

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Projeto, Modelagem e Testes de um Sistema  
Mecatrônico para Medição de Perfis de Pistas  
objetivando Aplicações na Indústria Automobilística

Autor: Amauri de Souza

Orientador: Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos

61/01

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL D.  
TESE DEFENDIDA POR Amauri de Souza  
..... E APROVADA PEL  
COMISSÃO JULGADORA EM 06.08.2001

Ilmar Ferreira Santos  
ORIENTADOR

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

**Projeto, Modelagem e Testes de um Sistema  
Mecatrônico para Medição de Perfis de Pistas  
objetivando Aplicações na Indústria Automobilística**

Autor: Amauri de Souza

Orientador: Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos

Curso: Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de Mestrado apresentada à comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2001  
S.P. - Brasil

856198000

UNIDADE Be  
Nº CHAMADA T/UNICAMP  
5089p  
V \_\_\_\_\_ EX \_\_\_\_\_  
TOMBO BCI 51575  
PROC 16-837/02  
C \_\_\_\_\_ D Y \_\_\_\_\_  
PREÇO R\$ 11,00  
DATA 15/11/02  
Nº CPD \_\_\_\_\_

CM00176479-7

31B 10 267684

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

So89p Souza, Amauri de  
Projeto, modelagem e testes de um sistema  
mecatrônico para medição de perfis de pistas objetivando  
aplicações na indústria automobilística / Amauri de  
Souza.--Campinas, SP: [s.n.], 2001.

Orientador: Ilmar Ferreira Santos.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Indústria automobilística. 2. Automóveis -  
Dinâmica. 3. Automóveis - Vibração. 4. Impacto. I.  
Santos, Ilmar Ferreira. II. Universidade Estadual de  
Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III.  
Título.

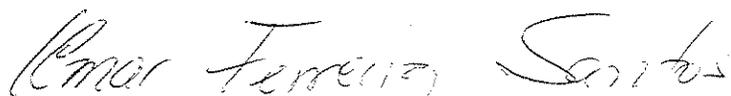
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Projeto, Modelagem e Testes de um Sistema  
Mecatrônico para Medição de Perfis de Pistas  
objetivando Aplicações na Indústria Automobilística**

Autor: Amauri de Souza

Orientador: Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos



---

Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos, Presidente  
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP



---

Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka  
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP



---

Prof. Dr. Roberto Aizik Tenenbaum  
Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ

Campinas, 06 de agosto de 2001.

# Dedicatória

*Dedico este trabalho, do fundo do meu coração, aos meus pais, Carmen Iracy Macias de Souza e Núncio Teodoro de Souza, e aos meus irmãos, André Luis de Souza e Adriano de Souza.*

# Agradecimentos

Agradeço ao **Professor Dr. Ilmar Ferreira Santos** pela sua enorme contribuição para minha formação profissional e acadêmica. Além de ser um orientador, o **Professor Ilmar** também é um amigo com quem me orgulho de ter trabalhado junto. Genialidade e dedicação ao trabalho científico são características de sua vida.

Agradeço aos meus amigos, desde a graduação, **Christian M. Gomes** e **Gustavo C. Padovese** pelas discussões e contribuições que tornaram meu trabalho cada vez mais aprimorado.

Gostaria de agradecer, também, aos meus amigos do departamento **Cristina M. Saracho**, **Rodrigo Nicoletti**, **Ubatan Miranda** e **Cláudio A. de Carvalho e Silva** pelas contribuições ao meu trabalho e pelos momentos de descontração durante os anos que convivemos.

Agradeço todas as pessoas do Departamento de Projeto Mecânico e ao **Alexandre Scalabrin** pela ajuda nos momentos finais de meu trabalho, pela amizade e confiança.

À **Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP)**, pelas sugestões e apoio financeiro ao meu trabalho.

Por fim, agradeço aos meus amigos de moradia e especialmente à minha família, que foi minha fonte de energia para desenvolver meu trabalho.

*... Em verdade vos digo que, se tiverdes fé e não duvidardes, não só fareis o que foi feito à figueira, mas até se a este monte disserdes:*

*Ergue-te, e precipita-te no mar, assim será feito; ...*

**Mateus 21:21**

# Resumo

SOUZA, Amauri de, *Projeto, Modelagem e Testes de um Sistema Mecatrônico para Medição de Perfis de Pistas objetivando Aplicações na Indústria Automobilística*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2001. 176 p. Dissertação (Mestrado)

O interesse no entendimento da dinâmica de veículos trafegando sobre uma pista tem aumentado recentemente, impulsionado pelos novos requerimentos nos níveis de vibração para passageiros. Portanto, o conhecimento do perfil da pista permite prever a resposta de um veículo e testar seus componentes, como suspensões. Neste contexto, é apresentado um mecanismo para medir perfis de pistas com dois roletes, com acelerômetros posicionados sobre eles, usados para seguirem os perfis de uma superfície. O objetivo do sistema é medir dois perfis de pistas (direito e esquerdo) independentemente, sem a influência da dinâmica do veículo onde o mecanismo é ligado, para locomoção em uma pista. Uma análise teórica do mecanismo é desenvolvida usando o método Newton-Euler-Jourdain. Comparações mostram que o modelo teórico prevê bem os movimentos do mecanismo, entretanto, é observado experimentalmente que o contato entre os roletes e os perfis da pista não são permanentes. Para analisar o não contato entre os roletes e a pista, o método Newton-Euler é usado. Modelando impactos entre roletes e pista pela Lei de Newton, a dinâmica do sistema pode ser conhecida completamente, e a faixa operacional (limites de velocidade) do mecanismo pode ser definida baseando-se no modelo matemático desenvolvido.

## *Palavras Chave*

Cinemática, dinâmica de corpos rígidos, perfil de pista.

# Abstract

SOUZA, Amauri de, *Design, Modeling and Tests of a Mechatronic Device for Measuring Road Profiles aiming at Applications to Automobile Industry*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2001. 176 p. Dissertação (Mestrado)

Interest in understanding the dynamics of a vehicle travelling over a road has recently increased, motivated by new requirements on vibrations levels for passengers. Hence the knowledge of a road profile allows one to predict the response of a vehicle and to test its components, like suspensions. In this context it is presented a mechanism to measure road profiles where two rolling wheels, with accelerometers attached above them, are used to follow profiles of a rough ground. The aim of this device is to measure two road profiles (right and left) independently, without the dynamic influence of the vehicle where the mechanism is linked up, for locomotion on a road. A theoretical analysis of the mechanism is developed using the Newton-Euler-Jourdain's method. Comparisons show that the theoretical model predicts well the mechanism movements, however it is experimentally observed that the contact between the wheels and the road profile is not permanent. To analyse the non-contact between the wheels and the road, the Newton-Euler's method is used. By modeling impacts between a wheel and the road by Newton's Law, the complete dynamics of the system can be predicted, and the operational range (velocity limits) of the mechanism can be defined based on the mathematical model developed.

## *Keywords*

Kinematics, rigid body dynamics, road profile.

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Objetivos Gerais do Projeto . . . . .	3
1.2	Objetivos Específicos da Pesquisa . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>5</b>
2.1	Introdução . . . . .	5
2.2	A Importância do Perfil de Pista . . . . .	6
2.3	A Descrição de Perfis de Pistas . . . . .	9
2.4	O Estado da Arte de Medidores de Perfis de Pistas . . . . .	10
<b>3</b>	<b>A Bancada de Testes</b>	<b>24</b>
3.1	Introdução . . . . .	24
3.2	Descrição da Bancada de Testes . . . . .	25
3.2.1	Subsistemas da Bancada de Testes . . . . .	28
3.3	Funcionamento da Bancada de Testes . . . . .	31
3.4	Instrumentação da Bancada de Testes . . . . .	34
<b>4</b>	<b>O Modelo Teórico</b>	<b>36</b>
4.1	Introdução . . . . .	36
4.2	A Cinemática do Sistema . . . . .	36
4.2.1	Sistemas de Referência . . . . .	38
4.2.2	Matrizes de Transformação de Coordenadas . . . . .	40
4.2.3	Análise de Posição . . . . .	43
4.2.4	Análise de Velocidade . . . . .	48
4.2.5	Análise de Aceleração . . . . .	51

---

4.3	O Método Newton-Euler-Jourdain . . . . .	53
4.3.1	A Descrição do Método . . . . .	53
4.3.2	Etapas do Método . . . . .	56
4.4	O Método Newton-Euler . . . . .	72
4.4.1	Etapas do Método . . . . .	73
4.4.2	Diagramas de Corpo Livre da Bancada de Testes . . . . .	73
4.4.3	Equações para o Sistema Global - Acoplamento Matemático . . . . .	79
4.4.4	A Importância do Cálculo das Reações Dinâmicas . . . . .	82
4.5	A Dinâmica do Contato do Mecanismo . . . . .	82
4.5.1	Variação do Número de Graus de Liberdade do Mecanismo . . . . .	83
4.5.2	Impacto Modelado pela Lei de Newton . . . . .	87
4.5.3	Análise Dinâmica do Mecanismo - Diagrama de Blocos . . . . .	89
4.5.4	Modelo Matemático Final da Bancada de Testes . . . . .	95
<b>5</b>	<b>Resultados Teórico-Experimentais</b>	<b>96</b>
5.1	Introdução . . . . .	96
5.2	Determinação dos Coeficientes de Amortecimento e Rigidez do Mecanismo . . . . .	97
5.3	Instrumentação Utilizada . . . . .	98
5.3.1	Coeficientes de Rigidez e Amortecimento da Base da Massa Suspensa . . . . .	99
5.3.2	Coeficientes de Rigidez e Amortecimento das Réguas Flexíveis . . . . .	101
5.3.3	Coeficientes de Rigidez das Molas Traseiras . . . . .	103
5.4	Resultados Teórico-Experimentais . . . . .	104
5.5	Conclusão das Comparações Teórico-Experimentais . . . . .	120
<b>6</b>	<b>Resultados Teórico-Experimentais considerando Impactos entre Roletes e Pista</b>	<b>121</b>
6.1	Introdução . . . . .	121
6.2	Resultados Teóricos e Experimentais . . . . .	122
6.2.1	Teste 01 - Perfis assimétricos, excitação à direita . . . . .	126
6.2.2	Teste 02 - Perfis assimétricos, excitação à esquerda . . . . .	129
6.2.3	Teste 03 - Perfis simétricos . . . . .	132
6.2.4	Teste 04 - Perfis assimétricos . . . . .	135

---

6.2.5	Teste 05 - Perfis assimétricos . . . . .	138
6.2.6	Teste 06 - Perfis assimétricos . . . . .	142
6.2.7	Teste 07 - Perfis simétricos . . . . .	146
6.2.8	Teste 08 - Perfis assimétricos . . . . .	150
6.3	Estudo dos Movimentos Acoplados entre o Chassi e os Roletes Livres (roletes sem contato com a pista) . . . . .	153
6.4	Investigação Teórico-Experimental do Desacoplamento Dinâmico entre o Sistema Simulador de um Veículo e os Roletes do Medidor . . . . .	157
6.5	Envelope de Operação do Medidor Mecatrônico de Perfis de Pistas . . . . .	166
<b>7</b>	<b>Conclusões e Perspectivas Futuras</b>	<b>170</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>173</b>

# Lista de Tabelas

3.1	Corpos principais da bancada de testes. Estes corpos constituem o simulador de um veículo (massa suspensa e vigas do chassi) e o medidor de perfis de pista.	26
4.1	Propriedades geométricas e tensores de inércia de massa para cada corpo distinto, usados na modelagem matemática. Os valores mostrados foram calculados nas bases móveis, solidárias aos movimentos dos corpos em que estão ligadas. Os demais corpos do mecanismo que são repetidos (corpos 3, 4 e 5), apresentam as mesmas propriedades de inércia de massa, porém o posicionamento de seus centros de massa apresentam apenas os valores $y^*$ negativos (lado esquerdo do mecanismo), com relação aos valores tabelados (corpos do lado direito do mecanismo).	68
5.1	Parâmetros medidos e calculados das molas da base da massa suspensa. Na tabela, $f_d$ é a frequência de ressonância do sistema.	101
5.2	Parâmetros medidos e calculados das réguas flexíveis. O parâmetro $f_d$ é a primeira frequência de ressonância do sistema.	103
5.3	Coeficiente de rigidez de cada uma das molas de compressão traseira.	104
5.4	Parâmetros utilizados na comparação teoria-experimento.	106
5.5	Parâmetros de ensaio para comparação teórico-experimental.	107
6.1	Parâmetros de rigidez e amortecimento experimentais da bancada de testes.	122
6.2	Condições iniciais para as simulações.	122

---

6.3	Excentricidades dos camos direito e esquerdo, para cada teste realizado. Valor negativo de excentricidade indica que o respectivo rolete está 180° defasado na amplitude máxima, com relação ao outro componente do par de camos (direito ou esquerdo). . . . .	123
6.4	Excentricidades direita e esquerda dos camos, para cada teste realizado. As condições testadas estão dentro da faixa de operação do medidor mecatrônico em que os roletes estão em contato permanente com os perfis de pistas simulados. . . . .	158

# Lista de Figuras

2.1	Desenho esquemático do medidor de perfis de pistas desenvolvido pela <i>General Motors Research Laboratory</i> , comentado por Wambold [46]. . . . .	13
2.2	Desenho esquemático da patente <i>U.S. patent 4422322</i> , por Spangler. Na figura destaca-se o medidor de distância entre o veículo e a pista ( $W - Y$ ), indicado pelo número 16. Observam-se também o acelerômetro, número 20, e o computador de bordo, número 22. O sistema gravador dos dados está representado pelo número 24. O número 26 indica a roda dentada, ítem que, em conjunto com um sensor, permite a medição da distância percorrida ( $S$ ). . . . .	15
2.3	Desenho esquemático da patente <i>U.S. patent 4456829</i> , por Fohey. Na figura observa-se a fonte de luz, indicada pelo número 20, e o foto-detector da luz refletida pela pista, número 60. . . . .	16
2.4	Desenho esquemático da patente <i>U.S. patent 4473319</i> , por Spangler. Veículo equipado com o sistema de recapeamento de pistas. . . . .	17
2.5	Desenho esquemático da patente <i>U.S. patent 4473319</i> , por Spangler. Na figura observa-se o gráfico do sinal de controle para remoção ou deposição de material na pista, FIG.5. Em FIG.6 e FIG.7 são apresentados os sistemas de remoção e deposição de material na pista, respectivamente. . . . .	17

---

2.6	Desenho esquemático da patente <i>U.S. patent 4741207</i> , por Spangler. Na figura FIG.1 observam-se o medidor de distância direito entre a pista e o veículo, indicado pelo número 16R, e o acelerômetro direito, número 20R. O computador de bordo está representado pelo número 22, enquanto o gravador dos dados pelo número 24. Na figura FIG.2, observa-se o transdutor de rotação, número 30, responsável pela correção do declive cruzado da pista, na obtenção do perfil. . . . .	19
2.7	Desenho esquemático da patente <i>U.S. patent 4786815</i> , por Walker et al.. Na figura desta patente observam-se a fonte de luz, representada pelo número 12, e o detector foto-sensível da luz refletida pela pista, indicado pelo número 22.	20
2.8	Desenho esquemático da patente <i>U.S. patent 5065618</i> , por Hodges. Os acelerômetros estão representados pelo número 16, enquanto os transdutores de força estão representados pelo número 20 na figura. A roda dentada, responsável por medir a distância percorrida durante a medição, está representada pelo número 22. . . . .	21
3.1	Foto da bancada de testes. Os componentes indicados pelos números são descritos na tabela (3.1). Deve-se observar que esta foto não apresenta os sensores do mecanismo (parte eletrônica). . . . .	27
3.2	Sistema de camos simuladores de perfis de pista. Os camos são acionados por um eixo ligado ao motor elétrico da bancada de testes. Perfis assimétricos podem ser testados em ambos os lados do mecanismo. . . . .	28
3.3	Posicionamento dos acelerômetros sobre os roletes. Os acelerômetros, posicionados sobre cada rolete, são responsáveis por adquirirem os sinais gerados pelos perfis variáveis de pista. . . . .	32
3.4	Processo de medição do perfil de uma pista. Os sinais adquiridos pelo acelerômetro são condicionados e convertidos para o padrão digital, para análises no domínio do tempo e no domínio da frequência. . . . .	33
3.5	Medidor mecatrônico de perfis de pista ligado a um caminhão em translação sobre uma pista. . . . .	33

---

3.6	Instrumentação utilizada na bancada de testes. 1- Acelerômetro; 2- Condicionador de sinais; 3- Placa de conversão analógico-digital; 4- Computador 166 MHz; 5- Motor elétrico. . . . .	35
4.1	Corpos da bancada de testes. Os corpos, indicados na figura, correspondem àqueles aos quais os sistemas de referência móveis são solidários. Corpo 1 - massa suspensa; Corpo 2 - vigas do chassi; Corpo 3D e Corpo 3E - juntas universais ou cruzetas; Corpo 4D e Corpo 4E - vigas do medidor mecatrônico de perfis de pista. . . . .	38
4.2	Sistemas de referência acoplados aos corpos rígidos do mecanismo, inercial ( $I$ ) e móveis ( $B_n$ ). Os sistemas de referência móveis descrevem o mesmo movimento dos corpos em que estão ligados. . . . .	39
4.3	Somatório vetorial fechado dos vetores de posição, representando os vínculos cinemáticos ou restrições cinemáticas do mecanismo. O somatório deve ser realizado com os vetores em um referencial comum, como o referencial inercial $I$ . . . . .	44
4.4	Representação das forças que produzem trabalho ou geram potência no mecanismo, ou seja, as forças peso e forças de molas. As forças estão representadas nos corpos distintos do sistema. . . . .	58
4.5	Fluxograma do procedimento numérico, para a resolução das equações de movimento. . . . .	72
4.6	Diagrama de corpo livre: Corpo 1 (massa suspensa). . . . .	74
4.7	Diagrama de corpo livre: Corpo 2 (vigas do chassi). . . . .	74
4.8	Diagramas de corpo livre: Corpo 3aD e Corpo 3pD (cruzetas, ou juntas universais, anterior e posterior direita, respectivamente). . . . .	75
4.9	Diagramas de corpo livre: Corpo 3aE e Corpo 3pE (cruzetas, ou juntas universais, anterior e posterior esquerda, respectivamente). . . . .	75
4.10	Diagrama de corpo livre: Corpo 4D (viga longitudinal direita do medidor de perfis de pistas). . . . .	76
4.11	Diagrama de corpo livre: Corpo 4E (viga longitudinal esquerda do medidor de perfis de pistas). . . . .	76

---

4.12	Diagramas de corpo livre: Corpo 5D e Corpo 5E (guias das molas de compressão direita e esquerda, respectivamente). . . . .	77
4.13	Diagramas de corpo livre: Corpo 8D e Corpo 8E (roletes direito e esquerdo, respectivamente). . . . .	77
4.14	Conjunto de corpos rígidos que compõem o mecanismo e sistemas de referências.	78
4.15	Diagrama 1 - verificação cinemática. O primeiro passo neste diagrama é a verificação da distância relativa entre o rolete e a pista. O segundo passo é a verificação da velocidade relativa vertical entre o rolete e a pista, caso a distância relativa seja nula. Somente após a verificação destas condições o sistema de equações é montado e resolvido. . . . .	92
4.16	Diagrama 2 - verificação dinâmica. O primeiro passo é a verificação da distância relativa entre o rolete e a pista. O segundo passo, que só ocorre caso a distância relativa seja nula, verifica o valor da força normal em cada rolete. O passo final é a integração no tempo das equações de movimento. . .	94
5.1	Foto da bancada de testes do medidor mecatrônico de perfis de pistas, construída para testes em laboratório [40]. . . . .	97
5.2	Medição da rigidez e amortecimento das molas da base da massa suspensa. .	100
5.3	Sinal da resposta do sistema massa suspensa e molas da base ao impulso, no domínio do tempo. . . . .	100
5.4	Sinal da resposta do sistema massa suspensa e molas da base ao impulso, no domínio da frequência. . . . .	101
5.5	Medição da rigidez e amortecimento das réguas flexíveis. . . . .	102
5.6	Sinal da resposta do sistema chassi e réguas elásticas ao impulso, no domínio do tempo. . . . .	102
5.7	Sinal da resposta do sistema chassi e réguas elásticas ao impulso, no domínio da frequência. . . . .	103

---

5.8	Geometria de um camo simulador de perfil de pista. Os termos mostrados na figura são: <i>Perfil</i> - corresponde ao deslocamento vertical do perfil da pista; <i>ecen</i> - corresponde à excentricidade do camo; <i>r</i> - raio do camo circular; <i>D</i> - distância constante entre o eixo do camo e o ponto de contato entre o camo e o rolete; <i>A<sub>P</sub></i> - ângulo de contato; $\theta$ - ângulo de rotação do camo. . . . .	105
5.9	Foto do sistema simulador de perfis de pistas. . . . .	106
5.10	Acelerômetros utilizados para medir o perfil da pista: acelerômetro 1 - para medir o deslocamento vertical do rolete; acelerômetro 2 - para medir o deslocamento lateral do rolete; acelerômetro 3 - para medir o deslocamento longitudinal do rolete. . . . .	107
5.11	Deslocamentos verticais da massa suspensa - teste 01. . . . .	108
5.12	Deslocamentos laterais dos roletes direito e esquerdo - teste 01. . . . .	109
5.13	Deslocamentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo - teste 01. . . . .	109
5.14	Perfis de pistas direito e esquerdo - teste 01. . . . .	110
5.15	Deslocamentos verticais da massa suspensa - teste 02. . . . .	110
5.16	Deslocamentos laterais dos roletes direito e esquerdo - teste 02. . . . .	111
5.17	Deslocamentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo - teste 02. . . . .	112
5.18	Perfis de pistas direito e esquerdo - teste 02. . . . .	112
5.19	Deslocamentos verticais da massa suspensa - teste 03. . . . .	113
5.20	Deslocamentos laterais dos roletes direito e esquerdo - teste 03. . . . .	114
5.21	Deslocamentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo - teste 03. . . . .	114
5.22	Perfis de pistas direito e esquerdo - teste 03. . . . .	115
5.23	Deslocamentos verticais da massa suspensa - teste 04. . . . .	115
5.24	Deslocamentos laterais dos roletes direito e esquerdo - teste 04. . . . .	116
5.25	Deslocamentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo - teste 04. . . . .	117
5.26	Perfis de pistas direito e esquerdo - teste 04. . . . .	117
5.27	Oscilação da massa suspensa - teste 05. . . . .	118
5.28	Deslocamentos laterais dos roletes direito e esquerdo - teste 05. . . . .	118
5.29	Deslocamentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo - teste 05. . . . .	119
5.30	Perfis de pistas direito e esquerdo - teste 05. . . . .	120

---

6.1	Forças de contato laterais nos roletes direito ( $F'27_x$ e $F'27_y$ ) e esquerdo ( $F'28_x$ e $F'28_y$ ), perfis de pista planos. . . . .	124
6.2	Forças de contato laterais nos roletes direito ( $F'27_x$ e $F'27_y$ ) e esquerdo ( $F'28_x$ e $F'28_y$ ), perfis de pistas assimétricos. . . . .	125
6.3	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 6 Hz. . . . .	126
6.4	Deslocamentos verticais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 6 Hz. . . . .	127
6.5	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 10 Hz. . . . .	127
6.6	Deslocamentos verticais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 10 Hz. . . . .	128
6.7	Deslocamentos verticais do rolete direito, no domínio da frequência. Os resultados experimentais mostram picos um pouco mais largos, devido ao truncamento do sinal no tempo. . . . .	129
6.8	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz. . . . .	129
6.9	Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz. . . . .	130
6.10	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 9 Hz. . . . .	130
6.11	Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 9 Hz. . . . .	131
6.12	Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, no domínio da frequência. Os resultados experimentais mostram picos um pouco mais largos, devido ao truncamento do sinal no tempo. . . . .	131
6.13	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz. . . . .	132
6.14	Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz. . . . .	133

---

6.15	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 9 Hz. . . . .	133
6.16	Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 9 Hz. . . . .	134
6.17	Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, no domínio da frequência. Os resultados experimentais mostram picos um pouco mais largos, devido ao truncamento do sinal no tempo. . . . .	134
6.18	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 6 Hz. . . . .	136
6.19	Deslocamentos verticais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 6 Hz. . . . .	136
6.20	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 10 Hz. . . . .	137
6.21	Deslocamentos verticais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 10 Hz. . . . .	137
6.22	Deslocamentos verticais do rolete direito, no domínio da frequência. Os resultados experimentais mostram picos um pouco mais largos, devido ao truncamento do sinal no tempo. . . . .	138
6.23	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz. . . . .	139
6.24	Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz. . . . .	139
6.25	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 7 Hz. . . . .	140
6.26	Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 7 Hz. . . . .	140
6.27	Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, no domínio da frequência. Para a frequência de excitação da pista ( $f_p$ ) de 7 Hz, surgem diferentes componentes em frequência da resposta do deslocamento vertical do rolete, evidenciando as perdas de contato com a pista simulada. . . . .	141

---

6.28	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz. . . . .	143
6.29	Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz. . . . .	143
6.30	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 7 Hz. . . . .	144
6.31	Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 7 Hz. . . . .	145
6.32	Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, no domínio da frequência. Para a frequência de excitação da pista ( $f_p$ ) de 7 Hz, surgem diferentes componentes em frequência da resposta do deslocamento vertical do rolete, evidenciando as perdas de contato com a pista simulada. . . . .	146
6.33	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 2 Hz. . . . .	147
6.34	Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 2 Hz. . . . .	147
6.35	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 3 Hz. . . . .	148
6.36	Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 3 Hz. . . . .	149
6.37	Movimentos verticais do rolete esquerdo, no domínio da frequência. Para a frequência de excitação da pista ( $f_p$ ) de 3 Hz, surgem diferentes componentes em frequência da resposta do deslocamento vertical do rolete, evidenciando as perdas de contato com a pista simulada. . . . .	150
6.38	Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 2 Hz. . . . .	151
6.39	Deslocamentos verticais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 2 Hz. . . . .	152

---

6.40	Deslocamentos verticais do rolete direito, no domínio da frequência, para frequência de excitação da pista de 2 Hz. Surgem diferentes componentes em frequência da resposta do deslocamento vertical do rolete, evidenciando as perdas de contato com a pista simulada. . . . .	152
6.41	Posicionamento de um acelerômetro sobre o rolete esquerdo, para obtenção da frequência de vibração do conjunto de vigas do chassi e roletes livres (situação em que ocorre perda de contato entre o rolete e o perfil da pista). . . . .	155
6.42	Representação, no domínio do tempo, da vibração do conjunto chassi e roletes livres, provocada pela excitação vertical impulsiva aplicada sobre o chassi. . .	155
6.43	Representação, no domínio da frequência, da vibração do conjunto chassi e roletes livres, provocada pela excitação vertical impulsiva sobre o chassi. . . .	156
6.44	Comportamento dinâmico da massa suspensa, submetida a uma condição de impulso. . . . .	159
6.45	Deslocamentos verticais dos roletes direito e esquerdo. . . . .	160
6.46	Velocidade angular do chassi, submetido a uma condição de impulso. . . . .	160
6.47	Deslocamentos verticais dos roletes direito e esquerdo. . . . .	161
6.48	Comportamento dinâmico da massa suspensa, submetida a uma condição de impulso. . . . .	162
6.49	Deslocamentos verticais dos roletes direito e esquerdo. . . . .	162
6.50	Velocidade angular do chassi, submetido a uma condição de impulso. . . . .	163
6.51	Deslocamentos verticais dos roletes direito e esquerdo. . . . .	163
6.52	Comportamento dinâmico da massa suspensa, submetida a uma condição de impulso. Pelo gráfico das acelerações da massa suspensa pode-se identificar o instante de aplicação do impulso. . . . .	164
6.53	Deslocamentos verticais dos roletes direito e esquerdo. . . . .	165
6.54	Velocidade angular do chassi, submetido a uma condição de impulso. . . . .	165
6.55	Deslocamentos verticais dos roletes direito e esquerdo. . . . .	166
6.56	Envelope de operação do medidor mecatrônico de perfis de pistas. . . . .	167
6.57	Velocidades limites de translação, em $km/h$ , do medidor mecatrônico de perfis de pistas em função do comprimento de onda da pista, em $m$ . . . . .	169

# Nomenclatura

## Letras Latinas

$A_p$	ângulo de contato entre o rolete e o camo [ $rad$ ].
$C_r$	coeficiente de restituição entre os roletes e a pista.
$c$	coeficiente de amortecimento [ $N.s/m$ ].
$D_{mb}$	coeficiente de amortecimento das molas da base da massa suspensa [ $N.s/m$ ].
$D_{MR}, D_{MRe}$	coeficientes de amortecimento das réguas flexíveis do chassi, direita e esquerda, respectivamente [ $N.s/m$ ].
$ecen$	excentricidade do camo direito [ $m$ ].
$ecene$	excentricidade do camo esquerdo [ $m$ ].
$f_p$	freqüência de excitação do perfil da pista [ $Hz$ ].
$g$	aceleração da gravidade [ $m/s^2$ ].
$K_{mb}$	coeficiente de rigidez das molas da base da massa suspensa [ $N/m$ ].
$K_m, K_{me}$	coeficientes de rigidez das molas de compressão trazeiras, direita e esquerda, respectivamente [ $N/m$ ].
$K_{MR}, K_{MRe}$	coeficientes de rigidez das réguas flexíveis direita e esquerda, respectivamente [ $N/m$ ].
$m$	massa [ $kg$ ].
$Perfil$	peril geométrico da pista [ $m$ ].
$S_v$	sensibilidade do acelerômetro [ $m.V/g$ ].
$t$	tempo [ $s$ ].

---

$w$	perfil geométrico de uma pista $[m]$ .
$X$	eixo coordenado do sistema cartesiano.
$x_D, x_E$	deslocamentos laterais dos centros de massa dos roletes direito e esquerdo, respectivamente $[m]$ .
$Y$	eixo coordenado do sistema cartesiano.
$y_D, y_E$	deslocamentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo, respectivamente $[m]$ .
$Z$	eixo coordenado do sistema cartesiano.
$z$	deslocamento vertical da massa suspensa $[m]$ .
$z_D, z_E$	deslocamentos verticais dos roletes direito e esquerdo, respectivamente $[m]$ .

## Letras Gregas

$\alpha$	ângulo de rotação em torno de um eixo coordenado de uma base móvel $[rad]$ .
$\delta$	decremento logarítmico.
$\lambda$	comprimento de onda $[m]$ .
$\mu$	coeficiente de atrito dinâmico.
$\Omega$	vetor de velocidade angular de uma base móvel $[rad/s]$ .
$\omega$	vetor de velocidade angular de um corpo rígido $[rad/s]$ .
$\omega_d$	freqüência natural amortecida $[rad/s]$ .
$\omega_n$	freqüência natural $[rad/s]$ .
$\theta$	ângulo de rotação do eixo dos camos $[rad]$ .
$\zeta$	fator de amortecimento.

---

## Subscritos

$B_1, B_2, B_{3D}, B_{3E}, B_{4D}, B_{4E}$	sistemas de referência móveis.
$cm$	centro de massa.
$D$	indica lado direito do sistema.
$E$	indica lado esquerdo do sistema.
$I$	sistema de referência inercial.
$rel$	indica variável relativa.
$sr$	sistema de referência.

## Siglas

$BPR$	<i>Bureau of Public Roads.</i>
$DEP$	Densidade Espectral de Potência.
$DFT$	<i>Discrete Fourier Transform.</i>
$DPM$	Departamento de Projeto Mecânico.
$FEM$	Faculdade de Engenharia Mecânica.
$FHWA$	<i>Federal Highway Administration.</i>
$FFT$	<i>Fast Fourier Transform.</i>
$SDDOT$	<i>South Dakota Department of Transportation.</i>
$TRRL$	<i>Transport Road Research Laboratory.</i>

---

## Vetores e Matrizes

<b>A</b>	matriz dos coeficientes de aceleração das variáveis cinemáticas secundárias.
<b>a*</b>	aceleração do centro de massa de um corpo rígido $[m/s^2]$ .
<b>a</b>	aceleração de um ponto de um corpo rígido $[m/s^2]$ .
<b>b<sub>P</sub></b>	vetor residual das variáveis cinemáticas secundárias de posição.
<b>b<sub>V</sub></b>	vetor residual das variáveis cinemáticas secundárias de velocidade.
<b>b<sub>A</sub></b>	vetor residual das variáveis cinemáticas secundárias de aceleração.
<b>C</b>	matriz dos coeficientes das variáveis cinemáticas primárias.
<b>F</b>	vetor de força $[N]$ .
<b>H</b>	vetor de quantidade de movimento angular $[kg.m^2/s]$ .
<b>I</b>	momento de inércia de massa $[kg.m^2]$ .
<b>i</b>	vetor unitário.
<b>J</b>	vetor de quantidade de movimento linear $[kg.m/s]$ .
<b>J<sub>v</sub>, J<sub>ω</sub></b>	jacobianos de translação e rotação, respectivamente.
<b>j</b>	vetor unitário.
<b>k</b>	vetor unitário.
<b>M</b>	vetor de momento $[N.m]$ .
<b>P</b>	matriz dos coeficientes de posição das variáveis cinemáticas secundárias.
<b>P<sub>i</sub></b>	força peso do corpo $i$ $[N]$ .
<b>q</b>	vetor das variáveis cinemáticas primárias.
<b>r</b>	vetor de posição.
<b>s</b>	vetor genérico.
<b>T</b>	matriz de transformação de coordenadas.
<b>V</b>	matriz dos coeficientes de velocidade das variáveis cinemáticas secundárias.
<b>v*</b>	velocidade do centro de massa de um corpo rígido $[m/s]$ .
<b>v</b>	velocidade de um ponto de um corpo rígido $[m/s]$ .
<b>w</b>	vetor das variáveis cinemáticas de posição secundárias.

# Capítulo 1

## Introdução

Através dos tempos o Homem sempre buscou entender o meio no qual se desenvolveu. Este meio, ou natureza, apresenta fenômenos que despertaram a curiosidade e interesse de estudiosos, o que levou a elaboração de leis físicas que explicassem de forma coerente o que se observa no mundo real. Neste contexto, foram estabelecidas as bases da Mecânica Clássica, onde se destacam grandes estudiosos como Galileu Galilei, Isaac Newton, Euler, Lagrange e outros.

Nas ciências mecânicas, as teorias desenvolvidas por eles encontraram inúmeras aplicações, principalmente no estudo da interação entre corpos. Desta forma, o conceito de dinâmica de múltiplos corpos passou a ser uma das principais ferramentas para o projeto de máquinas e estruturas. Com o avanço da tecnologia e o surgimento de novas tarefas a serem realizadas por sistemas mecânicos, a modelagem matemática passou inevitavelmente para um nível de complexidade muito grande. Porém, o aumento da complexidade também levou a um desenvolvimento mais acelerado da teoria que envolve a análise e controle de sistemas mecânicos. Dentro desta área, o surgimento dos veículos motorizados de locomoção terrestre, destacando-se o automóvel, gerou a necessidade de um estudo cada vez mais preciso das interações entre componentes mecânicos. Assim, a predição do comportamento dinâmico destes sistemas, através das equações de movimento, passou a ter uma importância fundamental

na área automobilística.

A produção de movimento e tração entre um veículo e uma superfície são dependentes não só das características do veículo, mas também das características e propriedades da pista sobre a qual ocorre o movimento entre ambos [49]. O tráfego de veículos sobre vias provoca danos nas mesmas com o passar do tempo, resultando em uma mudança contínua das características da pista. Quando as características da pista mudam, alteram-se também as transmissões das forças de excitação para o veículo.

O entendimento da interação do veículo com a pista permite uma análise do comportamento de diversos componentes, tais como suspensões, molas e amortecedores ainda na fase de projeto. Além disto, a modelagem, simulação e testes de veículos a partir de condições conhecidas de excitação (provocadas pelo deslocamento sobre a pista) vem ganhando um significado cada vez maior, estimulado pelos altos níveis de exigência em conforto, estabilidade e confiabilidade [3].

A análise de conforto é realizada em função dos níveis de aceleração nos bancos dos passageiros e da transmissibilidade de vibrações mecânicas para os mesmos. Diversos fatores contribuem para a transmissão de vibrações, destacando-se principalmente o perfil da via sobre a qual o veículo locomove-se. Portanto, a determinação das características do perfil da pista de testes de forma precisa, aliada aos programas de simulação da dinâmica de veículos, viabiliza a análise de conforto antes mesmo do veículo ser construído.

A determinação das características de uma pista é realizada com um dispositivo conhecido como medidor de perfis de pistas. Diferentes sistemas medidores de perfis de pistas foram desenvolvidos. Estes sistemas podem ser classificados em dois grupos: 1- sistemas que medem o perfil diretamente, 2- sistemas que medem a resposta acumulativa de um veículo ao perfil da pista [19]. A primeira categoria teve mais sucesso na obtenção das características dos perfis de pistas por apresentarem resultados mais precisos. Tais sistemas podem ser compostos de um conjunto de sensores de forças, sensores de deslocamentos e de

acelerômetros ligados a um veículo destinado a medição, ou ser composto de um mecanismo independente do veículo, o qual é deslocado sobre a via para obter as informações sobre o perfil da pista.

Em qualquer tipo de medidor de perfis de pistas, uma das principais preocupações é obter informações sobre a pista sem que a dinâmica do sistema que transporta o mecanismo medidor influencie nos resultados. Após o medidor ser deslocado sobre a pista, os resultados obtidos devem ser armazenados de forma a permitir a reprodutibilidade dos mesmos para futura análise. Entretanto, é de grande importância conhecer exatamente como funciona a dinâmica do medidor antes que a aquisição dos sinais provenientes da pista seja feita.

Portanto, o equipamento aqui apresentado relaciona-se a um medidor mecatrônico de perfis de pistas, cujo comportamento dinâmico e capacidade de medir corretamente perfis de vias são objetos de estudos neste trabalho.

## 1.1 Objetivos Gerais do Projeto

O presente projeto baseia-se no estudo teórico da dinâmica de múltiplos corpos e equações de vínculos cinemáticos de um sistema mecânico, que é o próprio medidor de perfis de pistas. Desta forma, os objetivos gerais a serem alcançados com a utilização do medidor mecatrônico de perfis de pistas são:

- Obtenção das características geométricas do perfil de uma pista.
- Medição do perfil de uma pista utilizando somente acelerômetros acoplados ao medidor.
- Estudo das condições de operação do medidor de perfis de pistas em função da velocidade de translação do próprio medidor sobre a pista.
- Verificação da viabilidade das medições do perfil de pista sem que a dinâmica do veículo, no qual será acoplado, interfira nos sinais.

- Medição simultânea e independente de dois perfis de pistas (direito e esquerdo).
- Reprodução dos sinais adquiridos dos perfis de uma pista, para posterior utilização na simulação de suspensões de veículos ou para manutenção de rodovias.

## 1.2 Objetivos Específicos da Pesquisa

A importância da medição do perfil de uma pista é devido à interação dinâmica que ocorre entre os pneus de um veículo e a pista propriamente dita, o que resulta em fenômenos que influenciam desde os passageiros do veículo até o ruído provocado pela referida interação. Conhecer o comportamento dinâmico do sistema que realizará as medições é de fundamental importância antes que se julgue as informações provenientes dos sinais adquiridos.

Assim, o presente trabalho de mestrado visa fundamentalmente a elaboração de um modelo matemático preciso, o qual seja capaz de descrever o comportamento dinâmico não linear do mecanismo, visando análises de sensibilidade e faixas adequadas de velocidade de operação do medidor. Portanto, a posse de um modelo matemático preciso permitirá uma otimização dos parâmetros do medidor em etapas futuras da pesquisa. Além disto, um estudo de efeitos secundários, como por exemplo, as vibrações dos componentes flexíveis sobre o comportamento dinâmico do medidor, poderá ser realizado.

Após a elaboração do modelo teórico, testes experimentais são realizados em uma bancada de testes construída em laboratório, para a validação do modelo desenvolvido. A bancada de testes permite a verificação dos resultados obtidos teoricamente para diferentes configurações de parâmetros, e auxilia no encontro de propostas de melhorias do modelo matemático do medidor.

# Capítulo 2

## Revisão Bibliográfica

### 2.1 Introdução

O perfil longitudinal de uma pista está diretamente relacionado com o parâmetro conhecido como rugosidade.

Rugosidade é definida como sendo desvios da superfície de uma pista com relação a uma superfície completamente plana [46].

A rugosidade local de uma pista provoca interações entre o perfil da pista e qualquer veículo deslocando-se sobre a superfície. Os resultados desta interação são transmitidos para o veículo, seu operador, outros passageiros e para a carga transportada [20].

O perfil de uma pista afeta vários componentes do veículo que trafega sobre ela, incluindo pneus, suspensões, assentos bem como a sensibilidade de passageiros à aceleração e velocidade transmitidas.

Muitos autores, como Darlington [11] e Carey [8], consideram que o perfil de uma pista é o melhor indicador para caracterizar sua rugosidade.

De forma geral, pode-se dizer que o perfil de uma pista é uma medida detalhada das características da superfície, considerando apenas sua variação geométrica ao longo de um percurso, para uma velocidade de translação constante de um veículo [20].

A variação do perfil induz movimentos na direção vertical para as rodas de um veículo, provocando vibrações mecânicas. Estes movimentos constituem uma forma de excitação para o veículo, onde a velocidade de translação horizontal do veículo determinará a frequência das excitações verticais [23]. Uma pista também transfere acelerações para os pneus de forma variável e, novamente, estas variações dependem da velocidade de translação horizontal do veículo [16].

Segundo Huft [21], a medição de perfis de pistas pode ser dividida em seis operações: 1- medida do deslocamento vertical do veículo como função do tempo ( $\int \ddot{z} dt dt$ ), 2- medida da distância horizontal percorrida pelo veículo medidor, 3- medida da altura do veículo sobre a superfície ( $w - z$ , sendo  $w$  o perfil da pista e  $z$  o deslocamento vertical do veículo), em intervalos de distância igualmente espaçados, 4- operação sincronizada entre o deslocamento (operação 1) e altura (operação 3) medidas do veículo, para cálculo do perfil da pista ( $w - z + \int \ddot{z} dt dt = w$ ), 5- armazenamento (gravação) do perfil calculado e 6- reconstrução do perfil a partir dos dados armazenados, para inspeção e análise. As primeiras cinco operações são realizadas em tempo real, enquanto o medidor desloca-se sobre a pista. A reconstrução e análise do perfil são realizadas em laboratório.

## 2.2 A Importância do Perfil de Pista

A sensibilidade de passageiros em um veículo que desloca-se sobre uma superfície é função dos parâmetros do veículo (como massa suspensa, rigidez e amortecimento da suspensão), velocidade de translação do veículo e principalmente do perfil longitudinal da pista.

Veículos de passageiros típicos possuem frequências de ressonância entre 1 Hz e 10 Hz.

Portanto, para qualquer velocidade do veículo sempre existirá um comprimento de onda do perfil da pista que excitará o veículo em uma de suas frequências de ressonância, provocando vibrações com máximas amplitudes do sistema [20].

Um veículo locomovendo-se sobre um substrato ou pista irregular sofre acelerações e, conseqüentemente, esforços devidos à sua reação com a via. Conhecendo-se o perfil da pista, por mais complexo que este possa ser, a resposta à excitação por ele exercida pode ser precisamente calculada. Trata-se de uma análise estrutural determinística, pois a excitação é conhecida.

Mesmo não conhecendo-se o perfil exato de uma pista, os cálculos das acelerações sofridas por um veículo em movimento foram realizados por Ben-Haim e Elishakoff [5], utilizando uma abordagem teórica. Neste trabalho, a pista foi composta de um conjunto de funções matemáticas simulando seu perfil. Estudou-se o deslocamento, velocidade e principalmente a aceleração do centro de massa de um modelo reduzido de veículo [27] de dois graus de liberdade, quando este passa sobre diferentes perfis de pistas. Constatou-se a forte dependência entre as acelerações do veículo e o perfil da pista. Nos perfis testados, o cálculo da aceleração do centro de massa do veículo apresentou grandes diferenças para cada perfil de pista avaliado. Entretanto, a tentativa de se investigar características dinâmicas de um veículo locomovendo-se sobre uma via com diferentes perfis, como funções senoidais, funções degrau e outras formas de onda fornecem uma estimativa de cálculo, porém não servem como uma base real para analisar a dinâmica de um veículo, pois os perfis reais não apresentam formas simples.

Com relação à interação entre pneus e pista, estudos de Deraad [12] e Lu [26] mostraram que, dentre outros fatores, a rugosidade da pista tem grande influência na resistência ao rolamento dos pneus de um veículo. Isto é, quanto menos variações do perfil da pista ao longo de um percurso, menor será a resistência ao rolamento dos pneus.

Utilizando uma abordagem teórica e experimental, Yong e Eiyu [49] verificaram que

quanto pior a qualidade do perfil de uma pista (maiores desvios superficiais), menor é a eficiência de tração de um pneu deslocando sobre a via com velocidade constante. Neste trabalho, foram utilizados dados de perfis de pistas obtidos através de medições feitas com um sensor ultrasônico, e a classificação da qualidade da pista foi baseada na densidade espectral de potência dos sinais de cada perfil medido.

De acordo com Gillespie e Sayers [17], quando um veículo desloca-se sobre uma pista ele não sofre excitações iguais em todas as rodas simultaneamente. Entretanto, as rodas traseiras são excitadas aproximadamente pelas mesmas forças que agem nas rodas dianteiras, mas defasadas no tempo por uma quantidade determinada pela razão entre a velocidade de translação do veículo ( $v_{trans.}$ ) e a distância entre eixos ( $L_{eixos}$ ):

$$t_{defasagem} = (L_{eixos}) / (v_{trans.})$$

Com o objetivo de investigar o carregamento dinâmico nos pneus e também nos eixos de veículos, Lieh e Qi [25] utilizaram diferentes perfis de pistas obtidos através de medições diretas, para simulação do carregamento dinâmico. Para uma velocidade constante, os esforços transmitidos para os pneus e eixos de um veículo aumentavam conforme o perfil da pista apresentava mais irregularidades. Para perfis muito irregulares, as forças dinâmicas atuantes nos eixos passaram a ser mais que o dobro (em valor absoluto) das forças estáticas atuantes com o veículo em repouso.

Para a análise de conforto em veículos comerciais, utilizam-se sistemas excitadores de eixos com sinais de entrada que buscam simular o perfil de uma pista [18]. O objetivo é avaliar a influência do perfil de pista nos modos de vibração de um veículo e conforto dos ocupantes.

Anthonis et al. [2] apresentam um excitador eletro-hidráulico para excitação vertical de veículos pesados. Tentando simular uma pista, o excitador cobre uma faixa de frequências de 0,5 Hz a 21 Hz para verificar o comportamento da resposta do veículo (análise modal experimental). Entretanto, o sinal de entrada no excitador não corresponde a um sinal

produzido por um perfil de uma pista real, mas funções senoidais de diferentes frequências.

## 2.3 A Descrição de Perfis de Pistas

Perfis de pistas podem ser considerados como uma categoria geral de sinais aleatórios de banda larga [16], descritos pelo próprio perfil geométrico ou por propriedades estatísticas.

Quatro métodos principais podem ser usados para descrever as propriedades básicas de sinais aleatórios [44]:

- Valor médio quadrático;
- Função densidade de probabilidade;
- Função de autocorrelação;
- Função densidade espectral de potência (DEP).

Uma das representações mais úteis e recomendadas, considerando o perfil de uma pista um processo aleatório estacionário [6], baseia-se na função densidade espectral de potência (DEP) [16]. Um dos motivos apresentados por Xu et al.[44] é que a função densidade espectral de potência satisfaz os requerimentos do estudo da dinâmica de veículos desde que amplitude e frequência, que são fatores essenciais no estudo das vibrações de veículos, sejam descritas em termos da densidade de energia. Outro motivo a ser apontado é que a classificação de pistas por normas internacionais<sup>1</sup> baseia-se nos valores da densidade espectral de potência do perfil medido.

Desde que o perfil de uma pista constitui-se numa variável espacial e não numa variável temporal, é desejável representar a densidade espectral de potência em função da frequência

---

<sup>1</sup>ISO/TC108/SC2/WG4 N57, *Reporting Vehicle Road Surface Irregularities*, 1982.

espacial (ciclos/m) e não em termos da frequência temporal (Hz). Frequência espacial é uma outra denominação para frequência no domínio espacial. Desta forma o perfil pode ser representado de uma maneira concreta, independente do efeito da variação da velocidade de operação de um veículo medidor, segundo Xu [44].

Tanto o cálculo da densidade espectral de potência do deslocamento como da aceleração do perfil da pista são recomendados, de acordo com Crolla e Maclaurin [10]. Gráficos típicos da densidade espectral de potência de uma pista mostram que a amplitude da DEP da elevação (deslocamento) do perfil é maior para baixas frequências espaciais (grandes comprimentos de onda). Já a amplitude da DEP da aceleração aumenta com o aumento da frequência espacial (menores comprimentos de onda) [16]. Esta tendência ocorre tanto para a aceleração da excitação da pista para o veículo (entrada do sistema), como para a aceleração medida na posição do assento do veículo (saída do sistema).

Quando se medem dois perfis de pistas paralelos sobre os quais locomovem-se os pneus de cada lado de um veículo, pode-se estimar a correlação entre os dois perfis paralelos através da função de coerência entre os dois sinais medidos [29]. Caso o valor da função de coerência seja menor que 1, significa que a relação entre os dois sinais é afetada por não linearidades do sistema ou ruídos presentes nas medidas. Entretanto, um valor da função de coerência próximo de zero indica a não existência de correlação entre os dois perfis, ficando demonstrado que ambos são independentes. Segundo Ohmiya [29], tal resultado indica que a pista pode também induzir vibrações em um veículo no modo transversal, e não somente no modo vertical.

## 2.4 O Estado da Arte de Medidores de Perfis de Pistas

O perfil de uma pista pode ser medido por dois tipos de equipamentos. O primeiro tipo corresponde aos equipamentos que medem a resposta de um sistema mecânico ao perfil da pista (equipamentos de resposta) e o segundo tipo corresponde aos equipamentos que

medem diretamente o perfil (perfilômetros) [46].

Os equipamentos de resposta registram o resposta dinâmica de sistemas mecânicos que se locomovem sobre uma pista. Tratam-se de medidas relativas e dependentes do sistema mecânico que responde à excitação da pista. Tais equipamentos para a medição de perfis de pistas aparecem em 1917, quando o *Bureau of Public Roads* (*BPR*) nos EUA, agora *FHWA* (*Federal Highway Administration*), realizou investigações nesta área.

No início da década de 20, um medidor conhecido como *Via-Log* foi usado em Nova York, mas não obteve sucesso. Vários equipamentos para medir perfis de pistas foram desenvolvidos por volta de 1925, quando o primeiro medidor do *BPR* foi introduzido. O sistema é constituído de uma roda que é deslocada sobre uma pista, sendo as medidas de deslocamentos verticais unidirecionais realizadas por um integrador mecânico.

Outros equipamentos de resposta para medição de perfis de pistas foram desenvolvidos no final da década de 60. Estes medidores medem o movimento vertical do eixo traseiro de um veículo relativo a uma referência, tomada junto ao próprio veículo. Devido à alta velocidade de operação e ao baixo custo, estes sistemas foram largamente utilizados, embora apresentassem instabilidades e as medidas obtidas só poderiam ser usadas corretamente caso ocorressem procedimentos de calibração antes da realização das medidas.

Todos os sistemas descritos anteriormente não definem corretamente o perfil de uma pista, sendo a seleção do sistema mecânico que responderá à pista um fator crítico.

Para investigar de modo mais preciso as características de uma pista, o método de medição direta (perfilômetros) apresentou maior sucesso [46].

Estes tipos de equipamentos apresentam, dentro de limites, medidas que podem ser consideradas absolutas. O mais simples medidor desta categoria foi descrito por Hveem em 1960. Trata-se de uma barra de contato medidora em que a precisão da medida do perfil da pista depende do nível de resolução do instrumento, do cuidado do operador na operação do

sistema e do intervalo ao longo da pista onde as medidas são obtidas. Este método consome muito tempo para medição devido à baixa taxa de aquisição de dados.

