



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Mecânica

MOMOE SAKAMORI PISNITCHENKO

**ANÁLISE DE VELOCIDADE DE MIGRAÇÃO EM
TEMPO EM SUPERGATHERS**

CAMPINAS
2018

MOMOE SAKAMORI PISNITCHENKO

**ANÁLISE DE VELOCIDADE DE MIGRAÇÃO EM
TEMPO EM SUPERGATHERS**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia
Mecânica da Universidade Estadual de
Campinas como parte dos requisitos exigidos
para a obtenção do título de Doutora em
Ciências e Engenharia do Petróleo, na área
de Reservatórios e Gestão.

Orientador: RICARDO CAETANO AZEVEDO BILOTI

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL
DA TESE DEFENDIDA PELA ALUNA MOMOE
SAKAMORI PISNITCHENKO, E ORIENTADA
PELO PROF. DR. RICARDO CAETANO
AZEVEDO BILOTI.

**Campinas
2018**

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): CAPES

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

P675a Pisnitchenko, Momoe Sakamori, 1983-
Análise de velocidade de migração em tempo em supergathers / Momoe Sakamori Pisnitchenko. – Campinas, SP : [s.n.], 2018.

Orientador: Ricardo Caetano Azevedo Biloti.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Processamento de dados sísmicos. 2. Estimativa de parâmetro. 3. Otimização. 4. Migração. 5. Velocidade. I. Biloti, Ricardo Caetano Azevedo, 1974-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Time migration velocity analysis in supergathers

Palavras-chave em inglês:

Seismic data processing

Parameter estimation

Optimization

Migration

Velocity

Área de concentração: Reservatórios e Gestão

Titulação: Doutora em Ciências e Engenharia de Petróleo

Banca examinadora:

Ricardo Caetano Azevedo Biloti [Orientador]

Lúcio Tunes dos Santos

Maria Aparecida Diniz Ehrhardt

Ernesto Julián Goldberg Birgin

José Jadsom Sampaio de Figueiredo

Data de defesa: 16-04-2018

Programa de Pós-Graduação: Ciências e Engenharia de Petróleo

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA
CIÊNCIAS E ENGENHARIA DO PETRÓLEO

TESE DE DOUTORADO

**Análise de Velocidade de Migração em Tempo em
Supergathers**

Autora: Momoe Sakamori Pisnitchenko

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Caetano Azevedo Biloti

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:

Prof. Dr. Ricardo Caetano Azevedo Biloti, Presidente
IMECC - Universidade Estadual de Campinas

Prof. Dr. Lúcio Tunes dos Santos
IMECC - Universidade Estadual de Campinas

Profa. Dra. Maria Aparecida Diniz Ehrhardt
IMECC - Universidade Estadual de Campinas

Prof. Dr. Ernesto Julián Goldberg Birgin
IME - Universidade de São Paulo

Prof. Dr. José Jadsom Sampaio de Figueiredo
Universidade Federal do Pará

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

Campinas, 16 de abril de 2018.

Dedico esta tese à minha mãe.

Agradecimentos

Ao professor Ricardo Biloti, pela orientação, pelas ideias e questionamentos, pela amizade, pelos conselhos, não só acadêmicos, e pela compreensão.

Ao meu esposo, Feodor, pelo carinho e apoio, e por cuidar dos nossos meninos.

Aos meus filhos, Dmitri e Ivan, pelo amor e alegrias proporcionados, e pela compreensão da minha ausência por conta do doutorado.

Aos meus pais, pelo incentivo.

Às minhas irmãs, pelo apoio e torcida.

Aos professores do Grupo de Geofísica Computacional, pelos ensinamentos, e em especial, ao professor Lúcio, pelas excelentes aulas e pelas sugestões para esta tese.

Aos membros da banca, pelas sugestões e correções da tese.

Aos funcionários João, Alcides e Fátima, pelo suporte e pela amizade.

À todos os meus colegas do LGC, pela companheirismo, em especial, Susanne, Débora, Tiago, Jadsom por compartilhar momentos, ideias e conversas.

À CAPES, ao INCT-GP e ao WIT Consortium, pelo apoio financeiro.

Resumo

Na análise de velocidade de migração, o moveout (sobretampo) residual na seção migrada é usado para corrigir o campo de velocidade. Neste trabalho, propomos uma abordagem numérica para descrever o moveout na seção migrada considerando um refletor plano inclinado. A descrição é válida para seções migradas vizinhas e, portanto, várias seções migradas podem ser utilizadas simultaneamente para obter os parâmetros. Esta estratégia proporciona valores mais confiáveis para o fator de correção de velocidade. Através de alguns exemplos sintéticos, validamos e mostramos o bom desempenho da nossa estratégia de ajustar as curvas ou superfícies de moveout numericamente. Além disso, usamos um método de otimização sem derivadas para estimar os parâmetros.

Palavras-chave: análise de velocidade de migração, moveout, supergathers, otimização.

Abstract

In migration velocity analysis (MVA), the residual moveout in the image gather is used to correct the velocity field. In this work, we propose a numerical approach to describe the moveout in the image gather considering a dipping reflector. The description is valid for neighboring image gathers, so that several image gathers can be used simultaneously to obtain the parameters. This strategy provides more reliable values for the velocity correction factor. Through some synthetic examples, we validate and show the good performance of our strategy of fitting the moveout curves or surfaces numerically. Also, we use a derivative-free optimization method to estimate the parameters.

Keywords: MVA, moveout, supergathers, optimization.

Lista de Figuras

1.1	Representação dos raios de reflexão primária para o segundo refletor. A estrela indica a fonte, os triângulos indicam os receptores e as camadas são limitadas por superfícies de mesma velocidade e densidade.	18
1.2	Exemplo de (a) traço sísmico de afastamento 125 m, (b) seção sísmica de ponto médio comum e (c) outra forma de visualização dessa seção sísmica.	19
1.3	Fluxograma mostrando os principais passos do processamento sísmico usado nesta tese.	21
2.1	Migração de um evento de reflexão, no tempo T_{ref} , de um traço sísmico de ponto médio y e meio afastamento h para a posição horizontal ξ e tempo vertical t_0 , onde θ é o ângulo de inclinação do refletor, z_0 é a profundidade do refletor na origem, x_s e x_r são, respectivamente, as posições horizontais da fonte e do receptor.	22
2.2	Seção migrada de ponto imagem comum (CIG) usando velocidade de migração (a) correta, (b) maior e (c) menor.	23
2.3	Esquema das reflexões para um refletor plano horizontal ao usar a velocidade de migração correta ($v_m = v$), onde ξ é a posição horizontal em que ocorre a reflexão, h é o meio afastamento e z_0 é a profundidade do refletor.	24
2.4	Traços de uma seção de posição comum ξ após migração com velocidade correta, para vários valores de meio afastamento h e mesmo tempo vertical t_0 , para o caso de um refletor horizontal.	24
2.5	Esquema das reflexões para um refletor plano horizontal ao usar a velocidade de migração incorreta (no caso, $v_m > v$), onde ξ é a posição horizontal em que ocorre a reflexão, h é o meio afastamento e as respectivas profundidades aparente do refletor z	25
2.6	Traços de uma seção de posição comum ξ após migração com velocidade incorreta ($v_m > v$), para vários valores de meio afastamento h e tempo vertical τ , para o caso de um refletor horizontal.	25
2.7	Geometria de um refletor plano horizontal em um meio homogêneo de velocidade v , onde x_s e x_r são, respectivamente, as posições horizontais da fonte e do receptor, ξ é a posição horizontal onde ocorre a reflexão, h é o meio afastamento, y é o ponto médio fonte-receptor e z_0 é a profundidade do refletor.	26

2.8	Geometria de um refletor plano de inclinação θ em um meio homogêneo de velocidade v , onde x_s e x_r são, respectivamente, as posições horizontais da fonte e do receptor, ξ é a posição horizontal onde ocorre a reflexão, h é o meio afastamento, y é o ponto médio fonte-receptor e z_0 é a profundidade do refletor na origem.	27
2.9	Isócrona relacionada a um par fonte-receptor com ponto médio y e meio afastamento h , que descreve o locus de todos os possíveis pontos imagens no domínio do tempo migrado.	28
2.10	As retas sólida e tracejada representam, respectivamente, os refletores correto e equivocado, dados pelo envelope das isócronas usando velocidade de migração v_m (a) menor, (b) igual e (c) maior que a velocidade v . As semi-elipses em verde e azul são as isócronas utilizando velocidade de migração imprecisa e as semi-elipses em vermelho são as utilizando a velocidade correta.	29
2.11	Representação da relação necessária sobre os parâmetros $m = \tan\theta$ e γ para os quais a nossa formulação é válida.	31
2.12	Isócronas para um refletor de inclinação 25° para o caso em que a velocidade de migração é a correta ($\gamma = 1$) em vermelho e para o caso em que a condição (2.20) é violada ($\gamma = 3$) em azul.	32
2.13	Envelope das isócronas para afastamento h_1 (em amarelo) e h_2 (em roxo) para velocidade de migração (a)correta e (b)incorreta.	33
2.14	Superfície de moveout para um refletor inclinado de 25° , ponto imagem central definido em $\xi_0 = 2$ km, tempo vertical $\tau_0(\xi_0) = 1.33$ s, $\Delta\xi = 0.1$ km, afastamento de -1 a 3 km, $v_m = 3$ km/s e $\gamma = 1.5$. A curva em vermelho representa a curva de moveout calculada na seção migrada central (exibida como quadro azul).	35
3.1	Representação de curvas variando (a) os parâmetros e (b) o tempo inicial t_0 em um CIG.	37
3.2	Representação do ângulo θ entre os vetores $\mathbf{1}$ e x	37
3.3	Interpolação dos dados. Em azul está a curva contínua e, em vermelho, está marcado o ponto a ser interpolado.	38
3.4	Representação do janelamento na <i>Semblance</i> . Em azul a curva a ser ajustada e, em vermelho, as curvas que delimitam a janela na <i>Semblance</i>	39
3.5	Exemplo de seção migrada (a) sem ruído e (b) com ruído adicionado ao dado.	40
3.6	Configuração inicial do BOBYQA.	43
3.7	Pontos gerados de forma randômica e usando LHS no intervalo $[0.1, 2]$, com $K = 20$	44
3.8	Esquema do refinamento da solução. Inicialmente, o BOBYQA é executado com uma região final de confiança de tamanho igual a 10^{-2} para p aproximações iniciais. Escolhida a melhor solução \bar{x}_k , é feito o refinamento da solução ao diminuir o tamanho da região de confiança final do algoritmo para 10^{-5}	45

4.1	Modelo de um refletor inclinado de inclinação 25° em um meio homogêneo de velocidade 2 km/s. As marcações abaixo da posição horizontal 5 km indicam a profundidade nesta coordenada para os outros refletores. As duas linhas verticais tracejadas indicam a região de análise após a migração.	47
4.2	Image gather do dado migrado com velocidade $v_m = 1.5$ km/s ($\gamma = 0.75$) em 2 km. As linhas tracejadas vermelha, azul e verde indicam, respectivamente, as curvas P_{Aly} , P_{SchB} e P_{SakB} , para refletores com inclinações de 10° , 15° , 20° , 25° , 30° , 35° , 40° e 45° .	49
4.3	Image gather do dado migrado com velocidade $v_m = 3.0$ km/s ($\gamma = 1.5$) em 2 km. As linhas tracejadas vermelha, azul e verde indicam, respectivamente, as curvas P_{Aly} , P_{SchB} e P_{SakB} , para refletores com inclinações de 10° , 15° , 20° , 25° , 30° e 35° .	50
4.4	Painéis de saída da nossa proposta P_{SakB} utilizando um image gather para estimar os parâmetros, aplicada ao dado com o refletor de inclinação 30° : (a) coerência, (b) γ e (c) m .	52
4.5	Construção do caminho de máxima coerência. Os símbolos em preto em (a) representam os picks, os brancos em (b) são os pontos de melhores valores de coerência dentro de uma faixa guiada pelos picks e os rosa em (c) são os pontos do conjunto dos brancos que atingiram uma coerência mínima especificada.	53
4.6	Erro relativo do parâmetro γ obtido por P_{Aly} , P_{SchB} e P_{SakB} , para os refletores com inclinação 10° , 15° , 20° , 25° , 30° e 35° , de cima para baixo, respectivamente.	54
4.7	Erro relativo do parâmetro m obtido por P_{Aly} , P_{SchB} e P_{SakB} , para os refletores com inclinação 10° , 15° , 20° , 25° , 30° e 35° , de cima para baixo, respectivamente.	55
4.8	Valor de coerência para o refletor de inclinação 10° com o image gather central localizado em 2 km e usando a proposta de (a) Schleicher e Biloti, e a nossa proposta usando (b) 1, (c) 3, (d) 5, (e) 7 e (f) 9 image gathers. O sinal “x” em branco marca os valores exatos dos parâmetros γ e m .	57
4.9	Valor de coerência para o refletor de inclinação 15° com o image gather central localizado em 2 km e usando a proposta de (a) Schleicher e Biloti, e a nossa proposta usando (b) 1, (c) 3, (d) 5, (e) 7 e (f) 9 image gathers. O sinal “x” em branco marca os valores exatos dos parâmetros γ e m .	58
4.10	Valor de coerência para o refletor de inclinação 20° com o image gather central localizado em 2 km e usando a proposta de (a) Schleicher e Biloti, e a nossa proposta usando (b) 1, (c) 3, (d) 5, (e) 7 e (f) 9 image gathers. O sinal “x” em branco marca os valores exatos dos parâmetros γ e m .	59
4.11	Valor de coerência para o refletor de inclinação 25° com o image gather central localizado em 2 km e usando a proposta de (a) Schleicher e Biloti, e a nossa proposta usando (b) 1, (c) 3, (d) 5, (e) 7 e (f) 9 image gathers. O sinal “x” em branco marca os valores exatos dos parâmetros γ e m .	60

4.12	Valor de coerência para o refletor de inclinação 30° com o image gather central localizado em 2 km e usando a proposta de (a) Schleicher e Biloti, e a nossa proposta usando (b) 1, (c) 3, (d) 5, (e) 7 e (f) 9 image gathers. O sinal “x” em branco marca os valores exatos dos parâmetros γ e m	61
4.13	Valor de coerência para o refletor de inclinação 35° com o image gather central localizado em 2 km e usando a proposta de (a) Schleicher e Biloti, e a nossa proposta usando (b) 1, (c) 3, (d) 5, (e) 7 e (f) 9 image gathers. O sinal “x” em branco marca os valores exatos dos parâmetros γ e m	62
4.14	Erro relativo do parâmetro γ obtido pela nossa proposta usando 1, 3 e 5 image gathers, para os refletores com inclinação 10° , 15° , 20° , 25° , 30° e 35° , de cima para baixo, respectivamente.	64
4.15	Erro relativo do parâmetro m obtido pela nossa proposta usando 1, 3 e 5 image gathers, para os refletores com inclinação 10° , 15° , 20° , 25° , 30° e 35° , de cima para baixo, respectivamente.	65
4.16	Configuração inicial calculada pelo BOBYQA para aproximação inicial x_0 ($\gamma = 1.3$ e $m = 0$) e $\Delta_1 = 0.1$	66
4.17	Pontos gerados pelo BOBYQA numerados sequencialmente, com raio de confiança de tamanho 0.01.	67
4.18	Caminho dos pontos iterandos gerados pelo BOBYQA com raio de confiança de tamanho 0.01 e, em azul, o ponto ótimo após a aplicação do refinamento.	67
4.19	Modelo com 4 camadas, cujas velocidades nas camadas são 1.5 km/s, 2.0 km/s, 3.0 km/s e 6.0 km/s, de cima para baixo, respectivamente.	68
4.20	Valor de coerência obtido pela proposta de (a) Schleicher e Biloti e a nossa usando (b) 1 CIG, (c) 3 CIGs e (d) 5 CIGs.	69
4.21	Estimativa do parâmetro γ	70
4.22	Estimativa do parâmetro m	71
4.23	Resultados obtidos com o BOBYQA antes (à esquerda) e após (à direita) o refinamento usando 10 aproximações iniciais.	72
4.24	Suavização da (a) posição do refletor, (b) parâmetro γ e (c) parâmetro, m para a nossa proposta $P_{SakB,3}$ para o terceiro refletor.	73
4.25	Campo de velocidade de migração corrigida usando para estimar os parâmetros (a) P_{SchB} , (b) $P_{SakB,1}$, (c) $P_{SakB,3}$ e (d) $P_{SakB,5}$	74
4.26	CIGs após migração em tempo usando velocidade constante de 3 km/s. A localização das seções migradas são (a) 3 km, (b) 6 km, (c) 8 km, (d) 10 km e (e) 11.5 km.	75
4.27	CIGs após migração em tempo usando velocidade Vel_{SchB} . A localização das seções migradas são (a) 3 km, (b) 6 km, (c) 8 km, (d) 10 km e (e) 11.5 km.	76
4.28	CIGs após migração em tempo usando velocidade Vel_1 . A localização das seções migradas são (a) 3 km, (b) 6 km, (c) 8 km, (d) 10 km e (e) 11.5 km.	77

4.29	CIGs após migração em tempo usando velocidade Vel3. A localização das seções migradas são (a) 3 km, (b) 6 km, (c) 8 km, (d) 10 km e (e) 11.5 km.	78
4.30	CIGs após migração em tempo usando velocidade Vel5. A localização das seções migradas são (a) 3 km, (b) 6 km, (c) 8 km, (d) 10 km e (e) 11.5 km.	79
4.31	Empilhamento do dado migrado usando (a) velocidade constante de 3 km/s, após 1 iteração do MVA usando (b) VelSchB.	80
4.32	Empilhamento do dado migrado usando a velocidade corrigida, após 1 iteração do MVA, (a)Vel1, (b)Vel3 e (c)Vel5.	81
A.1	Geometria de um refletor plano horizontal em um meio homogêneo de velocidade v , onde x_s e x_r são, respectivamente, as posições horizontais da fonte e do receptor, ξ é a posição horizontal onde ocorre a reflexão, h é o meio afastamento, y é o ponto médio fonte-receptor, z é a profundidade do refletor e z_m é a profundidade aparente para velocidade v_m .	87

Lista de Tabelas

4.1	Percentagem do erro relativo médio em γ	52
4.2	Percentagem do erro relativo médio em m	53
4.3	Percentagem do erro relativo médio em γ usando supergathers.	63
4.4	Percentagem do erro relativo médio em m usando supergathers.	63
4.5	Exemplo de resultados parciais obtidos pelo algoritmo BOBYQA. A primeira coluna, Δ , indica o tamanho da região de confiança, a segunda coluna indica o número de avaliações de função efetuadas pelo BOBYQA na iteração, S é o valor da coerência, γ e m são os valores das soluções obtidas na iteração.	66
5.1	Tempo relativo de processamento para o exemplo do refletor de inclinação 25° ; a unidade de referência é de aproximadamente 9 horas.	83

Abreviações

CIG Do inglês *Common Image Gather*, que é a seção de ponto imagem comum.

MVA Do inglês *Migration Velocity Analysis*, que é análise de velocidade de migração.

P_{Aly} Representa a proposta de Al-Yahya (1989).

P_{SchB} Representa a proposta de Schleicher e Biloti (2007).

P_{SakB} Representa a nossa proposta usando 1 image gather.

$P_{\text{SakB},n}$ Representa a nossa proposta especificamente usando n image gathers.

Sumário

1	Introdução	18
2	Teoria	22
2.1	Migração em Tempo	22
2.2	Trabalhos anteriores	26
2.3	Construção da superfície de moveout	27
2.3.1	Moveout no CIG para refletor plano inclinado	32
2.3.2	Estratégia numérica	33
3	Problema de otimização	36
3.1	Coerência	36
3.2	Problema de otimização	41
3.3	BOBYQA	42
3.4	Estratégias de otimização	44
3.4.1	Aproximações iniciais	44
3.4.2	Tamanho da região de confiança	44
4	Experimentos numéricos	46
4.1	Modelo de um refletor plano inclinado	46
4.1.1	Validação da nossa proposta	47
4.1.2	Comparação das propostas	51
4.1.3	Função objetivo	56
4.1.4	Supergathers	63
4.2	Modelo com várias camadas	68
5	Discussão	82

6	Considerações finais	84
	Referência Bibliográfica	86
A	Fórmula de Al-Yahya (1989)	87
B	Tempo de reflexão para refletor plano inclinado	89
C	Imagem do refletor	90
D	Fórmula de Schleicher e Biloti (2007)	92
E	Coeficientes da função polinomial	94

Capítulo

1

Introdução

Uma subsuperfície pode ser imageada baseada nos princípios da sismica de reflexão. Esse imageamento é importante para o estudo das estruturas geológicas, sendo uma ferramenta utilizada para a prospecção de petróleo, gás natural, recursos minerais, entre outros. Basicamente, utiliza-se uma fonte que gera uma onda sísmica que se propaga na subsuperfície, refletindo, refratando e/ou difratando. A energia que retorna à superfície é captada por receptores. O processamento desses dados tem como produto imagens da subsuperfície e outras informações qualitativas e quantitativas.

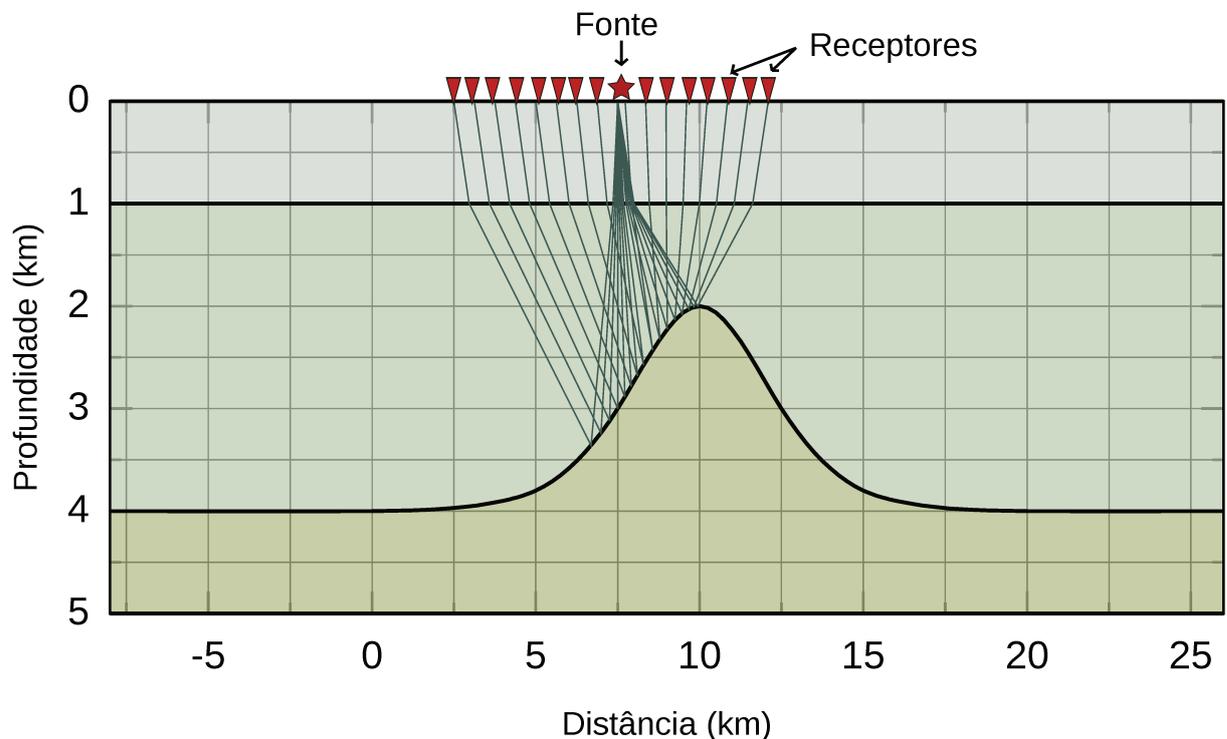


Figura 1.1: Representação dos raios de reflexão primária para o segundo refletor. A estrela indica a fonte, os triângulos indicam os receptores e as camadas são limitadas por superfícies de mesma velocidade e densidade.

A Figura 1.1 mostra um exemplo de subsuperfície com três camadas homogêneas distintas. Cada camada ou interface é caracterizada, essencialmente, por sua velocidade e densidade. É no contraste dessas interfaces, chamadas de refletores, que ocorre a reflexão

das ondas. A fonte gera uma onda que se propaga no meio e reflete entre as camadas e os receptores registram o que retorna à superfície. Há outros fenômenos que ocorrem também além da reflexão primária, mas que não são relevantes para este estudo. A direção perpendicular à essa frente de onda gerada é o chamado raio sísmico. Na Figura 1.1 podemos ver os raios de reflexão primária para o segundo refletor.

Cada receptor faz um registro temporal da perturbação a sua volta, causada pelo campo de onda. Este registro é denominado traço sísmico. Cada traço é associado a um afastamento, que é a distância entre a fonte e o receptor, e um ponto médio comum, que é o ponto médio fonte-receptor. A Figura 1.2a mostra um exemplo de um traço sísmico, onde o eixo vertical indica o tempo e o eixo horizontal indica o afastamento, e o ponto médio comum é 2 km.

A coleção desses traços sísmicos é o que chamamos de dado sísmico. A Figura 1.2b mostra a coleção de traços sísmicos de mesmo ponto médio comum 2 km e afastamentos de 0 a 5 km. Esta seção sísmica é chamada de seção de ponto médio comum. Ao invés de fazer uma coleção de mesmo ponto médio comum, podemos fazer de mesmo afastamento, chamada de seção de afastamento comum, e assim por diante. A seção sísmica da Figura 1.2b pode ser visualizada de outra forma, muito utilizada em sísmica, como mostra a Figura 1.2c.

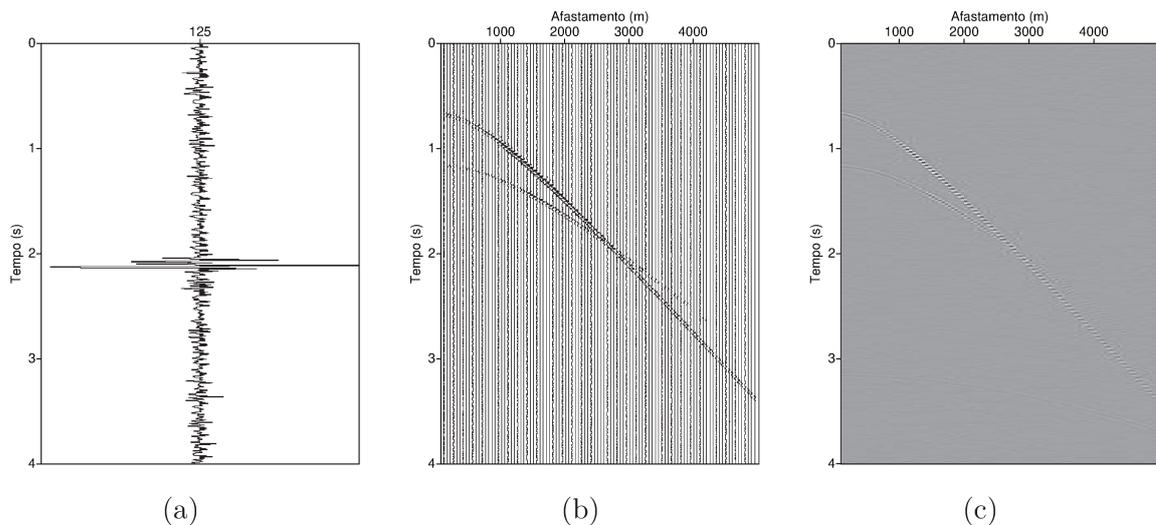


Figura 1.2: Exemplo de (a) traço sísmico de afastamento 125 m, (b) seção sísmica de ponto médio comum e (c) outra forma de visualização dessa seção sísmica.

Apenas em posse do dado bruto em si não é possível concluir sobre as estruturas em subsuperfície. Para que seja possível a interpretação da subsuperfície, é necessário manipular e tratar esse dado. Isto é o chamado processamento sísmico. Queremos obter com esse processamento uma imagem da subsuperfície, que substancialmente contém os refletores, e de seu campo de velocidades, que caracterizam as camadas.

Existem várias etapas dentro do processamento sísmico. Na Figura 1.3 está representado um fluxograma com as principais etapas desse processo. Embora existam outras possibilidades de fluxograma, esta foi a que utilizamos nesta tese. Após a aquisição, o dado bruto é pré-processado. Nesta etapa são realizados procedimentos como, por exemplo, organização da geometria dos traços sísmicos, silenciamento e/ou exclusão de traços, correção de amplitude, aplicação de filtros, entre outros.

Após esta primeira etapa, é feita uma análise preliminar da velocidade e correção NMO (do inglês, *Normal Moveout*) e DMO (do inglês, *Dip Moveout*). Temos o dado pré-processado e um campo de velocidade *a priori*. Este campo de velocidade é utilizado para migrar o dado, que é a etapa seguinte do processamento.

Na Figura 1.1 podemos ver que o registro de uma reflexão, feito na superfície, não é facilmente associado com a posição em profundidade onde de fato a reflexão ocorreu. É papel da migração repositonar os eventos para que condizam com as posições de reflexão, facilitando a interpretação dos dados. Há vários algoritmos de migração, dependendo do tipo de dado trabalhado, das hipóteses do meio e do objetivo buscado. Neste trabalho, migramos em tempo o dado pré-empilhado (PSTM, do inglês *Prestack Time Migration*). Em seguida, analisamos as seções migradas CIG (do inglês, *Common Image Gather*). Cada uma dessas seções contém uma coleção de traços migrados com mesma localização de imagem.

Como mostraremos no Capítulo 2, se os eventos nos CIGs estiverem horizontais, isto indica que a velocidade utilizada na migração é correta, e podemos seguir para a próxima etapa do processamento, que é o empilhamento. O empilhamento dos dados neste caso nada mais é que a soma dos traços em cada uma das seções migradas CIG. Para cada CIG, é feita a soma dos traços em relação ao eixo do afastamento, resultando em um único traço. Dessa forma, o ruído no dado é atenuado e os eventos de reflexão são acentuados. O dado migrado e empilhado e o campo de velocidade são as saídas desta fase do processamento. Existem ainda mais algumas etapas de pós-processamento, mas basicamente, a partir do dado migrado e o campo de velocidade, já é possível fazer uma interpretação da subsuperfície.

Eventos não horizontais no CIG é um indicativo de que a velocidade de migração contém erro. Neste caso, aplicamos a análise de velocidade de migração com a intenção de corrigir o campo de velocidade. O foco desta tese é estimar os parâmetros que permitam a correção do campo de velocidade.

Iniciamos o Capítulo 2 desta tese com a explicação do que migração, como ocorre o moveout no CIG, e como ele foi descrito por trabalhos anteriores (Al-Yahya (1989) e Schleicher e Biloti (2007)). Em seguida, mostramos a construção da nossa proposta para curva/superfície de moveout. No Capítulo 3, formulamos o problema de otimização para estimar os parâmetros da superfície de moveout e descrevemos o algoritmo de otimização BOBYQA, além de estratégia para obtenção do máximo global. Estão descritos no Capítulo 4, os experimentos numéricos para validar a nossa proposta, comparar os resultados obtidos com as propostas de trabalhos anteriores e comparar o uso de vários image gathers na nossa proposta. Finalizamos esta tese com a discussão dos resultados e considerações finais.

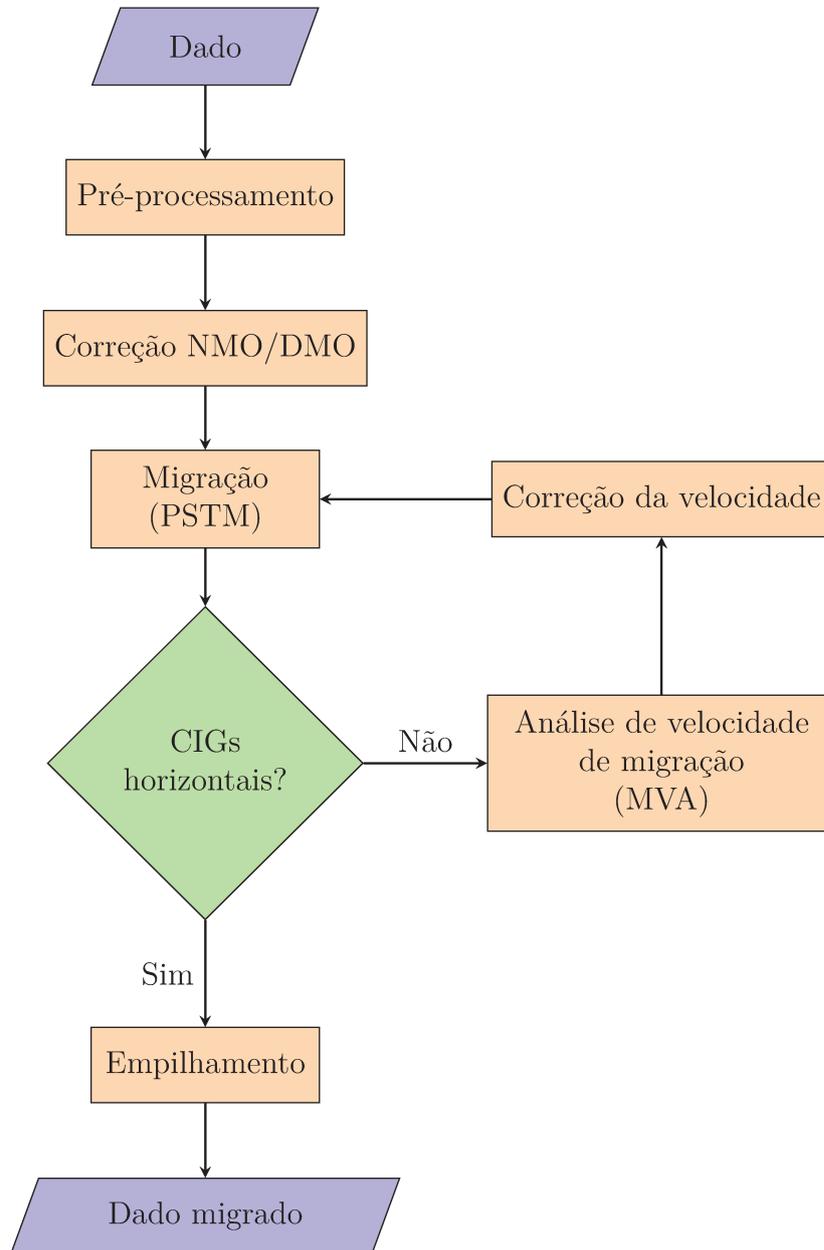


Figura 1.3: Fluxograma mostrando os principais passos do processamento sísmico usado nesta tese.

