



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Mecânica

BRENO OLIVEIRA MACÊDO

**Estudo do Comportamento Vibratório Lateral e
Torcional do Trem de Potência de um Aerogerador
de Eixo Horizontal**

CAMPINAS

2017

BRENO OLIVEIRA MACÊDO

Estudo do Comportamento Vibratório Lateral e Torcional do Trem de Potência de um Aerogerador de Eixo Horizontal

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Milton Dias Junior

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO BRENO OLIVEIRA MACÊDO, E ORIENTADA PELO PROF. DR. MILTON DIAS JUNIOR.

CAMPINAS

2017

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): CAPES, 33003017

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

M151e Macêdo, Breno Oliveira, 1990-
Estudo do comportamento vibratório lateral e torcional do trem de potência de um aerogerador de eixo horizontal / Breno Oliveira Macêdo. – Campinas, SP : [s.n.], 2017.

Orientador: Milton Dias Junior.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Turbinas a vento. 2. Engrenagens - Vibração. I. Dias Junior, Milton, 1961-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Bending and torsional vibratory behavior study of a powertrain in horizontal axis wind turbine

Palavras-chave em inglês:

Wind turbines

Gears - Vibration

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Milton Dias Junior [Orientador]

Gregory Bregion Daniel

Francisco Ilson Silva Junior

Data de defesa: 20-10-2017

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS INTEGRADOS**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Estudo do Comportamento Vibratório Lateral e Torcional do Trem de Potência de um Aerogerador de Eixo Horizontal

Autor: Breno Oliveira Macêdo

Orientador: Prof. Dr. Milton Dias Junior

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

Prof. Dr. Milton Dias Junior
FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Gregory Bregion Daniel
FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Francisco Ison Silva Junior
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

Campinas, 20 de outubro de 2017.

Dedico este trabalho à minha amada família

AGRADECIMENTOS

A Deus, Criador do Universo, que tudo dispôs “com medida, número e peso” (Sb 11,20). A ciência pode assim se debruçar sobre Suas obras e mesmo reconhecer nelas parte de Sua glória sem fim. Também, à Nossa Senhora, por todo auxílio e pelas graças que recebi no decurso deste trabalho.

Aos meus pais, Francisco (*in memoriam*) e Maria das Graças, pelo amor incondicional, pelos enormes sacrifícios, pelo indispensável apoio e por sempre me proporcionarem as oportunidades para minha realização.

Ao meu irmão Diego pela amizade imensurável, apesar da distância, mas sempre claramente presente de coração.

Aos avós, tios e primos, pelo acolhimento afetuoso e grande suporte ao longo de toda a minha vida. A Marinalva, pelo enorme carinho, dedicação e bom humor de sempre.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Milton Jr., por disseminar com grande generosidade o conhecimento e por ter tido um cuidado excepcional com minha formação profissional e pessoal.

A todos os meus colegas de laboratório, especialmente ao Hugo e ao Fábio, pelo companheirismo e assistência ao longo destes anos.

Aos professores Dr. Gregory D. e Dra. Ludmila S., pelos comentários e sugestões no Exame de Qualificação e pela cooperação em todas as circunstâncias com notável disposição.

Aos meus amigos, pela vida fraterna, por terem estado sempre presentes me encorajando a transpor as dificuldades e, certamente, pelas boas risadas. Aos meus vizinhos, Guilherme e Tiago, e companheiros de Carmelo, Leonardo, Denis, Éder, Aulísio e Ana Flávia. A todos os meus amigos da Igreja, especialmente, e aos meus amigos conterrâneos, aos amigos da FEM e aos amigos da vizinhança. O tempo que passei com cada um para mim foi um privilégio.

Ao Plínio e a Rose Barbosa, por terem feito me sentir como em família mesmo longe dos parentes e pelo extraordinário apoio em todas as ocasiões.

À família Flaitt, pelo imenso carinho e simpatia ao longo desses anos.

Às comunidades do Carmelo Santa Teresinha, da Paróquia Santa Isabel, ao Centro Cultural do Castelo, e a todos do Mosteiro de São Bento em Vinhedo e da Abadia Nossa Senhora do Novo Mundo. Agradeço pelos exemplos luminosos, pelas orações e pelo acolhimento.

E à agência de fomento CAPES, por financiar este e outros trabalhos.

“O Senhor é o pastor que me conduz”

Sl 22, 1

RESUMO

O trem de potência de um aerogerador de eixo horizontal típico consiste em um rotor de pás, seguido de uma caixa de engrenagens e, por fim, de um gerador. A caixa de engrenagens conecta o eixo do rotor, que é de baixa rotação, ao eixo do gerador com alta rotação, aumentando assim sua velocidade angular para valores mais adequados à produção de eletricidade. Os modelos dinâmicos propostos para este sistema encontrados na literatura são, em sua maioria, baseados em modelos de multicorpos, nos quais se considera apenas o grau de liberdade de torção na análise vibratória. No entanto, os componentes internos da caixa de engrenagens acoplam os movimentos em todas as direções, com carregamentos axiais, torcionais e de flexão combinados, resultando em efeitos dinâmicos complexos ainda pouco explorados pela literatura científica. O objetivo deste trabalho é analisar o comportamento vibratório de um trem de potência presente em aerogeradores de velocidade variável e eixo horizontal, pertencentes à classe de 1 MW. Neste estudo, utilizou-se um modelo dinâmico baseado em elementos finitos. Cada elemento possui 5 graus de liberdade por nó; foi desconsiderado o movimento axial. Foram inclusos os efeitos da rigidez variável ao longo dos engrenamentos helicoidais, tornando o sistema resultante linear e variante com o tempo. Neste modelo, foram considerados mancais com rigidez linear. Os parâmetros modais para o sistema equivalente invariante com o tempo são apresentados. Simulações com o aerogerador operando sob rotação variável foram feitas e seus resultados foram analisados utilizando ferramentas de processamento de sinais estacionários e não estacionários. Por tais resultados, é possível atestar a presença de forças dinâmicas internas à caixa de engrenagens possuindo componentes de frequências iguais ou múltiplas das frequências de engrenamento. Dependendo da velocidade de operação da máquina e das características do par engrenado, demonstra-se que estas forças podem excitar modos vibratórios do sistema, o que pode provocar um desgaste prematuro dos componentes do aerogerador. São também verificadas características de sistemas lineares variantes com o tempo, incluindo fenômenos de ressonâncias secundárias.

Palavras-chaves: Aerogerador; Trem de Potência; Comportamento Vibratório; Torcional e Lateral; Rigidez Variável.

ABSTRACT

A typical wind turbine powertrain consists of a bladed rotor followed by a gearbox and finally a generator. The gearbox connects the rotor low-speed shaft to the generator high-speed shaft, increasing the rotational speed to the values more suitable for electricity production. In literature, dynamic models proposed for this system are, predominantly, based on multibody approach, where torsion is the only degree of freedom considered in vibratory analyses. Nevertheless, the internal components of the gearbox couple movements in all directions, producing combined axial, torsional and bending loads, which results in complex dynamic effects that are still underexplored by scientific literature. The purpose of the present work is to study the vibratory behavior of a variable speed, horizontal axis type, 1 MW class wind turbine powertrain. In this study, a finite element model was used. The elements have 5 degrees of freedom per node; the axial movements were not considered. In this model the variable stiffness effects of the helical gear meshing were included resulting in a linear time-varying system. The bearings were considered having linear stiffness. The modal parameters of the equivalent time-invariant system are presented. Simulations were made with the wind turbine operating in variable rotation speed conditions and the results were analyzed using stationary and non-stationary signal processing tools. These results showed the presence of dynamic forces inside the gearbox containing frequency components equal to the gear meshing frequencies and its multiples. Depending on the operation machine speed and the gear pair characteristics, it is demonstrated that these forces may excite vibrating modes of the system, and in turn, this can lead to premature wear of the wind turbine components. It is also verified the occurrence of secondary resonances and linear time-varying systems characteristics.

Keywords: Wind Turbine; Powertrain; Torsional and Bending; Vibratory Behavior; Variable Stiffness.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Em destaque, aerogeradores de 600 kW pertencentes à Central Eólica Muricipe (Fortaleza - CE). Fonte: WOBEN (2003) apud ANEEL (2005).	21
Figura 2 – Exploração da energia eólica: capacidade mundial instalada entre os anos de 2001 e 2016. Adaptado de GWEC (2017).	22
Figura 3 – Exploração da energia eólica no Brasil: Evolução da capacidade instalada. Adaptado de ABEEólica (2017).	22
Figura 4 – Desenho esquemático de um aerogerador de eixo horizontal. Adaptado de CBEE / UFPE (2000) apud ANEEL (2005).	24
Figura 5 – Relação entre os subsistemas de aerogeradores e seu <i>downtime</i> . Adaptado de Sheng (2013).	26
Figura 6 – Disco rígido sobre um eixo flexível e sistema de coordenadas. Adaptado de Rao <i>et al.</i> (1998).	32
Figura 7 – Modelagem dinâmica tridimensional de um par de engrenamentos helicoidais.	40
Figura 8 – Rigidez de um par de dentes ao longo do engrenamento para cinco pares de engrenagens helicoidais obtidos em Cai (1995).	43
Figura 9 – Representação do plano de ação entre engrenagens helicoidais. Adaptado de Miyasato (2011).	44
Figura 10 – Plano normal e plano transversal de uma engrenagem helicoidal. Fonte: Miyasato (2011), adaptado de Maitra (1994).	45
Figura 11 – Comportamento da rigidez do engrenamento helicoidal H_1 cujos parâmetros foram obtidos em Cai (1995).	48
Figura 12 – Comportamento da rigidez do engrenamento helicoidal H_3 cujos parâmetros foram obtidos em Cai (1995).	49
Figura 13 – Comparação entre os comportamentos da rigidez total para a curva original de H_3 e sua expansão em série de Fourier.	50
Figura 14 – Modelagem do sistema engrenado.	56
Figura 15 – Comportamento da rigidez variante do par de engrenagens helicoidais H_A	58
Figura 16 – Diagrama de Campbell para as frequências naturais do sistema engrenado.	59
Figura 17 – <i>Waterfall</i> do deslocamento relativo entre as engrenagens E_A e E_B quando a rigidez de engrenamento é constante.	61
Figura 18 – <i>Waterfall</i> do deslocamento relativo entre as engrenagens E_A e E_B	62
Figura 19 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_A e E_B	63
Figura 20 – <i>Waterfall</i> até 400 Hz do deslocamento relativo entre as engrenagens E_A e E_B	64
Figura 21 – Resposta temporal do deslocamento relativo entre as engrenagens E_A e E_B	65
Figura 22 – Aceleração tangencial da engrenagem E_A	66

Figura 23 – <i>Waterfall</i> do deslocamento relativo entre as engrenagens E_A e E_B , com condição inicial de 780 rpm no eixo de entrada.	66
Figura 24 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_A e E_B para a condição inicial de 780 rpm no eixo de entrada.	67
Figura 25 – Vista de topo do modelo dinâmico proposto para o trem de potência do aerogerador.	69
Figura 26 – Caixa de engrenagens de um aerogerador pertencente à classe de 1 MW. Adaptado de Peeters (2006).	70
Figura 27 – Comportamento da rigidez variante do par de engrenagens helicoidais H_P	72
Figura 28 – Comportamento da rigidez variante do par de engrenagens helicoidais H_S	73
Figura 29 – Deformação estática de cada eixo do aerogerador.	74
Figura 30 – Diagrama de Campbell para as frequências naturais do aerogerador.	76
Figura 31 – <i>Waterfall</i> do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 quando a rigidez de engrenamento é constante.	78
Figura 32 – <i>Waterfall</i> do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 quando a rigidez de engrenamento é constante.	78
Figura 33 – Resposta temporal do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 1º caso de rigidez variável.	79
Figura 34 – <i>Waterfall</i> do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 1º caso de rigidez variável.	80
Figura 35 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 1º caso de rigidez variável.	81
Figura 36 – <i>Waterfall</i> até 400 Hz do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 1º caso de rigidez variável.	82
Figura 37 – Aceleração da engrenagem E_1 quando o par H_P possui rigidez variável.	82
Figura 38 – <i>Waterfall</i> até 400 Hz da aceleração tangencial da engrenagem E_1 no 1º caso de rigidez variável.	83
Figura 39 – Aceleração angular da engrenagem E_1 quando o par H_P possui rigidez variável.	83
Figura 40 – <i>Waterfall</i> até 400 Hz da aceleração angular da engrenagem E_1 no 1º caso de rigidez variável.	84
Figura 41 – <i>Waterfall</i> do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 no 1º caso de rigidez variável.	85
Figura 42 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 no 1º caso de rigidez variável.	85
Figura 43 – Resposta temporal do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 no 2º caso de rigidez variável.	86
Figura 44 – <i>Waterfall</i> do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 no 2º caso de rigidez variável.	87

Figura 45 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 no 2º caso de rigidez variável.	88
Figura 46 – <i>Waterfall</i> até 400 Hz do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 no 2º caso de rigidez variável.	88
Figura 47 – Aceleração tangencial da engrenagem E_3 quando o par H_S possui rigidez variável.	89
Figura 48 – <i>Waterfall</i> até 400 Hz da aceleração da engrenagem E_3 no 2º caso de rigidez variável.	89
Figura 49 – Aceleração angular da engrenagem E_3 quando o par H_S possui rigidez variável.	90
Figura 50 – <i>Waterfall</i> até 400 Hz da aceleração angular da engrenagem E_3 no 2º caso de rigidez variável.	90
Figura 51 – <i>Waterfall</i> do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 2º caso de rigidez variável.	91
Figura 52 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 2º caso de rigidez variável.	91
Figura 53 – Comparação entre as acelerações tangenciais da engrenagem E_1 nos dois primeiros casos de rigidez variável.	92
Figura 54 – <i>Waterfall</i> do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 3º caso de rigidez variável.	93
Figura 55 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 3º caso de rigidez variável.	93
Figura 56 – Resposta temporal do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 3º caso de rigidez variável.	94
Figura 57 – <i>Waterfall</i> do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 no 3º caso de rigidez variável.	95
Figura 58 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 no 3º caso de rigidez variável.	95
Figura 59 – Resposta temporal do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 no 3º caso de rigidez variável.	96
Figura 60 – Comparação entre as acelerações tangenciais da engrenagem E_1 nos três casos de rigidez variável.	96
Figura 61 – Comparação entre as acelerações angulares da engrenagem E_1 nos três casos de rigidez variável.	97
Figura 62 – <i>Waterfall</i> do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 3º caso de rigidez variável.	97
Figura 63 – Comparação entre as acelerações tangenciais da engrenagem E_3 nos três casos de rigidez variável.	98
Figura 64 – Comparação entre as acelerações angulares da engrenagem E_3 nos três casos de rigidez variável.	99

Figura 65 – <i>Waterfall</i> até 400 Hz da aceleração angular da engrenagem E ₃ no 3º caso de rigidez variável.	99
Figura 66 – Quinto modo: precessão direta. $\omega_n = 77,32$ Hz e $\zeta = 0,000$ %.	108
Figura 67 – Sexto modo: precessão retrógrada. $\omega_n = 77,33$ Hz e $\zeta = 0,000$ %.	108
Figura 68 – Nono modo: precessão direta. $\omega_n = 129,78$ Hz e $\zeta = 0,010$ %.	109
Figura 69 – Décimo modo: precessão retrógrada. $\omega_n = 129,88$ Hz e $\zeta = 0,002$ %.	109
Figura 70 – Décimo oitavo modo: misto. $\omega_n = 347,59$ Hz e $\zeta = 0,620$ %.	110

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Coeficientes até a ordem quatro para a expansão em série de Fourier da curva de rigidez total.	50
Tabela 2 – Inércias nas extremidades do sistema engrenado.	56
Tabela 3 – Parâmetros próprios de cada engrenagem.	57
Tabela 4 – Parâmetros do par de engrenagens H_A	57
Tabela 5 – Parâmetros modais até 900 Hz do sistema engrenado para rotação nula.	58
Tabela 6 – Propriedades inerciais da turbina e do gerador.	69
Tabela 7 – Rigidez dos mancais.	70
Tabela 8 – Parâmetros próprios de cada engrenagem do aerogerador.	71
Tabela 9 – Parâmetros dos pares engrenados H_P e H_S	71
Tabela 10 – Parâmetros dos componentes do planetário.	71
Tabela 11 – Propriedades inerciais do planetário.	72
Tabela 12 – Parâmetros modais até 900 Hz do aerogerador para rotação nula.	75
Tabela 13 – Geometria dos elementos de eixo do aerogerador.	107

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>sim.</i>	Matriz simétrica
<i>anti-sim.</i>	Matriz anti-simétrica
E	Engrenagem
H _P	Primeiro par engrenado
H _S	Segundo par engrenado

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Latinas

A	Área da seção transversal
a	Distância entre engrenagens
C_a	Coefficiente de ajuste
c	Coefficiente de amortecimento
c_θ	Coefficiente de amortecimento de rotação
d	Diâmetro primitivo
E_s	Módulo de elasticidade do eixo
G	Módulo de cisalhamento
h	Altura do dente
I	Momento de inércia transversal
J	Momento de inércia polar
K'	Coefficiente de cisalhamento
k	Rigidez
k_p	Rigidez máxima
L	Comprimento
m	Massa
m_n	Módulo normal
m_t	Módulo transversal
N	Indica quantidade
n_{pl}	Número de planetas
p	Deslocamento relativo entre o par de engrenagens
p_n	Passo circular normal
p_t	Passo circular transversal
R^2	Coefficiente de determinação
r	Raio
T	Torque
w	Largura do dente
X	Eixo coordenado inercial
X'	Coordenada na linha de ação equivalente
X_z	Passo de base transversal
x	Coordenada de translação
Y	Eixo coordenado inercial

y	Coordenada de translação
Z	Eixo coordenado inercial
z	Número de dentes

Letras Gregas

α	Ângulo de pressão
α_t	Ângulo de pressão transversal
β	Ângulo de hélice
β_N	Parâmetro de integração de Newmark
γ_N	Parâmetro de integração de Newmark
ε	Razão de contato total ou razão de contato
ε_α	Razão de contato transversal
ε_β	Razão de contato axial
ζ	Fator de amortecimento
η	Relação de transmissão
θ	Coordenada de rotação
ρ	Massa específica
σ	Posição angular entre engrenagens
Φ	Parâmetro da deformação por cisalhamento
ϕ	Ângulo de pressão transversal
ψ	Ângulo entre o plano de ação e o eixo Y
Ω	Velocidade angular
ω_d	Frequência natural amortecida
ω_e^n	Frequência de engrenamento de ordem n
ω_n	Frequência natural

Matrizes e Vetores

$[C]$	Matriz de amortecimento
$[G]$	Matriz giroscópica
$[K]$	Matriz de rigidez
$[M]$	Matriz de massa
$[R]$	Matriz de transformação
$[T]$	Matriz de restrição no planetário
$\{q\}$	Vetor de coordenadas generalizadas
$\{F\}$	Vetor de forças externas
$\{\tilde{P}\}$	Vetor transformado da força peso

Sobrescritos

<i>br</i>	Braço do planetário
<i>d</i>	Elemento de disco
<i>E</i>	Engrenamento planetário
<i>g</i>	Engrenagem
<i>m</i>	Elemento de mancal
<i>pl</i>	Planeta
<i>s</i>	Elemento de eixo
<i>sl</i>	Engrenagem sol

Subscritos

<i>A</i>	Par engrenado
<i>a</i>	Externo
<i>an</i>	Anel do planetário
<i>b</i>	De base
<i>br</i>	Braço do planetário
<i>d_i</i>	Direção na engrenagem motora
<i>E</i>	Engrenamento planetário
<i>e</i>	Engrenagem coroa ou pinhão
<i>i</i>	Engrenagem motora
<i>j</i>	Engrenagem movida
<i>N_t</i>	Número total de eixos
<i>P</i>	Primeiro par
<i>pl</i>	Planeta
<i>R</i>	Rotação
<i>S</i>	Segundo par
<i>s</i>	Elemento de eixo
<i>sl</i>	Engrenagem sol
<i>T</i>	Translação
<i>x</i>	Em relação ao eixo coordenado <i>X</i>
<i>y</i>	Em relação ao eixo coordenado <i>Y</i>
<i>z</i>	Em relação ao eixo coordenado <i>Z</i>
θ	Torção

SUMÁRIO

1	Introdução	21
1.1	Principais Componentes	23
1.1.1	Rotor e Pás	23
1.1.2	Torre de Sustentação e Nacele	24
1.1.3	Caixa de Engrenagens	24
1.1.4	Sistema de Freio e Controle de Giro	25
1.1.5	Gerador e Sistema de Controle	25
1.2	Laboratório de Dinâmica de Estruturas e Máquinas	25
1.3	Motivação	25
1.4	Objetivos	26
1.5	Estrutura da Dissertação	27
2	Revisão Bibliográfica	28
3	Modelagem Dinâmica do Trem de Potência	31
3.1	Elemento de Disco Rígido	32
3.2	Elemento de Eixo	33
3.3	Elemento de Mancal	39
3.4	Modelagem dos Engrenamentos Helicoidais	39
3.5	Rigidez Variante com a Posição Angular	42
3.5.1	Expansão em Série de Fourier	49
3.6	Implementação do Planetário	51
3.7	Matrizes Globais da Equação de Movimento	54
4	Análise Dinâmica de um Sistema Engrenado	56
4.1	Descrição do Sistema Engrenado	56
4.2	Características Modais do Sistema Invariante Associado	57
4.3	Simulação e Análise da Resposta Temporal	60
4.3.1	Simulação com Rigidez de Engrenamento Constante	60
4.3.2	Simulação com Rigidez de Engrenamento Variável	61
4.3.3	Simulação com Rigidez de Engrenamento Variável e Rotação Inicial	66
5	Simulação e Análise do Trem de Potência do Aerogerador	68
5.1	Modelo de Elementos Finitos do Trem de Potência	68
5.2	Parâmetros do Multiplicador de Velocidades	70
5.3	Modelagem dos Engrenamentos Helicoidais	72
5.4	Análise Estática do Aerogerador	74
5.5	Características Modais do Sistema Invariante Associado	75
5.6	Análise da Resposta Temporal	76
5.6.1	Engrenamentos com Rigidezes Invariantes	77

5.6.2	Engrenamento H_P com Rigidez Variante	79
5.6.3	Engrenamento H_S com Rigidez Variante	85
5.6.4	Engrenamentos H_P e H_S com Rigidezes Variantes	92
6	Conclusões e Considerações Finais	100
6.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	101
	Referências	103
	Anexos	106
	ANEXO A Geometria dos Elementos de Eixo	107
	ANEXO B Modos Vibratórios do Aerogerador	108

1 INTRODUÇÃO

Aerogeradores (ou turbinas eólicas) são máquinas que geram energia elétrica a partir da energia eólica, os quais são exibidos na Figura 1. O vento promove a rotação da turbina em conjunto com os componentes mecânicos transmissores de potência até o gerador, onde haverá a conversão da energia mecânica transmitida em energia elétrica.



Figura 1 – Em destaque, aerogeradores de 600 kW pertencentes à Central Eólica Mucuripe (Fortaleza - CE). Fonte: WOBEN (2003) apud ANEEL (2005).

Em contraposição ao uso de combustíveis fósseis, os aerogeradores em operação não poluem a atmosfera com gases nocivos, além do vento ser uma fonte de energia de caráter inesgotável. A energia eólica possui vantagens também em relação a outros tipos de energia, como à nuclear, por não haver problemas de descarte de resíduos radioativos, e à hidráulica, por não promover inundações em larga escala, permitindo, inclusive, a utilização do local de sua instalação para atividades de agricultura e pecuária. Mesmo assim, há também determinados impactos ambientais, quais sejam poluição visual, emissão de ruído, fatalidades em rota de aves e interferência com ondas de rádio e televisão, dentre outros (PINTO, 2013).

É certamente uma fonte de energia cuja exploração apresentou um crescimento notável recentemente: os dados anuais da capacidade mundial de geração de energia que provém de fonte eólica apresentados na Figura 2 revelam que tal capacidade mais que duplicou entre os anos de 2010 e 2015. De acordo com GWEC (2017), a capacidade mundial alcançou cerca de 486,8 GW de potência instalada em 2016, sendo a China a detentora da maior parcela deste montante, com 34,7% do total, seguida dos Estados Unidos e da Alemanha, com 16,9% e 10,3% do total, respectivamente. Já o Brasil ocupa a nona posição, com 2,2% deste montante.

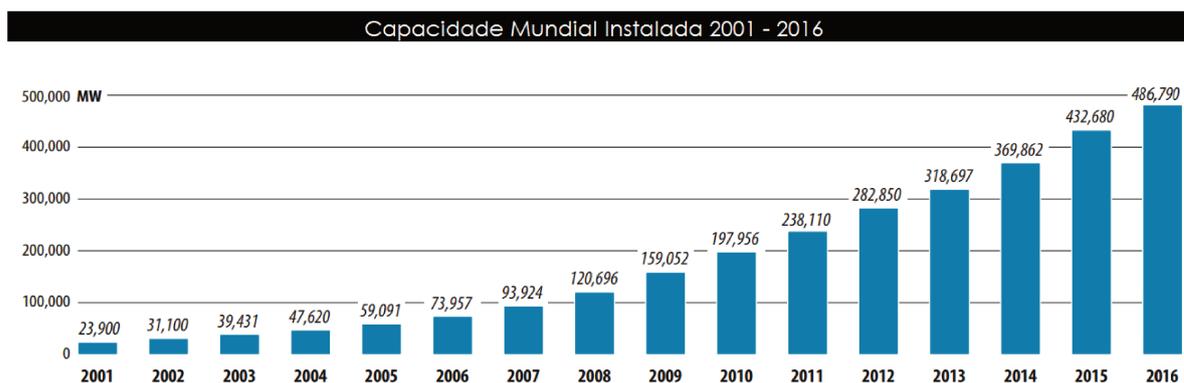


Figura 2 – Exploração da energia eólica: capacidade mundial instalada entre os anos de 2001 e 2016. Adaptado de GWEC (2017).

Foi no ano de 1992, no arquipélago de Fernando de Noronha, que houve a instalação da primeira turbina eólica no Brasil (e na América do Sul). Seu gerador era do tipo assíncrono e trifásico de 75 kW, a altura da torre treliçada atingia 23 m e o rotor possuía 17 m de diâmetro e sistema de controle por estol passivo (PINTO, 2013). Segundo o mesmo autor, em 1999, foi instalado o primeiro parque eólico na região Sul do Brasil, contendo cinco turbinas de 500 kW com geradores síncronos, torres de 45 m de altura e rotores de 40 m de diâmetro. Todavia, em setembro de 2003, o País contava com apenas seis centrais eólicas em operação, perfazendo uma capacidade instalada de 22 MW (ANEEL, 2005). A expansão da energia eólica passou a ser notável a partir de 2006, conforme pode ser conferido na Figura 3, que apresenta a evolução da capacidade de exploração desta fonte de energia no Brasil.

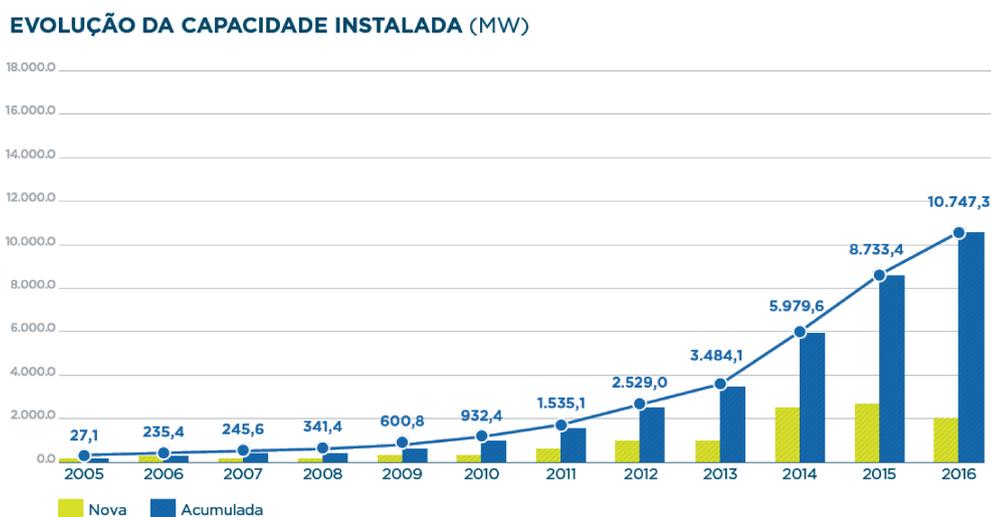


Figura 3 – Exploração da energia eólica no Brasil: Evolução da capacidade instalada. Adaptado de ABEEólica (2017).

Atualmente, segundo o Banco de Informações de Geração, da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), o Brasil conta com 445 empreendimentos em operação de fonte eólica de energia, cuja potência associada totaliza 10,8 GW. São mais 147 empreendimentos em construção e 166 ainda por serem construídos, com cerca de 3,4 GW e 3,7 GW de potência

associada, respectivamente. Assim, a energia eólica contribui com 7,05% da matriz energética brasileira em termos de potência fiscalizada, que é a potência considerada a partir da operação comercial da primeira unidade geradora (ANEEL, 2017).

1.1 Principais Componentes

Os aerogeradores são usualmente classificados de acordo com os seguintes critérios:

- a) Orientação do eixo da turbina;
- b) Capacidade de geração;
- c) Presença de uma caixa de engrenagens;
- d) Velocidade de operação (fixa ou variável);
- e) Tipo de gerador (síncrono ou assíncrono);
- f) Modelo de conexão com a rede;
- g) Local de sua instalação (*onshore* ou *offshore*).

Cada desses critérios possui particularidades que se refletem diretamente nos aspectos construtivos do aerogerador. Os principais componentes apresentados nesta Seção, entretanto, visam oferecer uma visão geral de um aerogerador similar ao encontrado no presente trabalho, isto é, de um aerogerador de eixo horizontal possuindo velocidade de operação variável. Seu desenho esquemático, acompanhado da indicação dos principais componentes, é apresentado na Figura 4.

1.1.1 Rotor e Pás

A turbina eólica propriamente dita (também chamada de rotor) é composta pelas pás e pela estrutura onde estão encaixadas, o cubo. Quanto às pás, seu emprego em número de três uniformemente espaçadas é o padrão comercial difundido (PINTO, 2013) (BIN *et al.*, 2011). Turbinas com menos pás operam em rotações mais altas, o que provoca um aumento da emissão de ruído. Por outro lado, o uso de mais de três pás implica num maior custo de fabricação e requer uma caixa de engrenagens com uma relação de transmissão maior, já que o rotor operaria numa velocidade mais baixa e seria preciso elevar mais a rotação para compatibilizá-la com a operação do gerador. Além disso, o uso de mais pás diminui a distância entre as mesmas, e por isto a chance da turbulência provocada por uma pá afetar as outras cresce. Assim, a turbina de três pás fornece um resultado geral mais vantajoso, ao se considerar o desgaste mecânico, a emissão de ruído, o custo e a velocidade de operação (BIN *et al.*, 2011).

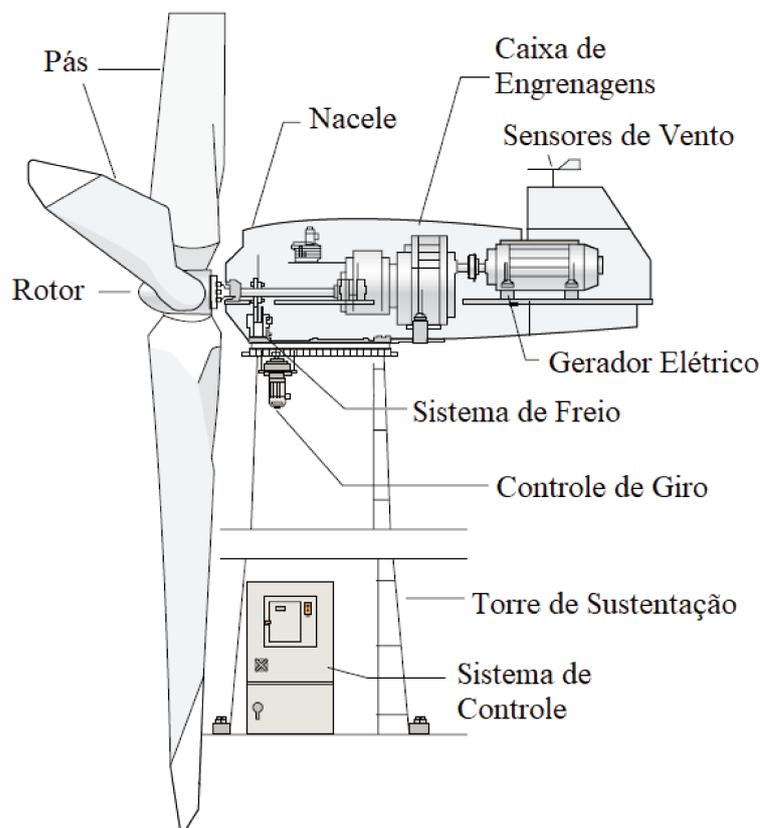


Figura 4 – Desenho esquemático de um aerogerador de eixo horizontal. Adaptado de CBEE / UFPE (2000) apud ANEEL (2005).

1.1.2 Torre de Sustentação e Nacelle

A torre de sustentação é a estrutura que permite ao rotor trabalhar numa altura adequada. Com efeito, a velocidade do vento tende a diminuir à medida em que se aproxima da superfície terrestre devido às interações do fluxo eólico com os acidentes topográficos.

A nacelle, por sua vez, é a estrutura montada sobre essa torre e que engloba a maior parte dos componentes. Nela, tem-se a caixa multiplicadora de velocidade, o sistema de freio, o controle de giro e o gerador. Há ainda, posicionados sobre a nacelle, os seguintes sensores: o anemômetro, que mede velocidade do vento, e o *windvane*, que mede sua direção.

1.1.3 Caixa de Engrenagens

A caixa de engrenagens (ou multiplicador de velocidade) tem por função compatibilizar a rotação do rotor, que é baixa, com a rotação na qual o gerador opera. Para tanto, é muito comum na caixa de engrenagens de aerogeradores o emprego de três estágios de multiplicação de velocidades (PEETERS, 2006): um planetário com a maior relação de transmissão seguido de dois pares de engrenagens paralelas ou mesmo dois planetários antes de um estágio de alta velocidade de engrenagens paralelas. Neste contexto, segundo o mesmo autor, um estágio de

planetário pode ter uma relação de transmissão de até 7, enquanto engrenagens paralelas são projetadas normalmente com um aumento de velocidade de até 5 vezes.

1.1.4 Sistema de Freio e Controle de Giro

O sistema de freio, que é frequentemente a disco, pode ser posicionado antes ou depois da caixa multiplicadora. É utilizado para auxiliar o controle aerodinâmico durante ventos de alta velocidade, mas também quando a turbina se encontra em baixa rotação e se deseja pará-la (BIN *et al.*, 2011). Já o controle de giro, tem por finalidade aumentar a eficiência da captação de energia mantendo a turbina voltada para o fluxo de vento.

1.1.5 Gerador e Sistema de Controle

O gerador é o responsável pela conversão de energia mecânica em elétrica propriamente dita. Este pode ser do tipo síncrono, operando com velocidade angular fixa e sintonizada com a frequência de tensão de alimentação da rede (PINTO, 2013), ou assíncrono, cuja velocidade do rotor é superior à velocidade síncrona (SOHN, 2014). Por fim, os dados coletados são processados no sistema de controle, que supervisiona e comanda os mecanismos de angulação das pás e de controle de giro, tendo em vista a máxima extração da potência eólica.

1.2 Laboratório de Dinâmica de Estruturas e Máquinas

A presente dissertação se insere no contexto da dinâmica de trens de potência, que é uma das principais linhas de pesquisa do Laboratório de Dinâmica de Estruturas e Máquinas (LDEM) coordenado pelo Prof. Dr. Milton Dias Junior.

Neste laboratório, o primeiro trabalho no tema de aerogeradores foi o de Silva (2015), no qual o trem de potência de um aerogerador de eixo horizontal e velocidade variável foi modelado por parâmetros concentrados, considerando os graus de liberdade de torção em sua formulação e rigidezes variantes nos pares de engrenagens paralelas. Foi possível comprovar que há componentes de frequências presentes nas forças internas dos engrenamentos que excitam modos do sistema em rotações que se encontram dentro da faixa de operação do aerogerador.

1.3 Motivação

Um estudo publicado em Wind Stats Newsletter (2009 apud SHENG, 2013), que investigou entre os anos de 2006 e 2009 cerca de vinte e sete mil turbinas eólicas de 500 kW a 5 MW, concluiu que o subsistema que mais acarretou *downtime* foi a caixa de engrenagens. A Figura 5 mostra a contribuição em horas de cada subsistema de um aerogerador para o *downtime* total, em que a coluna referente à caixa de engrenagens se encontra destacada em vermelho.

