-se muito satisfatórios quando comparados com os resultados alcançados com a geometria 3D. A figura 14 mostra a malha gerada pelo ANSYS® para o modelo com geometria 3D fracionada. A tabela 8 mostra a quantidade de nós e elementos gerados pelo software.

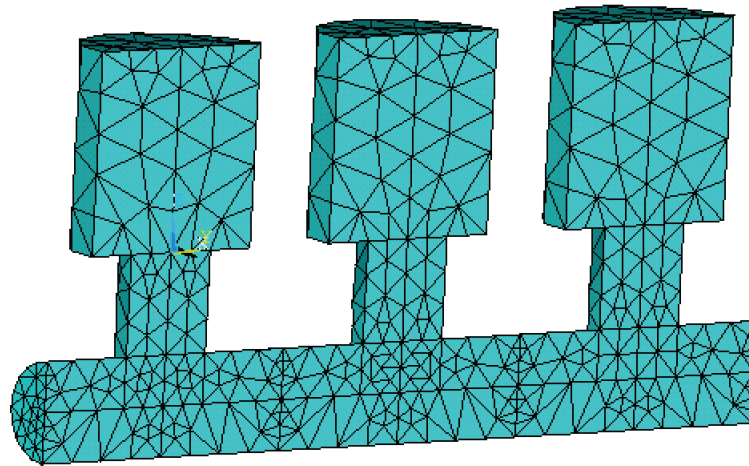


Figura 14 – Modelo 4 com malha gerada no ANSYS® com geometria 3D fracionada.

Tabela 8 – Número de nós e elementos no Modelo 4.

Geometria	Elementos	Nós
3D fracionada	2757	909

Observa-se apenas uma leve diferença nas amplitudes nos picos de ressonância entre os métodos utilizados. Nota-se um intervalo na banda entre 121 a 279 Hz assim como no modelo com geometria 3D, onde é identificado o bandgap referente a ressonância local do ressonador. A tabela 9 mostra a diferença de processamento para os métodos de elementos finitos e WFE.

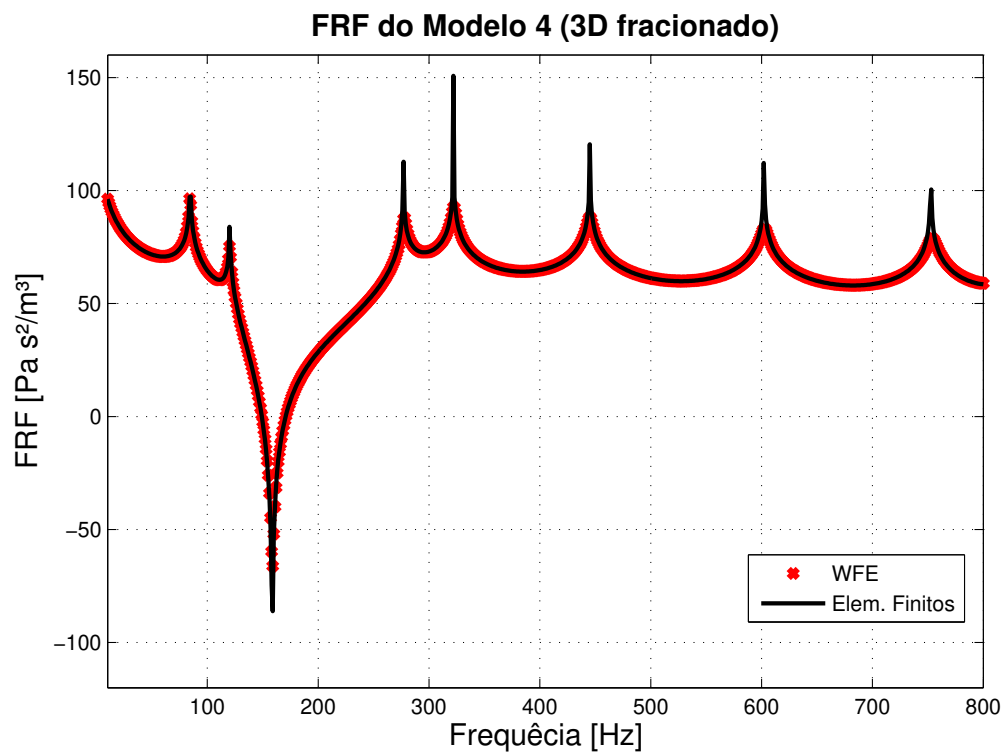


Figura 15 – Comparação das FRF's obtidas por elementos finitos e WFE para a geometria 3D fracionada.

Tabela 9 – Diferença de processamento para o Modelo 4 para o cálculo da FRF.

Método	Tempo	Diferença %
Elementos finitos	4.24 min	-
WFE	1.40 min	66,98%

Para efeito de comparação das respostas encontradas juntamente com os tempos gastos no cálculo das resposta forçada para este modelo a fig. 16 mostra todas respostas obtidas e a tab. 10 a comparação do tempo de processamento para o modelo 4.

