

[Handwritten signature]

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UMA ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL DA
DEGRADAÇÃO DA ESTRATIFICAÇÃO TÉRMICA EM TANQUES
DE ARMAZENAMENTO POR CALOR SENSÍVEL.

31 / 81

por : LUIZ AUGUSTO HORTA NOGUEIRA
orientador: KAMAL A. RADI ISMAIL

TESE DE MESTRADO APRESENTADA A FACULDADE DE
ENGENHARIA DE CAMPINAS, DA UNIVERSIDADE ES-
TADUAL DE CAMPINAS.

SETEMBRO/1981

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

*À minha esposa, amiga
de todas as horas, de
dico esse trabalho.*

O autor gostaria de constar o seu profundo
agradecimento,

ao Prof. Kamal Ismail, sempre amigo, pela
constante orientação e apoio, aos Srs.
Fernando Antonio Moreira Mello, Luiz Zana
ga e Almiro Franco da Silveira Junior ,
de inestimável ajuda na fase experimental,
ã Srt^a Vera Lucia de Paiva, pela bem cui
dada datilografia do trabalho e a todos
os amigos da UNICAMP e EFEI pelo estímulo
e apoio desinteressado.

"Eu desejo fazer um recipiente, dentro do qual pode se vender água fria e quente, em um único buraco na tampa, e elas não irão se misturar. E quando o sacerdote tomar do recipiente para dispensar as abluções rituais, se ele desejar água quente, ele terá, e se ele desejar água fria, ele também terá..."

de O Livro dos Engenhos Maravilhosos, (Kitāb al-hiyal), por Banūsā bin Shākir, em 873 DC.

RESUMO:

Este trabalho analisa de modo teórico e experimental a degradação da estratificação térmica em tanques de armazenamento por calor sensível. Desenvolve-se um modelo físico do sistema e resolve-se as equações básicas pelo método das diferenças finitas. Compara-se os resultados teóricos e experimentais, com boa concordância. Analisa-se o efeito dos parâmetros geométricos e operacionais sobre a estratificação, obtendo-se uma expressão de correlação. Discutem-se aspectos da estabilidade em tanques estratificados.

ABSTRACT:

This work analyses theoretically and experimentally the degradation of thermal stratification in storage tanks by sensible heat. A physical model of the system is developed and the basic equations are solved by finite difference methods. Good agreement is reached with experiments. A correlation is established from the analysis of geometric and operational parameters effects on stratification. Aspects of stability in stratified tanks are also discussed.

- ÍNDICE -

1 - INTRODUÇÃO	
1.1 - APRESENTAÇÃO	Pág. 1
1.2 - ARMAZENAMENTO TÉRMICO POR CALOR SENSÍVEL EM LÍQUIDOS	Pág. 2
1.3 - ESTRATIFICAÇÃO NOS ARMAZENADORES	
A - Estratificação	Pág. 7
B - Análise de Sistemas com armazenamento es tratificado	Pág. 9
C - Análise do tanque de armazenamento estra tificado	Pág. 13
2 - MODELAGEM FÍSICA E FORMULAÇÃO ANALÍTICA	
2.1 - SIMBOLOGIA	
A - Parâmetros	Pág. 18
B - Índices	Pág. 19
2.2 - APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA	Pág. 20
2.3 - EQUACIONAMENTO	Pág. 23
2.4 - ANÁLISE DA PERDA DE CALOR	Pág. 29
3 - RESOLUÇÃO NUMÉRICA	
3.1 - MÉTODO NUMÉRICO	Pág. 33
A - ESTABELECIMENTO DE UM RETICULADO	Pág. 34
B - OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO DE DIFERENÇAS	Pág. 36
C - DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE DIFERENÇAS...	Pág. 44
3.2 - PROGRAMAS PARA COMPUTADOR HP.3000	Pág. 52
4 - ANÁLISE EXPERIMENTAL	
4.1 - INSTALAÇÃO EXPERIMENTAL	Pág. 66
4.2 - MÉTODO EXPERIMENTAL	Pág. 70
4.3 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS	Pág. 72

5 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	
5.1 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS RESULTADOS TEÓRICOS	Pág. 73
5.2 - EFEITO DE L/D , Pr e ΔT SOBRE A ESTRATIFICA ÇÃO	Pág. 123
A - RAZÃO DE ASPECTO - $ L/D $	Pág. 123
B - NÚMERO DE PRANDTL - $ Pr $	Pág. 126
C - DIFERENÇA DE TEMPERATURAS (ΔT)	Pág. 126
5.3 - EXPRESSÃO GERAL PARA TANQUES DE ARMAZENAMEN TO	Pág. 127
5.4 - OUTRAS SAIDAS	Pág. 128
6 - ANÁLISE TÉCNICO-ECONOMICA DE ARMAZENADORES DE CALOR SENSÍVEL	
6.1 - ANÁLISE DA DISPONIBILIDADE ENERGÉTICA	Pág. 132
6.2 - ASPECTOS ECONÔMICOS	Pág. 134
7 - CONCLUSÃO	Pág. 137
ANEXO 1 - ESTABILIDADE EM ESTRATIFICAÇÃO	Pág. 138
8 - BIBLIOGRAFIA	Pág. 145

1 - INTRODUÇÃO:

1.1 - APRESENTAÇÃO:

Um dos méritos da súbita elevação dos preços do petróleo em 1973, gerando a chamada crise energética mundial foi o imediato reconhecimento das limitações existentes nas reservas de combustíveis fósseis, bem como uma grande busca das alternativas viáveis. E é dentro desse panorama, de questionamento das opções de suprimento energético, que se inserem os estudos sobre armazenamento térmico, sejam em sistemas convencionais ou não. Para os sistemas convencionais o armazenamento serviria primordialmente como equalizador entre os períodos de pouca carga e pico de consumo, mantendo a eficiência máxima de geração. O benefício fica evidente quando analisado à luz das centrais nucleares, geotérmicas, etc. Para os sistemas ditos não convencionais (geração eólica, solar, maremotriz, etc) o armazenamento é essencial, assegurando um fornecimento constante para uma geração intermitente, um dos graves problemas dessas fontes.

As formas de armazenar energia são diversas: química, térmica sensível ou latente, elétrica capacitiva, mecânica potencial ou cinética e outras, mas os processos operacionais de potência não são muitos. Por exemplo, empregamos o armazenamento mecânico potencial em barragens de acumulação e estuda-se o uso de grandes volantes como armazenamento inercial cinético. Os sistemas térmicos de armazenar energia temsido ultimamente objetivo de muitos estudos, tendo em vista que o calor está presente na maioria dos processos industriais, sobretudo na geração de vapor, indústrias químicas e metalúrgicas, associando-se, nesses casos, à conservação de

energia. Além disso, o armazenamento térmico é fundamental aos sistemas solares com coletores, determinando em muitos casos seu grau de autonomia.

Os sistemas de armazenamento térmico baseiam-se na elevação da energia cinética interna dos materiais, a nível atômico ou molecular, e podem ser:

1. Por calor sensível - eleva-se a temperatura de um líquido ou raramente em sólidos;
2. Por calor latente - usa-se o alto calor latente de fusão de alguns materiais como sais, enxofre, etc.;
3. Em leito fluidizado - pode ser por calor sensível ou latente, no qual a transferência de calor é conseguida através da suspensão de partículas sólidas em um fluido.

Resta lembrar que o armazenamento térmico não se constitui novidade, sendo já citado por French (1), em 1908, apresentando inclusive desenhos de armazenadores para vapor. Por outro lado, o armazenamento térmico de energia tem sido proposto para uso em satélites espaciais durante sua passagem pela sombra da Terra (2).

1.2 - ARMAZENAMENTO TÉRMICO POR CALOR SENSÍVEL EM LÍQUIDOS.

Embora a capacidade térmica específica dos sistemas de armazenamento que não envolvem mudança de fase seja relativamente baixa, estes sistemas apresentam muitas vantagens, entre elas a facilidade de operação e controle e a possibilidade de operar-se com o fluido de trabalho diretamente. A tabela I apresenta o estado de desenvolvimento desses siste

mas, já realizados ou em projeto (3).

Um sistema de armazenamento térmico é composto basicamente por 3 grupos de componentes.

A - meio de armazenamento

B - equipamento de transferência de calor

C - reservatório e isolamento

O meio de armazenamento é o material no qual a energia é guardada, causando um acréscimo em sua temperatura. Em geral, é desejável que o material tenha um alto calor específico, baixa pressão de vapor e baixo custo. Também é importante alta densidade, compatibilidade com os sistemas de transferência de massa e calor, e estabilidade às variações térmicas que está sujeito. Para armazenamento a temperaturas baixas, menores que 100 C, a água é o melhor material. Como ilustrado na figura 1, a água tem um calor específico da ordem de duas vezes o dos outros líquidos. Além disso, é barata, não inflamável, não tóxica, e relativamente não corrosiva quando

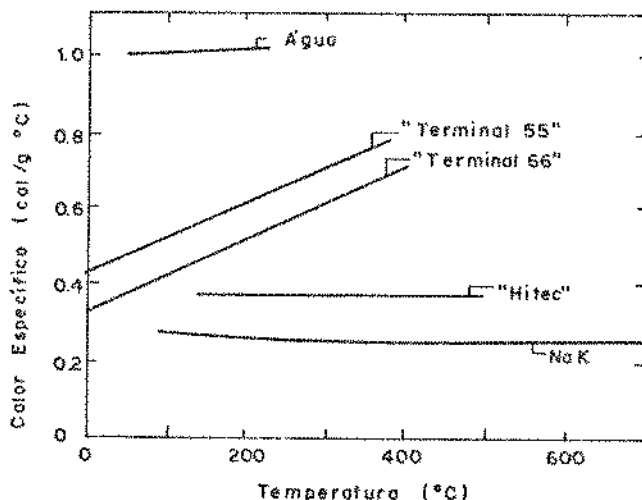


Fig. 1 - Capacidade Térmica dos Líquidos de Armazenamento

Tabela I - SISTEMAS DE ARMAZENAMENTO TÉRMICO SENSÍVEL (3)

CONFIGURAÇÃO	MEIO DE ARMAZENAMENTO	APLICAÇÃO	ESTADO	TEMPERATURA		CAPACIDADE MW h	POTÊNCIA (KW)		CUSTO US\$/KWh
				T _{máx} (°C)	ΔT máx		ENTRADA	SAÍDA	
Tanque sobre o solo H = 10 m ; R = 0.5 m	Água	Central Solar	Projeto	300	87	4,1	—	5640	22,0
Tanque sobre o solo H = 3,10 ; R = 0,89m	Água "Therminol"	Sistema de Energia Solar	Testes	232 343	56 56	0,41	120	50	—
Acumulador de Vapor H = 30 m ; R = 13 m	Água	Central Solar	Projeto	200	100	37	—	41800	6,0
Tanque subterrâneo à 60m H = 30 ; R = 13 m	Água	Central Nuclear	Construção	217	141	4370	—	624	0,4
Tanques sobre o solo	"Therminol 55"	Central Solar	Projeto	315	55	226	—	452	62
	"Therminol 56"			315	55				27
	"Colono HT43"			302	83				11
	"Hitec"			500	300				4
Aquíferos (lencal freático)	Água + Areia	Industrial	Conceitual	170	110	42000	19400	19400	0,4

em sistema fechado. A grande pressão de vapor é um limite dos sistemas empregando água, embora Goldstern (4) e Talaat (5) tenham sugerido sistemas de contenção para elevadas pressões. Os óleos comerciais de transferência de calor (Caloria, Therminol) são considerados apenas para temperaturas maiores que 300 °C, pois tem baixa pressão de vapor, embora sejam problemáticos quanto a estabilidade e ponto de fulgor. Os metais líquidos apresentam alta condutividade térmica, mas baixo calor específico e grande reatividade, sendo às vezes empregados. Os sais fundidos, orgânicos ou inorgânicos, encontram aplicação apenas em altas temperaturas, como o sal comercial "Hitec". A figura 2 apresenta a capacidade de armazenamento térmico para vários tipos de fluídos, em função da diferença de temperatura imposta.

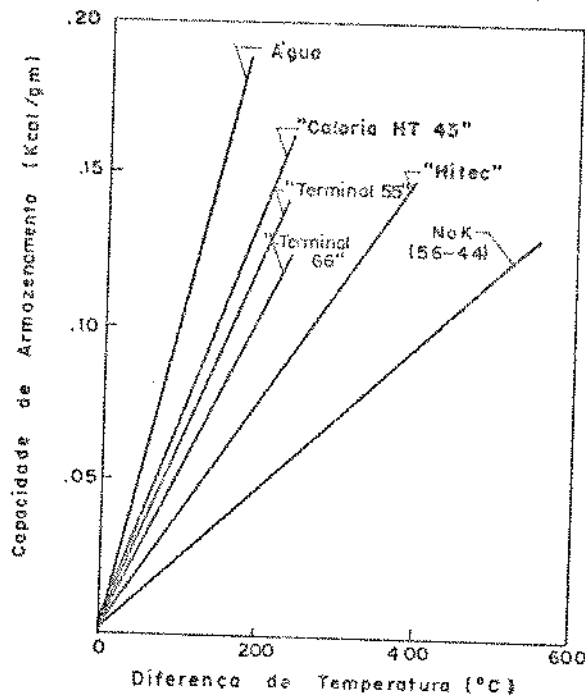


Fig. 2 - Capacidade de Armazenamento em função da diferença de temperatura imposta

A função do equipamento de transferência de calor é transportar a energia da fonte para o meio, durante o armazenamento, e do meio para a carga durante o descarregamen

to. Calor pode ser transferido para ou do meio de armazenamento usando-se trocadores de calor ou, de modo direto, alimentando-se o reservatório com fluído quente, enquanto retira-se o fluído frio, durante o carregamento, por exemplo. A temperatura nos armazenadores pode ser igual em qualquer posição do reservatório, ou distribuir-se desigualmente, ficando a porção mais quente sobre a mais fria, nos sistemas ditos "não misturados" ou "estratificados", que adiante será melhor analisado.

O reservatório e o isolamento realizam a contenção e a separação do meio de armazenamento do ambiente, limiitando as perdas térmicas para as redondezas.

É fundamental também a existência de um sistema de contrôle, que distribua os fluxos e os períodos de carga e descarga, para melhor utilização do armazenamento energético.

As principais características de desempenho de um sistema de armazenamento térmico são - a capacidade - o total de energia que o meio de armazenamento é capaz de guardar; - a potência de entrada e saída - a razão no tempo da energia a ser carregada e descarregada do sistema, e - temperatura máxima do meio. Esta última característica, temperatura de armazenamento, é um parâmetro muito importante, relacionando-se com a 2^a Lei da Termodinâmica, ou seja, com a irreversibilidade do processo associado ao armazenador. A disponibilidade energética, exergia, é uma função da temperatura, daí a necessidade de que não haja uma grande queda de temperatura, no armazenamento. A tabela II ilustra as temperaturas usuais, em diversos sistemas energéticos.

equipamento	T _{min} (C)	T _{max} (C)
gerad. termoiônico	1315	1925
turbina a gás	530	985
motor Stirling	480	985
gerad. termoelétrico	200	650
ciclo Rankine	120	985

Tab. II - Limites típicos de temperatura.

1.3 - ESTRATIFICAÇÃO NOS ARMAZENADORES:

A. Estratificação.

Nos tanques de armazenamento com líquido, são encontrados gradientes de temperatura, acompanhados de gradientes de densidade, produzidos devido à força ascensional ou empuxo de Arquimedes. Quando o tanque é carregado diretamente com fluido aquecido, a estratificação inicia-se, trocando calor e momentum com o fluido circundante, até atingir-se a situação estratificada, cujo gradiente confere estabilidade. Este fenômeno, embora intuitivo, não tem sido considerado na maioria dos armazenadores, que buscam homogenizar a temperatura, nos tanques ditos "misturados", onde é grande a turbulência (6). A maior razão para não considerar-se a estratificação tem sido as dificuldades teóricas e práticas em sua obtenção e preservação para análise, principalmente devido a instabilidade lateral e seu comportamento termo-hidrodinâmico muito complexo. Não há dúvida porém, que o sistema estratificado é mais conservativo energeticamente que os sistemas misturados, conforme as características de desempenho já discutidas. A figura 3

apresenta o resultado de diversas medições de temperatura em 3 níveis de um tanque de armazenamento, durante o ensaio de um coletor solar, confirmando a distribuição heterogênea de temperatura (7).

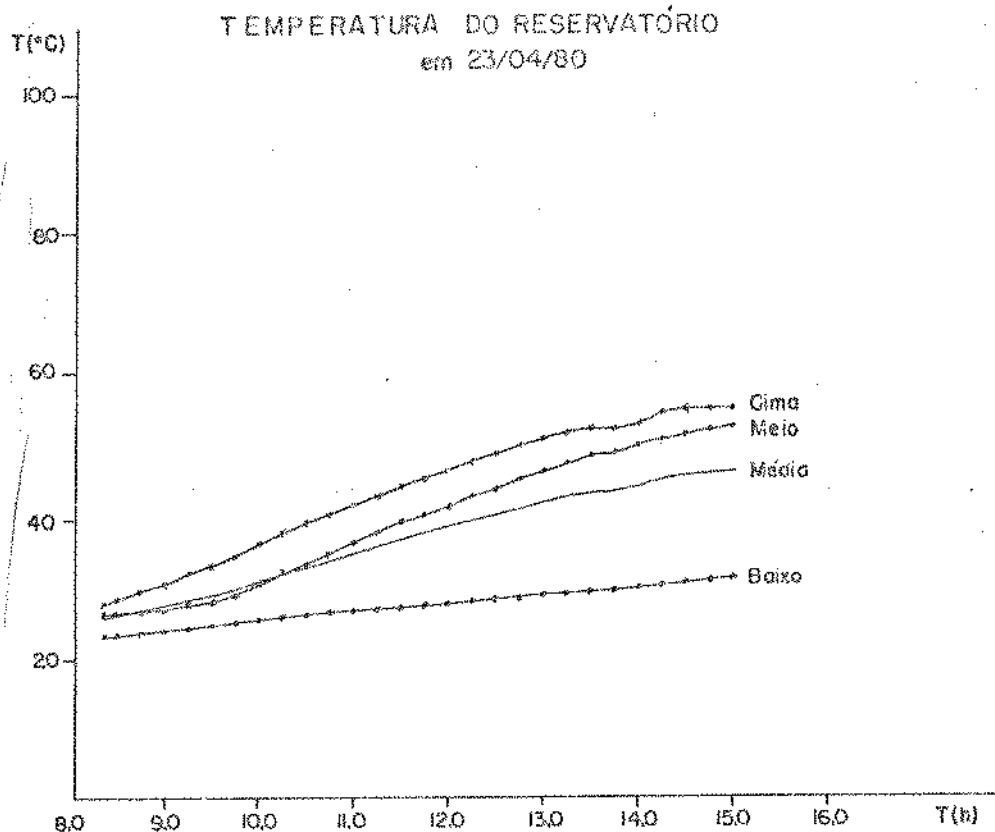


Fig. 3 - Temperaturas medidas no tanque de armazenamento durante o ensaio de um coletor solar.

Quando a admissão de calor é feita de modo indireto, com um trocador de calor, não se consegue estratificação, devido à convecção adicional introduzida pelo efeito dos tubos ou placas (8).

Existem alguns temas correlatos à estratificação, que podem fornecer subsídios aos estudos em armazenadores. A possibilidade de aproveitar-se o gradiente térmico dos mares para geração energética tem sido motivo de muitos estudos, para centrais "OTEC" (Ocean Thermal Energy Conversion) e a análise do

gradiente térmico (Thermocline) obedece aos mesmos princípios da estratificação (9). Da mesma forma as pesquisas meteorológicas sobre inversão térmica e poluição tem alguma analogia (10). Já os estudos relacionados às lagoas solares ("solar ponds") são bem diferentes, pois a convecção é suprimida pelo emprego de soluções de salmoura, gerando um gradiente de densidade com a água mais fria sobre a água mais quente (11).

B. Análise de Sistemas com armazenamento estratificado.

Ainda que os benefícios da estratificação tenham sido notados há alguns anos, sob o ponto de vista da 2ª lei da Termodinâmica, houve uma lenta aceitação desse procedimento, pela dificuldade construtiva e operacional, e pelo esquecimento de outra grande vantagem: o tanque estratificado leva a maiores rendimentos globais do sistema, devido a sua menor temperatura de saída. No caso dos sistemas de energia solar, a estratificação só começou a ser considerada seriamente a partir de 1979, pois até essa data tínhamos uma errônea interpretação da equação de Hottel-Whillier (12) para a eficiência de coletores solares, que levava ao uso de grandes vazões, tornando insolúvel o problema de turbulência no tanque de armazenamento. Simplificadamente, fazendo $F' = 1$, temos:

$$\eta_C = F_R (\alpha_T - U(T_b - T_o)) / F_R \cdot E \quad (1)$$

$$F_R = \{1 - \exp(-U/M_C \cdot C)\} M_C \cdot C / U \quad (2)$$

onde

F_R - fator de remoção de calor

α_T - fator combinado transmissão-absorção

U - coef. de perda total de calor do coletor

- E - intensidade de insolação perpendicular ao coletor
- F' - fator de eficiência de placa (admitido 1)
- M_c - fluxo mássico por área de coletor
- C - calor específico do fluido.

A equação [2] indica que um alto M_c leva a um alto F_R , isto é, perto de 1, e a equação [1] indica que um alto F_R leva uma grande eficiência do coletor, donde se conclui erroneamente um alto ganho energético. A principal causa desse engano é que esquecemos o comportamento do sistema globalmente, principalmente a interação coletor-armazenador e o efeito da perda da qualidade energética (baixa temperatura) devido à ausência de estratificação, considerando a eficiência do coletor como determinante.

As vantagens auferidas com sistemas estratificados podem ser observadas quando realizamos a comparação prática ou analítica entre dois sistemas, um estratificado e outro não. Um primeiro trabalho no assunto foi apresentado por Canellias e Javelas (13), concluindo pela efetiva vantagem dos sistemas estratificados sobre os misturados. Realizando uma comparação teórica, em diversas configurações diferentes, obtiveram resultados como os da figura 4 e 5.

Aprofundando um pouco mais o tema, Van Koppen et al (14), fazem a comparação numérica com dois sistemas, de pequeno e médio porte, empregando tanques estratificados e misturados e simulando seu comportamento no computador, chegando aos resultados da figura 6, que acentuam o efeito da estratificação em vazões baixas.

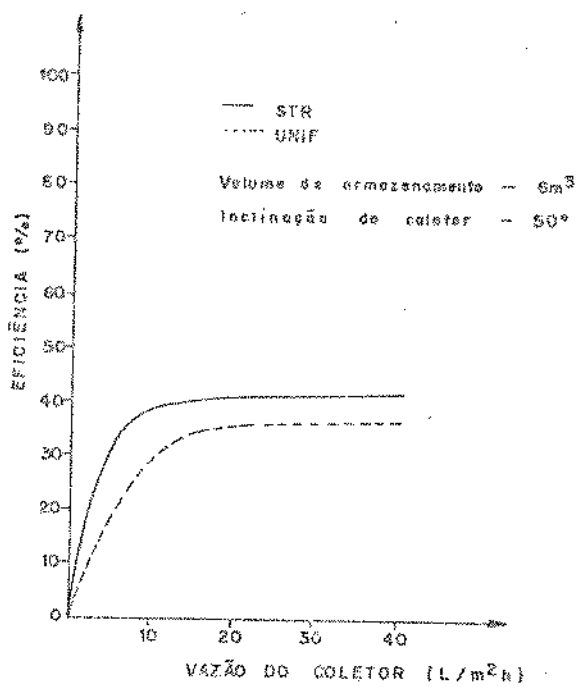


Fig. 4 - Variação da eficiência em função da vazão no coletor

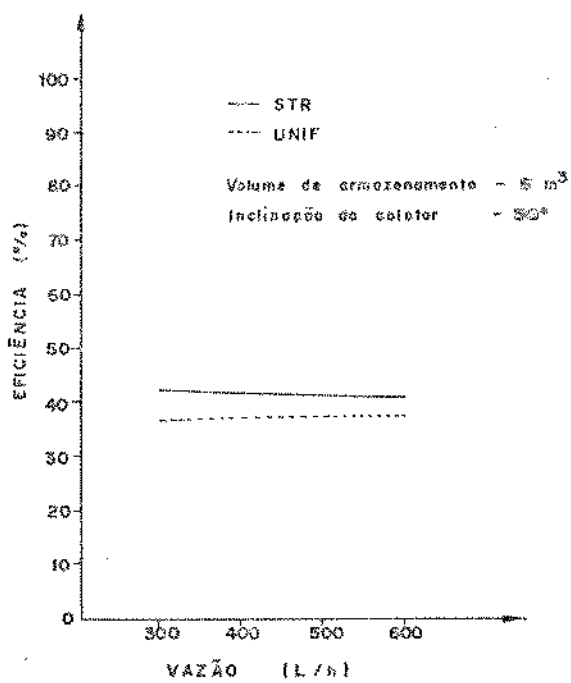


Fig. 5 - Variação da eficiência em função da vazão no tanque de armazenamento.

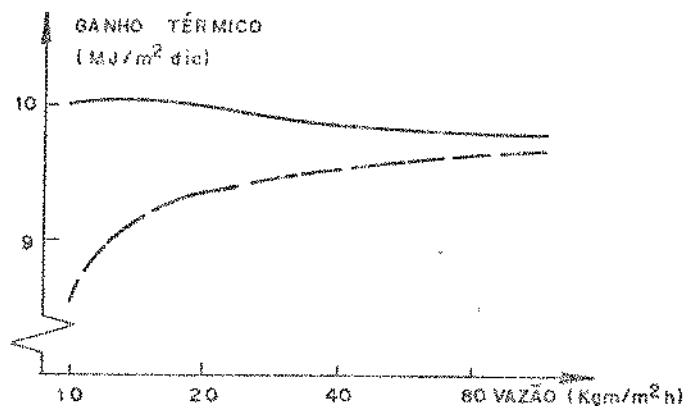


Fig. 6 - Comparação do ganho térmico para armazenamento estratificado (—) e misturado (---) em função da vazão.

Em seus ensaios e cálculos consideraram também a potência de bombeamento, o que amplia os benefícios da estratificação, como pode ser visto na figura 7.

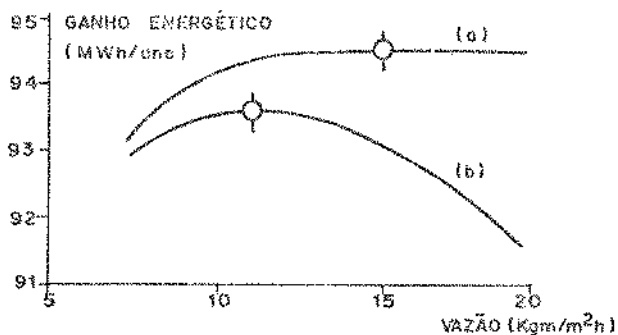


Fig. 7 - Ganho energética em uma instalação solar versus vazão, para a = energia térmica somente, b = corrigida com potência de bombeamento.

Sem efetuar experimentos, Reimels e Howell (15), simularam o funcionamento de um sistema de aquecimento solar, tendo considerado o tanque como estratificado termicamente em níveis discretos, e confirmando sua vantagem. Uma interessante comparação teórica entre sistemas com distribuição de temperatura lineares e não lineares, no coletor e no tanque de armazenamento é apresentado por Zvirin et all (16), sendo que, no

seu caso, a distribuição linear mais se aproxima do comportamento real de um coletor por circulação natural.

Além dos autores já citados, apresentaram trabalhos relacionados com sistemas estratificados: Margolis (17), em um estudo sobre distribuição de temperatura em um leito sólido, Lorsch (18) em aplicações de ar condicionado, Dupagne et al (19) ao analisar os reservatórios para uma bomba de calor, Close (20) e Klein et al (21) em apresentações sistemáticas de cálculo de processos solares, sempre porém sem entrarem em detalhes, apenas citando conceitualmente ou adotando modelos perfeitamente estratificados em análises teóricas.

C. Análise do tanque de armazenamento estratificado.

Ficando firmada a importância da estratificação como forma de aumentarmos a eficiência global de um sistema com armazenamento, é necessário analisarmos mais detidamente o componente a ser estratificado no conjunto: o tanque de armazenamento, de forma a podermos concluir sobre o efeito dos diversos parâmetros construtivos (L , D , μ , etc.) e operacionais (P_r , ΔT , etc.) sobre a obtenção e estabilidade da estratificação.

Um trabalho bastante abrangente no assunto foi escrito por Walin (22), demonstrando analiticamente que a estratificação térmica numa região de um fluido sujeita à forças ascensionais pode ser prevista em algumas situações (região fechada, cilíndrica, vertical ou horizontal) a partir de dados das condições de contorno, emergindo de seus resultados uma forma para manter um sistema estratificado praticamente em laboratório, embora com muitas limitações, dado às simplificações. Posteriormente, Walin e Rahm (23) detiveram-se na

análise da estratificação em uma situação com fluxo, aperfeiçoando os conceitos anteriores e analisando com detalhes (teóricos e práticos) dois casos de fluxo em um cone com a base maior sobre a base menor, paredes isoladas e em um cilindro vertical, este último muito útil aos estudos sobre armazenamento.

Uma recomendação muito útil desses autores: o cilindro vertical é o melhor reservatório para estratificar-se um fluido. Prossequindo suas pesquisas Rahn e Wallin (24) apresentaram um outro trabalho teórico sobre estratificação, porém em tanques rotativos, onde há o efeito centrífugo a sobrepor o efeito ascensional.

A obtenção prática da estratificação esbarra na dificuldade em admitir ou retirar o fluido sem provocar excessiva turbulência, e conseqüentemente, misturar o fluido quente com o fluido frio. Nesse sentido, o trabalho de Lavan e Thompson (25) apresenta duas configurações, para um tanque de 300 l, com distribuidores para entrada e saída, conforme figuras 8 e 9. Em seu ensaio de levantamento de valores para o cálculo numérico, Van Koppen et al (14) sugerem um sistema provido de uma mangueira flexível, figura 10, citando-o como forma eficiente de promover a estratificação. Outra maneira, citada por Brinkworth (8) é o uso de várias entradas e saídas, figura 11, que exigem um sistema de controle para distribuição adequada da água no nível térmico correto. Davis e Bartera (26) sugerem a possibilidade de diminuir-se as correntes laterais de turbulência com o emprego de chicanas. Em seu trabalho, Elliott et al (33) sugerem o emprego de membranas flexíveis separando a região quente da região fria.

O efeito do número de Reynolds na entrada e a contribuição da força ascensional em promover a estratificação foi

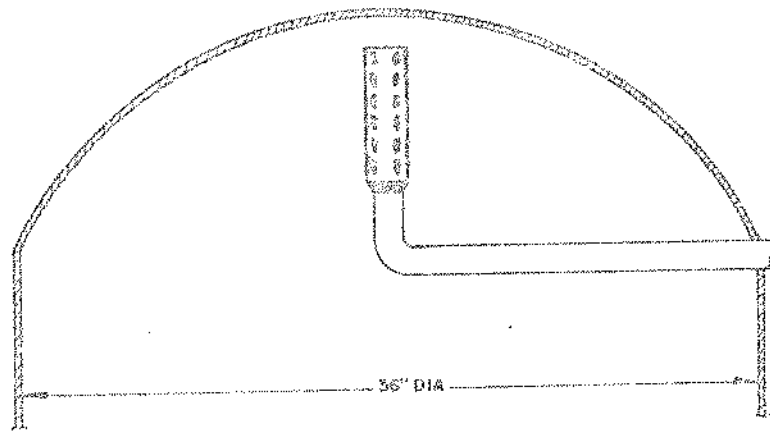


Fig. 8 - Esquema do distribuidor para um tanque de 1900 l.

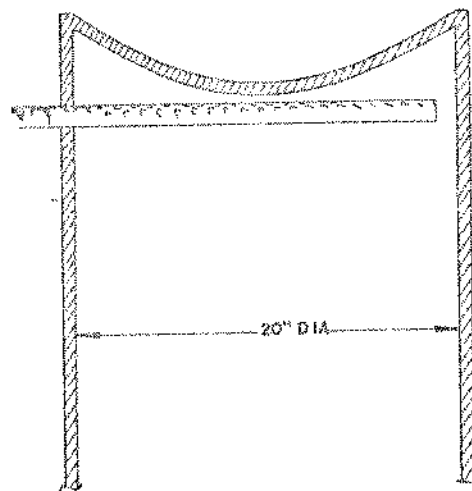


Fig. 9 - Esquema do distribuidor para um tanque de 300 l.

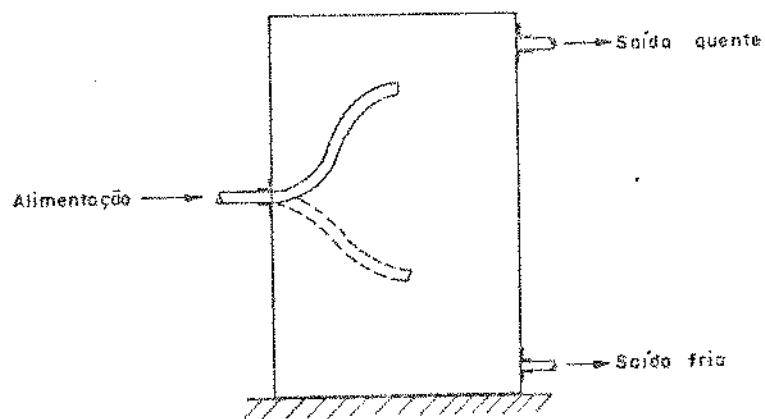


Fig. 10 - Alimentação com uma mangueira flexível

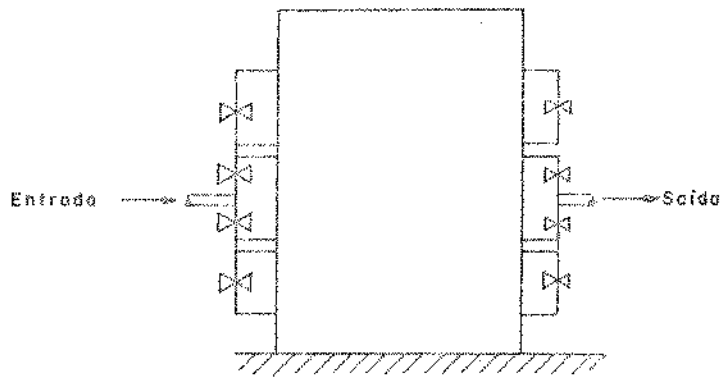


Fig. 11 - Distribuidor para estratificação com vários entradas e saídas

examinada por Cabelli (27), em um estudo numérico sobre tanques de armazenamento, com simplificação mono e bi-dimensional e 4 configurações diferentes das tubulações de entrada e saída, obtendo para cada caso, variando Re e Gr , um esquema das linhas de corrente e das isotermas. A figura 12 apresenta um exemplo das soluções obtidas. As soluções monodimensionais foram pouco discrepantes das soluções bidimensionais.

Aplicados diretamente a estudo dos tanques de armazenamento são os trabalhos de Lochrke et al (34) e Sharp e Lochrke (35), envolvendo estudos experimentais que evidenciam as vantagens da estratificação.

Não relacionados diretamente com tanques de armazenamento, mas associados à análise termo-hidrodinâmico da estratificação em um fluido, são os trabalhos de Piau (28), Raithby e Hollands (29), Raithby, Hollands e Unny (30) e Chen e Eichhorn (31), que podem fornecer dados e procedimentos de análise da convecção natural entre paredes verticais e horizontais e um líquido estratificado.

O ASHRAE GUIDE (32) em seu capítulo sobre tanques de armazenamento, meramente cita que "aproximadamente 70% da

água deve estar disponível a 110 °F ou mais", numa alusão a es
tratificação.

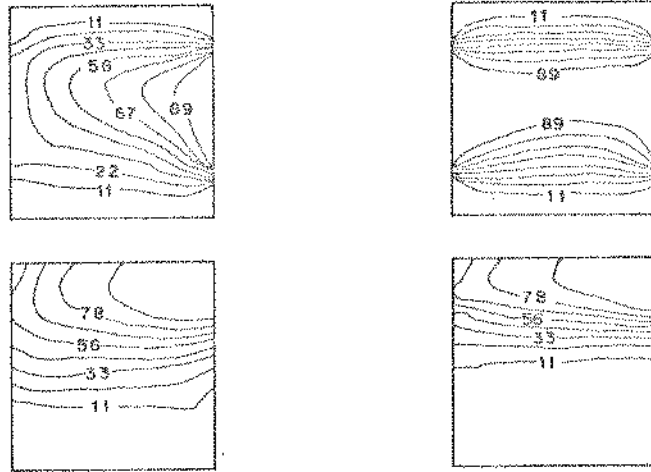


Fig. 12 - Linhas de correntes e isotermos para
uma disposição de entrada e saída
 $Re = 200$ e $Gr = 40000$

A estratificação em tanques de armazenamento térmico possibilita aumentar vantajosamente o rendimento global do sistema térmico, sendo objetivo deste trabalho a correlação de dados operacionais e construtivos do sistema, visando fornecer recomendações e expressões que permitam obter a estratificação, bem como a sua manutenção no decorrer do tempo.

2 - MODELAGEM FÍSICA E FORMULAÇÃO ANALÍTICA

2.1 - SIMBOLOGIA:

A - Parâmetros.

A	- área de troca de calor	- m^2
a	- variável radial dimensional	- m
C	- calor específico	- J/kg °C
D	- diâmetro do tanque	- m
F	- força	- N
Gr	- nº de Grashof, dado na equação (31)	- -
g	- aceleração da gravidade	- m/s^2
h	- coeficiente de película para convecção	- $W/m^2 °C$
k	- condutividade térmica	- $W/m °C$
L	- altura do tanque	- m
ℓ	- distância, na equação (34)	- m
Pr	- nº de Prandtl, dado na equação (32)	- -
p	- pressão estática	- N/m^2
Q	- quantidade de calor	- J
q	- quantidade de calor por unidade de área	- J/m^2
Ra	- nº de Rayleigh, dado na equação (4)	- -
Re	- nº de Reynolds, dado na equação (37)	- -
r	- variável radial adimensional	- -
T	- temperatura	- °C
t	- tempo	- s
U	- coeficiente global de troca de calor	- $W/m^2 °C$
u	- velocidade axial adimensional	- -
V	- velocidade dimensional	- m/s
v	- velocidade radial adimensional	- -
x	- variável axial adimensional	- -

x	- distância do fundo do tanque	- m
z	- variável axial dimensional	- m
α	- difusividade térmica	- m^2
β	- coeficiente de expansão volumétrica	- $1/^\circ C$
Δ	- diferença entre valores	- -
θ	- temperatura adimensional	- -
μ	- viscosidade dinâmica ou absoluta	- $Kg/m.s$
ν	- viscosidade cinemática	- m^2/s
∇	- operador laplaciano	- -
Φ	- matriz dissipação de energia por atrito interno	- w/m^3
ρ	- densidade	- Kg/m^3

B - Índices

- 1 - refere-se ao fluido frio, na equação (23)
refere-se aos raios da figura 16, na equação (34)
- 2 - refere-se ao fluido quente, na equação (23)
refere-se aos raios da figura 16, na equação (34)
- 3 - refere-se aos raios da figura 16, na equação (34)
- A - denota condição ambiente
- a - ao longo do raio do tanque
- Z - ao longo do eixo do tanque
- θ - ao longo de uma circunferência perpendicular ao eixo do tanque.
- (barra) valor médio, na equação (19)
- * - (asterisco) valor característico, na equação (25)
- t - propriedade do material de contenção do tanque
- i - propriedade do material isolante do tanque
- c - indica condição forçada, na equação (36)
- s - propriedade dada no estado da superfície

- ∞ - propriedade dada no estado da corrente livre
- p - a pressão constante
- v - indica condição inicial
- D - refere-se ao diâmetro, equações (36) e (37)
- d - denota condição dimensional, para o tempo

2.2 - APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

A análise da configuração das isotermas no interior de um tanque de armazenamento térmico por calor sensível é de grande importância na sua seleção ou dimensionamento, em função dos parâmetros de operação e do regime de trabalho da fonte térmica e do consumidor, principalmente se houver estratificação.

A seguir será desenvolvida uma modelagem física do problema, seguida da particularização para as equações de transporte de massa, momentum e energia.

Consideramos o cilindro vertical como sendo a configuração geométrica aconselhável, por reunir relativa facilidade construtiva e reduzida troca de calor. A figura abaixo apresenta um esquema do tanque.

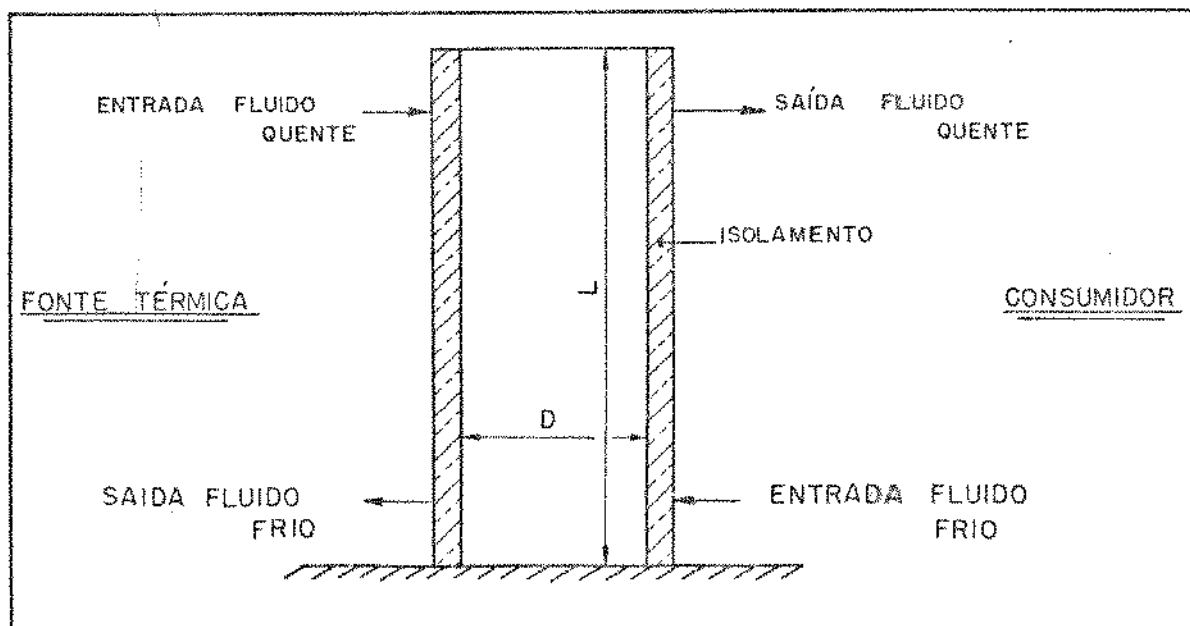


Fig. 13 - Tanque de Armazenamento Térmico.

Conhecida a geometria, cabe tentar analisar os mecanismos que concorrem para a troca de calor, causando a degradação da estratificação térmica. Como se trata da transferência de calor entre camadas de fluidos, a baixa temperatura, a radiação tem efeito desprezível, cabendo à condução e à convecção a variação da temperatura no fluido. Admitindo-se que não haja entrada ou saída de fluido, deverá a convecção ser causada por diferenças de densidade do fluido, ou seja, convecção natural.

É interessante comentar alguns aspectos da convecção natural. Convecção natural é o resultado do movimento combinado de parcelas frias de fluido para baixo e parcelas quentes de fluido para cima, devido a força de empuxo causada pela diferença relativa de densidades. Isto só irá ocorrer se o gradiente térmico tiver sentido contrário a aceleração da gravidade, e se os efeitos viscosos e de difusão térmica não forem preponderantes. A força de empuxo será abolida se a parcela do fluido alcançar equilíbrio térmico apenas pela difusividade. Já em 1916 Lord Rayleigh mostrou ser necessário que o empuxo resultante do gradiente exceda os efeitos de arrasto viscoso e difusão térmica para que haja convecção natural. O denominado número de Rayleigh, Ra ,

$$Ra = Gr \cdot Pr \quad (3)$$

$$Ra = \frac{g\beta(T - T_0)L^3}{\nu \cdot \alpha} \quad (4)$$

relaciona as forças em questão, obtendo-se experimentalmente o valor crítico 1,708, a partir do qual a convecção ocorre. Abaixo desse valor, a transferência de calor se dá unicamente por condução.

A discussão acima é fundamental para a compreensão do que ocorre no tanque de armazenamento, particularmente. O funcionamento do sistema é tal que o fluido quente é alimentado e retirado pelo topo do tanque e o fluido frio por baixo, havendo portanto sempre camadas de fluido quente sobre as de fluido frio, o que, a priori, já elimina a convecção natural entre as camadas. Mesmo que a introdução de fluido no tanque cause movimentação e crie uma distribuição local de temperaturas favorável a convecção natural, temos os efeitos de difusão e viscosidade a manter a estabilidade. Isto é importante para o estudo da estratificação térmica, já que assegura ser o estado estratificado o estágio de equilíbrio estável, capaz mesmo de suportar algumas variações, mantendo a configuração das isothermas.

O efeito da perda de calor pelas paredes do tanque também deve ser analisado. Considere-se um tanque inicialmente estratificado, trocando calor com o ambiente segundo a equação genérica:

$$q = \frac{Q}{A} = U \Delta T = U(T - T_A) \quad (5)$$

Observa-se que a perda de calor será maior nas camadas mais quentes, e causará redução da temperatura nas parcelas adjacentes a parede do tanque, sempre porém com as camadas quentes sobre as frias, assegurando que a condução de energia para o ambiente se dê por difusão térmica.

Desde que o fluido esteja estacionário no tanque, as maneiras possíveis de ocorrer convecção natural a partir do estado estratificado são duas. A primeira é o tanque receber calor por baixo, tornando a camada do fundo mais aque

cida do que a imediatamente superior. É válido admitir-se que isso dificilmente irá ocorrer, pois implica em ter-se o fluido frio a temperaturas mais baixas que o ambiente. A segunda maneira é a perda de calor do tanque pelo topo, tomando o fluido adjacente ao topo mais frio que o imediatamente abaixo. Essa circunstância é perfeitamente possível, devendo ser evitada com isolamento adequado. A figura abaixo apresenta a configuração das linhas de correntes que irá contribuir para o transporte de calor e degradação da estratificação térmica, caso as perdas pelo topo sejam consideráveis. Desde que se reduza ao máximo as transferências de calor do tanque para o ambiente, especialmente no topo, a situação estratificada será estável e possibilitando a perda de calor da porção quente do fluido para a porção fria apenas por difusão térmica.

