



William Martins Vicente

Otimização Topológica Evolucionária Aplicada a Sistemas Elasto-Acústicos

43/13

CAMPINAS
2013



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

William Martins Vicente

Otimização Topológica Evolucionária Aplicada a Sistemas Elasto-Acústicos

Orientador: Prof. Dr. Renato Pavanello

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO
FINAL DA TESE DEFENDIDA PELO ALUNO
WILLIAM MARTINS VICENTE, E ORIENTADO
PELO PROF. DR. RENATO PAVANELLO

ASSINATURA DO ORIENTADOR

Prof. Dr. RENATO PAVANELLO
DMC - FEM - UNICAMP
Matrícula 07468-6

CAMPINAS
2013

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

V662o Vicente, William Martins, 1980-
Otimização topológica evolucionária aplicada a sistemas elasto-acústicos /
William Martins Vicente. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Renato Pavanello.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de
Engenharia Mecânica.

1. Otimização estrutural. 2. Método dos elementos finitos. I. Pavanello,
Renato, 1959-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia
Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em inglês: Evolutionary topology optimization applied to elasto-acoustic systems

Palavras-chave em inglês:

Structural optimization

Finite element method

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Doutor em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Renato Pavanello [Orientador]

José Maria Campos dos Santos

Alberto Luiz Serpa

Emilio Carlos Nelli Silva

Jun Sergio Ono Fonseca

Data de defesa: 23-04-2013

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

TESE DE DOUTORADO

**Otimização Topológica Evolucionária
Aplicada a Sistemas Elasto-Acústicos**

Autor: William Martins Vicente

Orientador: Prof. Dr. Renato Pavanello

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:

R. Pavanello

Prof. Dr. Renato Pavanello, Presidente
DMC/FEM/UNICAMP

Emílio Carlos Nelli Silva

Prof. Dr. Emílio Carlos Nelli Silva
POLI/USP

Jun S. O. Fonseca

Prof. Dr. Jun Sérgio Ono Fonseca
DEMEC/UFRGS

prof. J. M. Campos dos Santos

Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos
DMC/FEM/UNICAMP

Alberto Luiz Serpa

Prof. Dr. Alberto Luiz Serpa
DMC/FEM/UNICAMP

Campinas, 23 de Abril de 2013.

Dedicatória

À Ruth, minha namorada, um amor de pessoa e que muito me apoiou nessa caminhada.

Agradecimentos

A Deus por tudo.

Aos meus queridos pais, Antonio Carlos e Marlene pelo apoio e carinho em todos os momentos.

Ao meu afilhado de casamento, amigo e irmão Milton e a toda minha família pelo apoio.

Ao professor Renato Pavanello, que foi muito mais que um orientador, foi um amigo, conselheiro e um exemplo a ser seguido. Por sua extrema dedicação, conhecimento, humildade e acima de tudo pela confiança depositada neste trabalho. Obrigado pelo incentivo em seguir em frente durante todos os períodos dessa caminhada.

Aos meus primeiros orientadores da UNIFEI, professores Vilmar Arthur Schwarz e Wlamir Carlos de Oliveira, pela amizade e pelos conhecimentos transmitidos no início da carreira acadêmica.

Ao amigo Renato Picelli, por todos os inúmeros conselhos e pelas incontáveis discussões e troca de informações sem as quais este trabalho não teria chegado onde chegou.

Aos amigos, que mesmo distantes, não me deixaram caminhar sozinho.

Aos companheiros de laboratório, pelo apoio e amizade diária.

À Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP, representada pelos professores e funcionários, que me concedeu a oportunidade de realizar este trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq pelo suporte financeiro.

*Um sonho que se sonha só, é só um sonho
que se sonha só, mas sonho que se sonha
junto é realidade.*

Raul Seixas

Resumo

VICENTE, William Martins. Otimização Topológica Evolucionária Aplicada a Sistemas Elasto-Acústicos. 2013. 179p. Tese (Doutorado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

A aplicação de otimização estrutural a sistemas multifísicos fluido-estrutura vem recebendo grande interesse da comunidade científica nos últimos anos. Entretanto, a abordagem evolucionária dos métodos de otimização ainda não foi explorada para essa classe de problemas. O presente trabalho dedica-se à proposição, implementação e validação de um método de otimização topológica evolucionária para sistemas elasto-acústicos. Neste trabalho, a análise por elementos finitos dos sistemas propostos é feita utilizando a formulação mista $\mathbf{u}_s - p_f$, na qual o domínio estrutural é governado pela equação linear da elasticidade e descrito em termos do deslocamento, \mathbf{u}_s , e o domínio fluido é caracterizado pela equação de Helmholtz através da variável primária de pressão, p_f . O método BEFSO (*BEFSO - Bi-directional Evolutionary Fluid-structural Optimization*) aqui proposto segue a sistemática dos métodos evolucionários nos quais a retirada/adição de material no sistema ocorre de forma discreta, ou seja, a densidade do material, que é a variável de projeto, assume os valores 1 ou 0 para elementos sólidos ou vazios, respectivamente. Como parte da metodologia proposta é desenvolvido um procedimento para a retirada/adição de material sólido no sistema de forma a manter a interface entre os domínios definida durante todo o processo de otimização. São apresentados exemplos de otimização para sistemas elasto-acústicos 2D e 3D os quais permitem comprovar a eficiência dos procedimentos de otimização desenvolvidos e implementados nesse trabalho, assim como a viabilidade para solução de problemas de engenharia.

Palavras-chave: Otimização Estrutural Topológica, Interação Fluido-Estrutura, Sistemas Elasto-Acústicos.

Abstract

VICENTE, William Martins. Evolutionary Topology Optimization Applied to Elasto-Acoustic Systems. 2013. 179p. Thesis (Ph.D.). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

The application of structural optimization to fluid-structure multiphysics systems has gotten huge attention of the researches in the last years. However, the evolutionary approach of the optimization methods has not been investigated in this class of problems. The present work aims to propose, implement, and validate an evolutionary topology optimization for elasto-acoustic systems. In this work, a finite element analysis of the proposed systems is carried out using the $\mathbf{u}_s - p_f$ mixed formulation. The structural domain is governed by the linear equation of elasticity and described in terms of the displacements, \mathbf{u}_s , and the fluid domain is featured by the Helmholtz equation via the primary variable of pressure, p_f . The BEFSO (Bi-directional Evolutionary Fluid-structural Optimization) method, here proposed, follows the procedure of the evolutionary methods in which the material removal/addition in the system occurs in the discrete way. It means that the material density, the variable project, can be 1 or 0 for solid or void elements, respectively. As part of the proposed methodology, it is developed a procedure to remove/add solid materials in the system in order to keep the interface between the domains well defined during the optimization process. Examples of optimization for 2D and 3D elasto-acoustic systems are presented, through which can be verified the efficiency of the optimization procedure developed and implemented in this work, as well the feasibility for engineering problems solution.

Keywords: Structural Topology Optimization, Fluid-Structure Interaction, Elasto-Acoustic Systems.

Lista de Ilustrações

1.1	Problema de otimização de forma apresentado por Galileu em 1638, (Lee, 2007).	3
1.2	Otimização estrutural obtida por Michell.	4
1.3	Problema clássico de otimização estrutural: Determinar a estrutura ótima para suportar o carregamento F	5
1.4	Exemplo de topologia final obtida através da utilização do método ESO, (Xie e Steven, 1993).	9
1.5	Exemplos de estruturas obtidas com o método BESO no trabalho de Huang e Xie (2007): a) Viga com proporções dos lados 8x5 engastada sujeita a um carregamento vertical face livre; b) Viga com proporções 3x1 biapoada sujeita a um carregamento central (Metade da Viga MBB mais as condições de contorno apropriadas).	10
2.1	Sistema acoplado fluido-estrutura, Domínios estrutural, Ω_s , domínio fluido, Ω_f , interface entre os domínios, Γ_{sf} , e as respectivas condições de contorno impostas ao sistema.	29
3.1	Raio de influência para a extrapolação dos números de sensibilidade nodais.	40
3.2	Fluxograma do algoritmo do método BESO implementado.	43
3.3	Dimensões e condições de contorno da viga engastada sujeita a um carregamento concentrado.	44
3.4	Topologias finais obtidas para diferentes malhas: (a) 32x20 elementos; (b) 64x40 elementos; (c) 160x100 elementos; (d) 320x200 elementos.	45
3.5	Estruturas otimizadas com critério de rigidez para um volume final de 50%: (a) Método SIMP, (Huang e Xie, 2007); (b) Método BESO com malha de blocos hexagonais, (Picelli, 2011).	46
3.6	Evolução da função objetivo - flexibilidade média e do volume do sistema.	46
3.7	Domínio de projeto para a viga MBB.	47
3.8	Evolução das topologias para a otimização da viga MBB: (a) Domínio de projeto - 100%; (b) 2 iterações - 90%; (c) 4 iterações - 80%; (d) 6 iterações - 70%; (e) 8 iterações - 60%; (f) 10 iterações - 50%; (g) 81 iterações - Topologia final - 50%	48
3.9	Vigas MBB otimizadas com critério de rigidez para um volume final de 50%: (a) Método SIMP, (Huang e Xie, 2007); (b) Método BESO com malha formada por blocos hexagonais, (Picelli, 2011).	49

3.10	Evolução da flexibilidade média e do volume do sistema para a otimização da viga MBB com um $ER = 5\%$	49
3.11	Estrutura de Michell sujeita a uma condição de contorno e carregamento apresentada no trabalho de Sigmund (2000).	50
3.12	Estrutura de Michell otimizadas com critério de rigidez: (a) Solução teórica do problema, (Sigmund, 2000); (b) Topologia final obtida com a otimização através do método SIMP, (Bendsoe e Sigmund, 2003).	51
3.13	Topologia final obtida para a otimização da estrutura do tipo de Michell segundo as condições de contorno mostradas na Figura 3.11.	52
3.14	Evolução da função objetivo - flexibilidade média e do volume do sistema durante o processo de otimização.	53
3.15	Geometria, condições de contorno e carregamento do sistema analisado: (a) Vista isométrica; (b) Vista lateral da estrutura.	54
3.16	Evolução da topologia e mapa de cores da distribuição do alfa nas estruturas: (a) Topologia inicial - 32%; (b) 6 iterações - 25%; (c) 12 iterações - 20%; (d) 26 iterações - Topologia final - 15%.	56
3.17	Evolução da função objetivo - flexibilidade média e do volume do sistema durante o processo de otimização.	57
3.18	Topologia final da otimização da estrutura tipo ponte, 694.386 elementos: (a) Vista superior; (b) Vista inferior.	57
4.1	Configuração da pressão nodal, representada pelas setas vermelhas, atuando na interface antes e depois da remoção de um elemento.	63
4.2	Variação da pressão nodal para o cálculo da matriz L_{sf}^i resultante da retirada de um elemento sólido da interface.	64
4.3	Raio de influência para a extrapolação dos números de sensibilidade nodais.	72
4.4	Diagrama de blocos do procedimento evolucionário do método BEFSO.	77
5.1	Modelo do sistema fluido-estrutura - União de tubulações.	80
5.2	Distribuição do número de sensibilidade elementar no domínio de projeto.	82
5.3	Evolução das topologias para o sistema para várias porcentagens do volume estrutural inicial: (a) 100% - Domínio inicial; (b) 80%; (c) 60%; (d) 42%; (e) 42% - Topologia final após a etapa de convergência.	83
5.4	Evolução da função objetivo e da fração do volume durante a otimização.	84
5.5	Geometria, condições de contorno e carregamento do sistema fluido-estrutura: Estreitamento de uma tubulação.	84

5.6	Topologias finais para o caso de otimização da rigidez para o sistema, estreitamento de uma tubulação, utilizando diferentes malhas para a discretização do modelo: (a) Caso 1 - 910 elementos; (b) Caso 2 - 3332 elementos; (c) Caso 3 - 13056 elementos; (d) Caso 4 - 51030 elementos.	86
5.7	Evolução das topologias para o sistema fluido-estrutura com volume constante: (a) Topologia inicial; (b) 5 iterações; (c) 10 iterações; (d) 25 iterações - Topologia final.	87
5.8	Evolução da função objetivo e da fração do volume durante o processo de otimização.	88
5.9	Modelo considerado para a análise, barreira entre duas cavidades.	89
5.10	Curvas de resposta harmônica, FRF, para o primeiro grupo de frequências adotadas para a otimização do sistema: (a) 2,6 Hz; (b) 13,8 Hz; (c) 29,3 Hz.	91
5.11	Curvas de resposta harmônica, FRF, para o segundo grupo de frequências adotadas para a otimização do sistema: (a) 2,9 Hz; (b) 14,0 Hz; (c) 29,6 Hz.	92
5.12	Distribuição das pressões nos domínios acústicos; (a) (b) (c) Modos operacionais dos domínios estruturais para os sistemas iniciais; (d) (e) (f) Topologias finais dos domínios estruturais para os sistemas otimizados.	94
5.13	Distribuição das pressões nos domínios acústicos; (a) (b) (c) Modos operacionais dos domínios estruturais para os sistemas iniciais; (d) (e) (f) Topologias finais dos domínios estruturais para os sistemas otimizados.	95
5.14	Modelo considerado para a otimização - Isolamento Circular.	96
5.15	Topologias intermediárias e final do sistema de uma barreira circular acústica, distribuição da pressão para a frequência de excitação de 9,8 Hz: (a) 100% - Topologia Inicial; (b) 99%; (c) 98%; (d) 97% - Topologia final.	97
5.16	Respostas harmônicas, FRF, para o sistema inicial e otimizado para as frequências de 6,0 e 9,8 Hz de uma cobertura circular.	98
5.17	Modelo considerado para a otimização, estrutura envolta por um domínio fluido. . .	99
5.18	Evolução das topologias para a otimização do sistema em análise segundo diferentes números de sensibilidade: (a)-(d) Caso A: Número de sensibilidade contabilizando a alteração na interface; (e)-(h) Caso B: Número de sensibilidade com base apenas na energia de deformação do sistema; (i)-(m) Caso C: Número de sensibilidade contabilizando a alteração na interface sem a presença de elementos vazios, apenas fluido e estrutura.	101

5.19	Topologias encontradas, por diferentes formulações, para a otimização da rigidez de um modelo do tipo arco: (a) 20% do volume do domínio de projeto, (<i>Solid Isotropic Material with Penalization</i>), (Sigmund e Clausen, 2007); (b) 30% do volume do domínio de projeto, (<i>Method of Moving Asymptotes</i>), (Bruggi e Cinquni, 2009).	102
5.20	Histórico da função objetivo e fração do volume da otimização do sistema tipo arco, considerando o termo de interface na análise de sensibilidade.	103
5.21	Modelo do Pistão 2D considerado para a análise.	103
5.22	Evolução das topologias intermediárias e final - Pistão 2D: (a) 100% - Topologia inicial; (b) 90%; (c) 80%; (d) 70%; (e) 60%; (f) 50%; (g) 40%; (f) 40% - Topologia final;	105
5.23	Topologias encontradas para a otimização da rigidez de modelos com condições de contornos similares: (a) 30% do volume do domínio de projeto, (<i>Solid Isotropic Material with Penalization</i>), (Sigmund e Clausen, 2007); (b) 30% do volume do domínio de projeto, (<i>Method of Moving Asymptotes</i>), (Bruggi e Cinquni, 2009); (c) 38% do volume do domínio de projeto, Método BEFSO.	106
5.24	Histórico da função objetivo e fração do volume durante o processo de otimização do sistema tipo pistão.	107
5.25	Componentes do número de sensibilidade para o caso de sistemas com interface móvel.	107
5.26	Modelo considerado para a otimização de uma câmara sob pressão.	108
5.27	Evolução das topologias da otimização da câmara sob pressão: (a) 100% - Topologia inicial; (b)-(d) 70%; (e)-(g) 40%; (h)-(j) 24% - Topologias finais.	110
5.28	Histórico da função objetivo e fração do volume - Câmara.	111
5.29	Otimização com relação a rigidez de uma câmara sujeita a uma pressão interna: (a) 40% do volume do domínio de projeto, SIMP, (Hammer e Olhoff, 2000); (b) 25% do volume do domínio de projeto, 2280 elementos regulares com 4 nós, SIMP, (Chen e Kikuchi, 2001); (c) 24% do volume do domínio de projeto, 36480 elementos regulares com 4 nós, BEFSO.	111
5.30	Modelo considerada para a otimização da rigidez para um reservatório sob pressão.	112
5.31	Evolução das topologias do domínio estrutural para o sistema de um reservatório sob pressão: (a) 100% do volume estrutural - Topologia inicial; (b) 80% do volume estrutural; (c) 60% do volume estrutural; (d) 40% do volume estrutural; (e) 28% do volume estrutural; (f) 28% do volume estrutural após etapa de convergência - Topologia final).	114

5.32	Topologia final obtida para a domínio estrutural do sistema completo: (a) Vista superior; (b) Vista inferior da estrutura rotacionada.	115
5.33	Topologia final para a otimização de um reservatório sob pressão, domínio estrutural do sistema, resultado obtido com o SIMP, (Sigmund e Clausen, 2007): (a) Vista lateral da metade da topologia final do domínio estrutural; (b) Vista isométrica de um quarto da topologia final do domínio estrutural.	116
5.34	Histórico da função objetivo e da fração de volume para a otimização de um modelo fluido-estrutura para um reservatório sob pressão.	116
5.35	Geometria do modelo discretizado para a análise por elementos finitos, considerando para a otimização apenas um quarto do sistema completo.	117
5.36	Evolução das topologias para o sistema de um pistão 3D: (a) 100% do volume estrutural - Topologia inicial; (b) 80% do volume estrutural; (c) 60% do volume estrutural; (d) 42% do volume estrutural; (e) 42% do volume estrutural após a etapa de convergência - Topologia final).	118
5.37	Corte simétrico da topologia final para o sistema otimizado.	119
5.38	Histórico da função objetivo e da fração de volume para a otimização de um sistema fluido-estrutura tipo pistão - 3D.	120
5.39	Geometria, condições de contorno e carregamento do sistema acoplado, constituído por duas cavidades acústicas e um domínio estrutural.	121
5.40	Modo operacional para o domínio estrutural do sistema para uma frequência de excitação de 1,6 Hz: (a) Topologia inicial; (b) Topologia final - 50% do volume de projeto.	122
5.41	Topologias finais obtidas referentes a minimização da amplitude da vibração do domínio estrutural para três frequências distintas, 50% do volume inicial: (a) 0,05 Hz; (b) 0,8 Hz; (c) 1,6 Hz.	123
5.42	Histórico das respostas harmônicas do sistemas acoplado em análise para diferentes frequências de excitação do sistema: (a) 0,05 Hz; (b) 0,80 Hz; (c) 1,60 Hz.	124
5.43	Respostas harmônicas do sistema acoplado em análise. Respostas do sistema inicial e do sistema otimizado para uma frequência de otimização de 1,6 Hz com 50% do volume inicial.	125
5.44	Geometria e condições de contorno do modelo vibro-acústico 3D discretizado em elementos finitos.	126

5.45	Distribuição da pressão, em decibéis - dB, nas cavidades acústicas, para uma frequência de excitação de 2,5 Hz e amplitude de $p = 10$ Pa, sistema discretizado com 65500 elementos regulares 3D de 8 nós.	128
5.46	Evolução das topologias do domínio estrutural do sistema, corte transversal no domínio estrutural: (a) 100% - Topologia inicial; (b) 95%; (c) 90%; (d) 85%; (e) 80%; (f) 75% - Topologia final).	128
5.47	Metade da topologia final obtida para a otimização da resposta harmônica sistema acoplado analisado para uma frequência de 2,5 Hz com 75% do domínio de projeto.	129
5.48	Histórico da evolução da função objetivo e da fração de volume estrutural durante o processo de otimização da resposta harmônica do sistema elasto-acústico analisado.	129
5.49	Respostas harmônicas do sistema inicial e do sistema otimizado para uma frequência de excitação de 2,5 Hz com 75% do volume estrutural inicial.	130
A.1	Fluxograma das operações do processo de otimização no código implementado. . .	152
B.1	(a) Padrão de tabuleiro de xadrez; (b) Segmento contínuo com conexões por apenas um nó, (Picelli, 2011).	157
B.2	Fluxograma com as principais etapas do algoritmo do método ESO implementado.	160
B.3	Modelo discretizado em elementos finitos - Domínio de projeto do sistema.	161
B.4	Estrutura teórica otimizada para uma viga engastada livre - Duas Barras.	161
B.5	Evolução da topologia da estrutura; Topologia Inicial, Intermediárias e Final.	162
B.6	Evolução da função objetivo - flexibilidade média e do volume do sistema.	163
B.7	Evolução da topologia da estrutura; Topologia Inicial, Intermediárias e Final.	164
B.8	Evolução da função objetivo - flexibilidade média e do volume do sistema.	165
B.9	Geometria, condições de contorno e carregamento do sistema, viga bi-apoiada.	166
B.10	Resultado teórico apresentado por Michell (1904) para a otimização do sistema mostrado na Figura B.9.	166
B.11	Evolução das topologias e mapa de cores da sensibilidade elementar para as topologias iniciais, intermediárias e finais para os 3 casos analisados.	167
B.12	Domínio de projeto para a viga MBB.	169
B.13	Sensibilidade elementar para a viga MBB.	169
B.14	Topologias finais para otimização da viga MBB: (a) 560 elementos; (b) 1200 elementos; (c) 4800 elementos; (d) 19200 elementos.	170
C.1	Geometria, dimensões e condições de contorno de um suporte engastado sujeito a um carregamento vertical.	173

C.2	Topologias intermediárias e distribuição de tensão no sistema tipo mão francesa: (a) Topologia inicial - 100% do domínio estrutural; (b) 70% do domínio estrutural; (c) 40% do domínio estrutural; (d) 25% do domínio estrutural - Topologia final.	174
C.3	Evolução da função objetivo, tensão de von Mises média da estrutura, σ_m^{vm} , e fração do volume do sistema.	174
C.4	Geometria, dimensões e condições de contorno de uma junta colada sobreposta sujeita a uma força de tração.	175
C.5	Evolução das topologias intermediárias para a otimização de uma junta colada so- breposta, para duas diferentes malhas, as topologias na coluna a esquerda são do sistema discretizado com 4846 elementos e as topologias na coluna a direita são do sistema discretizado com 26730 elementos : (a)-(b) Topologias iniciais - 100% do domínio de projeto ; (c)-(d) 95% do domínio de projeto; (e)-(f) 90% do domínio de projeto; (g)-(h) 85% do domínio de projeto; (i)-(j) Topologias finais - 82% do domínio de projeto.	177
C.6	Geometria, malha e condições de contorno para o domínio de projeto do sistema. . .	178
C.7	Evolução das topologias intermediárias para a otimização do modelo de uma fruta: (a) Topologia inicial - 100% do domínio de projeto; (b) 90% do domínio de projeto; (c) 80% do domínio de projeto; (d) 70% do domínio de projeto; (e) Topologia final - 65% do domínio de projeto.	179

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros do método de otimização.	44
3.2	Parâmetros para a otimização do sistema.	47
3.3	Parâmetros do método de otimização para a estrutura de Michell.	51
3.4	Parâmetros do método de otimização para modelo de uma ponte 3D.	55
5.1	Propriedades dos materiais que compõem o sistema.	81
5.2	Dados da malha da discretização do sistema.	81
5.3	Parâmetros do método de otimização.	81
5.4	Parâmetros das malhas e tempo total gasto na otimização dos sistemas.	85
5.5	Parâmetros do método de otimização.	85
5.6	Propriedades dos materiais que compõem o sistema.	90
5.7	Parâmetros do método de otimização.	90
5.8	Redução da pressão para as diferentes frequências de otimização.	93
5.9	Parâmetros do método de otimização.	97
5.10	Propriedades dos materiais que compõem o sistema.	100
5.11	Parâmetros do método de otimização.	100
5.12	Parâmetros do método de otimização.	104
5.13	Propriedades dos materiais que compõem o sistema.	108
5.14	Parâmetros do método de otimização.	109
5.15	Parâmetros das malhas e tempo total de otimização dos sistemas.	109
5.16	Propriedades dos materiais que compõem o sistema e dados da otimização.	113
5.17	Parâmetros do método de otimização.	113
5.18	Propriedades dos materiais que compõem o sistema e dados da otimização.	117
5.19	Parâmetros do método de otimização	118
5.20	Propriedades dos materiais que compõem o sistema.	121
5.21	Parâmetros do método de otimização.	122
5.22	Propriedades dos materiais que compõem o sistema.	127
5.23	Parâmetros do método de otimização.	127
B.1	Influência do parâmetro ER no número total de iterações e na flexibilidade média final do sistema.	168
C.1	Dimensões consideradas no modelo numérico de uma junta colada sobreposta.	176

SUMÁRIO

Lista de Ilustrações	xvii
Lista de Tabelas	xxxii
SUMÁRIO	xxxiii
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Posição do Problema	2
1.2.1 Breve Histórico	2
1.2.2 Otimização Estrutural	5
1.2.3 Tipos de Otimização Estrutural	6
1.2.4 Otimização Estrutural Evolucionária	7
1.3 Estado da Arte	8
1.3.1 Métodos Evolucionários de Otimização - ESO/BESO	9
1.3.2 Otimização de Sistemas Elasto-Acústicos	11
1.4 Objetivos e Contribuições	14
1.5 Descrição do Trabalho	15
2 Modelagem do Problema Fluido-Estrutura	17
2.1 Domínio Estrutural	18
2.1.1 Aproximação por Elementos Finitos da Fase Estrutural	22
2.2 Domínio Fluido	24
2.2.1 Aproximação por Elementos Finitos da Fase Fluida	27
2.3 Acoplamento Fluido-Estrutura	29
2.4 Solução do Sistema Acoplado	31
2.4.1 Resolução de Sistemas Estáticos	31
2.4.2 Resolução de Sistemas Harmônicos	32
3 Implementação do Método BESO	35
3.1 Método de Otimização Estrutural Evolucionária	35

3.2	Método de Otimização Estrutural Evolucionária Bi-Direcional	36
3.3	Método BESO para Otimização da Rigidez	37
3.3.1	Cálculo do Número de Sensibilidade	38
3.3.2	Filtro de Suavização do Número de Sensibilidade	38
3.3.3	Estabilização do Processo Evolucionário	39
3.3.4	Adição/Remoção de Elementos	40
3.3.5	Critério de Convergência	42
3.4	Validação do Código Implementado - BESO	43
3.4.1	Dependência do Refinamento da Malha no Problema de uma Viga Engastada	44
3.4.2	Influência da Razão de Evolução na Otimização de uma Viga MBB	46
3.4.3	Influência do Refinamento da Malha na Otimização de uma Estrutura de Michell	49
3.4.4	Avaliação do Desempenho Computacional no Problema de uma Ponte 3D .	52
3.5	Análise sobre os Métodos ESO/BESO	58
4	Método BEFSO - Método de Otimização Topológica Evolucionário Bi-Direcional Aplicado a Sistemas Fluido-Estrutura	59
4.1	Introdução	59
4.2	Maximização da Rigidez de Sistemas Fluido-Estrutura Estáticos com Interfaces Móveis	60
4.2.1	Análise de Sensibilidade para a Maximização da Rigidez Estrutural	61
4.3	Otimização da Resposta Harmônica em Sistemas Acoplados Elasto-Acústicos . . .	65
4.3.1	Análise de Sensibilidade para Minimização da Resposta Harmônica de Sis- temas Acoplados Elasto-Acústicos	66
4.3.2	Interpolação de Material para a Resposta em Frequência	69
4.4	Filtro e Estabilização do Processo Evolucionário	71
4.5	Alteração da Topologia - Adição/Remoção de Elementos	73
4.6	Critério de Convergência	75
4.7	Algoritmo do Método BEFSO	75
5	Resultados da Otimização de Sistemas Fluido-Estrutura Elasto-Acústicos	79
5.1	Otimização da Rigidez Estrutural de Sistemas Fluido-Estrutura com Interfaces Fixas	79
5.1.1	Maximização da Rigidez de um Sistema de Tubulações	79
5.1.2	Otimização da Rigidez do Estreitamento de uma Tubulação	82

5.2	Otimização da Resposta Harmônica de Sistemas Elasto-Acústicos com Interfaces Fixas	88
5.2.1	Otimização de uma Barreira entre duas Cavidades Acústicas	89
5.2.2	Mínimização da Pressão para duas Frequências de Excitação em uma Cobertura Circular	95
5.3	Otimização da Rigidez de Sistemas Fluido-Estrutura com Interfaces Móveis	98
5.3.1	Maximização da Rigidez Estrutural de uma Estrutura do Tipo Arco	99
5.3.2	Otimização de um Modelo Tipo Pistão	103
5.3.3	Otimização de uma Câmara sujeita à uma Pressão Interna	106
5.3.4	Maximização da Rigidez para um Reservatório sob Pressão	111
5.3.5	Otimização de um Modelo tipo Pistão - 3D	115
5.4	Otimização da Resposta Harmônica de Sistemas Acoplados com Interfaces Móveis	119
5.4.1	Comparação entre a Otimização de Sistemas Quase-estático e Dinâmico	120
5.4.2	Mínimização da Pressão em um Sistema Vibro-acústico - 3D	126
6	Considerações Finais	131
6.1	Conclusões	131
6.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	133
	REFERÊNCIAS	135
	APÊNDICES	151
A	Aspectos Computacionais	151
A.1	Pré-Processamento	151
A.2	Processamento	152
A.3	Pós-Processamento	154
B	Otimização Estrutural Baseada no Critério de Rigidez	154
B.1	Método ESO para Otimização da Rigidez	154
B.1.1	Cálculo do Número de Sensibilidade	155
B.1.2	Filtro de Suavização do Número de Sensibilidade	157
B.1.3	Adição/Remoção de Elementos e Critério de Parada	159
B.2	Validação do Código Implementado	159
B.2.1	Otimização de uma Viga Engastada Curta - Duas-barras	160
B.2.2	Distribuição do Número de Sensibilidade em uma Viga Engastada	163

B.2.3	Otimização de uma Viga Bi-Apoiada - Estrutura de Michell	165
B.2.4	Influência da Malha na Otimização de uma Viga - MBB	168
C	Otimização Estrutural Baseada no Critério de Tensão	169
C.1	Método ESO sob Critério de Tensão	170
C.2	Verificação e Aplicação do Código Implementado	172
C.2.1	Otimização Topológica de um Suporte tipo Mão Francesa	172
C.2.2	Otimização de Forma de uma Junta Colada	175
C.2.3	Otimização de Forma de um Modelo de uma Fruta	177

1 Introdução

A modelagem e o projeto de sistemas complexos envolvendo a interação de fenômenos físicos diversos (multifísica) que ocorrem em escalas de tempo e espaços distintas (multiescala) é um dos principais paradigmas atuais da área de mecânica computacional. Neste contexto, as metodologias de projeto requerem muitas vezes o uso e o desenvolvimento de métodos de síntese com objetivos conflitantes (multiobjetivo) que demandam implementações usando-se técnicas computacionais intensivas (multiprocessamento). Este problema geral é conhecido como “Paradigma dos Multis”, (Oden *et al.*, 2011). A associação de modelos determinísticos de análise e algoritmos heurísticos de síntese é uma possibilidade adotada por vários grupos de pesquisa para enfrentar este paradigma.

Neste contexto, o presente trabalho aborda aspectos teóricos e práticos do desenvolvimento, implementação e validação de uma metodologia de otimização para sistemas multifísicos elasto-acústicos. O trabalho compreende questões relativas à formulação usada para descrever os sistemas elasto-acústicos pelo método dos elementos finitos, questões referentes a técnica de otimização estrutural evolucionária e também questões computacionais da implementação da metodologia proposta.

1.1 Motivação

Os problemas envolvendo sistemas fluido-estrutura em geral são objetos de estudos em várias áreas da engenharia. Dentre os exemplos de sistemas com interação fluido-estrutura mais comumente encontrados na engenharia destacam-se o projeto de estruturas submersas (embarcações, plataformas de petróleo, *risers*, barragens, etc.), cavidades acústicas fechadas por paredes flexíveis (vibro-acústica de automóveis, aeronaves, sensores, etc.), entre outros. Neste trabalho, concentra-se na resolução de problemas de síntese de sistemas elásticos acoplados a meios acústicos ou acoplados a meios incompressíveis invíscidos.

O problema de otimização estrutural de sistemas fluido-estrutura elasto-acústicos vem recebendo grande atenção da comunidade científica nos últimos anos. A otimização topológica vem sendo aplicada a vários problemas multifísicos acoplados na engenharia, sendo o principal objetivo determinar uma topologia final ótima, dentro do domínio de projeto em relação a uma dada função

objetivo, respeitando certas restrições. Uma das dificuldades da aplicação de otimização topológica a sistemas acoplados é a determinação e delimitação da interface entre os domínios durante o processo de otimização.

Dentre os métodos de otimização topológica, destacam-se nos últimos anos os métodos de Otimização Estrutural Evolucionária, que serão o enfoque principal deste trabalho. O procedimento evolucionário é baseado na remoção/adição gradual de material ineficiente da região de projeto que é fixa, pré-definida e discretizada utilizando uma aproximação polinomial nodal na malha de elementos finitos escolhida, (Xie e Steven, 1993).

Como principal motivação para esse estudo encontra-se o fato de que a abordagem de otimização estrutural evolucionária ainda não foi implementada para problemas fluido-estrutura, incluindo o caso particular dos problemas elasto-acústicos, e que sua natureza discreta (remoção ou adição de material) facilita o problema de localização de interfaces entre os domínios.

1.2 Posição do Problema

Nesta seção é apresentado um breve histórico sobre o desenvolvimento dos métodos de otimização aplicados a estruturas, com ênfase aos métodos heurísticos ESO/BESO (*Evolutionary Structural Optimization/Bi-directional Evolutionary Structural Optimization*). São mencionados os diferentes tipos de otimização estrutural e suas principais características. Apresenta-se de forma sucinta o método de otimização evolucionária que serve como base da metodologia desenvolvida nesse trabalho.

1.2.1 Breve Histórico

A palavra *Optimum* deriva do termo *Ops*¹, que foi utilizado primeiramente por Leibniz no século XVIII, significando a melhor entre todas as possibilidades, (Kim *et al.*, 2002). Otimização no sentido que utilizamos em engenharia hoje, representa, a busca da melhor solução para um projeto, que pode ser derivada de um cálculo diferencial, que seja adequada às restrições impostas ao mesmo.

¹Nome da deusa sabina da fertilidade e da fartura na agricultura.

Muito antes do desenvolvimento das teorias e equações clássicas da mecânica como conhecemos hoje, o conceito de otimização já vinha sendo investigado para sistemas estruturais. O problema de otimização de viga chamou a atenção de Galileu já em 1638, sendo que em seu livro *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze*, Galileu apresentou uma definição e uma solução lógica para a forma ótima de uma viga engastada livre sob carregamento concentrado como representado na Figura 1.1, (Lee, 2007).

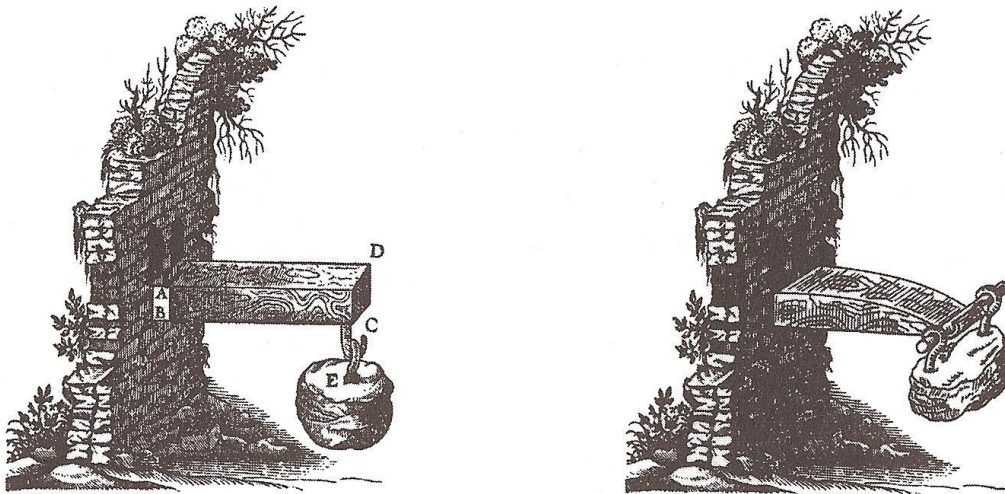


Figura 1.1: Problema de otimização de forma apresentado por Galileu em 1638, (Lee, 2007).

Dentre os pioneiros na utilização de otimização estrutural destaca-se Maxwell que em 1872, utilizando-se dos conceitos da teoria de elasticidade, aplicou conceitos de otimização no projeto de uma ponte além de outras estruturas civis. Maxwell estudou diversas estruturas com o objetivo de projetá-las com o menor volume de material possível sem que estas perdessem a integridade estrutural quando sujeitas aos carregamentos impostos. Já em 1904 Michell com base nas ideias de Maxwell, elaborou aquele que viria a ser um dos trabalhos mais importantes de otimização de todos os tempos. A otimização de uma estrutura biapoiada sujeita a um carregamento no centro, Figura 1.2, está entre os problemas estudados por Michell.

Os resultados obtidos por Michell (1904) ainda hoje são temas de estudos e discussões entre pesquisadores, e são usados como parâmetros para comparação no desenvolvimento de novas metodologias de otimização, conforme pode ser verificado nos trabalhos, Rozvany *et al.* (1995); Rozvany (1997); Bendsoe e Sigmund (2003); Huang e Xie (2010a); Rozvany (2011); Rozvany

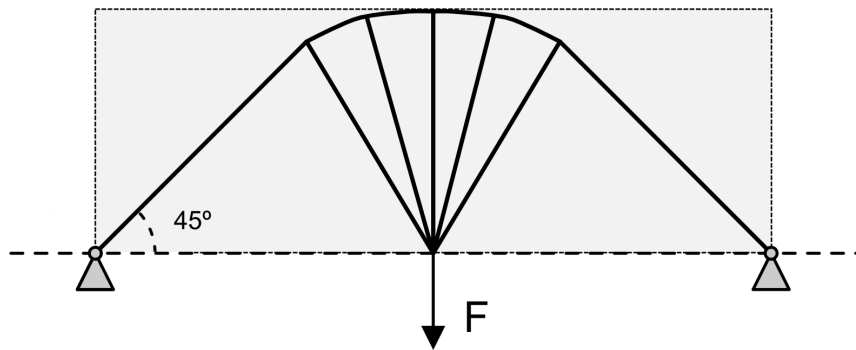


Figura 1.2: Otimização estrutural obtida por Michell.

e Sokol (2011); Bravo e Espí (2012); Sokol e Rozvany (2012) entre outros. Entretanto, na época, esses resultados foram considerados acadêmicos e com difícil aplicação prática. Somente com o advento da computação e desenvolvimento dos softwares de otimização que os resultados de Michell ganharam notoriedade, (Silva, 2001).

No período que antecedeu o desenvolvimento dos computadores e o método dos elementos finitos, os estudos de otimização eram em grande parte acadêmicos e de cunho analítico ou experimental. A partir da década de 1960, problemas práticos passaram a ser estudados, principalmente no ramo da aeronáutica. Com o advento da computação, na década de 80, surgem os primeiros softwares de otimização e também alguns softwares de CAE que incluem módulos de otimização em seus códigos, (Silva, 2001). No final da década surge o método de otimização topológica, que representa o conceito da síntese estrutural em sua essência.

Com o desenvolvimento dos computadores de alto desempenho e da computação paralela nos últimos anos, os métodos de otimização estrutural têm se tornado cada vez mais usados e vêm ganhando cada vez mais atenção do meio industrial. A simulação computacional e otimização estrutural de peças e equipamentos pode representar uma economia substancial de matéria prima, além de aumentar consideravelmente a confiabilidade de projetos. Atualmente, os métodos de otimização são aplicados em diversas áreas, tais como mecânica, civil, materiais, automotiva, aeronáutica, aeroespacial, biomecânica e outras.

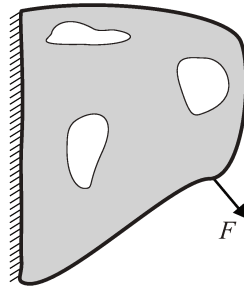


Figura 1.3: Problema clássico de otimização estrutural: Determinar a estrutura ótima para suportar o carregamento F .

1.2.2 Otimização Estrutural

A otimização estrutural de um sistema pode ser entendida como a tentativa de fazer com que o sistema suporte os carregamentos impostos da melhor maneira possível. Dado um sistema estrutural conforme mostra a Figura 1.3, uma estrutura engastada sujeita a um carregamento F , a otimização estrutural do sistema procurará a melhor configuração do sistema para o dado carregamento. Essa “melhor” maneira possível, pode representar diferentes situações, pode-se, por exemplo, desejar a estrutura mais leve, minimização do peso, que seja capaz de suportar o carregamento, ou a estrutura que minimize o deslocamento em uma dada direção, maximização da rigidez.

Essas maximizações ou minimizações das características do sistema não podem ocorrer sem que sejam respeitadas algumas restrições. Por exemplo, em se tratando da maximização da rigidez do sistema torna-se evidente a necessidade de uma limitação da quantidade de material que pode ser usada no sistema, pois de outra forma a maximização da rigidez do sistema não teria limite e o problema de otimização não estaria bem definido, (Christensen e Klarbring, 2008). Quantidades que podem ser usadas como medidas de desempenho da estrutura, tais como: tensão, rigidez, deslocamentos, geometria, peso, etc. podem fazer tanto o papel de restrições como o de funções objetivo. Portanto, o problema de otimização pode ser escrito geralmente na forma de minimização de uma função objetivo sujeita a uma série de restrições. Dessa forma, para a formulação do problema de otimização estrutural de um sistema pode-se escolher alguma medida de desempenho como função objetivo e selecionar outras como restrições para o processo.

De forma geral, as principais funções e variáveis envolvidas nos problemas de otimização estrutural podem ser definidas como, (Christensen e Klarbring, 2008):

- *Função Objetivo (f):* É a função usada para classificar o projeto. Para todas as possibilidades do projeto, a função objetivo retorna um número que indica o quão bom está o projeto. Normalmente, deseja-se minimizar ou maximizar a função objetivo. Como exemplo de função objetivo pode-se citar: o peso da estrutura, o deslocamento em uma dada direção, a rigidez total da estrutural, a tensão efetiva, etc.
- *Variável de projeto (x):* A função ou vetor que descreve o projeto, pode ser alterada durante o processo de otimização. Pode representar a geometria de um parâmetro, uma característica do material tal como a densidade, etc.
- *Variável de estado (y):* Função ou vetor que representa a resposta do sistema. Para um sistema mecânico a resposta pode ser o deslocamento, a tensão ou a força.

O problema de otimização estrutural pode ser descrito como:

$$\text{Otimização Estrutural} \left\{ \begin{array}{l} \text{minimizar } f(x, y) \text{ com respeito a } x \text{ e } y; \\ \text{sujeito } \left\{ \begin{array}{l} \text{Restrições de projeto em } x; \\ \text{Restrições de projeto em } y; \\ \text{Equação de equilíbrio do sistema.} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

1.2.3 Tipos de Otimização Estrutural

O problema de otimização estrutural pode ser dividido conforme as mudanças que acarreta na geometria do sistema a ser otimizado. Existem três abordagens principais em problemas de otimização estrutural:

- **Otimização Paramétrica ou Dimensional:** Neste tipo de abordagem, as variáveis aqui consideradas são os parâmetros geométricos como a dimensão transversal, o tamanho de um furo e outros. O processo busca encontrar, por exemplo, a melhor área da seção transversal de modo que se obtenha a maximização da rigidez com o menor volume de material. A forma e a topologia da estrutura são mantidas fixas. Exemplos deste tipo de otimização podem ser encontrados nos trabalhos de Rozvany *et al.* (1995).

- **Otimização de Forma:** Caracteriza-se por modificar os contornos dos segmentos e/ou as posições das cavidades. De forma geral, pode-se dizer que a implementação deste tipo de otimização exige uma maior sofisticação da implementação computacional quando comparada com a Otimização Paramétrica. Uma revisão da literatura para este tipo de otimização pode ser encontrada em Haftka e Grandhi (1986).
- **Otimização Topológica:** A forma mais robusta de otimização estrutural, permite dentro de um domínio fixo, uma alteração dos contornos e distribuição de material visando a otimização da estrutura segundo a função objetivo proposta. Permite o aparecimento de novas cavidades na estrutura, assim como as cavidades existentes no domínio inicial podem ser alteradas. Este tipo de otimização se adapta bem à utilização de elementos finitos para a análise do sistema, uma vez que o domínio permanece fixo, o que evita problemas com a discretização do modelo conforme pode acontecer na otimização de forma. Por ser uma otimização robusta e pela boa integração com o softwares comerciais de análise estrutural, a otimização topológica esta cada vez mais presente nas indústrias automotivas, aeronáuticas, naval, civil, etc. Um detalhamento da teoria de otimização topológica pode ser encontrado nos trabalhos de Hassani e Hinton (1999); Bendsoe e Sigmund (2003).

No presente trabalho é implementado um procedimento evolucionário para a otimização topológica de sistemas fluido estrutura. Esta escolha pela otimização topológica se deve ao grande potencial deste tipo de otimização e a melhor integração com o objetivo principal deste trabalho que é otimização de sistemas acoplados. A metodologia implementada segue a linha dos métodos evolucionários de otimização topológica, o procedimento evolucionário é descrito a seguir.

1.2.4 Otimização Estrutural Evolucionária

Com o advento da computação de alto desempenho nas duas últimas décadas, uma série de novos métodos de otimização estrutural começaram a ser desenvolvidos e investigados por pesquisadores das mais diferentes áreas da engenharia. Dentre esses novos métodos, destacam-se os métodos heurísticos. Os métodos heurísticos foram idealizados com base nos princípios da natureza, acreditando-se que seguindo a ordem natural dos eventos na natureza um projeto poderia ser otimizado, ou pelo menos, melhorado.

Como principal vantagem, esses métodos não necessitam o cálculo do gradiente da função objetivo, o que geralmente neste tipo de problema resulta em uma convergência mais rápida do que os métodos baseados no gradiente. O cálculo do gradiente é caro computacionalmente e para casos onde a função objetivo apresenta descontinuidade ou para funções complexas esse cálculo nem sempre é fácil de ser obtido. Os métodos heurísticos apresentam ainda uma importante característica que é a tendência de encontrar o ótimo global, não convergindo para ótimos locais, mesmo quando a solução inicial está distante do ótimo global.

A desvantagem dessa categoria de métodos de otimização é o fato de não poder assegurar que o projeto final convergirá para a solução ótima do problema. Entretanto, quando aplicados de forma apropriada esses métodos tendem a convergir rapidamente para uma forma ótima ou próxima à forma ótima, (Das *et al.*, 2011).

Dentre os métodos heurísticos de otimização estrutural desenvolvidos nas últimas décadas, encontra-se o método evolucionário de otimização estrutural - ESO (*Evolutionary Structural Optimization*), que é a base para a metodologia proposta nesse trabalho.

O método ESO é baseado nos princípios darwinianos de evolução, e procura imitar o processo biológico das estruturas na natureza. “Tem sido observado na natureza que as espécies procuram naturalmente se desenvolver para formatos que estão próximos de uma configuração onde todas partes da estrutura tem a mesma importância estrutural (*fully stressed*), pois este formato conduz para uma utilização ótima de material”, (Das *et al.*, 2011).

A Figura 1.4 mostra a topologia final de uma viga biapoiada, tipo Michell, otimizada pelo método ESO e apresentada como um dos primeiros resultados obtido pelo método.

1.3 Estado da Arte

Uma breve revisão bibliográfica sobre os temas relacionados ao trabalho é apresentada nessa seção. A revisão se concentra nos trabalhos mais recentes relacionados às duas principais áreas de pesquisa analisadas: os métodos evolucionários de otimização e a otimização de sistemas elasto-acústicos.

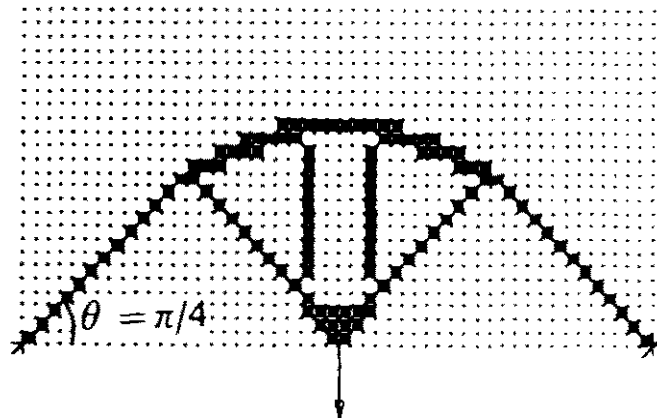


Figura 1.4: Exemplo de topologia final obtida através da utilização do método ESO, (Xie e Steven, 1993).

1.3.1 Métodos Evolucionários de Otimização - ESO/BESO

Na década de 1990, o método ESO foi proposto no trabalho de Xie e Steven (1993), e os fundamentos do método foram complementados no trabalho de Xie e Steven (1997), sendo que o procedimento inicial baseava-se na simples remoção gradual de material menos eficiente da estrutura, cuja análise era feita através do método dos elementos finitos. A ideia básica é analisar por elementos finitos o domínio completo em que pode existir estrutura, domínio de projeto, e a seguir, baseado na função objetivo escolhida avalia-se a eficiência de cada elemento na estrutura e retira-se gradualmente os elementos menos eficientes.

Para cada tipo de análise existirá um ou mais tipos de critério para a remoção de material, os quais podem ser critérios de rigidez, deslocamento, pressão, nível de tensão, frequência natural, resposta em frequência do sistema, condução de calor, flambagem e outros.

Com o desenvolvimento e aprimoramento do método evolucionário muitas das deficiências iniciais do método, principalmente no que diz respeito a convergência e estabilidade do processo, foram sanadas e o mesmo pôde ser aplicado para diferentes critérios de otimização, (Xie e Steven, 1996, 1997; Querin e Steven, 1998; Yang *et al.*, 1999; Tanskanen, 2002; Kim *et al.*, 2002).

O método BESO (*Bi-directional Evolutionary Structural Optimization*) foi apresentado na literatura no trabalho de Querin *et al.* (1998). O método pode ser considerado uma extensão do ESO

no sentido que apresenta a mesma estrutura, entretanto, o método permite a adição e a remoção de elementos na estrutura durante o processo. Dessa forma, elementos que em algum momento do processo foram retirados da estrutura poderão retornar em iterações futuras, (Huang e Xie, 2010a).

Todavia, o método BESO apresentado inicialmente ainda apresentava algumas deficiências (Zhou e Rozvany, 2001). Muitas alterações foram feitas no algoritmo do método desde seu surgimento na tentativa de tornar o método mais robusto e eficiente, (Zuo *et al.*, 2010). Um dos maiores aprimoramentos no método BESO, na tentativa de tornar o método independente do refinamento da malha, foi dado no trabalho de Huang e Xie (2007). A Figura 1.5 apresenta exemplos de resultados obtidos com o método BESO por Huang e Xie (2007). O código implementado para o método BESO neste trabalho segue a estrutura básica apresentada no trabalho de Huang e Xie (2007).

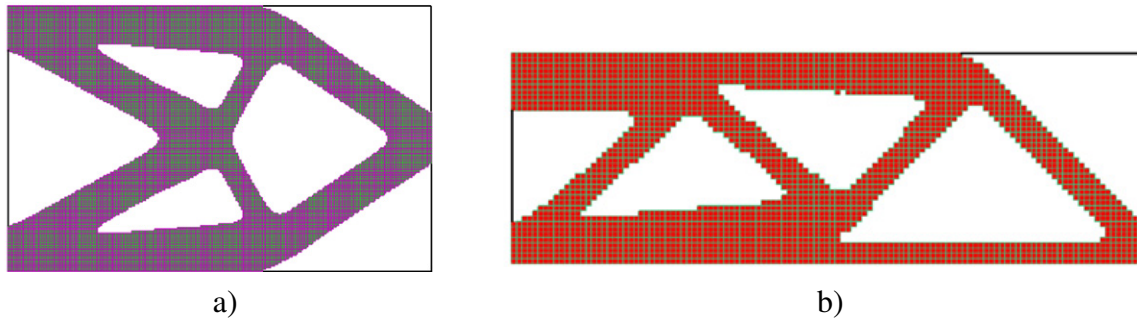


Figura 1.5: Exemplos de estruturas obtidas com o método BESO no trabalho de Huang e Xie (2007): a) Viga com proporções dos lados 8x5 engastada sujeita a um carregamento vertical face livre; b) Viga com proporções 3x1 biapoiada sujeita a um carregamento central (Metade da Viga MBB mais as condições de contorno apropriadas).

Devido à simplicidade da implementação, aos bons resultados e as características gerais do método ESO, aplicações envolvendo o método e suas variantes vêm sendo utilizadas nas mais diferentes áreas da engenharia: Em dinâmica e vibrações, Xie e Steven (1996); Zhao *et al.* (1996, 1997); Yang *et al.* (1999); em problemas de instabilidade estrutural, Manickarajah *et al.* (1998); Manickarajah D. *et al.* (2000); problemas relacionados com a condução de calor, Li *et al.* (1999, 2001); e em aplicações industriais e da construção civil, Cui *et al.* (2005); Ohmori *et al.* (2005); Das e Jones (2008); Das *et al.* (2011).

Recentemente, os métodos ESO/BESO vêm sendo investigados na literatura para problemas multi-escala e multi-objetivo em diferentes áreas da engenharia. No trabalho de Yang *et al.* (2011) é abordado o problema da otimização topológica em sistemas termomecânicos constituídos de ma-

teriais compósitos com múltiplos critérios de otimização. Huang *et al.* (2011) apresenta um estudo sobre a otimização de micro-estruturas celular com relação aos critérios de cisalhamento. A busca por padrões de topologias ótimas em sistemas de micro-estruturas celular sob várias condições de carregamento e contorno é investigado nos trabalhos de Xie *et al.* (2011); Radman *et al.* (2012b). O método BESO foi empregado para otimização de micro-estruturas de materiais celular isotrópicos, com uma análise de sensibilidade baseada no gradiente da função objetivo no trabalho Radman *et al.* (2012a). Shen *et al.* (2012) aplicaram otimização topológica em materiais esponjosos tendo como critério de otimização a energia de absorção dos sistemas multi-escalas formados por seções de esponjas vegetais. Um estudo sobre a otimização de micro-estruturas 3D compostas de materiais ortotrópicos é apresentado por Yang *et al.* (2013). O método evolucionário pode ser encontrado ainda no trabalho de Huang *et al.* (2013) para otimização sistemas compostos por micro-estruturas, materiais celular, e macro-estruturas, materiais compósitos, sob o critério de rigidez.

Entretanto, percebe-se da literatura que os métodos evolucionários de otimização topológica ainda não foram explorados para aplicações envolvendo a interação fluido-estrutura, que é o principal objetivo deste trabalho.

1.3.2 Otimização de Sistemas Elasto-Acústicos

Estudos envolvendo sistemas com interação fluido-estrutura para sistemas elasto-acústicos estão presentes em várias áreas da engenharia e recebem atenção dos pesquisadores no meio acadêmico e industrial. Entretanto, a otimização topológica desse tipo de problema começou a ganhar mais atenção apenas nos últimos anos, sendo esta uma área com vários ramos a serem explorados.

A aplicação de otimização topológica em sistemas multifísicos em geral vem crescendo rapidamente nos últimos anos. A literatura apresenta trabalhos nos quais sistemas multifísicos tais como, termomecânicos, (Autio, 2001; Li *et al.*, 2010), eletromecânicos, (Sigmund, 2001a,b; Mello *et al.*, 2012), vibro-acústicos, (Maute e Allen, 2004; Yoon e Kim, 2005; Yoon e Sigmund, 2008; Yamamoto *et al.*, 2009) são analisados no contexto da otimização topológica.

Várias técnicas de otimização podem ser usadas para a otimização de sistemas acoplados elasto-acústicos. Como exemplos da utilização do método *level set* para a otimização de sistemas elasto-acústicos nos quais o fluido é descrito por diferentes formulações, pode-se citar os trabalhos

de Duan *et al.* (2008b), Duan *et al.* (2008a) e Shu *et al.* (2011). Contudo, o método mais comumente empregado para a análise de sistemas multifísicos é o clássico método SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*), (Jensen e Pedersen, 2006; Du e Olhoff, 2007; Sigmund e Clausen, 2007; Bruggi e Venini, 2007; Duhring *et al.*, 2008).

Em relação aos métodos heurísticos, se utilizou o método dos algoritmos genéticos para a minimização da pressão sonora em sistemas vibro-acústicos no trabalho Lee *et al.* (2004), utilizando para a análise do sistema o método dos elementos de contorno.

A otimização da resposta harmônica de sistemas acoplados foi explorada com o método SIMP nos trabalhos de Yoon (2010) e Akl *et al.* (2009). Uma formulação mista para problemas vibro-acústicos sem uma fronteira explícita entre os domínios foi apresentada no trabalho de Yoon *et al.* (2007). O trabalho de Yoon apresenta as dificuldades da aplicação da otimização topológica em sistemas acoplados nos quais a fronteira entre os domínios pode ser alterada durante o processo de otimização.

Para problemas de otimização de sistemas estáticos envolvendo a interação fluido-estrutura na literatura, normalmente, o fluido é o responsável pela transmissão do carregamento ao domínio estrutural, e a função objetivo do problema é a rigidez estrutural do sistema, (Hammer e Olhoff, 2000; Chen e Kikuchi, 2001; Sigmund e Clausen, 2007; Zheng *et al.*, 2009; Bruggi e Cinquini, 2009; Lee e Martins, 2012).

A maior dificuldade na aplicação de otimização topológica a sistemas fluido-estrutura surge na determinação da superfície entre os domínios, responsável pela transferência de forças, uma vez que a interface pode variar a posição e direção durante o processo de otimização. Essa dificuldade é mais acentuada para os métodos baseados no gradiente, Homogenização, (Hassani e Hinton, 1999), SIMP, (Bendsoe e Sigmund, 2003), etc, pois nesses métodos devido a presença de densidades intermediárias de material, a superfície de transmissão do carregamento entre os domínios não pode ser explicitamente definida sem a utilização de técnicas complementares.

Muitos esforços tem sido feito na tentativa de solucionar esse problema de identificação da interface entre os domínios. Inicialmente Hammer e Olhoff (2000) propuseram uma identificação de linhas de iso-densidades dos pontos nodais e curvas de Bézier na determinação da fronteira onde a pressão irá atuar. Esse método foi posteriormente melhorado por Du e Olhoff (2004a) e Du e Olhoff (2004b) modificando a técnica para encontrar as isolinhas de densidade.

