

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Faculdade de Engenharia Mecânica

JOSÉ HENRIQUE BEZERRA

Estudo de Sistema de Controle Usando o Controlador PID em Processos Industriais

CAMPINAS 2007 JOSÉ HENRIQUE BEZERRA

Estudo de Sistema de Controle Usando o Controlador PID em Processos Industriais

Dissertação de Mestrado Profissional apresentado à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Instrumentação e Controle Industrial.

7

Orientador: Prof. Dr. Waldemir Silva de Lima

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO JOSÉ HENRIQUE BEZERRA E ORIENTADA PELO PROF. DR. WALDEMIR SIVA DE LIMA.

5 ASSINÁTURA DO ORIENTADOR

CAMPINAS 2007 Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): Não se aplica.

Ficha catalográfica Universidade Estadual de Campinas Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura Luciana Pietrosanto Milla – CRB 8/8129

Bezerra, José Henrique, 1951-Estudo de sistema de controle usando controlador PID em processos industriais / José Henrique Bezerra – Campinas, SP: [s.n.], 2007.
Orientador: Waldemir Silva de Lima Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.
1. Plantas. 2. Controladores PID. 3. MATLAB (Programa de computador).
I. Lima, Waldemir Silva de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade

de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Control system study using the controller in industrial processos

Palavras-chave em inglês:

Plants

Controllers PID

MATLAB (computer program)

Área de concentração: Engenharia Mecânica

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Waldemir Silva de Lima [Orientador]

Kamal Abdel Radi Ismail

Sandra Maria Oliveira Sá

Data de defesa: 12-06-2007

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADEMICO

Estudo de Sistema de Controle Usando o Controlador PID em Processos Industriais

Autor: José Henrique Bezerra Orientador: Prof. Dr. Waldemir Silva de Lima

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

Prof. Dr. Waldemir Silva de Lima Instituição: Universidade Estadual do Maranhão - UEMA

Prof. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail Instituição: Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

Prof. Dra. Sandra Maria Oliveira Sá Instituição: Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

Campinas, 12 de junho de 2007.

Dedicatória

A minha esposa Socorro de Maria e aos meus filhos Letícia Cristina e Leandro Henrique pelo incentivo, compreensão e dedicação durante a elaboração deste trabalho.

A memória dos meus pais Valdemar Rodrigues Bezerra (biológico), Antonio Ferreira de Castro e Maria Raimunda Bezerra (adotivos) incansáveis trabalhadores, que empreenderam um esforço admirável para garantir o estudo de seus filhos.

A minha mãe Antonia Vale Bezerra pelo carinho dispensado ao longo desta caminhada.

Agradecimentos

A Deus em primeiro lugar, que me deu energia, inteligência e perseverança.

Ao professor Dr. Waldemir Silva de Lima pela paciência e tolerância, durante a elaboração deste trabalho.

A todos os colegas, professores e funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica e Produção da UEMA que, de forma direta ou indireta, contribuíram nas sugestões e elaboração deste trabalho.

"O progresso não é sempre o resultado de grandes saltos tecnológicos, sendo também produto de incontáveis pequenas modificações e melhorias."

Documento brasileiro à Conferência das Nações Unidas sobre Ciências e Tecnologia para o desenvolvimento.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo geral estudar o comportamento dinâmico de uma planta térmica (forno industrial) usando a localização dos pólos da função de transferência. O método do lugar das raízes permite mostrar graficamente os pólos de malha fechada localizados no semi plano esquerdo do plano complexo. O estudo envolve os modos de controle com realimentação, para um entendimento do controlador PID. Para consolidar o estudo, foram analisados os métodos de ajuste de Ziegler - Nichols para a determinação dos parâmetros do controlador do tipo P, PI e PID. Também, foi analisada uma das formas de mostrar a estabilidade relativa de um sistema de controle a realimentação, definindo a margem de ganho e margem de fase onde os parâmetros do controlador são calculados "online", assim como o IMC – PID. Também foi apresentado o comportamento do processo (planta) usando o controlador PI através das especificações de margens de ganho e fase com a presença de perturbação, para isso utilizando o ambiente SIMULINK que nos permite simular o modelo matemático do sistema pela representação através de diagramas de blocos pelo motor numérico do MATLAB. Entre os sinais de entrada aplicados podemos citá-las como: degrau, rampa, impulso e senoidal. Observa-se que a resposta do sistema obtida a um degrau pela simulação no ambiente SIMULINK é semelhante à curva de resposta do sistema de controle quando submetido pela simulação no ambiente de programação MATLAB, bem como, os seus resultados obtidos são também equivalentes.

Palavras Chaves: Plantas. Controladores PID. MATLAB (Programa de Computador).

Abstract

This study deals with the dynamic performance of a thermal plant (industrial oven) based on the position of transfer function poles. The roots position method allows to graph the poles of a closed mesh located at the left semi plan of a complex plan. The study deals with recharge control manners for understanding the action of a PID controller. Control parameters as P, PI and PID were tested by Ziegler and Nichols methods. Furthermore, this study deals with an alternative of demonstrating the relative stability of a recharge control system, computing earnings margin and phase margin, where the controller's parameters are calculated "online", as well as IMC – PID. The process performance was also presented (plants) using PI controller through the specifications of earnings and phase margins in disturbance presence. The software SIMULINK allowed to simulate the mathematical model of the system, modeled on block diagrams for the numeric motor of MATLAB. Among the entrance signs applied we can mention: step, ramp, pulse and synodal. The modeled system output obtained in one step by SIMULINK, is like the control system curve output, simulated by MATLAB software.

Key words: Plants. Controllers PID. MATLAB (Computer program).

Lista de Figuras

Figura	1	Planta térmica de um forno elétrico19		
Figura	2	Curva de resposta a uma entrada degrau unitário22		
Figura	3	Localização de pólos no plano s. (Os números são usados para localização dos		
		pólos)24		
Figura	4	Resposta do forno a uma potência elétrica ao degrau unitário		
Figura	5	Diagrama de pólos com base na Tabela 2.2 e lugar das raízes do processo28		
Figura	6	Diagrama de Bode do processo		
Figura	7	Região envolvida por um diagrama Nyquist		
Figura	8	Diagrama de Nyquist do processo		
Figura.	9	Controle liga desliga (<i>on-off</i>)		
Figura	10	Diagrama de bloco do controlador $on-off(a)$; forma de onda típica da saída (b).37		
Figura	11	Laço de Histerese		
Figura	12	Diagrama em bloco do controlador on-off com histerese (a); forma de onda típica		
		da saída (b)		
Figura	13	Controle liga desliga (on off)		
Figura	14	Ação proporcional: Kp = 1 (contínuo), 2 (tracejado), 3 (pontilhado)40		
Figura	15	Diagrama de bloco de um controlador proporcional41		
Figura	16	Diagrama de bloco de um controlador proporcional – integral44		
Figura	17	Diagrama de bloco da ação de um controlador proporcional – derivativo45		
Figura	18	Diagrama de bloco de um controlador proporcional-integral – derivativo46		
Figura	19	Ações de controle básicas47		
Figura	20	Sistema de malha fechada com um controlador PID em uma planta49		
Figura	21	Banda proporcional		
Figura	22	Efeito da ação integral51		
Figura	23	PI – K=1; T_i =2 (pontilhado), 4 (tracejado), 10 (contínuo)		
Figura	24	Interpretação da ação proporcional – derivativa54		
Figura	25	$F_{p} = 4, T_{i} = 1.5, T_{d} = 0.1$ (tracejado), 0.4 (pontilhado), 2 contínuo)		
Figura	26	Curva de resposta em forma de 'S'		
Figura	27	Curva de Resposta com amplitude constante		
Figura	28	Avaliação da função de transferência simplificada por Ziegler-Nichols		

Figura 29	Desempenho dos controladores P, PI e PID, obtidos pelo primeiro método de		
	Ziegler-Nichols, no controle de temperatura do forno62		
Figura 30	Aproximação da função arctan(x)67		
Figura 31	Resposta ao degrau do processo controlado a PI para diferentes especificações de		
	margens de ganho e fase70		
Figura 32	Região para especificações de margens de ganho e fase71		
Figura 33	Resposta ao degrau do processo controlado a PID para diferentes especificações		
	de margens de ganho e fase75		
Figura 34	Diagrama de blocos do sistema de controle de temperatura77		
Figura 35	Sinais de perturbação típicos		
Figura 36	Simulação do sistema de controle de temperatura no ambiente simulink79		
Figura 37	¹ Janela de apresentação do bloco que representa a perturbação		
Figura 38	Janela de apresentação do bloco que representa o controlador PID80		
Figura 39	Janela de apresentação do bloco que representa o processo80		
Figura 40	Resposta do forno em malha-aberta submetido a uma entrada degrau81		
Figura 41	Resposta do sistema de controle submetido a uma perturbação do tipo ruído		
	branco		

Lista de Tabelas

Tabela 1	Relação entre a resposta e a localização dos polos	.25
Tabela 2	Localização dos pólos em função do ganho para o sistema	.29
Tabela 3	Regra de Ziegler-Nichols para obtenção dos parâmetros do controlador PID	
	(primeiro método ou método da resposta ao salto)	.58
Tabela 4	Regra de Ziegler-Nichols para obtenção dos parâmetros do controlador PID	
	(segundo método ou método de ajuste do período critico)	.60
Tabela 5	Parâmetros dos controladores P, PI e PID projetados pelo primeiro método de	
	Ziegler-Nichols para o controle de temperatura do forno	.61
Tabela 6	Desempenho do processo controlado a P, PI e PID obtidos pelo primeiro método	0
	de Ziegler-Nichols	.63
Tabela 7	Parâmetros do controlador PI de acordo com as margens de ganho e fase	.70
Tabela 8	Parâmetros do PID de acordo com as margens de ganho e fase	.74

Lista de Abreviaturas e Siglas

С	Capacitância térmica.		
D	Operador derivada $\frac{d}{dt}$.		
$\frac{d}{dt}$	Operador diferencial.		
GPM	Gain and phase margin.		
Н	Ganho do sensor.		
IMC	Internal model control.		
j	Unidade imaginária $(j = \sqrt{-1})$.		
K_p	Ganho proporcional.		
K	Fator ganho.		
L	Tempo morto.		
MQR-QR	Mínimo quadrados recursivos via fatorizações ortogonais - QR.		
MISO	Múltipla entrada e uma saída.		
Р	Proporcional.		
PI	Proporcional – integral.		
PD	Proporcional – derivativo.		
PID	Proporcional – integral – derivativo.		
R	Resistência térmica.		
S	Variável complexa.		
T_d	Tempo derivativo.		
T_i	Tempo integral.		

Sumário

	Lista de Figuras	10
	Lista de Tabelas	12
	Lista de Abreviaturas e Siglas	13
1	INTRODUÇÃO	16
2	ESTUDO DO PROCESSO A CONTROLAR (PLANTA TÉRMICA)	18
2.1	Modelo matemático de um forno elétrico	18
2.2	Desempenho de sistemas de controle (critério de desempenho)	21
2.2.1	Sinais de entrada para teste do sistema	21
2.3	Análise do processo a controlar (planta térmica)	23
2.3.1	Método do Lugar Geométrico das Raízes	27
2.3.2	Análise do Domínio da Frequências	29
2.3.3	Critério de estabilidade de Nyquist	32
3	ESTUDO DO CONTROLADOR E O ELEMENTO FINAL DE CONTROLE	35
3.1	Ações básicas de controle – operaões via analítica	35
3.1.1	Ação Liga - Desliga (on – off)	36
3.1.2	Ação de Controle Proporcional	39
3.1.3	Ação de Controle Integral	41
3.1.4	Ação de Controle Derivativo	42
3.2	Desempenho de Controladores tradicionais através de modelos matemáticos	43
3.2.1	Controle Proporcional (P)	43
3.2.2	Controle Proporcional Integral (PI)	43
3.2.3	Controle Proporcional Derivativo (PD)	44
3.2.4	Controle Proporcional Integral – Derivativo (PID)	45
3.3	Configuração de controladores a partir de uma estrutura PID	47
3.3.1	Controlador Proporcional (P)	49
3.3.2	Controlador Proporcional Integral (PI)	50
3.3.3	Controlador Proporcional Derivativo (PD)	53
3.3.4	Controlador Proporcional Integral Derivativo (PID)	54
4	MÉTODO DE AJUSTE DE ZIEGLER-NICHOLS PARA A DETERMINAÇÃO	O
	DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR PID	56

4.1	Primeiro método de Ziegler-Nichols, resposta ao degrau	6
4.2	Segundo método de Ziegler-Nichols5	;9
5	AJUSTE DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR PID BASEADO NAS	
	ESPECIFICAÇÕES DAS MARGENS DE GANHO E FASE (GPM-PID)	64
5.1	Margem de ganho e fase	64
5.2	Fórmula de ajuste para o controlador PI	i5
5.3	Formula de ajuste para o controlador PID7	2
6	DESEMPENHO DO CONTROLADOR COM A PRESENÇA DE	
	PERTURBAÇÃO7	7
7	CONCLUSÃO	3
	REFERÊNCIAS	34

1 INTRODUÇÃO

Temperatura, sem dúvida alguma, é uma das grandezas físicas mais medidas e controladas em todo o mundo, seja em ambiente industrial (fornos, reatores químicos, aquecedores de água, estufas, etc) ou também na climatização de ambientes (residenciais, shopping-center, hospitais, rede hoteleira, etc). O valor medido muitas vezes determina a qualidade de um produto, a eficiência de um processo ou o bem estar de um determinado ambiente.