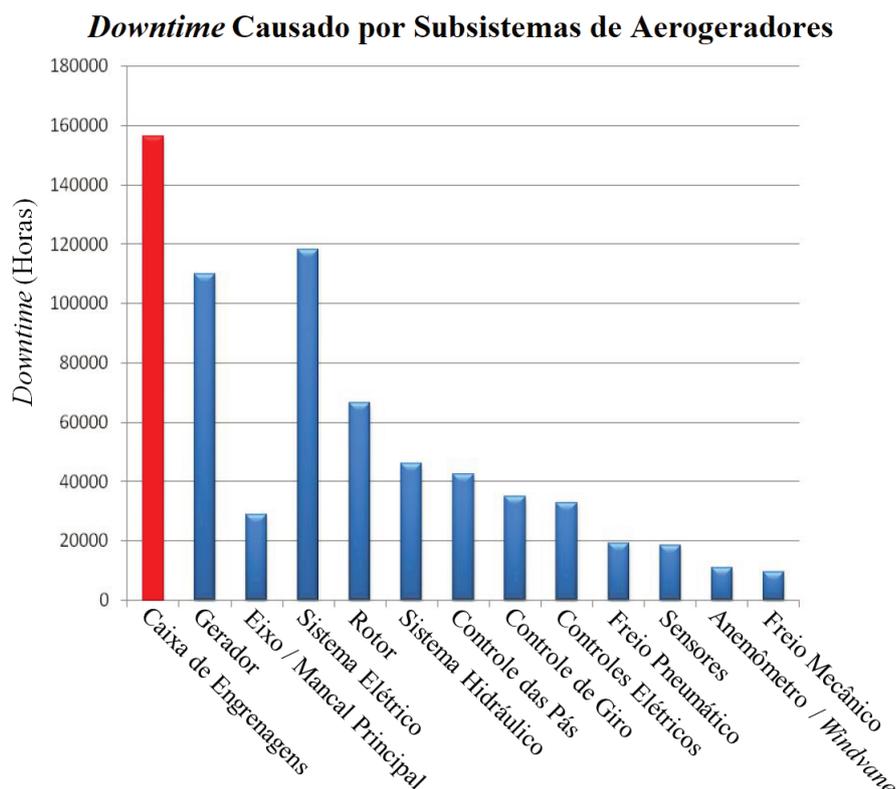


Figura 5 – Relação entre os subsistemas de aerogeradores e seu *downtime*. Adaptado de Sheng (2013).

Nota-se, pois, a relevância da caixa multiplicadora para a produtividade da máquina, bem como dos critérios de projeto que podem evitar desgastes prematuros de seus componentes internos. Neste contexto, a partir da compreensão dos fenômenos vibratórios no trem de potência do aerogerador, pode-se alcançar soluções para aprimorar a caixa de engrenagens e, com isto, evitar falhas em seus componentes.

1.4 Objetivos

Sabe-se que a utilização de engrenagens helicoidais é muito comum em trens de potência de aerogeradores, principalmente nos estágios de alta velocidade. No entanto, o uso deste tipo de engrenagem acopla todos os graus de liberdade do par engrenado, o que resulta num movimento vibratório do sistema que não é exclusivamente torcional. Neste contexto, a presente dissertação dá continuidade ao estudo apresentado por Silva (2015), tendo por intuito analisar os fenômenos presentes no trem de potência de um aerogerador de velocidade variável quando se leva em conta os graus de liberdade de torção e flexão em conjunto com a rigidez variante nos pares de engrenagens helicoidais.

1.5 Estrutura da Dissertação

Um breve resumo de cada capítulo presente nesta dissertação é apresentado a seguir:

Capítulo 2: Revisão Bibliográfica

Os trabalhos relacionados à dinâmica de aerogeradores que mais contribuíram para esta pesquisa são descritos nesse capítulo. São ressaltados artigos com modelos dinâmicos e seus parâmetros, mas comparações e conclusões pertinentes são também destacadas.

Capítulo 3: Modelagem Dinâmica do Trem de Potência

Nesse capítulo, a fundamentação teórica baseada no método de elementos finitos é apresentada. São exibidos os elementos de eixo, disco e mancal utilizados, bem como a modelagem dos engrenamentos helicoidais. Em seguida, a variação da rigidez devido ao contato entre os dentes é desenvolvida, sendo acompanhada de exemplos e uma discussão de sua inclusão em modelos dinâmicos de aerogeradores. Tem-se a descrição da implementação do planetário e, por fim, comentários sobre as matrizes globais da equação de movimento.

Capítulo 4: Análise Dinâmica de um Sistema Engrenado

Um sistema de dois eixos interligados por um par engrenado é proposto, no qual os principais fenômenos decorrentes da modelagem são analisados mediante simulações sob diferentes condições. São introduzidas as ferramentas de processamento de sinais utilizadas neste trabalho, sob as quais as frequências de engrenamento são investigadas.

Capítulo 5: Simulação e Análise do Trem de Potência do Aerogerador

A partir dos dados encontrados na literatura científica que trata de aerogeradores, o sistema a ser estudado é definido. É nesse capítulo que são especificadas as características de cada elemento utilizado. Os parâmetros modais do sistema e as linhas de deformação estática de cada eixo são apresentadas. Tem-se, então, simulações de três casos de excitação interna nos engrenamentos do aerogerador e os resultados são analisados nos domínios de tempo e frequência.

Capítulo 6: Conclusões e Considerações Finais

É feita uma síntese das conclusões mais relevantes e dos principais resultados obtidos e, por fim, são sugeridas propostas de continuidade do trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A literatura científica relativa à pesquisa em dinâmica de aerogeradores é vasta. Porém, quando se trata de modelos do seu trem de potência a quantidade reduz bastante - principalmente no que concerne ao uso de elementos finitos. A modelagem dinâmica mais comumente encontrada para a idealização do sistema de transmissão de potência de um aerogerador é a que considera apenas os graus de liberdade de torção. Não obstante artigos apontem a necessidade de se considerar o acoplamento dos fenômenos de torção e flexão para que os resultados melhor se aproximem dos dados experimentais, poucos trabalhos são encontrados nesta área. É, pois, notável a escassez na literatura científica de parâmetros de engrenamento, de inércia ou geometria dos elementos que compõem trens de potência de aerogeradores. Além disso, não é raro encontrar trabalhos em que os dados são omitidos por segredo industrial. Neste contexto, esta revisão bibliográfica visa apresentar os artigos que mais contribuíram para a presente pesquisa no que se refere diretamente a aerogeradores, ora apresentando modelos dinâmicos bem fundamentados, conclusões pertinentes ou parâmetros de projeto, ora de maneira mais geral, por comparações entre modelos.

Peeters *et al.* (2004) compararam três tipos de modelagens por multicorpos para a investigação da dinâmica da caixa de engrenagens de um aerogerador. A primeira modelagem é a de vibração puramente torcional. A segunda consiste num modelo de multicorpos rígidos com atenção especial na representação dos mancais e nas engrenagens helicoidais, desta vez com doze graus de liberdade por par engrenado. A última abordagem apresentada é uma extensão para a modelagem por multicorpos flexíveis. Neste contexto, a caixa multiplicadora do aerogerador estudado é composta por dois estágios planetários e um estágio de alta velocidade de engrenamentos helicoidais paralelos. Os autores salientam a importância de um modelo flexível por conter diversos outros modos vibratórios e também pela notável queda das frequências naturais do sistema. Em sua tese de doutorado, Peeters (2006) aprofundou a comparação entre modelagens dinâmicas e a estendeu para todo o trem de potência, incluindo o acoplamento com a torre de sustentação. Além disso, analisou cada estágio da transmissão separadamente com base nas frequências naturais e modos de vibrar.

Todorov *et al.* (2009) propuseram um modelo dinâmico de múltiplos corpos exclusivamente torcional para o trem de potência de um aerogerador cujo rotor possui cinquenta e seis metros de diâmetro. A caixa de engrenagens possui três estágios: o primeiro é um planetário em baixa rotação e os dois estágios seguintes são dois pares de engrenamentos paralelos sob alta rotação. O sistema apresentado é composto por dez corpos, possui ao todo oito graus de liberdade. Foram exibidas as frequências naturais e os modos de vibrar. Os resultados indicaram a existência de uma ampla gama de cargas dinâmicas nos componentes da caixa de engrenagens. Todorov e Vukov (2010) incluíram a flutuação da rigidez entre os pares engrenados num modelo

similar e observaram através do espectro do sinal temporal frequências de engrenamento oriundas da rigidez variante. Todorov e Vukov (2011) partiram do mesmo modelo e apresentaram graficamente os modos vibratórios do sistema torcional. Todorov *et al.* (2012) acrescentaram os efeitos de um dente danificado na flutuação da rigidez de engrenamento e compararam os resultados com o modelo de engrenamento sem danos.

Helsen *et al.* (2011a) buscaram critérios para uma modelagem dinâmica confiável e que fossem condizentes com resultados experimentais. Os autores concluíram que, para descrever o comportamento do sistema em frequências acima de 100 Hz, a modelagem de elementos finitos é necessária para representar a flexibilidade dos componentes. Além disso, ressaltaram a importância da inclusão do fenômeno de rigidez variável no engrenamento. Helsen *et al.* (2011b) fizeram uma comparação entre modelagens com diferentes complexidades para descrição do comportamento modal da caixa de engrenagens de um aerogerador, a qual era composta por um estágio planetário e dois estágios de pares engrenados helicoidais. Foram três as modelagens comparadas: exclusivamente torcional, corpo rígido com seis graus de liberdade e flexibilidade discreta e a modelagem de multicorpos flexíveis por elementos finitos. A flutuação de rigidez foi incluída, exceto para o modelo torcional. Os autores mostraram que o acoplamento entre a modelagem por elementos finitos e as outras modelagens empregadas promoviam uma influência significativa no comportamento modal da caixa multiplicadora. Helsen *et al.* (2013) investigaram experimentalmente a relação entre diversos mecanismos de excitação e o comportamento modal da caixa de engrenagens. Os autores comprovaram a necessidade de se considerar a flutuação da rigidez no engrenamento e a flexibilidade estrutural na modelagem dinâmica.

Srikanth e Sekhar (2014) apresentaram uma análise dinâmica do mesmo trem de potência eólico que Todorov *et al.* (2009), porém incluindo translação nos graus de liberdade dos engrenamentos. Seu modelo de multicorpos rígidos possui flexibilidade discreta, rigidez variante nos engrenamentos e rigidez linear nos mancais. As equações de movimento são obtidas pelo método de Lagrange e a integração numérica é baseada no método de Newmark. O torque aerodinâmico implementado é não-linear e não-estacionário. Além disso, são obtidas as forças de contato entre os pares engrenados nos domínios de tempo e frequência. Os autores salientaram a presença das frequências de engrenamento nos espectros das forças de contato. Srikanth e Sekhar (2016) promoveram uma caracterização dinâmica do mesmo modelo a partir de seu comportamento vibratório e dos sinais de torque obtidos por parâmetros de ventos de um parque eólico típico.

Yi *et al.* (2015) propuseram um modelo dinâmico acoplado para a caixa de engrenagens de um aerogerador de 1,5 MW considerando a rigidez de engrenamento variante com o tempo, torque externo e a presença na transmissão de erro de manufatura ou montagem. Os autores compararam os valores de distribuição de carregamento obtidos experimentalmente com aqueles resultantes da simulação e assim validaram o modelo. A partir da análise da influência

do erro médio e sua amplitude na distribuição de carregamento, é mostrado que esta última pode diminuir se o erro aumentar até certo ponto, mas recomendam que o erro seja o menor possível durante a montagem. Analisaram também a influência da posição angular do eixo de alta velocidade, bem como a posição inicial da engrenagem sol, na distribuição do carregamento dinâmico. Os autores afirmam que os resultados proveem diretrizes teóricas úteis para o projeto de estágios de eixos paralelos engrenados em aerogeradores.

Silva (2015) analisou o comportamento vibratório torcional do trem de potência de uma turbina eólica partindo de uma modelagem de múltiplos corpos baseada nos parâmetros de Todorov *et al.* (2009). O sistema proposto é linear mas variante com o tempo por incluir os efeitos da rigidez variável dos engrenamentos helicoidais. Foram apresentados os parâmetros modais do sistema invariante equivalente e a ilustração dos modos vibratórios. Os resultados das simulações de operação sob condições de rotação constante e de rotação variável foram analisados a partir de ferramentas de processamento de sinais não-estacionários. Foi constatado a ocorrência de ressonâncias de segunda ordem e a presença de forças dinâmicas na transmissão contendo componentes de frequências do engrenamento e suas múltiplas. Além disso, o autor tratou da ocorrência de *aliasing* durante a integração numérica. Foi demonstrado que a depender dos parâmetros de engrenamento e da velocidade de operação, as forças dinâmicas presentes na caixa de engrenagens podem excitar as frequências naturais do sistema.

3 MODELAGEM DINÂMICA DO TREM DE POTÊNCIA

Dentro da rotordinâmica, pode-se dizer que o trem de potência de um aerogerador pertence ao grupo dos rotores engrenados. Vários tipos de modelagem dinâmica podem ser aplicados para idealizar este sistema, tais como a abordagem de múltiplos corpos, com um ou mais graus de liberdade por componente, ou o método de elementos finitos. Os trabalhos de Peeters (2006) e Helsen *et al.* (2011b) fornecem comparações entre modelagens dinâmicas de aerogeradores e ambos concluem a necessidade de incluir a flexibilidade dos componentes estruturais para um resultado mais preciso das frequências naturais e dos modos vibratórios do sistema. De fato, os eixos do trem de potência do aerogerador - principalmente o eixo em que se encontra a turbina eólica - têm dimensões muito grandes e aproximá-los por uma rigidez equivalente sem levar em conta suas inércias não irá representar os fenômenos que realmente ocorrem na máquina.

Neste sentido, a presente dissertação é baseada na formulação de elementos finitos, que permite levar em conta tanto as grandes inércias e dimensões existentes entre os principais elementos da máquina quanto os fenômenos que ocorrem entre os dentes das engrenagens. Foram considerados cinco graus de liberdade por nó, de modo que apenas o movimento axial não é incluso. Por sua vez, não foram encontrados na literatura científica parâmetros de mancal axial utilizados em aerogeradores.

O foco é dado nos fenômenos decorrentes da interação entre as engrenagens de um mesmo par, de modo que seus movimentos de corpo flexível não são investigados. As engrenagens puderam, então, ser idealizadas como discos ideais possuindo uma rigidez de engrenamento que acopla todos os seus graus de liberdade. Neste contexto, a rigidez entre o par engrenado é inicialmente assumida como sendo constante mas, em seguida, seu comportamento é detalhado mediante uma formulação do contato entre os dentes. Com efeito, as harmônicas que decorrem do contato entre engrenagens são muito relevantes por se apresentarem numa faixa de frequência que encerra diversas frequências naturais do sistema. A caixa de engrenagens é, pois, o subsistema principal da análise desenvolvida.

Outras fontes de excitação, como a flexibilidade das pás do rotor ou a interação do gerador com a rede elétrica não são incluídos neste estudo e, portanto, tais componentes puderam também ser assumidos como sendo elementos de disco rígido. Já os mancais possuem propriedades constantes, que não variam com a rotação. Não obstante, todas as formulações apresentadas neste capítulo foram implementadas no Matlab[®] pelo autor, permitindo a inclusão de outros efeitos dinâmicos em trabalhos futuros.

3.1 Elemento de Disco Rígido

Um disco rígido pode ser representado no espaço conforme a Figura 6. A partir do sistema de coordenadas inerciais XYZ , define-se x e y como coordenadas de translação, $\dot{\theta}_x$ e $\dot{\theta}_y$ como vetores de velocidade angular em torno dos eixos transversais, e, por fim, Ω e $\dot{\theta}_z$ como velocidade de rotação e velocidade angular axial, respectivamente.

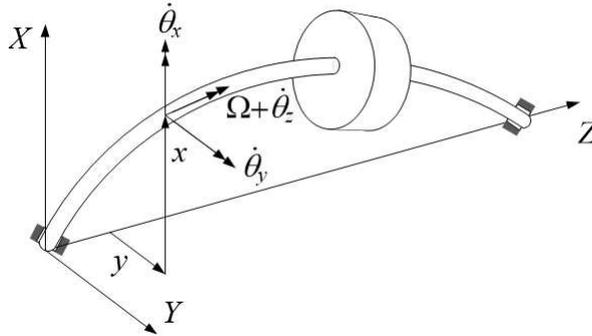


Figura 6 – Disco rígido sobre um eixo flexível e sistema de coordenadas. Adaptado de Rao *et al.* (1998).

Seu vetor de coordenadas generalizadas é definido na Equação 3.1, em que o sobrescrito “d” se refere ao elemento de disco.

$$\{q^d\} = \{x^d y^d \theta_x^d \theta_y^d \theta_z^d\}^T \quad (3.1)$$

Sendo assim, a equação de movimento deste corpo levando em conta os efeitos giroscópicos possui a forma:

$$[M^d] \{\ddot{q}^d\} + \Omega [G^d] \{\dot{q}^d\} = \{0\} \quad (3.2)$$

em que

$$[M^d] = \begin{bmatrix} m_d & & & & \\ 0 & m_d & & & \\ 0 & 0 & I_d & & \\ 0 & 0 & 0 & I_d & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_d \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$[G^d] = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & \begin{matrix} anti- \\ sim. \end{matrix} & \\ 0 & 0 & -J_d & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Nas equações 3.3 e 3.4, o termo de massa do elemento é denotado por m , enquanto I e J representam os momentos de inércia de massa transversal e polar, respectivamente.

3.2 Elemento de Eixo

O elemento de eixo inclui em sua formulação a deformação torcional e os efeitos de inércia rotacional e deformação por cisalhamento (NELSON, 1980), os quais devem ser considerados quando as dimensões da seção transversal da viga não são pequenas em relação ao seu comprimento (RAO, 2004), caso em que se enquadram os eixos do aerogerador. O modelo de viga que considera tais efeitos é usualmente denominado de viga de Timoshenko (MEIROVITCH, 1997).

Este elemento contém dois nós, um por extremidade, possui ao todo 10 graus de liberdade e é apresentado conforme em Rao *et al.* (1998). Tem-se, assim, sua equação de movimento na forma genérica:

$$[M^s] \{\ddot{q}^s\} + \Omega [G^s] \{\dot{q}^s\} + [K^s] \{q^s\} = \{0\} \quad (3.5)$$

sendo o sobrescrito “s” a indicação de que o elemento é de eixo.

A matriz de massa deste elemento pode ser escrita como uma somatória das parcelas referentes à translação, rotação e torção pura:

$$[M^s] = [M_T^s] + [M_R^s] + [M_\theta^s] \quad (3.6)$$

em que

$$[M_T^s] = [M_T^s]_0 + \Phi [M_T^s]_1 + \Phi^2 [M_T^s]_2 \quad (3.7)$$

$$[M_R^s] = [M_R^s]_0 + \Phi [M_R^s]_1 + \Phi^2 [M_R^s]_2 \quad (3.8)$$

sendo

$$\Phi = \frac{12E_s I_s}{K^* G_s A_s L_s^2} \quad (3.9)$$

Conforme Nelson (1980), o parâmetro Φ é decorrente da formulação da deformação por cisalhamento e assume valor zero quando tal fenômeno é ignorado. Para um determinado elemento de eixo, tem-se que E_s e G_s são respectivamente os módulo de elasticidade e de cisalhamento de seu material, I_s , o momento de inércia de massa transversal, A_s , a área da seção transversal e L_s , o comprimento do elemento. O termo K^* , denominado coeficiente de cisalhamento, é um fator numérico dependente da forma da seção transversal (MEIROVITCH, 1997).

e

$$[M_R^s]_2 = m_R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10L^2 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 10L^2 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 5L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10L^2 & & \\ 0 & 0 & 0 & 5L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10L^2 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

em que

$$m_R = \frac{\pi \rho_s (r_{se}^4 - r_{si}^4)}{120L_s(1 + \Phi)^2} \quad (3.17)$$

Prosseguindo, então, para os termos de torção da matriz de massa do elemento, tem-se:

$$[M_\theta^s] = \frac{J_s}{6L_s} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Já a matriz giroscópica da Equação de movimento (3.5) é dada por:

$$[G^s] = [G^s]_0 + \Phi [G^s]_1 + \Phi^2 [G^s]_2 \quad (3.19)$$

Assim sendo, a matriz de rigidez da Equação (3.5) pode ser escrita como:

$$[K^s] = [K^s]_0 + \Phi [K^s]_1 + [K^s_\theta] \quad (3.23)$$

na qual

$$[K^s]_0 = k_s \begin{bmatrix} 12 & & & & & & & & & \\ 0 & 12 & & & & & & & & \\ 0 & -6L & 4L^2 & & & & & & & \\ 6L & 0 & 0 & 4L^2 & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ -12 & 0 & 0 & -6L & 0 & 12 & & & & \\ 0 & -12 & 6L & 0 & 0 & 0 & 12 & & & \\ 0 & -6L & 2L^2 & 0 & 0 & 0 & 6L & 4L^2 & & \\ 6L & 0 & 0 & 2L^2 & 0 & -6L & 0 & 0 & 4L^2 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

e

$$[K^s]_1 = k_s \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & L^2 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & L^2 & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & -L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & L^2 & & \\ 0 & 0 & 0 & -L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & L^2 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

tais que

$$k_s = \frac{E_s I_s}{L_s^3 (1 + \Phi)} \quad (3.26)$$

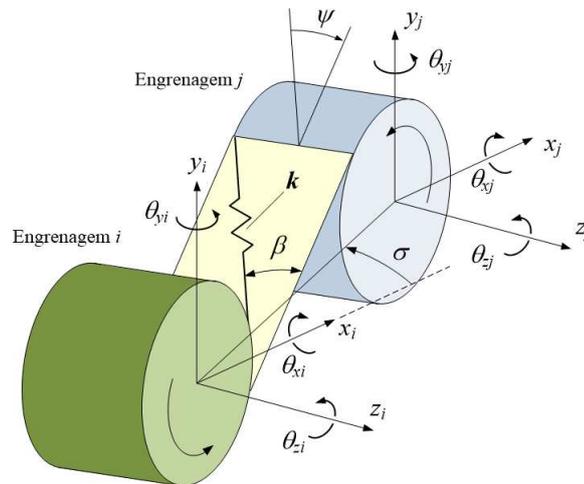


Figura 7 – Modelagem dinâmica tridimensional de um par de engrenamentos helicoidais.

negativo se sua hélice for sestra (de mão esquerda). Além desses ângulos, define-se ainda ψ , que é o ângulo entre o plano de ação e o eixo y_i em seu sentido positivo. Como este plano de ação (que contém a linha de contato) tem sua direção modificada a depender da direção do carregamento, ψ pode ser escrito como:

$$\psi = \begin{cases} \phi - \sigma, & T_{d_i} : \text{Sentido anti-horário} \\ -\phi - \sigma, & T_{d_i} : \text{Sentido horário} \end{cases} \quad (3.29)$$

onde ϕ é o ângulo de pressão transversal do par engrenado e T_{d_i} a direção do torque aplicado na engrenagem i .

O modelo implementado possui 10 graus de liberdade no total, já que não inclui a movimentação axial. Cada engrenagem pode transladar nas direções x e y , respectivas aos eixos coordenados transversais ao comprimento, ou rotacionar em torno de cada um dos eixos, conferindo 5 graus de liberdade para cada engrenagem do sistema. Assim, o deslocamento relativo entre o par de engrenagens na direção normal às superfícies de contato pode ser escrito do seguinte modo:

$$p = (x_i \sin \psi - x_j \sin \psi + y_i \cos \psi - y_j \cos \psi + r_i \theta_{z_i} + r_j \theta_{z_j}) \cos \beta + (r_i \theta_{x_i} \sin \psi + r_j \theta_{x_j} \sin \psi + r_i \theta_{y_i} \cos \psi + r_j \theta_{y_j} \cos \psi) \sin \beta \quad (3.30)$$

Com efeito, pode-se então obter as equações de movimento da engrenagem i com base neste deslocamento relativo. Estas são, pois, exibidas nas Equações 3.31 a 3.35:

$$m_i \ddot{x}_i + kp \cos \beta \sin \psi = 0 \quad (3.31)$$

$$m_i \ddot{y}_i + kp \cos \beta \cos \psi = 0 \quad (3.32)$$

$$I_i \ddot{\theta}_{xi} + r_i k p \sin \beta \sin \psi = 0 \quad (3.33)$$

$$I_i \ddot{\theta}_{yi} + r_i k p \sin \beta \cos \psi = 0 \quad (3.34)$$

$$J_i \ddot{\theta}_{zi} + r_i k p \cos \beta = 0 \quad (3.35)$$

E, analogamente, para a engrenagem j :

$$m_j \ddot{x}_j - k p \cos \beta \sin \psi = 0 \quad (3.36)$$

$$m_j \ddot{y}_j - k p \cos \beta \cos \psi = 0 \quad (3.37)$$

$$I_j \ddot{\theta}_{xj} + r_j k p \sin \beta \sin \psi = 0 \quad (3.38)$$

$$I_j \ddot{\theta}_{yj} + r_j k p \sin \beta \cos \psi = 0 \quad (3.39)$$

$$J_j \ddot{\theta}_{zj} + r_j k p \cos \beta = 0 \quad (3.40)$$

Reescrevendo todas essas equações de movimento na forma matricial de modo que o vetor de coordenadas generalizadas seja dado por $\{q^g\} = \{x_i \ y_i \ \theta_{xi} \ \theta_{yi} \ \theta_{zi} \ x_j \ y_j \ \theta_{xj} \ \theta_{yj} \ \theta_{zj}\}^T$, obtém-se:

$$[M^g] \{\ddot{q}^g\} + [K^g] \{q^g\} = \{0\} \quad (3.41)$$

em que o sobrescrito “g” faz referência ao par de engrenagens.

A matriz de massa da Equação 3.41, por sua vez, pode se escrita como:

$$[M^g] = \text{diag} \{m_i, m_i, I_i, I_i, J_i, m_j, m_j, I_j, I_j, J_j\} \quad (3.42)$$

Já a matriz de rigidez do engrenamento é do tipo:

$$[K^g] = k \begin{bmatrix} [K_{1,1}^g] & [K_{1,2}^g] \\ [K_{2,1}^g] & [K_{2,2}^g] \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

e, tendo c como o cosseno do ângulo que o segue, s como o seu respectivo seno, e cs como a multiplicação do cosseno pelo seno do mesmo ângulo, suas submatrizes assumem os seguintes formatos:

$$[K_{1,1}^g] = \begin{bmatrix} c^2 \beta s^2 \psi & c^2 \beta cs \psi & r_i cs \beta s^2 \psi & r_i cs \beta cs \psi & r_i c^2 \beta s \psi \\ c^2 \beta cs \psi & c^2 \beta c^2 \psi & r_i cs \beta cs \psi & r_i cs \beta c^2 \psi & r_i c^2 \beta c \psi \\ r_i cs \beta s^2 \psi & r_i cs \beta cs \psi & r_i^2 s^2 \beta s^2 \psi & r_i^2 s^2 \beta cs \psi & r_i^2 cs \beta s \psi \\ r_i cs \beta cs \psi & r_i cs \beta c^2 \psi & r_i^2 s^2 \beta cs \psi & r_i^2 s^2 \beta c^2 \psi & r_i^2 cs \beta c \psi \\ r_i c^2 \beta s \psi & r_i c^2 \beta c \psi & r_i^2 cs \beta s \psi & r_i^2 cs \beta c \psi & r_i^2 c^2 \beta \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$\left[K_{1,2}^g \right] = \begin{bmatrix} -c^2\beta s^2\psi & -c^2\beta cs\psi & r_jcs\beta s^2\psi & r_jcs\beta cs\psi & r_jc^2\beta s\psi \\ -c^2\beta cs\psi & -c^2\beta s^2\psi & r_jcs\beta cs\psi & r_jcs\beta c^2\psi & r_jc^2\beta c\psi \\ -r_ics\beta s^2\psi & -r_ics\beta cs\psi & r_ir_js^2\beta s^2\psi & r_ir_js^2\beta cs\psi & r_ir_jcs\beta s\psi \\ -r_ics\beta cs\psi & -r_ics\beta c^2\psi & r_ir_js^2\beta cs\psi & r_ir_js^2\beta c^2\psi & r_ir_jcs\beta c\psi \\ -r_ic^2\beta s\psi & -r_ic^2\beta c\psi & r_ir_jcs\beta s\psi & r_ir_jcs\beta c\psi & r_ir_jc^2\beta \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$\left[K_{2,1}^g \right] = \begin{bmatrix} -c^2\beta s^2\psi & -c^2\beta cs\psi & -r_ics\beta s^2\psi & -r_ics\beta cs\psi & -r_ic^2\beta s\psi \\ -c^2\beta cs\psi & -c^2\beta s^2\psi & -r_ics\beta cs\psi & -r_ics\beta c^2\psi & -r_ic^2\beta c\psi \\ r_jcs\beta s^2\psi & r_jcs\beta cs\psi & r_ir_js^2\beta s^2\psi & r_ir_js^2\beta cs\psi & r_ir_jcs\beta s\psi \\ r_jcs\beta cs\psi & r_jcs\beta c^2\psi & r_ir_js^2\beta cs\psi & r_ir_js^2\beta c^2\psi & r_ir_jcs\beta c\psi \\ r_jc^2\beta s\psi & r_jc^2\beta c\psi & r_ir_jcs\beta s\psi & r_ir_jcs\beta c\psi & r_ir_jc^2\beta \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$\left[K_{2,2}^g \right] = \begin{bmatrix} c^2\beta s^2\psi & c^2\beta cs\psi & -r_jcs\beta s^2\psi & -r_jcs\beta cs\psi & -r_jc^2\beta s\psi \\ c^2\beta cs\psi & c^2\beta s^2\psi & -r_jcs\beta cs\psi & -r_jcs\beta c^2\psi & -r_jc^2\beta c\psi \\ -r_jcs\beta s^2\psi & -r_jcs\beta cs\psi & r_j^2s^2\beta s^2\psi & r_j^2s^2\beta cs\psi & r_j^2cs\beta s\psi \\ -r_jcs\beta cs\psi & -r_jcs\beta c^2\psi & r_j^2s^2\beta cs\psi & r_j^2s^2\beta c^2\psi & r_j^2cs\beta c\psi \\ -r_jc^2\beta s\psi & -r_jc^2\beta c\psi & r_j^2cs\beta s\psi & r_j^2cs\beta c\psi & r_j^2c^2\beta \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Nota-se pelos termos das submatrizes de rigidez que o emprego de engrenagens helicoidais resulta no acoplamento entre todos os graus de liberdade do par engrenado. Este fenômeno é ainda mais relevante para o comportamento do sistema por ter sido incluída na modelagem a flexibilidade dos eixos. Isto implica que havendo qualquer solicitação dinâmica no decorrer do engrenamento, esta afetará não só o movimento das engrenagens, mas também dos eixos das quais fazem parte e do sistema como um todo.

Por outro lado, é razoável considerar também algum amortecimento nas engrenagens, já que ocorre dissipação de energia seja por arrasto do óleo lubrificante (CHANGENET; VELEX, 2006), atrito e impacto entre os dentes (VAISHYA; SINGH, 2003)(HUNT; CROSSLLEY, 1975), amortecimento proveniente do lubrificante aderido à superfície dos dentes (BRANCATI *et al.*, 2007) ou mesmo pelo torque de arrasto do ar (DIAB *et al.*, 2003). No caso do aerogerador, as engrenagens se encontram parcialmente imersas em fluido lubrificante. Visando considerar os efeitos globais da dissipação nessa circunstância, foram propostos para as engrenagens coeficientes de amortecimento de translação e de rotação em suas direções principais, sendo apresentados na Seção 5.2 referente aos parâmetros dos engrenamentos do aerogerador.

3.5 Rigidez Variante com a Posição Angular

O modelo proposto por Kubur *et al.* (2004) permite a obtenção da força existente entre engrenagens interconectadas, bastando para tanto multiplicar o valor da rigidez de engre-

namento, k , pelo deslocamento relativo do par engrenado. Contudo, o encaixe entre os dentes de engrenamentos helicoidais se dá de maneira progressiva e a consequência disto é que a rigidez do engrenamento tem, na realidade, caráter variável. Portanto, para um resultado mais preciso da sollicitação dinâmica que ocorre entre um par de engrenagens, é necessário também considerar a flutuação da rigidez.

Com efeito, investigações experimentais na caixa multiplicadora de um aerogerador revelam que as harmônicas de engrenamento decorrentes do contato entre os dentes das engrenagens são fontes de relevantes sollicitações dinâmicas do sistema (HELSEN *et al.*, 2013). Neste contexto, Silva (2015) mostrou que a flutuação da rigidez no engrenamento devido ao contato entre os dentes pode inclusive excitar modos vibratórios do sistema. Assim, devido à sua importância, um modelo que descreve o comportamento da rigidez de engrenamento, k , pertencente à Equação 3.43, foi também incorporado no presente trabalho.

Analisando através de uma abordagem experimental o fenômeno da variação da rigidez à medida que o engrenamento helicoidal progride, Umezawa (1986) propôs coeficientes para a equação de rigidez de um único par de dentes ao longo do engrenamento. Em seguida, Cai (1995) aprimorou a formulação analítica, generalizando-a para quaisquer parâmetros de engrenamento. Não obstante sua formulação ser apresentada somente mais à frente, a mesma foi empregada para a obtenção das curvas de rigidez de um único par de dentes da Figura 8, a título de ilustrar alguns perfis que podem ser assumidos pela rigidez ao longo do contato. Para tanto, foram utilizados os parâmetros de cinco pares engrenados helicoidais distintos, H_1 a H_5 , fornecidos em Cai (1995).

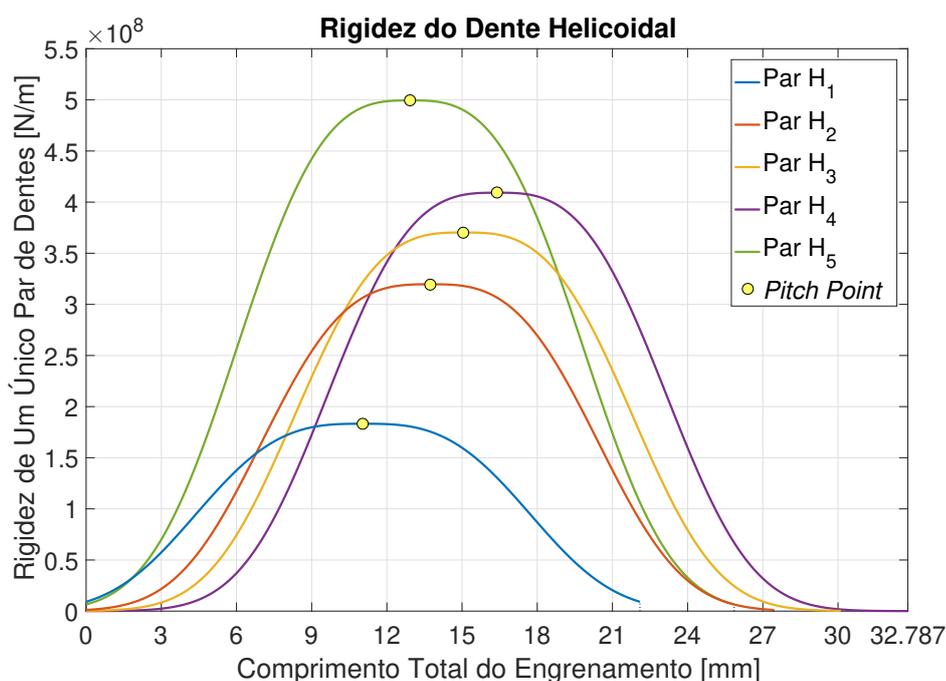


Figura 8 – Rigidez de um par de dentes ao longo do engrenamento para cinco pares de engrenagens helicoidais obtidos em Cai (1995).

Na Figura 8, o comprimento total do engrenamento representa a progressão do dente ao longo do contato, de modo que o início da curva diz respeito ao momento em que um dente passa a interagir com outro. Analogamente, a curva termina no instante em que o dente perde o contato. A marcação em amarelo, na metade do comprimento total, destaca o ponto primitivo (ou *pitch point*) em que a rigidez de engrenamento alcança seu valor máximo. Quanto aos parâmetros de engrenamento, tem-se que a largura do dente aumenta entre os pares H_1 e H_4 , enquanto o par H_5 possui parâmetros próprios. Conclui-se que o perfil da rigidez num par de dentes se altera a depender das características das engrenagens associadas.

Por outro lado, a transmissão de torque por engrenagens é feita através do contato de múltiplos pares de dentes ao mesmo tempo, o que garante uma operação mais suave e contínua. Tem-se, então, que a flutuação da rigidez num engrenamento será dependente não só do contato de um par de dentes, mas da contribuição das rigidezes dos diversos pares de dentes concomitantemente engrenados. Neste contexto, as equações que regem o comportamento da rigidez tanto para um único par quanto para N pares de dentes em contato simultâneo são apresentadas a seguir. Antes, porém, são definidas as relações geométricas relevantes para as formulações, onde as principais referências consultadas foram Miyasato (2011) e Maitra (1994).

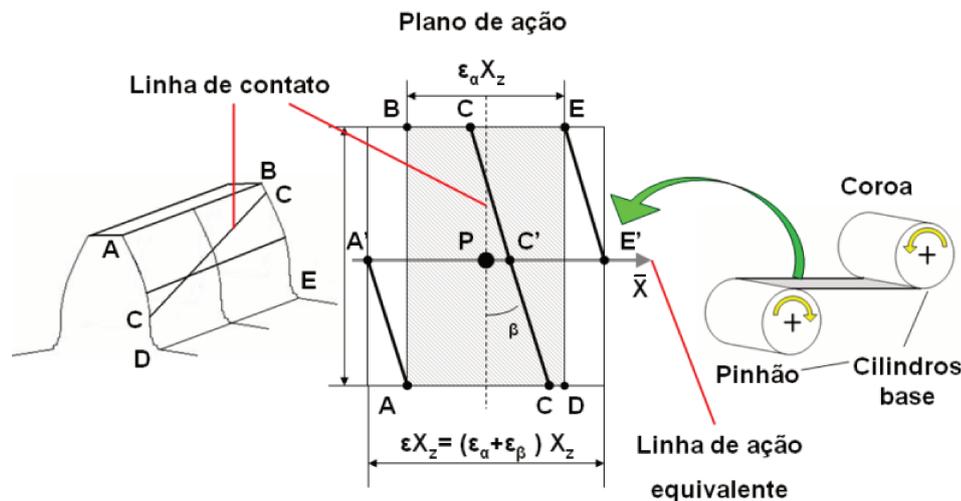


Figura 9 – Representação do plano de ação entre engrenagens helicoidais. Adaptado de Miyasato (2011).