Mais recentemente, outros métodos para identificação da interface foram propostos. Zhang *et al.* (2008) propuseram uma alternativa para a busca da superfície de contorno usando um limite para classificar todos os elementos como elementos que podem e elementos que não podem transmitir pressão. Essa metodologia foi ainda estendida para casos 3D no trabalho de Zhang *et al.* (2010). Zheng *et al.* (2009) usou uma função baseada no potencial elétrico para modelar a superfície de pressão. Recentemente, Lee e Martins (2012) melhoraram o método de Du e Olhoff (2004a) e Du e Olhoff (2004b) eliminando a necessidade da pré definição dos pontos das isolinhas.

Ainda para os métodos baseados no gradiente de informações, outras estratégias foram desenvolvidas para contornar o problema de carregamentos dependentes da interface entre os domínios. Para simular a pressão imposta a estrutura Chen e Kikuchi (2001) consideraram um problema térmico fictício, sendo a pressão hidrostática simulada por cargas térmicas entre os domínios sólidos e fluido. Bourdin e Chambolle (2003) usaram um líquido fictício para exercer uma força de pressão na interface da estrutura, criando assim um sistema com quatro fases sólido, fluido, vazio e fluido fictício. Sigmund e Clausen (2007) sugeriram o uso de uma formulação mista equivalente para modelar o fluido como um fluido incompressível hidrostático. Mais tarde, Bruggi e Cinquini (2009) usaram outra aproximação no modelo misto para evitar complicações devido a incompressibilidade do fluido.

Os métodos ESO/BESO foram utilizados em problemas com carregamentos dependentes da topologia, sistemas apenas estruturais. Yang *et al.* (2005) explorou casos incluindo estruturas sujeitas ao peso próprio e carregamentos aplicados na superfície da estrutura, desenvolvendo uma nova análise de sensibilidade para essa classe de problema. Um fator de penalidade foi introduzido por Ansola *et al.* (2006) para contabilizar os efeitos do carregamento variável na análise de sensibilidade do sistema. No trabalho de Huang e Xie (2011) o problema de otimização de estruturas sujeitas ao peso próprio foi novamente abordado com a proposição do *soft-kill* BESO.

A literatura mostra que devido às características dos métodos ESO/BESO, estes têm um grande potencial para a otimização da classe de problemas com carregamentos dependentes da topologia. Existem muitos campos da engenharia que ainda não foram tratados com essa aproximação evolucionária de otimização topológica. Entre esses campos, encontra-se a classe sistemas acoplados elasto-acústicos.

1.4 Objetivos e Contribuições

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver, implementar e validar uma metodologia eficiente de otimização topológica para sistemas elasto-acústicos, segundo a formulação de fluido-estrutura, modelados pelo método dos elementos finitos usando-se estratégias evolucionárias bi-direcionais.

Como objetivos específicos deste trabalho, pode-se mencionar:

- Derivação de um método eficaz de análise de sensibilidade para problemas acoplados elasto-acústicos.
- Implementação dos métodos de otimização estrutural ESO/BESO para casos 2D e 3D, em domínios sólidos desacoplados.
- Propor, implementar e validar uma metodologia de otimização para caso de sistemas fluido-estrutura para sistemas estáticos.
- Propor, implementar e validar uma metodologia de minimização de um ou mais pontos da resposta harmônica de sistemas elasto-acústicos acoplados.
- Propor, implementar e validar uma metodologia de otimização de sistemas fluido-estrutura elasto-acústicos nos quais as interfaces entre os domínios podem ser alteradas durante o processo de otimização.

Como contribuição principal, deseja-se apresentar uma metodologia capaz de otimizar sistemas multifísicos elasto-acústicos de forma a obter uma interface melhor definida entre os domínios do que as interfaces apresentadas atualmente na literatura por métodos de otimização baseados no gradiente da função objetivo.

A contribuição deste trabalho para o grupo de pesquisa em que se insere é implementar e acoplar módulos de solução de problemas de otimização para sistemas elasto-acústicos a um código de análise já existente. Estes módulos serão adicionados ao projeto computacional MEFLAB, programa em desenvolvimento no Departamento de Mecânica Computacional da Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP.

Alguns resultados e contribuições deste trabalho podem ser encontrados nos trabalhos publicados em anais de congressos:

- *An Evolutionary Topology Optimization of a Fluid-structure System*, (Vicente *et al.*, 2011).
- *An Evolutionary Structural Optimization applied to Fluid-Structure Problems*, (Vicente *et al.*, 2012a).
- *Evolutionary Topology Optimization for Fluid-Estructure Interaction Problems with Natural Frequencies Constraints*, (Picelli *et al.*, 2012).
- *Bi-directional Evolutionary Topology Optimization for Multiphysics Problems with Frequency Response Constraints*, (Vicente *et al.*, 2012b).

1.5 Descrição do Trabalho

O presente trabalho foi organizado e sistematizado em seis capítulos visando estruturar o conteúdo abordado nesta pesquisa. Neste primeiro capítulo são descritas as linhas gerais desta tese, bem como seus principais objetivos e motivações. O capítulo apresenta ainda uma breve revisão da literatura referente aos temas abordados neste trabalho.

No segundo capítulo é apresentada a formulação fluido-estrutura para problemas acoplados elasto-acústicos que foi adotada neste trabalho. São apresentadas as equações para a modelagem dos domínios fluido, estrutural, as equações de acoplamento e as condições de contorno para os domínios.

O terceiro capítulo expõe questões relativas a otimização estrutural evolucionária. O capítulo apresenta um estudo sobre os parâmetros do método BESO e exemplos clássicos de otimização visando validar o código computacional implementado.

O quarto capítulo apresenta o desenvolvimento da metodologia de otimização para sistemas elasto-acústicos proposta neste trabalho. São exploradas questões referentes as análises de sensibilidade das funções objetivo utilizadas na otimização.

Os principais resultados obtidos para a otimização de sistemas elasto-acústicos com a utilização do código implementado estão presentes no quinto capítulo. São apresentados exemplos de otimização estrutural para sistemas acoplados estáticos e dinâmicos.

Por último, o sexto capítulo faz considerações sobre o trabalho, comentando os resultados obtidos com a metodologia proposta e propondo sugestões para trabalhos futuros.

2 Modelagem do Problema Fluido-Estrutura

A análise dos sistemas neste trabalho é feita usando o método dos elementos finitos para a discretização das equações governantes. São apresentados a seguir, de forma resumida, a modelagem e a discretização por elementos finitos dos sistemas multifísicos estudados.

Conforme será visto nos próximos capítulos, o procedimento para a otimização topológica de sistemas requer que a análise/resolução do sistema seja realizada inúmeras vezes durante a evolução da topologia. Dessa forma, a modelagem do sistema se torna fundamental para a eficiência do procedimento de otimização, uma vez que a resolução do sistema representa o maior custo computacional dentro do processo.

No presente trabalho, abordou-se os casos de acoplamento fluido-estrutura considerando o fluido inicialmente em repouso, invíscido e irrotacional, incluindo o efeito da compressibilidade, caso elasto-acústico, ou supondo o fluido incompressível, caso hidro-elástico, (Morand e Ohayon, 1995).

Dentre as várias opções para a formulação do problema de interação fluido-estrutura elasto-acústico, (Morand e Ohayon, 1995; Sandberg e Ohayon, 2009), optou-se por utilizar a formulação em pressão ou também chamada de formulação mista, $\mathbf{u}_s - p_f$, (Carlsson, 1992; Bathe *et al.*, 1995; Galli, 1995; Wang e Bathe, 1997; Sandberg, 1986; Zienkiewicz e Taylor, 2000; Davidsson, 2004; Souto, 2005; Yoon *et al.*, 2007). Nesta formulação é usada uma descrição Lagrangeana para a estrutura, e tem como variáveis do problema os deslocamentos, \mathbf{u}_s . Para a fase fluida utiliza-se uma descrição Euleriana para a modelagem e as variáveis incógnitas adotando-se o campo escalar de pressão hidrostática, p_f .

A formulação em pressão para sistemas acoplados fluido-estrutura é descrita em detalhes no trabalho clássico de Bathe (1982) e pode ser encontrada em vários trabalhos da literatura, Zienkiewicz (1969), Everstine (1997), Zienkiewicz e Taylor (2000) e Sandberg e Ohayon (2009) entre outros.

Como principal vantagem, a formulação em pressão apresenta o reduzido número de graus de liberdade na fase fluida. Sendo necessários apenas 3 graus de liberdade por nó, caso do problema de elasticidade, para descrever o deslocamento da parte estrutural e apenas um grau de liberdade

para caracterizar a fase fluida. Em outras formulações tais como a formulação por deslocamento, são necessários no mínimo três graus de liberdade por nó para cada domínio.

A formulação estudada permite representar uma ampla classe de problemas da vibro-acústica, tais como, os problemas interiores de cavidades acústicas, barreiras acústicas, transmissibilidade, invisibilidade acústica, etc. No caso hidro-elástico, pode-se representar os problemas de cargas de pressão, cargas móveis e problemas de massa adicional.

Na otimização de sistemas fluido-estrutura, deseja-se otimizar o deslocamento da fase estrutural e/ou a pressão em alguma parte ou área da fase fluida, portanto, a formulação em pressão oferece a vantagem de não exigir nenhum outro equacionamento na fase de otimização do sistema, uma vez que já trabalha com as variáveis primárias que serão otimizadas. Como desvantagem da formulação em pressão pode-se citar o fato da obtenção de matrizes não simétricas para a descrição do sistema acoplado.

A notação indicial utilizada nesse trabalho segue a notação utilizada por Ottosen e Petersson (1992). Um detalhamento do equacionamento e modelagem de sistemas fluido-estrutura acoplados, na formulação em pressão aqui descrita, pode ser encontrado nos trabalhos de Sandberg (1986), Carlsson (1992) e Davidsson (2004).

2.1 Domínio Estrutural

O domínio estrutural do sistema acoplado pode ser descrito por meio da equação diferencial de movimento para um corpo contínuo. Como hipóteses para o domínio estrutural são assumidas pequenas deformações e a homogeneidade e isotropia do material, usando-se portanto as hipóteses da teoria da elasticidade linear.

A equação de movimento para um meio contínuo elástico linear pode ser escrita como

$$\tilde{\nabla}^T \sigma_s + \mathbf{b}_s = \mathbf{q}_s \quad (2.1)$$

sendo σ_s a representação vetorial para os termos das tensões de Cauchy, \mathbf{b}_s o vetor força de campo e \mathbf{q}_s representa o vetor força de inércia.

A força de campo pode ser representada pelas suas componentes como,

$$\mathbf{b}_s = \left\{ b_1^s \quad b_2^s \quad b_3^s \right\}^T \quad (2.2)$$

e a força de inércia pode ser escrita em função do campo de deslocamento,

$$\mathbf{q}_s = \rho_s \frac{\partial^2 \mathbf{u}_s}{\partial t^2} \quad (2.3)$$

onde ρ_s é a densidade do meio contínuo sólido, que é considerada constante neste trabalho, o vetor campo de deslocamento pode ainda ser expresso pelas suas componentes,

$$\mathbf{u}_s = \left\{ u_1^s \quad u_2^s \quad u_3^s \right\}^T \quad (2.4)$$

e o operador diferencial $\tilde{\nabla}$ pode ser escrito como:

$$\tilde{\nabla} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Supondo um regime de pequenos deslocamentos e pequenas deformações, o tensor de deformação de Green-Lagrange e o tensor de tensões de Cauchy são definidos como,

$$\mathbf{E}_s = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^s & \varepsilon_{12}^s & \varepsilon_{13}^s \\ & \varepsilon_{22}^s & \varepsilon_{23}^s \\ sim. & & \varepsilon_{33}^s \end{bmatrix}; \quad \mathbf{S}_s = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^s & \sigma_{12}^s & \sigma_{13}^s \\ & \sigma_{22}^s & \sigma_{23}^s \\ sim. & & \sigma_{33}^s \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

e adotando uma notação matricial, as deformações e as tensões podem ser escritas como:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_s = \left\{ \varepsilon_{11}^s \quad \varepsilon_{22}^s \quad \varepsilon_{33}^s \quad \gamma_{12}^s \quad \gamma_{13}^s \quad \gamma_{23}^s \right\}^T; \quad \boldsymbol{\sigma}_s = \left\{ \sigma_{11}^s \quad \sigma_{22}^s \quad \sigma_{33}^s \quad \sigma_{12}^s \quad \sigma_{13}^s \quad \sigma_{23}^s \right\}^T \quad (2.7)$$

onde $\gamma_{12}^s = 2\varepsilon_{12}^s$, $\gamma_{13}^s = 2\varepsilon_{13}^s$ e $\gamma_{23}^s = 2\varepsilon_{23}^s$.

As componentes do tensor de deformações são dadas por:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^s \\ \varepsilon_{22}^s \\ \varepsilon_{33}^s \\ \varepsilon_{12}^s \\ \varepsilon_{13}^s \\ \varepsilon_{23}^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial u_1^s / \partial x_1 \\ \partial u_2^s / \partial x_2 \\ \partial u_3^s / \partial x_3 \\ 1/2 (\partial u_1^s / \partial x_2 + \partial u_2^s / \partial x_1) \\ 1/2 (\partial u_1^s / \partial x_3 + \partial u_3^s / \partial x_1) \\ 1/2 (\partial u_2^s / \partial x_3 + \partial u_3^s / \partial x_2) \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

As relações cinemáticas, isto é, as relações entre os deslocamentos definidos na Equação 2.4 e deformações definidas na Equação 2.6, podem ser escritas de forma compacta por:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_s = \tilde{\nabla} \mathbf{u}_s \quad (2.9)$$

Para um material isotrópico, as tensões e as deformações são relacionadas pela matriz constitutiva \mathbf{D}_s que representa a lei de Hooke generalizada, dada por:

$$\boldsymbol{\sigma}_s = \mathbf{D}_s \boldsymbol{\varepsilon}_s \quad (2.10)$$

sendo

$$\mathbf{D}_s = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Os coeficientes de Lamé, λ e μ , são expressos em função do módulo de elasticidade, E , o módulo de cisalhamento, G , e o coeficiente de Poisson, ν , através das seguintes relações

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}; \quad \mu = G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.12)$$

Tais propriedades (E , ν , G) são obtidas experimentalmente e caracterizam o comportamento do meio elástico contínuo na fase linear.

O problema de valor de contorno associado ao meio elástico contínuo é dado por:

$$\tilde{\nabla}^T \boldsymbol{\sigma}_s + \mathbf{b}_s = \rho_s \frac{\partial^2 \mathbf{u}_s}{\partial t^2} \quad \text{em } \Omega_s \quad (2.13)$$

Sujeito as seguintes condições de contorno de Dirichlet:

$$\mathbf{u}_s = 0 \quad \text{em } \Gamma_{se} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{u}_s = \bar{\mathbf{u}}_s \quad \text{em } \Gamma_{sd} \quad (2.15)$$

e as condições de contorno de Neumann:

$$\mathbf{S}_s \mathbf{n}_s = 0 \quad \text{em } \Gamma_{sl} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{S}_s \mathbf{n}_s = \mathbf{f}_s \quad \text{em } \Gamma_{sc} \quad (2.17)$$

$$\mathbf{S}_s \mathbf{n}_s = \mathbf{t}_{sf} \quad \text{em } \Gamma_{sf} \quad (2.18)$$

sendo que

Ω_s é do domínio estrutural elástico linear;

Γ_{se} é a fronteira do domínio estrutural com restrição imposta;

Γ_{sd} é a fronteira do domínio estrutural com deslocamento imposto;

Γ_{sl} é a fronteira livre do domínio estrutural;

Γ_{sc} é a fronteira do domínio estrutural com carregamento externo;

Γ_{sf} é a interface entre os domínios;

\mathbf{n}_s é o vetor normal externo a superfície do domínio estrutural;

$\bar{\mathbf{u}}_s$ é o deslocamento imposto no domínio estrutural;

\mathbf{f}_s é o vetor do carregamento externo aplicado ao domínio estrutural;

\mathbf{t}_{sf} é o vetor da força transmitida do fluido para a estrutura através interface.

A solução das Equações 2.13 à 2.18 permite encontrar uma solução para o campo de deslocamento \mathbf{u}_s , e por consequente, usando-se as Equações 2.9 e 2.10 pode-se determinar o campo de tensões $\boldsymbol{\sigma}_s$ em um ponto qualquer do meio contínuo.

2.1.1 Aproximação por Elementos Finitos da Fase Estrutural

Para chegar na forma discretizada por elementos finitos do domínio estrutural, a forma fraca da equação diferencial é derivada usando-se o método dos Resíduos ponderados (Bathe, 1982).

A aplicação do método dos Resíduos Ponderados implica em multiplicar a Equação 2.13 por um conjunto de funções ponderadoras, \mathbf{w}_s , e integrar no domínio material, Ω_s ,

$$\int_{\Omega_s} \mathbf{w}_s^T \left(\tilde{\nabla}^T \boldsymbol{\sigma}_s - \rho_s \frac{\partial^2 \mathbf{u}_s}{\partial t^2} + \mathbf{b}_s \right) dV = 0 \quad (2.19)$$

Aplicando o teorema de Green-Gauss no primeiro termo da Equação 2.19 obtém-se,

$$\int_{\Omega_s} (\mathbf{w}_s)^T \tilde{\nabla}^T \boldsymbol{\sigma}_s dV = \int_{\Gamma_{sf}} (\mathbf{w}_s)^T \mathbf{t}_{sf} dS + \int_{\Gamma_{sc}} (\mathbf{w}_s)^T \mathbf{f}_s dS - \int_{\Omega_s} \left(\tilde{\nabla} \mathbf{w}_s \right)^T \boldsymbol{\sigma}_s dV \quad (2.20)$$

Pode-se então, escrever a forma fraca do problema na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_s} (\mathbf{w}_s)^T \rho_s \frac{\partial^2 \mathbf{u}_s}{\partial t^2} dV + \int_{\Omega_s} \left(\tilde{\nabla} \mathbf{w}_s \right)^T \boldsymbol{\sigma}_s dV - \int_{\Gamma_{sf}} (\mathbf{w}_s)^T \mathbf{t}_{sf} dS \\ - \int_{\Gamma_{sc}} (\mathbf{w}_s)^T \mathbf{f}_s dS - \int_{\Omega_s} (\mathbf{w}_s)^T \mathbf{b}_s dV = 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Introduzindo uma aproximação por elementos finitos dos deslocamentos nodais, fazendo-se uma discretização do domínio e do contorno em elementos finitos e propondo uma aproximação do tipo nodal polinomial para todos os elementos é possível escrever:

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{N}_s \tilde{\mathbf{u}}_s \quad (2.22)$$

sendo que \mathbf{N}_s contém as funções de forma polinomiais para o domínio estrutural, e $\tilde{\mathbf{u}}_s$ são os valores nodais da aproximação proposta. Dessa forma as deformações podem agora ser expressas por:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_s = \tilde{\nabla} \mathbf{N}_s \tilde{\mathbf{u}}_s \quad (2.23)$$

Adotando-se o método de Galerkin, escolhe-se as funções ponderadoras idênticas as funções de forma ou seja, $w_s = N_s$. A aproximação é feita em nível elementar para posteriormente proceder a montagem da matriz global.

A formulação por elementos finitos do domínio estrutural pode então ser descrita para um meio contínuo como sendo

$$\sum_{i=1}^{nel} \left\{ \int_{\Omega_s} N_s^T \rho_s N_s dV \ddot{\mathbf{u}}_s + \int_{\Omega_s} \left(\tilde{\nabla} N_s \right)^T \mathbf{D}_s \tilde{\nabla} N_s dV \tilde{\mathbf{u}}_s = \right. \\ \left. = \int_{\Gamma_{sf}} N_s^T \mathbf{t}_{sf} dS + \int_{\Gamma_{sc}} N_s^T \mathbf{f}_s dS + \int_{\Omega_s} N_s^T \mathbf{b}_s dV \right\} \quad (2.24)$$

onde \sum representa o procedimento de montagem do sistema global e nel é o número de elementos da malha.

O sistema matricial de equações para o domínio estrutural pode ser definido como:

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{u}}_s + \mathbf{K}_s \tilde{\mathbf{u}}_s = \mathbf{f}_{fs} + \mathbf{f}_s + \mathbf{f}_b \quad (2.25)$$

Adotando-se para a interpolação das variáveis funções de aproximação N_s do tipo suporte compacto, isto é:

$$N_s^j(x_i) = \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{se } i \neq j \\ 1 & \text{se } i = j \end{cases} \quad (2.26)$$

sendo que o índice i indica nó e o índice j indica elemento.

Ou seja, N_s é nula fora do domínio do elemento Ω_s^e onde a função é definida. Assim, a aproximação pode ser feita elemento por elemento:

$$\mathbf{u}_s^e = \mathbf{N}_s^e \tilde{\mathbf{u}}_s^e \quad (2.27)$$

Portanto, os termos da equação global, Equação 2.25, podem ser calculados de forma elementar:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_s^e &= \int_{\Omega_s^e} (\mathbf{N}_s^e)^T \rho_s \mathbf{N}_s^e dV; & \mathbf{K}_s^e &= \int_{\Omega_s^e} \left(\tilde{\nabla} \mathbf{N}_s^e \right)^T \mathbf{D}_s \tilde{\nabla} \mathbf{N}_s^e dV \\ \mathbf{f}_{fs}^e &= \int_{\Gamma_{sf}^e} (\mathbf{N}_s^e)^T \mathbf{t}_{sf} dS; & \mathbf{f}_s^e &= \int_{\Gamma_{sc}^e} (\mathbf{N}_s^e)^T \mathbf{f}_s dS; & \mathbf{f}_b^e &= \int_{\Omega_s^e} (\mathbf{N}_s^e)^T \mathbf{b}_s dV \end{aligned} \quad (2.28)$$

onde \mathbf{M}_s^e e \mathbf{K}_s^e são as matrizes de massa e de rigidez elementares, respectivamente, da fase estrutural do sistema acoplado, \mathbf{f}_{fs}^e é vetor que representa a força de superfície nodal equivalente que o fluido exerce na estrutura, \mathbf{f}_s^e é o vetor das forças nodais de superfície que atuam na estrutura e \mathbf{f}_b^e é o vetor das forças nodais equivalentes de corpo que atuam na estrutura.

2.2 Domínio Fluido

O domínio fluido do sistema acoplado pode ser descrito por meio das equações governantes do fluido, que são: Equação de movimento, equação da continuidade e a equação constitutiva. Como hipóteses para a fase fluida assume-se que o fluido é irrotacional, não viscoso e que sofre apenas pequenas translações. O fluido é considerado incompressível ou compressível, em função do caso que será estudado.

Dessa forma pode-se definir as equações governantes para um volume de controle do fluido como sendo a equação de movimento,

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{u}_f(t)}{\partial t^2} + \nabla p_f(t) = 0 \quad (2.29)$$

a equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho_f(t)}{\partial t} + \rho_0 \nabla^T \frac{\partial \mathbf{u}_f(t)}{\partial t} = q_f(t) \quad (2.30)$$

e a equação constitutiva,

$$p_f(t) = c_0^2 \rho_f(t) \quad (2.31)$$

sendo \mathbf{u}_f o vetor deslocamento na fase fluida, $p_f(t)$ a pressão dinâmica, $\rho_f(t)$ a densidade dinâmica e $q_f(t)$ é a massa de fluido adicionada por unidade de volume, ρ_0 é a densidade estática do fluido e

c_0 é a velocidade do som no meio. ∇ representa o gradiente de uma dada variável, por exemplo,

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \quad \frac{\partial}{\partial x_2} \quad \frac{\partial}{\partial x_3} \right]^T; \quad (2.32)$$

A densidade dinâmica ou densidade acústica de uma partícula do fluido, $\rho_f(t)$, pode ser escrita em termos da condensação dessa partícula, $s(t)$, e da densidade estática ou densidade de equilíbrio do fluido, ρ_0 , como:

$$\rho_f(t) = \rho_0 s(t) \quad (2.33)$$

Pode-se definir a condensação de uma dada partícula do fluido, $s(t)$, como a variação da densidade de equilíbrio do fluido (Kinsler *et al.*, 1999),

$$s(t) = \frac{\rho(t) - \rho_0}{\rho_0} \quad (2.34)$$

sendo $\rho(t)$ a densidade instantânea de uma partícula do fluido.

A equação de onda pode ser derivada das Equações 2.29 - 2.31. Derivando-se a Equação 2.30 com relação ao tempo e usando a Equação 2.31 obtém-se:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_f}{\partial t^2} + \rho_0 \nabla^T \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}_f}{\partial t^2} \right) = \frac{\partial q_f}{\partial t} \quad (2.35)$$

Substituindo a Equação 2.29 na Equação 2.35 tem-se a equação de onda em termos da pressão acústica, p_f .

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_f}{\partial t^2} - \nabla^2 p_f = \frac{\partial q_f}{\partial t} \quad (2.36)$$

onde ∇^2 é o Operador Laplaciano dado por:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \quad (2.37)$$

Dessa forma pode-se definir o problema de valor de contorno associado ao meio fluido por:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_f}{\partial t^2} - \nabla^2 p_f = \frac{\partial q_f}{\partial t} \quad \text{em } \Omega_f \quad (2.38)$$

Sujeito as seguintes condições de contorno de Dirichlet:

$$p_f = 0 \quad \text{em } \Gamma_{fl} \quad (2.39)$$

$$p_f = \bar{p}_f \quad \text{em } \Gamma_{fd} \quad (2.40)$$

e as condições de contorno de Neumann:

$$\nabla^T p_f \mathbf{n}_f = 0 \quad \text{em } \Gamma_{fp} \quad (2.41)$$

$$\nabla^T p_f \mathbf{n}_f = q \quad \text{em } \Gamma_{fc} \quad (2.42)$$

$$\nabla^T p_f \mathbf{n}_f = \rho_0 \mathbf{n}_f^T \frac{\partial^2 \mathbf{u}_s}{\partial t^2} \quad \text{em } \Gamma_{sf} \quad (2.43)$$

sendo que

Ω_f é do domínio fluido discretizado;

Γ_{fl} é a uma aproximação da fronteira do domínio fluido para a condição de superfície livre;

Γ_{fd} é a fronteira do domínio fluido com pressão imposta;

Γ_{fp} é a fronteira do domínio fluido com condição de parede rígida;

Γ_{fc} é a fronteira do domínio fluido com contribuição de fontes acústicas;

Γ_{sf} é a interface entre os domínios;

\mathbf{n}_f é o vetor normal externo a superfície do domínio fluido;

\bar{p}_f é pressão imposta no domínio fluido;

q é o fluxo externo aplicado ao domínio fluido;

$\rho_0 \mathbf{n}_f^T \frac{\partial^2 \mathbf{u}_s}{\partial t^2}$ é o termo com a contribuição da força da estrutura que é passada para o domínio fluido através da interface.

A solução das Equações 2.38 à 2.43 permite encontrar uma solução para o campo de pressão p_f para qualquer ponto do meio contínuo.

2.2.1 Aproximação por Elementos Finitos da Fase Fluida

A forma discretizada por elementos finitos do domínio fluido pode ser obtida através da derivação da forma fraca da equação diferencial usando-se o método dos Resíduos ponderados, (Bathe, 1982). A aplicação do método dos Resíduos Ponderados implica em multiplicar a Equação 2.36 por um conjunto de funções ponderadoras, \mathbf{w}_f , e integrando sobre o volume Ω_f

$$\int_{\Omega_f} \mathbf{w}_f \left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_f}{\partial t^2} - \nabla^2 p_f - \frac{\partial q_f}{\partial t} \right) dV = 0 \quad (2.44)$$

a formulação fraca para o problema pode ser obtida através do teorema de Green,

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_f} \mathbf{w}_f \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_f}{\partial t^2} dV + \int_{\Omega_f} (\nabla \mathbf{w}_f)^T \nabla p_f dV = \\ & = \int_{\Gamma_{sf}} \mathbf{w}_f \nabla^T p_f \mathbf{n}_f dS + \int_{\Gamma_{fc}} \mathbf{w}_f q dS + \int_{\Omega_f} \mathbf{w}_f \frac{\partial q_f}{\partial t} dV \end{aligned} \quad (2.45)$$

onde o vetor normal a superfície \mathbf{n}_f aponta para fora do domínio fluido, q é o fluxo externo aplicado ao domínio fluido.

Fazendo-se uma discretização do domínio e do contorno em elementos finitos e propondo-se uma aproximação do tipo nodal polinomial para todos os elementos é possível escrever uma aproximação do campo de pressão:

$$p_f = \mathbf{N}_f \tilde{\mathbf{p}}_f \quad (2.46)$$

sendo $\tilde{\mathbf{p}}_f$ contém os valores nodais da aproximação proposta para a pressão e \mathbf{N}_f contém as funções de forma polinomiais para o domínio fluido.

Adotando-se o método de Galerkin, escolhe-se as funções ponderadoras idênticas às funções de forma ou seja, $\mathbf{w}_f = \mathbf{N}_f$. Pode-se então, proceder a aproximação em nível elementar para posteriormente realizar a montagem da matriz global.

Aplicando estas definições na Equação 2.45

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{nel} \left\{ \int_{\Omega_f} \frac{1}{c_0^2} \mathbf{N}_f^T \mathbf{N}_f dV \ddot{\mathbf{p}}_f + \int_{\Omega_f} (\nabla \mathbf{N}_f)^T \nabla \mathbf{N}_f dV \tilde{\mathbf{p}}_f = \right. \\ & \left. = \int_{\Gamma_{sf}} \mathbf{N}_f^T \nabla^T p_f \mathbf{n}_f dS + \int_{\Gamma_{sc}} \mathbf{N}_f^T q dS + \int_{\Omega_f} \mathbf{N}_f^T \frac{\partial q_f}{\partial t} dV \right\} \end{aligned} \quad (2.47)$$

onde \sum representa o procedimento de montagem do sistema global e nel é o número de elementos da malha.

O sistema matricial de equações para o domínio fluido pode ser definido como:

$$\mathbf{M}_f \ddot{\mathbf{p}}_f + \mathbf{K}_f \tilde{\mathbf{p}}_f = \mathbf{f}_{sf} + \mathbf{f}_f + \mathbf{f}_q \quad (2.48)$$

Adotando-se para a interpolação das variáveis novamente funções de aproximação \mathbf{N}_f do tipo suporte compacto, isto é:

$$\mathbf{N}_f^j(x_i) = \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{se } i \neq j \\ 1 & \text{se } i = j \end{cases} \quad (2.49)$$

sendo que o índice i indica nó e o índice j indica a função de forma.

Ou seja, \mathbf{N}_f é nula fora do domínio do elemento Ω_f^e onde a função é definida. Assim, a aproximação pode ser feita elemento por elemento:

$$\mathbf{u}_f^e = \mathbf{N}_f^e \tilde{\mathbf{u}}_f^e \quad (2.50)$$

Tem-se, os termos da equação global, Equação 2.48, podem ser determinados de forma elementar:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_f^e &= \frac{1}{c_0^2} \int_{\Omega_f} \mathbf{N}_f^T \mathbf{N}_f dV; & \mathbf{K}_f^e &= \int_{\Omega_f} (\nabla \mathbf{N}_f)^T \nabla \mathbf{N}_f dV \\ \mathbf{f}_{sf}^e &= \int_{\Gamma_{sf}} \mathbf{N}_f^T \mathbf{n}_f^T \nabla p_f dS; & \mathbf{f}_f^e &= \int_{\Gamma_{fc}} \mathbf{N}_f^T q dS; & \mathbf{f}_q^e &= \int_{\Omega_f} \mathbf{N}_f^T \frac{\partial q}{\partial t} dV \end{aligned} \quad (2.51)$$

onde \mathbf{M}_f^e e \mathbf{K}_f^e são as matrizes de inércia e volumétrica elementares, respectivamente, do domínio

fluido, \mathbf{f}_{sf}^e é vetor elementar com a contribuição da força da estrutura que é passada para o domínio fluido através da interface, \mathbf{f}_f^e é o vetor elementar de fluxo externo aplicado ao domínio fluido e \mathbf{f}_q^e é o vetor elementar com a contribuição do fluxo devido a vazão de fluido.

2.3 Acoplamento Fluido-Estrutura

As condições de acoplamento no contorno entre os domínios estrutural e fluido garantem a continuidade no deslocamento e na pressão entre os domínios. A Figura 2.1 mostra um sistema fluido-estrutura e as condições de contorno impostas aos dois domínios do sistema.

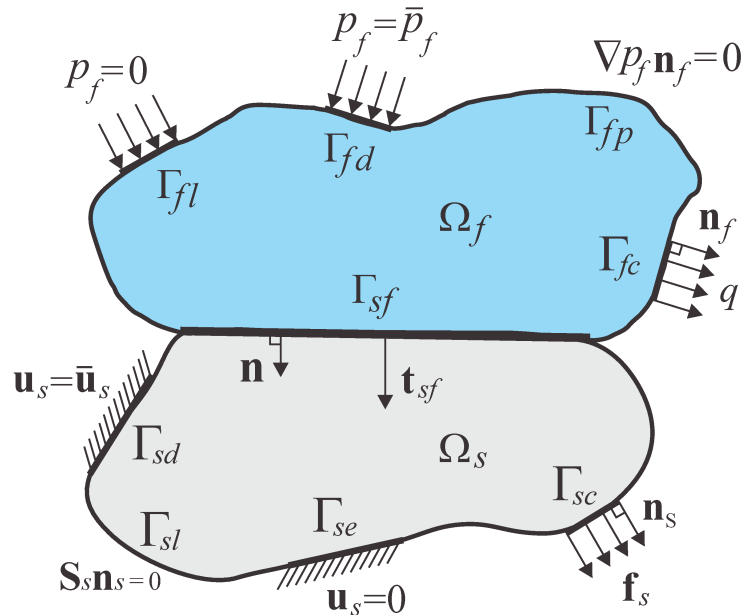


Figura 2.1: Sistema acoplado fluido-estrutura, Domínios estrutural, Ω_s , domínio fluido, Ω_f , interface entre os domínios, Γ_{sf} , e as respectivas condições de contorno impostas ao sistema.

As condições de contorno entre os domínios estrutural, Ω_s , e fluido, Ω_f , são garantidas pela interface entre os domínios, Γ_{sf} . Na interface as partículas do fluido e a estrutura se movem juntas na direção normal do contorno.

Introduzindo o vetor normal $\mathbf{n} = \mathbf{n}_f = -\mathbf{n}_s$, a condição de deslocamento no contorno pode

ser escrita como:

$$\mathbf{u}_s \mathbf{n} |_{\Gamma_{sf}} = \mathbf{u}_f \mathbf{n} |_{\Gamma_{sf}} \quad (2.52)$$

e a continuidade na pressão

$$\mathbf{S}_s \mathbf{n}_s = -\mathbf{n}_f p_f \quad (2.53)$$

onde p_f representa a pressão acústica do fluido.

O termo \mathbf{f}_{fs} na Equação 2.25 pode ser escrito como:

$$\mathbf{f}_{fs} = \int_{\Gamma_{sf}} \mathbf{N}_s^T \mathbf{n} p_f dS = \int_{\Gamma_{sf}} \mathbf{N}_s^T \mathbf{n} \mathbf{N}_f dS \tilde{\mathbf{p}}_f \quad (2.54)$$

O vetor normal do contorno na estrutura \mathbf{n}_s é substituído pelo vetor \mathbf{n} de direção contrária. A força agindo na estrutura é expressa em função da pressão do fluido.

Na parte fluida, o acoplamento é introduzido no termo de força \mathbf{f}_{sf} , Equação 2.48.

$$\nabla p_f = -\rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{u}_f(t)}{\partial t^2} \quad (2.55)$$

e as condições de contorno na Equação 2.52, o carregamento atuando no fluido pode ser descrita em termos da aceleração estrutural

$$\mathbf{n}^T \nabla p_f |_{\Gamma_{sf}} = -\rho_0 \mathbf{n}^T \frac{\partial^2 \mathbf{u}_f}{\partial t^2} |_{\Gamma_{sf}} = -\rho_0 \mathbf{n}^T \frac{\partial^2 \mathbf{u}_s}{\partial t^2} |_{\Gamma_{sf}} = -\rho_0 \mathbf{n}^T \mathbf{N}_s \ddot{\mathbf{u}}_s |_{\Gamma_{sf}} \quad (2.56)$$

e os termos de carregamento nos contornos do domínio fluido, \mathbf{f}_{sf} , podem ser expresso em termos da aceleração estrutural

$$\mathbf{f}_{sf} = - \int_{\Gamma_{sf}} \mathbf{N}_f^T \mathbf{n}^T \nabla p_f dS = -\rho_0 \int_{\Gamma_{sf}} \mathbf{N}_f^T \mathbf{n}^T \mathbf{N}_s dS \ddot{\mathbf{u}}_s \quad (2.57)$$

Designando a matriz de acoplamento como sendo

$$\mathbf{L}_{sf} = \int_{\Gamma_{sf}} \mathbf{N}_s^T \mathbf{n} \mathbf{N}_f dS \quad (2.58)$$

o acoplamento das forças na interface pode ser escrito em termos de matriz de acoplamento

$$\mathbf{f}_{fs} = \mathbf{L}_{sf} \tilde{\mathbf{p}}_f \quad (2.59)$$

e

$$\mathbf{f}_{sf} = -\rho_0 \mathbf{L}_{sf}^T \ddot{\mathbf{u}}_s \quad (2.60)$$

Finalmente, desconsiderando-se os efeitos de amortecimento, o sistema fluido-estrutura acoplado pode então ser descrito através do sistema não-simétrico de equações

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{0} \\ \rho_0 \mathbf{L}_{sf}^T & \mathbf{M}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_s \\ \ddot{\mathbf{p}}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & -\mathbf{L}_{sf} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_s \\ \tilde{\mathbf{p}}_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_s + \mathbf{f}_b \\ \mathbf{f}_f + \mathbf{f}_q \end{Bmatrix} \quad (2.61)$$

2.4 Solução do Sistema Acoplado

Para a simplificação da notação nas equações que serão utilizadas na sequência desse trabalho, será omitido o sinal (\sim) nas variáveis primárias usadas na aproximação dos deslocamentos nodais \mathbf{u} e das pressões nodais \mathbf{p} . Dessa forma:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{u}}_s &= \mathbf{u}_s \\ \tilde{\mathbf{p}}_s &= \mathbf{p}_s \end{aligned} \quad (2.62)$$

Na otimização dos sistemas fluido-estrutura propostos neste trabalho, o sistema mostrado na Equação 2.61 será analisado para dois casos distintos, problemas estáticos e problemas dinâmicos.

Para a análise dos sistemas acoplados a serem otimizados, os efeitos das forças de volume, \mathbf{f}_b , no domínio estrutural e o carregamento volumétrico, \mathbf{f}_q no domínio fluido serão desconsiderados.

2.4.1 Resolução de Sistemas Estáticos

Nos problemas estáticos, os carregamentos externos não geram acelerações na estrutura, dessa forma a Equação 2.61 se reduz a um sistema que contém apenas os termos referentes à rigidez, às variáveis primárias deslocamentos/pressões e aos carregamentos externos, Equação 2.63.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & -\mathbf{L}_{sf} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{p}_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_s \\ \mathbf{f}_f \end{Bmatrix} \quad (2.63)$$

Este sistema linear, Equação 2.63, caracteriza o sistema fracamente acoplado elasto-acústico na formulação em pressão adotada neste trabalho. A resolução do sistema matricial não-simétrico da Equação 2.63 fornece a resposta do sistema para o caso estático e o fluido neste caso é considerado como sendo incompressível.

2.4.2 Resolução de Sistemas Harmônicos

Para a resolução da equação do movimento, mostrada na Equação 2.61, utiliza-se o método direto convencional. Seja o caso de pequenas amplitudes de oscilações harmônicas forçadas, sendo o vetor das forças harmônicas nodais dado por

$$\mathbf{f}_{sf} = |\mathbf{f}_{sf}| e^{j\omega t} \rightarrow \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_s \\ \mathbf{f}_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} |\mathbf{f}_s| e^{j\omega t} \\ |\mathbf{f}_f| e^{j\omega t} \end{Bmatrix} \quad (2.64)$$

onde $|\mathbf{f}_s|$ e $|\mathbf{f}_f|$ são as amplitudes da força de excitação. Considera-se que a resposta do sistema também seja harmônica, portanto para o meio estrutural tem-se

$$\mathbf{u}_s = |\mathbf{u}_s| e^{j\omega t} \quad (2.65)$$

e para o meio fluido

$$\mathbf{p}_f = |\mathbf{p}_f| e^{j\omega t} \quad (2.66)$$

onde $|\mathbf{u}_s|$ e $|\mathbf{p}_f|$ representam as amplitudes das respostas da estrutura e do fluido, respectivamente. ω é frequência de excitação.

Através da substituição da Equações 2.64 a 2.66 na equação do sistema acoplado, Equação 2.61, obtém-se

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_s - \omega^2 \mathbf{M}_s & -\mathbf{L}_{sf} \\ -\rho \mathbf{L}_{sf}^T \omega^2 & \mathbf{K}_f - \omega^2 \mathbf{M}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{p}_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_s \\ \mathbf{f}_f \end{Bmatrix} \quad (2.67)$$

sendo este o conjunto de equações que caracteriza o sistema acoplado fluido-estrutura elasto-acústico na formulação em pressão adotada neste trabalho. A resolução do sistema matricial não-simétrico da Equação 2.67 fornece a resposta do sistema para uma dada frequência.

A matriz de impedância ou matriz dinâmica do sistema acoplado pode ser definida como

$$\mathbf{Z}_{sf} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s - \omega^2 \mathbf{M}_s & -\mathbf{L}_{sf} \\ -\rho \mathbf{L}_{sf}^T \omega^2 & \mathbf{K}_f - \omega^2 \mathbf{M}_f \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Como característica do método dos elementos finitos a matriz de impedância apresenta um alto grau de esparsidade, sendo recomendado portanto, para uma maior eficiência computacional um método de resolução de sistemas para matrizes esparsas.

Adotou-se o sistema de armazenamento de matrizes esparsas CSR (*Compressed Sparse Row*). No formato CSR são criados três vetores para o armazenamento dos valores da matriz. São armazenados em vetores apenas os elementos não nulos das matrizes, tendo como principal vantagem o pouco espaço necessário para o armazenamento da matriz, e como desvantagem o tempo consumido para o armazenamento da matriz neste formato específico. A resolução do sistema é realizado pela subrotina PARDISO para sistemas não simétricos da biblioteca INTEL MKL (*Math Kernel Library*), os detalhes da resolução do sistema encontram-se no Apêndice A deste trabalho.

O emprego desta forma de armazenamento dos vetores e matrizes e o emprego da biblioteca PARDISO possibilitou a resolução de problemas de otimização topológica de sistemas com número de graus de liberdade superior a 1 milhão em um computador portátil de 6Gb de memória RAM dentro de um intervalo de menos de 10 horas. Nos casos envolvendo malhas com até 1000 elementos o intervalo de tempo típico é de 8 segundos.

3 Implementação do Método BESO

Este capítulo dedica-se a apresentar os principais aspectos do método de otimização evolucionário BESO, discutir os exemplos de validação do código de otimização implementado e apresentar conceitos que serão necessários para o desenvolvimento da metodologia proposta neste trabalho para a otimização de sistemas elasto-acústicos.

Busca-se avaliar ainda neste capítulo a viabilidade computacional da solução de problemas na faixa de 1 milhão de graus de liberdade a partir dos programas desenvolvidos. Essa capacidade é necessária na solução de problemas acoplados multifísicos que geralmente, devido a complexidade das estruturas, envolvem grandes malhas.

Para a implementação dos métodos evolucionários de otimização utilizou-se a linguagem de programação FORTRAN. Detalhes sobre a implementação computacional podem ser encontrados no Apêndice A. Foram criados módulos independentes e agregados ao programa MEFLAB do Departamento de Mecânica Computacional da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP.

Foram implementados no código computacional os métodos ESO e BESO, a descrição do método BESO e os resultados obtidos com a implementação do método encontram-se a seguir nesse capítulo. A formulação do método ESO para os critérios de rigidez e de tensão e exemplos de aplicação do método podem ser encontradas nos Apêndices B, C.

3.1 Método de Otimização Estrutural Evolucionária

Os fundamentos do método ESO foram propostos nos trabalhos Xie e Steven (1993) e Xie e Steven (1997), sendo que o procedimento inicial baseava-se na simples remoção gradual de material menos eficiente de uma estrutura, cuja análise e a estimativa da eficiência local de cada sub-região é feita através do método dos elementos finitos.

A ideia básica do método ESO é analisar por elementos finitos um domínio de geometria pré-definida, denominada domínio de projeto, e a seguir, baseado na função objetivo escolhida avalia-se a eficiência de cada elemento na estrutura e retira-se gradualmente os elementos menos eficientes.

Para cada tipo de análise há um ou mais tipos de critério para essa remoção de material, os quais podem ser critérios de rigidez, deslocamento, pressão, nível de tensão, frequência natural, resposta em frequência do sistema, condução de calor, flambagem e outros.

Segundo Chu *et al.* (1997), os passos básicos de um algoritmo ESO geral são:

- *Passo 1.* Discretizar o domínio de projeto da estrutura utilizando uma malha fina de elementos finitos.
- *Passo 2.* Analisar a estrutura sob os carregamentos impostos.
- *Passo 3.* Calcular o número de sensibilidade para cada elemento segundo o critério adotado.
- *Passo 4.* Remover os elementos com o menor número de sensibilidade.
- *Passo 5.* Repetir os passos 2 a 4 até que o critério de parada adotado seja satisfeito.

3.2 Método de Otimização Estrutural Evolucionária Bi-Direcional

O método BESO foi apresentado na literatura no trabalho de Querin *et al.* (1998). O método pode ser considerado uma extensão do ESO no sentido que apresenta a mesma estrutura, entretanto, o método permite a adição e a remoção de elementos na estrutura durante o processo. Dessa forma, elementos que em algum momento do processo foram retirados da estrutura poderão retornar em iterações futuras.

Muitas das deficiências do método ESO foram sanadas com o desenvolvimento do BESO, principalmente no que diz respeito à convergência e estabilização do processo de otimização.

Todavia, o método BESO apresentado inicialmente ainda apresentava algumas deficiências, (Zhou e Rozvany, 2001). Muitas alterações foram feitas no algoritmo do método desde seu surgimento na tentativa de tornar o método mais robusto e eficiente, (Zuo *et al.*, 2010). Um dos maiores aprimoramentos no método BESO, na tentativa de tornar o método independente do refinamento da malha, foi dado no trabalho de Huang e Xie (2007). O código implementado para o método BESO neste trabalho segue a estrutura básica apresentada no trabalho de Huang e Xie (2010a).

3.3 Método BESO para Otimização da Rigidez

O critério de rigidez é um dos critérios clássicos para a otimização de estruturas. A otimização com base no critério de rigidez, com restrição de volume, visa obter a estrutura mais rígida para um volume prescrito da estrutura.

Normalmente, a maximização da rigidez estrutural de um sistema é definida em termos da minimização da sua energia de deformação C (do inglês *compliance*), flexibilidade média. A energia de deformação média pode ser definida como a energia de deformação total da estrutura ou o trabalho das forças externas como:

$$C = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{u} \quad (3.1)$$

em que \mathbf{f} é o vetor de forças externas e \mathbf{u} o vetor de deslocamentos.

Para a análise de elementos finitos, conforme descrito no Capítulo 2, a equação de equilíbrio estático para uma estrutura pode ser expressa como:

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (3.2)$$

em que \mathbf{K} é a matriz de rigidez global, \mathbf{u} é o vetor dos deslocamentos nodais e \mathbf{f} o vetor das forças nodais aplicadas ao sistema.

As diferenças entre os dois métodos ESO e BESO começam a surgir a partir da determinação do filtro de suavização do número de sensibilidade elementar. De modo que a formulação do problema para a otimização da rigidez estrutural no método BESO apresenta a mesma estrutura que para o método ESO:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar:} & \quad C = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{u} \\ \text{Sujeito a:} & \quad \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \\ & \quad V^* - \sum_{i=1}^{nel} V_i x_i = 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde V_i é o volume individual do i -ésimo elemento, V^* é o volume final prescrito da estrutura e x_i é a variável que representa a pseudo densidade do material. Da mesma forma que para o método ESO, x_i pode assumir os valores de 0 ou 1.

3.3.1 Cálculo do Número de Sensibilidade

A determinação do número de sensibilidade elementar, para o critério de rigidez, no método BESO ocorre de forma análoga à determinação do número de sensibilidade no método ESO.

Dessa forma, o número de sensibilidade para a energia de deformação média pode ser definido em termos dos vetores de deslocamentos e das matrizes de rigidez elementares (ver Apêndice B):

$$\alpha_i = \begin{cases} \mathbf{u}_i^T (\mathbf{K}_i) \mathbf{u}_i & x_i = 1 \\ 0 & x_i = 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

Nota-se que em um primeiro momento o número de sensibilidade é zero para elementos vazios. Entretanto, depois da utilização do filtro de suavização descrito a seguir, alguns elementos originalmente vazios passarão a ter o números de sensibilidade diferentes de zero, devido às contribuições dos números de sensibilidade de seus vizinhos, podendo assim eventualmente se tornar elementos sólidos na próxima iteração.

3.3.2 Filtro de Suavização do Número de Sensibilidade

O objetivo do cálculo de um número de sensibilidade suavizado é de evitar os problemas de padrões indesejáveis de estrutura, tipo tabuleiro de xadrez (ver Apêndice B) e auxiliar na convergência do método.

No processo da determinação do número de sensibilidade suavizado deve-se primeiramente distribuir o número de sensibilidade elementar calculado através da Equação 3.4 para o nós dos elementos.

Os números de sensibilidade nodais, não carregam significado físico, e são definidos pela

média ponderada dos números de sensibilidade elementares como:

$$\alpha_j^n = \frac{\sum_{i=1}^M V_i \alpha_i}{\sum_{i=1}^M V_i} \quad (3.5)$$

em que M denota o número total de elementos conectados ao nó j .

Posteriormente, os números de sensibilidade nodais são então convertidos em números de sensibilidades elementares suavizados. Para a conversão é utilizado um filtro, não mais de primeira ordem como no método ESO. O filtro empregado é baseado em uma escala de comprimento independente do refinamento da malha.

Os números de sensibilidade nodais são projetados em um sub-domínio, Ω_i . Essa projeção é baseada em uma escala de comprimento r_{min} . O que busca garantir uma uniformidade entre as topologias de estruturas geradas com malhas de diferentes graus de refinamento.

Através dessa projeção, pode-se identificar quais são os nós que influenciarão o i -ésimo elemento. O sub-domínio escolhido é a projeção de um círculo de raio r_{min} centrado no centróide do i -ésimo elemento, Figura 3.1. Dessa forma, todos os nós que estão contidos em Ω_i terão seus respectivos números de sensibilidade contabilizados para a determinação dos novos números de sensibilidade elementares suavizados, através da média ponderada definida por:

$$\alpha_i = \frac{\sum_{i=1}^M w(r_{ij}) \alpha_j^n}{\sum_{i=1}^M w(r_{ij})} \quad (3.6)$$

sendo M é o número total de nós dentro do sub-domínio Ω_i e $w(r_{ij})$ é o fator de peso linear definido como:

$$w(r_{ij}) = r_{min} - r_{ij} \quad (3.7)$$

onde r_{ij} é a distância entre o centro do elemento i e o nó j .

3.3.3 Estabilização do Processo Evolucionário

Em muitas situações a simples aplicação de filtros de suavização não é suficiente para garantir a convergência do processo. Problemas de instabilidade podem ocorrer devido as aproximações

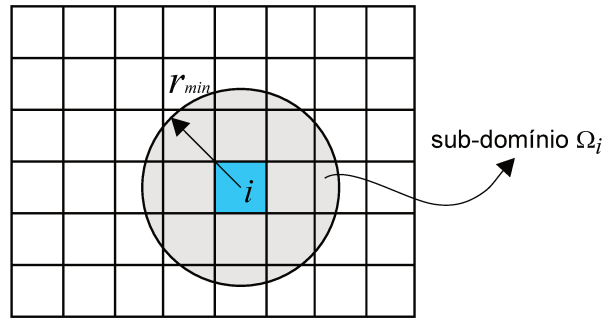


Figura 3.1: Raio de influência para a extrapolação dos números de sensibilidade nodais.

feitas para o cálculo do número de sensibilidade elementar.

A adição de elementos, por exemplo, que não estavam na análise de elementos finitos, elementos vazios, e passam a fazer parte da estrutura, elementos sólidos, podem causar instabilidades na função objetivo.

Como tentativa de solucionar esse problema, pode-se considerar o histórico da sensibilidade de cada elemento. Esse histórico pode ser calculado através da média do número de sensibilidade atual e o de iterações anteriores. Neste trabalho será considerado apenas o número de sensibilidade atual e o da última iteração, calculado como se segue, (Huang e Xie, 2007):

$$\alpha_i = \frac{\alpha_i^k + \alpha_i^{k-1}}{2} \quad (3.8)$$

em que k é o número da iteração atual.

3.3.4 Adição/Remoção de Elementos

Para a determinação do número de elementos que devem ser removidos ou adicionados na iteração atual deve-se primeiramente determinar a fração de volume da próxima iteração V_{k+1} . Como o volume prescrito para a estrutura final V^* pode ser maior ou menor do que o volume atual ou solução inicial proposta, o volume alvo da próxima iteração V_{k+1} pode crescer ou decrescer, a

uma taxa igual ao índice de evolução, ER , até que se atinja a fração de volume final. Assim,

$$V_{k+1} = V_k(1 \pm ER) \quad (3.9)$$

A fração de volume da estrutura permanecerá constante para as iterações remanescentes, a partir do momento que o volume final for atingido,

$$V_{k+1} = V^* \quad (3.10)$$

isto é, após o algoritmo atingir V^* , entra-se em uma fase na qual o volume é constante mas a topologia pode variar.

Uma vez que os números de sensibilidade de todos os elementos foram calculados segundo a Equação 3.8. Os elementos são ordenados de acordo com os valores de seus números de sensibilidade em ordem decrescente.

Para elementos sólidos, $x_i = 1$, eles serão removidos, alterados para $x_i = 0$ se:

$$\alpha_i \leq \alpha_{del}^{ath} \quad (3.11)$$

Para elementos vazios, $x_i = 0$, eles serão adicionados, alterados para $x_i = 1$ se:

$$\alpha_i \geq \alpha_{add}^{ath} \quad (3.12)$$

em que α_{del}^{ath} e α_{add}^{ath} são os números de sensibilidade limites, (*threshold numbers*), para remoção e adição de elementos, respectivamente.

Para a determinação dos valores de α_{del}^{ath} e α_{add}^{ath} três passos devem ser seguidos, (Huang e Xie, 2007):

1. Adote $\alpha_{del}^{ath} = \alpha_{add}^{ath} = \alpha^{ath}$, assim α^{ath} pode ser facilmente determinado para um volume de referência V_{k+1} . Por exemplo, existem 1000 elementos no domínio de projeto e $\alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_{1000}$ são os números de sensibilidade ordenados em ordem decrescente. Se V_{k+1} corresponde a uma fração de volume com 725 elementos, então $\alpha^{ath} = \alpha_{725}$.

2. Calcule o índice de admissão de volume (AR), que é definido como o número de elementos adicionados dividido pelo número total de elementos no domínio de projeto. Se $AR \leq AR_{max}$, em que AR_{max} é o índice de admissão de volume máximo prescrito, pule o passo 3. Senão, calcule α_{del}^{ath} e α_{add}^{ath} como no passo 3.
3. Calcule α_{add}^{ath} ao se ordenar primeiramente os números de sensibilidade dos elementos vazios (0). O número de elementos a serem adicionados será igual a AR_{max} multiplicado pelo número total de elementos no domínio de projeto. α_{add}^{ath} é o número de sensibilidade do elemento ranqueado logo após o último elemento adicionado. Assim, α_{del}^{ath} é o número de sensibilidade que fará com que o volume removido seja igual ao volume de elementos adicionados - $V_{k+1} + V_k$.

3.3.5 Critério de Convergência

Um critério de parada deve ser estabelecido para a finalização do processo evolucionário, pois, uma vez atingindo o volume final prescrito, o processo poderia continuar a adicionar e remover elementos de modo a permanecer o volume constante indefinidamente. Diferentemente do método ESO que finaliza o processo imediatamente ao se obter o volume final prescrito, o método BESO requer um critério de parada para a etapa do algoritmo que ocorre a volume constante.

Um critério de parada definido em termos da alteração da função objetivo pode ser expresso como:

$$erro = \frac{|\sum_{i=1}^N C_{k-i+1} - \sum_{i=1}^N C_{k-N-i+1}|}{\sum_{i=1}^N C_{k-i+1}} \leq \tau \quad (3.13)$$

em que k é o número da iteração atual, τ é a tolerância permitida para convergência e N é um número inteiro. Normalmente, N é selecionado como 5, o que implica em que a mudança na função objetivo através das 10 últimas iterações é aceitavelmente pequena em relação ao parâmetro τ .

Dessa forma o ciclo de análise de elementos finitos e adição/remoção de elementos continua até que o volume prescrito, V^* , seja atingido e o critério de convergência seja satisfeito, simultaneamente.

O fluxograma na Figura 3.2 apresenta as etapas do algoritmo do método BESO implementado.

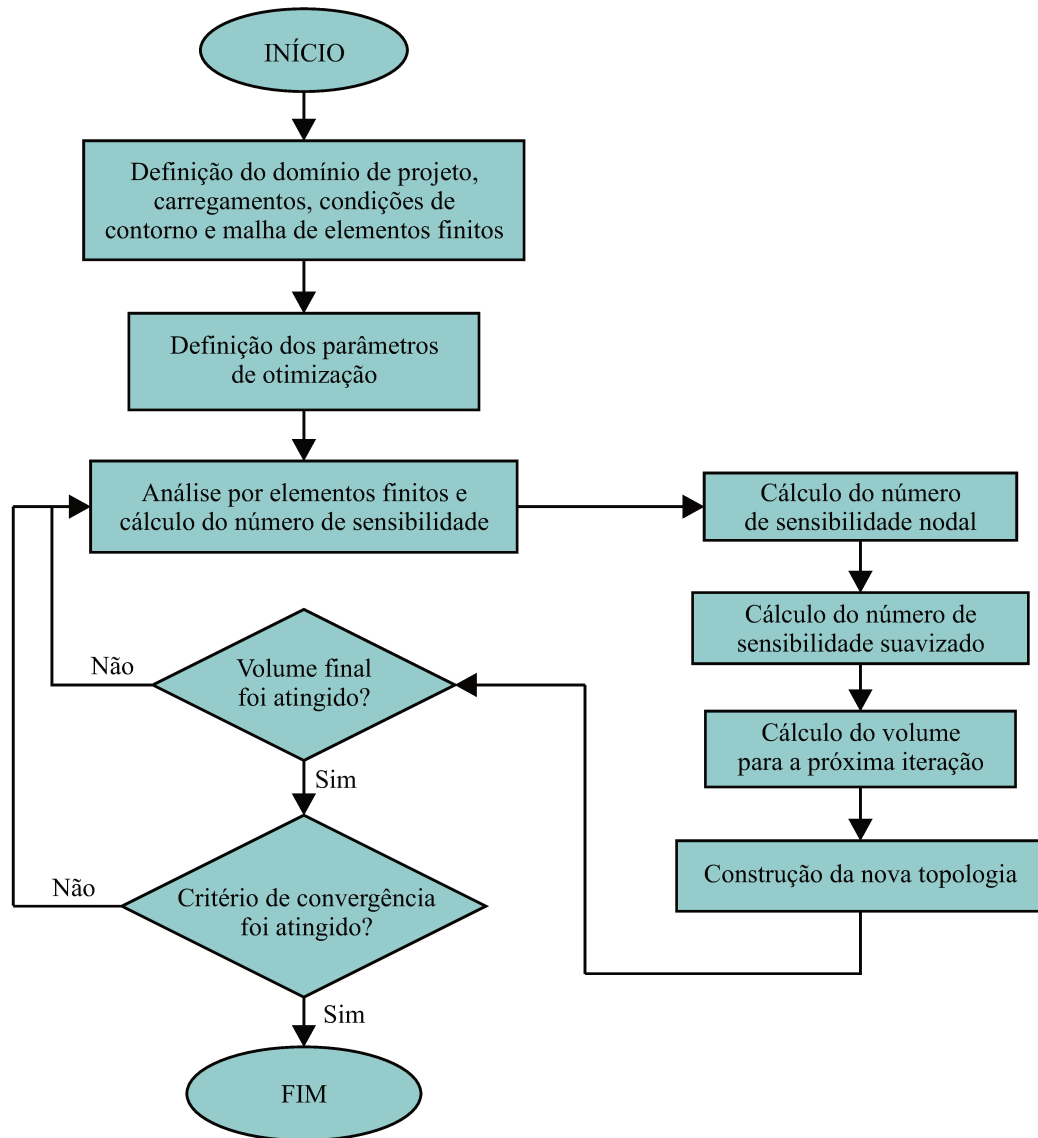


Figura 3.2: Fluxograma do algoritmo do método BESO implementado.