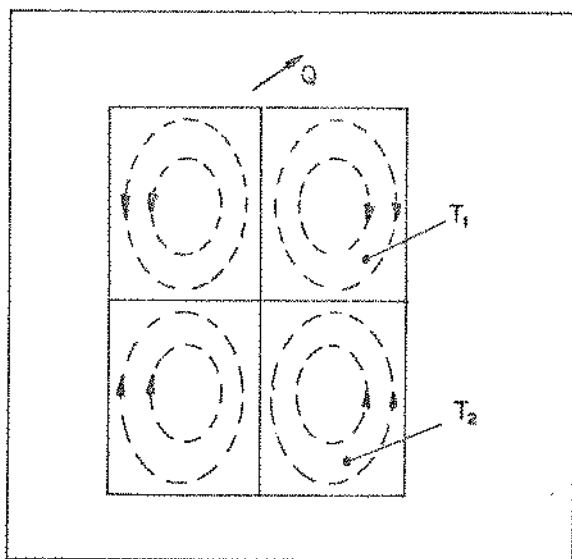


Fig. 14 - Configuração Possível das Linhas de Corrente.

2.3 - EQUACIONAMENTO:

As equações básicas e gerais para o comportamento de um fluido são:

- continuidade

$$(\nabla V) = 0 \quad (6)$$

- conservação da quantidade de movimento (momentum)

$$\rho \frac{DV}{Dt_d} = \rho \left[\frac{\partial V}{\partial t_d} + (V \cdot \nabla) V \right] \quad (7)$$

- energia

$$\rho C_V \frac{DT}{Dt_d} = KV^2 T - T \left(- \frac{\partial p}{\partial T} \right)_\rho (V \cdot \nabla) + \mu \phi_V \quad (8)$$

Essas equações são válidas para fluidos com viscosidade constante, incompressível e com energia interna função apenas da temperatura, situação análoga aos líquidos, que são os fluidos de trabalho empregados usualmente.

As equações básicas podem ser particularizadas para o sistema de coordenadas cilíndrico, levando à:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial a} (av_a) + \frac{1}{a} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

$$\rho \left[\frac{\partial v_a}{\partial t_d} + v_a \frac{\partial v_a}{\partial a} + \frac{v_\theta}{a} \frac{\partial v_a}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{a} \right] =$$

$$F - \frac{\partial p}{\partial a} + \mu \left[\frac{\partial v_a}{\partial a^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial v_a}{\partial a} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial v_a}{\partial \theta^2} - \frac{v_a}{r} - \frac{2}{a^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right]$$

(10)

$$\rho \left[\frac{\partial v_{\theta}}{\partial t_d} + v_a \frac{\partial v_{\theta}}{\partial a} + \frac{v_{\theta}}{a} \frac{\partial v_{\theta}}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_{\theta}}{\partial z} + \frac{v_a v_{\theta}}{a} \right] =$$

$$F_{\theta} - \frac{1}{a} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left[\frac{\partial^2 v_{\theta}}{\partial a^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial v_{\theta}}{\partial a} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 v_{\theta}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_{\theta}}{\partial z^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{a^2} \frac{\partial v_a}{\partial \theta} - \frac{v_{\theta}}{a^2} \right] \quad (11)$$

$$\rho \left[\frac{\partial v_z}{\partial t_d} + v_a \frac{\partial v_z}{\partial a} + \frac{v_{\theta}}{a} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] =$$

$$F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial v_z}{\partial a} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] \quad (12)$$

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt_d} = \frac{Dp}{Dt_d} + \phi + \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial a} \left[ak \frac{\partial T}{\partial a} \right] + \frac{1}{a^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(k \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (13)$$

Despresando-se o efeito de dissipação viscosa, e considerando-se que não há velocidade nem variação tangencial (em θ), podemos simplificar consideravelmente as equações acima:

$$\frac{\partial}{\partial a} (av_a) + \frac{\partial}{\partial z} (av_z) = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial v_a}{\partial t_d} + v_a \frac{\partial v_a}{\partial a} + v_z \frac{\partial v_a}{\partial z} = v \left[\frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial a} (r v_a) + \frac{\partial^2 v_a}{\partial z^2} \right) \right] \quad (15)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t_d} + v_a \frac{\partial v_z}{\partial a} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = v \left[\frac{1}{a} \left(\frac{\partial}{\partial a} \left(a \frac{\partial v_z}{\partial a} \right) \right) + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + g\beta(T - \bar{T}) \quad (16)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t_d} + v_a \frac{\partial T}{\partial a} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \left[\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial a} \left(a \frac{\partial T}{\partial a} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (17)$$

Para a equação de transporte de momentum ao longo da altura do tanque foi colocado o termo de empuxo por dilatação térmica, que leva à convecção natural.

Aplicando as simplificações de Prandtl para escoamento em camada limite, obtém-se

$$\frac{\partial (v_a a)}{\partial a} + \frac{\partial}{\partial z} (a v_z) = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t_d} + v_a \frac{\partial v_z}{\partial a} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = v \left[\frac{1}{a} \left(\frac{\partial}{\partial a} \left(a \frac{\partial v_z}{\partial a} \right) \right) \right] + g\beta(T - \bar{T}) \quad (19)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t_d} + v_a \frac{\partial T}{\partial a} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \left[\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial a} \left(r \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] \quad (20)$$

As equações acima são as equações para o sistema e deverão ser parametrizadas, a partir das seguintes variáveis adimensionais;

$$X = \frac{z}{L} \quad (21)$$

$$r = \frac{a}{D} \quad (22)$$

$$\theta = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} \quad (23)$$

$$t = \frac{t_d}{t^*}, \quad t^* = \frac{D^2}{\alpha} \quad (24, 25)$$

$$U = \frac{v_z \cdot D \cdot \rho}{\mu} \quad (26)$$

$$V = \frac{v_r \cdot D \cdot \rho}{\mu} \quad (27)$$

sendo obtido finalmente;

$$\frac{\partial}{\partial x} (r_u) + \frac{\partial}{\partial r} (r_v) = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \theta \cdot Gr \quad (29)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{Pr} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \quad (30)$$

onde

$$Gr = \left[g \beta \rho^2 (T - T_1) D^3 / \mu \right] - \text{nº de Grashof} \quad (31)$$

$$Pr = \left[Cp \cdot \mu / K \right] \quad - \quad \text{nº de Prandtl} \quad (32)$$

Temos portanto um problema típico de convecção natural transiente, em que $T = f(\theta(x, r, t))$ cuja solução só pode ser obtida pela análise conjunta das três equações disponíveis, já que o campo de temperaturas é função do campo de velocidade e vice-versa, constituindo-se num sistema de equações acopladas e interdependentes.

Uma forma de simplificar a análise, sem perder a rigorosidade da interpretação analítica é considerar-se o tipo adiabático, conforme figura abaixo. Baseado nas conclu

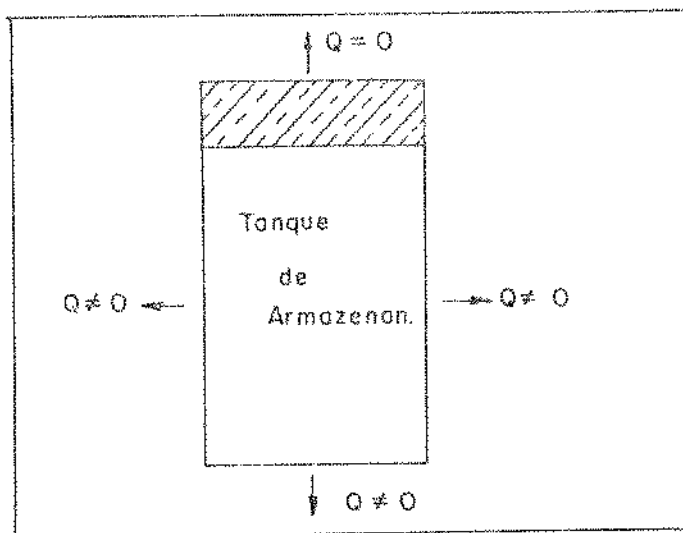


Fig.15_ Simplificação do Modelo.

sões da discussão anterior, não havendo perda de calor no topo, a configuração estratificada será constante, não ocorrendo convecção, ficando o fluido portanto estacionário. Isso possibilita desacoplar o sistema de equações e determinar a distribuição de temperaturas no espaço e função do tempo a partir da equação da energia,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{Pr} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \quad (33)$$

A simplificação realizada reduz consideravelmente o volume de cálculo, sem falsear o comportamento real do sistema, como os resultados experimentais (adiante) confirmarão.

2.4 - ANÁLISE DA PERDA DE CALOR:

É fundamental a superposição dos efeitos da perda de calor pelas paredes do tanque ao ambiente, aos efeitos da difusão térmica no interior do tanque. Dificilmente um isolamento pode ser considerado perfeito. No caso dos tanques de armazenamento térmico a perda de calor se dá preponderantemente nas paredes verticais, onde temos transmissão de calor por convecção e condução. As perdas pelo fundo não serão consideradas pois supõe-se que o fluido frio tem temperatura próxima do ambiente, o que corresponde à realidade na grande maioria dos casos. Sendo assim, o que se propõe é de terminar a taxa de perda de calor em um tanque cilíndrico, conforme a figura a seguir.

Conforme discutido anteriormente, o fluido no interior do tanque permanece estacionário, cedendo calor apenas por difusão à parede do tanque. Assumindo transmissão de calor radial através da parede e do isolamento, podemos escrever que:

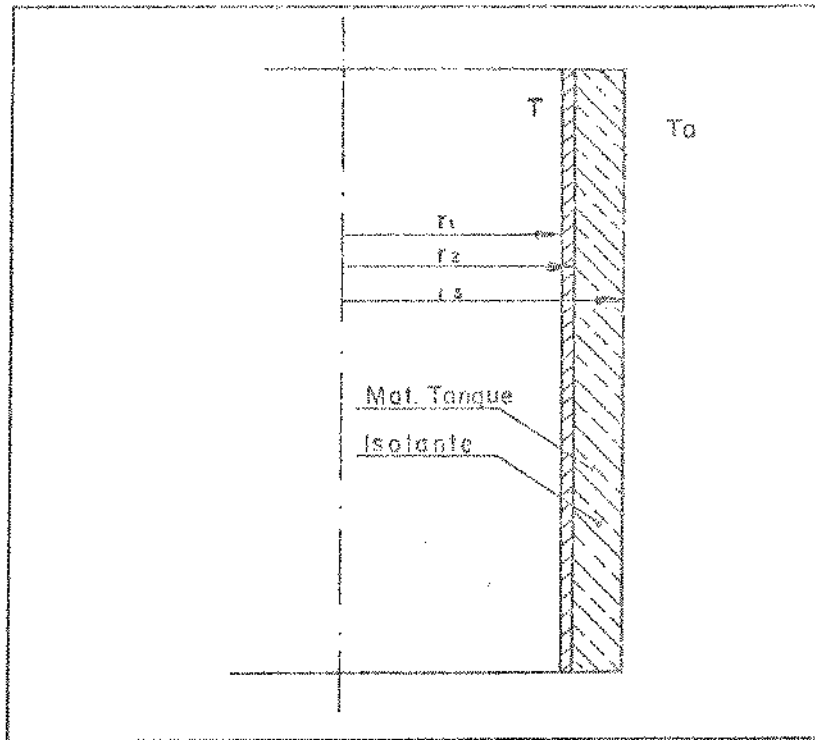


Fig.16 - Tanque de Armazenamento Real.

$$q = \frac{T - T_A}{\frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi K_t \ell} + \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi K_1 \ell} + \frac{l}{2\pi r_3 \ell h}} \quad (34)$$

Na aplicação da expressão acima torna-se necessário estimar corretamente o valor do coeficiente de película para convecção livre externa, h_x . Dentro das condições experimentais analisadas o valor do produto $Pr.Gr$ no exterior do tanque situou-se sempre abaixo de $2,02 \times 10^8$, o que, conforme Kreith (36), assegura o escoamento ser laminar. Provavelmente existe uma circulação de ar perto do tanque de armazenamento, principalmente naqueles colocados ao ar livre, mas pela dificuldade em quantificar, não foi considerada. Para a convecção natural no exterior de tubos, McAdams (37) sugere, para o regime laminar;

$$h = 0,41 \frac{K}{x} (PrGr)^{1/4} \quad (35)$$

onde x representa o comprimento a partir da base do tanque. Com esse valor do coeficiente de película mais as características geométricas, propriedades dos materiais empregados e condições de operação, podemos determinar a perda global de calor do tanque.

No caso de se conhecer a velocidade do ar no exterior dos tanques de armazenamento, o coeficiente de película de convecção forçada pode ser obtido da relação proposta por Whitaker (38), válida na faixa de número de Reynolds de 1 a 10^5 , e igual a:

$$h_c = \frac{K}{D} \left[\left(0,4 Re_D^{1/2} + 0,06 Re_D^{0,67} \right) Pr^{0,4} \left(\frac{\mu_s}{\mu_\infty} \right)^{0,25} \right] \quad (36)$$

onde:

$$Re_D = \frac{VD}{\nu}$$

onde todas as propriedades físicas devem ser avaliadas a temperatura da corrente livre T_∞ , exceto μ_s , que é a viscosidade à temperatura da superfície.

A expressão (34) será acoplada a equação fornecendo assim o comportamento real do tanque de armazenamento térmico.

2.5 - ANÁLISE DA ESTABILIDADE DAS CAMADAS DE FLUIDO:

É oportuno aquilatar a estabilidade das camadas

das estratificadas de fluido face a uma possível turbulência introduzida ou injeção de fluido com temperatura menor sobre o fluido quente.

O trabalho original de Rayleigh aplica-se a esse caso. Sejam duas lâminas de fluido, horizontais, separadas por uma distância L genérica. Caso a lâmina superior, por qualquer motivo não previsto, esteja a uma temperatura menor que a inferior, surgirão forças de empuxo ascensionais no fluido mais aquecido, que procurarão trazer as parcelas quentes para cima, contrariando as forças viscosas e a dissipação de temperatura por difusão. Conforme já apresentamos, o valor limite do nº de Rayleigh é 1,700, ou seja, abaixo desse valor não há movimento de parcelas de fluido por convecção natural. Como,

$$Ra = \frac{C_p \rho^2 \beta g \Delta T L^3}{\mu K} \quad (38)$$

para o valor crítico, temos,

$$\Delta T \cdot L^3 = \frac{\mu \cdot K \cdot (1,700)}{C_p \rho^2 \beta g} \quad (39)$$

Aplicando alguns valores típicos, determina-se que para distâncias da ordem de 5 cm, podemos ter diferenças de temperatura da ordem de 2 °C, no caso de usar-se a água como fluido de trabalho.

Uma simples análise conduzida dessa forma em um tanque em que se queira fazer retirada ou admissão de fluido, permite rapidamente avaliar se a alteração introduzida altera o equilíbrio do sistema de modo instável ou estável, ou seja, degradando ou mantendo a estratificação.

3 - RESOLUÇÃO NUMÉRICA:

Para operacionalizar as expressões obtidas no capítulo anterior, desenvolvemos um programa de computador, adotando o método dos elementos finitos.

3.1 - MÉTODO NUMÉRICO:

A seguir apresentaremos o método numérico utilizado para resolver a equação diferencial do transporte de energia. Esta equação será transformada em outra que envolva apenas combinações lineares de temperaturas na vizinhança de um determinado ponto. Esta equação é chamada equação de diferenças, e a transformação citada baseia-se no fato de existirem expressões que relacionam o valor da derivada de uma função em um ponto qualquer, dado, com valores desta mesma função em pontos vizinhos.

Em seguida discretizaremos a equação de diferença, aplicando-a a um reticulado. Para acompanhar o fenômeno no tempo, usaremos o fato da equação de diferenças relacionar a temperatura num ponto (r, z) em $t + \Delta t$ com as temperaturas do mesmo no instante t , ou seja, dada a configuração de temperaturas no tanque de armazenamento térmico em um instante t é possível obter a configuração completa para $t + \Delta t$, gerando-se um método de recorrência.

Para tal objetivo, será adotada a sequência:

- 1 - Determinar os pontos do tanque de armazenamento térmico, onde calcularemos a temperatura, ou seja, estabelecer um reticulado.
- 2 - Obter as expressões lineares para as derivadas, ou seja, obter a equação das diferenças.

3 - Escrever estas aproximações em função de pontos do reticulado, ou seja, discretizar a equação das diferenças.

A - ESTABELECIMENTO DE UM RETICULADO

Levando-se em conta a hipótese que a temperatura independe de θ , concluímos que qualquer seção longitudinal do cilindro que contenha o eixo de simetria tem a mesma distribuição de temperaturas. Logo, para representar o tanque em dado instante t , basta representar a metade da seção longitudinal, o que será feito utilizando-se uma malha bidimensional.

Definindo-se

COMP - comprimento do tanque

DIAM - diâmetro do tanque

NR - nº de pontos ao longo do diâmetro

NZ - nº de pontos ao longo da altura

podemos estabelecer o reticulado, sendo o espaçamento entre os pontos nos eixos r e x obtidos por

$$\Delta_r = \frac{\text{DIAM}}{2(\text{NR} - 1)} \quad (40)$$

$$\Delta_x = \frac{\text{COMP}}{(\text{NZ} - 1)} \quad (41)$$

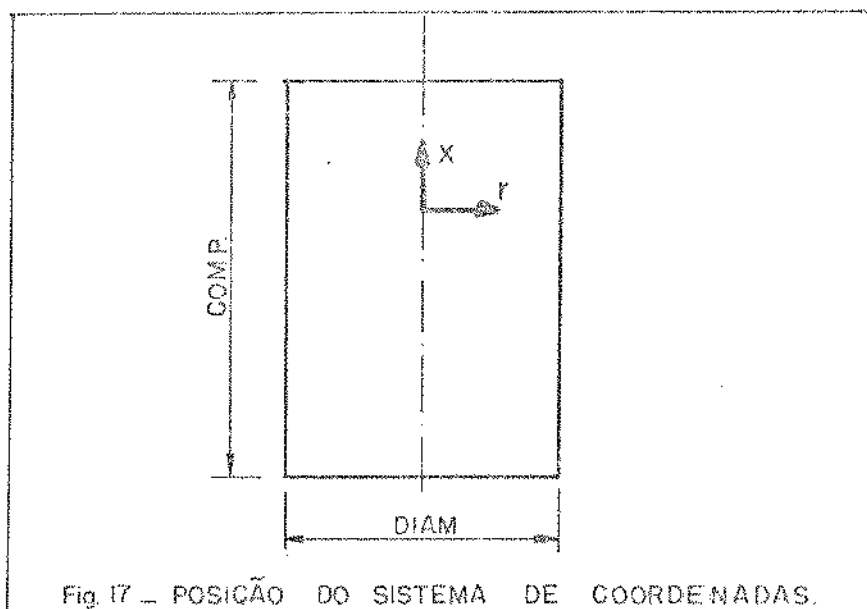
Para representar esta seção longitudinal na equação discretizada, usaremos uma matriz $T(i, j)$ onde i refere-se ao eixo x e j ao eixo r . Sendo assim, um determinado ponto (i, j) da matriz corresponderá ao par ordenado (x, r) na seção longitudinal do tanque, num dado instante t , segun

do a função de mapeamento.

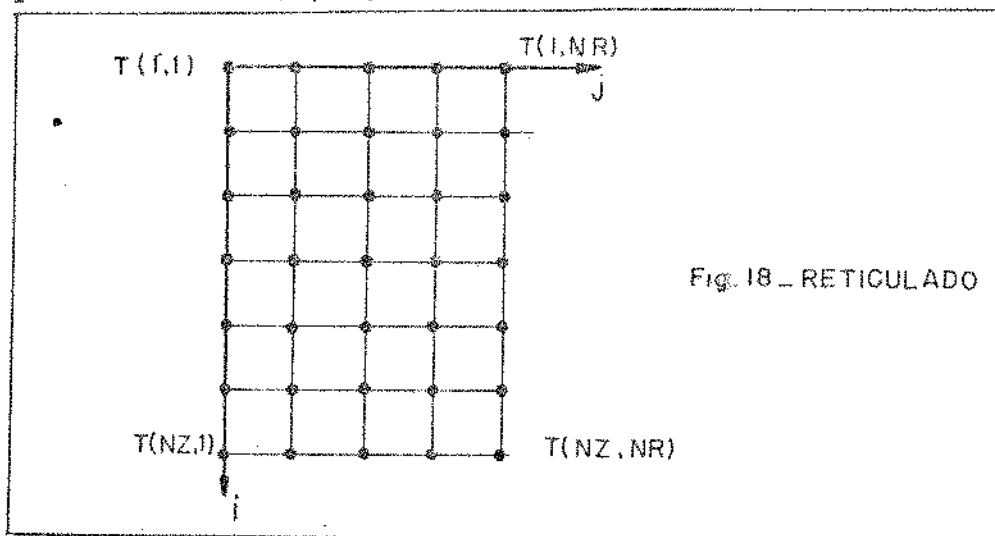
$$x = (NX - (i - 1))\Delta x \quad (42)$$

$$r = (j - 1)\Delta r \quad (43)$$

A figura abaixo apresenta a seção longitudinal do tanque de armazenamento, no sistema de coordenadas cilíndrico, usado para obter a equação da energia.



A matriz $T(i, j)$ tem seus eixos conforme a figura abaixo. Observe-se que o termo i corresponde as colunas, ou seja, ao longo da altura, enquanto o termo j corresponde as linhas, ou seja, ao longo do raio. O eixo de simetria é dado pela coluna $T(i, 1)$



B - OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO DE DIFERENÇAS

Seja f uma função de n variáveis (a_1, a_2, \dots, a_n)

São conhecidas as expansões por séries de Taylor:

$$f(a_1, \dots, a_j + \Delta a_j, \dots, a_n) = f(a_1, \dots, a_n) + \Delta a_j \frac{\partial f}{\partial a_j} + \frac{(\Delta a_j)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial a_j^2} + \dots$$

$$f(a_1, \dots, a_j - \Delta a_j, \dots, a_n) = f(a_1, \dots, a_n) - \Delta a_j \frac{\partial f}{\partial a_j} + \frac{(\Delta a_j)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial a_j^2} - \dots$$

A partir destas expressões podemos obter duas expressões notáveis para $(\partial f / \partial a_j)$, a saber:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial a_j} \right|_{(a_1, \dots, a_n)} = \frac{f(a_1, \dots, a_j + \Delta a_j, \dots, a_n) - f(a_1, \dots, a_n)}{\Delta a_j} \quad (44)$$

obtida da primeira expressão truncando-se a série após a primeira derivada, e

$$\left. \frac{\partial f}{\partial a_j} \right|_{(a_1, \dots, a_n)} = \frac{f(a_1, \dots, a_j + \Delta a_j, \dots, a_n) - f(a_1, \dots, a_j - \Delta a_j, \dots, a_n)}{2\Delta a_j} \quad (45)$$

obtida da subtração das duas expressões de série de Taylor, truncando-se o resultado após a primeira derivada. Os erros cometidos são da ordem de Δa_j e $(\Delta a_j)^2$, respectivamente, e embora a expressão (45) aparente maior eficiência que a expressão (44), apresenta graves problemas de estabilidade.

Podemos também, obter uma expressão para $\partial^2/\partial a_j^2$ somando-se e resolvendo as duas expansões em séries de Taylor,

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial a_j^2} \right|_{(a_1, \dots, a_n)} &= \\ &= \frac{f(a_1, \dots, a_j + \Delta a_j, \dots, a_n) - 2f(a_1, \dots, a_n) + f(a_1, \dots, a_j - \Delta a_j, \dots, a_n)}{(\Delta a_j)^2} \end{aligned} \quad (46)$$

com um erro de truncamento de $(\Delta a_j)^2$

Essas aproximações são largamente empregadas em cálculo numérico, no método das diferenças finitas, e no nosso caso, optamos pelo uso de expressões de diferenças finitas ascendentes, centradas ou descendentes, conforme a posição.

Assim, temos:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{(x, r)} = \frac{T(x, r + \Delta r) - T(x, r - \Delta r)}{2\Delta r} \quad (47)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{(x, r)} = \frac{T(x, r) - T(x, r - \Delta r)}{\Delta r} \quad (48)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{(x, r)} = \frac{T(x, r + \Delta r) - T(x, r)}{\Delta r} \quad (49)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r^2} \right|_{(x, r)} = \frac{T(x, r + \Delta r) - 2T(x, r) + T(x, r - \Delta r)}{\Delta r^2} \quad (50)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r^2} \right|_{(x, r)} = \frac{T(x, r) - 2T(x, r - \Delta r) + T(x, r - 2\Delta r)}{\Delta r^2} \quad (51)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r^2} \right|_{(x, r)} = \frac{T(x, r + 2\Delta r) - 2T(x, r + \Delta r) + T(x, r)}{\Delta r^2} \quad (52)$$

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|_{(x, r)} = \frac{T(x + \Delta x, r) - 2T(x, r) + T(x - \Delta x, r)}{\Delta x^2} \quad (53)$$

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|_{(x, r)} = \frac{T(x, r) - 2T(x - \Delta x, r) + T(x - 2\Delta x, r)}{\Delta x^2} \quad (54)$$

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|_{(x, r)} = \frac{T(x + 2\Delta x, r) - 2T(x + \Delta x, r) + T(x, r)}{\Delta x^2} \quad (55)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{(x, r)} = \frac{T(x, r) \Big|_{t + \Delta t} - T(x, r) \Big|_t}{\Delta t} \quad (56)$$

onde todas as derivadas são calculadas em (x, r) e estamos considerando um instante t fixo, exceto quando for explicitamente indicado, como é na expressão (12).

Da modelagem física do tanque de armazenamento térmico, obtemos

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{Pr} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \quad (57)$$

ou

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{Pr} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \quad (58)$$

É preciso portanto apenas substituir as expressões das diferenças finitas na equação diferencial, para se obter a equação das diferenças a ser resolvida. No entanto, esta equação possui uma singularidade no termo $1/r \frac{\partial T}{\partial r}$, para $r = 0$, que deve ser levantada. Para isso, calculamos,

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (59)$$

como a derivada parcial em $r = 0$ é nula, dado a simetria, podemos escrever que,

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} \right) = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \Big|_{r=0} \quad (60)$$

resultado também alcançável pela regra de L'Hospital. Com isto, para $r = 0$, a equação diferencial pode ser reescrita como

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{Pr} \left[2 \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \quad (61)$$

Substituindo as expressões das diferenças finitas nas equações diferenciais, obtemos nove expressões que são as equa

ções de diferenças procuradas:

1 - Para $r = 0$; $x = 0$

$$\begin{aligned}
 T(x, r) \Big|_{t + \Delta t} &= \frac{2\Delta t}{Pr(\Delta r)^2} \left[T(x, r + 2\Delta r) - 2T(x, r + \Delta r) \right] + \\
 &+ \frac{\Delta t}{Pr(\Delta x)^2} \left[T(x + 2\Delta x, r) - 2T(x + \Delta x, r) - 2T(x - \Delta x, r) \right] + \\
 &+ T(x, r) \left[1 + \frac{\Delta t}{Pr} \left(\frac{2}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \right) \right] \quad (62)
 \end{aligned}$$

2 - Para $r = 0$, $0 < x < COMP$

$$\begin{aligned}
 T(x, r) \Big|_{t + \Delta t} &= \frac{2\Delta t}{Pr(\Delta r)^2} \left[T(x, r + 2\Delta r) - 2T(x, r + \Delta r) \right] + \\
 &+ \frac{\Delta t}{Pr(\Delta x)^2} \left[T(x + \Delta x, r) + T(x - \Delta x, r) \right] + \\
 &+ \left(1 + \frac{2\Delta t}{Pr} \left(\frac{1}{(\Delta r)^2} - \frac{1}{(\Delta x)^2} \right) \right) T(x, r) \quad (63)
 \end{aligned}$$

3 - Para $r = 0$, $x = COMP$

$$\begin{aligned}
 T(x, r) \Big|_{t + \Delta t} &= \frac{2\Delta t}{Pr(\Delta r)^2} \left[T(x, r + 2\Delta r) - 2T(x, r + \Delta r) \right] + \\
 &+ \frac{\Delta t}{Pr(\Delta x)^2} \left[T(x - 2\Delta x, r) - 2T(x - \Delta x, r) \right] +
 \end{aligned}$$

$$+ T(x, r) \left[1 + \frac{\Delta t}{Pr} \left(\frac{2}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2} \right) \right] \quad (64)$$

4 - Para $0 < r < \text{DIAM}$, $x = 0$

$$\begin{aligned} T(x, r) \Big|_{t+\Delta t} &= \frac{\Delta t}{Pr \Delta r} \left(\frac{1}{2r} + \frac{1}{\Delta r} \right) T(x, r + \Delta r) + \\ &+ \frac{\Delta t}{Pr \Delta r} \left[\frac{1}{\Delta r} - \frac{1}{2r} \right] T(x, r - \Delta r) + \\ &+ \frac{\Delta t}{Pr (\Delta x)^2} (T(x + 2\Delta x, r) - 2T(x + \Delta x, r) + \\ &+ T(x, r) \left[1 - \frac{\Delta t}{Pr} \left[\frac{2}{(\Delta r)^2} - \frac{1}{(\Delta x)^2} \right] \right] \end{aligned} \quad (65)$$

5- Para $0 < r < \text{DIAM}$, $0 < x < \text{COMP}$

$$\begin{aligned} T(x, r) \Big|_{t+\Delta t} &= \frac{\Delta t}{Pr (\Delta x)^2} \left[T(x + \Delta x, r) + T(x - \Delta x, r) \right] + \\ &+ \frac{\Delta t}{Pr \Delta r} \left[\frac{1}{\Delta r} + \frac{1}{2r} \right] \left[T(x, r + \Delta r) \right] \\ &+ \frac{\Delta t}{Pr \Delta r} \left[\frac{1}{\Delta r} - \frac{1}{2r} \right] \left[T(x, r - \Delta r) \right] \\ &+ T(x, r) \left[- \frac{2\Delta t}{Pr} \left[\frac{1}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \right] \right] \end{aligned} \quad (66)$$

6 - PARA $0 < r < \text{DIAM}$, $x = \text{COMP}$

$$\begin{aligned}
 T(x, r)_{t + \Delta t} &= \frac{\Delta t}{Pr \Delta r} \left(\frac{1}{\Delta r} + \frac{1}{2r} \right) T(x, r + \Delta r) + \\
 &+ \frac{\Delta t}{Pr \Delta r} \left(\frac{1}{\Delta r} - \frac{1}{2r} \right) T(x, r - \Delta r) + \\
 &+ \frac{\Delta t}{Pr (\Delta x)^2} (T(x - 2\Delta x, r) - 2T(x - \Delta x, r)) + \\
 &+ T(x, r) \left[1 - \frac{\Delta t}{Pr} \left[\frac{2}{(\Delta r)^2} - \frac{1}{(\Delta x)^2} \right] \right]
 \end{aligned}
 \tag{67}$$

7 - Para $r = \text{DIAM}$, $x = 0$

$$\begin{aligned}
 T(x, r)_{t + \Delta t} &= \frac{\Delta t}{Pr \cdot r \cdot \Delta r} \left[T(x, r) - T(x, r - \Delta r) \right] + \\
 &+ \frac{\Delta t}{Pr (\Delta r)^2} \left[T(x, r - 2\Delta r) \right] + \\
 &+ \frac{\Delta t}{Pr (\Delta x)^2} \left[T(x + 2\Delta x, r) - 2T(x + \Delta x, r) \right] + \\
 &+ T(x, r) \left[1 + \frac{\Delta t}{Pr} \left[\frac{1}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \right] \right]
 \end{aligned}
 \tag{68}$$

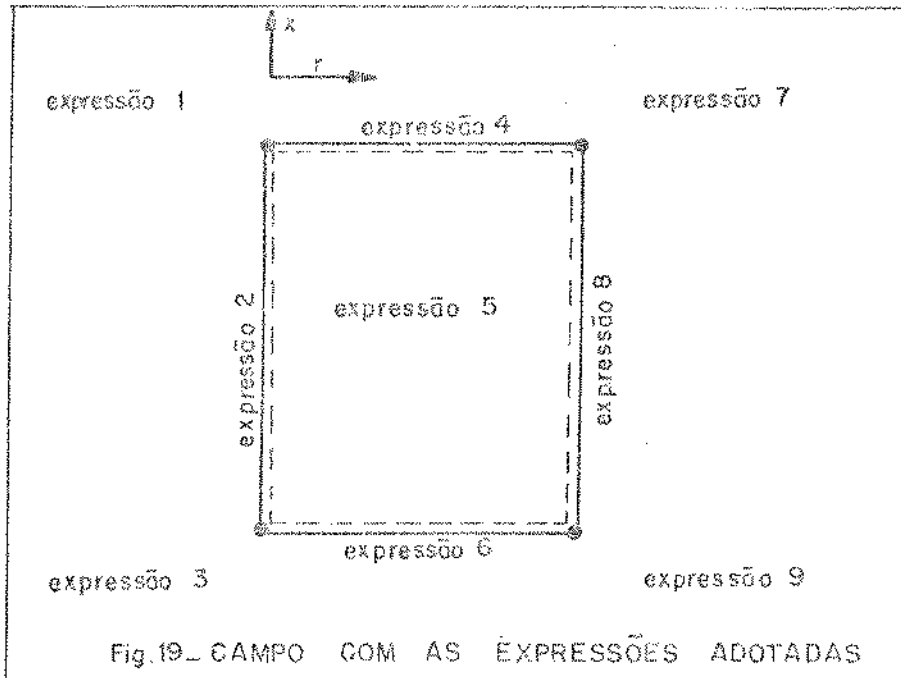
8 - Para $r = \text{DIAM}$, $0 < x < \text{COMP}$

$$\begin{aligned}
 T(x, r)_{t + \Delta t} &= \frac{\Delta t}{Pr \cdot r \cdot \Delta r} (T(x, r) - T(x, r - \Delta r)) + \\
 &+ \frac{\Delta t}{Pr (\Delta r)^2} \left[T(x, r - 2\Delta r) - 2T(x, r - \Delta r) \right] \\
 &+ \frac{\Delta t}{Pr (\Delta x)^2} \left[T(x + \Delta x, r) + T(x - \Delta x, r) \right] + \\
 &+ T(x, r) \left[1 + \frac{\Delta t}{Pr} \left[\frac{1}{(\Delta r)} - \frac{2}{(\Delta x)^2} \right] \right] \quad (69)
 \end{aligned}$$

9 - Para $r = \text{DIAM}$, $x = \text{COMP}$

$$\begin{aligned}
 T(x, r) &= \frac{\Delta t}{Pr \cdot r \cdot \Delta r} \left[T(x, r) - T(x, r - \Delta r) \right] + \\
 &+ \frac{\Delta t}{Pr (\Delta r)^2} \left[T(x, r - 2\Delta r) - 2T(x, r - \Delta r) \right] + \\
 &+ \frac{\Delta t}{Pr (\Delta x)^2} \left[T(x - 2\Delta x, r) - 2T(x - \Delta x, r) \right] + \\
 &+ T(x, r) \left[1 + \frac{\Delta t}{Pr} \left[\frac{1}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \right] \right] \quad (70)
 \end{aligned}$$

Estas expressões permitem obter a distribuição de temperaturas em todo o tanque, sendo aplicáveis conforme a figura a seguir, ao centro, contorno, topo e fundo e ao eixo de



simetria. Podemos observar, que dependendo dos valores de P_r , Δt , Δr e Δx escolhidos, o erro cometido no truncamento da série de Taylor será repetido e ampliado, propagando-se de uma configuração das isothermas em t para a outra configuração em $t + \Delta t$. A estabilidade do método pode ser conseguida com o refinamento do reticulado às expensas de maior trabalho de cálculo ou tempo de máquina nas soluções por computador.

C - DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE DIFERENÇAS -

Para implementarmos a solução numérica em um computador digital, é preciso discretizar as nove equações obtidas no item anterior, isto é, aplicá-las ao reticulado já estabelecido. Como a matriz $T(i, j)$ de mapeamento das isothermas incorpora propriedades cartesianas é preciso adaptá-la as expressões obtidas, que têm coordenadas radial e ao longo da altura. Assim, se ao ponto (x, r) fizermos corresponder a posição (i, j) na matriz, de tal forma que:

$$T(x, r) = T(i, j) \quad (71)$$

temos que

$$T(x + \Delta x, r) = T(i + 1, j) \quad (72)$$

$$T(x - \Delta x, r) = T(i - 1, j) \quad (73)$$

$$T(x + 2\Delta x, r) = T(i + 2, j) \quad (74)$$

$$T(x - 2\Delta x, r) = T(i - 2, j) \quad (75)$$

$$T(x, r + \Delta r) = T(i, j + 1) \quad (76)$$

$$T(x, r + 2\Delta r) = T(i, j + 2) \quad (77)$$

$$T(x, r - \Delta r) = T(i, j - 1) \quad (78)$$

$$T(x, r - 2\Delta r) = T(i, j - 2) \quad (79)$$

O termo $1/r$ pode ser escrito em função de j , sendo

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{(j - 1)\Delta r} \quad (80)$$

É conveniente definir-se algumas constantes a serem usadas nas expressões discretizadas, a saber.

$$\Delta A = \frac{2\Delta t}{Pr(\Delta r)^2} \quad (81)$$

$$\Delta B = \frac{\Delta t}{Pr(\Delta x)^2} \quad (82)$$

$$\Delta C = \left[1 + \frac{\Delta t}{Pr} \left(\frac{2}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \right) \right] \quad (83)$$

$$\Delta D = \left[1 + \frac{2\Delta t}{Pr} \left(\frac{1}{(\Delta r)^2} - \frac{1}{(\Delta x)^2} \right) \right] \quad (84)$$

$$\Delta E(j) = \frac{\Delta t}{Pr \cdot \Delta r} \left[\frac{1}{\Delta r} + \frac{1}{2(j-1)\Delta r} \right] \quad (85)$$

$$\Delta F(j) = \frac{\Delta t}{Pr \cdot \Delta r} \left[\frac{1}{\Delta r} - \frac{1}{2(j-1)\Delta r} \right] \quad (86)$$

$$\Delta G = \left[1 - \frac{\Delta t}{Pr} \left[\frac{2}{(\Delta r)^2} - \frac{1}{(\Delta x)^2} \right] \right] \quad (87)$$

$$\Delta H = \left[1 - \frac{2\Delta t}{Pr} \left[\frac{1}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \right] \right] \quad (88)$$

$$\Delta I(j) = \frac{\Delta t}{Pr(j-1)(\Delta r)^2} \quad (89)$$

$$\Delta J = \frac{\Delta t}{Pr(\Delta r)^2} \quad (90)$$

$$\Delta K = \left[1 + \frac{\Delta t}{Pr} \left(\frac{1}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \right) \right] \quad (91)$$

$$\Delta L = \left[1 + \frac{\Delta t}{Pr} \left(\frac{1}{(\Delta r)^2} - \frac{2}{(\Delta x)^2} \right) \right] \quad (92)$$

A partir destas constantes podemos definir:

Caso 1 - Para $i = 1, j = 1$

$$\begin{aligned} T(j, i) \Big|_{t+\Delta t} &= \Delta A(T(i, j+2) - 2T(i, j+1)) + \\ &+ \Delta B(T(i+2, j) - 2T(i+1, j)) + \\ &+ \Delta C(T(i, j)) \end{aligned} \quad (93)$$

Caso 2 - Para $j = 1, 1 < i < NZ$

$$\begin{aligned} T(i, j) \Big|_{t + \Delta t} &= \Delta A(T(i, j + 2) - 2T(i, j + 1)) + \\ &+ \Delta B(T(i + 1, j) + T(i - 1, j)) + \\ &+ \Delta D(T(i, j)) \end{aligned} \quad (94)$$

Caso 3 - Para $j = 1, i = NZ$

$$\begin{aligned} T(i, j) \Big|_{t + \Delta t} &= \Delta A(T(i, j + 2) - 2T(i, j + 1)) + \\ &+ \Delta B(T(i - 2, j) - 2T(i - 1, j)) + \\ &+ \Delta C(T(i, j)) \end{aligned} \quad (95)$$

Caso 4 - Para $1 < j < NR, i = 1$

$$\begin{aligned} T(i, j) \Big|_{t + \Delta t} &= \Delta R(j)(T(i, j + 1)) + \Delta F(j)(T(i, j - 1)) + \\ &+ \Delta B(T(i + 2, j) - 2T(i + 1, j)) + \\ &+ \Delta G(T(i, j)) \end{aligned} \quad (96)$$

Caso 5 - Para $1 < j < NR, 1 < i < NZ$

$$\begin{aligned} T(i, j) \Big|_{t + \Delta t} &= \Delta E(j)(T(i, j + 1)) + \Delta F(j)T(i, j - 1) + \\ &+ \Delta B(T(i + 1, j) + T(i - 1, j)) + \\ &+ \Delta H(T(i, j)) \end{aligned} \quad (97)$$

Caso 6 - Para $1 < j < NR, i = NZ$

$$\begin{aligned} T(i, j) \Big|_{t + \Delta t} &= \Delta E(j)(T(i, j + 1)) + \Delta F(j)(T(i, j - 1)) + \\ &+ \Delta B(T(i - 2, j) - 2T(i - 1, j)) + \Delta G(T(i, j)) \end{aligned} \quad (98)$$

Caso 7 - Para $j = NR$, $i = 1$

$$\begin{aligned}
 T(i, j) \Big|_{t + \Delta t} &= \Delta I(j) (T(i, j) - T(i, j - 1)) + \\
 &+ \Delta B (T(i + 2, j) - 2T(i + 1, j)) + \\
 &+ \Delta J (T(i, j - 2) - 2T(i, j - 1)) + \\
 &+ \Delta K (T(i, j))
 \end{aligned} \tag{99}$$

Caso 8 - Para $j = NR$, $1 < i < NZ$

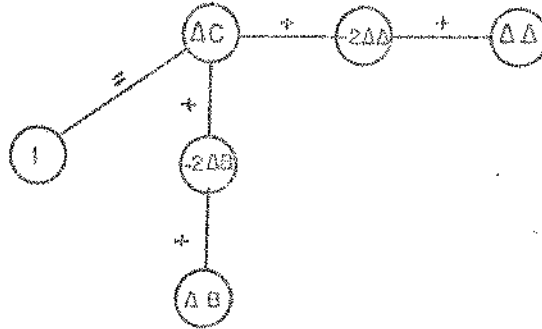
$$\begin{aligned}
 T(i, j) \Big|_{t + \Delta t} &= \Delta I(j) (T(i, j) - T(i, j - 1) + \Delta B (T(i + 1, j) \\
 &+ T(i - 1, j)) + \\
 &+ \Delta J (T(i, j - 2) - 2T(i, j - 1)) + \\
 &+ \Delta L (T(i, j))
 \end{aligned} \tag{100}$$

Caso 9 - Para $j = NR$, $i = NZ$

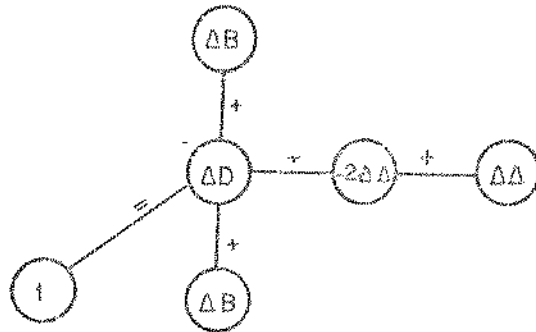
$$\begin{aligned}
 T(i, j) \Big|_{t + \Delta t} &= \Delta I(j) (T(i, j) - T(i, j - 1)) + \\
 &+ \Delta B (T(i - 2, j) - 2T(i - 1, j)) \\
 &+ \Delta J (T(i, j - 2) - 2T(i, j - 1)) + \\
 &+ \Delta K (T(i, j))
 \end{aligned} \tag{101}$$

São essas as expressões que permitem obter a configuração das isothermas em $t + \Delta t$, a partir de dada distribuição em t . Uma boa maneira de visualizar a aproximação feita é obtida através da "Representação Molecular" sugerida por Ames (39). Assim temos:

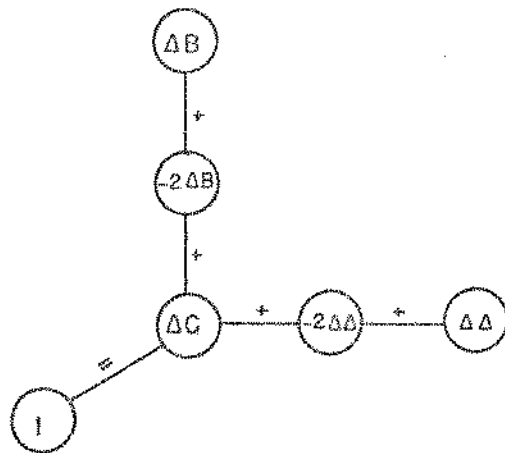
- Caso 1 - $j = 1$, $i = 1$



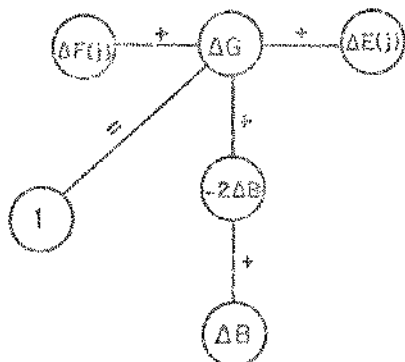
- Caso 2 - $j = 1$, $1 < i < NZ$



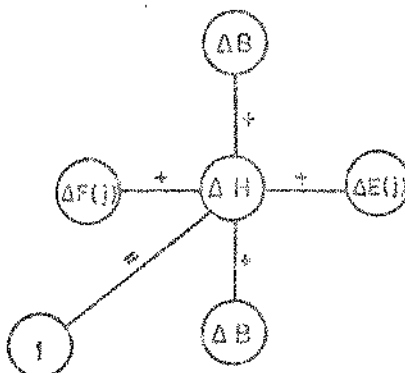
- Caso 3 - $j = 1$, $i = NZ$



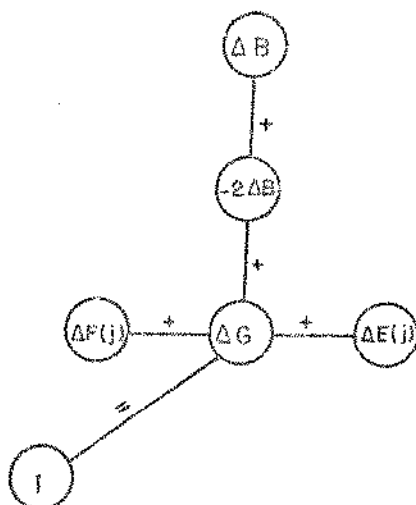
- Caso 4 - $1 < j < NR$, $i = 1$



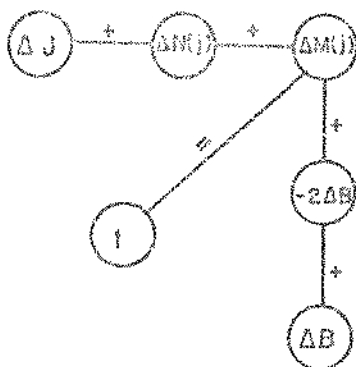
- Caso 5 - $1 < j < NR$, $1 < i < NZ$



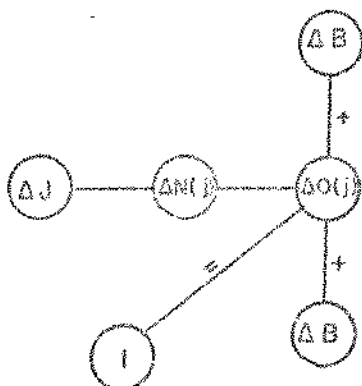
- Caso 6 - $1 < j < NR$, $i = NZ$



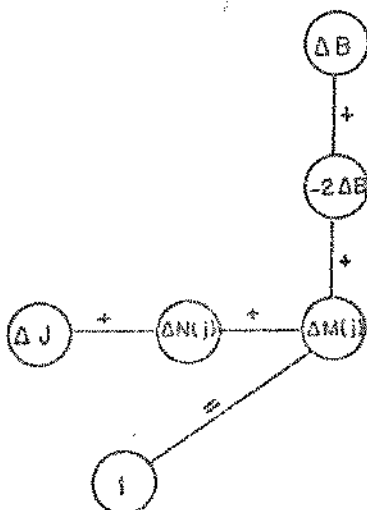
- Caso 7 - $j = NR$, $i = 1$



- Caso 8 - $j = NR$, $1 < i < NZ$



- Caso 9 - $j = NR$, $i = NZ$



A "Representação Molecular" é uma representação pictórica que permite uma correta avaliação das influências relativas das temperaturas dos diversos nós, adjacentes ou não, sobre a temperatura no ponto considerado, no instante imediatamente posterior ao qual é dado a configuração da distribuição das temperaturas.