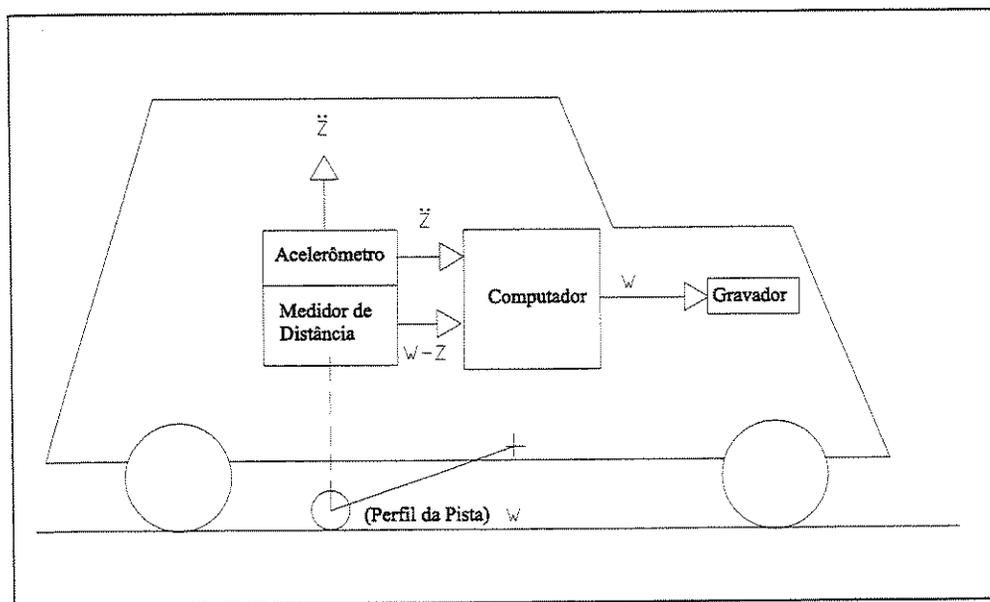
Uma melhora na técnica anterior foi obtida através de um mecanismo conhecido como *TRRL Beam*, desenvolvido pelo *Overseas Unit of the Transport and Road Research Laboratory (TRRL)* na Inglaterra [19]. Esta unidade consiste de uma estrutura de cerca de 3 m de comprimento, que é movida sobre a pista, tal que uma nova posição de início de medida coincida com a posição final da medida anterior. Este dispositivo é suportado por tripés em ambas as extremidades, ao longo dos quais um suporte é deslocado. Este suporte possui um membro vertical com um pneu em contato com a pista e que é responsável por medir a distância da pista a uma referência, que no caso é o suporte do membro vertical, quando este é deslocado continuamente sobre a pista. Este sistema aumentou a velocidade em que as medições são feitas, entretanto ainda é um processo lento e sujeito a erros acumulativos cada vez que o dispositivo é movido.

Outro método estático para adquirir características de perfis de pistas é um sistema apoiado em dois suportes distanciados de 0,30 m [19]. O mecanismo grava automaticamente o ângulo de inclinação entre os dois suportes, através do qual fornece uma medida do deslocamento vertical da superfície da pista conforme o sistema é deslocado, pivotando em um suporte e depois no outro. Este sistema necessita realizar muitas medições independentes, o que leva a erros acumulativos de medição. O método também é muito lento.

Equipamentos não estáticos, de baixa velocidade, foram desenvolvidos para aumentar a taxa de aquisição dos dados do perfil da pista, destacando-se o sistema *CHLOE (Carey, Huckins, Leathers and other engineers)* [9] e o medidor de perfis de baixa velocidade, desenvolvido pela Força Aérea dos Estados Unidos [4]. Este último consiste de um feixe laser horizontal, o qual é transmitido como referência, e um veículo que move-se sobre a pista e mede o perfil da mesma. A operação do equipamento requer técnicos altamente treinados.

Sistemas medidores de alta velocidade começaram a ser desenvolvidos por volta de

1965 para aumentar a taxa de aquisição de informações do perfil da pista. Muitos dos sistemas em uso foram baseados no trabalho desenvolvido pela *General Motors Research Laboratory*, que é descrito em *U.S. patent* n. 3266302 por Spangler et. al. [39]. O medidor da *General Motors* consiste em um veículo instrumentado com um potenciômetro linear para medir deslocamentos relativos entre o veículo e a superfície da pista, conectado por sua vez a uma roda em contato com a pista. Acelerômetros são montados sobre a massa suspensa do veículo e medem seu movimento vertical através de dupla integração do sinal. O movimento vertical do veículo é adicionado ao deslocamento relativo do mesmo, com relação a pista, fornecendo o perfil. Um desenho deste sistema é apresentado na figura (2.1). O perfil medido é representado pela variável  $W$  na figura (2.1).



**Figura 2.1:** Desenho esquemático do medidor de perfis de pistas desenvolvido pela *General Motors Research Laboratory*, comentado por Wambold [46].

Entre 1981 e 1982, foi desenvolvido um sistema medidor de perfis de pistas pelo *South Dakota Department of Transportation (SDDOT)* e constitui-se basicamente de sensores (acelerômetros e transdutores ultrasônicos para medir a distância até a pista) acoplados a um veículo destinado à medição.

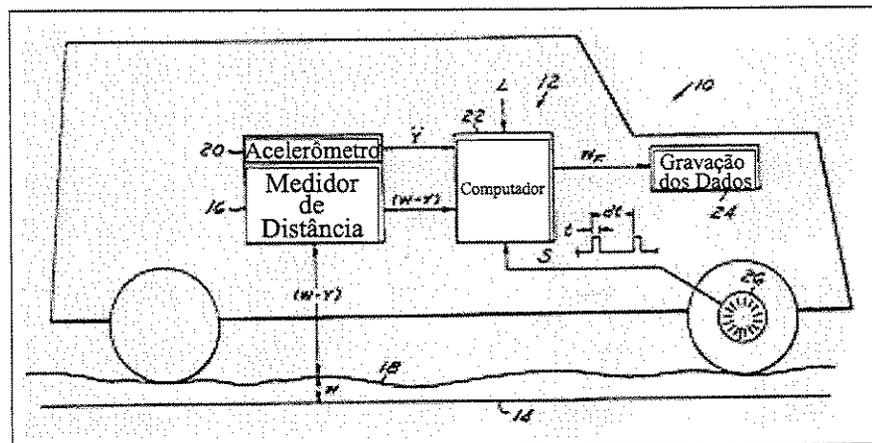
Um aperfeiçoamento do trabalho básico da *General Motors*, por Spangler, resultou em duas patentes ([36] e [38]). O processamento dos sinais das medições do perfil da pista destes

últimos sistemas é baseado em uma manipulação digital dos dados no domínio espacial. Embora este método permite independência dos resultados com relação à velocidade de deslocamento do veículo, a possibilidade da introdução de erros devido à integração numérica permanece. Uma solução encontrada para esta fonte de erro foi obtida através da manipulação dos dados no domínio da frequência, usando transformações de Fourier, por Hodges [19].

As patentes de medidores de perfis de pistas que obtiveram maiores sucessos são:

- Spangler, E.B., *Method and system for measurement of road profile*. U.S. patent 4422322. 1983 [36].

Equipamentos e métodos para medição de perfis de pistas através de medição direta, utilizando dois tipos de sensores: medidores de distância e acelerômetros, conforme figura (2.2). Os sensores são montados sobre a massa suspensa de um veículo para medição, medindo uma distância chamada ( $W - Y$ ) relativa entre a massa suspensa e a pista, e a aceleração da massa suspensa do veículo ( $\ddot{Y}$ ). Um terceiro sensor é montado na roda do veículo, e é responsável por medir incrementos de distância ( $ds$ ) ao longo do trajeto de medição. As saídas dos sensores são usadas em conjunto para a obtenção do perfil da pista no domínio espacial ( $W_F$ ), tornando as medições independentes da velocidade do veículo. O sistema apresenta a desvantagem de não isolar a dinâmica do veículo em relação às medições, e também o fato dos pneus do veículo introduzirem erros e suavizarem os perfis medidos.



**Figura 2.2:** Desenho esquemático da patente *U.S. patent 4422322*, por Spangler. Na figura destaca-se o medidor de distância entre o veículo e a pista ( $W - Y$ ), indicado pelo número 16. Observam-se também o acelerômetro, número 20, e o computador de bordo, número 22. O sistema gravador dos dados está representado pelo número 24. O número 26 indica a roda dentada, ítem que, em conjunto com um sensor, permite a medição da distância percorrida ( $S$ ).

- Fohey, D. R., *Non-contact sensor, system and method with particular utility for measurement of road profile. U.S. patent 4456829*. 1984 [15].

Métodos e sistema para medição de perfis de pistas através de um equipamento eletro-óptico, conforme figura (2.3). Trata-se de um sensor sem contato, responsável por medir a distância entre o veículo no qual é montado e a pista, conforme o veículo se desloca. O equipamento é constituído de um emissor de luz vertical sobre a pista e um receptor óptico que recebe a imagem refletida difusivamente da pista. O receptor óptico é constituído de um conjunto de faces refletoras dispostas de forma circular. Estas faces recebem luz refletida da pista e também de um emissor de luz de referência, e são refletidas para um foto-detector. A distância da superfície da pista é então determinada como uma função do ângulo de incidência da imagem da pista nas faces refletoras, pela comparação do tempo de incidência da imagem da pista e o tempo de ocorrência da reflexão de referência no foto-detector. As principais desvantagens relacionadas com este tipo de sistema são as influências das outras fontes de luz na medição, a influência da dinâmica do veículo nas medidas realizadas e o alto custo da



presente patente apresenta as mesmas desvantagens da patente anterior do mesmo inventor [36].

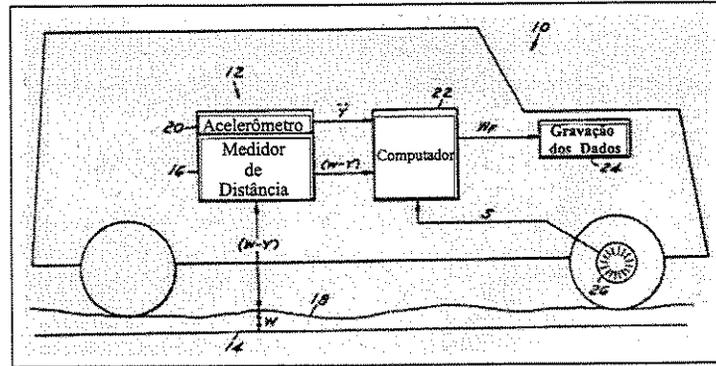


Figura 2.4: Desenho esquemático da patente *U.S. patent 4473319*, por Spangler. Veículo equipado com o sistema de recapeamento de pistas.

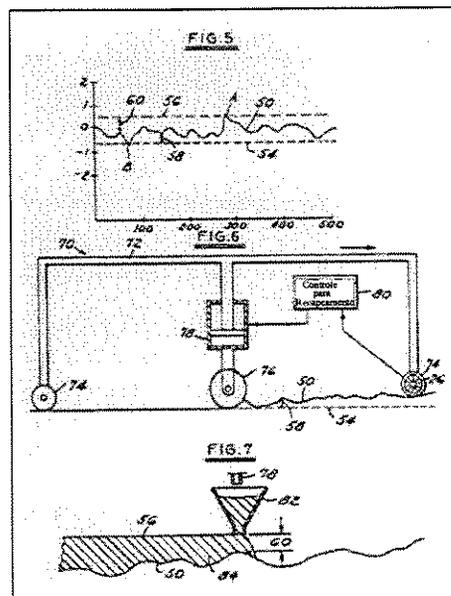


Figura 2.5: Desenho esquemático da patente *U.S. patent 4473319*, por Spangler. Na figura observa-se o gráfico do sinal de controle para remoção ou deposição de material na pista, FIG.5. Em FIG.6 e FIG.7 são apresentados os sistemas de remoção e deposição de material na pista, respectivamente.

- Spangler, E.B., *Method and system for measurement of road profile*. U.S. patent 4741207. 1988 [38].

Equipamentos e métodos para medição de perfis de pistas à direita e à esquerda do veículo simultaneamente, corrigindo a influência do declive da superfície (declive cruzado e/ou de nível) são apresentados, conforme figura (2.6). Um conjunto de sensores de distância e acelerômetros são montados em ambos os lados de um veículo que locomove-se sobre uma pista. Um transdutor acoplado às rodas do veículo é responsável por medir incrementos  $ds$  de distância durante o trajeto de medição. Os perfis medidos dos lados direito e esquerdo são relacionados através de funções trigonométricas, fornecendo informações do declive da pista. Declives na direção longitudinal do veículo também são compensados por relações trigonométricas. Os sinais são medidos no domínio espacial, tornando as medidas independentes da velocidade do veículo. Trata-se de um aperfeiçoamento de uma patente anterior do mesmo autor [36]. As desvantagens são as mesmas da patente *U.S patent 4422322* (1983).

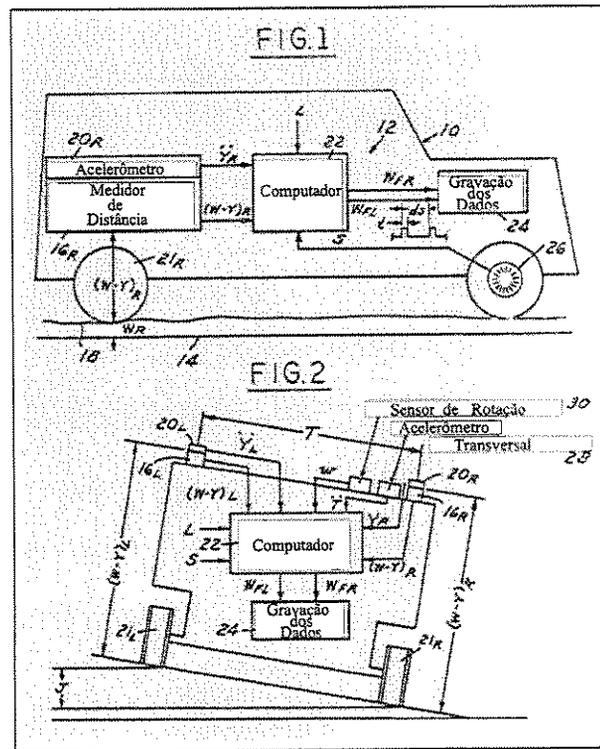


Figura 2.6: Desenho esquemático da patente *U.S. patent 4741207*, por Spangler. Na figura FIG.1 observam-se o medidor de distância direito entre a pista e o veículo, indicado pelo número 16R, e o acelerômetro direito, número 20R. O computador de bordo está representado pelo número 22, enquanto o gravador dos dados pelo número 24. Na figura FIG.2, observa-se o transdutor de rotação, número 30, responsável pela correção do declive cruzado da pista, na obtenção do perfil.

- Walker, C.M.; Brown, G.R., *Non-contact sensor with particular utility for measurement of road profile. U.S. patent 4786815*. 1988 [45].

Um sensor eletro-óptico para medir a distância entre a superfície de uma pista e a estrutura do veículo, na qual o sensor é montado, é desenvolvido neste trabalho, figura (2.7). O sensor inclui uma luz de fonte modulada para direcionar o raio de luz para a superfície de teste, e um detector foto-sensível, para receber a luz refletida difusivamente da superfície de teste e providenciar um par de sinais de saída, indicativos das coordenadas da posição ortogonal da luz refletida incidente no detector. A saída do detector é amplificada para obter a soma e a diferença de sinais, os quais são demodulados sincronizadamente com a frequência da fonte de luz. A distância da superfície de

teste é determinada como uma função da média da diferença da saída do detector e a soma da saída deste. Em uma aplicação preferencial da invenção do medidor de perfil de pista, um sinal indicativo de perfil de pista é armazenado em incrementos de movimentação do veículo ao longo da superfície da pista. As desvantagens deste medidor de pista estão relacionadas principalmente com o alto custo envolvido na instrumentação e a influência da dinâmica do veículo nas medições realizadas.

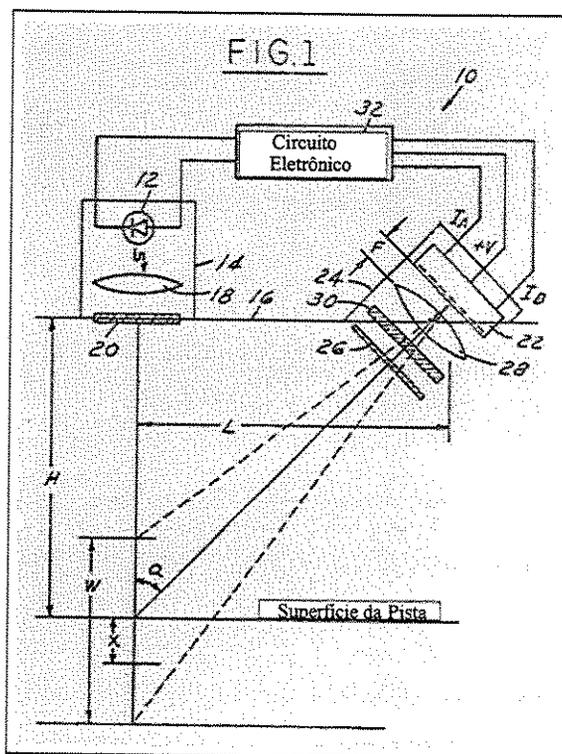
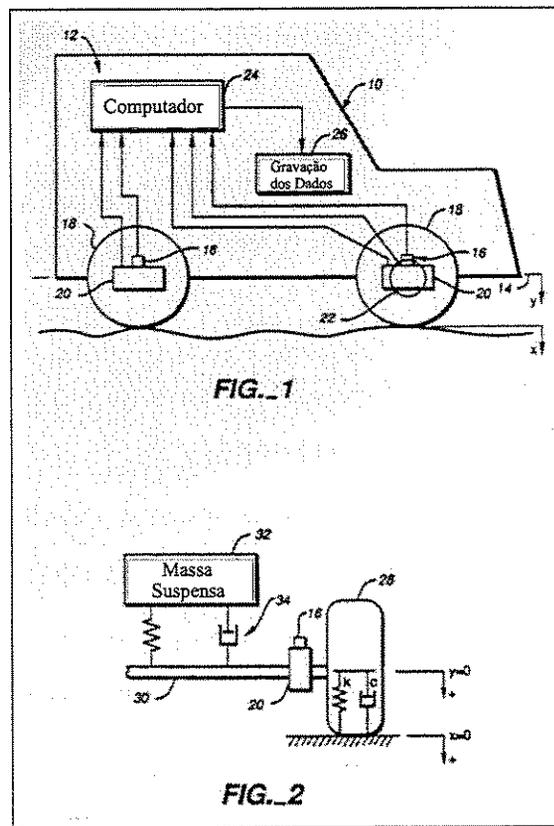


Figura 2.7: Desenho esquemático da patente *U.S. patent 4786815*, por Walker et al.. Na figura desta patente observam-se a fonte de luz, representada pelo número 12, e o detector foto-sensível da luz refletida pela pista, indicado pelo número 22.

- Hodges, H.C. et al., *Method and apparatus for determining terrain surface profiles*. *U.S. patent 5065618*. 1991 [19].

Quatro transdutores de força e acelerômetros são incorporados em cada uma das quatro rodas de um veículo para medir as perturbações provenientes da superfície da pista, na direção normal ao movimento de translação do corpo principal, conforme figura (2.8). A implementação apresentada tenta isolar a medição do perfil dos movimentos

do corpo do veículo. Para isto uma quantificação das características das rodas é necessário. Um eixo dentado é incorporado em cada uma das rodas dianteiras para medir a rotação desta, a fim de se determinar a distância percorrida. Uma metodologia para o processamento e análise dos dados é necessária. Esta metodologia fornece dados do movimento vertical da interface roda/superfície, visando a redução de erros provenientes da deformação dos pneus. Desvantagens desta metodologia reside na influência da rigidez (não-linear) dos pneus sobre as medições, introduzindo erros e suavizando os perfis medidos. Além disto, são necessários quatro transdutores de força e quatro acelerômetros.



**Figura 2.8:** Desenho esquemático da patente *U.S. patent 5065618*, por Hodges. Os acelerômetros estão representados pelo número 16, enquanto os transdutores de força estão representados pelo número 20 na figura. A roda dentada, responsável por medir a distância percorrida durante a medição, está representada pelo número 22.

Os medidores de perfis de pistas que consideram a resposta de um veículo (eixo - massa suspensa) à excitação da pista como parte do procedimento de medição, conforme

se baseiam algumas patentes apresentadas, possuem várias fontes de erro, de acordo com Sayers e Gillespie [35]. As principais são:

1. Veículos possuem propriedades distintas de rigidez, amortecimento e mesmo massa [3]. Portanto, as características físicas de cada veículo utilizado para medição precisam ser determinadas.
2. Veículos não são sistemas lineares. Uma característica desta não linearidade é que a resposta em uma frequência é dependente da amplitude de excitação.
3. Pneus e rodas apresentam não uniformidades causadas por desbalanço e variação na rigidez radial.

Como forma de evitar tais problemas, utiliza-se uma roda rígida em contato direto com a pista para medir o perfil da mesma, evitando a presença de um sistema não linear intermediário (pneus e suspensão). Entretanto, quando uma roda é usada para seguir o perfil de uma pista durante as medições, ocorre uma atenuação dos sinais de forma que pequenos comprimentos de onda do perfil não são detectados. Tais fatores podem resultar em estimativas imprecisas da densidade espectral de potência (DEP) do perfil da pista [22]. Agullo e Pages-Fita [1] realizaram estudos sobre o problema utilizando perfis gerados numericamente.

Tentativas de quantificar, no domínio da frequência, a ação de filtragem de uma roda falharam, de forma que Hunter e Smith [22] recomendam quantificar um comprimento de onda de corte (em função do raio da roda e rugosidade da pista) abaixo do qual o perfil não seria “sentido”. Os mesmos autores afirmam que buracos ou imperfeições localizadas em uma pista não afetam a caracterização estatística do perfil, desde que amostras espaciais não muito reduzidas da pista sejam consideradas.

Os sensores sem contato, para a medição de perfis de pistas citados nas patentes anteriores, são o óptico e o ultra-sônico. Lee et al. [24] realizaram estudos com tais tipos

de sensores. Verificaram que o tipo de pista, a intensidade de luz solar e a velocidade de medição possuem pouco efeito no desempenho dos sensores.

O sensor óptico foi capaz de medir o perfil de uma pista, independentemente de sua irregularidade. Entretanto, a umidade afeta o desempenho de tal sensor devido à refração da luz ao atravessar filmes de água. O sensor ultra-sônico não apresentou erros nas medições devido à umidade da pista, mas é largamente influenciado pela temperatura. A detecção em superfícies muito irregulares também é afetada, em termos de precisão, pela distância entre o sensor e a pista. Distâncias menores aumentaram a precisão das medidas [24].

A seguir, é apresentada uma nova proposta de medidor, o medidor mecatrônico de perfis de pistas, o qual combina mecânica e eletrônica embarcada. Com este, procura-se medir as características da pista de forma direta. Elementos mecânicos eliminam a influência da dinâmica do veículo (vibrações mecânicas) durante o processo de medição, apresentando resultados promissores no que diz respeito a aplicações industriais.

# Capítulo 3

## A Bancada de Testes

### 3.1 Introdução

O objetivo do presente capítulo é a apresentação e descrição da bancada de testes<sup>1</sup> para o medidor mecatrônico de pistas. A bancada de testes é constituída pelo medidor mecatrônico de perfis de pistas, por um sistema simulador da dinâmica de um veículo e um simulador de perfis de pistas.

Este sistema físico possibilita que testes experimentais sejam conduzidos em laboratório, permitindo que diversas análises possam ser realizadas para a verificação do comportamento do mecanismo, quando em operação. Além disso, e mais importante, a bancada de testes permite que o princípio de funcionamento do medidor de perfis de pista seja entendido e comparado com os sistemas de mesma finalidade existentes.

A bancada de testes também possibilita a identificação das diferentes variáveis que influenciam o comportamento dinâmico do sistema. Estas variáveis podem ser alteradas

---

<sup>1</sup>Bancada de testes projetada e construída no Departamento de Projeto Mecânico (DPM), da Faculdade de Engenharia Mecânica (FEM), UNICAMP [40].

durante a medição dos perfis de uma superfície, de forma a comprovar a eficiência do sistema proposto.

Os perfis de pistas contínuos, simulados na bancada de testes, podem ser modificados variando as amplitudes e frequência. O uso de perfis, com diferentes características físicas, torna possível a validação experimental das medições realizadas. A validação experimental é possível quando os perfis simulados são matematicamente conhecidos.

A instrumentação necessária para o estudo e operação adequada do medidor mecânico de perfis de pistas é a mesma utilizada na bancada de testes construída. Portanto, a verificação, visualização e simulação do sistema completo pode ser realizada, permitindo uma comparação entre os resultados dos testes experimentais e os resultados teóricos.

## 3.2 Descrição da Bancada de Testes

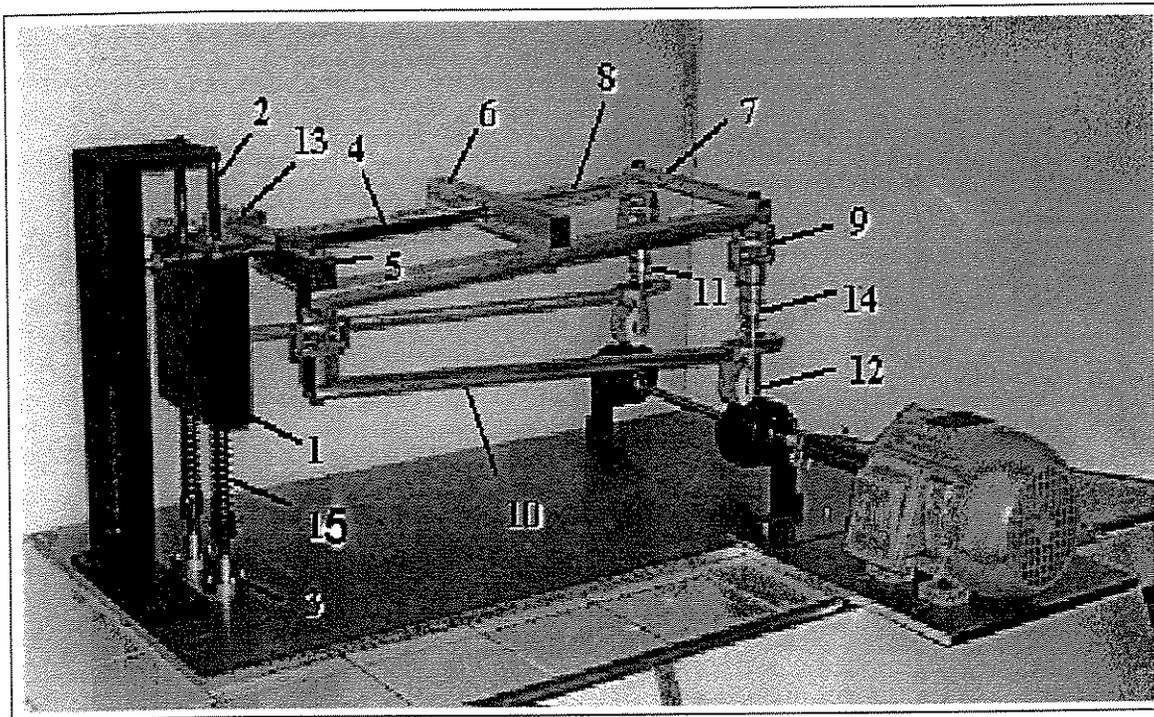
A bancada de testes é constituída por um conjunto de corpos interconectados (parte mecânica do medidor) e de sensores (parte eletrônica do medidor). Além destes componentes, existem os sistemas auxiliares, que contribuem para o funcionamento da bancada de forma completa.

Uma descrição dos principais componentes da bancada de testes é apresentada na tabela (3.1) e ilustrada na figura (3.1).

1	Massa suspensa
2	Eixo guia da massa suspensa
3	Base do eixo guia da massa suspensa
4	Eixo do chassi
5	Viga de sustentação frontal (chassi)
6	Viga de sustentação intermediária (chassi)
7	Viga de sustentação traseira (chassi)
8	Viga de sustentação longitudinal (chassi)
9	Junta universal
10	Viga longitudinal do medidor de perfis de pistas
11	Guia da mola de compressão traseira
12	Rolete de contato com o perfil de pista
13	Lâmina flexível (mola)
14	Mola de compressão traseira
15	Mola de sustentação da massa principal

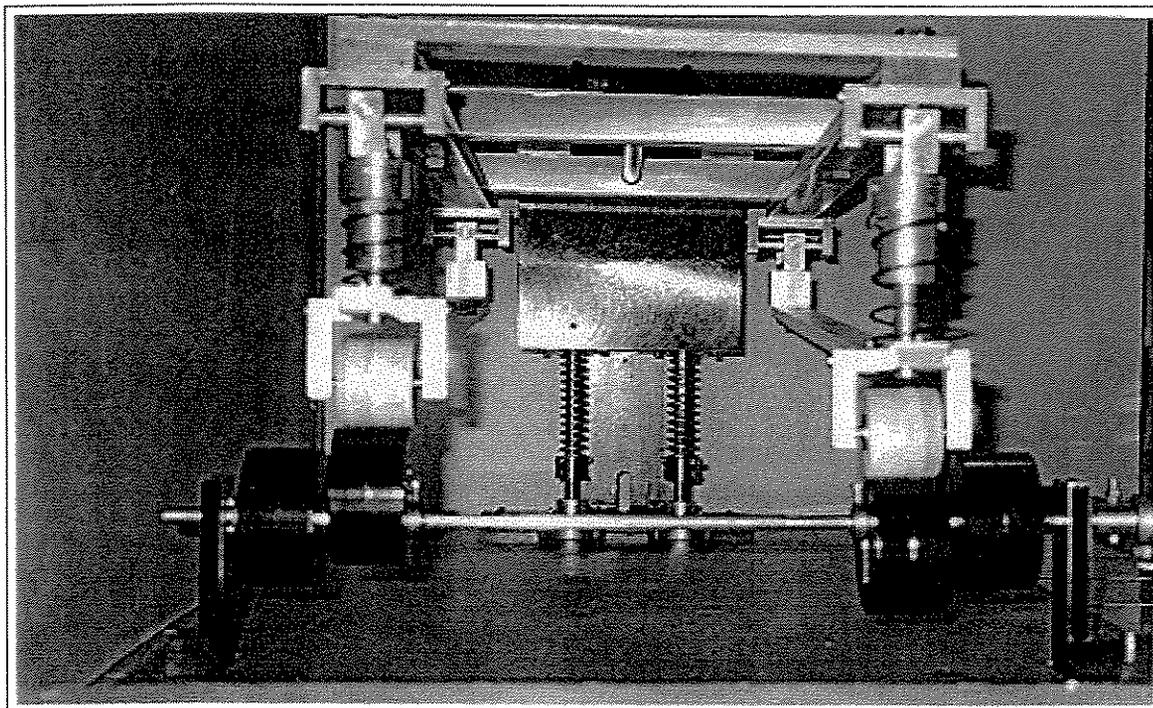
**Tabela 3.1:** Corpos principais da bancada de testes. Estes corpos constituem o simulador de um veículo (massa suspensa e vigas do chassi) e o medidor de perfis de pista.

Pode-se observar, na figura (3.1), que os roletes do mecanismo estão em contato com um conjunto de camos ou excêntricos. Este sistema é responsável pela simulação dos perfis geométricos que serão seguidos pelo medidor. A figura (3.2) mostra em detalhes o sistema de camos utilizados para a simulação de perfis de pistas.



**Figura 3.1:** Foto da bancada de testes. Os componentes indicados pelos números são descritos na tabela (3.1). Deve-se observar que esta foto não apresenta os sensores do mecanismo (parte eletrônica).

Os camos mostrados na figura (3.2), acionados pelo eixo do motor elétrico, permitem que perfis com diferentes amplitudes e frequências sejam simulados. Os perfis gerados são periódicos e contínuos. Uma vez que o perfil geométrico de cada camo é conhecido matematicamente, os resultados das medições experimentais com o medidor podem ser validados.



**Figura 3.2:** Sistema de camos simuladores de perfis de pista. Os camos são acionados por um eixo ligado ao motor elétrico da bancada de testes. Perfis assimétricos podem ser testados em ambos os lados do mecanismo.

### 3.2.1 Subsistemas da Bancada de Testes

De forma geral, e para melhor esclarecimento, a bancada de testes pode ser dividida em três subsistemas ((I), (II) e (III)), da seguinte forma:

- (I)- Subsistema responsável por simular a dinâmica de um veículo onde o mecanismo mecatrônico é ligado, para medir os perfis de pistas. Este subsistema apresenta movimentos de translação vertical (massa suspensa, corpo 1 na figura (3.1)) e movimentos rotacionais (chassi, vigas 5, 6, 7 e 8 na figura (3.1)).
- (II)- Medidor de perfis de pista.
- (III)- Simulador de perfis de pista.

Uma descrição mais detalhada de cada subsistema é dada a seguir.

#### Subsistema (I):

Responsável por reproduzir os movimentos de um veículo, este subsistema é composto pelos componentes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 13 e 15, conforme podem ser visualizados na figura (3.1).

A massa suspensa (componente 1) é posicionada por dois eixos guia (componente 2) e suportada por duas molas (componente 15, apenas uma unidade). A massa suspensa, fixada ao eixo guia por rolamentos axiais, apresenta apenas movimentos de translação na direção vertical.

A massa suspensa está conectada às vigas do chassi através de um eixo central (componente 4) e de lâminas flexíveis (componente 13). O eixo central transmite movimentos de translação entre a massa suspensa e as vigas do chassi permitindo, também, que o chassi apresente movimentos de rotação. As lâminas flexíveis comportam-se como molas torcionais no movimento de rotação do chassi.

O chassi do simulador de um veículo na bancada de testes, é formado pelos componentes 5, 6, 7 e 8 (figura (3.1)), ou seja, um conjunto de vigas interconectadas.

#### Subsistema (II):

O subsistema (II) representa a parte mecânica do medidor mecatrônico de perfis de pista.

Este subsistema é composto pelos componentes 9, 10, 11, 12 e 14, conforme podem ser visualizados na figura (3.1).

O medidor de perfis de pistas é acoplado às vigas do chassi através de quatro juntas

universais (componente 9, apenas uma unidade). O objetivo do uso das juntas universais é desacoplar os movimentos de rotação do veículo (representado pela massa suspensa e chassi) com relação às vigas do medidor (componente 10, apenas uma unidade). Desta forma, as medições de perfis de pistas podem ser realizadas, sem que a dinâmica do veículo interfira nos resultados.

Duas rodas rígidas, ou roletes (componente 12, apenas uma unidade), têm a finalidade de seguirem, cada uma, o perfil direito e esquerdo de uma pista. O uso de dois roletes permite que dois perfis sejam medidos simultanea e independentemente. Após tratamento e análise dos sinais adquiridos, os perfis podem ser reconstituídos.

Duas molas de compressão (componente 14, apenas uma unidade), sobre cada rolete, têm a função de manterem o contato entre os roletes e os perfis da pista, durante a realização das medições. Duas guias (componente 11, apenas uma unidade) posicionam as molas de compressão traseiras sobre os roletes.

#### Subsistema (III):

Este subsistema é composto pelo conjunto de camos ou excêntricos, mostrados na figura (3.2). Estes são acionados por um motor elétrico, cuja velocidade é ajustada por um controlador digital de velocidades.

Conforme já mencionado, o perfil gerado pela rotação dos camos é matematicamente conhecido, permitindo que o perfil medido seja comprovado pelo perfil analítico, calculado previamente.

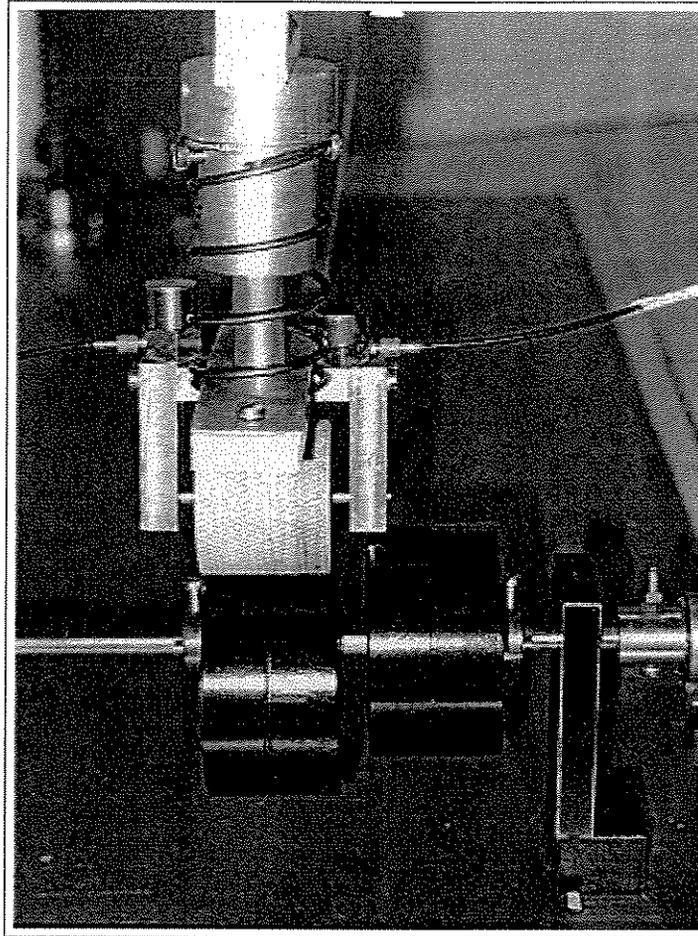
### 3.3 Funcionamento da Bancada de Testes

A bancada de testes funciona da forma descrita a seguir.

O motor elétrico, acionado pelo controlador digital de velocidades, gira o eixo, o qual produz uma rotação constante e conhecida nos camos (simuladores de perfis de pistas).

A rotação dos camos produz uma excitação vertical no medidor, através do contato entre os roletes do medidor e o perfil simulado. Portanto, o movimento vertical do perfil variável é transmitido para os roletes e vigas do medidor de perfis de pista.

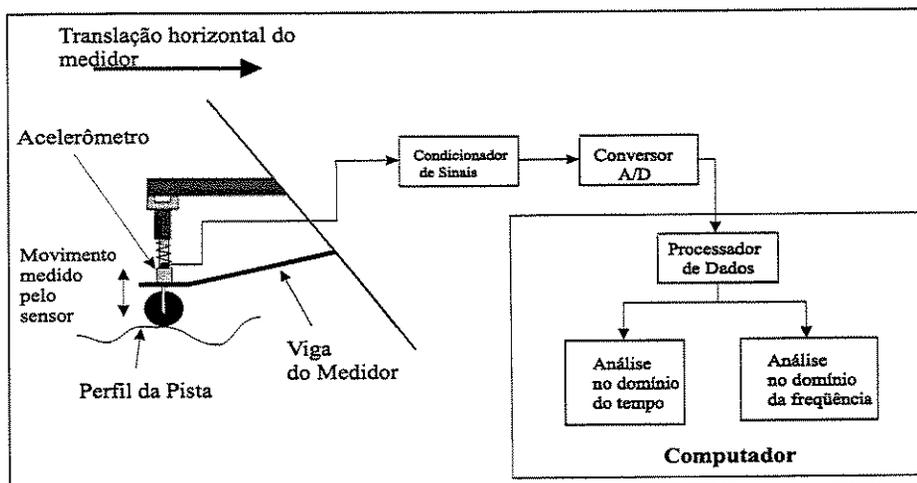
Os perfis gerados são medidos pelo medidor através da parte eletrônica do mesmo. A parte eletrônica do medidor é constituída por dois pares de acelerômetros, com cada par posicionado sobre os suportes de cada rolete, conforme podem ser vistos na figura (3.3). Sistemas de condicionamento, tratamento e gravação dos sinais (computador) completam a parte eletrônica do medidor. Tais equipamentos são descritos na seção da instrumentação utilizada.



**Figura 3.3:** Posicionamento dos acelerômetros sobre os roletes. Os acelerômetros, posicionados sobre cada rolete, são responsáveis por adquirirem os sinais gerados pelos perfis variáveis de pista.

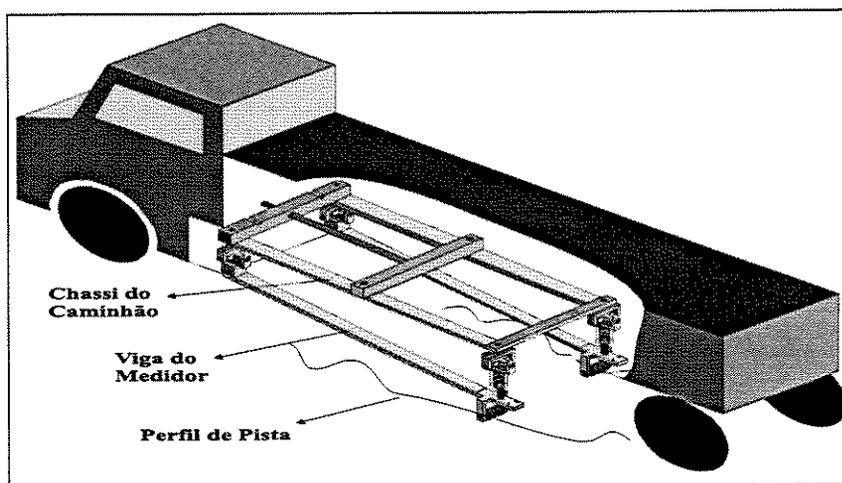
Conforme pode ser visto na figura (3.3), os acelerômetros medem as acelerações verticais provenientes dos perfis da pista. Os sinais adquiridos, os quais caracterizam os movimentos dos roletes na direção dos acelerômetros, são integrados duas vezes. Conseqüentemente, os deslocamentos verticais de cada rolete são obtidos, caracterizando os perfis direito e esquerdo da pista.

A figura (3.4) mostra o processo de medição de um perfil de uma pista. São destacadas as partes eletrônicas do medidor, desde os acelerômetros até o computador, onde pode ser feita a análise dos sinais.



**Figura 3.4:** Processo de medição do perfil de uma pista. Os sinais adquiridos pelo acelerômetro são condicionados e convertidos para o padrão digital, para análises no domínio do tempo e no domínio da frequência.

Como forma final de ilustrar o funcionamento do medidor mecatrônico de perfis de pista, quando acoplado a um veículo, apresenta-se na figura (3.5) um esquema do medidor operando acoplado a um caminhão em translação sobre uma pista.



**Figura 3.5:** Medidor mecatrônico de perfis de pista ligado a um caminhão em translação sobre uma pista.

### 3.4 Instrumentação da Bancada de Testes

A instrumentação empregada na bancada de testes permite que os sinais medidos, dos perfis simulados, sejam processados tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Além disso, permite que outros movimentos sejam medidos nos diferentes corpos que constituem a bancada de testes.

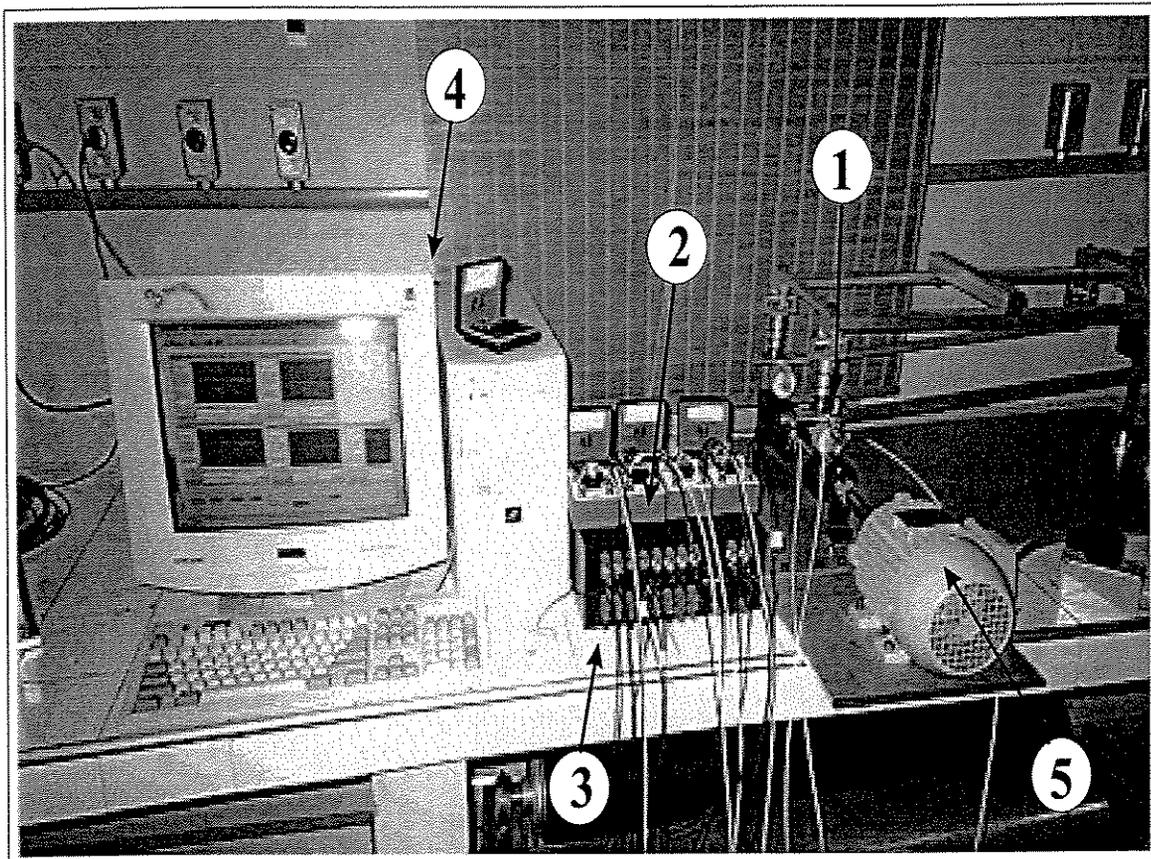
A parte eletrônica do medidor mecatrônico de perfis de pista é constituída justamente da instrumentação utilizada na bancada de testes, com excessão do motor elétrico e do controlador digital de velocidades do motor.

A instrumentação utilizada é descrita a seguir:

- Quatro acelerômetros *PCB Piezotronics*, modelo 353B33. Faixa de frequência de 1Hz a 4000 Hz. Sensibilidades:  $Sv_1 = 101,0$  mV/g,  $Sv_2 = 103,6$  mV/g,  $Sv_3 = 100,4$  mV/g e  $Sv_4 = 100,9$  mV/g.
- Quatro condicionadores de sinais *PCB Piezotronics*, modelo 480B10.
- Placa de aquisição e conversão digital de sinais, modelo DT-EZ01 da *Data Translation*, com oito canais.
- Computador *Pentium*, 166 MHz.
- Motor elétrico *WEG* de 1,5 kW de potência.
- Conversor de frequência *CFW-07 WEG*. Permite o controle da rotação do motor elétrico, acionador dos camos simuladores de perfis de pista.

O processamento e gravação dos sinais são realizados pelo programa *HP-VEE* da *Hewlett-Packard*, instalado no computador *Pentium* 166 MHz.

Uma foto da instrumentação utilizada na bancada de testes é mostrada na figura (3.6).



**Figura 3.6:** Instrumentação utilizada na bancada de testes. 1- Acelerômetro; 2- Condicionador de sinais; 3- Placa de conversão analógico-digital; 4- Computador 166 MHz; 5- Motor elétrico.

Na figura (3.6) são mostrados os acelerômetros conectados em um rolete do medidor, para a medição dos movimentos de translação vertical do rolete, quando a bancada de testes está funcionando.

# Capítulo 4

## O Modelo Teórico

### 4.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é a apresentação do modelo teórico da bancada de testes. Este modelo é desenvolvido baseando-se na cinemática e dinâmica dos corpos rígidos que constituem a bancada de testes, conforme é apresentado a seguir.

### 4.2 A Cinemática do Sistema

Cinemática é a parte da Mecânica que estuda os movimentos do ponto de vista da sua geometria, sem levar em consideração as forças envolvidas. O objetivo desta seção é a análise cinemática da bancada de testes do medidor mecatrônico de perfis de pistas.

Em sistemas mecânicos, como mecanismos, os componentes formam geometrias fechadas que mudam de forma quando os componentes movem-se, mas ainda permanecem geometrias fechadas. Portanto, cada geometria fechada, formada por estes componentes, pode ser descrita por uma soma vetorial de posição identicamente igual a zero em qualquer

instante de tempo. As equações geradas permitem a determinação de todas as informações de posição requeridas.

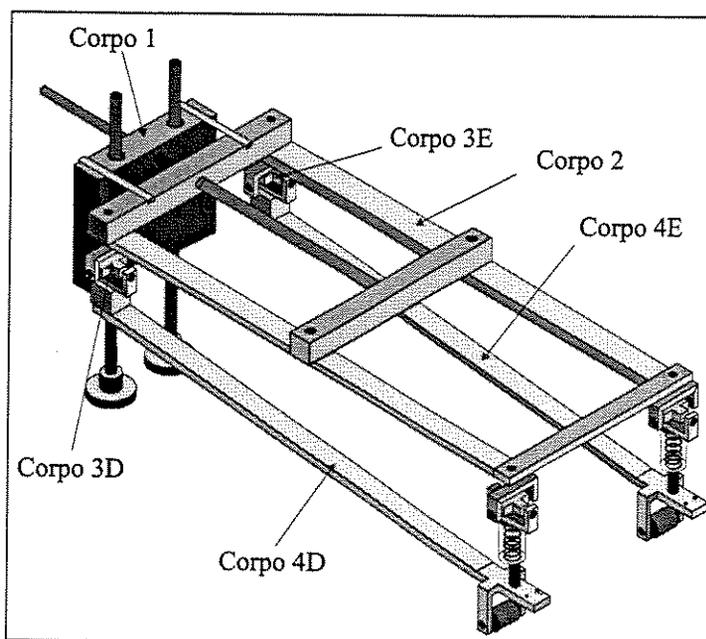
Uma análise de velocidade pode ser realizada a partir das equações vetoriais fechadas de posição, derivando as mesmas no tempo. Portanto, é possível obter as velocidades das variáveis envolvidas, a partir da análise de posição anterior.

A análise de aceleração, um pouco mais complexa devido aos termos envolvidos, é realizada derivando-se duas vezes no tempo as equações vetoriais de posição. Assim, as acelerações das variáveis cinemáticas podem ser obtidas.

É importante lembrar que a aplicação de tal análise resulta geralmente em sistemas de equações não lineares, cuja solução exata é difícil de ser obtida. Nestes casos, métodos numéricos de resolução, como o Método Newton-Raphson, são empregados.

### 4.2.1 Sistemas de Referência

Para a bancada de testes do medidor mecatrônico de perfis de pistas em estudo, figura (4.1), foram obtidas duas equações vetoriais fechadas, uma para o lado direito do sistema e outra para o lado esquerdo. Porém, para que os vetores de posição sejam descritos de forma adequada, é necessário a definição dos sistemas de referência. Em cada sistema de referência a ser definido, associa-se um sistema de eixos cartesianos. Para o mecanismo em questão, definem-se um sistema inercial ( $I$ ) e seis sistemas de referência móveis ( $B_n$ ), conforme podem ser visualizados na figura (4.2).



**Figura 4.1:** Corpos da bancada de testes. Os corpos, indicados na figura, correspondem àqueles aos quais os sistemas de referência móveis são solidários. Corpo 1 - massa suspensa; Corpo 2 - vigas do chassi; Corpo 3D e Corpo 3E - juntas universais ou cruzetas; Corpo 4D e Corpo 4E - vigas do medidor mecatrônico de perfis de pista.

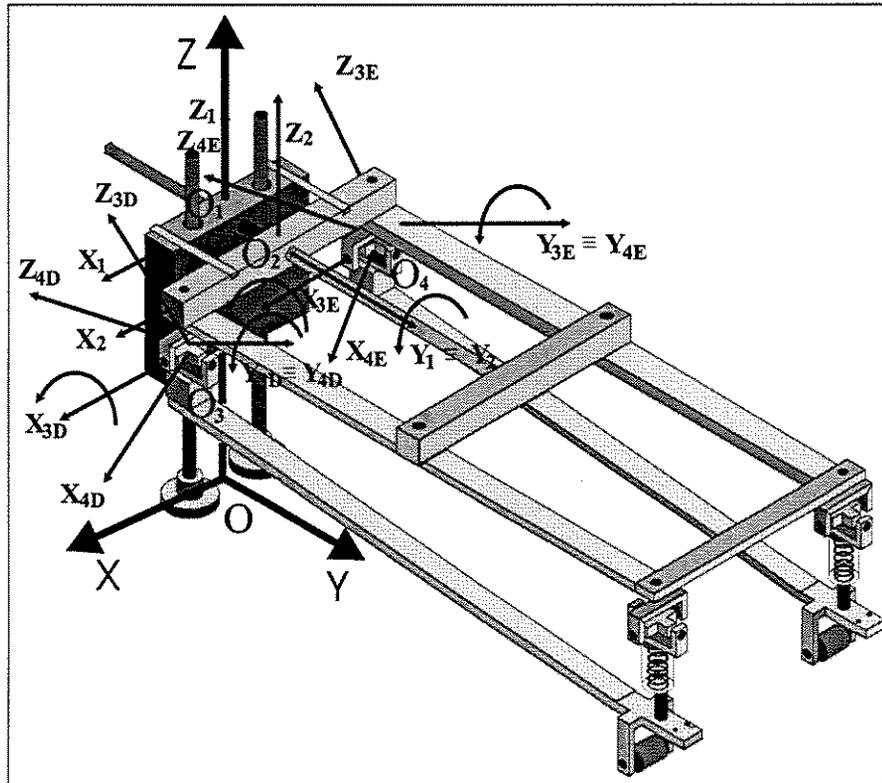


Figura 4.2: Sistemas de referência acoplados aos corpos rígidos do mecanismo, inercial ( $I$ ) e móveis ( $B_n$ ). Os sistemas de referência móveis descrevem o mesmo movimento dos corpos em que estão ligados.