3.4 Validação do Código Implementado - BESO

Para a validação do código implementado uma série de exemplos de otimização topológica de sistemas estruturais é apresentada nesta seção. Pretende-se com esses exemplos além de validar o

código, verificar a influência dos parâmetros do método BESO na topologia final das estruturas. São investigados exemplos clássicos da literatura de otimização estrutural usando-se o método BESO implementado em linguagem FORTRAN no código denominado MEFLAB.

3.4.1 Dependência do Refinamento da Malha no Problema de uma Viga Engastada

Utilizando no método BESO pretende-se avaliar a dependência da topologia final otimizada com relação a discretização do sistema. O sistema em análise consiste de uma viga engastada livre com dimensões 160x100 mm e submetida a um carregamento concentrado vertical de 100 N na face livre, Figura 3.3. Como propriedades do material tem-se o módulo de elasticidade de 100 GPa e o coeficiente de Poisson 0,3. Os parâmetros do método BESO para a otimização do sistema são mostrados na Tabela 3.1.

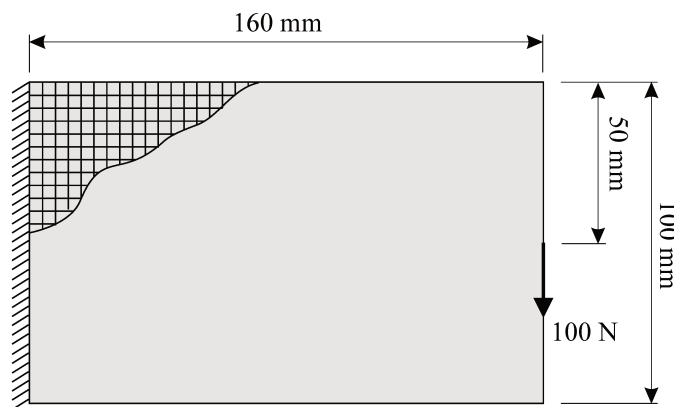


Figura 3.3: Dimensões e condições de contorno da viga engastada sujeita a um carregamento concentrado.

Tabela 3.1: Parâmetros do método de otimização.

Variável	Descrição	Valor
BESO		
V_i	Fração de volume inicial	1,0
V_f	Fração de volume final	0,5
ER	Razão de evolução	0,01
AR_{max}	Máxima razão de admissão	0,5
r_{min}	Raio do filtro	6,0 mm
τ	Tolerância para convergência	0,001
N	Parâmetro da convergência	5

São analisadas quatro diferentes malhas para discretização do sistema. A Figura 3.4 apresenta a topologia final da otimização da rigidez do sistema para as diferentes malhas utilizadas.

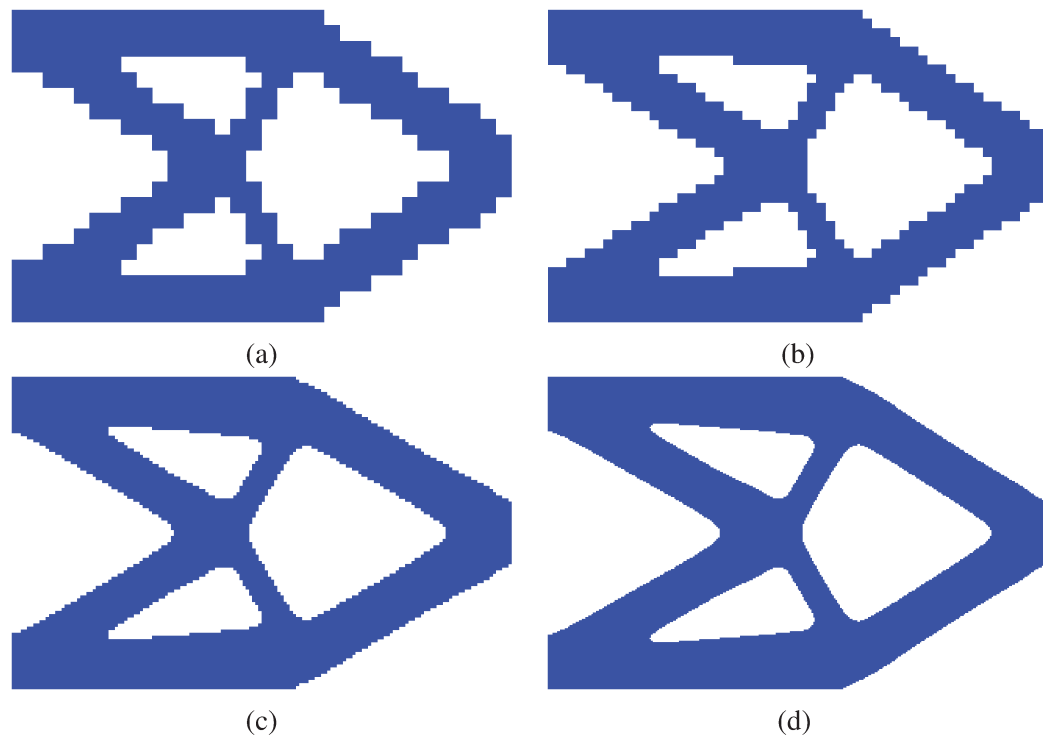


Figura 3.4: Topologias finais obtidas para diferentes malhas: (a) 32x20 elementos; (b) 64x40 elementos; (c) 160x100 elementos; (d) 320x200 elementos.

Os resultados mostram uma grande independência da discretização do sistema, uma vez que os sistemas finais apresentam topologias similares e diferenciam-se apenas com relação aos contornos das estruturas que é consequência dos diferentes refinamentos das malhas.

As topologias encontradas para todos os casos apresentam grande concordância com as apresentadas na literatura conforme mostra a Figura 3.5.

A evolução da flexibilidade média da estrutura e a redução do volume do sistema durante a otimização pelo método BESO pode ser vista na Figura 3.6.

Na Figura 3.6 observa-se ainda que no método BESO o processo de otimização não se encerra no momento que a estrutura atinge o volume final prescrito, iteração 50, o processo continua até que seja atingido o critério de convergência definido pelo parâmetro τ , iteração 72. Nessa fase

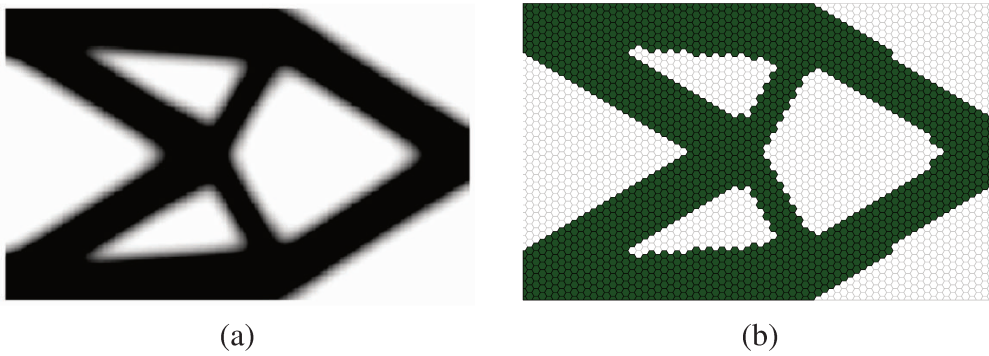


Figura 3.5: Estruturas otimizadas com critério de rigidez para um volume final de 50%: (a) Método SIMP, (Huang e Xie, 2007); (b) Método BESO com malha de blocos hexagonais, (Picelli, 2011).

final do processo a mesma quantidade de material retirada é também adicionada ao sistema, mantendo o volume constante, promovendo uma otimização a volume constante até que seja satisfeito o critério de parada. As instabilidades observadas na curva da função objetivo, Figura 3.6, se devem ao rompimento de barras internas existentes nas topologias intermediárias do sistema.

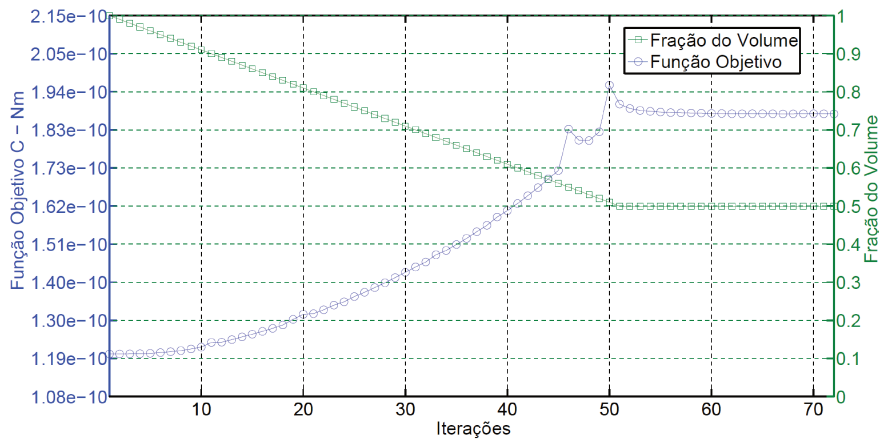


Figura 3.6: Evolução da função objetivo - flexibilidade média e do volume do sistema.

3.4.2 Influência da Razão de Evolução na Otimização de uma Viga MBB

Para análise do parâmetro ER uma viga MBB¹ é otimizada com relação ao critério de rigidez do sistema. Devido a simetria do problema, a análise de elementos finitos é realizada apenas na

¹A sigla MBB refere-se a empresa aeroespacial alemã *Messerschmitt-Bolkow-Blohm* que propôs a otimização estrutural de uma viga com essas dimensões em 1989.

metade da estrutura conforme indicado na Figura 3.7. Com a utilização de um ER bastante elevado pretende-se avaliar a influência deste parâmetro no processo de otimização do sistema.

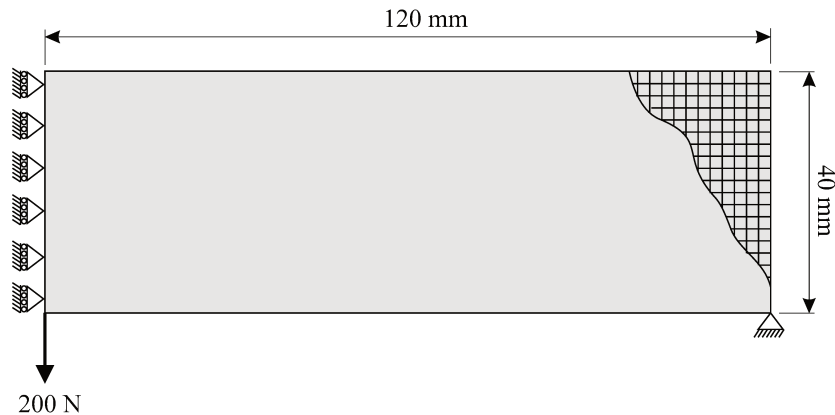


Figura 3.7: Domínio de projeto para a viga MBB.

O valor da redução do volume da estrutura por iteração, ER , se mostra como um parâmetro importante no método ESO, uma vez que uma grande retirada de material por iteração pode conduzir do processo de otimização a mínimos locais. Entretanto, no método BESO uma vez que elementos que já foram retirados da estruturas podem em iterações futuras retornar, espera-se que esse parâmetro não interfira sobremaneira na topologia final.

Os parâmetros utilizados para a otimização da viga MBB em análise pelo método BESO são mostrados na Tabela 3.2. O sistema foi discretizado com uma malha de 46875 elementos lineares de quatro nós para a análise.

Tabela 3.2: Parâmetros para a otimização do sistema.

Variável	Descrição	Valor
BESO		
V_i	Fração de volume inicial	1,0
V_f	Fração de volume final	0,5
ER	Razão de Evolução	0,05
AR_{max}	Máxima razão de admissão	0,05
r_{min}	Raio do filtro	6,0 mm
τ	Tolerância para convergência	0,0001
N	Parâmetro da convergência	5

Os resultados para as topologias intermediárias e final podem ser observadas na Figura 3.8.

Com apenas 10 iterações o sistema já estava com seu volume final definido restando ao processo de otimização realizar iterações a volume constante até que fosse satisfeito o critério de convergência.

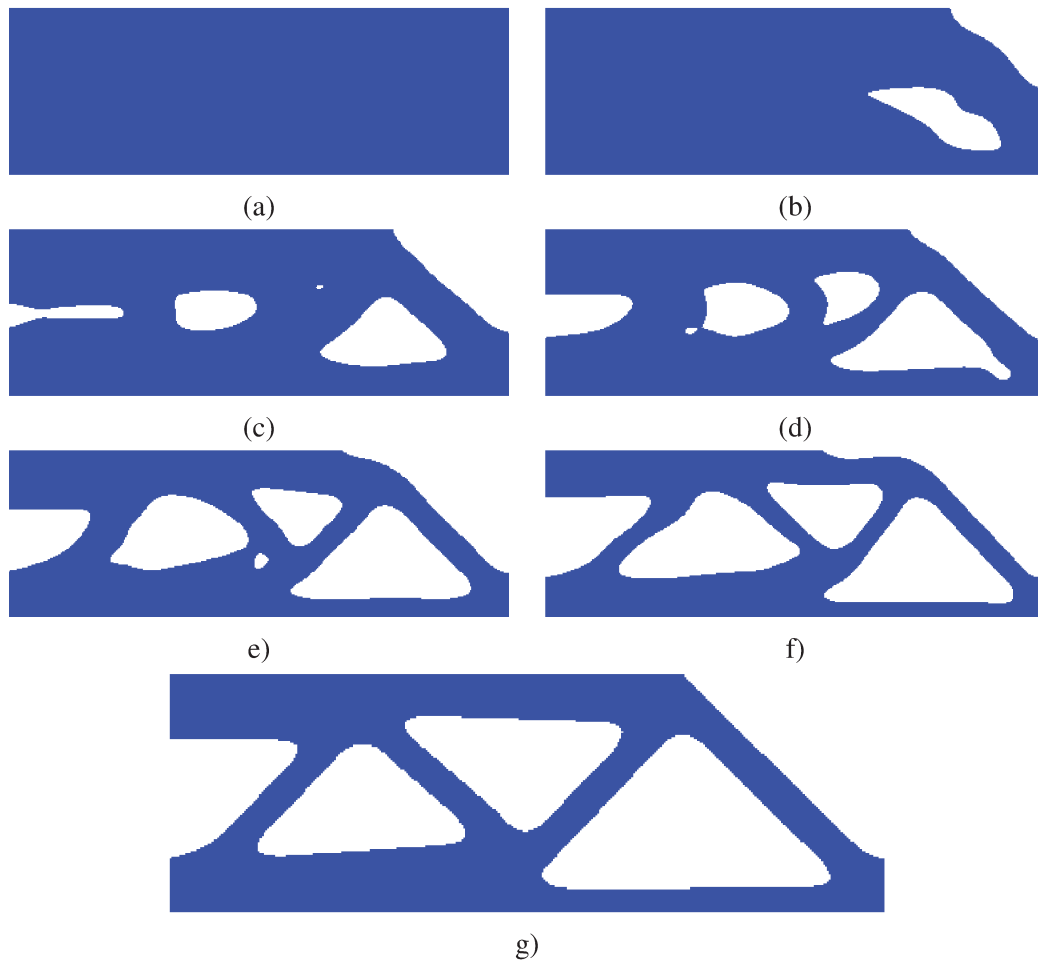


Figura 3.8: Evolução das topologias para a otimização da viga MBB: (a) Domínio de projeto - 100%; (b) 2 iterações - 90%; (c) 4 iterações - 80%; (d) 6 iterações - 70%; (e) 8 iterações - 60%; (f) 10 iterações - 50%; (g) 81 iterações - Topologia final - 50%

A topologia final indica que apesar da grande retirada de elementos por iteração, $ER = 5\%$, o método foi capaz de convergir para uma topologia final que está de acordo com as topologias encontradas na literatura. Conforme pode ser verificado na Figura 3.9, onde são apresentadas as topologias finais para a otimização de vigas MBB com o critério de rigidez e as mesmas condições de contorno.

A Figura 3.10 apresenta a evolução da função objetivo e da fração do volume durante o processo de otimização. Percebe-se na figura que o volume final prescrito é atingido rapidamente,

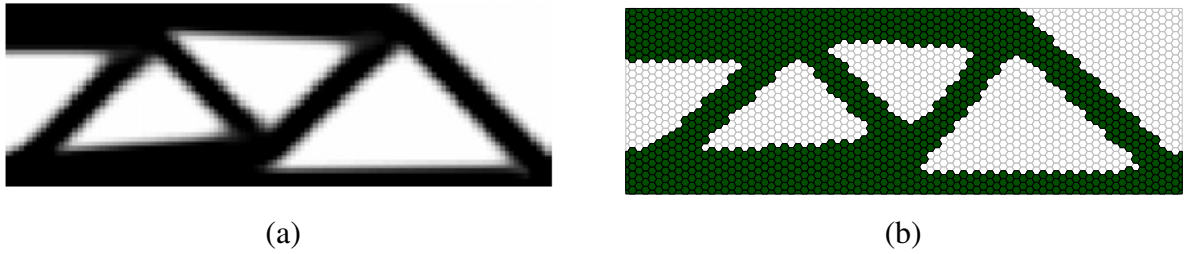


Figura 3.9: Vigas MBB otimizadas com critério de rigidez para um volume final de 50%: (a) Método SIMP, (Huang e Xie, 2007); (b) Método BESO com malha formada por blocos hexagonais, (Picelli, 2011).

10 iterações, porém, a estabilização do processo evolucionário é lenta e leva mais de 70 iterações para ocorrer. A demora para convergência se deve em parte pela grande retirada de material por iteração, o que ocasionou a obtenção de uma topologia muito distante da ótima quando foi atingido o volume final, e em grande parte a demora se deve a tolerância bastante restrita para a convergência que foi imposta ao processo, $\tau = 0.0001$.

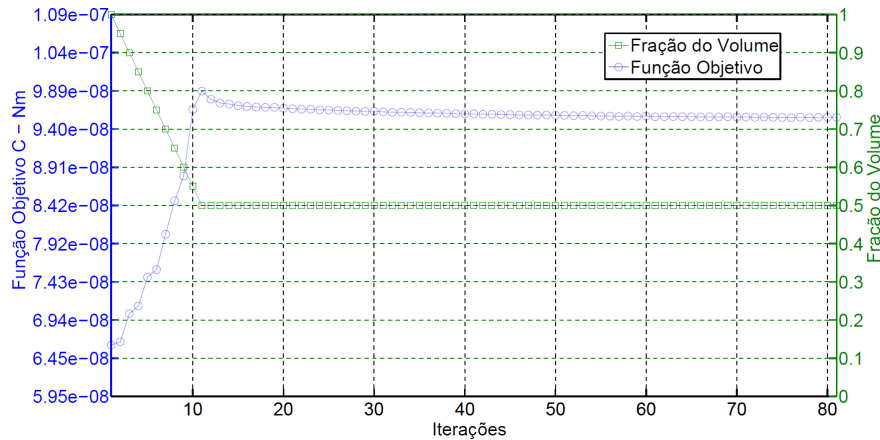


Figura 3.10: Evolução da flexibilidade média e do volume do sistema para a otimização da viga MBB com um $ER = 5\%$.

3.4.3 Influência do Refinamento da Malha na Otimização de uma Estrutura de Michell

Conforme visto no primeira exemplo desta seção, o método BESO da maneira como foi implementado apresenta relativa independência do refinamento da malha. Entretanto, muitas vezes

a topologia do problema apresenta detalhes que somente uma malha refinada consegue representar de forma satisfatória.

Para avaliar um exemplo de topologia complexa, uma das estruturas de Michell é analisada. A geometria, condições de contorno e carregamento do sistema avaliado neste exemplo são mostrados na Figura 3.11.

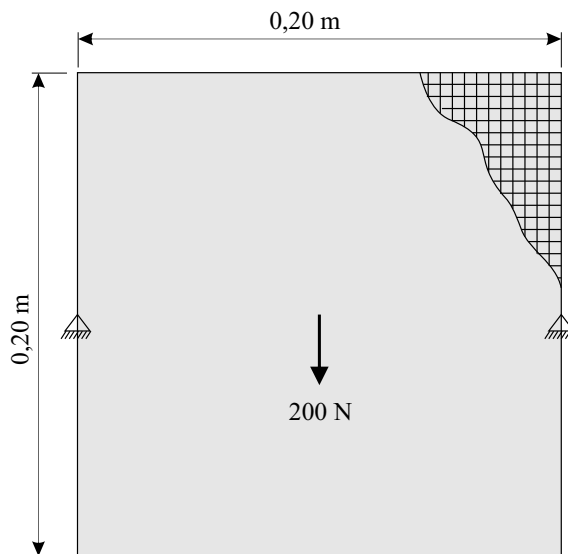


Figura 3.11: Estrutura de Michell sujeita a uma condição de contorno e carregamento apresentada no trabalho de Sigmund (2000).

Esta estrutura de Michell vem sendo analisada em vários trabalhos na literatura, entre eles no trabalho de Sigmund (2000). A Figura 3.12 (a) apresenta uma representação do resultado teórico para o sistema, a topologia teórica ótima para otimização da estrutura com relação a rigidez do sistema apresenta como topologia final uma estrutura composta por infinitas barras.

Faz-se necessário uma malha com alto grau de refinamento para a construção de um modelo próximo ao teórico. A Figura 3.12 (b) apresenta a topologia final obtida por Bendsoe e Sigmund (2003) para a otimização da estrutura em questão pelo método SIMP, nota-se que devido ao baixo grau de refinamento da malha, a topologia apresenta pequeno número de barras.

Desejando verificar o resultado para a otimização do sistema quando se utiliza uma malha com alto grau de refinamento, o sistema é analisado como método BESO implementado. Devido a simetria do problema, apenas um quarto do sistema foi discretizado, juntamente com as condições

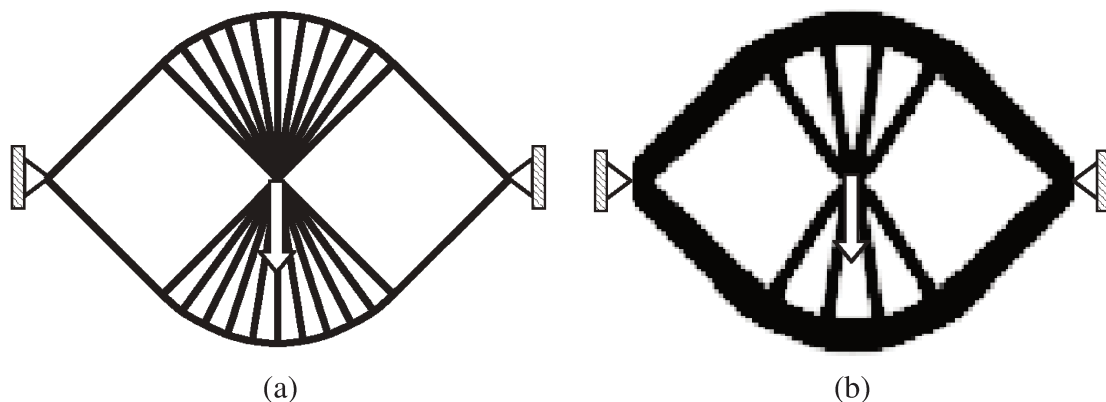


Figura 3.12: Estrutura de Michell otimizadas com critério de rigidez: (a) Solução teórica do problema, (Sigmund, 2000); (b) Topologia final obtida com a otimização através do método SIMP, (Bendsoe e Sigmund, 2003).

de contorno apropriadas, para a análise por elementos finitos.

É utilizada uma malha de 90000 elementos lineares de 4 nós. Como propriedades do material utiliza-se o módulo de elasticidade de 100 GPa e o coeficiente de Poisson 0,3. Um carregamento de 200 KN é imposto à estrutura conforme indicado na figura. Os parâmetros para a otimização da estrutura de Michell pelo método BESO são mostrados na Tabela 3.3

Tabela 3.3: Parâmetros do método de otimização para a estrutura de Michell.

Variável	Descrição	Valor
BESO		
V_i	Fração de volume inicial	1,0
V_f	Fração de volume final	0,12
ER	Razão de evolução	0,01
AR_{max}	Máxima razão de admissão	0,05
r_{min}	Raio do filtro	1,0 mm
τ	Tolerância para convergência	0,0001
N	Parâmetro da convergência	5

A Figura 3.13 apresenta a topologia final para a otimização do sistema sob o critério de rigidez. Nota-se que a topologia encontrada possui uma boa concordância com o resultado teórico apresentado por Sigmund. Outra questão a respeito dos sistemas com geometrias complexas é a necessidade de se alterar pouco a estrutura de uma iteração para outra. Devido a instabilidade do processo para este tipo de otimização, um ER alto pode levar a um desvio no processo evolucionário.

nário para mínimos locais da estrutura.

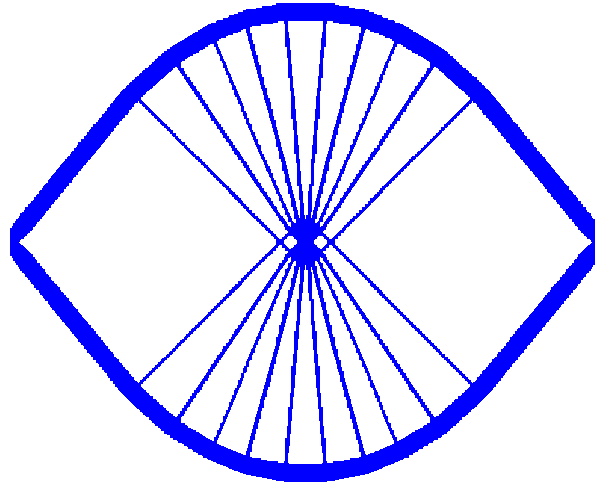


Figura 3.13: Topologia final obtida para a otimização da estrutura do tipo de Michell segundo as condições de contorno mostradas na Figura 3.11.

A estrutura foi otimizada de modo a se obter uma estrutura com apenas 12% da volume inicial com a maior rigidez possível. Uma das questões que pode surgir, quando analisada a topologia mostrada no Figura 3.13, é a concentração de tensão em determinados pontos da estrutura. Este tipo de consideração não foi avaliado para a otimização da estrutura sob o critério de rigidez. Uma forma de tentar contornar este problema seria promover um otimização multiobjetivo, mesclando o critério de rigidez explorado neste capítulo com o critério de tensão apresentado no Apêndice C.

O processo de otimização da estrutura pode ser avaliado analisando-se a evolução da função objetivo durante as iterações, bem como a alteração da fração do volume da estrutura até que seja atingido o volume final prescrito e posteriormente o critério de convergência, Figura 3.14. A figura indica que devido a baixa alteração do volume da estrutura por iteração, $ER = 1\%$, a estrutura atinge o volume final muito próxima da topologia ótima e, por isso, tornam-se necessárias poucas iterações depois desse ponto para que seja satisfeito o critério de convergência da função objetivo.

3.4.4 Avaliação do Desempenho Computacional no Problema de uma Ponte 3D

A metodologia implementada pode ser aplicada para problemas de otimização topológica 2D e 3D. Assim como no caso 2D para o 3D foram usadas funções de forma lineares para a interpolação

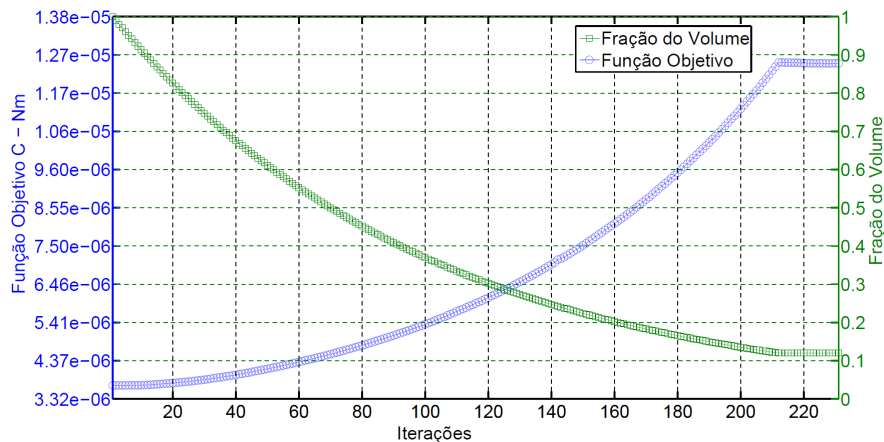


Figura 3.14: Evolução da função objetivo - flexibilidade média e do volume do sistema durante o processo de otimização.

dos elementos, dessa forma os elementos 3D usados nesse trabalho apresentam 8 nós e 24 graus de liberdade no total.

Para a extensão dos métodos ESO/BESO para casos tridimensionais poucas alterações se tornam necessárias no código para casos bidimensionais, (Young *et al.*, 1999; Abolbashari e Keshavarzmanesh, 2006; Huang e Huang, 2010). Entretanto, a otimização de problemas 3D acarreta um aumento substancial do custo computacional. Esse aumento do tempo é devido em grande parte ao tempo gasto para a montagem das matrizes e principalmente ao tempo necessário para solução das equações de equilíbrio, que devem ser resolvidas inúmeras vezes durante o processo de otimização. Dessa forma, para a adaptação do processo de otimização estrutural a sistemas 3D é de fundamental importância uma melhoria na eficiência do método, (Bendsoe e Sigmund, 2003).

Conforme descrito no Apêndice A, toda a parte de resolução dos sistemas de equações de equilíbrio dos sistemas foi realizada pela Intel MKL (*Math Kernel Library*) inserida no programa MEFLAB em FOTRAN. A utilização da biblioteca MKL possibilitou o uso da sub-rotina PARDISO para a resolução dos sistemas lineares, o que representa um ganho no processo de otimização devido a alta eficiência da sub-rotina PARDISO para resolução de sistemas lineares simétricos e não-simétricos.

A possibilidade da otimização de sistemas 3D representa um grande aumento na robustez da metodologia uma vez que permite a análise de modelos mais próximos dos sistemas reais. Para a

validação do código estendido para o caso 3D, avalia-se a otimização de um modelo simulando uma ponte, Figura 3.15.

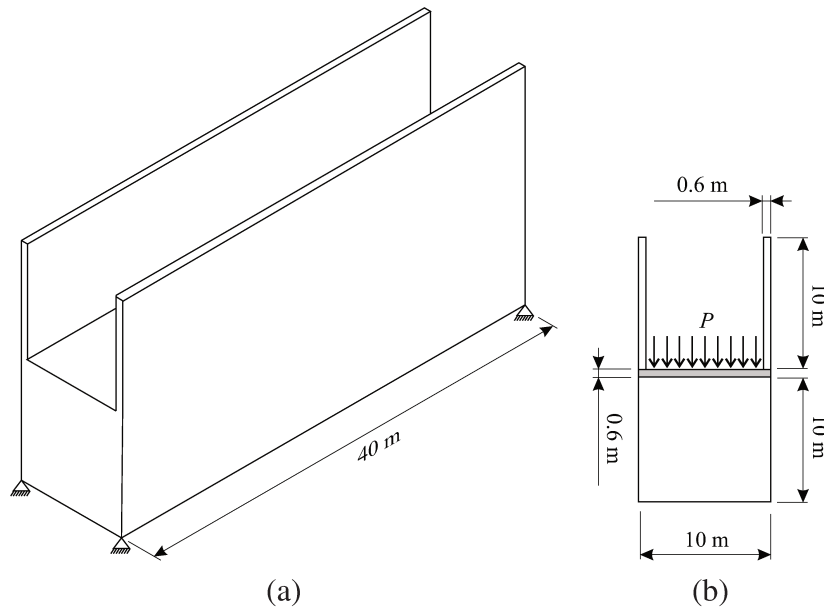


Figura 3.15: Geometria, condições de contorno e carregamento do sistema analisado: (a) Vista isométrica; (b) Vista lateral da estrutura.

Na Figura 3.15 (b) é possível verificar a região equivalente à pista de rolamento da ponte, parte cinza, a qual permanecerá inalterada durante o processo de otimização, não fazendo parte do domínio de projeto. Este sistema foi inicialmente analisado no trabalho de Huang e Xie (2007).

Devido a simetria do problema, para a análise por elementos finitos apenas um quarto da estrutura é avaliada. Nesta primeira análise é utilizada uma malha de 6086 elementos lineares de 8 nós, elementos hexaédricos. Como propriedades do material utiliza-se o módulo de elasticidade de 200 GPa e coeficiente de Poisson 0,2. Um carregamento distribuído de 200 kN/m² é imposto a estrutura conforme indicado na figura. Os parâmetros para a otimização da estrutura pelo método BESO são mostrados na Tabela 3.4.

O mapa de cores da distribuição do número de sensibilidade elementar, α_i , é mostrado na Figura 3.16 para as topologias inicial, intermediárias e final. Observa-se na Figura 3.16 que a topologia inicial representa apenas 32% do domínio de projeto, tal fato se deve a tentativa de reduzir o custo computacional do problema. Uma vez que o método BESO apresenta uma maior independência da topologia inicial do que o método ESO, especialmente nos problema 3D a escolha de

Tabela 3.4: Parâmetros do método de otimização para modelo de uma ponte 3D.

Variável	Descrição	Valor
BESO		
V_i	Fração de volume inicial	0,32
V_f	Fração de volume final	0,14
ER	Razão de Evolução	0,01
AR_{max}	Máxima razão de admissão	0,05
r_{min}	Raio do filtro	0,6 <i>m</i>
τ	Tolerância para convergência	0,001
N	Parâmetro da convergência	5

uma topologia inicial mais próxima da topologia final que se espera obter pode representar uma grande redução do tempo total de otimização do sistema.

Entretanto, para sistemas cuja solução otimizada envolva topologias complexas, se torna necessário começar o processo de otimização do domínio de projeto completo, para garantir que todos os elementos entraram na análise de elementos finitos pelo menos uma vez durante processo, o que pode evitar a convergência do método para mínimos locais, (Huang e Xie, 2007).

Com o processo de otimização não iniciando com um domínio de projeto completo a curva da evolução da função objetivo, Figura 3.17 possui um aspecto diferente das curvas apresentadas para os outros processos. Percebe-se uma minimização da função objetivo logo nas primeiras iterações devido a redistribuição de material dentro da estrutura, iterações 1 até 9. Posteriormente, nota-se um aumento da função objetivo o que era esperado, pois, devido a retirada de material a rigidez da estrutura tende a diminuir, iterações 10 até 18. Finalmente, atingindo o volume final prescrito novamente a função objetivo tende a ser minimizada agora que o volume da estrutura permanece constante e o processo se encerra quando é atingido o critério de convergência, iterações 19 até 26.

Desejando-se obter uma estrutura com contornos mais suavizados e também verificar a viabilidade do código implementado para malhas mais refinadas, o problema de otimização da ponte, Figura 3.15, é novamente avaliado com uma malha mais refinada. Todos os parâmetros do método BESO assim como as propriedades do material são as mesmas utilizadas anteriormente, somente a discretização do modelo que agora é feita com uma malha de 694.386 elementos, totalizando 2.083.158 graus de liberdade para a análise de um quarto da estrutura.

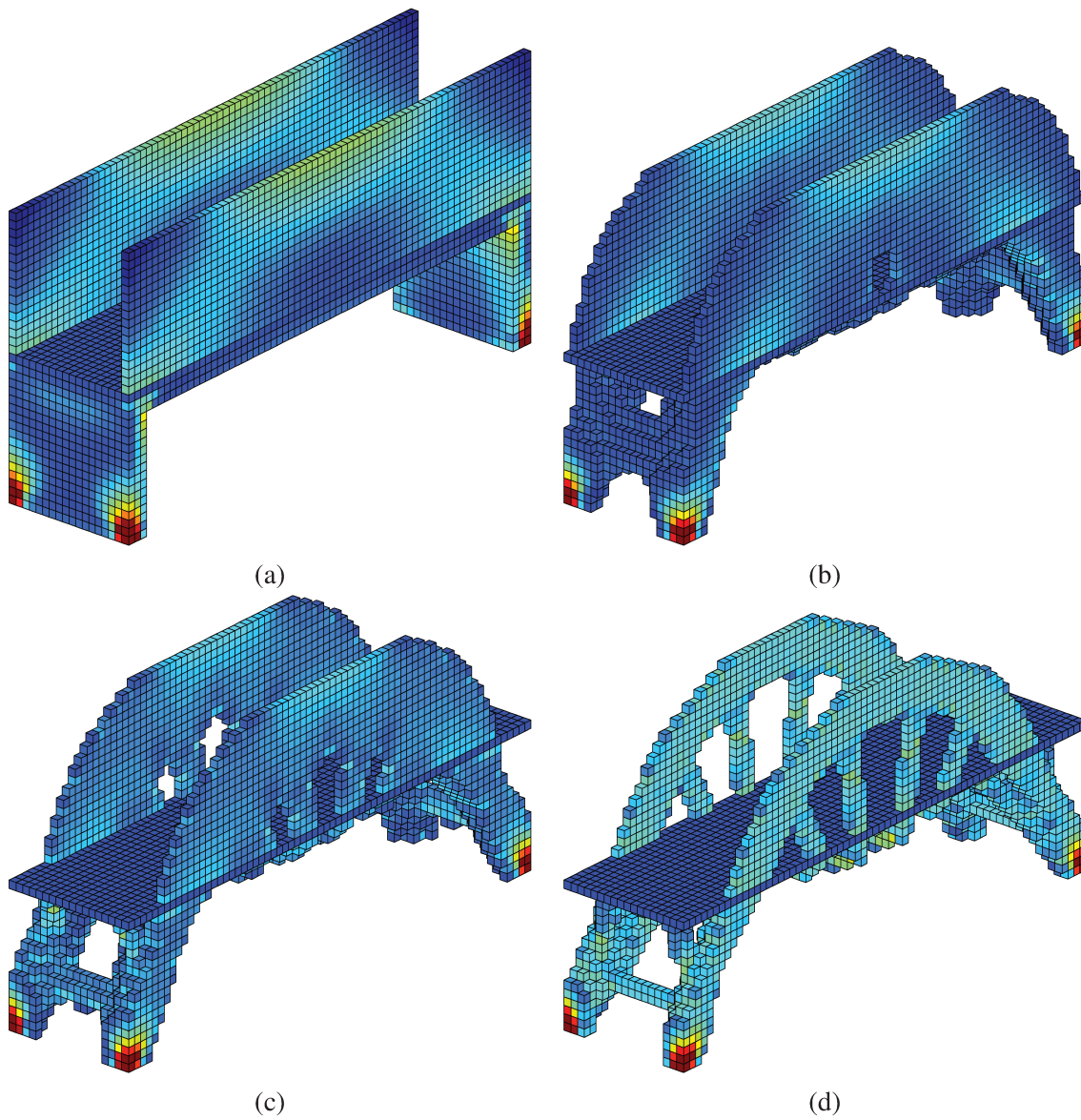


Figura 3.16: Evolução da topologia e mapa de cores da distribuição do alfa nas estruturas: (a) Topologia inicial - 32%; (b) 6 iterações - 25%; (c) 12 iterações - 20%; (d) 26 iterações - Topologia final - 15%.

A topologia final para a otimização da estrutura com a malha mais refinada é mostrada na Figura 3.18, onde duas vistas são apresentadas para melhor visualização dos detalhes da estrutura. Foram necessárias 27 iterações para a resolução do problema.

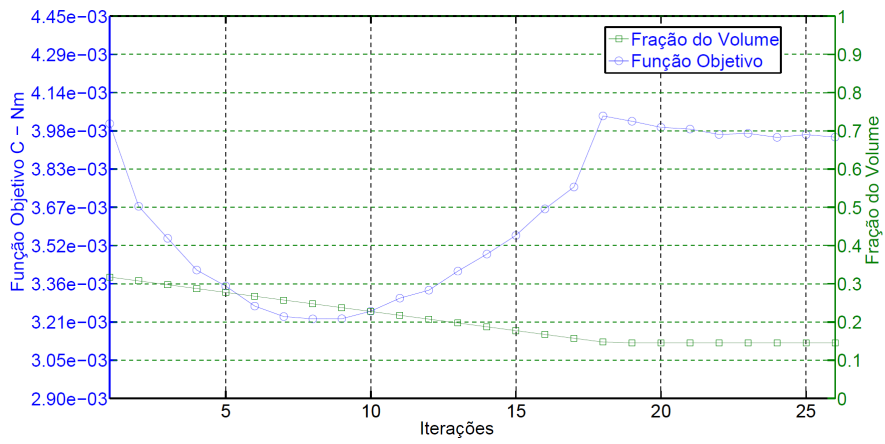
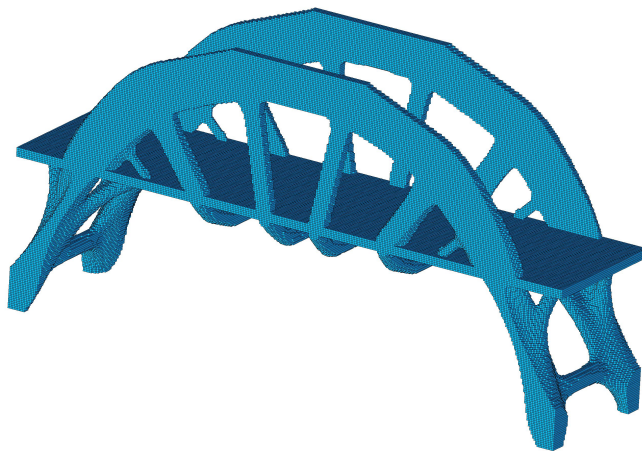
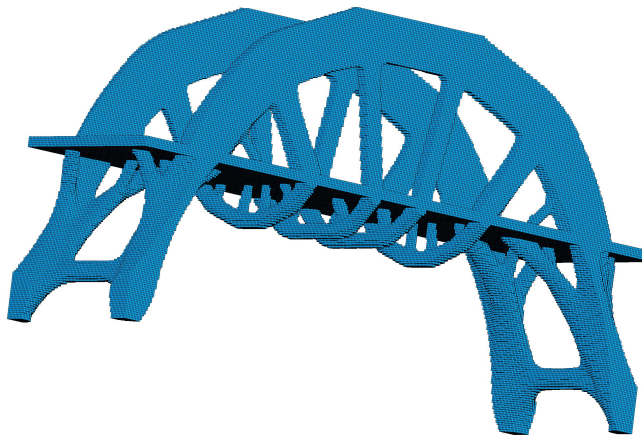


Figura 3.17: Evolução da função objetivo - flexibilidade média e do volume do sistema durante o processo de otimização.



(a)



(b)

Figura 3.18: Topologia final da otimização da estrutura tipo ponte, 694.386 elementos: (a) Vista superior; (b) Vista inferior.

3.5 Análise sobre os Métodos ESO/BESO

A partir das implementações e validações dos métodos ESO e BESO para sistemas estruturais, uma serie de análises podem ser feitas:

- O método ESO apresenta como principais vantagens a fácil implementação e o baixo custo computacional quando comparado com BESO.
- O método ESO tem boa convergência para o mínimo global em casos de estruturas com topologias simples, exemplo estruturas do tipo Duas-barras.
- Para estruturas com topologias complexas, o método ESO se torna dependente do refinamento da malha e do parâmetro ER , convergindo normalmente para mínimos locais.
- O método BESO se mostrou mais custoso do ponto de vista computacional, em grande parte devido aos filtros de suavização do número de sensibilidade, todavia, demonstrou ser mais robusto, apresentando resultados compatíveis com os encontrados na literatura para todos os exemplos analisados.
- Apesar de muitas vezes a diferença entre as funções objetivo das estruturas otimizadas com o método ESO ou com o BESO não serem tão acentuadas, as topologias obtidas com o BESO apresentam características sempre mais confeccionáveis. Essa característica se deve a influência do filtro de suavização da função objetivo do método BESO.

Com base nas análises feitas, decidiu-se utilizar como plataforma para o desenvolvimento da nova metodologia de otimização, para sistemas elasto-acústicos, o método BESO. Todas as mudanças e adaptações necessárias para o desenvolvimento e implementação do método de otimização para sistemas multifísicos são apresentadas no próximo capítulo.

Ressalta-se por último, que não foi apresentado um estudo sistemático dos parâmetros do método BESO, restringindo-se aqui a demonstração da capacidade do método implementado para resolução desta classe de problemas. Estudos sistemáticos sobre a eficiência dos Métodos ESO/BESO são apresentados nos trabalhos Xie e Steven (1997) e Huang e Xie (2010a).

4 Método BEFSO - Método de Otimização Topológica Evolucionário Bi-Direcional Aplicado a Sistemas Fluido-Estrutura

Este capítulo tem por objetivo apresentar os conceitos e fundamentos referentes ao desenvolvimento e implementação do método de otimização proposto neste trabalho. São apresentados os conceitos da análise de sensibilidade das funções objetivo que foram consideradas, rigidez do sistema para problemas estáticos e a resposta harmônica do sistema para problemas dinâmicos. O capítulo apresenta ainda o detalhamento das etapas intermediárias no processo de otimização proposto.

4.1 Introdução

A aplicação de métodos de otimização topológica em sistemas multifísicos aparece como uma linha de pesquisa bastante explorada atualmente. Um dos problemas multifísicos mais investigados é a interação fluido-estrutura, por ter grande aplicação prática em diversos setores da engenharia. Dentre as maiores dificuldades encontradas para a aplicação da otimização topológica a sistemas fluido-estrutura pode-se citar: a escolha mais apropriada da formulação para a discretização dos domínios para a análise do sistema, as questões referentes as alterações da interface entre os domínios que podem ocorrer durante o processo de evolução da topologia, a eficiência do código computacional especialmente para os sistemas 3D e a possibilidade de ampliação da formulação envolvendo problemas mais complexos.

Neste trabalho é proposto o método de otimização BEFSO (*Bi-Directional Evolutionary Fluid-Structural Optimization*), que é um método baseado nos métodos evolucionários, destinado a otimização de sistemas multifísicos fluido-estrutura (Elasto-Acústicos). O método BEFSO utiliza para a caracterização dos domínios a formulação mista, $\mathbf{u}_s - p_f$, descrita no Capítulo 2. O procedimento para a alteração da interface entre os domínios durante o processo de otimização é descrito no decorrer deste capítulo. Para a resolução dos sistemas de equações lineares do problema, o código computacional implementado utiliza a biblioteca Intel MKL¹ devido a sua performance na resolução de sistemas lineares não-simétricos.

¹Os detalhes referentes a implementação do código encontram-se no Apêndice A

A metodologia proposta será analisada para dois tipos de problema no presente trabalho. O primeiro tipo de problema analisado refere-se à otimização de sistemas fluido-estrutura estáticos, nos quais procura-se maximizar a rigidez dos sistemas, considera-se a influência da alteração do contorno entre os domínios na análise de sensibilidade. A segunda classe de problemas analisados diz respeito à otimização da resposta harmônica para sistemas elasto-acústicos. As formulações dos problemas e as análises de sensibilidade são apresentadas nas próximas seções.

4.2 Maximização da Rigidez de Sistemas Fluido-Estrutura Estáticos com Interfaces Móveis

A otimização estrutural do sistema visando maximizar sua rigidez mecânica é um dos problemas mais comumente explorados nos trabalhos de otimização estrutural, (Bendsoe e Sigmund, 2003), (Huang e Xie, 2010a). A maximização da rigidez do sistema equivale à minimização da energia de deformação do sistema, ou flexibilidade média. A formulação do problema de minimização da energia de deformação estrutural de um sistema fluido-estrutura discretizado usando o método dos elementos finitos, com restrição de volume, pode ser descrita de uma forma genérica como:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar:} \quad & C = \frac{1}{2} \mathbf{u}_s^T \mathbf{K}_s \mathbf{u}_s \\
 \text{Sujeito a:} \quad & \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & -\mathbf{L}_{sf} \\ 0 & \mathbf{K}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{p}_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_s \\ \mathbf{f}_f \end{Bmatrix} \\
 & V_s - \sum_{i=1}^{nel} V_i x_i = 0 \\
 & x_i = 0 \text{ ou } 1
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

sendo que

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & -\mathbf{L}_{sf} \\ 0 & \mathbf{K}_f \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_{sf}} \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{p}_f \end{Bmatrix}}_{\mathbf{u}_{p_{sf}}} = \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{f}_s \\ \mathbf{f}_f \end{Bmatrix}}_{\mathbf{f}_{sf}}$$

representa a equação de equilíbrio do sistema estático fracamente acoplado, \mathbf{K}_s e \mathbf{K}_f são as matrizes de rigidez da estrutura e do fluido, respectivamente, \mathbf{L}_{sf} é a matriz de acoplamento, \mathbf{u}_s e \mathbf{u}_f

são os vetores dos deslocamentos nodais da fase estrutural e pressão nodal da fase fluida, respectivamente, \mathbf{f}_s e \mathbf{f}_f são os carregamentos na estrutura e no fluido, respectivamente, V_i é o volume de cada elemento, V_s o volume final prescrito da estrutura e x_i a variável de projeto que representa a pseudo densidade do elemento, sendo $x_i = 1$ para elemento sólido existente e $x_i = 0$ para elemento fluido ou vazio. \mathbf{K}_{sf} representa a matriz de rigidez total do sistema, $\mathbf{u}_{p_{sf}}$ é o vetor contendo os deslocamentos nodais do domínio estrutural e as pressões nodais do domínio fluido e \mathbf{f}_{sf} é o vetor dos carregamentos de corpo da estrutura e do fluido.

4.2.1 Análise de Sensibilidade para a Maximização da Rigidez Estrutural

Para a análise de sensibilidade da função objetivo, que neste caso é a flexibilidade média estrutural, utiliza-se o método direto. Devido a natureza discreta dos métodos evolucionários o método direto para a análise de sensibilidade representa uma alternativa rápida e eficiente, (Huang e Xie, 2010a). A sensibilidade da energia de deformação estrutural do sistema com relação à retirada de um elemento do domínio de projeto pode ser obtida pela derivada da função objetivo, C , com relação a variável de projeto, x_i

$$\frac{\partial C}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial (\mathbf{u}_s^T \mathbf{K}_s \mathbf{u}_s)}{\partial x_i} \quad (4.2)$$

Aplicando-se a regra da cadeia e utilizando a propriedade de que \mathbf{K}_s é simétrica e diferenciável com respeito a x_i , pode reescrever a Equação 4.2 como:

$$\frac{\partial C}{\partial x_i} = \mathbf{u}_s^T \mathbf{K}_s \frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \mathbf{u}_s^T \frac{\partial \mathbf{K}_s}{\partial x_i} \mathbf{u}_s \quad (4.3)$$

Considerando que o vetor das forças externas não é alterado pela retirada de um elemento do domínio estrutural, a equação de equilíbrio do domínio estrutural e do domínio fluido podem ser derivadas com relação a variável de projeto como se segue:

$$\frac{\partial (\mathbf{K}_{sf} \mathbf{u}_{p_{sf}})}{\partial x_i} = \frac{\partial \mathbf{f}_{sf}}{\partial x_i} \quad (4.4)$$

resultando

$$\frac{\partial (\mathbf{K}_s \mathbf{u}_s - \mathbf{L}_{sf} \mathbf{p}_f)}{\partial x_i} = 0 \quad (4.5)$$

Novamente aplicando a regra da cadeia e considerando que a alteração na variável \mathbf{p}_f devido a remoção de um elemento estrutural pode ser desprezada, a Equação 4.5 se torna:

$$\frac{\partial \mathbf{K}_s}{\partial x_i} \mathbf{u}_s + \mathbf{K}_s \frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial x_i} = \frac{\partial \mathbf{L}_{sf}}{\partial x_i} \mathbf{p}_f \quad (4.6)$$

Isolando a derivada do vetor deslocamento nodal do domínio estrutural com relação a variável de projeto, tem-se:

$$\frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial x_i} = \mathbf{K}_s^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{L}_{sf}}{\partial x_i} \mathbf{p}_f - \frac{\partial \mathbf{K}_s}{\partial x_i} \mathbf{u}_s \right) \quad (4.7)$$

Substituindo a Equação 4.7 na Equação 4.3, pode-se reescrever a derivada da função objetivo como:

$$\frac{\partial C}{\partial x_i} = \mathbf{u}_s^T \mathbf{K}_s \mathbf{K}_s^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{L}_{sf}}{\partial x_i} \mathbf{p}_f - \frac{\partial \mathbf{K}_s}{\partial x_i} \mathbf{u}_s \right) + \frac{1}{2} \mathbf{u}_s^T \frac{\partial \mathbf{K}_s}{\partial x_i} \mathbf{u}_s \quad (4.8)$$

O produto $\mathbf{K}_s \mathbf{K}_s^{-1}$ se torna a matriz identidade. Portanto, a sensibilidade da função objetivo pode ser expressa como:

$$\frac{\partial C}{\partial x_i} = \mathbf{u}_s^T \frac{\partial \mathbf{L}_{sf}}{\partial x_i} \mathbf{p}_f - \frac{1}{2} \mathbf{u}_s^T \frac{\partial \mathbf{K}_s}{\partial x_i} \mathbf{u}_s \quad (4.9)$$

O número de sensibilidade deve ser avaliado para todos os elementos do domínio de projeto a fim de ordená-los de acordo com suas contribuições para a função objetivo. Para se avaliar a sensibilidade da Equação 4.9 no nível elementar, a variação da rigidez $\partial \mathbf{K}_s / \partial x_i$ para o i -ésimo elemento deve ser determinada.

Nos métodos evolucionários não há uma função de interpolação para o material, como no método SIMP por exemplo. O material sólido é definido em termos da sua variável de projeto como:

$$E_i = x_i E^0 \quad (4.10)$$

e,

$$\mathbf{K}_s = \sum_{i=1}^{nel} x_i \mathbf{K}_s^i \quad (4.11)$$

sendo E^0 é o módulo de elasticidade do material sólido, E_i o equivalente módulo de elasticidade para o i -ésimo elemento e \mathbf{K}_s^i é a matriz de rigidez estrutural do i -ésimo elemento.

Dessa forma a variação na rigidez estrutural total do sistema devido à retirada de um elemento pode ser avaliada através de uma aproximação por diferenças finitas conforme indicado em Chu *et al.* (1996)

$$\frac{\partial \mathbf{K}_s}{\partial x_i} \approx (\mathbf{K}_{s*} - \mathbf{K}_s) = -\mathbf{K}_s^i \quad (4.12)$$

sendo \mathbf{K}_{s*} é a matriz de rigidez do sistema depois de removido o i -ésimo elemento.

Para a completa avaliação da análise de sensibilidade deve incluir os efeitos da variação na matriz de interface, $\partial \mathbf{L}_{sf} / \partial x_i$, que indica a alteração na matriz de acoplamento devido a remoção do i -ésimo elemento localizado na interface entre os domínios.

Para a determinação dessa alteração, uma análise por diferenças finitas de primeira ordem pode ser realizada considerando a situação da interface antes e depois da retirada do elemento. Assim,

$$\frac{\partial \mathbf{L}_{sf}}{\partial x_i} \approx (\mathbf{L}_{sf*} - \mathbf{L}_{sf}) = \mathbf{L}_{sf}^i \quad (4.13)$$

sendo que \mathbf{L}_{sf*} é a matriz de rigidez do sistema depois de removido o i -ésimo elemento e \mathbf{L}_{sf}^i representa a alteração na matriz de acoplamento devido a remoção do i -ésimo elemento.

Para um elemento sólido genérico localizado na interface entre os domínios, um esquema representativo da mudança de pressão na interface devido a retirada de um elemento estrutural é mostrado na Figura 4.1. Para essa configuração mostrada, o termo \mathbf{L}_{sf}^i pode ser calculado conforme indicado na Figura 4.2. Percebe-se que independentemente da configuração inicial do acoplamento, do número de faces do elemento sólido que funcionam como interface entre os meios, o termo \mathbf{L}_{sf}^i sempre terá a mesma configuração resultante da retirada do elemento da interface.

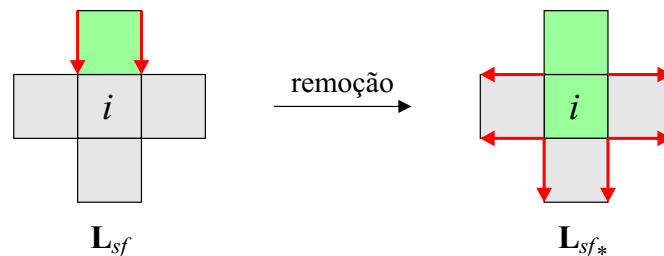


Figura 4.1: Configuração da pressão nodal, representada pelas setas vermelhas, atuando na interface antes e depois da remoção de um elemento.

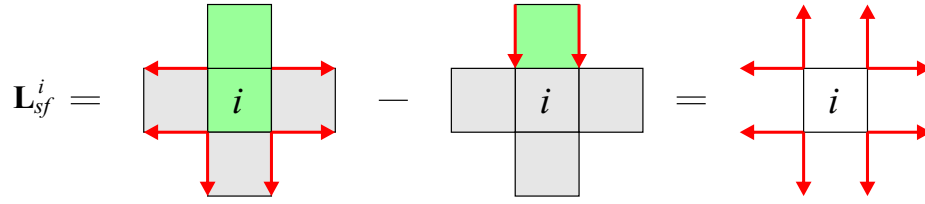


Figura 4.2: Variação da pressão nodal para o cálculo da matriz \mathbf{L}_{sf}^i resultante da retirada de um elemento sólido da interface.