O plano de ação do par engrenado helicoidal está representado na Figura 9, em que se destaca o ângulo de hélice β , que é o mesmo já definido na Seção 3.4 e que orienta a inclinação das linhas de contato AA' , CC' e EE' . A razão de contato total, ϵ , é o parâmetro que indica a quantidade média de dentes que estão em contato entre si simultaneamente (RADZEVICH, 2013); ϵ_α e ϵ_β são as razões de contato transversal e axial respectivamente. A coordenada \bar{X} , por sua vez, representa a linha de ação equivalente e sobre a qual se tem $A'E'$, comprimento total do engrenamento e que é dado pelo produto da razão de contato pelo passo de base transversal da engrenagem motriz, X_z .

Tem-se então, a seguinte relação para os ângulos de pressão na direção normal, α , pressão na direção transversal, α_t , e o ângulo de hélice, β :

$$\tan \alpha = \tan \alpha_t \cos \beta \quad (3.48)$$

Os mesmos podem ser conferidos na Figura 10. Apresenta-se também nesta figura, além do módulo normal, m_n , outros parâmetros: o passo circular normal, p_n , definido como:

$$p_n = \pi m_n \quad (3.49)$$

e o passo circular transversal, p_t , que por sua vez é dado por:

$$p_t = \pi m_t \quad (3.50)$$

em que m_t é o módulo transversal dependente do ângulo de hélice segundo a seguinte relação:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} \quad (3.51)$$

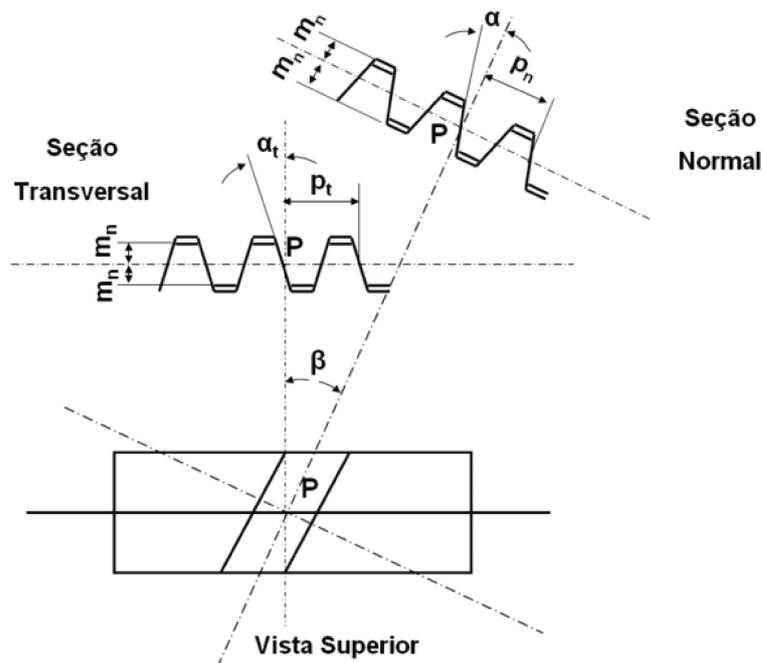


Figura 10 – Plano normal e plano transversal de uma engrenagem helicoidal. Fonte: Miyasato (2011), adaptado de Maitra (1994).

É então possível definir o passo de base transversal, do qual depende diretamente o comprimento total do engrenamento, como sendo:

$$X_z = p_t \cos \alpha_t \quad (3.52)$$

Indo além, para que se escreva a equação da razão de contato é necessário definir mais alguns parâmetros geométricos, como o diâmetro primitivo, d , dependente do módulo, do

ângulo de hélice e do respectivo número de dentes, z :

$$d_e = \frac{z_e m_n}{\cos \beta} \quad (3.53)$$

onde o índice e se aplica tanto para a engrenagem coroa quanto para a engrenagem pinhão.

Com efeito, somente se a coroa e o pinhão possuírem os mesmos módulos e ângulos de hélice (sendo opostas uma a outra em cada engrenagem) é que ocorrerá apropriadamente o engrenamento. Ou seja, para cada engrenagem do mesmo par a relação entre m_n e $\cos \beta$ é idêntica, ao passo que a relação entre o diâmetro e o respectivo número de dentes de cada engrenagem do par também deve manter a mesma proporção.

Pode-se calcular então a distância entre os engrenamentos, a , como sendo a média entre os diâmetros da coroa e do pinhão. Já o diâmetro externo, d_a , e o diâmetro de base, d_b , são obtidos dos seguintes modos:

$$d_a = d_e + 2m_n \quad (3.54)$$

$$d_b = d_e \cos \alpha_t \quad (3.55)$$

Assim sendo, e posto que r_a e r_b denominam o raio externo e o raio de base e respectivamente, a razão de contato transversal é dada por:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{r_{a_i}^2 - r_{b_i}^2} + \sqrt{r_{a_j}^2 - r_{b_j}^2} - a \sin \alpha_t}{X_z} \quad (3.56)$$

A razão de contato axial (ou de face), por sua vez, depende da largura do dente, w , do ângulo de hélice e do passo circular transversal:

$$\varepsilon_\beta = \frac{w \tan \beta}{p_t} \quad (3.57)$$

Logo, a razão de contato total, que é a soma das razões de contato transversal e axial, pode ser escrita como sendo:

$$\varepsilon = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \quad (3.58)$$

Definidas, pois, as relações geométricas necessárias, tem-se as formulações para a rigidez de engrenamento. Primeiramente, a equação de rigidez para um único par de dentes pode ser encontrada em Cai (1995), que explicitou o termo da posição de engrenamento ao longo da linha de ação equivalente de modo que a equação proposta inicialmente por Umezawa (1986) assumiu o seguinte formato:

$$k(\bar{X}) = k_p \exp \left(C_a \left| \frac{\bar{X} - (\varepsilon X_z)/2}{1,125 \varepsilon_\alpha X_z} \right|^3 \right) \quad (3.59)$$

É a partir do emprego da equação anterior que se obtém as curvas da Figura 8. Nisto,

a constante k_p é o valor de rigidez máxima, proposta por Umezawa (1986) como:

$$k_p = \left\{ \left[-0,166 \left(\frac{w}{h} \right) + 0,08 \right] (\beta - 5) + 44,5 \right\} \left(\frac{w}{h} \right) m_n \quad (3.60)$$

em que h , a altura do dente, é dada por:

$$h = 2,25m_n \quad (3.61)$$

Já o coeficiente C_a , que ajusta o formato da curva exponencial, também segundo o mesmo autor, é obtido através de:

$$C_a = 0,322(\beta - 5) + \left[0,23 \left(\frac{w}{h} \right) - 23,26 \right] \quad (3.62)$$

Sabe-se, entretanto, que o indicado é haver mais de um par de dentes em contato entre si simultaneamente. Por isto, com o objetivo de quantificar a rigidez total dos N pares de dentes engrenados numa determinada posição \bar{X} , He *et al.* (2007) propuseram a seguinte equação:

$$k(\bar{X})_{Total} = \sum_{i=0}^{N-1} k[\text{mod}(\bar{X}, X_z) + (N - 1 - i) X_z] \quad (3.63)$$

em que, na presente dissertação, \bar{X} diz respeito ao deslocamento linear da engrenagem helicoidal motriz vezes o cosseno do ângulo de pressão transversal, $r\theta_z \cos(\alpha_t)$. Já o número total de pares de dentes engrenados, N , é obtido a partir do próximo valor inteiro maior que (ou igual) a razão de contato ε .

A função “mod” é a que fornece a posição do par engrenado tido como referência ao longo do plano de ação, sendo definida em He *et al.* (2007) como:

$$\text{mod}(\bar{X}, X_z) = \bar{X} - X_z \text{floor} \left(\frac{\bar{X}}{X_z} \right), \text{ se } X_z \neq 0 \quad (3.64)$$

A aplicação da função computacional *floor* arredonda o resultado da divisão para o número inteiro mais próximo que é menor que (ou igual a) este resultado e representa o número de ciclos integralmente realizados pelo par engrenado-referência. Por sua vez, é pelo termo $(N - 1 - i) X_z$ que a defasagem entre os pares engrenados é quantificada.

Assim, a partir dos parâmetros de engrenamento, a rigidez de um único par de dentes pode ser obtida através da Equação 3.59, cujo resultado já foi apresentado na Figura 8. Quanto à rigidez total do engrenamento, foram selecionados os pares engrenados H_1 e H_3 , que possuem razões de contato distintas, para ilustrar seu comportamento em diferentes casos. Logo, mediante o emprego dos parâmetros do primeiro par na Equação 3.63, obtém-se o resultado exibido na Figura 11.

Tem-se que para este par de engrenagens, H_1 , a razão de contato é 1,881. Isto significa que ao longo de todo o comprimento do engrenamento haverá pelo menos um par de

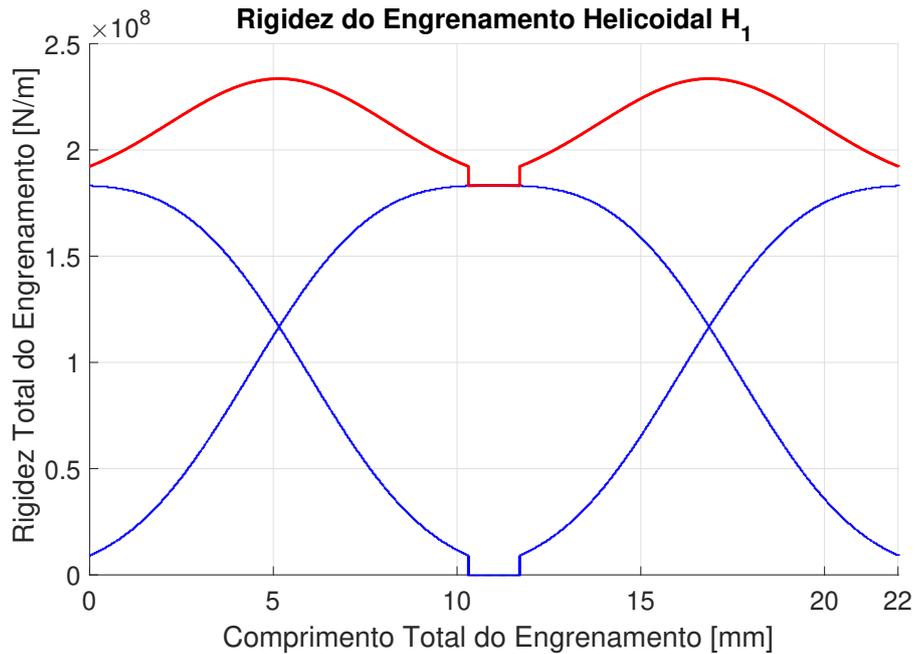


Figura 11 – Comportamento da rigidez do engrenamento helicoidal H_1 cujos parâmetros foram obtidos em Cai (1995).

dentes em contato entre si, enquanto que ao longo de 88% deste mesmo comprimento haverá dois pares de dentes em contato simultâneo. Na Figura 11, as linhas em azul correspondem à influência de cada dente na rigidez total e evidenciam o caráter progressivo do contato. Além disso, a somatória das parcelas de cada dente resulta na curva de rigidez total apresentada em vermelho. As descontinuidades observadas revelam que há momentos em que apenas um dente está contribuindo para o valor da rigidez total, o que está de acordo com o fato da razão de contato do par H_1 ser menor que 2.

Já na Figura 12, tem-se o comportamento da rigidez total para o par de engrenagens H_3 , cuja razão de contato é 2,564. Desta vez, sempre haverá pelo menos dois pares de dentes em contato entre si e, por isto, não existem descontinuidades no gráfico. Com efeito, é somente para um ε maior que 2 que se tem uma curva de rigidez total contínua.

Neste contexto, a matriz de rigidez de engrenamento obtida na Seção 3.4 é retomada:

$$[K^g] = k \begin{bmatrix} [K_{1,1}^g] & [K_{1,2}^g] \\ [K_{2,1}^g] & [K_{2,2}^g] \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Conclui-se que o comportamento da rigidez de engrenamento, k , pode ser descrito mediante o emprego dos parâmetros de engrenamento nas Equações 3.48 a 3.64. Em suma, tem-se que a rigidez é variante com a posição angular, isto é, a rigidez k assumirá um novo valor à medida em que o engrenamento avança. Vale ressaltar que o sistema que possui este tipo

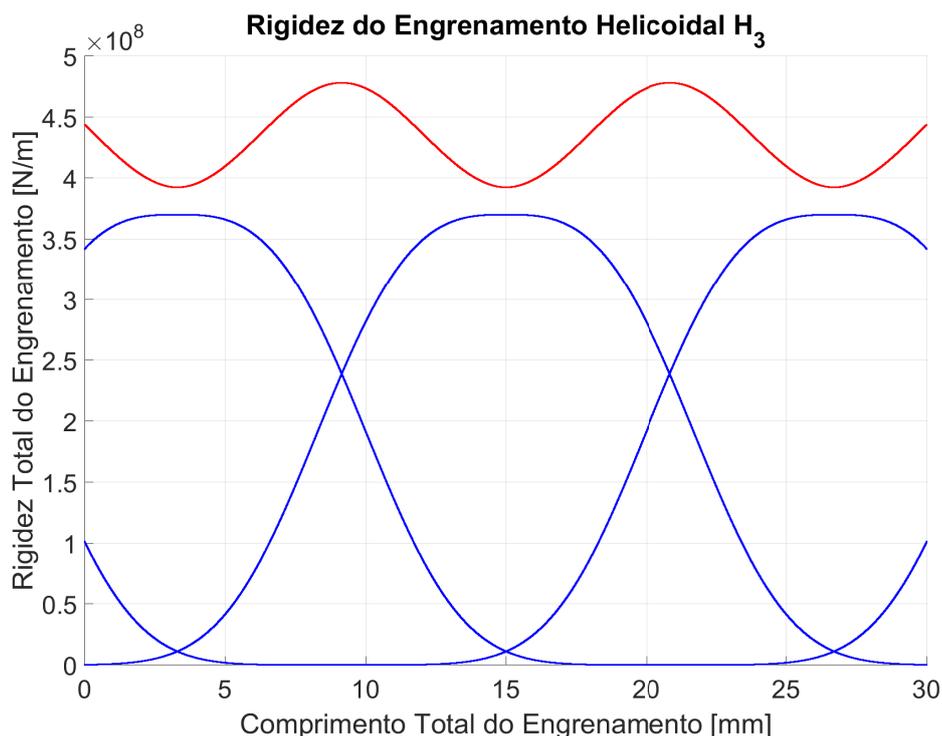


Figura 12 – Comportamento da rigidez do engrenamento helicoidal H₃ cujos parâmetros foram obtidos em Cai (1995).

comportamento continua sendo linear, porém haverá uma matriz de rigidez para cada instante de tempo. Pode-se, pois, classificar um sistema com tais características de linear variante com o tempo.

3.5.1 Expansão em Série de Fourier

Nota-se pelas Figuras 11 e 12 que a curva da rigidez total tem perfil periódico e, de fato, há artigos na literatura científica referentes à dinâmica de aerogeradores em que a rigidez de engrenamento é aproximada por uma série de Fourier, tais como Todorov *et al.* (2012), Shi *et al.* (2013), Srikanth e Sekhar (2014) e Yi *et al.* (2015).

Para investigar a qualidade dessa aproximação, uma comparação foi feita entre a curva de rigidez total e sua expansão numa série de Fourier de quarta ordem. Todavia, tem-se que nos aerogeradores as excitações provenientes dos engrenamentos se encontram numa faixa de frequências que engloba diversas frequências naturais do sistema. Logo, essas máquinas se beneficiam de curvas contínuas de rigidez, que amenizam os efeitos de sua flutuação nos engrenamentos e assim diminuem as chances de excitar quaisquer frequências naturais. Portanto, a qualidade da aproximação foi baseada na curva de rigidez total do par H₃ que, possuindo razão de contato maior que 2, é contínua.

A série de Fourier pode ser escrita da seguinte forma:

$$f(\bar{X}) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\bar{w}\bar{X}) + b_n \sin(n\bar{w}\bar{X})) \quad (3.65)$$

Os coeficientes da equação anterior para a curva de rigidez total do par H₃ foram obtidos com o auxílio da *Curve Fitting Toolbox™* do Matlab®, que possui uma ferramenta de ajuste de curvas por série de Fourier. Assim, a partir de um período da curva de rigidez total desse par foi possível alcançar os resultados exibidos na Tabela 1, sendo que $\bar{w} = 536,8 \text{ m}^{-1}$.

Tabela 1 – Coeficientes até a ordem quatro para a expansão em série de Fourier da curva de rigidez total.

Índice n	a_n [N/m]	b_n [N/m]
0	$4,355 \times 10^{-1}$	-
1	$8,473 \times 10^{-3}$	$-4,159 \times 10^{-2}$
2	$3,391 \times 10^{-5}$	$1,441 \times 10^{-5}$
3	$-1,582 \times 10^{-4}$	$2,299 \times 10^{-4}$
4	$-5,04 \times 10^{-5}$	$-5,231 \times 10^{-5}$

De posse destes valores, pode-se chegar à curva expandida da rigidez total, a qual é apresentada em linha tracejada preta no gráfico da Figura 13. Esta curva expandida se encontra sobreposta à curva original da rigidez total, representada em linha contínua vermelha, com o intuito de comparar a proximidade de ambas.

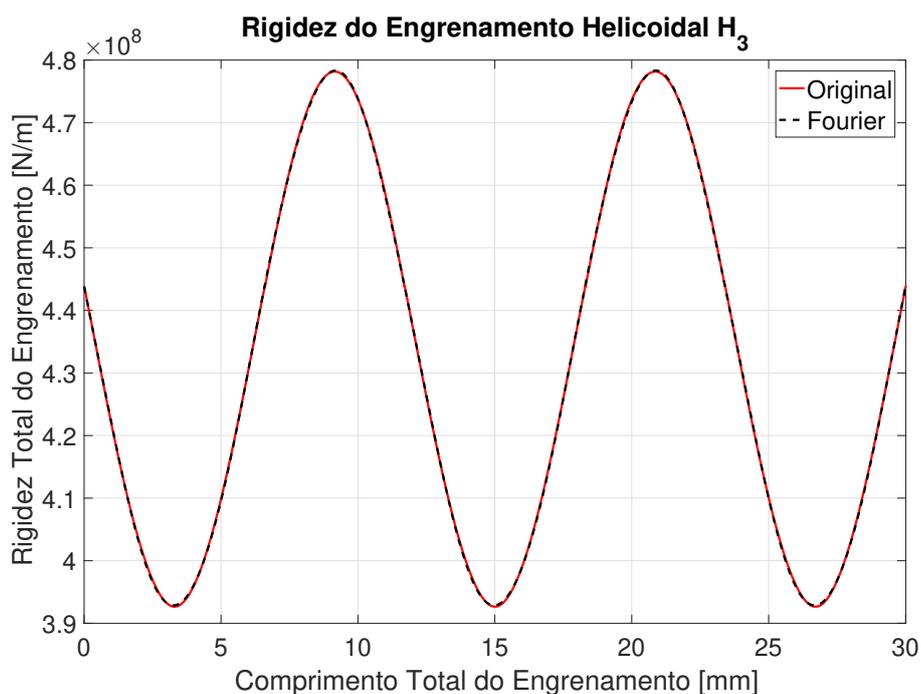


Figura 13 – Comparação entre os comportamentos da rigidez total para a curva original de H₃ e sua expansão em série de Fourier.

Não obstante as curvas da Figura 13 estarem visualmente bem próximas entre si, a qualidade do ajuste entre as mesmas pode ser melhor avaliada segundo alguns parâmetros estatísticos. A soma dos quadrados devido ao erro, por exemplo, mede o desvio total dos valores ajustados em relação aos valores da curva original. Quanto mais próximo de zero é o resultado, menor o erro aleatório da curva ajustada. A soma dos quadrados devido ao erro para a expansão de H_3 é $1,615 \times 10^{-5}$, sinalizando a qualidade do ajuste. Outro parâmetro estatístico relevante é o coeficiente de determinação (ou R^2), que fornece o quanto de variação é comum às duas curvas. Havendo relação causal entre as variáveis, pode-se sustentar que quanto mais próximo de 1 for o R^2 , maior será a determinação da variação em uma variável a partir da outra (BUNCHAFT; KELLNER, 1999). Para a expansão da curva de rigidez total em série de Fourier quarta ordem, tem-se que $R^2 \cong 1$, confirmando a qualidade do ajuste. Nota-se, porém, que uma expansão de ordem quatro somente terá alta qualidade de ajuste quando não houver descontinuidade na curva de rigidez, ou seja, quando razão de contato for pelo menos maior que 2.

Assim, confirmada a possibilidade de aproximar a curva de rigidez total por uma série, é preciso ressaltar o fato de que as características dessa curva dependem do modelo de engrenamento adotado. A amplitude da rigidez, por exemplo, é dependente dos parâmetros do engrenamento helicoidal e foi obtida a partir do emprego da modelagem descrita nesta Seção. Logo, mesmo que se utilize uma expansão em série de Fourier, a escolha do modelo de engrenamento tem um reflexo direto no comportamento da rigidez variante e, conseqüentemente, na resposta do sistema.

Com efeito, há também outros trabalhos na literatura científica de aerogeradores em que foram utilizadas a modelagem proposta por Cai (1995), tais como em Helsen *et al.* (2011b) e Silva (2015), sendo também mencionada em Helsen *et al.* (2013). Neste último trabalho, os autores investigaram experimentalmente a interação entre os mecanismos de excitação e o comportamento modal da caixa de engrenagens de um aerogerador. Como resultado, sublinharam a importância das harmônicas provenientes do engrenamento destacando sua abrangente faixa de frequência de excitação. Então, visando preservar toda a extensão do conteúdo espectral original proveniente da modelagem dos engrenamentos desenvolvida nesta seção, a implementação da rigidez variante na presente dissertação foi baseada na curva de rigidez total original.

3.6 Implementação do Planetário

A razão pelo qual se justifica o emprego de um planetário (ou engrenamento epicicloidial) em aerogeradores, é a capacidade que este componente possui de transmitir mais torque por unidade de massa do que um estágio de engrenagens paralelas (PEETERS, 2006). Planetários são mais compactos e a redução de peso da caixa multiplicadora é favorável para aerogeradores.

As forças do contato entre as engrenagens helicoidais nos estágios de alta velocidade do aerogerador possuem componentes harmônicas que a depender da rotação do rotor po-

dem coincidir com frequências naturais do sistema. Será mostrado que cada um desses estágios possui uma determinada faixa de frequências de engrenamento ao longo da faixa de operação da turbina eólica. De maneira análoga, também se pode encontrar uma faixa de frequências para o estágio do engrenamento planetário. Contudo, visando destacar os fenômenos que ocorrem nos estágios de engrenamentos paralelos, a modelagem completa do planetário não foi incorporada no presente modelo. Ao invés de considerar todos os graus de liberdade de cada um de seus componentes, juntamente com a rigidez variante de cada par engrenado, a implementação do planetário se deu através de uma inércia e de uma relação de transmissão equivalentes mediante a formulação apresentada a seguir.

Primeiramente, para se obter o momento de inércia polar equivalente refletido na entrada do planetário, considera-se as seguintes equações de movimento para cada elemento, tal qual apresentadas por Silva (2015), onde os índices *sl*, *br*, *an* e *pl* correspondem respectivamente à sol, braço, anel e planeta. Nesta configuração de planetário, o anel está fixo, e por isto não há uma equação de movimento associada ao mesmo.

$$J_{br}\ddot{\theta}_z^{br} = T_{br} - n_{pl}F_{br}r_{br} \quad (3.66)$$

$$J_{pl}\ddot{\theta}_z^{pl} = (F_{pl} + F_{sl})r_{pl} \quad (3.67)$$

$$m_{pl}\ddot{\theta}_z^{br}r_{br} = F_{br} - F_{pl} + F_{sl} \quad (3.68)$$

$$J_{sl}\ddot{\theta}_z^{sl} = T_{sl} - n_{pl}F_{sl}r_{sl} \quad (3.69)$$

sendo J , T e F , o momento de inércia polar, o torque externo aplicado e a força entre os elementos, e n_{pl} e r , o número de planetas e o raio, respectivamente.

Então, para o desenvolvimento, é necessário considerar as relações cinemáticas das Equações 3.70 e 3.71, que são consequência do ponto de contato entre o anel fixo e o planeta ser um centro instantâneo de rotação.

$$r_{br}\dot{\theta}_z^{br} = \frac{r_{sl}\dot{\theta}_z^{sl}}{2} \quad (3.70)$$

$$r_{sl}\dot{\theta}_z^{sl} = 2r_{pl}\dot{\theta}_z^{pl} \quad (3.71)$$

Derivando as relações cinemáticas anteriores, empregando-as nas Equações 3.66 a 3.69 e fazendo as devidas manipulações de eliminação das forças internas, obtém-se a equação desejada para a inércia equivalente do planetário refletida em seu eixo de entrada:

$$J = J_{br} + n_{pl}r_{br}^2m_{pl} + \frac{n_{pl}r_{br}^2}{r_{pl}^2}J_{pl} + \frac{4r_{br}^2}{r_{sl}^2}J_{sl} \quad (3.72)$$

Já a relação de transmissão, de acordo com Maitra (1994), pode ser escrita da seguinte forma para a configuração de planetário com anel fixo:

$$\eta = 1 + \frac{z_{an}}{z_{sl}} \quad (3.73)$$

onde z é o número de dentes do elemento.

Para a implementação da inércia equivalente, basta associá-la ao grau de liberdade em que se encontra. Por outro lado, para implementar a relação de transmissão equivalente foi preciso considerar a equação de restrição entre o deslocamento angular do planetário e o deslocamento angular do nó subsequente, dada por:

$$\theta_z^{E+1} = \eta \theta_z^E \quad (3.74)$$

cujo índice E indica o nó em que se encontra o planetário.

Para os outros graus de liberdade destes nós foram assumidos os mesmos deslocamentos, ou seja:

$$\{x^{E+1} y^{E+1} \theta_x^{E+1} \theta_y^{E+1}\}^T = \{x^E y^E \theta_x^E \theta_y^E\}^T \quad (3.75)$$

Assim, a partir das restrições das Equações 3.74 e 3.75, pode-se chegar a um novo vetor de coordenadas generalizadas para estes nós que depende somente do comportamento do planetário através da seguinte transformação:

$$\begin{pmatrix} x^E \\ y^E \\ \theta_x^E \\ \theta_y^E \\ \theta_z^E \\ x^{E+1} \\ y^{E+1} \\ \theta_x^{E+1} \\ \theta_y^{E+1} \\ \theta_z^{E+1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \eta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}^E \\ \tilde{y}^E \\ \tilde{\theta}_x^E \\ \tilde{\theta}_y^E \\ \tilde{\theta}_z^E \end{pmatrix} \quad (3.76)$$

ou, de maneira mais genérica:

$$\{q^{E,E+1}\} = [T] \{\tilde{q}^E\} \quad (3.77)$$

Seguindo este raciocínio, para transformar o vetor de coordenadas generalizadas do sistema completo, $\{q\}$, que possui N graus de liberdade, em outro com as devidas restrições possuindo $N-5$ graus de liberdade, $\{\tilde{q}\}$, a seguinte matriz de transformação $[R]$ - que contém $[T]$ na posição referente ao planetário - deve ser aplicada:

$$[R] = \begin{bmatrix} [I]_{U \times U} & [0]_{U \times 5} & [0]_{U \times V} \\ [0]_{10 \times U} & [T]_{10 \times 5} & [0]_{10 \times V} \\ [0]_{V \times 5} & [0]_{V \times U} & [I]_{V \times V} \end{bmatrix}_{N \times N-5} \quad (3.78)$$

sendo $[I]$ uma matriz identidade de ordem $U = 5(E - 1)$ ou $V = N - 10 - U$.

Ou seja, a relação entre o vetor de coordenadas generalizadas para o sistema completo e o vetor de coordenadas generalizadas que leva em conta as restrições do planetário é expressa através da Equação 3.79.

$$\{q\} = [R] \{\tilde{q}\} \quad (3.79)$$

3.7 Matrizes Globais da Equação de Movimento

Apresentada a implementação do planetário, faz-se necessário analisar suas consequências nas matrizes globais da equação de movimento. Antes, porém, são tecidos alguns comentários gerais sobre as características da equação de movimento para sistemas engrenados.

De posse das equações de movimento dos elementos de disco, eixo, mancal e engrenamento, basta associá-las às suas respectivas posições na matriz global da equação de movimento do sistema conforme o procedimento padrão em elementos finitos. Tem-se para um sistema que possui mais de um eixo, que as respectivas posições nas matrizes globais devidas a cada um desses eixos são desacopladas entre si. É justamente o elemento de engrenamento que promove este acoplamento e que permite inserir na formulação a transmissão de movimento entre os eixos. Neste contexto, a forma genérica da equação de movimento será do tipo:

$$[M] \{\ddot{q}\} + (\Omega[\bar{G}] + [C]) \{\dot{q}\} + [K] \{q\} = \{F\} \quad (3.80)$$

em que, para um sistema com dois ou mais eixos, a matriz giroscópica assume um novo formato de modo a levar em conta o respectivo valor de rotação para cada eixo:

$$[\bar{G}] = \text{diag} \{ [G_1^s], \eta_2 [G_2^s], \dots, \eta_s [G_{N_t}^s] \} \quad (3.81)$$

na qual N_t indica o número total de eixos e η_s a relação entre a rotação de um eixo genérico s e a rotação do eixo de entrada, Ω .

A implementação do planetário, por sua vez, promoverá uma transformação na Equação 3.80, devido às equações de restrição em sua formulação. Logo, fazendo a substituição da Equação 3.79 na equação de movimento do sistema em sua forma genérica, obtém-se:

$$[M] [R] \{\ddot{\tilde{q}}\} + \Omega[\bar{G}] [R] \{\dot{\tilde{q}}\} + [C] [R] \{\dot{\tilde{q}}\} + [K] [R] \{\tilde{q}\} = \{F\} \quad (3.82)$$

O vetor de forças $\{F\}$, entretanto, por também ter sido definido segundo o vetor de coordenadas generalizadas, similarmente precisa ser transformado de modo a se tornar compatível com o restante da equação. Para tanto, é necessário pré-multiplicar toda a Equação 3.82 por $[R]^T$, ou seja:

$$[R]^T [M] [R] \{\ddot{\tilde{q}}\} + \Omega [R]^T [\bar{G}] [R] \{\dot{\tilde{q}}\} + [R]^T [C] [R] \{\dot{\tilde{q}}\} + [R]^T [K] [R] \{\tilde{q}\} = [R]^T \{F\} \quad (3.83)$$

Faz-se, então, as substituições expressas nas Equações 3.84 a 3.88:

$$[R]^T [M] [R] = [\tilde{M}] \quad (3.84)$$

$$[R]^T [\bar{G}] [R] = [\tilde{G}] \quad (3.85)$$

$$[R]^T [C] [R] = [\tilde{C}] \quad (3.86)$$

$$[R]^T [K] [R] = [\tilde{K}] \quad (3.87)$$

$$[R]^T \{F\} = \{\tilde{F}\} \quad (3.88)$$

Deste modo, a equação de movimento do sistema pode ser reescrita como:

$$[\tilde{M}] \{\ddot{\tilde{q}}\} + (\Omega [\tilde{G}] + [\tilde{C}]) \{\dot{\tilde{q}}\} + [\tilde{K}] \{\tilde{q}\} = \{\tilde{F}\} \quad (3.89)$$

Vale a observação de que o vetor de forças $\{F\}$ possui a mesma dimensão da quantidade de graus de liberdade do sistema antes da transformação. Quando se faz necessário aplicar um torque em algum nó, por exemplo, basta associá-lo ao grau de liberdade correspondente no vetor de forças, para em seguida realizar a transformação da Equação 3.88. O mesmo raciocínio pode ser utilizado para a inserção de quaisquer outros esforços externos. Neste sentido, o torque aplicado ao rotor do aerogerador segue este mesmo procedimento.

Por fim, tem-se que o sistema resultante é linear. Porém, quando se considera a flutuação da rigidez descrita na Seção 3.5, o sistema passa a ser linear e variante com o tempo. Isto se deve ao fato da matriz de rigidez assumir um novo valor a cada instante, mas sem alterar o formato da Equação 3.89, que garante a linearidade do sistema.

4 ANÁLISE DINÂMICA DE UM SISTEMA ENGRENADO

Para melhor evidenciar os fenômenos vibratórios que ocorrem em sistemas engrenados, foi proposto um sistema girante com apenas um par engrenado. O intuito é estudar a influência do modelo de rigidez variante na resposta de um sistema mais simples que o aerogerador, e assim destacar as consequências de sua implementação. Assim, será introduzido o método de integração numérica escolhido para as simulações desta dissertação. Além disso, serão apresentadas as ferramentas de processamento de sinais estacionários e não estacionários, também utilizadas para a análise do comportamento dinâmico do aerogerador.

4.1 Descrição do Sistema Engrenado

O sistema proposto consiste de dois eixos interligados pelas engrenagens helicoidais E_A e E_B . Cada eixo possui uma inércia em uma de suas extremidades e dois mancais isotrópicos, conforme pode ser visualizado pela Figura 14.

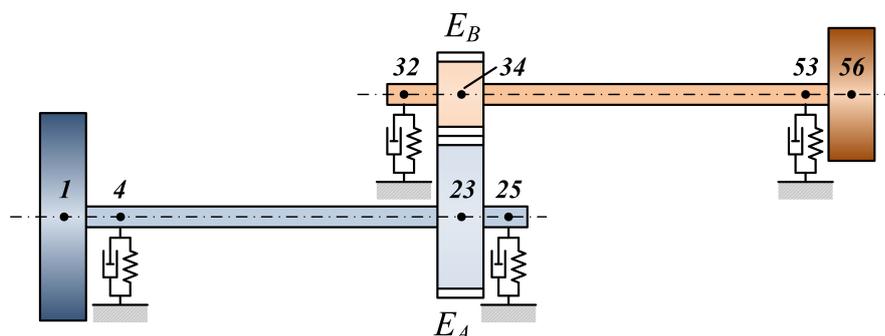


Figura 14 – Modelagem do sistema engrenado.

Os eixos são idênticos, ambos possuem 4 cm de diâmetro, 50 cm de comprimento e cada um foi discretizado por 28 nós igualmente espaçados. Os mancais, por sua vez, são todos isotrópicos e possuem nos graus de liberdade de translação rigidez de 7×10^7 N/m e coeficiente de amortecimento de 125 N.s/m. Seus termos de acoplamento foram assumidos como nulos. A Tabela 2 exibe as inércias associadas ao primeiro nó e ao último, as quais foram idealizadas como sendo discos com raios de 1,5 e 1 vez o valor do raio da engrenagem E_A .

Tabela 2 – Inércias nas extremidades do sistema engrenado.

Inércia	Nó 1	Nó 56
Massa	7,51 kg	3,20 kg
Momento de Inércia Transversal	$24,9 \times 10^{-3}$ kg.m ²	$5,0 \times 10^{-3}$ kg.m ²
Momento de Inércia Polar	$49,0 \times 10^{-3}$ kg.m ²	$9,6 \times 10^{-3}$ kg.m ²

As engrenagens têm suas características apresentadas na Tabela 3 e, designando o par engrenado por H_A , tem-se na Tabela 4 seus respectivos parâmetros. Além disso, para simular os efeitos de dissipação energética em sistemas reais foram adotados os seguintes coeficientes de amortecimento para cada engrenagem: $c_{xx} = c_{yy} = 175 \text{ N.s/m}$, $c_{\theta_x} = c_{\theta_y} = 1 \times 10^{-1} \text{ N.s/rad}$ e $c_{\theta_z} = 1 \times 10^{-3} \text{ N.s/rad}$.

Tabela 3 – Parâmetros próprios de cada engrenagem.

Parâmetro	Engrenagem E_A	Engrenagem E_B
Nó	23	34
Dentes	50	20
Raio	75 mm	30 mm

Tabela 4 – Parâmetros do par de engrenagens H_A .

Parâmetro	Par H_A
Espessura	25 mm
Ângulo de pressão	20°
Ângulo de hélice	30°
Módulo normal	2,6 mm
Razão de contato transversal	1,3579
Razão de contato total	2,8882
Rigidez média do par engrenado	$3,6 \times 10^8 \text{ N/m}$
Tipo de hélice	Destra

A partir dos dados fornecidos na Tabela 4 e da metodologia descrita na Seção 3.5, é possível obter a rigidez do engrenamento H_A , cuja curva é apresentada em vermelho na Figura 15. A linha tracejada representa a rigidez média do par engrenado e seu valor também pode ser obtido na mesma tabela.