3.2 - PROGRAMAS PARA COMPUTADOR HP.3000

A partir das expressões finais obtidas para método numérico, implantou-se um conjunto de programas, em FORTRAN IV, para uso com um sistema de computação HP-3000, visando determinar as isotermas em função do tempo, tipo de fluido, características geométricas e operacionais do tanque, considerado inicialmente estratificado.

Na implementação destes programas foi necessário usar-se outras equações, ainda não apresentadas, que serão discutidas a seguir:

- parâmetros de tempo:

$$DTS = DTM.60 \quad (102)$$

$$IAUX = RELT/DTM \quad (103)$$

$$TIME = 0 \quad (104)$$

$$TIME = TIME + RELT \quad (105)$$

$$NX = 1 \quad (106)$$

$$NX = 0 \quad (107)$$

$$LC = 0 \quad (108)$$

$$LC = LC + 1 \quad (109)$$

- parâmetros de temperatura:

$$TM = (TQ + TF)/2 \quad (110)$$

$$NZP = NZ/2 \quad (1134)$$

$$NZT = NZP + 1 \quad (1135)$$

$$TA(I, J) = 0 \quad (1111)$$

$$TA(I, J) = 1 \quad (1112)$$

$$TD(I, J) = TF + TA(I, J) \left[TQ - TF \right] \quad (1113)$$

$$TNA(I, NR) = (TND(I, NR) - TF)/(TQ - TF) \quad (1114)$$

$$TX(L, NR) = TNA(L, NR) \quad (1115)$$

$$TA(L, N) = TX(L, N) \quad (1116)$$

- conversão = nº termopar por altura do fundo

$$ALTEX(I) = 0,60 + (NTP(I) - 6).0,05 \quad (1117)$$

$$ALTEX(I) = NTP(I).0,10 \quad (1118)$$

$$ALTEX(I) = 1,50 + (NTP(I) - 22).0,10 \quad (1119)$$

- parâmetros da troca de calor com o ambiente

$$DIA1 = DIA \quad (120)$$

$$DIA2 = DIA1 + 2.ESPT \quad (121)$$

$$DIA3 = DIA2 + 2.ESPI \quad (122)$$

$$MXC = (\pi(DIA1^2 - (DIA1 - DRA1 - DRD)^2)/4.DZD.Ro) \quad (123)$$

$$RTB = \text{Ln}(DIA2/DIA1)/(2.\pi.CNDT.DZD) \quad (124)$$

$$RIS = \text{Ln}(DIA3/DIA2)/(2.\pi.CNDI.DZD) \quad (125)$$

$$REX = 1/(2.\pi.DIA3.DZD.CPEX) \quad (126)$$

$$RTT = RTB + RIS + REX \quad (127)$$

$$QPER(I) = (TD(I, NR) - TAMB).DTS/RTT \quad (128)$$

$$TND(I, NR) = TD(I, NR) - QPER(I)/(XMC.CP) \quad (129)$$

Os valores da difusividade térmica, ALFA, e do número de Prandtl, PR, para os fluidos considerados, água e óleo térmico GILOTERM ADX-10 foram obtidos de Kreith (36) e da Rhône (40), sendo obtidas as seguintes correlações, através de regressão quadrática:

- para água -

$$PR = 10,477851 - 0,195416.TM + 0,0011774 - TM^2 \quad (130)$$

$$ALFA = \frac{1 \times 10^{-4}}{3600} \left[4,7857 - 0,0190108.TM - 0,00007365.TM^2 \right] \quad (131)$$

- para GILOTERM ADX-10

$$PR = 102,7506 - 2,15412.TM + 0,15136.TM^2 \quad (132)$$

$$ALFA = 1 \times 10^{-8} \left[6,920635 - 0,0132489.TM - 0,000037.TM^2 \right] \quad (133)$$

Para essas correlações, cujo erro máximo obtido foi 5%, o valor de TM deve ser dado em °C, na faixa de 20 a 100 °C.

A simbologia adotada nos programas para análise da estratificação foi a seguinte:

- ALFA - difusividade térmica do fluido, (m^2/s)
- ALT - altura do tanque de armazenamento, (m)
- ALTEX(I) - altura de montagem do termopar, i-ésimo valor lido, (m)
- CNDI - condutividade térmica do isolante, ($\text{W}/\text{m} \cdot \text{°C}$)
- CNDT - condutividade térmica do tubo, ($\text{W}/\text{m} \cdot \text{°C}$)
- CP - calor específico a pressão constante do fluido, ($\text{J}/\text{kg} \cdot \text{°C}$)

- CPEX - coeficiente de película para convecção natural, externamente ao tanque, ($W/m^2 \cdot ^\circ C$)
- DIA - diâmetro do tanque de armazenamento, (m)
- DIA1 - diâmetro interno do tanque de armazenamento, (m)
- DIA2 - diâmetro externo do tanque de armazenamento, (m)
- DIA3 - diâmetro externo do tanque de armazenamento, com isolante térmico, (m)
- DR - intervalo na distância radial, usado na resolução por diferenças finitas, adimensional
- DRD - intervalo na distância radial, (m)
- DT - intervalo de tempo, usado na resolução por diferenças finitas, adimensional
- DTM - intervalo de tempo, (min)
- DTS - intervalo de tempo, (s)
- DZ - intervalo na distância axial, usado na resolução por diferenças finitas adimensional
- DZD - intervalo na distância axial, (m)
- EPS - valor para controle de convergência da temperatura adimensional, no método numérico
- ESPI - espessura do isolante térmico, (m)
- ESPT - espessura do tanque de armazenamento, sem isolamento, (m)
- IAUX - número de iterações necessárias para saída de resultados
- IY - valor de controle na leitura dos dados experimentais.
- LC - valor de controle nas iterações, associado a IAUX
- NR - número de nós, ao longo de um eixo radial, na resolução numérica.

- NPTS - número de pontos experimentais fornecidos
- NTP - número do termopar, na leitura de dados experimentais.
- NX - variável para controle de saída da condição inicial
- NZ - número de nós, ao longo de um eixo axial, na resolução numérica.
- NZP - número do nó abaixo do qual o fluido está frio.
- NZT - número do nó acima do qual o fluido está quente.
- PR - número de Prandtl para o fluido
- OPER - calor cedido ao ambiente, (J)
- RELT - intervalo entre relatórios, (min)
- REX - resistência à transmissão de calor por convecção, (°C/W)
- RIS - resistência à transmissão de calor por condução no isolamento térmico, (°C/W)
- RTB - resistência a transmissão de calor por condução na parede do tanque, (°C/W)
- RTT - resistência térmica total, à transmissão de calor do fluido para o ambiente, (°C/W)
- RO - massa específica do fluido, (Kg/m³)
- TA(I,J) - temperatura adimensional no nó (I, J)
- TAMB - temperatura ambiente, (°C)
- TD(I,J) - temperatura dimensional, associada a TA(I,J), (°C)
- TEXM(I) - temperatura medida no termopar NTP(I), (°C)
- TFM - tempo final do programa, (min)
- TF - temperatura do fluido frio, (°C)
- TIME - tempo de saída do relatório, (min)
- TNA (I,J) - temperatura adimensional após cálculo do calor cedido ao ambiente.

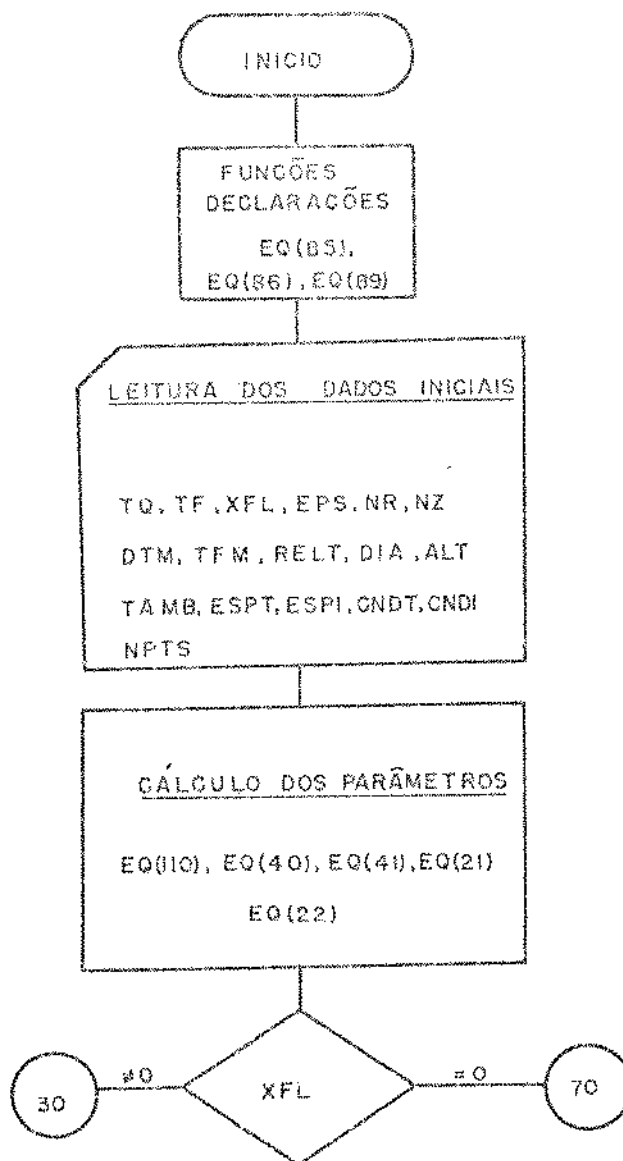
- TND(I,J) - temperatura dimensional, associada a TNA (I,J),
(°C)
- TQ - temperatura do fluido quente, (°C)
- TREF - tempo de referência, para adimensionalização dos
valores de tempo.
- XMC - fração de massa associada a redução de tempera
tura devido à perda de calor para o ambiente ,
(Kg)
- XFL - valor associado ao tipo de fluido usado no tan
que de armazenamento, quando 1, adota-se água,
quando 0, adota-se GILOTHERM ADX-10.

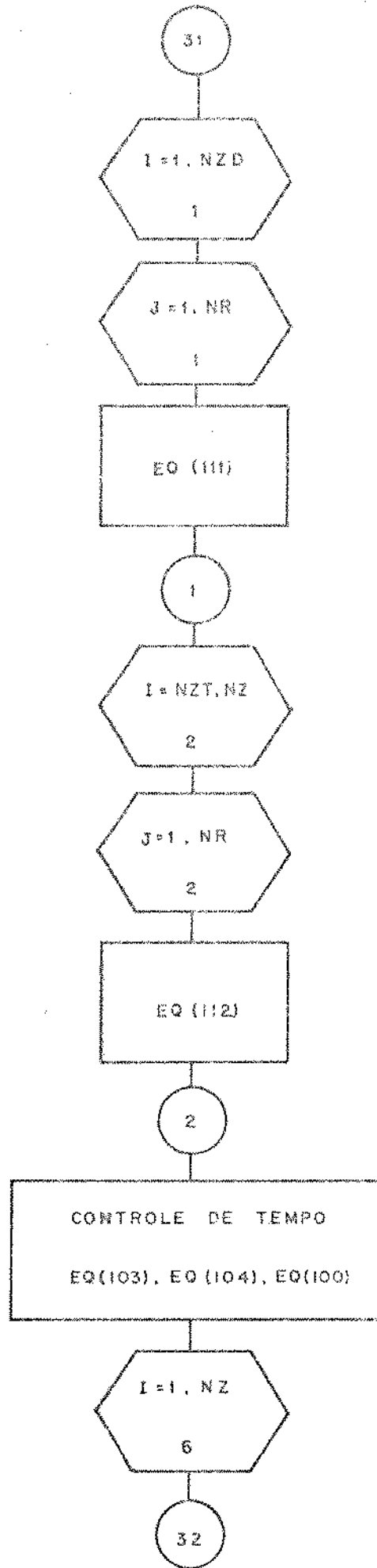
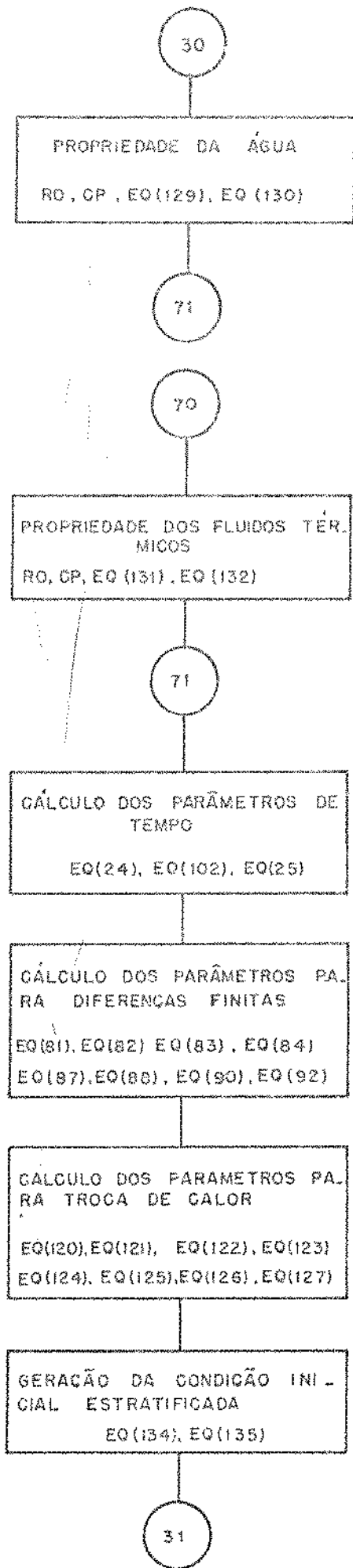
O quadro abaixo resume as características dos programas desen
volvidos, usando o método das diferenças finitas.

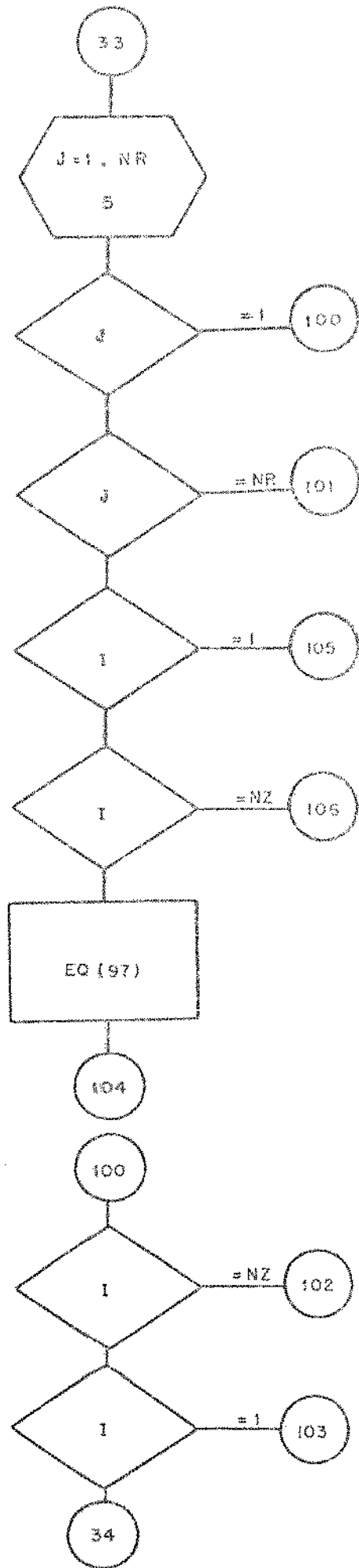
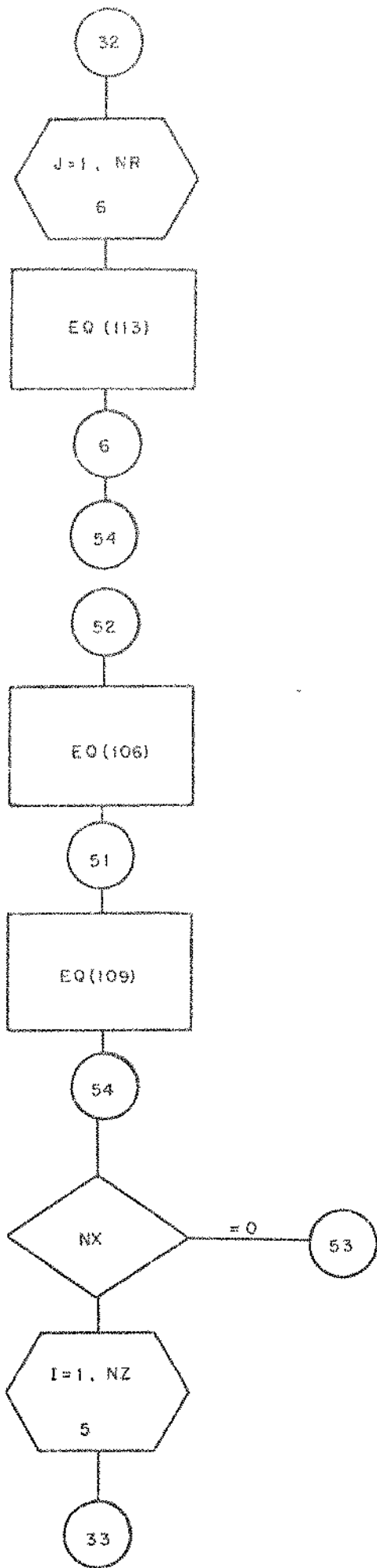
PROGRAMA	TIPO	CARACTERÍSTICA	SAÍDA
UNISTRA 1	unidimensional	-	impressora
PLOTSTR 1	"	temperatura no eixo de simetria	plotter
PLOTSTR 2	"	2 temperaturas em 2 eixos	plotter
BISTRAT 1	bidimensional	-	impressora
BISTRAT 2	"	com perdas	impressora
PLTBST 1	"	-	plotter
PLTBST 2	"	com perdas	plotter
PLTBST 3	"	com perdas e da dos experimentais.	plotter

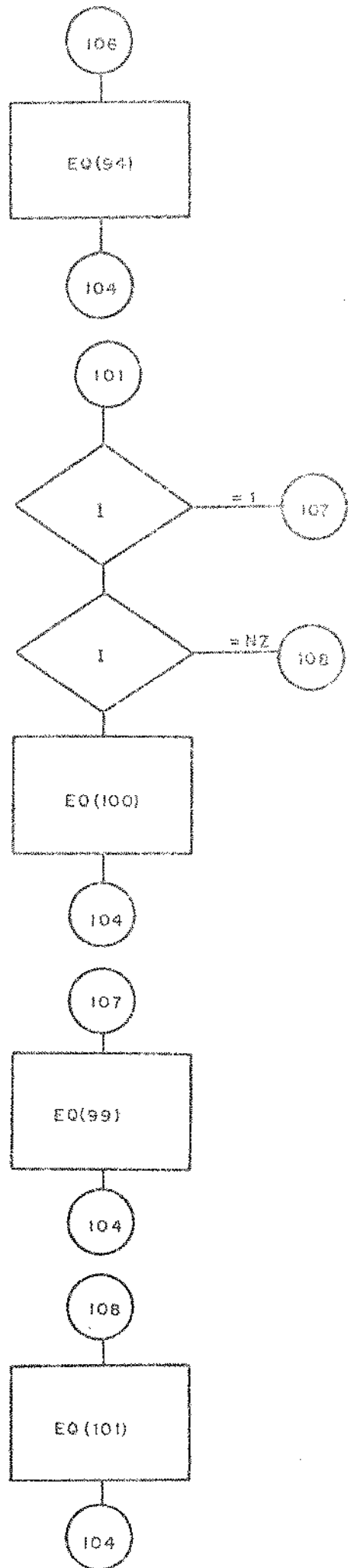
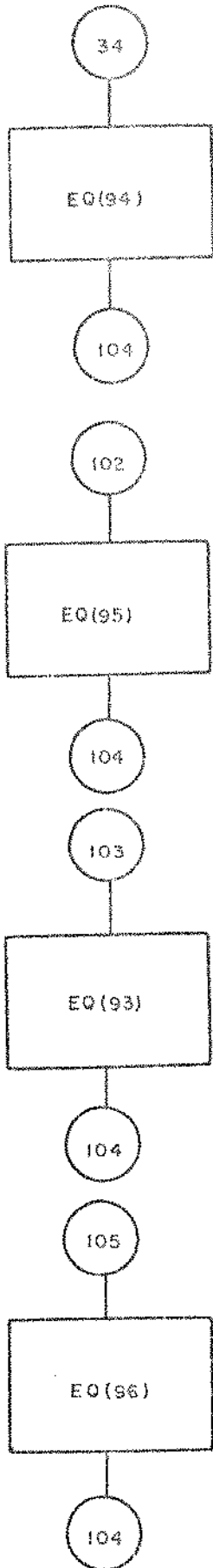
Foram desenvolvidos outros programas, para simular uma situação de injeção de fluido no tanque, a uma dada temperatura, tempo e altura, com retirada por cima ou pelo fundo, e para analisar a disponibilidade energética em um tanque misturado. Esses programas serão discutidos nos próximos capítulos.

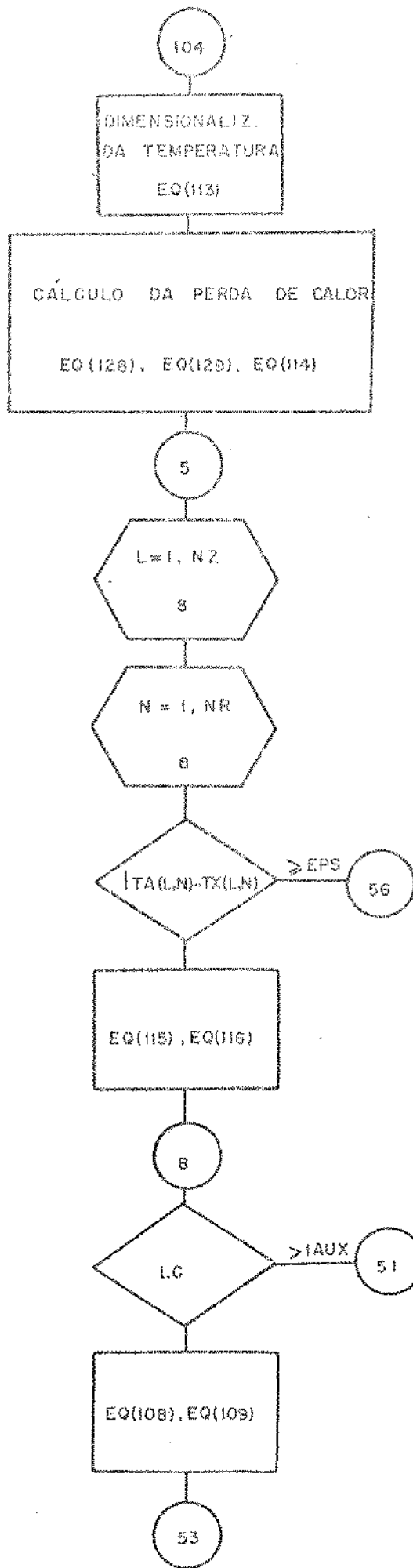
Dentre os programas, o PLTBST 3 é o mais geral de todos, bidimensional, usando o plotter para saída de resultados e considerando o efeito das perdas de calor pelas paredes do tanque, além de plotar também os resultados experimentais obtidos para as condições de operação, discutidas no capítulo 4.

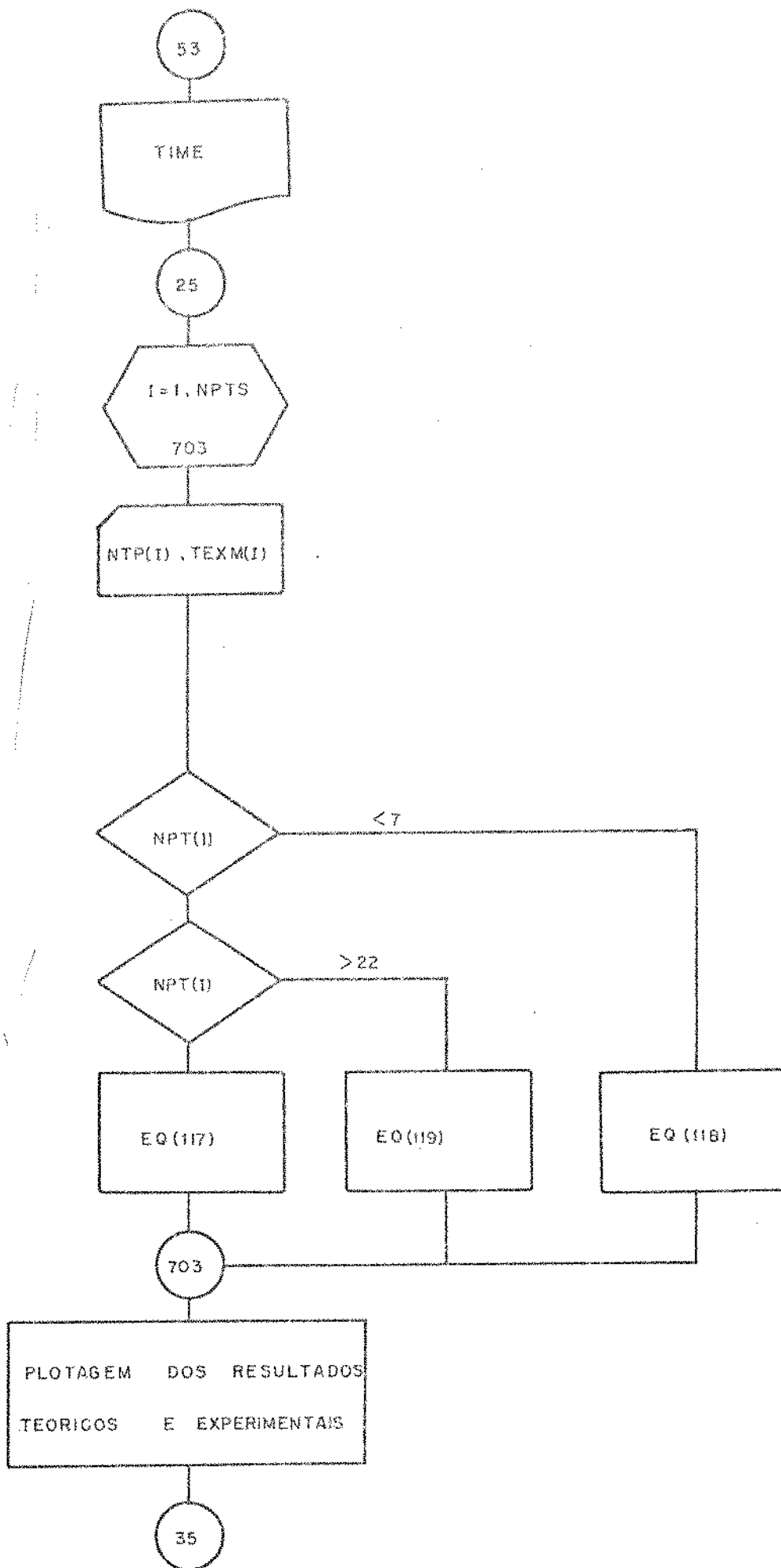


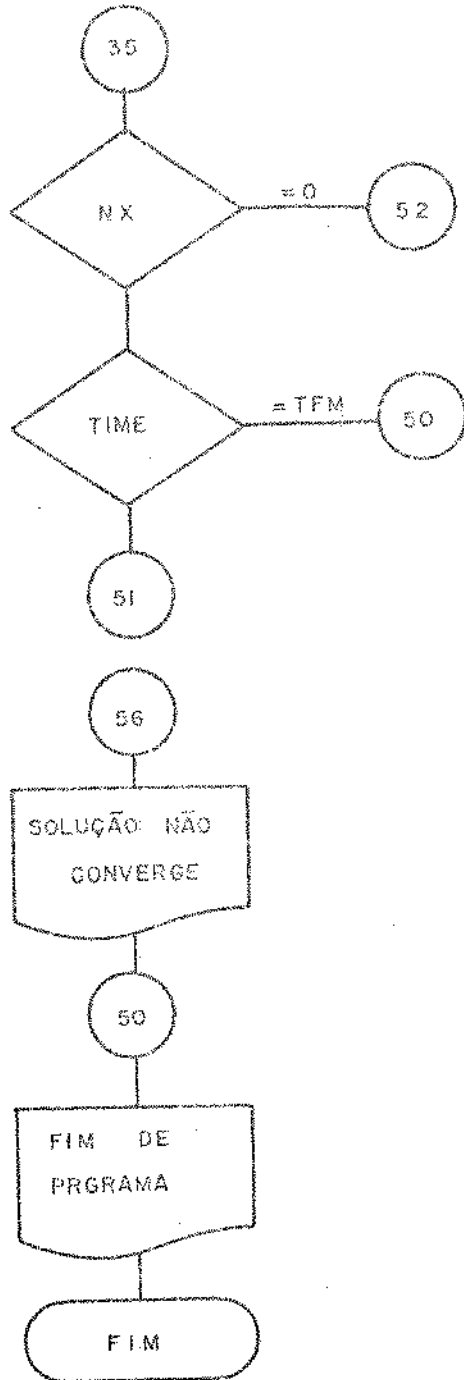












Os resultados teóricos obtidos serão apresentados no capítulo 5, na análise e comparação de resultados.

O tempo de computação, para uma rede com 200 nós é da ordem de 5 a 10 minutos para um tempo final (no tanque de armazenamento) de 600 minutos. Isso se deve a imposição de reduzir o valor numérico do intervalo de tempo adotado, por razões de estabilidade.

4 - ANÁLISE EXPERIMENTAL:

Visando confirmar os resultados teóricos obtidos, bem como estudar as dificuldades práticas em se estabelecer a estratificação, construiu-se um banco de ensaio para análise experimental de um tanque de armazenamento térmico por calor sensível.

A idéia básica nos ensaios realizados é analisar o comportamento da temperatura ao longo da altura do tanque, em função do tempo, para diversas relações altura/diâmetro, temperaturas de operação e empregando água como fluido de trabalho.

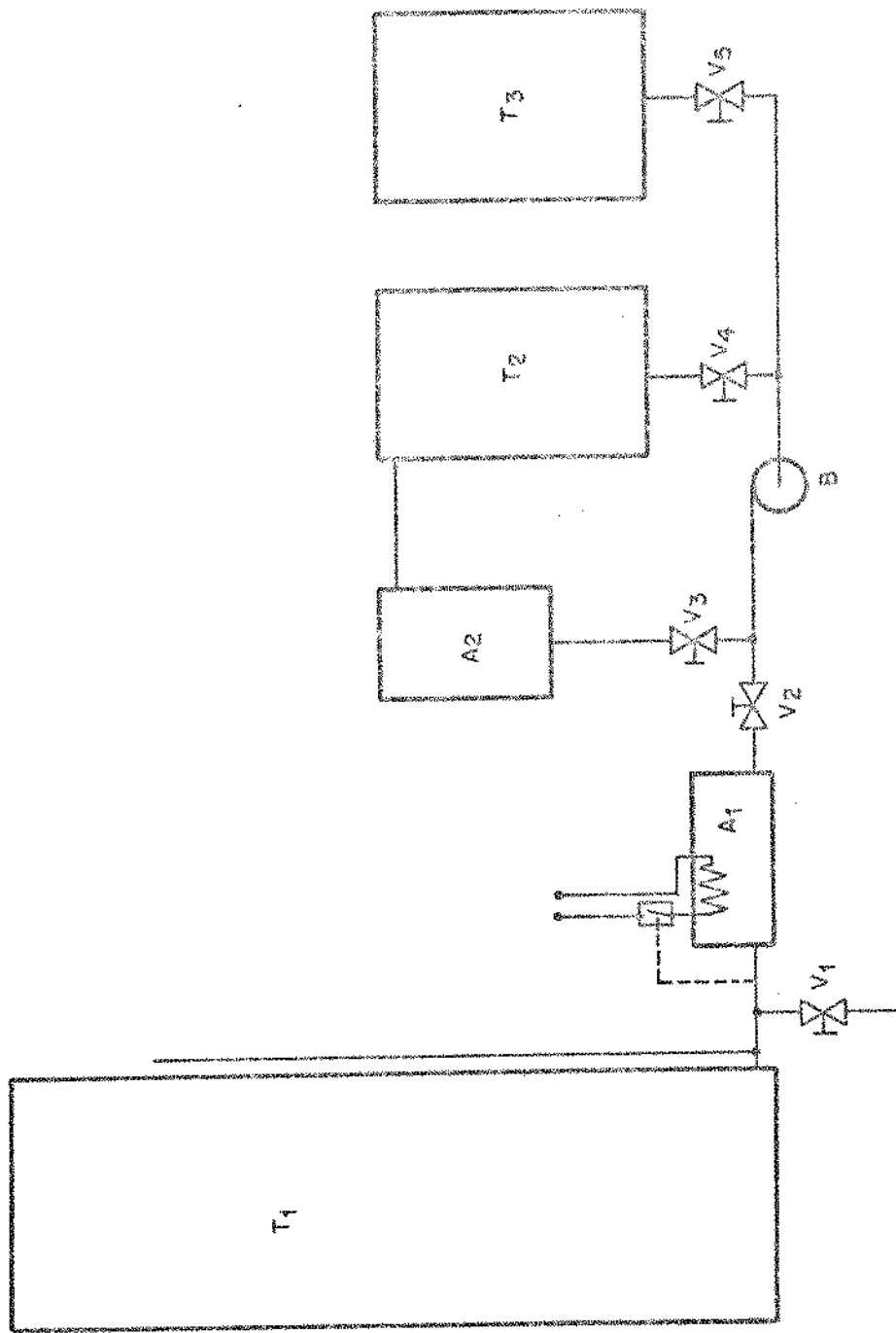
A estratificação inicial no tanque será imposta pela alimentação, em volumes iguais de água quente e fria, ficando o fluido aquecido na parte superior do tanque.

4.1 - INSTALAÇÃO EXPERIMENTAL:

A figura 20 apresenta um esquema da instalação experimental montada no Laboratório de Térmica e Fluidos da Faculdade de Engenharia de Campinas (UNICAMP), onde foram realizados os ensaios. O componente principal do sistema é o tanque de armazenamento térmico, detalhado na figura 21. Este tanque, com capacidade máxima de 800 l, possui uma tampa superior móvel, para, a partir de um diâmetro fixo, 394 mm, variar a altura útil, e consequentemente a razão de aspecto. Ao longo da altura, no eixo de simetria, foi montado um sistema de medida de temperatura, com 31 termopares, espaçados como indica a figura 21. Os demais componentes do sistema são: bomba centrífuga, pré-aquecedor, aquecedor-regulador e tanque de água fria e água quente.

A bomba centrífuga de um estágio, marca Kolbach, para 1600 l/h é usada para retirar água do tanque de água fria ou do tanque de água quente e alimentar o tanque de armazenamento. Os

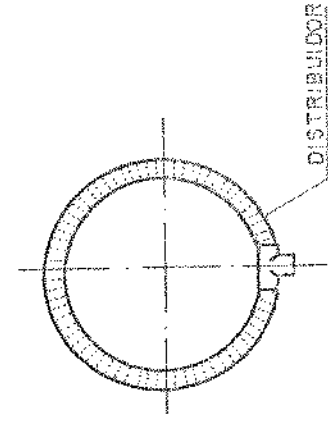
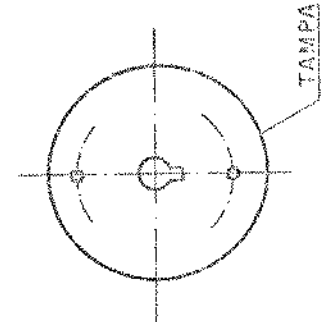
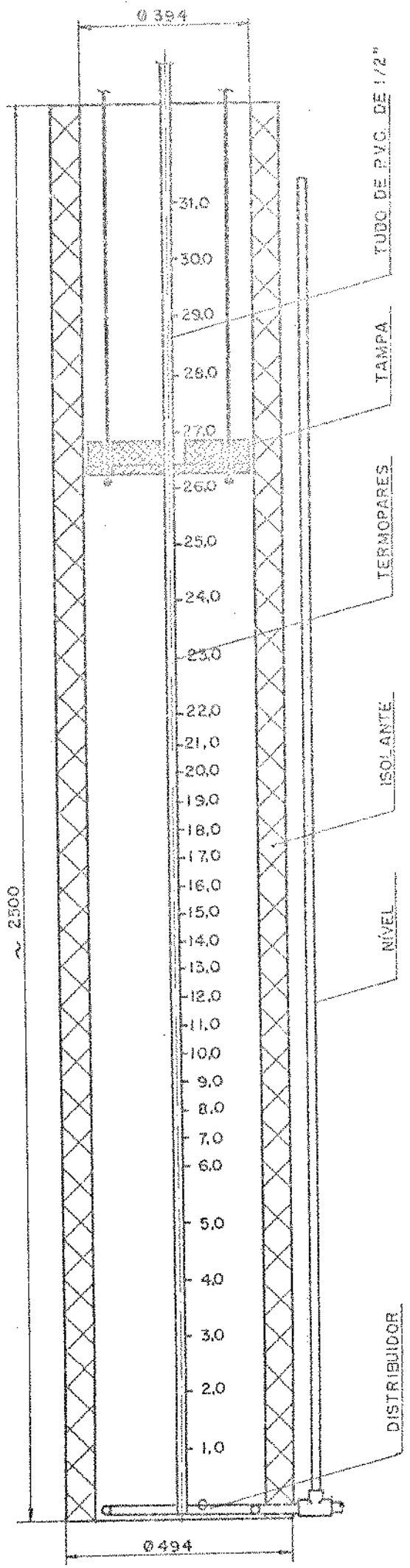
ESQUEMA DA INSTALAÇÃO PARA ANÁLISE DA ESTRATIFICAÇÃO EM TANQUES DE
ARMAZENAMENTO TÉRMICO



ITEM	ESPECIFICAÇÃO	VOL
B	Bomba centrífuga	2000 l/min
A2	Pré-aquecedor	1000 l
A1	Aquecedor regulador	20 l
T3	Água fria	500 l
T2	Água quente	500 l
T1	Armazenamento	8000 l

- Figura . 20 -

TANQUE PARA A ANÁLISE DE ESTRATIFICAÇÃO TÉRMICA



ESC.: 1:100

- Figura. 21 -

tanques de água fria e água quente servem de reservatório para suprimento do tanque de armazenamento, enquanto o aquecedor-regulador assegura a constância da temperatura na água quente admitida, empregando três resistências elétricas de 2.500 W, controladas por um termostato Robertshaw, modelo B10, montado na saída para o tanque de armazenamento. O pré-aquecedor de água quente usado, da marca P.A. Hilton, de 180.000 kcal/h, a gás liquefeito de petróleo, eleva a temperatura da água quente até um valor próximo ao desejado no ensaio, através de um circuito fechado com o tanque de água quente.

Um sério problema em se promover a estratificação em tanques de armazenamento térmico é o efeito da velocidade de entrada do fluido, o que pode provocar turbulência e mistura entre o fluido quente e o fluido frio, altamente indesejável. A esse respeito já se comentou anteriormente. No nosso caso, tentou-se inicialmente adotar a solução sugerida por Van Koppen (14), que consiste em usar uma mangueira flexível para admissão de fluido, quente ou frio, dentro do tanque. Conforme os autores desta idéia, a mangueira distribui o fluido corretamente nas camadas estratificadas, em função da temperatura. Os primeiros resultados que se obteve com esse dispositivo não foram satisfatórios, quer por provocar agitação dentro de fluido, quer pelo fato da mangueira não se movimentar tão facilmente. Abandonada essa opção, decidiu-se usar um anel de distribuição de fluido, descrito na figura 21. Tal distribuidor, montado no fundo do tanque, é constituído de um anel tubular de 12 mm, em PVC, com 300 furos radiais de 2 mm de diâmetro, o que assegura uma baixa velocidade de entrada do fluido dentro do tanque de armazenamento, da ordem de 0,5 m/s. Esse sistema mostrou-se eficaz, conforme os resultados experimen

tais puderam confirmar. O tempo de enchimento, em função do volume usado do tanque, variou entre 3 e 8 minutos.

O tanque de armazenamento térmico foi isolado com fibra de vidro, em forma de manta de 50 mm de espessura, e revestido com um filme de alumínio de proteção. A tampa móvel foi isolada com ISOPOR com 100 mm de espessura.

O sistema de medição de temperatura usado é composto de um termômetro digital FLUKE, modelo 2100 A, acoplado a uma chave "multipoint", modelo 2150 A para 30 canais. Permite acompanhar a temperatura nos termopares com precisão de 0,1 °C.

4.2 - MÉTODO EXPERIMENTAL:

Antes de se iniciar os ensaios, procedeu-se a calibração dos termopares contra um termômetro de precisão de mercúrio em bulbo de vidro e a eliminação dos vazamentos no sistema.

O método experimental adotado visa obter as temperaturas ao longo do eixo do tanque de armazenamento térmico para os seguintes valores:

- razão de aspecto - $|L/D|$

$$|L/D|_1 = 3,00$$

$$|L/D|_2 = 4,00$$

$$|L/D|_3 = 4,85$$

$$|L/D|_4 = 5,80$$

- diferenças de temperatura entre os fluídos

$$\Delta T_1 = 40 - 50 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (aproxim.)}$$

$$\Delta T_2 = 30 - 40 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (aproxim.)}$$

$$\Delta T_3 = 20 - 30 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (aproxim.)}$$

O procedimento seguido consiste em:

(Os itens especificados referem-se a figura 20).

- A - Fixado o valor da razão de aspecto, coloca-se a tampa superior na altura correspondente, através dos cabos de suporte, e isola-se termicamente a mesma;
- B - Marca-se no visor do nível do tanque de armazenamento, o valor do nível máximo do tanque e do nível máximo de água fria, metade do nível máximo;
- C - Estando fechadas as válvulas V_1 , V_2 e V_5 e abertas as válvulas V_3 e V_4 , liga-se a bomba centrífuga;
- D - Liga-se o pré-aquecedor de água, regulando-se a vazão de ar e combustível para uma elevação controlada da temperatura, até próximo do valor máximo desejado para alimentar o tanque de armazenamento.
- E - Estando a água no tanque T_2 na temperatura selecionada de operação, abre-se a válvula V_2 , simultaneamente ao fechamento da válvula V_3 . Com isso inicia-se o carregamento com fluido aquecido, do tanque de armazenamento térmico. Sem vazão de água, o pré-aquecedor desliga-se automaticamente.
- F - Ao início do enchimento do tanque de armazenamento, o aquecedor regulador deve estar ligado, para assegurar a constância da temperatura de entrada, mesmo que haja variação no tanque supridor de água quente.
- G - Atendido o nível máximo do fluido frio, ou seja, a metade da altura disponível no tanque, desliga-se o aquecedor regulador, fecha-se a válvula V_4 e abre-se a válvula V_5 . Isso inicia o carregamento de água fria (temperatura ambiente) no tanque, que irá se processar até o nível atingir o valor má

ximo, quando fecha-se a válvula V_5 e se desliga a bomba centrífuga, simultaneamente.

- H - Inicia-se a leitura das temperaturas, com o uso do termômetro digital, percorrendo-se os termopares imersos e anotando-se o valor correspondente a cada um. As medidas do perfil de temperatura são tomadas periodicamente, em intervalos de tempo de 10 minutos na primeira hora e de 1/2 em 1/2 hora, até 20 horas, em alguns casos.
- I - Terminado o acompanhamento da temperatura, abre-se a válvula V_1 e esvasia-se o tanque de armazenamento térmico.
- J - O valor de temperatura ambiente a ser considerado, será o valor médio entre o inicial e o final do ensaio.