Capítulo 2

Teoria

Este capítulo se inicia com a exposição do conceito de análise de velocidade de migração. Em seguida, apresentamos duas abordagens já propostas na literatura e descrevemos os aspectos teóricos do nosso trabalho que envolvem a formulação da curva/superfície que descreve o moveout nas seções migradas. Por fim, expomos nossa estratégia numérica para a construção da curva/superfície de moveout.

2.1 Migração em Tempo

Migração é um processamento sísmico que mapeia um evento de reflexão, em tempo T_{ref} , de um traço sísmico de ponto médio y e meio afastamento h para a posição horizontal ξ , acima da posição de reflexão e tempo vertical $t_0(\xi)$, como ilustrado na Figura 2.1.

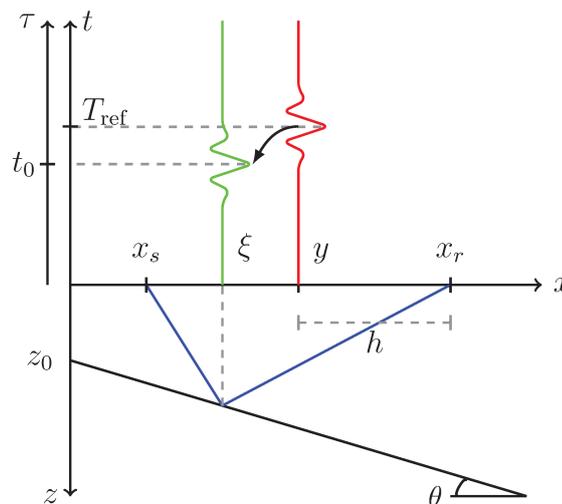


Figura 2.1: Migração de um evento de reflexão, no tempo T_{ref} , de um traço sísmico de ponto médio y e meio afastamento h para a posição horizontal ξ e tempo vertical t_0 , onde θ é o ângulo de inclinação do refletor, z_0 é a profundidade do refletor na origem, x_s e x_r são, respectivamente, as posições horizontais da fonte e do receptor.

Se a velocidade usada na migração é correta, os eventos de reflexão são mapeados para o

tempo vertical correto, ou seja, independentemente de y e h , após a migração os eventos são mapeados para ξ e $t_0(\xi)$. Portanto, para uma seção migrada de ponto imagem comum (CIG), os eventos de reflexão tornam-se horizontais, uma vez que os eventos de reflexão relacionados com o mesmo ponto no refletor são mapeados para um mesmo ponto ξ , como mostra a Figura 2.2a. Por outro lado, se uma velocidade errada é utilizada para migrar o dado, os eventos de reflexão são mapeados para posições erradas, o que causa o moveout no CIG (Zhu et al. (1998)). Se a velocidade de migração for maior que a correta, então os eventos curvam-se para baixo (Figura 2.2b). Porém, se a velocidade for menor, temos os eventos curvando-se para cima (Figura 2.2c).

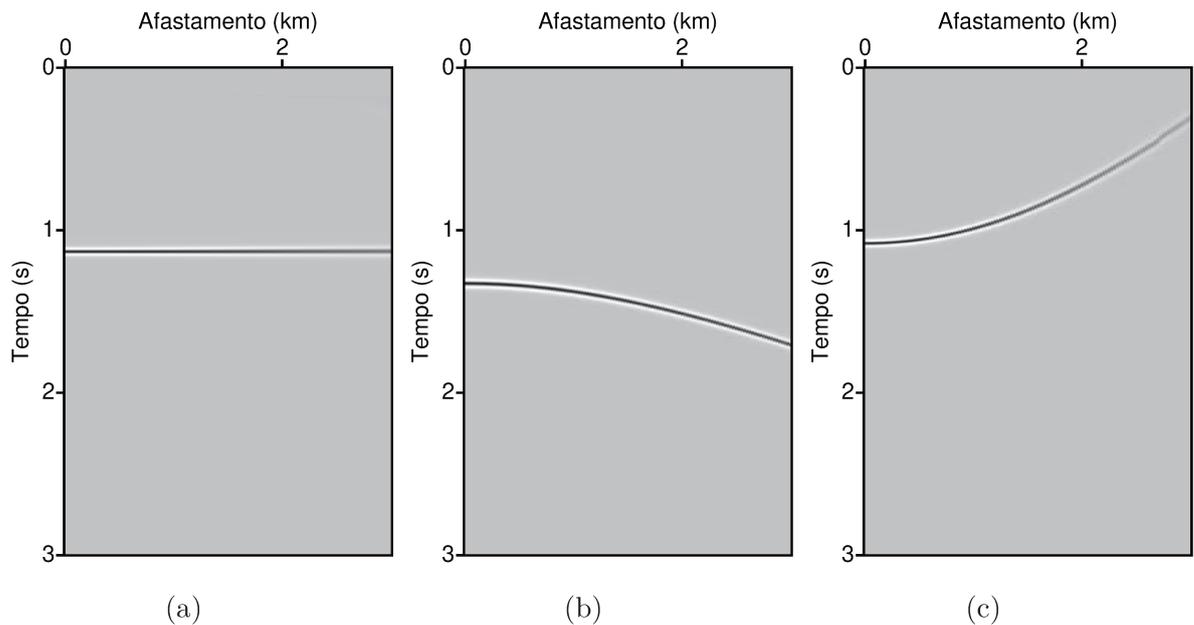


Figura 2.2: Seção migrada de ponto imagem comum (CIG) usando velocidade de migração (a) correta, (b) maior e (c) menor.

Para exemplificar melhor o moveout na seção migrada, considere um refletor plano horizontal em um meio homogêneo de velocidade v , e três traços de mesmo ponto comum ξ e meios afastamentos h_1 , h_2 e h_3 , cujos tempos de reflexão são, respectivamente, T_1 , T_2 e T_3 . No caso em que a velocidade de migração é a correta, a profundidade aparente do refletor será a mesma que a real, z_0 , além de ser a mesma para ambas as reflexões, como ilustra a Figura 2.3.

Como a profundidade é a mesma, temos que os traços serão mapeados para o mesmo tempo vertical t_0 . Desta forma, para uma seção migrada de coordenada horizontal comum (CIG), observamos o evento horizontalizado, como mostra a Figura 2.4.

No entanto, se na migração consideramos uma velocidade incorreta, temos o caso mostrado na Figura 2.5. Note que para cada afastamento, para que o tempo de trânsito seja coerente, temos uma profundidade aparente do refletor diferente. Portanto, cada traço é mapeado para um tempo vertical diferente, gerando o moveout, como apresentado na Figura 2.6.

É a partir da descrição desse moveout que estimamos o parâmetro de correção da velocidade.

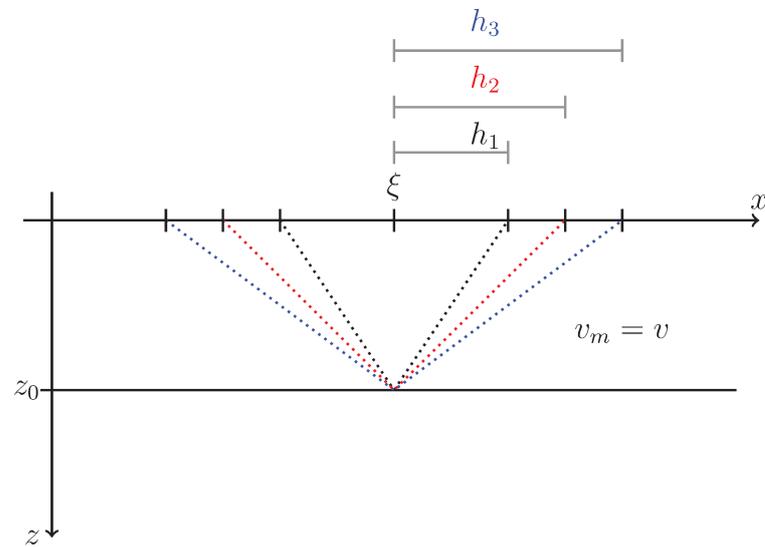


Figura 2.3: Esquema das reflexões para um refletor plano horizontal ao usar a velocidade de migração correta ($v_m = v$), onde ξ é a posição horizontal em que ocorre a reflexão, h é o meio afastamento e z_0 é a profundidade do refletor.

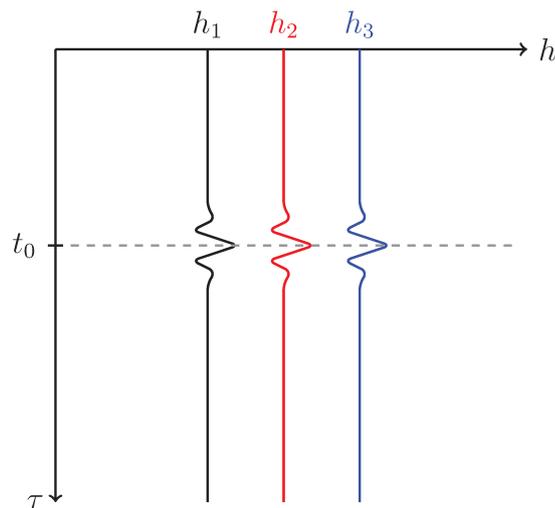


Figura 2.4: Traços de uma seção de posição comum ξ após migração com velocidade correta, para vários valores de meio afastamento h e mesmo tempo vertical t_0 , para o caso de um refletor horizontal.

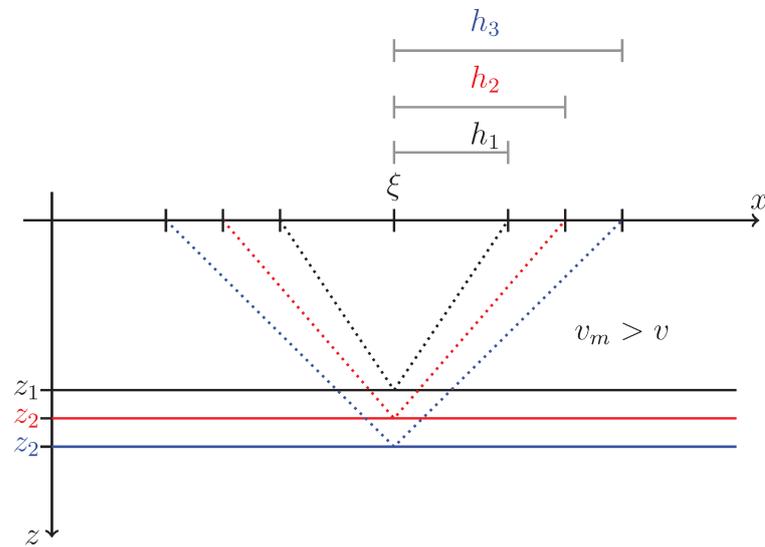


Figura 2.5: Esquema das reflexões para um refletor plano horizontal ao usar a velocidade de migração incorreta (no caso, $v_m > v$), onde ξ é a posição horizontal em que ocorre a reflexão, h é o meio afastamento e as respectivas profundidades aparente do refletor z .

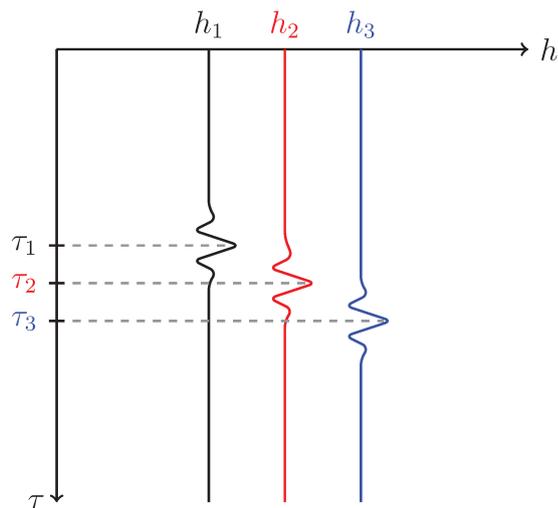


Figura 2.6: Traços de uma seção de posição comum ξ após migração com velocidade incorreta ($v_m > v$), para vários valores de meio afastamento h e tempo vertical τ , para o caso de um refletor horizontal.

2.2 Trabalhos anteriores

Nesta seção, descrevemos os resultados de dois trabalhos, Al-Yahya (1989) e Schleicher e Biloti (2007), que são relevantes para o nosso.

Considere um refletor plano horizontal em um meio homogêneo de velocidade v , como ilustra a Figura 2.7. Al-Yahya (1989) mostrou como o tempo migrado é afetado pelo erro na velocidade para este caso, deduzindo que

$$\tau_{\text{AY}}^2(h) = t_0(\xi)^2 + 4(\gamma^2 - 1)h^2/v_m^2, \quad (2.1)$$

onde τ_{AY} é o tempo migrado para o qual o evento é mapeado, t_0 é o tempo vertical e $\gamma = v_m/v$ é a razão entre a velocidade de migração v_m e a velocidade do meio v . A dedução desta fórmula está detalhada no Apêndice A. Chamaremos esta proposta para descrição da curva de tempo observado em um CIG de P_{AlY} .

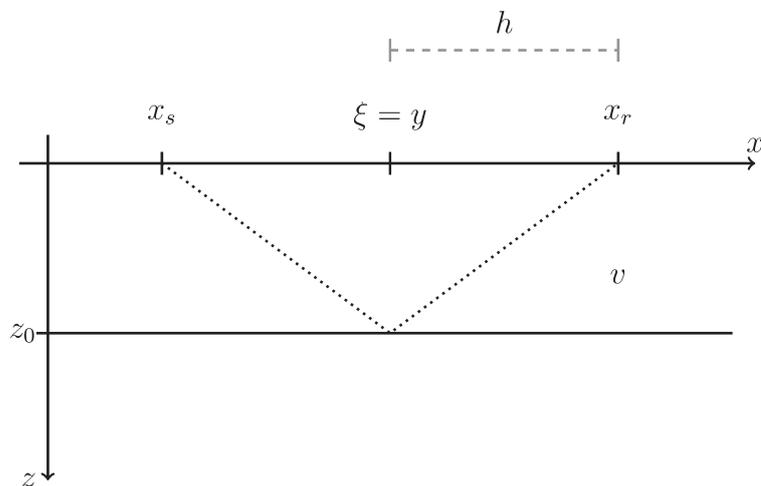


Figura 2.7: Geometria de um refletor plano horizontal em um meio homogêneo de velocidade v , onde x_s e x_r são, respectivamente, as posições horizontais da fonte e do receptor, ξ é a posição horizontal onde ocorre a reflexão, h é o meio afastamento, y é o ponto médio fonte-receptor e z_0 é a profundidade do refletor.

Schleicher e Biloti (2007) generalizaram a equação (2.1) de Al-Yahya (1989) ao introduzirem refletores plano inclinados. Considere um refletor plano inclinado, descrito por

$$z(x) = z_0 + mx, \quad (2.2)$$

onde x é a coordenada horizontal, z_0 é profundidade de referência e $m = \tan \theta$ é a inclinação do refletor, em um meio homogêneo de velocidade v , como mostra a Figura 2.8.

O tempo de reflexão para um par fonte-receptor com ponto médio y e meio afastamento h , é dado por

$$T_{\text{ref}}(y, h; m, z_0) = \frac{2r}{v\sqrt{1+m^2}}, \quad (2.3)$$

onde $r = \sqrt{z(y)^2 + h^2}$. Esta fórmula está deduzida no Apêndice B deste trabalho.

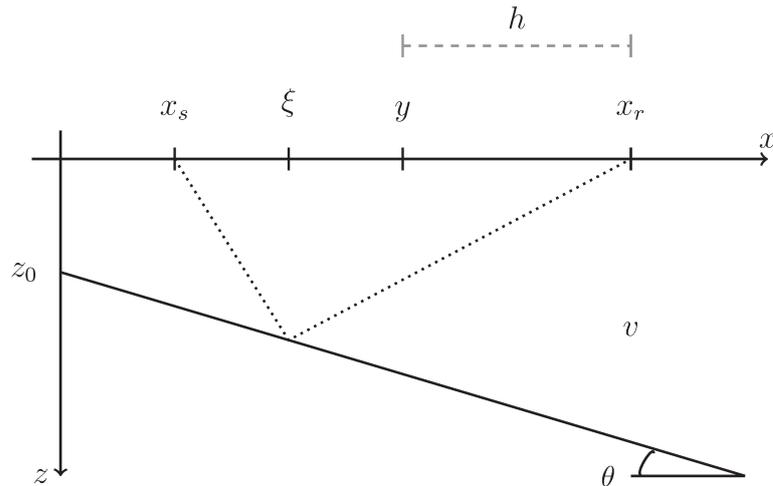


Figura 2.8: Geometria de um refletor plano de inclinação θ em um meio homogêneo de velocidade v , onde x_s e x_r são, respectivamente, as posições horizontais da fonte e do receptor, ξ é a posição horizontal onde ocorre a reflexão, h é o meio afastamento, y é o ponto médio fonte-receptor e z_0 é a profundidade do refletor na origem.

Schleicher e Biloti (2007) mostraram que o tempo migrado em uma seção migrada associada a um ξ fixo, é dado por

$$\tau_{\text{SB}}(h) = \tau_{\text{AY}}(h) + (1 - \gamma^2) \frac{(4\gamma^2 h^2 + v_m^2 t_0(\xi)^2)(4h^2 - v_m^2 t_0(\xi)^2)}{2v_m^4 (\tau_{\text{AY}}(h))^3} m^2, \quad (2.4)$$

onde τ_{SB} é o tempo migrado e m é a inclinação do refletor. Esta fórmula, que nomearemos de P_{SchB} , foi obtida utilizando expansão de Taylor de até terceira ordem em m (veja mais detalhes no Apêndice D). Além disso, no trabalho de Schleicher e Biloti (2007), as seções migradas são tratadas isoladamente, ou seja, sem perda de generalidade, eles fixaram $\xi = 0$.

2.3 Construção da superfície de moveout

Nesta seção, estendendo a formulação de Schleicher e Biloti (2007), explicitaremos a construção da curva/superfície de moveout.

A isócrona de tempo de migração relacionada com (y, h, T_{ref}) descreve o locus de todos os possíveis pontos imagens (ξ, h, τ) no volume migrado que estão associados com (y, h, T_{ref}) do dado pré-empilhado, como ilustra a Figura 2.9. Esta isócrona é dada por

$$\frac{\tau_I^2(\xi; y, h)}{a^2} + \frac{(\xi - y)^2}{b^2} = 1, \quad (2.5)$$

onde $a = 2\sqrt{b^2 - h^2}/v_m$ e $b = v_m T_{\text{ref}}/2$.

No Apêndice C, mostramos como a equação (2.5) pode ser reescrita como

$$\tau_I(\xi; y, h) = \frac{2}{v_m} \frac{1}{\gamma \sqrt{1 + m^2}} \frac{pq}{r}, \quad (2.6)$$

onde $p = \sqrt{\gamma^2 r^2 - (1 + m^2)(\xi - y)^2}$, $q = \sqrt{\gamma^2 r^2 - (1 + m^2)h^2}$ e $r = \sqrt{(z(y))^2 + h^2}$.

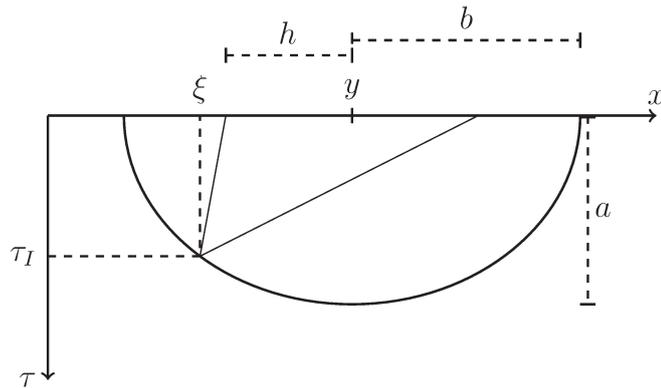


Figura 2.9: Isócrona relacionada a um par fonte-receptor com ponto médio y e meio afastamento h , que descreve o locus de todos os possíveis pontos imagens no domínio do tempo migrado.

A imagem migrada de uma seção de afastamento comum é formada pelo envelope das isócronas, cada uma relacionada com $(y, h, T_{\text{ref}}(y, h))$, para h fixo. A Figura 2.10 mostra o efeito desse envelope de acordo com a velocidade utilizada na migração. Observe que a inclinação na imagem migrada aumenta com a velocidade. É importante ressaltar que, como a migração é feita no domínio do tempo, a inclinação $\alpha \equiv (\partial\tau/\partial x)$ observada não é a inclinação do refletor na profundidade, mas satisfaz a relação $\tan \alpha = \sin \theta$, quando a velocidade utilizada é a correta.

É através da condição de envelope que podemos mapear quais traços com pontos médios y estão relacionados com o ponto imagem em ξ , dependendo da velocidade de migração v_m . A condição de envelope é

$$\frac{d\tau_I(\xi; y)}{dy} = 0, \quad (2.7)$$

onde todas as demais dependências de τ_I foram omitidas, uma vez que elas permanecem fixas. Entretanto, para termos uma versão algebricamente mais simples, iremos utilizar a condição de envelope para τ_I^2 .

Note que a condição de envelope para τ_I^2 ,

$$\frac{d\tau_I^2(\xi; y)}{dy} = 2\tau_I(\xi; y)\frac{d\tau_I(\xi; y)}{dy} = 0, \quad (2.8)$$

ocorre se, e somente se, $\frac{d\tau_I(\xi; y)}{dy} = 0$, considerando $\tau_I(\xi; y)$ não-nulo.

Usando a equação (2.5), a equação (2.8) é reescrita (veja Apêndice C) como

$$\frac{d\tau_I^2(\xi; y)}{dy} = \frac{8}{v_m^2} \frac{1}{\gamma^2 w} \frac{1}{r^4} f(\xi; y) = 0, \quad (2.9)$$

onde $w = 1 + m^2$ e

$$f(\xi; y) = mz(y) [\gamma^4 r^4 - w^2 h^2 (\xi - y)^2] + [\gamma^2 r^2 - wh^2] wr^2 (\xi - y). \quad (2.10)$$

Resolvendo a equação (2.9) para y e substituindo a solução encontrada y na equação (2.6), obtemos a descrição do moveout na seção migrada de ponto imagem comum.

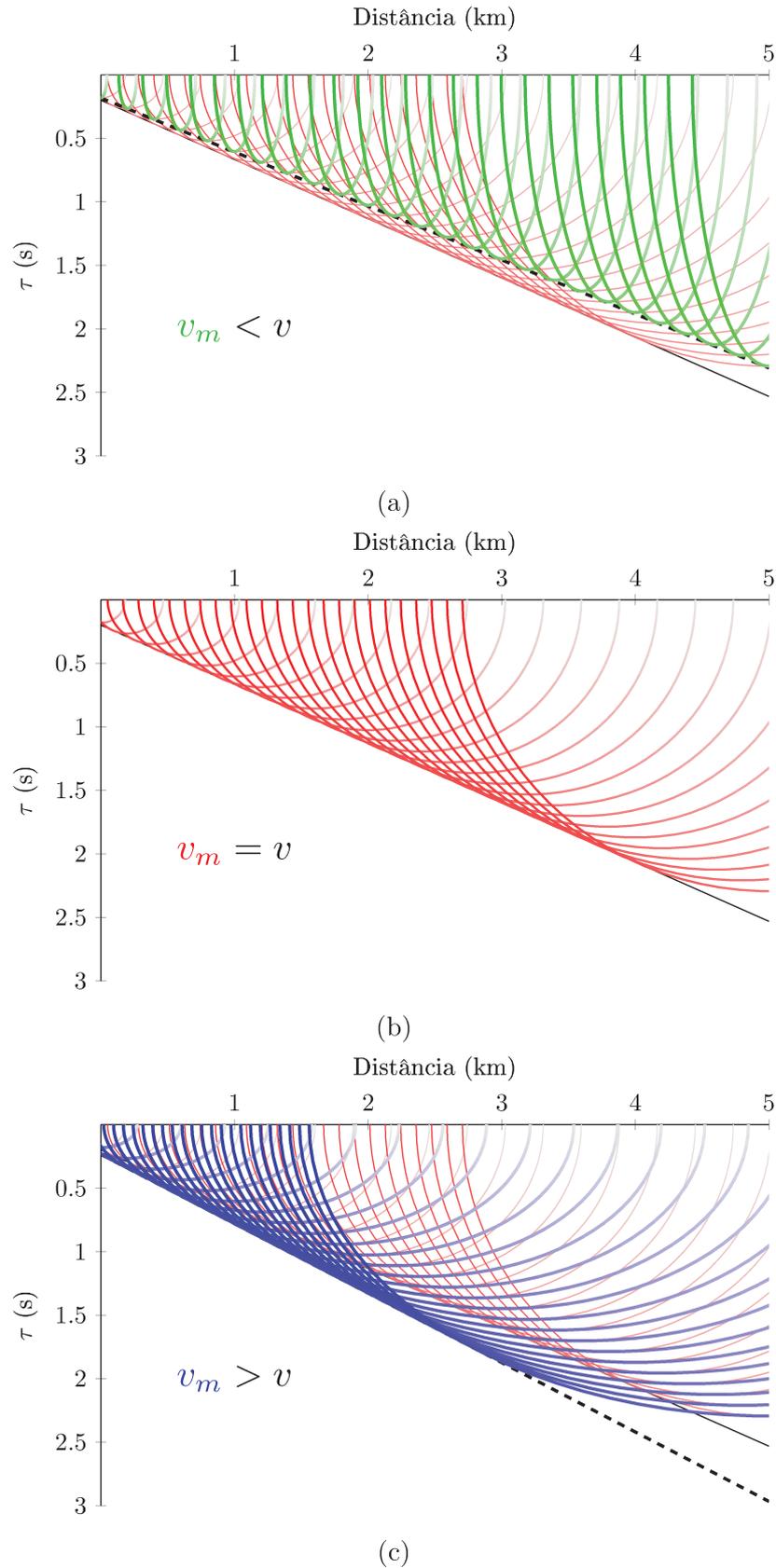


Figura 2.10: As retas sólida e tracejada representam, respectivamente, os refletores correto e equivocado, dados pelo envelope das isócronas usando velocidade de migração v_m (a) menor, (b) igual e (c) maior que a velocidade v . As semi-elipses em verde e azul são as isócronas utilizando velocidade de migração imprecisa e as semi-elipses em vermelho são as utilizando a velocidade correta.

Como as variáveis z e r são ambas dependentes de y , f é afinal um polinômio de grau 5 em y . O denominador da equação (2.9) se anula quando ambos afastamento e profundidade do refletor em y são nulos. Exceto para esse caso, toda solução y de $f(\xi; y) = 0$ é de fato uma solução para a equação (2.9). No caso particular de $h = 0$, quando o afastamento é nulo, a equação (2.9) se reduz a

$$\frac{8}{wv_m^2} [\gamma^2 m z + w(\xi - y)] = 0, \quad (2.11)$$

cuja solução y é dada explicitamente por

$$y(\xi, h = 0) = \frac{\gamma^2 m z_0 + (1 + m^2)\xi}{(1 - \gamma^2)m^2 + 1}. \quad (2.12)$$

Para afastamentos não-nulos, a equação $f(\xi; y) = 0$ não pode ser resolvida analiticamente. Para contornar esta dificuldade, Schleicher e Biloti (2007) usaram expansão de Taylor de f de até terceira ordem em m ao redor de zero para aproximar a solução $y(\xi, h)$. Dessa forma, a condição $|m| \ll 1$ deve ser satisfeita, o que implica que a fórmula deles é aplicável para pequenas inclinações apenas. Além disso, durante suas deduções, ξ é fixado como zero, fazendo com que apenas uma seção migrada possa ser utilizada por vez.

Ao invés de fazer aproximações, propomos resolver a equação (2.9) numericamente. Desta forma, pretendemos ser capazes de tratar corretamente refletores com inclinações maiores, que antes ficava restrito devido às aproximações, além de obtermos uma aproximação mais precisa para o moveout. Nossa proposta também envolve resolver a equação (2.9) para mais de uma seção migrada (CIG), uma vez que ξ não é fixo, estendendo o trabalho de Schleicher e Biloti (2007) para o que chamamos de *supergathers* (vários image gathers).

A equação (2.9) define $y \equiv y(\xi, h)$ implicitamente. Apenas para o caso de afastamento nulo, $y(\xi, h = 0)$ é dado explicitamente (equação (2.12)). Esta solução é exata, enquanto que no caso de Schleicher e Biloti (2007), mesmo $y(\xi, h = 0)$ é uma solução aproximada por expansão de Taylor.

Calculamos o tempo de afastamento nulo $\tau_0(\xi)$ substituindo a equação (2.12) na equação (2.6). Dessa forma, temos

$$\tau_0(\xi) = \frac{2\gamma|m\xi + z_0|}{v_m} \frac{1}{\sqrt{(1 - \gamma^2)m^2 + 1}}. \quad (2.13)$$

Tomando $\xi = 0$ na equação (2.13), temos que o tempo de afastamento nulo é dado por

$$\tau_0(0) = \frac{t_0}{\sqrt{(1 - \gamma^2)m^2 + 1}}. \quad (2.14)$$

Considerando a expressão dada pela equação (2.14) como uma função de m

$$g(m) = \frac{t_0}{\sqrt{(1 - \gamma^2)m^2 + 1}}, \quad (2.15)$$

temos que as derivadas primeira e segunda são, respectivamente,

$$g'(m) = \frac{-t_0(1 - \gamma^2)m}{[(1 - \gamma^2)m^2 + 1]^{3/2}}, \quad (2.16)$$

$$g''(m) = \frac{t_0 [2(1 - \gamma^2)^2 m^2 + \gamma^2 - 1]}{[(1 - \gamma^2)m^2 + 1]^{5/2}}. \quad (2.17)$$

Disso, temos que $g'(0) = 0$ e $g''(0) = t_0(\gamma^2 - 1)$. Fazendo a expansão de Taylor em torno de $m = 0$ de g até a segunda ordem, obtemos

$$g(m) \approx g(0) + g'(0)m + \frac{1}{2}g''(0)m^2 \quad (2.18)$$

$$= t_0 + \frac{1}{2}(\gamma^2 - 1)t_0 m^2. \quad (2.19)$$

Note que este é o resultado obtido por Schleicher e Biloti (2007) para o caso de afastamento nulo. Basta substituir $h = 0$ na equação (2.4), obtendo $\tau_{\text{SB}}(0) = t_0 + (\gamma^2 - 1)t_0 m^2/2$.

Analisando a equação (2.13), é evidente que a condição

$$(1 - \gamma^2)m^2 + 1 > 0 \quad (2.20)$$

deve ser satisfeita. Como esta condição é obtida no caso de afastamento nulo, considerá-la-emos como uma condição necessária. Para $\gamma \leq 1$, ou seja, quando a velocidade de migração utilizada é menor que a correta ($v_m \leq v$), esta condição é satisfeita independentemente da inclinação m .

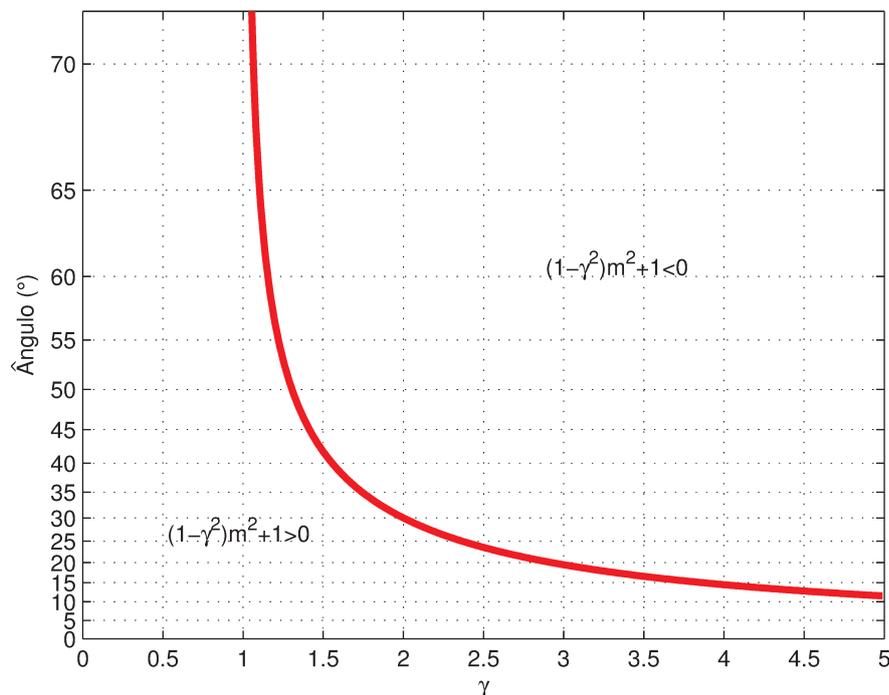


Figura 2.11: Representação da relação necessária sobre os parâmetros $m = \tan \theta$ e γ para os quais a nossa formulação é válida.

Quando a relação (2.20) é violada, a imagem migrada não é devidamente formada, como mostra a Figura 2.12. Logo, a condição (2.20) estabelece a inclinação máxima dependendo do valor de γ (Figura 2.11), ou vice-versa, para o qual é possível melhorar a velocidade através da inspeção do moveout nos painéis migrados.

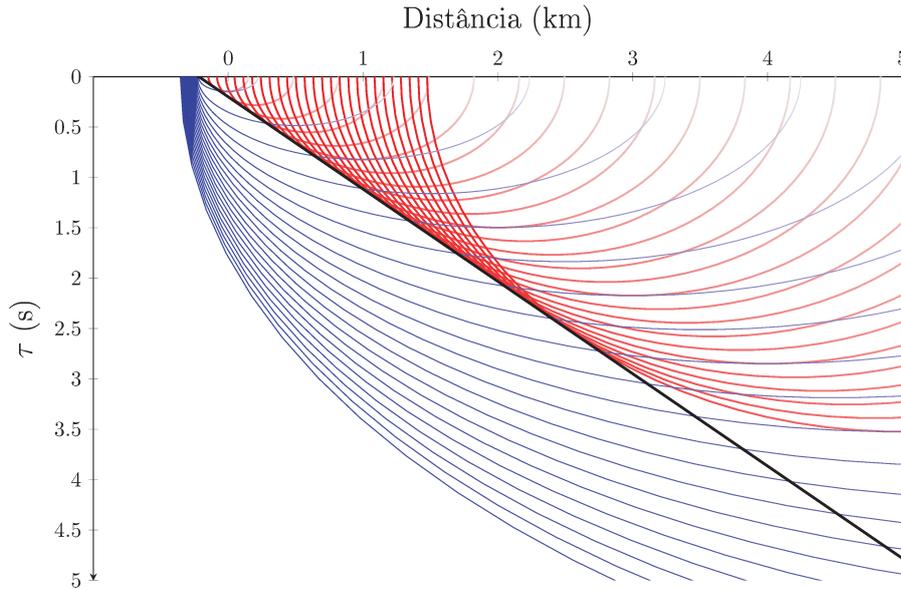


Figura 2.12: Isócronas para um refletor de inclinação 25° para o caso em que a velocidade de migração é a correta ($\gamma = 1$) em vermelho e para o caso em que a condição (2.20) é violada ($\gamma = 3$) em azul.