Os sistemas de referência são:

- Sistema Inercial  $I$ : eixos  $X, Y, Z$ , com origem no ponto  $O$ , representados pelos cursores  $i, j, k$ , ligados à base do mecanismo.
- Sistema móvel  $B_1$ : eixos  $X_1, Y_1, Z_1$ , com origem no ponto  $O_1$ , representados pelos cursores  $i_1, j_1, k_1$ , ligados ao corpo 1 (massa suspensa, figura (4.1)).
- Sistema móvel  $B_2$ : eixos  $X_2, Y_2, Z_2$ , com origem no ponto  $O_2$ , representados pelos cursores  $i_2, j_2, k_2$ , ligados ao corpo 2 (conjunto de vigas do chassi, figura (4.1)).
- Sistema móvel  $B_{3D}$ : eixos  $X_{3D}, Y_{3D}, Z_{3D}$ , com origem no ponto  $O_3$ , representados pelos cursores  $i_{3D}, j_{3D}, k_{3D}$ , ligados ao corpo 3D (junta cardânica anterior direita, figura (4.1)).

- Sistema móvel  $B_{3E}$ : eixos  $X_{3E}, Y_{3E}, Z_{3E}$ , com origem no ponto  $O_4$ , representados pelos cursores  $\mathbf{i}_{3E}, \mathbf{j}_{3E}, \mathbf{k}_{3E}$ , ligados ao corpo 3E (junta cardânica anterior esquerda, figura (4.1)).
- Sistema móvel  $B_{4D}$ : eixos  $X_{4D}, Y_{4D}, Z_{4D}$ , com origem no ponto  $O_3$ , representados pelos cursores  $\mathbf{i}_{4D}, \mathbf{j}_{4D}, \mathbf{k}_{4D}$ , ligados ao corpo 4D (viga direita do medidor de perfis de pista, figura (4.1)).
- Sistema móvel  $B_{4E}$ : eixos  $X_{4E}, Y_{4E}, Z_{4E}$ , com origem no ponto  $O_4$ , representados pelos cursores  $\mathbf{i}_{4E}, \mathbf{j}_{4E}, \mathbf{k}_{4E}$ , ligados ao corpo 4E (viga esquerda do medidor de perfis de pista, figura (4.1)).

A simetria do mecanismo facilita o posicionamento dos referidos sistemas inercial ( $I$ ) e móveis ( $B_n$ ). Os sistemas de referência móveis descrevem o mesmo movimento dos corpos aos quais estão ligados.

## 4.2.2 Matrizes de Transformação de Coordenadas

Definidos os sistemas de referência, é possível escrever as matrizes de transformação de coordenadas para que se possa representar um vetor em qualquer um dos sistemas de referência estabelecidos.

- Sistema móvel de referência  $B_1$ , com translação na direção do eixo  $Z$  do sistema de referência inercial  $I$ :  $\alpha_1$  é a rotação do corpo 1, massa suspensa, em relação ao sistema de referência inercial  $I$  (corpo 1 apresenta apenas movimentos de translação neste referencial).

$${}_I\dot{\alpha}_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\alpha_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}_{B_1}\mathbf{s} = \mathbf{T}_{\alpha_1} {}_I\mathbf{s}$$

Sendo  ${}_I\dot{\alpha}_1$  a velocidade angular do sistema de referência móvel  $B_1$  em relação ao sistema de referência inercial  $I$ ,  $\mathbf{T}_{\alpha_1}$  a matriz de transformação de coordenadas entre o sistema inercial  $I$  e o sistema móvel  $B_1$  e  ${}_j\mathbf{s}$  um vetor genérico representado no sistema de referência  $j$ .

- Sistema móvel  $B_2$ , com rotações em torno do eixo  $Y_1$  do sistema móvel  $B_1$ :  $\alpha_2$  é a rotação do corpo 2, responsável pela simulação do movimento rotatório do veículo em torno do eixo  $Y_1$ .

$${}_{B_1}\dot{\alpha}_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\alpha}_2 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\alpha_2} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_2 & 0 & -\text{sen } \alpha_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen } \alpha_2 & 0 & \cos \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad {}_{B_2}\mathbf{s} = \mathbf{T}_{\alpha_2} {}_{B_1}\mathbf{s}$$

Sendo  ${}_{B_1}\dot{\alpha}_2$  a velocidade angular do sistema de referência móvel  $B_2$  em relação ao sistema de referência móvel  $B_1$ ,  $\mathbf{T}_{\alpha_2}$  a matriz de transformação de coordenadas entre o sistema móvel  $B_1$  e o sistema móvel  $B_2$  e  ${}_j\mathbf{s}$  um vetor genérico representado no sistema de referência  $j$ .

- Sistema móvel  $B_{3D}$ , com rotações em torno do eixo  $X_2$  do sistema móvel  $B_2$ :  $\alpha_{3D}$  é a rotação realizada pela junta cardânica direita anterior em torno do eixo  $X_2$ , na tentativa de desacoplar os movimentos da massa suspensa e chassi do veículo com relação às vigas do medidor de perfis de pista.

$${}_{B_2}\dot{\alpha}_{3D} = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_{3D} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\alpha_{3D}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{3D} & \text{sen } \alpha_{3D} \\ 0 & -\text{sen } \alpha_{3D} & \cos \alpha_{3D} \end{bmatrix}, \quad {}_{B_{3D}}\mathbf{s} = \mathbf{T}_{\alpha_{3D}} {}_{B_2}\mathbf{s}$$

Sendo  ${}_{B_2}\dot{\alpha}_{3D}$  a velocidade angular do sistema de referência móvel  $B_{3D}$  em relação ao sistema de referência móvel  $B_2$ ,  $\mathbf{T}_{\alpha_{3D}}$  a matriz de transformação de coordenadas entre o sistema móvel  $B_2$  e o sistema móvel  $B_{3D}$  e  ${}_j\mathbf{s}$  um vetor genérico representado no sistema de referência  $j$ .

- Sistema móvel  $B_{3E}$ , com rotações em torno do eixo  $X_2$  do sistema móvel  $B_2$ :  $\alpha_{3E}$  é a rotação realizada pela junta cardânica esquerda anterior em torno do eixo  $X_2$ , com a finalidade de desacoplar os movimentos da massa suspensa e chassi do veículo com relação às vigas do medidor de perfis de pista.

$${}_{B_2}\dot{\alpha}_{3E} = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_{3E} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\alpha_{3E}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{3E} & \text{sen } \alpha_{3E} \\ 0 & -\text{sen } \alpha_{3E} & \cos \alpha_{3E} \end{bmatrix}, \quad {}_{B_{3E}}\mathbf{s} = \mathbf{T}_{\alpha_{3E}} {}_{B_2}\mathbf{s}$$

Sendo  ${}_{B_2}\dot{\alpha}_{3E}$  a velocidade angular do sistema de referência móvel  $B_{3E}$  em relação ao sistema de referência móvel  $B_2$ ,  $\mathbf{T}_{\alpha_{3E}}$  a matriz de transformação de coordenadas entre o sistema móvel  $B_2$  e o sistema móvel  $B_{3E}$  e  ${}_j\mathbf{s}$  um vetor genérico representado no sistema de referência  $j$ .

- Sistema móvel  $B_{4D}$ , com rotações em torno do eixo  $Y_{3D}$  do sistema móvel  $B_{3D}$ :  $\alpha_{4D}$  é a segunda rotação realizada pela junta cardânica direita anterior em torno do eixo  $Y_{3D}$ , também com a finalidade de desacoplar os movimentos do simulador do veículo com relação às vigas do medidor.

$${}_{B_{3D}}\dot{\alpha}_{4D} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\alpha}_{4D} \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\alpha_{4D}} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_{4D} & 0 & -\text{sen } \alpha_{4D} \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen } \alpha_{4D} & 0 & \cos \alpha_{4D} \end{bmatrix}, \quad {}_{B_{4D}}\mathbf{s} = \mathbf{T}_{\alpha_{4D}} {}_{B_{3D}}\mathbf{s}$$

Sendo  ${}_{B_{3D}}\dot{\alpha}_{4D}$  a velocidade angular do sistema de referência móvel  $B_{4D}$  em relação ao sistema de referência móvel  $B_{3D}$ ,  $\mathbf{T}_{\alpha_{4D}}$  a matriz de transformação de coordenadas entre o sistema móvel  $B_{3D}$  e o sistema móvel  $B_{4D}$  e  ${}_j\mathbf{s}$  um vetor genérico representado no sistema de referência  $j$ .

O ângulo  $\alpha_{4D}$  é a diferença entre o ângulo de rotação do veículo ( $\alpha_2$ ) e o ângulo de inclinação transversal direito da pista, no plano XZ ( $\alpha_{pD}$ ):  $\alpha_{4D} = (\alpha_2 - \alpha_{pD})$ .

- Sistema móvel  $B_{4E}$ , com rotações em torno do eixo  $Y_{3E}$  do sistema móvel  $B_{3E}$ :  $\alpha_{4E}$  é a segunda rotação realizada pela junta cardânica esquerda anterior em torno do eixo  $Y_{3E}$ , com a finalidade de desacoplar os movimentos do simulador do veículo com relação às vigas do medidor.

$${}_{B_{3E}}\dot{\alpha}_{4E} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\alpha}_{4E} \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\alpha_{4E}} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_{4E} & 0 & -\text{sen } \alpha_{4E} \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen } \alpha_{4E} & 0 & \cos \alpha_{4E} \end{bmatrix}, \quad {}_{B_{4E}}\mathbf{s} = \mathbf{T}_{\alpha_{4E}} {}_{B_{3E}}\mathbf{s}$$

Sendo  ${}_{B_{3E}}\dot{\alpha}_{4E}$  a velocidade angular do sistema de referência móvel  $B_{4E}$  em relação ao sistema de referência móvel  $B_{3E}$ ,  $\mathbf{T}_{\alpha_{4E}}$  a matriz de transformação de coordenadas entre o sistema móvel  $B_{3E}$  e o sistema móvel  $B_{4E}$  e  ${}_j\mathbf{s}$  um vetor genérico representado no sistema de referência  $j$ .

O ângulo  $\alpha_{4E}$  é a diferença entre o ângulo de rotação do veículo ( $\alpha_2$ ) e o ângulo de inclinação transversal esquerdo da pista, no plano XZ ( $\alpha_{pE}$ ):  $\alpha_{4E} = (\alpha_2 - \alpha_{pE})$ .

### 4.2.3 Análise de Posição

A determinação das equações de vínculo cinemático é feita com base em duas equações vetoriais fechadas, para cada lado do sistema, conforme já mencionado. A partir destas equações, a análise de posição é realizada. Todas as equações foram escritas simbolicamente, utilizando o software *MATHEMATICA*.

A figura (4.3) mostra os vetores de posição, utilizados para o somatório fechado de vetores.

Os vetores de posição, mostrados na figura (4.3), são definidos a seguir, nos sistemas de referência móveis mais convenientes para representação. As letras  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$  e  $H$ , utilizadas no estabelecimento dos vetores de posição, correspondem às dimensões constantes dos componentes da bancada de testes. Os demais índices são variáveis cinemáticas do sistema no tempo:

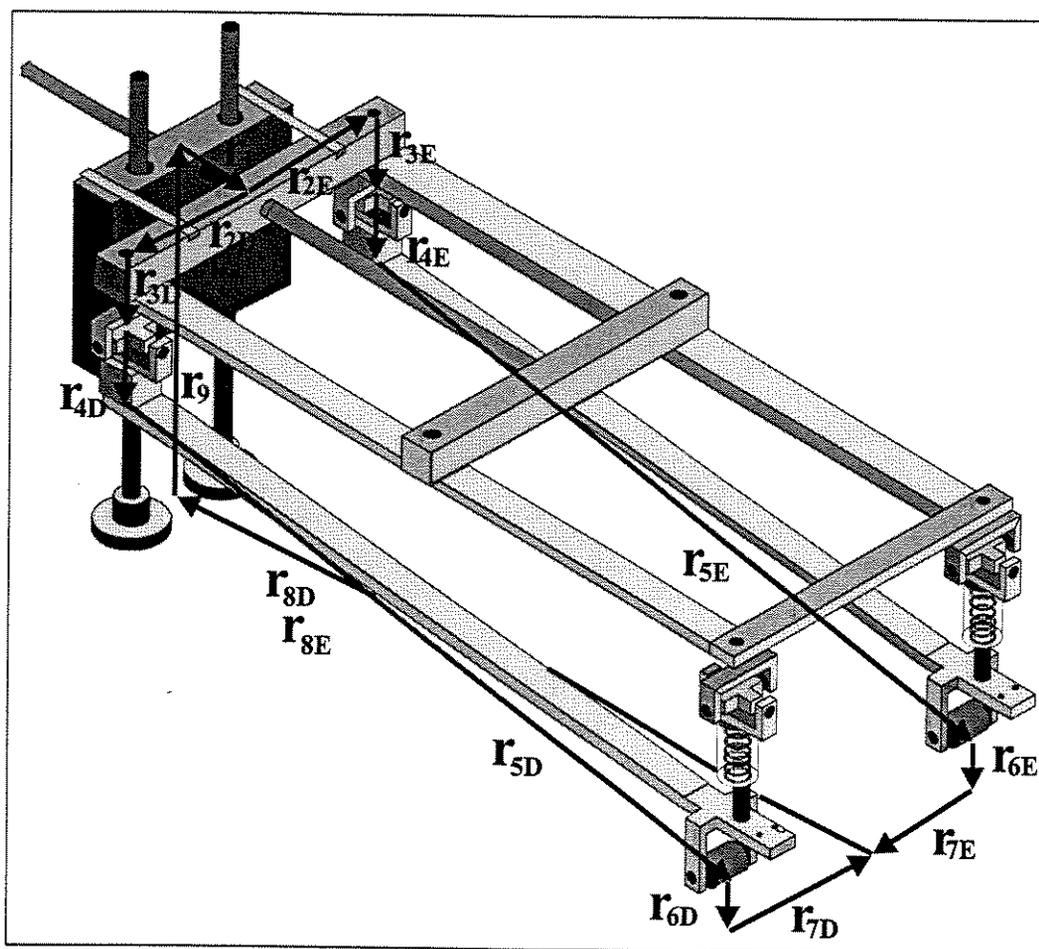


Figura 4.3: Somatório vetorial fechado dos vetores de posição, representando os vínculos cinemáticos ou restrições cinemáticas do mecanismo. O somatório deve ser realizado com os vetores em um referencial comum, como o referencial inercial  $I$ .

$${}_I \mathbf{r}_1 = \{0 \quad A \quad 0\}^T$$

$${}_{B_2} \mathbf{r}_{2D} = \{B \quad 0 \quad 0\}^T$$

$${}_{B_2} \mathbf{r}_{2E} = \{-B \quad 0 \quad 0\}^T$$

$${}_{B_2} \mathbf{r}_{3D} = {}_{B_2} \mathbf{r}_{3E} = \{0 \quad 0 \quad -C\}^T$$

$${}_{B_4} \mathbf{r}_{4D} = {}_{B_4} \mathbf{r}_{4E} = \{0 \quad 0 \quad -D\}^T$$

$${}_{B_4} \mathbf{r}_{5D} = {}_{B_4} \mathbf{r}_{5E} = \{0 \quad E \quad -F\}^T$$

$${}_I\mathbf{r}_{6D} = \{0 \ 0 \ -\text{Perfil}_D(t)\}^T$$

$${}_I\mathbf{r}_{6E} = \{0 \ 0 \ -\text{Perfil}_E(t)\}^T$$

$${}_I\mathbf{r}_{7D} = \{-x_D(t) \ 0 \ 0\}^T$$

$${}_I\mathbf{r}_{7E} = \{x_E(t) \ 0 \ 0\}^T$$

$${}_I\mathbf{r}_{8D} = \{0 \ -y_D(t) \ -H\}^T$$

$${}_I\mathbf{r}_{8E} = \{0 \ -y_E(t) \ -H\}^T$$

$${}_I\mathbf{r}_9 = \{0 \ 0 \ z(t)\}^T$$

Com os vetores de posição determinados, e com o uso das matrizes de transformação de coordenadas, duas equações vetoriais fechadas podem ser escritas utilizando-se como referência o sistema inercial  $I$ . Isto resulta em seis equações algébricas:

$$\begin{aligned} &{}_I\mathbf{r}_1 + \mathbf{T}_{\alpha_2 \cdot B_2}^T \mathbf{r}_{2D} + \mathbf{T}_{\alpha_2 \cdot B_2}^T \mathbf{r}_{3D} + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{3D}}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{4D} \cdot B_{4D}}^T \mathbf{r}_{4D} + \\ &+ \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{3D}}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{4D} \cdot B_{4D}}^T \mathbf{r}_{5D} + {}_I\mathbf{r}_{6D} + {}_I\mathbf{r}_{7D} + {}_I\mathbf{r}_{8D} + {}_I\mathbf{r}_9 = 0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} &{}_I\mathbf{r}_1 + \mathbf{T}_{\alpha_2 \cdot B_2}^T \mathbf{r}_{2E} + \mathbf{T}_{\alpha_2 \cdot B_2}^T \mathbf{r}_{3E} + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{3E}}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{4E} \cdot B_{4E}}^T \mathbf{r}_{4E} + \\ &+ \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{3E}}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{4E} \cdot B_{4E}}^T \mathbf{r}_{5E} + {}_I\mathbf{r}_{6E} + {}_I\mathbf{r}_{7E} + {}_I\mathbf{r}_{8E} + {}_I\mathbf{r}_9 = 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

As equações (4.1) e (4.2) constituem a representação matemática das duas restrições cinemáticas do mecanismo, para o lado direito e esquerdo, respectivamente.

Antes da resolução das equações (4.1) e (4.2), é necessário o conhecimento dos graus de liberdade do sistema. O termo *graus de liberdade* é usado para referir ao número de variáveis independentes necessárias para descreverem um sistema mecânico quando os vínculos cinemáticos são holonômicos, como os apresentados pelo medidor de perfis de pistas em análise. Um conjunto de coordenadas que é completo (suficientes para especificar a posição do sistema completamente), e cujas coordenadas são independentes umas das outras, é chamado de conjunto de *coordenadas generalizadas* [13]. Em muitos problemas, e que também ocorre neste estudo, o número de variáveis cinemáticas é maior que os graus de liberdade. Desta forma, as coordenadas associadas com os graus de liberdade são consideradas variáveis primárias, e as demais variáveis são consideradas variáveis secundárias. As variáveis primárias são consideradas conhecidas (entradas) permitindo que as variáveis secundárias sejam determinadas a partir delas. Para o problema dinâmico do medidor de perfis de pista, as equações diferenciais que descrevem o movimento do sistema (equações de movimento, obtidas posteriormente) também descrevem a maneira na qual as coordenadas generalizadas (variáveis primárias) variam com o tempo.

Os graus de liberdade, ou variáveis primárias, do mecanismo são:

- Deslocamento vertical da massa suspensa (corpo 1, figura (4.1)) na direção do eixo  $Z$  do sistema de referência inercial  $I$ :  $z(t)$
- Rotação das vigas simuladoras do chassi (corpo 2, figura (4.1)) em torno do eixo  $Y_1$  do sistema de referência móvel  $B_1$ :  $\alpha_2(t)$

Assim, conhecendo-se também o perfil da pista e sua inclinação transversal, ou seja,  $Perfil_D(t)$  (perfil de pista direito),  $Perfil_E(t)$  (perfil de pista esquerdo),  $\alpha_p(t)$  (inclinação transversal direita da pista) e  $\alpha_{pe}(t)$  (inclinação transversal esquerda da pista), utilizam-se estes valores no sistema de equações algébricas não lineares de posição, e obtém-se as seis variáveis restantes ou variáveis cinemáticas secundárias:

- Rotação da junta cardânica direita anterior em torno do eixo  $X_2$  do sistema móvel de referência  $B_2$ :  $\alpha_{3D}(t)$
- Rotação da junta cardânica esquerda anterior em torno do eixo  $X_2$  do sistema móvel de referência  $B_2$ :  $\alpha_{3E}(t)$
- Deslocamento lateral direito, do rolete direito do medidor, na direção do eixo  $X$  do sistema inercial  $I$ :  $x_D(t)$
- Deslocamento lateral esquerdo, do rolete esquerdo do medidor, na direção do eixo  $X$  do sistema inercial  $I$ :  $x_E(t)$
- Deslocamento longitudinal direito, do rolete direito do medidor, na direção do eixo  $Y$  do sistema inercial  $I$ :  $y_D(t)$
- Deslocamento longitudinal esquerdo, do rolete esquerdo do medidor, na direção do eixo  $Y$  do sistema inercial  $I$ :  $y_E(t)$

De uma forma genérica, o sistema de equações de posição, representado pelas duas equações vetoriais (4.1) e (4.2), pode ser escrito da seguinte forma:

$$\mathbf{P}_{6 \times 6} \cdot \mathbf{w}_{6 \times 1} = \mathbf{b}_{P_{6 \times 1}} \quad (4.3)$$

Sendo  $\mathbf{w}_{6 \times 1} = \{\alpha_{3D}(t) \ \alpha_{3E}(t) \ x_D(t) \ x_E(t) \ y_D(t) \ y_E(t)\}^T$ , ou seja, o vetor de posição das variáveis secundárias. A matriz  $\mathbf{P}_{6 \times 6}$  (matriz dos coeficientes das variáveis cinemáticas secundárias) associa o vetor  $\mathbf{w}_{6 \times 1}$  ao vetor  $\mathbf{b}_{P_{6 \times 1}}$  do lado direito da equação (4.3).

Utilizou-se o Método de Newton-Raphson para a resolução numérica do sistema de equações de posição, representado de forma compacta pela equação (4.3).

#### 4.2.4 Análise de Velocidade

A análise de velocidade é realizada derivando-se no tempo as equações vetoriais de posição (4.1) e (4.2). Tais operações foram realizadas utilizando o software *MATHEMATICA*.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}({}_I\mathbf{r}_1 + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot {}_{B_2}\mathbf{r}_{2D} + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot {}_{B_2}\mathbf{r}_{3D} + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{3D}}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{4D}}^T \cdot {}_{B_{4D}}\mathbf{r}_{4D} + \\ + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{3D}}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{4D}}^T \cdot {}_{B_{4D}}\mathbf{r}_{5D} + {}_I\mathbf{r}_{6D} + {}_I\mathbf{r}_{7D} + {}_I\mathbf{r}_{8D} + {}_I\mathbf{r}_9) = 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}({}_I\mathbf{r}_1 + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot {}_{B_2}\mathbf{r}_{2E} + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot {}_{B_2}\mathbf{r}_{3E} + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{3E}}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{4E}}^T \cdot {}_{B_{4E}}\mathbf{r}_{4E} + \\ + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{3E}}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{4E}}^T \cdot {}_{B_{4E}}\mathbf{r}_{5E} + {}_I\mathbf{r}_{6E} + {}_I\mathbf{r}_{7E} + {}_I\mathbf{r}_{8E} + {}_I\mathbf{r}_9) = 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

O sistema de equações algébricas resultante (seis equações algébricas) pode ser resolvido para a determinação das velocidades das variáveis secundárias em qualquer instante, a partir das velocidades das variáveis primárias, segundo as equações (4.4) e (4.5).

De uma forma compacta, as equações vetoriais (4.4) e (4.5) podem ser escritas da seguinte forma:

$$\mathbf{V}_{6 \times 6} \cdot \dot{\mathbf{w}}_{6 \times 1} = \mathbf{b}_{V_{6 \times 1}} \quad (4.6)$$

Sendo  $\dot{\mathbf{w}}_{6 \times 1} = \{\dot{\alpha}_{3D}(t) \ \dot{\alpha}_{3E}(t) \ \dot{x}_D(t) \ \dot{x}_E(t) \ \dot{y}_D(t) \ \dot{y}_E(t)\}^T$ , ou seja, o vetor de velocidade das variáveis secundárias. A matriz  $\mathbf{V}_{6 \times 6}$  é matriz dos coeficientes das velocidades das variáveis cinemáticas secundárias.

O conhecimento das velocidades das variáveis cinemáticas permite o cálculo das velocidades angulares absolutas dos sistemas de referência móveis, as quais serão utilizadas na análise dinâmica do mecanismo.

As velocidades angulares dos sistemas de referência móveis, coincidentes com as velocidades angulares dos corpos rígidos nos quais estão conectados [42], são obtidas diretamente após a resolução das equações (4.4) e (4.5). Utilizando as matrizes de transformação de coordenadas, têm-se:

$$B_1 : {}_{B_1}\Omega_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$B_2 : {}_{B_2}\Omega_2 = \mathbf{T}_{\alpha_2 \cdot B_1} \dot{\alpha}_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\alpha}_2 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} B_{3D} : {}_{B_{3D}}\Omega_{3D} &= \mathbf{T}_{\alpha_{3D}} ({}_{B_2}\dot{\alpha}_{3D} + {}_{B_2}\Omega_2) = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_{3D} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{3D} & \text{sen } \alpha_{3D} \\ 0 & -\text{sen } \alpha_{3D} & \cos \alpha_{3D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\alpha}_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_{3D} \\ \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_{3D} \\ -\dot{\alpha}_2 \text{sen } \alpha_{3D} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{3E} : {}_{B_{3E}}\Omega_{3E} &= \mathbf{T}_{\alpha_{3E}} ({}_{B_2}\dot{\alpha}_{3E} + {}_{B_2}\Omega_2) = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_{3E} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{3E} & \text{sen } \alpha_{3E} \\ 0 & -\text{sen } \alpha_{3E} & \cos \alpha_{3E} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\alpha}_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_{3E} \\ \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_{3E} \\ -\dot{\alpha}_2 \text{sen } \alpha_{3E} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{4D} : {}_{B_{4D}}\Omega_{4D} &= \mathbf{T}_{\alpha_{4D}} ({}_{B_{3D}}\dot{\alpha}_{4D} + {}_{B_{3D}}\Omega_{3D}) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_{pD} \\ 0 \end{Bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} \cos(\alpha_2 - \alpha_{pD}) & 0 & -\text{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pD}) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pD}) & 0 & \cos(\alpha_2 - \alpha_{pD}) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_{3D} \\ \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_{3D} \\ -\dot{\alpha}_2 \text{sen} \alpha_{3D} \end{Bmatrix} = \\
&= \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_2 \text{sen} \alpha_{3D} \text{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pD}) + \dot{\alpha}_{3D} \cos(\alpha_2 - \alpha_{pD}) \\ \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_{3D} + \dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_{pD} \\ \dot{\alpha}_2 \text{sen} \alpha_{3D} - \cos(\alpha_2 - \alpha_{pD}) + \dot{\alpha}_{3D} \text{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pD}) \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

Sendo:  $\alpha_{4D} = (\alpha_2 - \alpha_{pD})$ .

$$\begin{aligned}
B_{4E} : {}_{B_{4E}}\Omega_{4E} &= \mathbf{T}_{\alpha_{4E}} ({}_{B_{3E}}\dot{\alpha}_{4E} + {}_{B_{3E}}\Omega_{3E}) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_{pE} \\ 0 \end{Bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} \cos(\alpha_2 - \alpha_{pE}) & 0 & -\text{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pE}) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pE}) & 0 & \cos(\alpha_2 - \alpha_{pE}) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_{3E} \\ \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_{3E} \\ -\dot{\alpha}_2 \text{sen} \alpha_{3E} \end{Bmatrix} = \\
&= \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_2 \text{sen} \alpha_{3E} \text{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pE}) + \dot{\alpha}_{3E} \cos(\alpha_2 - \alpha_{pE}) \\ \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_{3E} + \dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_{pE} \\ \dot{\alpha}_2 \text{sen} \alpha_{3E} - \cos(\alpha_2 - \alpha_{pE}) + \dot{\alpha}_{3E} \text{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pE}) \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

Sendo:  $\alpha_{4E} = (\alpha_2 - \alpha_{pE})$ .

### 4.2.5 Análise de Aceleração

Para desenvolver a análise de aceleração, os resultados das análises de posição e de velocidade são assumidos conhecidos, e na verdade serão após a obtenção das equações diferenciais de movimento do medidor de perfis de pistas.

A análise de aceleração é obtida a partir das derivadas segundas das equações de posição (4.1) e (4.2):

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2}({}_I\mathbf{r}_1 + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot {}_{B_2}\mathbf{r}_{2D} + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot {}_{B_2}\mathbf{r}_{3D} + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{3D}}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{4D}}^T \cdot {}_{B_{4D}}\mathbf{r}_{4D} + \\ + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{3D}}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{4D}}^T \cdot {}_{B_{4D}}\mathbf{r}_{5D} + {}_I\mathbf{r}_{6D} + {}_I\mathbf{r}_{7D} + {}_I\mathbf{r}_{8D} + {}_I\mathbf{r}_9) = 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2}({}_I\mathbf{r}_1 + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot {}_{B_2}\mathbf{r}_{2E} + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot {}_{B_2}\mathbf{r}_{3E} + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{3E}}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{4E}}^T \cdot {}_{B_{4E}}\mathbf{r}_{4E} + \\ + \mathbf{T}_{\alpha_2}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{3E}}^T \cdot \mathbf{T}_{\alpha_{4E}}^T \cdot {}_{B_{4E}}\mathbf{r}_{5E} + {}_I\mathbf{r}_{6E} + {}_I\mathbf{r}_{7E} + {}_I\mathbf{r}_{8E} + {}_I\mathbf{r}_9) = 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Estas equações foram obtidas simbolicamente, utilizando o software *MATHEMATICA*.

Novamente são obtidas duas equações vetoriais ou seis equações algébricas, cuja resolução permite o conhecimento das acelerações das variáveis secundárias em qualquer instante, a partir das acelerações das variáveis primárias do mecanismo.

As equações (4.7) e (4.8) podem ser escritas da seguinte forma:

$$\mathbf{A}_{6 \times 6} \cdot \ddot{\mathbf{w}}_{6 \times 1} = \mathbf{b}_{A_{6 \times 1}} - \mathbf{C}_{6 \times 2} \cdot \ddot{\mathbf{q}}_{2 \times 1} \quad (4.9)$$

Sendo  $\ddot{\mathbf{w}}_{6 \times 1} = \{\ddot{\alpha}_{3D}(t) \ \ddot{\alpha}_{3E}(t) \ \ddot{x}_D(t) \ \ddot{x}_E(t) \ \ddot{y}_D(t) \ \ddot{y}_E(t)\}^T$ , ou seja, o vetor das acelerações das variáveis secundárias. A matriz  $\mathbf{A}_{6 \times 6}$  é a matriz dos coeficientes das acelerações das variáveis cinemáticas secundárias associada ao vetor  $\ddot{\mathbf{w}}_{6 \times 1}$ . A matriz  $\mathbf{C}_{6 \times 2}$  é composta pelos

coeficientes das acelerações das variáveis primárias. O vetor  $\ddot{\mathbf{q}}_{2 \times 1} = \{\ddot{z}(t) \ddot{\alpha}(t)_2\}^T$  representa as acelerações das variáveis primárias ou graus de liberdade do sistema.

As acelerações angulares dos sistemas de referência móveis, coincidentes com as acelerações angulares dos corpos rígidos nos quais estão conectadas [42], são obtidas diretamente após a resolução das equações (4.7) e (4.8). Utilizando as matrizes de transformação de coordenadas, têm-se:

$$B_1 : {}_{B_1}\dot{\Omega}_1 = \{0 \ 0 \ 0\}^T$$

$$B_2 : {}_{B_2}\dot{\Omega}_2 = \mathbf{T}_{\alpha_1 \cdot B_2} \ddot{\alpha}_2 = \{0 \ \ddot{\alpha}_2 \ 0\}^T$$

$$B_{3D} : {}_{B_{3D}}\dot{\Omega}_{3D} = \mathbf{T}_{\alpha_{3D}} \cdot ({}_{B_2}\ddot{\alpha}_{3D} + {}_{B_2}\dot{\Omega}_2)$$

$$B_{3E} : {}_{B_{3E}}\dot{\Omega}_{3E} = \mathbf{T}_{\alpha_{3E}} \cdot ({}_{B_2}\ddot{\alpha}_{3E} + {}_{B_2}\dot{\Omega}_2)$$

$$B_{4D} : {}_{B_{4D}}\dot{\Omega}_{4D} = \mathbf{T}_{\alpha_{4D}} \cdot ({}_{B_{3D}}\ddot{\alpha}_{4D} + {}_{B_{3D}}\dot{\Omega}_{3D})$$

$$B_{4E} : {}_{B_{4E}}\dot{\Omega}_{4E} = \mathbf{T}_{\alpha_{4E}} \cdot ({}_{B_{3E}}\ddot{\alpha}_{4E} + {}_{B_{3E}}\dot{\Omega}_{3E})$$

Devido à extensão das expressões para as acelerações angulares dos sistemas de referência móveis, estas foram apresentadas de forma compacta, apenas indicando a metodologia do cálculo.

### 4.3 O Método Newton-Euler-Jourdain

Dinâmica é a parte da Mecânica que procura relacionar os movimentos e as suas causas. Portanto, as forças, como causa dos movimentos, têm um papel de fundamental importância neste estudo.

Entretanto, em muitas situações práticas, necessita-se somente das equações de movimento dos sistemas mecânicos, para que estudos sobre estabilidade, ou projetos otimizados de sistemas de controle, ou cálculo de frequências naturais ou níveis de vibração sejam conduzidos. Para estes casos, não é necessário calcular as reações dinâmicas nos apoios. Visando obter diretamente as equações de movimento para sistemas compostos por vários corpos rígidos, faz-se uso do princípio da potência virtual, ou princípio de Jourdain. Ressalta-se que os resultados finais do método Newton-Euler-Jourdain são apenas as equações de movimento, uma vez que as forças e momentos de ação e reação não realizam trabalho (Princípio do Trabalho Virtual – d’Alembert) nem geram potência (Princípio de Jourdain) [34].

Apresenta-se, aqui, a metodologia da elaboração do modelo matemático da bancada de testes, cujo objetivo final é a obtenção das equações de movimento do sistema mecânico apresentado.

#### 4.3.1 A Descrição do Método

Quando são construídos os diagramas de corpos livres para um sistema mecânico composto por  $N$  corpos rígidos, conectados uns aos outros através de algum vínculo, têm-se novas forças de reação entre os corpos para serem calculadas. Pensando-se em cada corpo individualmente, não se pode dizer que estas forças de reação não realizam trabalho nem geram potência. Isto ocorre devido ao fato de que os movimentos dos pontos de aplicação não acontecem necessariamente perpendiculares a essas forças de reação. No entanto, pensando nos pares de corpos interligados, sabe-se pela terceira lei de Newton (ação e reação)

que o trabalho realizado pela força de ação em um corpo cancela o trabalho realizado pela sua respectiva reação, no outro corpo. Desta forma, vale para um conjunto de corpos rígidos a seguinte afirmativa: A soma do trabalho realizado pelos pares de forças de reação entre os vários corpos que compõem um sistema mecânico é nula [34].

Assim, escreve-se o princípio de Newton-Euler-Jourdain da seguinte maneira [34]:

$$\sum_{i=1}^N \left[ \left( \frac{\partial {}_I \mathbf{v}_i^*}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T \left( - \sum_{j=1}^{p_i} {}_I \mathbf{F}_{E_j} + m_i \cdot {}_I \mathbf{a}_i^* \right) + \left( \frac{\partial {}_{B_i} \omega_i}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T \left( - \sum_{j=1}^{s_i} {}_{B_i} \mathbf{M}_{EO_i} + \right. \right. \\ \left. \left. + \mathbf{I}_{O_i} \cdot \frac{d}{dt} ({}_{B_i} \omega_i) + {}_{B_i} \boldsymbol{\Omega}_i \times (\mathbf{I}_{O_i} \cdot {}_{B_i} \omega_i) + m_i \cdot {}_{B_i} \mathbf{r}_{O_i} \times {}_{B_i} \mathbf{a}_{O_i} \right) \right] = 0 \quad (4.10)$$

Sendo  $N$  o número total de corpos que compõem o sistema mecânico em estudo,  $p_i$  o número de forças externas atuantes sobre cada corpo e  $s_i$  o número de momentos externos atuantes sobre cada corpo.

Os termos da equação (4.10) são resumidos a seguir:

- ${}_I \mathbf{v}_i^*$ : velocidade linear absoluta do centro de massa do corpo  $i$ , representada no sistema de referência inercial  $I$ .
- ${}_I \mathbf{a}_i^*$ : aceleração linear absoluta do centro de massa do corpo  $i$ , representada no sistema de referência inercial  $I$ .
- ${}_{B_i} \mathbf{a}_{O_i}$ : aceleração linear do ponto  $O_i$ , em torno do qual é calculada a somatória de momentos; representada no sistema de referência móvel  $B_i$ .
- ${}_{B_i} \mathbf{r}_{O_i}$ : vetor posição, com origem no ponto  $O_i$  e fim no centro de massa do corpo  $i$ , representado no sistema de referência móvel  $B_i$ .
- ${}_{B_i} \omega_i$ : velocidade angular do corpo  $i$ , representada no sistema de referência móvel  $B_i$ .

- ${}_{B_i}\Omega_i$ : velocidade angular do sistema de referência móvel  $B_i$ , representada no próprio sistema  $B_i$ .
- $m_i$ : massa do corpo  $i$ .
- $\mathbf{I}_{O_i}$ : tensor de inércia do corpo  $i$ , com relação ao ponto em torno do qual é calculada a somatória de momentos,  $O_i$ .
- ${}_I\mathbf{F}_{E_j}$ : força externa, representada no sistema de referência inercial  $I$ .
- ${}_{B_i}\mathbf{M}_{EO_i}$ : momento externo, representado no sistema de referência móvel  $B_i$ .
- $\dot{\mathbf{q}}$ : vetor de velocidade das variáveis cinemáticas primárias.

Resume-se, a seguir, as etapas para a obtenção das equações de movimento para um sistema mecânico, composto por  $N$  corpos rígidos:

1. Definição de sistemas de referência inercial  $I$  e móveis  $B_1, B_2, \dots, B_N$ , sendo os sistemas móveis sempre solidários aos corpos 1, 2, ...,  $N$ .  $N$  sistemas móveis de referência são utilizados, ou seja,  $X - Y - Z, X_1 - Y_1 - Z_1, X_2 - Y_2 - Z_2, \dots, X_N - Y_N - Z_N$ , com os seus respectivos versores  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}), (\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_1, \mathbf{k}_1), \dots, (\mathbf{i}_N, \mathbf{j}_N, \mathbf{k}_N)$ .
2. Definição das matrizes de transformação de coordenadas dos sistemas móveis para o inercial,  $\mathbf{T}_i^T$ , e vice-versa,  $\mathbf{T}_i$ , com  $(i = 1, 2, \dots, N)$ .
3. Determinação das equações de vínculos cinemáticos com base em equações vetoriais fechadas.
4. Cálculo das grandezas físicas, como vetores de velocidade angular absoluta dos sistemas móveis de referência  ${}_{B_i}\Omega_i$  e vetores de aceleração angular absoluta  ${}_{B_i}\dot{\Omega}_i$ , baseando-se nas relações geométricas dos movimentos executados pelos corpos, tanto no plano como no espaço, obedecendo as suas restrições físicas (equações de vínculo). Ressalta-se que estes vetores são convenientemente representados no próprio sistema de referência móvel  $B_i$ .

5. Cálculo das grandezas físicas, como vetores de velocidade angular absoluta dos corpos  ${}_{B_i}\omega$  e vetores de aceleração angular absoluta  ${}_{B_i}\dot{\omega}$ , baseando-se nas relações geométricas dos movimentos executados pelos corpos, tanto no plano como no espaço, obedecendo as suas restrições físicas (equações de vínculo). Ressalta-se que estes vetores são convenientemente representados no próprio sistema de referência móvel  $B_i$ .
6. Cálculo das grandezas físicas, como vetores de velocidade linear absoluta do centro de massa dos corpos  $\mathbf{v}_i^*$ , e vetores de aceleração linear absoluta do centro de massa dos corpos  $\mathbf{a}_i^*$ , baseando-se nas relações geométricas dos movimentos executados pelos corpos, tanto no plano como no espaço, obedecendo as suas restrições físicas (equações de vínculo). Ressalta-se que estes vetores são geralmente representados no sistema de referência inercial  $I$ ,  ${}_I\mathbf{v}_i^*$  e  ${}_I\mathbf{a}_i^*$ , ou no sistema de referência móvel  $B_i$ ,  ${}_{B_i}\mathbf{v}_i^*$  e  ${}_{B_i}\mathbf{a}_i^*$ .
7. Determinação das propriedades de inércia dos vários corpos que compõem o sistema mecânico, dentre elas a massa total de cada corpo  $m_i$  e o tensor de inércia  $\mathbf{I}_{O_i}$ , composto pelos momentos e produtos de inércia de massa.
8. Determinação de todas as forças e momentos de excitação externas atuantes sobre o conjunto de corpos rígidos:  $\sum_{j=1}^{p_i} {}_I\mathbf{F}_j$  ,  $\sum_{j=1}^{s_i} {}_{B_i}\mathbf{M}_j$
9. Cálculo dos jacobianos de translação,  $\left(\frac{\partial {}_I\mathbf{v}_i}{\partial \dot{\mathbf{q}}}\right)^T$ , e rotação,  $\left(\frac{\partial {}_{B_i}\omega_i}{\partial \dot{\mathbf{q}}}\right)^T$ , em função de  $\dot{\mathbf{q}}$ , vetor contendo as velocidades das variáveis cinemáticas primárias, e trabalha-se com a equação (4.10).
10. Resolução numérica das equações diferenciais de movimento e análise dos movimentos com grandes amplitudes do sistema de corpos rígidos.

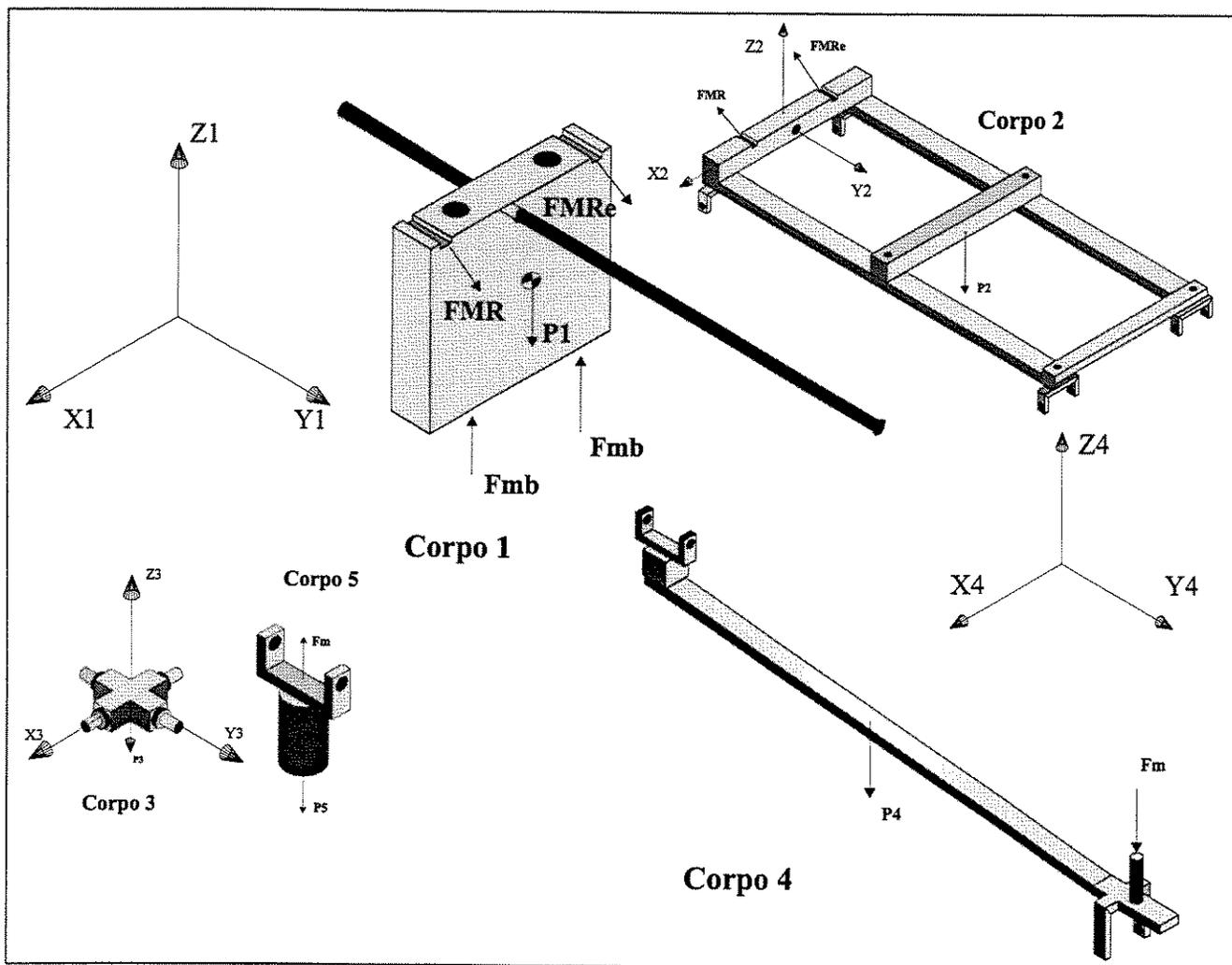
### 4.3.2 Etapas do Método

As etapas (1), (2), (3) e (4) já foram concluídas na análise cinemática da bancada de testes do medidor de perfis de pistas.

Antes de prosseguir, é necessário identificar os corpos que compõem o mecanismo da bancada de testes. A figura (4.4) mostra os corpos que constituem o mecanismo, com a representação apenas das forças externas, sem a representação das forças de ação e reação nos vínculos mecânicos (forças e momentos entre os corpos), pois elas não entram na formulação adotada (método Newton-Euler-Jourdain). A figura (4.4) mostra os corpos diferentes entre si. Os corpos que entram na formulação correspondem a um total de dez:

- Corpo 1 - Conjunto massa suspensa e eixo central.
- Corpo 2 - Vigas conectadas de um simulador do chassi de um veículo.
- Corpo 3 - Indica uma junta cardânica, com um total de quatro unidades em todo o mecanismo.
- Corpo 4 - Indica uma viga lateral do medidor de perfis de pistas, que são duas unidades no mecanismo, a direita e a esquerda.
- Corpo 5 - Guia para as molas traseiras, que são duas unidades no mecanismo, a direita e a esquerda.

Estes corpos totalizam os dez corpos do mecanismo.



**Figura 4.4:** Representação das forças que produzem trabalho ou geram potência no mecanismo, ou seja, as forças peso e forças de molas. As forças estão representadas nos corpos distintos do sistema.

São apresentadas, a seguir, as etapas restantes para a obtenção das equações diferenciais de movimento da bancada de testes, pelo método Newton-Euler-Jourdain.

Etapa (5):

Velocidade angular absoluta dos corpos

- Velocidade angular da massa suspensa (representada pelo corpo 1, figura (4.4)):

$${}_{B_1}\omega_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Velocidade angular do chassi (representada pelo corpo 2, figura (4.4)):

$${}_{B_2}\omega_2 = {}_{B_2}\Omega_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\alpha}_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Velocidade angular da junta cardânica anterior direita (representada pelo corpo 3, figura (4.4)):

$${}_{B_{3D}}\omega_{3D} = {}_{B_{3D}}\Omega_{3D} = \begin{pmatrix} \dot{\alpha}_{3D} \\ \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_{3D} \\ -\dot{\alpha}_2 \operatorname{sen} \alpha_{3D} \end{pmatrix}$$

- Velocidade angular da junta cardânica anterior esquerda (representada pelo corpo 3, figura (4.4)):

$${}_{B_{3E}}\omega_{3E} = {}_{B_{3E}}\Omega_{3E} = \begin{pmatrix} \dot{\alpha}_{3E} \\ \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_{3E} \\ -\dot{\alpha}_2 \operatorname{sen} \alpha_{3E} \end{pmatrix}$$

- Velocidade angular da viga lateral direita (representada pelo corpo 4, figura (4.4)):

$${}_{B_{4D}}\omega_{4D} = {}_{B_{4D}}\Omega_{4D} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha}_2 \operatorname{sen} \alpha_{3D} \operatorname{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pD}) + \dot{\alpha}_{3D} \cos(\alpha_2 - \alpha_{pD}) \\ \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_{3D} + \dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_{pD} \\ \dot{\alpha}_2 \operatorname{sen} \alpha_{3D} - \cos(\alpha_2 - \alpha_{pD}) + \dot{\alpha}_{3D} \operatorname{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pD}) \end{array} \right\}$$

- Velocidade angular da viga lateral esquerda (representada pelo corpo 4, figura (4.4)):

$${}_{B_{4E}}\omega_{4E} = {}_{B_{4E}}\Omega_{4E} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha}_2 \operatorname{sen} \alpha_{3E} \operatorname{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pE}) + \dot{\alpha}_{3E} \cos(\alpha_2 - \alpha_{pE}) \\ \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_{3E} + \dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_{pE} \\ \dot{\alpha}_2 \operatorname{sen} \alpha_{3E} - \cos(\alpha_2 - \alpha_{pE}) + \dot{\alpha}_{3E} \operatorname{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pE}) \end{array} \right\}$$

- Velocidade angular da guia de mola direita (representada pelo corpo 5, figura (4.4)):

$${}_{B_{4D}}\omega_{5D} = {}_{B_{4D}}\Omega_{4D} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha}_2 \operatorname{sen} \alpha_{3D} \operatorname{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pD}) + \dot{\alpha}_{3D} \cos(\alpha_2 - \alpha_{pD}) \\ \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_{3D} + \dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_{pD} \\ \dot{\alpha}_2 \operatorname{sen} \alpha_{3D} - \cos(\alpha_2 - \alpha_{pD}) + \dot{\alpha}_{3D} \operatorname{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pD}) \end{array} \right\}$$

- Velocidade angular da guia de mola esquerda (representada pelo corpo 5, figura (4.4)):

$${}_{B_{4E}}\omega_{5E} = {}_{B_{4E}}\Omega_{4E} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha}_2 \operatorname{sen} \alpha_{3E} \operatorname{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pE}) + \dot{\alpha}_{3E} \cos(\alpha_2 - \alpha_{pE}) \\ \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_{3E} + \dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_{pE} \\ \dot{\alpha}_2 \operatorname{sen} \alpha_{3E} - \cos(\alpha_2 - \alpha_{pE}) + \dot{\alpha}_{3E} \operatorname{sen}(\alpha_2 - \alpha_{pE}) \end{array} \right\}$$

As juntas universais (ou cruzetas) posteriores, direita e esquerda, possuem as mesmas velocidades angulares das respectivas juntas universais (ou cruzetas) anteriores, direita e esquerda.

Aceleração angular absoluta dos corpos

A partir deste momento, as equações passam a apresentar um grau de complexidade maior, de forma que a sua representação seria difícil e tediosa. Portanto, a seguir são apresentadas apenas como estas equações foram obtidas. Estas foram desenvolvidas utilizando o software *MATHEMATICA*.

- Aceleração angular das vigas do chassi (representadas pelo corpo 2, figura (4.4)):

$${}_{B_2}\dot{\omega}_2 = \frac{d}{dt}({}_{B_2}\omega_2)$$

- Aceleração angular da junta cardânica anterior direita (representada pelo corpo 3, figura (4.4)):

$${}_{B_{3D}}\dot{\omega}_{3D} = \frac{d}{dt}({}_{B_{3D}}\omega_{3D})$$

- Aceleração angular da junta cardânica anterior esquerda (representada pelo corpo 3, figura (4.4)):

$${}_{B_{3E}}\dot{\omega}_{3E} = \frac{d}{dt}({}_{B_{3E}}\omega_{3E})$$

- Aceleração angular da viga lateral direita (representada pelo corpo 4, figura (4.4)) e da guia de mola direita (representada pelo corpo 5, figura (4.4)):

$${}_{B_{4D}}\dot{\omega}_{4D} = {}_{B_{4D}}\dot{\omega}_{5D} = \frac{d}{dt}({}_{B_{4D}}\omega_{4D})$$

- Aceleração angular da viga lateral esquerda (representada pelo corpo 4, figura (4.4)) e da guia de mola esquerda (representada pelo corpo 5, figura (4.4)):

$${}_{B_{4E}}\dot{\omega}_{4E} = {}_{B_{4E}}\dot{\omega}_{5E} = \frac{d}{dt}({}_{B_{4E}}\omega_{4E})$$

O corpo 1 tem apenas movimento de translação, não possuindo aceleração angular. As juntas universais (ou cruzetas) posteriores, direita e esquerda, possuem as mesmas acelerações angulares das juntas universais (ou cruzetas) anteriores direita e esquerda, respectivamente.

**Etapa (6):**

Velocidade linear absoluta do centro de massa dos corpos

De maneira geral, a velocidade linear do centro de massa de um corpo ( ${}_{B_i}\mathbf{v}_j^*$ ) pode ser calculada da seguinte forma, com o auxílio de um sistema de referência móvel genérico  $B_i$ :

$${}_{B_i}\mathbf{v}_j^* = {}_{B_i}\mathbf{v}_{sri} + {}_{B_i}\boldsymbol{\Omega}_i \times {}_{B_i}\mathbf{r}_{sri-cmj} + \frac{d}{dt}({}_{B_i}\mathbf{r}_{sri-cmj}) \quad (4.11)$$

O termo  ${}_{B_i}\mathbf{r}_{sri-cmj}$  representa um vetor de posição, com origem em um ponto onde foi fixado o sistema de referência ( $sri$ , sistema de referência  $B_i$ ), e fim no centro de massa do corpo  $j$  ( $cmj$ ) em questão (distância relativa, representada em um referencial qualquer).