4.3 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS:

Após o levantamento dos resultados experimentais, as temperaturas obtidas foram corrigidas com a curva de calibração dos termopares respectivos. A apresentação e discussão destes resultados será feita no próximo capítulo, comparativamente aos resultados da análise teórica.

5 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS:

A interpretação e análise dos resultados obtidos foi feita em duas etapas, a primeira pela comparação entre os resultados teóricos e experimentais, e depois pelo estudo do efeito das variáveis operacionais e geométricas sobre a estratificação em um tanque de armazenamento térmico. Neste capítulo são apresentados os resultados citados nos capítulos 3 e 4.

5.1 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS RESULTADOS TEÓRICOS.

Para verificar a correção da modelagem e equacionamento teórico proposto, levantou-se, com o programa PLTBST 3 os perfis de temperatura, teórico e experimental, para quatro tempos de ensaio, para cada par de condições de razão de aspecto e temperatura de operação. Obteve-se assim um conjunto de 48 gráficos, apresentados a seguir nas figuras 22 a 69. Os valores de tempo foram selecionados arbitrariamente, de modo a fornecerem curvas significativas do comportamento da estratificação.

Os parâmetros da solução numérica são:

- diâmetro do tanque - 0,394 m
- espessura do isolam. térmico - 50 mm
- espessura do tanque de contenção - 5 mm
- condutividade térmica do tanque (PWC) 0,162 W/m.°C
- condutividade térmica do isolante - 0,0394 W/m °C
- nº de pontos na altura - 12
- nº de pontos no raio - 10

