

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
E INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
CIÊNCIAS E ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Tiago Corrêa de Araújo de Amorim

Utilização de Modelo de Fluxo Substituto na Análise de Risco de Reservatórios de Petróleo

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação defendida por Tiago Corrêa de Araújo de Amorim aprovada pela Comissão julgadora em 24/02/2012.



Denis José Schiozer

CAMPINAS
2012

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
E INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
CIÊNCIAS E ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Utilização de Modelo de Fluxo Substituto na Análise de Risco de Reservatórios de Petróleo

Autor: Tiago Corrêa de Araújo de Amorim
Orientador: Prof. Dr. Denis José Schiozer

Curso: Ciências e Engenharia de Petróleo
Área de Concentração: Reservatórios e Gestão

Dissertação de mestrado acadêmico apresentada à Comissão de Pós Graduação em Ciências e Engenharia de Petróleo da Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ciências e Engenharia de Petróleo.

Campinas, 2012
SP – Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Am68u Amorim, Tiago Corrêa de Araújo de
Utilização de modelo de fluxo substituto na análise de
risco de reservatórios de petróleo / Tiago Corrêa de
Araújo de Amorim. --Campinas, SP: [s.n.], 2012.

Orientador: Denis José Schiozer.

Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica e
Instituto de Geociências.

1. Reservatórios (Simulação). 2. Incerteza. 3.
Superfície de resposta (Estatística). 4. Engenharia de
reservatórios. 5. Engenharia de petróleo. I. Schiozer,
Denis José. II. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de
Geociências. III. Título.

Título em Inglês: Surrogate flow model in petroleum reservoir risk analysis

Palavras-chave em Inglês: Reservoirs (Simulation), Uncertainty, Response
surface (Statistics), Reservoir engineering, Petroleum
engineering

Área de concentração: Reservatórios e Gestão

Titulação: Mestre em Ciências e Engenharia de Petróleo

Banca examinadora: Philippe Remy Bernard Devloo, Marco Antônio Cardoso

Data da defesa: 24/02/2012

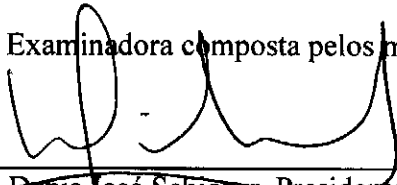
Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
E INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
CIÊNCIAS E ENGENHARIA DE PETRÓLEO
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

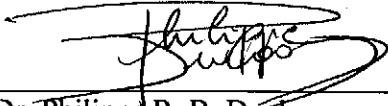
Utilização de Modelo de Fluxo Substituto na Análise de Risco de Reservatórios de Petróleo

Autor: Tiago Corrêa de Araújo de Amorim
Orientador: Prof. Dr. Denis José Schiozer


A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof. Dr. Denis José Schiozer, Presidente
DEP/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Philippe R. B. Devloo
DES/FEC/UNICAMP



Prof. Dr. Marco Antônio Cardoso
CENPES/PETROBRAS

Campinas, 24 de fevereiro de 2012

DEDICATÓRIA

Para Pedrinho, um menino nota 10. E para Cláudia, uma esposa sem igual.

AGRADECIMENTOS

A realização deste mestrado é um projeto que só pôde tornar-se realidade com o apoio de diversas pessoas. Gostaria de deixar aqui os meus sinceros agradecimentos.

Primeiro aos meus pais, José e Lúcia Helena, pelo seu amor e pelas oportunidades que me propiciaram na vida.

A minha irmã, Roberta, que, mesmo longe, me apoiou nesta longa caminhada.

À Petrobras pelo apoio financeiro para realização deste mestrado. O apoio e incentivo dos meus superiores possibilitaram a concretização deste projeto: Carlos Adriano Abrantes, Wagner Trindade, Rudimar Lorenzatto e Carlos Alberto de Oliveira.

Aos colegas de trabalho e verdadeiros mestres que tive nestes primeiros anos de Petrobras: Hamilton Pimentel, Paulo Sérgio Cruz e Renato Perón (i.m.). A soma das experiências de trabalho que tive com cada um criou as bases a partir das quais esta pesquisa foi realizada.

Em especial à minha esposa, Cláudia, pelo apoio e compreensão em todas as horas. Sem o seu incondicional amor, imensa paciência e grande dedicação este trabalho não se concretizaria.

Ao Pedrinho, por ser um menino tão tranquilo e deixar papai fazer o trabalho dele.

“If you don't know where you are going, any road will get you there.”

Lewis Carroll

“Practice isn't the thing you do once you're good. It's the thing you do that makes you good.”

Malcolm Gladwell, *Outliers: The Story of Success*

RESUMO

AMORIM, Tiago. Utilização de Modelo de Fluxo Substituto na Análise de Risco de Reservatórios de Petróleo. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2012. 174 p. Dissertação de Mestrado.

Uma análise adequada dos riscos de um estudo de desenvolvimento de um campo de petróleo pode exigir um grande número de simulações de fluxo, o que pode levar a tempo de máquina considerável. Algumas técnicas foram desenvolvidas para reduzir o número de corridas, como o planejamento experimental com superfície de resposta. Um problema geralmente associado a estas técnicas é a menor confiabilidade associada a problemas complexos e a pouca flexibilidade a alterações nas variáveis de incerteza. Uma alternativa é proposta neste trabalho com do uso de modelos de simulação substitutos rápidos que geram resultados semelhantes ao modelo completo. O modelo de simulação substituto tem os mesmos dados que o modelo de simulação de completo, mas a malha de simulação é muito mais grosseira. Os parâmetros da nova malha de simulação são ajustados automaticamente com um algoritmo de otimização numérica, minimizando a diferença entre as respostas dos modelos completo e substituto. Modelos de simulação foram construídos para testar os resultados gerados com a metodologia proposta. Análises de risco foram realizadas com ambos os modelos completo e substituto, e os resultados gerados com os modelos substitutos foram próximos aos dos modelos completos. No geral, o tempo gasto no ajuste do modelo substituto e geração da curva de análise de risco com o mesmo foi menor do que utilizar a técnica de planejamento de experimentos para gerar uma análise de risco do modelo completo.

Palavras chave

Simulação Numérica, Incerteza, Modelo Substituto, Engenharia de Reservatórios

ABSTRACT

AMORIM, Tiago. Surrogate Flow Model in Petroleum Reservoir Risk Analysis. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2012. 174 p. Dissertação de Mestrado.

An accurate risk analysis for a field development study can demand a large number of flow simulation runs, which can lead to considerable computer time. Some techniques have been developed to reduce the number of runs, such as experimental design with surface response methodology. One problem usually associated with these techniques is the lower reliability associated with complex problems, and small flexibility to changes in the uncertain variables. An alternative is proposed in this work through the use of fast surrogate simulation models that generate results similar to the base model. The surrogate simulation model has the same data as the base simulation model, but the grid is much coarser. The coarse grid parameters are adjusted with a numerical optimization algorithm, minimizing the difference between the responses from the base and the surrogate models. Simulation models were constructed to test the results generated with the proposed surrogate model methodology. Risk analyses were conducted with both surrogate and base models, and the results generated with the surrogate models were close to those with the base models. Overall, the time spent in adjusting the surrogate model and generating a risk analysis with it was smaller than using experimental design to construct a risk analysis with the base model.

Key Words

Numerical Simulation, Uncertainty, Surrogate Model, Reservoir Engineering

ÍNDICE

Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xviii
Nomenclatura.....	xix
Capítulo 1. Introdução.....	1
1.1. Motivação	2
1.2. Objetivos	4
1.3. Metodologia Proposta	4
1.4. Estrutura da Dissertação	6
Capítulo 2. Fundamentação Teórica.....	8
2.1. Triangulação de Delaunay	9
2.2. Otimização Numérica com Métodos Quase-Newton	11
2.3. Perturbação Simultânea	12
2.4. Partição de Dados para Cálculo de Gradientes	14
2.5. Modelo Numérico de Fluxo em Meios Porosos	17
2.6. Planejamento de Experimentos.....	19
2.6.1. Desenvolvimento de Técnicas de Planejamento de Experimentos	20
2.6.2. Planejamento Fatorial	21
2.6.3. Planejamento Fatorial Fracionário.....	22
2.6.4. Delineamento Composto Central.....	25
2.7. Métodos Numéricos de Análise de Risco	26
Capítulo 3. Revisão Bibliográfica	30
3.1. Planejamento de Experimentos e Metamodelos	30
3.2. Modelos Reduzidos.....	31
3.3. Modelos de Linhas de Fluxo.....	32
3.4. Modelos Substitutos Específicos	35
Capítulo 4. Estudos Iniciais.....	36
4.1. Modelo Bidimensional Incompressível	36
4.2. Descrição dos Modelos	38
4.3. Aplicações.....	41

4.3.1.	Modelo Homogêneo	41
4.3.2.	Modelo Heterogêneo	47
4.3.3.	Modelo com “Canal”	53
4.4.	Conclusões dos Estudos Iniciais	62
Capítulo 5.	Construção do Modelo Substituto	63
5.1.	Modelo Substituto Inicial.....	64
5.2.	Triangulação dos Poços	67
5.3.	Análise dos Volumes Porosos do Modelo Completo	72
5.4.	Propriedades da Nova Malha de Simulação	74
5.5.	Curvas de Permeabilidade Relativa	76
5.6.	Representação dos Poços na Nova Malha de Simulação.....	77
Capítulo 6.	Ajuste do Modelo Substituto	79
6.1.	Parâmetros de Ajuste	79
6.2.	Função Objetivo.....	81
6.3.	Análise Econômica	83
6.4.	Metodologia de Ajuste.....	85
Capítulo 7.	Aplicações e Resultados	89
7.1.	Modelos de Fluxo Completos	89
7.2.	Geração e Ajuste dos Modelos de Fluxo Substitutos	91
7.2.1.	Modelo 1.....	91
7.2.2.	Modelo 2.....	95
7.2.3.	Modelo 3.....	98
7.2.4.	Modelo 2 Econômico	102
7.3.	Análise do Algoritmo de Ajuste	107
7.4.	Teste de Consistência.....	111
7.5.	Análises de Risco.....	115
7.5.1.	Modelo 1.....	115
7.5.2.	Modelo 2.....	117
7.5.3.	Modelo 3.....	121
7.5.4.	Modelo 2 Econômico	123
7.6.	Correção dos Resultados.....	125
Capítulo 8.	Conclusões e Recomendações	138
Referências Bibliográficas.....		141
Apêndices		146

I.	Comportamento de Modelos de Fluxo Incompressíveis	146
II.	Minimização Unidimensional por Ajuste Quadrático	149
III.	Estimativa do Gradiente por Perturbações Simultâneas	150
IV.	Exemplo Numérico do Ajuste Simultâneo de Curvas de N_p e VPL	152
V.	Exemplo Numérico da Sensibilidade do VPL	155
VI.	Mapa de Propriedades dos Modelos Completos	159
VII.	Mapa de Propriedades dos Modelos Substitutos Ajustados	166

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Interpolação de uma função utilizando diferentes pontos.....	3
Figura 1.2 – Fluxograma da geração do modelo substituto.....	5
Figura 1.3 – Fluxograma da metodologia proposta.....	6
Figura 2.1 – Diagrama de Voronoi (vermelho) e triangulação de Delaunay (azul) de um conjunto de pontos.....	9
Figura 2.2 – Círculos circunscrevendo os triângulos de uma triangulação de Delaunay.....	9
Figura 2.3 – Experimentos de um planejamento fatorial fracionário 2^{3-1}	23
Figura 2.4 – Tipos de DCC (adaptado de Corarkin & Tobias, 2011).....	25
Figura 2.5 – Análise de risco com o método de Monte Carlo.....	27
Figura 2.6 – Sorteio de 10 amostras em um espaço de duas variáveis com o método de Monte Carlo e com o Hipercubo Latino.....	27
Figura 2.7 – Função distribuição acumulada de uma população de 60 amostras gerada com o método de Monte Carlo e com o Hipercubo Latino.....	28
Figura 4.1 – Modelo completo.....	39
Figura 4.2 – Curvas de permeabilidade relativa do modelo completo.....	40
Figura 4.3 – Propostas de modelos substitutos: tipo I (esquerda) e II (direita).....	41
Figura 4.4 – Produção acumulada e vazão instantânea, de óleo e de água, do modelo homogêneo.....	41
Figura 4.5 – Saturação de água em três instantes de tempo do modelo homogêneo.....	42
Figura 4.6 – Evolução do ajuste do modelo substituto do modelo homogêneo.....	42
Figura 4.7 – Curvas de permeabilidade relativa originais e do modelo simplificado após ajuste.....	43
Figura 4.8 – Fração do volume poroso associado a cada célula do modelo simplificado.....	43
Figura 4.9 – Ajuste do modelo substituto do modelo homogêneo.....	44
Figura 4.10 – Sensibilidade da função objetivo aos parâmetros de volume poroso das células e expoentes das curvas de permeabilidade relativa (ponto vermelho é o ajuste final).....	44
Figura 4.11 – Valor da função objetivo após alterações nas porosidades e permeabilidades dos modelos completo e substituto (ponto vermelho é sem alterações).....	45
Figura 4.12 – Resultados do modelo completo e do substituto com um multiplicador de porosidade de 0,5.....	46
Figura 4.13 – Resultados do modelo completo e do substituto com um multiplicador de porosidade de 1,5.....	46
Figura 4.14 – Propriedades do modelo heterogêneo: porosidade e permeabilidades absolutas (mD).....	47
Figura 4.15 – Produção acumulada e vazão instantânea, de óleo e de água, do modelo heterogêneo.....	47
Figura 4.16 – Saturação de água em três instantes de tempo do modelo heterogêneo.....	48
Figura 4.17 – Evolução do ajuste do modelo substituto do modelo heterogêneo.....	48
Figura 4.18 – Curvas de permeabilidade relativa originais e do modelo simplificado após ajuste.....	49
Figura 4.19 – Fração do volume poroso associado a cada célula do modelo simplificado.....	49
Figura 4.20 – Ajuste do modelo substituto do modelo heterogêneo.....	50

Figura 4.21 – Valor da função objetivo após alterações nas porosidades e permeabilidades dos modelos completo e substituto (ponto vermelho é sem alterações).	51
Figura 4.22 – Resultados do modelo completo e do substituto com um multiplicador de porosidade de 0,5.	52
Figura 4.23 – Resultados do modelo completo e do substituto com um multiplicador de porosidade de 1,5.	52
Figura 4.24 – Propriedades do modelo com “canal”: porosidade e permeabilidades absolutas (mD).	53
Figura 4.25 – Produção acumulada e vazão instantânea, de óleo e de água, do modelo com “canal”.	53
Figura 4.26 – Saturação de água em três instantes de tempo do modelo com “canal”.	54
Figura 4.27 – Evolução do ajuste do modelo substituto do modelo com “canal”.	54
Figura 4.28 – Curvas de permeabilidade relativa originais e do modelo simplificado tipo I após ajuste.	55
Figura 4.29 – Fração do volume poroso associado a cada célula do modelo simplificado do tipo I.	55
Figura 4.30 – Ajuste do modelo substituto do modelo com “canal”.	56
Figura 4.31 – Evolução do ajuste do modelo com “canal” com diferentes tipos de modelos substitutos.	57
Figura 4.32 – Curvas de permeabilidade relativa originais e do modelo simplificado tipo II após ajuste.	57
Figura 4.33 – Fração do volume poroso associado a cada célula do modelo simplificado do tipo II.	58
Figura 4.34 – Razão das transmissibilidades entre as células do modelo simplificado do tipo II com a transmissibilidade média das células do modelo completo.	58
Figura 4.35 – Ajuste do modelo com “canal” com modelo substituto do tipo II.	59
Figura 4.36 – Valor da função objetivo após alterações nas porosidades e permeabilidades dos modelos completo e substituto (ponto vermelho é sem alterações).	60
Figura 4.37 – Resultados do modelo completo e do substituto com um multiplicador de porosidade de 0,5.	61
Figura 4.38 – Resultados do modelo completo e do substituto com um multiplicador de porosidade de 1,5.	61
Figura 5.1 – Fluxograma da geração de um modelo de fluxo substituto.	65
Figura 5.2 – Simplificação da geometria dos poços e dos intervalos de produção na nova malha de simulação.	66
Figura 5.3 – Na geração da nova malha de simulação, barreiras de permeabilidade são ignoradas.	66
Figura 5.4 – Fluxograma do processo de triangulação dos poços.	67
Figura 5.5 – Giro e deformação das coordenadas dos pontos iniciais.	68
Figura 5.6 – Exemplo do efeito de aplicação do giro e deformação das coordenadas dos pontos iniciais na triangulação de um conjunto de pontos.	68
Figura 5.7 – Primeira aplicação da triangulação.	69
Figura 5.8 – Segunda aplicação da triangulação.	69
Figura 5.9 – Geração de um novo ponto de borda.	70
Figura 5.10 – Terceira aplicação da triangulação.	70
Figura 5.11 – Efeito do giro de triângulos.	71

Figura 5.12 – Transformação da malha original em uma malha com número reduzido de células (poços em vermelho e pontos adicionais em azul).....	71
Figura 5.13 – Variação do volume poroso acima do contato de um grupo de células do modelo completo.	72
Figura 5.14 – Profundidades adimensionais das interfaces entre as subdivisões de um volume de controle do modelo substituto.....	73
Figura 5.15 – Geometria, adimensional, das células de um volume de controle do modelo substituto.....	74
Figura 5.16 – Conexões entre volumes de controle do modelo substituto.	76
Figura 5.17 – Poços na nova malha de simulação.	78
Figura 6.1 – Representação das variáveis de ajuste associadas à nova malha de simulação.	80
Figura 6.2 – Esquema do cálculo do erro entre duas curvas.	82
Figura 6.3 – Representação das áreas calculadas com a equação (6.5), em roxo.....	82
Figura 6.4 – Exemplo de projeto com resultado econômico negativo.	84
Figura 6.5 – Exemplo de sucessiva divisão do modelo.....	87
Figura 7.1 – Mapa de topo do Modelo 1.	90
Figura 7.2 – Mapa de topo do Modelo 2.	90
Figura 7.3 – Mapa de topo do Modelo 3.	91
Figura 7.4 – Comparação entre as malhas dos modelos completo (esq.) e substituto (dir.) do Modelo 1.....	91
Figura 7.5 – Evolução do ajuste do modelo substituto do Modelo 1.	92
Figura 7.6 – Ajuste do modelo substituto do Modelo 1.	93
Figura 7.7 – Curvas de permeabilidade relativa do Modelo 1 e seu substituto.....	93
Figura 7.8 – Poço do substituto do Modelo 1 com o melhor ajuste.	94
Figura 7.9 – Poço do substituto do Modelo 1 com o pior ajuste.	94
Figura 7.10 – Comparação entre as malhas dos modelos completo (acima) e substituto (abaixo) do Modelo 2.....	95
Figura 7.11 – Evolução do ajuste do modelo substituto do Modelo 2.	96
Figura 7.12 – Ajuste do modelo substituto do Modelo 2.	96
Figura 7.13 – Poço do substituto do Modelo 2 com o melhor ajuste.	97
Figura 7.14 – Produtor do substituto do Modelo 2 com o melhor ajuste.	97
Figura 7.15 – Poço do substituto do Modelo 2 com o pior ajuste.	98
Figura 7.16 – Curvas de permeabilidade relativa do Modelo 2 e seu substituto.....	98
Figura 7.17 – Comparação entre as malhas dos modelos completo (esq.) e substituto (dir.) do Modelo 3.....	99
Figura 7.18 – Evolução do ajuste do modelo substituto do Modelo 3.	99
Figura 7.19 – Ajuste do modelo substituto do Modelo 3.	100
Figura 7.20 – Poço do substituto do Modelo 3 com o melhor ajuste.	100
Figura 7.21 – Produtor do substituto do Modelo 3 com o melhor ajuste.	101
Figura 7.22 – Poço do substituto do Modelo 3 com o pior ajuste.	101
Figura 7.23 – Curvas de permeabilidade relativa do Modelo 3 e seu substituto.....	102
Figura 7.24 – Evolução do ajuste do modelo substituto do Modelo 2, com a função objetivo da equação (6.8).	104
Figura 7.25 – Ajuste do modelo substituto do Modelo 2 com a função objetivo modificada.....	104
Figura 7.26 – Poço do substituto do Modelo 2 com o melhor ajuste.	105
Figura 7.27 – Poço do substituto do Modelo 2 com o pior ajuste.	105

Figura 7.28 – Curvas de permeabilidade relativa do Modelo 2 e seu substituto.....	106
Figura 7.29 – Comparação entre a evolução do ajuste do Modelo 2 com e sem erro associado à avaliação econômica.....	106
Figura 7.30 – Simulações em cada etapa do ajuste do Modelo 2, com e sem erro associado à avaliação econômica.....	107
Figura 7.31 – Evolução do ajuste do modelo substituto do modelo 1.....	108
Figura 7.32 – Redução relativa da função objetivo em cada etapa do processo de ajuste do modelo substituto do Modelo 1.....	108
Figura 7.33 – Redução relativa da função objetivo em cada etapa do processo de ajuste do modelo substituto do Modelo 2.....	109
Figura 7.34 – Redução relativa da função objetivo em cada etapa do processo de ajuste do modelo substituto do Modelo 3.....	109
Figura 7.35 – Redução relativa da função objetivo em cada etapa do processo de ajuste do modelo substituto do Modelo 2 na análise de risco com análise econômica.....	110
Figura 7.36 – Sensibilidade da função objetivo a variações em parâmetros do Modelo 1.....	112
Figura 7.37 – Sensibilidade da função objetivo a variações em parâmetros do Modelo 2.....	113
Figura 7.38 – Sensibilidade da função objetivo a variações em parâmetros do Modelo 3.....	114
Figura 7.39 – Sensibilidade da função objetivo a variações em parâmetros do Modelo 2.....	115
Figura 7.40 – Comparação entre os resultados de produção acumulada de óleo final do Modelo 1 e do substituto (reta da resposta perfeita em vermelho).....	116
Figura 7.41 – Distribuição do erro absoluto das respostas do modelo substituto.....	116
Figura 7.42 – Resultados das análises de risco do Modelo 1 e do substituto.....	117
Figura 7.43 – Ajuste do metamodelo do Modelo 2.....	119
Figura 7.44 – Ajuste do metamodelo do modelo substituto do Modelo 2.....	119
Figura 7.45 – Comparação entre os experimentos gerados com o Modelo 2 completo e o modelo substituto.....	120
Figura 7.46 – Resultados das análises de risco do Modelo 2 e do substituto.....	120
Figura 7.47 – Ajuste do metamodelo do Modelo 3.....	121
Figura 7.48 – Ajuste do metamodelo do modelo substituto do Modelo 3.....	122
Figura 7.49 – Comparação entre os experimentos gerados com o Modelo 3 e o modelo substituto.....	122
Figura 7.50 – Resultados das análises de risco do Modelo 3 e do substituto.....	123
Figura 7.51 – Comparação entre os resultados do HCL para o Modelo 2.....	124
Figura 7.52 – Análise de risco do VPL do Modelo 2.....	124
Figura 7.53 – Diferença entre os resultados das análises de risco dos modelos completos e substitutos.....	125
Figura 7.54 – Resultados das análises de risco do Modelo 1, do substituto e do substituto com valores corrigidos.....	126
Figura 7.55 – Comparação entre os resultados de produção acumulada de óleo final do Modelo 1 e do substituto com valores corrigidos (reta da resposta perfeita em vermelho).....	127
Figura 7.56 – Distribuição do erro absoluto das respostas do modelo substituto e do substituto com valores corrigidos.....	127
Figura 7.57 – Resultados das análises de risco do Modelo 2, do substituto e do substituto com valores corrigidos.....	128
Figura 7.58 – Comparação entre os experimentos gerados com o Modelo 2 e o modelo substituto corrigido.....	128

Figura 7.59 – Resultados das análises de risco do Modelo 3, do substituto e do substituto com valores corrigidos.	129
Figura 7.60 – Diferença entre os resultados das análises de risco dos modelos completos e substitutos com valores corrigidos.	130
Figura 7.61 – Erros associados às respostas dos modelos substitutos.....	130
Figura 7.62 – Sensibilidade do modelo substituto do Modelo 3.	131
Figura 7.63 – Correlação para correção dos resultados do modelo substituto.	132
Figura 7.64 – Erro do modelo substituto antes e após correção pela correlação proposta, e erro estimado com a correlação.	132
Figura 7.65 – Resultados das análises de risco do Modelo 3, do substituto e do substituto com valores corrigidos pela correlação proposta.	133
Figura 7.66 – Análise de sensibilidade do modelo substituto do Modelo 2.....	134
Figura 7.67 – Correlação para correção dos resultados do modelo substituto do Modelo 2.....	135
Figura 7.68 – Distribuição do erro absoluto das respostas do modelo substituto e do substituto com valores corrigidos.....	135
Figura 7.69 – Curvas de risco do VPL do Modelo 2 após correção das respostas do modelo substituto.....	136
Figura 7.70 – Erros da curva de risco estimada com um metamodelo, com o modelo substituto e com o modelo substituto corrigido.	136
Figura A.1 – Modelo de fluxo unidimensional.....	146
Figura A.2 – Fluxo através do elemento de volume i	146
Figura A.3 – Linhas de fluxo de um modelo homogêneo.	149
Figura A.4 – Aproximação de uma função $f(x)$ por uma parábola $q(x)$	149
Figura A.5 – Curvas de declínio harmônico usadas para construir o modelo “completo”.....	153
Figura A.6 – Resultado do ajuste das curvas de N_p apenas.	154
Figura A.7 – Resultado do ajuste simultâneo das curvas de N_p e VPL.	155
Figura A.8 – Curvas de produção dos poços do modelo.	156
Figura A.9 – Sensibilidade do VPL ao atraso no poço 1.....	157
Figura A.10 – Ajuste da curva de VPL com parábolas geradas com diferentes pontos.....	157
Figura A.11 – Ajuste da curva de VPL com splines geradas com diferentes pontos.....	158
Figura A.12 – Mapa de porosidade da camada 1 do Modelo 1.....	159
Figura A.13 – Mapa de porosidade da camada 3 do Modelo 1.....	159
Figura A.14 – Mapa de porosidade da camada 5 do Modelo 1.....	160
Figura A.15 – Mapa de permeabilidade horizontal da camada 1 do Modelo 1, em mD.....	160
Figura A.16 – Mapa de permeabilidade horizontal da camada 1 do Modelo 3, em mD.....	161
Figura A.17 – Mapa de permeabilidade horizontal da camada 5 do Modelo 1, em mD.....	161
Figura A.18 – Mapa de porosidade do Modelo 2.	162
Figura A.19 – Mapa de permeabilidade horizontal do Modelo 2, em mD.....	162
Figura A.20 – Mapa de porosidade da camada 1 do Modelo 3.....	163
Figura A.21 – Mapa de porosidade da camada 10 do Modelo 3.....	163
Figura A.22 – Mapa de porosidade da camada 20 do Modelo 3.....	164
Figura A.23 – Mapa de permeabilidade horizontal da camada 1 do Modelo 3, em mD.....	164
Figura A.24 – Mapa de permeabilidade horizontal da camada 10 do Modelo 3, em mD.....	165
Figura A.25 – Mapa de permeabilidade horizontal da camada 20 do Modelo 3, em mD.....	165
Figura A.26 – Volume poroso da camada 1 do modelo substituto do Modelo 1, em bbl.	166
Figura A.27 – Volume poroso da camada 2 do modelo substituto do Modelo 1, em bbl.	166

Figura A.28 – Volume poroso da camada 3 do modelo substituto do Modelo 1, em bbl.	167
Figura A.29 – Transmissibilidade horizontal da camada 1 do modelo substituto do Modelo 1, em cP-bbl/d/psi.....	167
Figura A.30 – Transmissibilidade horizontal da camada 2 do modelo substituto do Modelo 1, em cP-bbl/d/psi.....	168
Figura A.31 – Transmissibilidade horizontal da camada 3 do modelo substituto do Modelo 1, em cP-bbl/d/psi.....	168
Figura A.32 – Volume poroso da camada 1 do modelo substituto do Modelo 2, em bbl.	169
Figura A.33 – Volume poroso da camada 2 do modelo substituto do Modelo 2, em bbl.	169
Figura A.34 – Volume poroso da camada 3 do modelo substituto do Modelo 2, em bbl.	170
Figura A.35 – Transmissibilidade horizontal da camada 1 do modelo substituto do Modelo 2, em cP-bbl/d/psi.....	170
Figura A.36 – Transmissibilidade horizontal da camada 2 do modelo substituto do Modelo 2, em cP-bbl/d/psi.....	171
Figura A.37 – Transmissibilidade horizontal da camada 3 do modelo substituto do Modelo 2, em cP-bbl/d/psi.....	171
Figura A.38 – Volume poroso da camada 1 do modelo substituto do Modelo 3, em bbl.	172
Figura A.39 – Volume poroso da camada 2 do modelo substituto do Modelo 3, em bbl.	172
Figura A.40 – Volume poroso da camada 3 do modelo substituto do Modelo 3, em bbl.	173
Figura A.41 – Transmissibilidade horizontal da camada 1 do modelo substituto do Modelo 3, em cP-bbl/d/psi.....	173
Figura A.42 – Transmissibilidade horizontal da camada 2 do modelo substituto do Modelo 3, em cP-bbl/d/psi.....	174
Figura A.43 – Transmissibilidade horizontal da camada 3 do modelo substituto do Modelo 3, em cP-bbl/d/psi.....	174

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Planejamento de experimentos fatorial.....	21
Tabela 2.2 – Planejamento de experimentos alterando um fator por vez.....	21
Tabela 2.3 – Experimentos de um planejamento fatorial.....	23
Tabela 2.4 – Experimentos de um planejamento fatorial fracionário 2^{3-1}	23
Tabela 4.1 – Propriedades do modelo.....	39
Tabela 5.1 – Construção do modelo substituto.....	64
Tabela 5.2 – Relação entre as propriedades das malhas de simulação.....	75
Tabela 6.1 – Parâmetros de ajuste do modelo substituto.....	79
Tabela 7.1 – Parâmetros econômicos da análise do Modelo 2.....	103
Tabela 7.2 – Parâmetros dos problemas de ajuste dos modelos substitutos.....	110
Tabela 7.3 – Variáveis de incerteza utilizadas na sensibilidade do Modelo 1.....	111
Tabela 7.4 – Variáveis de incerteza utilizadas na sensibilidade do Modelo 2.....	112
Tabela 7.5 – Variáveis de incerteza utilizadas na sensibilidade do Modelo 3.....	113
Tabela 7.6 – Variáveis de incerteza utilizadas na sensibilidade do Modelo 2 com análise econômica.....	114
Tabela 7.7 – Variáveis de incerteza da análise de risco do Modelo 1.....	115
Tabela 7.8 – Parâmetros da distribuição normal das variáveis de incerteza do Modelo 2.....	118
Tabela 7.9 – Parâmetros da distribuição normal das variáveis de incerteza do Modelo 3.....	121
Tabela 7.10 – Parâmetros das variáveis de incerteza do Modelo 2.....	123
Tabela 7.11 – Tempo gasto em cada análise de risco realizada.....	125
Tabela 7.12 – Resultados de experimentos feitos com o Modelo 3.....	131
Tabela 7.13 – Comparação entre os tempos de máquina necessários em cada estudo.....	133
Tabela 7.14 – Experimentos adicionais com o Modelo 2.....	134
Tabela 7.15 – Tempo de máquina necessário em cada tipo de análise do Modelo 2.....	137
Tabela A.1 – Parâmetros das curvas de declínio hiperbólico.....	153
Tabela A.2 – Parâmetros ajustados e erros do modelo “substituto” no tempo final.....	155
Tabela A.3 – Parâmetros das curvas de produção de óleo e de gás.....	156
Tabela A.4 – Parâmetros econômicos do estudo.....	156

NOMENCLATURA

Letras Latinas

B	Fator volume de formação.
D	Profundidade.
De	Despesas.
FO	Função objetivo.
fPV	Fração do volume poroso do modelo correspondente a uma célula.
fPV_i	Fração do volume poroso do modelo correspondente à célula i .
g	Gradiente de uma função.
Gi	Injeção de gás acumulada.
Gp	Produção de gás acumulada.
IP	Fração geométrica do índice de produtividade ou injetividade de um poço em uma subdivisão de uma célula.
j	Taxa de juros anual.
k	Permeabilidade absoluta.
k_r	Permeabilidade relativa.
k_x	Permeabilidade absoluta horizontal na direção x .
k_{xy}	Permeabilidade absoluta horizontal.
k_y	Permeabilidade absoluta horizontal na direção y .
k_z	Permeabilidade absoluta vertical.
n	Expoente de uma curva de permeabilidade relativa.
n_g	Expoente da curva de permeabilidade relativa do gás.
n_o	Expoente da curva de permeabilidade relativa do óleo em um sistema bifásico água-óleo.
n_{og}	Expoente da curva de permeabilidade relativa do óleo em presença de gás e de água conata.

n_{ow}	Expoente da curva de permeabilidade relativa do óleo em presença de água.
N_p	Produção de óleo acumulada.
n_w	Expoente da curva de permeabilidade relativa da água.
p	Pressão.
$PermM$	Multiplicador de permeabilidade absoluta.
$Porom$	Multiplicador de porosidade.
Q_o	Produção de óleo instantânea.
Q_w	Produção de água instantânea.
Re	Receitas.
R_s	Razão de solubilidade do gás no óleo.
R_w	Raio do poço.
S_g	Saturação de gás.
S_{gcr}	Saturação de gás crítica.
S_o	Saturação de óleo.
S_{or}	Saturação de óleo residual.
S_w	Saturação de água.
S_{wc}	Saturação de água conata.
S_{wcr}	Saturação de água crítica.
t	Tempo.
Tr_{XY}	Transmissibilidade horizontal entre as respectivas subdivisões de duas células.
Tr_Z	Transmissibilidade vertical entre as subdivisões de uma célula.
V_b	Volume bruto.
V_p	Volume poroso.
W_i	Injeção de água acumulada.
W_p	Produção de água acumulada.
z	Profundidade adimensional da interface entre duas subdivisões de uma célula.

Letras Gregas

γ	Peso específico.
Δ	Vetor de perturbações.
μ	Média.
μ	Viscosidade.
σ	Desvio padrão.
Φ	Potencial.
ϕ	Porosidade.
Ω	Função objetivo de ajuste do modelo substituto.
ω	Função de cálculo do erro entre duas curvas.

Subscritos

g	Gás.
o	Óleo.
w	Água.

Abreviações

BHP	Pressão de fundo de um poço (<i>bottom hole pressure</i>).
FO	Função objetivo.
HCL	Hipercubo Latino.
PE	Planejamento de experimentos.
PM	Pressão média do modelo de fluxo.
SR	Superfície de resposta.
STD	Condições padrão de pressão e temperatura.
VC	Volume de controle.
VOIP	Volume de óleo <i>in-situ</i> (<i>volume of oil in-place</i>).
VPL	Valor presente líquido.

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

Os altos custos de desenvolvimento (SIMÕES, 2009) e de operação (SAUNDERS, 2011) de campos de petróleo demandam uma criteriosa tomada de decisão. As incertezas associadas a acumulações de petróleo têm grande impacto nas estimativas de volumes *in-situ* e de produção e, por consequência, na economicidade do projeto. A análise de risco de um projeto de desenvolvimento de um campo de petróleo é um estudo de grande importância para melhores decisões.

Devido às incertezas associadas ao desenvolvimento de acumulações de petróleo, a tomada de decisão sob incerteza é uma realidade na indústria do petróleo desde o seu início. No princípio, as medidas de risco não eram formalizadas (SUSLICK e SCHIOZER, 2004); eram comuns descrições de prospectos exploratórios como ‘arriscado’, ‘sob controle’ ou ‘quase certo’ e as decisões eram baseadas na experiência e intuição do decisor (NEWENDORP e ROOT, 1968).

Um trabalho pioneiro foi o conduzido por Allais (1957), que utilizou formalmente técnicas econômicas e probabilísticas com o objetivo de gerar estimativas da economicidade de prospectos de mineração no Saara Argelino. Na indústria do petróleo destaca-se o estudo realizado por Newendorp e Root (1968), que apresentou um método de gerar a distribuição do resultado econômico da perfuração de um poço a partir das distribuições das variáveis que controlam o problema.

Um método muito utilizado na geração de estimativas probabilísticas de produção em projetos exploratórios é o método de Monte Carlo (ROSE, 2001). Como um grande número de estimativas é necessário para gerar uma análise de risco com este método, em estudos que envolvem etapas que consomem maior tempo computacional, como simulação numérica de reservatórios de petróleo, não é comum utilizá-lo diretamente.

Ao invés de utilizar o simulador para gerar respostas para o método de Monte Carlo, pode-se utilizar, por exemplo, uma função analítica que substitua o simulador. O método de Planejamento de Experimentos (*Experimental Design*) e Superfície de Resposta (*Response*

Surface Method) possibilita realizar estudos de análise de risco com um número reduzido de simulações. O estudo de Damsleth e Volden (1992) é um dos primeiros a utilizar a técnica de planejamento de experimentos na indústria do petróleo. Hoje, este método é implementado em aplicativos comerciais como o *Cougar* (Schlumberger) e o *CMOST* (CMG). O planejamento de experimentos indica que combinações de variáveis de incerteza devem ser testadas com o simulador numérico de modo a construir uma superfície de resposta que interpole a variável de saída de interesse para o estudo, com um número reduzido de simulações. Diferentes tipos de planejamentos de experimentos e superfícies de resposta (metamodelos) já foram testados em estudos com simuladores de fluxo (YETEN, CASTELLINI et al., 2005).

1.1. Motivação

O método de Planejamento de Experimentos oferece uma alternativa para gerar análises de risco com menor custo computacional, mas apresenta algumas limitações. Um problema é a baixa flexibilidade do método. Por se tratar de um interpolador, a qualidade dos resultados gerados com a Superfície de Resposta é função dos pontos utilizados para gerar a mesma. A definição das faixas de variação das variáveis de incerteza deve ser feita *a priori*, pois é com esta informação que são determinados os experimentos a serem realizados. Alterações nos limites das variáveis podem levar à necessidade de reiniciar o processo de geração dos experimentos. Um exemplo com a interpolação de uma função com polinômios quadráticos mostra que é necessário definir corretamente a região de interesse para que seja gerado o interpolador mais adequado (Figura 1.1). O polinômio 1 (verde) foi gerado com os pontos $x = 1, 5$ e 9 , e interpola bem a função F nesta região. Para a alteração da região de interesse para valores entre -10 e 10 , é necessário gerar novos pontos para construir o interpolador. O polinômio 2 (vermelho) foi gerado com os pontos $x = -8, 0$ e 8 , e mostra-se um melhor interpolador para a nova região de interesse que o polinômio 1.

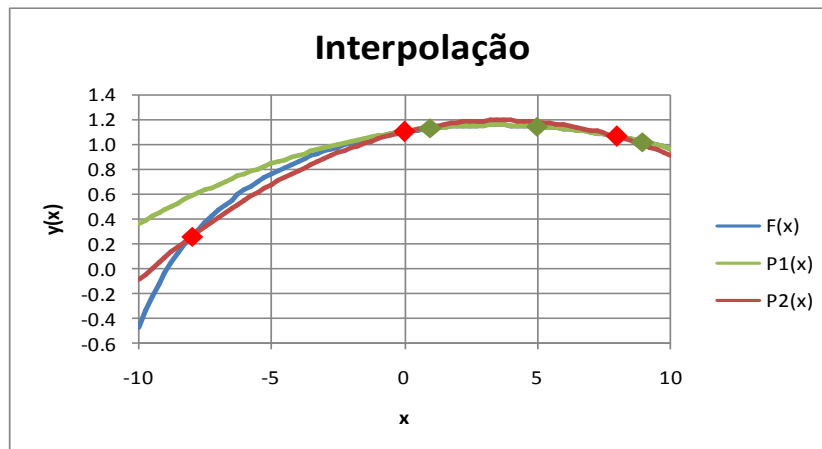


Figura 1.1 – Interpolação de uma função utilizando diferentes pontos.

Planejamentos de experimentos inadequados, modelos com comportamento muito não-linear e grande variabilidade das respostas dificultam o ajuste de um metamodelo (MONTGOMERY, 2001). A dificuldade em representar modelos mais complexos (ZUBAREV, 2009), ou respostas com comportamento menos linear, como as de análises econômicas ou de ajustes de histórico (YETEN, CASTELLINI et al., 2005) limitam a validade dos resultados gerados.

Outro tipo de abordagem para substituir o simulador de fluxo em processos que necessitam de repetidas avaliações é a proposta pelo uso de modelos reduzidos. A construção de modelos reduzidos é feita com base nas equações que regem o problema, neste caso as equações do simulador de fluxo, e respostas do modelo a diferentes parâmetros de entrada. A principal ideia por trás dos modelos reduzidos é diminuir o número de equações a resolver pelo simulador, já que parte dos parâmetros do modelo tem pouca influência no resultado do mesmo (ANTOULAS, 2005). Aplicações de modelos reduzidos a análises de risco em estudos de engenharia de reservatório não foram encontradas. Modelos reduzidos foram aplicados a estudos de otimização de parâmetros operacionais com resultados positivos (CARDOSO e DURLOFSKY, 2010).

Se por um lado os metamodelos são facilmente adaptáveis a diversos problemas, a qualidade dos seus resultados está intimamente relacionada ao planejamento de experimentos realizado. Os metamodelos tratam o simulador de fluxo como uma caixa preta e a captura de efeitos muito não-lineares pode ser difícil sem conhecimento das equações que regem o problema. Já os modelos reduzidos necessitam de grande conhecimento do funcionamento do simulador de fluxo. Apesar de serem mais robustos que os metamodelos, a geração de modelos

reduzidos necessita de informações que usualmente não estão disponíveis em simuladores de fluxo comerciais, como a matriz Jacobiana.

1.2. Objetivos

A metodologia proposta segue uma abordagem distinta das anteriores para a construção de modelos substitutos. Como o tamanho da malha de simulação é um dos elementos que mais influenciam no tempo de processamento de um modelo de fluxo, a redução do seu tamanho é uma medida efetiva para acelerar uma análise de risco. A transferência de escala é uma alternativa viável, mas dependente do grau de ajuste das respostas do modelo grosseiro com as do modelo original (LIGERO, MASCHIO e SCHIOZER, 2003). Neste estudo a malha de simulação é completamente refeita, gerando um modelo substituto muito rápido e o ajuste das propriedades da nova malha com métodos de otimização garante a qualidade dos resultados gerados com o modelo substituto.

O principal objetivo da pesquisa aqui apresentada é estudar a aplicação de modelos de simulação substitutos em análises de risco. Ao invés de utilizar um interpolador para substituir o modelo de fluxo em uma análise de risco, é utilizado um modelo de fluxo substituto. O modelo substituto é construído com base em formulações de escoamento em meio poroso, mas consegue gerar resultados em pouco tempo. É um modelo de fluxo com as mesmas propriedades do modelo original¹, mas com uma malha de simulação mais grosseira. Após um processo de ajuste das propriedades da malha de simulação do modelo substituto, este pode ser utilizado no lugar do modelo completo para realizar a análise de risco. A vantagem de utilizar o modelo substituto é a de poder realizar análises de risco com baixo custo computacional, agregando valor ao estudo.

1.3. Metodologia Proposta

O modelo de fluxo substituto é construído a partir das propriedades e respostas do modelo completo. A maior parte das informações dos arquivos de texto que descrevem o modelo de fluxo completo é copiada para os arquivos que compõe o modelo substituto. A geometria e as propriedades da malha de simulação original são lidas, e utilizadas para gerar a nova malha. O

¹ O modelo original é chamado de modelo completo ao longo deste documento.

número de células da nova malha e as conexões entre as mesmas são definidos a partir de uma triangulação realizada com os poços.

Devido às grandes alterações na malha de simulação, não é possível garantir que o modelo substituto consiga gerar respostas próximas às do modelo completo. Para que o modelo substituto gere respostas aceitáveis é realizado o ajuste das propriedades da nova malha de simulação. Adicionalmente, para evitar efeitos de dispersão numérica e auxiliar no ajuste do fluxo relativo, as curvas de permeabilidade relativa são utilizadas como variáveis de ajuste do modelo substituto (Figura 1.2).

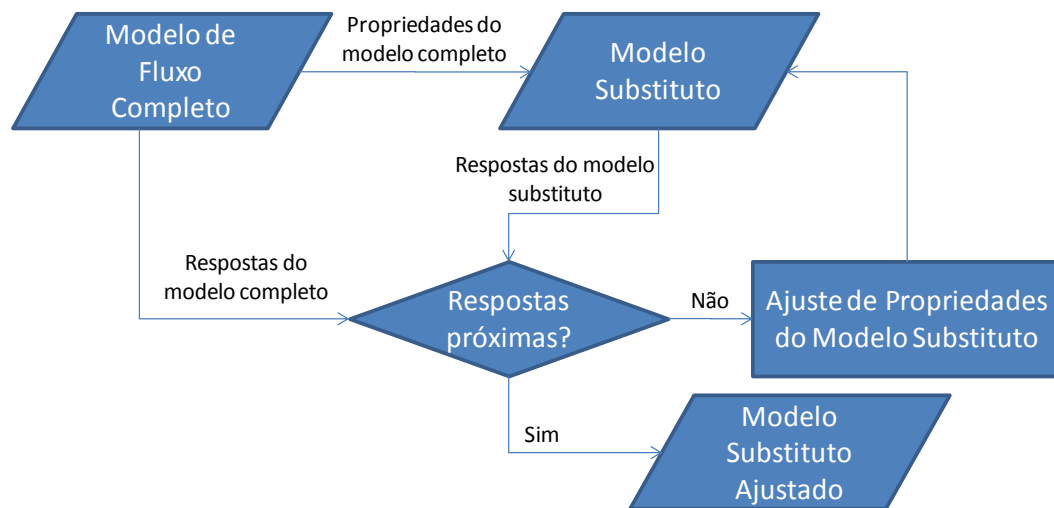


Figura 1.2 – Fluxograma da geração do modelo substituto.

O modelo substituto é construído a partir das informações existentes nos arquivos de simulação do modelo completo, e ajustado com base nas respostas do mesmo. Para verificar a qualidade das respostas do modelo substituto, são realizadas duas análises de risco: uma com o modelo completo e outra com o modelo substituto. São utilizadas as mesmas variáveis de incerteza nas duas análises de risco (Figura 1.3). A validação do modelo substituto é feita comparando as curvas de risco geradas com ambos os modelos.

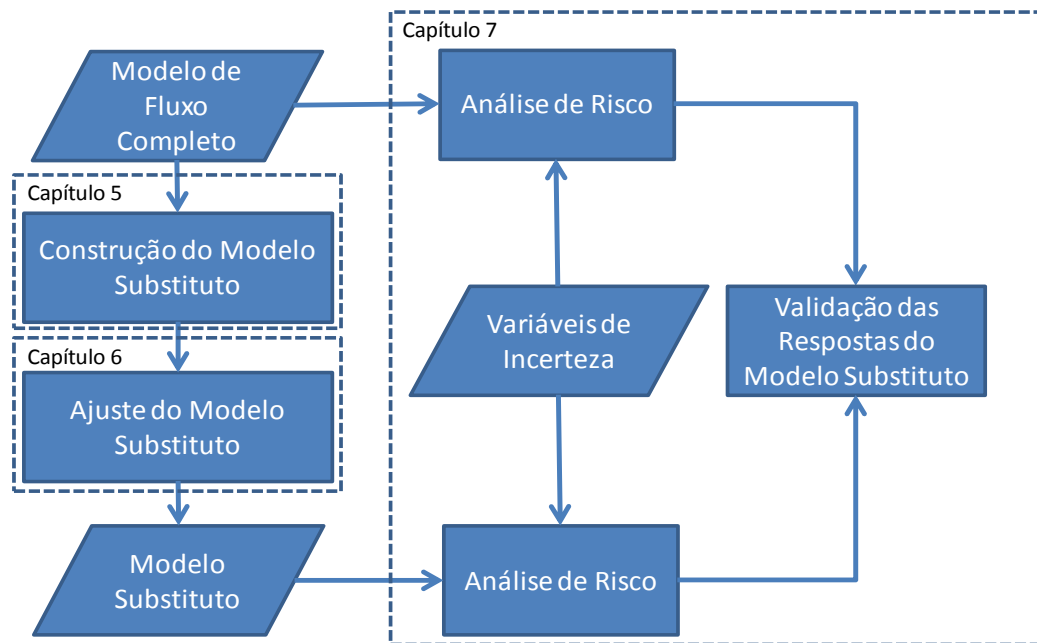


Figura 1.3 – Fluxograma da metodologia proposta.

1.4. Estrutura da Dissertação

Esta dissertação está estruturada de forma a introduzir de forma gradual os estudos desenvolvidos durante a realização deste trabalho. Na primeira metade são apresentadas as principais ferramentas utilizadas no desenvolvimento da metodologia proposta. Também é apresentado um estudo com modelos de fluxo simplificados, que mostra uma aplicação dos principais conceitos envolvidos neste trabalho, que é a construção e ajuste das propriedades do modelo substituto. A segunda metade do relatório trata de descrever a metodologia proposta: criação do modelo substituto, ajuste de seus parâmetros e análise dos resultados alcançados na sua aplicação a análises de incerteza.

No Capítulo 2, esta dissertação sumariza as principais ferramentas utilizadas na geração e ajuste do modelo substituto. São apresentados conceitos básicos sobre métodos e técnicas utilizadas na construção, ajuste e validação do modelo de fluxo substituto.

Diferentes assuntos foram abordados ao longo do desenvolvimento da pesquisa descrita neste documento. No Capítulo 3 buscou-se fazer um breve histórico de estudos que, como esta pesquisa, buscaram substituir modelos de fluxo por modelos mais simples.

Para mostrar parte da evolução dos estudos realizados, o Capítulo 4 trata dos estudos preliminares realizados com modelos de duas dimensões e incompressíveis. Estes testes serviram

como prova de conceito da ideia de substituir a malha de simulação e conseguir ajustar os parâmetros da nova malha de simulação para que o modelo substituto gere respostas próximas às do modelo completo.

A descrição da metodologia proposta foi dividida em duas partes. A primeira, no Capítulo 5, mostra como o novo modelo de fluxo é construído e parametrizado, suas características e limitações. A diferença entre o modelo completo e o modelo substituto é a malha de simulação, que é completamente recriada, e também as curvas de permeabilidade relativa, que são ajustadas a uma formulação analítica.

As propriedades da nova malha de simulação e os expoentes das funções que geram as curvas de permeabilidade relativa são as variáveis de ajuste do modelo substituto. A segunda parte da descrição da metodologia proposta é feita no Capítulo 6, onde é apresentado o processo de ajuste com o uso de algoritmos de otimização. Também são apresentados os usos das técnicas especiais de redução do número de simulações necessárias para o ajuste do modelo substituto.

No Capítulo 7 são apresentados os resultados da aplicação da metodologia proposta com três modelos de fluxo Black-Oil. Para cada modelo completo foram gerados e ajustados modelos de fluxo substitutos. Foram realizadas análises de risco da produção de óleo final com os modelos completos e com os modelos substitutos, utilizando Hipercubo Latino ou Planejamento de Experimentos. Compararam-se os resultados gerados com ambos os modelos, e o tempo de máquina necessário para cada análise de risco. Em face dos resultados alcançados, é proposta uma medida de correção dos resultados das análises de risco geradas com os modelos substitutos. Também são apresentados os resultados da análise de risco do VPL de um dos modelos testados.

No Capítulo 8 são traçadas as principais conclusões alcançadas ao final do estudo, além da apresentação de propostas para melhorias a serem realizadas na metodologia.

CAPÍTULO 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, é apresentada, de forma sucinta, a base teórica das principais ferramentas utilizadas no desenvolvimento da metodologia apresentada. Nos parágrafos seguintes, há uma breve descrição do trabalho para justificar os itens abordados neste capítulo.

A principal diferença entre o modelo de fluxo completo e o modelo substituto é a malha de simulação, que é completamente refeita. A construção da nova malha de simulação é feita a partir da posição dos poços, com uma triangulação de Delaunay.

Após a construção do modelo substituto, é preciso ajustar as suas propriedades para que gere respostas próximas às do modelo completo, sendo usado para isso um processo de otimização que utiliza o algoritmo BFGS. Devido ao grande número de variáveis no processo de ajuste do modelo substituto, foram incorporadas técnicas para reduzir o número de simulações necessárias. O método da perturbação simultânea possibilita a estimativa de gradientes com poucas simulações. A técnica de partição de dados divide a função objetivo, e realiza o cálculo dos gradientes destes componentes simultaneamente, reduzindo o número simulações necessárias para o ajuste do modelo substituto. A escolha das variáveis de ajuste do modelo substituto foi feita de modo a tentar representar as principais características do comportamento de fluxo em meios porosos.

O cálculo das curvas de risco, aplicado diretamente a modelos de fluxo, a metamodelos ou ao modelo substituto, foi realizado com o Hipercubo Latino. Em dois dos exemplos testados, a validação dos resultados gerados com o modelo substituto é feita por comparação com análises de risco construídas com o método de planejamento de experimentos e superfície de resposta. O planejamento utilizado foi o delineamento composto central.

As referências citadas ao longo do texto têm mais informações sobre os assuntos abordados.

2.1. Triangulação de Delaunay

O diagrama Voronoi de um conjunto $S = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ de pontos em um plano divide o mesmo em n regiões convexas. Cada região de Voronoi V_i contém todos os pontos do plano que estão mais próximos do ponto p_i do que qualquer outro ponto do conjunto S . O dual do diagrama de Voronoi é a triangulação de Delaunay, que é construída com segmentos de reta ligando os pontos de S cujas regiões de Voronoi tem uma aresta em comum (Figura 2.1).

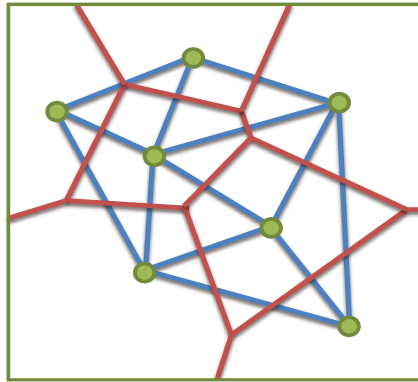


Figura 2.1 – Diagrama de Voronoi (vermelho) e triangulação de Delaunay (azul) de um conjunto de pontos.

O mínimo ângulo dos triângulos formados em uma triangulação é uma medida da qualidade da mesma. Existem diferentes triangulações possíveis de um conjunto de pontos, mas, no plano, a triangulação de Delaunay é a que maximiza o menor ângulo dos triângulos formados. Uma propriedade importante de uma triangulação de Delaunay é que um círculo circunscrevendo qualquer triângulo Delaunay não contém qualquer outro ponto em seu interior (Figura 2.2).

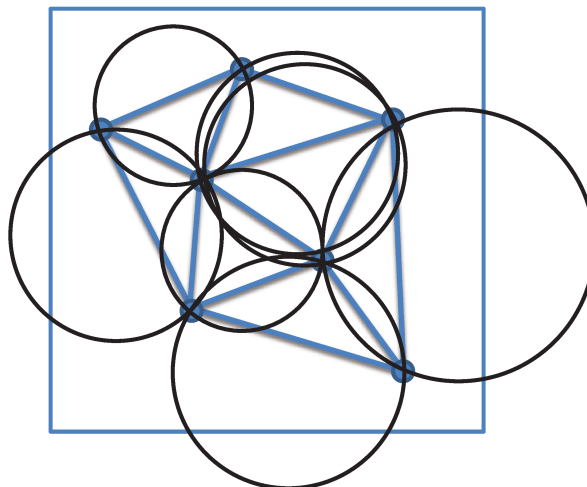


Figura 2.2 – Círculos circunscrevendo os triângulos de uma triangulação de Delaunay.

A triangulação de Delaunay é uma das mais importantes estruturas de dados da geometria computacional. Diversos algoritmos foram desenvolvidos com o intuito de reduzir o esforço computacional da sua construção (DE BERG, CHEONG et al., 2008). Um algoritmo de triangulação pouco eficiente, mas de fácil de implementação, é o de força bruta refinado (Algoritmo 2.1), que tem convergência $O(n^3)$ (LEACH, 1996).

Algoritmo 2.1 – Triangulação força bruta refinada.

1. Encontrar os dois pontos mais próximos e iniciar lista de arestas com a aresta definida entre estes dois pontos.
 2. Inicializar o contador da aresta atual: $i = 1$
 3. Inicializar o contador de arestas: $n = 1$
 4. Repetir enquanto $i \leq n$:
 - a. Se o elemento à esquerda da aresta atual, $(u-v)$, está indefinido:
 - i. Iniciar busca no vetor com todos os pontos.
 - ii. Procurar o próximo ponto à esquerda da aresta: r
 - iii. Definir círculo passando por u , v e r .
 - iv. Se existir ponto à esquerda da aresta e dentro do círculo:
 - Retornar ao passo **ii**.
 - v. Se não existe nenhum ponto dentro do círculo:
 - Para as arestas $(v-r)$ e $(r-u)$:
 - Se existir na lista de arestas, atualizar a informação do elemento à esquerda da mesma.
 - Se não existir, adicionar à lista de arestas.
 - vi. Se não encontrar ponto à esquerda da aresta, definir lado esquerdo da aresta com limite.
 - b. Repetir o passo **a** para o lado direito da aresta.
 - c. Avançar o contador da aresta atual: $i = i + 1$
 - d. Atualizar o contador de arestas: $n = \text{número de elementos do vetor de arestas}$.
-

2.2. Otimização Numérica com Métodos Quase-Newton

O método de Newton para otimização de uma função de uma variável utiliza uma aproximação quadrática da mesma para procurar o ponto de mínimo:

$$f(x) \approx q(x) = f(x_k) + \frac{df(x_k)}{dx}(x - x_k) + \frac{1}{2} \frac{d^2f(x_k)}{dx^2}(x - x_k)^2 \quad (2.1)$$

Considerando o mínimo de $q(x)$ próximo do mínimo de $f(x)$:

$$\frac{dq(x)}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{df(x_k)}{dx} + \frac{d^2f(x_k)}{dx^2}(x - x_k) = 0 \quad (2.2)$$

Deste modo a sequência iterativa do método de Newton é:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{\frac{df(x_k)}{dx}}{\frac{d^2f(x_k)}{dx^2}} \quad (2.3)$$

Esta mesma ideia pode ser estendida para mais de uma dimensão:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha H^{-1}(x_k) \nabla f(x_k) \quad (2.4)$$

onde H é a matriz hessiana da função f , ∇f é o gradiente da função f e α é um escalar que define o tamanho do passo na direção de busca do mínimo.

Em problemas onde o custo computacional de calcular a hessiana da função objetivo é muito alto, os métodos Quase-Newton são uma boa alternativa, por necessitarem apenas do cálculo do gradiente da função objetivo. Os métodos Quase-Newton convergem mais rápido que o método do máximo descenso (que utiliza apenas o gradiente para definir a direção de busca do mínimo), mas são mais lentos que o método de Newton (que utiliza o gradiente e a hessiana) (RAO, 2009). Nos métodos Quase-Newton uma aproximação da inversa da hessiana é construída a partir das medidas de variação do gradiente ao longo das iterações. O método Quase-Newton mais popular é o de Broyden, Fletcher, Goldfarb e Shanno, ou BFGS (NOCEDAL e WRIGHT, 1999). O BFGS está sumarizado no Algoritmo 2.2.

Algoritmo 2.2– Algoritmo BFGS.

1. Definir um ponto de partida: x_0
2. Calcular o gradiente no ponto inicial: g_0
3. Inicializar aproximação da inversa da hessiana com a matriz identidade: $D_0 = I$
4. Inicializar o contador de iterações: $i = 0$
5. Calcular direção de busca: $d_i = -D_i g_i$
6. Encontrar α que minimiza: $f(x_i + \alpha d_i)$
7. Calcular novo ponto: $x_{i+1} = x_i + \alpha d_i$
8. Se convergir, sair.
9. Calcular gradiente no novo ponto: g_{i+1}
10. Calcular nova aproximação da inversa da hessiana:

$$s_i = x_{i+1} - x_i$$

$$y_i = g_{i+1} - g_i$$

$$v_i = (y_i^t D_i y_i)^{1/2} \left(\frac{s_i}{s_i^t y_i} - \frac{D_i y_i}{y_i^t D_i y_i} \right)$$

$$\gamma_i = \frac{s_i^t y_i}{y_i^t D_i y_i}$$

$$D_{i+1} = \gamma_i \left(D_i - \frac{D_i y_i y_i^t D_i}{y_i^t D_i y_i} + v_i v_i^t \right) + \frac{s_i s_i^t}{s_i^t y_i}$$

11. Avançar número de iterações: $i = i + 1$
 12. Retornar à etapa 5.
-

2.3. Perturbação Simultânea

O método da Perturbação Simultânea com Aproximação Estocástica (*Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation* – SPSA) foi desenvolvido para lidar com otimização de problemas multivariados (SPALL, 1998). A grande vantagem do método é a proposta de aproximação do gradiente de uma função com apenas duas medições, independente do número de variáveis.

O algoritmo funciona de modo iterativo. De modo geral, o algoritmo de minimização tem a seguinte forma:

$$x_{k+1} = x_k - a_k \hat{g}_k(x_k) \quad (2.5)$$

onde $x_k = \{x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kn}\}$ é o vetor da aproximação da solução do problema na k -ésima iteração, a_k é um coeficiente de ganho, $\hat{g}_k(x_k)$ é uma aproximação do gradiente da função no ponto x_k e k é o contador de iterações.

Para calcular o vetor do gradiente de uma função com o método das diferenças finitas centradas, é necessário gerar dois resultados para cada variável, alterando apenas uma variável por vez. Os elementos do gradiente de uma função y qualquer têm a seguinte forma:

$$g_{ki}(x_k) = \frac{y(x_k + \varepsilon_k e_i) - y(x_k - \varepsilon_k e_i)}{2\varepsilon_k} \quad (2.6)$$

onde ε é um número real positivo próximo a zero e e_i é um vetor com 1 no i -ésimo componente e zero nos demais.

No SPSA, todas as variáveis são alteradas de uma vez. São necessários apenas dois resultados para estimar o gradiente:

$$\hat{g}_{ki}(x_k) = \frac{y(x_k + \varepsilon_k \Delta_k) - y(x_k - \varepsilon_k \Delta_k)}{2\varepsilon_k \Delta_{ki}} \quad (2.7)$$

onde ε é um número real positivo próximo a zero e $\Delta_k = \{\Delta_{k1}, \Delta_{k2}, \dots, \Delta_{kn}\}$ é o vetor de perturbações.

A equação (2.7) é uma aproximação por diferenças finitas centradas da derivada direcional da função y na direção Δ_k (basta colocar o termo Δ_{ki} no lado esquerdo da equação). É mostrado no Apêndice que a média destas aproximações, para um conjunto corretamente definido de direções, tenderá para o gradiente da função y . Segundo o autor, para um processo de otimização, uma perturbação simultânea nas variáveis gera tanta informação quanto alterar uma variável por vez. Algumas condições se fazem necessárias para que o algoritmo consiga convergir (SPALL, 1992). De modo geral:

- a_k e ε_k devem convergir para zero em taxas nem muito rápidas, nem muito lentas;
- A função objetivo deve ser suficientemente suave próxima do seu mínimo;
- O valores Δ_{ki} devem ser independentes, simetricamente distribuídos ao redor de zero, e com momentos inversos $E(|\Delta_{ki}|^{-1})$ finitos.

Para os parâmetros a_k e ε_k o autor sugere equações do tipo:

$$a_k = \frac{a}{(k + A)^\alpha} \quad (2.8)$$

e

$$\varepsilon_k = \frac{\varepsilon}{k^\gamma} \quad (2.9)$$

onde k é o contador de iterações e as constantes a , A , α , ε e γ são definidas em função do estudo realizado.

