

*Exemplar  
Gen. / 25*

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Dissertação Apresentada à  
Faculdade de Engenharia Mecânica  
Como Requisito Parcial à Obtenção do  
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE  
RESERVATÓRIOS SUBMETIDOS À  
SEGREGAÇÃO GRAVITACIONAL USANDO  
PSEUDO-FUNÇÕES

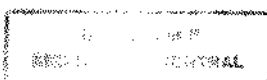
Este exemplar corresponde a redação final  
da tese defendida por Marco Túlio  
de C. Ferraz e aprovada  
pela comissão julgadora em 04/12/1991

Kelsen Valente Serra  
ORIENTADOR

18195

Autor : Marco Túlio de Carvalho Ferraz  
Orientador : Kelsen Valente Serra  
Co-orientador : Fernando Rodriguez de la Garza

dezembro de 1991



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

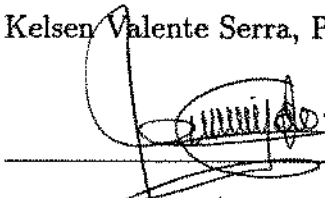
A dissertação "Análise do Comportamento de Reservatórios Submetidos à Segregação Gravitacional Usando Pseudo-funções", elaborada por Marco Túlio de Carvalho Ferraz e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Sub-Comissão de Pós- Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 04 de dezembro de 1991.

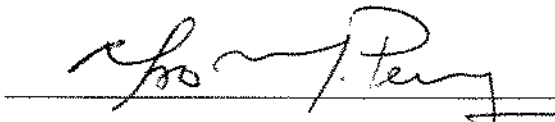
Banca Examinadora



Kelsen Valente Serra, Ph.D



Fernando Rodríguez de la Garza, Ph.D



Alvaro Marcello Marco Peres, Ph.D

## AGRADECIMENTOS

À Petrobrás, sem a qual... .

Ao Kelsen, pela sugestão do tema, pela grande competência, sabedoria e infinita paciência.

Ao Prof. Dr. Fernando Rodriguez pelo incentivo.

Aos colegas de mestrado, especialmente ao A.C.C. Pinto, sem o qual... .

Aos funcionários do DEP e ao analista de sistemas Carlos Eduardo Pereira que apesar de ... .

À Miriam Bizarro pela dedicação, entusiasmo e revisão do texto.

## Sumário

O objetivo deste trabalho é a análise do comportamento de um reservatório de gás em solução, submetido ao mecanismo de segregação gravitacional, durante a fase de recuperação primária. O sistema físico contempla a análise bidimensional de um reservatório cilíndrico, com o poço no centro, produzindo da porção inferior do mesmo. Foi analisado o fluxo de óleo e gás na presença de água conata imóvel. Efeitos capilares são desprezados e efeitos gravitacionais são considerados. O fluido pode ser descrito pelo modelo Beta. Resultados são gerados por um simulador comercial totalmente implícito. Essencialmente, este estudo é uma analogia dos trabalhos de Serra , Chen e Poston e Lima , com maior enfoque nos aspectos de segregação gravitacional. Aspectos do comportamento de reservatórios submetidos à segregação gravitacional, são mostrados, com análise acerca de alguns parâmetros que a controlam. Dentro de algumas limitações, o uso de pseudo-funções nas equações de fluxo multifásico, leva a formas lineares, análogas à solução do líquido de baixa compressibilidade e propriedades constantes. Fazendo uso destas definições e hipóteses acopladas às curvas tipo de Fetkovich, comparações são feitas quando da obtenção de parâmetros do reservatório, para as análises com e sem o uso das pseudo-funções. Os resultados obtidos mostram que o uso das pseudo-funções reduzem bastante as não linearidades presentes nas equações de fluxo multifásico.

## Abstract

The main purpose of this work is to study the behavior of a solution - gas reservoir under a gas-cap drive during natural depletion.

The physical system consists of a two-dimensional cylindrical reservoir, with a well at the center, producing from its lower portion.

We consider the flow of oil and gas in the presence of gravitational effects. Capillary effects are neglected. The fluid behavior can be described by the Black-Oil model ( $\beta$  - model). Results are generated from a commercial multipurpose reservoir simulator.

Essentially, this work is similar the ones developed by Serra , Chen and Poston and Lima, but with more emphasis to gravity segregation in two-dimensional flow.

Aspects of the behavior of reservoirs under gravity segregation are shown, with some analysis of the parameters which control the mechanism.

Under certain conditions the use of pseudo-functions in the multiphase flow equations, give linear aspects similar to the solution of low compressibility liquid.

Using these approaches and definitions and the type curve of Fetkovich, comparisons are made to obtaining reservoirs parameters, with and without the use of pseudo-functions.

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	Aspectos Gerais e Histórico . . . . .	2
1.1.1	Simulação numérica: . . . . .	2
1.1.2	Balanço de materiais . . . . .	4
1.1.3	Curvas de declínio . . . . .	6
1.2	Definição e desenvolvimento do problema . . . . .	12
1.3	Revisão Bibliográfica . . . . .	13
<b>2</b>	<b>FORMULAÇÃO FÍSICA E MATEMÁTICA DO PROBLEMA</b>	<b>29</b>
2.1	Formulação Física. . . . .	29
2.2	Formulação Matemática . . . . .	29
<b>3</b>	<b>ASPECTOS RELATIVOS AO COMPORTAMENTO DE RESER- VATÓRIOS SUBMETIDOS À SEGREGAÇÃO GRAVITACIONAL</b>	<b>31</b>
3.1	O mecanismo de segregação gravitacional propriamente dito . . . . .	31
3.2	Aspectos relativos à modelagem numérica . . . . .	34
3.2.1	Análise dos parâmetros de simulação numérica. . . . .	34
3.3	Sensibilidade à vazão de produção e vazão crítica . . . . .	37
3.4	Efeito do raio do poço aparente . . . . .	41
3.5	Comportamento do grupo $q/k$ . . . . .	41
3.6	Comportamento da saturação de gás (poço x reservatório) . . . . .	42
3.7	Influência da espessura aberta ao fluxo . . . . .	43
<b>4</b>	<b>EQUAÇÃO DE BALANÇO DE MATERIAIS - FLUXO MULTIFÁSICO E PSEUDO FUNÇÃO</b>	<b>48</b>
4.1	Equação de Balanço de Materiais, EBM, para fluxo multifásico . . . . .	48
4.1.1	Gás em solução . . . . .	48
4.1.2	Segregação gravitacional . . . . .	48
4.1.3	Equação de balanço de materiais por Serra . . . . .	49
4.2	Definição das pseudo-funções e fator de desvio, DESV, para reservatório de gás em solução . . . . .	51

4.3	Definição das pseudo-funções e fator de desvio, DESV, para segregação gravitacional . . . . .	53
4.3.1	$\bar{m}_{D1}$ e $DESV_1$ . . . . .	53
4.4	Pseudo-pressão adimensional para o poço, $m_{wD}$ . . . . .	54
4.4.1	Pseudo-dano provocado pela penetração parcial, $S_p$ . . . . .	59
4.5	Comportamento de $m_{wD}$ , $\bar{m}_D$ - Analogia com $p_{wD}$ . . . . .	62
<b>5</b>	<b>DECLÍNIO DE PRODUÇÃO - FLUXO MULTIFÁSICO</b>	<b>66</b>
5.1	Pseudo-pressão e pseudo-tempo normalizados - fluxo multifásico ( $p_p$ e $t_p$ ) .	66
5.2	Análise da reta semi-log . . . . .	69
5.3	Ajuste log-log de $q_o \times t$ ou $t_p$ . . . . .	69
5.4	Procedimentos para análise de curvas de declínio usando pseudo-função . .	72
5.5	Casos selecionados - validação do modelo. . . . .	75
5.5.1	Gás em solução . . . . .	80
5.6	Segregação gravitacional . . . . .	87
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>95</b>
<b>7</b>	<b>RECOMENDAÇÕES</b>	<b>95</b>
<b>A</b>	<b>PROPRIEDADES DAS ROCHAS E DOS FLUIDOS</b>	<b>102</b>
<b>B</b>	<b>Dedução das expressões para o balanço de materiais. (Muskat abreviado)</b>	<b>118</b>
<b>C</b>	<b>Equação de Balanço de Materiais para Reservatórios de gás em solução, por Serra</b>	<b>122</b>
<b>D</b>	<b>EQUAÇÕES DE FLUXO - PERRINE / MARTIN</b>	<b>125</b>
<b>E</b>	<b>EBM DE MUSKAT</b>	<b>130</b>
<b>F</b>	<b>Dedução da equação de Levine - Prats (baseado no trabalho de Camacho)</b>	<b>131</b>
<b>G</b>	<b>Equações de fluxo - Arild Bøe</b>	<b>133</b>

H	Linearização da equação diferencial	140
I	Aplicação de uma função pseudo-tempo em análise de curva de declínio em reservatório com mecanismo de gás em solução	143



## Lista de Tabelas

5.1	Termos da curva de declínio adimensionais . . . . .	70
5.2	Determinação de parâmetros através de curva de declínio. . . . .	71
5.3	Dados do exemplo 1 . . . . .	80
5.4	Resultados do exemplo 1 - Gás em solução . . . . .	82
5.5	Dados do exemplo 2 . . . . .	82
5.6	Resultados do exemplo 2 - Gás em solução . . . . .	84
5.7	Dados do exemplo 3 . . . . .	84
5.8	Resultados do exemplo 3 - Gás em solução . . . . .	86
5.9	Dados do exemplo 4 . . . . .	87
5.10	Resultados do exemplo 4 - Segregação gravitacional . . . . .	88
5.11	Dados do exemplo 5 . . . . .	89
5.12	Resultados do exemplo 5 - Segregação gravitacional . . . . .	91
5.13	Dados do exemplo 6 . . . . .	91
5.14	Resultados do exemplo 6 - Segregação gravitacional . . . . .	93

## Lista de Figuras

1.1	Curvas típicas de Fetkovich (12) . . . . .	11
1.2	Gráfico do grupo $q/kh$ versus $\Delta p$ . . . . .	14
3.1	Esquema do reservatório estudado por Lima . . . . .	33
3.2	Segregação com contrafluxo . . . . .	34
3.3	Sensibilidade à discretização $\rightarrow R_{go}x\bar{p}$ . . . . .	36
3.4	Sensibilidade à discretização $\rightarrow S_{gw}x\bar{S}_g$ . . . . .	36
3.5	Análise comparativa do modelo de poço. . . . .	38
3.6	Sensibilidade à vazão - $RGOx\bar{p}$ . . . . .	39
3.7	Sensibilidade à vazão - $N_p x \bar{p}$ . . . . .	39
3.8	Sensibilidade à vazão - Vazão crítica x tempo . . . . .	40
3.9	Sensibilidade à vazão - Vazão crítica x $N_p$ . . . . .	40
3.10	Efeito do raio aparente - $R_{go}x\bar{p}$ . . . . .	42
3.11	Grupo $q_{ow}/KA$ . Caso linear $RGOxFR$ Lima . . . . .	43
3.12	Grupo $q_o/K$ . Caso bidimensional $RGO$ versus $p$ . . . . .	44
3.13	Comportamento da saturação de gás ( poço x reservatório ) $(\bar{S}_g x S_{gw})$ . . . . .	45
3.14	Espessura aberta ao fluxo $\rightarrow (\bar{p} - p_{wf}(t)) - 50bpd$ . . . . .	46
3.15	Espessura aberta ao fluxo $\rightarrow (\bar{p} - p_{wf}(t)) - 100bpd$ . . . . .	46
3.16	Azimute de canhoneio $(S_{wg}x\bar{S}_g)$ . . . . .	47
3.17	Espessura aberta ao fluxo $\rightarrow (N_p x \bar{p})$ . . . . .	47
4.1	Validação EBM de Muskat / Martin . . . . .	49
4.2	Validação da EBM de Lima . . . . .	50
4.3	Validação da EBM de Serra. . . . .	51
4.4	Validação de $\bar{m}_D$ . Data set 1 e 2 . . . . .	52
4.5	Validação $\bar{m}_D$ , comportamento de $DESV$ . (Data set 1) . . . . .	55
4.6	Comportamento da mobilidade do óleo - gás em solução , Data set 1 . . . . .	56
4.7	Comportamento da mobilidade do óleo - gás em solução, Data set 2 . . . . .	56
4.8	Comportamento da mobilidade do óleo - segregação gravitacional, Data set 1 . . . . .	57
4.9	Comportamento da mobilidade do óleo - segregação gravitacional, Data set 2 . . . . .	57
4.10	Validação $m_{wD}$ Transiente .(200 bpd) . . . . .	58

4.11	Validação $m_{wD}$ versus $t_D$ Segregação gravitacional . . . . .	59
4.12	Esquema de poço parcialmente penetrado [39]. . . . .	60
4.13	Determinação de $S_p$ - ábacos (39) . . . . .	61
4.14	$m_{wD}$ , $\bar{m}_D$ e $p_{wD}$ versus $t_{DA}$ - gás em solução . . . . .	63
4.15	$m_{wD}$ , $\bar{m}_D$ e $p_{wD}$ versus $t_{DA}$ - segregação gravitacional . . . . .	64
5.1	Exemplo típico de ajuste semi-log . . . . .	73
5.2	Exemplo típico de ajuste log-log . . . . .	74
5.3	SAT. de GÁS - Segreg. gravit. → Pequenos gradientes de $p$ e saturação . . . . .	77
5.4	SAT. de GÁS - Segreg. gravit. → Elevados gradientes de $p$ e saturação . . . . .	79
5.5	Exemplo 1, $\ln q_o \times \ln t_p$ ou $\ln t$ - Gás em solução . . . . .	81
5.6	Exemplo 1, $\ln q_o \times t_p$ ou $t$ - Gás em solução . . . . .	81
5.7	Exemplo 2, $\ln q_o \times \ln t_p$ ou $\ln t$ - Gás em solução . . . . .	83
5.8	Exemplo 2, $\ln q_o \times t_p$ ou $t$ - Gás em solução . . . . .	83
5.9	Exemplo 3, $\ln q_o \times \ln t_p$ ou $\ln t$ - Gás em solução . . . . .	85
5.10	Exemplo 3, $\ln q_o \times t_p$ ou $t$ - Gás em solução . . . . .	85
5.11	Exemplo 4, $\ln q_o \times \ln t_p$ ou $\ln t$ - Segregação gravitacional . . . . .	87
5.12	Exemplo 4, $\ln q_o \times t_p$ ou $t$ - Segregação gravitacional . . . . .	88
5.13	Exemplo 5, $\ln q_o \times \ln t_p$ ou $\ln t$ - Segregação gravitacional . . . . .	90
5.14	Exemplo 5, $\ln q_o \times t_p$ ou $t$ - Segregação gravitacional . . . . .	90
5.15	Exemplo 6, $\ln q_o \times \ln t_p$ ou $\ln t$ - Segregação gravitacional . . . . .	92
5.16	Exemplo 6, $\ln q_o \times t_p$ ou $t$ - Segregação gravitacional . . . . .	92

# 1 INTRODUÇÃO

A exploração de um determinado reservatório de hidrocarbonetos pressupõe a ocorrência de um (ou mais) mecanismo de produção que vai determinar o comportamento do mesmo ao longo da sua vida produtiva.

Ao melhor conhecimento do comportamento de produção de um reservatório está associado um maior volume de fluido a ser retirado do mesmo e, conseqüentemente, um retorno financeiro adequado e satisfatório.

Durante a fase de recuperação primária de fluidos, mecanismos de produção tais como, capa de gás, gás em solução, segregação gravitacional, influxo de água, podem ocorrer separadamente ou com a combinação de dois ou mais mecanismos.

Cada um dos mecanismos citados tem suas próprias particularidades que, com algumas premissas e restrições, podem ser modelados e compreendidos, para fins de estudo de comportamento de reservatórios.

Na modelagem de um mecanismo de produção ou na análise do comportamento de um reservatório é necessário lidar com dados, que podem ser obtidos em laboratórios ou provir de medidas diretas "in situ".

Para tanto, a caracterização dos fluidos e da rocha que compõe o reservatório, é parte importante no processo global de previsão do comportamento do mesmo.

Neste trabalho, analisamos o comportamento de um reservatório de gás em solução, durante o período de recuperação primária em que o mecanismo de produção predominante é o de segregação gravitacional.

Neste trabalho o comportamento dos fluidos segue o modelo  $\beta$ , ou seja o fluido pode ser descrito pelo Fator Volume de Formação do óleo ( $B_o$ ), Fator Volume de Formação do gás ( $B_g$ ), Razão de solubilidade gás-óleo ( $R_s$ ), Viscosidade do óleo, ( $\mu_o$ ) e Viscosidade do gás ( $\mu_g$ ).

Este estudo segue a linha de pesquisa utilizada por Chen e Poston [10]. Estes autores otimizam o uso de curva de declínio com fins de previsão de comportamento de reservatórios de gás em solução, fazendo uso de pseudo-funções, sendo que desta vez voltado para o caso de segregação gravitacional.

O embasamento teórico e a validação dos usos das pseudo-funções foram realizadas seguindo os passos ditados por Serra [35], com adaptação para o caso de segregação completa.

Com relação ao estudo do mecanismo de segregação gravitacional em si, considerando todas as variáveis que o governam, este trabalho não se aprofundou demasiadamente como o fizeram Lima [23] e Cook [11], por exemplo.

No presente estudo, a análise é bidimensional, e soluções analíticas para as

equações que determinam o mecanismo ainda não estão disponíveis na presente data.

Para tal, teríamos que analisar os aspectos mais relevantes para a ocorrência da segregação gravitacional, que são:

- a - Geometria do reservatório;
- b - Condição de fluxo e operação;
- c - Análise das propriedades dos fluidos e as influências das mesmas no mecanismo;
- d - Distribuição espacial de permeabilidades;
- e - Análise das propriedades das rochas, com especial direcionamento para as curvas de permeabilidade relativa.

Alguns aspectos que estão ligados à segregação gravitacional em si, e que não guardam muita proximidade com o objetivo principal deste trabalho, estão referidos ao longo do trabalho através de conclusões e comparações na forma de tabelas ou gráficos.

Estas análises, aparentemente desconectadas entre si, foram bastante úteis na formulação e desenvolvimento deste trabalho, além de levantarem aspectos relativos à segregação gravitacional que, por si só, se revelam bastante interessantes, podendo atrair outros estudos na mesma direção.

## 1.1 Aspectos Gerais e Histórico

Um dos principais objetivos da engenharia de petróleo é a previsão futura do comportamento de produção de um determinado poço ou reservatório de petróleo.

Entre os métodos mais usados podemos citar Balanço de Materiais, Curvas de Declínio e Simulação Numérica.

### 1.1.1 Simulação numérica:

Na simulação numérica um conjunto de equações diferenciais, (uma para cada componente) juntamente com suas condições iniciais e de contorno, é considerado como sendo o modelo matemático que descreve os processos físicos que ocorrem no reservatório.

As equações diferenciais que governam o comportamento do fluxo de fluidos no meio poroso, são obtidas através de combinação das equações que regem os princípios de :

- CONSERVAÇÃO DA MASSA

$$-\nabla(\dot{M}_l) = \frac{\partial}{\partial t}(m_l) + q_l, \quad (1.1)$$

onde,

$\dot{M}_l \rightarrow$  fluxo de massa do componente  $l$

$m_l \rightarrow$  massa do componente  $l$  em uma unidade de volume do meio poroso

$q_l \rightarrow$  massa por unidade de volume por unidade de tempo do componente  $l$

$l \rightarrow o, w, g$  ( fase óleo, água ou gás)

- EQUAÇÃO DE FLUXO ( LEI DE DARCY )

$$V_l = \frac{-kk_{rl}}{\mu_l} (\nabla p_l - \gamma_l \nabla z) , \quad (1.2)$$

onde:

$V_l \rightarrow$  velocidade da fase  $l$

$k \rightarrow$  permeabilidade absoluta

$k_{rl} \rightarrow$  permeabilidade relativa da fase  $l$

$\mu_l \rightarrow$  viscosidade da fase  $l$

$\nabla p_l \rightarrow$  gradiente de pressão na fase  $l$

$\gamma_l \rightarrow$  peso específico da fase  $l$

$\nabla z \rightarrow$  diferença de altura em relação a um referencial

- EQUAÇÃO DE ESTADO  $\rightarrow$  Expressa a relação de uma determinada propriedade termodinâmica do fluido com pressão e temperatura. Por exemplo, para o fluxo isotérmico, a massa específica do fluido em termos de pressão, para o caso de três fases, é:

$$\rho_o = \frac{1}{B_o} (\rho_{oSTC} + R_s \rho_{gSTC}) , \quad (1.3)$$

$$\rho_g = \frac{1}{B_g} \rho_{gSTC} , \quad (1.4)$$

$$\rho_w = \frac{1}{B_w} \rho_{wSTC} , \quad (1.5)$$

onde:

$\rho_{lSTC} \rightarrow$  massa específica da fase  $l$  em condições padrão.

$B_l \rightarrow$  fator volume formação da fase  $l$

$R_g \rightarrow$  razão de solubilidade gás-óleo

O comportamento(simulado) futuro de um poço ou reservatório de petróleo consiste na solução simultânea das equações diferenciais que governam o escoamento dos fluidos, mais condições de contorno apropriadas, para cada elemento de volume (célula) através de um método numérico qualquer. Este processo é chamado simulação numérica de reservatório.

Uma simulação requer uma grande quantidade de informações sobre o reservatório, um tempo significativo para sua execução e seu custo é elevado.

No início da vida produtiva de um campo de petróleo, as informações são escassas de modo que a simulação numérica, nesta fase, não é o modo mais indicado para uma previsão de comportamento. Métodos mais simples tornam-se mais competitivos.

### 1.1.2 Balanço de materiais

A equação de balanço de materiais é baseada apenas em um balanço volumétrico. Neste caso obtemos o comportamento do reservatório apenas como função da pressão média. Se a equação de balanço de materiais for combinada com uma equação de fluxo, é possível se prever o comportamento de um reservatório como função de tempo.

As seguintes hipóteses serão feitas na dedução da EBM (Equação de balanço de materiais) são:

1. O reservatório é um bloco único e homogêneo;
2. As propriedades de fluido e rocha são uniformes em todo o bloco;
3. Os efeitos de movimento dos fluidos não são considerados;
4. Qualquer variação de pressão e saturação é imediatamente transmitida em todo o bloco ( A pressão e saturação são uniformes em todo o reservatório);
5. O balanço de massa leva em conta todos as quantidades que entram ou saem do reservatório durante um determinado intervalo de tempo, bem como a expansão da rocha e dos fluidos presentes.

Vários autores analisaram de modo diferente a equação de balanço de materiais. O método de análise da EBM de Muskat [27] se baseia no conhecimento prévio do volume original de óleo do reservatório.

A EBM de Muskat [27] ,também conhecida na literatura como Equação de Martin [25] para reservatório de gás em solução é

$$\frac{dS_o}{dp} = \frac{\lambda_o}{\lambda_t} C_t + \frac{S_o}{B_o} \frac{dB_o}{dp} , \quad (1.6)$$

onde:

$$\lambda_t = \lambda_o + \lambda_g, \text{ mobilidade total,} \quad (1.7)$$

$$\lambda_o = \frac{k k_{ro}}{\mu_o}, \text{ mobilidade do óleo,} \quad (1.8)$$

$$\lambda_g = \frac{k k_{rg}}{\mu_g}, \text{ mobilidade do gás,} \quad (1.9)$$

$$C_t = \frac{-S_o dB_o}{B_o dp} - \frac{S_g dB_g}{B_g dp} + \frac{B_g S_o dR_s}{B_o dp}, \quad (1.10)$$

$C_t$  = compressibilidade total .

A equação 1.6 representa uma equação diferencial ordinária do tipo  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ , da qual se conhece os valores iniciais de saturação e pressão. Conhecendo-se as curvas de permeabilidade relativa e as propriedades PVT, a equação 1.6 pode ser resolvida numericamente. O volume produzido,  $N_p$ , e a RGO podem então ser obtidos pelas expressões abaixo:

$$N_p = N \left[ 1 - \frac{S_o}{(1 - S_{wi})} \frac{B_{oi}}{B_o} \right], \quad (1.11)$$

$$RGO = R_s + \frac{k_g \mu_o B_o}{k_o \mu_g B_g}. \quad (1.12)$$

### 1.1.3 Curvas de declínio

Um dos métodos mais usados para a previsão do comportamento futuro de um poço ou reservatório de petróleo é a análise através de curvas de declínio.



A análise da curva de declínio só é válida, quando as condições do poço permanecem constantes e o mesmo está produzindo com pressão de fluxo constante.

Os métodos de análise são empíricos, e assumem que o comportamento futuro será governado pelos mesmos fatores que controlaram a produção no passado.

A previsão futura do comportamento de um poço é baseada na maneira como a taxa de declínio varia com o tempo.

A taxa de declínio  $D$  é definida como:

$$-D = \frac{\frac{dq}{dt}}{q} \quad (1.13)$$

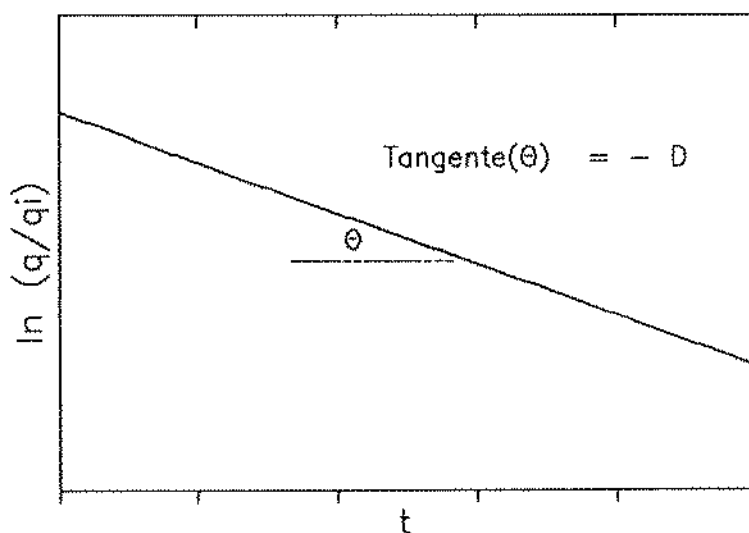
Quatro tipos de declínio foram propostos por ARPS [4], como sendo os que melhor traduzem o declínio de produção. Três são bastante utilizados: exponencial, hiperbólico e harmônico.

EXPONENCIAL → No declínio exponencial a taxa de declínio  $D$ , é constante:

$$-D = \frac{\frac{dq}{dt}}{q}$$

$$\int_{q_i}^q \frac{dq}{q} = - \int D dt \quad (1.14)$$

$$\ln \frac{q}{q_i} = -Dt \rightarrow q = q_i e^{-Dt}$$



De acordo com Ehlig-Economides e Ramey [16], Tsarevich e Kuranov [42]

foram os primeiros a observar que o declínio exponencial é a solução de longo tempo da equação da difusividade para o poço produzindo com pressão constante.

A solução no domínio de Laplace da pressão adimensional para o caso da vazão constante pode ser correlacionada com a solução de pressão de fluxo constante, através da seguinte equação de convolução, conforme van Everdingen and Hurst [43]:

E assim para um reservatório circular com o poço no centro  $C_A = 31,62$

$$\ln \frac{4A}{e^{\gamma} C_A r_w^2} = \ln \frac{4\pi (r_e^2)}{e^{\gamma} C_A r_w^2} = \ln \frac{4\pi}{e^{\gamma} C_A} + 2 \ln \frac{r_e}{r_w} = -\frac{3}{2} + 2 \ln r_{eD}, \quad (1.15)$$

$$q_D(t_{DA}) = \frac{1}{\left[ \ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right]} \exp \left[ \frac{-2\pi t_{DA}}{\left[ \ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right]} \right], \quad (1.16)$$

para  $t_{DA} > 0.1$

A equação 1.16 tem a forma da equação de declínio exponencial de ARPS [4].

$$q = q_i e^{-Dt}.$$

**HIPERBÓLICO** → Foi observado que no início da vida produtiva de um determinado poço de petróleo, o declínio de produção não é exponencial. Pode-se assumir que a taxa de declínio ao invés de constante, é proporcional a vazão de produção. Deste modo quanto maior a vazão de produção maior a taxa de declínio. Esta consideração leva a uma curva de declínio do tipo hiperbólico, onde a variação do inverso da taxa de declínio é constante.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{-q}{\frac{\partial q}{\partial t}} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{D(t)} \right) = b, \quad (1.17)$$

$$\frac{-q}{\frac{\partial q}{\partial t}} = bt + C_1. \quad (1.18)$$

para  $t = 0 \rightarrow D = D_i$

portanto  $C_1 = -\frac{1}{D_i}$

$$\frac{-q}{\frac{\partial q}{\partial t}} = bt + \frac{1}{D_i}, \quad (1.19)$$

$$-\int_{q_i}^q \frac{dq}{q} = \int_0^t \frac{dt}{bt + \frac{1}{D_i}} \rightarrow -\ln \frac{q}{q_i} = \frac{1}{b} \ln \left( \frac{bt + \frac{1}{D_i}}{\frac{1}{D_i}} \right), \quad (1.20)$$

$$\ln \frac{q}{q_i} = -\frac{1}{b} \ln(bt + \frac{1}{D_i}), \quad (1.21)$$

$$q = q_i(1 + bD_it)^{-\frac{1}{b}}. \quad (1.22)$$

A variável  $b$  é denominada de expoente hiperbólico. Para  $b = 0$  temos o declínio exponencial, e para  $b=1$  tem-se o declínio harmônico, que é um caso particular do declínio hiperbólico.

$$\text{HARMÔNICO} \rightarrow q = q_i(1 + bD_it)^{-1} \quad (1.23)$$

Segundo o trabalho de ARPS [4], a maioria dos valores de  $b$  encontrados estavam entre 0 e 0.4, nunca atingindo valores acima de 0,7. Em 1968, Ramsay [33] analisou em torno de 200 casos, e encontrou uma distribuição mais ou menos uniforme de valores de  $b$  entre 0 e 1.

No trabalho de Gentry e McCray [21], conclui-se que reservatórios heterogêneos apresentam valores de  $b$  maiores que 1. Valores de  $b$  maiores que 1 também foram encontrados, quando o poço foi submetido a modificações nas suas condições de produção como variação de abertura de fluxo.

Em 1984, Fetkovich mostrou que o valor do expoente hiperbólico  $b$  é limitado entre 0 e 1, e que valores de  $b > 1$  serão encontrados, se os dados do regime de fluxo transiente forem erroneamente analisados através de curvas de declínio. Com o objetivo de determinar o fim do período transiente, Fetkovich [18] recomenda que os dados de vazão x tempo sejam plotados num gráfico log-log, e analisados através de curvas tipos.

Em 1980, Fetkovich [18] apresentou a solução da equação da difusividade para pressão de fluxo constante, para vários valores de raio de drenagem, juntamente com as equações de declínio de ARPS [4] (exponencial, hiperbólico e harmônico).

### Curva típica de Fetkovich [18]

Substituindo as definições de  $t_{DA}$  e  $q_D$  dadas como

$$t_{DA} = t_D \frac{r_w^2}{A} = \frac{kt}{\phi \mu C_A}, \quad (1.24)$$

onde  $C_A \rightarrow$  fator de forma

$$q_D = \frac{\mu q(t)}{2\pi kh(p_i - p_{wf})}, \quad (1.25)$$

a equação 1.16 pode ser escrita em variáveis dimensionais como

$$q(t) = \frac{2\pi kh(p_i - p_{wf})}{\mu \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right)} \exp \left( \frac{-2\pi kt}{\phi \mu C_t A \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right]} \right). \quad (1.26)$$

Definindo

$$q_{D_d} = \frac{q(t)}{q_i}, \quad (1.27)$$

$$t_{D_d} = D_i t, \quad (1.28)$$

Da equação 1.26 temos que

$$t = 0 \rightarrow q = q_i = \frac{2\pi kh(p_i - p_{wf})}{\mu \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right)}, \quad (1.29)$$

Portanto

$$\frac{q(t)}{q_i} = \frac{q(t)}{\frac{2\pi kh(p_i - p_{wf})}{\mu \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right)}} = \exp \left( \frac{-2\pi kt}{\phi \mu C_t A \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right]} \right). \quad (1.30)$$

e da equação 1.27 temos que

$$q_{D_d} = \frac{q(t)}{q_i} = \frac{\frac{2\pi kh(p_i - p_{wf})}{\mu} q_D}{\frac{2\pi kh(p_i - p_{wf})}{\mu \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right]}}, \quad (1.31)$$

$$q_{D_d} = q_D \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right]. \quad (1.32)$$

Note que no trabalho de Fetkovich [18] a equação 1.32 usa  $\frac{1}{2}$  no lugar de  $\frac{3}{4}$ .

$$t_{D_d} = \left[ \frac{2\pi k}{\phi \mu C_t A \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right]} \right] t, \quad (1.33)$$

$$t_{D_d} = \left[ \frac{2\pi k}{\phi \mu C_t \pi (r_e^2 - r_w^2) \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right]} \right], \quad (1.34)$$

$$t_{D_d} = \left[ \frac{2\pi t}{\phi \mu C_t r_w^2 \left[ \left( \frac{r_e^2}{r_w^2} \right)^2 - 1 \right] \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right]} \right], \quad (1.35)$$

$$t_{D_d} = \left[ \frac{t_D}{\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{r_e^2}{r_w^2} \right)^2 - 1 \right] \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right]} \right]. \quad (1.36)$$

Para as curvas empíricas de ARPS [4] temos

$$q_{D_d} = \frac{q(t)}{q_i} = (1 + bD_it)^{-\frac{1}{b}}, \quad (1.37)$$

$$t_{D_d} = D_it.$$

As curvas típicas de Fetkovich [18], foram feitas para um  $D_i = 1$  e valores  $b$  variando no intervalo  $[0, 1]$  com incremento de 0,1.

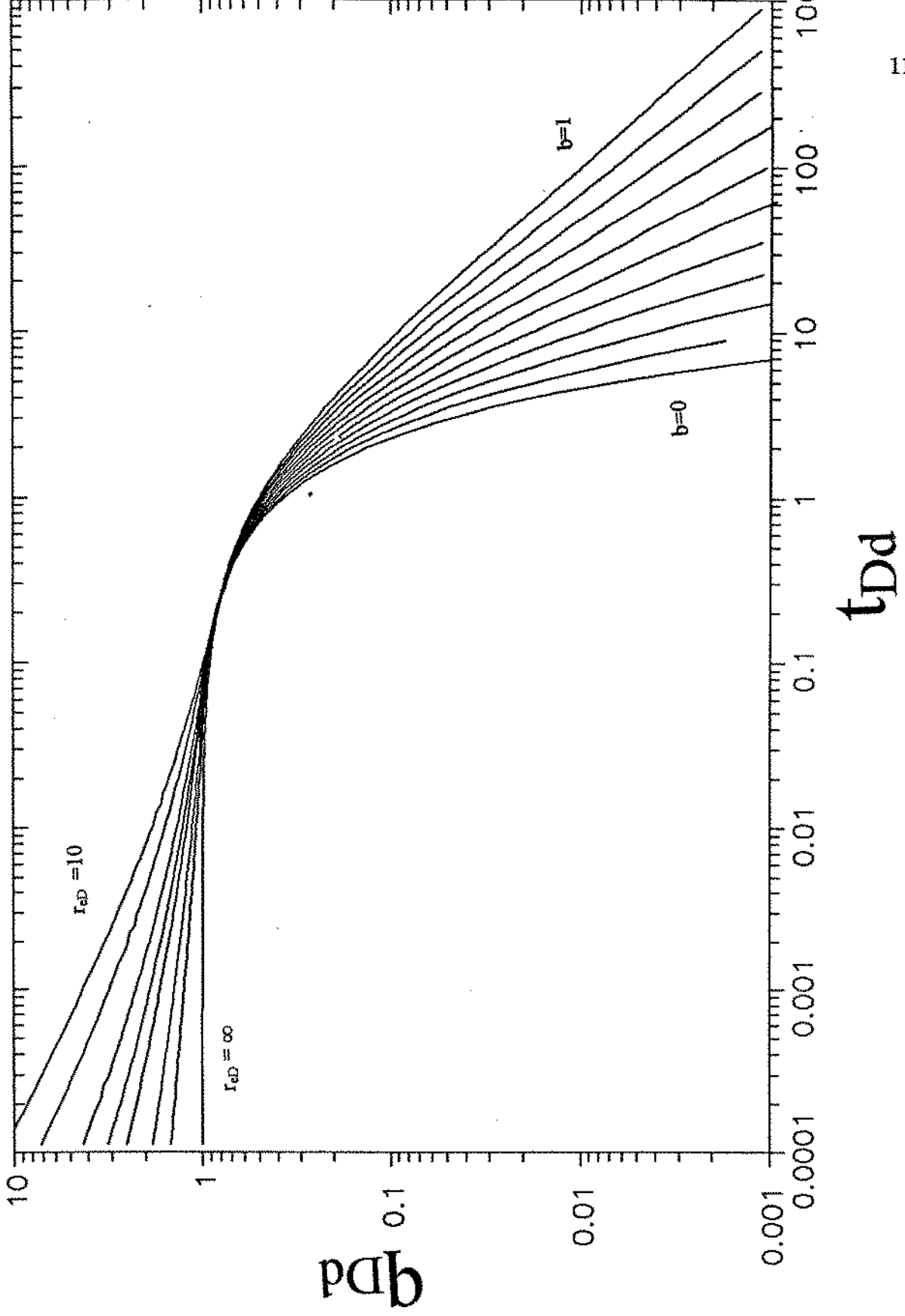


Figura 1.1: Curvas típicas de Fetkovich (12)

## 1.2 Definição e desenvolvimento do problema

Para prever o comportamento futuro de um poço de petróleo, através das curvas de declínio anteriormente discutidas, é necessário o conhecimento de  $q_i$ ,  $D_i$ , e  $b$ . De posse de um histórico de produção (vazão x tempo), estes parâmetros podem ser determinados.

Por outro lado, se for possível determinar a influência dos parâmetros de fluido e rocha, bem como do mecanismo de produção no valor destes parâmetros, o comportamento futuro de um poço poderá ser melhor interpretado e outra série de parâmetros obtidos com maior precisão.

Ehlig-Economides e Ramey [16] publicaram métodos de análise de teste de fluxo para o período transiente de poços de petróleo produzindo com pressão de fluxo constante.

Todos os estudos aqui referidos (Fetkovich [18], Cox [13], Ehlig-Economides e Ramey [16]) têm como objetivo a determinação dos parâmetros do reservatório através da análise do declínio de produção, considerando-se o fluxo monofásico de um fluido de pequena compressibilidade e viscosidade constante.

No caso de um reservatório de gás em solução, produzindo abaixo da pressão de saturação, tem-se o fluxo bifásico de óleo e gás se considerarmos que a fase água não é móvel.

As simplificações consideradas na equação de fluxo, para um líquido de pequena compressibilidade, não podem mais ser usadas neste caso.

Considerando-se um reservatório de gás em solução, onde a água é incompressível e imóvel, o fluxo de óleo e gás através do meio poroso pode ser descrito matematicamente por duas equações diferenciais parciais não lineares de segunda ordem. Devido às não linearidades destas equações, não é possível a obtenção de uma solução analítica simples.

As equações de fluxo para o óleo e o gás são obtidas através da combinação das equações 1.1 a 1.5, resultando:

ÓLEO:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_{og} - \Delta \gamma_g \right) \right) = \frac{\phi \partial \beta}{k \partial t}, \quad (1.38)$$

GÁS

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( a r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( a \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g \right) \right) = \frac{\phi \partial b}{k \partial t}, \quad (1.39)$$

onde os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $a$  e  $b$  são definidos como

$$\alpha = \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \quad \beta = \frac{S_o}{B_o} \quad a = \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} + R_s \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \quad b = R_s \frac{S_o}{B_o} + \frac{S_g}{B_g} \quad (1.40)$$

As seguintes hipóteses são adotadas nas equações 1.38 e 1.39

1. fluxo bidimensional;
2. pressão capilar desprezível;
3. porosidade e permeabilidade absoluta constantes.

### 1.3 Revisão Bibliográfica

O fluxo bifásico de óleo e água no meio poroso foi primeiramente estudado por Muskat [26] em 1937, que resolveu as equações de fluxo através de integração numérica para um número reduzido de casos simplificados.

Evinger e Muskat [14] estudaram a influência do fluxo bifásico, de óleo e gás, no comportamento do índice de produtividade de um poço produzindo no regime permanente. Após a integração da lei de Darcy para o fluxo bifásico radial tem-se

$$\frac{q_o}{2\pi kh} \log \left( \frac{r_e}{r_w} \right) = \int_{p_{wf}}^{p_e} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp, \quad (1.41)$$

$$RGO = R_s + \frac{k_{rg} \mu_o B_o}{k_{ro} \mu_g B_g}. \quad (1.42)$$

Conhecendo-se as propriedades PVT e as curvas de permeabilidade relativa, o cálculo da integral foi efetuado do seguinte modo:

1. Escolhido um valor para RGO.
2. Calcula-se, através da equação 1.42, o valor de  $k_{rg}/k_{ro}$  para vários valores de  $p$ ,  $p_{wf} \leq p \leq p_e$ .
3. Calcula-se a integral da equação 1.41 numericamente para pressão do fluxo  $p$ .
4. Obtem-se a relação  $q_o \times p_{wf}$ ,  $S_o \times p_{wf}$ ,  $k_{ro} \times p_{wf}$

Observa-se na figura 1.2 que, mesmo para um valor de RGO constante, o índice de produtividade diminui à medida que o diferencial de pressão aumenta. Isto é uma consequência do fato de que, quando o diferencial de pressão aumenta, mais gás



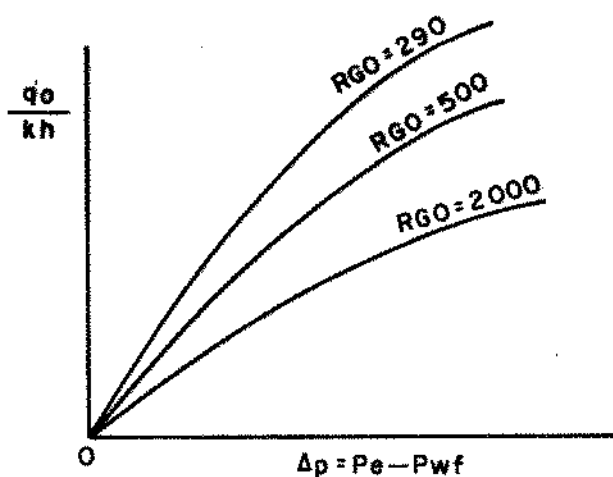


Figura 1.2: Gráfico do grupo  $q/kh$  versus  $\Delta p$

é liberado do óleo nas proximidades do poço, diminuindo a saturação e permeabilidade relativa ao óleo.

Muskat [27], em 1945, formulou um dos primeiros métodos de recuperação primária de reservatórios de gás em solução.

O reservatório utilizado por Muskat [27] é volumétrico com propriedades de fluidos e rocha nos seus valores médios.

Muskat chegou à relação entre saturação e pressão (que é exatamente igual àquela obtida por Martin [25] para pequenos gradientes de pressão e saturação) :

$$\frac{dS_o}{dp} = \frac{C_t}{1 + \frac{k_{rg} \mu_o}{k_{ro} \mu_g}} - S_o(C_o + C_r) \quad (1.43)$$

que é estritamente válida para pressão média no reservatório. Na equação 1.43 a compressibilidade total,  $C_t$  é

$$C_t = C_o S_o + C_g S_g + C_w S_w + C_r + S_o \frac{B_g}{B_o} \frac{dR_s}{dp} \quad (1.44)$$

Muskat e Taylor [28] mostraram o efeito das propriedades de fluido e rocha no comportamento de reservatórios, utilizando a E.B.M. de Muskat [27] e a relação entre

pressão e saturação, dada através da equação de razão gás-óleo. Foram estudados os efeitos da viscosidade do óleo, da razão da solubilidade, da existência de capa de gás, da variação da curva de permeabilidade relativa x saturação e o efeito do valor da saturação de água conata.

Entre as várias conclusões deste trabalho pode-se destacar:

1. A recuperação final de um reservatório de gás em solução é sensível a viscosidade do óleo.
2. Enquanto o aumento de razão de solubilidade favorece uma maior recuperação, o aumento do encolhimento do óleo a ela associado reduz a recuperação.
3. Devido à redução na permeabilidade relativa ao óleo, pela redução da saturação de óleo e o aumento na sua viscosidade, como consequência da queda da razão de solubilidade, o índice de produtividade de um poço em um reservatório de gás em solução decresce continuamente.

Através de diferentes formas da E.B.M., em conjunto com a equação de RGO (razão gás óleo), Turner [40], Tracy [41], Pirson [30] e Schilthius [34] fizeram previsão de comportamento de reservatório com vários mecanismos de produção.

Arps e Roberts [5] utilizaram a mesma equação de balanço de materiais de Muskat, e estudaram a influência das propriedades de fluido e rocha no comportamento de reservatórios para uma variação grande de tipos de rocha, grau API e razão de solubilidade.

Como era esperado, a recuperação aumenta com o grau API do óleo, com exceção para aqueles com alta razão de solubilidade. Para um range normal de solubilidade, a recuperação diminui com o aumento da razão de solubilidade para óleos de alto grau API, e mostra um pequeno crescimento para óleos de baixo grau API.

Perrine [29] propôs que a análise de fluxo multifásico, fosse efetuada através da utilização das equações desenvolvidas para o fluxo monofásico, desde que fossem adotadas propriedades representativas dos vários fluidos presentes no reservatório. Para tanto ele sugeriu :

compressibilidade total,

$$C_t = C_{of} + C_{gf} + C_{wf}, \quad (1.45)$$

mobilidade total ,

$$\lambda_t = \lambda_o + \lambda_g + \lambda_w, \quad (1.46)$$

vazão total ,

$$q_t = q_o + q_g + q_w, \quad (1.47)$$

$C_{og}$ ,  $C_{gf}$  e  $C_{wf}$  são definidos, respectivamente, como

$$C_{of} = \frac{S_o}{(S_o + S_g + S_w)} \left( \frac{B_g dR_s}{B_o dp} - \frac{1}{B_o} \frac{dB_o}{dp} \right), \quad (1.48)$$

$$C_{gf} = \frac{S_o}{(S_o + S_g + S_w)} \left( \frac{1}{p} \right), \quad (1.49)$$

$$C_{wf} = \frac{S_o}{(S_o + S_g + S_w)} (C_w). \quad (1.50)$$

Martin [25] mostrou que as considerações propostas por Perrine [29] têm fundamento teórico. Considerando pequeno gradiente de pressão e saturação no reservatório, os termos quadráticos em  $S$  e  $p$  foram desprezados, e a equação que rege o fluxo multifásico fica:

$$\nabla^2 p = \frac{\phi C_t \partial p}{\lambda_t \partial t} \quad (1.51)$$

$$\lambda_t = \frac{k_{ro}}{\mu_o} + \frac{k_{rg}}{\mu_g} + \frac{k_{rw}}{\mu_w} \quad (1.52)$$

Martin [25] encontrou uma expressão que correlaciona a pressão e a saturação, válida para qualquer ponto do reservatório onde os gradientes de pressão e saturação são pequenos. Esta expressão é igual a E.B.M. de Muskat, o que prova que vale não apenas para a pressão média, mas para qualquer ponto onde os gradientes de pressão e saturação sejam pequenos.

$$\frac{dS}{dp} = \frac{S_o dB_o}{B_o dp} + \frac{\lambda_o}{\lambda_t} C_T \quad (1.53)$$

A dedução da equação 1.53 de Martin está no apêndice D.

Levine e Prats [22] assumiram que em qualquer instante, a taxa de declínio do óleo "in place" em condição padrão, é constante em todo o reservatório. Com esta consideração, a equação de fluxo do óleo reduz-se a:

$$\int_{p(r,t)}^{p_e} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp = \frac{141,2q_o}{kh} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{r^2 - r_e^2}{r_e^2} \right) - \ln \left( \frac{r}{r_e} \right) \right] \quad (1.54)$$

Para efetuar a integração do lado esquerdo da equação, é necessário que se conheça a relação entre a pressão e a saturação. Para isto, Levine e Prats [22] adotaram as seguintes hipóteses:

1. A razão gás-óleo é constante em todo reservatório para um determinado instante.
2. A razão gás-óleo corresponde a pressão e saturação no limite externo do reservatório.

A dedução da equação 1.54 de Levine [22] no apêndice F.

#### Método de cálculo de Levine e Prats [22]

1. Conhecida a pressão e saturação inicial no limite externo do reservatório  $p_e$  e  $S(r_e)$ .
2. Calcula-se a saturação para vários valores de pressão no limite externo, através da equação diferencial de balanço de materiais (E.B.M.) de Muskat [27].
3. Calcula-se a RGO para  $p_e$  e  $S_e$ .
4. Para a RGO constante escolhe-se vários valores de  $p(r)$  e calcula-se  $S(r)$ .
5. Calcula-se a integral do lado esquerdo da equação e calcula-se  $r(p(r), S(r))$ .

Weller [45], através da simulação numérica, mostrou que à medida que a saturação de gás aumenta, o método de solução proposto por Perrine [29], leva a valores errados dos parâmetros calculados.