Temos como propósito empregar algumas seções migradas ao redor de uma seção central ξ_0 para estimar o fator de correção γ . Por esta razão, é necessário relacionar $\tau_0(\xi)$ com $\tau_0(\xi_0)$, para $|\xi - \xi_0| \leq \Delta\xi$, para algum $\Delta\xi > 0$. Da equação (2.13), temos que

$$\tau_0(\xi) = \tau_0(\xi_0) + \frac{2\gamma m}{v_m \sqrt{(1 - \gamma^2)m^2 + 1}} (\xi - \xi_0). \quad (2.21)$$

A equação (2.21) pode ser tratada como uma aproximação de Taylor de primeira ordem de τ_0 em torno de $\xi = \xi_0$.

2.3.1 Moveout no CIG para refletor plano inclinado

Nesta subseção, faremos uma breve explicação sobre como ocorre o moveout para o caso do refletor plano inclinado. A Figura 2.13 mostra as isócronas de tempo formando o envelope. Observe que para o caso da velocidade de migração ser a correta (Figura 2.13a), mesmo variando o afastamento, o envelope é o mesmo. Isto significa que os traços serão mapeados para o mesmo tempo vertical, já que o refletor que aparece com o envelope é único. Entretanto, quando a velocidade de migração é errônea, cada afastamento forma uma imagem diferente, tanto em relação à inclinação quanto à profundidade, como mostra a Figura 2.13b. Dessa forma, os traços serão mapeados na migração para tempos verticais diferentes, gerando o resíduo.

Em seguida, vamos conferir analiticamente, que para o caso da velocidade de migração ser a correta, temos que o envelope é único.

Considerando $\gamma = 1$ e substituindo na equação (2.10), temos

$$\begin{aligned} f(\xi, y) &= mz(y) [r^4 - w^2 h^2 (\xi - y)^2] + (r^2 - wh^2) wr^2 (\xi - y) \\ &= -w^2 h^2 mz(y) (\xi - y)^2 + (r^2 - wh^2) wr^2 (\xi - y) + mz(y) r^4. \end{aligned} \quad (2.22)$$

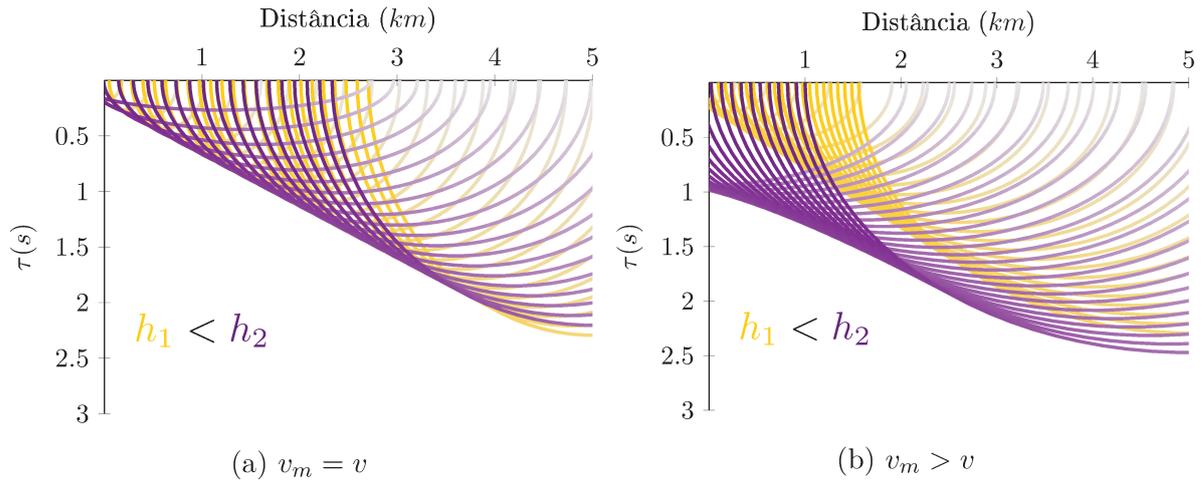


Figura 2.13: Envelope das isócronas para afastamento h_1 (em amarelo) e h_2 (em roxo) para velocidade de migração (a)correta e (b)incorreta.

Lembrando que $r^2 = z(y)^2 + h^2 = (my + z_0)^2 + h^2$ não é dependente de ξ , temos que $f = 0$ é uma equação parabólica em ξ . Resolvendo esta equação, obtemos 2 soluções. Iremos apenas indicar a solução que é viável,

$$\xi = \frac{my^2 + (1 - m^2)z_0y - m(h^2 + z_0^2)}{(1 + m^2)(my + z_0)}. \quad (2.23)$$

A outra solução é fisicamente inviável. Reescrevendo a solução viável em termos de y , temos

$$my^2 + [z_0(1 - m^2) + (1 + m^2)mx]y - h^2m - mz_0^2 - (1 + m^2)z_0x = 0. \quad (2.24)$$

Observe que temos uma equação quadrática em y . Resolvemos esta equação, que nos fornece duas soluções

$$y = \frac{(m^2 + 1)(m\xi - z_0) \pm \sqrt{(m^2 + 1)^2(m\xi + z_0^2)^2 + 4m^2h^2}}{2m}. \quad (2.25)$$

Substituindo esses valores na equação (2.6), obtemos

$$\tau_{(\gamma=1)} = \frac{2|m\xi + z_0|}{v_m}. \quad (2.26)$$

Note que o valor de τ é independente de y e h , variando apenas com ξ . Este é o valor esperado, já que é o mesmo encontrado para o caso de afastamento nulo ($h = 0$) substituindo $\gamma = 1$ na expressão (2.13). Portanto, quando a velocidade de migração é correta, mostramos que o envelope das isócronas de migração não varia com h .

2.3.2 Estratégia numérica

Ao invés de fazer aproximações para obter uma solução para a equação (2.9), nossa proposta é obter a curva de moveout numericamente.

Para cada coordenada horizontal do ponto imagem ξ , encontramos a solução $y(\xi, h)$, para cada h no conjunto dos afastamentos presentes no dado, $h \in H = \{h_1, h_2, \dots, h_N\}$.

Independentemente do método numérico iterativo utilizado para se obter y , é usualmente necessário fornecer uma aproximação inicial para o algoritmo. Em geral, quanto melhor é a aproximação inicial, mais rapidamente o método encontrará a solução. Como mencionado anteriormente, a equação (2.12) mostra a solução exata no caso de $h = 0$. Portanto, é interessante utilizarmos o valor $y(\xi, 0)$ como solução inicial para $y(\xi, h_1)$. Simplesmente por uma estratégia de continuação, a solução obtida $y(\xi, h_i)$ é usada como aproximação inicial para $y(\xi, h_{i+1})$. Após calcular a solução numérica $y(\xi, h)$, substituímos na equação (2.6) e a curva de moveout é obtida.

Como a função f dada em (2.10) é uma função polinomial, cujos coeficientes estão explicitados no Apêndice E, utilizamos o algoritmo de Jenkins (1975) para resolver a equação $f(\xi; y) = 0$ para y . Este algoritmo, implementado no RPOLY do MatLab, obtém todas as raízes de uma função polinomial com coeficientes reais. Em geral, são dois pares de raízes complexas conjugadas e uma real, que é a que nos interessa. Mesmo quando há mais de uma raiz real, apenas uma é fisicamente possível. Em vista disso, escolhemos a raiz mais próxima da aproximação inicial dada. Portanto, mesmo que o algoritmo em si não utilize a aproximação inicial, precisamos dela para fazer a escolha da raiz.

É importante mencionar que, como z_0 não é dado, examinamos para todo τ_0 . Da equação (2.13), temos a equivalência

$$z_0(\xi) = \frac{\tau_0 v_m \sqrt{(1 - \gamma^2)m^2 + 1}}{2\gamma} - m\xi. \quad (2.27)$$

A superfície de moveout é a coleção das curvas computadas em cada ξ na vizinhança $\Delta\xi$ de ξ_0 . Esta superfície é representada como $T(\xi, h; \xi_0, \tau_0, \gamma, m)$, para $|\xi - \xi_0| \leq \Delta\xi$, e $h \in H$, o conjunto de todos os meios afastamentos no dado sísmico. Um exemplo da superfície de moveout está ilustrado na Figura 2.14. Chamaremos de P_{SakB} nossa proposta de curva/superfície que descreve o moveout.

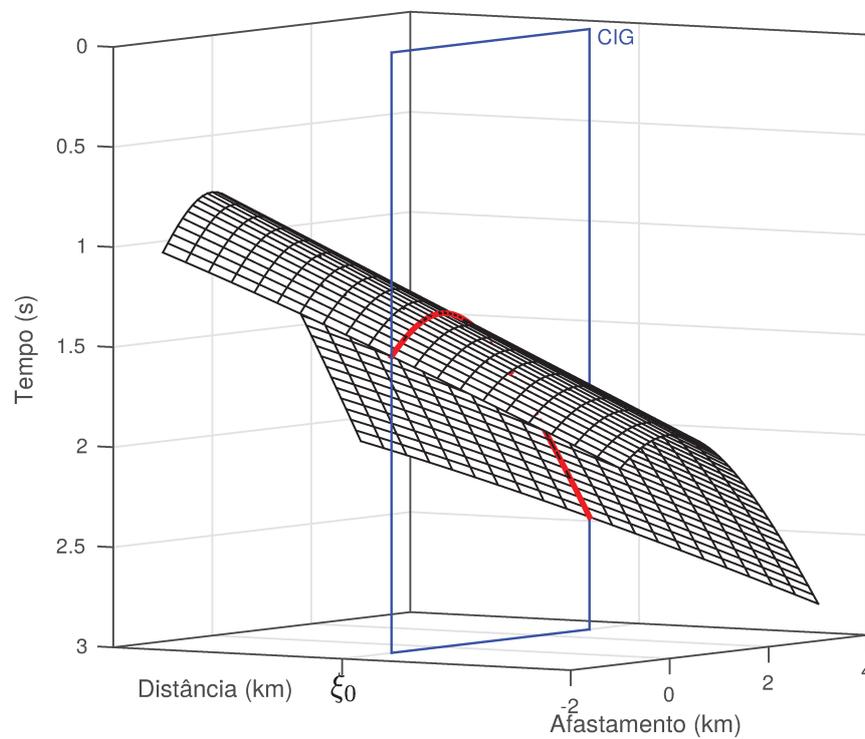


Figura 2.14: Superfície de moveout para um refletor inclinado de 25° , ponto imagem central definido em $\xi_0 = 2$ km, tempo vertical $\tau_0(\xi_0) = 1.33$ s, $\Delta\xi = 0.1$ km, afastamento de -1 a 3 km, $v_m = 3$ km/s e $\gamma = 1.5$. A curva em vermelho representa a curva de moveout calculada na seção migrada central (exibida como quadro azul).

Capítulo 3

Problema de otimização

Com a descrição da superfície de moveout, o problema de determinar o fator de correção de velocidade é formulado como um problema de otimização. Antes de formular o problema de otimização em si, iniciamos este capítulo apresentando uma função de coerência, que é utilizada para medir se uma curva se ajusta bem ou não aos dados. Ela é utilizada para a formulação do problema de otimização, fazendo parte da função objetivo. Apresentamos também as ideias principais do método de otimização não-linear sem derivadas que utilizamos. Por fim, expomos algumas estratégias usadas no intuito de encontrar o máximo global.

3.1 Coerência

A curva que descreve o moveout no CIG depende de parâmetros, que na nossa proposta são γ e m . Dado um τ_0 e variando os parâmetros, obtemos diferentes curvas, como mostra a Figura 3.1a. Além disso, também variamos o τ_0 . Isto significa que, para cada τ_0 , obtêm-se várias curvas que descrevem o moveout variando os parâmetros, como mostra a Figura 3.1b. Portanto, a questão é eleger qual delas é a que melhor descreve o evento, ou seja, qual é a curva que melhor se ajusta aos dados. Para este propósito, usamos uma função de coerência, que basicamente mede a similaridade entre os traços. A mais comum delas é a *Semblance*, de Taner e Koehler (1969). Dado um vetor $x \in \mathbb{R}^N$, sua fórmula é dada por

$$S = \frac{\left[\sum_{i=1}^N x_i \right]^2}{N \sum_{i=1}^N x_i^2}, \quad (3.1)$$

onde S é o valor de coerência e N é o número de elementos do vetor x .

Geometricamente, a *Semblance* mede o ângulo θ entre o vetor x e o vetor $\mathbf{1} = (1, \dots, 1) \in \mathbb{R}^N$, como mostra a Figura 3.2. Calculando o quadrado do produto interno entre esses

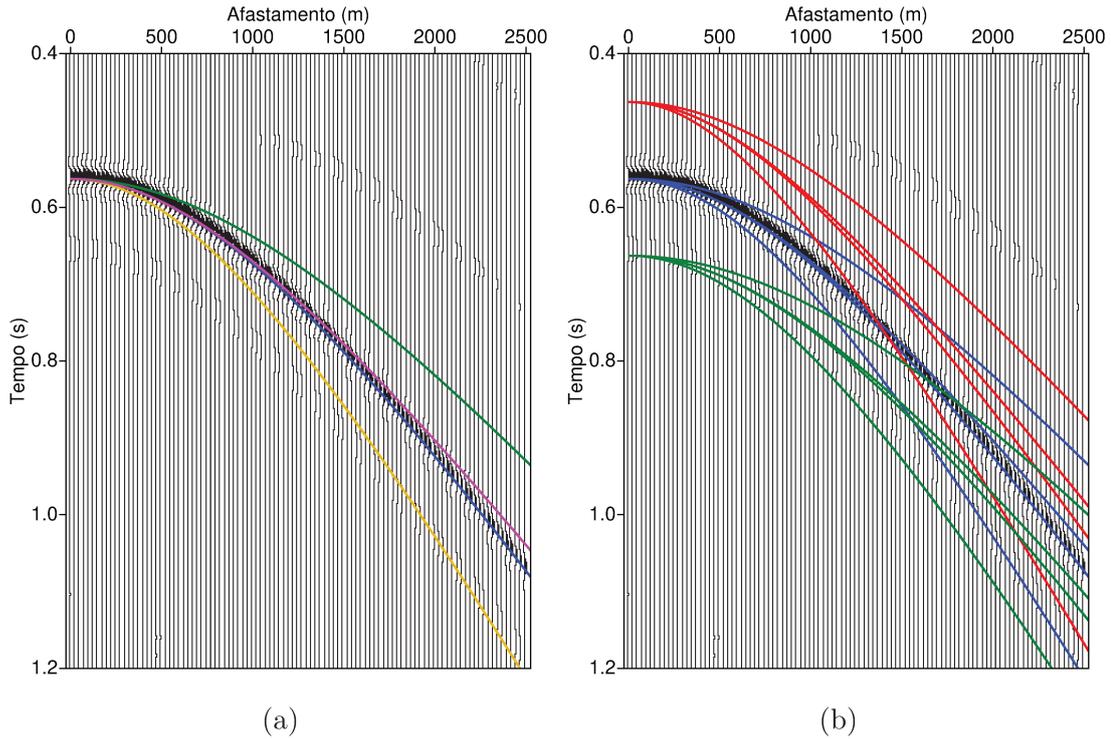


Figura 3.1: Representação de curvas variando (a) os parâmetros e (b) o tempo inicial t_0 em um CIG.

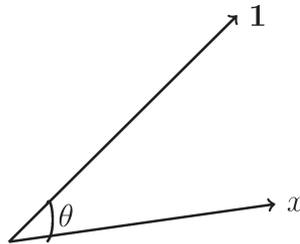


Figura 3.2: Representação do ângulo θ entre os vetores $\mathbf{1}$ e x .

vetores, temos

$$\cos^2 \theta = \frac{\langle \mathbf{1}, x \rangle^2}{\|\mathbf{1}\|_2^2 \|x\|_2^2} = \frac{\left[\sum_{i=1}^N x_i \right]^2}{N \sum_{i=1}^N x_i^2}, \quad (3.2)$$

onde $\|\cdot\|_2$ denota a norma-2. Esta fórmula é a mesma da *Semblance*, explicitada em (3.1). Quanto mais alinhado o vetor x está do vetor $\mathbf{1}$, mais próximo de zero é o ângulo θ entre eles, e portanto, o cosseno se aproxima de 1. Isto significa que as componentes do vetor x são mais semelhantes entre si. Portanto, quanto maior é a similaridade entre as amplitudes coletadas ao longo da curva, mais próximo de 1 é o valor da *Semblance* e que $0 \leq S \leq 1$. Existem variações da *Semblance* e outras medidas de coerência, mas neste trabalho utilizamos apenas a *Semblance* convencional.

Apesar da curva que descreve o moveout ser contínua, os dados são amostrados. Como o tempo no image gather $T(h_i)$ dificilmente faz parte da amostragem dos dados, é feita

uma interpolação para computar a amplitude neste tempo. A Figura 3.3 exibe a malha sobre a qual temos valores de amplitude amostrados. Para cada valor de afastamento h_i , temos o tempo τ correspondente da curva. Porém, como o dado é discreto, utilizamos uma interpolação **sinc** (Oppenheim e Schaffer (1989)) para obter o valor da amplitude para esse tempo.

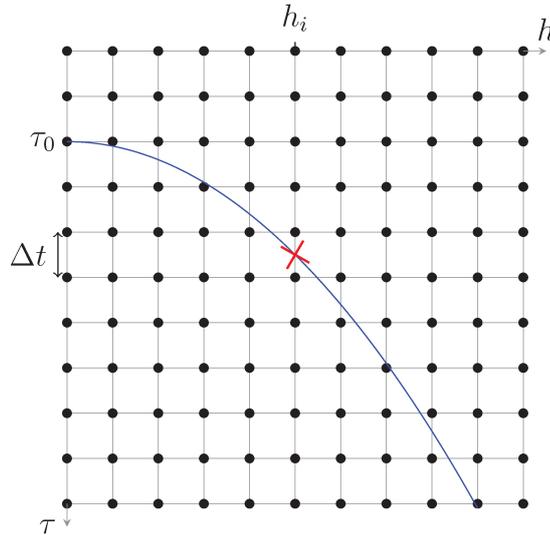


Figura 3.3: Interpolação dos dados. Em azul está a curva contínua e, em vermelho, está marcado o ponto a ser interpolado.

Considere $U_{ijk} \equiv U(\xi_i, h_j, t_k)$ a amplitude do dado sísmico migrado no ponto imagem ξ_i , afastamento h_j e tempo t_k . Usando a interpolação **sinc**, temos

$$\bar{U}(\xi_i, h_j, T(\xi_i, h_j)) \approx \sum_{k=k_0-K}^{k_0+K} U_{ijk} \text{sinc} \left(\frac{T(\xi_i, h_j) - k\Delta t}{\Delta t} \right), \quad (3.3)$$

onde \bar{U} é amplitude interpolada, Δt é a amostragem temporal, U_{ijk} é a amplitude, k_0 é o índice do tempo pertencente ao dado mais próximo ao tempo considerado $T(\xi_i, h_j)$ e $2K + 1$ é o número de amostras que entram na interpolação. A função **sinc** é definida por

$$\text{sinc}(x) = \begin{cases} 1 & , \text{ se } x = 0 ; \\ \frac{\text{sen}(\pi x)}{\pi x} & , \text{ caso contrário.} \end{cases} \quad (3.4)$$

Como o pulso sísmico tem uma certa duração, encontrar uma curva que passe exatamente sobre o pico do pulso é quase impossível. Portanto, é melhor calcular a coerência dentro de uma faixa, também chamada de janela temporal, como mostra a Figura 3.4. A fórmula

da *Semblance* considerando esta janela é

$$S = \frac{\sum_{k=-M}^M \left[\sum_{j=1}^N \bar{U}(\xi_i, h_j, T(\xi_i, h_j) + k\Delta t) \right]^2}{N \sum_{k=-M}^M \sum_{j=1}^N \bar{U}(\xi_i, h_j, T(\xi_i, h_j) + k\Delta t)^2}, \quad (3.5)$$

onde S é o valor de coerência, o valor de \bar{U} é obtido usando a fórmula (3.3) e $2M + 1$ é o tamanho da janela em tempo. Esse é a fórmula para o valor de coerência considerando apenas um image gather.

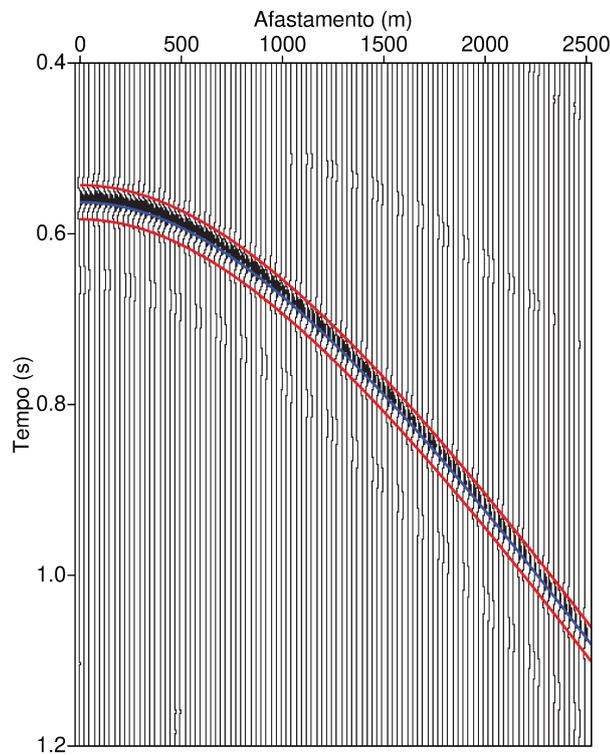


Figura 3.4: Representação do janelamento na *Semblance*. Em azul a curva a ser ajustada e, em vermelho, as curvas que delimitam a janela na *Semblance*.

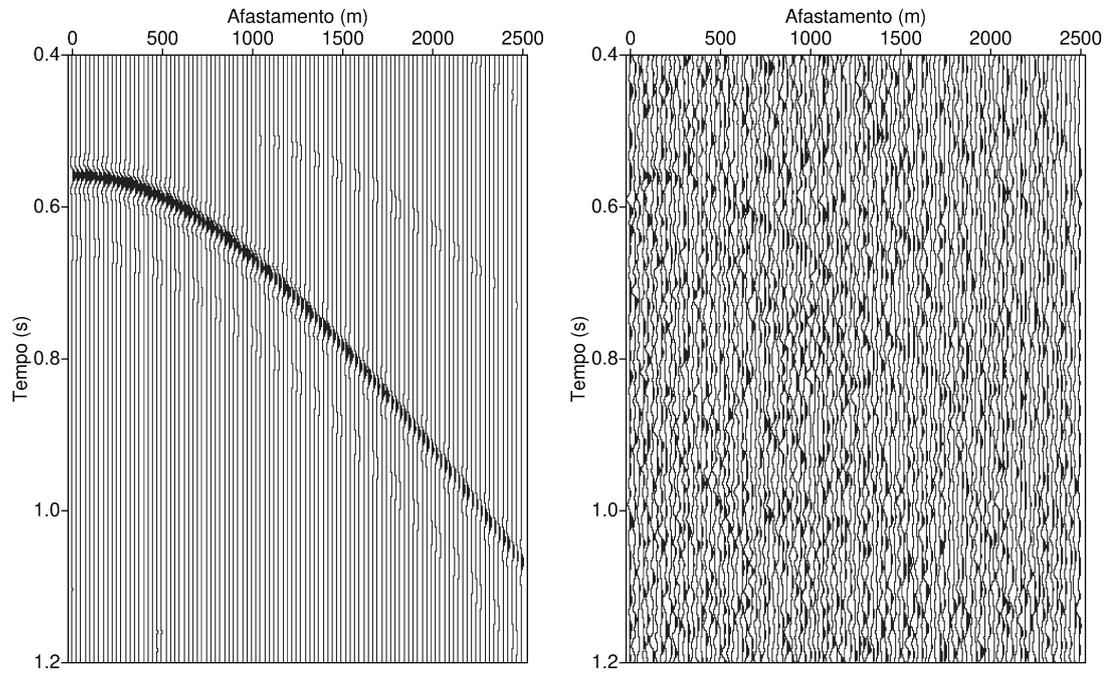
Quando consideramos uma superfície de moveout, calculamos o valor da coerência como

$$S = \frac{\sum_{k=-M}^M \left[\sum_{j=1}^N \sum_{i=-I}^I \bar{U}(\xi_i, h_j, T(\xi_i, h_j) + k\Delta t) \right]^2}{N(2I + 1) \sum_{k=-M}^M \sum_{j=1}^N \sum_{i=-I}^I \bar{U}(\xi_i, h_j, T(\xi_i, h_j) + k\Delta t)^2}, \quad (3.6)$$

onde $2I + 1$ é o número de image gathers usados para estimar os parâmetros.

Observe a Figura 3.5a, que é um CIG de um dado sem ruído. Conseguimos facilmente identificar um evento. Entretanto, ao observar a Figura 3.5b, em que foi adicionado ao dado uma razão sinal-ruído de 3, o evento não é tão evidente. Porém, com a medida de

coerência, conseguimos identificar sua existência, conforme mostraremos com os experimentos numéricos, no próximo capítulo.



(a) Sem ruído

(b) Razão sinal-ruído 3

Figura 3.5: Exemplo de seção migrada (a) sem ruído e (b) com ruído adicionado ao dado.

3.2 Problema de otimização

Nesta seção, formularemos nosso problema de otimização. Já vimos que para avaliar quão bem a superfície de moveout se ajusta ao evento migrado, determinamos a coerência ao longo dessa superfície. Os parâmetros γ e m que fornecem a superfície que melhor se ajusta ao evento são obtidos maximizando a medida de coerência. Em suma, para cada ξ_0 e τ_0 , consideramos e resolvemos nosso problema como um problema de otimização, descrito como

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & S(\gamma, m) = \frac{1}{N(2I + 1)} \frac{\sum_{k=-M}^M \left[\sum_{j=1}^N \sum_{i=-I}^I U_{ijk} \right]^2}{\sum_{k=-M}^M \sum_{j=1}^N \sum_{i=-I}^I U_{ijk}^2}, \\ \text{sujeito a} \quad & U_{ijk} = \bar{U}(\xi_i, h_j, T(\xi_i, h_j; \xi_0, \tau_0, \gamma, m) + k\Delta t) \\ & \gamma_{\min} \leq \gamma \leq \gamma_{\max}, \\ & m_{\min} \leq m \leq m_{\max}, \end{aligned} \tag{3.7}$$

onde $|\xi - \xi_0| \leq \Delta\xi$, h_j assume todos os valores de $H = \{h_1, h_2, \dots, h_N\}$, S é a função de coerência, \bar{U} é a amplitude do dado migrado interpolado em T , que é o tempo migrado obtido através da superfície de moveout, Δt é a amostragem no tempo, N é o número de traços em cada image gather, $2I + 1$ é o número de image gathers e M é o tamanho da janela em tempo.

Note que o problema é de duas variáveis, γ e m , com restrições simples de caixa. Pelo tipo da função objetivo, a sua avaliação tende a ser cara computacionalmente, uma vez que é necessário fazer o acesso aos dados. Além disso, é muito difícil calcular as derivadas dessa função objetivo. Sendo assim, aplicaremos um método de otimização sem derivadas ao nosso problema.

Existem muitos algoritmos de otimização sem derivadas. O mais simples e conhecido deles é o algoritmo simplex, de Nelder e Mead (1965). O método se baseia na construção de simplexes, que são polígonos formados por $n + 1$ vértices, sendo n o número de variáveis do problema. Através de operações de expansão, contração, reflexão e redução, os simplexes tendem para o ponto ótimo. O método em geral funciona bem, mesmo sem ter a convergência garantida (Kelley (1999)).

Apesar do algoritmo simplex funcionar bem na prática, o número de avaliações de função efetuadas é extremamente alto. Isso acarreta em um tempo computacional alto. Com o propósito de melhorar o tempo computacional, buscamos um algoritmo mais sofisticado. Baseados no trabalho de Rios e Sahinidis (2012), escolhemos o algoritmo BOBYQA (Powell (2009)) para resolver o problema (3.7). A seguir, descrevemos o algoritmo escolhido.

3.3 BOBYQA

BOBYQA (do inglês, *Bound Optimization BY Quadratic Approximation*) é um algoritmo que busca o mínimo de $F(x)$, $x \in \mathbb{R}^n$, sujeito a restrições simples de caixa $a \leq x \leq b$, ou seja,

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} && F(x) \\ & \text{sujeito a} && a \leq x \leq b, \\ & && x \in \mathbb{R}^n. \end{aligned} \tag{3.8}$$

Nenhuma derivada de F é necessária. A cada iteração k , uma aproximação quadrática Q para F é construída, de tal maneira que $Q_k(w_j) = F(w_j)$, $j = 1, 2, \dots, P$ seja satisfeita, onde $P \in [n + 2, \frac{1}{2}(n + 1)(n + 2)]$ é o número de condições de interpolação e n é a dimensão do problema. A ideia é minimizar a quadrática na interseção de uma região de confiança com a caixa. Os pontos interpoladores w_j são escolhidos e ajustados automaticamente. O valor típico para P é $2n + 1$.

Seja x_k o ponto no conjunto $\{w_1, \dots, w_P\}$ com a seguinte propriedade

$$F(x_k) = \min\{F(w_1), \dots, F(w_P)\}. \tag{3.9}$$

Caso o critério de parada tenha sido satisfeito, o algoritmo termina. Senão, um passo d_k a partir de x_k é construído, tal que

1. $\|d_k\| \leq \Delta_k$, onde Δ_k é o raio da região de confiança;
2. $x = x_k + d_k$ está dentro das restrições de caixa ($a \leq x \leq b$);
3. $x_k + d_k$ não é um dos pontos interpoladores w_j , $j = 1, 2, \dots, P$.

$F(x_k + d_k)$ é calculado e um dos pontos interpoladores, seja w_s , é substituído por $x_k + d_k$, onde $w_s \neq x_k$. O próximo iterando é atualizado por

$$x_{k+1} = \begin{cases} x_k & , \text{ se } F(x_k + d_k) \geq F(x_k), \\ x_k + d_k & , \text{ se } F(x_k + d_k) < F(x_k). \end{cases}$$

Para a próxima iteração o raio da região de confiança Δ_{k+1} é atualizado e a aproximação quadrática Q_{k+1} é gerada sujeita às condições

$$Q_{k+1}(\hat{w}_j) = F(\hat{w}_j), \quad j = 1, 2, \dots, P,$$

nos novos pontos interpoladores

$$\hat{w}_j = \begin{cases} w_j & , j \neq s, \\ x_k + d_k & , j = s, \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, P.$$

Sem as restrições de caixa, essas propriedades vieram de NEWUOA, um algoritmo para otimização irrestrita sem derivadas, Powell (2006).

Q_{k+1} é construída a partir de Q_k por uma versão da fórmula simétrica de Broyden, que tem a seguinte propriedade quando F é quadrática

$$\|\nabla^2 F - \nabla^2 Q_{k+1}\|_F \leq \|\nabla^2 F - \nabla^2 Q_k\|_F, \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

onde $\|A\|_F$ denota a norma de Frobenius de uma matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

A escolha do passo d é feita através da resolução do seguinte subproblema

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} && Q_k(x_k + d) \\ & \text{sujeito a} && a \leq x_k + d \leq b \\ & && \|d\| \leq \Delta_k \\ & && d \in \mathbb{R}^n \end{aligned} \tag{3.10}$$

Este subproblema é resolvido através de um método de gradiente conjugado truncado, Fletcher e Reeves (1964).

O algoritmo requer uma aproximação inicial x_0 , além do raio inicial da região de confiança Δ_1 e do raio final desejado, que indica a precisão exigida nos valores das últimas soluções.

Primeiramente, é necessário verificar se x_0 é viável. Se $(x_0)_i < a_i$, então redefine-se $(x_0)_i = a_i$. Se $(x_0)_i > b_i$, então redefine-se $(x_0)_i = b_i$. Além disso, se $a_i < (x_0)_i < a_i + \Delta_1$, então $(x_0)_i = a_i + \Delta_1$, e se $b_i - \Delta_1 < (x_0)_i < b_i$, então $(x_0)_i = b_i - \Delta_1$.

A partir de x_0 , vamos especificar os pontos de interpolação w_j , $j = 1, 2, \dots, P$ do primeiro modelo quadrático. Considere $w_1 = x_0$, e para $j = 1, 2, \dots, n$, definimos w_{i+1} e w_{n+i+1} pela fórmula

$$\begin{cases} w_{i+1} = x_0 + \Delta_1 e_i \text{ e } w_{n+i+1} = x_0 - \Delta_1 e_i, & a_i < (x_0)_i < b_i, \\ w_{i+1} = x_0 + \Delta_1 e_i \text{ e } w_{n+i+1} = x_0 + 2\Delta_1 e_i, & (x_0)_i = a_i, \\ w_{i+1} = x_0 - \Delta_1 e_i \text{ e } w_{n+i+1} = x_0 - 2\Delta_1 e_i, & (x_0)_i = b_i, \end{cases}$$

onde e_i é o i -ésimo vetor coordenada em \mathbb{R}^n . A Figura 3.6 ilustra um exemplo simples desses pontos.

