

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR Milton Dias Junior

E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 27 / 10 / 94.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS ORIENTADOR
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

Estudo do Comportamento Dinâmico de Estruturas Segmentadas Visando a Modelagem de Estatores de Máquinas Elétricas

Autor: Milton Dias Junior n.º 543/t 55431 4235/2234
CM00029.2689
Orientador: Prof. Dr. Hans Ingo Weber

Publicação FEM nº 052/94

Trabalho apresentado à Comissão de
Pós-Graduação da Faculdade de En-
genharia Mecânica, como parte dos
requisitos para obtenção do título de
Doutor em Engenharia Mecânica.

Campinas, 27 de outubro de 1994.

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	UNICAMP
	D543e
V.	Ex.
TEMPO BC/	23/15
PLAC.	286/94
C	D
	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	06/12/94
N.º CPD	

CM-00064756-8

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA CENTRAL - UNICAMP

Dias Junior, Milton

D543e Estudo do comportamento dinâmico de estruturas segmentadas
visando a modelagem de estatores de máquinas elétricas / Milton
Dias Junior, - - Campinas, SP : [s.n.], 1994.

Orientador : Hans Ingo Weber.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas. Faculdade
de Engenharia Mecânica.

1. Estator. 2. Vibrações 3. Análise Modal 4. Método dos

elementos finitos. I. Weber, Hans Ingo. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. I. Título

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

Tese de Doutorado

Título da Tese: Estudo do Comportamento Dinâmico de Estruturas Segmentadas
Visando a Modelagem de Estatores de Máquinas Elétricas

Autor: Milton Dias Junior

Orientador: Prof. Dr. Hans Ingo Weber

Aprovada por:



Prof. Dr. Hans Ingo Weber, Presidente



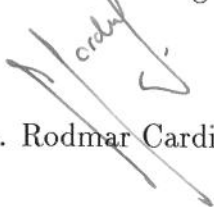
Prof. Dr. Arthur Palmeira Ripper Neto



Prof. Dr. Valder Steffen Júnior



Prof. Dr. Fernando Iguti



Prof. Dr. Rodmar Cardinali

Campinas, 27 de outubro de 1994.

À minha amada esposa Lúcia
Elena e à minha amada filha
Gabriela, pela apoio nos mo-
mentos difíceis e por todo a-
mor e amizade que nos une.
Também a meu filho(a) que,
ainda este ano, estará entre nós
trazendo muita alegria e felici-
dade

Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Dr. Hans Ingo Weber, que por muito tempo teve paciência e confiança, me possibilitando encerrar este trabalho.

À WEG Motores Ltda., em especial aos engenheiros Júlio Ramirez e Rene Paulo Siqueira, pela doação do estator utilizado na parte experimental deste trabalho e também a Sebastião Lauro Nau pelas valiosas discussões.

Aos amigos Loir Afonso Moreira, Rodmar Cardinali e Luiz Roberto Xavier Ribeiro e Franco Giuseppe Dedini pelo apoio, confiança e amizade.

Ao amigo Tiago Antônio Berton pela presteza e atenção em todos os momentos que precisei.

Ao amigo Waldemar Scudeller Junior pela ajuda na redação do trabalho.

Ao amigo Eugênio Ferreira Cunha pela força na redação da tese.

Aos funcionários Maurício de Oliveira Sant'anna, Luiz Morelli, Eli e José Luiz pela construção dos protótipos.

Ao Prof. Fernando Iguti pelas valiosas discussões e também pela companhia e apoio.

A Paulo Roberto Ribeiro, professor do Departamento de Engenharia de Petróleo, por possibilitar a utilização do *scanner*.

Aos professores Douglá Eduardo Zampieri, diretor da FEM/UNICAMP, José Roberto de França Arruda, coordenador da pós-graduação da FEM e Itamar Ferreira, coordenador da Sub-CPG Mecânica, por terem confiado em mim possibilitando assim a conclusão deste trabalho.

A todos do Departamento de Projeto Mecânico que, de uma forma ou de outra, contribuíram para a realização desta tese.

Em especial, a Robson Pederiva, como chefe do departamento e companheiro de trabalho que sempre me apoiou e estimulou mas, sobretudo, como uma amigo por quem tenho muita estima e admiração.

Resumo

Uma das causas mais importantes de geração de ruído sonoro e vibração em máquinas elétricas é a excitação do estator pelas forças magnéticas harmônicas existentes dentro de motores ou geradores. Durante o projeto destas máquinas, deve-se cuidar para que as frequências das forças de excitação não coincidam com as frequências naturais do estator/carcaça, o que elevaria significativamente os níveis de ruído sonoro e vibração.

Este trabalho apresenta um estudo do comportamento dinâmico de estruturas segmentadas que serve de base para a determinação das frequências naturais de estruturas como os estatores. O interesse maior se concentra no estudo dos modos longitudinais de cascas cilíndricas segmentadas onde o efeito da descontinuidade do material é mais acentuado. Assim, faz-se uma comparação entre as diversas propostas de modelagem de estatores e os resultados da análise modal experimental de um pacote de chapas, prensadas com tirantes e com pressão de empacotamento controlada através de extensômetros. É apresentado também um estudo de modelagem destas estruturas tratando-as como sendo ortotrópicas e não mais isotrópicas, como tem sido feito até hoje. A fim de verificar a influência da segmentação, desenvolveu-se um programa de elementos finitos contendo os elementos de viga, massa, mola e interface. Este último simula as condições do contato entre dois segmentos, utilizando um modelo linear, desprezando o efeito do atrito e dependente da força de empacotamento. A proposta de modelagem de estruturas segmentadas foi verificada através de protótipos constituídos de várias vigas, cada uma com um número diferente de segmentos.