Em 1973 Fetkovich [17] propôs o uso de uma função pseudo-pressão para o fluxo multifásico, análogo a função pseudo-pressão utilizada na equação do gás, com o intuito de reduzir as não linearidades. A função pseudo-pressão é definida como:

$$m_o(p) = \int_{p_{wf}}^{p_e} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp = m_o(p_e) - m_o(p_{wf}) \quad (1.55)$$

Ele, baseado na intuição, sugeriu equações que descrevem o fluxo multifásico no meio poroso, para os regimes permanente, pseudo-permanente e transiente. Em unidades de campo do sistema inglês tem-se;

#### Transiente

$$q_o = \frac{kh}{142.2 \left[ \frac{1}{2} \ln t_D + 0.404 + S \right]} \int_{p_{wf}}^{p_i} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp \quad (1.56)$$

#### Permanente

$$q_o = \frac{kh}{141,2 \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} + S \right]} \int_{p_{wf}}^{p_e} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp \quad (1.57)$$

### Pseudo-Permanente

$$q_o = \frac{kh}{141,2 \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S \right]} \int_{p_{wf}}^{\bar{p}} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp \quad (1.58)$$

$$q_o = \frac{kh}{141,2 \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} + S \right]} \int_{p_{wf}}^{p_e} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp \quad (1.59)$$

onde  $t_D$  na equação 1.56 é dado para o tempo em horas por;

$$t_D = \frac{0,000264kt}{\phi \mu_o C_{t_i} r_w^2} \quad (1.60)$$

Ele sugeriu que a expressão  $k_{ro}/(\mu_o B_o)$  fosse aproximada por uma reta. Nesse caso teremos

$$\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} = a_2 p + b_2 \quad (1.61)$$

Se  $b_2 = 0$ , usando a equação 1.61 em  $\int_{p_{wf}}^{\bar{p}} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp$ , temos

$$\int_{p_{wf}}^{\bar{p}} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp = \frac{a_2}{2} (\bar{p}^2 - p_{wf}^2) \quad (1.62)$$

onde devido à linearidade de  $k_{ro}/(\mu_o B_o)$  versus  $p$ , o valor de  $a_2$  para  $b_2 = 0$  a partir da equação 1.61 é

$$a_2 = \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{\bar{p}} \frac{1}{\bar{p}} \quad (1.63)$$

Para o fluxo pseudo-permanente usando 1.62 em 1.63, tem-se

$$q_o = \frac{kh}{141,2 \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S \right)} \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{\bar{p}} \frac{1}{2\bar{p}} (\bar{p}^2 - p_{wf}^2) \quad (1.64)$$

$$q_o = J'_o (\bar{p}^2 - p_{wf}^2) \quad (1.65)$$

onde;

$$J'_o = \frac{kh}{141,2 \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S \right]} \left[ \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{\bar{p}} \left( \frac{1}{2\bar{p}} \right) \right] \quad (1.66)$$

$$J'_{oi} = \frac{kh}{141,2 \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S \right]} \left[ \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{\bar{p}_i} \left( \frac{1}{2\bar{p}_i} \right) \right] \quad (1.67)$$

$$\frac{J'_o}{J'_{oi}} = \frac{\left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{\bar{p}} 2\bar{p}_i}{\left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{\bar{p}_i} 2\bar{p}} \quad (1.68)$$

Ele sugeriu também que

$$\frac{J'_o}{J'_{oi}} = \frac{\bar{p}}{\bar{p}_i} \Rightarrow q_o = J'_{oi} \left( \frac{\bar{p}}{\bar{p}_i} \right) (\bar{p}^2 - p_{wf}^2) \quad (1.69)$$

Para o regime transiente, Raghavan [31] sugeriu métodos práticos para o cálculo da função pseudo-pressão proposta por Fetkovich [17], para reservatórios de gás em solução. A relação entre a pressão e a saturação, necessária para o cálculo da pseudo-pressão, foi considerada através da RGO de produção.

O objetivo do trabalho de Raghavan [31] foi determinar a aplicabilidade da função pseudo-pressão, na análise de testes de "buildup" e "drawdown".

**Drawdown** → a RGO de produção é usada para correlacionar a pressão e saturação.

**Buildup** → a RGO é constante e igual a RGO para pressão e saturação no poço no instante do fechamento.

#### Procedimento do método de Raghavan [31]

1. Conhecidas RGO e pressão de fluxo  $p_{wf}$ , versus tempo,  $t$ ;
2. Com a RGO e  $p_{wf}$  calcular  $\frac{k_g}{k_o}$  através da equação 1.42
3. Da curva  $k_g/k_o \times S_o \rightarrow$  correlacionar  $p_{wf} \times S_o$ .
4. Da curva  $k_g, k_o \times S_o \rightarrow$  acha-se  $k_{ro}$ .
5. Calcula-se  $m_p$  por integração numérica.
6. Tem-se  $m(p) \times p$ .
7. Transformar qualquer pressão " $p$ " em  $m(p)$ .
8. Tem-se  $m(p) \times t$  que pode ser convertida para a forma adimensional

Bøe, Skjaeveland e Whitson [6], usando a função pseudo-pressão definida por Fetkovich, e através da transformada de Boltzman dada por  $y = \frac{\phi r^2}{4k_t}$ , transformaram a equação diferencial parcial do fluxo do óleo numa equação diferencial ordinária.

$$\frac{d}{dy} \left( y \frac{dm_o}{dy} \right) = - \left( \frac{c}{\lambda} \right)^* y \frac{dm_o}{dy} \quad (1.70)$$

$$\text{onde: } m_o = \int_{p_o}^p \alpha dp \quad (1.71)$$

$$\left( \frac{c}{\lambda} \right)^* = \frac{\left[ \frac{\partial \beta}{\partial S} \frac{dS}{dp} + \frac{\partial \beta}{\partial p} \right]}{\alpha} \quad (1.72)$$

$$\alpha = \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \quad (1.73)$$

$$\beta = \frac{S_o}{B_o} \quad (1.74)$$

A dedução da equação 1.70 está no apêndice G.

A transformação da equação diferencial parcial numa ordinária, através da transformada de Boltzman, só é válida para o regime de fluxo transiente. Neste caso, a integração da pseudo-pressão sobre o raio para um determinado tempo fixo é equivalente a integração sobre o tempo para um raio fixo (por exemplo  $r = r_w$ ).

Portanto, para o comportamento infinito, a função pseudo-pressão, pode ser calculada simplesmente, usando-se a relação pressão x saturação no poço ao longo do tempo.

Segundo Bøe e Skjaeveland [6], no comportamento pseudo-permanente, mesmo que se conheça a relação pressão-saturação no poço através da RGO medida, nada garante que a integração de dados no poço reflita o comportamento na área drenada.

Também para o regime pseudo-permanente, o valor de  $\left( \frac{c}{\lambda} \right)^*$  varia muito com a pressão.

Obs.:  $(c/\lambda)^*$  razão compressibilidade/mobilidade generalizada.

Aanonsen [1] mostrou que a saturação e conseqüentemente  $\alpha$  e  $a$  (como definida por Bøe), não são funções únicas da pressão para fluxo influenciado por fronteiras. Ou seja, a definição de pseudo-pressão proposta por Raghavan [31] e Bøe [6] não é válida para todos os casos, onde as fronteiras externas influenciam o fluxo.

Por outro lado, ele observou que se a pressão e saturação forem funções monótonas (caso de produção com vazão constante) do raio e do tempo, é possível expressar a saturação como função da pressão e do tempo ou da pressão e do raio.

$$S_o = S_o(r, t) \quad S_o = S_o(r, t(p, r)) = S_o(p, r) \quad S_o = S_o(r(p, t), t) = S_o(p, t) \quad (1.75)$$

A definição de pseudo-pressão utilizada por Aanonsen [1] para a vazão constante é:

$$m(r, t) = \int_{p_i}^{p_{wf}(t)} \alpha(p', r_w) dp' + \int_{p_{wf}(t)}^{p(r, t)} \alpha(p, t) dp' \quad (1.76)$$

Substituindo esta definição de pseudo-pressão na equação de fluxo de óleo tem-se:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial m}{\partial r} \right) = \nabla^2 m = \frac{\phi}{k} \left( \frac{c}{\lambda} \right)^* \frac{\partial m}{\partial t} - \frac{\phi}{k} \left( \frac{c}{\lambda} \right)^* \int_{p_{wf}(t)}^{p(r, t)} \left( \frac{\partial}{\partial t} \alpha(p', t) \right) dp' \quad (1.77)$$

onde:

$$\left( \frac{c}{\lambda} \right)^* = \frac{\left[ \frac{\partial \beta}{\partial S_o} \frac{dS_o}{dp} + \frac{\partial \beta}{\partial p} \right]}{\alpha} \quad (1.78)$$

$\left[ \frac{\partial \beta}{\partial p} \right] \rightarrow$  é a derivada de  $S_o$  em relação à pressão escrita em função de pressão e do raio.

Aanonsen [1] dividiu a área drenada em diferentes regiões de fluxo. No caso da queda de pressão, a região próxima ao poço foi chamada região I, onde as derivadas em relação ao tempo na equação de fluxo são desprezadas. Na região II, circunvizinha a região I, a variação de  $\alpha$  é pequena e pode ser desprezada. Deste modo temos:

região I

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial m}{\partial r} \right) \cong 0 \quad (1.79)$$

região II

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial m}{\partial r} \right) = \frac{\phi}{k} \left( \frac{c}{\lambda} \right)^* \frac{\partial m}{\partial t} \quad (1.80)$$

Aanonsen [1] estudou a variação de  $\left( \frac{c}{\lambda} \right)^*$  com a queda e crescimento de pressão, e observou que o valor de  $\left( \frac{c}{\lambda} \right)^*$  cresce quando a pressão cai. Ele sugere que  $\left( \frac{c}{\lambda} \right)^*$  seja substituído por uma função média da pressão.



Camacho e Raghavan [8] definiram uma pseudo-pressão, que reflete todas as variações que ocorrem sobre o raio do reservatório e no raio externo.

$$m(r, t) = \int_{p_e(t)}^{p_i} \alpha(p', r_e) dp' + \int_{p(r,t)}^{p_e(t)} \alpha(p', t) dp' \quad (1.81)$$

A pseudo-pressão assim definida, pode ser usada para os casos de produção com vazão constante ou pressão de fluxo constante. Para o regime de fluxo transiente, a definição pode ser simplificada já que  $p_e(t) \cong p_i$ .

Para o fluxo pseudo-permanente, a definição da pseudo-pressão é:

$$m(r, t) = \int_{p(r,t)}^{\bar{p}(t)} \alpha(p', t) dp' + \int_{\bar{p}(t)}^{p_i} \alpha(p', \bar{r}) dp' \quad (1.82)$$

e no poço a pseudo-pressão fica:

$$m(r_w, t) = \int_{p_{wf}(t)}^{\bar{p}(t)} \alpha(p', t) dp' + \int_{\bar{p}(t)}^{p_i} \alpha(p', \bar{r}) dp' \quad (1.83)$$

Se a definição de pseudo-pressão dada pela equação 1.82 for substituída na equação do óleo, sem os efeitos gravitacionais, obtém-se a seguinte relação:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial m}{\partial r} \right) \cong \frac{\phi}{k} \left( \frac{c}{\lambda} \right)^* \frac{\partial m}{\partial t} \cong -\frac{\phi}{k} \left( \frac{c}{\lambda} \right)^* \int_{p(r,t)}^{\bar{p}(t)} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha(p', t)) dp' \quad (1.84)$$

onde:

$$\left( \frac{c}{\lambda} \right)^* = \frac{\left[ \frac{\partial \beta}{\partial S_o} \frac{dS_o}{dp} + \frac{\partial \beta}{\partial p} \right]}{\alpha} \quad (1.85)$$

A equação pode ser linearizada durante o período de queda de pressão, utilizando-se os mesmos argumentos de Aanonsen [1].

Algumas conclusões do trabalho de Camacho E Raghavan [8]:

1. Foi demonstrado que as equações 1.58 e 1.59 por Fetkovich [17] para o fluxo pseudo-permanente, têm fundamento teórico.
2. Uma equação que descreve a variação da RGO com o raio foi deduzida, e conclui-se que a RGO total é independente da distância radial no período pseudo-permanente.
3. A saturação média volumétrica de óleo é igual a saturação que existe no ponto  $r = r(\bar{p})$ , e é igual também a saturação média calculada através da EBM de Muskat [27].

4. O raio onde a pressão é igual a  $\bar{p}$ ,  $r(\bar{p})$  é aproximadamente igual a  $0,5493r_e$ , durante o regime de fluxo pseudo-permanente.
5. É possível correlacionar sistemas de gás em solução com sistemas de fluxo monofásico, desde que sejam definidas apropriadamente uma pseudo-pressão e um tempo adimensional. Esta correlação é válida para o regime transiente e pseudo-permanente para a produção com vazão constante ou pressão constante.

Serra (1988)[35] apresentou novos procedimentos para análise de teste de poços produzindo de um reservatório de gás em solução.

O principal resultado obtido foi que a permeabilidade efetiva como uma função da saturação pode ser computada diretamente do período de fluxo e do período de crescimento de pressão ("buildup").

Ele considerou fluxo radial de óleo e gás na presença de água irredutível em um reservatório cilíndrico, com poço totalmente penetrado.

Foi estipulado um fator (DESV) dependente do tempo que indica a diferença entre a equação de balanço de materiais para reservatórios de gás em solução e a mesma equação para fluido de baixa de compressibilidade (monofásico).

Assim, com a incorporação deste desvio, a equação para regime pseudo-permanente do fluxo monofásico pode ser modificada para o fluxo multifásico.

Serra (1988) [35] define, em unidades do sistema inglês,

$$\bar{m}_D = \frac{kh}{141,2q_{or}} \int_{\bar{p}}^{p_i} \left[ \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right] dp \quad (1.86)$$

Onde  $q_{or}$  é uma vazão de referência qualquer.

A equação de balanço de materiais desenvolvida por Camacho [9] é reescrita como

$$\bar{m}_D = 2\pi t_{DA} DESV \quad (1.87)$$

onde

$t_{DA}$  é o tempo adimensional baseado nas propriedades iniciais e normalizado em termos da área de drenagem.

$$A = \pi r_e^2 \quad (1.88)$$

e

$$t_{DA} = \frac{0,006328k\lambda_t t}{\phi C_{t_i} A} \quad (1.89)$$

e

$$DESV = \frac{1}{t_{DA}} \left[ \int_0^{t_{DA}} \frac{q_o(t)}{q_{or}} \left( \frac{\lambda_t}{C_t} \right)_D t_{DA} \right] \quad (1.90)$$

onde

$$\left( \frac{\lambda_t}{C_t} \right)_D = \left[ \frac{(\lambda_t/C_t)}{(\lambda_{ti}/C_{ti})} \right]_{\bar{p}} \quad (1.91)$$

Notar que a solução para um líquido pouco compressível (monofásico) é dada por

$$\bar{p}_D = 2\pi t_{DA} \quad (1.92)$$

Portanto esta solução é um caso particular da equação de balanço de materiais para reservatórios de gás em solução, com  $DESV = 1$ .

Para o poço, por analogia à solução do líquido pouco compressível, chegou-se a

$$m_{wD} = \bar{m}_D + \frac{1}{2} \ln \left( 4A/e^\gamma C_A r_w^2 \right) + S \quad (1.93)$$

onde

$$\gamma = 0,57722(\text{constante de Euler}) \quad (1.94)$$

$$C_A = \text{Fator de forma de Dietz} \quad (1.95)$$

e neste caso  $m_{wD}$  é definida como

$$m_{wD} = \frac{kh}{141,2 q_o} \int_{p_{wf}}^{p_i} \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{p_{wf}} dp \quad (1.96)$$

A solução para fluido de baixa compressibilidade, ou seja,  $DESV = 1$  é dada por

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} \right) + S \quad (1.97)$$

Assim fazendo,  $m_{wD} = \bar{m}_D$ ,

$$m_{wD} - \overline{m}_D = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{e^{\gamma} C_A r_w^2} \right) \quad (1.98)$$

por analogia ao monofásico;

$$p_{wD} - \overline{p}_D = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4A}{e^{\gamma} C_A r_w^2} \right) \quad (1.99)$$

Chen e Poston [10] , propuseram um pseudo-tempo normalizado que leva em conta os efeitos da mobilidade e da compressibilidade do sistema, e usaram para linearizar no pós-transiente o gráfico semi-log vazão x tempo para o caso de pressão de fluxo constante.

A técnica de ajuste por eles desenvolvida permite melhor caracterização dos parâmetros do reservatório, determinação do óleo-in-place e previsão de comportamento.

Definindo

$$p_p = \int_{p_{base}}^p \frac{\frac{k_{ro}(S_o)}{\mu_o(p')B_o(p')}}{\left[ \frac{k_{ro}(S_o)}{\mu_o(p')B_o(p')} \right]_i} dp' \quad (1.100)$$

e

$$t_p = \int_{t_{base}}^t \frac{\frac{\lambda_{tr}(S_o)}{C_t(S_o,p)}}{\left[ \frac{\lambda_{tr}(S_o,p)}{C_t(S_o,p)} \right]_i} dt' \quad (1.101)$$

onde

$$\lambda_{tr} = \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o} \right) + \left( \frac{k_{rg}}{\mu_g} \right) + \left( \frac{k_{rw}}{\mu_w} \right) \quad (1.102)$$

e

$$C_t = C_o S_o + C_g S_g + C_w S_w + C_r \quad (1.103)$$

$p_p$  é a "pseudo-pressão" normalizada proposta por Fetkovich [17] e o  $t_p$  pode ser considerada uma versão multifásica do pseudo-tempo para o gás real proposta por Agarwal [2].

Partindo das equações de balanço de massa, em conjunto com a lei de Darcy para o óleo, gás e água, da relação entre pressão e saturação desenvolvida por Martin [25] , e fazendo o uso das pseudo-funções  $p_p$  e  $t_p$  a equação da difusividade para uma geometria geral e unidades do sistema Darcy fica como

$$\Delta^2 p_p = \left( \frac{\phi}{k} \right) \left( \frac{\partial p_p}{\partial t_p} \right) \quad (1.104)$$

Assim, a solução da equação 1.104 deverá ser similar àquela já desenvolvida para o fluido de baixa compressibilidade de propriedades constantes, embora o uso do pseudo-tempo não retire totalmente as não linearidades.

Para o caso da pressão de fluxo constante;

$$q_o(t) = \frac{kh(p_{pi} - p_{pwf})}{141,2\beta} \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_i \exp \left[ \frac{-0,006328 k}{\alpha \beta r_w^2} \left( \frac{\lambda_{tr}}{C_t} \right)_i t_p \right] \quad (1.105)$$

onde

$$\beta = \left[ \ln(r_{ed}) - \frac{3}{4} \right] \text{ para } r_{ed} > 30 \quad (1.106)$$

$$\text{e } \alpha = \frac{r_{ed}^2}{2} \text{ para } r_{ed} > 30$$

Em termos de curva de declínio adimensional a equação 1.105 fica,

$$q_{dpD} = \exp(-t_{dpD}) \quad (1.107)$$

com

$$q_{dpD} = \frac{141,2\beta \left( \frac{\mu_o B_o}{k_{ra}} \right)_i}{kh(p_{pi} - p_{pwf})} q_o(t) \quad (1.108)$$

e

$$t_{dpD} = \left( \frac{0,006328}{\alpha \beta r_{wa}^2} \right) \left( \frac{k}{\phi} \right) \left( \frac{\lambda_{tr}}{C_t} \right)_i t_p \quad (1.109)$$

onde o subscrito  $p$  se refere ao uso de pseudo-função.

Chen e Poston, a seguir, fazem gráficos de  $q_o \times t$  e  $q_o \times t_p$  e ajustes log-log dos mesmos, contra as curvas tipo de Fetkovich.

A partir das relações  $t/t_{dpD}$  e  $t_p/t_{dpD}$ , os parâmetros do reservatório são calculados. Uma análise da utilização do pseudo-tempo é feita, e as vantagens são quantificadas, assim como um procedimento geral para o uso das curvas de declínio multifásicas com pseudo-funções. Resumidamente os passos a seguir são:

1. Estimar  $N$ , oil in place. Isto pode ser feito através de dados geológicos ou de curvas de declínios convencionais.
2. Construir tabelas de pseudo-função normalizadas através da equação de Martin [25] utilizando uma técnica numérica qualquer, e a seguir converter  $p_i$  e  $p_{wf}$  para  $p_{pi}$  e  $p_{pwf}$  respectivamente.

3. Com  $N$  do item 1 e com as equações do balanço de materiais estimar pressões médias para o reservatório.
4. Calcular  $t_p$  com as pressões médias do item 3.
5. Fazer o ajuste  $q_o/t_p$  das curvas tipo Fetkovich e obter  $N$ .
6. Voltar ao item 3 a 5 caso não haja convergência no valor de  $N$ .
7. Calcular parâmetros de reservatório e previsão de comportamento.

Como possível desvantagem do método, temos que ter os dados de rocha e fluido do reservatório.

Vários outros trabalhos consideravam os aspectos da segregação gravitacional levando em conta os efeitos gravitacionais, mas nenhum deles abordou casos em que ocorre contrafluxo de gás e óleo, a não ser uma análise de Shreve e Welch [36], que considerou a injeção de gás nos baixos estruturais.

Em 1958, Pirson [30] estabeleceu a observação do comportamento da RGO para se detectar o mecanismo de segregação gravitacional.

Tratou também do contrafluxo e desenvolveu um modelo simplificado para previsão de comportamento.

Cook [11], em 1961, analisou o comportamento da segregação gravitacional com depleção unidimensional sob a atuação de diversas vazões em várias geometrias do reservatório. Estudou casos de depleção para fluidos totalmente dispersos e totalmente segregado, ou segregação completa. Detectou a existência de duas descontinuidades ou frentes de saturação no reservatório, que estão relacionadas com a vazão de produção. Ainda com relação à vazão de produção, analisou a influência desta no mecanismo. Notou que a área da seção do reservatório é diretamente proporcional à performance do mecanismo, pois quanto maior a área, menor serão os gradientes de pressão e saturação. Observou que quanto mais inferior for o posicionamento das fontes de produção (poços), melhor a recuperação final, devido à maior atuação do mecanismo de segregação gravitacional. Embora até agora, tenha sido o trabalho que mais tenha aprofundado a modelagem do mecanismo, uma melhor análise das simplificações por ele utilizadas teria levado a resultados mais abrangentes, principalmente no que se refere a sensibilidade dos parâmetros do reservatório.

El-Khatib [15], em 1982, correlacionou pressão e saturação médias no reservatório com as mesmas no poço. Como contribuição ao estudo da vazão de produção, ele determinou o grupo  $\left[\frac{q_{2w}}{kh}\right]$  e notou que, mesmo os reservatórios de gás em solução são sensíveis aos grandes gradientes de saturação e pressão. Nos seus estudos foram desprezados os efeitos gravitacionais.

Lima [23], em 1990, estudou uma formulação análoga à de Ambastha e Aziz [3]. O modelo considerado é linear, subsaturado inicialmente, escoamento vertical, produção através da fronteira inferior e considerado contra-fluxo de óleo e gás. Foi introduzido o parâmetro  $\xi_r$ , relacionando forças gravitacionais e viscosas. Quando  $\xi_r < 1$  o mecanismo tende para a segregação gravitacional (completa para  $\xi_r \ll 1$ ) e quando  $\xi_r \gg 1$  tem-se o mecanismo de gás em solução. O reservatório foi dividido em três regiões distintas quando da análise do comportamento.

1. Uma superior, a capa de gás, que avança para as partes inferiores.
2. Uma intermediária com  $S_g$  uniforme.
3. Uma inferior com  $S_g$  reduzido.

Para a situação de segregação completa, a partir das equações de balanço de material de Muskat [27], foram desenvolvidas equações semelhantes.

$$\frac{d\bar{S}_o}{d\bar{p}} = \bar{C}_t + \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{p}} \quad (1.110)$$

e

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{-q_{ow}\bar{B}_o}{V_p\bar{C}_t} \quad (1.111)$$

$$\frac{d\bar{p}}{dFR} = \frac{-S_{oi}\bar{B}_o}{B_{oi}\bar{C}_t} \quad (1.112)$$

Obs: Ver dedução no apêndice B.

No que se refere ao estudo de gás em solução, com mecanismo de segregação gravitacional unidimensional, o estudo de Lima é extremamente abrangente. Foram ainda desenvolvidos modelos simplificados que descrevem de maneira clara e precisa a evolução dos parâmetros do reservatório.

## 2 FORMULAÇÃO FÍSICA E MATEMÁTICA DO PROBLEMA

### 2.1 Formulação Física.

O objetivo deste trabalho é estudar um reservatório de gás em solução, sob o mecanismo de segregação gravitacional, durante o período de recuperação primária.

Características da modelagem física:

- Reservatório cilíndrico finito, de raio externo  $r_e$ , altura  $h$  e limites externos selados.
- Poço localizado no centro do reservatório, produzindo na sua parte inferior devido ao canhoneio parcial.
- Reservatório isotrópico e homogêneo.
- Escoamento bidimensional (radial e vertical), multifásico, isotérmico, segundo a lei de Darcy.
- Efeitos capilares desprezíveis.
- Água imóvel e incompressível.
- Rocha incompressível.
- Fluidos do tipo Beta, não existindo componente óleo na fase gasosa.
- Sem fonte externa de energia.
- Reservatório inicialmente em equilíbrio com a pressão inicial ligeiramente acima da pressão de saturação ( $p_i = p_{sat}$  no topo do reservatório)

### 2.2 Formulação Matemática

A seguir temos as equações que regem a dinâmica dos fluidos, bem como as condições de contorno e iniciais para a formulação física exposta anteriormente.

. Gás

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( ar \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( a \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g \right) \right) = \frac{\phi}{k} \frac{\partial b}{\partial t}, \quad (2.1)$$

. Óleo



$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \alpha r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g - \Delta \gamma_{og} \right) \right) = \frac{\phi}{k} \frac{\partial \beta}{\partial t}, \quad (2.2)$$

onde

$$a = \frac{R_{so} k_{ro}}{\mu_o B_o} + \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} \quad b = \frac{R_{so} S_o}{B_o} + \frac{S_g}{B_g},$$

$$\alpha = \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \quad \beta = \frac{S_o}{B_o} \quad S = S_o,$$

$$S_o + S_g + S_w = 1.$$

Obs: estas equações valem para  $\begin{cases} r_w < r < r_e \\ 0 \leq z \leq h \\ t \geq 0 \end{cases}$

. Condições Iniciais

para

$$t = 0, \quad p(r, z, 0) \geq p_{sat},$$

e

$$p(r, z, 0) = p_i + \int_{h/2}^z \gamma_{oi}(r, z, 0) dz. \quad (2.3)$$

. Condição de contorno.

- C. c. externa

$$\frac{\partial p}{\partial r}(r_e, z, t) = 0 \quad (\text{nos limites do reservatório não há fluxo})$$

$$\frac{\partial p}{\partial z}(r, 0, t) = 0 \quad (\text{na fronteira superior não há fluxo})$$

$$\frac{\partial p}{\partial z}(r, h, t) = 0 \quad (\text{na fronteira inferior não há fluxo})$$

$$p(r_w, z, t) = p_{wf}, \quad \text{para o caso de pressão de fluxo constante,}$$

ou

$$q_o(r_w, z, t) = q_o, \quad \text{ou seja, } k \frac{k_{rp}}{\mu_o B_o} r \frac{\partial p}{\partial r} = q_o \quad \text{para } r = r_w, \quad \text{para o caso de vazão constante.}$$

Ainda não foi obtida uma solução analítica para o sistema acima proposto. (Fluxo multifásico)

Durante o processo de simulação numérica de reservatórios, temos a solução deste sistema para qualquer ponto do reservatório.

### 3 ASPECTOS RELATIVOS AO COMPORTAMENTO DE RESERVATÓRIOS SUBMETIDOS À SEGREGAÇÃO GRAVITACIONAL

Neste capítulo serão mostrados alguns aspectos de como se comporta um reservatório de gás em solução, quando submetido ao mecanismo de segregação gravitacional. Embora nem sempre todos os aspectos mostrados tenham sido alvo de conclusões, eles foram importantes na mecânica dos problemas aqui tratados, dando diretrizes no procedimento e abordagem destes mesmos problemas.

#### 3.1 O mecanismo de segregação gravitacional propriamente dito

Originalmente, podemos encontrar em uma estrutura geológica, gás e óleo em estado de segregação, com o óleo ocorrendo abaixo da zona preenchida pelo gás. Quando não existe essa capa de gás original, e quando a permeabilidade vertical do reservatório alcançar valores razoáveis, poderá haver a formação de uma capa de gás secundária como resultado da produção de óleo e declínio da pressão.

Este processo ocorre com o contrafluxo do óleo e gás sob o efeito de forças gravitacionais e empuxo, devido à diferença de densidade entre os mesmos.

Assim sendo, a produção de óleo de um reservatório de hidrocarbonetos por segregação gravitacional implica na existência ou formação de uma capa de gás, que está em expansão enquanto ocorre o decaimento da pressão.

Segundo Pirson [30], o desenvolvimento e a forma de expansão de uma capa de gás podem ocorrer de acordo com dois processos distintos:

1. Pela expansão da capa de gás original ou pela injeção de gás no alto estrutural do reservatório. Caso o gás dissolvido na zona de óleo não segregue para a capa, este processo se denominará "segregação sem contrafluxo".
2. Ao caso contrário denominaremos de "segregação com contrafluxo". Este processo requer geralmente rocha com permeabilidade razoavelmente alta ou presença de fraturas verticais.

A queda de pressão deve ocorrer para que se libere gás da zona de óleo na forma de bolhas que, ao se unirem, formam canais com uma comunicação vertical, contínua, através dos quais ocorre o fluxo de gás na direção vertical devido à diferença de densidades com relação ao óleo. Ainda segundo Pirson [30], este fluxo de gás ocorre segundo um potencial bastante baixo.

O fluxo vertical do gás está controlado pelo fluido de menor relação de mobilidade,  $k_o/\mu_o$  ou  $k_g/\mu_g$ , pois volumetricamente em condições de reservatório deve haver a mesma quan-

tidade de gás fluindo verticalmente que óleo fluindo para as partes mais inferiores, dentro da zona de óleo.

Lima [23] mostrou que, sob certas condições, poderá haver a segregação de todo o gás livre liberado ao redor do poço, chamando esta situação de "segregação completa".

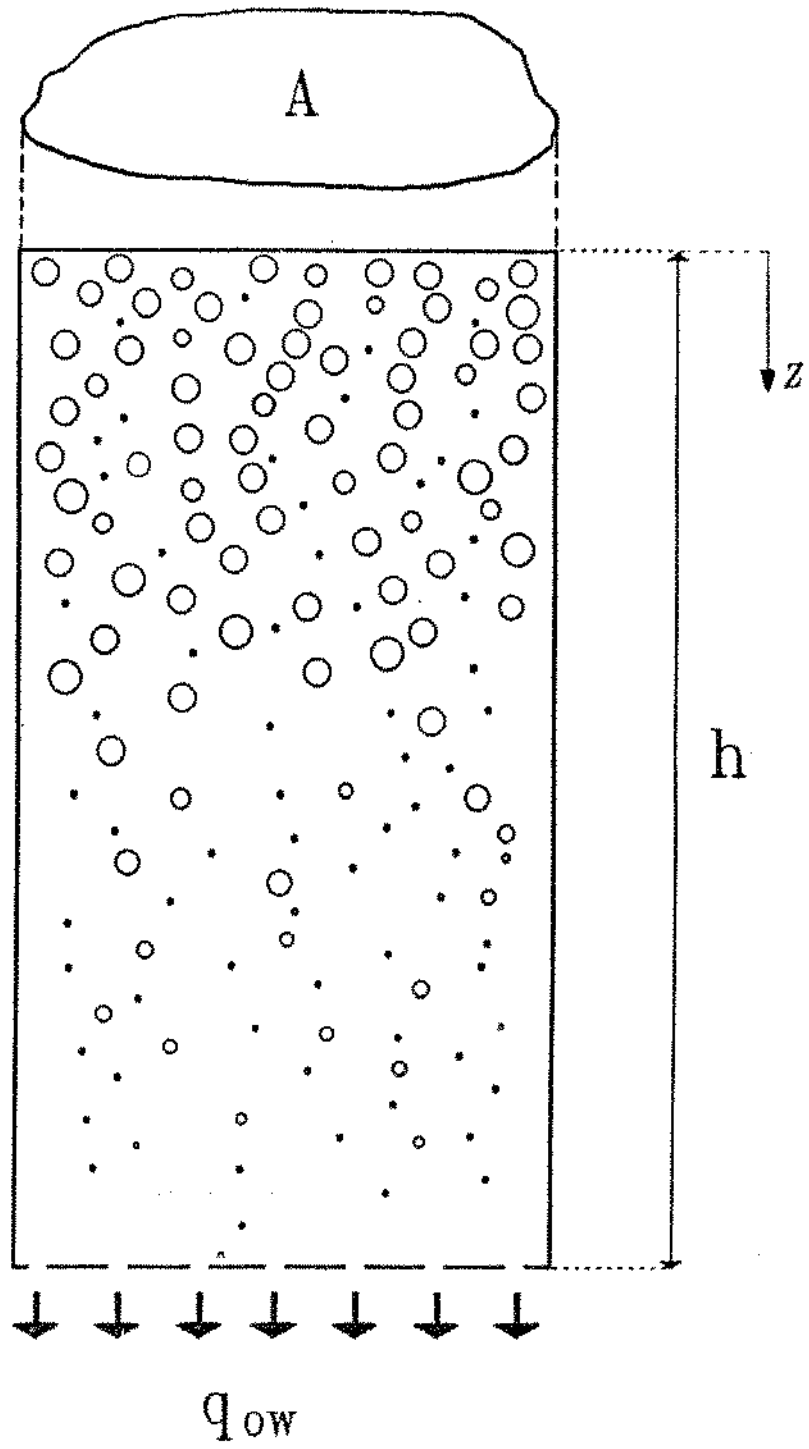


Figura 3.1: Esquema do reservatório estudado por Lima

A representação esquemática da distribuição e movimento de fluidos em um reservatório submetido ao mecanismo de segregação gravitacional com contrafluxo de gás e óleo pode ser vista na figura 3.2.

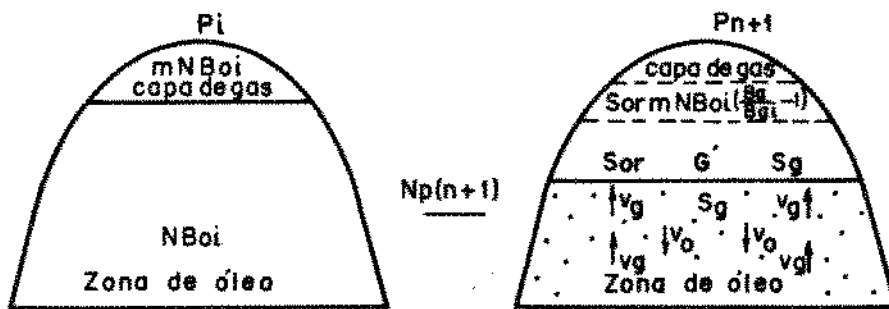


Figura 3.2: Segregação com contrafluxo

## 3.2 Aspectos relativos à modelagem numérica

### 3.2.1 Análise dos parâmetros de simulação numérica.

A escolha dos parâmetros, inerentes à simulação do reservatório, obedeceu primeiramente o respeito ao erro máximo de balanço de materiais, mas ocorreram situações em que esses mesmos ou foram mais rigorosos ou então relaxados, dependendo do objetivo da rodada.

Deve-se levar em consideração que, ao se exercer um controle muito rígido no passo de tempo ou na variação máxima de saturação, estaremos indo de encontro a um aumento dos erros de truncamento. O mesmo poderá ser dito com relação ao grau de implicitude.

Inicialmente nos baseamos nos exemplos de Lima [23] para a definição do conjunto de parâmetros de simulação.

Lima [23], porém, trabalhou com uma geometria unidimensional. Como muitas vezes estávamos executando trabalhos comparativos com outros disponíveis, recorreremos às generalizações impostas nestes mesmos trabalhos, com a finalidade de melhor reproduzir resultados.

De uma maneira geral, tivemos:

$$\Delta t_{max} = 1 - 5 \text{ dias}$$

$$\Delta p_{max} = 1 - 5 \text{ psi}$$

$$\Delta S_{max} = 1 - 5 \%$$

#### - Análise da discretização

A discretização assume especial importância, dependendo do objetivo da rodada do simulador.

Em nosso caso, em que estivemos mais interessados nos valores médios de pressão e saturação, um controle menos rígido na discretização pode ser efetuado. Quando temos que obter dados do reservatório junto à parede do poço, a discretização pode ser decisiva para uma boa análise de  $S_{gw}$ ,  $S_{ow}$ , por exemplo, que são dados fundamentais nos modelos que veremos ao longo do trabalho.

Uma análise das figuras 3.3 e 3.4 mostra que, para os casos em que se deseja trabalhar com valores médios dos dados, uma discretização de 9 nós na direção radial e 10 nós na direção vertical é bastante satisfatória. Deve-se notar que não existiu interesse neste trabalho, na abordagem do comportamento do reservatório após a irrupção do gás da capa no poço. Tem-se ainda que nos gráficos 3.3 e 3.4 a vazão de óleo foi de 1000 bpd, suficiente para a formação de um razoável cone de gás. Nestes casos foi utilizado o Data set Manual do Simbest. Neste caso, dez camadas serão consideradas, sendo a décima (mais inferior) a única aberta ao fluxo.

Outra preocupação, quanto ao nível de discretização do modelo, é com relação às facilidades computacionais disponíveis.

Uma discretização de 50x1x25 certamente levará a resultados plenamente confiáveis, porém a um tempo e custo de computação bem pouco operacionais, já que neste caso foi necessário um tempo de CPU superior a 500 minutos em uma máquina IBM-3090.

#### - Modelo de poço

É de fundamental importância, para as situações de produção com pressão de fluxo constante, o modelo de poço para a geometria radial.

O modelo correto nos levará a resultados coerentes de  $p_{wf}$ , que governarão o cálculo da vazão e vice-versa. Resumidamente temos:

$$PI = \frac{q_o}{\Delta p} = \frac{bbl/d}{psi},$$

$$PI = WI \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o},$$

e para o sistema inglês de unidades,

$$WI = \frac{0,00707kh}{\ln\left(\frac{r_o}{r_w}\right) + S},$$

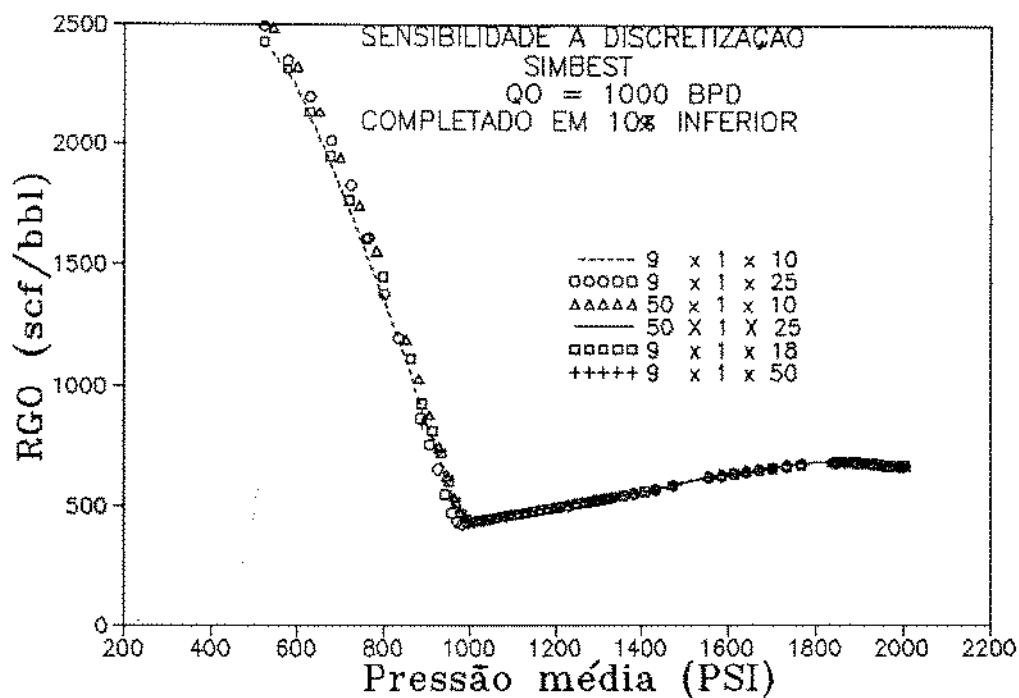


Figura 3.3: Sensibilidade à discretização  $\rightarrow R_{go} \times \bar{p}$

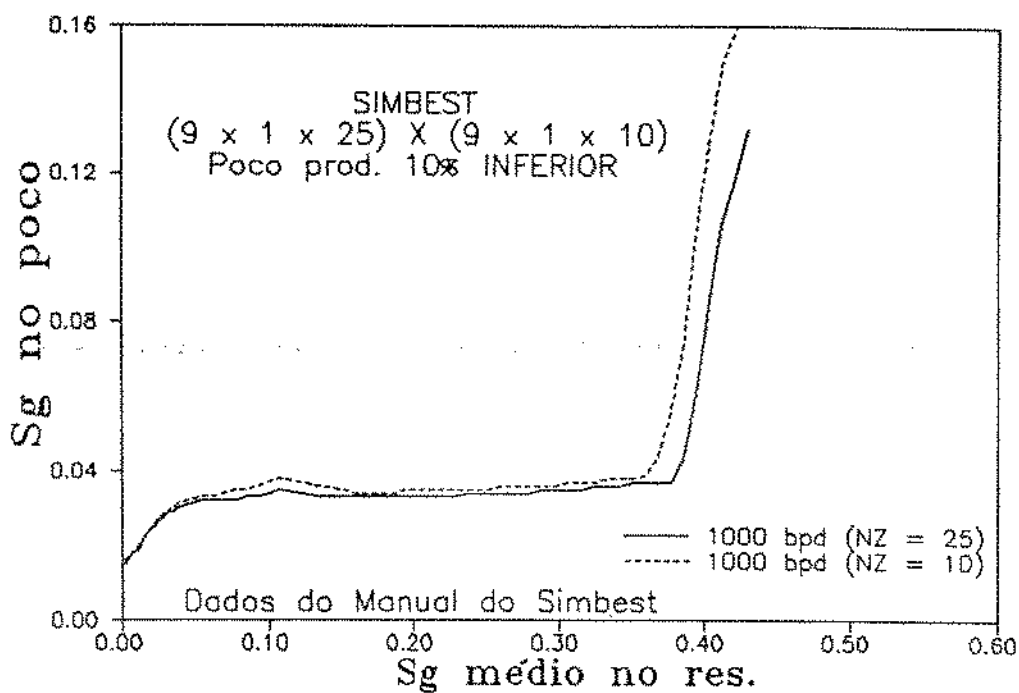


Figura 3.4: Sensibilidade à discretização  $\rightarrow S_{gw} \times \bar{S}_g$

onde

$PI$  = índice de produtividade do poço .

$\Delta p = p_1 - p_{wf}$  (drawdown) .

$WI$  = índice de produtividade em função da geometria.

$r_o$  = raio onde são referidos  $S$  e  $p$  dentro de cada célula.

e  $S$  = fator de película.

No cálculo do correto  $r_o$  é que reside o acerto ou desacerto acerca do  $PI$ .

Segundo o manual do Simbest [37],

$$r_{os} = \frac{r_1 - r_w}{2},$$

onde

$r_1$  = raio da primeira célula.

$r_{os}$  =  $r_o$  do Simbest

Calculando  $r_o$  como a média geométrica,  $r_{oM}$

$$r_{oM} = \frac{r_1 + r_w}{2},$$

e segundo Corrêa [12],  $r_{oC}$

$$r_{oC} = \sqrt{\frac{r_1^2 + r_w^2}{2}}.$$

Para encontrar qual seria a melhor formulação para o valor de  $r_o$ , tivemos que simular um caso de fluxo de um fluido de baixa compressibilidade de propriedades constantes (fluxo monofásico). A seguir confrontamos os resultados da simulação utilizando  $r_{oM}$  e  $r_{oC}$  com o fluxo monofásico bastante conhecido na literatura.

Os resultados estão plotados no gráfico da figura 3.5.

Ao se analisar a figura 3.5, notamos que a formulação proposta pelo manual do Simbest se mostrou inadequada e que a solução do  $r_o$  médio e  $r_o$  apresentada por Corrêa levam a resultados similares com pequena vantagem para este último.

### 3.3 Sensibilidade à vazão de produção e vazão crítica

Lima [23] elaborou extenso estudo sobre segregação gravitacional, onde ele tratou exaustivamente de todos os aspectos relativos a este mecanismo, no caso de geometria unidimensional vertical.

Entre outros objetivos, Lima [23] conseguiu uma expressão analítica para a determinação da vazão máxima de líquido para que ocorresse a segregação completa, ou seja, todo o gás livre segregasse para a capa de gás. Essa vazão máxima é a vazão crítica.



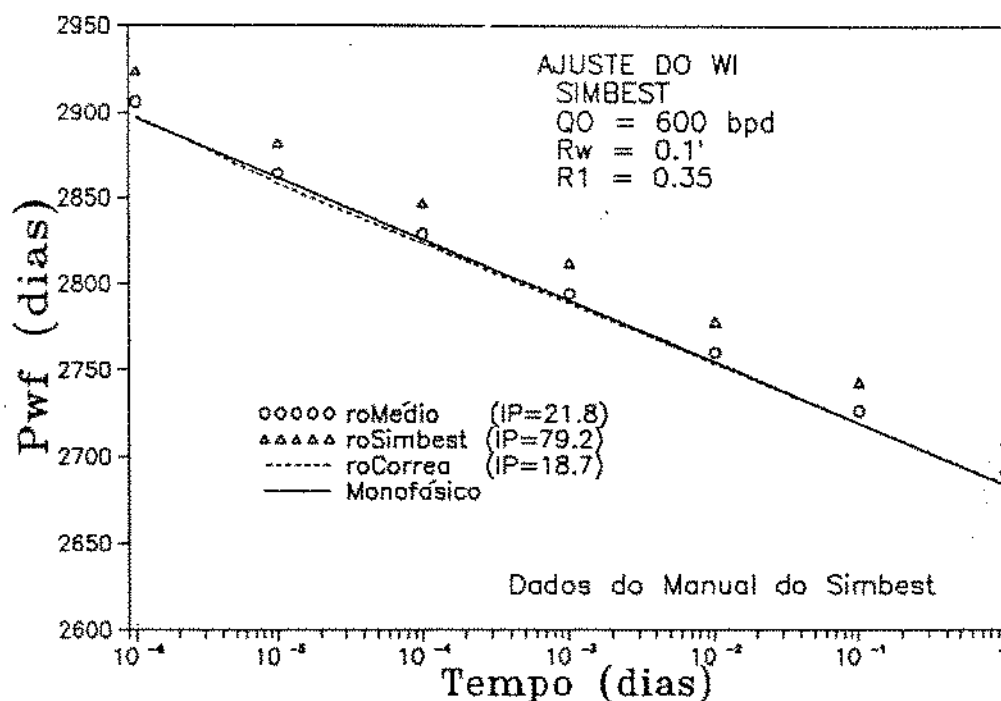


Figura 3.5: Análise comparativa do modelo de poço.

No nosso caso, geometria radial bidimensional com poço parcialmente penetrado, não existe solução analítica disponível. Desta maneira, a análise da vazão crítica para a ocorrência da segregação completa teria que se dar de uma maneira empírica.

Para tal, foram feitas várias rodadas com vazões diferentes dentro de um mesmo conjunto de dados de reservatório.

Uma maneira de se observar a ocorrência de segregação completa é a observação do comportamento da *RGO* ao longo do tempo ou da pressão média, até a irrupção do gás no poço ( $RGO > 3000 \text{ scf/bbl}$ ).

Na figura 3.6 pode ser visto o comportamento da *RGO* ao longo da pressão média e observar-se que no reservatório apresentado provavelmente as curvas de vazão menores que 200 *bpd* estão muito próximas da curva que define a segregação completa. Porém, pode-se notar que mesmo próximo à curva de segregação completa, o aumento da vazão faz com que se tenha uma irrupção precoce de gás da capa do poço.

De uma maneira prática, para fins de observação do comportamento do reservatório, os valores de vazão crítica foram plotados contra tempo e  $N_p$  (produção acumulada), e estão disponíveis nas figuras 3.8 e 3.9 respectivamente.

Estas análises com relação à vazão crítica são de extrema importância, já que ao longo do trabalho a maioria das hipóteses adotadas contempla a situação de segregação completa ou próxima dela.