Como uma aproximação para o cálculo, atribui-se todas as pressões nodais na matriz \mathbf{L}_{sf}^i como sendo a média das pressões nodais das faces da interface antes da alteração. Este procedimento representa a transferência da pressão que atuava no elemento estrutural, que foi substituído por um elemento fluido, para todos os seus vizinhos, ou seja, a variação do trabalho exercido pelo fluido sobre o domínio estrutural devido à alteração.

Substituindo as Equações 4.12 e 4.13 na Equação 4.9, obtém-se o número de sensibilidade, α , em nível elementar para a otimização de sistemas fluido-estrutura estáticos com relação a rigidez estrutural:

$$\alpha_i = \frac{\partial C}{\partial x_i} = \begin{cases} \frac{1}{2} \mathbf{u}_s^{iT} \mathbf{K}_s^i \mathbf{u}_s^i + \mathbf{u}_s^{iT} \mathbf{L}_{sf}^i \mathbf{p}_f^i & x_i = 1 \\ 0 & x_i = 0 \end{cases} \quad (4.14)$$

sendo que índice i indica que todas as variáveis são correspondentes ao i -ésimo elemento.

Esta análise pode ser feita para cada elemento no domínio estrutural. Quando o elemento não estiver na interface, não haverá pressão de transferência do fluido e assim o segundo termo da Equação 4.14 se torna zero, transformando o número α_i no número de sensibilidade encontrado na literatura $\frac{1}{2} \mathbf{u}_s^{iT} \mathbf{K}_s^i \mathbf{u}_s^i$ que representa a energia de deformação do elemento. O novo termo $\mathbf{u}_s^{iT} \mathbf{L}_{sf}^i \mathbf{p}_f^i$ no número de sensibilidade pode ser interpretado como uma correção na sensibilidade elementar devido a uma transferência interna de pressão oriunda da mudança na interface. A nova parcela representa também o efeito da carga interna que atua no domínio estrutural, que é móvel ao longo do processo de otimização, configurando um problema de carregamento dependente da topologia.

A partir do número de sensibilidade α_i os elementos serão ordenados. Os elementos com menores α serão considerados estruturalmente menos eficientes e por isso deverão ser retirados primeiramente no processo de otimização, pois sua retirada causará a menor mudança na energia

total de deformação.

4.3 Otimização da Resposta Harmônica em Sistemas Acoplados Elasto-Acústicos

A aplicação da otimização estrutural aplicada à minimização da resposta harmônica de sistemas elasto-acústicos é investigada em diversos trabalhos na literatura, (Yoon *et al.*, 2007), (Kook *et al.*, 2012), porém, sempre com a utilização de métodos de otimização baseados no gradiente. Neste trabalho, deseja-se derivar uma formulação evolucionária para a minimização da resposta harmônica, \mathbf{up}_{sf} , do sistema elasto-acústico. A minimização pode ser dos deslocamentos nodais no domínio estrutural, \mathbf{u}_s , ou das pressões nodais na fase fluida do sistema, \mathbf{p}_f . A formulação do problema de minimização da resposta harmônica do sistema acoplado elasto-acústicos com restrição de volume, para domínios discretizados usando o método dos elementos finitos, pode ser descrita de uma forma genérica como:

Minimizar: \mathbf{up}_{sf}

$$\text{Sujeito a: } \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s - \omega^2 \cdot \mathbf{M}_s & -\mathbf{L}_{sf} \\ -\rho \cdot \mathbf{L}_{sf}^T \cdot \omega^2 & \mathbf{K}_f - \omega^2 \cdot \mathbf{M}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{p}_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_s \\ \mathbf{f}_f \end{Bmatrix} \quad (4.15)$$

$$V_s - \sum_{i=1}^{nel} V_i x_i = 0$$

$$x_i = 0 \text{ ou } 1$$

sendo

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{K}_s - \omega^2 \cdot \mathbf{M}_s & -\mathbf{L}_{sf} \\ -\rho \cdot \mathbf{L}_{sf}^T \cdot \omega^2 & \mathbf{K}_f - \omega^2 \cdot \mathbf{M}_f \end{bmatrix}}_{\mathbf{Z}_{sf}} \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{p}_f \end{Bmatrix}}_{\mathbf{up}_{sf}} = \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{f}_s \\ \mathbf{f}_f \end{Bmatrix}}_{\mathbf{f}_{sf}}$$

a equação de equilíbrio do sistema acoplado elasto-acústico na formulação mista, conforme descrita no Capítulo 2, V_i é o volume de cada elemento, e V_s o volume final prescrito da estrutura. A variável x_i representa a densidade do elemento, sendo $x_i = 1$ para elemento sólido existente e $x_i = 0$ para elemento fluido ou vazio. \mathbf{Z}_{sf} representa a matriz de rigidez dinâmica do sistema acoplado, \mathbf{up}_{sf} é o vetor contendo os deslocamentos nodais do domínio estrutural e as pressões nodais do domínio

fluido e \mathbf{f}_{sf} é o vetor dos carregamentos externos da estrutura e do fluido.

4.3.1 Análise de Sensibilidade para Minimização da Resposta Harmônica de Sistemas Acoplados Elasto-Acústicos

De maneira análoga à seção anterior, a análise de sensibilidade da resposta harmônica do sistema será feita utilizando-se o método direto. A sensibilidade da resposta do sistema devido à retirada de um elemento pode ser obtida pela derivada da equação de equilíbrio do sistema com respeito a variável de projeto, densidade do elemento, x_i .

A Equação 4.16 mostra a derivada da equação de equilíbrio do sistema necessária para se determinar o termo que representa a análise de sensibilidade elementar da resposta harmônica do sistema acoplado elasto-acústico em função da variável de projeto, x_i ,

$$\frac{\partial (\mathbf{Z}_{sf} \mathbf{u} \mathbf{p}_{sf})}{\partial x_i} = \frac{\partial \mathbf{f}_{sf}}{\partial x_i} \quad (4.16)$$

Considerando que o vetor das forças externas não é alterado durante o processo de otimização e aplicando-se a regra da cadeia, a Equação 4.16 se torna:

$$\frac{\partial \mathbf{Z}_{sf}}{\partial x_i} \mathbf{u} \mathbf{p}_{sf} + \mathbf{Z}_{sf} \frac{\partial \mathbf{u} \mathbf{p}_{sf}}{\partial x_i} = 0 \quad (4.17)$$

Isolando o termo com a derivada da resposta do sistema, tem-se:

$$\frac{\partial \mathbf{u} \mathbf{p}_{sf}}{\partial x_i} = -\mathbf{Z}_{sf}^{-1} \frac{\partial \mathbf{Z}_{sf}}{\partial x_i} \mathbf{u} \mathbf{p}_{sf} \quad (4.18)$$

Para a determinação da alteração da resposta em um grau de liberdade específico do sistema, $u p_{sf}^j$, devido a remoção de um elemento, é introduzido um vetor de carregamento \mathbf{f}_{sf}^j , vetor de localização, no qual apenas a componente correspondente ao j-ésimo grau de liberdade do sistema tem valor unitário e todas as outras componentes do vetor são zero, (Chu *et al.*, 1996).

Multiplicando-se a derivada da resposta do sistema, Equação 4.18, pelo vetor $(\mathbf{f}_{sf}^j)^T$ obtém-

se:

$$\frac{\partial up_{sf}^j}{\partial x_i} = (\mathbf{f}_{sf}^j)^T \frac{\partial \mathbf{up}_{sf}}{\partial x_i} \quad (4.19)$$

A substituição da Equação 4.19 na Equação 4.18 resulta em:

$$\frac{\partial up_{sf}^j}{\partial x_i} = -(\mathbf{f}_{sf}^j)^T \mathbf{Z}_{sf}^{-1} \frac{\partial \mathbf{Z}_{sf}}{\partial x_i} \mathbf{up}_{sf} \quad (4.20)$$

A equação de equilíbrio do sistema acoplado elasto-acústico no qual o único carregamento externo é o vetor \mathbf{f}_{sf}^j é dado por:

$$\mathbf{Z}_{sf} \mathbf{up}_{sf}^j = \mathbf{f}_{sf}^j \quad (4.21)$$

sendo que \mathbf{up}_{sf}^j representa o vetor com os deslocamentos nodais do domínio estrutural e as pressões nodais do domínio fluido.

Portanto, a resposta do sistema acoplado onde apenas o vetor \mathbf{f}_{sf}^j , com componente apenas no j-ésimo grau de liberdade, atua como carregamento externo, é dado por:

$$\mathbf{up}_{sf}^j = \mathbf{Z}_{sf}^{-1} \mathbf{f}_{sf}^j \quad (4.22)$$

Sendo o vetor \mathbf{f}_{sf}^j um vetor de carregamento com apenas uma componente que atua ou no domínio estrutural ou no domínio fluido, denominado de vetor de localização, pode-se afirmar que:

$$(\mathbf{up}_{sf}^j)^T = (\mathbf{f}_{sf}^j)^T \mathbf{Z}_{sf}^{-1} \quad (4.23)$$

embora a matriz \mathbf{Z}_{sf} não seja simétrica, pois somente um termo da impedância, \mathbf{Z}_{sf}^{-1} , será não nulo.

Substituindo a Equação 4.23 na Equação 4.20, obtém-se o valor da sensibilidade no j-ésimo grau de liberdade do sistema, up_{sf}^j , devido à alteração na densidade do i-ésimo elemento, x_i .

$$\frac{\partial up_{sf}^j}{\partial x_i} = -(\mathbf{up}_{sf}^j)^T \frac{\partial \mathbf{Z}_{sf}}{\partial x_i} \mathbf{up}_{sf} \quad (4.24)$$

Para a determinação da alteração na matriz de rigidez dinâmica devida a retirada do i -ésimo elemento, procedesse da mesma forma que para o cálculo da alteração da matriz de rigidez no caso estático. Pode-se reescrever a variação da matriz de acoplamento explicitando seus termos:

$$\frac{\partial \mathbf{Z}_{sf}}{\partial x_i} = \frac{\partial \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s - \omega^2 \cdot \mathbf{M}_s & -\mathbf{L}_{sf} \\ -\rho \cdot \mathbf{L}_{sf}^T \cdot \omega^2 & \mathbf{K}_f - \omega^2 \cdot \mathbf{M}_f \end{bmatrix}}{\partial x_i} \quad (4.25)$$

Como uma aproximação, pode-se desconsiderar os efeitos da retirada do i -ésimo elemento do domínio do projeto sobre as matrizes de rigidez e massa do domínio fluido, \mathbf{K}_f e \mathbf{M}_f , respectivamente. Negligenciando ainda o efeito da alteração na interface na resposta harmônica do sistema acoplado no j -ésimo grau de liberdade, tem-se:

$$\frac{\partial \mathbf{Z}_{sf}}{\partial x_i} = \frac{\partial (\mathbf{K}_s - \omega^2 \cdot \mathbf{M}_s)}{\partial x_i} \quad (4.26)$$

Para a determinação da alteração na matriz de rigidez dinâmica como descrita na Equação 4.26, pode-se reescrever a variação da matriz de acoplamento em termos das matrizes elementares, adotando o mesmo procedimento utilizado para análise de sensibilidade para a maximização da rigidez de sistemas estáticos:

$$\frac{\partial \mathbf{Z}_{sf}}{\partial x_i} = - (\mathbf{K}_s^i - \omega^2 \cdot \mathbf{M}_s^i) \quad (4.27)$$

Substituindo a Equação 4.27 na Equação 4.24 pode-se reescrever o número de sensibilidade em nível elementar, α_i , como:

$$\alpha_i = \frac{\partial u p_{sf}^j}{\partial x_i} = (\mathbf{u}_s^{ji})^T (\mathbf{K}_s^i - \omega^2 \cdot \mathbf{M}_s^i) \mathbf{u}_s^i \quad (4.28)$$

com $i = (1, \dots, n)$ e $j = (1, \dots, m)$, sendo n o número de elementos do domínio de projeto do sistema e m o número de graus de liberdade nos quais a variável será otimizada.

Em trabalhos futuros pretende-se verificar a influência da retirada/adição de termos de interface na otimização de sistemas acoplados em problemas dinâmicos, contabilizando essa influência no número de sensibilidade.

4.3.2 Interpolação de Material para a Resposta em Frequência

Para a otimização da resposta harmônica, uma interpolação da densidade do material entre os limites $x_i = 1$, elemento sólido e $x_i = 0$, elemento vazio, se torna necessária a fim de evitar o surgimento de modos localizados em regiões de baixa densidade de material, (Pedersen, 2000). A interpolação de material usada nesse trabalho foi inicialmente proposta por Huang e Xie (2010b) visando a aplicação do método BESO para otimização de frequências naturais de estruturas contínuas. Nesse esquema de interpolação as propriedades do material, densidade e Módulo de elasticidade são funções das variáveis de projeto x_i como se segue

$$\begin{aligned} \rho(x_i) &= x_{\min} \rho \\ E(x_i) &= \left[\frac{x_{\min} - x_{\min}^p}{1 - x_{\min}^p} (1 - x_i^p) + x_i^p \right] E \end{aligned} \quad 0 < x_{\min} \leq x_i \leq 1 \quad (4.29)$$

onde ρ e E são a densidade e o módulo de elasticidade do material, respectivamente, p representa o fator de penalidade equivalente ao utilizado no método SIMP.

Derivando as matrizes de massa e de rigidez para a análise em elementos finitos segundo a interpolação descrita, obtêm-se

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i &= \mathbf{M}_i \\ \mathbf{K}_i &= \frac{1 - x_{\min}}{1 - x_{\min}^p} p x_i^{p-1} \mathbf{K}_i \end{aligned} \quad (4.30)$$

O número de sensibilidade descrito na Equação 4.28 pode agora ser expresso na forma

$$\alpha_i = (\mathbf{u}_s^{ji})^T \left(\frac{1 - x_{\min}}{1 - x_{\min}^p} p x_i^{p-1} \mathbf{K}_s^i - \omega^2 \mathbf{M}_s^i \right) \mathbf{u}_s^i \quad (4.31)$$

Para a análise de sensibilidade descrita, o problema de otimização da resposta harmônica de sistemas acoplados poderia ser investigado por vários métodos, como por exemplo, o método MMA (*Method of Moving Asymptotes*) (Pedersen, 2000; Stolpe e Svanberg, 2001), assumindo que a densidade pudesse variar continuamente entre x_{\min} e 1. Porém, seguindo a característica binária dos métodos evolucionários, apenas três valores discretos serão usados para representar o material, x_1 para elementos estruturais presentes, x_{\min} para elementos vazios e x_0 para elementos fluidos. Dessa

forma, com base na interpolação proposta por Huang e Xie (2010b), o número de sensibilidade utilizado para ordenação dos elementos, estrutural, vazio e fluido será dado por:

$$\alpha_i = \begin{cases} (\mathbf{u}_s^{ji})^T \left(\frac{1-x_{\min}}{1-x_{\min}^p} p\mathbf{K}_s^i - \omega^2 \mathbf{M}_s^i \right) \mathbf{u}_s^i & x_i = 1 \\ (\mathbf{u}_s^{ji})^T \left(\frac{x_{\min}^{p-1} - x_{\min}^p}{1-x_{\min}^p} p\mathbf{K}_s^i - \omega^2 \mathbf{M}_s^i \right) \mathbf{u}_s^i & x_i = x_{\min} \\ 0 & x_i = 0 \end{cases} \quad (4.32)$$

Quando $x_{\min} \rightarrow 0$, o número de sensibilidade torna-se

$$\alpha_i = \begin{cases} (\mathbf{u}_s^{ji})^T (p\mathbf{K}_s^i - \omega^2 \mathbf{M}_s^i) \mathbf{u}_s^i & x_i = 1 \\ (\mathbf{u}_s^{ji})^T (-\omega^2 \mathbf{M}_s^i) \mathbf{u}_s^i & x_i = x_{\min} \\ 0 & x_i = 0 \end{cases} \quad (4.33)$$

A Equação 4.33 representa o número de sensibilidade para a resposta harmônica de um sistema sujeito a um carregamento externo considerado constante durante o processo de otimização. O número sensibilidade descrito pode ser usado para minimização da resposta nos domínios estruturais ou fluidos, sendo que o índice j refere-se ao grau de liberdade do parâmetro a ser otimizado. Nota-se que o número de sensibilidade elementar está definido para as três fases distintas que a topologia do sistema pode apresentar, sólido, fluido e vazio.

No presente trabalho o valor da densidade de material para os elementos vazios é $x_{\min} = 0,001$, dessa forma é retirado 99,9% do elemento estrutural sólido para a criação do elemento vazio. Além de garantir a estabilidade do processo evolucionário, (Huang e Xie, 2010b), esse procedimento acarreta a não necessidade da remontagem das matrizes globais do sistema a cada iteração, pois a completa retirada do material sólido exigiria uma nova montagem a fim de evitar problemas numéricos na resolução dos sistemas lineares.

Para o caso estático, $\omega = 0$, o número de sensibilidade se reduz a:

$$\alpha_i = \begin{cases} (\mathbf{u}_s^{j_i})^T (p\mathbf{K}_s^i) \mathbf{u}_s^i & x_i = 1 \\ 0 & x_i = x_{\min} \\ 0 & x_i = 0 \end{cases} \quad (4.34)$$

Um vez que o fator de penalidade, p , multiplica todos os valores de α , ele pode ser omitido. Dessa forma o número de sensibilidade para elementos sólidos nos sistemas estáticos é dado por:

$$\alpha_i = (\mathbf{u}_s^{j_i})^T (\mathbf{K}_s^i) \mathbf{u}_s^i \quad (4.35)$$

Este número de sensibilidade para elementos sólidos é equivalente ao número de sensibilidade descrito inicialmente por Chu *et al.* (1996) usado para otimização de sistemas estruturais com restrições no deslocamento.

4.4 Filtro e Estabilização do Processo Evolucionário

Determinado o número de sensibilidade elementar segundo a função de sensibilidade escolhida, o próximo passo no método de otimização é a aplicação de filtros de suavização e redistribuição dos α elementares. Os filtros desempenham um papel fundamental e são utilizados em vários métodos de otimização, (Bendsoe e Sigmund, 2003), (Christensen e Klarbring, 2008). No método evolucionário, os filtros auxiliam na estabilização do processo e na obtenção de topologias independentes do refinamento da malha, (Huang e Xie, 2010a). O esquema descrito a seguir é baseado nos trabalhos Huang e Xie (2007) e Picelli (2011).

No processo de aplicação do filtro ao sistema, deve-se primeiramente calcular os números de sensibilidade nodais, que não carregam significado físico, e são definidos pela média ponderada dos números de sensibilidade elementares como:

$$\alpha_j^n = \frac{\sum_{i=1}^M V_i \alpha_i}{\sum_{i=1}^M V_i} \quad (4.36)$$

em que M denota o número total de elementos conectados ao nó j e α_j^n é sensibilidade nodal.

Os números de sensibilidade nodais devem ser então convertidos em elementares. Essa conversão é realizada ao se projetar os números de sensibilidade nodais no domínio. Essa projeção é baseada em uma escala de comprimento r_{min} que não muda com o refinamento da malha. O papel principal dessa escala é identificar os nós que influenciarão o i -ésimo elemento. Isso pode ser visualizado ao se desenhar um círculo de raio r_{min} centrado no centróide do i -ésimo elemento, gerando o sub-domínio Ω_i , Figura 4.3.

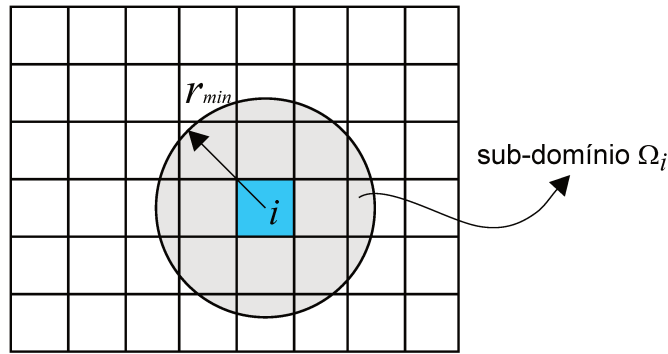


Figura 4.3: Raio de influência para a extrapolação dos números de sensibilidade nodais.

Assim, todos os nós que estão dentro de Ω_i terão seus respectivos números de sensibilidade computados nos novos números de sensibilidade elementares suavizados, definidos como:

$$\alpha_i^s = \frac{\sum_{i=1}^M w(r_{ij}) \alpha_j^n}{\sum_{i=1}^M w(r_{ij})} \quad (4.37)$$

em que M é o número total de nós dentro do sub-domínio Ω_i , α_j^n é número de sensibilidade elementar suavizado e $w(r_{ij})$ é o fator de peso linear definido como:

$$w(r_{ij}) = r_{min} - r_{ij} \quad (4.38)$$

em que r_{ij} é a distância entre o centro do elemento i e o nó j .

Podem ocorrer situações nas quais a simples aplicação de filtros de suavização não é suficiente para garantir a convergência do processo. Problemas de instabilidade podem ocorrer devido às aproximações feitas para o cálculo do número de sensibilidade elementar. Nos métodos de oti-

mização, para tentar contornar esse problema, pode-se considerar o histórico da sensibilidade de cada elemento, usando um procedimento de relaxação da convergência. Esse procedimento pode ser implementado através da média do número de sensibilidade elementar suavizado atual e o de iterações anteriores. Neste trabalho será considerado apenas o número de sensibilidade atual e o da última iteração, calculado como se segue:

$$\alpha_i^f = \frac{(\alpha_i^s)^k + (\alpha_i^s)^{k-1}}{2} \quad (4.39)$$

em que k é o número da iteração atual, α_i^f é o número de sensibilidade elementar final utilizado para a ordenação dos elementos.

4.5 Alteração da Topologia - Adição/Remoção de Elementos

Antes que os elementos sejam adicionados/removidos, a fração de volume da próxima iteração V_{k+1} deve ser determinada. Como o volume prescrito para a estrutura final V^* pode ser maior ou menor do que o volume atual ou solução inicial proposta, o volume alvo da próxima iteração V_{k+1} pode crescer ou decrescer passo a passo até que se atinja a fração de volume final. Assim,

$$V_{k+1} = V_k(1 \pm ER) \quad (4.40)$$

em que ER é o índice de evolução do volume.

Uma vez que o volume final seja atingido, a fração de volume da estrutura será mantida constante para as iterações remanescentes.

$$V_{k+1} = V^* \quad (4.41)$$

Como próximo passo, os números de sensibilidade de todos os elementos são calculados conforme descrito nas seções anteriores. Os elementos são ordenados de acordo com os valores de seus números de sensibilidade em ordem decrescente.

Deve-se, então, estabelecer os seguintes índices limites para remoção e adição de elementos α_{del}^{ath} e α_{add}^{ath} . Estes índices podem ser determinados de acordo com os três seguintes passos, (Huang

e Xie, 2007):

1. Primeiramente, adote $\alpha_{del}^{ath} = \alpha_{add}^{ath} = \alpha^{ath}$, assim α^{ath} pode ser facilmente determinado para um volume de referência V_{k+1} . Por exemplo, existem 1000 elementos no domínio de projeto e $\alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_{1000}$ são os números de sensibilidade ordenados em ordem decrescente. Se V_{k+1} corresponde a uma fração de volume com 725 elementos, então $\alpha^{ath} = \alpha_{725}$.
2. Calcule o índice de admissão de volume (AR), que é definido como o número de elementos adicionados dividido pelo número total de elementos no domínio de projeto. Se $AR \leq AR_{max}$, em que AR_{max} é o índice de admissão de volume máximo prescrito, pule o passo 3. Senão, calcule α_{del}^{ath} e α_{add}^{ath} como indicado no passo 3.
3. Calcule α_{add}^{ath} ao se ordenar primeiramente os números de sensibilidade dos elementos vazios (x_{min}) ou fluidos (x_0). O número de elementos a serem adicionados será igual a AR_{max} multiplicado pelo número total de elementos no domínio de projeto. α_{add}^{ath} é o número de sensibilidade do elemento ranqueado logo após o último elemento adicionado. Assim, α_{del}^{ath} é o número de sensibilidade que fará com que o volume removido seja igual a (volume de elementos adicionados $-V_{k+1} + V_k$).

Para a construção da nova topologia faz-se um *looping* por os todos elementos do domínio estrutural ordenados de acordo com seus números de sensibilidade, conforme Equação 4.39, analisando-se os α_i^f . Podem ocorrer diversas situações distintas, são elas:

1. O número de sensibilidade elementar $\alpha_i^f \geq \alpha_{add}^{ath}$
 - Elemento sólido (x_1) continua sólido (x_1).
 - Elemento vazio (x_{min}) será alterado para sólido (x_1).
 - Elemento fluido (x_0) será alterado para sólido (x_1).
2. O número de sensibilidade elementar $\alpha_i^f \leq \alpha_{del}^{ath}$
 - Elemento sólido (x_1) se possuir pelo menos um vizinho fluido será alterado para elemento fluido (x_0), senão, é alterado para vazio (x_{min}).
 - Elemento vazio (x_{min}) se possuir pelo menos um vizinho fluido será alterado para elemento fluido (x_0), senão, continua vazio (x_{min}).

- Elemento fluido (x_0) continua fluido (x_0).
3. O número de sensibilidade elementar $\alpha_{del}^{ath} \leq \alpha_i^f \leq \alpha_{add}^{ath}$
- Elemento sólido (x_1) continua sólido (x_1).
 - Elemento vazio (x_{min}) se possuir pelo menos um vizinho fluido será alterado para elemento fluido (x_0), senão, continua vazio (x_{min}).
 - Elemento fluido (x_0) continua fluido (x_0).

4.6 Critério de Convergência

O processo de análise de elementos finitos e adição/remoção de elementos continua até que o volume objetivo V^* seja atingido. Um critério de parada deve ser estabelecido para a finalização do processo evolucionário, pois, uma vez atingindo o volume final prescrito, o processo poderia continuar a adicionar e remover elementos de modo a permanecer o volume constante indefinidamente. O seguinte critério de convergência, definido em termos da mudança da função objetivo, seja satisfeito

$$erro = \frac{|\sum_{i=1}^N C_{k-i+1} - \sum_{i=1}^N C_{k-N-i+1}|}{\sum_{i=1}^N C_{k-i+1}} \leq \tau \quad (4.42)$$

em que k é o número da iteração atual, τ é a tolerância permitida para convergência e N é um número inteiro. Normalmente, N é selecionado como 5, o que implica que a mudança na função objetivo através das 10 últimas iterações é aceitavelmente pequena.

4.7 Algoritmo do Método BEFSO

O procedimento evolucionário do método proposto pode ser descrito de forma resumida como:

1. Discretizar o sistema elasto-acústico usando uma malha de elementos finitos impondo todas as condições de contorno e carregamentos do sistema.
2. Definir todos os parâmetros envolvidos no processo de otimização, tais como volume inicial, V_i , e final, V_f . Delimitar o domínio de projeto. Definir se a interface será fixa ou móvel

durante o processo de otimização.

3. Realizar a análise estrutural por elementos finitos do sistema. Com a resposta da análise estrutural, calcular o número de sensibilidade elementar de acordo com a função objetivo conforme descrito nas seções anteriores. Salvar o número de sensibilidade para a próxima iteração.
4. Calcular o número de sensibilidade elementar conforme o critério de otimização escolhido.
5. Calcular o número de sensibilidade nodal conforme descrito na Equação 4.36.
6. Calcular o número de sensibilidade elementar suavizado conforme descrito na Equação 4.37.
7. Calcular o número de sensibilidade elementar final conforme descrito na Equação 4.39.
8. Determinar a fração de volume da próxima iteração de acordo com a Equação 4.40.
9. Construir a nova topologia, adicionando e retirando elementos de acordo com o procedimento descrito na seção anterior.
10. Repetir os passos 3 a 10 até que a restrição de volume (V^*) seja alcançada e o critério de convergência, Equação 4.42, seja satisfeito.

O diagrama da Figura 4.4 ilustra o procedimento descrito para o método BEFSO proposto neste trabalho.

Neste capítulo foi apresentada a formulação para o método proposto neste trabalho para a otimização topológica de sistemas acoplados elasto-acústicos, BEFSO, para dois diferentes critérios de otimização. No próximo capítulo são mostrados os resultados obtidos com o código computacional implementado e são exploradas as principais características do método.

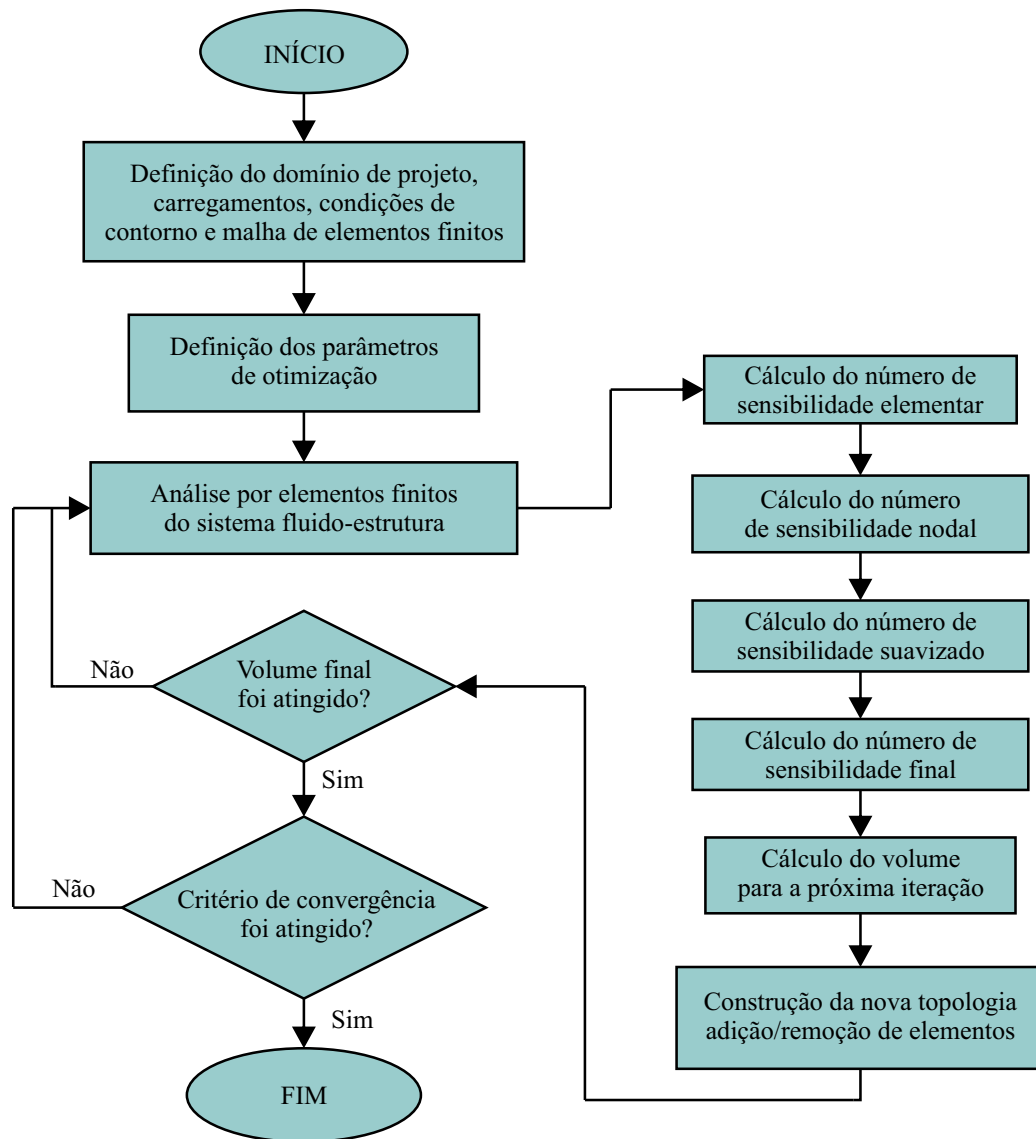


Figura 4.4: Diagrama de blocos do procedimento evolucionário do método BEFSO.

5 Resultados da Otimização de Sistemas Fluido-Estrutura Elasto-Acústicos

Neste capítulo apresentam-se exemplos de otimização estrutural topológica de sistemas fluido-estrutura elasto-acústicos. Os sistemas acoplados estão modelados por elementos finitos segundo a formulação mostrada no Capítulo 2, são utilizados elementos com funções de forma lineares para os casos 2D e 3D. O método de otimização estrutural utilizado será o BEFSO segundo os números de sensibilidade e critérios de otimização desenvolvidos no Capítulo 4. Serão considerados problemas estáticos fracamente acoplados com fluido incompressível e problemas elasto-acústicos com fluido compressível.

5.1 Otimização da Rigidez Estrutural de Sistemas Fluido-Estrutura com Interfaces Fixas

Em muitos exemplos de otimização de sistemas fluido-estrutura encontrados na engenharia a interface entre os domínios deve permanecer constante e definida durante todo o processo de otimização. Pode-se citar como exemplos de sistemas com a interface fixa: barragens, tubulações, reservatórios, cilindros de pressão, etc.

Os dois exemplos mostrados a seguir fazem parte do trabalho *An Evolutionary Topology Optimization of a Fluid-Structure System* apresentado no XXXII CILAMCE - Ouro Preto, Brasil, 2011, e ilustram exemplos de otimização de sistemas fluido-estrutura com interface fixa, que podem ser estabelecidos por requisitos do projeto do domínio fluido, isto é requisitos hidrodinâmicos ou aerodinâmicos.

5.1.1 Maximização da Rigidez de um Sistema de Tubulações

Este exemplo trata da otimização estrutural do sistema fluido-estrutura que representa a união de duas tubulações conforme mostra a Figura 5.1. Deseja-se minimizar a energia de deformação do sistema, obtendo assim a estrutura mais rígida para um dado volume final.

O domínio estrutural, área cinza, representa o domínio de projeto do sistema, o domínio fluido, área verde na Figura 5.1, permanecerá constante durante a otimização, dessa forma a interface fluido-estrutura permanecerá imóvel. Na Figura 5.1 também pode-se observar as condições de contorno e carregamento impostos ao sistema.

O objetivo deste primeiro exemplo de otimização de sistemas fluido-estrutura é verificar se a metodologia proposta no Capítulo 4 é capaz de otimizar a função objetivo e convergir para uma topologia final.

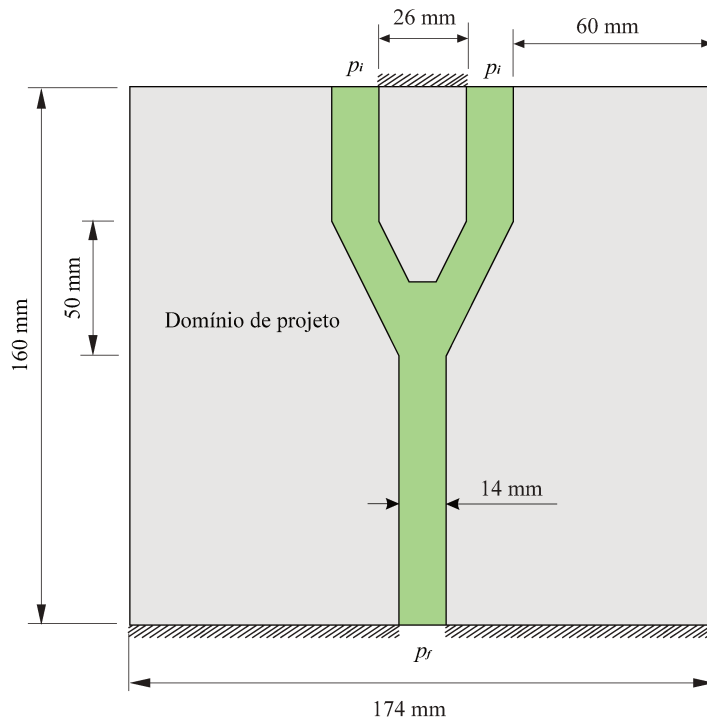


Figura 5.1: Modelo do sistema fluido-estrutura - União de tubulações.

As propriedades dos materiais que compõem o sistema mostrado estão presentes na Tabela 5.1. Os dados da malha de elementos finitos da discretização do sistema estão presentes na Tabela 5.2 e a malha estrutural pode ser vista na Figura 5.2.

Para a otimização do sistema descrito é utilizada a metodologia proposta para a maximização da rigidez do sistema, ou seja, a minimização da flexibilidade média estrutural para um dado volume final. A Tabela 5.3 apresenta os parâmetros utilizados no método BEFSO.

Tabela 5.1: Propriedades dos materiais que compõem o sistema.

Variável	Descrição	Valor
Estrutura		
E	Módulo de Elasticidade	210 GPa
ν	Coefficiente de Poisson	0,3
Fluido		
ρ	Densidade	998 kg/m ³
c	Velocidade do som	1500 m/s

Tabela 5.2: Dados da malha da discretização do sistema.

Variável	Descrição	Valor
Malha		
n_{nos}	Número de nós	33854
n_{ele}	Número de elementos	33486
L	Dimensões dos elementos	1 × 1 mm
Carregamento		
p_i	Pressão na entrada	10 Pa
p_f	Pressão na saída	0 Pa

Tabela 5.3: Parâmetros do método de otimização.

Variável	Descrição	Valor
BEFSO		
V_i	Fração de volume inicial	1,0
V_f	Fração de volume final	0,42
ER	Razão de evolução	0,01
AR_{max}	Máxima razão de admissão	0,5
r_{min}	Raio do filtro	6,0 mm
τ	Tolerância para convergência	0,001
N	Parâmetro da convergência	5

A Figura 5.2 mostra a distribuição do número de sensibilidade elementar, α , no domínio de projeto para a condição inicial. As regiões com α menores indicam regiões com elementos menos eficientes do ponto de vista estrutural e que deverão, por isso, serem retirados primeiramente no processo de otimização.

Na Figura 5.3 mostram-se as topologias intermediárias no processo de otimização do sistema. Observa-se na Figura 5.3 (e) a topologia final depois de atingido o critério de convergência.

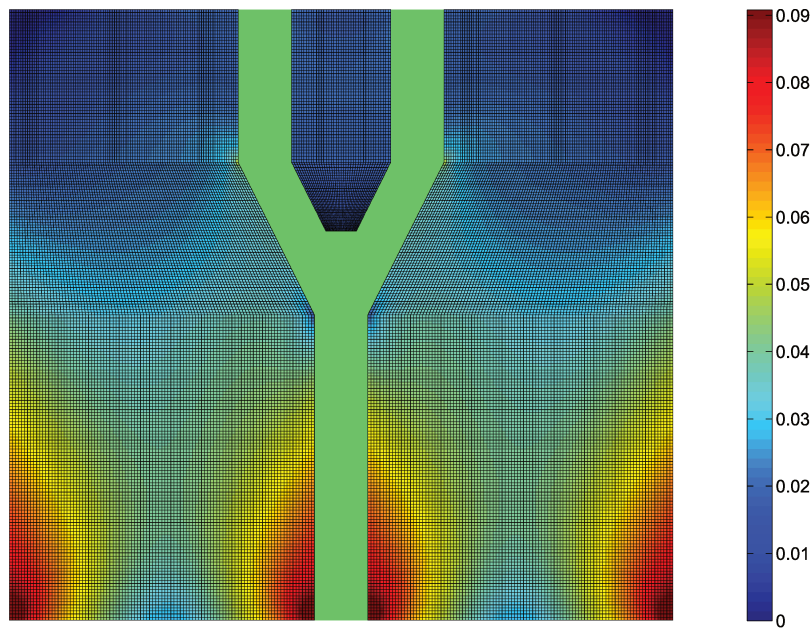


Figura 5.2: Distribuição do número de sensibilidade elementar no domínio de projeto.

Observa-se que o procedimento não apresentou problemas de instabilidade, do tipo tabuleiro de xadrez por exemplo, ao longo das iterações. Durante o processo de remoção/adição de elementos várias alterações na topologia foram observadas, tais como, o rompimento de barras internas do domínio, aparecimentos de novas cavidades, etc. Tais alterações, especialmente o rompimento de barras, são responsáveis pelas pequenas oscilações na função objetivo, neste caso a energia de deformação elástica do sistema, conforme pode ser visto no histórico da função objetivo mostrado na Figura 5.4.

Nota-se que nesta classe de problemas, o acoplamento com o meio fluido é um artifício para o cálculo do carregamento distribuído em condições de contorno específicas. O perfil deste carregamento não é alterado ao longo procedimento de otimização.

5.1.2 Otimização da Rigidez do Estreitamento de uma Tubulação

Neste exemplo, um sistema multifísico contendo fase estrutural e fluida é otimizado com relação à rigidez do domínio estrutural. Através da otimização do sistema da Figura 5.5 são exploradas algumas características do método BEFSO, tais como a influência do refinamento da malha

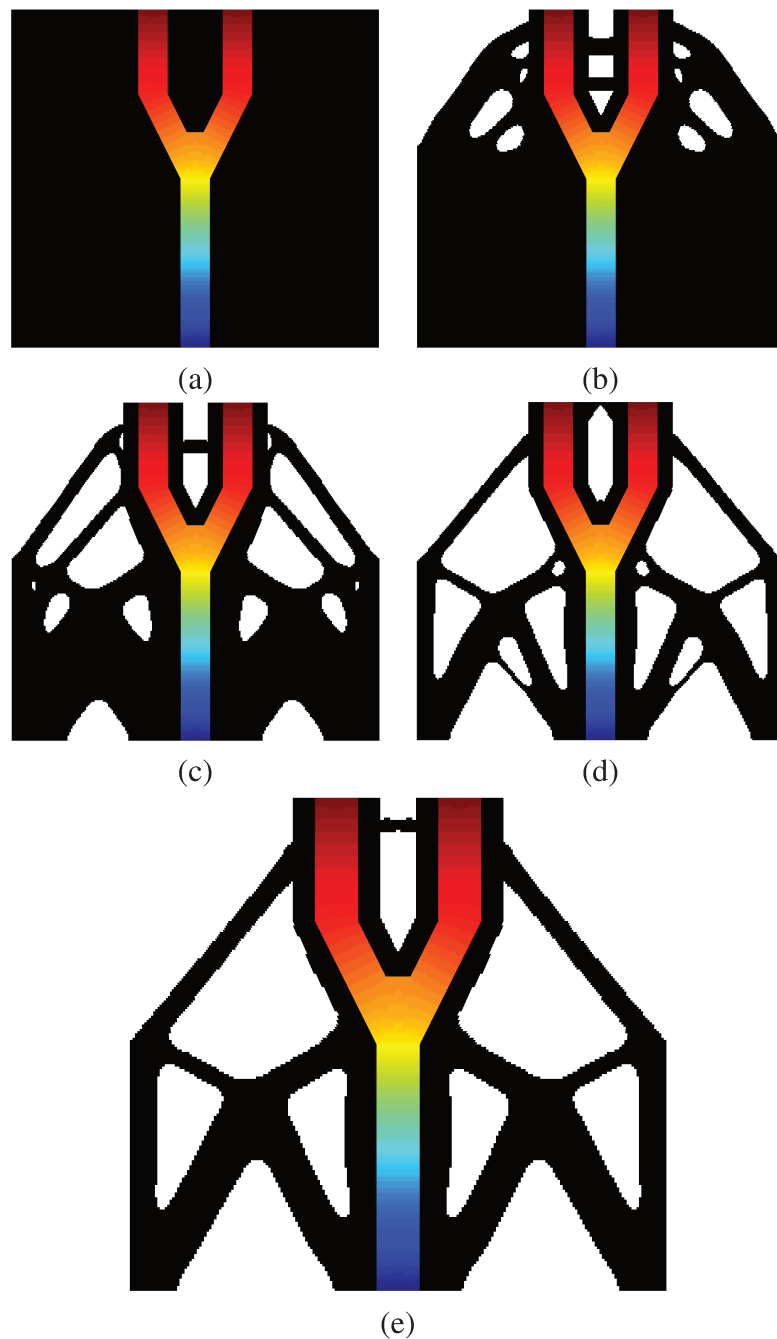


Figura 5.3: Evolução das topologias para o sistema para várias porcentagens do volume estrutural inicial: (a) 100% - Domínio inicial; (b) 80%; (c) 60%; (d) 42%; (e) 42% - Topologia final após a etapa de convergência.

na topologia final e a dependência da topologia inicial na convergência da função objetivo.

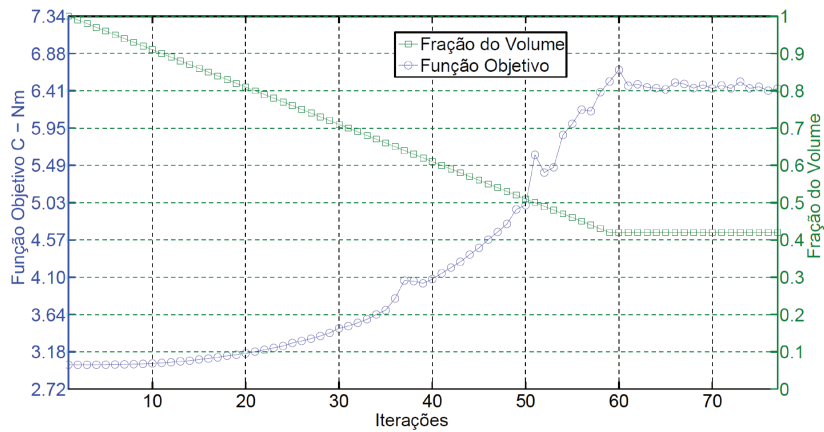


Figura 5.4: Evolução da função objetivo e da fração do volume durante a otimização.

Na Figura 5.5 observa-se ainda a interface entre os domínios fluido e estrutural do sistema e também as condições de contorno e carregamento impostos ao sistema. As propriedades dos materiais dos domínios fluido e estrutural que compõem o sistema são os mesmos encontrados na Tabela 5.1. Os valores dos carregamentos impostos são para a pressão de entrada $p_i = 10$ Pa e para a pressão de saída $p_f = 5$ Pa.

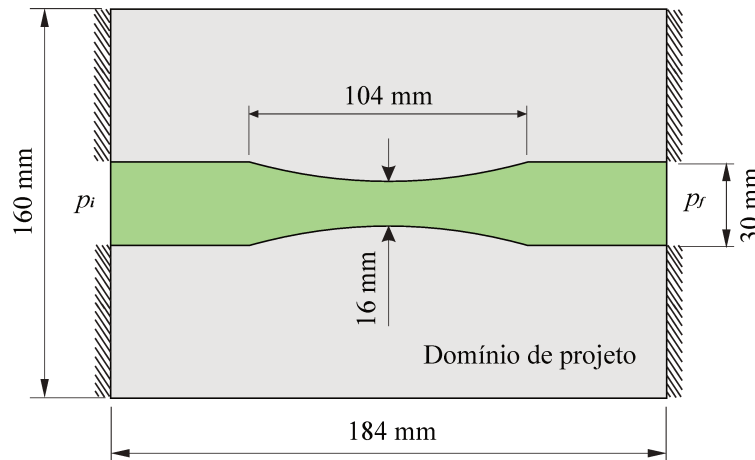


Figura 5.5: Geometria, condições de contorno e carregamento do sistema fluido-estrutura: Estreitamento de uma tubulação.

Com a intenção de verificar primeiramente a influência do refinamento da malha na topologia final, a otimização do sistema é feita para quatro diferentes malhas de elementos finitos. A Tabela 5.4 mostra os dados das quatro malhas e também o tempo total necessário para a otimização do

sistema em cada um dos casos¹.

Tabela 5.4: Parâmetros das malhas e tempo total gasto na otimização dos sistemas.

Variável	Descrição	Valor			
Dados das malhas e tempos					
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
<i>n_{nos}</i>	Número de nós	972	3450	13289	51490
<i>n_{ele}</i>	Número de elementos	910	3332	13056	51030
<i>iter</i>	Número total de análises	59	60	60	61
<i>time</i>	Tempo total de resolução	1 s	12 s	147 s	2194 s

Nos quatro processos de otimização do sistema foram utilizados os mesmos parâmetros do método BEFSO, Tabela 5.5.

Tabela 5.5: Parâmetros do método de otimização.

Variável	Descrição	Valor
BEFSO		
V_i	Volume inicial	1,0
V_f	Volume final	0,5
ER	Razão de evolução	0,01
AR_{max}	Razão de admissão máximo	0,5
r_{min}	Raio do filtro	12,0 mm
τ	Tolerância para convergência	0,001
N	Parâmetro da convergência	4

A Figura 5.6 mostra as topologias finais encontradas para os quatro casos com diferentes malhas. Percebe-se uma independência do refinamento da malha no processo de otimização do método BEFSO utilizado, conservando a característica do método BESO para sistemas estruturais. Da mesma maneira que no exemplo anterior, o carregamento devido ao fluido permanece inalterado ao longo do processo de otimização.

Ainda analisando o sistema fluido-estrutura apresentado na Figura 5.5, deseja-se verificar a influência do domínio inicial na topologia final obtida pela método BEFSO, para a otimização da rigidez da estrutura. Para tanto, analisa-se um caso no qual o volume do domínio estrutural se mantém constante durante todo o processo de otimização. O volume inicial e o volume final do domínio estrutural, são iguais à metade do volume do domínio de projeto, ou seja, $V_i = V_f = 0,5$.

¹As características do processador utilizado para as análises encontram-se no Apêndice A.

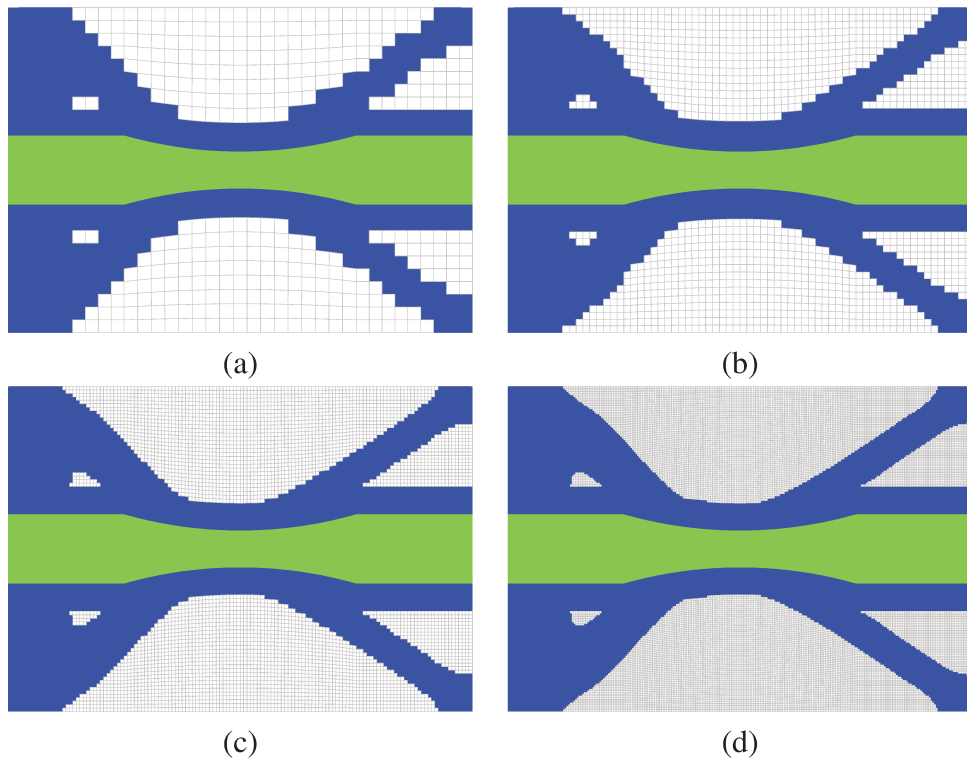


Figura 5.6: Topologias finais para o caso de otimização da rigidez para o sistema, estreitamento de uma tubulação, utilizando diferentes malhas para a discretização do modelo: (a) Caso 1 - 910 elementos; (b) Caso 2 - 3332 elementos; (c) Caso 3 - 13056 elementos; (d) Caso 4 - 51030 elementos.

A Figura 5.7 mostra as topologias inicial, intermediárias e final no processo de otimização do sistema para um volume constante, $V_i = V_f = 0,5$. O sistema é discretizado utilizando-se a malha mais refinada do caso anterior, 5103 elementos regulares de 4 nós. Os parâmetros para o método BEFSO utilizados são os mesmos mostrados na Tabela 5.5, com exceção apenas do V_i que agora é 0,5.

A topologia escolhida para o início do processo de otimização é mostrada na Figura 5.7 (a), e a Figura 5.7 (d) representa a topologia final após a etapa de convergência do processo. Observa-se que a topologia final obtida é idêntica à topologia final obtida no caso anterior no qual a domínio inicial representava 100% do domínio de projeto, Figura 5.6 (d).

A análise da evolução das topologias intermediárias e da topologia final neste exemplo a volume constante indica uma independência da topologia final em relação a solução inicial proposta para o domínio estrutural do sistema fluido-estrutural.

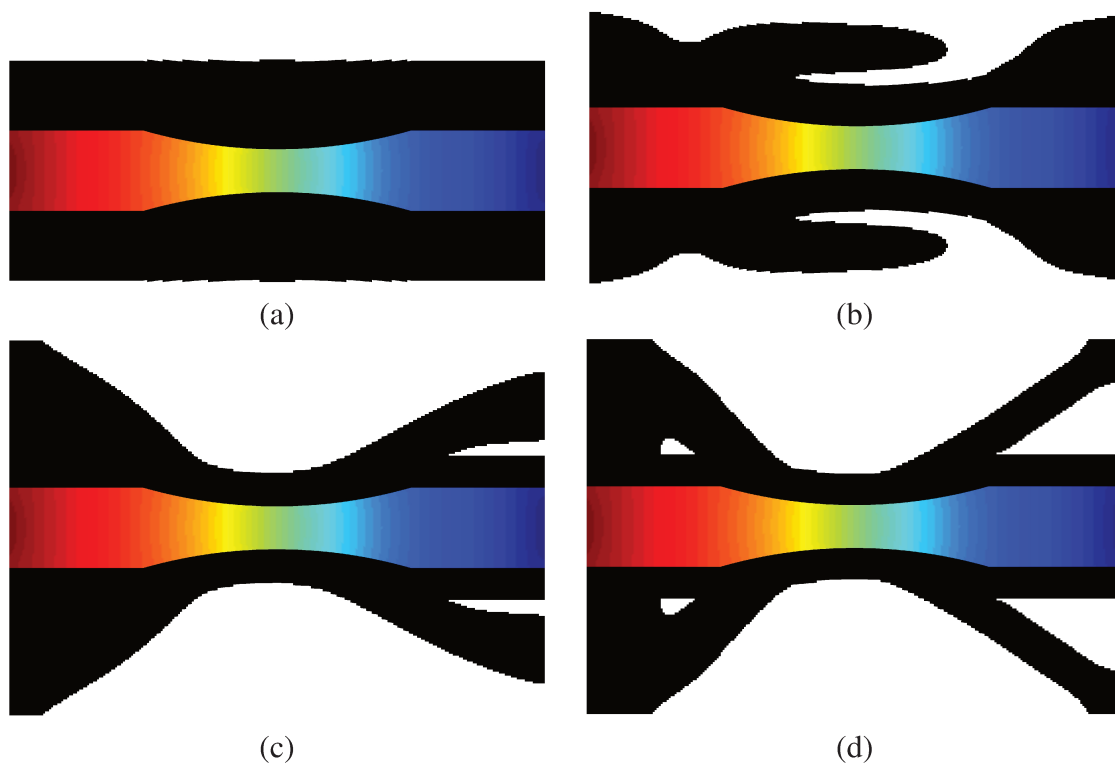


Figura 5.7: Evolução das topologias para o sistema fluido-estrutura com volume constante: (a) Topologia inicial; (b) 5 iterações; (c) 10 iterações; (d) 25 iterações - Topologia final.

O histórico da função objetivo, flexibilidade média, durante o processo de otimização do sistema com volume constante é mostrado na Figura 5.8. Observa-se na Figura 5.8 que a minimização da função objetivo é mais acentuada para as primeiras iterações e vai diminuindo gradativamente até que ao final da iteração 25 é satisfeita a condição de convergência do processo de otimização.

Neste caso, onde o volume permanece constante ao longo do processo, recupera-se a tendência clássica de minimização da função objetivo, com o decaimento monotônico, e sem oscilações/instabilidades ao longo do processo.

Com este exemplo, mostrou-se que, dentro de certos limites, o algoritmo proposto não é dependente da malha de elementos finitos adotada e que o método também é independente do domínio inicial escolhido. Naturalmente, a malha adotada não pode ser muito grosseira a ponto de não conseguir representar detalhes das topologias encontradas, assim como, o domínio inicial escolhido deve ser coerente a ponto de permitir uma análise por elementos finitos sem instabilidades numéricas.

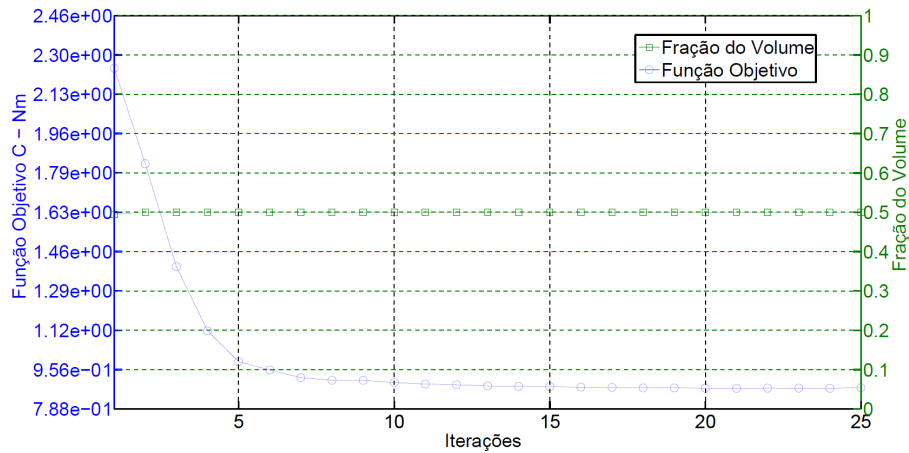


Figura 5.8: Evolução da função objetivo e da fração do volume durante o processo de otimização.

Observa-se também, que neste exemplo, o carregamento do fluido e a interface permanecem fixos durante a evolução da topologia. Desta forma este sistema poderia ter sido modelado como sendo um problema estrutural sujeito a um carregamento que representasse a pressão imposta pelo fluido no domínio estrutural. Nota-se no entanto, que neste caso foi usado um solver não simétrico para a análise do sistema segundo a formulação $\mathbf{u}_s - p_f$ escolhida, com um carregamento fixo no fluido.