Por fim, quanto às propriedades do material empregado, todos os elementos de disco e eixo foram considerados de aço possuindo massa específica de 7.800 kg/m^3 , módulo de elasticidade de 200 GPa e coeficiente de Poisson de 0,3. O coeficiente de cisalhamento para eixo circular pode ser encontrado em Greenhill *et al.* (1985) como sendo 0,9.

4.2 Características Modais do Sistema Invariante Associado

Antes de considerar os efeitos decorrentes da flutuação da rigidez, é conveniente conhecer o comportamento do sistema invariante associado, já que dele se pode extrair seus parâmetros modais. Para tanto, considerou-se a rigidez média do engrenamento H_A apresentada na Tabela 4. Assim, a partir da resolução do problema de autovalor das equações de movimento do sistema para rotação nula, pode-se chegar à Tabela 5, que apresenta tanto as frequências naturais quanto os fatores de amortecimento de cada modo.

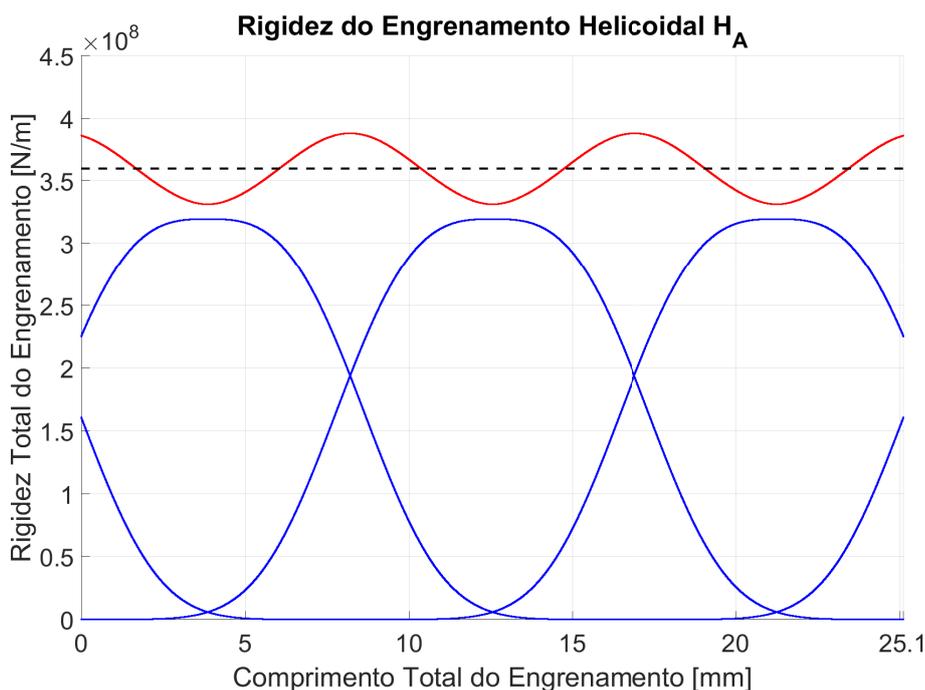


Figura 15 – Comportamento da rigidez variante do par de engrenagens helicoidais H_A .

Tabela 5 – Parâmetros modais até 900 Hz do sistema engrenado para rotação nula.

Modo	ω_n [Hz]	ζ [%]
1º	0	100
2º	163,89	0,058
3º	234,45	0,072
4º	238,67	0,059
5º	368,43	0,146
6º	369,22	0,135
7º	408,63	0,306
8º	411,69	0,344
9º	498,98	0,318
10º	509,06	0,337
11º	614,08	0,328
12º	660,37	0,442
13º	781,18	0,272

O diagrama de Campbell, por sua vez, que permite identificar o comportamento das frequências naturais ao longo da rotação, é exibido na Figura 16. Nessa figura, as linhas tracejadas em preto representam uma, duas e três vezes a rotação do eixo motriz, ao passo que as linhas tracejadas em azul são referentes às três primeiras harmônicas de engrenamento, conforme indica a legenda. Observa-se que para alguns modos vibratórios a frequência natural varia conforme a rotação, o que revela que para tais modos o efeito giroscópico é significativo.

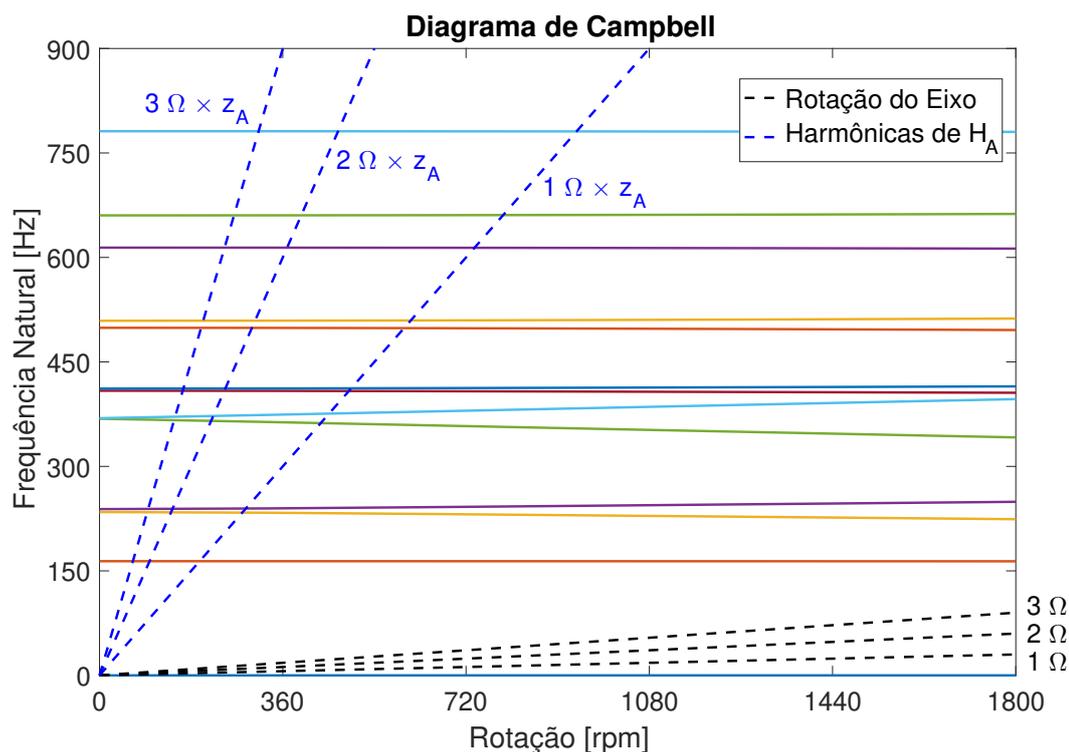


Figura 16 – Diagrama de Campbell para as frequências naturais do sistema engrenado.

Destaca-se que as frequências de engrenamento são dependentes da rotação em virtude de serem decorrentes do contato entre os dentes das engrenagens do mesmo par. Isto é, quanto maior for a velocidade das engrenagens associadas, maior será a frequência de contato entre seus dentes. Neste sentido, um paralelo pode ser feito entre as curvas de rotação do eixo motriz e as harmônicas de engrenamento da Figura 16: como será visto na Seção 4.3, para serem obtidas as frequências de engrenamento, basta multiplicar os valores das ordens de rotação do eixo pelo número de dentes da engrenagem presente neste mesmo eixo.

Por sua vez, tais frequências de engrenamento estão intimamente associadas às frequências da força que existe entre o par engrenado. Assim, toda vez que a frequência de engrenamento coincide com uma frequência natural do sistema, a força de engrenamento pode se tornar uma fonte relevante de excitação. Nota-se que os fenômenos que decorrem das harmônicas do engrenamento são mais evidentes em baixa rotação, tal qual ilustrado na Figura 16 pelos diversos cruzamentos dessas harmônicas com as frequências naturais do sistema para rotações de até 1080 rpm. Além disso, não há qualquer cruzamento entre uma frequência natural e as curvas de rotação do eixo, revelando que para a faixa de rotação analisada, as excitações de frequência natural provenientes do engrenamento são predominantes frente às excitações dessa mesma natureza decorrentes dos fenômenos associados às três primeiras ordens de rotação do eixo motriz.

4.3 Simulação e Análise da Resposta Temporal

De posse das equações de movimento do sistema, seu comportamento sob rigidez variável pode ser investigado mediante uma integração numérica. Para tanto, optou-se pelo método de integração de Newmark (NEWMARK, 1959), que é utilizado pelo ANSYS® *Release* 18.1 para a solução transiente implícita em dinâmica estrutural linear envolvendo elementos finitos, mas também por autores em dinâmica de aerogeradores (SHI *et al.*, 2013) (SRIKANTH; SEKHAR, 2016). Este integrador possui passo fixo, diferentemente dos integradores *ODE* fornecidos pelo Matlab®, que são de passo variável e possuem preditor-corretor. Isto é, a cada passo estimam seu respectivo erro, comparam este valor com a tolerância e com base nisto alteram o valor do passo. Os integradores de passo fixo são menos custosos computacionalmente e podem apresentar resultados igualmente satisfatórios a depender do passo de integração escolhido.

Em todas as simulações realizadas, os parâmetros de integração de Newmark utilizados foram $\gamma_N = 0,5$ e $\beta_N = 0,25$, já relatados em aplicações de dinâmica estrutural (HUGHES, 1987). Com isto, o sistema é incondicionalmente estável e não há dissipação numérica. Quanto ao passo de integração, o valor utilizado foi de 1×10^{-5} segundo.

4.3.1 Simulação com Rigidez de Engrenamento Constante

Nesta primeira simulação, tem-se o sistema inicialmente em repouso e que foi submetido a um torque constante de $17,5 \times 10^{-2}$ N.m enquanto a rigidez do engrenamento foi assumida como constante e com valor de $3,6 \times 10^8$ N/m, conforme a Tabela 4. Nestas condições e para um tempo total de integração de 15 segundos, a rotação do eixo de entrada varia de 0 a aproximadamente 137 rpm.

A partir da resposta temporal do sistema, pode-se analisar o comportamento do deslocamento relativo que ocorre entre as engrenagens, bastando para tanto substituir as devidas variáveis na Equação 3.30, retomada a seguir:

$$p = (x_i \sin \psi - x_j \sin \psi + y_i \cos \psi - y_j \cos \psi + r_i \theta_{zi} + r_j \theta_{zj}) \cos \beta + (r_i \theta_{xi} \sin \psi + r_j \theta_{xj} \sin \psi + r_i \theta_{yi} \cos \psi + r_j \theta_{yj} \cos \psi) \sin \beta \quad (3.30)$$

O deslocamento relativo fornece informações relevantes a respeito do comportamento do sistema, pois leva em conta todos os graus de liberdade das engrenagens associadas e que são acoplados entre si pela rigidez de engrenamento. Em outras palavras, seu resultado está diretamente relacionado com os modos de vibrar das engrenagens. Além disso, para se obter a força existente entre as mesmas, basta multiplicar o deslocamento relativo do par pelo valor instantâneo da rigidez (que somente neste caso é constante, mas em seguida terá comportamento variável). Ou seja, o deslocamento relativo é tanto um indicativo das frequências em que estão vibrando as engrenagens, quanto das forças que atuam entre as mesmas.

O *waterfall* do deslocamento relativo, que mostra o comportamento deste sinal ao longo da frequência e do tempo, se encontra na Figura 17. Os parâmetros utilizados para a obtenção deste e dos outros *Waterfalls* no presente trabalho foram: *Block Size* de 65.536, *Window Size* de 16.384 e *Overlapping* de 75%, após a decimação do sinal em dez vezes.

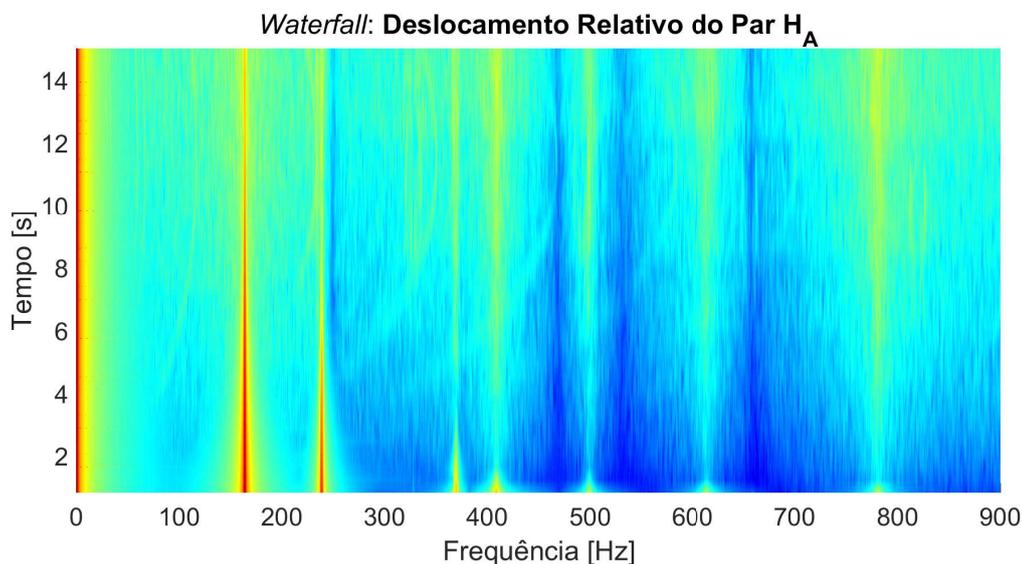


Figura 17 – *Waterfall* do deslocamento relativo entre as engrenagens E_A e E_B quando a rigidez de engrenamento é constante.

Conforme ocorre em sistemas dinâmicos, a resposta se dá em suas respectivas frequências naturais amortecidas que foram excitadas com o torque aplicado. Como os modos em questão são amortecidos, nota-se uma gradual diminuição das suas respectivas respostas ao longo do tempo, com exceção para a resposta proveniente do modo de corpo rígido (frequência nula) que não apresenta decaimento.

4.3.2 Simulação com Rigidez de Engrenamento Variável

Na segunda simulação, mantiveram-se as condições iniciais e o torque aplicado, mas desta vez a rigidez do engrenamento helicoidal passou a ser variável. O tempo total de integração foi de 40 segundos, de modo que a rotação do primeiro eixo variou de 0 a cerca de 210 rpm neste intervalo.

Também para os casos de rigidez variante, a análise do comportamento do sistema será realizada com base no deslocamento relativo entre as engrenagens do par. Neste contexto, além das razões já destacadas na Seção 4.3.1, tem-se que a flutuação da rigidez sempre se dá ao longo da linha de deslocamento relativo e, por isto, a análise deste sinal no *waterfall* permite uma observação clara dos fenômenos de engrenamento.

Assim, o comportamento do deslocamento relativo entre as engrenagens nesta segunda simulação pode ser conferido na Figura 18. Desta vez, podem ser visualizadas as harmô-

nicas do engrenamento como curvas crescentes ao longo da frequência a partir da origem. Vale ressaltar que as frequências naturais observadas na Figura 17 continuam fazendo parte do sinal do deslocamento relativo para o caso de rigidez variável.

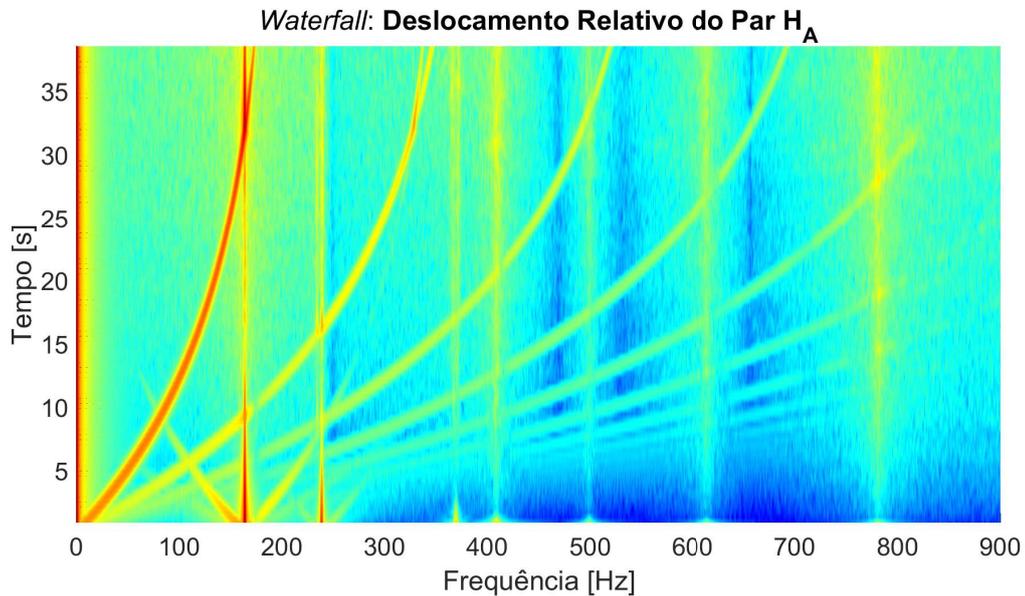


Figura 18 – *Waterfall* do deslocamento relativo entre as engrenagens E_A e E_B.

Quando a rigidez do engrenamento helicoidal tem caráter variável, suas componentes de frequência aparecem de forma clara no sinal do deslocamento relativo. Conforme foi apresentado na expansão da curva da flutuação da rigidez em série de Fourier realizada na Seção 3.5.1, a curva ajustada possui componentes harmônicas de ordens maiores que 1. Neste contexto, cada harmônica do engrenamento observada na Figura 18 está relacionada com sua respectiva ordem da expansão em série de Fourier. Ou seja, quanto mais ordens forem consideradas na expansão da curva de rigidez variante, mais harmônicas de engrenamento serão observadas no sinal do deslocamento relativo.

Quanto à componente fundamental do engrenamento, esta é calculada como sendo a velocidade angular da engrenagem motora vezes o número de dentes que esta possui, ao passo que as outras curvas similares são as suas respectivas harmônicas de ordens maiores. Como a rotação neste caso começa de zero, o mesmo ocorre com as frequências de engrenamento, e, à medida que o sistema acelera, há um respectivo aumento da frequência de cada harmônica. Portanto, pode-se dizer que tais frequências provenientes do contato entre os dentes obedecem a seguinte equação:

$$\omega_e^n = \frac{nz_i\Omega_i}{2\pi} \quad (4.1)$$

em que ω_e^n é a frequência de engrenamento, em Hz, da n ésima harmônica, n é um número inteiro não nulo correspondente às harmônicas do sinal, z_i é o número de dentes da engrenagem i e Ω_i sua respectiva velocidade angular em rad/s.

Neste contexto, toda vez que a frequência de alguma componente harmônica do engrenamento coincidir com uma frequência natural do sistema, seu respectivo modo vibratório poderá ser excitado. Assim, esta excitação será tão mais significativa quanto maior for a intensidade da componente da rigidez variante ou quanto maior for o respectivo deslocamento relativo daquele modo. Caso haja um modo de vibrar em que as engrenagens possuam um deslocamento relativo nulo, este modo não virá a ser excitado. Para o sistema engrenado, é possível constatar através da Figura 18 a excitação do modo de 163 Hz em torno dos 31,5 segundos, quando a frequência da primeira harmônica do engrenamento coincide com esta frequência natural. Nota-se que amplitude da resposta desse modo, que estava diminuindo gradualmente devido a seu amortecimento, é novamente intensificada por conta da excitação destacada.

De maneira alternativa, o sinal do deslocamento relativo pode ser analisado a partir de um mapa de ordens, que é uma ferramenta de processamento de sinais não estacionários que apresenta o comportamento das frequências naturais com relação às ordens do sinal de referência. Como as excitações provêm do engrenamento com rigidez variante, o sinal de referência foi tomado como a primeira harmônica do engrenamento, isto é, o produto da rotação da engrenagem motora pelo seu número de dentes. Os mapas de ordens obtidos na presente dissertação tiveram como base os seguintes parâmetros: *Block Size* de 2.000, *Order Resolution* de 0,01 e *Overlapping* de 75%, após a decimação do sinal em dez vezes.

Assim, o mapa de ordens do deslocamento relativo do par H_A é apresentado na Figura 19, cujo sinal de referência foi a rotação da engrenagem motora E_A vezes o seu número de dentes.

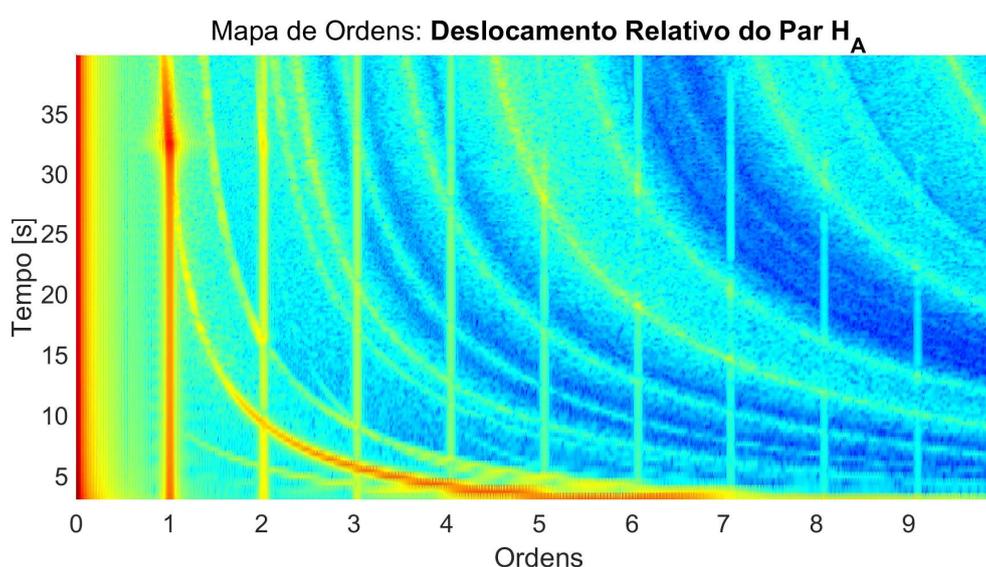


Figura 19 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_A e E_B .

As curvas verticais da Figura 19 são referentes às ordens do engrenamento enquanto as curvas decrescentes dizem respeito às frequências naturais do sistema. Isto se deve ao fato das ordens maiores serem as primeiras a excitar as frequências naturais mais baixas para um sistema

em aceleração. Por outro lado, caso houvesse uma desaceleração do sistema, as frequências naturais passariam a assumir um comportamento crescente ao longo do tempo. Neste contexto, a análise do mapa de ordens apresentado permite comprovar que o segundo modo é excitado por cada ordem do engrenamento e que ordens maiores são relevantes fontes de excitação dos modos de frequências mais altas.

Entretanto, é também digno de nota outro fenômeno presente no sinal do deslocamento relativo: as ressonâncias secundárias. Conforme já observado em Silva (2015) e em Simionatto (2015), cujos sistemas também eram lineares e possuíam rigidez variante com o tempo, em torno dos modos que compõem a resposta do sistema aparecem outras frequências naturais, $\omega_d + \omega_e^n$ e $\omega_d - \omega_e^n$, sendo ω_d a frequência natural amortecida. Tais frequências são denominadas ressonâncias secundárias e surgem tanto da frequência fundamental do engrenamento quanto das suas harmônicas.

O diagrama em cascata (*waterfall*) do deslocamento relativo tomado até somente 400 Hz que é apresentado na Figura 20 permite uma melhor identificação das ressonâncias secundárias, as quais aparecem como curvas à direita e à esquerda de sua respectiva frequência natural. Vale ressaltar que quanto menor for a amplitude da frequência de engrenamento ou mais amortecido for o modo, menor será a intensidade das ressonâncias secundárias - fato que explica o porquê de nem todas as frequências naturais exibirem de maneira evidente ressonâncias secundárias nos diagramas em cascata.

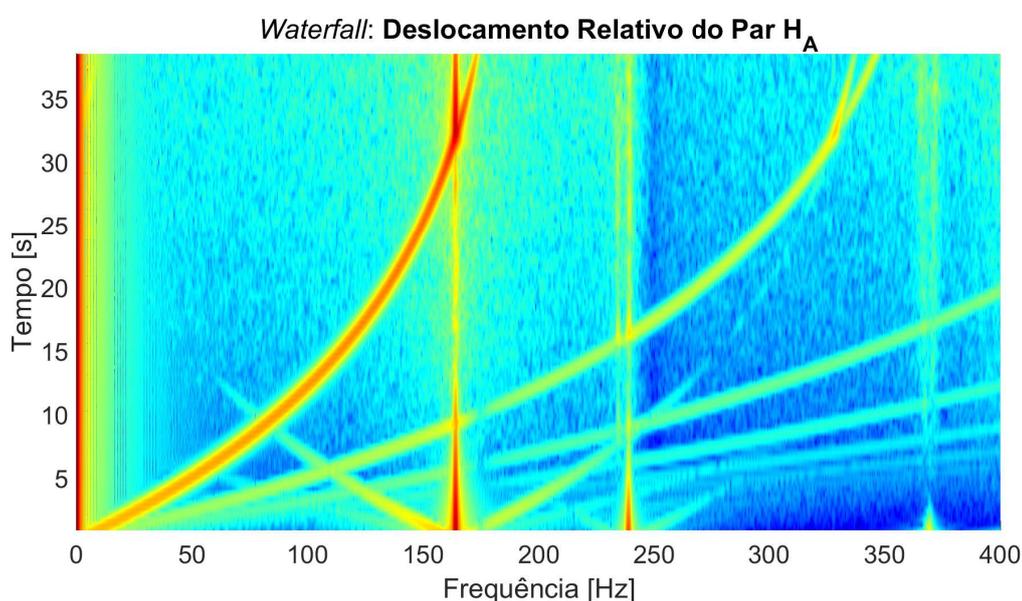


Figura 20 – *Waterfall* até 400 Hz do deslocamento relativo entre as engrenagens E_A e E_B.

Destaca-se que as ressonâncias secundárias são também suscetíveis a excitações, como pode ser constatado na Figura 20. Para a frequência de 327 Hz em mais uma vez cerca de 31,5 segundos, por exemplo, a segunda harmônica do engrenamento cruza com a ressonância secundária à direita da frequência natural de 163 Hz, aumentando sua intensidade.

Por outro lado, a Figura 21, que exibe o sinal temporal do deslocamento relativo, revela que a somatória das excitações provenientes das frequências de engrenamento que ocorrem por volta dos 31,5 segundos promovem um aumento significativo da amplitude desse sinal. O principal motivo da visualização deste fenômeno na resposta temporal provém do fato de que a primeira ordem das frequências de engrenamento, que é a mais intensa, excita significativamente o modo predominante da resposta do sistema neste instante de tempo (vide Figura 20). Não obstante, vê-se que ao longo dos primeiros segundos o sistema também responde com uma amplitude maior, mas que é devida à sua resposta transiente.

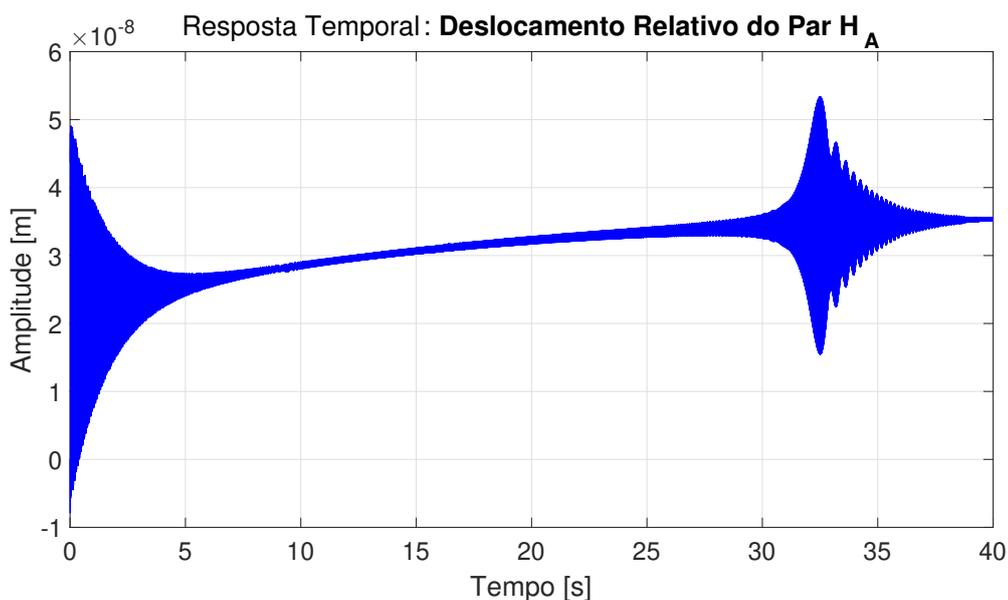


Figura 21 – Resposta temporal do deslocamento relativo entre as engrenagens E_A e E_B .

Tem-se que um aumento do deslocamento relativo implica numa maior força entre as engrenagens, considerando um valor fixo de rigidez de engrenamento. Já que força resultante num corpo se relaciona com sua aceleração através de sua massa, que no caso da engrenagem é constante, um aumento da força pode ser constatado por uma amplificação no sinal de aceleração. Neste contexto, a Figura 22 exibe a resposta temporal da aceleração tangencial da engrenagem E_A , em que o sinal apresentado foi tomado a partir de 2 segundos de integração visando eliminar a maior parte de sua resposta transiente. Nota-se que realmente há um aumento da amplitude da aceleração em torno dos 31,5 segundos, conforme o esperado. Assim, a partir das Figuras 21 e 22, pode-se concluir que as excitações devidas às frequências de engrenamento se refletem não só no comportamento do deslocamento relativo do par engrenado que contém E_A , mas também nos níveis de vibração e de solitação dinâmica em que se encontra esta engrenagem.

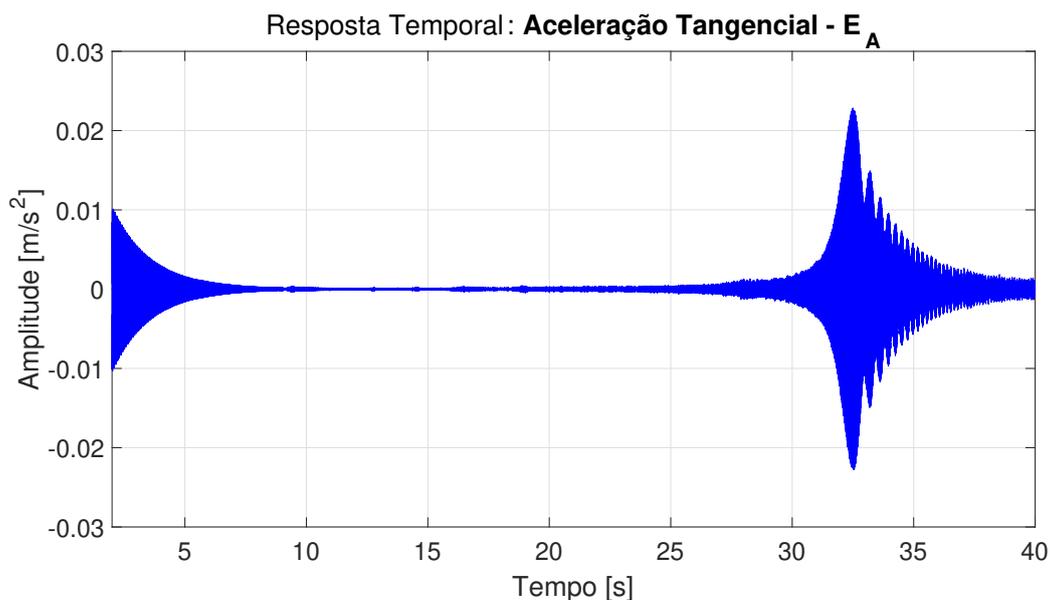


Figura 22 – Aceleração tangencial da engrenagem E_A.

4.3.3 Simulação com Rigidez de Engrenamento Variável e Rotação Inicial

Uma última simulação foi feita para este sistema, na qual o mesmo acelera não mais a partir do repouso, mas da rotação inicial de 780 rpm. Isto é, nos graus de liberdade de rotação aplicou-se tal valor multiplicado pela sua respectiva relação de transmissão, ao passo que nos outros graus de liberdade as condições iniciais impostas foram nulas. O torque aplicado passou a ser de 75×10^{-2} N.m, de modo a promover uma condição de regime permanente a uma rotação maior e, com isto, o eixo de entrada alcançou cerca de 969 rpm ao final dos 40 segundos. Novamente, a análise é baseada no deslocamento relativo cujo *waterfall* é exibido na Figura 23.

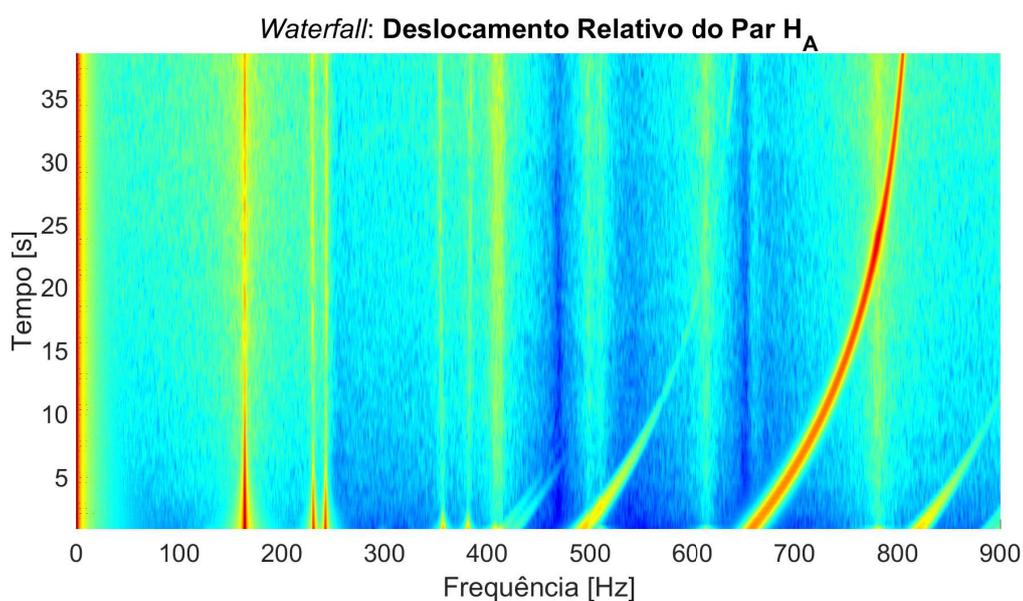


Figura 23 – *Waterfall* do deslocamento relativo entre as engrenagens E_A e E_B, com condição inicial de 780 rpm no eixo de entrada.

Desta vez, a primeira ordem do engrenamento começa em alta frequência: a 650 Hz conforme a Equação 4.1, valendo ressaltar que neste caso as harmônicas do engrenamento estão muito mais distantes entre si, o que desfavorece a excitação dos modos de frequências mais baixas. Não obstante, mais uma vez se comprova que as ressonâncias secundárias acima das frequências naturais, $\omega_d + \omega_e^n$, continuam a aparecer, ao passo que aquelas que ocorrem abaixo das frequências naturais, $\omega_d - \omega_e^n$, não mais aparecem por assumir valores menores que zero. As ressonâncias secundárias nos modos de frequências mais altas, porém, não ficam evidentes, já que tais modos são pouco excitados e logo amortecidos. Nota-se, contudo, a ressonância de segunda ordem também ocorrendo em torno da primeira harmônica do engrenamento, sendo este um fenômeno não aparente quando são mais baixas as frequências de engrenamento (como no caso da seção anterior). Assim, tem-se desta vez ressonâncias de segunda ordem não só à direita, mas também à esquerda da frequência fundamental do engrenamento, como por exemplo a que começa em cerca de 490 Hz e é associada ao modo mais intenso da resposta. Novamente, quanto maior for a intensidade do modo na resposta, maior será sua influência nas ressonâncias de segunda ordem em torno das frequências de engrenamento.

O respectivo mapa de ordens, tendo como referência a rotação da engrenagem motora multiplicada por seu número de dentes, é apresentado na Figura 24. Constata-se, então, a existência das ressonâncias de segunda ordem que ocorrem em torno de cada harmônica do engrenamento.

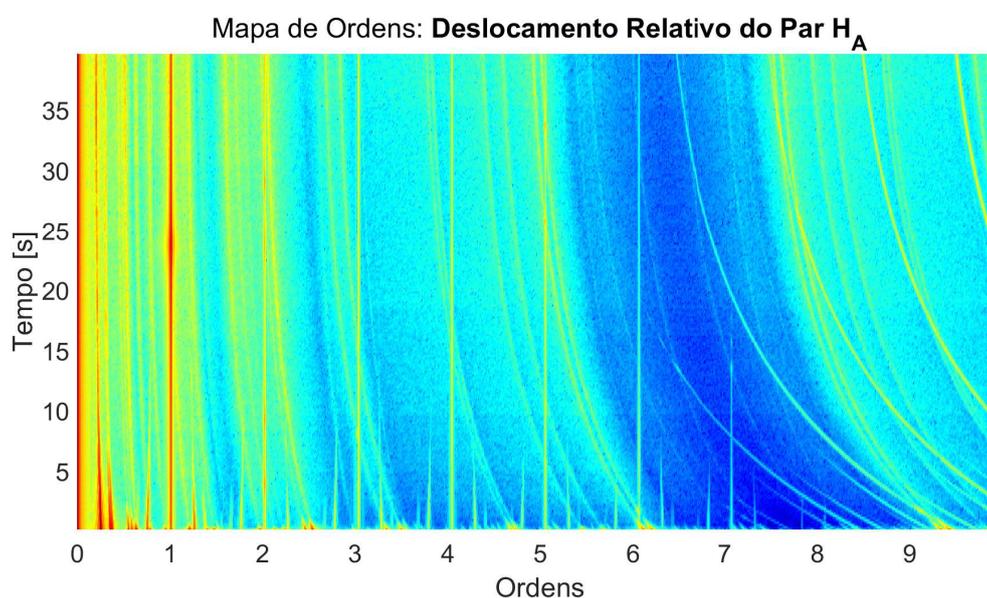


Figura 24 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_A e E_B para a condição inicial de 780 rpm no eixo de entrada.