Para gerar as perturbações, Δ_{ki} , o autor sugere aplicar uma distribuição de Bernoulli ± 1 . O uso da média de uma série de aproximações do gradiente pode melhorar o desempenho do algoritmo:

$$\hat{g}_k(x_k) = \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q \hat{g}_k^{(j)}(x_k) \quad (2.10)$$

onde $\hat{g}_k^{(j)}(x_k)$ é uma aproximação do gradiente da função objetivo no ponto x_k , utilizando a equação (2.7) e q o número de aproximações do gradiente².

2.4. Partição de Dados para Cálculo de Gradientes

Uma família importante de algoritmos de otimização numérica é a dos que utilizam o gradiente da função objetivo para procurar pelo ponto ótimo (RAO, 2009). Quando o gradiente da função objetivo não pode ser calculado diretamente, é preciso utilizar métodos numéricos para estimá-lo, como o método das diferenças finitas. Os componentes do gradiente podem ser calculados com diferenças finitas avançadas:

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x_j} = \frac{F(x + \varepsilon e_j) - F(x)}{\varepsilon} \quad (2.11)$$

onde ε é um número real positivo próximo a zero e e_j é um vetor com 1 no j -ésimo componente e zero nos demais.

² Ver apêndice sobre o uso de várias aproximações para melhorar a estimativa do gradiente de uma função.

Se o vetor das variáveis do problema, x , tem dimensão M , são necessárias $M+1$ avaliações para estimar o gradiente no ponto atual. Se a avaliação de F demandar muito tempo de máquina e o número de variáveis for grande, o tempo gasto no cálculo do gradiente pode inviabilizar o processo de otimização.

Se for possível repartir a função objetivo em funções que dependem de um número menor de variáveis, com uma correta escolha das perturbações a realizar é possível estimar o gradiente com um número reduzido de avaliações (DING, 2010). Considerando que a função objetivo possa ser escrita como o somatório de funções objetivo de determinadas regiões do problema:

$$F(x) = \sum_{k=1}^{Nreg} F_k(x) \quad (2.12)$$

onde $Nreg$ é o número de regiões que separam o cálculo do gradiente do problema.

Em teoria cada componente F_k depende de todas as M variáveis do problema. Com uma análise de sensibilidade, é possível verificar o impacto que cada variável tem nos componentes F_k . Deste modo, é possível aproximar F_k por uma função de um número menor de variáveis:

$$F_k(x_1, x_2, \dots, x_M) \approx F_k(x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,m_k}) \quad (2.13)$$

Deste modo os componentes do gradiente de F podem ser escritos como:

$$\frac{\partial F(x_1, x_2, \dots, x_m)}{\partial x_j} \approx \sum_{k=1}^{Nreg} \frac{\partial F(x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,m_k})}{\partial x_j} \quad (2.14)$$

Para cada componente F_k são necessárias apenas m_k+1 avaliações (m_k perturbações e o ponto inicial) para calcular o gradiente. Definindo $m_{max} = \max(m_k)$, em alguns casos, com uma correta escolha de perturbações, é possível calcular o gradiente da função objetivo com apenas $m_{max}+1$ avaliações.

A partir de um ponto inicial x^0 , o valor de um componente F_k no ponto $x^0 + a^k_i$ pode ser estimado pela série de Taylor:

$$F_k(x^0 + a^k_i) \approx F_k(x^0) + \sum_{j=1}^{m_i} \frac{\partial F_k(x^0)}{\partial x_{i,j}} a^k_{i,j} \quad (2.15)$$

Como as derivadas de F_k são desconhecidas, esta equação pode ser reescrita como:

$$\sum_{j=1}^{m_i} a_{i,j}^k y_j = b_i \quad (2.16)$$

onde $b_i = F_k(x^0 + a_i^k) - F_k(x^0)$.

Definindo a matriz de perturbações associadas a F_k :

$$A^k = \begin{bmatrix} a_{1,1}^k & \cdots & a_{1,m_k}^k \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{L,1}^k & \cdots & a_{L,m_k}^k \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

onde L é o número total de perturbações.

Nesta forma fica claro que a matriz de perturbações precisa ter ranque igual a m_k . E que para calcular as m_k derivadas é preciso que $L \geq m_k$. Para os casos em que $L > m_k$, as derivadas podem ser encontradas minimizando o seguinte problema:

$$\min_{y_1, y_2, \dots, y_{m_k}} \{G(y_1, y_2, \dots, y_{m_k})\} \quad (2.18)$$

onde

$$G(y_1, y_2, \dots, y_{m_k}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^L \left(\sum_{j=1}^{m_k} a_{i,j}^k y_j - b_i \right)^2 \quad (2.19)$$

Escolhendo corretamente as perturbações a realizar, é possível calcular todas as derivadas dos componentes da função objetivo simultaneamente. O método poder ser sumarizado nos seguintes passos:

- Dividir a função objetivo na soma de componentes locais;
- Determinar os parâmetros principais de cada componente;
- Criar a matriz de perturbação A de modo que para cada componente F_k , a matriz de perturbação associada ao mesmo A^k tenha ranque m_k ;
- Calcular as derivadas dos componentes resolvendo o problema de minimização postulado em (2.18);
- Calcular as derivadas da função objetivo.

2.5. Modelo Numérico de Fluxo em Meios Porosos

Considerando o fluxo em meio poroso isotérmico (sem troca de calor), de baixa velocidade (negligenciando a conservação de momento), o fenômeno de fluxo em meios porosos pode ser descrito com base na lei de conservação de massa, em equações de estado e na lei de Darcy:

- A conservação de massa estipula que a massa acumulada em um volume de controle é igual à massa que entra por suas fronteiras mais a massa que entra por fontes localizadas neste volume de controle:

$$(m_{entra} - m_{sai}) + m_{fonte} = m_{acumulada} \quad (2.20)$$

- As equações de estado relacionam a densidade do fluido a pressão e temperatura.
- A lei de Darcy modela o comportamento do fluxo de massa que passa pelas fronteiras do volume de controle. Segundo a lei de Darcy a velocidade de um fluido é diretamente proporcional ao gradiente do potencial:

$$v_s = -\frac{k_s \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial s} \quad (2.21)$$

onde s é uma direção principal do tensor de permeabilidades e o potencial é $\Phi = p - \gamma D$.

São utilizadas equações adicionais para relacionar as variáveis do problema:

- Relação de pressões capilares;
- Equilíbrio de fases;
- Relação de saturações.

No modelo Black-Oil são feitas algumas simplificações:

- Existem apenas três componentes: óleo, água e gás;
- O equilíbrio entre as fases é instantâneo;
- Não existem reações químicas.

Após as devidas operações algébricas, a equação básica de fluxo em meio poroso de um modelo Black-Oil para cada componente relaciona termos de fluxo, acumulação e fonte/sumidouro (SCHIOZER, 2010):

$$\sum_p \frac{\partial}{\partial xyz} \left[R_{cp} \lambda_p \left(\frac{\partial \Phi}{\partial xyz} \right) \right] = \sum_p \frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{R_{cp}}{B_p} S_p \right) + \sum_p \left(\frac{R_{cp}}{B_p} q_p \right) \quad (2.22)$$

onde p indica as fases, R_{cp} é a solubilidade do componente na fase e a mobilidade de cada fase é $\lambda_p = k \frac{k_{rp}}{B_p \mu_p}$.

Na maioria das aplicações Black-Oil, a fase água é composta apenas de água, a fase gás de gás, e a fase óleo de óleo e gás. Com esta simplificação adicional, as equações para os componentes água, óleo e gás podem ser escritas, respectivamente, como:

$$\nabla \cdot \lambda_w (\nabla \Phi_w) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{S_w}{B_w} \right) + q_w^{std} \quad (2.23)$$

$$\nabla \cdot \lambda_o (\nabla \Phi_o) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{S_o}{B_o} \right) + q_o^{std} \quad (2.24)$$

$$\nabla \cdot \left[\lambda_g (\nabla \Phi_g) + R_s \lambda_o (\nabla \Phi_o) \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\frac{S_g}{B_g} + R_s \frac{S_o}{B_o} \right) \right] + (q_o^{std} + R_s q_w^{std}) \quad (2.25)$$

As equações de fluxo são normalmente resolvidas com a técnica de diferenças finitas. Aplicando diferenças finitas aos termos da equação (2.22) para o elemento i :

$$\sum_p \sum_j T_{cp,ji} (\Phi_{p,j} - \Phi_{p,i}) = \frac{Vp}{\Delta t} \left[\left(\phi \frac{R_{cp}}{B_p} S_p \right)^{n+1} - \left(\phi \frac{R_{cp}}{B_p} S_p \right)^n \right] + \sum_p \left(\frac{R_{cp}}{B_p} q_p \right) \quad (2.26)$$

onde n é o contador de passos de tempo e j indica os vizinhos do elemento i .

A transmissibilidade entre os elementos i e j é:

$$T_{cp,ji} = \frac{R_{cp}}{B_p \mu_p} k_{rp} f_g \quad (2.27)$$

onde f_g é o fator geométrico da conexão entre i e j , e os demais termos são calculados no elemento de maior potencial (*upstream*).

Para resolver as equações de fluxo do modelo completo, as equações de diferenças finitas de cada componente são escritas na forma de resíduos:

$$R_i(X) = \begin{Bmatrix} R_{iw}(X) \\ R_{io}(X) \\ R_{ig}(X) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.28)$$

onde i indica o elemento e o vetor das variáveis X é composto pelas pressões e saturações dos elementos do modelo.

Para cada novo passo de tempo, as novas pressões e saturações são calculadas com o método iterativo de Newton-Raphson:

$$J(X_v)\Delta X = -R(X_v) \quad (2.29)$$

$$X_{v+1} = X_v + \Delta X \quad (2.30)$$

onde v é o contador de iterações, R é um vetor com os resíduos de todos os elementos e J é a matriz jacobiana do vetor R .

2.6. Planejamento de Experimentos

Na engenharia de reservatórios, o planejamento de experimentos é utilizado para verificar os fatores, mais conhecidos por variáveis incertas, que mais influem na resposta do simulador de fluxo e gerar uma superfície de resposta, conhecida como metamodelo, que substitui o modelo de fluxo em uma análise de risco. Usualmente, uma análise de risco que faz uso do planejamento de experimentos segue os seguintes passos:

- Construção do modelo de fluxo, e escolha da resposta a ser estudada.
- Definição das variáveis de incerteza e seus limites.
- Geração e execução de planejamento de experimentos para análise de sensibilidade.
- Análise dos resultados para escolha das variáveis mais influentes.
- Geração e execução de planejamento de experimentos para construir superfície de resposta.
- Construção de metamodelo com os resultados.
- Definição das distribuições de probabilidade de cada variável de incerteza.
- Realização de análise de risco do metamodelo com o Hipercubo Latino.
- Análise dos resultados.

2.6.1. Desenvolvimento de Técnicas de Planejamento de Experimentos

Os primeiros estudos e aplicações de técnicas de planejamento de experimentos são atribuídos a Ronald A. Fisher. Nas décadas de 20 e 30, Fisher desenvolveu os princípios básicos do planejamento de experimentos para aplicação em experimentos de sistemas de agricultura. Fisher introduziu diversos conceitos, incluindo o planejamento fatorial e a análise de variância (MONTGOMERY, 2001). O desenvolvimento da metodologia de superfície de resposta se deu nas décadas seguintes (BOX e WILSON, 1951) e encontrou aplicação em pesquisas nas áreas de química industrial e processamento.

Nos anos 70, os trabalhos de Taguchi sobre aplicação de planejamento de experimentos em melhoria da qualidade despertaram novo interesse no assunto. Contudo, a metodologia proposta gerou muita controvérsia entre os pesquisadores (NAIR, BOVAS et al., 1992). Revisões dos trabalhos de Taguchi indicaram que, apesar de seus conceitos e objetivos serem bem fundamentados, a sua metodologia apresentava problemas na estratégia experimental e nos métodos de análise de dados (MONTGOMERY, 2001). Um lado positivo desta controvérsia foi renovar o interesse de pesquisadores no desenvolvimento de técnicas de planejamento de experimentos.

A escolha do tipo de planejamento de experimentos a utilizar depende do objetivo da análise, do número de variáveis e do comportamento esperado do sistema estudado. Para triagem (*screening*) de modelos com grande número de variáveis existem os planejamentos supersaturados (*supersaturated designs*) e a bifurcação sequencial (*sequential bifurcation*) (KLEIJNEN, 2005). Estudos de sensibilidade podem ser conduzidos com planejamentos econômicos como o de Plackett-Burman ou o fatorial fracionário, enquanto que uma análise de risco demanda planejamentos que investiguem mais o espaço das variáveis: delineamento composto central, Box-Behnken ou D-ótimo (MONTGOMERY, 2001).

Na técnica de amostragem adaptativa (*adaptive sampling*), também conhecida como planejamento sequencial (*sequential design*), a exploração do espaço das variáveis é feita levando em conta os resultados dos experimentos já realizados. A partir dos resultados de uma amostra inicial, construída com algum esquema de planejamento de experimentos, novos experimentos são planejados para aumentar o nível de informação sobre o sistema estudado (GORISSEN, DHAENE e DETURCK, 2009). Os novos experimentos são planejados de modo a minimizar o

erro quadrado médio do estimador da resposta, dados os pontos já conhecidos (CHAO e THOMPSON, 1998).

2.6.2. Planejamento Fatorial

Em planejamentos fatoriais todas as combinações possíveis dos níveis dos fatores são analisadas. Por exemplo: em um estudo com dois fatores, o fator *A* com *a* níveis e *B* com *b* níveis, serão realizados *axb* experimentos com todas as combinações entre os níveis de *A* e de *B*.

Um pequeno exemplo numérico demonstra a eficiência do planejamento fatorial. Considera-se um modelo qualquer cujo comportamento depende de duas variáveis, com dois níveis cada uma, cujos resultados dos experimentos planejados estão na Tabela 2.1.

O planejamento fatorial possibilita a avaliação dos efeitos principais, i.e., a mudança na resposta devido à alteração do nível de um dos fatores, mas também das interações, que é o efeito que a alteração do nível de um fator tem no impacto de outro fator na resposta. É possível ajustar o seguinte modelo às respostas observadas:

$$y = 2x_1 - x_2 + x_1x_2 + 1 \quad (2.31)$$

No caso de um planejamento de experimentos alterando um fator por vez, o mesmo número de experimentos é realizado, mas não é possível verificar se existem efeitos de interação (Tabela 2.2).

Tabela 2.1 – Planejamento de experimentos fatorial.

Exp.	X1	X2	X1X2	Y
1	-1	-1	1	1
2	1	-1	-1	3
3	-1	1	-1	-3
4	1	1	1	3

Tabela 2.2 – Planejamento de experimentos alterando um fator por vez.

Exp.	X1	X2	X1X2	Y
1	-1	0	0	-1
2	1	0	0	3
3	0	-1	0	2
4	0	1	0	0

O modelo que se ajusta às respostas do planejamento de experimentos alterando um fator por vez é:

$$y = 2x_1 - x_2 + 1 \quad (2.32)$$

Os planejamentos fatoriais apresentam diversas vantagens (MONTGOMERY, 2001):

- São mais eficientes que planejamentos que alteram um fator por vez, ou seja, realizam análises com um número menor (ou igual) de experimentos;
- Apontam efeitos de interação entre os fatores;
- Conseguem estimar o efeito de um fator em diferentes níveis de outros fatores, aumentando os limites de validade da análise dos experimentos.

2.6.3. Planejamento Fatorial Fracionário

Um grande problema dos planejamentos fatoriais é o crescimento exponencial do número de experimentos com o número de fatores. Em planejamentos com apenas dois níveis, o número de experimentos é igual a 2^k , onde k é o número de fatores.

Para um estudo com 6 fatores, são necessários 64 experimentos. Dos 63 graus de liberdade deste planejamento, 6 correspondem aos efeitos principais, e 15 às interações de dois fatores. Os demais 42 graus de liberdade estão associados a interações de três ou mais fatores. Considerando os efeitos de maior ordem, três ou mais fatores, negligenciáveis, é possível obter informação dos demais efeitos com apenas uma fração dos experimentos de um planejamento fatorial.

O planejamento fatorial fracionário é um planejamento fatorial em que apenas uma parte das combinações é utilizada. Usualmente é escolhida uma fração ($1/2$, $1/4$ etc.) dos experimentos do planejamento fatorial. Diferentes estratégias são utilizadas para escolher os experimentos a realizar.

Considerando um estudo com 3 fatores de 2 níveis cada, um planejamento fatorial necessita de $2^3 = 8$ experimentos (Tabela 2.3). É possível construir um planejamento fatorial fracionário com metade dos experimentos do planejamento 2^3 , isto é, $2^{3-1} = 4$ experimentos (Figura 2.3).

Tabela 2.3 – Experimentos de um planejamento fatorial.

Exp.	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
2	1	-1	-1	-1	-1	1	1
3	-1	1	-1	-1	1	-1	1
4	1	1	-1	1	-1	-1	-1
5	-1	-1	1	1	-1	-1	1
6	1	-1	1	-1	1	-1	-1
7	-1	1	1	-1	-1	1	-1
8	1	1	1	1	1	1	1

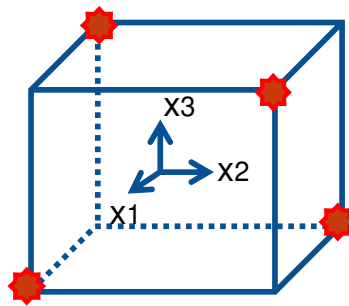


Figura 2.3– Experimentos de um planejamento fatorial fracionário 2^{3-1} .

O planejamento 2^{3-1} é formado pelos experimentos 2, 3, 5 e 8 do planejamento 2^3 (Tabela 2.4). Observa-se que neste planejamento todos os experimentos tem a coluna ABC igual a 1. O termo ABC é denominado de gerador para este planejamento. Como a coluna identidade é sempre igual a 1, $I = ABC$ é chamada de relação de definição³ deste planejamento. A relação de definição de um planejamento fatorial fracionário é um conjunto de colunas iguais à identidade.

Tabela 2.4 – Experimentos de um planejamento fatorial fracionário 2^{3-1} .

Exp.	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
2	-1	1	-1	-1	1	-1	1
3	-1	-1	1	1	-1	-1	1
4	1	1	1	1	1	1	1

Outra observação importante é que as colunas A e BC são idênticas, assim como as colunas B e AC, e C e AB. Desta forma, não é possível diferenciar o efeito de A do efeito de BC, e assim

³ Livre tradução do termo *defining relation*.

sucessivamente. Os elementos que não se consegue diferenciar são chamados de confundidos⁴. É possível verificar que termos estão confundidos a partir da relação de definição. Se a relação de definição é multiplicada pela coluna A:

$$AI = A^2BC \quad (2.33)$$

Como a multiplicação de uma coluna pela coluna identidade é a própria coluna e o quadrado de uma coluna é a identidade:

$$A = BC \quad (2.34)$$

O mesmo expediente pode ser feito com as colunas B e C, resultando em $B = AC$ e $C = AB$.

A resolução de um planejamento é uma medida de quanto o mesmo é confundido, e é igual ao tamanho do seu menor gerador. A resolução é usualmente descrita em algarismos romanos. Os planejamentos de resolução III, IV e V são os mais importantes:

- Resolução III: Os efeitos principais são confundidos com interações de dois fatores. O planejamento 2^{3-1} tem resolução III, a sua relação de definição é $I = ABC$.
- Resolução IV: Os efeitos principais não são confundidos com interações de dois fatores, mas as interações de dois fatores são confundidas entre si. O planejamento 2^{4-1} tem resolução IV, a sua relação de definição é $I = ABCD$.
- Resolução V: Os efeitos principais e interações de dois fatores não são confundidos, mas interações de dois fatores são confundidas com interações de três fatores. O planejamento 2^{5-1} tem resolução V, a sua relação de definição é $I = ABCDE$.

Tabelas com planejamentos fatoriais fracionários para diversos números de variáveis e diferentes resoluções podem ser encontradas em livros dedicados ao assunto (MONTGOMERY, 2001).

⁴ Livre tradução do termo *confound*.

2.6.4. Delineamento Composto Central

O delineamento composto central (*central composite design*) é composto por um planejamento fatorial fracionário de resolução V (ou planejamento fatorial), pontos centrais e pontos estrela. Um DCC tem duas vezes mais pontos estrela que fatores. Os pontos estrela, ou pontos axiais, representam os novos limites dos fatores. Existem três tipos de DCC (Figura 2.4):

- Circunscrito: Os pontos estrela estão a uma distância α do ponto central. O valor de α é definido de modo a garantir que o planejamento seja rotativo⁵. São necessários 5 níveis para cada fator.
- Inscrito: Para os casos em que os limites definidos para cada fator não podem ser extrapolados, os pontos estrela utilizam estes limites e os pontos do planejamento fatorial fracionário são divididos por α . Este planejamento é rotativo e são necessários 5 níveis para cada fator.
- Centrado na face: Os pontos estrela são centrados em cada face do espaço. O valor de α é 1. São necessários 3 níveis para cada fator.

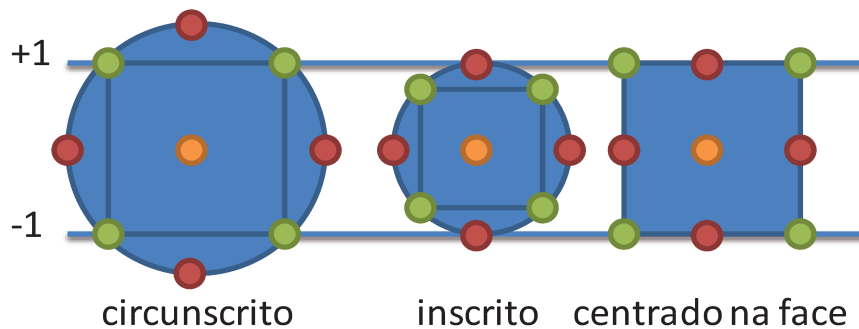


Figura 2.4 – Tipos de DCC (adaptado de Corarkin & Tobias, 2011).

Um planejamento é rotativo se a variância da resposta estimada em qualquer ponto x depende apenas da distância do mesmo ao ponto central. O valor de α depende do número de experimentos da parcela do planejamento fatorial fracionário do DCC:

$$\alpha = (N_{\text{experimentos}})^{1/4} \quad (2.35)$$

⁵ Livre tradução do termo *rotatable*.

Para experimentos com erros associados às medições da resposta de interesse, é recomendado utilizar de 3 a 5 pontos centrais. Assim é possível ter uma variância da resposta estimada mais estável.

O DCC consegue avaliar efeitos principais, interações e termos quadráticos. É muito utilizado para ajustar modelos de segunda ordem por aproveitar a informação de um planejamento fatorial fracionário que já tenha sido realizado.

2.7. Métodos Numéricos de Análise de Risco

O método de Monte Carlo foi inicialmente desenvolvido por John Von Neumann como um método estatístico para resolver problemas de difusão de nêutrons em material fissionável, quando este participava do projeto Manhattan (METROPOLIS, 1987). Hoje, existem diferentes áreas de aplicação do método de Monte Carlo: física, engenharia, jogos, finanças etc. O método utiliza números aleatórios para calcular as respostas de interesse. Para a análise de risco, o método de Monte Carlo propiciou a oportunidade de gerar resultados para estudos com complexa relação entre as variáveis de incerteza e a resposta do modelo.

A ideia central do método de Monte Carlo é gerar uma grande população de valores aleatórios das variáveis de entrada para um dado problema, determinar os resultados para todas as combinações geradas e analisar os mesmos (Figura 2.5). Os valores aleatórios seguem a distribuição de probabilidade definida para cada variável. Uma maneira de fazer isto é sortear números aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo $[0; 1]$ e calcular o valor de cada variável com a inversa da sua função de distribuição acumulada (RUBINSTEIN e KROESE, 2008).

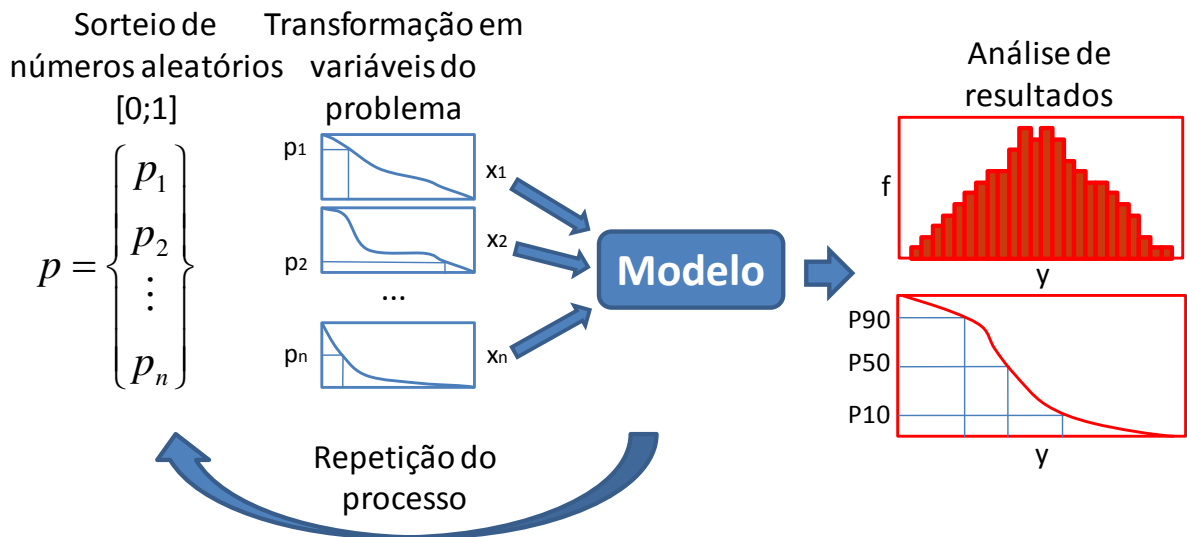


Figura 2.5 – Análise de risco com o método de Monte Carlo.

Um método de amostragem mais eficiente que o de Monte Carlo é o Hipercubo Latino. No método de Monte Carlo os sorteios das variáveis são, dentro da faixa de variação de cada variável, completamente aleatórios. Desta forma não é possível garantir que a população das amostras de uma variável irá representar a variabilidade da mesma. Já no Hipercubo Latino a faixa de variação de cada variável é dividida pelo número de amostras a serem geradas, e o sorteio é feito de forma a garantir que exista uma amostra de cada intervalo (Figura 2.6).

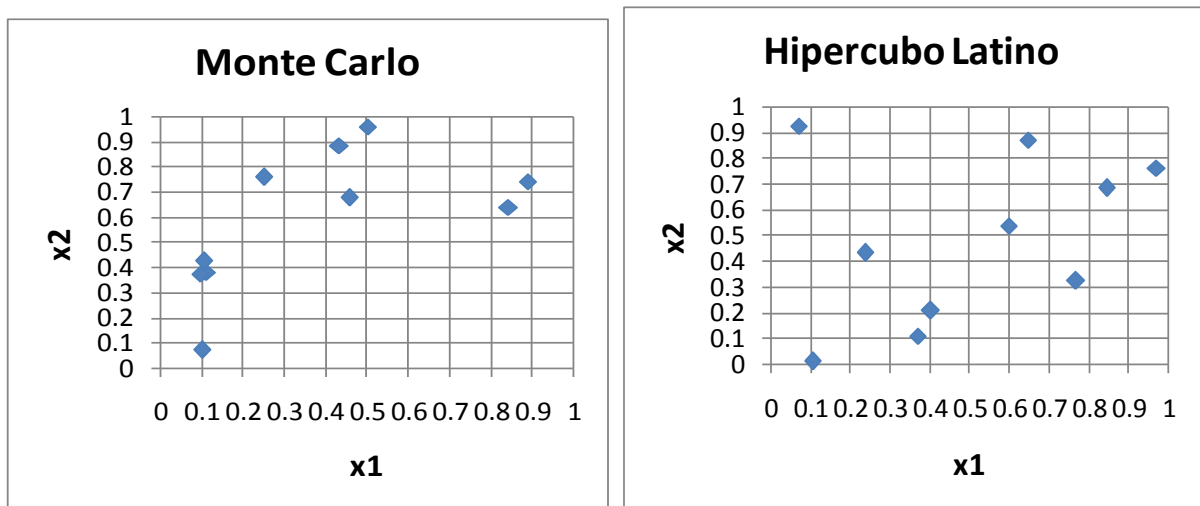


Figura 2.6 – Sorteio de 10 amostras em um espaço de duas variáveis com o método de Monte Carlo e com o Hipercubo Latino.

A Figura 2.7 compara a aplicação do método de Monte Carlo para gerar uma população de 60 amostras com distribuição triangular simétrica entre 0 e 1, com a aplicação do Hipercubo Latino. Observa-se que o ajuste da curva gerada com o Hipercubo Latino à curva teórica é muito superior à da curva do método de Monte Carlo. A amostra gerada com o Hipercubo Latino representa melhor a distribuição da variável de interesse que o método de Monte Carlo.

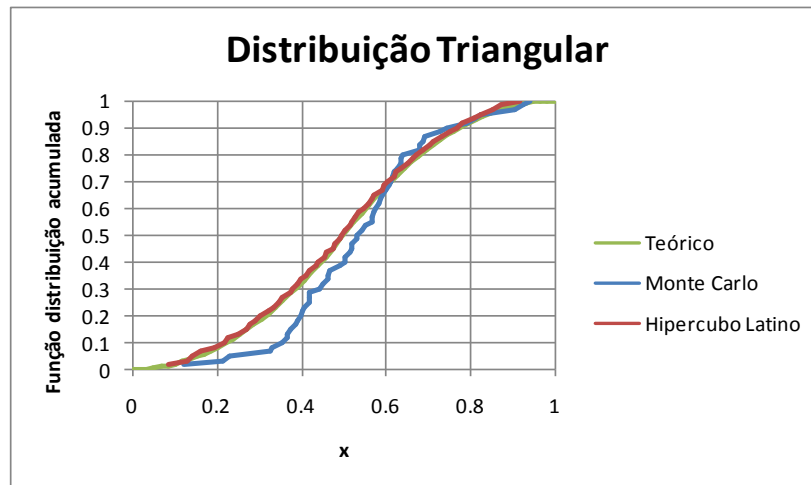


Figura 2.7 – Função distribuição acumulada de uma população de 60 amostras gerada com o método de Monte Carlo e com o Hipercubo Latino.

Como o objetivo é gerar um conjunto com um número reduzido de amostras que represente a variabilidade de todas as variáveis de incerteza, medidas adicionais devem ser tomadas na geração da matriz de experimentos com o Hipercubo Latino. Ao gerar um Hipercubo Latino, é desejável que este seja ortogonal, ou “quase ortogonal”, e que tenha boas propriedades de preenchimento do espaço⁶. A ortogonalidade de uma matriz garante que os coeficientes lineares de um modelo de regressão são não-correlacionados (se esta for utilizada como matriz de experimentos), além de gerar melhores resultados em procedimentos como classificação (análise de risco) (CIOPPA e LUCAS, 2007). Uma medida de ortogonalidade de uma matriz é a máxima correlação entre as colunas que a compõe:

$$\rho_{max} = \max[\rho(c_i, c_j)], i \neq j \quad (2.36)$$

onde c_i é a i -ésima coluna da matriz⁷ e ρ é o coeficiente de correlação entre dois vetores:

⁶ Livre tradução de *space-filling properties*.

⁷ Cada coluna da matriz com o Hipercubo Latino corresponde a uma variável.

$$\rho(x_i, x_j) = \frac{[\sum_k (x_{ik} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j)]^2}{\sum_k (x_{ik} - \bar{x}_i)^2 \sum_k (x_{jk} - \bar{x}_j)^2} \quad (2.37)$$

A capacidade de preenchimento do espaço é medida pela mínima distância entre as amostras do HCL:

$$d_{min} = \min[d(l_i, l_j)], i \neq j \quad (2.38)$$

onde l_i é a i -ésima linha da matriz⁸ e d é a distância entre dois pontos:

$$d(x_i, x_j) = \left[\sum_k (x_{ik} - x_{jk})^2 \right]^{1/2} \quad (2.39)$$

O desejável ao construir a matriz do HCL é minimizar ρ_{max} e maximizar d_{min} .

⁸ Cada linha da matriz com o Hipercubo Latino corresponde a uma amostra.

CAPÍTULO 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O uso de modelos mais simples para substituir sistemas complexos é objeto de estudo de diferentes áreas da engenharia como processamento de sinais, compressão de imagens e mecânica de fluidos. Sistemas muito complexos usualmente demandam mais tempo para simular, além de serem mais difíceis de analisar. Os modelos que substituem estes sistemas complexos precisam ser uma boa aproximação do sistema original, gerando saídas similares a partir dos mesmos dados de entrada. O modelo substituto necessita ser parametrizado com as variáveis de interesse para o estudo. O objetivo de um modelo substituto é ser o mais simples possível, mas com um grau de desajuste limitado ao nível desejado.

3.1. Planejamento de Experimentos e Metamodelos

Um modo de tentar gerar modelos substitutos é analisar as relações entre as entradas e saídas de um sistema, tratando o mesmo como uma caixa preta. O uso de técnicas como regressão multivariada, krigagem e redes neurais para gerar modelos substitutos, ou metamodelos, já se mostrou útil em estudos de otimização, prototipagem e análise de sensibilidade. Diferentes metodologias foram desenvolvidas para construir estes modelos substitutos, de modo a minimizar o custo computacional e maximizar o grau de ajuste do mesmo. Diversos problemas precisam ser enfrentados: definição do tipo de modelo a utilizar, determinação das simulações a gerar e validação do ajuste realizado (GORISSEN, COUCKUYT et al., 2010).

A metodologia de geração de metamodelos a partir de planejamento de experimentos para análises de sensibilidade, de risco ou otimização de campos de petróleo é uma prática comum na indústria (NARAHARA, SPOKES et al., 2005; AMORIM e MOCYZDLOWER, 2007; MURTHA, OSORIO et al., 2009). Uma das primeiras aplicações documentadas da utilização de planejamento de experimentos com superfície de resposta em estudos de reservatórios é o de Damsleth e Volden (1992).

O estudo de Yeten, Castellini et al. (2005) comparou a utilização de diferentes tipos de planejamentos de experimentos e metamodelos na previsão do comportamento de três modelos

de fluxo. Todos os metamodelos testados tiveram dificuldade em prever o erro associado ao ajuste de histórico de um modelo de fluxo. Para os demais testes, os autores concluíram que superfícies polinomiais conseguiram resultados equivalentes aos de superfícies mais complexas como krigagem ou splines n-dimensionais. Outra conclusão do estudo foi que os metamodelos construídos com o planejamento de preenchimento do espaço⁹ utilizado geraram respostas melhores que os construídos com planejamentos clássicos como o delineamento composto central ou D-ótimo.

Para análises de risco de respostas bem comportadas, os resultados com metamodelos simples, como polinômios de segundo grau, são geralmente bons. Os problemas são maiores em casos onde as respostas estudadas têm um comportamento mais não-linear. Em estudos de otimização ou ajuste de histórico pode ser preciso gerar um número maior de experimentos, e utilizar metamodelos mais complexos (redes neurais, krigagem etc.) de modo a gerar metamodelos mais confiáveis. Nos casos apresentados por Zubarev (2009), metamodelos construídos com grande número de experimentos não conseguiram gerar bons resultados em estudos de ajuste de histórico e otimização. Resultados aceitáveis foram alcançados com o uso de um número menor de experimentos para amostrar o espaço das variáveis, e a geração de simulações adicionais ao longo do processo de busca do ponto de ótimo com os metamodelos.

3.2. Modelos Reduzidos

Uma segunda abordagem é a proposta pelo estudo de modelos reduzidos. Ao contrário dos metamodelos, a construção dos modelos reduzidos se baseia no conhecimento das equações que governam o comportamento do sistema. Um sistema físico qualquer pode ser modelado por um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDO) ou equações diferenciais parciais (EDP). No caso de EDP, estas podem ser discretizadas de modo a formar um sistema de EDO. A redução do modelo consiste em gerar um novo modelo com um número reduzido de EDO (ANTOULAS, 2005). Existem diferentes abordagens para a redução de modelos complexos. Na indústria do petróleo, estudos com modelos reduzidos ainda estão muito restritos ao meio acadêmico. Um grande obstáculo à utilização de modelos reduzidos é a dificuldade em obter e derivar os mesmos do modelo matemático de um simulador de fluxo comercial. Alguns resultados de simulações

⁹ Livre tradução de *space filling design*.

numéricas, como as matrizes Jacobianas, usualmente não estão disponíveis para usuários de simuladores comerciais.

Heijn, Markovinovic e Jansen (2003) aplicaram cinco diferentes métodos de gerar modelos reduzidos de fluxo bifásico em meio poroso. Foram apresentadas técnicas de redução lineares e não-lineares. Nos testes apresentados, os modelos lineares conseguiram ajustar as respostas do modelo completo apenas nos tempos iniciais. O modelo reduzido não-linear, construído com o método da decomposição ortogonal própria, conseguiu bons ajustes às respostas de pressão e saturação do modelo completo. Este modelo também conseguiu gerar estimas de produção, para tempos além do intervalo de ajuste, próximas às geradas com o modelo completo.

O estudo de Cardoso e Durlofsky (2010) utiliza a técnica de linearização composta de trajetória¹⁰ para estimar respostas de um modelo de fluxo completo. Estados de pressão e saturação do modelo completo, e as respectivas matrizes Jacobianas, são gerados e salvos em todos os passos de tempo de simulações de treinamento com o modelo completo. Com esta técnica, o comportamento do modelo é estimado a partir do estado de pressão e saturação, entre os que foram salvos durante o treinamento, que mais se aproxima do estado atual.

Para acelerar a geração de resultados, estes dados foram projetados em um espaço de menor ordem pela utilização da técnica de decomposição ortogonal própria (*proper orthogonal decomposition*). Este modelo reduzido foi aplicado ao estudo de otimização das pressões de fundo de poços produtores e injetores da simulação de um projeto de injeção de água. Por se basear na aproximação linear por séries de Taylor de estados gerados durante o treinamento, o modelo reduzido consegue bons resultados quando os controles de produção utilizados nas simulações são próximos aos aplicados nas corridas de treino.

3.3. Modelos de Linhas de Fluxo

Modelos de linhas de fluxo são bons candidatos a substituir modelos de diferenças finitas por, usualmente, serem mais rápidos. Na formulação de linhas de fluxo o termo de transporte de massa (saturações) é desacoplado do termo de pressão. O termo de pressão é resolvido por diferenças finitas, e é utilizado para construir as trajetórias das linhas de fluxo. O termo de transporte de massa é resolvido ao longo de cada linha de fluxo, em um espaço unidimensional.

¹⁰ Livre tradução do termo *trajectory piecewise linearization*.

O tempo necessário para realizar uma simulação de linhas de fluxo é usualmente linearmente proporcional ao número de células do modelo. Efeitos gravitacionais e de fluidos compressíveis inicialmente não eram considerados em modelos de linhas de fluxo, mas extensões à formulação tradicional já foram desenvolvidas para tratar destes mecanismos. Um problema geralmente associado a simulações de linhas de fluxo é a rápida queda da qualidade das respostas das mesmas com a redução do número de células, i.e., modelos de linhas de fluxo não geram resultados confiáveis em malhas com reduzido número de células (DATTA-GUPTA e KING, 2007).

No estudo realizado por Ballin, Aziz et al. (1993) um modelo de simulação rápido foi utilizado para classificar um conjunto de realizações geoestatísticas equiprováveis segundo um parâmetro de interesse. A partir da curva de distribuição gerada com o modelo substituto, é selecionado um número reduzido de realizações, associadas a percentis predeterminados (5%, 25%, 50%, 75% e 95%, por exemplo). Estas realizações são utilizadas com o modelo completo para estimar uma distribuição de probabilidade da variável de interesse. Os autores não definem o tipo de modelo rápido a ser utilizado, e apenas indicam que o mesmo deve conseguir capturar os principais mecanismos de produção do modelo completo, de modo que a distribuição de probabilidade construída com o modelo rápido represente corretamente a classificação de imagens que seria gerada com o modelo completo. Antes de sua aplicação o modelo rápido é testado para verificar os limites de validade de sua utilização e estimar a variância associada às suas respostas. No exemplo apresentado, é utilizado um modelo de fluxo com malha grosseira (16 células da malha fina correspondem a uma célula da malha grossa) como modelo de fluxo rápido. Segundo os autores, o método proposto reduziu o tempo necessário para gerar a análise de risco, e gerou curvas de risco próximas às construídas diretamente com o modelo completo.

Seguindo a ideia de Ballin, diferentes métodos de ordenar as realizações geoestatísticas foram propostos. Mishra, Choudhary e Datta-Gupta (2002) citam diversos trabalhos desenvolvidos para esta aplicação, e sugerem utilizar o método desenvolvido por Idrobo, Choudhary e Datta-Gupta (2000), que consiste em usar uma simulação de linhas de fluxo monofásica como modelo substituto. Considera-se que as geometrias das linhas de fluxo pouco se alteram ao longo do tempo, e apenas uma solução de pressão é utilizada. O volume varrido é associado ao tempo de voo: o volume de uma célula é considerado “varrido” caso o seu tempo de voo seja menor que o tempo de interesse. O volume varrido é utilizado para ordenar as

realizações, pois é esperado que o mesmo se correlacione bem com a recuperação. Os autores também propõem que, após definir as realizações geológicas a testar com o modelo completo, sejam definidos pesos associados a cada realização. Estes pesos são determinados de forma a preservar os momentos estatísticos da distribuição de probabilidade gerada com o modelo substituto. Desta forma é possível estimar parâmetros como a média e a variância da variável de interesse do modelo completo. Os autores alertam que o modelo substituto é monofásico, e que pode não ser aplicável a casos em que, por exemplo, a gravidade tenha um efeito importante.

Simulações de linhas de fluxo também foram utilizadas por Subbey, Christie e Sambridge (2003) como modelos rápidos. Os autores investigaram o uso de modelos de linhas de fluxo para explorar o espaço de parâmetros de um modelo de diferenças finitas em um estudo de ajuste de histórico. O modelo de linhas de fluxo define as regiões de bom ajuste de histórico e gera uma aproximação da superfície de desajuste. Após esta definição, o modelo completo é utilizado para gerar grupos de modelos que ajustem os dados de histórico. Com estes resultados é possível definir um envelope do possível comportamento futuro do campo. No exemplo apresentado os dados de histórico foram gerados com um modelo mais fino e a metodologia foi aplicada a um modelo de malha mais grossa. O envelope de previsão de produção corretamente englobou o comportamento do modelo fino em tempos posteriores ao do ajuste de histórico.

Ligero, Maschio e Schiozer (2003) verificaram a validade de utilizar modelos de simulação rápidos para substituir o modelo de fluxo completo. Foram comparados os resultados de análises de sensibilidade e de risco geradas com modelos de diferenças finitas e de linhas de fluxo, utilizando uma malha de simulação fina e uma grosseira. Nas análises de sensibilidade os modelos geraram resultados próximos na identificação das variáveis de incerteza mais influentes. Os resultados das análises de risco mostraram que o modelo de linhas de fluxo com malha grosseira gerou os maiores desvios com relação ao modelo completo (diferenças finitas e malha fina), mas pequenos se comparados com a incerteza associada ao problema.

Hastings, Muggeridge e Blunt (2001) desenvolveram modelos substitutos para avaliar especificamente o efeito de incertezas de pequena escala. Considerando fixas as propriedades de maior escala (falhas, fácies principais), os autores propõem que as incertezas associadas a propriedades de pequena escala (porosidades, permeabilidades absolutas, permeabilidades relativas etc.) sejam avaliadas ao longo das linhas de fluxo do modelo com uma formulação

analítica de fluxo fracionário derivada de Buckley-Leverett. Segundo os autores, propriedades de pequena escala têm impacto importante nas respostas do modelo de fluxo, mas que a geometria das linhas de fluxo é pouco afetada por estas propriedades de pequena escala. As heterogeneidades de maior escala definem a geometria das linhas de fluxo, enquanto que as propriedades de pequena escala governam o fluxo ao longo das mesmas. As linhas de fluxo são geradas com um modelo base, e as respostas do modelo de fluxo a diferentes realizações das propriedades de pequena escala são geradas por aplicação da formulação de fluxo fracionário desenvolvida. O estudo conclui que o método consegue estimar o efeito de incertezas de pequena escala a partir de um único resultado do modelo de fluxo completo. Os autores sugerem comparar os resultados da simulação do modelo de fluxo de diferenças finitas com os da aplicação da metodologia sugerida para verificar a validade dos resultados gerados.

3.4. Modelos Substitutos Específicos

Mohaghegh, Modavi et al. (2006) desenvolveram um modelo de fluxo substituto específico para o campo estudado. O projeto estudado é um campo gigante do Oriente Médio, com mais de 165 poços horizontais. O reservatório foi representado no modelo substituto apenas ao redor dos poços, com um conjunto de cinco camadas divididas em oito segmentos ao longo de cada poço horizontal. Foram identificados parâmetros estáticos e dinâmicos para parametrizar o modelo substituto. Utilizando resultados de 10 modelos completos, foi possível determinar as variáveis mais importantes, diminuindo o número total de parâmetros do modelo substituto. Para esta tarefa foi utilizada a lógica fuzzy aplicada a reconhecimento de padrões. Estes parâmetros, chamados pelos autores de indicadores chave de desempenho (*key performance indicators*), são utilizados no desenvolvimento do modelo. Estes mesmos parâmetros foram utilizados como variáveis de incerteza da análise de risco gerada com o modelo substituto (MOHAGHEGH, 2006).

CAPÍTULO 4. ESTUDOS INICIAIS

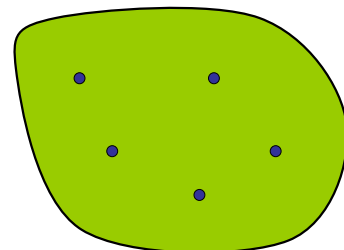
Este capítulo relata os estudos que foram realizados antes da construção do algoritmo de construção e ajuste do modelo de fluxo substituto. Aqui são apresentadas as ideias que serviram de base para a construção da metodologia apresentada nos capítulos posteriores. Este estudo com modelos bifásicos, bidimensionais e incompressíveis foi realizado para provar o conceito de utilização de modelos de malha grosseira para substituir modelos de fluxo completos.

4.1. Modelo Bidimensional Incompressível

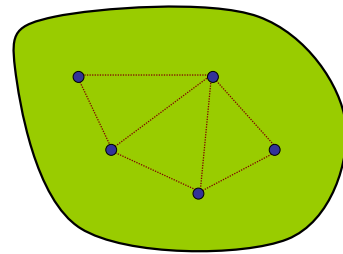
O primeiro modelo conceitual de modelo substituto foi criado para estudar a viabilidade de substituir um modelo de fluxo completo por um modelo de fluxo com um número reduzido de células. Para tal, foi criado, em *Matlab* (MATHWORKS), simulador de fluxo bifásico, bidimensional e incompressível de diferenças finitas. Com este simulador é possível simular tanto o modelo completo como o modelo substituto. Para ajustar os parâmetros do modelo substituto é utilizado um algoritmo de otimização do *Matlab*.

O modelo substituto tem todas as suas propriedades provenientes do modelo completo: modelo de fluido, de rocha e limites de produção. Apenas duas características são alteradas: a malha de simulação e as curvas de permeabilidade relativa. A maior velocidade do modelo substituto é resultado do número reduzido de células. A estrutura das células é criada a partir da localização dos poços:

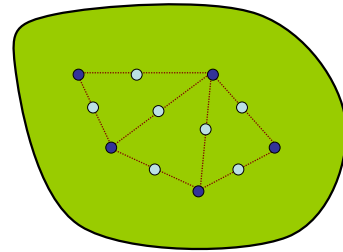
- Definição da localização dos poços existentes;



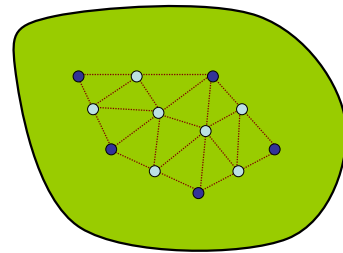
- Triangulação dos poços;



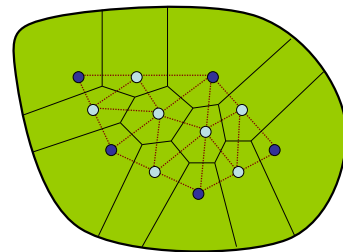
- Criação de pontos adicionais entre os poços;



- Nova triangulação com todos os pontos gerados;



- Geração de malha Voronoi e definição das variáveis a ajustar.



As curvas de permeabilidade relativa do modelo substituto são construídas com fórmulas analíticas:

$$kr_w = kr_w^{max} (S_w^*)^{n_w} \quad (4.1)$$

$$kr_o = kr_o^{max} (1 - S_w^*)^{n_o} \quad (4.2)$$

onde $S_w^* = \frac{S_w - S_{wcr}}{1 - S_{or} - S_{wcr}}$.

São mantidos os mesmos pontos terminais das curvas originais, enquanto que os expoentes, n_w e n_o , são utilizados como variáveis de ajuste. Para a inicialização dos modelos de fluxo foi definido que $S_{wc} = S_{wcr}$.

Os seguintes parâmetros do modelo substituto são utilizados como variáveis do problema:

- fPV_i : fração do volume poroso total do modelo correspondente à célula i ;

- Tr_{ij} : fração geométrica da transmissibilidade entre as células i e j ;
- n_o e n_w : expoentes das curvas de permeabilidade relativa água-óleo.

A função objetivo do ajuste do modelo substituto ao modelo completo foi definida como a soma dos quadrados das diferenças entre os valores de produção acumulada de óleo e de água dos modelos:

$$FO = \sum_{i=1}^n \frac{(Np(t_i) - \widehat{Np}(t_i))^2}{(Np(t_n))^2} + \frac{(Wp(t_i) - \widehat{Wp}(t_i))^2}{(Wp(t_n))^2} \quad (4.3)$$

onde n é o número total de passos de tempo e as quantidades com o símbolo $\widehat{}$ indicam respostas do modelo substituto.

É importante mencionar que no cálculo da função objetivo são utilizados passos de tempo igualmente espaçados ($t_{i+1} - t_i = constante$). Em ajustes de histórico é mais comum ajustar as curvas de produção instantâneas, mas neste estudo foram utilizadas as curvas de produção acumulada na FO porque o modelo substituto será utilizado em análises de risco, que usualmente são realizadas com base nas curvas de produção acumulada.

O ajuste do modelo substituto ao modelo completo foi feito com a função `fminsearch` do *Matlab*, que utiliza o método Simplex para minimizar uma função (LAGARIAS, REEDS et al., 1998). O Simplex é um método de otimização direta, i.e., não utiliza derivadas da função objetivo.

4.2. Descrição dos Modelos

O modelo completo é composto por um par produtor-injetor, em uma geometria de espessura constante (Figura 4.1). As dimensões do modelo são 100x100x10m, e o mesmo foi discretizado em 10x10x1 células. A porosidade é igual para todas as células, e as propriedades dos fluidos são constantes (Tabela 4.1), assim como as curvas de permeabilidade relativa (Figura 4.2). Na inicialização, o reservatório está completo com óleo e água conata. Como o modelo é incompressível, o volume de água injetado, em condições de reservatório, é igual ao volume produzido total. Como o injetor tem vazão de injeção constante, a vazão de produção total, em condições de reservatório, também é constante. O poço injetor de água está na célula (1, 1) e o produtor na célula (10, 10).

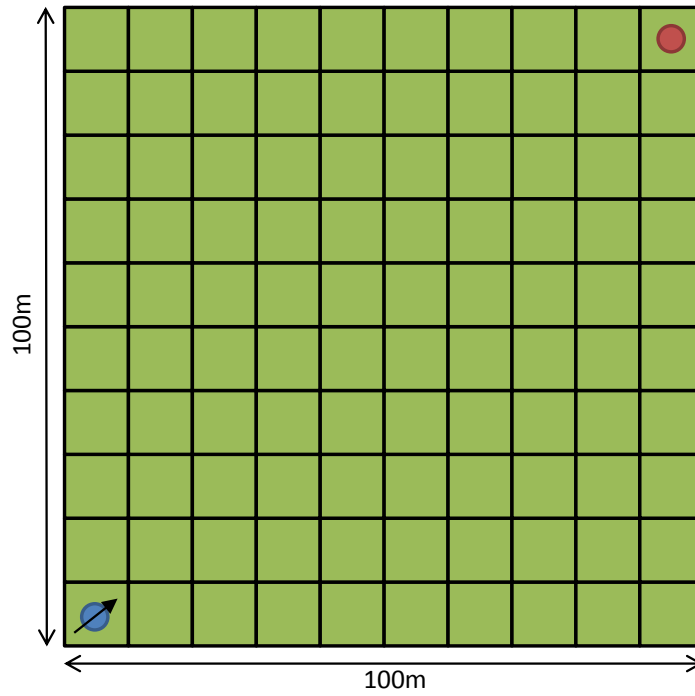


Figura 4.1 – Modelo completo.

Tabela 4.1 – Propriedades do modelo.

Propriedade	Valor
ϕ	0.2
B_o	1.5
B_w	1.1
μ_o [cp]	2.0
μ_w [cp]	1.0
R_w [m]	0.5

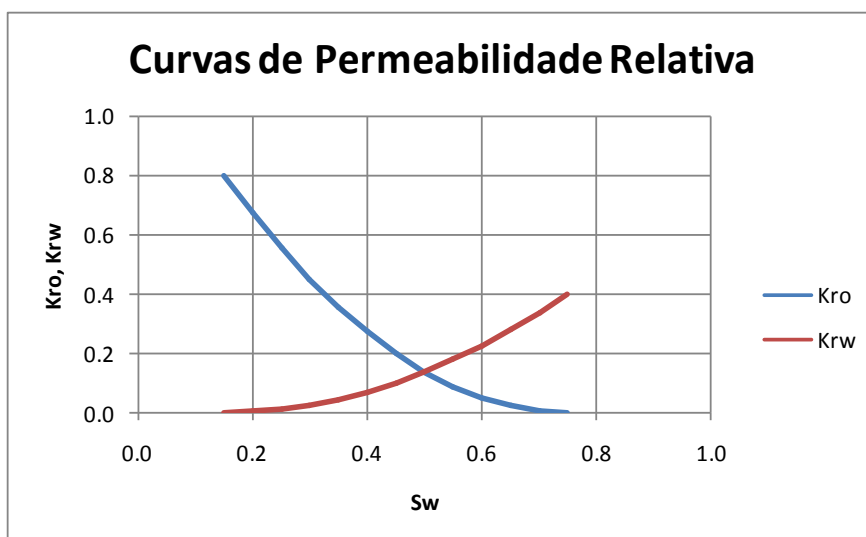


Figura 4.2 – Curvas de permeabilidade relativa do modelo completo.

Dois tipos de modelo substituto foram propostos (Figura 4.3). O tipo I, o mais simples, é composto por três células: a do poço injetor, a do poço produtor e uma intermediária. O modelo tipo I é, na verdade, um modelo unidimensional. Por ser um modelo incompressível, a transmissibilidade entre as células não tem influência no resultado do mesmo¹¹. Para o ajuste do modelo substituto são utilizadas, então, quatro variáveis: fPV_1 , fPV_2 , n_w e n_o . Como a soma das fPV_i é igual à unidade, para garantir a manutenção do volume total do modelo completo, fPV_3 é calculada diretamente por $1 - (fPV_1 + fPV_2)$.

O modelo substituto do tipo II tem uma célula intermediária adicional, ficando com quatro células no total. Ao contrário do modelo tipo I, este modelo não é unidimensional, i.e., existe mais de um caminho para o fluxo seguir. O número de variáveis é maior que o do modelo tipo I, são 10 variáveis: fPV_1 , fPV_2 , fPV_3 , Tr_{12} , Tr_{13} , Tr_{23} , Tr_{24} , Tr_{34} , n_w e n_o .

¹¹ Uma discussão sobre este efeito é apresentada no Apêndice.

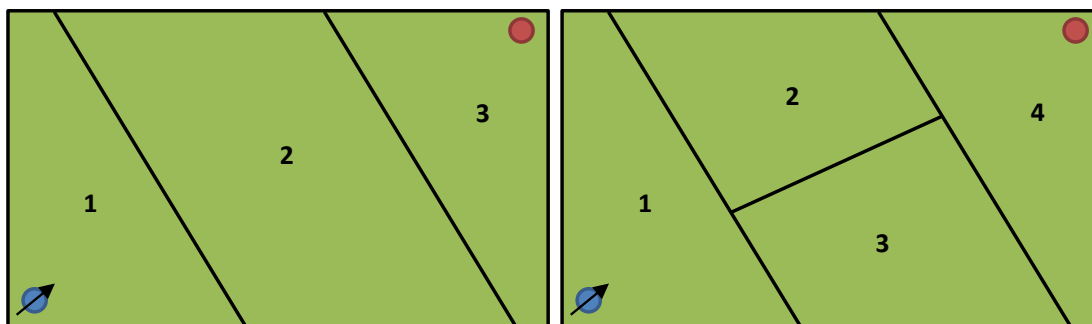


Figura 4.3 – Propostas de modelos substitutos: tipo I (esquerda) e II (direita).

4.3. Aplicações

Foram construídas três versões da malha de permeabilidade do modelo completo descrito anteriormente: homogênea, heterogênea e com um “canal”. Em todos os casos foram simulados 200 dias de produção. Durante este período é injetado um volume de água equivalente a um volume poroso do reservatório. Para cada exemplo um modelo substituto foi ajustado aos resultados do modelo completo.

São apresentadas sensibilidades da função objetivo aos parâmetros dos modelos substitutos. Para testar a capacidade de prever resultados com os modelos substitutos, são mostrados os resultados de comparações entre as respostas do modelo completo e do respectivo modelo substituto com alterações nas propriedades de ambos.

4.3.1. Modelo Homogêneo

O modelo homogêneo tem permeabilidade absoluta igual a 10mD. Os resultados do modelo homogêneo são apresentados abaixo (Figura 4.4 e Figura 4.5).

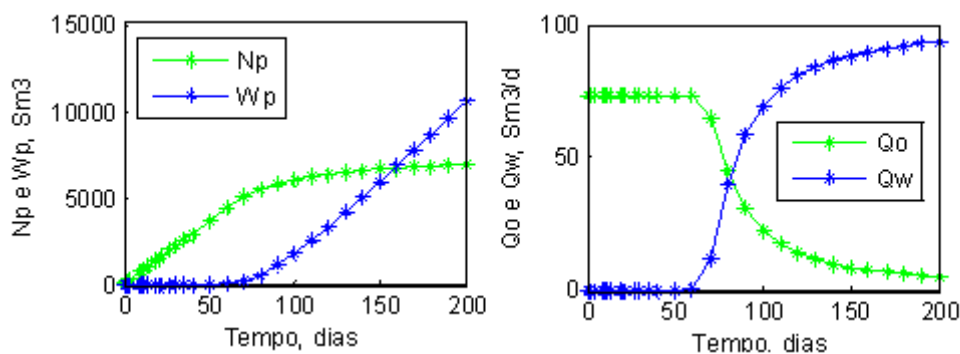


Figura 4.4 – Produção acumulada e vazão instantânea, de óleo e de água, do modelo homogêneo.

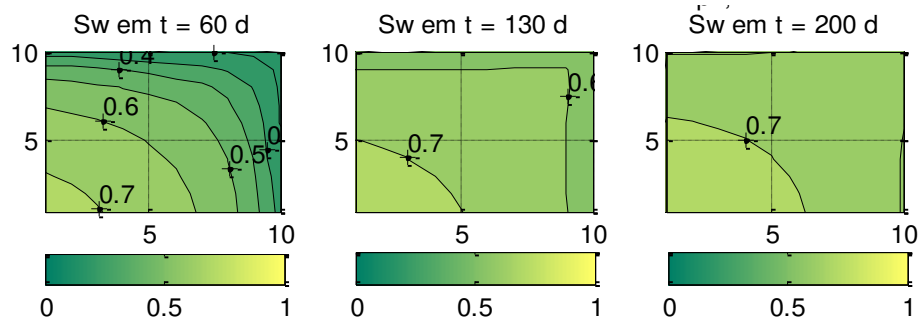


Figura 4.5 – Saturação de água em três instantes de tempo do modelo homogêneo.

Ao modelo completo foi ajustado um modelo substituto do tipo I (Figura 4.6). A curva de permeabilidade relativa da água teve o seu expoente alterado, reduzindo a mobilidade da mesma (Figura 4.7). A célula com o poço produtor ficou com pouco menos da metade do volume poroso total (Figura 4.8). Os gráficos do ajuste mostram que o modelo substituto, mesmo com apenas três células, conseguiu gerar resultados muito próximos aos do modelo completo (Figura 4.9). Os mapas de sensibilidade da função objetivo aos parâmetros de entrada do modelo substituto mostram que a função objetivo deste modelo é suave, e que existe uma faixa de valores que geram resultados similares (Figura 4.10).

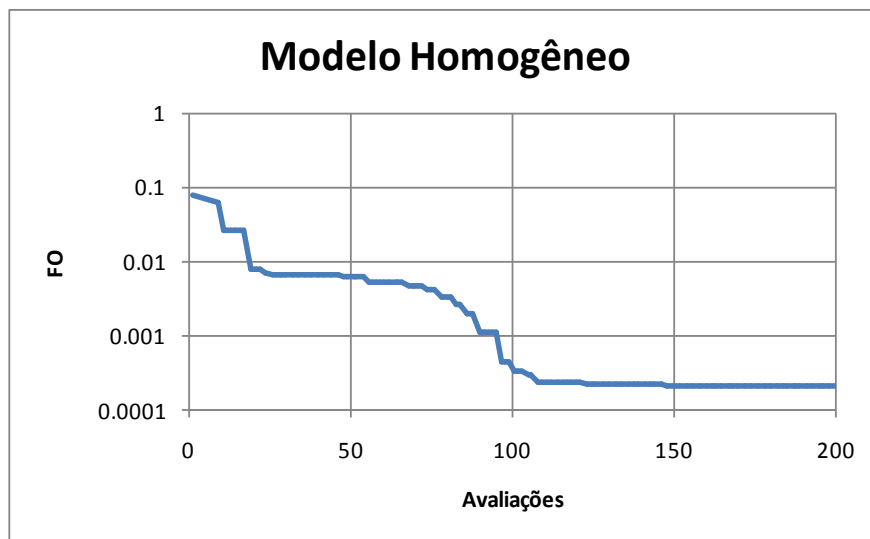


Figura 4.6 – Evolução do ajuste do modelo substituto do modelo homogêneo.

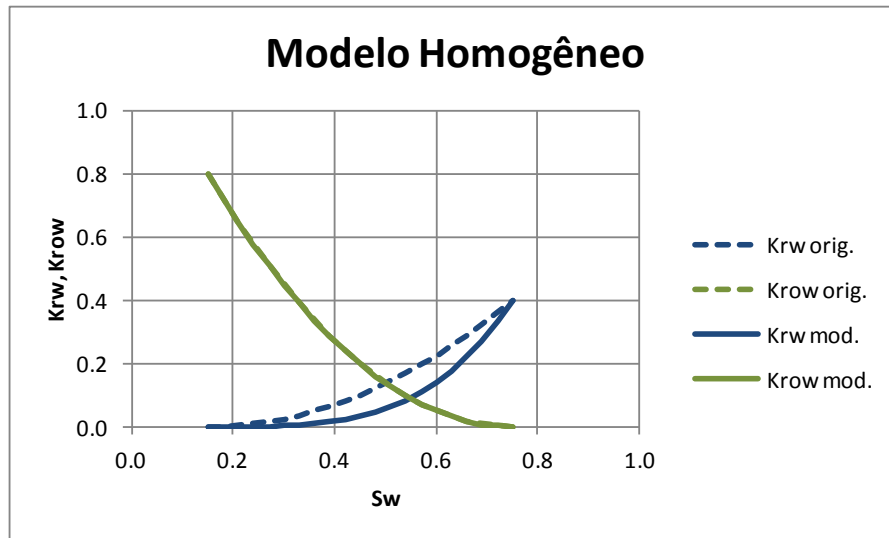


Figura 4.7 – Curvas de permeabilidade relativa originais e do modelo simplificado após ajuste.