Em um mercado cada vez mais exigente, tendo a disposição um leque de ofertas muito diversificado, que busca por produtos de maior qualidade e confiabilidade, é notório que qualidade é fator de sucesso e de sobrevivência de uma empresa.

É neste cenário que a serie de normas sobre sistemas de qualidade denominada ISO 9000 têm conduzido as ações industriais mundiais para melhoria e garantia da qualidade do produto. Esta seria, composta por cinco normas numeradas de 9000 a 9004, apresentando condições bastante exigentes que permitem à industria mostrar produtos e serviços competitivos em nível internacional, trazendo ao ambiente industrial a necessidade de um controle quase que total sobre máquinas e processos. Isto conduz a engenharia de controle a obrigação de fornecer soluções teórica e praticas para atender as necessidades das normas industriais nacionais e internacionais.

Desta forma, o processo de automação industrial cresceu vertiginosamente na ultima década visando obter produtos e serviços com menor tempo de produção e maior eficiência nos processos produtivo.

Neste contexto que os controladores industriais tornaram-se elementos básicos fundamentais à produção industrial. Maior eficiência, maior confiabilidade e menor numero de trabalhadores envolvidos na atuação e supervisão de processos são as principais características utilizadas pelos controladores na industria.

Um dos controladores típicos mais conhecidos e usados na prática é o controlador PID, onde PID significa proporcional - integral - derivativo e são frequentemente empregados no controle de processos industriais de diferentes natureza física. A característica básica destes controladores, que os tornam muito populares, é o fato de quando adequadamente ajustados (manualmente ou automaticamente), eles geralmente conduzem o sistema a um desempenho satisfatório, sendo o sistema, do tipo controle linear e invariante no tempo. Muitas técnicas têm sido usadas para determinar os parâmetros do controlador PID, tais como: Método do lugar geométrico das raízes, Análise no domínio da freqüência e técnicas adaptativas. Os métodos de Ziegler-Nichols são também muito utilizados. Uma vez que os melhores controladores, mais conhecidos e usados em processos industriais têm realimentação PID, o que conduz uma percepção muito boa da interação existente entre os componentes do sistema de controle.

Inicialmente será feito um estudo a respeito do processo a controlar, onde determinar-se-á um modelo matemático descrevendo completamente o sistema, ou seja, a função de transferência para o controle de temperatura, a análise do processo com relação à estabilidade através do lugar das raízes e a resposta em frequência através do diagramas de Bode e Nyquist. O estudo das ações de controle básico e do controlador PID será apresentado logo após, mostrando a sua aplicação, seu modelo matemático e sua configuração usada em controle de processos. Será abordado também um estudo sobre os algoritmos de ajuste do controlador (Método de Ziegler-Nichols) e ajuste dos parâmetros do controlador PID baseado nas especificações das margens de ganho e margem de fase, e posteriormente análise do processo juntamente com o mesmo, com relação ao desempenho e estabilidade, com a presença de distúrbios no ambiente de programação MATLAB-SIMULINK.

2 ESTUDO DO PROCESSO A CONTROLAR (PLANTA TÉRMICA)

O forno industrial escolhido neste trabalho, possui revestimento isolante térmico, com um sistema de aquecimento resistivo inserido com tijolo refratário. Esta forma é bastante empregada em aplicações de tratamento térmico de materiais metálicos e cerâmico.

A evolução dos controladores industriais desenvolveram técnicas que hoje obtémse automaticamente os parâmetros do controlador necessário para manter o processo com um mínimo de erro em relação a um sinal de referência desejado. Também podem ser dotados com a possibilidade de ajuste contínuo de parâmetros (auto ajuste) diante das variações devido a mudanças da planta ou perturbações externas.

Neste capítulo será apresentado um estudo sobre um modelo dinâmico de um sistema térmico representado na Figura 1, em que o elemento com capacitância térmica C esta encerrado por um outro que tem resistência térmica R. Também será abordado um estudo dos seus parâmetros, o cálculo do seu modelo matemático e sua análise, visando a estabilidade, através do método geométrico do lugar das raízes e da resposta em freqüência com base nos diagramas de Bode e Nyquist.

2.1 Modelo matemático de um forno elétrico

Para entender o comportamento dinâmico de um sistema é necessário obter o modelo matemático do sistema. Como um exemplo de problema de controle para a aplicação das técnicas a serem estudadas, direcionamos por um sistema térmico mostrado na Figura 2.1. O sistema consiste de um aquecedor de resistência r embutido no meio 2, enquanto se deseja controlar a temperatura do meio 1 na presença de uma temperatura de um ambiente variável $T_0(t)$. A temperatura $T_1(t)$ no forno elétrico é dada pela equação diferencial $\frac{dT(t)}{dt} = -T(t) + \mu(t) + T_0(t)$. Aplicando-se o princípio da conservação de energia aos dois meios, as equações diferenciais resultantes são as seguintes:

$$m_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} = k_{12} (T_2 - T_1)$$
(2.1)

$$m_2 c_2 \frac{dT_2}{dt} = -k_{12} (T_2 - T_1) - k_{20} (T_2 - T_0) + \mu(t)$$
(2.2)



Figura 1 – Planta térmica de um forno elétrico

onde k_{ij} (kcal/ms°C) é o coeficiente de condutividade térmica do meio 'i' para o meio 'j', m (kg) é a massa do meio 'i', c_i (kcal/kg°C) é o calor específico do meio 'i' e $\mu(t)$ é o sinal de controle.

Assim, tem-se a equação do estado do sistema com duas variáveis de estado independentes

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{k_{12}}{m_1 c_1} T_2 - \frac{k_{12}}{m_1 c_1} T_1$$
(2.3)

e

e

$$\frac{dT_2}{dt} = -\left(\frac{k_{12}}{m_2c_2} + \frac{k_{20}}{m_2c_2}\right)T_2 + \frac{k_{12}}{m_2c_2}T_1 + \frac{k_{20}}{m_2c_2}T_0 + \frac{1}{m_2c_2}\mu(t)$$
(2.4)

as equações de estado sob a forma vetorial matricial de (2.3) e (2.4) são escritas como:

$$\begin{bmatrix} \frac{dT_1}{dt} \\ \frac{dT_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{k_{12}}{m_1c_1} & \frac{k_{12}}{m_1c_1} \\ \frac{k_{12}}{m_2c_2} & -\left(\frac{k_{12}}{m_2c_2} + \frac{k_{20}}{m_2c_2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \\ \\ \frac{k_{20}}{m_2c_2} \end{bmatrix} \mu(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \\ \\ \\ \frac{k_{20}}{m_2c_2} \end{bmatrix} T_0 \qquad (2.5)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}$$
(2.6)

Essa é uma das possíveis representações do sistema no espaço de estado que consiste em duas variáveis de entradas e uma variável de saída (MISO).

Através de um algoritmo de identificação MQR-QR (Mínimos Quadrados Recursivo via fatorizações ortogonais QR), foi possível obter-se os parâmetros da função de transferência do processo de aquecimento de um forno industrial, o qual se encontra no Centro Federal de Educação Tecnológica do Maranhão (CEFET). Desse modo um modelo matemático suficientemente preciso do forno foi possível simular valores para obter uma função de transferência da forma:

$$f(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{K_p(b_0 s + b_1)}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}$$
(2.7)

onde os parâmetros são:

$$K_p = 1.875 \times 10^{-3};$$
 $b_0 = 0.102;$ $b_1 = 0.0023;$

$$a_0 = 1;$$
 $a_1 = 0.2012;$ $a_2 = 0.0001$

Substituindo-se estes fatores na equação (2.7), a função de transferência relaciona $V(s) \in U(s)$ dada por:

$$f(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{1.875 \times 10^{-3} (0.102s + 0.0023)}{s^2 + 0.2012s + 0.0001}$$
(2.8)

Assim, qualquer conclusão obtida por simulação pode-se associar ao forno que se pretende estabelecer um controle de temperatura desejada.

Visto que os pontos obtidos via placa de dados, são as informações de entrada do algoritmo de identificação, que correspondem à tensão elétrica fornecida por um termopar linear com um ganho $K = 0.04 \frac{mV}{{}^{0}C}$ que consiste a temperatura do forno em um dado instante de tempo em tensão. A curva de resposta consiste em tensão elétrica × tempo; colocamos $\frac{V(s)}{U(s)}$ em vez de $\frac{T(s)}{U(s)}$ nas equações (2.7) e (2.8), onde U(s) é a potência elétrica aplicada ao forno e V(s) é a tensão elétrica de saída.

2.2 Desempenho de Sistemas de Controle (Critério de Desempenho)

2.2.1– Sinais de entrada para teste do processo

Antes de dar sequência no trabalho, é necessário que sejam conceituadas algumas espec ificações que descrevam as características do sistema:

Medidas de desempenho para sistema de controle de qualquer ordem podem ser especificadas em termos da resposta transitória a certa entrada padrão, tais como o degrau unitário e a rampa unitária. Também é possível especificar em termos de resposta em regime permanente seguindo os mesmos padrões de referência e a rejeitar assintóticamente sinais de perturbação também padrões. A figura 2 mostra uma resposta típica de um sistema de controle linear com uma entrada degrau unitário (OGATA, 2003).



Figura 2 Curva de resposta a uma entrada em degrau unitário que mostra t_d, t_r, t_p, M_p, e t_s.

• Tempo de sistemas de controle

Critério de desempenho mostra o comportamento como um determinado sistema deve responder de forma rápida, e atender algumas especificações como tempo de acomodação, erro em regime permanente, sobre-sinal máximo, tempo de subida, tempo de atraso, tempo de pico, e outros. Neste estudo, será abordado os seguintes critério de desempenho:

- Tempo de acomodação ou estabilização menor que 40 seg. (2%)
- Erro de acompanhamento em estado permanente menor que 1%
- Tempo de atraso
- Tempo de subida
- Tempo de pico
- Máximo sobre-sinal, ou máximo sobre passo (overshoot) menor que 5%.

Nosso objetivo, é manter a temperatura T_1 do forno em 500°C a qual corresponde a uma tensão elétrica de 0.02V.

Com base na equação matricial (2.5), a temperatura ambiente $T_0(s)$ pode ser considerada como uma perturbação do sistema, visto que influencia a temperatura a ser controlada $T_1(s)$ de maneira a prejudicar o controle da mesma. A nível de simplificação, o termo envolvendo a temperatura $T_0(s)$ não será considerado. No entanto será levado em consideração na análise pelo ambiente do Simulink com apoio do ambiente de programação do Matlab.

2.3 Análise do processo a controlar (planta térmica)

Será abordado um estudo do comportamento dinâmico da resposta desse processo com relação à estabilidade a partir da equação (2.8). Qualquer sistema de controle deve ser estável e sua resposta à aplicação de uma dada entrada pode ser dividida em duas partes: a resposta transitória e a resposta em regime permanente. A resposta transitória é um período de tempo que decorre após a aplicação de uma nova entrada ao sistema em que ocorrem grandes variações na saída do processo; e o tempo que o sistema se "acomoda" ou reage a nova entrada. Esta é uma exigência fundamental. Além disso, ele deve possuir uma estabilidade relativa razoável, ou seja, a velocidade de resposta deve ser razoavelmente rápida e esta resposta deve possuir um amortecimento razoável. Um sistema de controle também deve ser capaz de reduzir erros a zero ou a algum valor tolerável. A exigência de estabilidade relativa razoável e precisão em estado estacionário tendem a ser incompatíveis. Portanto, deve-se estabelecer uma aproximação entre estas duas situações.