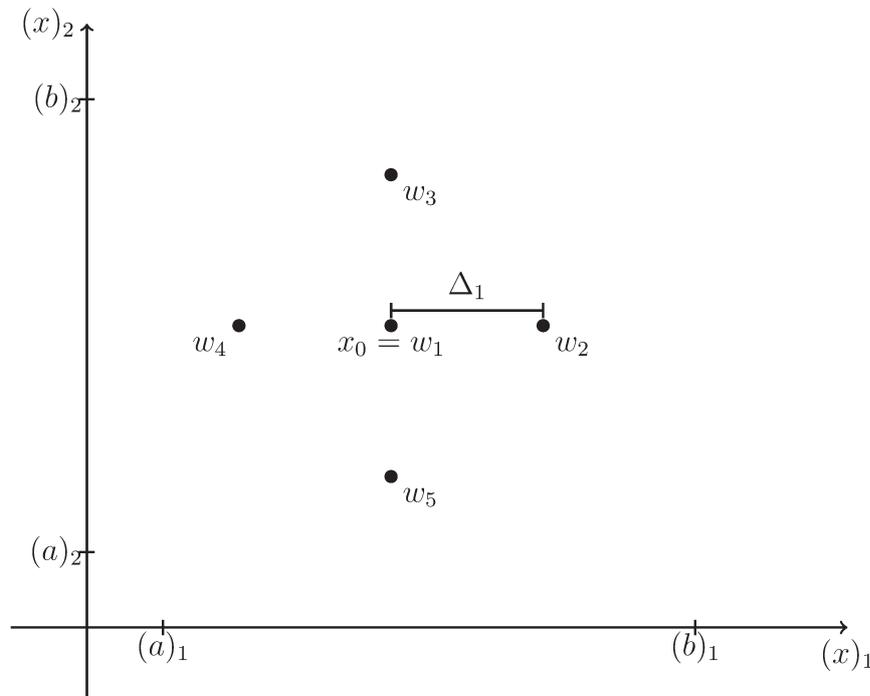


Figura 3.6: Configuração inicial do BOBYQA.

Com base nesse conjunto de pontos interpoladores, o modelo quadrático é construído conforme mencionado no princípio desta seção, iniciando-se o método.

3.4 Estratégias de otimização

Como na maioria dos métodos de otimização, o algoritmo BOBYQA procura por máximos/mínimos locais. Não podemos garantir que a convergência se dará para o máximo/mínimo global. A fim de contornar este impasse, é imprescindível a utilização de alguma estratégia para aumentar a chance de encontrar a solução ótima. Apresentamos e utilizamos duas delas: uma em relação às aproximações iniciais e outra em relação ao tamanho da região de confiança.

3.4.1 Aproximações iniciais

Uma estratégia simples e muito utilizada é aplicar o algoritmo de otimização para várias aproximações iniciais. Por exemplo, geramos K pontos aleatórios distribuídos uniformemente dentro de uma caixa definida pelos limites das variáveis.

Com um pouco mais de aprimoramento, baseando-se em LHS (do inglês, *Latin Hypercube Sampling*) (McKay et al. (1979)), dividimos o espaço amostral em K subespaços e geramos um ponto aleatório dentro de cada um deles. Dessa forma, obtemos uma amostragem mais abrangente do espaço do que simplesmente gerar aleatoriamente. A Figura 3.7 ilustra 20 pontos gerados dentro do intervalo $[0.1, 2]$ randomicamente e através do LHS. Observe que gerar pontos pelo LHS produz uma amostragem mais vasta do espaço.

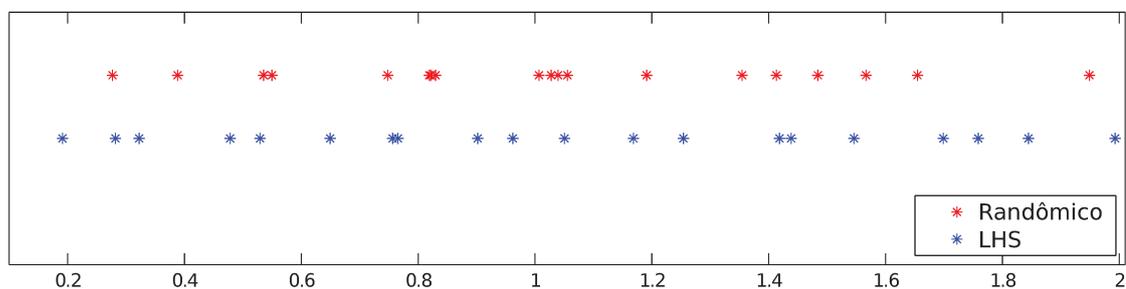


Figura 3.7: Pontos gerados de forma randômica e usando LHS no intervalo $[0.1, 2]$, com $K = 20$.

Existem outras estratégias como, por exemplo, *random linkage* (Locatelli e Schoen (1999)).

3.4.2 Tamanho da região de confiança

Além da questão de gerar os pontos iniciais, outro ponto fundamental que está relacionado com a estratégia de otimização global é o tamanho da região de confiança final. Este tamanho está diretamente ligado à precisão exigida na solução. Quanto menor é esse tamanho, mais refinada será a busca pelo algoritmo BOBYQA, resultando em um maior número de iterações.

Com a finalidade de reduzir o custo computacional, uma vez que o algoritmo é executado para um número razoável de pontos iniciais, é interessante deixar esse raio de confiança

final mais relaxado. Observe o esquema ilustrado na Figura 3.8. Dados p aproximações iniciais, x_1, \dots, x_p , executamos o algoritmo de otimização com a região de confiança final maior, ou seja, mais relaxada, uma vez que esse tamanho está atrelado com a precisão na solução. Após o método encontrar as soluções ótimas $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_k, \dots, \bar{x}_p$ para cada uma das respectivas aproximações iniciais, escolhemos a melhor solução, \bar{x}_k . Este ponto será a aproximação inicial para executar o algoritmo novamente, porém com a região de confiança final mais apertada. Esta é a fase do refinamento da solução. Ao final, obtemos uma solução x_* , cuja precisão é da ordem da região de confiança final exigida. Nos experimentos numéricos desta tese usamos a região de confiança final relaxada de tamanho 10^{-2} e, no refinamento, de tamanho 10^{-5} .

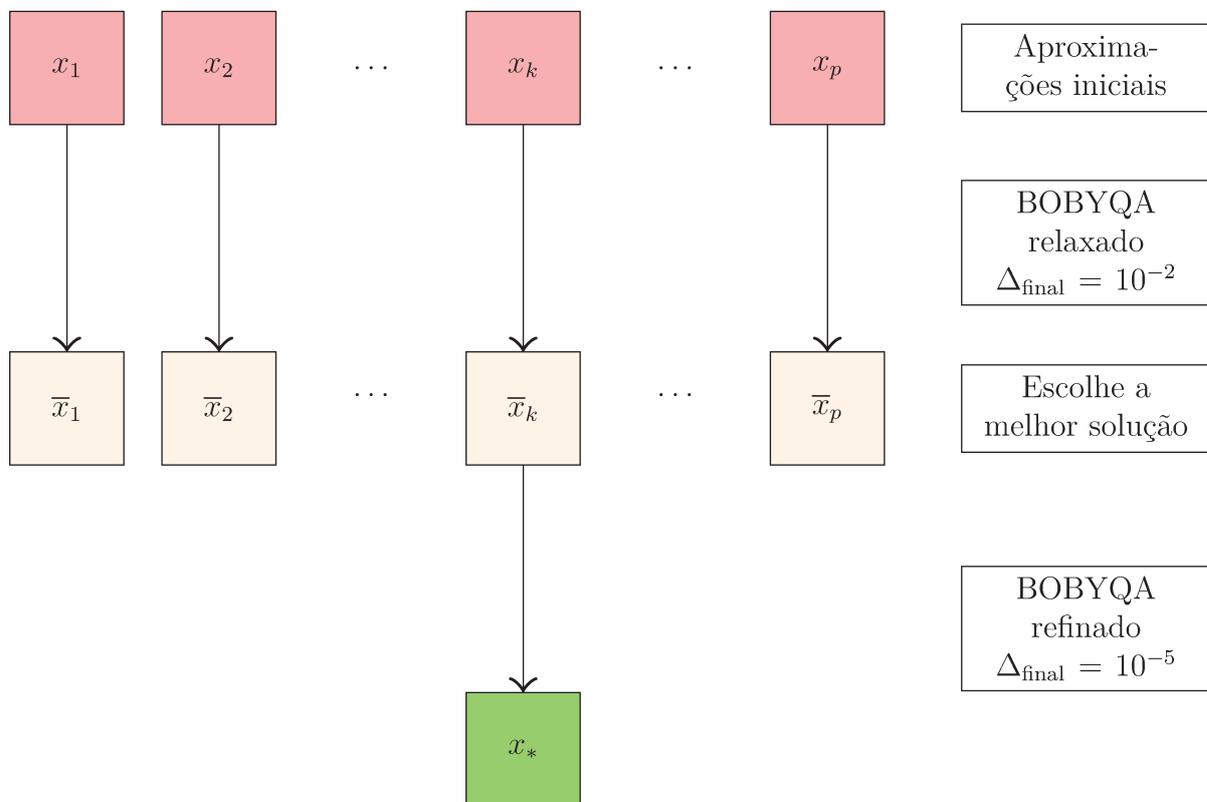


Figura 3.8: Esquema do refinamento da solução. Inicialmente, o BOBYQA é executado com uma região final de confiança de tamanho igual a 10^{-2} para p aproximações iniciais. Escolhida a melhor solução \bar{x}_k , é feito o refinamento da solução ao diminuir o tamanho da região de confiança final do algoritmo para 10^{-5} .

Capítulo 4

Experimentos numéricos

Neste capítulo apresentamos experimentos numéricos para validar nossa proposta e compará-la com trabalhos anteriores. Os primeiros experimentos serão realizados para vários dados. Cada um deles é um dado sintético simples, modelado com um único refletor inclinado em um meio homogêneo. Também serão realizados experimentos com um modelo, ainda sintético, mas um pouco mais complexo, com três refletores, sendo o último um refletor anticlinal.

4.1 Modelo de um refletor plano inclinado

Neste primeiro experimento, nossos modelos consistem em refletores inclinados com inclinações crescentes de 10° , 15° , 20° , 25° , 30° , 35° , 40° e 45° em um meio homogêneo de velocidade 2 km/s. O dado sintético é gerado por traçamento de raios com amostragem de 4 ms e 1501 de amostras. Para o experimento, simulamos 801 pontos médios a cada 12.5 m ao longo da linha de aquisição sísmica entre 0 e 10 km com 401 afastamentos fonte-receptor a cada 25 m, de 0 a 10 km. A Figura 4.1 mostra um dos modelos para o refletor inclinado: o de inclinação 25° . As marcações abaixo da distância 5 km indicam a profundidade para os outros refletores nesta posição, iniciando-se na mesma profundidade 0.2 km. As duas linhas verticais tracejadas delimitam a região que analisaremos após a migração.

Conduzimos três tipos de experimentos para este dado sintético. Primeiramente, validamos nossa estratégia numérica construindo as curvas teóricas de moveout, descritas na Seção 2.3. Em um segundo experimento, estimamos os parâmetros usando um algoritmo de otimização para comparar os resultados de γ obtidos por nossa estratégia com os obtidos pelas outras propostas. Neste caso, para ser comparável com as propostas de Al-Yahya e Schleicher e Biloti, nossa curva é construída considerando apenas um image gather. O terceiro experimento mostra os resultados para a nossa estratégia utilizando os super-gathers. Os programas que utilizam o algoritmo BOBYQA para estimar os parâmetros foram escritos na linguagem Fortran 2008.

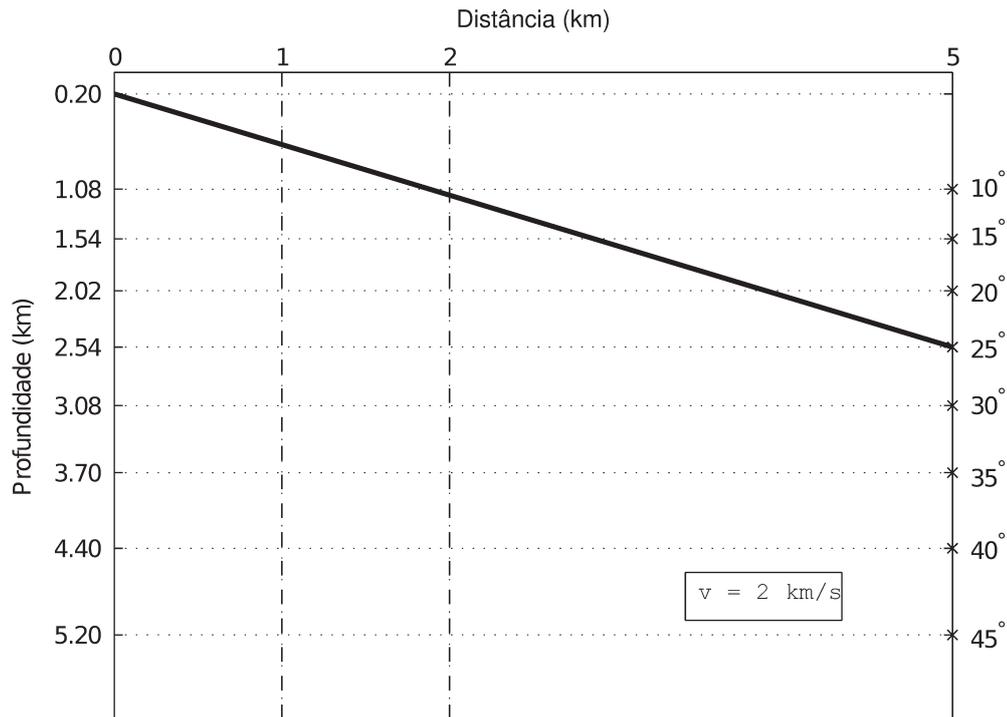


Figura 4.1: Modelo de um refletor inclinado de inclinação 25° em um meio homogêneo de velocidade 2 km/s . As marcações abaixo da posição horizontal 5 km indicam a profundidade nesta coordenada para os outros refletores. As duas linhas verticais tracejadas indicam a região de análise após a migração.

4.1.1 Validação da nossa proposta

O objetivo deste primeiro experimento é mostrar que a nossa proposta descreve bem os eventos de reflexão em um CIG. Para o experimento, aplicamos uma migração em tempo do tipo Kirchhoff aos dados usando uma velocidade de migração menor de 1.5 km/s e uma velocidade maior de 3 km/s . Para estes casos, os valores exatos do parâmetro γ são, respectivamente, 0.75 e 1.5 .

Usando os valores corretos dos parâmetros, construímos as curvas propostas por Al-Yahya (P_{AlY}), Schleicher e Biloti (P_{SchB}) e a nossa (P_{SakB}) e as traçamos nos image gathers, como pode ser visto nas Figuras 4.2 e 4.3. Escolhemos o CIG de posição 2 km . Nessas figuras, janelamos os eixos do afastamento e do tempo nas imagens para melhor visualização.

Para o caso do dado migrado usando uma velocidade menor ($\gamma = 0.75$), a proposta de Al-Yahya apresenta um deslocamento temporal, que cresce à medida que o ângulo de inclinação aumenta, veja a Figura 4.2. Isto já é esperado, pois P_{AlY} considera apenas um refletor horizontal em sua formulação. Atentando-se apenas para afastamentos curtos, P_{SakB} e P_{SchB} têm comportamentos similares para refletores até 30° . Note que para refletores com inclinações a partir de 35° (Figuras 4.2f, 4.2g e 4.2h), a curva de P_{SchB} começa a se deslocar do evento. Este deslocamento é maior quanto maior é a inclinação do refletor, como podemos observar na Figura 4.2h. Isto se deve ao fato de P_{SchB} utilizar aproximações na sua formulação, restringindo a inclinações do refletor de até 25° , como

descrito previamente e também pelos próprios autores. Além disso, para afastamentos longos, a curva P_{SchB} deixa de ser válida. Veja, por exemplo, que na Figura 4.2a a proposta deles é válida para afastamento de até 1.1 km. Para todos os refletores inclinados, de 10° até 45° , e independente do afastamento, a nossa proposta P_{SakB} descreve exatamente o evento.

A Figura 4.3 mostra as curvas previstas para o caso de velocidade de migração maior que a correta ($\gamma = 1.5$). Como esperado, quanto maior é a inclinação do refletor, maior é o desvio da curva P_{Aly} do evento. A diferença entre as propostas é notável para refletores com inclinações 25° , 30° e 35° , como mostra a Figuras 4.3d, 4.3e e 4.3f, respectivamente. Mesmo para estes casos, nossa proposta continua descrevendo exatamente o evento. As curvas para os refletores inclinados de 40° e 45° não foram mostrados, pois a imagem migrada não é devidamente formada. Observe pela Figura 2.11, para $\gamma = 1.5$, o ângulo máximo para que a relação necessária entre γ e m seja satisfeita é próximo de 40° . Portanto, esta é a justificativa para a imagem não ter sido formada para os refletores a partir da inclinação mencionada.

Com este primeiro experimento, validamos a curva P_{SakB} ao mostrar que ela descreve muito bem o evento, sendo superior às curvas de P_{Aly} e P_{SchB} . Nossa curva representa precisamente o evento no CIG tanto para o caso de velocidade de migração menor quanto para maior. Além disso, mesmo para o refletor com inclinação de 35° , nossa proposta continua descrevendo exatamente o evento.

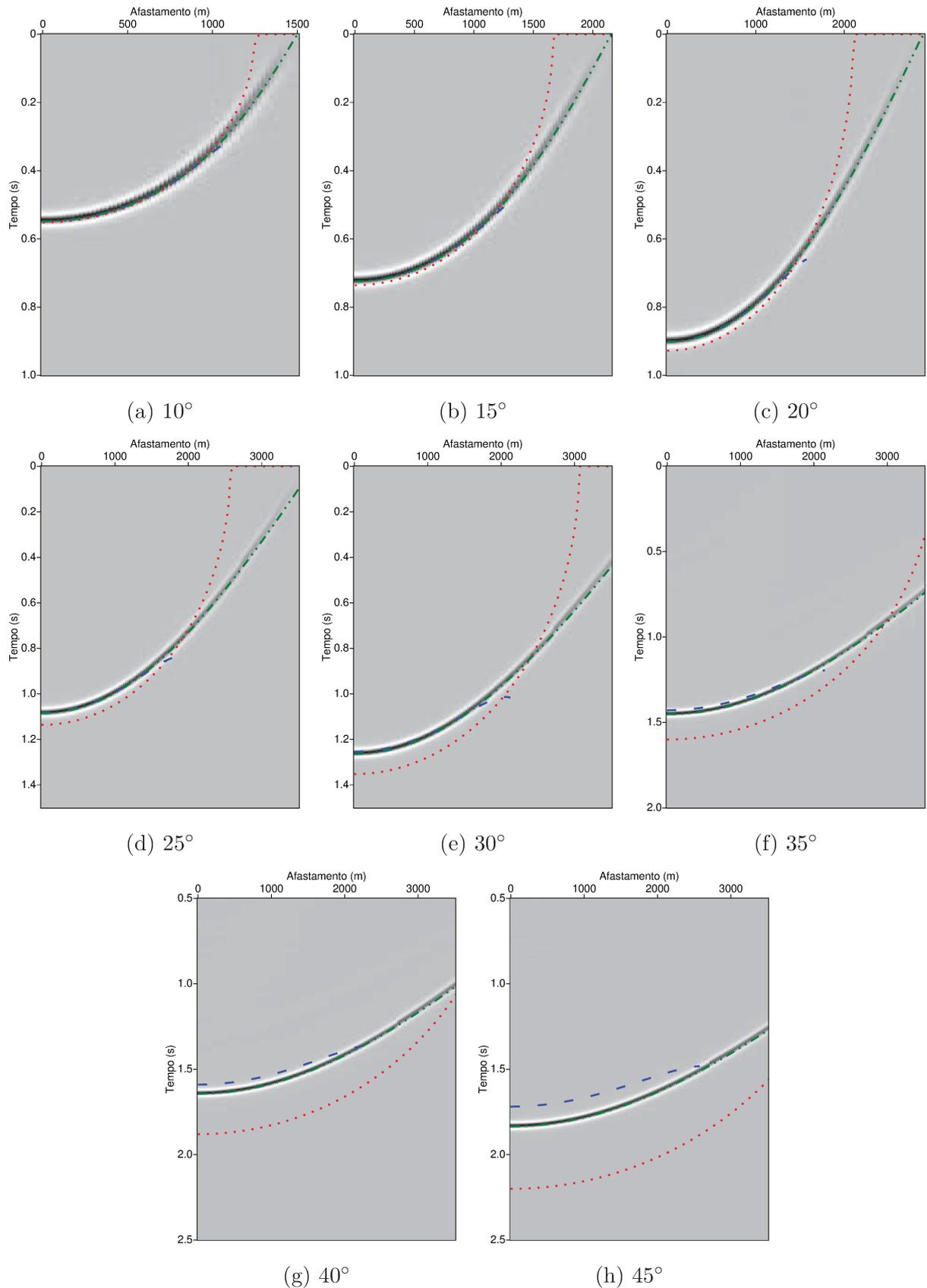


Figura 4.2: Image gather do dado migrado com velocidade $v_m = 1.5$ km/s ($\gamma = 0.75$) em 2 km. As linhas tracejadas vermelha, azul e verde indicam, respectivamente, as curvas P_{Aly} , P_{SchB} e P_{SakB} , para refletores com inclinações de 10° , 15° , 20° , 25° , 30° , 35° , 40° e 45° .

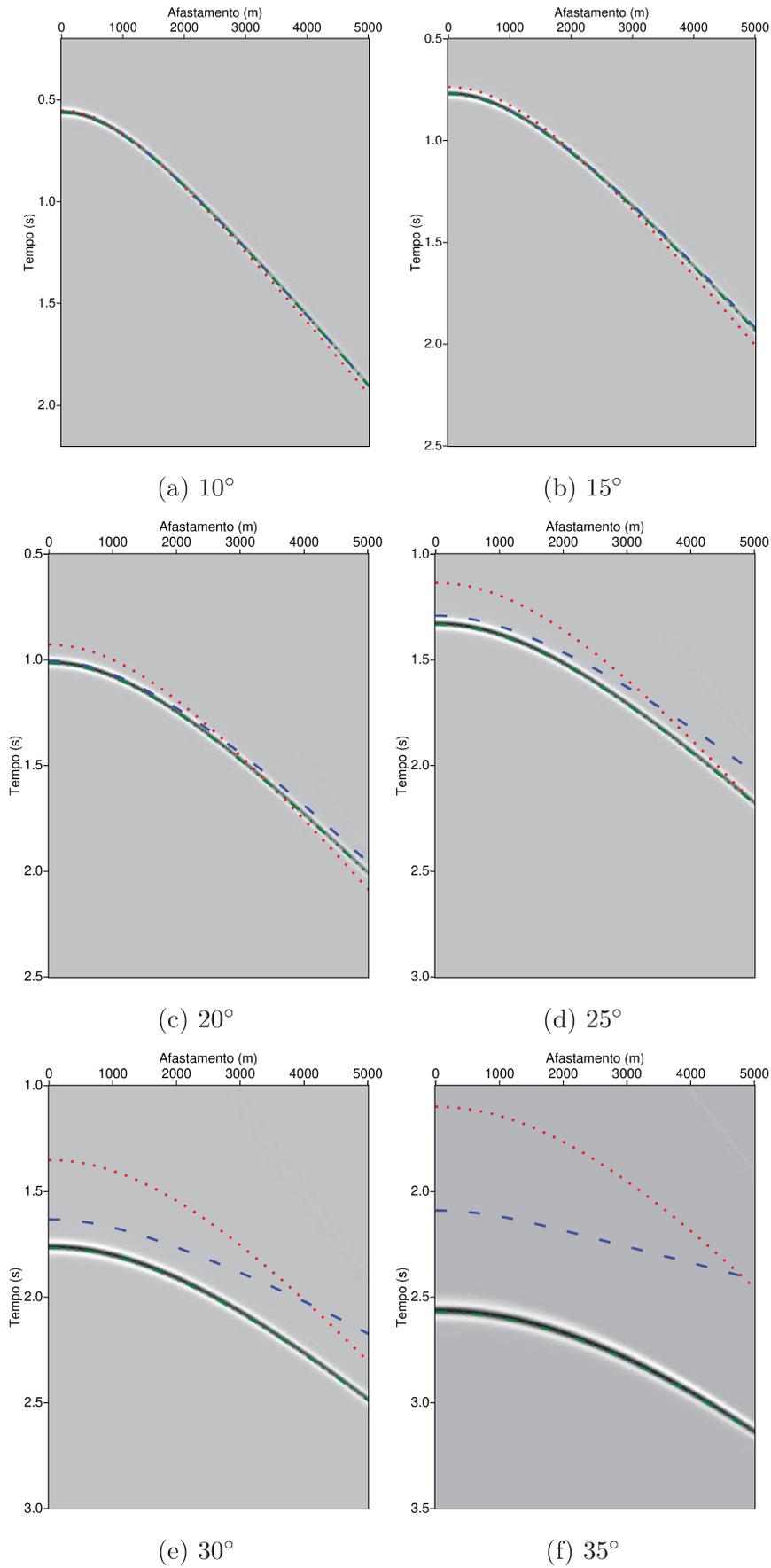


Figura 4.3: Image gather do dado migrado com velocidade $v_m = 3.0$ km/s ($\gamma = 1.5$) em 2 km. As linhas tracejadas vermelha, azul e verde indicam, respectivamente, as curvas P_{Aly} , P_{SchB} e P_{SakB} , para refletor com inclinações de 10° , 15° , 20° , 25° , 30° e 35° .

4.1.2 Comparação das propostas

O próximo passo é testar a estimação dos parâmetros, isto é, a busca dos valores para os parâmetros γ e m cuja curva melhor se ajusta aos eventos. Para a busca dos parâmetros ótimos, aplicamos o algoritmo BOBYQA. Para ser comparável com as propostas de Al-Yahya e Schleicher e Biloti, neste momento utilizamos nossa proposta usando apenas um image gather ($\Delta\xi = 0$). Para este experimento, foi adicionado ao dado um ruído branco de razão sinal-ruído 3. Aplicamos uma migração em tempo do tipo Kirchhoff com velocidade de migração de 3 km/s. Portanto, o valor esperado para γ é de 1.5. Para migrar o dado, utilizamos o programa `suktmig2d`, do pacote do software Seismic Unix. A janela da função de coerência foi $M = 3$ na fórmula (3.5).

Para obter uma aproximação inicial para o método de otimização, geramos através do LHS, como descrito na Seção 3.4.1, 20 valores no intervalo $[0.5, 2.5]$ para γ e $m = 0$. Para cada uma das aproximações iniciais, executamos o algoritmo BOBYQA com regiões de confiança inicial $\Delta_1 = 0.1$ e final $\Delta_f = 0.01$. Além disso, utilizamos como restrições de caixa, $0.5 \leq \gamma \leq 2.5$ e $-1 \leq m \leq 1$. Escolhemos os valores de γ e m que retornaram o melhor valor de coerência como aproximação inicial para a fase do refinamento. Executamos, então, o algoritmo novamente, porém com $\Delta_1 = 0.005$ e $\Delta_f = 0.00001$.

Devido à região de confiança, é necessário um escalonamento na variável m . Este escalonamento é feito de tal forma que a região de confiança inicial englobe todo o intervalo de m . Como o intervalo de m considerado é $[-1, 1]$, para que a bola centrada em zero e raio 0.1 englobe este intervalo consideramos como variável $m/10$.

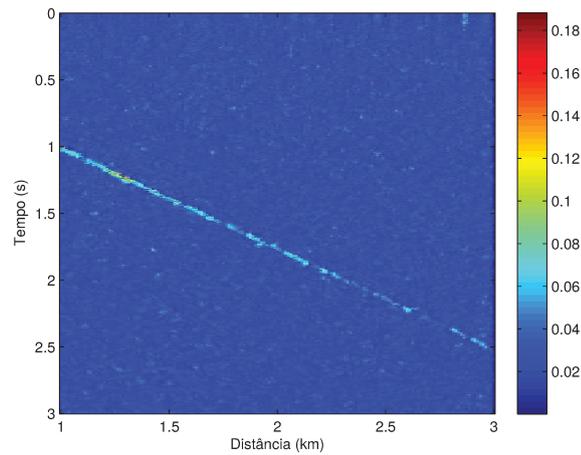
Dado uma seção migrada comum, encontramos os parâmetros associados com a curva de melhor ajuste para cada amostra no tempo. O procedimento de busca é aplicado a todos os image gathers.

A seguir, apresentamos a comparação entre os parâmetros estimados com o moveout descrito neste trabalho e aqueles estimados por P_{AlY} e P_{SchB} . Após a execução do programa, temos como resultado três diferentes painéis: coerência (Figura 4.4a), parâmetro γ (Figura 4.4b) e parâmetro m (Figura 4.4c). Apenas para a proposta P_{AlY} , não temos o painel de saída de m .

Obtidos esses painéis de saída, primeiramente fazemos um *picking* do evento no painel de coerência. Dada uma imagem, picking consiste em coletar a amplitude de um certo ponto. O picking, neste caso, marca a posição do evento e servirá de guia para a construção do caminho de máxima coerência, como mostra a Figura 4.5a. Em seguida, interpolamos os pontos e dentro de uma certa faixa, no caso 10 amostras, escolhemos os pontos com melhores valores de coerência (veja Figura 4.5b). Por fim, selecionamos desses pontos somente aqueles com valor de coerência acima de um limiar, que neste caso foi 0.15, conforme ilustra a Figura 4.5c. Desse caminho de máxima coerência, extraímos os valores dos parâmetros γ e m dos painéis correspondentes.

As Figuras 4.6 e 4.7 mostram o erro relativo dos parâmetros γ and m , respectivamente. Lacunas em algumas regiões denota que o valor de coerência não atingiu a coerência mínima exigida. As Tabelas 4.1 e 4.2 contêm a percentagem do erro relativo médio nos parâmetros, isto é, a norma 1 dos erros relativos divididos pela quantidade de pontos considerados e multiplicada por 100.

Observe na Figura 4.6 que a nossa proposta P_{SakB} é a que apresenta, em geral, menor erro relativo para o parâmetro γ . Pela Tabela 4.1 também é possível confirmar esse



(a) Coerência

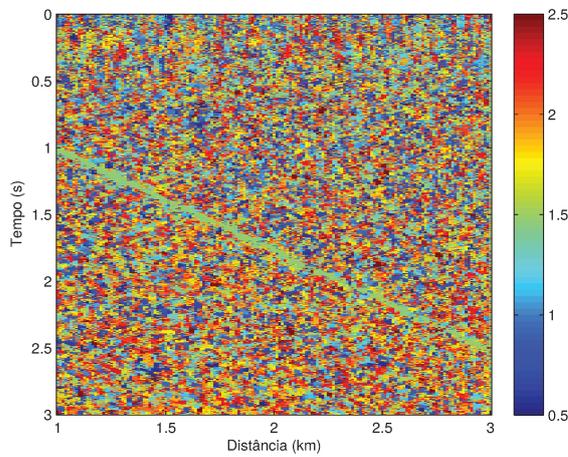
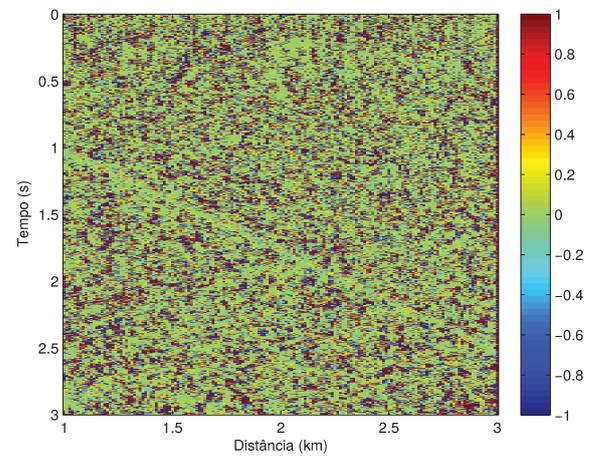
(b) γ (c) m

Figura 4.4: Painéis de saída da nossa proposta P_{SakB} utilizando um image gather para estimar os parâmetros, aplicada ao dado com o refletor de inclinação 30° : (a) coerência, (b) γ e (c) m .

padrão. Como esperado, P_{Aly} teve o pior desempenho, uma vez que sua fórmula não leva em consideração a inclinação do refletor.

Refletor	P_{Aly}	P_{SchB}	P_{SakB}
10°	1.6%	1.0%	1.0%
15°	2.9%	1.3%	1.4%
20°	3.5%	1.1%	2.1%
25°	3.1%	1.3%	0.6%
30°	3.5%	1.8%	1.3%
35°	2.6%	1.3%	1.0%

Tabela 4.1: Percentagem do erro relativo médio em γ .

Em relação ao parâmetro m , P_{SchB} e P_{SakB} obtiveram resultados similares, extremamente ruins, como mostram a Figura 4.7 e a Tabela 4.2. O erro ficou, em geral, próximo de 100%,

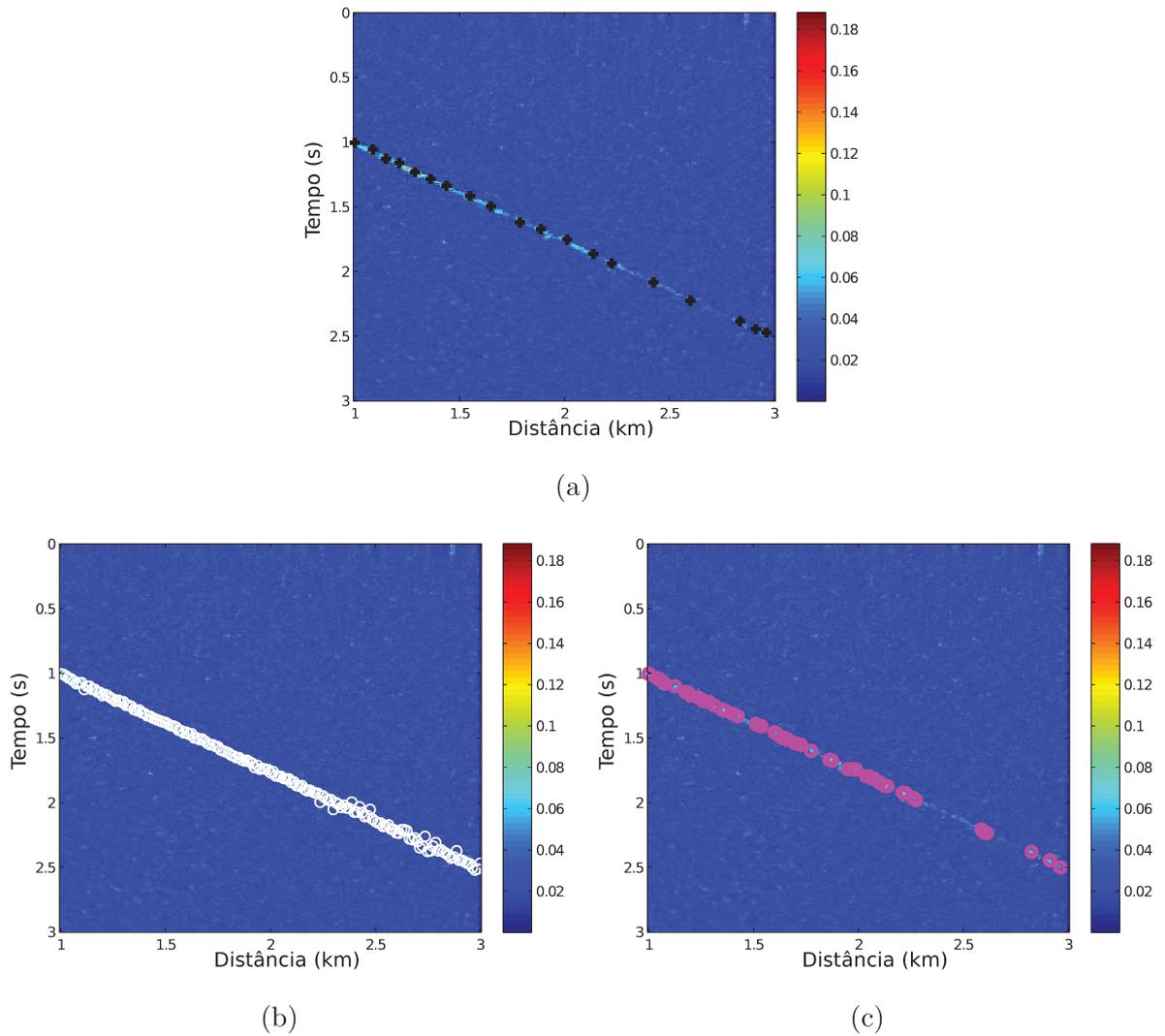


Figura 4.5: Construção do caminho de máxima coerência. Os símbolos em preto em (a) representam os picks, os brancos em (b) são os pontos de melhores valores de coerência dentro de uma faixa guiada pelos picks e os rosa em (c) são os pontos do conjunto dos brancos que atingiram uma coerência mínima especificada.

