



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Mecânica

ALFREDO HUGO VALENÇA MORILLO

Dinâmica, Vibrações Torcionais e Fadiga em Compressores Alternativos de Duplo-Efeito

CAMPINAS

2017

ALFREDO HUGO VALENÇA MORILLO

Dinâmica, Vibrações Torcionais e Fadiga em Compressores Alternativos de Duplo-Efeito

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Marco Lucio Bittencourt

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO ALFREDO HUGO VALENÇA MORILLO, E ORIENTADA PELO PROF. DR. MARCO LUCIO BITTENCOURT.

CAMPINAS

2017

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): CAPES, 33003017; FUNCAMP, 4987

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9187-9414>

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

M825d Morillo, Alfredo Hugo Valença, 1989-
Dinâmica, vibrações torcionais e fadiga em compressores alternativos de duplo-efeito / Alfredo Hugo Valença Morillo. – Campinas, SP : [s.n.], 2017.

Orientador: Marco Lucio Bittencourt.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Dinâmica das máquinas. 2. Motores elétricos. 3. Vibração. 4. Fadiga. I. Bittencourt, Marco Lucio, 1964-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Dynamics, torsional vibration and fatigue in reciprocating compressor of double-acting

Palavras-chave em inglês:

Dynamics of machines

Electric motors

Vibration

Fatigue

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Marco Lucio Bittencourt [Orientador]

Jakerson Ricardo Gevinski

Edson Bim

Data de defesa: 01-08-2017

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS INTEGRADOS**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Dinâmica, Vibrações Torcionais e Fadiga em Compressores Alternativos de Duplo-Efeito

Autor: Alfredo Hugo Valença Morillo

Orientador: Prof. Dr. Marco Lucio Bittencourt

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

Prof. Dr. Marco Lucio Bittencourt
FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Jakerson Ricardo Gevinski
ENGENHARIA MECÂNICA/CAMPOS ERECHIM/IFRS

Prof. Dr. Edson Bim
FEEC/UNICAMP

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

Campinas, 01 de agosto de 2017.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à CAPES e à Funcamp por financiarem minha bolsa de mestrado. Sem este auxílio seria impossível estar aqui agora.

Ao meu orientador, Dr. Marco Lúcio Bittencourt. Professor, não tenho palavras que expressem o quão grato sou. O quanto apreendi é imensurável. Reconheço de bom grado tudo que fizestes por mim e admiro isso. Desejo ser professor universitário e o tenho como maior exemplo. Queria dizer que pode contar comigo no que eu poder fazer, pois além de seu aluno, me considero seu amigo.

Aos professores da Unicamp e UFSC e respectivas instituições. Obrigado por tudo que me ensinaram, que me influenciaram. Em especial agradeço ao professor Kurka, que foi fundamental no meu mestrado e aos professores Modesto e Mikowski, que muito me ensinaram na graduação.

Minha família linda, Ana mãe, Ana irmã, meu pai Alfredo e minhas gêmeas preferidas, Karina e Luiza. Minha mãe gosta de falar que gratidão tem um significado mais forte que o obrigado. No segundo, a gente agradece na obrigação de devolver o que nos foi feito. No primeiro é um sentimento mais profundo, sem obrigações.

Estes foram os que mais me apoiaram vir para o mestrado e os que mais me deram forças para seguir. Houveram momentos de desânimo, nem sempre as coisas saem conforme planejado. Por este motivo escolhi meu epígrafe, ele fala sobre realizar sonhos juntos. Não se faz um mestrado sozinho, não se vive sozinho. Caminho para realização de um sonho graças a minha família. Então pra vocês, meu sentimento é de gratidão profunda, mas ao mesmo tempo, um sentimento que tenho muito a pagar de volta por todo apoio que recebi. Vou definir como a soma de grato mais obrigado, pode ser?

Além da família que nascemos, tem a família que escolhemos. Família é família. Por este motivo não posso deixar de falar do meu irmão Caio. Mano, te amo. Estendo esse agradecimento a toda sua família, incluindo a Dani, que é foda pra cara*** (ela sabe disso <3).

Agradeço de coração ao GRELO, sempre duro, mas sempre íntimo. Este agradecimento se estende especialmente ao Gil, Luisa, Yuri, Jose e Jean. Maioria de vocês estão comigo desde o começo, definitivamente eu estaria tendo uma vida mais triste sem vocês comigo em Campinas. Muito obrigado, de verdade. São todos especiais pra mim e serão considerados meus amigos não importa a distância que a vida nos coloque.

As duas “baita otárias” mais lindas <3, Mariana e Darla. Sei que tenho em vocês pessoas que poderei contar sempre, saibam que é recíproco. Vocês tornam meu dia-à-dia feliz. O que mais sentirei falta desta etapa é do meu convívio diário no lab com vocês. Como será quando formos trabalhar em lugares separados? Um agradecimento ao chimarrão, acho que foi culpa dele que nos aproximamos.

Aos meu amigos da UFSC, grupo dos mais descolados. Mayara, Edemar, João e Bruno, se hoje sou engenheiro, muito tenho que agradecer a vocês. Não consigo ir em SC sem pensar em visita-los, sinto saudades de todos. Um agradecimento especial ao Bruno, por ter me influenciado na escolha da Unicamp e ter me acompanhado no primeiro ano de mestrado. Vocês 4 são fo***, os tenho como exemplos, cada um de forma diferente. Se querem saber como, me perguntem ;p.

Por último, mas tão importante quanto todos os outros, agradeço aos meus amigos de laboratório. A convivência com pós-graduandos foi a melhor que já tive. Muitos eu não tive contato fora do lab, mas mesmo assim os considero e respeito. Jon seu lindo, vlw pela parceria nas matérias, cara gosto pra caramba de ti. Eduardo, muito obrigado por tudo mano. Gui, eterno mestrando (#zuei), cara, tu es fo**. Betinho e Jorge, vocês são dois exemplos de doutorandos que quero seguir na minha próxima etapa. Luizão, obrigado por todas as dicas, conversas e parcerias.

“A dream you dream alone is only a dream. A dream you dream together is reality.”
(John Lennon)

RESUMO

Compressores alternativos acionados por motores elétricos trifásicos síncrono e assíncrono são operados com altas pressões, o que acarreta em elevadas tensões no virabrequim e consequente falhas. O trabalho de compressão e as vibrações torcionais são as principais causas destas falhas. Para analisar este problema, foi desenvolvido um programa capaz de simular o comportamento de compressores alternativos de duplo-efeito e múltiplos-estágios acionados por motores elétricos síncrono e assíncrono. O objetivo é modelar os esforços dinâmicos no mecanismo principal, as vibrações torcionais e calcular os fatores de segurança no virabrequim através de diferentes critérios de fadiga. Nas análises foram considerados os efeitos termodinâmicos, o comportamento das válvulas de sucção e descarga, a oscilação de velocidade angular de ambos os tipos de motores elétricos, a dinâmica de diferentes métodos de controle de potência e a influência do volante de inércia no comportamento do compressor. Como resultado, o programa possibilitou realizar comparações de diferentes condições de operação dos compressores alternativos.

Palavras-chaves: Máquinas Alternativas; Vibrações Torcionais; Dinâmica; Motor Elétrico; Tensões e fadiga.

ABSTRACT

Reciprocating compressors driven by three-phase synchronous and asynchronous electric motors are operated with high pressures, which leads to great stresses in the crankshaft and consequently failure. The compression work and the torsional vibrations are the main causes of these failures. To analyze this problem, a software was implemented capable of simulating the behavior of the reciprocating compressor of double acting and multistage driven by asynchronous and synchronous electric motors. The aim is modeling the dynamics loads of the main components, the torsional vibration and the safety factors in the crankshaft using different fatigue criteria. The analyses considered the thermodynamic effects, the behavior of the suction and discharge valves, the angular velocity fluctuation of both motor types, the dynamics of the different power control methods and the influence of the flywheel on the compressor behavior. As a result, the software made it possible the comparisons of different operating conditions of the reciprocating compressors.

Keywords: Reciprocating Machines; Torsional Vibrations; Dynamics; Electric Motor; Stress and Fatigue.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Fole de forja (RANDALL, 2016).	15
Figura 1.2 – Compressor alternativo de duplo-efeito e dois estágios (MOREIRA, 1991, p 26).	16
Figura 1.3 – Diagrama de um compressor alternativo dois estágios defasados geometricamente em 180° e em fase cinematicamente.	16
Figura 3.1 – Diagrama do mecanismo pistão-biela-manivela.	25
Figura 3.2 – Diagrama de corpo livre da manivela.	29
Figura 3.3 – Diagrama de corpo livre da biela.	30
Figura 3.4 – Diagrama de corpo livre do pistão.	31
Figura 4.1 – Ciclo termodinâmico do compressor alternativo para gás ideal ao lado do cabeçote.	33
Figura 4.2 – Pressão em ambos os lados do cilindro e força resultante, em função do ângulo do virabrequim.	34
Figura 4.3 – Modelo da dinâmica da válvula (ELHAJ <i>et al.</i> , 2008).	35
Figura 5.1 – Estrutura magnética de um motor elétrico trifásico.	37
Figura 5.2 – Curva de torque estático em função da velocidade angular de um motor elétrico assíncrono.	38
Figura 5.3 – Circuito equivalente do motor elétrico assíncrono (CASTRO, 2017).	39
Figura 6.1 – Modelo inércia-mola-amortecedor de um compressor de 4 cilindros em linha.	44
Figura 6.2 – Exemplo do diagrama de Campbell.	50
Figura 7.1 – Primeiro modelo (flexão no plano xy e torção em x).	52
Figura 7.2 – Modelo de flexão no plano xz	55
Figura 7.3 – Segmento de virabrequim (AVL LIST GMBH, 2004).	61
Figura 7.4 – Diagrama de Goodman (SHIGLEY <i>et al.</i> , 2004).	63
Figura 8.1 – Representação do controle através do aumento de volume morto.	67
Figura 9.1 – Torque estático do motor elétrico assíncrono a vazio.	69
Figura 9.2 – Ciclo termodinâmico de compressores alternativos duplo-efeito ideal.	70
Figura 9.3 – Força resultante sobre o pistão de cada cilindro.	70
Figura 9.4 – Torques resistivos de cada cilindro e resultante para velocidade constante de 600 RPM.	71
Figura 9.5 – Velocidade angular do virabrequim em função do tempo.	71
Figura 9.6 – Torque desenvolvido pelo motor elétrico em função do tempo.	72
Figura 9.7 – Resultados das Figuras 9.5 e 9.6 ampliados para um ciclo do virabrequim.	72
Figura 9.8 – Torques dos cilindros, inerciais e do motor em função do ângulo do virabrequim.	73

Figura 9.9 – Modos de vibrar das frequências não-nulas.	74
Figura 9.10–Amplitudes de oscilações angulares para cada ordem em função do tempo do compressor alternativo acionado por motor assíncrono.	75
Figura 9.11–Amplitudes de oscilações angulares para cada ordem em função do tempo do compressor alternativo acionado por motor síncrono.	76
Figura 9.12–Oscilação angular da Figura 9.10e em função do ângulo do virabrequim. . .	77
Figura 9.13–Amplitude de oscilação angular em função da rotação da Figura 9.10a. . . .	78
Figura 9.14–Diagrama de Campbell.	78
Figura 9.15–Espectro do torque desenvolvido pelo motor assíncrono.	79
Figura 9.16–Torques gerados pelas vibrações torcionais em função do tempo.	79
Figura 9.17–Representação do modelo de viga equivalente para o virabrequim.	81
Figura 9.18–Esforços máximos atuantes no virabrequim para o caso de torque máximo em regime permanente.	82
Figura 9.19–Ciclo termodinâmico e forças dos gases considerando comportamento das válvulas.	84
Figura 9.20–Torque e seu espectro desenvolvido pelo motor síncrono considerando vazamento de gás.	85
Figura 9.21–Ciclo termodinâmico do segundo cilindro com aplicação de 50% de controle.	86
Figura 9.22–Torque desenvolvido pelo motor na partida do compressor alternativo sem carga de compressão.	87
Figura 9.23–Torques desenvolvidos pelo motor assíncrono no regime de operação com aplicação de 50% de controle.	88
Figura 9.24–Espectros dos torques desenvolvidos pelo motor assíncrono no regime de operação com aplicação de 50% de controle.	89
Figura 9.25–Amplitude de oscilação angular do cilindro 2 com aplicação de 50% de controle.	90
Figura 9.26–Frequências naturais em função da inércia do volante de inércia.	91
Figura 9.27–Um ciclo de velocidade angular do compressor alternativo acionado pelo motor assíncrono para diferentes volantes de inércias.	91
Figura 9.28–Torques desenvolvidos pelo motor assíncrono para diferentes volantes de inércias.	92
Figura 9.29–Oscilação de amplitudes angulares em função do tempo para diferentes inércias.	93
Figura A.1 – Interface gráfica do programa <i>CrankLab</i>	99
Figura A.2 – Preenchimento de parâmetros para o cálculo de vibrações no programa <i>CrankLab</i>	100
Figura A.3 – Preenchimento de parâmetros para o cálculo de fadiga no programa <i>CrankLab</i>	100
Figura A.4 – Diagrama de blocos com as etapas do programa <i>CrankLab</i>	101
Figura A.5 – Início do relatório técnico gerado pelo programa <i>CrankLab</i>	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 7.1 – Dimensões do segmento de virabrequim (AVL LIST GMBH, 2004).	62
Tabela 9.1 – Dados de entrada do compressor.	68
Tabela 9.2 – Parâmetros para o modelo de vibrações torcionais.	74
Tabela 9.3 – Frequências naturais	74
Tabela 9.4 – Parâmetros necessários para análise de tensão.	80
Tabela 9.5 – Tensões calculadas com base na condição de máximo torque de excitação no compressor alternativo acionado por motor assíncrono.	81
Tabela 9.6 – Tensões calculadas com base na condição de máximo torque de excitação no compressor alternativo acionado por motor síncrono.	83
Tabela 9.7 – Parâmetros necessários para análise do comportamento das válvulas.	84
Tabela 9.8 – Tensões calculadas com base na condição de máxima torque de excitação no compressor alternativo acionado por motor síncrono com vazamento de gás.	85
Tabela 9.9 – Fatores de segurança de Goodman para os diferentes controles aplicados.	89

SUMÁRIO

1	Introdução	15
1.1	Objetivos	18
1.2	Organização do Texto	19
2	Revisão Bibliográfica	21
3	Cinemática e Dinâmica de Máquinas Alternativas	25
3.1	Cinemática	25
3.1.1	Velocidades	26
3.1.2	Acelerações	27
3.2	Dinâmica	29
3.2.1	Manivela	29
3.2.2	Biela	30
3.2.3	Pistão	31
4	Ciclo Termodinâmico de Compressor Alternativo	32
4.1	Comportamento das válvulas	34
5	Acionamento por Motor Elétrico	37
5.1	Motor Assíncrono	38
5.1.1	Solução Numérica	40
5.2	Motor síncrono	41
5.2.1	Solução Numérica	42
6	Vibrações Torcionais	44
6.1	Equação de estado	46
6.2	Integral de convolução	47
6.3	Diagrama de Campbell	49
7	Análise de Tensões e Fadiga em Virabrequins	51
7.1	Modelo equivalente	51
7.1.1	Direção Vertical	51
7.1.2	Direção Horizontal	55
7.1.3	Torção	58
7.2	Cálculo das tensões máxima e mínima	59
7.3	Cálculo dos fatores de concentração de tensões	61
7.4	Cálculo do fator de segurança	63
8	Métodos de Controle de Potência	65
8.1	Controle <i>Step</i>	65
8.2	Controle Contínuo	66
8.3	Controle do Volume Morto	67
9	Análise e interpretação dos resultados	68

9.1	Cinemática e Dinâmica	71
9.2	Vibrações Torcionais	73
9.3	Tensões e Fadiga	80
9.4	Influência do Vazamento nas Válvulas	84
9.5	Aplicação dos Controles de Potência	86
9.6	Influência do Volante de Inércia	89
10	Conclusões	94
10.1	Trabalhos Futuros	95
	Referências	96
	ANEXO A Programa - CrankLab	99

1 INTRODUÇÃO

Não se sabe exatamente desde quando a humanidade utiliza o gás pressurizado. Porém, pode-se dizer que se tornou um recurso presente no dia a dia de todos. Exemplos de utilização deste recurso estão nos refrigeradores, ar-condicionados, aspiradores de pó, dentre outros.

Acredita-se que o primeiro instrumento de compressão de gás tenha sido o fole, onde através de uma sanfona se pressurizava o ar e o mesmo era liberado de forma direcionada por um tubo. Este instrumento é utilizado para aumentar a temperatura do forno de forja. A Figura 1.1 apresenta um fole de forja.



Figura 1.1 – Fole de forja (RANDALL, 2016).

Apenas em 1762, o engenheiro John Smeaton projetou um cilindro de sopro (algo semelhante a uma máquina alternativa) acionado por roda de água que substituiu o fole de forja. Em 1776, John Wilkinson trocou o acionamento desta máquina por um motor de explosão, conseguindo pela primeira vez grandes pressões na saída dos compressores (RANDALL, 2016).

Hoje em dia, classificam-se os compressores em dois tipos: deslocamento positivo e deslocamento dinâmico. No primeiro, o gás é comprimido através da redução de volume de uma câmara isolada. No segundo, a compressão ocorre pelo incremento de velocidade do gás e pela passagem do mesmo por um difusor (MOREIRA, 1991).

Compressores de deslocamento positivo são os de pistões, podendo ser de simples ou duplo-efeito com um ou mais estágios, e os rotativos de parafuso, palhetas ou membrana. Como compressores de deslocamento dinâmico, cita-se o turbocompressor (MOREIRA, 1991).

Este trabalho considera o compressor alternativo de duplo-efeito com múltiplos estágios, que é classificado como compressor de deslocamento positivo. Para estes casos, pode-se citar como vantagem as altas pressões e como desvantagem a baixa vazão (NETO, 2008).

No compressor alternativo de duplo-efeito, têm-se duas câmaras de compressão em lados opostos do pistão. Enquanto um dos lados está no estágio de compressão, no mesmo ins-

tante, o outro lado está no estágio de expansão. Múltiplos estágios são compressores alternativos que possuem dois ou mais conjuntos cilindros-pistões que são conectados em série. Cada um representa um estágio de compressão, atingindo assim grandes pressões na saída final. A Figura 1.2 apresenta um diagrama da operação de um compressor alternativo de duplo-efeito com dois estágios.

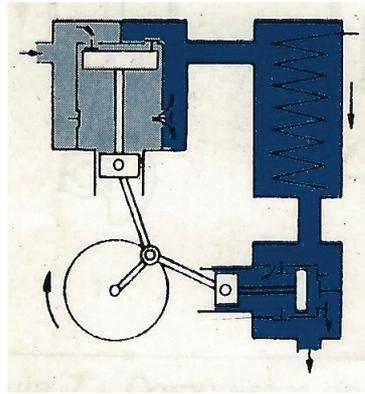


Figura 1.2 – Compressor alternativo de duplo-efeito e dois estágios (MOREIRA, 1991, p 26).

Entre os dois estágios apresentados na Figura 1.2, é possível observar que na câmara intermediária existe um arrefecedor. Ele tem como função resfriar parcialmente o gás. Após a descarga do segundo estágio, existirá outro arrefecedor (MOREIRA, 1991). Percebe-se também na Figura 1.2 que existe uma defasagem construtiva e cinemática de 90° entre os conjuntos cilindros-pistões. Enquanto um pistão estiver no PMS (ponto morto superior) ou no PMI (ponto morto inferior), o outro pistão estará no meio do curso.

A Figura 1.3 ilustra um compressor alternativo com dois estágios que apresenta uma defasagem construtiva ou geométrica de 180° , porém com 0° de fase na cinemática. Portanto, ambos os pistões atingem o PMS ou o PMI simultaneamente, mesmo que estejam geometricamente em lados opostos ao virabrequim.

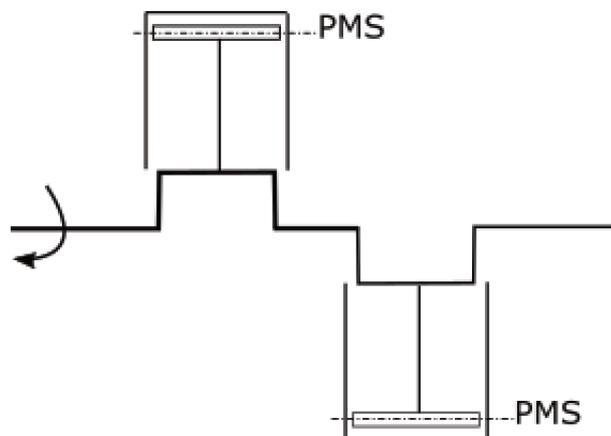


Figura 1.3 – Diagrama de um compressor alternativo dois estágios defasados geometricamente em 180° e em fase cinematicamente.

Outra classificação comum de compressores é com base no valor da pressão final. Costa (1978) diferencia em baixa pressão (até 1 kgf/cm²), média pressão (até 10 kgf/cm²) e alta pressão (superiores à 10 kgf/cm²). Já Bertot (1989) adiciona a classificação de muito alta pressão (acima de 100 kgf/cm²).

Este trabalho simula compressores que pressurizam gás com intuito de refrigeração, os quais segundo Bertot (1989) e Costa (1978) são compressores de média pressão. Compressores alternativos de duplo-efeito com dois estágios utilizados em refrigeração, segundo Moreira (1991), operam usualmente em uma compressão de até 12 kgf/cm², que já seria alta pressão para ambos os autores.

A carga de compressão do gás pode ser descrita por um ciclo termodinâmico isentrópico de gás ideal em quatro etapas: sucção, compressão, descarga e expansão. Este processo será descrito em detalhes posteriormente.

Por se tratar de uma carga cíclica agindo sobre uma máquina alternativa se prevê problemas de vibrações. Wachel e Tison (1993) citam como principais causas de falhas de máquinas alternativas estas vibrações, que causam fadigas nos componentes, vazamentos e ruídos.

A Petrobras[®] (Petróleo Brasileiro S.A) utiliza os compressores alternativos para comprimir gases de refrigeração de bombas e outros equipamentos, assim como para distribuição de gás natural em seus gasodutos. Existe um problema de falhas nestes compressores, especialmente no surgimento de trincas nos virabrequins ou no acoplamento entre a máquina de acionamento e compressor alternativo. Por este motivo, foi firmado uma parceria entre a Unicamp (Universidade Estadual de Campinas) e a Petrobras[®] com intuito de desenvolver um programa que permita simular as vibrações torcionais causadas por diferentes operações destas máquinas.

O desenvolvimento do programa *CrankLab*, foi iniciado tomando como base o trabalho do Villalva (2014). Ele desenvolveu um modelo de vibrações torcionais e cálculo do fator de segurança por critérios de fadiga para virabrequins de motores de combustão interna. Esta primeira versão do *CrankLab* foi utilizada como ponto de partida para a modelagem do compressor alternativo, que assim como o motor de combustão é uma máquina alternativa. No Anexo A é apresentado brevemente a versão do *CrankLab* para compressores alternativos acionados por motores elétricos.

O modelo matemático do compressor alternativo duplo-efeito apresentado nesta dissertação foi dividido em seis etapas: cinemática e dinâmica, termodinâmica, motor elétrico, vibrações, tensões e fadiga e controle de carga.

Na cinemática, calculam-se as posições, velocidades e acelerações dos componentes da máquina referentes a seus movimentos de translação e rotação. Os componentes são: pistão, haste, cruzeta, biela e manivela (virabrequim).

Através do cálculo do ciclo termodinâmico de trabalho da compressão, tendo o modelo cinemático da máquina e conhecendo o comportamento mecânico do motor elétrico de acionamento, é possível, assumindo algumas hipóteses, calcular os torques aplicados na máquina, as cargas de cada conjunto manivela-biela-pistão e as forças aplicadas sobre os mancais e o acoplamento.

O modelo de vibrações torcionais foi representado em um número arbitrário de graus de liberdade (GDL), sendo eles referentes ao motor elétrico de acionamento, ao acoplamento, ao volante de inércia e à cada conjunto manivela-biela-pistão. Conhecendo a rigidez do virabrequim, calculam-se as frequências naturais, os modos de vibrar, as amplitudes angulares de vibrações no virabrequim e os torques causados pelas vibrações entre cada GDL.

As tensões e a fadiga são calculadas através de uma representação do virabrequim por um eixo de seção transversal circular. Conhecendo-se os torques, as forças e as condições de operação, calculam-se as tensões normais e de cisalhamento. Utilizando os modelos de Goodman Shigley, Soderberg calculam-se os fatores de segurança, Gerber, ASME-elíptico e/ou Langer.

Por fim, utilizam-se três diferentes métodos de controle de vazão, possibilitando a determinação da influência destes métodos na dinâmica do motor elétrico e do virabrequim do compressor alternativo.

1.1 Objetivos

Esta dissertação tem como objetivo geral modelar e simular as cargas dinâmicas, vibrações torcionais e fadiga no virabrequim de compressores alternativos em diferentes regimes de operação.

Os objetivos específicos são:

- Desenvolver um programa capaz de realizar todas as simulações modeladas para compressores alternativos duplo-efeito com número arbitrário de cilindros;
- Analisar os efeitos dinâmicos do tipo de motor elétrico no acionamento dos compressores alternativos;
- Estimar as velocidades angulares críticas de operação da máquina, a partir do diagrama de Campbell;
- Calcular o fator de segurança a partir de diferentes critérios de fadiga;
- Verificar a influência dos controles *step*, contínuo e acréscimo do volume morto na dinâmica, tensão e fadiga do compressor alternativo;

- Analisar a influência do volante de inércia nos valores das frequência naturais, amplitudes angulares de vibrações, oscilações de velocidade angulares e torques aplicados pelo motor elétrico.

1.2 Organização do Texto

No Capítulo 2, apresenta-se a revisão bibliográfica, explanando sobre a importância dos compressores e a evolução científica de estudos relacionados a estas máquinas.

O Capítulo 3 descreve os modelos cinemáticos e dinâmicos que foram necessários para representar os componentes que englobam o conjunto pistão-biela-manivela. Neste capítulo, os componentes foram modelados como corpos rígidos ou partículas.

O ciclo termodinâmico é tratado no Capítulo 4. O modelo considerado é representado por estágios adiabáticos de sucção e descarga e por estágios isentrópicos de compressão e expansão. Em seguida, apresenta-se uma representação dos comportamentos de abertura e fechamento das válvulas.

No Capítulo 5, considera-se uma breve revisão sobre motores elétricos assíncronos e síncronos. A modelagem matemática e a solução das equações dinâmicas do conjunto motor elétrico-compressor alternativo são descritas neste capítulo. Através dos modelos apresentados, neste capítulo e nos dois anteriores, é possível simular o comportamento dinâmico do compressor alternativo de duplo-efeito com múltiplos estágios.

O Capítulo 6 descreve o modelo de vibrações torcionais. O modelo assume um virabrequim com elasticidade torcional. Cada componente modelado representa um GDL do sistema.

As análises de tensões e fadiga no virabrequim consideram a sua representação como um eixo de seção circular constante. O Capítulo 7 apresenta inicialmente, os cálculos dos esforços nos mancais e os momentos fletores e torsor. Em seguida, calculam-se as tensões normais e de cisalhamento. Por último, definem-se os fatores de concentração de tensões existentes nos raios de concordância entre munhões e moentes e, com eles, estimam-se os fatores de segurança para diferentes critérios de fadiga.

No Capítulo 8 são explicados o funcionamento de três diferentes métodos de controle de vazão, apresentando as particularidades de cada um deles e as diferentes respostas dinâmicas e termodinâmicas que resultam através de suas utilizações.

A análise dos resultados é apresentada no Capítulo 9. Seguindo a mesma ordem em que foram escritos os capítulos anteriores, apresentam-se as simulações, sendo que em cada seção analisam-se os resultados obtidos desde a cinemática e dinâmica até as aplicações dos controles de vazão. Por último, analisa-se a influência do volante de inércia na dinâmica do compressor alternativo.

As conclusões, descritas no Capítulo 10, resumem os principais resultados obtidos. No final desse capítulo, apresentam-se as sugestões de trabalhos futuros que enriqueceriam o estudo iniciado nesta dissertação.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O ponto de partida deste projeto é o trabalho de Villalva (2014), que apresenta modelo de cinemática e dinâmica de máquinas alternativas para velocidade constante e de vibrações torcionais. Villalva (2014) desenvolveu a primeira versão do programa *CrankLab*, que é capaz de simular estes comportamentos em um motor de combustão interna.

Compressores alternativos apresentam mais problemas relacionados à vibrações torcionais do que máquinas rotativas, como compressores centrífugos e turbo compressores (FE-ESE; HILL, 2009). Isto se deve aos maiores níveis de excitações torcionais próprios da dinâmica dos seus sistemas pistão-biela-manivela. Apesar de ser um campo de pesquisa antigo, o fenômeno de vibrações torcionais em máquinas alternativas ainda é muito estudado, devido ao intenso uso de motores de combustão interna e compressores de fluidos.

Vibrações torcionais têm sido historicamente a principal restrição para o desenvolvimento de grandes compressores alternativos (ZHAO; WANG, 2014). De acordo com essa referência, nos últimos anos uma grande quantidade de trabalhos focou na modelagem dinâmica de virabrequins com o uso do método de elementos finitos (MEF). Contudo, não houve muita ênfase em estudos holísticos, considerando também os efeitos dos mancais, a inércia do sistema alternativo e os acionadores na vibração torcional de virabrequins.

Em Wachel e Tison (1993) é apresentado um critério para verificar se os níveis de vibrações existentes em uma máquina alternativa são aceitáveis. Eles colocam como crítico as pulsações dos fluidos nestas máquinas, que podem excitar uma das frequências naturais dos compressores ou motores. Durante um ciclo de trabalho das máquinas alternativas, o torque da carga apresenta diversas harmônicas. O ponto principal para projetar e operar de forma segura essas máquinas é controlar as harmônicas, evitando que excitem as frequências naturais.

Li (2003) apresentou a solução analítica do problema de vibração torcional em has-tes com seção não-uniforme, número arbitrário de elementos concentrados e possibilidade de adoção de diversos tipos de condição de contorno. A vantagem do método proposto é o menor tempo computacional em comparação com métodos analíticos existentes. Os resultados obtidos mostraram-se muito próximos aos obtidos pelo MEF, possuindo contudo um tempo computacional muito menor.

O artigo de Levecque *et al.* (2011) trata sobre vibrações torcionais no virabrequim. Eles modelaram os componentes do compressor alternativo com multi-estágios como rígidos, exceto o virabrequim. A excitação foi descrita em série de Fourier e a velocidade angular foi mantida constante. Utilizando o MEF, tinham como objetivo avaliar o balanceamento da máquina. Descobriram que o balanceamento causado pela utilização de múltiplos estágios de compressão produziram maior eficiência do que os balanceadores dinâmicos como contra pesos ou

volantes de inércia.

O controle ativo da vibração torcional é uma outra abordagem com potencial de aplicações práticas. Wenzhi e Zhiyong (2010) propuseram o uso de um atuador montado na ponta do eixo de uma turbina para o controle da vibração torcional. O atuador utilizado no estudo foi modelado como um regulador linear quadrático convencional. Os resultados teóricos e práticos foram satisfatórios em diminuir as amplitudes de vibração torcional da máquina.

Para modelar as vibrações torcionais de uma máquina, é necessário conhecer a dinâmica de seus mecanismos. Mecanismos reais sofrem influência de outras cargas importantes. Kurka *et al.* (2012) analisou o efeito de mancais visco-elásticos no comportamento dinâmico de compressores de refrigeração alternativos, incluindo efeito giroscópico. Foram observadas diferenças nas cargas suportadas pelos mancais em comparação com o modelo simplesmente pinado.

A flexibilidade da biela e do virabrequim influencia no comportamento cinemático e dinâmico do sistema virabrequim-biela-pistão (NEVES, 2010). De acordo com esse mesmo autor, a modelagem com elementos flexíveis permite a obtenção de resultados mais reais em comparação com o modelo de corpos rígidos.