5.2 Otimização da Resposta Harmônica de Sistemas Elasto-Acústicos com Interfaces Fixas

Esta seção apresenta os resultados do emprego da metodologia desenvolvida no Capítulo 4 para a otimização da resposta harmônica de sistemas acoplados elasto-acústicos. São apresentados dois exemplos nos quais os domínios fluidos permanecem constantes durante o processo de otimização do sistema, sendo que a otimização topológica atuará no domínio estrutural, considerado o domínio de projeto nestes exemplos. Considera-se como sendo fixa a interface entre os domínios fluido e estrutural.

O primeiro exemplo apresentado nesta seção faz parte do trabalho *Bi-Directional Evolutionary Topology Optimization for Multiphysics Problems with Frequency Response Constraints* apresentado no 10th WCCM - World Congress on Computational Mechanics, 2012, Sao Paulo.

O segundo exemplo apresentado está presente no trabalho *An Evolutionary Structural Optimization applied to Fluid-Structure Problems* apresentado no The Eleventh International Conference on Computational Structures Technology, 2012, Dubrovnik.

Os exemplos apresentados nesta seção, são casos de análise vibroacústica, nos quais uma pressão imposta no domínio fluido acarreta um deslocamento da fase estrutural e por consequência há o problema vibroacústico associado. Considera-se pressões impostas segundo uma função harmônica podendo a resposta do problema também ser aproximada para uma função harmônica. Nos problemas a serem analisados, deseja-se minimizar a amplitude da resposta do sistema em determinados pontos, para uma ou mais frequências de excitação.

5.2.1 Otimização de uma Barreira entre duas Cavidades Acústicas

A Figura 5.9 mostra o sistema acoplado elasto-acústico bidimensional analisado neste exemplo. Uma pressão é imposta na cavidade esquerda, domínio fluido, no ponto p_i . Deseja-se minimizar a resposta harmônica do sistema no ponto p_f indicado na figura. A amplitude do carregamento imposto é de 1 Pa para todas as frequências analisadas. As condições de contorno impostas a todas as paredes dos domínios fluido e estrutural estão presentes na Figura 5.9. As propriedades dos materiais envolvidos na análise são mostrados na Tabela 5.6.

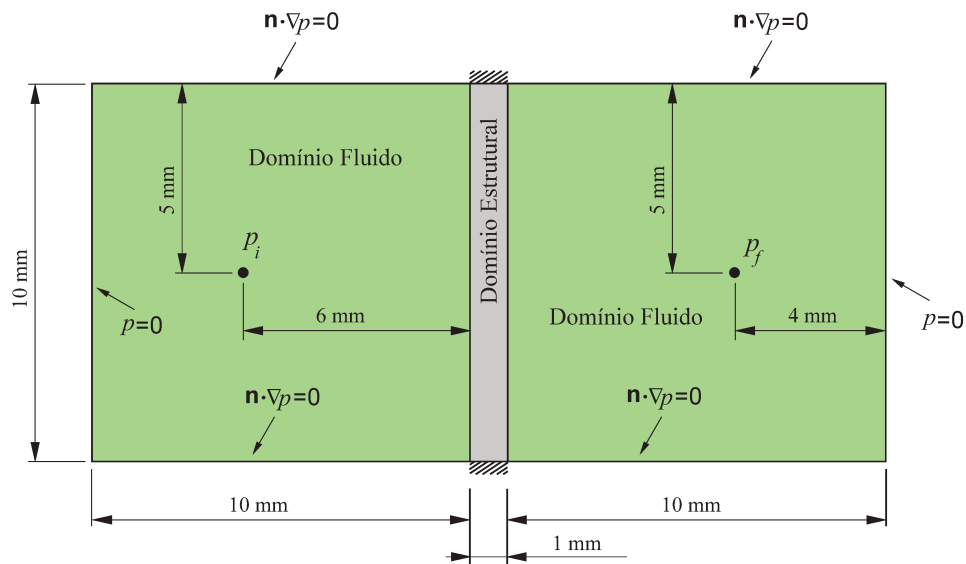


Figura 5.9: Modelo considerado para a análise, barreira entre duas cavidades.

Tabela 5.6: Propriedades dos materiais que compõem o sistema.

Variável	Descrição	Valor
Estrutura		
E	Módulo de elasticidade	100 kPa
ν	Coefficiente de Poisson	0,3
ρ	Densidade	100 kg/m ³
Fluido		
ρ	Densidade	1,2 kg/m ³
c	Velocidade do som	343 m/s

Os parâmetros para a otimização do sistema através do método BEFSO estão presentes na Tabela 5.7, o valor do volume final, V_f , é diferente para cada frequência de excitação do sistema.

Tabela 5.7: Parâmetros do método de otimização.

Variável	Descrição	Valor
BEFSO		
V_i	Fração de volume inicial	1,0
ER	Razão de Evolução	0,01
AR_{max}	Máxima razão de admissão	0,5
r_{min}	Raio do filtro	6,0 mm
τ	Tolerância para convergência	0,001
N	Parâmetro da convergência	5

Com base na FRF (Função de Resposta em Frequência) do sistema em análise foram escolhidas seis frequências para o processo de otimização. As primeiras três frequências de excitação analisadas se encontram próximas às três primeiras frequências naturais que aparecem no espectro da resposta do ponto escolhido para a minimização. Essas três primeiras frequências analisadas têm valores inferiores às respectivas frequências naturais do sistema, Figura 5.10.

O segundo grupo de frequências para a otimização foi escolhido para a aplicação da metodologia proposta de otimização de modo que as três frequências estivessem próximas das três frequências naturais, porém, acima do valor da frequência do pico de ressonância, conforme pode ser verificado na Figura 5.11.

Esta escolha das frequências foi feita para exemplificar as diferentes estratégias de otimização que o método adota, dependendo da posição relativa na curva FRF em que o ponto de otimização se encontra.

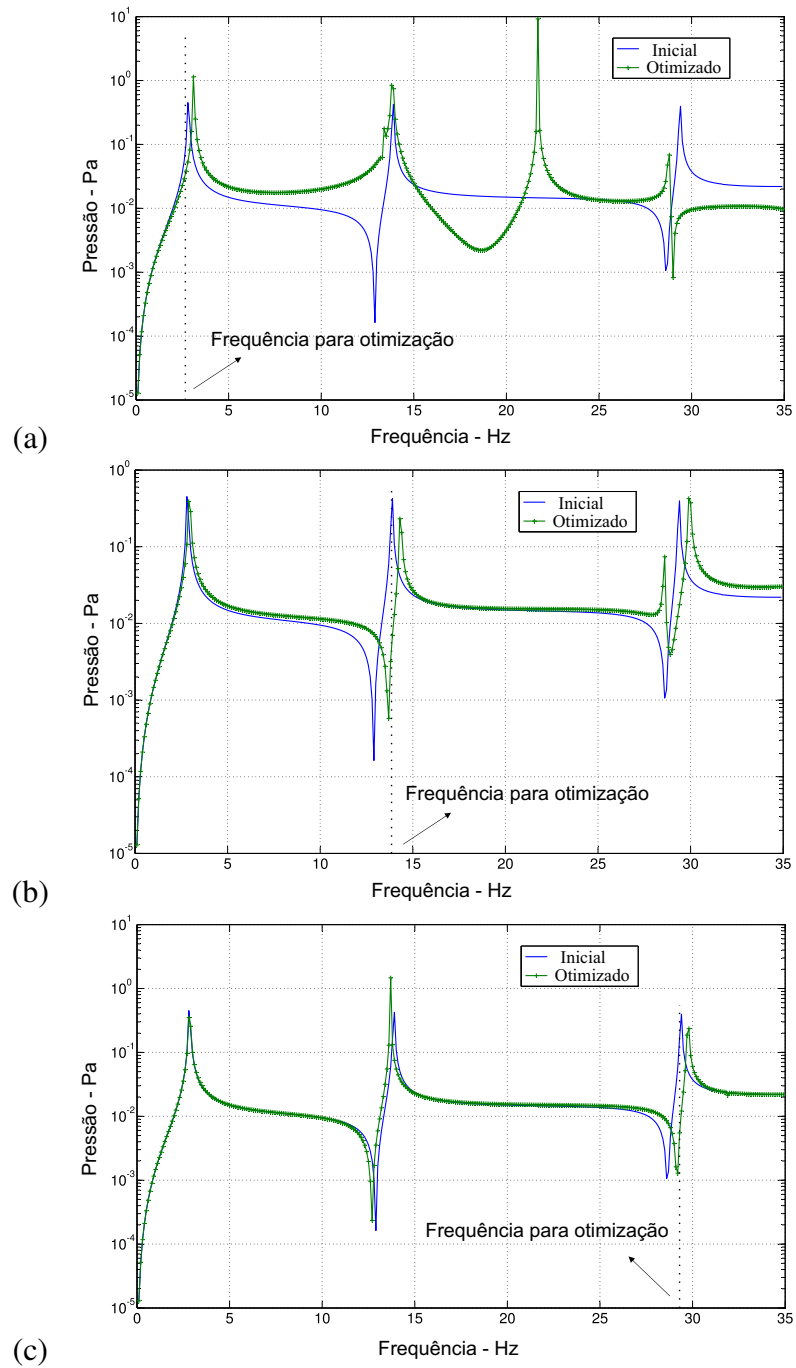


Figura 5.10: Curvas de resposta harmônica, FRF, para o primeiro grupo de frequências adotadas para a otimização do sistema: (a) 2,6 Hz; (b) 13,8 Hz; (c) 29,3 Hz.

As respostas em frequência da pressão no ponto p_f para os sistemas iniciais e os otimizados estão mostradas nas Figuras 5.10 e nas Figuras 5.11.

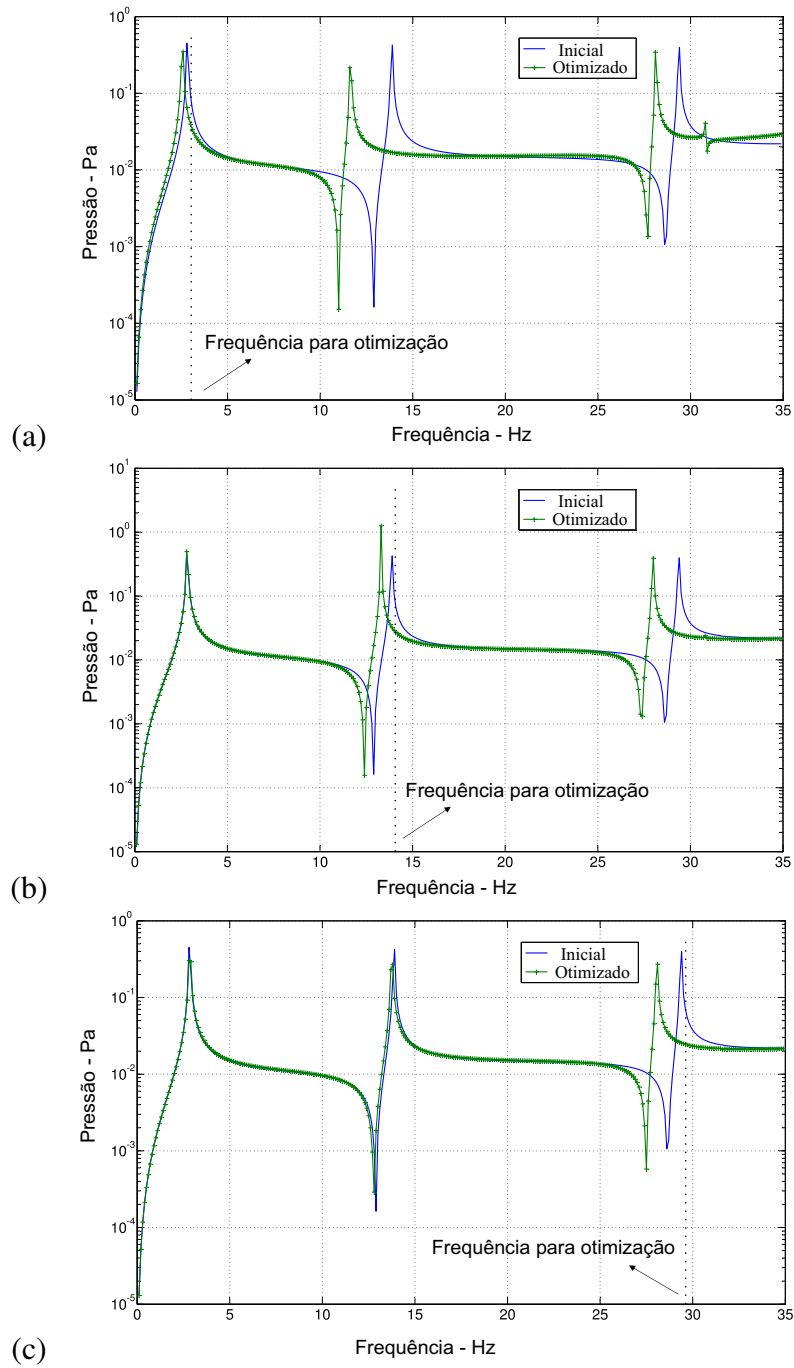


Figura 5.11: Curvas de resposta harmônica, FRF, para o segundo grupo de frequências adotadas para a otimização do sistema: (a) 2,9 Hz; (b) 14,0 Hz; (c) 29,6 Hz.

Pode ser observado nas Figuras 5.10, que neste grupo de frequências, para a minimização da pressão no ponto p_f , o processo de otimização resulta em um aumento da frequência natural pró-

xima a frequência de otimização escolhida. Entretanto, as Figuras 5.11 mostram uma redução das frequências naturais próximas as frequências de excitação para este segundo grupo de frequências.

Pode-se concluir portanto, que o processo de otimização pode resultar em um aumento ou uma diminuição das frequências naturais do sistema para que ocorra a minimização da pressão no ponto de interesse. Este aumento ou diminuição irá depender da posição relativa da frequência de excitação em relação a frequência natural mais próxima na curva FRF. O processo de otimização sempre tenderá a fazer a resposta do sistema “descer” na curva FRF.

A distribuição de pressão nos domínios fluidos e os modos próprios para o sistema inicial sujeito as três primeiras frequências em análise estão presentes nas Figuras 5.12 (a)-(c). As Figuras 5.12 (d)-(f) mostram as topologias finais obtidas da otimização do sistema e as distribuições de pressão para cada caso do sistema otimizado.

Nas Figuras 5.13 (a)-(c) mostra-se a distribuição de pressão nos domínios fluidos do sistema e os modos próprios para o sistema inicial do segundo grupo de frequências em análise. As topologias finais obtidas da otimização do sistema e as distribuições de pressão para cada caso do sistema otimizado para o segundo grupo de frequência em análise são mostradas nas Figuras 5.13 (d)-(f).

Em cada um dos grupos de frequências analisadas, percebe-se que para que ocorra uma minimização efetiva da pressão de saída é necessário para frequências menores, uma maior remoção de volume de material do que para as frequências mais altas. A redução total da pressão média no ponto p_f nos seis casos analisados é apresentada na Tabela 5.8, a tabela indica também as pressões no ponto p_f para o sistema inicial e para o sistema final otimizado.

Tabela 5.8: Redução da pressão para as diferentes frequências de otimização.

	1º caso			2º caso		
Frequência de Excitação (Hz)	2.6	13.8	29.3	2.9	14	29.6
Pressão de Saída Inicial (Pa)	$5,49 \cdot 10^{-2}$	$1,64 \cdot 10^{-1}$	$1,70 \cdot 10^{-1}$	$2,19 \cdot 10^{-1}$	$1,08 \cdot 10^{-1}$	$7,15 \cdot 10^{-2}$
Pressão de Saída Otimizada (Pa)	$2,89 \cdot 10^{-2}$	$3,18 \cdot 10^{-3}$	$5,49 \cdot 10^{-3}$	$4,86 \cdot 10^{-2}$	$2,92 \cdot 10^{-2}$	$8,57 \cdot 10^{-3}$
Redução	47,34%	98,06%	96,76%	77,79%	72,91%	88,01%

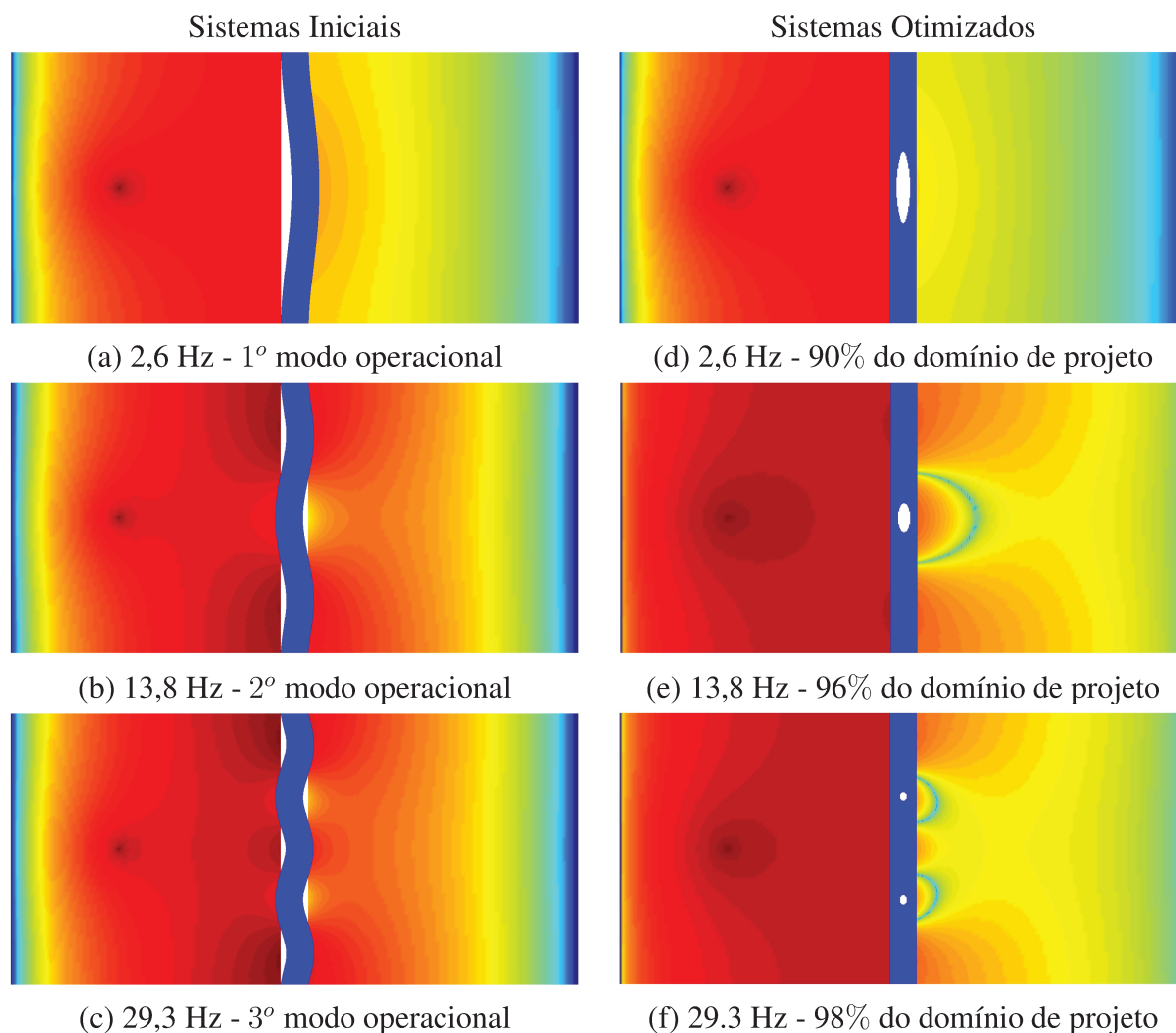


Figura 5.12: Distribuição das pressões nos domínios acústicos; (a) (b) (c) Modos operacionais dos domínios estruturais para os sistemas iniciais; (d) (e) (f) Topologias finais dos domínios estruturais para os sistemas otimizados.

Embora nesta análise não tenha sido incluído o efeito do amortecimento, e o sistema demonstre ser muito sensível a variação de amplitudes (ressonâncias e anti-ressonâncias), conclui-se das Figuras 5.10 e 5.10 que a metodologia proposta possibilitou a minimização da pressão no ponto de interesse, p_f na Figura 5.9, para todas as frequências analisadas. Os mapas de cores da distribuição das pressões mostradas nas Figuras 5.12 e 5.13 indicam uma diminuição suavizada da pressão na região vizinha ao ponto de minimização da pressão para todas as frequências em análise.

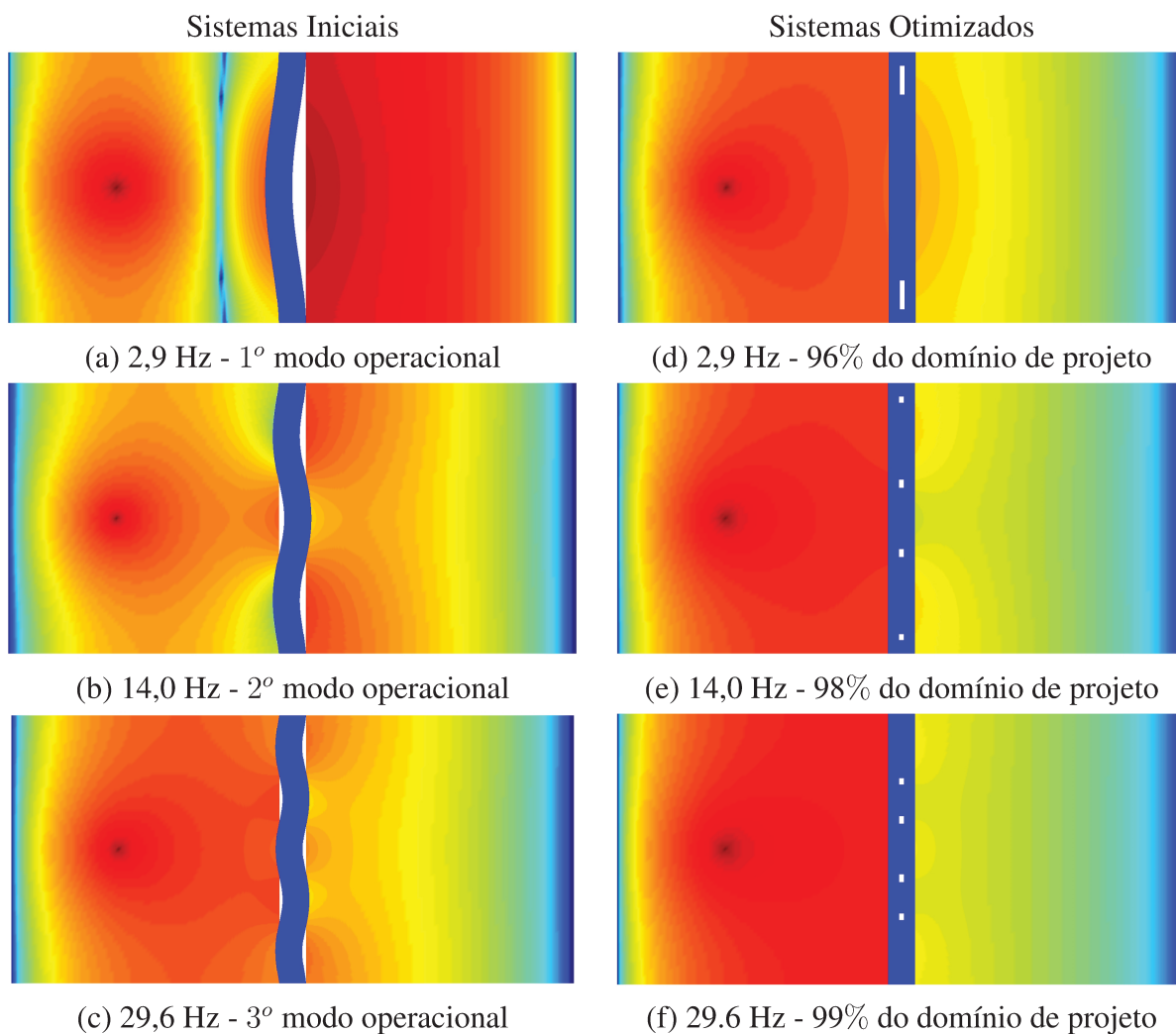


Figura 5.13: Distribuição das pressões nos domínios acústicos; (a) (b) (c) Modos operacionais dos domínios estruturais para os sistemas iniciais; (d) (e) (f) Topologias finais dos domínios estruturais para os sistemas otimizados.

5.2.2 Minimização da Pressão para duas Frequências de Excitação em uma Cobertura Circular

O objetivo desse exemplo é verificar a aplicação da metodologia proposta para a otimização de sistemas sujeitos a múltiplas frequências de excitação. Para a otimização de sistemas sujeitos a múltiplas frequência a estratégia adotada é efetuar o cálculo do número de sensibilidade α como sendo a soma das contribuições para cada uma das frequências isoladamente. Dessa forma, para duas frequências de excitação o número de sensibilidade elementar será dado por:

$$\alpha^i = \frac{1}{2} [(\mathbf{u}_s^{ij})_1^T \mathbf{K}_s^i (\mathbf{u}_s^i)_1 + (\mathbf{u}_s^{ij})_2^T \mathbf{K}_s^i (\mathbf{u}_s^i)_2] \quad (5.1)$$

onde: os índices 1 e 2 indicam que os deslocamentos nodais do domínio estrutural oriundos do sistema sujeito a primeira e a segunda frequências de excitação, respectivamente.

A Figura 5.14 mostra o sistema acoplado elasto-acústico a ser analisado no processo de otimização. Uma pressão é imposta na cavidade superior, domínio fluido, no ponto p_i mostrado na figura. Pretende-se minimizar a função de resposta em frequência do sistema no ponto p_f , simultaneamente, para duas frequências de excitação. A amplitude do carregamento imposto é de 1 Pa para as duas frequências analisadas. As condições de contorno impostas a todas as paredes dos domínios fluido e estrutural estão presentes na Figura 5.14.

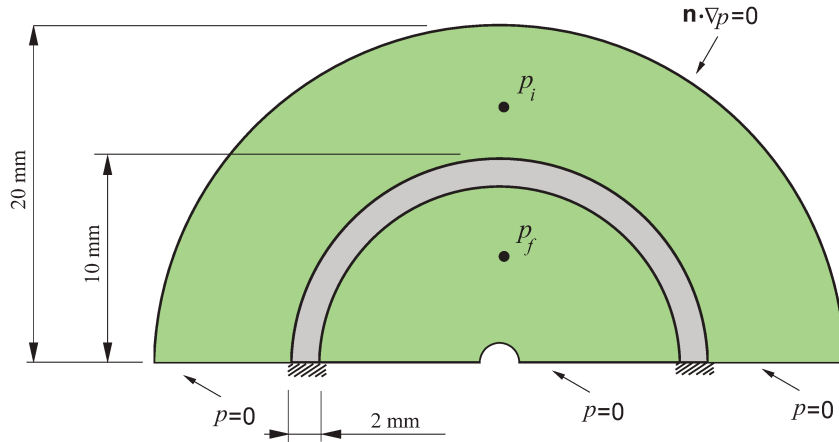


Figura 5.14: Modelo considerado para a otimização - Isolamento Circular.

Como consequência da otimização topológica do sistema visando a minimização da pressão harmônica no ponto em análise, p_f , espera-se aumentar a distância entre a segunda e a terceira frequência natural do sistema acoplado, para tanto, deve-se escolher as frequências para otimização dentro desse intervalo.

As propriedades dos materiais envolvidos na análise estão mostradas na Tabela 5.6 e os parâmetros para a otimização do sistema através do método BEFSO estão presentes na Tabela 5.9.

Para que o processo de otimização do sistema produza esse efeito de maximização da distância entre duas frequências deve-se escolher convenientemente as duas frequências de análise. Deve-se escolher uma frequência próxima pela direita da segunda frequência natural e uma se-

Tabela 5.9: Parâmetros do método de otimização.

Variável	Descrição	Valor
BEFSO		
F_1	Frequência para otimização 1	6,0 Hz
F_2	Frequência para otimização 2	9,8 Hz
V_i	Fração de volume inicial	1,0
V_f	Fração de volume final	0,97
ER	Razão de evolução	0,005
AR_{max}	Máxima razão de admissão	0,05
r_{min}	Raio do filtro	0,6 mm
τ	Tolerância para convergência	0,001
N	Parâmetro da convergência	5

gunda frequência de excitação próxima pela esquerda da terceira frequência natural que aparecem na curva FRF. Dessa forma, o processo de otimização tenderá a reduzir a segunda frequência natural do sistema e aumentar a terceira frequência natural, acarretando assim o aumento da distância entre as frequências.

As Figuras 5.15 (a)-(d) apresentam a distribuição de pressão nos domínios fluidos do sistema e as topologias intermediárias e final do processo de otimização.

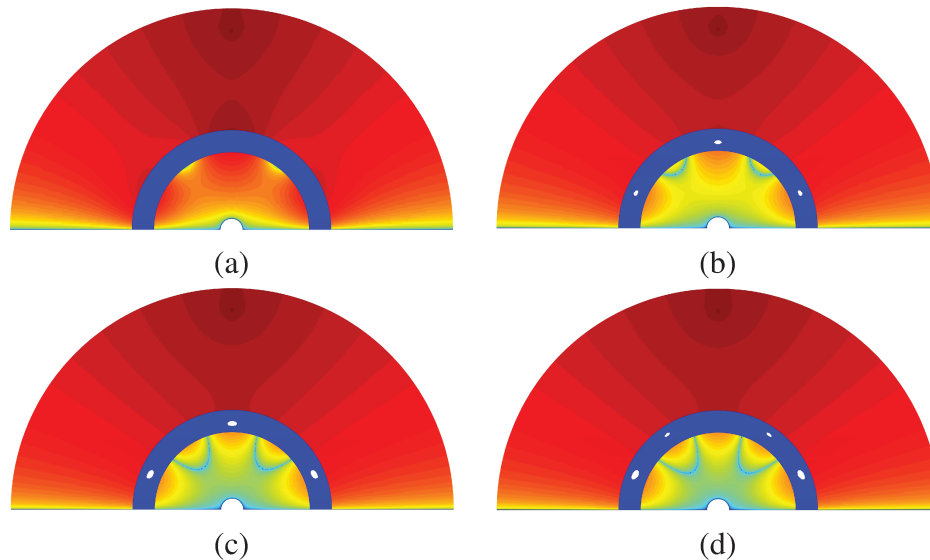


Figura 5.15: Topologias intermediárias e final do sistema de uma barreira circular acústica, distribuição da pressão para a frequência de excitação de 9,8 Hz: (a) 100% - Topologia Inicial; (b) 99%; (c) 98%; (d) 97% - Topologia final.

Os gráficos da Figura 5.16 mostram as respostas harmônicas da pressão medida no ponto p_f para os sistemas inicial e final. Nota-se que o processo de otimização resultou, conforme esperado, em uma diminuição da segunda frequência natural e um aumento da terceira frequência natural que provoca excitação no ponto medido.

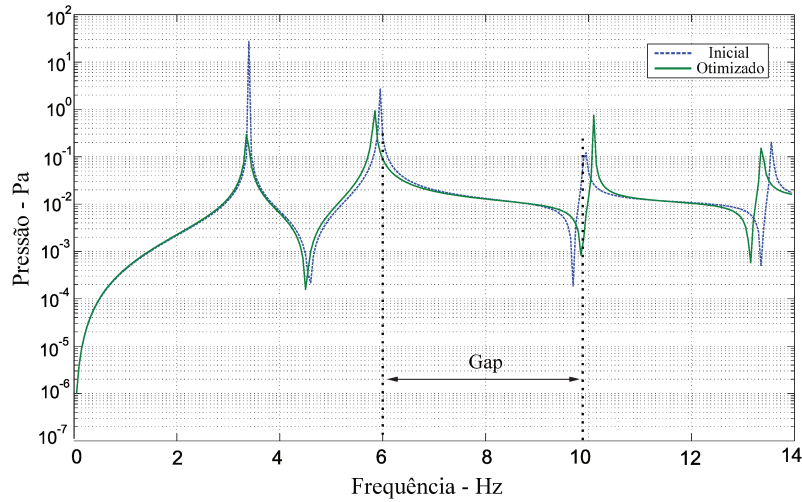


Figura 5.16: Respostas harmônicas, FRF, para o sistema inicial e otimizado para as frequências de 6,0 e 9,8 Hz de uma cobertura circular.

O exemplo mostrou que a metodologia de otimização adotada pode ser estendida para sistemas sujeitos a múltiplas frequências de excitação. O que amplia substancialmente o campo de aplicação da método proposto. Aqui novamente as variações nas frequências são pequenas, mas a diferença de amplitude nas FRF, nos pontos escolhidos é significativa devido à grande inclinação curva na região escolhida para a análise.

Da Figura 5.15 percebe-se uma minimização direcionada da pressão na região vizinha ao ponto de minimização da resposta harmônica do sistema, ponto p_f da Figura 5.14, para a frequência de otimização de 9,8 Hz. A minimização da pressão no entorno do ponto de minimização da resposta possibilita uma ampliação da aplicação da metodologia proposta nesse trabalho.

5.3 Otimização da Rigidez de Sistemas Fluido-Estrutura com Interfaces Móveis

Nesta seção são apresentados exemplos de otimização da rigidez estrutural de sistemas fluido-estrutura nos quais as fronteiras entre os domínios estrutural e fluido podem ser alteradas durante

o processo de otimização. A revisão da literatura indica que os casos de otimização topológica de sistemas multifísicos com interface móvel vem recebendo grande atenção da comunidade científica nos últimos anos.

Com a análise de sistemas nos quais a interface entre os domínios pode variar durante o processo de otimização, pretende-se avaliar a influência do termo extra adicionado ao número de sensibilidade elementar descrito no Capítulo 4, que tornou o novo número de sensibilidade elementar para a otimização da rigidez, $\alpha^i = \frac{1}{2}(\mathbf{u}_s^{ij})^T \mathbf{K}_s^i(\mathbf{u}_s^i) + (\mathbf{u}_s^{ij})^T \mathbf{L}_{s,f}^i \mathbf{p}_f^i$ para elementos sólidos.

5.3.1 Maximização da Rigidez Estrutural de uma Estrutura do Tipo Arco

Neste exemplo é investigado um problema clássico em otimização topológica de estruturas submetidas a uma pressão. O modelo é ilustrado na Figura 5.17. A viga bi-apoiada mostrada na figura é considerada como sendo o domínio de projeto e deseja-se maximizar a rigidez da estrutura para um dado volume final. No modelo fluido-estrutura apresentado, a estrutura é envolvida pelo domínio fluido no qual é imposto uma pressão de $p_0 = 1Pa$ na parte superior do sistema. Este problema possui uma solução bastante intuitiva, que é uma topologia do tipo arco.

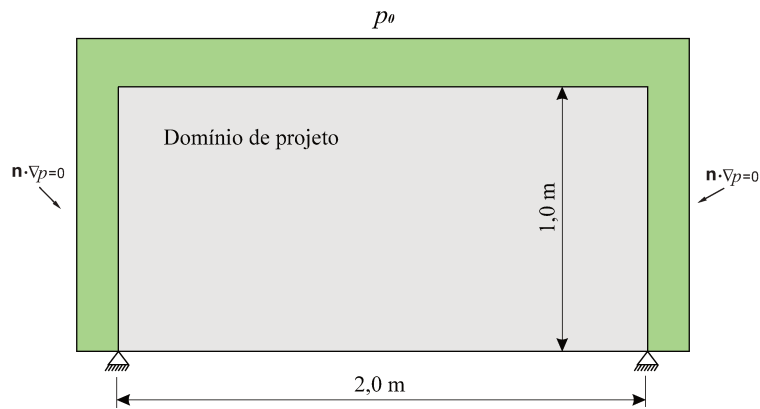


Figura 5.17: Modelo considerado para a otimização, estrutura envolta por um domínio fluido.

As propriedades dos materiais que compõem o sistema são mostrados na Tabela 5.10, e a Tabela 5.11 contém os parâmetros utilizados no método BEFSO.

Durante o processo de otimização os elementos retirados da estrutura poderão ser substituídos por elementos fluidos ou por vazios. Se o elemento a ser retirado possuir pelo menos um elemento

Tabela 5.10: Propriedades dos materiais que compõem o sistema.

Variável	Descrição	Valor
Estrutura		
E	Módulo de elasticidade	70 GPa
ν	Coefficiente de Poisson	0,3
Fluido		
ρ	Densidade	998 kg/m ³
c	Velocidade do som	1500 m/s

Tabela 5.11: Parâmetros do método de otimização.

Variável	Descrição	Valor
BEFSO		
V_i	Volume inicial	1,0
V_f	Volume final	0,2
ER	Razão de evolução	0,02
AR_{max}	Razão de admissão máximo	0,01
r_{min}	Raio do filtro	75 mm
τ	Tolerância para convergência	0,001
N	Parâmetro da convergência	5

vizinho com as propriedades de fluido, então, este se tornará um elemento fluido. No caso do elemento a ser retirado, segundo a estratégia do método BEFSO mostrado no Capítulo 4, não possuir nenhum vizinho fluido ele será apenas retirado da estrutura. Sendo assim o domínio de projeto do sistema poderá ao final do processo de otimização apresentar três fases distintas, uma fase sólida, uma fase fluida e uma fase vazia.

A Figura 5.18 mostram as topologias intermediárias e finais para três casos diferentes de otimização do sistema. O primeiro caso, Figuras 5.18 (a)-(d), mostra a evolução das topologias para minimização da flexibilidade média do sistema levando em conta o número de sensibilidade desenvolvido no Capítulo 4 onde $\alpha^i = \frac{1}{2}(\mathbf{u}_s^i)^T \mathbf{K}_s^i (\mathbf{u}_s^i) + (\mathbf{u}_s^i)^T \mathbf{L}_{sf}^i \mathbf{p}_f^i$. O segundo caso, Figuras 5.18 (e)-(h), mostra a evolução das topologias para minimização da flexibilidade média do sistema desprezando o termo adicional referente a variação da interface, fazendo $\alpha^i = \frac{1}{2}(\mathbf{u}_s^i)^T \mathbf{K}_s^i (\mathbf{u}_s^i)$. No terceiro caso, Figuras 5.18 (i)-(m), uma estratégia diferente para otimização é adotada, onde todo elemento retirado do domínio de projeto se torna um elemento fluido, o que leva o sistema final a se tornar um sistema de duas fases apenas. Para este último caso uma pressão $p_0 = 0,5$ Pa é imposta na parte inferior do sistema.

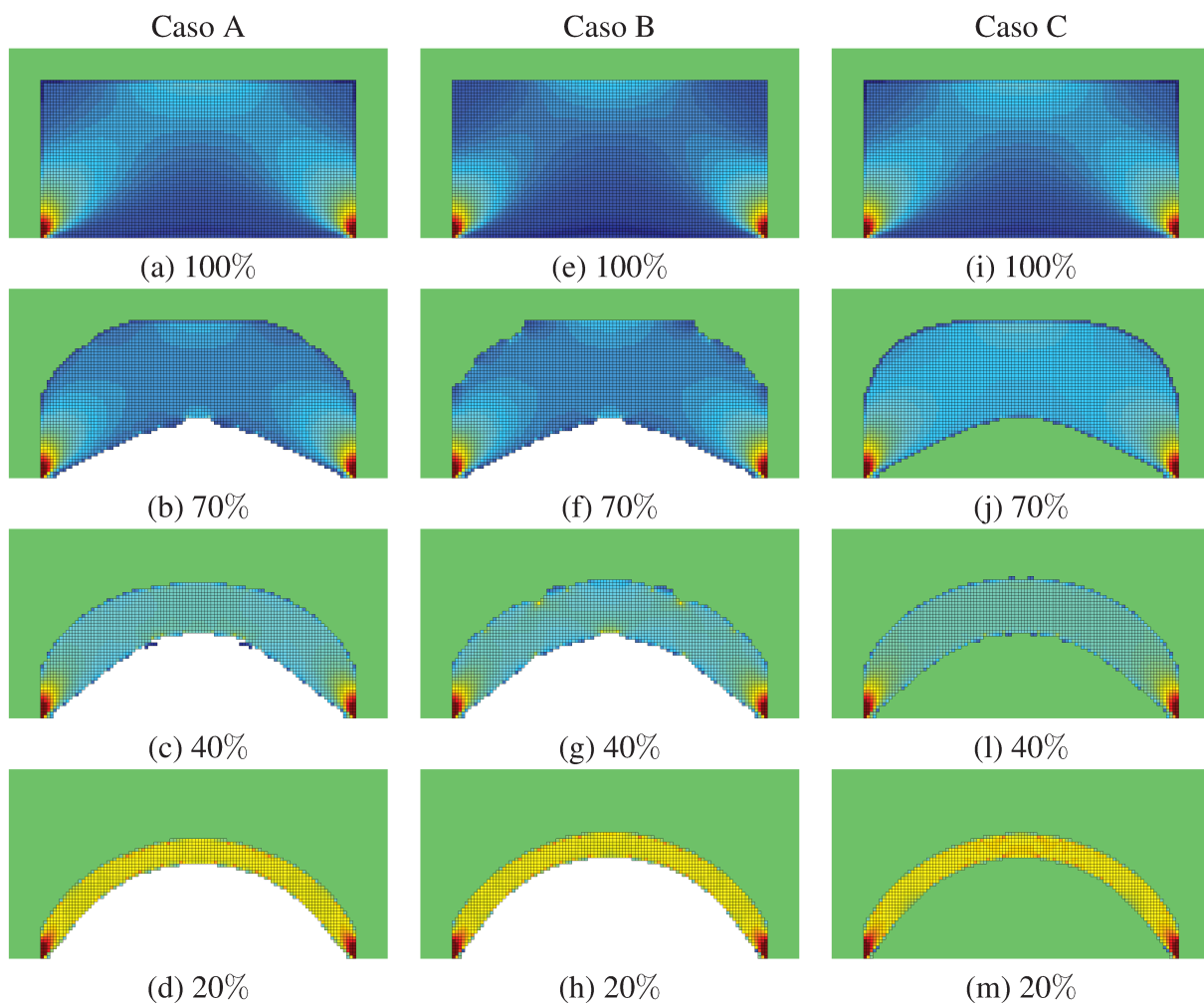


Figura 5.18: Evolução das topologias para a otimização do sistema em análise segundo diferentes números de sensibilidade: (a)-(d) Caso A: Número de sensibilidade contabilizando a alteração na interface; (e)-(h) Caso B: Número de sensibilidade com base apenas na energia de deformação do sistema; (i)-(m) Caso C: Número de sensibilidade contabilizando a alteração na interface sem a presença de elementos vazios, apenas fluido e estrutura.

Nota-se ainda na Figura 5.18 que o processo de otimização no qual foi utilizado o número de sensibilidade que leva em consideração o efeito da variação da interface, primeiro e segundo casos, convergem mais rapidamente e de forma mais suave para a topologia de arco. Fato esse que confirma que a introdução do termo extra no número de sensibilidade corrige o gradiente de informação da derivada da flexibilidade média para problemas nos quais a interface pode ser alterada durante o processo.

Nos estágios finais da otimização, as topologias apresentam menos regiões de baixa energia de deformação, sendo que os valores da energia de deformação se tornam muito maiores do que os valores do termo referente às alterações na interface. Este fato conduz o processo de otimização a convergir para uma topologia final, nos três casos analisados, para um formato muito similar entre si. Formato este que também é similar aos formatos obtidos pela utilização dos métodos baseados no gradiente da função objetivo como o método SIMP, Figura 5.19.

A característica binária dos métodos evolucionários, densidade do material, $x_i = 0$ ou $x_i = 1$, possibilita a identificação precisa da interface durante todo o processo de evolução da topologia. Diferente dos métodos tradicionais baseados no gradiente da função objetivo, onde podem surgir escalas de cinza que dificultam a delimitação precisa entre os domínios.

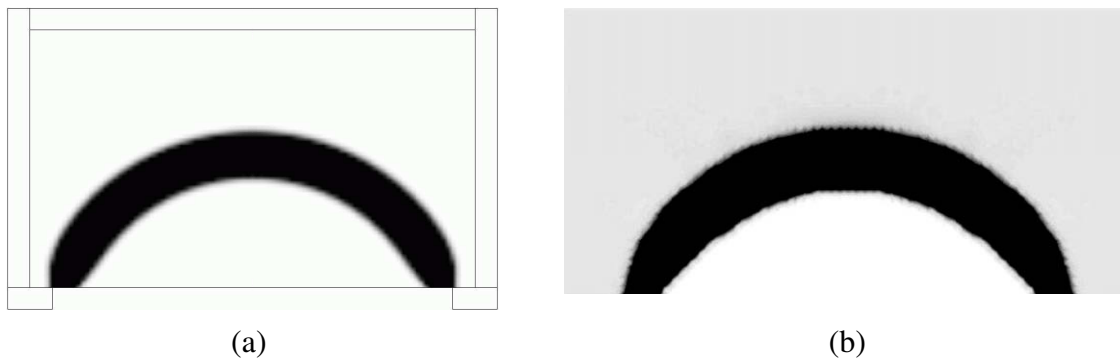


Figura 5.19: Topologias encontradas, por diferentes formulações, para a otimização da rigidez de um modelo do tipo arco: (a) 20% do volume do domínio de projeto, (*Solid Isotropic Material with Penalization*), (Sigmund e Clausen, 2007); (b) 30% do volume do domínio de projeto, (*Method of Moving Asymptotes*), (Bruggi e Cinquini, 2009).

O histórico da função objetivo, flexibilidade média, durante o processo de otimização do sistema, para o primeiro caso, é mostrado na Figura 5.20.

Conclui-se portanto, que o acréscimo no número de sensibilidade do termo que leva em consideração a alteração da interface, melhora a convergência da topologia e da função objetivo nas topologias intermediárias, mas tem pouca influência na topologia final para o caso analisado, cuja topologia é bastante simples. Nota-se que a fronteira/interface entre os domínios ficou bem estabelecida durante todas as fases do processo evolucionário validando a estratégia de substituição de material também para o caso com interfaces móveis.

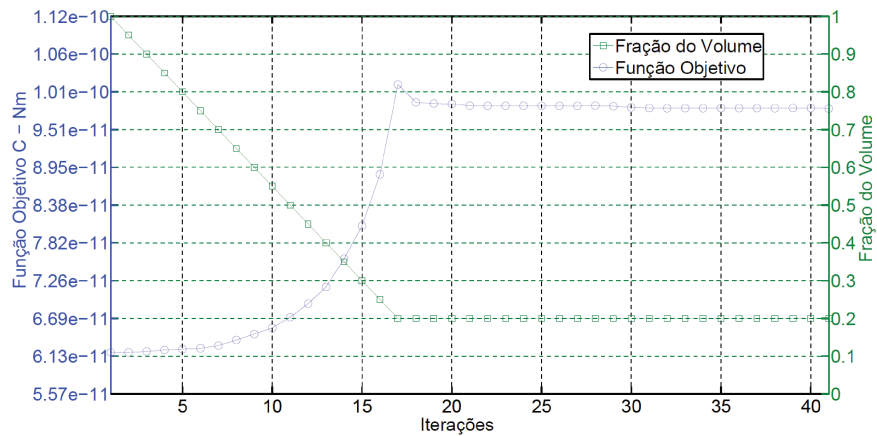


Figura 5.20: Histórico da função objetivo e fração do volume da otimização do sistema tipo arco, considerando o termo de interface na análise de sensibilidade.

5.3.2 Otimização de um Modelo Tipo Pistão

A metodologia proposta deve ser avaliada para estruturas que apresentam topologias mais complexas a fim de verificar a eficácia da retirada/adição de material para topologias que sofrem grandes alterações durante o processo de otimização. Nesse contexto, o sistema a ser otimizado neste exemplo, Figura 5.21, tem as mesmas proporções e condições de contorno dos exemplos explorados por Sigmund e Clausen (2007) e muito similar a geometria dos exemplos encontrados em Bruggi e Cinquini (2009); Lee e Martins (2012).

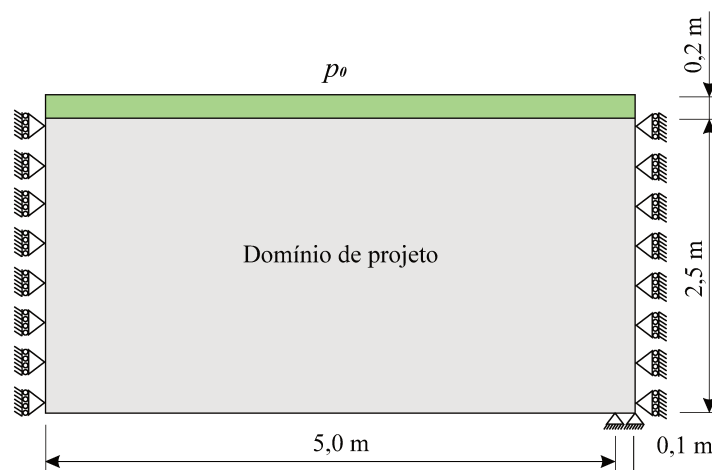


Figura 5.21: Modelo do Pistão 2D considerado para a análise.

Deseja-se maximizar a rigidez do domínio de projeto do sistema para um dado valor de volume final. Devido a simetria do problema, apenas metade do sistema foi discretizado por elementos finitos para a análise. O sistema discretizado utilizou uma malha com 34425 elementos regulares de 4 nós.

Procurou-se utilizar propriedades dos materiais iguais aos do exemplos citados da literatura, Tabela 5.10. Sendo que para o método BEFSO utiliza-se os parâmetros mostrados na Tabela 5.12.

Tabela 5.12: Parâmetros do método de otimização.

Variável	Descrição	Valor
BEFSO		
V_i	Volume inicial	1,0
V_f	Volume final	0,4
ER	Razão de evolução	0,01
AR_{max}	Razão de admissão máximo	0,01
r_{min}	Raio do filtro	200 mm
τ	Tolerância para convergência	0,001
N	Parâmetro da convergência	5

A estratégia utilizada para substituição de material do domínio estrutural durante a otimização segue a estratégia adotada no exemplo anterior.

As Figuras 5.22 (a)-(g) mostram a evolução das topologias intermediárias durante o processo de otimização até a obtenção da topologia final, Figura 5.22 (h).

Novamente é possível observar uma das principais características da metodologia proposta, a interface entre os domínios bem definida durante todo o processo de otimização. Mesmo para a topologia do sistema em análise, que apresenta maior grau de complexidade, devido as cavidades internas a estrutura que surgem durante a otimização, a topologia se mostra convergente.

Quando se compara apenas as topologias finais obtidas pelo método proposto e pelos métodos tradicionais da literatura, as topologias encontradas são bastante similares, Figura 5.23.

A Figura 5.24 mostra o comportamento da função objetivo do sistema durante o processo de otimização até a obtenção da topologia final após se atingir o critério de convergência.

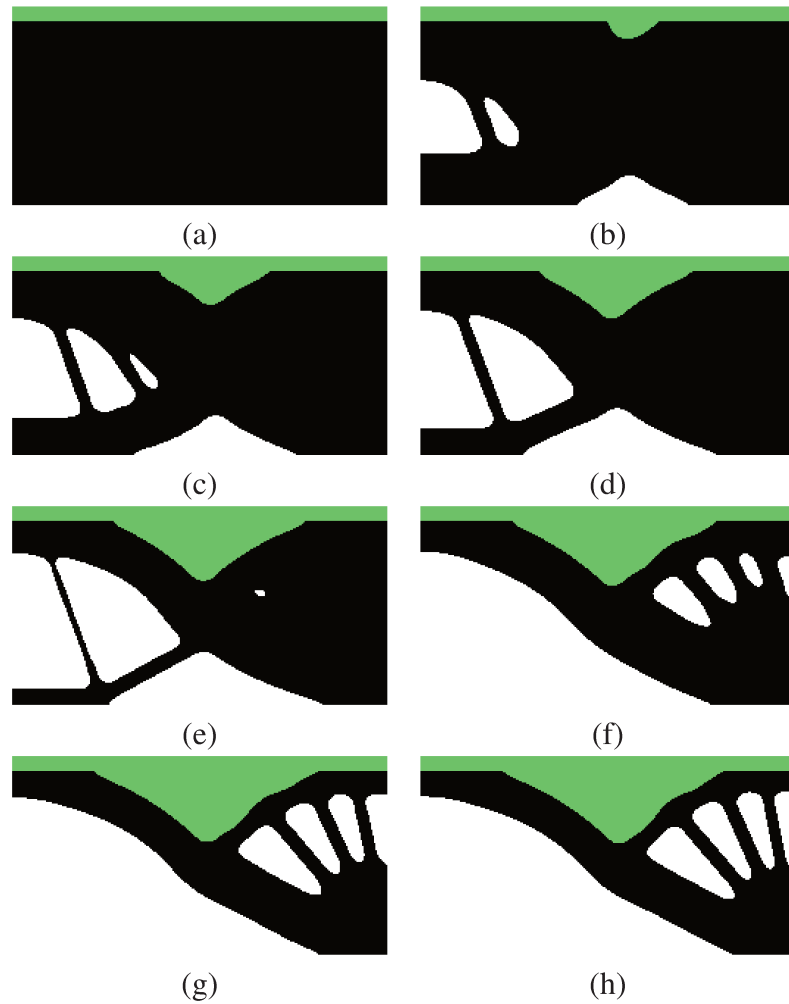


Figura 5.22: Evolução das topologias intermediárias e final - Pistão 2D: (a) 100% - Topologia inicial; (b) 90%; (c) 80%; (d) 70%; (e) 60%; (f) 50%; (g) 40%; (f) 40% - Topologia final;

O número de sensibilidade empregado para a otimização deste exemplo foi avaliado de acordo com as equações proposta no Capítulo 4, onde o número de sensibilidade apresenta dois termos, o tradicional $\frac{1}{2}(\mathbf{u}_s^i)^T \mathbf{K}_s^i (\mathbf{u}_s^i)$ mais a parcela vinda a alteração da interface, $(\mathbf{u}_s^i)^T \mathbf{L}_{sf}^i \mathbf{p}_f^i$. Para uma comparação da ordem de grandeza das duas parcelas que compõem o número de sensibilidade, a Figura 5.25 apresenta os valores das duas parcelas para os elementos sólidos na interface entre os domínios fluido e estrutural da topologia inicial do sistema.

A comparação entre os dois termos do número de sensibilidade mostra que a parcela $\frac{1}{2}(\mathbf{u}_s^i)^T \mathbf{K}_s^i (\mathbf{u}_s^i)$ referente a energia de deformação do sistema é relativamente maior do que a parcela oriunda da mudança da interface. Essa diferença tende a aumentar no decorrer do processo de

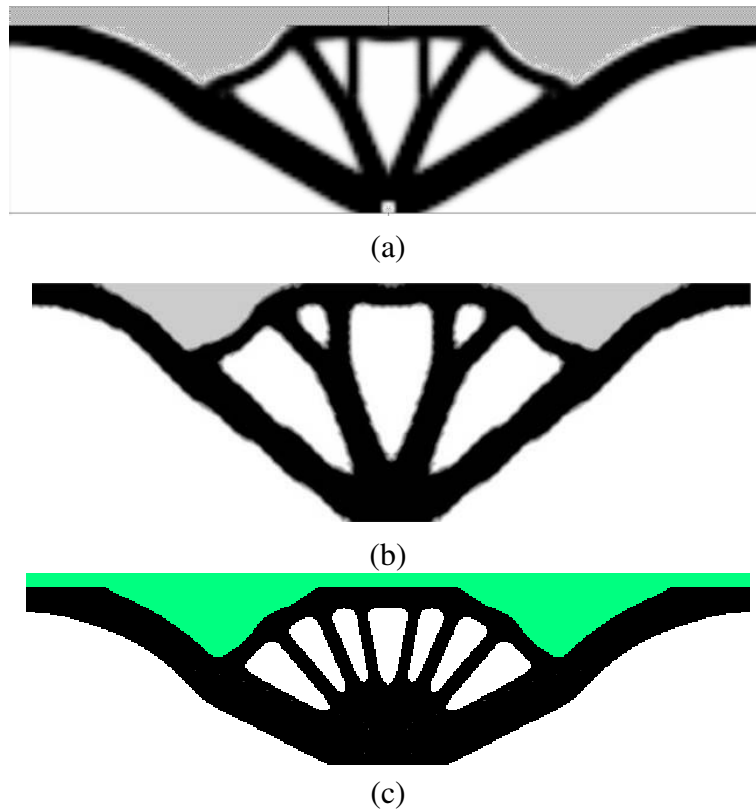


Figura 5.23: Topologias encontradas para a otimização da rigidez de modelos com condições de contornos similares: (a) 30% do volume do domínio de projeto, (*Solid Isotropic Material with Penalization*), (Sigmund e Clausen, 2007); (b) 30% do volume do domínio de projeto, (*Method of Moving Asymptotes*), (Bruggi e Cinquni, 2009); (c) 38% do volume do domínio de projeto, Método BEFSO.

otimização estrutural uma vez que a energia de deformação dos elementos restantes na estrutura se tornam maiores com a redução do volume total.

5.3.3 Otimização de uma Câmara sujeita à uma Pressão Interna

A verificação da independência da metodologia proposta com relação ao refinamento da malha de elementos finitos, dentro de certos limites, foi verificada em exemplos anteriores para casos onde a interface entre os domínios permanecia constante durante o processo de otimização. Neste exemplo pretende-se aplicar o método BEFSO proposto para a otimização de um sistema fluido-estrutura já conhecido na literatura, onde o processo de otimização da rigidez do sistema resulta em

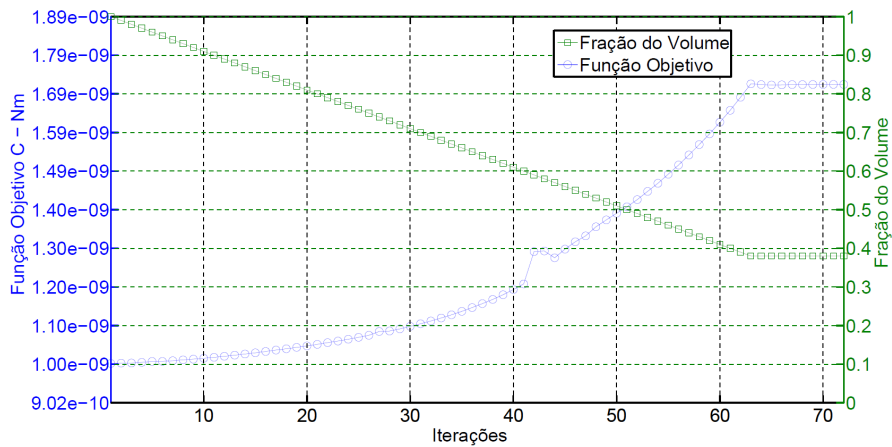


Figura 5.24: Histórico da função objetivo e fração do volume durante o processo de otimização do sistema tipo pistão.