A estabilidade pode ser determinada a partir da localização dos pólos da função de transferência do sistema. Na Figura 3, é mostrada a possível localização dos pólos, e as correspondentes respostas são dadas na Tabela 1. Estes pólos foram determinados a partir das raízes da equação característica.

Por outro lado, a resposta em regime estacionário caracteriza o comportamento da saída do sistema após um longo tempo da aplicação de um dado sinal de entrada.

A partir da equação (2.8), pode-se determinar as singularidades da função f(s). Da equação característica vista anteriormente nos fornece:

$$s^2 + 0.2012s + 0.0001 = 0$$

resolvendo a equação acima obtém-se os pólos do sistema em malha fechada

$$s_1 = -0.2007$$

 $s_2 = -0.0005$



Figura 3 – Localização de pólos no plano *s*. (Os números são usados para localização dos pólos).

Localização do pólo	Forma geral da resposta	Propriedade
1	Ae^{-at}	Exponencial decrescente
2 - 2*	$Ae^{-bt}sen(ct+\Phi)$	Senóide exponencialmente amortecida
3	A	Constante
4 - 4*	$Asen(dt + \Phi)$	Senóide
5	Ae^{et}	Exponencial crescente
6 - 6*	$Ae^{ft}sen(gt+\Phi)$	Senóide exponencialmente crescente

Tabela 1 – Relação entre a resposta e a localização dos polos

Conforme a Tabela 1, observa-se de imediato que a resposta do processo consiste de componentes exponenciais decrescentes [pólo (1) na Figura 3] e o sistema é estável (pólo real negativo). Para comprovar essa afirmativa, será deduzida esta resposta (a uma entrada degrau unitário) no domínio do tempo aplicando a técnica de expansão em frações parciais, para obtenção da transformada inversa de Laplace.

Portanto:

$$\frac{V(s)}{U(s)} = \frac{1.875 \times 10^{-3} (0.102s + 0.0023)}{s^2 + 0.2012s + 0.0001},$$

$$U(s) = \frac{1}{s} \qquad (\text{degrau unitário} - tabela \ de \ transformadas \ de \ Laplace)$$

$$V(s) = \frac{1.875 \times 10^{-3} (0.102s + 0.0023)}{s(s^2 + 0.2012s + 0.0001)}$$

$$V(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s + 0.2007)} + \frac{C}{(s + 0.0005)}$$

$$A = 0.043; \qquad B = 0.85 \times 10^{-3}; \qquad C = 42.15 \times 10^{-3}$$

$$V(t) = 0.043 - 0.85 \times 10^{-3}e^{-0.2007t} - 42.15 \times 10^{-3}e^{-0.0005t}$$

A Figura 4 mostra a resposta ao degrau em malha aberta do processo. Através da resposta no domínio do tempo (equação (2.8)), pode-se perceber que no instante inicial, ou

seja, t = 0, a curva apresenta valor nulo e, quando o tempo tende a infinito ($t \rightarrow \infty$), a curva de resposta tende a 0.043V, que corresponde a uma temperatura de 1075°C, conforme mostrado no gráfico da página seguinte. Dessa forma, o resultado da simulação está de acordo com os valores teóricos (resultados obtidos analiticamente).

Com relação ao desempenho do sistema, verifica-se (ainda com base na Figura 4) que os valores das seguintes grandezas são:

- Tempo de acomodação: 3.89 horas
- Erro de regime permanente: 0.023 volts (a mais)
- Sobre-sinal: 0.023 volts
- Constante de tempo: 0.53 horas
- Tempo morto: 0.5 segundos
- Tempo de subida: ≈ 1.2 horas



Figura 4 – Resposta do forno a uma potência elétrica ao degrau unitário.

Pode ser definido como o lugar dos pontos do plano complexo que satisfazem a equação característica 1 + G (s) H (s) = 0 quando K varia entre menos infinito a mais infinito. No diagrama de blocos básico de um sistema de controle com realimentação admite-se que em geral, G(s) inclui a função de transferência do compensador $G_c(s)$ e a função de transferência do processo $G_p(s)$. A equação característica deste sistema é dada por 1 + KG(s)H(s) = 0.

Através das raízes da equação característica, foi possível determinar rapidamente, com base na Tabela 1 e na Figura 4, que a resposta converge (sistema estável), mas não se pode determinar o grau de estabilidade do sistema, ou seja, como o sistema se comporta com a variação de um determinado parâmetro.

Uma técnica bastante eficaz e largamente utilizada em engenharia de controle é o método do lugar das raízes. Neste método, as raízes da equação característica do sistema em malha fechada são colocadas em um gráfico que mostra claramente as contribuições de cada pólo ou zero de malha aberta nas localizações dos pólos de malha fechada para todos os valores de um parâmetro (normalmente o ganho K) do sistema, varia de zero a infinito, de forma que para um valor particular desse parâmetro tem-se as raízes correspondentes (DORF, 2001). É um poderoso método de análise e projeto visando a estabilidade e à resposta transitória. Sob o ponto de vista qualitativo são difíceis de compreender e portanto dependem fundamentalmente de uma matemática aplicada. Além da resposta transitória, o lugar das raízes também fornece uma representação gráfica da estabilidade do sistema. Pode-se ver claramente as faixas de valores de instabilidade, e as condições que fazem com que o sistema entre em oscilação.

O lugar geométrico das raízes do processo é mostrado na Figura 5.



Figura 5 – Diagrama de pólos com base na Tabela 2.2 e lugar das raízes do processo.

Com referência à Figura 5, o sistema não apresentará oscilações para qualquer valor K (ganho). Os seus pólos de malha aberta estão representados por cruzes e o zero por um círculo. O sistema é estável, visto que todos os seus pólos estão localizados no semi-plano esquerdo do plano complexo. A Tabela 2 mostra a localização das raízes para alguns valores de *K*.

Nota-se que para K = 0, tem-se os pólos da equação característica da função de transferência em malha aberta. Uma vantagem importante desse método é que as raízes da equação característica podem ser obtidas diretamente. Isto fornece uma solução completa e precisa das respostas transitória e de regime permanente da variável controlada.

K	Pólos	
	<i>s</i> ₁ (pólo 1)	s ₂ (pólo 2)
0	- 0.2007	- 0.0005
1.5	- 0.2015	- 0.0006
13.4	- 0.20078	- 0.0013
40.6	- 0.2223	- 0.0029

Tabela 2 – Localização dos pólos em função do ganho para o sistema.

2.3.2 Análise no Domínio de Frequências

O termo resposta em frequência significa a resposta em regime permanente de um sistema a uma entrada senoidal. É um método básico que permite predizer e ajustar o desempenho de um sistema sem recorrer à solução de sua equação diferencial (D'AZZO; HOUPS, 1995). Nos métodos de resposta em freqüência, varia-se a freqüência do sinal de entrada dentro de um certo intervalo e estuda-se a resposta resultante.

A função de transferência senoidal, é uma função complexa de frequência ω , caracterizada por sua magnitude e por seu ângulo de fase, tendo a freqüência como parâmetro. Existem três representações das funções de transferência senoidais que são as seguintes:

- a) Diagrama de Bode ou Gráfico logarítmico
- b) Diagrama de Nyquist ou gráfico polar
- c) Diagrama de Nichols

Serão aplicadas somente as duas primeiras representações, para a análise quanto à estabilidade no sistema térmico em estudo (forno industrial).

O diagrama de Bode também conhecido como gráfico logarítmico, consiste na representação da amplitude versus freqüência e da fase versus freqüência, porém a escala de freqüências e de amplitude é logarítmica. A principal vantagem do diagrama de Bode sobre os outros tipos de representações de resposta em freqüência é que os efeitos da adição de um pólo real ou de um zero real na função de transferência podem ser visualizados facilmente. Por esta razão, os diagramas de Bode foi o selecionado para o estudo proposto. Vamos desenvolver o diagrama de Bode partindo da expressão

$$\frac{V(s)}{U(s)} = \frac{1.875 \times 10^{-3} (0.102s + 0.0023)}{s^2 + 0.2012s + 0.0001}$$

substituindo-se 's' por $j\omega$ na equação anterior, nos permite escrever:

$$\frac{V(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{1.875 \times 10^{-3} (0.102 \, j\omega + 0.0023)}{-\omega^2 + 0.2012 \, j\omega + 0.0001}$$

e sua magnitude e o ângulo de fase são:

$$\frac{|V(j\omega)|}{|U(j\omega)|} = \sqrt{\frac{\left[1.875 \times 10^{-3}\right]^2 \left[(0.0023)^2 + (0.102\omega)^2\right]}{\left(0.0001 - \omega^2\right)^2 + (0.2012\omega)^2}}$$

$$= 20 \times \log\left(\sqrt{\frac{\left(1.875 \times 10^{-3}\right)^2 \left[(0.0023)^2 + (0.102\omega)^2\right]}{\left(0.0001 - \omega^2\right)^2 + (0.2012\omega)^2}}\right)$$
(em *dB*)

$$\Phi(j\omega) = \arctan\left(\frac{0.102\omega}{0.0023}\right) - \arctan\left(\frac{0.2012\omega}{0.0001 - \omega^2}\right)$$
 (em graus)

Para sistemas de fase mínima, o ângulo de fase quando a frequência tende a infinito é -90° (m - n), onde *m* e *n* são os graus do polinômio do denominador e do numerador da função de transferência, respectivamente; e a inclinação da curva de magnitude logarítmica quando a freqüência se aproxima do infinito é -20(m-n) dB / década. A Figura 6 mostra o diagrama de Bode referente ao processo em estudo.

Note que a determinação experimental de uma função de transferência pode ser feita de uma maneira simples, se os dados da resposta em frequência foram apresentados sob a forma de um diagrama de Bode. A opção em utilizar o gráfico logarítmico é a facilidade de traçar as curvas de resposta em freqüência.



Figura 6 – Diagrama de Bode do processo.

Para esse processo tem-se as seguintes informações da função de transferência:

m = 2

n = 1

Logo, a sua inclinação em dB / década e o seu ângulo de fase quando a freqüência tende à infinito, são:

Mg = -20(2-1) = -20 dB / década

Fase = $-90^{\circ}(2-1) = -90^{\circ}$

Com referência à Figura 6, percebe-se que o sistema é estável, visto que seu ângulo de fase tende realmente a -90° conforme calculado. Desse modo, a sua inclinação equivale a $-20 \ dB \ /$ década.

2.3.3 Critério de estabilidade de Nyquist

O critério de estabilidade de Nyquist determina a estabilidade de um sistema de malha fechada com base na resposta em freqüência de malha aberta e nos pólos de malha aberta.

O critério de Nyquist é um método no domínio da frequência que possui as seguintes características que o tornam desejável tanto para a análise quanto para o projeto de sistema de controle linear e que possui as seguintes características fundamentais:

a) Fornece informação sobre a resposta no domínio da frequência.

 b) Além da estabilidade absoluta do sistema, o critério de Nyquist indica o grau de estabilidade do sistema e fornece uma indicação como a estabilidade do processo pode ser melhorada.

c) Fornece a mesma quantidade de informação sobre estabilidade absoluta de um sistema de controle.

O Diagrama de Nyquist de uma função de transferência senoidal $G(j\omega)$ é o gráfico da magnitude $|G(j\omega)|$ versus o ângulo de fase de $G(j\omega)$ em coordenadas polares, enquanto ' ω ' varia de zero a infinito. A análise desse gráfico, mostra que, se o grau do polinômio no denominador de $G(j\omega)$ é maior que o do numerador, então os lugares de $G(j\omega)$ convergem, no sentido horário para a origem das coordenadas. Em $\omega = \infty$, os lugares geométricos são tangentes a um dos eixos. O critério da estabilidade de Nyquist pode ser expresso da seguinte relação:

Sendo:

 $Z \rightarrow$ Quantidade de zeros de 1+G(s)H(s) no semi-plano direito do plano complexo s.

$$N \rightarrow$$
 Quantidade de envolvimentos no sentido horário do ponto $-1 + j0$

 $P \rightarrow$ Número de pólos da função de transferência em malha aberta G(s)H(s) no semi-plano direito do plano complexo.

Se P for diferente de zero para um sistema de controle linear estável verifica-se que Z = 0 ou que N = - P o que mostra o envolvimento de P no ponto -1 + j0 no sentido anti horário Se G(s)H(s) não possuir nenhum pólo no semi-plano direito do plano complexo, então Z = N. Então concluímos para que haja estabilidade, não deve ocorrer envolvimento do ponto -1 + j0 pelo lugar geométrico de G(j ω)H(j ω). Entretanto neste caso não é necessário considerar o lugar geométrico para todo o eixo j ω e sim para a parte relativa à freqüência positiva. A estabilidade desse sistema pode ser determinada verificando-se o ponto -1 + j0está envolvido pelo diagrama de Nyquist de G(j ω)H(j ω). A região envolvida pelo diagrama de Nyquist é apresentada pela Figura 6. Para que haja estabilidade é necessário, que o ponto -1 + j0 esteja localizado externamente da região sombreada. Caso há incluídas funções transcendentes , como retardo de transporte em G(s)H(s), se pode aproximar por uma expansão em serie antes de se aplicar o critério de estabilidade de Routh.