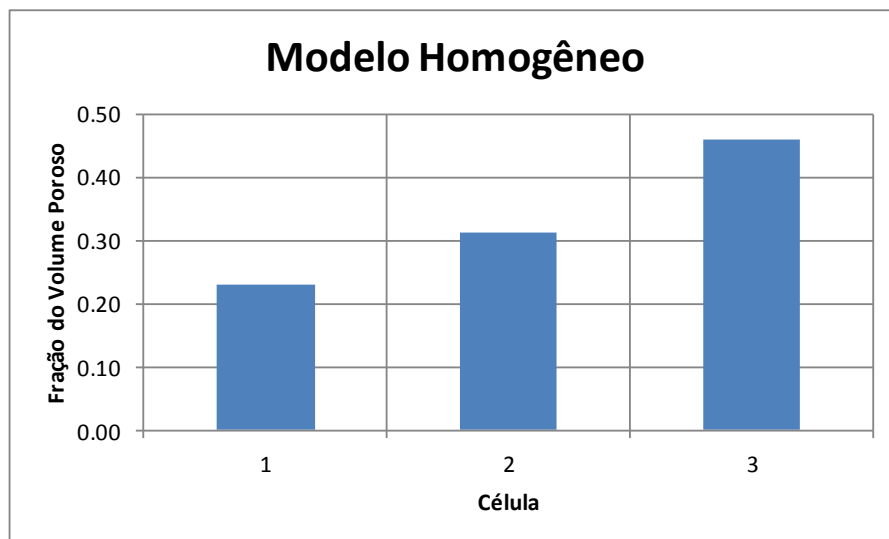


Figura 4.8 – Fração do volume poroso associado a cada célula do modelo simplificado.

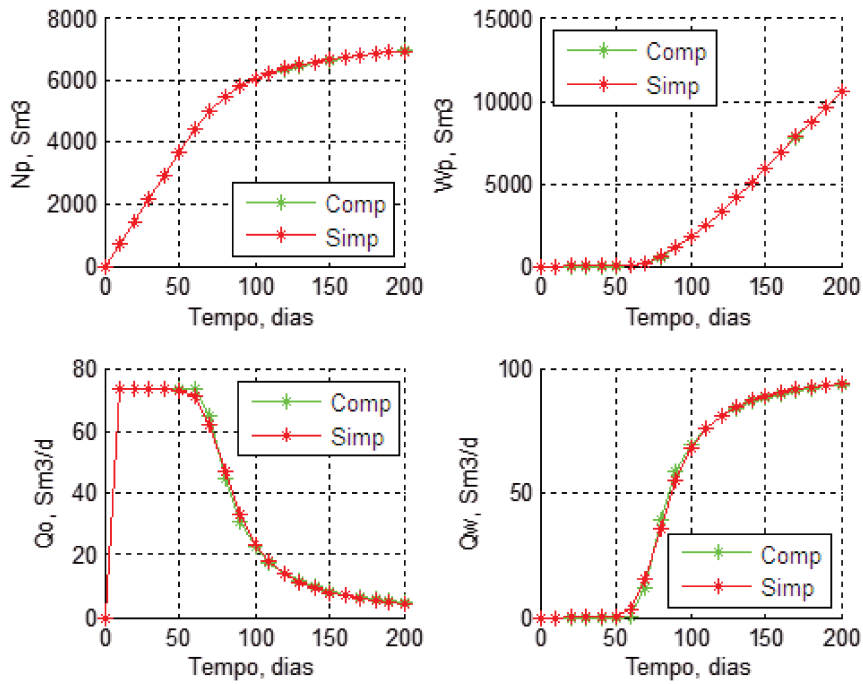


Figura 4.9 – Ajuste do modelo substituto do modelo homogêneo.

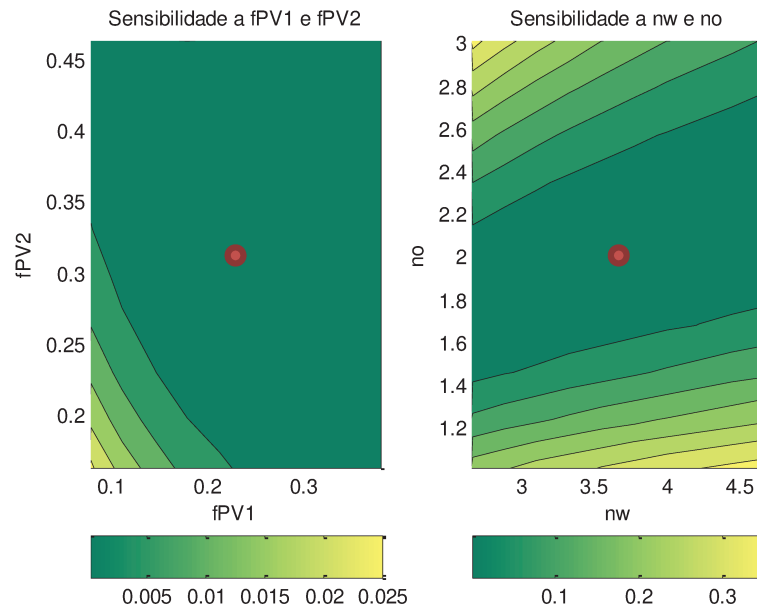


Figura 4.10 – Sensibilidade da função objetivo aos parâmetros de volume poroso das células e expoentes das curvas de permeabilidade relativa (ponto vermelho é o ajuste final).

Foram aplicados multiplicadores de porosidade e de permeabilidade a todas as células de ambos os modelos. Na Figura 4.11, está um mapa da sensibilidade da função objetivo quando são

aplicadas as mesmas alterações nos modelos completo e substituto. Observa-se que o resultado é insensível a alterações na permeabilidade. Na verdade, as respostas de ambos os modelos não se alteram com mudanças na permeabilidade. Como comentado anteriormente, o modelo substituto é unidimensional e incompressível e, portanto, não é influenciado pela transmissibilidade entre as células. Já o modelo completo continua homogêneo após alterações na permeabilidade e assim a geometria das linhas de fluxo não se altera, e o resultado do modelo não muda¹².

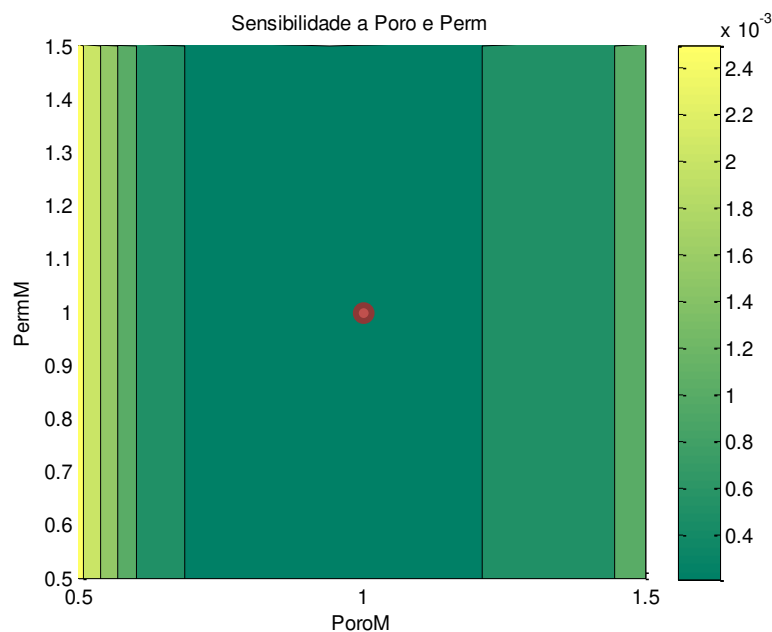


Figura 4.11 – Valor da função objetivo após alterações nas porosidades e permeabilidades dos modelos completo e substituto (ponto vermelho é sem alterações).

Os gráficos de comparação entre os modelos para os casos testados com maior variação de porosidade mostram que o modelo substituto conseguiu reproduzir o modelo completo quando teve sua porosidade alterada (Figura 4.12 e Figura 4.13).

¹² Para uma discussão mais detalhada, ver apêndice.

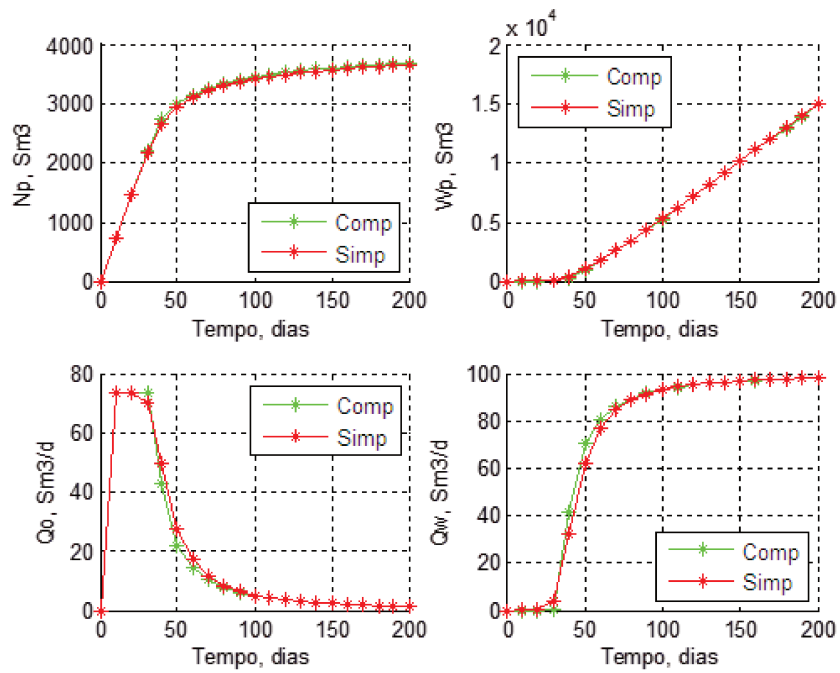


Figura 4.12 – Resultados do modelo completo e do substituto com um multiplicador de porosidade de 0,5.

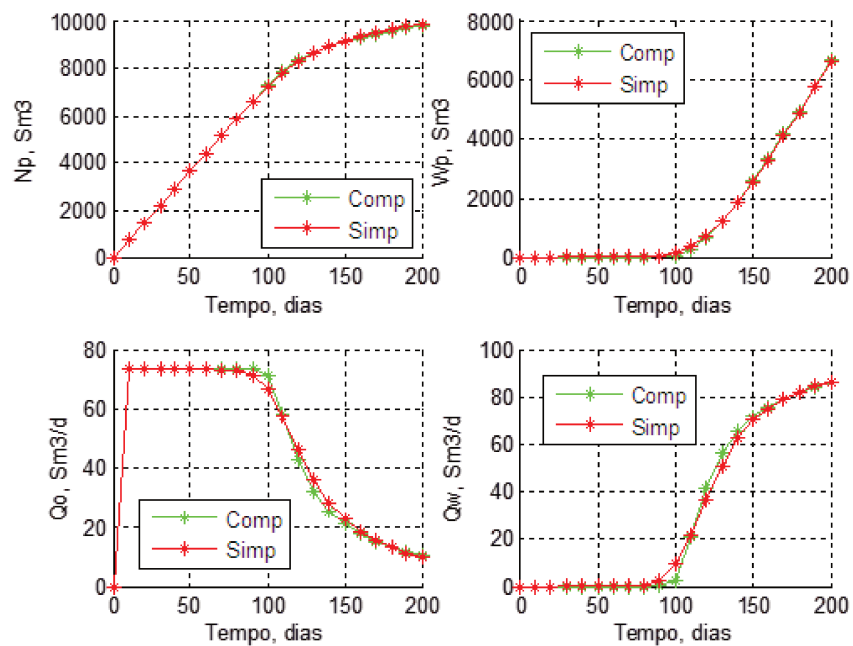


Figura 4.13 – Resultados do modelo completo e do substituto com um multiplicador de porosidade de 1,5.

4.3.2. Modelo Heterogêneo

Neste modelo as permeabilidades absolutas foram geradas de modo aleatório, seguindo uma distribuição normal com $\mu = 100$ e $\sigma = 50$ (Figura 4.14, Figura 4.15 e Figura 4.16).

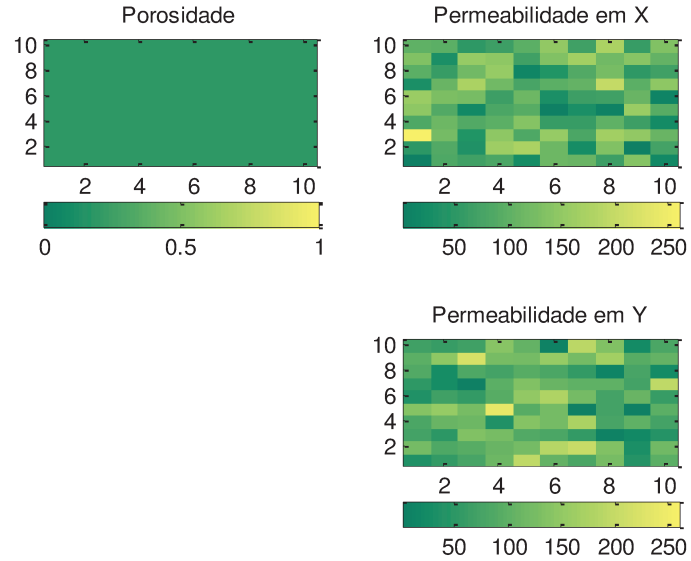


Figura 4.14 – Propriedades do modelo heterogêneo: porosidade e permeabilidades absolutas (mD).

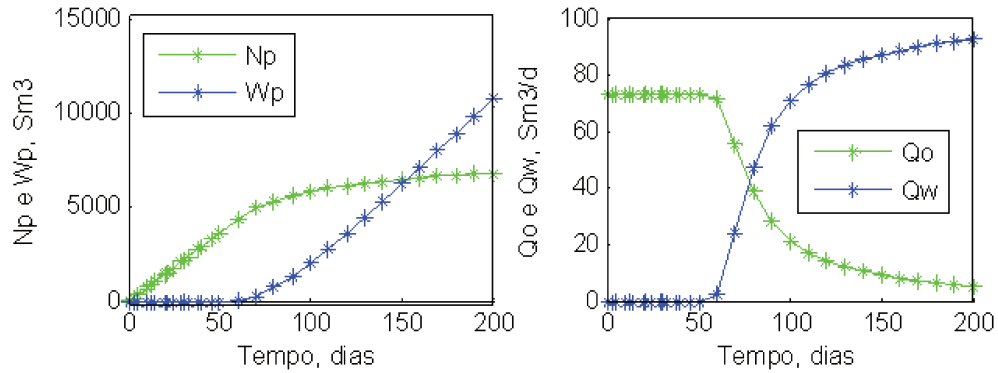


Figura 4.15 – Produção acumulada e vazão instantânea, de óleo e de água, do modelo heterogêneo.

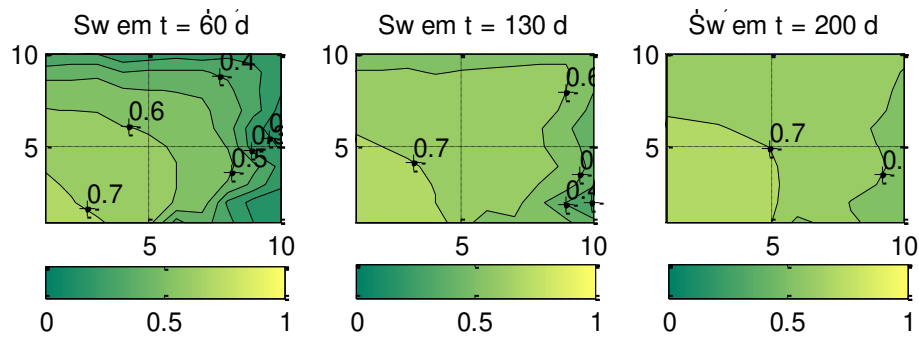


Figura 4.16 – Saturação de água em três instantes de tempo do modelo heterogêneo.

Um modelo substituto do tipo I foi ajustado às respostas do modelo heterogêneo (Figura 4.17). Os parâmetros de ajuste do modelo simplificado foram próximos aos valores do ajuste do modelo homogêneo (Figura 4.18 e Figura 4.19). Este resultado já era esperado, pois as respostas dos modelos completos são próximas. O modelo tipo I se mostrou adequado para ajustar o modelo heterogêneo (Figura 4.20).

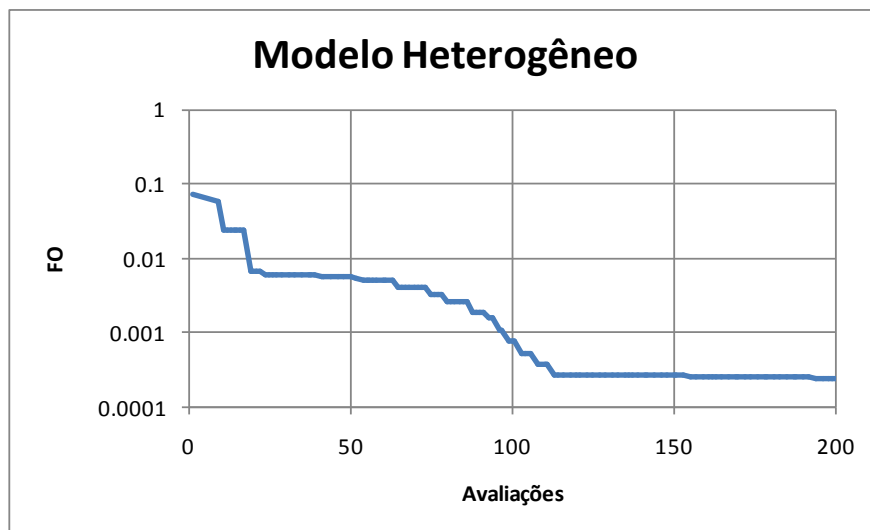


Figura 4.17 – Evolução do ajuste do modelo substituto do modelo heterogêneo.

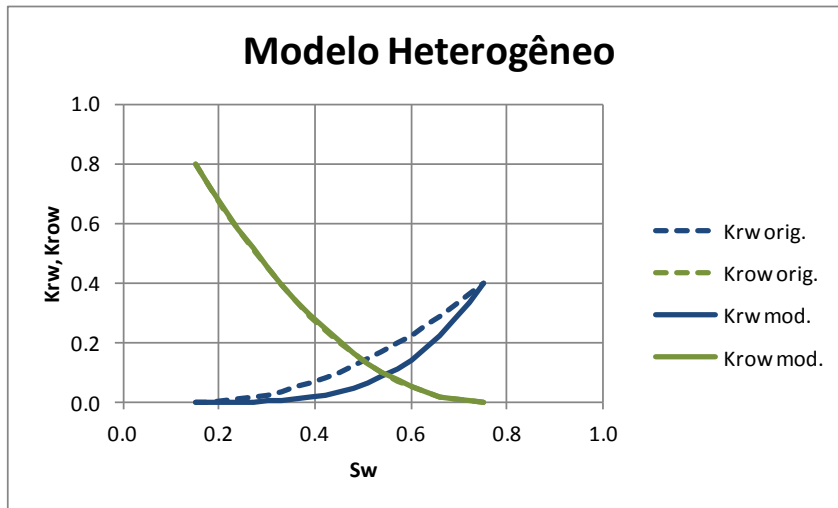


Figura 4.18 – Curvas de permeabilidade relativa originais e do modelo simplificado após ajuste.

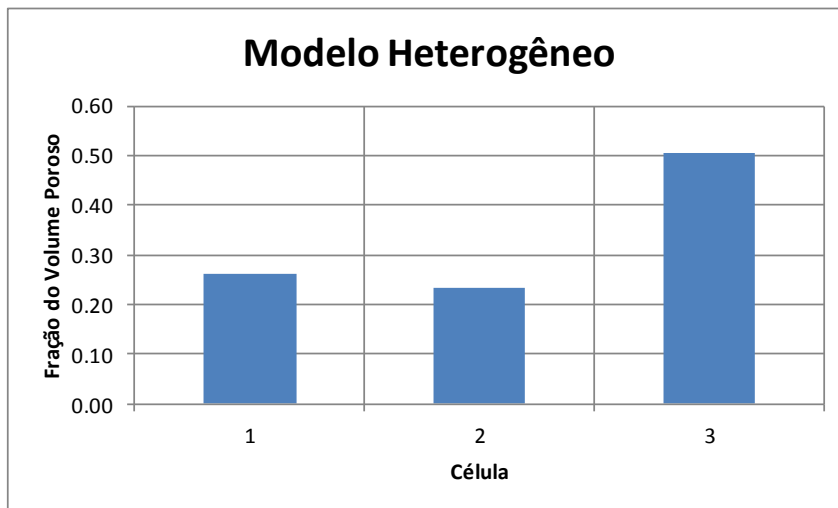


Figura 4.19 – Fração do volume poroso associada a cada célula do modelo simplificado

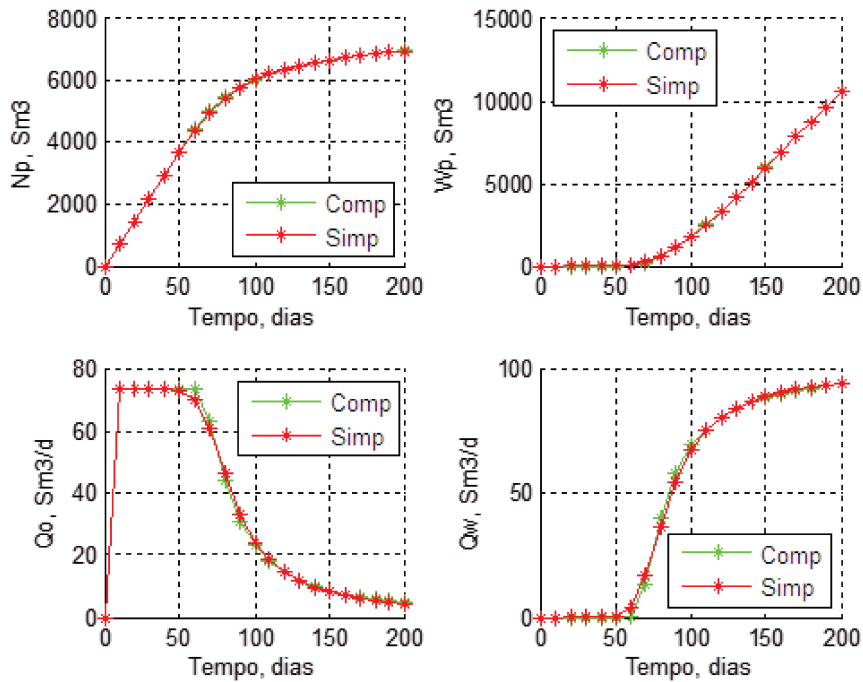


Figura 4.20 – Ajuste do modelo substituto do modelo heterogêneo.

O mapa com a sensibilidade da FO mostra que a maior sensibilidade é na alteração das porosidades (Figura 4.21). Ao contrário do observado para o modelo homogêneo, neste caso os multiplicadores de permeabilidade têm influência nos resultados do modelo completo, mas com menor impacto que os multiplicadores de porosidade. O modelo substituto é do tipo I, logo a permeabilidade não tem influência no seu resultado.

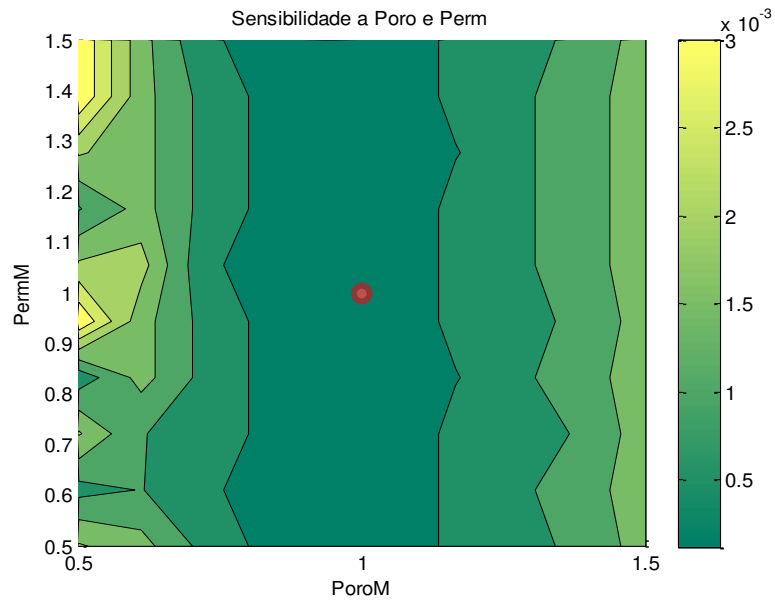


Figura 4.21 – Valor da função objetivo após alterações nas porosidades e permeabilidades dos modelos completo e substituto (ponto vermelho é sem alterações).

Assim como no caso do modelo homogêneo, os gráficos de comparação entre os modelos para os casos testados com maior variação de porosidade mostram que o modelo substituto conseguiu reproduzir o modelo completo quando ambos têm a porosidade alterada (Figura 4.22 e Figura 4.23).

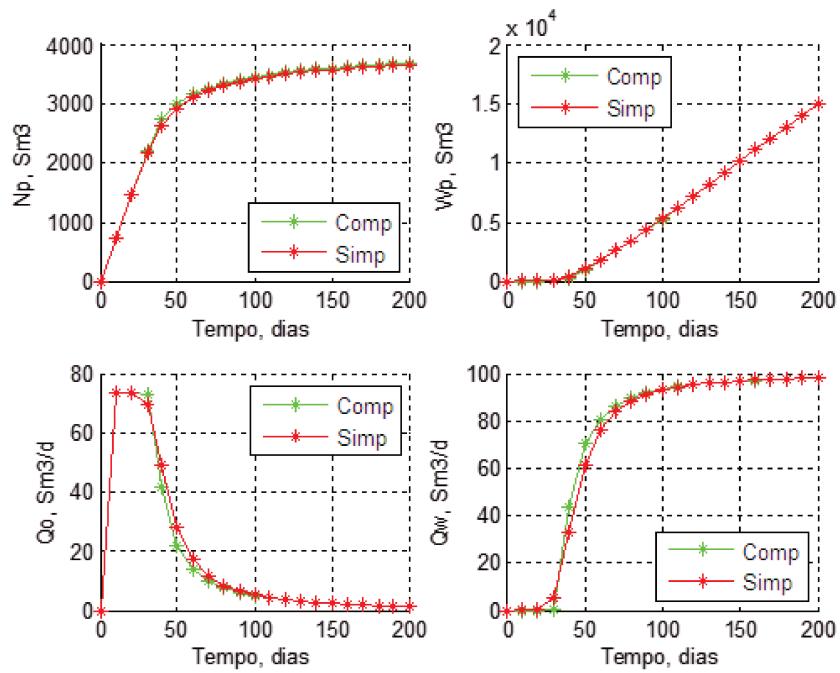


Figura 4.22 – Resultados do modelo completo e do substituto com um multiplicador de porosidade de 0,5.

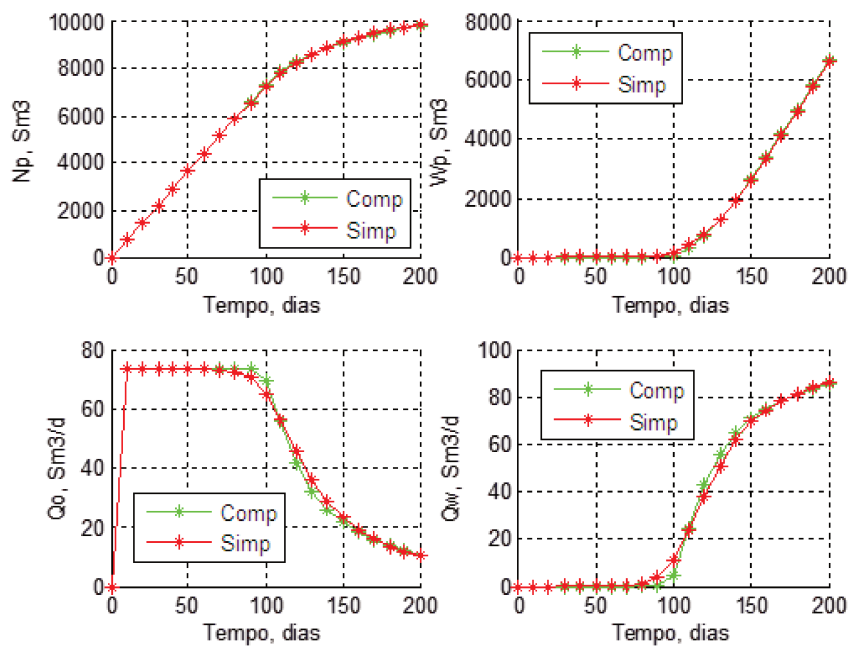


Figura 4.23 – Resultados do modelo completo e do substituto com um multiplicador de porosidade de 1,5.

4.3.3. Modelo com “Canal”

Neste modelo foi criada uma região de maior permeabilidade, com permeabilidade 20 vezes maior que o restante do reservatório (Figura 4.24, Figura 4.25 e Figura 4.26).

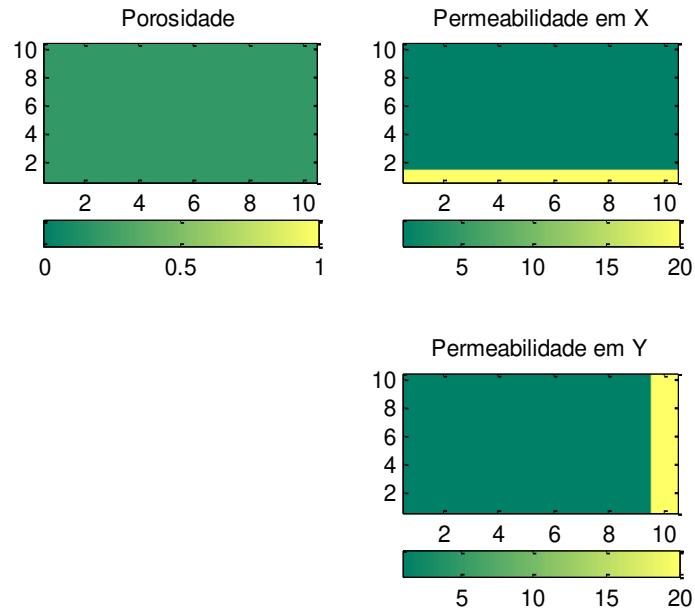


Figura 4.24 – Propriedades do modelo com “canal”: porosidade e permeabilidades absolutas (mD).

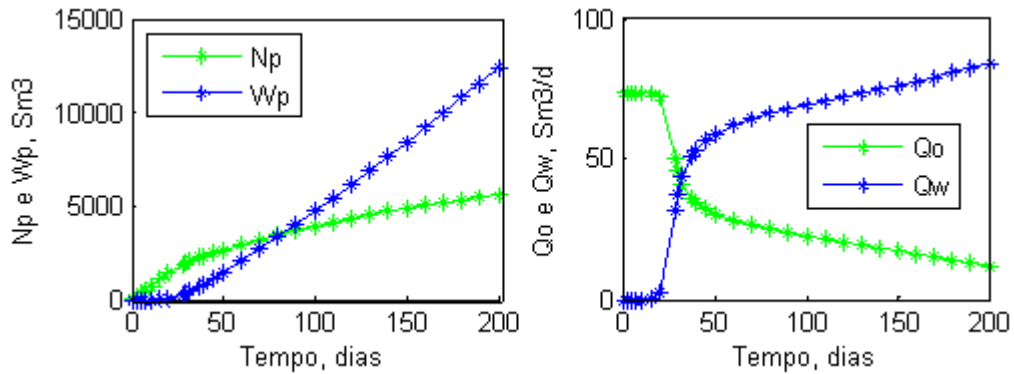


Figura 4.25 – Produção acumulada e vazão instantânea, de óleo e de água, do modelo com “canal”.

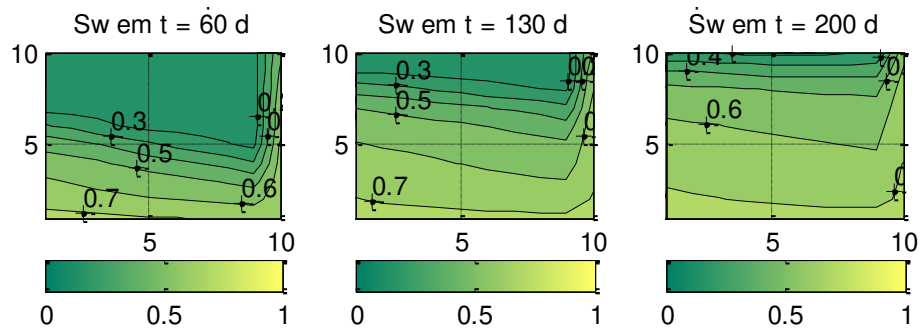


Figura 4.26 – Saturação de água em três instantes de tempo do modelo com “canal”.

Ao modelo completo foi ajustado o modelo substituto do tipo I (Figura 4.27). Para tentar ajustar a rápida chegada de água, a água ficou mais móvel e o óleo menos móvel (Figura 4.28). Adicionalmente, a célula do poço produtor ficou com um volume poroso muito pequeno (Figura 4.29). Os gráficos do ajuste (Figura 4.30) mostram que o modelo substituto do tipo I não é adequado para substituir este modelo completo.

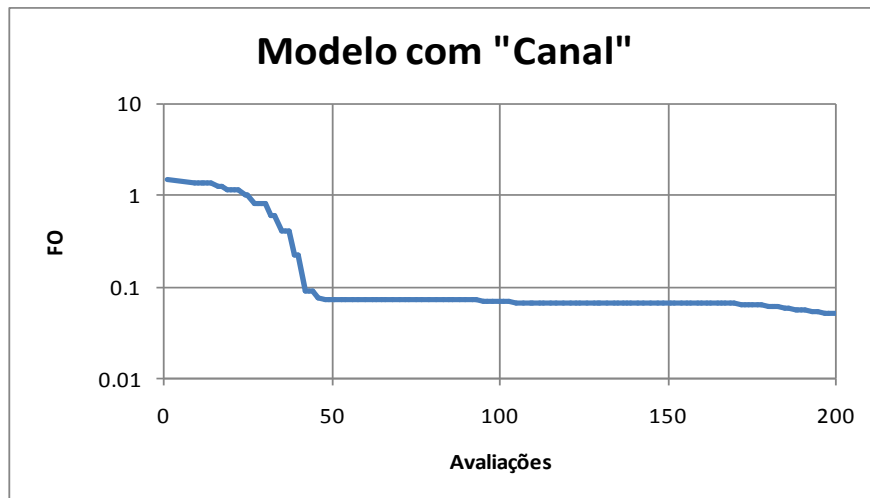


Figura 4.27 – Evolução do ajuste do modelo substituto do modelo com “canal”.

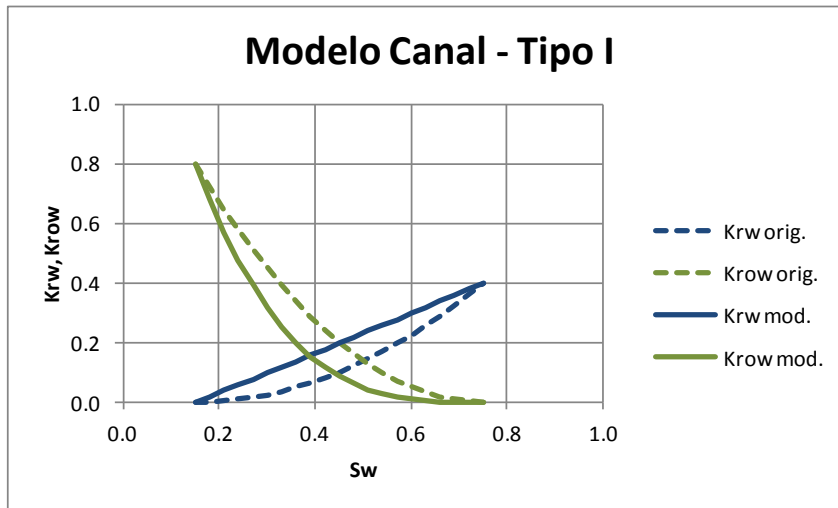


Figura 4.28 – Curvas de permeabilidade relativa originais e do modelo simplificado tipo I após ajuste.

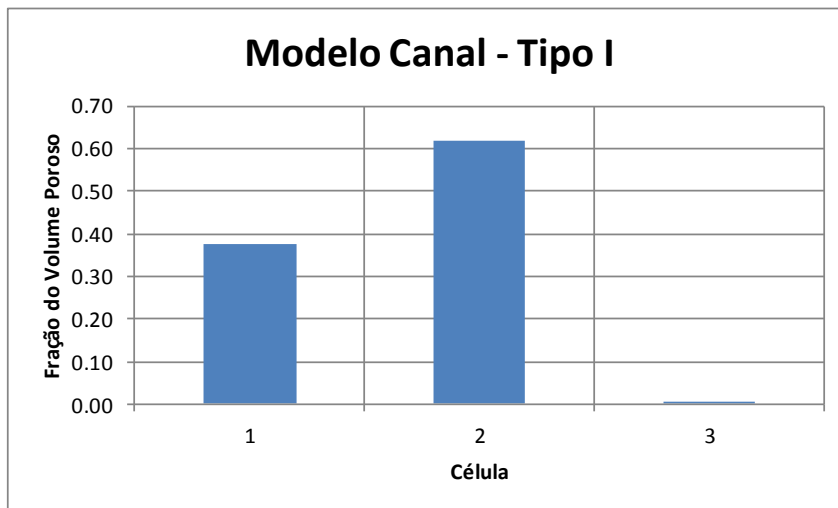


Figura 4.29 – Fração do volume poroso associada a cada célula do modelo simplificado do tipo I.

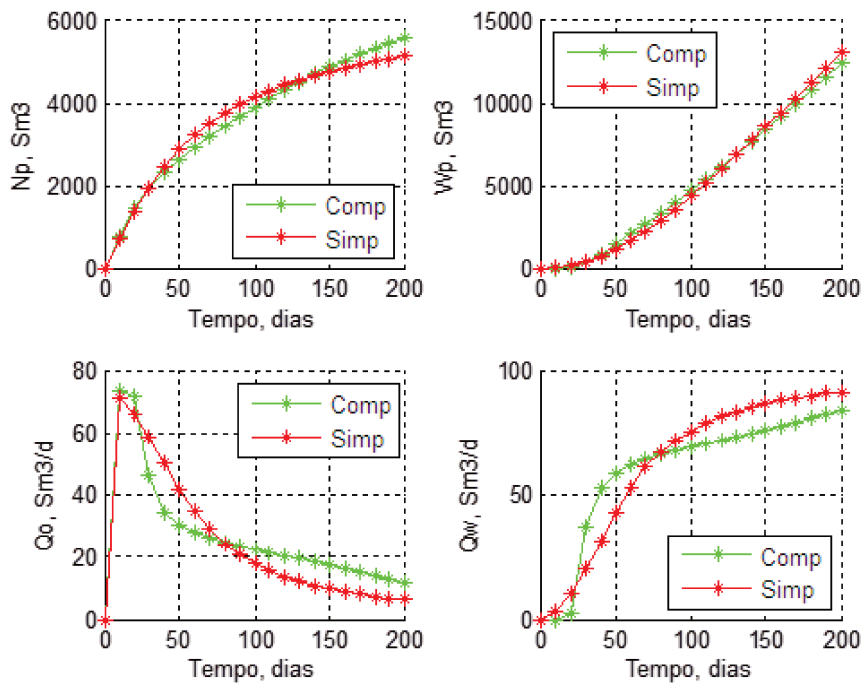


Figura 4.30 – Ajuste do modelo substituto do modelo com “canal”.

Os resultados mostraram que este tipo de modelo substituto tem dificuldades em geometrias mais complexas. Contudo, uma geometria com maior grau de liberdade, como o modelo do tipo II, pode gerar melhores resultados (Figura 4.31). Optou-se por aumentar o limite de número de avaliações, de 200 para 500, devido ao aumento do número de variáveis do problema. Nas curvas de permeabilidade relativa do modelo simplificado observa-se que tanto a água como o óleo estão mais móveis que no modelo completo (Figura 4.32). Para gerar um caminho mais rápido para a água chegar ao poço produtor, a célula 3 ficou com volume poroso muito pequeno (Figura 4.33). A maior conectividade é entre as células intermediárias: células 2 e 3 (Figura 4.34).

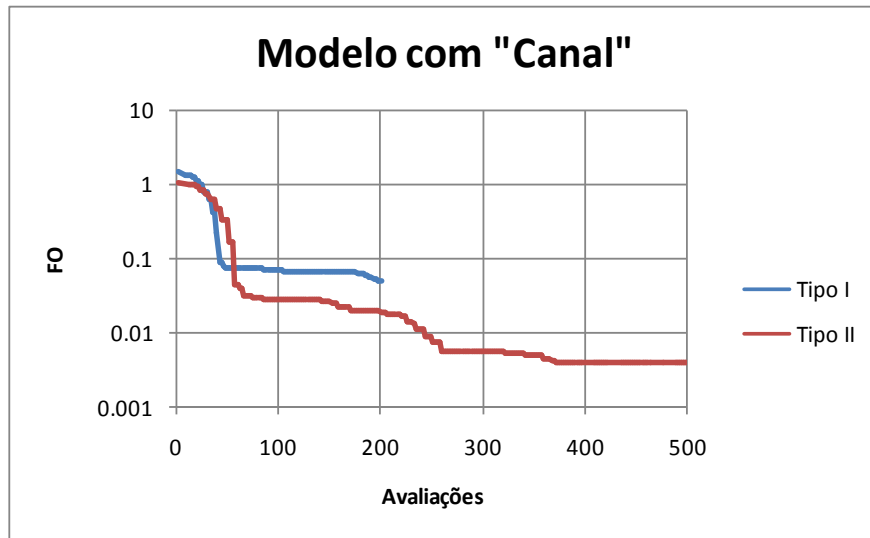


Figura 4.31 – Evolução do ajuste do modelo com “canal” com diferentes tipos de modelos substitutos.

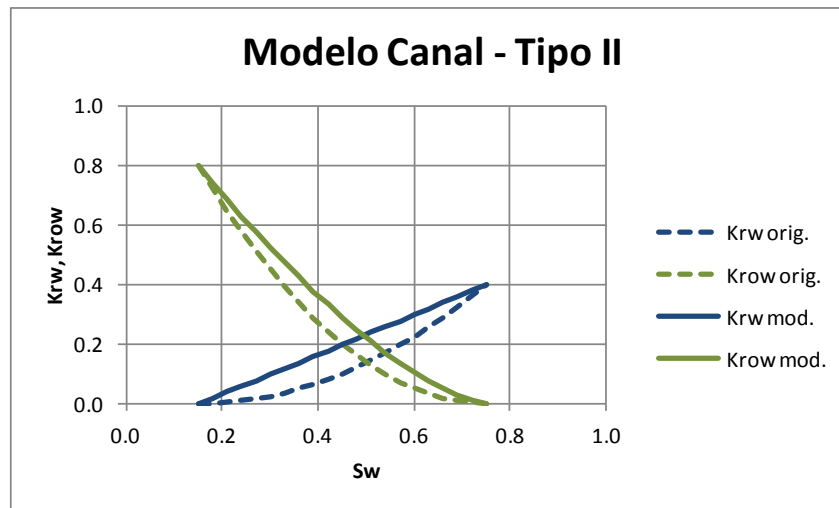


Figura 4.32 – Curvas de permeabilidade relativa originais e do modelo simplificado tipo II após ajuste.

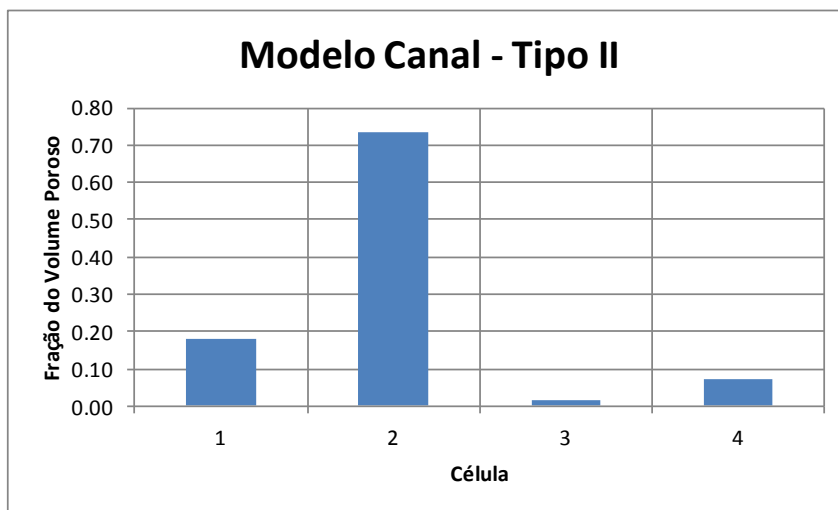


Figura 4.33 – Fração do volume poroso associado a cada célula do modelo simplificado do tipo II.

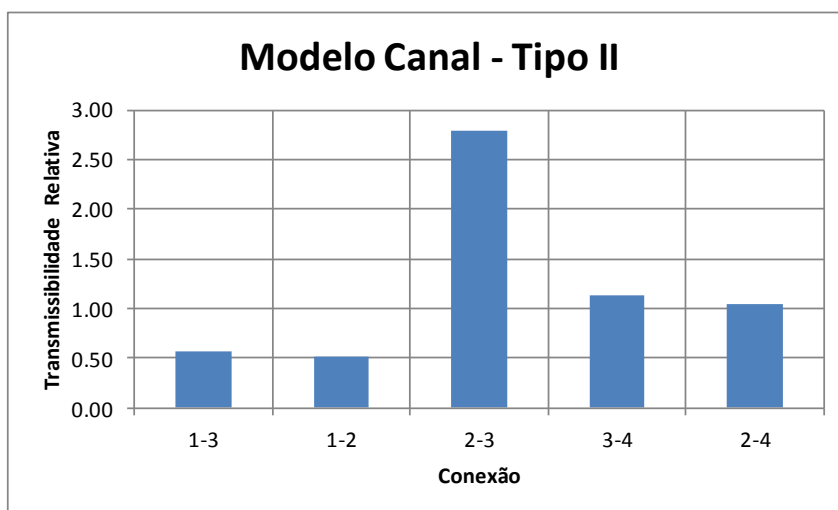


Figura 4.34 – Razão das transmissibilidades entre as células do modelo simplificado do tipo II com a transmissibilidade média das células do modelo completo.

Os gráficos do ajuste do modelo substituto do tipo II mostram um melhor resultado que o caso anterior (Figura 4.35). O modelo substituto teve dificuldades em ajustar a irrupção de água (*breakthrough*), mas apresentou boas respostas para os volumes acumulados de água e óleo.

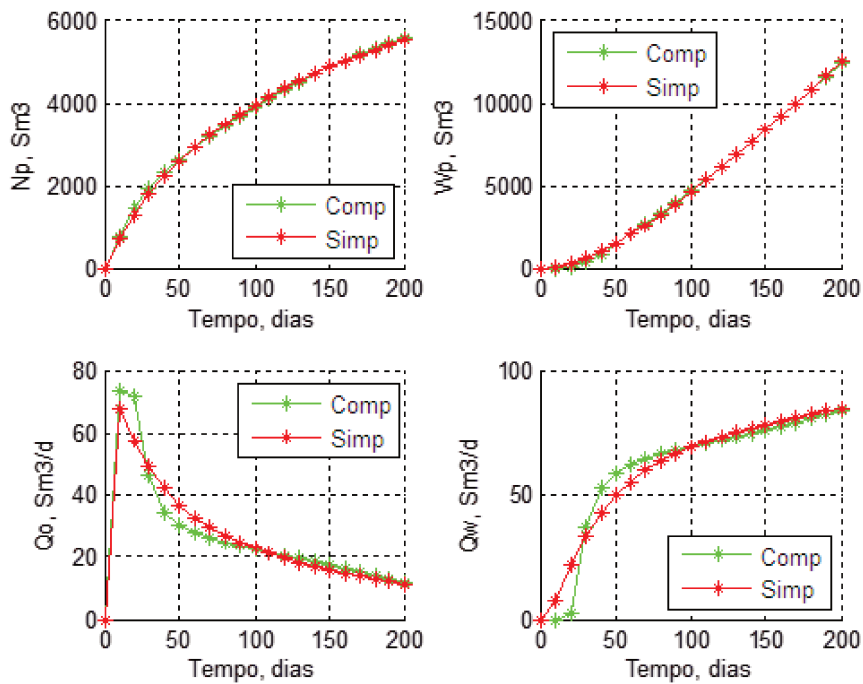


Figura 4.35 – Ajuste do modelo com “canal” com modelo substituto do tipo II.

O mapa de sensibilidade da FO a alterações na porosidade e permeabilidade de ambos os modelos mostra que, mais uma vez, apenas mudanças na porosidade tem impacto significativo na qualidade do ajuste das respostas do modelo substituto (Figura 4.36).

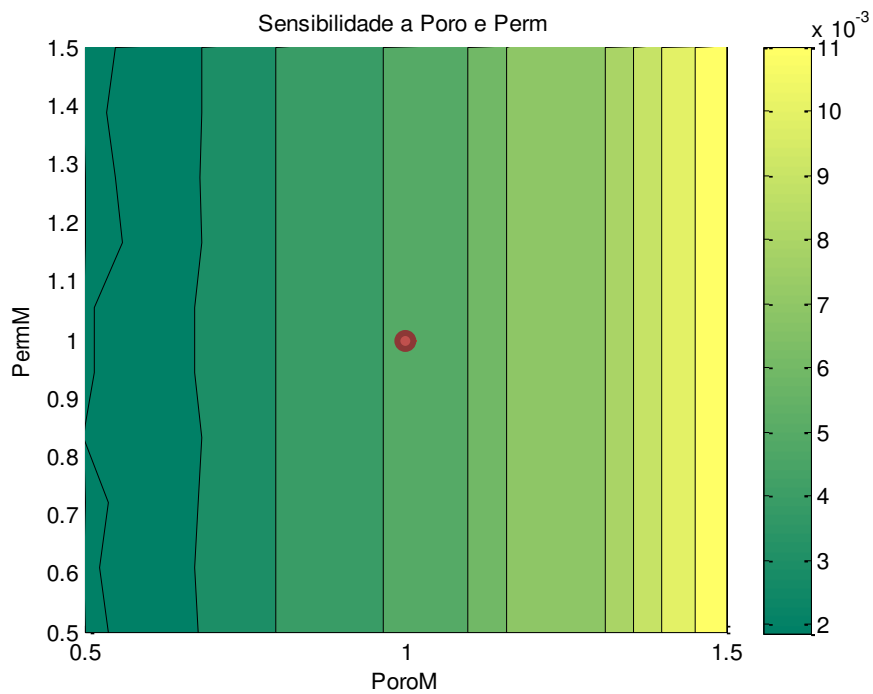


Figura 4.36 – Valor da função objetivo após alterações nas porosidades e permeabilidades dos modelos completo e substituto (ponto vermelho é sem alterações).

Os gráficos de comparação entre os modelos para os casos com maiores alterações nas porosidades mostram o mesmo comportamento observado anteriormente: o modelo substituto não ajusta bem a irrupção de água, mas tem boa aderência às curvas de produção acumulada (Figura 4.37 e Figura 4.38).

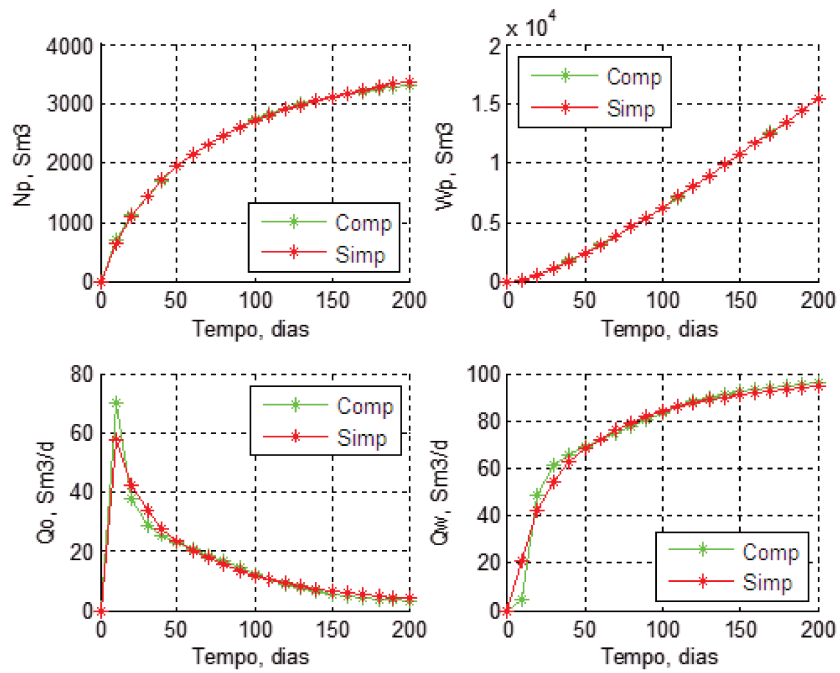


Figura 4.37 – Resultados do modelo completo e do substituto com um multiplicador de porosidade de 0,5.

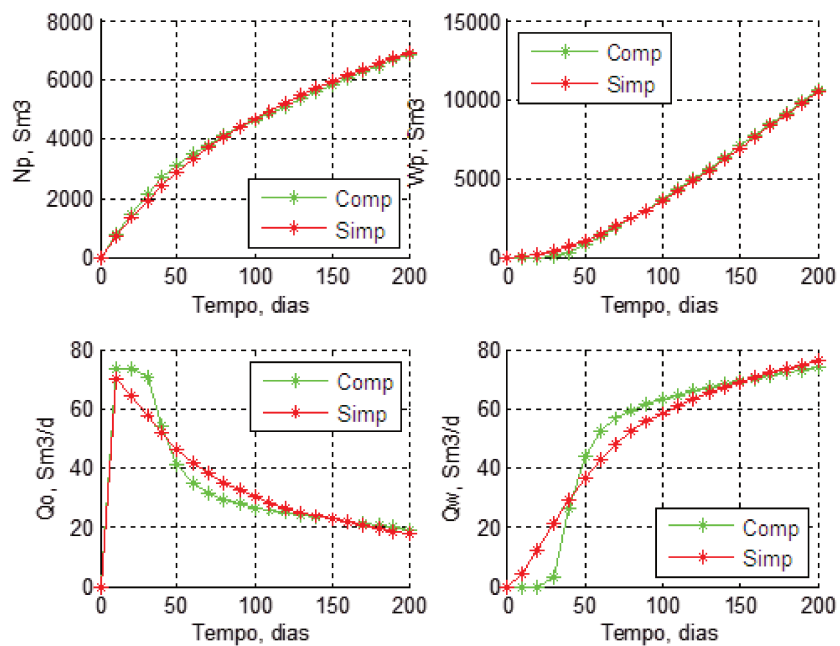


Figura 4.38 – Resultados do modelo completo e do substituto com um multiplicador de porosidade de 1,5.

4.4. Conclusões dos Estudos Iniciais

Os modelos substitutos foram construídos de modo a preservar as mesmas informações dos modelos completos. Com alterações apenas nas curvas de permeabilidade relativa e nas propriedades da nova malha de simulação foi possível ajustar os modelos substitutos. Análises de sensibilidade a variações globais de porosidade e permeabilidade mostraram que os modelos simplificados geram respostas muito próximas às dos respectivos modelos completos.

Os resultados observados nos três exemplos apresentados mostraram que simples modelos substitutos, com um número muito menor de células que os modelos completos, conseguem estimar respostas dos últimos com erros aceitáveis. Esta constatação serviu para mostrar o potencial do conceito de construção do modelo substituto, que será aplicado a problemas mais complexos.

CAPÍTULO 5. CONSTRUÇÃO DO MODELO SUBSTITUTO

O modelo substituto é construído com base nas informações do modelo completo. O objetivo é construir um novo conjunto de arquivos de simulação com o máximo possível de informação do modelo completo, mas que gere resultados mais rapidamente. A malha de simulação é completamente refeita, as curvas de permeabilidade relativa são adaptadas a uma formulação analítica e os poços tornam-se verticais (Tabela 5.1). Com estas alterações em relação ao modelo completo, o substituto não consegue reproduzir as respostas do completo. As operações envolvidas no ajuste dos parâmetros do modelo substituto são apresentadas no Capítulo 6.

A malha de simulação do modelo substituto é gerada a partir da localização dos poços, e suas propriedades são estimadas a partir das propriedades da malha do modelo completo. O modelo de fluido do modelo substituto é o mesmo do modelo completo. As condições iniciais (contatos, pressão e saturação iniciais) também são mantidas. Os mesmos controles de produção do modelo completo (limites de vazão, pressão, corte de água etc.) são utilizados no modelo substituto.

As propriedades da malha de simulação e os expoentes das curvas de permeabilidade relativa serão utilizados como variáveis de ajuste das respostas do modelo substituto às do modelo completo. A metodologia de geração das propriedades da nova malha de simulação apresentada neste capítulo tenta gerar um ponto inicial para o processo de ajuste que não esteja muito longe da resposta ótima.

Tabela 5.1 – Construção do modelo substituto.

Informação	Modelo Substituto
Malha	Construída com base na posição dos poços e nas propriedades da malha de simulação original.
Modelo de fluido	Mantido.
Modelo de rocha	Adaptado a uma formulação analítica.
Inicialização	Mantida.
Geometria dos poços	Transformados em poços verticais.
Controles de produção	Mantidos.

5.1. Modelo Substituto Inicial

Após a aplicação do conceito inicial de construção do modelo substituto, com bons resultados no ajuste de modelos de fluxo bidimensionais incompressíveis (Capítulo 4), os estudos progrediram na direção de aplicar este mesmo conceito para casos mais complexos.

Um programa foi desenvolvido para ler as informações de um modelo de fluxo no formato *Eclipse* (SCHLUMBERGER, 2009) e, com base nestes dados, gerar um novo modelo de fluxo, também no formato *Eclipse*, mas com um reduzido número de células.

A construção do modelo de fluxo substituto é realizada em diferentes etapas (Figura 5.1):

- Com a localização dos poços no plano (x, y), é feita uma triangulação de Delaunay e, com base nas arestas definidas entre os poços, pontos adicionais são criados e uma nova triangulação é realizada. Cada ponto deste conjunto representa um volume de controle da malha do modelo substituto (cada volume de controle é composto por um conjunto de células empilhadas verticalmente), e as arestas entre os pontos representam as conexões entre as células dos volumes de controle.
- A correlação entre as células do modelo completo e os volumes de controle do modelo substituto é estabelecida com base na distância (x, y) entre os mesmos, i.e., cada célula da malha de simulação original é associada ao ponto mais próximo da mesma. Uma simulação do modelo completo com as devidas modificações indica os volumes de controle do modelo substituto sem volume poroso associado. Estes são retirados da nova malha de simulação.

- Um estudo mais minucioso é feito com malha do modelo completo, e as informações são utilizadas para definir a geometria de cada célula da nova malha.
- As propriedades das células do modelo substituto são calculadas em função das propriedades das células do modelo completo.
- As demais informações do modelo completo são copiadas no modelo substituto. Apenas as curvas de permeabilidade relativa são adaptadas a uma formulação analítica.

Com a nova malha de simulação e os demais dados da simulação, são gerados todos os arquivos necessários para realizar previsões de produção com o modelo substituto.

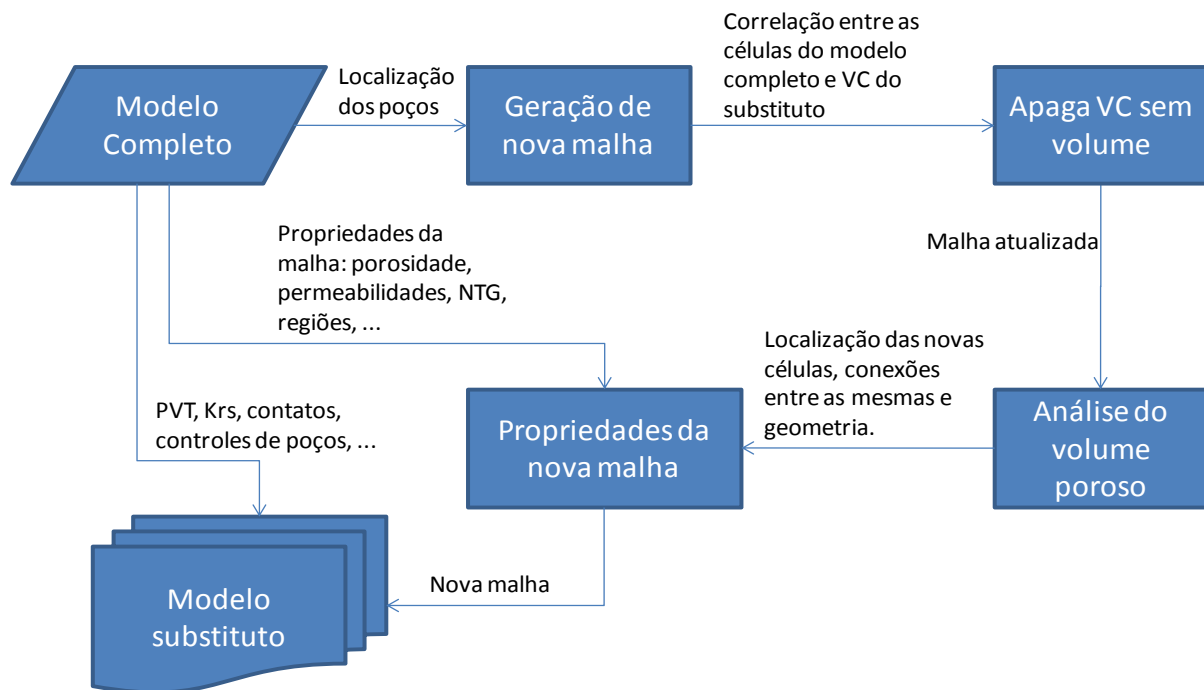


Figura 5.1 – Fluxograma da geração de um modelo de fluxo substituto.

Algumas limitações são impostas pela implementação criada para a construção do modelo substituto:

- Todos os poços são considerados como verticais: apenas a posição (x, y) da primeira conexão do poço à malha de simulação e o *datum* são lidos. A posição do poço é definida pela posição da primeira conexão, que é utilizada na construção da nova malha de simulação. O *datum* garante que os valores de pressão de fundo de poço tenham a mesma referência em ambos os modelos de fluxo;

- O modelo trabalha com apenas uma região de equilíbrio: apenas um contato óleo-água e um contato gás-óleo são aceitos;
- Intervalos de produção independentes são tratados como um único intervalo: no modelo substituto existe apenas um intervalo produtor. Volumes que não se conectam no modelo completo são agrupados no mesmo intervalo de produção (Figura 5.2);

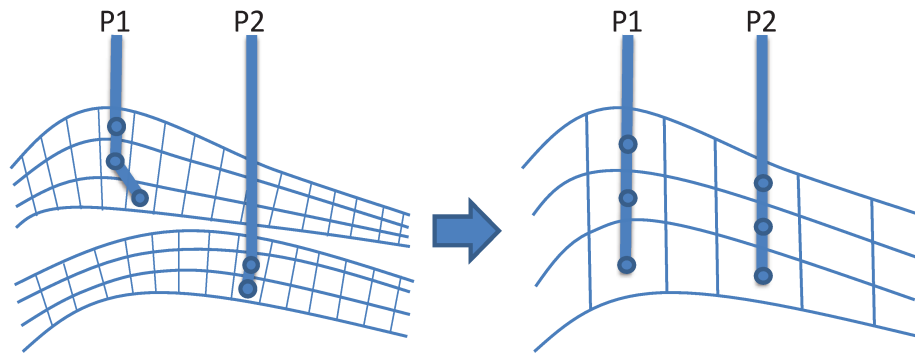


Figura 5.2 – Simplificação da geometria dos poços e dos intervalos de produção na nova malha de simulação.