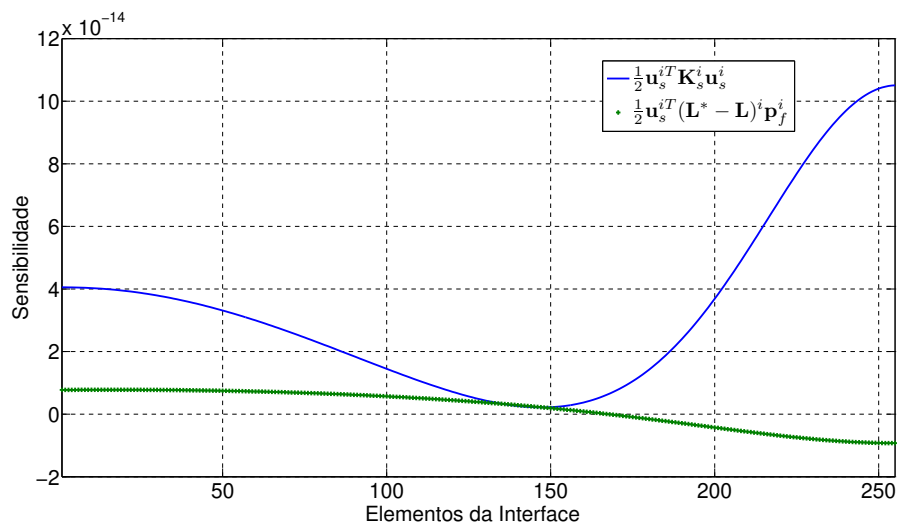


Figura 5.25: Componentes do número de sensibilidade para o caso de sistemas com interface móvel.

uma alteração acentuada da interface entre os domínios. Serão analisados os resultados da otimização para três diferentes malhas para a análise da estrutura e feito a comparação com os resultados disponíveis na literatura.

O projeto de uma câmara sujeita a uma pressão interna, Figura 5.26, foi primeiramente explorado nos trabalhos Hammer e Olhoff (2000) e Chen e Kikuchi (2001). O sistema mostra um fluido que atravessa os dois domínios estruturais do sistema, sujeito a pressões na entrada, p_i , e na saída,

p_f , conforme indica a figura. Deseja-se encontrar uma estrutura final com um volume estrutural de apenas 25% da estrutura original com a máxima rigidez para as condições de contorno expressas na Figura 5.26.

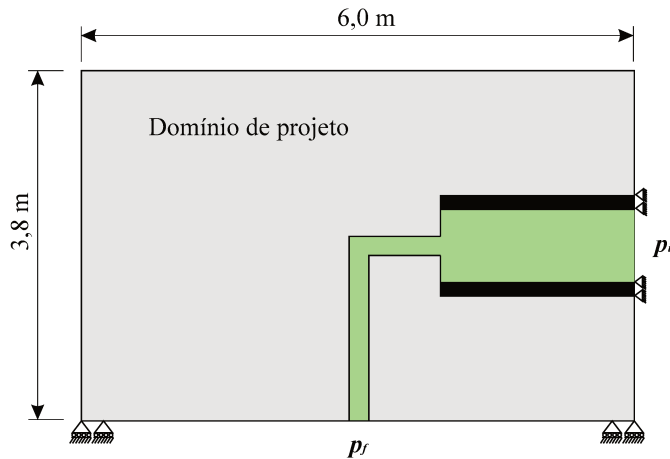


Figura 5.26: Modelo considerado para a otimização de uma câmara sob pressão.

As propriedades dos materiais que compõem o sistema mostrado e as pressões do fluido estão presentes na Tabela 5.13. Para a otimização da rigidez do sistema o método BEFSO utiliza os parâmetros mostrados na Tabela 5.14.

Tabela 5.13: Propriedades dos materiais que compõem o sistema.

Variável	Descrição	Valor
Estrutura		
E	Módulo de elasticidade	210 GPa
ν	Coefficiente de Poisson	0,3
Fluido		
ρ	Densidade	998 kg/m ³
c	Velocidade do som	1500 m/s
Pressões no fluido		
p_i	Pressão de entrada	10 Pa
p_f	Pressão de saída	4 Pa

Procurando verificar a independência da malha para casos de otimização de sistemas com a interface móvel, a otimização do sistema mostrado foi realizada para três malhas de elementos finitos com diferentes graus de refinamento. Primeira malha com 651 elementos, segunda com 4131 elementos e terceira com 36480 elementos regulares de 4 nós. A evolução das topologias

Tabela 5.14: Parâmetros do método de otimização.

Variável	Descrição	Valor
BEFSO		
V_i	Volume inicial	1,0
V_f	Volume final	0,4
ER	Razão de evolução	0,01
AR_{max}	Razão de admissão máximo	0,01
r_{min}	Raio do filtro	1,5 m
τ	Tolerância para convergência	0,001
N	Parâmetro da convergência	5

intermediárias e as topologias finais para os três casos estão presentes na Figura 5.27.

Conforme pode ser verificado nas Figuras 5.27 (h)-(j) a otimização dos três sistemas convergiu para topologias finais similares, apesar das topologias intermediárias apresentarem grandes variações. Nota-se que a primeira malha por ser muito grosseira, não consegue representar alguns detalhes da topologia final.

A Tabela 5.15 apresenta os dados das três malhas e também o tempo total necessário para a otimização do sistema em cada um dos casos.

Tabela 5.15: Parâmetros das malhas e tempo total de otimização dos sistemas.

Variável	Descrição	Valor		
Dados das malhas e tempos				
		Caso 1	Caso 2	Caso 3
$nnos$	Número de nós	704	4264	36873
$nele$	Número de elementos	651	4131	36480
$iter$	Número total de análises	87	96	100
$time$	Tempo total da otimização	5 s	79 s	3838 s

A Figura 5.28 mostra a evolução da função objetivo e da fração do volume durante a otimização do sistema para o caso com a malha mais refinada, 36480 elementos.

As topologias finais obtidas podem ser comparadas as topologias encontradas na literatura para a otimização do sistema utilizando o metodologia SIMP, conforme pode ser visto na Figura 5.29. As diferenças existentes entre a topologia final obtida pela metodologia proposta e as topologias encontradas na literatura, podem ser explicadas pelas diferenças entre as geometrias dos

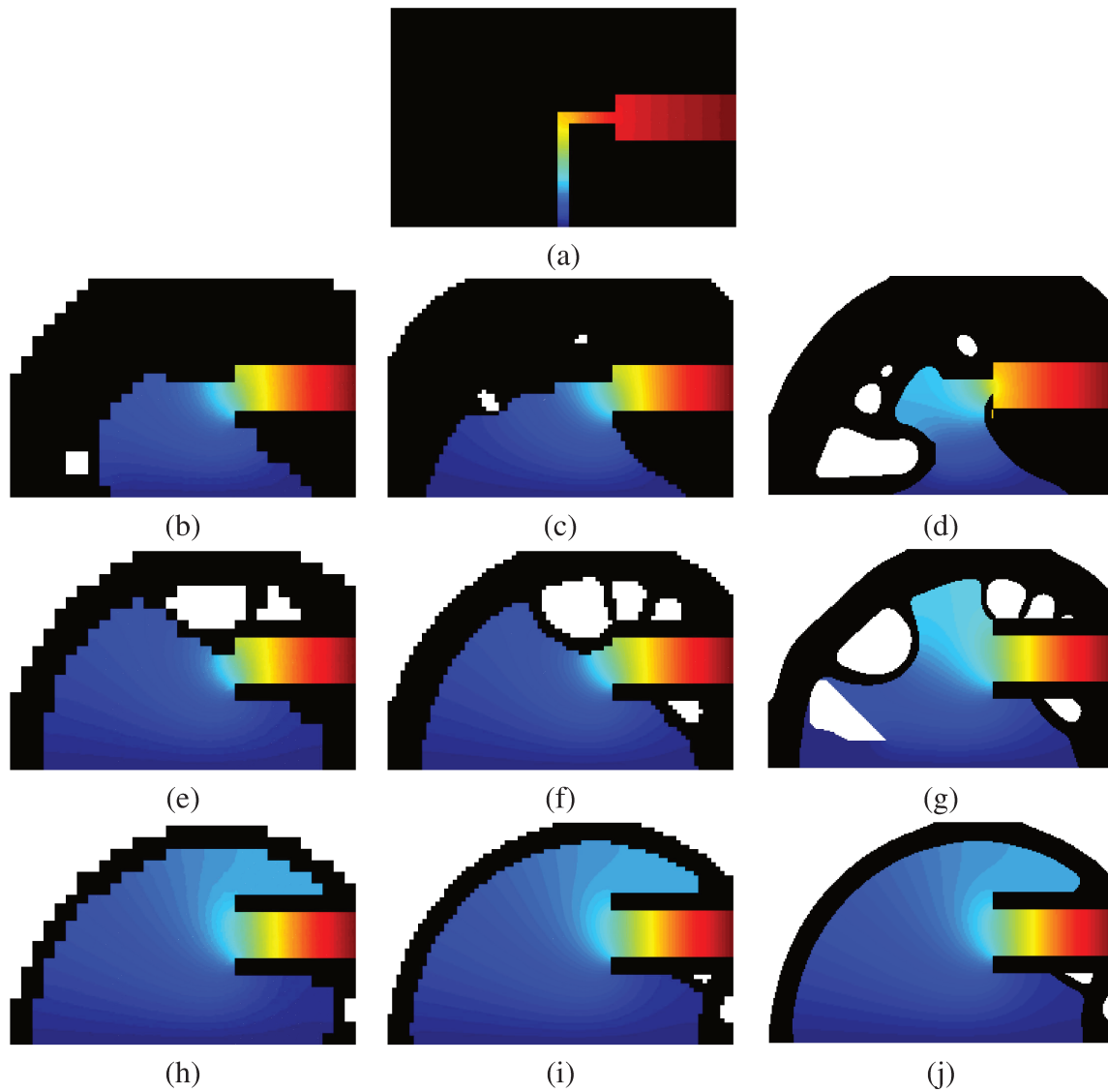


Figura 5.27: Evolução das topologias da otimização da câmara sob pressão: (a) 100% - Topologia inicial; (b)-(d) 70%; (e)-(g) 40%; (h)-(j) 24% - Topologias finais.

sistemas, as condições de contorno ligeiramente diferentes, a diferença do número de elementos utilizados para a análise dos sistemas, e as diferentes porcentagens finais de volume estrutural nos sistemas analisados.

Através do problema analisado, concluí-se que mesmo para uma completa alteração da fronteira inicial entre os domínios fluido e estrutural, a metodologia se mostra eficaz na convergência para uma solução otimizada, segundo o critério proposto.

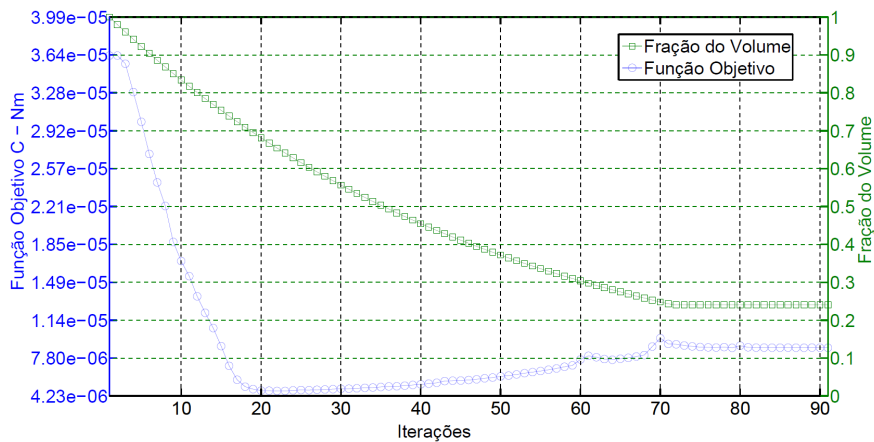


Figura 5.28: Histórico da função objetivo e fração do volume - Câmara.

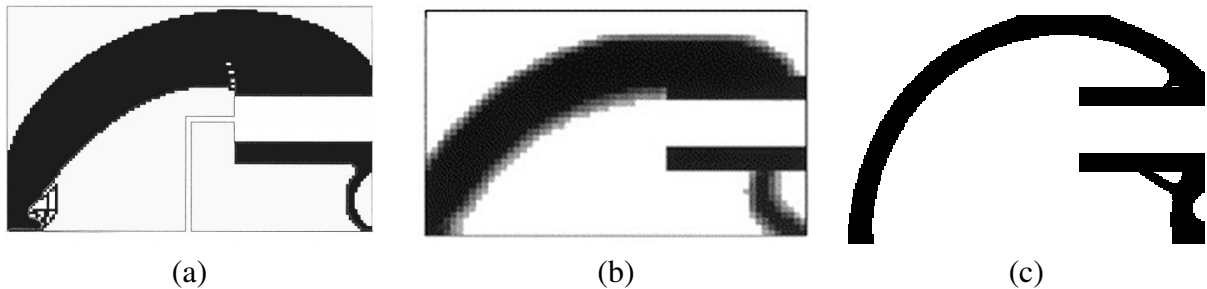


Figura 5.29: Otimização com relação a rigidez de uma câmara sujeita a uma pressão interna: (a) 40% do volume do domínio de projeto, SIMP, (Hammer e Olhoff, 2000); (b) 25% do volume do domínio de projeto, 2280 elementos regulares com 4 nós, SIMP, (Chen e Kikuchi, 2001); (c) 24% do volume do domínio de projeto, 36480 elementos regulares com 4 nós, BEFSO.

Portanto, este exemplo ilustra o caso de carga no fluido atuando na fronteira móvel, onde não aparece o problema de indefinição da interface como poderia aparecer nos métodos onde a variável densidade é contínua.

5.3.4 Maximização da Rigidez para um Reservatório sob Pressão

O método BEFSO para otimização da rigidez de sistemas com interface móvel pode ser entendido para problemas tridimensionais. Como maior dificuldade para a ampliação da metodologia para casos 3D, destaca-se o grande aumento do custo computacional do processo quando compa-

rado com a otimização de problemas 2D. O custo computacional elevado é devido não somente a resolução do sistemas tridimensionais de equações lineares para análise por elementos finitos, mas também devido a necessidade de se montar e desmontar a matriz de acoplamento a cada iteração.

Neste primeiro exemplo 3D, um reservatório, Figura 5.30, sujeito a uma pressão imposta no fluido em contato na superfície superior do volume é considerado para a análise. Este exemplo tem uma geometria similar à geometria usada no trabalho Sigmund e Clausen (2007). O reservatório mostrado na figura apresenta como condição de contorno da parte estrutural um engaste em toda parte externa na interface entre os dois domínios.

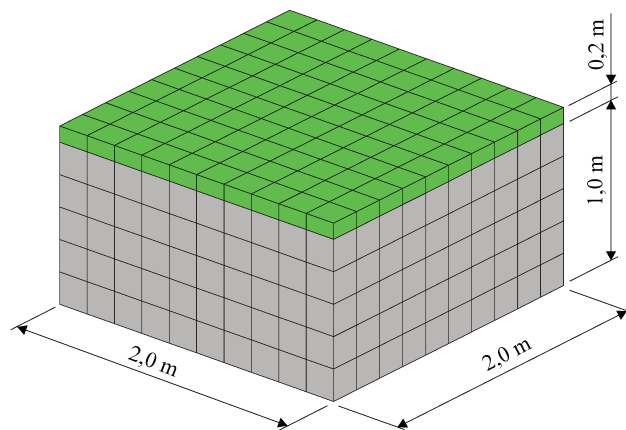


Figura 5.30: Modelo considerada para a otimização da rigidez para um reservatório sob pressão.

No intuito de reduzir o elevado custo computacional da otimização de sistemas 3D, este exemplo se propõe a otimizar o sistema fluido-estrutura com relação a rigidez do sistema, utilizando o número de sensibilidade elementar, que leva em consideração apenas a energia de deformação, $\frac{1}{2}(\mathbf{u}_s^i)^T \mathbf{K}_s^i (\mathbf{u}_s^i)$. Os exemplos anteriores mostram que o termo referente a variação da interface tem sua maior influência apenas nas primeiras iterações do processo de otimização, não implicando em significativas alterações nas topologias finais dos exemplos analisados.

Devido à simetria do modelo analisado, apenas um quarto do sistema, com as devidas condições de contorno, foi discretizado para análise por elementos finitos. A Tabela 5.16 contém as propriedades do materiais do sistema, os dados da malha utilizada e também a pressão imposta ao domínio fluido.

Os parâmetros para o método BEFSO mostrados na Tabela 5.17 foram utilizados para a

Tabela 5.16: Propriedades dos materiais que compõem o sistema e dados da otimização.

Variável	Descrição	Valor
Estrutura		
E	Módulo de elasticidade	70 GPa
ν	Coefficiente de Poisson	0,3
Fluido		
ρ	Densidade	998 kg/m ³
c	Velocidade do som	1500 m/s
Pressões no fluido		
p_i	Pressão imposta ao fluido	1 Pa
Dados da malha		
$nnos$	Número de nós	45325
nel	Número de elementos	41616

otimização do sistema.

Tabela 5.17: Parâmetros do método de otimização.

Variável	Descrição	Valor
BEFSO		
V_i	Volume inicial	1,0
V_f	Volume final	0,26
ER	Razão de evolução	0,02
AR_{max}	Razão de admissão máximo	0,02
r_{min}	Raio do filtro	100 mm
τ	Tolerância para convergência	0,001
N	Parâmetro da convergência	4

As topologias inicial, intermediárias e final para a fração da estrutura analisada estão presentes na Figura 5.31, onde se observa remoção de elementos sólidos e a substituição gradativa de elementos do domínio estrutural para elementos fluidos ou vazios.

A Figura 5.32 mostra duas vistas da topologia final obtida para o domínio estrutural. A topologia final obtida se assemelha a topologia para o caso 2D da estrutura tipo arco otimizada anteriormente, sendo também bastante similar a topologia obtida por Sigmund e Clausen (2007), Figura 5.33.

Foram necessárias 46 iterações para que o processo de otimização atingisse o critério de

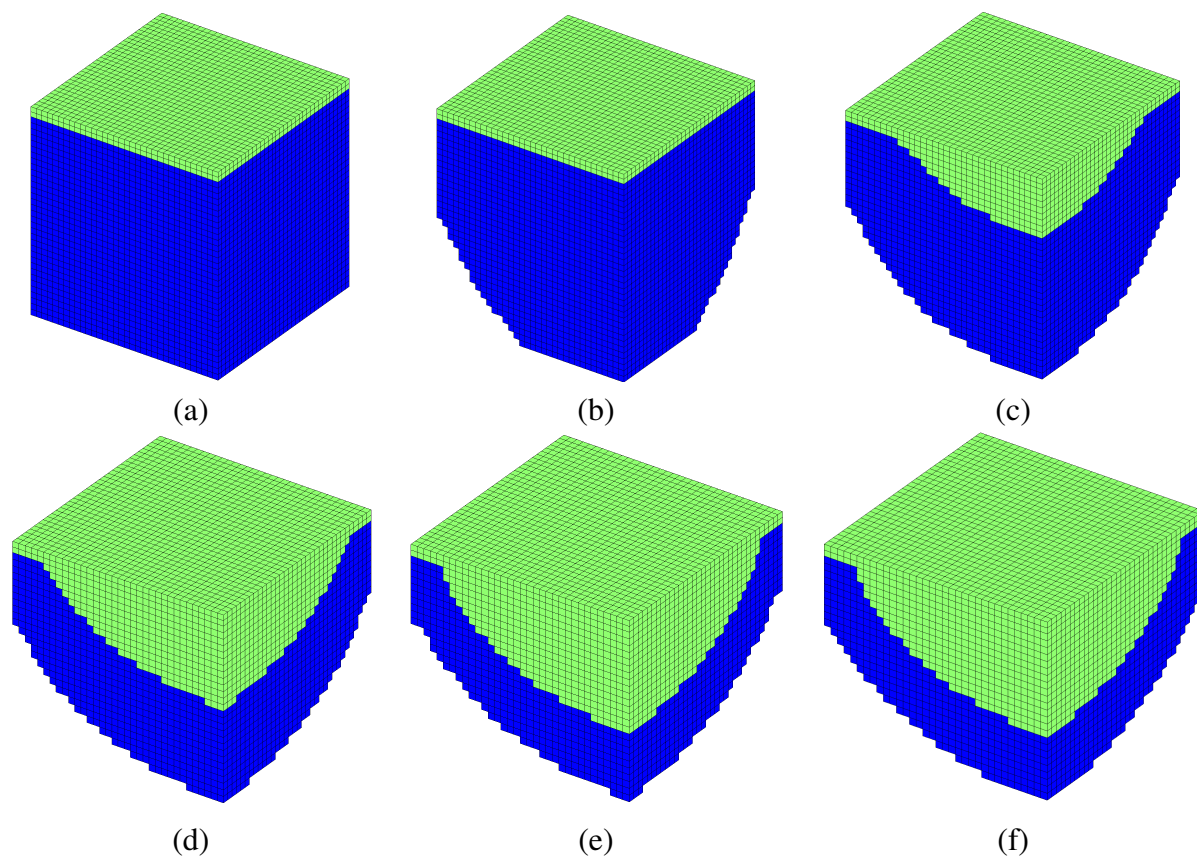


Figura 5.31: Evolução das topologias do domínio estrutural para o sistema de um reservatório sob pressão: (a) 100% do volume estrutural - Topologia inicial; (b) 80% do volume estrutural; (c) 60% do volume estrutural; (d) 40% do volume estrutural; (e) 28% do volume estrutural; (f) 28% do volume estrutural após etapa de convergência - Topologia final).

convergência do sistema dentro da precisão estabelecida para função objetivo, conforme pode ser observado na Figura 5.34. No histórico da função objetivo percebe-se ainda uma convergência sem instabilidades da função objetivo durante todo o processo evolucionário. O tempo total gasto na resolução do processo de otimização foi de 3,8 horas.

A metodologia mostrou-se capaz de otimizar sistemas 3D nos quais a interface entre os domínios pode variar no decorrer do processo de otimização.

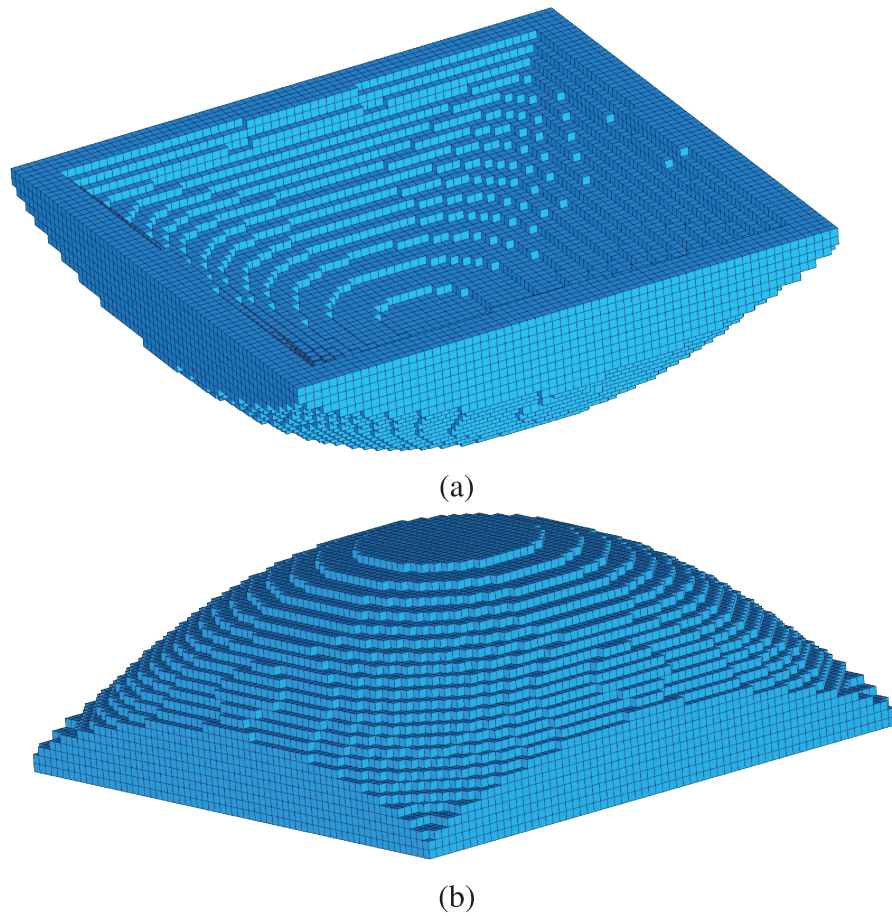


Figura 5.32: Topologia final obtida para a domínio estrutural do sistema completo: (a) Vista superior; (b) Vista inferior da estrutura rotacionada.

5.3.5 Otimização de um Modelo tipo Pistão - 3D

Neste segundo exemplo de otimização de sistemas tridimensionais é apresentado a versão 3D do exemplo de otimização do pistão mostrado anteriormente. O modelo é ilustrado na Figura 5.35. Devido à simetria do modelo, apenas um quarto da estrutura total foi discretizado para a análise por elementos finitos, com as devidas condições de contorno.

Todas as propriedades das fases estrutural e fluida do modelo estão presentes na Tabela 5.18. Dados da discretização do sistema também estão presentes na Tabela 5.18. Os parâmetros mostrados na Tabela 5.19 foram utilizados para a otimização do sistema.

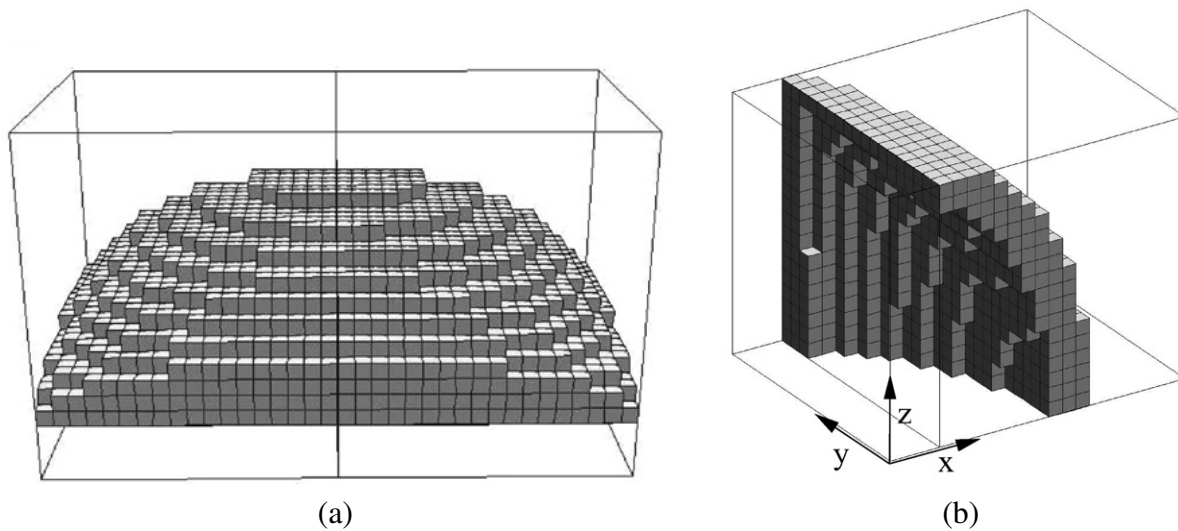


Figura 5.33: Topologia final para a otimização de um reservatório sob pressão, domínio estrutural do sistema, resultado obtido com o SIMP, (Sigmund e Clausen, 2007): (a) Vista lateral da metade da topologia final do domínio estrutural; (b) Vista isométrica de um quarto da topologia final do domínio estrutural.

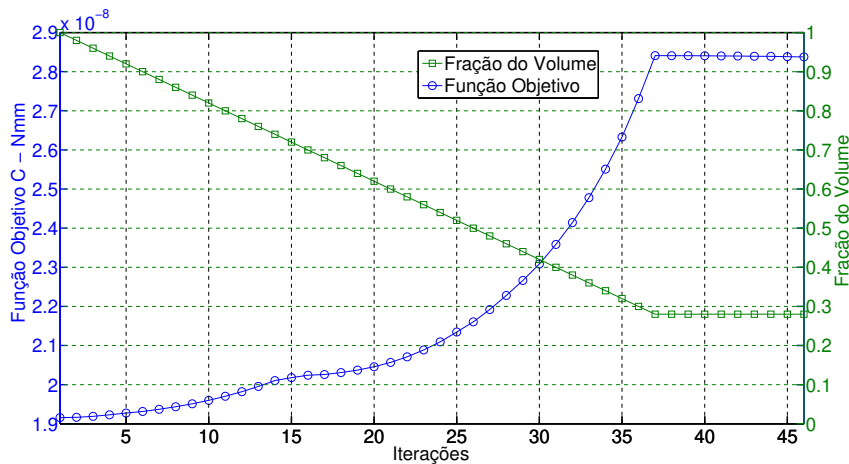


Figura 5.34: Histórico da função objetivo e da fração de volume para a otimização de um modelo fluido-estrutura para um reservatório sob pressão.

As topologias intermediárias para a estrutura analisada estão presentes na Figura 5.36. Esta estrutura pode ser considerada um sistema axissimétrico uma vez que tanto a geometria quanto as condições de contorno possuem axissimetria. Entretanto, o objetivo desse exemplo é justamente verificar a robustez do método para casos 3D com topologias finais mais complexas, sendo assim,

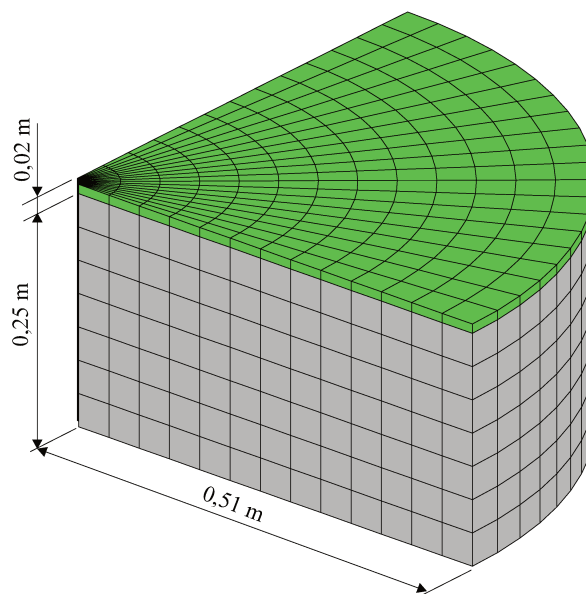


Figura 5.35: Geometria do modelo discretizado para a análise por elementos finitos, considerando para a otimização apenas um quarto do sistema completo.

Tabela 5.18: Propriedades dos materiais que compõem o sistema e dados da otimização.

Variável	Descrição	Valor
Estrutura		
E	Módulo de elasticidade	70 GPa
ν	Coefficiente de Poisson	0,3
Fluido		
ρ	Densidade	998 kg/m ³
c	Velocidade do som	1500 m/s
Pressões no fluido		
p_i	Pressão imposta ao fluido	1 Pa
Dados da malha		
$nnos$	Número de nós	18942
nel	Número de elementos	16800

não se levou em conta essa propriedade de axissimetria.

Observa-se nas topologias intermediárias da Figura 5.36 a presença de cavidades no interior do domínio estrutural, o que era esperado com base no modelo otimizado do pistão 2D. A mesma estratégia de substituição dos elementos dos modelos 2D é adotada para os exemplos 3D. Sendo assim, o elemento a ser retirado segundo a análise de sensibilidade será substituído por um elemento

Tabela 5.19: Parâmetros do método de otimização .

Variável	Descrição	Valor
BEFSO		
V_i	Volume inicial	1,0
V_f	Volume final	0,44
ER	Razão de evolução	0,01
AR_{max}	Razão de admissão máximo	0,01
r_{min}	Raio do filtro	0.02 m
τ	Tolerância para convergência	0,001
N	Parâmetro da convergência	5

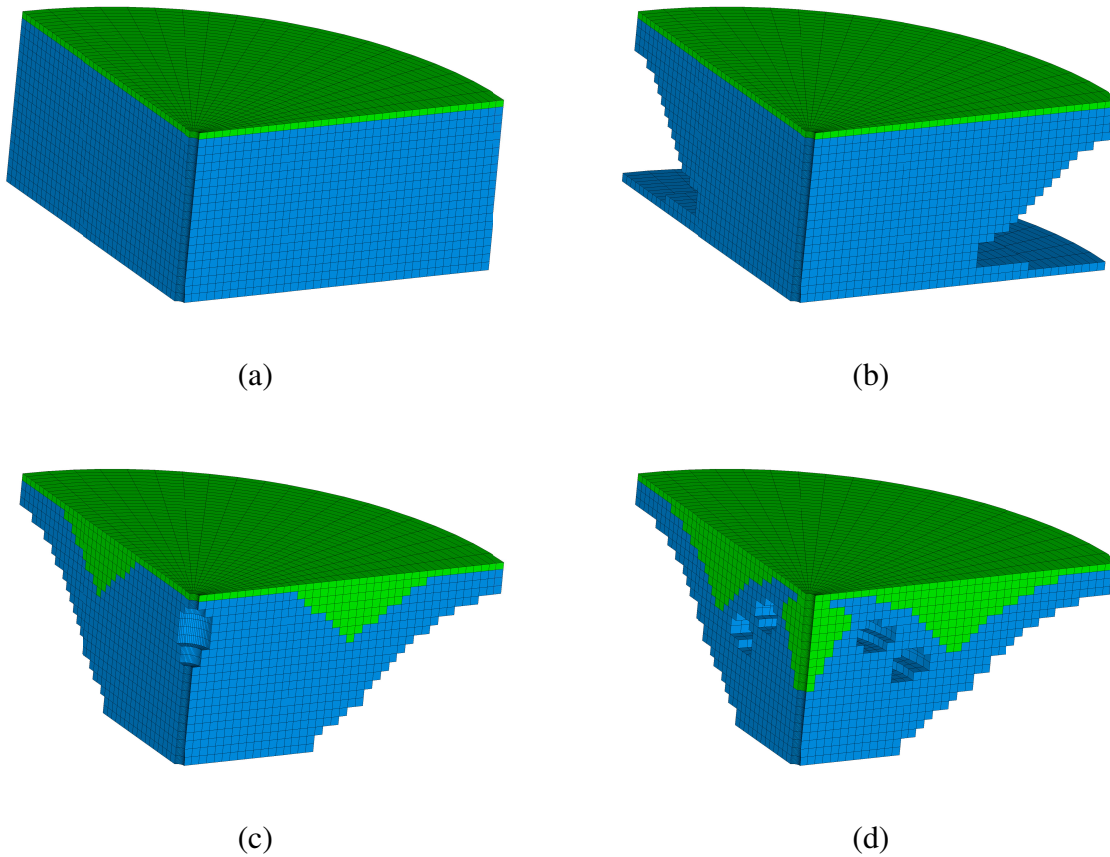


Figura 5.36: Evolução das topologias para o sistema de um pistão 3D: (a) 100% do volume estrutural - Topologia inicial; (b) 80% do volume estrutural; (c) 60% do volume estrutural; (d) 42% do volume estrutural; (e) 42% do volume estrutural após a etapa de convergência - Topologia final).

fluido caso o elemento original possuía pelo menos um elemento vizinho fluido. Caso o elemento a ser retirado não possuía nenhum elemento fluido então ele será apenas retirado da estrutura.

A Figura 5.37 mostra duas vistas da topologia final obtida para o domínio estrutural.

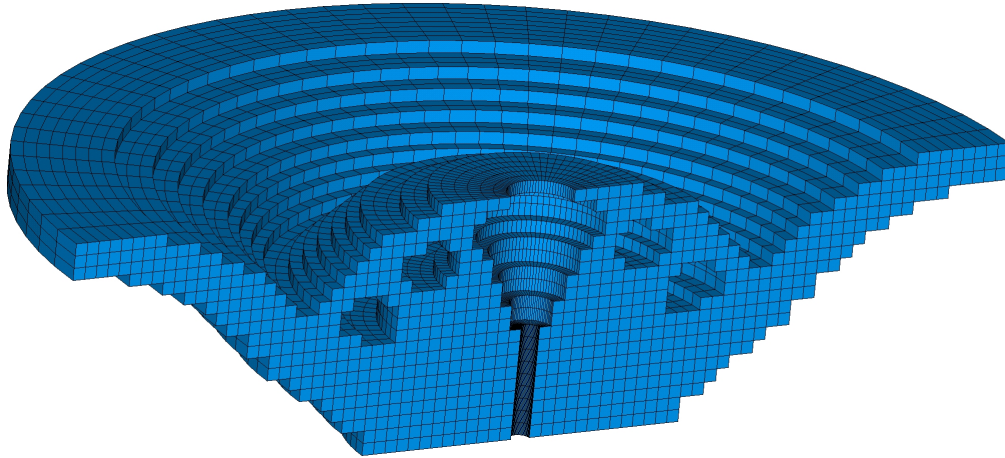


Figura 5.37: Corte simétrico da topologia final para o sistema otimizado.

Conforme pode ser verificado nas topologias intermediárias e final, a estratégia de substituição dos elementos se mostrou bastante eficaz no sentido de manter a interface entre os domínios bem definida durante todo o processo de otimização. A metodologia mostrou-se capaz de otimizar sistemas fluido-estrutura e produzir topologias finais com três fases bem definidas, fase sólida, fluida e vazia. O processo de otimização do sistema não apresentou instabilidades na evolução da função objetivo conforme pode ser observado na Figura 5.38.

No processo completo de otimização do sistema 62 iterações foram necessárias para a convergência da função objetivo dentro da precisão estabelecida. O tempo total gasto na resolução do processo de otimização foi de 1,2 hora.

5.4 Otimização da Resposta Harmônica de Sistemas Acoplados com Interfaces Móveis

Esta seção dedica-se a apresentar exemplos de otimização de sistemas elasto-acústicos dinâmicos nos quais as fronteiras entre os domínios estrutural e fluido podem ser alteradas durante o

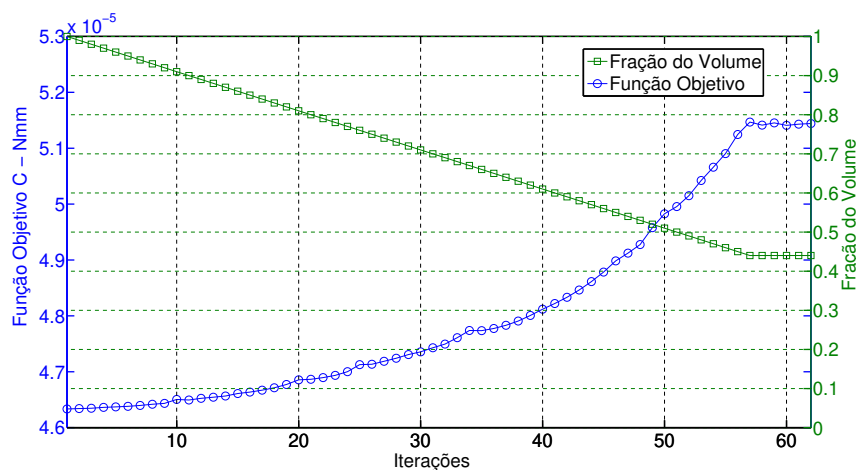


Figura 5.38: Histórico da função objetivo e da fração de volume para a otimização de um sistema fluido-estrutura tipo pistão - 3D.

processo de otimização. A revisão da literatura indica que os casos de otimização estrutural de sistemas estáticos multifísicos com interfaces móveis vem recebendo grande atenção da comunidade científica nos últimos anos. Entretanto, o caso de análise da resposta harmônica de sistemas elasto-acústicos, com interfaces móveis, ainda permanece pouco explorado na literatura de otimização topológica.

5.4.1 Comparação entre a Otimização de Sistemas Quase-estático e Dinâmico

O objetivo deste exemplo é promover a otimização topológica de um sistema elasto-acústico acoplado com relação à minimização da resposta do sistema na parte estrutural. Uma comparação entre as topologias encontradas e também entre a evolução da função objetivo durante a otimização do sistema acoplado é mostrado neste exemplo. A Figura 5.39 mostra o sistema acoplado a ser analisado. No sistema uma pressão $p = 10$ Pa é imposta na parte superior e inferior do sistema conforme indica a figura. Sendo esta pressão imposta de forma harmônica no sistema. Serão analisados 3 diferentes situações, variando a frequência de aplicação da pressão imposta.

Deseja-se verificar o comportamento da resposta harmônica do sistema durante o processo de otimização para: uma frequência de excitação muito baixa, sistema quase-estático; uma frequência próxima a primeira frequência natural do sistema; para uma frequência intermediária entre as duas

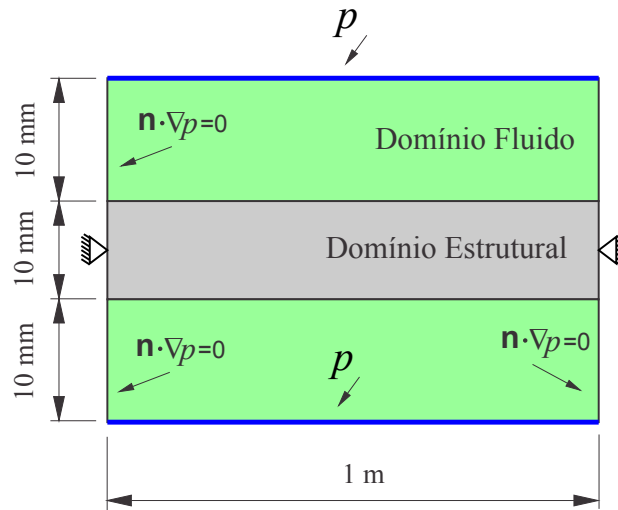


Figura 5.39: Geometria, condições de contorno e carregamento do sistema acoplado, constituído por duas cavidades acústicas e um domínio estrutural.

primeiras. A função objetivo a ser minimizada é a amplitude do deslocamento vertical no centro do domínio estrutural.

As propriedades dos materiais que compõem o sistema em análise estão presentes na Tabela 5.20. O método BEFSO proposto para a minimização da resposta do sistema utiliza como parâmetros para a otimização os valores mostrados na Tabela 5.21.

Tabela 5.20: Propriedades dos materiais que compõem o sistema.

Variável	Descrição	Valor
Estrutura		
E	Módulo de elasticidade	10 kPa
ν	Coefficiente de Poisson	0,3
Fluido		
ρ	Densidade	1,2 kg/m ³
c	Velocidade do som	343 m/s

O modo operacional para o domínio estrutural do sistema é apresentado na Figura 5.40. Percebe-se na figura a redução significativa da amplitude de vibração do sistema estrutural otimizado quando comparado com o sistema inicial. O mapa de cores indica os deslocamentos, em metros, dos pontos internos ao domínio estrutural do sistema.

Tabela 5.21: Parâmetros do método de otimização.

Variável	Descrição	Valor
BEFSO		
V_i	Fração do volume inicial	1,0
V_f	Fração do volume final	0,5
ER	Razão de evolução	0,01
AR_{max}	Razão de admissão máximo	0,01
r_{min}	Raio do filtro	0,02 m
τ	Tolerância para convergência	0,0001
N	Parâmetro da convergência	5
P	Fator de penalidade	1,5

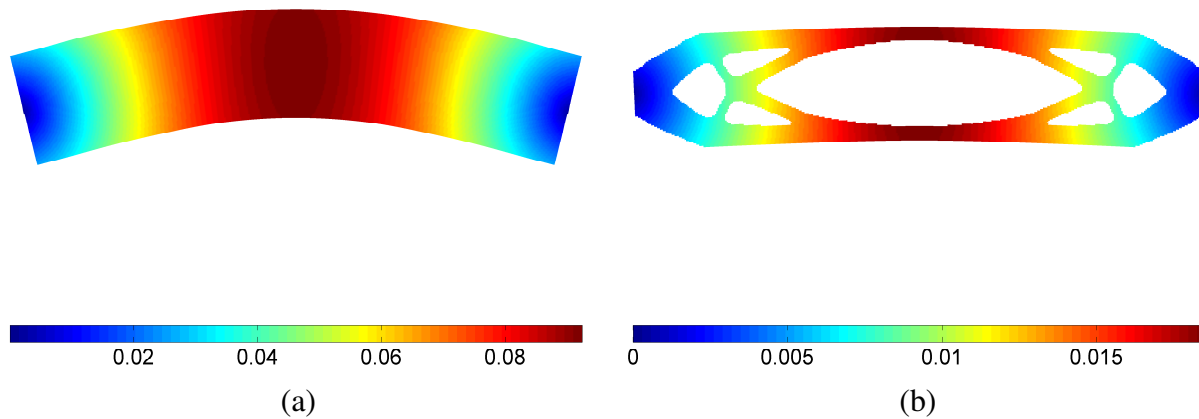


Figura 5.40: Modo operacional para o domínio estrutural do sistema para uma frequência de excitação de 1,6 Hz: (a) Topologia inicial; (b) Topologia final - 50% do volume de projeto.

As topologias finais obtidas para a otimização do sistema para diferentes frequências de excitação estão presentes na Figura 5.41. Conforme pode ser verificado na figura, a distribuição da pressão no sistema é similar entre os casos analisados, variando apenas a amplitude da pressão. Os modos operacionais do sistema apresentam formatos parecidos, uma vez que as três frequências de excitação em análise estão antes da primeira frequência natural da viga, domínio estrutural.

Apesar das topologias finais encontradas serem parecidas, nota-se uma tendência a uma maior retirada de material do centro do domínio estrutural para o sistema quando excitado por frequências mais próximas à primeira frequência natural.

A evolução da amplitude do deslocamento no centro geométrico da viga, função objetivo, é

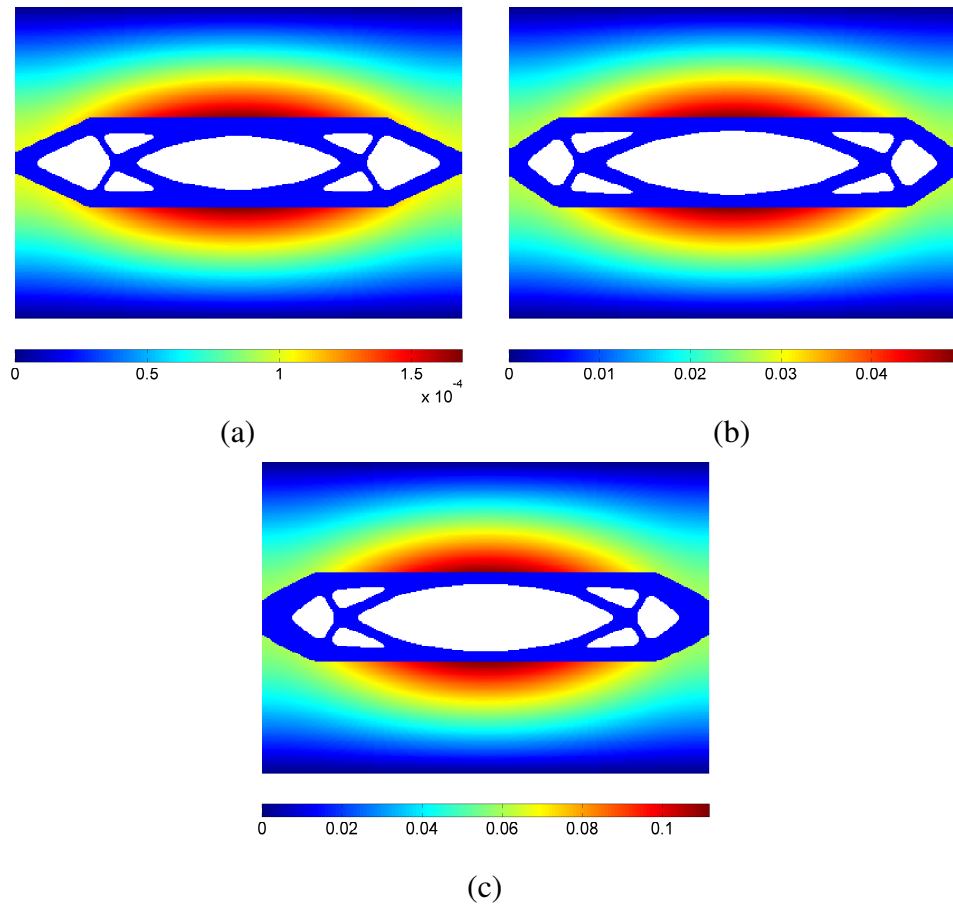
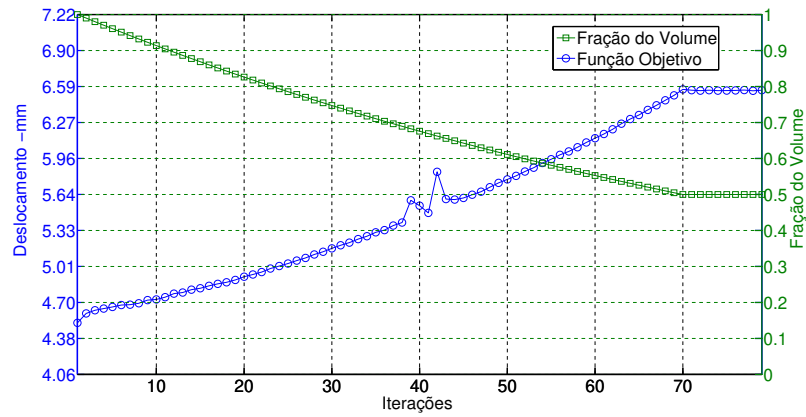
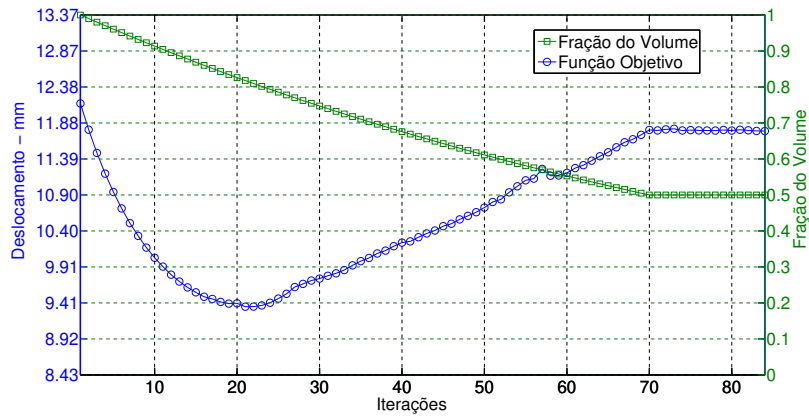


Figura 5.41: Topologias finais obtidas referentes a minimização da amplitude da vibração do domínio estrutural para três frequências distintas, 50% do volume inicial: (a) 0,05 Hz; (b) 0,8 Hz; (c) 1,6 Hz.

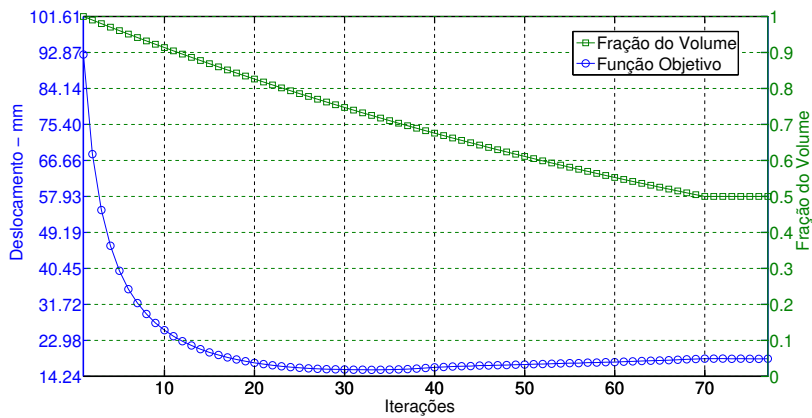
apresentada na Figura 5.42 para os três valores diferentes da frequência de excitação do sistema acoplado. Nota-se que o primeiro caso, Figura 5.42 (a), sistema quase-estático, o comportamento do valor da função objetivo é similar ao encontrado nos problemas estáticos de minimização da flexibilidade média, cabendo ao processo de otimização retirar os elementos que farão com que o aumento do deslocamento seja o menor possível. Para o segundo caso, conforme pode se verificado na Figura 5.42 (b), para uma frequência de excitação de 0,8 Hz observa-se uma efetiva redução do valor do deslocamento durante o processo de otimização. Essa redução atinge seu valor limite quando o domínio estrutural apresenta aproximadamente 80% de seu volume inicial. Para uma frequência de excitação próxima da frequência natural do sistema, Figura 5.42 (c), a minimização da função objetivo durante o processo de otimização é bastante acentuada, tendo seu mínimo para uma estrutura com cerca de 75% do volume do domínio de trabalho.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.42: Histórico das respostas harmônicas do sistemas acoplado em análise para diferentes frequências de excitação do sistema: (a) 0,05 Hz; (b) 0,80 Hz; (c) 1,60 Hz.

A resposta harmônica do sistema elasto-acústico, no ponto central do domínio estrutural, é apresentada na Figura 5.43. A resposta em frequência do sistema indica um deslocamento da primeira frequência natural do sistema de 1,7 Hz para 2,4 Hz, aproximadamente, no sistema otimizado. O aumento significativo de quase 50% da primeira frequência natural só foi possível de ser obtido devido a alteração da interface entre os domínios. Exemplos anteriores mostraram que para sistemas com interfaces fixas entre os domínios o aumento relativo da primeira frequência natural, com a otimização topológica utilizada, é bastante limitado, Figuras 5.10.

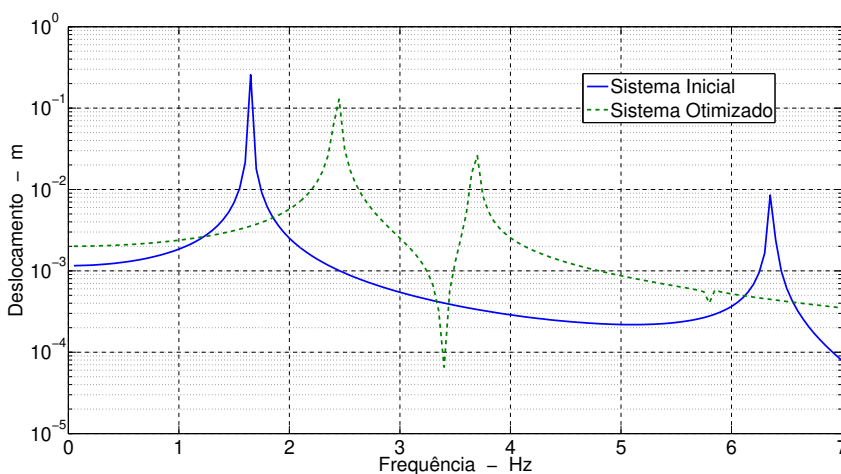


Figura 5.43: Respostas harmônicas do sistema acoplado em análise. Respostas do sistema inicial e do sistema otimizado para uma frequência de otimização de 1,6 Hz com 50% do volume inicial.

A otimização topológica empregada no sistema foi mais efetiva para a análise do sistema quando excitado por uma frequência mais próxima da frequência natural do sistema, tal fato era esperado, pois devido ao formato das curvas de resposta harmônica dos sistemas, uma pequena alteração no valor da frequência natural acarreta uma grande alteração na amplitude da resposta de pontos próximos aos picos da curva.

Nos casos analisados a alteração da interface entre os domínios durante a otimização não acarretou distúrbios na convergência das topologias e das funções objetivo. A interface se manteve definida durante todo o processo, mostrando que estratégia adotada para a substituição de elementos, sólidos, vazios e fluidos funciona corretamente também para o caso dinâmico.

5.4.2 Minimização da Pressão em um Sistema Vibro-acústico - 3D

A metodologia desenvolvida neste trabalho pode ser adaptada para o caso de sistemas tridimensionais sem grandes complicações conforme foi visto no Capítulo 3. Entretanto, quando se analisa sistemas 3D multifísicos com interfaces entre os domínios podendo ser alteradas durante o processo de otimização, uma estratégia eficiente deve ser desenvolvida para a identificação da nova interface a cada iteração, evitando assim um aumento desnecessário do custo computacional da otimização. A alteração da matriz de interface a cada iteração para os casos 3D representa um aumento significativo do custo computacional do processo, assim como o aumento de tempo inerente à resolução do sistema de equações para sistemas tridimensionais.

O sistema analisado a seguir pode ser considerado uma representação tridimensional do sistema analisado previamente para o isolamento acústico entre domínios fluidos 2D. A Figura 5.44 apresenta o modelo discretizado em elementos finitos para a análise. Como condições de contorno, o sistema apresenta o domínio estrutural fixado na parte inferior e superior conforme indicado na figura, nos domínios fluidos são impostas regiões de pressões $p = 0$ nas extremidades dos volumes.

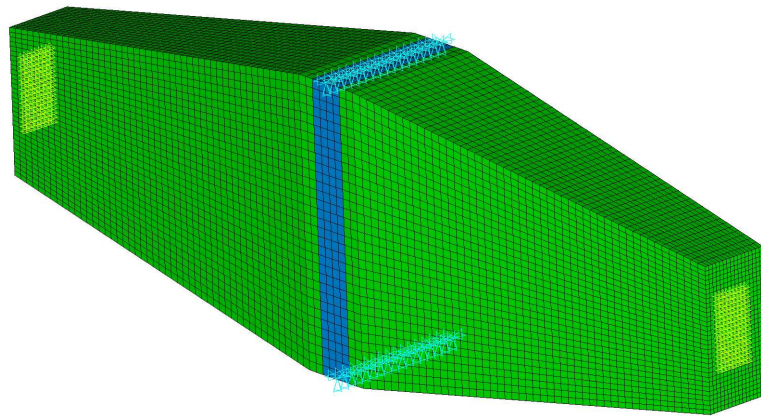


Figura 5.44: Geometria e condições de contorno do modelo vibro-acústico 3D discretizado em elementos finitos.

O sistema completo tem um comprimento total de 5,2 m, a parte estrutural do sistema tem dimensões de 0,2 m x 1,6 m x 0,8 m. As áreas onde são impostas as pressões zero nas extremidades do modelo tem dimensões 0,4 m x 0,2 m. Para a análise por elementos finitos o modelo foi discretizado em 65500 elementos tridimensionais de 8 nós com funções de forma lineares. Os parâmetros

dos materiais do sistema, domínios estrutural e fluidos, estão presentes na Tabela 5.22.

Tabela 5.22: Propriedades dos materiais que compõem o sistema.

Variável	Descrição	Valor
Estrutura		
E	Módulo de elasticidade	1 MPa
ν	Coefficiente de Poisson	0,3
ρ_s	Densidade da estrutura	100 kg/m ³
Fluido		
ρ_f	Densidade do fluido	1,2 kg/m ³
c	Velocidade do som	343 m/s

No sistema é imposta uma pressão harmônica, com amplitude $p = 10$ Pa, na região central da cavidade acústica da direita e deseja-se minimizar a amplitude da resposta, u_f , na região central da cavidade da esquerda através da otimização topológica.

Para a otimização do sistema utiliza-se a método BEFSO, sob o critério de otimização da resposta harmônica, com os parâmetros mostrados na Tabela 5.23.

Tabela 5.23: Parâmetros do método de otimização.