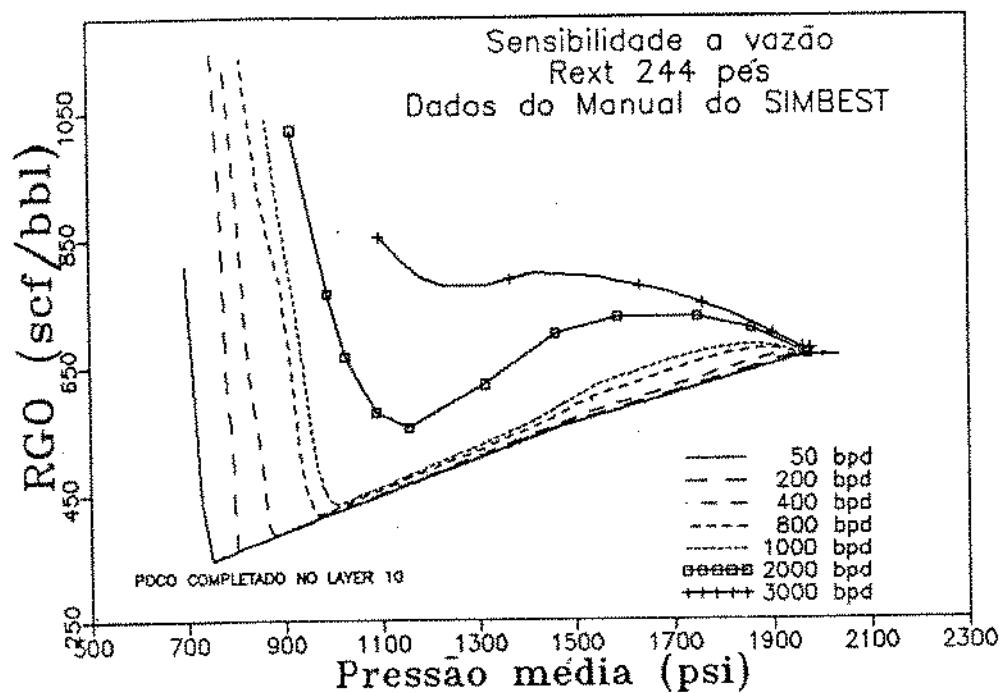


Figura 3.6: Sensibilidade à vazão -  $RGO \times \bar{p}$

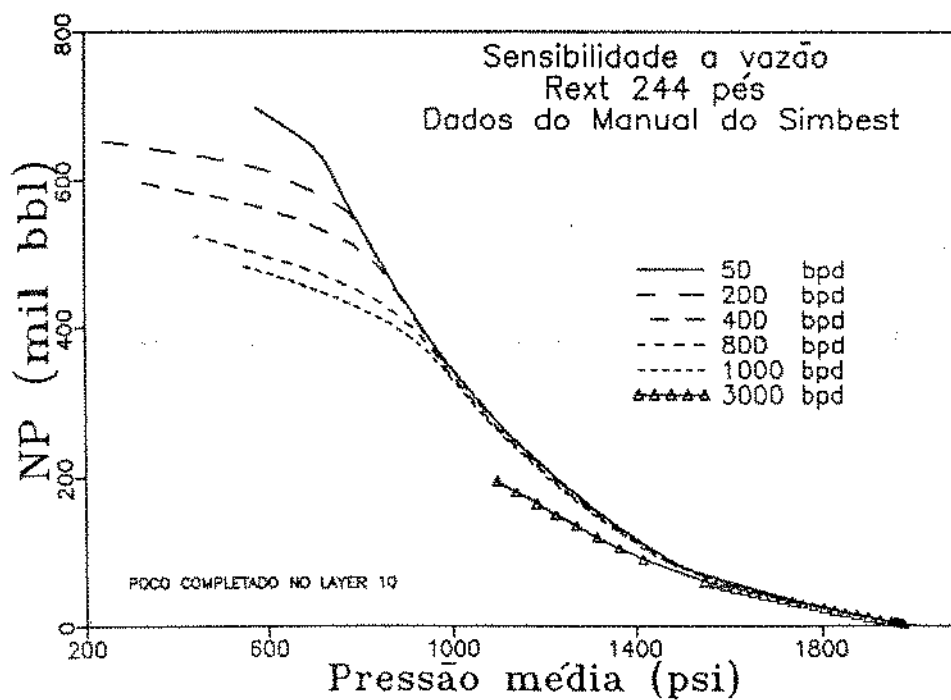


Figura 3.7: Sensibilidade à vazão -  $N_p \times \bar{p}$



### 3.4 Efeito do raio do poço aparente

No item anterior foi mostrado a influência da vazão de produção no comportamento da RGO de produção para a situação de segregação gravitacional. Resumidamente tem-se que, baixas vazões são necessárias para que se consiga o comportamento denominado por Lima [23] de segregação completa.

Isto significa que, junto ao poço ou fonte temos que ter baixos gradientes de pressão para que o gás livre possa segregar, devido à diferença de densidade com relação ao óleo, e não ser produzido. Ou seja, as forças viscosas devem ser menores que as forças gravitacionais.

Uma maneira de diminuir esses gradientes de pressão junto à parede do poço seria aumentar o raio efetivo do poço, através de uma estimulação do reservatório, por exemplo.

Teríamos assim, o raio aparente do poço,  $r_{wa}$ , onde

$$r_{wa} = r_w e^{-S}, \quad (3.1)$$

e  $S$  = fator de película, que para o caso de reservatório estimulado assume valores negativos ( $S < 0$ ).

Para o caso de um reservatório com  $r_e = 244$  pés (raio externo com dimensões reduzidas) foram rodados casos com estimulações, atingindo proporções similares de uma estimulação real.

Com a finalidade de acentuar ainda mais os efeitos do raio aparente, a vazão adotada foi de 4000 *bpd* e a permeabilidade original e em todo o reservatório de  $400\text{md}(k_r = k_z)$ .

Na figura 3.10 estão plotados os seguintes casos:

- a) sem alteração no raio do poço.
- b) com  $k_r$  10 vezes maior até  $r = 3,23$  pés.
- c) com  $k_r$  10 vezes maior até  $r = 119$  pés.
- d) com  $k_r$  10 vezes maior até  $r = r_e$  (244 pés).

Analisando a figura 3.10 vemos que não há alteração significativa no comportamento da RGO, o que induz à conclusão de que a alteração produzida nos gradientes de pressão não foram suficientes para alterar a forma do cone de gás, a não ser no caso em que toda a base do reservatório foi estimulada. Este último caso, infelizmente, não corresponde à realidade operacional.

### 3.5 Comportamento do grupo $q/k$

Para a geometria unidimensional vertical, Lima [23] desenvolveu soluções analíticas e semi-analíticas que praticamente esgotaram a análise do comportamento de reservatórios submetidos à segregação gravitacional nessa configuração.

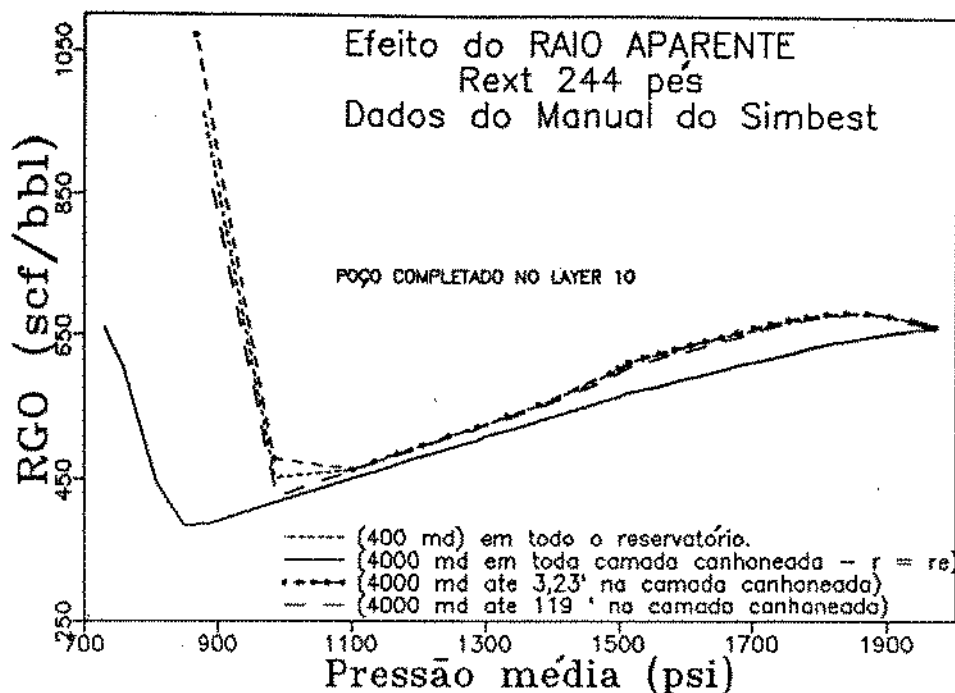


Figura 3.10: Efeito do raio aparente -  $R_{go} \times \bar{p}$

Durante o trabalho, por ele desenvolvido, foi utilizado o grupo  $q_{ow}/kA$  em todas as análises e casos rodados. Para o fluxo linear esta foi uma decisão que trouxe bastante benefício ao longo do trabalho. Um gráfico similar ao da figura 3.6 foi por ele desenvolvido, e está mostrado na figura 3.11.

Para a geometria ora em análise, reservatório radial parcialmente aberto do fluxo e bidimensional, este critério fica bem complexo devido a introdução de uma nova dimensão. ( $r$  e  $z$ )

A única relação confiável que obtivemos diz respeito ao grupo  $\frac{q_g}{k}$ , sendo que estes resultados estão disponíveis na figura 3.12, onde estão plotados rodadas para  $\frac{q_g}{k} = 10 \left( \frac{bpd}{md} \right)$ .

### 3.6 Comportamento da saturação de gás (poço x reservatório)

Uma característica do comportamento de reservatórios de gás em solução, sob o mecanismo de segregação gravitacional, é o contínuo decréscimo da  $RG0$  de produção ao longo da depleção.

Quando da segregação completa, alguns aspectos particulares se destacam:

1. Contínua queda da  $RG0$ .
2. A saturação de gás na parede do poço permanece constante e próxima da saturação crítica.
3. A chegada da capa de gás no poço se faz de forma abrupta tal como um pistão.

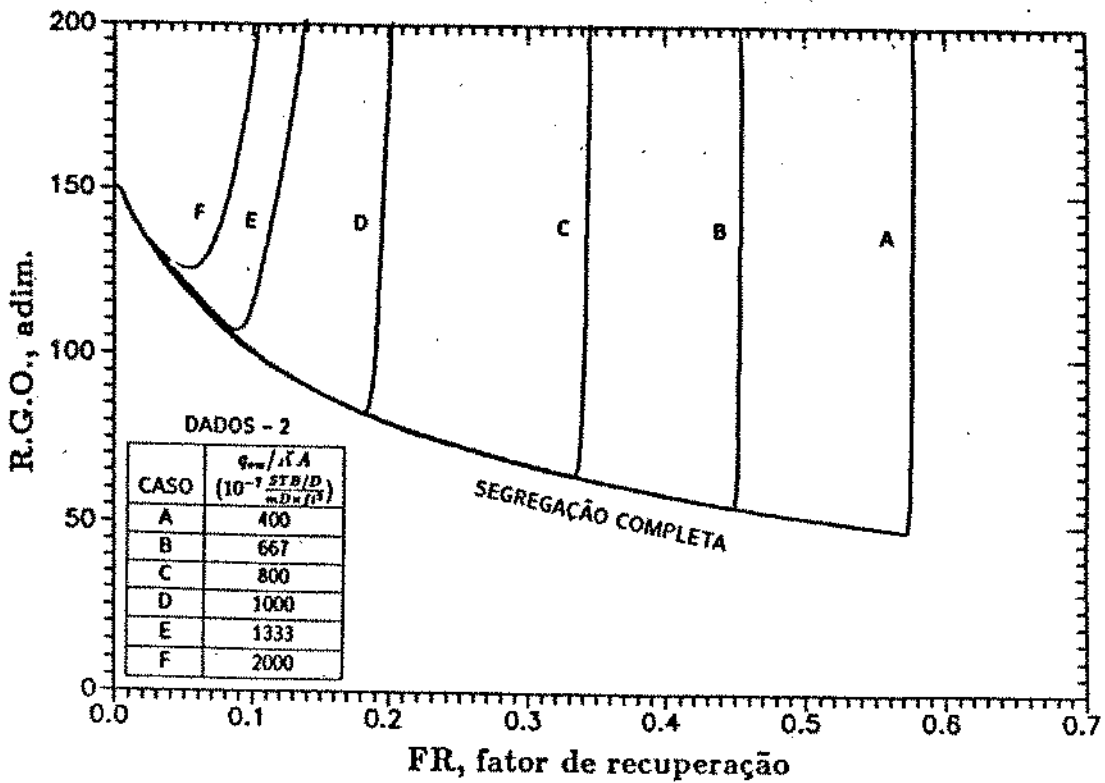


Figura 3.11: Grupo  $q_{ow}/KA$ . Caso linear  $RGO \times FR$  Lima

Estas características estão disponíveis na figura 3.13 com o gráfico de  $\bar{S}_g \times S_{gw}$ , para o caso do poço produzindo da camada mais inferior (10% aberto ao fluxo).

### 3.7 Influência da espessura aberta ao fluxo

Para uma mesma vazão, o valor de  $p_{wf}$  será proporcional à área aberta ao fluxo, caso todos os parâmetros do reservatório sejam mantidos constantes.

No gráfico de  $N_p \times (\bar{p} - p_{wf}(t))$  mostrado na figura 3.14 foram apresentadas várias rodadas para a vazão de 50 bpd, variando a espessura aberta ao fluxo.

Na figura 3.15 temos o mesmo procedimento, porém para a vazão de 100 bpd.

Esta análise é particularmente útil para se observar o comportamento da pressão de fluxo, ou seja, embora ao melhor fator de penetração, estará associado também a menor  $p_{wf}$ .

Uma conclusão que se tira da observação das figuras 3.14 e 3.15 é que no início da vida produtiva de um reservatório de gás em solução, que uma política de canhoneio pode ser estabelecida de modo a se obter uma máxima recuperação, acoplada a uma solução operacional satisfatória, ou seja, um valor de  $p_{wf}$  mais alto. Uma possível sugestão seria que quando do início da vida produtiva do poço, uma maior extensão canhoneada seria indicada, pois assim a pressão de fluxo alcançaria valores mais elevados, o que é indicado para as facilidades de escoamento dos fluidos produzidos. A observação do comportamento da RGO de produção poderia indicar

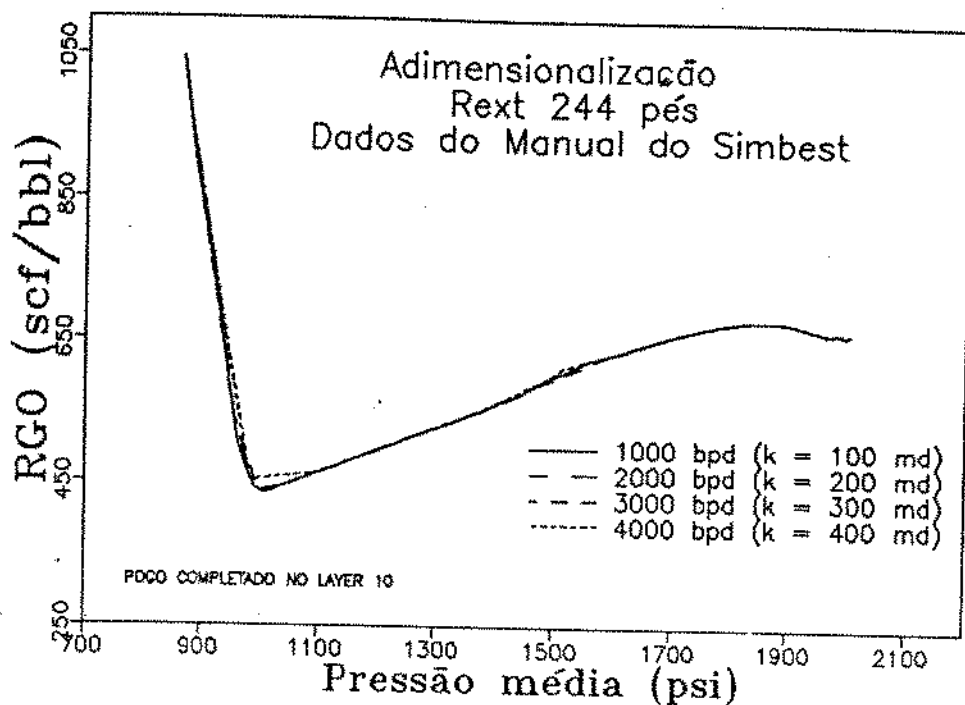


Figura 3.12: Grupo  $q_o/K$ . Caso bidimensional  $RGO$  versus  $p$

o momento oportuno para uma restrição do canhoneio, com o intuito de impedir a produção de gás livre que teria segregado para a parte alta do reservatório.

Na figura 3.16 a observação da evolução da saturação de gás no poço está plotada para diversos azimutes de canhoneio. A espessura aberta ao fluxo é sempre 10 % da altura total e a vazão constante de 500 bpd (acima da segregação completa). Os casos apresentados são canhoneios das camadas 1,3,6,8 e camada 10 separadamente.

Na figura 3.17 estão plotados estes mesmos casos só que  $N_p \times \bar{p}$ .

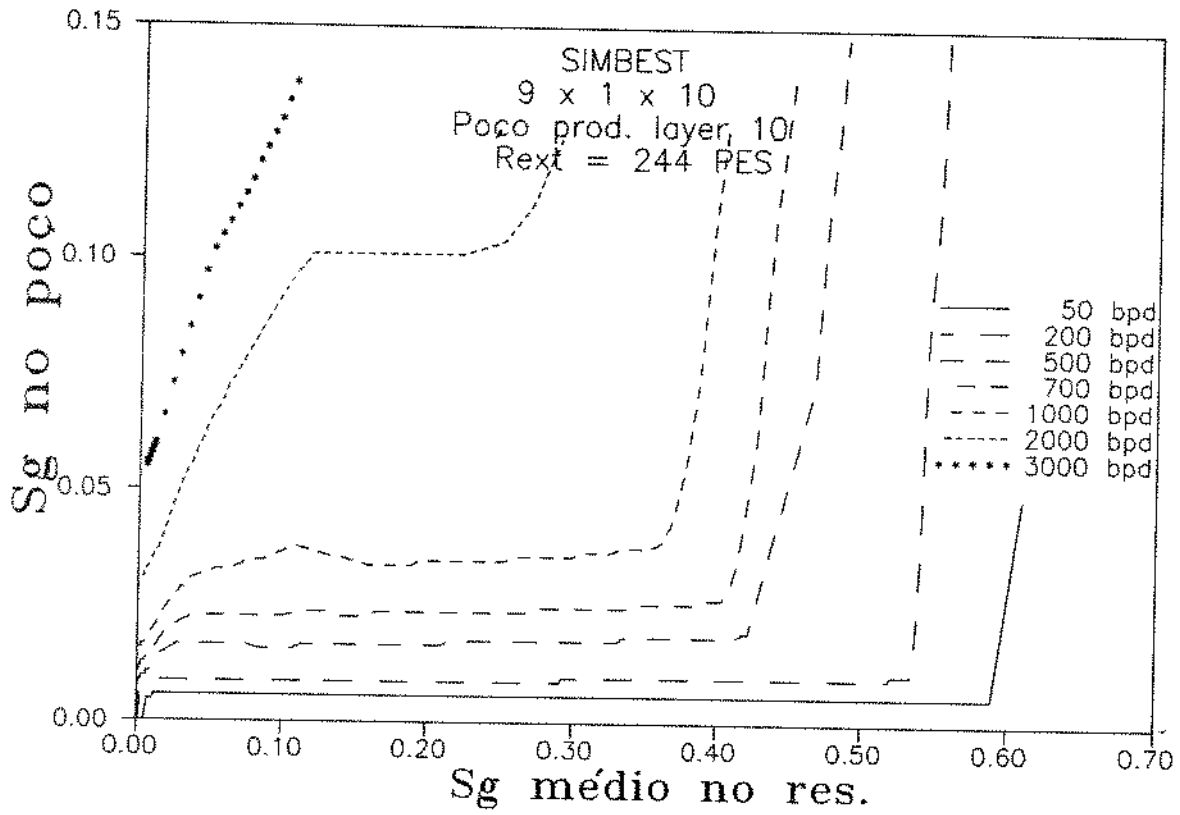


Figura 3.13: Comportamento da saturação de gás ( poço x reservatório ) ( $\bar{S}_g \times S_{gw}$ )



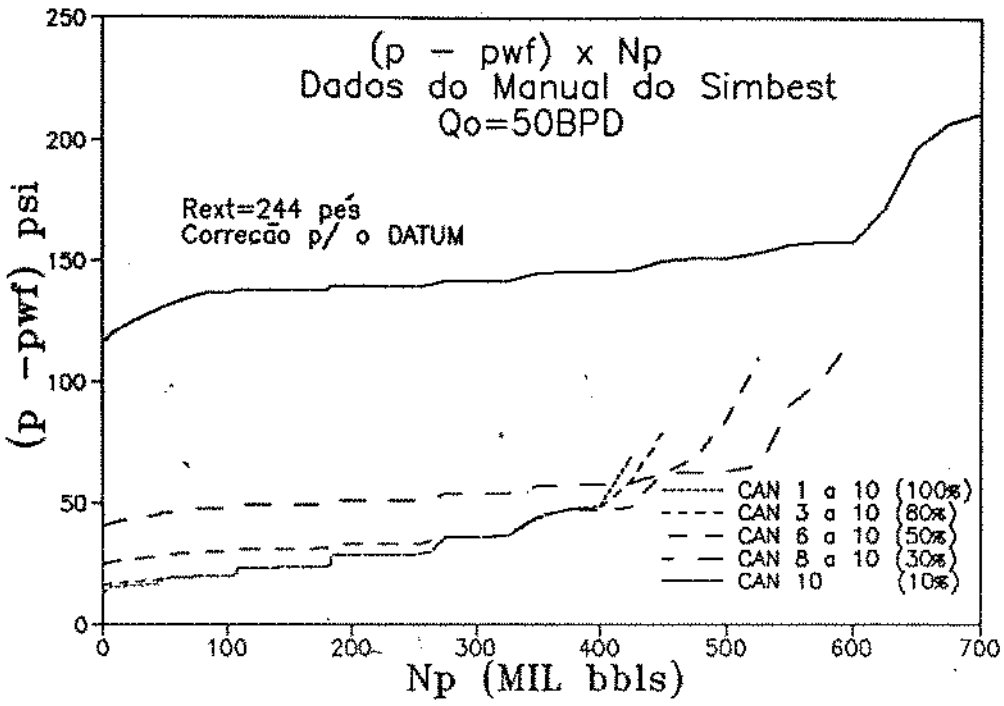


Figura 3.14: Espessura aberta ao fluxo  $\rightarrow (\bar{p} - p_{wf}(t)) - 50 \text{ bpd}$

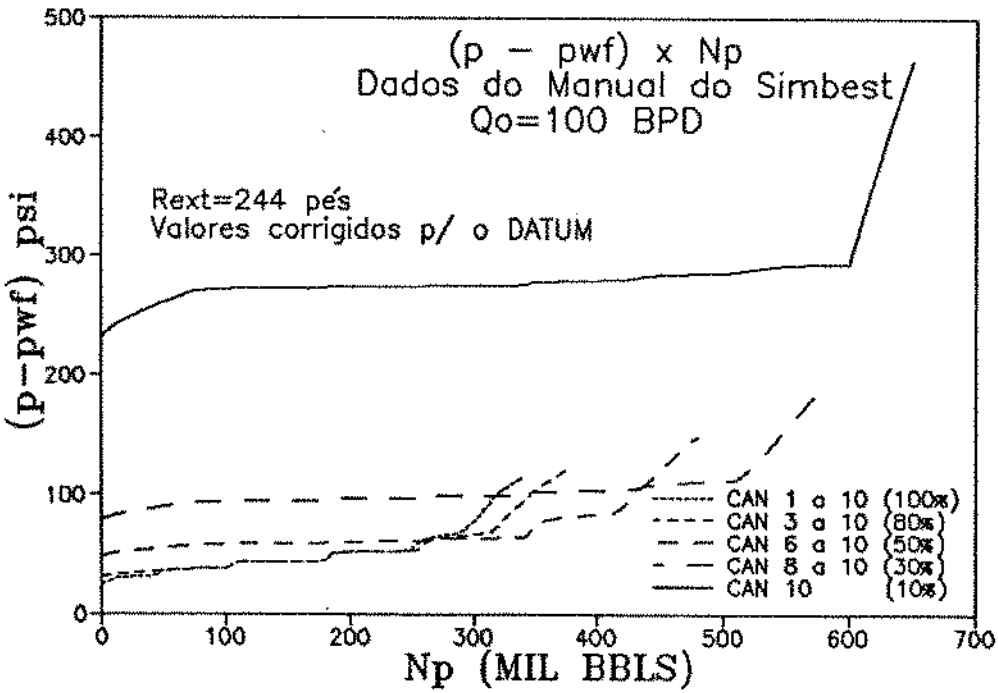


Figura 3.15: Espessura aberta ao fluxo  $\rightarrow (\bar{p} - p_{wf}(t)) - 100 \text{ bpd}$

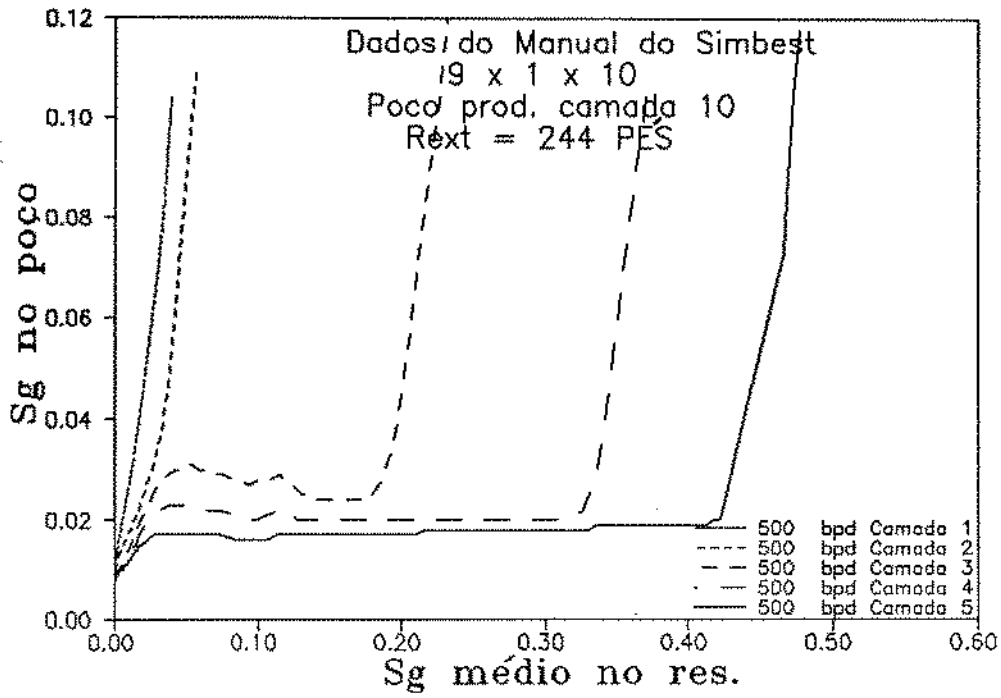


Figura 3.16: Azimute de canhoneio ( $S_{wg} \times \bar{S}_g$ )

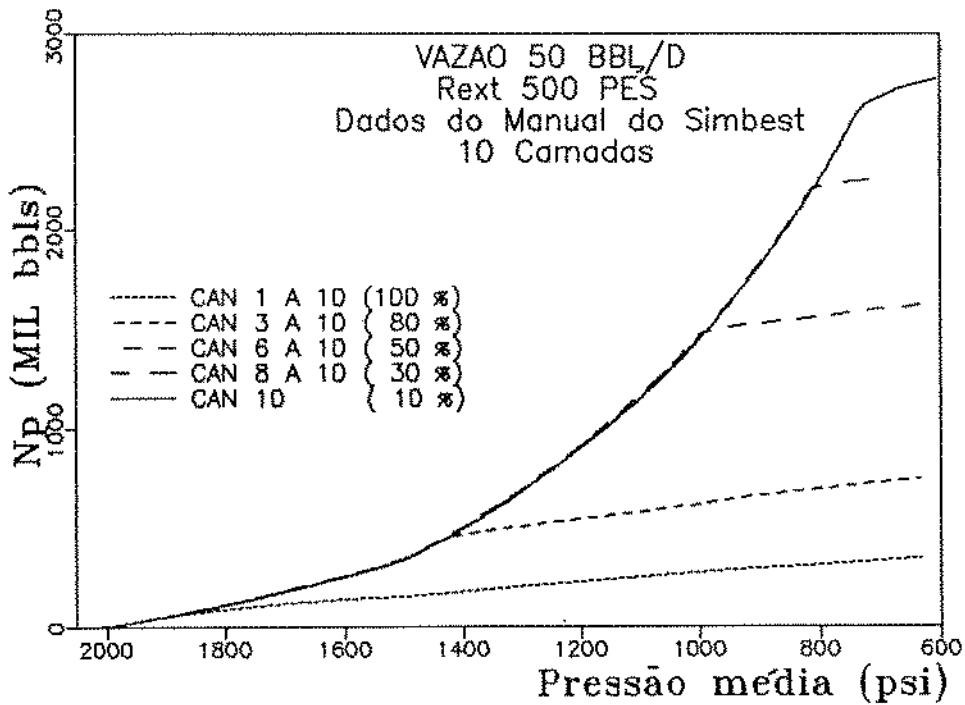


Figura 3.17: Espessura aberta ao fluxo  $\rightarrow (N_p \times \bar{p})$

## 4 EQUAÇÃO DE BALANÇO DE MATERIAIS - FLUXO MULTIFÁSICO E PSEUDO FUNÇÃO

Neste capítulo mostraremos as equações de balanço de materiais utilizadas para reservatório de gás em solução, e reservatório de gás em solução submetido à segregação gravitacional. As formulações presentes neste capítulo serão aqui mostradas de forma condensada, sendo que nos respectivos apêndices poderão ser encontradas todas as etapas nas deduções das mesmas. O mesmo procedimento é válido para as pseudo-funções pseudo-pressão e pseudo-tempo.

### 4.1 Equação de Balanço de Materiais, EBM, para fluxo multifásico

#### 4.1.1 Gás em solução

Martin [25] deduziu uma expressão para reservatórios de gás em solução que relaciona  $p$  e  $S_o$ , e que é similar àquela desenvolvida por Muskat para  $\bar{p}$  e  $\bar{S}_o$

A expressão de Martin [25] é da forma:

$$\frac{dS_o}{dp} = \frac{\lambda_o}{\lambda_t} C_t + \frac{S_o}{B_o} \frac{dB_o}{dp}, \quad (4.1)$$

que é válida para qualquer ponto do reservatório, desde que os gradientes de pressão e saturação sejam pequenos. (Dedução completa no apêndice D).

A validação da equação 4.1 foi feita com o auxílio de um simulador comercial, SIMBEST [37], e está disponível na figura 4.1 para o caso específico de pressão média.

#### 4.1.2 Segregação gravitacional

Lima [23] desenvolveu uma equação de balanço de materiais, para o caso de um reservatório de gás em solução submetido ao mecanismo de segregação gravitacional completa, que ele chamou de "*Muskat abreviado*", que tem a forma de:

$$\frac{d\bar{S}_o}{d\bar{p}} = \bar{C}_t + \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{p}}, \quad (4.2)$$

onde

$\bar{C}_t$  está definido na equação B.15

O desenvolvimento completo desta equação, bem como as hipóteses adotadas, está disponível no apêndice B.

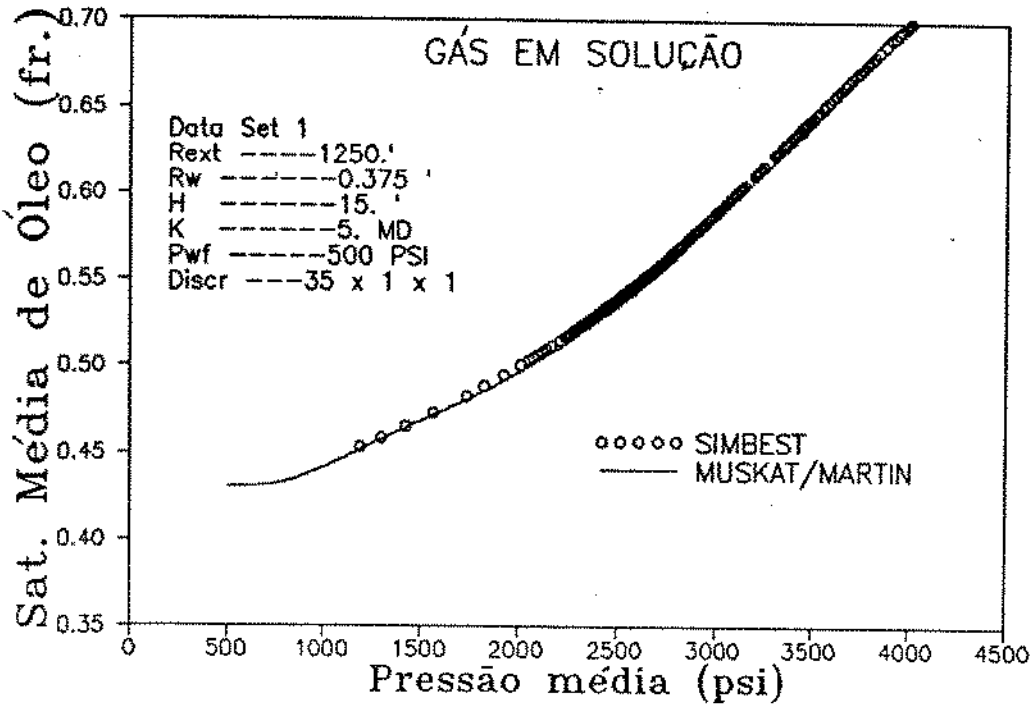


Figura 4.1: Validação EBM de Muskat / Martin

A validação da equação 4.2 foi feita através da simulação numérica e mostrou-se extremamente eficaz, como pode ser observado na figura 4.2.

#### 4.1.3 Equação de balanço de materiais por Serra

A equação de balanço de materiais para o fluxo monofásico de um fluido de pequena compressibilidade e viscosidade constante é dada por:

$$\overline{pD} = 2\pi t_{DA}, \quad (4.3)$$

onde  $\overline{pD}$  é a queda de pressão média adimensional definida no sistema inglês de unidades como:

$$\overline{pD} = \frac{kh(p_i - \overline{p})}{141,2qB\mu} \quad (4.4)$$

e

$$t_{DA} = \frac{0.006328k\lambda_{ti}t}{\phi C_{ti}} \quad (4.5)$$

Os componentes das equações 4.4 e 4.5 estão definidos no apêndice C.

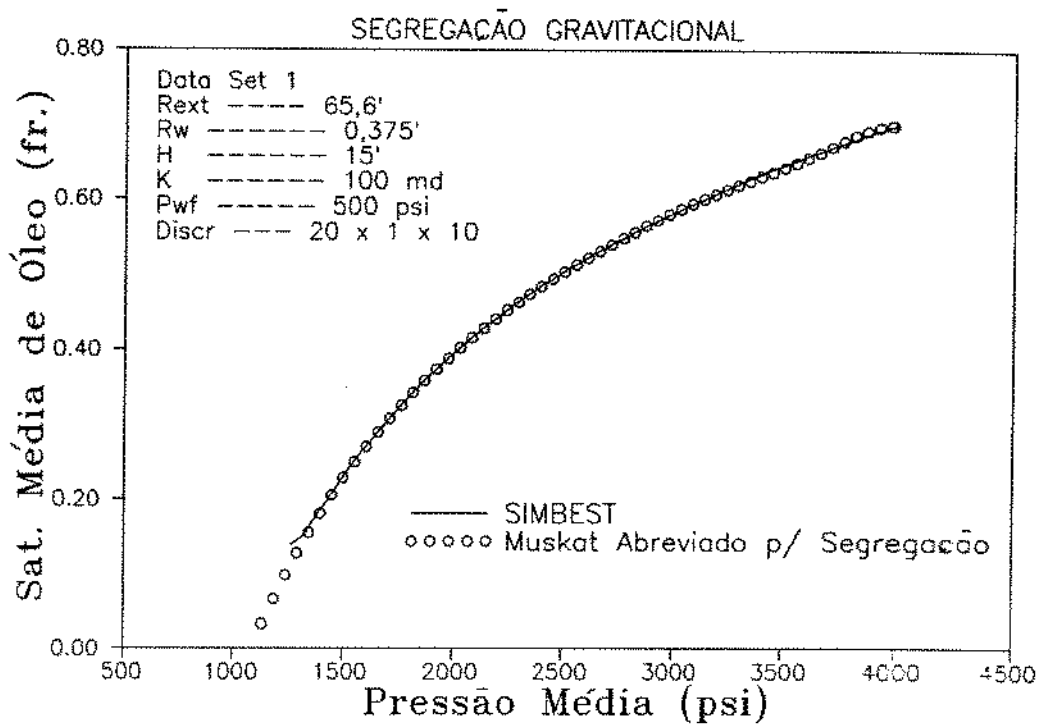


Figura 4.2: Validação da EBM de Lima

Serra obteve um fator , $DESV$ , que é um desvio para o fluxo multifásico (mecanismo de gás em solução ) com relação ao balanço de materiais do fluxo monofásico (líquido de baixa compressibilidade).

$$DESV = \frac{1}{t_{DA}} \int_0^{t_{DA}} \left( \frac{\lambda_t}{c_t} \right)_D dt_{DA}, \quad (4.6)$$

com  $t_{DA}$  ,  $(\lambda_t/c_t)_D$  definidos no apêndice C.

Serra definiu uma pseudo-pressão do tipo:

$$\bar{m}_D = \frac{kh}{141.2q_o} \int_{\bar{p}}^{p_i} \left[ \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right]_{\bar{p}} dp. \quad (4.7)$$

Após alguns rearranjos, ele chegou à expressão

$$\bar{m}_D = 2\pi t_{DA} DESV \quad (4.8)$$

onde  $2\pi t_{DA}$  é a EBM para o fluxo monofásico, definida na equação 4.3.

A validação da formulação de Serra [23] pode ser observada na figura 4.3

Nesta figura, deve-se observar o plot de  $\bar{m}_{DGS}$  versus  $2\pi t_{DA} DESV$ , (curva 1000 bpd G.S.).  $\bar{m}_{DGS}$  é o  $\bar{m}_D$  para o gás em solução (não inclui os efeitos gravitacionais) dado pela equação 4.7.

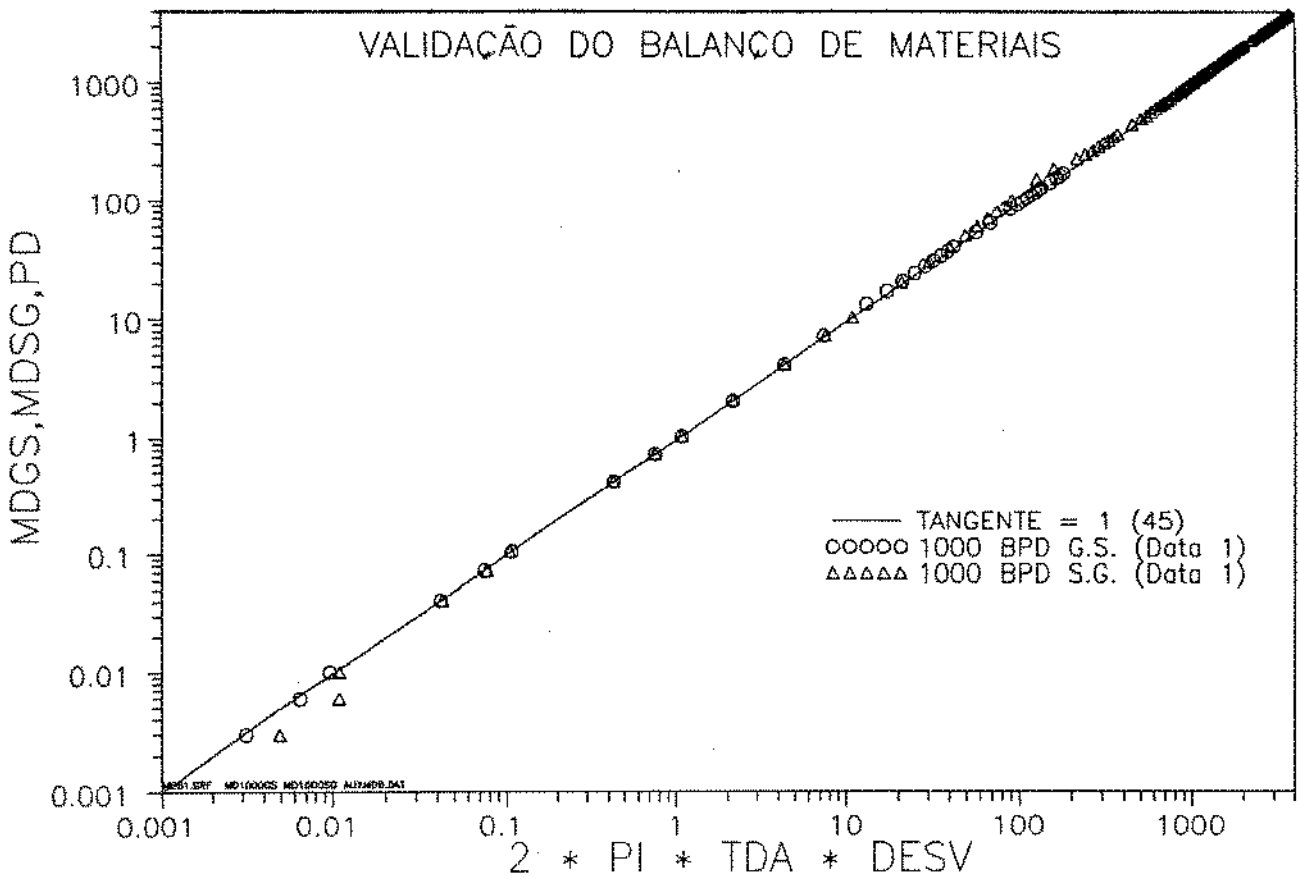


Figura 4.3: Validação da EBM de Serra.

## 4.2 Definição das pseudo-funções e fator de desvio, DESV, para reservatório de gás em solução

### 4.2.1 $\bar{m}_D$ e DESV

Serra [35] definiu as pseudo-funções  $\bar{m}_D$ , e o fator de desvio da solução do fluxo multifásico para o fluxo monofásico, DESV.

$$\bar{m}_D = \frac{kh}{141.2q_{or}} \int_{\bar{p}}^{p_i} \left[ \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right]_{\bar{p}} dp, \quad (4.9)$$

onde  $\bar{m}_D$  é a pseudo-pressão média adimensional, e  $q_{or}$  é qualquer vazão de referência, por exemplo  $q_o$  vazão na superfície.

$\bar{m}_D$  pode ser escrita como,

$$\bar{m}_D = 2\pi t_{DA} DESV, \quad (4.10)$$

que como vimos anteriormente, é uma EBM para um reservatório de gás em solução que é similar àquelas desenvolvidas por Camacho [9] e também por Chen e Poston [10].

DESV, o fator de desvio para vazão constante é:

$$DES\bar{V} = \frac{1}{t_{DA}} \left[ \int_0^{t_{DA}} \left( \frac{\lambda_t}{c_t} \right)_D dt_{DA} \right], \quad (4.11)$$

onde

$$\left( \frac{\lambda_t}{c_t} \right)_D = \left[ \frac{\lambda_t/c_t}{\lambda_{t_i}/c_{t_i}} \right]_{\bar{p}} \quad (4.12)$$

Como foi dito no ítem anterior,  $DES\bar{V}$  é o desvio da EBM de um reservatório de gás em solução para a EBM de um reservatório de fluido de baixa compressibilidade onde  $\bar{m}_D = 2\pi t_{DA}$  e  $DES\bar{V} = 1$ . Assim pode ser dito que a EBM de um líquido de baixa compressibilidade é um caso particular da EBM para um reservatório de gás em solução - Equação 4.10.

Nas figuras apresentadas a seguir,  $\bar{m}_D$  é calculado segundo a equação 4.9 e  $DES\bar{V}$  segundo a equação 4.11.

Na figura 4.3 já foi mostrada a validação de  $\bar{m}_D$  versus  $2\pi t_{DA}DES\bar{V}$ , ou seja, equação 4.9 versus equação 4.10, com dados do data set 1.

Na figura 4.4 temos a validação de  $\bar{m}_D$  versus  $2\pi t_{DA}DES\bar{V}$ , e ainda o comportamento de  $DES\bar{V}$  para dados do Data set 2.

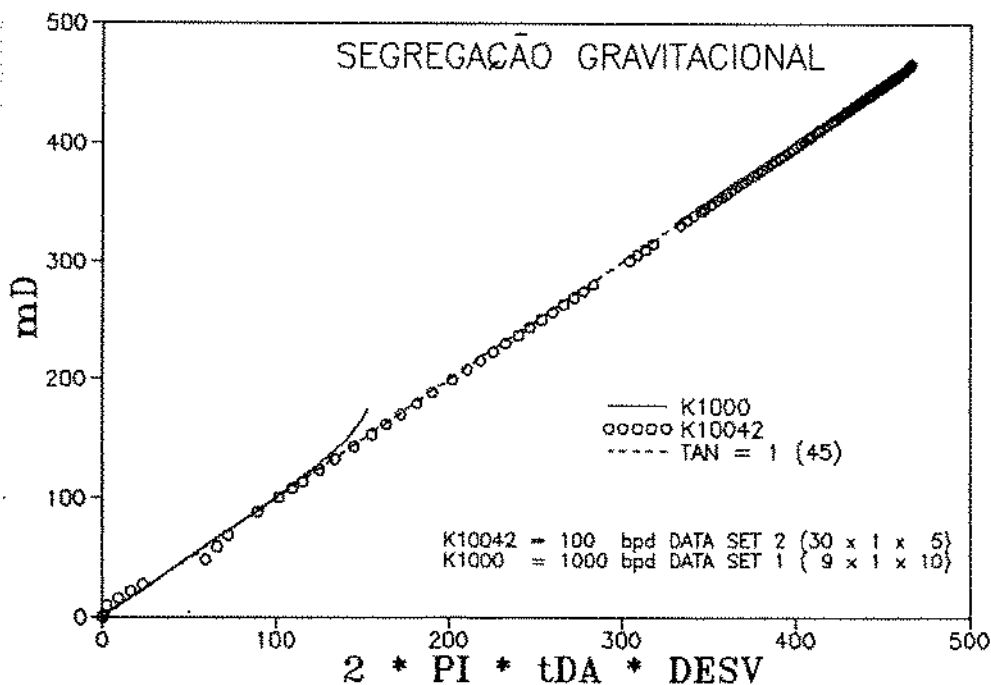


Figura 4.4: Validação de  $\bar{m}_D$ . Data set 1 e 2

A descrição completa dos dados de rocha e fluidos para os Data set 1 e Data set 2 está disponível no apêndice A.

A repetição da validação para os Data set 1 e Data set 2 foi proposital para mostrar que as aproximações são boas, independente do PVT ou curvas de permeabilidade relativa usadas, já que esses dois conjuntos de dados são bastante diversos entre si.

Um fato, que merece ser notado, é que como foi utilizado um simulador comercial que trabalha somente com os pontos médios das células, a inicialização das pressões médias e de saturação inicial ficou prejudicada. Nestes casos apresentados, a pressão inicial ficou levemente acima da pressão de bolha, e isto pode ser notado no comportamento de  $DESV$  que fica um longo período com valor próximo de 1 (ver figura 4.5), que é a solução do fluxo monofásico.

A dedução das equações e hipóteses que aparecem ao longo do item 4.2.1 se encontram no apêndice C.

### 4.3 Definição das pseudo-funções e fator de desvio, $DESV$ , para segregação gravitacional

#### 4.3.1 $\bar{m}_{D1}$ e $DESV_1$

A função pseudo-pressão  $\bar{m}_D$  será a mesma adotada para o caso de gás em solução, ou seja,

$$\bar{m}_{D1} = \frac{kh}{141.2q_o} \int_{\bar{p}}^{p_i} \left[ \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right]_{\bar{p}} d\bar{p}, \quad (4.13)$$

onde  $\bar{m}_D$  é a pseudo-pressão média adimensional.

Seguindo as mesmas etapas de Serra [35] no apêndice C, vamos reescrever  $DESV$  para o caso de segregação gravitacional completa.

Partindo da equação C.5 do apêndice C,

$$5.615q_o(t) = -V_p \frac{d}{d\bar{p}} \left( \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \right) \frac{d\bar{p}}{dt}, \quad (4.14)$$

e usando a EBM para segregação gravitacional completa definida por Lima [23],

$$\frac{d\bar{S}_o}{d\bar{p}} = \bar{C}_t + \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{p}}, \quad (4.15)$$

vamos chegar após vários rearranjos algébricos que:

$$\bar{m}_{D1} = 2\pi t_{DA} \left[ \frac{1}{t_{DA}} \int_o^{t_{DA}} \left( \frac{\lambda_o}{\bar{C}_t} \right)_D dt_{DA} \right], \quad (4.16)$$

ou

$$\bar{m}_{D1} = 2\pi t_{DA} DESV_1 \quad (4.17)$$



com

$$DESV_1 = \frac{1}{t_{DA}} \int_0^{t_{DA}} \left( \frac{\lambda_o}{C_t} \right)_D dt_{DA}, \quad (4.18)$$

onde  $t_{DA}$  é o mesmo anteriormente definido, e

$$\left( \frac{\lambda_o}{C_t} \right)_D = \frac{(\lambda_o/C_t)_f}{(\lambda_o/C_t)_i} \quad (4.19)$$

Note que a equação 4.18, segregação gravitacional, é bastante similar à equação 4.11, gás em solução, sendo que a única diferença é a substituição de  $\lambda_t$  por  $\lambda_o$ .

Isto é até intuitivo, bastando observar a EBM de Martin [25] utilizada por Serra [35] e a EBM de Lima [23] onde  $\lambda_t = \lambda_o$ .

Novamente vale o raciocínio do item anterior e  $DESV_1$ , no caso da segregação gravitacional, é o desvio da EBM para este caso com relação à EBM do líquido de baixa compressibilidade (fluxo monofásico).

Na figura 4.3 temos a validação da equação 4.17 onde está plotado para dados do Data set 1  $\bar{m}_{D1}$  versus  $2\pi t_{DA} DESV_1$ .

Já na figura 4.5 além da mesma validação da figura 4.3, temos também o comportamento de  $DESV_1$  para o caso de segregação gravitacional.