- Falhas são ignoradas na construção da nova malha de simulação, apenas os valores de permeabilidade das células são lidos (Figura 5.3). Os efeitos no fluxo devido às falhas só terão influência nas transmissibilidades entre as células da nova malha durante a etapa de ajuste.

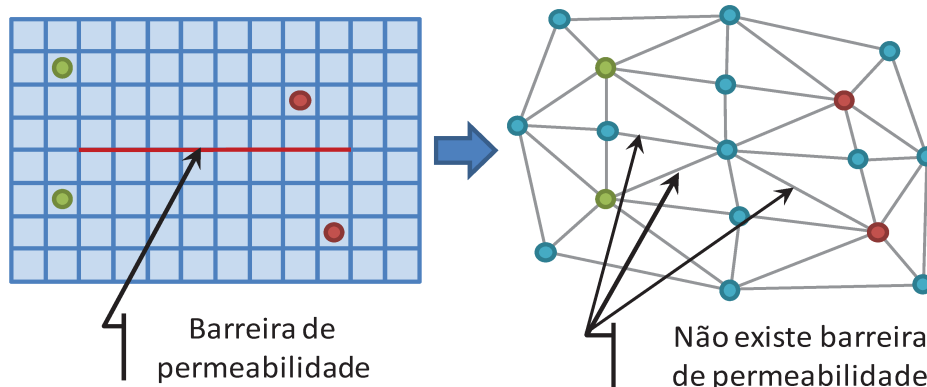


Figura 5.3 – Na geração da nova malha de simulação, barreiras de permeabilidade são ignoradas.

5.2. Triangulação dos Poços

O processo de triangulação dos poços é realizado em diversas etapas (Figura 5.4). Todo o processo é realizado no plano (x,y), considerando cada poço um ponto no plano. É utilizada a coordenada da primeira conexão com a malha de simulação para representa cada poço.

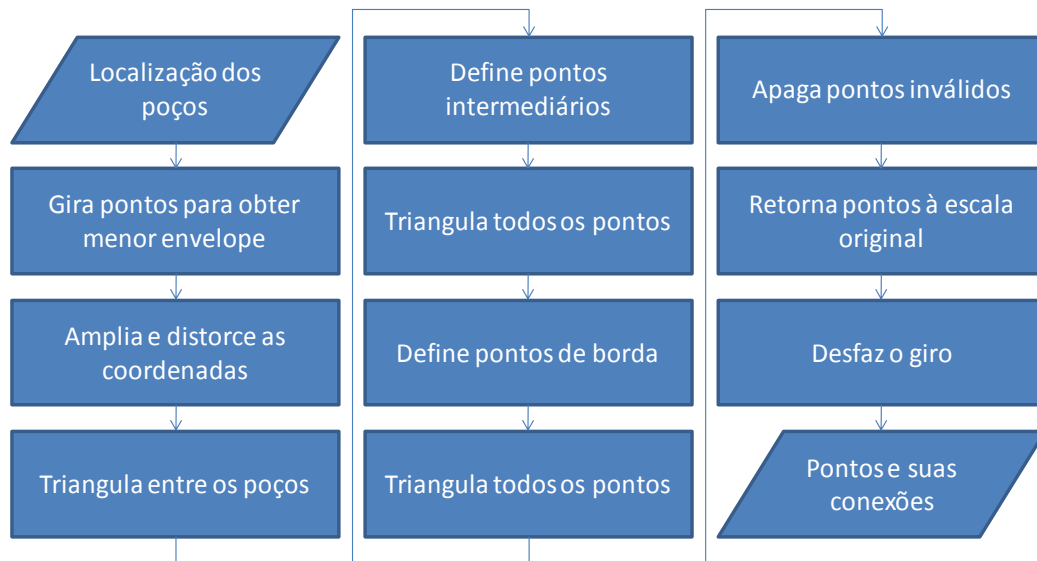


Figura 5.4 – Fluxograma do processo de triangulação dos poços.

Antes de realizar a triangulação dos poços, os mesmos são rotacionados de forma a minimizar a área do retângulo que os engloba, e em seguida as suas coordenadas são re-escaladas para um mapa com coordenadas entre 0 e 100 em ambas as direções (Figura 5.5). Estas duas operações são realizadas com o intuito de tentar melhor representar as principais direções de fluxo, já que a construção da nova malha de simulação é feita com base em uma triangulação. Este efeito é mais impactante em geometrias onde os poços estão posicionados aproximadamente no mesmo eixo (Figura 5.6), pois com estas mudanças as conexões entre os pontos tenderão a seguir a orientação principal dos poços.

A deformação das coordenadas dos pontos iniciais também facilita a definição de constantes utilizadas nas operações internas do algoritmo de triangulação, já que todos os mapas terão escalas muito próximas.

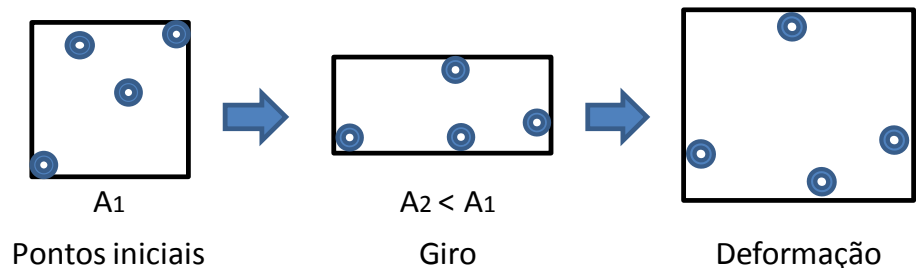


Figura 5.5 – Giro e deformação das coordenadas dos pontos iniciais.

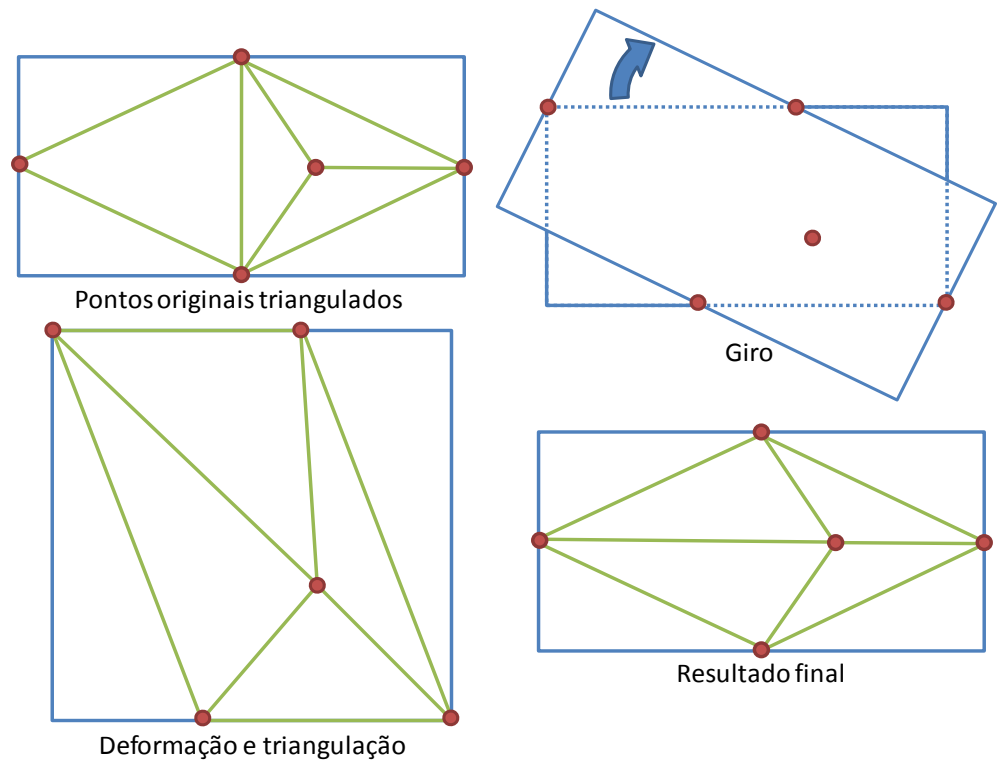


Figura 5.6 – Exemplo do efeito de aplicação do giro e deformação das coordenadas dos pontos iniciais na triangulação de um conjunto de pontos.

O processo de triangulação é aplicado três vezes durante a construção da nova malha de simulação: com os pontos iniciais (Figura 5.7), após adicionar pontos intermediários (Figura 5.8) e após adicionar pontos de borda (Figura 5.10).

Em todas as etapas, os triângulos de borda com geometria muito obtusa (ângulo interno máximo maior que o limite estabelecido¹³) são excluídos da lista de conexões entre os pontos. Ao aplicar este limite à geometria dos triângulos, são evitados problemas em regiões onde os pontos são aproximadamente colineares.

¹³ O valor utilizado é de 150°.

A malha é inicialmente construída a partir da localização dos poços do modelo (Figura 5.7). O número de células da nova malha de simulação é função do número de poços do modelo de fluxo, e não do número de células da malha original.

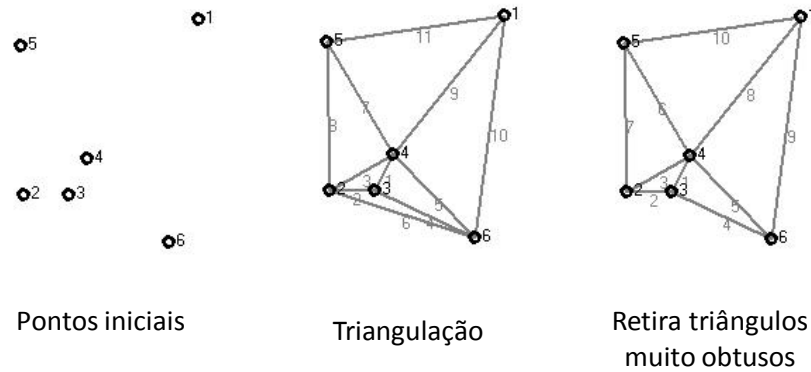


Figura 5.7 – Primeira aplicação da triangulação.

Os pontos intermediários são gerados no meio de cada aresta criada na triangulação dos pontos iniciais (Figura 5.8). Estes pontos serão necessários para evitar que duas células com poços fiquem em contato direto.



Figura 5.8 – Segunda aplicação da triangulação.

Os pontos de borda são gerados na direção da soma dos versores (vetores unitários) normais às arestas de borda¹⁴ incidentes a cada ponto localizado nos limites da triangulação (Figura 5.9). A distância entre o ponto estudado e o ponto de borda é igual à média das distâncias entre o ponto e os dois pontos vizinhos também localizados nos limites da triangulação. Os

¹⁴ Uma aresta de borda é aquela que liga dois pontos localizados nos limites da triangulação (envoltória).

pontos de borda são criados para representar os volumes que existem ao redor dos poços (Figura 5.10).

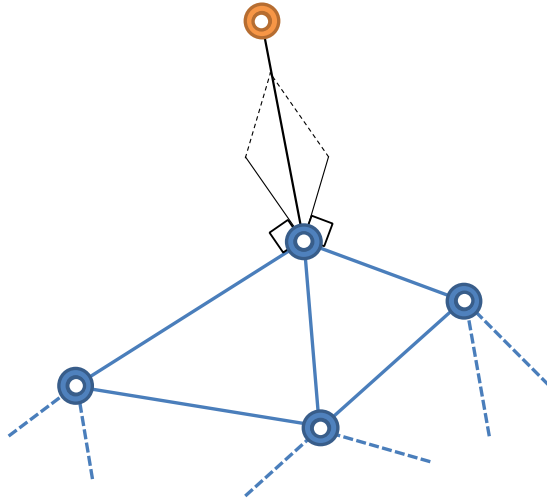


Figura 5.9 – Geração de um novo ponto de borda.

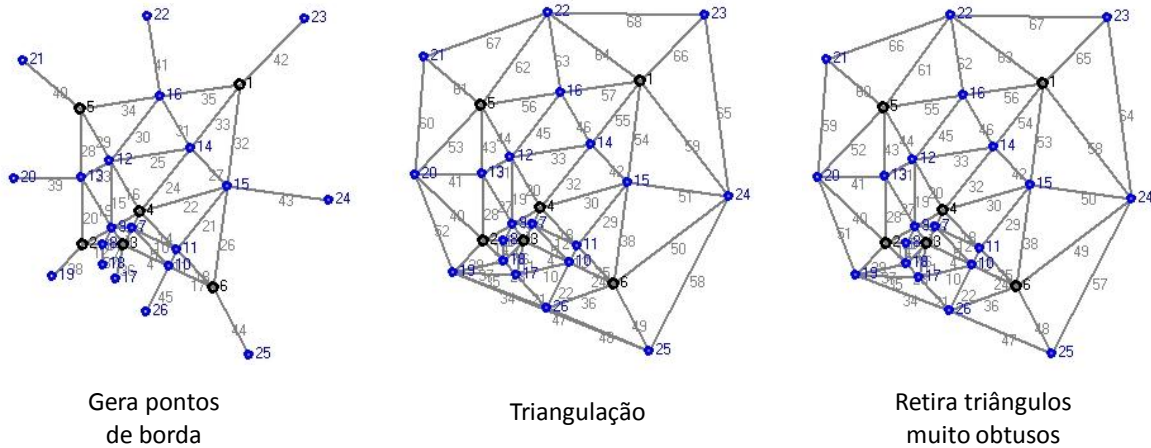


Figura 5.10 – Terceira aplicação da triangulação.

Adicionalmente às operações já mencionadas, duas outras são realizadas. A primeira é o giro¹⁵ de triângulos (Figura 5.11), que consiste em verificar se existem conexões entre dois pontos auxiliares (intermediários ou de borda) que possam ser trocadas por conexões entre um ponto auxiliar e um ponto inicial (de poço). A segunda operação é a exclusão de pontos auxiliares que não tem conexão com ao menos um ponto inicial. Como o processo de ajuste do modelo

¹⁵ Livre tradução do termo em inglês: *flip*

substituto ao modelo completo será realizado com base nas respostas dos poços, pontos auxiliares sem conexão a poços não seriam ajustados.

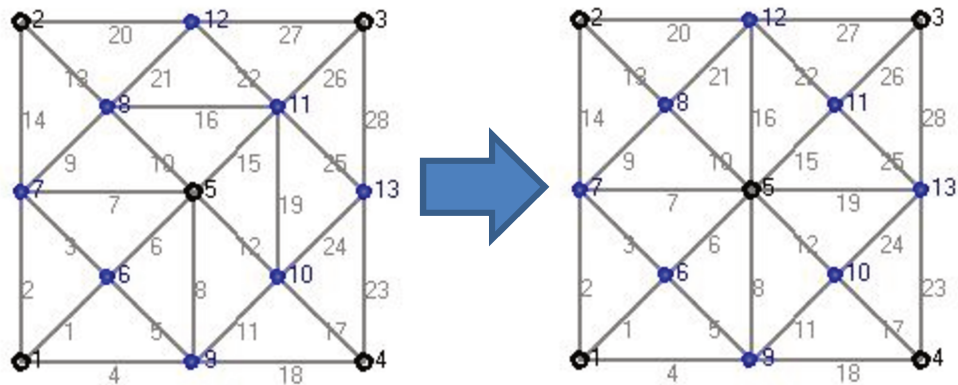


Figura 5.11 – Efeito do giro de triângulos.

Cada ponto gerado (iniciais, intermediários e de borda) representa um volume de controle da nova malha de simulação. As arestas que ligam os pontos representam as conexões entre os volumes de controle (Figura 5.12).

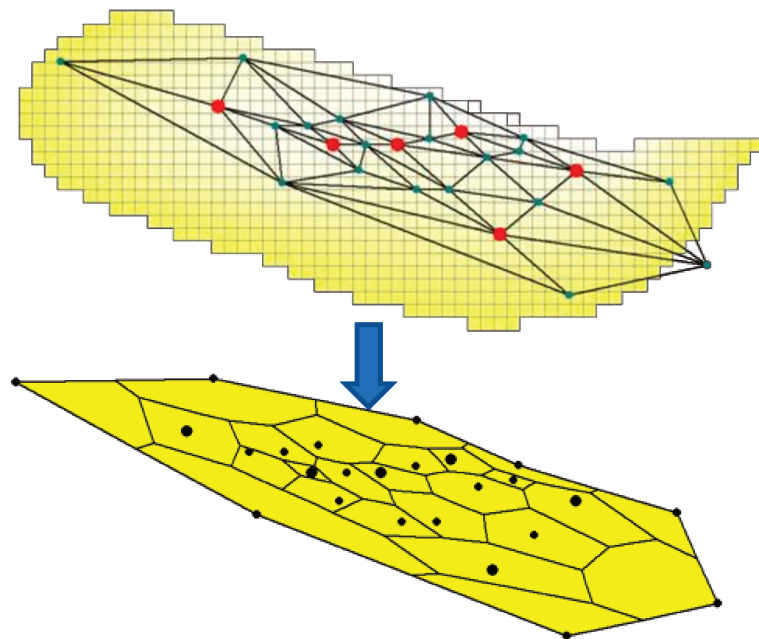


Figura 5.12 – Transformação da malha original em uma malha com número reduzido de células (poços em vermelho e pontos adicionais em azul).

5.3. Análise dos Volumes Porosos do Modelo Completo

Os volumes de controle da nova malha de simulação são definidos pelos pontos gerados na etapa de triangulação (poços e pontos auxiliares), e a conexão entre os mesmos é definida pelas arestas entre os pontos. A correspondência entre as células da malha original e os volumes de controle da nova malha é feita a partir das distâncias (x,y) entre os mesmos. Um volume de controle da nova malha de simulação representa todas as células da malha original que estão mais próximas deste volume que dos demais pontos da triangulação, formando uma malha Voronoi.

Após determinar a correspondência entre as células da malha original e os volumes de controle da nova malha, é realizado um estudo dos volumes porosos com a malha original. O contato óleo-água do modelo original é alterado de modo a gerar uma curva de volume poroso acima do contato em função da profundidade do mesmo para cada grupo de células do modelo completo correspondentes a um volume de controle do modelo substituto (Figura 5.13). A partir destes dados é possível definir as principais características geométricas dos volumes porosos do modelo substituto:

- Topo;
- Base;
- Volume poroso total;
- Variação do volume poroso com a profundidade.

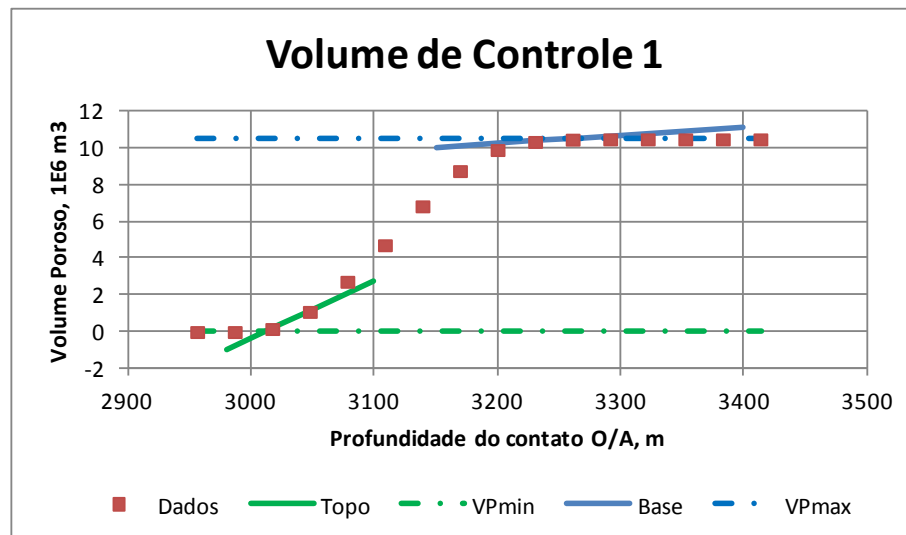


Figura 5.13 – Variação do volume poroso acima do contato de um grupo de células do modelo completo.

Para poder levar em conta efeitos gravitacionais, os volumes de controle da nova malha de simulação são subdivididos verticalmente. Na implementação atual foram utilizadas três células (Figura 5.14). Considerou-se três camadas como o mínimo necessário para poder representar efeitos gravitacionais, e optou-se por tentar manter o menor número possível de variáveis de ajuste. Para o simulador, as células da nova malha são uma coluna de cuboídes de topo e base quadrados. Inicialmente, cada célula tem a mesma espessura (as profundidades adimensionais das interfaces entre as subdivisões do volume de controle são $z_1 = 1/3$ e $z_2 = 2/3$), e a fração do volume total correspondente a cada célula é definida a partir dos dados de variação do volume poroso com a profundidade. Como a espessura de cada célula é imposta, os lados dos quadrados do topo e base são calculados de modo a que o volume bruto seja preservado. Posteriormente os parâmetros z_1 e z_2 serão utilizados como variáveis de ajuste do modelo substituto.

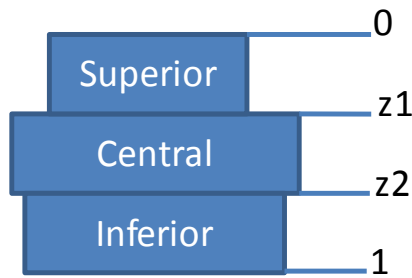


Figura 5.14 – Profundidades adimensionais das interfaces entre as subdivisões de um volume de controle do modelo substituto.

A fração do volume poroso total do volume de controle correspondente à célula central é definida pela reta que melhor ajusta os pontos que se encontram entre z_1 e z_2 . Para a célula superior, a fração do volume poroso é definida pela reta que melhor ajusta os pontos acima de z_1 , mas que passa pelo mesmo ponto que a reta da célula central em z_1 . De forma análoga, a célula inferior é definida pela reta que melhor ajusta os pontos abaixo de z_2 e passa pelo mesmo ponto que a reta da célula central em z_2 (Figura 5.15).

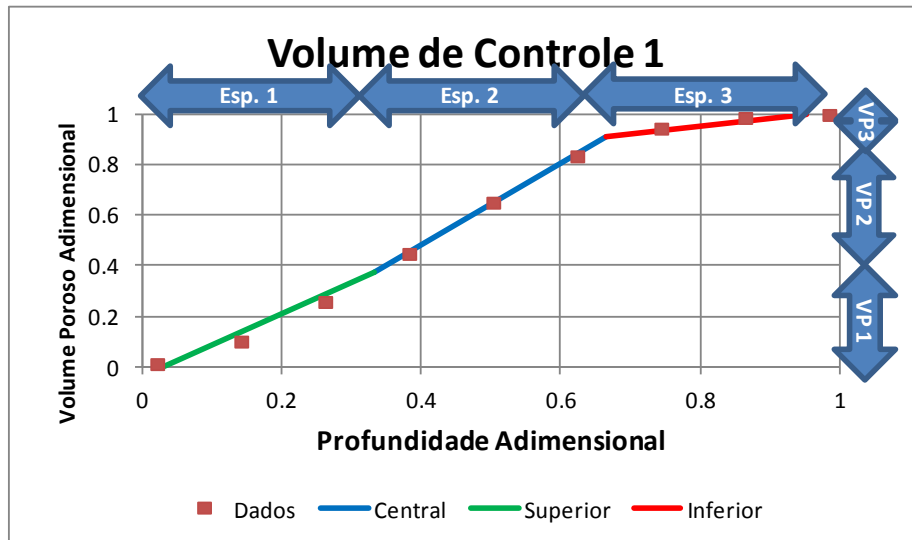


Figura 5.15 – Geometria, adimensional, das células de um volume de controle do modelo substituto.

5.4. Propriedades da Nova Malha de Simulação

A geração das propriedades da nova malha de simulação tenta preservar as principais características da malha original (Tabela 5.2). O volume bruto e poroso de cada volume de controle do modelo substituto é o somatório dos respectivos volumes das células correspondentes do modelo completo. A porosidade é a razão entre os dois volumes. A permeabilidade horizontal é a média, ponderada pelos respectivos volumes porosos, da raiz quadrada da soma dos quadrados das permeabilidades horizontais, multiplicadas pelo NTG, das células correspondentes do modelo completo. A permeabilidade vertical é a média, ponderada pelos respectivos volumes porosos, das permeabilidades verticais. A razão NTG das células da nova malha de simulação é um.

Tabela 5.2 – Relação entre as propriedades das malhas de simulação.¹⁶

Propriedade da Nova Malha	Relação com a Malha Original
Porosidade	$\frac{\sum_i V_{pi}}{\sum_i V_{bi}}$
Permeabilidade horizontal	$\frac{\sum_i V_{pi} \sqrt{k_{xi}^2 + k_{yi}^2} NTG_i}{\sum_i V_{pi}}$
Permeabilidade vertical	$\frac{\sum_i V_{pi} k_{zi}}{\sum_i V_{pi}}$
Razão NTG	1

São definidas três transmissibilidades horizontais entre os volumes de controle que estão conectados: entre as células superiores de cada volume de controle, entre as células centrais e entre as inferiores (Figura 5.16). As transmissibilidades horizontais entre as respectivas células são estimadas pela seguinte fórmula:

$$Tr_{1-2} = \frac{cte}{\frac{1}{Tr_1} + \frac{1}{Tr_2}} \quad (5.1)$$

onde

$$Tr_i = k_i NTG_i \frac{(A_i \cdot D_i)}{(D_i \cdot D_i)} \quad (5.2)$$

$$A_i \cdot D_i = A_{ix} D_{ix} + A_{iy} D_{iy} + A_{iz} D_{iz} \quad (5.3)$$

$$D_i \cdot D_i = D_{ix}^2 + D_{iy}^2 + D_{iz}^2 \quad (5.4)$$

e *cte* é uma constante para transformação de unidade, A_i é a projeção da área da interface entre as células e D_i é a distância entre o centro da célula e a interface com a outra célula.

A distância D_i é aproximada pela metade do lado do quadrado de topo ou base de cada célula, enquanto que a área A_i é a área lateral da célula dividida pelo número de ligações que o volume de controle tem (volumes de controle na envoltória da triangulação tem este valor dividido por dois).

¹⁶ O índice *i* indica o conjunto de células da malha original associado a cada volume de controle da nova malha de simulação.

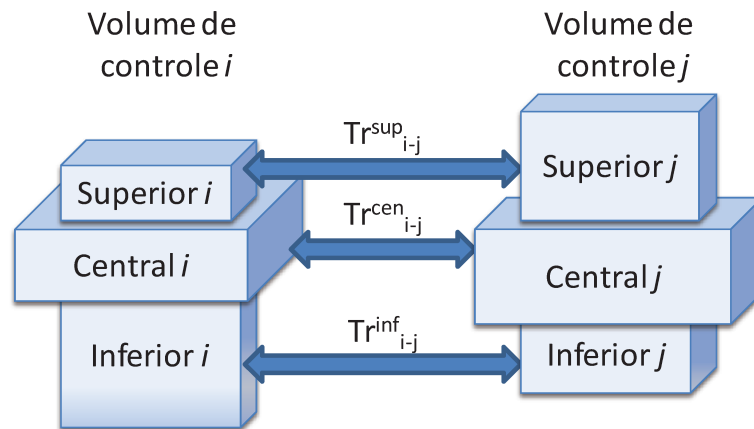


Figura 5.16 – Conexões entre volumes de controle do modelo substituto.

Internamente no simulador, a malha de simulação entrada tem $2N_{pontos} - 1$ células na direção i , de modo a garantir uma célula inativa entre cada célula ativa. Na direção j tem apenas uma célula, enquanto que em k são três.

5.5. Curvas de Permeabilidade Relativa

Com as informações da nova malha de simulação e os arquivos da simulação original, um conjunto de arquivos é gerado com o modelo substituto. A maior parte das informações do modelo completo é mantida no modelo substituto, à exceção da malha de simulação, da geometria dos poços e das curvas de permeabilidade relativa.

Na década de 70, quando o poder de processamento dos computadores era muito limitado, era mais comum o uso de modelos areais (2D) do que de modelos tridimensionais. Para poder levar em conta o efeito da variação vertical das propriedades do reservatório, pseudocurvas de permeabilidade relativa eram construídas (HEARN, 1971). Outro uso destas pseudocurvas é para reduzir problemas de dispersão numérica. Malhas de simulação muito grosseiras podem levar a problemas de dispersão numérica (CAMY e EMANUEL, 1977), e o simulador de fluxo irá gerar respostas fisicamente impossíveis. Para minimizar problemas de dispersão numérica no modelo substituto e melhor representar o modelo completo, as curvas de permeabilidade relativa originais são alteradas.

As curvas de permeabilidade relativa são substituídas por uma formulação analítica para poderem ser alteradas durante o processo de ajuste do modelo substituto. As tabelas de curvas de permeabilidade relativa originais são lidas e os pontos terminais são mantidos. Com estes dados são estimados valores dos expoentes das curvas de k_{rw} , kr_{ow} , k_{rg} e kr_{og} . A seguinte formulação analítica é utilizada para gerar as novas curvas de permeabilidade relativa:

$$kr_w = kr_w^{max} (S_w^*)^{n_w} \quad (5.5)$$

$$\text{onde } S_w^* = \frac{S_w - S_{wcr}}{1 - S_{or} - S_{wcr}}$$

$$kr_{ow} = kr_o^{max} (1 - S_w^*)^{n_{ow}} \quad (5.6)$$

$$\text{onde } S_w^* = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{or} - S_{wc}}$$

$$k_{rg} = k_{rg}^{max} (S_g^*)^{n_g} \quad (5.7)$$

$$\text{onde } S_g^* = \frac{S_g - S_{gcr}}{1 - S_{wc} - S_{or} - S_{gcr}}$$

$$kr_{og} = kr_o^{max} (1 - S_g^*)^{n_{og}} \quad (5.8)$$

$$\text{onde } S_g^* = \frac{S_g}{1 - S_{wc} - S_{or} - S_{gcr}}$$

Os expoentes das curvas de permeabilidade relativa são parâmetros de ajuste do modelo substituto.

5.6. Representação dos Poços na Nova Malha de Simulação

Na nova malha de simulação todos os poços são verticais e completados em todo o intervalo do reservatório (Figura 5.17). Não foram criados elementos que possam tentar representar poços horizontais ou desviados na nova malha de simulação. Na implementação atual do programa de geração do modelo de fluxo substituto, não são lidas todas as informações da geometria dos poços. A posição de cada poço na nova malha é definida apenas pelas coordenadas da primeira conexão do poço com a malha original.

No simulador de fluxo utilizado, *Eclipse*, é possível definir um *datum* específico para cada poço. Caso não seja fornecido um valor, é utilizada a profundidade da primeira conexão do poço.

Este *datum* serve para definir a profundidade na qual os dados de pressão de fundo serão reportados. Para poder comparar os dados de pressão de fundo entre o modelo completo e o substituto, os dados são lidos no modelo completo e é definido um *datum* para cada poço no modelo substituto.

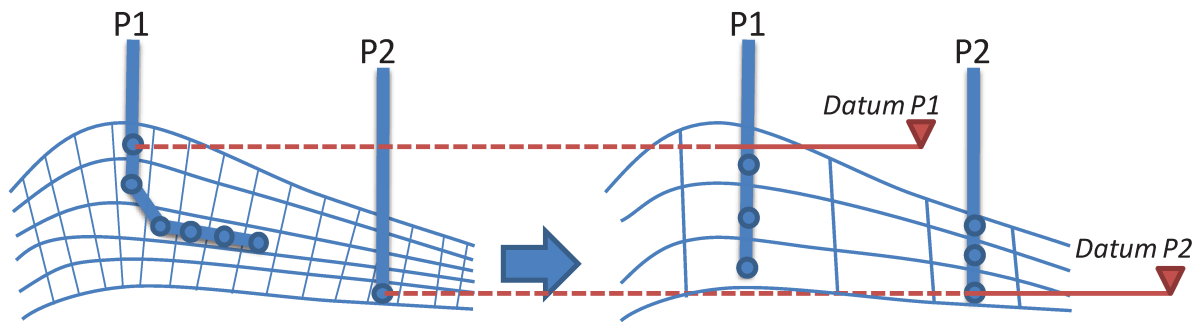


Figura 5.17 – Poços na nova malha de simulação.

A geometria dos poços é sempre a mesma na nova malha de simulação. Para tentar melhorar a representação do comportamento dos poços no modelo substituto, o fator geométrico do índice de produtividade (ou injetividade) do poço em cada conexão é utilizado como variável de ajuste.

CAPÍTULO 6. AJUSTE DO MODELO SUBSTITUTO

A metodologia apresentada para gerar os valores das propriedades da nova malha de simulação não consegue garantir uma boa aderência das respostas do modelo substituto ao modelo completo. Para que o modelo substituto gere respostas mais próximas, é preciso ajustar as propriedades da malha e as curvas de permeabilidade relativa.

6.1. Parâmetros de Ajuste

Como citado no Capítulo 4, os parâmetros de ajuste do modelo substituto são as propriedades da malha de simulação e os expoentes das curvas de permeabilidade relativa (Tabela 6.1 e Figura 6.1). Diversas combinações de diferentes parâmetros foram testadas. O conjunto de parâmetros apresentado tenta representar os principais elementos que controlam o fluxo de fluidos em meio poroso: volume poroso (termo de acumulação), transmissibilidade (termo de fluxo) e conectividade entre os poços e a malha de simulação (termo fonte/sumidouro).

Tabela 6.1 – Parâmetros de ajuste do modelo substituto.

Elemento	Parâmetro	Descrição	Efeito
Global	$n_{wr}, n_{owr}, n_{gr}, n_{og}$	Expoentes das curvas de permeabilidade relativa	Fluxo relativo
Volume de controle	V_p	Volume poroso total da célula	Volume
	z_1, z_2	Profundidade adimensional das interfaces entre as subdivisões de cada volume de controle	
	IP_1, IP_2, IP_3	Fração geométrica do índice de produtividade (ou injetividade) do poço em cada conexão com a malha de simulação	Produtividade
	Tr_z	Transmissibilidade vertical entre as subdivisões	
Conexão	$Tr_{XY1}, Tr_{XY2}, Tr_{XY3}$	Transmissibilidade horizontal entre as respectivas subdivisões de duas células	Fluxo absoluto

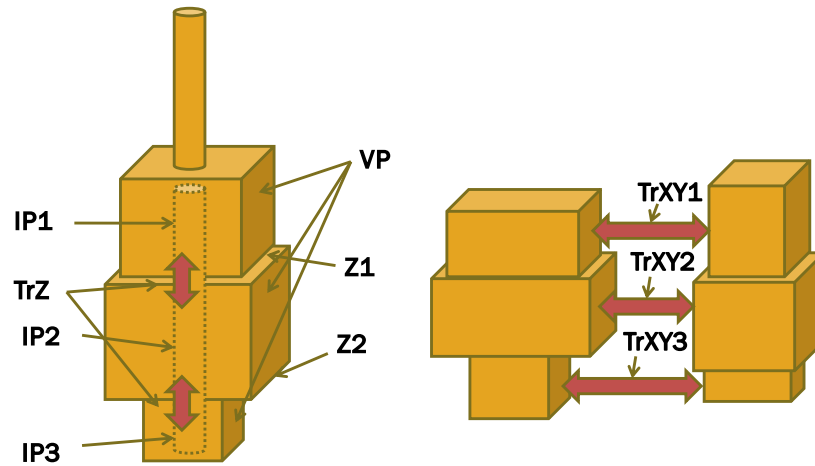


Figura 6.1 – Representação das variáveis de ajuste associadas à nova malha de simulação.

Os parâmetros n , V_p , IP , Tr_z e Tr_{XY} são multiplicadores dos valores do modelo substituto inicial. Deste modo, estes parâmetros podem tomar valores positivos apenas. Durante o processo de ajuste, as variáveis do algoritmo de otimização são os valores dos logaritmos destes parâmetros. Com a alteração estas variáveis tornam-se irrestritas.

Os parâmetros z alteram a geometria das células do modelo substituto. Os valores de z são somados aos valores iniciais das profundidades adimensionais das interfaces entre as subdivisões do volume de controle. Os valores de z são limitados de modo a não gerar subdivisões muito grandes ou muito pequenas. Para que estes limites sejam respeitados, é utilizado o método de penalidades. O método de penalidades substitui a função objetivo por uma função objetivo penalizada e aplica uma penalização à esta nova função objetivo quando uma restrição é violada:

$$\Psi(X, c) = (1 + c\psi(X))\Omega(X) \quad (6.1)$$

onde X é o vetor das variáveis do problema, Ω a função objetivo, c uma constante positiva e ψ a função de penalidade.

A função de penalidade tem apenas valores positivos, e é proporcional às violações das restrições:

$$\psi(X) = \sum_{i=1}^p (\max[0, g_i(X)])^2 \quad (6.2)$$

onde p é o número de restrições do problema e g_i são restrições do tipo $g(X) \leq 0$.

Para os limites serem rigorosamente respeitados, é preciso utilizar um valor de c muito grande e isto pode tornar o problema de otimização mal condicionado (LUENBERGER e YE, 2008). Uma estratégia para evitar este tipo de problema é realizar sucessivos processos de otimização com valores crescentes de c até a resposta convergir. Para evitar a necessidade de repetição, optou-se por utilizar um valor de c pré-estabelecido e definir limites às variáveis tais que sejam aceitáveis eventuais violações das restrições. Testes com diferentes valores foram realizados, e o

O número de parâmetros do modelo substituto cresce rapidamente com o número de poços. Para uma modelo com 10 poços, dos quais 6 estão na envoltória convexa, são gerados 21 pontos intermediários, 12 pontos de borda e 114 conexões¹⁷. Este modelo tem 4 n , 43 V_p , 86 z , 30 IP , 43 Tr_z e 342 Tr_{XY} para ajustar, totalizando 548 variáveis.

6.2. Função Objetivo

A função objetivo do processo de minimização que ajustará o modelo substituto mede o grau de desajuste do mesmo com relação ao modelo completo. Foram escolhidos os principais parâmetros de saída dos poços para compor o cálculo da função objetivo: curvas de produção acumulada de óleo (Np), gás (Gp) e água (Wp), curvas de injeção acumulada de gás (Gi) e água (Wi), e curvas de pressão de fundo (BHP). Adicionalmente, para garantir que o modelo substituto tenha o mesmo volume de óleo inicial que o modelo completo, a curva de volume de óleo *in-situ* (VOIP) também faz parte do cálculo da FO. O grau de desajuste é medido com base nos volumes acumulados de cada poço, nas suas pressões de fundo e no volume de óleo *in-situ* a cada instante:

$$\Omega = \sum_{i=1}^{N_{poços}} \left(\frac{\omega(Np_i, \widehat{Np}_i)}{Np(t_{final})} + \frac{\omega(Wp_i, \widehat{Wp}_i)}{Np(t_{final})} + \frac{\omega(Gp_i, \widehat{Gp}_i)}{RGO(t_{inicial})Np(t_{final})} + \frac{\omega(Wi_i, \widehat{Wi}_i)}{Np(t_{final})} \right. \\ \left. + \frac{\omega(Gi_i, \widehat{Gi}_i)}{RGO(t_{inicial})Np(t_{final})} + \frac{\omega(BHP_i, \widehat{BHP}_i)}{PM(t_{inicial})N_{poços}} + \frac{\omega(VOIP_i, \widehat{VOIP}_i)}{Np(t_{final})} \right) \quad (6.3)$$

onde as quantidades com o símbolo $\widehat{}$ são respostas do modelo substituto e a função ω calcula o erro entre duas curvas, que é proporcional à área entre as mesmas (Figura 6.2):

¹⁷ É possível mostrar que o número de arestas de uma triangulação é igual a $3P - 3 - k$, onde P é o número total de pontos e k o número de pontos na envoltória convexa (BERBERICH, 2010).

$$\omega(Y(t), \hat{Y}(t)) = \varphi(Y(t) - \hat{Y}(t)) \quad (6.4)$$

onde

$$\varphi(y(t)) = \frac{1}{t_N - t_0} \sum_{i=1}^N \begin{cases} \frac{1}{2} |y_i - y_{i-1}| (t_i - t_{i-1}), & \text{se } y_i y_{i-1} \geq 0 \\ \frac{1}{2} \frac{y_i^2 + y_{i-1}^2}{|y_i| + |y_{i-1}|} (t_i - t_{i-1}), & \text{se } y_i y_{i-1} < 0 \end{cases} \quad (6.5)$$

e t é um vetor com os tempos em que são geradas saídas pelo simulador.

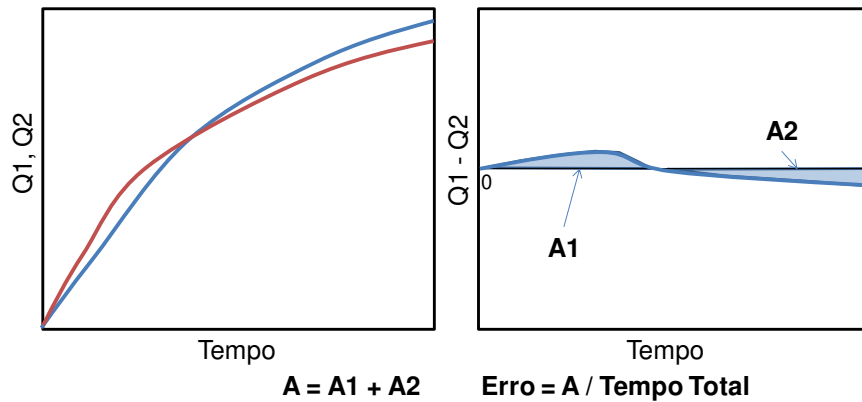


Figura 6.2 – Esquema do cálculo do erro entre duas curvas.

A equação (6.5) calcula a área entre a curva $y(t)$ e o eixo das ordenadas, sempre somando as áreas positivamente (Figura 6.3).

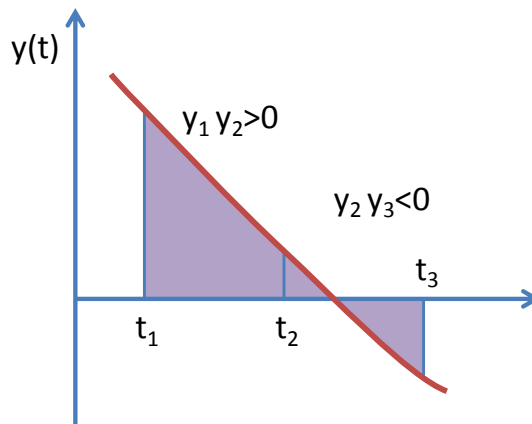


Figura 6.3 – Representação das áreas calculadas com a equação (6.5), em roxo.

Os erros de cada tipo são divididos por um valor representativo do modelo, e.g., o erro de volume produzido acumulado de óleo de cada poço é dividido pelo volume produzido acumulado de óleo de todo o modelo. Esta medida é necessária para poder somar erros de quantidades distintas.

A inclusão do erro associado ao volume de óleo *in-situ* serve para evitar que o modelo substituto gerado após o ajuste tenha um volume inicial muito diferente daquele do modelo completo.

6.3. Análise Econômica

Um módulo de análise econômica simplificado de projetos de produção foi inserido no programa de ajuste do modelo substituto. As seguintes informações são utilizadas na análise econômica:

- Taxa de juros;
- Custos fixos e variáveis (com as vazões de produção e/ou injeção) das instalações de produção e a distribuição destes investimentos ao longo do tempo;
- Custo e tempo necessário para perfuração e completação de cada poço;
- Custos de injeção (por volume injetado);
- Custos de produção (por volume produzido);
- Valor de venda do óleo e do gás.

As receitas e despesas são somadas anualmente e atualizadas monetariamente. A curva de VPL acumulado é a curva acumulada das receitas e despesas atualizadas:

$$VPL_i = VPL_{i-1} + \frac{\sum(Re_i - De_i)}{(1 + j)^{t_i - t_{ref}}} \quad (6.6)$$

onde i é o índice dos anos em que aconteceu alguma receita ou despesa, t é o vetor com os anos, t_{ref} é o ano de referência para a atualização monetária e j é a taxa de juros anual.

O VPL de um projeto é o valor máximo da sua curva de VPL acumulado. Mesmo em exemplos em que o VPL do projeto nunca é positivo, considera-se que as informações que mostram que o projeto é deficitário só serão obtidas após a fase de instalação do projeto, i.e., construção das facilidades e perfuração dos poços (Figura 6.4).

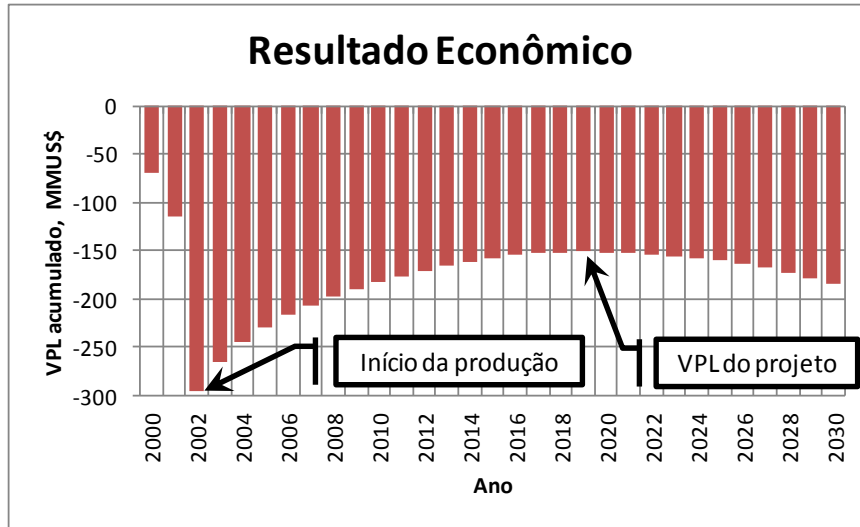


Figura 6.4 – Exemplo de projeto com resultado econômico negativo.

O VPL do projeto será o máximo valor após o início da produção:

$$VPL^{(proj)} = \max_i VPL_i \quad s. a. \quad t_i > t_{início} \quad (6.7)$$

A função objetivo Ω tenta ajustar as curvas de produção acumulada, mas pode não gerar resultados adequados para as curvas de VPL acumulado. Devido ao termo de atualização monetária, as curvas de VPL acumulado são muito influenciadas pelas produções nos tempos iniciais. Para conseguir melhores ajustes das curvas de VPL acumulado, é necessário dar maior peso ao ajuste dos tempos iniciais¹⁸.

Para estudos que objetivam a análise de risco do VPL de um projeto, a função objetivo do ajuste do modelo substituto, a equação (6.3), é alterada de modo a incluir erros devido a desajustes nas curvas de VPL acumulado:

$$\Omega^{(mod.)} = \Omega + \sum_{i=1}^{N_{poços}} \left(\frac{\omega(VPL^{(poço_i)}, \widehat{VPL}^{(poço_i)})}{VPL^{(proj)}} \right) + \frac{\omega(VPL^{(inst.)}, \widehat{VPL}^{(inst.)})}{VPL^{(proj)}} \quad (6.8)$$

onde Ω é a função objetivo do ajuste do modelo substituto definida na equação (6.3), $VPL^{(poço)}$ é a curva de VPL acumulado de um poço, $VPL^{(inst.)}$ é a curva de VPL acumulado das instalações, o símbolo $\widehat{}$ indica respostas do modelo substituto e a função ω é definida na equação (6.4).

¹⁸ Um exemplo numérico é apresentado no Apêndice.

Esta alteração foi necessária para melhorar o ajuste das curvas de VPL acumulado do modelo substituto. Com a FO $\Omega^{(mod.)}$ objetiva-se ajustar melhor os primeiros anos de produção. A FO $\Omega^{(mod.)}$ só é utilizada em estudos que tem por objetivo a análise de risco do VPL de um projeto. Para análises de risco de produtividades, a FO Ω , equação (6.3), é mais adequada.

6.4. Metodologia de Ajuste

O problema de ajuste do modelo substituto às respostas do modelo completo corresponde à minimização da função objetivo penalizada Ψ . Apesar do problema proposto não ser um ajuste de histórico, os dois tem grandes semelhanças. O problema proposto é o ajuste das propriedades geológicas de um modelo de fluxo para que as suas respostas sejam próximas aos dados ‘observados’ do modelo completo. A grande diferença é que os controles de produção dos poços não são, necessariamente, de imposição do volume produzido, como em um ajuste de histórico.

Diferentes algoritmos de otimização já foram utilizados para automatizar o processo de ajuste de histórico: métodos de busca direta, como politopo e Hooke & Jeeves (LEITÃO, 1997); algoritmos genéticos (SCHULZE-RIEGERT, AXMANN et al., 2002); e métodos de busca com gradiente, como máximo descenso e LBFGS (GAO e REYNOLDS, 2004). O objetivo deste trabalho não é encontrar o melhor algoritmo para ajustar o modelo substituto, mas verificar a utilização do último em análises de risco.

Foi escolhido o método Quasi-Newton de Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno (BFGS) (LUENBERGER e YE, 2008). Este método apresenta a grande vantagem de utilizar apenas o gradiente para minimizar uma função. Uma aproximação da inversa da hessiana é construída ao longo das iterações do método para melhorar a direção de busca pelo mínimo da função objetivo. Para a etapa de minimização unidimensional do método BFGS foi escolhido o ajuste quadrático¹⁹.

O maior problema no ajuste do modelo substituto é o grande número de variáveis. Apesar de ser rápido, é necessário um grande número de simulações com o modelo substituto durante o processo de otimização, tornando-o demorado. De modo a acelerar o algoritmo de otimização, algumas técnicas foram inseridas no mesmo. Duas formas de reduzir o número de simulações

¹⁹ O algoritmo de ajuste quadrático é apresentado no apêndice.

necessárias com o modelo substituto são simplificar o cálculo dos gradientes da FO e realizar buscas pelo ponto de ótimo em subespaços do espaço das variáveis.

No cálculo do gradiente da FO, quando o número de variáveis é igual ou menor que 15, é realizado um planejamento de experimentos fatorial fracionário próximo ao ponto de interesse. Um metamodelo com apenas termos lineares e cruzados é ajustado aos pontos gerados, e é utilizado para calcular o gradiente da função neste ponto (BARTON e MECKESHEIMER, 2006). O limite foi definido em 15 variáveis porque este é o número máximo de variáveis que podem ser estudadas por um planejamento fatorial fracionário com apenas 16 experimentos (MONTGOMERY, 2001).

Quando o número de variáveis é maior que 15, o gradiente é estimado pelo método da perturbação simultânea. Para melhorar a estimativa do gradiente, o processo é repetido²⁰ e o gradiente é a média dos resultados encontrados²¹.

O ajuste do modelo substituto é realizado em diversas etapas. Na primeira etapa, todos os elementos do modelo fazem parte do mesmo grupo. À medida que o processo de otimização evolui, os grupos são subdivididos em duas partes, até chegar ao ponto em que todos os grupos existentes possuem apenas um poço (Figura 6.5). Em cada grupo, é aplicado sempre o mesmo modificador nas variáveis do mesmo tipo, e.g., todas as células de um mesmo grupo tem o mesmo modificador de volume poroso durante aquela etapa da otimização.

O cálculo do gradiente e ajuste dos parâmetros dos grupos são feitos de modo simultâneo. Isto é possível com a partição da FO. A função objetivo de cada grupo é a soma das contribuições dos poços que pertencem ao mesmo. O erro de volume de óleo *in-situ* é distribuído entre os grupos na proporção do número de poços que cada grupo tem. Esta abordagem negligencia a influência dos elementos de um grupo na resposta de poços em outros grupos. Apesar de gerar estimativas mais pobres dos gradientes, o ganho em tempo computacional é muito grande, possibilitando que mais iterações possam ser feitas. Os efeitos da menor qualidade dos gradientes são contrabalanceados com um número maior de iterações.

²⁰ Na implementação atual o processo é repetido 8 vezes, totalizando 16 simulações para estimar o gradiente de uma função com mais de 15 variáveis.

²¹ No apêndice é demonstrado que a média de repetidas estimativas do gradiente com perturbação simultânea tende ao real gradiente da função.

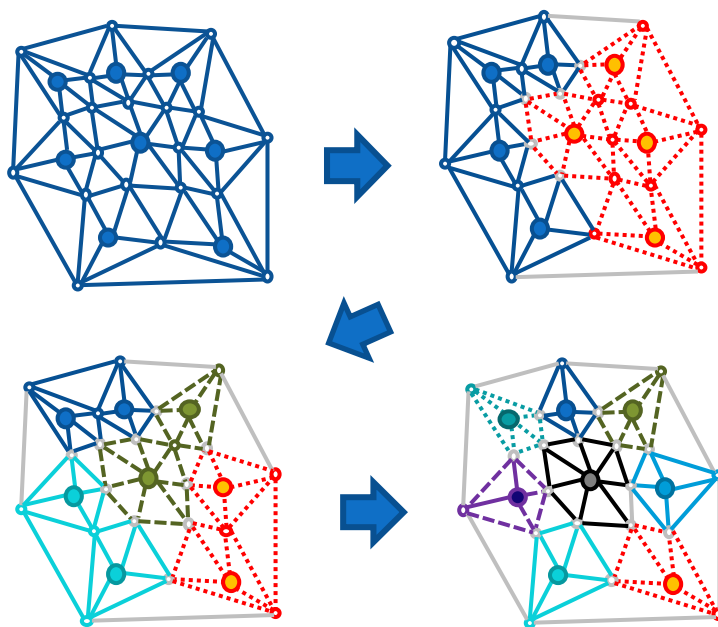


Figura 6.5 – Exemplo de sucessiva divisão do modelo.

O primeiro ajuste do modelo substituto, a etapa 0, é realizado com as seguintes variáveis: n_w , n_{ow} , n_g , n_{og} , V_p , z_1 , z_2 , IP , Tr_{XY} e Tr_Z , totalizando 10 variáveis. Após este primeiro ajuste, o algoritmo inicia o esquema de sucessivas divisões da função objetivo.

Na i -ésima etapa do algoritmo de ajuste do modelo substituto o mesmo está dividido em 2^{i-1} regiões. Em cada etapa são realizados 3 ajustes:

- Ajuste com variáveis de alteram todos os elementos do mesmo tipo: V_p , z_1 , z_2 , IP_1 , IP_2 , IP_3 , Tr_{XY1} , Tr_{XY2} , Tr_{XY3} e Tr_Z (10 variáveis).
- Ajuste com alteração individual do volume poroso de cada volume de controle: V_p (N_{VC} variáveis)²².
- Ajuste com alteração individual da transmissibilidade horizontal entre volumes de controle: Tr_{XY} , i.e., a mesma variável altera as três transmissibilidades definidas entre dois volumes de controle (N_{conex} variáveis)²³.

A estimativa dos gradientes das funções objetivo associadas a cada região é feito de modo simultâneo. Considera-se que a FO de cada região é influenciada apenas pelas variáveis associadas aos elementos da mesma. As combinações de parâmetros para simular com o modelo

²² N_{VC} é o número de volumes de controle de uma região.

²³ N_{conex} é o número de arestas de uma região.

substituto são definidas com planejamento de experimentos (até 15 variáveis) ou com perturbação simultânea (mais de 15 variáveis).

Com os gradientes de cada FO, são calculadas as direções de busca. O algoritmo de busca unidimensional é aplicado a cada FO, e os cálculos são realizados simultaneamente. Quando o algoritmo converge para alguma das regiões, as demais continuam a busca pelo ponto de mínimo. Ao longo deste processo a FO do modelo substituto como um todo avalia as soluções encontradas para guardar a melhor, que será o ponto inicial da próxima iteração.

CAPÍTULO 7. APLICAÇÕES E RESULTADOS

Foram utilizados três modelos de fluxo sintéticos para verificar a validade da metodologia proposta. Todos os modelos são Black-oil e simulam o desenvolvimento de campos de óleo com recuperação secundária por injeção de água. Os modelos foram construídos a partir de malhas de simulação de campos reais, mas foram modificados para levar em conta as limitações impostas pela implementação desenvolvida para a geração do modelo inicial.

Foram realizadas análises de risco da produtividade de cada modelo de fluxo. Para cada aplicação, foram feitas duas análises de risco: uma com o modelo completo e outra com o modelo substituto. Para verificar a qualidade das curvas de risco geradas com o modelo substituto, a comparação é feita com os resultados das análises de risco do modelo completo. Nos exemplos em que realizar a análise de risco diretamente com o modelo de fluxo completo necessitaria de um tempo de máquina elevado, optou-se por realizar a análise de risco com planejamento de experimentos e superfície de resposta. Nestes casos foi utilizado o delineamento composto central, com planejamento fatorial fracionário. Com base nos resultados foi possível verificar a qualidade das curvas de análise de risco geradas com os modelos substitutos, assim como comparar o tempo de máquina gasto em cada análise de risco.

Adicionalmente, foi feita uma análise de risco do VPL do Modelo 2. Para esta análise, foi utilizada a função objetivo modificada, equação (6.8), para o ajuste do modelo substituto.

Todas as simulações foram realizadas com o programa *Eclipse* (SCHLUMBERGER, 2009).

7.1. Modelos de Fluxo Completos

O primeiro modelo de simulação (Figura 7.1) foi construído para ser muito rápido, pois foi utilizado para testar alterações nos algoritmos de geração e ajuste do modelo substituto. A simulação de 24 anos de produção é feita em 14s. Este modelo tem 17 poços, dos quais 9 são produtores de óleo e 8 injetores de água. Todos os poços estão limitados apenas por pressão de fundo.

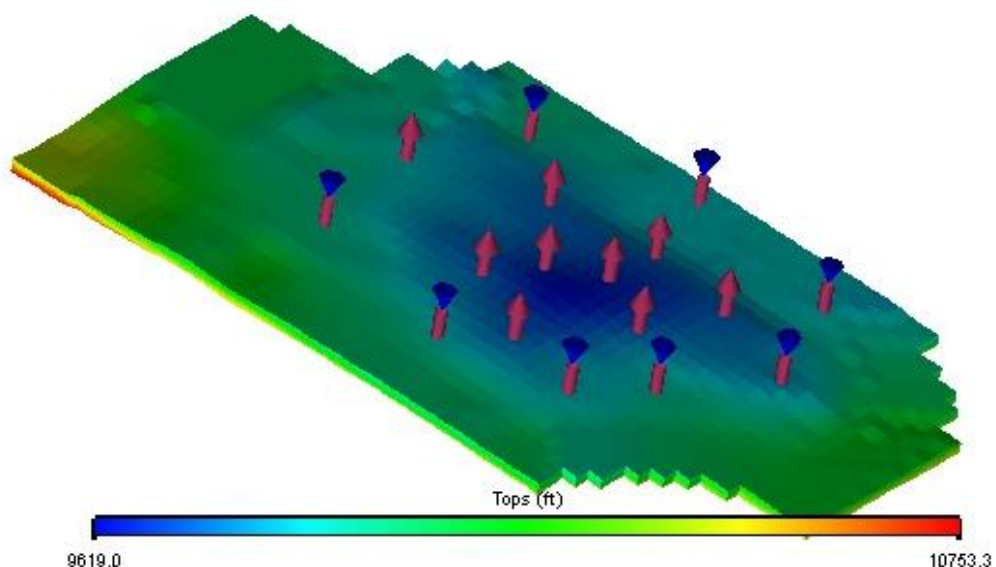


Figura 7.1 – Mapa de topo do Modelo 1.

O Modelo 2 (Figura 7.2) tem uma malha de simulação substancialmente maior que a do Modelo 1, mas com aproximadamente o mesmo número de poços. Existem 9 poços produtores de óleo e 7 injetores de água. Os poços têm limite de pressão de fundo apenas. Uma simulação de 24 anos de produção demora 275s (4,6 minutos).

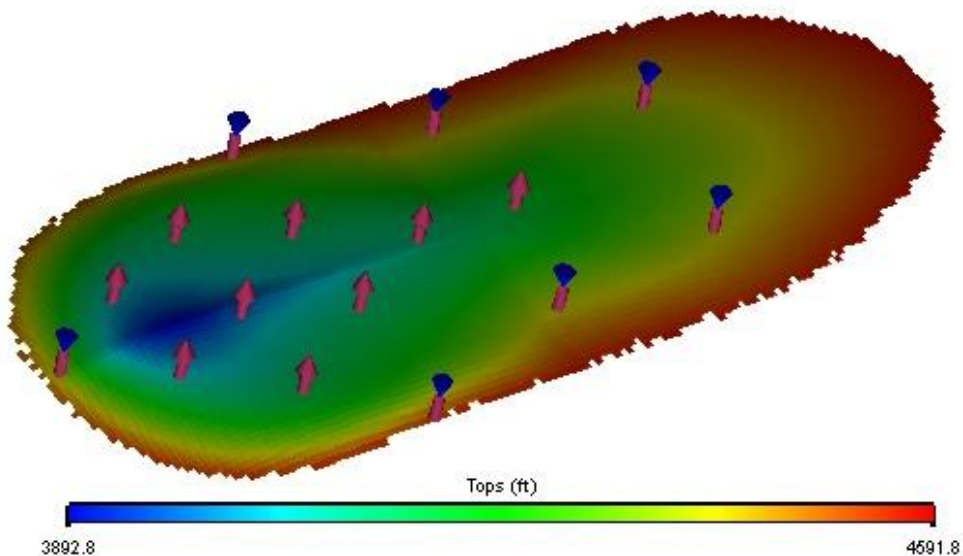


Figura 7.2 – Mapa de topo do Modelo 2.

O Modelo 3 (Figura 7.3) tem um número grande de poços: 59 produtores de óleo e 17 injetores de água. Os poços têm limites de vazão e de pressão de fundo, além de limites de vazão

por grupo. Este modelo demora 767s (12,8 minutos) para gerar previsões de produção para 20 anos de produção.

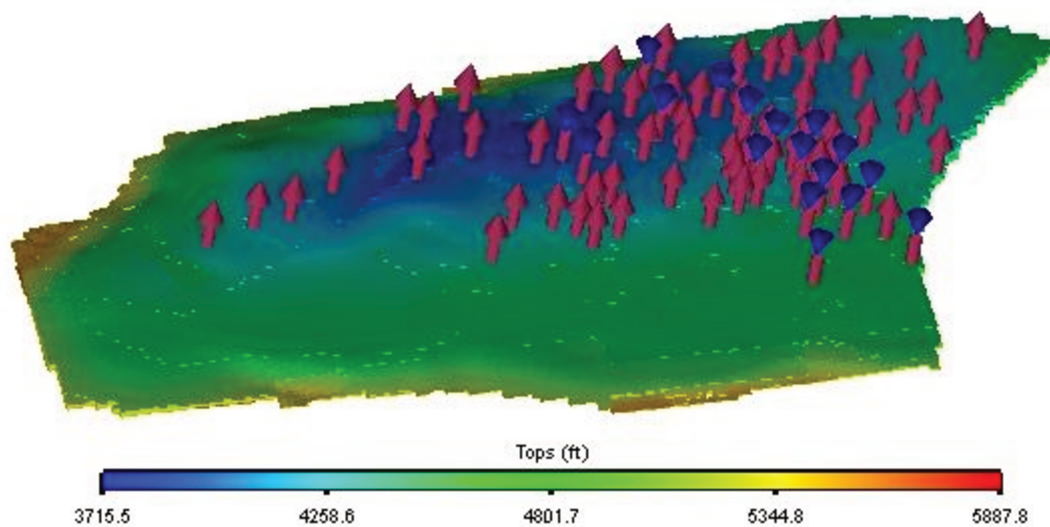


Figura 7.3 – Mapa de topo do Modelo 3.