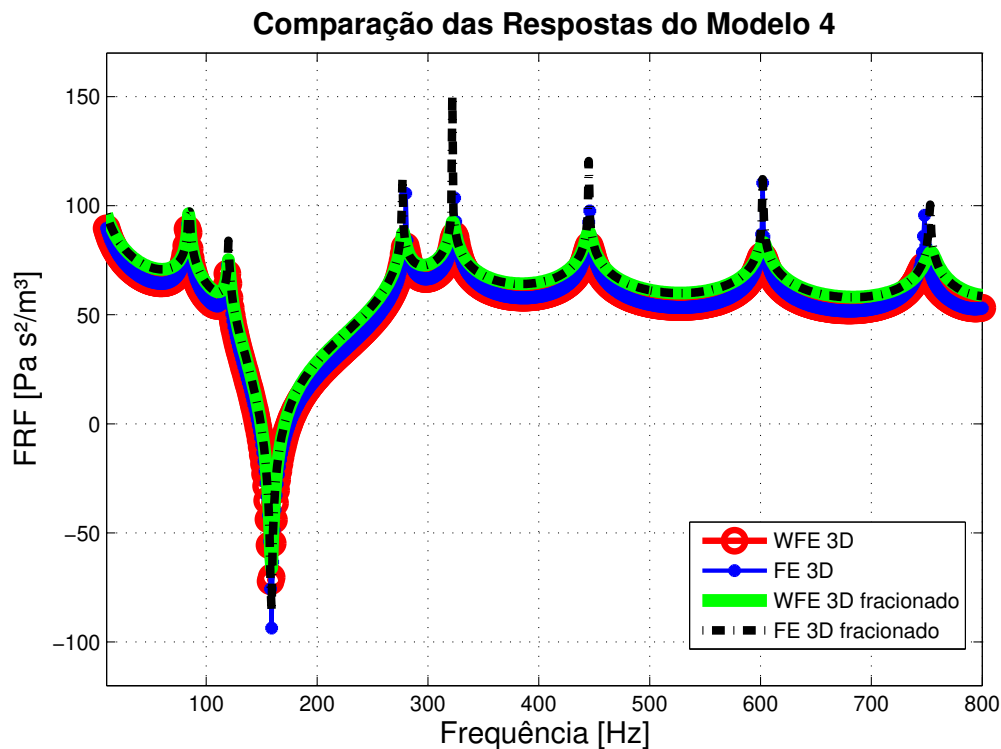


Figura 16 – Comparação das FRF's obtidas para o modelo 4.

Tabela 10 – Diferença de processamento para o Modelo 4 para o cálculo da FRF.

Geometria	Método	Tempo	Diferença %
3D	Elementos finitos	19.54 min	-
3D	WFE	7.39 min	62,18%
F3D	Elementos finitos	4.24 min	78,30%
F3D	WFE	1.40 min	92,83%

É notável que a comparação das respostas convergem para toda faixa de frequência analisada e torna-se muito mais vantajoso em relação ao processamento o uso do método WFE com geometria fracionada.

Para a próxima avaliação de um arranjo periódico de três células unitárias, onde o parâmetro que varia em relação ao modelo 4 é o comprimento da cavidade que agora passa a ser $l_c = 0.1m$ e se torna o modelo 5. A figura 17 mostra a malha gerada pelo ANSYS® para a geometria 3D e a tab. 11 indica a quantidade de nós e elementos presentes na estrutura.

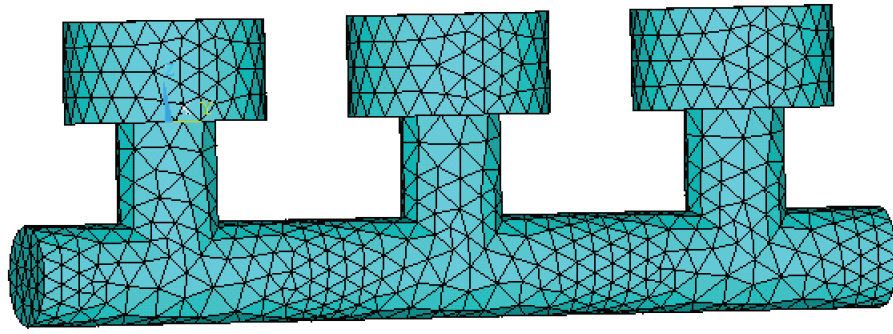


Figura 17 – Modelo 5 com malha gerada no ANSYS® com geometria 3D fracionada.

Tabela 11 – Número de nós e elementos no Modelo 5.

Geometria	Elementos	Nós
3D	9669	2315

A figura 18 mostra a comparação das FRF's obtidas para o modelo 5. Os resultados tem boa convergência para toda faixa de frequência analisada. Observa-se apenas uma pequena variação nas amplitudes das frequências ressonâncias, assim como nos modelos anteriores. Nota-se ainda um intervalo na banda de frequência entre 164 a 326 Hz, que é o mesma faixa de frequência onde ocorre o bandgap relacionado à frequência natural do ressonador encontrado na fig. 7 na seção anterior.