- Velocidade linear absoluta da massa suspensa (corpo 1, figura (4.4)):

$${}_{B_1}\mathbf{v}_1^* = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_{z1} \\ \mathbf{v}_{y1} \\ \mathbf{v}_{x1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{z} \end{Bmatrix}$$

- Velocidade linear absoluta do centro de massa do chassi (corpo 2, figura (4.4)):

$${}_{B_2} \mathbf{v}_2^* = {}_{B_2} \mathbf{v}_{sr2} + {}_{B_2} \boldsymbol{\Omega}_2 \times {}_{B_2} \mathbf{r}_{sr2-cm2} + \frac{d}{dt} ({}_{B_2} \mathbf{r}_{sr2-cm2}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_{x2} \\ \mathbf{v}_{y2} \\ \mathbf{v}_{z2} \end{Bmatrix}$$

- Velocidade linear absoluta do centro de massa da junta cardânica direita anterior (corpo 3, figura (4.4)):

$${}_{B_{3D}} \mathbf{v}_{3D}^* = {}_{B_{3D}} \mathbf{v}_{sr3D} + {}_{B_{3D}} \boldsymbol{\Omega}_{3D} \times {}_{B_{3D}} \mathbf{r}_{sr3D-cm3D} + \frac{d}{dt} ({}_{B_{3D}} \mathbf{r}_{sr3D-cm3D}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_{x3D} \\ \mathbf{v}_{y3D} \\ \mathbf{v}_{z3D} \end{Bmatrix}$$

- Velocidade linear absoluta do centro de massa da junta cardânica esquerda anterior (corpo 3, figura (4.4)):

$${}_{B_{3E}} \mathbf{v}_{3E}^* = {}_{B_{3E}} \mathbf{v}_{sr3E} + {}_{B_{3E}} \boldsymbol{\Omega}_{3E} \times {}_{B_{3E}} \mathbf{r}_{sr3E-cm3E} + \frac{d}{dt} ({}_{B_{3E}} \mathbf{r}_{sr3E-cm3E}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_{x3E} \\ \mathbf{v}_{y3E} \\ \mathbf{v}_{z3E} \end{Bmatrix}$$

- Velocidade linear absoluta do centro de massa da viga lateral direita (corpo 4, figura (4.4)):

$${}_{B_{4D}} \mathbf{v}_{4D}^* = {}_{B_{4D}} \mathbf{v}_{sr4D} + {}_{B_{4D}} \boldsymbol{\Omega}_{4D} \times {}_{B_{4D}} \mathbf{r}_{sr4D-cm4D} + \frac{d}{dt} ({}_{B_{4D}} \mathbf{r}_{sr4D-cm4D}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_{x4D} \\ \mathbf{v}_{y4D} \\ \mathbf{v}_{z4D} \end{Bmatrix}$$

- Velocidade linear absoluta do centro de massa da viga lateral esquerda (corpo 4, figura (4.4)):

$${}_{B_{4E}} \mathbf{v}_{4E}^* = {}_{B_{4E}} \mathbf{v}_{sr4E} + {}_{B_{4E}} \boldsymbol{\Omega}_{4E} \times {}_{B_{4E}} \mathbf{r}_{sr4E-cm4E} + \frac{d}{dt} ({}_{B_{4E}} \mathbf{r}_{sr4E-cm4E}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_{x4E} \\ \mathbf{v}_{y4E} \\ \mathbf{v}_{z4E} \end{Bmatrix}$$

- Velocidade linear absoluta do centro de massa da guia de mola direita (corpo 5, figura (4.4)):

$${}_{B_{4D}}\mathbf{v}_{5D}^* = {}_{B_{4D}}\mathbf{v}_{sr_{4D}} + {}_{B_{4D}}\boldsymbol{\Omega}_{5D} \times {}_{B_{4D}}\mathbf{r}_{sr_{4D}-cm_{5D}} + \frac{d}{dt}({}_{B_{4D}}\mathbf{r}_{sr_{4D}-cm_{5D}}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_{x5D} \\ \mathbf{v}_{y5D} \\ \mathbf{v}_{z5D} \end{Bmatrix}$$

- Velocidade linear absoluta do centro de massa da guia de mola esquerda (corpo 5, figura (4.4)):

$${}_{B_{4E}}\mathbf{v}_{5E}^* = {}_{B_{4E}}\mathbf{v}_{sr_{4E}} + {}_{B_{4E}}\boldsymbol{\Omega}_{5E} \times {}_{B_{4E}}\mathbf{r}_{sr_{4E}-cm_{5E}} + \frac{d}{dt}({}_{B_{4E}}\mathbf{r}_{sr_{4E}-cm_{5E}}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_{x5E} \\ \mathbf{v}_{y5E} \\ \mathbf{v}_{z5E} \end{Bmatrix}$$

As juntas universais (cruzetas) posteriores, direita e esquerda, possuem as mesmas velocidades lineares dos centros de massa das juntas universais (cruzetas) anteriores direita e esquerda, respectivamente.

#### Aceleração linear absoluta do centro de massa dos corpos

De maneira geral, a aceleração linear do centro de massa de um corpo ( ${}_{B_i}\mathbf{a}_j^*$ ) pode ser calculada da seguinte forma, com o auxílio de um sistema móvel de referência genérico  $B_i$ :

$$\begin{aligned} {}_{B_i}\mathbf{a}_j^* &= {}_{B_i}\mathbf{a}_{sri} + {}_{B_i}\boldsymbol{\Omega}_i \times ({}_{B_i}\boldsymbol{\Omega}_i \times {}_{B_i}\mathbf{r}_{sri-cmj}) + {}_{B_i}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i \times {}_{B_i}\mathbf{r}_{sri-cmj} + \\ &+ 2 {}_{B_i}\boldsymbol{\Omega}_i \times \frac{d}{dt}({}_{B_i}\mathbf{r}_{sri-cmj}) + \frac{d^2}{dt^2}({}_{B_i}\mathbf{r}_{sri-cmj}) \end{aligned} \quad (4.12)$$

O termo  ${}_{B_i}\mathbf{r}_{sri-cmj}$  representa o vetor posição com origem em um ponto onde foi fixado o sistema de referência ( $sri$ , sistema de referência  $B_i$ ), e fim no centro de massa do corpo ( $cmj$ ) em questão (distância relativa, representada em um referencial qualquer).

- Aceleração linear absoluta da massa suspensa (corpo 1, figura (4.4)):

$${}_{B_1} \mathbf{a}_1^* = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{x1} \\ \mathbf{a}_{y1} \\ \mathbf{a}_{z1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{z} \end{pmatrix}$$

- Aceleração linear absoluta do centro de massa do chassi (corpo 2, figura (4.4)):

$$\begin{aligned} {}_{B_2} \mathbf{a}_2^* &= {}_{B_2} \mathbf{a}_{sr2} + {}_{B_2} \boldsymbol{\Omega}_2 \times ({}_{B_2} \boldsymbol{\Omega}_2 \times {}_{B_2} \mathbf{r}_{sr2-cm2}) + \\ &+ {}_{B_2} \dot{\boldsymbol{\Omega}}_2 \times {}_{B_2} \mathbf{r}_{sr2-cm2} + 2 {}_{B_2} \boldsymbol{\Omega}_2 \times \frac{d}{dt}({}_{B_2} \mathbf{r}_{sr2-cm2}) + \frac{d^2}{dt^2}({}_{B_2} \mathbf{r}_{sr2-cm2}) = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{x2} \\ \mathbf{a}_{y2} \\ \mathbf{a}_{z2} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- Aceleração linear absoluta do centro de massa da junta cardânica direita anterior (corpo 3, figura (4.4)):

$$\begin{aligned} {}_{B_{3D}} \mathbf{a}_{3D}^* &= {}_{B_{3D}} \mathbf{a}_{sr3D} + {}_{B_{3D}} \boldsymbol{\Omega}_{3D} \times ({}_{B_{3D}} \boldsymbol{\Omega}_{3D} \times {}_{B_{3D}} \mathbf{r}_{sr3D-cm3D}) + \\ &+ {}_{B_{3D}} \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{3D} \times {}_{B_{3D}} \mathbf{r}_{sr3D-cm3D} + 2 {}_{B_{3D}} \boldsymbol{\Omega}_{3D} \times \frac{d}{dt}({}_{B_{3D}} \mathbf{r}_{sr3D-cm3D}) + \\ &+ \frac{d^2}{dt^2}({}_{B_{3D}} \mathbf{r}_{sr3D-cm3D}) = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{x3D} \\ \mathbf{a}_{y3D} \\ \mathbf{a}_{z3D} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- Aceleração linear absoluta do centro de massa da junta cardânica esquerda anterior (corpo 3, figura (4.4)):

$$\begin{aligned}
{}_{B_{3E}}\mathbf{a}_{3E}^* &= {}_{B_{3E}}\mathbf{a}_{sr_{3E}} + {}_{B_{3E}}\boldsymbol{\Omega}_{3E} \times ({}_{B_{3E}}\boldsymbol{\Omega}_{3E} \times {}_{B_{3E}}\mathbf{r}_{sr_{3E}-cm_{3E}}) + \\
&+ {}_{B_{3E}}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{3E} \times {}_{B_{3E}}\mathbf{r}_{sr_{3E}-cm_{3E}} + \\
&+ 2 {}_{B_{3E}}\boldsymbol{\Omega}_{3E} \times \frac{d}{dt}({}_{B_{3E}}\mathbf{r}_{sr_{3E}-cm_{3E}}) + \frac{d^2}{dt^2}({}_{B_{3E}}\mathbf{r}_{sr_{3E}-cm_{3E}}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_{x_{3E}} \\ \mathbf{a}_{y_{3E}} \\ \mathbf{a}_{z_{3E}} \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

- Aceleração linear absoluta do centro de massa da viga lateral direita (corpo 4, figura (4.4)):

$$\begin{aligned}
{}_{B_{4D}}\mathbf{a}_{4D}^* &= {}_{B_{4D}}\mathbf{a}_{sr_{4D}} + {}_{B_{4D}}\boldsymbol{\Omega}_{4D} \times ({}_{B_{4D}}\boldsymbol{\Omega}_{4D} \times {}_{B_{4D}}\mathbf{r}_{sr_{4D}-cm_{4D}}) + \\
&+ {}_{B_{4D}}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{4D} \times {}_{B_{4D}}\mathbf{r}_{sr_{4D}-cm_{4D}} + 2 {}_{B_{4D}}\boldsymbol{\Omega}_{4D} \times \frac{d}{dt}({}_{B_{4D}}\mathbf{r}_{sr_{4D}-cm_{4D}}) + \\
&+ \frac{d^2}{dt^2}({}_{B_{4D}}\mathbf{r}_{sr_{4D}-cm_{4D}}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_{x_{4D}} \\ \mathbf{a}_{y_{4D}} \\ \mathbf{a}_{z_{4D}} \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

- Aceleração linear absoluta do centro de massa da viga lateral esquerda (corpo 4, figura (4.4)):

$$\begin{aligned}
{}_{B_{4E}}\mathbf{a}_{4E}^* &= {}_{B_{4E}}\mathbf{a}_{sr_{4E}} + {}_{B_{4E}}\boldsymbol{\Omega}_{4E} \times ({}_{B_{4E}}\boldsymbol{\Omega}_{4E} \times {}_{B_{4E}}\mathbf{r}_{sr_{4E}-cm_{4E}}) + \\
&+ {}_{B_{4E}}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{4E} \times {}_{B_{4E}}\mathbf{r}_{sr_{4E}-cm_{4E}} + \\
&+ 2 {}_{B_{4E}}\boldsymbol{\Omega}_{4E} \times \frac{d}{dt}({}_{B_{4E}}\mathbf{r}_{sr_{4E}-cm_{4E}}) + \frac{d^2}{dt^2}({}_{B_{4E}}\mathbf{r}_{sr_{4E}-cm_{4E}}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_{x_{4E}} \\ \mathbf{a}_{y_{4E}} \\ \mathbf{a}_{z_{4E}} \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

- Aceleração linear absoluta do centro de massa da guia de mola direita (corpo 5, figura (4.4)):

$$\begin{aligned}
{}_{B_{4D}}\mathbf{a}_{5D}^* &= {}_{B_{4D}}\mathbf{a}_{sr_{4D}} + {}_{B_{4D}}\boldsymbol{\Omega}_{5D} \times ({}_{B_{4D}}\boldsymbol{\Omega}_{5D} \times {}_{B_{4D}}\mathbf{r}_{sr_{4D}-cm_{5D}}) + \\
&+ {}_{B_{4D}}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{5D} \times {}_{B_{4D}}\mathbf{r}_{sr_{4D}-cm_{5D}} + 2 {}_{B_{4D}}\boldsymbol{\Omega}_{5D} \times \frac{d}{dt}({}_{B_{4D}}\mathbf{r}_{sr_{4D}-cm_{5D}}) + \\
&+ \frac{d^2}{dt^2}({}_{B_{4D}}\mathbf{r}_{sr_{4D}-cm_{5D}}) = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{x5D} \\ \mathbf{a}_{y5D} \\ \mathbf{a}_{z5D} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

- Aceleração linear absoluta do centro de massa da guia de mola esquerda (corpo 5, figura (4.4)):

$$\begin{aligned}
{}_{B_{4E}}\mathbf{a}_{5E}^* &= {}_{B_{4E}}\mathbf{a}_{sr_{4E}} + {}_{B_{4E}}\boldsymbol{\Omega}_{5E} \times ({}_{B_{4E}}\boldsymbol{\Omega}_{5E} \times {}_{B_{4E}}\mathbf{r}_{sr_{4E}-cm_{5E}}) + \\
&+ {}_{B_{4E}}\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{5E} \times {}_{B_{4E}}\mathbf{r}_{sr_{4E}-cm_{5E}} + \\
&+ 2 {}_{B_{4E}}\boldsymbol{\Omega}_{5E} \times \frac{d}{dt}({}_{B_{4E}}\mathbf{r}_{sr_{4E}-cm_{5E}}) + \frac{d^2}{dt^2}({}_{B_{4E}}\mathbf{r}_{sr_{4E}-cm_{5E}}) = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{x5E} \\ \mathbf{a}_{y5E} \\ \mathbf{a}_{z5E} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

As juntas universais (cruzetas) posteriores, direita e esquerda, possuem as mesmas acelerações lineares dos centros de massa das juntas universais (cruzetas) anteriores direita e esquerda, respectivamente.

**Etapa (7):**Propriedades geométricas e de massa dos corpos do mecanismo

A determinação dos centros de massa dos corpos do mecanismo, bem como dos tensores de inércia de massa, foi feita utilizando um programa escrito com o software *MATLAB*. Este programa baseia-se no teorema dos eixos paralelos, ou Teorema de Steiner, onde cada corpo é dividido em vários outros corpos de geometria mais simples, como paralelepípedos, cilindros e esferas. Assim, com as dimensões de cada corpo, suas respectivas coordenadas do centro de massa e densidade dos materiais, é possível obter as coordenadas do centro de massa de cada corpo ( $x^*$ ,  $y^*$ ,  $z^*$ ), com relação às bases móveis  $B_i$ , e seus momentos de inércia ( $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$ ,  $I_{zz}$ ), conforme a tabela (4.1). Os momentos de inércia de massa foram calculados com relação ao centro de massa de cada corpo (\*). Como os corpos são simétricos, em termos de distribuição de massa com relação aos pontos onde são calculados os somatórios de momentos (centro de massa de cada corpo), os produtos de inércia são nulos ( $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$ ).

Corpo	$x^*$ (m)	$y^*$ (m)	$z^*$ (m)	$I_{xx}$ ( $kg.m^2$ )	$I_{yy}$ ( $kg.m^2$ )	$I_{zz}$ ( $kg.m^2$ )
1 ( $I$ )	0	0,0072	-0,0616	0,0352	0,0404	0,0389
2 ( $B_2$ )	0	0,2711	-0,0138	0,1660	0,0439	0,2091
3 ( $B_{3D}$ )	0	0	0	$0,0963.10^{-4}$	$0,0963.10^{-4}$	$0,1804.10^{-4}$
4 ( $B_{4D}$ )	0	0,3517	-0,0343	0,0467	0,0021	0,0447
5 ( $B_{4D}$ )	0	0,6325	-0,0348	$0,6117.10^{-4}$	$0,4450.10^{-4}$	$0,2740.10^{-4}$

**Tabela 4.1:** Propriedades geométricas e tensores de inércia de massa para cada corpo distinto, usados na modelagem matemática. Os valores mostrados foram calculados nas bases móveis, solidárias aos movimentos dos corpos em que estão ligadas. Os demais corpos do mecanismo que são repetidos (corpos 3, 4 e 5), apresentam as mesmas propriedades de inércia de massa, porém o posicionamento de seus centros de massa apresentam apenas os valores  $y^*$  negativos (lado esquerdo do mecanismo), com relação aos valores tabelados (corpos do lado direito do mecanismo).

**Etapa (8):**Forças externas atuantes nos corpos

A representação das forças ativas, que realizam trabalho no sistema, já foram ilustradas

na figura (4.4).

**Etapa (9):**

Obtenção das equações diferenciais de movimento

Antes da aplicação da equação (4.10), para a obtenção das equações de movimento, é necessário obter os jacobianos de translação e rotação dos corpos do sistema.

Os jacobianos de translação, para cada um dos corpos da bancada de testes do medidor mecatrônico de perfis de pistas, são obtidos da seguinte maneira ( $N$  é o número do corpo):

$$\mathbf{J}_{v_N} = \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}} ({}_I \mathbf{v}_N^*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_{x_N}}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial v_{x_N}}{\partial \dot{\alpha}_2} \\ \frac{\partial v_{y_N}}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial v_{y_N}}{\partial \dot{\alpha}_2} \\ \frac{\partial v_{z_N}}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial v_{z_N}}{\partial \dot{\alpha}_2} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Sendo o vetor  $\dot{\mathbf{q}}$  é formado pelas velocidades das variáveis primárias do mecanismo (graus de liberdade), da seguinte forma:

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{Bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{\alpha}_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

Os jacobianos de rotação, para cada um dos corpos da bancada de testes do medidor

mecatrônico de perfis de pistas, são obtidos da seguinte maneira ( $N$  é o número do corpo):

$$\mathbf{J}_{\omega_N} = \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}} ({}_{B_N}\omega_N) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_{x_N}}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial \omega_{x_N}}{\partial \dot{\alpha}_2} \\ \frac{\partial \omega_{y_N}}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial \omega_{y_N}}{\partial \dot{\alpha}_2} \\ \frac{\partial \omega_{z_N}}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial \omega_{z_N}}{\partial \dot{\alpha}_2} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Aplicando-se os resultados das análises anteriores, junto com os jacobianos na equação (4.10), é possível obter as duas equações de movimento do sistema em termos dos dois graus de liberdade ou coordenadas primárias do mecanismo, que são:  $z(t)$  e  $\alpha_2(t)$ .

O sistema de equações resultante pode ser representado de forma compacta pela seguinte equação:

$$\mathbf{B}_{2 \times 2} \cdot \ddot{\mathbf{q}}_{2 \times 1} = \mathbf{d}_{2 \times 1} \quad (4.16)$$

Sendo  $\ddot{\mathbf{q}}_{2 \times 1} = \{\ddot{z}(t) \ \ddot{\alpha}_2(t)\}^T$ . A matriz  $\mathbf{B}_{2 \times 2}$  contém os coeficientes das acelerações das variáveis primárias do mecanismo e o vetor  $\mathbf{d}_{2 \times 1}$  é constituído pelas variáveis não relacionadas aos graus de liberdade ou variáveis primárias do sistema. A equação (4.16) representa as duas equações escalares de movimento do medidor de perfis de pistas.

O sistema de equações resultantes do método Newton-Euler-Jourdain, equação (4.16), pode ser combinada com a equação (4.9) (acelerações das variáveis cinemáticas, obtidas na análise cinemática do sistema), da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{2 \times 2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{6 \times 2} & \mathbf{A}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{2 \times 1} \\ \ddot{\mathbf{w}}_{6 \times 1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_{2 \times 1} \\ \mathbf{b}_{6 \times 1} \end{Bmatrix} \quad (4.17)$$

O resultado é um sistema de equações lineares (equação (4.17)) que pode ser resolvido para cada uma das acelerações das variáveis cinemáticas (variáveis cinemáticas primárias

e secundárias), através de uma decomposição LU da matriz do lado esquerdo da equação (4.17), facilitando a solução.

### Etapa (10):

#### Resolução numérica das equações diferenciais de movimento

Após a resolução do sistema de equações (4.17), as acelerações das variáveis primárias do sistema ( $\ddot{z}(t)$  e  $\ddot{\alpha}_2(t)$ ) são integradas numericamente, pelo método de Runge-Kutta de primeira ordem ou método de Euler [31]. Após a realização deste procedimento, foi possível obter os valores das variáveis primárias para um instante de tempo ( $t+dt$ ), as quais passam a ser as novas condições iniciais para a análise cinemática de posição, velocidade e aceleração já descritos, no novo instante de tempo. Trata-se, portanto, de um processo iterativo, cujo resultado final é a obtenção dos valores das variáveis cinemáticas em função do tempo. Toda a análise numérica foi realizada com um programa escrito em linguagem *Pascal*, com o auxílio das equações simbólicas da análise das variáveis cinemáticas, obtidas com o software *MATHEMATICA*.

A figura (4.5) ilustra o procedimento de resolução numérica das equações de movimento, resultantes do método Newton-Euler-Jourdain. O passo de integração utilizado foi de  $10^{-3}$  s ( $\Delta t = 10^{-3}$  s).

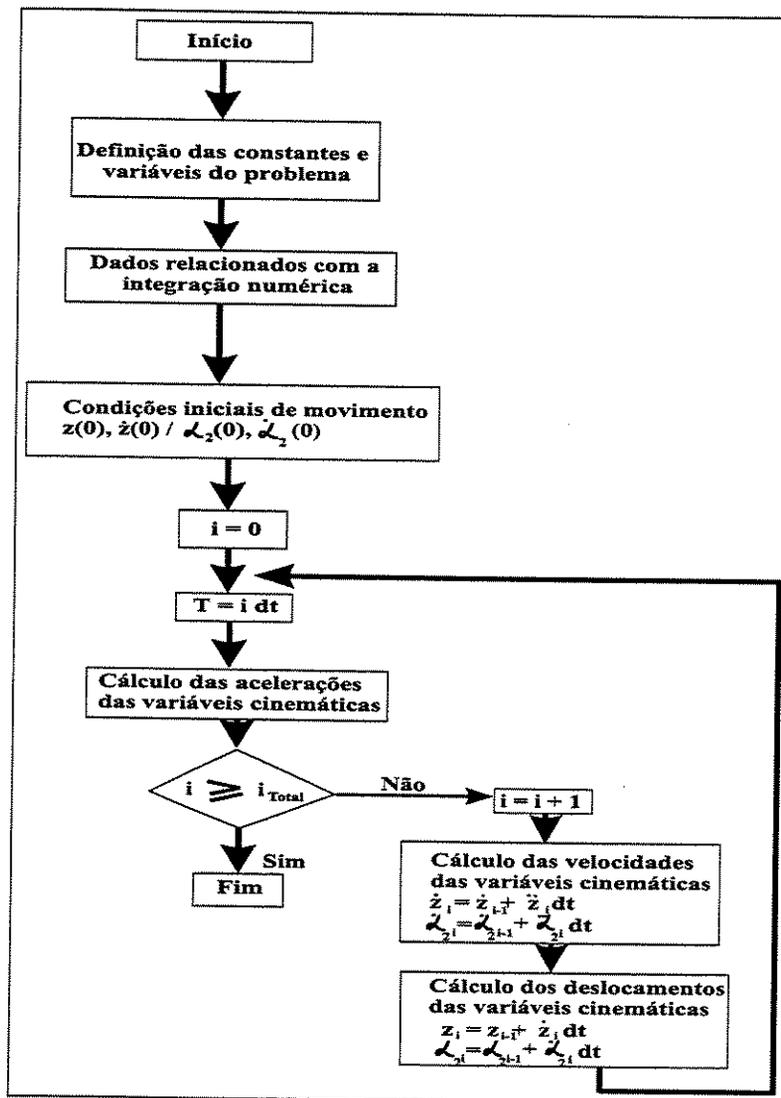


Figura 4.5: Fluxograma do procedimento numérico, para a resolução das equações de movimento.

## 4.4 O Método Newton-Euler

A habilidade de se determinar equações de movimento de um sistema de múltiplos corpos rígidos, sem a necessidade de se considerar as forças e momentos de ação e reação entre os corpos, é uma grande vantagem do método Newton-Euler-Jourdain. Se, entretanto, os objetivos finais da modelagem matemática, através dos conceitos da dinâmica, incluem a determinação de uma ou mais forças ou momentos de reações nos corpos do sistema, um método mais apropriado é o método Newton-Euler. Os resultados finais do método Newton-

Euler são as equações gerais de movimento mais as reações dinâmicas entre os corpos do sistema.

#### 4.4.1 Etapas do Método

As etapas do método Newton-Euler são muito semelhantes às do método Newton-Euler-Jourdain. De fato, a diferença nas etapas reside na construção dos diagramas de corpo livre, onde o método Newton-Euler considera todas as forças e momentos de ação e reação entre os corpos do sistema mecânico. É justamente na consideração de todas as forças e momentos entre os corpos do mecanismo que o método Newton-Euler difere do método Newton-Euler-Jourdain, o qual considera apenas as forças e momentos que realizam trabalho (ou produzem potência) no sistema mecânico. Portanto, o método Newton-Euler fornece as equações de movimento e as reações dinâmicas. O resultado final do método Newton-Euler-Jourdain são apenas as equações de movimento do sistema mecânico.

#### 4.4.2 Diagramas de Corpo Livre da Bancada de Testes

Quando se deseja estudar os movimentos de corpos vinculados formando sistemas mecânicos, necessita-se identificar o sistema de forças e momentos atuantes sobre eles. Cada vínculo deve ser substituído por forças e torques que os caracterizam. Esse procedimento, conhecido como isolamento de corpos [41], e a representação geométrica das reduções aos pontos representativos dos vínculos chama-se construção dos diagramas de corpo livre. Este é uma passo fundamental do método Newton-Euler.

Para os corpos que constituem o medidor mecatrônico de perfis de pistas, apresentam-se os seguintes diagramas:

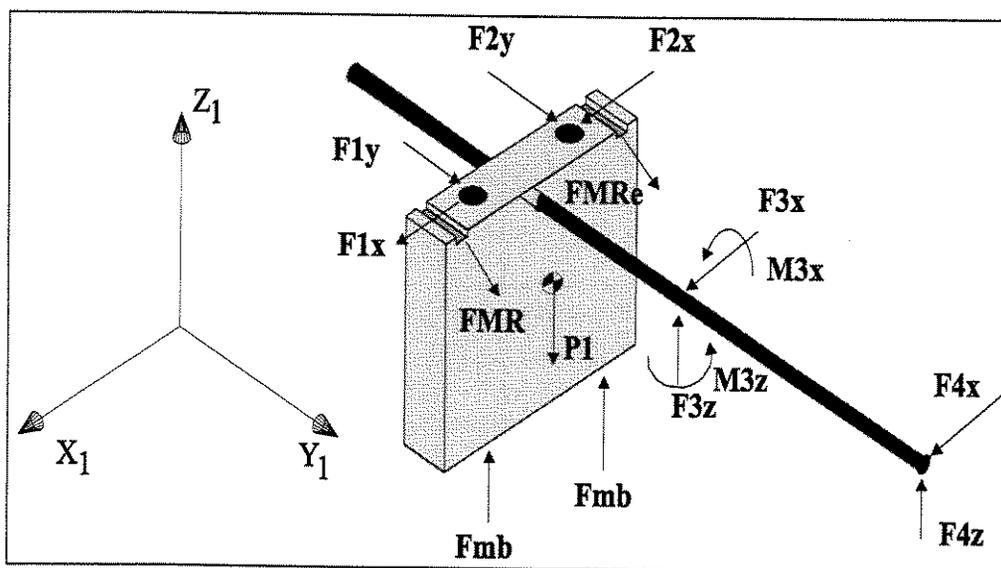


Figura 4.6: Diagrama de corpo livre: Corpo 1 (massa suspensa).

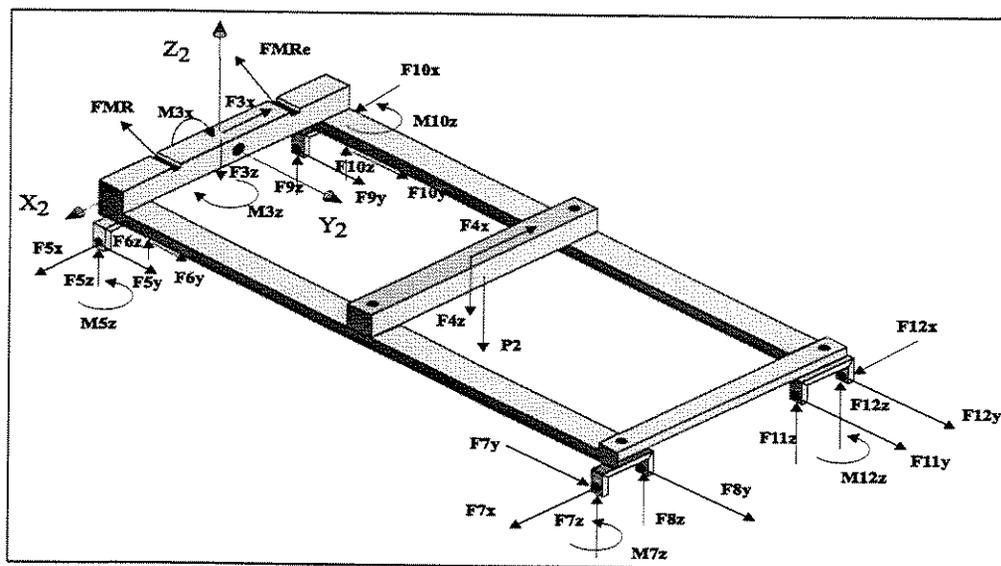


Figura 4.7: Diagrama de corpo livre: Corpo 2 (vigas do chassi).

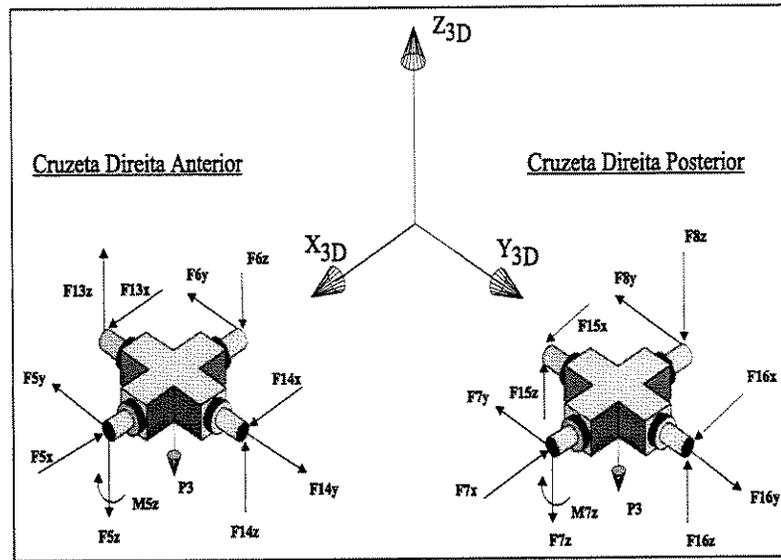


Figura 4.8: Diagramas de corpo livre: Corpo 3aD e Corpo 3pD (cruzetas, ou juntas universais, anterior e posterior direita, respectivamente).

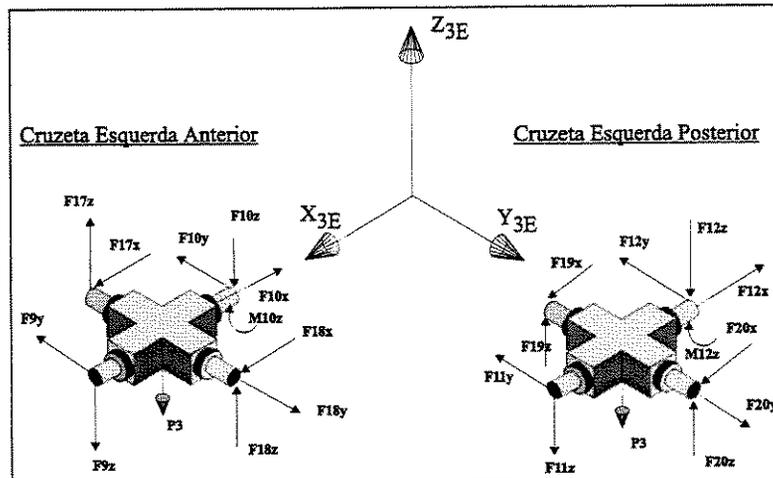


Figura 4.9: Diagramas de corpo livre: Corpo 3aE e Corpo 3pE (cruzetas, ou juntas universais, anterior e posterior esquerda, respectivamente).

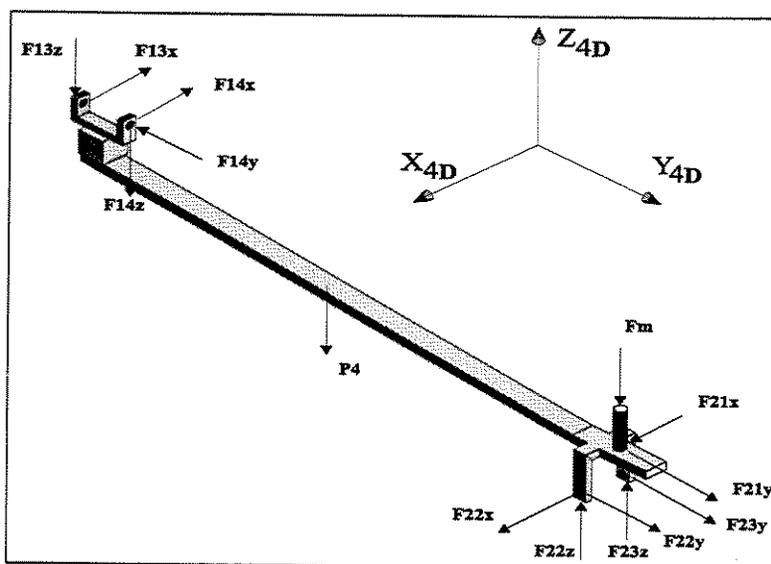


Figura 4.10: Diagrama de corpo livre: Corpo 4D (viga longitudinal direita do medidor de perfis de pistas).

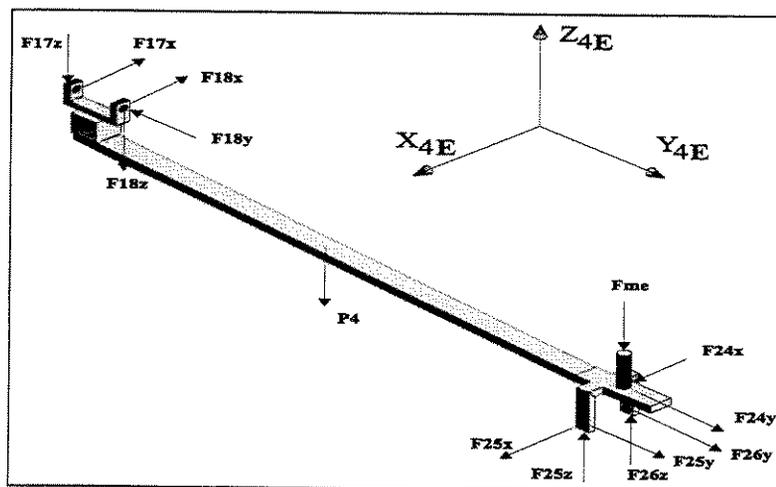


Figura 4.11: Diagrama de corpo livre: Corpo 4E (viga longitudinal esquerda do medidor de perfis de pistas).

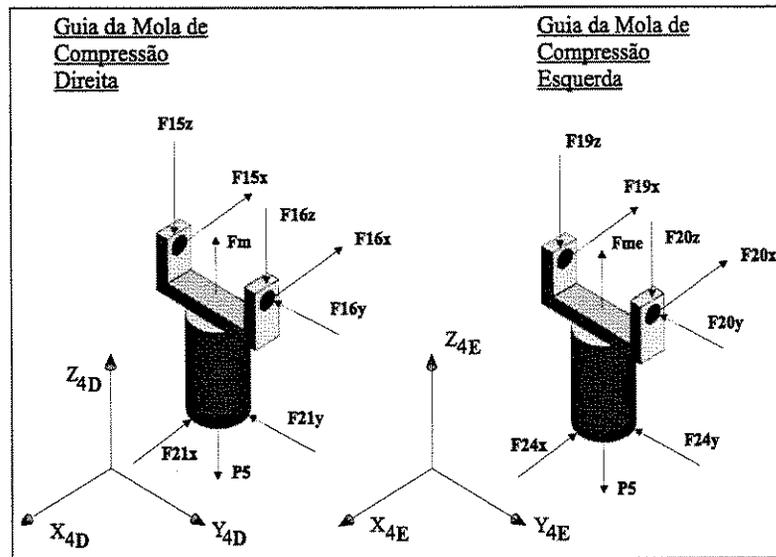


Figura 4.12: Diagramas de corpo livre: Corpo 5D e Corpo 5E (guias das molas de compressão direita e esquerda, respectivamente).

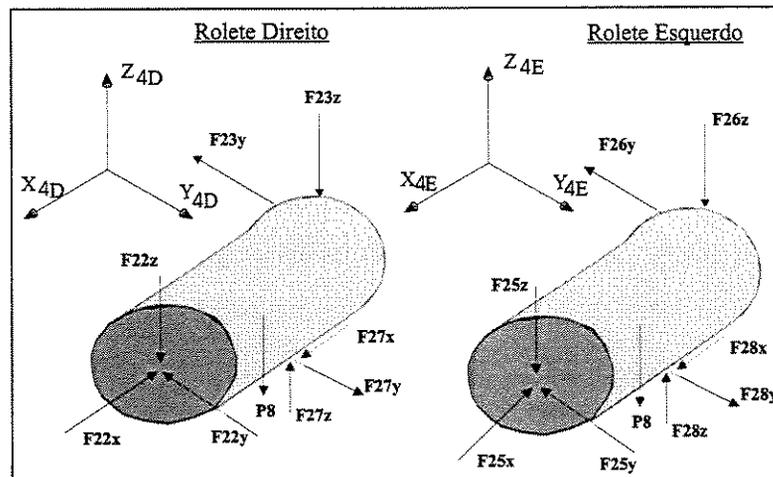


Figura 4.13: Diagramas de corpo livre: Corpo 8D e Corpo 8E (roletes direito e esquerdo, respectivamente).

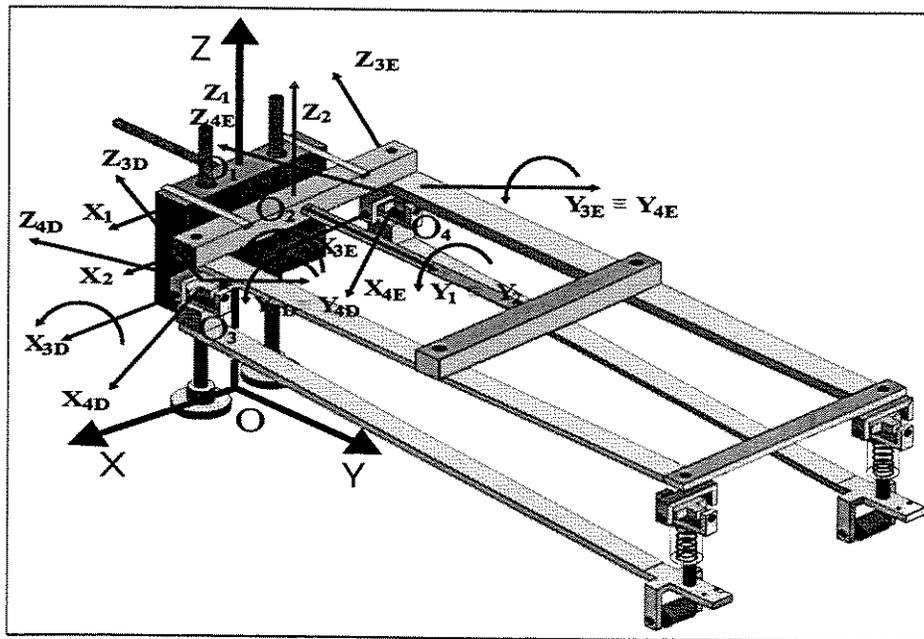


Figura 4.14: Conjunto de corpos rígidos que compõem o mecanismo e sistemas de referências.

A figura (4.14) mostra o mecanismo completo, sem isolamento dos corpos.

As representações das forças e momentos nas bases móveis, ligadas aos corpos, permitem a simplificação das equações finais.

A natureza hiperestática do modelo, com um total de 72 forças e momentos de reação, torna a solução do sistema linear difícil, pois existem ainda duas equações de movimento envolvidas para os graus de liberdade  $z(t)$  e  $\alpha_2(t)$ <sup>1</sup>. Ou seja, existem 74 incógnitas e apenas 72 equações disponíveis (12 corpos x 6 equações por corpo = 72 equações). Entretanto, duas equações adicionais que relacionam as forças laterais nos roletes com as forças normais, através do coeficiente de atrito dinâmico entre os roletes e a pista, podem ser incluídas. Para maior simplicidade do modelo, admite-se que os roletes deslizam sobre os perfis simulados de forma que o atrito presente é o atrito dinâmico. Para o rolete direito do mecanismo escreve-se que:  $\sqrt{F27_x^2 + F27_y^2} = \mu \cdot |F27_z|$  (forças mostradas na figura (4.13)). Da mesma forma, escreve-se para o rolete do lado esquerdo do mecanismo a seguinte relação:  $\sqrt{F28_x^2 + F28_y^2} = \mu \cdot |F28_z|$  (forças mostradas na figura (4.13)). Com estas duas equações

<sup>1</sup>Graus de liberdade, conforme explicado na análise cinemática do mecanismo.

adicionais, o sistema de equações passa a ser determinado, possibilitando uma solução única.

### 4.4.3 Equações para o Sistema Global - Acoplamento Matemático

Com o objetivo de se ilustrar o acoplamento entre as equações de vínculos (obtidas na análise cinemática do mecanismo), as equações de movimento e as reações dinâmicas entre os 12 corpos do mecanismo, apresenta-se a seguir o procedimento para montagem da estrutura de equações resultantes do método Newton-Euler.

Os dois graus de liberdade do sistema (variáveis primárias, conforme definidas na análise cinemática do mecanismo) constituem o seguinte vetor:

$$\mathbf{q}_{2 \times 1} = \{z(t) \ \alpha_2(t)\}^T \quad (4.18)$$

As 6 variáveis secundárias das equações de vínculo<sup>2</sup> formam o seguinte vetor:

$$\mathbf{w}_{6 \times 1} = \{\alpha_{3D}(t) \ \alpha_{3E}(t) \ x_D(t) \ x_E(t) \ y_D(t) \ y_E(t)\}^T \quad (4.19)$$

Da análise de posição, velocidade e aceleração resultaram as seguintes equações escritas na forma matricial, respectivamente:

$$\mathbf{P}_{6 \times 6} \cdot \mathbf{w}_{6 \times 1} = \mathbf{b}_{P_{6 \times 1}} \quad (4.20)$$

$$\mathbf{V}_{6 \times 6} \cdot \dot{\mathbf{w}}_{6 \times 1} = \mathbf{b}_{V_{6 \times 1}} \quad (4.21)$$

$$\mathbf{A}_{6 \times 6} \cdot \ddot{\mathbf{w}}_{6 \times 1} = \mathbf{b}_{A_{6 \times 1}} - \mathbf{C}_{6 \times 2} \cdot \ddot{\mathbf{q}}_{2 \times 1} \quad (4.22)$$

A equação (4.20) relaciona as posições das variáveis cinemáticas ( $\mathbf{P}_{6 \times 6}$ , matriz dos coeficientes de posição das variáveis secundárias), a equação (4.21) relaciona as velocidades das

<sup>2</sup>Conforme explicado na análise cinemática do mecanismo.

variáveis cinemáticas ( $\mathbf{V}_{6 \times 6}$ , matriz dos coeficientes de velocidade das variáveis secundárias) e a equação (4.22) relaciona as acelerações das variáveis cinemáticas ( $\mathbf{A}_{6 \times 6}$ , matriz dos coeficientes de aceleração das variáveis secundárias). Estas três equações são originadas dos vínculos cinemáticos direito e esquerdo do mecanismo, conforme explicado na análise cinemática.

Uma nova equação para as acelerações das variáveis cinemáticas pode ser definida a partir da equação (4.22), levando em consideração os graus de liberdade (elementos do vetor  $\mathbf{q}_{2 \times 1}$ ).

$$\mathbf{A}_{6 \times 6} \cdot \ddot{\mathbf{w}}_{6 \times 1} + \mathbf{C}_{6 \times 2} \cdot \ddot{\mathbf{q}}_{2 \times 1} = \mathbf{b}_{A_{6 \times 1}} \quad (4.23)$$

A equação (4.23) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$[\mathbf{C}_{6 \times 2} \quad \mathbf{A}_{6 \times 6}] \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{w}} \end{Bmatrix} = \{\mathbf{b}_A\} \quad (4.24)$$

Na equação (4.24) a matriz  $\mathbf{C}_{6 \times 2}$  contém os coeficientes associados às acelerações dos graus de liberdade, e a matriz  $\mathbf{A}_{6 \times 6}$  representa os coeficientes associados às acelerações das variáveis secundárias.

A partir do método Newton-Euler obtém-se 72 equações que podem ser escritas como:

$$\mathbf{A}_{72 \times 72}^D \cdot \mathbf{p}_{72 \times 1} = \mathbf{b}_{72 \times 1}^D \quad (4.25)$$

Ou

$$\mathbf{A}_{72 \times 72}^D \cdot \mathbf{p}_{72 \times 1} = \mathbf{G}_{72 \times 6}^{DC} \cdot \ddot{\mathbf{w}}_{6 \times 1} + \mathbf{b}_{72 \times 1}^{DF} \quad (4.26)$$

Na equação (4.26) a matriz  $\mathbf{G}_{72 \times 6}^{DC}$  é composta pelos coeficientes relacionados com as variáveis secundárias. O vetor  $\mathbf{b}_{72 \times 1}^{DF}$  é composto pelos demais coeficientes que não envolvem acelerações das variáveis cinemáticas e nem forças ou momentos.

O vetor  $\mathbf{p}_{72 \times 1}$  é composto pelas variáveis primárias do mecanismo (ou graus de liberdade, 2 no total) e de reações dinâmicas (forças e momentos, 70 no total):

$$\mathbf{p}_{72 \times 1} = \{\ddot{\mathbf{q}}_{2 \times 1} \quad \mathbf{r}_{70 \times 1}\}^T \quad (4.27)$$

O vetor  $\mathbf{r}_{70 \times 1}$  representa as forças e momentos de reação do mecanismo.

$$\mathbf{r}_{70 \times 1} = \{F1_x, F1_y, F2_x, F2_y, \dots, F28_z\}^T \quad (4.28)$$

Portanto, a equação (4.26) pode ser escrita, com o auxílio da equação (4.27), da seguinte forma:

$$\mathbf{A}_{72 \times 2}^{Dq} \cdot \ddot{\mathbf{q}}_{2 \times 1} + \mathbf{A}_{72 \times 70}^{Dr} \cdot \mathbf{r}_{70 \times 1} - \mathbf{G}_{72 \times 6}^{DC} \cdot \ddot{\mathbf{w}}_{6 \times 1} = \mathbf{b}_{72 \times 1}^{DF} \quad (4.29)$$

A matriz do lado esquerdo da equação (4.26) foi escrita na equação (4.29) como sendo composta por duas matrizes da seguinte forma:

$$\mathbf{A}_{72 \times 72}^D = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{72 \times 2}^{Dq} & \mathbf{A}_{72 \times 70}^{Dr} \end{bmatrix}$$

O sistema final a ser resolvido é dado pela combinação das equações (4.24) (resultante das equações de vínculo cinemático para as acelerações) e (4.29) (resultante do método Newton-Euler), da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{72 \times 2}^{Dq} & -\mathbf{G}_{72 \times 6}^{DC} & \mathbf{A}_{72 \times 70}^{Dr} \\ \mathbf{C}_{6 \times 2} & \mathbf{A}_{6 \times 6} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{2 \times 1} \\ \ddot{\mathbf{w}}_{6 \times 1} \\ \mathbf{r}_{70 \times 1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{b}_{72 \times 1}^{DF} \\ \mathbf{b}_{A_{6 \times 1}} \end{Bmatrix} \quad (4.30)$$

#### 4.4.4 A Importância do Cálculo das Reações Dinâmicas

A modelagem da bancada de testes pelo método Newton-Euler permite o conhecimento das reações dinâmicas entre os vínculos mecânicos do sistema. Embora as equações resultantes sejam mais complexas que as obtidas pelo método Newton-Euler-Jourdain, aquela modelagem permite o estudo de impactos que possam ocorrer entre os roletes e a pista, quando a perda do contato entre eles ocorre.

A teoria envolvida no estudo de impactos entre corpos rígidos necessita das forças de reação entre os vínculos que não são permanentes no tempo no sistema, como pode ocorrer entre a pista e um rolete.

Logo, a modelagem aqui apresentada permite o estudo do medidor mecatrônico de perfis de pistas de forma mais completa, possibilitando a determinação da faixa de operação do sistema, quando ele ainda mede corretamente os perfis de uma pista (ambos os roletes em contato com a pista).

### 4.5 A Dinâmica do Contato do Mecanismo

A investigação de sistemas dinâmicos de múltiplos corpos geralmente inicia-se com uma apropriada formulação das equações de movimento.

Tais sistemas dinâmicos, incluindo máquinas e mecanismos, são sistemas de corpos interconectados onde as interconexões são modeladas através da aplicação de forças e momentos de ação e reação. Entretanto, determinadas configurações de sistemas dinâmicos não apresentam vínculos permanentes entre as interconexões, de forma que as perdas de contato precisam ser investigadas aplicando uma teoria adequada da mecânica.

Alguns vínculos cinemáticos podem agir permanentemente em um sistema, o que re-

sulta em uma redução dos graus de liberdade de uma forma independente do tempo. Os vínculos cinemáticos restantes influenciam o sistema na dependência de condições de contato, as quais conduzem a modelagem matemática do sistema mecânico a um estado dependente do tempo (estrutura de equações variantes no tempo) e a um número variável de graus de liberdade. As referidas condições de contato originam-se de colisão (impacto), contato ou separação [30].

Antes da obtenção das equações diferenciais de movimento de um sistema mecânico e da integração das mesmas no tempo, é necessário derivar as condições de contato. Estas são, por exemplo, as distâncias entre os corpos que podem entrar em contato, suas velocidades e acelerações relativas. Objetiva-se o estudo do contato unilateral entre corpos, o que permite o estabelecimento de equações de vínculos cinemáticos concisas [30].

No caso da bancada de testes do medidor mecatrônico de perfis de pistas, a perda de contato dos roletes com a pista exemplifica casos de vínculos cinemáticos de contato não permanentes. Tratam-se de casos muito importantes, pois uma vez que o rolete perde o contato com a pista o perfil medido não corresponde ao verdadeiro, resultando em medidas erradas.

É importante ressaltar que a formulação pelo método Newton-Euler é um passo fundamental para o tratamento da dinâmica do contato entre a pista (perfil) e os roletes, pois as reações entre os corpos do sistema, as quais precisam ser conhecidas, são obtidas junto com as equações de movimento do sistema.

#### 4.5.1 Variação do Número de Graus de Liberdade do Mecanismo

O contato ou não entre os roletes do mecanismo e a pista provoca uma variação dos graus de liberdade do sistema, resultando em uma estrutura de equações dinâmicas variantes no tempo [28].

Este comportamento ocorre devido ao fato de que as equações de vínculos cinemáticos (apresentadas na análise cinemática do sistema) não possuem mais validade uma vez que os roletes perdem contato com a pista. A perda de contato com a pista aumenta os graus de liberdade do sistema e as forças de reação nos roletes são anuladas.

Descrevem-se, a seguir, as condições de contato dos roletes e os graus de liberdade associados ao sistema para cada situação. Todas as variáveis cinemáticas foram descritas na análise cinemática do mecanismo. As novas variáveis cinemáticas introduzidas são: alturas dos roletes direito ( $z_D(t)$ ) e esquerdo ( $z_E(t)$ ), na direção  $Z$  do sistema de referência inercial  $I$  (observe figura (4.14) para visualização dos sistemas de coordenadas).

#### 1. Roletes direito e esquerdo em contato com a pista.

Esta situação foi analisada pela formulação original utilizando os métodos Newton-Euler-Jourdain e Newton-Euler.

Graus de liberdade:

- $z(t)$ : deslocamento vertical da massa suspensa, direção  $Z$  do sistema de referência inercial  $I$ .
- $\alpha_2(t)$ : rotação das vigas do chassi em torno do eixo  $Y_2$  do sistema móvel de referência  $B_2$ .

Portanto, 2 graus de liberdade.