7.2. Geração e Ajuste dos Modelos de Fluxo Substitutos

7.2.1. Modelo 1

A malha de simulação do Modelo 1 tem 51x28x6 células, com um total de 7.482 células ativas. O seu modelo substituto tem 219 células ativas, e gera resultados em aproximadamente 3s (Figura 7.4).

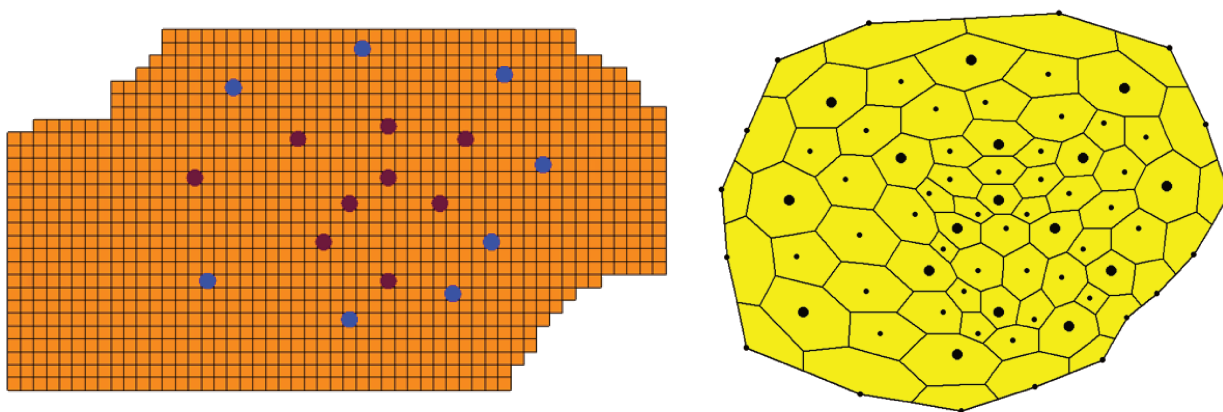


Figura 7.4 – Comparação entre as malhas dos modelos completo (esq.) e substituto (dir.) do Modelo 1.

O ajuste do Modelo 1 demorou cerca de 80 minutos (Figura 7.5). Em termos de produção de óleo, o modelo substituto ajustado apresentou boa aderência aos resultados do modelo de fluxo completo (Figura 7.6). A diferença entre os modelos em termos de produção acumulada de óleo no tempo final é de 2%.

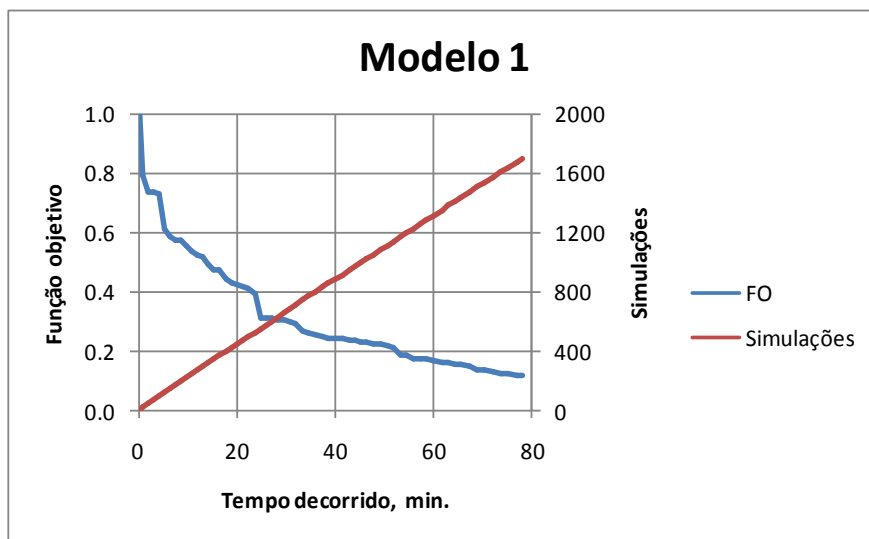


Figura 7.5 – Evolução do ajuste do modelo substituto do Modelo 1.

O descolamento observado entre as curvas de produção de óleo nos primeiros anos é resultado de dois efeitos. Não existem controles de limite de produção e todos os poços abrem simultaneamente no início da simulação. O efeito disto é que existe uma rápida despressurização ao redor dos poços produtores. No modelo completo as células são menores e forma-se um gradiente de pressão ao redor de cada poço. Já no modelo substituto as células são maiores, e a pressão nas células próximas aos produtores serão maiores que as das células próximas dos produtores no modelo completo. Adicionalmente, no modelo substituto a água chega aos poços mais cedo que no modelo completo.

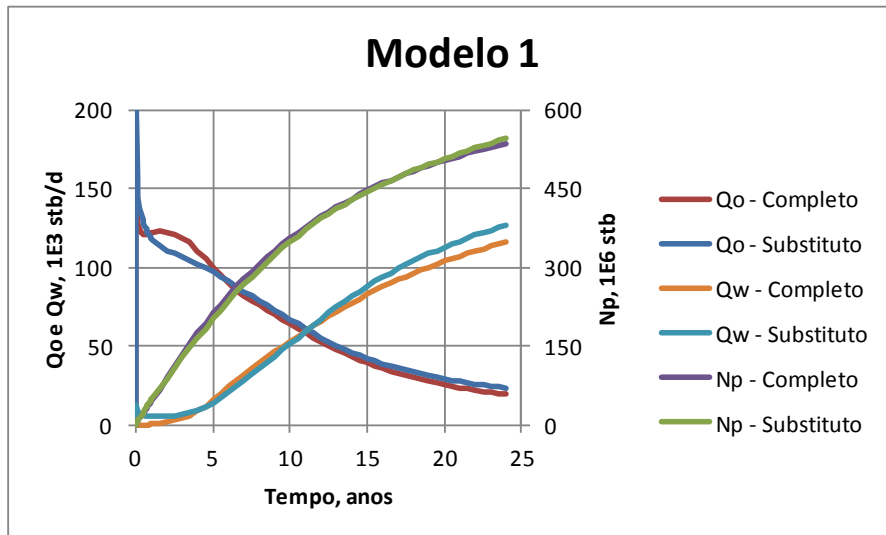


Figura 7.6 – Ajuste do modelo substituto do Modelo 1.

Observa-se que as curvas de permeabilidade relativa tiveram poucas alterações, ligeiramente aumentando a mobilidade da fase óleo e reduzindo da fase água (Figura 7.7).

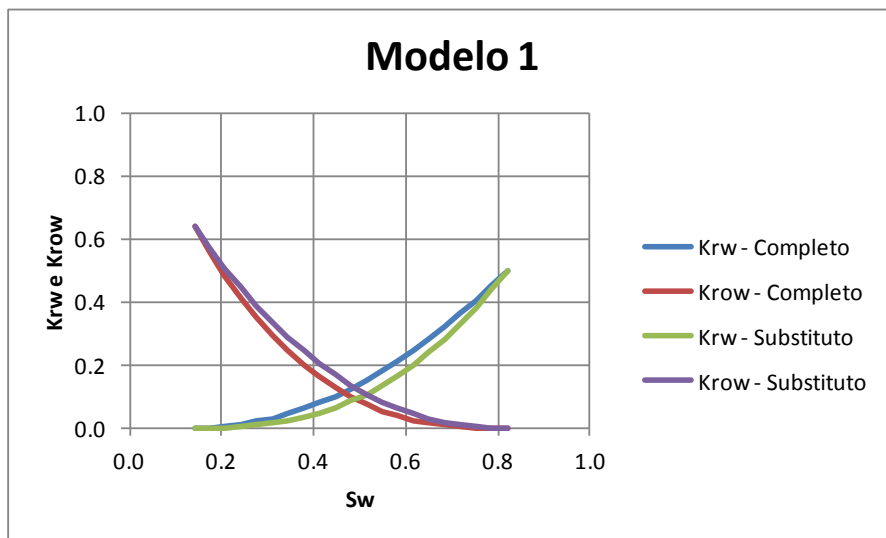


Figura 7.7 – Curvas de permeabilidade relativa do Modelo 1 e seu substituto.

O poço com o melhor índice de ajuste foi o injetor 1 (Figura 7.8), enquanto que o de pior ajuste foi o produtor 3 (Figura 7.9). Observa-se que a curva de produção de óleo do produtor 3 teve bom ajuste. Já o ajuste da curva de produção de água mostra problemas, em especial nos tempos iniciais. O produtor 3 é o poço posicionado mais a oeste, e acabou conectado diretamente com uma célula de borda. As células de borda representam os volumes existentes ao redor dos

poços e usualmente estão associados a grandes volumes de água, e a abertura do poço levou a um rápido ingresso de água desta região. O comportamento apresentado demonstra que o algoritmo de ajuste teve dificuldade em impedir o fluxo de água entre a célula do poço e a célula de borda²⁴.

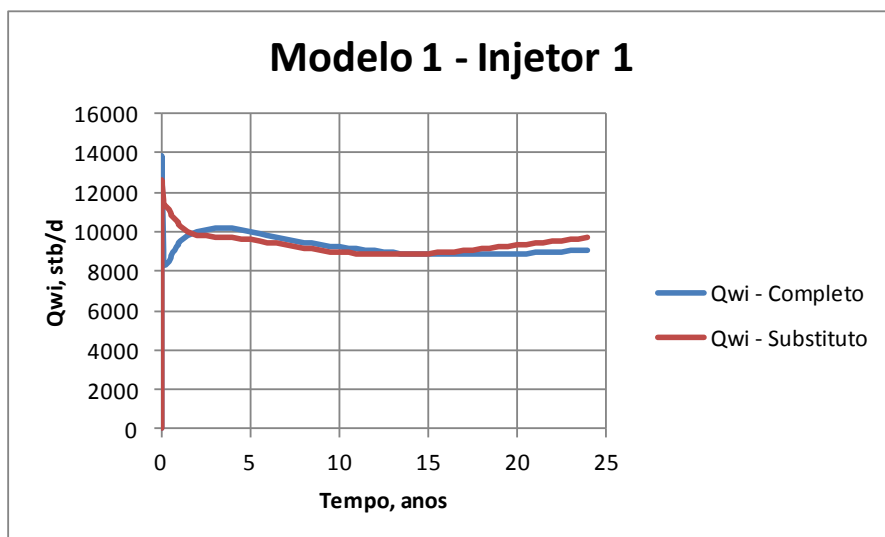


Figura 7.8 – Poço do substituto do Modelo 1 com o melhor ajuste.

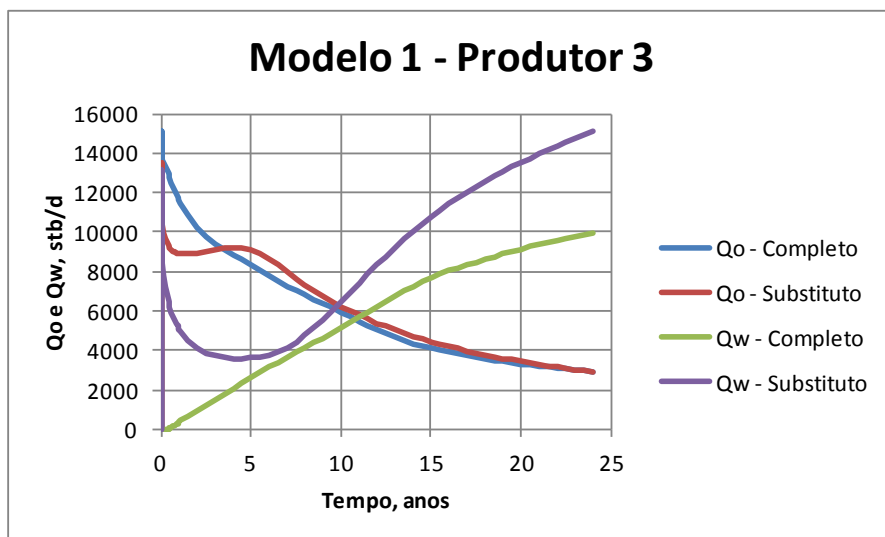


Figura 7.9 – Poço do substituto do Modelo 1 com o pior ajuste.

²⁴ No Apêndice são apresentados mapas das propriedades dos modelos substitutos após o ajuste.

7.2.2. Modelo 2

O Modelo 2 tem 150x60x18 células, das quais 125.118 são ativas. Já o modelo substituto (Figura 7.10) tem 207 células ativas, e sua simulação demora aproximadamente 5s.

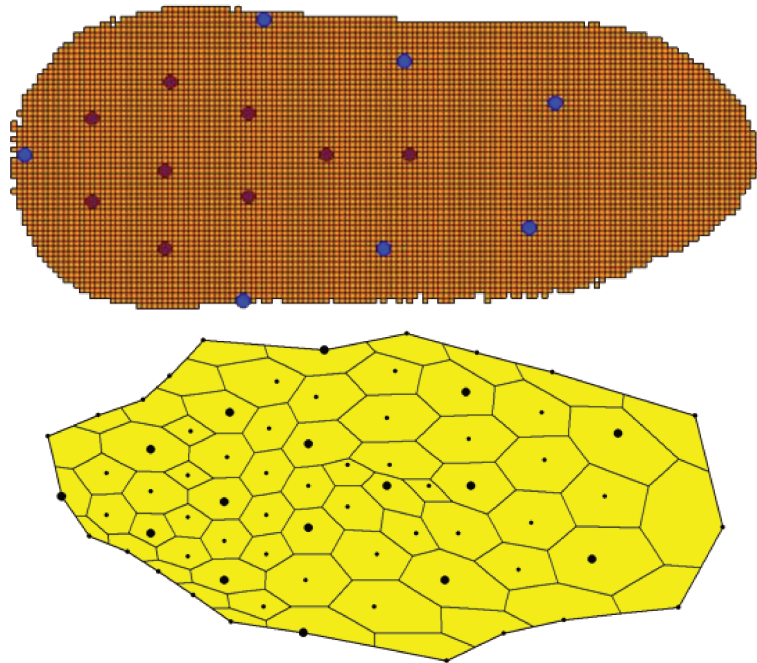


Figura 7.10 – Comparação entre as malhas dos modelos completo (acima) e substituto (abaixo) do Modelo 2.

O ajuste do modelo substituto levou 99 minutos (Figura 7.11). O modelo substituto gerou estimativas de produção de óleo menores que o modelo completo (Figura 7.12). A produção acumulada de óleo final gerada pelo modelo substituto é 7% menor que a do modelo completo. O modelo substituto não mostrou um bom ajuste da curva de produção de água nos tempos iniciais. O algoritmo de ajuste não conseguiu reduzir a conectividade entre células com poços produtores e células com grandes volumes de água.

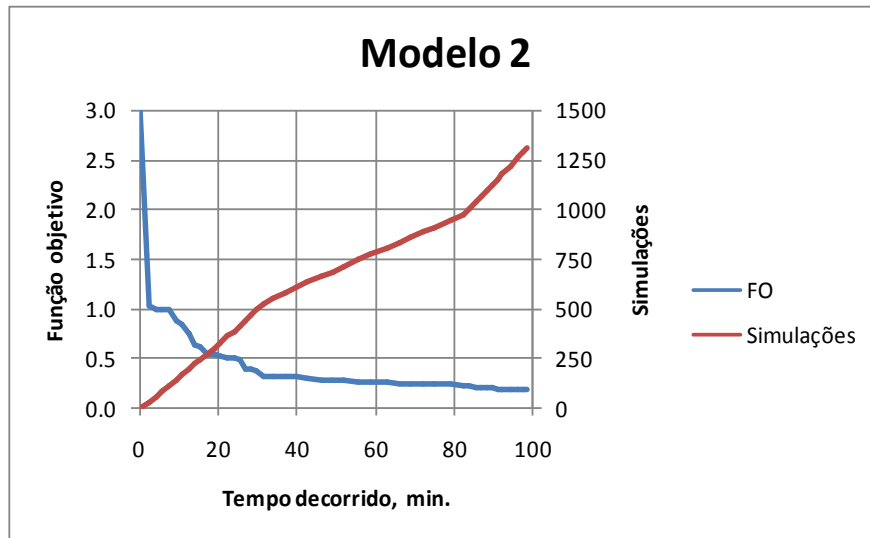


Figura 7.11 – Evolução do ajuste do modelo substituto do Modelo 2.

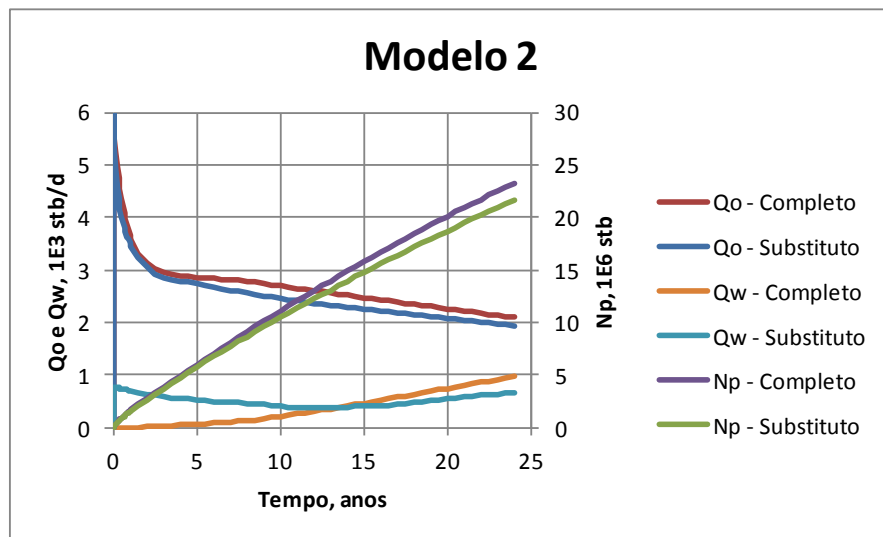


Figura 7.12 – Ajuste do modelo substituto do Modelo 2.

O poço de melhor ajuste foi o injetor 6 (Figura 7.13), enquanto que o produtor de melhor ajuste foi o produtor 2 (Figura 7.14), e o poço de pior ajuste o produtor 9 (Figura 7.15). No gráfico do produtor 9 observa-se a mesma dificuldade de ajuste da curva de produção de água já apontada no Modelo 1, i.e., da curva de produção de água para poços produtores conectados diretamente a células de grande volume²⁵.

²⁵ Nos mapas de propriedades do modelo substituto do Modelo 2 fica claro que a célula do produtor 9 está cercada de células com grande volume, e que a primeira tem boa conectividade com as últimas.

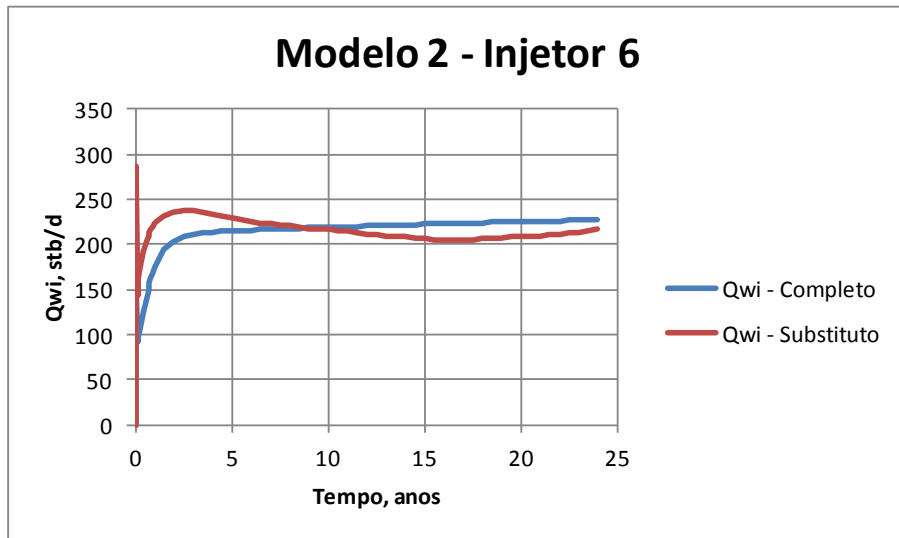


Figura 7.13 – Poço do substituto do Modelo 2 com o melhor ajuste.

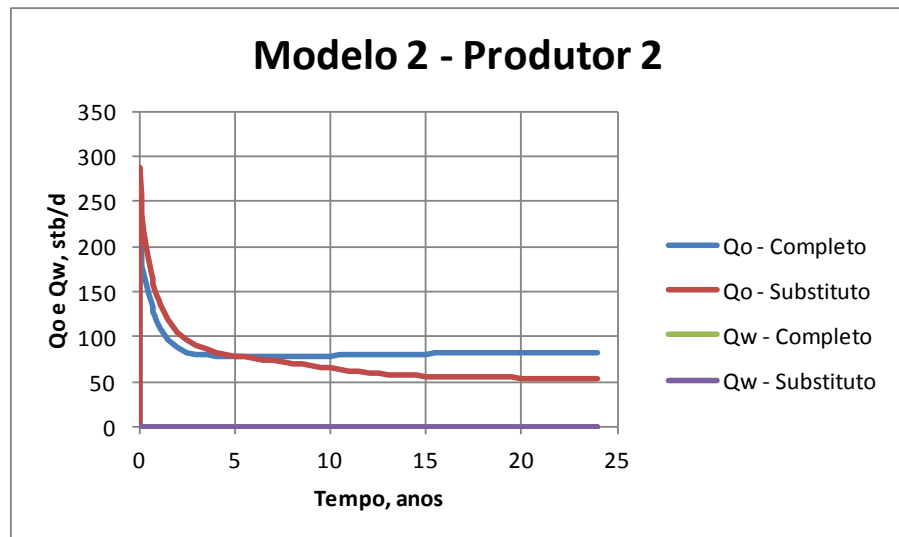


Figura 7.14 – Produtor do substituto do Modelo 2 com o melhor ajuste.

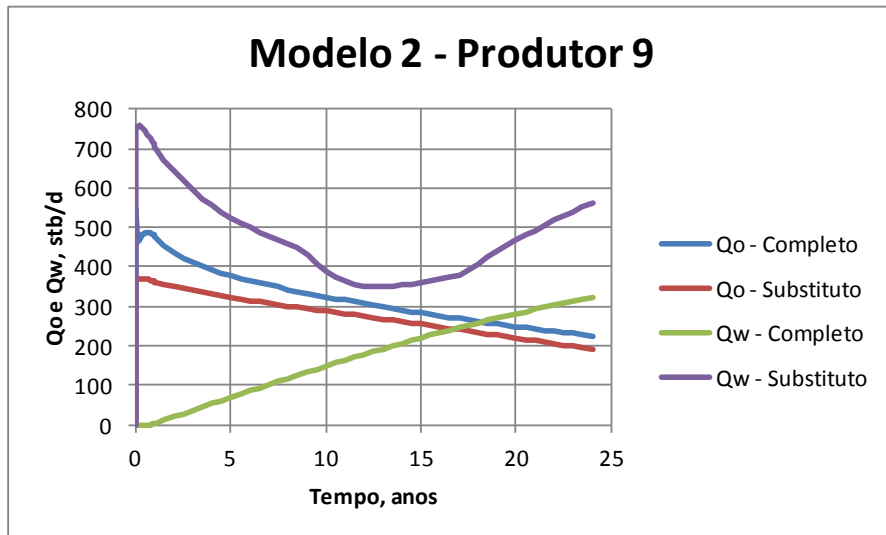


Figura 7.15 – Poço do substituto do Modelo 2 com o pior ajuste.

As curvas de permeabilidade relativa foram alteradas de modo a reduzir a mobilidade das fases óleo e água (Figura 7.16).

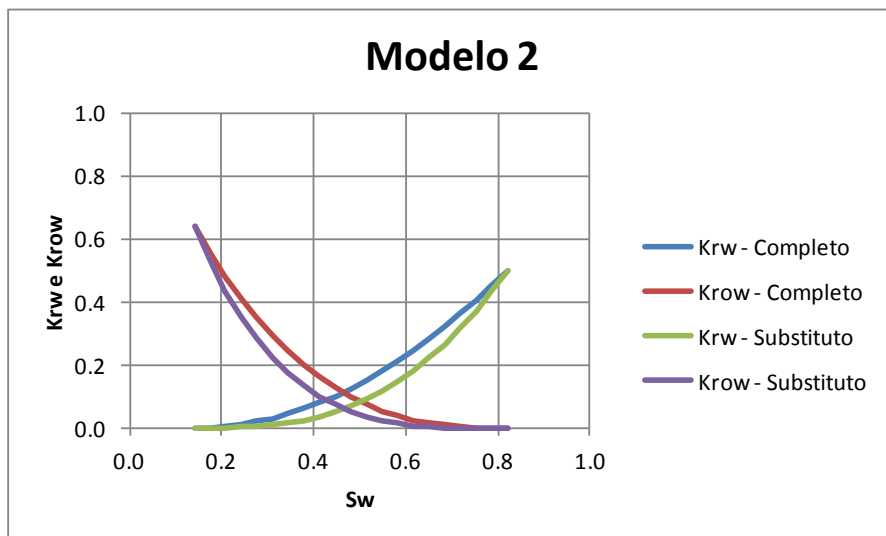


Figura 7.16 – Curvas de permeabilidade relativa do Modelo 2 e seu substituto.

7.2.3. Modelo 3

A malha de simulação do Modelo 3 tem 90x162x22 células, das quais 136.797 são ativas. Como a malha de simulação do modelo substituto está associada ao número de poços do modelo completo, esta tem 915 células ativas, e demora aproximadamente 11s para simular (Figura 7.17).

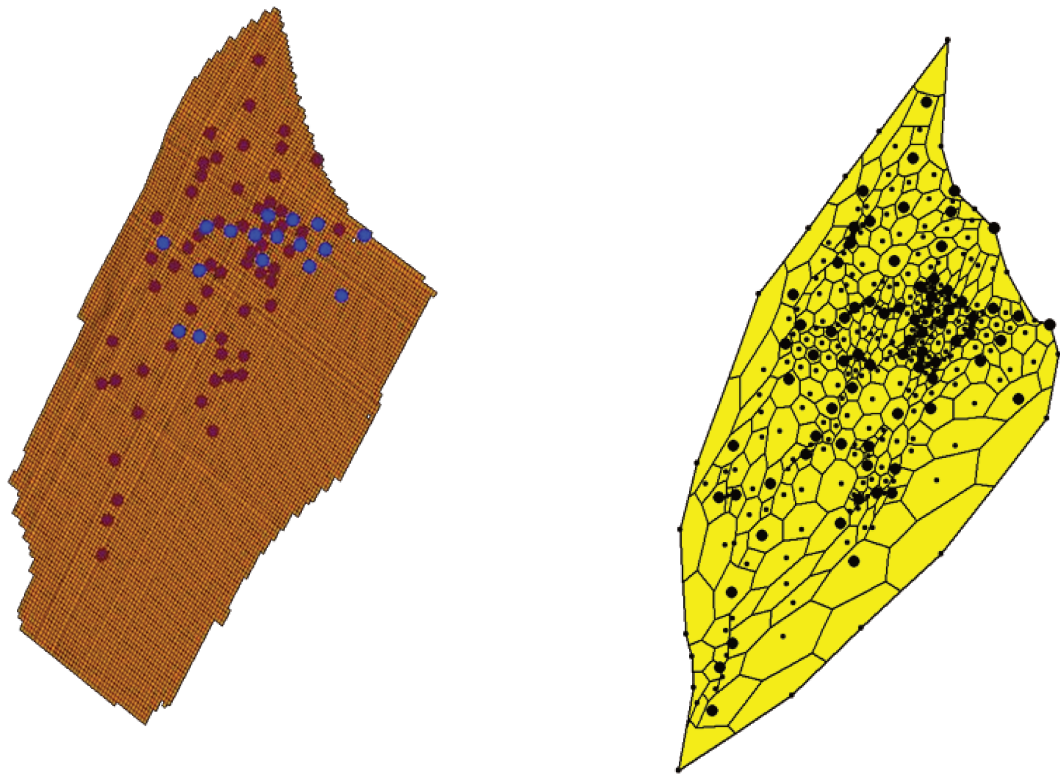


Figura 7.17 – Comparação entre as malhas dos modelos completo (esq.) e substituto (dir.) do Modelo 3.

Devido à sua maior complexidade, e ao fato de não ser tão rápido quanto os outros modelos substitutos, o ajuste do modelo substituto do Modelo 3 levou cerca de 5,5h (Figura 7.18). Ao final do ajuste o modelo substituto conseguiu ter uma tendência de declínio na produção de óleo muito próxima à do Modelo 3 (Figura 7.19).

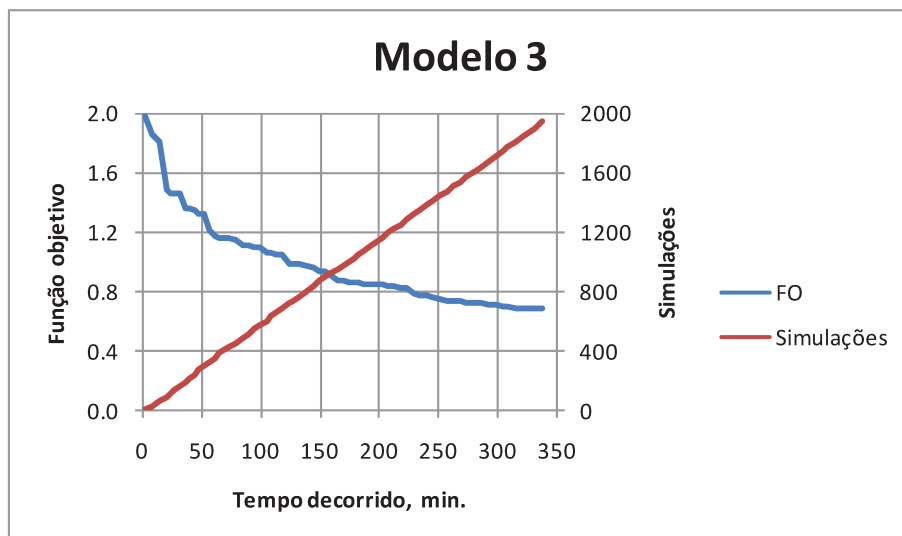


Figura 7.18– Evolução do ajuste do modelo substituto do Modelo 3.

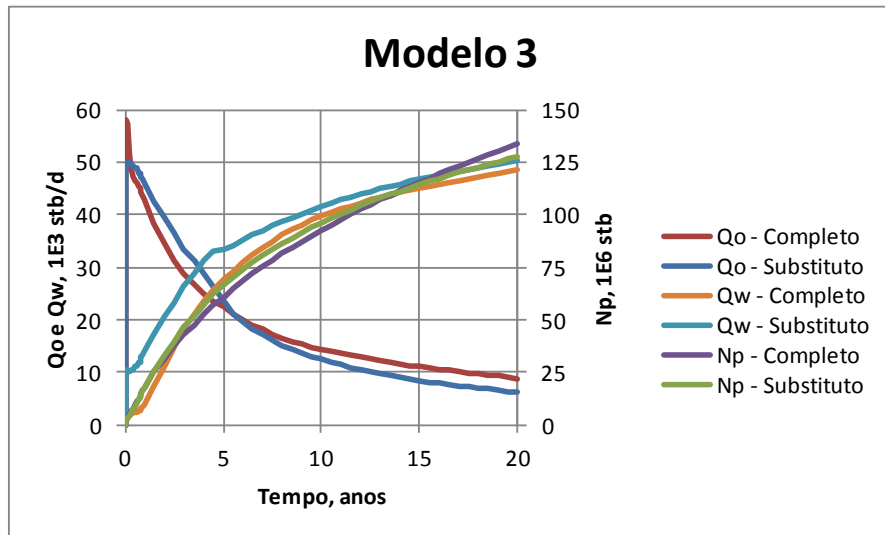


Figura 7.19 – Ajuste do modelo substituto do Modelo 3.

O poço de melhor ajuste do Modelo 3 foi o injetor 102 (Figura 7.20). O produtor de melhor ajuste foi o produtor 24 (Figura 7.21), enquanto que o poço de pior ajuste foi o produtor 42 (Figura 7.22). Mais uma vez o maior problema é o ajuste da curva de produção de água. A água injetada de dois poços próximos está chegando muito rápido ao produtor 42, e o algoritmo de ajuste não criou barreiras adequadas para evitar este problema.

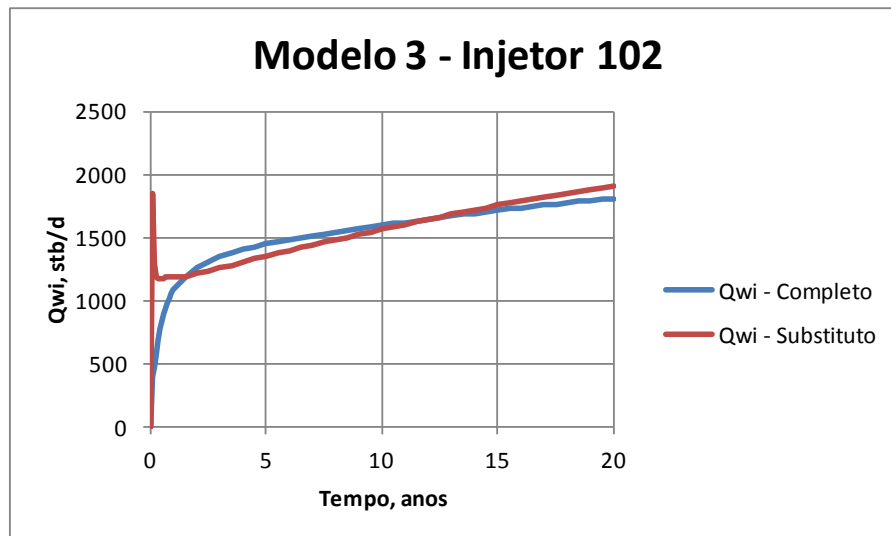


Figura 7.20 – Poço do substituto do Modelo 3 com o melhor ajuste.

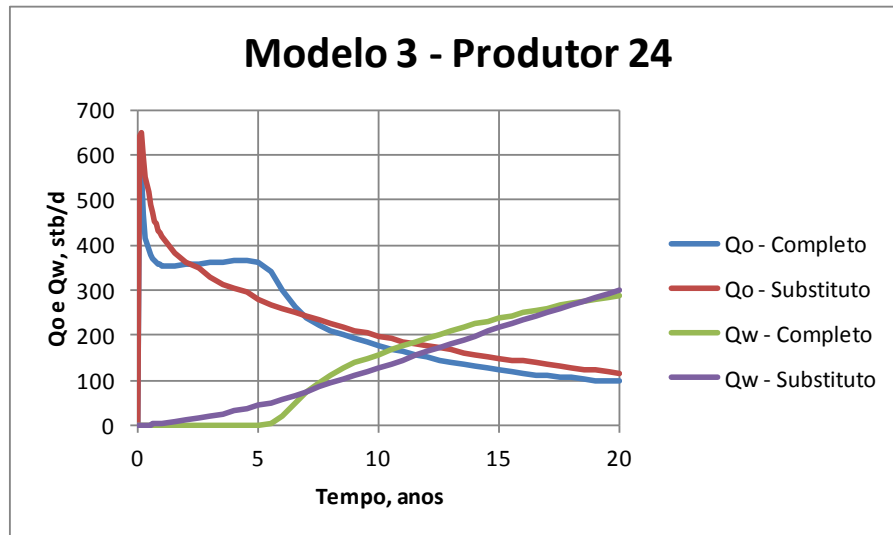


Figura 7.21 – Produtor do substituto do Modelo 3 com o melhor ajuste.

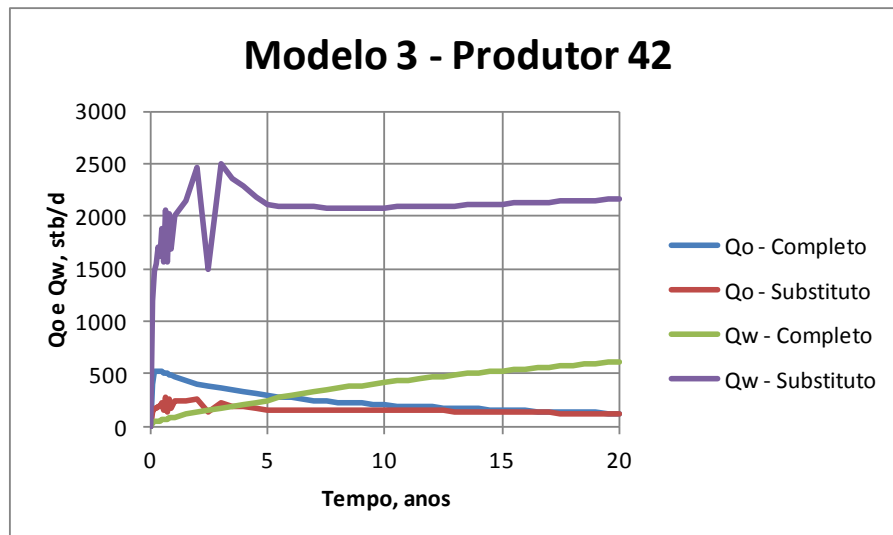


Figura 7.22 – Poço do substituto do Modelo 3 com o pior ajuste.

As curvas de permeabilidade relativa foram alteradas de modo a reduzir a mobilidade da fase óleo e aumentar a da fase água (Figura 7.23).

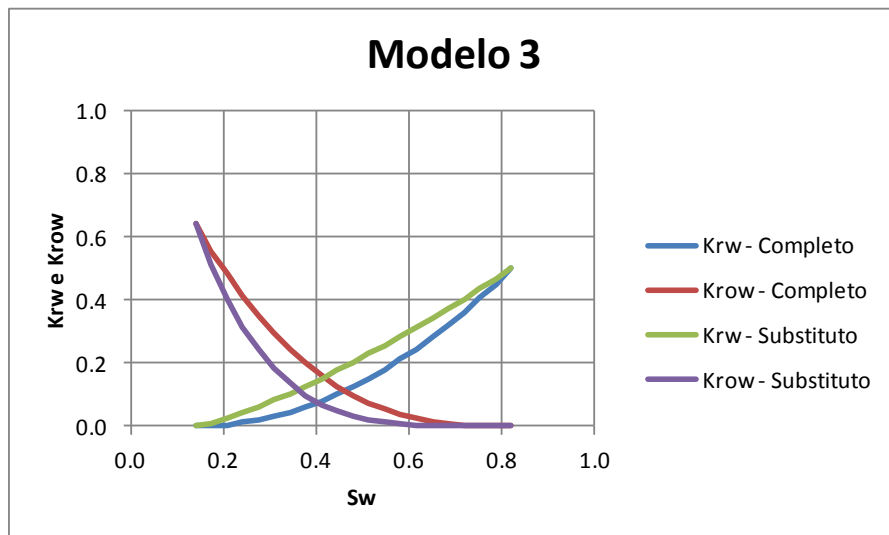


Figura 7.23 – Curvas de permeabilidade relativa do Modelo 3 e seu substituto.

7.2.4. Modelo 2 Econômico

Além das análises de risco da produtividade dos Modelos 1, 2 e 3, foi realizada uma análise de risco do VPL do Modelo 2. O Modelo 2 foi escolhido para esta análise por ser mais complexo que o Modelo 1, e mais simples de analisar que o Modelo 3. Foram utilizados valores fictícios de custos de instalação e de produção, assim como valores de venda de líquidos, para gerar as análises econômicas deste estudo (Tabela 7.1)²⁶. Considerou-se que todos os custos de instalação e de poços ocorrem no ano anterior ao início da produção.

²⁶ Os custos de instalação variáveis são definidos pelas respectivas vazões máximas observadas.

Tabela 7.1 – Parâmetros econômicos da análise do Modelo 2.

Taxas	
Taxa de juros [aa]	0.08
Custos de instalação	
Fixo [1E6 US\$]	100
Variável - óleo [1E3 US\$/stb/d]	1.0
Variável - água [1E3 US\$/stb/d]	0.5
Variável - gás [US\$/scf/d]	1.0
Variável - inj. água [1E3 US\$/stb/d]	0.5
Custos de perfuração e completção	
Produtor [1E6 US\$]	5
Injetor de água [1E6 US\$]	3
Custos de produção e injeção	
Óleo [US\$/stb]	10
Água [US\$/stb]	10
Gás [US\$/1E3 scf]	2
Inj. Água [US\$/stb]	15
Valor de venda	
Óleo [US\$/stb]	75
Gás [US\$/1E3 scf]	15

Devido aos problemas relatados no Capítulo 6, o modelo substituto foi ajustado com a função objetivo modificada, equação (6.8), que tenta ajustar tanto as curvas de produção acumuladas como as de VPL acumulado. É importante deixar claro que foi utilizado como ponto inicial deste ajuste o modelo substituto sem ajustes, i.e, aquele que é gerado com os procedimentos descritos no Capítulo 5. O processo de ajuste demorou aproximadamente 45 minutos (Figura 7.24), menos que o ajuste feito anteriormente com o Modelo 2, que foi de 99 minutos. As curvas de VPL acumulado ficaram próximas, com uma diferença de 6% entre as mesmas (Figura 7.25)²⁷.

²⁷ O tempo negativo do gráfico corresponde aos investimentos realizados antes do início da produção.

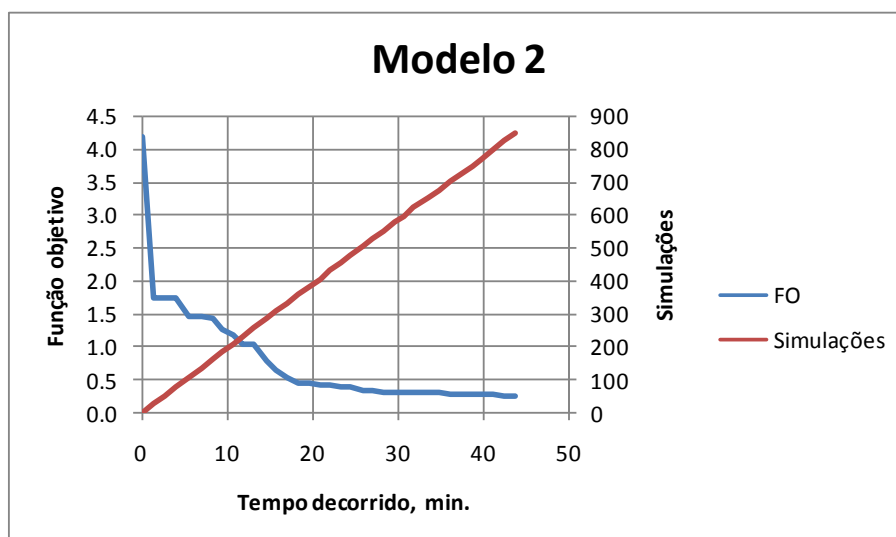


Figura 7.24 – Evolução do ajuste do modelo substituto do Modelo 2, com a função objetivo da equação (6.8).

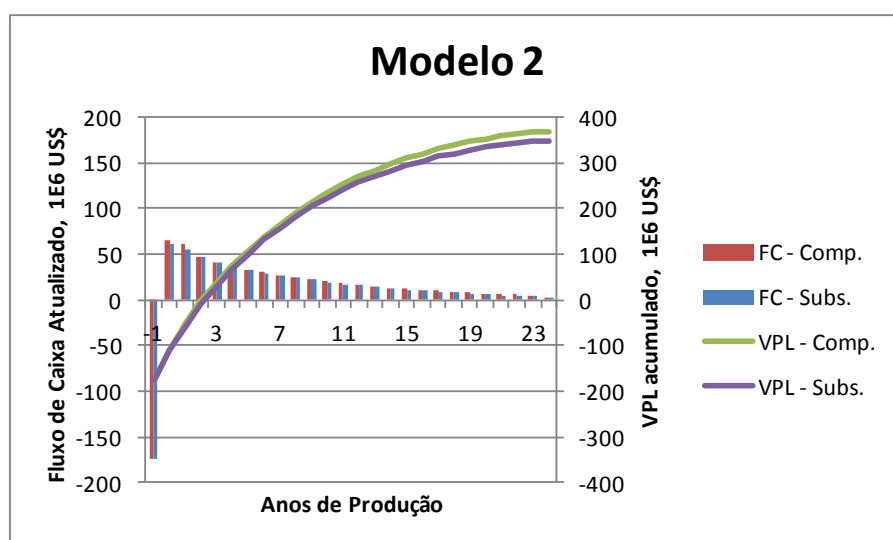


Figura 7.25 – Ajuste do modelo substituto do Modelo 2 com a função objetivo modificada.

O poço de melhor ajuste foi o injetor 6 (Figura 7.26), e o pior o produtor 9 (Figura 7.27). O comportamento observado é muito próximo ao do ajuste do Modelo 2 sem análise econômica. No ajuste das curvas de permeabilidade relativa, as alterações foram menores que as do ajuste anterior com o Modelo 2 (Figura 7.28).

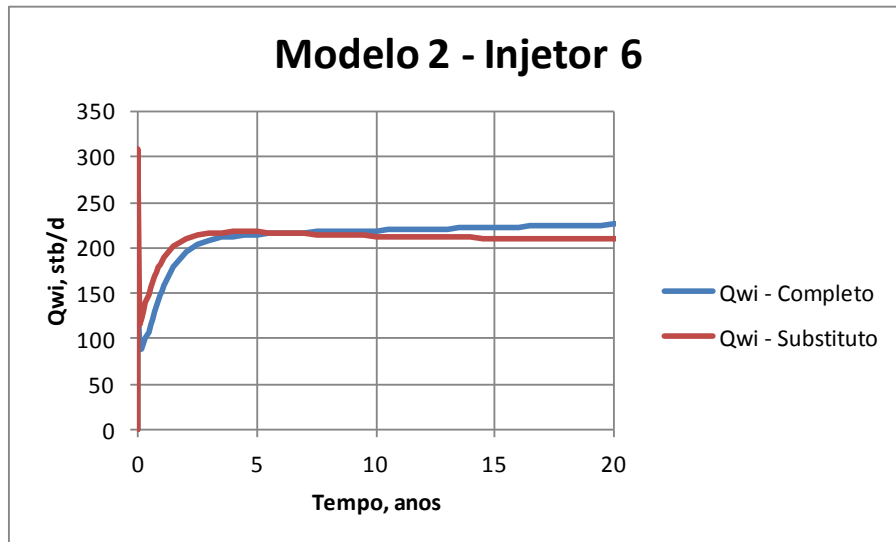


Figura 7.26 – Poço do substituto do Modelo 2 com o melhor ajuste.

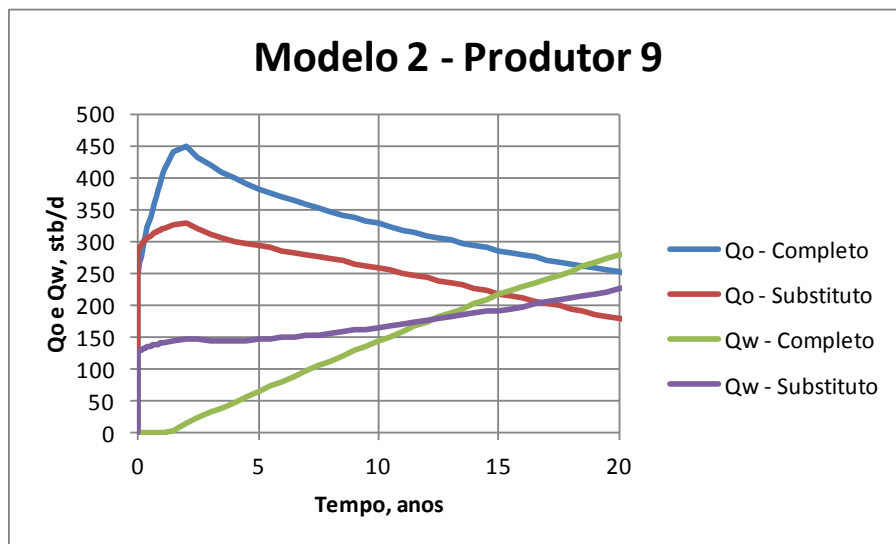


Figura 7.27 – Poço do substituto do Modelo 2 com o pior ajuste.

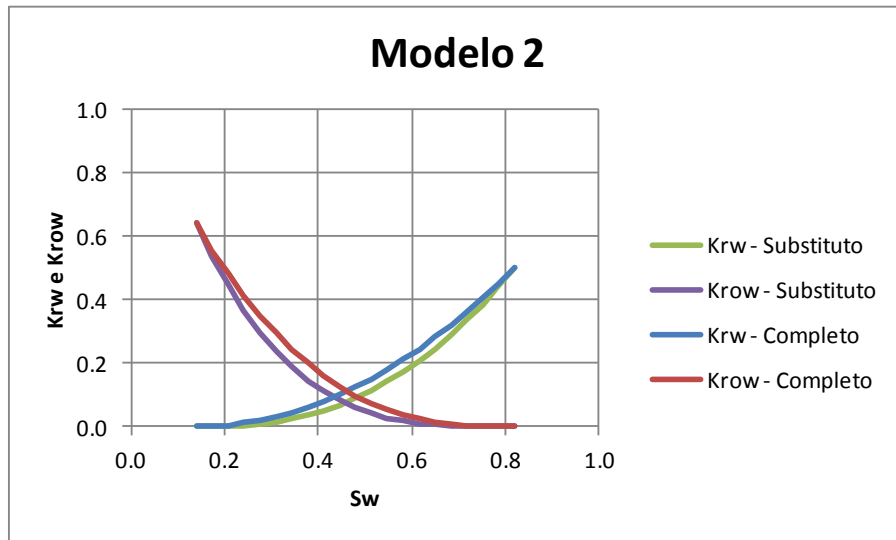


Figura 7.28 – Curvas de permeabilidade relativa do Modelo 2 e seu substituto.

Foi comparado o desempenho do algoritmo de otimização aplicado ao Modelo 2 com e sem análise econômica (Figura 7.29 e Figura 7.30). Observa-se na aplicação com análise econômica que o algoritmo encontrou pontos de mínimo rapidamente nas etapas 1 e 4, o que levou à um menor tempo de ajuste quando comparado com a aplicação sem análise econômica. Por outro lado verifica-se que a aplicação sem análise econômica teve melhores resultados.

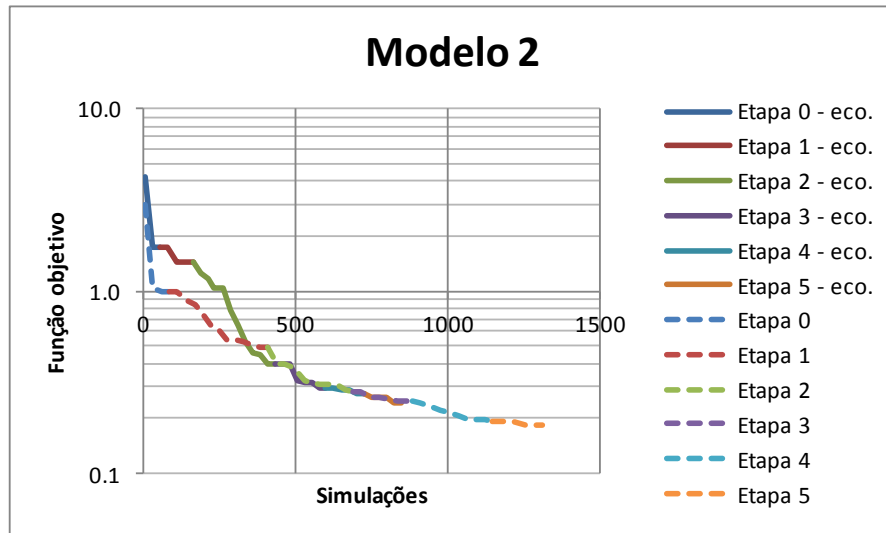


Figura 7.29 – Comparação entre a evolução do ajuste do Modelo 2 com e sem erro associado à avaliação econômica.

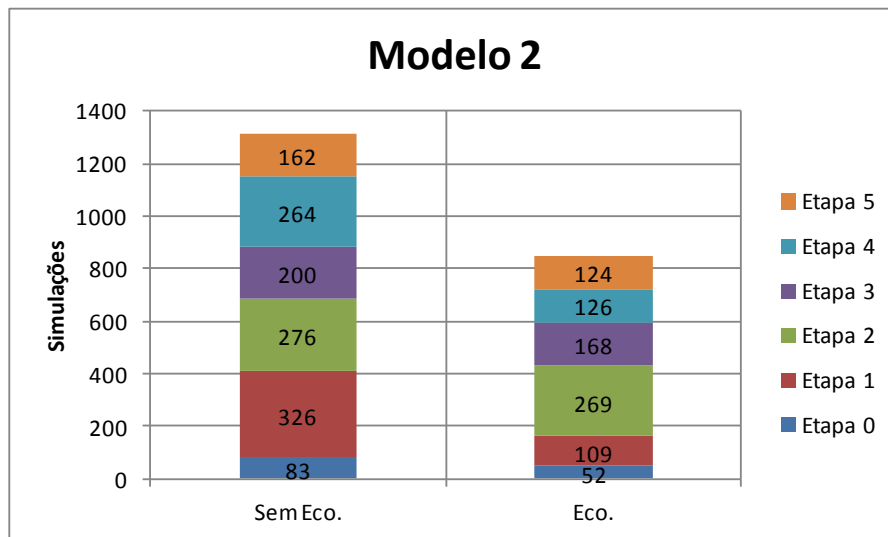


Figura 7.30 – Simulações em cada etapa do ajuste do Modelo 2, com e sem erro associado à avaliação econômica.

7.3. Análise do Algoritmo de Ajuste

Devido ao grande número de variáveis do modelo substituto, o impacto de uma única variável na função objetivo pode ser muito pequeno. O impacto pode ser pequeno a ponto de ser menor que o erro de máquina do computador utilizado para realizar os cálculos. Uma tentativa de minimizar a FO diretamente com todas as variáveis pode deixar o algoritmo de otimização “patinando”.

Como comentado no Capítulo 6, o ajuste do modelo substituto é feito em etapas (Figura 7.31). Em cada etapa o número de variáveis de ajuste é gradualmente aumentado, e a função objetivo é separada em diversos componentes. O ajuste em etapas do modelo substituto possibilitou o aumento gradual do espaço de busca do ponto ótimo. A minimização em etapas gerou bons resultados até em etapas mais avançadas do processo de ajuste (Figura 7.32, Figura 7.33, Figura 7.34 e Figura 7.35).

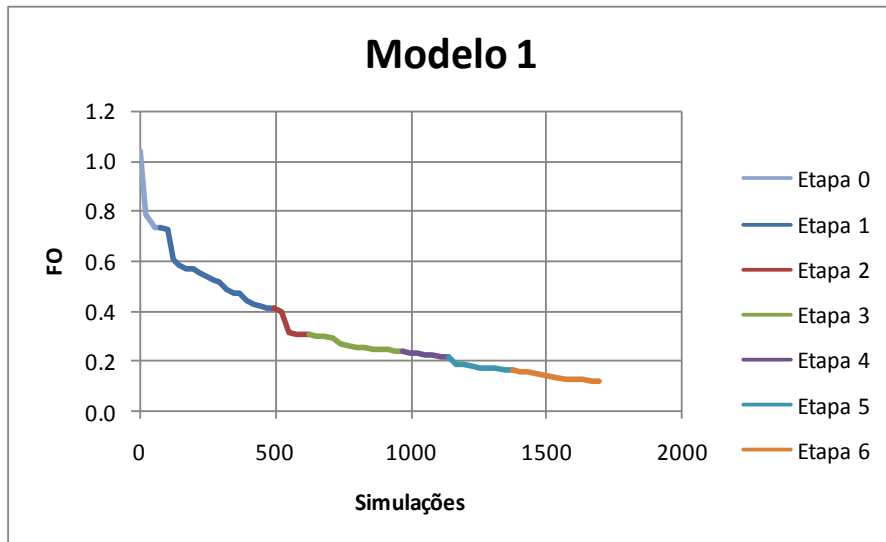


Figura 7.31 – Evolução do ajuste do modelo substituto do modelo 1.

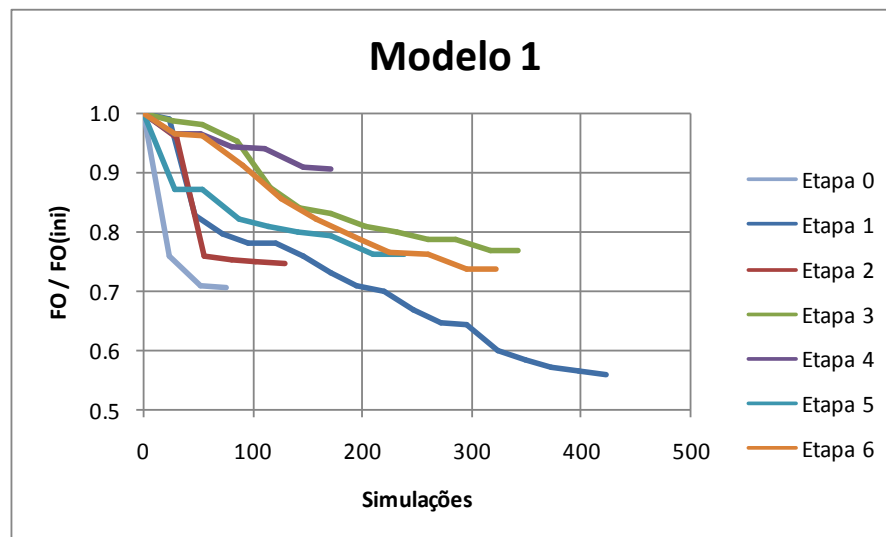


Figura 7.32 – Redução relativa da função objetivo em cada etapa do processo de ajuste do modelo substituto do Modelo 1.

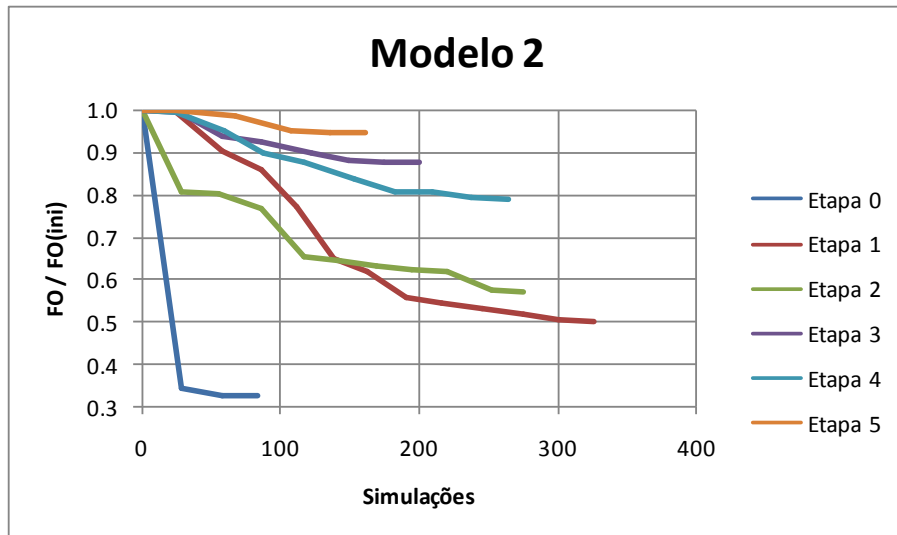


Figura 7.33 – Redução relativa da função objetivo em cada etapa do processo de ajuste do modelo substituto do Modelo 2.

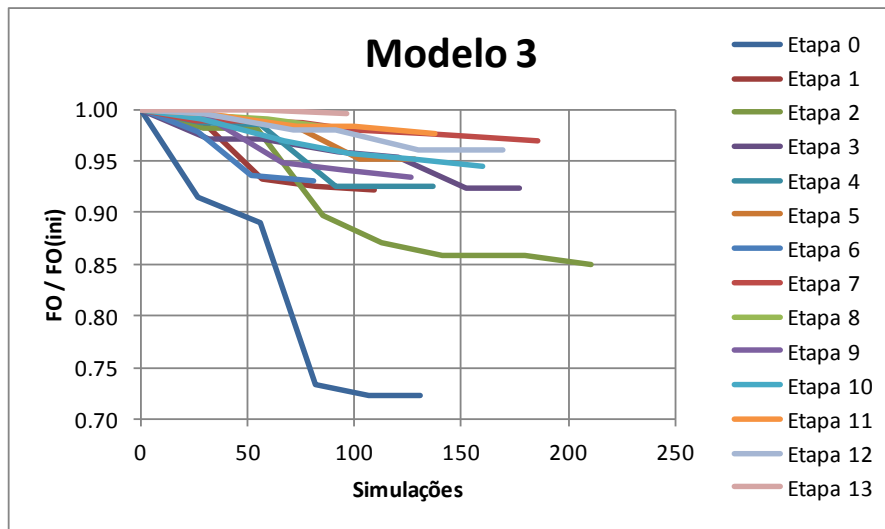


Figura 7.34 – Redução relativa da função objetivo em cada etapa do processo de ajuste do modelo substituto do Modelo 3.

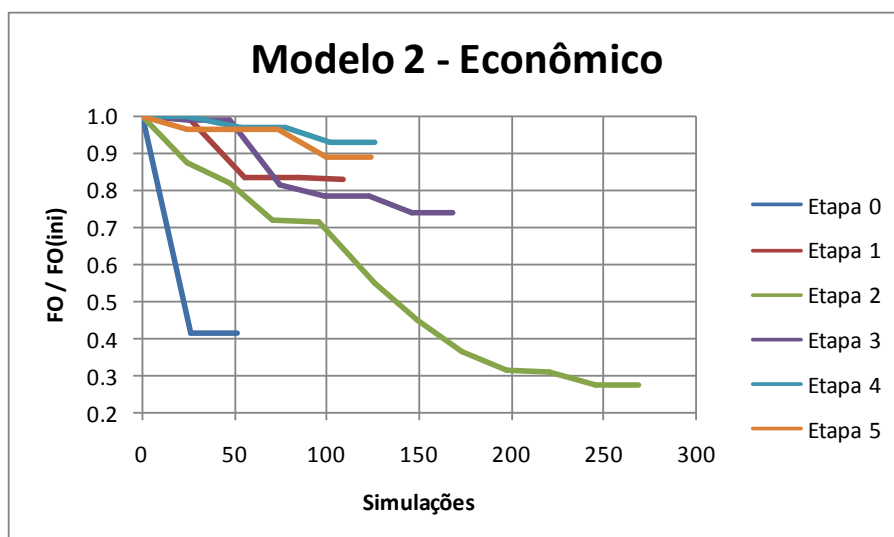


Figura 7.35 – Redução relativa da função objetivo em cada etapa do processo de ajuste do modelo substituto do Modelo 2 na análise de risco com análise econômica.

Nas quatro aplicações realizadas, o número de simulações utilizadas para ajustar os modelos substitutos foi da mesma ordem que o número de variáveis (Tabela 7.2). No caso do Modelo 3 a diferença é maior, e o número de simulações utilizadas no ajuste do substituto é duas vezes menor que o número de variáveis. Devido à maior complexidade deste problema, o algoritmo de otimização sofreu com uma lenta redução da função objetivo, levando a uma convergência prematura, reduzindo o número total de simulações.

Ao realizar uma otimização utilizando diretamente todas as variáveis, apenas o cálculo do gradiente da função objetivo em um ponto, com diferenças finitas avançadas, necessita de $N_{var} + 1$ simulações, onde N_{var} é o número de variáveis do problema. Com esta simples comparação percebe-se que o algoritmo utilizado é muito econômico. Com as simplificações introduzidas no algoritmo de ajuste do modelo substituto foi possível gerar respostas aceitáveis com um número reduzido de simulações.

Tabela 7.2 – Parâmetros dos problemas de ajuste dos modelos substitutos.