às vezes sendo até maior, como no caso dos refletores de 10° e 15° .

Refletor	P_{SchB}	P_{SakB}
10°	87.1%	111.2%
15°	102.9%	97.4%
20°	75.0%	99.9%
25°	93.5%	99.7%
30°	93.6%	87.1%
35°	97.7%	85.4%

Tabela 4.2: Percentagem do erro relativo médio em m .

Portanto, nesta comparação, a nossa proposta usando apenas um image gather parece ser um pouco melhor que as outras duas referentes ao parâmetro γ . Entretanto, em

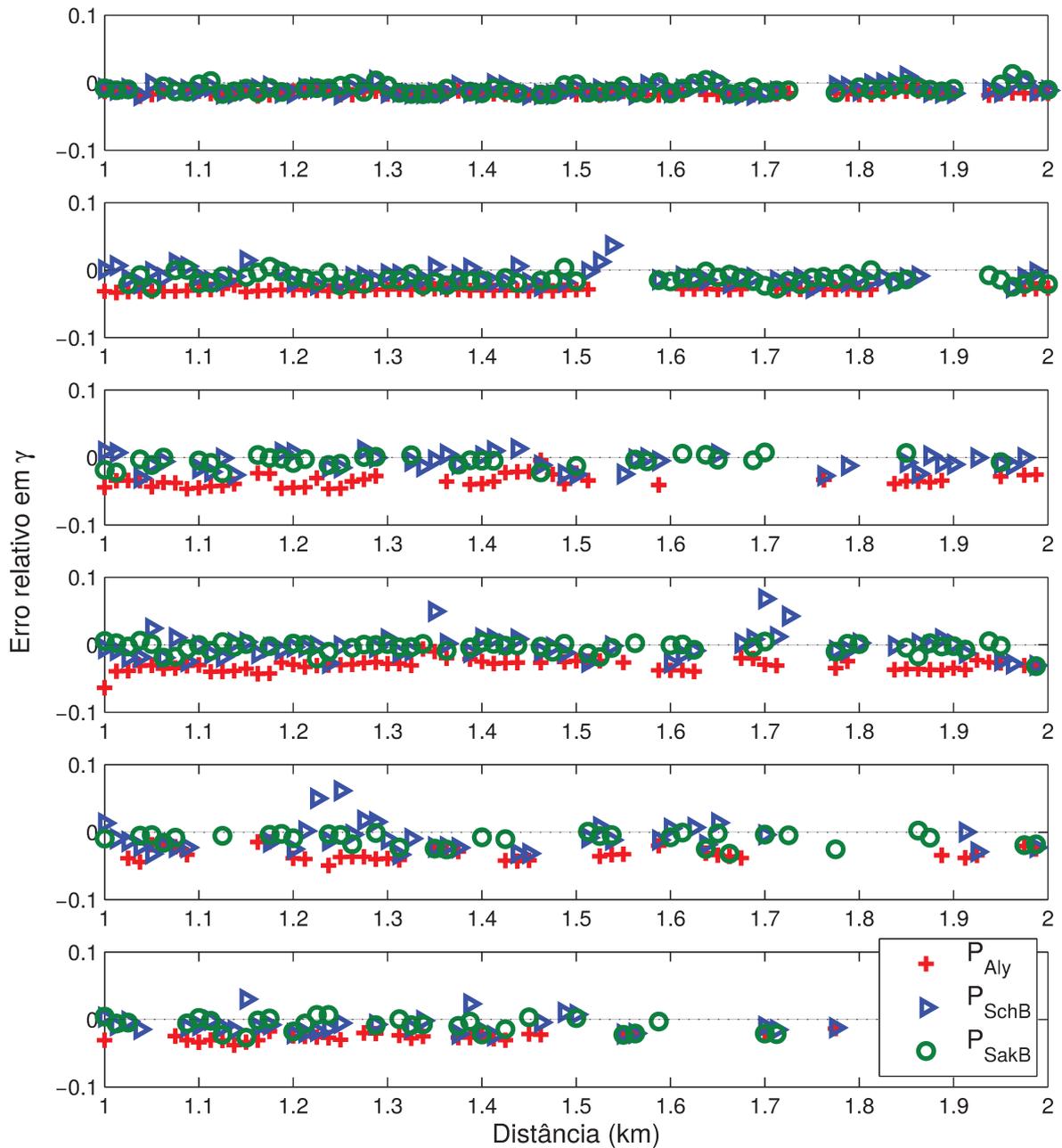


Figura 4.6: Erro relativo do parâmetro γ obtido por P_{Aly} , P_{SchB} e P_{SakB} , para os refletores com inclinação 10° , 15° , 20° , 25° , 30° e 35° , de cima para baixo, respectivamente.

relação ao parâmetro de inclinação do refletor, m , tanto P_{SakB} como P_{SchB} não obtiveram bom desempenho. O erro chega a ser de mais de 100%. Isso é explicado pelo fato do algoritmo de otimização convergir para um máximo local que não é a solução, como pode ser verificado nas figuras da próxima subseção.

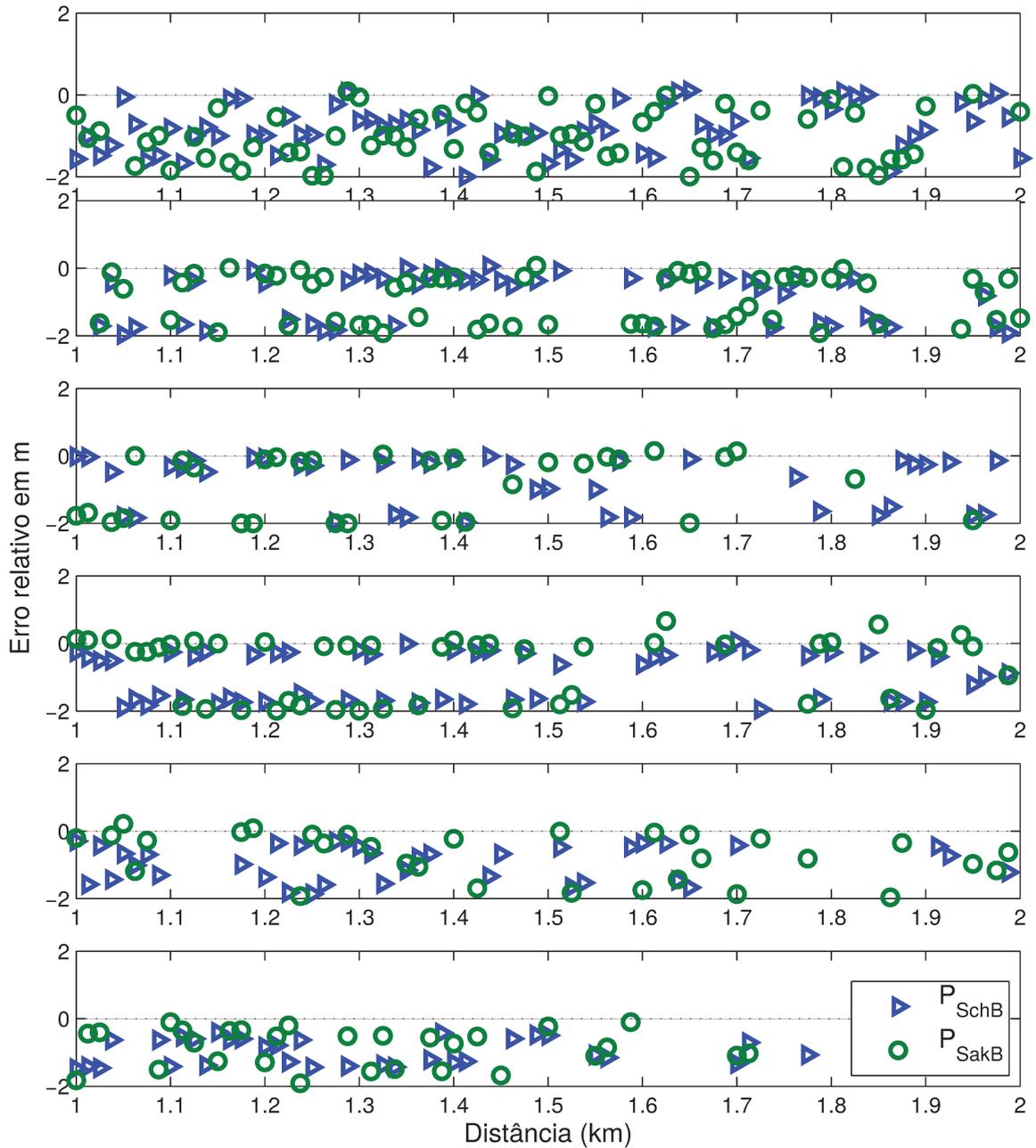


Figura 4.7: Erro relativo do parâmetro m obtido por P_{Ally} , P_{SchB} e P_{SakB} , para os refletores com inclinação 10° , 15° , 20° , 25° , 30° e 35° , de cima para baixo, respectivamente.

4.1.3 Função objetivo

A fim de estudar o comportamento da função objetivo dada por S na equação (3.7), avaliamos a função objetivo em uma malha para o parâmetro de correção de velocidade γ e para o parâmetro m relacionado à inclinação do refletor. Em outras palavras, para cada valor de γ e m na malha, obtemos a curva/superfície de moveout e computamos a coerência ao longo dessa superfície. O resultado obtido está representado nas Figuras 4.8 a 4.13.

Observe nas Figuras 4.8a e 4.8b, as propostas de Schleicher e Biloti e a nossa usando apenas um image gather, respectivamente, que existem pelo menos dois máximos locais bem definidos. Um deles é, ou está próximo, da posição dos parâmetros teóricos marcada pelo \times em branco. No caso da nossa proposta usando apenas um image gather, Figura 4.8b, observamos que o outro máximo local está em m próximo de 0.9. Note que neste caso, o valor de γ para esse máximo está próximo do teórico, que é 1.5. Nas Figuras 4.8 a 4.13, é possível notar que a utilização de mais image gathers ao mesmo tempo intensifica a informação coerente de reflexão, focalizando a função objetivo.

Quanto maior é a inclinação do refletor, mais profundo se torna o evento, e portanto, o sinal sísmico é mais fraco. Dessa forma, adicionando um ruído de mesma razão sinal-ruído no dado sísmico do modelo do refletor de 10° e de 35° , temos que no resultado final, o ruído para o segundo modelo será mais forte, dado que o sinal é mais fraco. Dado com ruído muito alto, pode criar falsos máximos locais, como mostra a Figura 4.13b. A medida que mais image gathers são utilizados, esse problema é relativamente solucionado. Por exemplo, veja a Figura 4.13f, foram utilizados 9 image gathers, e aparece apenas um máximo local/global, que é o correto.

A anomalia observada no canto inferior direito nas figuras da função objetivo da nossa proposta é devido à região em que a condição (2.20) é violada.

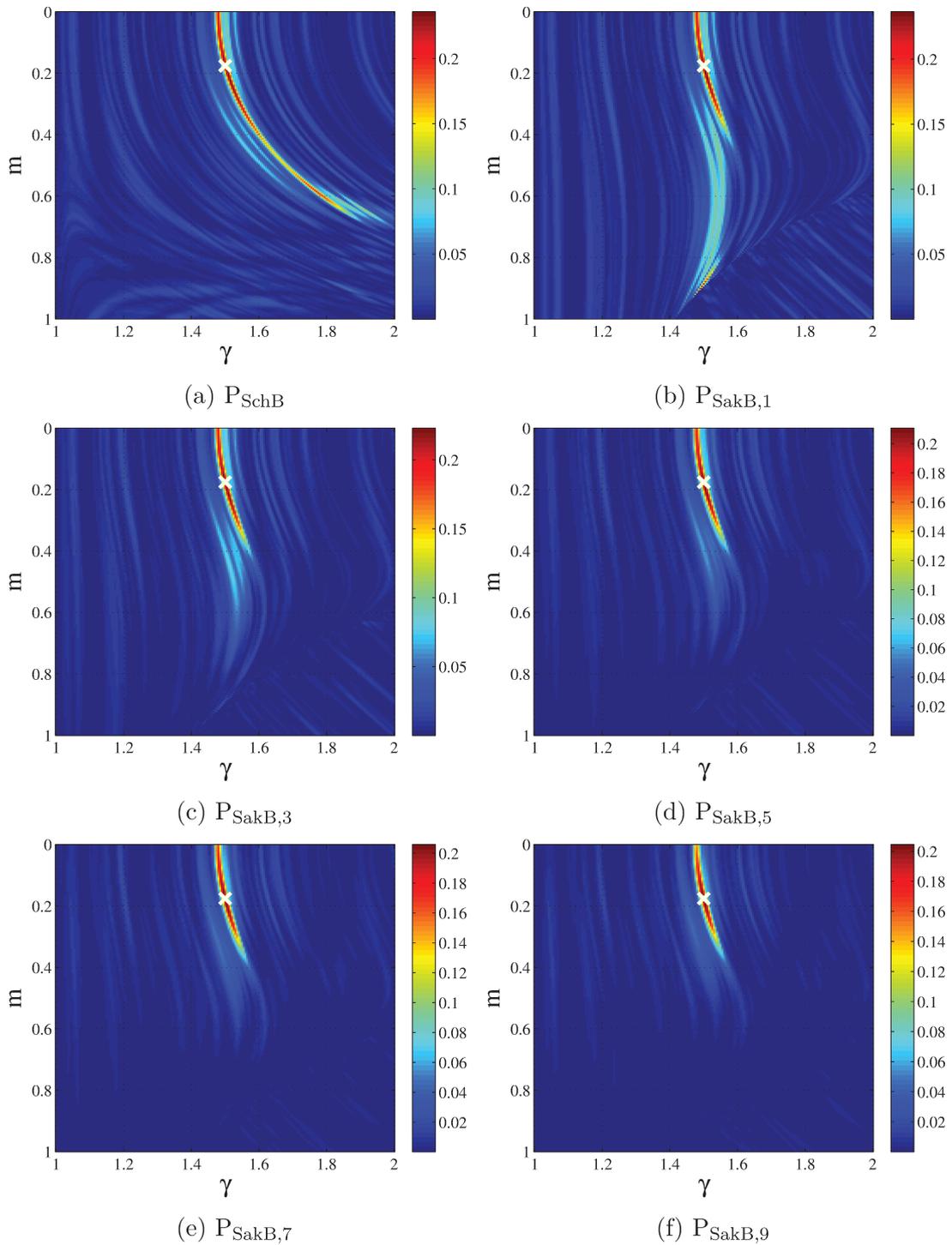


Figura 4.8: Valor de coerência para o refletor de inclinação 10° com o image gather central localizado em 2 km e usando a proposta de (a) Schleicher e Biloti, e a nossa proposta usando (b) 1, (c) 3, (d) 5, (e) 7 e (f) 9 image gathers. O sinal “x” em branco marca os valores exatos dos parâmetros γ e m .

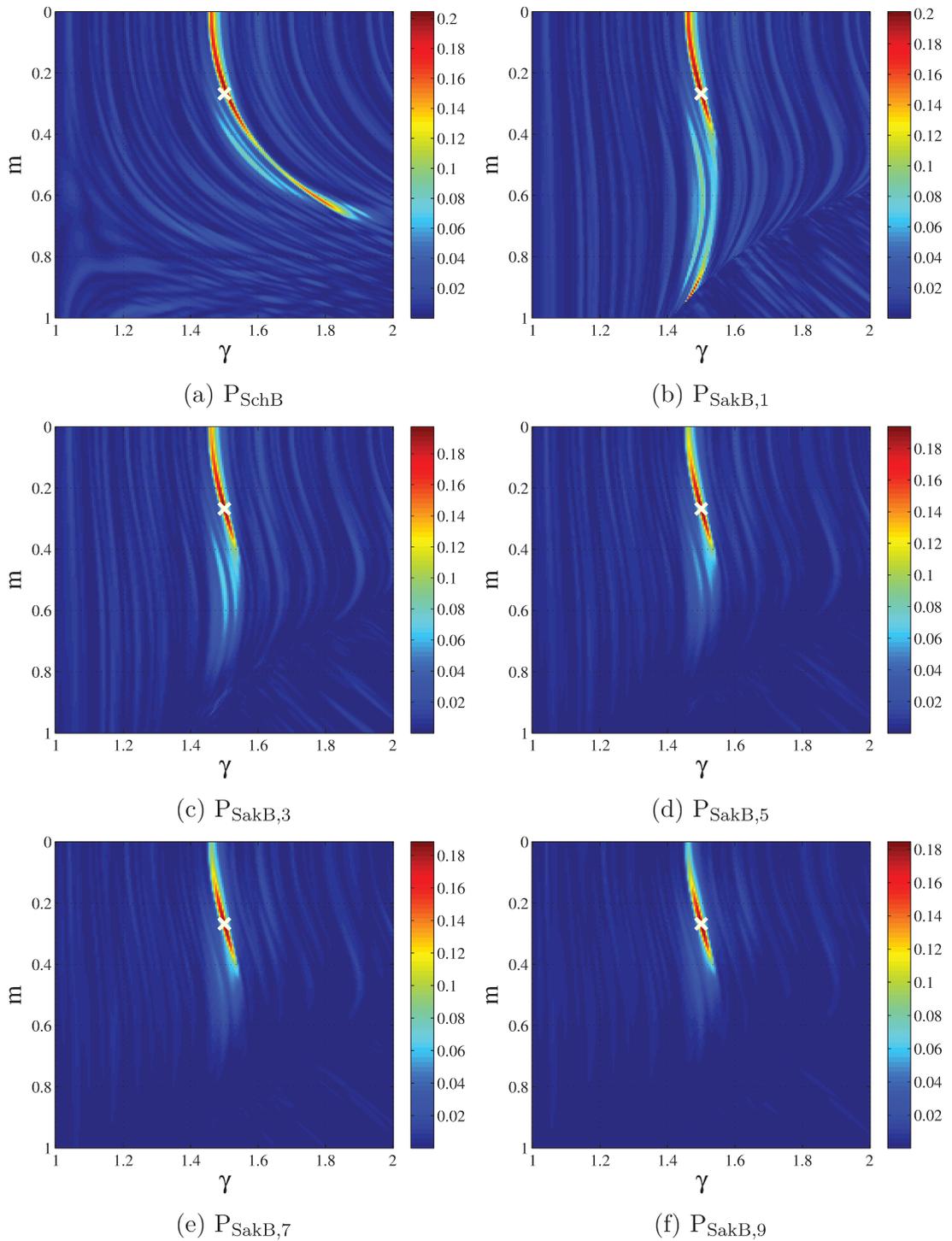


Figura 4.9: Valor de coerência para o refletor de inclinação 15° com o image gather central localizado em 2 km e usando a proposta de (a) Schleicher e Biloti, e a nossa proposta usando (b) 1, (c) 3, (d) 5, (e) 7 e (f) 9 image gathers. O sinal “x” em branco marca os valores exatos dos parâmetros γ e m .

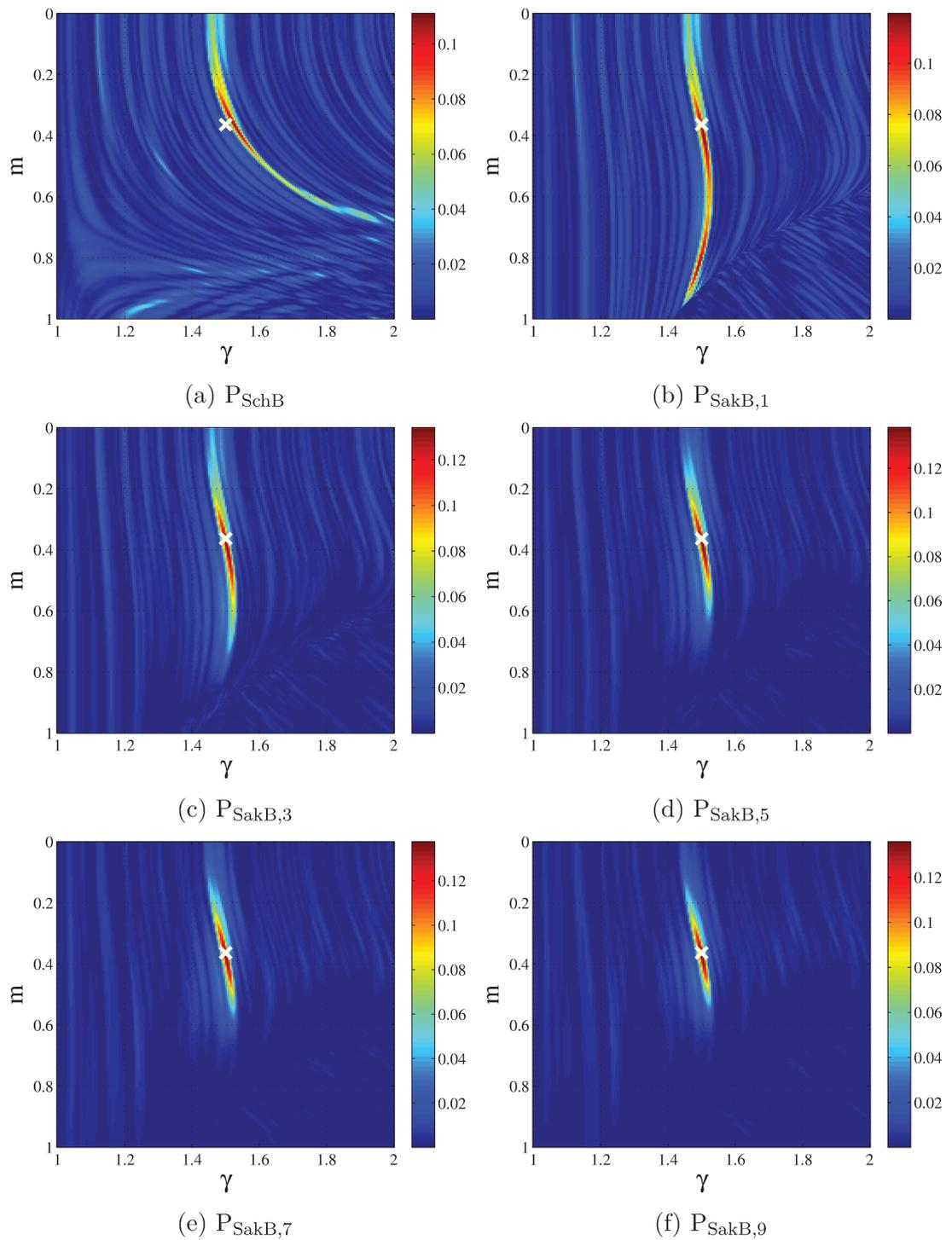


Figura 4.10: Valor de coerência para o refletor de inclinação 20° com o image gather central localizado em 2 km e usando a proposta de (a) Schleicher e Biloti, e a nossa proposta usando (b) 1, (c) 3, (d) 5, (e) 7 e (f) 9 image gathers. O sinal “x” em branco marca os valores exatos dos parâmetros γ e m .

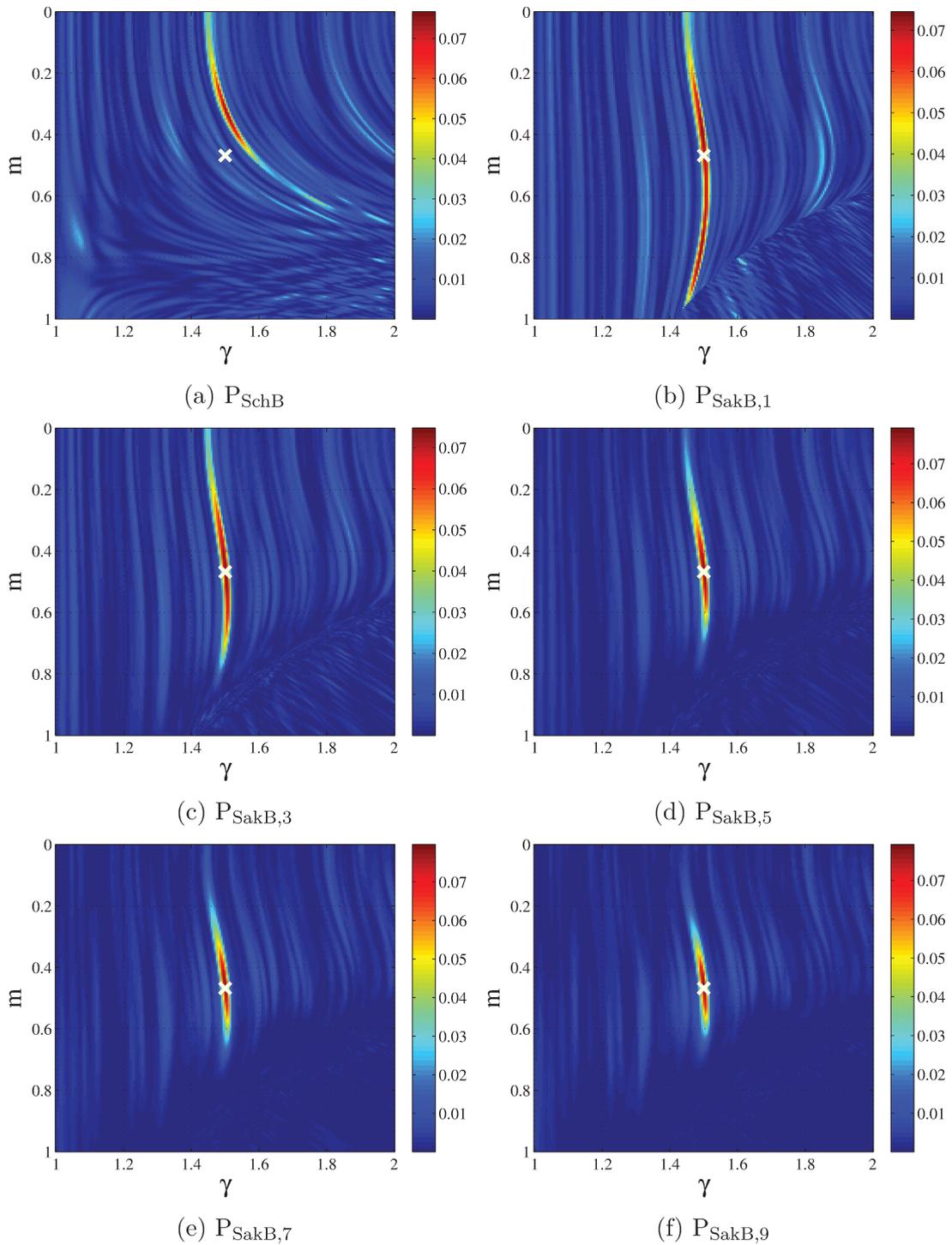


Figura 4.11: Valor de coerência para o refletor de inclinação 25° com o image gather central localizado em 2 km e usando a proposta de (a) Schleicher e Biloti, e a nossa proposta usando (b) 1, (c) 3, (d) 5, (e) 7 e (f) 9 image gathers. O sinal “x” em branco marca os valores exatos dos parâmetros γ e m .

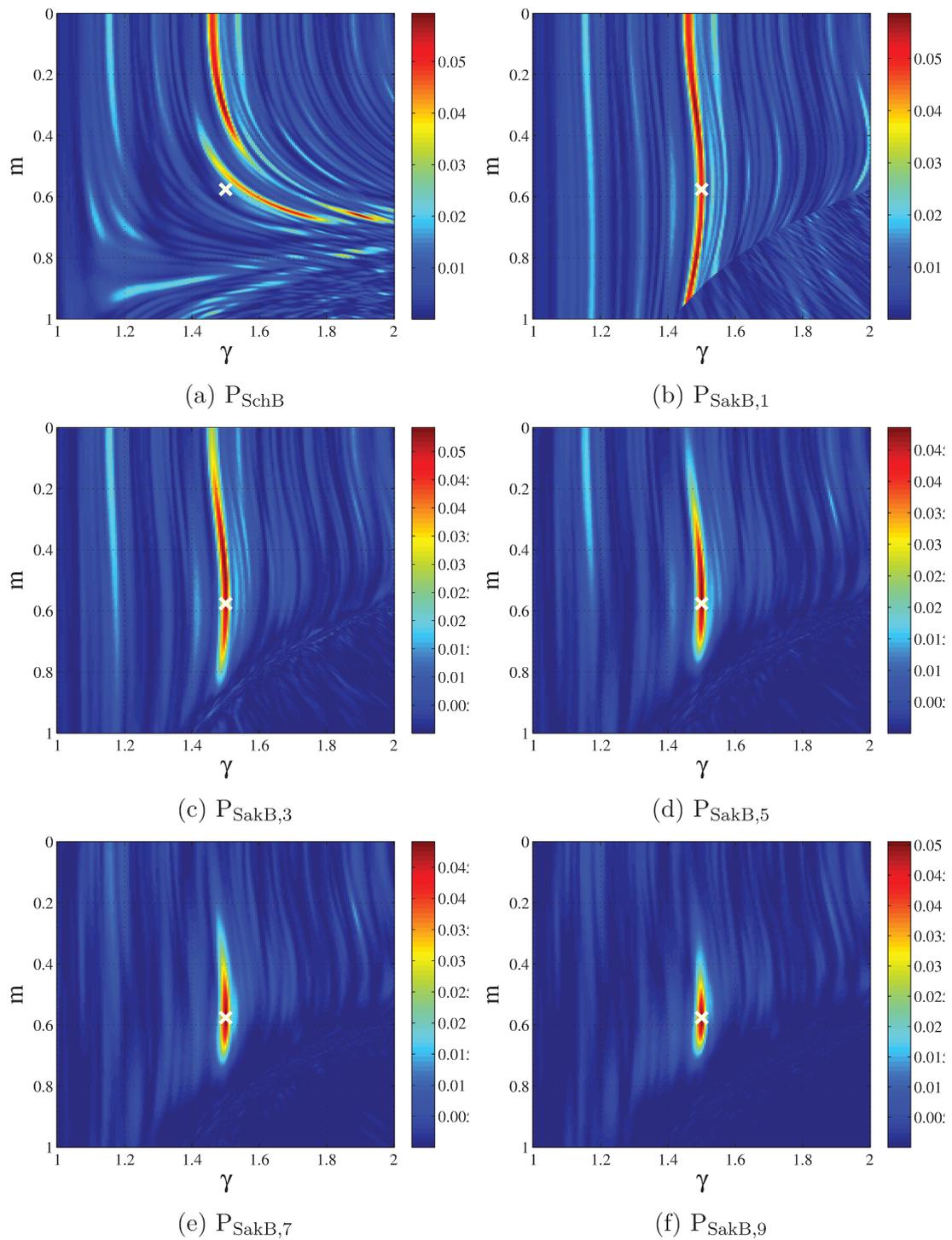


Figura 4.12: Valor de coerência para o refletor de inclinação 30° com o image gather central localizado em 2 km e usando a proposta de (a) Schleicher e Biloti, e a nossa proposta usando (b) 1, (c) 3, (d) 5, (e) 7 e (f) 9 image gathers. O sinal “x” em branco marca os valores exatos dos parâmetros γ e m .

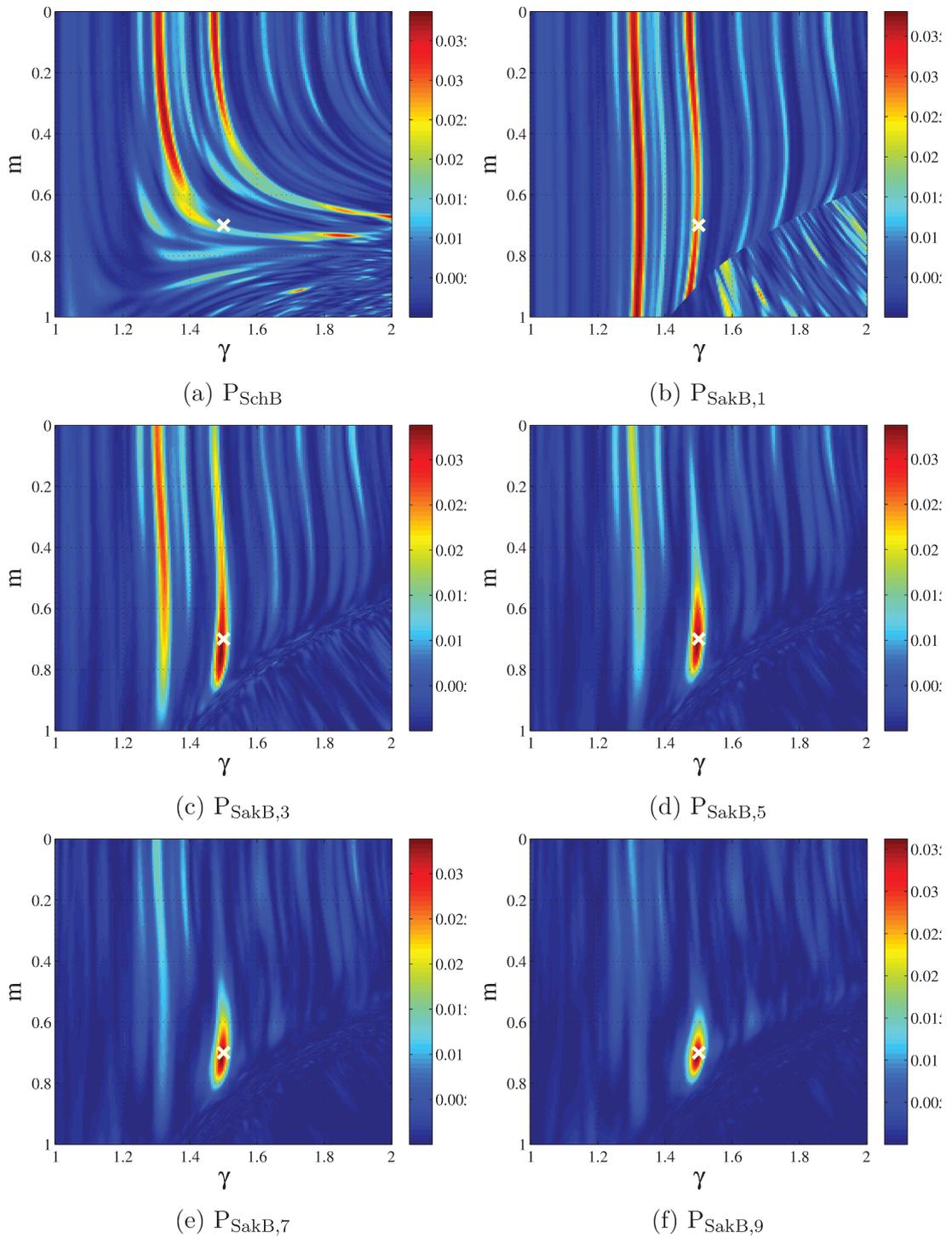


Figura 4.13: Valor de coerência para o refletor de inclinação 35° com o image gather central localizado em 2 km e usando a proposta de (a) Schleicher e Biloti, e a nossa proposta usando (b) 1, (c) 3, (d) 5, (e) 7 e (f) 9 image gathers. O sinal “x” em branco marca os valores exatos dos parâmetros γ e m .