TANQUE DE ARMAZENAMIENTO TERMICO

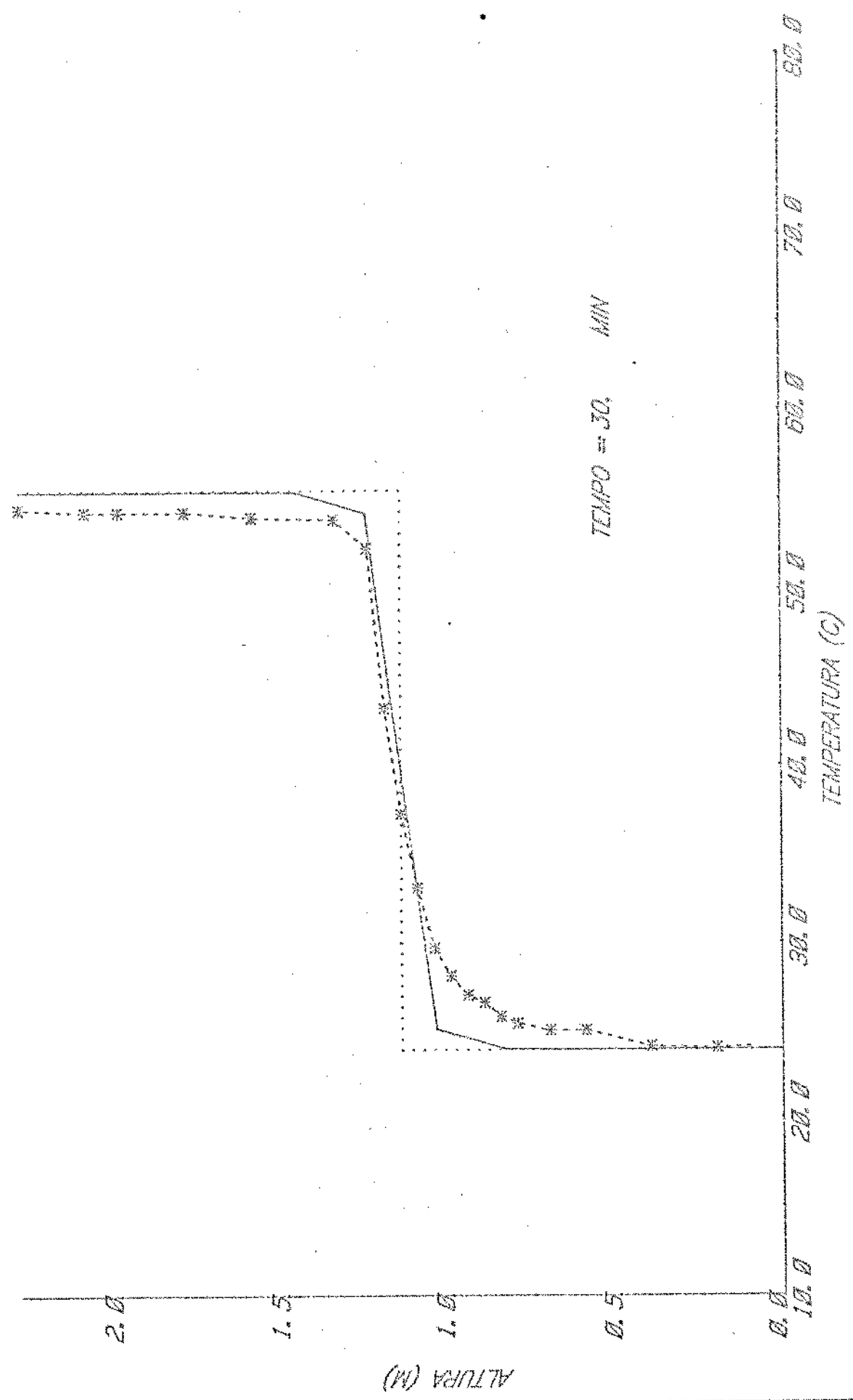


Figura 22

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

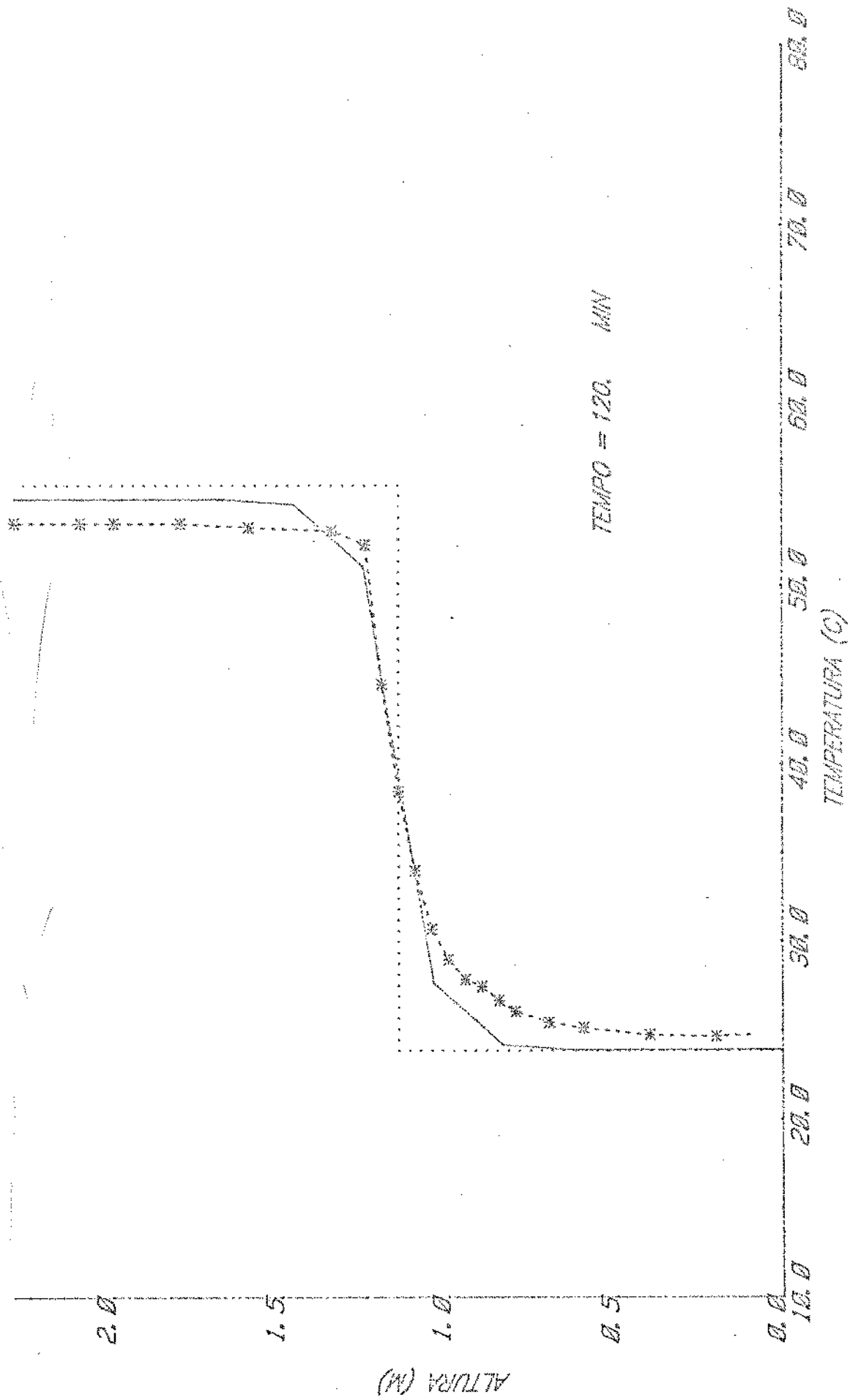


Figure 23

TANQUE DE ARMAZENAMIENTO TERMICO

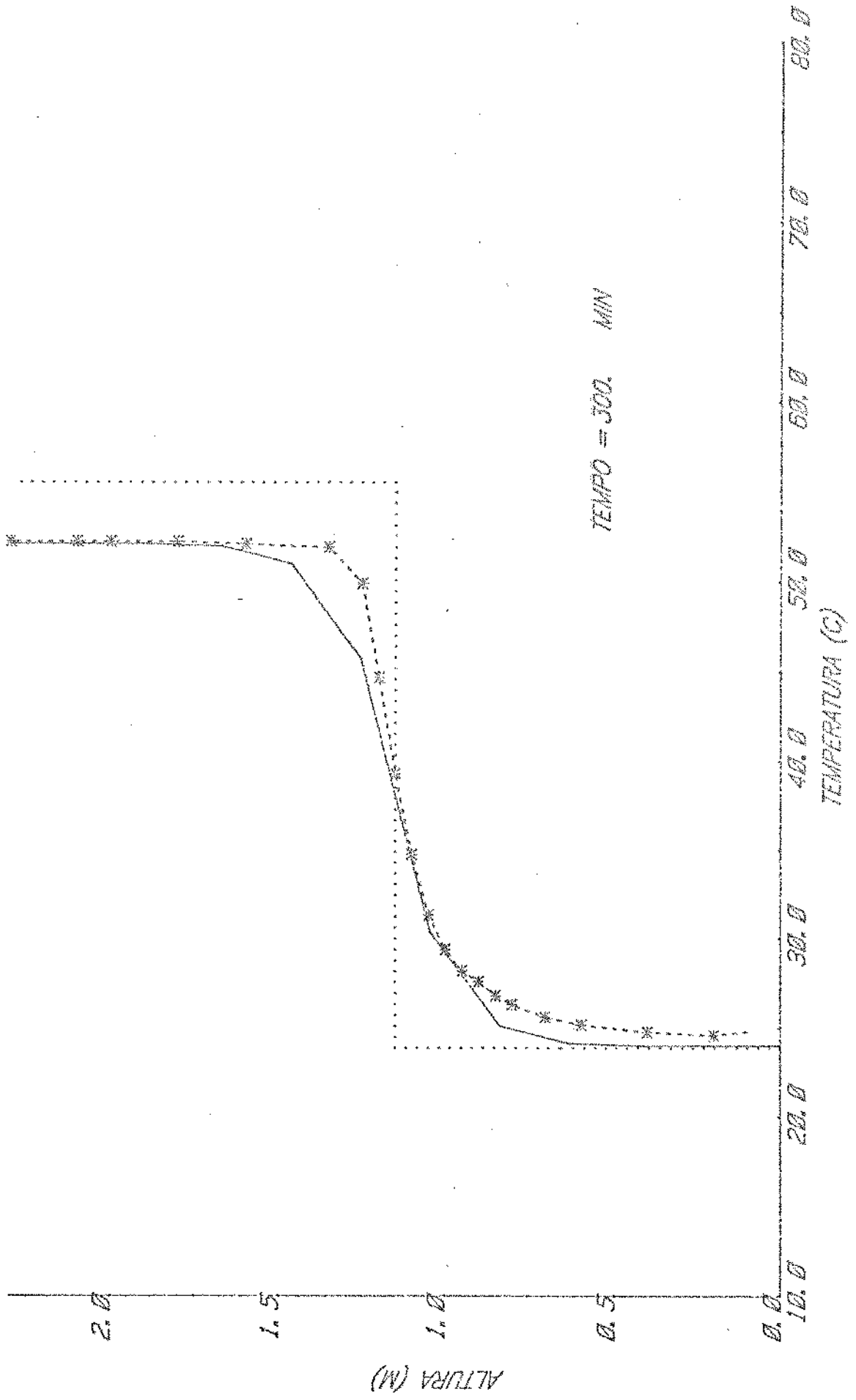


Figura 24

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

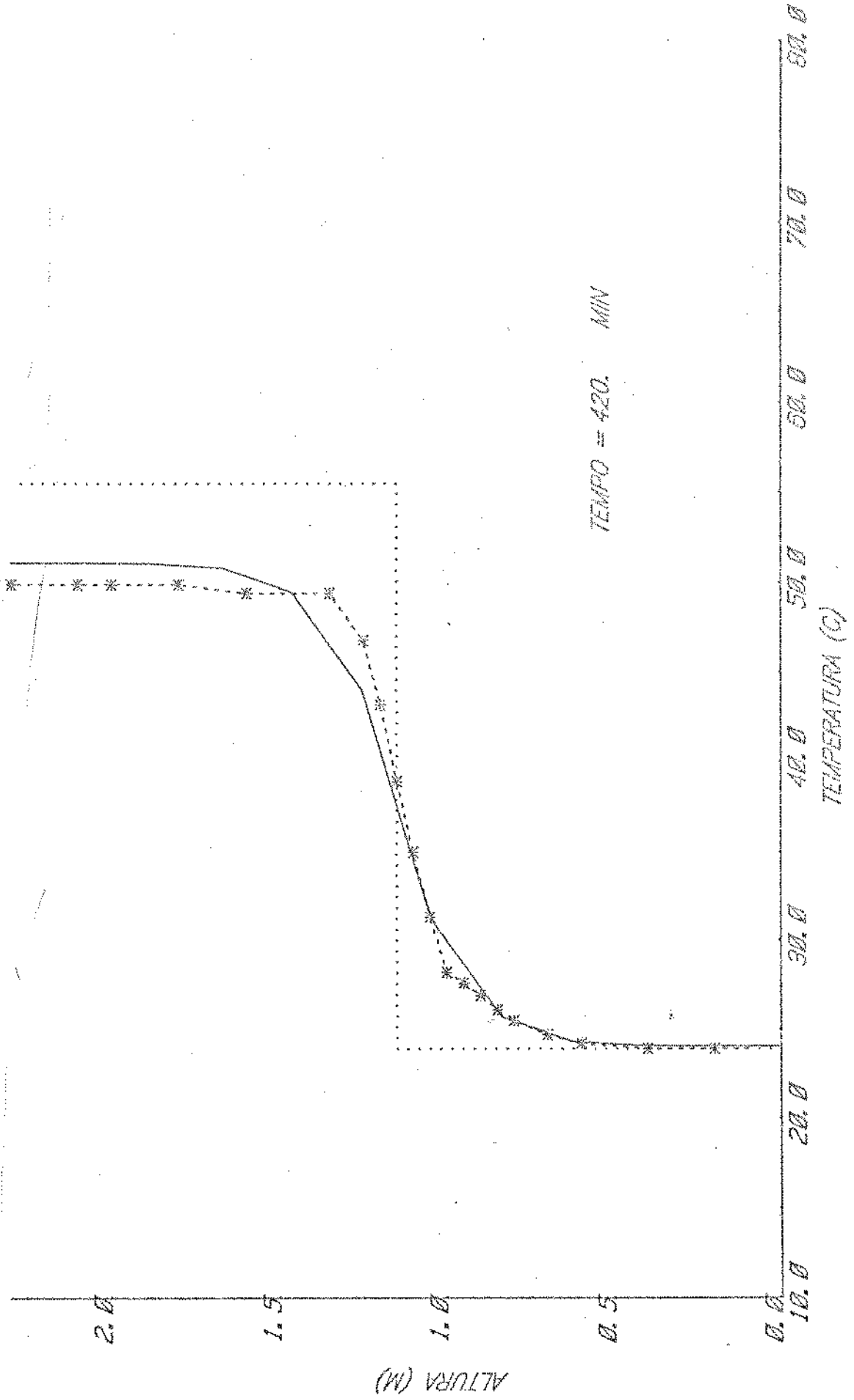


FIGURA 25

TANQUE DE ARMAZENAMIENTO TERMICO

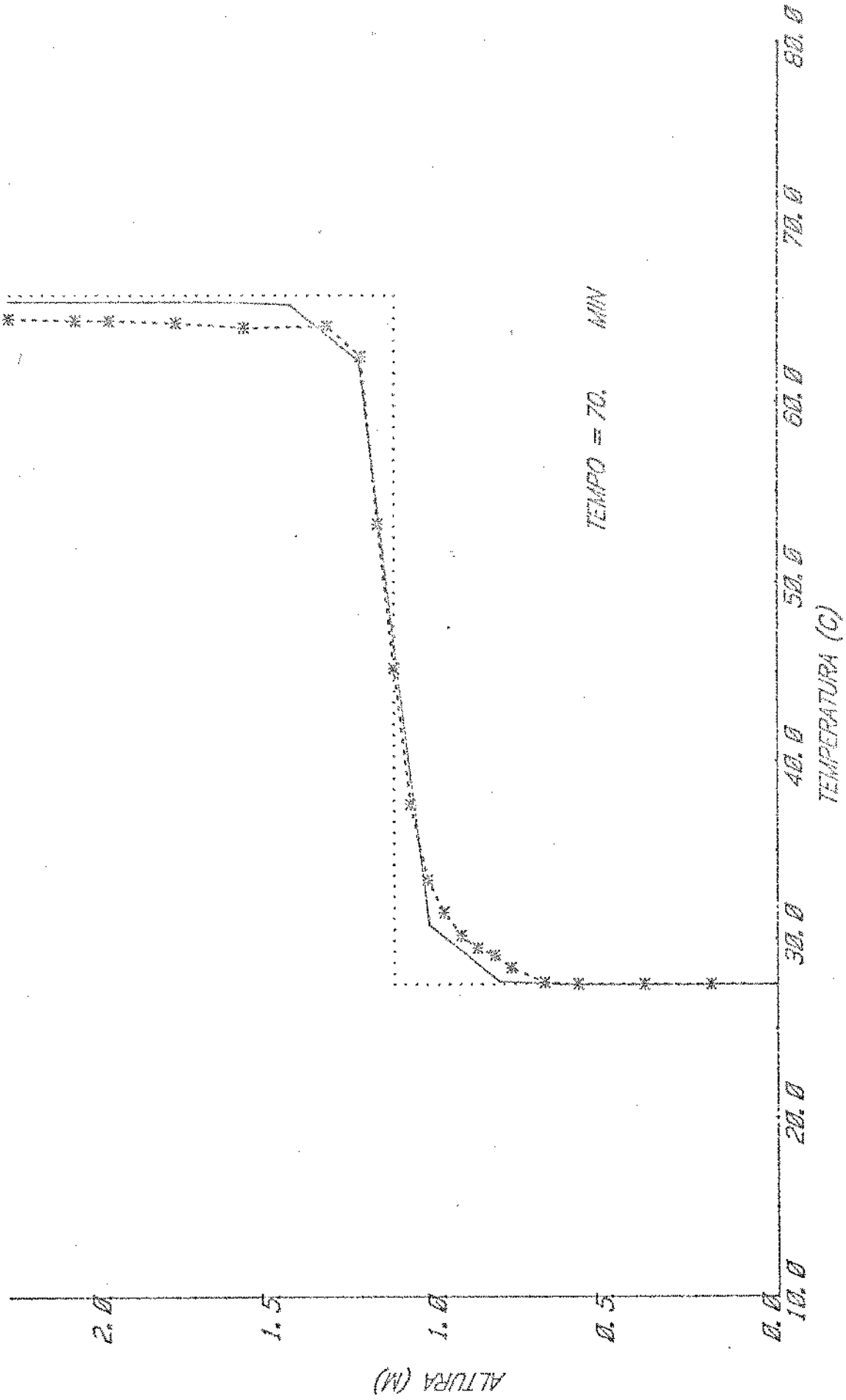


Figura 26

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

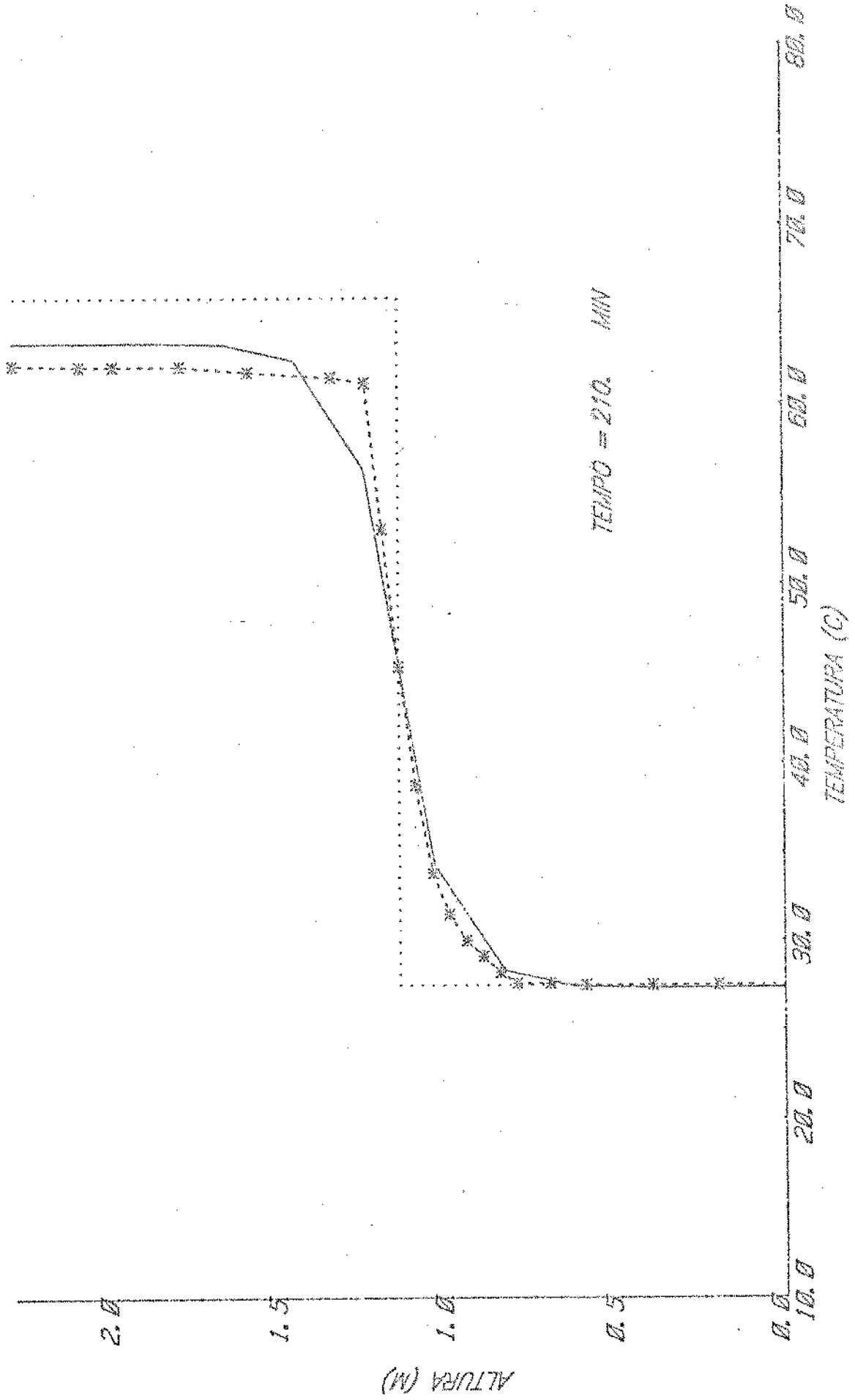


Figura 27

TANQUE DE ARMAZENAMIENTO TERMICO

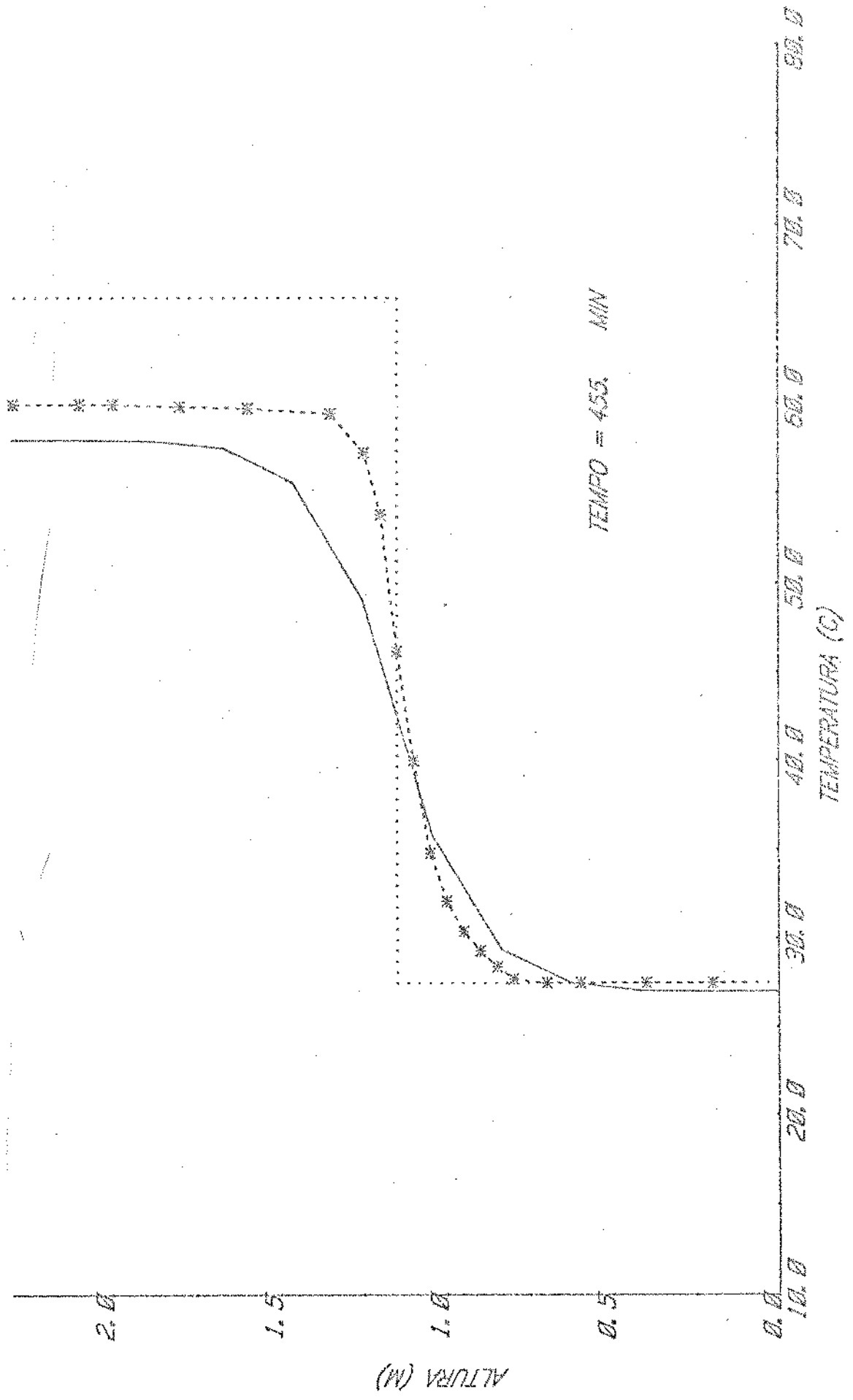


Figura 28

TANQUE DE ALMACENAMIENTO TERMICO

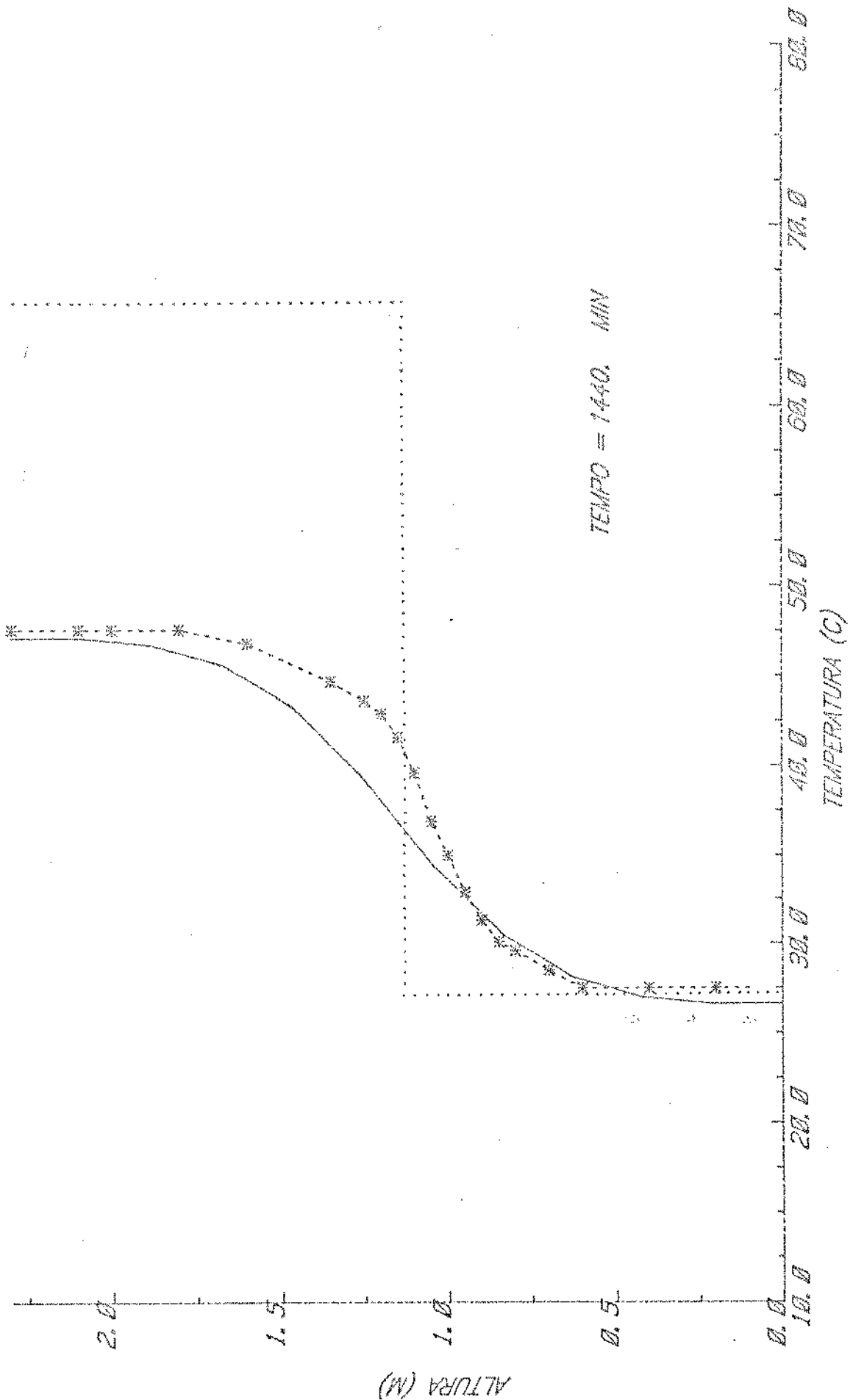


Figura 29

TANQUE DE ALMACENAMIENTO TERMICO

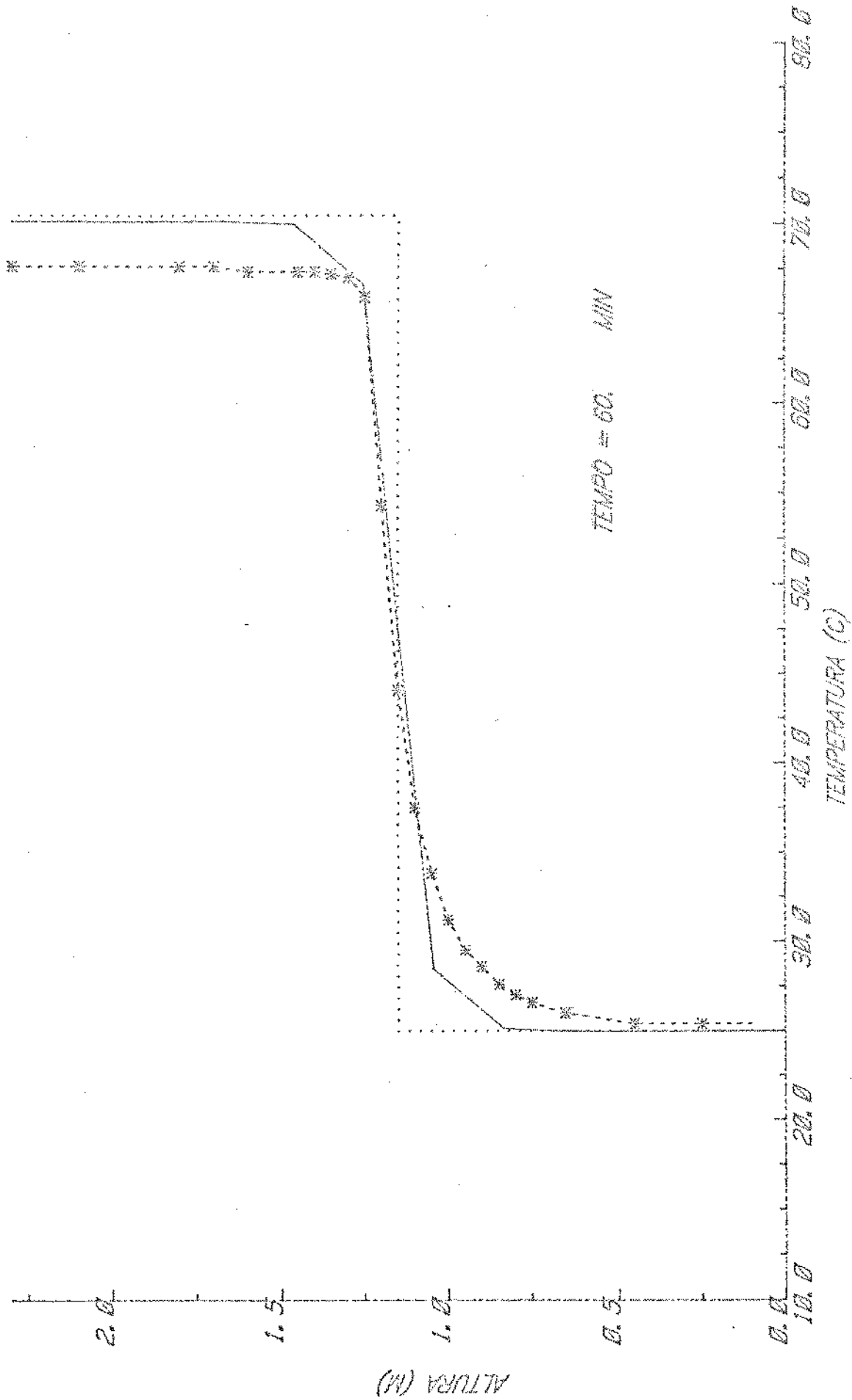


Figura 30

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

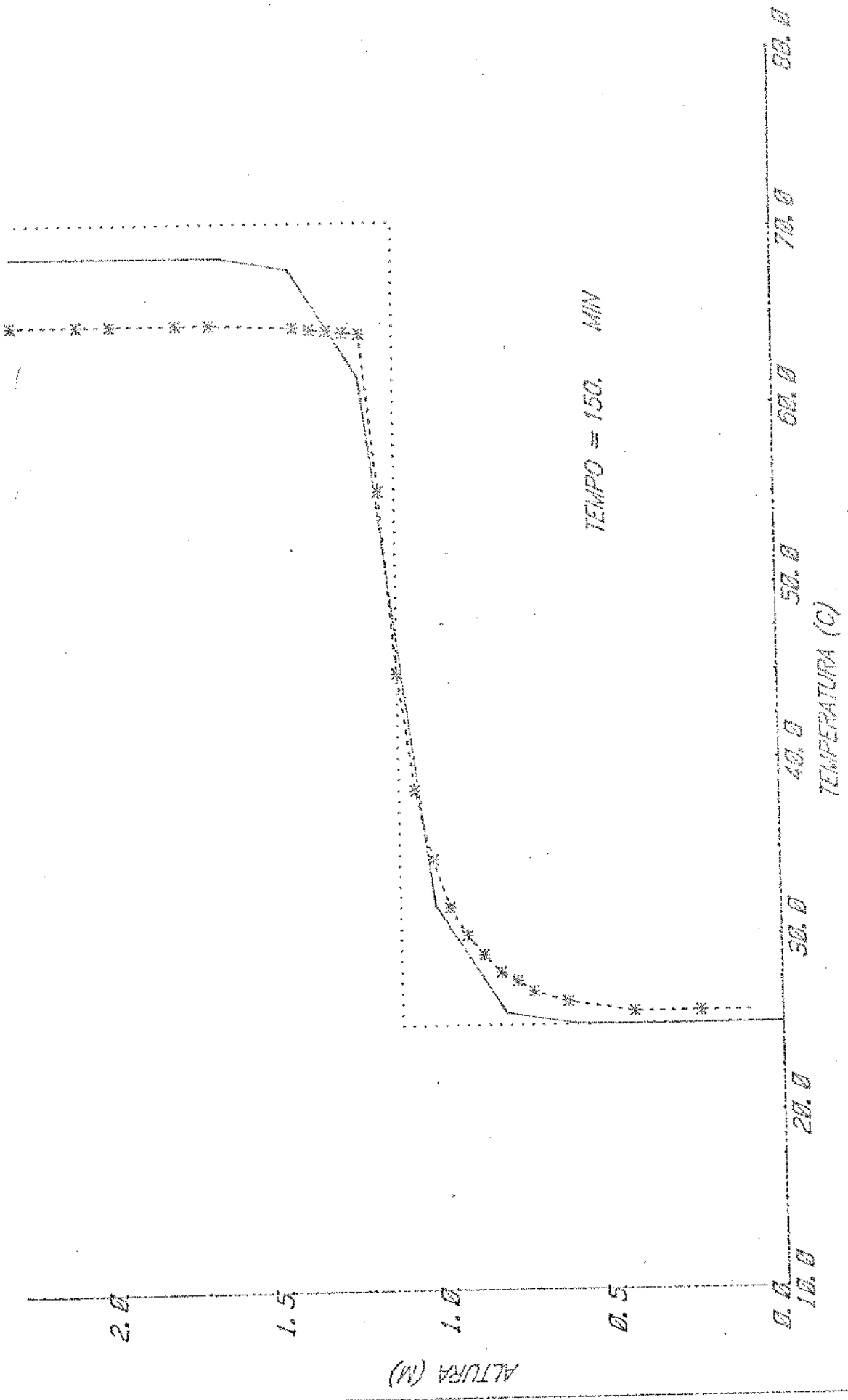


Figura 31

TANQUE DE ALMACENAMIENTO TERMICO

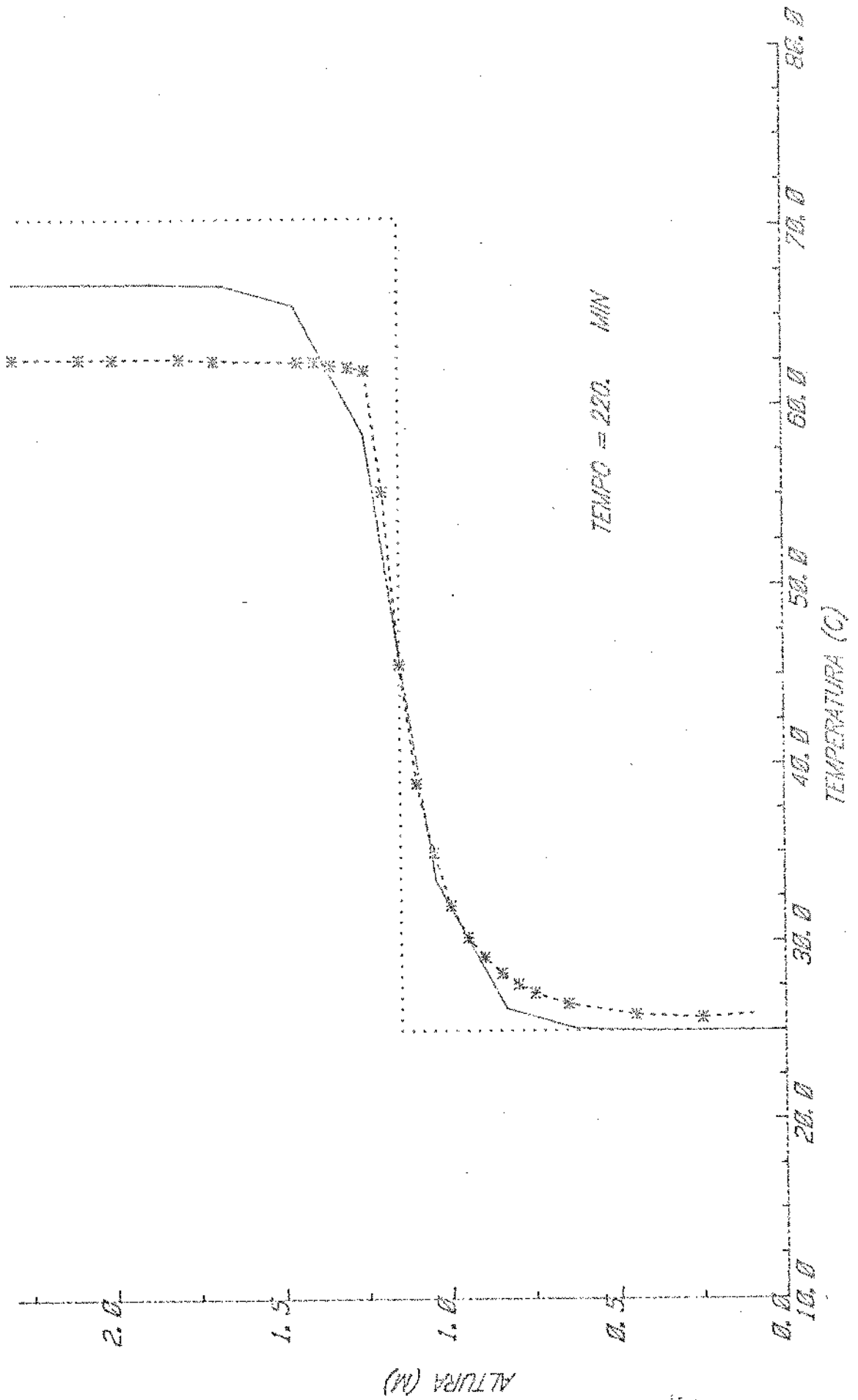


Figura 32

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

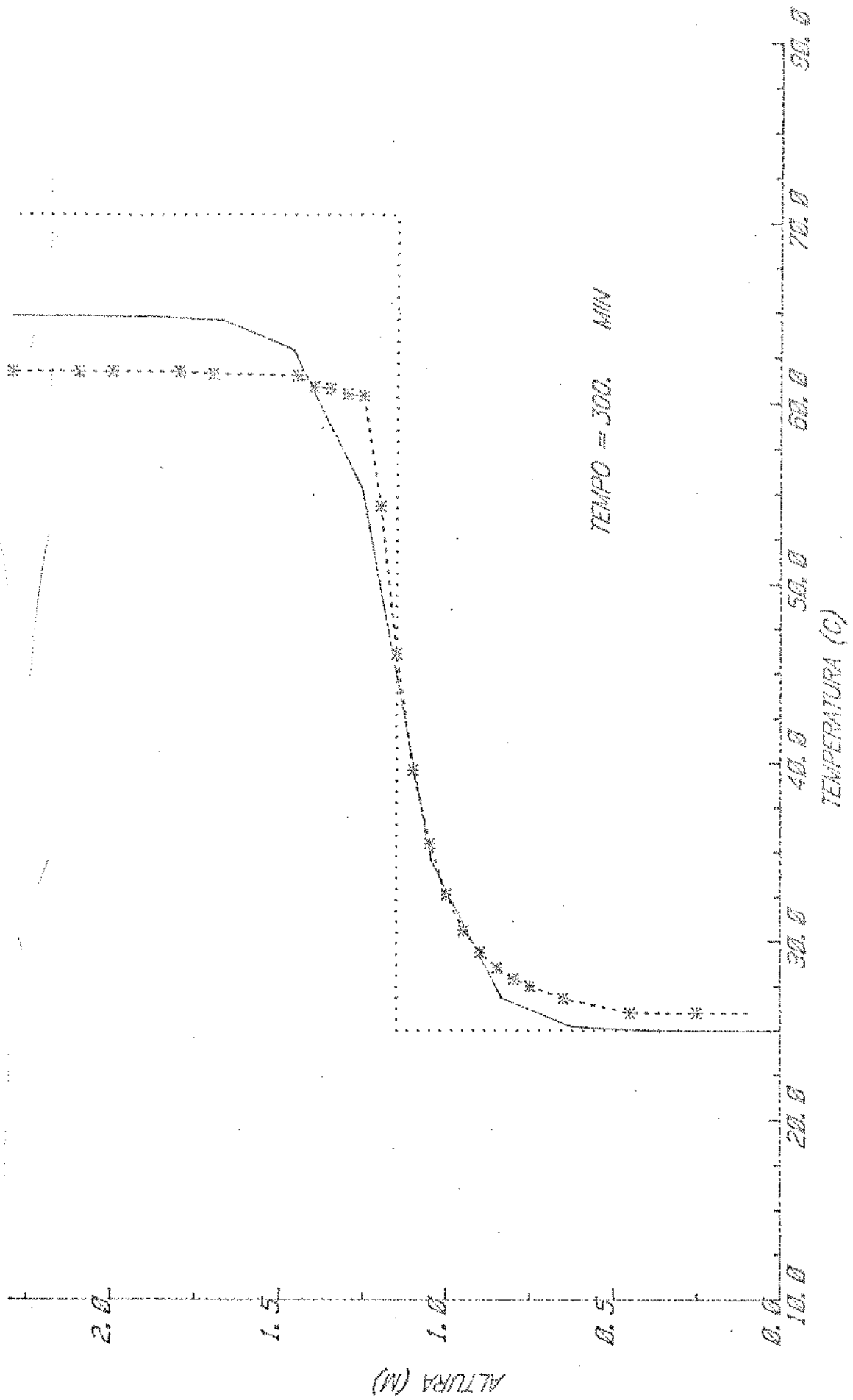


Figura 33

TANQUE DE ARMAZENAMIENTO TERMICO

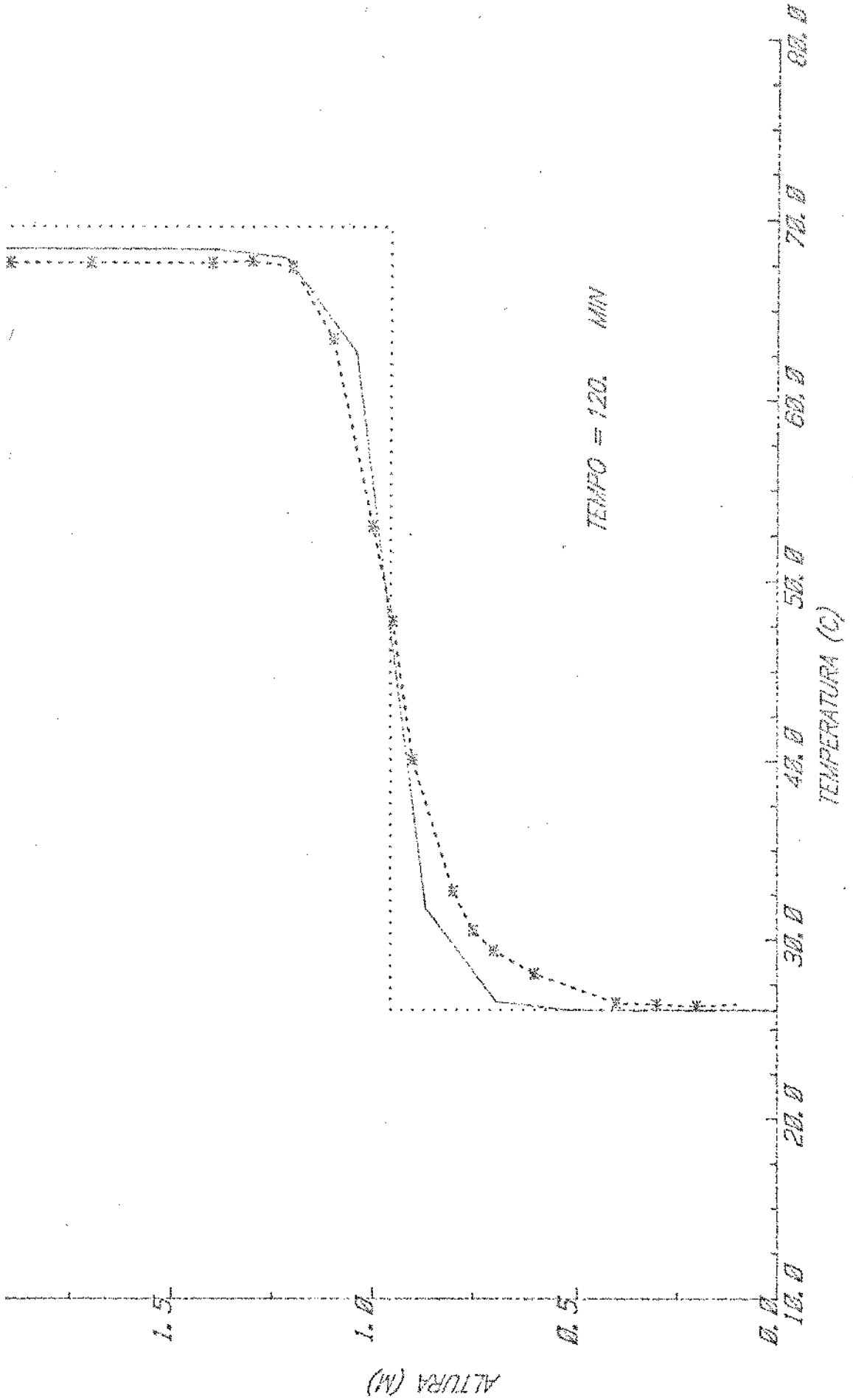


Figura 34

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

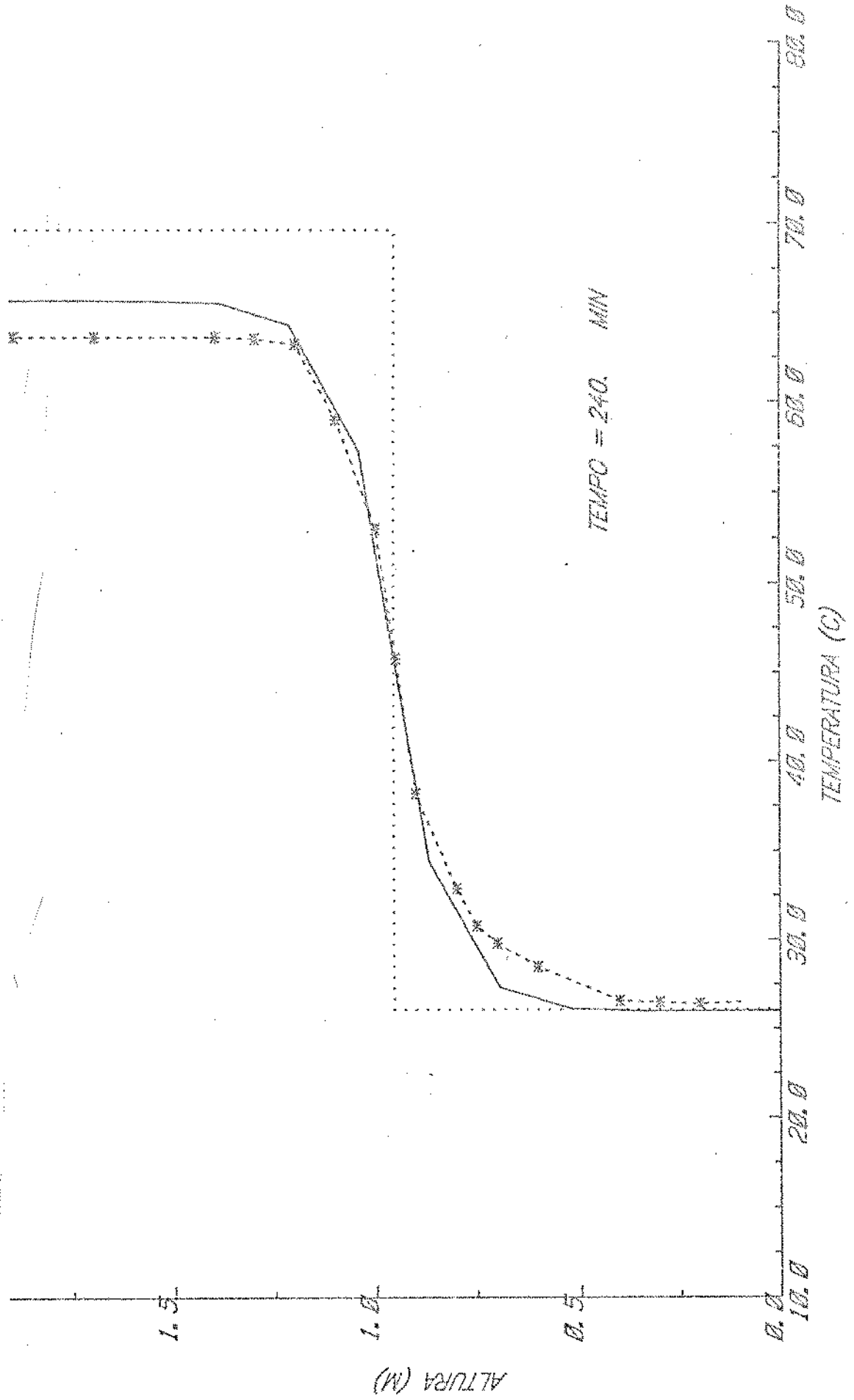


Figura 35

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

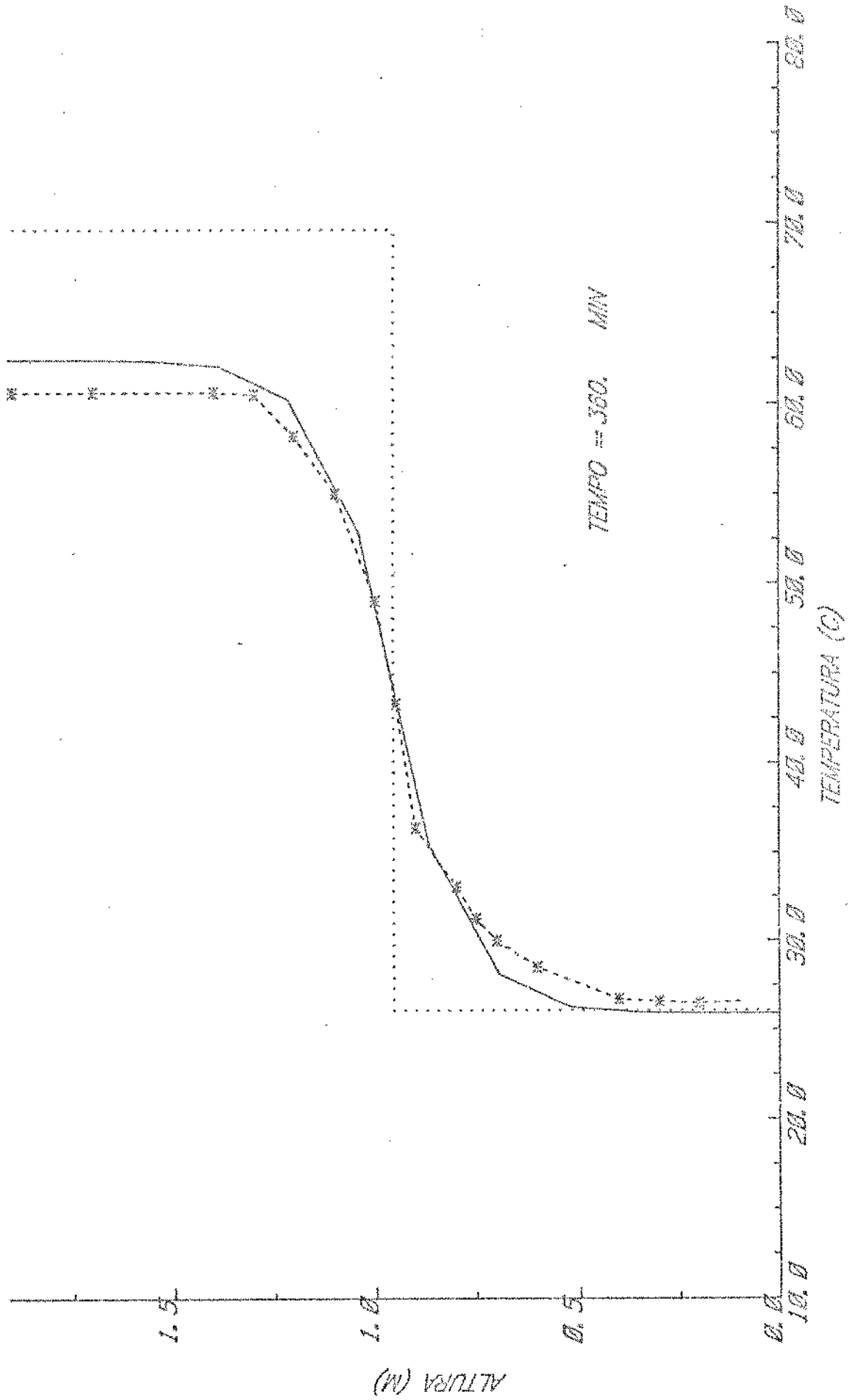


Figura 36

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

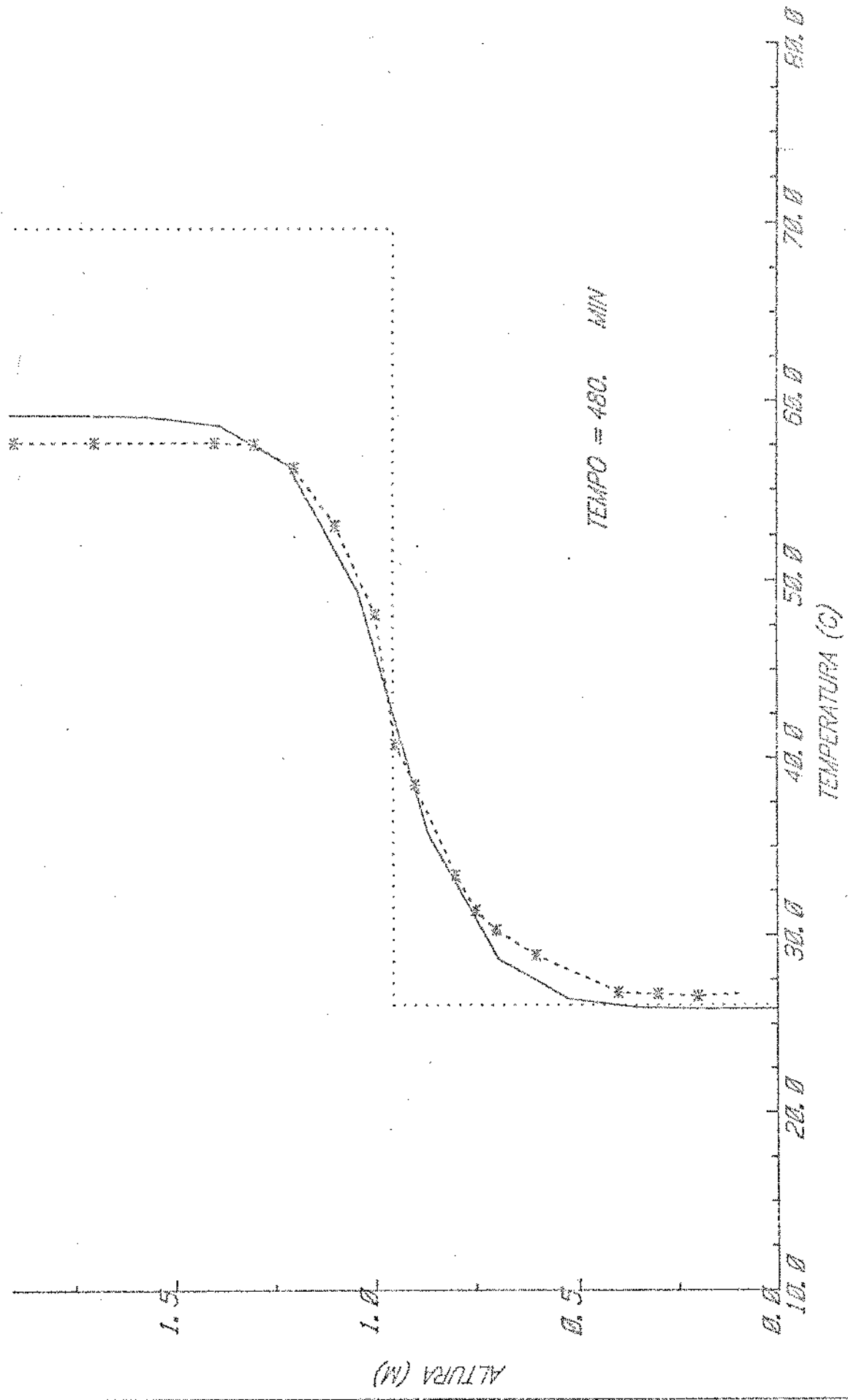


Figura 37

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

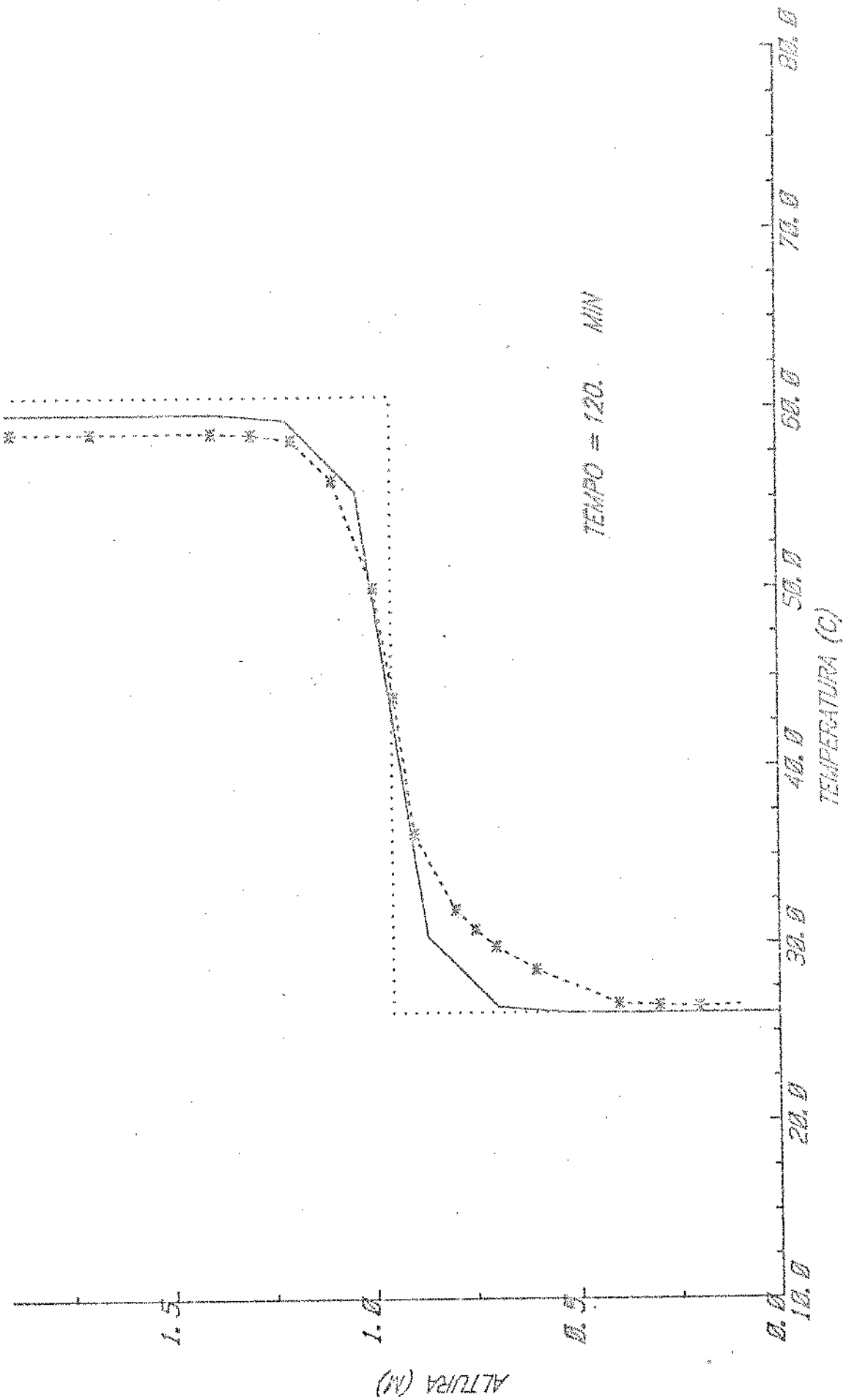


Figura 38

TANQUE DE ALMACENAMIENTO TERMICO

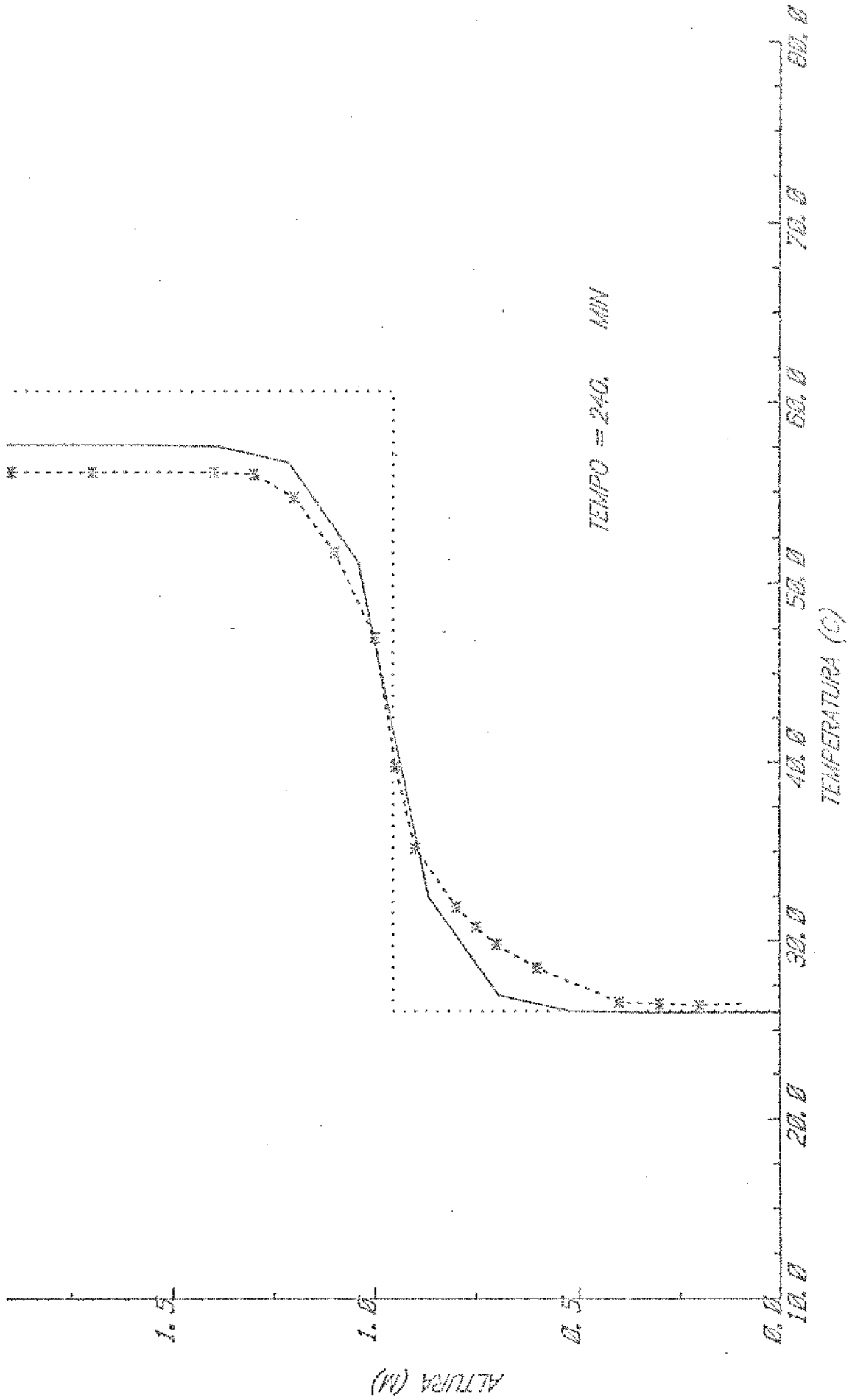


Figura 39

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

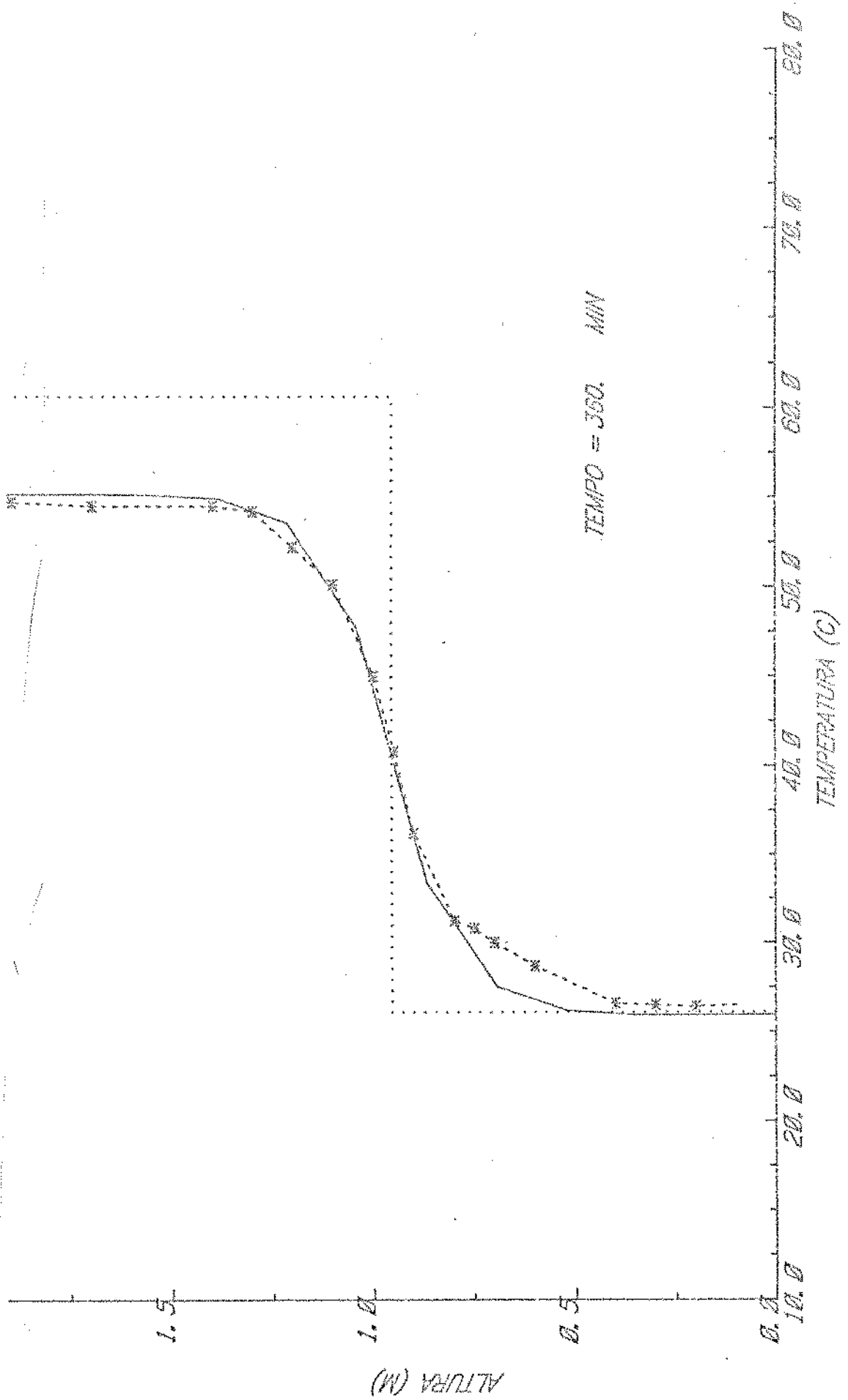


Figura 40

TANQUE DE ARMAZENAMIENTO TERMICO

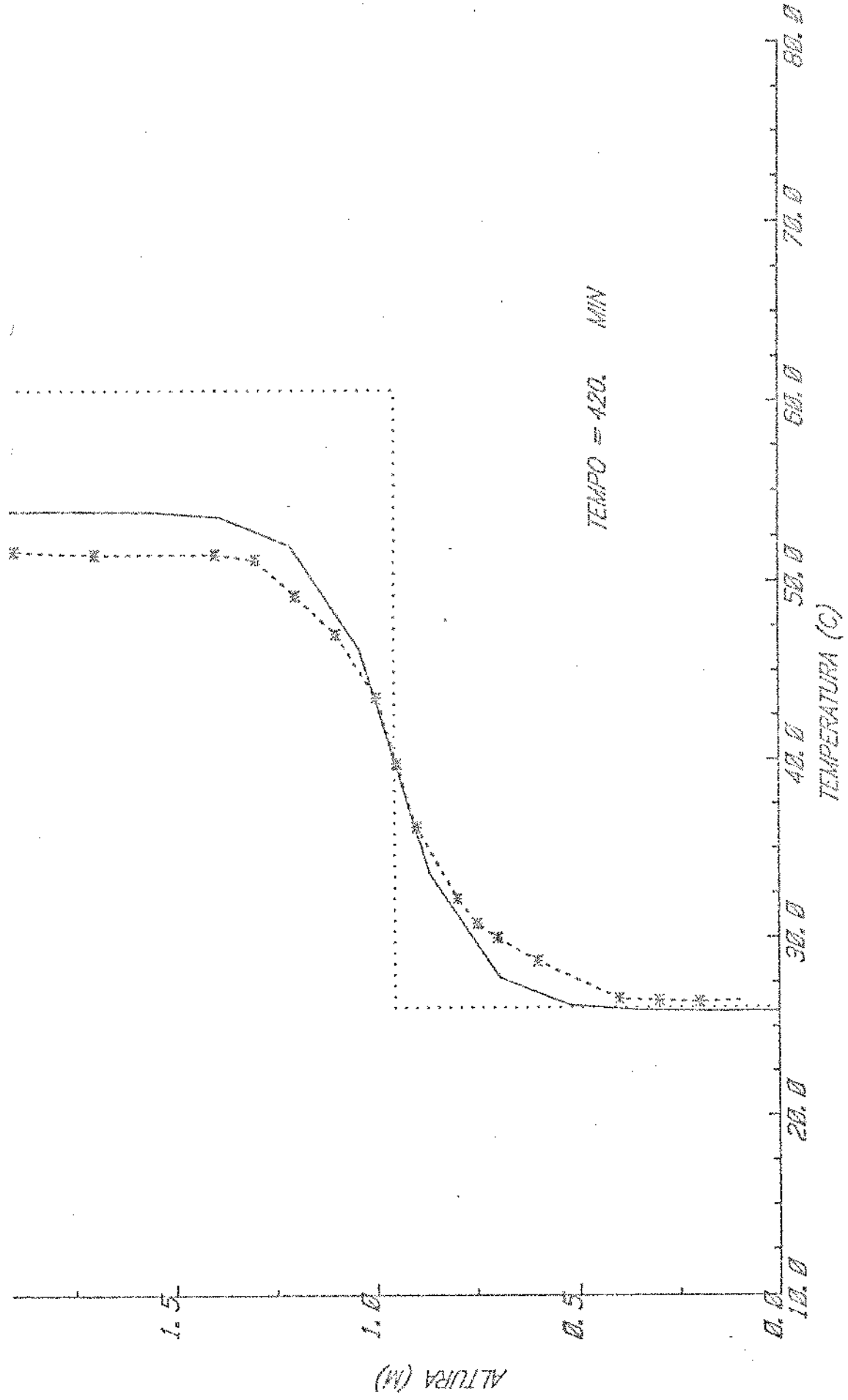


Figura 41

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

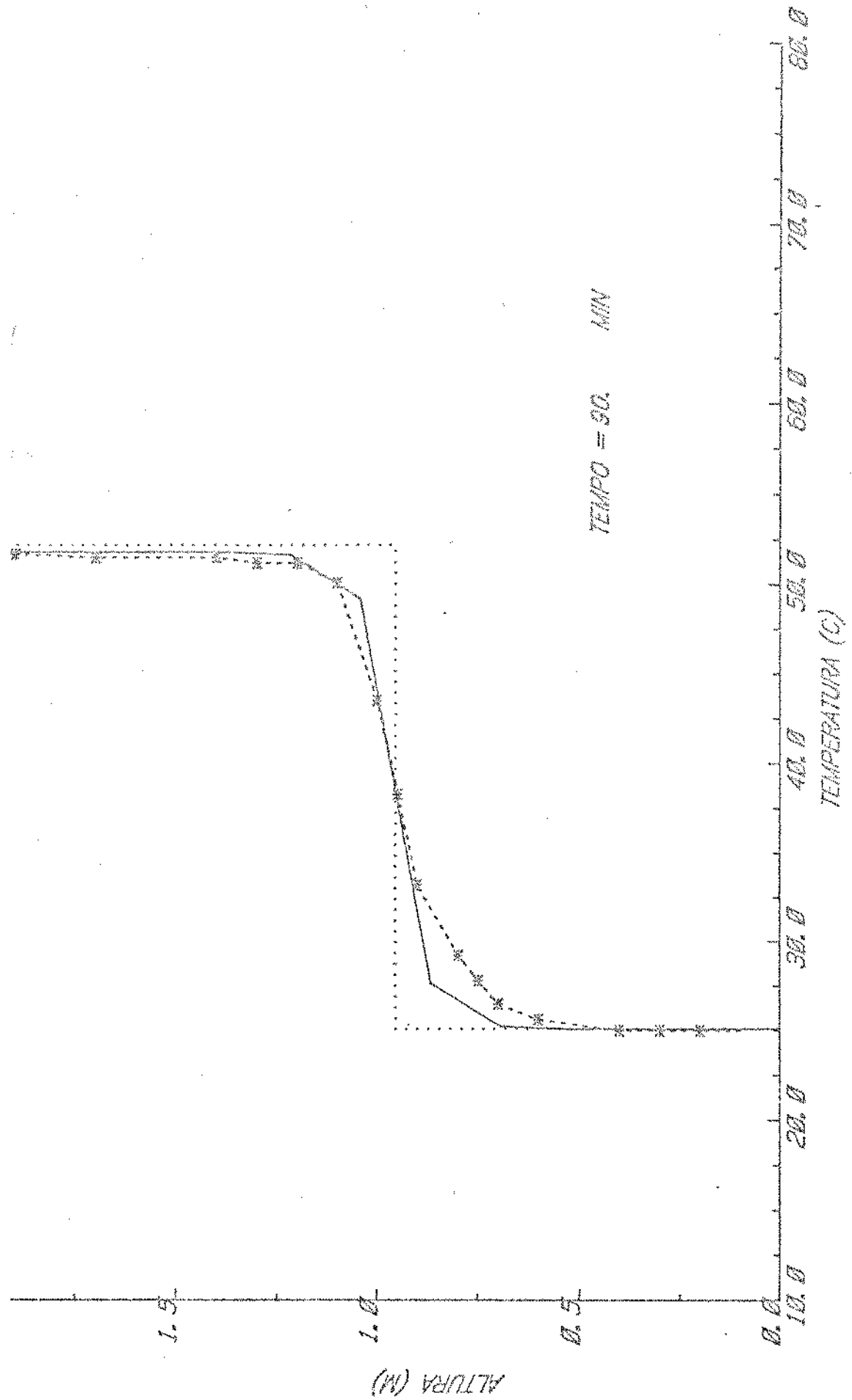


FIGURA 42

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

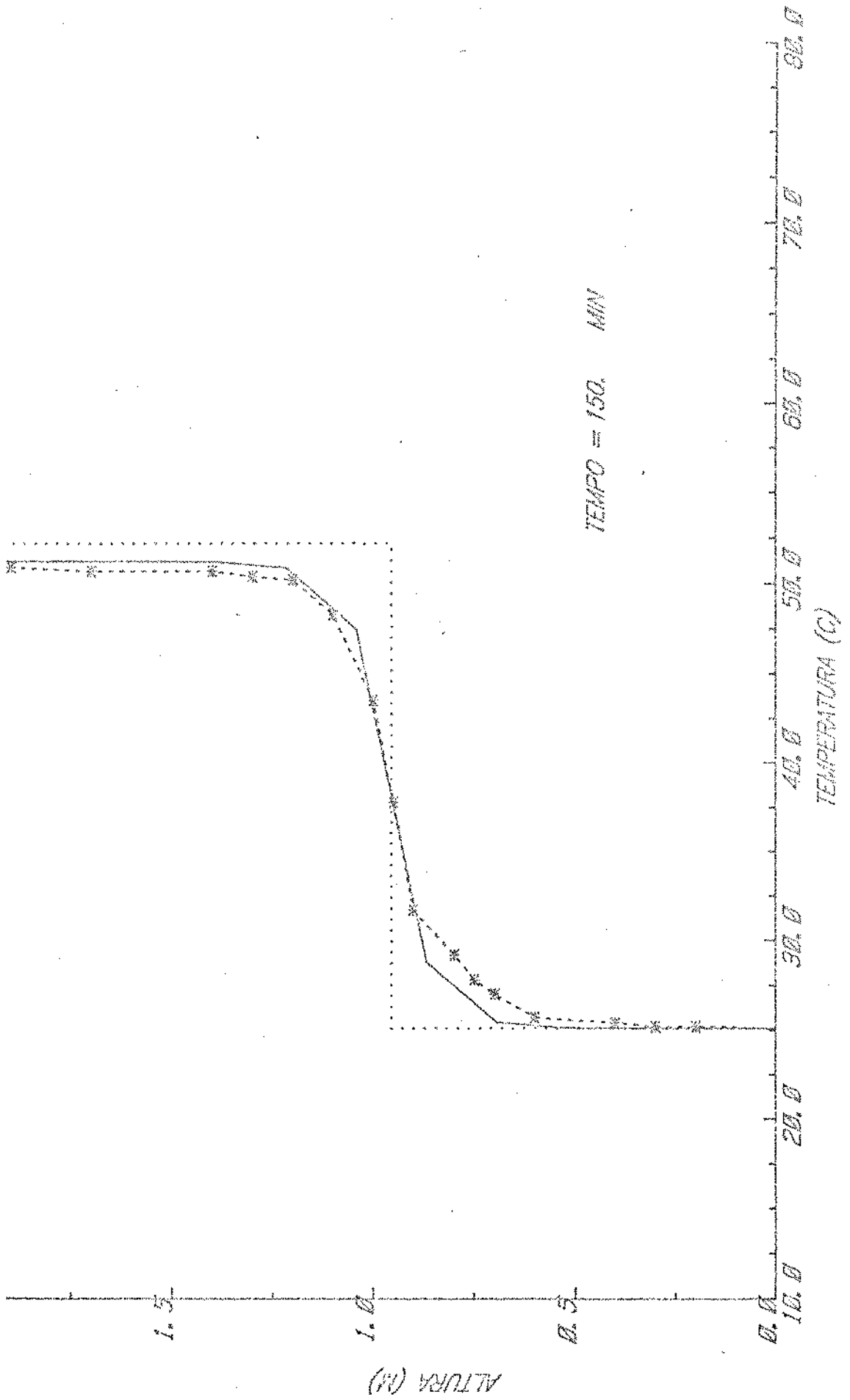


Figura 43

TANQUE DE ALMACENAMIENTO TERMICO