Modelo	Células	Conexões	Variáveis	Ajuste Simulações
1	219	200	947	1700
2	207	188	892	1312
3	915	904	4164	1941
2 (eco.)	207	188	892	849

7.4. Teste de Consistência

Antes de seguir com a aplicação do modelo substituto a análises de risco, foi realizada uma sensibilidade da função objetivo aos parâmetros de incerteza de cada modelo. Foram utilizados valores representativos da variância de cada parâmetro de incerteza para verificar o seu impacto na qualidade do ajuste do modelo substituto. Em cada teste a mesma variável foi alterada no modelo completo e no modelo substituto. A qualidade do ajuste do modelo substituto foi medida comparando os resultados destes modelos alterados, calculando a função objetivo.

No Modelo 1, foram testados 5 parâmetros de incerteza (Tabela 7.3). As variáveis utilizadas são as seguintes:

- Perm: multiplicador das permeabilidades horizontais de todo o modelo;
- Poro: multiplicador das porosidades de todo o modelo;
- WOC: profundidade do contato óleo-água, em pés;
- RSi: razão de solubilidade inicial do óleo, em scf/stb;
- WPI: multiplicador dos índices de produtividade de todos os poços do modelo.

Tabela 7.3 – Variáveis de incerteza utilizadas na sensibilidade do Modelo 1.

Variável	Mínimo	Máximo
PERM	0.75	1.25
PORO	0.75	1.25
WOC [ft]	10080	10262
RSI [scf/stb]	580	700
WPI	0.75	1.25

O gráfico da sensibilidade do Modelo 1 (Figura 7.36) mostra que as variáveis com impacto significativo na qualidade do ajuste do modelo substituto foram o contato óleo-água e a permeabilidade. O valor da função objetivo ao final do ajuste foi de 0,1201.

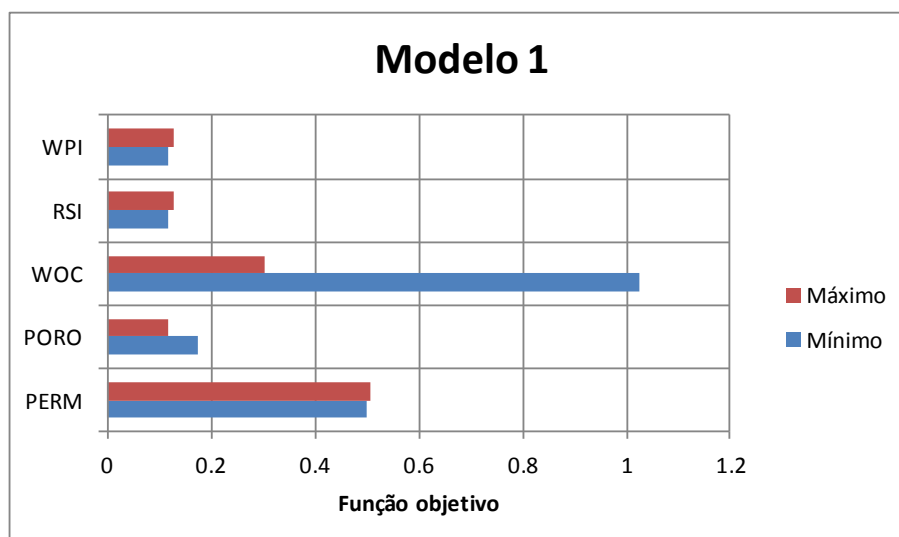


Figura 7.36 – Sensibilidade da função objetivo a variações em parâmetros do Modelo 1.

Com o Modelo 2 foram utilizadas 6 variáveis de incerteza (Tabela 7.4). As variáveis de incerteza utilizadas foram:

- Poro: multiplicador das porosidades de todo o modelo;
- Perm: multiplicador das permeabilidades horizontais de todo o modelo;
- PermZ: multiplicador das permeabilidades verticais de todo o modelo;
- Pb: Pressão de bolha inicial do óleo, em psia;
- WOC: profundidade do contato óleo-água, em pés;
- Pini: Pressão inicial do reservatório, em psia.

Tabela 7.4 – Variáveis de incerteza utilizadas na sensibilidade do Modelo 2.

Variável	Mínimo	Máximo
PORO	0.7	1.3
PERM	0.5	1.5
PERMZ	0.5	1.5
PB [psia]	1000	1400
WOC [ft]	4260	4400
PINI [psia]	1900	2300

O gráfico de sensibilidade da função objetivo do modelo 2 mostra que apenas a redução do contato óleo-água (contato mais alto) teve grande impacto na qualidade do ajuste do modelo substituto. Nos demais casos o valor da função objetivo ficou próximo ao valor encontrado após o ajuste do modelo substituto, que foi de 0,1845.

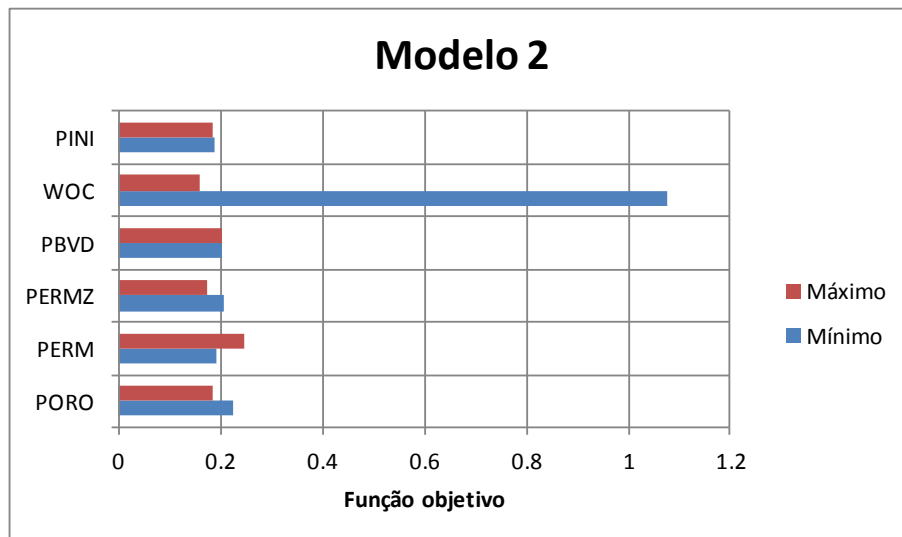


Figura 7.37 – Sensibilidade da função objetivo a variações em parâmetros do Modelo 2.

As variáveis de incerteza do Modelo 3 são as mesmas do Modelo 2, mas com limites diferentes (Tabela 7.5).

Tabela 7.5 – Variáveis de incerteza utilizadas na sensibilidade do Modelo 3.

Variável	Mínimo	Máximo
PORO	0.7	1.3
PERM	0.7	1.3
PERMZ	0.5	1.5
PB [psia]	1350	1650
WOC [ft]	4600	5000
PINI [psia]	2000	2200

Assim como observado para o Modelo 2, a sensibilidade do ajuste do Modelo 3 mostrou que apenas uma redução no contato óleo-água teve impacto significativo. Alterações nos demais parâmetros não alteraram muito o valor da função objetivo encontrado após o ajuste do modelo substituto, que foi de 0,6802.

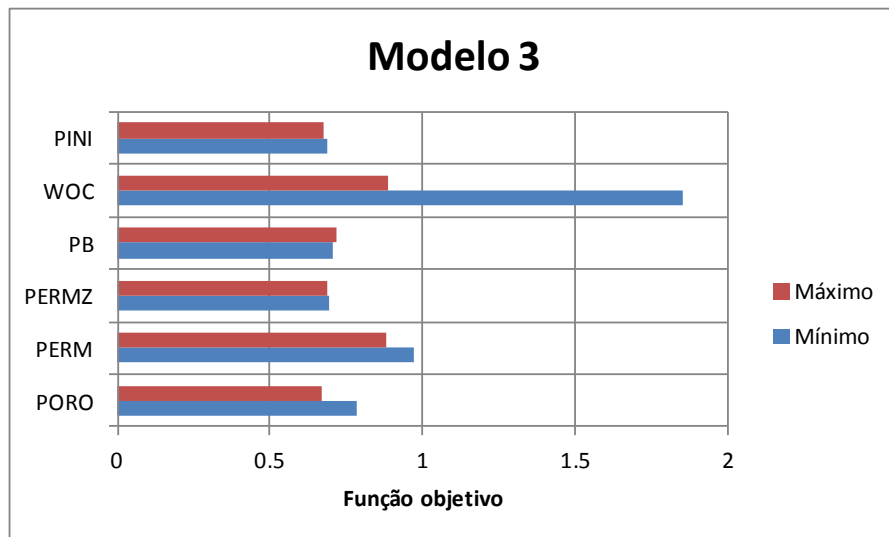


Figura 7.38 – Sensibilidade da função objetivo a variações em parâmetros do Modelo 3.

Para o estudo do Modelo 2 com análise econômica, foram utilizadas as mesmas variáveis de incerteza do Modelo 2, mas com alterações nos limites das mesmas (Tabela 7.6).

Tabela 7.6 – Variáveis de incerteza utilizadas na sensibilidade do Modelo 2 com análise econômica.

Variável	Mínimo	Máximo
PORO	0.7	1.3
PERM	0.7	1.3
PERMZ	0.7	1.3
PB [psia]	1100	1300
WOC [ft]	4280	4380
PINI [psia]	1950	2250

A função objetivo com análise de risco aplicada ao Modelo 2 foi mais impactada pela variação do contato óleo-água (Figura 7.39). Os demais parâmetros tiveram pequena influência no valor da função objetivo encontrada ao final do ajuste: 0,2419.

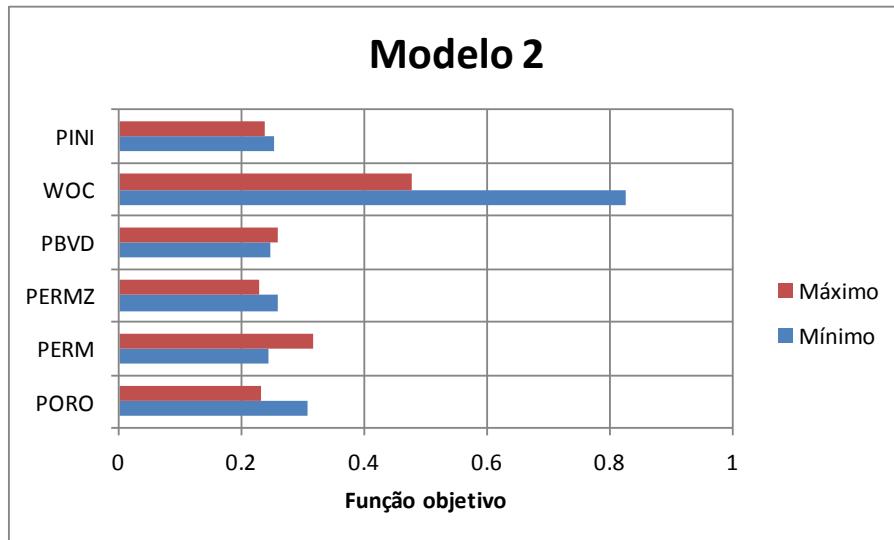


Figura 7.39 – Sensibilidade da função objetivo a variações em parâmetros do Modelo 2.

7.5. Análises de Risco

7.5.1. Modelo 1

Foram feitas duas análises de risco: uma com o modelo completo e outra com o modelo substituto. Como ambos os modelos fluxo são rápidos, optou-se por utilizar diretamente o Hipercubo Latino para gerar as análises de risco. Foram utilizadas as mesmas variáveis de incerteza para ambas as análises (Tabela 7.7), todas com distribuição triangular simétrica. As variáveis utilizadas são as seguintes:

- Perm: multiplicador das permeabilidades horizontais de todo o modelo;
- Poro: multiplicador das porosidades de todo o modelo;
- WOC: profundidade do contato óleo-água, em pés;
- RSi: razão de solubilidade inicial do óleo, em scf/stb;
- WPI: multiplicador dos índices de produtividade de todos os poços do modelo.

Tabela 7.7 – Variáveis de incerteza da análise de risco do Modelo 1.

Variável	Min	Max
PERM	0.75	1.25
PORO	0.75	1.25
WOC [ft]	10080	10262
RSI [scf/stb]	580	700
WPI	0.75	1.25

Foram gerados 2000 sorteios com o Hipercubo Latino. Os mesmos sorteios das variáveis de incerteza foram utilizados nas duas análises de risco. Deste modo foi possível comparar uma a uma as 2000 simulações de cada modelo (Figura 7.40). Toda a análise de risco foi baseada no volume acumulado de óleo produzido ao final de 24 anos. Uma análise dos desvios dos valores de produção acumulada de óleo estimados com o modelo substituto em relação ao modelo completo mostra que em 90% dos casos o erro absoluto foi menor que aproximadamente 6% (Figura 7.41).

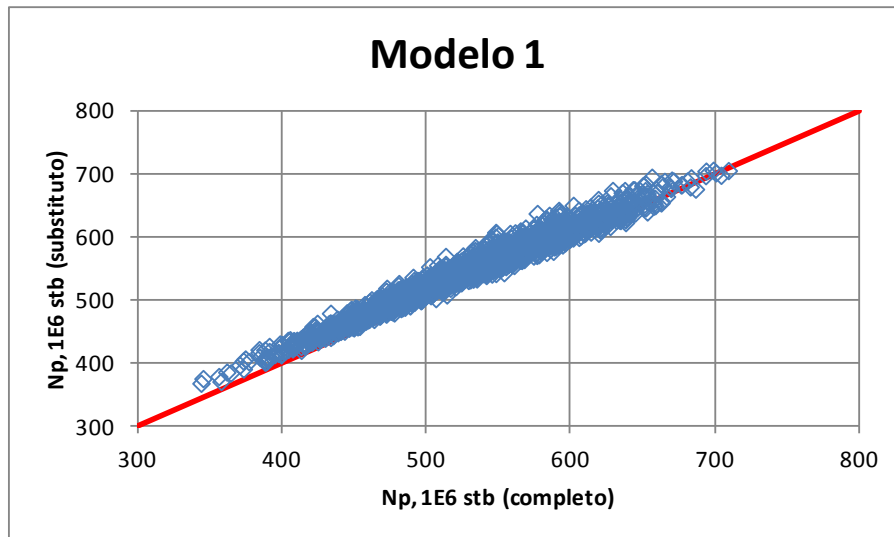


Figura 7.40 – Comparação entre os resultados de produção acumulada de óleo final do Modelo 1 e do substituto (reta da resposta perfeita em vermelho).

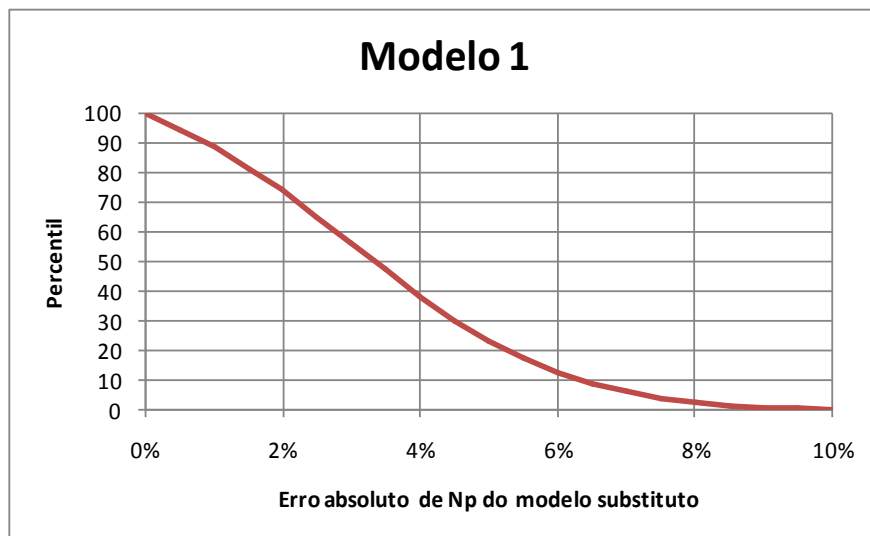


Figura 7.41 – Distribuição do erro absoluto das respostas do modelo substituto.

A análise de risco gerada com o modelo substituto gerou estimativas entre 2 e 5% maiores que a análise de risco com o modelo completo (Figura 7.42). Esta diferença percentual é muito próxima à diferença entre os valores de produção acumulada de óleo dos modelos completo e substituto sem alterações nas variáveis de incerteza, que foi de 2%.

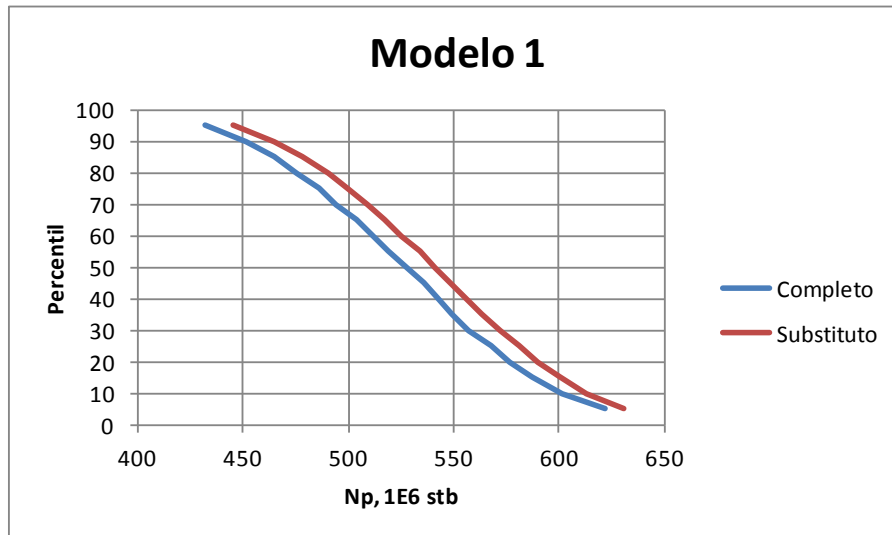


Figura 7.42 – Resultados das análises de risco do Modelo 1 e do substituto.

7.5.2. Modelo 2

Novamente foram feitas duas análises de risco, uma com cada modelo. As variáveis de incerteza utilizadas foram:

- Poro: multiplicador das porosidades de todo o modelo;
- Perm: multiplicador das permeabilidades horizontais de todo o modelo;
- PermZ: multiplicador das permeabilidades verticais de todo o modelo;
- Pb: Pressão de bolha inicial do óleo, em psia;
- WOC: profundidade do contato óleo-água, em pés;
- Pini: Pressão inicial do reservatório, em psia.

Para todas as variáveis utilizou-se uma distribuição normal (Tabela 7.8).

Tabela 7.8 – Parâmetros da distribuição normal das variáveis de incerteza do Modelo 2.

Variável	μ	σ
PORO	1	0.182
PERM	1	0.304
PERMZ	1	0.304
PB [psia]	1200	121.6
WOC [ft]	4330	42.56
PINI [psia]	2100	121.6

A aplicação direta do Hipercubo Latino para gerar uma análise de risco do Modelo 2 é muito demorada, visto que seriam necessários cerca de 6 dias para simular 2000 modelos. Assim, utilizou-se a técnica de planejamento de experimentos com superfície de resposta para gerar análises de risco para o Modelo 2. Para melhor comparar os resultados entre os modelos, para o modelo substituto também se utilizou o planejamento de experimentos com superfície de resposta. Para gerar a superfície de resposta são utilizados três valores por variável de incerteza: máximo, médio e mínimo. Como a distribuição normal não é limitada, foram utilizados os valores P05, P50 e P95 de cada variável²⁸.

O planejamento experimental utilizado foi o delineamento composto central, e a superfície de resposta é um polinômio multivariado de segundo grau. Foram necessários 45 experimentos com cada modelo. Observa-se que os metamodelos não tiveram dificuldade em ajustar as respostas do modelo completo (Figura 7.43) e do modelo substituto (Figura 7.44). Estes resultados indicam que os metamodelos geram boas estimativas das respostas dos respectivos modelos.

²⁸ Na convenção utilizada neste trabalho o percentil é o valor acima do qual existe um determinado percentual das amostras, e.g., 10% da amostra se encontra acima do valor de P10.

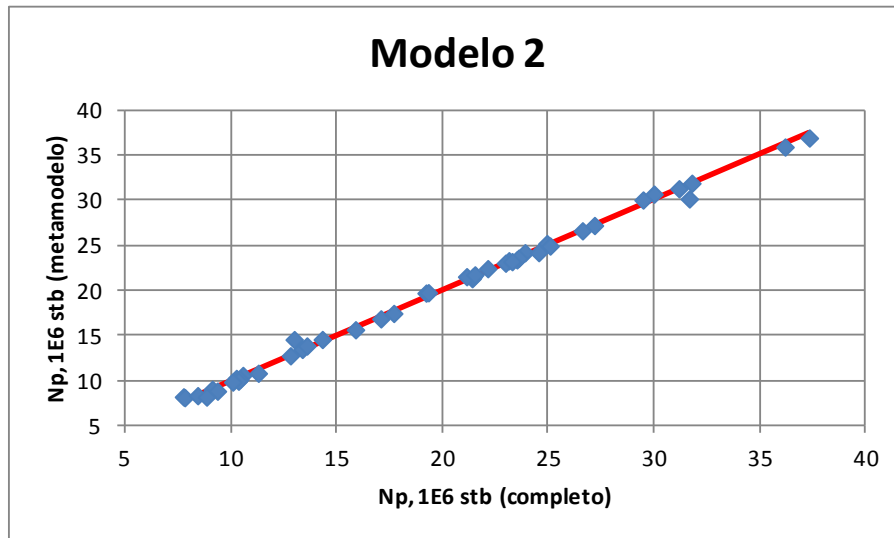


Figura 7.43 – Ajuste do metamodelo do Modelo 2.

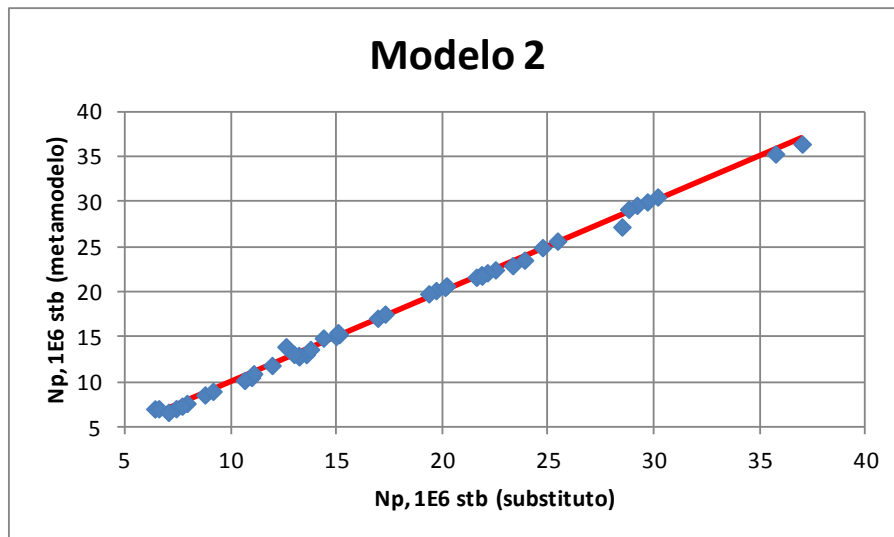


Figura 7.44 – Ajuste do metamodelo do modelo substituto do Modelo 2.

A comparação entre os resultados de produção acumulada de óleo final mostra que o modelo substituto segue a mesma tendência do modelo completo, mas gera valores inferiores (Figura 7.45).

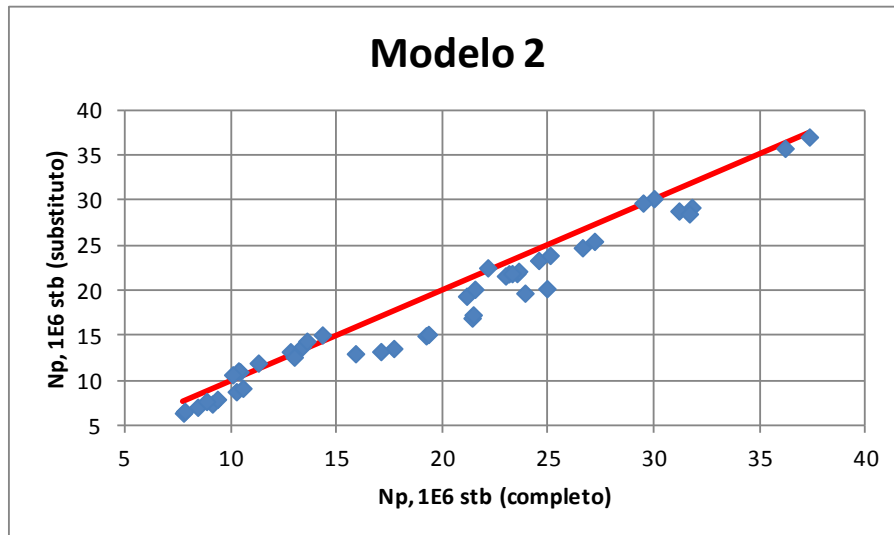


Figura 7.45 – Comparação entre os experimentos gerados com o Modelo 2 completo e o modelo substituto.

Assim como observado para o Modelo 1, o resultado da análise de risco com o modelo substituto gerou valores ligeiramente diferentes da análise de risco com o modelo completo (Figura 7.46). A diferença entre os resultados das análises de risco ficou em aproximadamente 7%.

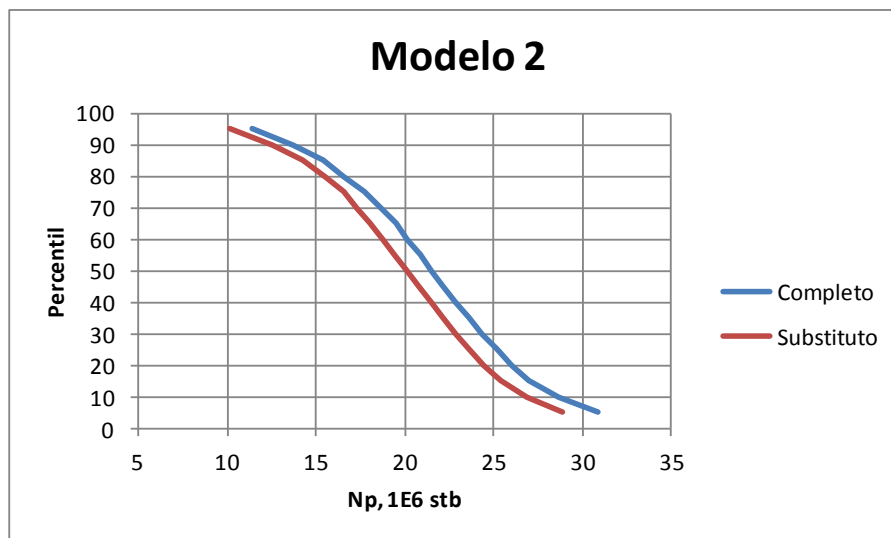


Figura 7.46 – Resultados das análises de risco do Modelo 2 e do substituto.

7.5.3. Modelo 3

Foram utilizadas as mesmas variáveis de incerteza do Modelo 2 nas análises de risco do Modelo 3. Assim como na análise do Modelo 2, todas as variáveis têm distribuição normal (Tabela 7.9).

Tabela 7.9 – Parâmetros da distribuição normal das variáveis de incerteza do Modelo 3

Variável	μ	σ
PORO	1	0.182
PERM	1	0.182
PERMZ	1	0.304
PB [psia]	1500	91.19
WOC [ft]	4800	121.6
PINI [psia]	2100	60.80

A análise de risco do Modelo 3 e do modelo substituto foi realizada com planejamento de experimentos e superfície de resposta. Assim como observado na análise do Modelo 2, os metamodelos gerados com as respostas dos modelos completo (Figura 7.47) e substituto (Figura 7.48) conseguiram um bom ajuste.

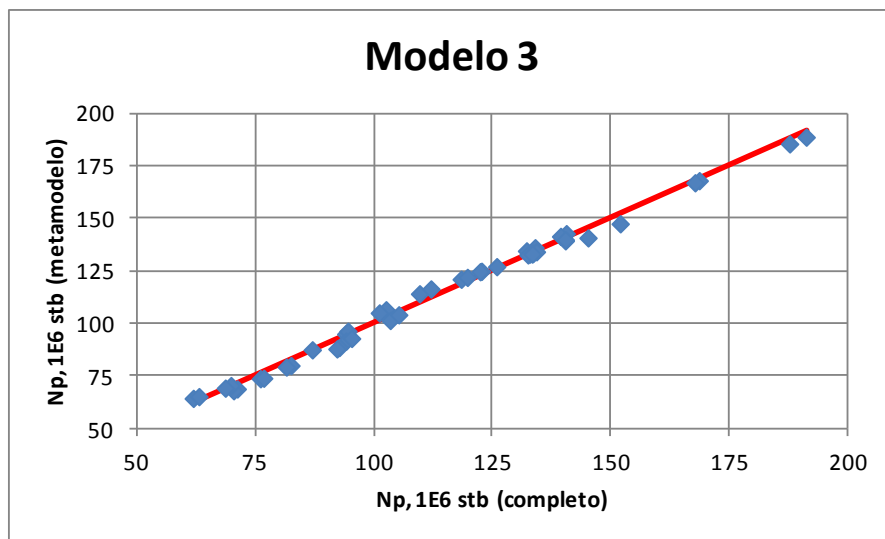


Figura 7.47 – Ajuste do metamodelo do Modelo 3.

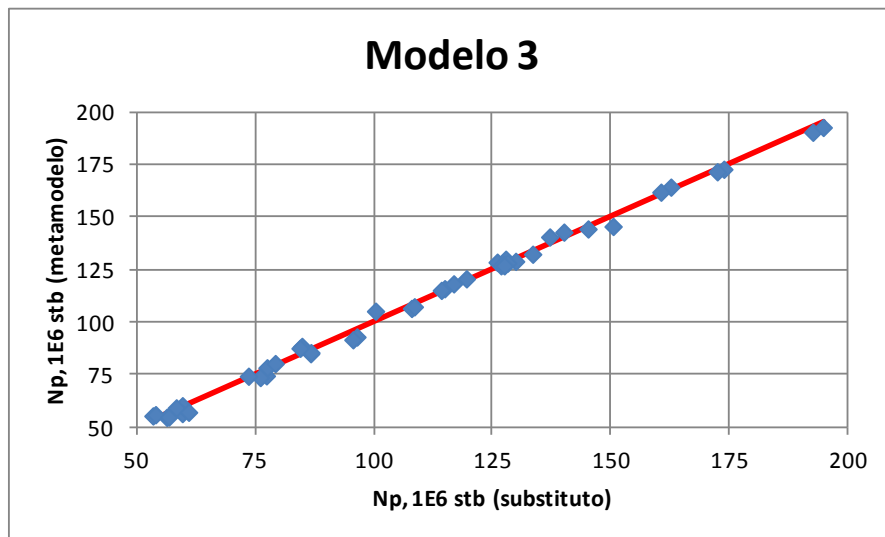


Figura 7.48 – Ajuste do metamodelo do modelo substituto do Modelo 3.

A comparação entre os resultados dos experimentos mostra que o modelo substituto segue a mesma tendência do modelo completo (Figura 7.49).

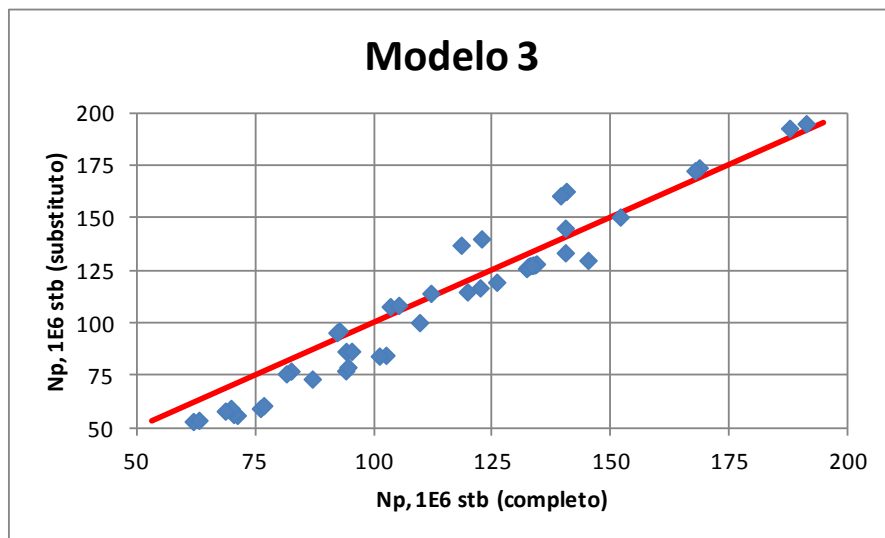


Figura 7.49 – Comparação entre os experimentos gerados com o Modelo 3 e o modelo substituto.

Os resultados das análises de risco realizadas com os dois modelos foram próximos (Figura 7.50). As diferenças entre os valores estimados pelo modelo substituto com relação ao Modelo 3 completo foram de até 14%.

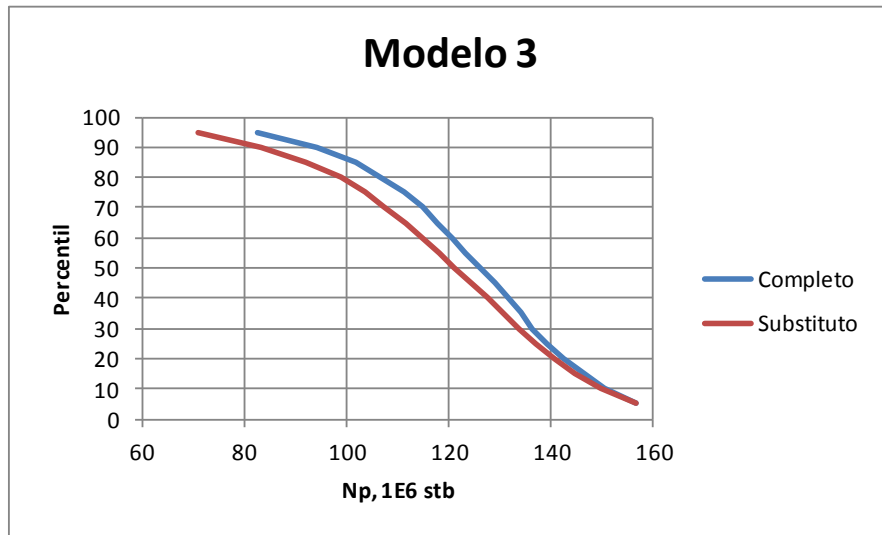


Figura 7.50 – Resultados das análises de risco do Modelo 3 e do substituto.

7.5.4. Modelo 2 Econômico

Para a análise de risco, foram utilizadas as mesmas variáveis de incerteza do estudo de sensibilidade da produtividade do Modelo 02. As distribuições de probabilidade das variáveis de incerteza foram alteradas para triangular simétrica (Tabela 7.10). Esta alteração foi necessária para poder realizar a análise de risco diretamente com os modelos de fluxo, já que a distribuição triangular é limitada. Foram definidos limites às variáveis de modo a evitar que muitas amostras do HCL tivessem resultado negativo, o que deixaria a análise dos resultados mais complexa.

Tabela 7.10 – Parâmetros das variáveis de incerteza do Modelo 2.

Variável	Mínimo	Máximo
PORO	0.7	1.3
PERM	0.7	1.3
PERMZ	0.7	1.3
PB [psia]	1100	1300
WOC [ft]	4280	4380
PINI [psia]	1950	2250

Em muitos casos, metamodelos construídos com planejamento de experimentos tem dificuldade em reproduzir o comportamento de respostas como o VPL²⁹. Assim, optou-se por utilizar diretamente o HCL com os modelos de fluxo. Como o Modelo 2 não é rápido como o

²⁹ No Apêndice é apresentado um exemplo numérico da sensibilidade do VPL ao atraso na perfuração de um poço.

Modelo 1, o número de amostras foi reduzido a 200. A redução no número de pontos leva a curvas de análise de risco menos suaves.

A comparação entre os resultados das 200 simulações com cada modelo (Figura 7.51) mostra que o modelo substituto gera valores de VPL inferiores aos do modelo de fluxo completo. A curva de risco gerada com o modelo substituto apresentou erros de aproximadamente 10% (Figura 7.52).

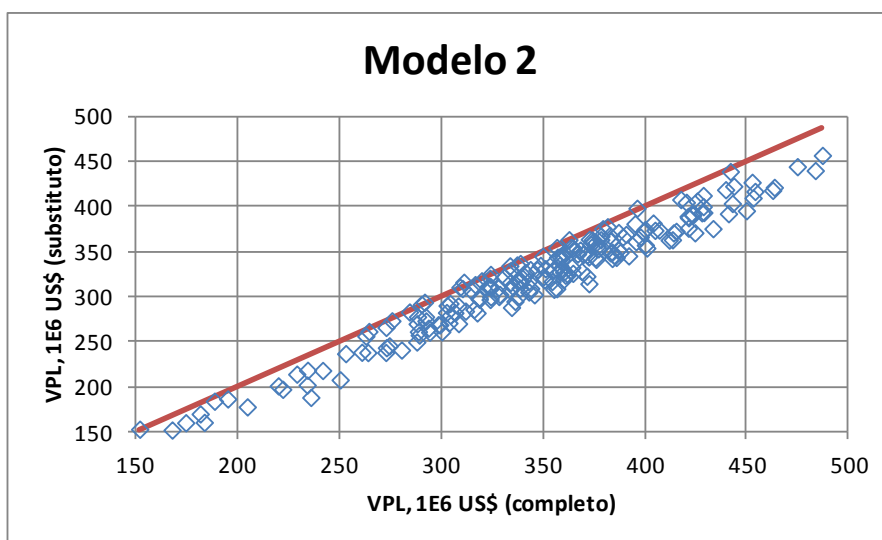


Figura 7.51 – Comparação entre os resultados do HCL para o Modelo 2.

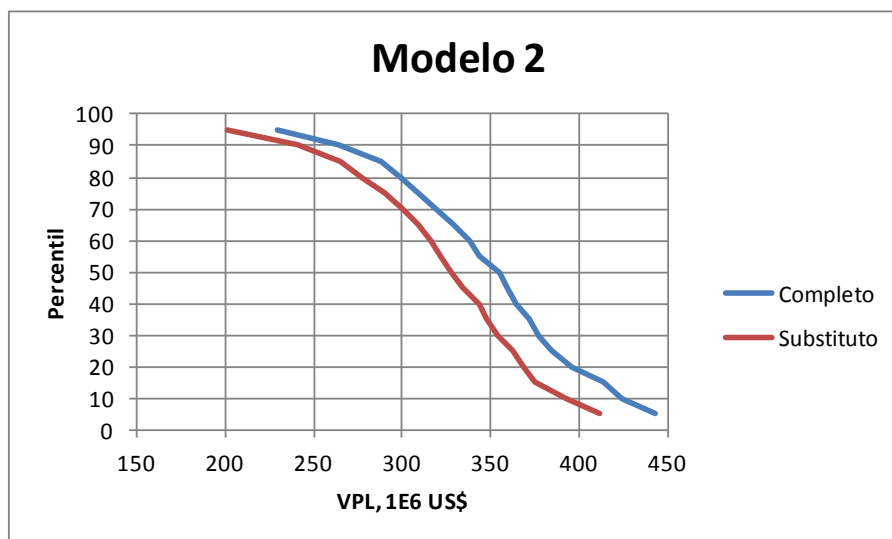


Figura 7.52 – Análise de risco do VPL do Modelo 2.

7.6. Correção dos Resultados

Ao comparar o tempo gasto para gerar as análises de risco (Tabela 7.11) observa-se redução no tempo computacional na aplicação de modelos substitutos para realizar análises de risco. As diferenças seriam ainda maiores se as análises de risco envolvessem um número maior de variáveis.

Tabela 7.11 – Tempo gasto em cada análise de risco realizada.

Modelo	Simulação [s]		Ajuste [min]	Análise de Risco			Total [min]	
	Comp.	Subs.		Var.	Tipo	Exp.	Comp.*	Subs.**
1	14	3	78	5	HCL	2000	465	171
2	275	5	99	6	PE+SR	45	206	102
3	767	11	338	6	PE+SR	45	576	346
2 (eco.)	275	5	44	6	HCL	200	916	59

* Análise de risco apenas

** Ajuste e análise de risco

A utilização dos modelos substitutos reduziu o tempo de máquina necessário para realizar uma análise de risco, mas as estimativas feitas com os mesmos apresentaram desvios com relação às respostas geradas com os modelos completos (Figura 7.53).

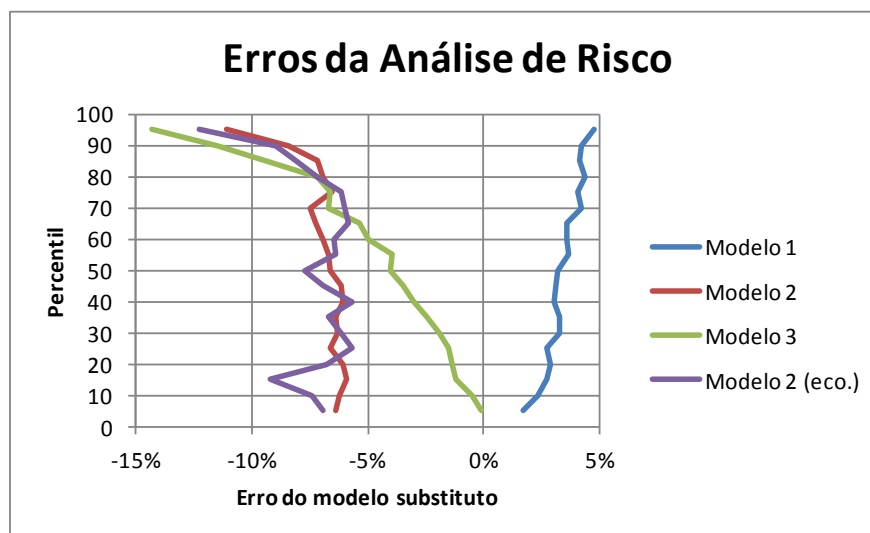


Figura 7.53 – Diferença entre os resultados das análises de risco dos modelos completos e substitutos.

Estas diferenças entre as curvas de risco já eram esperadas, já que as respostas dos modelos completos e dos modelos substitutos após o ajuste não estão rigorosamente iguais em nenhum

dos exemplos apresentados. Contudo, o formato das curvas de risco mostrou que o comportamento dos modelos substitutos é próximo aos dos respectivos modelos completos. Estes resultados indicaram a necessidade de corrigir os valores gerados pelos modelos substitutos. Os resultados das análises de risco dos modelos substitutos foram corrigidos pelo desvio encontrado entre os modelos substituto e completo sem alterações nas variáveis de incerteza³⁰:

$$Np_{corr.}^{risco} = \frac{Np_{subs.}^{risco}}{Np_{subs.}^{sem\ alt.} / Np_{comp.}^{sem\ alt.}} \quad (7.1)$$

onde *risco* indica respostas da análise de risco e *sem alt.* as respostas dos modelos sem alterações nas variáveis de incerteza.

Para o Modelo 1 a curva de distribuição da produção acumulada de óleo gerada com os valores corrigidos do modelo substituto ficou mais próxima da curva do modelo completo, com erros menores que 3% (Figura 7.54).

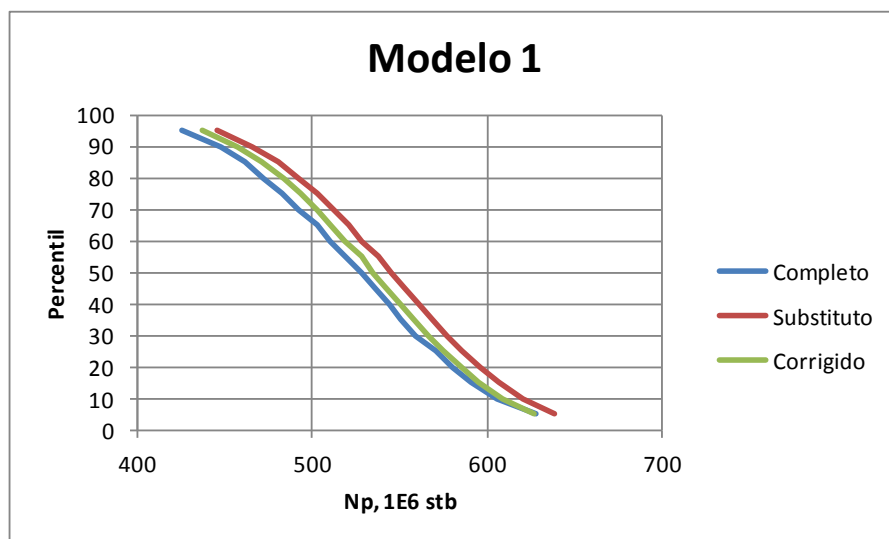


Figura 7.54 – Resultados das análises de risco do Modelo 1, do substituto e do substituto com valores corrigidos.

Se a mesma correção for aplicada aos resultados das 2000 simulações do modelo substituto geradas na aplicação do Hipercubo Latino (Figura 7.55), observa-se uma redução nos desvios

³⁰ Os modelos sem alterações nas variáveis são o modelo completo utilizado como base para ajustar o modelo substituto, e o modelo substituto após ajuste das suas propriedades.

com relação às respostas do Modelo 1 (Figura 7.56). Cerca de 90% das simulações do modelo substituto geraram estimativas de produção de óleo com erros de até 4%.

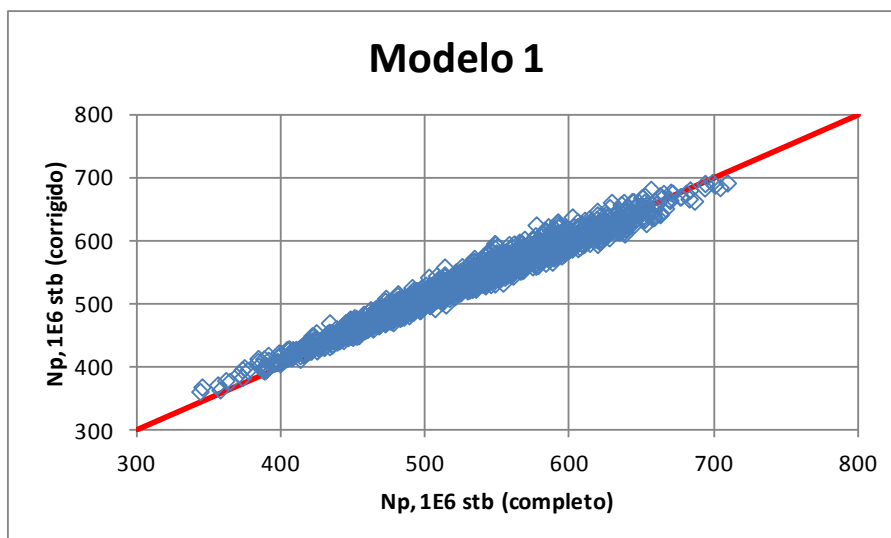


Figura 7.55 – Comparação entre os resultados de produção acumulada de óleo final do Modelo 1 e do substituto com valores corrigidos (reta da resposta perfeita em vermelho).

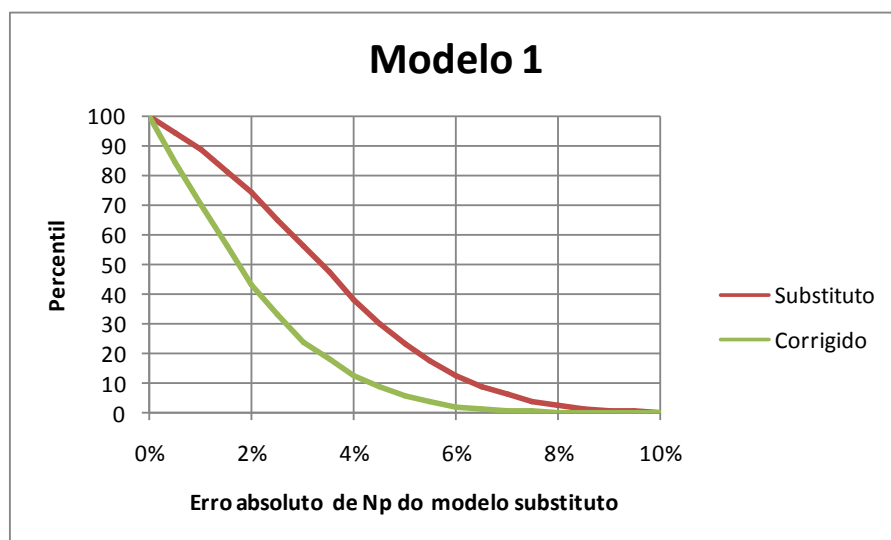


Figura 7.56 – Distribuição do erro absoluto das respostas do modelo substituto e do substituto com valores corrigidos.

A mesma estratégia de correção dos valores gerados pelo modelo substituto, com a equação (7.1), foi aplicada ao Modelo 2. A diferença entre os resultados das análises de risco após a correção ficou em aproximadamente 1% (Figura 7.57).

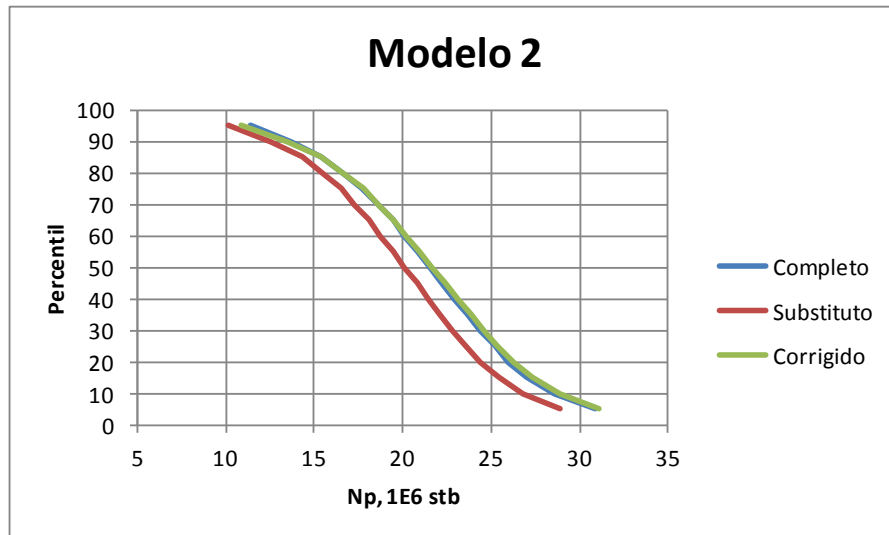


Figura 7.57 – Resultados das análises de risco do Modelo 2, do substituto e do substituto com valores corrigidos.

Se a correção for aplicada aos resultados dos experimentos do modelo substituto, é possível observar que, de modo geral, a correção proposta aproxima os resultados do modelo substituto aos do Modelo 2 (Figura 7.58).

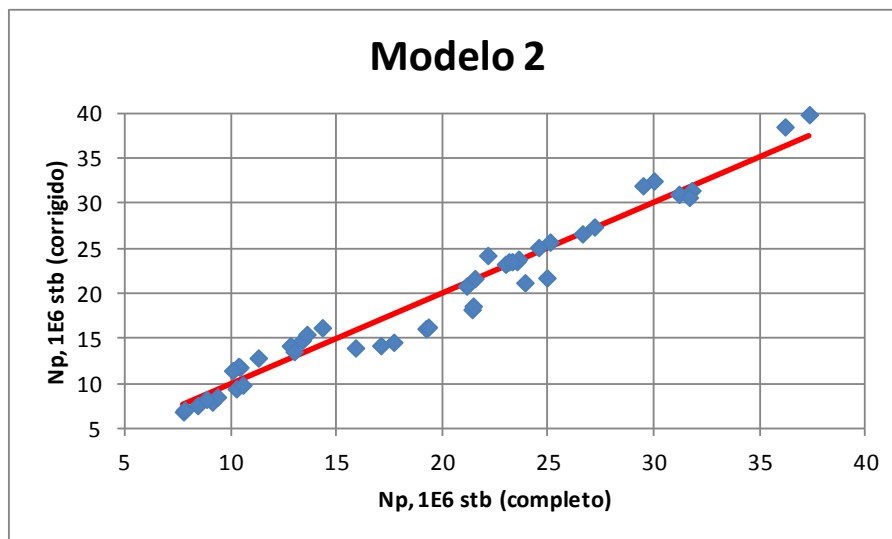


Figura 7.58 – Comparação entre os experimentos gerados com o Modelo 2 e o modelo substituto corrigido.

Ao contrário do observado nos resultados das análises de risco dos modelos 1 e 2, as curvas de distribuição de produção acumulada de óleo do Modelo 3 e do modelo substituto não ficaram aproximadamente paralelas. O efeito da correção dos valores do modelo substituto foi benéfico,

mas não apresentou resultados tão bons como os observados para os modelos 1 e 2 (Figura 7.59). Com a correção dos valores as diferenças entre as curvas ficaram menores que 10%.

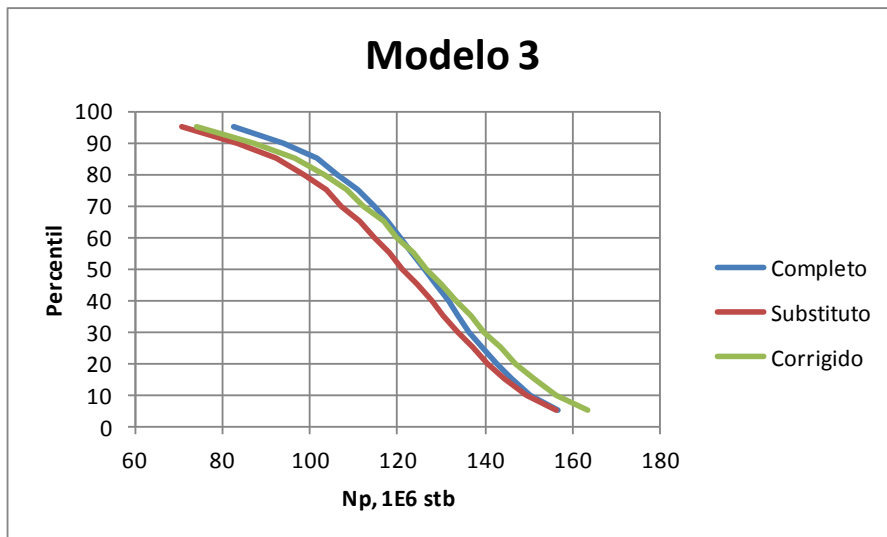


Figura 7.59 – Resultados das análises de risco do Modelo 3, do substituto e do substituto com valores corrigidos.

Após a correção de seus valores, os modelos substitutos dos Modelos 1 e 2 geraram estimativas mais próximas às dos modelos completos (Figura 7.60). A aplicação com o Modelo 3 foi a que apresentou os piores resultados, com erros de até 10%, mesmo após a correção dos valores do modelo substituto.

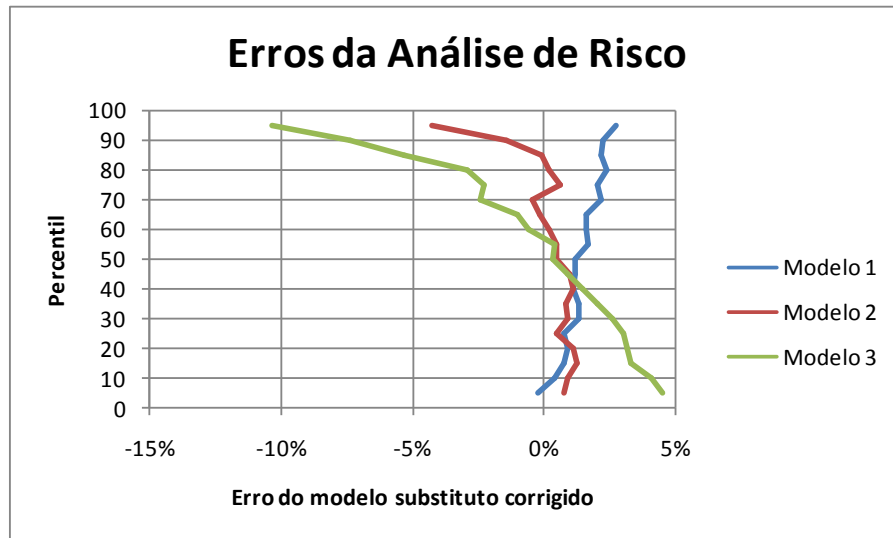


Figura 7.60 – Diferença entre os resultados das análises de risco dos modelos completos e substitutos com valores corrigidos.

Ao analisar os erros dos modelos substitutos em função das respostas das respectivas análises de risco³¹ (Figura 7.61) fica mais claro porque a correção proposta, equação (7.1), não teve bons resultados com o Modelo 3. A variação dos erros associados aos modelos substitutos dos modelos 1 e 2 é menor, e assim a correção proposta consegue ser efetiva. Para o Modelo 3 a melhor opção é uma correção em função da resposta do modelo substituto.

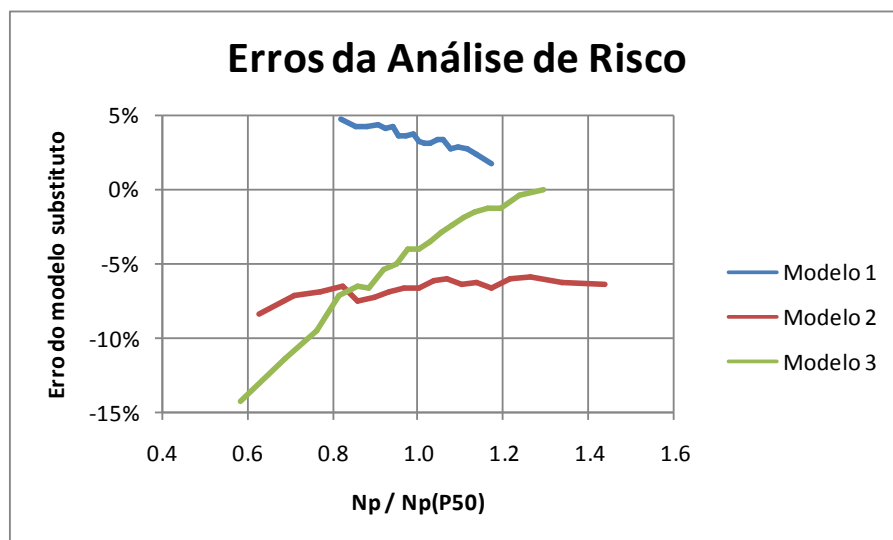


Figura 7.61 – Erros associados às respostas dos modelos substitutos.

³¹ As respostas dos modelos substitutos foram divididas pelos respectivos valores P50, para facilitar a comparação entre os modelos.

As diferenças entre o modelo completo e o modelo substituto sem alterações nas variáveis de incerteza são um primeiro indicador da qualidade das respostas do último. Para dar maior robustez à análise, pontos adicionais são gerados para comparar as respostas do modelo completo e do modelo substituto. Como a correção anteriormente proposta não foi eficiente na melhoria dos resultados do modelo substituto do Modelo 3, este é o candidato natural para esta análise mais detalhada. Primeiramente, uma análise de sensibilidade pode ser utilizada para verificar as variáveis de incerteza com maior impacto nas respostas do modelo substituto (Figura 7.62).

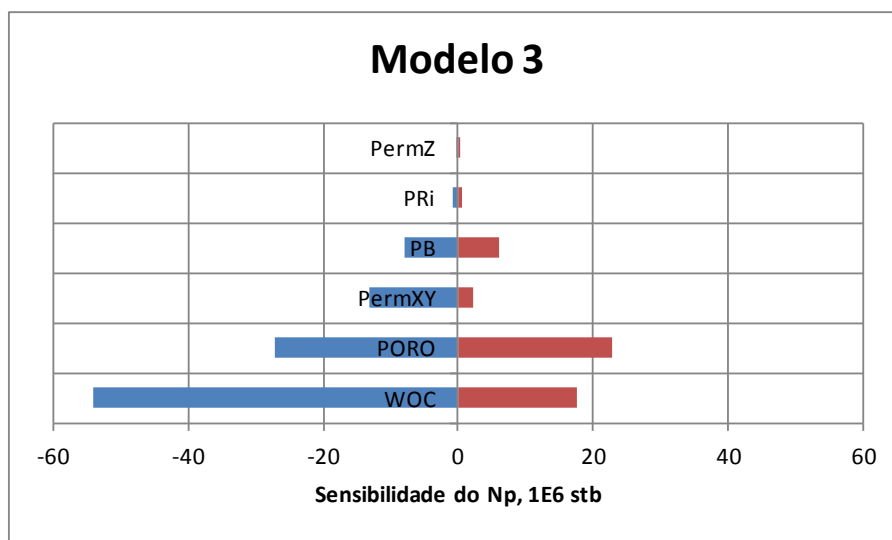


Figura 7.62 – Sensibilidade do modelo substituto do Modelo 3.

Experimentos adicionais com o Modelo 3 foram criados com alterações nas variáveis mais impactantes, e os resultados foram comparados entre os modelos (Tabela 7.12). Com estes resultados foi possível gerar uma correlação para correção dos resultados do modelo substituto (Figura 7.63).

Tabela 7.12 – Resultados de experimentos feitos com o Modelo 3.

Exp.	Np [1E6 stb]		Corr.
	Comp.	Subs.	
Inicial	133.4	127.5	-4%
P95 WOC	86.9	73.4	-16%
P05 WOC	140.4	145.2	3%
P95 PORO	109.6	100.3	-8%
P05 PORO	152.0	150.5	-1%

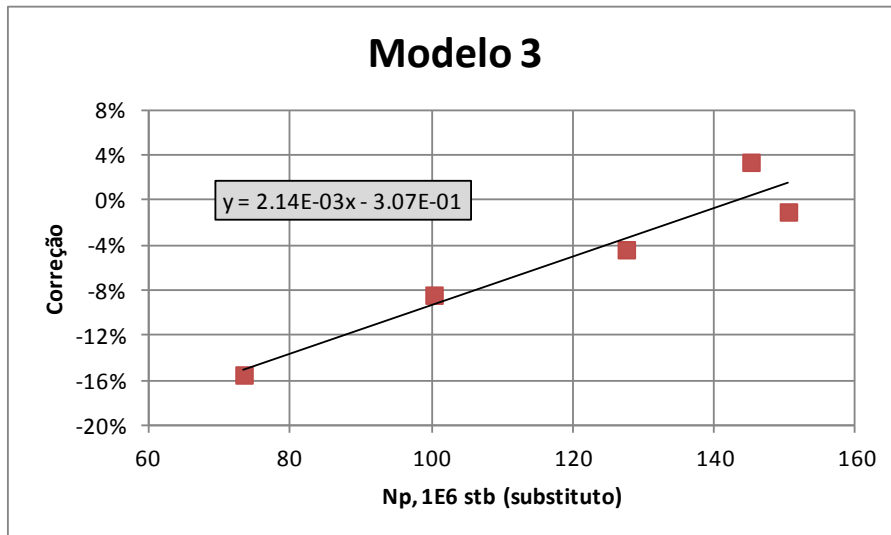


Figura 7.63 – Correlação para correção dos resultados do modelo substituto.

O uso da correlação para corrigir os resultados da análise de risco do modelo substituto conseguiu reduzir os desvios da análise de risco do mesmo para valores inferiores a 3% (Figura 7.64). O resultado final foi uma curva de distribuição de produção acumulada de óleo gerada com o modelo substituto próxima à gerada com o Modelo 3 (Figura 7.65).