4.1.4 Supergathers

Nesta subseção, comparamos o uso de vários image gathers para estimar os parâmetros γ e m .

A seguir, apresentamos os erros relativos obtidos na estimação dos parâmetros γ e m , usando 1, 3 e 5 image gathers, para refletores com inclinações de 10° , 15° , 20° , 25° , 30° e 35° .

Observe na Figura 4.14 e a Tabela 4.3, que utilizar 3 image gathers ao invés de apenas 1 reduz significativamente o erro no parâmetro de correção de velocidade. Essa redução é ainda mais expressiva em relação a estimação do parâmetro m , como pode ser vista na Figura 4.15 e resumida na Tabela 4.4. O motivo dessa redução drástica no erro dos parâmetros estimados é devido ao método de otimização convergir para um outro máximo local, que aparece quando utilizamos apenas um image gather. O uso de mais image gathers ao mesmo tempo, produz função objetivo mais concentrada, com o pico localizado nos valores dos parâmetros corretos. Portanto, o uso de supergathers tem um impacto positivo na qualidade da estimativa dos parâmetros.

Refletor	$P_{\text{SakB},1}$	$P_{\text{SakB},3}$	$P_{\text{SakB},5}$
10°	1.0%	0.9%	0.6%
15°	1.4%	0.9%	0.6%
20°	2.1%	0.4%	0.3%
25°	0.6%	0.2%	0.1%
30°	1.3%	0.3%	0.1%
35°	1.0%	0.3%	0.1%

Tabela 4.3: Percentagem do erro relativo médio em γ usando supergathers.

Refletor	$P_{\text{SakB},1}$	$P_{\text{SakB},3}$	$P_{\text{SakB},5}$
10°	111.2%	41.7%	22.3%
15°	97.4%	21.8%	12.2%
20°	99.9%	15.0%	7.2%
25°	99.7%	8.5%	2.6%
30°	87.1%	7.4%	2.4%
35°	85.4%	15.0%	4.6%

Tabela 4.4: Percentagem do erro relativo médio em m usando supergathers.

As Figuras 4.16, 4.17 e 4.18 mostram exemplos de iterações do método BOBYQA para o modelo do refletor inclinado de 25° usando a nossa proposta com 3 CIGs. O plano de fundo dessas figuras são as curvas de níveis da função objetivo. O ponto inicial dado é $\gamma = 1.3$ e $m = 0$, o raio de confiança inicial é $\Delta_1 = 0.1$ e raio final é $\Delta_f = 0.01$. A Figura 4.16 representa a configuração inicial do BOBYQA, lembrando que a variável m está escalonada de $[-1, 1]$ para $[-0.1, 0, 1]$. Este é um detalhe importante devido ao raio de confiança, uma vez que é o mesmo para as duas direções. Neste exemplo, para o raio de confiança inicial, foi calculado um ponto a mais da configuração inicial, numeração 6. Ao final desta fase, o ponto final escolhido foi o de numeração 2, que tem o maior valor

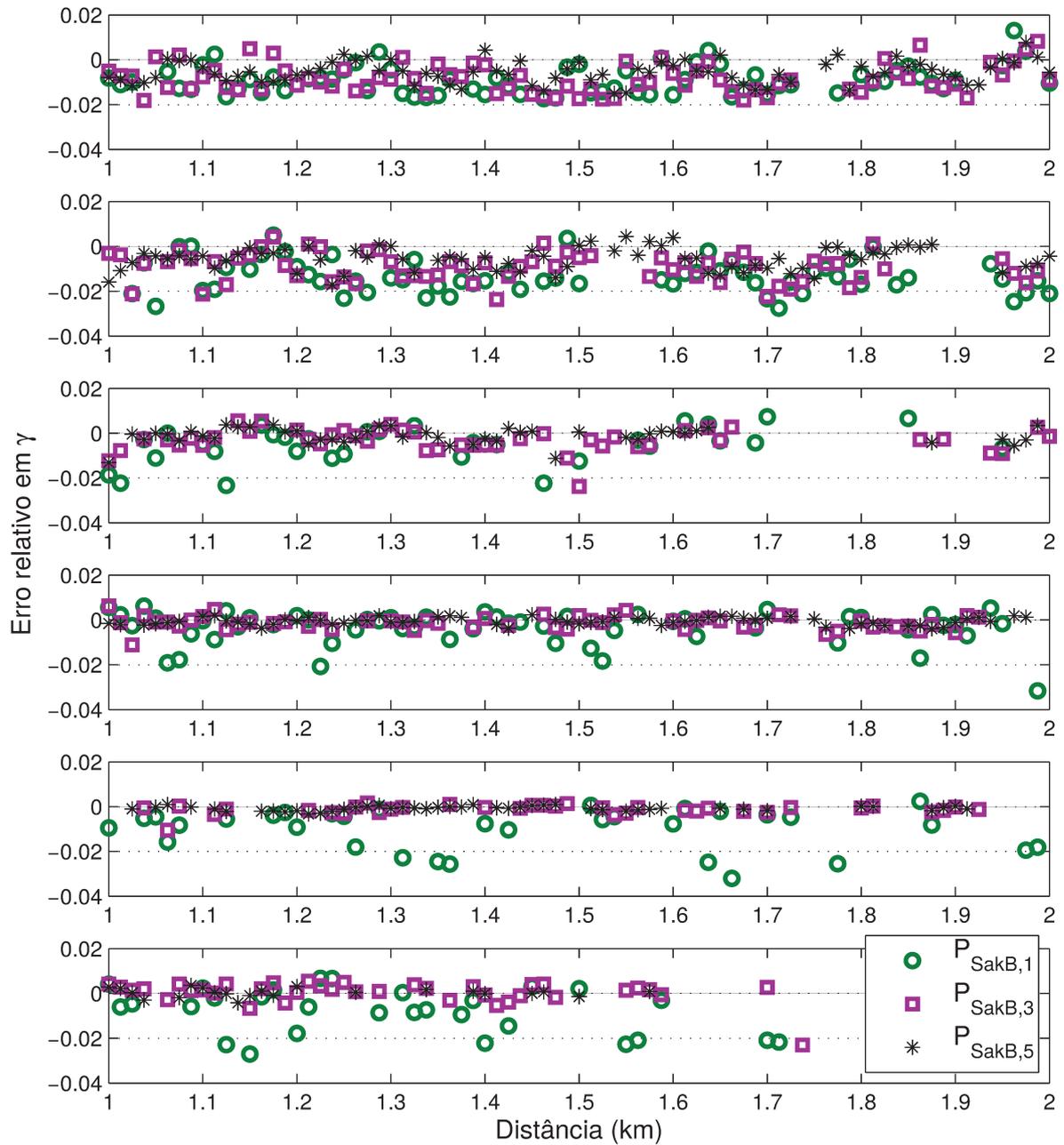


Figura 4.14: Erro relativo do parâmetro γ obtido pela nossa proposta usando 1, 3 e 5 image gathers, para os refletorres com inclinação 10°, 15°, 20°, 25°, 30° e 35°, de cima para baixo, respectivamente.

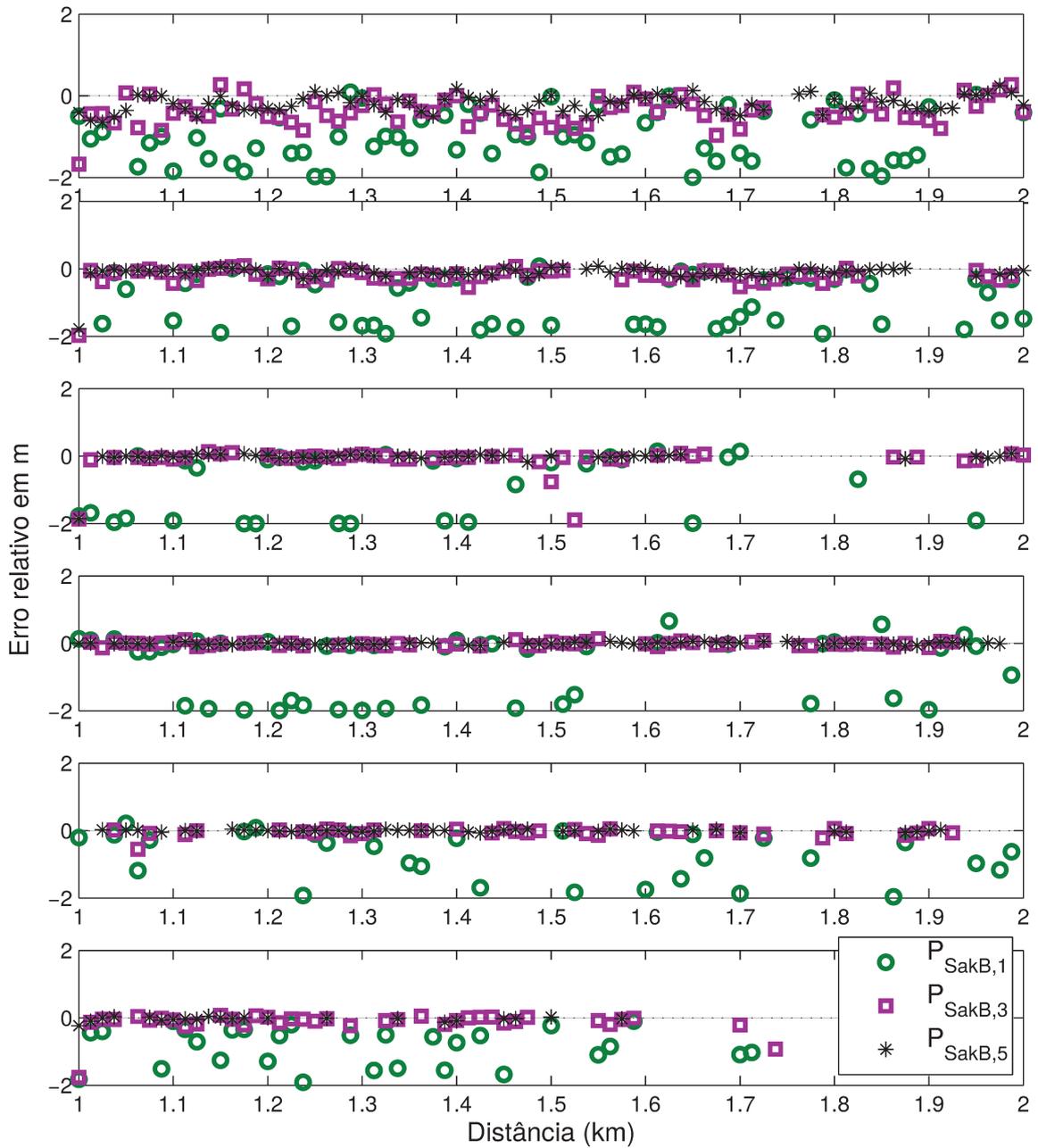


Figura 4.15: Erro relativo do parâmetro m obtido pela nossa proposta usando 1, 3 e 5 image gathers, para os refletores com inclinação 10° , 15° , 20° , 25° , 30° e 35° , de cima para baixo, respectivamente.

de função objetivo (0.00888). Para a próxima fase, o raio é reduzido para 0.01, e para dar sequência à ordenação, atualizamos o ponto com a numeração 2 para a numeração 6.

A Figura 4.17 mostra todos os pontos obtidos pelo método BOBYQA com raio de confiança de tamanho igual a 0.01. O ponto final obtido nesta fase foi o de numeração 16, com $\gamma = 1.4659$ e $m = 0.2205$.

Os pontos iterandos do BOBYQA estão mostrados na Figura 4.18 para o raio de região de confiança 0.01. Por fim, fazemos um refinamento da solução, ou seja, dado como ponto inicial o melhor ponto encontrado (numeração 16), aplicamos o algoritmo de otimização com raio inicial de confiança sendo 0.005 e o final sendo 0.00001. A solução após o refinamento está indicada em azul. A Tabela 4.5 mostra os resultados parciais obtidos pelo algoritmo. Neste caso, obtemos a solução ótima $\gamma_{opt} = 1.5004$ e $m_{opt} = 0.4589$, com um número de avaliações de função igual a 59. Neste exemplo, os valores exatos são $\gamma_{teo} = 1.5$ e $m_{teo} = 0.4680$. Portanto, os valores ótimos obtidos estão bem próximos dos teóricos. Observe que ao final da iteração com $\Delta = 0.0050$, a solução encontrada já é praticamente a mesma que a ótima.

Δ	Função Objetivo		Solução	
	Avaliações	S	γ	m
0.10000	6	0.00880	1.4000	0.0000
0.01000	10	0.04883	1.4659	0.2205
0.00500	5	0.04998	1.4709	0.2205
0.00050	25	0.07517	1.5003	0.4576
0.00007	6	0.07526	1.5004	0.4588
0.00001	7	0.07529	1.5004	0.4589

Tabela 4.5: Exemplo de resultados parciais obtidos pelo algoritmo BOBYQA. A primeira coluna, Δ , indica o tamanho da região de confiança, a segunda coluna indica o número de avaliações de função efetuadas pelo BOBYQA na iteração, S é o valor da coerência, γ e m são os valores das soluções obtidas na iteração.

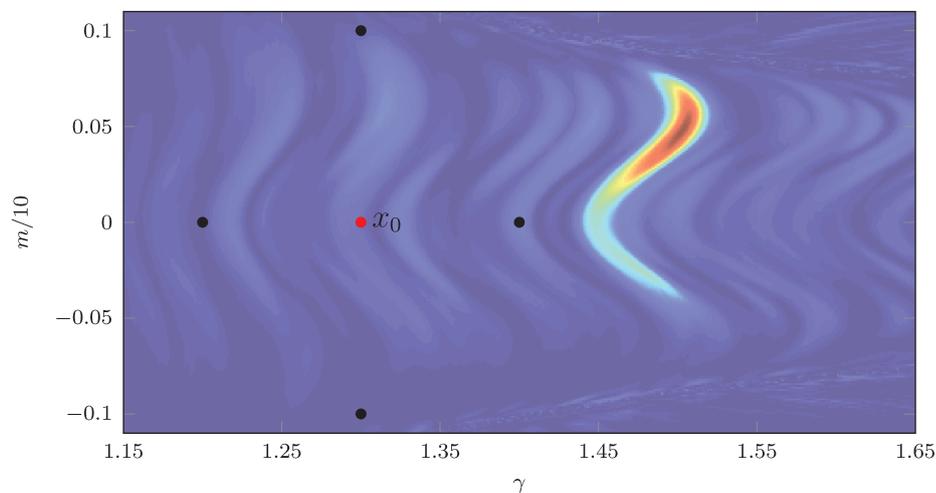


Figura 4.16: Configuração inicial calculada pelo BOBYQA para aproximação inicial x_0 ($\gamma = 1.3$ e $m = 0$) e $\Delta_1 = 0.1$.

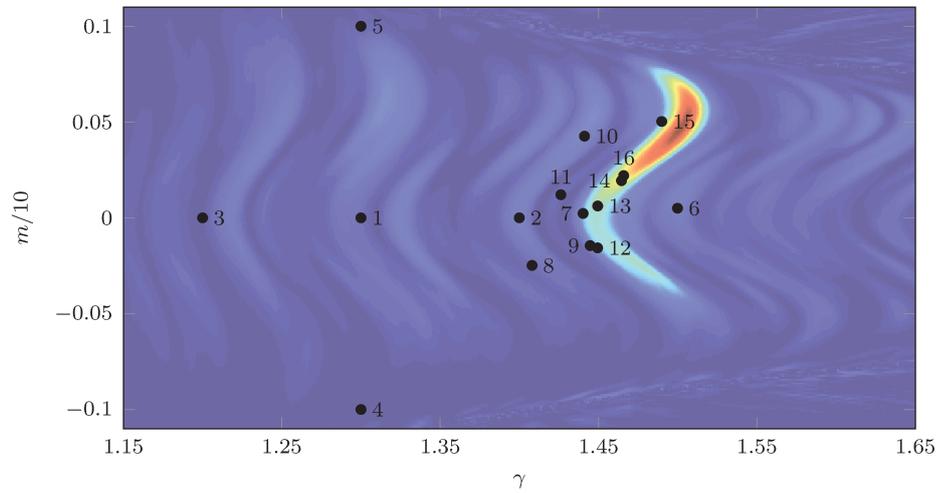


Figura 4.17: Pontos gerados pelo BOBYQA numerados sequencialmente, com raio de confiança de tamanho 0.01.

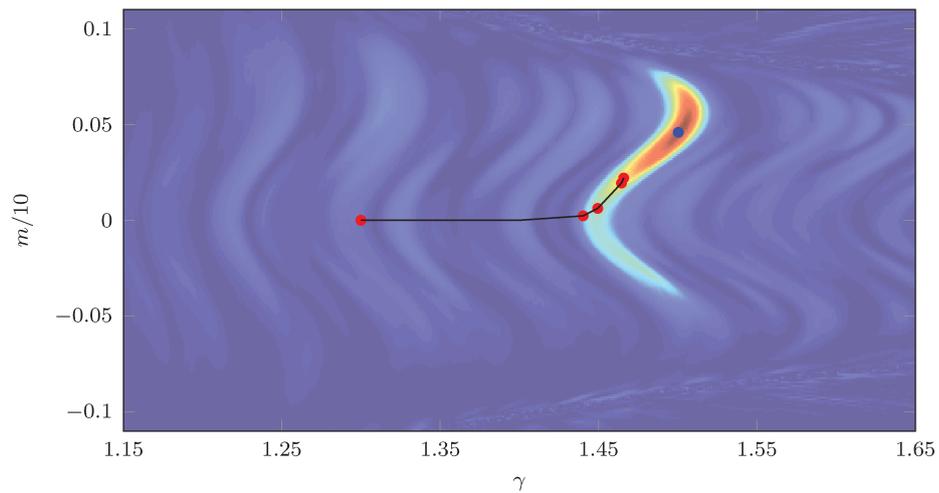


Figura 4.18: Caminho dos pontos iterandos gerados pelo BOBYQA com raio de confiança de tamanho 0.01 e, em azul, o ponto ótimo após a aplicação do refinamento.

4.2 Modelo com várias camadas

Como um exemplo mais complexo, modelamos um dado sintético com quatro camadas, descrito na Figura 4.19. Foram simulados 1201 pontos médios comum a cada 12.5 m e afastamentos entre 125 m e 5000 m a cada 12.5 m, com uma amostragem de 4 ms. Um ruído de razão sinal-ruído igual a 5 foi adicionado ao dado. Aplicamos uma migração Kirchhoff ao dado usando um campo de velocidade constante de 3 km/s.

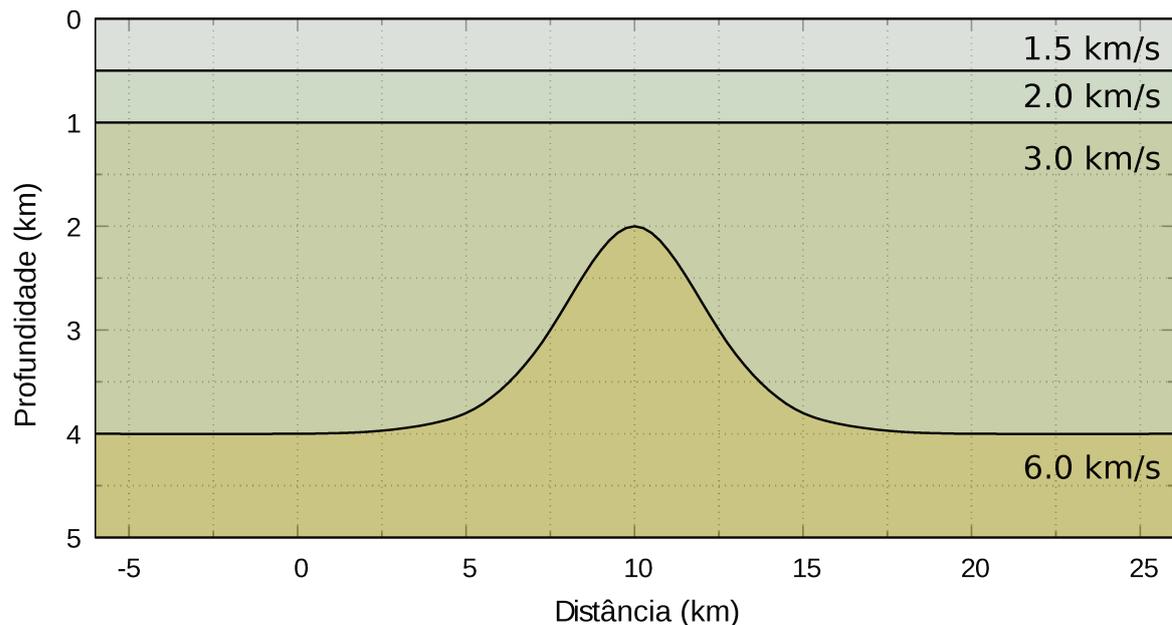


Figura 4.19: Modelo com 4 camadas, cujas velocidades nas camadas são 1.5 km/s, 2.0 km/s, 3.0 km/s e 6.0 km/s, de cima para baixo, respectivamente.

O intervalo de busca utilizado para o parâmetro γ foi $[0.5, 2.5]$, e de m foi $[-1, 1]$. É interessante apontar que permitimos um intervalo de busca maior para mostrar que o método funciona. Na prática, esse intervalo é mais refinado, uma vez que ao processar os dados, o intérprete já tem uma noção dos valores de velocidade.

O resultado dos painéis de coerência estão apresentados na Figura 4.20. Observe que, apesar dos valores de coerência serem menores usando 5 CIGs, o contraste na figura é maior. Isso indica que a localização do refletor é melhor definida usando mais image gathers para estimar os parâmetros.

Para melhor visualização dos parâmetros obtidos, usamos esses painéis de coerência para extrair os valores de parâmetro de γ e m para os quais o valor de coerência foi alto, resultando nos painéis dados pelas Figuras 4.21 e 4.22, respectivamente. Observe que para ambos os parâmetros, a utilização de mais de um CIG melhora significativamente a estimação dos parâmetros. Note que na Figura 4.22d, para o terceiro refletor, a variação do parâmetro m está de acordo com a inclinação do mesmo, isto é varia do valor negativo, chegando a 0 no topo, e em seguida, o valor cresce positivamente.

Na Figura 4.23, temos o resultado da coerência, parâmetros γ e m para antes (à esquerda) e após (à direita) o refinamento da região de confiança do BOBYQA. Para gerar esse resultado, utilizamos apenas 10 aproximações iniciais, ao invés de 20. O motivo desta é para acentuar a diferença entre os painéis. Note que a coerência referente ao primeiro

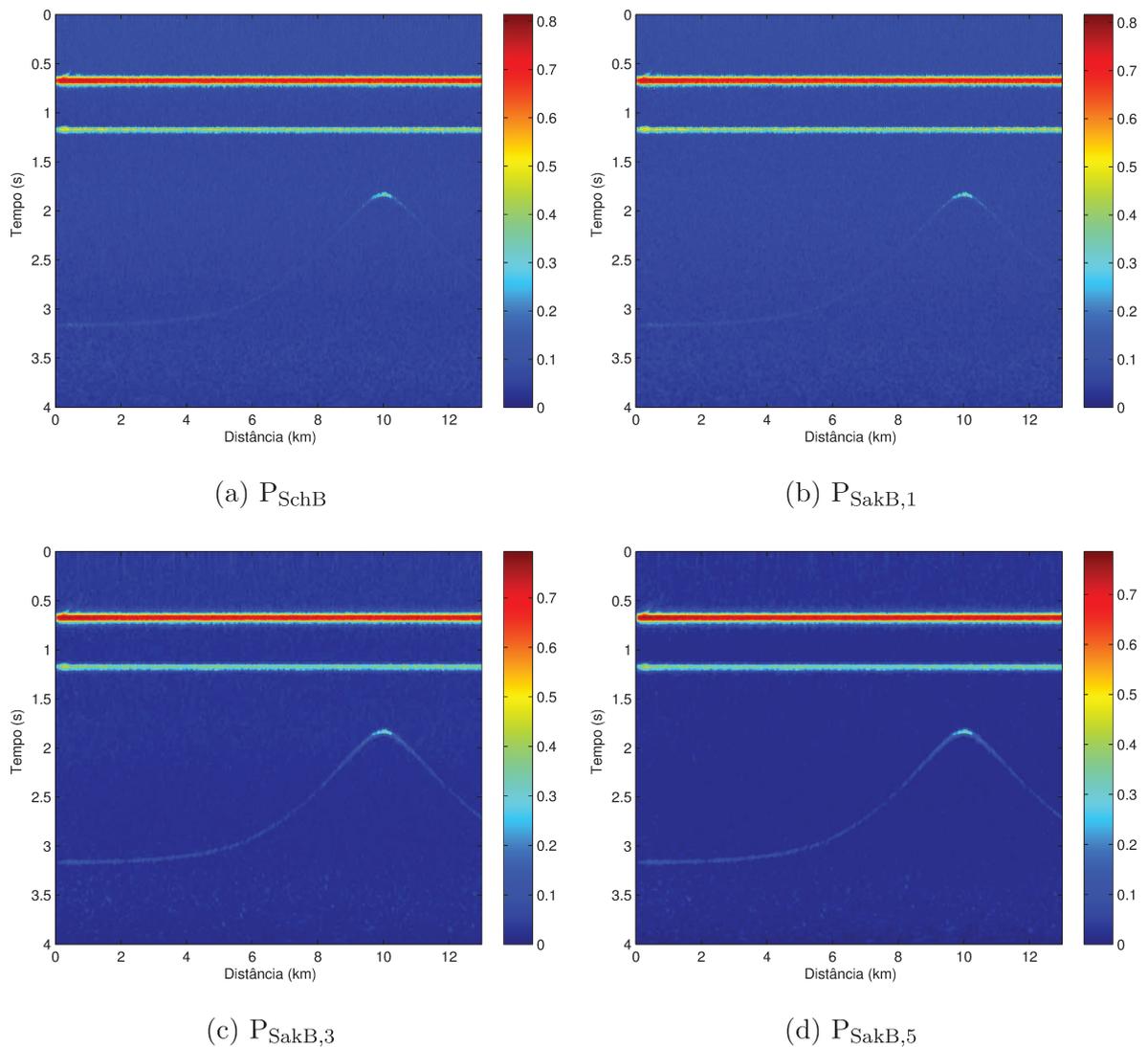


Figura 4.20: Valor de coerência obtido pela proposta de (a) Schleicher e Biloti e a nossa usando (b) 1 CIG, (c) 3 CIGs e (d) 5 CIGs.

refletor à direita obteve uma melhora após o refinamento. Sobre os painéis do parâmetro γ , não há muita diferença entre os dois. A melhora no valor do parâmetro é notável para o painel de m . Observe que antes do refinamento, o valor de m está sempre em torno de 0. Porém, após o refinamento, valor de m passa a variar de valores negativos para positivos, o que é o esperado pelo formato do refletor.

Assim como para o experimento anterior do refletor único inclinado, fazemos um picking no painel de coerência obtido para localizar os refletores. Após esse picking, interpolamos os pontos e construímos um caminho de maior valor de coerência dentro de uma faixa. Desses pontos, escolhemos os que possuem valor de coerência maior que um limite inferior, dando origem ao que chamamos de curva de pontos *optcoher*. A partir desta curva, extraímos os valores dos parâmetros. Para obter uma suavização destas curvas, aplicamos o método de splines ótimas, Biloti et al. (2003), como mostra a Figura 4.24. Basicamente, dado o número de nós o método determina os pontos ótimos dos nós para as splines cúbicas no sentido de quadrados mínimos.

Utilizamos os parâmetros de correção de velocidade obtidos para atualizar a velocidade.

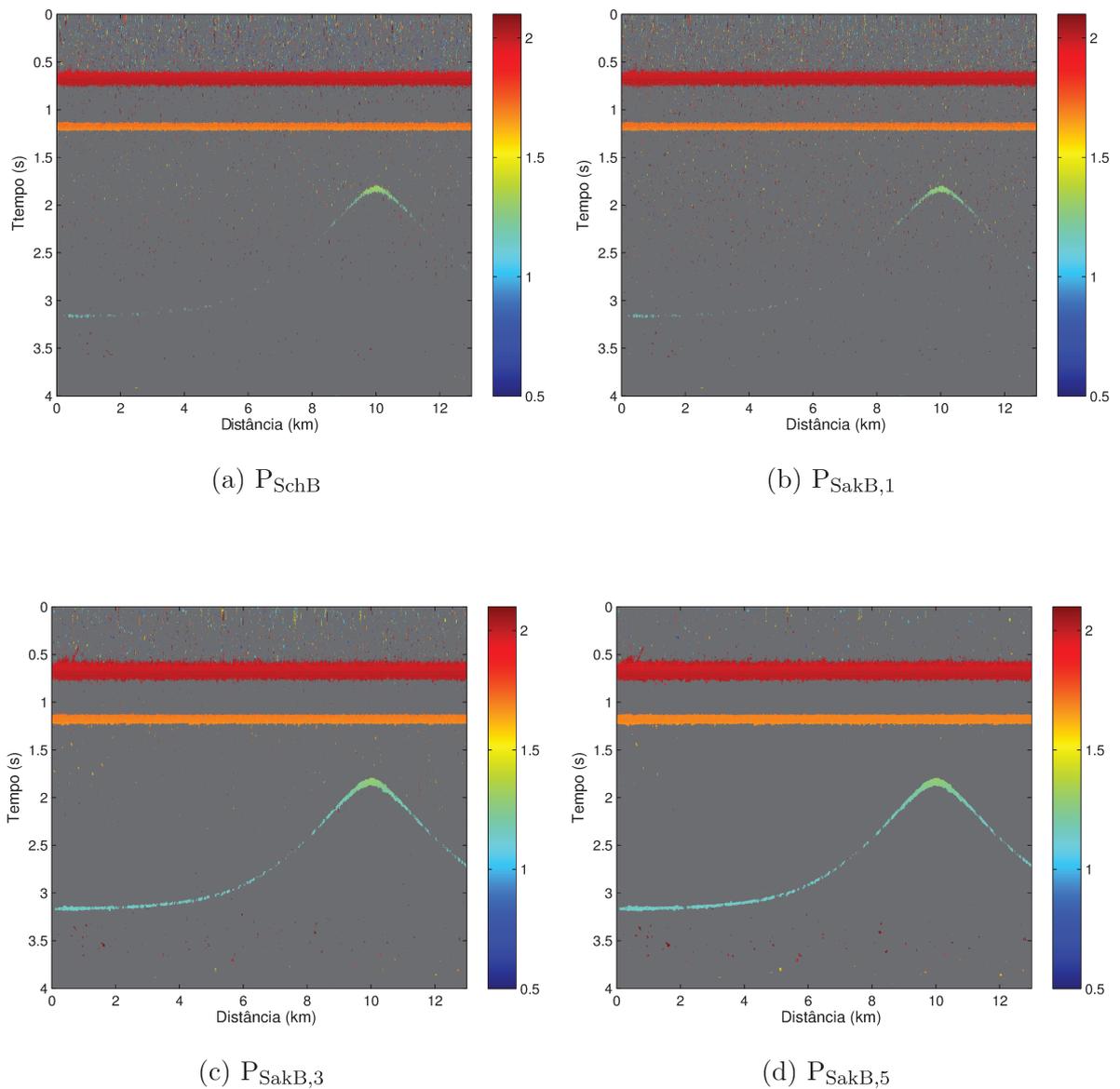


Figura 4.21: Estimativa do parâmetro γ .

A Figura 4.25 mostra o campo de velocidade corrigido após 1 iteração da proposta P_{SchB} , $P_{SakB,1}$, $P_{SakB,3}$ e $P_{SakB,5}$. Chamamos essas velocidades de Vel_{SchB} , Vel_1 , Vel_3 e Vel_5 , respectivamente. Observe que não há grande diferença entre os campos de velocidade Vel_3 (Figura 4.25c) e Vel_5 (Figura 4.25d).