5 SIMULAÇÃO E ANÁLISE DO TREM DE POTÊNCIA DO AEROGERADOR

Conforme já exposto no Capítulo 1, o trem de potência típico de um aerogerador de eixo horizontal é composto por um rotor de três pás, uma caixa de engrenagens multiplicadora de velocidade e um gerador elétrico. Mais especificamente, a capacidade do aerogerador analisado neste trabalho pertence à classe de 1 MW, similar aos trens de potência já estudados por outros autores, tais como Todorov *et al.* (2009) - Todorov *et al.* (2012), Shi *et al.* (2013), Srikanth e Sekhar (2014), Srikanth e Sekhar (2016), Yi *et al.* (2015) e Silva (2015).

5.1 Modelo de Elementos Finitos do Trem de Potência

Devido aos trabalhos já publicados em dinâmica de aerogeradores, pode-se encontrar na literatura científica diversos parâmetros necessários para sua modelagem. Porém, a maior parte dos dados de seu trem de potência se refere à modelagem exclusivamente torcional, já que é reduzida a quantidade de trabalhos que levam em conta a flexão dos eixos na modelagem dinâmica. Assim, geralmente não se encontra na literatura uma descrição mais detalhada de alguns parâmetros, tais como posicionamento e características dos mancais, a geometria dos eixos, ou as propriedades inerciais do gerador. Portanto, para a definição do presente modelo, priorizou-se os dados fornecidos pela literatura, ao passo que os dados que são necessários mas não são encontrados, foram estimados.

O modelo dinâmico do trem de potência se encontra esquematizado na Figura 25. O sistema consiste de quatro eixos ao todo. O eixo principal, maior e mais largo, conecta a turbina eólica posicionada em sua extremidade ao início da caixa de engrenagens. Tem-se, então o engrenamento planetário, que é o primeiro dos três estágios de multiplicação de velocidades. Os outros dois estágios seguintes operam em alta velocidade e são constituídos de engrenamentos helicoidais paralelos. O primeiro estágio de alta velocidade é composto pelas engrenagens E_1 e E_2 , enquanto que no estágio posterior se encontram, no mesmo par, as engrenagens E_3 e E_4 . Por fim, tem-se o gerador situado no último eixo.

Os eixos do rotor e do gerador, os maiores, foram discretizados de modo a que as frequências naturais do sistema se estabilizassem em relação ao número de nós para a faixa de frequência analisada, resultando num sistema que possui 122 nós ao todo, cada um com 5 graus de liberdade. Devido à equação de restrição no planetário, tem-se um total de 605 graus de liberdade para o modelo completo.

São exibidas na Tabela 6 as propriedades inerciais do rotor e do gerador, os quais foram implementados como elementos de massa concentrada. Os valores da massa da turbina e dos momentos de inércia polar da turbina e do gerador são encontrados Todorov *et al.* (2009) e

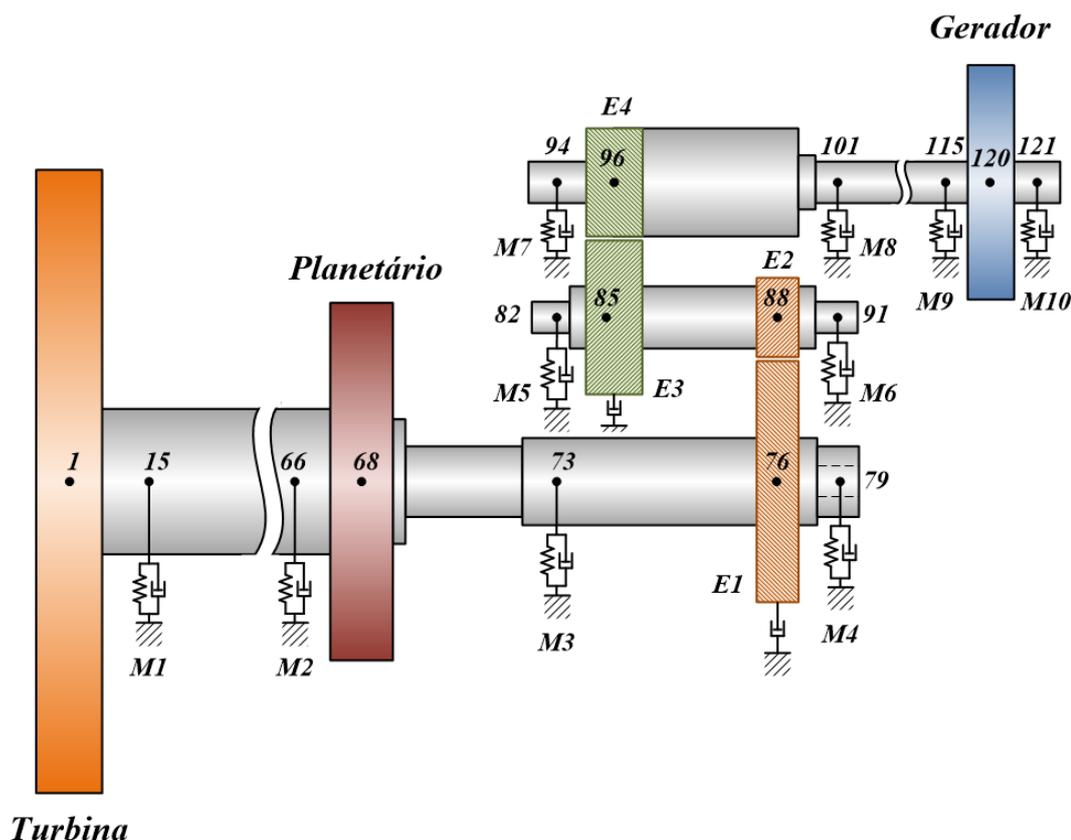


Figura 25 – Vista de topo do modelo dinâmico proposto para o trem de potência do aerogerador.

Todorov e Vukov (2010).

Tabela 6 – Propriedades inerciais da turbina e do gerador.

Parâmetro	Turbina	Gerador
Nó	1	120
Massa	4.144 kg	1.000 kg
Momento de inércia transversal	$2,09 \times 10^6 \text{ kg.m}^2$	$46,61 \text{ kg.m}^2$
Momento de inércia polar	$4,18 \times 10^6 \text{ kg.m}^2$	$93,22 \text{ kg.m}^2$

Já a geometria dos elementos eixo que compõem este sistema, são apresentadas no Anexo A. Tanto os elementos de disco quanto de eixo foram considerados de aço, possuindo massa específica de 7.800 kg/m^3 , módulo de elasticidade de 200 GPa e coeficiente de Poisson de 0,3.

Os mancais, que são lineares, isotrópicos e não possuem acoplamento, têm suas características apresentadas na Tabela 7, as quais foram baseadas em Srikanth e Sekhar (2014). Além disso, seus coeficientes de amortecimento, $c_{xx} = c_{yy}$, foram assumidos como sendo $5 \times 10^2 \text{ N.s/m}$.

Tabela 7 – Rigidez dos mancais.

Mancal	Nó	k_{xx} e k_{yy}
M1	15	$8,04 \times 10^9$ N/m
M2	66	$4,08 \times 10^9$ N/m
M3	73	$4,08 \times 10^9$ N/m
M4	79	$4,08 \times 10^9$ N/m
M5	82	$2,16 \times 10^9$ N/m
M6	91	$2,16 \times 10^9$ N/m
M7	94	$2,16 \times 10^9$ N/m
M8	101	$2,16 \times 10^9$ N/m
M9	115	$2,16 \times 10^9$ N/m
M10	121	$2,16 \times 10^9$ N/m

5.2 Parâmetros do Multiplicador de Velocidades

A Figura 26 apresenta a seção transversal de uma caixa de engrenagens típica de um aerogerador pertencente à classe de 1 MW. Nessa figura, são indicados os componentes dos dois estágios de alta velocidade. O par das engrenagens helicoidais paralelas E_1 e E_2 , que se encontram no primeiro estágio de alta velocidade, será doravante designado por H_P . Já o par das engrenagens E_3 e E_4 , referente ao segundo estágio de alta velocidade, será designado por H_S .

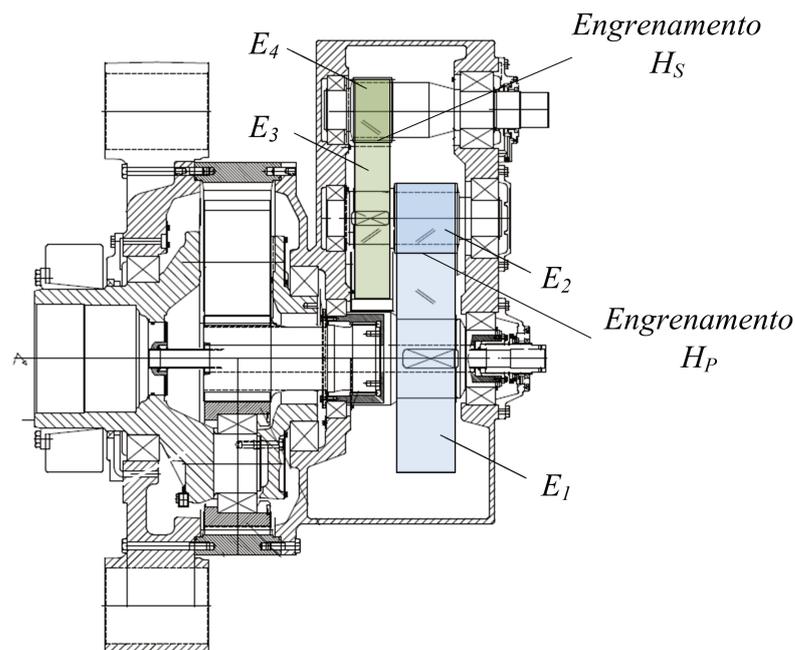


Figura 26 – Caixa de engrenagens de um aerogerador pertencente à classe de 1 MW. Adaptado de Peeters (2006).

As engrenagens têm suas características exibidas na Tabela 8, enquanto os parâmetros comuns ao engrenamento são mostrados na Tabela 9. Os valores dos raios de cada engrenagem, bem como seus ângulos de hélice e de pressão podem ser encontrados em Todorov e Vukov (2010). Os efeitos de dissipação de energia em razão das engrenagens estarem parcialmente imersas em fluido lubrificante foram incluídos mediante os seguintes coeficientes de amortecimento: $c_{xx} = c_{yy} = 5 \times 10^3$ N.s/m, $c_{\theta_x} = c_{\theta_y} = 15$ N.s/rad, e, conforme em Silva (2015), $c_{\theta_z} = 10$ N.s/rad.

Tabela 8 – Parâmetros próprios de cada engrenagem do aerogerador.

Parâmetro	Engrenagem E ₁	Engrenagem E ₂	Engrenagem E ₃	Engrenagem E ₄
Nó	76	88	85	96
Dentes	61	20	30	13
Raio	290 mm	95 mm	185 mm	80 mm

Tabela 9 – Parâmetros dos pares engrenados H_P e H_S.

Parâmetro	Par H _P	Par H _S
Espessura	115 mm	129,5 mm
Ângulo de pressão	20°	20°
Ângulo de hélice	30°	30°
Módulo normal	8,9 mm	11,58 mm
Razão de contato transversal	1,534	1,431
Razão de contato total	2,941	2,648
Rigidez média do par engrenado	$1,92 \times 10^9$ N/m	$2,12 \times 10^9$ N/m
Tipo de hélice	Destra	Sestra

O planetário possui três engrenagens planetas e seus dados, obtidos em Todorov *et al.* (2009) e Todorov e Vukov (2010), são exibidos na Tabela 10.

Tabela 10 – Parâmetros dos componentes do planetário.

Parâmetro	Braço	Planeta	Sol
Massa	786 kg	58 kg	146 kg
Raio	270 mm	160 mm	110 mm
Momento de inércia polar	57,72 kg.m ²	1,12 kg.m ²	0,86 kg.m ²

Com efeito, é a partir da aplicação dos valores da Tabela 10 e do raio do anel de 420 mm na Equação 3.72, que se obtém o momento de inércia polar equivalente deste elemento. Assim, cada propriedade inercial do planetário é apresentada na Tabela 11.

Tabela 11 – Propriedades inerciais do planetário.

Parâmetro	Planetário
Nó	68
Massa	990 kg
Momento de inércia transversal	50,35 kg.m ²
Momento de inércia polar	100,70 kg.m ²

Definidos os parâmetros das engrenagens, pode-se, então, determinar as relações de transmissão de cada estágio do sistema. A primeira multiplicação de velocidade se dá no planetário e seu valor é de aproximadamente 4,82. O segundo estágio é o do par engrenado H_P , o qual aumenta a rotação entre eixos em cerca de 3,05 vezes. O último estágio é o do engrenamento H_S e sua relação de transmissão é de 2,308. Com isto, tem-se que para este aerogerador a relação de transmissão total entre a turbina eólica e o gerador é de 33,93.

5.3 Modelagem dos Engrenamentos Helicoidais

As curvas de rigidez total dos dois pares engrenados do aerogerador podem ser obtidas mediante o emprego dos parâmetros das Tabelas 8 e 9 nas equações da Seção 3.5. O resultado gerado para o par H_P , referentes às engrenagens E_1 e E_2 , é mostrado na Figura 27.

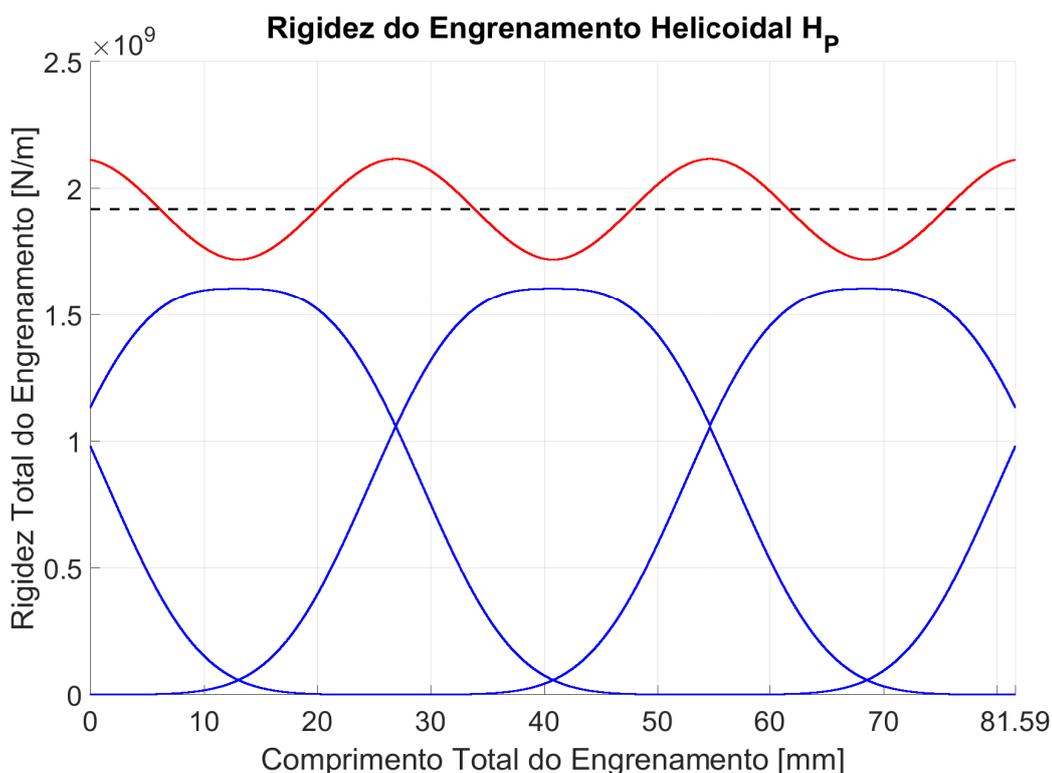


Figura 27 – Comportamento da rigidez variante do par de engrenagens helicoidais H_P .

Conforme exibido na Tabela 9, a razão de contato do par de engrenagens H_P possui valor de 2,941. Ou seja, ao longo de 94,1% do comprimento do engrenamento haverá três pares de dentes em contato simultâneo, enquanto que nos 5,9% restantes serão somente dois os pares em contato. Com isso, nota-se pelas linhas em azul da Figura 27, a contribuição de quase três dentes completos ao longo do comprimento do engrenamento. A linha tracejada em preto representa o valor médio da flutuação da rigidez, cujo valor, também fornecido pela Tabela 9, é de $1,92 \times 10^9$ N/m. Por outro lado, o comportamento da rigidez variante no segundo par engrenado, H_S , é exibido na Figura 28.

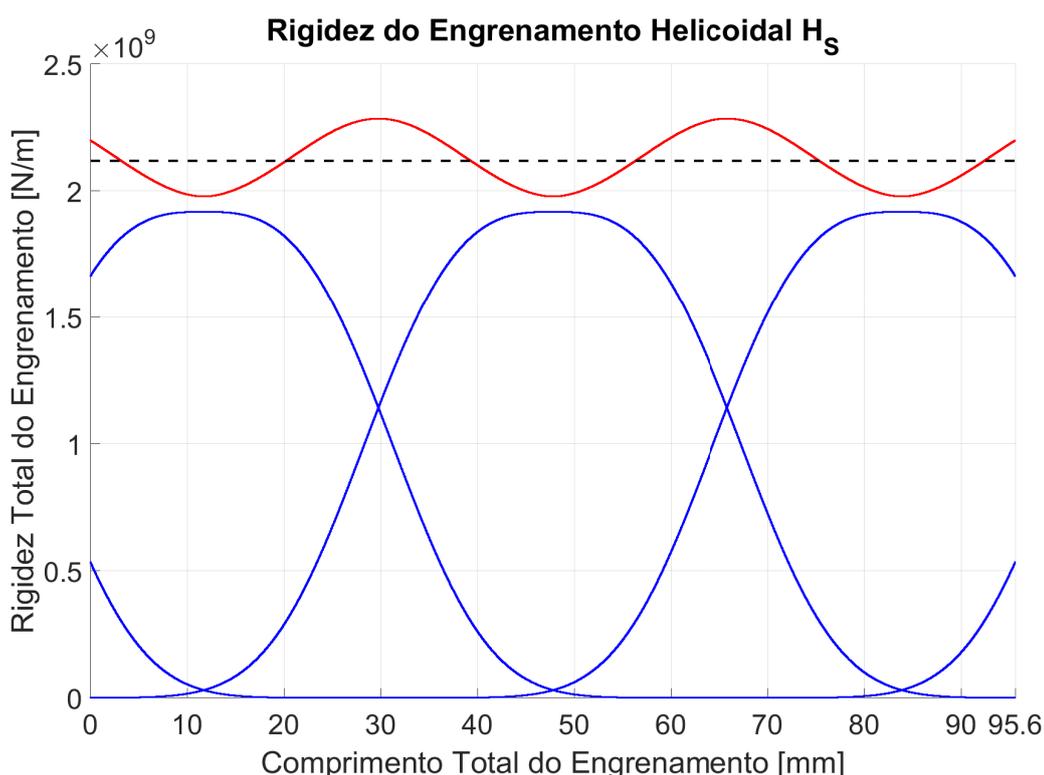


Figura 28 – Comportamento da rigidez variante do par de engrenagens helicoidais H_S .

Verifica-se que a curva de rigidez total do par H_S , exibida na Figura 28, é mais suave do que a respectiva curva apresentada por H_P na Figura 27. Isto ocorre devido ao fato de que a flutuação da rigidez associada ao par engrenado H_S possui amplitude de $0,17 \times 10^9$ N/m e comprimento total do engrenamento de 95,6 mm, ao passo que para as engrenagens E_1 e E_2 , a amplitude é de $0,20 \times 10^9$ N/m e o comprimento total de 81,59. Ou seja, o conjunto E_3 e E_4 possui não só uma amplitude de rigidez menor, como também um comprimento de engrenamento maior, o que resulta num perfil mais suave para sua curva de rigidez variável. O valor médio da rigidez de H_S , exibido na Tabela 9 e representado pela linha tracejada em preto, é de $2,12 \times 10^9$ N/m, e sua razão de contato é de 2,648.

5.4 Análise Estática do Aerogerador

Tendo sido definido o sistema, pode-se então calcular sua deformação estática, isto é, a deformação causada unicamente pela ação do peso próprio. Por conta do sistema ser positivo semi-definido, o grau de liberdade de torção deve ser desconsiderado, de modo que o vetor de deformação estática, $\{q^{est.}\}$, leva em conta somente quatro graus de liberdade por nó. Designando a força peso por $\{\tilde{P}\}$ e sabendo que sua atuação se dá na direção vertical em cada nó do sistema, a deformação estática pode ser quantificada através da resolução do seguinte sistema de equações algébricas:

$$[\tilde{K}] \{q^{est.}\} = \{\tilde{P}\} \quad (5.1)$$

Resolvendo-a com os parâmetros já apresentados, chega-se gráfico da Figura 29. Nesta, as linhas pretas tracejadas-pontilhadas representam as linhas de centro de cada eixo, enquanto as curvas em azul, a deformação estática propriamente dita.

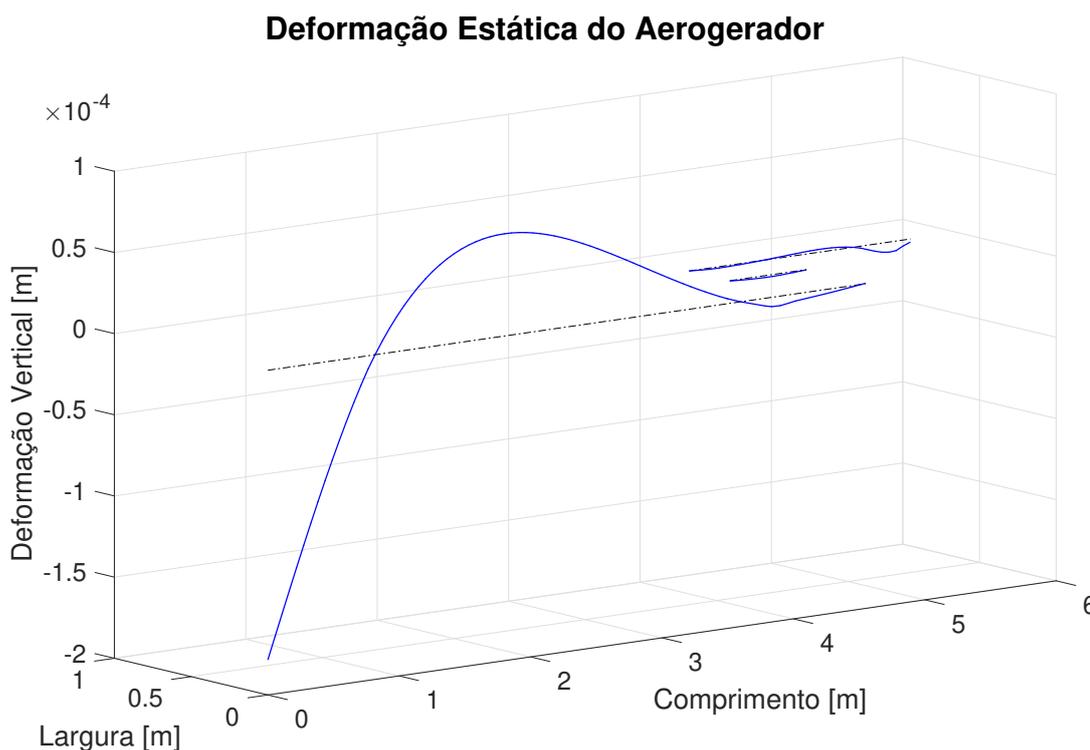


Figura 29 – Deformação estática de cada eixo do aerogerador.

Devido à massa da turbina - que é a predominante - estar em balanço no primeiro nó, a maior deformação vertical do sistema é observada nessa posição. O valor de 200 microns de deformação na posição do rotor é tido como sendo razoável, apesar da literatura não abordar essa questão.

Nota-se que o peso do rotor influencia na deformação de todo o eixo, de modo que

seu perfil de deformações apresenta uma faixa com concavidade negativa, decorrente da atuação dos primeiros mancais do trem de potência. O gerador, por sua vez, é o segundo elemento mais pesado do sistema, mas sua influência no padrão de deformações no eixo em que se encontra é em menor proporção ao do rotor, por não estar montado em balanço. Já no eixo central, não é observada deformações significativas por influência do peso de suas engrenagens.

5.5 Características Modais do Sistema Invariante Associado

Assumindo a rigidez de cada par de engrenagens como sendo sua respectiva rigidez média, obtém-se um sistema invariante associado em que se pode extrair informações relevantes a respeito do comportamento da máquina. No Capítulo 4, optou-se por analisar as frequências naturais na faixa de 0 a 900 Hz com o intuito de identificar os fenômenos de ressonância secundária sob condição de rotação inicial diferente de zero. Esta mesma faixa é utilizada no presente capítulo, a qual enfatiza as frequências mais excitadas pelos engrenamentos, e os respectivos parâmetros modais sob rotação nula se encontram na Tabela 12.

Tabela 12 – Parâmetros modais até 900 Hz do aerogerador para rotação nula.

Modo	ω_n [Hz]	ζ [%]	Modo	ω_n [Hz]	ζ [%]
1º	0,00	100	17º	323,39	0,007
2º	1,06	0,000	18º	347,59	0,620
3º	1,06	0,000	19º	469,95	0,300
4º	2,50	0,424	20º	500,00	0,086
5º	77,32	0,000	21º	500,02	0,070
6º	77,33	0,000	22º	513,73	0,032
7º	84,21	0,001	23º	516,03	0,079
8º	84,21	0,001	24º	567,13	1,163
9º	129,79	0,011	25º	581,72	0,444
10º	129,87	0,002	26º	587,61	0,211
11º	135,47	0,707	27º	680,57	1,237
12º	216,44	0,011	28º	706,24	1,118
13º	216,44	0,011	29º	720,85	0,006
14º	287,72	0,029	30º	721,16	0,004
15º	288,37	0,013	31º	844,46	0,320
16º	322,04	0,051	-	-	-

O Diagrama de Campbell para o aerogerador, Figura 30, exibe as frequências naturais do sistema e as três primeiras harmônicas das frequências de engrenamento dos pares H_P e H_S .

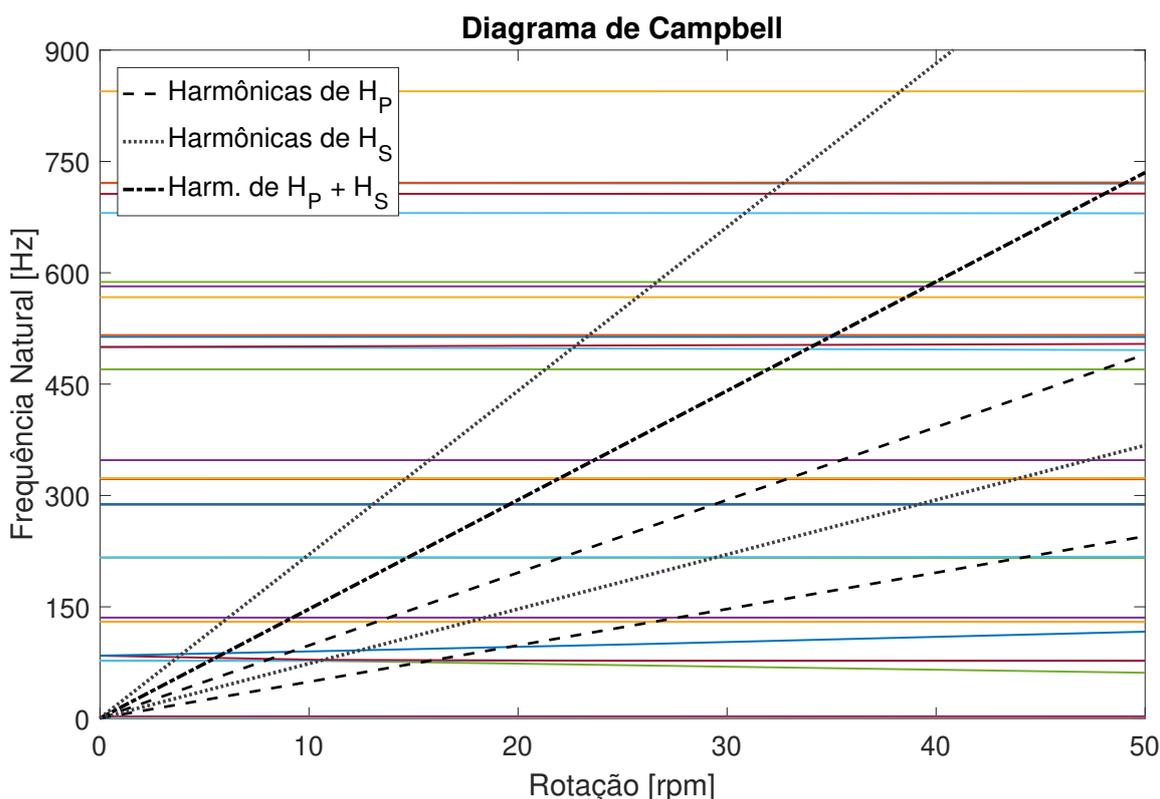


Figura 30 – Diagrama de Campbell para as frequências naturais do aerogerador.

Como o aerogerador opera em baixa rotação, as respectivas curvas de rotação da turbina (curvas de desbalanceamento) não são evidentes no gráfico da Figura 30. As linhas tracejadas representam as três primeiras harmônicas de engrenamento do par H_P , enquanto que as linhas pontilhadas são referentes às excitações do par H_S . As relações de transmissão entre as engrenagens é de tal modo que a terceira harmônica de H_P é praticamente coincidente com a segunda harmônica de H_S e, por isto, ocorre a sobreposição das mesmas, destacada pela linha tracejada-pontilhada.

Ainda sobre o mesmo gráfico, vale ressaltar que as harmônicas de engrenamento abrangem uma faixa extensa de modos para a faixa de rotação analisada. Por sua vez, as representações gráficas de alguns modos vibratórios do aerogerador se encontram no Anexo B. Quanto ao efeito giroscópico, tem-se que, em termos gerais, o mesmo é pouco significativo.

5.6 Análise da Resposta Temporal

O comportamento dinâmico do modelo do aerogerador descrito pode ser melhor compreendido mediante a análise em tempo e frequência de sua resposta temporal. Neste contexto, as integrações das equações de movimento do sistema foram realizadas com base nos mesmos parâmetros do integrador previamente especificados no Capítulo 4.

Destaca-se que o aerogerador em questão possui velocidade de operação variável.

Por isto, com o intuito de investigar os fenômenos que ocorrem ao longo da faixa de rotação em que a turbina opera, o aerogerador foi simulado sob condição de aceleração. Para tanto, considerou-se o rotor submetido a um torque constante de 170 kN.m, sem quaisquer forças resistivas no sistema (SILVA, 2015).

Primeiramente, para analisar o comportamento do aerogerador frente ao torque externo aplicado, o sistema invariante associado é investigado. Nessa simulação, as rigidezes de cada par engrenado são assumidas como sendo constantes. Em seguida, os três casos possíveis de rigidez variante nos engrenamentos helicoidais de alta velocidade foram estudados, quais sejam:

- **1º Caso:** Rigidez variante com o tempo apenas no primeiro par de engrenagens, H_P .
- **2º Caso:** Rigidez variante com o tempo apenas no segundo par de engrenagens, H_S .
- **3º Caso:** Rigidez variante com o tempo em ambos os pares de engrenagens, H_P e H_S .

De modo a evitar grandes níveis de resposta transiente durante a integração, a rotação inicial de cada eixo foi baseada na rotação da turbina eólica e nas respectivas relações de transmissão de cada estágio. Isto é, cada nó do sistema foi assumido no instante inicial com a rotação do rotor multiplicada pela relação de transmissão que há entre este nó e o rotor. Os graus de liberdade que não são de torção, por sua vez, foram assumidos com deslocamentos nulos no instante de tempo inicial. Assim, em todos os casos analisados, a rotação inicial considerada no rotor foi de 10 rpm (SILVA, 2015).

Tal qual no Capítulo 4, as análises serão baseadas no deslocamento relativo que há entre engrenagens do mesmo par. Conforme já foi mencionado, a partir deste sinal podem ser verificadas as frequências naturais em que as engrenagens estão vibrando. Não só o deslocamento relativo evidencia os fenômenos de engrenamento no *waterfall* e no mapa de ordens, como também é um bom indicador do comportamento da força que há entre o par de engrenagens.

5.6.1 Engrenamentos com Rigidezes Invariantes

Nesta simulação, as rigidezes de engrenamento de ambos os pares H_P e H_S foram consideradas constantes, possuindo seu respectivo valor médio. Conforme a Tabela 9, tem-se para o primeiro par engrenado o valor de rigidez média de $1,92 \times 10^9$ N/m e para o segundo par o valor de $2,12 \times 10^9$ N/m. Nessas condições, a rotação do rotor atingiu 16,6 rpm em 20 segundos. As Figuras 31 e 32 apresentam respectivamente os *waterfalls* dos deslocamentos relativos do primeiro e do segundo par engrenado.

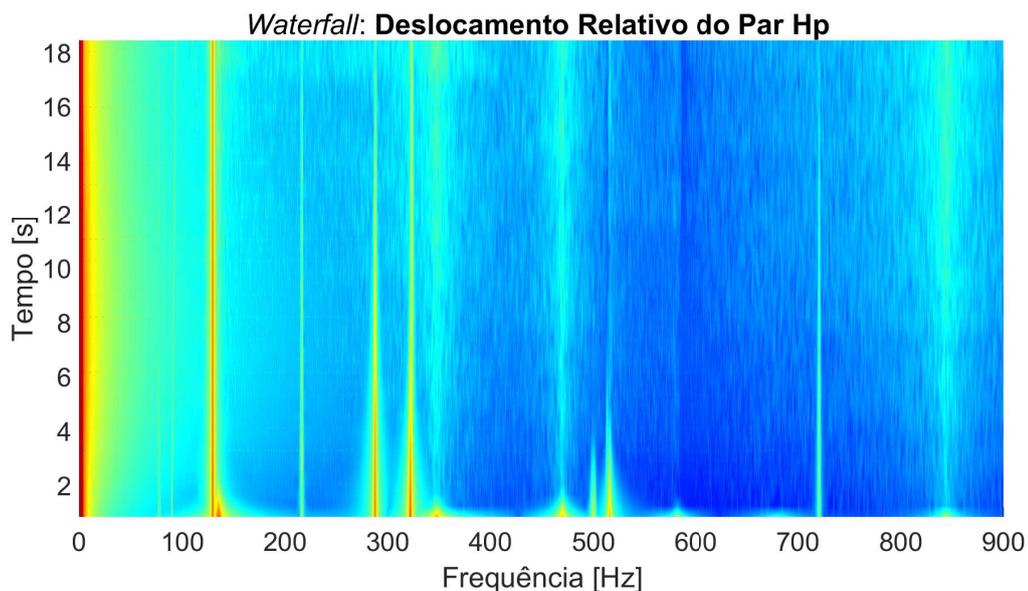


Figura 31 – *Waterfall* do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 quando a rigidez de engrenamento é constante.

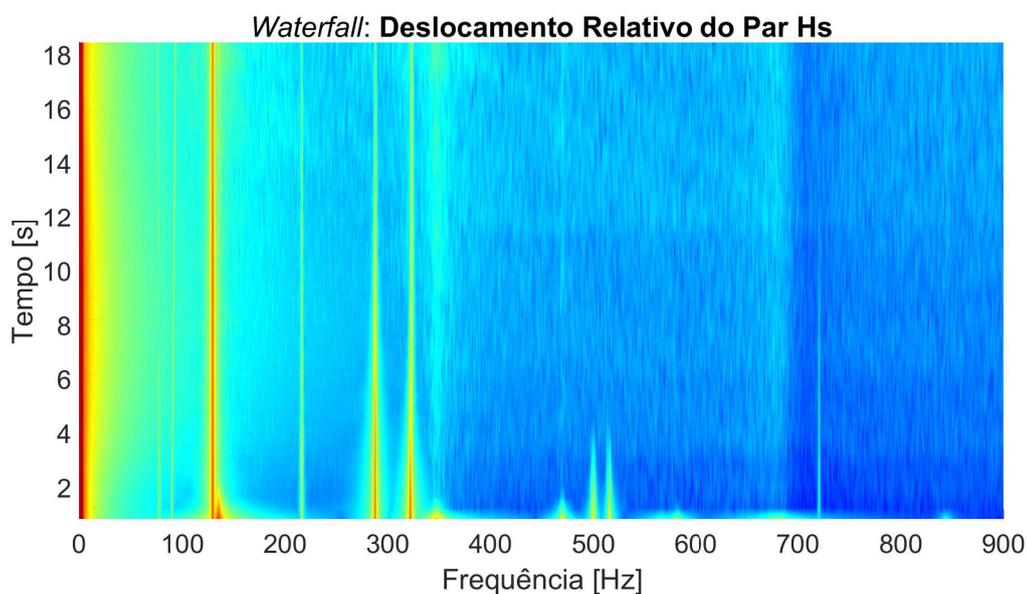


Figura 32 – *Waterfall* do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 quando a rigidez de engrenamento é constante.