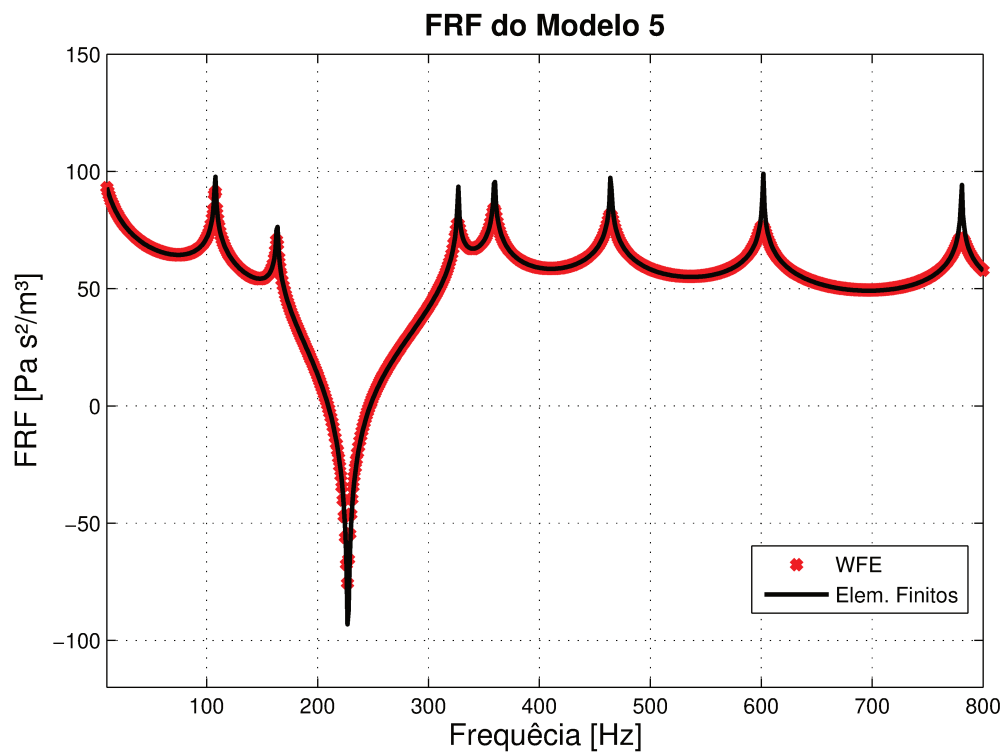


Figura 18 – Comparação das FRF's para o modelo 5 usando WFE e elementos finitos.

A tabela 12 mostra a comparação de processamento em relação aos métodos WFE e elementos finitos (FE) e evidencia-se que o método WFE é 63,20% mais rápido que por elementos finitos .

Tabela 12 – Diferença de processamento para o Modelo 5 para o cálculo da FRF.

Método	Tempo	Diferença %
Elementos finitos	14.27 <i>min</i>	-
WFE	5.25 <i>min</i>	63,20%

Outra maneira de obter a FRF's para o modelo 5 foi utilizar a geometria 3D fracionada. Os resultados obtidos se mostraram semelhantes aos resultados obtidos com a geometria 3D. A figura 19 exibe o modelo 3D fracionado. A tab. 13 mostra a quantidade de nós e elementos gerados pelo ANSYS®.

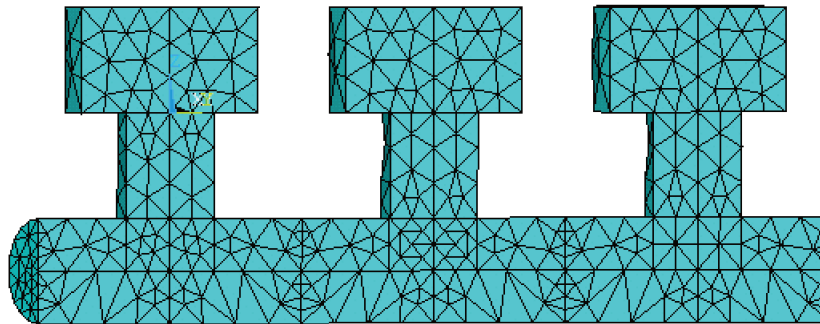


Figura 19 – Modelo 5 com malha gerada no ANSYS® com geometria 3D fracionada.

Tabela 13 – Número de nós e elementos no Modelo 5 fracionado.

Geometria	Elementos	Nós
3D fracionada	2664	872

Os resultados obtidos para este modelo não diferem demasiadamente da solução obtida para o modelo 5 (3D). Há apenas uma pequena variação nas amplitudes da FRF. É visto um intervalo de banda entre as frequências 164 a 326 Hz referente ao bandgap causado pelo ressonador.