Figura 7 – Região envolvida por um diagrama Nyquist. Ogata, 2003, p.447.

Com referência à Figura 5, pode-se notar que todos os pólos e zeros desse sistema, em malha fechada, estão localizados no semi-plano esquerdo do plano complexo.

Portanto:

$$N = Z - P$$
$$N = 0 - 0$$
$$N = 0$$

Dessa forma, podemos concluir que no diagrama de Nyquist, a curva não envolverá o ponto -1+j0.



A Figura 8 mostra o diagrama de Nyquist do processo a ser controlado.

Figura 8 – Diagrama de Nyquist do processo.

3 ESTUDO DO CONTROLADOR (MODOS DE CONTROLE COM REALIMENTAÇÃO)

3.1 Ações básicas de controle – Operações via analítica

O controlador geralmente consiste em um ponto de soma, onde os sinais de entrada e saída são comparados, com dispositivos de controle, que determina à ação de controle, na entrada da planta. O controlador pode ser entendido como um dispositivo que realiza determinadas operações matemáticas sobre o sinal de erro e(t) a fim de gerar um sinal u(t) a ser aplicado a planta com o intuito de atender um determinado objetivo. Estas operações matemáticas constituem o que se chama de ações de controle ou lei de controle.

É importante o conhecimento das ações de controle básicas para um melhor entendimento do controlador PID e como esse controlador se comporta em um sistema dinâmico de processamento industrial.

A finalidade do controlador é comparar o valor real da saída da planta com a entrada de referência, e fornecer um sinal de controle que reduzirá o erro a zero ou ao mais próximo de zero possível (OGATA, 2003). Neste sentido será conveniente analisar as quatro ações básicas de controle utilizadas na industria e a sua contribuição para a resposta de um sistema:

Ação liga desliga (on off)

Ação proporcional

Ação integral

Ação derivativo

Em muitos processos do uso doméstico, há necessidade de se manter parâmetros estáveis ou, pelo menos, manter dentro de uma certa faixa de variação. Neste caso, é muito comum o controle tipo liga-desliga (termostato) por considerar a ação de controle mais simples e mais econômica principalmente em condicionadores de ar, refrigeradores, controle de nível d'água a partir de 'bóias' e também em muito equipamentos industriais. Entretanto, este tipo de controle tem limitações no que diz respeito ao comportamento dinâmico e em regime permanente do sistema em malha fechada. Sua aplicação é limitada pela precisão desejada, isto é, o desvio máximo permitido para a variável controlada.

Neste tipo de ação o controlador é modelado usando relé conforme mostra a figura





9.

O sinal de controle u(t) pode assumir apenas dois valores, conforme o erro seja positivo ou negativo. Em outras palavras tem-se:

$$u(t) = \begin{cases} U_1 & se & e(t) > 0 \\ -U_2 & se & e(t) < 0 \end{cases}$$
(3.1)

Também, pode-se ilustrar este controlador através da Figura 10 onde uma resposta típica é também apresentada. Sua principal desvantagem é a variação permanente da saída controlada em torno do sinal de referência desejado.


Figura 10 – Diagrama de bloco do controlador *on-off* (a); forma de onda típica da saída (b).

Este tipo de função pode ser implementada como um simples comparador ou mesmo um relé físico.

Para evitar este tipo de problema, utiliza-se na prática o que se chama de controlador *on-off* com *histerese* que corresponde a uma região simétrica ao valor de referência desejada e cria assim, uma região na qual a saída u(t) mantenha o seu valor presente até que o seu sinal de erro atuante tenha sido movido além do valor desta faixa.

Uma outra maneira de evidenciar o comportamento de saída é mostrado na Figura 11.



Figura 11 – Laço de Histerese.

Com este tipo de controlador temos o seguinte comportamento:

- Se $u(t) = U_1$, é necessário que o valor de e(t) dessa abaixo de $E_2(t)$ para que haja um chaveamento para U_2 .

- Se $u(t) = -U_2$, é necessário que o valor de e(t) ultrapasse o valor de E_1 para que haja um chaveamento para U_1 .

Observe também a Figura 12 o diagrama de bloco e o comportamento dinâmico na saída (forma de onda).



Figura 12 – Diagrama em bloco do controlador *on-off* com histerese (a); forma de onda típica da saída (b).

Os esquemas de controle *on-off* e *on-off* com laço de histerese podem ser implemntados na forma analógica ou digital.

O gráfico da Figura 13 mostra a curva de resposta em malha fechada e o respectivo sinal de controle para um sistema com controlador liga-desliga com histerese. Note que, em regime permanente, a saída do sistema apresenta uma oscilação em tomo do valor de referência. Este fato denota a baixa precisão obtida com este tipo de controlador. A amplitude

e a frequência da oscilação são funções do intervalo $[E_1, E_2]$. A determinação do intervalo $[E_1, E_2]$ deve ser feito levando-se em consideração a precisão desejada, os níveis de ruído e a vida útil dos componentes.



Figura 13 – Controle on-off.

3.1.2 Ação de Controle Proporcional

Em caso que é requerida uma ação de controle mais suave, pode ser usado um controlador proporcional. Neste tipo de ação o sinal de controle relacionado a cada instante à planta é proporcional à amplitude do valor do sinal de erro. Esta ação pode ser expressa por:

$$u(t) = K_p e(t). \tag{3.2}$$

Usando a notação do operador diferencial a função de transferência será $\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$, onde K_p é denominado sensibilidade proporcional ou ganho. Assim, em um controlador proporcional a saída (sinal de controle) é proporcional à entrada (sinal de erro). Ele consiste em um amplificador com um ganho ajustável. A Figura 15, mostra o diagrama de bloco desse tipo de controlador.

A Figura 14 mostra a resposta de um sistema considerando-se aplicação de uma ação proporcional. Observa-se que, quanto maior o ganho K_p menor o erro em regime permanente, isto é, melhor a precisão do sistema em malha fechada. Este erro pode ser diminuído com o aumento do ganho, entretanto nunca se consegue anular completamente o erro. Por outro, quanto maior o ganho, mais oscilatório tende a ficar o comportamento transitório do sistema em malha fechada. Na maioria dos processos físicos, o aumento excessivo do ganho proporcional pode levar o sistema a instabilidade.



Figura 14 – Ação proporcional: Kp = 1 (contínuo), 2 (tracejado), 3 (pontilhado).

Neste sentido pode-se identificar quatro ações básicas de controle industriais: ação proporcional, ação integral, proporcional - derivativo e proporcional - integral - derivativo.

Neste capítulo será discutido o controlador PID, sua equação, sua importância no controle e também as características dinâmicas de alguns desses elementos mais comuns, e, sua configuração comumente usada em controle de malha fechada na indústria de processamento.



Figura 15 – Diagrama de bloco de um controlador proporcional.

Assim, se em um dado instante, o valor da saída do processo é menor (maior) que o valor de referência, i. e. e(t) > 0, e(t) < 0, o controle a ser aplicado será positivo (negativo) e proporcional ao módulo de e(t).

3.1.3 Ação de Controle Integral

Consiste em aplicar um sinal de controle u(t) proporcional a integral do sinal de erro e(t). Isto é, se o sinal de erro é grande, o sinal de controle aumenta rapidamente; se é pequeno, o sinal de controle aumenta lentamente. Isto pode ser representado pela expressão:

$$u(t) = \frac{1}{T_i} \int e(t)dt \tag{3.3}$$

em que o parâmetro T_i é conhecido como o tempo integral ou *reset-time*. A função de transferência correspondente é:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{1}{ST_i} = G(s) \tag{3.4}$$

Nota-se que à ação integral tem assim uma função "armazenadora de energia". Se a partir de um determinado tempo t o erro é igual a zero, i. e. e(t) = 0, o sinal de controle u(t)será mantido em um valor constante proporcional a "energia armazenada" até o instante t. Este fato permitirá, no sistema em malha fechada, obter-se o seguimento de uma referência com erro nulo em regime permanente, pois a ação integral garantirá a aplicação ao processo de um sinal de controle constante de forma a ter-se r(t) = y(t), i. e. e(t) = 0.

3.1.4 Ação de Controle Derivativo

Esta ação corresponde a aplicação de um sinal de controle u(t) proporcional a derivada do sinal de erro atuante no sistema:

$$u(t) = Td \cdot \frac{de(t)}{dt}$$
(3.5)

A função de transferência desta ação é dada por:

$$G(s) = \frac{U(s)}{e(s)} = Td(s)$$
(3.6)

Observa-se que este tipo de função de transferência implica em um ganho que cresce com o aumento da freqüência, fato este que deixaria o sistema extremamente sensível a ruídos de alta frequência.

3.2 – Desempenho de controladores tradicionais através de modelos matemáticos:

3.2.1 Controlador Proporcional (P)

Processos simples muitas vezes podem ser controlados apenas com a ação proporcional. Neste caso as ações integral e derivativa são simplesmente desligadas. Tem-se neste caso:

$$u(t) = K(e(t))$$
 (3.7)

3.2.2 Controlador Proporcional – Integral (PI)

A ação de controle de um controlador proporcional - integral é definida pela seguinte equação:

$$u(t) = K_{p}e(t) + \frac{K_{p}}{T_{i}} \int_{0}^{t} e(t)dt$$
(3.8)

e sua função de transferência no plano complexo permite escrever

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$
(3.9)

onde K_p representa o ganho proporcional e T_i é denominado tempo integral ou *reset-time*. Tanto K_p como T_i são ajustáveis. O tempo integral ajusta a ação de controle integral, enquanto uma mudança no ganho proporcional afeta tanto a parte proporcional como a parte integral da ação de controle. Em um processo que, submetido a uma ação de controle proporcional em malha fechada, ocorre um erro em regime estacionário na curva de resposta a uma entrada degrau, este erro de regime estacionário é eliminado se for incluída uma ação de controle integral, podendo a resposta apresentar oscilações com amplitudes lentamente decrescentes. A Figura 16 mostra um diagrama de blocos de um controlador proporcional - integral.



Figura 16 – Diagrama de bloco de um controlador proporcional – integral.

3.2.3 Controlador Proporcional – Derivativo (PD)

Neste controlador o sinal de controle u(t) é proporcional ao erro e à sua taxa de variação:

$$u(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$
(3.10)

e sua função de transferência é dada por:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + T_d s\right) \tag{3.11}$$

onde K_p é o ganho e T_d é uma constante chamada tempo derivativo. Tanto K_p como T_d são parâmetros ajustáveis. A ação de controle derivativo é onde a magnitude da saída do controlador é proporcional à taxa de variação do sinal do erro atuante. O tempo derivativo T_d é o intervalo de tempo pelo qual a ação de taxa avança o efeito da ação de controle proporcional, permitindo uma maneira de obter um controlador com elevada sensibilidade. Embora o controle derivativo não afete diretamente o erro em regime estacionário, ele introduz amortecimento no sistema, permitindo o uso de um valor maior do ganho K_p. Devido ao fato do controle derivativo operar sobre a taxa de variação do erro atuante e não sobre o próprio erro, sendo assim nunca poderá ser usado isoladamente.

A Figura 17 mostra um diagrama de blocos desta ação de um controlador proporcional - derivativo.



Figura 17 – Diagrama de bloco da ação de um controlador proporcional – derivativo.

3.2.4 Controlador Proporcional - Integral - Derivativo (PID)

A combinação da ação de controle proporcional, integral e derivativo é denominada ação de controle proporcional - integral - derivativo ou simplesmente PID. Esta ação de controle combinada apresenta as vantagens de cada uma das três ações de controle individuais (proporcional, integral e derivativo). O objetivo é aproveitar as características particulares de cada uma destas ações a fim de se obter uma melhora significativa do comportamento transitório e em regime permanente do sistema controlado. O sinal de controle gerado pelo controlador PID é assim genericamente dado por

$$u(t) = K_{p}e(t) + \frac{K_{p}}{T_{i}} \int_{0}^{t} e(t)dt + K_{p}T_{d} \frac{de(t)}{dt}$$
(3.12)

e sua função de transferência no plano complexo fornece:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$
(3.13)

onde K_p é o ganho proporcional, T_i é o tempo integral e T_d é o tempo derivativo, todos os parâmetros são ajustáveis. O diagrama de bloco de um controlador proporcional - integral - derivativo, é mostrado na Figura 18.