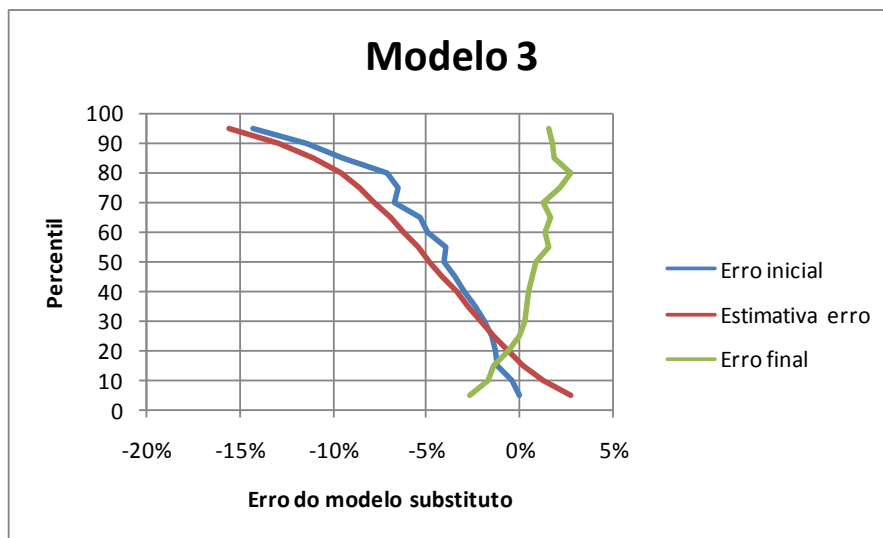


Figura 7.64 – Erro do modelo substituto antes e após correção pela correlação proposta, e erro estimado com a correlação.

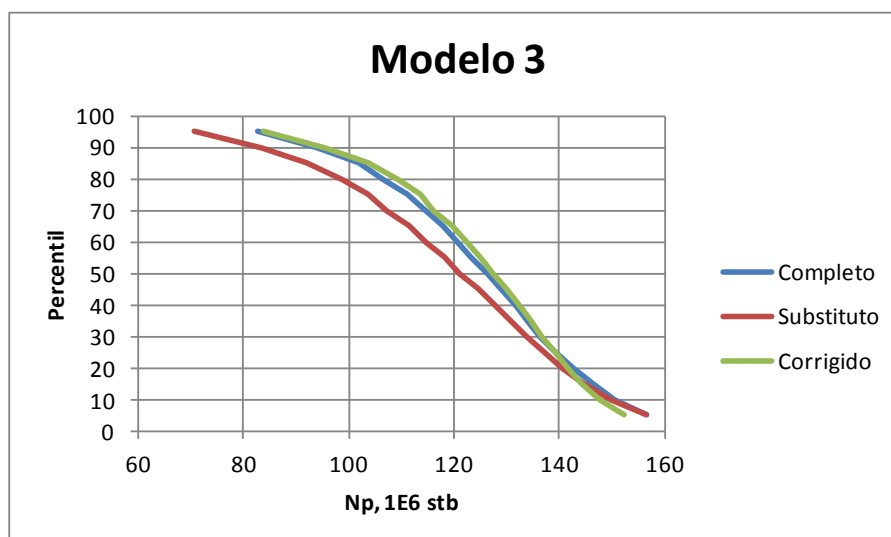


Figura 7.65 – Resultados das análises de risco do Modelo 3, do substituto e do substituto com valores corrigidos pela correlação proposta.

Mesmo com a utilização de 4 simulações adicionais com o Modelo 3, a geração de análise de risco com o modelo substituto foi mais econômica que a análise de risco com o modelo completo (Tabela 7.13). O caso em com menor ganho relativo foi o do Modelo 3, a análise com o modelo substituto foi quase duas vezes mais rápida que uma análise com planejamento de experimentos. O tempo de construção de cada modelo substituto é relativamente pequeno (aproximadamente 5 minutos), e por isto não foi incluído na tabela.

Como o objetivo da metodologia proposta é de gerar análises de risco sem a necessidade de utilizar o modelo de fluxo completo, é preciso validar e, se necessário, corrigir as respostas do modelo substituto sem os resultados da análise de risco do modelo completo. As simulações adicionais é que possibilitarão esta análise. Assim, a metodologia de correção das respostas do modelo substituto aplicada ao Modelo 3 é a que deve ser seguida.

Tabela 7.13 – Comparação entre os tempos de máquina necessários em cada estudo.

Modelo	Simulação [s]		Ajuste [min]	Análise de Risco			Total [min]		Aceleração	
	Comp.	Subs.		Var.	Tipo	Exp.	Comp.*	Subs.**	Simul.	Total
1	14	3	78	5	HCL	2000	465	171	5	2.7
2	275	5	99	6	PE+SR	45	206	102	61	2.0
3	767	11	338	6	PE+SR	45	576	346	73	1.7
2 (eco.)	275	5	44	6	HCL	200	916	59	61	15.6

* Análise de risco apenas

** Ajuste e análise de risco

Foi aplicada a mesma metodologia de correção das respostas do modelo substituto utilizada com o Modelo 3 aos resultados do modelo substituto do Modelo 2 na análise do VPL. A análise de sensibilidade do modelo substituto apontou o contato óleo-água e os multiplicadores de permeabilidade horizontal como as variáveis de incerteza mais impactantes no VPL (Figura 7.66).

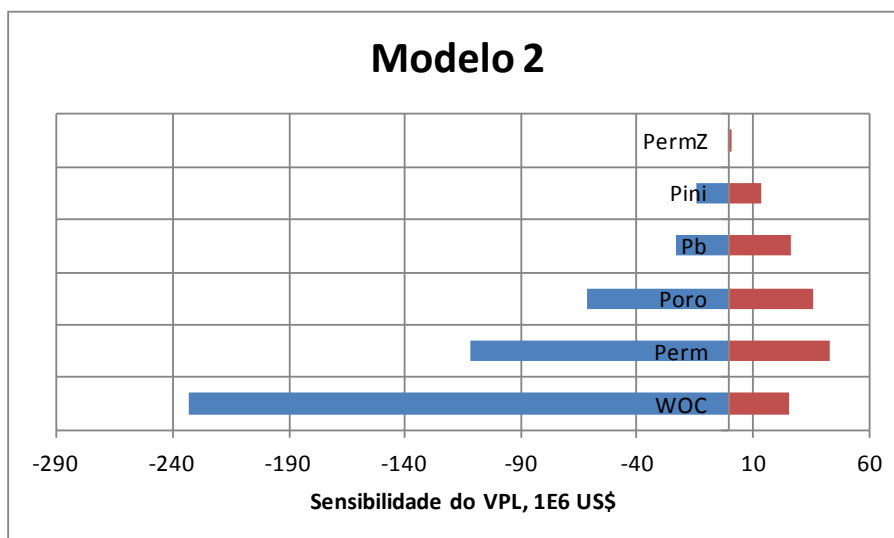


Figura 7.66 – Análise de sensibilidade do modelo substituto do Modelo 2.

Corridas adicionais foram realizadas com o modelo completo para estimar o erro do modelo substituto para uma faixa maior de resultados (Tabela 7.14). Uma correlação foi gerada para corrigir os resultados do modelo substituto (Figura 7.67).

Tabela 7.14 – Experimentos adicionais com o Modelo 2.

Exp.	Np [1E6 stb]		Corr.
	Comp.	Subs.	
Inicial	370.2	347.8	-6%
P95 WOC	110.7	114.3	3%
P05 WOC	374.9	373.7	0%
P95 PERM	245.0	235.9	-4%
P05 PERM	434.1	390.8	-10%

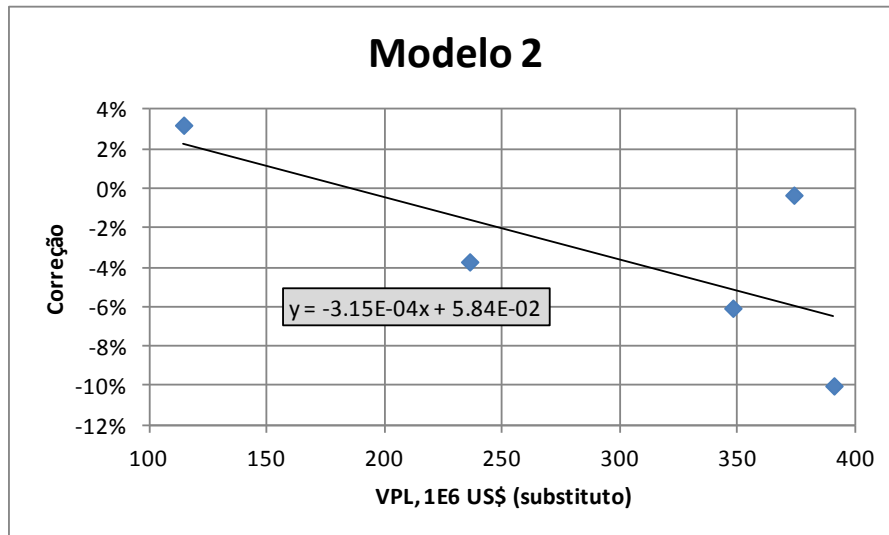


Figura 7.67 – Correlação para correção dos resultados do modelo substituto do Modelo 2.

A análise dos erros absolutos das respostas do modelo substituto mostra que a correlação gerada reduziu os mesmos (Figura 7.68). Antes da correção, 90% das amostras do HCL com o modelo substituto tinham erros de até 12% na estimativa do valor do VPL, após a correção este erro máximo foi reduzido para 9%.

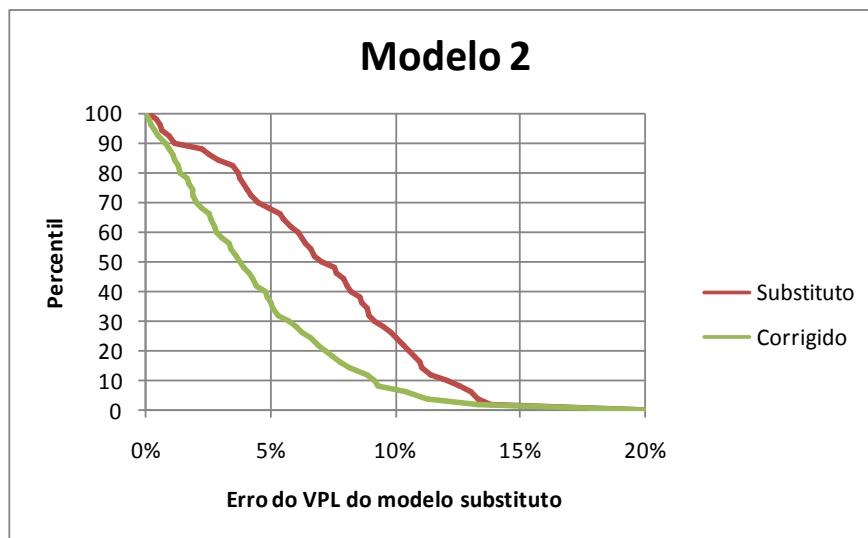


Figura 7.68 – Distribuição do erro absoluto das respostas do modelo substituto e do substituto com valores corrigidos.

A curva de risco do modelo substituto aproximou-se da curva gerada com o modelo completo, mas continuou afastada para valores menores de VPL (Figura 7.69).

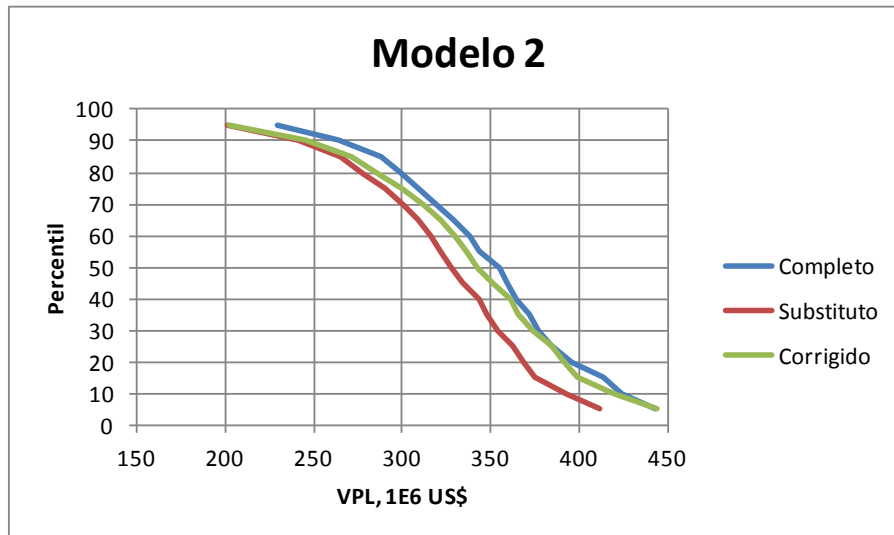


Figura 7.69 – Curvas de risco do VPL do Modelo 2 após correção das respostas do modelo substituto.

Uma análise de risco com o modelo completo e planejamento de experimentos foi realizada para comparar os erros de estimativa da curva de risco com os da curva de risco do modelo substituto. A comparação com a curva de risco gerada com o modelo completo e HCL mostra que o metamodelo teve melhores resultados que a curva do modelo substituto após correção, mas que ambos tiveram dificuldade com valores próximos ao P90 (Figura 7.70).

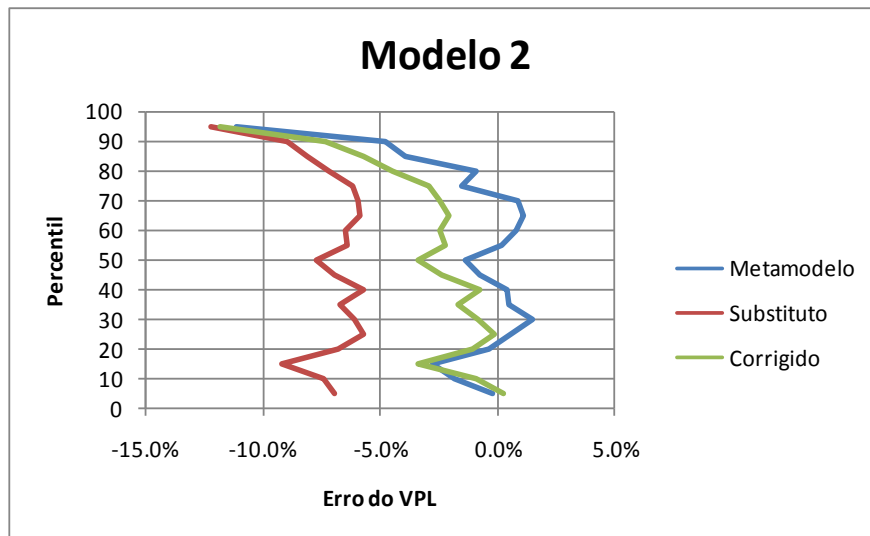


Figura 7.70 – Erros da curva de risco estimada com um metamodelo, com o modelo substituto e com o modelo substituto corrigido.

Comparando o tempo gasto para realizar cada análise (Tabela 7.15), observa-se que a análise de risco gerada com o modelo substituto foi a mais rápida de todas.

Tabela 7.15 – Tempo de máquina necessário em cada tipo de análise do Modelo 2.

Modelo	Tipo Análise	Ajuste [min]	Simulações		Total [min]
			Comp.	Subs.	
Completo	HCL	0	200	0	916
Substituto	HCL	44	4	200	77
Completo	PE+SR	0	45	0	206

CAPÍTULO 8. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Os casos estudados tentaram verificar a utilização da metodologia proposta com três diferentes modelos: o primeiro simples e rápido, o segundo com muitas células e o terceiro com muitos poços. Em todos os casos a utilização do modelo substituto tomou menos tempo de máquina que a análise de risco feita com o modelo completo.

A metodologia proposta para gerar um novo modelo de fluxo, o modelo substituto, é flexível e simples de automatizar. A construção da nova malha de simulação a partir da posição dos poços consegue representar as principais direções de fluxo de modelos mais simples. O aumento do número de pontos adicionais entre os poços pode permitir o ajuste de modelos de fluxo mais complexos, além de reduzir problemas associados a conexões entre células com poços e células com grandes volumes.

O número de variáveis do modelo substituto é grande, e cresce rapidamente com o número de poços. O grande número de variáveis gera duas dificuldades: o cálculo dos gradientes da função objetivo e a formação de “planícies” na “superfície” da FO devido a variáveis com impacto muito pequeno na mesma. O método de ajuste do modelo substituto às respostas do modelo completo fez uso de diferentes aproximações para acelerar o processo, mas conseguiu gerar bons resultados.

O ajuste em etapas, com aumento gradual das variáveis do problema e a divisão da FO em componentes possibilitou evitar problemas associados ao ajuste de modelos com grande número de variáveis. Em cada etapa o espaço de busca é aumentado, e um novo ponto de ótimo é encontrado. Já a técnica de perturbação simultânea possibilitou a obtenção de estimativas dos gradientes da FO quando um número maior de variáveis é ajustado simultaneamente. O algoritmo desenvolvido não garante encontrar a melhor combinação de parâmetros, mas os resultados mostram que bons ajustes foram encontrados, e em tempos aceitáveis.

As análises de risco geradas com os modelos substitutos não foram capazes de reproduzir exatamente os resultados das análises geradas com os modelos de fluxo completos. A comparação entre os resultados do modelo completo e do substituto após o ajuste indica a

magnitude do erro esperado na análise de risco gerada com o modelo substituto. A metodologia proposta de correção das respostas do modelo substituto através de simulações adicionais do modelo completo foi eficaz na aplicação com o Modelo 3. Correlações geradas com base em poucos resultados do modelo completo conseguiram reduzir os erros entre as análises de risco para menos de 5%. Este tipo de análise e correção dos resultados do modelo substituto é indicado para todas as aplicações do método.

A abordagem apresentada para corrigir os resultados dos modelos substitutos é simplista, pois tenta realizar esta correção com o menor número possível de simulações adicionais com o modelo completo. Por outro lado, uma abordagem que tente verificar a origem dos erros para o caso geral necessitaria de um grande número de simulações com o modelo completo.

As respostas da análise de risco do VPL do Modelo 2 mostraram que o método de planejamento de experimentos com superfície de resposta quadrática conseguiu gerar uma curva de risco adequada. A utilização do modelo substituto diretamente com o Hipercubo Latino mostrou-se uma boa opção por conseguir gerar uma estimativa razoável da curva de análise de risco em um tempo menor que uma análise com o modelo completo e planejamento de experimentos. A análise dos erros apontou que tanto a curva gerada com o metamodelo como a do modelo substituto não conseguiram ajustar bem os valores próximos ao P90 da curva gerada com o modelo completo e o HCL.

Os dois programas desenvolvidos, para criar e ajustar o modelo substituto, fizeram uso de diferentes estratégias para melhorar o resultado final. Diversas melhorias foram incorporadas aos algoritmos, porém algumas não foram testadas. Estas podem ter um impacto positivo na qualidade do modelo substituto gerado e ficam como sugestão de tópicos a pesquisar por pessoas interessadas na continuidade do desenvolvimento da ideia testada nesta dissertação:

- O programa desenvolvido para geração do modelo substituto inicial limita os casos em que esta metodologia pode ser utilizada. Novos elementos precisam ser implementados para que a aplicabilidade do uso do modelo substituto em análises de risco seja maior: poços direcionais, falhas, intervalos de produção separados e aquíferos numéricos.
- A construção da nova malha de simulação é feita a partir de relações geométricas, e funciona bem para modelos mais simples. O estudo das linhas de fluxo do

modelo completo pode ser utilizado para gerar um malha de simulação mais adequada.

- Na etapa de geração do modelo substituto inicial, foram utilizadas relações simplificadas para gerar as propriedades da nova malha de simulação. Técnicas de transferência de escala mais adequadas podem gerar um melhor ponto inicial para o processo de ajuste.
- A função objetivo é construída a partir dos erros dos poços do modelo, que são somados para gerar um único valor. Não é feita uma análise que indique as regiões do modelo com maiores desvios. Técnicas de seleção “inteligentes” podem indicar as variáveis a incluir em cada etapa de ajuste do modelo substituto.
- Podem ser desenvolvidas diferentes funções objetivo, específicas para cada tipo de variável do problema: volume, fluxo absoluto, fluxo relativo e produtividade.
- A divisão do modelo em grupos progressivamente menores é feita de modo geométrico apenas. Para tentar gerar grupos que tenham pouca influência uns nos outros, a divisão do modelo deve ser feita de modo a minimizar o fluxo mássico entre os grupos.
- O ajuste do modelo substituto é feito com base em uma única resposta do modelo completo. Utilizando respostas do modelo completo a diferentes controles operacionais e parâmetros de reservatório (como o contato óleo-água), será possível gerar um modelo substituto que represente melhor o comportamento do modelo completo.
- Outras técnicas de validação precisam ser investigadas para dar maior robustez aos resultados gerados com os modelos substitutos.
- Em análises de risco de projetos com elevado grau de incerteza, a condição operacional ótima se altera muito. Para melhor representar a variabilidade do resultado econômico deste projeto, para cada experimento realizado na construção da curva de análise de risco deve ser feita uma otimização das condições operacionais (número de poços, limites de produção/injeção, data de abertura e fechamento de cada poço etc.). Devido ao alto custo computacional deste tipo de análise, o modelo substituto aparece como um bom candidato para resolver este problema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLAIS, M. Method of Appraising Economic Prospects of Mining Exploration Over Large Territories: Algerian Sahara Case Study. **Management Science**, v. 3, n. 4, p. 285-347, 1957.

AMORIM, T.; MOCYZDLOWER, B. **Validating the Use of Experimental Design Techniques in Exploratory Evaluations**. SPE 107441. Latin American & Caribbean Petroleum Engineering Conference. Buenos Aires, 15-18 abril: SPE. 2007.

ANTOULAS, A. C. **Approximation of Large-Scale Dynamical Systems**. USA: Cambridge University Press, 2005.

BALLIN, P. R. et al. **Quantifying the Impact of Geological Uncertainty on reservoir Performing Forecasts**. SPE 25238. Symposium on Reservoir Simulation. Nova Orleans: SPE. 1993.

BARTON, R. R.; MECKESHEIMER, M. Metamodel-Based Simulation Optimization. In: HENDERSON, S. G.; NELSON, B. L. **Handbooks in Operations Research and Management Science: Simulation**. Amsterdã: Elsevier, v. 13, 2006. Cap. 18, p. 535-574.

BEAR, J. **Dynamics of Fluids in Porous Media**. Nova York: Elsevier, 1972.

BERBERICH, E. Delaunay Triangulation and Voronoi Diagrams. **Max Planck Institut Informatik, Computational Geometry and Geometric Computing - Schedule and Lecture Notes**, 01 fev. 2010. Disponível em: <http://www.mpi-inf.mpg.de/departments/d1/teaching/ws09_10/CGGC/Notes/Triangulations.pdf>. Acesso em: 09 dez. 2011.

BOX, G. E. P.; WILSON, K. G. On the Experimental Attainment of Optimum Conditions. **Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)**, v. 13, n. 1, p. 1-45, 1951.

CAMY, J. P.; EMANUEL, A. S. **Effect of Grid Size in the Compositional Simulation of CO2 Injection**. SPE 6894. Annual Fall Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME. Denver, 9-12 out.: SPE. 1977.

CARDOSO, M. A.; DURLOFSKY, L. J. Use of Reduced-Order Modeling Procedures for Production Optimization. **SPE Journal**, p. 15, 426-435, 2010.

CHAO, C.-T.; THOMPSON, S. K. Adaptive Optimal Selection of Sampling Locations. **Environmetrics**, Dallas, n. 6, set. 1998.

CIOPPA, T. M.; LUCAS, T. W. Efficient Nearly Orthogonal and Space-Filling Latin Hypercubes. **Technometrics**, v. 49, n. 1, p. 45-55, fev. 2007.

CORARKIN, C.; TOBIAS, P. Engineering Statistics Handbook. **NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods**, jul. 2011. Disponível em: <<http://itl.nist.gov/div898/handbook/index.htm>>. Acesso em: 29 nov. 2011.

DAMSLETH, E.; VOLDEN, R. Maximum Information at Minimum Cost: A North Sea Field Development Study With an Experimental Design. **Journal of Petroleum Technology**, v. 44, n. 12, p. 1350-1356, 1992.

DATTA-GUPTA, A.; KING, M. J. **Streamline Simulation: Theory and Practice**. Richardson, Texas: SPE, 2007.

DE BERG, M. et al. **Computational Geometry: Algorithms and Applications**. 3. ed. Berlin: Springer-Verlag, 2008.

DING, D. Y. **Development of a Data Partition Technique for Gradiante-Based Optimization Methods in History Matching**. SPE 130473. SPE EUROPEC/EAGE Annual Conference and Exhibition. Barcelona, Espanha, 14-17 junho: SPE. 2010.

GAO, G.; REYNOLDS, A. C. **An Improved Implementation of the LBFGS Algorithm for Automatic History Matching**. SPE 90058. SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Houston, 26-29 set.: SPE. 2004.

GORISSEN, D. et al. A Surrogate Modeling and Adaptive Sampling Toolbox for Computer Based Design. **Journal of Machine Learning Research**, v. 11, p. 2051-2055, 2010.

GORISSEN, D.; DHAENE, T.; DETURCK, F. Evolutionary Model Type Selection for Global Surrogate Modeling. **Journal of Machine Learning Research**, v. 10, p. 2039–2078, 2009.

HASTINGS, J. J.; MUGGERIDGE, A. H.; BLUNT, M. J. **A New Streamline Method for Evaluating Uncertainty in Small-Scale, Two-Phase Flow Properties**. SPE 66349. SPE Reservoir Simulation Symposium. Houston: SPE. 2001.

HEARN, C. L. Simulation of Stratified Waterflooding by Pseudo Relative Permeability Curves. **Journal of Petroleum Technology**, v. 23, n. 7, p. 805-813, jul. 1971.

HEIJIN, T.; MARKOVINOVIC, R.; JANSEN, J. D. **Generation of Low-Order Reservoir Models Using System-Theoretical Concepts**. SPE 79674. SPE Reservoir Simulation Symposium. Houston, 3-5 fev.: SPE. 2003.

IDROBO, E. A.; CHOUDHARY, M. K.; DATTA-GUPTA, A. **Swept Volume Calculations and Ranking of Geostatistical Reservoir Models Using Streamline Simulation**. SPE 62557. SPE/AAPG Western Regional Meeting. Long Beach, California, 19-23 jun.: SPE. 2000.

KLEIJNEN, J. P. C. An Overview of the Design and Analysis of Simulation Experiments for Sensitivity Analysis. **European Journal of Operational Research**, v. 164, n. 2, p. 287-300, 16 jul. 2005.

LAGARIAS, J. C. et al. Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions. **SIAM Journal of Optimization**, v. 9, n. 1, p. 112-147, 1998.

LEACH, G. Delaunay Triangulation. **Geoff Leach's Homepage**, 29 mar. 1996. Disponível em: <http://goanna.cs.rmit.edu.au/~gl/research/comp_geom/delaunay/delaunay.html>. Acesso em: 24 nov. 2011.

LEITÃO, H. C. **Ajuste de Histórico Automatizado Através de Otimização Multivariada e Paralelização Externa**. 165 f. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia de Petróleo, Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP. Campinas. 1997.

LIGERO, E. L.; MASCHIO, C.; SCHIOZER, D. J. **Quantifying the Impact of Grid Size, Upscaling, and Streamline Simulation in the Risk Analysis Applied to Petroleum Field Development**. SPE 79677. SPE Reservoir Simulation Symposium. Houston, 3-5 fev.: SPE. 2003.

LUENBERGER, D. G.; YE, Y. **Linear and Nonlinear Programming**. Nova York: Springer, 2008.

MATHWORKS. MATLAB - Documentation. Disponível em: <<http://www.mathworks.com/help/techdoc/>>. Acesso em: 20 maio 2011.

METROPOLIS, N. The Beginning of the Monte Carlo Method. **Los Alamos Science**, v. 15, p. 125-130, 1987.

MISHRA, S.; CHOUDHARY, M. K.; DATTA-GUPTA, A. A Novel Approach for Reservoir Forecasting Under Uncertainty. **SPE Reservoir Evaluation & Engineering**, v. 5, n. 1, p. 42-48, fev. 2002.

MOHAGHEGH, S. D. **Quantifying Uncertainties Associated with Reservoir Simulation Studies Using Surrogate Reservoir Models**. SPE 102492. Annual Technical Conference and Exhibition. San Antonio, 24-27 set.: SPE. 2006.

MOHAGHEGH, S. D. et al. **Development os Surrogate Reservoir Models (SRM) for Fast-Track Analysis of Complex Reservoirs**. SPE 99667. Intelligent Conference and Exhibition. Amsterdã, 5-8 nov.: SPE. 2006.

MONTGOMERY, D. C. **Design and Analysis of Experiments**. 5. ed. Nova York: John Wiley & Sons, 2001.

MURTHA, J. A. et al. **Experimental Design: Three Contrasting Projects**. SPE 121878. Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference. Cartagena das Índias, Colômbia, 1 maio - 3 junho: SPE. 2009.

NAIR, V. N. et al. Taguchi's Parameter Design: A Panel Discussion. **Technometrics**, v. 34, p. 127-161, 1992.

NARAHARA, G. M. et al. Incorporating Uncertainties in Well-Count Optimization with Experimental Design for the Deepwater Agbami Field. **SPE Reservoir Evaluation & Engineering**, v. 8, n. 6, p. 548-560, dez. 2005.

NEWENDORP, P. D.; ROOT, P. J. Risk Analysis in Drilling Investment Decisions. **Journal of Petroleum Technology**, v. 20, n. 6, p. 579-585, 1968.

NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. **Numerical Optimization**. Nova York: Springer-Verlag, 1999.

RAO, S. S. **Engineering Optimization: Theory and Practice**. Nova Jersey: John Wiley & Sons, 2009.

ROSE, P. R. **Risk Analysis and Management of Petroleum Exploration Ventures**. Tulsa: AAPG, 2001.

RUBINSTEIN, R. Y.; KROESE, D. P. **Simulation and the Monte Carlo Method**. Nova York: John Wiley & Sons, 2008.

SAUNDERS, B. Upstream O&G Costs Rise Anew, IHS CERA Reports. **Rigzone.com**, 1 jul. 2011. Disponível em: <http://www.rigzone.com/news/article.asp?a_id=108637>. Acesso em: 27 set. 2011.

SCHIOZER, D. **Simulação Numérica de Reservatórios I**. Departamento de Engenharia de Petróleo, Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp. Campinas. 2010. Notas de aula.

SCHLUMBERGER. **Eclipse - Technical Description, version 2009.2**. [S.l.]: Schlumberger, 2009.

SCHULZE-RIEGERT, R. W. et al. Evolutionary Algorithms Applied to History Matching of Complex Reservoirs. **SPE Reservoir Evaluation & Engineering**, v. 5, n. 2, p. 163-173, 2002.

SIMÕES, J. Custo é problema principal da exploração de petróleo no campo de Tupi; rocha e profundidade trazem novos desafios para engenharia. **Inovação Unicamp**, 9 nov. 2009. Disponível em: <<http://www.inovacao.unicamp.br/report/noticias/index.php?cod=642>>. Acesso em: 27 set. 2011.

SPALL, J. C. Multivariate Stochastic Approximation Using a Simultaneous Perturbation Gradient Approximation. **IEEE Transactions on Automatic Control**, n. 37, p. 332-341, 1992.

SPALL, J. C. An Overview of the Simultaneous Perturbation Method for Efficient Optimization. **Johns Hopkins APL Technical Digest**, v. 19, n. 4, p. 482-492, 1998.

SUBBEY, S.; CHRISTIE, M.; SAMBRIDGE, M. **A Strategy for Rapid Quantification of Uncertainty in Reservoir Performance Prediction**. SPE 79678. SPE Reservoir Simulation Symposium. Houston, 3-5 fev.: SPE. 2003.

SUSLICK, S. B.; SCHIOZER, D. J. Risk Analysis Applied to Petroleum Exploration and Production: an Overview. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 44, p. 1-9, 2004.

YETEN, B. et al. **A Comparison Study on Experimental Design and Response Surface Methodologies**. SPE 93347. SPE Reservoir Simulation Symposium. The Woodlands, Texas, 31 jan. - 2 fev.: SPE. 2005.

ZUBAREV, D. I. **Pros and Cons of Applying Proxy-Models as a Substitute for Full Reservoir Simulations**. SPE 124815. SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Nova Orleans, 4-7 out.: SPE. 2009.

APÊNDICES

I. Comportamento de Modelos de Fluxo Incompressíveis

Considerando um modelo de fluxo bifásico, incompressível, unidimensional e horizontal, discretizado em m elementos na direção do fluxo (Figura A.1).

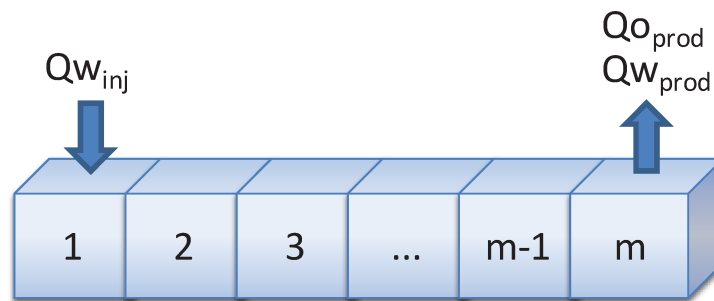


Figura A.1 – Modelo de fluxo unidimensional.

O volume de água Vw existente no elemento i (Figura A.2) no passo tempo $n+1$ é igual ao volume existente no passo de tempo n somado com a diferença entre o volume de água que entrou e o volume de água que saiu^{32,33}:

$$Vw_i^{n+1} = Vw_i^n + (Qw_{i-1} - Qw_i)\Delta t \quad (A.1)$$

onde o tempo decorrido entre os passos de tempo é $\Delta t = t_{n+1} - t_n$.

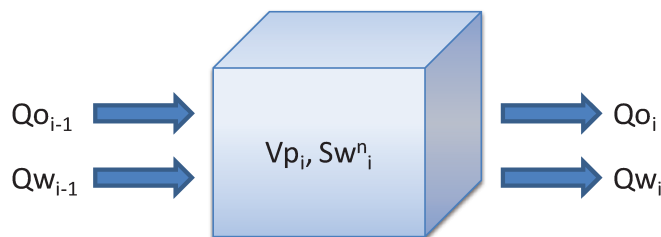


Figura A.2 – Fluxo através do elemento de volume i .

³² Todas as vazões que aparecem nas equações se referem ao tempo $n+1/2$. Optou-se por não colocar a indicação nas equações para reduzir o número de índices nas mesmas.

³³ Todas as vazões e volumes são em condições de reservatório.

Dividindo a equação anterior pelo volume poroso do elemento i , Vp_i :

$$Sw_i^{n+1} = Sw_i^n + (Qw_{i-1} - Qw_i) \frac{\Delta t}{Vp_i} \quad (\text{A.2})$$

Como o sistema é incompressível, o volume total de fluidos que passa em uma seção transversal qualquer ao longo do modelo é constante e igual ao volume injetado. Utilizando a definição de fluxo fracionário de água, fw , pode-se reescrever as vazões de água em função da vazão total, Qt :

$$Qw_{i-1} = fw_{i-1}(Qw_{i-1} + Qo_{i-1}) = fw_{i-1}Qt \quad (\text{A.3})$$

$$Qw_i = fw_i(Qw_i + Qo_i) = fw_iQt \quad (\text{A.4})$$

Substituindo (A.3) e (A.4) em (A.2):

$$Sw_i^{n+1} = Sw_i^n + (fw_{i-1} - fw_i) \frac{Qt\Delta t}{Vp_i} \quad (\text{A.5})$$

Colocando fw_i à esquerda:

$$fw_i = fw_{i-1} - \frac{Vp_i}{Qt\Delta t} (Sw_i^{n+1} - Sw_i^n) \quad (\text{A.6})$$

As vazões de óleo e água através de uma seção transversal são calculadas pela lei de Darcy:

$$Qo = - \frac{kkr_o A dp}{\mu_o dx} \quad (\text{A.7})$$

$$Qw = - \frac{kkr_w A dp}{\mu_w dx} \quad (\text{A.8})$$

onde A é a área da seção transversal e dp/dx é o gradiente de pressão.

Dividindo (A.7) por (A.8) e utilizando a definição de fw :

$$\frac{kr_o \mu_w}{\mu_o kr_w} = \frac{Qo}{Qw} = \frac{Qt - fwQt}{fwQt} = \frac{1 - fw}{fw} \quad (\text{A.9})$$

Isolando fw :

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{k r_o \mu_w}{\mu_o k r_w}} \quad (\text{A.10})$$

Com as equações (A.6) e (A.10) é possível simular o comportamento do modelo:

1. Inicializar o modelo com as saturações de água iniciais: S_w^0
2. Na célula inicial, com o injetor de água: $f_{w0} = 1$
3. Avançar para o próximo passo de tempo calculando as saturações das células sequencialmente, $i = 1, 2, \dots, m$, com (A.6) e (A.10).
4. Calcular a vazão de água no produtor com (A.4) para $i = m$. A vazão de óleo é a diferença entre a vazão total e a de água.
5. Guardar as saturações calculadas e retornar a 3.

Utilizando passos de tempo pequenos, esta sequência de cálculos gera resultados idênticos ao de diferenças finitas. As equações apresentadas mostram que a simulação de fluxo de um modelo bifásico, incompressível, unidimensional e horizontal de uma injeção de água com vazão estabelecida não depende das permeabilidades do mesmo.

Considerando um modelo bifásico, incompressível, bidimensional, horizontal e homogêneo (Figura A.3), as linhas de fluxo do mesmo não são afetadas por alterações globais no valor da permeabilidade (BEAR, 1972). Como cada linha de fluxo é equivalente a um modelo unidimensional ao longo da mesma, é possível afirmar que os resultados de uma simulação de injeção de água a vazão estabelecida não são afetados pelo valor da permeabilidade (assumindo que o modelo continue homogêneo).

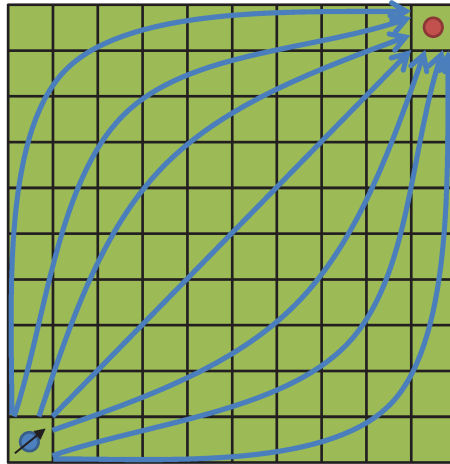


Figura A.3 – Linhas de fluxo de um modelo homogêneo.

II. Minimização Unidimensional por Ajuste Quadrático

A partir de três pontos, não colineares, de uma função objetivo, é possível ajustar uma parábola. Considerando esta parábola uma aproximação da FO, pode-se utilizar o ponto de mínimo desta parábola para procurar pelo mínimo da FO (Figura A.4). O valor da FO no ponto de mínimo da parábola atual indicará que pontos utilizar para gerar uma nova parábola. O processo é repetido até que seja alcançada a convergência. Uma vantagem deste método é não utilizar derivadas da FO no processo de otimização.

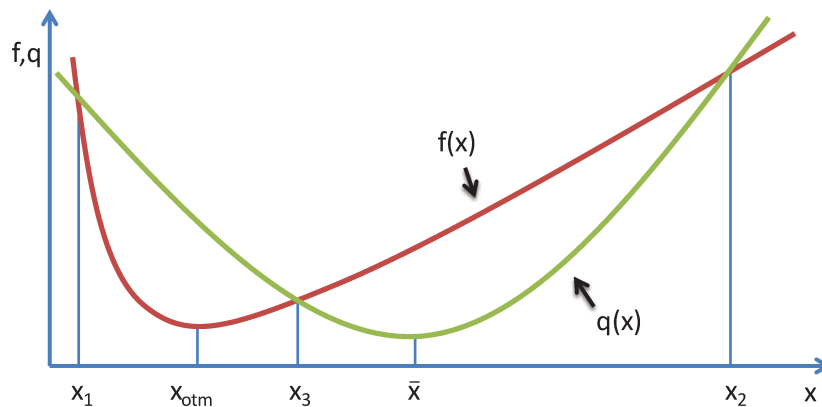


Figura A.4 – Aproximação de uma função $f(x)$ por uma parábola $q(x)$.

O algoritmo do método de ajuste quadrático é sumarizado no Algoritmo A.1.

Algoritmo A.1 – Minimização por ajuste quadrático.

1. Iniciar busca pelo ponto de mínimo com três pontos: $x_1 < x_3 < x_2$
2. Inicializar o contador de iterações: $i = 0$
3. Calcular o ponto de mínimo (ou máximo) da parábola que passa pelos pontos 1, 2 e 3:

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \left(\frac{(x_2^2 - x_3^2)f_1 + (x_3^2 - x_1^2)f_2 + (x_1^2 - x_2^2)f_3}{(x_2 - x_3)f_1 + (x_3 - x_1)f_2 + (x_1 - x_2)f_3} \right)$$

4. Verificar se o ponto é de mínimo:

$$\frac{(x_2 - x_3)f_1 + (x_3 - x_1)f_2 + (x_1 - x_2)f_3}{(x_2 - x_3)(x_3 - x_1)(x_1 - x_2)} < 0$$

5. Se o ponto não for de mínimo, sair.
6. Verificar os pontos que definem a nova parábola:

- a. Se $x_1 < \bar{x} < x_3$

- i. Se $f(\bar{x}) < f(x_3) \rightarrow \begin{cases} x_1 \\ x_3 \\ x_2 \end{cases}_{i+1} = \begin{cases} x_1 \\ \bar{x} \\ x_3 \end{cases}_i$

- ii. Se $f(\bar{x}) > f(x_3) \rightarrow \begin{cases} x_1 \\ x_3 \\ x_2 \end{cases}_{i+1} = \begin{cases} \bar{x} \\ x_3 \\ x_2 \end{cases}_i$

- b. Se $x_3 < \bar{x} < x_2$

- i. Se $f(x_3) < f(\bar{x}) \rightarrow \begin{cases} x_1 \\ x_3 \\ x_2 \end{cases}_{i+1} = \begin{cases} x_1 \\ x_3 \\ \bar{x} \end{cases}_i$

- ii. Se $f(x_3) > f(\bar{x}) \rightarrow \begin{cases} x_1 \\ x_3 \\ x_2 \end{cases}_{i+1} = \begin{cases} x_3 \\ \bar{x} \\ x_2 \end{cases}_i$

7. Se convergir, sair.
 8. Avançar número de iterações: $i = i + 1$
 9. Retornar à etapa 3.
-

III. Estimativa do Gradiente por Perturbações Simultâneas

Considerando que os elementos do vetor de perturbações Δ_k seguem uma distribuição de Bernoulli ± 1 , é possível reescrever a estimativa de um componente do gradiente de uma função pelo método de perturbação simultânea, da equação (2.7), como:

$$\hat{g}_{ki}(x_k) = \frac{y(x_k + \varepsilon_k \Delta_k^i) - y(x_k - \varepsilon_k \Delta_k^i)}{2\varepsilon_k} \quad (\text{A.11})$$

onde k é a iteração atual, ε é um número real positivo próximo a zero e o vetor de perturbações alterado para o elemento i é:

$$\Delta_k^i = \begin{cases} \Delta_k & \text{se } \Delta_{ki} = 1 \\ -\Delta_k & \text{c. c.} \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

Desta forma garante-se que o i -ésimo elemento de Δ_k^i é sempre igual à unidade.

Aplicando a expansão de Taylor ao primeiro termo do numerador de (A.11):

$$y(x_k + \varepsilon_k \Delta_k^i) = y(x_k) + \varepsilon_k \{\Delta_k^i\}^T \{\nabla y(x_k)\} + \frac{1}{2} \varepsilon_k^2 \{\Delta_k^i\}^T [\nabla^2 y(x_k)] \{\Delta_k^i\} \quad (\text{A.13})$$

Como ε tem valor próximo a zero, uma boa aproximação de $y(x_k + \varepsilon_k \Delta_k^i)$ é:

$$y(x_k + \varepsilon_k \Delta_k^i) \approx y(x_k) + \varepsilon_k \{\Delta_k^i\}^T \{\nabla y(x_k)\} \quad (\text{A.14})$$

Substituindo (A.14) em (A.11):

$$\begin{aligned} \hat{g}_{ki}(x_k) &= \frac{y(x_k) + \varepsilon_k \{\Delta_k^i\}^T \{\nabla y(x_k)\} - \left(y(x_k) - \varepsilon_k \{\Delta_k^i\}^T \{\nabla y(x_k)\} \right)}{2\varepsilon_k} \\ &= \{\Delta_k^i\}^T \{\nabla y(x_k)\} \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Considerando o cálculo do gradiente de uma função pela média de q estimativas do gradiente pelo método da perturbação simultânea, segundo as equações (2.10) e (A.15) o componente i do gradiente será:

$$\hat{g}_{ki}(x_k) = \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q \{\Delta_k^{i(j)}\}^T \{\nabla y(x_k)\} \quad (\text{A.16})$$

onde $\Delta_k^{i(j)}$ é o vetor de perturbações alterado para o elemento i da j -ésima estimativa do gradiente.

Como a distribuição de Bernoulli ± 1 é simétrica, os elementos dos vetores $\Delta_k^{i(j)}$ têm distribuição de Bernoulli ± 1 , exceto o i -ésimo elemento. A média de um número grande de

sorteios de uma distribuição Bernoulli ± 1 tende a zero. Logo, a estimativa do i -ésimo componente do gradiente pelo método da perturbação simultânea é aproximadamente:

$$\hat{g}_{ki}(x_k) \approx \{e_i\}^T \{\nabla y(x_k)\} \quad (\text{A.17})$$

onde e_i é um vetor com 1 no i -ésimo componente e zero nos demais.

O lado direito da equação (A.17) é a derivada direcional de uma função na direção e_i . Como e_i coincide com a direção do eixo do i -ésimo componente do vetor das variáveis, fica claro que o gradiente de uma função calculado pelo método da perturbação simultânea é uma boa aproximação do verdadeiro gradiente quando um número suficiente de estimativas são realizadas.

Uma alternativa para evitar a necessidade de gerar um grande número de estimativas de gradiente pelo método da perturbação simultânea é tentar gerar um conjunto de vetores $\Delta_k^{(j)}$ com valores ± 1 tais que o somatório dos $\Delta_k^{i(j)}$ seja igual e_i , ou seja:

$$\sum_{j=1}^q \Delta_{ki}^{(j)} \Delta_{kl}^{(j)} = 0 \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, (n-1) \\ l = (i+1), \dots, n \end{array} \quad (\text{A.18})$$

onde n é o número de variáveis da função estudada.

Definindo uma matriz Δ_k com q colunas iguais aos vetores de perturbação $\Delta_k^{(j)}$, a equação (III.8) corresponde a ter as linhas de Δ_k um conjunto ortogonal. As linhas de Δ_k só conseguirão formar um conjunto ortogonal se $q \geq n$. Como usualmente $q < n$, não é possível conseguir a igualdade em (III.8), e a definição de Δ_k torna-se um problema de minimização:

$$\begin{array}{l} \min_{\Delta_{ki}^{(j)}} \left(\sum_{j=1}^q \Delta_{ki}^{(j)} \Delta_{kl}^{(j)} \right)^2 \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, (n-1) \\ l = (i+1), \dots, n \end{array} \\ \text{s. a.} \quad \Delta_{ki}^{(j)} = \pm 1 \end{array} \quad (\text{A.19})$$

IV. Exemplo Numérico do Ajuste Simultâneo de Curvas de Np e VPL

Um simples exemplo numérico mostra a dificuldade em ajustar ambas as curvas, de produção acumulada e de VPL acumulado. O modelo “completo” foi construído com a soma de três curvas de declínio harmônico (Figura A.5 e Tabela A.1). O modelo “substituto” é uma curva

de declínio exponencial. A curva de VPL é construída levando em conta o preço de venda do óleo (20 US\$/stb) e o custo de instalação baseado na vazão máxima do projeto (15 MUS\$/stb/d), e uma taxa de juros constante (6% a.a.).

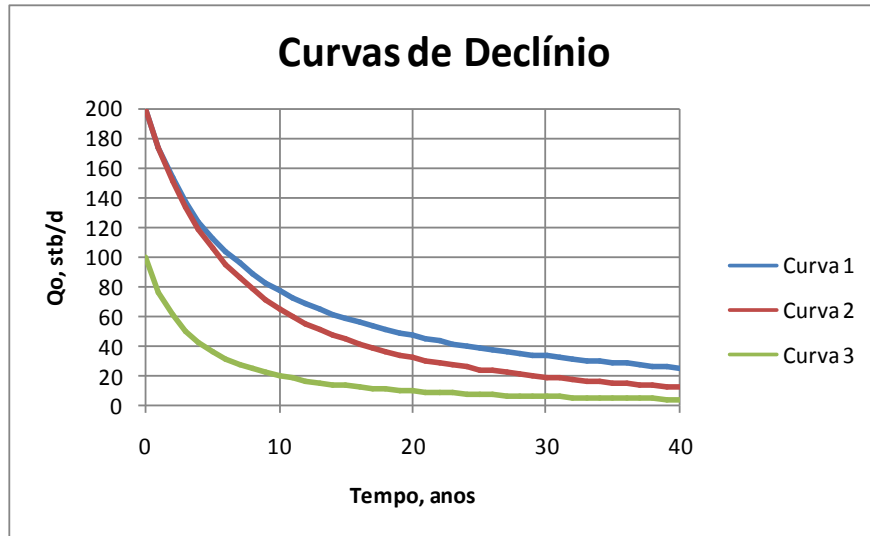


Figura A.5 – Curvas de declínio harmônico usadas para construir o modelo “completo”.

Tabela A.1 – Parâmetros das curvas de declínio hiperbólico.

Curva	1	2	3
Qi [stb/d]	200	200	100
ai [1/ano]	0.15	0.15	0.30
n	0.90	0.50	0.70

As curvas de declínio hiperbólico têm a seguinte formulação:

$$Q = \frac{Q_i}{(1 + na_i t)^{1/n}} \quad (\text{A.20})$$

onde t é o tempo de produção, Q_i a vazão no tempo inicial, n e a_i são parâmetros da curva de declínio.

A curva de declínio exponencial equivale a uma curva de declínio hiperbólico quando n tende para zero:

$$Q = Q_i e^{-a_i t} \quad (\text{A.21})$$

onde t é o tempo de produção, Q_i a vazão no tempo inicial e a_i é um parâmetro da curva de declínio.

Foram realizados dois ajustes com o modelo “substituto”. No primeiro apenas as diferenças entre as curvas de volume acumulado (Np) entram no cálculo da função objetivo (Figura A.6). No segundo ajuste as diferenças entre as curvas de VPL acumulado também entram no cálculo da FO (Figura A.7). O erro associado a cada quantidade (y) foi calculado por:

$$Erro(y) = \frac{1}{[\max(y) - \min(y)]^2} \sum_{i=0}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (A.22)$$

onde n é o número de anos em que há produção e o símbolo $\hat{}$ indica as respostas do modelo “substituto”.

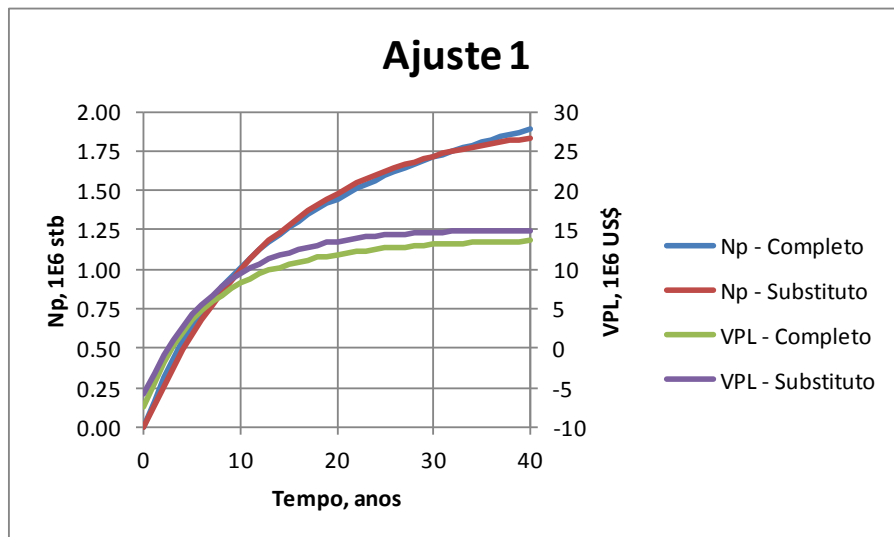


Figura A.6 – Resultado do ajuste das curvas de Np apenas.

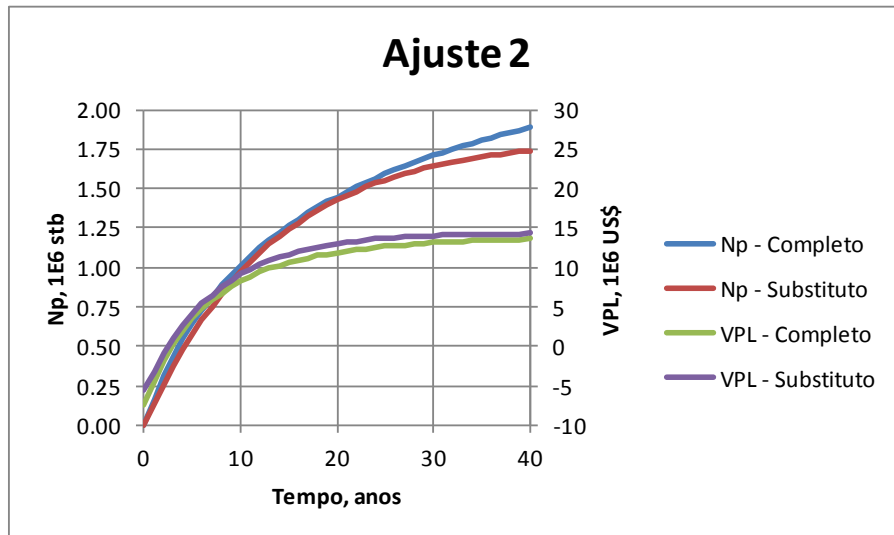


Figura A.7 – Resultado do ajuste simultâneo das curvas de Np e VPL.

Como o modelo “substituto” não consegue reproduzir exatamente a curva do modelo “completo”, existe um erro associado à cada curva. Os tempos de produção iniciais tem um maior impacto na curva de VPL, e o ajuste com o VPL na função objetivo (Ajuste 2) tenderá a tentar ajustar melhor os tempos iniciais. Os resultados (Tabela A.2) mostram que, em estudos que envolvam a curva de VPL acumulado, é melhor utilizar uma função objetivo que inclua os desvios das curvas de VPL acumulado. O ajuste apenas das curvas de produção não consegue garantir um bom ajuste das curvas de VPL.

Tabela A.2 – Parâmetros ajustados e erros do modelo “substituto” no tempo final.

Ajuste	1	2
Qi [stb/d]	383	379
ai [1/ano]	0.072	0.076
Erros associados		
Np	-3%	-8%
VPL	10%	5%

V. Exemplo Numérico da Sensibilidade do VPL

O VPL de um projeto pode ter um comportamento complexo com relação às variáveis do modelo que gera as curvas de produção. Para exemplificar o problema, as curvas de produção de óleo de três poços foram geradas com curvas de declínio exponencial, e as de produção de água com curvas exponenciais. As curvas de produção de óleo seguem o declínio exponencial. Já as curvas de produção de água seguem uma função exponencial:

$$Q_w = \begin{cases} Q^*(e^{a^*(t-t_0)} - 1) & t > t_0 \\ 0 & c. c. \end{cases} \quad (A.23)$$

Os três poços têm o mesmo potencial inicial, mas diferentes taxas de declínio (Figura A.8 e Tabela A.3).

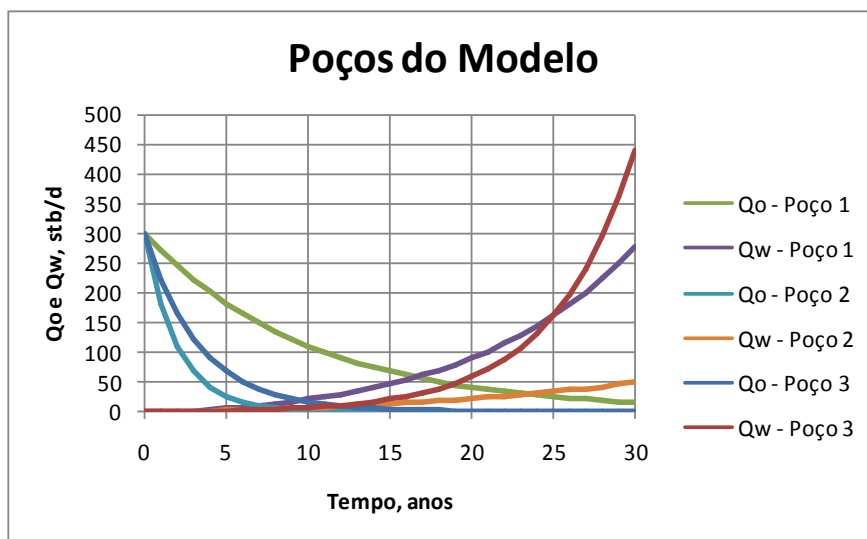


Figura A.8 – Curvas de produção dos poços do modelo.

Tabela A.3 – Parâmetros das curvas de produção de óleo e de gás.

Poço	1	2	3
Qi [stb/d]	900	900	900
ai [1/ano]	0.10	34.00	0.30
Q* [stb/d]	90	40	10
a* [1/ano]	0.10	0.06	0.20
t0	3	3	3

O cálculo econômico levou em conta a data de entrada em produção dos poços, os custos de instalação das facilidades de produção, de perfuração dos poços e de produção de água (Tabela A.4). Um poço é fechado quando a sua receita é menor que o seu custo de produção.

Tabela A.4 – Parâmetros econômicos do estudo.

Parâmetro Econômico	Valor
Taxa de juros [a.a.]	0.09
Receita líquida da venda de óleo [US\$/stb]	45
Custo de produção de água [US\$/stb]	15
Custo de perfuração e completação [1E6 US\$]	15
Custo variável das instalações [1E3 US\$/stb/d]	28

O efeito do atraso no início da produção do poço mais importante no VPL do projeto é complexo (Figura A.9), e um metamodelo terá muita dificuldade em interpolar estas resposta.

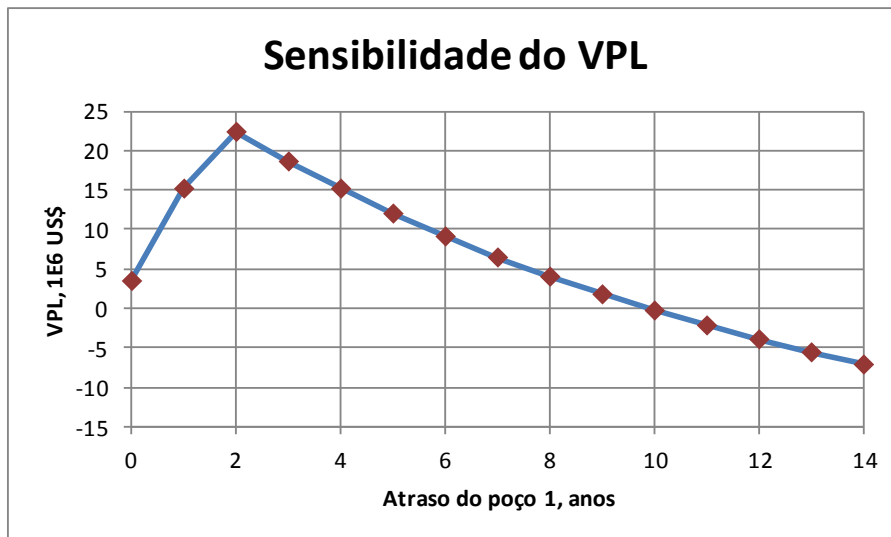


Figura A.9 – Sensibilidade do VPL ao atraso no poço 1.

Diferentes pontos foram testados para ajustar uma parábola à curva de VPL (Figura A.10). Observa-se que em nenhum dos casos as parábolas conseguiram ajustar a curva de VPL. O ajuste de splines construídas com quatro pontos conseguiu um melhor resultado (Figura A.11), mas só teve boas respostas em pontos próximos aos utilizados para construir as mesmas.

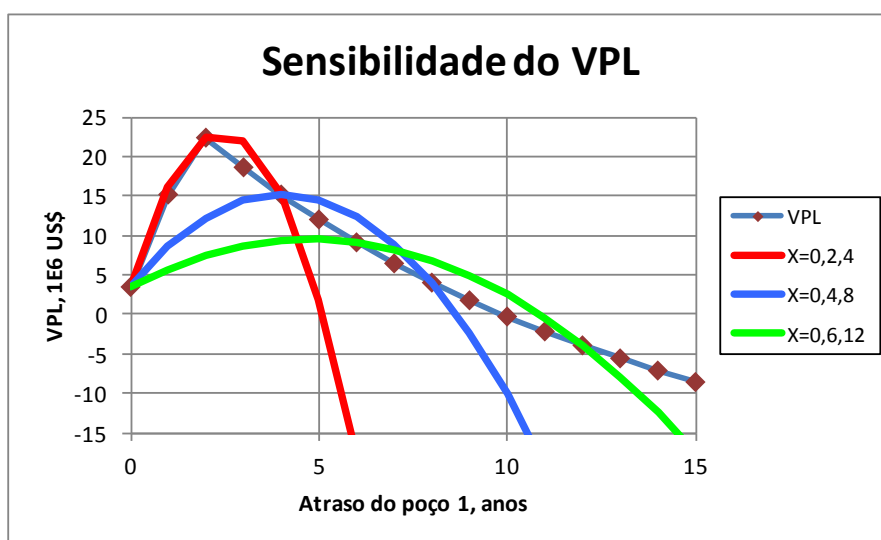


Figura A.10 – Ajuste da curva de VPL com parábolas geradas com diferentes pontos.

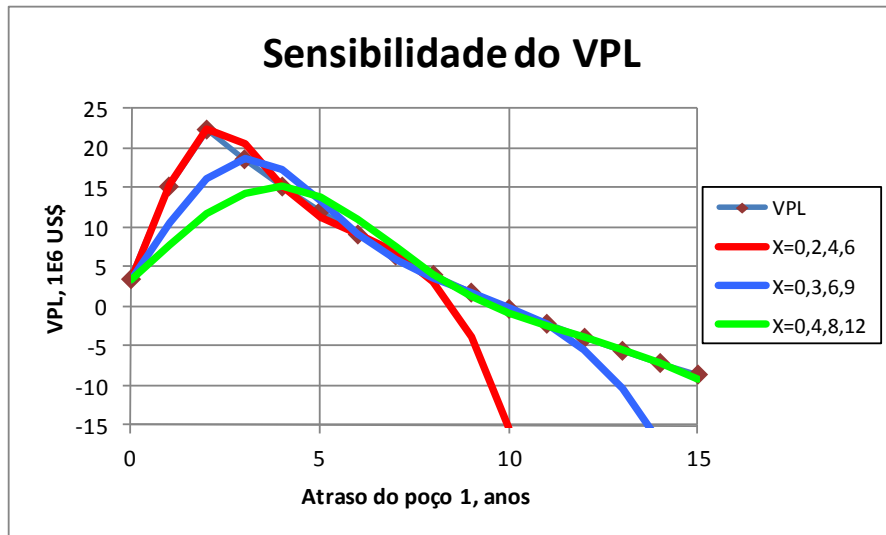


Figura A.11 – Ajuste da curva de VPL com splines geradas com diferentes pontos.

VI. Mapa de Propriedades dos Modelos Completos

A seguir são apresentados mapas de porosidade e permeabilidade horizontal em algumas camadas dos modelos completos: Modelos 1, 2 e 3.