#### 4.4 Pseudo-pressão adimensional para o poço, $m_{wD}$

Em alguns dos itens anteriores, temos feito sempre analogia dos resultados obtidos para as formulações multifásicas, com os respectivos da formulação monofásica (líquido de pequena compressibilidade) à pressão média. Mantendo este procedimento no poço temos que, para o fluxo monofásico produzido à vazão constante, a pressão adimensional no poço é dada por

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + 1/2 \ln(4A/e^\gamma C_A r_w^2) + S \quad (4.20)$$

que é a bastante conhecida equação da queda de pressão adimensional para fluxo de líquido de baixa compressibilidade e viscosidade constante onde,

$p_{wD}$  = pressão adimensional no poço.

$t_{DA}$  = tempo adimensionalizado pela área do reservatório.

$\gamma = 0.57722$  (constante de Euler).

$C_A$  = fator de forma de Dietz.

Serra [35] fazendo uma analogia do fluxo multifásico em reservatório de gás em solução fluxo de líquido de baixa compressibilidade, escreveu:

$$m_{wD} = \bar{m}_D + 1/2 \ln(4A/e^\gamma C_A r_w^2) + S \quad (4.21)$$

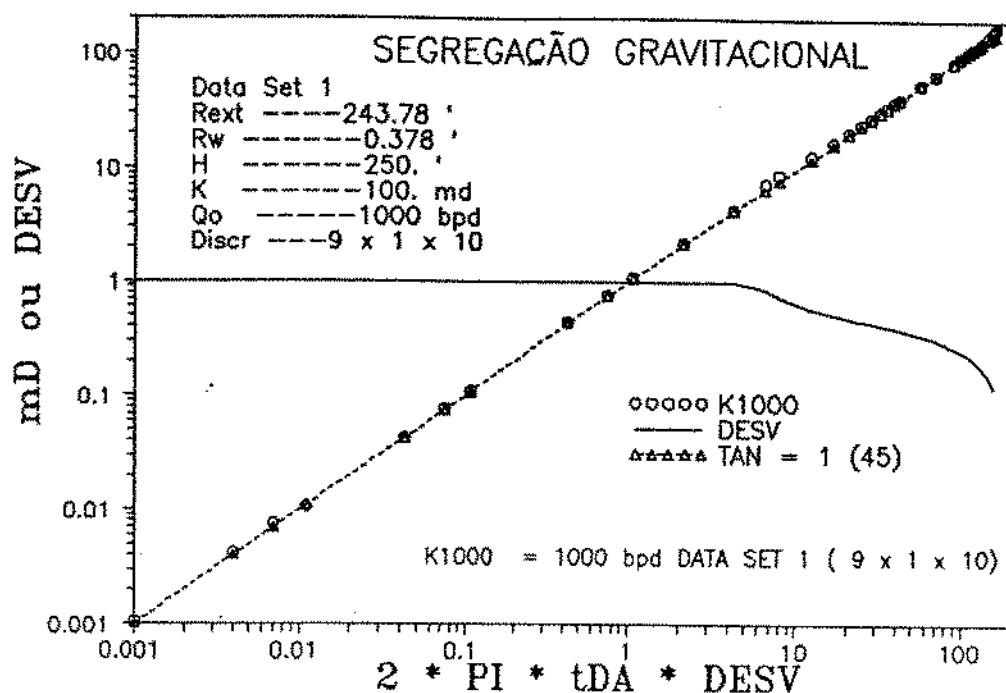


Figura 4.5: Validação  $\bar{m}_D$ , comportamento de  $DES\bar{V}$ . (Data set 1)

onde

$m_{wD}$  = pseudo-função pseudo-pressão adimensional para o poço.

A seguir Serra definiu  $m_{wD}$  como sendo

$$m_{wD} = \frac{kh}{141.2q_o} \int_{p_{wf}}^{p_i} \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{p_{wf}} dp, \quad (4.22)$$

Na figura 4.6 temos o comportamento da mobilidade do óleo na pressão média e no poço, usando Data set 1 para o caso de gás em solução.

Na figura 4.7 temos a mesma situação da figura 4.6 usando Data set 2.

Na figura 4.8 está plotado o comportamento da mobilidade do óleo na pressão média e no poço, usando Data set 1 para o caso de segregação gravitacional.

Na figura 4.9 temos a mesma situação da figura 4.8 usando Data set 2.

A comparação das equações 4.20 e 4.21 com dados numéricos de simulação será feita mais adiante na seção 4.5.

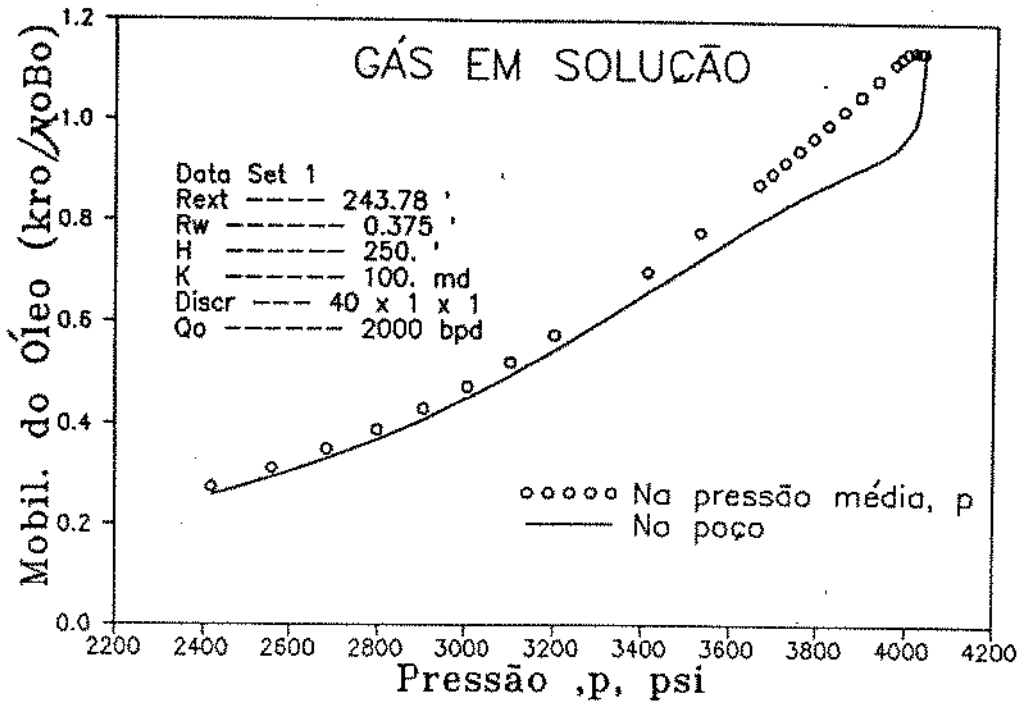


Figura 4.6: Comportamento da mobilidade do óleo - gás em solução , Data set 1

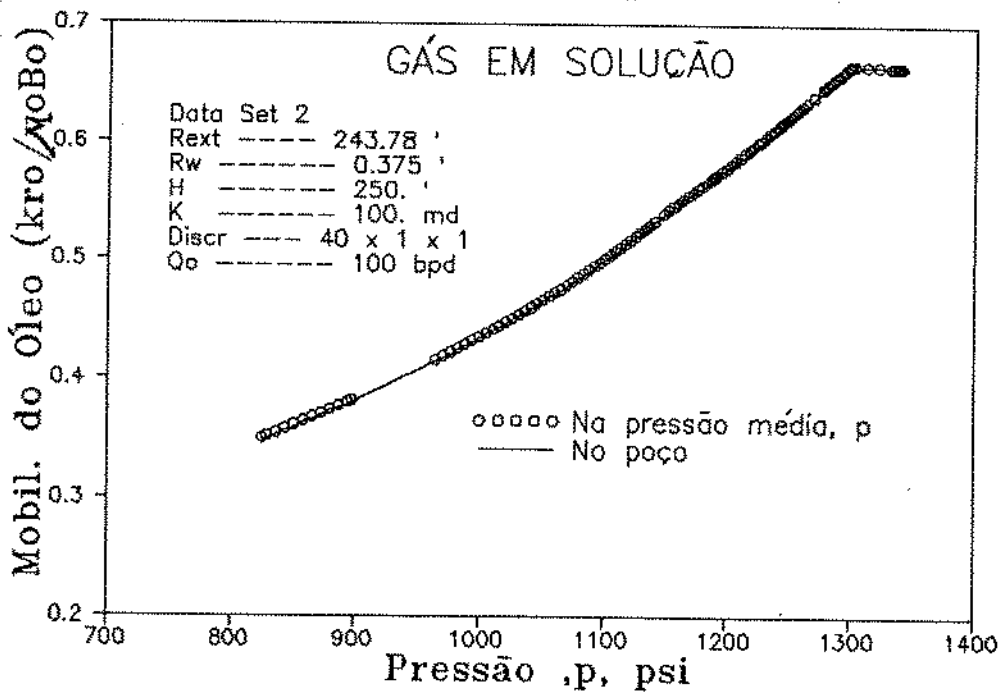


Figura 4.7: Comportamento da mobilidade do óleo - gás em solução, Data set 2



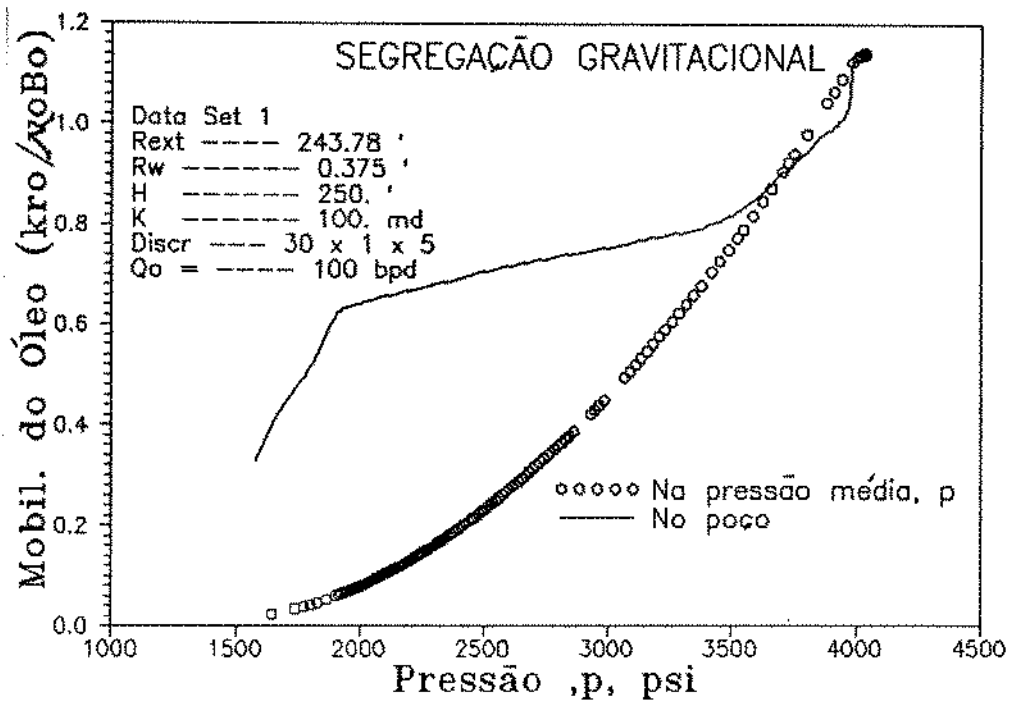


Figura 4.8: Comportamento da mobilidade do óleo - segregação gravitacional, Data set 1

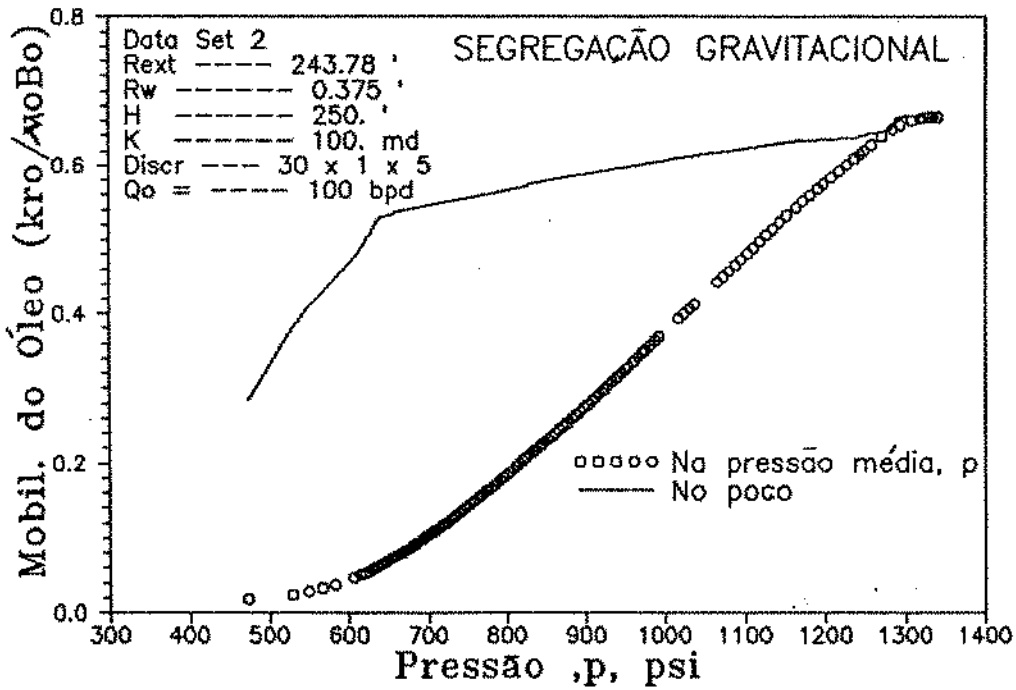


Figura 4.9: Comportamento da mobilidade do óleo - segregação gravitacional, Data set 2

Analisando a figura 4.7 vemos que devido à alta permeabilidade (100 md) , grande espessura (250 pés) e pequena vazão (100 bpd), os gradientes de pressão e saturação são muito pequenos, motivo pelo qual, quase não se nota diferença entre as curvas.

Para o período de fluxo transiente, fazendo analogia com a formulação monofásica, podemos escrever:

$$m_{wD} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4t_D}{e\gamma} \right) + S, \quad (4.23)$$

onde

$t_D$  = tempo adimensional dado por

$$t_D = \frac{0.006328k\lambda_{ti}t}{\phi C_{ti}r_w^2} \quad (4.24)$$

com  $\lambda_{ti}$  e  $C_{ti}$  já definidos anteriormente em  $t_{DA}$  temos a validação de  $m_{wD}$  através da equação 4.23 , com um caso simulado na figura 4.10 com o gráfico de  $m_{wD}$  versus  $t_D$ .

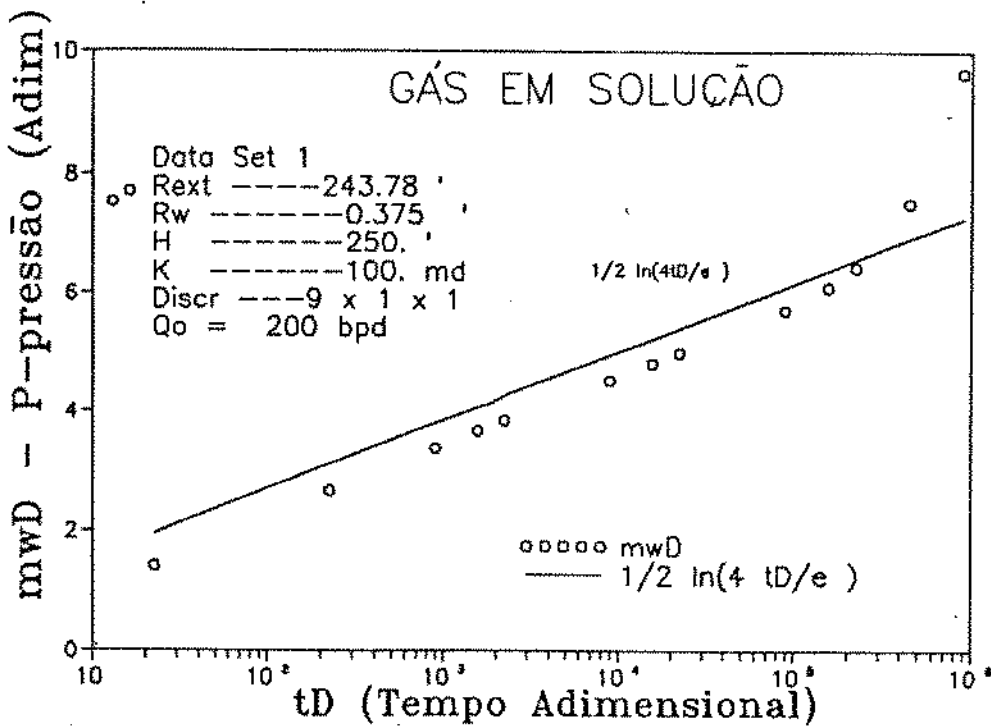


Figura.4.10: Validação  $m_{wD}$  Transiente (200 bpd)

Obs: A figura 4.10 ilustra exemplo para o caso de gás em solução sem segregação gravitacional.

Para o caso de segregação gravitacional temos uma variável a mais no sistema, que é o pseudo-fator de película,  $S_p$ , devido à penetração parcial do poço, que provoca uma queda

mais acentuada no valor de  $p_{wf}$  (pseudo-dano).

A presença do pseudo-fator de película,  $S_p$ , pode ser constatada na figura 4.11 em que não é conseguido um perfeito ajuste entre a solução analítica proposta,  $1/2 \ln(4t_D/e^\gamma)$ , e os valores de  $m_{wD}$  obtidos da simulação.

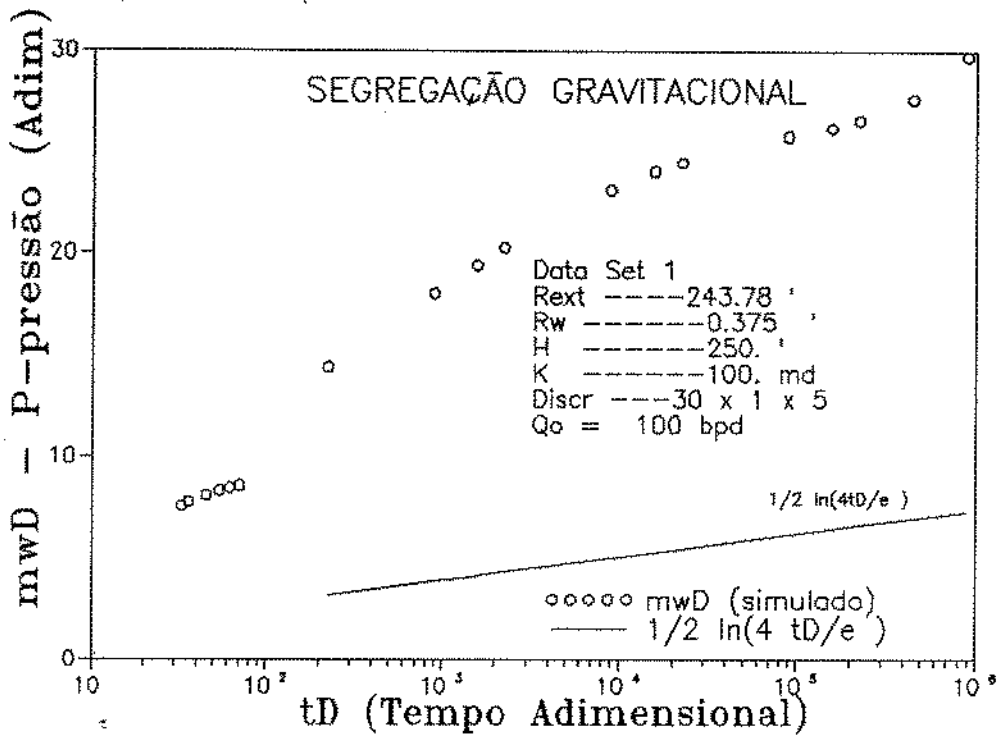


Figura 4.11: Validação  $m_{wD}$  versus  $t_D$  Segregação gravitacional

#### 4.4.1 Pseudo-dano provocado pela penetração parcial, $S_p$

Streltsova [39] mostra a análise para determinação do pseudo-dano relativo à penetração parcial de um poço produtor, para condições de fluxo monofásico e independente do tempo.

O esquema em que ela se baseou está mostrado na figura 4.12

A expressão do  $S_p$  é

$$S_p = \frac{2}{\pi^2 h_p^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} [\sin(n\pi h'_2) - \sin(n\pi h'_1)]^2 K_0(n\pi r_D), \quad (4.25)$$

onde,

$$h'_p = \frac{h_p}{h} \quad (4.26)$$

$h$  = espessura total

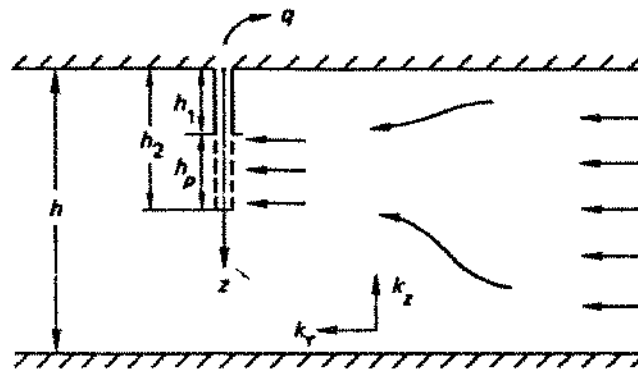


Figura 4.12: Esquema de poço parcialmente penetrado [39].

$h_p$  = espessura aberta ao fluxo

$$h'_1 = \frac{h_1}{h} \quad \text{e} \quad h'_2 = \frac{h_2}{h} \quad (4.27)$$

com  $h_1$  e  $h_2$  mostrados na figura 4.12.

$K_0(x)$  = função de Bessel modificada

$r_D$  = raio adimensional  $\frac{r_w}{h} \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}$

Para o caso de penetração adjacente à base ou ao topo da formação, a equação 4.25 se reduz a:

$$S_p = \frac{2}{\pi^2 h_p^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left[ \sin^2(n\pi h'_p) \right] K_0(n\pi r_D), \quad (4.28)$$

Os valores de  $S_p$  calculados a partir da equação 4.28, são equivalentes aos calculados por Brons e Marting [7] em 1961.

Na figura 4.13 os valores de  $S_p$  obtidos da equação 4.25 estão disponíveis em forma gráfica em função de  $h'_p$  e  $r_D$ .

A seguir estão alguns valores calculados de  $S_p$  para os casos mais frequentemente rodados.

- a)  $h = 250$  pés  $r_w = 0.375$   
 $h_p = 25$  pés  $h'_p = 0.10$   
 $S_p = 38.6$

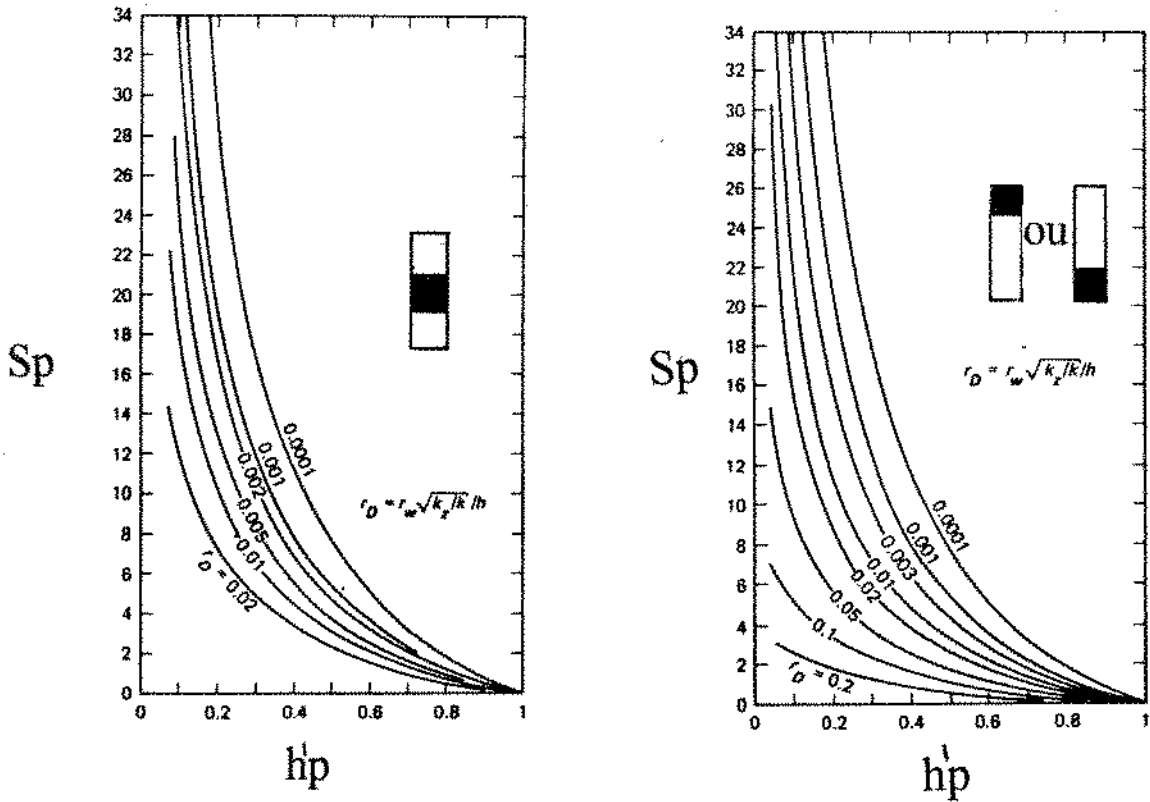


Figura 4.13: Determinação de  $S_p$  - ábacos (39)

- b)  $h = 25$  pés  $r_w = 0.375$   
 $h_p = 2.5$  pés  $h'_p = 0.10$   
 $S_p = 18.6$
- c)  $h = 250$  pés  $r_w = 0.375$   
 $h_p = 50$  pés  $h'_p = 0.20$   
 $S_p = 19.1$
- d)  $h = 18$  pés  $r_w = 0.375$   
 $h_p = 3$  pés  $h'_p = 0.167$   
 $S_p = 10.5$
- e)  $h = 15$  pés  $r_w = 0.375$   
 $h_p = 3$  pés  $h'_p = 0.20$   
 $S_p = 8.1$

Ao calcularmos esses valores de  $S_p$  estávamos cientes que os valores obtidos (válidos para fluxo monofásico), provavelmente não estariam adequados ao fluxo multifásico. Como aproximação, em alguns casos, funcionou perfeitamente, mas em boa parte das rodadas houve uma distorção bastante exagerada, principalmente quando do aparecimento do gás.



Como o relacionamento de  $m_{wD}$  foi validado, como veremos adiante, esse problema embora muito interessante, não foi estudado neste trabalho. Nos limitamos a utilizar os valores obtidos na equação 4.28 sendo, que para isto um procedimento computacional foi implementado.

#### 4.5 Comportamento de $m_{wD}$ , $\bar{m}_D$ - Analogia com $p_{wD}$

Nós já mostramos que:

$$m_{wD} = \bar{m}_D + \frac{1}{2} \ln(4A/e^\gamma C_{Ar}^2) + S, \quad (4.29)$$

$$\bar{m}_D = 2\pi t_{DADES}V \quad (4.30)$$

Na figura 4.14 estão plotados os gráficos de  $p_{wD}$  para a vazão de 100 bpd, para o caso de gás em solução, usando Data set 2.

Na figura 4.15, ídem para o caso de segregação gravitacional, usando Data set 1.

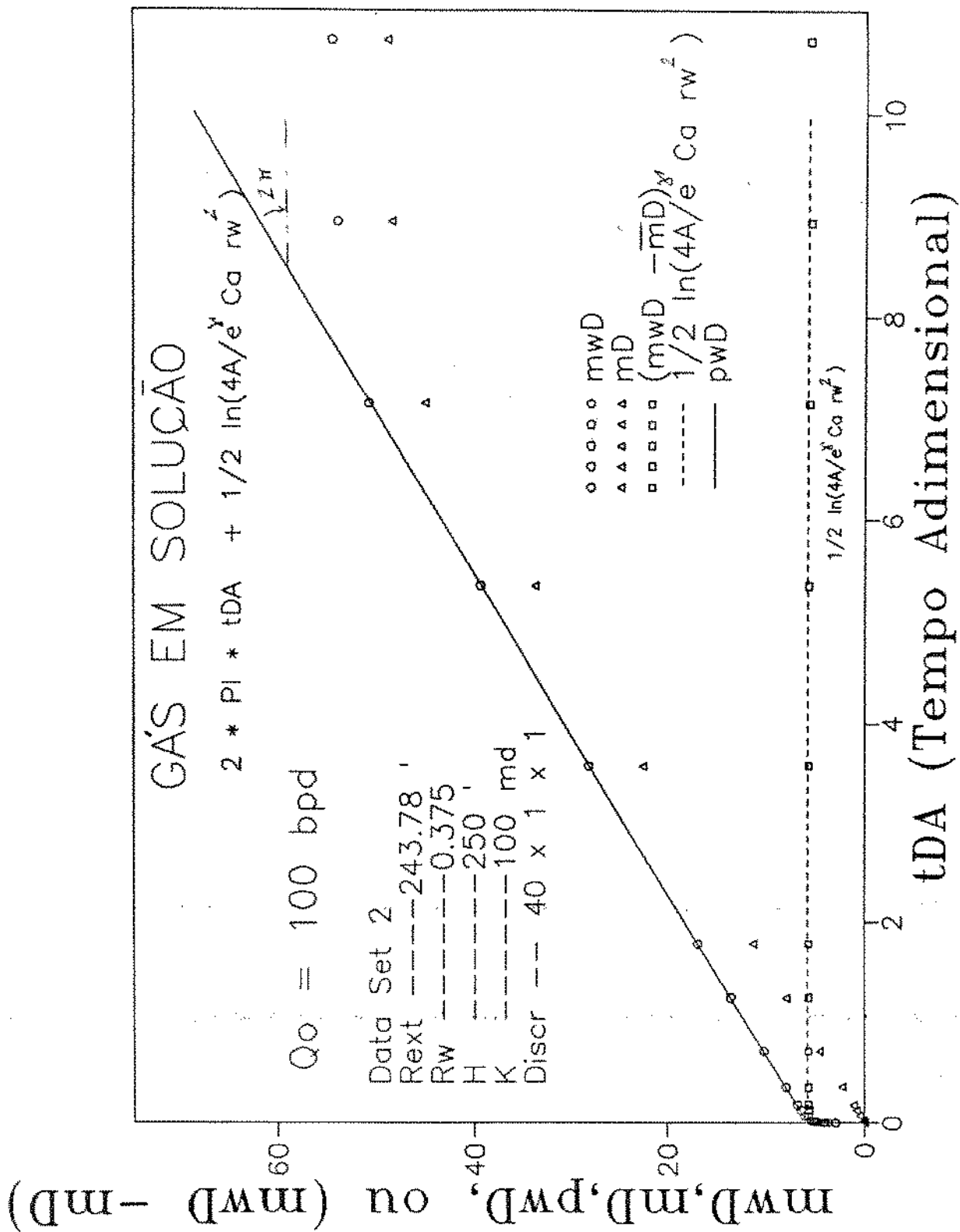


Figura 4.14:  $m_{wD}$ ,  $\bar{m}_D$  e  $p_{wD}$  versus  $t_{DA}$  - gás em solução

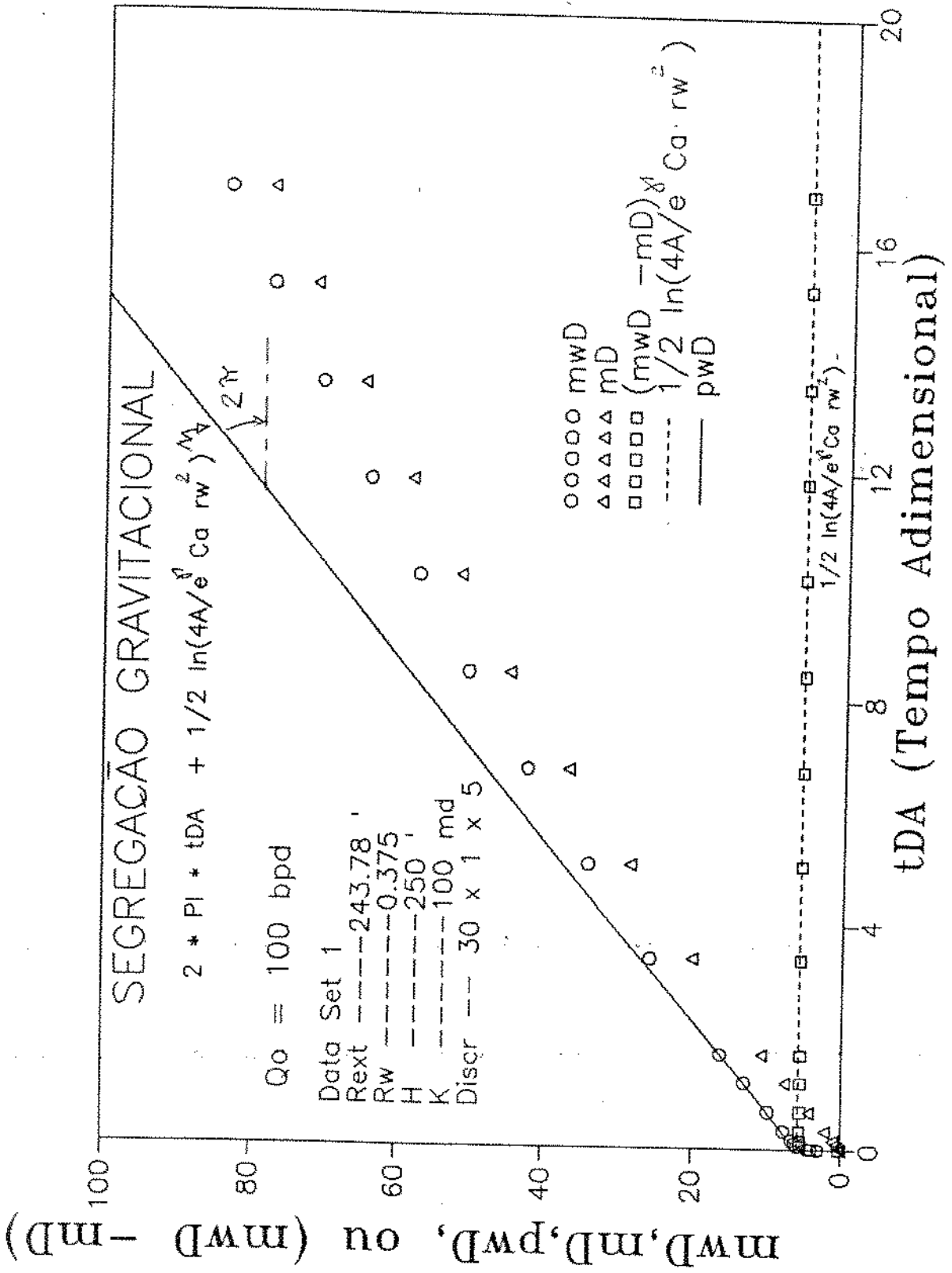


Figura 4.15:  $m_{wD}$ ,  $\bar{m}_D$  e  $p_{wD}$  versus  $t_{DA}$  - segregação gravitacional

Note que nas figuras 4.14 e 4.15 foi plotado a diferença  $(m_{wD} - \bar{m}_D)$  que vai medir o quanto eficiente é a equação 4.29, tanto para o caso de gás em solução, quanto para o caso de segregação gravitacional.

Vimos ainda que  $m_{wD}$  se correlaciona bem com  $p_{wD}$  para fluxo dominado por frentes ( $t_{DA} = 0.1$ ). No trecho em que a correlação entre  $m_{wD}$  e  $p_{wD}$  é bastante satisfatória, temos que  $DESV \cong 1$

Exceto para grandes valores de  $t_{DA}$  (reservatório com grande depleção) podemos notar tanto para gás em solução quanto para segregação gravitacional, que:

$$m_{wD} - \bar{m}_D \approx \frac{1}{2} \ln(4A/e^\gamma C_{Ar_w}^2) = 5,73 . \quad (4.31)$$

Assim sendo, caso tivéssemos plotado  $m_{wD}$  versus  $t_{DA}DESV$ , ao invés de  $t_{DA}$ , teríamos uma boa correlação até atingirmos altos valores de depleção.

## 5 DECLÍNIO DE PRODUÇÃO - FLUXO MULTIFÁSICO

Neste capítulo, que é objetivo principal deste estudo, trabalharemos basicamente no intuito de determinar a partir da análise de curvas de declínio, os diversos parâmetros que caracterizam um reservatório de gás em solução, sob o mecanismo de segregação gravitacional.

A obtenção destes parâmetros é feita seguindo um procedimento análogo ao de Chen e Poston [10], mas fazendo uso da relação de pressão e saturação desenvolvida para a situação de segregação completa [23].

As pseudo-funções pseudo-tempo e pseudo-pressão são similares àquelas desenvolvidas por Serra [35].

Todas as equações e hipóteses, citadas ao longo deste capítulo, estão deduzidas e referenciadas nos respectivos apêndices.

### 5.1 Pseudo-pressão e pseudo-tempo normalizados - fluxo multifásico ( $p_p$ e $t_p$ )

Adotando a pseudo-pressão proposta por Fetkovich [17], temos:

$$p_p = \int_{p_b}^p \frac{k_{ro}(S_o)/\mu_o(p')B_o(p')}{[k_{ro}(S_o)/\mu_o(p')B_o(p')]_i} dp' , \quad (5.1)$$

onde  $p_b$  é uma pressão de referência qualquer.

Definindo o pseudo-tempo como sendo uma versão multifásica do pseudo-tempo para o gás real como sendo:

$$t_p = \int_{t_b}^t \frac{\lambda_{tr}(S_o, p)/C_t(S_o, p)}{[\lambda_{tr}(S_o, p)/C_t(S_o, p)]_i} dt' , \quad (5.2)$$

$$\lambda_{tr} = (k_{ro}/\mu_o) + (k_{rg}/\mu_g) + (k_{rw}/\mu_w) , \quad (5.3)$$

$$C_t = C_o S_o + C_g S_g + C_w S_w + C_f . \quad (5.4)$$

Como está mostrado no apêndice I, a equação da difusividade para fluxo multifásico em termos de  $p_p$  e  $t_p$  fica da forma:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p_p}{\partial r} \right) = \frac{1}{0.006328 k} \frac{\phi}{(\lambda_{tr})_i} \frac{\partial p_p}{\partial t_p} . \quad (5.5)$$

A equação de balanço de materiais em termos de  $t_p$  e  $p_p$  é:

$$\frac{dp_p}{dt_p} = -5.615 \frac{(\lambda_{tr}/C_t)_i q_o(t_p)}{(k_{ro}/\mu_o B_o)_i V_p} \quad (5.6)$$

A equação para o pós-transiente em termos do índice de produtividade, Ehlig-Economides, C.A. e Ramey [16] - Fetkovich [17], para vazão constante é:

$$\bar{p}_p - p_{pwf} = \frac{141.2q_o}{4(r_{eD}^2 - 1)^2 kh \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)_i} \left\{ 4r_{eD}^4 \ln r_{eD} - 3r_{eD}^4 + 4r_{eD}^2 - 1 \right\}, \quad (5.7)$$

e que para fluxo dominado por fronteira uma aproximação pode ser escrita como:

$$q_o = J(\bar{p}_p - p_{pwf}), \quad (5.8)$$

$$\text{onde } J = \frac{kh}{141.2\beta} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)_i, \quad (5.9)$$

$$\text{e } \beta = \ln(r_{eD}) - \frac{3}{4} \text{ para } r_{eD} > 30. \quad (5.10)$$

A equação para fluxo multifásico dominado por fronteiras com pressão de fluxo constante é:

$$q_o(t) = J(p_{pi} - p_{pwf}) \exp \left\{ -5.615 \frac{J}{V_p} \left(\frac{\lambda_{tr}/C_t}{k_{ro}/\mu_o B_o}\right)_i t_p \right\}, \quad (5.11)$$

ou

$$q_o(t) = \frac{kh(p_{pi} - p_{pwf})}{141.2\beta} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)_i \exp \left[ -\frac{0.006328}{\alpha \beta r_{wa}^2} \frac{k}{\phi} \left(\frac{\lambda_{tr}}{C_t}\right)_i t_p \right], \quad (5.12)$$

onde

$$\alpha = \frac{(r_{eD}^2 - 1)}{2}, \quad (5.13)$$

que em termos de parâmetros adimensionais de curva de declínio fica:

$$q_{dpD} = e^{-t_{dpD}}, \quad (5.14)$$

onde

$$q_{dpD} = \frac{141.2\beta q_o}{kh(p_{pi} - p_{pwf})} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)_i, \quad (5.15)$$

e

$$t_{dpD} = \frac{0.006328 k}{\alpha \beta r_{wa}^2} \frac{(\lambda_{tr}/C_t)_i t_p}{\phi} \quad (5.16)$$

onde o subscripto "p" nas equações 5.15 e 5.16 se refere ao uso de pseudo-funções normalizadas.

O  $\alpha$  e  $\beta$  são dois parâmetros normalizantes usados para agrupar as curvas de declínio nos grandes valores de tempo.

Analisando as equações 5.12 e 5.14 vemos que a vazão de óleo,  $q_o$ , após o uso das pseudo-funções normalizadas, possui uma forma de declínio exponencial. Este comportamento do fluxo multifásico, com o uso de pseudo-funções normalizadas, é o mesmo observado para o fluxo de líquido de baixa compressibilidade.

Desta forma, uma análise similar àquela que é feita para a obtenção de parâmetros através do plot  $\ln q_o x t$  no caso monofásico, poderá ser feita para o caso multifásico.

Daqui em diante faremos uma mudança no pseudo-tempo de modo a facilitar a obtenção do mesmo e assim usaremos aquele definido por Serra [35] que é da forma:

$$t_p = t \times DESV, \quad (5.17)$$

ou

$$t_p = t \times DESV_1, \quad (5.18)$$

onde

$$DESV = \frac{1}{t_{DA}} \int_0^{t_{DA}} \left( \frac{\lambda_t}{C_t} \right)_D dt_{DA}, \quad (5.19)$$

e

$$DESV_1 = \frac{1}{t_{DA}} \int_0^{t_{DA}} \left( \frac{\lambda_o}{C_t} \right)_D dt_{DA}, \quad (5.20)$$

onde

$$t_{DA} = \frac{0.006328 k \lambda_{ti} t}{\phi C_{ti} A}, \quad (5.21)$$

$$(\lambda_t/C_t)_D = (\lambda_t/C_t)_{\bar{p}} / (\lambda_t/C_t)_i. \quad (5.22)$$

e

$$(\lambda_o/C_t)_D = (\lambda_o/C_t)_{\bar{p}} / (\lambda_o/C_t)_i. \quad (5.23)$$

A analogia de Chen e Poston, com o fluxo monofásico, continua válida pois  $DESV$  e  $DESV_1$  também medem o afastamento da solução do fluxo multifásico para o de líquido de baixa compressibilidade (monofásico).

## 5.2 Análise da reta semi-log

Continuando a análise das curvas de declínio do fluxo multifásico, com o uso das pseudo-funções, temos que assim o plot de  $\ln q_o \times t_p$  deverá ser uma linha reta, assim como o é para o caso monofásico ( $\ln q_o \times t$ ).

Assim os parâmetros do reservatório poderiam ser obtidos através da análise desta reta, ou seja, através da intersecção  $Y_{t_p}$  com o eixo de  $\ln q_o$  para  $t_p = 0$  e da inclinação ( $m_{p_t}$ ).

Assim:

$$Y_{t_p} = q_o(t_p = 0), \quad (5.24)$$

e

$$m_{p_t} = \frac{d(\ln q_o)}{dt_p} = \text{constante} \quad (5.25)$$

mas

$$Y_{t_p} = q_o(t_p = 0) = J(\bar{p}_{pi} - p_{pwf}) \quad (5.26)$$

$$Y_{t_p} = \frac{kh(p_{pi} - p_{pwf})}{141.2\beta} \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_i \quad (5.27)$$

e

$$m_{p_t} = \frac{d(\ln q_o)}{dt_p} = -\frac{J}{V_p} \frac{(\lambda_t/C_t)_i}{(k_{ro}/\mu_o B_o)_i} = \text{constante}$$

caso interpretássemos como monofásico teríamos:

$$\frac{d(\ln q_o)}{dt} = -\frac{d(\ln q_o)}{dt_p} \frac{dt_p}{dt} = -\frac{J}{V_p} \frac{(\lambda_t/C_t)_i}{(k_{ro}/\mu_o B_o)_i}, \quad (5.28)$$

que não é constante.

## 5.3 Ajuste log-log de $q_o \times t$ ou $t_p$

Podemos também fazer o relacionamento entre os parâmetros da análise semi-log de  $q_o$  versus  $t_p$ , intersecção e inclinação, fazendo uso das curvas de declínio adimensionais de Fetkovich [18].



Das equações 5.14, 5.15 e 5.16 obtemos

$$Y_{tp} = \frac{q_o(t)}{q_{dpD}}, \quad (5.29)$$

e

$$-\frac{1}{m_{pt}} = \frac{t_p}{t_{dpD}}. \quad (5.30)$$

Assim, para o fluxo multifásico, através da análise da reta semi-log ou do ajuste nas curvas tipo de declínio, podemos estimar os parâmetros do reservatório.

De uma maneira simplificada, temos na tabela 5.1 os termos adimensionais para entrada nas curvas de declínio, tanto para o fluxo multifásico quanto para o fluxo monofásico.

CURVA DE DECLÍNIO - TERMOS ADIMENSIONAIS*			
Monofásico		Multifásico	
<u>Propriedades Constantes</u>		<u>Pseudo-funções normalizadas</u>	
$q_{dD} = \beta q_D$		$q_{dpD} = \beta q_{pD}$	
$t_{dD} = t_D / (\alpha\beta)$		$t_{dpD} = t_{pD} / (\alpha\beta)$	
$q_D = \frac{141,2\mu_o B_o q_o(t)}{kh(p_i - p_{wf})}$		$q_{pD} = \frac{141,2q_o(t)}{kh(p_{pi} - p_{pwf})} \left(\frac{\mu_o B_o}{k_{ro}}\right)_i$	
$t_D = \frac{0,00633kt}{\phi\mu_o C_t r_w^2}$		$t_{pD} = \frac{0,00633kt_p}{\phi r_w^2} \left(\frac{\lambda_{tp}}{C_t}\right)_i$	
<u>Fatores normalizantes</u>	<u>Circular</u>	<u>Circular, <math>r_{eD} &gt; 30</math></u>	<u>Geral</u>
$\alpha$	$(r_{eD}^2 - 1)/2$	$r_{eD}^2/2$	$A/(2\pi r_w^2)$
$\beta$	$\frac{4r_{eD}^4 \ln(r_{eD}) - 3r_{eD}^4 + 4r_{eD}^2 - 1}{4(r_{eD}^2 - 1)^2}$	$\ln(r_{eD}) - 3/4$	$1/2 \ln \frac{4A}{e^{\gamma} C_A r_w^2}$

\*substituindo  $r_w$  por  $r_{wa} = r_w e^{-s}$  para  $s \neq 0$

Tab. 5.1: Termos da curva de declínio adimensionais

Já na Tabela 5.2 estão esquematizados todos os passos previstos, desde a equação 5.14 até a equação 5.30. Assim, através dessa tabela, os parâmetros do reservatório poderão ser estimados fazendo uso ou da reta semi-log ou das curvas tipo de declínio adimensional.

PARÂMETROS DE RESERVATÓRIOS - ANÁLISE DAS CURVAS DE DECLÍNIO				
Parâmetros	Monofásico		Multifásico	
	Propriedades constantes		Pseudo-função normalizada	
	Ajuste LOG-LOG ou SEMI-LOG (intersecção / inclinação)			
	Log-Log	Semi-log	Log-Log	Semi-log
A	$(q_o/q_{dD})_M$	$q_y$	$(q_o/q_{dpD})_M$	$q_{yp}$
B	$(t/t_{dD})_M$	$-1/m$	$(t/t_{dpD})_M$	$-1/m_{pt}$
Parâmetros de reservatório				
$kh\frac{1}{\beta}$	$\frac{141.2\mu_o B_o}{p_i - p_{wf}} (A)$		$\frac{141.2}{p_{pi} - p_{pwf}} \left(\frac{\mu_o B_o}{k_{ro}}\right)_i (A)$	
$\frac{\phi}{k} \alpha \beta$	$\frac{0.00633}{\mu_o c_t r_w^2} (B)$		$\frac{0.00633}{r_w^2} \left(\frac{\lambda_{tr}}{C_t}\right)_i (B)$	
$V_p$	$\frac{1}{p_i - p_{wf}} \frac{B_o}{C_t} (A)(B)$		$\frac{1}{p_{pi} - p_{pwf}} \left(\frac{\lambda_{tr}/c_t}{k_{ro}/\mu_o B_o}\right)_i (A)(B)$	
$N = V_p(1 - S_{wi})/B_{oi}$				

Tab. 5.2: Determinação de parâmetros através de curva de declínio.

Observando a Tabela 5.2 vemos que podemos obter dados específicos do reservatório, tais como:

- $\phi$
- $k$
- $r_e$

A obtenção do volume poroso,  $V_p$ , é possível e independe do conhecimento da permeabilidade ou porosidade.