#### 2. Rolete direito sem contato e rolete esquerdo em contato com a pista.

Nesta situação as equações de vínculo cinemático para o lado direito do mecanismo não podem ser aplicadas, entretanto, as equações de vínculo cinemático para o lado esquerdo continuam válidas.

Graus de liberdade:

- $z(t)$ : deslocamento vertical da massa suspensa, direção  $Z$  do sistema de referência inercial.

- $\alpha_2(t)$ : rotação das vigas do chassi em torno do eixo  $Y_2$  do sistema móvel de referência  $B_2$ .
- $\alpha_{3D}(t)$ : rotação da cruzeta (ou junta cardânica) direita em torno do eixo  $X_{3D}$  do sistema móvel de referência  $B_{3D}$ .
- $x_D(t)$ : deslocamento lateral do rolete direito, direção  $X$  do sistema de referência inercial.
- $y_D(t)$ : deslocamento longitudinal do rolete direito, direção  $Y$  do sistema de referência inercial.
- $z_D(t)$ : deslocamento vertical do rolete direito, direção  $Z$  do sistema de referência inercial.

Portanto, 6 graus de liberdade.

### 3. Rolete direito em contato e rolete esquerdo sem contato com a pista.

Para esta situação as equações de vínculo cinemático para o lado esquerdo do mecanismo não podem ser aplicadas, entretanto, as equações de vínculo cinemático para o lado direito continuam válidas.

Graus de liberdade:

- $z(t)$ : deslocamento vertical da massa suspensa, direção  $Z$  do sistema de referência inercial.
- $\alpha_2(t)$ : rotação das vigas do chassi em torno do eixo  $Y_2$  do sistema móvel de referência  $B_2$ .
- $\alpha_{3E}(t)$ : rotação da cruzeta (ou junta cardânica) esquerda em torno do eixo  $X_{3E}$  do sistema móvel de referência  $B_{3E}$ .
- $x_E(t)$ : deslocamento lateral do rolete esquerdo, direção  $X$  do sistema de referência inercial.
- $y_E(t)$ : deslocamento longitudinal do rolete esquerdo, direção  $Y$  do sistema de referência inercial.

- $z_E(t)$ : deslocamento vertical do rolete esquerdo, direção  $Z$  do sistema de referência inercial.

Portanto, 6 graus de liberdade.

#### 4. Roletes direito e esquerdo sem contato com a pista.

Para esta situação as equações de vínculos cinemáticos para o lado direito e para o lado esquerdo do mecanismo não podem ser aplicadas.

Graus de liberdade:

- $z(t)$ : deslocamento vertical da massa suspensa, direção  $Z$  do sistema de referência inercial.
- $\alpha_2(t)$ : rotação das vigas do chassi em torno do eixo  $Y_2$  do sistema móvel de referência  $B_2$ .
- $\alpha_{3D}(t)$ : rotação da cruzeta (ou junta cardânica) direita em torno do eixo  $X_{3D}$  do sistema móvel de referência  $B_{3D}$ .
- $\alpha_{3E}(t)$ : rotação da cruzeta (ou junta cardânica) esquerda em torno do eixo  $X_{3E}$  do sistema móvel de referência  $B_{3E}$ .
- $x_D(t)$ : deslocamento lateral do rolete direito, direção  $X$  do sistema de referência inercial.
- $x_E(t)$ : deslocamento lateral do rolete esquerdo, direção  $X$  do sistema de referência inercial.
- $y_D(t)$ : deslocamento longitudinal do rolete direito, direção  $Y$  do sistema de referência inercial.
- $y_E(t)$ : deslocamento longitudinal do rolete esquerdo, direção  $Y$  do sistema de referência inercial.
- $z_D(t)$ : deslocamento vertical do rolete direito, direção  $Z$  do sistema de referência inercial.
- $z_E(t)$ : deslocamento vertical do rolete esquerdo, direção  $Z$  do sistema de referência inercial.

Portanto, 10 graus de liberdade.

As condições apresentadas, quando combinadas, provocam uma variação da estrutura de equações que devem ser resolvidas.

#### 4.5.2 Impacto Modelado pela Lei de Newton

Corpos inicialmente em contato podem ser separados, como ocorre entre os roletes do mecanismo e o perfil de uma pista. Tais corpos retornam, após um intervalo de tempo, à condição inicial de contato. Este processo é chamado de impacto ou choque. O impacto é um fenômeno preponderante entre o rolete e o perfil variante no tempo, quando um descolamento do rolete da pista é assumido.

O rolete que perde contato com a pista tende a retornar e colidir com uma velocidade relativa não nula na direção normal, devido à ação da gravidade e à força de compressão da mola traseira localizada sobre o rolete. Existem, neste caso, duas possibilidades: o rolete separa-se da pista imediatamente após a colisão, com uma velocidade relativa normal finita, ou o rolete permanece em contato com a pista.

O primeiro caso é conhecido como impacto (choque) parcialmente elástico, o qual pode ser totalmente elástico se o valor absoluto da velocidade relativa entre o rolete e a pista, na direção normal, antes e depois do impacto for a mesma. No segundo caso, a velocidade normal relativa entre o rolete e a pista assume valor zero, permitindo que o rolete permaneça em contato. Este tipo de impacto é conhecido como completamente inelástico.

Utiliza-se a Lei de Newton para o impacto na direção normal à pista [7], a qual relaciona as velocidades normais relativas, antes e depois do impacto, através de uma condição cinemática. A Lei de Newton para o impacto pode ser expressa pela relação [30]:

$$\mathbf{v}_D^{rel} = -Cr \cdot \mathbf{v}_A^{rel} \quad (4.31)$$

- $\mathbf{v}_D^{rel}$ : velocidade relativa entre o rolete e a pista depois do impacto;
- $\mathbf{v}_A^{rel}$ : velocidade relativa entre o rolete e a pista antes do impacto;
- $Cr$ : coeficiente de restituição entre o rolete e a pista,  $0 \leq Cr \leq 1$ .

É importante observar que a modelagem do impacto pela Lei de Newton têm como hipóteses que os corpos em choque não estão expostos a grandes carregamentos e que efeitos de propagação de ondas nos corpos são desprezíveis, de acordo com Pfeiffer e Glocker [30]. Segundo Wang e Mason [47], a Lei de Newton para o impacto, equação (4.31), é a expressão de um vínculo cinemático.

As forças envolvidas no impacto são forças descontínuas no tempo (e não lineares). Uma descrição completa e consistente do impacto requer a consideração dos seguintes cuidados: o início e o fim do contato, entre o rolete e a pista, precisam ser tratados de dois modos diferentes. Desta forma, o começo do contato é indicado pela distância relativa entre o rolete e a pista (perfil) e pela verificação posterior da velocidade relativa normal, entre o rolete e a pista (perfil). O fim do contato é determinado pela força de contato entre o rolete e a pista (força normal).

Segundo Pfeiffer e Glocker [30], a seguinte situação de complementariedade existe em sistemas mecânicos, independente da natureza específica do contato: *Condições cinemáticas relativas não nulas (distância, velocidade), com respeito a um contato, são acompanhadas por interações mecânicas nulas (força e momento). Condições cinemáticas relativas nulas, com respeito a um contato, são acompanhadas por interações mecânicas não nulas. O produto entre a magnitude de uma variável, representando condições cinemáticas relativas, e entre uma variável, representando as condições de interações mecânicas, é sempre nulo.* Esta afirmação constitui-se uma base indispensável para o tratamento do contato entre rolete e pista (corpos rígidos).

### 4.5.3 Análise Dinâmica do Mecanismo - Diagrama de Blocos

Os diagramas de blocos apresentados a seguir (figuras (4.15) e (4.16)) irão mostrar como o programa computacional detecta a condição dinâmica (contato ou não dos roletes na pista) e monta o sistema de equações a ser resolvido.

O primeiro diagrama, figura (4.15), verifica as condições cinemáticas de contato entre roletes e pista, em seguida é montado e resolvido o sistema linear. O procedimento segue então para o segundo diagrama, figura (4.16), onde são analisadas as forças de reação nos roletes (forças atuantes nos roletes devido ao contato com a pista). Se estas forças forem positivas, significa que existe contato e as equações de vínculo cinemático passam a ter validade, caso contrário as forças são anuladas (perda de contato).

#### Diagrama 1 - Verificação Cinemática

Esta é a primeira parte do procedimento de resolução do sistema de equações, resultante do método Newton-Euler [28].

O primeiro passo é dividir a análise em duas partes, rolete direito (sub-índice D) e rolete esquerdo (sub-índice E), conforme figura (4.15).

Em seguida, verifica-se se a distância relativa ( $d_{rel}$ ) entre rolete e pista é diferente de zero, indicando que o rolete não está em contato com a pista (forças nulas entre rolete e pista) e, portanto, as equações de vínculos cinemáticos, para o lado do rolete que perdeu contato, não são mais válidas. Caso a distância relativa seja nula, deve-se verificar se a velocidade relativa ( $v_{rel}$ ) entre rolete e pista é zero, indicando início do contato [30]; quando as equações cinemáticas para o lado em que o rolete está em contato passam a ter validade. Caso a velocidade relativa não seja nula, ocorre o choque entre rolete e pista. O termo choque é usado para indicar a situação de impacto em que a distância relativa é nula, porém a velocidade relativa entre rolete e pista não é nula, ou seja, quando ambos perdem contato

novamente.

Elaborado desta forma, a estrutura de equações de movimento e reações variam de acordo com o contato do mecanismo. Se o contato existir, a estrutura de equações que será montada é a mesma que a apresentada no método Newton-Euler, ou seja, as equações de vínculos cinemáticos são válidas.

Quando não existe o contato, as forças de reação, no respectivo rolete sem contato com a pista, serão anuladas. Estas três forças de contato anuladas substituem as três equações escalares de vínculos cinemáticos para o respectivo lado do mecanismo.

Para exemplificar este processo, repete-se a equação geral do sistema (bancada de testes), já deduzida na modelagem do sistema pelo método Newton-Euler:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{72 \times 2}^{Dq} & -\mathbf{G}_{72 \times 6}^{DC} & \mathbf{A}_{72 \times 70}^{Dr} \\ \mathbf{C}_{6 \times 2} & \mathbf{A}_{6 \times 6} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{2 \times 1} \\ \ddot{\mathbf{w}}_{6 \times 1} \\ \mathbf{r}_{70 \times 1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{b}_{72 \times 1}^{DF} \\ \mathbf{b}_{A6 \times 1} \end{Bmatrix} \quad (4.32)$$

A equação (4.32) é mantida quando existe contato. As acelerações verticais dos roletes são iguais às acelerações verticais dos perfis da pista, da seguinte forma:

$$\ddot{z}_D = \frac{d^2(\text{Perfil}_D)}{dt^2} \quad (4.33)$$

$$\ddot{z}_E = \frac{d^2(\text{Perfil}_E)}{dt^2} \quad (4.34)$$

Quando ocorre perda de contato entre a pista e algum rolete, os componentes da matriz  $[\mathbf{C}_{6 \times 2} \ \mathbf{A}_{6 \times 6} \ \mathbf{0}]_{6 \times 78}$  e do vetor  $\mathbf{b}_{A6 \times 1}$  são modificados, de forma a substituir as equações escalares de vínculos cinemáticos pelas forças de contato nulas no rolete. As forças de contato anuladas no rolete direito são:  $F27_x$ ,  $F27_y$  e  $F27_z$ . As forças de contato anuladas no rolete esquerdo são:  $F28_x$ ,  $F28_y$  e  $F28_z$ . Nestes casos, as equações (4.33) e (4.34) não podem ser mais usadas. Se o rolete direito perder o contato, então a equação adicional (4.33) será

substituída pela seguinte realção:

$$\frac{d^2(Perfil_D)}{dt^2} = 0 \quad (4.35)$$

Caso seja o rolete esquerdo que perde o contato, a equação (4.34) é substituída por:

$$\frac{d^2(Perfil_E)}{dt^2} = 0 \quad (4.36)$$

Estas duas novas relações são necessárias, pois estabelecem que quando um rolete perde contato com a pista, a influência do perfil da pista deixa de existir no sistema (influência através da aceleração) para o respectivo lado do mecanismo. O movimento vertical do rolete que perdeu contato torna-se agora um grau de liberdade, obtido através da integração no tempo da sua equação de movimento. Os novos graus de liberdade, para os casos de perda de contato entre roletes e pista, foram explicados anteriormente.

Quando ocorre o choque, a velocidade vertical do rolete onde ocorreu este fenômeno passa a ser regida pela relação cinemática da lei de Newton para o impacto, equação (4.31).

Após esta análise, o sistema linear de equações é resolvido para se obter as forças atuantes no sistema, as quais serão usadas na segunda análise (diagrama de blocos 2, figura (4.16)).

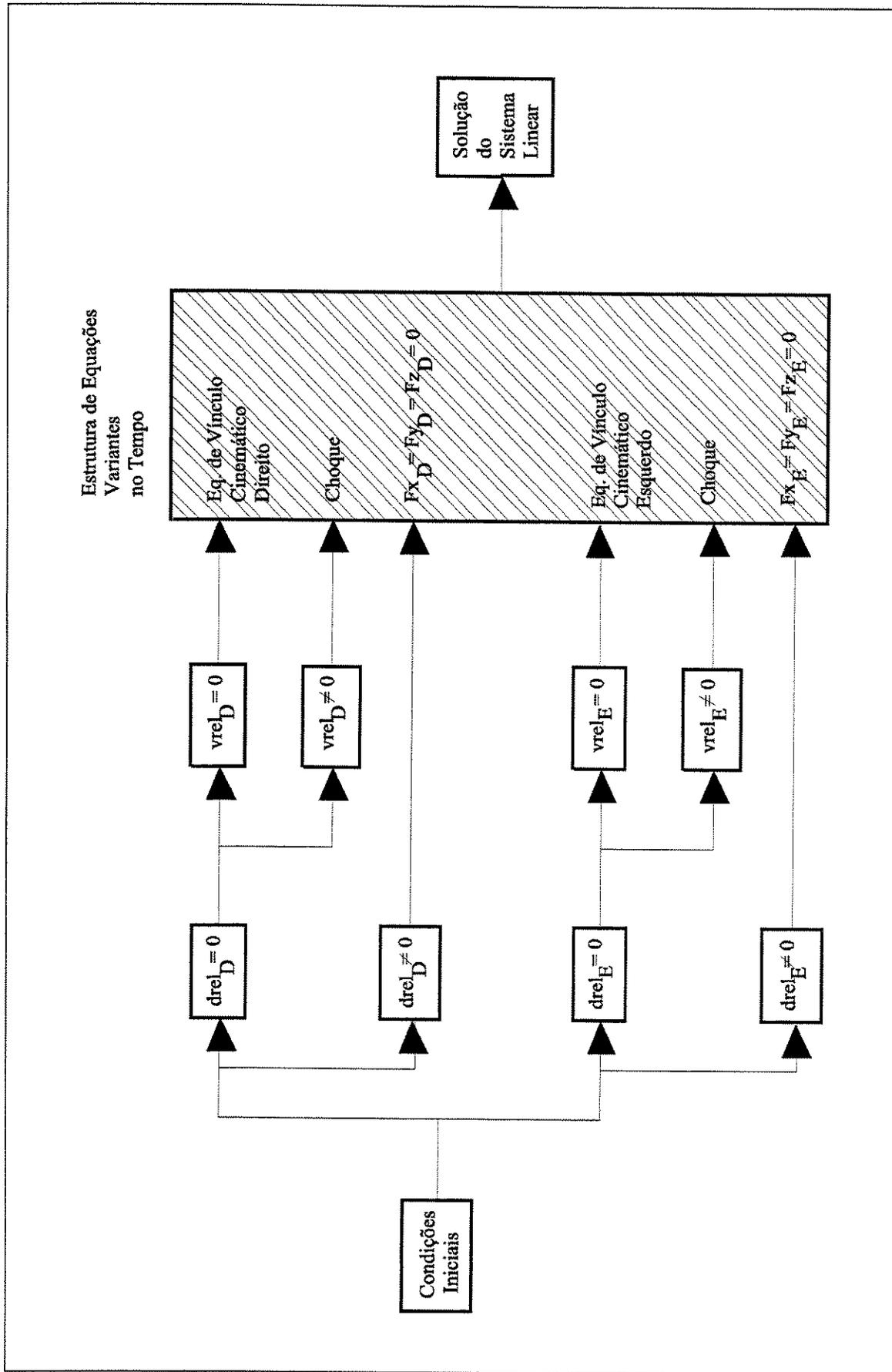


Figura 4.15: Diagrama 1 - verificação cinemática. O primeiro passo neste diagrama é a verificação da distância relativa entre o rolete e a pista. O segundo passo é a verificação da velocidade relativa vertical entre o rolete e a pista, caso a distância relativa seja nula. Somente após a verificação destas condições o sistema de equações é montado e resolvido.

### Diagrama 2 - Verificação Dinâmica

Após a resolução do sistema linear, onde são calculadas acelerações e forças de reação, pode-se verificar se as forças normais de reação são maiores que zero ou não, o que determina uma nova montagem das equações e uma nova resolução do sistema linear. Caso a distância relativa entre rolete e pista seja diferente de zero este diagrama é ignorado, uma vez que ele necessita que os roletes estejam em uma condição cinemática de iminência de início ou de fim de contato. Neste caso, o procedimento de integração das equações ocorre diretamente após a verificação cinemática mostrada no diagrama de blocos 1 (figura (4.15)).

Caso a distância relativa entre rolete e pista seja nula, a análise do diagrama 2 é iniciada. Novamente, a análise é dividida entre os roletes direito e esquerdo.

Inicialmente, analisam-se as forças normais (indicadas por  $F_z$  na figura (4.16)) em cada rolete. Caso a força normal seja nula, ou menor que zero, significa que o respectivo rolete não está em contato com a pista. Neste caso, a estrutura de equações é novamente modificada para substituir as equações de vínculos cinemáticos pelos termos que anularão as forças de contato no respectivo rolete.

Caso estas forças normais sejam positivas, significa que existe contato entre rolete e pista e, portanto, passam a ter validade as equações de vínculos cinemáticos para o lado do mecanismo que apresentar esta condição. A estrutura de equações a ser resolvida é a mesma apresentada na seção anterior, equação (4.32).

Somente a partir dos procedimentos apresentados no diagrama 2 é que a solução do sistema de equações é definitivamente realizada, e as equações de movimento são integradas no tempo.

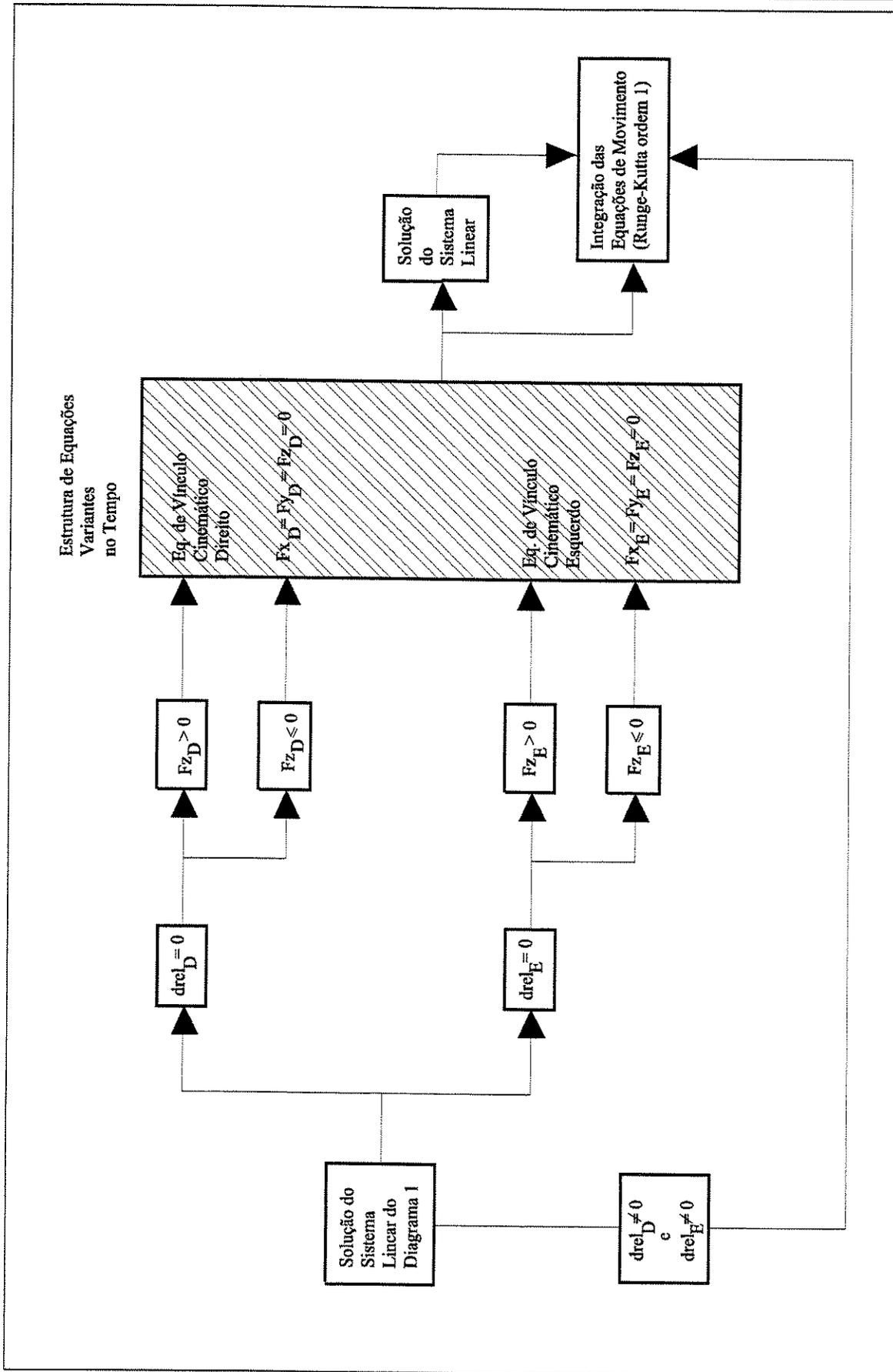


Figura 4.16: Diagrama 2 - verificação dinâmica. O primeiro passo é a verificação da distância relativa entre o rolete e a pista. O segundo passo, que só ocorre caso a distância relativa seja nula, verifica o valor da força normal em cada rolete. O passo final é a integração no tempo das equações de movimento.

#### 4.5.4 Modelo Matemático Final da Bancada de Testes

De posse deste modelo mais preciso, uma comparação teórico-experimental pode ser realizada, permitindo a validação final da teoria aplicada. Além disto, os testes teóricos e experimentais permitem que a faixa de operação adequada do medidor seja estabelecida. Esta faixa de operação indica as condições em que o sistema mede corretamente os perfis de uma pista, sem que ocorra a perda de contato entre um rolete e a superfície medida. Caso ocorra a perda de contato de algum rolete e a pista, ocorrerão impactos entre os mesmos, resultando em um perfil medido incorreto.

O modelo matemático desenvolvido permite, também, a realização do estudo da influência da dinâmica do sistema simulador de um veículo, da bancada de testes (massa suspensa e chassi), sobre as medições dos perfis de uma pista. Ressalta-se que em nenhum momento a dinâmica do sistema simulador de um veículo deva influenciar as medições, caso contrário resultados incorretos dos perfis surgiriam.

# Capítulo 5

## Resultados Teórico-Experimentais

### 5.1 Introdução

Neste capítulo a bancada de testes é estudada experimentalmente. Os coeficientes de rigidez e amortecimento da bancada de testes, ilustrada na foto (5.1), são determinados experimentalmente. Estes coeficientes, os quais caracterizam a bancada de testes do medidor mecatrônico de perfis de pistas, são utilizados no programa do modelo matemático da bancada, obtido pelo método Newton-Euler-Jourdain.

Com a determinação dos parâmetros físicos da bancada e a simulação do modelo teórico, viabiliza-se uma comparação teórico-experimental.

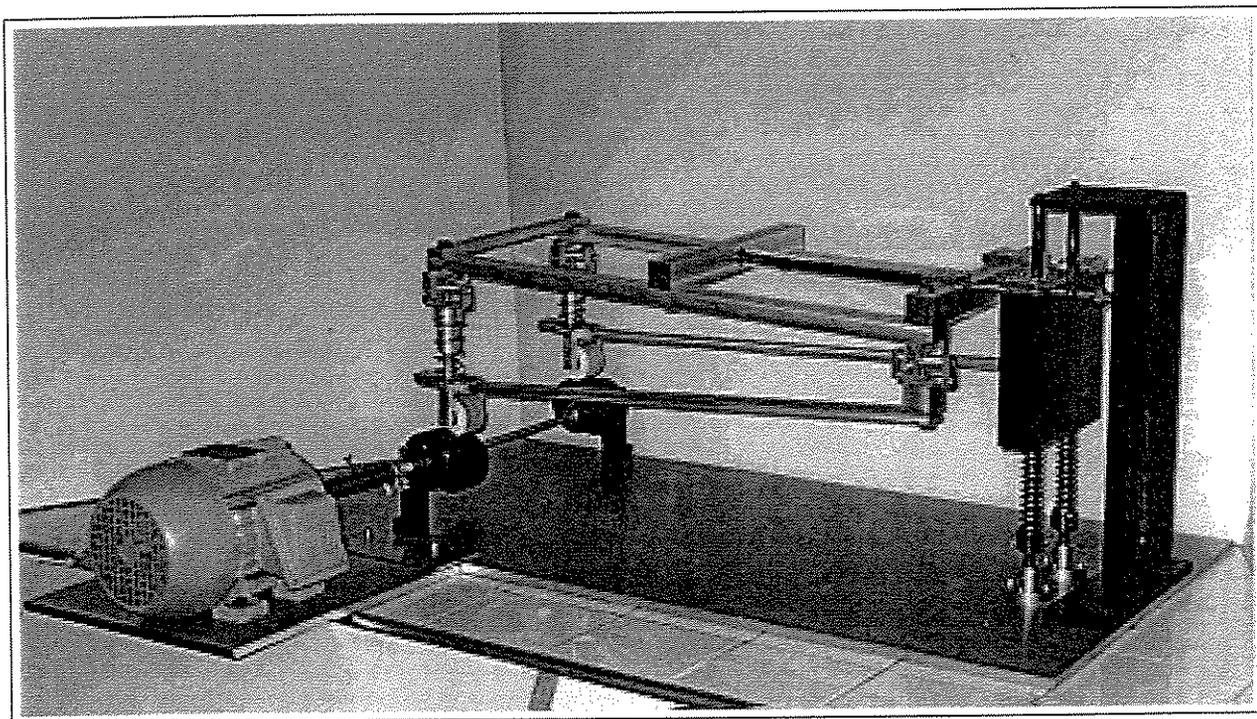


Figura 5.1: Foto da bancada de testes do medidor mecatrônico de perfis de pistas, construída para testes em laboratório [40].

## 5.2 Determinação dos Coeficientes de Amortecimento e Rigidez do Mecanismo

A determinação dos coeficientes de rigidez e amortecimento, das molas e réguas flexíveis do sistema, é um passo fundamental para que o modelo teórico possa representar da melhor forma possível o mecanismo real.

Para sistemas amortecidos, a taxa de decaimento da amplitude do movimento pode ser convenientemente expressa pela razão de amplitudes sucessivas. Para amortecimento viscoso, o decremento logarítmico representa esta taxa de decaimento e é expresso por [43]:

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left( \frac{x_0}{x_n} \right) \quad (5.1)$$

Na equação (5.1),  $x_n$  é a amplitude  $n$  ciclos após a amplitude  $x_0$ .

O decremento logarítmico ( $\delta$ ) é relacionado com o fator de amortecimento do sistema ( $\zeta$ ) por:

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} \quad (5.2)$$

A frequência natural do sistema ( $\omega_n$ ) relaciona-se com a frequência amortecida ( $\omega_d$ ) do mesmo por:

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (5.3)$$

Onde:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.4)$$

O amortecimento do sistema ( $c$ ) pode ser expresso por:

$$c = 2\zeta\sqrt{mk} \quad (5.5)$$

Estas equações permitem a determinação da rigidez e amortecimento a partir dos sinais (no tempo e na frequência) de resposta a um impulso fornecido ao sistema, e da massa dos elementos testados. Todas as equações apresentadas são obtidas considerando um sistema de um grau de liberdade.

### 5.3 Instrumentação Utilizada

Para a obtenção dos sinais da resposta do mecanismo, foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Acelerômetro *PCB Piezotronics*, modelo 353B33, sensibilidade 101,0 mV/g.
- Condicionador de sinais *PCB Piezotronics*, modelo 480B10.
- Placa de aquisição e conversão de sinais, modelo DT-EZ01 da *Data Translation* com 8 canais.
- Computador *Pentium*, 166 MHz.
- Programa *HP-VEE* da *Hewlett-Packard*, para processamento e análise dos sinais.

### 5.3.1 Coeficientes de Rigidez e Amortecimento da Base da Massa Suspensa

#### A - Procedimento de Medição

Um acelerômetro foi posicionado sobre a massa suspensa, conforme pode ser visualizado na figura (5.2). Em seguida, aplicou-se um impulso com um martelo de ponta de borracha ao sistema na direção vertical. Os sinais obtidos pelo acelerômetro foram enviados para o condicionador e posteriormente para a placa de aquisição de sinais.

Utilizou-se uma frequência de amostragem dos sinais de 1000 Hz e uma duração de aquisição de 6 s. A janela *Hanning* foi utilizada para amostragem dos sinais no tempo. Os sinais no tempo são transformados para o domínio da frequência com o uso da Transformada Discreta de Fourier (*DFT*), via Transformada Rápida de Fourier (*FFT*), pelo *software* da HP (programa instalado no micro computador).

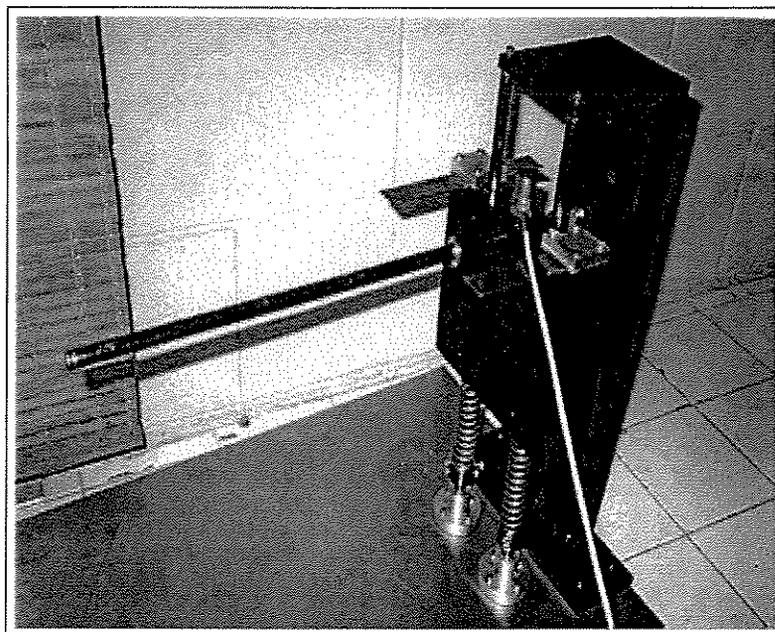


Figura 5.2: Medição da rigidez e amortecimento das molas da base da massa suspensa.

## B - Coeficientes Experimentais

Os gráficos das figuras (5.3) e (5.4) mostram a resposta do sistema isolado, figura (5.2), ao impulso.

Os valores dos parâmetros medidos e os coeficientes calculados, pelas equações (5.1) a (5.5), são apresentados na tabela (5.1).

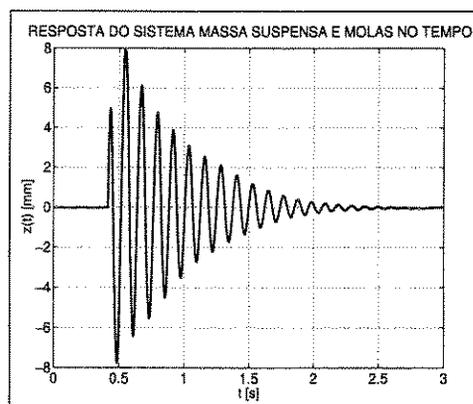


Figura 5.3: Sinal da resposta do sistema massa suspensa e molas da base ao impulso, no domínio do tempo.

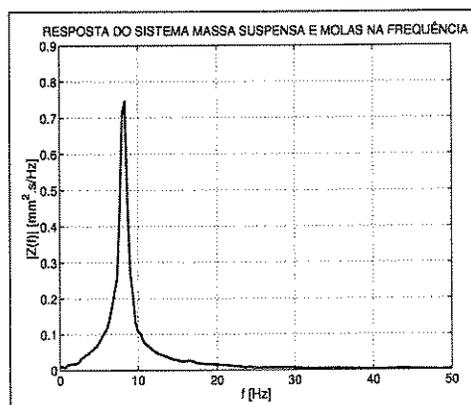


Figura 5.4: Sinal da resposta do sistema massa suspensa e molas da base ao impulso, no domínio da frequência.

$m$ [kg]	$x_0$ [mm]	$x_{10}$ [mm]	$n$	$f_d$ [Hz]	$\zeta$	$k_{total}$ [N/m]	$c_{total}$ [N.s/m]
8,37	7,90	0,57	10	8,3	0,042	22764,0	37,0

Tabela 5.1: Parâmetros medidos e calculados das molas da base da massa suspensa. Na tabela,  $f_d$  é a frequência de ressonância do sistema.

### 5.3.2 Coeficientes de Rigidez e Amortecimento das Régua Flexíveis

#### A - Procedimento de Medição

Um acelerômetro foi posicionado sobre a extremidade de uma das régua flexíveis (duas no total), conforme pode ser visualizado na figura (5.5). Novamente um impulso com um martelo de ponta de borracha foi dado ao mecanismo, à direita do acelerômetro. Tal procedimento foi repetido em ambos os lados do mecanismo, mudando o acelerômetro de posição (régua direita e depois esquerda). As medições foram repetidas três vezes para cada régua. Os resultados foram bastante semelhantes, permitindo concluir que ambas as régua possuem praticamente os mesmos coeficientes de rigidez e amortecimento.

O tempo de aquisição dos sinais foi de 6 s, com uma frequência de amostragem de 1000 Hz. Utilizou-se a janela *Hanning* para truncamento dos sinais.

A representação dos sinais no domínio da frequência foi feita através da *FFT* do sinal no tempo.

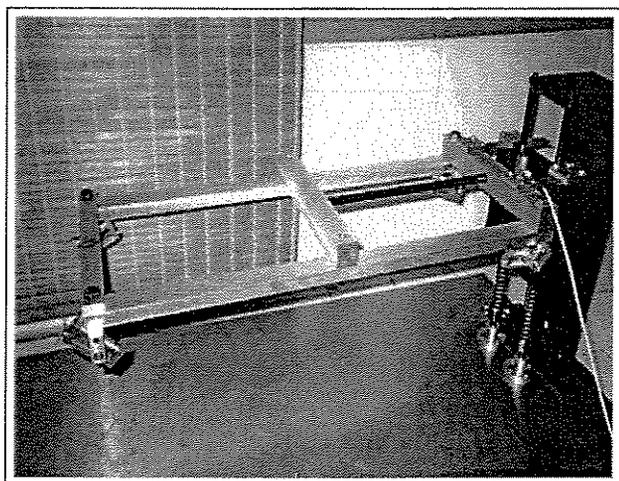


Figura 5.5: Medição da rigidez e amortecimento das réguas flexíveis.

### B - Coeficientes Experimentais

Os gráficos das figuras (5.6) e (5.7) mostram a resposta do sistema da figura (5.5) ao impulso.

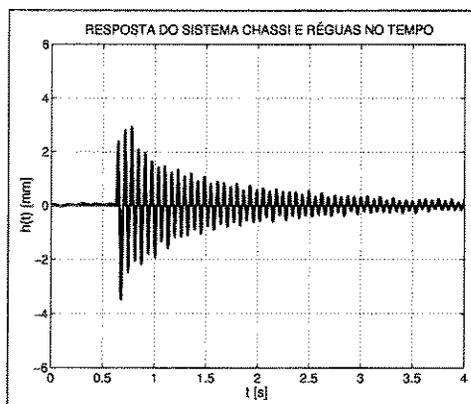


Figura 5.6: Sinal da resposta do sistema chassi e réguas elásticas ao impulso, no domínio do tempo.

Os valores dos parâmetros medidos, e os coeficientes calculados pelas equações (5.1) a (5.5), são apresentados na tabela (5.2).

A rigidez e amortecimento apresentados na tabela (5.2) são para cada uma das réguas flexíveis (duas no total).

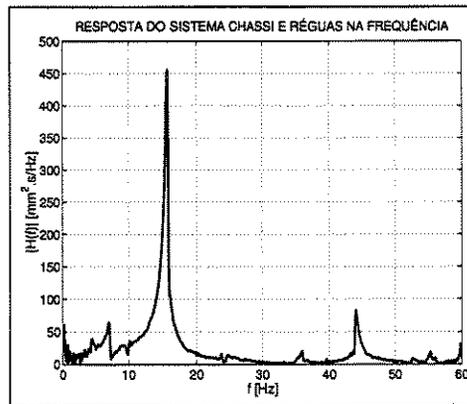


Figura 5.7: Sinal da resposta do sistema chassi e réguas elásticas ao impulso, no domínio da frequência.

$m$ [kg]	$x_0$ [mm]	$x_2$ [mm]	$n$	$f_d$ [Hz]	$\zeta$	$k$ [N/m]	$c$ [N.s/m]
5,71	2,085	0,5713	16	15,7	0,013	27760,5	7,3

Tabela 5.2: Parâmetros medidos e calculados das réguas flexíveis. O parâmetro  $f_d$  é a primeira frequência de ressonância do sistema.

Pelo gráfico do pico da resposta na frequência (muito estreito), é possível observar que as réguas possuem amortecimento muito baixo [14].

### 5.3.3 Coeficientes de Rigidez das Molas Traseiras

As molas traseiras da bancada de testes, por estarem em um estado de compressão sobre os roletes do medidor de perfis de pistas, são consideradas com apenas características de rigidez, sem amortecimento.

Os coeficientes de rigidez de cada uma das molas, direita e esquerda, são iguais e foram obtidas pelo método estático de medição. Neste método, diferente dos usados nas outras molas do sistema, consiste em obter um deslocamento estático da extremidade da mola com a aplicação de uma força conhecida (força peso de uma massa conhecida).

A massa utilizada ( $m$ ), o deslocamento estático ( $\Delta x$ ) e o valor do coeficiente de rigidez ( $K$ ) de cada uma das molas de compressão traseiras são apresentados na tabela (5.3).

$m$ [kg]	$\Delta x$ [mm]	$K$ [N/m]
0,92	2,0	4500

**Tabela 5.3:** Coeficiente de rigidez de cada uma das molas de compressão traseira.

## 5.4 Resultados Teórico-Experimentais

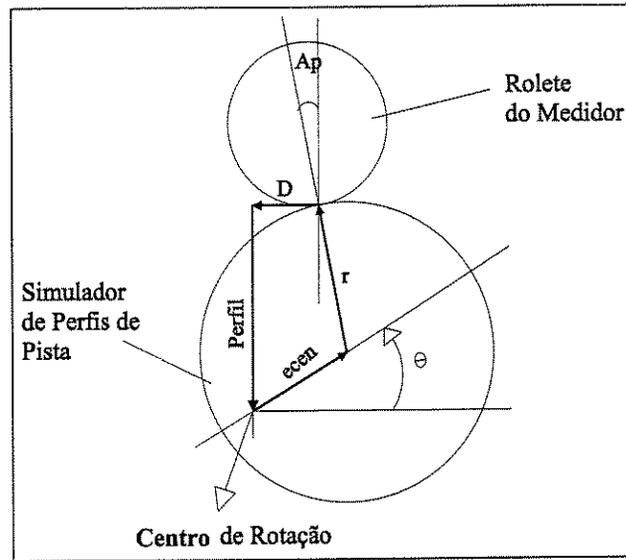
Experimentos foram conduzidos com um perfil de pista variável, em ambos os lados do mecanismo, o que acontecerá na realidade, quando o sistema estiver sendo deslocado sobre uma pista para a medição do perfil da mesma. O perfil de pista escolhido é simulado por um sistema de camos, ou excêntricos, em ambos os lados do mecanismo (sob os roletes), acionados pelo eixo de um motor elétrico. Os excêntricos, por possuírem geometria simples, permitem que o deslocamento vertical produzido possa ser usado na simulação numérica do sistema, para comparação com o experimento. Portanto, as variáveis cinemáticas relacionadas com os deslocamentos verticais dos roletes são conhecidas, uma vez que o deslocamento resultante do movimento rotatório dos camos pode ser calculado a partir de sua geometria.

A configuração geométrica de um camo, utilizado na bancada de testes para simular o perfil de uma via, está mostrada na figura (5.8).

Da equação vetorial fechada, mostrada na figura (5.8), obtém-se as seguintes equações de posição, para o par rolete-camo:

$$\begin{cases} ecen \cdot \cos(\theta) - r \cdot \sin(A_P) - D = 0 \\ ecen \cdot \sin(\theta) + r \cdot \cos(A_P) - Perfil = 0 \end{cases} \quad (5.6)$$

A análise de velocidade é realizada derivando-se no tempo o sistema de equações (5.6).



**Figura 5.8:** Geometria de um camo simulador de perfil de pista. Os termos mostrados na figura são: *Perfil* - corresponde ao deslocamento vertical do perfil da pista; *ecen* - corresponde à excentricidade do camo; *r* - raio do camo circular; *D* - distância constante entre o eixo do camo e o ponto de contato entre o camo e o rolete;  $A_P$  - ângulo de contato;  $\theta$  - ângulo de rotação do camo.

Desta forma obtém-se:

$$\begin{cases} -ecen.\dot{\theta}.\text{sen}(\theta) - r.\dot{A}_P.\text{cos}(A_P) = 0 \\ ecen.\dot{\theta}.\text{cos}(\theta) - r.\dot{A}_P.\text{sen}(A_P) - \frac{d(\text{Perfil})}{dt} = 0 \end{cases} \quad (5.7)$$

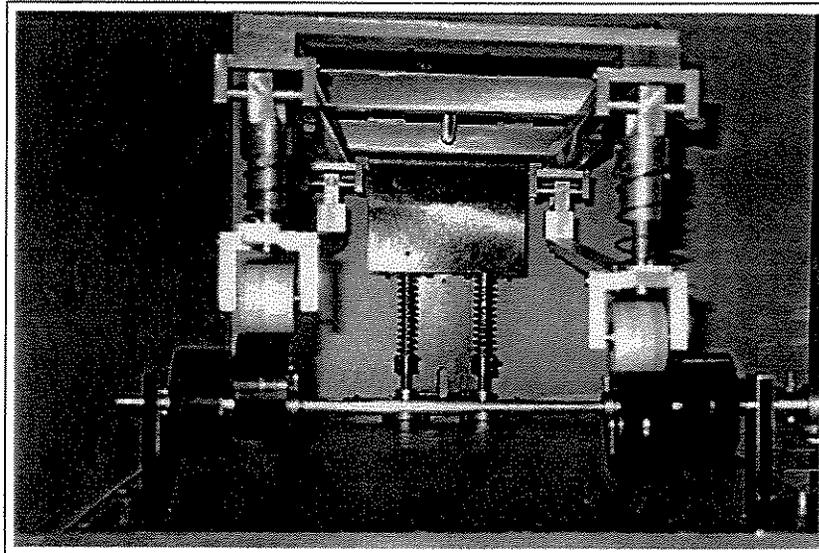
Finalmente, a análise de aceleração pode ser realizada a partir da derivada no tempo do sistema de equações (5.7). Assim:

$$\begin{cases} -ecen.\ddot{\theta}.\text{sen}(\theta) - ecen.\dot{\theta}^2.\text{cos}(\theta) - r.\ddot{A}_P.\text{cos}(A_P) + r.\dot{A}_P^2.\text{sen}(A_P) = 0 \\ ecen.\ddot{\theta}.\text{cos}(\theta) - e.\dot{\theta}^2.\text{sen}(\theta) - r.\ddot{A}_P.\text{sen}(A_P) - r.\dot{A}_P^2.\text{cos}(A_P) - \frac{d^2(\text{Perfil})}{dt^2} = 0 \end{cases} \quad (5.8)$$

Lembrando que os testes foram realizados com uma rotação constante dos camos ( $\ddot{\theta} = 0$ ), todas as informações de posição ( $\text{Perfil}(t)$ ), velocidade ( $d(\text{Perfil}(t))/dt$ ) e aceleração ( $d^2(\text{Perfil}(t))/dt^2$ ) do perfil da pista podem ser conhecidas para a simulação numérica, a partir das soluções dos sistemas de equações (5.6), (5.7) e (5.8).

A figura (5.9) ilustra o posicionamento do sistema simulador de um perfil de pista

(camos), na bancada de testes.



**Figura 5.9:** Foto do sistema simulador de perfis de pistas.

Os valores obtidos, experimentalmente, de rigidez e amortecimento dos elementos elásticos do sistema, usados na simulação numérica, estão representados na tabela (5.4). Nesta tabela também está indicado o valor inicial da altura da massa suspensa ( $z(0)$ , na posição de equilíbrio estático) e o ângulo inicial de rotação do chassi ( $\alpha_2(0)$ ), usados na simulação.

$K_{mb}$	$K_m$	$K_{me}$	$K_{MR}$	$K_{MRe}$	$D_{mb}$	$D_{MR}$	$D_{MRe}$	$z(0)$	$\alpha_2(0)$
[N/m]	[N/m]	[N/m]	[N/m]	[N/m]	[Ns/m]	[Ns/m]	[Ns/m]	[m]	[rad]
22764,0	4500	4500	27760,5	27760,5	37,0	7,3	7,3	0,2763	0

**Tabela 5.4:** Parâmetros utilizados na comparação teoria-experimento.

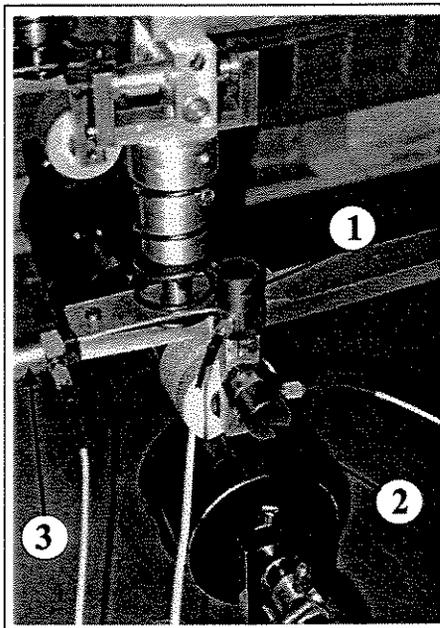
As configurações do sistema de camos direito e esquerdo, bem como a velocidade de rotação do motor elétrico acionador, estão representados na tabela (5.5). Nesta tabela têm-se:

- $e_{cen}$ : excentricidade do camo direito.
- $e_{cene}$ : excentricidade do camo esquerdo.
- $\omega$ : rotação dos camos.

Teste	ecen (m)	ecene (m)	$\omega$ (rpm)
01	0	0	210
02	0,006	0	210
03	0,006	0,006	210
04	0	0,012	210
05	0,012	-0,012	210

**Tabela 5.5:** Parâmetros de ensaio para comparação teórico-experimental.

A figura (5.10) mostra os acelerômetros conectados a um dos roletes do mecanismo, para a aquisição dos sinais das acelerações laterais, longitudinais e verticais de um rolete do medidor de perfis de pistas, as quais integradas duas vezes resultam nos respectivos deslocamentos laterais, longitudinais e verticais do rolete.



**Figura 5.10:** Acelerômetros utilizados para medir o perfil da pista: acelerômetro 1 - para medir o deslocamento vertical do rolete; acelerômetro 2 - para medir o deslocamento lateral do rolete; acelerômetro 3 - para medir o deslocamento longitudinal do rolete.

Apresentam-se a seguir os resultados para as seguintes variáveis do sistema:

- $Perfil_D(t)[m]$ ,  $Perfil_E(t)[m]$ : deslocamentos provocado pelo perfil de pista direito e esquerdo, respectivamente.

- $x_D(t)[m]$ ,  $x_E(t)[m]$ : deslocamentos laterais dos roletes direito e esquerdo, respectivamente.
- $y_D(t)[m]$ ,  $y_E(t)[m]$ : deslocamentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo, respectivamente.
- $z(t)[m]$ : deslocamento vertical da massa suspensa.

Os movimentos verticais da massa suspensa foram medidos com um acelerômetro posicionado sobre a mesma, conforme ilustra a foto da figura (5.2).

Nos testes experimentais utilizou-se uma frequência de aquisição de 1000 Hz com 5000 pontos de amostragem dos sinais.

#### Teste 01 - Pista plana

Este teste foi realizado com um perfil de pista plano, pois a excentricidade dos camos é nula. Observa-se que o mecanismo não apresenta grandes deslocamentos com relação às posições estáticas, como já era esperado.

A figura (5.11) mostra que a massa suspensa permanece em repouso durante o teste.

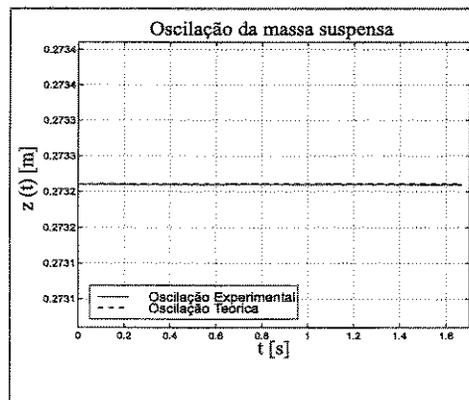


Figura 5.11: Deslocamentos verticais da massa suspensa - teste 01.

Os deslocamentos laterais dos roletes são nulos, conforme podem ser vistos na figura (5.12).

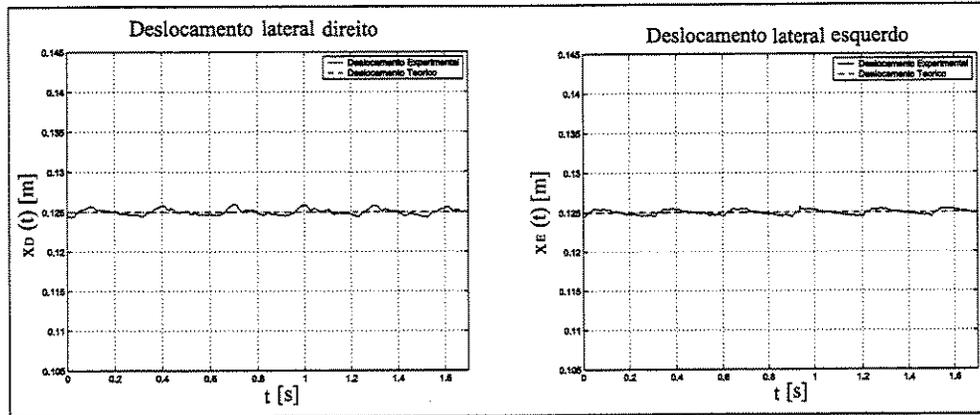


Figura 5.12: Deslocamentos laterais dos roletes direito e esquerdo - teste 01.

A figura (5.13) mostra que os deslocamentos longitudinais dos roletes, direito e esquerdo, também são nulos. Este é um resultado coerente uma vez que o sistema, composto pela bancada de testes, não está sujeito a nenhuma forma de excitação externa.

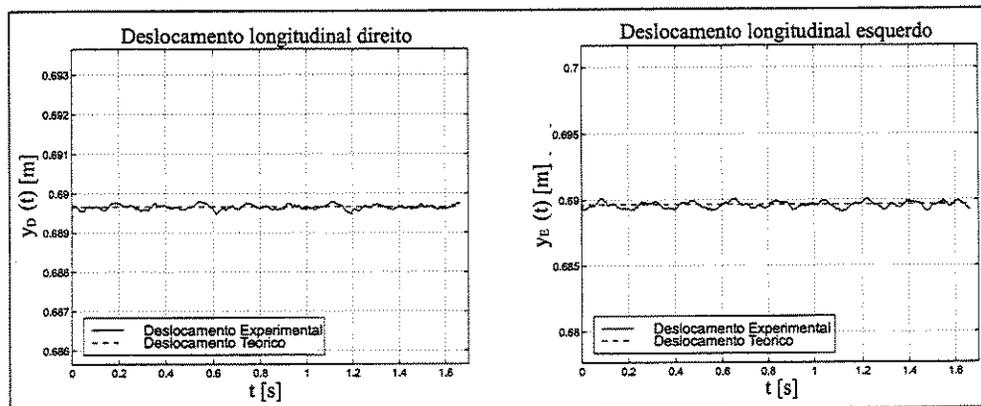


Figura 5.13: Deslocamentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo - teste 01.

A figura (5.14) mostra a presença de sinais estranhos nos perfis de pistas planos, direito e esquerdo, medidos experimentalmente. Estes sinais são decorrentes de ruídos inerentes do sistema de aquisição. Os perfis direito e esquerdo possuem amplitudes nulas.