Os movimentos secundários das partes móveis influenciam o comportamento dinâmico e termodinâmico de compressores alternativos (HUANG, 2006). Esse autor apresentou uma modelagem de compressor alternativo com mancais hidrodinâmicos, incluindo efeitos de desalinhamento do mancal do pistão e a deflexão da biela. Foi observado que a deflexão da biela influenciou pouco o comportamento do sistema. Já o desalinhamento do mancal do pistão, a modelagem e a análise computacional da lubrificação do conjunto eixo, biela e pistão em compressores alternativos influenciaram o comportamento termodinâmico, pois alteram o volume da câmara de compressão.

Zhang e Yu (2009) consideraram a comparação de dois modelos dinâmicos sobre o comportamento de vibração torcional de um virabrequim de motor de combustão interna. No primeiro modelo, adotou-se um modelo dinâmico de corpos rígidos; no segundo, o virabrequim era flexível. Os estudos teórico e experimental mostraram que a flexibilidade do virabrequim possui grande influência no comportamento dinâmico do sistema pistão-biela-manivela.

Hu *et al.* (2003) desenvolveram um modelo dinâmico de um eixo rotativo flexível suportado por uma estrutura também flexível. A estrutura de suporte e o eixo foram interligados por molas lineares e não-lineares. A rotação do eixo, que é um modo de corpo rígido, foi tratada como um grau de liberdade do sistema. Foi utilizado o método de Craig-Bampton para representar os graus de liberdade flexíveis entre o eixo e a estrutura de suporte e o GDL rígido (rotação do eixo). As equações de movimento foram resolvidas no domínio do tempo pelo método modificado de Newmark com auxílio do método de Newton-Raphson. Os resultados numéricos foram validados em diversas combinações de carga, tipo de mola e rotações.

A folga exagerada nas junções entre componentes mecânicos causa vibração excessiva em compressores alternativos (HAI-YANG *et al.*, 2015). Os autores propuseram um método de otimização de parâmetros para as forças de contato em junções com folgas. Os parâmetros otimizados foram utilizados para simular o comportamento dinâmico de compressores alternativos com folga exagerada nas junções em uma simulação virtual acelerada. Os resultados obtidos foram próximos aos resultados experimentais. A vantagem do método proposto é a predição do comportamento dinâmico de compressores com folgas exageradas em junções sem a realização de testes práticos.

A dinâmica do compressor alternativo e os efeitos de vibrações irão depender do acionador utilizado. O compressor é usualmente acionado por motores de combustão interna ou motores elétricos. Metallidis e Natsiavas (2003) modelaram a operação usando motores de combustão. Eles apresentaram um modelo não linear, onde as variáveis do sistema dinâmico dependem da velocidade. Foi dada ênfase à rigidez e ao amortecimento do virabrequim, assim como no torque resistivo. Concluíram que a inércia do virabrequim afeta pouco a rotação média da máquina, porém influencia significativamente a flutuação em torno desta rotação.

Para Wang e Lim (2000), a validade dos modelos dinâmicos de motores de combustão interna depende da precisão dos parâmetros utilizados na modelagem discreta: momento de inércia de massa, rigidez e amortecimento. De todos os parâmetros citados, o amortecimento é o usualmente o mais difícil de ser obtido com precisão.

O trabalho de Pedreira (2013) utilizou o método de Newton-Euler para obter os efeitos do volante de inércia e do acionador (motor de indução) na dinâmica do virabrequim de compressores alternativos duplo-efeito e dois-estágios. Os resultados obtidos foram utilizados para dimensionar o volante de inércia e o motor de indução com o objetivo de diminuir a flutuação de torque no virabrequim.

Os comportamentos das válvulas de sucção e descarga são muito citados como um dos principais componentes do compressor alternativo, sendo grande causadores de perdas. Tendo isto em vista, Elhaj *et al.* (2008) desenvolveram um modelo numérico visando detectar possíveis falhas no compressor alternativo de dois estágios acionado por motor elétrico assíncrono. Assumiram a existência de vibrações das válvulas de sucção, verificando o vazamento de fluido pelas mesmas. Os autores tiveram como principal conclusão que a velocidade instantânea do virabrequim e a curva de pressão do gás são parâmetros que auxiliam na detecção de falhas para quaisquer condições de operações. Todos os resultados foram validados experimentalmente.

Também visando prever possíveis falhas, Becerra *et al.* (2011) utilizaram o MEF para verificar tensões dinâmicas no virabrequim. Consideraram os mecanismos do compressor alternativo e uma análise termodinâmica para detectar as forças dos gases que agem sobre o pistão. Concluíram que o aparecimento de trincas no virabrequim ocorre para as maiores ten-

sões. Na etapa de descarga dos gases comprimido, acontece um atraso na abertura das válvulas, sendo o instante de maior carga sobre todos os sistemas do compressor alternativo.

O artigo Tuhovcak *et al.* (2015) considera o comportamento das válvulas de um compressor alternativo como um sistema massa-mola-amortecedor. Com isto, usando o método da energia, modelaram o comportamento do escoamento do fluido através das válvulas, assim como a variação da temperatura do gás durante o ciclo. Antes desse trabalho, Cavallini *et al.* (1996) já havia analisado computacionalmente, por método da energia, a temperatura do gás, como também a temperatura dos componentes do compressor alternativo.

As válvulas também foram modeladas como um sistema massa-mola-amortecedor por Elhaj *et al.* (2008), incluindo o impacto da mola na superfície do cilindro. Foi simulado o comportamento do ciclo termodinâmico do compressor alternativo de dois estágios acionado por motor de indução, quando modelado o vazamento de fluido pelas válvulas. Verificou-se a influência das válvulas na flutuação de velocidade angular e no torque no virabrequim. O modelo foi validado com dados experimentais.

3 CINEMÁTICA E DINÂMICA DE MÁQUINAS ALTERNATIVAS

Este capítulo foi baseado na dissertação de mestrado de Villalva (2014), onde foi modelado o mecanismo principal de um motor de combustão interna.

No modelo cinemático, este trabalho considera uma velocidade angular variável na manivela. Para o modelo dinâmico, tem-se a carga resistiva no conjunto manivela-biela-pistão. No trabalho de Villalva (2014), a velocidade da manivela é constante e o conjunto manivela-biela-pistão gera trabalho. Estas são as principais diferenças na modelagem apresentada neste capítulo.

3.1 Cinemática

Considera-se a cinemática do sistema pistão-biela-manivela ilustrado na Figura 3.1. Assume-se que a cruzeta, haste e pistão do compressor são tratados como uma partícula representada pelo pistão. Isto é possível, pois os três componentes citados foram modelados como uma partícula com deslocamento no eixo X . A manivela e a biela foram tratados como corpos rígidos.

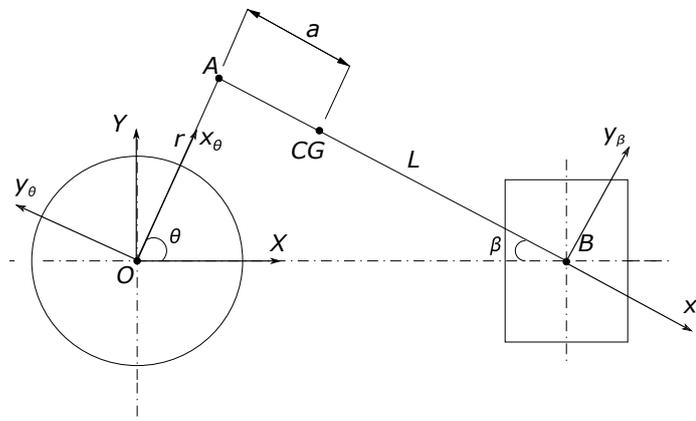


Figura 3.1 – Diagrama do mecanismo pistão-biela-manivela.

O sistema de referência inercial $I (X, Y)$ está no centro de massa da manivela. Utilizam-se dois sistemas móveis de referência: o sistema $B_\theta (x_\theta, y_\theta)$ em movimento junto à manivela; o sistema $B_\beta (x_\beta, y_\beta)$ em movimento junto à biela.

Os ângulos acionado (θ) e movido (β) do sistema são relacionados através de análises trigonométricas, resultando em

$$\beta = \arcsin\left(\frac{r}{L} \sin \theta\right) = \arcsin(\lambda \sin \theta), \quad (3.1)$$

sendo r o raio da manivela, L o comprimento da biela e λ uma relação entre ambos.

As matrizes de transformação entre os sistemas de coordenadas inercial I e móveis B_θ e B_β são dadas, respectivamente, por

$$T_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad T_\beta = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3.1.1 Velocidades

As velocidades angulares das bases móveis dos componentes manivela e biela são dadas, respectivamente, por

$${}_{B_\theta}\vec{\Omega}_\theta = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad {}_{B_\beta}\vec{\Omega}_\beta = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\beta} \end{Bmatrix}.$$

A velocidade do ponto A na base inercial pode ser determinada a partir da seguinte expressão (SANTOS, 2001)

$${}_I\vec{v}_A = {}_I\vec{v}_O + {}_I\vec{\Omega}_\theta \times {}_I\vec{r}_{OA} + {}_I\vec{v}_{rel}. \quad (3.2)$$

A partir de transformação de bases de referência, a mesma velocidade é escrita como

$${}_I\vec{v}_A = {}_I\vec{v}_O + {}_I\vec{\Omega}_\theta \times T_\theta^T {}_{B_\theta}\vec{r}_{OA} + T_\theta^T \frac{d}{dt} ({}_{B_\theta}\vec{r}_{OA}), \quad (3.3)$$

sendo \vec{v}_O a velocidade do ponto O, a qual é igual a zero. O vetor posição \vec{r}_{OA} , expresso na base B_θ , é dado por ${}_{B_\theta}\vec{r}_{OA} = \begin{Bmatrix} r & 0 & 0 \end{Bmatrix}^T$. Como \vec{r}_{OA} é constante quando representado na base B_θ , o último termo da equação anterior é nulo. Logo, a velocidade do ponto A representada no sistema inercial reduz-se a

$${}_I\vec{v}_A = {}_I\vec{\Omega}_\theta \times T_\theta^T {}_{B_\theta}\vec{r}_{OA} = \begin{Bmatrix} -\dot{\theta}r \sin \theta \\ \dot{\theta}r \cos \theta \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

De modo análogo, a velocidade do ponto A pode ser escrita com o auxílio da base móvel B_β como

$${}_I\vec{v}_A = {}_I\vec{v}_B + {}_I\vec{\Omega}_\beta \times T_\beta^T {}_{B_\beta}\vec{r}_{BA} + T_\beta^T \frac{d}{dt} ({}_{B_\beta}\vec{r}_{BA}), \quad (3.4)$$

sendo ${}_{B\beta}\vec{r}_{BA} = \begin{Bmatrix} L & 0 & 0 \end{Bmatrix}^T$ e ${}_I\vec{v}_B = \begin{Bmatrix} v_B & 0 & 0 \end{Bmatrix}^T$ a velocidade do pistão, a qual é uma incógnita a ser determinada. Portanto,

$${}_I\vec{v}_A = {}_I\vec{v}_B + {}_I\vec{\Omega}_\beta \times T_\beta^T {}_{B\beta}\vec{r}_{BA} = \begin{Bmatrix} \dot{\beta}L \sin \beta + v_B \\ \dot{\beta}L \cos \beta \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

Igualando as duas equações anteriores, encontra-se o seguinte sistema de equações com incógnitas v_B e $\dot{\beta}$:

$$\begin{cases} -r\dot{\theta} \sin \theta = v_B + L\dot{\beta} \sin \beta \\ r\dot{\theta} \cos \theta = L\dot{\beta} \cos \beta \end{cases}.$$

Isolando a velocidade linear do pistão v_B e a velocidade angular da biela $\dot{\beta}$, escrevem-se as expressões

$$\dot{\beta} = \frac{r\dot{\theta} \cos \theta}{L \cos \beta}, \quad (3.5)$$

$$v_B = -r\dot{\theta} \sin \theta - L\dot{\beta} \sin \beta. \quad (3.6)$$

3.1.2 Acelerações

Para o caso em que a biela e a manivela giram com velocidades angulares variáveis, as acelerações angulares das bases móveis B_θ e B_β são dadas, respectivamente, por

$${}_{B_\theta}\dot{\vec{\Omega}}_\theta = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad {}_{B_\beta}\dot{\vec{\Omega}}_\beta = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\ddot{\beta} \end{Bmatrix}.$$

A aceleração do ponto A , usando o ponto O como referência, pode ser escrita na base inercial como (SANTOS, 2001)

$${}_I\vec{a}_A = {}_I\vec{a}_O + {}_I\dot{\vec{\Omega}}_\theta \times {}_I\vec{r}_{OA} + {}_I\vec{\Omega}_\theta \times ({}_I\dot{\vec{\Omega}}_\theta \times {}_I\vec{r}_{OA}) + \beta {}_I\dot{\vec{\Omega}}_\theta \times {}_I\vec{v}_{rel} + {}_I\vec{a}_{rel}. \quad (3.7)$$

Como feito nos cálculos da velocidade, a aceleração pode ser escrita com auxílio da base móvel B_θ , obtendo-se

$$\begin{aligned} {}_I\vec{a}_A &= {}_I\vec{a}_O + {}_I\dot{\vec{\Omega}}_\theta \times T_\theta^T {}_{B_\theta}\vec{r}_{OA} + {}_I\vec{\Omega}_\theta \times ({}_I\dot{\vec{\Omega}}_\theta \times T_\theta^T {}_{B_\theta}\vec{r}_{OA}) \\ &+ \beta {}_I\dot{\vec{\Omega}}_\theta \times T_\theta^T \frac{d}{dt}({}_{B_\theta}\vec{r}_{OA}) + T_\theta^T \frac{d^2}{dt^2}({}_{B_\theta}\vec{r}_{OA}). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Como os corpos envolvidos são rígidos, os termos de velocidade e aceleração relativas (dois últimos termos da equação anterior) são nulos. Com esta hipótese, a equação (3.8) pode ser simplificada para

$${}_I\vec{a}_A = {}_I\dot{\vec{\Omega}}_\theta \times T_\theta^T {}_{B_\theta}\vec{r}_{OA} + {}_I\vec{\Omega}_\theta \times ({}_I\dot{\vec{\Omega}}_\theta \times T_\theta^T {}_{B_\theta}\vec{r}_{OA}) = \begin{Bmatrix} -r\dot{\theta}^2 \cos \theta - r\ddot{\theta} \sin \theta \\ -r\dot{\theta}^2 \sin \theta + r\ddot{\theta} \cos \theta \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

A aceleração do ponto A também pode ser expressa como

$$\begin{aligned} {}_I\vec{a}_A &= {}_I\vec{a}_B + {}_I\dot{\vec{\Omega}}_\beta \times T_{\beta B_\beta}^T \vec{r}_{BA} + {}_I\vec{\Omega}_\beta \times ({}_I\vec{\Omega}_\beta \times T_{\beta B_\beta}^T \vec{r}_{BA}) \\ &+ \beta {}_I\vec{\Omega}_\beta \times T_{\beta}^T \frac{d}{dt}({}_{B_\beta}\vec{r}_{BA}) + T_{\beta}^T \frac{d^2}{dt^2}({}_{B_\beta}\vec{r}_{BA}). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Simplificando, obtem-se

$${}_I\vec{a}_A = {}_I\vec{a}_B + {}_I\dot{\vec{\Omega}}_\beta \times T_{\beta B_\beta}^T \vec{r}_{BA} + {}_I\vec{\Omega}_\beta \times ({}_I\vec{\Omega}_\beta \times T_{\beta B_\beta}^T \vec{r}_{BA}),$$

sendo ${}_I\vec{a}_B = \left\{ \begin{matrix} a_B & 0 & 0 \end{matrix} \right\}^T$ a aceleração do pistão.

Logo,

$${}_I\vec{a}_A = \left\{ \begin{matrix} a_B + L\ddot{\beta} \sin \beta + L\dot{\beta}^2 \cos \beta \\ L\ddot{\beta} \cos \beta - L\dot{\beta}^2 \sin \beta \\ 0 \end{matrix} \right\}.$$

Igualando as acelerações do ponto A determinadas anteriormente, chega-se ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} -r\dot{\theta}^2 \cos \theta - r\ddot{\theta} \sin \theta &= a_B + L\ddot{\beta} \sin \beta + L\dot{\beta}^2 \cos \beta \\ -r\dot{\theta}^2 \sin \theta + r\ddot{\theta} \cos \theta &= L\ddot{\beta} \cos \beta - L\dot{\beta}^2 \sin \beta \end{cases}.$$

Resolvendo o sistema acima, encontram-se as expressões para as acelerações angular da biela $\ddot{\beta}$ e linear do pistão a_B , ou seja,

$$\ddot{\beta} = \frac{-r\dot{\theta}^2 \sin \theta + r\ddot{\theta} \cos \theta + L\dot{\beta}^2 \sin \beta}{-L \cos \beta}, \quad (3.10)$$

$$a_B = -r\dot{\theta}^2 \cos \theta - r\ddot{\theta} \sin \theta - L\dot{\beta}^2 \sin \beta - L\ddot{\beta} \sin \beta, \quad (3.11)$$

A aceleração do centro de massa da biela pode ser escrita com auxílio da base B_β como

$$\begin{aligned} {}_I\vec{a}_\beta &= {}_I\vec{a}_B + {}_I\dot{\vec{\Omega}}_\beta \times T_{\beta B_\beta} \vec{r}_\beta^* + {}_I\vec{\Omega}_\beta \times ({}_I\vec{\Omega}_\beta \times T_{\beta B_\beta} \vec{r}_\beta^*) \\ &+ \beta {}_I\vec{\Omega}_\beta \times T_{\beta} \frac{d}{dt}({}_{B_\beta}\vec{r}_\beta^*) + T_{\beta} \frac{d^2}{dt^2}({}_{B_\beta}\vec{r}_\beta^*), \end{aligned} \quad (3.12)$$

sendo ${}_{B_\beta}\vec{r}_\beta^* = \left\{ \begin{matrix} -L_{cg} & 0 & 0 \end{matrix} \right\}^T$ o vetor posição do centro de massa da biela na base B_β . De acordo com a Figura 3.1, tem-se $L_{cg} = L - a$.

Lembrando que os dois últimos termos da equação (3.12) são nulos, determina-se a aceleração do centro de massa da biela como

$${}_I\vec{a}_{cg} = \left\{ \begin{matrix} a_B + L_{cg}\ddot{\beta} \sin \beta + L_{cg}\dot{\beta}^2 \cos \beta \\ + L_{cg}\ddot{\beta} \cos \beta - L_{cg}\dot{\beta}^2 \sin \beta \\ 0 \end{matrix} \right\}. \quad (3.13)$$

3.2 Dinâmica

Utilizando o método de Newton-Euler, é possível determinar as reações dinâmicas em cada uma das conexões entre os elementos do sistema. Como hipóteses, assumiu-se que a manivela e a biela se comportam como corpos rígidos, enquanto o pistão, composto por pistão-haste-cruzeta, se comporta como partícula.

3.2.1 Manivela

A Figura 3.2 ilustra o diagrama de corpo livre da manivela. Assumi-se que o centro de gravidade é coincidente com o centro de giro.

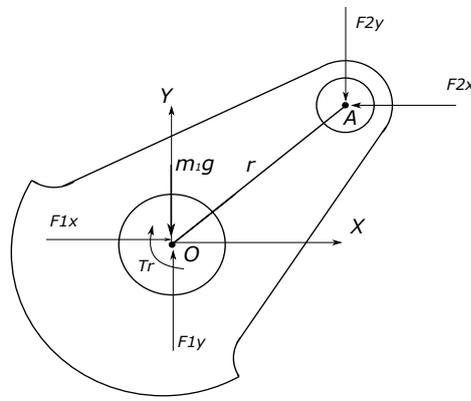


Figura 3.2 – Diagrama de corpo livre da manivela.

Através da segunda lei de Newton, escreve a seguinte equação de equilíbrio:

$${}_I\vec{P}_1 + {}_I\vec{F}_1 + {}_I\vec{F}_2 = 0, \quad (3.14)$$

sendo ${}_I\vec{P}_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ -m_1g \\ 0 \end{Bmatrix}^T$ o peso da manivela, ${}_I\vec{F}_1 = \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ 0 \end{Bmatrix}^T$ as reações no mancal central e ${}_I\vec{F}_2 = \begin{Bmatrix} -F_{2x} \\ -F_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix}^T$ as reações no mancal do olhal maior. Não existe aceleração de translação do centro de gravidade da manivela.

Substituindo esses vetores na equação de equilíbrio anterior, obtém-se

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ -m_1g \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -F_{2x} \\ -F_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (3.15)$$

Considerando o somatório de momentos em relação ao centro de massa da manivela, a equação de Euler é

$$\sum_{i=1}^n {}_I\vec{M} = I_1 \frac{d}{{}_I\dot{\theta}} ({}_I\vec{\theta}) + {}_I\vec{\theta} \times (I_1 {}_I\vec{\theta}) + m_1 {}_I\vec{\rho}_1 \times {}_I\vec{a}_1,$$

sendo ${}_I\vec{\theta}$ a velocidade angular do corpo 1; I_1 é o tensor de inércia do corpo em relação ao centro de massa da manivela; ${}_I\vec{\rho}_1 = \vec{0}$ (SANTOS, 2001).

Assumindo que a manivela é um corpo simétrico, o tensor de inércia I_1 é constante e diagonal, ou seja,

$$I_1 = \begin{bmatrix} I_{xx1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz1} \end{bmatrix},$$

sendo I_{xx1} , I_{zz1} e I_{yy1} os momentos de inércias da manivela em relação aos eixos x_θ , y_θ e z_θ .

Assim, a equação de Euler se reduz a

$$r(F_{2x} \sin \theta - F_{2y} \cos \theta) - T_r = I_{zz1} \ddot{\theta}. \quad (3.16)$$

3.2.2 Biela

A Figura 3.3 apresenta o diagrama de corpo livre da biela. Neste caso, o centro de gravidade não coincide com as extremidades da biela (olhal maior e olhal menor).

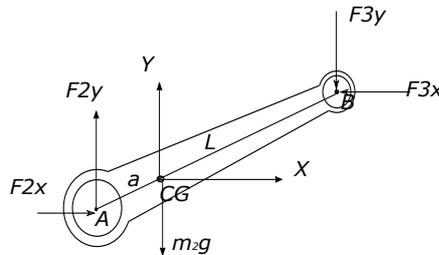


Figura 3.3 – Diagrama de corpo livre da biela.

Aplicando-se a segunda lei de Newton, tem-se a seguinte equação vetorial de equilíbrio:

$${}_1\vec{P}_2 - {}_1\vec{F}_2 + {}_1\vec{F}_3 = m_2 {}_1\vec{a}_{CG}, \quad (3.17)$$

sendo ${}_1\vec{P}_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ -m_2g \\ 0 \end{Bmatrix}^T$ o peso próprio da biela; ${}_1\vec{F}_3 = \begin{Bmatrix} -F_{3x} \\ -F_{3y} \\ 0 \end{Bmatrix}^T$ as reações no mancal do olhal menor da biela; ${}_1\vec{a}_{CG}$ é o vetor aceleração do centro de gravidade da biela.

Substituindo esses vetores na expressão anterior vem que

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ -m_2g \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -F_{3x} \\ -F_{3y} \\ 0 \end{Bmatrix} = m_2 \begin{Bmatrix} \ddot{x}_{CG} \\ \ddot{y}_{CG} \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (3.18)$$

Considerando o somatório de momentos em relação ao centro de massa da biela, a equação de Euler é

$$\sum_{i=1}^n {}_1\vec{M} = I_2 \frac{d}{dt} ({}_1\vec{\beta}) + {}_1\vec{\beta} \times (I_2 {}_1\vec{\beta}) + m_2 {}_1\vec{\rho}_2 \times {}_1\vec{a}_2,$$

sendo ${}_1\vec{\beta}$ a velocidade angular do corpo 2; I_2 é o tensor de inércia do corpo em relação ao centro de massa da biela; ${}_1\vec{\rho}_2 = \vec{0}$ (SANTOS, 2001).

Assumindo que a biela é um corpo simétrico, o tensor de inércia I_2 é constante e diagonal, ou seja,

$$I_2 = \begin{bmatrix} I_{xx2} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz2} \end{bmatrix},$$

sendo I_{xx2} , I_{yy2} e I_{zz2} os momentos de inércias da biela em relação aos eixos x_β , y_β e z_β .

Assim, a equação de Euler se reduz a

$$a(F_{2x} \sin \beta - F_{2y} \cos \beta) + (L - a)(F_{3x} \sin \beta - F_{3y} \cos \beta) = I_{zz2} \ddot{\beta}. \quad (3.19)$$

3.2.3 Pistão

A Figura 3.4 apresenta o diagrama de corpo livre do pistão, o qual foi modelado como uma partícula.

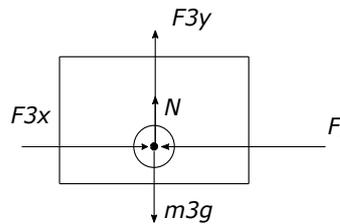


Figura 3.4 – Diagrama de corpo livre do pistão.

Aplicando-se a segunda lei de Newton, com os vetores representados na base inercial, tem-se

$${}_I\vec{P}_3 + {}_I\vec{N} - {}_I\vec{F}_3 + {}_I\vec{F}_g = m_3 {}_I\vec{a}_3, \quad (3.20)$$

sendo ${}_I\vec{P}_3 = \begin{Bmatrix} 0 & -m_3g & 0 \end{Bmatrix}^T$ o peso do pistão; ${}_I\vec{N} = \begin{Bmatrix} 0 & N & 0 \end{Bmatrix}^T$ é a força normal de contato entre o pistão e o cilindro; ${}_I\vec{F}_g = \begin{Bmatrix} -F_g & 0 & 0 \end{Bmatrix}^T$ é a força resistiva; ${}_I\vec{a}_3 = \begin{Bmatrix} a_B & 0 & 0 \end{Bmatrix}^T$ é a aceleração do pistão.

Portanto, substituindo esses vetores em (3.20), tem-se

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ -m_3g \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ N \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -F_g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = m_3 \begin{Bmatrix} \ddot{x}_B \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (3.21)$$

A força resistiva é dada por

$$F_g = P \frac{\pi d^2}{4}, \quad (3.22)$$

sendo P a pressão no cilindro e d o diâmetro do cilindro. A obtenção da curva de pressão é discutida no próximo capítulo.

4 CICLO TERMODINÂMICO DE COMPRESSOR ALTERNATIVO

As curvas de pressão são analisadas em função do volume do cilindro. Como em um compressor alternativo, a área da seção transversal do cilindro onde ocorre a compressão é constante, a análise da curva de pressão seguinte emprega a posição instantânea do pistão x_B .

A curva de pressão é descrita em 4 etapas: expansão, sucção, compressão e descarga (PAULINO, 2008). Para descrever estas etapas, utilizam-se os passos apresentados por Wilcox e Brun (2009).

Considera-se o ciclo termodinâmico do compressor alternativo com a hipótese de trabalho isentrópico, ou seja, não possui variação de entropia, e o gás é ideal.

A primeira etapa é o processo de expansão. Para um ciclo ideal, possui um comportamento adiabático e inicia-se quando a posição do pistão (x_B) for máxima e o volume da câmara de pressão é mínimo.

Um processo adiabático pode ser descrito pela seguinte equação:

$$PV^k = \text{constante}, \quad (4.1)$$

onde k é o coeficiente de expansão adiabática, P a pressão do fluido e V o volume da câmara de compressão.

Assumindo que o cilindro do compressor possui uma área da seção transversal A e que l_c seja a distância para obtenção do volume mínimo, conclui-se que:

$$P[A(x_{max} - x_B + l_c)]^k = \text{constante}. \quad (4.2)$$

A área de seção transversal (A) do cilindro será igual a área do pistão quando a câmara de compressão está ao lado do cabeçote; será igual a diferença da área do pistão com área da haste, quando a câmara de compressão está ao lado da manivela. A posição instantânea do pistão (x_B) é dada por

$$x_B = r \cos \theta + L \cos \beta - L + r. \quad (4.3)$$

Esta expressão foi obtida utilizando relações trigonométricas que podem ser verificadas na Figura 3.1, deslocando a referência inercial para o PMI do cilindro.

Determina-se a constante do lado direito da Equação (4.2) para o ponto onde x_B iguala à x_{max} , posição onde a pressão é máxima e que corresponde à pressão projetada do compressor. Após o ponto de início da expansão ser conhecida, é traçada uma curva que deve terminar no momento que a pressão interna do cilindro iguala à pressão de admissão do fluido.

A segunda etapa é a sucção e pode ser aproximada como um processo isobárico, onde a pressão durante toda a etapa é constante. Inicia-se no ponto final da expansão e termina quando x_B iguala o valor mínimo, obtendo assim o volume máximo da câmara.

Na sequência, tem-se a etapa de compressão, que, assim como na expansão, pode ser descrito como adiabático. Primeiro, deve-se calcular uma nova constante, utilizando a Equação (4.1), sendo V o volume máximo e P a pressão da etapa de sucção. Utilizando a constante calculada, traça-se uma curva variando com o volume ou a posição x_B até que se atinja a pressão de projeto.

A última etapa é a descarga, onde o fluido comprimido é liberado e, assim como na sucção, considera-se um processo isobárico. O ciclo termodinâmico isentrópico para gás ideal está ilustrado na Figura 4.1.

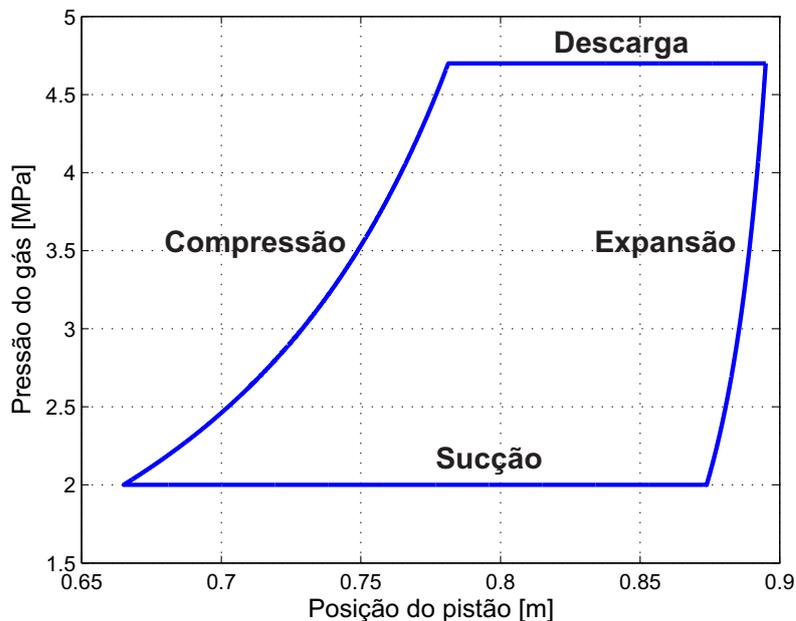


Figura 4.1 – Ciclo termodinâmico do compressor alternativo para gás ideal ao lado do cabeçote.

Como dado na Equação (3.22), a força do gás é dada pela multiplicação da pressão do gás pela área do pistão. Para compressores alternativos de duplo-efeito, o trabalho de compressão ocorre em ambos os lados do cilindro (lado da tampa do pistão e lado da haste), os quais estão defasados geometricamente em 180° . Enquanto um dos lados está em compressão, o outro estará em expansão. Assim, a força do gás resultante no cilindro é expressa como

$$F_g = P_t A_t - P_h A_h, \quad (4.4)$$

onde P_t e A_t são a pressão e área do lado do cabeçote, respectivamente; P_h e A_h são a pressão e área do lado da manivela. As contribuições se subtraem, pois estão em sentidos opostos.

As Figuras 4.2a e 4.2b apresentam um exemplo de pressão em ambos os lados do pistão e a força do gás resultante no cilindro.