Com o conhecimento de  $Y_{tp}$  (intersecção) e  $m_{pt}$  (inclinação) podemos, fazendo uso da equação 5.11, fazer uma previsão do comportamento da vazão ao longo do tempo, bem como da recuperação final do reservatório. Isto vale tanto para o caso de gás em solução como para o caso de segregação gravitacional, bastando para tanto, o correto cálculo das pseudo-funções.

É preciso, no entanto, estar ciente que o declínio exponencial só ocorre quando os efeitos de fronteira são dominantes. Sendo assim, os parâmetros obtidos, segundo este procedimento, serão válidos caso  $Y_{tp}$  forem conseguidos quando da análise do período de fluxo dominado por fronteiras.

Da análise do período de depleção, através de curvas de declínio, é possível se identificar o regime de fluxo (transiente ou fluxo dominado por fronteiras).

## 5.4 Procedimentos para análise de curvas de declínio usando pseudo-função

Como visto no item anterior, podemos obter os parâmetros do reservatório através da reta semi-log de  $q_o$  versus  $t_p$ , ou através do ajuste das curvas de declínio adimensionais para o período de fluxo dominado por fronteiras, usando pseudo-funções.

Como os resultados de vazão versus tempo serão levados para o declínio exponencial, ( $q_o \times t_p$ ) a extrapolação do período de depleção é possível e facilmente aplicável.

Assim, de posse de uma equação de balanço de materiais simples, do histórico de produção das curvas de permeabilidade relativa e dados de PVT, um processo iterativo, porém simples, pode ser formulado como a seguir.

As etapas do processo sugeridas por Chen e Poston [10] são:

1. Estimar o óleo in place,  $N$ . (Isto pode ser feito utilizando a análise  $q_o \times t$  normal (monofásico), ou através de dados geológicos (sísmica ou métodos volumétricos)).
2. Preparar tabelas com a pseudo-função pseudo-pressão  $p_p$ , utilizando para tal o relacionamento entre pressão e saturação de Martin [25] para reservatórios de gás em solução, ou a expressão de Lima [23] para os casos de segregação gravitacional, através de uma técnica de integração numérica qualquer.

Ou seja, converter  $\bar{p}_i$  para  $\bar{p}_{pi}$  e  $p_{wf}$  para  $p_{pwf}$ .

3. Com  $N$  e o histórico de produção disponível através da EBM, determinar pressão média  $\bar{p}$  para o reservatório ao longo do tempo.
4. Com a tabela obtida no item 2 e as pressões médias do item 3, converter  $t$  em  $t_p$ , pseudo-tempo normalizado.
5. Fazer o gráfico de  $\ln q_o$  versus  $t_p$  (análise semi-log), ou ajuste log-log de  $\ln q_o$  versus  $\ln t_p$  nas curvas tipo de declínio adimensional, para em seguida obter um valor para  $N$ . (Esses passos do item 2 estão relatados na tabela 5.2).
6. Estabelecer um critério e checar a convergência do valor de  $N$  obtido no item 5 com aquele estimado no item 1.

Caso necessário, repetir os passos previstos nos itens 3 até 5, só que desta vez o valor estimado de  $N$  será aquele obtido no item 5.

Este processo deverá se repetir até que a convergência seja atingida.

7. Calcular, através do roteiro da tabela 5.2, os parâmetros restantes do reservatório e a previsão futura de produção através da equação 5.11.

O procedimento efetuado no item 5 pode ser visto nas figuras 5.1 e 5.2, onde está mostrado o ajuste semi-log ( $q_o \times t_p$ ) e o ajuste log-log de curva de declínio.

GÁS EM SOLUÇÃO

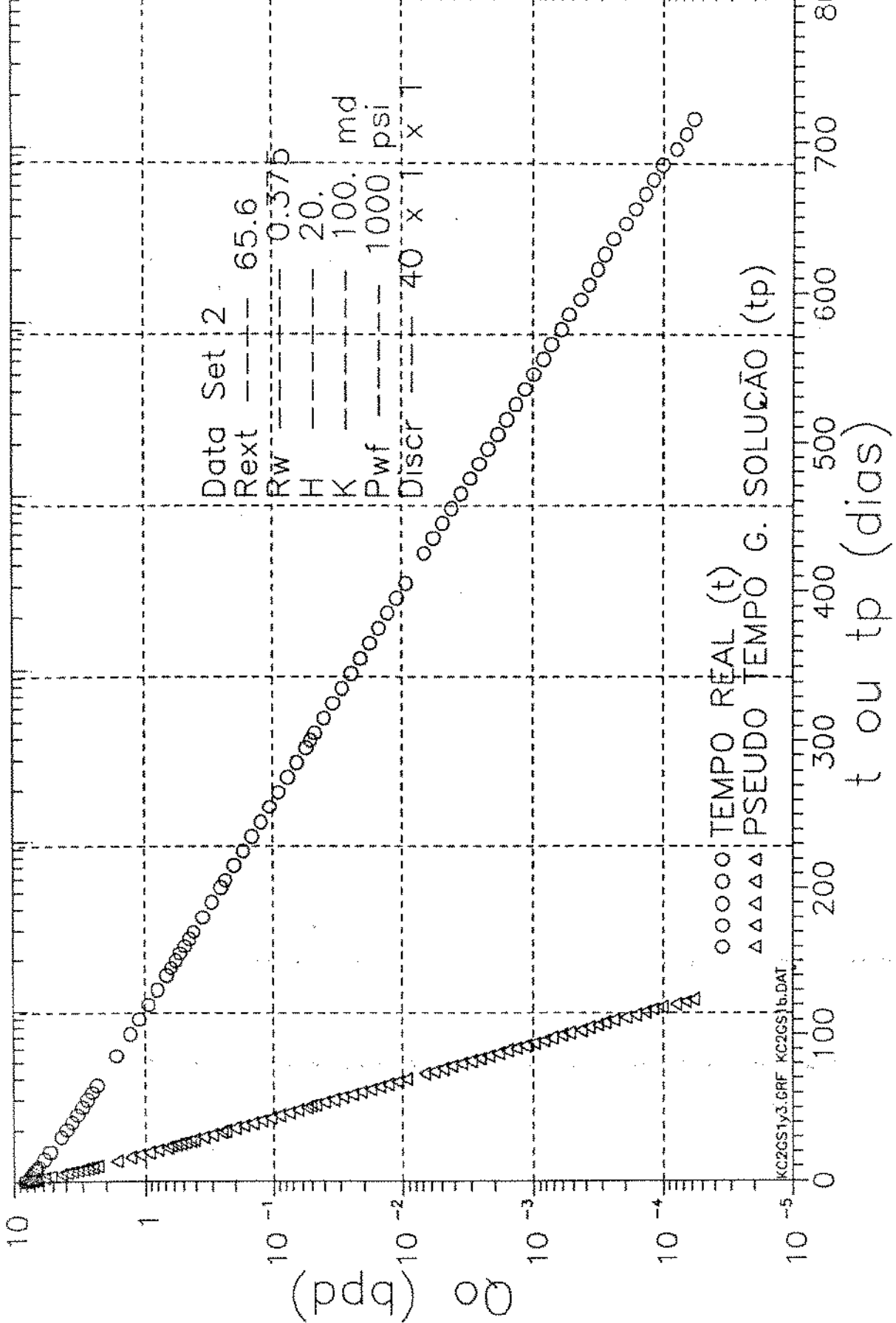


Figura 5.1: Exemplo típico de ajuste semi-log

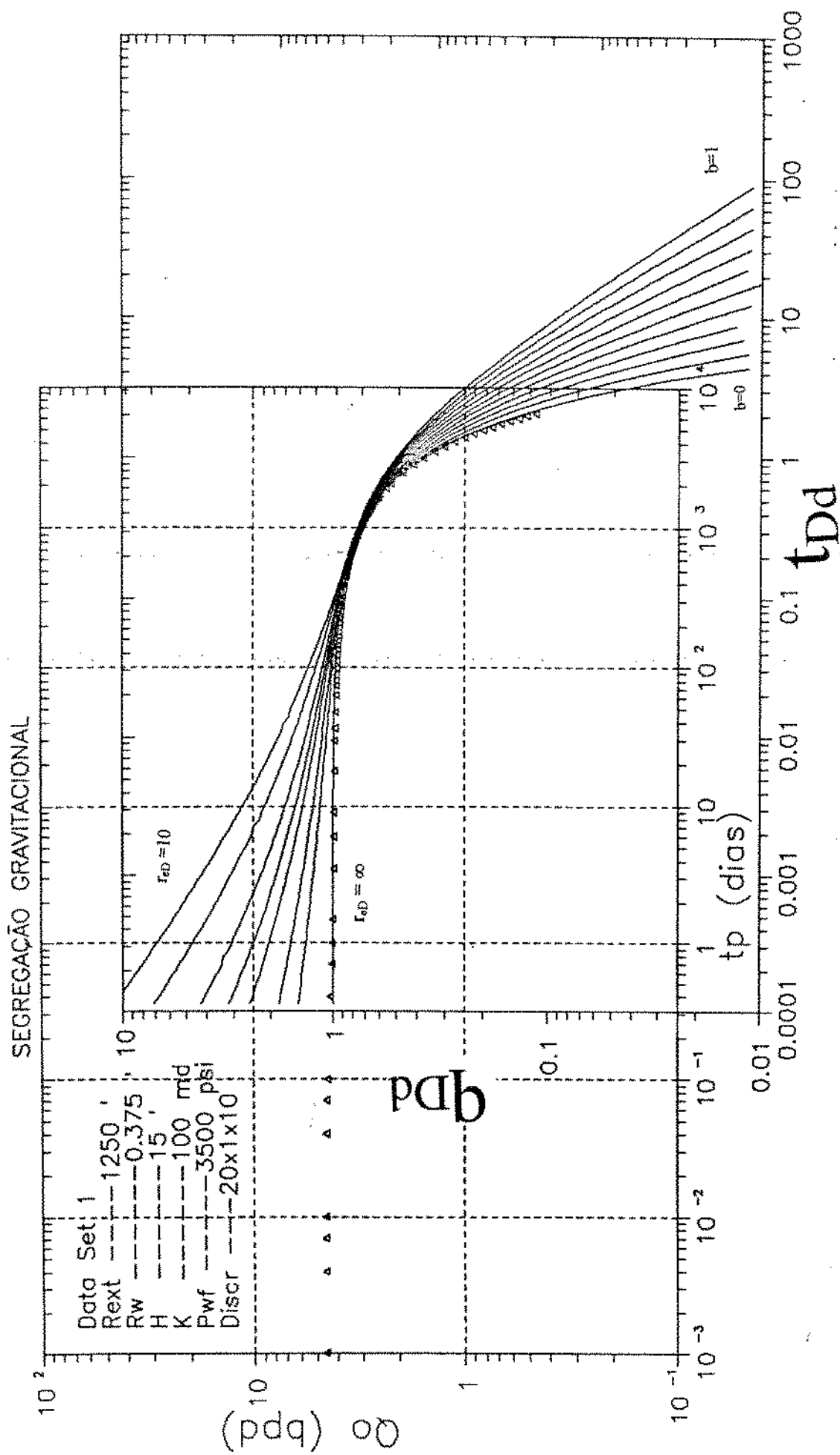


Figura 5.2: Exemplo típico de ajuste log-log

Esse processo para obtenção do valor de  $N$  é similar àquele feito com a reta da linearização da equação de balanço de materiais. Como já foi visto, é necessário termos as curvas de permeabilidade relativa para a execução do item 2, ou seja, a construção da tabela das pseudo-funções. Caso isto não seja possível, podemos fazer uma aproximação do tipo:

$$RGO = R_s + (k_{rg}/\mu_g B_g)/(k_{ro}/\mu_o B_o) \quad (5.31)$$

$$\lambda_{tr} = \frac{k_{ro}}{\mu_o} + \frac{k_{rg}}{\mu_g} \quad (5.32)$$

Aplicando a equação 5.32 na equação 5.28, ficamos com duas equações e duas incógnitas,  $k_{ro}$  e  $k_{rg}$  que poderão ser resolvidas durante cada passo iterativo.

## 5.5 Casos selecionados - validação do modelo.

Neste item, apresentaremos exemplos rodados em um simulador comercial, tanto para o caso de reservatórios de gás em solução, como para casos de reservatório de gás em solução com mecanismo de segregação completa, para produção com pressão de fluxo constante.

Na construção da pseudo-pressão  $\bar{p}_p$ , já que o simulador nos fornece pressão média ponderada pelo volume poroso de cada célula, adotamos que:

$$\bar{p}_p \simeq \frac{\int_{r_w}^{r_e} p_p dV_p}{\int_{r_w}^{r_e} dV_p}, \quad (5.33)$$

com os valores de pressão média corrigidos para um datum ( $H/2$ ) e consideramos que esta aproximação se enquadra bem para os nossos propósitos de obtenção de parâmetros de reservatórios, que é o objetivo final deste trabalho.

A formulação utilizada para a segregação gravitacional é a chamada segregação gravitacional completa, onde todo o gás livre segrega para a capa de gás secundária. Quando temos o caso de pressão de fluxo constante, geralmente elevados gradientes de pressão e saturação são impostos ao reservatório, fazendo com que pouco ou quase nenhum gás livre possa segregar para a capa, sendo então produzido no poço.

Neste caso teríamos ainda, ao longo da depleção, a formação de cone de gás que ao atingir o poço elevaria a RGO para valores bastante elevados. Assim, ao invés de configurar um modelo de segregação gravitacional completo, estaríamos mais próximos da descrição do modelo de gás em solução no qual Serra [35] e Chen e Poston [10] trabalharam.

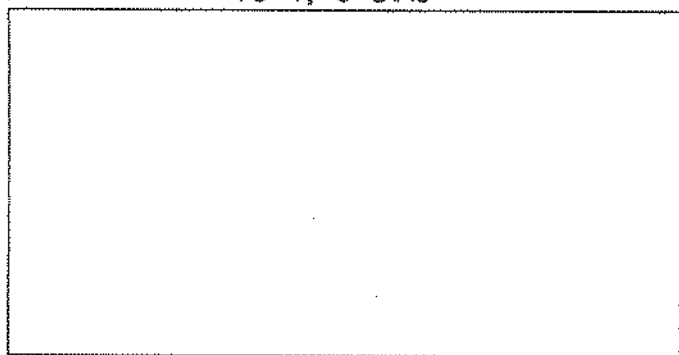
Na figura 5.3 está mostrado graficamente o comportamento de um reservatório submetido à segregação gravitacional, no qual o poço está completado na sua porção inferior e os gradientes de pressão e saturação são pequenos (vazão próxima do limite crítico)

Para atingir esta situação foi necessário impor ao reservatório uma zona de menor permeabilidade em torno do poço, de modo que a vazão inicial fosse pequena e o gás próximo à parede do poço tivesse a possibilidade de segregar. Outra maneira seria diminuir o valor de

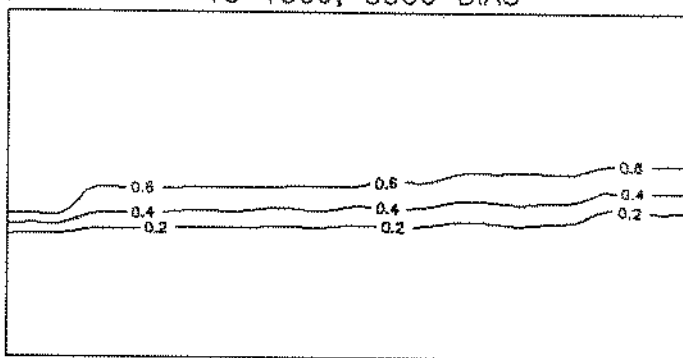
$p_{wf}$ , só que neste caso, este valor deveria ficar próximo à pressão inicial do reservatório e assim pouco gás sairía de solução do óleo e teríamos quase que um modelo monofásico.

Este dano,  $S$ , imposto ao reservatório, somado ao pseudo-dano decorrente da penetração parcial do poço.  $S_p$ , diminui erroneamente o raio aparente do poço, fazendo com que muitos dos parâmetros,  $\phi$  e  $k$ , fiquem impossibilitados de se obter, já que dependem do valor de  $r_eD$ . Desta maneira torna-se necessário uma melhor formulação para o raio aparente em função do dano total.

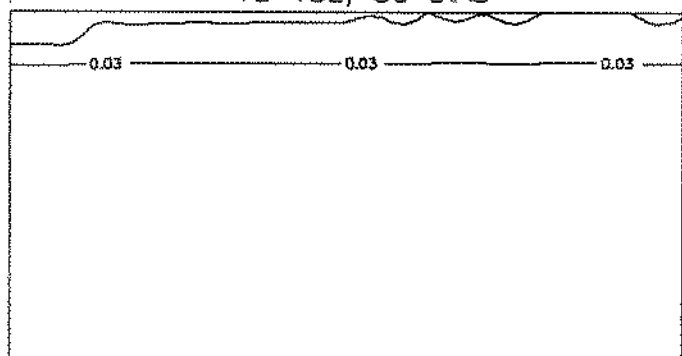
TS 1, 0 DIAS



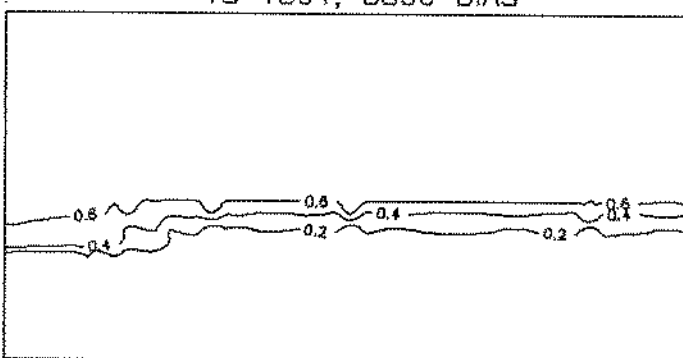
TS 1509, 3300 DIAS



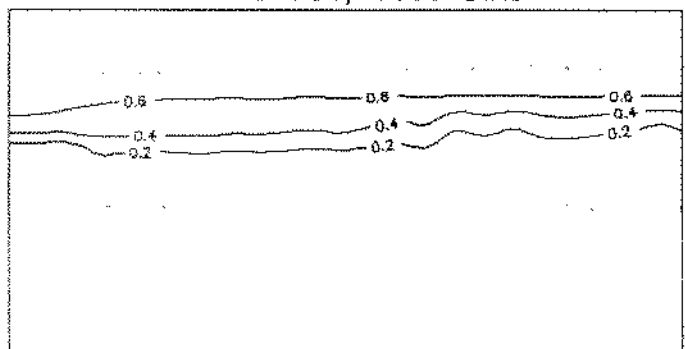
TS 182, 30 DIAS



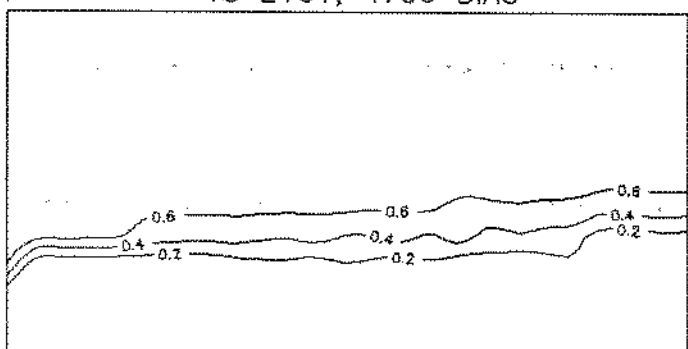
TS 1804, 3800 DIAS



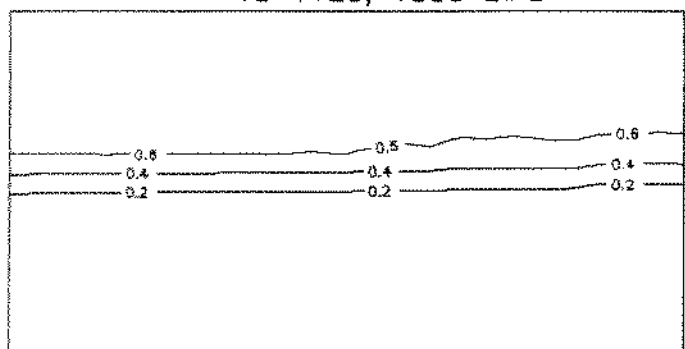
TS 751, 1000 DIAS



TS 2101, 4700 DIAS



TS 1125, 1500 DIAS



TS 2550, 5200 DIAS

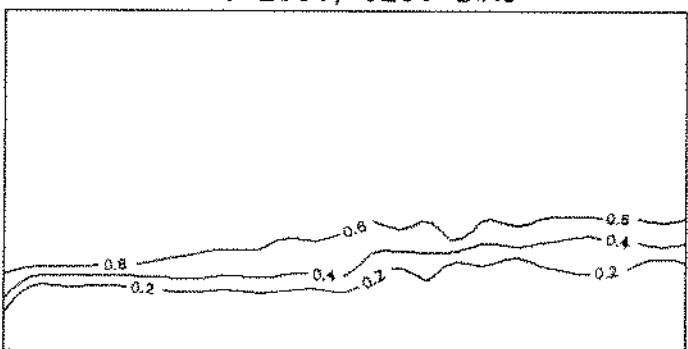


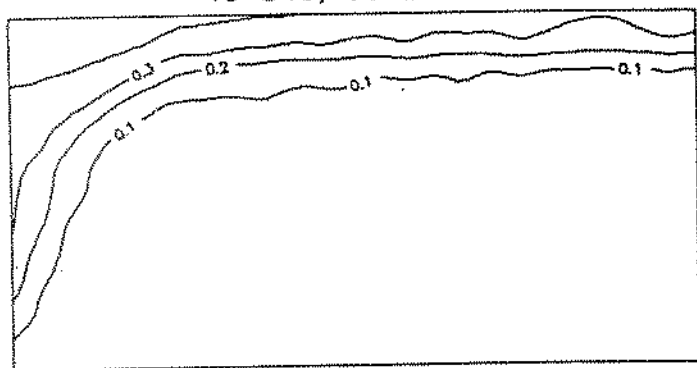
Figura 5.3: Segregação gravitacional → Pequenos gradientes de  $p$  e saturação



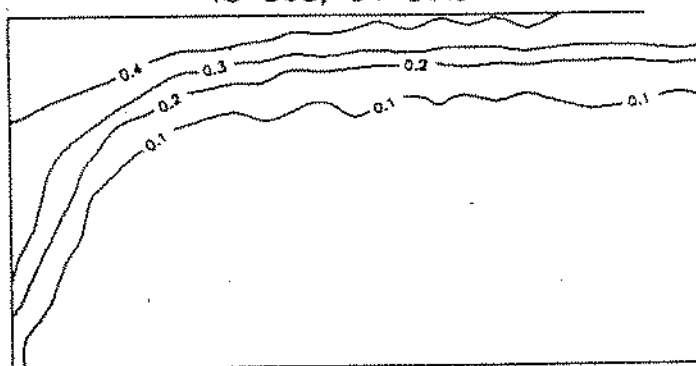
Na figura 5.4 temos mostrado graficamente o comportamento de um reservatório submetido à segregação gravitacional, no qual o poço está completado na sua porção inferior e temos elevados gradiente de pressão e saturação ao redor do poço (vazão bem acima do limite crítico de segregação gravitacional). Neste caso, como foi dito anteriormente, o comportamento do reservatório se aproxima do comportamento de gás em solução, ou então estaria em um posicionamento entre este e o de segregação gravitacional completo.

Notar a formação do cone de gás em direção aos canhoneados.

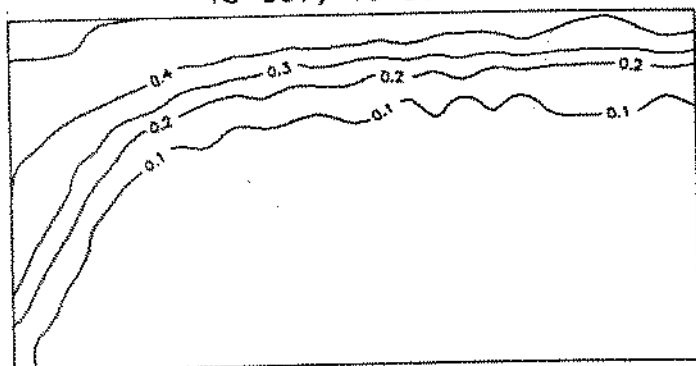
TS 543, 30 DIAS



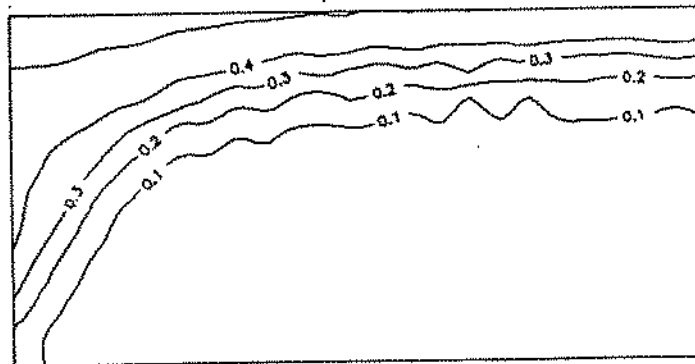
TS 568, 34 DIAS



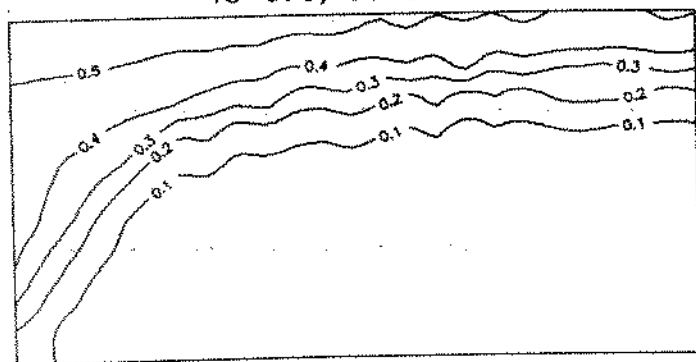
TS 597, 40 DIAS



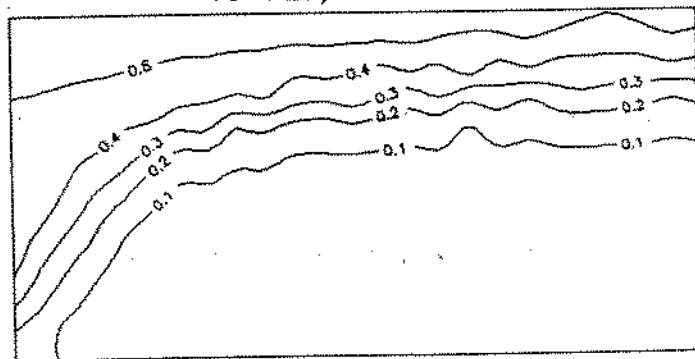
TS 632, 45 DIAS



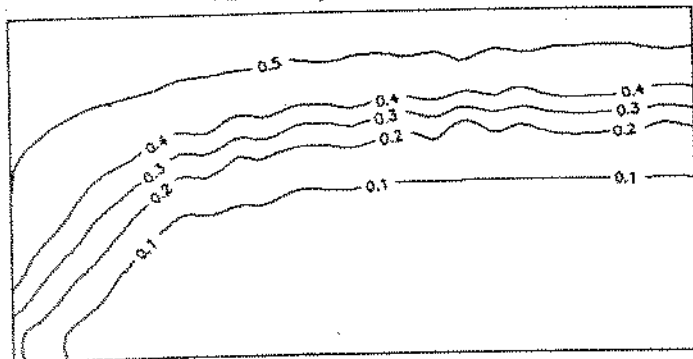
TS 673, 50 DIAS



TS 722, 55 DIAS



TS 847, 65 DIAS



TS 1161, 85 DIAS

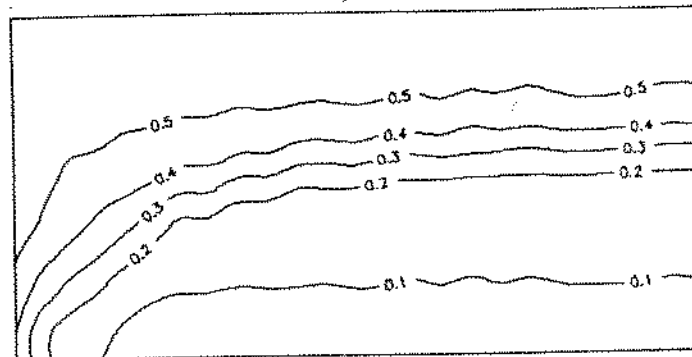


Figura 5.4: Segregação gravitacional → Elevados gradientes de  $p$  e saturação

Os casos-exemplos aqui apresentados se referem à produção de reservatório radial, homogêneo, isotrópico com pressão de fluxo constante.

Em todos os exemplos de fluxo multifásico apresentados, sempre é feita uma análise comparativa se o procedimento feito fosse considerado fluxo monofásico.

### 5.5.1 Gás em solução

#### Exemplo 1

DADOS DO EXEMPLO 1			
DATA SET 1		$S_{wi}$ , fração	0,30
$r_e$ , pés	65,6	$B_{oi}$ , fração	1,4831
$r_w$ , pés	0,375	$C_{ti}$ , $psi^{-1}$	0,00002738
$h$ , pés	15	$\lambda_{tvi}$ , $cp^{-1}$	1,69457
$\phi$ , fração	0,30	$\bar{p}_i - p_{wf}$ , $psi$	502,6
$k$ , $md$	5	$\bar{p}_{pi} - p_{pwf}$ , $psi$	418

Tab. 5.3: Dados do exemplo 1

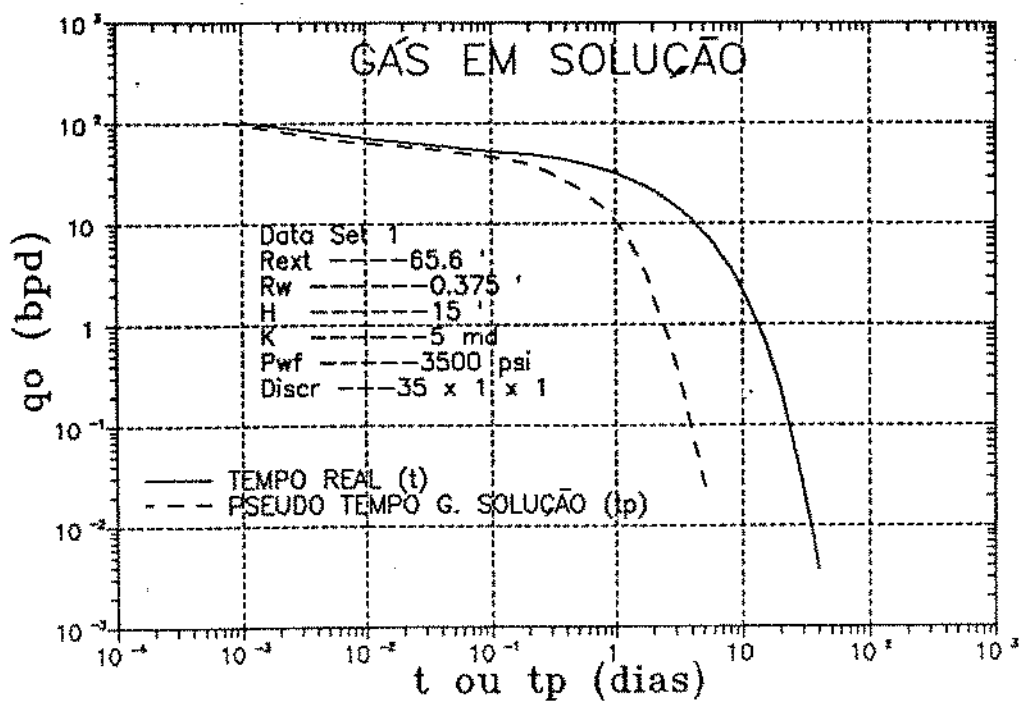


Figura 5.5: Exemplo 1,  $\ln q_o \times \ln t_p$  ou  $\ln t$  - Gás em solução

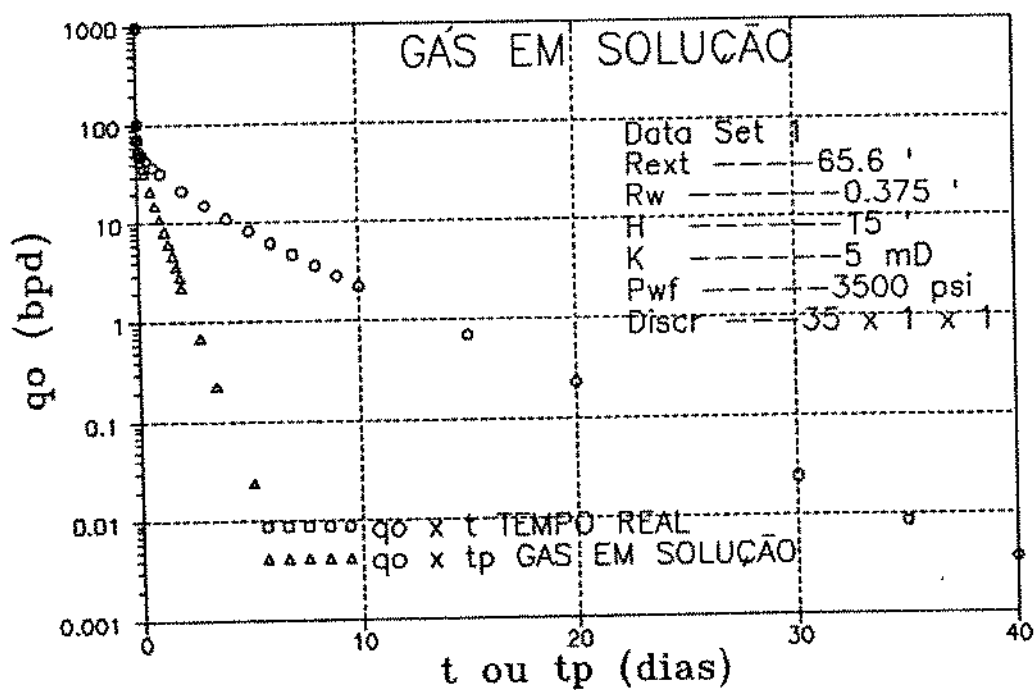


Figura 5.6: Exemplo 1,  $\ln q_o \times t_p$  ou  $t$  - Gás em solução

RESULTADOS DO EXEMPLO 1					
PARÂMETROS	CURVA TIPO		SEMI-LOG		REAL
	$q_o/t$	$q_o/t_p$	$q_o/t$	$q_o/t_p$	
$[q_o/q_{dD}]_M, [q_o/q_{dpD}]_M$	50,96	55,2			
$[t/t_{dD}]_M, [t_p/t_{dpD}]_M$	2,47	0,643			
$q_y, q_{yp}$			30	57	
$-1/m, -1/m_{pt}$			4,3	0,68	
$kh$	64,9	72,05	38	74,4	75
%*	-13,5	-3,93	-49	-0,8	
$\phi/k$	0,14	0,0641	0,2437	0,06775	0,06
%*	+142	+6,77	+306	+12,9	
$VP \times 10^{-3}, RB$	13,564	11,115	13,902	12,196	10,834
%*	+25,2	+2,6	+28	+12,6	
$N \times 10^{-3}, STB$	6,402	5,246	6,562	5,756	5,1134
%*	+25,2	+2,6	+28	+12,6	
%*erro = (calculado - real)/real $\times$ 100			S = 0		

Tab. 5.4: Resultados do exemplo 1 - Gás em solução

DADOS DO EXEMPLO 2					
DATA SET 2		$S_{wi}$ , fração	0,0		
$r_e$ , pés	65,6	$B_{oi}$ , fração	1,19		
$r_w$ , pés	0,375	$C_{ti}$ , $psi^{-1}$	0,00024885		
$h$ , pés	20	$\lambda_{tri}$ , $cp^{-1}$	0,793391		
$\phi$ , fração	0,15	$\bar{p}_i - p_{wf}$ , $psi$	303,5		
$k$ , $md$	100	$\bar{p}_{pi} - p_{pwf}$ , $psi$	249,78		

Tab. 5.5: Dados do exemplo 2

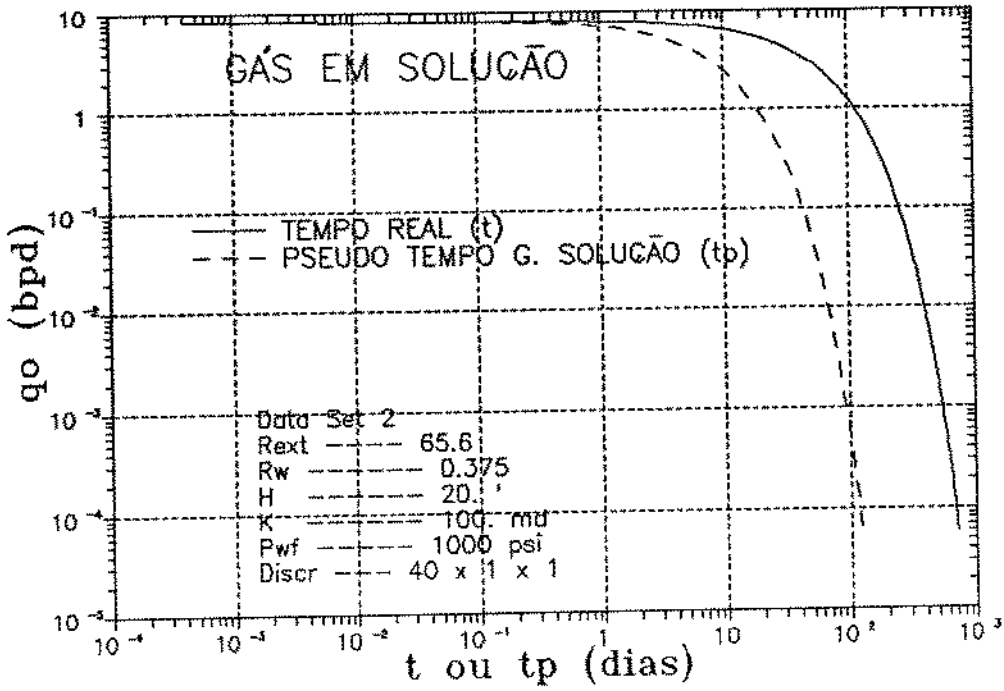


Figura 5.7: Exemplo 2,  $\ln q_o \times \ln t_p$  ou  $\ln t$  - Gás em solução

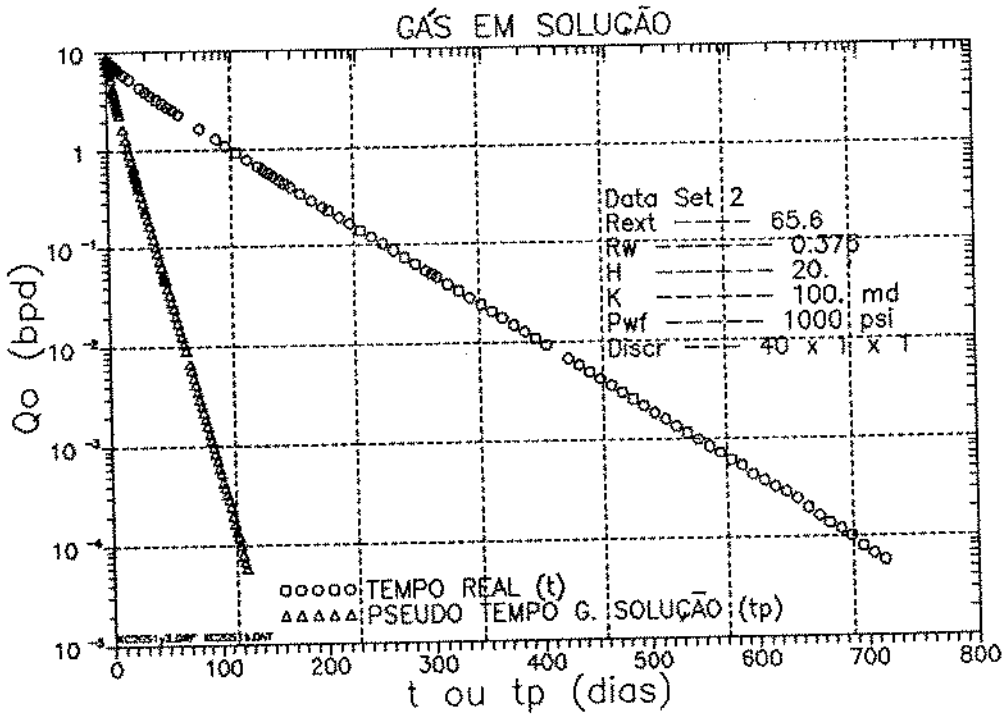


Figura 5.8: Exemplo 2,  $\ln q_o \times t_p$  ou  $t$  - Gás em solução

RESULTADOS DO EXEMPLO 2					
	CURVA TIPO		SEMI-LOG		
PARÂMETROS	$q_o/t$	$q_o/t_p$	$q_o/t$	$q_o/t_p$	REAL
$[q_o/q_{dD}]_M, [q_o/q_{dpD}]_M$	7.75	7.75			
$[t/t_{dD}]_M, [t_p/t_{dpD}]_M$	47.2	9.69			
$q_y, q_{yp}$			7,0	6,5	
$-1/m, -1/m_{pt}$			60,9	10,83	
$kh$	**	**	**	**	
%*	**	**	**	**	
$\phi/k$	**	**	**	**	
%*	**	**	**	**	
$V_P \times 10^{-3}, RB$	5,762	7,512	6,716	7,042	7,2230
%*	-20,2	+4	-7	-2,5	
$N \times 10^{-3}, STB$	4,842	6,312	5,643	5,918	6,06975
%*	-20,2	+4	-7	-2,5	
%*erro = (calculado - real)/real $\times$ 100			** S elevado		

Tab. 5.6: Resultados do exemplo 2 - Gás em solução

DADOS DO EXEMPLO 3			
DATA SET 3		$S_{wi}$ , fração	0,0
$r_e$ , pés	1250	$B_{oi}$ , fração	1,19
$r_w$ , pés	0,25	$C_{ti}$ , $psi^{-1}$	0,00024885
$h$ , pés	20	$\lambda_{t_{ri}}$ , $cp^{-1}$	0,793391
$\phi$ , fração	0,15	$\bar{p}_i - p_{wf}$ , $psi$	300
$k$ , $md$	5	$\bar{p}_{pi} - p_{pwf}$ , $psi$	249,78

Tab. 5.7: Dados do exemplo 3

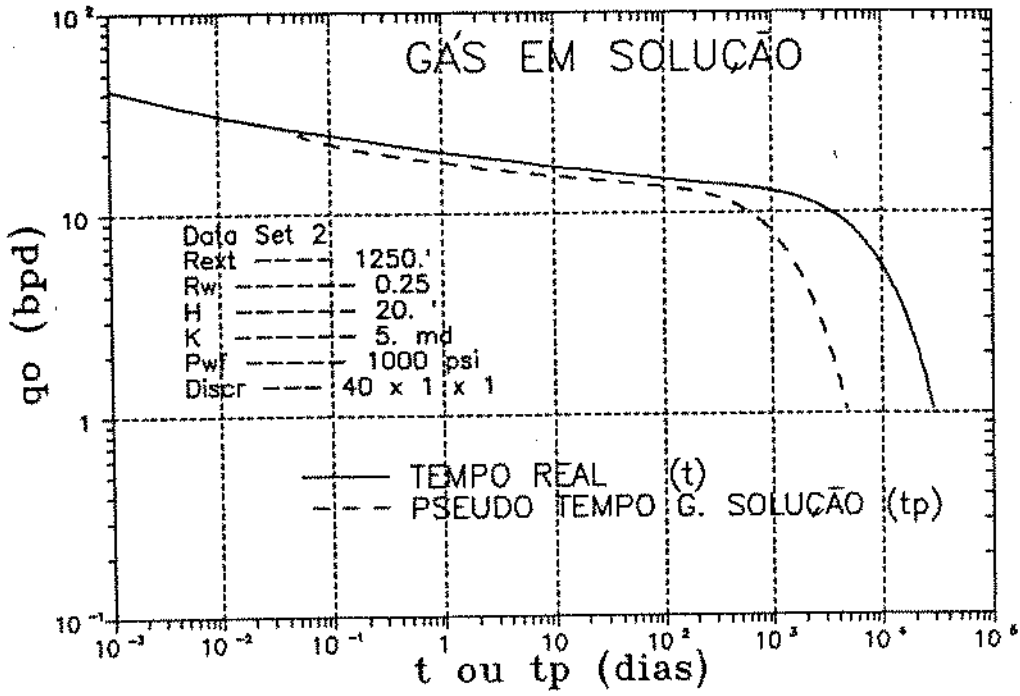


Figura 5.9: Exemplo 3,  $\ln q_o \times \ln t_p$  ou  $\ln t$  - Gás em solução

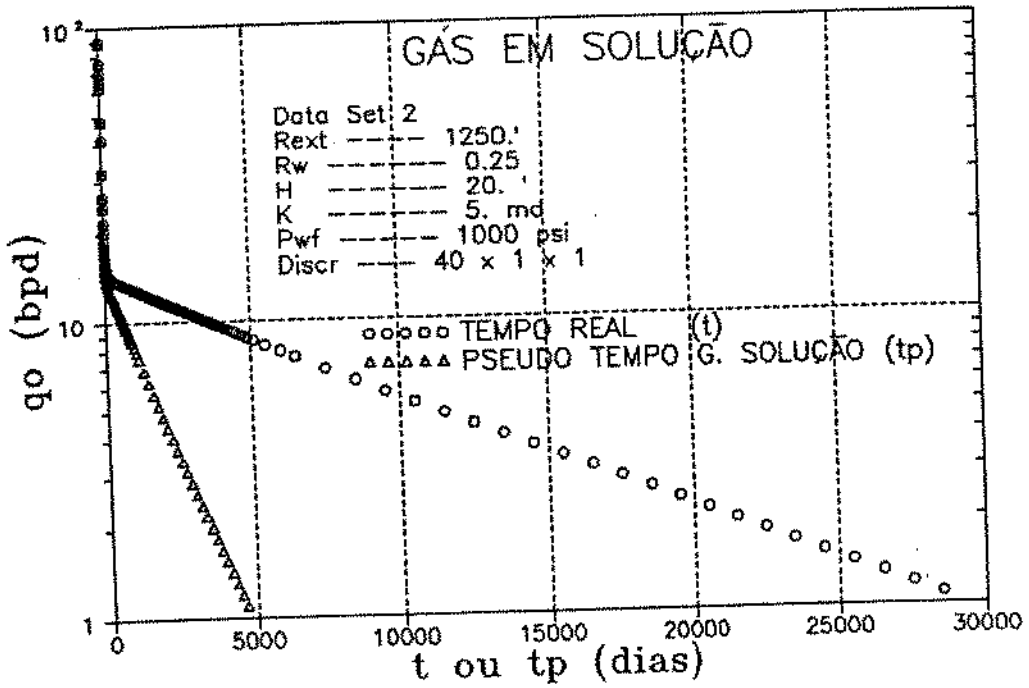


Figura 5.10: Exemplo 3,  $\ln q_o \times t_p$  ou  $t$  - Gás em solução



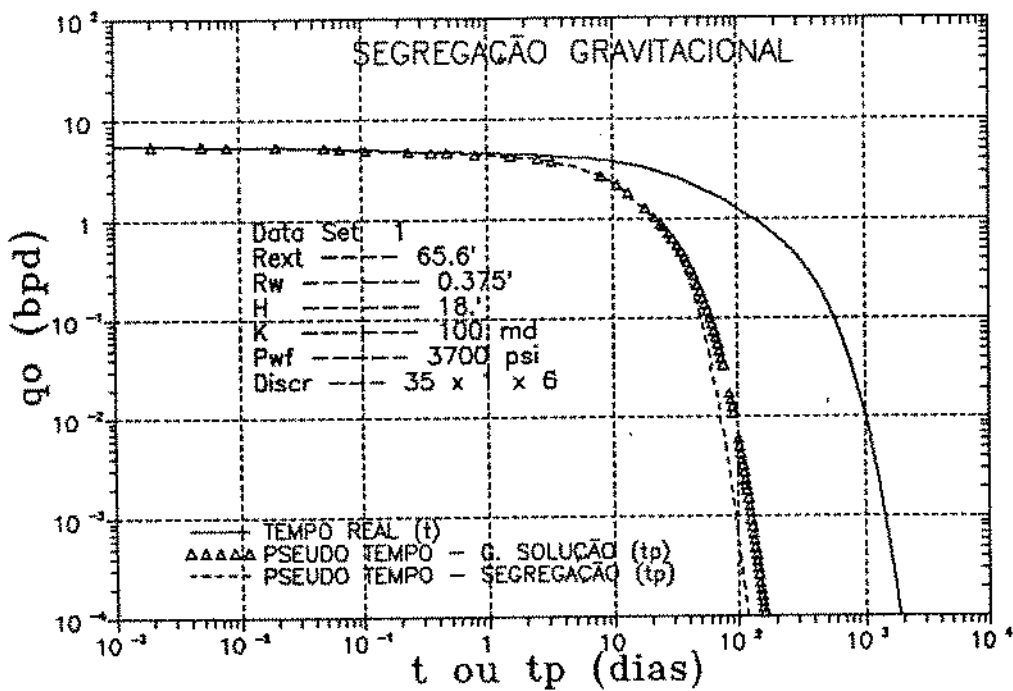
RESULTADOS DO EXEMPLO 3					
PARÂMETROS	CURVA TIPO		SEMI-LOG		REAL
	$q_o/t$	$q_o/t_p$	$q_o/t$	$q_o/t_p$	
$[q_o/q_{dD}]_M, [q_o/q_{dpD}]_M$	14,34	13,84			
$[t/t_{dD}]_M, [t_p/t_{dpD}]_M$	9150	17,57			
$q_y, q_{yp}$			14,2	14,2	
$-1/m, -1/m_{pt}$			10,430	1776	
$kh$	78,6	91,1	77,8	93,5	100
%*	-21,4	-8,9	-22,2	-6,5	
$\phi/k$	0,0305	0,03051	0,03047	0,03086	0.03
%*	+1,7	+1,71	+15,9	+2,86	
$VP \times 10^{-3}, RB$	2097	2431,4	2367,08	2523,2	2622,7
%*	-20	-7,3	-9,74	-3,79	
$N \times 10^{-3}, STB$	1762,2	2043,2	1989,14	2203,92	2203,9
%*	-20	-7,3	-9,74	-3,79	
%*erro = (calculado - real)/real $\times$ 100					

Tab. 5.8: Resultados do exemplo 3 - Gás em solução

## 5.6 Segregação gravitacional

DADOS DO EXEMPLO 4			
DATA SET 1		$S_{wi}$ , fração	0,30
$r_e$ , pés	65,6	$B_{oi}$ , fração	1,4831
$r_w$ , pés	0,375	$C_{ti}$ , $psi^{-1}$	0,00001133
$h$ , pés	18	$\lambda_{tri}$ , $cp^{-1}$	1,69457
$\phi$ , fração	0,30	$\bar{P}_i = p_{wf}$ , $psi$	1002
$k$ , $md$	100	$\bar{P}_{pi} = p_{pwf}$ , $psi$	677

Tabela 5.9: Dados do exemplo 4

Figura 5.11: Exemplo 4,  $\ln q_o \times \ln t_p$  ou  $\ln t$  - Segregação gravitacional

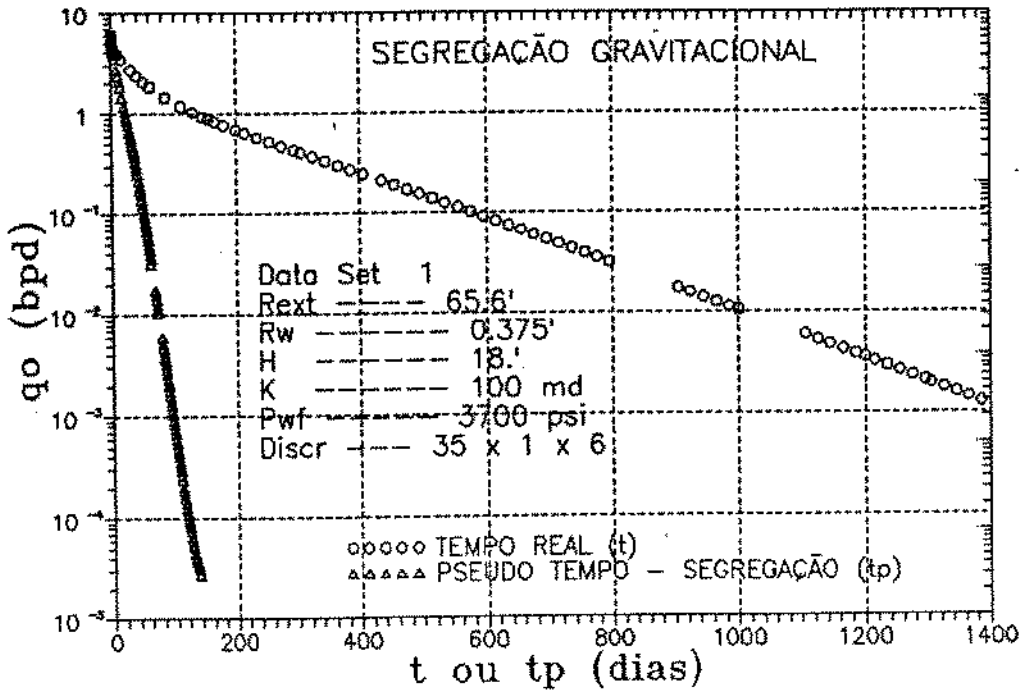


Figura 5.12: Exemplo 4,  $\ln q_o \times t_p$  ou  $t$  - Segregação gravitacional

RESULTADOS DO EXEMPLO 4					
PARÂMETROS	CURVA TIPO		SEMI-LOG		REAL
	$q_o/t$	$q_o/t_p$	$q_o/t$	$q_o/t_p$	
$[q_o/q_{dD}]_M, [q_o/q_{dpD}]_M$	4,67	5,0			
$[t/t_{dD}]_M, [t_p/t_{dpD}]_M$	49,6	13			
$q_u, q_{yp}$			2	7	
$-1/m, -1/m_{pt}$			184	11,15	
$kh$	**	**	**	**	
%*	**	**	**	**	
$\phi/k$	**	**	**	**	
%*	**	**	**	**	
$VP \times 10^{-3}, RB$	15,83	12,57	25,203	15,085	13,0017
%*	+21,7	+3,33	+94	+16	
$N \times 10^{-3}, STB$	7,472	5,9324	11,895	7,1199	6,1363
%*	+21,7	+3,33	+94	+16	
%* erro = (calculado - real)/real x 100			** S = elevado		

Tabela 5.10: Resultados do exemplo 4 - Segregação gravitacional

No exemplo 4, a título de comparação, o valor de  $V_p$  foi obtido se utilizando para tal o modelo de gás em solução puro sem alteração para o caso de segregação gravitacional. O valor obtido foi:

$$V_{GS} = 14665 \text{ bbl} \text{ ou seja } 12.8\% \text{ mais}$$

que o real, mostrando que apesar de bem melhor que o resultado do monofásico, a formulação de *DESV* para segregação gravitacional funcionou melhor ainda (3.33 % de erro).