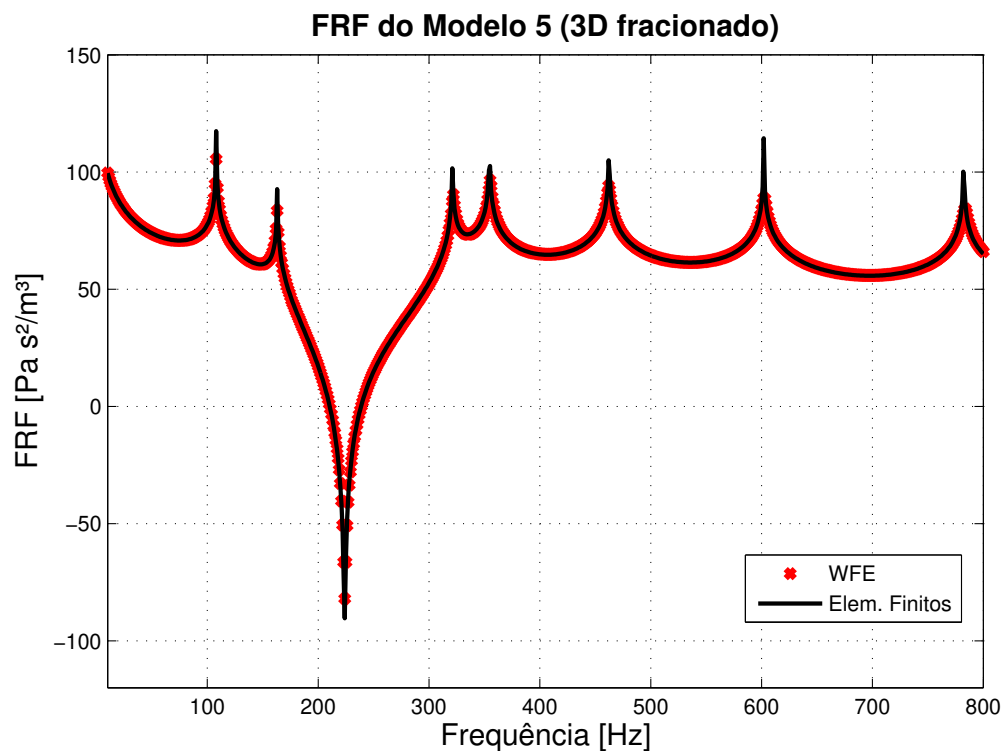


Figura 20 – Comparação das FRF's obtidas por elementos finitos e WFE para a geometria 3D fracionada.

O processamento das respostas para este caso mostraram que a resposta calculada pelo método WFE é 69,77% mais eficiente em relação a resposta obtida pelo método de elementos finitos.

Tabela 14 – Diferença de processamento para o Modelo 5 para o cálculo da FRF.

Método	Tempo	Diferença %
Elementos finitos	4.07 min	-
WFE	1.23 min	69,77%

Comparando as respostas obtidas para o modelo 5 nota-se que as FRF's convergem para a faixa de frequência analisada, é possível notar apenas pequenas alterações nos picos de ressonância. A figura 21 mostra essa comparação e a tab. 15 mostra a comparação no processamento para o cálculo da resposta forçada.

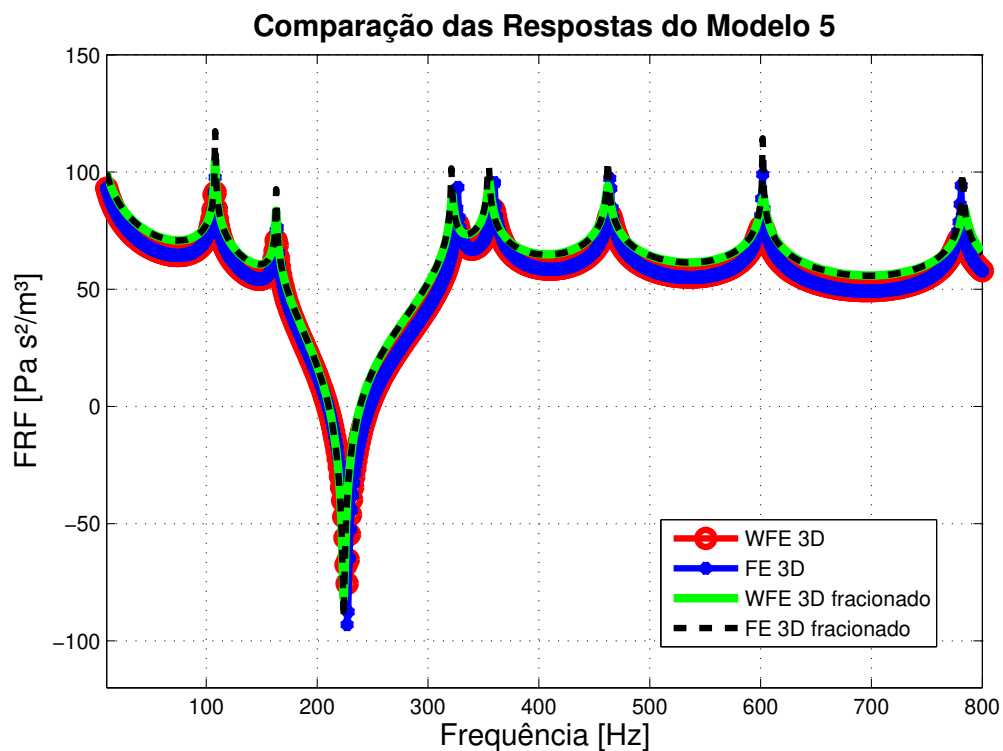


Figura 21 – Comparação das FRF's obtidas para o modelo 5.

Tabela 15 – Comparação do processamento para o Modelo 5 para o cálculo da FRF.