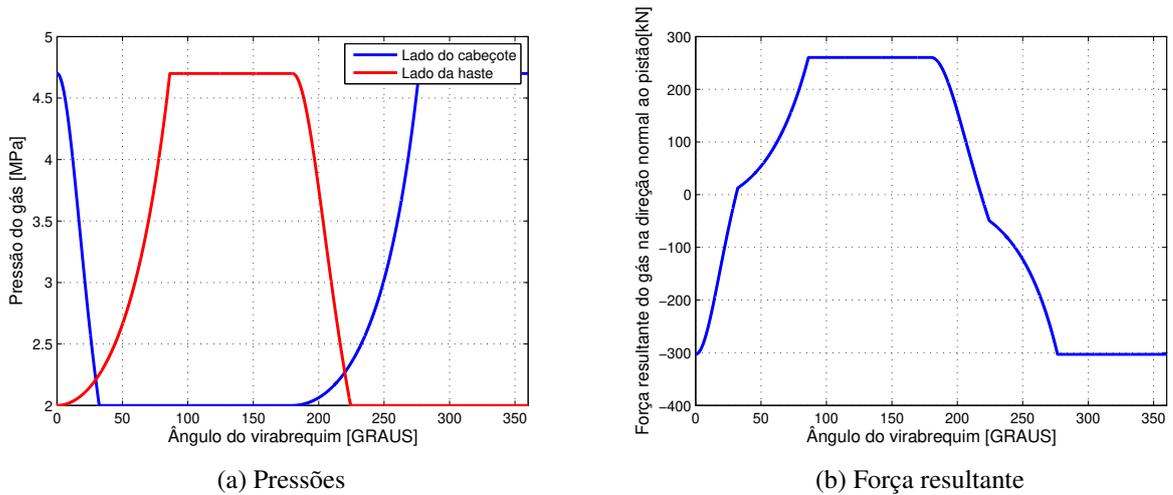


Figura 4.2 – Pressão em ambos os lados do cilindro e força resultante, em função do ângulo do virabrequim.

Usualmente, a força do gás apresenta resultado em apenas um sentido. Porém, por se tratar de cilindros de duplo-efeito, a magnitude da força oscilou entre valores positivos e negativos.

4.1 Comportamento das válvulas

O modelo de ciclo termodinâmico apresentado neste capítulo considerou ideal o comportamento das válvulas, no qual elas abrem e fecham instantaneamente. Na prática, a abertura ocorre em função da pressão. Para modelar este comportamento, as etapas de sucção e de descarga passam a apresentar variação de pressão, diferente da pressão constante ilustrada na Figura 4.1.

As válvulas podem ser modeladas como um sistema massa-mola-amortecedor. O seu acionamento ocorre pela diferença de pressão entre os lado externo e interno da câmara de compressão (TUHOVCAK *et al.*, 2015).

O compressor alternativo possui duas válvulas por câmara de compressão, a de sucção e a de descarga. Considera-se o comportamento de cada válvula em quatro sequências de eventos: abertura, impacto com superfície de abertura máxima, fechamento e impacto com superfície de fechamento (ELHAJ *et al.*, 2008).

A Figura 4.3 ilustra o modelo utilizado para descrever a dinâmica da válvula.

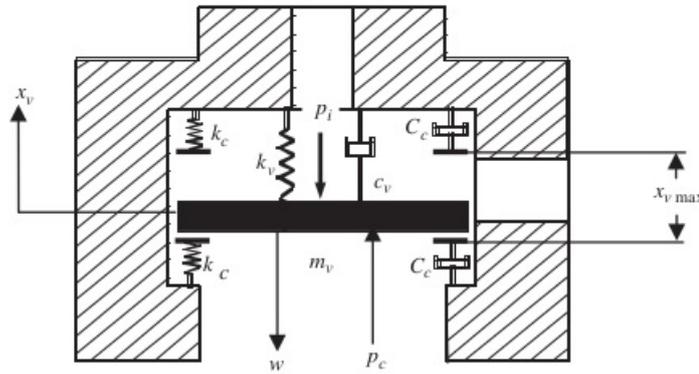


Figura 4.3 – Modelo da dinâmica da válvula (ELHAJ *et al.*, 2008).

A equação diferencial que descreve a posição instantânea x_v da válvula no intervalo $0 \leq x_v \leq x_{vmax}$ é

$$m_v \ddot{x}_v + c_v \dot{x}_v + k_v x_v = \Delta P A_v, \quad (4.5)$$

onde ΔP simboliza a diferença de pressão entre as câmaras, A_v a área da válvula, m_v a massa da válvula, k_v a sua rigidez e c_v o amortecimento.

Quando $x_v \geq x_{vmax}$ ou $x_v \leq 0$, a equação é dada por

$$m_v \ddot{x}_v + c_v \dot{x}_v + k_v x_v + c_c \dot{x}_v + k_c x_v = \Delta P A_v, \quad (4.6)$$

sendo k_c e c_c os coeficientes de rigidez e amortecimento de impacto.

A diferença de pressão ΔP é definida como $\Delta P = P - P_d$ para a equação da válvula de descarga, onde P_d simboliza a pressão de descarga; ou $\Delta P = P_s - P$ para a válvula de sucção, onde P_s representa a pressão de sucção. Estas equações são resolvidas através do método explícito de Runge-Kutta.

Foi considerado que o raio da válvula (r_v) possui tamanho igual ao raio da passagem do fluido entre a câmara de compressão e a câmara externa. Desta forma, a área de passagem do fluido (A_f) e a área da seção da válvula (A_v) são dadas, respectivamente, por

$$A_f = 2\pi r_v x_v, \quad (4.7)$$

$$A_v = \pi r_v^2. \quad (4.8)$$

O modelo utilizado para escoamento do fluido entre as câmaras despreza variações de temperatura, número de Reynolds e segue considerando comportamento de gás ideal.

As vazões mássicas foram definidas por Elhaj *et al.* (2008) como sendo

$$\dot{m}_d = \psi C_{dd} \rho_d A_{fd} \sqrt{\frac{2|P - P_d|}{\rho_c}}, \quad (4.9)$$

$$\dot{m}_s = \psi C_{ds} \rho_s A_{fs} \sqrt{\frac{2|P_s - P|}{\rho_c}}, \quad (4.10)$$

onde ρ_c , ρ_d e ρ_s são as densidades do cilindro, de descarga e de sucção, respectivamente; C_d são os coeficientes de arrastos para ambas das válvulas; ψ é uma variável de sinal que assume valor de -1 (ΔP negativo) ou 1 (ΔP positivo).

Através da equação de Bernoulli, é possível definir uma equação que forneça a pressão em função da vazão mássica, ou seja,

$$\frac{\dot{m}^2}{2A_v^2\rho} + g\rho h + P = \text{constante.} \quad (4.11)$$

Despreza-se o termo gravitacional ($g\rho h$) por não haver variação significativa da altura do fluido. A equação simplifica-se para

$$\frac{C_d^2\rho^2\Delta P}{\rho_c^2} + P = \text{constante.} \quad (4.12)$$

A Equação (4.12) atua sobre o sistema no intervalo em que a válvula de descarga ou de sucção permanece aberta. A constante utilizada é igual a maior pressão no instante de abertura da válvula.

5 ACIONAMENTO POR MOTOR ELÉTRICO

O acionamento do compressor alternativo pode ser feito pela utilização de motores elétricos trifásicos, sejam eles assíncrono ou síncrono.

As duas principais partes do motor elétrico de corrente alternada são o estator (componente fixo), que produz o fluxo magnético e o rotor (componente girante), que gera a corrente. A Figura 5.1 ilustra estas partes do motor elétrico trifásico, no qual o estator apresenta três correntes defasadas em 120° e o rotor possui seus polos norte e sul defasados em 180° .

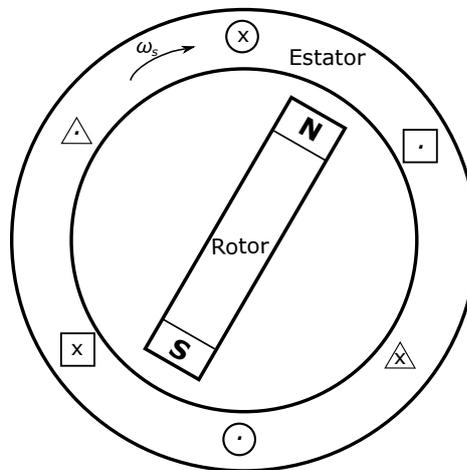


Figura 5.1 – Estrutura magnética de um motor elétrico trifásico.

Existe uma diferença na operação dos motores síncrono e assíncrono. O motor síncrono tem seu nome relacionado ao sincronismo de sua rotação. Ele atua na carga mecânica, aplicando um torque de forma a manter a velocidade constante. O motor assíncrono desenvolve um torque que depende da rotação do rotor. A velocidade angular se estabiliza quando a curva de carga e a curva de torque desenvolvido pelo motor elétrico se igualam.

Os dois motores elétricos exigem diferentes soluções da equação global do sistema dinâmico. Se define a equação global do sistema dinâmico como sendo:

$$\sum_{i=1}^n r (F_{2x}^i \sin \theta - F_{2y}^i \cos \theta) + T_m = I_{zz1} \ddot{\theta}, \quad (5.1)$$

onde n simboliza o número total de cilindros e as forças F_{2x}^i e F_{2y}^i representam as forças que atuam no virabrequim a partir de cada cilindro. Salienta-se que o comprimento, a posição do centro de massa, a massa e o momento de inércia da biela podem ser diferentes para cada cilindro. Isto também pode ocorrer na força F_g , caso a área ou a pressão atuante nos cilindros sejam distintas.

As forças F_{2x} e F_{2y} são as responsáveis por gerar o torque resistivo no virabrequim. Quando o compressor alternativo contempla mais de um cilindro, esses torques devem ser somados.

5.1 Motor Assíncrono

O motor assíncrono, também conhecido como motor de indução, tem como característica o fato de que a corrente elétrica alternada é fornecida diretamente ao estator, sendo que o rotor recebe a corrente por indução (FITZGERALD *et al.*, 2006).

Para que ocorra a indução, o rotor possui duas formas possíveis de construção: rotor bobinado ou rotor de gaiola de esquilo. A primeira, caracteriza-se pelo enrolamento de forma semelhante ao do estator, com mesmo número de polos. No segundo, o enrolamento é substituído por barras condutoras que são encaixadas em ranhuras no ferro do rotor (FITZGERALD *et al.*, 2006).

A Figura 5.2 apresenta um exemplo de curva de torque estático para um motor elétrico assíncrono em função da velocidade angular.

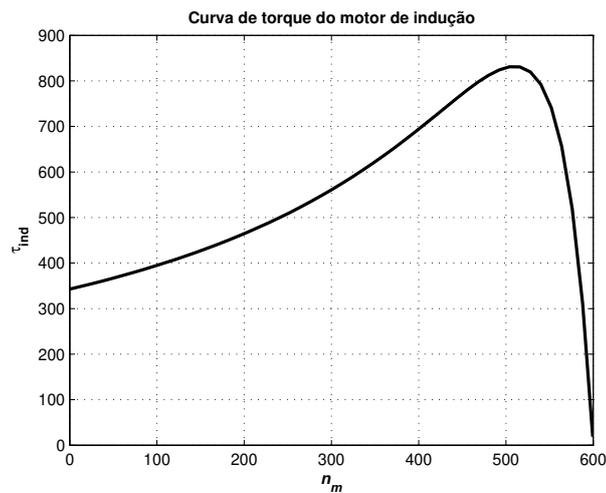


Figura 5.2 – Curva de torque estático em função da velocidade angular de um motor elétrico assíncrono.

Esta curva é fornecida pelo fabricante do motor e seus dados servem de entrada para a variável T_m da Equação (5.1). Uma alternativa é aproximá-la por um conjunto de polinômios, de forma a descrever da melhor forma possível a curva apresentada na Figura 5.2.

Outra alternativa é ter acesso aos parâmetros elétricos do motor e calcular o torque a partir do modelo de motor elétrico assíncrono ilustrado na Figura 5.3.

As grandezas indicadas na Figura 5.3 são: V_1 tensão de fase do circuito trifásico; R_1 e X_1 resistência e reatância equivalente do estator; R'_2 e X'_2 resistência e reatância equivalente

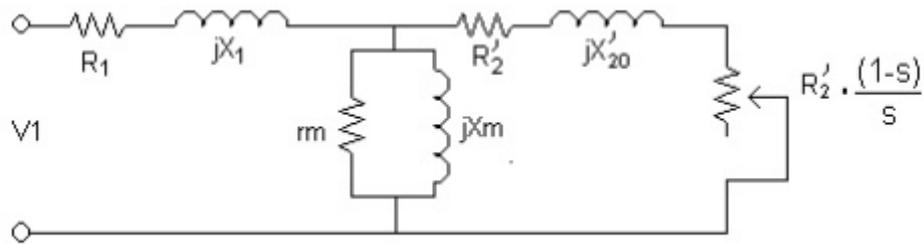


Figura 5.3 – Circuito equivalente do motor elétrico assíncrono (CASTRO, 2017).

do rotor; R_m e X_m resistência e reatância que geram o campo magnético de indução. Por ser um motor assíncrono, tem-se a variável s para o escorregamento variando entre 0 e 1.

Para solucionar este circuito, aplica-se o teorema de Thévenin (NILSSON; RIEDEL, 2008), obtendo-se a tensão elétrica, a impedância, a resistência e a reatância de Thévenin, dados respectivamente, por

$$v_{th} = \frac{V_1}{\sqrt{3}} \frac{X_m}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_m)^2}},$$

$$z_{th} = \frac{jX_m(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_m)}, \quad (5.2)$$

$$R_{th} = Re(z_{th}),$$

$$X_{th} = Im(z_{th}).$$

A velocidade síncrona (n_s) do campo magnético girante, expressa em RPM, é dada por:

$$n_s = \frac{120f}{p}, \quad (5.3)$$

onde p é o número de polos e f é a frequência da rede elétrica.

Esta velocidade será a velocidade angular exata de um motor síncrono e será a velocidade angular apenas do campo magnético no motor assíncrono.

A rotação de funcionamento do motor assíncrono é dado por:

$$n = (1 - s)n_s. \quad (5.4)$$

Com estes dados é possível calcular o torque do motor elétrico trifásico assíncrono da seguinte maneira (FITZGERALD *et al.*, 2006)

$$T_m = \frac{3V_{th}^2 R_2/s}{\frac{n_s \pi}{30} ((R_{th} + R_2/s)^2 + (X_{th} + X_2)^2)}. \quad (5.5)$$

O escorregamento do motor (s) é 1 para rotor parado e 0 caso o rotor atinja velocidade angular síncrona.

5.1.1 Solução Numérica

A partir das equações apresentadas na Seção 3.2, foi possível obter uma equação diferencial ordinária (EDO) que descreve a posição, a rotação e a aceleração angulares do vira-brequeim.

Para solucionar a Equação (5.1), escrevem-se todas as variáveis de forma a depender somente das informações de massa, inércia, comprimento e aceleração angular e lineares. Para isso, deve-se obter as expressões para as forças F_{2x} e F_{2y} em função de θ e outros parâmetros de entrada. Com base nas Equações (3.18), (3.19) e (3.21), encontram-se as seguintes expressões para essas grandezas:

$$\begin{aligned} F_{2x} &= -F_g + m_3 \ddot{x}_B + m_2 \ddot{x}_{CG}, \\ F_{2y} &= -\frac{I_{zz} \ddot{\beta} + a F_{2x} \sin \beta + (L-a)(m_3 \ddot{x}_B - F_g) \sin \beta - (L-a)(m_2 g + y \ddot{c}_{Gm_2}) \cos \beta}{L \cos \beta}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Com as equações anteriores, obtém-se a EDO com uma única variável dependente θ . As massas, momentos de inércias e aceleração da gravidade são parâmetros de entrada. As acelerações angulares e lineares são funções dos ângulos θ e β , como pode ser visto na formulação apresentada na Seção 3.1.

As acelerações linear e angular na Equação (5.6) podem ser descritas como a soma de uma função dependente de θ com outra função dependente de θ que multiplica $\ddot{\theta}$. Sendo assim, com base na Seção 3.1, obtém-se:

$$\begin{aligned} \ddot{\beta} &= f_1(\theta, \dot{\theta}) + g_1(\theta, \dot{\theta}) \ddot{\theta}, \\ \ddot{x}_B &= f_2(\theta, \dot{\theta}) + g_2(\theta, \dot{\theta}) \ddot{\theta}, \\ \ddot{x}_{CG} &= f_3(\theta, \dot{\theta}) + g_3(\theta, \dot{\theta}) \ddot{\theta}, \\ \ddot{y}_{CG} &= f_4(\theta, \dot{\theta}) + g_4(\theta, \dot{\theta}) \ddot{\theta}, \end{aligned} \quad (5.7)$$

onde

$$\begin{aligned} f_1(\theta, \dot{\theta}) &= \frac{L \dot{\beta}^2 \sin \beta - r \dot{\theta}^2 \sin \theta}{L \cos \beta}, \\ f_2(\theta, \dot{\theta}) &= -r \dot{\theta}^2 \cos \theta - L \sin \beta f_1(\theta, \dot{\theta}) - L \dot{\beta}^2 \cos \beta, \\ f_3(\theta, \dot{\theta}) &= -r \dot{\theta}^2 \cos \theta - a f_1(\theta, \dot{\theta}) \sin \theta - a \dot{\beta}^2 \cos \beta, \\ f_4(\theta, \dot{\theta}) &= -r \dot{\theta}^2 \sin \theta - a f_1(\theta, \dot{\theta}) \cos \beta + a \dot{\beta}^2 \sin \beta, \\ g_1(\theta, \dot{\theta}) &= \frac{r \cos \theta}{L \cos \beta}, \\ g_2(\theta, \dot{\theta}) &= -r \sin \theta - L \sin \beta g_1(\theta, \dot{\theta}), \\ g_3(\theta, \dot{\theta}) &= -r \sin \theta - a g_1(\theta, \dot{\theta}) \cos \beta, \\ g_4(\theta, \dot{\theta}) &= r \cos \theta - a g_1(\theta, \dot{\theta}) \cos \beta. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Substituindo (5.7) em (5.6), obtém-se:

$$\begin{aligned} F_{2x} &= f_{11}(\theta, \dot{\theta}) + g_{11}(\theta, \dot{\theta})\ddot{\theta}, \\ F_{2y} &= f_{22}(\theta, \dot{\theta}) + g_{22}(\theta, \dot{\theta})\ddot{\theta}, \end{aligned} \quad (5.9)$$

com

$$\begin{aligned} f_{11}(\theta, \dot{\theta}) &= -F_g + m_3 f_2(\theta, \dot{\theta}) + m_2 f_3(\theta, \dot{\theta}), \\ g_{11}(\theta, \dot{\theta}) &= m_3 g_2(\theta, \dot{\theta}) + m_2 g_3(\theta, \dot{\theta}), \\ f_{22}(\theta, \dot{\theta}) &= -\frac{I_{zz2} f_1(\theta, \dot{\theta}) + f_{11} a \sin \beta + (f_2 m_3 - F_g)(L - a) \sin \beta - (m_2 g + f_4 m_2)(L - a) \cos \beta}{L \cos \beta}, \\ g_{22}(\theta, \dot{\theta}) &= -\frac{I_{zz2} g_1(\theta, \dot{\theta}) + g_{11} a \sin \beta + g_2 m_3 (L - a) \sin \beta - g_4 m_2 (L - a) \cos \beta}{L \cos \beta}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Manipulando as expressões anteriores, a EDO que descreve o comportamento de $\ddot{\theta}$ é dada por

$$\ddot{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n r (f_{11}^i \sin \theta - f_{22}^i \cos \theta) + T_m}{-\sum_{i=1}^n r (g_{11}^i \sin \theta - g_{22}^i \cos \theta) + I_{zz1}} \quad (5.11)$$

Para a solução numérica da Equação (5.11) foi utilizada a função *ode23s*, já programada no programa *MatLab*. O procedimento é explicado no trabalho de Shampine e Reichelt (1997), que usa o método de Rosenbrock implícito, modificado para sistemas rígidos.

5.2 Motor síncrono

O motor elétrico síncrono possui rotação em torno de sua velocidade angular síncrona. Esta velocidade é proporcional à frequência da corrente da rede elétrica e inversamente proporcional ao número de polos (FITZGERALD *et al.*, 2006).

Construtivamente, o motor síncrono pode possuir pólos salientes (maioria dos motores) ou polos lisos. Os polos possuem imã permanente ou enrolamentos excitados por corrente contínua, através de escovas conectadas a uma excitatriz ou por um alternador no rotor e um sistema de retificação (FITZGERALD *et al.*, 2006).

Esta corrente no rotor produz um campo magnético similar ao estator, estacionário em relação a estrutura física do rotor. Portanto, ela garante que a velocidade angular se mantenha síncrona.

Porém, quando existem grandes oscilações da carga, a velocidade angular do motor síncrono pode apresentar oscilações, que devem ser mínimas. Caso a velocidade angular de operação fosse significativamente diferente da síncrona, o motor elétrico perderia sua característica, podendo inclusive reduzir a velocidade até seu desligamento.

Alguns artigos, como Doherty e Franklin (1920), modelam a oscilação de velocidade através de uma equação de um grau de liberdade, utilizando como parâmetros o torque síncrono (T_s) e o torque de amortecimento (T_d), em uma equação massa-mola-amortecedor. Os parâmetros T_s e T_d são similares à rigidez e ao amortecimento mecânico, respectivamente.

O modelo de oscilação de velocidade angular do motor elétrico síncrono é dado por

$$I_{zz1}\ddot{\alpha} + T_d\dot{\alpha} + T_s\alpha = T_r(t), \quad (5.12)$$

onde α é a oscilação da posição angular em relação ao deslocamento síncrono (θ_s), $T_r(t)$ simboliza o torque resistivo do compressor alternativo em função do tempo. Este torque é calculado a partir de uma velocidade angular constante.

A soma de todos os torques resistivos é obtido da Equação (5.1), ou seja,

$$T_r = \sum_{i=1}^n T_{ri} = \sum_{i=1}^n r (F_{2x}^i \sin \theta - F_{2y}^i \cos \theta). \quad (5.13)$$

O deslocamento angular instantâneo é dado por

$$\theta_s = \omega t, \quad (5.14)$$

sendo ω a velocidade angular síncrona, calculada por

$$\omega = \frac{120f}{p} \frac{60}{2\pi}, \quad (5.15)$$

onde p simboliza o número de polos do motor e f a frequência da rede elétrica.

Utilizando as equações apresentadas na Seção 3.2, calcula-se o torque resistivo dos cilindros para uma velocidade angular constante. Doherty e Franklin (1920) apresentaram uma solução analítica para o regime de operação do motor elétrico síncrono. Porém, esta solução acarreta na perda de fase do problema. Por este motivo, utilizou-se um método modificado de Newmark, conforme descrito a seguir.

5.2.1 Solução Numérica

De acordo com Moraes *et al.* (2017) e Chiarelli *et al.* (2017), o método modificado de Newmark é descrito por

$$\ddot{\alpha}_{n+1} = \beta_1(\alpha_{n+1} - \alpha_n) - \beta_2\dot{\alpha}_n - \beta_3\ddot{\alpha}_n, \quad (5.16)$$

$$\dot{\alpha}_{n+1} = \beta_4(\alpha_{n+1} - \alpha_n) + \beta_5\dot{\alpha}_n + \beta_6\ddot{\alpha}_n, \quad (5.17)$$

onde

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{1}{\gamma\Delta t^2}, & \beta_2 &= \frac{1}{\gamma\Delta t}, & \beta_3 &= \frac{1-2\gamma}{2\gamma}, \\ \beta_4 &= \frac{\gamma_2}{\gamma\Delta t}, & \beta_5 &= 1 - \frac{\gamma_2}{\gamma} & \text{e} & \beta_6 = \left(1 - \frac{\gamma_2}{2\gamma}\right)\Delta t. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Um solução precisa é obtida, com menor custo computacional, ao se definir $\gamma = 0,25$ e $\gamma_2 = 0,5$; Δt representa o incremento de tempo para cada passo da solução (MORAES *et al.*, 2017).

Substituindo as Equações (5.16) e (5.17) na Equação (5.12) e com algumas manipulações, obtém-se

$$\alpha_{n+1} = \frac{I_{zz1}(\beta_3 \ddot{\alpha}_n + \beta_2 \dot{\alpha}_n + \beta_1 \alpha_n) - T_d(\beta_6 \ddot{\alpha}_n + \beta_5 \dot{\alpha}_n - \beta_4 \alpha_n) + T_{rn+1}}{\beta_1 I_{zz1} + T_s + \beta_4 T_d}, \quad (5.19)$$

onde o subscrito n representa cada passo de tempo. As condições iniciais foram definidas como $\alpha_0 = 0$ e $\dot{\alpha}_0 = 0$.

A solução obtida para α e $\dot{\alpha}$ é somada à posição e velocidade síncronas, resultando na posição, velocidade e aceleração angulares instantâneas.

$$\theta = \theta_s + \alpha, \quad (5.20)$$

$$\dot{\theta} = \omega + \dot{\alpha}, \quad (5.21)$$

$$\ddot{\theta} = \ddot{\alpha}. \quad (5.22)$$

No caso do motor elétrico síncrono, as equações acima resultam nas posições, velocidade e acelerações angulares instantâneas do compressor alternativo. Estas informações são inseridas como entrada na Equação (5.1), que por sua vez, resultará no torque desenvolvido pelo motor elétrico. No caso do motor elétrico assíncrono, calcula-se ou obtém-se previamente a curva de torque estático do motor, que é utilizada como entrada da Equação (5.1), resultando na posição, velocidade e aceleração angular do virabrequim.

6 VIBRAÇÕES TORCIONAIS

Este capítulo também foi baseado no trabalho de Villalva (2014). A diferença com este trabalho está na sequência dos graus de liberdade. No motor automotivo, o volante de inércia geralmente encontra-se no final do virabrequim (após os cilindros). Outra distinção importante é na existência do torque do motor elétrico desenvolvido (sendo oposto aos torques dos cilindros).

Os modelos simplificados para a caracterização de vibração torcional estão baseados na substituição do virabrequim real por um sistema inércia-mola-amortecedor torcional equivalente.

A Figura 6.1 representa o modelo do sistema equivalente a um compressor alternativo de quatro cilindros em linha.

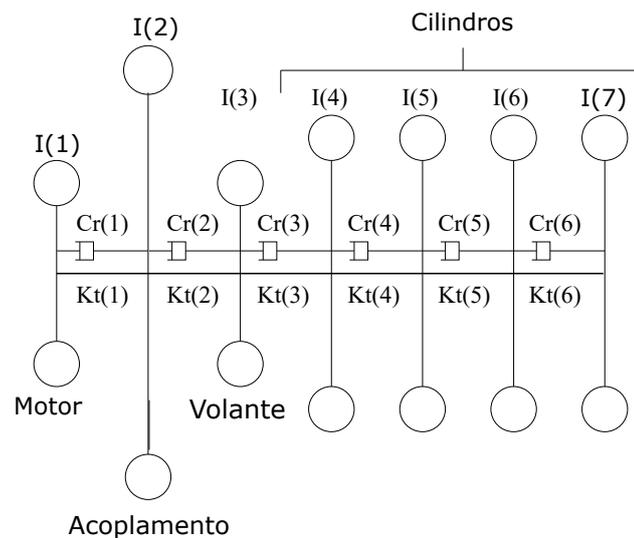


Figura 6.1 – Modelo inércia-mola-amortecedor de um compressor de 4 cilindros em linha.

Na Figura 6.1, os termos I_i ($i = 1, \dots, 7$) representam as inércias equivalentes do sistema: motor elétrico, acoplamento, o volante de inércia e os cilindros. Um cilindro é formado por um moente, dois meios munhões, dois braços de manivela e a massa rotativa da biela.

Os valores de inércias podem ser obtidos de um programa de Computador Auxiliando o Design (CAD). O desenho em CAD para o cálculo da inércia equivalente do cilindro deve contemplar o moente com metade dos munhões e a massa rotativa da biela. O volante, o motor e o acoplamento possuem suas inércias independentes do virabrequim.

Para estimar os coeficientes de rigidez torcional K_t , utiliza-se o mesmo desenho em CAD com o auxílio de um programa Computador Auxiliando a Engenharia (CAE). Engasta-se umas das extremidades no munhão e na outra extremidade (outro munhão), aplica-se um torque

unitário. Conhecendo-se o deslocamento máximo na circunferência externa do munhão, obtém-se a rigidez torcional ao dividir o torque aplicado pelo deslocamento angular. Os coeficientes de rigidez torcional para o motor e o acoplamento independem do virabrequim.

Os coeficientes de amortecimento podem ser estimados experimentalmente, sendo mais difíceis de serem obtidos (WANG; LIM, 2000).

A equação geral de movimento do sistema equivalente da Figura 6.1 é dada por

$$M\ddot{\theta} + C\dot{\theta} + K_t\theta = T(t). \quad (6.1)$$

As matrizes de inércia M , de amortecimento C e de rigidez K_t são quadradas de ordem igual ao número de GDL do modelo. Para o sistema da Figura 6.1, as matrizes são dadas, respectivamente, por

$$M = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_7 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{r1} & -C_{r1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_{r1} & C_{r1} + C_{r2} & -C_{r2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C_{r2} & C_{r2} + C_{r3} & -C_{r3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C_{r3} & C_{r3} + C_{r4} & -C_{r4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C_{r4} & C_{r4} + C_{r5} & -C_{r5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{r5} & C_{r5} + C_{r6} & -C_{r6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{r6} & C_{r6} \end{bmatrix},$$

$$K_t = \begin{bmatrix} K_{t1} & -K_{t1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_{t1} & K_{t1} + K_{t2} & -K_{t2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_{t2} & K_{t2} + K_{t3} & -K_{t3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_{t3} & K_{t3} + K_{t4} & -K_{t4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_{t4} & K_{t4} + K_{t5} & -K_{t5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{t5} & K_{t5} + K_{t6} & -K_{t6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{t6} & K_{t6} \end{bmatrix}.$$

O vetor de amplitude de vibrações torcionais é

$$\theta(t) = \{\theta_1(t) \ \theta_2(t) \ \theta_3(t) \ \theta_4(t) \ \theta_5(t) \ \theta_6(t) \ \theta_7(t)\}^T.$$

O vetor de torque do sistema é dado em termos do torque desenvolvido pelo motor elétrico T_m e os torques resistivos de cada cilindro T_{r_i} ($i = 1, 2, 3, 4$). Ou seja,

$$T(t) = \{0 \quad T_m(t) \quad 0 \quad T_{r_1}(t) \quad T_{r_2}(t) \quad T_{r_3}(t) \quad T_{r_4}(t)\}^T.$$

Os torques dos cilindros possuem sinais opostos ao torque aplicado pelo motor elétrico. Nota-se que o sistema possui torques apenas nas inércias relativas aos cilindros i com $i = 1, \dots, 4$ e ao motor elétrico.

Devido à natureza periódica dos torques resistivos e conseqüentemente do torque desenvolvido pelo motor elétrico, torna-se interessante representa-los através de componentes harmônicos, discretizando-os em série de Fourier, ou seja,

$$T_{r_i}(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{12} [A_{i_n} \cos n\theta t + B_{i_n} \sin n\theta t], \quad (6.2)$$

sendo n o número de harmônicas. Os cálculos dos termos A_0 , A_{i_n} e B_{i_n} são dados em Ewins (1995). A expansão da série é truncada na 12ª ordem, pois o somatório das 12 primeiras harmônicas representa de forma satisfatória as curvas dos torques dos cilindros e do motor elétrico.

A partir das relações de Euler, tem-se que

$$T_{r_i}(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{12} [C_{i_n} e^{in\theta t} + \bar{C}_{i_n} e^{in\theta t}], \quad (6.3)$$

sendo $C_{i_n} = (1/2)(A_{i_n} - iB_{i_n})$ e $\bar{C}_{i_n} = (1/2)(A_{i_n} + iB_{i_n})$.