A Figura 4.26 mostra algumas seções migradas com velocidade constante de 3 km/s. Após 1 iteração do MVA, temos as seções migradas das mesmas posições utilizando a velocidade corrigida Vel_{SchB} (Figura 4.27), Vel_1 (Figura 4.28), Vel_3 (Figura 4.29) e Vel_5 (Figura 4.30). Apenas para melhor visualização, para estas figuras utilizamos o dado com ruído bem baixo, de razão sinal-ruído 50. Temos inicialmente o dado com os moveouts acentuados, como podemos observar na Figura 4.26. Após estimar os parâmetros, corrigir a velocidade e migrar o dado com essa velocidade atualizada, observamos que, para todas as propostas, os dois primeiros eventos, tornam-se praticamente horizontais. Estes são os eventos relacionados com os refletores planos horizontais, e portanto, mais simples de

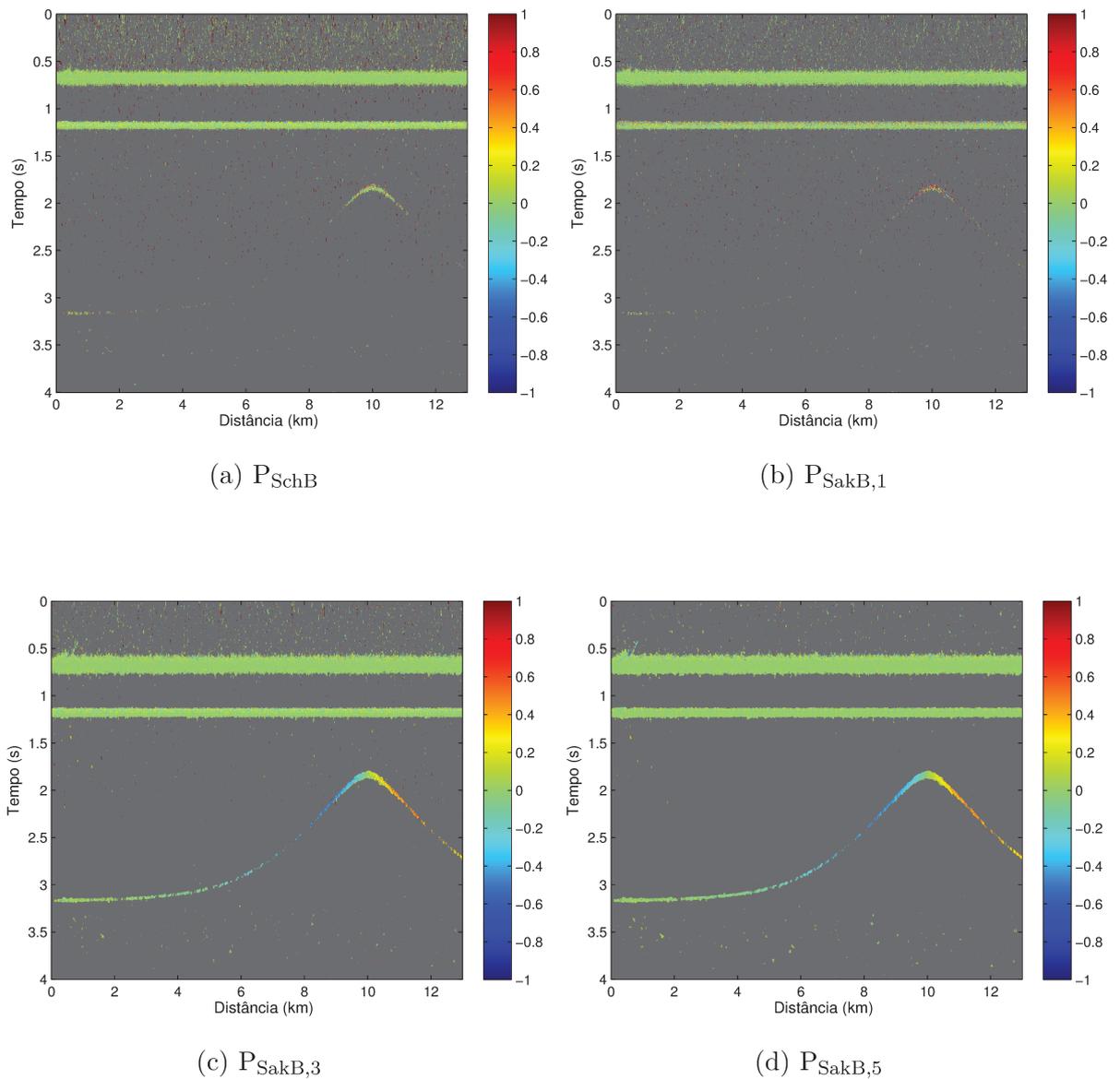
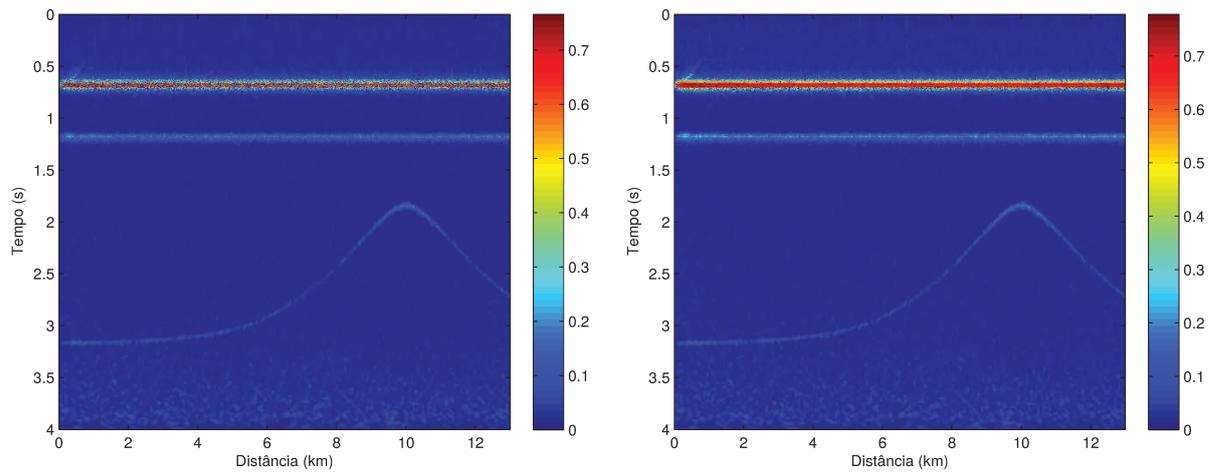


Figura 4.22: Estimativa do parâmetro m .

serem corrigidos. O que é mais importante é o terceiro evento, que é em relação ao terceiro refletor. Note que pela proposta P_{SchB} , o terceiro evento continua com o moveout para todos os CIGs (veja Figura 4.27, ou seja, a velocidade continua com erro. Temos um resultado similar quando utilizamos nossa proposta $P_{SakB,1}$, como mostra a Figura 4.28. Por outro lado, usando supergathers para estimar os parâmetros e corrigir a velocidade, $P_{SakB,3}$ e $P_{SakB,5}$, temos que na maioria dos CIGs, os eventos ficam horizontais ou quase horizontais, como podemos observar nas Figuras 4.29 e 4.30.



(a) Coerência.

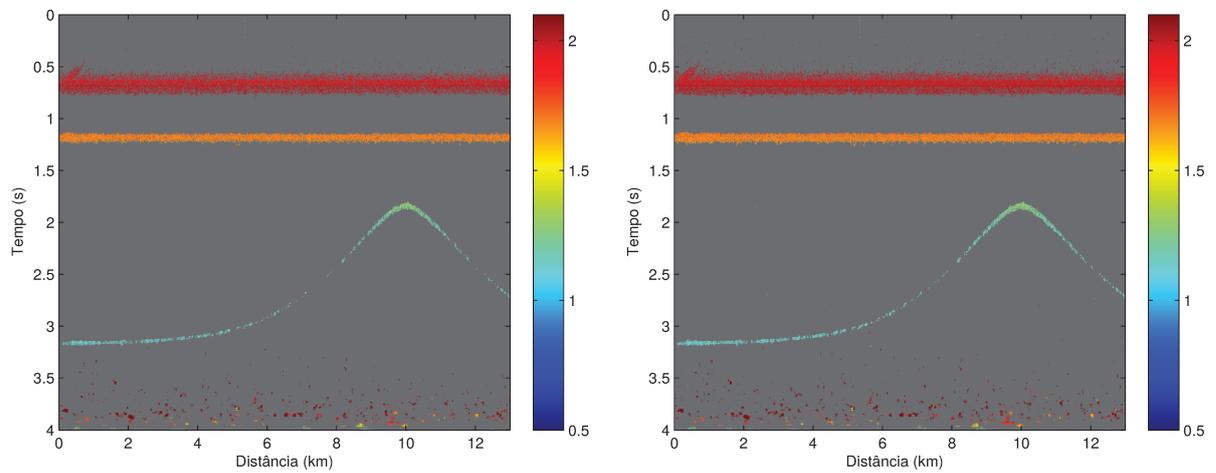
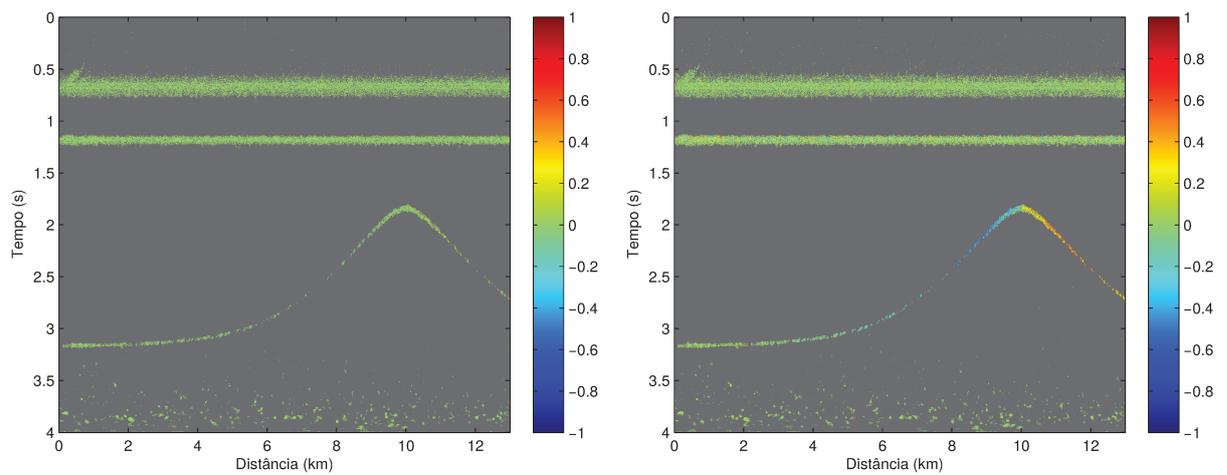
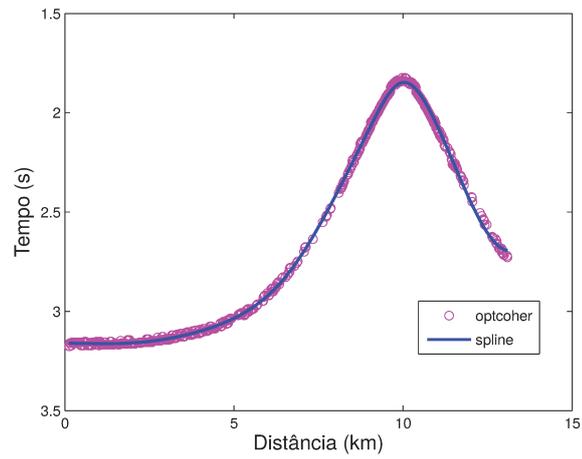
(b) Parâmetro γ .(c) Parâmetro m .

Figura 4.23: Resultados obtidos com o BOBYQA antes (à esquerda) e após (à direita) o refinamento usando 10 aproximações iniciais.



(a) Posição do refletor.

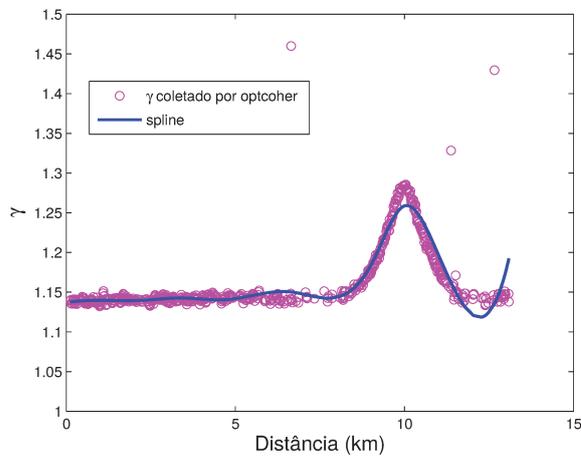
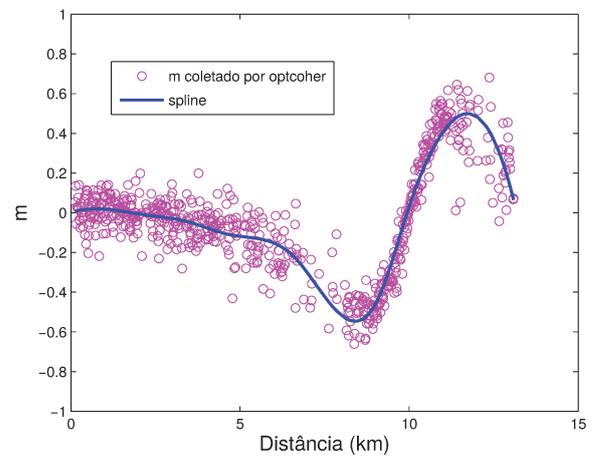
(b) Parâmetro γ .(c) Parâmetro m .

Figura 4.24: Suavização da (a) posição do refletor, (b) parâmetro γ e (c) parâmetro, m para a nossa proposta $P_{SakB,3}$ para o terceiro refletor.

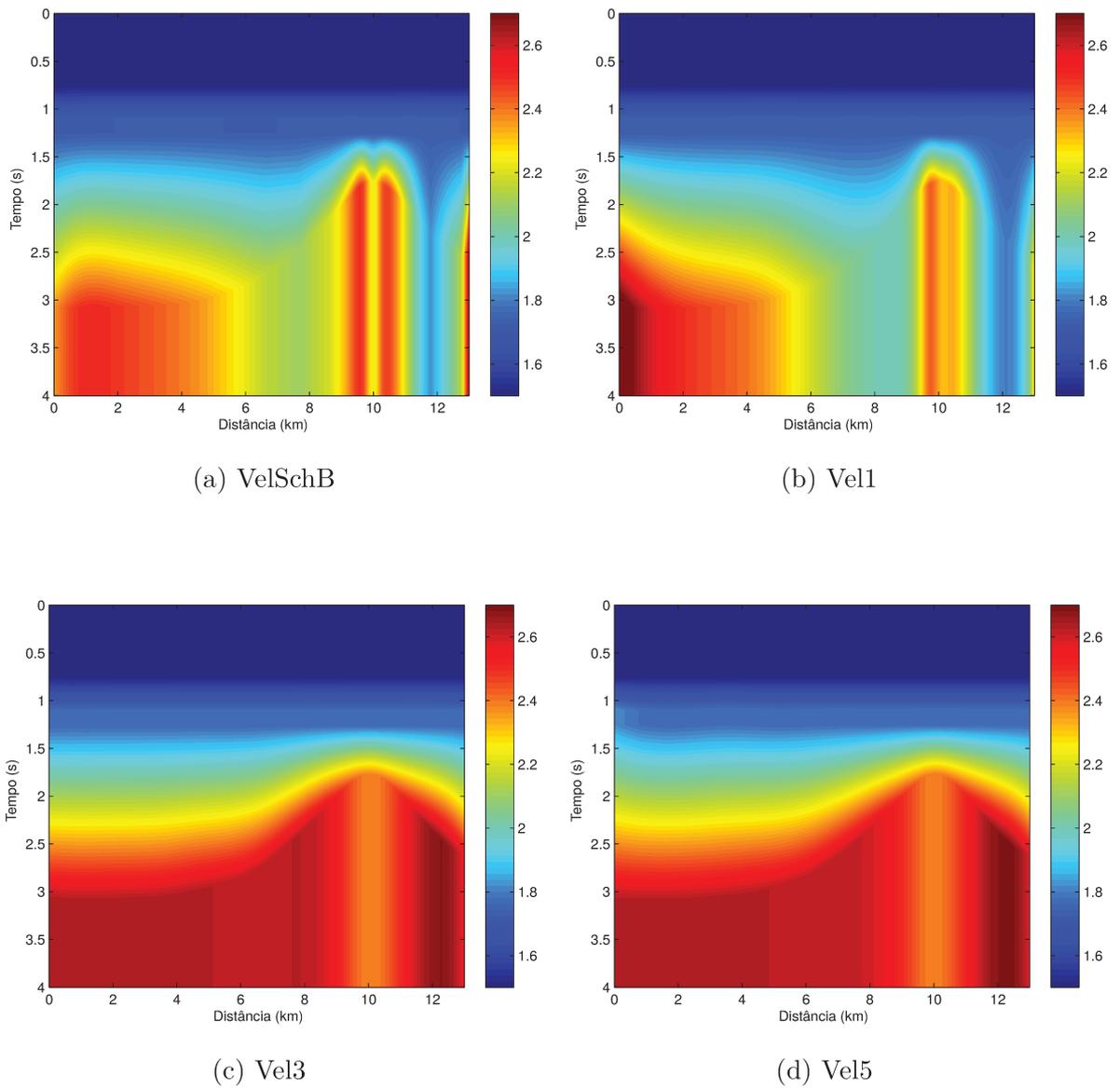


Figura 4.25: Campo de velocidade de migração corrigida usando para estimar os parâmetros (a) P_{SchB} , (b) $P_{SakB,1}$, (c) $P_{SakB,3}$ e (d) $P_{SakB,5}$.

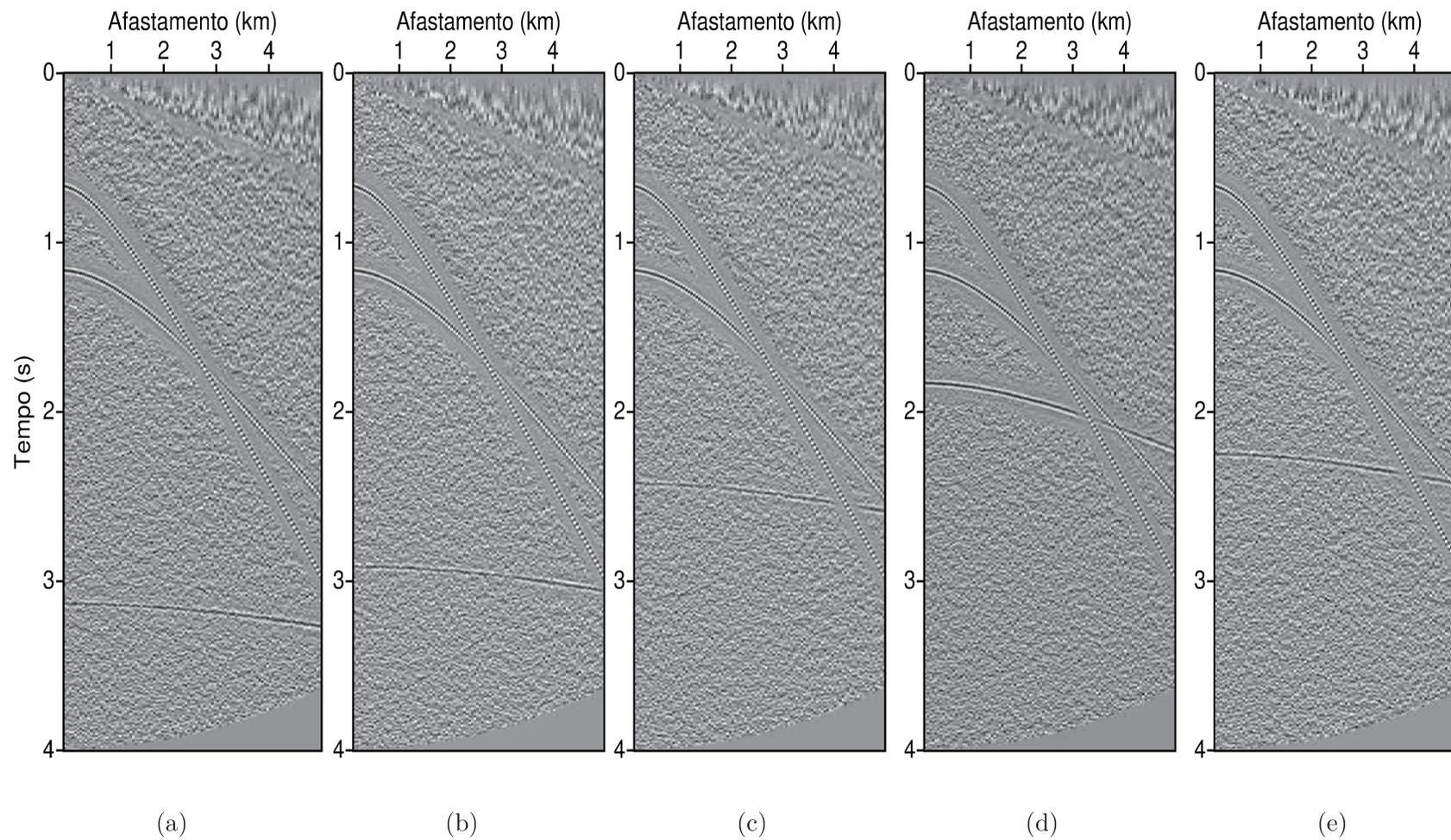


Figura 4.26: CIGs após migração em tempo usando velocidade constante de 3 km/s. A localização das seções migradas são (a) 3 km, (b) 6 km, (c) 8 km, (d) 10 km e (e) 11.5 km.

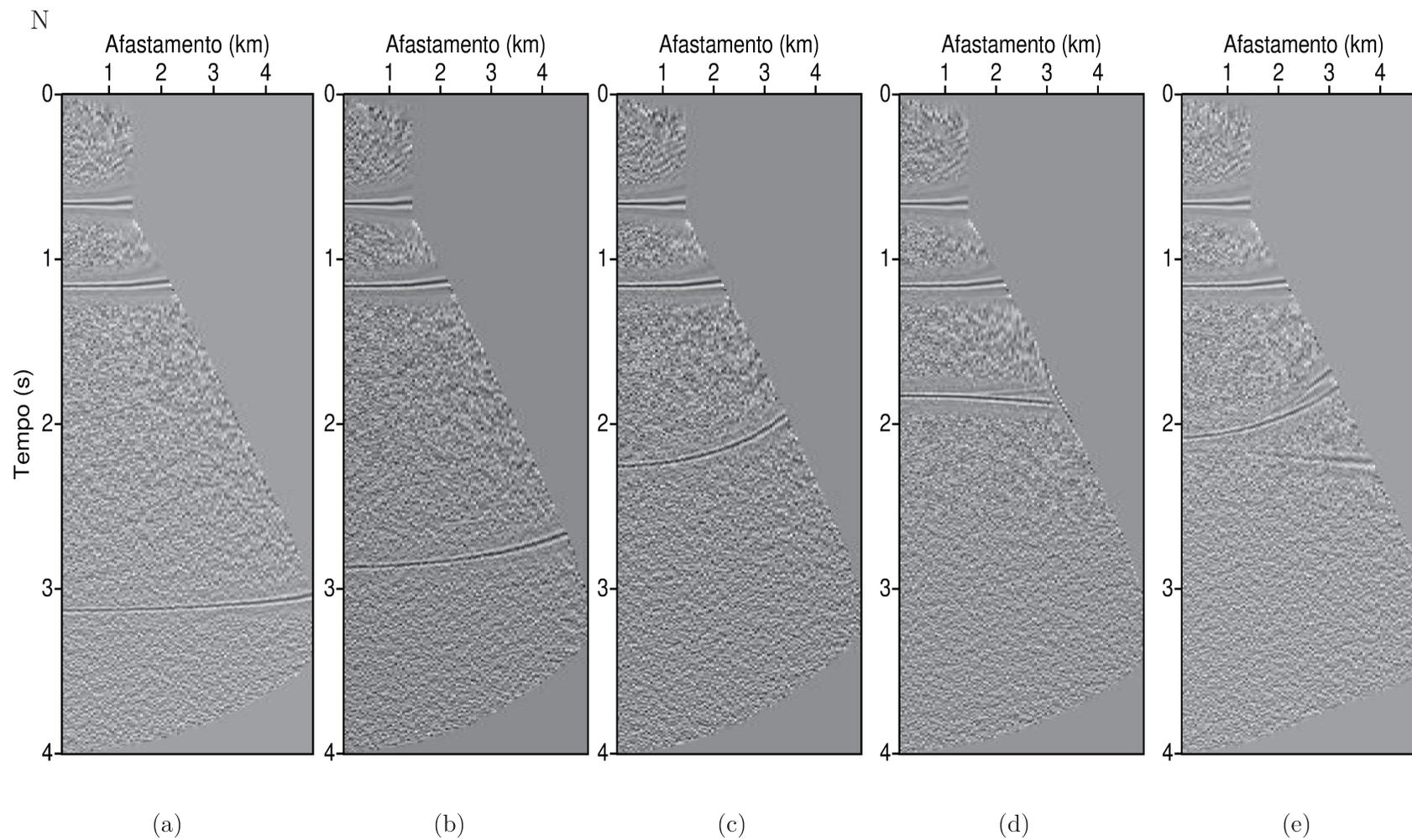


Figura 4.27: CIGs após migração em tempo usando velocidade VelSchB. A localização das seções migradas são (a) 3 km, (b) 6 km, (c) 8 km, (d) 10 km e (e) 11.5 km.

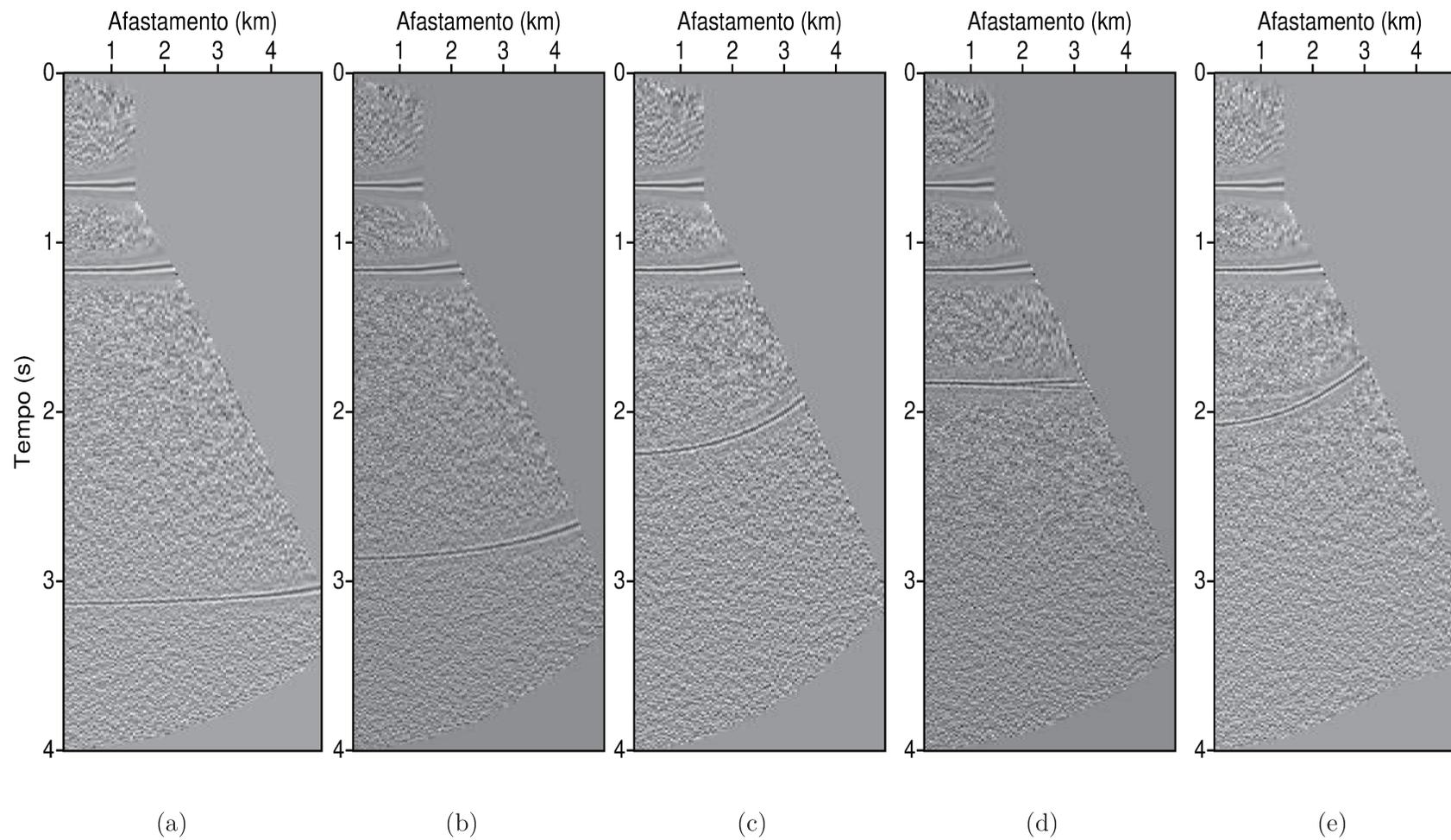


Figura 4.28: CIGs após migração em tempo usando velocidade V_{el1} . A localização das seções migradas são (a) 3 km, (b) 6 km, (c) 8 km, (d) 10 km e (e) 11.5 km.

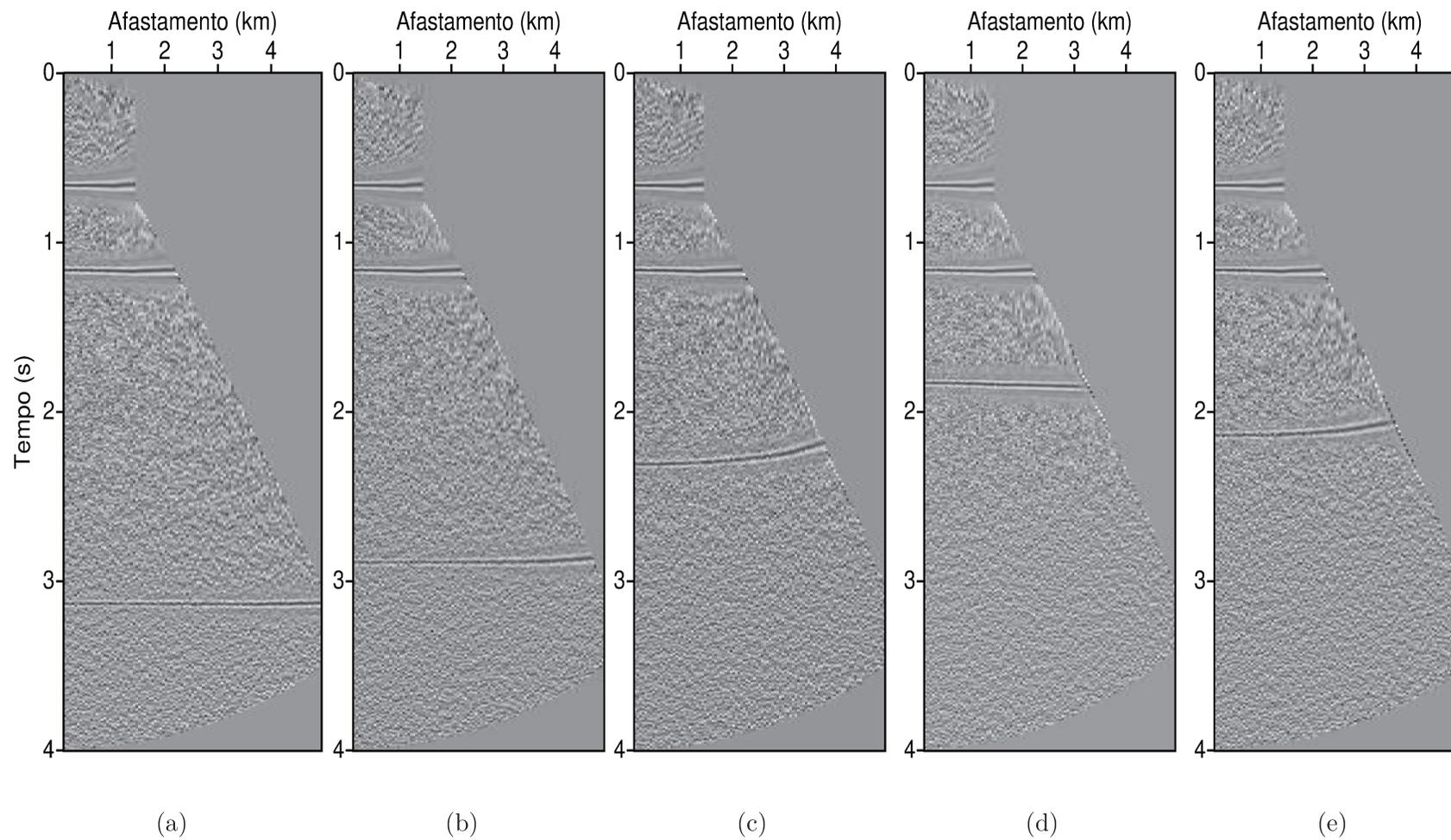


Figura 4.29: CIGs após migração em tempo usando velocidade Vel3. A localização das seções migradas são (a) 3 km, (b) 6 km, (c) 8 km, (d) 10 km e (e) 11.5 km.

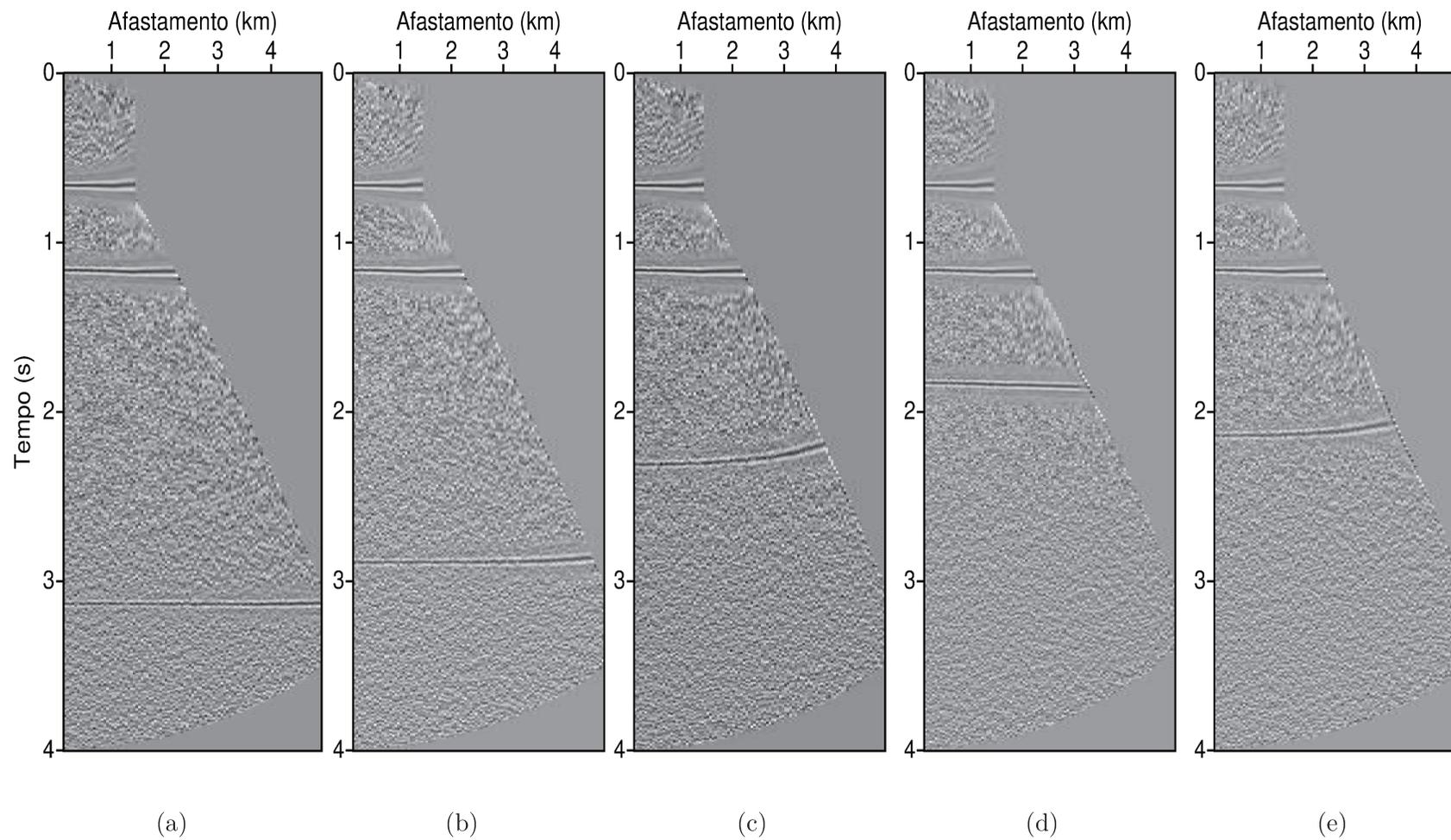


Figura 4.30: CIGs após migração em tempo usando velocidade Vel5. A localização das seções migradas são (a) 3 km, (b) 6 km, (c) 8 km, (d) 10 km e (e) 11.5 km.