Geometria	Método	Tempo	Diferença %
3D	Elementos finitos	14.27 min	-
3D	WFE	5.35 min	63,20%
F3D	Elementos finitos	4.07 min	71,47%
F3D	WFE	1.23 min	91,38%

Como pode ser visto, as FRF's comparadas têm boa convergência, nota-se ainda que o modelo com geometria fracionada usando o método WFE para cálculo da resposta o processamento muito menor em relação aos demais modelos analisados.

Para o último modelo analisado nesta dissertação para cálculo da resposta forçada de um arranjo periódico de três células unitárias e têm como parâmetro variante em relação ao modelo 4 é o comprimento da cavidade que nesta estrutura teve um aumento de 25% e agora passa a medir $lc = 0.25m$ e será o modelo 6. A figura 22 mostra a estrutura com malha gerada no ANSYS® com geometria 3D. A tabela 16 exhibe a quantidade de nós e elementos do modelo 6.

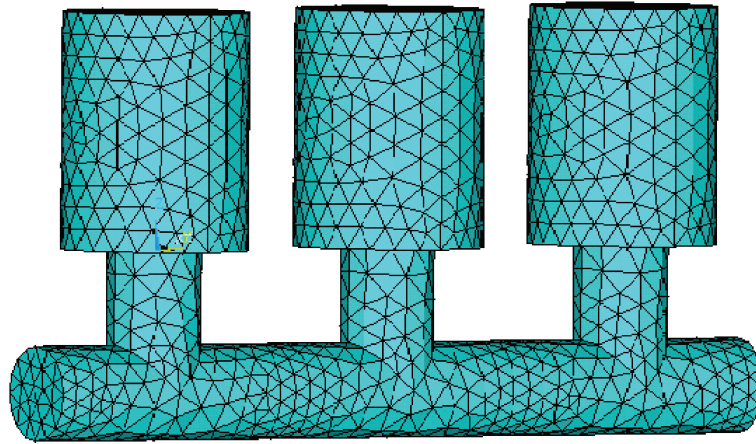


Figura 22 – Modelo 6 com malha gerada no ANSYS®.

Tabela 16 – Número de nós e elementos no Modelo 6.

Geometria	Elementos	Nós
3D	14779	3383

Na figura 23 está a resposta forçada do modelo 6. Assim como todos os resultados obtidos nesta seção os métodos utilizados apresentam uma resposta que convergem para toda faixa de frequência analisada. Uma estreita variação nas amplitudes das frequências ressonâncias é notada nas FRF's. É observado duas lacunas entre as faixas de frequências entre 108 a 265 Hz e 690 a 800 Hz onde se em torno dos bandgaps causados pela ressonância local dos ressonadores.

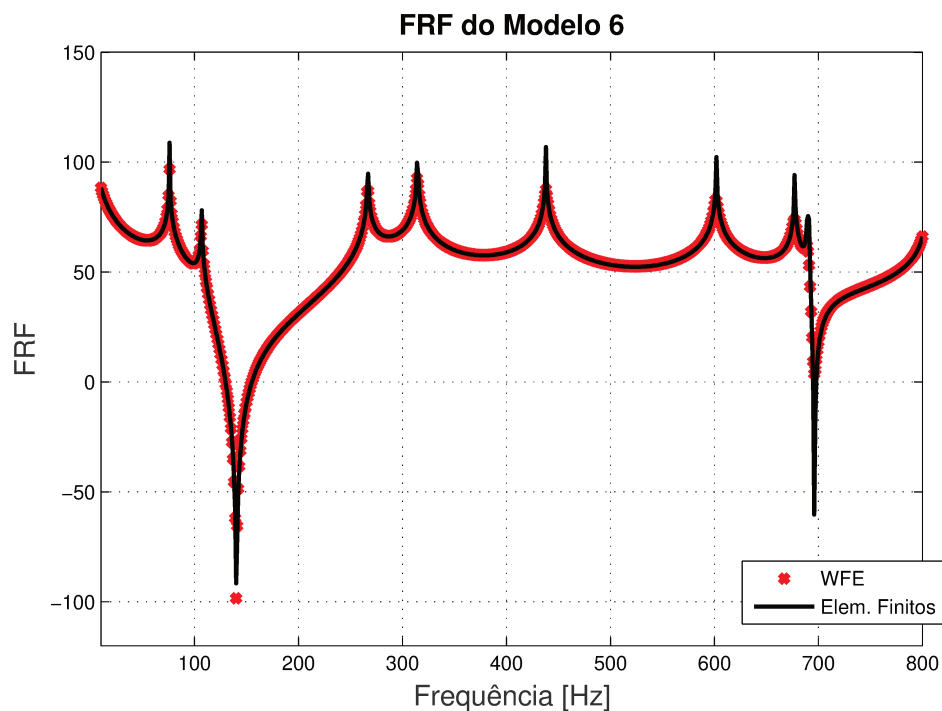


Figura 23 – Comparação das FRF's para o modelo 6.

A tabela 17 descreve a diferença de processamento gasto na solução do problema. O método WFE mostrou-se mais eficaz sendo aproximadamente 60,29% em comparação com o método de elementos finitos.

Tabela 17 – Diferença de processamento para o Modelo 6.