6.1 Equação de estado

O vetor de estado do sistema e sua primeira derivada são dados, respectivamente, por

$$x(t) = \begin{Bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix}, \quad \dot{x}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{Bmatrix}.$$

A forma de estado da Equação (6.1) pé

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + b(t). \quad (6.4)$$

A matriz de transição A e o vetor de torques $b(t)$ são definidos como

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}Kt & -M^{-1}C \end{bmatrix} \text{ e } b(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}T(t) \end{Bmatrix}.$$

A matriz A é quadrada de ordem igual à duas vezes o número de GDL. Para o sistema da Figura 6.1, a ordem é 14. O vetor b possui dimensão de duas vezes o número de GDL, sendo 14×1 para o sistema considerado.

Pode-se reescrever o vetor de torques como

$$b(t) = \begin{Bmatrix} {}_1b(t) \\ {}_2b(t) \end{Bmatrix},$$

com,

$${}_1b(t) = \left\{ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \right\}^T;$$

$${}_2b(t) = M^{-1}T(t) = \left\{ 0 \ \frac{T_m(t)}{I_2} \ 0 \ \frac{T_{r1}(t)}{I_3} \ \frac{T_{r2}(t)}{I_4} \ \frac{T_{r3}(t)}{I_5} \ \frac{T_{r4}(t)}{I_6} \right\}^T.$$

Resolvendo o problema de autovalor associado à matriz A , determinam-se as frequências naturais e os modos de vibração do modelo equivalente.

Substituindo-se os coeficientes da série de Fourier no vetor de torque, determina-se

$$b(t) = \frac{b_0}{2} + \sum_{n=1}^{12} [b_n e^{in\theta t} + \bar{b}_n e^{-in\theta t}], \quad (6.5)$$

com

$$b_0 = \left\{ \{0\} \ : \ 0 \ \frac{A_{0m}}{I_2} \ 0 \ \frac{A_{01}}{I_3} \ \frac{A_{02}}{I_4} \ \frac{A_{03}}{I_5} \ \frac{A_{04}}{I_6} \right\}^T;$$

$$b_n = \left\{ \{0\} \ : \ 0 \ \frac{C_{nm}}{I_2} \ 0 \ \frac{C_{n1}}{I_3} \ \frac{C_{n2}}{I_4} \ \frac{C_{n3}}{I_5} \ \frac{C_{n4}}{I_6} \right\}^T;$$

$$\bar{b}_n = \left\{ \{0\} \ : \ 0 \ \frac{\bar{C}_{nm}}{I_2} \ 0 \ \frac{\bar{C}_{n1}}{I_3} \ \frac{\bar{C}_{n2}}{I_4} \ \frac{\bar{C}_{n3}}{I_5} \ \frac{\bar{C}_{n4}}{I_6} \right\}^T,$$

sendo $\{0\} = \{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0\}^T$ para o modelo da Figura 6.1.

6.2 Integral de convolução

A resposta do sistema $x(t)$ pode ser obtida, de acordo com Muller e Schiehlen (1985), através da integral de convolução para $\Phi(t) = e^{At}$. Assim,

$$\begin{aligned} x(t) &= \Phi(t)x(0) + \int_0^t \Phi(t-\tau)b(\tau)d\tau \\ &= \Phi(t)x(0) + \frac{1}{2} \int_0^t \Phi(t-\tau)b_0 d\tau \\ &\quad + \sum_{n=1}^{12} \int_0^t \Phi(t-\tau)(b_n e^{in\theta\tau} + \bar{b}_n e^{-in\theta\tau})d\tau. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Como somente o comportamento oscilatório é estudado em vibrações, pode-se desprezar os primeiros termos da Equação (6.6), resultando em

$$x(t) = \sum_{n=1}^{12} \int_0^t \Phi(t-\tau)(b_n e^{in\theta\tau} + \bar{b}_n e^{-in\theta\tau})d\tau. \quad (6.7)$$

Através de manipulações matemáticas e substituindo $\Phi(t)$ pela função definida, conclui-se que (MENDES, 2005)

$$x_n(t) = F_n b_n e^{(in\dot{\theta}I)t} + \bar{F}_n \bar{b}_n e^{(-in\dot{\theta}I)t} - e^{At} [\bar{F}_n b_n + \bar{F}_n \bar{b}_n] \quad (6.8)$$

sendo $F_n = (in\dot{\theta}I - A)^{-1}$ a matriz de frequência e \bar{F}_n o seu conjugado.

O vetor de resposta em frequência e seu conjugado são definidos, respectivamente, como

$$g_n = F_n b_n \quad e \quad \bar{g}_n = \bar{F}_n \bar{b}_n. \quad (6.9)$$

A partir daí, a resposta para uma ordem n pode ser calculada por (MENDES, 2005)

$$x_n(t) = g_n e^{in\dot{\theta}t} + \bar{g}_n e^{-in\dot{\theta}t} - e^{At} (g_n + \bar{g}_n). \quad (6.10)$$

Para um tempo t muito grande, a parte transiente pode ser desprezada, a Equação (6.10) reduz-se para

$$x_n(t) = \theta_n(t) = g_n e^{in\dot{\theta}t} + \bar{g}_n e^{-in\dot{\theta}t}. \quad (6.11)$$

A solução da Equação (6.11) se dá por um vetor de duas vezes o número de GDL, onde a primeira metade é referente a posição angular e a segunda metade à velocidade angular. Neste trabalho, somente são necessárias as posições angulares.

Com a relação de Euler, reescreve-se a Equação (6.11) como

$$\theta_{n_j} = 2\sqrt{[Re(g_{n_j})]^2 + [Im(g_{n_j})]^2} \cos(n\dot{\theta}t - \phi_{n_j}). \quad (6.12)$$

A fase é dada por

$$\phi_{n_j} = \arctan[-Im(g_{n_j})/Re(g_{n_j})]. \quad (6.13)$$

As amplitudes de vibrações são descritas a partir da Equação (6.12) como

$$\Theta_{n_j} = 2\sqrt{[Re(g_{n_j})]^2 + [Im(g_{n_j})]^2} = 2|g_{n_j}|. \quad (6.14)$$

Simplifica-se a Equação (6.12) para

$$\theta_{n_j}(t) = \Theta_{n_j} \cos(n\dot{\theta}t - \phi_{n_j}), \quad (6.15)$$

fornecendo a resposta para cada grau de liberdade j e ordem n .

O trabalho de Villalva (2014) optou pela utilização da Equação (6.14) como parâmetro principal para análise de vibração torcional em motores de combustão. Neste trabalho, optou-se pela mesma análise, porém no tempo. Foi analisado também a Equação (6.15), pois no regime de operação do compressor alternativo, a velocidade é quase constante.

Somando as harmônicas, tem-se a amplitude total de vibração torcional

$$\theta_j(t) = \sum_{n=1}^{12} \theta_{n_j} = \sum_{n=1}^{12} \Theta_{n_j} \cos(n\dot{\theta}t - \phi_{n_j}). \quad (6.16)$$

Para calcular o torque de vibração torcional entre dois seguimentos do virabrequim, calcula-se a diferença entre a amplitude de vibração estes dois seguimentos e multiplica-se pela rigidez torcional do mesmo, da seguinte forma

$$T_{j-1} = (\theta_j(t) - \theta_{j-1}(t))K_{t_{j-1}}, \quad j = 2, \dots, GDL. \quad (6.17)$$

6.3 Diagrama de Campbell

Um método simples para analisar a vibração de máquinas em condições de operação é através da utilização do diagrama de Campbell.

Vários artigos utilizaram este diagrama para analisar se existe excitação de alguma harmônica, podendo-se citar: Szenasi e Wachel (1993), Corbo e Malanoski (1996), Kacani (2013) e Corbo *et al.* (2000).

Para obter o diagrama, deve-se traçar linhas horizontais nas frequências naturais do sistema. Adota-se a abscissa para a rotação da máquina e a ordenada para as frequências naturais. Em seguida, se cria uma reta entre dois pontos, onde o primeiro ponto está em (0,0) e o segundo ponto está na coordenada onde a abscissa é igual a ordenada vezes n (número da harmônica).

Desta forma, existirão para este caso, 12 linhas inclinadas. A inclinação é referente a harmônica em questão. O local onde as retas horizontais das frequências naturais e as retas inclinadas se cruzam serão as rotações críticas do sistema, onde ocorrem ressonâncias com as harmônicas referentes.

Sempre existirão harmônicas excitadas durante a partida do compressor alternativo. Porém, deve-se evitar uma excitação na velocidade angular de operação.

Um exemplo do diagrama de Campbell, está ilustrado na Figura 6.2. Para plotar este diagrama foi assumido duas frequências naturais não nulas, 30 Hz e 80 Hz. As linhas horizontais representam estas frequências naturais. As linha pontilhadas iniciam sempre na coordenada (0,0) e neste caso, finalizam no ponto $(500, 500 \frac{n}{60})$.

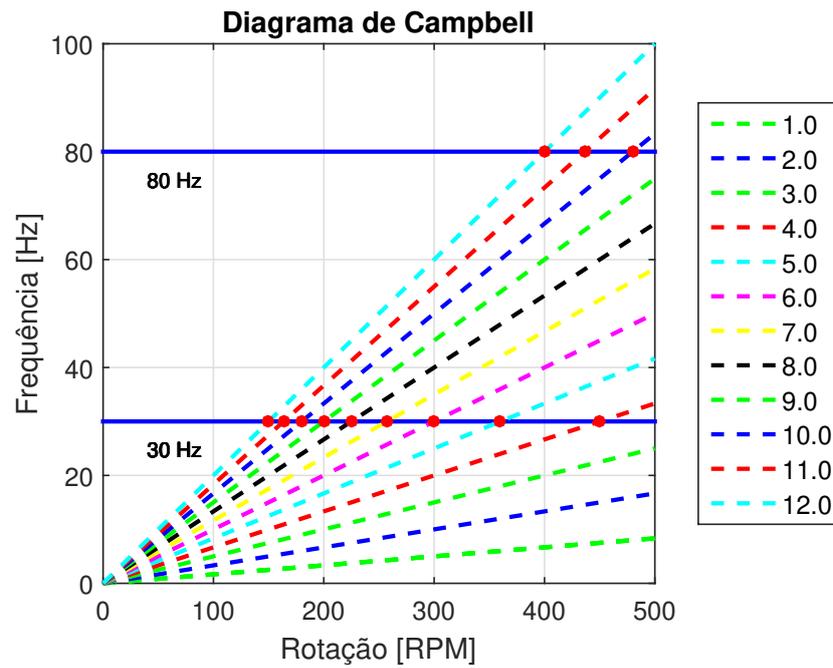


Figura 6.2 – Exemplo do diagrama de Campbell.

Na Figura 6.2, é possível observar quais seriam as velocidades angulares nos quais esta máquina não poderia operar. Como exemplo, para a rotação de 400 rpm, excitaria a segunda frequência não nula na 12^a harmônica.

7 ANÁLISE DE TENSÕES E FADIGA EM VIRABREQUINS

Para analisar as tensões no virabrequim, é necessário conhecer os esforços atantes sobre o virabrequim. Todos os capítulos anteriores serviram de base para esta análise. A tensão de cisalhamento é gerada principalmente por conta dos torques do motor elétrico, dos cilindros e das vibrações. As tensões normais são provenientes das forças radiais que atuam nas manivelas.

Para o cálculo destas tensões, tendo em vista que o virabrequim possui uma geometria complexa, aproximou-se a mesma por um cilindro de seção circular constante. Após isso, foram estimados os coeficientes de segurança para determinada operação, utilizando critérios de fadiga.

7.1 Modelo equivalente

Os esforços de flexão e de torção são aplicados sobre uma viga de seção circular constante. A partir de um modelo hiperestático, calculam-se as reações e traçam-se os gráficos de forças cortantes, momentos fletores e momento torsor. Utiliza-se a notação de singularidade para os termos de carregamento e, integram-se as EDOs de flexão e torção.

Nesta seção, apresenta-se um modelo de um compressor alternativo composto por motor elétrico, acoplamento, volante de inércia e dois cilindros, na ordem citada. Foram consideradas a existência de dois mancais nas extremidades e um no acoplamento. Todos os mancais desta máquina são radiais, não exercendo influência sobre as cargas torcionais.

Como característica geométrica, o comprimento L da viga equivalente é formado pela união de cinco segmentos, sendo três munhões e dois moentes.

Aplicam-se sobre o modelo, as forças radiais verticais e horizontais e os torques na direção longitudinal.

Assumiu-se um sistema de coordenada x, y, z com $(0,0,0)$ localizado no motor elétrico. O eixo x está longitudinalmente na viga e os eixos y e z estão na direção transversal.

7.1.1 Direção Vertical

O diagrama de corpo livre para o modelo de viga equivalente no plano xy está ilustrado na Figura 7.1.

As cargas que atuam no virabrequim são concentradas. Por este motivo, é necessário utilizar funções de singularidade para integrar as equações diferenciais de equilíbrio. As funções de singularidade são denotadas entre parênteses angulados. O primeiro termo corresponde à variável de interesse x , o segundo valor indica a posição onde a força/torque está sendo aplicada.

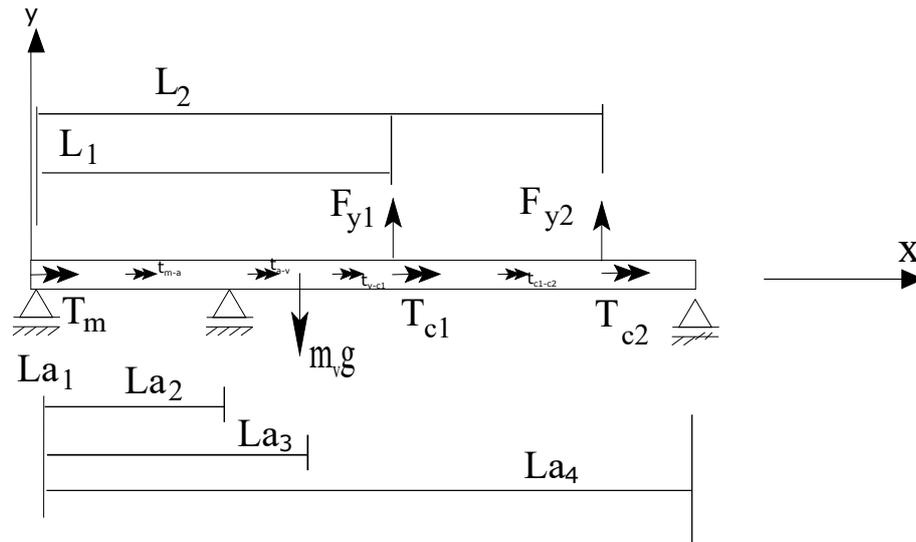


Figura 7.1 – Primeiro modelo (flexão no plano xy e torção em x).

A EDO de flexão para o plano xy é

$$EI_{zz} \frac{d^4 v_y(x)}{dx^4} = q_y(x), \quad (7.1)$$

onde E é o módulo de elasticidade longitudinal, I_{zz} o momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo z calculada, $v_y(x)$ o deslocamento vertical e $q_y(x)$ representa a função de singularidade da carga, que pode ser escrita como

$$\begin{aligned} q_y(x) = & F_{y1} \langle x - L_1 \rangle^{-1} + F_{y2} \langle x - L_2 \rangle^{-1} \\ & + R_{y1} \langle x - L_{a1} \rangle^{-1} + R_{y2} \langle x - L_{a2} \rangle^{-1} \\ & - m_v g \langle x - L_{a3} \rangle^{-1} + R_{y3} \langle x - L_{a4} \rangle^{-1}, \end{aligned} \quad (7.2)$$

sendo que o expoente -1 simboliza uma carga concentrada na notação de singularidade.

Conforme a Figura 7.1, L_1 e L_2 indicam a posição em que forças e torques dos cilindros são aplicadas. Já L_{a1} , L_{a2} , e L_{a4} referem-se às posições dos mancais, incluindo o acoplamento. A posição do volante de inércia é simbolizada pela variável L_{a3} . As forças $m_v g$, F_{y1} e F_{y2} são as forças radiais atuantes na direção do eixo y . As reações de apoio são denotadas por R_{y1} a R_{y3} .

A força cortante $V_y(x)$ é obtida ao integrar a Equação (7.1), ou seja.

$$V_y(x) = EI_{zz} \frac{d^3 v_y(x)}{dx^3}. \quad (7.3)$$

Ao integrar o termo de singularidade, utiliza-se a definição:

$$\int \langle x - a \rangle^n dx = \begin{cases} \frac{\langle x - a \rangle^{n+1}}{n+1} & n \geq 0 \\ \langle x - a \rangle^{n+1} & n < 0 \end{cases}. \quad (7.4)$$

A variável x , a posição a e o expoente n foram escolhidos para esta equação de forma genérica, visando apenas definir a integral de singularidade.

Aplicando a definição da Equação (7.4) na Equação (7.2), obtém-se

$$\begin{aligned} V_y(x) &= F_{y1} \langle x - L_1 \rangle^0 + F_{y2} \langle x - L_2 \rangle^0 \\ &+ R_{y1} \langle x - L_{a1} \rangle^0 + R_{y2} \langle x - L_{a2} \rangle^0 \\ &- m_v g \langle x - L_{a3} \rangle^0 + R_{y3} \langle x - L_{a4} \rangle^0 + C_1. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Integrando-se a equação (7.1) uma segunda vez, a equação do momento fletor $M_z(x)$ é obtida, ou seja,

$$M_z(x) = EI_{zz} \frac{d^2 v_y(x)}{dx^2}. \quad (7.6)$$

Portanto,

$$\begin{aligned} M_z(x) &= F_{y1} \langle x - L_1 \rangle^1 + F_{y2} \langle x - L_2 \rangle^1 \\ &+ R_{y1} \langle x - L_{a1} \rangle^1 + R_{y2} \langle x - L_{a2} \rangle^1 \\ &- m_v g \langle x - L_{a3} \rangle^1 + R_{y3} \langle x - L_{a4} \rangle^1 + C_1 x + C_2. \end{aligned} \quad (7.7)$$

Ao integrar a Equação (7.1) uma vez mais, é obtido a equação de deslocamento angular, pois $\theta_z(x) = \frac{dv_y(x)}{dx}$.

$$EI_{zz} \frac{dv_y(x)}{dx} = EI_{zz} \theta_z(x), \quad (7.8)$$

e a integração de $M_z(x)$ resulta em

$$\begin{aligned} EI_{zz} \frac{dv_y(x)}{dx} &= \frac{F_{y1}}{2} \langle x - L_1 \rangle^2 + \frac{F_{y2}}{2} \langle x - L_2 \rangle^2 \\ &+ \frac{R_{y1}}{2} \langle x - L_{a1} \rangle^2 + \frac{R_{y2}}{2} \langle x - L_{a2} \rangle^2 \\ &- \frac{m_v g}{2} \langle x - L_{a3} \rangle^2 + \frac{R_{y3}}{2} \langle x - L_{a4} \rangle^2 \\ &+ \frac{C_1}{2} x^2 + C_2 x + C_3. \end{aligned} \quad (7.9)$$

Por último, integra-se a Equação (7.9), resultando na função de deslocamento vertical $v_y(x)$,

$$\begin{aligned}
EI_{zz}v_y(x) &= \frac{F_{y1}}{6} \langle x - L_1 \rangle^3 + \frac{F_{y2}}{6} \langle x - L_2 \rangle^3 \\
&+ \frac{R_{y1}}{6} \langle x - L_{a1} \rangle^3 + \frac{R_{y2}}{6} \langle x - L_{a2} \rangle^3 \\
&- \frac{m_v g}{6} \langle x - L_{a3} \rangle^3 + \frac{R_{y3}}{6} \langle x - L_{a4} \rangle^3 \\
&+ \frac{C_1 x^3}{6} + \frac{C_2 x^2}{2} + C_3 x + C_4.
\end{aligned} \tag{7.10}$$

Para determinar as quatro constantes de integração (C_1 , C_2 , C_3 e C_4) são necessários empregar as quatro condições de contorno, que são

- $V_y(x = 0) = R_{y1}$;
- $V_y(x = La_4) = -R_{y3}$;
- $M_z(x = 0) = 0$;
- $M_z(x = La_3) = 0$.

As condições de força cortante em $x = 0$ e $x = La_4$ são incomuns, pois as mesmas foram definidas por parâmetros desconhecidos. Isto foi feito, pois desta forma é possível calcular as reações de apoio e as constantes de integração no mesmo sistema de equação.

Existem ainda três condições que são referentes ao mancais e ao acoplamento, que restringem o deslocamento vertical

- $v_y(x = La_1) = 0$;
- $v_y(x = La_2) = 0$;
- $v_y(x = La_4) = 0$.

Utilizando as sete condições anteriores, é possível escrever sete equações para sete

incógnitas, resultando no seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ (L_{a_4} - L_{a_1})^3 & (L_{a_4} - L_{a_2})^3 & 0 & L_{a_4}^3 & 3L_{a_4}^2 & 6L_{a_4} & 6 \\ (L_{a_2} - L_{a_1})^3 & 0 & 0 & L_{a_2}^3 & 3L_{a_2}^2 & 6L_{a_2} & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ (L_{a_4} - L_{a_1}) & (L_{a_4} - L_{a_2}) & 0 & L_{a_4} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_{y_1} \\ R_{y_2} \\ R_{y_3} \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ m_v g (L_{a_4} - L_{a_3})^3 - F_{y_1} (L_{a_4} - L_1)^3 - F_{y_2} (L_{a_4} - L_2)^3 \\ 0 \\ 0 \\ m_v g (L_{a_4} - L_{a_3}) - F_{y_1} (L_{a_4} - L_1) - F_{y_2} (L_{a_4} - L_2) \\ 0 \\ m_v g - F_{y_1} - F_{y_2} \end{Bmatrix}. \quad (7.11)$$

Ao substituir as constantes de integração e as reações dos mancais resultantes da solução do sistema acima, é possível obter as equações finais de força cortante e momento fletor.

7.1.2 Direção Horizontal

Para o problema de flexão no plano xz , o diagrama de corpo livre é ilustrado na Figura 7.2.

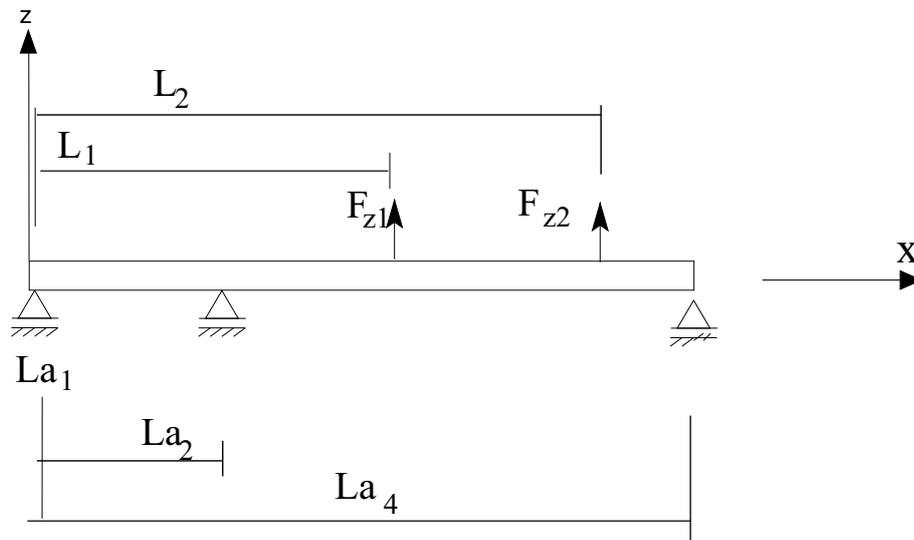


Figura 7.2 – Modelo de flexão no plano xz .

A equação de flexão no plano xz é escrita como

$$EI_{yy} \frac{d^4 v_z(x)}{dx^4} = q_z(x), \quad (7.12)$$

sendo I_{yy} o momento de inércia da seção transversal em torno do eixo y e $v_z(x)$ o deslocamento horizontal na direção do eixo z .

A função de singularidade do carregamento na direção do eixo z é

$$\begin{aligned} q_z(x) = & F_{z1} \langle x - L_1 \rangle^{-1} + F_{z2} \langle x - L_2 \rangle^{-1} \\ & + R_{z1} \langle x - L_{a1} \rangle^{-1} + R_{z2} \langle x - L_{a2} \rangle^{-1} \\ & + R_{z3} \langle x - L_{a4} \rangle^{-1}, \end{aligned} \quad (7.13)$$

onde F_{z1} e F_{z2} são as forças horizontais e R_{z1} a R_{z3} correspondem às reações de apoio nos mancais.

A força cortante $V_z(x)$ é obtida ao integrar a Equação (7.12), ou seja,

$$V_z(x) = EI_{yy} \frac{d^3 v_z(x)}{dx^3}. \quad (7.14)$$

Aplicando a integral definida na Equação (7.4) na Equação (7.13), o resultado é

$$\begin{aligned} V_z(x) = & F_{z1} \langle x - L_1 \rangle^0 + F_{z2} \langle x - L_2 \rangle^0 \\ & + R_{z1} \langle x - L_{a1} \rangle^0 + R_{z2} \langle x - L_{a2} \rangle^0 \\ & + R_{z3} \langle x - L_{a4} \rangle^0 + C_1. \end{aligned} \quad (7.15)$$

Integrando-se a Equação (7.12) uma segunda vez, a equação do momento fletor $M_y(x)$ é dado por

$$M_y(x) = EI_{yy} \frac{d^2 v_z(x)}{dx^2}, \quad (7.16)$$

onde

$$\begin{aligned} M_y(x) = & F_{z1} \langle x - L_1 \rangle^1 + F_{z2} \langle x - L_2 \rangle^1 \\ & + R_{z1} \langle x - L_{a1} \rangle^1 + R_{z2} \langle x - L_{a2} \rangle^1 \\ & + R_{z3} \langle x - L_{a4} \rangle^1 + C_1 x + C_2. \end{aligned} \quad (7.17)$$

Ao integrar a Equação (7.12) uma vez mais, é obtido a equação de deslocamento angular, pois $\theta_y(x) = \frac{dv_z(x)}{dx}$.

$$EI_{yy} \frac{dv_z(x)}{dx} = EI_{yy} \theta_y(x), \quad (7.18)$$

e a integração de $M_z(x)$ resulta em

$$\begin{aligned}
 EI_{yy}\theta_y(x) &= \frac{F_{z1}}{2} \langle x - L_1 \rangle^2 + \frac{F_{z2}}{2} \langle x - L_2 \rangle^2 \\
 &+ \frac{R_{z1}}{2} \langle x - L_{a1} \rangle^2 + \frac{R_{z2}}{2} \langle x - L_{a2} \rangle^2 \\
 &+ \frac{R_{z3}}{2} \langle x - L_{a4} \rangle^2 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3.
 \end{aligned} \tag{7.19}$$

Por último, integra-se a Equação (7.19), resultando na função de deslocamento horizontal $v_z(x)$,

$$\begin{aligned}
 EI_{yy}v_z(x) &= \frac{F_{z1}}{6} \langle x - L_1 \rangle^3 + \frac{F_{z2}}{6} \langle x - L_2 \rangle^3 \\
 &+ \frac{R_{z1}}{6} \langle x - L_{a1} \rangle^3 + \frac{R_{z2}}{6} \langle x - L_{a2} \rangle^3 \\
 &+ \frac{R_{z3}}{6} \langle x - L_{a4} \rangle^3 + \frac{C_1x^3}{6} + \frac{C_2}{2}x^2 + C_3x + C_4.
 \end{aligned} \tag{7.20}$$

As quatro condições de contorno, nesse caso, são

- $V_z(x = 0) = R_{z1}$;
- $V_z(x = La_4) = -R_{z3}$;
- $M_y(x = 0) = 0$;
- $M_y(x = La_4) = 0$.

Como no caso da direção vertical, optou-se pelas condições de força cortante em $x = 0$ e $x = La_4$ definidas por parâmetros desconhecidos. Isto foi feito, pois desta forma é possível calcular as reações de apoio e as constantes de integração no mesmo sistema de equação.

As condições auxiliares, que restringem movimentos nos mancais, são:

- $v_z(x = La_1) = 0$;
- $v_z(x = La_2) = 0$;
- $v_z(x = La_4) = 0$;

Os valores das quatro constantes de integrações, assim como das reações nos apoios são encontradas, a partir da solução do seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ (L_{a4} - L_{a1})^3 & (L_{a4} - L_{a2})^3 & 0 & L_{a4}^3 & 3L_{a4}^2 & 6L_{a4} & 6 \\ (L_{a2} - L_{a1})^3 & 0 & 0 & L_{a2}^3 & 3L_{a2}^2 & 6L_{a2} & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ (L_{a4} - L_{a1}) & (L_{a4} - L_{a2}) & 0 & L_{a4} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} R_{z1} \\ R_{z2} \\ R_{z3} \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -F_{z1}(L_{a4} - L_1)^3 - F_{z2}(L_{a4} - L_2)^3 \\ 0 \\ 0 \\ -F_{z1}(L_{a4} - L_1) - F_{z2}(L_{a4} - L_2) \\ 0 \\ -F_{z1} - F_{z2} \end{pmatrix}. \quad (7.21)$$

Assim como no deslocamento vertical, é possível a partir da solução do sistema de equações anterior, reescrever as expressões da força cortante e do momento fletor.

7.1.3 Torção

A equação diferencial de equilíbrio para o problema de torção na direção x é dada por

$$GI_p \frac{d^2 \theta_x(x)}{dx^2} = -m_x(x), \quad (7.22)$$

sendo G o módulo de elasticidade transversal, I_p o momento de inércia polar da seção transversal, $\theta_x(x)$ o ângulo de torção e $m_x(x)$ a função que descreve o torque distribuído.

A função de singularidade é escrita como

$$\begin{aligned} m_z(x) = & T_m \langle x - La_1 \rangle^{-1} + t_{m-a} \langle x - (La_2 + La_1)/2 \rangle^{-1} + t_{a-v} \langle x - (La_3 + La_2)/2 \rangle^{-1} \\ & + t_{v-c_1} \langle x - (La_3 + L_1)/2 \rangle^{-1} + T_{c1} \langle x - L_1 \rangle^{-1} + t_{c_1-c_2} \langle x - (L_2 + L_1)/2 \rangle^{-1} \\ & + T_{c2} \langle x - L_2 \rangle^{-1}, \end{aligned} \quad (7.23)$$

sendo T_m , T_{c1} e T_{c2} os torques do motor elétrico e dos cilindros do compressor, respectivamente (termo constante da série de Fourier). t_{m-a} , t_{a-v} , t_{v-c_1} , $t_{c_1-c_2}$ são os torques provenientes da vibração torcional entre motor e acoplamento, entre acoplamento e volante de inércia, entre volante de inércia e primeiro cilindro e entre primeiro e segundo cilindro, respectivamente. Os torque de vibração torcional atuam na posição intermediária entre os devidos componentes.

O momento torsor $M_x(x)$ é obtido ao integrar a Equação (7.22), ou seja

$$M_x(x) = GI_p \frac{d\theta_x(x)}{dx}. \quad (7.24)$$

Para o presente caso,

$$\begin{aligned} M_x(x) = & T_m \langle x - La_1 \rangle^0 + t_{m-a} \langle x - (La_2 + La_1)/2 \rangle^0 + t_{a-v} \langle x - (La_3 + La_2)/2 \rangle^0 \\ & + t_{v-c_1} \langle x - (La_3 + L_1)/2 \rangle^0 + T_{c_1} \langle x - L_1 \rangle^0 + t_{c_1-c_2} \langle x - (L_2 + L_1)/2 \rangle^0 \\ & + T_{c_2} \langle x - L_2 \rangle^0 + C_1. \end{aligned} \quad (7.25)$$

Integrando a Equação (7.22) pela segunda vez, obtém-se a equação do ângulo de torção $\theta_x(x)$, ou seja,

$$\begin{aligned} GI_p \theta_x(x) = & T_m \langle x - La_1 \rangle^1 + t_{m-a} \langle x - (La_2 + La_1)/2 \rangle^1 + t_{a-v} \langle x - (La_3 + La_2)/2 \rangle^1 \\ & + t_{v-c_1} \langle x - (La_3 + L_1)/2 \rangle^1 + T_{c_1} \langle x - L_1 \rangle^1 + t_{c_1-c_2} \langle x - (L_2 + L_1)/2 \rangle^1 \\ & + T_{c_2} \langle x - L_2 \rangle^1 + C_1 x + C_2. \end{aligned} \quad (7.26)$$

As condições de contorno para o problema de torção são

- $M_x(x=0) = T_m$;
- $M_x(x=La_4) = 0$.