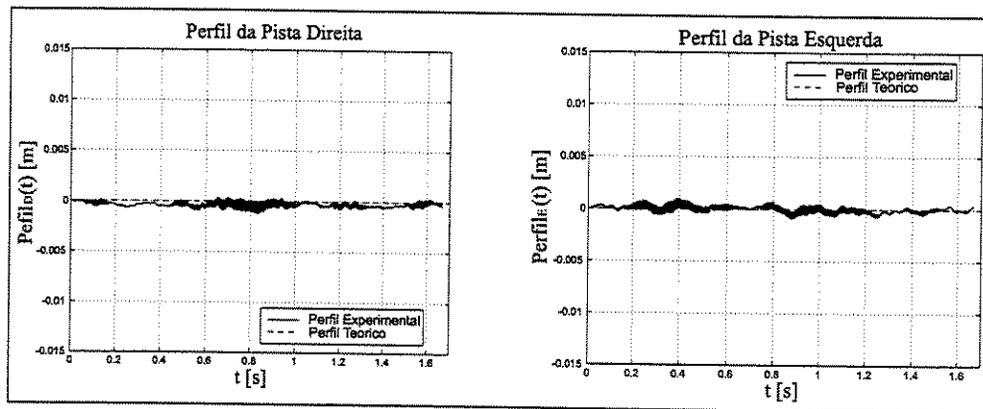


Figura 5.14: Perfis de pistas direito e esquerdo - teste 01.

### Teste 02 - Perfis assimétricos

Esta situação representa um perfil de pista irregular apenas no lado direito do mecanismo. O movimento da massa suspensa, obtido experimentalmente, concorda bem com o resultado teórico, embora observam-se algumas componentes de frequências mais altas no resultado experimental (picos visíveis no gráfico), de acordo com a figura (5.15). Estas componentes de frequências mais altas são provocadas pelos movimentos de flexão das vigas do chassi da bancada. Estas vigas flexíveis deformam-se durante os testes experimentais, transmitindo vibrações para a massa suspensa (influenciando seu movimento vertical). Como o método Newton-Euler-Jourdain aplicado considera apenas corpos rígidos, estes resultados provocados pelas deformações das vigas não são previstos pelo modelo teórico.

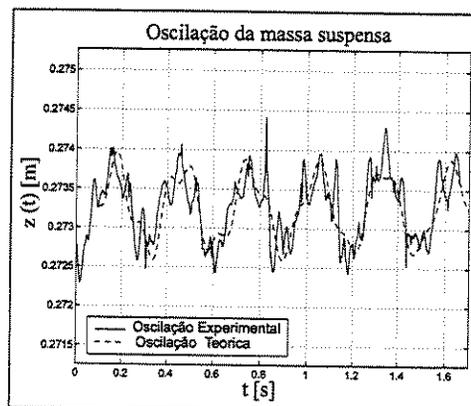
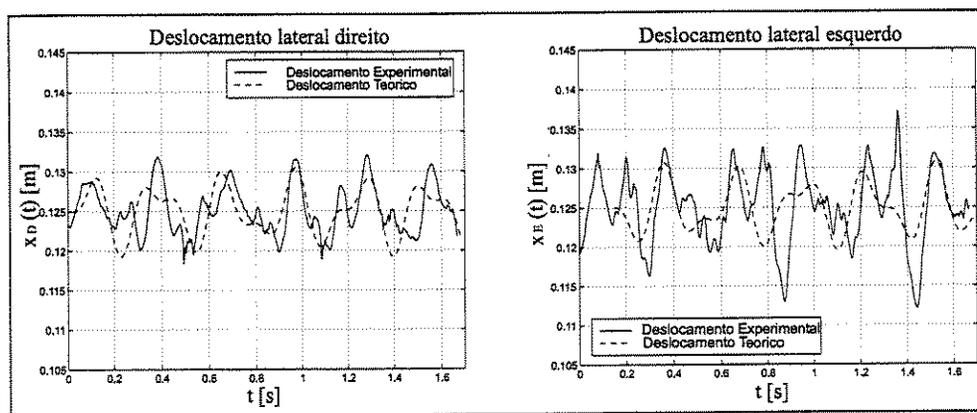


Figura 5.15: Deslocamentos verticais da massa suspensa - teste 02.

Na figura (5.16), observam-se que os resultados teóricos e experimentais apresentam

melhor concordância para o deslocamento lateral do rolete direito. Para o deslocamento lateral do rolete esquerdo, os resultados apresentam uma pequena discrepância. Esta discrepância é atribuída ao escorregamento lateral do rolete esquerdo sobre a pista. Este escorregamento não é previsto teoricamente, pois o método Newton-Euler-Jourdain aplicado não considera as forças de atrito nos roletes. Este fato reflete a hipótese teórica de que os roletes não escorregam sobre a pista, e portanto as forças atuantes sobre eles (forças de contato) não produzem trabalho e nem geram potência.



**Figura 5.16:** Deslocamentos laterais dos roletes direito e esquerdo - teste 02.

Os resultados para os deslocamentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo, figura (5.17), mostram que os resultados teóricos predizem bem o comportamento real (experimental) dos roletes. Maiores diferenças entre os resultados teóricos e experimentais são observados no movimento longitudinal do rolete direito. As defasagens no tempo entre os resultados experimentais e os teóricos, conforme mostra a figura (5.17), é devido à variação das velocidades de rotação dos camos durante os testes. As vibrações das vigas do chassi provocam o surgimento de movimentos de frequências mais altas nos resultados experimentais dos deslocamentos longitudinais dos roletes, sendo mais evidente no rolete esquerdo.

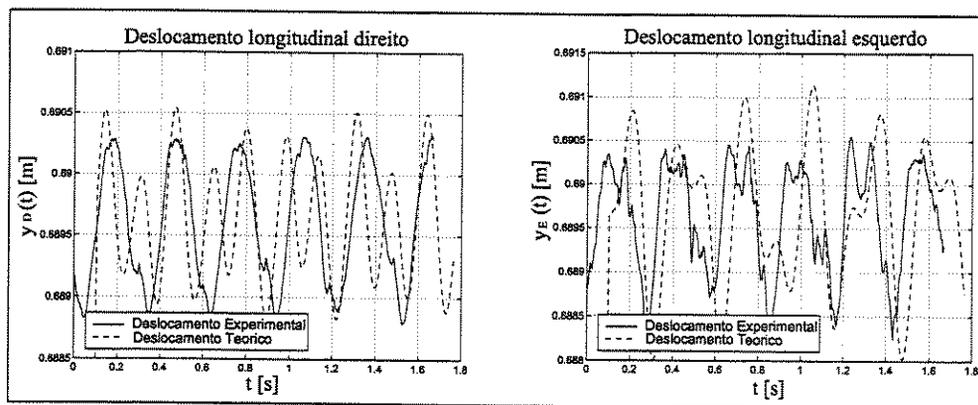


Figura 5.17: Deslocamentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo - teste 02.

Os gráficos da figura (5.18) mostram que os perfis direito e esquerdo, medidos experimentalmente, concordam bem com os perfis calculados teoricamente. Estes são os resultados mais importantes. Embora desvios entre os resultados teóricos e experimentais dos deslocamentos laterais e longitudinais dos roletes apareçam, os perfis são medidos de forma precisa, independente dos efeitos de flexibilidade do chassi. As juntas universais, ou cruzetas, desacoplam os movimentos vibratórios das vigas do chassi dos movimentos dos roletes, permitindo que as medições dos perfis de pistas sejam feitas corretamente.

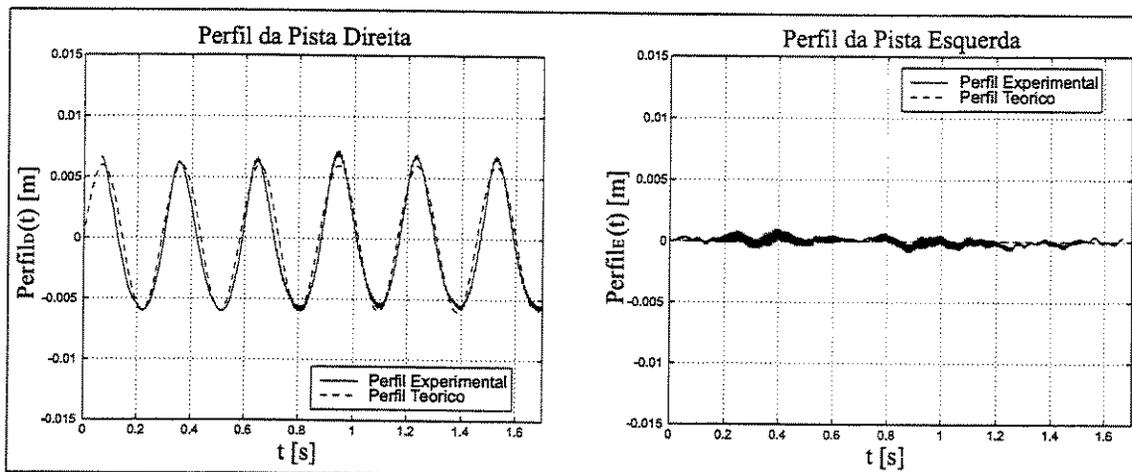
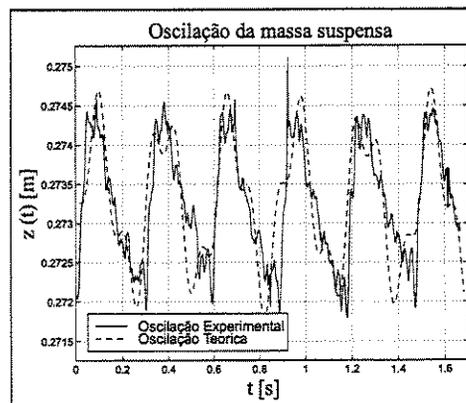


Figura 5.18: Perfis de pistas direito e esquerdo - teste 02.

Teste 03 - Perfis simétricos

Este teste simula perfis de pistas simétricos em ambos os lados do mecanismo, com amplitudes de 6 mm. A figura (5.19) mostra que existe uma boa correspondência entre os resultados teóricos e experimentais, para o movimento vertical da massa suspensa. Observam-se, novamente, componentes dos deslocamentos experimentais com freqüências mais altas decorrentes das vibrações das vigas flexíveis do chassi. Este resultado também foi observado no teste anterior.



**Figura 5.19:** Deslocamentos verticais da massa suspensa - teste 03.

Os movimentos laterais dos roletes direito e esquerdo são praticamente nulos neste teste, conforme mostram os resultados teóricos e experimentais da figura (5.20). Os perfis simétricos de ambos os lados inibem escorregamentos laterais significativos dos roletes do mecanismo.

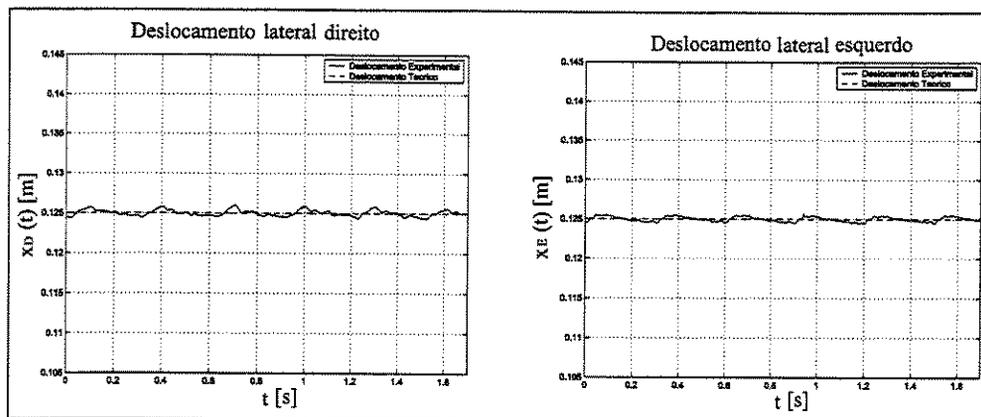


Figura 5.20: Deslocamentos laterais dos roletes direito e esquerdo - teste 03.

Os movimentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo, figura (5.21), mostram que os resultados do modelo teórico concordam bem com os resultados experimentais.

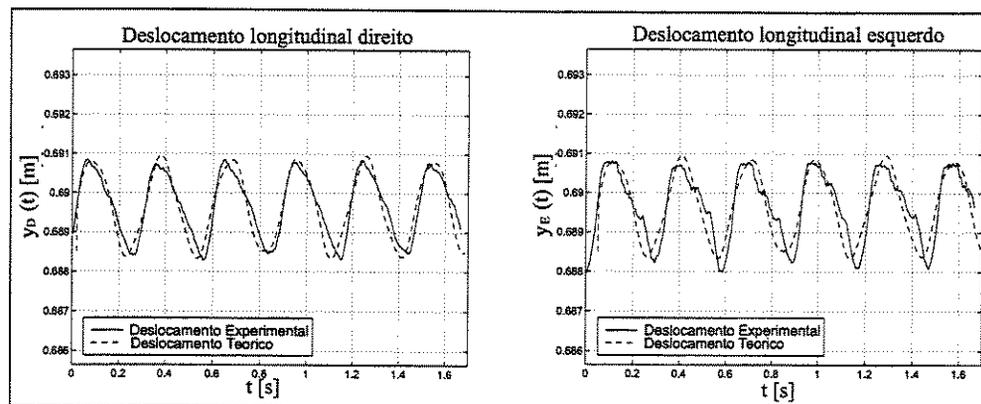


Figura 5.21: Deslocamentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo - teste 03.

Novamente, os perfis direito e esquerdo obtidos experimentalmente são os mesmos que os obtidos teoricamente, conforme podem ser vistos na figura (5.22). Ressalta-se, mais uma vez, que estes são os resultados mais importantes, pois indicam que o mecanismo é capaz de medir os perfis de forma precisa.

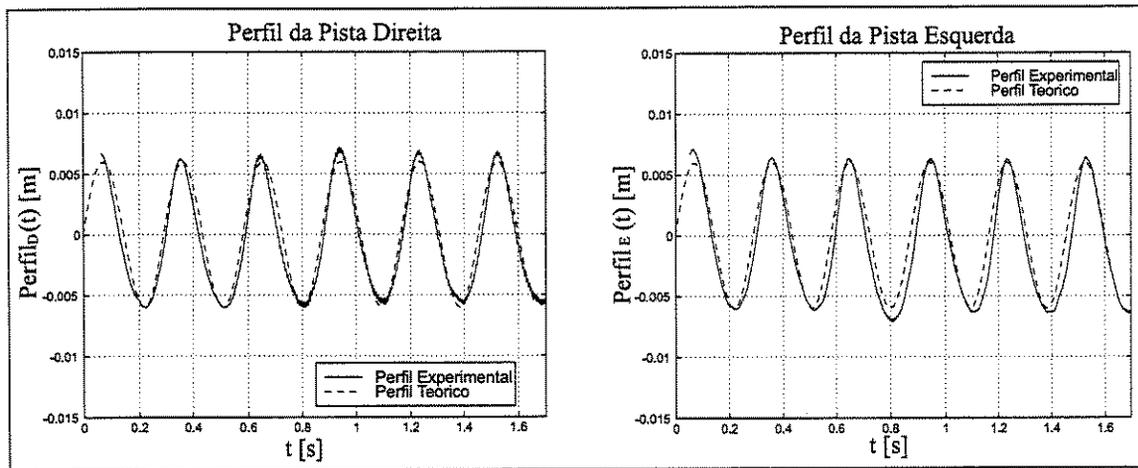


Figura 5.22: Perfis de pistas direito e esquerdo - teste 03.

#### Teste 04 - Perfis assimétricos

Este caso corresponde ao de maior excitação para o lado esquerdo do mecanismo ( $ecene = 0,012\text{ m}$ ), embora o perfil de pista direito seja plano. Os resultados teóricos, previstos pelas equações de movimento do método Newton-Euler-Jourdain, concordam de forma adequada com os resultados experimentais para o movimento da massa suspensa, conforme pode ser visto na figura (5.23). Mais uma vez, nota-se a influência da flexibilidade das vigas do chassi na resposta vibratória da massa suspensa.

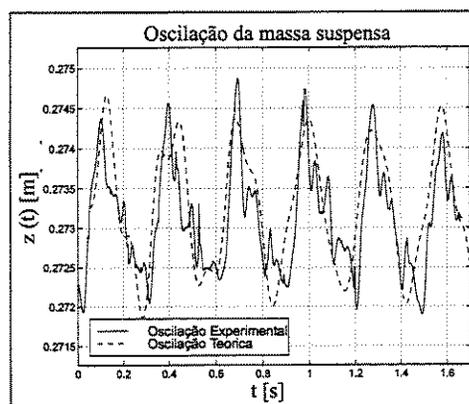
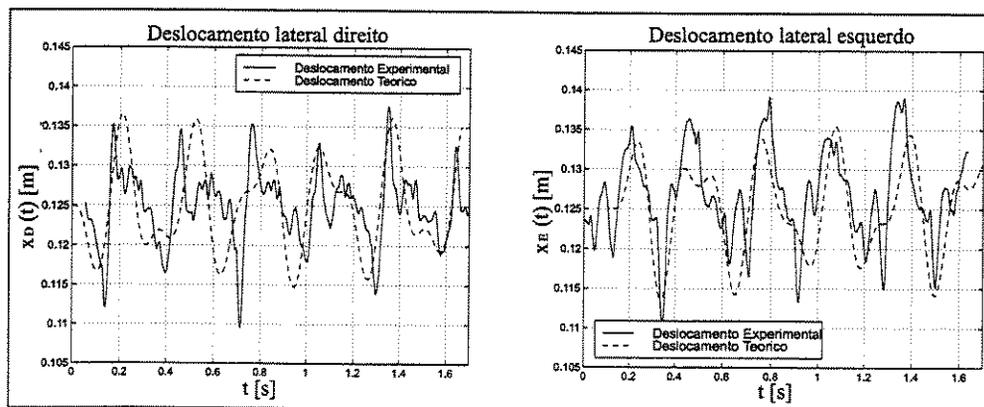


Figura 5.23: Deslocamentos verticais da massa suspensa - teste 04.

Na figura (5.24), os movimentos laterais dos roletes direito e esquerdo medidos experimentalmente apresentam pequenos desvios com relação aos resultados teóricos. Os perfis de pista assimétricos provocam, novamente, escorregamentos laterais nos roletes do meca-

nismo, originando as diferenças teórico-experimentais observadas. Estes escorregamentos, dos roletes sobre a pista, são mais evidentes neste teste que no teste 02, pois a excitação provocada pela pista é maior (embora a frequência de excitação da pista seja a mesma, a amplitude de excitação é maior). A dinâmica do escorregamento (atrito dinâmico nos roletes - realiza trabalho no sistema) e não escorregamento (atrito estático - não realiza trabalho no sistema) dos roletes sobre os perfis simulados não foi considerada na obtenção das equações de movimento, através do método Newton-Euler-Jourdain.



**Figura 5.24:** Deslocamentos laterais dos roletes direito e esquerdo - teste 04.

Os deslocamentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo, figura (5.25), mostram que os resultados teóricos apresentam os mesmos padrões dos movimentos dos resultados experimentais. Os desvios observados são provenientes dos movimentos de flexão das vigas do chassi durante os testes experimentais. As pequenas defasagens no tempo, entre os resultados teóricos e experimentais, são decorrentes da variação das velocidades de rotação dos camos simuladores dos perfis de pista durante os testes.

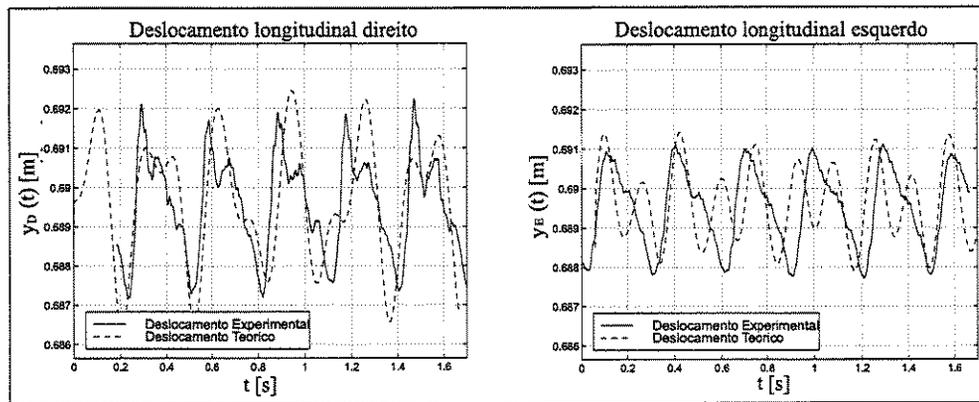


Figura 5.25: Deslocamentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo - teste 04.

Os gráficos da figura (5.26) mostram que os perfis direito e esquerdo, medidos experimentalmente, são os mesmos que os obtidos teoricamente. Independente dos desvios entre os resultados teórico-experimentais em outros pontos de medição do sistema, neste ponto as medições mostram mais uma vez a capacidade do mecanismo, e da instrumentação utilizada, de reproduzir experimentalmente os perfis da pista. As juntas universais, ou cruzetas, desacoplam os movimentos vibratórios das vigas do chassi dos movimentos dos roletes, permitindo que as medições dos perfis de pistas sejam feitas corretamente.

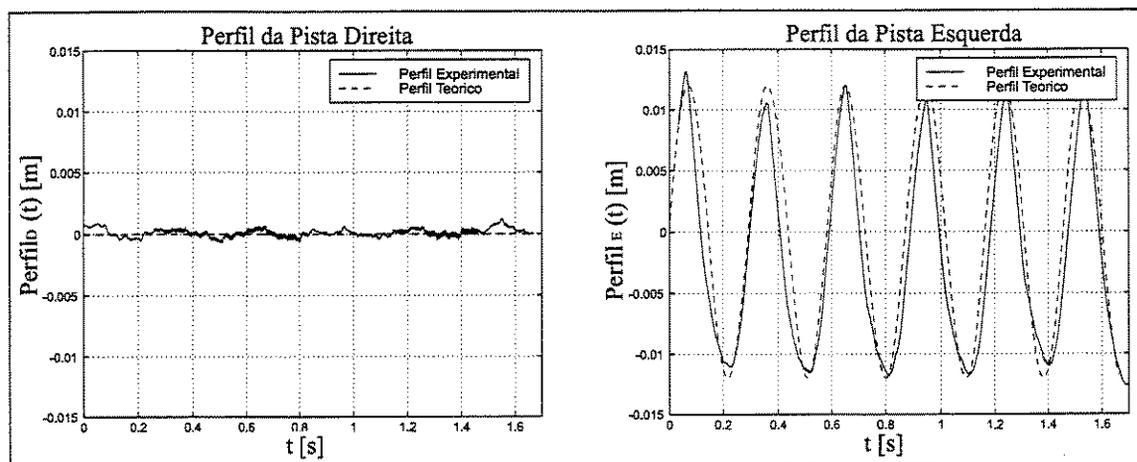


Figura 5.26: Perfis de pistas direito e esquerdo - teste 04.

#### Teste 05 - Perfis assimétricos

Esta configuração apresenta resultados muito importantes. Em primeiro lugar, observa-se que a disposição do sistema de camos gera as maiores excentricidades e, além disto, uma

fase de  $180^\circ$  existe entre eles em termos de deslocamentos transmitidos para o medidor.

A figura (5.27) mostra que os resultados teóricos apresentam discrepâncias, quando comparados aos resultados experimentais, para o movimento vertical da massa suspensa. Estas discrepâncias não estão associadas com o motivo explicado anteriormente (flexibilidade das vigas do chassi). Estas discrepâncias estão associadas com a perda de contato entre os roletes e os camos, simuladores de perfis de pistas da bancada de testes, conforme será discutido em seguida.

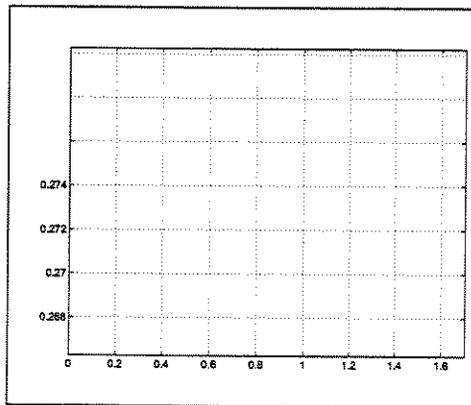


Figura 5.27: Oscilação da massa suspensa - teste 05.

A figura (5.28) mostra que os movimentos laterais dos roletes são praticamente nulos.

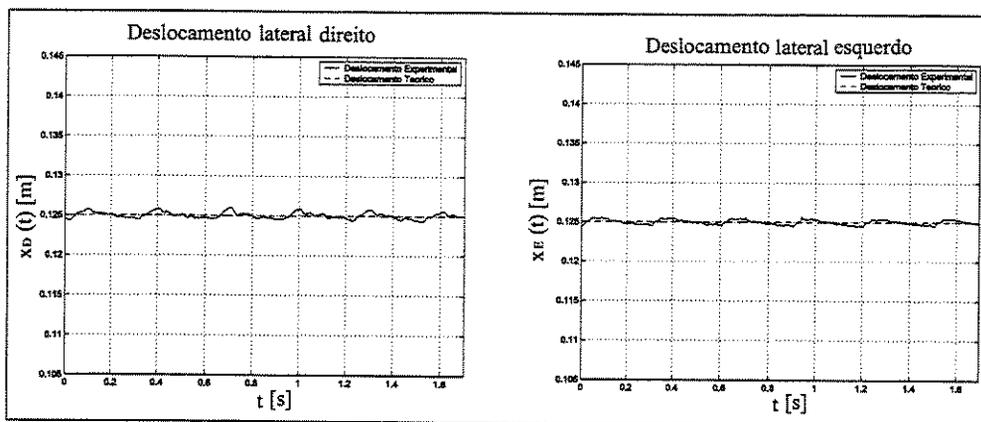


Figura 5.28: Deslocamentos laterais dos roletes direito e esquerdo - teste 05.

Os movimentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo, conforme figura (5.29), mostram que também existem pequenas diferenças entre os resultados teóricos e experimentais. As perdas de contato dos roletes com os camos são os principais motivos responsáveis

pelos desvios observados.

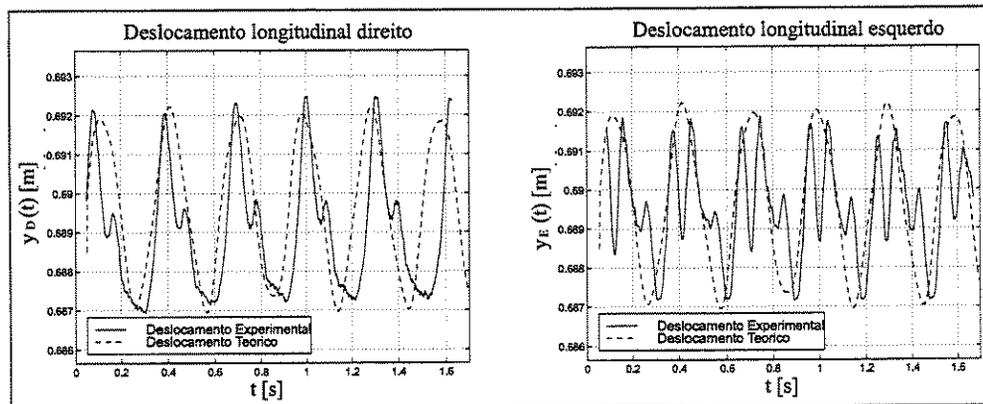


Figura 5.29: Deslocamentos longitudinais dos roletes direito e esquerdo - teste 05.

Os perfis medidos, direito e esquerdo, apresentam desvios ao final de cada ciclo, conforme figura (5.30). Este fenômeno não deveria ocorrer, pois os perfis medidos com os acelerômetros deveriam coincidir com os teóricos, por serem conhecidos (perfil de um excêntrico).

Este fenômeno observado se deve a perda de contato dos roletes direito e esquerdo com a pista. Observam-se pequenas vibrações nos perfis medidos experimentalmente (vibrações em frequências diferentes da frequência de excitação do perfil da pista), significando que os roletes estão livres, sem contato com o sistema simulador de perfis de pistas (excêntricos), conforme mostram os gráficos da figura (5.30). Quando os roletes entram em contato novamente com o perfil, eles sofrem impactos para logo em seguida perderem o contato novamente (mais evidente para o lado direito do mecanismo, figura (5.30)).

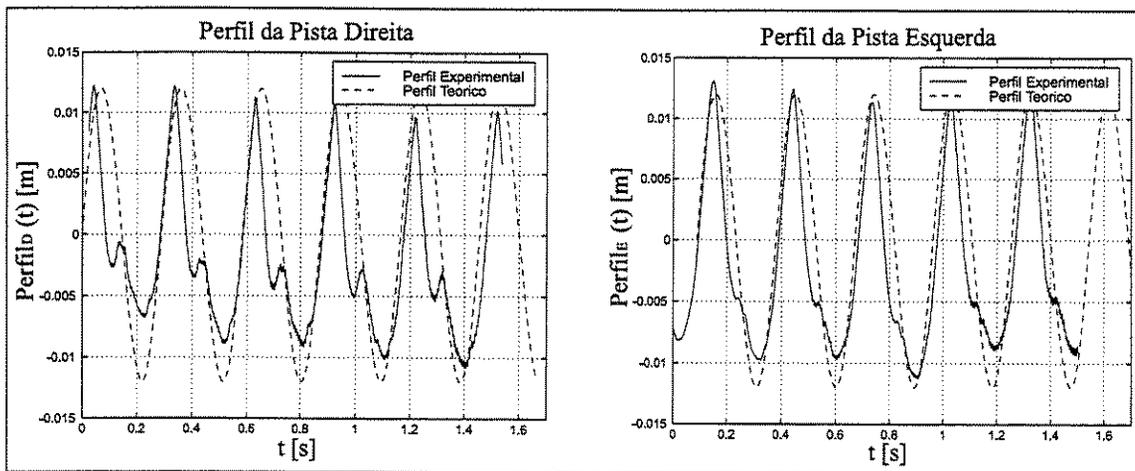


Figura 5.30: Perfis de pistas direito e esquerdo - teste 05.

## 5.5 Conclusão das Comparações Teórico-Experimentais

Conclui-se que um estudo mais detalhado do mecanismo precisa ser realizado, antes que este possa operar em campo. Para isto, as forças e momentos entre os vínculos do mecanismo precisam ser incorporadas na modelagem matemática do sistema, levando em consideração a existência de vínculos cinemáticos não permanentes (método Newton-Euler e Lei de Newton para o impacto). O método Newton-Euler-Jourdain, conforme apresentado nas comparações teórico-experimentais, não considera a perda de contato dos roletes com a pista simulada e nem de impactos entre eles. A consideração da possibilidade de impactos entre corpos rígidos (impacto entre o rolete e o simulador de perfis de pistas) é um procedimento fundamental para a obtenção de um modelo teórico que represente a realidade de funcionamento do sistema. Isto viabiliza a definição de faixas de operação sem perda de contato. Estes estudos são apresentados no capítulo a seguir.

# Capítulo 6

## Resultados Teórico-Experimentais considerando Impactos entre Roletes e Pista

### 6.1 Introdução

O modelo matemático desenvolvido da bancada de testes, considerando a possibilidade de perda de contato entre os roletes e a pista, é analisado experimentalmente neste capítulo.

Os resultados experimentais são comparados com os resultados teóricos, permitindo validar o modelo desenvolvido. Esta análise também permite a determinação da faixa de operação do medidor de perfis de pistas, em termos da frequência de excitação e amplitudes (direita e esquerda) da pista.

Finalmente, uma investigação da influência da dinâmica do sistema simulador de um veículo, presente na bancada de testes (massa suspensa e chassi), sobre as medições dos perfis de pistas é feita. Esta análise visa demonstrar o desacoplamento dinâmico entre o

medidor de pistas e o veículo responsável pelo seu transporte (translação sobre uma pista). Em outras palavras, busca-se verificar que os perfis medidos não são influenciados pelos movimentos da massa suspensa e chassi, quando submetidos a excitações externas.

## 6.2 Resultados Teóricos e Experimentais

Os resultados aqui apresentados são para perfis de pistas contínuos, variáveis no tempo, simulados pelo sistema de camos da bancada de testes.

Os perfis simulados são variados tanto na frequência de excitação quanto nas amplitudes, do lado direito e esquerdo da pista medida.

A tabela (6.1) mostra os coeficientes de rigidez e amortecimento da bancada de testes, determinados experimentalmente.

$K_{mb}$	$K_m$	$K_{me}$	$K_{MR}$	$K_{MRe}$	$D_{mb}$	$D_{MR}$	$D_{MRe}$
(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N/m)	(N.s/m)	(N.s/m)	(N.s/m)
22764,0	4500	4500	27760,5	27760,5	37,0	7,3	7,3

**Tabela 6.1:** Parâmetros de rigidez e amortecimento experimentais da bancada de testes.

As condições iniciais dos graus de liberdade do sistema são apresentados na tabela (6.2). Ressalta-se que os roletes estão inicialmente em contato com o sistema de camos (simuladores dos perfis variáveis), portanto existem dois graus de liberdade no sistema, inicialmente.

$z(0)$ (m)	$\dot{z}(0)$ (m/s)	$\alpha_2(0)$ (rad)	$\dot{\alpha}_2(0)$ (rad/s)
0,26	0	0	0

**Tabela 6.2:** Condições iniciais para as simulações.

As amplitudes direita e esquerda dos perfis da pista, representadas pelas excentricidades dos camos direito e esquerdo, são mostradas na tabela (6.3).

A frequência de excitação dos perfis simulados são variados até os roletes perderem o

Teste	excentricidade à direita (mm)	excentricidade à esquerda (mm)
01	8	0
02	0	12
03	8	8
04	8	-8
05	8	12
06	8	-12
07	12	12
08	12	-12

**Tabela 6.3:** Excentricidades dos camos direito e esquerdo, para cada teste realizado. Valor negativo de excentricidade indica que o respectivo rolete está 180° defasado na amplitude máxima, com relação ao outro componente do par de camos (direito ou esquerdo).

contato com pista, ou até a frequência máxima em torno de 10 Hz (frequência limite, em que a estrutura da bancada suporta normalmente as excitações provenientes dos perfis de pistas variáveis). A geometria dos camos, simuladores dos perfis de pistas, e cinemática dos movimentos gerados por eles já foram explicados anteriormente, na comparação teórica-experimental do método Newton-Euler-Jourdain.

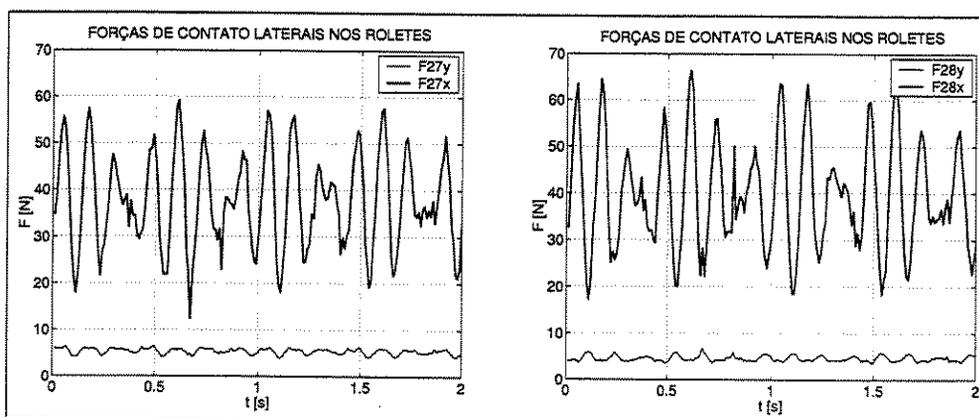
O coeficiente de restituição ( $Cr$ ) utilizado nas simulações teóricas, entre os roletes e o sistema simulador de perfis, é de 0,3. Este valor do coeficiente de restituição, entre outros testados, produz resultados mais próximos da realidade da bancada na ocorrência de impactos.

O coeficiente de atrito dinâmico ( $\mu$ ) utilizado nas simulações teóricas é de 0,2 (valor admitido, baseando-se em testes teóricos). Conforme apresentado na formulação teórica pelo método Newton-Euler, as forças de atrito laterais nos roletes são proporcionais às forças normais nos respectivos roletes. A constante de proporcionalidade é o coeficiente de atrito dinâmico.

De modo a evitar a inclusão de duas equações não lineares, as quais relacionam as forças de atrito nos roletes com as forças normais ( $\sqrt{F27_x^2 + F27_y^2} = \mu \cdot |F27_z|$  e  $\sqrt{F28_x^2 + F28_y^2} = \mu \cdot |F28_z|$ ), a seguinte hipótese é assumida: as forças de contato laterais na direção do eixo  $X$  do sistema inercial são muito maiores que as forças de contato na

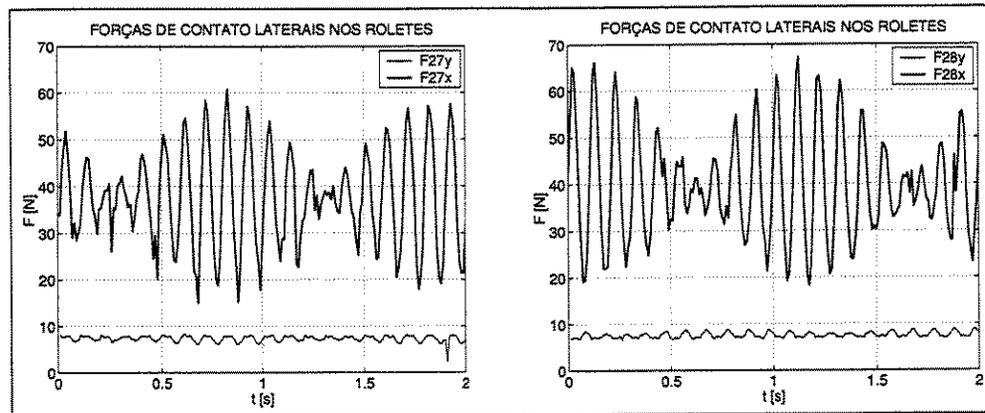
direção do eixo  $Y$  do sistema inercial, ou seja,  $F_{27x} \gg F_{27y}$  e  $F_{28x} \gg F_{28y}$ . Assim, a força de atrito em cada rolete é muito próxima da força lateral na direção do eixo  $X$  do sistema inercial. Neste caso pode-se escrever que:  $F_{27x} = \mu \cdot |F_{27z}|$  e  $F_{28x} = \mu \cdot |F_{28z}|$ . Esta hipótese é verificada teoricamente, conforme apresentado a seguir.

A figura (6.1) mostra que as forças de contato na direção do eixo  $X$  do sistema inercial são bem maiores que as forças de contato na direção do eixo  $Y$ . Esta situação foi simulada com perfis de pista planos.



**Figura 6.1:** Forças de contato laterais nos roletes direito ( $F_{27x}$  e  $F_{27y}$ ) e esquerdo ( $F_{28x}$  e  $F_{28y}$ ), perfis de pista planos.

A figura (6.2) mostra novamente que a hipótese assumida possui validade. Nesta simulação empregaram-se perfis de pistas assimétricos, amplitude à direita de 0,008 m e à esquerda - 0,008 m. A frequência de excitação da pista utilizada é de 9 Hz. São observadas que as forças de contato laterais na direção do eixo  $X$  do sistema inercial são muito maiores que as forças de contato na direção do eixo  $Y$  do sistema inercial.



**Figura 6.2:** Forças de contato laterais nos roletes direito ( $F27_x$  e  $F27_y$ ) e esquerdo ( $F28_x$  e  $F28_y$ ), perfis de pistas assimétricos.

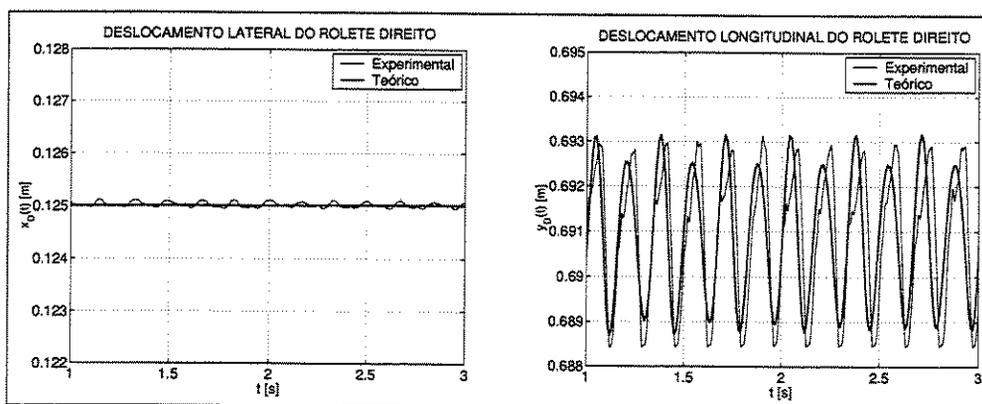
São apresentados, a seguir, os resultados para os movimentos laterais (direção  $X$  do sistema de referência inercial), longitudinais (direção  $Y$  do sistema de referência inercial) e verticais (direção  $Z$  do sistema de referência inercial) dos roletes do mecanismo para os testes realizados. Os sinais do experimento foram adquiridos com uma frequência de 1000 Hz, com 5000 pontos de amostragem no tempo. O truncamento dos sinais no tempo foi feito com a janela hanning de amostragem. A massa dos acelerômetros não foi considerada na análise teórica.

### 6.2.1 Teste 01 - Perfis assimétricos, excitação à direita

Durante a realização do presente teste, não houve perda de contato entre os roletes e o sistema simulador de perfis de pistas. A frequência de rotação dos camos foi variada até no máximo 10 Hz (600 rpm), a partir da qual a bancada de testes passa a apresentar problemas de deformações excessivas das vigas da estrutura e afrouxamento dos parafusos de fixação entre os elementos.

Apresentam-se as comparações teóricas e experimentais para as frequências de excitações (oriundas da pista simulada) de 6 Hz e 10 Hz.

Para a frequência de excitação de 6 Hz, apresentam-se os resultados teóricos e experimentais para os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito, figura (6.3), e deslocamentos verticais do rolete direito (movimentos responsáveis pela medição do perfil da pista), figura (6.4).



**Figura 6.3:** Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 6 Hz.

A figura (6.3) mostra que os deslocamentos laterais do rolete direito são muito pequenos, praticamente nulos em torno da posição de equilíbrio estático lateral. Os movimentos longitudinais do rolete é maior em torno da posição de equilíbrio estático longitudinal. Os resultados mostram uma boa coerência entre a teoria e experimento.

A figura (6.4) mostra o resultado mais importante. Observa-se que os deslocamentos

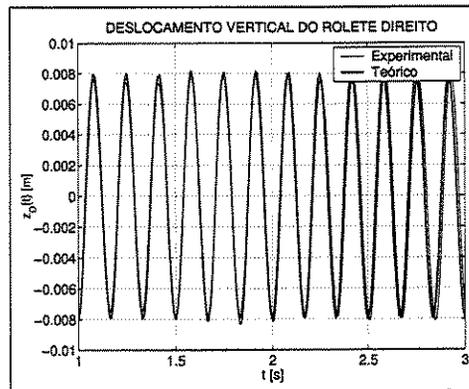


Figura 6.4: Deslocamentos verticais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 6 Hz.

verticais do rolete direito são os mesmos do perfil gerado pela pista (amplitude e frequência), medido experimentalmente no próprio medidor. Comportando-se desta forma, o medidor mecatrônico é capaz de medir corretamente o perfil da pista.

A figura (6.5) mostra os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito, para a frequência de 10 Hz do perfil variável. Os resultados experimentais concordam bem com os resultados teóricos.

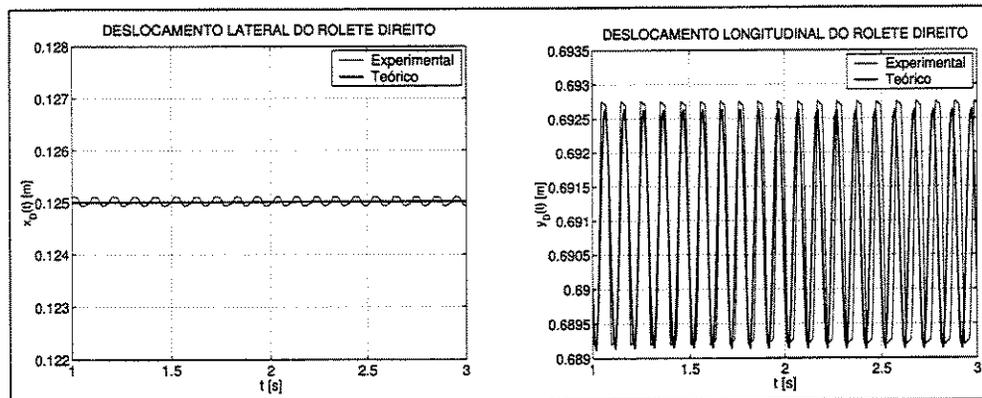
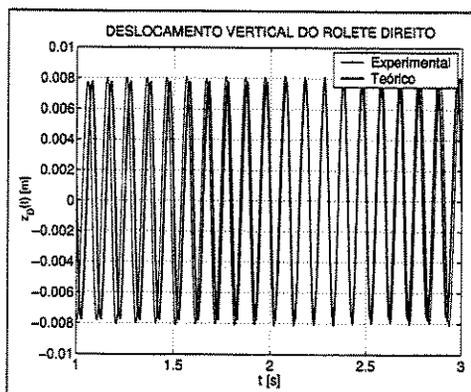


Figura 6.5: Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 10 Hz.

Observam-se, na figura (6.6), que os deslocamentos verticais do rolete direito são os mesmos que os medidos experimentalmente, tanto em termos de amplitude (0,008 m) quanto em frequência (10 Hz). Novamente, os resultados teóricos concordam com os resultados experimentais, mostrando a capacidade do sistema de medir corretamente o perfil da pista,

nos testes considerados.



**Figura 6.6:** Deslocamentos verticais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 10 Hz.

Nota-se também, na figura (6.6), que existe uma pequena diferença (defasagem no tempo) entre o deslocamento experimental e o teórico, nos primeiros instantes de tempo. O motivo é que o controlador de velocidades do motor elétrico, responsável pelo acionamento dos camos simuladores dos perfis de pistas, não é capaz de manter uma frequência de rotação exata de 10 Hz durante as medições experimentais; resultando na pequena defasagem no tempo entre os resultados experimentais e os teóricos.

Apresentam-se, na figura (6.7), os resultados teóricos e experimentais dos deslocamentos verticais do rolete direito no domínio da frequência. As respostas dos roletes apresentam um pico na mesma frequência da excitação da pista (eixo  $f_p$  nos gráficos). Os resultados são os testados experimentalmente (6 Hz, 7 Hz, 8 Hz, 9 Hz e 10 Hz), embora apenas tenham sido mostrados os resultados no domínio do tempo para as frequências de excitação da pista de 6 Hz e 10 Hz.

Os resultados apresentados dos deslocamentos verticais dos roletes, no domínio da frequência, devem ser sempre esperados enquanto o mecanismo mede corretamente o perfil da pista. Caso contrário, outras componentes de diferentes frequências surgiriam.

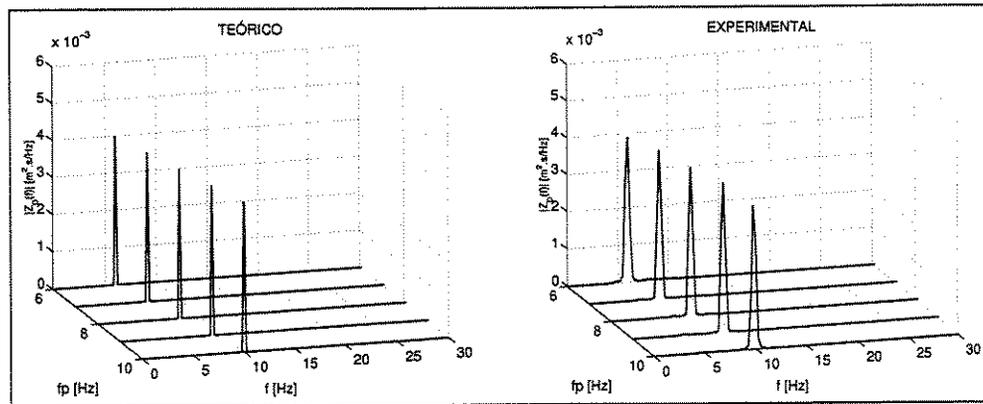


Figura 6.7: Deslocamentos verticais do rolete direito, no domínio da frequência. Os resultados experimentais mostram picos um pouco mais largos, devido ao truncamento do sinal no tempo.

### 6.2.2 Teste 02 - Perfis assimétricos, excitação à esquerda

Apresentam-se os resultados, no domínio do tempo, para as frequências de excitação da pista de 6 Hz e 9 Hz (máxima frequência testada, mantendo a integridade estrutural da bancada).

A figura (6.8) mostra os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo. Observam-se, novamente, que os deslocamentos laterais do rolete esquerdo são pequenos. Os deslocamentos longitudinais apresentam maiores amplitudes, sendo mais sensíveis às variações do perfil da pista no tempo.

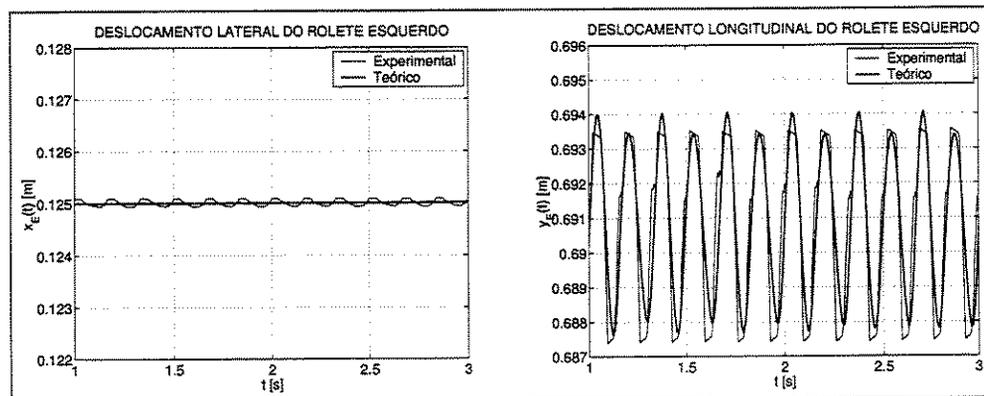


Figura 6.8: Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz.

Os deslocamentos verticais do rolete esquerdo podem ser vistos na figura (6.9). Observam-se que os resultados teóricos concordam bem com os resultados experimentais, apresentando as mesmas amplitudes (0,012 m) e frequência (6 Hz). Desta forma, o mecanismo mede corretamente o perfil da pista.

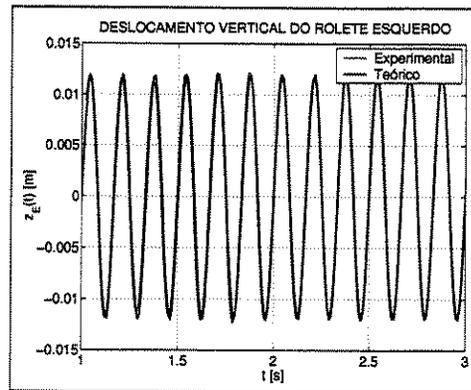


Figura 6.9: Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz.

Os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo são mostrados na figura (6.10), para a frequência de excitação da pista de 9 Hz. Os resultados teóricos concordam bem com os resultados experimentais.

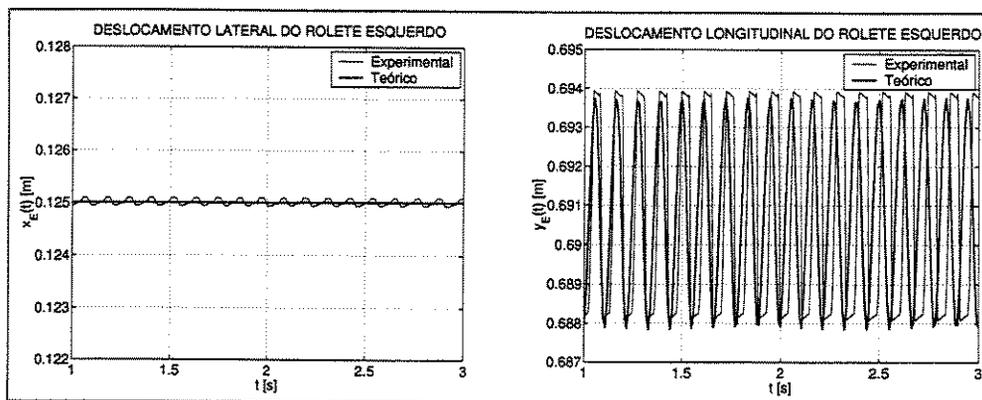
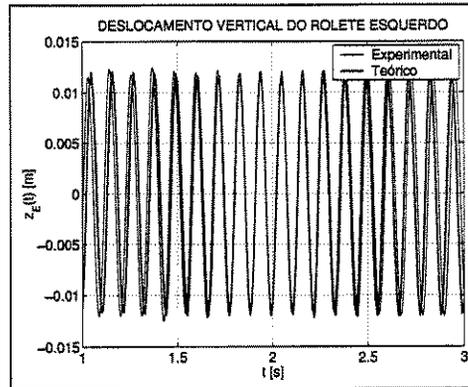


Figura 6.10: Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 9 Hz.