O que se observa nos diagramas em cascata das Figuras 31 e 32 diz respeito à resposta transiente devida à excitação degrau pelo torque na turbina. A diferença entre os comportamentos de H_P e H_S pode ser explicada pelo fato de que os modos vibratórios do sistema, que foram excitados pelo torque externo, possuem contribuições distintas de cada par.

Além disso, nota-se que alguns modos vibratórios possuem um decaimento da amplitude de vibração mais rápido que outros. Conforme a Tabela 12, o modo de 129 Hz possui fator de amortecimento de 0,011%, enquanto para o modo de 135 Hz, tem-se um ζ de 0,707%. Apesar de tais valores serem referentes à rotação zero, tem-se que os mesmos não apresentam uma variação significativa para a faixa de rotação analisada. Assim, ambos os modos de 129 Hz e 135 Hz são excitados pelo torque externo, mas o modo de 135 Hz amortece muito mais rapidamente devido a seu alto fator de amortecimento.

Tem-se que os modos predominantes observados nas Figuras 31 e 32 são os mesmos, quais sejam, os de 129 Hz, 288 Hz e 322 Hz, e que não há excitação harmônica de qualquer natureza agindo sobre o sistema.

5.6.2 Engrenamento H_P com Rigidez Variante

Neste primeiro caso de rigidez variante com o tempo, somente o par engrenado H_P possui flutuação na rigidez devido ao contato entre dentes. Nesta primeira simulação, considerou-se o sistema acelerando a partir da condição inicial de 10 rpm no rotor, o qual alcançou aproximadamente 22,7 rpm ao final dos 40 segundos de integração. A resposta temporal do deslocamento relativo do par H_P é exibida na Figura 33.

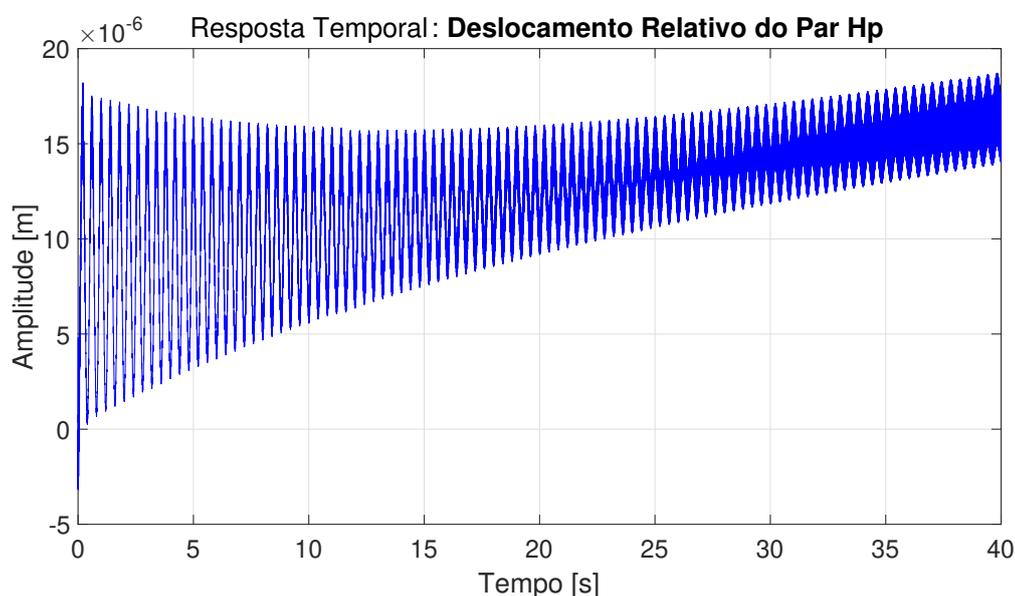


Figura 33 – Resposta temporal do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 1º caso de rigidez variável.

Com o intuito de verificar a qualidade dos resultados, comparou-se a força de engrenamento obtida por Srikanth e Sekhar (2014) com a força calculada a partir do deslocamento relativo apresentado na Figura 33. Ressaltando a similaridade das engrenagens utilizadas neste trabalho com aquelas empregadas em Srikanth e Sekhar (2014), foi constatada a mesma ordem de grandeza para a magnitude da força em ambos os modelos.

O diagrama em cascata (*waterfall*) do deslocamento relativo do par engrenado Hp é mostrado na Figura 34.

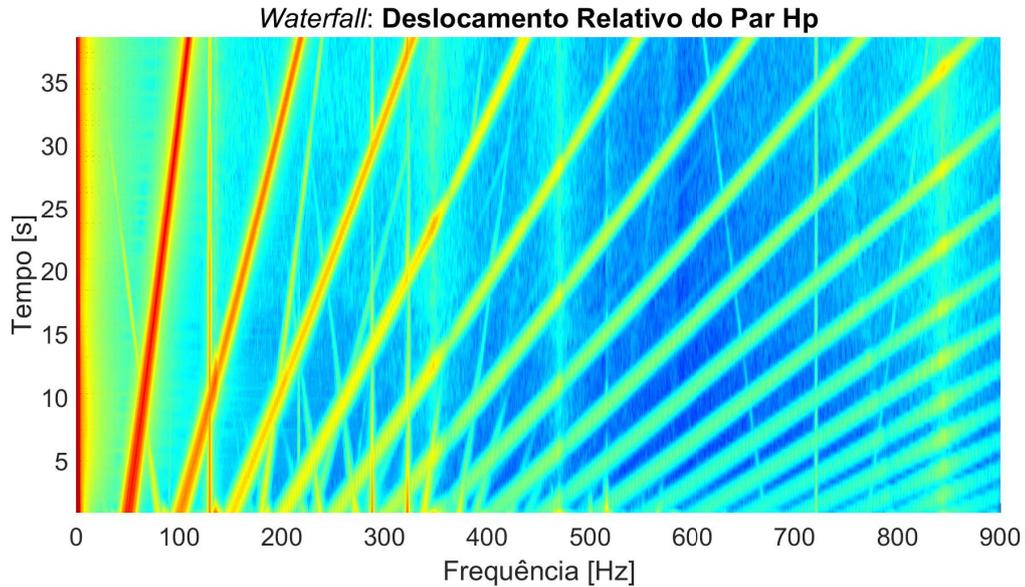


Figura 34 – *Waterfall* do deslocamento relativo entre as engrenagens E₁ e E₂ no 1º caso de rigidez variável.

Destacam-se na Figura 34, as frequências de engrenamento e suas diversas harmônicas, que se estendem ao longo de toda a faixa de frequência analisada e que são decorrentes do modelo de contato entre os dentes das engrenagens desenvolvido na Seção 3.5.

Tem-se que as frequências de engrenamento dependem diretamente da rotação das engrenagens motoras e do seu respectivo número de dentes. Quando, pois, o rotor acelera na restrita faixa de operação de 10 a 22,7 rpm, equivalente a aproximadamente 0,17 Hz a 0,38 Hz, tem-se que a primeira ordem (harmônica) do engrenamento abrange então a faixa de 49 Hz a cerca de 111 Hz. Tais resultados observados na Figura 34 podem ser conferidos através da Equação 4.1, modificada para a rotação de entrada em rpm:

$$\omega_e^1|_{t=0} = \frac{61 \times 10 \times \eta_E}{60} = 49 \text{ Hz} \quad (5.2)$$

$$\omega_e^1|_{t=40s} = \frac{61 \times 22,7 \times \eta_E}{60} = 111,2 \text{ Hz} \quad (5.3)$$

em que η_E , a relação de transmissão do planetário, vale 4,82.

Estendendo a análise para as três primeiras ordens, que são as mais significativas em intensidade, esta faixa passa a alcançar uma frequência máxima acima de 300 Hz. Nota-se que, apesar do aerogerador ser uma máquina que opera com o rotor numa faixa de rotação restrita, as frequências de engrenamento abrangem uma faixa de frequência muito maior.

Neste contexto, outro ponto relevante é a quantidade de modos vibratórios cujas

frequências naturais em algum momento coincidem com as frequências de engrenamento. Com efeito, todo cruzamento entre uma harmônica de engrenamento e uma frequência natural pode incorrer na excitação desse respectivo modo, a depender de sua forma de vibrar. Vê-se pelo mapa de ordens da Figura 35, cujo sinal de referência foi a velocidade da primeira engrenagem vezes o seu número de dentes, que, com exceção da frequência fundamental, cada ordem da rigidez variante excita pelo menos um modo do sistema.

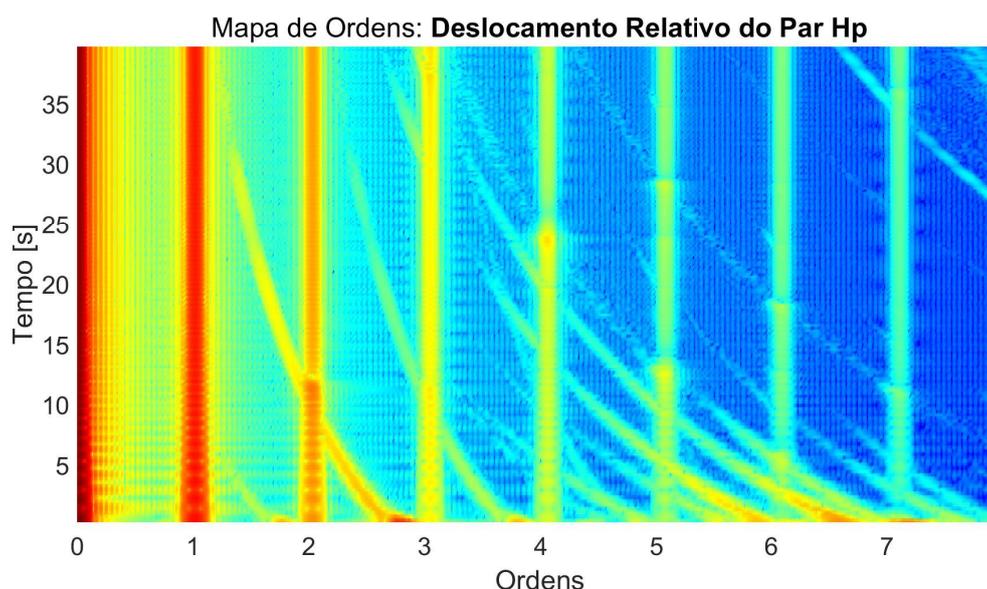


Figura 35 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 1º caso de rigidez variável.

Com o objetivo de investigar os fenômenos que são típicos de sistemas com parâmetros variantes com o tempo, um novo *waterfall* do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 foi gerado. Desta vez, o diagrama em cascata possui frequência máxima de 400 Hz, tal qual ilustrado na Figura 35, de modo a ser possível notar a influência da ressonância secundária na resposta do sistema. Com efeito, muitas excitações são devidas ao cruzamento das harmônicas do engrenamento com as ressonâncias secundárias, como pode ser atestado quando a segunda harmônica coincide com a ressonância secundária de um modo de 288 Hz em aproximadamente 192,5 Hz, que até então sua intensidade havia diminuído a ponto de não estar mais aparente. Fato análogo ocorre com outra ressonância secundária referente ao mesmo modo de 288 Hz, que é excitada em 382,5 Hz ao coincidir com a quarta ordem das frequências de engrenamento.

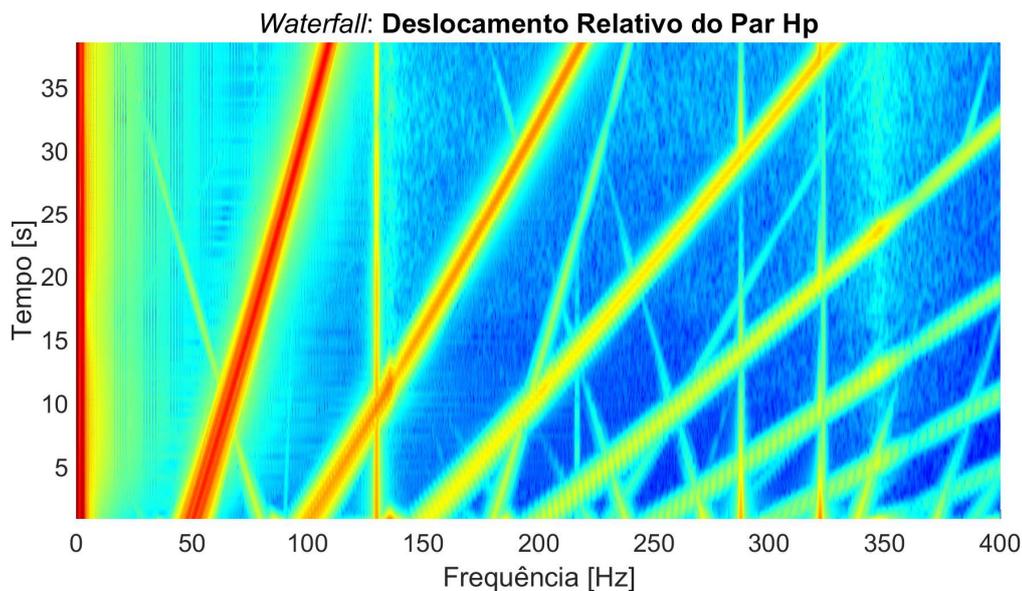


Figura 36 – *Waterfall* até 400 Hz do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 1º caso de rigidez variável.

De maneira complementar aos gráficos de deslocamento relativo, os sinais da aceleração tangencial e da aceleração angular dessas engrenagens revelam a influência das excitações internas nesses componentes. Neste contexto, a Figura 37 apresenta a resposta temporal da aceleração tangencial da engrenagem E_1 . Este sinal foi analisado a partir de 2 segundos de modo a ser eliminada a maior parte da resposta transiente do sistema. Doravante, todos os sinais de aceleração e seus respectivos *waterfalls* seguirão o mesmo padrão.

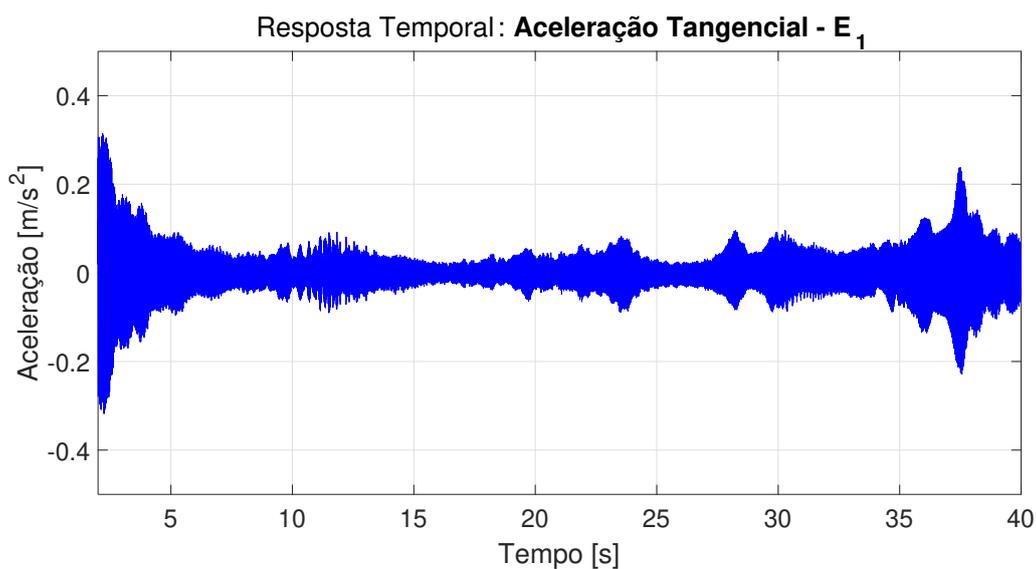


Figura 37 – Aceleração da engrenagem E_1 quando o par H_P possui rigidez variável.

Tem-se que os sucessivos aumentos da amplitude da aceleração tangencial observados na Figura 37 decorrem dos diversos cruzamentos que se dão entre as ordens do engrena-

mento e as frequências naturais do sistema (incluindo as ressonâncias secundárias). O pico de amplitude, por exemplo, em torno de 37,5 segundos é devido ao cruzamento da terceira harmônica com o modo de 322 Hz. Esta e as outras excitações que ocorrem ao longo do tempo na engrenagem E_1 podem ser comprovadas pelo diagrama em cascata de sua aceleração tangencial exibido na Figura 38.

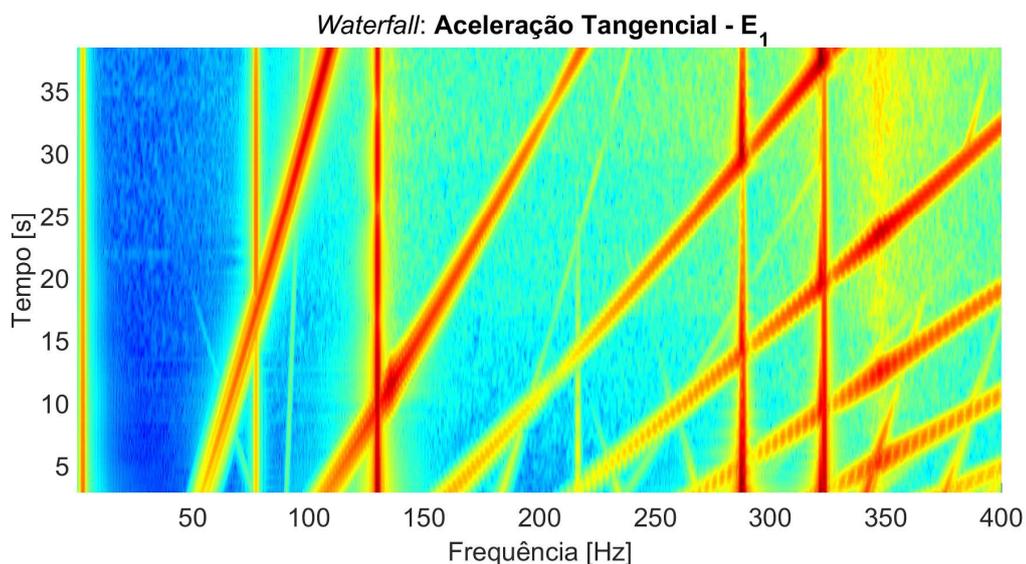


Figura 38 – *Waterfall* até 400 Hz da aceleração tangencial da engrenagem E_1 no 1º caso de rigidez variável.

De modo complementar, a Figura 39 apresenta o sinal temporal da aceleração angular da engrenagem E_1 .

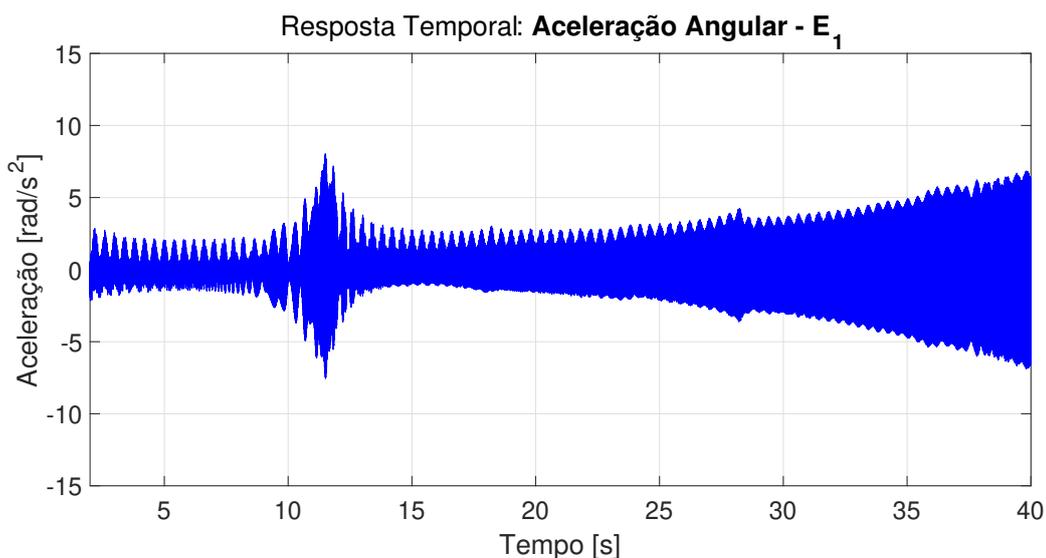


Figura 39 – Aceleração angular da engrenagem E_1 quando o par H_P possui rigidez variável.

Nota-se na Figura 39 um aumento da amplitude da aceleração logo após os 10 segundos e, em seguida, um crescimento progressivo da amplitude de vibração. A partir do *wa-*

terfall da aceleração angular de E_1 , apresentado na Figura 40, verifica-se que o primeiro pico da amplitude, pouco depois dos 10 segundos, é devido à excitação proveniente da segunda ordem do engrenamento. Por sua vez, o crescimento progressivo da aceleração angular se dá em virtude das excitações da primeira, terceira e quarta harmônicas, que ocorrem predominantemente após os 15 segundos.

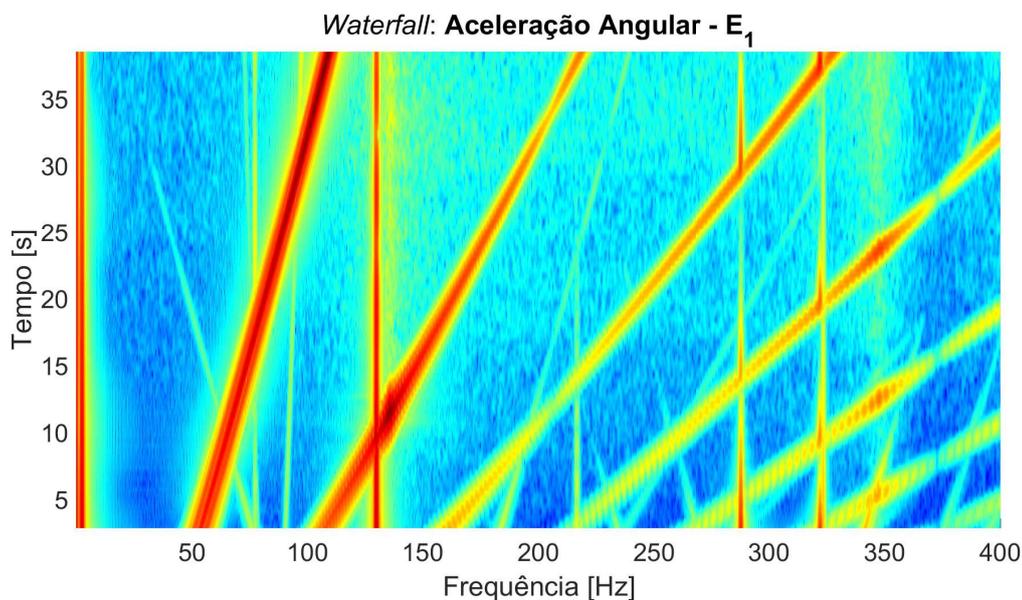


Figura 40 – *Waterfall* até 400 Hz da aceleração angular da engrenagem E_1 no 1º caso de rigidez variável.

Constata-se, então, que as frequências de engrenamento realmente excitam modos vibratórios do sistema na faixa de operação do aerogerador, fato também relatado por Helsen *et al.* (2013) e Silva (2015). Como consequência, foram verificados diversos aumentos de amplitude nos sinais de aceleração da engrenagem E_1 , tal qual apresentados nas Figuras 37 e 39. E, já que foram observadas excitações pelo engrenamento nos modos de vibrar do sistema, a análise da solitação dinâmica pode servir de base para critérios de projeto dos componentes da caixa de engrenagens, evitando, assim, desgastes prematuros nos mesmos.

A análise do *waterfall* do deslocamento relativo do segundo par de engrenagens H_S , exibido na Figura 41, permite mais conclusões a respeito do comportamento do sistema. Assim, as frequências de engrenamento observadas nessa figura revelam que as harmônicas provenientes do primeiro par são propagadas na estrutura, apesar de ter sua intensidade visivelmente atenuada.

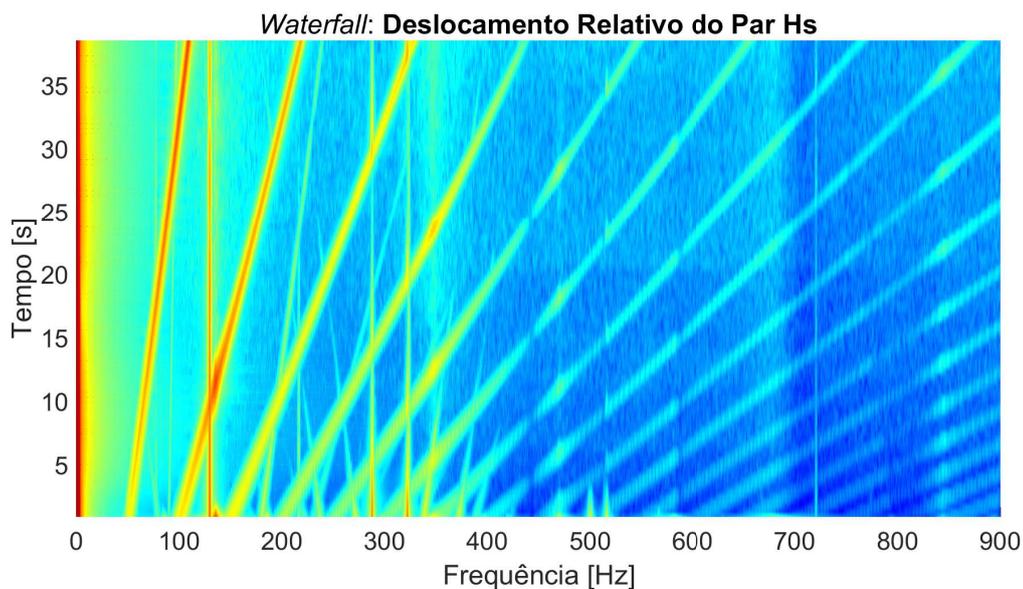


Figura 41 – *Waterfall* do deslocamento relativo entre as engrenagens E₃ e E₄ no 1º caso de rigidez variável.

Por outro lado, o mapa de ordens deste sinal apresentado na Figura 42, tendo por referência a rotação de E₁ vezes seu número de dentes, mostra que a segunda harmônica é a principal fonte de excitação deste segundo par.

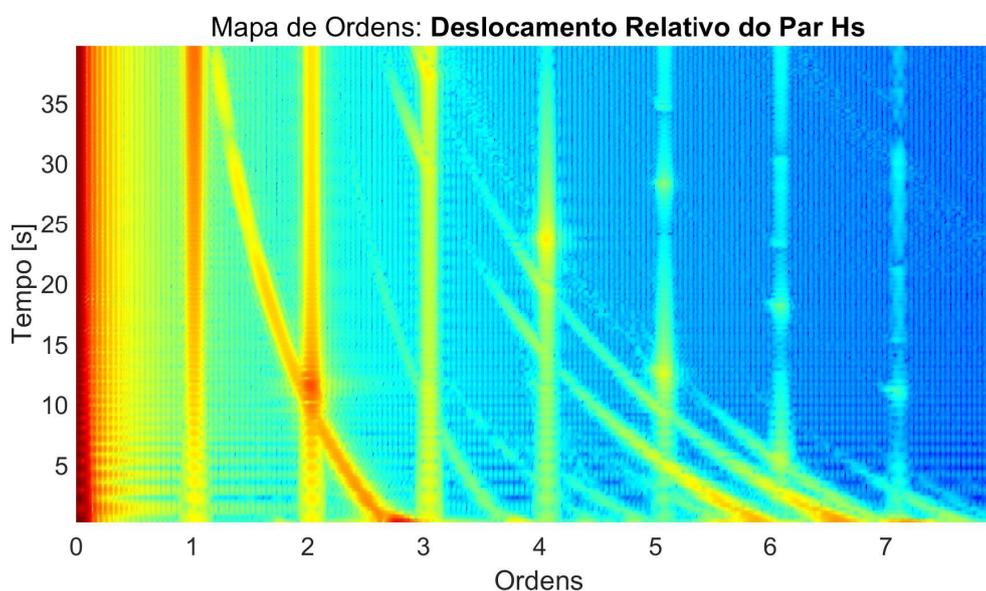


Figura 42 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E₃ e E₄ no 1º caso de rigidez variável.

5.6.3 Engrenamento H_S com Rigidez Variante

Neste segundo caso, são as engrenagens do par H_S que passam a ser as fontes das frequências de engrenamento decorrentes do contato entre dentes, enquanto que o primeiro par

engrenado tem sua rigidez mantida constante. Já foi mostrado anteriormente que pelo fato de cada conjunto de engrenagens possuir parâmetros próprios de geometria, as harmônicas de engrenamento promovidas pelas mesmas possuem características distintas. Além disso, devido às relações de transmissão, cada par opera em sua própria rotação, acarretando numa faixa de frequências de engrenamento que é particular a cada par engrenado. Como será visto para as condições deste segundo par, sua faixa das frequências de engrenamento é mais ampla que a do 1º caso estudado.

A rotação inicial imposta no rotor foi de 10 rpm e este acelerou até 22,6 rpm, devido à ação do torque externo aplicado na turbina e sem qualquer torque resistivo, ao final dos 40 segundos de integração. O gráfico de resposta temporal do deslocamento relativo entre E_3 e E_4 se encontra na Figura 43.

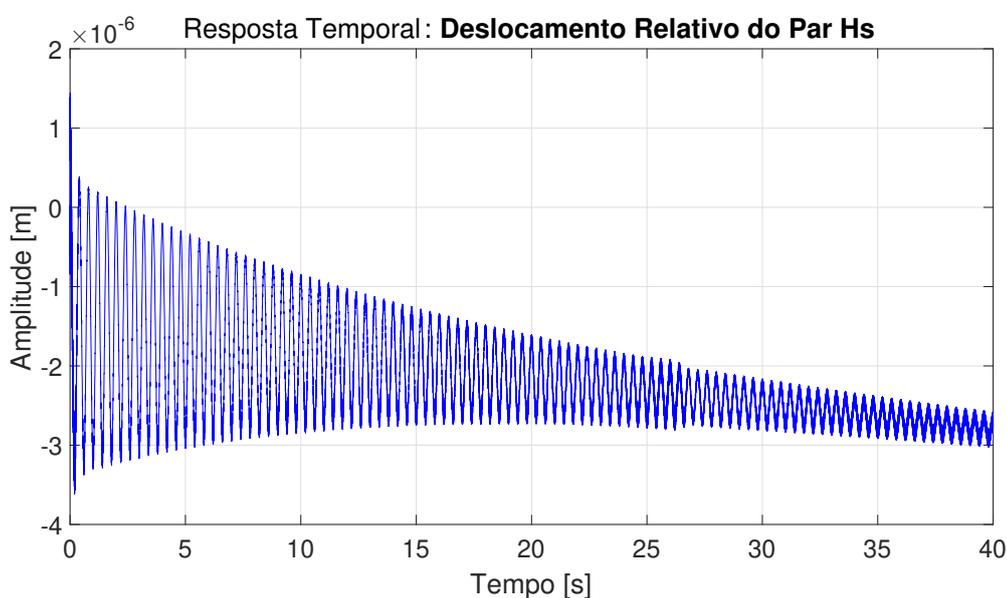


Figura 43 – Resposta temporal do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 no 2º caso de rigidez variável.

Em oposição ao que ocorre no primeiro caso, a resposta temporal do deslocamento relativo apresenta uma amplitude negativa, já que o eixo da engrenagem motora gira em sentido oposto ao do caso anterior. Além disso, tem-se que a amplitude da força encontrada neste par engrenado possui a mesma ordem de grandeza da força obtida por Srikanth e Sekhar (2014) para as mesmas engrenagens.

A Figura 44 apresenta o diagrama em cascata do deslocamento relativo do par H_5 . Este gráfico revela que as harmônicas deste segundo par se dão em frequências mais altas, quando comparadas àquelas observadas no 1º caso de rigidez variante. Este efeito era esperado, visto que a frequência de engrenamento - dado, neste caso, pelo produto da rotação do eixo que suporta a engrenagem E_3 com o número de dentes desta engrenagem - é superior ao da engrenagem E_1 . Fazendo mais uma vez a análise das frequências associadas à primeira ordem,

conforme o rotor principal acelera de 10 rpm a 22,6 rpm, tem-se, aplicando a Equação 4.1, que a faixa de frequência de engrenamento varia de 73,5 Hz a 166,5 Hz. Considerando que a maior parte da energia injetada no sistema se concentra apenas nas 3 primeiras ordens, tem-se que as forças excitadoras provenientes do engrenamento helicoidal podem excitar modos de vibrar do trem de potência do aerogerador até frequências próximas de 500Hz.

Ainda observando a Figura 44, percebe-se que há um número pequeno de modos vibratórios sendo excitados quando a rigidez é variante no par H_S , principalmente para altas frequências. Isto ocorre em razão das ordens de engrenamento serem mais espaçadas entre si, contribuindo para um menor número de cruzamentos com as frequências naturais do sistema e suas ressonâncias secundárias.

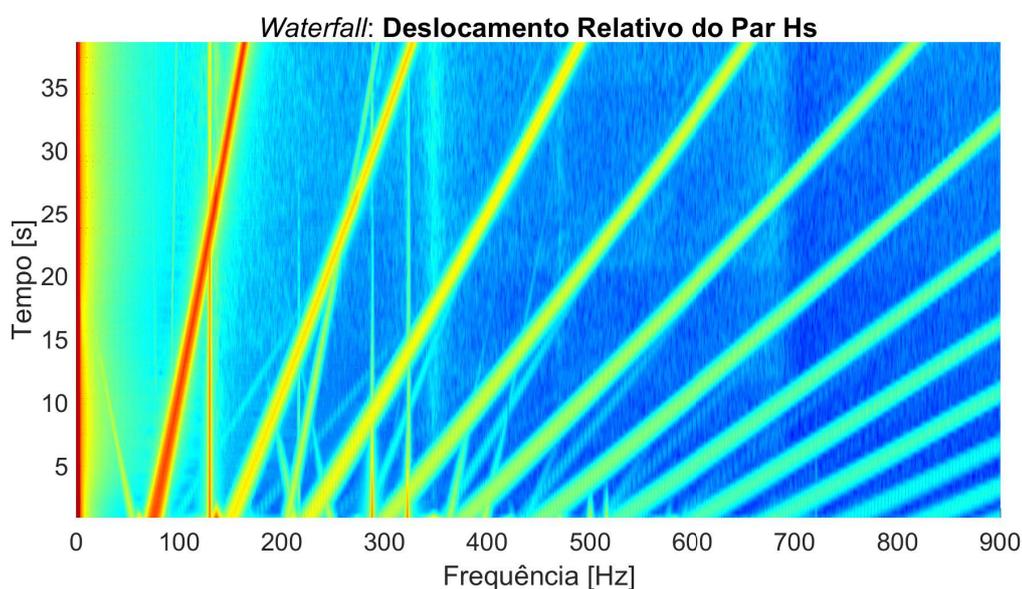


Figura 44 – *Waterfall* do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 no 2º caso de rigidez variável.

O mapa de ordens da Figura 45, que utiliza a frequência de engrenamento da engrenagem E_3 como sinal de referência, destaca a predominância das primeiras ordens de engrenamento na excitação dos modos de vibrar do sistema.

Como no caso anterior, foi computado até 400 Hz o diagrama em cascata do deslocamento relativo entre as engrenagens do par engrenado H_S para que se pudesse identificar, com mais clareza, a existência das ressonâncias secundárias. Este resultado está mostrado na Figura 46. Nota-se o cruzamento da primeira ordem do engrenamento - a mais relevante em intensidade - com o modo de frequência igual a 129 Hz, ocorrendo por volta de 23 segundos, ao mesmo tempo em que a ressonância secundária relativa a este mesmo modo é interceptada pela segunda ordem da rigidez variante. Pouco depois, há um novo cruzamento da primeira ordem do engrenamento com o modo de 135,5 Hz em torno dos 26 segundos.

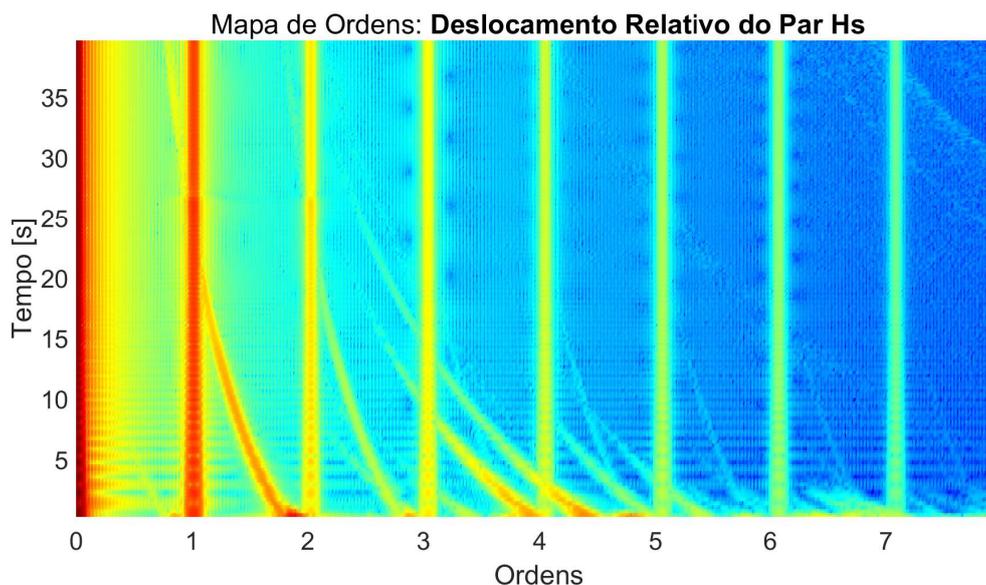


Figura 45 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 no 2º caso de rigidez variável.