Substituindo as duas condições de contorno na equação (7.25), obtém-se a equação final para o momento torsor M_x

$$\begin{aligned} M_x(x) = & T_m \langle x - La_1 \rangle^0 + t_{m-a} \langle x - (La_2 + La_1)/2 \rangle^0 + t_{a-v} \langle x - (La_3 + La_2)/2 \rangle^0 \\ & + t_{v-c_1} \langle x - (La_3 + L_1)/2 \rangle^0 + T_{c_1} \langle x - L_1 \rangle^0 + t_{c_1-c_2} \langle x - (L_2 + L_1)/2 \rangle^0 \\ & + T_{c_2} \langle x - L_2 \rangle^0. \end{aligned}$$

7.2 Cálculo das tensões máxima e mínima

Após os cálculos das forças cortantes, dos momentos fletores e do momento torsor, calculam-se as tensões normais e de cisalhamento máxima e mínima, afim de se obter as tensões médias e alternadas.

Para os cálculos das tensões de cisalhamento máximas e mínimas deve ser levado em consideração os torques oriundos das vibrações torcionais (MENDES, 2005).

Para garantir o cálculo de tensão normal, utiliza-se o momento fletor resultante máximo calculado a partir da contribuições vertical e horizontal como

$$M_{R(max)} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}. \quad (7.27)$$

A seção mais solicitada da viga será aquela em que o momento fletor resultante M_R é máximo.

Como a viga possui seção circular constante, os módulos de resistência à flexão em y e z para uma seção circular de diâmetro d são iguais, escrito por

$$W_R = \frac{2I_{zz}}{d}, \quad (7.28)$$

onde $I_{zz} = \frac{\pi d^4}{64}$.

A tensão normal máxima é dada por

$$\sigma_{max} = \frac{M_{R(max)}}{W_R}. \quad (7.29)$$

Cálculos similares são feitos para definir a tensão normal mínima, prestando atenção que na Equação (7.27) devem ser usados os valores mínimos do momento fletor resultante.

De forma semelhante, é calculado a tensão de cisalhamento máxima, sendo o módulo de resistência à torção definida por

$$W_x = \frac{2I_p}{d}. \quad (7.30)$$

Calcula-se a tensão de cisalhamento máxima como

$$\tau_{max} = \frac{M_{x(max)}}{W_x}, \quad (7.31)$$

sendo $M_{x(max)}$ o momento torsor máximo. O cisalhamento mínimo deve ser calculado a partir do valor mínimo do momento torsor.

A tensão equivalente de von-Mises é calculada por

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{max}^2 + 3\tau_{max}^2}. \quad (7.32)$$

As tensões normais e de cisalhamento médias e alternadas são definidas da seguinte forma

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}, \quad (7.33)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}, \quad (7.34)$$

$$\tau_m = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2}, \quad (7.35)$$

$$\tau_a = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2}. \quad (7.36)$$

7.3 Cálculo dos fatores de concentração de tensões

O modelo equivalente proposto neste trabalho representa um virabrequim como uma viga de seção circular. Quando isto é feito, despreza-se o comportamento do gradiente de tensões na geometria complexa do virabrequim. Por este motivo, aplicam-se fatores de concentrações de tensões, sendo esta abordagem usual na literatura.

Este trabalho aplica os fatores de concentração de tensão propostos em AVL LIST GmbH (2004), que são usados no programa *AVL/Excite*.

Primeiro foram calculados os valores teóricos de concentração de tensão normal e de cisalhamento,

$$K_B = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}, \quad K_T = \frac{\tau_{max}}{\tau_0}. \quad (7.37)$$

onde σ_0 e τ_0 são os valores de tensão normal e cisalhamento nominal do componente analisado.

Para o cálculo do fator de concentração é necessário conhecer bem a geometria do virabrequim estudado. As medidas que se fazem necessárias são ilustradas na Figura 7.3.

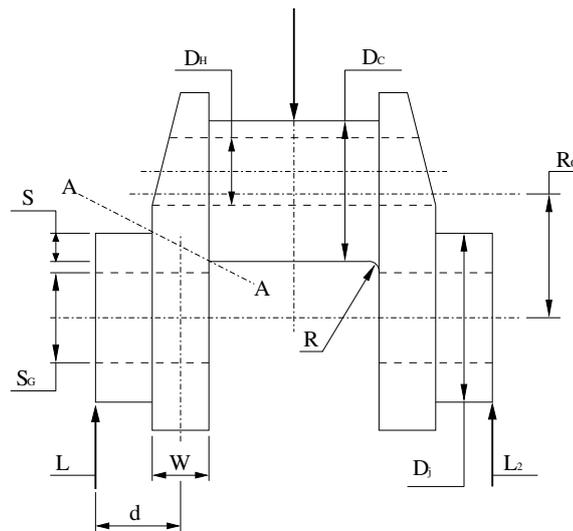


Figura 7.3 – Segmento de virabrequim (AVL LIST GMBH, 2004).

Na Tabela 7.1 são apresentados os parâmetros necessários para os cálculos dos fatores de concentrações. O parâmetro de sobreposição (*overlap*) entre o munhão e o moente é dado por

$$S = (D_C + D_j)/2 - E,$$

sendo E a distância entre os centros do moente e do munhão.

O fator de concentração de tensão normal localizado no raio de concordância do moente é uma função dos parâmetros adimensionais da Tabela 7.1 e expresso por

$$\alpha_B = K f(s, w) f(w) f(b) f(r) f(d_G) f(d_H), \quad (7.38)$$

Parâmetro	Definição
$s = S/D_c$	sobreposição relativa entre o munhão e o moente
$w = W/D_c$	espessura relativa do braço de manivela
$b = B/D_c$	largura relativa do braço de manivela
$r = R/D_c$	raio de concordância relativo do munhão
$d_G = D_g/D_c$	diâmetro relativo do munhão
$d_H = D_h/D_c$	diâmetro relativo do moente

Tabela 7.1 – Dimensões do segmento de virabrequim (AVL LIST GMBH, 2004).

No raio de concordância do munhão, os fatores de concentração de tensão normal são

$$\beta_B = K_B f(s, w) f_B(w) f_B(b) f_B(r) f_B(d_G) f_B(d_H), \quad (7.39)$$

$$\beta_Q = K_Q f(s, w) f_Q(w) f_Q(b) f_Q(r) f_Q(d_G) f_Q(d_H). \quad (7.40)$$

Os fatores de concentração para tensão de cisalhamento nos raios do moente e do munhão são definidos respectivamente por:

$$\alpha_T = K f(r, s) f(b), \quad (7.41)$$

$$\beta_T = K f(r, s) f(b). \quad (7.42)$$

Nestas duas equações, o parâmetro r para cálculo da concentração de tensão no moente é diferente do apresentado na Tabela 7.1, sendo

$$r = \frac{R_j}{D_j}. \quad (7.43)$$

Todas as funções necessárias para estes fatores de concentração de tensões são descritas detalhadamente em AVL LIST GmbH (2004).

Tendo os fatores de concentração de tensões definidos, é possível calcular as tensões de von-Mises normais e de cisalhamento média e alternada para o moente (c) e munhão (j), ou seja (SHIGLEY *et al.*, 2004),

$$\sigma_{m(c)} = \sqrt{(\alpha_B \sigma_m)^2 + 3(\alpha_T \tau_m)^2}, \quad (7.44)$$

$$\sigma_{a(c)} = \sqrt{(\alpha_B \sigma_a)^2 + 3(\alpha_T \tau_a)^2}, \quad (7.45)$$

$$\sigma_{m(j)} = \sqrt{(\beta_B \sigma_m)^2 + 3(\beta_T \tau_m)^2}, \quad (7.46)$$

$$\sigma_{a(j)} = \sqrt{(\beta_B \sigma_a)^2 + 3(\beta_T \tau_a)^2}. \quad (7.47)$$

7.4 Cálculo do fator de segurança

Um critério de fadiga muito usado é a partir da utilização do diagrama de Goodman, que consiste em traçar na abscissa o valor da tensão média e na ordenada a tensão alternada (SHIGLEY *et al.*, 2004). A Figura 7.4 representa o diagrama de Goodman.

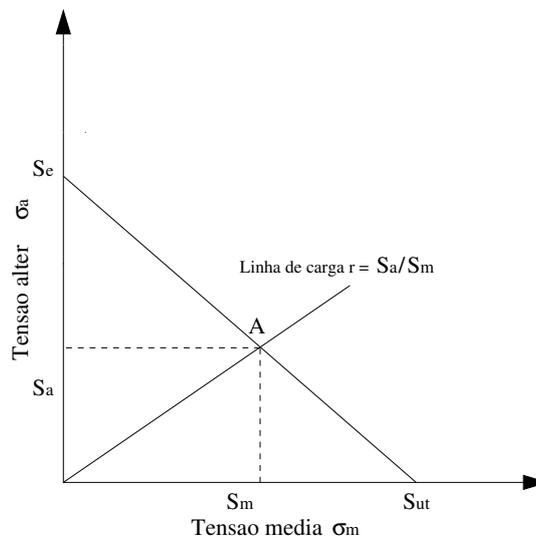


Figura 7.4 – Diagrama de Goodman (SHIGLEY *et al.*, 2004).

Conhecendo-se o limite de resistência a fadiga (S_e) e o limite de resistência à tração (S_{ut}), igualam-se as duas retas demonstradas na Figura 7.4, obtendo a seguinte relação

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1. \quad (7.48)$$

Considerando que $S_a = n\sigma_a$ e $S_m = n\sigma_m$, sendo n o fator de segurança, a equação (7.48) pode ser reescrita como

$$n = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}}. \quad (7.49)$$

Outras teorias de fadiga podem ser usadas tais como a de Soderberg, Gerber, ASME-elíptico e Langer cujas fórmulas básicas são dadas, respectivamente, por (SHIGLEY, 1984)

$$\frac{n\sigma_a}{S_e} + \frac{n\sigma_m}{S_y} = 1, \quad (7.50)$$

$$\frac{n\sigma_a}{S_e} + \frac{n\sigma_m}{S_{ut}} = 1, \quad (7.51)$$

$$\left(\frac{n\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{n\sigma_m}{S_y}\right)^2 = 1, \quad (7.52)$$

$$\frac{n}{S_y}(\sigma_a + \sigma_m) = 1. \quad (7.53)$$

8 MÉTODOS DE CONTROLE DE POTÊNCIA

Um dos objetivos deste trabalho ao aplicar diferentes métodos de controle é verificar como a curva de torque no motor irá se comportar e quais são as influências nas vibrações e tensões. A aplicação neste trabalho não visa descrever o acionamento e o funcionamento do controle, mas apenas verificar a influência de seu resultado final.

São três os métodos estudados: controle *step*, controle contínuo e controle do volume morto. Todos eles geram a possibilidade de operar o compressor alternativo em uma capacidade menor do que a nominal, ou seja, reduz o volume de gás comprimido, e conseqüentemente a vazão, sem alterar as pressões de sucção e de descarga.

Outra forma de controlar a vazão seria através da utilização de inversor de frequência no motor elétrico. Reduzindo ou aumentando a frequência da corrente de entrada causaria efeito proporcional na velocidade síncrona e na potência do motor. Os torques resistivos dos cilindros dependem pouco da velocidade média, quase não afetando a carga no motor.

8.1 Controle *Step*

Este é um método muito usado pela indústria, por conta de sua fácil aplicação. Ele atua nas válvulas de sucção, mantendo-as permanentemente abertas durante a operação.

Em compressores alternativos duplo-efeito com um ou múltiplos estágios, este controle permite operar em 50% ou à vazio (HOROWITZ *et al.*, 2006).

Na operação de 50%, mantém-se a válvula de um dos lados do cilindro aberta, em todos os cilindros. Procura-se abrir as válvulas de forma que as cargas estejam balanceadas no virabrequim. Logo em um compressor de 2 cilindros em fase, as válvulas abertas poderiam ser do lado do cabeçote no primeiro cilindro e do lado do virabrequim no segundo cilindro. Caso o mesmo compressor estivesse defasado em 180°, poderiam ser mantidas abertas as válvulas do lado do virabrequim de ambos os cilindros.

A operação à vazio consiste na abertura completa de todas as válvulas. Este método é muito aplicado na partida da máquina, pois reduz significativamente a corrente elétrica e o tempo necessários deste regime.

Seguindo no caso de dois cilindros (dois estágios), deve-se atentar que não é possível, por exemplo, operar a máquina em 75% ou 25% de sua potência nominal. Caso o primeiro cilindro esteja atuando como duplo-efeito, o segundo tem que estar atuando como duplo-efeito. Caso o segundo cilindro estivesse operando com efeito simples, metade do gás entregue ao mesmo, seria desperdiçado nas válvulas reguladoras de pressão, pois a capacidade volumétrica do segundo cilindro seria metade do primeiro.

O ciclo termodinâmico deste método resulta em uma linha horizontal, pressão constante, no valor de sucção com volume variável. O grande problema desta aplicação é o aquecimento do gás na câmara de sucção. O compressor está operando em sua rotação nominal, gerando trabalho, porém ao invés de aumentar a pressão, estará aumentando a temperatura.

No caso em que o lado do cabeçote esteja descarregado (com válvula de sucção aberta), a força resultante do gás no pistão será

$$F_g = P_s A_t - P_h A_h, \quad (8.1)$$

onde P_s é a pressão de sucção. O termo relacionado a pressão de sucção, para este caso, desloca a curva de força do gás.

8.2 Controle Contínuo

O controle contínuo tem sua aplicação no acionamento das válvulas de sucção, assim como no caso anterior. Porém, a sua atuação não é permanente, sendo pré-determinada para um ângulo específico do virabrequim.

Sua forma de acionamento depende do fabricante, mas seu resultado é o mesmo. Ele atua em todas as câmaras de compressão de forma igual, permitindo reduzir o volume comprimido para um valor qualquer em todas as câmaras.

O controle determina o instante em que as válvulas de sucção irão se fechar. Permite que uma quantidade específica de gás, de cada câmara de compressão, retorne para câmara de sucção.

No ciclo termodinâmico, é possível visualizar que a área do ciclo, que representa o trabalho necessário para aquela compressão, reduz pela mesma proporção de redução do volume de gás comprimido. A curva de compressão apresenta o mesmo comportamento, porém ela é atrasada, reduzindo assim a linha de descarga. Na linha de sucção, identifica-se um retorno do gás.

No ciclo termodinâmico ideal, como explicado no Capítulo 4, a válvula de sucção da câmara ao lado do cabeçote fecha na posição 0° da manivela, ou seja, quando $x_B = x_{max}$. Uma nova posição de fechamento da válvula de sucção é calculada por

$$x_B = f x_{max}, \quad (8.2)$$

onde f varia de 0 até 1, representando a porcentagem do volume de gás nominal que se deseja comprimir. Lembrando que a posição inicial para x_B está localizado no PMI do cilindro, o ângulo da manivela correspondente à x_B é

$$\theta = \arccos \left(\frac{f x_{max} - L \cos \beta}{r} \right). \quad (8.3)$$

O problema deste método é a mudança das principais harmônicas excitadas. Em geral, um compressor duplo-efeito apresenta duas ondas por ciclo, o que significa uma excitação principal de duas vezes a rotação do motor. Quando utilizado o controle contínuo, é possível verificar quatro ondas em um ciclo. Caso seja aplicado um controle para 50% da carga nominal, por exemplo, a excitação principal do sistema passa a ser quatro vezes a rotação do motor.

8.3 Controle do Volume Morto

Através da utilização de um dispositivo de volume controlável no cabeçote do cilindro, o volume morto varia de tamanho. Am e Douglas (2012) apresentaram como vantagens do método a redução da potência, da carga na haste e da temperatura de descarga.

Quando volume morto é aumentado, a área do ciclo termodinâmico reduz. Diferente do controle contínuo, as curvas de expansão e compressão são prolongadas, reduzindo o tamanho das linhas de descarga e sucção. O incremento de volume morto atua no aumento direto do volume total da câmara de compressão. O volume morto fixo possui tamanho de 4% até 16% do volume útil ($x_{max}A$) (BLOCH; HOEFNER, 1996). A Figura 8.1 ilustra o dispositivo de controle do volume morto.

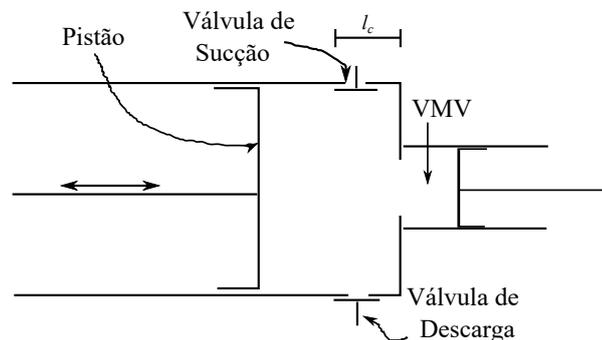


Figura 8.1 – Representação do controle através do aumento de volume morto.

O esquema apresentado na Figura 8.1 ilustra o tamanho do volume morto fixo (l_c), as válvulas de sucção e de descarga, o pistão e o dispositivo que foi adicionado no cabeçote do cilindro, chamado de volume morto variável (VMV). A atuação no VMV resulta em um controle da quantidade de gás que será comprimido.

O principal problema deste método é o limite que se consegue aumentar este volume. Caso o volume morto seja muito grande, as válvulas de descarga podem não abrir.

9 ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

Para validar os modelos apresentados, foram utilizados parâmetros do artigo Pedreira (2013). Visando comparar os resultados, o mesmo compressor foi utilizado na simulação de acionamento com motores síncrono e assíncrono.

Para uma melhor análise de resultados, este capítulo foi dividido em seções semelhantes aos capítulos anteriores. Primeiramente, analisou-se a dinâmica das máquinas, comparando os resultados para ambos os tipos de acionamento. Em seguida, foram analisadas as vibrações torcionais, também comparando ambos acionamentos. A análise de tensões e de controle foram feitas apenas no regime de operação da máquina. O comportamento cinemático das válvulas foi analisado apenas no acionamento com motor síncrono. Em seguida, foram aplicados os três métodos de controle apresentados, novamente para ambos os tipos de acionamento. Por último, verificou-se o comportamento do compressor alternativo acionado por motor assíncrono para diferentes volantes de inércias, através de análises dinâmica e de vibrações.

Os dados de entrada utilizados em todos os compressores são apresentados na Tabela 9.1.

Tabela 9.1 – Dados de entrada do compressor.

	Cilindro 1	Cilindro 2
Diâmetro do pistão [mm]	305	220
Soma das massas da biela e do pistão [kg]	303	268
Massa da biela [kg]	68	68
Raio da manivela [mm]	90	90
Comprimento da biela [mm]	562,5	562,5
Espaço morto [%]	11	15
Pressão de sucção [barg]	20,5	39,4
Pressão de descarga [barg]	39,5	70,1
Expoente adiabático do gás	1,35	
Momento de inércia do volante de inércia [kgm ²]	310	
Número de polos do motor elétrico	12	
Potência do motor elétrico [kW]	800	

Este compressor alternativo duplo-efeito com dois estágios possui cilindros dispostos em fase geometricamente e cinemática, ou seja, ambos os pistões avançam para o PMS ou PMI simultaneamente e possuem esforços de flexão nas mesmas direções.

A seguir são apresentadas as diferenças dos motores elétricos utilizados, sendo um deles síncrono e o outro assíncrono. Também está apresentado a curva termodinâmica do compressor alternativo, a força do gás que atua nos pistões e o somatório de torques resistivos no virabrequim.

- Motor Síncrono

A velocidade angular de um motor síncrono de 12 polos é calculada pela Equação (5.3), resultando no caso considerado em 600 RPM.

Conforme Doherty e Franklin (1920), quando não existe informação exata de torque sincronizante (T_s) e torque de amortecimento (T_d) do motor síncrono, pode-se adotar que o primeiro é calculado por

$$T_s = \frac{P_0 p}{2\omega_s} \quad (9.1)$$

e o torque de amortecimento é 10% do torque sincronizante, onde P_0 é a potência nominal do motor elétrico, p o número de polos do motor e ω_s a velocidade síncrona.

Desta forma, calcularam-se os torques sincronizante e amortecido como sendo 76,43 kNm/rad e 7,64 kNms/rad respectivamente.

- Motor Assíncrono

A curva de torque do motor, ilustrada na Figura 9.1, foi gerada através da combinação de três polinômios, resultando na seguinte expressão para o torque em kN/rad (PEDREIRA, 2013):

$$T_m = \begin{cases} 66\dot{\theta} + 12756 & 0 \leq \dot{\theta} < 44 \text{ rad/s} \\ 36\dot{\theta}^2 - 3008\dot{\theta} + 77962 & 44 \leq \dot{\theta} < 58,7 \text{ rad/s} \\ -2022\dot{\theta}^2 + 239425\dot{\theta} - 7062091 & 58,7 \leq \dot{\theta} < 62,8 \text{ rad/s} \end{cases} \quad (9.2)$$

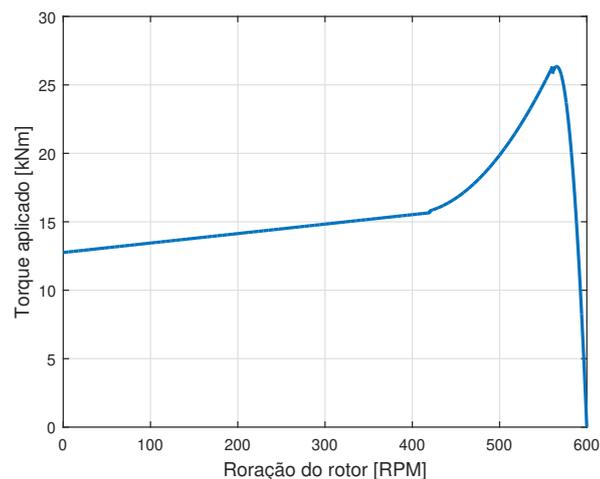


Figura 9.1 – Torque estático do motor elétrico assíncrono a vazio.

Na Equação (9.2), as velocidades angulares são calculadas utilizando a unidade de rad/s, enquanto na Figura 9.1 o eixo das abcissas é apresentado em RPM. O motor elétrico assíncrono tem como característica apresentar um torque nulo quando a rotação se iguala à velocidade do campo magnético, como acontece na Figura 9.1.

- Curva termodinâmica, forças do gás e torque resultante para rotação constante

O ciclo termodinâmico ideal resultou conforme ilustrado na Figura 9.2.

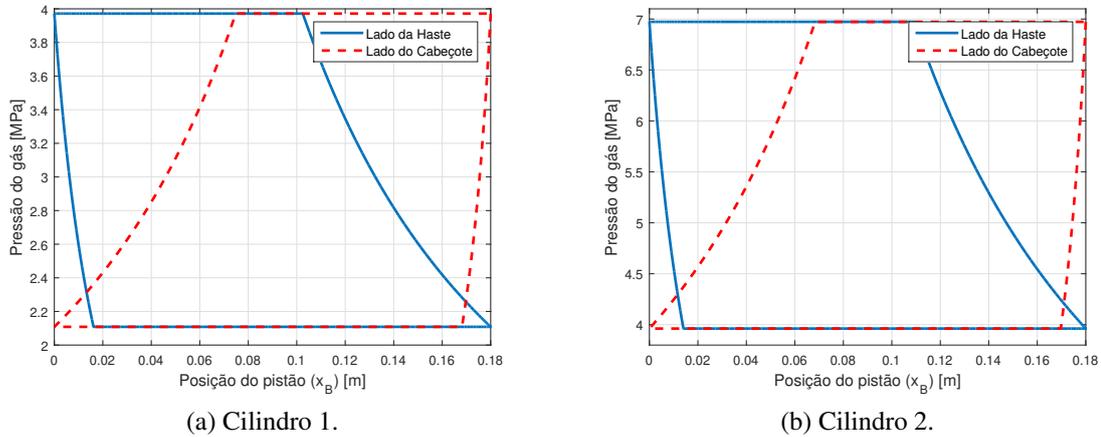


Figura 9.2 – Ciclo termodinâmico de compressores alternativos duplo-efeito ideal.

Na Figura 9.2, observa-se que o curso do pistão é de duas vezes o raio da manivela, ou seja, 180 mm, para biela e manivela rígidas, esta relação sempre será mantida. A pressão de descarga da Figura 9.2a é a pressão de sucção da Figura 9.2b, condizente com um compressor de dois estágios. A força exercida pelos gases nos pistões está ilustrada na Figura 9.3.

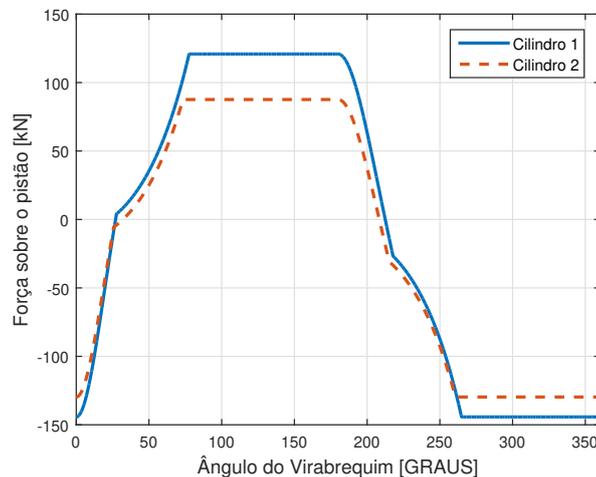


Figura 9.3 – Força resultante sobre o pistão de cada cilindro.

A força que atua sobre o pistão oscila em valores positivos e negativos, conforme a Figura 9.3. Isto ocorre pois se trata de compressor duplo-efeito, havendo pressão em ambos os lados do pistão. Compressores de efeito simples não possuem este comportamento.

Tendo como entrada os parâmetros apresentados na Tabela 9.1 e a força apresentada na Figura 9.3, foi possível calcular, para uma velocidade constante, o torque resultante ilustrado na Figura 9.4.

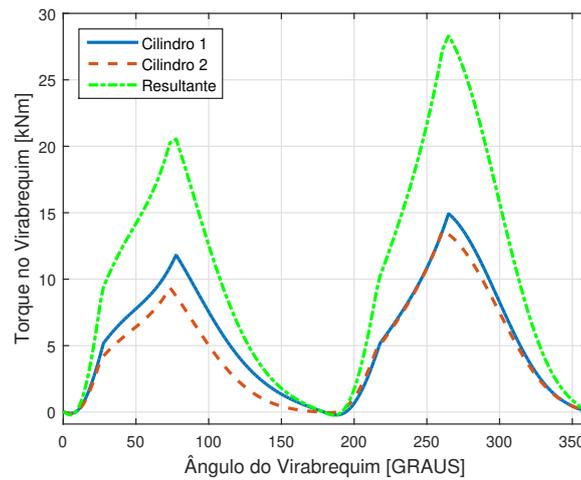
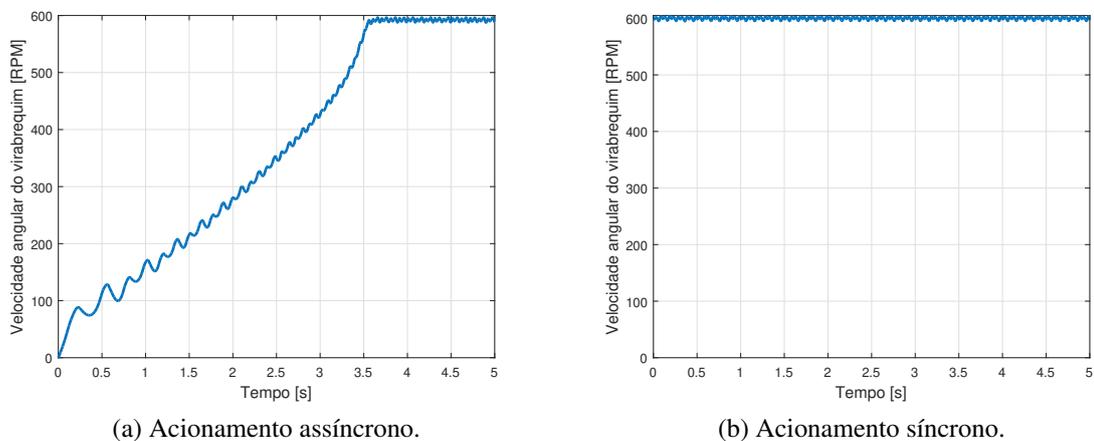


Figura 9.4 – Torques resistivos de cada cilindro e resultante para velocidade constante de 600 RPM.

Na Figura 9.4, é possível observar a existência de duas ondas por ciclo, que é uma característica de compressores alternativos duplo-efeito. Pelo fato dos cilindros estarem em fase cinematicamente, os torques dos mesmos apresentam comportamento em fase. Na posição de 0° e 180° os pistões estão, respectivamente, no PMS e PMI. As forças que atuam no pistão são mínima e máxima respectivamente (Figura 9.3) e as suas acelerações lineares são máximas em módulo. Isto resultou no torque quase nulo nestes instantes.

9.1 Cinemática e Dinâmica

Utilizando os métodos apresentados no Capítulo 5, calcularam-se as velocidades angulares e os torques aplicado por ambos os motores. Estes resultados estão ilustrados nas Figuras 9.5 e 9.6, respectivamente.



(a) Acionamento assíncrono.

(b) Acionamento síncrono.

Figura 9.5 – Velocidade angular do virabrequim em função do tempo.

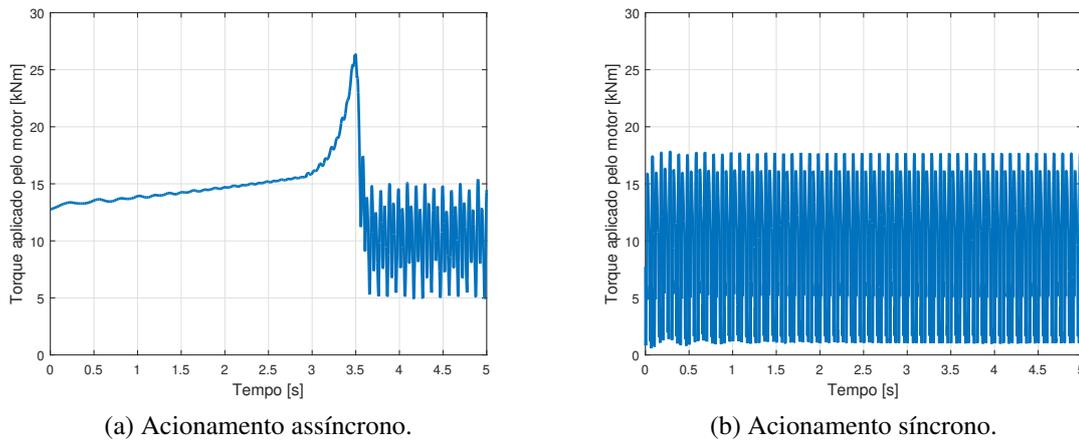


Figura 9.6 – Torque desenvolvido pelo motor elétrico em função do tempo.

O tempo escolhido para fazer as simulações foi de 5 s. Em ambas as figuras (Figuras 9.5 e 9.6), observa-se um regime de partida no acionamento assíncrono. O motor síncrono não atua fora da velocidade síncrona, por este motivo ele opera apenas no regime permanente. Para atingir o regime permanente, o motor síncrono necessita operar como motor assíncrono durante o regime transiente ou através de um outro motor para a partida.

Na Figura 9.6a, identifica-se um pico de torque, ultrapassando os 25 kNm, ocorrendo um pouco antes de atingir o regime de operação. Como consequência, no regime transiente (partida), o motor elétrico possui uma corrente elevada, sendo prejudicial ao mesmo.