DADOS DO EXEMPLO 5			
DATA SET 1		$S_{wi}$ , fração	0,30
$r_e$ , pés	1250	$B_{oi}$ , fração	1,4831
$r_w$ , pés	0,375	$C_{ti}$ , $psi^{-1}$	0,00001133
$h$ , pés	15	$\lambda_{tri}$ , $cp^{-1}$	1,69457
$\phi$ , fração	0,30	$\bar{p}_i - p_{wf}$ , $psi$	500
$k$ , $md$	100	$\bar{p}_{pi} - p_{pwf}$ , $psi$	418

Tab. 5.11: Dados do exemplo 5

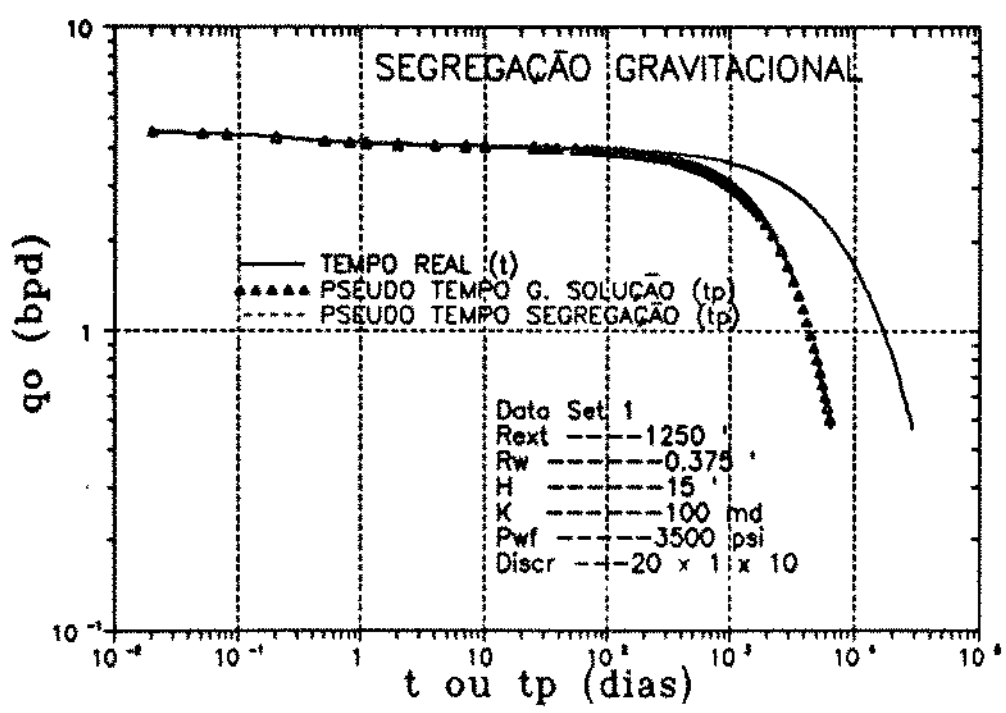


Figura 5.13: Exemplo 5,  $\ln q_o \times \ln t_p$  ou  $\ln t$  - Segregação gravitacional

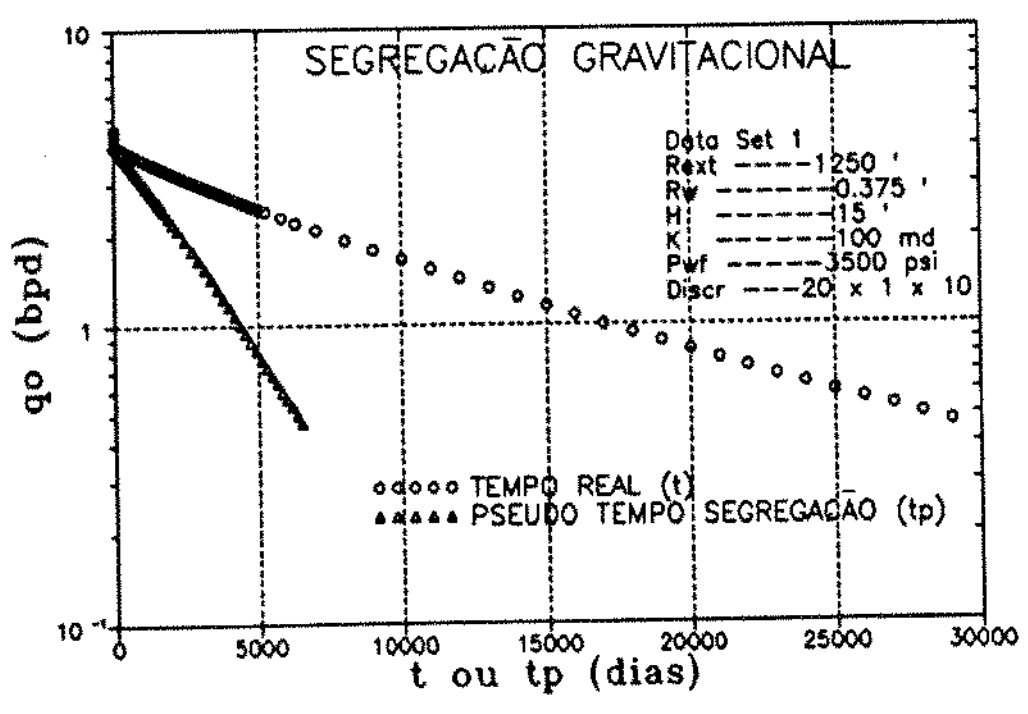


Figura 5.14: Exemplo 5,  $\ln q_o \times t_p$  ou  $t$  - Segregação gravitacional

RESULTADOS DO EXEMPLO 5					
PARÂMETROS	CURVA TIPO		SEMI-LOG		REAL
	$q_o/t$	$q_o/t_p$	$q_o/t$	$q_o/t_p$	
$[q_o/q_{dD}]_M, [q_o/q_{dpD}]_M$	4,0172	4,0172			
$[t/t_{dD}]_M, [t_p/t_{dpD}]_M$	9528	3240			
$q_y, q_{yp}$			3,1	4	
$-1/m, -1/m_{pt}$			15008	3051	
$kh$	**	**	**	**	
%*	**	**	**	**	
$\phi/k$	**	**	**	**	
%*	**	**	**	**	
$VP \times 10^{-3}, RB$	4123,73	4075,67	5012,1	3821,98	3933,99
%*	+5	+3,6	+27	+2,8	
$N \times 10^{-3}, STB$	1946,34	1923,65	2365,6	1803,91	1856,78
%*	+5	+3,6	+27	+2,8	
%*erro = (calculado - real)/real $\times$ 100			** S = elevado		

Tab. 5.12: Resultados do exemplo 5 - Segregação gravitacional

Neste exemplo, a saturação de gás média no reservatório atingiu valores pequenos devido à pouca depleção observada. É um caso interessante, pois podemos observar que o resultado encontrado pela análise monofásica é próximo àquela encontrada para a segregação gravitacional (5.0 x 3.6 %).

Podemos afirmar que  $\left(\frac{\lambda_g}{C_i}\right)$  variou pouco, razão pela qual a análise do monofásico, gás em solução e segregação gravitacional chegaram a valores bem próximos.

DADOS DO EXEMPLO 6			
DATA SET 1		$S_{wi}$ , fração	0,30
$r_e$ , pés	65,6	$B_{oi}$ , fração	1,4831
$r_w$ , pés	0,375	$C_{ti}$ , $psi^{-1}$	0,00001133
$h$ , pés	18	$\lambda_{tri}$ , $cp^{-1}$	1,69457
$\phi$ , fração	0,30	$\bar{p}_i - p_{wf}$ , $psi$	1002
$k$ , $md$	10	$\bar{p}_{pi} - p_{pwf}$ , $psi$	677

Tab. 5.13: Dados do exemplo 6

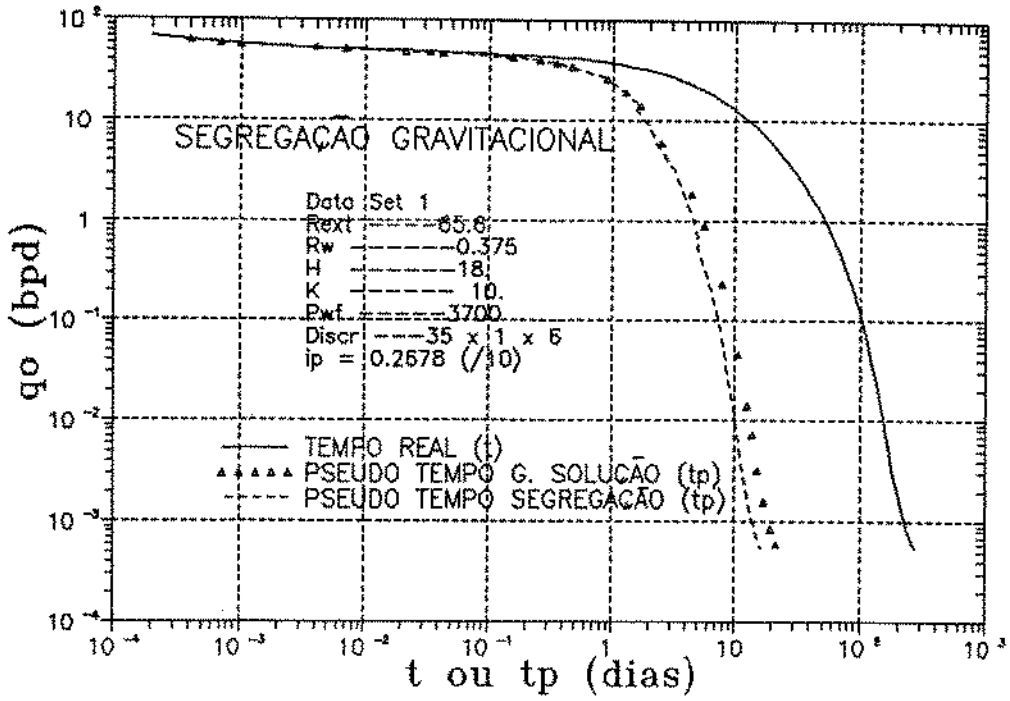


Figura 5.15: Exemplo 6,  $\ln q_o \times \ln t_p$  ou  $\ln t$  - Segregação gravitacional

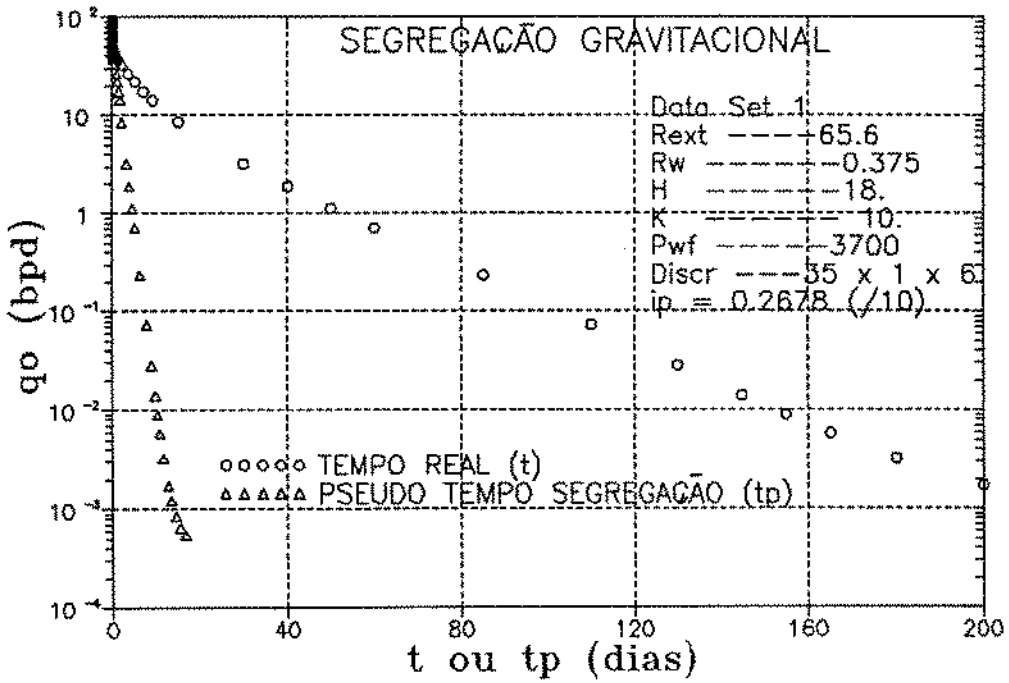


Figura 5.16: Exemplo 6,  $\ln q_o \times t_p$  ou  $t$  - Segregação gravitacional

RESULTADOS DO EXEMPLO 6					
PARÂMETROS	CURVA TIPO		SEMI-LOG		REAL
	$q_o/t$	$q_o/t_p$	$q_o/t$	$q_o/t_p$	
$[q_o/q_{dD}]_M, [q_o/q_{dpD}]_M$	42	53			
$[t/t_{dD}]_M, [t_p/t_{dpD}]_M$	7,94	1,23			
$q_y, q_{yp}$			20	50	
$-1/m, -1/m_{pt}$			21,7	1,22	
$kh$	**	**	**	**	
%*	**	**	**	**	
$\phi/k$	**	**	**	**	
%*	**	**	**	**	
$VP \times 10^{-3}, RB$	18,027	12,605	23,4608	11,795	13,0017
%*	+38	-3	+80,4	-9,3	
$N \times 10^{-3}, STB$	8,5085	5,9494	11,0728	5,567	6,13623
%*	+38	-3	+80,4	-9,3	
%*erro = (calculado - real)/real $\times$ 100			** S = elevado		

Tab. 5.14: Resultados do exemplo 6 - Segregação gravitacional

O exemplo 6 é um caso em que a vazão inicial (222 bpd) está muito acima da vazão crítica.

Como havíamos mostrado anteriormente, o comportamento do reservatório se assemelha ao caso de gás em solução pura, fugindo então da solução de segregação gravitacional completa.

Portanto, ao analisarmos o exemplo com o modelo de Serra [35] e Chen e Poston [10], o valor obtido para  $V_p$  é de 12957.6 bbl, ou seja, 0.3 % diferente do real (13001 bbl).

De qualquer forma, as duas análises multifásicas obtiveram resultados (3.0 % e 0.3 %), bastante melhores àquela obtida para o caso monofásico (+ 38 %), mostrando a eficácia do uso das pseudo-funções.

De uma maneira geral podemos afirmar que a análise de curvas de declínio, segundo uma formulação monofásica, certamente nos levará à determinação de parâmetros cuja acurácia será no mínimo duvidosa.

Estes erros serão menores à medida que a análise seja feita no início da vida produtiva do campo, quando pouco gás está presente no sistema e a variação da compressibilidade total e da mobilidade total ainda é pequena. De qualquer forma, deverá se atentar para que o sistema esteja no fluxo dominado por fronteiras.

A análise do fluxo multifásico com o uso das pseudo-funções se revelou bastante eficaz, apresentando erros não maiores do que 10% para a análise do volume poroso ou óleo in place.

Outra vantagem do uso das pseudo-funções para a análise das curvas de declínio adimensionais, é que como a análise será sempre feita segundo o declínio exponencial, teremos



certeza de que a solução encontrada é única.

O mesmo não pode ser dito da análise do fluxo monofásico, pois comumente encontramos um ajuste de curvas de declínio em vários valores de  $b$ , o que levará a várias soluções do mesmo problema.

## 6 CONCLUSÕES

1. A análise de declínio de reservatórios de gás em solução com segregação gravitacional para fins práticos se mostrou eficaz.
2. As pseudo-funções pseudo-pressão e pseudo-tempo (valores médios) foram usadas para reservatório com segregação gravitacional de uma maneira empírica e os resultados obtidos se mostraram satisfatórios para uso em engenharia de reservatórios.
3. As pseudo-funções pseudo-pressão e pseudo-tempo conseguem reduzir de maneira eficiente as não linearidades presentes nas equações de fluxo multifásico em reservatórios de gás em solução puro e segregação gravitacional.
4. Na maioria dos casos, análise de fluxo multifásico com curvas de declínio através da solução do fluxo de líquido de pequena compressibilidade, com propriedades de fluido e de rocha constantes pode levar a resultados não satisfatórios.
5. As equações de balanço de materiais para reservatórios de gás em solução desenvolvidas por Muskat [27] / Martin [25] e para segregação gravitacional completa desenvolvida por Lima [23], fornecem resultados coerentes desde que os gradientes de pressão e saturação não sejam exageradamente "grandes".
6. A análise criteriosa do comportamento de um reservatório de gás em solução, com e sem segregação gravitacional com a correta identificação do mecanismo atuante, vai influenciar decisivamente na previsão do comportamento futuro do mesmo, e também na obtenção dos parâmetros que o caracterizam.

## 7 RECOMENDAÇÕES

1. Desenvolver a motivação teórica para análise da linearização da equação da difusividade para o caso de segregação gravitacional completa.
2. Estudar o comportamento da vazão crítica para um sistema bidimensional (r,z) na mesma linha de trabalho desenvolvida por Lima [23].
3. Estudar o pseudo-dano devido a penetração parcial para os casos de segregação gravitacional.

## NOMENCLATURA

$A$  = área do reservatório.

$B_g$  = fator volume de formação do gás,  $RB/SCF(m^3/m^3std)$ .

$B_o$  = fator volume de formação do óleo,  $RB/STB(m^3/m^3std)$ .

$C_g$  = compressibilidade do gás,  $psi^{-1}(Pa^{-1})$ .

$C_o$  = compressibilidade do óleo,  $psi^{-1}(Pa^{-1})$ .

$C_r$  = compressibilidade da rocha,  $psi^{-1}(Pa^{-1})$ .

$C_w$  = compressibilidade da água,  $psi^{-1}(Pa^{-1})$ .

$FR$  = fator de recuperação, fração (fração).

$g$  = aceleração da gravidade,  $pés/s^2(m/s^2)$ .

$h$  = altura do reservatório, pés ( $m$ ).

$k$  = permeabilidade absoluta,  $mD(m^2)$ .

$k_{rg}$  = permeabilidade relativa ao gás, *adim.*(*adim.*).

$k_{ro}$  = permeabilidade relativa ao óleo, *adim.*(*adim.*).

$p$  = pressão,  $psi(Pa)$ .

$p_c$  = pressão capilar,  $psi(Pa)$ .

$p_l$  = pressão na face l,  $psi(Pa)$ .

$p_{sat}$  = pressão de saturação,  $psi(Pa)$ .

$q_l$  = vazão da fase l nas condições de superfície,  $STB/d(m^3/s)$ .

$q_r$  = vazão de óleo de referência nas condições de superfície,  $STB/d(m^3/s)$ .

$R_g$  = razão de solubilidade do gás no óleo,  $SCF/STB(m^3/m^3)$ .

$RGO$  = razão gás-óleo de produção,  $SCF/STB(m^3/m^3)$ .

$S_{gc}$  = saturação de gás crítica, fração (fração).

$S_l$  = saturação na fase l, fração (fração).

$t$  = tempo, *dias*.

$T$  = temperatura,  $F(C)$ .

$u_l$  = velocidade aparente da fase l,  $ft/d(m/s)$ .

$V$  = volume,  $ft^3(m^3)$ .

$V_p$  = volume poroso,  $ft^3(m^3)$ .

$x$  = variável genérica, *exemplo*  $P, S_l, etc..$

$\bar{x}$  =  $\bar{x}(rz)$  = média volumétrica de uma variável para um determinado tempo.

$z$  = posição na direção vertical,  $ft(m)$ .

$\mu_l$  = viscosidade da fase l,  $cp(Pa.s)$ .

$\xi_r$  = parâmetro adimensional, referência [23].

$\rho_l$  = massa específica da fase l,  $lbm/ft^3(rg/m^3)$ .

$\phi$  = porosidade, fração (fração).

$p_D$  = pressão adimensional, monofásico.

$t_D$  = tempo adimensional.

$t_{DA}$  = tempo adimensionalizado pela área.

$\lambda_l$  = mobilidade da fase l,  $cp^{-1}(Pa.s)^{-1}$ .

$\lambda_{tr}$  = mobilidade total em termos de  $k_r$ ,  $cp^{-1}(Pa.s)^{-1}$ .

$b$  = expoente da curva de declínio, adimensional.

$C_a$  = fator de forma de Dietz.

- $J$  = índice de produtividade,  $STB/d(psi)(SM^3/d.kpa)$ .  
 $m$  = inclinação da reta semilog de  $q_o$  versus  $t$ .  
 $m_{pt}$  = inclinação da reta semilog de  $q_o$  versus  $t_p$ .  
 $p_b$  = pressão de referência,  $psia(kpa)$ .  
 $p_p$  = pseudo-pressão normalizada,  $psia(kpa)$ .  
 $p_{pwf}$  = pseudo-pressão normalizada no poço,  $psia(kpa)$ .  
 $r$  = distância radial, pés ( $m$ ).  
 $r_{ed} = r_e/r_w$ .  
 $r_e$  = raio externo do reservatório, pés ( $m$ ).  
 $r_w$  = raio do poço, pés ( $m$ ).  
 $r_{wa}$  = raio do poço aparente.  
 $s$  = fator de película, adimensional.  
 $S$  = saturação, fração.  
 $S_{wi}$  = saturação inicial de água, fração.  
 $t_b$  = tempo de referência, dias.  
 $t_p$  = pseudo-tempo normalizado, dias.  
 $y_t$  = intersecção da reta semi-log  $q_o$  versus  $t$ .  
 $y_{tp}$  = intersecção da reta semi-log  $q_o$  versus  $t_p$ .  
 $\alpha$  = parâmetro definido pela equação.  
 $\beta$  = parâmetro definido pela equação.  
 $\gamma$  = constante de Euler = 0,57722.  
 $C_t$  = compressibilidade total,  $psi^{-1}(Pa^{-1})$ .  
 $DESV$  = fator de desvio da solução do monofásico.  
 $\bar{m}_D$  = pseudo-pressão adimensional média.  
 $m_{wD}$  = pseudo-pressão adimensional no poço.  
 $N_Z$  = número de células na direção vertical.  
 $N_R$  = número de células na direção radial.

## SUBSCRITOS

$l$  = relativo à fase  $l$

$D$  = adimensional

$i$  = condições iniciais

$o$  = relativo à fase óleo

$g$  = relativo à fase gás

$t$  = total

$b$  = condição de referência

$d_D$  = curva de declíneo, adimensional

$d_{pD}$  = pseudo-função, curva de declínio, adimensional

$M$  = ponto de ajuste das curvas-tipo

$r$  = relativo

$w_f$  = condição de fluxo no poço

$y$  = intersecção

## Referências

- [1] Aanonsen, S.: "Nonlinear Effects During Transient Fluid Flow in Reservoirs as Encountered in Well Test Analysis," Dr. Scient. dissertation, U. of Bergen, Norway (1985).
- [2] Agarwal, R. G.: "Real Gas Pseudo-Time - A New Function for Pressure Buildup Analysis of MHF Gas Wells," paper SPE 8279 presented at the 1979 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Las Vegas, Sept. 23-26.
- [3] Ambastha, A. K. and Aziz, K.: "Material Balance Calculations for Solution-Gas-Drive Reservoirs with Gravity Segregation", paper presented in the 62nd Annual Conference and Exhibition of the SPE, Dalls, (September 1987).
- [4] Arps, J.J.: "Analysis of Decline Curves," Trans., AIME (1945) 160, 228-47.
- [5] Arps, J.J. and Roberts, T.G.: "The Effect of the Relative Permeability Ratio, the Oil Gravity, and the Solution Gas - Oil Ratio on the Primary Recovery from a Depletion Type Reservoir," Trans. AIME (1955), 204, 120.
- [6] Bøe, A. , Skjæveland, S. , and Whitson, C.: "Two-Phase Pressure Test Analysis", paper SPE 10224, presented at The 1981 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Oct. 5-7.
- [7] Brons, F. , Marting, V. E.: "The Effect of Restricted Fluid Entry on Well Productivity," paper presented at 34th Annual Fall Meeting of SPE, oct. 4-7, 1959, in Dallas.
- [8] Camacho, R.V. and Raghavan, R.: "Some Theoretical Results Useful in Analysing The Well Performance of a Solution Gas Drive Reservoir," paper SPE 16580.
- [9] Camacho, R.V.: "Well Performance Under Gas Drive," Ph.D. Dissertation, University of Tulsa, 1987.
- [10] Chen, H. Y. and Poston, S. W.: "Application-of-Pseudo-Time Function to Permit Better Decline Curve Analysis", paper SPE 17051 presented at the SPE Eastern Regional Meeting in Pittsburg, Pennsylvania, Oct. 21-23, 1987.
- [11] Cook, R. E.: "Analysis of Gravity Segregation Performance During Natural Depletion", SPE (Sept, 1962) 261-274.
- [12] Corrêa, A. C. F.: "Notas de Aula do Curso de Comportamento de Reservatórios", Departamento de Engenharia Mecânica, CEPETRO, UNICAMP, segundo semestre de 1990.
- [13] Cox, D. O.: "The Solution of Problems Associated With Constant Well Pressure," Paper SPE 8386, 1979.
- [14] Evinger, H.H. and Muskat, M. : "Calculation of Theoretical Productivity Factor" Trans., AIME, 146, (1942), 126-139.
- [15] El - Kahtib, N.A.F.: "The Effect of Drainage Area and Production Rate on the Performance of Depletion Drive Oil Reservoir," Paper SPE 11019 presented at the 57th Annual Meeting of SPE AIME, New Orleans, LA (Sept. 26-29 1982)

- [16] Ehlig - Economides, C.A. and Ramey, H.J. Jr.: " (1981) "Pressure Build-up Analysis for Wells Produced at a Constant Pressure," SPEJ (Feb. 1981) 104-14, Trans., AIME 271.
- [17] Fetkovich, M.: "The Isochronal Testing of Oil Wells," paper SPE 4529, presented at the 1973 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Las Vegas, Sept. 30 Oct. 3.
- [18] Fetkovich, M.J.: "Decline Curve Analysis Using Type Curves," JPT (June 1980) 1065-1077.
- [19] Fetkovich, M.J. and Vienot, M.E.: "Rate Normalization of Buildup Pressure Using Afterflow Data," JPT (Dec. 1984) 2211-24.
- [20] Fetkovich, M. D. , Guerrero, E. T. , Fetkovich, M. J. and Thomas, L. K. : " Oil and Gas Relative Permeabilities Determined from Rate-Time Performance Data," paper SPE 15431, apresentado em 1986, New Orleans, Outubro, 5-8.
- [21] Gentry, R.W. and McCray, A.W.: " The Effect of Reservoir and Fluid Properties on Production Decline Curves," JPT (Sept. 1978) 1327-41.
- [22] Levine, J.S. and Prats, M.: "The Calculated Performance of Solution - Gas - Drive Reservoirs," SPE J., (sept 1961), 142-152.
- [23] Lima, Paulo Neves,: "Comportamento de Reservatórios de Gás em Soluções Submetidos à Segregação Gravitacional", dissertação de Mestrado, UNICAMP 1990.
- [24] Martin, J. C.: "Simplified Equations of Flow in Gas Drive Reservoirs and The Theoretical Foundation of Multiphase Pressure Buildup Analysis", Trans. AIME (1959), 216 - 309.
- [25] Martin, J. C.: "Reservoir Analysis for Pressure Maintenance Operation Based on Complete Segregation of Mobil Fluid ", AIME (1958) 213, 220.
- [26] Muskat, M.: " The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media," McGraw-Hill book Company Inc, New York, 1937.
- [27] Muskat, M.: "The Production Histories of Oil Producing Gas-Drive Reservoirs", Journal of Applied Physics, (1945) 16, 147.
- [28] Muskat, M and Taylor, M. O.: "Effect of the Crude Gravity on the Performance of Gas Drive Reservoirs," Petroleum Engineer, (DEC, 1946), pg 88.
- [29] Perrine, R.L.: "Analysis of Pressure Buildup Curves," Drill. and Prod. Prac., API (1956), 482-509.
- [30] Pirson, S. J.: "Oil Reservoir Engineering", Mc Graw-Hill Book co, Inc. , N. Y. (1958).
- [31] Raghavan, R.: "Well Test Analysis: Well Producing by Solution Gas Drive," SPEJ (Aug. 1976) 196-208; Trans., AIME, 261.
- [32] Ramey, H. J. , Jr.: " Rapid Methods for Estimating Reservoir Compressibilities," JPT, (Abril 1964), 447-454.
- [33] Ramsay, H. J. Jr.: " The Ability of Rate-Time Decline Curves of Predict Future Production Rates," Ms Thesis, U. of Tulsa, Ok. (1968).

- [34] Schilthius, R.J.: "Active Oil and Reservoir Energy," Trans. AIME, vol 118 pg. 33.
- [35] Serra, K. V.: "Well Testing for Solution Gas Drive Reservoirs", dissertaçãPhd. , U. of Tulsa, Tulsa 1988.
- [36] Shreve , D.R. and Welch,L.W.,Jr.: " Gas Drive and Gravity Drainage Analysis for Pressure Maintenance Operation," Trans AIME (1956) 207, 136.
- [37] SIMBEST, Black Oil Simulation, User's Guide, version 1.0, Scientific Software Intercomp Inc. (July 1985).
- [38] Standing, M.B.: "Concerning the Calculation of Inflow Performance of Wells Producing From Solution Gas Drive Reservoirs," J.P.T. (1970) paper 3332P.
- [39] Streltsova, T. D.: " Well Testing in Heterogeneous Formations," John Wiley & Sons ; " An Exxon Monograph" 1988.
- [40] Turner, J.: "How Different Size Gas Caps and Pressure Maintenance Programs Affect Amount of Recoverabic Oil", Oil Weekly, (june 12, 1944) 144, n 2, 32-34.
- [41] Tracy, G. W.: "Simplified Form of the Material Balance Equation," Trans. AIME (1955), 204, 243.
- [42] Tsarevich, K.A. and Kuranov, I.F.: "Calculation of the Flow Rates for the Center Well in a Circular Reservoir Under Elastic Conditions," Problems of Reservoir Hydrodynamics, Leningrad (1956) Part 1,9-34.
- [43] van Everdingen, A.F. and Hurst, W.: "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs," Trans., AIME (1949) 186, 305-24.
- [44] Vogel, J.V.: "Inflow Performance Relationships for Solution Gas Drive Wells," J.P.T. (Jan. 1968).
- [45] Weller, W.T.: "Reservoir Performance During Two Phase Flow," J. Pet. Tech. (Feb. 1966), 240-246.
- [46] West, W. J., Garvin, W. W., and Sheldon, J.W.: " Solution of the Equations of Un-steady-State Two - Phase Flow in Oil Reservoirs," Trans AIME (1954) 201, 217-229.



# A PROPRIEDADES DAS ROCHAS E DOS FLUIDOS

Neste apêndice estão definidos os dados de rocha e fluidos, bem como alguns parâmetros de reservatório.

Basicamente, temos três conjuntos de dados, referidos como **Data set 1**, **Data set 2** e **Manual do Simbest**.

Os exemplos rodados ao longo do trabalho foram feitos, fazendo uso destes conjuntos de dados, e quando for o caso, estão citadas nos casos específicos ao longo do texto.

Os conjuntos de dados **Data Set 1** e **Data Set 2** são relativos à referência [35].

O conjunto de dados **Manual do Simbest** é relativo à referência [37].

## Data Set 1

### 1 - Parâmetros básicos do reservatório

Raio do poço, $r_w$	0,375 pés
Pressão inicial (em $h/2$ ), $p_i$	4000 <i>psi</i>
Pressão de saturação inicial, $p_{sat_i}$	4000 <i>psi</i>
Permeabilidade absoluta, $k$	100 <i>md</i>
Porosidade, $\phi$	0.3
Saturação de água conata, $S_{wi}$	0.3
Saturação crítica de gás, $S_{gc}$	0.005
Saturação residual de óleo, $S_{or}$	0.0
Inclinação da compressibilidade do óleo acima da pressão de bolha	$1.6E - 05 \text{ psi}^{-1}$
Inclinação da viscosidade do óleo acima da pressão de bolha	$2.1E - 05 \text{ cp/psi}$

<b>Pressão</b> (psi)	$B_o$ (adim.)	$R_{so}$ (adim.)	$\mu_o$ (cp)
0.00	0.9801	0.00	1.4799
192.82	1.0580	7.88	1.3500
693.91	1.0935	23.49	1.1386
1195.01	1.1336	39.79	0.9677
1696.11	1.1805	57.41	0.8246
2197.21	1.2333	76.55	0.7034
2698.30	1.2931	97.36	0.6010
3199.40	1.3600	119.98	0.5150
3700.50	1.4340	144.71	0.4460
4000.00	1.4831	160.78	0.4131
4100.00	1.4807	160.78	0.4140

Table A.1: Dados de PVT do óleo - Data Set 1

<b>Pressão</b> (psi)	$1/B_g$ (adim.)	$\mu_g$ (cp)
0.00	0.0000	0.0105
192.82	10.5407	0.0113
693.91	40.1841	0.0127
1195.01	72.7876	0.0143
1696.11	107.3500	0.0159
2197.21	142.0928	0.0176
2698.30	175.0852	0.0193
3199.40	204.4517	0.0210
3700.50	229.7794	0.0228
4201.60	250.1253	0.0246
4702.70	270.2700	0.0263
5203.79	285.8792	0.0281
5704.89	302.9087	0.0298

Table A.2: Dados de PVT do gás - Data Set 1

$S_l$	$k_{ro}$	$k_{ro}$	$p_{c_{go}}$
0.30000	0.00000	0.70000	0.000
0.40000	0.00029	0.50379	0.000
0.50000	0.00466	0.32799	0.000
0.60000	0.02362	0.18659	0.000
0.65000	0.04375	0.13125	0.000
0.70000	0.07464	0.08659	0.000
0.74000	0.10927	0.05842	0.000
0.77000	0.14226	0.04150	0.000
0.80000	0.18222	0.02799	0.000
0.83000	0.23004	0.01762	0.000
0.86000	0.28672	0.01008	0.000
0.88000	0.32993	0.64485E-2	0.000
0.89000	0.35328	0.50058E-2	0.000
0.89500	0.36540	0.43706E-2	0.000
0.90000	0.37784	0.37901E-2	0.000
0.90500	0.39060	0.32620E-2	0.000
0.91500	0.41707	0.23544E-2	0.000
0.92000	0.43080	0.19704E-2	0.000
0.92500	0.44486	0.16297E-2	0.000
0.93000	0.45927	0.13300E-2	0.000
0.93500	0.47402	0.10689E-2	0.000
0.94000	0.48913	0.84385E-3	0.000
0.94500	0.50460	0.65240E-3	0.000
0.95000	0.52043	0.49198E-3	0.000
0.95500	0.53662	0.35998E-3	0.000
0.96000	0.55320	0.25376E-3	0.000
0.96500	0.57015	0.17063E-3	0.000
0.97000	0.58750	0.10784E-3	0.000
0.97500	0.60523	0.62637E-4	0.000
0.98000	0.62336	0.32187E-4	0.000
0.98500	0.64190	0.13628E-4	0.000
0.99000	0.66085	0.40525E-5	0.000
0.99500	0.68021	0.50838E-6	0.000
1.00000	0.70000	0.00000	0.000

Table A.3: Dados de permeabilidade relativa - Data Set 1

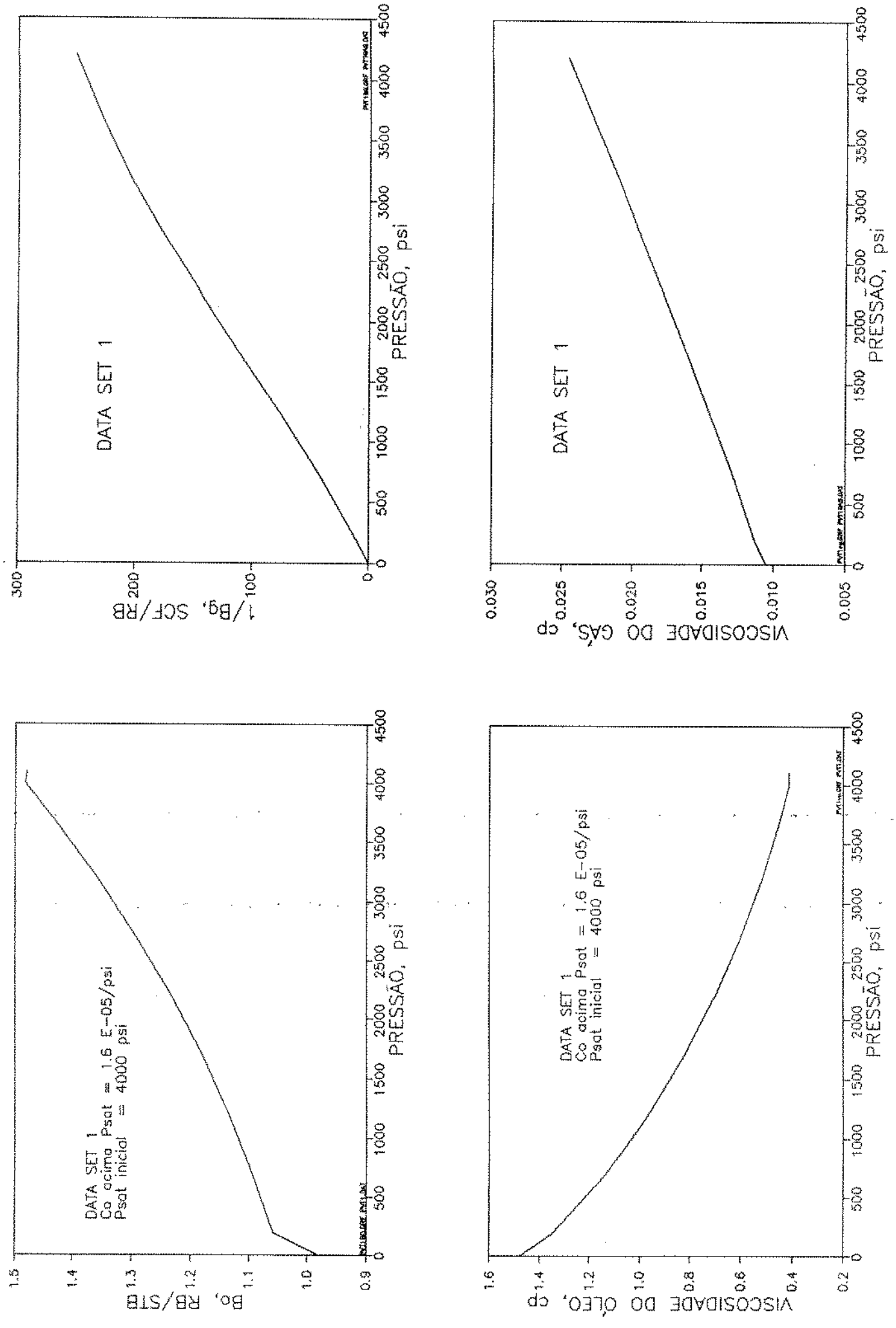


Figura A.1: Curvas de propriedades dos fluidos e rocha- Data set 1

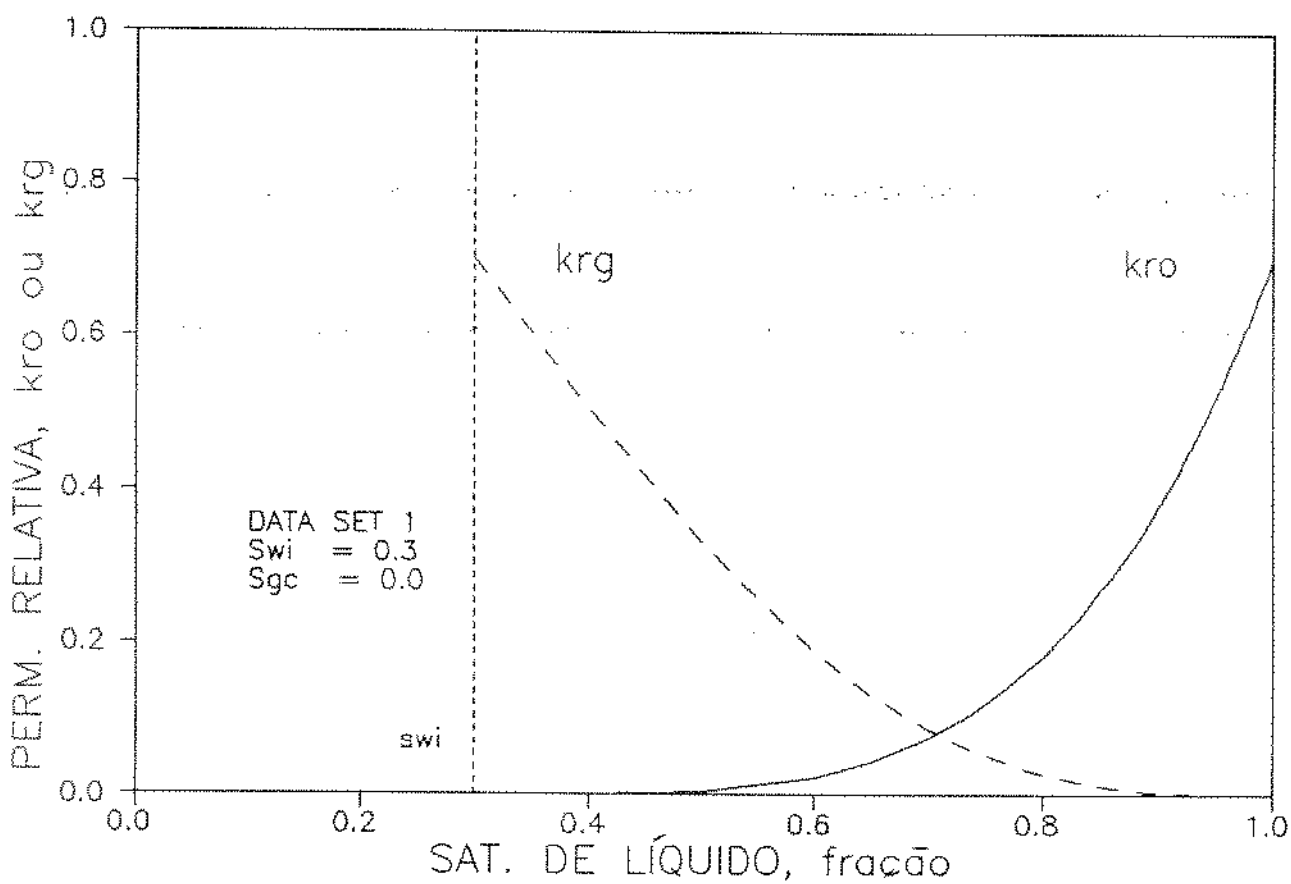
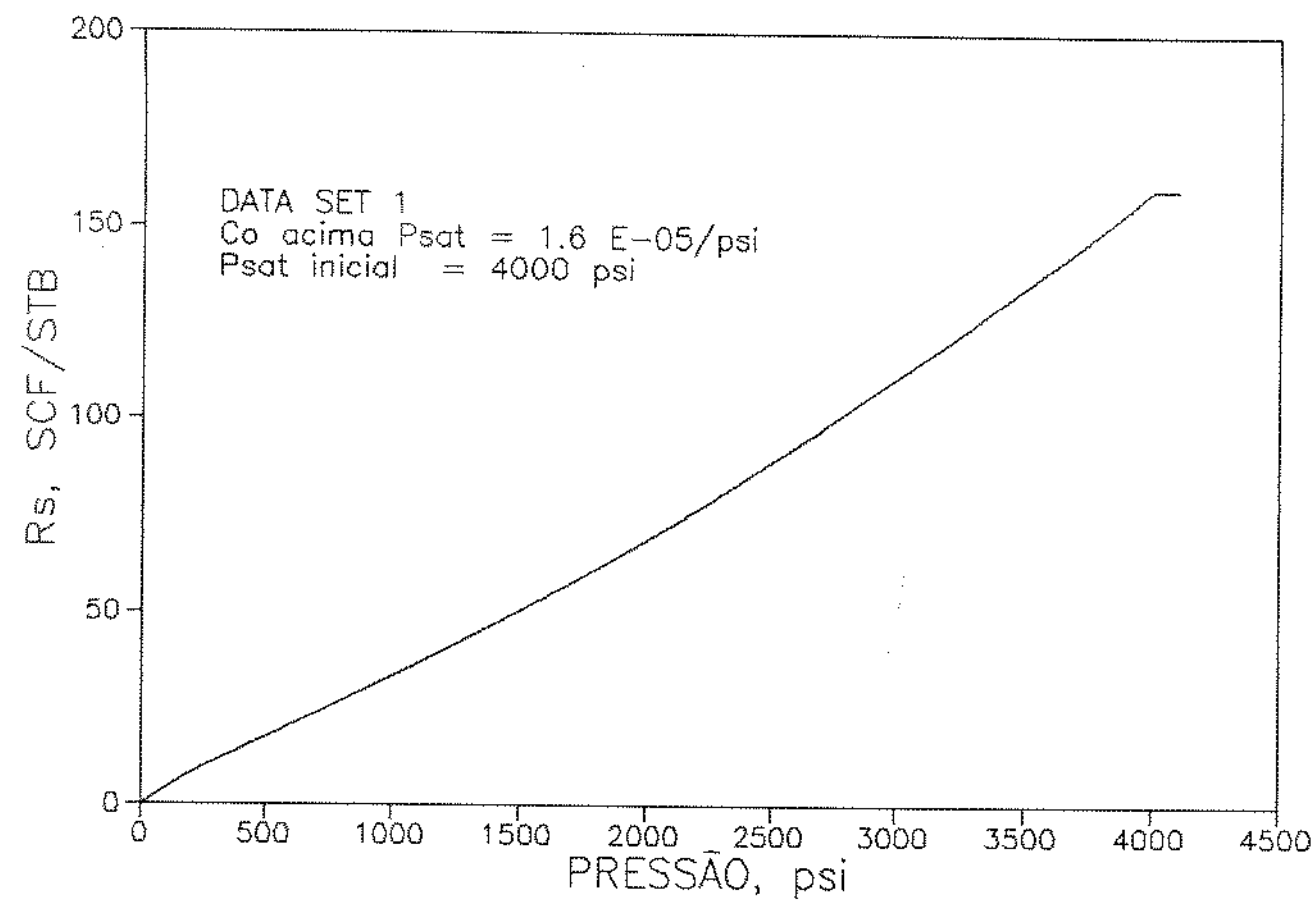