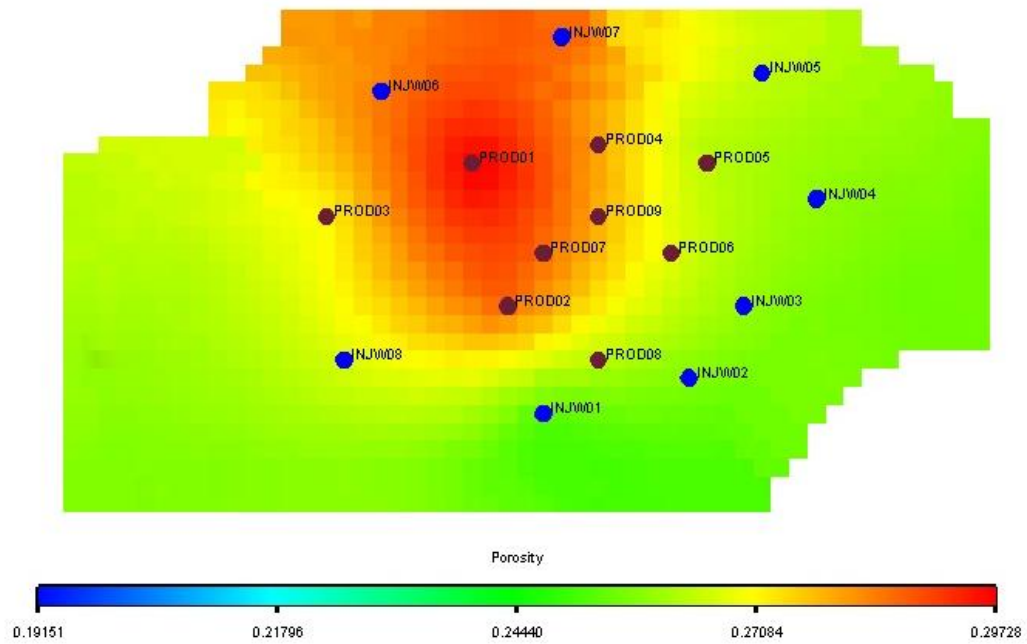


Figura A.12 – Mapa de porosidade da camada 1 do Modelo 1.

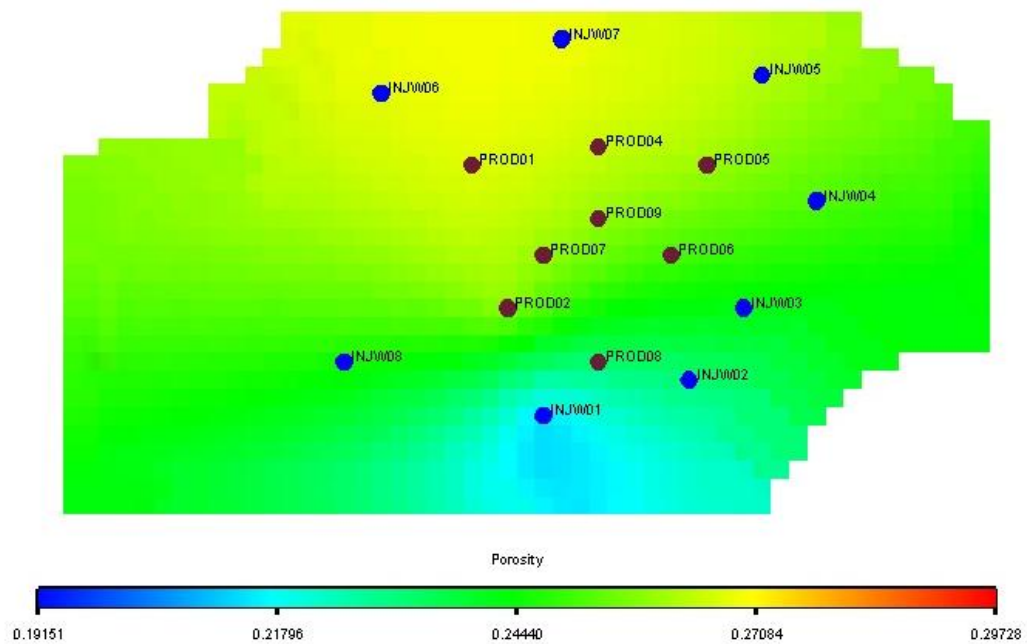


Figura A.13 – Mapa de porosidade da camada 3 do Modelo 1.

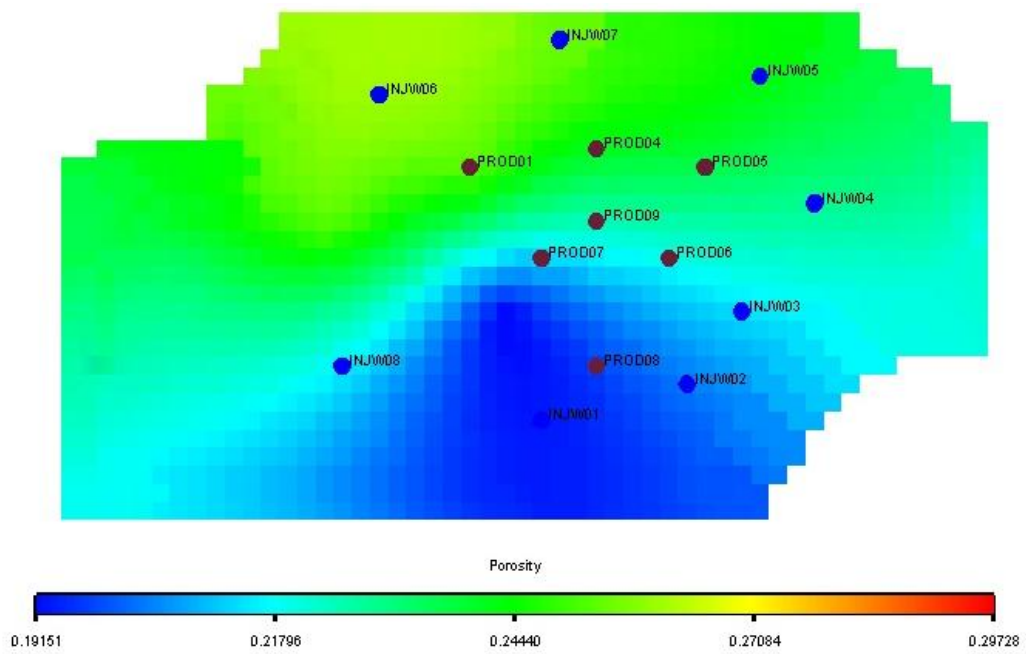


Figura A.14 – Mapa de porosidade da camada 5 do Modelo 1.

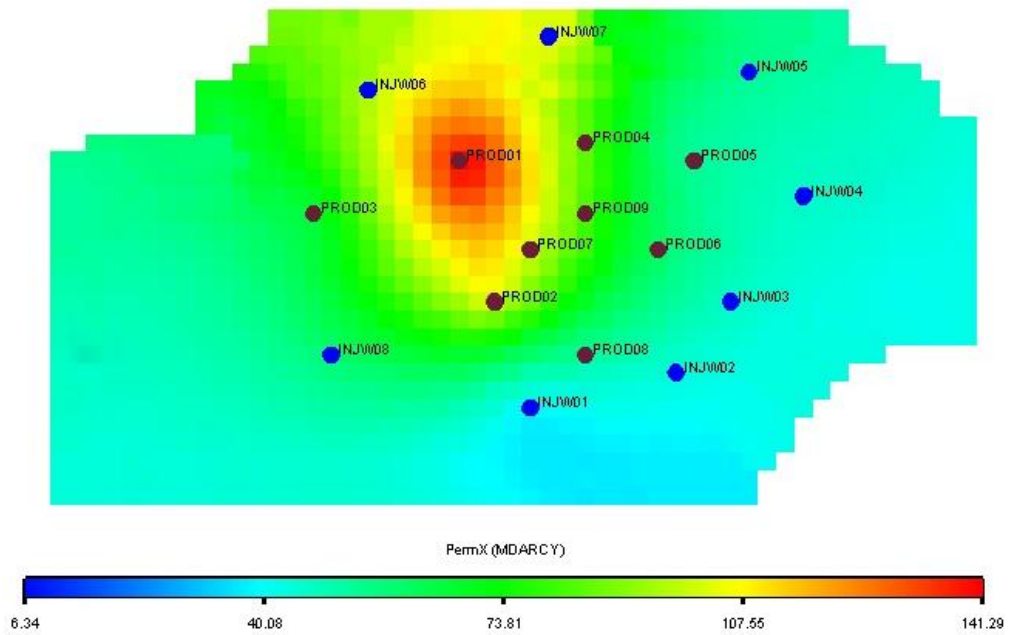


Figura A.15 – Mapa de permeabilidade horizontal da camada 1 do Modelo 1, em mD.

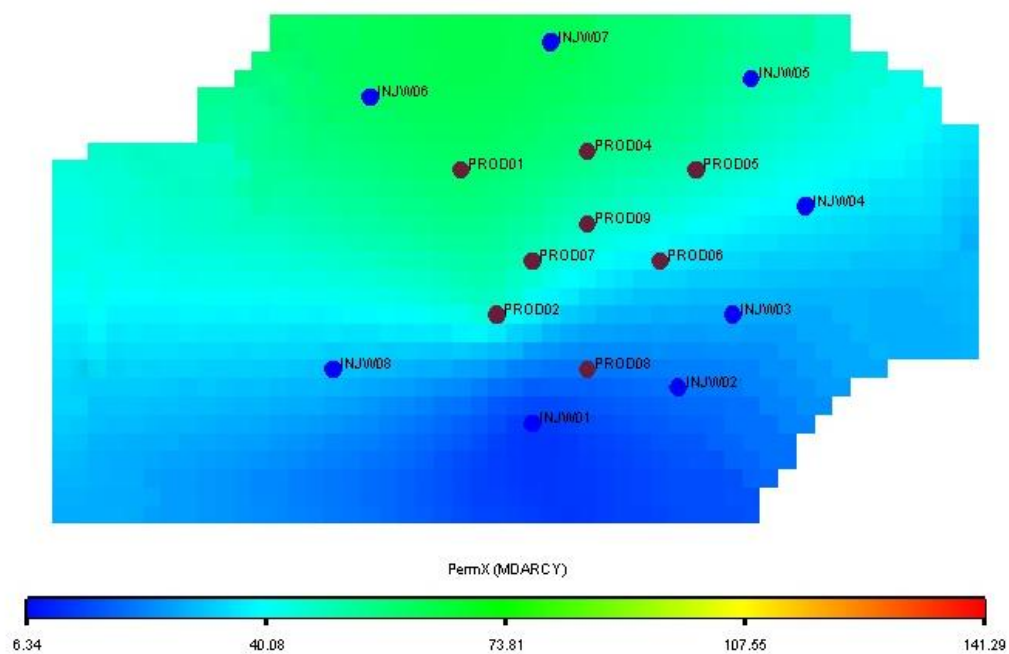


Figura A.16 – Mapa de permeabilidade horizontal da camada 1 do Modelo 3, em mD.

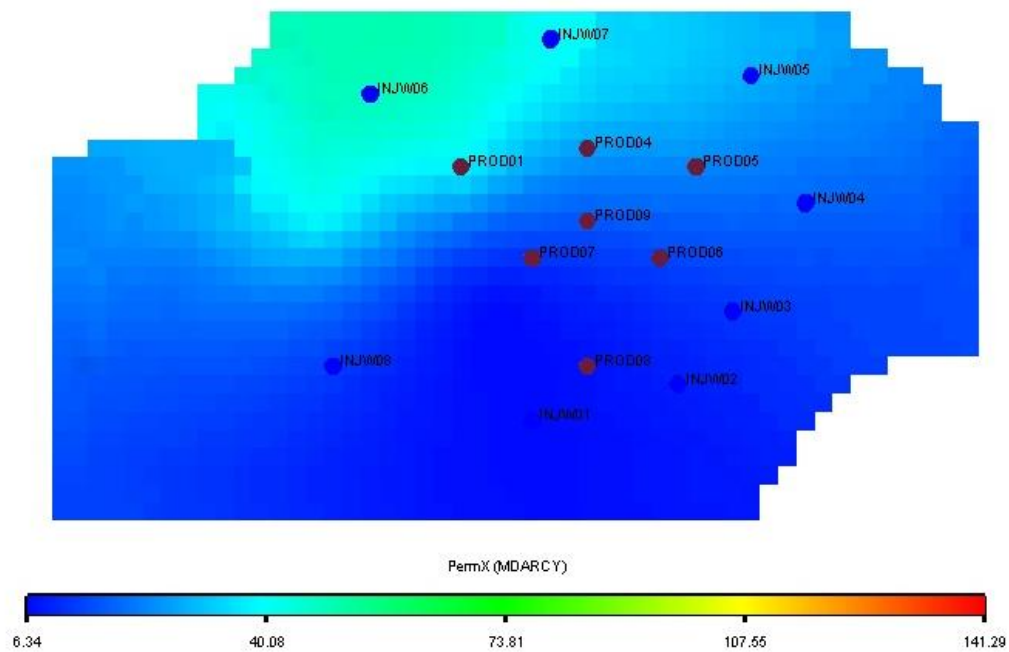


Figura A.17 – Mapa de permeabilidade horizontal da camada 5 do Modelo 1, em mD.

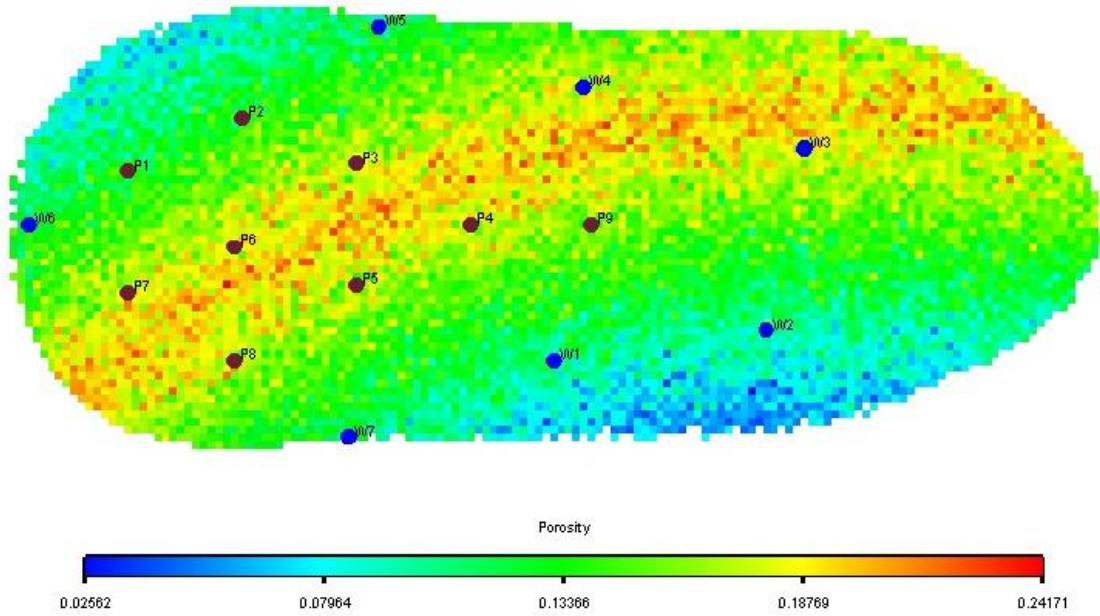


Figura A.18 – Mapa de porosidade do Modelo 2.

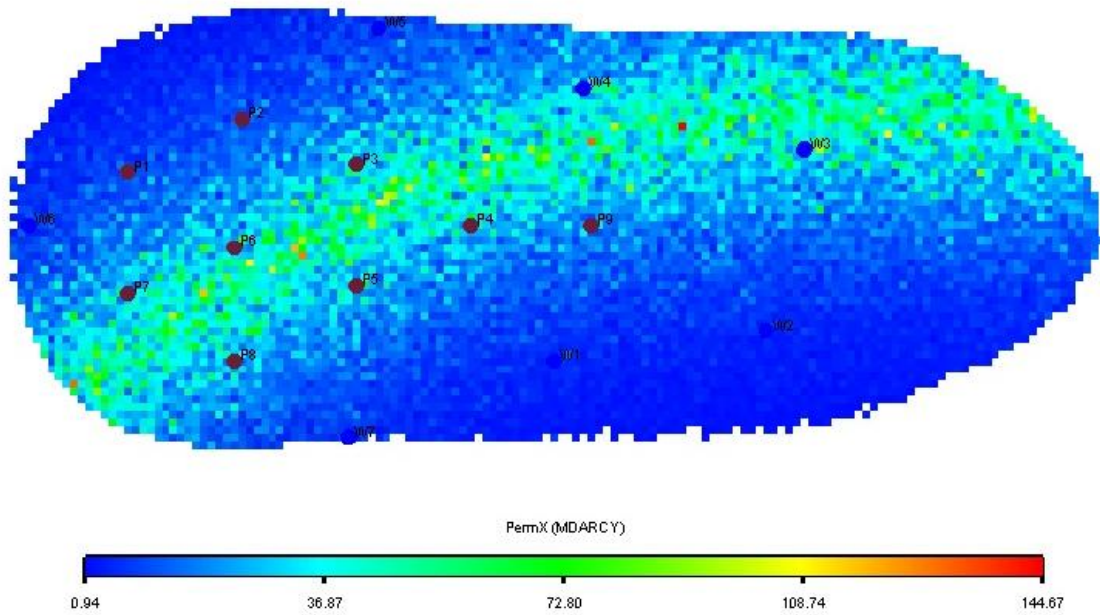


Figura A.19 – Mapa de permeabilidade horizontal do Modelo 2, em mD.

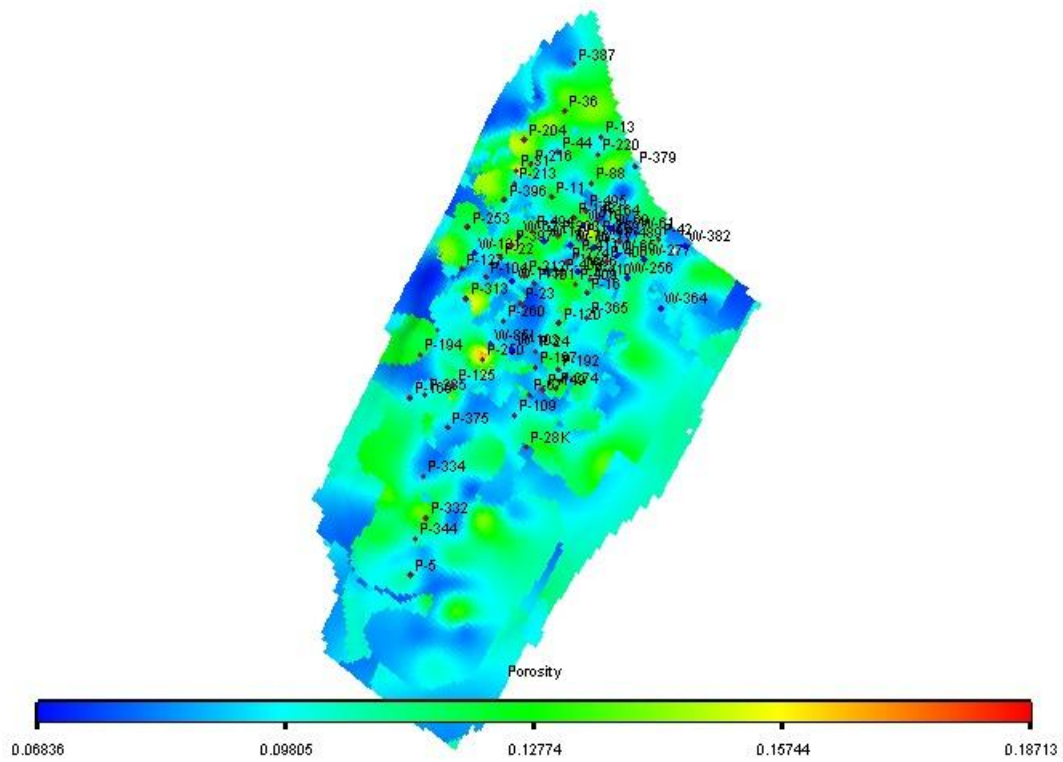


Figura A.20 – Mapa de porosidade da camada 1 do Modelo 3.

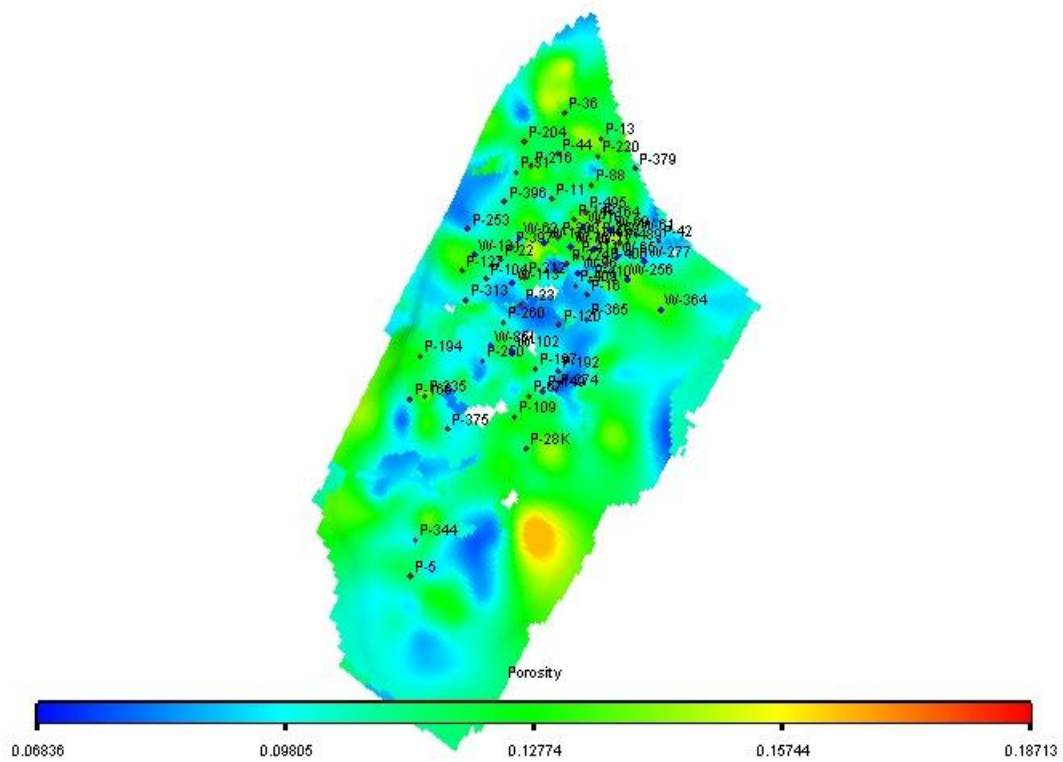


Figura A.21 – Mapa de porosidade da camada 10 do Modelo 3.

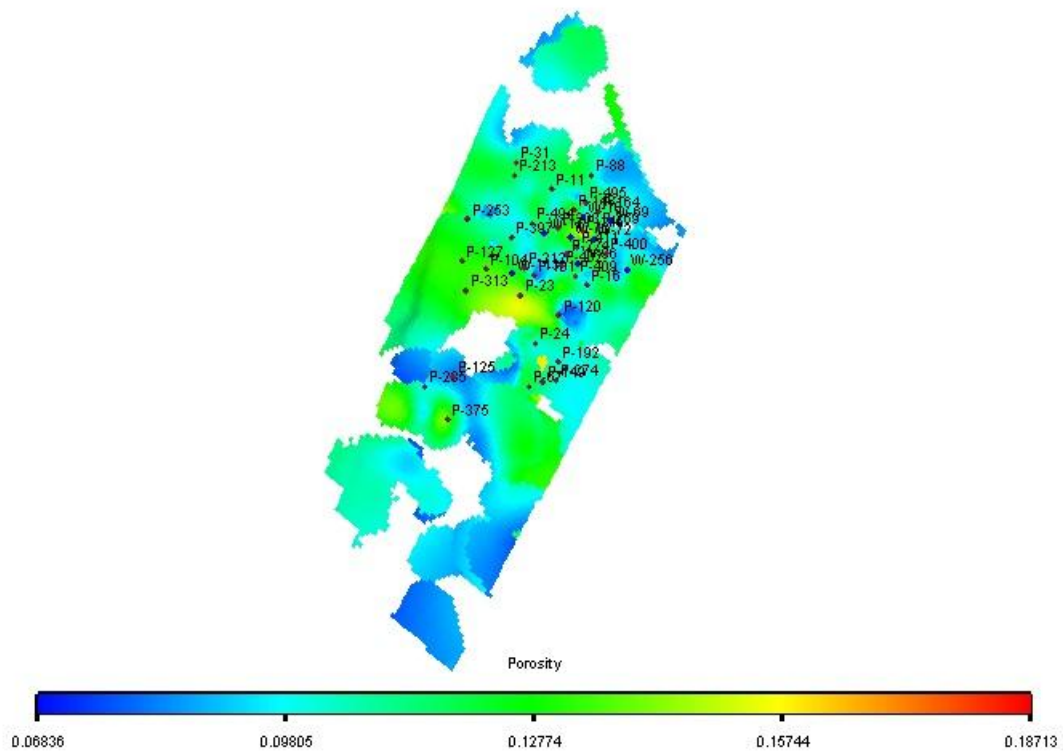


Figura A.22 – Mapa de porosidade da camada 20 do Modelo 3.

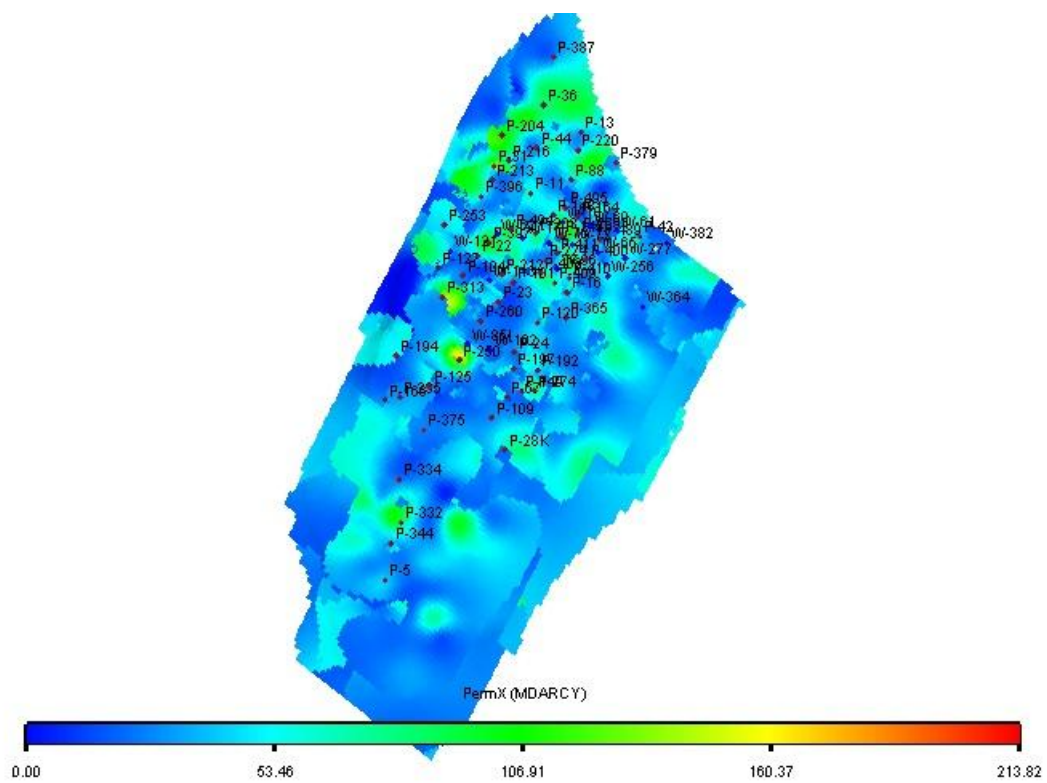


Figura A.23 – Mapa de permeabilidade horizontal da camada 1 do Modelo 3, em mD.

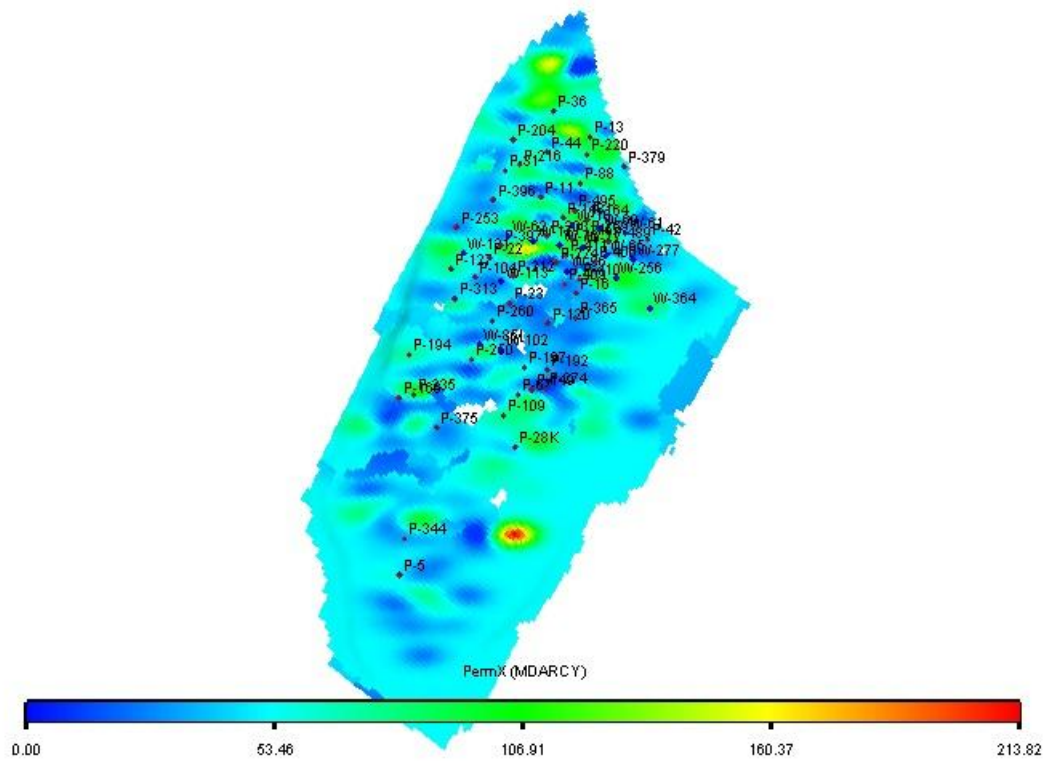


Figura A.24 – Mapa de permeabilidade horizontal da camada 10 do Modelo 3, em mD.

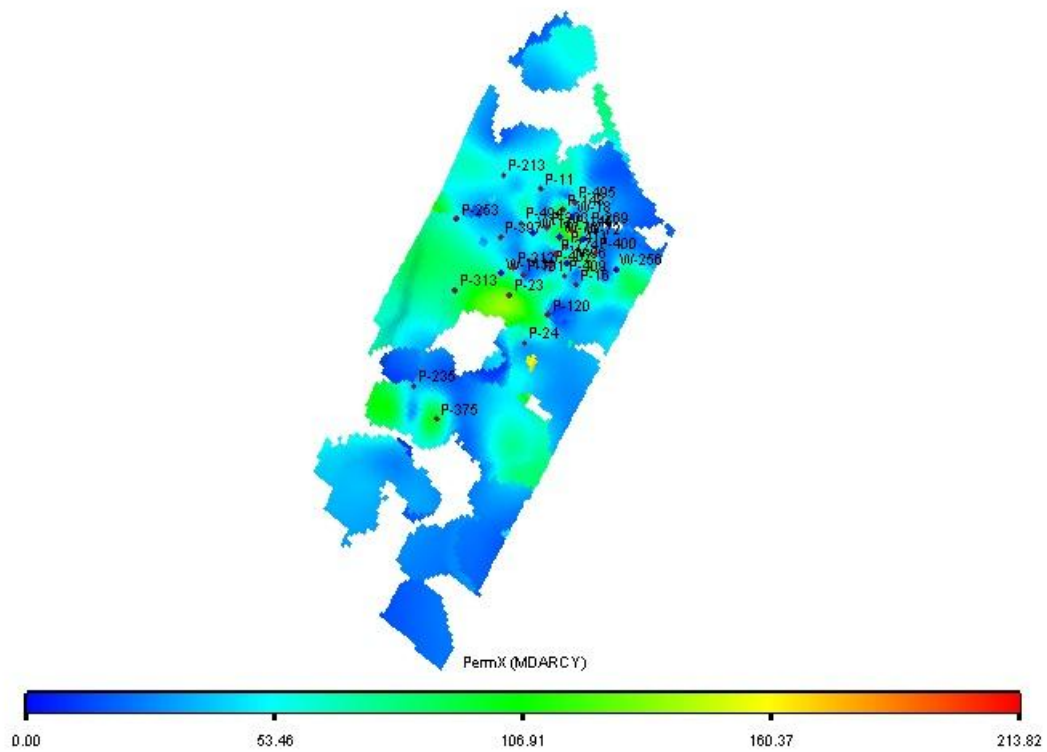


Figura A.25 – Mapa de permeabilidade horizontal da camada 20 do Modelo 3, em mD.

VII. Mapa de Propriedades dos Modelos Substitutos Ajustados

A seguir são apresentados mapas de volume poroso e de transmissibilidade horizontal nas três camadas dos modelos substitutos, após o ajuste aos Modelos 1, 2 e 3.

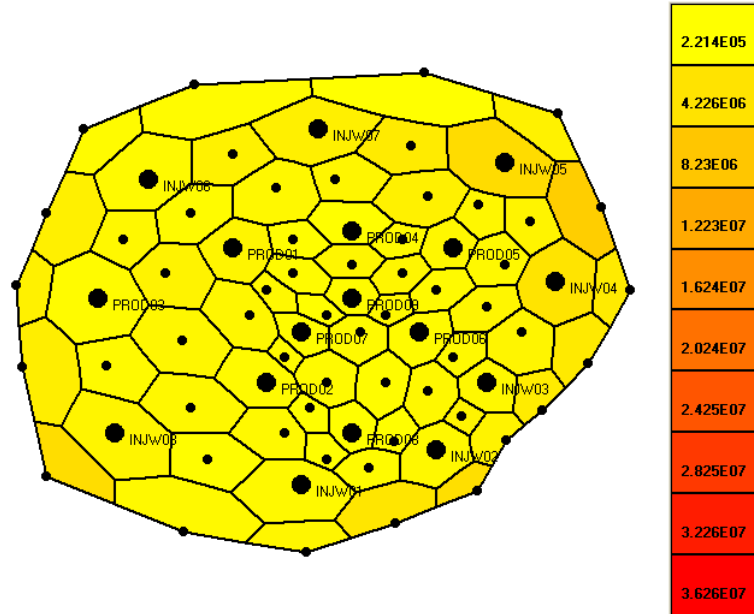


Figura A.26 – Volume poroso da camada 1 do modelo substituto do Modelo 1, em bbl.

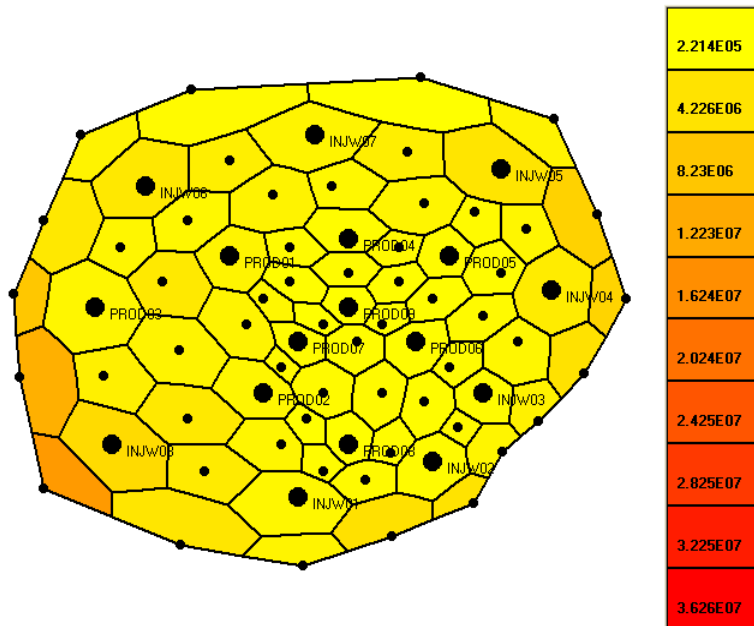


Figura A.27 – Volume poroso da camada 2 do modelo substituto do Modelo 1, em bbl.

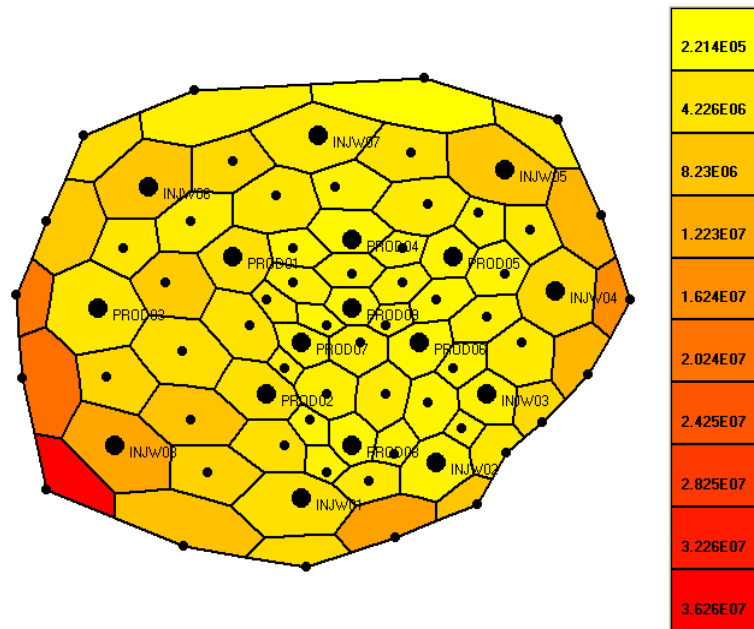


Figura A.28 – Volume poroso da camada 3 do modelo substituto do Modelo 1, em bbl.

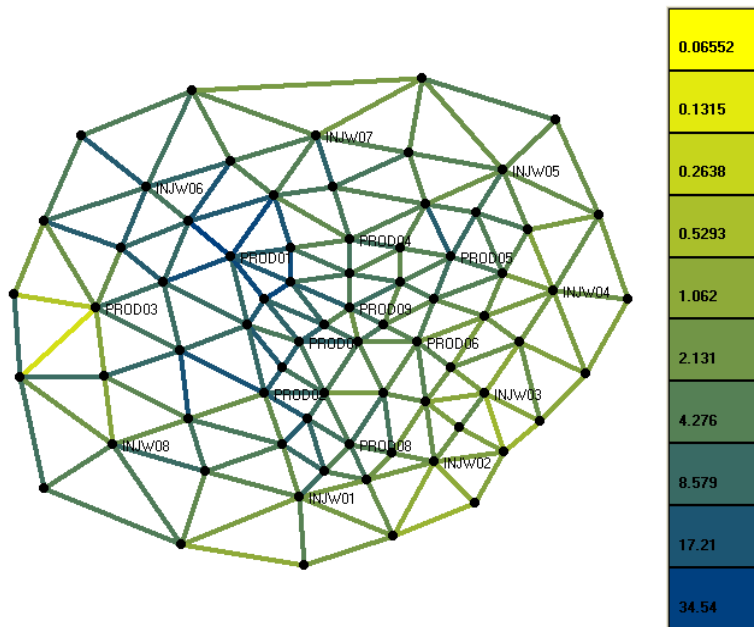


Figura A.29 – Transmissibilidade horizontal da camada 1 do modelo substituto do Modelo 1, em cP-bbl/d/psi.

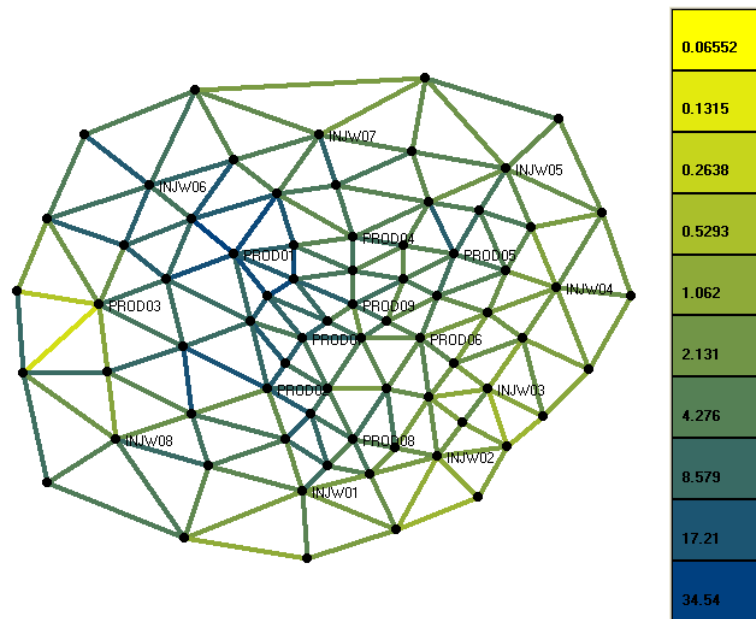


Figura A.30 – Transmissibilidade horizontal da camada 2 do modelo substituto do Modelo 1, em cP-bbl/d/psi.

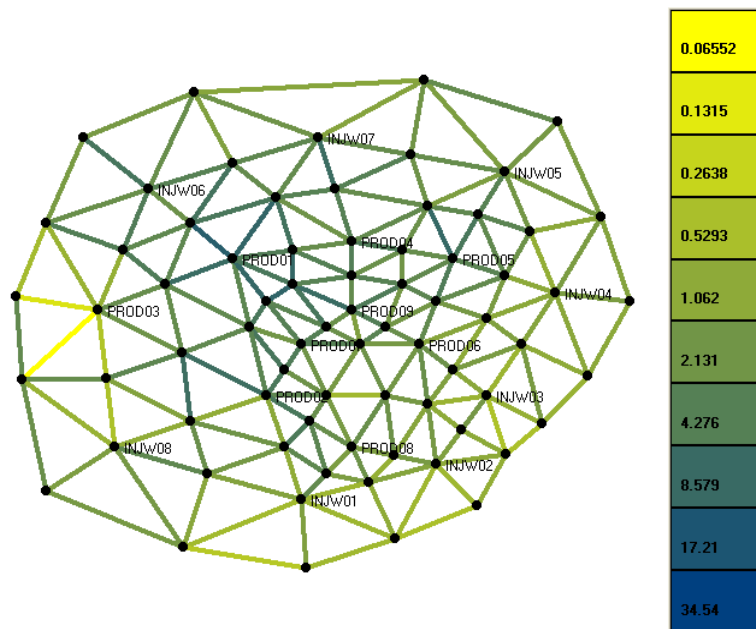


Figura A.31 – Transmissibilidade horizontal da camada 3 do modelo substituto do Modelo 1, em cP-bbl/d/psi.

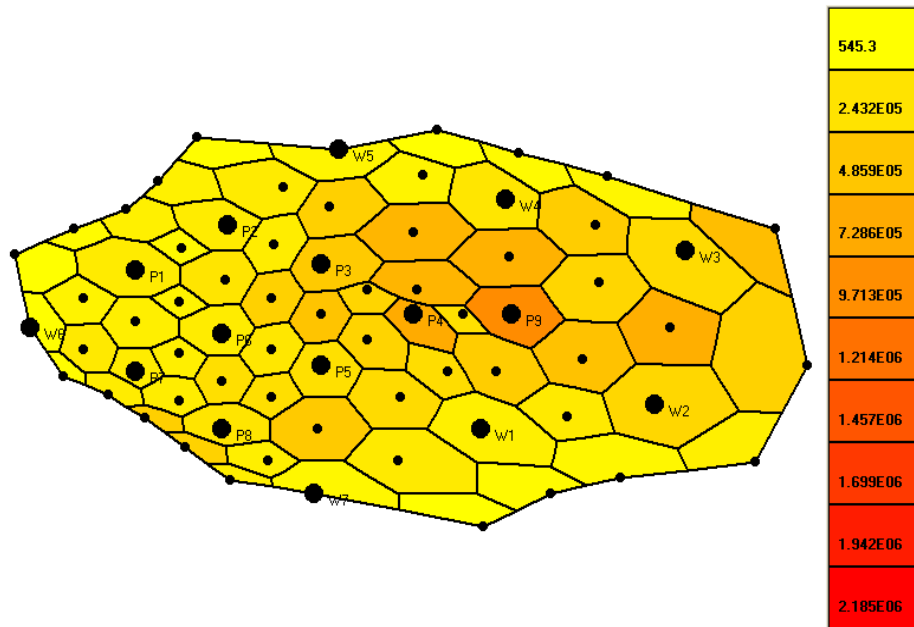


Figura A.32 – Volume poroso da camada 1 do modelo substituto do Modelo 2, em bbl.

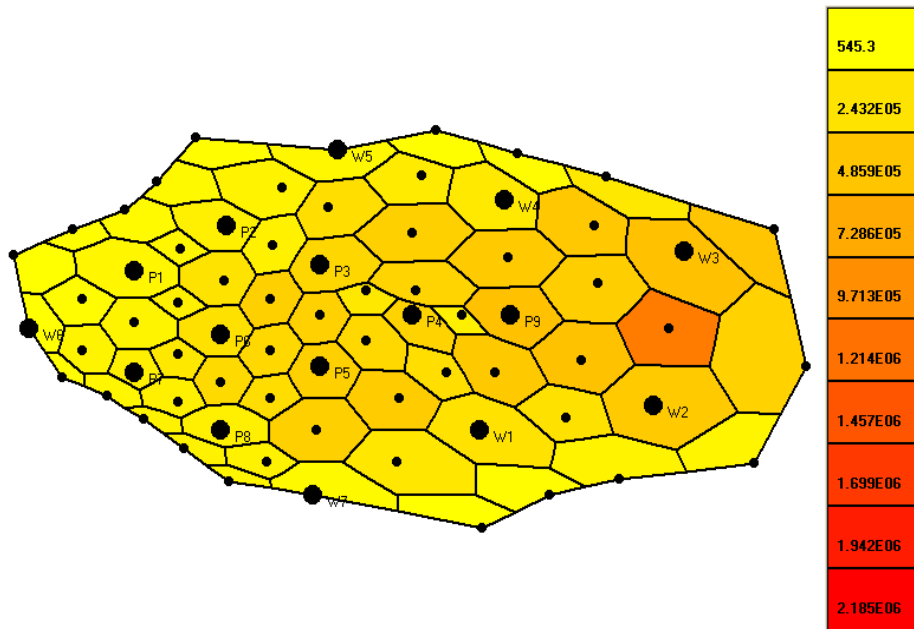


Figura A.33 – Volume poroso da camada 2 do modelo substituto do Modelo 2, em bbl.

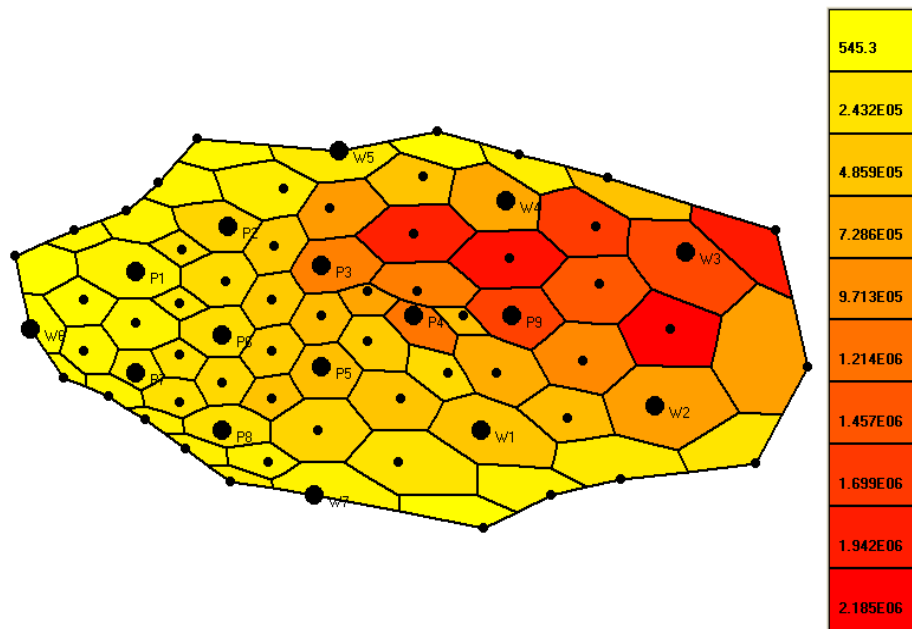


Figura A.34 – Volume poroso da camada 3 do modelo substituto do Modelo 2, em bbl.

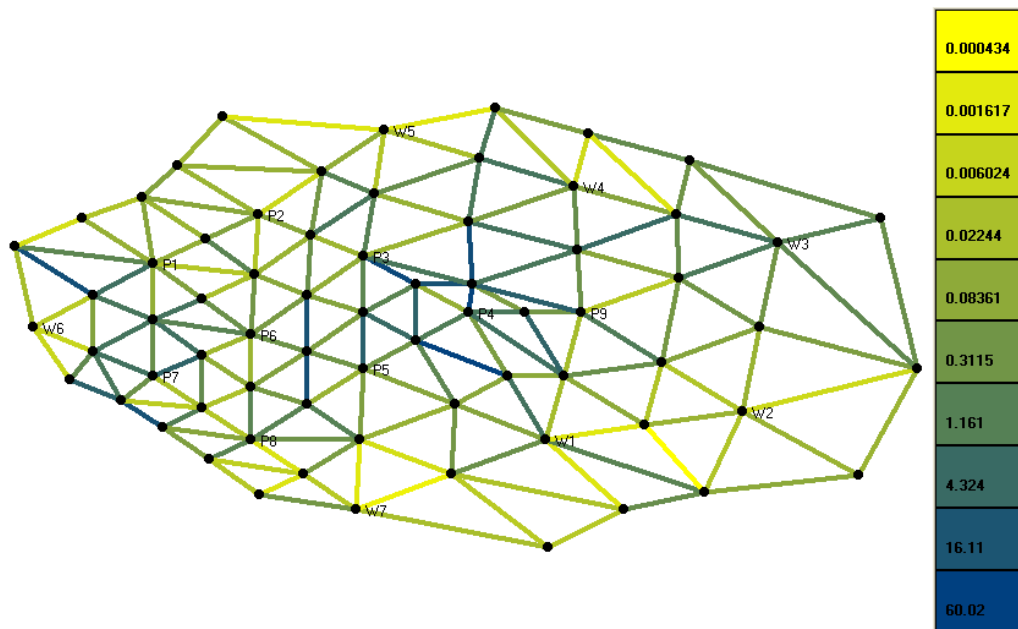


Figura A.35 – Transmissibilidade horizontal da camada 1 do modelo substituto do Modelo 2, em cP-bbl/d/psi.

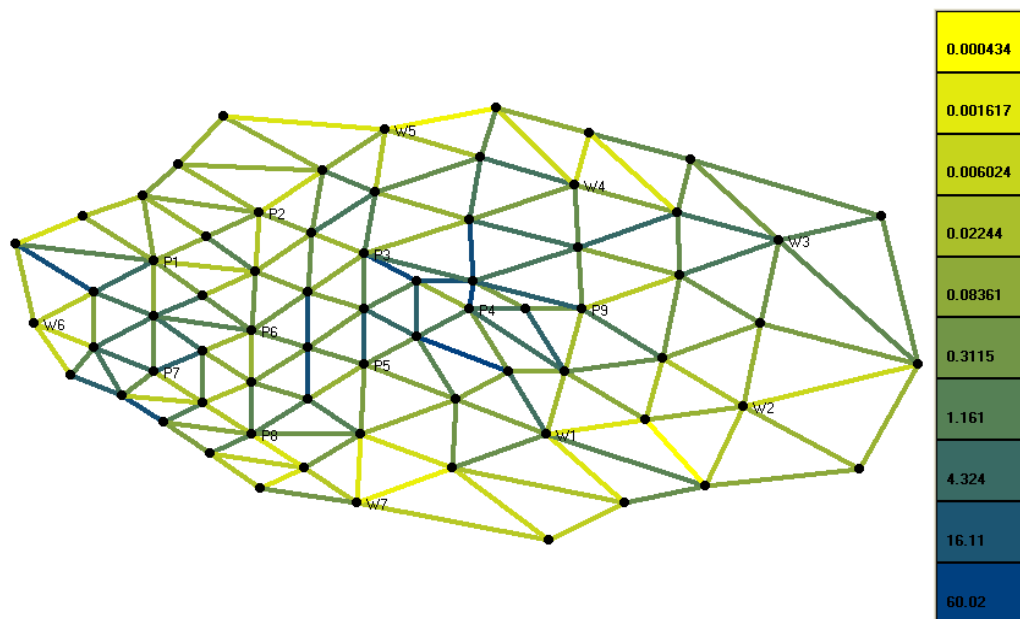


Figura A.36 – Transmissibilidade horizontal da camada 2 do modelo substituto do Modelo 2, em cP-bbl/d/psi.

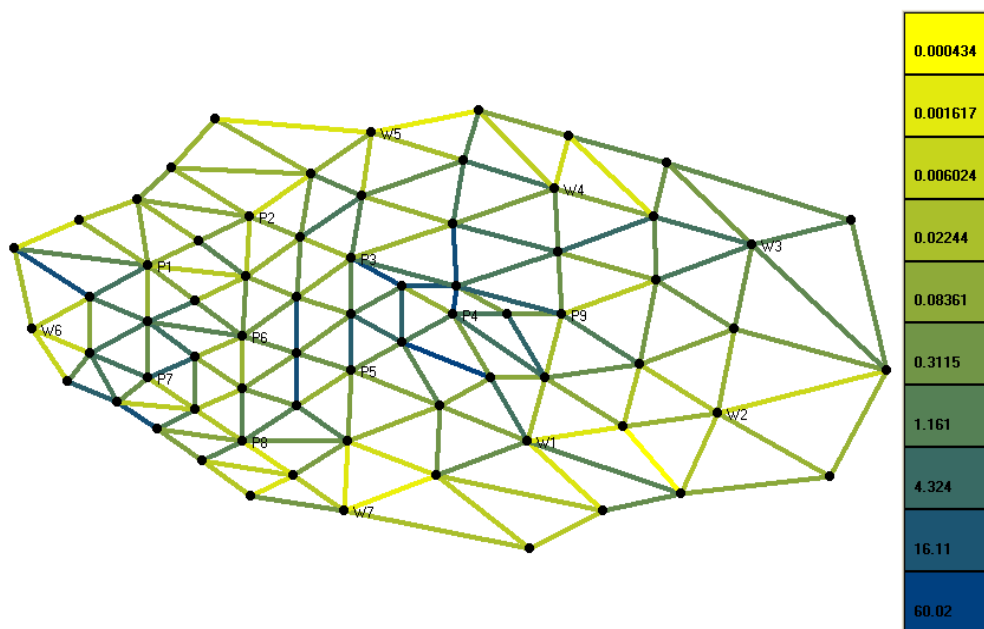


Figura A.37 – Transmissibilidade horizontal da camada 3 do modelo substituto do Modelo 2, em cP-bbl/d/psi.

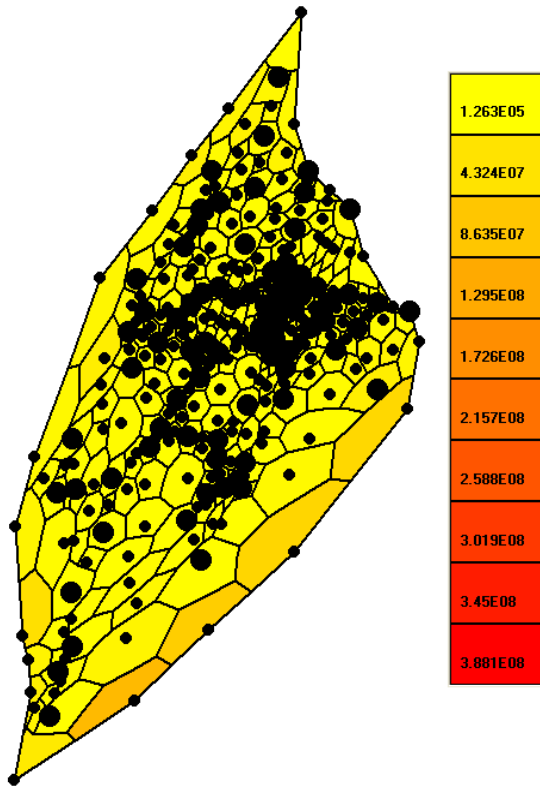


Figura A.38 – Volume poroso da camada 1 do modelo substituto do Modelo 3, em bbl.

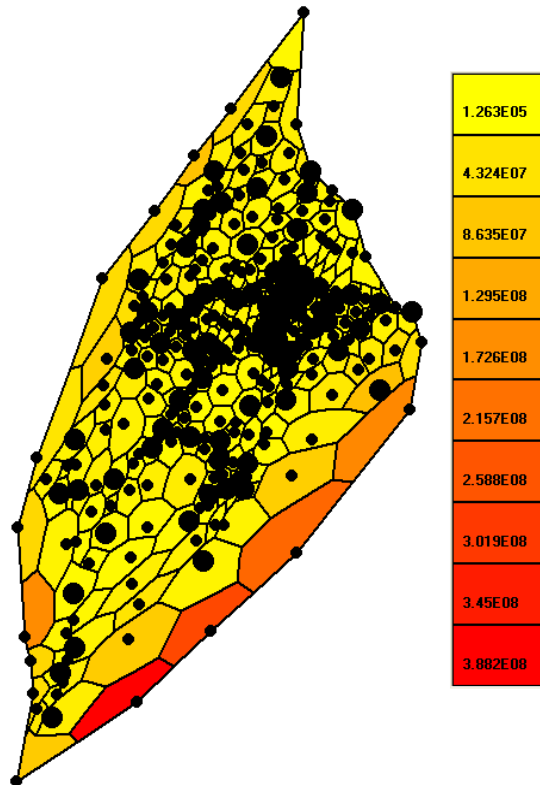


Figura A.39 – Volume poroso da camada 2 do modelo substituto do Modelo 3, em bbl.

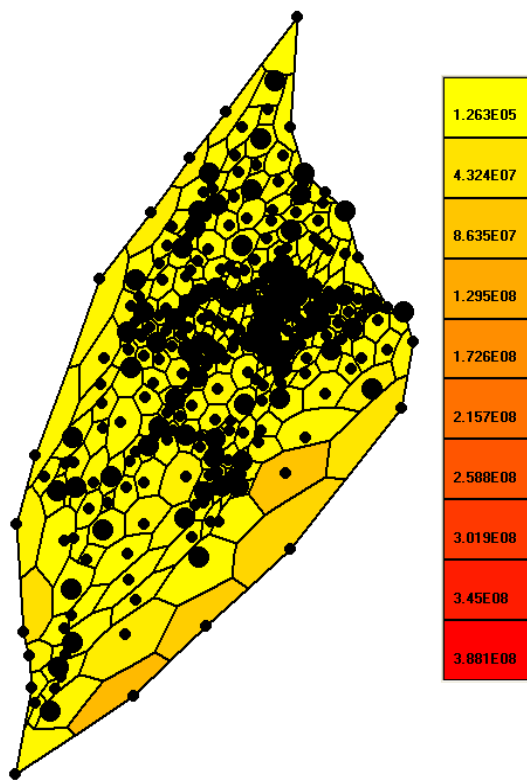


Figura A.40 – Volume poroso da camada 3 do modelo substituto do Modelo 3, em bbl.

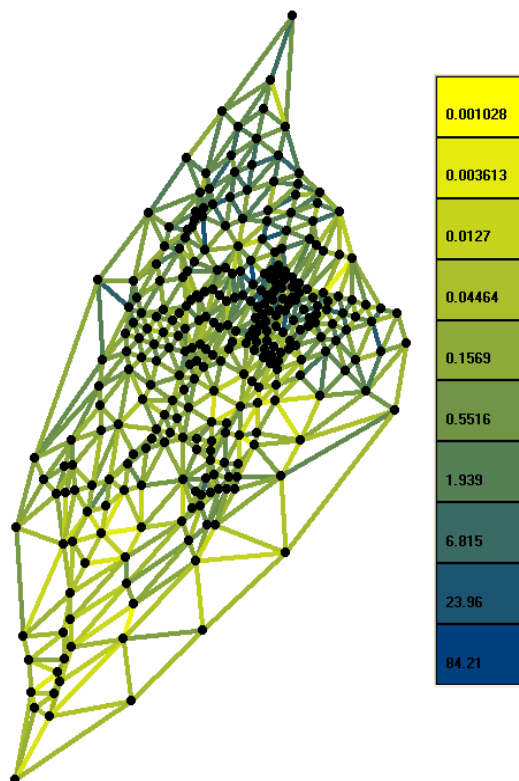


Figura A.41 – Transmissibilidade horizontal da camada 1 do modelo substituto do Modelo 3, em cP-bbl/d/psi.

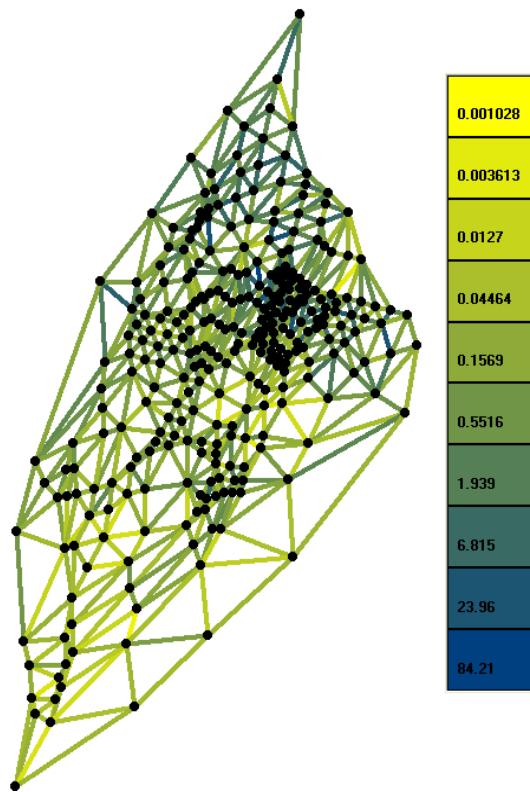


Figura A.42 – Transmissibilidade horizontal da camada 2 do modelo substituto do Modelo 3, em cP-bbl/d/psi.

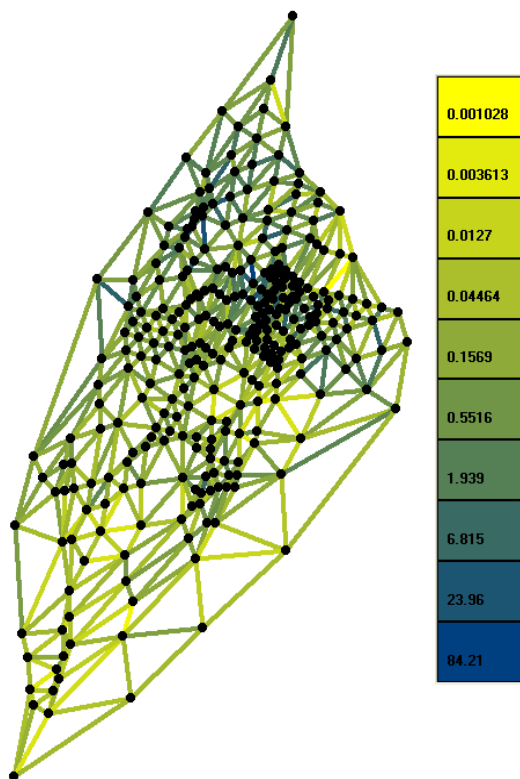


Figura A.43 – Transmissibilidade horizontal da camada 3 do modelo substituto do Modelo 3, em cP-bbl/d/psi.