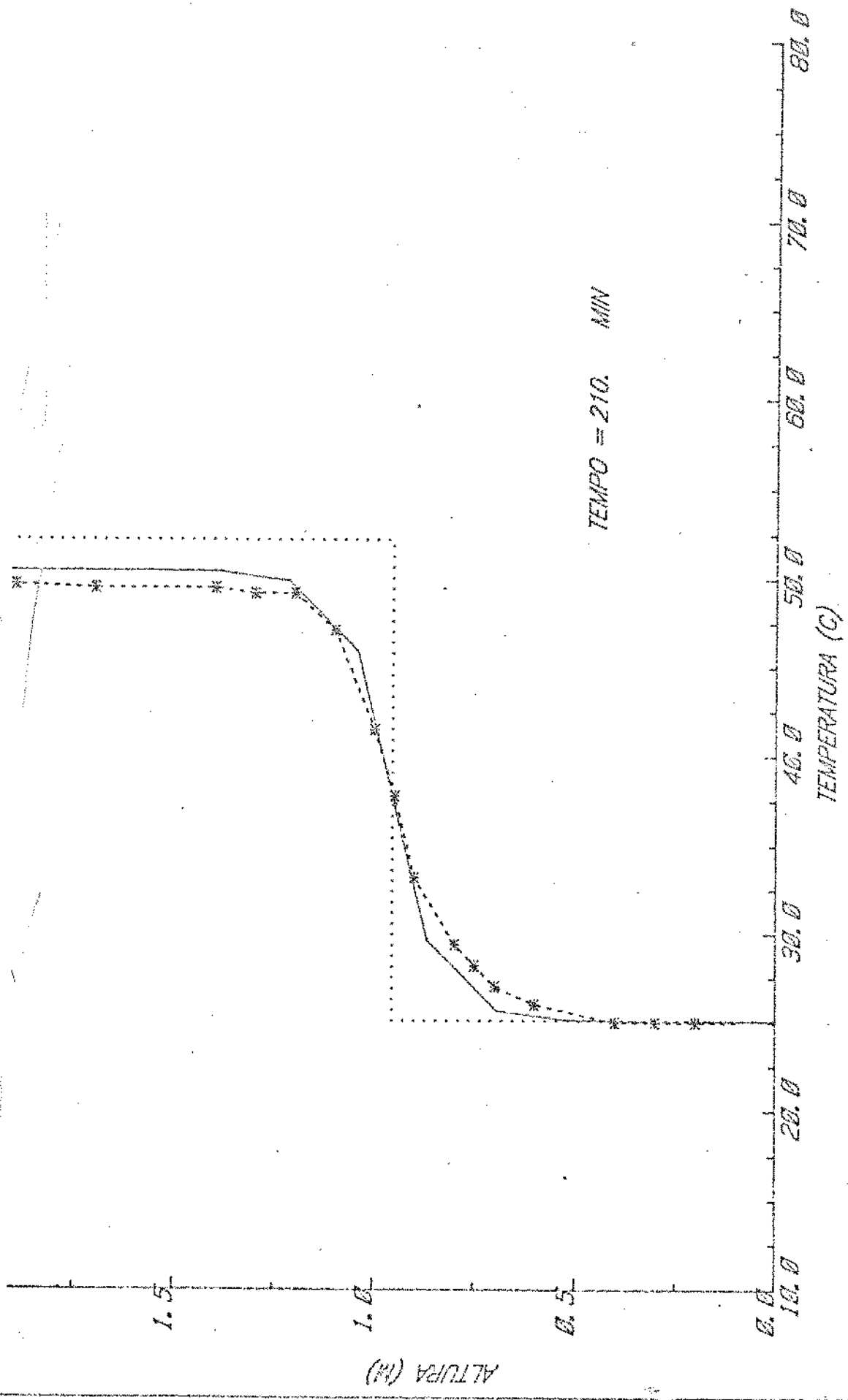


Figura 44

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

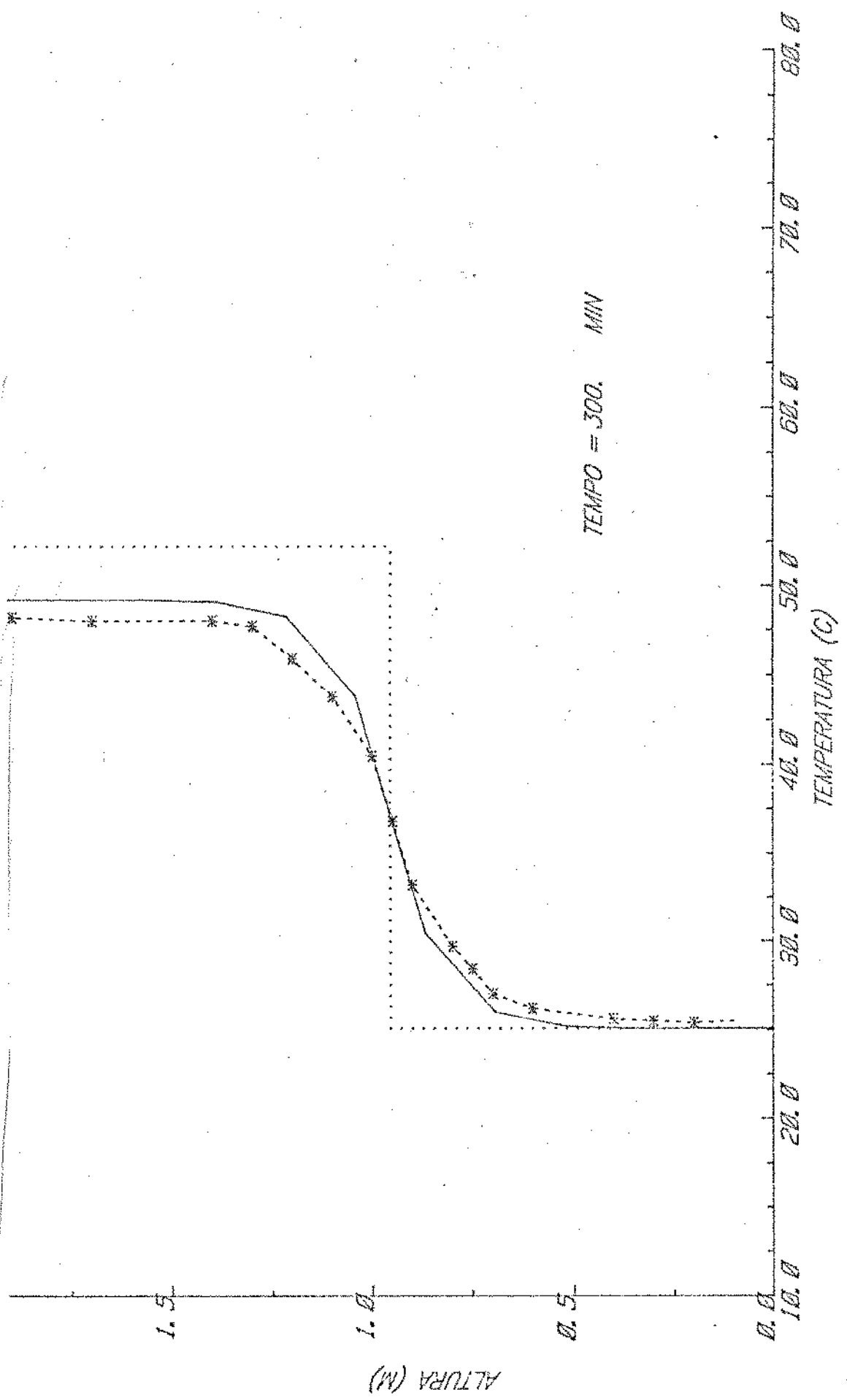


Figura 45

TANQUE DE ALMACENAMIENTO TERMICO

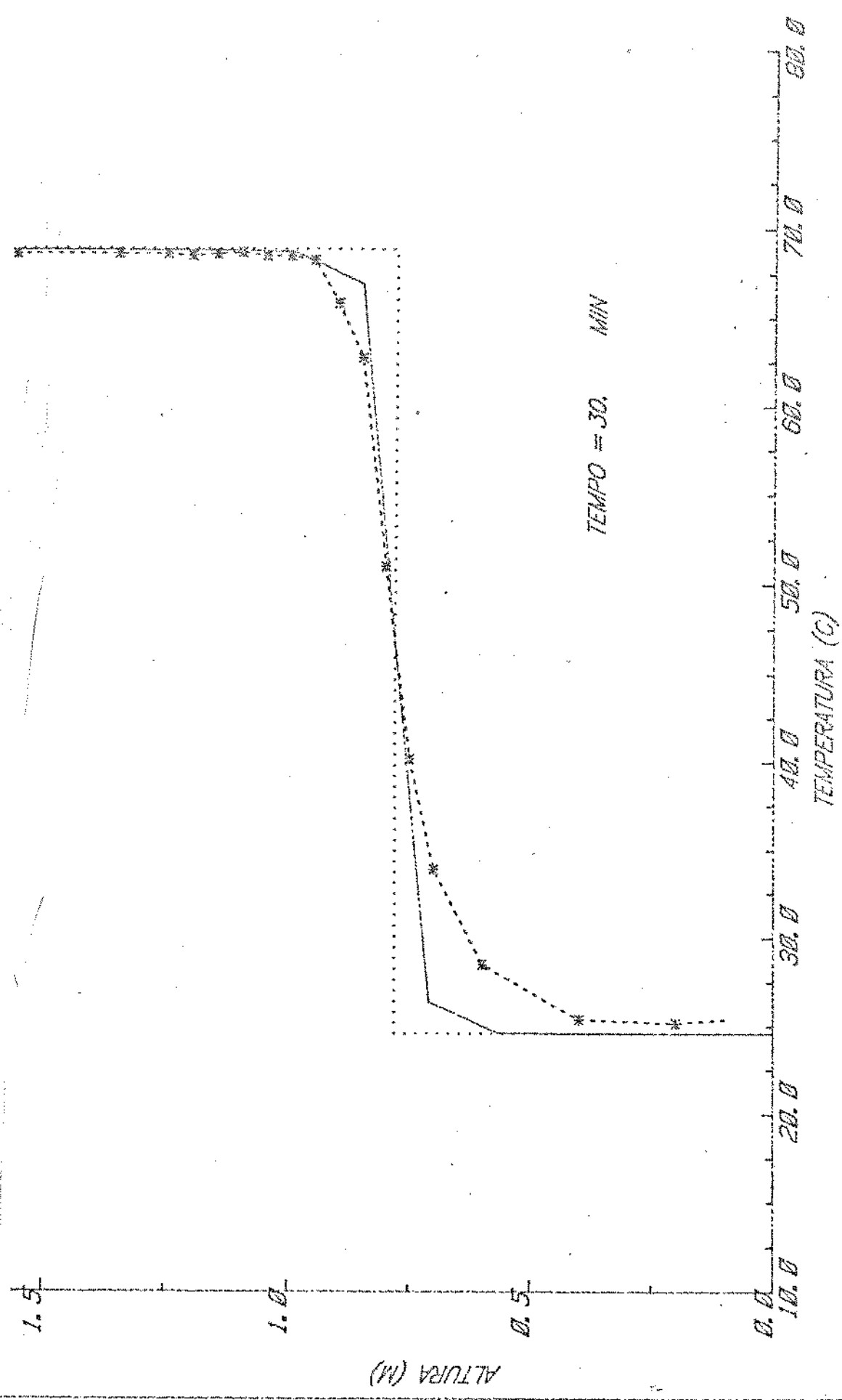


Figura 46

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

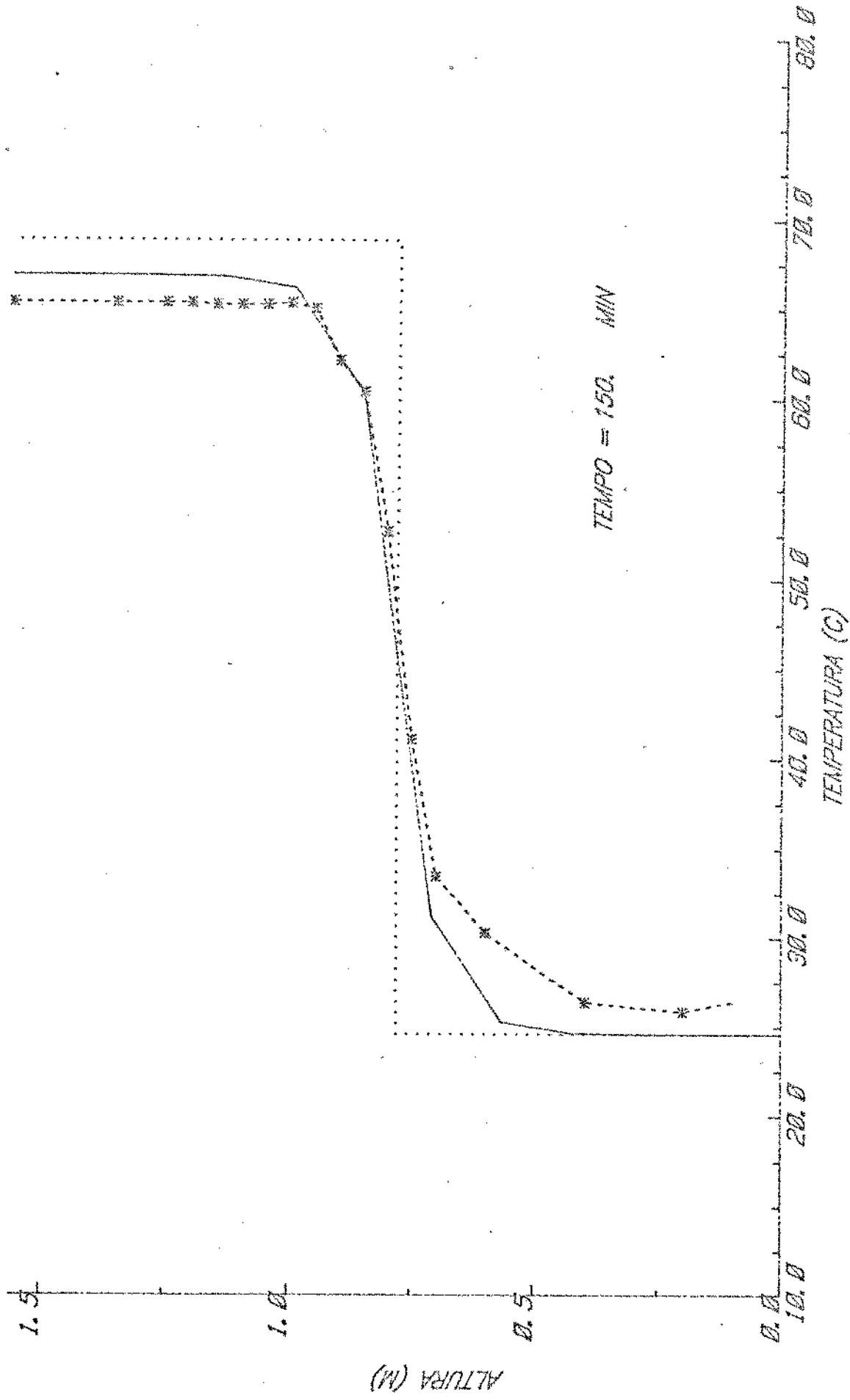


Figura 47

4185/13C

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

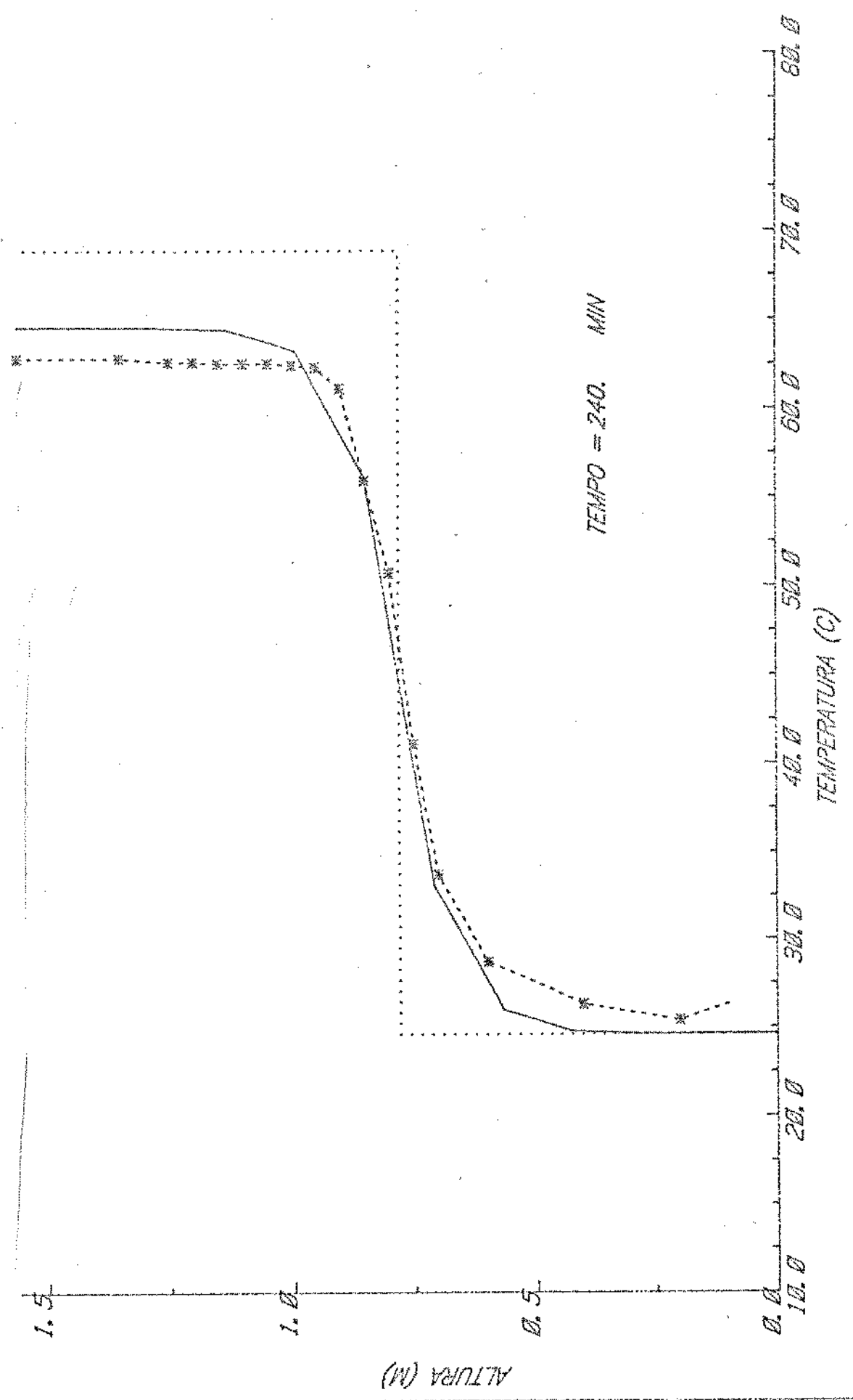


Figura 48

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

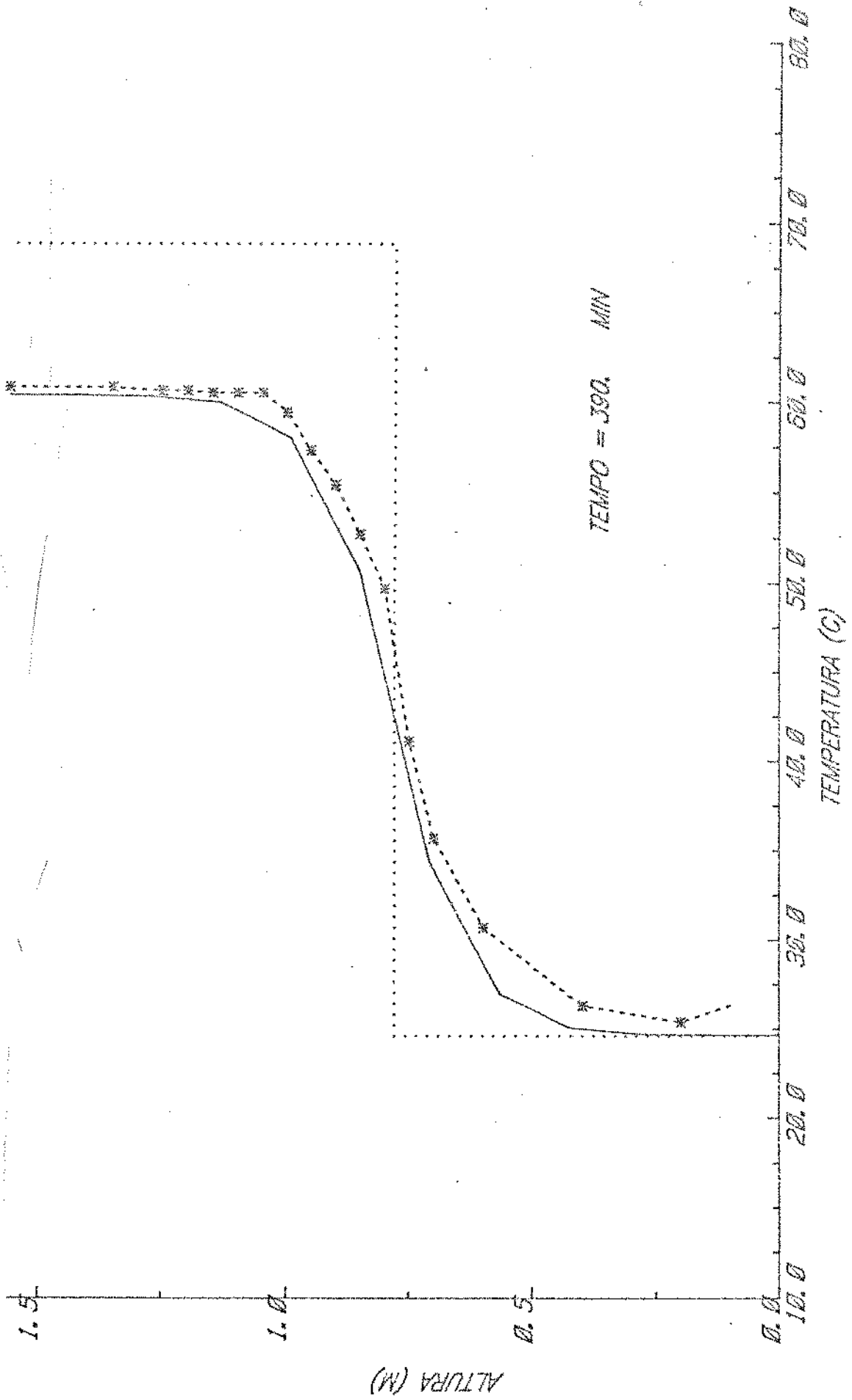


Figura 49

TANQUE DE ALMACENAMIENTO TERMICO

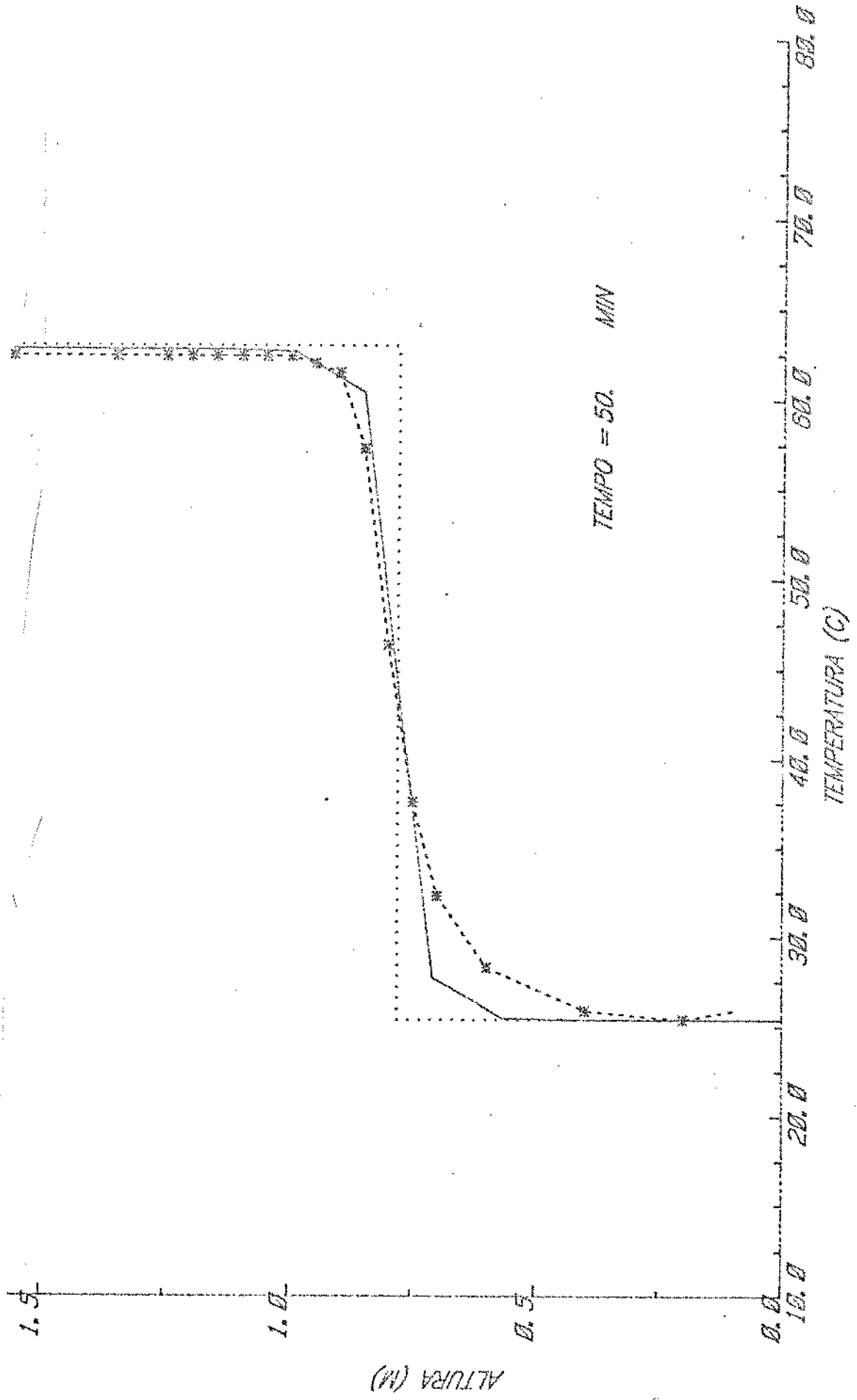


Figura 50

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

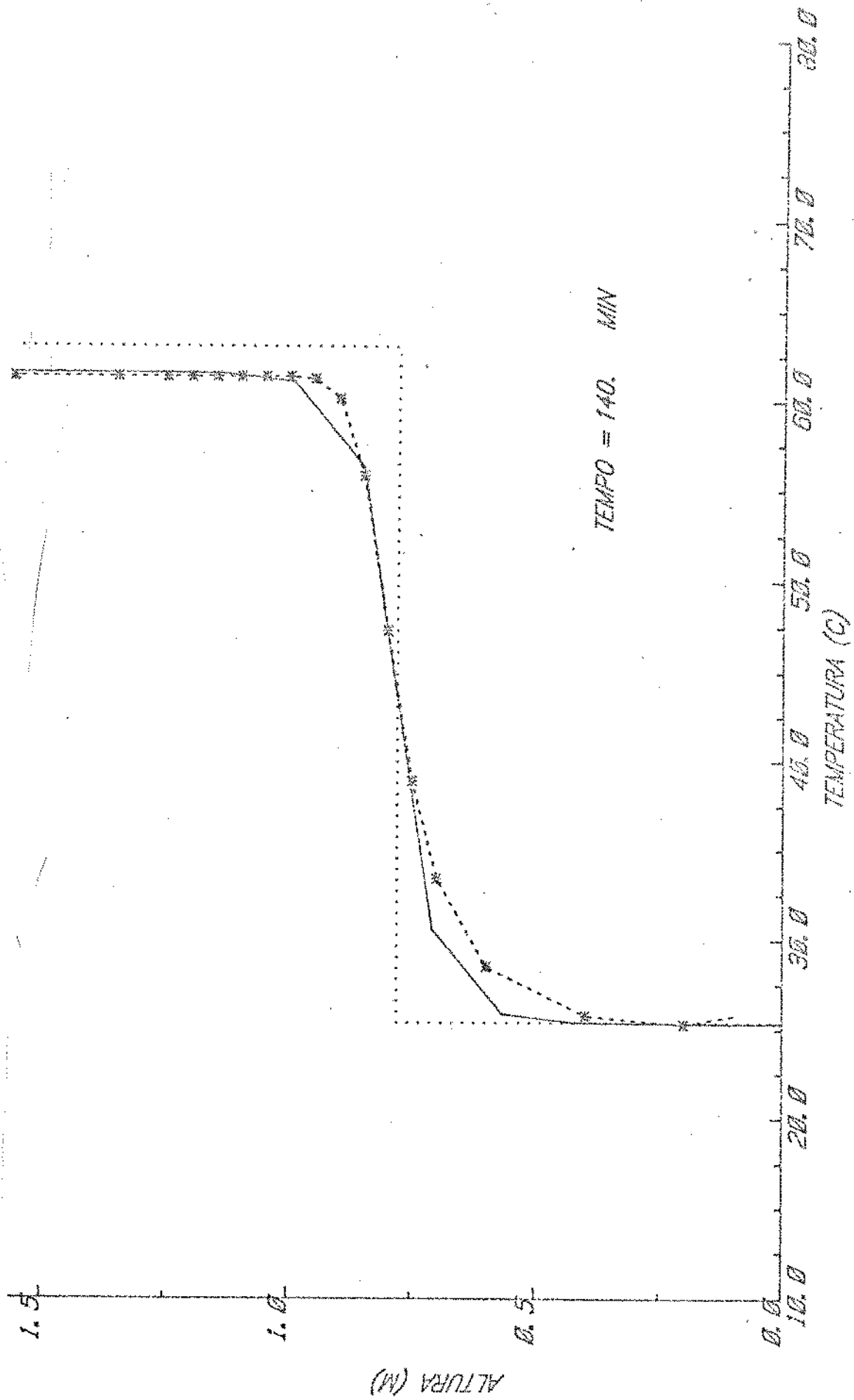


Figura 51

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

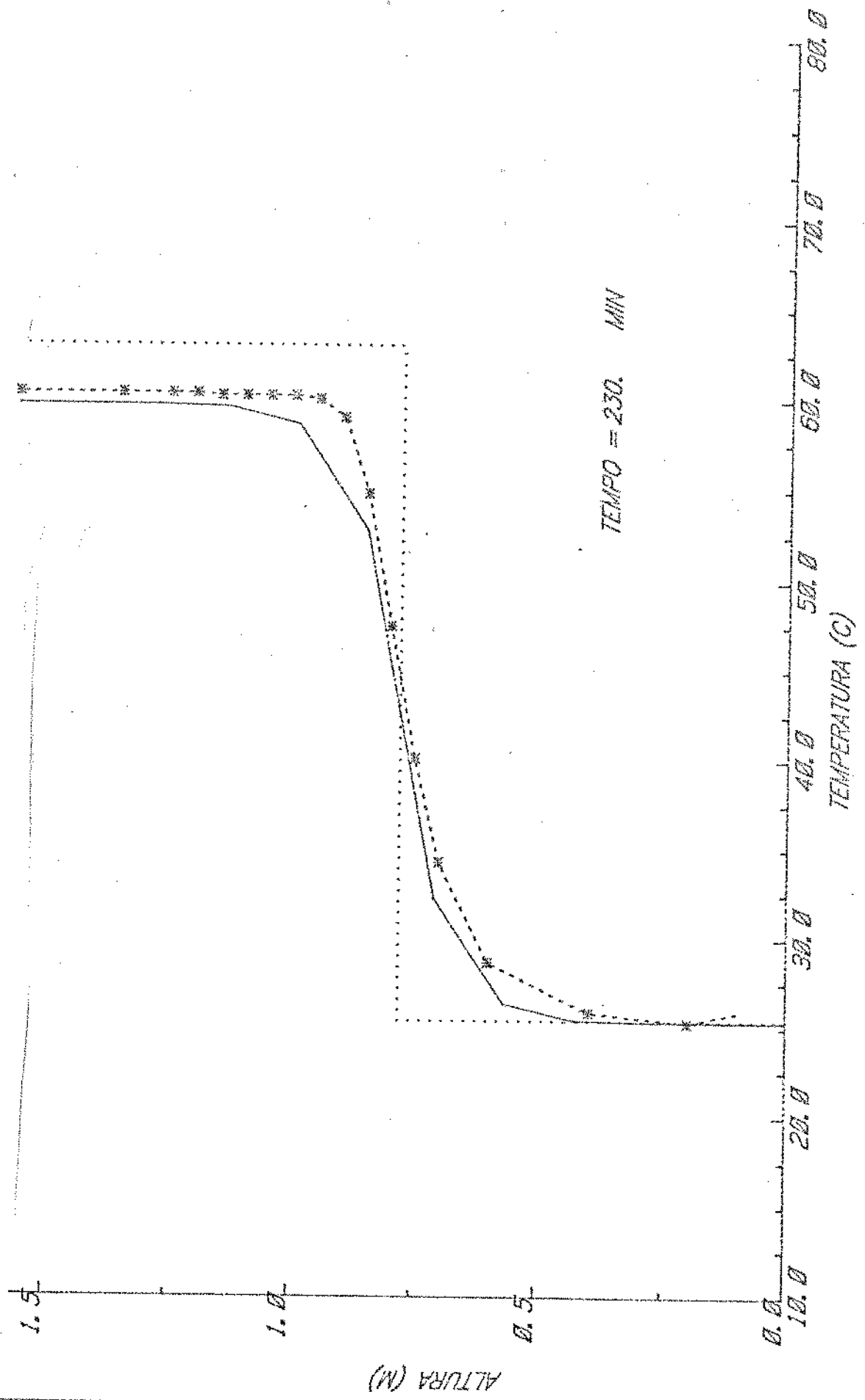


Figura 52

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

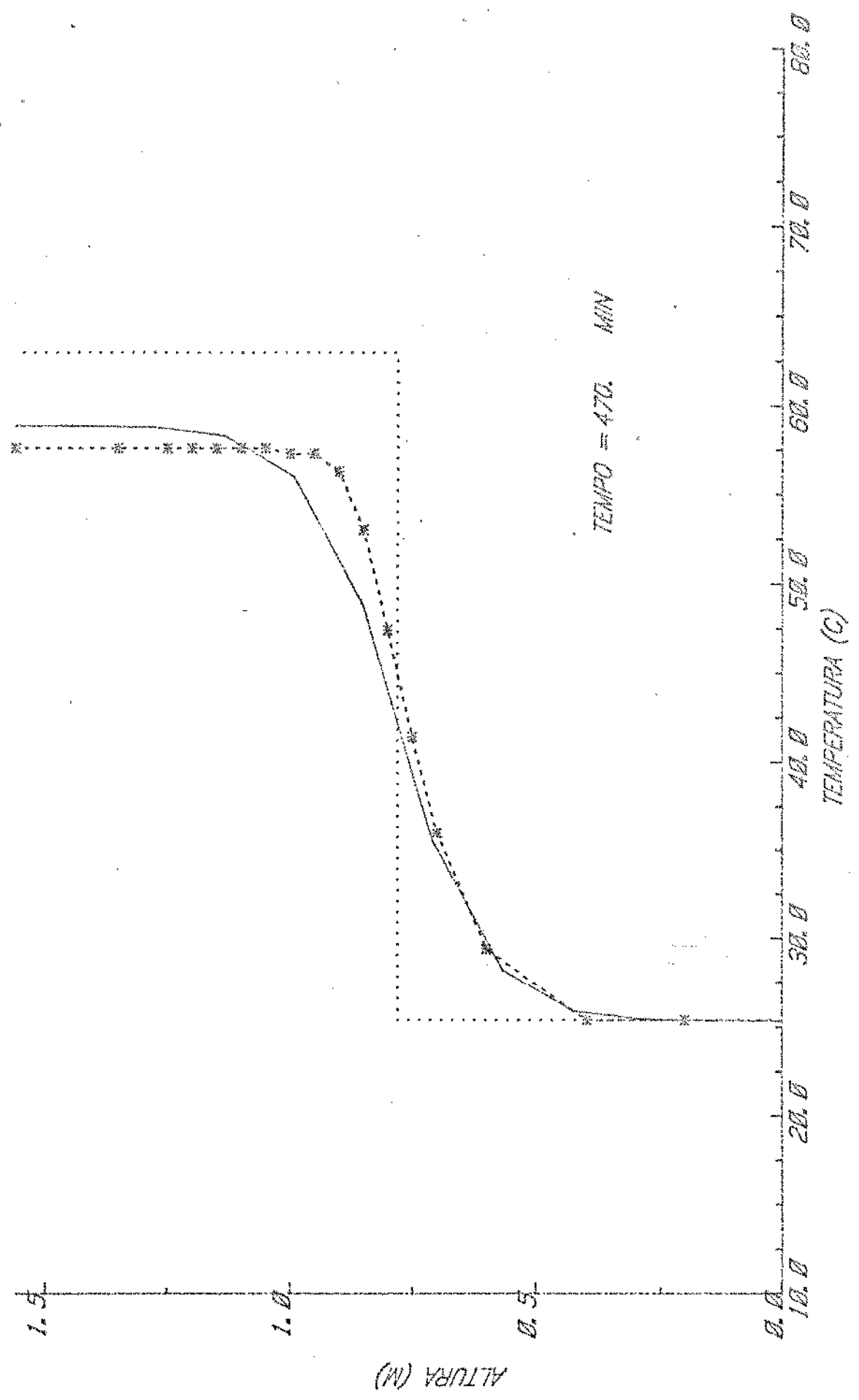


Figura 53

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

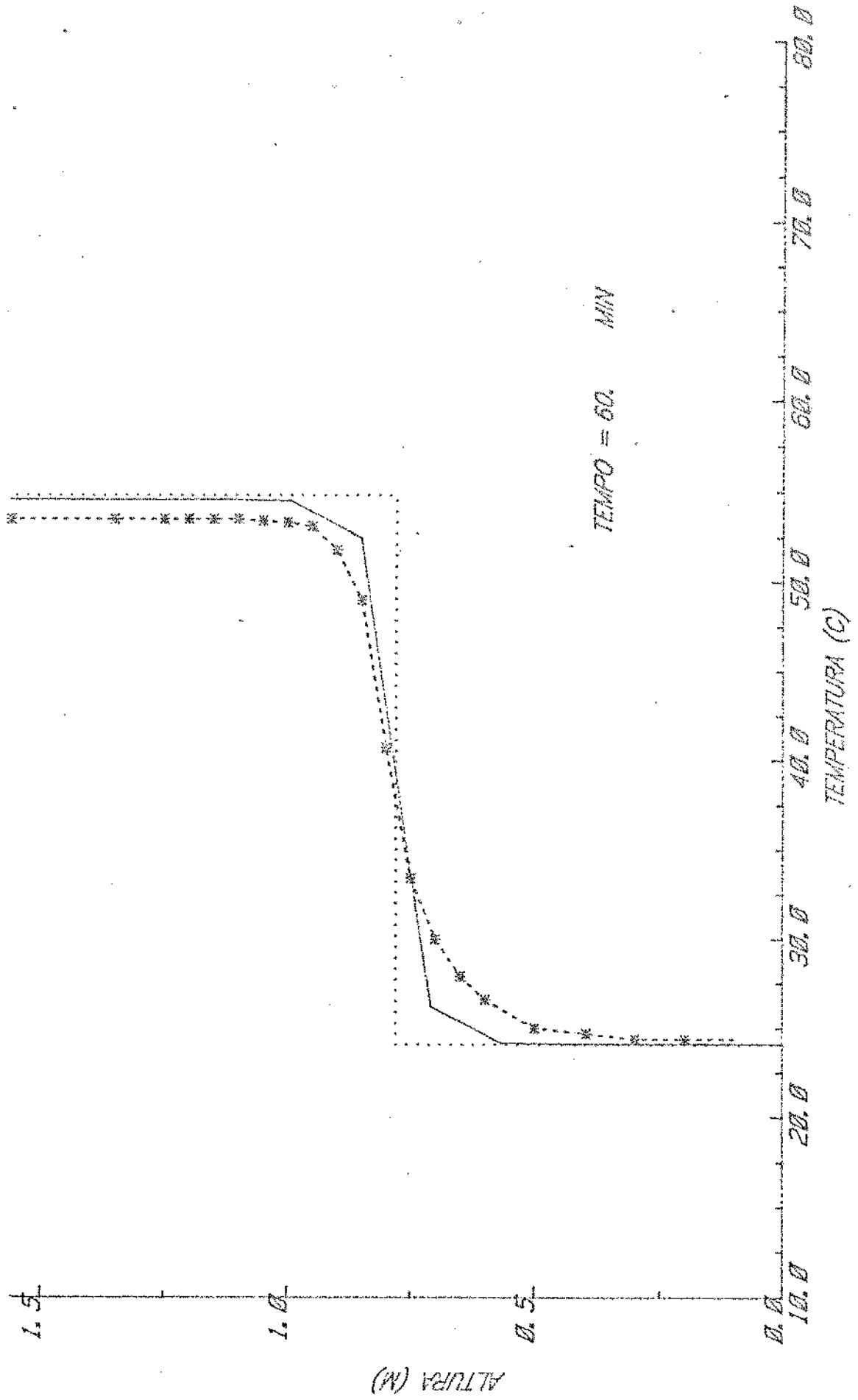


Figura 54

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

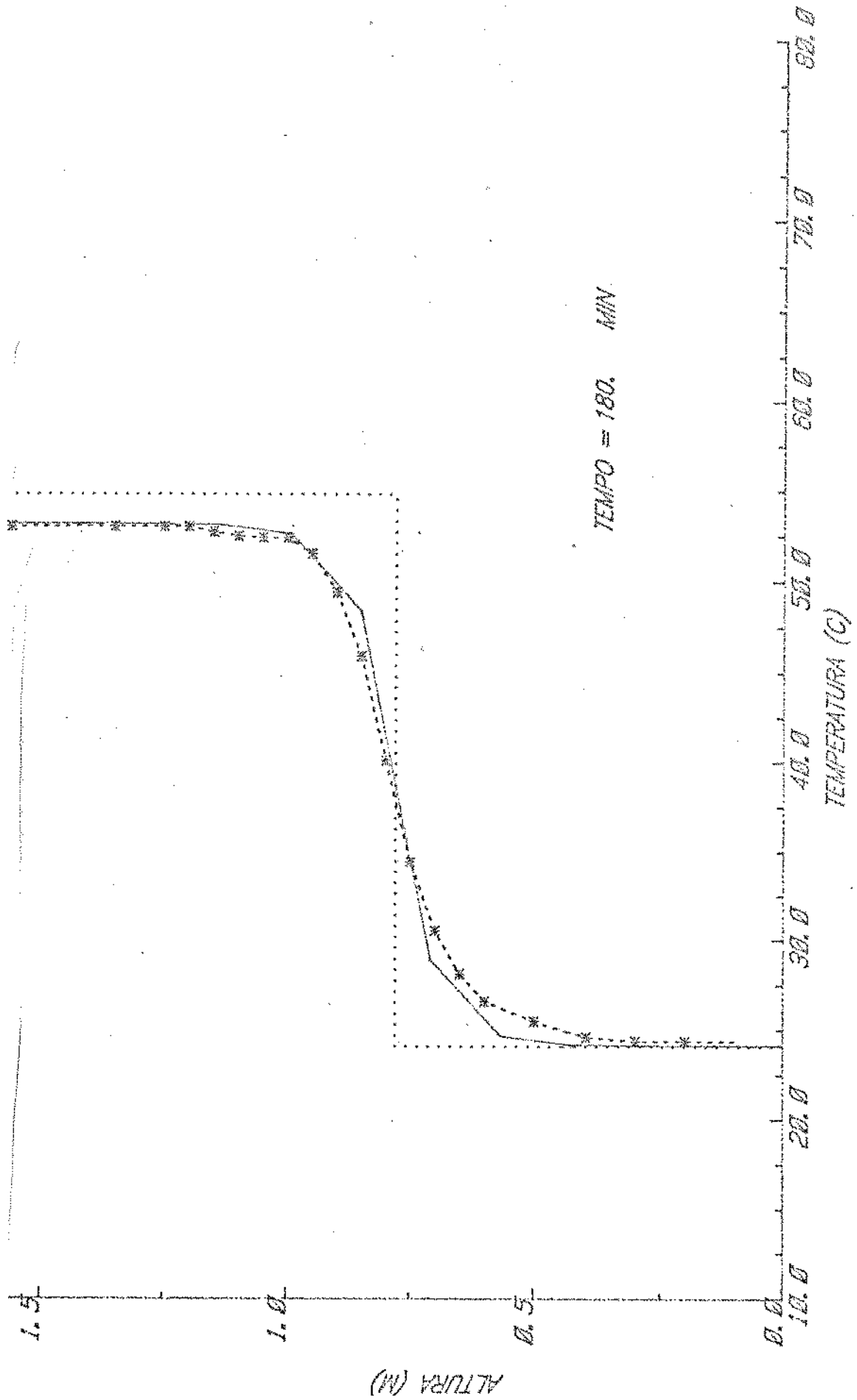


Figura 55

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

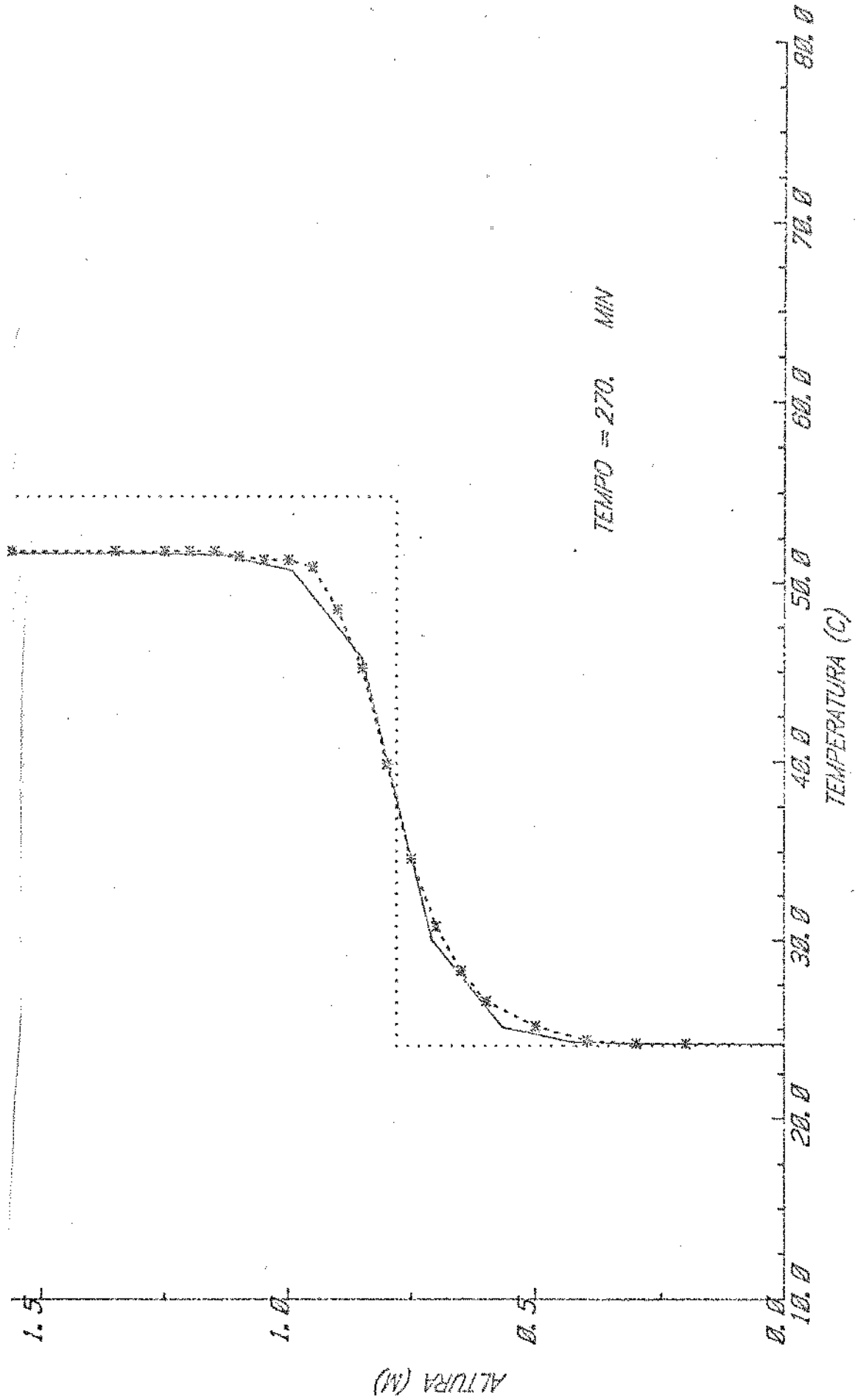


Figura 56

TANQUE DE ALMACENAMIENTO TERMICO

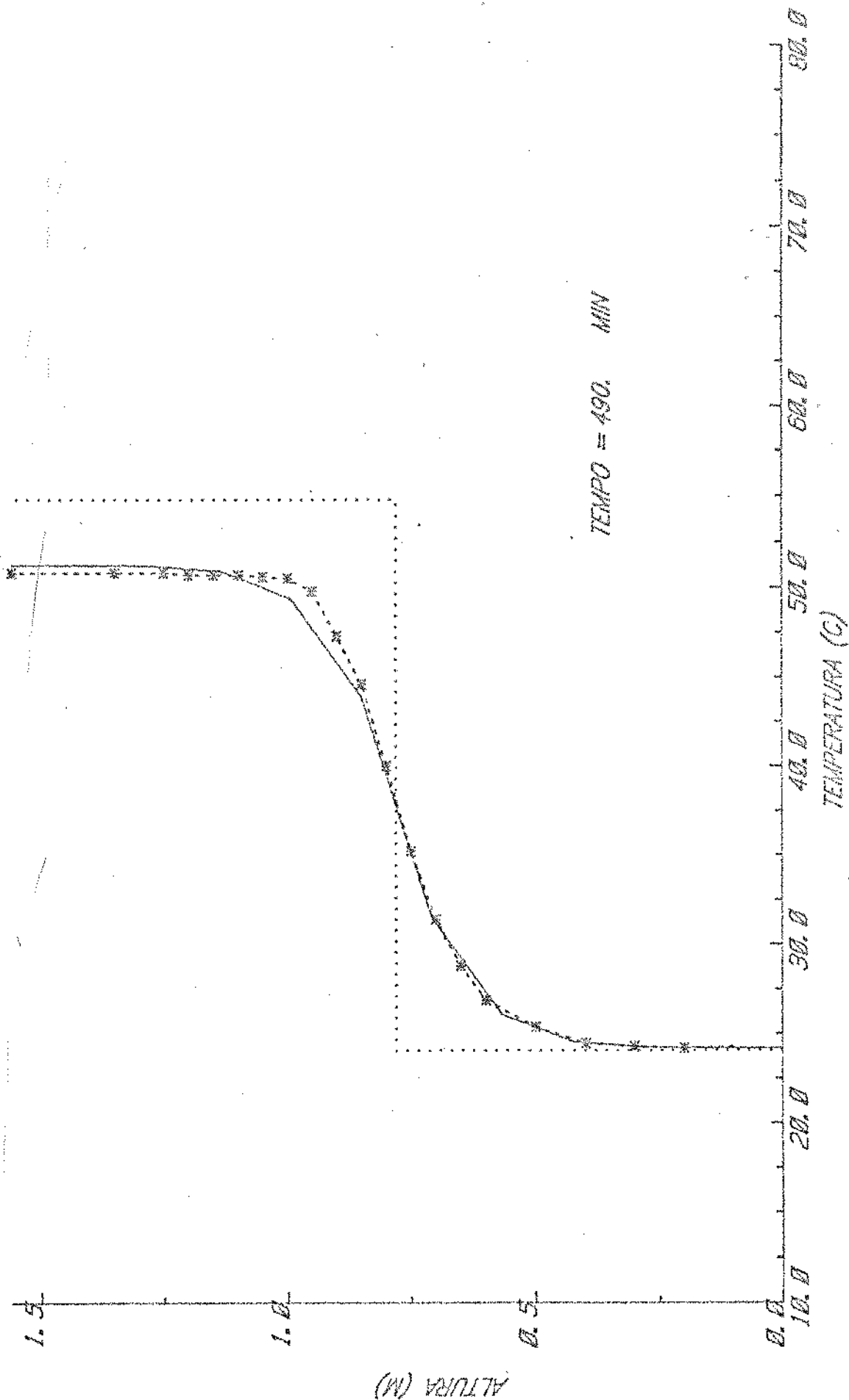


Figura 57

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

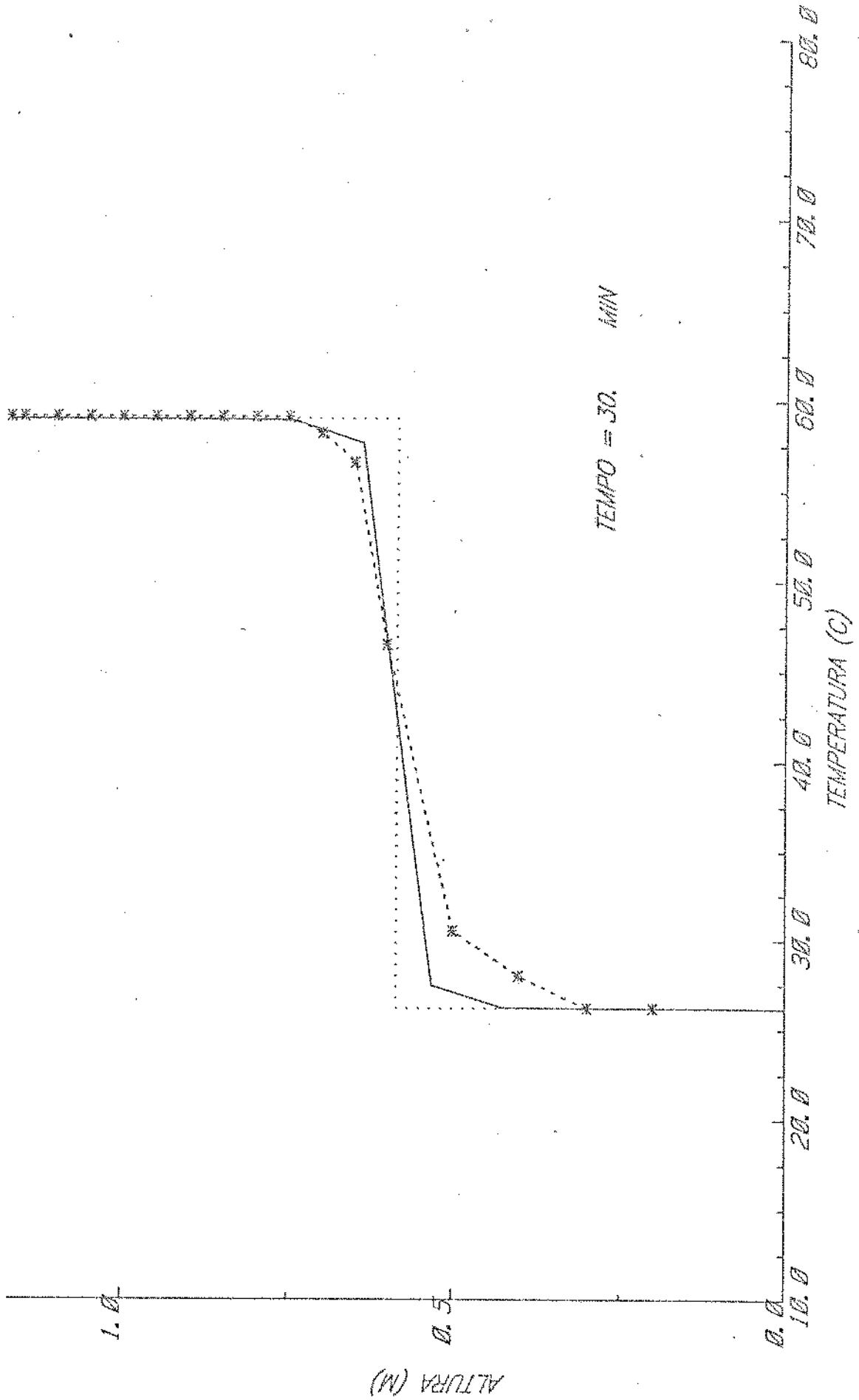


Figura 58

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

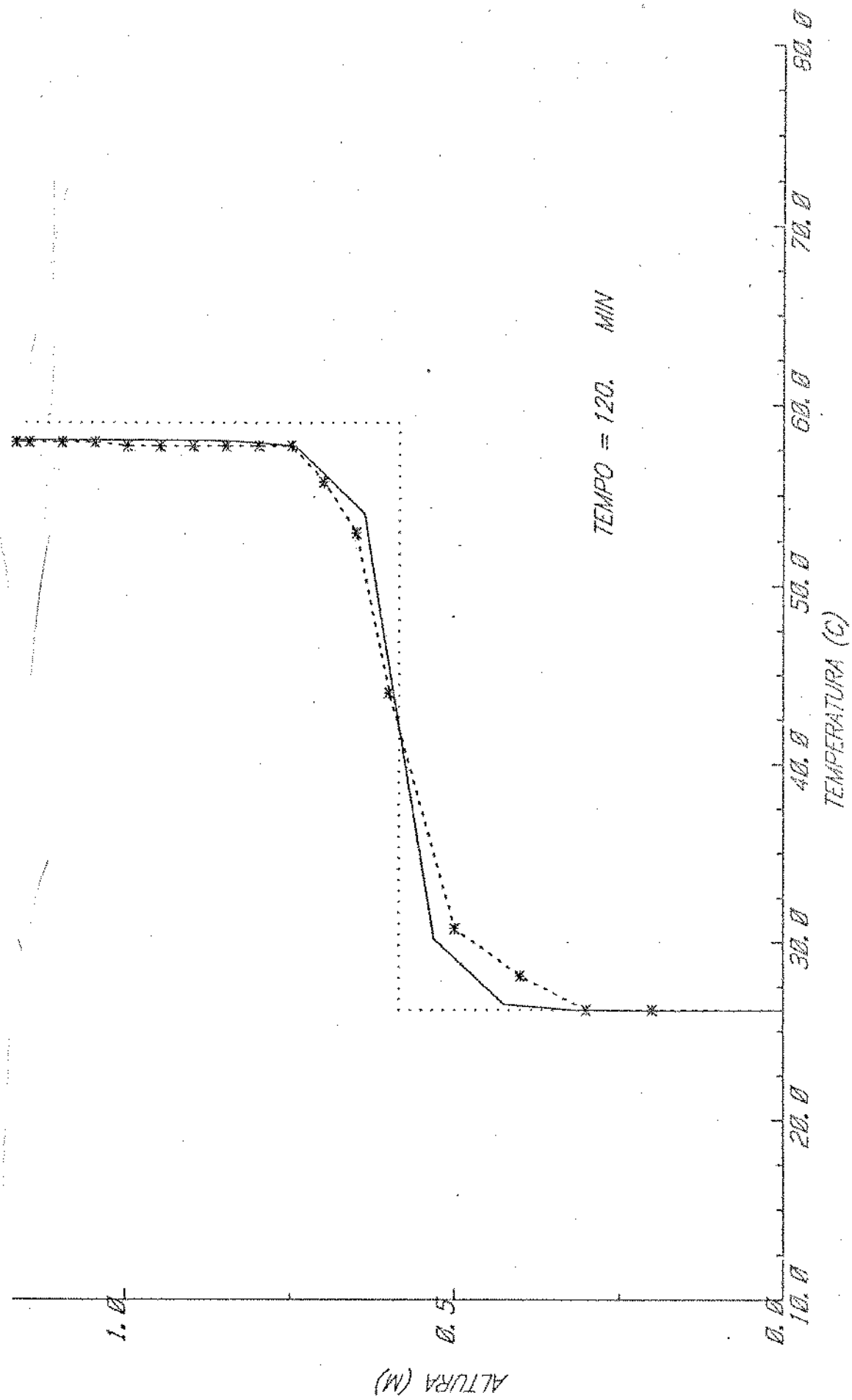


Figura 59

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

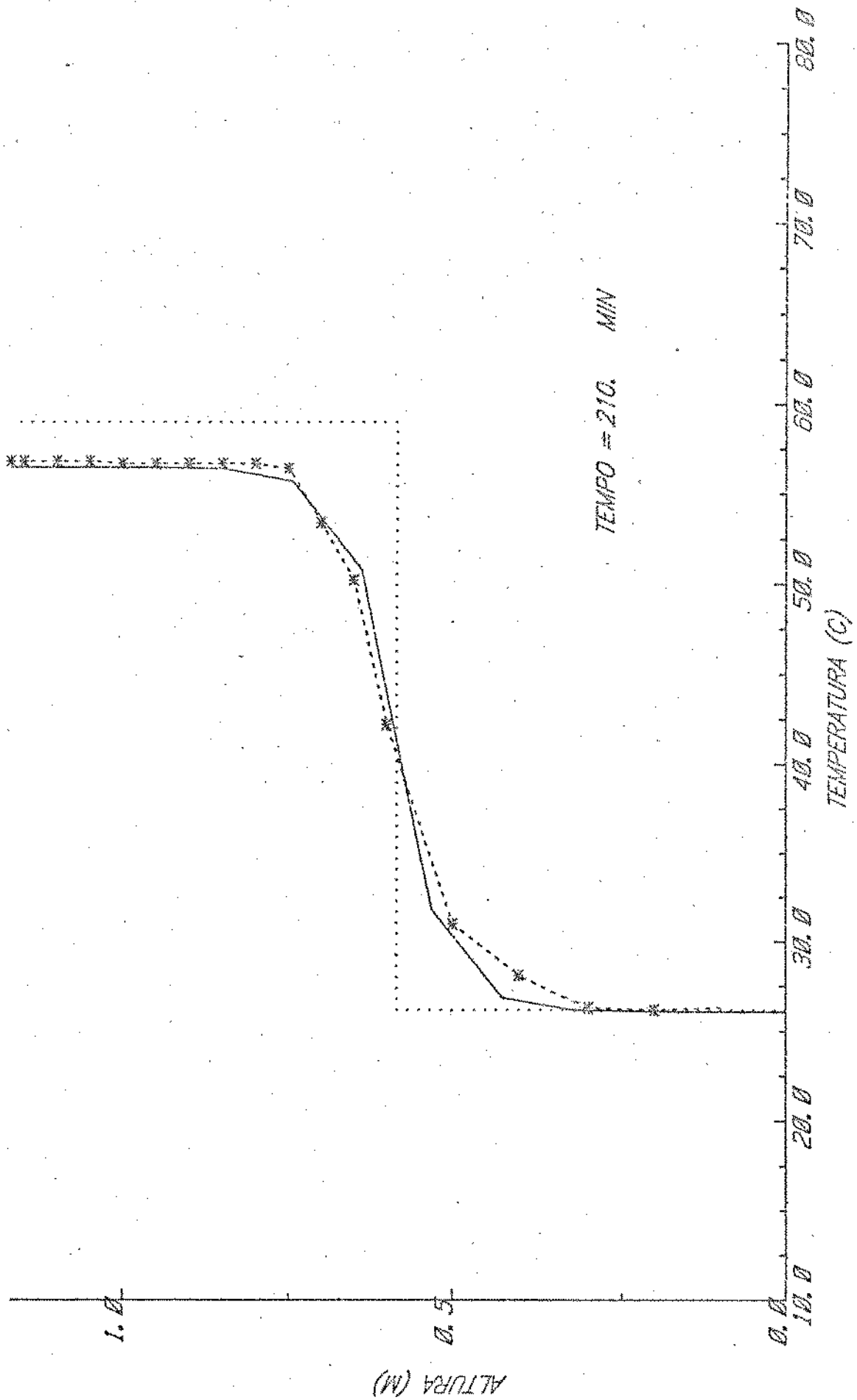


Figura 60

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

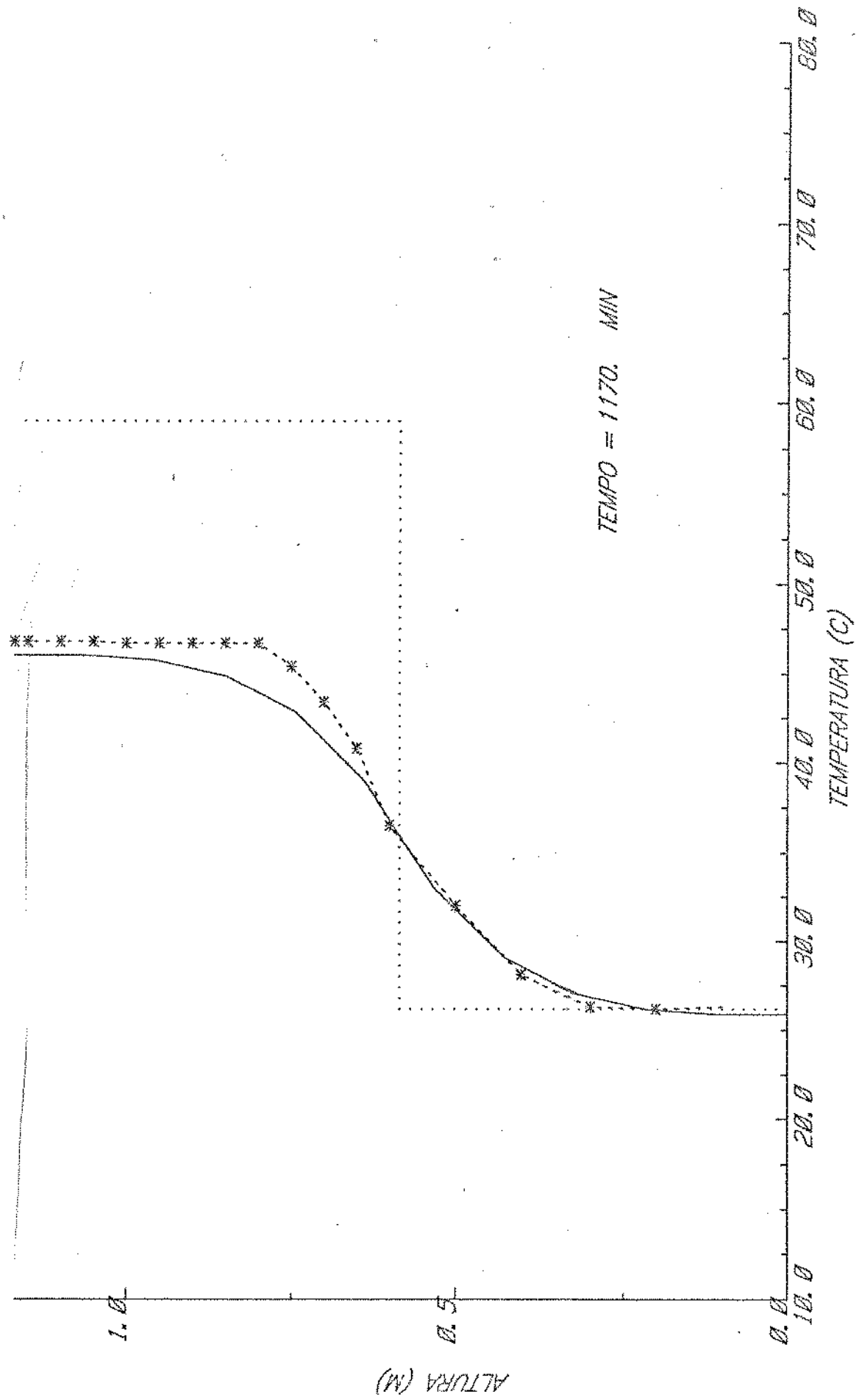


Figura 61

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

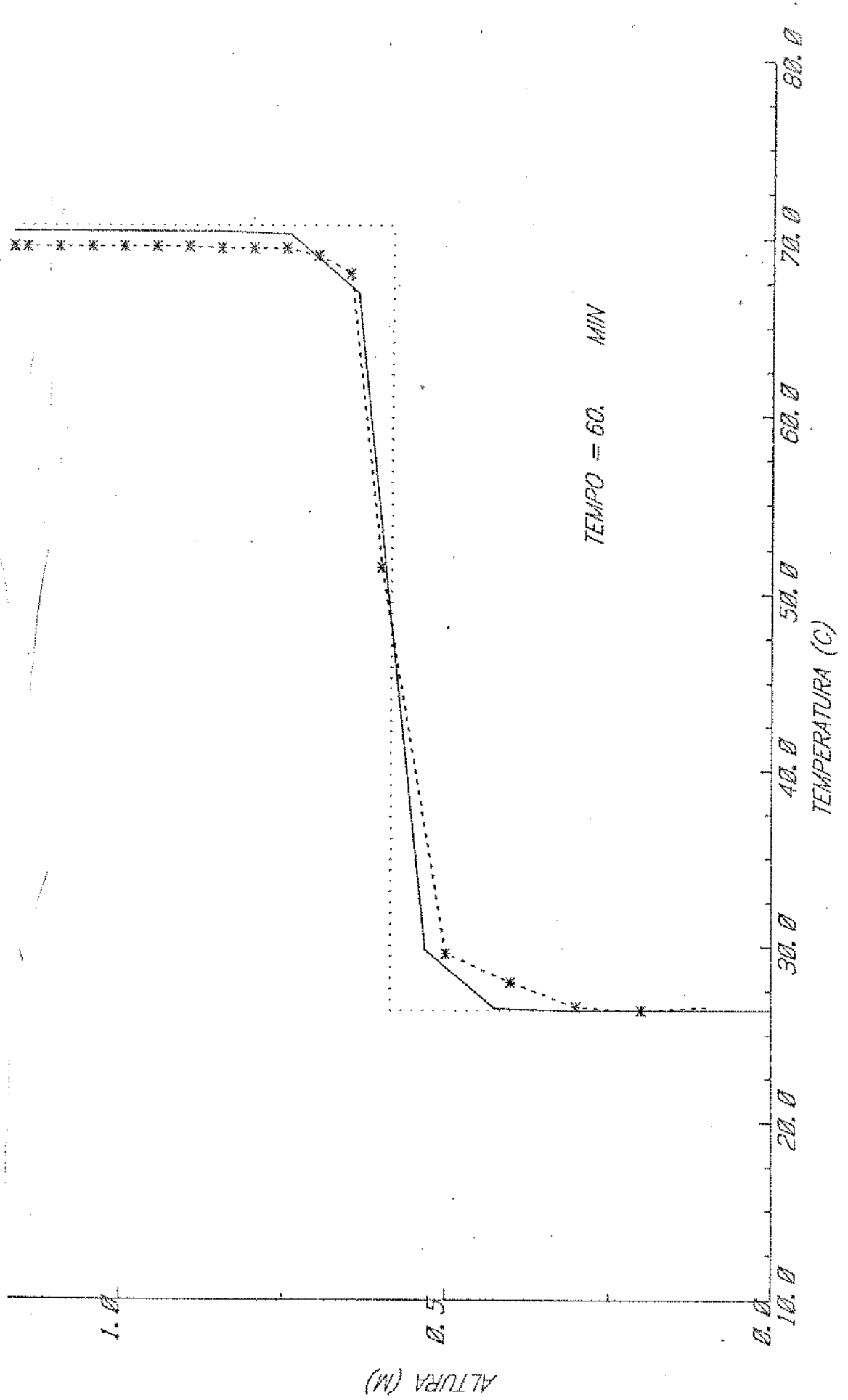


Figura 62

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

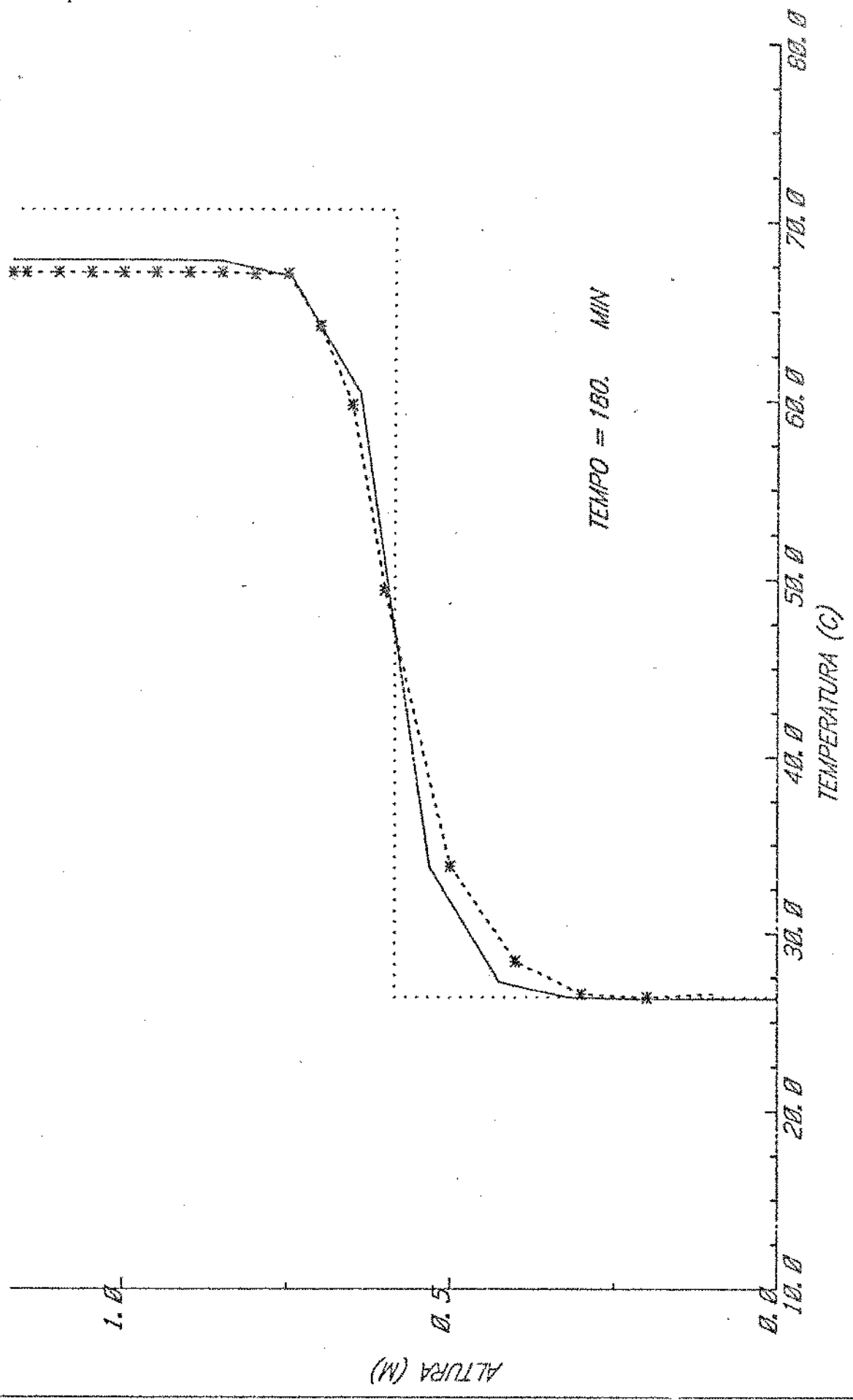


Figura 63

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

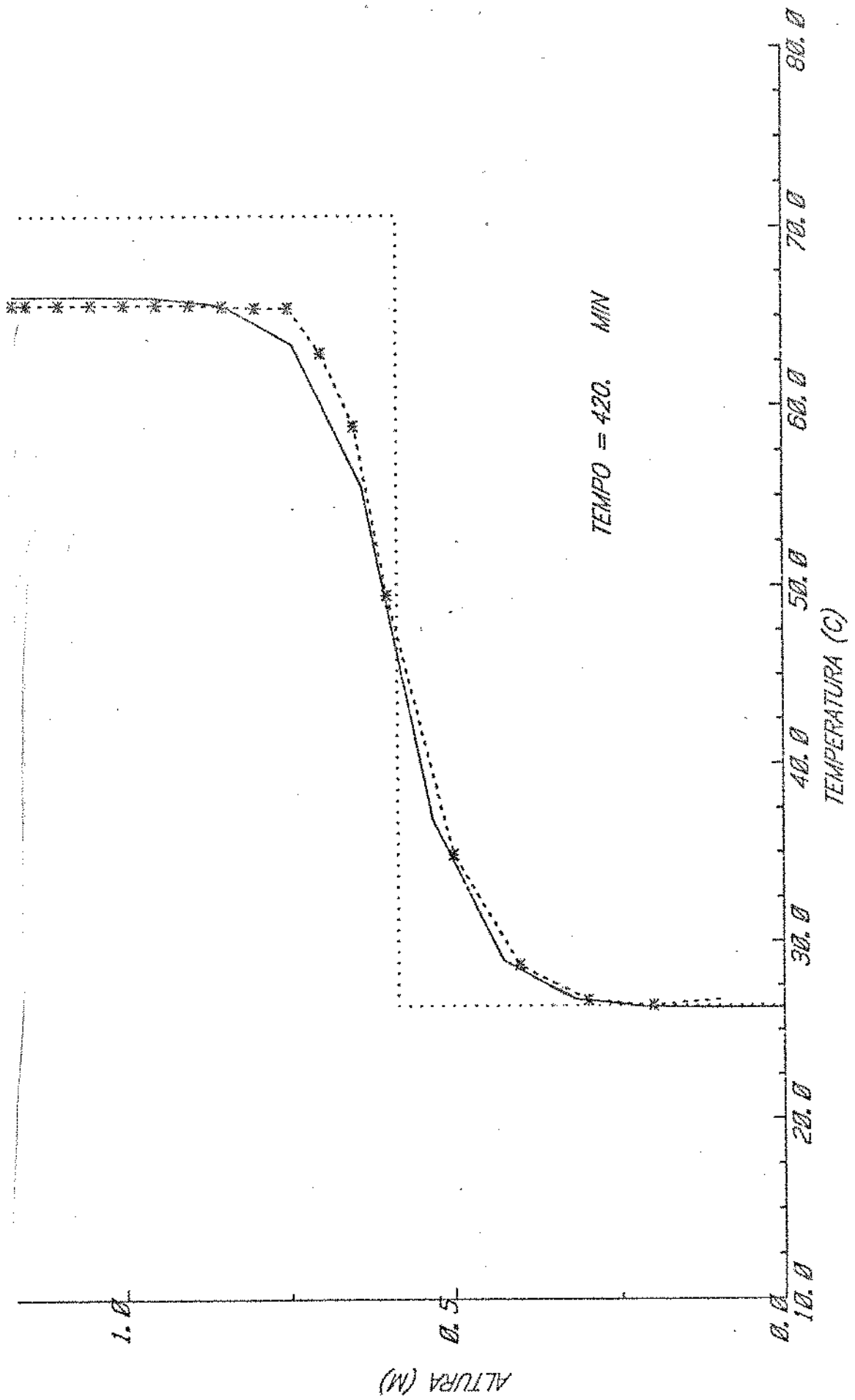


Figura 64

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