Figura A.2: Curvas de propriedades dos fluidos e rocha- Data set 1

## Data Set 2

## 1 - Parâmetros básicos do reservatório.

Raio do poço, $r_w$	0,375 pés
Pressão inicial (em $h/2$ ), $p_i$	1300psi
Pressão de saturação inicial, $p_{sat}$	1300psi
Permeabilidade absoluta, $k$	100md
Porosidade, $\phi$	0.15
Saturação de água conata, $S_{wi}$	0.00001
Saturação crítica de gás, $S_{gc}$	0.005
Saturação residual de óleo, $S_{or}$	0.0
Inclinação da compressibilidade do óleo acima da pressão de bolha	$1.0E - 05 \text{psi}^{-1}$
Inclinação da viscosidade do óleo acima da pressão de bolha	$9.5E - 05 \text{cp/psi}$

Pressão (psi)	$B_o$ (adim.)	$R_{so}$ (adim.)	$\mu_o$ (cp)
0.00	1.0769	0.00	2.2550
100.00	1.0922	4.54	2.0900
250.00	1.1076	11.36	1.9250
400.00	1.1230	18.17	1.7600
550.00	1.1355	23.75	1.6273
700.00	1.1478	29.31	1.5193
850.00	1.1593	34.60	1.4285
1000.00	1.1702	39.47	1.3520
1150.00	1.1810	44.35	1.2900
1300.00	1.1900	48.83	1.2600
1450.00	1.1815	48.83	1.2779

Table A.4: Dados de PVT do óleo - Data Set 2

Pressão (psi)	$1/B_g$ (adim.)	$\mu_g$ (cp)
0.00	11.9438	0.0114
100.00	16.1125	0.0117
250.00	20.2812	0.0119
400.00	24.4499	0.0122
550.00	34.1356	0.0126
700.00	44.0350	0.0129
850.00	54.2124	0.0132
1000.00	64.3192	0.0135
1150.00	74.8615	0.0138
1300.00	84.0477	0.0142
1450.00	98.8548	0.0146

Table A.5: Dados de PVT do gás - Data Set 2

$S_l$	$k_{ro}$	$k_{ro}$	$p_{c_{go}}$
.00001	.00000	.90000	0.0
.2	.00000	.90000	0.0
.25	.106268E-03	.791016	0.0
.30	.104665E-02	.689062	0.0
.35	.389937E-02	.594141	0.0
.40	.103087E-01	.506250	0.0
.45	.215281E-01	.425391	0.0
.50	.392918E-01	.351563	0.0
.55	.653473E-01	.284766	0.0
.60	.101532	.225000	0.0
.650	.149763	.172266	0.0
.700	.212033	.126562	0.0
.750	.290402	.878906E-01	0.0
.800	.386992	.562500E-01	0.0
.82	.431217	.455625E-01	0.0
.840	.478847	.360000E-01	0.0
.86	.530027	.275625E-01	0.0
.88	.584901	.202500E-01	0.0
.890	.613769	.170156E-01	0.0
.90	.643615	.140625E-01	0.0
.905	.658911	.126914E-01	0.0
.915	.690260	.101602E-01	0.0
.920	.706318	.900000E-02	0.0
.925	.722634	.791016E-02	0.0
.930	.739211	.689063E-02	0.0
.935	.756051	.594141E-02	0.0
.940	.773157	.506251E-02	0.0
.945	.790531	.425391E-02	0.0
.950	.808174	.351563E-02	0.0
.955	.826091	.284766E-02	0.0
.960	.844283	.225001E-02	0.0
.965	.862751	.172266E-02	0.0
.970	.881500	.126562E-02	0.0
.975	.900531	.878906E-03	0.0
.980	.919846	.562499E-03	0.0
.985	.939448	.316407E-03	0.0
.990	.959340	.140625E-03	0.0
.995	.979523	.351565E-04	0.0
1.00000	1.00000	.000000	0.0

Table A.6: Dados de permeabilidade relativa - Data Set 2



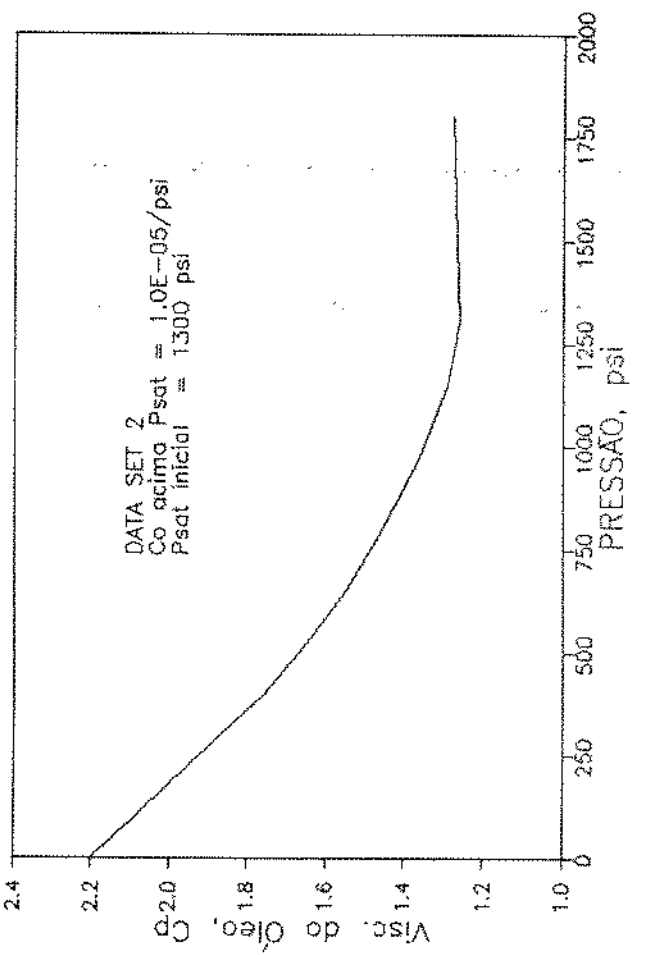
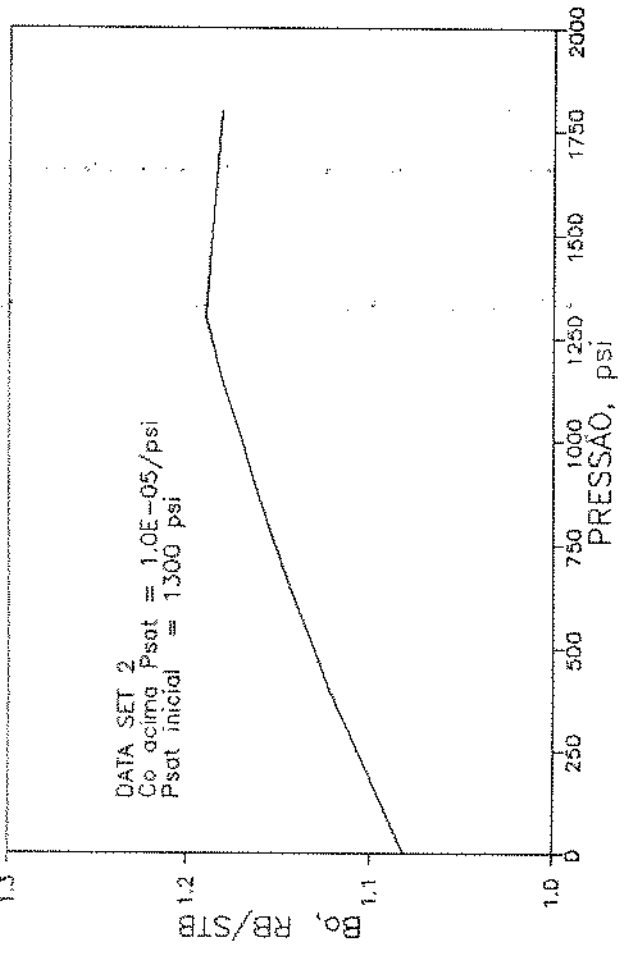
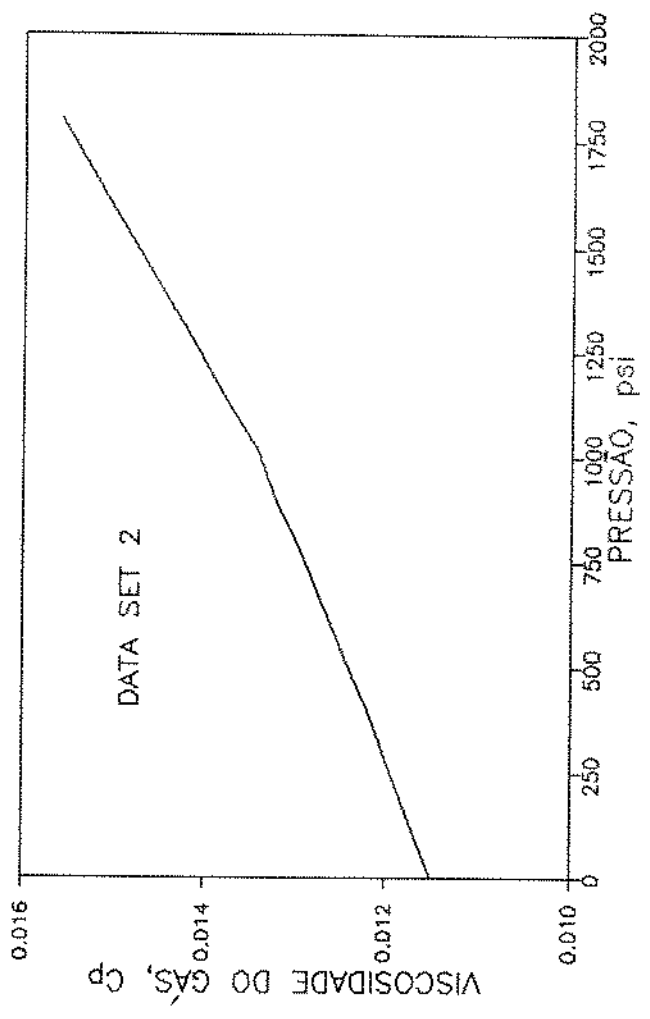
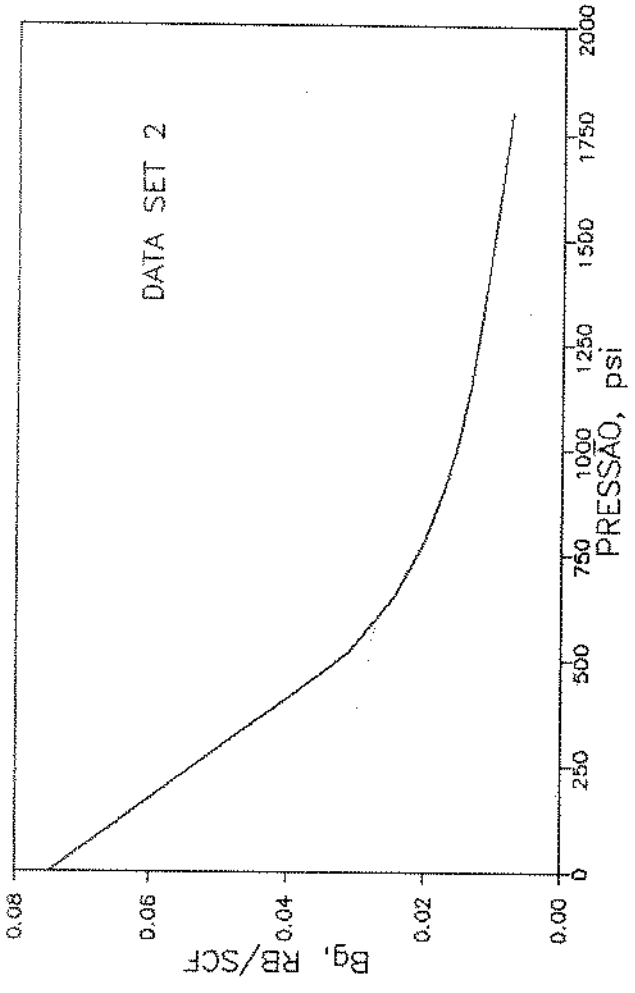


Figure A.3: Curvas de propriedades dos fluidos - Data set 2

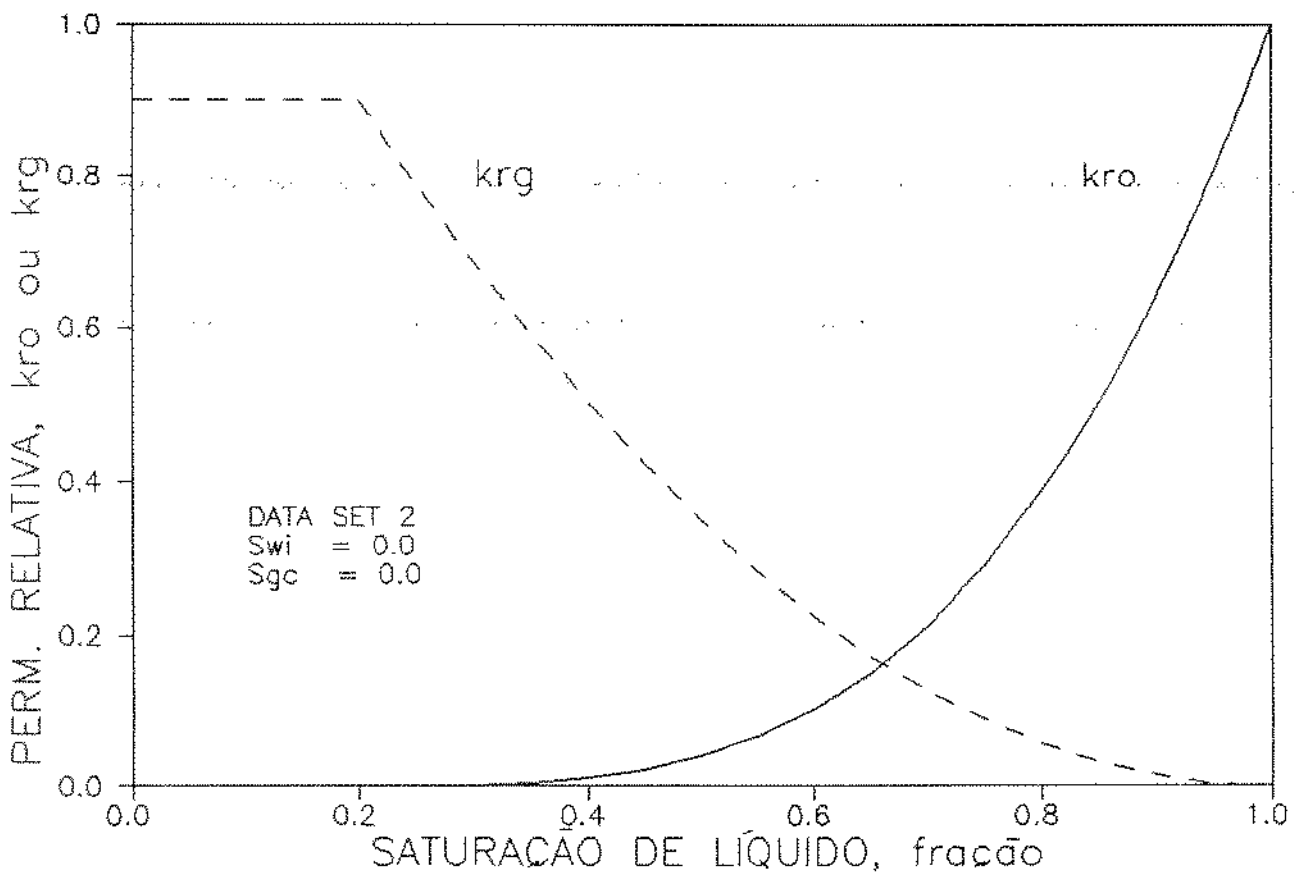
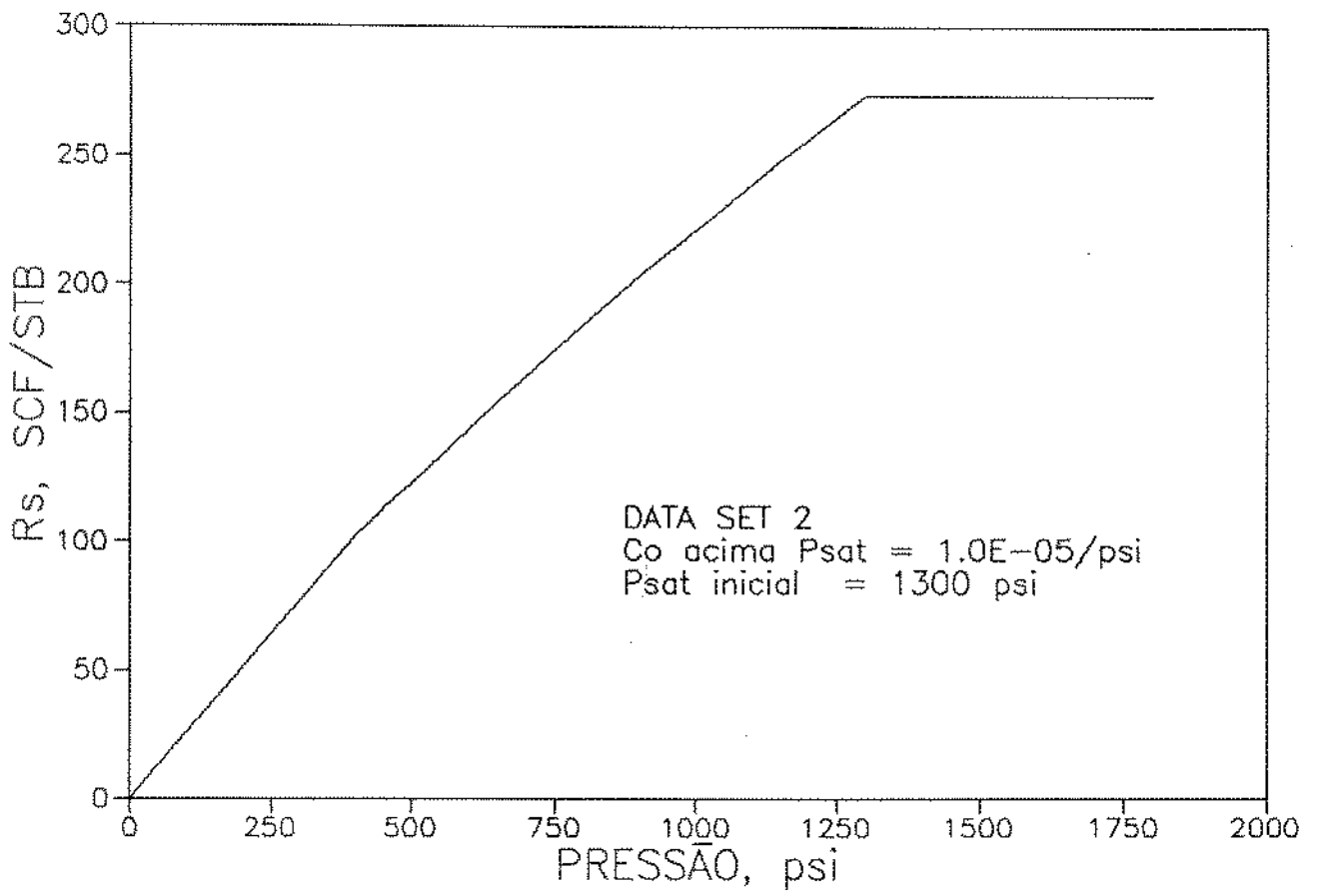


Figure A.4: Curvas de propriedades dos fluidos e rocha - Data set 2

## Manual do Simbest

## 1 - Parâmetros básicos do reservatório:

Raio do poço, $r_w$	0.375 pés
Pressão inicial (em $h/2$ ), $p_i$	2000psi
Pressão de saturação inicial, $p_{sat_i}$	2000psi
Permeabilidade absoluta, $k$	100md
Porosidade, $\phi$	0.20
Saturação de água conata, $S_{wi}$	0.1
Saturação crítica de gás, $S_{ga}$	0.005
Saturação residual de óleo, $S_{or}$	0.25
Inclinação da compressibilidade do óleo acima da pressão de bolha	$1.43E - 05psi^{-1}$
Inclinação da viscosidade do óleo acima da pressão de bolha	$1.57E - 05cp/psi$

<b>Pressão</b> (psi)	$B_o$ (adim.)	$R_{so}$ (adim.)	$\mu_o$ (cp)
0.00	1.0000	0.00	1.0400
100.00	1.1300	23.15	0.9750
200.00	1.1800	32.95	0.9100
300.00	1.2000	38.29	0.8300
400.00	1.2200	43.63	0.7625
500.00	1.2400	48.98	0.6950
600.00	1.2560	53.96	0.6842
700.00	1.2720	58.95	0.6734
800.00	1.2880	63.94	0.6626
900.00	1.3040	68.92	0.6518
1000.00	1.3200	73.91	0.6410
1100.00	1.3341	78.90	0.6363
1200.00	1.3482	83.88	0.6316
1300.00	1.3623	88.87	0.6269
1400.00	1.3764	93.86	0.6222
1500.00	1.3905	98.84	0.6175
1600.00	1.4100	102.40	0.5940
1700.00	1.4300	106.41	0.5705
1800.00	1.4500	110.42	0.5470
1900.00	1.4700	114.43	0.5235
2000.00	1.4900	118.43	0.5000
2100.00	1.487869	118.43	0.500785

Table A.7: Dados de PVT do óleo - dados do Manual do Simbest

Pressão (psi)	$1 / B_g$ (adim.)	$\mu_g$ (cp)
0.00	1.0000	0.0108
100.00	6.9103	0.0109
200.00	12.8205	0.0111
300.00	18.6480	0.0113
400.00	24.4755	0.0116
500.00	30.3030	0.0118
600.00	36.7424	0.0121
700.00	43.1818	0.0125
800.00	49.6212	0.0128
900.00	56.0606	0.0132
1000.00	62.5000	0.0135
1100.00	68.1818	0.0138
1200.00	73.8637	0.0141
1300.00	79.5455	0.0143
1400.00	85.2273	0.0146
1500.00	90.9091	0.0149
1600.00	94.9495	0.0150
1700.00	98.9899	0.0151
1800.00	103.0303	0.0152
1900.00	107.0708	0.0153
2000.00	111.1111	0.0154
2100.00	115.5556	0.0155

Table A.8: Dados de PVT do gás - Manual do Simbest

$S_l$	$k_{ro}$	$k_{rg}$	$pc_{go}$
0.10000	0.00000	1.00000	0.000
0.25000	0.00000	0.72000	0.000
0.40000	0.17000	0.44000	0.000
0.50000	0.28333	0.34000	0.000
0.70000	0.51000	0.15000	0.000
0.80000	0.62333	0.05000	0.000
0.85000	0.68000	0.02000	0.000
0.90000	0.73667	0.01000	0.000
0.99500	0.84433	0.00000	0.000
1.00000	0.85000	0.00000	0.000

Table A.9: Dados de permeabilidade relativa - Manual do Simbest

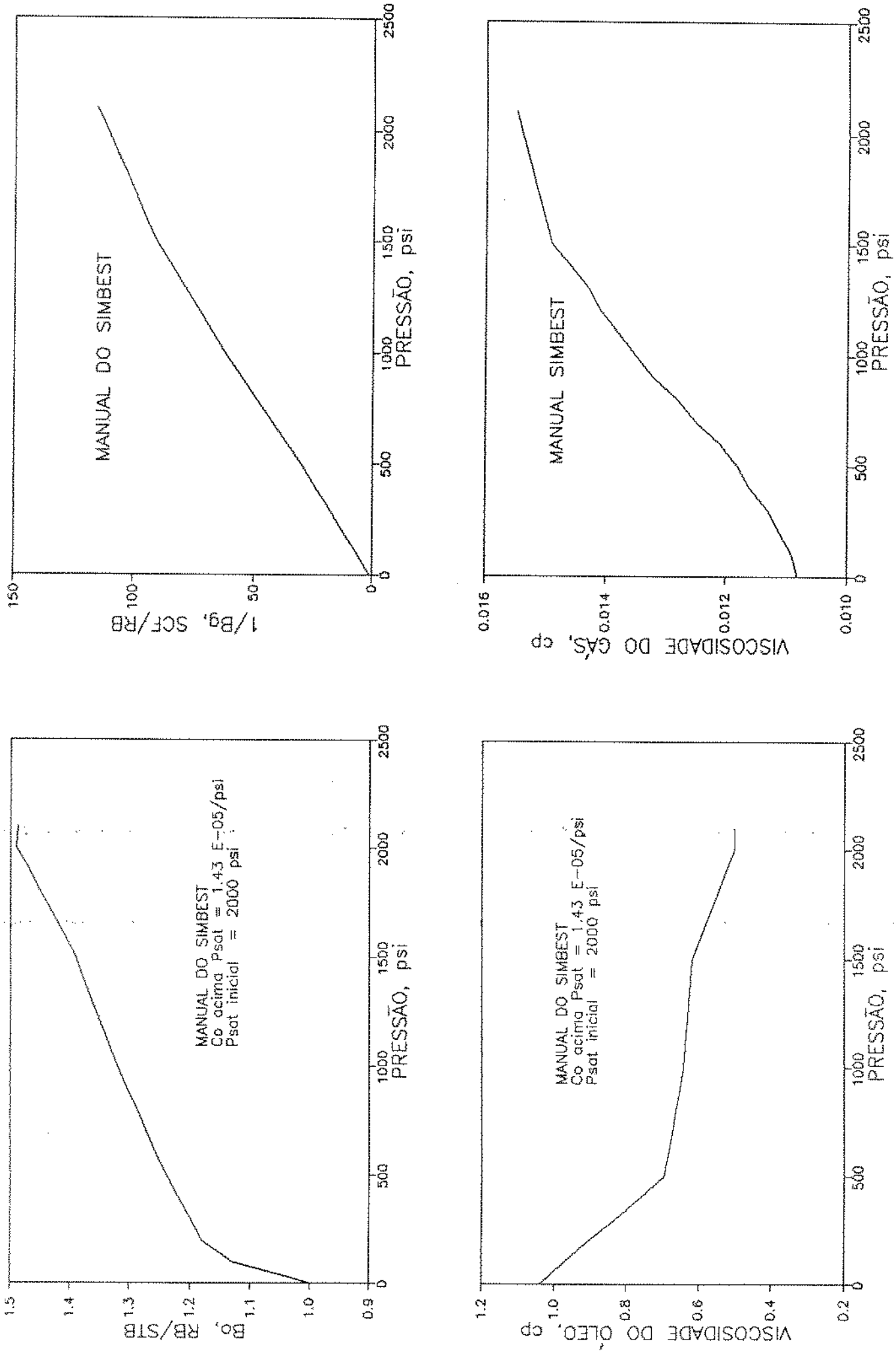


Figura A.5: Curvas de propriedades dos fluidos - Simbest

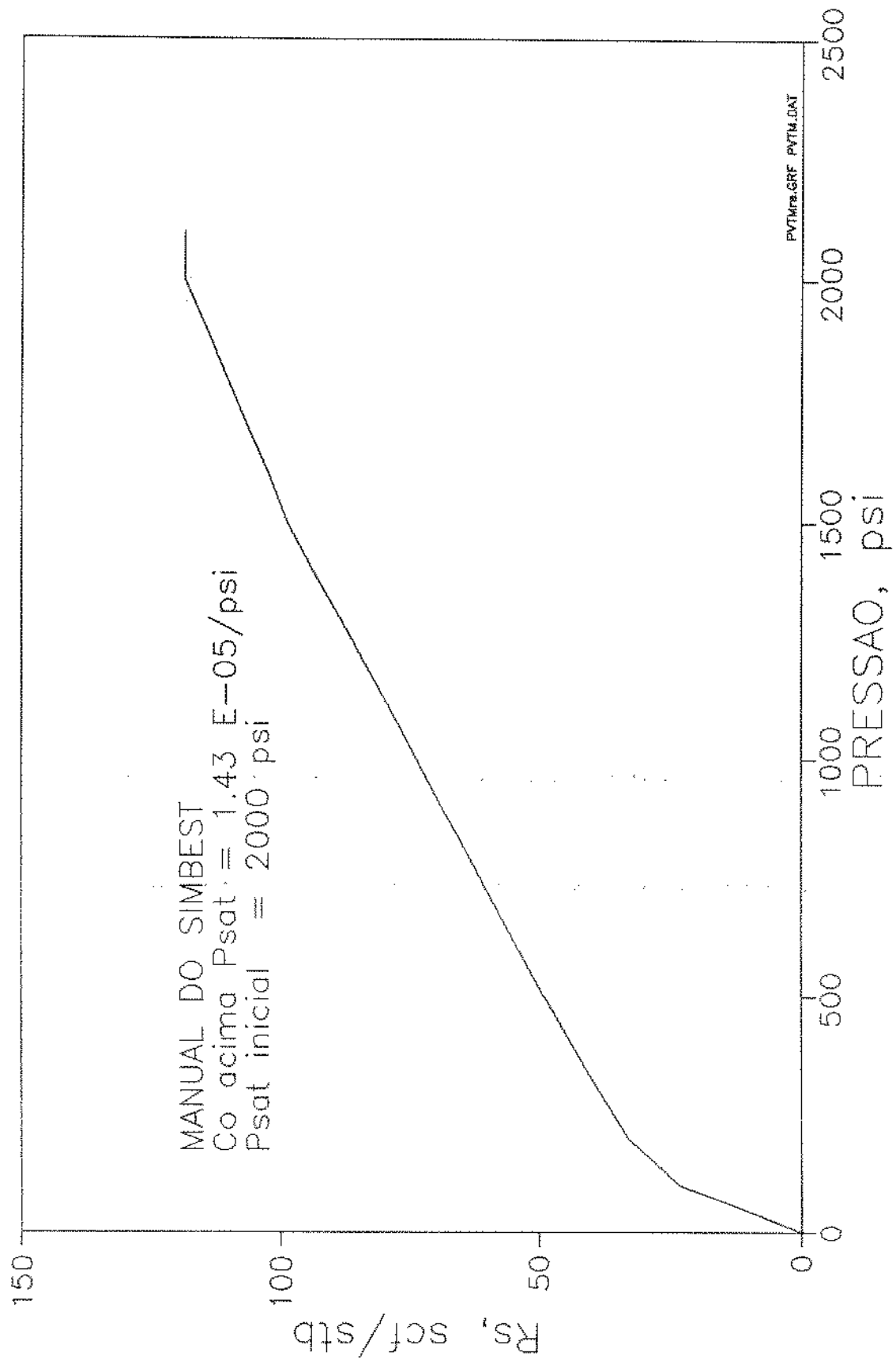
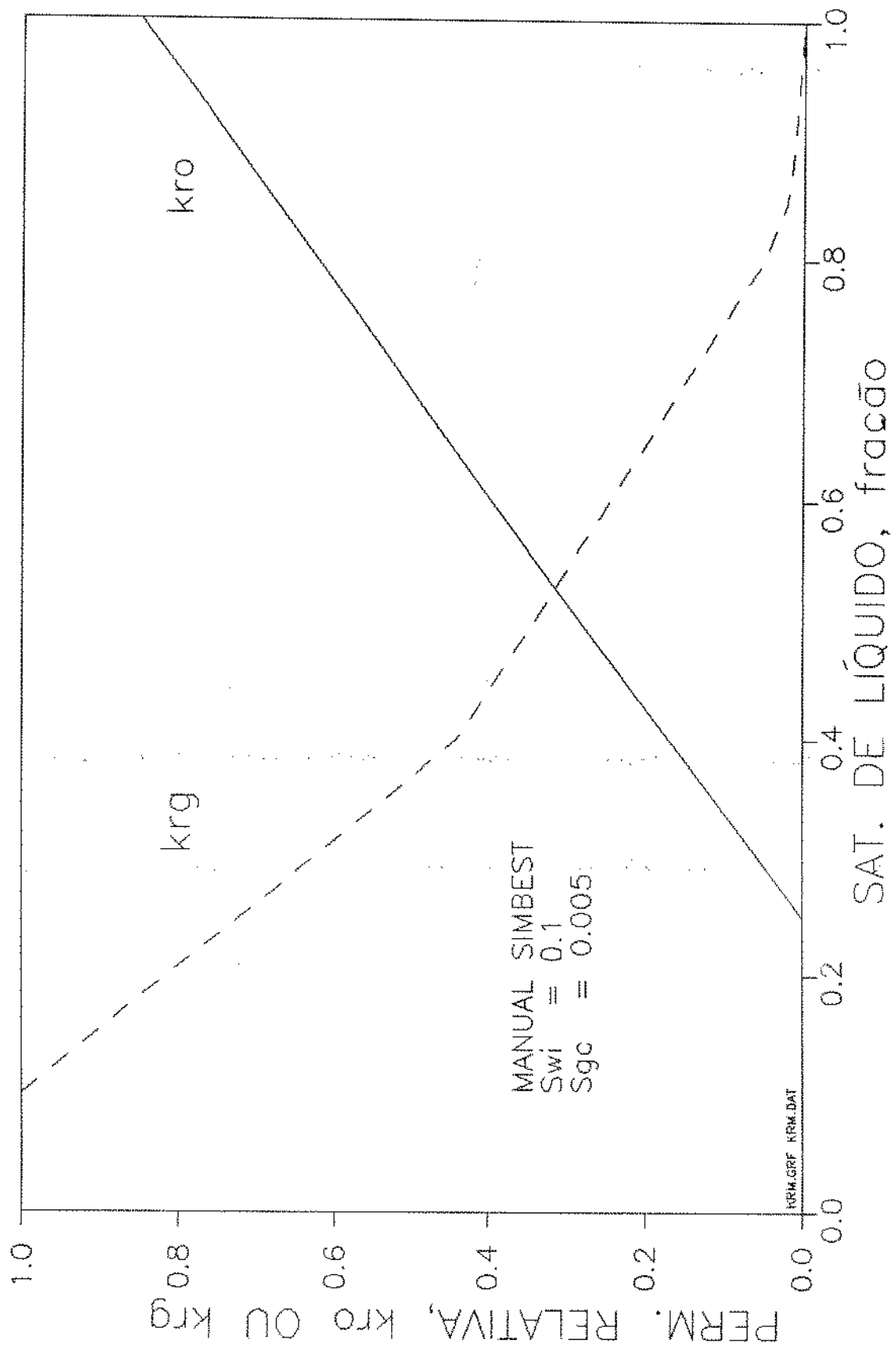


Figura A.6: Curvas de propriedades dos fluidos e rocha - Simbest





## B Dedução das expressões para o balanço de materiais. (Muskat abreviado)

As expressões e passos, aqui mostrados, são exatamente iguais àqueles desenvolvidos por Lima para o caso de geometria unidimensional.

Apesar de estarmos estudando o caso bidimensional, esta analogia é válida, pois estaremos sempre trabalhando com os valores médios de pressão e saturação.

Ou seja, queremos obter expressões para  $\bar{p} = p(t)$ ,  $\bar{S}_o(\bar{t})$  e principalmente  $\bar{S}_o(\bar{p})$ .

Para a formulação unidimensional utilizada por Lima, as equações da formulação matemática do problema são:

### • Equação do óleo

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{k}{\mu_o} \frac{k_{ro}}{B_o} \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) \right] = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{S_o}{B_o} \right) \quad (\text{B.1})$$

### • Equação do gás

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{k k_{ro}}{\mu_o B_o} R_s \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{k k_{rg}}{\mu_g B_g} \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g \right) \right] = \\ \phi \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{R_s S_o}{B_o} \right) + \phi \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{S_g}{B_g} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

### • Equação adicional

$$S_o + S_g + S_w = 1 \quad (\text{B.3})$$

Com  $p = p(z, t)$ ,  $S_o = S_o(z, t)$ ,  $S_g = 1 - S_o - S_w$ ,  $k_{rg} = k_{rg}(S_g)$ ,  $k_{ro} = k_{ro}(S_g, S_w)$  e  $\gamma_o, \gamma_g, \mu_o, \mu_g, B_o, B_g, R_s$  como funções de  $p$ .

Fazendo a integração ao longo de  $z$  das equações B.1 e B.2, e aplicando as condições de contorno (reservatório vertical, selado, com produção constante na base), teremos:

$$\frac{k k_{ro}}{\mu_o B_o} \left[ \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right]_{z=h} = -\frac{q_{ow}}{A}, \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{k k_{ro}}{\mu_o B_o} \left[ \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_o \right]_{z=0} = 0, \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{k k_{rg}}{\mu_g B_g} \left[ \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g \right]_{z=0} = 0, \quad (\text{B.6})$$

$$\frac{kk_{rg}}{\mu_g B_g} \left[ \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g \right]_{z=h} = -\frac{q_{gw}}{A}, \quad (\text{B.7})$$

Nota-se porém que não temos  $q_{gw}$  (vazão de gás limite no poço).

Aplicando B.4 em B.7, temos B.7 em função de  $q_{ow}$  e ainda eliminamos a incógnita gradiente de pressão,  $\frac{\partial p}{\partial z}$ .

A equação B.7 fica da forma:

$$\frac{kk_{rg}}{\mu_g B_g} \left[ \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_g \right]_{z=h} = \frac{q_{ow}}{A} \left[ \frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right] \left[ 1 - \frac{\lambda_o \gamma_o}{\frac{q_{ow}}{kA} B_o} \right]_w, \quad (\text{B.8})$$

$$\text{onde } \lambda_l = \frac{k_{rl}}{\mu_l}, \quad l = o, g \quad (\text{B.9})$$

As equações de conservação de massa, para o escoamento multifásico, sem termos fonte e com fluidos descritos pelo modelo Beta, são :

- Óleo

$$-\nabla \left[ \frac{1}{B_o} \bar{\mu}_o \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{1}{B_o} \phi S_o \right], \quad (\text{B.10})$$

- Gás

$$-\nabla \left[ \frac{R_s}{B_o} \bar{\mu}_o + \frac{1}{B_g} \bar{\mu}_g \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \left( \frac{R_s}{B_o} S_o + \frac{1}{B_g} S_g \right) \right], \quad (\text{B.11})$$

Introduzindo as condições de contorno B.4, B.5, B.6 e B.8 nas equações B.10 e B.11, teremos:

$$-\frac{q_{ow}}{V_p} = -\frac{\bar{S}_o}{B_o^2} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{p}} \frac{d\bar{p}}{dt} + \frac{1}{B_o}, \quad (\text{B.12})$$

e

$$\begin{aligned} -\frac{q_{ow}}{V_p} \left\{ (R_{sw} - \bar{R}_s) + \left[ \frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \left[ 1 - \frac{\lambda_o \Delta \gamma_{og}}{\left( \frac{q_{ow}}{kA} \right) B_o} \right]_w \right\} = \\ \frac{\bar{S}_o}{B_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{p}} \frac{d\bar{p}}{dt} - \frac{\bar{S}_g}{B_g^2} \frac{d\bar{B}_g}{d\bar{p}} \frac{d\bar{p}}{dt} + \frac{1}{B_g} \frac{d\bar{S}_g}{dt} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Multiplicando B.12 por  $\bar{B}_o$  e B.13 por  $\bar{B}_g$  e somando as equações resultantes, fazendo

$$\frac{d\bar{S}_o}{dt} + \frac{d\bar{S}_g}{dt} = 0, \quad (S_{wi} = \text{constante}) \quad (\text{B.14})$$

e tomando  $C_t = \bar{C}_t$ , isto é,

$$\bar{C}_t = \bar{S}_o \left[ -\frac{1}{\bar{B}_o} \frac{D\bar{B}_o}{d\bar{p}} + \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{p}} \right] - \frac{\bar{S}_g}{\bar{B}_g} \frac{d\bar{B}_g}{d\bar{p}}, \quad (\text{B.15})$$

ficamos com,

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = -\frac{q_{ow}\bar{B}_o}{V_p\bar{C}_t} \left\{ 1 + \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \left[ \frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \left[ 1 - \frac{\lambda_o \Delta \gamma_{og}}{\left( \frac{q_{ow}}{kA} \right) B_o} \right]_w + (R_{sw} - \bar{R}_s) \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \right\}, \quad (\text{B.16})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{S}_o}{dt} = -\frac{q_{ow}\bar{B}_o}{V_p\bar{C}_t} \left\{ \bar{S}_o \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{p}} + C_g \bar{S}_g + \right. \\ \left. \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{p}} \left[ \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \left[ \frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \left[ 1 - \frac{\lambda_o \Delta \gamma_{og}}{\left( \frac{q_{ow}}{kA} \right) B_o} \right]_w + (R_{sw} - \bar{R}_s) \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

$$\text{com } \frac{d\bar{S}_o}{d\bar{p}} = \frac{d\bar{S}_g}{d\bar{p}}, \quad (\text{B.18})$$

teremos,

$$\frac{d\bar{S}_o}{d\bar{p}} = \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{p}} + \frac{\bar{C}_t}{\left\{ 1 + \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \left[ \frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \left[ 1 - \frac{\lambda_o \Delta \gamma_{og}}{\left( \frac{q_{ow}}{kA} \right) B_o} \right]_w + (R_{sw} - \bar{R}_s) \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \right\}} \quad (\text{B.19})$$

Na realidade, as equações de balanço de materiais, aqui mostradas em termos dos seus valores médios, estão dependentes dos termos que descrevem a competição entre as forças viscosas e gravitacionais.

Em todas as situações estudadas a parcela  $(R_{sw} - \bar{R}_s) \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o}$ , devido ao seu pequeno peso relativo, pode ser desprezada.

Como aproximação, nos casos limites teremos:

- para grandes valores de  $\frac{q_{ow}}{kA}$  :

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{p}}{dt} = -\frac{q_{ow}\bar{B}_o}{V_p\bar{C}_t} \left\{ 1 + \left[ \frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \right\}, \\ \frac{d\bar{S}_o}{dt} = -\frac{q_{ow}\bar{B}_o}{V_p\bar{C}_t} \left\{ \bar{S}_o \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{p}} + C_g \bar{S}_g + \right. \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

$$\frac{\bar{S}_o}{B_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{p}} \left[ \frac{\bar{B}_g}{B_o} \left[ \frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \right] \quad (\text{B.21})$$

$$e \frac{d\bar{S}_o}{d\bar{p}} = \frac{\bar{S}_o}{B_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{p}} + \frac{\bar{C}_t}{\left\{ 1 + \left[ \frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \frac{\bar{B}_g}{B_o} \right\}} \quad (\text{B.22})$$

Fazendo  $B_l = \bar{B}_l$  e  $\lambda_l = \bar{\lambda}_l$  as equações B.20 B.21 e B.22 são exatamente as mesmas desenvolvidas por Martin [25] e Muskat [25] para o caso de reservatório de gás em solução e valem para valores de  $\frac{q_{ow}}{kA}$  não muito grandes.

Neste caso as forças viscosas se sobrepõem às gravitacionais, tornando-as desprezíveis.

- para pequenos valores de  $\frac{q_{ow}}{kA}$  :

Como aproximação,

$$\lambda_{gw} = 0 \text{ pois } S_{gw} = S_{gc} \text{ e } R_{sw} = \bar{R}_s \quad (\text{B.23})$$

Introduzindo estas simplificações nas equações B.16 e B.17 obtemos:

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = -\frac{q_{ow}\bar{B}_o}{V_p\bar{C}_t}, \quad (\text{B.24})$$

$$\frac{d\bar{S}_o}{dt} = -\frac{q_{ow}\bar{B}_o}{V_p\bar{C}_t} \left\{ \bar{C}_t + \frac{\bar{S}_o}{B_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{p}} \right\} \quad (\text{B.25})$$

$$\frac{d\bar{S}_o}{d\bar{p}} = \bar{C}_t + \frac{\bar{S}_o}{B_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{p}} \quad (\text{B.26})$$

Estas equações que caracterizam o LIMITE DE SEGREGAÇÃO COMPLETA, com o predomínio das forças gravitacionais, foram denominadas por Lima [23] de "Muskat abreviado".

Analisando B.24, B.25 e B.26 vemos que:

- a relação entre  $\bar{S}_o$  e  $\bar{p}$  independe das curvas de  $k_r$ .
- as equações valem para todos os casos em que se tenha segregação completa, até a irrupção de gás.

## C Equação de Balanço de Materiais para Reservatórios de gás em solução, por Serra

A equação de balanço de materiais desenvolvida nesta seção, é bastante similar àquelas desenvolvidas por Camacho [9] e Chen and Poston [10].

Para tal teremos:

- Reservatório cilíndrico
- Inicialmente subsaturado
- Água conata imóvel
- Poço produtor no centro do reservatório.
- Fronteiras seladas.

Pelo princípio de conservação de massa, para unidades de campo,

$$5.615q_o(t) = -V_p \frac{d}{dt} (S_o/B_o)_{medio}, \quad (C.1)$$

onde  $v_p = \pi r_e^2 h \phi$  (volume poroso), com a porosidade constante.

$$\left( \frac{S_o}{B_o} \right)_{medio} = \frac{2}{r_e^2 - r_w^2} \int_{r_w}^{r_e} \frac{S_o}{B_o} r dr \quad (C.2)$$

Numericamente, verifica-se que,

$$\left( \frac{S_o}{B_o} \right)_{medio} = \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o}, \quad (C.3)$$

e ficamos com,

$$5.615q_o(t) = -v_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \right) \quad (C.4)$$

Partindo da hipótese que  $(S_o/B_o)_{medio}$  é função única de  $\bar{p}$ , usando a regra da cadeia, temos:

$$5.615q_o(t) = -v_p \frac{d}{dt} \left( \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \right) \frac{d\bar{p}}{dt} \quad (C.5)$$

Aplicando a equação de balanço de materiais de Martin [25] em  $\frac{d}{d\bar{p}} \left( \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \right)$ , ficamos com,

$$\frac{d}{d\bar{p}} \left( \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \right) = \left[ \frac{C_t \lambda_o}{B_o \lambda_t} \right]_{\bar{p}} = \left[ \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right]_{\bar{p}} \left[ \frac{C_t}{\lambda_t} \right]_{\bar{p}} \quad (C.6)$$

Aplicando C.6 em C.5 , teremos,

$$\left[ \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right]_{\bar{p}} \frac{d\bar{p}}{dt} = - \frac{5.615 q_o(t)}{v_p} \left[ \frac{\lambda_t}{C_t} \right]_{\bar{p}} \quad (C.7)$$

Produzindo o reservatório com vazão em condição de superfície  $q_o$  , constante, vamos definir a função pseudo-pressão média como,

$$\bar{m}_D = \frac{kh}{141.2 q_o} \int_{\bar{p}}^{p_i} \left[ \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right]_{\bar{p}} d\bar{p}. \quad (C.8)$$

Como  $\left[ \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right]_{\bar{p}}$  foi assumido como função de  $\bar{p}$ , fazemos,

$$\frac{d\bar{m}_D}{dt} = - \frac{kh}{141.2 q_o} \left[ \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right]_{\bar{p}} \frac{d\bar{p}}{dt} \quad (C.9)$$

Aplicando a equação C.7 na equação C.9, ficamos com

$$\frac{d\bar{m}_D}{dt} = \frac{5.615}{141.2 A \phi} \left[ \frac{\lambda_t}{C_t} \right]_{\bar{p}}, \quad (C.10)$$

com  $A = \pi r_e^2$ .