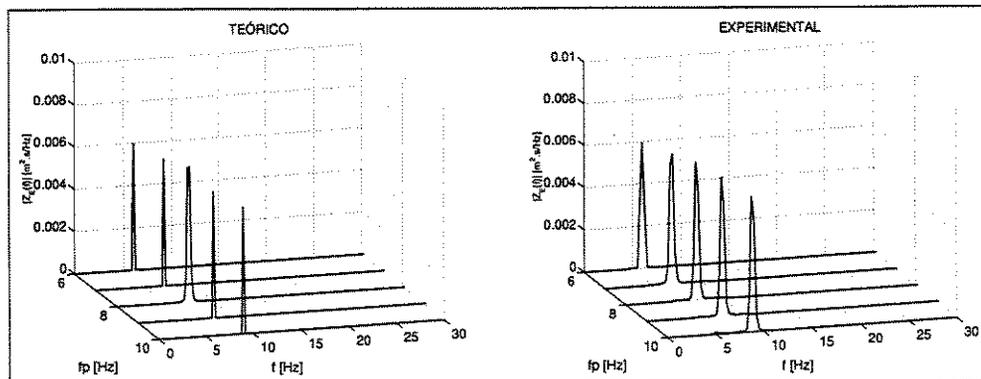
A figura (6.11) mostra os deslocamentos verticais do rolete esquerdo. Os deslocamentos teóricos são os mesmos dos medidos experimentalmente, mostrando a validade do modelo teórico desenvolvido, através do método Newton-Euler, e a capacidade do mecanismo de medir corretamente o perfil da pista.



**Figura 6.11:** Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 9 Hz.

Apresentam-se, na figura (6.12), os resultados teóricos e experimentais dos deslocamentos verticais do rolete esquerdo no domínio da frequência. As respostas dos roletes apresentam novamente um pico na mesma frequência da excitação da pista (eixo  $f_p$  nos gráficos). Os resultados são os testados experimentalmente (6 Hz, 7 Hz, 8 Hz e 9 Hz), embora apenas tenham sido mostrados os resultados, no domínio do tempo, para as frequências de excitação da pista de 6 Hz e 9 Hz.

Conforme o teste anterior, o roletes permanecem em contato com a pista (sendo os casos exemplificados pelos movimentos do rolete esquerdo). Não existe outra frequência nos resultados que seja diferente da frequência de excitação da pista, como pode ser visto na figura (6.12), para os resultados teóricos e experimentais.

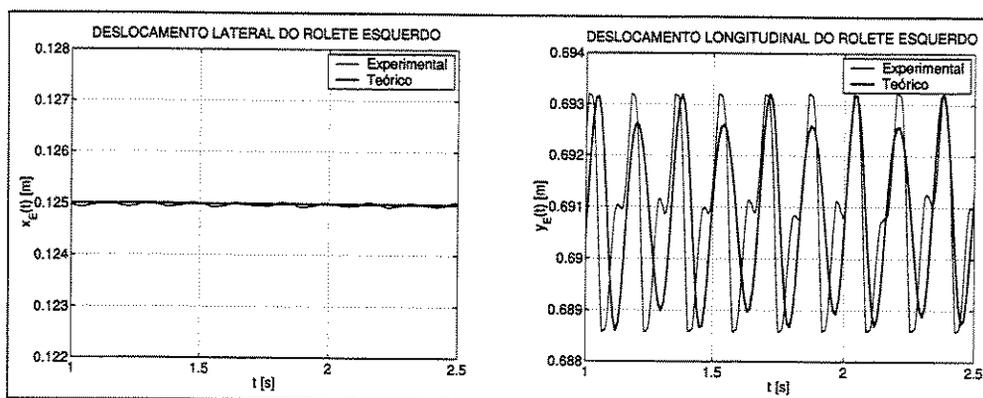


**Figura 6.12:** Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, no domínio da frequência. Os resultados experimentais mostram picos um pouco mais largos, devido ao truncamento do sinal no tempo.

### 6.2.3 Teste 03 - Perfis simétricos

São apresentados os resultados, para as frequências da pista de 6 Hz e 9 Hz, dos deslocamentos do rolete esquerdo no tempo. Este teste corresponde ao primeiro em que tanto a excentricidade direita como a esquerda, do perfil da pista, são variáveis no tempo. Entretanto, os perfis são simétricos.

Os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo (semelhantes aos do rolete direito) são apresentados na figura (6.13), para a frequência da pista de 6 Hz. Embora os perfis de ambos os lados do mecanismo sejam variáveis, os resultados teóricos e experimentais são muito parecidos com os resultados dos testes anteriores, onde as amplitudes dos movimentos longitudinais do rolete são maiores que as amplitudes dos movimentos laterais.



**Figura 6.13:** Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz.

Os deslocamentos verticais do rolete esquerdo podem ser vistos na figura (6.14). Os resultados teóricos coincidem com os resultados experimentais, sendo os movimentos medidos iguais aos movimentos gerados pelo perfil de pista variável. Desta forma, o sistema é capaz de medir corretamente os perfis de uma pista.

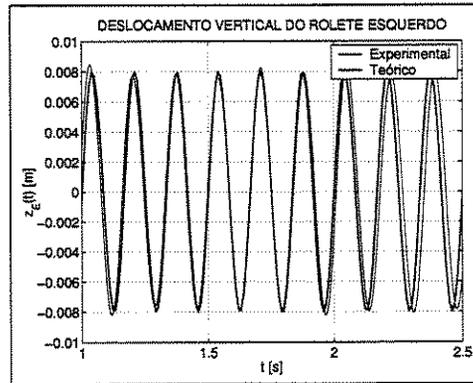


Figura 6.14: Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz.

Os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo são mostrados na figura (6.15), para a frequência de excitação da pista de 9 Hz. Os resultados são parecidos com os anteriores, com os deslocamentos teóricos apresentando os mesmos padrões dos deslocamentos experimentais.

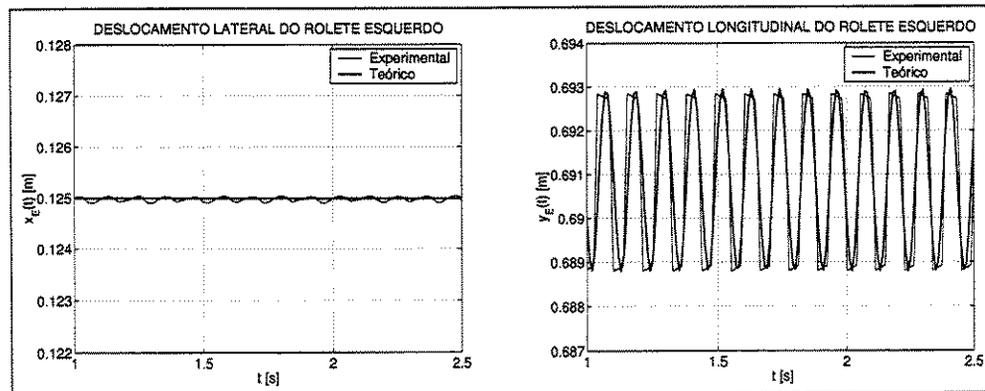
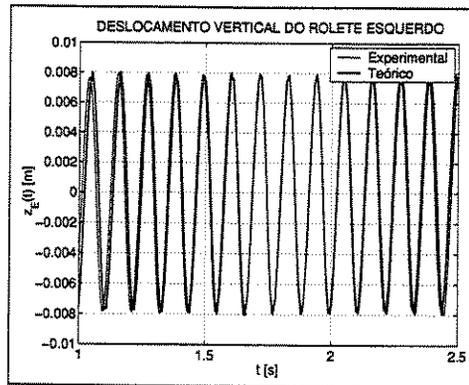


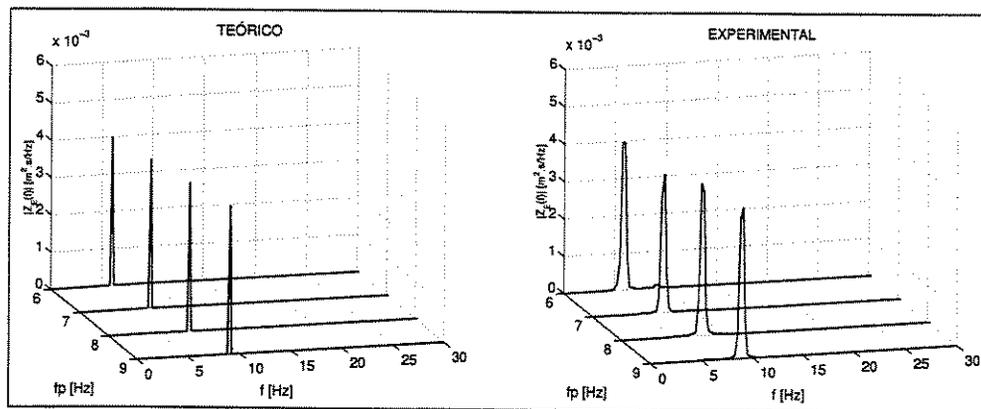
Figura 6.15: Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 9 Hz.

A figura (6.16) mostra os deslocamentos verticais do rolete esquerdo (resultados iguais foram obtidos para o rolete direito). Baseando-se na comparação entre os resultados teóricos e experimentais da figura (6.16), conclui-se que o sistema mede corretamente o perfil de pista gerado experimentalmente, com as mesmas amplitudes (0,008 m) e frequência (9 Hz).



**Figura 6.16:** Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 9 Hz.

Os deslocamentos verticais representados no domínio da frequência, para o rolete esquerdo, são apresentados na figura (6.17) para as diferentes frequências de excitação das pistas testadas. Os gráficos dos resultados teóricos e experimentais mostram que não existem outras componentes na frequência que não seja a própria frequência de excitação da pista. Este resultado deve ocorrer para que as medições dos perfis de uma pista sejam corretas (os roletes não perdem contato com a pista).



**Figura 6.17:** Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, no domínio da frequência. Os resultados experimentais mostram picos um pouco mais largos, devido ao truncamento do sinal no tempo.

#### **6.2.4 Teste 04 - Perfis assimétricos**

Este teste apresenta as mesmas amplitudes do perfil de pista simulado do teste 03, porém as amplitudes máximas direita e esquerda estão defasadas de  $180^\circ$  (o valor negativo da excentricidade do camo mostrado na tabela (6.3) representa esta defasagem). Tratam-se, portanto, de perfis assimétricos.

Novamente são apresentados os resultados, no domínio do tempo, para as frequências de 6 Hz e 10 Hz de excitação da pista simulada. Entretanto, os testes realizados cobriram as seguintes frequências: 6 Hz, 7 Hz, 8 Hz, 9 Hz e 10 Hz.

Na figura (6.18) são apresentados os gráficos para os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito (resultados semelhantes foram obtidos para o rolete esquerdo), para a frequência da pista de 6 Hz. Os resultados teóricos e experimentais mostram boa coerência entre si, permitindo verificar que os deslocamentos laterais são quase desprezíveis quando comparados aos deslocamentos longitudinais dos roletes, para os perfis assimétricos simulados.

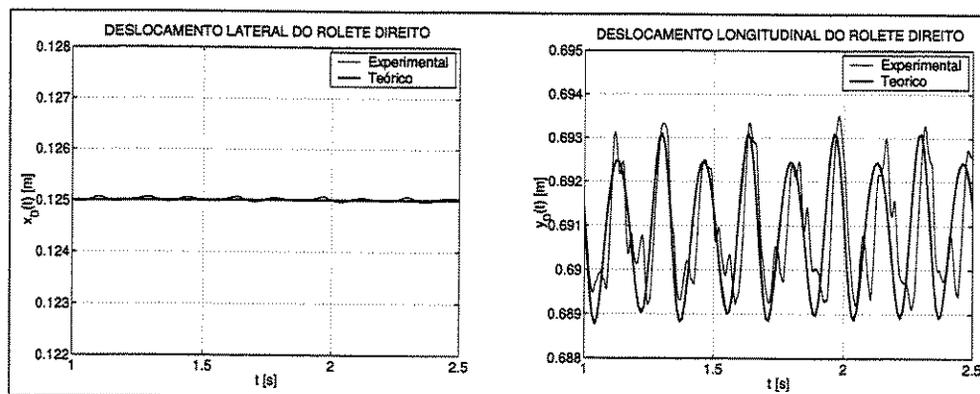


Figura 6.18: Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 6 Hz.

Os deslocamentos verticais do rolete direito são mostrados na figura (6.19). Os resultados teóricos e experimentais mostram a capacidade do sistema de medir corretamente o perfil de pista gerado. Os mesmos resultados foram obtidos para o rolete esquerdo e perfil de pista esquerdo.

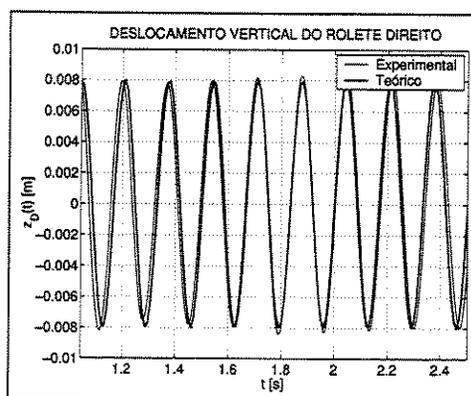
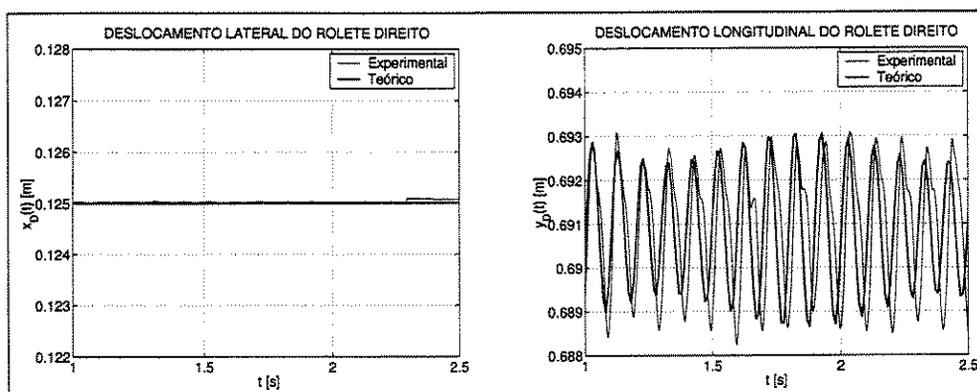


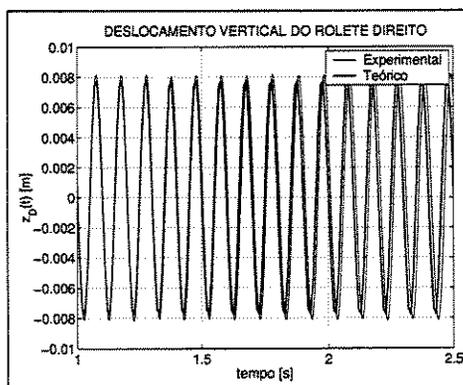
Figura 6.19: Deslocamentos verticais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 6 Hz.

Os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito, para a frequência de excitação da pista de 10 Hz, podem ser vistos na figura (6.20). Novamente, os deslocamentos teóricos comportam-se da mesma maneira que os deslocamentos medidos experimentalmente.



**Figura 6.20:** Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 10 Hz.

A figura (6.21) apresenta os deslocamentos verticais do rolete direito. Os resultados teóricos possuem o mesmo comportamento dos resultados do experimento. Mais uma vez, conforme mostra a figura (6.21), o medidor mecatrônico é capaz de seguir corretamente o perfil de pista gerado. Resultados análogos foram obtidos para o rolete esquerdo.



**Figura 6.21:** Deslocamentos verticais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 10 Hz.

Os resultados teóricos e experimentais dos deslocamentos verticais do rolete direito, no domínio da frequência, são apresentados na figura (6.22).

Mais uma vez observa-se, na figura (6.22), que não há outro pico que não seja na frequência da pista simulada (eixo  $f_p$  no gráfico). Portanto, o mecanismo mede corretamente os perfis gerados nestas condições testadas.

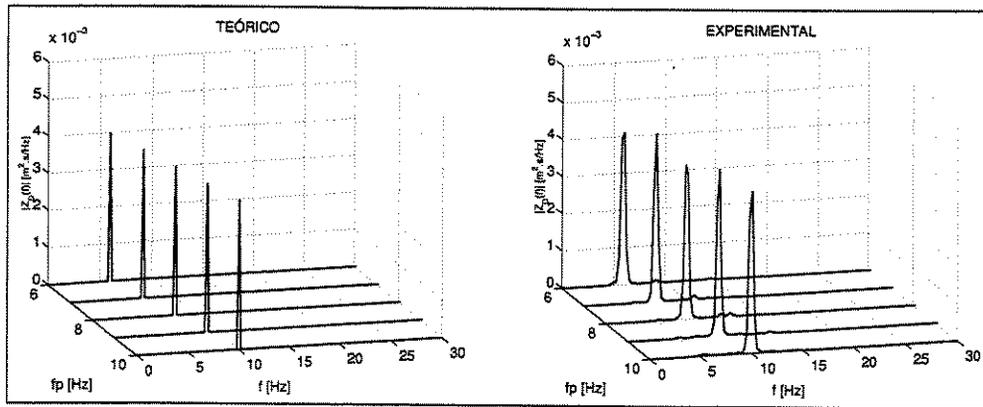


Figura 6.22: Deslocamentos verticais do rolete direito, no domínio da frequência. Os resultados experimentais mostram picos um pouco mais largos, devido ao truncamento do sinal no tempo.

### 6.2.5 Teste 05 - Perfis assimétricos

Neste teste, apresentam-se os resultados para perfis de pista assimétricos. Embora os perfis direito e esquerdo girem em fase em termos de máximo deslocamento, é o perfil esquerdo que transfere maiores carregamentos para o mecanismo, pois a amplitude de 0,012 m é maior que no perfil direito (0,008 m). Por este motivo que os resultados apresentados são apenas para o rolete esquerdo (caso mais crítico).

Os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo (sujeito aos maiores esforços transmitidos pela pista simulada) são apresentados na figura (6.23), para a frequência de excitação da pista de 6 Hz. Os resultados teóricos concordam bem com os resultados experimentais.

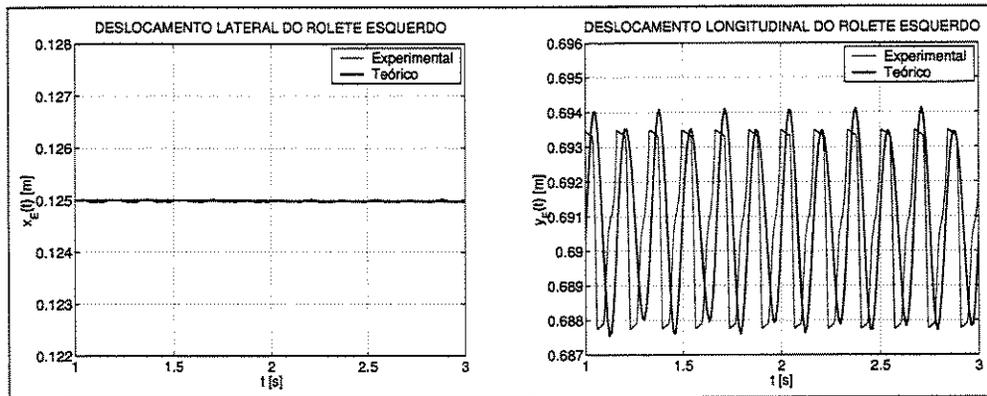


Figura 6.23: Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz.

A figura (6.24) mostra os deslocamentos verticais do rolete esquerdo. Nota-se, claramente, que o perfil da pista medido experimentalmente, através do deslocamento vertical do rolete, é o mesmo que o calculado teoricamente. Em todos os instantes de tempo o rolete acompanha as variações do perfil da pista simulada, permitindo a obtenção de medidas corretas da superfície.

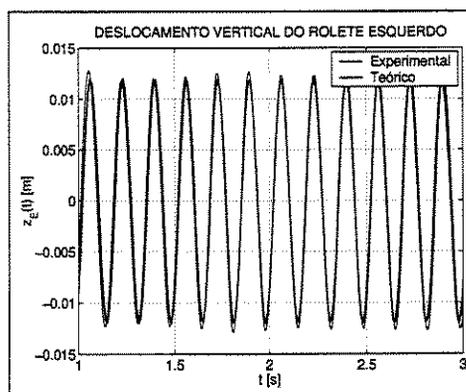


Figura 6.24: Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz.

Os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo são apresentados na figura (6.25), para a frequência de excitação da pista de 7 Hz. Pode-se observar que os resultados teóricos concordam bem com os resultados experimentais, porém não permitem dizer se o rolete está em contato com a pista, permitindo uma medição correta do perfil.

A figura (6.26) apresenta o fenômeno crítico para a operação do medidor mecatrônico de

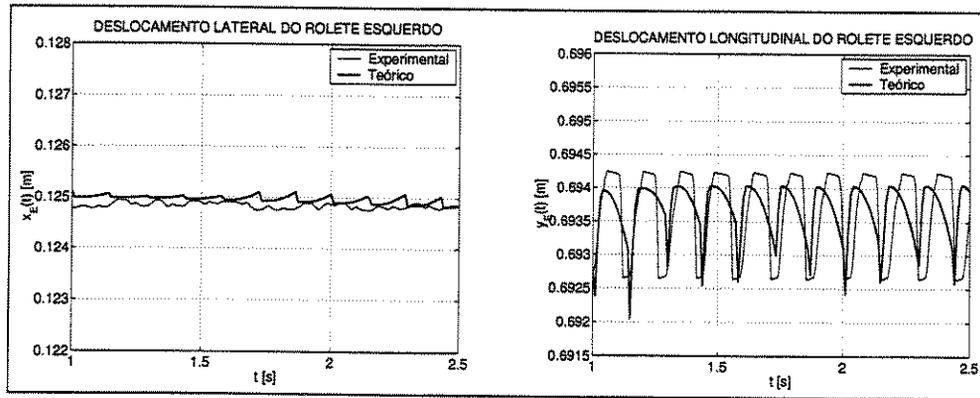


Figura 6.25: Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 7 Hz.

perfis de pistas. Observam-se que os deslocamentos verticais do rolete esquerdo apresentam características diferentes do perfil de pista gerado (perfil senoidal, gerado pela rotação dos camos circulares).

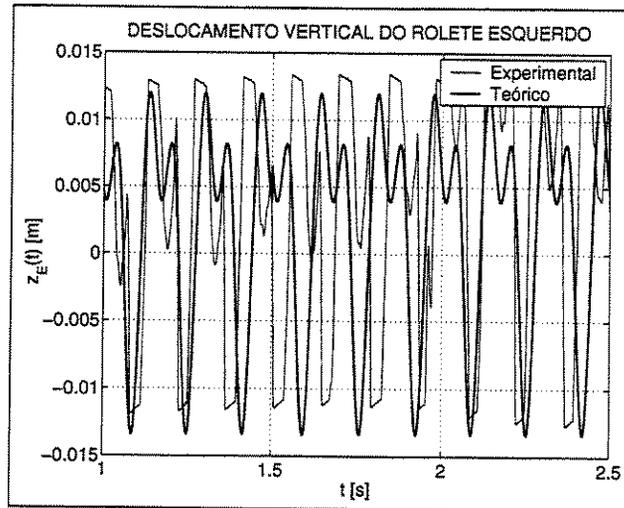


Figura 6.26: Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 7 Hz.

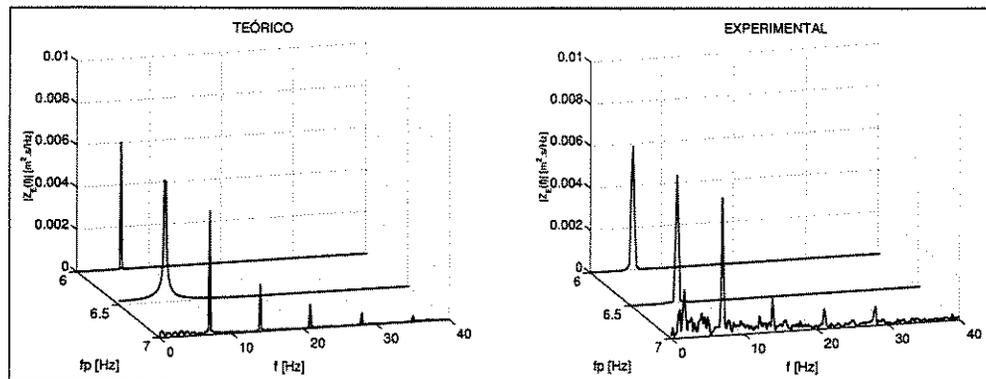
A figura (6.26) mostra as seguidas perdas de contato do rolete esquerdo com pista. Cada perda de contato, visível em cada ciclo dos movimentos, é seguida por impactos entre o rolete esquerdo e a superfície do camo, simulador do perfil da pista. Esta é uma condição de operação proibida para o sistema, pois como os deslocamentos verticais de um rolete são diferentes dos deslocamentos gerados pela superfície da pista simulada, as medições obtidas são incorretas e não podem representar a pista em estudo. Os resultados mostrados neste

teste baseiam-se apenas no rolete esquerdo, pois foi o primeiro a perder contato com a pista, tornando-se, portanto, o caso mais crítico. A pequena defasagem no tempo, entre os resultados teóricos e os experimentais, ocorre devido à variação das velocidades de rotação dos camos durante os testes experimentais.

Os resultados da figura (6.26) mostram que o modelo teórico, desenvolvido a partir do método Newton-Euler com a consideração da teoria de impacto da Lei de Newton, é capaz de prever a perda de contato entre rolete e pista, como foi verificado experimentalmente.

A figura (6.27) mostra os resultados, no domínio da frequência, para os deslocamentos verticais do rolete esquerdo. Para as frequências testadas de 6 Hz e 6,5 Hz, o rolete apresenta contato permanente com a superfície da pista, pois podem ser vistos apenas picos de amplitude na própria frequência de excitação da pista (eixo  $f_p$  nos gráficos).

Na frequência de excitação da pista de 7 Hz, observam-se componentes do espectro em frequências diferentes da pista simulada, conforme mostram os resultados teóricos e experimentais da figura (6.27). Esta é a evidência, na frequência, das perdas de contato do rolete esquerdo com a pista.



**Figura 6.27:** Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, no domínio da frequência. Para a frequência de excitação da pista ( $f_p$ ) de 7 Hz, surgem diferentes componentes em frequência da resposta do deslocamento vertical do rolete, evidenciando as perdas de contato com a pista simulada.

Uma investigação mais detalhada da figura (6.27) permite perceber que, na frequência de excitação da pista de 7 Hz, os resultados teóricos apresentam picos de amplitude em

freqüências diferentes de 7 Hz. Estes picos, que também são identificados nos resultados experimentais, correspondem às freqüências dos impactos do rolete esquerdo com a pista. Entretanto, o modelo teórico não demonstra o pico de amplitude na freqüência em torno de 2 Hz. Este resultado só pode ser obtido experimentalmente.

O fenômeno que pode ter originado o pico da resposta experimental do rolete esquerdo, em torno de 2 Hz, não pode ser associado à freqüência da pista nem aos impactos do rolete, pois trata-se de uma freqüência muito baixa. Uma investigação experimental deve ser realizada para a identificação do mecanismo que origina esta baixa freqüência, não obtida pelo modelo teórico. Este estudo é apresentado após as comparações teórico-experimentais.

### **6.2.6 Teste 06 - Perfis assimétricos**

Este teste apresenta as mesmas amplitudes dos perfis de pista do teste 05, porém as amplitudes máximas estão defasadas de  $180^\circ$ . Novamente, espera-se que o rolete esquerdo seja o mais crítico no estudo de contato, pois o perfil de pista esquerdo apresenta uma amplitude (0,012 m) superior ao direito (0,008 m).

Os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo são mostrados na figura (6.28), para a freqüência de excitação da pista de 6 Hz. Os resultados teóricos concordam bem com os resultados experimentais.

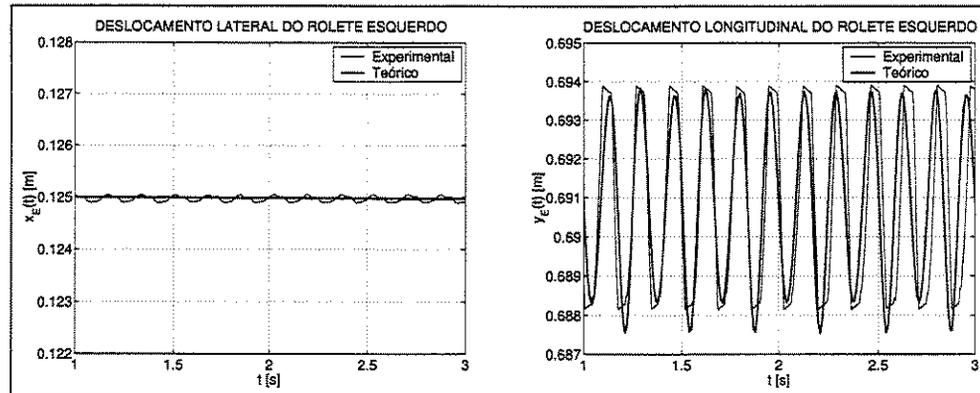


Figura 6.28: Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz.

A figura (6.29) mostra os deslocamentos verticais do rolete esquerdo. Observam-se que os movimentos são os mesmos que os produzidos pelo perfil da pista, conforme podem ser vistos pela coincidência entre os resultados teóricos e experimentais. Portanto, para a frequência de excitação da pista de 6 Hz e as amplitudes consideradas, o sistema é capaz de medir corretamente o perfil de uma pista (resultados semelhantes foram obtidos para o rolete direito).

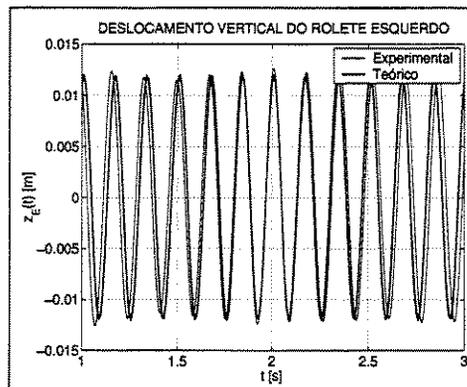
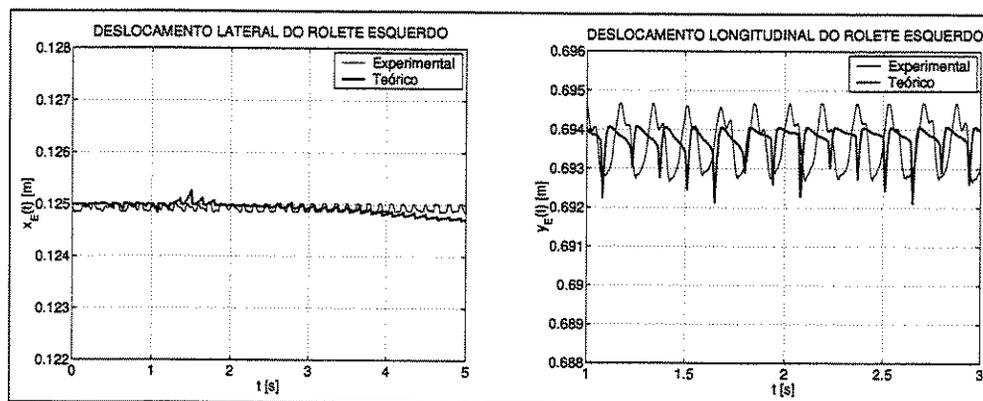


Figura 6.29: Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 6 Hz.

Os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para a frequência de excitação da pista de 7 Hz, são mostrados na figura (6.30). Os resultados teóricos apresentam os mesmos padrões de deslocamentos que os resultados experimentais. Os desvios observados nos movimentos longitudinais, teóricos e experimentais, são decorrentes de vibrações das vigas flexíveis laterais do medidor, excitadas pelo impacto entre o rolete e a pista (devido a

perda de contato entre ambos), conforme apresentado a seguir.



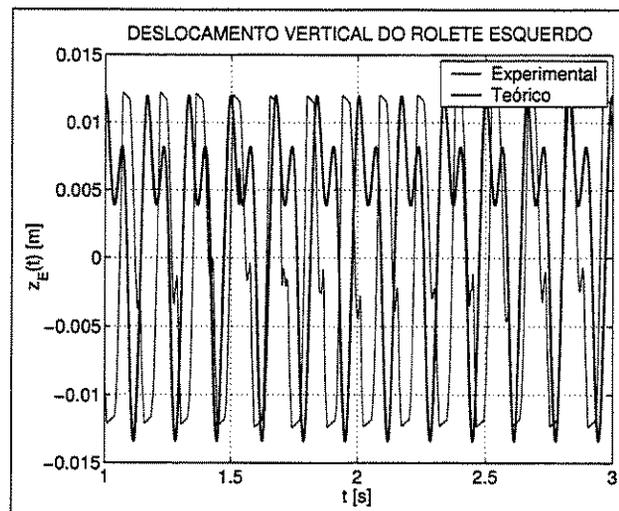
**Figura 6.30:** Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 7 Hz.

A figura (6.31) mostra os deslocamentos verticais do rolete esquerdo. Assim como ocorreu no teste anterior, observam-se que os movimentos diferem muito do perfil de pista senoidal, simulado pelo sistema de camos. Novamente, o rolete esquerdo é o primeiro a apresentar perda de contato com a pista, sofrendo impactos durante cada ciclo de revolução do perfil da pista, aproximadamente.

Os impactos observados nos resultados teóricos ocorrem em instantes de tempo um pouco anteriores aos impactos medidos experimentalmente. Um motivo desta discrepância é que o motor elétrico, que produz as rotações dos simuladores dos perfis, não é capaz de manter uma rotação constante. Este fato pode ser verificado, na figura (6.31), pelas defasagens no tempo entre os resultados teóricos e experimentais.

Contudo, os resultados teóricos permitem identificar a situação crítica de operação, baseados na formulação de impactos entre corpos rígidos. Os resultados experimentais validam o modelo matemático desenvolvido, conforme mostra a figura (6.31).

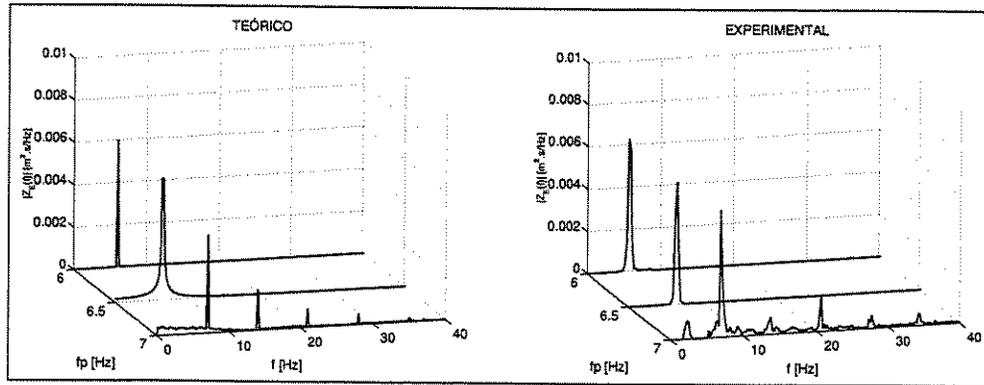
É interessante ressaltar que a perda de contato ocorre novamente na frequência da pista de 7 Hz, e para o rolete que percorre o perfil de maiores amplitudes (0,012 m), como ocorreu no teste 05.



**Figura 6.31:** Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 7 Hz.

No domínio da frequência, apresentam-se os resultados dos deslocamentos verticais do rolete esquerdo, teóricos e experimentais, na figura (6.32).

Os resultados para a frequência de excitação da pista de 7 Hz (eixo  $f_p$  nos gráficos) mostram componentes da resposta do rolete em frequências diferentes da pista. Estas são oriundas dos impactos sucessivos entre o rolete esquerdo e a pista, com excessão do pico na frequência mais baixa, visível apenas nos resultados experimentais. Esta componente na frequência em torno de 2 Hz, que também aparece nos resultados experimentais do teste 05, merece uma investigação adicional (estudo apresentado após as comparações teórico-experimentais).



**Figura 6.32:** Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, no domínio da frequência. Para a frequência de excitação da pista ( $f_p$ ) de 7 Hz, surgem diferentes componentes em frequência da resposta do deslocamento vertical do rolete, evidenciando as perdas de contato com a pista simulada.

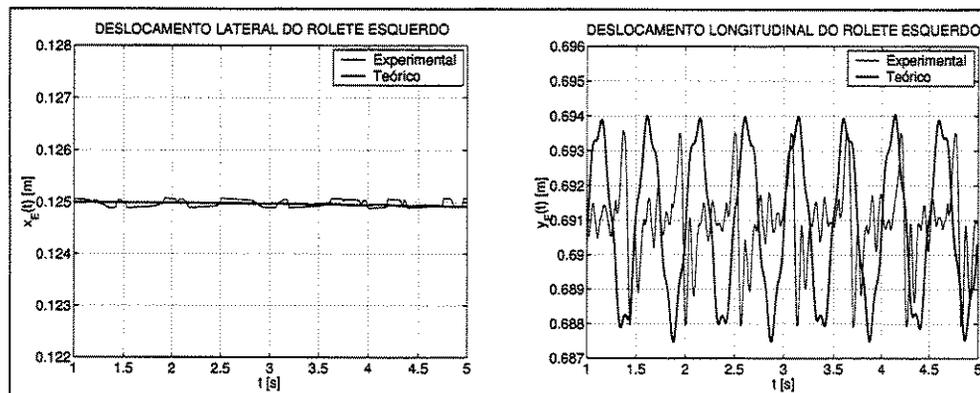
### 6.2.7 Teste 07 - Perfis simétricos

Este teste apresenta as maiores amplitudes para os perfis de pistas simulados, direito e esquerdo, de 0,012 m. Os perfis operam em fase em termos da máxima amplitude, portanto são simétricos.

Os resultados deste teste são baseados em frequências mais baixas que nos testes anteriores, pois as condições são críticas para a operação do sistema, devido às perdas de contato e impactos entre os roletes e a pista.

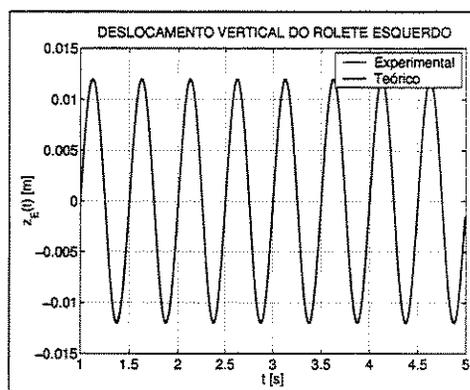
Os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para a frequência de excitação da pista de 2 Hz, podem ser visualizados na figura (6.33). Os movimentos laterais são praticamente nulos em torno da posição de equilíbrio do rolete. As diferenças entre os resultados teóricos e experimentais, para os deslocamentos longitudinais do rolete, ocorrem devido às vibrações das vigas flexíveis do chassi e do medidor da bancada de testes. Isto explica os deslocamentos experimentais com componentes em frequência mais alta que nos resultados teóricos. O modelo teórico admite que o rolete permanece em um ponto de contato na horizontal, com o perfil, determinado apenas pelas equações de vínculos cinemáticos. Os testes experimentais mostraram que existe também um movimento provocado pelas defor-

mações das vigas (mais evidente neste teste devido às maiores excitações transmitidas pela pista), na direção longitudinal (direção  $Y$  do sistema de referência inercial). Os resultados experimentais mostram os movimentos de corpos rígidos (previstos pelo método Newton-Euler) mais os movimentos de corpos flexíveis provocados pelas vigas (não considerados no modelo teórico).



**Figura 6.33:** Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 2 Hz.

Os deslocamentos verticais do rolete esquerdo, semelhantes aos do rolete direito, são apresentados na figura (6.34). Pela coincidência entre os resultados teóricos e experimentais, pode-se concluir que nas condições consideradas o mecanismo mede corretamente os perfis de pista simulados. Não se verificam perdas de contato entre os roletes e a pista.



**Figura 6.34:** Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 2 Hz.

Na figura (6.35) são mostrados os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para a frequência de excitação da pista de 3 Hz. Embora, para esta condição os

resultados teóricos não coincidam exatamente com os resultados experimentais, os padrões de movimentos são semelhantes. Deformações excessivas das vigas da bancada de testes podem ter influenciado as medições resultando nas diferenças entre os resultados. O modelo teórico não considera tais deformações por ser baseado na formulação para corpos rígidos.

As deformações das vigas da bancada são maiores nesta condição devido à ocorrência de perdas de contato entre o rolete e a pista simulada, conforme apresentado a seguir.

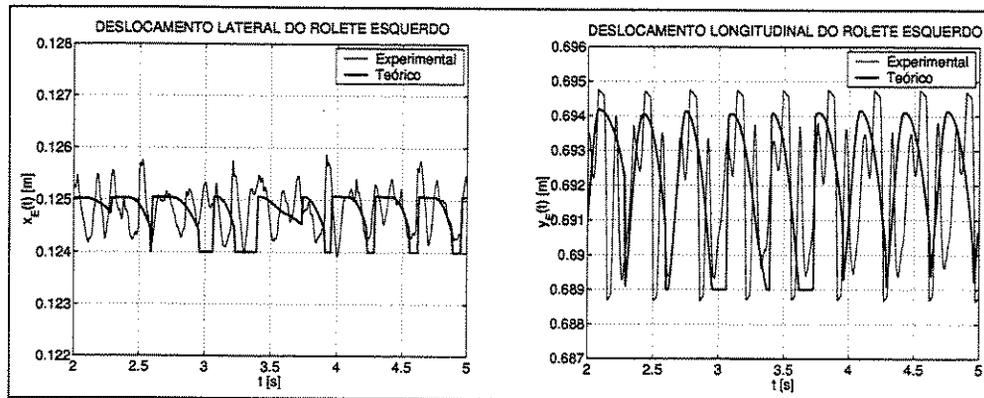
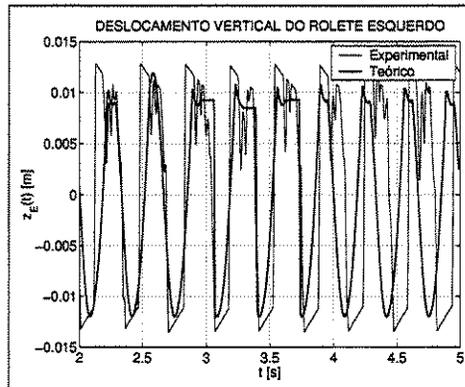


Figura 6.35: Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 3 Hz.

Na frequência de excitação da pista de 3 Hz, apresentam-se os movimentos verticais do rolete esquerdo, na figura (6.36). Conforme podem ser verificados pelos movimentos executados pelo rolete, existem perdas de contato com a pista. Trata-se de um caso em que a bancada de testes é sujeita a grandes esforços da pista simulada, e dificilmente os roletes permaneciam estáveis sobre os camos, simuladores dos perfis variáveis.

As dificuldades das medições experimentais, devido às grandes amplitudes dos perfis da pista, são refletidas na comparação teórica e experimental da figura (6.36). Entretanto, o modelo teórico permitiu a constatação das perdas de contato e impactos, do rolete com a pista, na mesma frequência de excitação em que tal fenômeno ocorreu experimentalmente (3 Hz).

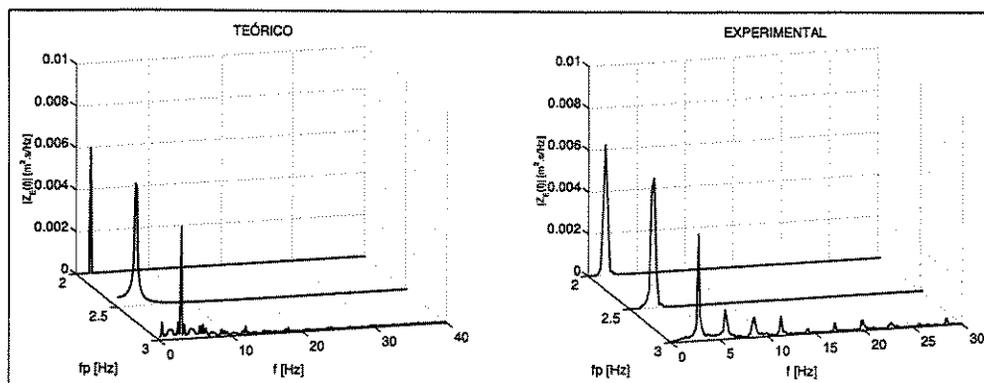
Ainda é importante ressaltar, na figura (6.36), o fato de que os resultados experimentais mostram que o rolete, após sofrer impacto com o perfil de pista, apresenta vibrações em uma



**Figura 6.36:** Deslocamentos verticais do rolete esquerdo, para frequência de excitação da pista de 3 Hz.

situação sem contato com a superfície do camo. Este fenômeno, evidenciado pelos picos de movimentos vibratórios experimentais, não ocorre nos resultados teóricos. De fato, o que ocorre é que o rolete vibra junto com as vigas do sistema simulador do chassi da bancada de testes, sem interagirem com a superfície do perfil, após cada impacto. Este fenômeno é investigado após as comparações teórico-experimentais.

No domínio da frequência, apresentam-se os resultados teóricos e experimentais dos deslocamentos verticais do rolete esquerdo, na figura (6.37). Podem ser vistos na frequência de excitação da pista de 3 Hz (eixo  $f_p$ ), que existem outras componentes ou picos na frequência diferentes de 3 Hz, caracterizando a perda de contato com a pista. Resultados semelhantes foram obtidos para o rolete direito, na mesma frequência de excitação da pista.



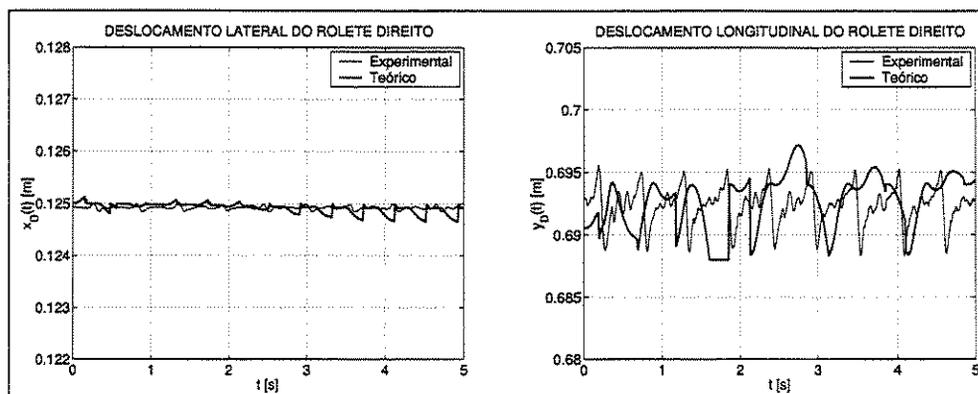
**Figura 6.37:** Movimentos verticais do rolete esquerdo, no domínio da frequência. Para a frequência de excitação da pista ( $f_p$ ) de 3 Hz, surgem diferentes componentes em frequência da resposta do deslocamento vertical do rolete, evidenciando as perdas de contato com a pista simulada.

### 6.2.8 Teste 08 - Perfis assimétricos

Considerado o teste mais sensível às perdas de contato entre os roletes e a pista, este teste apresenta as amplitudes máximas, dos perfis direito e esquerdo, defasadas de  $180^\circ$  (0,012 m e -0,012 m). Tratam-se de perfis assimétricos.

A frequência mais baixa testada da pista, de 2 Hz, constitui-se também em uma frequência crítica para a medição correta de perfis de pistas.

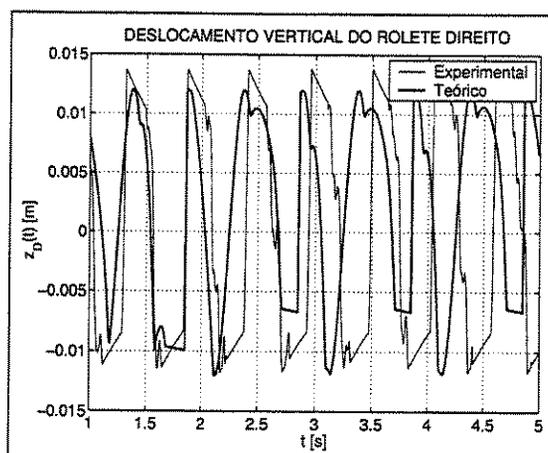
Os deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito são mostrados na figura (6.38), para a frequência testada da pista de 2 Hz. Principalmente para os deslocamentos longitudinais do rolete direito, os resultados teóricos não coincidem exatamente com os resultados experimentais. Os padrões de movimentos são semelhantes, mas com diferentes frequências, influenciados pelas deformações das vigas laterais do medidor (vibrações de frequências mais altas no gráfico). Estas deformações são provocadas principalmente pelos impactos ocorridos entre o rolete e a pista simulada, conforme apresentado a seguir.



**Figura 6.38:** Deslocamentos laterais e longitudinais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 2 Hz.

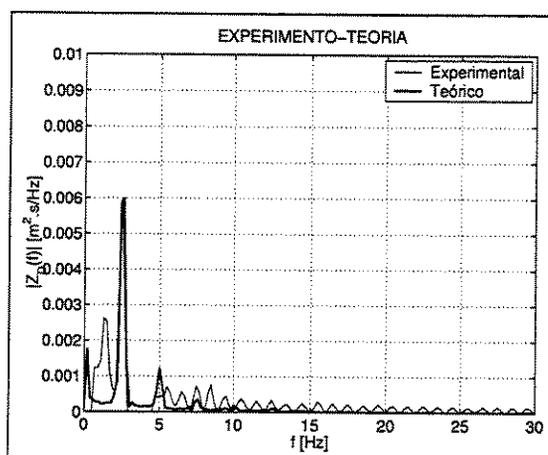
A figura (6.39) mostra os deslocamentos verticais do rolete direito, teóricos e experimentais. As dificuldades de medições para esta configuração crítica de funcionamento, e as deformações excessivas das vigas da bancada de testes, são apontadas como as fontes das diferenças dos resultados observados. Entretanto, o modelo teórico pode identificar a perda de contato na mesma frequência que ocorre experimentalmente (2 Hz).

A figura (6.39) mostra, também, que ocorrem aproximadamente duas perdas de contato, seguidas de impactos com o perfil da pista a cada ciclo. A defasagem no tempo, entre os resultados experimentais e teóricos observada no gráfico, é devido ao fato de que o motor elétrico (acionador dos camos simuladores dos perfis de pistas) não apresenta uma rotação constante durante as medições.



**Figura 6.39:** Deslocamentos verticais do rolete direito, para frequência de excitação da pista de 2 Hz.

Os deslocamentos verticais do rolete direito, no domínio da frequência, são apresentados na figura (6.40). Mais uma vez, surgem diferentes componentes em frequência nas respostas teórica e experimental, decorrentes das perdas de contato e impactos do rolete com a pista. Observa-se, nos resultados experimentais, o aparecimento de um pico de amplitude em uma frequência em torno de 2 Hz, não verificado nos resultados teóricos. Este fenômeno é estudado na próxima seção.



**Figura 6.40:** Deslocamentos verticais do rolete direito, no domínio da frequência, para frequência de excitação da pista de 2 Hz. Surgem diferentes componentes em frequência da resposta do deslocamento vertical do rolete, evidenciando as perdas de contato com a pista simulada.

### 6.3 Estudo dos Movimentos Acoplados entre o Chassi e os Roletes Livres (roletes sem contato com a pista)

Os resultados teóricos apresentados, obtidos da modelagem matemática da bancada de testes pelo método Newton-Euler com considerações de impactos entre corpos rígidos (Lei de Newton para o impacto), foram verificados experimentalmente.

Os resultados teóricos e experimentais demonstraram o funcionamento do medidor mecatrônico de perfis de pistas nas condições testadas, estando os roletes em contato permanente com a pista (condição desejada de operação) ou com os roletes apresentando perdas de contato, sofrendo impactos com a pista simulada (condição não recomendada de operação).

Quando os roletes permanecem em contato permanente com a pista, a dinâmica da bancada de testes é a mesma que a descrita inicialmente pelo método Newton-Euler-Jourdain, em termos das equações de movimento. Os mesmos resultados, validados experimentalmente, foram obtidos pela formulação geral do método Newton-Euler. Como ambos os roletes, direito e esquerdo, estavam em contato com a pista, os movimentos da bancada de testes estavam sujeitos a vínculos cinemáticos que restringiam os movimentos dos roletes, reduzindo os graus de liberdade da bancada durante toda a resolução do sistema de equações dinâmicas.

Com o surgimento das perdas de contato e impactos entre os roletes e a pista, as equações de vínculos cinemáticos não podem ser mais consideradas, passando o sistema a apresentar mais graus de liberdade que a configuração com ambos os roletes em contato com a pista. Dentre os novos graus de liberdade que surgem estão os deslocamentos verticais dos roletes. Estes deslocamentos têm importância fundamental no funcionamento do mecanismo, pois são a partir deles que os perfis de pistas são medidos.