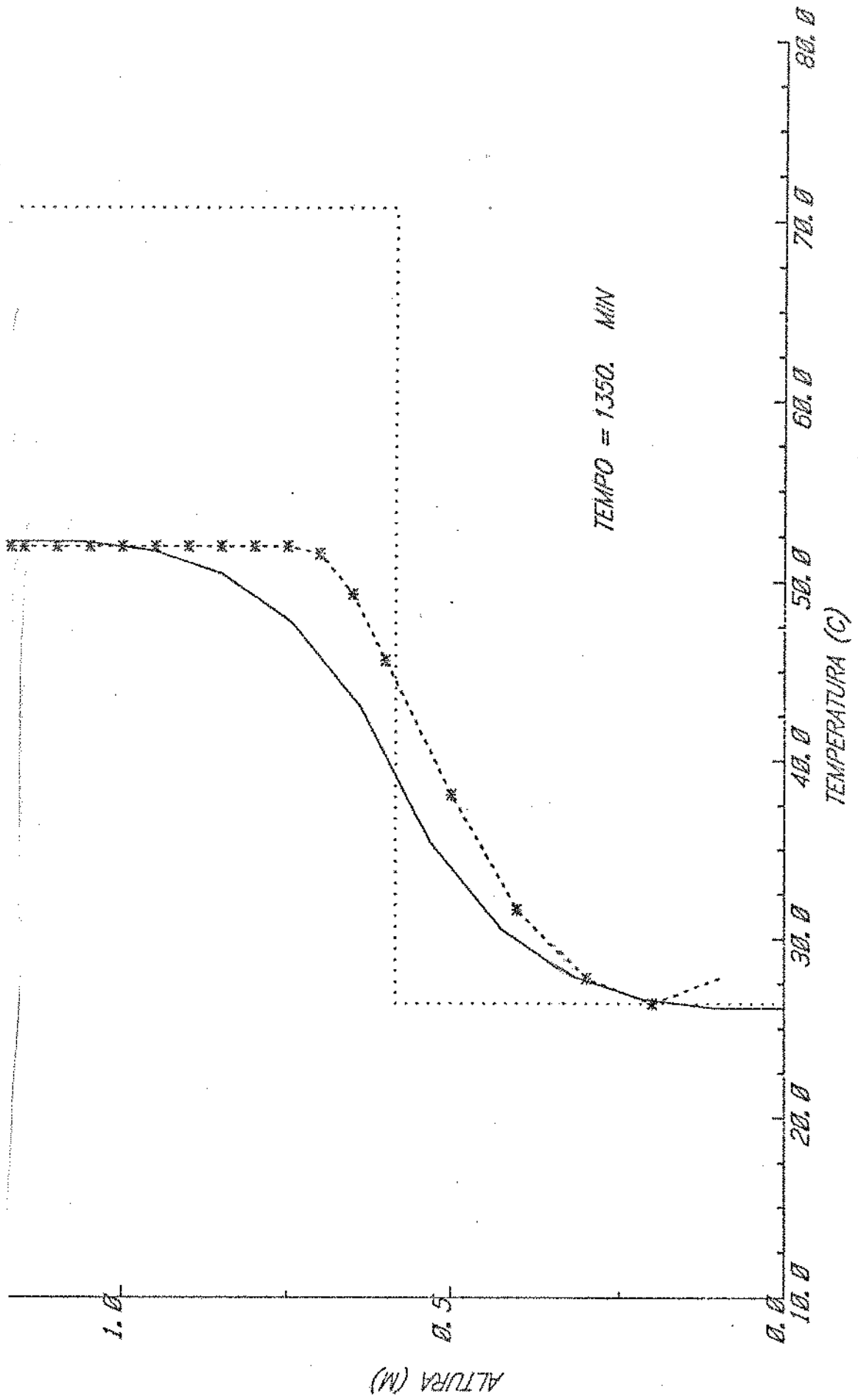


Figura 65

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

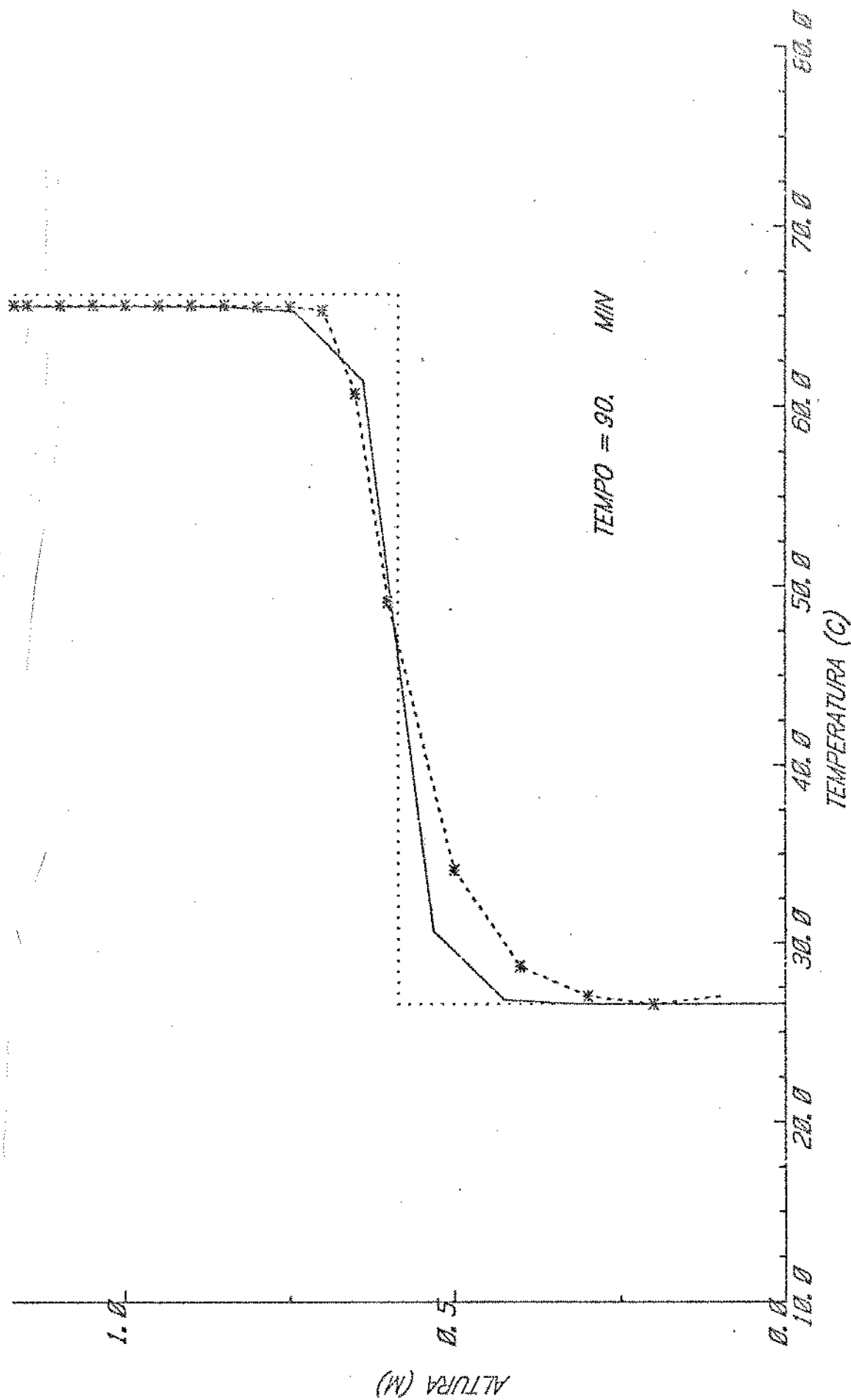


Figura 66

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

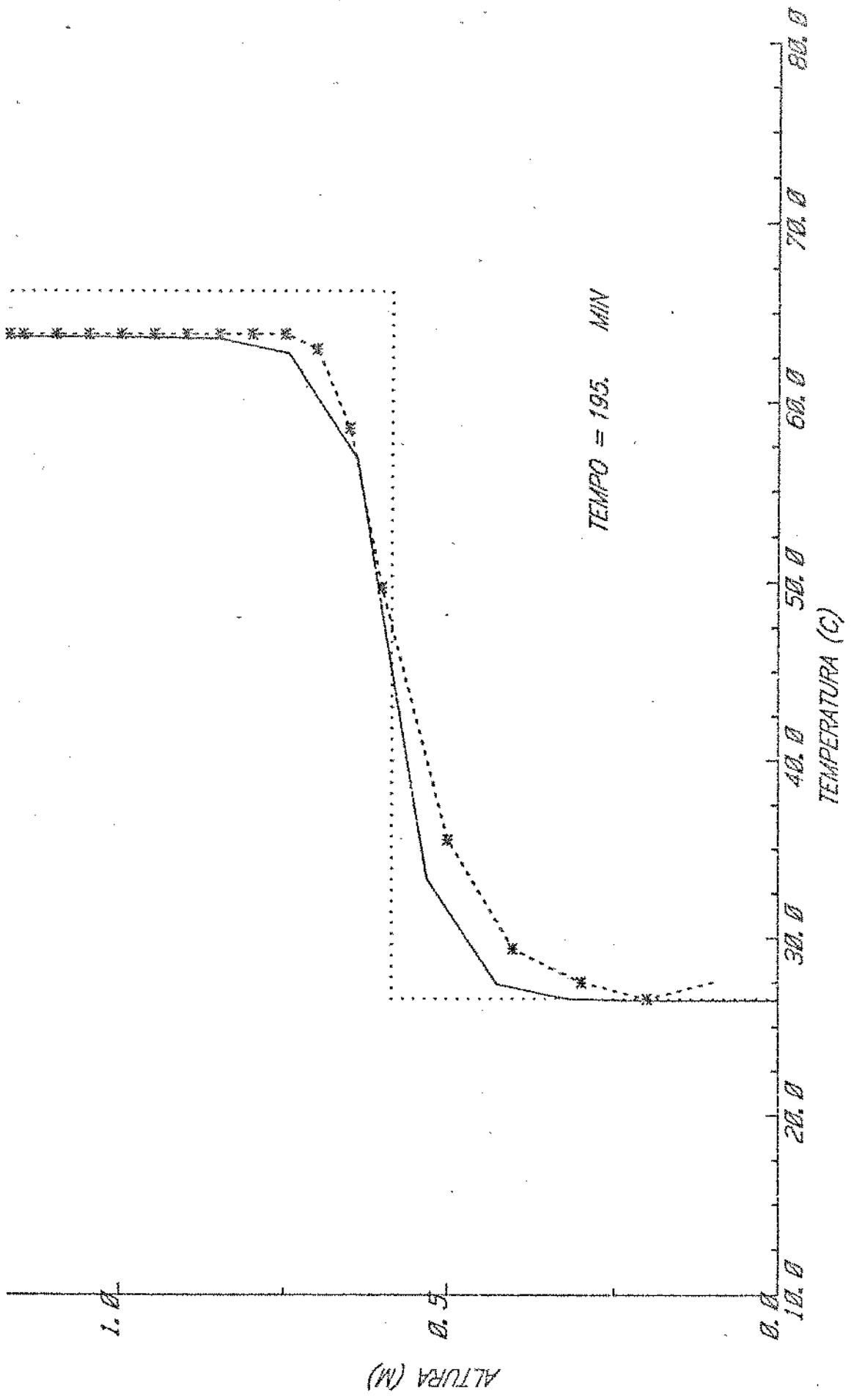


Figura 67

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

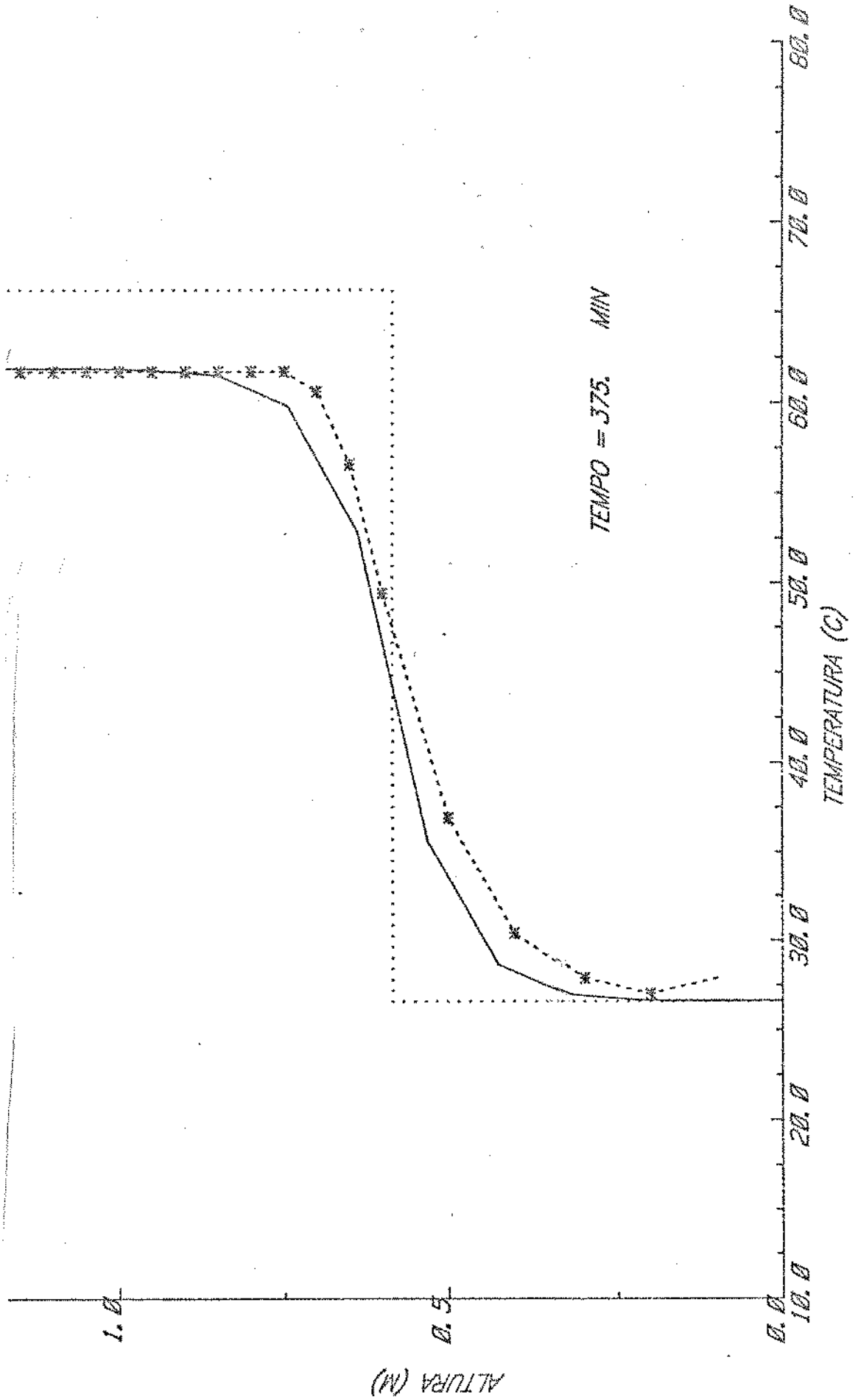


Figura 68

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

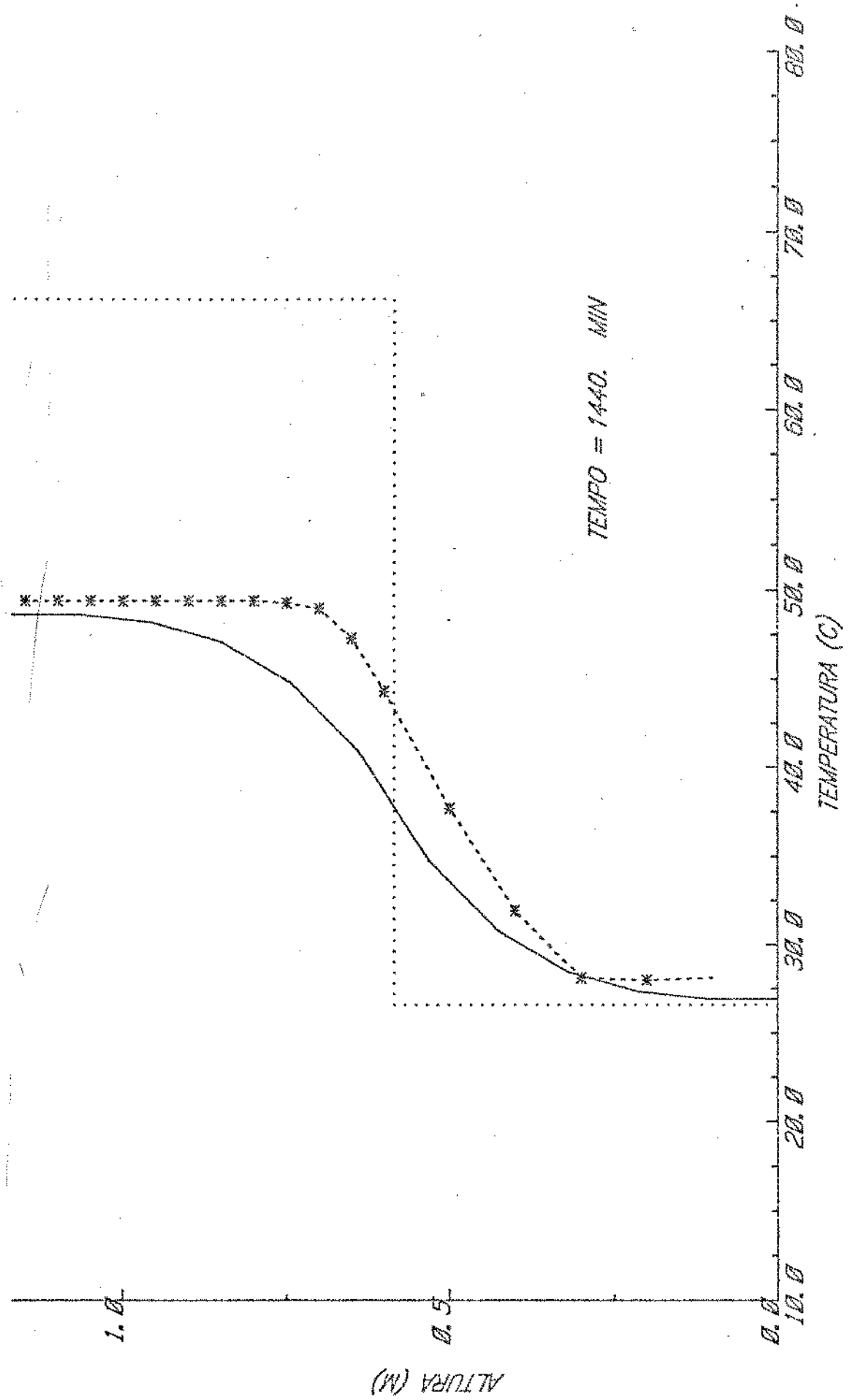


Figura 69

para:

- altura do tanque - 2,300 m

$\Delta T = 31,6$, $T_A = 23,9$, figuras 22 a 25

$\Delta T = 38,4$, $T_A = 25,0$, figuras 26 a 29

$\Delta T = 45,4$, $T_A = 25,0$, figuras 30 a 33

- altura do tanque - 1,910 m

$\Delta T = 43,5$, $T_A = 25,6$, figuras 34 a 37

$\Delta T = 34,5$, $T_A = 25,2$, figuras 38 a 41

$\Delta T = 27,1$, $T_A = 25,0$, figuras 42 a 45

- altura do tanque - 1,560 m

$\Delta T = 44,2$, $T_A = 24,8$, figuras 46 a 49

$\Delta T = 37,6$, $T_A = 25,2$, figuras 50 a 53

$\Delta T = 30,7$, $T_A = 24,5$, figuras 54 a 57

- altura do tanque - 1,170 m

$\Delta T = 32,8$, $T_A = 26,0$, figuras 58 a 61

$\Delta T = 44,3$, $T_A = 26,2$, figuras 62 a 65

$\Delta T = 40,0$, $T_A = 26,0$, figuras 66 a 69

Os gráficos apresentados sugerem que o modelo adotado reproduz bem o comportamento térmico de um tanque estratificado. Os maiores desvios observados referem-se as alturas de 2,30 m e 1,91 m, onde na parcela quente do fluido observa-se um desvio de até 6% (figuras 28, 30, 31 e 32), possivelmente devido as considerações efetuadas para perda de calor por convecção natural e aos valores empregados de condutividade térmica do isolante.

Difícilmente a estratificação térmica será perfeita no início do ensaio experimental, o que resulta provavelmente em uma mistura dos fluídos quente e frio, durante o carregamento do tanque de armazenamento, o que corresponde a um adiantamento da degradação da estratificação térmica em relação à solução numérica, como pode ser observado. As figuras 34 e 36 mostram claramente que o comportamento do tanque real está como que adiantado em relação ao teórico. Mesmo assim, o modelo consegue reproduzir razoavelmente bem os perfis de temperatura do tanque para tempos de quase um dia (figuras 65 e 69).