Reescrevendo a equação C.10 e multiplicando ambos os lados por  $(\lambda_{ti}/C_{ti})/(\lambda_t/C_t)$ , obtemos,

$$d\bar{m}_D = 2\pi \frac{0.006328k}{A\phi} dt \frac{\lambda_{ti}/C_{ti}}{\lambda_t/C_t} \left[ \frac{\lambda_t}{C_t} \right]_{\bar{p}} \quad (C.11)$$

Definindo a razão de mobilidade - compressibilidade adimensional como:

$$\left( \frac{\lambda_t}{C_t} \right)_D = \frac{(\lambda_t/C_t)_{\bar{p}}}{(\lambda_t/C_t)_i}, \quad (C.12)$$

e usando o tempo adimensionalizado baseado na área de drenagem como:

$$t_{DA} = \frac{0.006328k\lambda_{ti}t}{\phi C_{ti}A}, \quad (C.13)$$

a equação C.11 poderá ser reescrita como:

$$d\bar{m}_D = 2\pi dt_{DA} \left( \frac{\lambda_t}{C_t} \right)_D \quad (C.14)$$

Integrando de zero até  $t_{DA}$  e sabendo que  $\bar{m}_D$  é zero no tempo zero pela equação C.8, obtemos:

$$\bar{m}_D = 2\pi \int_0^{t_{DA}} \left( \frac{\lambda_t}{C_t} \right)_D dt_{DA} \quad (C.15)$$

Multiplicando o lado direito da equação C.15 por  $t_{DA}/t_{DA}$  ficamos com,

$$\bar{m}_D = 2\pi t_{DA} \left[ \frac{1}{t_{DA}} \int_0^{t_{DA}} \left( \frac{\lambda_t}{C_t} \right)_D dt_{DA} \right] \quad (C.16)$$

Na equação C.16 desenvolvida por Serra [35], a única diferença para a bastante conhecida equação de balanço de materiais para líquido de baixa compressibilidade (monofásico), é o termo entre colchetes.

Serra [35] chamou este termo de DESV, que na realidade mostra um desvio da EBM do gás em solução para a do monofásico.

Portanto teremos:

$$DESV = \frac{1}{t_{DA}} \int_0^{t_{DA}} \left( \frac{\lambda_t}{C_t} \right)_D dt_{DA} \quad (C.17)$$

e

$$\bar{m}_D = 2\pi t_{DA} DESV \quad (C.18)$$

A equação C.18 é a forma adimensional para a equação de balanço de materiais para um reservatório de gás em solução.

## D EQUAÇÕES DE FLUXO - PERRINE / MARTIN

Assumindo :

- efeitos gravitacionais desprezíveis
- pressão capilar zero
- porosidade constante

- Óleo

$$\nabla(\lambda_o \nabla p) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \frac{S_o}{B_o} \right) \quad (D.1)$$

- Água

$$\nabla(\lambda_w \nabla p) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \frac{S_w}{B_w} \right) \quad (D.2)$$

- Gás

$$\nabla[(\lambda_g + \lambda_o R_s + \lambda_w R_{sw}) \nabla p] = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \left( \frac{S_g}{B_g} + \frac{S_o}{B_o} R_s + \frac{S_w}{B_w} R_{sw} \right) \right] \quad (D.3)$$

- Equação Adicional

$$S_o + S_w + S_g = 1 \quad (D.4)$$

$$\lambda_o = \frac{k_{ro}k}{\mu_o B_o} \quad \lambda_w = \frac{k_{rw}k}{\mu_w B_w} \quad \lambda_g = \frac{k_{rg}k}{\mu_g B_g} \quad (D.5)$$

Desenvolvimento

• Óleo

$$\nabla(\lambda_o \nabla p) = \phi \left[ \frac{1}{B_o} \frac{\partial S_o}{\partial t} - \frac{S_o}{B_o^2} \frac{\partial B_o}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] \quad (D.6)$$

$$B_o \nabla(\lambda_o \nabla p) = \phi \left[ \frac{\partial S_o}{\partial t} - \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] \quad (D.7)$$

$$B_o (\nabla \lambda_o \nabla p + \lambda_o \nabla^2 p) = RHS \quad (D.8)$$



$$B_o \left[ \frac{\partial \lambda_o}{\partial S_o} \nabla S_o \nabla p + \frac{\partial \lambda_o}{\partial p} \nabla p \nabla p + \lambda_o \nabla^2 p \right] = RHS \quad (D.9)$$

. Água

$$\nabla(\lambda_w \nabla p) = \phi \left[ \frac{1}{B_w} \frac{\partial S_w}{\partial t} - \frac{S_w}{B_w^2} \frac{\partial B_w}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] \quad (D.10)$$

$$B_w \nabla(\lambda_w \nabla p) = \phi \left[ \frac{\partial S_w}{\partial t} - \frac{S_w}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] \quad (D.11)$$

$$B_w (\nabla \lambda_w \nabla p + \lambda_w \nabla^2 p) = RHS \quad (D.12)$$

$$B_w \left[ \frac{\partial \lambda_w}{\partial S_w} \nabla S_w \nabla p + \frac{\partial \lambda_w}{\partial p} \nabla p \nabla p + \lambda_w \nabla^2 p \right] = RHS \quad (D.13)$$

. Gás

$$\begin{aligned} \nabla[(\lambda_g + \lambda_o R_s + \lambda_w R_{sw}) \nabla p] &= \phi \left\{ \left[ \frac{1}{B_g} \frac{\partial S_g}{\partial t} - \frac{S_g}{B_g^2} \frac{\partial B_g}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] \right. \\ &+ \left. \left( \frac{R_s}{B_o} \right) \frac{\partial S_o}{\partial t} + S_o \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{R_s}{B_o} \right) \frac{\partial p}{\partial t} + \left( \frac{R_{sw}}{B_w} \right) \frac{\partial S_w}{\partial t} + S_w \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{R_{sw}}{B_w} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \right\} \end{aligned} \quad (D.14)$$

$$\begin{aligned} B_g \nabla[(\lambda_g + \lambda_o R_s + \lambda_w R_{sw}) \nabla p] &= \phi \left\{ \left[ \frac{\partial S_g}{\partial t} - \frac{S_g}{B_g} \frac{\partial B_g}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] \right. \\ &+ B_g \left[ \left( \frac{R_s}{B_o} \right) \frac{\partial S_o}{\partial t} + \left( \frac{R_{sw}}{B_w} \right) \frac{\partial S_w}{\partial t} \right] + B_g \left[ S_o \left( \frac{1}{B_o} \frac{\partial R_s}{\partial p} - \frac{R_s}{B_o^2} \frac{\partial B_o}{\partial p} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \right. \\ &\left. + S_w \left( \frac{1}{B_w} \frac{\partial R_{sw}}{\partial p} - \frac{R_{sw}}{B_w^2} \frac{\partial B_w}{\partial p} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \right] \end{aligned} \quad (D.15)$$

$$B_g [\nabla(\lambda_g + \lambda_o R_s + \lambda_w R_{sw}) \nabla p + (\lambda_g + \lambda_o R_s + \lambda_w R_{sw}) \nabla^2 p] = RHS \quad (D.16)$$

$$\begin{aligned} B_g \left[ \frac{\partial}{\partial S_w} (\lambda_g + \lambda_o R_s + \lambda_w R_{sw}) \nabla S_w \nabla p + \frac{\partial}{\partial S_o} (\lambda_g + \lambda_o R_s + \lambda_w R_{sw}) \nabla S_o \nabla p \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial p} (\lambda_g + \lambda_o R_s + \lambda_w R_{sw}) \nabla p \nabla p + (\lambda_g + \lambda_o R_s + \lambda_w R_{sw}) \nabla^2 p \right] = RHS \end{aligned} \quad (D.17)$$

Considerando-se que a variação de  $p$ ,  $S_w$  e  $S_o$  com a distância é pequena, pode-se desprezar os termos :  $\nabla S_o \nabla p$ ,  $\nabla S_w \nabla p$ ,  $\nabla p \cdot \nabla p$

As equações simplificadas são:

Óleo

$$B_o \lambda_o \nabla^2 p = \phi \left[ \frac{\partial S_o}{\partial t} - \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] \quad (\text{D.18})$$

Água

$$B_w \lambda_w \nabla^2 p = \phi \left[ \frac{\partial S_w}{\partial t} - \frac{S_w}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] \quad (\text{D.19})$$

Gás

$$\begin{aligned} B_g (\lambda_g + \lambda_o R_s + \lambda_w R_{sw}) \nabla^2 p = & \phi \left[ \frac{\partial S_g}{\partial t} - \frac{S_g}{B_g} \frac{\partial B_w}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] + \\ & \frac{\phi B_g R_s}{B_o} \left[ \frac{\partial S_o}{\partial t} - \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] + \frac{\phi B_g R_{sw}}{B_w} \left[ \frac{\partial S_w}{\partial t} - \frac{S_w}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] + \\ & \phi B_g \left[ \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial R_s}{\partial p} + \frac{S_w}{B_w} \frac{\partial R_{sw}}{\partial p} \right] \frac{\partial p}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{D.20})$$

Obs.

Da equação D.18 temos:

$$B_g R_s \lambda_o \nabla^2 p = \frac{B_g R_s \phi}{B_o} \left[ \frac{\partial S_o}{\partial t} - \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] \quad (\text{D.21})$$

Da equação D.19 temos:

$$B_g R_{sw} \lambda_w \nabla^2 p = \frac{B_g R_{sw} \phi}{B_w} \left[ \frac{\partial S_w}{\partial t} - \frac{S_w}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] \quad (\text{D.22})$$

portanto a equação D.20 fica:

$$B_g \lambda_g \nabla^2 p = \phi \left[ \frac{\partial S_g}{\partial t} - \frac{S_g}{B_g} \frac{\partial B_g}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] + \phi B_g \left[ \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial R_s}{\partial p} + \frac{S_w}{B_w} \frac{\partial R_{sw}}{\partial p} \right] \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{D.23})$$

$$B_o \lambda_o = \frac{k k_{ro}}{\mu_o}, B_g \lambda_g = \frac{k k_{rg}}{\mu_g}, B_w \lambda_w = \frac{k k_{rw}}{\mu_w} \quad (\text{D.24})$$

Somando-se as equações D.18, D.19 e D.23 temos:

$$[\lambda_o + \lambda_w + \lambda_g] \nabla^2 p = \phi \left[ \frac{\partial}{\partial t} (S_o + S_w + S_g) - \left( \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} + \frac{S_w}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial p} + \frac{S_g}{B_g} \frac{\partial B_g}{\partial p} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \right] +$$

$$B_g \left( \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial R_s}{\partial p} + \frac{S_w}{\partial B_w} \frac{\partial R_{sw}}{\partial p} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (D.25)$$

$$[\lambda_o + \lambda_w + \lambda_g] \nabla^2 p =$$

$$\phi \left[ -\frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} - \frac{S_w}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial p} - \frac{S_g}{B_g} \frac{\partial B_g}{\partial p} + B_g \left( \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial R_s}{\partial p} + \frac{S_w}{B_w} \frac{\partial R_{sw}}{\partial p} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \right] \quad (D.26)$$

Chamando:  $\lambda_t = \lambda_o + \lambda_w + \lambda_g$

$$C_t = -\frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} + \frac{B_g S_o}{B_o} \frac{\partial R_s}{\partial p} - \frac{S_w}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial p} + \frac{B_g S_w}{B_w} \frac{\partial R_{sw}}{\partial p} - \frac{S_g}{B_g} \frac{\partial B_g}{\partial p} \quad (D.27)$$

$$\lambda_t \nabla^2 p = \phi C_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad (D.28)$$

$$\nabla^2 p = \frac{\phi C_t}{\lambda_t} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (D.29)$$

Para escoamento bidimensional

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \quad (D.30)$$

Em coordenadas cilíndricas:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} \quad (D.31)$$

Todos os pontos situados a uma mesma distância  $r$  da origem têm a mesma pressão, portanto:

$$\frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} = 0 \quad (D.32)$$

A equação fica:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi C_t}{\lambda_t} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (D.33)$$

$C_t$  e  $\lambda_t$  são funções da pressão

**Relação entre a pressão e a saturação**

$$\nabla^2 p = \frac{\phi C_t}{\lambda_t} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (D.34)$$

$$\nabla^2 p = \frac{\phi}{\lambda_o} \left[ \frac{\partial S_o}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] \quad (\text{D.35})$$

Eliminando  $\nabla^2 p$  das equações D.18 e D.35

$$\frac{\phi C_t}{\lambda_t} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\phi}{\lambda_o} \left[ \frac{\partial S_o}{\partial p} - \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} \right] \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{D.36})$$

$$\frac{\partial S_o}{\partial p} = \frac{\lambda_o}{\lambda_t} C_t + \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} \quad (\text{D.37})$$

Eliminando  $\nabla^2 p$  das equações D.19 e D.38

$$\nabla^2 p = \frac{\phi}{\lambda_w} \left[ \frac{\partial S_w}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{S_w}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \right] \quad (\text{D.38})$$

$$\frac{\partial S_w}{\partial p} = \frac{\lambda_w}{\lambda_t} C_t + \frac{S_w}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial p} \quad (\text{D.39})$$

As equações D.37 e D.39 são válidas para qualquer ponto do reservatório, desde que os gradientes de pressão e saturação sejam pequenos.

## E EBM DE MUSKAT

Considerando:

- reservatório sem capa de gás
- sem injeção de gás
- sem fluxo de água

$$\frac{\partial S_o}{\partial p} = \frac{S_o \lambda + (1 - S_o - S_{wi}) \xi + S_o \eta \psi}{1 + \frac{\mu_o}{\mu_g} \psi} \quad (\text{E.1})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_o}{\partial p} = & \left\{ S_o \left[ \frac{B_g}{B_o} \right] \frac{\partial R_s}{\partial p} + (1 - S_o - S_{wi}) B_g \frac{d}{dP} \left[ \frac{1}{B_g} \right] + \right. \\ & \left. S_o \frac{1}{B_o} \left[ \frac{\mu_o}{\mu_g} \right] \frac{dB_o}{dP} \frac{k_g}{k_o} \right\} \cdot \left( 1 + \frac{\mu_o k_g}{\mu_g k_o} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

$$\frac{\partial S_o}{\partial p} = \left\{ \frac{S_o B_g}{B_o} \frac{\partial R_s}{\partial p} - \frac{S_g}{B_g} \frac{\partial B_g}{\partial p} + \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} \left( \frac{\mu_o k_g}{\mu_g k_o} \right) \right\} \left( 1 + \frac{\mu_o k_g}{\mu_g k_o} \right)^{-1} \quad (\text{E.3})$$

$$\frac{\partial S_o}{\partial p} = \left\{ \frac{S_o B_g}{B_o} \frac{\partial R_s}{\partial p} - \frac{S_g}{B_g} \frac{\partial B_g}{\partial p} + \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} \left( 1 + \frac{\lambda_g}{\lambda_o} \right) - \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} \right\} \left( 1 + \frac{\lambda_g}{\lambda_o} \right)^{-1} \quad (\text{E.4})$$

$$\text{mas } 1 + \frac{\lambda_g}{\lambda_o} = \frac{\lambda_o + \lambda_g}{\lambda_o} = \frac{\lambda_t}{\lambda_o} \quad (\text{E.5})$$

$$\frac{\partial S_o}{\partial p} = \frac{\lambda_o}{\lambda_t} C_t + \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} \quad (\text{E.6})$$

que é igual a equação D.37 de Martin.

## F Dedução da equação de Levine - Prats (baseado no trabalho de Camacho)

Equação do Óleo

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi}{k} \frac{\partial \beta}{\partial t} \quad (\text{F.1})$$

Condição de contorno externa

$$\frac{\partial p}{\partial r}(t, r_e) = 0 \quad (\text{F.2})$$

Condição de Levine - Prats

$\frac{\partial}{\partial t}(N)$  em qualquer ponto do reservatório é constante

$$\frac{\partial}{\partial t}(N) = \frac{\partial}{\partial t} \left( A \phi h \frac{S_o}{B_o} \right) = A \phi h \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{S_o}{B_o} \right) = A \phi h \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \right) \quad (\text{F.3})$$

integrando a equação F.1

$$\left( r \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi}{k} \int_{r_w}^r r \frac{\partial \beta}{\partial t} dr + C_2 \quad (\text{F.4})$$

da condição de contorno externa temos:

$$0 = \frac{\phi}{k} \int_{r_w}^{r_e} r \frac{\partial \beta}{\partial t} dr + C_2 \Rightarrow C_1 = -\frac{\phi}{k} \int_{r_w}^{r_e} r \frac{\partial \beta}{\partial t} dr \quad (\text{F.5})$$

$$\left( r \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \right) = -\frac{\phi}{k} \int_r^{r_w} r \frac{\partial \beta}{\partial t} dr - \frac{\phi}{k} \int_{r_w}^{r_e} r \frac{\partial \beta}{\partial t} dr \quad (\text{F.6})$$

$$\left( r \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \right) = -\frac{\phi}{k} \int_r^{r_e} r \frac{\partial \beta}{\partial t} dr \quad r_w \leq r \leq r_e \quad (\text{F.7})$$

temos que:

$$q_o(t) = -\frac{dN}{dt} = -A \phi h \frac{\partial \bar{\beta}}{\partial t} = -\pi(r_e^2 - r_w^2) \phi h \frac{\partial \bar{\beta}}{\partial t} \quad (\text{F.8})$$

$$\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial t} = \frac{-q_o(t)}{\phi \pi h (r_e^2 - r_w^2)} \quad (\text{F.9})$$

assumindo que:

$$\int_r^{r_e} r \frac{\partial \beta}{\partial t} dr \simeq \frac{d\bar{\beta}}{dt} \frac{(r_e^2 - r^2)}{2} r \alpha \quad (\text{F.10})$$

$$r \alpha \frac{dp}{dr} = \frac{\phi}{k} \frac{q_o(t)}{\phi \pi h (r_e^2 - r_w^2)} \frac{(r_e^2 r^2)}{2} \quad (\text{F.11})$$

integrando em relação a  $r$  temos:

$$\begin{aligned} \int_{p(r,t)}^{p_e(t)} \alpha dp &= \frac{q_o(t)}{2\pi kh(r_e^2 - r_w^2)} \int_r^{r_e} \left( \frac{r_e^2}{r} - r \right) dr = \\ &= \frac{q_o(t)}{2\pi kh(r_e^2 - r_w^2)} \left[ r_e^2 \ln \frac{r_e}{r} - \frac{(r_e^2 - r^2)}{2} \right] \end{aligned} \quad (\text{F.12})$$

$$\int_{p(r,t)}^{p_e(t)} \alpha dp = \frac{q_o(t)}{4\pi kh} \left[ \left( \frac{r^2 - r_e^2}{r_e^2} \right) - 2 \ln \frac{r}{r_e} \right] \quad (\text{F.13})$$

Se fizermos  $r = r_w$  e  $\frac{r_w^2 - r_e^2}{r_e^2} = -1$  chega-se a equação de Fetkovich para fluxo pseudo-permanente

Equação de Levine conhecendo-se  $\bar{p}$  partindo da equação F.13

$$\int \alpha dp = \frac{q_o(t)}{2\pi kh(r_e^2 - r_w^2)} \int \left( \frac{r_e^2}{r} - r \right) dr \quad (\text{F.14})$$

$$\int_{p(r,t)}^{\bar{p}} \alpha dp = \frac{q_o(t)}{2\pi kh(r_e^2 - r_w^2)} \int_r^{\bar{r}} \left( \frac{r_e^2}{r} - r \right) dr = \quad (\text{F.15})$$

$$\frac{q_o(t)}{2\pi kh(r_e^2 - r_w^2)} \left[ r_e^2 \ln \frac{\bar{r}}{r} - \frac{(\bar{r}^2 - r^2)}{2} \right] \quad (\text{F.16})$$

$$\frac{q_o(t)r_e^2}{2\pi kh(r_e^2 - r_w^2)} \left[ \ln \frac{\bar{r}}{r} - \frac{(\bar{r}^2 - r^2)}{2r_e^2} \right] \quad (\text{F.17})$$

Sabendo-se que:  $\ln \frac{\bar{r}}{r} - \frac{(\bar{r}^2 - r^2)}{2r_e^2} + 0.75 = 0$  e fazendo  $\frac{r_e^2}{(r_e^2 - r_w^2)} \cong 1$  temos:

$$\int_{p(r,t)}^{\bar{p}} \alpha dp = \frac{q_o(t)}{4\pi kh} \left[ \left( \frac{r^2 - \bar{r}^2}{r_e^2} \right) - 2 \ln \frac{r}{\bar{r}} \right] \quad (\text{F.18})$$

ou

$$\int_{p(r,t)}^{\bar{p}} \alpha dp = \frac{q_o(t)}{2\pi kh} \left[ \ln \frac{r_e}{r} - 0.75 \right] \quad (\text{F.19})$$

Para  $r = r_w$  esta é a equação de Fetkovich para fluxo pseudo-permanente.

## G Equações de fluxo - Arild Bøe

- considerando apenas o fluxo de óleo e água
- a água e a rocha não são compressíveis
- desprezando efeitos gravitacionais e pressão capilar
- não considerando o óleo dissolvido no gás

Óleo

$$\nabla(\lambda_o \nabla p) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \frac{S_o}{B_o} \right) \quad (\text{G.1})$$

Gás

$$\nabla[(\lambda_g + \lambda_o R_s) \nabla p] = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \left( \frac{S_g}{B_g} + \frac{S_o}{B_o} R_s \right) \right] \quad (\text{G.2})$$

Equação adicional

$$S_o + S_{w_i} + S_g = 1 \quad (\text{G.3})$$

$$\lambda_g = \frac{k k_{rg}}{\mu_g B_g} \lambda_o = \frac{k_{ro} k}{\mu_o B_o} \quad (\text{G.4})$$

$$a = \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} + \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} R_s \quad b = \frac{S_g}{B_g} + \frac{S_o}{B_o} R_s \quad (\text{G.5})$$

$$\alpha = \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \quad \beta = \frac{S_o}{B_o} \quad (\text{G.6})$$

Óleo

$$\nabla(\alpha \nabla p) = \frac{\phi}{k} \frac{\partial \beta}{\partial t} \quad (\text{G.7})$$

Gás

$$\nabla(a \nabla p) = \frac{\phi}{k} \frac{\partial b}{\partial t} \quad (\text{G.8})$$

Como  $\alpha$  e  $a$  são funções da pressão as duas equações acima são não lineares. Usando-se a definição de pseudo-pressão de Fetkovich, temos:



Óleo :

$$m_o(p) = \int_{p_o}^p \alpha dp \quad (\text{G.9})$$

com vazão de óleo constante na superfície.

Gás :

$$m_g(p) = \int_{p_o}^p a dp \quad (\text{G.10})$$

com vazão de gás constante na superfície.

Total :

$$m_t(p) = \int_{p_o}^p (a + \alpha) dp \quad (\text{G.11})$$

com vazão total (óleo + gás) constante na superfície.

As funções pseudo-pressão como foram definidas acima, são funções de pressão e do histórico de produção.

$m_o(p) \rightarrow$  "drawdown"  $\neq m_o(p) \rightarrow$  "buildup"

Equação radial considerando :

- Sem efeitos gravitacionais
- Sem pressão capilar
- Porosidade constante
- Permeabilidade absoluta constante

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi}{k} \frac{\partial \beta}{\partial t} \quad (\text{G.12})$$

onde:

$$\alpha = \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \beta = \frac{S_o}{B_o} \quad (\text{G.13})$$

Fazendo:

$$y = \frac{\phi r^2}{4kt} \quad (\text{G.14})$$

$$\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{2\phi r}{4kt} \quad \frac{\partial y}{\partial t} = -\frac{\phi r^2}{4kt^2} \quad (\text{G.15})$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \frac{\partial \beta}{\partial t} = \frac{\partial \beta}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} \quad (\text{G.16})$$

Substituindo na equação G.12 temos

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \alpha \frac{2\phi r}{4kt} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{\phi}{k} \left( \frac{-\phi r^2}{4kt^2} \right) \frac{\partial \beta}{\partial y} \quad (\text{G.17})$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\ ) = \frac{\partial}{\partial y} (\ ) \frac{\partial y}{\partial r} \quad (\text{G.18})$$

$$\frac{2\phi r}{r} \frac{2\phi r}{4kt} \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha y \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{\phi}{kt} (-y) \frac{\partial \beta}{\partial y} \quad (\text{G.19})$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha y \frac{\partial p}{\partial y} \right) = -y \frac{\partial \beta}{\partial y} \quad (\text{G.20})$$

Definindo

$$m_o(p) = \int_{p_o}^p \alpha dp$$

então

$$\alpha \frac{dp}{dy} = \frac{dm_o}{dy} \quad (\text{G.21})$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial y} = \frac{\partial \beta}{\partial S} \frac{ds}{dy} + \frac{\partial \beta}{\partial p} \frac{dp}{dy} = \frac{\partial \beta}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \beta}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial y} =$$

$$\left( \frac{\partial \beta}{\partial S} \frac{dS}{dp} + \frac{\partial \beta}{\partial p} \right) \frac{1}{\alpha} \frac{\partial m_o}{\partial y} \quad (\text{G.23})$$

Substituindo-se na equação G.20 temos:

$$\frac{d}{dy} \left( y \frac{dm_o}{dy} \right) = \frac{-y}{\alpha} \left( \frac{\partial \beta}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial p} + \frac{\partial \beta}{\partial p} \right) \frac{\partial m_o}{\partial y} \quad (\text{G.24})$$

Chamando:

$$\left( \frac{c}{\lambda} \right)^* = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{\partial \beta}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial p} + \frac{\partial \beta}{\partial p} \right) \quad (\text{G.25})$$

temos:

$$\frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left( y \frac{dm_o}{dy} \right) = - \left( \frac{c}{\lambda} \right)^* \frac{dm_o}{dy} \quad (\text{G.26})$$

Relação entre a pressão e a saturação

Óleo

$$\frac{d}{dy} \left( \alpha y \frac{dp}{dy} \right) = -y \frac{d\beta}{dy} \quad (\text{G.27})$$

Gás

$$\frac{d}{dy} \left( a y \frac{dp}{dy} \right) = -y \frac{db}{dy} \quad (\text{G.28})$$

Desenvolvendo G.27 e G.28 ficamos com:

Óleo

$$\alpha \frac{d}{dy} \left( y \frac{dp}{dy} \right) + \frac{d\alpha}{dy} y \frac{dp}{dy} = -y \frac{d\beta}{dy} \quad (\text{G.29})$$

e Gás

$$a \frac{d}{dy} \left( y \frac{dp}{dy} \right) + \frac{da}{dy} y \frac{dp}{dy} = -y \frac{db}{dy} \quad (\text{G.30})$$

$$\frac{d\alpha}{dy} = \frac{\partial \alpha}{\partial S} \frac{dS}{dy} + \frac{\partial \alpha}{\partial p} \frac{dp}{dy} \quad (\text{G.31})$$

$$\frac{da}{dy} = \frac{\partial a}{\partial S} \frac{dS}{dy} + \frac{\partial a}{\partial p} \frac{dp}{dy} \quad (\text{G.32})$$

Substituindo-se nas equações do óleo e gás temos:

$$\alpha \frac{d}{dy} \left( y \frac{dp}{dy} \right) + \left( y \frac{dp}{dy} \right) \left[ \frac{\partial \alpha}{\partial S} \frac{dS}{dy} + \frac{\partial \alpha}{\partial p} \frac{dp}{dy} \right] = -y \left[ \frac{\partial \beta}{\partial S} \frac{dS}{dy} + \frac{\partial \beta}{\partial p} \frac{dp}{dy} \right] \quad (\text{G.33})$$

$$a \frac{d}{dy} \left( y \frac{dp}{dy} \right) + \left( y \frac{dp}{dy} \right) \left[ \frac{\partial a}{\partial S} \frac{dS}{dy} + \frac{\partial a}{\partial p} \frac{dp}{dy} \right] = -y \left[ \frac{\partial b}{\partial S} \frac{dS}{dy} + \frac{\partial b}{\partial p} \frac{dp}{dy} \right] \quad (\text{G.34})$$

Fazendo  $N = y \frac{dp}{dy}$  e  $k = y \frac{dS}{dy}$  temos:

$$\alpha \frac{dN}{dy} + N \left[ \dot{\alpha} \frac{dS}{dy} + \alpha' \frac{dp}{dy} \right] = -y \left[ \dot{\beta} \frac{dS}{dy} + \beta' \frac{dp}{dy} \right] \quad (\text{G.35})$$

$$a \frac{dN}{dy} + N \left[ \dot{a} \frac{dS}{dy} + a' \frac{dp}{dy} \right] = -y \left[ \dot{b} \frac{dS}{dy} + b' \frac{dp}{dy} \right] \quad (\text{G.36})$$

$$\alpha \frac{dN}{dy} + N \left[ \alpha' \frac{N}{y} + \dot{\beta}' \right] + k \left[ \dot{\alpha} \frac{N}{y} + \dot{\beta} \right] = 0 \quad (\text{G.37})$$

$$a \frac{dN}{dy} + N \left[ a' \frac{N}{y} + b' \right] + k \left[ \dot{a} \frac{N}{y} + \dot{b} \right] = 0 \quad (\text{G.38})$$

Multiplicando a equação G.37 por  $a$  e G.38 por  $(-\alpha)$  e somando-as:

$$Na \left[ \alpha' \frac{N}{y} + \beta' \right] - N\alpha \left[ a' \frac{N}{y} + b' \right] + ka \left[ \dot{\alpha} \frac{N}{y} + \dot{\beta} \right] - k\alpha \left[ \dot{a} \frac{N}{y} + \dot{b} \right] = 0 \quad (\text{G.39})$$

dividindo a equação G.39 por  $N$

$$\frac{N}{y} (a\alpha' - a'\alpha) + (a\beta' - b'\alpha) + \frac{k}{N} \left[ \frac{N}{y} (a\dot{\alpha} - \dot{a}\alpha) + (a\dot{\beta} - \dot{b}\alpha) \right] = 0 \quad (\text{G.40})$$

$$\frac{k}{N} = - \frac{\frac{N}{y} (a\alpha' - a'\alpha) + (a\beta' - b'\alpha)}{\frac{N}{y} (a\dot{\alpha} - \dot{a}\alpha) + (a\dot{\beta} - \dot{b}\alpha)} \quad (\text{G.41})$$

$$\frac{k}{N} = \frac{y dS/dy}{y dp/dy} = \frac{dS}{dp} \quad (\text{G.42})$$

$$\frac{dS}{dp} = \frac{\frac{N}{y} (a'\alpha - a\alpha') + (b'\alpha - a\beta')}{\frac{N}{y} (a\dot{\alpha} - \dot{a}\alpha) + (a\dot{\beta} - \dot{b}\alpha)} \quad (\text{G.43})$$

Da lei de Darcy temos:

$$q = - \frac{kA \partial p}{\mu \partial r} = \frac{2\pi r h k \partial p}{\mu \partial r} \quad (\text{G.44})$$

$$q_o = 2\pi r h k \alpha \frac{\partial p}{\partial r} \quad \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{dp}{dy} \frac{\partial y}{\partial r} \quad (\text{G.45})$$

$$q_o = 2\pi r h k \alpha \frac{2\phi r}{4kt} \frac{dp}{dy} \quad \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{2\phi r}{4kt} \frac{dp}{dy} \quad (\text{G.46})$$

$$y \frac{dp}{dy} = \frac{\phi r^2}{4kt} \frac{4kt}{2\phi r} \frac{q_o}{2\pi r h k \alpha} = \frac{q_o}{4\pi h k \alpha} \quad (\text{G.47})$$

$$N = \frac{q_o}{4\pi h k \alpha} \quad (\text{G.48})$$

$$\frac{N}{y} = \frac{q_o t}{\pi r_w^2 h \phi \alpha} \quad (\text{G.49})$$

Se  $t \rightarrow 0$  então  $y \rightarrow \infty$  e  $\frac{N}{y} \rightarrow 0$ , portanto

$$\frac{dS}{dp} = \frac{(b'\alpha - a\beta')}{(a\dot{\beta} - \dot{b}\alpha)} \quad (\text{G.50})$$

$$b' = \frac{-S_g dB_g}{B_g^2 dp} + \frac{S_o dR_s}{b_o dp} - \frac{S_o R_s dB_o}{B_o^2 dp} \quad (\text{G.51})$$

$$\beta' = -\frac{S_o dB_o}{B_o^2 dp} \quad \dot{\beta} = \frac{1}{B_o} \quad \dot{b} = -\frac{1}{B_g} + \frac{R_s}{B_o} \quad (\text{G.52})$$

$$(b'\alpha - a\beta') = \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \left[ -\frac{S_g B'_g}{B_g^2} + \frac{S_o R'_s}{B_o} - \frac{S_o R_s B'_o}{B_o^2} \right] - \quad (\text{G.53})$$

$$\left[ \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} + \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} R_s \right] \left[ -\frac{S_o}{B_o^2} B'_o \right] \quad (\text{G.54})$$

$$(b'\alpha - a\beta') = \frac{k_{ro}}{B_g \mu_o B_o} \left[ -\frac{S_g B'_g}{B_g} + \frac{S_o B_g R'_s}{B_o} \right] - \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g B_o} \left( -\frac{S_o}{B_o} B'_o \right) = \quad (\text{G.55})$$

$$\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o B_g} \left[ -\frac{S_g B'_g}{B_g} + \frac{S_o B_g R'_s}{B_o} - \frac{S_o}{B_o} B'_o \right] + \quad (\text{G.56})$$

$$\frac{S_o B'_o}{B_o} \left[ \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g B_o} + \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o B_g} \right] \quad (\text{G.57})$$

$$(b'\alpha - a\beta') = \frac{\lambda_t}{B_o B_g} \left[ \frac{S_o}{B_o} B'_o + \frac{\lambda_o}{\lambda_t} C_t \right] \quad (\text{G.58})$$

$$(a\dot{\beta} - \dot{b}\alpha) = \left[ \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} + \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} R_s \right] \frac{1}{B_o} - \left[ -\frac{1}{B_g} + \frac{R_s}{B_o} \right] \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \quad (\text{G.59})$$

$$= \frac{k_{rg}}{\mu_g B_o B_g} + \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o B_g} = \frac{\lambda_t}{B_o B_g} \quad (\text{G.60})$$

$$\frac{dS}{dp} = \frac{\frac{\lambda_t}{B_o B_g} \left[ \frac{S_o}{B_o} B'_o + \frac{\lambda_o}{\lambda_t} C_t \right]}{\frac{\lambda_t}{B_o B_g}} \quad (\text{G.61})$$

$$\frac{dS}{dp} = \frac{\lambda_o}{\lambda_t} C_t + \frac{S_o}{B_o} B'_o \quad (\text{G.62})$$

$\frac{dS}{dp}$  é igual a expressão encontrada por Martin

Se  $t \rightarrow \infty$  então  $y \rightarrow 0$ , portanto

$$\frac{dS}{dp} = \left( \frac{a'\alpha - \alpha'a}{(a\dot{\alpha} - \dot{a}\alpha)} \right) \quad (\text{G.63})$$

Razão gás óleo

$$R = a/\alpha \quad (\text{G.64})$$

$$\frac{dR}{dp} = \dot{R} \frac{dS}{dp} + R' \quad (\text{G.65})$$

$$\frac{dR}{dp} = \left( \frac{\dot{a}}{\alpha} - \frac{a}{\alpha^2} \dot{\alpha} \right) \frac{dS}{dp} + \left( \frac{a'}{\alpha} - a \frac{\alpha'}{\alpha^2} \right) \quad (\text{G.66})$$

Substituindo o valor de  $\frac{dS}{dp}$  de G.63 temos:

$$\frac{dR}{dp} = \alpha^2 (\dot{a}\alpha - a\dot{\alpha}) \frac{(a'\alpha - \alpha'a)}{(a\dot{\alpha} - \dot{a}\alpha)} + \alpha^2 (a'\alpha - a\alpha') \quad (\text{G.67})$$

$$\frac{dR}{dp} = 0 \quad (\text{G.68})$$

A razão gás óleo é constante e independente da pressão (para tempo grande).

## H Linearização da equação diferencial

Segundo Aanonsen [1]

**Região I** - O fluxo é aproximadamente radial. As derivadas, em relação ao tempo na equação de fluxo são pequenas e podem ser desprezadas.

**Região II** - Todos os termos da equação de fluxo, são da mesma ordem de grandeza. No entanto, as variações das variáveis dependentes são relativamente pequenas, e se os coeficientes são funções que variam pouco com as variáveis dependentes, elas podem ser consideradas como constantes.

Na região I, os dois termos do lado direito da equação podem ser desprezados

Na região II, as variações de  $\alpha$  serão relativamente pequenas, e as maiores variações serão devidas à pressão, de modo que  $|(\partial/\partial t)(\partial(p, t))| \ll 1$ .

A equação então se reduz a :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial m}{\partial r} \right) = \frac{\phi}{k} \left( \frac{C}{\lambda} \right)^* \frac{\partial m}{\partial t} \quad (\text{H.1})$$

Se  $\left( \frac{C}{\lambda} \right)^* = \text{constante}$  então a equação acima é linear.

Adimensionalização da equação :

$$\begin{cases} m_D(r, t) = \frac{m(r, o) - m(r, t)}{m(r, o) - m(r_w, t)} \\ r_D = \frac{r}{r_w} \\ t_D = \frac{t}{(c/\lambda)_i^* r_w^2} \end{cases} \quad (\text{H.2})$$

$$\frac{r_w}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial m}{\partial r} \right) = r_w \left( \frac{c}{\lambda} \right)^* \frac{\partial m}{\partial t} \quad (\text{H.3})$$

$$\frac{\partial m_D}{\partial r} = \frac{-1}{m(r, o) - m(r_w, t)} \frac{\partial m}{\partial r} \quad (\text{H.4})$$

$$\frac{\partial m_D}{\partial t} = \frac{-1}{m(r, o) - m(r_w, t)} \frac{\partial m}{\partial t} \quad (\text{H.5})$$

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r} \left( r_D r_w \frac{\partial m_D}{\partial r} \right) = r_w \left( \frac{c}{\lambda} \right)^* \frac{\partial m_D}{\partial t} \quad (\text{H.6})$$

$$\frac{\partial m_D}{\partial r_D} = \frac{\partial m_D}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial r_D} = r_w \frac{\partial m_D}{\partial r} \quad (\text{H.7})$$

$$\frac{\partial m_D}{\partial t_D} = \frac{\partial m_D}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial t_D} = r_w^2 \left( \frac{c}{\lambda} \right)_i^* \frac{\partial m_D}{\partial t} \quad (\text{H.8})$$

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left( r_D \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial m_D}{\partial t_D} \quad (\text{H.9})$$

válido para  $\left( \frac{c}{\lambda} \right)_i^* = \left( \frac{c}{\lambda} \right)_i^* = \text{constante}$

Condição inicial

$$\begin{cases} p(r, t=0) = p_i & \bar{p}(0) = p_i \\ m(r, 0) = \int_{p_i}^{p_i} \alpha(p', t) dp' + \int_{p_i}^{p_i} \alpha(p', \bar{r}) dp' = 0 \\ m_D(r_D, 0) = 0 \end{cases} \quad (\text{H.10})$$

Condição de contorno interna

$$\begin{cases} p(r_w, t) = p_{wf} = \text{constante} \\ m(r_w, t) = \int_{p(r_w, t)}^{\bar{p}(t)} \alpha(p', t) dp' + \int_{p_i}^{p_i} \alpha(p', \bar{r}) dp' \\ m_D(r_w, t) = 1 \\ m_D(1, t_D) = 1 \end{cases} \quad (\text{H.11})$$

Condição de contorno externa

$$q(r_e, t) = 0 \quad (\text{H.12})$$

$$q = \frac{2\pi k k_{rD} r h}{\mu_o B_o} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (\text{H.13})$$

$$q(r, t) = 2\pi k h \alpha r \left( \frac{\partial P}{\partial r} \right) \quad (\text{H.14})$$

$$\frac{\partial m}{\partial r} = \alpha(p', r) \frac{\partial p'}{\partial r} \quad (\text{H.15})$$

$$\frac{\partial m_D}{\partial r_D} = \frac{\partial m_D}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial r_D} = - \frac{1}{m(r, 0) - m(r_w, t)} r_w \frac{\partial m}{\partial r} \quad (\text{H.16})$$

$$q = 2\pi k h \alpha r \left( \frac{1}{\alpha} \frac{\partial m}{\partial r} \right) = -2\pi k h \frac{r}{r_w} [m(r, 0) - m(r_w, t)] \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \quad (\text{H.17})$$

$$\begin{cases} q(r_e, t) = -2\pi k h [m(r, 0) - m(r_w, t)] \left[ r_D \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right]_{r_{eD}} \\ q(r_e, t) = 0 \\ \left[ r_{eD} \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right]_{r_{eD}} = 0 \quad t_D > 0 \end{cases} \quad (\text{H.18})$$



$$q_D(r_D, t) = - \left( \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right) = \frac{q(r, t)}{2\pi kh[m(r, 0) - m(r_w, t)]r_D} \quad (\text{H.19})$$

Como a equação e as condições de contorno são as mesmas, a solução da equação é a mesma anteriormente encontrada,

$$q_{wD} = - \left( \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right)_{r_D} = 1 \quad (\text{H.20})$$

$$q_{wD} = \frac{q(r_w, t)}{2\pi kh[m(r, 0) - m(r_w, t)]} \quad (\text{H.21})$$

$$q(r_w, t) = 2\pi kh[m(r, 0) - m(r_w, t)]q_{wD} \quad (\text{H.22})$$

onde  $m(r, 0) = 0$

$$m(r_w, t) = \int_{p(r_w, t)}^{\bar{p}(t)} \alpha(p', t) dp' + \int_{\bar{p}(t)}^{p_i} \alpha(p', \bar{r}) dp' \quad (\text{H.23})$$

# I Aplicação de uma função pseudo-tempo em análise de curva de declínio em reservatório com mecanismo de gás em solução

O trabalho de Chen e Poston [10] contempla a análise vazão/tempo durante o fluxo multifásico de um reservatório produzindo com  $p_{wf}$  constante.

Eles apresentam uma pseudo-função normalizada, pseudo-tempo, que leva em conta a variação da mobilidade e compressibilidade do sistema durante a depleção do reservatório.

O pseudo-tempo tende a linearizar a relação semi-log de vazão / tempo.

As ambiguidades provenientes do expoente da curva de declínio diferente de zero são eliminadas. Assim é possível, tendo os dados de permeabilidade relativa e de fluidos, determinar o óleo in place, recuperação final e parâmetros do reservatório.

A seguir será apresentado de forma condensada os passos seguidos durante a elaboração do trabalho.

Definiu-se inicialmente uma pseudo-função pseudo-pressão,  $p_p$  proposta por Fetkovich [17] como:

$$p_p = \int_{p_b}^p \frac{k_{ro}(S_o)/\mu_o(p')B_o(p')}{[k_{ro}(S_o)/\mu_o(p')B_o(p')]_i} dp' , \quad (I.1)$$

e uma pseudo-função pseudo-tempo,  $t_p$ , como

$$t_p = \int_{t_b}^t \frac{\lambda_{tr}(S_o, p)/c_t(S_o, p)}{[\lambda_{tr}(S_o, p)/c_t(S_o, p)]_i} dt' , \quad (I.2)$$

onde

$$\lambda_{tr} = (k_{ro}/\mu_o) + (k_{rg}/\mu_g) + (k_{rw}/\mu_w) , \quad (I.3)$$

e

$$c_t = c_o S_o + c_g S_g + c_w S_w + c_f . \quad (I.4)$$

As equações de balanço de massa com a lei de Darcy governando o fluxo simultâneo de óleo, gás e água são respectivamente:

- Óleo

$$\nabla \left[ k \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) \nabla p \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \left( \frac{S_o}{B_o} \right) \right] , \quad (I.5)$$

- Gás

$$\nabla \left[ k \left( \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} + \frac{R_g k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) \nabla p \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \left( \frac{S_g}{B_g} + \frac{R_g S_o}{B_o} \right) \right], \quad (I.6)$$

- Água

$$\nabla \left[ k \left( \frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \right) \nabla p \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \phi \left( \frac{S_w}{B_w} \right) \right], \quad (I.7)$$

onde *nabla* é um operador vetorial.

Efeitos gravitacionais e capilares são desprezados nas equações I.5, I.6 e I.7.

Para pequenos gradientes de pressão e saturação, Martin [25] desenvolveu uma relação entre pressão e saturação para um reservatório de gás em solução (vide Apêndice D):

$$\left( \frac{dS_o}{dp} \right) = \left( \frac{\lambda_o}{\lambda_t} \right) c_t + \frac{S_o}{B_o} \frac{dB_o}{dp} - c_f S_o, \quad (I.8)$$

onde

$$\lambda_t = \lambda_o + \lambda_g + \lambda_{rw} = \frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_g}{\mu_g} + \frac{k_w}{\mu_w}. \quad (I.9)$$

Expandindo a equação I.5, substituindo a equação I.8 e notando que  $\lambda_t = \lambda_{tr} \times k$ , a equação I.5 para *k* constante fica:

$$\nabla \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \nabla p \right) = \frac{\phi}{k} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{c_t}{\lambda_{tr}} \frac{\partial}{\partial t}. \quad (I.10)$$

Aplicando as pseudo-funções (Equações I.6 e I.7) na equação I.10 teremos

$$\nabla_{pp}^2 = \left( \frac{\phi}{k} \right) \left( \frac{\partial p_p}{\partial t_p} \right), \quad (I.11)$$

que para unidades inglesas e fluxo radial fica como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial p_p}{\partial r} \right) = \frac{1}{0,006328} \frac{\phi}{k} \left( \frac{c_t}{\lambda_{tr}} \right)_i \frac{\partial p_p}{\partial t_p}. \quad (I.12)$$

A equação de balanço de materiais para fluxo multifásico pode ser escrita como:

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = - \frac{5.615}{V_p} \frac{q_o(t) \bar{B}_o}{(\lambda_o) \bar{p}} \left( \frac{\lambda_t}{c_t} \right)_{\bar{p}}, \quad (I.13)$$

aplicando as equações I.6 e I.7 na equação I.13 ficamos com:

$$\frac{dp_p}{dt_p} = -5.615 \frac{(\lambda_t/c_t)_i q_o(t_p)}{\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)_i V_p} \quad (\text{L14})$$

Existem várias maneiras de se obter a equação para o pos-transiente para o caso de vazão constante no poço.

Partindo da equação desenvolvida por Fetkovich [17] baseada no método do índice de produtividade constante e substituindo a equação L.14 ficamos com:

$$\bar{p}_p - p_{p_{wf}} = \frac{141,2q_o}{4(r_{eD}^2 - 1)^2 kh \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)_i} \left\{ 4r_{eD}^4 \ln r_{eD} - 3r_{eD}^4 + 4r_{eD}^2 - 1 \right\} \quad (\text{L15})$$

e que para fluxo dominado por fronteiras

$$q_o = J(\bar{p}_p - p_{p_{wf}}), \quad (\text{L16})$$

$$J = \frac{kh}{141,2\beta} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)_i, \quad (\text{L17})$$

onde para  $r_{eD} > 30$

$$\beta = \ln(r_{eD}) - \frac{3}{4}. \quad (\text{L18})$$

Substituindo a equação L.16 na equação L.15 ficamos com:

$$\frac{d\bar{p}_p}{dt_p} = -5.615 \frac{J_o (\lambda_t/c_t)_i}{V_p \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)_i} (\bar{p}_p - p_{p_{wf}}). \quad (\text{L19})$$

Na passagem anterior, foi adotado que a condição  $\frac{dp}{dt} = \frac{d\bar{p}}{dt} = \text{constante}$ , para o pseudo-permanente, é também válida para as pseudo-funções, isto é  $\frac{\partial p_p}{\partial \bar{p}} = \frac{dp_p}{dt_p} = \frac{d\bar{p}_p}{dt_p} = c$ .

A equação L.19 é uma equação diferencial ordinária com  $V_p, J$  e  $p_{p_{wf}}$  constante.

Rearranjando L.19 e sabendo que para  $t_p = 0 \Rightarrow \bar{p}_p = \bar{p}_{pi}$  temos que

$$\bar{p}_p - p_{p_{wf}} = (\bar{p}_{pi} - p_{p_{wf}}) \exp \left\{ -5.615 \frac{J}{V_p} \left(\frac{\lambda_t/c_t}{\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}}\right)_i t_p \right\}, \quad (\text{L20})$$

e

$$q_o = J(\bar{p}_p - p_{p_{wf}}).$$

A equação do pos-transiente para fluxo dominado por fronteira com pressão de fluxo constante é:

$$q_o(t) = J(\bar{p}_{pi} - p_{pwf}) \exp \left\{ -5.615 \frac{J}{V_p} \left( \frac{\lambda_t / c_t}{\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}} \right)_i t_p \right\}, \quad (I.21)$$

ou

$$q_o(t) = \frac{k h (p_{pi} - p_{pwf})}{141.2 \beta} \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_i \exp \left[ -\frac{0.006328 k}{\alpha \beta r_{wa}^2 \phi} \left( \frac{\lambda_{tr}}{c_t} \right)_i t_p \right], \quad (I.22)$$

que é a equação do declínio exponencial.

onde

$$\alpha = \frac{(r_{eD}^2 - 1)}{2}, \quad (I.23)$$

que em termos de parâmetros adimensionais de curva de declínio fica:

$$q_{dpD} = e^{-t_{dpD}}, \quad (I.24)$$

onde

$$q_{dpD} = \frac{141.2 \beta q_o}{k h (\bar{p}_{pi} - p_{pwf}) \left( \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_i}, \quad (I.25)$$

e

$$t_{dpD} = \frac{0.006328}{\alpha \beta r_{wa}^2 \phi} \left( \frac{\lambda_t}{c_t} \right)_i t_p. \quad (I.26)$$

onde o subscripto "p" nas equações I.25 e I.26 se refere ao uso de pseudo-funções normalizadas.

O  $\alpha$  e  $\beta$  são dois parâmetros normalizantes, usados para agrupar as curvas de declínio nos grandes valores de tempo.