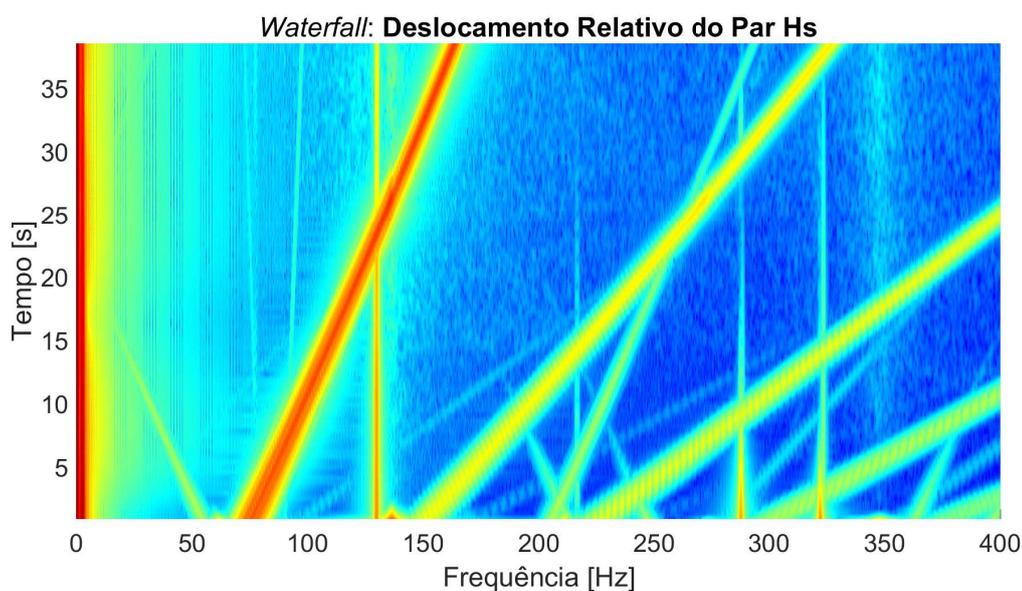


Figura 46 – *Waterfall* até 400 Hz do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 no 2º caso de rigidez variável.

Os gráficos das Figuras 45 e 46, obtidos processando-se a resposta temporal do deslocamento relativo de H_S , não demonstram claramente um aumento do nível de vibração do sistema nos instantes de tempo citados no parágrafo anterior. Este efeito se torna mais evidente a partir da análise das acelerações da engrenagem E_3 .

A Figura 47 ilustra a resposta temporal da aceleração vertical da engrenagem motora do par H_S , enquanto que a Figura 48 mostra o respectivo diagrama em cascata. Fica, pois,

claro a partir do gráfico da Figura 47, o vertiginoso crescimento da amplitude da aceleração no instante de tempo de 26 segundos. Além disso, o *waterfall* da Figura 48 revela que a amplificação em torno do instante investigado é proveniente do cruzamento da ordem fundamental do engrenamento com os modos vibratórios de frequências de 129 Hz e 135,5 Hz, principalmente.

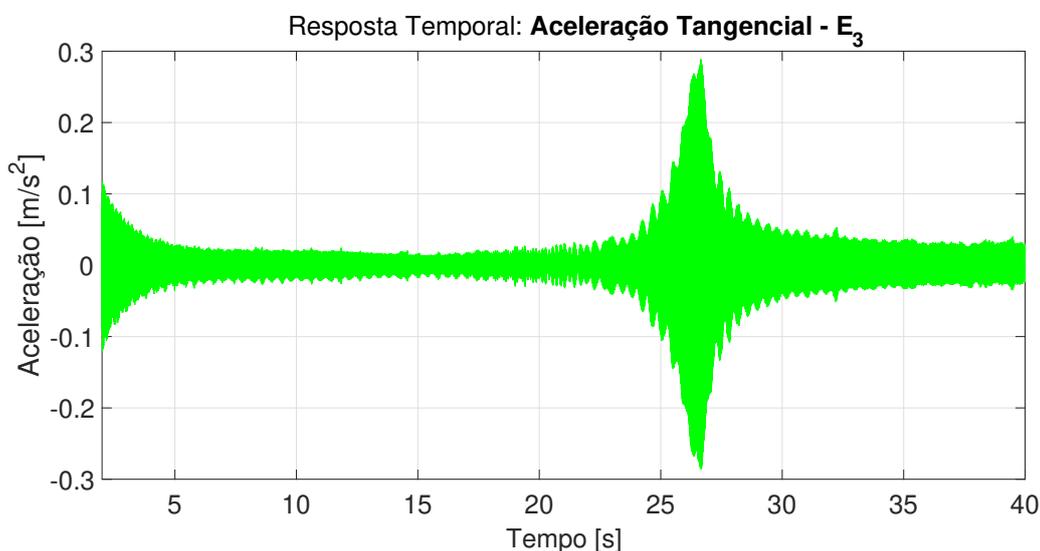


Figura 47 – Aceleração tangencial da engrenagem E_3 quando o par H_5 possui rigidez variável.

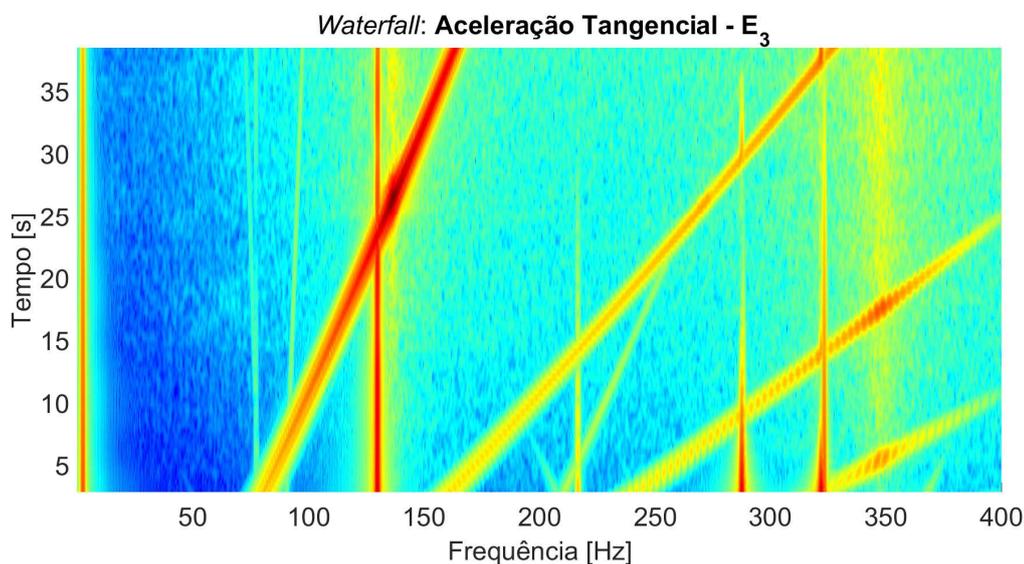


Figura 48 – *Waterfall* até 400 Hz da aceleração da engrenagem E_3 no 2º caso de rigidez variável.

Uma vez que o engrenamento helicoidal acopla o movimento em todas as direções - axial, lateral e torcional -, não seria inesperado que os níveis de aceleração também apresentassem uma amplificação nas demais direções neste mesmo instante. As Figuras 49 e 50, que ilustram a resposta temporal da aceleração angular da engrenagem H_3 e o seu respectivo diagrama em cascata, respectivamente, evidenciam que este fato realmente ocorre.

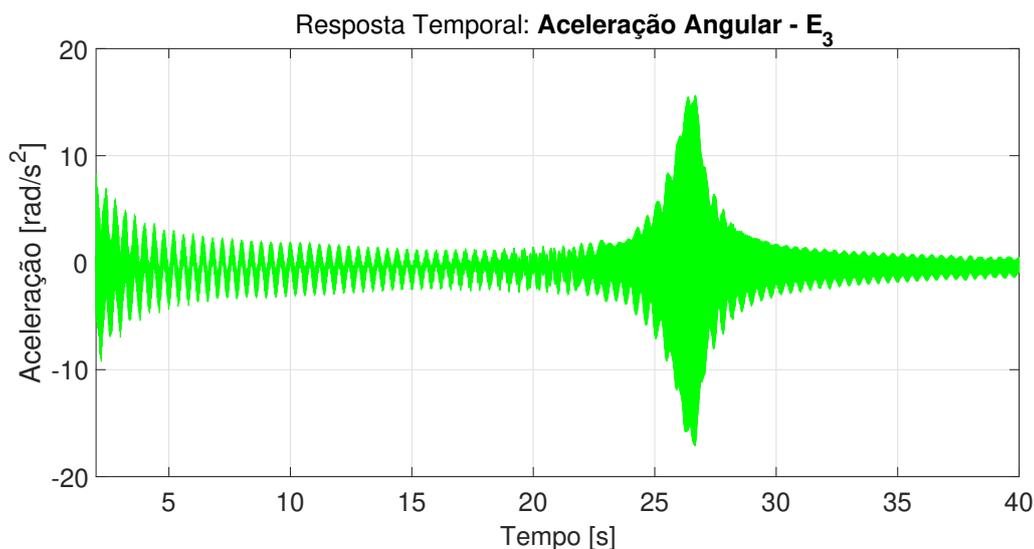


Figura 49 – Aceleração angular da engrenagem E₃ quando o par H_S possui rigidez variável.

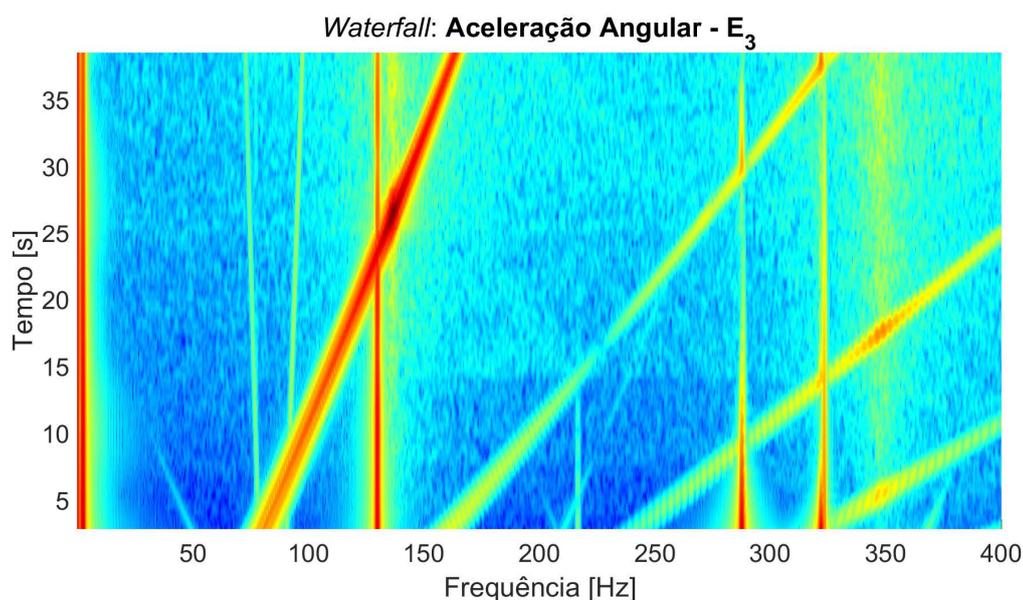


Figura 50 – *Waterfall* até 400 Hz da aceleração angular da engrenagem E₃ no 2º caso de rigidez variável.

De forma similar ao que foi feito no 1º caso, investiga-se agora como a vibração provocada pelo engrenamento helicoidal no segundo par engrenado se propaga pelo trem de potência e se reflete no deslocamento relativo entre as engrenagens E₁ e E₂, cujo engrenamento possui rigidez constante. Para tanto, analisam-se o diagrama em cascata e o mapa de ordens do deslocamento relativo das engrenagens do primeiro engrenamento, H_P, ilustrados nas Figuras e , respectivamente. Nota-se que, em termos gerais, as forças internas geradas no engrenamento H_S excitam de forma muito branda as vibrações no primeiro engrenamento. Além disso, fica claro, observando-se estes gráficos, que a primeira ordem do engrenamento H_S é a componente de maior intensidade.

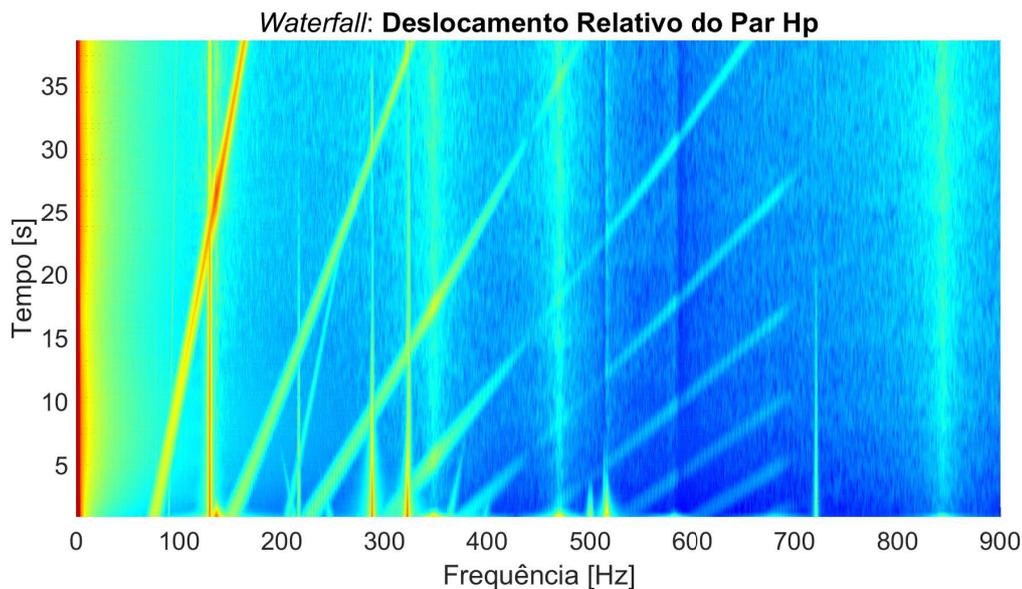


Figura 51 – *Waterfall* do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 2º caso de rigidez variável.

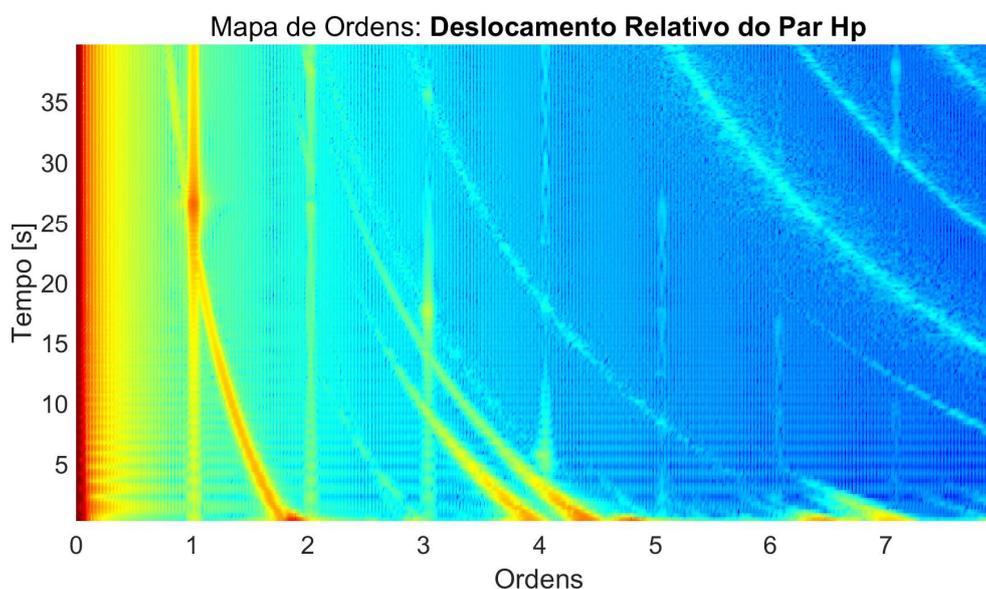


Figura 52 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 2º caso de rigidez variável.

Vale ressaltar que o pico de amplitude observado em torno dos 26 segundos também se reflete na resposta da engrenagem E_1 , conforme pode ser constatado na Figura 53 referente à aceleração tangencial da mesma. Vê-se, pela curva em verde, que o efeito da rigidez variante no par H_5 propagado pela estrutura promove um crescimento da aceleração em E_1 da mesma magnitude de algumas excitações existentes quando a rigidez é variante no primeiro par, representada em azul. Entretanto, há de se levar em conta que tal excitação decorre da frequência

fundamental do engrenamento, que é a de maior intensidade. Em termos globais, tem-se que essa influencia é muito menor do que quando a excitação ocorre no próprio engrenamento, como foi destacado.

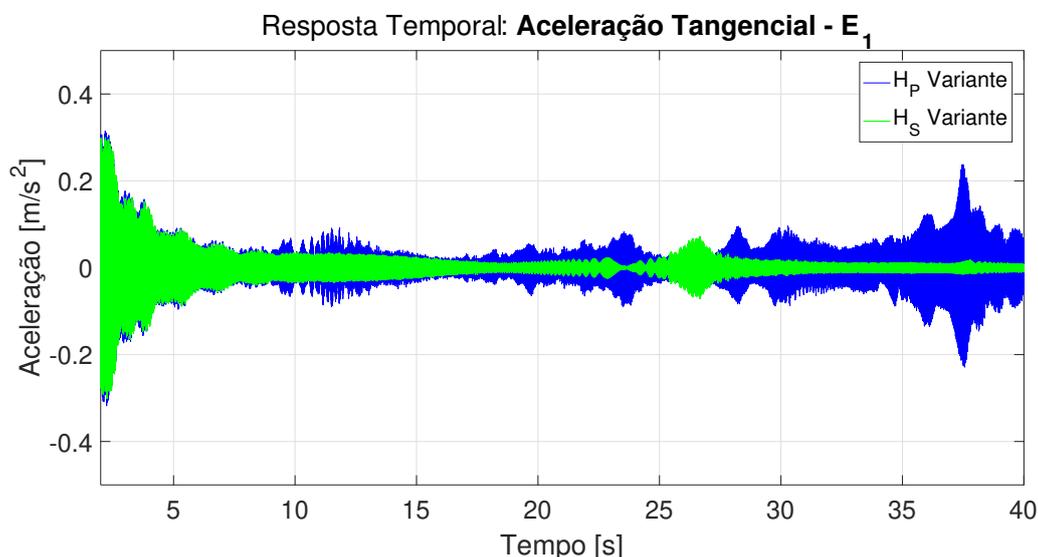


Figura 53 – Comparação entre as acelerações tangenciais da engrenagem E_1 nos dois primeiros casos de rigidez variável.

5.6.4 Engrenamentos H_P e H_S com Rigidezes Variantes

Neste terceiro e último caso, tanto o par de engrenagens H_P quanto o par H_S possuem rigidezes variantes com a progressão do engrenamento. Os resultados obtidos demonstram uma densidade muito maior de ordens excitadoras capazes de fazer com que o sistema entre em condição de ressonância - caso o rotor estabilize sua rotação ou, ao menos, passe por diversas velocidade críticas - durante a variação de rotação do rotor da turbina. Esta possibilidade de aumento expressivo da vibração da máquina em regimes de operação específicos se torna ainda mais crítica quando se constata que as ressonâncias secundárias também podem ser excitadas, podendo acarretar em um aumento ainda mais expressivo das amplitudes de vibração do sistema.

A integração numérica foi feita com o rotor partindo da velocidade de 10 rpm e, ao final de 40 segundos, sua rotação atingiu 22,7 rpm. Nas Figuras 54 e 55, são exibidos, respectivamente, o diagrama em cascata do deslocamento relativo entre E_1 e E_2 e seu mapa de ordens, em que o sinal de referência utilizado foi a rotação da primeira engrenagem vezes seu número de dentes.

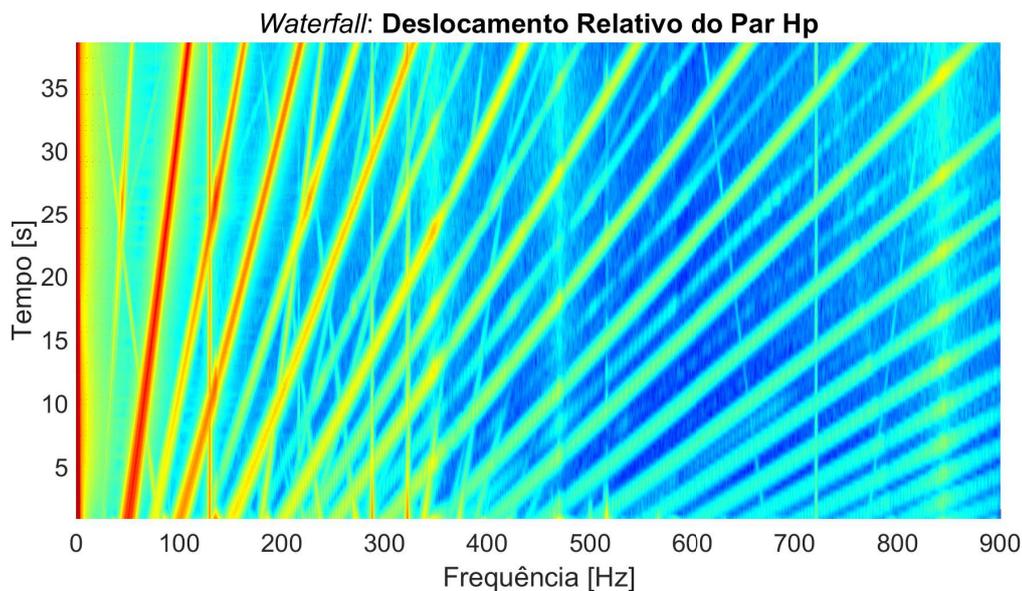


Figura 54 – *Waterfall* do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 3º caso de rigidez variável.

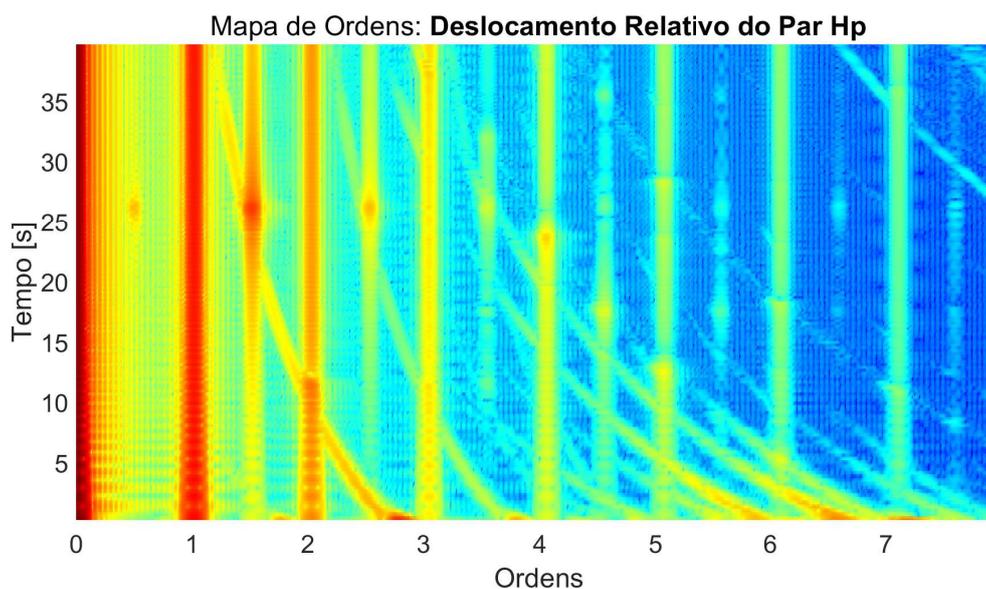


Figura 55 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 3º caso de rigidez variável.

O diagrama em cascata da Figura 54 revela a enorme quantidade de ordens que surgem no sinal de vibração quando os dois pares engrenados possuem rigidezes variáveis. Em alguns sistemas engrenados pode ocorrer de uma determinada ordem de um par engrenado coincidir com uma ordem de outro par engrenado. Esta situação é certamente indesejada, uma vez que esta sobreposição pode intensificar a energia contida nesta ordem. No presente caso, a terceira ordem associada ao par engrenado H_P é muito próxima da segunda ordem do par H_S , conforme verificado pelo Diagrama de Campbell na Figura 30.

A Figura 56 ilustra a resposta temporal total do deslocamento relativo entre as engrenagens do par engrenado H_P . Nota-se que a resposta ainda apresenta uma parcela da vibração livre, excitada pela aplicação repentina do torque externo (função degrau), somada à resposta forçada do sistema. Esta última parcela da resposta total é a responsável pelo aumento da amplitude de vibração observado em torno de 26 segundos, que é provocado pela coincidência da frequência de uma das ordens do engrenamento e uma das frequências naturais do sistema.

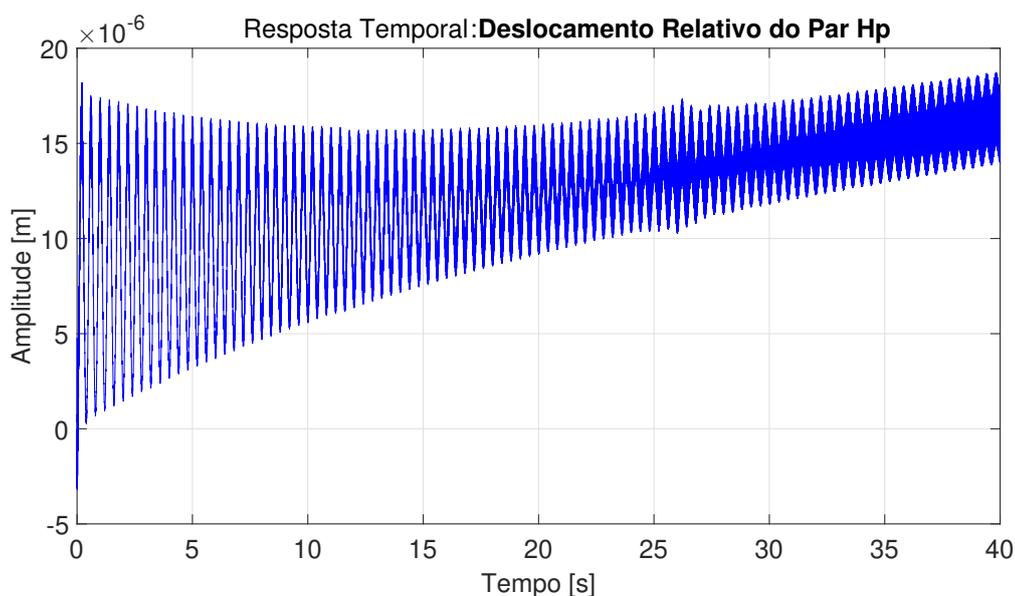


Figura 56 – Resposta temporal do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 3º caso de rigidez variável.

As Figuras 57 e 58 mostram o *waterfall* e o mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 . Destaca-se que este mapa utilizou a frequência de engrenamento da engrenagem E_3 como referência para o cômputo das ordens.

Anteriormente foi comentado que, no presente caso, a terceira ordem associada ao par H_P é bastante próxima da segunda ordem do par H_S . A comparação dos mapas mostrados nas Figuras 55 e 58 torna clara esta afirmação. Nota-se, pela Figura 55, que a frequência natural do sistema excitada pela aplicação do torque externo no instante inicial - e que vai decrescendo no mapa de ordens conforme o tempo avança uma vez que a máquina está acelerando - fica bem próxima à terceira ordem da força de engrenamento quando o mapa utiliza, como referência, a frequência de engrenamento do par H_P (situação mostrada na Figura 55). Por outro lado, quando o cômputo do mapa é feito baseado na frequência de engrenamento da engrenagem E_3 , como ocorre no caso ilustrado na Figura 58, esta mesma frequência natural aparece próxima à segunda ordem da força de engrenamento. A comprovação de que em ambos os mapas a frequência natural citada é a mesma é dada pela comparação dos diagramas em cascata mostrados nas Figuras 54 e 57.

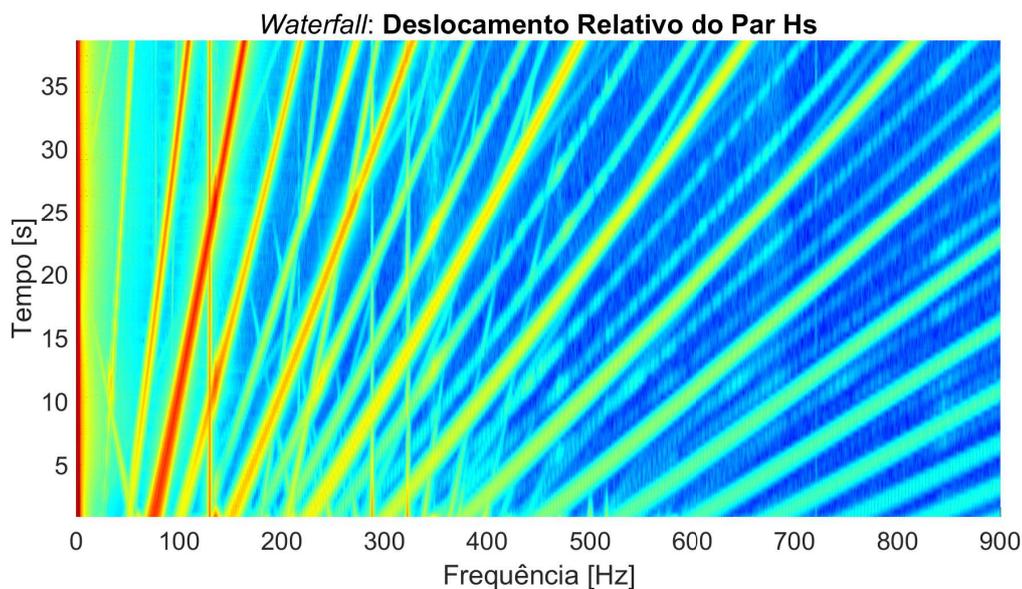


Figura 57 – *Waterfall* do deslocamento relativo entre as engrenagens E₃ e E₄ no 3º caso de rigidez variável.

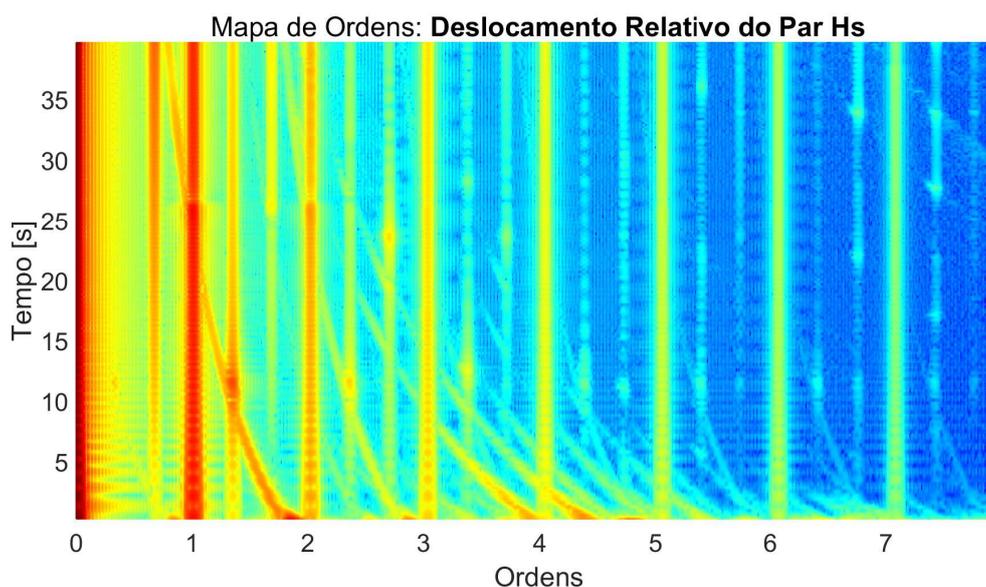


Figura 58 – Mapa de ordens do deslocamento relativo entre as engrenagens E₃ e E₄ no 3º caso de rigidez variável.

A resposta temporal do deslocamento relativo referente ao par engrenado H₅ é exibido na Figura 59. Novamente, há um aumento claro de sua amplitude logo após os 25 segundos. Além disso, comparando este resultado com o mesmo sinal temporal obtido no segundo caso (presença de rigidez variável somente no engrenamento H₅) e mostrado na Figura 44, nota-se que amplitude de pico a pico, nesta região, assume valores bem mais elevados neste 3º caso de rigidez variável.

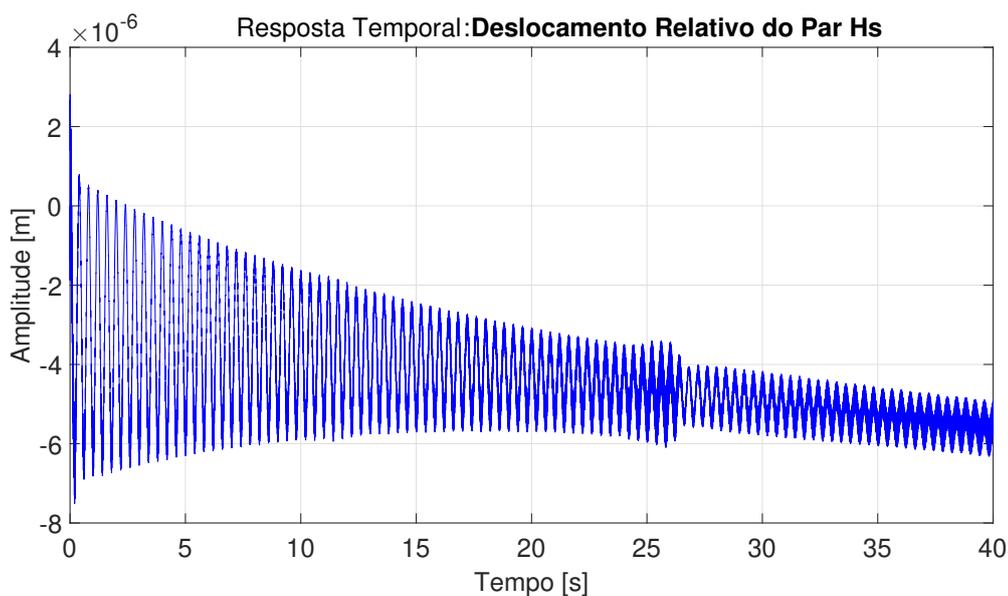


Figura 59 – Resposta temporal do deslocamento relativo entre as engrenagens E_3 e E_4 no 3º caso de rigidez variável.

As Figuras 60 e 61 apresentam uma comparação das acelerações da engrenagem E_1 para todos os casos analisados. É possível notar, em ambas as figuras, que o perfil da aceleração não é determinado simplesmente pela somatória dos valores instantâneos que ocorrem em cada caso. O que se tem, na realidade, no 3º caso (curva em amarelo), são amplitudes de vibração que são maiores que a simples soma das amplitudes obtidas nos dois casos anteriores!

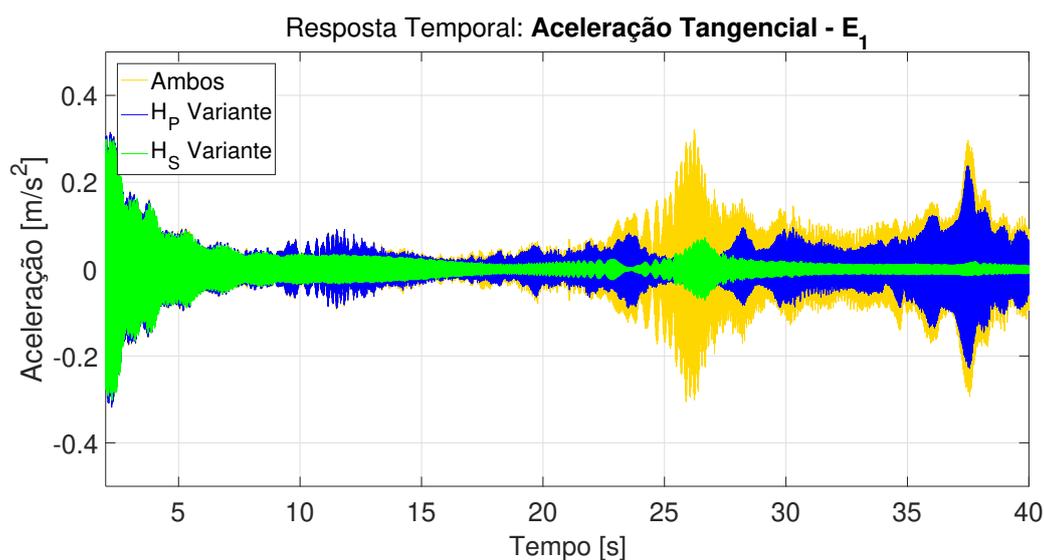


Figura 60 – Comparação entre as acelerações tangenciais da engrenagem E_1 nos três casos de rigidez variável.