Figura 18 – Diagrama de bloco de um controlador proporcional - integral – derivativo.

É possível observar através da Figura 19 as ações de controle aqui abordadas de acordo com os sinais de erro atuante.



Figura 19 – Ações de controle básicas

O controle PID é o tipo de controle mais genérico e provavelmente mais comumente usado em processos industriais. As respostas são simples e rápidas, bom controle de estabilidade do sistema e baixo erro de regime permanente.

3.3 Configurações de Controladores a partir de uma estrutura PID

Voltando novamente a equação que trata do sinal de controle gerado pelo controlador PID dado pela expressão matemática

$$u(t) = K\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)d\tau + T_d\frac{de(t)}{dt}\right)$$
(3.14)

Como já é do nosso conhecimento, três parâmetros de sintonia no controlador: o ganho proporciona K_p (ação proporcional), o tempo integral T_1 (ãção integral) e o tempo derivativo T_d (ação derivativo).

Apesar de ter a disponibilidade das três ações básicas, dependendo da sua aplicação não será necessário a utilização de uma ou mais destas acões. Por exemplo, em uma planta do tipo l (i.e. apresentando um pólo na origem) a utilização da ação integral não se fará necessária se o objetivo de controle for o de seguir, com erro nulo, um sinal de referência constante. Basicamente temos 4 configurações possíveis de controladores a partir de uma estrutura PID:

- a) Controlador Proporcional (P).
- b) Controlador Proporcional-Integral (PI).
- c) Controlador Proporcional-Derivativo (PD).
- d) Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID).

Os controladores PID são muito usados atualmente em sistemas de controle industriais (OGATA, 2003). Conforme já apresentado na seção anterior, a função de transferência do controlador PID é, portanto,

$$G_e(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \qquad \text{na forma}$$
(3.15)

$$G_{e}(s) = \frac{K_{p}T_{d}T_{i}s^{2} + K_{p}T_{i}s + K_{p}}{T_{i}s}$$
(3.16)

onde os seus parâmetros são:

$$K_p \rightarrow$$
 Ganho proporcional

 $T_i \rightarrow$ Tempo integral

 $T_d \rightarrow$ Tempo derivativo

Ele pode se apresentar como um controlador P, PI, PD ou PID, dependendo do processo que está sob controle. A sua importância e popularidade decorre do fato de sua estrutura e seu ajuste serem simples; quando sintonizado adequadamente proporciona bom

comportamento servo e regulatório ao processo controlado; sua capacidade de rejeição ao ruído é bastante satisfatório em sistemas lineares e invariantes no tempo.

O efeito de cada termo em um sistema de controle em malha fechada é intuitivamente claro. O termo proporcional é para a redução do erro de regime permanente, o termo integral é para eliminar o erro de regime permanente e o termo derivativo é para eliminar a resposta oscilatória.

O controlador PID funciona da seguinte maneira em um sistema de malha fechada: O sinal de erro é detectado pelo controlador. Este sinal é derivado e integrado e o sinal u(t) do controlador é igual a soma do ganho proporcional K_p vezes a amplitude do erro mais o ganho integral K_i vezes a integral do erro mais o ganho derivativo K_d vezes a derivada do erro. O sinal de controle é aplicado na planta e uma nova saída é obtida. Esta nova saída é realimentada e um novo sinal de erro é detectado. O controlador trata este novo sinal de erro e computa a derivada e a integral novamente. E o processo se repete.

A Figura 20 ilustra a configuração mais usada de controle PID em controle de processos. O diagrama está na forma de um compensador em cascata.



Figura 20 – Sistema de malha fechada com um controlador PID em uma planta.

3.3.1 Controlador Proporcional (P)

Uma característica do controlador proporcional é que ele não consegue "zerar" o desvio do setpoint, deixando um erro residual (offset).

Muitas vezes, processos simples podem ser controlados satisfatoriamente apenas com a ação proporcional.

Neste caso as ações integral e derivativo são simplemente desligadas. Tem-se:

$$u(t) = K(e(t)) \tag{3.17}$$

Em muitos controladores PID industriais, ao invés de especificar diretamente o valor de K, especifica-se o valor da banda propocional em valor percentual. Note que, considerando-se $u_{\text{max}} - u_{\text{min}} = 100\%$, tem-se:

Logicamente, quanto maior o valor de K menor é a banda proporcional. Como visto no estudo da ação proporcional, para um sistema do tipo 0, quanto maior o ganho K menor será o valor do erro em regime permanente, mas este erro nunca será completamente anulado, figura 21.



Figura 21 – Banda proporcional.

3.3.2 Controlador Proporcional - Integral (PI)

A principal função da ação integral é fazer com que processos do tipo 0 sigam, com erro nulo, um sinal de referência do tipo salto. Entretanto, a ação integral se aplicada

isoladamente tende a piorar a estabilidade relativa do sistema. Para contrabalançar este fato, a ação integral é em geral utilizada em conjunto com a ação proporcional constituindo-se o controlador PI, cujo sinal de controle é dado por:

$$u(t) = K\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)\right)$$
(3.18)

O gráfico da Figura 22 ilustra a aplicação da ação integral conjuntamente com a ação proporcional. A partir deste gráfico pode-se dar uma interpretação para T_i : o tempo integral ou *reset-time*, corresponde ao tempo em que a parcela relativa a parte proporcional da ação de controle é duplicada. O tempo T_i é comumente especificado em *minutos*.



Figura 22 – Efeito da ação integral.

Aplicando-se a transformada de Laplace tem-se a seguinte função de transferência para o controlador PI:

$$G_{pi}(s) = \frac{u(s)}{\tau(s)} = \frac{K(s + 1/T_i)}{s}$$
(3.19)

Note que tem-se um zero em $-1/T_i$ que tende a compensar o efeito desestabilizador do pólo na origem.

Na Figura 23 é ilustrada a influência da sintonia do parâmetro T_i na resposta do sistema considerando-se o mesmo sistema simulado na página com K = 2 (constante). Para elevados valores de T_i , tem-se a predominância da ação proporcional, sendo que $T_i = \infty$ corresponde ao controlador proporcional. Note que, neste caso, existe um erro em regime permanente. A medida que diminui T_i a ação integral começa a predominar sobre a ação proporcional e a resposta tende a se aproximar mais rapidamente da referência, ou seja, o erro em regime tende a ser anulado mais rapidamente. Diminuindo-se excessivamente T_i observase que a resposta começa a ficar mais oscilatória numa tendência de instabilização. Isto justifica-se pelo fato de que, neste caso, o zero do controlador começa a se afastar demasiadamente do pólo na origem e o controlador tende a comportar-se como um integrador puro.



Figura 23 – PI – K=1; T_i =2 (pontilhado), 4 (tracejado), 10 (contínuo).

A saída de uma processo apresenta, intuitivamente, uma certa "inércia" com relação a modificações na variável de entrada. Esta "inércia" explica-se pela dinâmica do processo que faz com que uma mudança na variável de controle provoque uma mudaça considerável na saída da planta somente após um certo tempo. Uma outra interpretação é que, dependendo da dinâmica do processo, o sinal de controle estará em "atraso" para corrigir o erro. Este fato é responsável por transitórios com grande amplitude e período de oscilação, podendo, em um caso extremo, gerar respostas instáveis.

A ação derivativa quando combinada com a ação proporcional tem justamente a função de "antecipar" a ação de controle a fim de que o processo reaja mais rápido. Neste caso, o sinal de controle a ser aplicado é proporcional a uma predição da saída do processo.

A estrutura básica do controlador PD é dada por:

$$u(t) = K\left(e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt}\right)$$
(3.20)

Considerando-se que $e(t + T_d)$ pode ser aproximado por

$$e(t+T_d) \approx e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt}$$
(3.21)

tem-se que $u(t) \approx Ke(t + T_d)$ ou seja, o sinal de controle é proporcional a estimativa do erro de controle T_d unidades de tempo a frente. Em outras palavras, a predição é feita extrapolando o valor do erro pela reta tangente a curva do erro no instante *t* (Figura 24).



Figura 24 – Interpretação da ação proporcional – derivativa.

Esta ação preditiva tende a aumentar a estabilidade relativa do sistema e tornar a resposta transitória do mesmo mais rápida.

A função de transferência do controlado PD é dada então por:

$$G_{pd} = \frac{u(s)}{r(s)} = K \left(1 + \frac{spTd}{s+p} \right) = \frac{K \left(1 + T_d p \right) \left(s + \frac{p}{1+pTd} \right)}{(s+p)}$$
(3.22)

Observe que o zero do controlador PD está sempre à direita do pólo. Esta configuração é equivalente a de um compensador de avanço de fase. Note também que ao aumentar T_d , o zero do controlador tende a origem, significando a predominância da ação derivativa.

3.3.4 Controlador Proporcional - Integral - Derivativo

O controlador proporcional combina as vantagens do controlador PI e PD. A ação integral está diretamente ligada à precisão do sistema sendo responsável pelo erro nulo em

regime permanente. O efeito desestabilizador do controlador PI é contrabalançado pela ação derivativa que tende a aumentar a estabilidade relativa do sistema ao mesmo tempo que torna a resposta do sistema mais rápida devido ao seu efeito antecipatório.

Considerando-se o mesmo sistema da Figura 23 e fixando-se K = 1 e $T_i = 2$, a influência da ação derivativa na resposta do sistema pode ser observada na Figura 24.

A função de transferência do controlador PID é dada por:

$$G_{pd} = \frac{u(s)}{r(s)} = K \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{spTd}{s+p} \right) = \frac{K \left(s^2 + \frac{1 + T_d T_i}{T_i} s + \frac{p + T_i p}{T_i} \right)}{s(s+p)}$$
(3.23)

É importante ressaltar que a equação (3.12) e a função de transferência (3.21) constituem-se na versão clássica do controlador PID. Outras versões e variações existem, mas a filososfia de funcionamento, a partir da combinação dos efeitos das três ações básicas, é a mesma.

A figura 25 mostra o efeito da ação derivativa considerando-se um controlador PID para o mesmo sistema das simulações mostradas nas Figuras 12 e 21.



Figura 25 – PID - $K_p = 4$; $T_i = 1.5$; $T_d = 0.1$ (tracejado), 0.4 (pontilhado), 2 (contínuo).

4 MÉTODO DE AJUSTE DE ZIEGLER E NICHOLS PARA A DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR PID

Os controladores PID são projetados para inúmeros sistemas. São de baixo custo e de relativa facilidade de projeto.

O projeto desses controladores pode ser feito baseado na resposta de um modelo de referência de segunda ordem e, a partir do conhecimento da planta que deverá ser controlada, encontrar os parâmetros do controlador PID que é utilizado em série com esta planta, em malha fechada, para tentar "seguir" da melhor forma possível a resposta do modelo (variável controlada).

A equação (4.1) foi a equação do PID utilizada para este trabalho:

$$U(s) = K_p + \frac{T_i}{s} + sT_d \tag{4.1}$$

Os três parâmetros devem ser ajustados para proporcionar um desempenho satisfatório da planta. Os mesmos podem ser calculados com valores escolhidos aleatoriamente, e podem, o que ocorrem na maioria das vezes, serem escolhidos através das regras de Ziegler e Nichols, regras utilizadas para determinação dos valores do ganho proporcional, do tempo integral e do tempo derivativo, baseado nas características da resposta transitória de uma dada planta.

Para o ajuste inicial do controlador, implementamos as conhecidas regras de Ziegler-Nichols.

4.1 Primeiro método de Ziegler-Nichols, resposta ao degrau

No primeiro método, obtem-se experimentalmente a resposta transitória de uma planta dada a uma entrada ao degrau unitário em malha aberta na forma de 'S' Se o processo não contém integradores nem pólos complexos conjugados dominantes, então essa curva de resposta ao degrau unitário pode ter o aspecto mostrado na Figura 26, desse modo calcula-se os controladores P, PI e PID apropriados para nosso sistema. Essa característica ao degrau pode ser gerada experimentalmente ou a partir de uma simulação dinâmica da planta.