Método	Tempo	Diferença %
Elementos finitos	24.05 <i>min</i>	-
WFE	9.55 <i>min</i>	60,29%

Similarmente foi calculada uma FRF usando a geometria 3D fracionada e novamente os resultados mostraram-se convergente para toda faixa de frequência. A figura 24 demonstra a estrutura analisada e a tab. 18 mostra o número de nós e elementos.

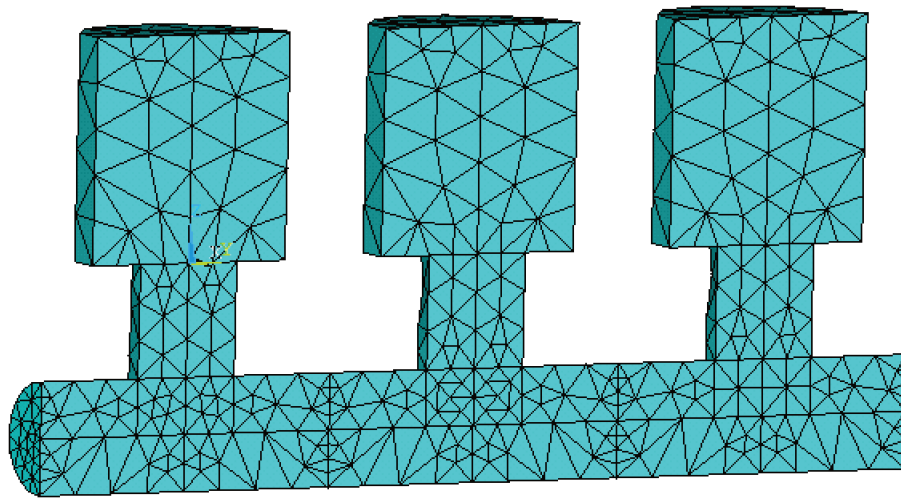


Figura 24 – Modelo 6 com malha gerada no ANSYS® com geometria 3D fracionada.

Tabela 18 – Número de nós e elementos no Modelo 6 fracionado.

Geometria	Elementos	Nós
3D fracionada	2757	909

Os resultados obtidos para a estrutura do modelo 6 com geometria 3D fracionada revelou-se coerente em relação ao modelo (3D) analisado antes. Apenas fica evidenciado uma alteração nas amplitudes nos picos de ressonâncias a medida que a faixa de frequência aumenta.

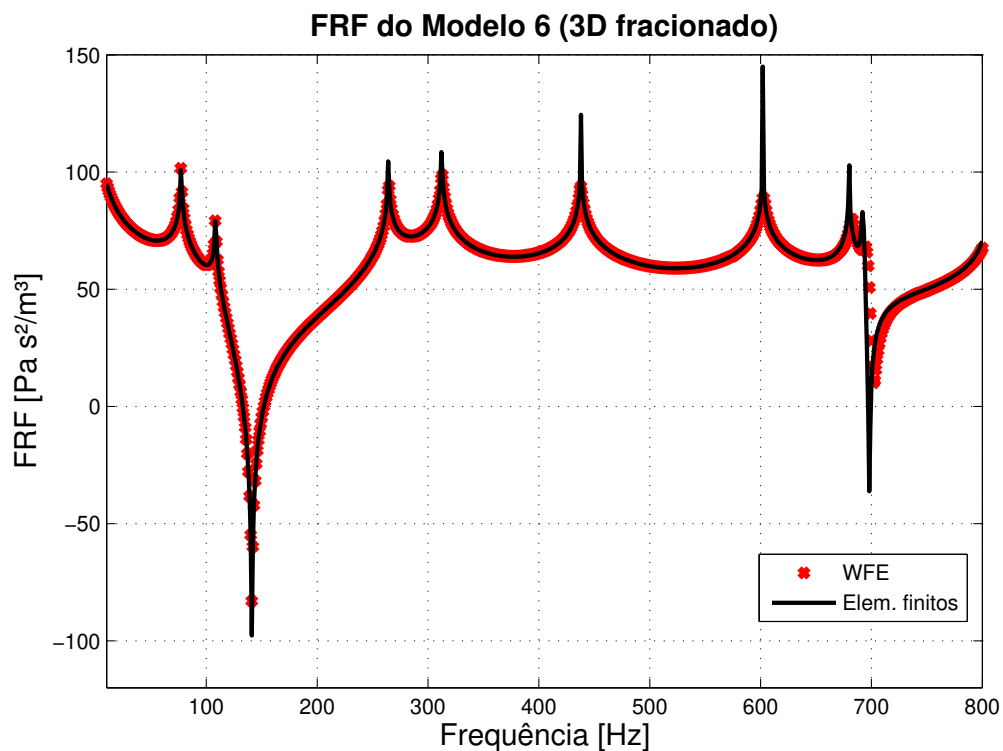


Figura 25 – Comparação das FRF's para o modelo 6 (3D fracionado).

Tabela 19 – Diferença de processamento para o Modelo 6 fracionado.

Método	Tempo	Diferença %
Elementos finitos	4.21 <i>min</i>	-
WFE	1.25 <i>min</i>	70,30%

O método WFE mostrou-se aproximadamente 70,30% mais rápido em relação ao tempo de processamento usando o método por elementos finitos para este caso específico.