Para facilitar a comparação dos resultados, a Figura 9.7 apresenta uma ampliação das Figuras 9.5 e 9.6 para um ciclo de operação do virabrequim.

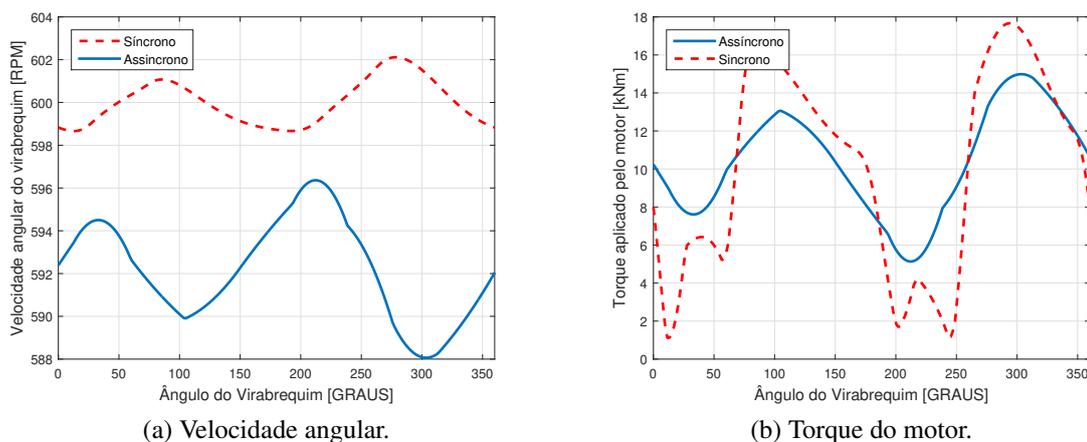


Figura 9.7 – Resultados das Figuras 9.5 e 9.6 ampliados para um ciclo do virabrequim.

Na Figura 9.7a, observa-se que a velocidade angular média do motor síncrono está na sua velocidade síncrona, apresentando uma amplitude de oscilação menor do que o motor

assíncrono, que possui sua velocidade angular média um pouco abaixo da síncrona. Este é um resultado esperado, devido às características de funcionamento de ambos os motores.

Os torques ilustrados na Figura 9.7b também são condizentes, apresentando uma amplitude de oscilação maior no motor síncrono. Para reduzir a oscilação de aceleração e velocidade, é necessário que o torque desenvolvido pelo motor elétrico se assemelhe ao torque resistivos dos cilindros, sendo estes de grandes amplitudes de oscilação.

Os gráficos da Figura 9.8 ilustram a influência dos torques resistivos e inerciais no torque do motor.

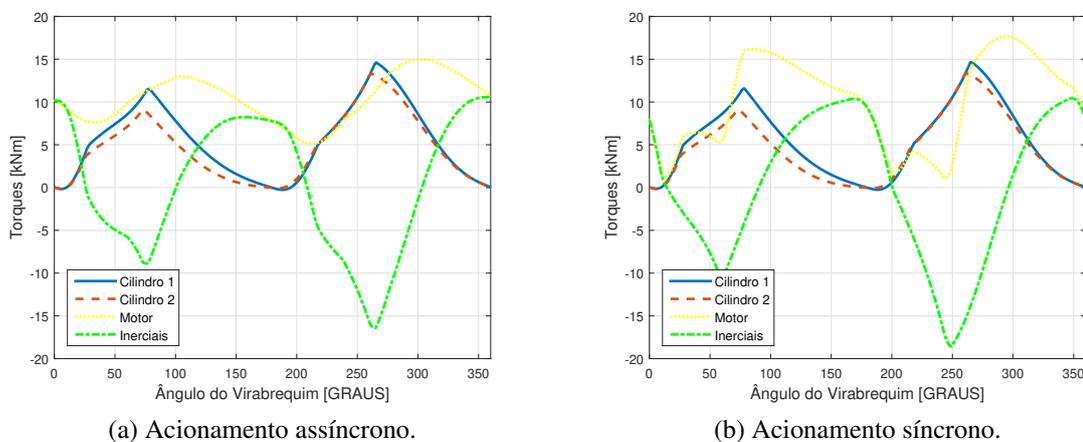


Figura 9.8 – Torques dos cilindros, inerciais e do motor em função do ângulo do virabrequim.

O torque do motor elétrico é a soma dos torques resistivos mais o torque inercial do volante. O volante de inércia apresentou torque com sinal contrário ao dos cilindros, reduzindo a amplitude de oscilação. Para ambos os tipos de acionamento, os comportamentos dos torques foram semelhantes, conforme a Figura 9.8.

9.2 Vibrações Torcionais

Para simular o comportamento das vibrações torcionais, alguns dados adicionais de entradas são necessários. A máquina simulada é a mesma apresentada na Tabela 9.1. Assumiu-se que o sistema equivalente é do tipo massa-mola, onde os coeficientes de amortecimento são desprezados. Os coeficientes de rigidez torcional e inércias são apresentados na Tabela 9.2.

Com estes parâmetros definidos, os primeiros resultados obtidos são as frequências naturais não rígidas, apresentadas na Tabela 9.3, e os modos de vibrar, ilustrados na Figura 9.9.

Um sistema de cinco GDL apresenta quatro frequências naturais não rígidas, a frequência rígida possui valor nulo, caracterizando um movimento rígido.

Todas as frequências naturais desta máquina resultaram superiores à sua velocidade de operação. Porém, elas podem ser excitadas por uma das harmônicas.

Tabela 9.2 – Parâmetros para o modelo de vibrações torcionais.

Parâmetro	Valor
Momento de inércia do motor elétrico [kgm^2]	130
Rigidez entre motor e acoplamento [MNm/rad]	8
Momento de inércia do acoplamento [kgm^2]	10
Rigidez entre acoplamento e volante de inercia [MNm/rad]	40
Rigidez entre volante de inercia e primeiro cilindro [MNm/rad]	8
Momento de inércia dos cilindros [kgm^2]	7
Rigidez entre cilindros [MNm/rad]	8

Tabela 9.3 – Frequências naturais

Modo	Frequência natural [Hz]
1	42.58
2	107.44
3	275.61
4	352.98

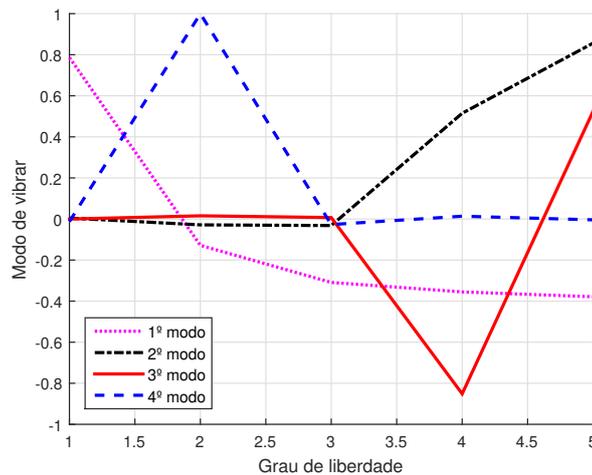
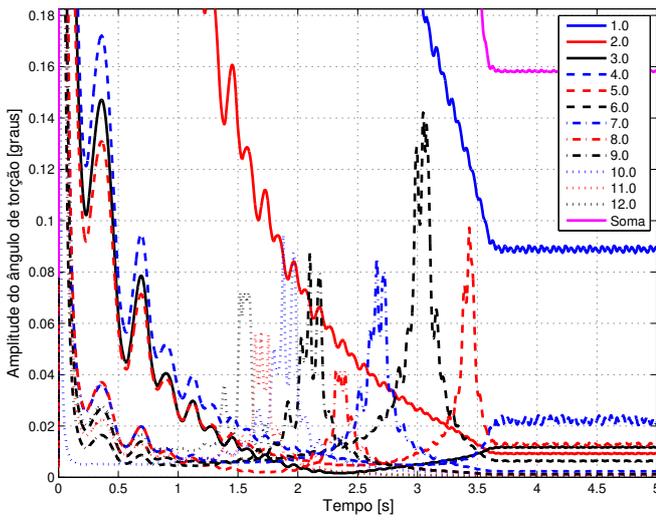


Figura 9.9 – Modos de vibrar das frequências não-nulas.

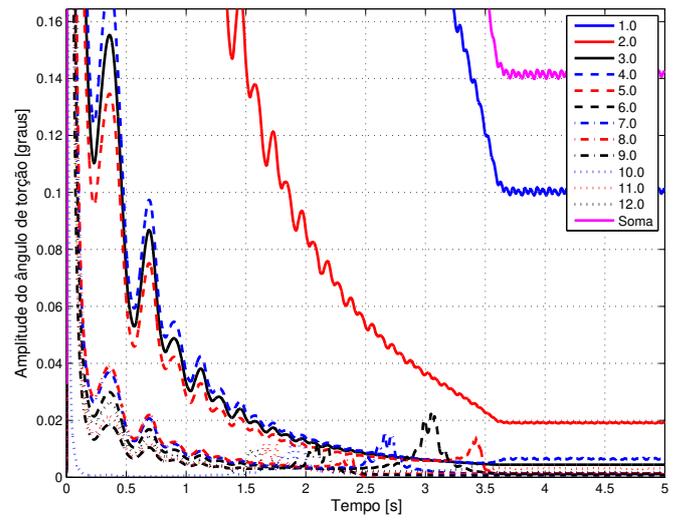
No gráfico da Figura 9.9, observa-se que o primeiro modo é excitado principalmente no motor elétrico, o segundo é excitado nos cilindros em fase, os cilindros em fases opostas foram excitados no terceiro e o último possui seu modo concentrado no acoplamento.

Como o trabalho utiliza parâmetros iguais nos motores elétricos síncrono e assíncrono, não existem diferenças de frequências naturais e modos de vibrar entre as máquinas. Isto foi feito com o objetivo de facilitar a comparação dos acionamentos.

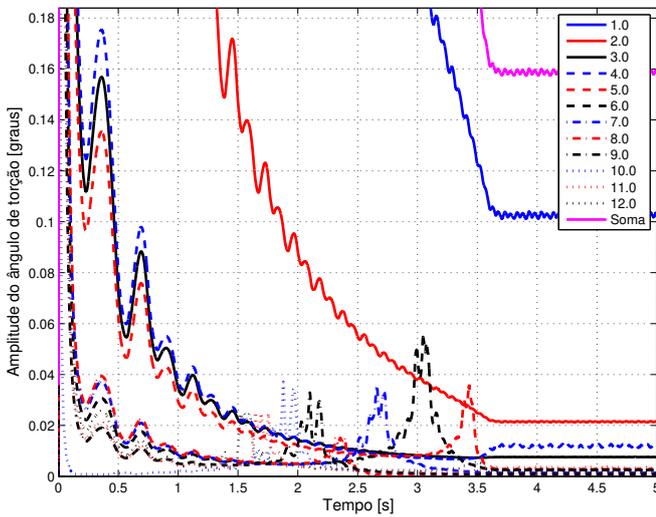
As Figuras 9.10 e 9.11 ilustram os gráficos de amplitude de ângulo de torção para compressores alternativos acionados por motores assíncrono e síncrono, respectivamente.



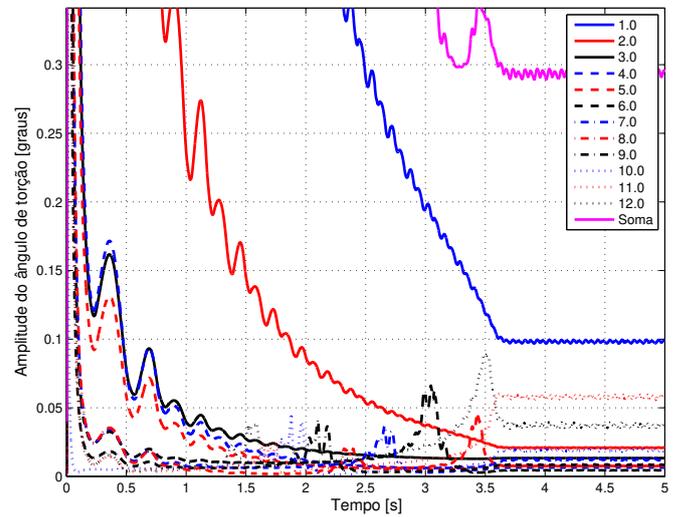
(a) Motor assíncrono.



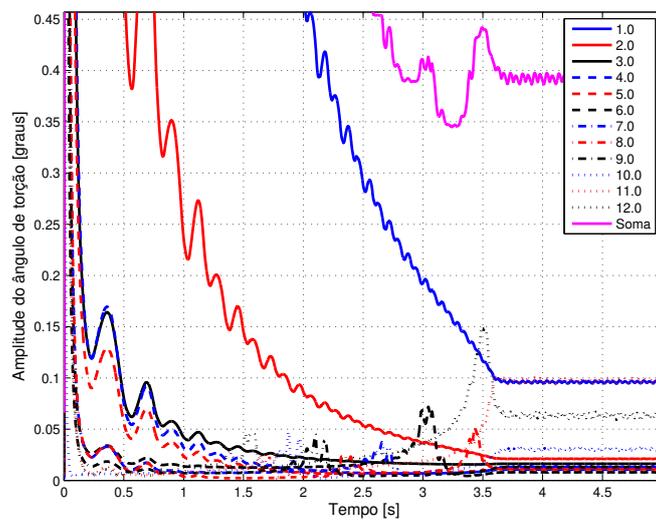
(b) Acoplamento.



(c) Volante de inércia.

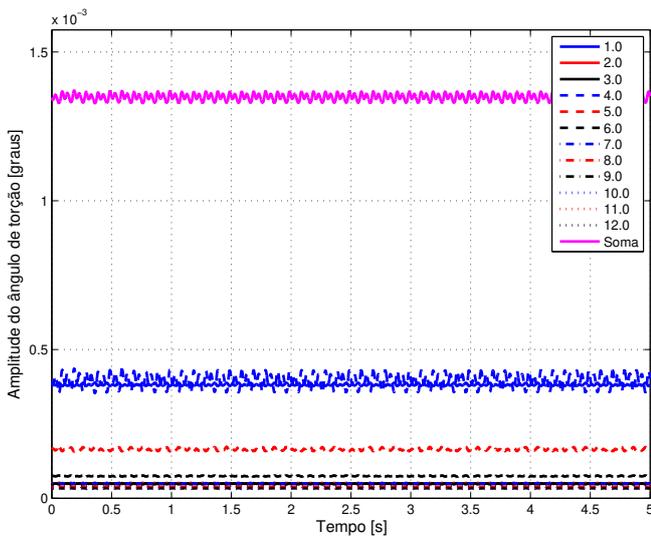


(d) Cilindro 1.

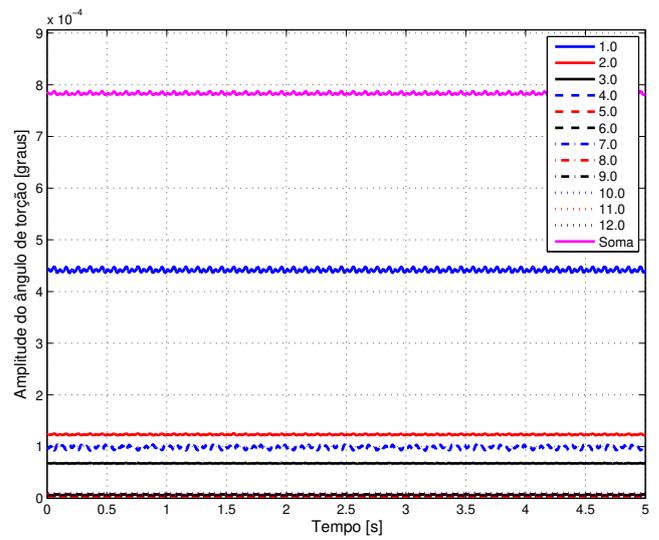


(e) Cilindro 2.

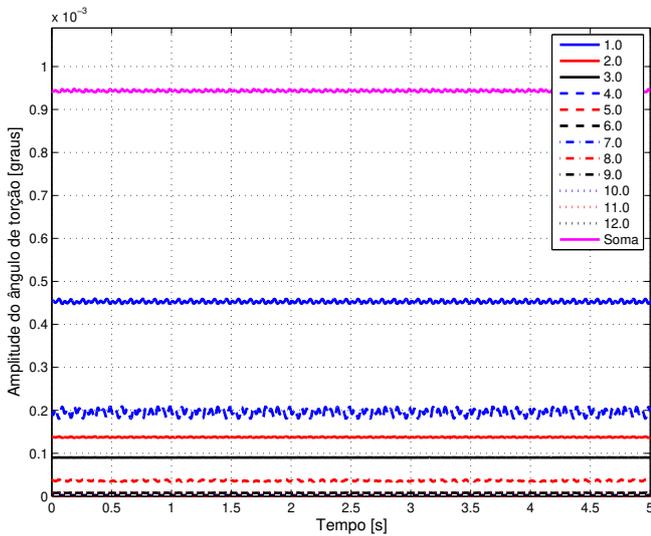
Figura 9.10 – Amplitudes de oscilações angulares para cada ordem em função do tempo do compressor alternativo acionado por motor assíncrono.



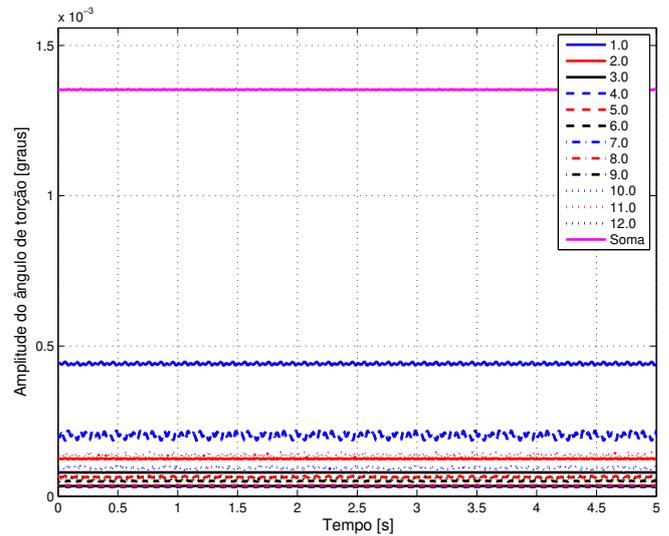
(a) Motor síncrono.



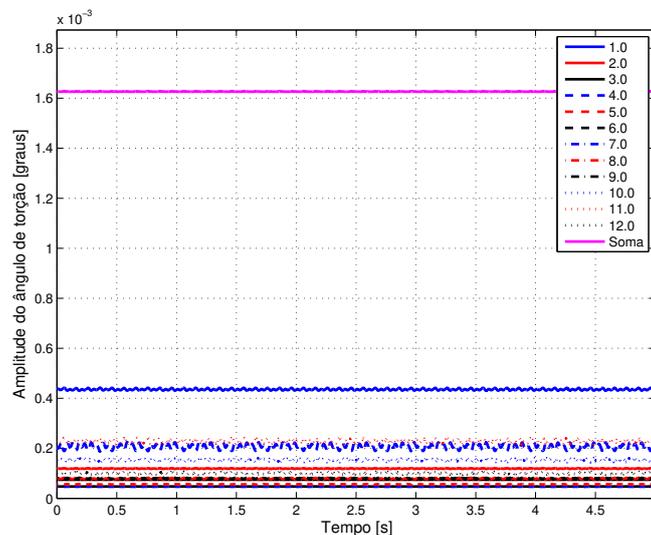
(b) Acoplamento.



(c) Volante de inércia.



(d) Cilindro 1.



(e) Cilindro 2.

Figura 9.11 – Amplitudes de oscilações angulares para cada ordem em função do tempo do compressor alternativo acionado por motor síncrono.

No regime transiente da Figura 9.10, é possível perceber picos de amplitude angular. Estes picos são causados por excitações de frequências naturais durante a partida da máquina. Os compressores alternativos acionados por motores elétricos possuem como momento crítico a sua partida.

O resultados da Figura 9.11 apresentaram uma oscilação angular significativamente menor que a Figura 9.10. Isto é perceptível devido as escalas utilizadas nos gráficos. A oscilação angular é influenciada pela flutuação de velocidade angular. O motor elétrico síncrono por possuir rotação quase constante apresenta amplitudes menores de vibrações torcionais.

Para mostrar como fica o gráfico da oscilação angular em função do tempo, a Figura 9.12 ilustra as 12 harmônicas de oscilação angular do cilindro 2 em função do ângulo do virabrequim em 1 ciclo da operação em regime permanente.

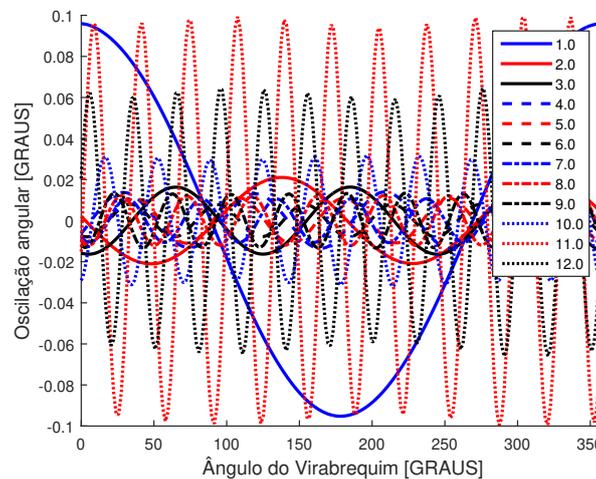


Figura 9.12 – Oscilação angular da Figura 9.10e em função do ângulo do virabrequim.

Através da Figura 9.12, é fácil identificar as harmônicas de maiores amplitudes. A 1ª e a 11ª harmônicas apresentaram maiores módulos, sendo seguida pela 12ª. O número de oscilações que a harmônica desenvolve em um ciclo é correspondente à sua ordem.

No regime de partida dos compressores alternativos, é possível analisar as vibrações pelos gráficos conhecidos como torciograma. Nele se coloca a velocidade angular nas abscissas e a amplitude de oscilação angular nas ordenadas. O torciograma é o melhor gráfico para validar resultados com o diagrama de Campbell. A Figura 9.13 apresenta o torciograma da Figura 9.10a.

O diagrama de Campbell está apresentado na Figura 9.14. O mesmo diagrama representa o compressor alternativo acionado com motores assíncronos e síncronos, observando-se que na partida as mesmas harmônicas serão excitadas.

Os pontos em vermelho na Figura 9.14 indicam as rotações críticas de partida. Percebe-se que existem excitações em aproximadamente 325 RPM, 370 RPM, 425 RPM, 510 RPM, dentre outras, todas múltiplos da primeira frequência não rígida. Na Figura 9.13, as mes-

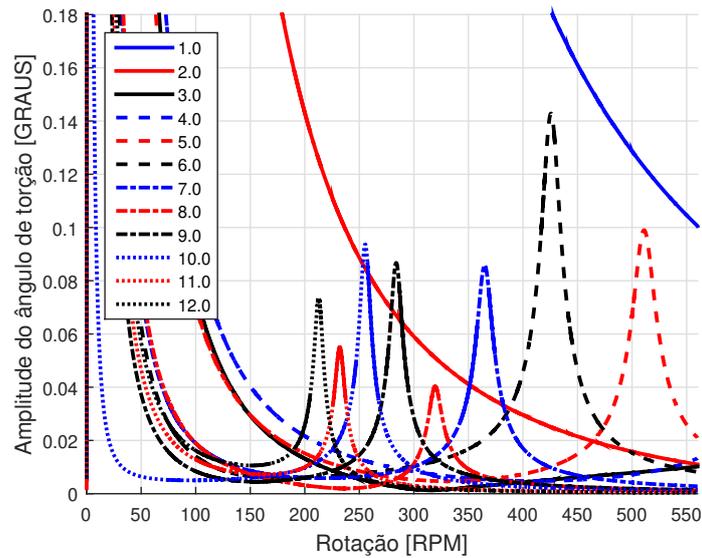


Figura 9.13 – Amplitude de oscilação angular em função da rotação da Figura 9.10a.

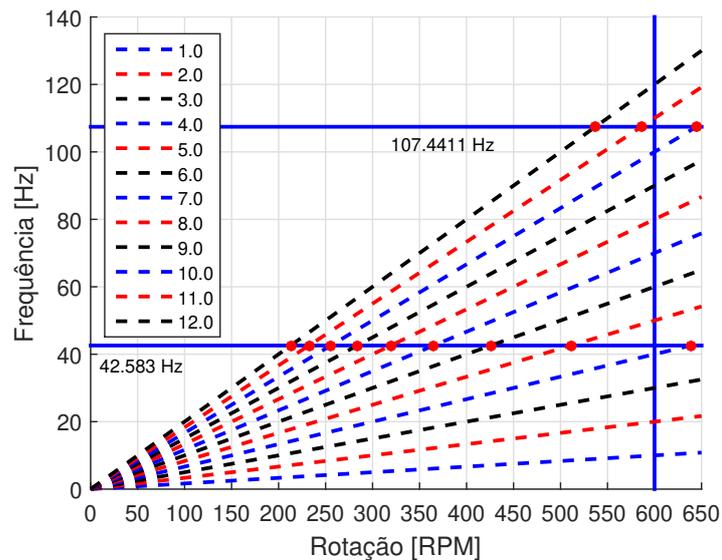


Figura 9.14 – Diagrama de Campbell.

mas rotações apresentaram picos maiores de amplitude de oscilação.

A linha azul vertical na Figura 9.14 marca a velocidade angular de operação do compressor síncrono e a velocidade do campo magnético do compressor assíncrono. Na segunda frequência natural não nula, a 11^a harmônica apresenta um ponto muito próximo a esta linha. Esta poderia ser uma velocidade de operação crítica para a máquina, especialmente quando acionado por motor assíncrono, em que sua velocidade angular é um pouco menor que a velocidade do campo magnético.

O problema da 11^a harmônica somente não se mostrou crítico, pois o torque desenvolvido pelo motor e os resistivos pelos cilindros possuem amplitudes muito baixa nesta

harmônica. A Figura 9.15 apresenta o espectro de torque desenvolvido pelo motor elétrico.

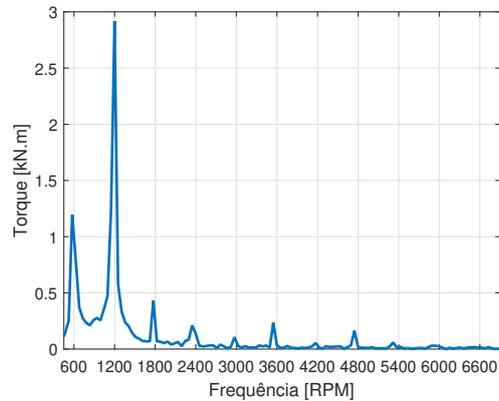


Figura 9.15 – Espectro do torque desenvolvido pelo motor assíncrono.

A 11^a harmônica para uma rotação próxima a 592 RPM no regime de operação, conforme Figura 9.7a, representa o valor de 6512 RPM. Como pode ser visto na Figura 9.15, o torque de excitação é quase nulo para essa frequência, o que justifica a inexistência de grandes amplitudes angulares da 11^a harmônica.

Ainda na Figura 9.15, é possível observar quais harmônicas o motor poderia excitar. Neste caso, as três harmônicas mais críticas seriam, em ordem, a 1^a, 2^a e 3^a, correspondente às rotações de 592 RPM, 1184 RPM e 1776 RPM, respectivamente.

As oscilações angulares geram torques de vibrações. Os torques de vibrações são ilustrados na Figura 9.16.

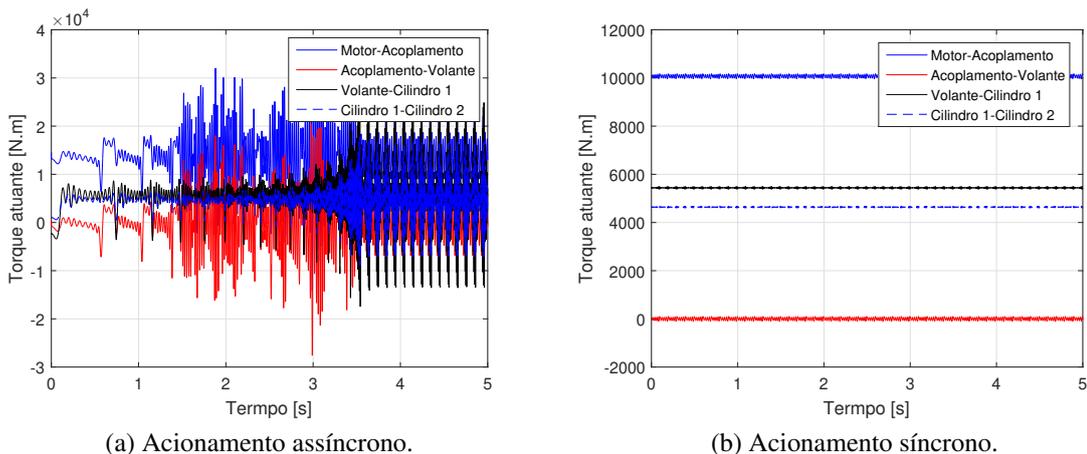


Figura 9.16 – Torques gerados pelas vibrações torcionais em função do tempo.

Na Figura 9.16a, o torque atuante no virabrequim entre o volante e o cilindro 1 apresentou maior amplitude de oscilação. Analisando a Figura 9.10, observa-se que a diferença das somas das harmônicas entre o volante e o cilindro 1 é maior do que a diferença da soma entre os dois cilindros.

Os gráficos da Figura 9.16 apresentam sua média somadas às oscilações de vibrações. Esta média corresponde ao torque dinâmico existente no GDL anterior ao trecho, ou seja, único torque de vibração que não existe média é o trecho entre acoplamento e volante de inércia.

Quase não se percebe torque causado pelas vibrações na Figura 9.16b. O compressor alternativo acionado por motor síncrono com os parâmetros adotados não apresentou vibrações significativas. A oscilação de torque entre o volante e o cilindro 1 resultou em amplitude quase 300 vezes menor quando comparado com a Figura 9.16a. A mesma relação de 300 vezes existe na comparação da diferença de amplitude em regime permanente das Figuras 9.10d e 9.10c com as Figuras 9.11d e 9.11c, respectivamente.

9.3 Tensões e Fadiga

Com base nos resultados dos esforços dinâmicos e das vibrações torcionais, empregou-se a formulação apresentada no Capítulo 7 para calcular as tensões máximas e mínimas no virabrequim, o qual foi modelado como uma viga de seção circular constante submetido a esforços de torção e flexão. Para obter as tensões, utilizaram-se os valores indicados na Tabela 9.4 para o modelo considerado.

Tabela 9.4 – Parâmetros necessários para análise de tensão.

Parâmetro	Valor de Entrada
Massa do volante de inércia [kg]	400
Comprimento equivalente do munhão [mm]	250
Comprimento equivalente do moente [mm]	280
Diâmetro externo do munhão [mm]	150
Raio do filete do munhão [mm]	20
Diâmetro externo do moente [mm]	150
Raio do filete do moente [mm]	20
Espessura do braço [mm]	3
Maior largura do braço [mm]	300
Menor largura do braço [mm]	200
Diâmetro interno do munhão [mm]	20
Diâmetro interno do moente [mm]	20
Tensão de escoamento do material [MPa]	650

Como primeiro passo para se obter as tensões, calculou-se o comprimento equivalente total do eixo. Somaram-se os comprimentos dos munhões e moentes, os raios dos filetes e as espessuras dos braços, levando-se em conta que há dois cilindros no compressor considerado. Os mancais são posicionados nas duas extremidades do eixo e o acoplamento é tratado como um mancal. Com isto, tem-se a representação do modelo de viga equivalente ilustrada na Figura 9.17.

A Figura 9.17 ilustra o modelo de viga para o plano xz . No plano xy aparece o vetor peso do volante de inércia na posição 0.29 m.