Pode-se observar que a hipótese feita no capítulo 2, de que o topo do tanque pode ser considerado adiabático, é correta, não se observando significativas variações de temperatura na parcela superior do fluído quente.

5.2 - EFEITO DE L/D , Pr e ΔT SOBRE A ESTRATIFICAÇÃO:

A partir da confirmação da congruência entre o modelo teórico e a análise experimental, obtem-se o efeito das variáveis operacionais e geométricas do tanque sobre a degradação da estratificação térmica, pela utilização dos programas de computador desenvolvidos, com dados adequados.

A - RAZÃO DE ASPECTO - $[L/D]$

O efeito da relação altura/diâmetro ou razão de aspecto foi estudado para tanques com volumes de 0,5; 1,0 e 3,0 m³ usando-se para comparação o fator de degradação, FD , adimensional, definido como

$$FD = \frac{t'}{t^*} \quad (134)$$

onde t' - tempo para a diferença de temperatura entre a região estratificada variar em 10%. A região estratificada é considerada como sendo o volume cilíndrico entre os nós NZP e NZT (vide simbologia da resolução numérica), [S]

t^* - tempo característico, dado pela expressão (25), [S]

Com uma diferença de temperaturas entre o fluido quente e o fluido frio de 40°C, para água como fluido térmico, e valores da razão de aspecto entre 1 e 8; obteve-se;

$$FD = 2,348 \quad (135)$$

que mostra ser o fator de degradação um valor constante para qualquer tanque, desde que dentro dos limites estudados. Na análise foi considerada uma isolação térmica análoga à do sistema experimental, sendo que, quando retirado o isolante, a constante da expressão [135] varia em apenas 1,9%, para todos os casos estudados.

É interessante apresentar-se uma expressão dimensionalizada para o efeito da razão de aspecto;

$$t' = 306,5 (V/K)^{2/3} \quad (136)$$

onde V - volume do tanque de armazenamento, [m³]

K - razão de aspecto, adimensional

O expoente da equação (136) concorda com os resultados da bibliografia [41].

Com a expressão [136] pode-se obter o gráfico da figura 70, que apresenta a variação de t' com V e K .

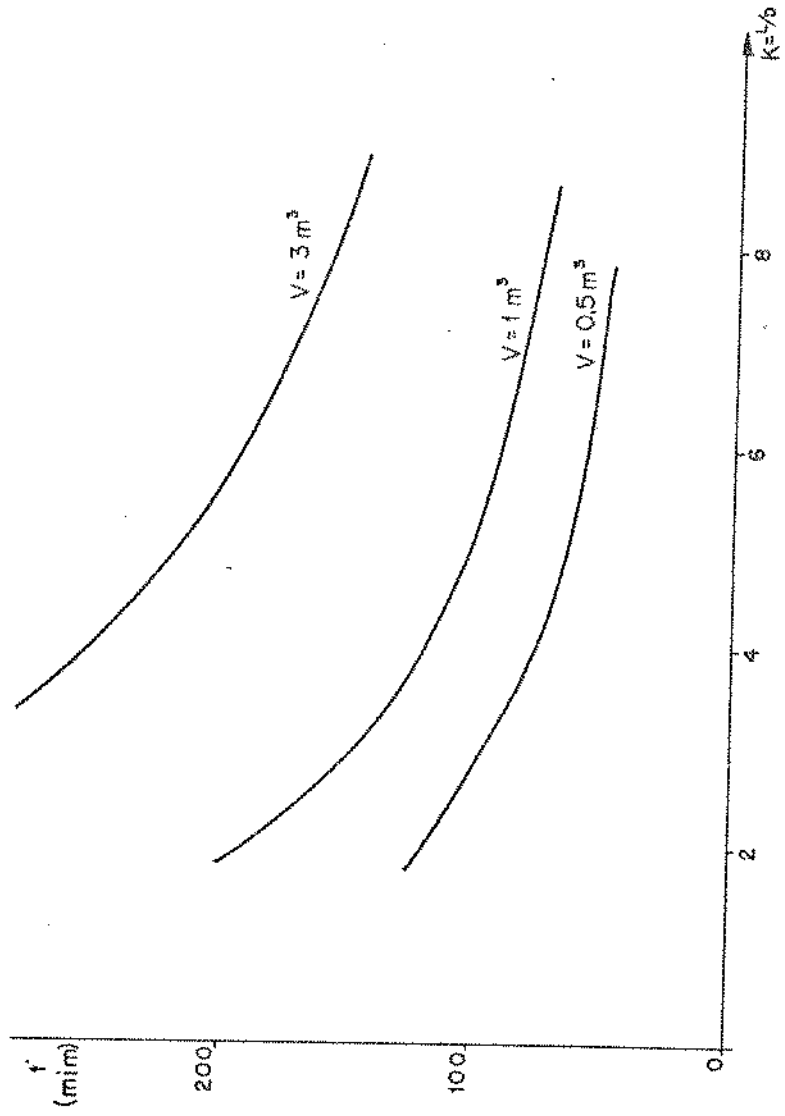


Figura 70 - Efeitos da razão de aspecto.

B - NÚMERO DE PRANDTL - [Pr]

O efeito do número de Prandtl pode ser previsto pela análise da equação [33], onde a variação da temperatura é dada como inversamente proporcional à Pr. Aplicando-se ao programa PLTBST3 diversos valores de Pr, confirma-se a previsão acima, que conduz a

$$t' = t_a \left(\frac{Pr}{Pr_a} \right) \quad (137)$$

onde t' - tempo definido na expressão (134), dado para o novo fluido com número de Prandtl, Pr

t_a - valor de t' quando usando-se fluido com número de Prandtl igual a Pr_a , por exemplo água.

A expressão [137] permite avaliar-se a vantagem, em termos da preservação do gradiente térmico, do emprego de fluidos térmicos mais viscosos, como é o caso da maioria dos óleos comerciais usados para armazenamento de calor.

C - DIFERENÇA DE TEMPERATURAS (ΔT)

A influência da diferença de temperaturas entre o fluido quente e o fluido frio sobre a degradação da estratificação foi determinada de maneira semelhante aos itens anteriores. Rodou-se o programa de computador com trinta conjuntos de dados diferentes e obteve-se o gráfico da figura 71, que apresenta a variação do quociente t'/\underline{t}' com ΔT , onde \underline{t}' é o valor para uma diferença de temperaturas de 40°C.

Observa-se que a dispersão dos pontos é razoavelmente pequena, podendo ser ajustada uma curva média, cujo desvio máximo para os valores obtidos é 2%, no entorno de $\Delta T = 59^\circ\text{C}$.

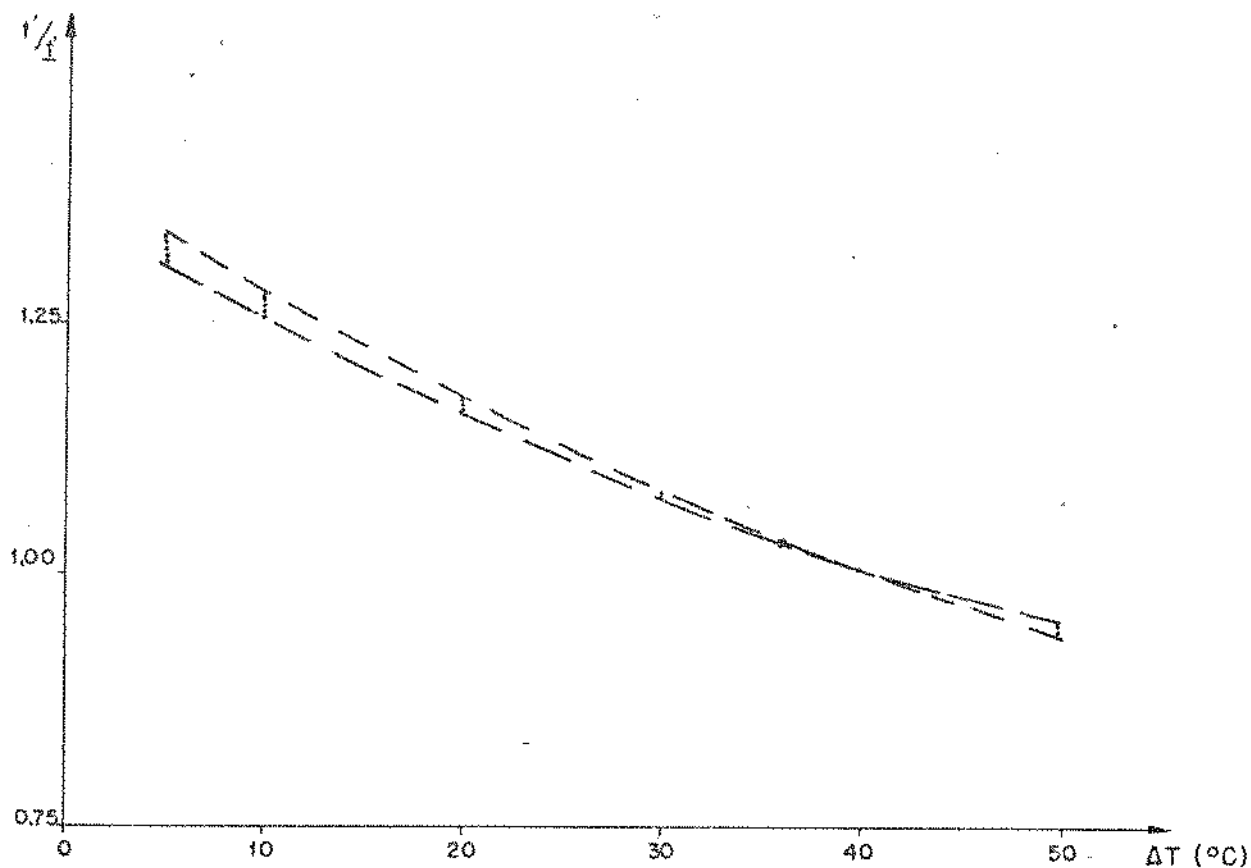


Figura 71 - Efeito da diferença de temperatura

$$\frac{t'}{t} = 1,40 - (1,36 \times 10^{-2})\Delta T + (0,929 \times 10^{-4})\Delta T^2 \quad (138)$$

A expressão [138] é válida para valores de ΔT entre 5°C e 50°C, adotando volumes para o tanque de armazenamento de 0,5 m³ até 8 m³, e empregando-se água como fluido térmico.

5.3 - EXPRESSÃO GERAL PARA TANQUES DE ARMAZENAMENTO:

Para o caso de tanques de armazenamento cilíndrico, semelhantes aos estudados, com razão de aspecto entre 1 e 8, volumes entre 0,5 e 8 m³ e diferenças de temperatura do fluido

frio e quente de 5°C a 50°C, pode se acoplar as expressões obtidas no item 5.2 e obter uma expressão geral, que fornece os valores de t' em função dos parâmetros operacionais e geométricos,

$$t' = 1350 \left(\frac{V}{K} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{Pr} \right) \left[1,40 - (0,136 \times 10^{-1}) \Delta T + (0,929 \times 10^{-4}) \Delta T^2 \right] \quad (139)$$

A expressão dada acima permite, em uma primeira análise, conhecer-se a taxa de degradação da temperatura em tanques inicialmente estratificados.

5.4 - OUTRAS SAIDAS:

Desenvolveu-se também algumas formas alternativas de saída de resultados da resolução numérica com o uso do "plotter", de forma a permitir uma visualização mais imediata da variação de temperatura no tanque de armazenamento. A figura 72 apresenta uma saída desse tipo, para o caso de um tanque de 200 l, perfeitamente isolado, com razão de aspecto igual a 4, onde para um tempo final de 600 min., são apresentados os perfis de temperatura com intervalo de 20 min.

Outro aspecto importante na operação de sistemas de armazenamento estratificados é o efeito da injeção de fluido a temperaturas bem diferentes das camadas adjacentes, superiores e inferiores. Para esse caso temos a possibilidade de troca de calor por convecção natural, o que torna inaplicável o modelo físico proposto pelas suas condições iniciais e de contorno. Mesmo assim, modificou-se o programa base, de modo a permitir a análise dos perfis de temperatura com a injeção

TANQUE DE ARMAZENAMENTO TERMICO

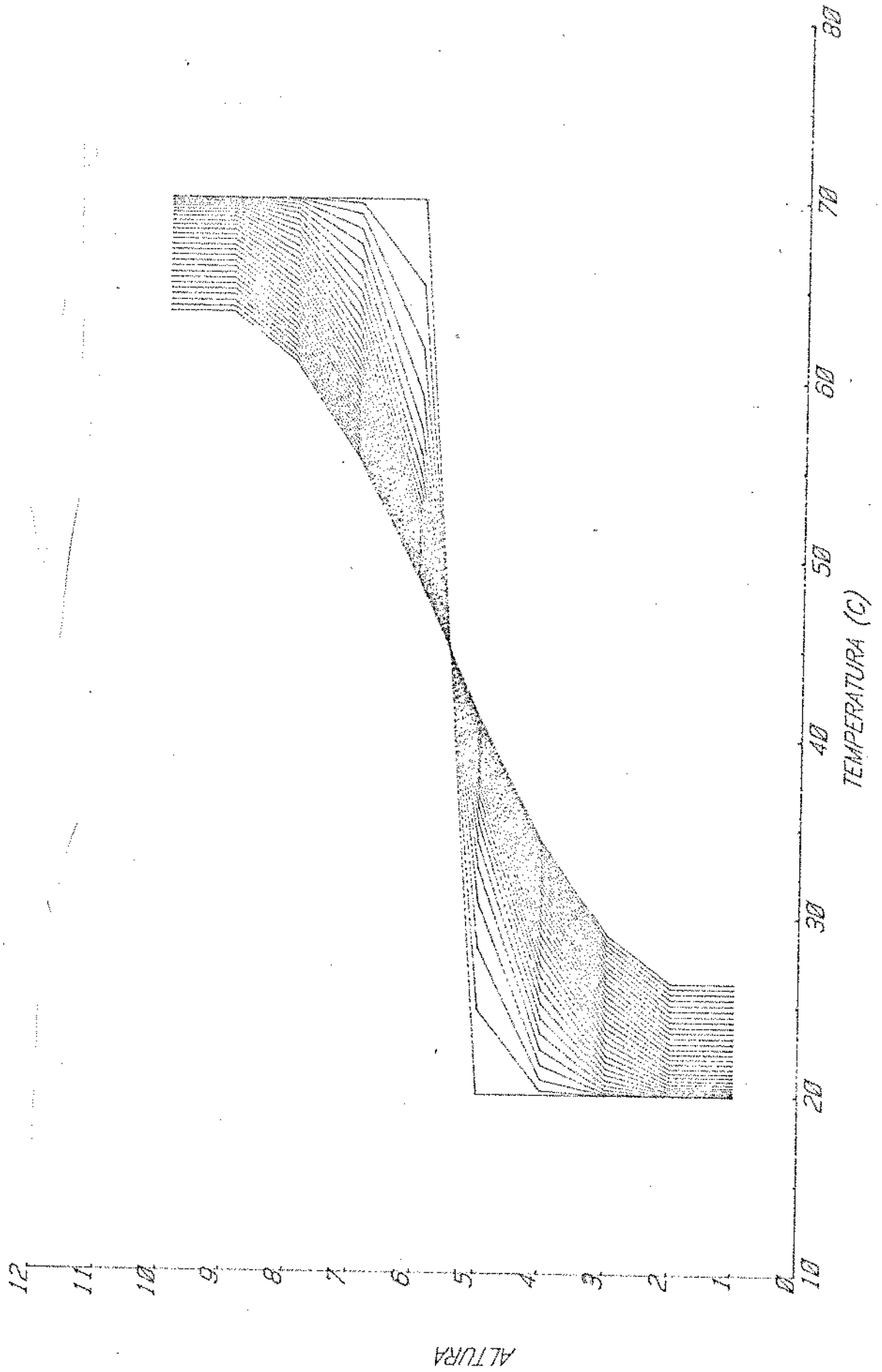


Figura 72.

TANQUE DE ALMACENAMIENTO TERMICO

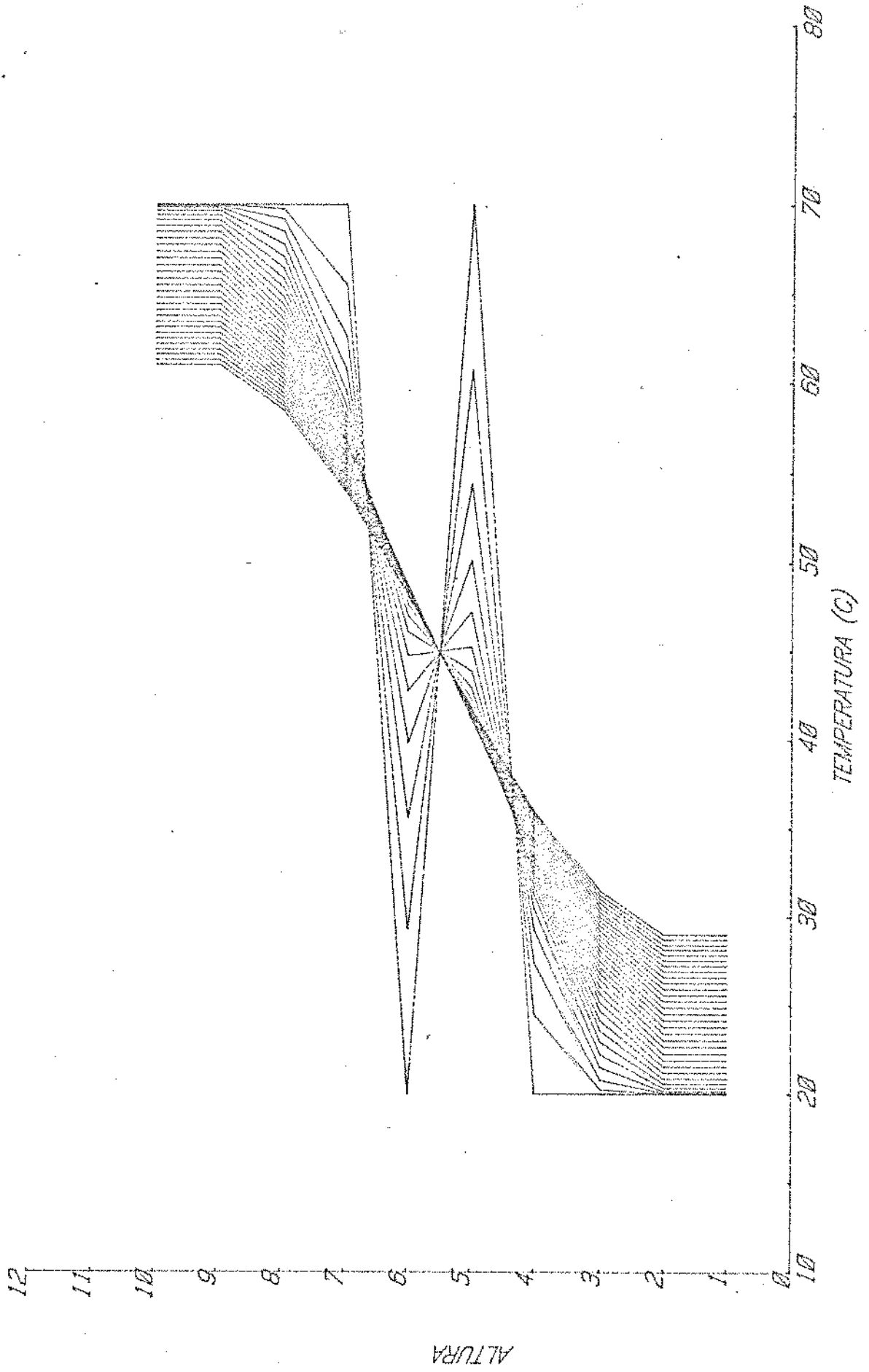


Figura 73.

de fluido. Com um tanque com as características idênticas ao da figura 72, simulou-se a injeção de fluido nas seguintes condições:

- para $t = 0$ s, injeção de 20 l a 60% da altura, com 20°C, retirando-se fluido por cima.
- para $t = 0$ s, injeção de 20 l a 40% da altura, com 70°C, retirando-se fluido por baixo.

A saída no "plotter", com perfis de temperatura de 20 em 20 min. e tempo final de 600 min., é apresentada na figura 73.

Difícilmente poderia se aplicar dessa forma o método numérico desenvolvido para tanques de armazenamento, a menos da colocação de artifícios e meios de suprimir as correntes de convecção, como por exemplo, membranas entre as diversas convecção, como por exemplo, membranas entre as diversas camadas de fluido. Porém uma análise efetuada da maneira descrita permite avaliar o comportamento do sistema desde que a difusão térmica possa ser considerada como o mecanismo básico e preponderante para transferência de calor.

6 - ANÁLISE TÉCNICO-ECONOMICO DE ARMAZENADORES DE CALOR SEN SÍVEL.

6.1 - ANÁLISE DA DISPONIBILIDADE ENERGÉTICA:

Energia, na sua aceção mais correta, é sempre conser
vada nas transformações que ocorrem, possuindo o planeta um
valor constante de energia, ou mesmo um valor crescente, se
considerar-se a entrada de energia devida ao Sol. Não há uma
crise energética, mas sim uma necessidade de novos suprimen
tos e preservar-se a energia livre ou disponível na Terra.
Recentemente, a palavra exergia foi proposta para designar
este tipo de energia, daí pode-se mais adequadamente refe
rir-se a uma "crise exergética", em relação as circunstân
cias que atualmente se atravessa.

Esse conceito é fundamental para analisar-se termodinâ
micamente os tanques de armazenamento térmico, tornando pos
sível expor claramente as vantagens inerentes à estratifica
ção.

Definindo-se disponibilidade de energia, D, como sendo
a energia mecânica disponível, a partir de um reservatório,
pelo uso de uma máquina térmica reversível de Carnot, temos,

$$D = \int_V (dh - T_a ds) \rho dV \quad (140)$$

onde D - disponibilidade energética, em [KJ]

dh - variação da entalpia específica entre a temperatu
ra no fluido e do ambiente, em [KJ/Kg]

ds - variação de entropia específica entre a temperatu
ra no fluido e do ambiente, em [KJ/Kg °K]

T_a - temperatura ambiente, em [°K]

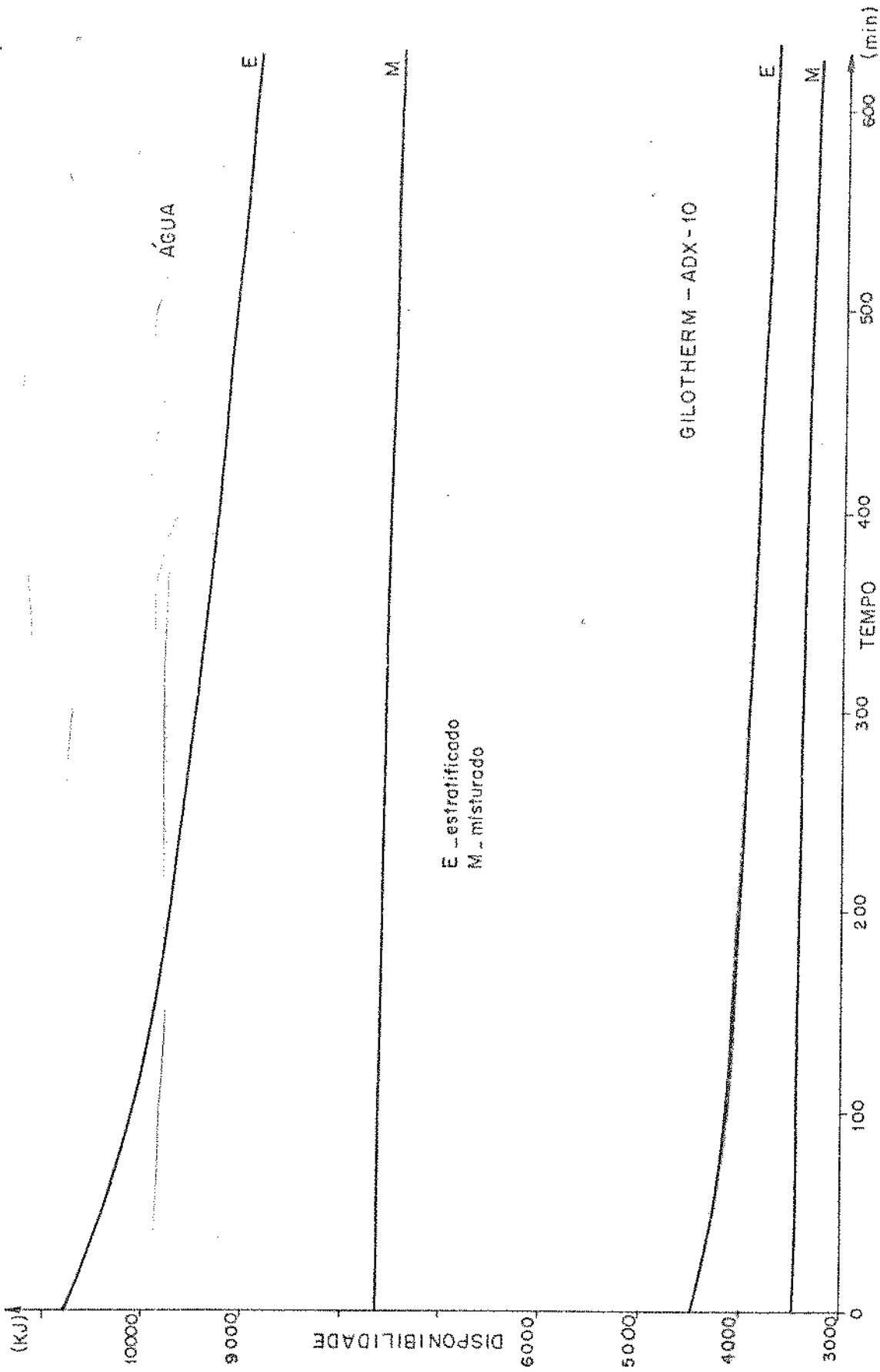


Figura 74 - Variação da Disponibilidade com o Tempo.

ρ - densidade do fluido, em $[\text{Kg}/\text{m}^3]$

dV - volume elementar, em $[\text{m}^3]$

Discretizando a expressão acima para uso do programa de computador, pode-se comparar a disponibilidade energética em um tanque estratificado, a partir do campo de temperaturas dado pela resolução numérica, com a de um tanque misturado, ou seja, à temperatura de mistura entre o fluido quente e o frio. Desta forma se obteve o gráfico da figura 74, válido para um tanque de 420 l., empregando água ou óleo térmico GIL_O THERM ADX-10, a uma temperatura quente de 70°C e fria de 20°C, igual à temperatura ambiente.

Desta figura pode-se observar que a estratificação leva a valores de disponibilidade maiores em torno de 50%, sem que se necessite aumentar o tanque, apenas pela formação do gradiente térmico.

6.2 - ASPECTOS ECONÔMICOS:

É oportuno oferecer-se algumas diretrizes sobre aspectos econômicos do armazenamento térmico por calor sensível.

O armazenamento de energia pode, em relação ao tempo de utilização, ser considerado de longo termo e de curto termo, respectivamente para meses ou dias de armazenagem. Na maioria dos casos, a aplicação dos tanques de armazenamento se dá em prazos de dezenas de horas, sendo portanto de curto termo.

Para intervalos de tempo não muito extensos, da ordem de até uma semana, a eficiência de armazenamento, ou seja, a relação entre a energia disponível e a admitida no tanque, é da ordem de 85 - 95%, valor que pode ser considerado razoável.

Para duas semanas, esse valor se reduz em aproximadamente 2%. |42|.

Embora os tanques pressurizados sejam caros, os tanques para temperaturas abaixo do ponto de ebulição do fluido térmico empregado, são relativamente baratos. A tabela abaixo apresenta alguns valores de custo para sistemas de armazenamento.

Tipo	Observações	Custo [US\$/kWh]	Ref.
baterias elétricas	alta potência	50 - 70	42
ar comprimido	em cavernas	5 - 10	42
calor sensível:			
- misturado	até 1500 l, aço	1,2 - 3	41
- estratificado	até 1500 l, aço	0,9 - 2,4	autor

Para o tanque estratificado considerou-se um tempo de degradação de 10 horas.

O custo do tanque de armazenamento deve ser separado em custo do isolante e custo do reservatório propriamente dito. De um modo geral, busca-se diminuir a área externa, para um mesmo volume, de modo a reduzir o consumo de material. Assim, definindo-se o fator de forma, σ , como a razão da área externa pelo volume elevado à $2/3$, e relacionando-o com a razão de aspecto, obtem-se o gráfico da figura 75, cujo ponto de mínima área externa corresponde a uma razão de aspecto igual a 1, ou seja altura do tanque igual ao diâmetro.

O material normalmente recomendado para tanques de armazenamento térmico é o aço doce ou plástico reforçado, adequadamente protegidos das intempéries e corrosão. O iso

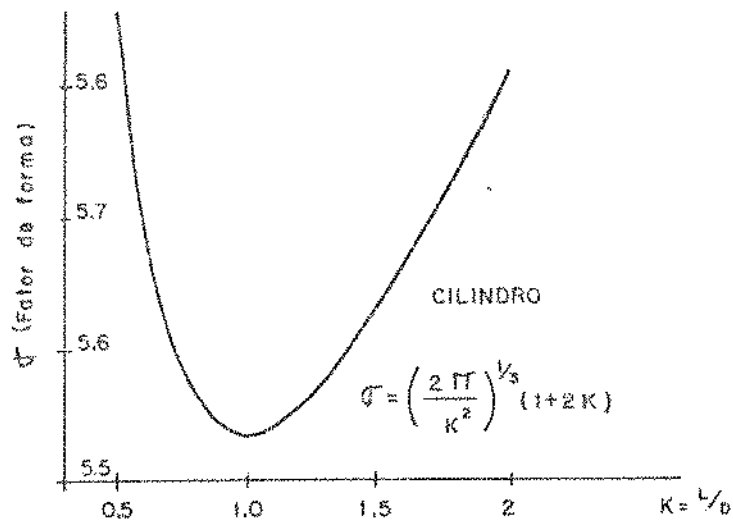


Figura 75 - Fator de forma em função da razão de aspecto.

lamento aconselhado é a fibra de vidro, em espessuras de 5 a 10 cm.

A partir da eficiência de armazenagem e do custo do tanque de armazenamento, é possível estimar-se a vantagem econômica do sistema, bem como orientar o pré-dimensionamento do sistema alimentador, intermitente ou não, em função da taxa de consumo, também intermitente ou constante.

7 - CONCLUSÃO:

Do que foi analisado nos capítulos anteriores, pode-se concluir;

- I - A estratificação térmica em tanques de armazenamento por calor sensível ocorre de forma natural, na ausência de circulações de fluido e turbulências no tanque.
- II - A estratificação térmica conduz a maiores rendimentos em sistemas nos quais um dos componentes é um tanque de armazenamento.
- III - Pode-se admitir corretamente que o mecanismo de transporte de calor entre as porções quente e fria de um tanque estratificado é preponderantemente a difusão térmica, desde que o topo do tanque possa ser considerado adiabático.
- IV - A degradação do gradiente térmico pode ser dada por uma correlação de parâmetros operacionais e geométricos, de modo que; se deve ter:
 - para um dado volume, maiores valores da razão de aspecto;
 - maiores valores do número de Prandtl no fluido de trabalho,
 - menores diferenças de temperatura entre o fluido quente e o frio,para retardar a degradação térmica.

ANEXO I

ESTABILIDADE EM ESTRATIFICAÇÃO:

Uma questão importante a ser respondida sobre qual quer dada estratificação é saber se está ou não em equilíbrio estável. Na ausência de difusão, uma estratificação estável é permanente, enquanto que uma estratificação fora do equilíbrio estável dá origem à correntes de convecção que levam à quebra do gradiente térmico. Um meio estará estavelmente estratificado quando o fluido mais leve estiver sobre o mais denso, já que a força restauradora surge se o elemento fluido for deslocado verticalmente. Isto pode também ser observado como uma força restauradora que aparece quando uma superfície de densidade constante é inclinada. Ao retornar à posição de equilíbrio, a superfície pode ultrapassar a posição de equilíbrio, originando oscilações e daí, ondas internas. Quando um fluido mais leve fica sob um mais pesado, a situação é instável e um pequeno deslocamento vertical do fluido pode amplificar-se, dando origem às correntes de convecção. Um fluido de densidade uniforme, parado, está em equilíbrio neutro, isto é, um pequeno deslocamento vertical em um elemento fluido simplesmente levará o elemento fluido a uma nova posição, sem gerar qualquer movimento ou força restauradora. Equilíbrio existe apenas quando densidade e pressão são ambas constantes em qualquer plano horizontal, desde que, evidentemente, não hajam movimentos de outras fontes. Para um fluido parado, a pressão p_a é dada, para x tomado verticalmente, positivo para cima, isto é, na direção oposta ao vetor gravitacional, como;

$$p_a = (p_a)_0 - g \int_0^x \rho_a dx$$

onde $(p_a)_0$ é a pressão em $x = 0$ e ρ_a a densidade do meio. Se ρ_a é uma constante, o peso do elemento fluído é balanceado pela pressão exercida em sua superfície pela vizinhança, e se o elemento é deslocado, esta condição ainda se aplica. Isto então é um estado de equilíbrio neutro. Em estratificação, está se interessado na variação da densidade com a posição vertical, $\rho_a(x)$, e as condições para quais o equilíbrio estável existe são novamente determinadas em termos do deslocamento de um elemento fluído, como discutida anteriormente.

Desse modo, a condição para a existência de uma estratificação estável é que a densidade deve decrescer verticalmente. Se ρ_a é a densidade do fluído, isto implica que

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial x} < 0$$

Para a circunstância onde a densidade pode ser tomada como função da temperatura somente, $\rho_a(t_a)$, esta condição requer que a temperatura do fluído aumente verticalmente, se $\partial \rho / \partial t < 0$, o que é verdadeiro para a maioria dos fluídos. Deste modo, $\partial t_a / \partial x > 0$ é obtida como a condição para uma estratificação ser estável, nesse caso. Se a densidade aumenta com a elevação da temperatura, isto é, $\partial \rho / \partial t > 0$, como por exemplo a água entre 0 e 4 °C, a condição é $\partial t_a / \partial x < 0$. Considerações similares podem ser efetuadas para estratificação devida à diferença de concentração. Se a densidade é função apenas da concentração C_a , a variação correspondente de C_a com x , para estratificação estável, pode ser determinada.

Se a densidade do fluido é tomada como função da pressão também, como no caso dos fluidos compressíveis, ρ_a torna-se $\rho_a(t_a, p_a)$. Então a condição para o equilíbrio neutro é que a entropia permaneça constante ao longo da posição vertical, x . Um elemento fluido, quando deslocado para cima, resfria em uma expansão isoentrópica, devido à queda de pressão. Se a temperatura do meio cai do mesmo valor que para o elemento fluido, o elemento estará em equilíbrio em sua nova posição. Isto então fornece a condição para o equilíbrio neutro e o meio é chamado adiabaticamente estratificado, como sugerido por Eckart.

"O aumento de densidade devido à queda de temperatura é balanceado pela queda devido à redução de pressão com a altura."

A condição básica para o equilíbrio neutro é que a densidade não varie com a altura. Isto dá, em termos da entropia;

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial x} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial s} \right)_p \frac{ds_a}{dx} = 0$$

para um processo à pressão constante,

$$T ds = C_p dT$$

assim

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_p = \frac{T}{C_p}$$

então

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial \rho} \right) = \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_p = \frac{T}{C_p} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial x} = \frac{T}{C_p} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \frac{ds_a}{dx} = 0$$

para equilíbrio neutro, $ds_a/dx = 0$, o que implica que a entropia deve permanecer constante com a altura x .

Para uma estratificação estável, $\partial\rho_a/\partial x < 0$. Como $(\partial\rho/\partial T)_p$ é geralmente menor que zero para a maioria dos fluidos, e T e C_p são sempre positivos, a condição para estabilidade é que a entropia deve crescer com a altura,

$$\frac{ds_a}{dx} > 0$$

Esta condição de estabilidade pode ser empregada para determinar a máxima queda de temperatura com a altura, para que se mantenha o equilíbrio neutro. Esta variação pode também ser obtida a partir da realização de um processo isoentrópico no deslocamento de um elemento fluido, como mencionado anteriormente. Assim, para estratificação estável;

$$\frac{ds_a}{dx} = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p \frac{dT_a}{dx} + \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T \frac{dp_a}{dx} > 0$$

como $\frac{dT_a}{dx} > \frac{T_a}{C_p} \rho_a g \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T$, pois $\frac{dp_a}{dx} = -\rho_a g$

para um gás ideal,

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\frac{1}{\rho T}, \text{ a partir de } dh = Tds + \frac{1}{\rho} dp$$

levando à $\frac{dT_a}{dx} > -g/C_p$

Este resultado pode também ser obtido de outra forma. Para determinar a variação de temperatura com x , para um meio adiabaticamente estratificado, pode-se equacionar a

dança de temperatura do meio em relação à do elemento fluido deslocado, devido a um processo isoentrópico resultante da variação de pressão. Assim, em termos da temperatura absoluta T ;

$$\frac{dT_a}{dx} = \left(\frac{dp_a}{dx} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_s$$

como

$$\frac{dp_a}{dx} = - \rho_a g$$

tem-se

$$\frac{dT_a}{dx} = - \rho_a g \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_s$$

O lado direito da equação acima é muito pequeno para líquidos, virtualmente incompressível. Dessa forma, a condição resulta como $dT_a/dx = 0$, para um meio adiabaticamente estratificado, isto é, isotérmico. Entretanto, o termo $(\partial T/\partial p)_s$ pode ser determinado e aplicado na equação acima, para obter-se a exata queda de temperatura com x , para equilíbrio neutro. Para gases, o termo citado é muito maior que para líquidos, não sendo portanto, negligenciável. Para um gas ideal, as relações termodinâmicas permitem prever,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_s &= \left(\frac{\partial v}{\partial s} \right)_p = \left[\left(\frac{\partial T}{\partial s} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right) \right]_p = \\ &= \frac{1}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_p \frac{RT}{p} = \frac{1}{C_p} \cdot \frac{1}{\rho} \end{aligned}$$

logo

$$\frac{dT_a}{dx} = - \frac{g}{C_p}$$

Isto implica numa variação da temperatura, com x , da forma ,

$$T_a - T_r = \left(- \frac{g}{C_p} \right) x$$

T_r - tempo de referência, $x = 0$

Para gases reais e líquidos, expressões similares podem ser obtidas.

Para o caso específico dos líquidos, fundamental em tanques de armazenamento, partindo da condição básica para estratificação estável,

$$\frac{dT_a}{dx} > - \rho_a g \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_s$$

se

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_s = \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_p \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \frac{T}{C_p} \left(\frac{\partial (1/\rho)}{\partial T} \right)_p$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_s = \frac{T}{C_p} \cdot \frac{\beta}{\rho}$$

como $\beta = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$

Dessa forma, para um fluido puro, a estratificação estável pode ser obtida por,

$$\frac{dT_a}{dx} > - \frac{g}{C_p} \cdot \beta \cdot T_a$$

A relação acima tem considerável importância, permitindo determinar a máxima redução da temperatura com a altura, para ter-se estabilidade na estratificação. Para água, a

300 K, $C_p = 4.18 \times 10^3 \text{ J/Kg K}$ e $\beta = 0,18 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, ob-
tem-se

$$\frac{dT_a}{dx} < 0,126 \text{ K/m}$$

Se a temperatura aumentar com a altura, ou reduzir-se a taxas menores do que dado acima, a estratificação é es
tável.

8- BIBLIOGRAFIA:

1. French, J. W., - Modern Power Generators - pp. 6.7., The Gresham Publishing Company, London, 1908.
2. Russell, C. R. - Elements of Energy Conversion pp. 389, Pergamon Press, London, 1967.
3. Grenn, R. M. et all, High Temperature Thermal Storage , pp. 8, Vol 5, Joint Conf. of Am. Section of ISES, Winnipeg, Canadá, Aug/76.
4. Goldstern, W. Thermal Energy Storage in Industry and Power Stations, Journal of Institute of Energy, pp. 185, 192, dec/79
5. Talaat, M. E. - A pressurized liquid concept for solar thermal energy storage, Journal of Energy, pp. 136-141 , vol 2, nº 3, 1978.
6. Reay, D.A. - Industrial Energy Conservation, pp.270- 273 Pergamon Press, London, 1979.
7. Codetec - Relatório interno - março/80 - Campinas-SP.
8. Brinkworth, B. J. - Thermal Storage in density- Stratified fluids and phase-change materials, Journal of Institute of Energy, pp. 193-196 - dec/1979.
9. Snider e Viscanta, Radiation Induced Thermal Stratification in Surface Layers of Stagnant Water - Trans. of ASME, Jour. of Heat Transfer, pp. 60-65, feb/75.
10. Pepper e Lee, Transport phenomena in thermally Stratified boundary Layers, Trans. of ASME, Jour of Heat Transfer , pp. 60-65, feb/75.

11. Colbeck, I; A review of solar ponds - Storage in Solar Energy Systems, ISES, (UK), may/1978.
12. J. A. Duffie e W. A. Beckman - Solar Energy Thermal Process, p. 147 - John Wiley, N. York, 1974
13. Canellias, M e Jovelas, R. - Simulation d'un systeme de chauffage solaire, pp 17-24, Revue Generale de Thermique, Jan./79.
14. Van Koppen, CWJ et all, The actual benefits of thermally stratified storage in a small and a medium size solar system, ISES 79 Congress, Atlanta, USA.
15. Reimel, R e Howell, J. R. - Solar Energy for Process Heat, pg. 59 - Vol 5, Joint Conf. of Am. Section of ISES, Winnipeg, Canada, aug/76.
16. Zivrin, A; Shitzer, Y e Grossman, G. - The natural circulation solar heater models with linear and non - linear temperature distributions - Int. Jour. of Heat and Mass Transfer - vol 20 - pp 997-999, 1977.
17. Margolis, SB - Thermocline degradation in a packed bed Thermal storage tank, Trans. of ASME, Jour. of Heat Transfer, vol 100, n° 2, pp. 371-374, 1978.
18. Lorsch, H. G., Thermal Energy Storage for Solar Heating, Journal of ASHRAE, nov/75.
19. Dupagne et all; Accumulation a deux niveaux de temperature pour le chauffage solaire d'une pompe de chaleur; Bull . AIM. Bel., Vol 91, n° 2, 1978.
20. Close, D.J., A design approach for solar process-Solar Energy vol II, n° 2, pp 112, 1967.

21. Klein, Beckmann e Duffie, A design procedure for solar heating systems, Solar Energy, vol 18, n° 2, pp 113-127 , 1976.
22. Walm, G. Contained non-homogeneous flow under gravity or how to stratify a fluid in the laboratory - Jour. of Fluid Mechanics; vol 48, part 4, pp 647-672, 1971.
23. Walin, G e Rahm, L. - Theory and experiments on the control of stratification in almost enclosed regions. Jour of Fluid Mechanics, vol 90, part 2, pp 315-325, 1979.
24. Rahm, L e Walin, G. - On thermally forced stratified rotating fluids, Jour. of Fluid Mechanics, vol 97, part. 4, 1980.
25. Lavan, Zalman e Thompson, J. - Experimental study of Thermally stratified storage tanks. Solar Energy, vol. 19, pp. 519-524, 1977.
26. Davis, E; Bartera, R. - Stratification in solar water heater storage tanks. Proc. of Workshop on Solar Energy Storage ' Subsystems for Heating and Cooling of Buildings, Charlottes Ville, Vancouver, NSF/RANN and ERDA Solar Energy Division, 1975.
27. Cabelli, A - Storage tanks a numerical experiment-Solar Energy, vol 19, part 1 - pp 45-54, 1977.
28. Piau, J. M. Influence des variations des proprietes Physiques et la stratification en convection naturelle - Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol 17, pp. 465-476 , 1974.

29. Rarthby, G e Hollands, K - Heat transfer by natural convection between a vertical surface and a stable stratified fluid - Trans. of ASME. Journ. of Heat Transfer- Vol 100 - may/78.
30. Rarthby, G, Hollands, K e Unny, T. Analysis of Heat Transfer by Natural Convection across Vertical Fluid Layers. Trans. of ASME - Journ of Heat Transfer - Vol 99 - pp. 289-297, 1977.
31. Chen, C e Einchhorn, R. Natural Convection from a surface to a Thermally Stratified Fluid - Trans. of ASME Journal of Heat Transfer. pp. 446-451 - vol. 98 - 1976.
32. ASHRAE Guide and Data Book Systems - USA - 1970.
33. Elliott, E. D. et all - High Temperature Thermal Energy Storage. Proceedings of a NATO Science Committee Conference on Thermal Energy Storage - Energy - vol. 2 - 1977.
34. Loehzke, R. I. et all - Stratification enhancement in a liquid thermal storage tanks - Journal of Energy - Vol 3 - nº 3 - 1979.
35. Sharp, MK e Leehrke, R.I. - Stratified Thermal Storage in residential solar energy applications - Journ of Energy - Vol 3 - nº 2 - 1979.
36. Kreith, Frank - Princípios da Transmissão de Calor Ed. Edgard Blücher. São Paulo - 1977.
37. McAdams, W. H. - Heat Transmission - McGraw Hill. New York - 1954.

38. Whitaker, S. - "Forced Heat Transfer Correlations for Flow in Pipes, Past Flat Plates, Single Spheres, and for Flow in Packed Beds and Tube Bundles" - Am. Inst. Chem. Engin. Journal - Vol. 18 - pg. 361-371 - 1972.
39. Ames, W.F. - Numerical methods for partial differential equations.
Academic Press - New York - 1977.
40. Rhône - Poulenc - Chimie Fine - Gilotherm - ADX-10 - Características físicas - Paris - 1978.
41. Speyer, E. Optimum Storage of Heat with a Solar House - Solar Energy - vol. III - nº 4 - 1959.
42. Yau, Timothy S. (Energy Power Research Inst.)
Palestra sobre armazenamento - FEC - UNICAMP - 5/agosto/81.
43. Eckart, G. - Hydrodynamics of oceans and atmospheres - Pergamon Press - 1960.