Nos resultados experimentais dos deslocamentos verticais dos roletes, nas perdas de

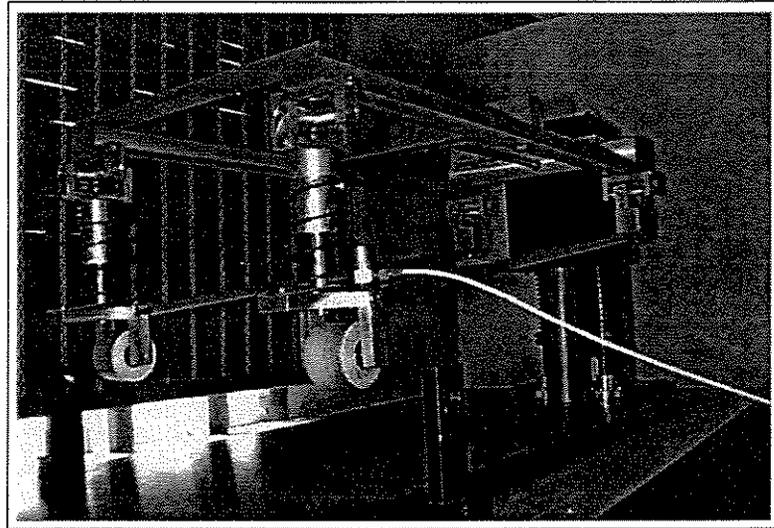
contato e impactos com a pista, foram observadas a presença de componentes da resposta dos roletes à excitação da pista (picos nos gráficos no domínio da frequência) que ocorriam em frequências diferentes do perfil simulado. Estes resultados, previstos teoricamente, representam as frequências de impactos com a pista. Entretanto, os resultados teóricos não permitiram a identificação de uma componente da resposta dos roletes livres (sem contato com a pista) em uma frequência em torno de 2 Hz. Estes resultados foram identificados somente com a realização dos experimentos com a bancada de testes.

Este comportamento dinâmico da bancada de testes, em uma frequência baixa em torno de 2 Hz, e dos roletes em particular, não pode ser associado aos impactos dos roletes com a pista, os quais possuem uma frequência superior à excitação do perfil variável.

Quando os roletes perdem contato com a pista, ficando livres, estes apresentam movimentos solidários às vigas do chassi da bancada de testes, com a mesma frequência e fase de vibração. O conjunto vibra em fase em um movimento de flexão similar ao de uma viga engastada em uma extremidade (no caso da bancada de testes, o engaste seria a junção entre as vigas do chassi e a massa suspensa).

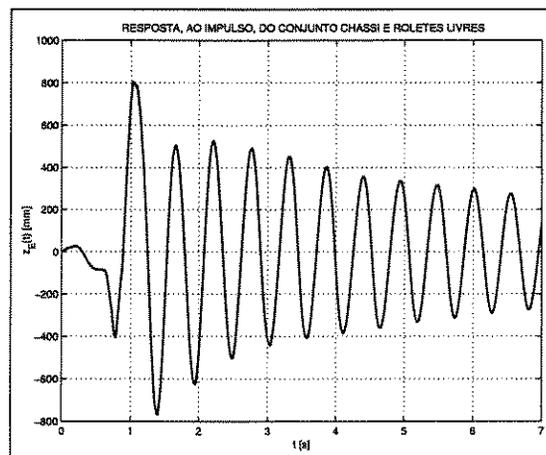
Com base no que foi observado experimentalmente, testes foram realizados para investigar a frequência de vibração do conjunto roletes e chassi (componente, que junto com a massa suspensa, simulam a dinâmica de um veículo onde o medidor será acoplado), quando os roletes não estão em contato com o simulador de pistas.

A figura (6.41) mostra o posicionamento de um acelerômetro, para medição da frequência de vibração do conjunto formado pelas vigas do chassi e roletes livres. Pode ser observado, na foto da figura (6.41), que o movimento vertical da massa suspensa foi restringido através do posicionamento de um suporte sob a mesma. Desta forma, a frequência de vibração do conjunto chassi e roletes livres pode ser identificada isoladamente.



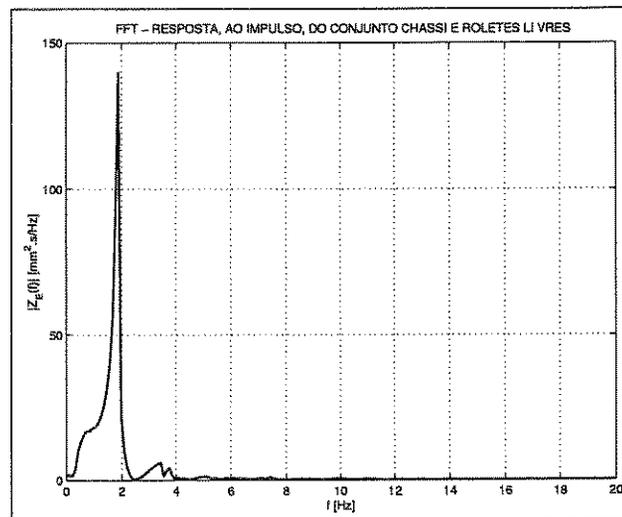
**Figura 6.41:** Posicionamento de um acelerômetro sobre o rolete esquerdo, para obtenção da frequência de vibração do conjunto de vigas do chassi e roletes livres (situação em que ocorre perda de contato entre o rolete e o perfil da pista).

Utilizando uma frequência de aquisição dos sinais de 2000 Hz, com 6000 pontos de amostragem, aplicou-se um impulso na direção vertical sobre a viga transversal da extremidade do chassi (viga do chassi sobre os roletes, figura (6.41)). Os sinais adquiridos da resposta vertical do rolete, no domínio do tempo, são mostrados na figura (6.42).



**Figura 6.42:** Representação, no domínio do tempo, da vibração do conjunto chassi e roletes livres, provocada pela excitação vertical impulsiva aplicada sobre o chassi.

Os sinais da resposta do conjunto testado, no domínio da frequência, estão representados na figura (6.43).



**Figura 6.43:** Representação, no domínio da frequência, da vibração do conjunto chassi e roletes livres, provocada pela excitação vertical impulsiva sobre o chassi.

A frequência amortecida do conjunto é de 1,9 Hz, conforme pode-se observar na figura (6.43). Esta frequência coincide com as baixas frequências obtidas experimentalmente, quando ocorriam as perdas de contato entre os roletes e a pista, como mostram os gráficos experimentais das figuras (6.27), (6.32), (6.37) e (6.40).

Portanto, pode-se concluir que quando um rolete perde o contato com a pista ele passa a vibrar livremente na mesma frequência da vibração do chassi e vigas laterais do medidor, na direção vertical, antes que ele volte a entrar em contato novamente com a pista. Este resultado experimental constitui-se, além das componentes de altas frequências devido aos impactos dos roletes, em um indicador da ocorrência de perdas de contato entre os roletes (direito ou esquerdo) e a pista. Logo, estes resultados, relacionados aos deslocamentos verticais dos roletes no domínio da frequência, devem ser verificados durante as medições dos perfis de pistas.

## 6.4 Investigação Teórico-Experimental do Desacoplamento Dinâmico entre o Sistema Simulador de um Veículo e os Roletes do Medidor

Todos os resultados das comparações teóricas e experimentais, da bancada de testes apresentados até aqui, são baseados em excitações provenientes dos perfis de pistas variáveis simulados.

Os resultados apresentaram os movimentos dos roletes quando excitados pelos perfis de pistas variáveis. Entretanto, os resultados não demonstraram o comportamento dos roletes quando excitações externas são aplicadas no sistema simulador de um veículo (massa suspensa e chassi) da bancada de testes. Neste caso o sistema não fica apenas sujeito às excitações da pista. O objetivo, aqui, é reproduzir uma situação real que pode ocorrer quando o veículo que transporta o medidor passa sobre um obstáculo, o que provoca vibrações em toda a suspensão do mesmo.

Um estudo da bancada de testes deve ser realizado, para verificar se realmente existe o desacoplamento dinâmico entre o sistema simulador da suspensão de um veículo (simulado na bancada de testes pela massa suspensa e vigas do chassi) e as vigas e roletes do medidor mecatrônico de perfis de pistas. As juntas universais, da bancada de testes, têm a finalidade de desacoplar a dinâmica do veículo dos movimentos das vigas e roletes do medidor de perfis de pistas.

Pretende-se, portanto, comprovar que a dinâmica do medidor mecatrônico está desacoplada da dinâmica do veículo, do contrário movimentos do veículo poderiam interferir na medição do perfil da pista.

Os testes experimentais, para a investigação do desacoplamento dinâmico entre a suspensão simulada e as vigas e roletes do medidor, foram realizados com a bancada de testes

operando com perfis de pistas variáveis em diferentes frequências.

Excitações impulsivas, utilizando-se um martelo, foram aplicadas sobre a massa suspensa e nas vigas laterais do chassi, na direção vertical, com a bancada em operação. Os sinais da resposta vertical da massa suspensa e das rotações do chassi são obtidos através de acelerômetros. Os deslocamentos verticais dos roletes, a partir dos quais os perfis de pistas são medidos, são adquiridos para a verificação de seus comportamentos durante as perturbações aplicadas no sistema simulador da dinâmica do veículo.

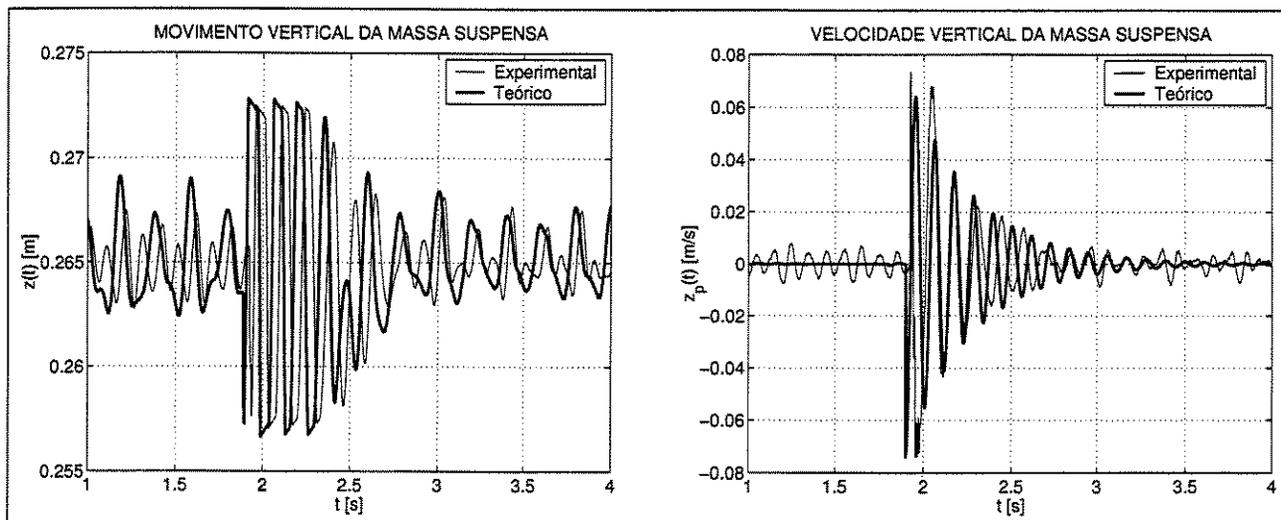
Os casos analisados são aqueles em que o contato dos roletes com os perfis de pistas são permanentes, sem a possibilidade de ocorrências de perdas de contato devido à excitação da pista. Foram estudadas três condições, mostradas na tabela (6.4).

Condição	excentricidade à direita (m)	excentricidade à esquerda (m)	$f_{PERFIL}$ [Hz]
01	-0,008	0,008	5
02	-0,008	0,008	8,3
03	0,008	0,008	8,3

**Tabela 6.4:** Excentricidades direita e esquerda dos camos, para cada teste realizado. As condições testadas estão dentro da faixa de operação do medidor mecatrônico em que os roletes estão em contato permanente com os perfis de pistas simulados.

Condição 01

Os resultados teóricos e experimentais da vibração da massa suspensa, sujeita a aplicação de um impulso, em termos de deslocamentos e velocidades verticais estão mostrados na figura (6.44).



**Figura 6.44:** Comportamento dinâmico da massa suspensa, submetida a uma condição de impulso.

Os deslocamentos verticais, teóricos e experimentais, dos roletes direito e esquerdo estão mostrados na figura (6.45). Observam-se que os roletes permanecem em contato com a pista, sendo as medições não influenciadas pelo impulso aplicado na direção vertical sobre a massa suspensa.

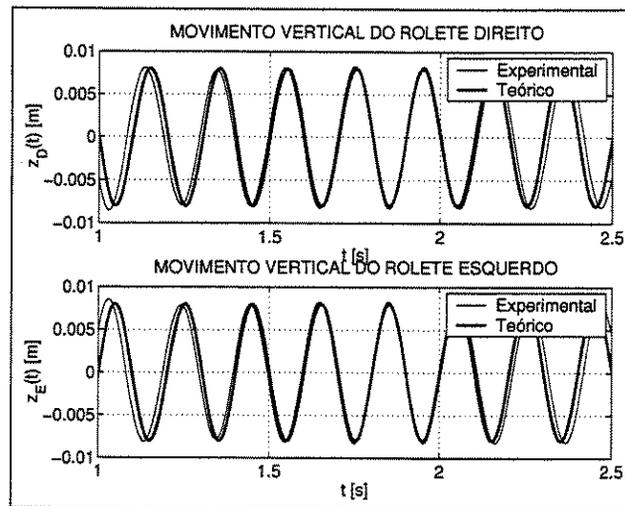


Figura 6.45: Deslocamentos verticais dos roletes direito e esquerdo.

A figura (6.46) mostra a velocidade angular das vigas do chassi (em torno do eixo  $Y_1$  do sistema de referência  $B_1$ ), quando um impulso vertical é aplicado nas vigas laterais do mesmo.

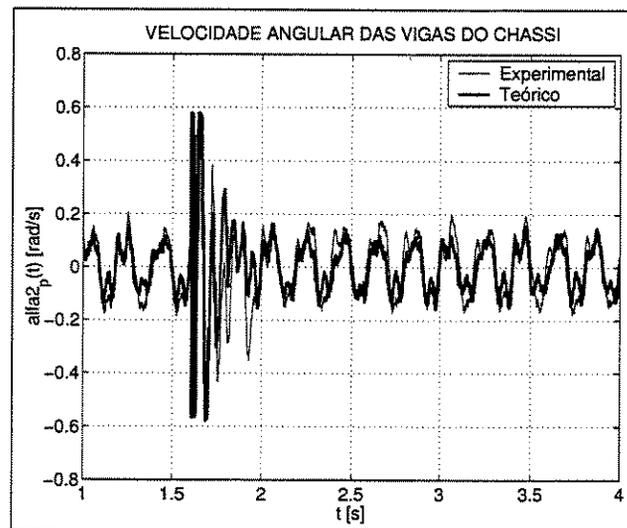


Figura 6.46: Velocidade angular do chassi, submetido a uma condição de impulso.

Na figura (6.47) mostra os deslocamentos verticais dos roletes, podendo-se observar que em nenhum momento a vibração do chassi influencia os resultados.

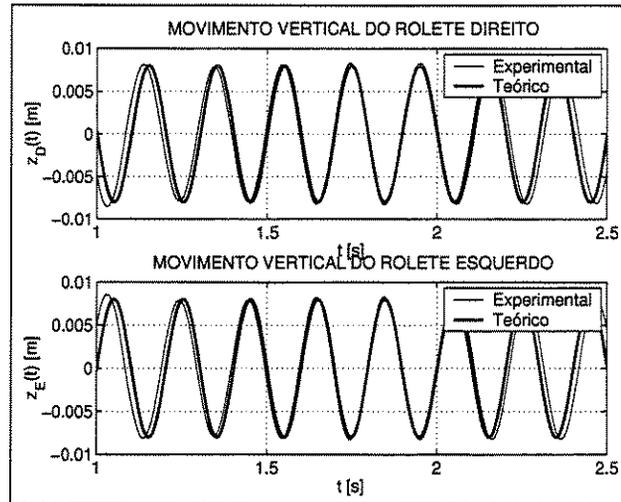


Figura 6.47: Deslocamentos verticais dos roletes direito e esquerdo.

### Condição 02

Este teste ocorre na frequência de excitação da pista de 8,3 Hz, que corresponde à frequência de ressonância da massa suspensa (esta é a frequência de ressonância mais baixa da bancada de testes). A operação nesta frequência visa demonstrar que os movimentos verticais dos roletes não são afetados mesmo com a bancada operando em uma de suas frequências de ressonância, mesmo quando existem impulsos aplicados no sistema simulador de um veículo.

A figura (6.48) mostra os deslocamentos e acelerações da massa suspensa. Pode-se observar a dificuldade de identificar o momento que um impulso é aplicado, no gráfico dos deslocamentos, pois a massa suspensa vibra em ressonância. Por este motivo o gráfico das velocidades verticais é apresentado, tornando mais claro o momento em que ocorre a aplicação do impulso na direção vertical.

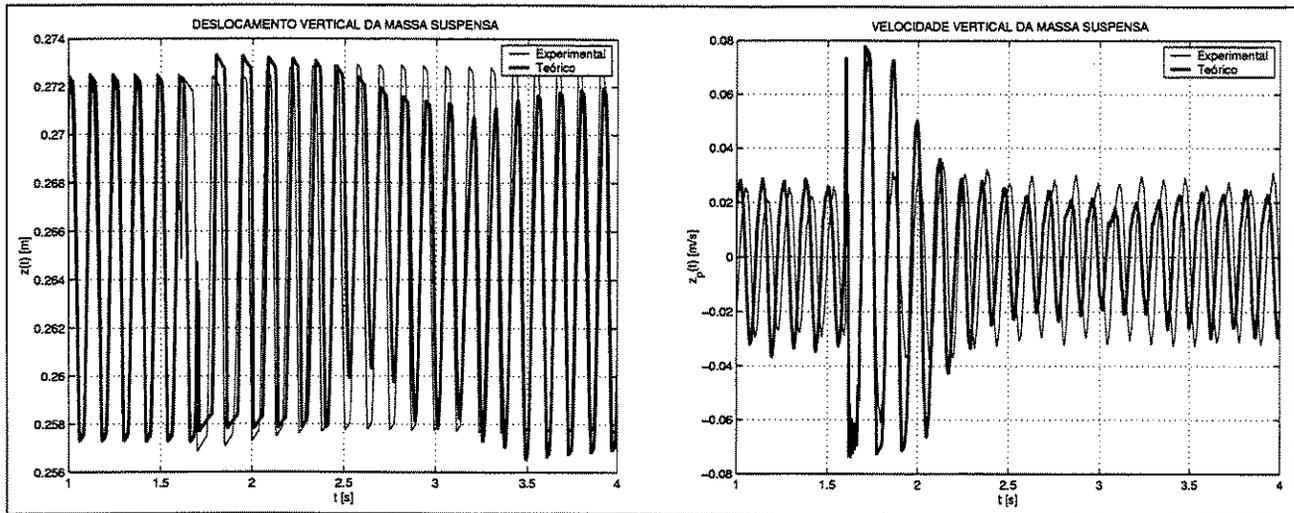


Figura 6.48: Comportamento dinâmico da massa suspensa, submetida a uma condição de impulso.

A figura (6.49) mostra que os deslocamentos verticais, teóricos e experimentais dos roletes, seguem o perfil da pista simulado. As defasagens no tempo entre os resultados é devido à variação da rotação dos camos (simuladores de perfis de pistas) durante os testes experimentais.

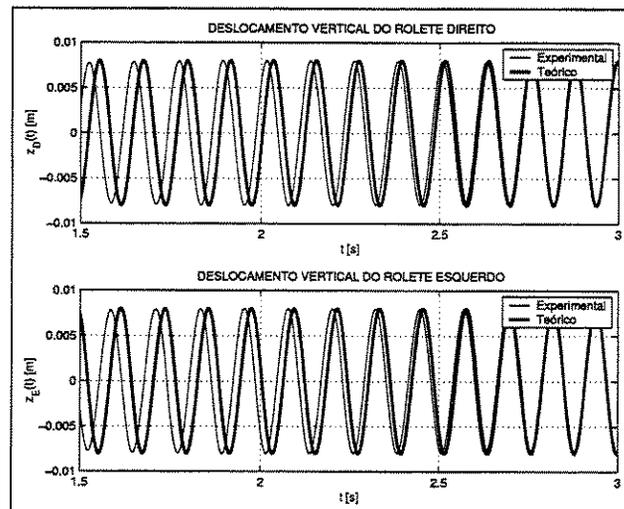
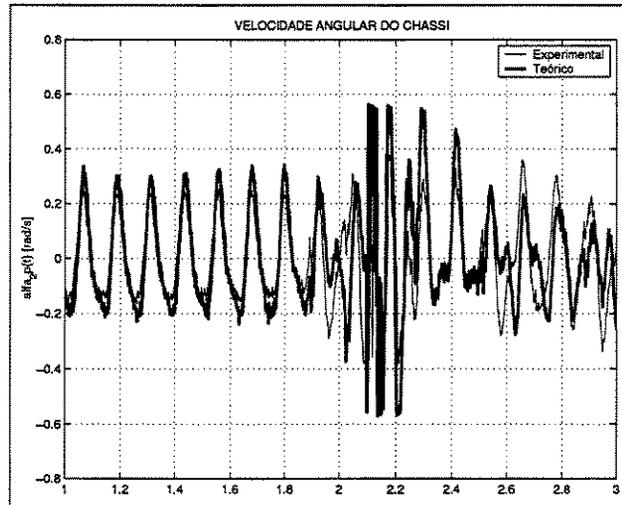


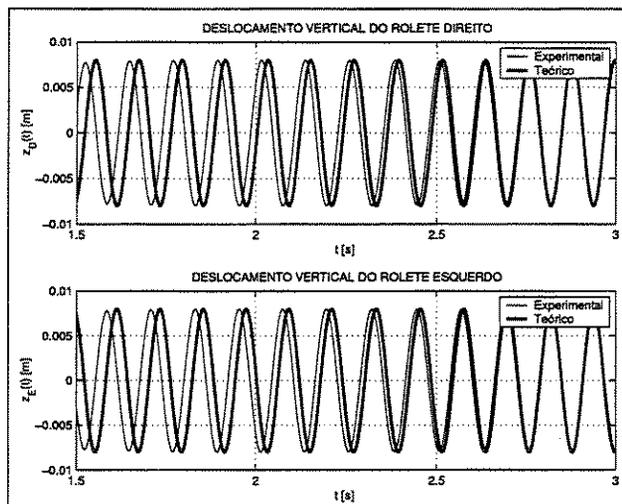
Figura 6.49: Deslocamentos verticais dos roletes direito e esquerdo.

O impulso aplicado no chassi pode ser identificado pelo gráfico da velocidade angular do mesmo, mostrado no gráfico da figura (6.50).



**Figura 6.50:** Velocidade angular do chassi, submetido a uma condição de impulso.

A figura (6.51) mostra, novamente, que os roletes não são afetados pelas perturbações aplicadas no chassi e nem pela operação da bancada de testes na frequência de ressonância da massa suspensa. As defasagens no tempo entre os resultados é devido à variação da rotação dos camos (simuladores de perfis de pistas) durante os testes experimentais.

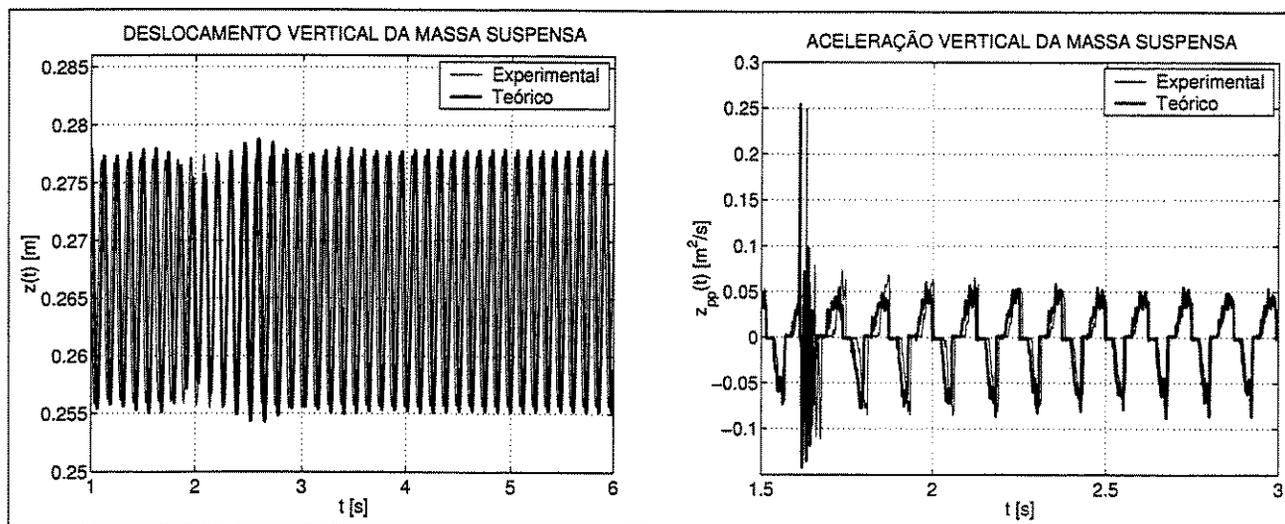


**Figura 6.51:** Deslocamentos verticais dos roletes direito e esquerdo.

Condição 03

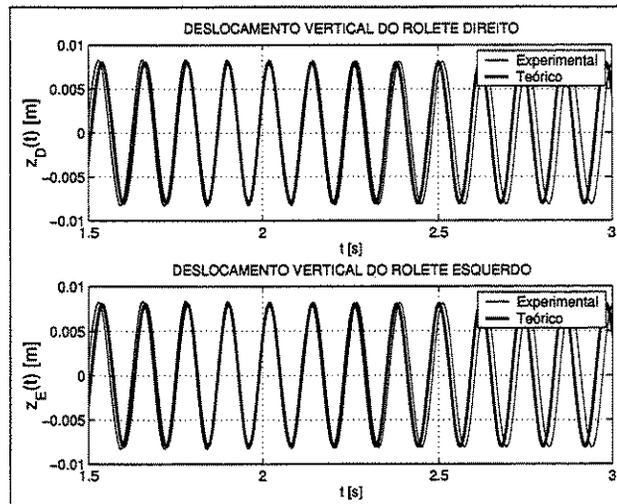
Este teste ocorre na mesma frequência de excitação da pista da condição 02 (primeira frequência de ressonância da bancada - 8,3 Hz), porém os perfis direito e esquerdo são simétricos.

A figura (6.52) mostra os deslocamentos e acelerações verticais da massa suspensa, submetida a um impulso vertical. Observa-se, novamente, que fica difícil identificar o instante da aplicação do impulso pelo gráfico do deslocamento vertical da massa suspensa, pois esta opera em ressonância.



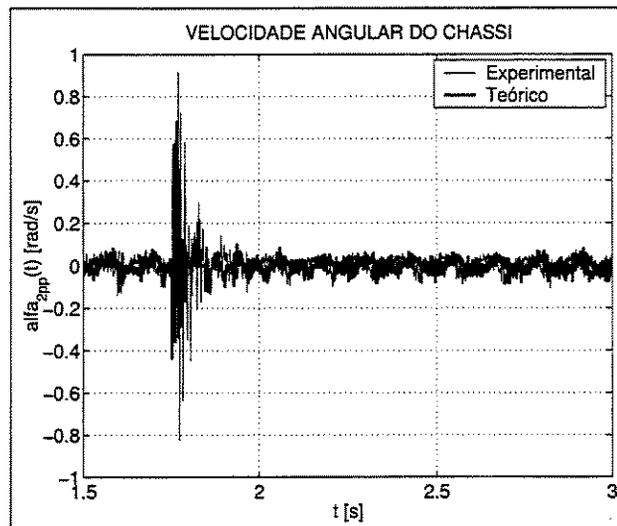
**Figura 6.52:** Comportamento dinâmico da massa suspensa, submetida a uma condição de impulso. Pelo gráfico das acelerações da massa suspensa pode-se identificar o instante de aplicação do impulso.

Os gráficos da figura (6.53) mostram que os deslocamentos verticais dos roletes não são afetados pelas vibrações da massa suspensa.



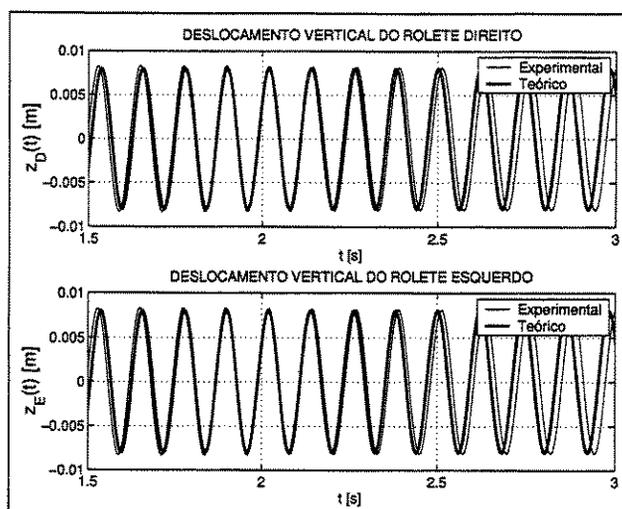
**Figura 6.53:** Deslocamentos verticais dos roletes direito e esquerdo.

Na figura (6.54) são mostradas as velocidades angulares do chassi, submetido a um impulso sobre as vigas laterais do sistema, na direção vertical.



**Figura 6.54:** Velocidade angular do chassi, submetido a uma condição de impulso.

Os gráficos da figura (6.55) mostram que os roletes permanecem em contato com a pista, sendo que a rotação do chassi não afeta os deslocamentos verticais dos roletes.



**Figura 6.55:** Deslocamentos verticais dos roletes direito e esquerdo.

Pode-se concluir, portanto, que a dinâmica dos roletes do medidor não é afetada pelas vibrações do sistema simulador de um veículo da bancada de testes. As juntas universais, ou cruzetas do mecanismo, são os elementos mecânicos que permitem o desacoplamento dinâmico obtido.

## 6.5 Envelope de Operação do Medidor Mecatrônico de Perfis de Pistas

Uma vez que o medidor de perfis de pistas foi investigado, teoricamente e experimentalmente, desde sua operação recomendável (roletes em contato permanente com a pista) até as condições proibidas (ocorrência de perdas de contato seguidas de impacto entre os roletes e a superfície da pista), torna-se necessário estabelecer as faixas de operações do sistema, ou seu envelope de operação.

O envelope de operação é baseado em um gráfico tridimensional, com os eixos representados pelas variáveis frequência de excitação da pista, excentricidade direita ou amplitude direita e excentricidade esquerda ou amplitude esquerda do perfil de pista simulado. O uso

destas variáveis baseia-se nos resultados teóricos e experimentais, obtidos através de diferentes valores simulados da frequência de excitação da pista e excentricidades dos perfis (amplitudes).

Os limites do envelope de operação são definidos pelas condições em que ocorreram perdas de contato e impactos entre algum rolete do mecanismo e o perfil de pista simulado, conforme os resultados teóricos e experimentais apresentados neste capítulo.

A figura (6.56) mostra o envelope de operação do medidor.

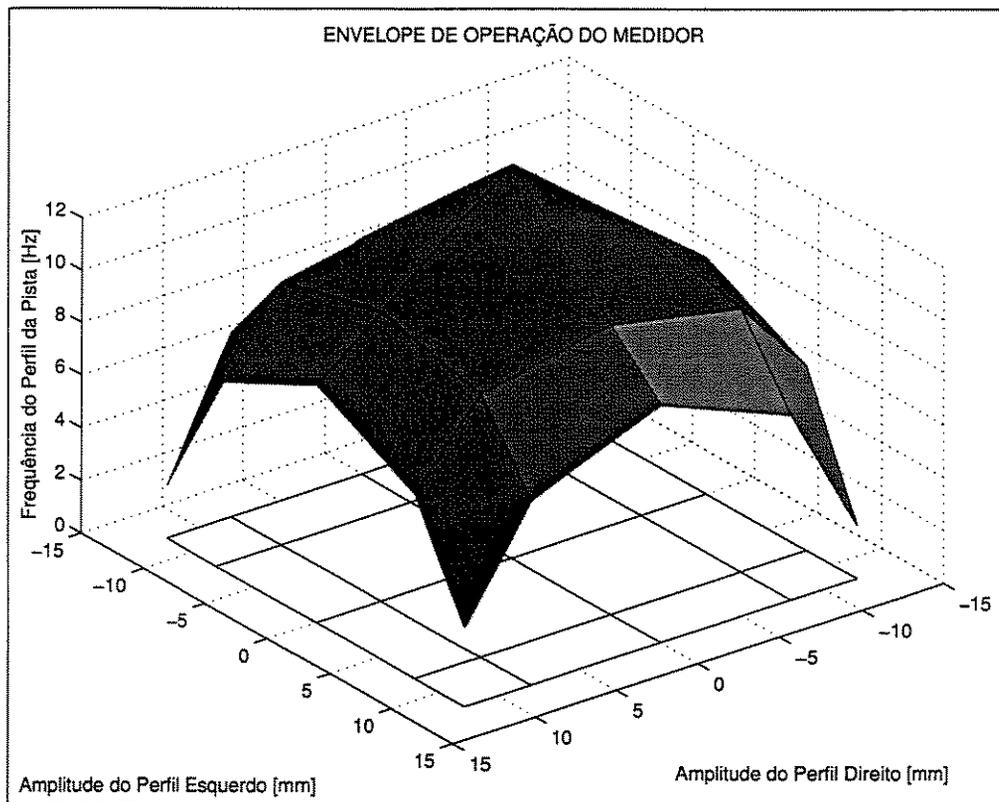


Figura 6.56: Envelope de operação do medidor mecatrônico de perfis de pistas.

Os vértices da superfície limite, mostrada na figura (6.56), correspondem aos limites dos testes realizados. Os limites de teto são definidos pelas máximas frequências das pistas testadas, ou até quando os roletes apresentam perdas de contato e impactos com a pista.

Para leitura do gráfico da figura (6.56), basta localizar as amplitudes dos perfis de pistas avaliados (perfis direito e esquerdo) e subir o ponto até a frequência ou faixas de frequências

da pista estudada. Caso o ponto final esteja acima do teto definido, a operação do medidor não é recomendada, pois a leitura dos perfis de pistas estaria sujeita a erros (perdas de contato dos roletes com a pista). Quando as amplitudes dos perfis direito e esquerdo forem nulas (perfis planos) não existem limites para a operação do medidor (situação teórica de operação, centro da superfície do gráfico da figura (6.56)).

A definição da velocidade limite de operação do medidor, em termos da velocidade de translação que um veículo poderia ter para transportá-lo, pode ser estabelecida pela frequência dos perfis de pistas determinados no envelope de operação, figura (6.56). Entretanto, o comprimento de onda dos perfis avaliados devem ser considerados, permitindo a obtenção da velocidade de translação a partir da seguinte relação:

$$v = \lambda.f \quad (6.1)$$

Sendo  $v$  a velocidade de translação limite,  $\lambda$  o comprimento de onda do perfil avaliado e  $f$  a frequência limite permitida do perfil da pista.

Desta forma, as velocidades limites de translação do medidor, e portanto do veículo transportador do mecanismo, podem ser exemplificadas com as frequências limites em que ocorreram perdas de contato, entre os roletes e as pistas testadas. As frequências limites, nestes casos, são: 7 Hz (testes 05 e 06), 3 Hz (teste 07) e 2 Hz (teste 08). A figura (6.57) ilustra este exemplo.

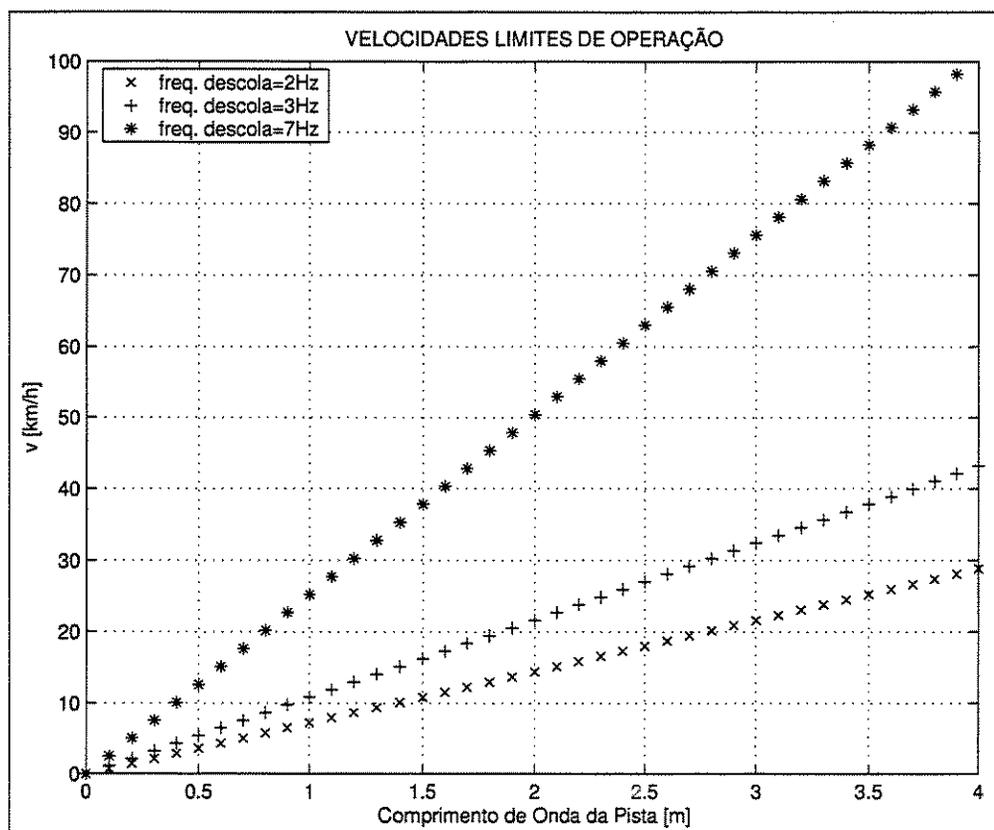


Figura 6.57: Velocidades limites de translação, em  $km/h$ , do medidor mecatrônico de perfis de pistas em função do comprimento de onda da pista, em  $m$ .

O gráfico da figura (6.57) mostra que a velocidade de translação do medidor pode ser maior para maiores comprimentos de ondas dos perfis analisados. Pistas muito irregulares, apresentando perfis com comprimentos de ondas pequenos, requerem uma menor velocidade de translação do medidor mecatrônico de perfis de pistas.

Os gráficos das figuras (6.56) e (6.57) devem ser usados em conjunto para a operação do medidor de perfis de pistas.

# Capítulo 7

## Conclusões e Perspectivas Futuras

O trabalho apresentado analisou a dinâmica de um medidor mecatrônico de perfis de pistas. Os sinais lidos pelo medidor, a partir da pista, podem ser usados como geradores de excitações em programas numéricos para simulação da dinâmica de veículos, ou mesmo para a manutenção de rodovias e pistas de aeroportos, além de outras necessidades.

Os objetivos gerais e específicos do projeto de pesquisa foram apresentados inicialmente. Destacou-se a importância do estudo detalhado da cinemática e dinâmica do sistema desenvolvido, antes que este possa operar em campo.

A revisão bibliográfica, sobre o tema em estudo, apresentou o estado da arte dos medidores de perfis de pistas. É importante ressaltar que as tentativas de medições de perfis de pistas não são recentes, mas remontam do início do século XX, quando a crescente produção de automóveis incentivou a engenharia neste estudo. Até os dias atuais, diversos equipamentos e sistemas foram desenvolvidos para a obtenção das características de uma pista, apresentando estes equipamentos vantagens e desvantagens que precisam ser consideradas para a correta utilização dos resultados obtidos das medições.

A bancada para testes do medidor mecatrônico de perfis de pistas em estudo foi des-

crita. As características dinâmicas dos vários elementos que constituem a bancada foram identificadas. Todas as análises da dinâmica do medidor foram conduzidas teoricamente e experimentalmente.

Apresentou-se a análise cinemática do mecanismo para medição de perfis de pistas em estudo. Foram realizadas as análises de posição, velocidade e aceleração do mecanismo, baseadas em equações vetoriais fechadas, as quais representam os vínculos cinemáticos do mecanismo.

A análise dinâmica do mecanismo, considerando contato pleno entre os roletes e a pista, foi apresentada. Esta análise teve como objetivo a obtenção das equações de movimento do medidor de perfis de pistas, via método Newton-Euler-Jourdain.

Comparações, entre teoria e experimento dos resultados do método Newton-Euler-Jourdain, foram apresentadas. Os resultados teóricos concordam de forma satisfatória com os resultados experimentais obtidos com a bancada de testes, construída em laboratório. A verificação experimental permitiu concluir que o contato entre os roletes e o perfil da pista simulado não é permanente. Desta forma, o contato pode ser alterado de acordo com a velocidade de passagem do perfil (frequência do perfil da pista), entendido na bancada de testes como a velocidade de rotação do sistema de camos simuladores do perfil da pista.

A modelagem do mecanismo, via o método Newton-Euler, tornou-se necessária. Tal método permitiu a obtenção das equações de movimento e reações nos vínculos do mecanismo. As reações obtidas constituem-se em elementos fundamentais para o estudo da perda de contato dos roletes com a pista.

O estudo da perda de contato dos roletes com a pista, incluindo o estudo de impactos entre o par rolete-pista, foi apresentado baseando-se no modelo de impacto descrito pela Lei de Newton. A perda de contato de um dos roletes com a pista provoca uma variação na estrutura de equações a serem resolvidas. Os resultados teóricos apresentados demonstraram ser adequados.

Novos testes experimentais foram realizados na bancada de testes, tendo como objetivo a investigação das perdas de contato e impactos entre os roletes do mecanismo e a pista simulada. Os resultados teóricos, obtidos através do método Newton-Euler com consideração de impactos entre corpos rígidos (Lei de Newton), permitiram prever a ocorrência das perdas de contato e impactos. Tais resultados foram validados experimentalmente.

O comportamento da bancada de testes foi analisado durante as perdas de contato entre os roletes e a pista. Um envelope de operação do medidor foi estabelecido, indicando as regiões recomendadas de operação (contato permanente entre os roletes e a pista) e as regiões proibidas (possibilidade de ocorrência de perdas de contato entre os roletes e a pista). A criação deste envelope foi baseada apenas nos resultados teóricos e experimentais apresentados. Levando em consideração a região de operação do mecanismo, a velocidade de translação limite, do medidor sobre uma pista, pode ser obtida.

Como perspectivas futuras do presente trabalho de mestrado, ressalta-se a necessidade do estudo da influência dos diâmetros dos roletes do medidor durante as medições dos perfis de pistas. Conforme apresentado por Hunter e Smith [22], o efeito de filtragem que uma roda apresenta pode ser desprezada se comprimentos de ondas muito pequenos da pista (da ordem de milímetros) não forem essenciais para caracterizarem o perfil em estudo.

Ainda como perspectiva futura, deve ser realizado um estudo do sistema sujeito a perfis de pistas aleatórios ou randômicos. Este estudo deve buscar simular a operação em pistas que se aproximem da realidade, pois perfis de pistas reais não podem ser considerados integralmente periódicos.

Por fim, uma análise dos processamentos dos sinais deve ser realizada, buscando a reconstituição de uma pista medida em função da distância percorrida, e não apenas em função do tempo, conforme apresentado neste trabalho.

# Bibliografia

- [1] AGULLO, J. B., PAGES-FITA, J., Performance Analysis of the Stylus Technique of Surface Roughness Assessment: a Random Field Approach. In: MACHINE TOOL DESIGN AND RESEARCH CONFERENCE, 15, 1975, London. **Proceedings of the 15th Machine Tool Design and Research Conference**. London: Macmillan, 1975, p. 349-362.
- [2] ANTHONIS, J., KENNES, P., RAMON, H., Design and Evaluation of a Low-Power Mobile Shaker for Vibration Tests on Heavy Wheeled Vehicles. **Journal of Terramechanics**, Great Britain, v. 37, p. 191-205, 2000.
- [3] ALTAVINI, R. B., Comportamento Dinâmico de Veículos sobre Diferentes Condições de Pista. Modelagem, Simulação e Visualização de Movimentos com auxílio de Técnicas de Computação Gráfica. Relatório referente ao processo FAPESP 96/02111-7. Orientador: Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos.
- [4] BAUM, N. P., STOUGH, T. A., Evaluation of Inertial and Laser Profilometer Systems. **Air Force Weapons Laboratory Rept. AFWL-TR-74-289**, Dayton, OH, April 1975.
- [5] BEN-HAIM, Y., ELISHAKOFF, I., Convex Models of Vehicle Response to Unknown but Bounded Terrain. **ASME Journal of Applied Mechanics**, United States, v. 58, p. 354-361, 1991.
- [6] BENDAT, J. S., PIERSOL, A. G., **Random Data - Analysis and Measurement Procedures**. New York: John Wiley & Sons, 1986.

- 
- [7] BRACH, R. M., Rigid Body Collisions. **Journal of Applied Mechanics**, United States, v. 56, p. 133-138, 1989.
- [8] CAREY, W. N. JR., Uses of Surface Profile Measurements. **Pavement Evaluation Using Road Meters, HRB, Special Rept. 133**, p. 5-7, 1973.
- [9] CHLOE Profilometer Operating and Servicing Instructions. FHWA, Internal Rept., 1967.
- [10] CROLLA, D. A., MACLAURIN, E. B., Theoretical and Practical Aspects of the Ride Dynamics of Off-Road Vehicles - Part 2. **Journal of Terramechanics**, Great Britain, v. 23, n. 1, p. 1-12, 1986.
- [11] DARLINGTON, J. R., Evaluation and Application Study of the General Motors Corporation Rapid Travel Profilometer. **Michigan Department of State Highways Rept. R-731**, Lansing, April 1973.
- [12] DERAAD, L. W., The Influence of Road Surface texture on Tire Rolling Resistance. **Tire Rolling Losses and Fuel Economy - an R-D Planning Workshop P-74**, p. 143-149, 1977.
- [13] DOUGHTY, S., **Mechanics of Machines**. New York: John Wiley & Sons, 1988.
- [14] EWINS, D. J., **Modal Testing: Theory and Practice**. Letchworth: Research Studies Press Ltd. - John Wiley & Sons, 1986.
- [15] FOHEY, D. R., Non-Contact Sensor, System and Method with Particular Utility for Measurement of Road Profile. U.S. patent 4456829, 26 June 1984. K. C. Law Engineers Inc., Farmington Hills, Michigan, U.S.A.
- [16] GILLESPIE, T. D., **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. Warrendale: Society of Automotive Engineers Inc., 1992. p. 125-132.
- [17] GILLESPIE, T. D., SAYERS, M., Role of Road Roughness in Vehicle Ride. **Transportation Research Record 836**, Washington D.C., p.15-20, 1981.

- [18] HEMEQUE, A. et al., Dispositivo Simplificado para Excitação Veicular. In: Encontro da Sociedade Brasileira de Acústica (SOBRAC), 21, 2000, Belo Horizonte. **Anais do XIX Encontro da Sociedade Brasileira de Acústica**. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2000. p. 201-205.
- [19] HODGES, H. C. et al., Method and Apparatus for Determining Terrain Surface Profiles. U.S. patent 5065618. 19 Nov. 1991. Hodges Transportation Inc., Carson City, Nevada, U.S.A.
- [20] HUDSON, W. R., Road Roughness: Its Elements and Measurements. **Transportation Research Record 836**, Washington D.C., p. 1-7, 1981.
- [21] HUFT, D. L. et al., Status of the South Dakota Profilometer. **Transportation Research Record 1117**, p. 104-113, 1987.
- [22] HUNTER, A. G. M., SMITH, E. A., Filtering Errors when a Rigid Wheel is Used to Measure Ground Roughness. **Journal of Terramechanics**, Great Britain, v. 17, n. 1, p. 1-12, 1980.
- [23] INMAN, D. J., **Engineering Vibrations**. New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [24] LEE, J. et al., Non-Contact Sensors for Distance Measurement from Ground Surface. **Journal of Terramechanics**, Great Britain, v. 33, n. 3, p. 155-165, 1996.
- [25] LIEH, J., QI, W., Simulation of Dynamic Truck Loading on Pavements Using Measured Road Roughness. **Transportation Research Record**, n. 1501, p. 13-21, 1995.
- [26] LU, X. P., Effects of Road Roughness on Vehicular Rolling Resistance. **ASTM**, n. 884, p. 143-161, 1985.
- [27] NEWLAND, D. E., General Linear Theory of Vehicle Response to Random Road Roughness. In: Elishakoff, I., Lyon, R. H. **Random Vibrations - Status and Recent Developments**. Elsevier Science Publishers, 1986.

- [28] OKABE, E. P., Dinâmica não Linear de Sistemas Mecânicos com Estrutura de Equações Variantes no Tempo - Teoria e Experimento. Relatório referente ao processo FAPESP 97/12444-6. Orientador: Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos.
- [29] OHMIYA, K., Characteristics of Farm Field Profiles as Sources of Tractor Vibration. **Journal of Terramechanics**, Great Britain, v. 23, n. 1, p. 23-36, 1986.
- [30] PFEIFFER, F., GLOCKER, C., **Multibody Dynamics with Unilateral Contacts** - Wiley Series in Nonlinear Science. New York: John Wiley & Sons, 1996.
- [31] PRESS, W. H., FLANNERY, B. P., TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W. T., **Numerical Recipes in Pascal**. Cambridge: Cambridge University Press, 1996.
- [32] RAJALINGHAM, C., RAKHEJA, S., Analysis of Impact Force Variation During Collision of Two Bodies Using a Single-Degree-of-Freedom System Model. **Journal of Sound and Vibration**, New York, v. 229, n. 4, p. 823-835, 2000.
- [33] RONCOLETTA, F., Modelagem Dinâmica de um Medidor de Perfil de Pista para Utilização na Indústria Automobilística. Relatório referente ao processo FAEP/UNICAMP - Proc. 002/1997. Orientador: Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos.
- [34] SANTOS, I.F., **Dinâmica de Sistemas Mecânicos - Modelagem, Simulação, Visualização e Verificação**. São Paulo: MAKRON Books Ltda., 2001.
- [35] SAYERS, M., GILLESPIE, T. D., Overview of Road Operation in Measuring Pavement Roughness, With Suggested Improvements (Abridgment). **Transportation Research Record 836**, Washington D.C., p. 29-34, 1981.
- [36] SPANGLER, E. B., Method and System for Measurement of Road Profile. U.S. patent 4422322. 27 Dec. 1983. Blomfield Hills, Michigan, USA.
- [37] SPANGLER, E. B., Controlled Resurfacing of Roads and the like. U.S. patent 4473319. 25 Sep. 1984. Surface Dynamics Inc., Bloomfield Hills, Michigan, U.S.A.
- [38] SPANGLER, E. B., Method and System for Measurement of Road Profile. U.S. patent 4741207. 3 May 1988. Blomfield Hills, Michigan, USA.

- [39] SPANGLER, E. B. et al., GMR Profilometer Method for Measuring Road Profile. **General Motors Research Publication GMR - 452**, 44 p., 1964.
- [40] STRADIOTTO, V. Z., Projeto e Construção e Testes de um Medidor de Perfil de Pista para Utilização na Indústria Automobilística. Relatório referente ao processo FAEP/UNICAMP - Proc. 003/1997. Orientador: Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos.
- [41] TENENBAUM, R. A., **Dinâmica**. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1997.
- [42] TENENBAUM, R. A., About the Angular Velocity of a Rigid Body in a Reference Frame / Sobre a Velocidade Angular de um Corpo Rígido em um dado Referencial. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences**, Brazil, v. XV, n. 3, p. 281-285, 1993.
- [43] VIERCK, R. K., **Vibration Analysis**. Scranton: International Textbook Company, 1969.
- [44] XU, D. M. et al., Development of a Criterion for Road Surface Roughness Based on Power Spectral Density Function. **Journal of Terramechanics**, Great Britain, v. 29, n. 4/5, p. 477-486, 1992.
- [45] WALKER, C. M., BROWN, G. R., Non-Contact Sensor with Particular Utility for Measurement of Road Profile. U.S. patent 4786815, 22 Nov. 1988. K. J. Law Engineers Inc., Farmington Hills, Michigan, U.S.A.
- [46] WAMBOLD, J. C. et al., State of the Art of Measurement and Analysis of Road Roughness. **Transportation Research Record 836**, Washington D.C., p. 21-29, 1981.
- [47] WANG, Y., MASON, M. T., Two-Dimensional Rigid-Body Collision with Friction. **Journal of Applied Mechanics**, United States, v. 59, p. 635-642, 1992.
- [48] WONG, J. Y., **Theory of Ground Vehicles**. New York: John Wiley & Sons, first edition, 1978. p. 278-284.
- [49] YONG, R. N., EIYO, F., Road Surface Roughness and Tyre Performance. **Journal of Terramechanics**, Great Britain, v. 27, n. 3, p. 219-239, 1990.