Comparando as respostas obtidas para este modelo 6, nota-se que assim como os modelos anteriores as FRF's convergem para toda faixa de frequência. A figura 26 mostra a comparação de todas as respostas obtidas para este modelo. A tabela 20 apresenta o processamento de cada resposta.

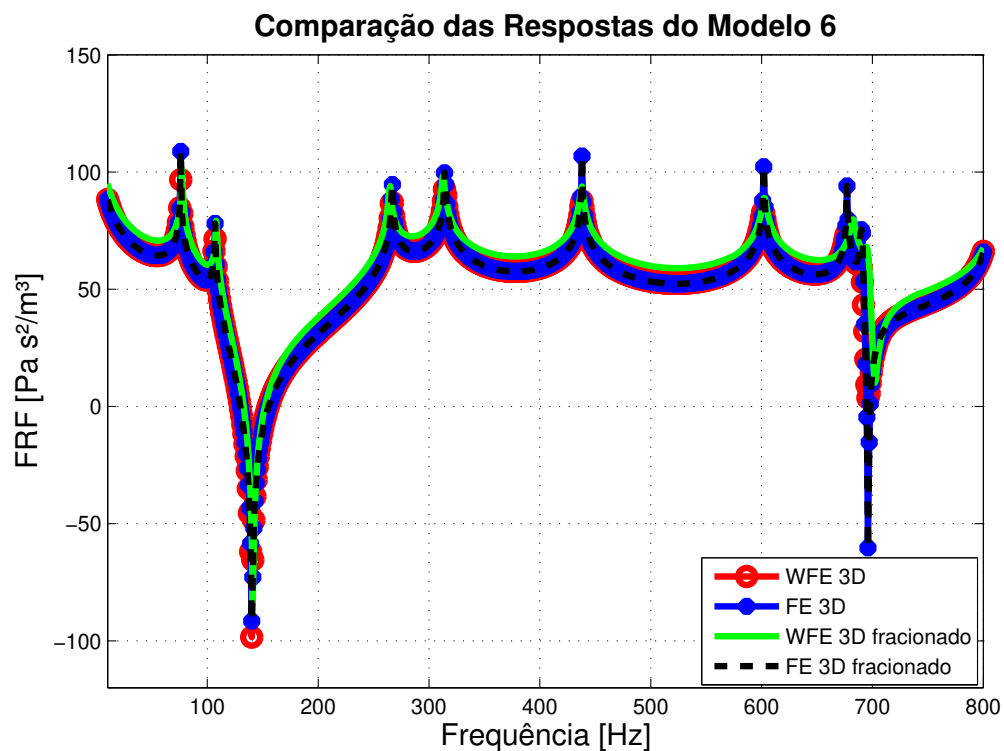


Figura 26 – Comparação das FRF's obtidas para o modelo 6.

Tabela 20 – Comparação do processamento para o Modelo 6 para o cálculo da FRF.

Geometria	Método	Tempo	Diferença %
3D	Elementos finitos	24.05 min	-
3D	WFE	9.55 min	60,29%
F3D	Elementos finitos	4.27 min	82,49%
F3D	WFE	1.25 min	94,80%

Assim como nos modelos anteriores, pode-se notar que as respostas são bem semelhantes e que os modelos com geometria fracionada utilizando o método WFE se tornam mais vantajosos pela eficiência e menor tempo de processamento.

5 CONCLUSÕES

A metodologia utilizada neste trabalho para determinar a atenuação sonora em dutos utilizando ressonador de Helmholtz que pode ser usado para estimar e melhorar o controle de ruído em dispositivos acústicos. A modelagem bidimensional e tridimensional feita em elementos finitos (FE) do sistema duto-HR usando matrizes de massa e rigidez acústica extraídas de um software comercial *ANSYS®* foram realizadas e processados usando *Matlab®* para calcular diagramas de dispersão de um sistema duto-HR com WFE método de forma eficiente e precisa em comparação com o método da matriz de transferência (TMM) e para cálculo de respostas forçadas para um sistema periódicos de três células unitárias. Uma questão importante para a análise dos resultados obtidos pelo método da matriz de transferência foi a inclusão de fatores de correção além das dimensões reais do modelo duto-HR. Os resultados para os modelos de duto-HR que variam o volume do ressonador foram avaliados como relacionados a sua capacidade de identificar a posição de bandgaps e a largura em domínio de frequência no qual se encontram foram avaliadas. Os resultados mostram que ambos os métodos TMM e WFE com diferentes geometrias (2D, 3D e F3D) são capazes de identificar bandgaps gerados por periodicidade (efeito de Bragg) e localmente pelos ressonadores, o cálculo da TL aponta a eficiência de cada modelo de célula unitária. Deve-se notar que devido à hipótese da onda plana assumida em todas as formulações acústicas avaliadas, à medida que a banda de frequência aumenta, os resultados do diagrama de dispersão podem apresentar bandgaps falsos. Para os resultados obtidos na análise das respostas forçadas para sistema periódicos de três células usando os métodos WFE e FE mostraram-se bem próximos em todo *range* de frequência avaliado para as estruturas com geometria (3D e F3D) mesmo havendo uma pequena variação nas amplitudes na ressonância, isso comprova que o método WFE é eficiente para calcular respostas harmônicas com muito menos tempo gasto em processamento computacional.