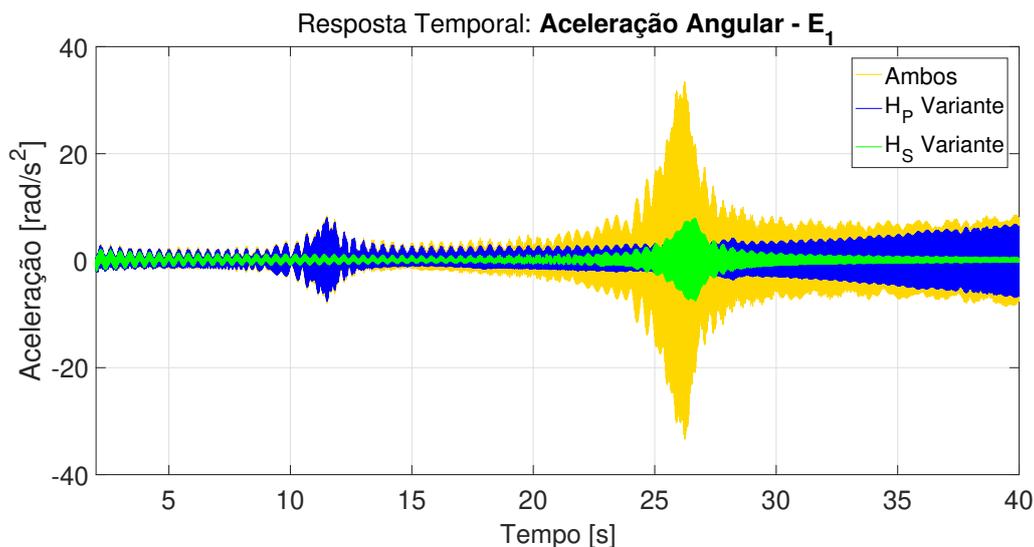


Figura 61 – Comparação entre as acelerações angulares da engrenagem E_1 nos três casos de rigidez variável.

É possível compreender a razão de tais aumentos observados nas amplitudes dos sinais a partir de uma investigação mais apurada do *waterfall* do deslocamento relativo de H_P , mostrado na Figura 62.

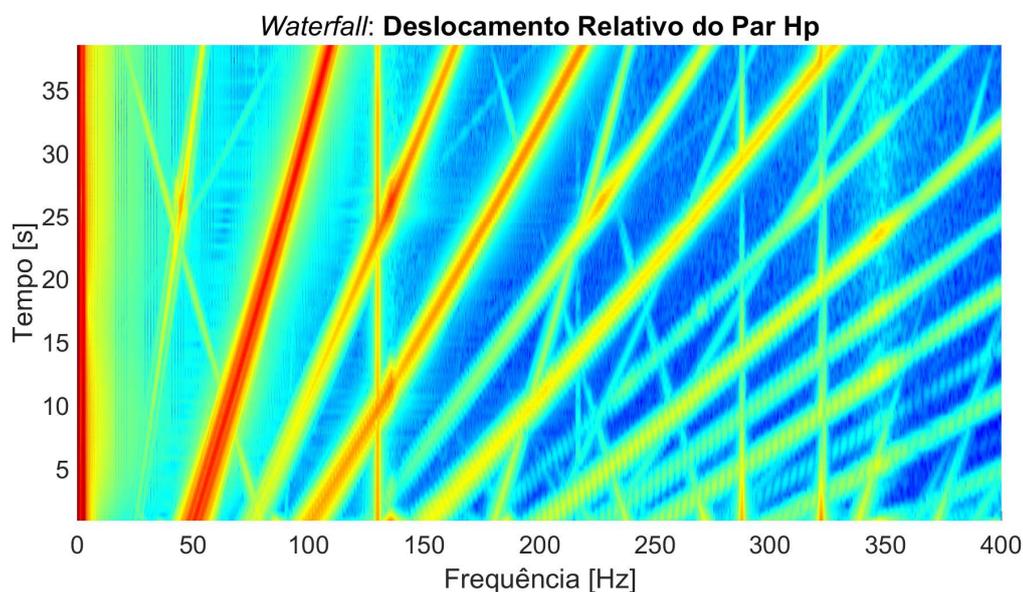


Figura 62 – *Waterfall* do deslocamento relativo entre as engrenagens E_1 e E_2 no 3º caso de rigidez variável.

Tem-se, desta vez, que as ressonâncias secundárias são mais numerosas, já que são oriundas das excitações de ambos os pares de engrenagens. Além disso, verifica-se a presença de curvas de excitação que são inexistentes quando o sistema possui somente um dos dois pares com rigidez variante. A primeira curva crescente, por exemplo, que se inicia em torno de 25

Hz, é originada a partir das ordens fundamentais das excitações de H_P e H_S , de modo que sua frequência é sempre a diferença entre as frequências das mesmas. Neste sentido, as novas curvas de excitação se tornarão mais acentuadas se aquelas que as geraram também se intensificarem mediante uma excitação, como se vê na primeira curva crescente para a frequência de 45 Hz em 26 segundos.

Em torno do mesmo instante de tempo, além da já mencionada excitação em 135,5 Hz, uma outra excitação é observada em 226 Hz. Quanto a esta última, vale a observação de que a curva crescente em que a mesma ocorre (com seu início em torno de 125 Hz) é também originada pela interação entre as excitações dos dois pares engrenados. Fato análogo ocorre em 317 Hz. Ou seja, juntamente com as ressonâncias secundárias, estas novas curvas de excitação são fontes relevantes de sollicitação dinâmica do sistema, as quais combinadas com as excitações dos pares engrenados resultam no aumento de amplitude observado em torno dos 26 segundos nas Figuras 60 e 61.

As acelerações da engrenagem E_3 , para todos os caso estudados, são apresentadas nas Figuras 63 e 64. Uma análise similar àquela realizada para engrenagem E_1 pode ser empregada para justificar o aumento da amplitude de vibração observado no 3º caso em comparação com os níveis obtidos nos dois primeiros casos. O *waterfall* da aceleração angular da engrenagem E_3 é exibido na Figura 65, onde novamente são verificadas as excitações em 135,5 Hz, 226 Hz e 317 Hz.

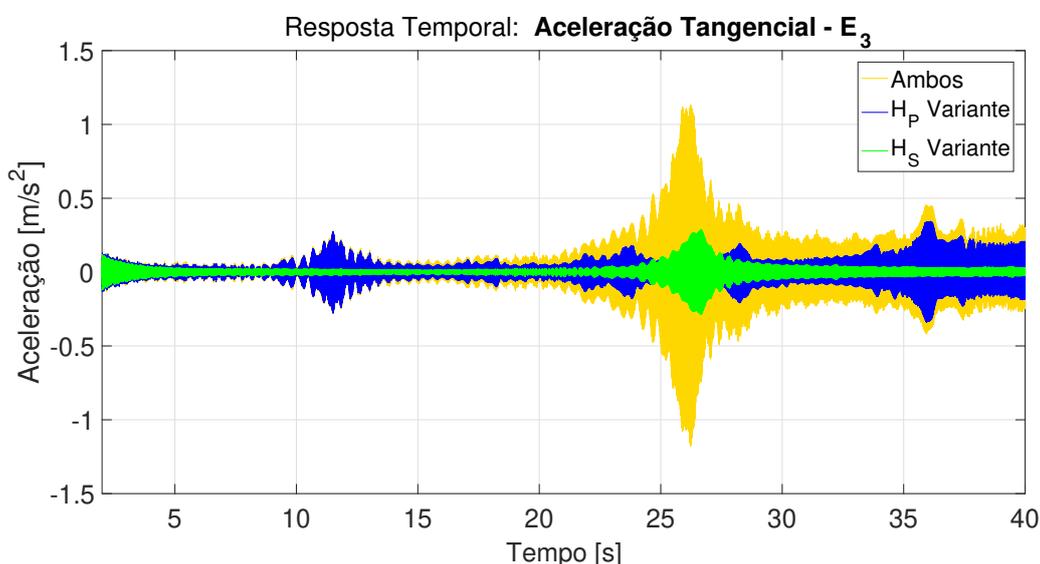


Figura 63 – Comparação entre as acelerações tangenciais da engrenagem E_3 nos três casos de rigidez variável.

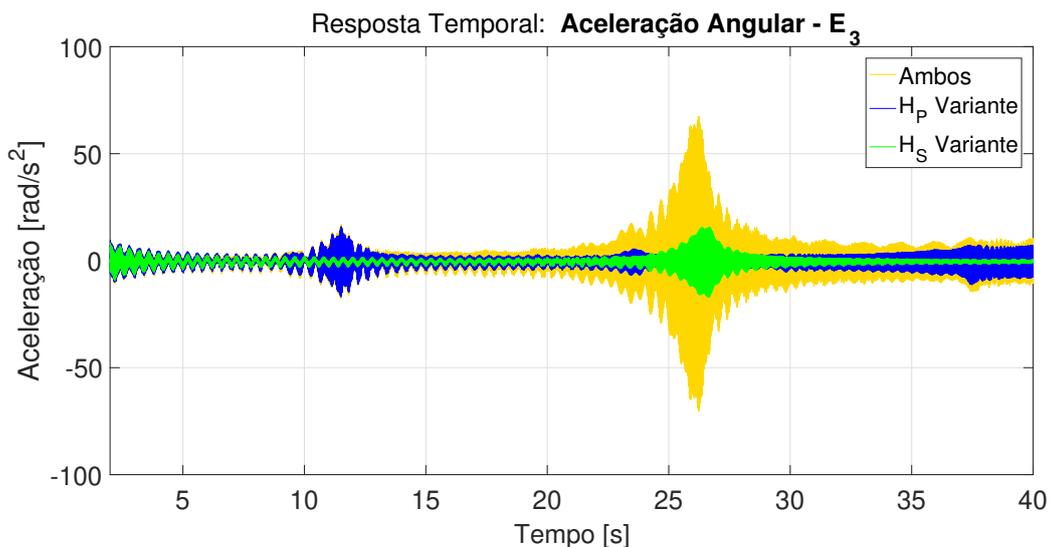


Figura 64 – Comparação entre as acelerações angulares da engrenagem E_3 nos três casos de rigidez variável.

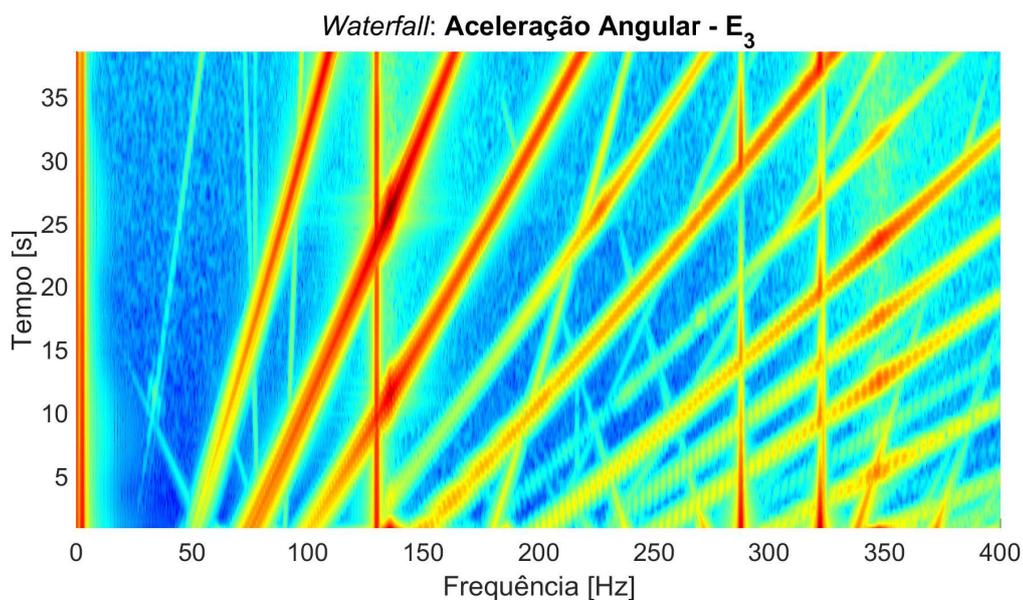


Figura 65 – *Waterfall* até 400 Hz da aceleração angular da engrenagem E_3 no 3º caso de rigidez variável.

Nota-se, mais uma vez, a relevância das solicitações dinâmicas que surgem a partir das harmônicas do engrenamento, ou da interação entre as mesmas, em conjunto com as ressonâncias secundárias. Conclui-se, portanto, que os efeitos da flutuação da rigidez podem ser causa de aumentos na amplitude da aceleração de um componente, principalmente se houver mais de um elemento com rigidez variante no sistema.

6 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os aerogeradores são máquinas rotativas cuja turbina opera em baixa rotação, mas devido às relações de transmissão das engrenagens de cada estágio, os componentes da caixa multiplicadora podem alcançar velocidades angulares significativamente mais altas (cerca de 34 vezes, por exemplo, para o aerogerador deste trabalho). Para um par de engrenagens, foi visto que a rigidez de engrenamento é variável ao longo do contato entre os dentes e que este fenômeno se reflete na resposta temporal dos componentes. A flutuação da rigidez possui característica de excitação interna e, a depender da rotação das engrenagens, podem haver solicitações dinâmicas em uma ou mais frequências dos modos de vibrar do sistema.

As harmônicas provenientes do contato entre os dentes no engrenamento foram primeiramente verificadas nos diagramas em cascata do deslocamento relativo de H_A , no Capítulo 4. Foi constatado um aumento na amplitude deste sinal quando a frequência de engrenamento possuía a mesma frequência de um modo vibratório com deslocamento relativo entre o par engrenado. A análise da aceleração da engrenagem E_A ratificou a influência da excitação interna na amplitude de sua resposta.

Ainda explorando os fenômenos decorrentes da rigidez variante, verificou-se nos *waterfalls* a presença das ressonâncias secundárias em torno das frequências naturais. Quanto mais predominante era a contribuição do modo na resposta do sistema, maior era a intensidade de sua respectiva ressonância secundária. Por outro lado, atestou-se para as frequências de engrenamento do par H_A , que caso a frequência de sua primeira harmônica fosse alta o suficiente, notava-se a manifestação das ressonâncias secundárias também com frequências menores que a do próprio engrenamento.

Para analisar o comportamento do aerogerador, foram estudados três casos de rigidez variante com o tempo. No primeiro caso, com o par H_P possuindo rigidez variável, notou-se que as três primeiras harmônicas (as mais intensas) do engrenamento abrangiam a faixa de 49 Hz a 334 Hz, o que encerra 13 modos vibratórios do sistema. Neste contexto, foram atestadas numerosas excitações tanto em modos de vibrar quanto nas próprias ressonâncias secundárias. Assim, os gráficos de aceleração tangencial e de aceleração angular da engrenagem E_1 evidenciaram tais excitações ao longo do tempo e os picos de amplitude observados foram explicados com base nos respectivos *waterfalls*.

No segundo caso estudado, a rigidez passou a ser variante no par engrenado H_S , ao passo que o primeiro par teve sua rigidez mantida constante. Desta vez, a análise da faixa de atuação das três primeiras harmônicas compreendeu as frequências de 73,5 Hz a cerca de 500 Hz, abrangendo 17 modos de vibrar. O deslocamento relativo de H_S apresentou um ligeiro aumento de amplitude em sua resposta temporal, que foi acompanhado por picos no mesmo instante

de tempo nos sinais das acelerações vertical e angular da engrenagem E_3 . Identificou-se como causa deste fenômeno as excitações provenientes da primeira harmônica do engrenamento.

Quando a rigidez era variável em somente um dos pares engrenados, a investigação do comportamento do par que possuía rigidez constante revelava que as harmônicas do engrenamento se propagam na estrutura e, ainda que possuindo intensidade atenuadas, eram capazes de excitar as engrenagens do outro par. Foi observado no caso da rigidez variante em H_S , que a excitação provocada pela primeira harmônica do engrenamento promoveu um aumento de amplitude na engrenagem E_1 da mesma ordem de grandeza de algumas excitações que ocorreram nesta engrenagem no caso de rigidez variável em H_P .

Já no terceiro e último caso, ambos os pares engrenados, H_P e H_S , possuíam rigidez variante com o tempo. Os fenômenos originados da variação simultânea da rigidez dos dois pares se mostraram tão relevantes que as amplitudes da resposta do sistema foram significativamente maiores neste caso. Com efeito, notou-se para as engrenagens E_1 e E_3 que o perfil de suas acelerações não era determinado simplesmente pela somatória dos valores instantâneos que ocorrem em cada caso particularmente, mas que as amplitudes obtidas superavam esse montante.

A ocorrência de novas excitações foi favorecida no terceiro caso devido ao maior número de ressonâncias secundárias, que ora provinham da flutuação da rigidez de ambos os pares engrenados. Além disso, foram observadas mais curvas de excitação do que somente aquelas devidas a cada par individualmente. Verificou-se um aumento não só dos valores de aceleração das engrenagens, mas também do deslocamento relativo entre as mesmas.

Concluiu-se que a depender da rotação em que o aerogerador se encontra, as frequências de engrenamento devidas ao contato entre os dentes das engrenagens helicoidais podem coincidir com uma ou mais frequências naturais do sistema e excitar seus respectivos modos vibratórios. O projeto dos componentes da caixa de engrenagens será mais adequado se levar em conta os efeitos decorrentes da rigidez variante nos pares engrenados. Assim, com um melhor dimensionamento dos componentes, o risco de falha e o *downtime* diminuem, permitindo à máquina operar por mais tempo com um menor custo de manutenção.

6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

A primeira das sugestões para trabalhos posteriores é a implementação das equações de movimento dos componentes do planetário no modelo de elementos finitos. Neste contexto, considerar os efeitos de rigidezes variantes entre as diversas engrenagens desse subsistema pode elucidar mais os fenômenos de excitação interna inerentes ao trem de potência de um aerogerador em operação.

O aerogerador é também sujeito a excitações externas relevantes, tais como o *tower shadow*, curto-circuito no gerador, as rajadas de vento ou mesmo o desbalanceamento numa pá.

Comparar a relevância deles frente às excitações internas dos engrenamentos pode lançar luz sobre a escala de gravidade que cada tipo de sollicitação traz à máquina.

Outra continuidade deste trabalho seria expandir o modelo aqui apresentado de cinco para seis graus de liberdade por nó. Pode-se com isto mensurar a importância do fenômeno de deslocamento axial que há entre os pares de engrenagens helicoidais.

Quanto aos fenômenos de rigidez variável, aprofundar a análise de sistemas em que mais de um elemento possui este tipo de característica. Poderiam ser investigados os efeitos que se originam da interação entre as rigidezes variantes de cada elemento.

Uma proposta que contribui para que o estudo da dinâmica de aerogeradores seja mais acessível, é aprimorar os parâmetros do sistema (posicionamento e amortecimento dos mancais, geometria dos eixos etc) a partir de dados de projeto. Em grande parte dos trabalhos os parâmetros são omitidos, mas a acessibilidade do conhecimento facilita e acelera o desenvolvimento tecnológico.

REFERÊNCIAS

- ABEEÓLICA. **Boletim Anual de Geração Eólica - 2016**, 2017. Disponível em: <<http://www.abeeolica.org.br>>. Acesso em: 19 jul. 2017.
- ANEEL. **Atlas de Energia Elétrica do Brasil**. 2. ed. Brasília: Agência Nacional de Energia Elétrica, 2005.
- ANEEL. **Banco de Informações de Geração**, 2017. Disponível em: <<http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/capacidadebrasil/capacidadebrasil.cfm>>. Acesso em: 19 jul. 2017.
- BIN, W. *et al.* **Power Conversion and Control of Wind Energy Systems**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2011.
- BRANCATI, R.; ROCCA, E.; RUSSO, R. An Analysis of the Automotive Driveline Dynamic Behaviour Focusing on the Influence of the Oil Squeeze Effect on the Idle Rattle Phenomenon. **Journal of Sound and Vibration**, v. 303, p. 858–872, jun., 2007.
- BUNCHAFT, G.; KELLNER, S. R. d. O. **Estatística Sem Mistérios**. Petrópolis: Vozes, 1999. v. 2.
- CAI. Simulation on the Rotational Vibration of Helical Gears in Consideration of the Tooth Separation Phenomenon (A New Stiffness Function of Helical Involute Tooth Pair). **Journal of Mechanical Design**, v. 117, p. 460–469, set., 1995.
- CHANGENET, C.; VELEX, P. A Model for the Prediction of Churning Losses in Geared Transmissions - Preliminary Results. **Journal of Mechanical Design**, v. 129, p. 128–133, ago., 2006.
- DIAB, Y. *et al.* Windage Losses in High Speed Gears: Preliminary Experimental and Theoretical Results. **ASME 2003 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference**, v. 4, p. 941–947, set., 2003.
- GREENHILL, L. M.; BICKFORD, W. B.; NELSON, H. D. A Conical Beam Finite Element for Rotor Dynamics Analysis. **The Dynamics of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design**, v. 107, p. 421–430, out., 1985.
- GWEC. **Global Wind Report**, 2017. Disponível em: <www.gwec.net>. Acesso em: 19 jul. 2017.
- HE, S.; GUNDA, R.; SINGH, R. Effect of Sliding Friction on the Dynamics of Spur Gear Pair With Realistic Time-Varying Stiffness. **Journal of Sound and Vibration**, v. 301, p. 927–949, 2007.
- HELSEN, J. *et al.* Assessment of Excitation Mechanisms and Structural Flexibility Influence in Excitation Propagation in Multi-megawatt Wind Turbine Gearboxes: Experiments and Flexible Multibody Model Optimization. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 40, p. 114–135, 2013.

- HELSEN, J. *et al.* Insights in Wind Turbine Drive Train Dynamics Gathered by Validating Advanced Models on a Newly Developed 13.2 MW Dynamically Controlled Test-rig. **Mechatronics**, v. 21, p. 737–752, 2011.
- HELSEN, J. *et al.* Multibody Modelling of Varying Complexity for Modal Behaviour Analysis of Wind Turbine Gearboxes. **Renewable Energy**, p. 3098–3113, 2011.
- HUGHES, T. J. R. **The Finite Element Method - Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1987.
- HUNT, K. H.; CROSSLEY, F. R. E. Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibroimpact. **Journal of Applied Mechanics**, p. 440–445, jun., 1975.
- KUBUR, M. *et al.* Dynamic Analysis of a Multi-Shaft Helical Gear Transmission by Finite Elements: Model and Experiment. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 126, p. 398–406, jul., 2004.
- MAITRA, G. M. **Handbook of Gear Design**. 2. ed. Nova Deli: McGraw-Hill, 1994.
- MEIROVITCH, L. **Principles and Techniques of Vibrations**. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1997.
- MIYASATO, H. H. **Simulação do Fenômeno de Gear Rattle em Modelos de Trem de Potência Automotivos**, 2011. 127 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- NELSON, H. D. A Finite Rotating Shaft Element Using Timoshenko Beam Theory. **Journal of Mechanical Design**, v. 102, p. 793–803, out., 1980.
- NEWMARK, N. M. A Method of Computation for Structural Dynamics. **Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE**, v. 85, p. 67–94, 1959.
- PEETERS, J. **Simulation of Dynamic Drive Train Loads in a Wind Turbine**, 2006. 280 f. Tese (Doutorado em Ciências) - Universidade Católica de Lovaina, Lovaina.
- PEETERS, J.; VANDEPITTE, D.; SAS, P. Flexible Multibody Model of a Three-stage Planetary Gear-box in a Wind Turbine. **ISMA, International Conference on Noise and Vibration Engineering**, p. 3923–3942, 2004.
- PINTO, M. **Fundamentos de Energia Eólica**. Rio de Janeiro: LTC, 2013.
- RADZEVICH, S. P. **Theory of Gearing: Kinematics, Geometry, and Synthesis**. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2013.
- RAO, J. S.; SHIAU, T. N.; CHANG, J. R. Theoretical Analysis of Lateral Response Due to Torsional Excitation of Geared Rotors. **Mechanism and Machine Theory**, v. 33, n. 6, p. 761–783, 1998.
- RAO, S. S. **Mechanical Vibrations**. 4. ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2004.
- SHENG, S. NREL. Wind Turbine Drivetrain Condition Monitoring - An Overview. **ASME Turbo Expo**, 2013.

SHI, W. *et al.* Dynamic Modeling and Analysis of a Wind Turbine Drivetrain Using the Torsional Dynamic Model. **International Journal of Precision Engineering And Manufacturing**, v. 14, n. 1, p. 153–159, 2013.

SILVA, G. **Estudo do Comportamento Vibratório Torcional do Trem de Potência de um Aerogerador de Eixo Horizontal**, 2015. 111 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

SIMIONATTO, V. G. S. **The Use of Centrifugal Pendulums for Torsional Vibration Control in Automotive Powertrain**, 2015. 227 f. Tese (Doutorado em Ciências) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

SOHN, A. **Estudos de Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência na Presença de Diferentes Modelos de Unidades Eólicas**, 2014. 183 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade de São Paulo, São Carlos.

SRIKANTH, P.; SEKHAR, A. Dynamic Analysis of Wind Turbine Drive Train Subjected to Nonstationary Wind Load Excitation. **Journal of Mechanical Engineering Science**, p. 1–18, 2014.

SRIKANTH, P.; SEKHAR, A. Wind Turbine Drive Train Dynamic Characterization Using Vibration and Torque Signals. **Mechanism and Machine Theory**, v. 98, p. 2–20, 2016.

TODOROV, M.; DOBREV, I.; MASSOUH, F. Analysis of Torsional Oscillation of the Drive Train in Horizontal-Axis Wind Turbine. **ELECTROMOTION**, 2009.

TODOROV, M.; VUKOV, G. Parametric Torsional Vibrations of a Drive Train of a Wind Turbine. **1ère Conférence Franco-Syrienne sur les énergies renouvelables**, p. 24–28, 2010.

TODOROV, M.; VUKOV, G. Modal Properties of Drive Train in Horizontal-Axis Wind Turbine. **Mecahitech**, v. 3, p. 24–27, 2011.

TODOROV, M.; VUKOV, G.; GENOV, J. Parametric Torsional Vibrations of a Drive Train of a Wind Turbine with Faults in Meshing Stiffness. **Efficacité Énergétique – Sources d'énergies Renouvelables – Protection de l'environnement, COFRET**, 2012.

UMEZAWA. Vibration of Power Transmission Helical Gears (Approximate Equation of Tooth Stiffness). **Bulletin of JSME**, v. 29, n. 251, p. 1605–1611, mai., 1986.

VAISHYA, M.; SINGH, R. Strategies for Modeling Friction in Gear Dynamics. **Journal of Mechanical Design**, v. 125, p. 383–393, jun., 2003.

YI, P. *et al.* Dynamic Modeling and Analysis of Load Sharing Characteristics of Wind Turbine Gearbox. **Advances in Mechanical Engineering**, p. 1–16, 2015.

Anexos

ANEXO A – GEOMETRIA DOS ELEMENTOS DE EIXO

A Tabela 13 apresenta as características geométricas de cada elemento de eixo do aerogerador. Referente aos elementos correspondentes ao nós 78-79 e 79-80, são fornecidos os valores de raio interno e externo por representarem um eixo vazado.

Tabela 13 – Geometria dos elementos de eixo do aerogerador.

Nós	Comprimento [mm]	Raio [mm]	Nós	Comprimento [mm]	Raio [mm]
1-2	54,5	175	84-85	64,75	75
2-3	54,5	175	85-86	64,75	75
⋮	⋮	⋮	86-87	39,50	75
64-65	54,5	175	87-88	57,50	75
65-66	9,00	175	88-89	57,50	75
66-67	100,00	175	89-90	100,00	75
67-68	185,00	175	90-91	50,00	60
69-70	50,00	150	91-92	50,00	60
70-71	65,00	85	93-94	50,00	50
71-72	65,00	85	94-95	50,00	50
72-73	50,00	105	95-96	64,75	50
73-74	84,50	105	96-97	64,75	50
74-75	134,50	105	97-98	77,25	80
75-76	57,50	105	98-99	77,25	80
76-77	57,50	105	99-100	100,00	65
77-78	100,00	105	100-101	50,00	50
78-79	50,00	37,5; 85,0	101-102	59,1	50
79-80	50,00	37,5; 85,0	102-103	54,5	50
81-82	50,00	60	103-104	54,5	50
82-83	40,00	60	⋮	⋮	⋮
83-84	10,00	75	121-122	54,5	50

ANEXO B – MODOS VIBRATÓRIOS DO AEROGERADOR

As Figuras 66 a 70 exibem as representações gráficas de modos vibratórios do aerogerador quando o rotor gira a 10 rpm. O tipo de precessão é identificado na legenda.

Modo Nº 5

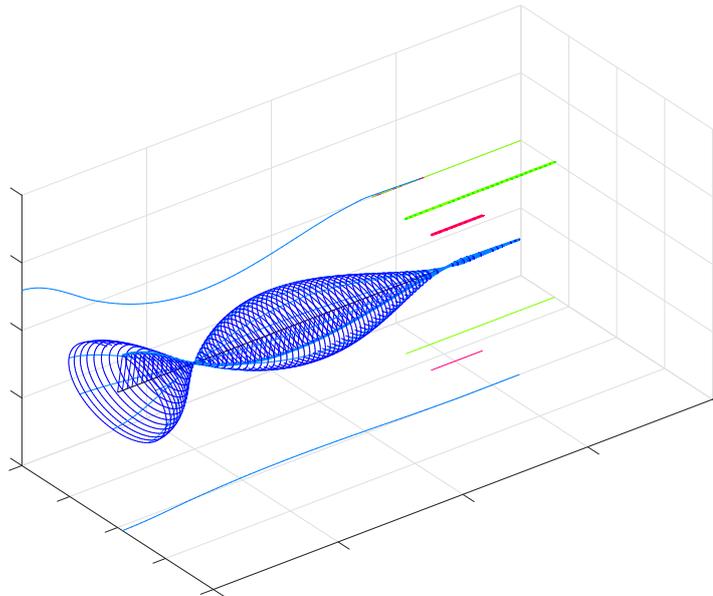


Figura 66 – Quinto modo: precessão direta. $\omega_n = 77,32$ Hz e $\zeta = 0,000$ %.

Modo Nº 6

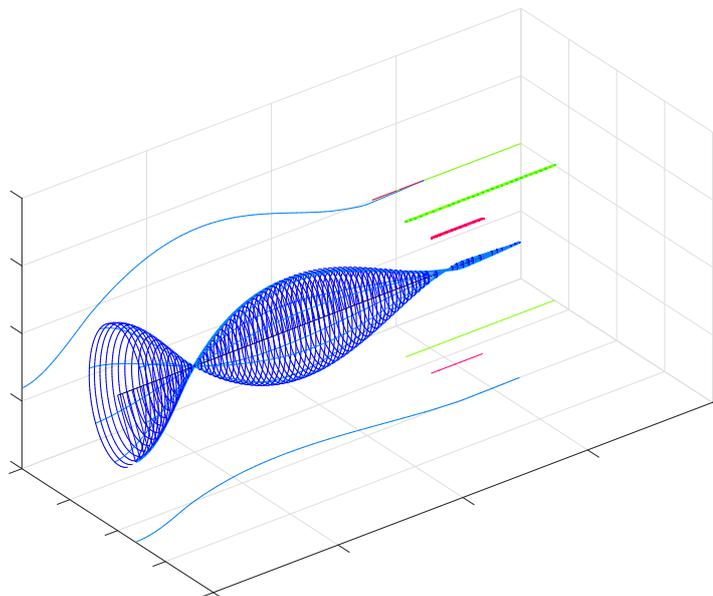


Figura 67 – Sexto modo: precessão retrógrada. $\omega_n = 77,33$ Hz e $\zeta = 0,000$ %.

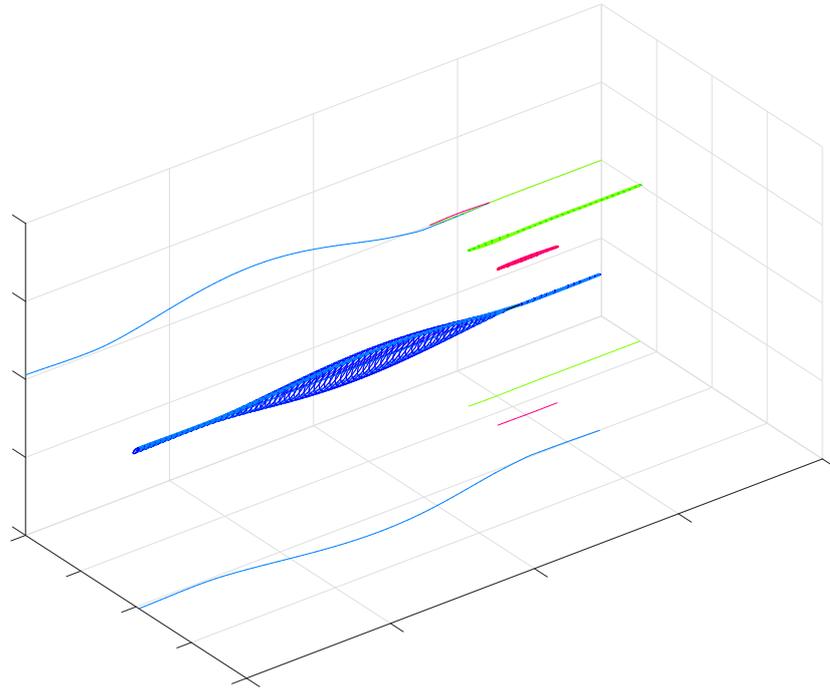
Modo № 9

Figura 68 – Nono modo: precessão direta. $\omega_n = 129,78$ Hz e $\zeta = 0,010$ %.

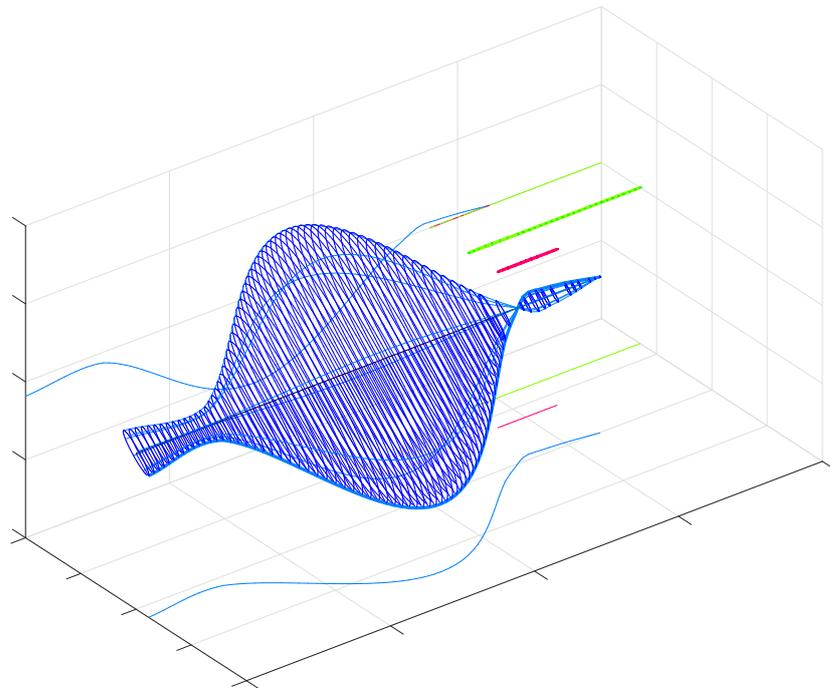
Modo № 10

Figura 69 – Décimo modo: precessão retrógrada. $\omega_n = 129,88$ Hz e $\zeta = 0,002$ %.

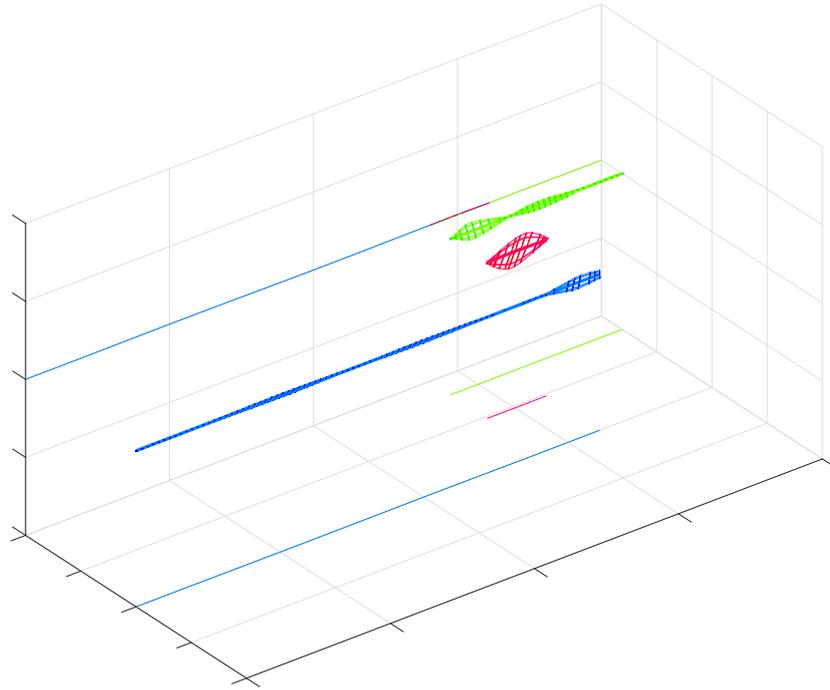
Modo № 18

Figura 70 – Décimo oitavo modo: misto. $\omega_n = 347,59$ Hz e $\zeta = 0,620$ %.