Figura 26 – Curva de resposta em forma de 'S'

A curva em forma de 'S' pode ser caracterizada por duas constantes, tempo de retardo 'L' (tempo morto) e constante de tempo 'T'. Estes valores podem ser obtidos desenhando-se uma reta tangente no ponto de inflexão da curva em forma de 'S' e determinando-se as interseções da tangente com o eixo dos tempos e com a reta c(t) = A, conforme mostrado na Figura 4.1. A função de transferência pode ser aproximada por um sistema de primeira ordem com um atraso de transporte

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{Ae^{-Ls}}{Ts+1} \tag{4.2}$$

A resposta típica de um processo industrial a uma entrada degrau unitário é apresentada na Figura 26. Esta resposta pode ser caracterizada por parâmetros: o *atraso aparente* L e o *ganho integral equivalente a*. Estes parâmetros são determinados traçando

uma reta tangente à curva *de* resposta no seu ponto de inflexão, ou seja, o ponto em que a taxa de variação da resposta é máxima. Os parâmetros são dados então pela interseção desta reta com os eixos coordenados, conforme indicado na Figura. Um degrau de amplitude diferente da unidade pode ser usado, sendo neste caso necessário normalizar o ganho integral equivalente dividindo pela amplitude do degrau.

Os valores de K_p , T_i e T_d são determinados de acordo com a Tabela 3, conforme mostrada abaixo:

Tipo de controlador	Parâmetros			
	K_p	T_i	T_d	
Р	$\frac{T}{L}$	œ	0	
PI	$0.9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0	
PID	$1.2\frac{T}{L}$	2 <i>L</i>	0.5 <i>L</i>	

 Tabela 3 – Regra de Ziegler-Nichols para obtenção dos parâmetros do controlador PID (primeiro método ou método da resposta ao salto).

A partir da regra do primeiro método, a equação do controlador PID será

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$
(4.3)

$$G_c(s) = 1.2 \frac{T}{L} \left(1 + \frac{1}{2Ls} + 0.5Ls \right)$$
(4.4)

$$G_{c}(s) = 0.6T \frac{\left(s + \frac{1}{L}\right)^{2}}{s}$$
(4.5)

Dessa forma, o controlador PID tem um pólo na origem e zeros duplos em $s = -\frac{1}{L}.$

4.2 Segundo método de Ziegler-Nichols

Este método baseado no ajuste de uma malha fechada até se obterem oscilações com amplitude constante, utiliza um conjunto de fórmulas para determinar os parâmetros do controlador, as quais requerem duas medidas do sistema: o ganho crítico (Kcr: o ganho mínio que torna o processo criticamente estável), e o período de oscilação correspondente Pu. Veja a Figura 2.



Figura 27 – Curva de resposta com amplitude constante.

Primeiro se estabelece $T_i = \infty$ e $T_d = 0$. Usando-se a ação de controle proporcional somente para aumentar K_p desde 0 até um valor crítico K_{cr} onde a saída mostra primeiro oscilações mantidas^{*}. Portanto, o ganho crítico K_{cr} e o período correspondente P_{cr} da oscilação podem ser determinados (OGATA, 2003). Ziegler e Nichols sugeriram estabelecer os valores dos parâmetros K_p , T_i e T_d de acordo com a fórmula mostrada na Tabela 4.

Tipo de controlador	Parâmetros			
	K_p	T_i	T_d	
Р	$0.5K_{cr}$	×	0	
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2}P_{cr}$	0	
PID	$0.6K_{cr}$	0.5 <i>P</i> _{cr}	$0.125P_{cr}$	

Tabela 4 – Regra de Ziegler-Nichols para obtenção dos parâmetros do controlador PID (segundo método ou método de ajuste do período critico).

Assim, o controlador PID pode ser apresentada através da equação.

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$
(4.6)

$$G_{c}(s) = 0.6K_{cr} \left(1 + \frac{1}{0.5P_{cr}s} + 0.125P_{cr}s \right)$$
(4.7)

$$G_{c}(s) = 0.075K_{cr}P_{cr}\frac{\left(s + \frac{4}{P_{cr}}\right)^{2}}{s}$$
(4.8)

E o controlador apresenta um pólo na origem e zeros duplos em $s = -\frac{4}{P_{cr}}$.

Com referência à Figura 4, nota-se que o processo não apresenta resposta com oscilação mantida (pólos puramente imaginários) para qualquer que seja o ganho. Logo o segundo método não se aplica. A partir da Figura 3, tem-se os seguintes dados:

-Tempo de atraso: 0.5 segundos

-Constante de tempo: 0.53 horas = 1900 segundos

E aplicando-se o primeiro método de Ziegler-Nichols, chega-se aos seguintes valores para K_p , T_i e T_d para os controladores P, PI e PID, conforme mostrado na Tabela 5.

Tipo de controlador	Parâmetros			
	K_p	T_i (seg.)	T_d (seg.)	
Р	3800	x	0	
PI	3420	1.67	0	
PID	4560	1	0.25	

Tabela 5 – Parâmetros dos controladores P, PI e PID projetados pelo primeiro método deZiegler-Nichols para o controle de temperatura do forno.

A função de transferência simplificada do processo resulta,

$$\frac{V(s)}{U(s)} = \frac{0.043e^{-0.5s}}{1900s+1}$$
(4.9)

e com relação à temperatura, tem-se

 $V(t) = 0.04 \times 10^{-3} T(t)$

$$V(s) = 0.04 \times 10^{-3} T(s).$$

Substituindo-se a equação (4.2) em (4.1), resulta

$$\frac{0.04 \times 10^{-3} T(s)}{U(s)} = \frac{0.043 e^{-0.5s}}{1900s+1}$$

$$\frac{T(s)}{U(s)} = \frac{1075e^{-0.5s}}{1900s+1}.$$

Na Figura 28, está mostrada a curva de resposta ao degrau da função de transferência simplificada por Ziegler-Nichols, baseado na equação (4.9), e da função de transferência real a nível de comparação. O desempenho da curva simplificada é:

- Constante de tempo: 0.53 horas

- Tempo de acomodação: 3.89 horas



- Tempo de subida: ≈ 1.2 horas

Figura 28 – Avaliação da função de transferência simplificada por Ziegler-Nichols.



Figura 29 – Desempenho dos controladores P, PI e PID, obtidos pelo primeiro método de Ziegler-Nichols, no controle de temperatura do forno.

Na Figura 28, está mostrada as respostas ao degrau do processo controlado a P, PI e PID, de acordo com os valores obtidos na Tabela 5.

Ainda com referência à Figura 29, nota-se que os controladores projetados são eficientes no controle de temperatura do forno. O controlador P faz com que o erro de regime permanente seja desprezível, o controlador PI elimina o erro de regime permanente mas a resposta apresenta um sobre-sinal. O controlador PID torna o erro de regime permanente nulo, tempo de acomodação pequeno e a resposta também apresenta um sobre-sinal, embora menor que o PI. Os três controladores projetados por Ziegler e Nichols foram eficientes no controle de temperatura e poderiam ser utilizados na prática para o controle do processo. Mas como em projeto se visa custo e eficiência, o melhor seria utilizar o controlador P (proporcional) pois é o mais simples dos três, a nível de montagem, e, conseqüentemente, o mais barato.

A Tabela 6 apresenta um resumo do desempenho do processo controlado a P, PI e PID.

Tipo de controlador Desempenho Tempo de Sobre-sinal Erro de regime acomodação máximo permanente Р ≈ 0.1 seg. 0 0.0001(0.00002%)PI 0 ≈ 6 seg. $\approx 0.1514(0.03\%)$ 0 PID \approx 4 seg. $\approx 0.1048(0.02\%)$

Tabela 6 – Desempenho do processo controlado a P, PI e PID obtidos pelo primeiro método de Ziegler-Nichols.

Quando a planta não se estabiliza com o aumento do ganho, não é utilizado o método de Ziegler e Nichols (Z&N) para estimar os valores iniciais, sendo simulado em 20 iterações um conjunto de "chutes" para os três parâmetros que geram um menor valor de erro relativo ao modelo referência.

5 AJUSTE DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR PID BASEADO NAS ESPECIFICAÇÕES DAS MARGENS DE GANHO E FASE (GPM - PID)

Neste capítulo, se determinará fórmulas simples para o ajuste / projeto de controladores PI e PID com base na especificação das margens de ganho e fase. Esta técnica é usada no contexto de controle adaptativo e auto-ajustável, onde os parâmetros do controlador são calculados on-line. Também, a teoria dos conjuntos nebulosos, quando utilizados em um contexto lógico, como o de sistemas baeados em conhecimento, é uma das tecnologias atuais mais bem sucedidas para o desenvolvimento de sistema para controlar processos sofisticados.

5.1 Margens de ganho e fase

Margens de ganho e fase sempre serviram como medida de robustez. Sabe-se também, de controle clássico, que a margem de fase está relacionada com o grau de amortecimento do sistema, e pode dessa forma servir como medida de desempenho. O projeto de controladores para satisfazer os critérios de margens de ganho e fase é bastante utilizado, embora essas quantidades é mais conveniente calcular a partir do gráfico de bode ou do gráfico de módulo versus fase.

Quanto mais próximo o diagrama de Nyquist é do ponto -1 + j0 mais oscilatória é a resposta do sistema e se essa curva envolvê-lo no sentido horário significa instabilidade. Portanto, a proximidade do lugar geométrico do ponto -1 + j0 pode ser usada como uma medida da margem de estabilidade. Margens de ganho e fase, consistem numa representação dessa proximidade para um determinado sistema (OGATA, 2003).

A margem de fase é o atraso de fase adicional na freqüência de cruzamento do ganho, necessário a levar o sistema ao limiar de instabilidade (OGATA, 2003). A freqüência de cruzamento do ganho é aquela em que o módulo da função de transferência de malha aberta, é unitário (0 dB). A margem de fase γ é 180° mais o ângulo de fase φ da função de transferência de malha aberta na freqüência de cruzamento do ganho, ou seja:

 $\gamma = 180^{\circ} + \varphi$

A margem de ganho é o recíproco do módulo da função de transferência de malha aberta, na freqüência onde o ângulo de fase é -180° , assim nos permite escrever que:

$$K_g = \frac{1}{\left| G(j\omega_{cp}) \right|} \tag{5.1}$$

Para um sistema de fase mínima, tanto a margem de ganho quanto a margem de fase devem ser positivas. Margens de ganho e fase apropriadas nos previnem contra variações dos componentes do sistema e são especificadas para valores definidos de freqüência. Para desempenho satisfatório, a margem de fase deve estar entre 30° e 60°, e a margem de ganho deve ser maior do que 6 dB. Com estes valores, um sistema de fase mínima tem estabilidade garantida, mesmo se o ganho de malha aberta e as constantes de tempo dos componentes variarem em uma grande extensão.

5.2 Fórmula de ajuste para o controlador PI

Seja as funções de transferências do processo e do controlador denotadas por $G_p(s)$ e $G_c(s)$, e as margens de ganho e fase por A_m e ϕ_m respectivamente, com referência ao que foi discutido anteriormente, tem-se:

$$\arg \left[G_c(j\omega_p) G_p(j\omega_p) \right] = -\pi , \qquad (5.2)$$

$$A_m = \frac{1}{\left|G_c(j\omega_p)G_p(j\omega_p)\right|}$$
(5.3)

$$\left|G_{c}\left(j\omega_{g}\right)G_{p}\left(j\omega_{g}\right)\right|=1,$$
(5.4)

$$\phi_m = \arg [G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)] + \pi$$
(5.5)

onde a margem de ganho é determinada com base nas equações (5.2) e (5.3), e a margem de fase com base nas equações (5.4) e (5.5). A frequência ω_p é chamada frequência de cruzamento de fase, e ω_g frequência de cruzamento de ganho.

O controlador PI é dada por

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$
(5.6)

e o processo é dado por

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1+Ts} e^{-sL}$$
(5.7)

onde T é a constante de tempo, L é o tempo de atraso e K_p é o ganho do processo.

A partir das equações (5.4) e (5.5), a função de transferência de malha aberta com a inserção do controlador é

$$G_{c}(s)G_{p}(s) = \frac{K_{c}K_{p}(1+T_{i}s)}{T_{i}s(1+Ts)}e^{-sL} .$$
(5.8)

Substituindo-se a equação (5.7) nas equações (5.1) a (5.4) dá

$$\frac{1}{2}\pi + \arctan(\omega_p T_i) - \arctan(\omega_p T) - \omega_p L = 0, \qquad (5.9)$$

$$A_m K_c K_p = \omega_p T_i \sqrt{\frac{\omega_p^2 T^2 + 1}{\omega_p^2 T_i^2 + 1}},$$
(5.10)

$$K_{c}K_{p} = \omega_{g}T_{i}\sqrt{\frac{\omega_{g}^{2}T^{2} + 1}{\omega_{g}^{2}T_{i}^{2} + 1}},$$
(5.11)

$$\phi m = \frac{1}{2}\pi + \arctan(\omega_g T_i) - \arctan(\omega_g T) - \omega_g L. \qquad (5.12)$$

Assim, para um dado processo (K_p, T, L) e especificações (A_m, ϕ_m) , as equações (5.9) a (5.10) podem ser resolvidas para determinar os parâmetros K_c e T_i do controlador PI, e as frequências ω_g e ω_p numericamente não analiticamente devido a presença da função arctan (arco tangente). Portanto, uma aproximação analítica pode ser obtida aproximando-se a função arco tangente da seguinte forma:

$$\arctan x = \begin{cases} \frac{1}{4}\pi x & (|x| \le 1) \\ \frac{1}{2}\pi - \frac{\pi}{4x} & (|x| > 1), \end{cases}$$
(5.13)

como está mostrado na Figura 30.