5.1 Trabalhos Futuros

Os próximos trabalhos que poderiam ser feitos a partir desta tese são:

- Usar o método de elementos finitos de onda (WFE) para cálculo de resposta forçada para um sistema de dutos com tubos $1/4$ de onda.
- Aplicar otimização topológica para filtros acústicos.

REFERÊNCIAS

- BERANEK, L. L.; VER, I. L. Noise and vibration control engineering-principles and applications. **Noise and vibration control engineering-Principles and applications John Wiley & Sons, Inc., 814 p., 1992.**
- CHEN, K. *et al.* The improvement on the transmission loss of a duct by adding helmholtz resonators. **Applied Acoustics**, Elsevier, v. 54, n. 1, p. 71–82, 1998.
- COOK, R. D. *et al.* Concepts and applications of finite element analysis. John Wiley & Sons, 2002.
- DUHAMEL, D.; MACE, B. R.; BRENNAN, M. J. Finite element analysis of the vibrations of waveguides and periodic structures. **Journal of sound and vibration**, Elsevier, v. 294, n. 1, p. 205–220, 2006.
- ESTEVE, S. J.; JOHNSON, M. E. Adaptive helmholtz resonators and passive vibration absorbers for cylinder interior noise control. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 288, n. 4-5, p. 1105–1130, 2005.
- HOWARD, C. Q.; CAZZOLATO, B. S. **Acoustic analyses using Matlab® and Ansys®**. [S.l.]: CRC press, 2014.
- HOWARD, C. Q.; HANSEN, C. H.; ZANDER, A. C. Noise reduction of a rocket payload fairing using tuned vibration absorbers with translational and rotational dofs. **Proc. Australian Acoustical Society**, p. 165–71, 2005.
- INGARD, U. On the theory and design of acoustic resonators. **The Journal of the acoustical society of America**, ASA, v. 25, n. 6, p. 1037–1061, 1953.
- JI, Z. Acoustic length correction of closed cylindrical side-branched tube. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 283, n. 3-5, p. 1180–1186, 2005.
- KINSLER, L. E. *et al.* Fundamentals of acoustics. **Fundamentals of Acoustics, 4th Edition, by Lawrence E. Kinsler, Austin R. Frey, Alan B. Coppens, James V. Sanders, pp. 560. ISBN 0-471-84789-5. Wiley-VCH, December 1999., p. 560, 1999.**
- LEAV, O. Y.; CAZZOLATO, B. S.; HOWARD, C. Q. Directivity analysis of sound in turbulent exhaust jets with laminar cross-flow: A numerical study. In: **ACOUSTICS**. [S.l.], 2015.
- LI, Y. *et al.* Control of low-frequency noise for piping systems via the design of coupled band gap of acoustic metamaterials. **Physics Letters A**, Elsevier, v. 380, n. 29-30, p. 2322–2328, 2016.
- MACE, B. R.; MANCONI, E. Modelling wave propagation in two-dimensional structures using finite element analysis. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 318, n. 4-5, p. 884–902, 2008.
- MENCIK, J.-M.; ICHCHOU, M. Multi-mode propagation and diffusion in structures through finite elements. **European Journal of Mechanics-A/Solids**, Elsevier, v. 24, n. 5, p. 877–898, 2005.

- MUNJAL, M. **Acoustics of Ducts and Mufflers**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2014.
- RAYLEIGH, O. L. *et al.* The theory of the helmholtz resonator. **Proc. R. Soc. Lond. A**, The Royal Society, v. 92, n. 638, p. 265–275, 1916.
- SELAMET, A.; JI, Z. Circular asymmetric helmholtz resonators. **The Journal of the Acoustical Society of America**, ASA, v. 107, n. 5, p. 2360–2369, 2000.
- SELAMET, A.; LEE, I. Helmholtz resonator with extended neck. **The Journal of the Acoustical Society of America**, ASA, v. 113, n. 4, p. 1975–1985, 2003.
- SELAMET, A. *et al.* Circular concentric helmholtz resonators. **The Journal of the Acoustical Society of America**, ASA, v. 101, n. 1, p. 41–51, 1997.
- SILVA, P. *et al.* On the forced harmonic response of coupled systems via a wfe-based super-element approach. In: **Proceedings of ISMA**. [S.l.: s.n.], 2014.
- SINGH, S.; HANSEN, C. H.; HOWARD, C. Q. A detailed tutorial for evaluating in-duct net acoustic power transmission in a circular duct with an attached cylindrical helmholtz resonator using transfer matrix method. AAS, 2008.
- TANG, P.; SIRIGNANO, W. Theory of a generalized helmholtz resonator. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 26, n. 2, p. 247–262, 1973.
- ZHANG, Y. *et al.* Acoustic band gap characteristics of one-dimensional pipe periodically installing double helmholtz resonators.
- ZHONG, W.; WILLIAMS, F. On the direct solution of wave propagation for repetitive structures. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 181, n. 3, p. 485–501, 1995.