Variável	Descrição	Valor
BEFSO		
V_i	Fração do volume inicial	1,0
V_f	Fração do volume final	0,75
ER	Razão de evolução	0,005
AR_{max}	Razão de admissão máximo	0,005
r_{min}	Raio do filtro	0,04 m
τ	Tolerância para convergência	0,0005
N	Parâmetro da convergência	5
P	Fator de penalidade	1,5

A distribuição da pressão no sistema é mostrada na Figura 5.45, para uma melhor visualização do mapa de cores a escala de pressão é dada em decibéis, dB.

O modo operacional e a representação do mapa de cores da distribuição do α elementar no domínio estrutural do sistema é mostrado na Figura 5.46. Para a visualização do interior do domínio de projeto, na Figura 5.46 é mostrado apenas metade do domínio estrutural, vista de um corte transversal ao sistema. Observa-se a remoção de elementos sólidos e a substituição gradativa

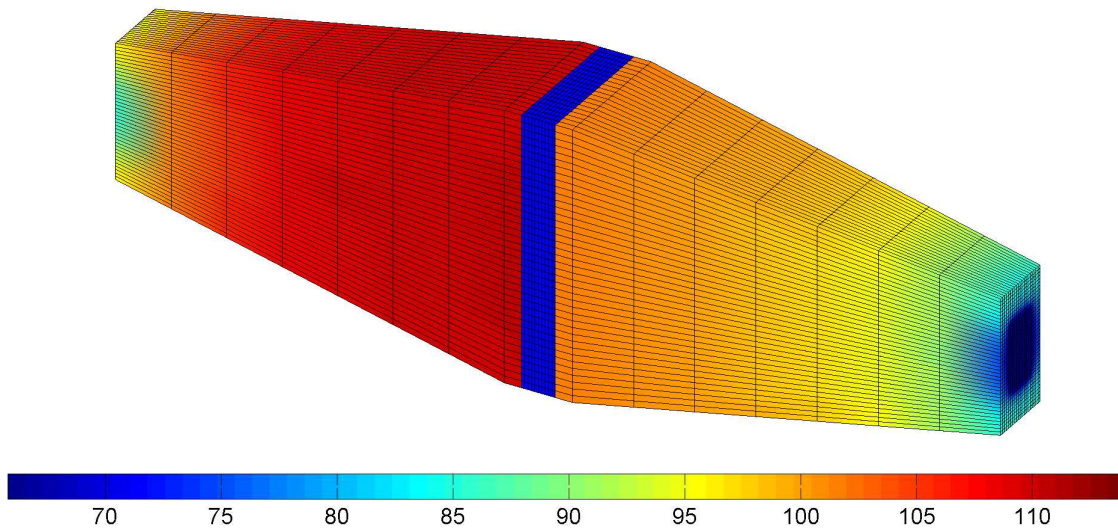


Figura 5.45: Distribuição da pressão, em decibéis - dB, nas cavidades acústicas, para uma frequência de excitação de 2,5 Hz e amplitude de $p = 10$ Pa, sistema discretizado com 65500 elementos regulares 3D de 8 nós.

de elementos do domínio estrutural para vazios e elementos fluidos. Nota-se ainda que a partir do volume de 80 % a interface entre os domínios é alterada passando a ter presença de fluido dentro do domínio de projeto.

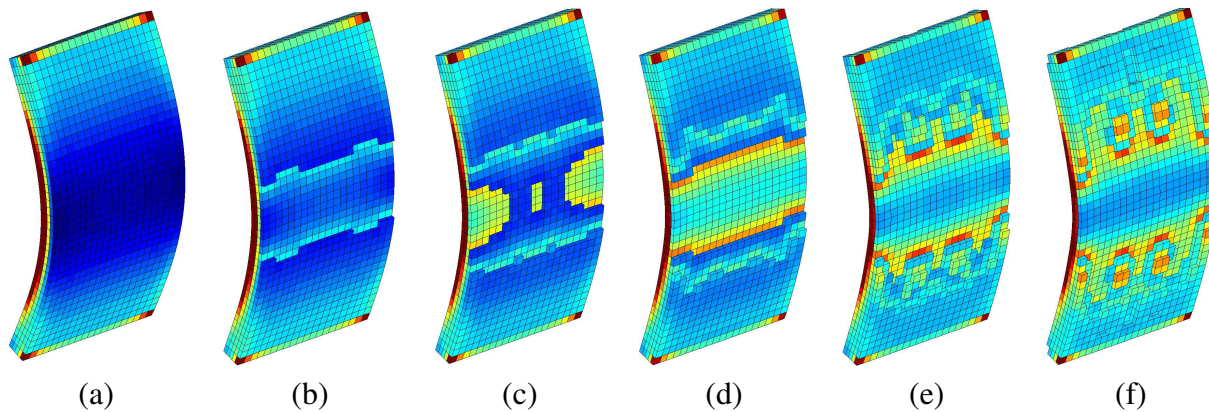


Figura 5.46: Evolução das topologias do domínio estrutural do sistema, corte transversal no domínio estrutural: (a) 100% - Topologia inicial; (b) 95%; (c) 90%; (d) 85%; (e) 80%; (f) 75% - Topologia final).

Para uma melhor visualização da topologia final encontrada para a fase estrutural no contexto do sistema completo, a Figura 5.47 mostra uma vista lateral de um corte, paralelo ao sistema

acoplado, passando pelo ponto de aplicação da pressão.

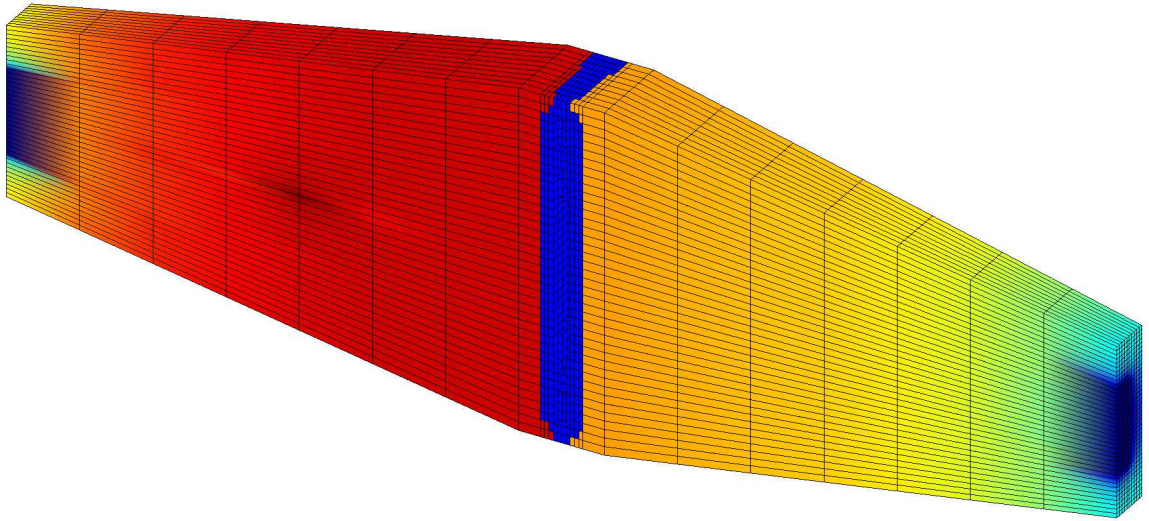


Figura 5.47: Metade da topologia final obtida para a otimização da resposta harmônica sistema acoplado analisado para uma frequência de 2,5 Hz com 75% do domínio de projeto.

A Figura 5.48 mostra o histórico da evolução do algoritmo para o sistema acoplado em análise. Percebe-se no histórico da função objetivo, uma efetiva minimização da amplitude da resposta no ponto analisado, até um volume da estrutura de aproximadamente 85%, a partir do qual o processo de otimização minimiza o aumento da amplitude resultante da retirada de material da estrutura e consequente redução da rigidez dinâmica.

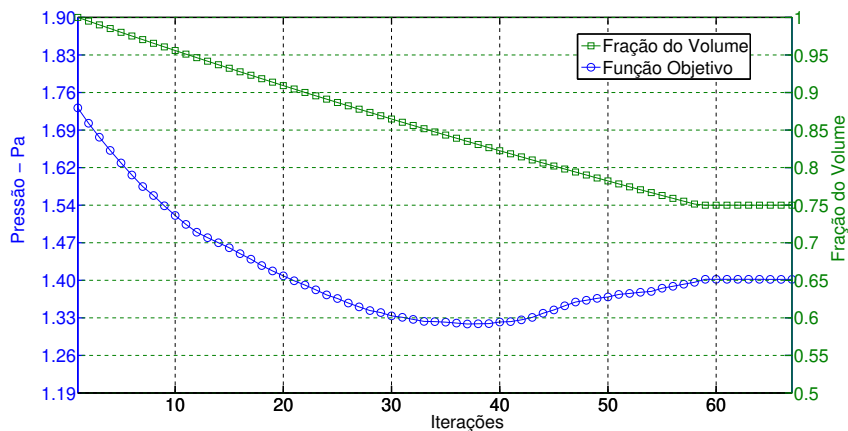


Figura 5.48: Histórico da evolução da função objetivo e da fração de volume estrutural durante o processo de otimização da resposta harmônica do sistema elasto-acústico analisado.

As respostas harmônicas dos sistemas inicial e final são apresentadas na Figura 5.49.

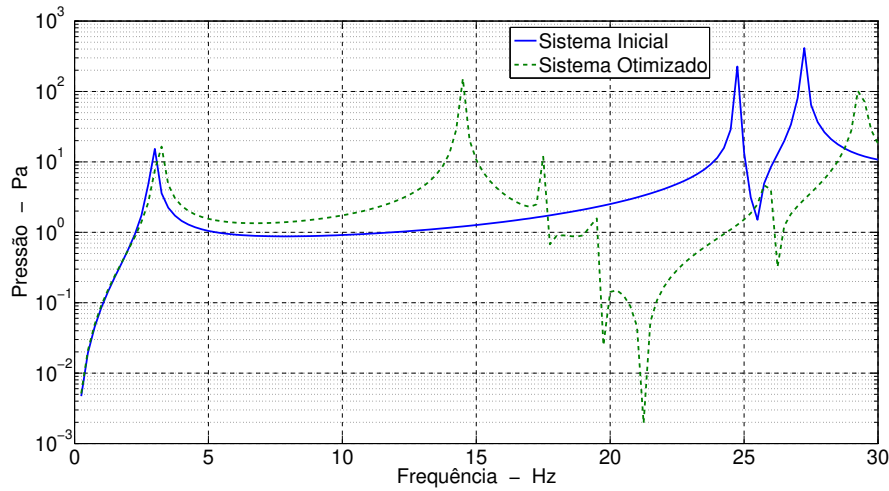


Figura 5.49: Respostas harmônicas do sistema inicial e do sistema otimizado para uma frequência de excitação de 2,5 Hz com 75% do volume estrutural inicial.

A frequência de excitação para qual o sistema foi otimizado, 2,5 Hz, encontra-se antes da primeira frequência natural do sistema, o que resulta em um aumento da frequência natural para o sistema otimizado, resultado que está de acordo com o que foi obtido para os casos 2D discutidos anteriormente.

A convergência e estabilização da função objetivo ocorrem de forma suave durante o processo de otimização no qual foram retirados 25% do volume do domínio estrutural. Indicando também para o caso 3D que a estratégia de substituição de material, sólido, fluido e vazio não interfere na convergência da função objetivo.

6 Considerações Finais

Neste capítulo são apresentadas as análises e conclusões referentes ao desenvolvimento deste trabalho, que teve como principais objetivos a análise, implementação e validação de uma metodologia de otimização estrutural topológica para sistemas fluido-estrutura elasto-acústicos. São apresentadas análises referentes à formulação escolhida para representar o sistema fluido-estrutura elasto-acústico na análise por elementos finitos e questões referentes ao método evolucionário de otimização estrutural utilizado. Ao final do capítulo, são feitas ainda sugestões para trabalhos futuros visando o desenvolvimento e aprofundamento de certos aspectos abordados no trabalho.

6.1 Conclusões

Este trabalho apresentou o desenvolvimento e validação de uma metodologia para a otimização topológica estrutural de sistemas acoplados fluido-estrutura elasto-acústicos. Algumas contribuições foram apresentadas na escolha da formulação utilizada para representar o sistema fluido-estrutura na análise por elementos finitos, e na definição da linha de otimização estrutural topológica seguida. A seguir, são feitas algumas análises e conclusões sobre esses tópicos abordados durante o trabalho.

- Modelagem da Interação Fluido-Estrutura

Neste trabalho foi utilizada a formulação mista, $\mathbf{u}_s - p_f$, para descrever o sistema acoplado fluido-estrutura elasto-acústico. Nesta formulação o comportamento da estrutura é descrito através da variável primária de deslocamento, \mathbf{u}_s , e o comportamento do fluido é descrito através da pressão, p_f . Esta formulação gera um sistema acoplado não simétrico, porém, apresenta a vantagem de descrever o domínio fluido com apenas uma variável primária, a pressão, que é a variável utilizada na análise de sensibilidade do sistema para a otimização vibroacústica implementada. A escolha desta formulação permitiu trabalhar com fronteiras bem delimitadas ao longo de todo o processo de otimização, o que evita o problema de interpolação das interfaces entre os meios fluido e estrutural.

- Otimização Estrutural Topológica

O método ESO implementado além da facilidade de implementação, mostrou-se barato computacionalmente e com excelentes resultados para a otimização de sistemas com topologias simples. Entretanto, quando utilizado em casos de otimização topológica para topologias complexas, com muitas cavidades por exemplo, o método se mostrou muito dependente do refinamento da malha e dos parâmetros de otimização. O método BESO mostrou-se mais caro computacionalmente do que o método ESO, em grande parte devido ao filtro mais elaborado, porém, apresentou bons resultados, convergência e independência do refinamento da malha para todos os casos testados para a otimização de sistemas sob o critério de rigidez.

Devido aos resultados obtidos com os métodos ESO e BESO para os casos estruturais, o método BESO foi escolhido como base para implementação da metodologia de otimização para sistemas acoplados desenvolvidos nesse trabalho. O método apresentado nesse trabalho, BEFSO “Bi-directional Evolutionary Fluid-Structural Optimization”, apresenta diversas modificações em relação ao método BESO conforme pode ser verificado no Capítulo 4, entre as quais pode-se citar: um novo número de sensibilidade para o caso estático de otimização da rigidez da estrutura, que contabiliza o efeito da retirada de elementos da interface entre os domínios; um número de sensibilidade para a minimização da resposta harmônica de sistemas acoplados fluido-estrutura elasto-acústicos que emprega um carregamento virtual no sistema para a determinação da variação da função objetivo devido a retirada de um elemento; um novo filtro que contempla os dois domínios envolvidos na análise; uma estratégia de retirada/adição de elementos que propicia a formação de uma topologia final com três fases bem definidas, fase estrutural, fluida e vazia. A principal característica do BESO que permanece presente no novo método apresentado é o critério de rejeição/admissão de elementos depois de feita a análise de sensibilidade. O método BEFSO proposto mostrou-se eficaz na otimização sistemas fluido-estrutura elasto-acústicos, estáticos e dinâmicos.

Devido a natureza discreta de retirada de elementos do método e a formulação $\mathbf{u}_s - p_f$ implementada a interface entre os domínios fluido e estrutural permanece bem definida e delimitada durante todo o processo de otimização. Esta característica da interface elimina uma das maiores dificuldades para a otimização de sistemas fluido-estrutura elasto-acústicos dos métodos de otimização baseados no gradiente, pois, as escalas de cinza dificultam a delimitação clara da interface entre os domínios.

O número de sensibilidade derivado para sistemas estáticos com relação a maximização da rigidez, que apresenta o termo extra referente as alterações na interface, se mostrou eficiente. Com o novo número de sensibilidade, a convergência dos sistemas analisados para topologias finais

otimizadas ocorre com um número menor de iterações e as topologias intermediárias apresentam interfaces com contornos mais suaves do que as topologias intermediárias quando se utiliza o número de sensibilidade estrutural aproximado.

Para sistemas dinâmicos, o número de sensibilidade baseado na aplicação de um carregamento virtual e na interpolação do material se mostrou capaz de promover a minimização da resposta harmônica dos sistemas para todos os casos analisados. A minimização da resposta harmônica dos sistemas analisados se mostrou mais efetiva para sistemas sujeitos a frequências altas de excitação, frequências maiores do que a segunda frequência natural do sistema. Nesses casos, uma pequena redução do volume inicial já acarreta uma grande alteração na curva de resposta do sistema e conseqüentemente uma grande redução da função objetivo se torna possível.

- Conclusão Geral

Como conclusão geral deste trabalho pode-se dizer que a metodologia implementada foi eficiente para otimização dos sistemas fluido-estrutura estáticos e dinâmicos, 2D/3D, com relação aos critérios propostos. O código implementado conseguiu reproduzir diversos casos disponíveis na literatura para sistemas fluido-estrutura elasto-acústicos, apresentando excelente concordância das topologias finais quando comparado com outros métodos de otimização tais como SIMP e Level-set. Os números de sensibilidade apresentados para os casos fluido-estrutura elasto-acústicos tanto estático quanto dinâmico mostraram-se eficazes na otimização da resposta do sistema, seja a resposta do domínio fluido ou do estrutural.

6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Na sequência são apresentadas algumas sugestões para continuidade de certos aspectos relevantes abordados durante este trabalho referentes à otimização de sistemas multifísicos.

- Implementação do número de sensibilidade para a otimização topológica estrutural de sistemas dinâmicos, levando em consideração os efeitos da interface móvel entre os domínios, casos 2D e 3D.

- Implementação de um algoritmo para identificação e interpolação dos contornos das topologias finais obtidas.
- Confeção por prototipagem rápida das topologias finais obtidas para os casos de otimização estrutural dos modelos 3D apresentados no trabalho, por exemplo: Modelo de uma ponte, Isolamento acústico 3D, etc. Realização de ensaios mecânicos dos modelos obtidos e comparação dos resultados com os obtidos pela análise de elementos finitos.
- Paralelização do código computacional em FORTRAN visando a utilização do programa em cluster de alto desempenho em ambiente LINUX.
- Modificação do solver do programa para viabilizar o método ser estendido a problemas vibroacústicos com condições de contorno que geram respostas no campo dos números complexos.
- Implementação da teoria vibroacústica de Biot-Allard para materiais porosos para a otimização de sistemas vibroacústicos sob o critério de perda de transmissão.
- Realização de ensaios vibroacústicos em laboratório para a medição e comparação das topologias finais obtidas nos modelos vibroacústicos 2D e 3D com relação a eficiência no isolamento acústico.

REFERÊNCIAS

ABOLBASHARI, M.H. e KESHAVARZMANESH, S. On various aspects of application of the evolutionary structural optimization method for 2D and 3D continuum structures. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 42, n. 6, 478–491, 2006.

AKL, W.; EL-SABBAGH, A.; AL-MITANI, K. e BAZ, A. Topology optimization of a plate coupled with acoustic cavity. **International Journal of Solids and Structures**, v. 46, n. 10, 2060–2074, 2009.

URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2008.05.034>

ANSOLA, R.; CANALES, J. e TIRRAGO, J.A. An efficient sensitivity computation strategy for the evolutionary structural optimization (ESO) of continuum structures subjected to self-weight loads. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 42, 11230–12220, 2006.

AUTIO, M. Optimization of coupled thermal-structural problems of laminated plates with lamination parameters. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 21, n. 1, 40–51, março 2001.

URL: <http://link.springer.com/10.1007/s001580050166>

BATHE, K.J. **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**. Prentice Hall, 1982. ISBN 0133173054.

BATHE, K.J.; NITIKITPAIBOON, C. e WANG, X. A mixed displacement-based finite element formulation for acoustic fluid-structure interaction. **Computers & Structures**, v. 56, n. 2-3, 225–237, 1995.

BENDSOE, M.P. e SIGMUND, O. Material interpolation schemes in topology optimization. **Archive of Applied Mechanics**, v. 69, 635–654, 1999.

BENDSOE, M.P. e SIGMUND, O. **Topology Optimization - Theory, Methods and Applications**. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2003.

BOURDIN, B. e CHAMBOLLE, A. Design-dependent loads in topology optimization. **ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations**, v. 9, 19–48, 2003.

BRAVO, J.C. e ESPÍ, M.V. Yet another reading of three fundamental theorems on structural design theory. 2012.

BRUGGI, M. e CINQUINI, C. An alternative truly-mixed formulation to solve pressure load problems in topology optimization. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 198, 1500–1512, 2009.

BRUGGI, M. e VENINI, P. Topology optimization of incompressible media using mixed finite elements. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 196, n. 33-34, 3151–3164, 2007.

URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cma.2007.02.013>

CARLSSON, H. **Finite Element Analysis of Structure-acoustic Systems: Formulations and Solution Strategies**. Report TVSM. Lund University, Lund Institute of Technology, Division of Structural Mechanics, 1992.

CHEN, B.C. e KIKUCHI, N. Topology optimization with design-dependent loads. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 37, n. 1, 57–70, 2001.

CHRISTENSEN, P.W. e KLARBRING, A. **An Introduction to Structural Optimization (Solid Mechanics and Its Applications)**. Springer, 2008. ISBN 1402086652.

CHU, D.N.; XIE, Y.M.; HIRA, A. e STEVEN, G.P. Evolutionary Structural Optimization for problems with stiffness constraints. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 21, 239–251, 1996.

CHU, D.N.; XIE, Y.M.; HIRA, A. e STEVEN, G.P. On various aspects of evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 24, 197–212, 1997.

CUI, C.; OHMORI, H. e SASAKI, M. Structural design by extended eso method. In **Proceedings of Frontiers of Computational Sciences Symposium**, pp. 149 – 156. Nagoya, Japan, 2005.

DA SILVA, Everton. **Uma formulação de otimização topológica com restrição de tensão suavizada**. 2012. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

URL: <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/61396>

DAS, R. e JONES, R. Damage tolerance based design optimisation of a fuel flow vent hole in an aircraft structure. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 38, n. 3, 245–265, 2008.

DAS, R.; JONES, R. e XIE, Y.M. Optimal topology design of industrial structures using an evolutionary algorithm. **Optimization and Engineering**, v. 12, n. 4, 681–717, janeiro 2011.

DAVIDSSON, P. **Structure-acoustic analysis; Finite element modelling and reduction methods**. 2004. Tese (Doutorado). Lund University, Sweden.

DIAZ, A. e SIGMUND, O. Checkerboard patterns in layout optimization. **Structural Optimization**, v. 10, 40–45, 1995.

DU, J. e OLHOFF, N. Topological optimization of continuum structures with design-dependent surface loading Part I: new computational approach for 2D problems. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 27, 151–165, 2004a.

DU, J. e OLHOFF, N. Topological optimization of continuum structures with design-dependent surface loading Part II: algorithm and examples for 3D problems. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 27, 166–177, 2004b.

DU, J. e OLHOFF, N. Topological design of freely vibrating continuum structures for maximum

values of simple and multiple eigenfrequencies and frequency gaps. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 34, 91–110, 2007.

DUAN, X.B.; MA, Y.C. e ZHANG, R. Shape-topology optimization for Navier–Stokes problem using variational level set method. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 222, n. 2, 487–499, dezembro 2008a.

URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cam.2007.11.016>

DUAN, X.B.; MA, Y.C. e ZHANG, R. Shape-topology optimization of stokes flow via variational level set method. **Applied Mathematics and Computation**, v. 202, n. 1, 200–209, 2008b.

URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2008.02.014>

DUHRING, M.B.; JENSEN, J.S. e SIGMUND, O. Acoustic design by topology optimization. **Journal of Sound and Vibration**, v. 317, 557–575, 2008.

EVERSTINE, G. Finite element formulations of structural acoustics problems. **Computers & Structures**, v. 65, n. 3, 307–321, novembro 1997.

URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7949\(96\)00252-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7949(96)00252-0)

GALLI, Luiz Antonio Fonseca. **Estudo do Comportamento Dinâmico de Sistemas Acoplados Fluido-Estrutura Utilizando-se um Formulação Simétrica em Potenciais de Velocidade**. 1995. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas.

HAFTKA, R.T. e GRANDHI, R.V. Structural shape optimization - A survey. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 57, n. 1, 91–106, agosto 1986.

HAMMER, V.B. e OLHOFF, N. Topology optimization of continuum structures subjected to pressure loading. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 19, 85–92, 2000.

HASSANI, B. e HINTON, E. **Homogenization and Structural Topology Optimization**. Springer, 1999.

HU, S.B.; CHEN, L.P.; ZHANG, Y.Q.; YANG, J. e WANG, S.T. A crossing sensitivity filter for structural topology optimization with chamfering, rounding, and checkerboard-free patterns. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 37, 529–540, 2009.

HUANG, R. e HUANG, X. Matlab implementation of 3D topology optimization using BESO. **Incorporating Sustainable Practice in Mechanics of Structures and Materials**, v. Nov, 813 – 818, 2010.

URL: <http://www.crcnetbase.com/doi/pdf/10.1201/b10571-147>

HUANG, X.; RADMAN, A. e XIE, Y. Topological design of microstructures of cellular materials for maximum bulk or shear modulus. **Computational Materials Science**, v. 50, n. 6, 1861–1870, 2011.

URL: <http://researchbank.rmit.edu.au/view/rmit:16750>

HUANG, X. e XIE, M. **Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures: Methods and Applications**. Wiley, 2010a. ISBN 047074653X.

HUANG, X. e XIE, Y.M. Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 43, 1039–1049, 2007.

HUANG, X. e XIE, Y.M. Evolutionary topology optimization of continuum structures with an additional displacement constraint. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 40, 409–416, 2010b.

HUANG, X. e XIE, Y.M. Evolutionary topology optimization of continuum structures including design-dependent self-weight loads. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 47, 942–948, 2011.

HUANG, X.; ZHOU, S.W.; XIE, Y.M. e LI, Q. Topology optimization of microstructures of cellular materials and composites for macrostructures. **Computational Materials Science**, v. 67, n. null, 397–407, 2013.

URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.commatsci.2012.09.018>

JENSEN, J.S. e PEDERSEN, N.L. On maximal eigenfrequency separation in two-material structures: the 1D and 2D scalar cases. **Journal of Sound and Vibration**, v. 289, 967–986, 2006.

JOG, C.S. e HABER, R.B. Stability of finite element models for distributed-parameter optimization and topology design. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 130, 203–226, 1996.

KIM, H.; QUERIN, O.M. e STEVEN, G.P. On the development of structural optimisation and its relevance in engineering design. **Design Studies**, v. 23, n. 1, 85–102, 2002.

KINSLER, L.E.; FREY, A.R.; COPPENS, A.B. e SANDERS, J.V. **Fundamentals of Acoustics**. Wiley, 1999. ISBN 0471847895.

URL: <http://www.amazon.com/Fundamentals-Acoustics-Lawrence-E-Kinsler/dp/0471847895>

KOOK, J.; JENSEN, J.S. e WANG, S. Acoustical topology optimization of Zwicker’s loudness with Padé approximation. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 2012.

LABANOWSKI JR, André. **Análise comparativa de métodos de otimização topológica em elasticidade 2D e 3D**. 2004. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina.

URL: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/87942>

LEE, E. e MARTINS, J.R.R.A. Structural topology optimization with design-dependent pressure loads. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 2012.

LEE, J.; WANG, S. e DIKEC, A. Topology optimization for the radiation and scattering of sound from thin-body using genetic algorithms. **Journal of Sound and Vibration**, v. 276, n. 3-5, 899–918, 2004.

URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2003.08.009>

LEE, T.H. **Optimization of Structural and Mechanical Systems**, capítulo Shape Opti, pp. 149–

159. World Scientific, 2007.

LI, D.; ZHANG, X.; GUAN, Y. e ZHAN, J. Topology optimization of thermo-mechanical continuum structure. In **Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2010 IEEE/ASME International Conference on**, pp. 403–408. 2010.

LI, Q.; STEVEN, G. e XIE, Y.M. Thermoelastic topology optimization for problems with varying temperature fields. **Journal of Thermal Stresses**, v. 24, n. 4, 347–366, 2001.

LI, Q. e STEVEN, G.P. A simple checkerboard suppression algorithm for evolutionary structural optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 22, 230–239, 2001.

LI, Q.; STEVEN, G.P.; QUERIN, O.M. e XIE, Y. Shape and topology design for heat conduction by Evolutionary Structural Optimization. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 42, n. 17, 3361–3371, setembro 1999.

MANICKARAJAH, D.; XIE, Y. e STEVEN, G. An evolutionary method for optimization of plate buckling resistance. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 29, n. 3-4, 205–230, junho 1998.

MANICKARAJAH D.; XIE Y.M. e STEVEN G.P. Optimisation of columns and frames against buckling. **Computers and Structures**, v. 75, n. 1, 10, 2000.

MAUTE, K. e ALLEN, M. Conceptual design of aeroelastic structures by topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 27, n. 1-2, 27–42, 2004.

MELLO, L.A.M.; SALAS, R.A. e SILVA, E.C.N. On response time reduction of electrothermo-mechanical MEMS using topology optimization. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 247-248, n. null, 93–102, novembro 2012.

URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cma.2012.08.008>

MICHELL, A.G.M. The limits of economy of material in frame-structures. **Philosophical Magazine**, v. 8, 589–597, 1904.

MORAND, H.J.P. e OHAYON, R. **Fluid Structure Interaction - Applied Numerical Methods**. Wiley, Masson, Paris, 1st ed., 1995.

ODEN, J.T.; GHATTAS, O.; KING, J.L. e SCHNEIDER, B.I. National Science Foundation Advisory Committee for Cyberinfrastructure Task Force on Grand Challenges. Relatório técnico, National Science Foundation - US, 2011.

URL: <http://www.nsf.gov/od/oci/taskforces>

OHMORI, H.; FUTAI, H.; TOSHIHIKO, I.; MUTO, A. e HASEGAWA, Y. Application of computational morphogenesis to structural design. In **Proceedings of Frontiers of Computational Sciences Symposium**, pp. 45 – 52. Nagoya, Japan, 2005.

OTTOSEN, N.S. e PETERSSON, H. **Introduction to the Finite Element Method**. Prentice Hall, 1992. ISBN 0134738772.

PEDERSEN, N. Maximization of eigenvalues using topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 20, n. 1, 2–11, agosto 2000.

URL: <http://link.springer.com/10.1007/s001580050130>

PICELLI, R. **Otimização Estrutural Evolucionária usando malhas hexagonais**. 2011. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas.

PICELLI, R.; VICENTE, W.M. e PAVANELLO, R. Evolutionary Topology Optimization for Fluid-Structure Interaction Problems with Natural Frequencies Constraints. In **10th WCCM - World Congress on Computational Mechanics**. Sao Paulo - Brazil, 2012.

POULSEN, T.A. A simple scheme to prevent checkerboard patterns and one-node connected hinges in topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 24, 396–399, 2002.

QUERIN, O.; STEVEN, G. e XIE, Y. Evolutionary structural optimisation (ESO) using a bidirectional algorithm. **Engineering Computations**, v. 15, n. 8, 1031–1048, janeiro 1998.

QUERIN, Osvaldo M. **Evolutionary Structural Optimisation: Stress Based Formulation and Implementation**. 1997. p. 250. Tese (Doutorado). University of Sydney.

QUERIN, O.M. e STEVEN, G.P. Evolutionary Structural optimisation (ESO) using a bidirectional algorithm. **Engineering Computations**, v. 15, 1031–1048, 1998.

RADMAN, A.; HUANG, X. e XIE, Y.M. Topological optimization for the design of microstructures of isotropic cellular materials. **Engineering Optimization**, pp. 1–18, dezembro 2012a.
URL: <http://dx.doi.org/10.1080/0305215X.2012.737781>

RADMAN, A.; HUANG, X. e XIE, Y.M. Topology optimization of functionally graded cellular materials. **Journal of Materials Science**, v. 48, n. 4, 1503–1510, setembro 2012b.
URL: <http://www.springerlink.com/index/10.1007/s10853-012-6905-1>

RODRÍGUEZ, R.Q.; PICELLI, R.; PAVANELLO, R. e SOLLERO, P. Structural shape optimization of Single Lap Joints using the ESO method and honeycomb mesh. In **International Conference on Structural Adhesive Bonding**. Porto, Portugal., 2011.

RODRÍGUEZ, R.Q.; PICELLI, R.; SOLLERO, P. e PAVANELLO, R. Structural shape optimization of bonded joints using the ESO method and a honeycomb-like mesh. **Journal of Adhesion Science and Technology**, pp. 1–16, agosto 2012.
URL: <http://dx.doi.org/10.1080/01694243.2012.698112>

ROZVANY, G.I.N. Some shortcomings in Michell’s truss theory. **Structural Optimization**, v. 13, n. 2-3, 203–204, abril 1997.

ROZVANY, G.I.N. Comments on the Authors’ Reply by T. Sokol and T. Lewiński (2011) to a Discussion by Vazquez and Cervera (2011) on their Research Paper (Sokol and Lewiński 2010). **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 44, n. 5, 735–737, outubro 2011.
URL: <http://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs00158-011-0718-8.pdf>

ROZVANY, G.I.N.; BENDSOE, M.P. e KIRSCH, U. Layout Optimization of Structures. **Applied**

Mechanics Reviews, v. 48, n. 2, 41, 1995.

ROZVANY, G.I.N. e SOKOL, T. Exact truss topology optimization: allowance for support costs and different permissible stresses in tension and compression - extensions of a classical solution by Michell. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 45, n. 3, 367–376, novembro 2011.

SANDBERG, G. **Finite element modelling of fluid-structure interaction (Report TVSM. Division of Structural Mechanics. Lund Institute of Technology)**. Institute of Technology, 1986.

SANDBERG, G. e OHAYON, R., editores. **Computational Aspects of Structural Acoustics and Vibration**, v. 505 de *CISM International Centre for Mechanical Sciences*. Springer Vienna, Vienna, 2009. ISBN 978-3-211-89650-1.

URL: <http://www.springerlink.com/index/10.1007/978-3-211-89651-8>

SANT'ANNA, Hervandil Morosini. **Otimização topológica de estruturas bidimensionais contínuas submetidas a restrições de flexibilidade e tensão**. 2002. Dissertação (mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

URL: <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/3773>

SAXENA, R. e SAXENA, A. On honeycomb representation and SIGMOID material assignment in optimal topology synthesis of compliant mechanisms. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 43, 1082–1098, 2007.

SHEN, J.; MIN XIE, Y.; HUANG, X.; ZHOU, S. e RUAN, D. Mechanical properties of luffa sponge. **Journal of the mechanical behavior of biomedical materials**, v. 15, 141–152, 2012.

URL: <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/23032434>

SHU, L.; WANG, M.Y.; FANG, Z.; MA, Z. e WEI, P. Level set based structural topology optimization for minimizing frequency response. **Journal of Sound and Vibration**, v. 330, 5820–5834, 2011.

SIGMUND, O. Topology optimization: A tool for the tailoring of structures and materials. **Phi-**

Philosophical Transactions - Mathematical Physical and Engineering Sciences, v. 358, 211 – 288, 2000.

SIGMUND, O. Design of multiphysics actuators using topology optimization - Part I: One-material structures. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 190, n. 49-50, 6577–6604, outubro 2001a.

URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825\(01\)00251-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825(01)00251-1)

SIGMUND, O. Design of multiphysics actuators using topology optimization - Part II: Two-material structures. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 190, n. 49-50, 6605–6627, outubro 2001b.

URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825\(01\)00252-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825(01)00252-3)

SIGMUND, O. e CLAUSEN, P.M. Topology optimization using a mixed formulation: An alternative way to solve pressure load problems. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 196, 1874–1889, 2007.

SILVA, E.C.N. **Técnicas de Otimização Aplicadas no Projeto de Peças Mecânicas, Apostila. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.** Escola Politécnica de USP, Sao Paulo - Brazil, 2001.

SIMONETTI, H L. **Otimização Topológica de Estruturas Bidimensionais.** 2009. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto.

SOKOL, T. e ROZVANY, G.I.N. Exact least-volume trusses for two symmetric point loads and unequal permissible stresses in tension and compression. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 47, n. 1, 151–155, dezembro 2012.

SOUTO, Carlos Andrade. **Métodos de Redução Modal em Problemas Elasto-Acústicos Cíclico Simétricos.** 2005. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas.

STOLPE, M. e SVANBERG, K. An alternative interpolation scheme for minimum compliance

topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 22, 116–124, 2001.

TALISCHI, C.; PAULINO, G.H. e LE, C.H. Honeycomb Wachspress finite elements for structural topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 6, 569–583, 2009.

TANSKANEN, P. The evolutionary structural optimization method: theoretical aspects. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 22, 5485–5498, 2002.

VICENTE, W.M.; PICELLI, R. e PAVANELLO, R. An Evolutionary Topology Optimization of a Fluid-structure System. In **XXXII CILAMCE - Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering**. Ouro Preto - Brazil, 2011.

VICENTE, W.M.; PICELLI, R. e PAVANELLO, R. An Evolutionary Structural Optimization applied to Fluid-Structure Problems. In B.H.V. Topping, editor, **Proceedings of the Eleventh International Conference on Computational Structures Technology**. Stirlingshire, 2012a.

VICENTE, W.M.; PICELLI, R. e PAVANELLO, R. Bi-directional Evolutionary Topology Optimization for Multiphysics Problems with Frequency response constraints. In **10th WCCM - World Congress on Computational Mechanics**. Sao Paulo - Brazil, 2012b.

WANG, X. e BATHE, K.J. Displacement/pressure based mixed finite element formulations for acoustic fluid-structure interaction problems. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 2017, n. December 1995, 2001–2017, 1997.

XIE, Y.M. e STEVEN, G.P. A simple evolutionary procedure for structural optimization. **Computer and Structures**, v. 49, 885–896, 1993.

XIE, Y.M. e STEVEN, G.P. Evolutionary Structural Optimization for Dynamic Problems. **Computer and Structures**, v. 58, 1067–1073, 1996.

XIE, Y.M. e STEVEN, G.P. **Evolutionary Structural Optimization**. Springer-Verlag, London, 1997.

XIE, Y.M.; ZUO, Z.H.; HUANG, X. e RONG, J.H. Convergence of topological patterns of optimal periodic structures under multiple scales. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 46, n. 1, 41–50, dezembro 2011.

URL: <http://www.springerlink.com/index/10.1007/s00158-011-0750-8>

YAMAMOTO, T.; MARUYAMA, S.; NISHIWAKI, S. e YOSHIMURA, M. Topology design of multi-material soundproof structures including poroelastic media to minimize sound pressure levels. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 198, n. 17-20, 1439–1455, 2009.

URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cma.2008.12.008>

YANG, X.Y.; HUANG, X.; RONG, J.H. e XIE, Y.M. Design of 3D orthotropic materials with prescribed ratios for effective Young's moduli. **Computational Materials Science**, v. 67, n. null, 229–237, 2013.

URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.commatsci.2012.08.043>

YANG, X.Y.; HUANG, X.; XIE, Y.M.; LI, Q. e RONG, J.H. Topology Optimization of Composite Materials with Optimal Stiffness and Thermal Conductivity. **Iran University of Science & Technology**, v. 1, n. 3, 397–417, 2011.

YANG, X.Y.; XIE, Y.M. e STEVEN, G.P. Evolutionary methods for topology optimisation of continuous structures with design dependent loads. **Computers and Structures**, v. 83, 956–963, 2005.

YANG, X.Y.; XIE, Y.M.; STEVEN, G.P. e QUERIN, O.M. Topology Optimization for frequencies using an evolutionary method. **Journal of Structural Engineering-ASCE**, v. 125, 1432–1438, 1999.

YOON, G.H. Structural topology optimization for frequency response problem using model reduction schemes. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 199, 1744–1763, 2010.

YOON, G.H.; JENSEN, J.S.N. e SIGMUND, O. Topology optimization of acoustic-structure interaction problems using a mixed finite element formulation. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 70, n. 9, 1049–1075, 2007.

YOON, G.H. e KIM, Y.Y. The element connectivity parameterization formulation for the topology design optimization of multiphysics systems. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 64, n. 12, 1649–1677, 2005.

URL: <http://doi.wiley.com/10.1002/nme.1422>

YOON, G.H. e SIGMUND, O. A monolithic approach for topology optimization of electrostatically actuated devices. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 197, 4062–4075, 2008.

YOUNG, V.; QUERIN, O.M.; STEVEN, G.P. e XIE, Y.M. 3D and multiple load case bi-directional evolutionary structural optimization (BESO). **Structural Optimization**, v. 18, n. 2-3, 183–192, outubro 1999.

ZHANG, H.; LIU, S. e ZHANG, X. Topology optimization of 3D structures with design-dependent loads. **Acta Mechanica Sinica**, v. 26, 767–775, 2010.

ZHANG, H.; ZHANG, X. e LIU, S. A new boundary search scheme for topology optimization of continuum structures with design-dependent loads. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 37, 121–129, 2008.

ZHAO, C.; STEVEN, G.P. e XIE, Y.M. Evolutionary natural frequency optimization of thin plate bending vibration problems. **Structural Optimization**, v. 11, n. 3-4, 244–251, 1996.

ZHAO, C.B.; STEVEN, G.P. e XIE, Y.M. Evolutionary optimization of maximizing the difference between two natural frequencies of a vibrating structure. **Structural Optimization**, v. 13, n. 2-3, 148–154, abril 1997.

ZHENG, B.; CHANG, C. e GEA, H.C. Topology optimization with design-dependent pressure

loading. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 38, 535–543, 2009.

ZHOU, M. e ROZVANY, G.I.N. On the validity of ESO type methods in topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 21, 80–83, 2001.

ZIENKIEWICZ, O. **Coupled vibrations of a structure submerged in a compressible fluid**. [s.n.], [S.I.], 1969.

ZIENKIEWICZ, O.C. e TAYLOR, R.L. **The Finite Element Method: Solid Mechanics, Volume 2**. Butterworth-Heinemann, 2000. ISBN 0750650559.

URL: *<http://books.google.com/books?id=MhgBfMWFVHUC&pgis=1>*

ZUO, Z.H.; XIE, Y.M. e HUANG, X. An improved bi-directional evolutionary topology optimization method for frequencies. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, v. 10, 55–75, 2010.

A Aspectos Computacionais

Neste anexo são descritas as principais etapas da implementação computacional da metodologia apresentada neste trabalho. São abordados os aspectos relevantes que envolveram as etapas de pré-processamento, processamento e pós-processamento.

O desenvolvimento das rotinas computacionais para a implementação dos métodos ESO/BESO e do método proposto nesse trabalho, BEFSO, é feito utilizando três diferentes linguagens de programação. Com essa divisão na programação pretende-se aproveitar o melhor que cada linguagem tem a oferecer tornando assim o código otimizado e mais robusto.

Para a etapa de implementação e execução do código computacional foi utilizado um computador portátil com as seguintes especificações: Processador Intel Core I5 - 560M, 2.67GHz, com 6Gb de memória e placa GPU - NVIDIA - GeForce 310M com 512 MB de memória. Além dos softwares comerciais: MATLAB, ANSYS, FORTRAN e INTEL MKL para testes e validações.

A Figura A.1 apresenta a distribuição das tarefas para cada programa utilizado na metodologia proposta.

A.1 Pré-Processamento

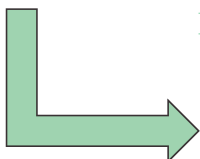
Para a criação do modelo a ser analisado pelo método dos elementos finitos foi escolhido o programa comercial ANSYS. Devido a intenção de analisar sistemas com geometrias complexas a opção de utilizar um programa comercial para a geração da malha surgiu com uma alternativa mais viável do que a implementação de um gerador próprio. Para sistematizar o processo de criação dos modelos, optou-se por utilizar a linguagem APDL (ANSYS Parametric Design Language) que é uma linguagem de programação específica para o programa ANSYS.

A linguagem APDL se assemelha a outras linguagens de programação tais como C++, FORTRAN no sentido que possui recursos para declaração de variáveis, execução de laços, decisões lógicas, atribuição de valores, operadores matemáticos e funções paramétricas.

Dessa forma, a primeira etapa da otimização de um sistema passa pela fase de criação da

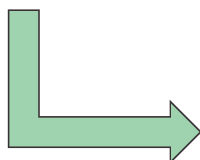
Pré-processamento - ANSYS

- Leitura do arquivo APDL,
 - Entrada dos parâmetros de otimização,
 - Entrada das propriedades dos materiais,
- Construção do modelo,
- Criação do arquivo de entrada para o MEFLAB.



Processamento - FORTRAN - (MEFLAB)

- Análise por elementos finitos do sistema,
- Análise de sensibilidade,
- Adição/Remoção de elementos,
- Construção da nova topologia,
- Arquivo de entrada para o MATLAB.



Pós-processamento - MATLAB

- Gráficos
 - Evolução da fração de volume,
 - Histórico da função objetivo,
 - Curvas FRF.
- Figuras
 - Topologias inicial, intermediárias e final,
 - Mapa de cores da função objetivo no sistema,
 - Deslocamentos nodais da fase estrutural,
 - Pressões nodais da fase fluida.

Figura A.1: Fluxograma das operações do processo de otimização no código implementado.

macro em APDL. Nessa macro estão contidas todas as informações para a criação do modelo, tais como, geometria do sistema, propriedades de todos os materiais envolvidos, condições de contorno, carregamentos externos, tipos de elementos que serão utilizados, dimensão dos elementos, etc.

A macro em APDL contém ainda as informações referentes ao processo de otimização, o método de otimização escolhido para a análise e todos os parâmetros necessários. Esse dados serão passados juntamente com os dados da malha para o arquivo de entrada do código computacional em FORTRAN.

A.2 Processamento

Para a análise por elementos finitos e otimização do sistema, o código computacional, MEFLAB, foi implementado em FORTRAN. Fez-se a escolha pela linguagem FORTRAN devido

principalmente a velocidade de execução dos cálculos dessa linguagem.

O código computacional em FORTRAN faz uso da biblioteca Intel MKL (*Math Kernel Library*) que conta entre suas rotinas com a ferramenta para resolução de sistemas lineares esparsos simétricos e não-simétricos, PARDISO. A utilização da rotina PARDISO, para a resolução do sistema linear da análise de elementos finitos, foi decisiva para a escolha da linha de programação seguida neste trabalho. Para a utilização da rotina PARDISO é necessário que as matrizes estejam armazenadas no formato CSR (*Compressed Sparse Row*), portanto, todas as matrizes envolvidas na análise por elementos finitos estão armazenadas nesse formato.

A rotina PARDISO calcula a solução de sistemas de equações lineares do tipo $A \cdot x = b$, sendo A uma matriz $n \times n$, x e b vetores/matrizes $n \times nrhs$ onde $nrhs$ é o número de lados direitos do sistema. Para a resolução do sistema utiliza-se decomposições do tipo LU , LDL ou LL^T dependendo das características da matriz A , simétrica ou não, positiva definida, etc.

Pode-se dividir a resolução do sistema pela rotina PARDISO em quatro etapas: 1) Análise e fatoração simbólica de redução completa. 2) Fatoração numérica. 3) Substituições *Forward* e *Backward*, resolução e refinamento iterativo. 4) Liberação da memória utilizada (Matrizes L , U , etc).

No formato CSR são armazenados em vetores apenas os elementos não nulos da matriz. Este formato apresenta como principal vantagem o pouco espaço necessário para o armazenamento da matriz, e como desvantagem o tempo consumido para o armazenamento da matriz neste formato específico. Uma vez as matrizes armazenadas neste formato a resolução do sistema pela rotina PARDISO é altamente otimizada, o que constitui uma grande vantagem para um código de otimização uma vez que durante o processo de otimização a análise por elementos finitos do sistema é feita inúmeras vezes.

A sub-rotina PARDISO permite a resolução de sistemas lineares com múltiplos lados direitos. Tal característica se torna fundamental para a metodologia de otimização da resposta harmônica de sistemas. Pois, para essa classe de problemas, em cada iteração há necessidade da resolução do sistema sujeito a um carregamento virtual, além da resolução do sistema para o próprio carregamento externo, conforme visto no Capítulo 4.

A.3 Pós-Processamento

Para a etapa de pós-processamento dos resultados das análises foi escolhido o programa MATLAB. A escolha pelo uso do programa MATLAB foi feita em virtude da grande facilidade para o trabalho com matrizes e a possibilidade de criação de gráficos e figuras com alta qualidade que o programa oferece.

B Otimização Estrutural Baseada no Critério de Rigidez

Como uma primeira aproximação para a implementação do método BESO e do procedimento BEFSO proposto nesse trabalho foi implementado o método ESO para otimização da rigidez de sistemas estruturais. Com a implementação do método ESO para o critério de rigidez, deseja-se validar o código computacional para problemas de otimização envolvendo a retirada de elementos do sistema durante as iterações, além de verificar a influência dos parâmetros do método evolucionário no processo de otimização.

São analisados os procedimentos para a análise de sensibilidade do método evolucionário com o critério de rigidez, o filtro para a suavização do número de sensibilidade e o critério de convergência do método. Para a validação do código são analisados problemas clássicos de otimização estrutural da literatura.

B.1 Método ESO para Otimização da Rigidez

Conforme descrito no Capítulo 3, o critério de rigidez é um dos critérios clássicos para a otimização de estruturas. A otimização com base no critério de rigidez, com restrição de volume, visa obter a estrutura mais rígida para um volume prescrito da estrutura.

Sendo que, normalmente, a maximização da rigidez estrutural de um sistema é definida em termos da minimização da sua energia de deformação, ou flexibilidade média. A energia de deformação média pode ser definida como a energia de deformação total da estrutura ou o trabalho das

forças externas como:

$$C = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{u} \quad (\text{B.1})$$

em que \mathbf{f} é o vetor de forças externas e \mathbf{u} o vetor de deslocamentos.

Para a análise de elementos finitos, a equação de equilíbrio estático para uma estrutura pode ser expressa como, Capítulo 2:

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (\text{B.2})$$

em que \mathbf{K} é a matriz de rigidez global, \mathbf{u} é o vetor dos deslocamentos nodais e \mathbf{f} o vetor das forças nodais aplicadas ao sistema.

Dessa forma, a formulação do problema de minimização da energia de deformação do sistema com restrição de volume pode ser descrita como:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar:} \quad & C = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{u} \\ \text{Sujeito a:} \quad & \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \\ & V^* - \sum_{i=1}^{nel} V_i x_i = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

onde V_i é o volume individual do i -ésimo elemento, V^* é o volume final prescrito da estrutura e x_i é a variável que representa a pseudo densidade do material.

Devido à característica binária do método ESO, x_i pode assumir os valores de 0 ou 1. Sendo que $x_i = 1$ indica elemento existente, ou elemento sólido, $x_i = 0$ indica ausência de elemento, ou elemento vazio.

B.1.1 Cálculo do Número de Sensibilidade

A análise de sensibilidade de um sistema consiste em mensurar a variação da função objetivo estabelecida em função de uma alteração na variável ou nas variáveis de projeto. O número de sensibilidade de cada variável de projeto quantifica esta variação da função objetivo em relação a uma alteração na variável de projeto.

O procedimento para o cálculo do número de sensibilidade para a otimização sob o critério de rigidez é detalhado no trabalho de Xie e Steven (1997). Da análise de sensibilidade tem-se que a

remoção do i -ésimo elemento da estrutura acarreta uma alteração na matriz de rigidez da estrutura conforme o esquema abaixo:

$$\Delta \mathbf{K} = \mathbf{K}^* - \mathbf{K} = -\mathbf{K}_i \quad (\text{B.4})$$

em que \mathbf{K}^* é a matriz de rigidez da estrutura resultante após a remoção do elemento i e \mathbf{K}_i é a matriz de rigidez do elemento.

Assumindo que a remoção do elemento não afeta o vetor de forças externas \mathbf{f} , e manipulando os termos da Equação (B.2), chega-se que a alteração do vetor de deslocamento pode ser expressa como:

$$\Delta \mathbf{u} = -\mathbf{K}^{-1} \Delta \mathbf{K} \mathbf{u} \quad (\text{B.5})$$

Das equações (B.1) e (B.4), tem-se:

$$\Delta C = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \Delta \mathbf{u} = -\frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{K}^{-1} \Delta \mathbf{K} \mathbf{u} = \frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i \quad (\text{B.6})$$

onde \mathbf{u}_i é o vetor de deslocamento do i -ésimo elemento. A grandeza pode ser calculada ao nível elementar desde que se conheça a campo de deslocamento da configuração atual.

Assim, o número de sensibilidade para a energia de deformação média pode ser definido em termos dos vetores de deslocamentos dos nós de cada elementos e das matrizes de rigidez elementares:

$$\alpha_i = \begin{cases} \mathbf{u}_i^T (\mathbf{K}_i) \mathbf{u}_i & \text{para } x_i = 1 \\ 0 & \text{para } x_i = 0 \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

A Equação B.6 indica que o aumento na energia de deformação média como resultado da remoção do i -ésimo elemento é igual à energia de deformação do elemento.

Para minimização da energia de deformação média, o que representa a maximização da rigidez, através da remoção de elementos, a maneira mais efetiva é eliminar os elementos com os menores valores de α_i , assim, o aumento de C será mínimo, (Xie e Steven, 1997).

O número de sensibilidade, α , representa portanto uma medida aproximada da variação da função objetivo do problema, dessa forma seu cálculo caracteriza a etapa de análise de sensibilidade do algoritmo de otimização.

B.1.2 Filtro de Suavização do Número de Sensibilidade

A simples retirada de elementos baseada no número de sensibilidade descrito na Equação B.6 pode levar a problemas conhecidos na literatura de otimização estrutural como tabuleiro de xadrez (*Checkerboard*) ou conexões entre elementos por apenas um nó, Figura B.1. Este tipo de estrutura pode causar instabilidades numéricas ao longo da evolução do algoritmo de otimização.

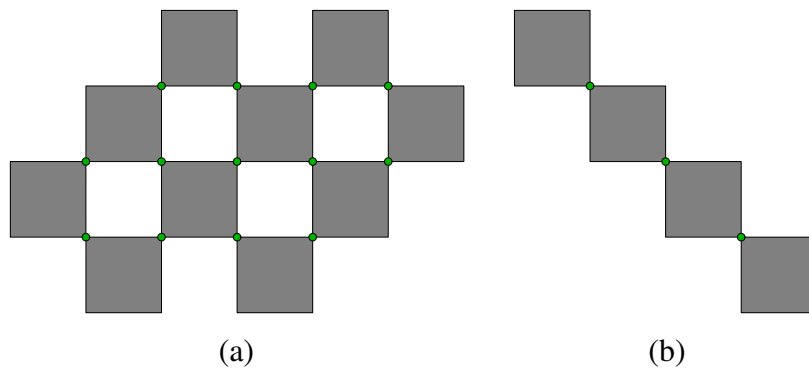


Figura B.1: (a) Padrão de tabuleiro de xadrez; (b) Segmento contínuo com conexões por apenas um nó, (Picelli, 2011).

O problema do tabuleiro de xadrez se caracteriza por padrões sólido-vazio ordenados como um tabuleiro de xadrez presentes na estrutura final, formados durante a evolução do algoritmo, e que não correspondem a uma distribuição ótima de material, (Diaz e Sigmund, 1995). Segundo Jog e Haber (1996) os padrões de tabuleiro de xadrez tem sua origem em problemas de aproximação numérica.

Quando os elementos quadrilaterais tradicionais de quatro nós são utilizados, as restrições cinemáticas da estrutura discretizada podem resultar em uma rigidez alta e artificial induzida numericamente. Esses elementos podem apresentar conexões de apenas um nó com seus elementos vizinhos, o que possibilita a formação do tabuleiro de xadrez e/ou singularidades de rigidez, (Saxena e Saxena, 2007).

Diversas alternativas têm sido propostas para a resolução desses problemas de instabilidades numéricas. No contexto dos algoritmos do tipo SIMP (Bendsoe e Sigmund, 1999), tem sido proposto a utilização de elementos de alta ordem (Diaz e Sigmund, 1995), os quais mostram ser mais estáveis, filtros numéricos (Poulsen, 2002; Hu *et al.*, 2009), ou até mesmo elementos com

funções especiais (Talischi *et al.*, 2009). Contudo, essas alternativas podem não ser as melhores, pois o aumento no custo computacional pode ser muito elevado. No contexto do método ESO, o problema de tabuleiro de xadrez também é detectado em análises sob critério de rigidez baseadas em elementos quadriláteros de quatro nós (Xie e Steven, 1997; Chu *et al.*, 1997; Li e Steven, 2001; Huang e Xie, 2010a; Picelli, 2011).

Na tentativa de evitar o problema do tabuleiro de xadrez, no presente trabalho utiliza-se o filtro de suavização do número de sensibilidade proposto por Li e Steven (2001). O algoritmo para o filtro pode ser descrito como se segue:

1. Calcular o fator de referência, α nodal, em cada nó como uma média ponderada dos números de sensibilidade dos elementos conectados ao nó como:

$$\alpha_k = \frac{\sum_{i=1}^{ne} V_i \alpha_i}{\sum_{i=1}^{ne} V_i} \quad (\text{B.8})$$

em que ne denota o número total de elementos conectados ao nó k , e α_i e V_i o número de sensibilidade do i -ésimo elemento de conexão e seu volume, respectivamente. Para o caso bidimensional, basta utilizar a área do elemento ao invés de seu volume.

2. Calcular o número de sensibilidade suavizado do elemento, α_e , ao fazer a média dos valores das sensibilidades nodais calculados anteriormente, segundo os nós conectados ao elemento, como:

$$\alpha_e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_k \quad (\text{B.9})$$

onde n denota o número de nós desse elemento.

O número de sensibilidade suavizado é calculado apenas para o elementos existentes na iteração atual, $x_i = 1$. Para elementos já retirados da estrutura, $x_i = 0$, o número de sensibilidade é sempre zero.

B.1.3 Adição/Remoção de Elementos e Critério de Parada

Uma vez determinado o número de sensibilidade elementar sob a influência do filtro de suavização, os elementos devem ser ordenados em ordem crescente de acordo com o valor do número de sensibilidades, onde os menores serão os primeiros a serem retirados.

A fração de volume da próxima iteração, V_{k+1} , é calculada por:

$$V_{k+1} = V_k(1 - ER) \quad (\text{B.10})$$

sendo ER a razão de evolução.

Uma vez estabelecido a fração de volume da próxima iteração, automaticamente define-se o número de elementos a serem retirados na iteração atual. O processo iterativo continua dentro do limite da restrição de volume, Equação B.3.

Quando o volume final prescrito, V^* , for atingido

$$V_{k+1} = V^* \quad (\text{B.11})$$

o critério de parada é satisfeito, encerrando-se assim o processo de otimização.

De forma geral, todas as etapas do algoritmo do método ESO implementado estão representadas no fluxograma da Figura B.2, que é a base da metodologia que será desenvolvida na sequência deste trabalho.

B.2 Validação do Código Implementado

Para a validação do código implementado uma série de exemplos de otimização topológica de sistemas estruturais é apresentada nesta seção. Pretende-se com esses exemplos além de validar o código, verificar a influência dos parâmetros do método ESO na topologia final das estruturas. São investigados exemplos clássicos da literatura de otimização estrutural utilizando o método ESO implementado em linguagem FORTRAN no código MEFLAB.