O empilhamento das seções migradas pode ser visto nas Figuras 4.31 e 4.32. Note que inicialmente, Figura 4.31a, não é possível identificar nenhum dos 3 refletores. Após uma iteração do MVA, migrando o dado com a velocidade VelSchB e Vel1, observamos que no empilhamento já é possível identificar os dois primeiros refletores, como mostram, respectivamente, as Figuras 4.31b e 4.32a. Entretanto, o último refletor não aparece em ambos os casos. Ao utilizar os supergathers para estimar os parâmetros, observamos no empilhamento das seções migradas com Vel3 e Vel5, Figuras 4.32b e 4.32c, revela-se, ainda que fracamente, o terceiro refletor. Isso significa que o campo de velocidade foi melhor corrigido nestes dois últimos casos.

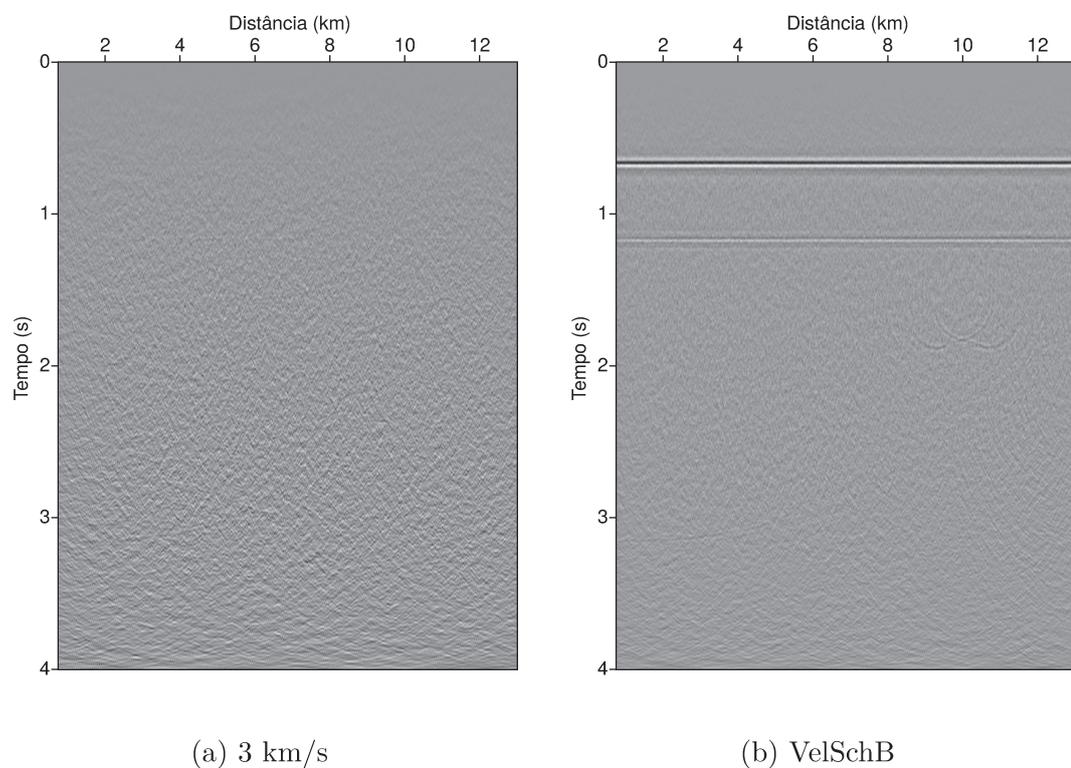
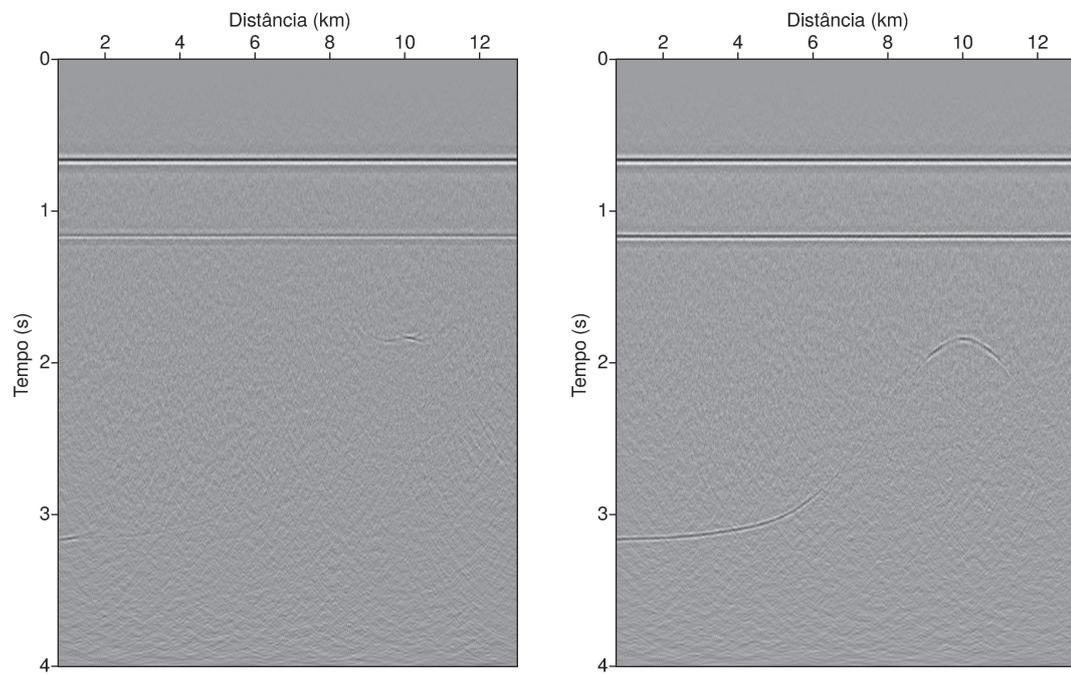
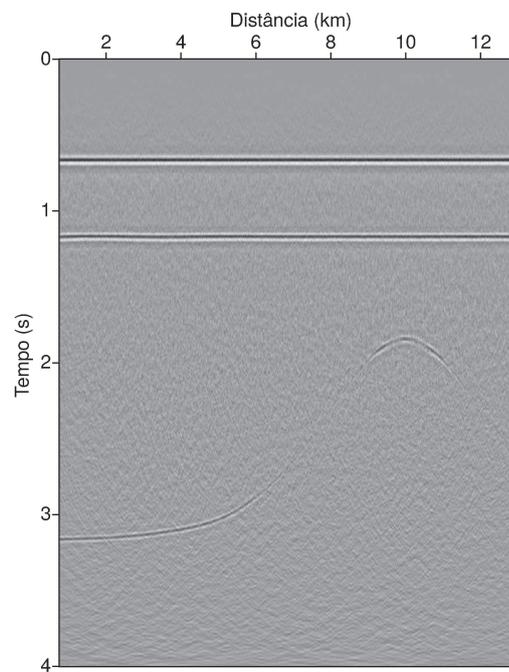


Figura 4.31: Empilhamento do dado migrado usando (a) velocidade constante de 3 km/s, após 1 iteração do MVA usando (b) VelSchB.



(a) Vel1

(b) Vel3



(c) Vel5

Figura 4.32: Empilhamento do dado migrado usando a velocidade corrigida, após 1 iteração do MVA, (a)Vel1, (b)Vel3 e (c)Vel5.

Capítulo 5

Discussão

Através dos experimentos numéricos, é evidente que a nossa proposta quando a velocidade de migração é menor que a correta ($\gamma < 1$) descreve o evento corretamente. Neste caso, teoricamente, não há restrição com relação à inclinação do refletor. Mesmo para afastamentos grandes, a nossa curva consegue acompanhar o evento, diferentemente da proposta de Schleicher e Biloti (2007).

Para o caso em que a velocidade de migração é maior que a correta ($\gamma > 1$), a nossa proposta é a que melhor descreve o evento em comparação Al-Yahya (1989) e Schleicher e Biloti (2007). Para este caso, a condição (2.20) estabelece a maior inclinação possível em relação ao parâmetro de velocidade de correção, ou vice-versa, em que a imagem ainda é formada na migração do dado para afastamento nulo. Apesar de não termos obtido uma condição similar para o caso de afastamento não-nulo, a condição seria mais restritiva. Portanto, consideraremos que essa condição é necessária para a aplicação da proposta. No nosso experimento, para $\gamma = 1.5$, o limite para a inclinação do refletor seria de aproximadamente 40° , conforme observamos na Figura 2.11. Para este caso, mostramos que a imagem do refletor não se forma. Portanto, esta é a razão de limitarmos nossos exemplos para refletores até 35° , quando $\gamma = 1.5$.

Através da construção das figuras da função objetivo e a análise das mesmas, verificamos que a função objetivo é mais sensível ao parâmetro γ do que ao parâmetro m . Em outras palavras, para um mesmo valor de γ , vários valores de m fornecem valores próximos de função objetivo, ou seja, curvas com ajustes similares. O uso de supergathers tende a reduzir essa indeterminação em m . Para a busca de parâmetros, Schleicher e Biloti (2007) fixaram inicialmente $m = 0$ e fizeram a busca apenas no parâmetro γ . Uma vez encontrado o γ , utilizavam-no como aproximação inicial para a busca bidimensional: em m e γ simultaneamente. Similar à ideia deles, fixamos $m = 0$ e geramos aleatoriamente valores para γ . Estas são as aproximações iniciais para o algoritmo de otimização fazer a busca pelos parâmetros ótimos. É importante ressaltar que fixamos $m = 0$ apenas para a aproximação inicial, e que a busca no algoritmo é realizada em ambos os parâmetros.

Pelos experimentos, notamos que mesmo que o parâmetro γ estimado seja próximo do correto, a estimativa de m pode ser muito imprecisa. Essa imprecisão diminui ao se utilizar mais de um image gather ao mesmo tempo para estimar os parâmetros. Nos testes computacionais, é notável a melhora na estimativa dos parâmetros utilizando três image gathers. Por outro lado, usar cinco image gathers apenas melhorou a estimativa do parâmetro de inclinação. Um outro ponto que devemos comentar é sobre a estimação de

parâmetros ser menos estável para o refletor de 10° em relação aos de inclinação maior. Isto ocorre por que na fórmula a variação da curva é muito pequena quando m assume valores pequenos.

Para modelos mais complexos, em geral, não se tem mais o cenário de meio homogêneo, e portanto, o método deve ser aplicado iterativamente. Isto já é aplicado nas propostas de Al-Yahya (1989) e de Schleicher e Biloti (2007). Além disso, a simplificação do problema de um refletor horizontal ou plano inclinado também não é mais válida. Mesmo assim, aplicar a proposta em meios além desse, mostrou-se razoável. É importante salientar que fazer a migração é uma das etapas mais caras do processamento sísmico. Nesse sentido, diminuir o número de iterações é essencial. Quanto melhor for a estimativa dos parâmetros, menor será a necessidade de iterações adicionais. Observamos pelos exemplos numéricos que a utilização de alguns image gathers ao mesmo tempo para estimar os parâmetros se mostrou muito eficiente para a precisão dos mesmos.

Embora o método de otimização seja uma ferramenta importante para a estimação dos parâmetros, ele deve ser utilizado com certa precaução. Isso porque não se tem garantias que ao aplicar o algoritmo de otimização, iremos encontrar a solução ótima global. Pelos testes, podemos observar que ao empregar a nossa proposta utilizando apenas um image gather, o método acabou convergindo para um outro máximo local. Além disso, o algoritmo de otimização utilizado serve para resolver o problema localmente e, portanto, é dependente da aproximação inicial. Os principais resultados desta tese estão em Sakamori e Biloti (2018).

O problema apresentado nesta tese tem apenas duas variáveis: γ e m . Como é um problema relativamente pequeno, podemos nos perguntar se não seria mais rápido e eficaz avaliar a função objetivo em uma malha fina para as duas variáveis em questão. Para mostrar que utilizar um algoritmo de otimização é melhor, explicitamos os tempos computacionais de um de nossos testes numéricos. Para a comparação do tempo computacional de usar otimização e de avaliar em uma malha, executamos ambas as opções para o exemplo do refletor de inclinação 25° . São avaliados 161 coordenadas de ponto imagem (ξ_0) e, para cada uma delas, 501 tempos (τ_0). Para que os parâmetros obtidos através da avaliação na malha tenham a mesma precisão que os estimados pelo método usando otimização, construímos a malha em γ variando de 0.5 a 2.5, com espaçamento de 0.1, e a malha em m de -1 a 1 , com espaçamento de 0.01. Portanto, para γ temos 21 elementos e para m temos 201 elementos, totalizando 4221 pontos na malha. Os resultados obtidos estão mostrados na Tabela 5.1, onde o tempo de referência 1 equivale a 32683 s (aproximadamente 9 horas). Note que o tempo de usar mais image gathers cresce linearmente, conforme o tamanho do supergather. Pelos resultados, é relevante o ganho computacional em usar a otimização ao invés de apenas avaliar na malha. No método de otimização, ainda é possível reduzir o tempo, uma vez que a estratégia utilizada pode ser melhorada, como, por exemplo, relaxando mais o BOBYQA em relação ao tamanho da região de confiança ou diminuindo o número de aproximações iniciais.

	$P_{\text{SakB},1}$	$P_{\text{SakB},3}$	$P_{\text{SakB},5}$
Otimização	1	3	5
Malha	20	59	96

Tabela 5.1: Tempo relativo de processamento para o exemplo do refletor de inclinação 25° ; a unidade de referência é de aproximadamente 9 horas.

Considerações finais

Apesar de termos obtido resultados positivos com relação à otimização, a ideia é melhorar ainda mais. Há várias modificações que podem ser feitas a fim de reduzir o gasto computacional, sem perder a qualidade da solução. Por exemplo, ao invés de estimar os parâmetros para todo tempo τ_0 , podemos calcular para tempos mais espaçados. O mesmo pode ser feito em relação ao image gather.

Neste trabalho, fizemos apenas uma simples correção da velocidade utilizando os parâmetros obtidos. Portanto, outra parte que pode ser melhor trabalhada é a correção da velocidade. Além disso, é necessário aplicar várias vezes o processo de atualização de velocidade até que todos os eventos no image gather fiquem horizontais.

Em um próximo trabalho, queremos utilizar um modelo mais complexo para os experimentos numéricos, como por exemplo o conhecido modelo Marmousi.

Referências Bibliográficas

- Al-Yahya, K. M. (1989). Velocity analysis by iterative profile migration. *GEOPHYSICS*, 54(6):718–729.
- Biloti, R., Santos, L. T. e Tygel, M. (2003). Automatic smoothing by optimal splines. *Brazilian Journal of Geophysics*, 21:173–178.
- Fletcher, R. e Reeves, C. M. (1964). Function minimization by conjugate gradients. *The Computer Journal*, 7(2):149–154.
- Jenkins, M. A. (1975). Algorithm 493: Zeros of a real polynomial [c2]. *ACM Trans. Math. Softw.*, 1(2):178–189.
- Kelley, C. T. (1999). *Iterative Methods for Optimization*. Frontiers in Applied Mathematics. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM, 3600 Market Street, Floor 6, Philadelphia, PA 19104).
- Locatelli, M. e Schoen, F. (1999). Random linkage: a family of acceptance/rejection algorithms for global optimisation. *Mathematical Programming*, 85(2):379–396.
- McKay, M. D., Beckman, R. J. e Conover, W. J. (1979). A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, 21(2):239–245.
- Nelder, J. e Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization. *Computer Journal*, 7:308–315.
- Oppenheim, A. V. e Schaffer, R. W. (1989). *Discrete Time Signal Processing*. Prentice-Hall.
- Powell, M. J. D. (2006). *The NEWUOA software for unconstrained optimization without derivatives*, páginas 255–297. Springer US, Boston, MA.
- Powell, M. J. D. (2009). The BOBYQA algorithm for bound constrained optimization without derivatives. Relatório Técnico NA 2009/06, University of Cambridge.
- Rios, L. M. e Sahinidis, N. V. (2012). Derivative-free optimization: a review of algorithms and comparison of software implementations. *Journal of Global Optimization*, 56(3):1247–1293.
- Sakamori, M. e Biloti, R. (2018). Coherence-based time migration velocity analysis by the use of supergatherers. *GEOPHYSICS*, 83(2):S173–S185.

- Schleicher, J. e Biloti, R. (2007). Dip correction for coherence-based time migration velocity analysis. *GEOPHYSICS*, 72(1):S41–S48.
- Taner, M. T. e Koehler, F. (1969). Velocity spectra - digital computer derivation and applications of velocity functions. *GEOPHYSICS*, 34(6):859–881.
- Zhu, J., Lines, L. e Gray, S. (1998). Smiles and frowns in migration/velocity analysis. *GEOPHYSICS*, 63:1200–1209.

Fórmula de Al-Yahya (1989)

Considere um refletor plano horizontal em um meio homogêneo de velocidade v , como mostra a Figura A.1. Observe que nesta configuração, a coordenada horizontal de reflexão e o ponto médio são os mesmos, ou seja, $\xi = y$.

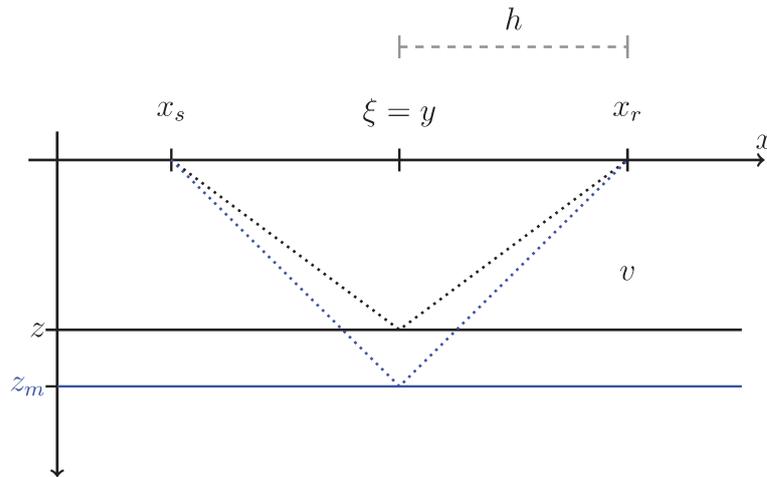


Figura A.1: Geometria de um refletor plano horizontal em um meio homogêneo de velocidade v , onde x_s e x_r são, respectivamente, as posições horizontais da fonte e do receptor, ξ é a posição horizontal onde ocorre a reflexão, h é o meio afastamento, y é o ponto médio fonte-receptor, z é a profundidade do refletor e z_m é a profundidade aparente para velocidade v_m .

Pela geometria, temos que o tempo de trânsito é dado pela distância percorrida dividida pela velocidade

$$t = \frac{2\sqrt{h^2 + z^2}}{v}. \quad (\text{A.1})$$

Se consideramos que a velocidade é v_m , para percorrer o mesmo tempo de trânsito t , a profundidade do refletor deve ser diferente, e chamamos de z_m ,

$$t = \frac{2\sqrt{h^2 + z_m^2}}{v_m}. \quad (\text{A.2})$$

Igualando as equações (A.1) e (A.2) e elevando ao quadrado, temos

$$\frac{4(h^2 + z^2)}{v^2} = \frac{4(h^2 + z_m^2)}{v_m^2},$$

e isolando z_m , obtemos

$$z_m^2 = \frac{v_m^2}{v^2} z^2 + \left(\frac{v_m^2}{v^2} - 1 \right) h^2. \quad (\text{A.3})$$

O tempo vertical é dado por $t_0 = 2z/v$, e portanto, temos $z = t_0 v/2$. Substituindo essa relação na equação (A.3), obtemos

$$z_m^2 = \frac{t_0^2 v_m^2}{4} + \left(\frac{v_m^2}{v^2} - 1 \right) h^2. \quad (\text{A.4})$$

O tempo esperado na seção migrada é dado por $\tau = 2z_m/v_m$. Fazendo o quadrado de τ , e substituindo a equação (A.4), temos

$$\begin{aligned} \tau^2 &= \frac{4z_m^2}{v_m^2} \\ &= t_0^2 + 4 \left(\frac{v_m^2}{v^2} - 1 \right) h^2 / v_m^2 \\ &= t_0^2 + 4 (\gamma^2 - 1) h^2 / v_m^2, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

onde $\gamma = v_m/v$.

Para o caso de refletor horizontal, não importa a coordenada horizontal no image gather, sendo o tempo o mesmo para qualquer posição.

Apêndice B

Tempo de reflexão para refletor plano inclinado

Considerando a Figura 2.8, o tempo de difração para um meio homogêneo de velocidade v é dado por

$$\begin{aligned} t_{\text{dif}} &= \frac{1}{v} \left(\sqrt{(\xi - x_s)^2 + [z(\xi)]^2} + \sqrt{(x_r - \xi)^2 + [z(\xi)]^2} \right) \\ &= \frac{1}{v} \left(\sqrt{(\xi - y + h)^2 + (m\xi + z_0)^2} + \sqrt{(\xi - y - h)^2 + (m\xi + z_0)^2} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

onde $x_s = y + h$, $x_r = y - h$, a profundidade é dada por $z(\xi) = m\xi + z_0$ e $m = \tan \theta$.

Baseado no princípio de Fermat, o tempo de reflexão é estacionário. Portanto, para obtê-lo, computamos a derivada de t_{dif} com respeito a ξ e a igualamos a zero,

$$\frac{dt_{\text{dif}}}{d\xi} = \frac{1}{v} \left(\frac{(\xi - y + h) + m(m\xi + z_0)}{\sqrt{(\xi - y + h)^2 + (m\xi + z_0)^2}} + \frac{(\xi - y - h) + m(m\xi + z_0)}{\sqrt{(\xi - y - h)^2 + (m\xi + z_0)^2}} \right) = 0. \quad (\text{B.2})$$

Resolvendo a equação acima, temos que a coordenada ξ do ponto de reflexão é dada por

$$\xi_{\text{ref}} = \frac{(my + z_0)(y - mz_0) - mh^2}{(1 + m^2)(my + z_0)}. \quad (\text{B.3})$$

Substituindo a solução dada pela equação (B.3) em (B.1), temos o tempo de reflexão

$$T_{\text{ref}} = \frac{2}{v} \sqrt{\frac{h^2 + (my + z_0)^2}{1 + m^2}} = \frac{2r}{v\sqrt{1 + m^2}}, \quad (\text{B.4})$$

onde $r = \sqrt{z(y)^2 + h^2}$ e $z(y) = my + z_0$.

Imagem do refletor

Substituindo a expressão do tempo de reflexão $T_{\text{ref}} = \frac{2r}{v\sqrt{1+m^2}}$, dado pela equação (2.3), em b^2 e a^2 , onde $a = 2\sqrt{b^2 - h^2}/v_m$ e $b = v_m T_{\text{ref}}/2$, temos

$$b^2 = \frac{v_m^2 T_{\text{ref}}^2}{4} = \frac{v_m^2}{4} \frac{4r^2}{v^2(1+m^2)} = \frac{\gamma^2 r^2}{1+m^2}, \quad (\text{C.1})$$

e

$$a^2 = \frac{4(b^2 - h^2)}{v_m^2} = \frac{4}{v_m^2} \left[\frac{\gamma^2 r^2}{1+m^2} - h^2 \right] = \frac{4}{v_m^2(1+m^2)} [\gamma^2 r^2 - (1+m^2)h^2], \quad (\text{C.2})$$

onde $\gamma = v_m/v$.

Reescrevendo a equação (2.5), temos

$$\begin{aligned} \tau_I^2(\xi; y, h) &= a^2 \left[1 - \frac{(\xi - y)^2}{b^2} \right] \\ &= \frac{4}{v_m^2(1+m^2)} [\gamma^2 r^2 - (1+m^2)h^2] \left[1 - \frac{(1+m^2)(\xi - y)^2}{\gamma^2 r^2} \right] \\ &= \frac{4}{v_m^2(1+m^2)\gamma^2} \frac{1}{r^2} [\gamma^2 r^2 - (1+m^2)(\xi - y)^2] [\gamma^2 r^2 - (1+m^2)h^2] \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Para facilitar, utilizaremos as seguintes notações

$$p = \sqrt{\gamma^2 r^2 - (1+m^2)(\xi - y)^2}, \quad (\text{C.4})$$

$$q = \sqrt{\gamma^2 r^2 - (1+m^2)h^2}, \quad (\text{C.5})$$

lembrando que

$$r = \sqrt{(my + z_0)^2 + h^2}. \quad (\text{C.6})$$

Dessa forma, simplificando a notação, reescrevemos a equação (C.3) como

$$\tau_I^2(\xi; y, h) = \frac{4}{v_m^2} \frac{1}{\gamma^2(1+m^2)} \frac{p^2 q^2}{r^2}, \quad (\text{C.7})$$

ou extraindo a raiz, temos

$$\tau_I(\xi; y, h) = \frac{2}{v_m} \frac{1}{\gamma \sqrt{1+m^2}} \frac{pq}{r}. \quad (\text{C.8})$$

Vamos calcular as derivadas dos termos em separado,

$$\frac{dr^2}{dy} = 2m(my + z_0), \quad (\text{C.9})$$

$$\frac{dp^2}{dy} = \gamma^2 \frac{dr^2}{dy} + 2(1+m^2)(\xi - y) = 2[\gamma^2(my + z_0) + (1+m^2)(\xi - y)], \quad (\text{C.10})$$

$$\frac{dq^2}{dy} = \gamma^2 \frac{dr^2}{dy} = 2\gamma^2 m(my + z_0). \quad (\text{C.11})$$

Derivando τ_I^2 e utilizando os termos acima,

$$\begin{aligned} \frac{\tau_I^2}{dy} &= \frac{4}{v_m^2} \frac{1}{\gamma^2(1+m^2)} \left[\left(\frac{dp^2}{dy} + \frac{dq^2}{dy} \right) \frac{1}{r^2} - p^2 q^2 \frac{1}{r^4} \frac{dr^2}{dy} \right] \\ &= \frac{8}{v_m^2} \frac{1}{\gamma^2(1+m^2)} \frac{1}{r^4} \left\{ p^2(1+m^2)h^2m(my + z_0) \right. \\ &\quad \left. + q^2 r^2 [mz_0 - y + (\gamma^2 - 1)m(my + z_0) + (1+m^2)\xi] \right\} \\ &= \frac{8}{v_m^2 \gamma^2 w r^4} \left\{ mz(y) [\gamma^4 r^4 - w^2 h^2 (\xi - y)^2] + [\gamma^2 r^2 - wh^2] wr^2 (\xi - y) \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

onde $w = 1 + m^2$.

Apêndice D

Fórmula de Schleicher e Biloti (2007)

Schleicher e Biloti (2007) fixaram $\xi = 0$ e fizeram uma aproximação em série de Taylor de f até terceira ordem em m para o polinômio dado pela equação (2.10). Devido à aproximação, teoricamente a proposta deles é válida apenas para $m^4 \ll 1$, ou seja, para refletores com inclinação até 25° . A partir dessa aproximação, encontra-se a seguinte solução

$$y \approx \gamma^4(h^2 + z_0^2)z_0 \frac{m}{\bar{z}^2} \left\{ 1 + [\gamma^2 \bar{z}^4 + 2h^2 \bar{z}^2 - \gamma^2 z_0^2(\bar{z}^2 + 3\gamma^2 h^2)] \frac{m^2}{\bar{z}^4} \right\}, \quad (\text{D.1})$$

onde

$$\bar{z}^2 = (\gamma^2 - 1)h^2 + \gamma^2 z_0^2. \quad (\text{D.2})$$

Substituindo o valor dado pela equação (D.1) na isócrona de tempo (C.3), e fazendo uma nova aproximação, encontraram a seguinte fórmula

$$t_{ig}(h) \approx \frac{2\bar{z}}{v_m} + (1 - \gamma^2)\gamma^2 \frac{(h^2 + z_0^2)(h^2 - \gamma^2 z_0^2)}{v_m \bar{z}^3} m^2. \quad (\text{D.3})$$

Rearranjando a equação (D.3), obtemos

$$\begin{aligned} t_{ig}(h) &= \frac{2\bar{z}}{v_m} + (1 - \gamma^2)\gamma^2 \frac{1}{v_m} \frac{(h^2 + z_0^2)(h^2 - \gamma^2 z_0^2)}{\left(\frac{2\bar{z}}{v_m}\right)^3 \frac{v_m^3}{2^3}} m^2 \\ &= \frac{2\bar{z}}{v_m} + (1 - \gamma^2) \frac{(4\gamma^2 h^2 + 4\gamma^2 z_0^2)(4h^2 - 4\gamma^2 z_0^2)}{2v_m^4 \left(\frac{2\bar{z}}{v_m}\right)^3} m^2 \\ &= \frac{2\bar{z}}{v_m} + (1 - \gamma^2) \frac{\left[4\gamma^2 h^2 + \left(\frac{2z_0}{v}\right)^2\right] \left[4h^2 - v_m^2 \left(\frac{2z_0}{v}\right)^2\right]}{2v_m^4 \left(\frac{2\bar{z}}{v_m}\right)^3} m^2 \\ &= \frac{2\bar{z}}{v_m} + (1 - \gamma^2) \frac{(4\gamma^2 h^2 + t_0^2)(4h^2 - v_m^2 t_0^2)}{2v_m^4 \left(\frac{2\bar{z}}{v_m}\right)^3} m^2 \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

Utilizando a equação (D.2), temos

$$\begin{aligned}
 \frac{2\bar{z}}{v_m} &= \frac{2}{v_m} \sqrt{(\gamma^2 - 1)h^2 + \gamma^2 z_0^2} \\
 &= \sqrt{\frac{4(\gamma^2 - 1)h^2}{v_m^2} + \left(\frac{2z_0}{v}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{4(\gamma^2 - 1)h^2}{v_m^2} + t_0^2},
 \end{aligned} \tag{D.5}$$

que é a expressão (2.1), de Al-Yahya (1989).

Substituindo a expressão (D.5) em (D.4), obtemos a fórmula na forma proposta por Schleicher e Biloti (2007).

Apêndice E

Coeficientes da função polinomial

Analisando a função dada na equação (2.10), observamos que é uma função polinomial de grau 5 em y . Reescrevendo f como um polinômio em y , temos

$$P(y) = A_5 y^5 + A_4 y^4 + A_3 y^3 + A_2 y^2 + A_1 y + A_0, \quad (\text{E.1})$$

onde os coeficientes são dados por

$$A_5 = \gamma^2 m^4 [-1 + (-1 + \gamma^2) m^2] \quad (\text{E.2})$$

$$A_4 = \gamma^2 m^3 [m\xi + m^3 \xi - 4z_0 + (-4 + 5\gamma^2) m^2 z_0] \quad (\text{E.3})$$

$$A_3 = 2\gamma^2 m^2 \{ h^2 [(\gamma^2 - 1) m^2 - 1] + z_0 [2m\xi + 2m^3 \xi - 3z_0 + (5\gamma^2 - 3) m^2 z_0] \} \quad (\text{E.4})$$

$$A_2 = m \{ 2\gamma^2 z_0^2 [3m\xi + 3m^3 \xi - 2z_0 + (-2 + 5\gamma^2) m^2 z_0] + h^2 [2(1 + \gamma^2) m^3 \xi + m^5 \xi + m(\xi + 2\gamma^2 \xi) + z_0 - 4\gamma^2 z_0 + 2(1 - 2\gamma^2 + 3\gamma^4) m^2 z_0 + m^4 z_0] \} \quad (\text{E.5})$$

$$A_1 = h^4 [\gamma^4 m^2 - \gamma^2(1 + m^2) + (1 + m^2)^2] + \gamma^2 z_0^3 [4m\xi + 4m^3 \xi - z_0 + (-1 + 5\gamma^2) m^2 z_0] + h^2 \{ -m^6 \xi^2 + 4\gamma^2 m \xi z_0 + 4\gamma^2 m^3 \xi z_0 + (1 - 2\gamma^2) z_0^2 + m^4(-2\xi^2 + z_0^2) - m^2 [\xi^2 + 2(-1 + \gamma^2 - 3\gamma^4) z_0^2] \} \quad (\text{E.6})$$

$$A_0 = \gamma^2 z_0^4 (\xi + m^2 \xi + \gamma^2 m z_0) + h^4 [(-1 + \gamma^2 - m^2)(1 + m^2) \xi + \gamma^4 m z_0] - h^2 z_0 [2m^3 \xi^2 + m^5 \xi^2 + (1 - 2\gamma^2) \xi z_0 - 2(-1 + \gamma^2) m^2 \xi z_0 + m^4 \xi z_0 + m(\xi^2 - 2\gamma^4 z_0^2)]. \quad (\text{E.7})$$

Portanto, utilizamos este polinômio de tal forma que uma de suas raízes é o y que buscamos para construir a curva/superfície de moveout.