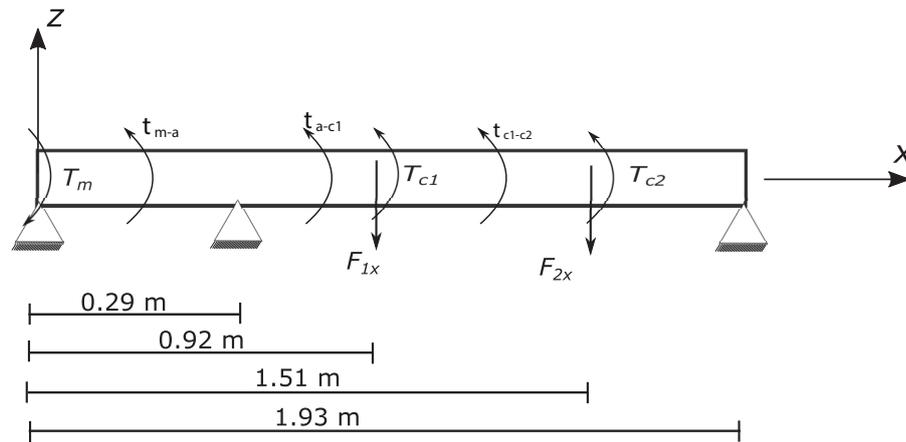


Figura 9.17 – Representação do modelo de viga equivalente para o virabrequim.

Estas medidas são empregadas para o cálculo das expressões das forças cortantes e dos momentos fletores e torsor usando as expressões indicadas no Capítulo 7.

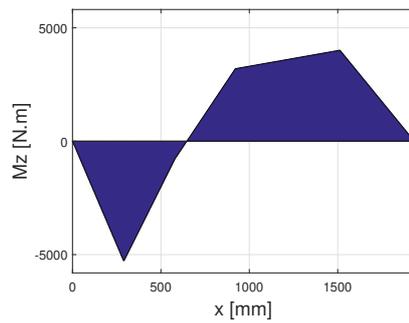
As tensões de cisalhamento e flexão máximas foram calculadas no instante de máximo torque em regime permanente. As tensões mínimas foram calculadas no instante de mínimo torque do regime permanente.

A Figura 9.18 ilustra os diagramas dos momentos torsor e fletor obtido na condição de máximo e mínimo torques do compressor assíncrono. A partir desses diagramas, calcularam-se as tensões normais (devido à flexão) e de cisalhamento (devido ao momento torsor) máximas. Com os gráficos de momento fletor e torsor mínimo, calcularam-se as tensões mínimas. Os resultados são apresentados na Tabela 9.5. Calcularam-se ainda as tensões normais equivalentes de von-Mises nos munhões e moentes.

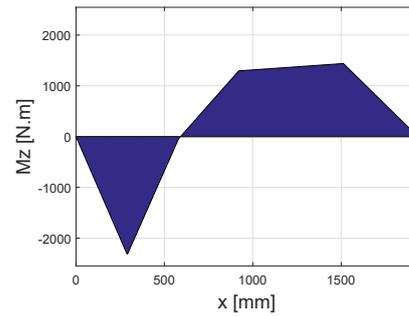
Tabela 9.5 – Tensões calculadas com base na condição de máximo torque de excitação no compressor alternativo acionado por motor assíncrono.

Tensões	Valor [MPa]
Tensão normal de flexão máxima	215.40
Tensão de cisalhamento de torção máxima	77.67
Tensão equivalente de von-Mises máxima sem a correção pelos fatores de concentração de tensão	253.96
Tensão normal de flexão mínima	153.26
Tensão de cisalhamento de torção mínima	58.93
Tensão equivalente de von-Mises mínima sem a correção pelos fatores de concentração de tensão	184.14
Tensão equivalente de von-Mises média no moente	266.55
Tensão equivalente de von-Mises alternada no moente	40.78
Tensão equivalente de von-Mises média no munhão	266.55
Tensão equivalente de von-Mises alternada no munhão	40.78

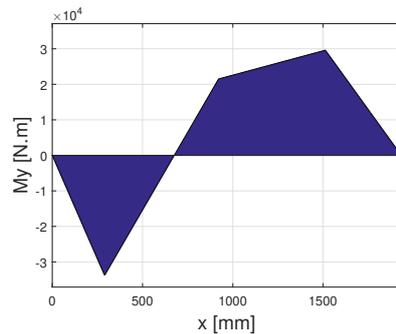
No caso estudado, o torque de vibrações somente foi significativo para o compressor alternativo acionado por motor assíncrono. Nas Figuras 9.18e e 9.18f, as amplitudes de torque



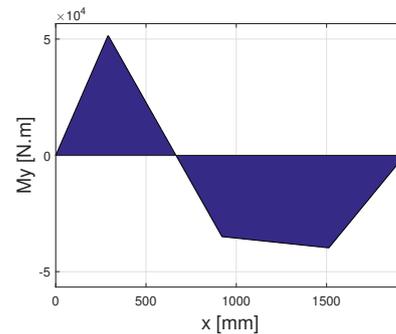
(a) Momento fletor máximo no eixo z.



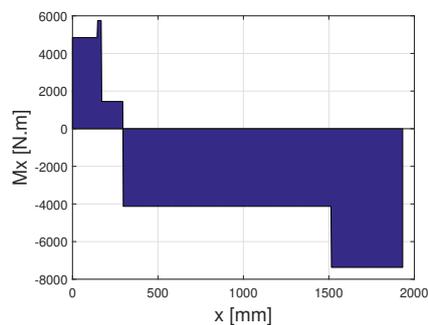
(b) Momento fletor mínimo no eixo z.



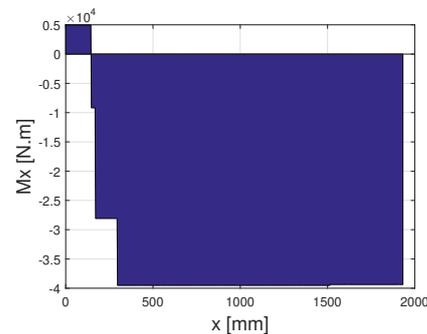
(c) Momento fletor máximo no eixo y.



(d) Momento fletor mínimo no eixo y.



(e) Momento torsor máximo.



(f) Momento torsor mínimo.

Figura 9.18 – Esforços máximos atuantes no virabrequim para o caso de torque máximo em regime permanente.

de vibrações foram somadas nas posições intermediárias entre os GDL correspondentes. Como exemplo, o torque entre cilindro 1 e o volante foi somado na posição intermediária entre estes dois componentes.

Na Figura 9.18, percebe-se que todos os momentos fletores tiveram comportamentos semelhantes. Apenas a Figura 9.18d apresentou sinais opostos. Em magnitude, os momentos fletores em y foram significativamente superiores aos momentos fletores em z.

A Tabela 9.5 apresenta os valores de tensões no virabrequim, sendo as tensões normais médias as de maior valor. As tensões alternadas são influenciadas pelas vibrações, enquanto as médias não são. A partir deste resultados, foi calculado o fator de segurança pelo critério de Goodman, resultando em 4.32 e 4.32 para o moente e o munhão respectivamente.

Estes resultados indicam a operação segura da máquina. Caso as pressões ou velocidade de operação fossem elevadas, os cálculos deveriam ser refeitos, pois reduziriam o fator de segurança, acarretando falhas do equipamento.

A Tabela 9.6 apresenta os resultados obtidos a partir dos esforços exercidos no virabrequim do compressor alternativo acionado por motor síncrono na condição de máximo e mínimo torques.

Tabela 9.6 – Tensões calculadas com base na condição de máximo torque de excitação no compressor alternativo acionado por motor síncrono.

Tensões	Valor [MPa]
Tensão normal de flexão máxima	216,31
Tensão de cisalhamento de torção máxima	27,01
Tensão equivalente de von-Mises máxima sem a correção pelos fatores de concentração de tensão	221,32
Tensão normal de flexão mínima	156,18
Tensão de cisalhamento de torção mínima	1,10
Tensão equivalente de von-Mises mínima sem a correção pelos fatores de concentração de tensão	156,19
Tensão equivalente de von-Mises média no moente	190,41
Tensão equivalente de von-Mises alternada no moente	47,32
Tensão equivalente de von-Mises média no munhão	190,41
Tensão equivalente de von-Mises alternada no munhão	47,32

Com base na Tabela 9.6, os fatores de segurança de Goodman resultarem em 5,28 para o moente e o munhão. Assim como no compressor acionado por motor assíncrono, a operação neste caso ocorre com segurança.

Seguem algumas conclusões ao comparar as Tabelas 9.5 e 9.6. Todas as tensões normais são muito próximas; tensões de cisalhamento são significativamente inferiores no motor síncrono devido à baixa oscilação de vibrações; e as tensões normais são predominantes, fazendo com que as tensões de von-Mises de ambas as simulações sejam próximas.

Foi analisado o compressor alternativo acionado por motor síncrono em uma situação onde o segundo cilindro estivesse em fase cinematicamente, porém defasado em 180° geometricamente. Neste caso, o esforço de flexão do segundo cilindro ficam em sentido contrário as do primeiro. Como resultado, foi obtido um fator de segurança de Goodman de 5,73 para o moente e o munhão, tornando-se uma máquina mais segura. Não se alteraram as tensões de cisalhamento. Porém, as tensões normais máxima e mínima reduziram em aproximadamente 10%. As tensões alternadas de von-Mises também apresentaram reduções significativas.

9.4 Influência do Vazamento nas Válvulas

Os dados necessários para simular o comportamento das válvulas são apresentados na Tabela 9.7.

Tabela 9.7 – Parâmetros necessários para análise do comportamento das válvulas.

Parâmetro	Valor de Entrada
Coefficiente de não idealidade das válvulas	1
Raio das válvulas [mm]	22,5
Rigidez das válvulas [kN/m]	1
Coefficiente de amortecimento das válvulas [kNs/m]	1,5
Massa das válvulas [g]	100
Densidade do gás utilizado [kg/m ³]	0,09

Os dados utilizados foram os mesmos para as válvulas de sucção e de descarga. Com esta análise, é possível encontrar um ciclo termodinâmico mais próximo do real. Porém, seguem-se as hipóteses de trabalho isentrópico, cilindro isolado termicamente, gás ideal, entre outros. A Figura 9.19 ilustra o ciclo termodinâmico resultante do cilindro 2 e as forças dos gases sobre os pistões de ambos os cilindros.

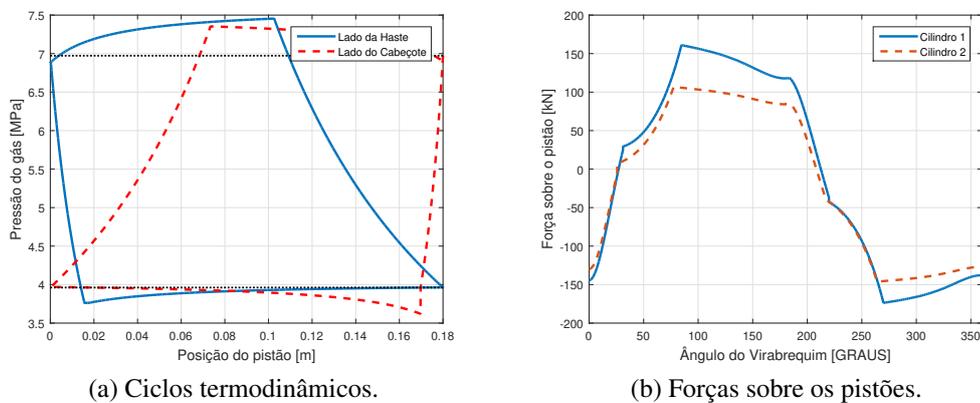


Figura 9.19 – Ciclo termodinâmico e forças dos gases considerando comportamento das válvulas.

A linha pontilhada preta da Figura 9.19a simboliza as pressões de sucção e de descarga do projeto. A área formada acima da linha de descarga são perdas de energia relacionadas à válvula de descarga; a área abaixo da linha de sucção são perdas devido à válvula de sucção. A Figura 9.19b apresenta as forças atuantes nos pistões devido às pressões dos gases.

A Figura 9.20 apresenta os gráficos obtidos de torque desenvolvido pelo motor e seu respectivo espectro.

A média do torque ilustrado na Figura 9.20a resultou em 11,57 kNm e consequentemente uma potência nominal de 727,04 kW. Nos resultados que desconsideram as perdas

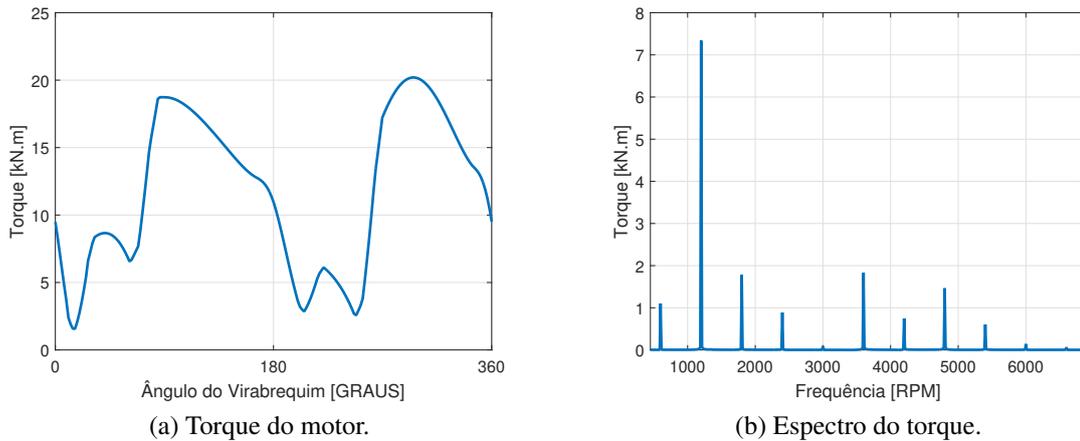


Figura 9.20 – Torque e seu espectro desenvolvido pelo motor síncrono considerando vazamento de gás.

causadas pelas válvulas estes valores foram de 10,08 kNm e 633,41 kW respectivamente. As perdas causadas pelas válvulas foram de 12,88%.

As vibrações torcionais não sofreram grandes alterações. As tensões resultaram conforme a Tabela 9.8.

Tabela 9.8 – Tensões calculadas com base na condição de máxima torque de excitação no compressor alternativo acionado por motor síncrono com vazamento de gás.

Tensões	Valor [MPa]
Tensão normal de flexão máxima	239,42
Tensão de cisalhamento de torção máxima	30,84
Tensão equivalente de von-Mises máxima sem a correção pelos fatores de concentração de tensão	245,30
Tensão normal de flexão mínima	153,86
Tensão de cisalhamento de torção mínima	1,24
Tensão equivalente de von-Mises mínima sem a correção pelos fatores de concentração de tensão	183,88
Tensão equivalente de von-Mises média no moente	216,42
Tensão equivalente de von-Mises alternada no moente	50,12
Tensão equivalente de von-Mises média no munhão	216,42
Tensão equivalente de von-Mises alternada no munhão	50,12

Todas as tensões da Tabela 9.8 resultaram em valores maiores que as apresentadas na Tabela 9.6. Conseqüentemente, o fator de segurança de Goodman resultou menor, sendo de 4,75 no moente e no munhão. As perdas das válvulas se mostraram significativas para o dimensionamento e operação dos compressores alternativos.

9.5 Aplicação dos Controles de Potência

Como o controle de passo (*Step*) opera apenas para 0%, 50% e 100% de carga, nesta seção foi escolhido aplicar os três métodos explicados no Capítulo 8 com 50% no regime de operação, facilitando as comparações dos resultados. No regime de partida, foi aplicado o controle de passo de 100%, fazendo com que o compressor não exerça trabalho de compressão. Foi desconsiderado o comportamento das válvulas. O ciclo termodinâmico resultou conforme ilustrado na Figura 9.21.

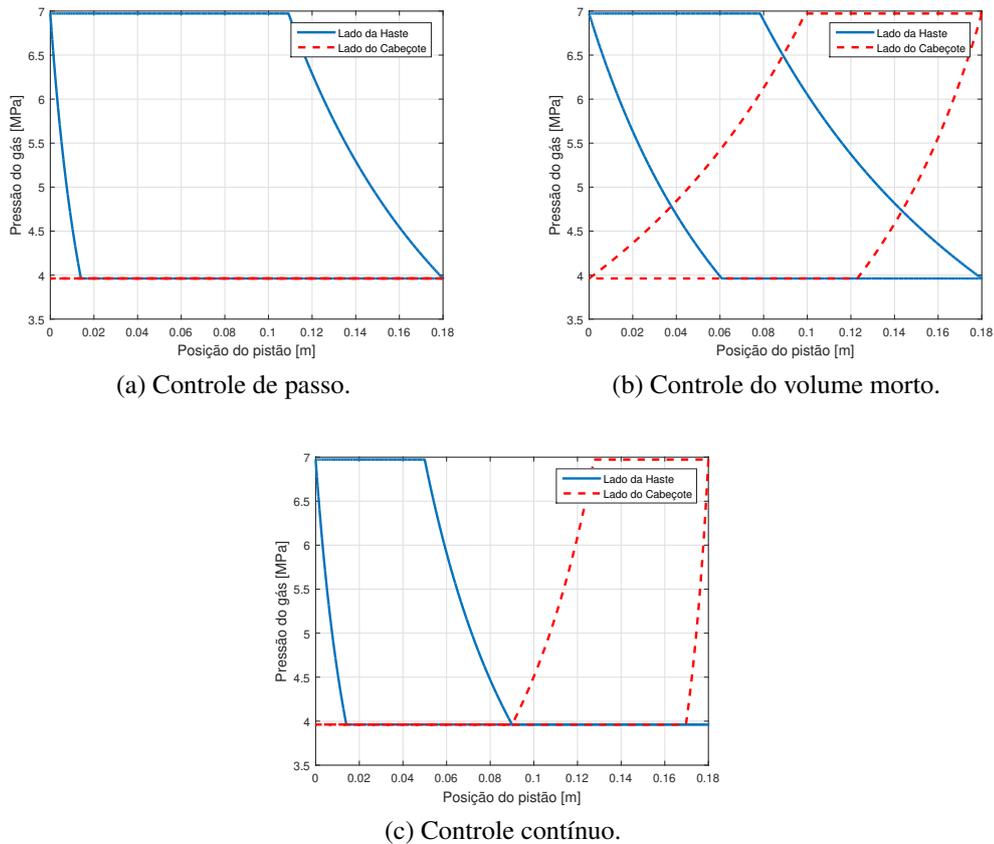


Figura 9.21 – Ciclo termodinâmico do segundo cilindro com aplicação de 50% de controle.

Na Figura 9.21a, é possível identificar que a válvula de sucção do lado do cabeçote foi mantida aberta durante toda operação. No segundo cilindro, a válvula de sucção do lado da haste foi mantida aberta no primeiro cilindro.

No controle contínuo, os dois lados do pistão apresentaram influência. Percebe-se que existe uma parcela de devolução de gás para a câmara de sucção na Figura 9.21c. A área do ciclo ao lado da haste possui metade do tamanho da ilustrada na Figura 9.21a.

Quando o volume morto recebe 50% de incremento não significa que a área do ciclo termodinâmico será reduzida pela metade, como ocorreu no controle contínuo. A Figura 9.21b mostra que as áreas sofreram achatamento, prolongando a expansão e a compressão do ciclo.

Na partida sem carga de compressão, com aplicação de 0% do controle step, o torque obtido é mostrado na Figura 9.22.

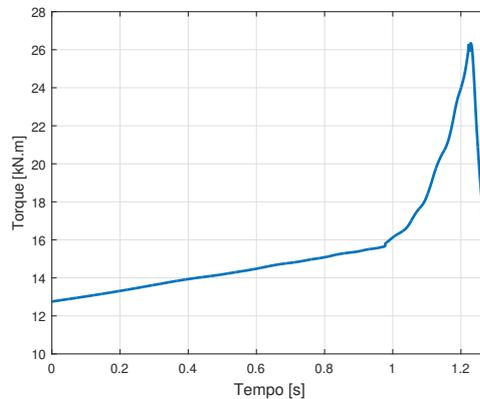


Figura 9.22 – Torque desenvolvido pelo motor na partida do compressor alternativo sem carga de compressão.

Conforme a Figura 9.22, foram necessários um pouco mais que 1,2 s para partir o compressor. Este valor representa uma redução de aproximadamente 65% do tempo necessário para partir em plena carga. Isto reduz a corrente e consequentemente o sobreaquecimento do motor elétrico. A velocidade angular do virabrequim acelera mais suavemente, sem tantas oscilações como se observa na partida da Figura 9.5a.

Os torques desenvolvidos pelo motor para os três controles aplicados são ilustrados na Figura 9.23.

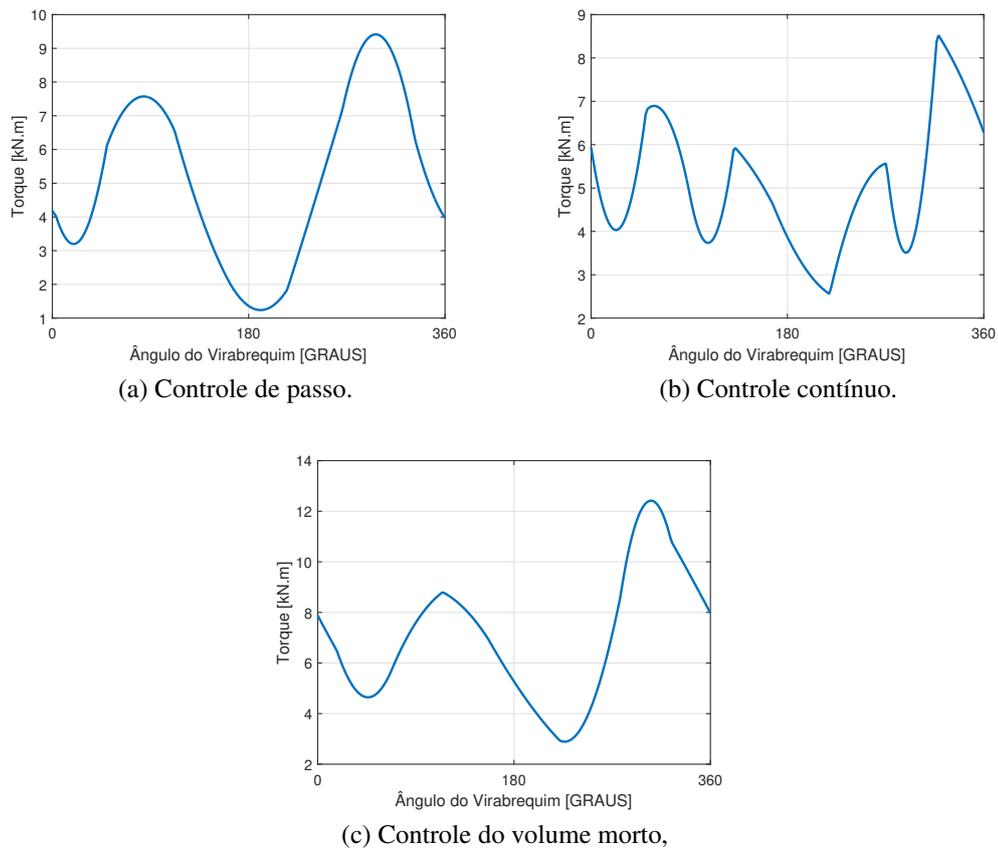


Figura 9.23 – Torques desenvolvidos pelo motor assíncrono no regime de operação com aplicação de 50% de controle.

Os torques médios da Figura 9.23 foram 5,19 kNm no controle de passo, 4,7 kNm no controle contínuo e 6,91 kNm no controle de volume morto. Isto mostra que a melhor redução ocorre no controle contínuo. O seu problema é a forma do espectro de torque. Um compressor alternativo que utiliza deste controle deve ser projetado previamente para isso. A Figura 9.24 mostra os espectros para os três casos. O controle de passo apresentou melhor comportamento, enquanto o controle contínuo resultou na excitação de diversas frequências.

As amplitudes de oscilações angulares são ilustradas na Figura 9.25.

Observa-se na Figura 9.25 que o controle contínuo resultou em maiores amplitudes. A ordem das amplitudes mudou. Por exemplo, na Figura 9.25c, a 11^a harmônica apresenta amplitude maior do que a mesma harmônica nos demais controles.

Na Tabela 9.9 são apresentados os resultados dos fatores de segurança para os diferentes métodos de controle. O melhor resultado obtido, utilizando o critério de Goodman, para o compressor simulado na aplicação de 50% de controle foi para o método de controle contínuo.

Embora os torques causados pelas vibrações torcionais tenham resultado em maiores amplitudes no controle contínuo, os torques e forças devido às carga e inércias foram meno-

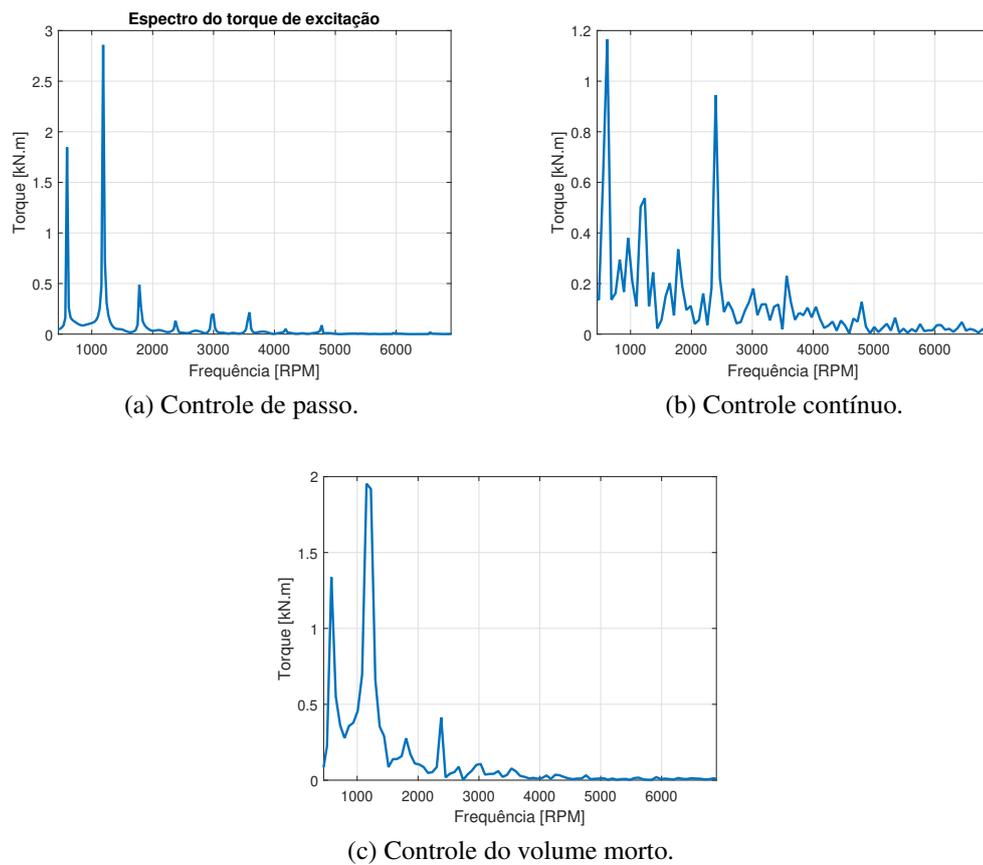


Figura 9.24 – Espectros dos torques desenvolvidos pelo motor assíncrono no regime de operação com aplicação de 50% de controle.

Tabela 9.9 – Fatores de segurança de Goodman para os diferentes controles aplicados.

	Fator de Segurança de Goodman	
	Moente	Munhão
Controle de passo	4.93	4.93
Controle Contínuo	5.57	5.57
Controle do Volume Morto	4.95	4.95

res. Como os torques de vibrações não influenciam na flexão do virabrequim, e a flexão sendo de maior influencia nas tensões de von-Mises, justifica-se a melhor performance do controle contínuo na análise de fadiga.

9.6 Influência do Volante de Inércia

Para verificar a influência do volante de inércia no comportamento mecânico do compressor alternativo, foram feitas algumas simulações das máquinas apresentadas na Tabela 9.1 acionada por motor assíncrono. Os resultados apresentados nesta seção são as velocidades angulares, torques resultantes e amplitudes de vibrações.

Em todas as simulações foi possível concluir que quanto maior o volante de inércia,

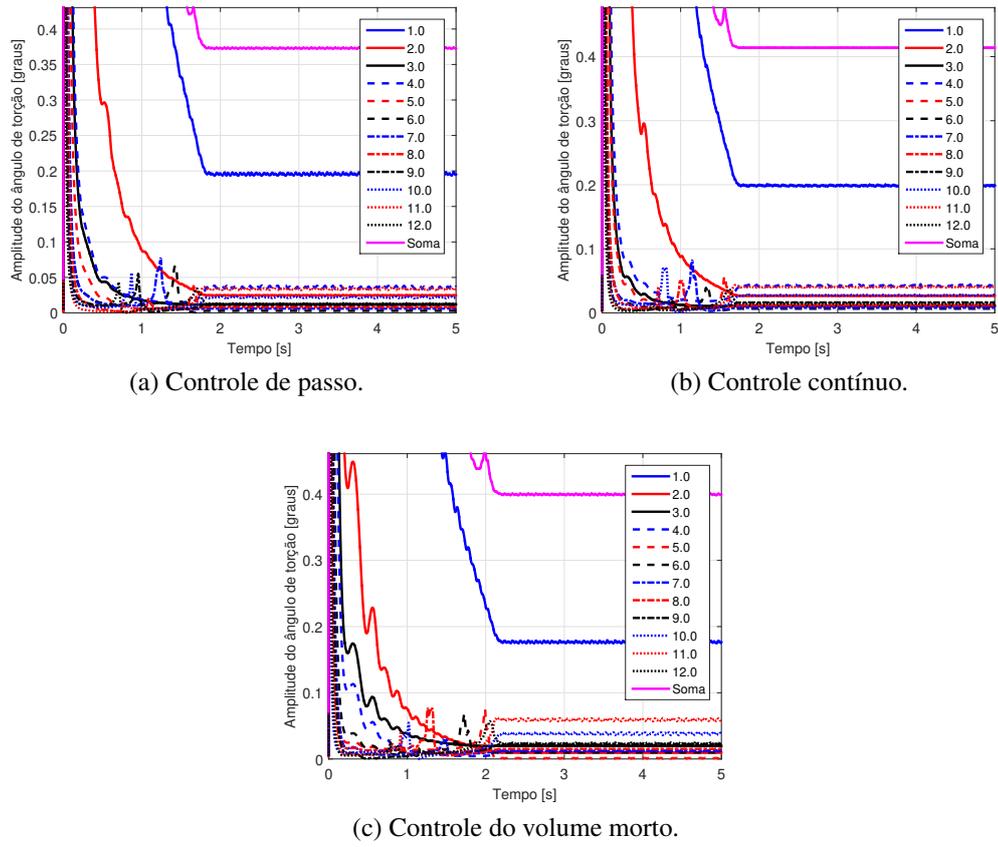


Figura 9.25 – Amplitude de oscilação angular do cilindro 2 com aplicação de 50% de controle.

maior é o tempo necessário para partir a máquina. As frequências naturais não rígidas são influenciada pela inércia do volante, porém quando volante é muito grande esta influência satura. A Figura 9.26 ilustra a variação das frequências naturais em função da inércia do volante. A oscilação de velocidade angular para diferentes inércias são ilustradas na Figura 9.27.