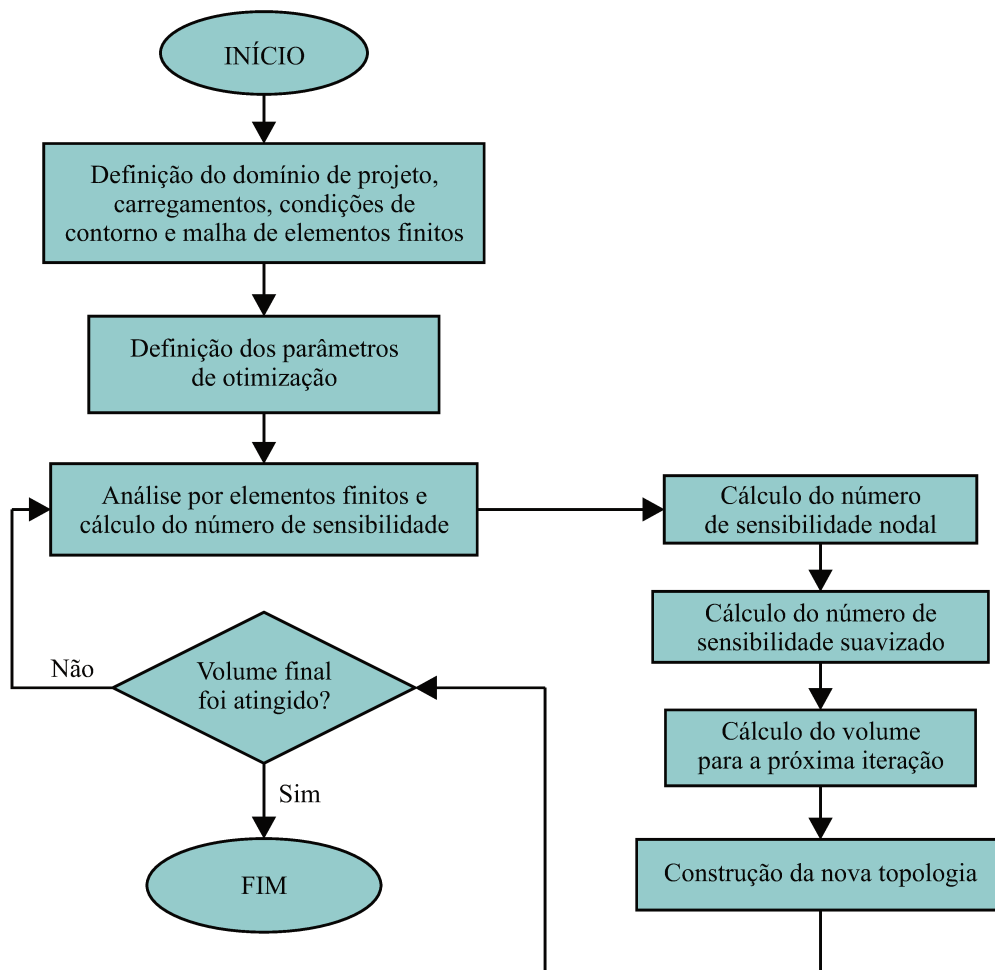


Figura B.2: Fluxograma com as principais etapas do algoritmo do método ESO implementado.

B.2.1 Otimização de uma Viga Engastada Curta - Duas-barras

O modelo 2D de uma viga engastada livre sujeita a um carregamento no centro da face livre é analisado. Para a análise do modelo, o sistema foi discretizado em elementos finitos com uma malha de 1500 elementos quadrilaterais regulares de 4 nós, Figura B.3. Como propriedades do material tem-se o módulo de elasticidade de 100 GPa e o coeficiente de Poisson 0,3. Um carregamento de 100 kN é imposto a estrutura conforme indicado na figura.

A otimização estrutural deste sistema é um caso clássico, sendo apresentada em diversos textos da literatura e servindo como parâmetro de comparação para a validação de novos métodos

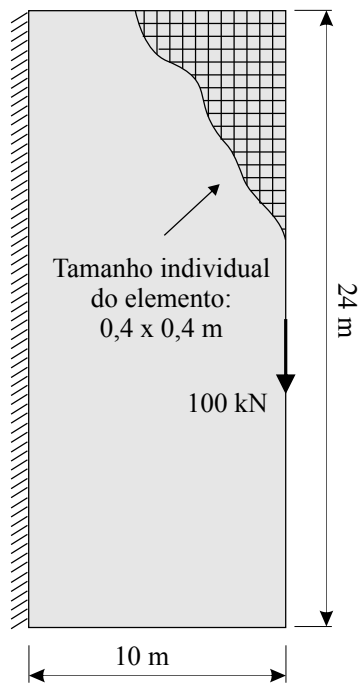


Figura B.3: Modelo discretizado em elementos finitos - Domínio de projeto do sistema.

de otimização. A topologia teórica otimizada para o sistema é apresentada na Figura B.4.

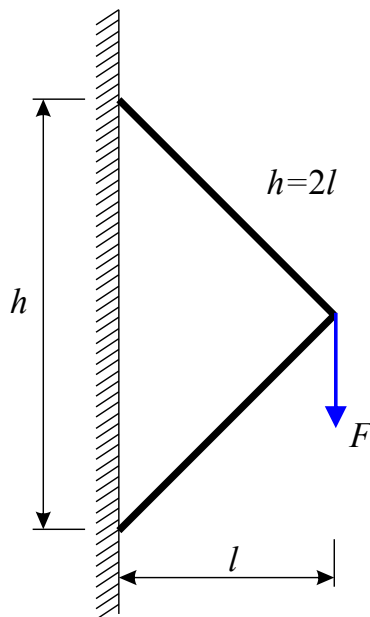


Figura B.4: Estrutura teórica otimizada para uma viga engastada livre - Duas Barras.

O resultado teórico da otimização deste sistema indica que na configuração final ótima a altura h da estrutura final é igual ao dobro do comprimento l , sendo o ângulo entre as duas barras de 90° (Bendsoe e Sigmund, 2003).

Para o modelo da Figura B.3 deseja-se com o emprego do método ESO implementado obter a estrutura com a maior rigidez para um dado volume final. A quantidade de elementos removidos por iteração, ER , será de 1% do volume atual da estrutura, o volume final da estrutura, V_f , de 10% do domínio de projeto, volume inicial.

A evolução da topologia da estrutura durante o processo de otimização pode ser verificada na Figura B.5. Percebe-se que o critério de retirada de elementos com as menores energias de deformação, $\frac{1}{2}\mathbf{u}\mathbf{K}\mathbf{u}$, conduz a estrutura para uma topologia final semelhante a estrutura teórica.

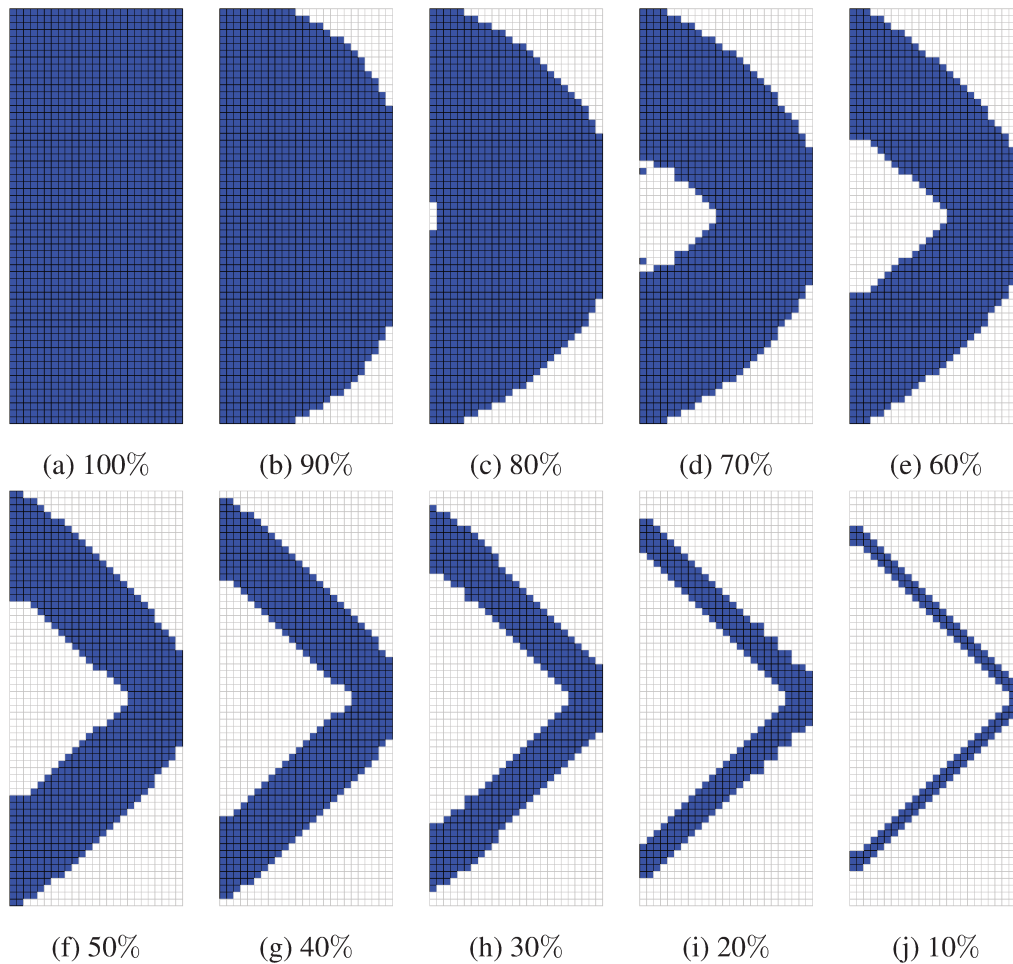


Figura B.5: Evolução da topologia da estrutura; Topologia Inicial, Intermediárias e Final.

A Figura B.6 apresenta a evolução da flexibilidade média da estrutura e a redução do volume do sistema durante o processo de otimização.

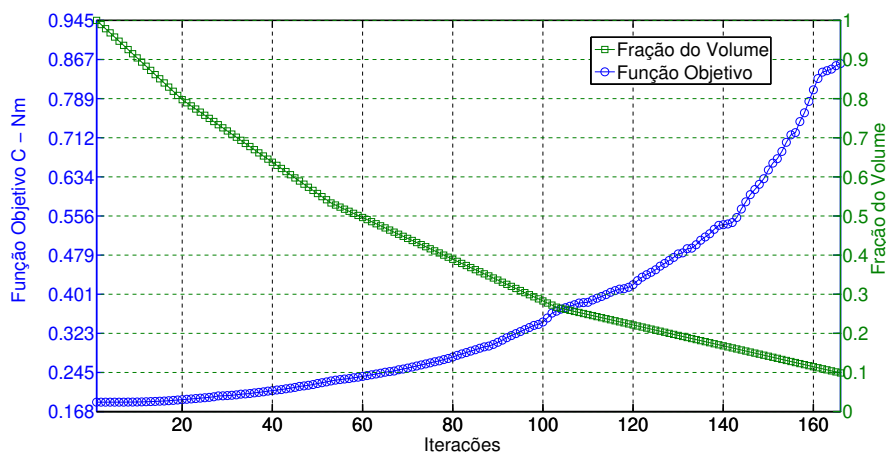


Figura B.6: Evolução da função objetivo - flexibilidade média e do volume do sistema.

O resultado obtido é clássico e pode ser encontrado em diversos trabalhos na literatura, tanto para métodos evolucionários Xie e Steven (1997); Huang e Xie (2010a), quanto para os métodos baseados no gradiente Bendsoe e Sigmund (2003); Christensen e Klarbring (2008); Sokol e Rozvany (2012); Sant'Anna (2002). A literatura aponta que o mesmo resultado é obtido para a otimização estrutural do sistema para o critério de otimização de tensão.

Observa-se neste caso, que embora o método ESO implique em aproximações para a análise de sensibilidade e o algoritmo de minimização da função objetivo não seja baseado em uma programação matemática, os resultados obtidos são satisfatórios, com um baixo custo computacional, e o comportamento da função objetivo ao longo das iterações é suave, sem discontinuidades acentuadas.

B.2.2 Distribuição do Número de Sensibilidade em uma Viga Engastada

Neste segundo exemplo é explorado o comportamento global da distribuição do número de sensibilidade, α , em todo o domínio de projeto, para a otimização da viga com relação a rigidez total do sistema. O sistema mostrado na Figura 3.3, viga com proporções de 8x5, é novamente avaliado para a maximização da rigidez do sistema. A viga engastada livre com dimensões 160x100 mm é

discretizada com 4000 elementos regulares com 4 nós, e submetida a um carregamento concentrado vertical de 100 N na face livre. Como propriedades do material adota-se o módulo de elasticidade de 100 GPa e o coeficiente de Poisson 0,3.

Como parâmetros para o método, tem-se, ER , de 1% do volume atual da estrutura, V_f , de 50% do domínio de projeto.

A Figura B.7 mostra a evolução da topologia para a otimização da viga tendo como função objetivo a flexibilidade média total da estrutura. Na Figura B.7 (a) percebe-se no mapa de cores da função objetivo duas regiões com baixos valores de α . Seguindo o princípio dos métodos evolucionários deve-se retirar os elementos (regiões) que menos contribuem para a função objetivo do problema, neste caso a rigidez da estrutura.

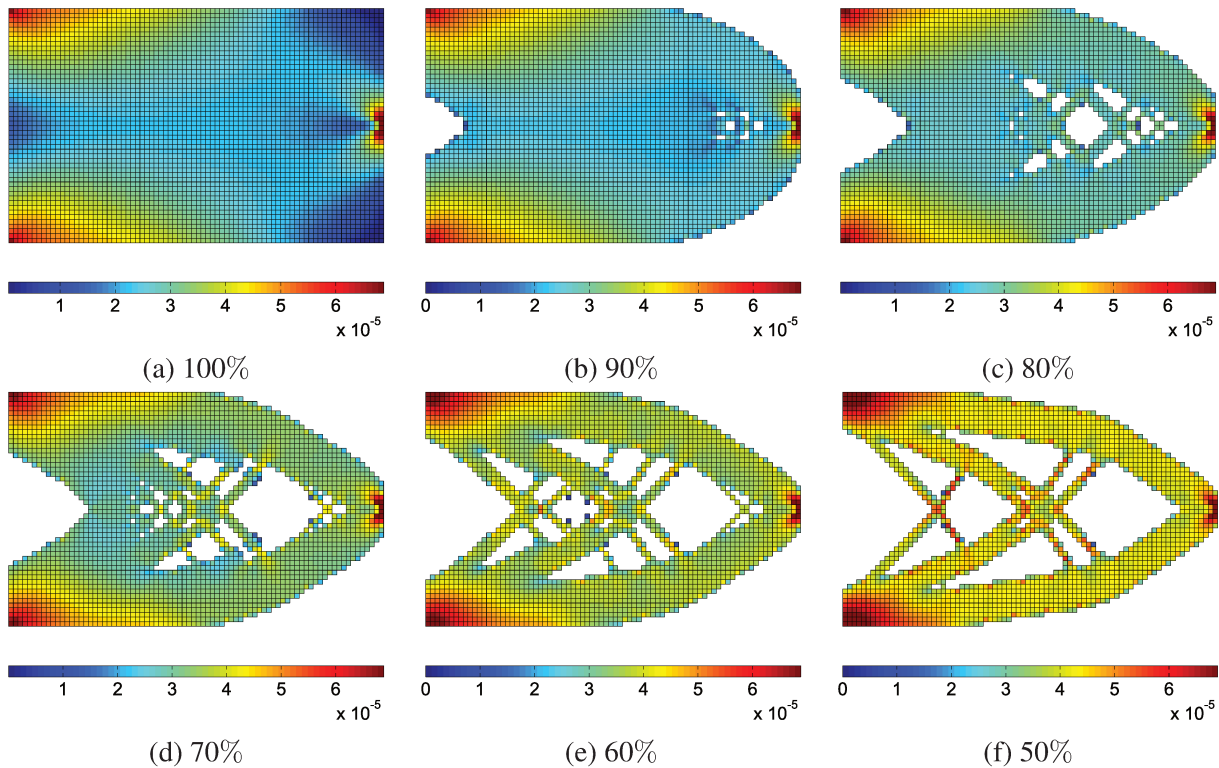


Figura B.7: Evolução da topologia da estrutura; Topologia Inicial, Intermediárias e Final.

Percebe-se que a medida que vão sendo retiradas essas áreas menos eficientes, as áreas restantes passam a contribuir mais efetivamente na rigidez da estrutura. Na Figura B.7 (f) o mapa de cores do número de sensibilidade elementar apresenta uma maior uniformidade, convergindo para

uma estrutura onde todos elementos tendem a possuir uma energia de deformação próxima. Caracterizando a procura por um sistema no qual todas as regiões da estrutura contribuem de forma similar para a rigidez da estrutura como um todo, premissa básica dos métodos evolucionários que se baseiam na natureza.

A Figura B.8 apresenta a evolução da flexibilidade média da estrutura e a redução do volume do sistema durante a otimização.

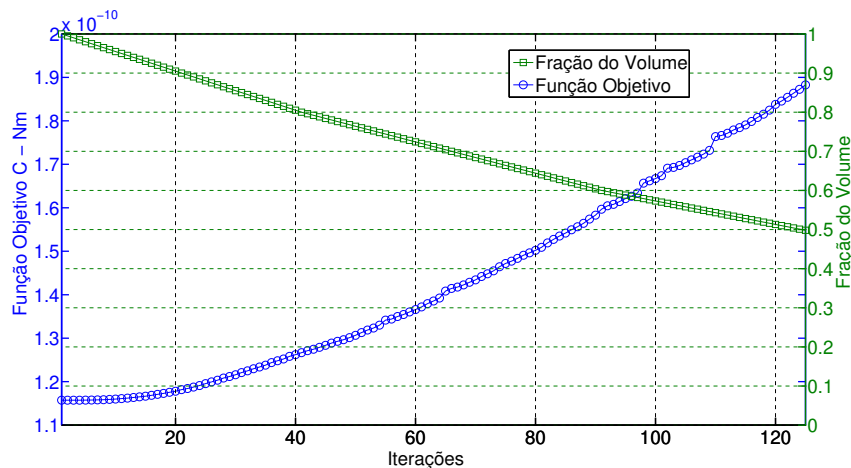


Figura B.8: Evolução da função objetivo - flexibilidade média e do volume do sistema.

Este exemplo permite também observar que o algoritmo ESO é capaz de encontrar soluções com padrões de topologia mais complexos, o que pode ser observado na forma das barras intermediárias geradas. A solução encontrada está de acordo com as soluções apresentadas na literatura, Huang e Xie (2010a).

B.2.3 Otimização de uma Viga Bi-Apoiada - Estrutura de Michell

Este exemplo tem o objetivo de verificar a influência do parâmetro ER na topologia final de estruturas otimizadas pelo método ESO, com relação a otimização da rigidez total do sistema. Novamente, analisa-se um dos problemas clássicos estudados por Michell (1904), o problema da otimização estrutural de uma viga bi-apoiada sujeita a um carregamento concentrado central, mos-

trado na Figura B.9.

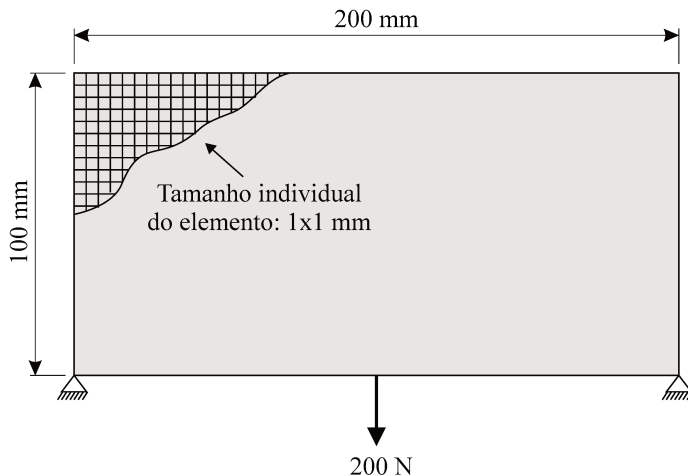


Figura B.9: Geometria, condições de contorno e carregamento do sistema, viga bi-apoiada.

O modelo foi discretizado com 5000 elementos regulares com 4 nós, como propriedades do material tem-se o módulo de elasticidade de 100 GPa e o coeficiente de Poisson 0,3. O resultado teórico ótimo para a estrutura é mostrado na Figura B.10 obtido por Michell (1904).

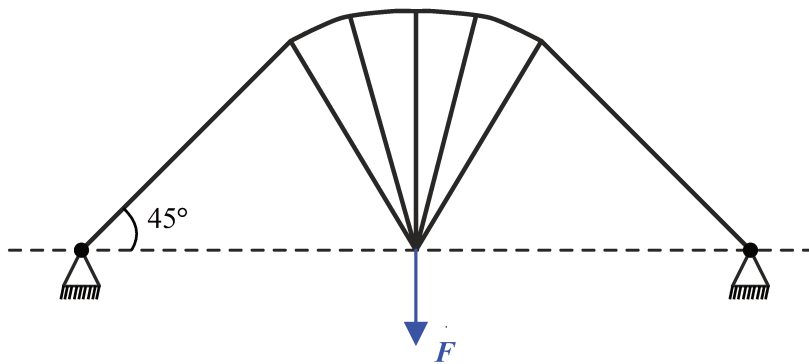


Figura B.10: Resultado teórico apresentado por Michell (1904) para a otimização do sistema mostrado na Figura B.9.

Desejando verificar a influência do parâmetro ER no resultado final, foram analisados três processos de otimização da estrutura com diferentes valores de ER . A Figura B.11 (a) apresenta o mapa de cores do número de sensibilidade ao longo do domínio de projeto da estrutura. Os resultados para o primeiro processo com $ER = 0,5\%$ estão presentes na Figuras B.11 (b), (c) e (d). Para um $ER = 1,0\%$ tem-se os resultados mostrados nas Figuras B.11 (e), (f) e (g). Para

um processo de otimização no qual se retira 2,5% de material da estrutura atual por iteração os resultados são mostrados nas Figuras B.11 (h), (i) e (j).

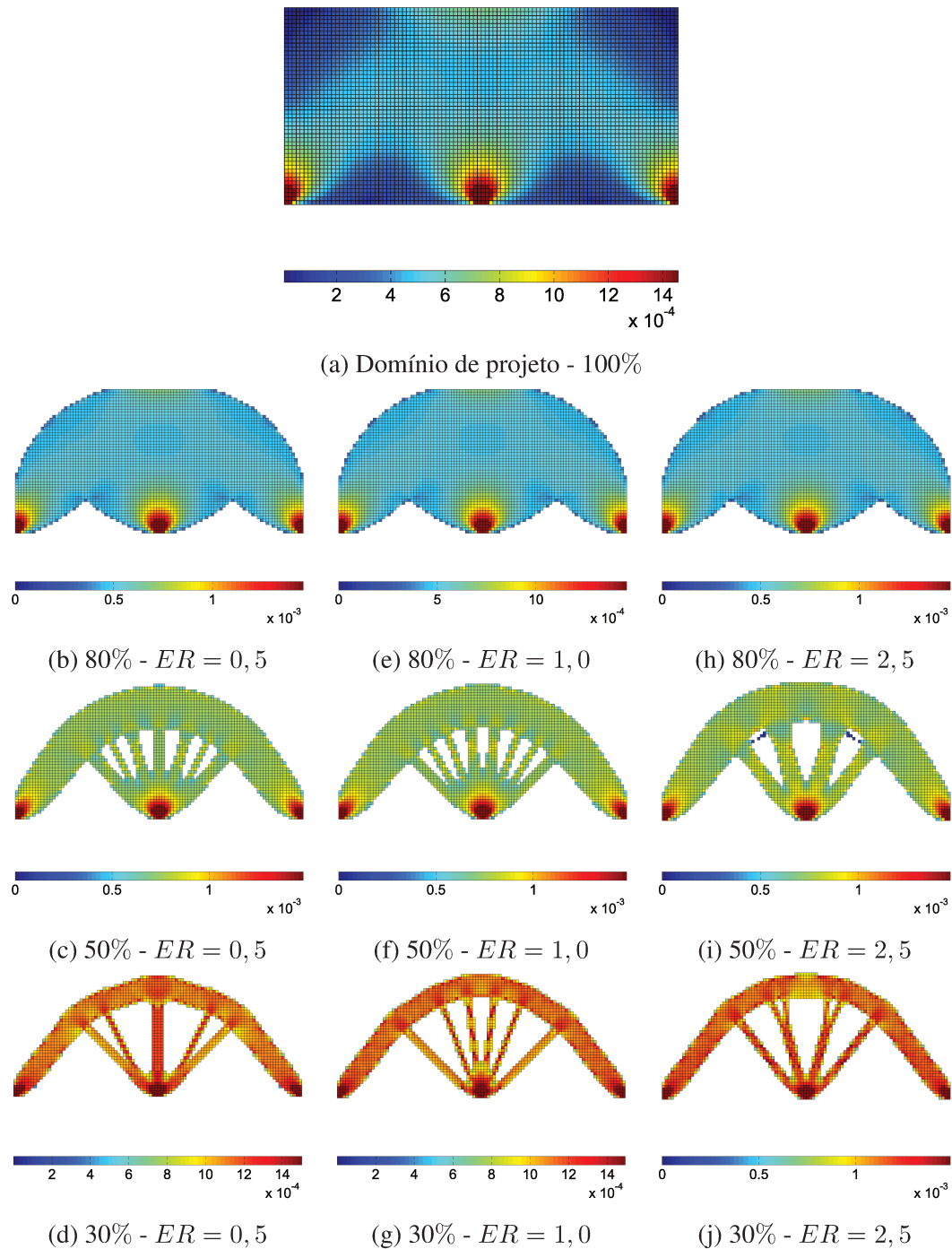


Figura B.11: Evolução das topologias e mapa de cores da sensibilidade elemental para as topologias iniciais, intermediárias e finais para os 3 casos analisados.

A Tabela B.1 indica que a variação do parâmetro ER implica em uma alteração da flexibilidade média do sistema final obtido. Esta variação é bastante reduzida, sendo de no máximo 1,78% para os casos analisados. Entretanto, um valor de ER pequeno acarreta em um aumento significativo no custo computacional do sistema, o que pode ser verificado no número total de iterações necessárias para a otimização do sistema.

Tabela B.1: Influência do parâmetro ER no número total de iterações e na flexibilidade média final do sistema.

ER %	0,5	1	2,5
Iterações	211	113	48
Flexibilidade média - Nm	$2,814 \cdot 10^{-06}$	$2,819 \cdot 10^{-06}$	$2,864 \cdot 10^{-06}$
Desvio %	-	0,18	1,78

Embora as variações na flexibilidade média final sejam reduzidas, a topologia final é afetada por este parâmetro, o que pode ser uma desvantagem para o algoritmo ESO.

B.2.4 Influência da Malha na Otimização de uma Viga - MBB

Neste exemplo uma viga MBB é otimizada com relação ao critério de rigidez. Ao se efetuar a otimização do sistema para 4 diferentes malhas deseja-se verificar a influência do refinamento da malha na topologia final encontrada pelo método ESO. Devido a simetria do problema, a análise de elementos finitos é realizada apenas na metade da estrutura conforme indicado na Figura B.12.

As propriedades utilizadas para o material foram módulo de elasticidade de 100 GPa e o coeficiente de Poisson 0,3. Como parâmetros do método de otimização tem-se $ER = 0,5\%$ e um $V_f = 50\%$.

A Figura B.13 apresenta a distribuição da sensibilidade elementar para o sistema em análise, o mapa de cores foi feito para uma malha de 19200 elementos. Na Figura B.14 observa-se as diferentes topologias finais obtidas para os sistema para diferentes discretizações do sistema. Nota-se nas topologias mostradas na Figura B.14 uma intensa dependência da malha na obtenção da topologia final.

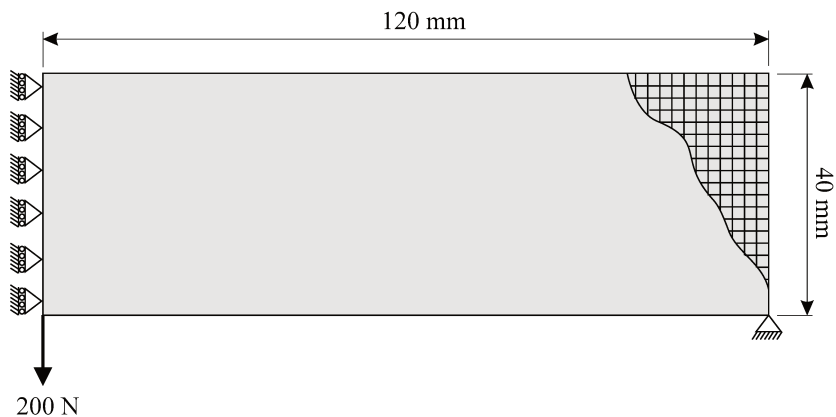


Figura B.12: Domínio de projeto para a viga MBB.

Visando aliviar o problema da dependência dos parâmetros de análise e otimização sobre o resultado final encontrado, foi proposto o método evolucionário bidirecional de otimização estrutural, BESO, (Querin *et al.*, 1998; Young *et al.*, 1999). O método BESO também foi implementado no código computacional e seus parâmetros avaliados, conforme descrito no Capítulo 3.

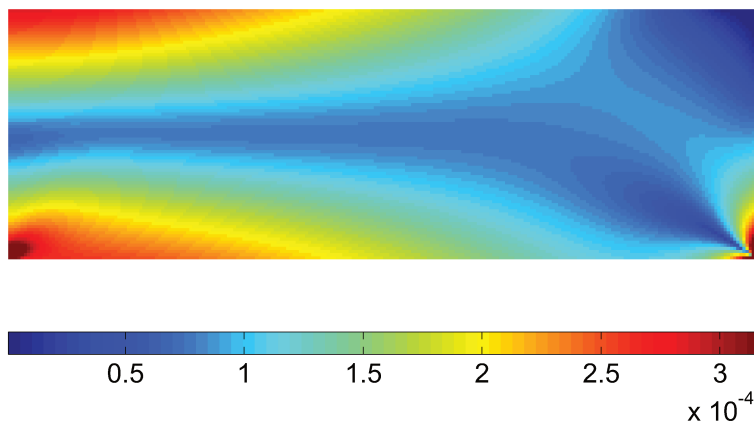


Figura B.13: Sensibilidade elementar para a viga MBB.

C Otimização Estrutural Baseada no Critério de Tensão

A otimização de uma estrutura pode ter como função objetivo diversos parâmetros conforme descrito no Capítulo 1. Além das otimizações tendo como funções objetivo a rigidez estrutural e/ou a resposta do sistema, conforme exploradas neste trabalho, pode-se também promover a otimização

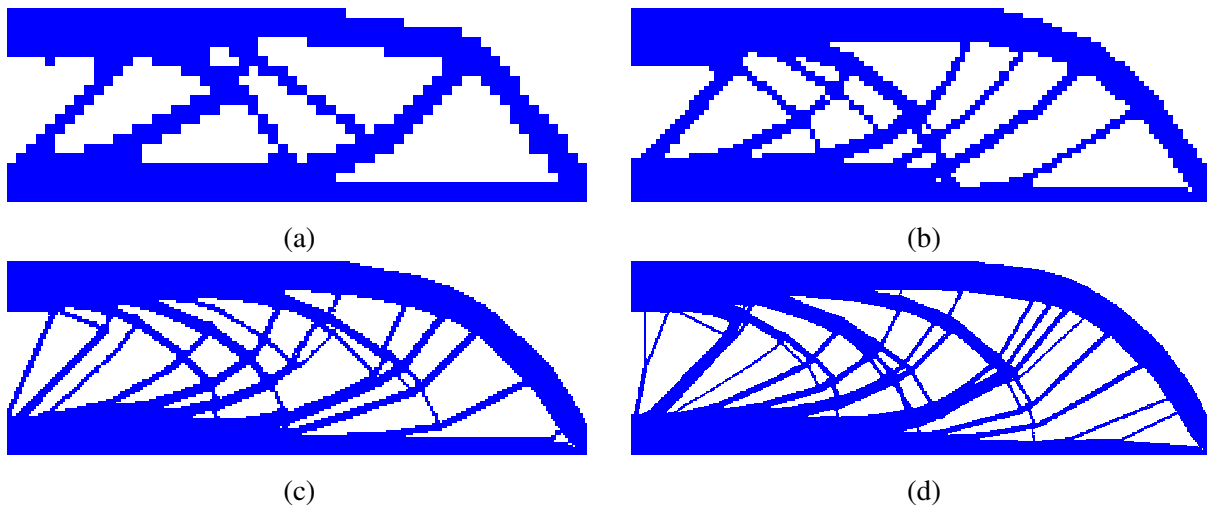


Figura B.14: Topologias finais para otimização da viga MBB: (a) 560 elementos; (b) 1200 elementos; (c) 4800 elementos; (d) 19200 elementos.

de um sistema estrutural com base no seu nível de tensão. A otimização de uma estrutura com base no seu nível de tensão é um processo utilizado em diversas áreas da mecânica estrutural.

O código computacional implementado neste trabalho inclui o módulo para a otimização topológica de sistemas estruturais com relação ao nível de tensão. Contudo, este critério não foi estendido para a otimização de sistemas elasto-acústicos, nesta primeira etapa do trabalho optou-se em desenvolver apenas o critério de otimização com relação a rigidez para sistemas estáticos acoplados. Ficando o desenvolvimento de uma metodologia de otimização para sistemas elasto-acústicos com critério de tensão uma sugestão para trabalhos futuros do grupo de pesquisa.

C.1 Método ESO sob Critério de Tensão

Através da análise por elementos finitos da estrutura pode-se determinar o nível de tensão da estrutura. O nível de tensão, por sua vez, pode ser utilizado como um indicador da eficiência de cada elemento dentro da estrutura. Dessa forma pode-se estabelecer um critério de rejeição baseado no nível local de tensão, no qual o material sob baixa tensão é considerado sub-utilizado e, assim, pode ser removido da estrutura, (Xie e Steven, 1997).

Sendo a estrutura discretizada em uma malha refinada, a remoção de material é conveni-

entamente representada ao se excluir os elementos da malha de elementos finitos, em função do critério de projeto adotado. A tensão em cada ponto, ou em cada elemento, pode ser comparada com uma média geral de tensão. Para isso, a tensão equivalente de von Mises tem sido utilizada mais frequentemente para materiais isotrópicos, (Xie e Steven, 1997; Tanskanen, 2002; da Silva, 2012).

Para problemas em estado plano de tensão, a tensão equivalente de von Mises σ^{vm} é definida como:

$$\sigma^{vm} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad (C.1)$$

sendo que σ_x e σ_y são as tensões normais nas direções x e y , respectivamente, e τ_{xy} é a tensão de cisalhamento. Neste trabalho, o estado de tensão é calculado com a interpolação das funções de forma sempre no centro do elemento.

Um vez realizado a análise da estrutura por elementos finitos, o nível de tensão em cada elemento é determinado ao se comparar a tensão equivalente de von Mises do elemento σ_e^{vm} com a tensão equivalente de von Mises máxima da estrutura inteira σ_{max}^{vm} . Ao fim de cada análise por elementos finitos, todos os elementos que satisfazem a condição a seguir são excluídos do modelo:

$$\frac{\sigma_e^{vm}}{\sigma_{max}^{vm}} < RR_i \quad (C.2)$$

em que RR_i é o atual índice de rejeição, RR .

A análise por elementos finitos, uma análise por iteração, é repetido utilizando o mesmo valor de RR até que um estado estável, em que não haja mais material a ser removido para o RR atual, seja atingido, (Xie e Steven, 1997). Isto implica que o número de elementos retirados a cada análise não será necessariamente o mesmo para todas as iterações. Neste ponto, um índice evolucionário, ER , é introduzido no índice de rejeição:

$$RR_{i+1} = RR_i + ER \quad i = 0, 1, 2, 3... \quad (C.3)$$

Em todos os casos analisados neste trabalho considerou-se RR_i inicial 0,5%.

Pode-se estabelecer dois critérios para a parada do processo evolucionário. A obtenção de um volume final prescrito, V_f , ou o procedimento pode continuar até que um critério de convergência

seja atingido, como por exemplo, quando não há mais material na estrutura final com nível de tensão menor do que 25% do máximo, RR_i final. Isso implica que a estrutura otimizada terá uma distribuição de tensão mais homogênea do que a estrutura inicial, pois o percentual de variação de tensão de um elemento para outro será reduzido. Esse processo evolucionário pode ser resumido nos seguintes passos, (Picelli, 2011):

- *Passo 1.* Discretizar o domínio inicial da estrutura utilizando uma malha fina de elementos finitos.
- *Passo 2.* Analisar a estrutura por elementos finitos.
- *Passo 3.* Remover os elementos que satisfaçam a condição em (C.2).
- *Passo 4.* Aumentar o índice de rejeição de acordo com a equação (C.3) se um estado estável for atingido. Senão, repita os passos 2 e 3.
- *Passo 5.* Repetir os passos 2 a 4 até que um critério de parada estabelecido seja obtido.

C.2 Verificação e Aplicação do Código Implementado

Visando verificar o código implementado para a otimização de sistemas estruturais com o critério de tensão, procurou-se analisar exemplos de estruturas conhecidas da literatura. São analisadas três estruturas para condições distintas de solicitação e de contorno do sistema.

C.2.1 Otimização Topológica de um Suporte tipo Mão Francesa

Como um primeiro caso de otimização de sistemas estruturais sob o critério de tensão, analisa-se neste exemplo um suporte engastado em uma extremidade e sujeito a um carregamento vertical na outra face conforme ilustra a Figura C.1.

Para a análise do modelo, o sistema foi discretizado em elementos finitos com uma malha de 6400 elementos quadrilaterais regulares de 4 nós. Como propriedades do material tem-se o módulo de elasticidade de 100 GPa e o coeficiente de Poisson 0,3. Um carregamento de 100 N é imposto a estrutura conforme indicado na figura.

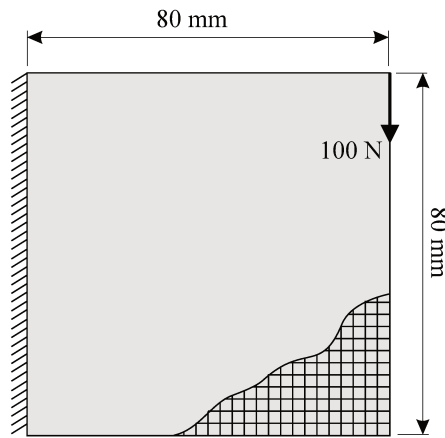


Figura C.1: Geometria, dimensões e condições de contorno de um suporte engastado sujeito a um carregamento vertical.

Para o sistema mostrado na Figura C.1 deseja-se com o emprego do método ESO implementado para o critério de tensão, obter uma estrutura que apresente o menor nível de tensão média para um dado volume final. A quantidade de elementos removidos por iteração, ER , será de 0,5% do volume atual da estrutura, o volume final da estrutura, V_f , de 25% do domínio de projeto, volume inicial.

A evolução da topologia da estrutura durante o processo de otimização pode ser verificada na Figura C.2. Percebe-se que o processo evolucionário de otimização conduz a estrutura que inicialmente tinha uma distribuição bastante desigual de tensões, para uma topologia final na qual a distribuição da tensão de von Mises é praticamente homogênea em todo interior da estrutura. Este resultado vai ao encontro da própria definição dos métodos evolucionários de otimização, que definem como sendo a estrutura ótima aquela onde todas as partes do sistema têm a mesma importância estrutural, uma estrutura com o máximo aproveitamento de material, *Fully Stressed*.

A Figura C.3 apresenta a evolução da tensão de von Mises média, σ_m^{vm} , da estrutura e a redução do volume do sistema durante o processo de otimização.

A topologia final obtida mostrada na Figura C.2 assemelha-se as topologias mostradas nos trabalhos de Bendsoe e Sigmund (2003) e Huang e Xie (2010a) para sistemas semelhantes otimizados sob o critério de tensão. Topologias parecidas a este resultado também são obtidas para otimização da estrutura sob o critério da máxima rigidez estrutural, como pode ser visto nos tra-

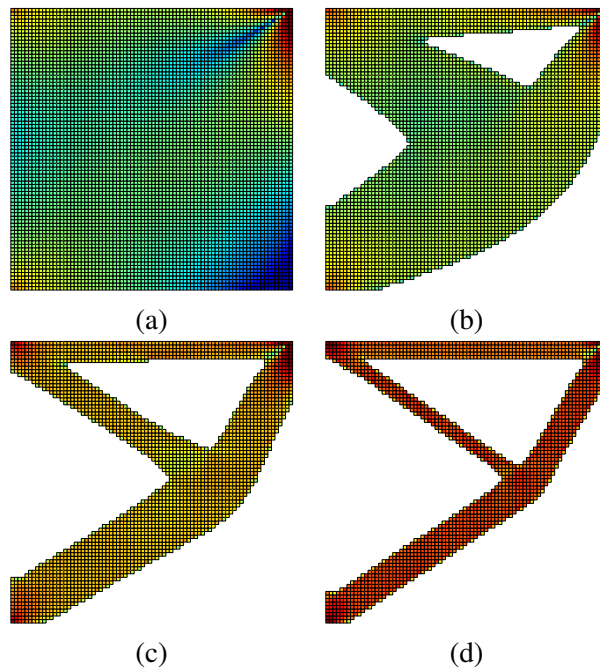


Figura C.2: Topologias intermediárias e distribuição de tensão no sistema tipo mão francesa: (a) Topologia inicial - 100% do domínio estrutural; (b) 70% do domínio estrutural; (c) 40% do domínio estrutural; (d) 25% do domínio estrutural - Topologia final.

balhos de Labanowski Jr (2004), Simonetti (2009) e Picelli (2011), mostrando que para alguns sistemas sob certas condições de contorno a otimização estrutural sob critérios de rigidez e nível de tensão podem convergir para uma mesma topologia final.

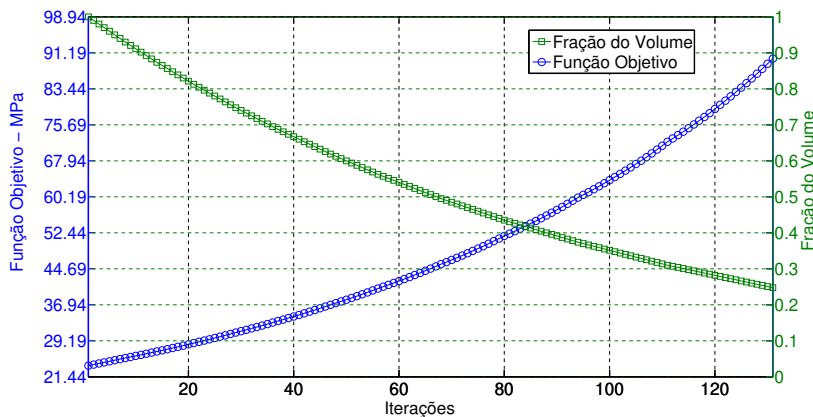


Figura C.3: Evolução da função objetivo, tensão de von Mises média da estrutura, σ_m^{vm} , e fração do volume do sistema.

C.2.2 Otimização de Forma de uma Junta Colada

Uma das aplicações possíveis para o método ESO é a otimização de forma de sistemas estruturais. A otimização de forma proposta por Xie e Steven (1997) utilizando o método evolucionário, sob o critério de tensão, segue todos os procedimentos descritos na seção anterior. A única diferença na otimização de forma proposta é a restrição imposta de que somente poderão ser retirados, na iteração atual, elementos que se encontrem na borda da estrutura.

Este procedimento impossibilita o aparecimento de novos furos/cavidades na topologia inicial da estrutura. Dessa forma uma das maiores dificuldades do método ESO, que é a dependência do refinamento da malha para sistemas com topologias complexas com muitas cavidades, pode ser minimizada.

Neste exemplo é avaliada a otimização de forma sob critério de tensão para um sistema de uma junta sobreposta, como pode ser visto na Figura C.4. Este sistema foi analisado primeiramente pelo grupo de pesquisa do departamento de mecânica computacional da UNICAMP, através do método ESO/BESO com malhas de elementos hexagonais, (Rodríguez *et al.*, 2011, 2012).

No sistema mostrado na Figura C.4, as duas áreas externas hachuradas correspondem às áreas de engaste em um experimento real. Uma das áreas hachuradas é considerada como engastada, enquanto a outra é restrita apenas na direção vertical. A carga, P , é equivalente a 1 MPa e foi aplicada no extremo do aderente inferior, conforme representado na figura.

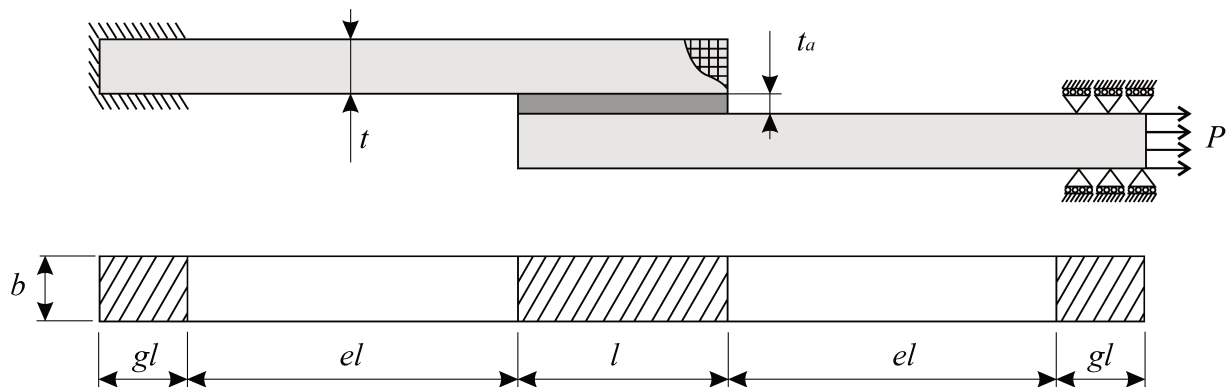


Figura C.4: Geometria, dimensões e condições de contorno de uma junta colada sobreposta sujeita a uma força de tração.

O elemento adesivo é considerado como um elemento elástico linear padrão, apenas com propriedades diferentes dos aderentes. Como propriedades dos materiais tem-se, o módulo de elasticidade, E , dos aderentes vale 70000 MPa e o coeficiente de Poisson, ν , é 0,3, enquanto que para o adesivo o módulo de elasticidade, E_a , vale 2000 MPa e o coeficiente de Poisson, ν_a , é 0,3. As dimensões são apresentadas na Tabela C.1

Tabela C.1: Dimensões consideradas no modelo numérico de uma junta colada sobreposta.

Variável	Descrição	Valor (mm)
b	Largura da junta	25,4
gl	Comprimento do engaste	25,4
el	Comprimento da área livre do aderente	63,5
l	Comprimento da zona colada	12,7
t	Espessura do aderente	1,62
t_a	Espessura do adesivo	0,19

Como domínio de projeto para o sistema da junta colada, define-se apenas a região em contato com o adesivo, dessa forma somente da área acima e abaixo do adesivo será possível retirar material. O modelo é discretizado para duas diferente malhas com o objetivo de investigar a dependência da malha na topologia final. A primeira malha é composta por 4846 elementos e a segunda malha é composta por 26730 elementos regulares de 4 nós.

A Figura C.5 apresenta as topologias intermediárias para a otimização de uma junta colada. A distribuição da tensão de von Mises no sistema é apresentada durante a evolução da topologia, percebe-se a obtenção de um sistema com uma distribuição mais uniforme de tensão.

Nota-se da Figura C.5 que o refinamento da malha não influenciou a topologia final obtida para a otimização do sistema. A diferença entre as topologias finais encontra-se apenas no contorno da estrutura o que é devido a diferença entre as dimensões dos elementos que compõem as malhas.

As topologias finais obtidas neste exemplo estão de acordo com o resultado obtido para a otimização do mesmo sistema de uma junta colada utilizando elementos hexagonais para discretização do sistema, Picelli (2011). No trabalho de Picelli (2011) encontra-se uma avaliação sobre a topologia final obtida para este sistema mostrando que a topologia final minimiza as tensões máximas de solicitação nas bordas do adesivo.

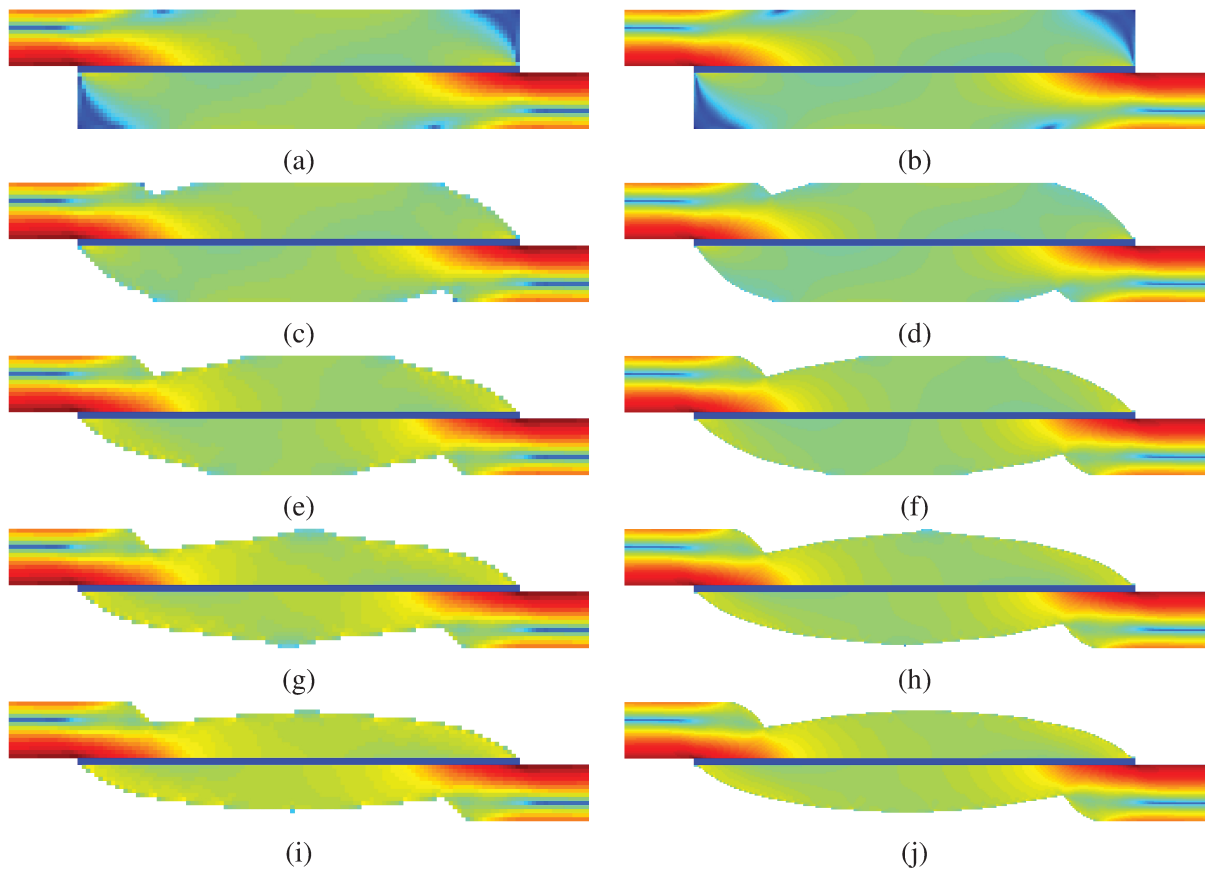


Figura C.5: Evolução das topologias intermediárias para a otimização de uma junta colada sobreposta, para duas diferentes malhas, as topologias na coluna a esquerda são do sistema discretizado com 4846 elementos e as topologias na coluna a direita são do sistema discretizado com 26730 elementos : (a)-(b) Topologias iniciais - 100% do domínio de projeto ; (c)-(d) 95% do domínio de projeto; (e)-(f) 90% do domínio de projeto; (g)-(h) 85% do domínio de projeto; (i)-(j) Topologias finais - 82% do domínio de projeto.

C.2.3 Otimização de Forma de um Modelo de uma Fruta

Sendo os métodos heurísticos inspirados na natureza, conforme descrito no Capítulo 1, é de se esperar que as topologias finais obtidas para certos modelos, com o emprego da otimização evolucionária possam ser comparadas com sistemas encontrados na natureza. Nesse contexto, este exemplo emprega a otimização de forma utilizando o método ESO implementado, sob o critério de tensão, para otimizar o modelo de uma fruta. A otimização de um sistema similar a este pode ser encontrado no trabalho de Querin (1997).

A Figura C.6 apresenta o modelo discretizado a ser otimizado, como carregamento externo o sistema apresenta apenas o peso próprio da estrutura. Considerando o aceleração da gravidade de $9,81 \text{ m/s}^2$.

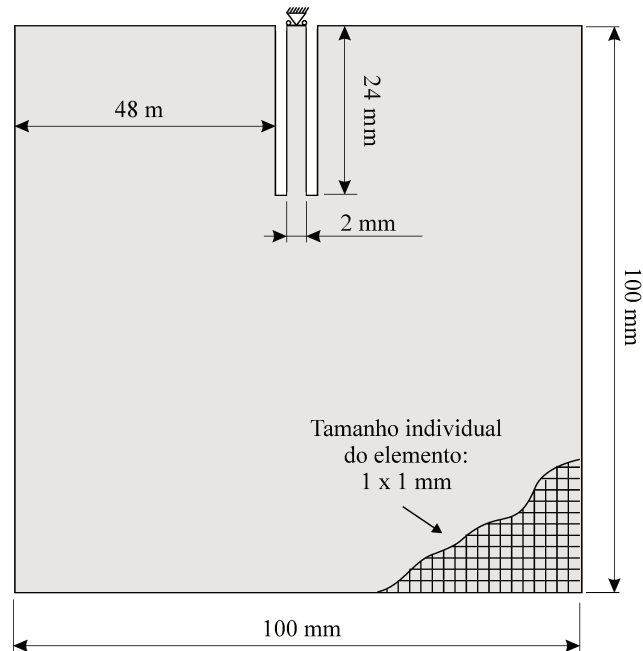


Figura C.6: Geometria, malha e condições de contorno para o domínio de projeto do sistema.

Como propriedades dos materiais tem-se, o módulo de elasticidade, $E = 70000 \text{ MPa}$, o coeficiente de Poisson, $\nu = 0,3$ e a densidade $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$. A malha para a discretização do modelo é formada por 9952 elementos regulares de 4 nós.

As topologias intermediárias e final resultantes da otimização do sistema, podem ser vistas na Figura C.7. A figura mostra também o mapa de cores da distribuição da tensão de von Mises para cada topologia.

A topologia final encontrada para o sistema pode ser comparada ao formato de uma cereja ou uma maçã, indicando que o método evolucionário de otimização produz resultados que seguem padrões encontrados na natureza. Segundo Querin (1997) pode-se dizer que o formato das frutas, pelo menos maçã e cereja, está mais ligado a questões estruturais do que questões biológicas.

Observa-se da evolução das topologias que o processo de otimização tende a gerar estruturas

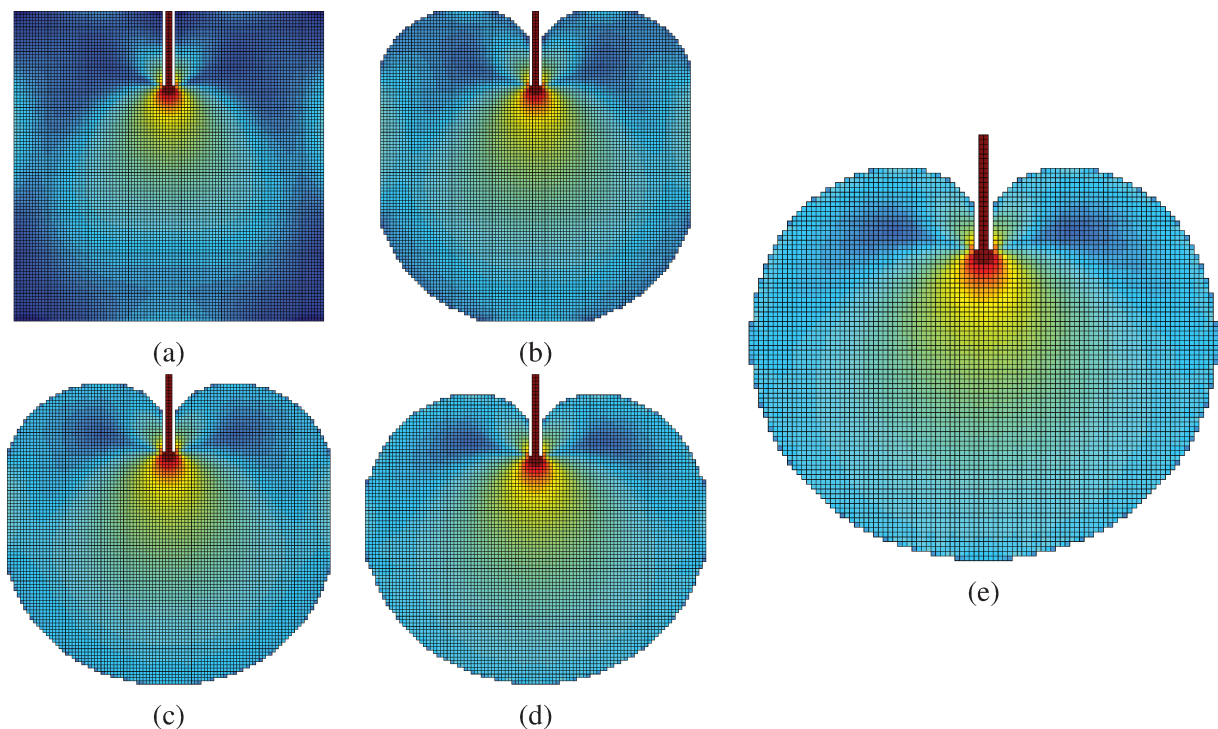


Figura C.7: Evolução das topologias intermediárias para a otimização do modelo de uma fruta: (a) Topologia inicial - 100% do domínio de projeto; (b) 90% do domínio de projeto; (c) 80% do domínio de projeto; (d) 70% do domínio de projeto; (e) Topologia final - 65% do domínio de projeto.

com uma distribuição uniforme de tensão no contorno do sistema. A alteração do formato do sistema ocorre até uma fração de volume de aproximadamente 66% do domínio de projeto, a partir deste ponto a redução do volume acarreta apenas uma diminuição da estrutura, sem alteração do formato. Dessa forma, pode-se dizer que reduções maiores do volume acarretariam apenas em um formato semelhante a uma fruta menor, porém com o mesma forma.