Figura 30 – Aproximação da função arctan(*x*).

A solução numérica das equações (5.9) a (5.10) mostra que para L / T > 0.3, $T_i \approx T$ e para L / T< 0.3, x >>1, onde x pode ser $\omega_p T_i$, $\omega_p T$, $\omega_g T_i$, $\omega_g T$. A aproximação dada pela equação (5.13) para o caso |x| > 1 é melhor que o caso |x| < 1. Desse modo, pode-se aproximar as equações (5.10) e (5.11) para

$$A_m K_c K_p = \omega_p T \tag{5.14}$$

$$K_c K_p = \omega_g T . (5.15)$$

Usando-se a aproximação da equação (5.13) para |x| > 1, nas equações (5.9) e (5.10), tem-se:

$$\frac{1}{2}\pi - \frac{\pi}{4\omega_p T_i} + \frac{\pi}{4\omega_p T} - \omega_p L = 0$$
(5.16)

$$\phi m = \frac{1}{2}\pi - \frac{\pi}{4\omega_g T_i} + \frac{\pi}{4\omega_g T} - \omega_g L, \qquad (5.17)$$

respectivamente.

Finalmente, resolvendo-se para $K_c \in T_i$, a partir das equações (5.14) a (5.17), dá

$$K_c = \frac{\omega_p T}{A_m K_p} \tag{5.18}$$

$$T_{i} = \left(2\omega_{p} - \frac{4\omega_{p}^{2}L}{\pi} + \frac{1}{T}\right)^{-1}$$
(5.19)

onde

$$\omega p = \frac{A_m \phi_m + \frac{1}{2} \pi A_m (A_m - 1)}{(A_m^2 - 1)L}$$
(5.20)

As equações (5.13) a (5.16) também podem ser usadas para encontrar as margens de ganho e fase (A_m, ϕ_m) para um determinado processo (K_p, T, L) e parâmetros do controlador PI (K_c, T_i) , isto é, se outro método de projeto tal como Ziegler-Nichols, Lugar das raízes e outros forem usados para se obter os parâmetros do controlador PI.

Assim, tem-se:

$$A_{m} = \frac{\pi T}{4K_{c}K_{p}L} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4L}{\pi T_{i}} + \frac{4L}{\pi T}} \right)$$
(5.21)

$$\phi_m = \frac{1}{2}\pi - \frac{K_c K_p L}{T} + \frac{\pi}{4K_c K_p} \left(1 - \frac{T}{T_i}\right)$$
(5.22)

Agora, com referência às equações (5.18) a (5.20), pode-se determinar os parâmetros do controlador PI para nosso processo. A caráter de simplificação e comparação com a metodologia proposta anteriormente, será utilizada a mesma função de transferência analisada por Ziegler-Nichols. Logo:

$$\frac{T(s)}{U(s)} = \frac{1075e^{-0.5s}}{1900s+1}$$

onde

 $K_p = 1075$ T = 1900 seg. L = 0.5 seg. A Tabela 7 mostra os parâmetros do controlador PI para diferentes margens de ganho e fase. Os valores reais das margens de ganho e fase estão marcados por '#'. O termo ω_g pode ser calculado com referência à equação (5.15) e pode ser considerado como a largura de banda do sistema. Na Figura 31 está mostrado a resposta ao degrau do processo controlado a PI, de acordo com as especificações dadas.

I ubtiu /	r drumetros do controlador i i de deordo com us margens de gumo e ruse.					
Especificações			Resultados			
A_m	ϕ_m (graus)	K_{c}	T_i (seg.)	$A_m^{\ \ \#}$	$\phi_m^{\ \ \#}$ (graus)	$\omega_{_g}$ / $\omega_{_g}$ #
2	30	2.47	1.61	1.88	28.1	1.39 / 1.45
2	45	2.78	1900	2	50.03	1.57 / 1.57
3	30	1.61	1.45	2.79	29.82	0.92 / 0.95
3	45	1.74	2.71	2.91	45.8	0.98 / 0.99

Tabela 7 – Parâmetros do controlador PI de acordo com as margens de ganho e fase.

Com base na Tabela 7, verifica -se que as margens de ganho e fase reais são próximas do valor especificado, desde que aproximações foram feitas para a determinação das fórmulas de ajuste do controlador PI. O maior erro na margem de ganho é 0.21 (erro de 7%) na terceira especificação. O maior erro na margem de fase é 5.03° (erro de 11%) na segunda especificação.



Figura 31 – Resposta ao degrau do processo controlado a PI para diferentes especificações de margens de ganho e fase.

As curvas obtidas mostram que diferentes pares de margens de ganho e fase pode dar respostas com diferentes sobre-sinais, diferentes velocidades e diferente robustez. Para a mesma margem de ganho, o sobre-sinal diminui quando a margem de fase aumenta e a resposta do sistema é mais amortecida. Desse modo, pode-se determinar as margens de ganho e fase de acordo com o desempenho desejado. O sobre-sinal, portanto, não se constitui um problema, pois, este poderá ser eliminado com mudanças adequadas nas margens de ganho e fase.

Há algumas restrições com relação às margens de ganho e fase. As especificações válidas de margens de ganho e fase para a determinação dos parâmetros do controlador PI devem estar contidas dentro da região hachurada na Figura 32. Com os valores dentro dessa região, obtem-se resultados aceitáveis para os parâmetros do controlador. Soluções numéricas, mostram que as fórmulas de ajuste dos parâmetros do controlador PI torna-se menos exata para pares de margens de ganho e fase sob o contorno CD.



Figura 32 – Região para especificações de margens de ganho e fase.

A curva no meio da Figura 32 representa os valores mais adequados para os pares de margens de ganho e fase para processos com pequeno tempo morto ($L \le 1$).

O controlador PI que conduziu o processo a um melhor desempenho é aquele cuja margem de ganho e margem de fase são $A_m = 2$ e $\phi_m = 45^\circ$. Poderemos então escrever que seus parâmetros são:

$$K_c = 2.78$$

 $T_i = 1900$ seg.

O desempenho do processo controlado pelo respectivo controlador PI é:

- Tempo de acomodação: 3.2 seg.
- Sobre-sinal máximo: 0
- Erro de regime permanente: 0

Logo, o controlador obtido pela análise no domínio da frequência atende às especificações de projeto.

5.3 Fórmula de ajuste para o controlador PID

O controlador PID pode ser expresso analiticamente por

$$G_{c}(s) = \frac{K_{c}(1+sT_{i})(1+sT_{d})}{sT_{i}}$$
(5.23)

e o processo é dado através

$$G_{p}(s) = \frac{K_{p}}{(1+sT)(1+sT')}e^{-sL}, \ T \ge T'.$$
(5.24)
Dessa forma, a função de transferência de malha aberta do sistema é

$$G_{c}(s)G_{p}(s) = \frac{K_{c}K_{p}(1+sT_{i})(1+sT_{d})}{sT_{i}(1+sT)(1+sT')}e^{-sL},$$
(5.25)

Para simplificar a equação (5.24), faz-se $T_d = T'$ para cancelar o menor pólo do processo. Assim, a equação (5.24) fica

$$G_{c}(s)G_{p}(s) = \frac{K_{c}K_{p}(1+sT_{i})}{sT_{i}(1+sT)}e^{-sL},$$
(5.26)

Percebe-se que a equação (5.25) é a mesma equação (5.7). Logo, os parâmetros K_c e T_i podem ser determinados a partir das equações (5.17) a (5.19), especificando-se as margens de ganho e fase. Portanto, as fórmulas de ajuste do controlador PID são:

$$K_c = \frac{\omega_p T}{A_m K_p},\tag{5.27}$$

$$T_{i} = \left(2\omega_{p} - \frac{4\omega_{p}^{2}L}{\pi} + \frac{1}{T}\right)^{-1}$$
(5.28)

$$T_d = T' \tag{5.29}$$

Agora, com referência às equações (5.26) a (5.28), se pode determinar os parâmetros do controlador PID para nosso processo. A função do processo é dada por

$$\frac{V(s)}{U(s)} = \frac{1.875 \times 10^{-3} (0.102s + 0.0023)}{s^2 + 0.2012s + 0.0001}$$

que pode ser simplificada para uma equação da forma da equação (5.23) do seguinte modo:

$$\frac{T(s)}{U(s)} = \frac{1.875 \times 10^{-3} (0.102s + 0.0023)}{0.04 \times 10^{-3} (s^2 + 0.2012s + 0.0001)}$$
$$\frac{T(s)}{U(s)} = \frac{46.875 (0.102s + 0.0023)}{(s + 0.0005) (s + 0.2007)}$$
$$\frac{T(s)}{U(s)} = \frac{46.875 (0.102s + 0.0023)}{(2000s + 1)} \left(\frac{4.98s + 1}{4.98}\right)$$
$$\frac{T(s)}{U(s)} = \frac{46.875 \times 10^4 (0.102s + 0.0023)}{(2000s + 1) (4.98s + 1)} e^{-0.5s}$$

Td = 2000 seg.

A Tabela 8 mostra alguns valores dos parâmetros K_c , T_i e T_d de acordo com as especificações das margens de ganho e fase. Os valores reais das margens de ganho e fase (marcados por '#') são obtidos de acordo com as equações (5.9) a (5.12).

Especificações **Resultados** ϕ_m # ϕ_m (graus) T_i T_d $A_m^{\#}$ A_m K_{c} 2 1.61 2000 1.88 30 2.47 28 2 2 45 2.78 1900 2000 50 3 30 1.61 1.45 2000 30 2.8 3 45 1.74 2.71 2000 2.9 46

Tabela 8 – Parâmetros do controlador PID de acordo com as margens de ganho e fase.

A Figura 33 mostra a resposta ao degrau do processo controlado a PID de acordo com as especificações de margens de ganho e fase.



Figura 33 – Resposta ao degrau do processo controlado a PID para diferentes especificações de margens de ganho e fase.

De acordo com a Figura 33, observa-se que o controlador PID cujas margens de ganho e fase são $A_m = 2$ e $\phi_m = 30^\circ$ é bem mais eficiente que os demais, embora não apresentem sobre-sinal, no controle de temperatura, pelo fato de apresentar um tempo de acomodação menor. Observa-se, também, que o amortecimento da curva de resposta é maior quanto maior a margem de fase.

Assim como no PI, pode-se ajustar a curva de resposta de acordo com o desempenho desejado apenas modificando as margens de ganho e fase adequadamente, e os parâmetros dos controladores projetados são tais que asseguram estabilidade mesmo que se altere qualquer outro parâmetro do processo a ser controlado.

Os parâmetros do controlador PID que levou o processo a um melhor desempenho são:

$$K_{c} = 2.47$$

$$T_i = 1.61$$
 seg.

 $T_d = 2000$ seg.

O desempenho do processo controlado pelo respectivo PID é:

Tempo de acomodação: 240 seg.

Sobre-sinal máximo: 0

Erro de regime permanente: 0

Embora todos os controladores projetados nesta seção apresente desempenho satisfatório, o PI projetado com base nas especificações das margens de ganho e fase será utilizado para análise pelo fato de apresentar características de robustez e, também, pelo fato desta metodologia ser utilizada no projeto do controlador digital PID para o controle de temperatura do forno em tempo real.

6 DESEMPENHO DO CONTROLADOR COM A PRESENÇA DE PERTURBAÇÃO

Até agora, o desempenho do controlador só foi analisado com relação à resposta ao degrau de forma a levar a variável de saída (temperatura) ao seu valor desejado (0.02 mV), equivalente a 500°C. Neste item será analisado o comportamento do processo juntamente com o controlador PI projetado, pelas especificações das margens de ganho e fase, com a presença de perturbação. Será utilizado, com algumas ilustrações, o ambiente S1MULINK, o qual nos permite representar os elementos do sistema (controlador, processo, sensores, atuadores, etc.) por diagrama de blocos.