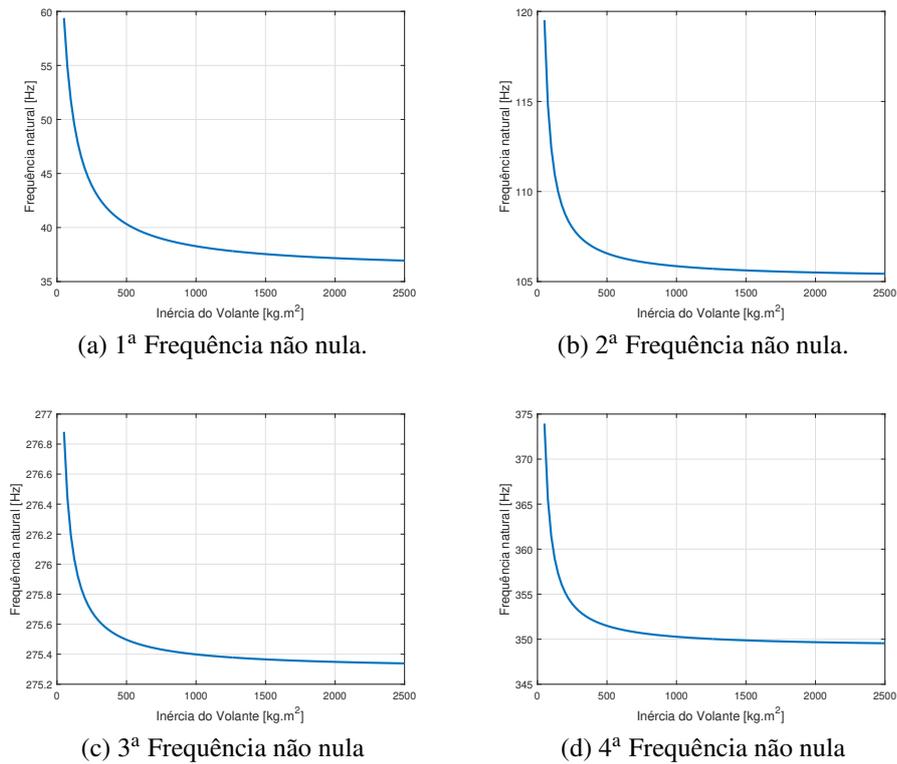


Figura 9.26 – Frequências naturais em função da inércia do volante de inércia.

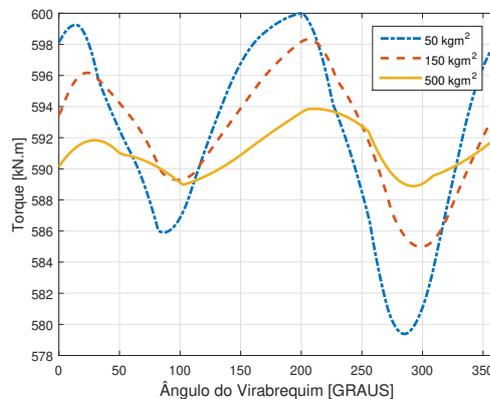


Figura 9.27 – Um ciclo de velocidade angular do compressor alternativo acionado pelo motor assíncrono para diferentes volantes de inércias.

Quanto maior a inércia, menor a oscilação da velocidade angular. Esta é a principal função do volante de inércia. Independente do motor utilizado no acionamento, o mesmo comportamento é observado. Um dos problemas de inércias muito grande está na partida. O tempo necessário para atingir o regime de operação é um parâmetro crítico para o motor elétrico, devido ao sobreaquecimento do motor elétrico.

No motor síncrono, o volante de inércia é fundamental para reduzir a oscilação da posição do rotor. Caso esta oscilação seja maior que a distância dos polos, o rotor perde sincronismo com o campo magnético, fazendo com que o mesmo perca sua principal característica,

que é manter a rotação constante na velocidade do campo magnético.

A Figura 9.28 ilustra o torque desenvolvido pelo motor elétrico em um ciclo para diferentes inércias. Observa-se que a amplitude de oscilação do torque reduziu com o aumento da inércia. A principal função do volante de inércia é reduzir a oscilação de velocidade angular. No caso do motor assíncrono, onde o torque médio desenvolvido está em função da velocidade, conforme a curva de torque estático, ocorre uma redução da flutuação de torque médio quando se reduz a oscilação de velocidade angular.

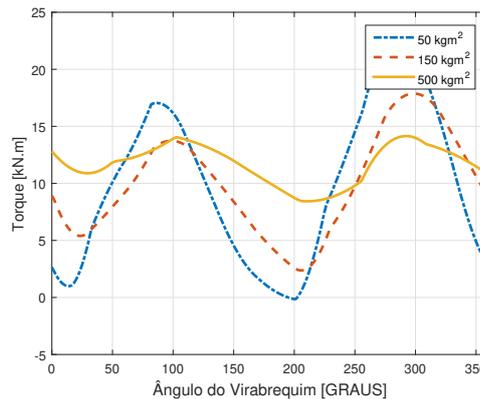


Figura 9.28 – Torques desenvolvidos pelo motor assíncrono para diferentes volantes de inércias.

No motor síncrono, o comportamento se mostrou diferente. Neste caso, a flutuação de torque desenvolvido pelo motor síncrono reduz com o aumento da inércia até certo valor. Assim como nas frequências naturais, a influência do volante no torque durante o regime de operação satura. O termo inercial do equilíbrio de torques se torna quase constante, ou seja, com o aumento da inércia, a aceleração angular reduz na mesma proporção e vice-versa.

As amplitudes de vibrações estão ilustradas na Figura 9.29. Observa-se que as harmônicas excitadas se alteram, pois a inércia do volante muda as frequências naturais da máquina e, sendo assim, excitam diferentes ordens.

A 11ª harmônica na Figura 9.29b, é excitada a 6586,7 RPM, a segunda frequência natural não rígida do compressor com volante de 150 kgm² é de 6596 RPM. Por serem valores muito próximos, a amplitude de vibrações desta harmônica resultou maior do que a mesma harmônica nas Figuras 9.29a e 9.29c.

Na Figura 9.29c, acontece mesma coisa, a 4ª harmônica excita a 1ª frequência natural não rígida. A 1ª frequência é de 2419 RPM e a 4ª harmônica excita frequência de 2392 RPM. Embora esta excitação esteja mais distante que no caso anterior, seu resultado é mais perceptível devido à natureza do torque, que em seu espectro possui maior amplitude nesta harmônica.

As tensões de cisalhamento, quando utilizado o volante de inércia de 500 kgm², resultou elevada. Enquanto na Tabela 9.5 a tensão de cisalhamento máxima era de 77,67 MPa, com este volante o resultado foi de 117,29 MPa. A mínima tensão mudou de 58,93 MPa para

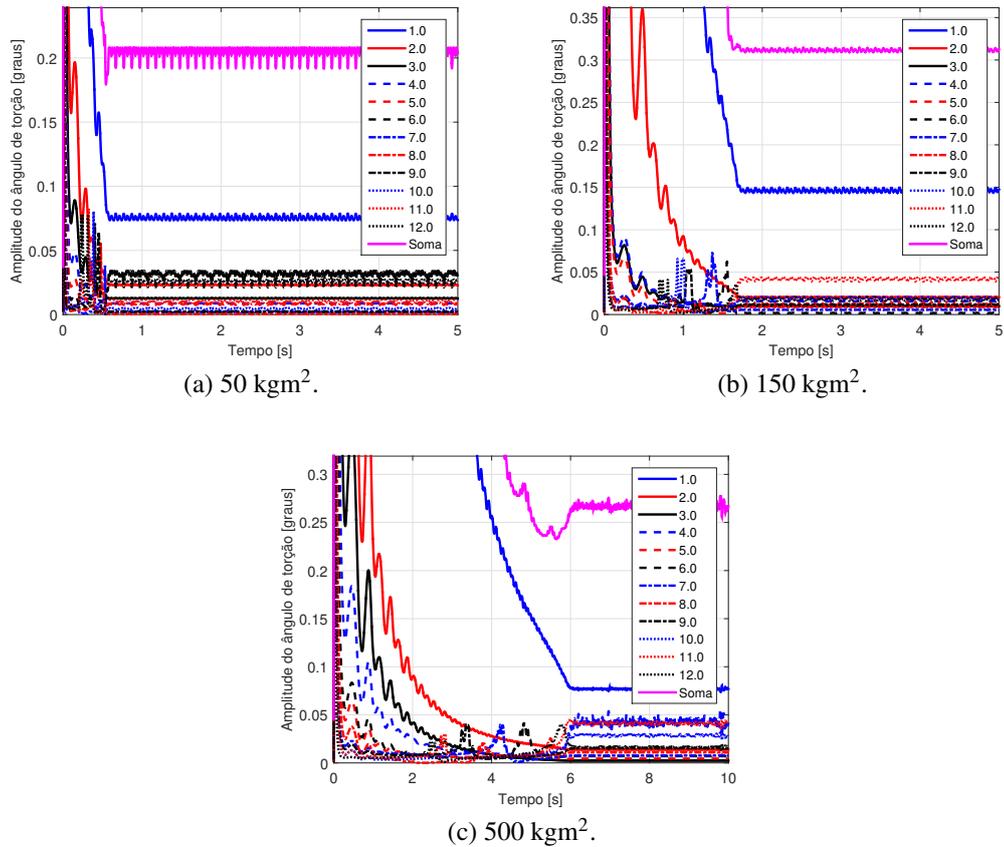


Figura 9.29 – Oscilação de amplitudes angulares em função do tempo para diferentes inércias.

110,62 MPa. Como consequência, o fator de segurança de Goodman resultou em 3.45 para o moente e o munhão.

Nesta análise de tensões não foi considerado que a mudança do volante de inércia mudaria a sua massa. Caso esta consideração fosse feita, seriam esperados piores resultados de fator de segurança e acréscimos das tensões normais.

10 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi desenvolvido um programa capaz de simular a dinâmica, as vibrações torcionais, os esforços e a fadiga de um compressor alternativo duplo-efeito com um número arbitrário de cilindros para diferentes regimes de operações.

O projeto possui caráter multidisciplinar devido à quantidade de tópicos que foram analisadas. Não existem muitas referências que verificam a influência do acionador nas tensões do virabrequim, ou a influência do comportamento das válvulas nas vibrações torcionais, entre outros. No programa desenvolvido, através das alterações de poucos dados, é possível realizar comparações do funcionamento do compressor alternativo.

Utilizando o procedimento de Newton-Euler foi obtido o modelo para o cálculo dos esforços dinâmicos no mecanismo pistão-biela-manivela do compressor alternativo para uma velocidade angular variável. Foram considerados acionamentos por motores elétricos síncronos e assíncronos. Quando comparados, os motores simulados apresentaram diferentes comportamentos mecânicos, variando a flutuação de velocidade angular e de torque desenvolvido.

Apresentou-se o modelo para o cálculo de vibrações torcionais no virabrequim de um compressor alternativo duplo-efeito. As curvas de amplitude do ângulo de torção resultaram em valores admissíveis no regime permanente. Já no regime transiente (quando acionamento é devido à máquina assíncrona), os resultados apresentaram altas amplitudes de oscilação angular. Altas oscilações angulares geram grandes tensões devido à vibrações, podendo causar falhas no virabrequim ou mesmo em outros componentes da máquina.

Com a análise de vibrações, foi possível utilizar o diagrama de Campbell para determinar as velocidades críticas do compressor alternativo. Estas velocidades também puderam ser observadas nas curvas de amplitudes do ângulo de torção.

Foi implementado o comportamento das válvulas, de forma que foi possível obter resultados das perdas que as mesmas geram. Estas perdas se mostraram altas, resultando em mais de 10% da energia nominal necessária para mover os corpos e comprimir o gás.

Os esforços de torção e de flexão dinâmicos foram aplicados em um modelo de viga hiperestático para a determinação das forças de reações nos mancais e as distribuições de tensões. A partir disto, calcularam-se os fatores de segurança para o virabrequim. No dimensionamento do compressor e na operação assumida, os fatores de segurança resultaram satisfatórios.

Através de três diferentes métodos de controle (*step*, contínuo e aumento do volume morto) foi reduzida a carga de operação da máquina. Os três apresentaram diferentes comportamentos de dinâmica, vibrações torcionais, esforços e fadiga.

Na variação do volante de inércia, percebeu-se uma influência do mesmo na oscilação de velocidade angular, sendo fundamental no controle de vibrações e no funcionamento adequado dos motores de acionamento. Notou-se também uma influência no torque resultante no virabrequim, porém somente até certo valor. Esta influência é desprezível para grandes inércias. Tal conclusão é consistente com a literatura, onde ressalta-se a importância da inércia no controle de velocidade angular.

10.1 Trabalhos Futuros

Nesta seção, apresentam-se sugestões de trabalhos futuros. A maioria delas já foram estudadas, porém ainda não existe um trabalho que considera a influência destes itens nas vibrações e tensões do compressor alternativo. São elas:

- Considerar a elasticidade dos componentes do conjunto manivela-biela-pistão;
- Reproduzir o comportamento real dos gases de compressão, considerando gradiente de pressão dentro da câmara de compressão, variação de temperatura do gás e troca de calor com o cilindro;
- Aplicar no acionamento a curva dinâmica do motor elétrico assíncrono;
- Adicionar no modelo de vibrações mais graus de liberdade.
- Validar pelo método de elementos finitos os cálculos de tensões reproduzidos nesta dissertação;
- Realizar validações experimentais do comportamento dinâmico e de vibrações torcionais.

REFERÊNCIAS

- AM, D.; DOUGLAS, S. **Why does turning out a cylinder variable volume clearance pocket (VVCP) reduce capacity?** 2012. Acessado em: 12/06/2017. Disponível em: <<http://news.compasscompression.com>>.
- AVL LIST GMBH. **AVL Excite Designer, Theory**. Áustria, 2004.
- BECERRA, J. *et al.* Failure analysis of reciprocating compressor crankshafts. **Engineering Failure Analysis**, Elsevier, v. 18, n. 2, p. 735–746, 2011.
- BERTOT, P. P. **Cálculo y selección de compresores en instalaciones industriales**. Santiago de Cuba: Ediciones ISPJAM, 1989.
- BLOCH, H. P.; HOEFNER, J. J. **Reciprocating Compressors: Operation and Maintenance**. Texas: Gulf Professional Publishing, 1996.
- CASTRO, A. C. de. **Motor de Indução Trifásico (MIT)**. 2017. [Online; acessado em 31-maior-2017]. Disponível em: <<http://www.ifba.edu.br/PROFESSORES/castro/apostilas.htm>>.
- CAVALLINI, A. *et al.* Thermal analysis of a hermetic reciprocating compressor. 1996.
- CHIARELLI, L. *et al.* Comparison of high order finite element and discontinuous galerkin methods for phase field equations: Application to structural damage. **Computers & mathematics with applications**, Elsevier, 2017.
- CORBO, M. A.; COOK, C. P.; CIMUSZ, J. Torsional vibration analysis of synchronous motor-driven turbomachinery. In: **Proceedings of Turbomachinery Symposium**. Texas: Tibkat, 2000.
- CORBO, M. A.; MALANOSKI, S. B. Practical design against torsional vibration. In: **Proceedings of the Twenty-Fifth Turbomachinery Symposium**. Texas: Tibkat, 1996. p. 189–222.
- COSTA, E. C. da. **Compressores**. São Paulo: Edgard Blücher, 1978.
- DOHERTY, R.; FRANKLIN, R. Design of flywheels for reciprocating machinery connected to synchronous generators or motors. In: **Annual meeting of the ASME**. EUA: ASME, 1920.
- ELHAJ, M. *et al.* Numerical simulation and experimental study of a two-stage reciprocating compressor for condition monitoring. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Elsevier, v. 22, n. 2, p. 374–389, 2008.
- EWINS, D. J. **Modal Testing: Theory and Practice**. Tauton: RSP, 1995.
- FEESE, T.; HILL, C. Prevention of torsional vibration problems in reciprocating machine. In: **Proceedings of the thirty-eight turbomachinery symposium**. College Station, Texas: Anais... College Station, Texas: Turbomachinery Laboratory, Texas A&M University, 2009. p. 13–238.
- FITZGERALD, A. E.; Kingsley Jr., C.; UMANS, S. D. **Máquinas Elétricas**. 6. ed. Porto Alegre: Editora Bookman, 2006.

- HAI-YANG, Z. *et al.* A parameter optimization method for planar joint clearance model and its application for dynamics simulation of reciprocating compressor. **Journal of Sound and Vibration**, v. 344, p. 416–433, 2015.
- HOROWITZ, F.; GUPTA, B.; LIPTÁK, B. Compressor control and optimization. In: LIPTÁK, B. (Ed.). **Process control and optimization**. EUA: ISA CRC, 2006. cap. 8, p. 1763–1793.
- HU, K.; MOURELATOS, Z. P.; VLAHOPOULOS, N. Computational analysis for dynamic response of a rotating shaft on flexible support structure with clearances. **Journal of Sound and Vibration**, v. 267, p. 1–28, 2003.
- HUANG, C. **Modelagem e análise computacional da lubrificação do conjunto eixo, biela e pistão em compressores alternativos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
- KACANI, V. Simulation of reciprocating compressor start-up and shut-down under loaded and unloaded conditions. **Journal of Energy and Power Engineering**, David Publishing Company, Inc., v. 7, n. 8, 2013.
- KURKA, P.; IZUKA, J. H.; PAULINO, K. L. G. Dynamic loads of reciprocating compressors with flexible bearings. **Mechanism and Machine Theory**, v. 52, p. 130–143, 2012.
- LEVECQUE, N. *et al.* Vibration reduction of a single cylinder reciprocating compressor based on multi-stage balancing. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 46, n. 1, p. 1–9, 2011.
- LI, Q. S. Torsional vibration of multi-step non-uniform rods with various concentrated elements. **Journal of Sound and Vibration**, v. 260, p. 637–651, 2003.
- MENDES, A. L. **Desenvolvimento e validação de metodologia para análise de vibrações torcionais em motores de combustão interna**. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.
- METALLIDIS, P.; NATSIAVAS, S. Linear and nonlinear dynamics of reciprocating engines. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, Elsevier, v. 38, n. 5, p. 723–738, 2003.
- MORAES, E. A. B. de *et al.* A semi-implicit scheme for time integration of damage and fatigue phase field equations. In: . Joinville, Brazil: Proceedings of VI International Symposium on Solid Mechanics, 2017.
- MOREIRA, I. d. S. **Compressores: instalação, funcionamento e manutenção**. São Paulo: SENAI-SP, 1991.
- MULLER, P. C.; SCHIEHLEN, W. O. **Linear Vibrations**. Tauton: Martinus Nijhoff Publishers, 1985.
- NETO, A. J. L. **Principais tipos de compressores utilizados nas indústrias: vantagens e desvantagens das aplicações**. Manaus, 2008. Pós Graduação em Engenharia de Controle e Automação - UGF.
- NEVES, G. F. G. S. **Análise Cinemática, Dinâmica, de Vibração de Tensão em Motores de Combustão Interna com Virabrequim e Bielas Flexíveis**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

NILSSON, J. W.; RIEDEL, S. A. **Circuitos Eléctricos**. 8. ed. São Paulo: Pearson, 2008.

PAULINO, K. d. L. G. **Modelagem Dinâmica de Compressores Alternativos**. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, 2008.

PEDREIRA, J. A. Flywheel and induction motor sizing for torque fluctuation optimization in reciprocating compressor. **Journal of Mechanics Engineering and Automation**, David Publishing Company, Inc., v. 3, n. 9, 2013.

RANDALL, K. **A History of Air Compressors**. 2016. [Online; acessado em 12-abril-2017]. Disponível em: <<http://aircompressors.compressedairsystems.com/blog/a-history-of-air-compressors>>.

SANTOS, I. **Dinâmica de Sistemas Mecânicos - Modelagem - Simulação - Visualização - Verificação**. São Paulo: Makron, 2001.

SHAMPINE, L. F.; REICHEL, M. W. The matlab ode suite. **SIAM journal on scientific computing**, SIAM, v. 18, n. 1, p. 1–22, 1997.

SHIGLEY, J. E. **Elementos de máquinas**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1984. v. 1.

SHIGLEY, J. E.; MISCHE, C. R.; BUDYNAS, R. G. **Mechanical engineering design**. 7. ed. New York: McGraw Hill, 2004.

SZENASI, F. R.; WACHEL, J. Analysis of torsional vibrations in rotating machinery. In: **Proceedings of the Turbomachinery Symposium**. Texas: Tibkat, 1993. v. 22, p. 127–151.

TUHOVCAK, J.; HEJČÍK, J.; JÍCHA, M. Modelling fluid flow in a reciprocating compressor. In: EDP SCIENCES. **EPJ Web of Conferences**. República Checa, 2015. v. 92.

VILLALVA, S. G. **Análise de Virabrequins Automotivos Utilizando Modelos Analíticos e Flexíveis**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2014.

WACHEL, J.; TISON, J. **Vibrations in reciprocating machinery and piping systems**. Texas: Engineering Dynamics Incorporated, 1993.

WANG, Y.; LIM, T. C. Prediction of torsional damping coefficients in reciprocating engine. **Journal of Sound and Vibration**, v. 238, p. 710–719, 2000.

WENZHI, G.; ZHIYONG, H. Active control and simulation test study on torsional vibration of large turbo-generator rotor shaft. **Mechanism and Machine Theory**, v. 45, p. 1326–1336, 2010.

WILCOX, M.; BRUN, K. Guideline for field testing of reciprocating compressor performance. **Gas Machinery Research Council**, 2009.

ZHANG, X.; YU, S. D. Torsional vibration of crankshaft in an engine–propeller nonlinear dynamical system. **Journal of Sound and Vibration**, v. 319, p. 491–514, 2009.

ZHAO, J.; WANG, S. Analysis for fatigue failure causes on a large-scale reciprocating compressor vibration by torsional vibration. **Procedia Engineering**, v. 74, p. 170–174, 2014.

ANEXO A – PROGRAMA - CRANKLAB

O programa *CrankLab* foi desenvolvido em *MatLab*. O *CrankLab* lê em arquivo de extensão ‘.txt’ contendo os dados de entradas usando palavras-chaves. Como saída, o programa gera um relatório técnico de extensão ‘.html’, onde são apresentados todos os resultados em formas de tabelas e gráficos.

As palavras-chaves e os respectivos parâmetros são gerados a partir de outro programa que possui uma interface gráfica e foi desenvolvido em *Python*. A Figura A.1 apresenta a -a interface gráfica do programa *CrankLab*.

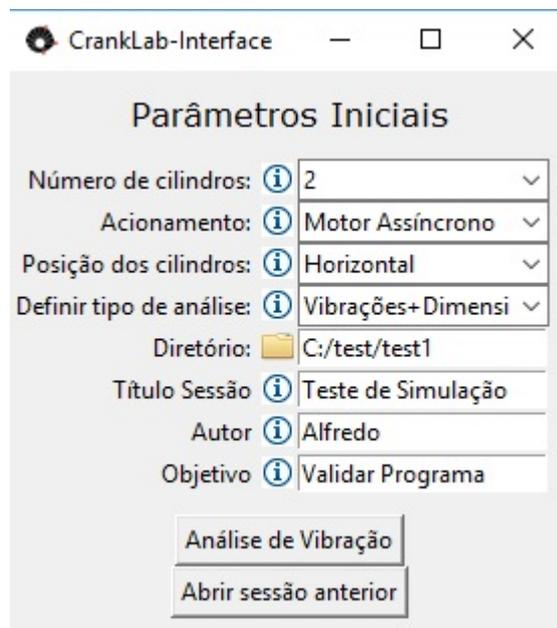


Figura A.1 – Interface gráfica do programa *CrankLab*.

Na tela inicial são inseridos os parâmetros que definem as demais informações necessárias para a realização da simulação. O programa permite que seja feita análise apenas de vibrações ou análise de vibrações e fadiga. A qualquer momento os parâmetros inseridos podem ser salvos para término de preenchimento ou pode abrir simulações anteriores para mudanças de variáveis.

Para análise de vibrações, a janela de preenchimento está ilustrada na Figura A.2. Para inserir os dados das dimensões para análise de fadiga, emprega-se a janela de preenchimento apresentada na Figura A.3.

CrankLab-Interface

Motor Assíncrono

Polinômio da Curva de Torque do Motor Elétrico

$$a_0 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_2$$

Intervalo de 0 até: em diante

a0: a1: a2:

a0: a1: a2:

a0: a1: a2:

Rigidez Acoplamento: Rigidez Motor-Eixo: Rigidez Motor-Acoplamento:

Amortecimento Motor-Acoplamento: Amortecimento Acoplamento-Volante: Inércia Motor:

Inércia Acoplamento: Inércia Volante: Rotação Média:

Número de pontos: Controle do volume morto [%]: Controle de vazão:

k: Massa Volante+Virabrequim: Tempo de Operação:

Cilindro1 Cilindro2

Inércia [kg*m²): Curso do pistão [m]: Comprimento da biela [m]:

Defasagem[*]: Diâmetro do pistão [m]: Diâmetro das hastes [m]:

Distância do centro de massa da biela até o olhal maior [m]:

Massa da biela [kg]: Massa Pistão+Cruzeta [kg]: Inércia Biela [kg*m²):

Rigidez Volante-1C [N*m/rad]: Amortecimento Volante-1C [N*m*s/rad]: Volume Morto Cabeçote[%]:

Volume Morto Haste[%]: Pressão de admissão [Pa]: Pressão de exaustão [Pa]:

Início

Salvar

Rodar Solver

Figura A.2 – Preenchimento de parâmetros para o cálculo de vibrações no programa *CrankLab*.

CrankLab-Interface

Dimensionamento

Tensão de escoamento: Confiabilidade do Projeto[%]:

Propriedades dos Munhões:

Munhão1 Munhão2 Munhão3

Comprimento [m]: Diâmetro [m]: Diâmetro Interno [m]:

Propriedades dos Moentes:

Moente1 Moente2

Comprimento [m]: Diâmetro [m]: Diâmetro Interno [m]:

Propriedades dos Braços:

Braço1 Braço2 Braço3 Braço4

Espeçura do braço (WEB)[m]: Raio filete Braço 1-Munhão 1 [m]: Raio filete Braço 1-Moente 1 [m]:

Maior largura do braço [m]: Menor largura do braço [m]:

Início

Vibração

Salvar

Rodar Solver

Figura A.3 – Preenchimento de parâmetros para o cálculo de fadiga no programa *CrankLab*.

Após inserir os parâmetros necessários, a simulação pode ser executada. Para explicar o funcionamento da simulação, a Figura A.4 apresenta um diagrama de blocos que explica as etapas do programa que foi desenvolvido.

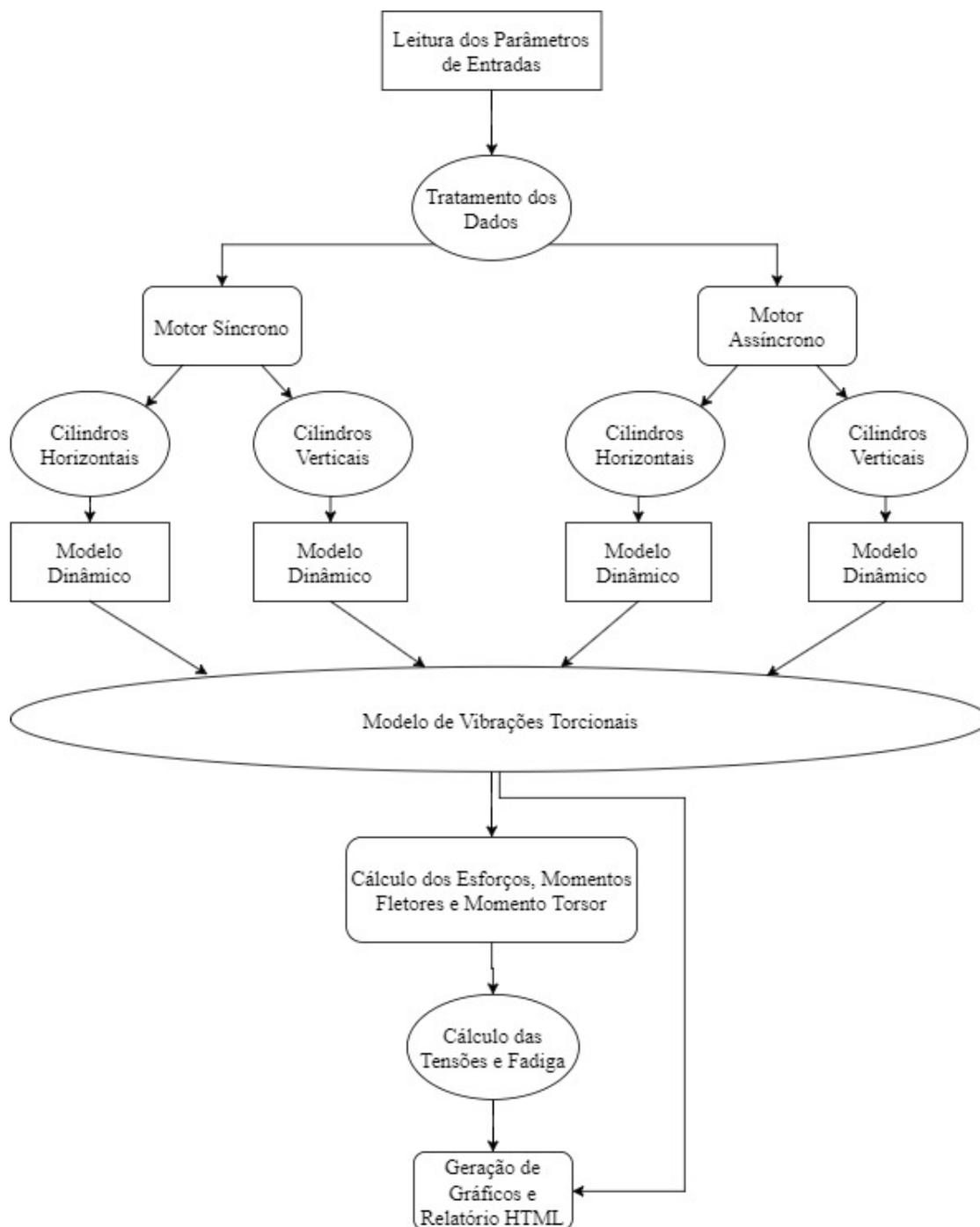


Figura A.4 – Diagrama de blocos com as etapas do programa *CrankLab*.

Conforme o diagrama ilustrado na Figura A.4, após a leitura dos parâmetros existe um tratamento dos dados. Nesta etapa, tem-se a definição de algumas constantes, como por exemplo, a aceleração da gravidade e geração de índices que auxiliam na aplicação das defasagens cinemáticas e construtivas. Alguns cálculos são feitos, como por exemplo o comprimento

equivalente do virabrequim.

Após este tratamento de dados, entra-se no modelo dinâmico. Este modelo depende do tipo do acionador e da posição dos cilindros. Neste bloco, calculam-se as pressões de todas as câmaras de compressão (que dependem do acionamento das válvulas), a cinemática dos componentes, a dinâmica para velocidade constante e após a consideração do acionador, a dinâmica para velocidade variável.

O modelo de vibrações torcionais depende dos esforços que atuam no virabrequim e da cinemática do mesmo. Aqui são calculadas as frequências naturais, os modos de vibrações torcionais, o diagrama de Campbell, os deslocamentos oscilatórios, as amplitudes destes deslocamentos e os torques gerados por eles.

Neste ponto, conforme a Figura A.4, é possível parar a simulação e gerar os gráficos e o relatório. Caso haja uma continuação da simulação, as etapas seguintes calculam os esforços no virabrequim e os fatores de concentração de tensão. A partir daí, calculam-se as tensões de von-Mises que estimam o fator de segurança de alguns critérios de fadiga.

Por fim, os gráficos e o relatório são gerados. Uma ilustração de parte deste relatório está apresentada na Figura A.5.

Relatório Técnico

Título: Relatório Técnico

Autor: Alfredo Morillo

Data: 26-Jun-2017

Objetivo: Análise de Vibrações

Simulação da Dinâmica, Vibrações e Fadiga de um compressor alternativo Horizontal de 2 cilindros duplo efeito acionado por um motor elétrico Síncrono.

Compressor operando à 0% da capacidade de volume e à 100% do controle contínuo de vazão.

Cilindros	Defasagem
1	0°
2	0°

Dados de Entrada do Programa

Dados do Motor Elétrico	
Potência	1570kW

Figura A.5 – Início do relatório técnico gerado pelo programa *CrankLab*.