A representação geral do sistema de controle de temperatura do forno está mostrado na Figura 34.



Figura 34 – Diagrama de blocos do sistema de controle de temperatura.

A referência 'R' significa o valor da temperatura desejado representado em outra grandeza, em nosso caso tensão elétrica. O valor real da temperatura fornecido pelo elemento sensor, um termopar, como uma tensão elétrica, é comparado com o valor desejado pelo detector de erro, representado pelo círculo. O sinal de erro é, então, enviado ao controlador que gerará o sinal de controle adequado. O sinal de controle é levado ao atuador, no caso uma unidade a tiristor, que variará a potência elétrica de forma a manter a temperatura do forno no valor desejado. O termopar fornecerá o valor atual da temperatura, ao detector de erro, e o ciclo se repete.

Das perturbações mais largamente utilizadas na análise de desempenho de sistemas de controle pode-se citar: degrau, rampa, impulso e senoidal conforme mostrado na

Figura 35. Além desses sinais de perturbação típicos, tem-se o ruído branco, que consiste em um sinal de forma e amplitude aleatórias.



Figura 35 – Sinais de perturbação típicos.

O ambiente SIMULINK nos permite estudar (simular) o sistema de controle pela representação em diagramas de blocos. Cada bloco apresenta características próprias, ou melhor, funções próprias. Assim, tem-se bloco de gerador de sinais, osciloscópio, função de transferência, controlador PID e outros. Desse modo, cria-se o diagrama de blocos mostrado na Figura 36 com todos os elementos do sistema de controle de temperatura.

Esses blocos nos permitem entrar com os dados do processo, do controlador, do valor desejado da temperatura, o tipo de perturbação aplicada ao sistema e também manipular as dimensões da tela de plotagem da curva de resposta.

A Figura 37 mostra a janela do gerador de sinais (representando a perturbação em nossa aplicação). Pode-se determinar o tipo de perturbação, amplitude e a frequência do respectivo sinal a ser aplicado ao sistema de controle. Dentre as perturbações que se pode escolher, estão a *senóide*, a *onda dente de serra (rampa)*, a *onda quadrada* e o *ruído branco*.



Figura 36 – Simulação do sistema de controle de temperatura no ambiente SIMULINK.

\bigwedge		N THERE	<u>0</u> K
			2
Frequency:	0.83	Range: 5	
al			•

Figura 37 – Janela de apresentação do bloco que representa a perturbação.

A Figura 38 mostra a janela de apresentação do controlador PID. Nela, entramos com os termos proporcional, integral e derivativo.

Block name: PID controller Block type: PID Controller (Mask)	ОК
Enter expressions for proportional,	Cance
integral, and derivative terms. P+I/s+Ds	Help
Proportional:	
2.78	
Integral	
1/1900	
Deviventive	
UCITYAUYC.	

Figura 38 – Janela de apresentação do bloco que representa o controlador PID.

A Figura 39 mostra a janela do bloco que representa o processo.

Block name: Forno Block hune: Transfer Ecn	ОК
Vector expressions for numerator	Cancel
and denominator. Coefficients are in descending powers of s.	Help
Numerator:	
)enominator:	
[1900 1]	

Figura 39 – Janela de apresentação do bloco que representa o processo.

Essa janela nos permite entrar com o numerador e o denominador da função de transferência do processo.

A Figura 40 mostra a resposta do processo em malha-aberta submetido a uma potência elétrica do tipo degrau.



Figura 40 – Resposta do forno em malha-aberta submetido a uma entrada degrau.

A resposta apresentada na Figura acima é semelhante à curva de resposta do sistema de controle submetido a um degrau obtida pela simulação no ambiente de programação MATLAB, mostrada na Figura 3. Nota-se, pois, que os resultados obtidos são equivalentes.

A Figura 41 mostra a resposta do processo controlado pelo PI projetado pela análise no domínio da frequência, submetido a uma perturbação do tipo ruído branco.



Figura 41 – Resposta do sistema de controle submetido a uma perturbação do tipo ruído branco.

Com base na Figura acima, percebe-se que mesmo com a variação dos parâmetros do processo, com as não-linearidades por parte do atuador e com a presença de perturbação do tipo ruído branco, o controlador PI fixo projetado, pois não se ajusta às variações do processo, mantém a temperatura no valor desejado. Este resultado já era esperado, visto que o controlador é de caráter robusto, ou seja, mesmo com alterações no sistema do controle, ele mantém a variável de saída no valor desejado. Inicialmente a temperatura desejada era de 500°C e depois foi alterada para 250°C, e o sistema atendeu ao nosso critério de desempenho.

Portanto, o SIMULINK é uma ferramenta bastante útil para o projeto de controladores no controle de processos, pois, além de obter os mesmos resultados obtidos através de programação no MATLAB, possui recursos de multimídia, tais como: manipulação de ícones, caixas de diálogos e aplicações gráficas. Desse modo, minimiza o esforço de programação por parte dos usuários, permite uma maior concentração sobre as aplicações, aumenta a eficiência pessoal no de sistemas de controle e torna o estudo mais interessante e realístico.

7 CONCLUSÃO

Diante da apresentação exposta no trabalho, pode-se concluir que as duas técnicas estudadas são eficientes para desenvolvimento de projetos de controladores utilizados mais comumente na prática fornecendo estabilidade, tendo cada uma, as suas características e particularidades sob ponto de vista à nível de utilização.

O método e a técnica de ajuste dos parâmetros do controlador PID baseado nas especificações das margens de ganho e margens de fase, GPM – PID, apresentou ser robusta, visto que mesmo com variações nos parâmetros do processo, com as não lineares por parte do atuador e com a presença de perturbação, o controlador manteve-se a estabilidade e desempenho satisfatório. A partir de especificações de diferentes margens de ganho e fase a curva de resposta do sistema de controle apresentou diferente sobre-sinal e também diferente velocidade, de tal forma que se pode selecionar o desempenho adequado para atender às especificações fornecidas no projeto. A curva de resposta do sistema a controlar submetido a uma carga (perturbação), mostra a eficiência deste controlador em se posicionar em uma temperatura no valor desejado.

O ajuste de Zigler-Nichlols, mostra a sua eficiência quando não há o modelo do processo (planta). Os parâmetros do controlador apresentam valor fixo, de tal maneira que não se pode escolher diferentes valores tais como no GPM – PID. Por outro lado, parti-se para projetar três tipos de controlador se direcionando para o mesmo processo, ou seja: P, PI e PID. Esta técnica somente deverá ser aplicada em sistemas que não contenham integradores e nem pólos complexos conjugados, sendo utilizados portanto, apenas aqueles cuja curva de resposta ao degrau unitário em sistema de controle em malha aberta tem a forma geométrica semelhante de um 'S'. As características de resposta do sistema de controle submetido a uma entrada degrau mostram a eficiência do controlador PID em conseguir a temperatura desejada, embora apresente um pequeno sobre-sinal no regime transitório.

O ambiente SIMULINK, aplicado no transcorrer do trabalho foi importante e útil, de tal modo que mostrou a simplicidade de se analisar o desempenho do processo a controlar, minimizando o trabalho de utilização do software MATLAB, permitindo uma maior concentração sobre as aplicações, aumentando o desempenho do projetista de sistema de controle e conseqüentemente fazendo com que o estudo seja mais interessante e promissor.

Referências

ALEXANDER, C. K. Circuitos Elétricos. 1º ed. São Paulo: Editora Bookman, 2003.

ADADE, A. Análise de Sistemas Dinâmicos. São José dos Campos, ITA, 2005.

ARAUJO, C. Transmissão de calor. 2° ed. São Paulo: LTC Editora, 1982.

ALBUQUERQUE, P. U.; Daniel T. Sensores Industriais. 1° ed. São paulo: Editora Érica, 2005.

BARCZAK, L. C. Controle Digital de Sistemas. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.

BAZANELLA, A. S. Ajuste de Controladores PID. Porto Alegre: UFRGS-DEE, 2003.

BOGART, T. F. Circuitos Eletrônicos. v. l, 3° ed. Rio de Janeiro: Makron Books Ltda., 2001.

BOLTON, W. Engenharia de Controle. 1° ed. Rio de Janeiro: Makron Books Ltda., 1995.

_____. Instrumentação e Controle. Rio de janeiro: Editora Hemus, 1995.

BORCHARDT, I. G.; GOMES, A. F. *Termopares*. 3° ed. Porto Alegre: Sagra Editora S.A., 1979.

BOYLESTAD, R.; NASHELSKY, L. *Dispositivos Eletrônicos e Teoria de Circuitos*. 5° ed. Rio de Janeiro: Prentice Hall, 1994.

CASTRUCCI, P.; SALES, R. Controle Digital. v. 3. São Paulo: Editora Edgar Blücher, 1990.

_. Controle Linear. 2° ed. São Paulo: Edgar Blücher Ltda, 1991.

CARVALHO, J. L. M. Sistemas de Controle Automático. 1° ed. São Paulo: LTC Editora, 2000.

DANIEL, A. ; ALBUQUERQUE, P. Sensores Industriais. 1° ed. São Paulo: Editora Érica, 2005.

D'AZZO, J. J.; HOUPS. *Análise de Sistemas de Controle Lineares*. 2° ed. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois, 1984.

_____ Linear Control Systems Anarysis. 4° ed. São Paulo: Editora Bookman, 1995.

DORF, R. C. Sistemas de Controle Moderno. 8° ed. São Paulo: LTC Editora, 2001.

_____. Introdução aos Circuitos Elétricos. 5° ed. São Paulo: LTC Editora, 2003.

GEROMEL, J. C. Análise Linear de Sistemas Dinâmicos. São Paulo: Edgard Blücher, 2004.

INCROPERA, F. P. Fundamentos de Transferência de Calor. São Paulo: LTC Editora, 2003.

IRWIN, J. D. Análise de Circuitos para Engenharia. 7º ed. São Paulo: LTC Editora, 2003.

JACQUOT, R. G. Modern digital control systems. 2° ed. New York: Corpyright, 1994.

JOHNSON, D. E.; HILBURN J. L. Circuitos Elétricos. 4° ed. São Paulo: LTC editora, 2000.

JÚNIOR, A. P. Amplificadores Operacionais. 1° ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1988.

HAYKIN, S. Sinais e Sistemas. 2° ed. São Paulo: Editora Bookman, 2002.

HERMERLY, E. *Controle por Computador de Sistemas Dinâmicos*. 2° ed. Rio de Janeiro: Makron Books Ltda., 2000.

KREITH, F. Principio da Transmissão de calor. 2° ed. São Paulo: Editora Edigar Blucher, 1973.

KUO, B. C. Automatic Control Engineering. 4° ed. Rio de Janeiro: Prentice Hall, 1995.

LEIGH, J. R. *Apllided. Digital Control*. 2° ed. Rio de Janeiro: Prentice Hall, 1992.

MALVINO, A. P. *Eletrônica*. v.2. 2° ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1987.

MARIOTTO, P. A. Análise de Circuitos Elétricos. 1º ed. São Paulo: Prentice Hall, 2003.

NATALE, F. Automação Industrial. 1º ed. São Paulo: Editora Érica, 7º ed. 2000.

NICE, N. S. Engenharia de Sistemas de Controle. 3° ed. São Paulo: LTD Editora, 2002.

NILSSON, J. W.; RIEDEL, A. S. Circuitos Elétricos. 6° ed. São Paulo: LTC Editora, 2003.

OGATA, K. Problemas Engenharia de Controle com MATLAB. Rio de Janeiro: Prentice Hall, 1997.

_____. Engenharia de Controle Moderno. 4° ed. São Paulo: LTD Editora, 2003.

PHILLIPS, C. L. Sistemas de Controle e Realimentação. Rio de Janeiro: Makron Books Ltda., 1997.

QUEVEDO, C. P. Circuitos Elétricos e Eletrônicos. 2º ed. São Paulo: LTC Editora, 2000.

RIBEIRO, I. M. Análise de Sistemas Lineares. 1º ed. Lisboa: Editora IST, 2002.

RORRES, C.; ANTON, V. Álgebra Linear com Aplicações. 8° ed. São Paulo: Bookman, 2002.

ROSS, J. A.; LALOND, D. E. *Circuitos Eletrônicos*. v.l. Rio de Janeiro: Makron Books Ltda., 1999.

SHAHIN, B.; HASSUL, M. *Control system design using Matlab*. Rio de Janeiro: Prentice Hall, 1993.

TOCCI, R.; WIDMER, N. Sistemas Digitais. 8° ed. Belo Horizonte: Editora PHB, 2003.