Abstract

One of the main reasons for the acoustical noise and vibrations in electrical machines is the excitation of the stator due to the presence of magnetic harmonics in motors and generators. During the design of these machines one must care that the frequencies of the excitation forces do not coincide with the natural frequencies of the stator, which would increase considerably the acoustic noise levels and the vibrations.

This work concerns the study of dynamic behavior of segmented (laminated) structures that will define the natural frequency of stators. Our main interest consists in the longitudinal modes of cylindrical segmented shells where the effect of discontinuous layers is more concentrated. A comparison of proposals for modelling of stators is done with the results of experimental modal analysis of a stack of metal sheets, clamped with tie rods and with the clamping pressure controlled through strain gages. A study of these structures considered orthotropic (and not isotropic as one normally assumes) is done. To obtain the effect of the segmentation, there was developed a finite element approach with beam, mass, stiffness and interface elements. This last one simulates the contact conditions between two segments, using a linear model, neglecting the damping effect but considering the clamping force. The proposed model for segmented structures was checked in a prototype consisting of several beams, each one with a different number of segments.

Conteúdo

Agradecimentos	i
Resumo	ii
Abstract	iii
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos e Metodologia	3
1.3 Aplicação	4
1.4 Descrição do Trabalho	4
1.5 Revisão Bibliográfica	6
2 Formulação Dinâmica de Cascas Cilíndricas. Aspectos Práticos	14
2.1 Introdução	14
2.2 Derivação da Equação de Frequência Natural do Núcleo	15
2.2.1 Componentes da energia do núcleo	16
2.2.2 Distribuição dos deslocamentos	17
2.2.3 Cálculo da energia cinética	17
2.2.4 Cálculo da energia potencial	19
2.2.5 A equação das frequências	21
2.3 A Ressonância Dual	24
2.4 Simetria longitudinal dos modos	25
2.5 Ressonâncias Múltiplas	25
2.6 Acoplamento entre coordenadas	28
3 Modelo de Elementos Finitos do Núcleo do Estator	31
3.1 Introdução	31
3.2 Análise da energia de deformação em cascas cilíndricas	32
3.3 Resultados de Referência.	33
3.4 A influência dos dentes	47
3.4.1 Modelagem da casca cilíndrica com elementos sólidos	47

3.4.2	Modelagem do estator com elementos sólidos	48
3.5	Variação do módulo de elasticidade. Material ortotrópico	54
3.6	Variação do módulo de elasticidade . Material isotrópico	59
4	Análise Modal Experimental do Núcleo do Estator	63
4.1	Introdução	63
4.2	Descrição da Montagem Experimental	64
4.3	Medição da força de empacotamento	69
4.3.1	Medição com 1 extensômetro	71
4.3.2	Medição com 2 extensômetros	72
4.3.3	Calibração dos Extensômetros	73
4.4	Programa de Análise Modal e Algoritmo de Extração de Parâmetros	75
4.5	Descrição do experimento	76
4.6	Resultados e Conclusões	78
5	Modelagem das Barras Segmentadas	92
5.1	Introdução	92
5.2	Modelagem Proposta	93
5.3	Programa de Elementos Finitos	96
6	Análise Modal das Barras	98
6.1	Introdução	98
6.2	Montagem Experimental	99
6.3	Interação do Excitador Eletrodinâmico com Estrutura Ensaçada	103
6.4	Resultados	104
7	Conclusões e Comentários Finais	109
A	Matriz de elasticidade para materiais ortotrópicos	112
B	Matriz de Rigidez do Elemento de Viga	114
C	Matriz de Massa do Elemento de Viga	115
D	Matriz de Rigidez da Pré-carga	117
	Bibliografia	118

Lista de Figuras

2.1	O sistema de coordenadas cilíndricas e os deslocamentos do núcleo do estator.	15
2.2	Esquema da montagem da matriz \bar{D} para obtenção da equação da frequência natural do núcleo do estator. Exemplo com $M = 2$ e $N = 3$.	22
2.3	Ressonância dual. Modos (a) $n=2$, (b) $n=3$, (c) $n=4$, (d) $n=5$.	26
2.4	Modos (a) simétricos e (b) anti-simétricos do estator em relação ao plano central.	27
3.1	Variação da frequência de ressonância radial com o número de ondas circunferenciais. - - - - casca fina, — casca grossa. Reproduzida de [Dym 73].	35
3.2	Variação da energia de deformação com o número de ondas circunferenciais. - - - - Energia de membrana, — Energia de flexão. Reproduzida de [Dym 73].	35
3.3	Variação da energia de deformação com o número de ondas longitudinais para (a) $n = 2$ e (b) $n = 4$. Casca fina. Reproduzida de [Dym 73].	36
3.4	Dimensões da casca cilíndrica modelada.	36
3.5	Malha de elementos finitos da casca cilíndrica de referência.	37
3.6	Modo $n=0/m=1$. Frequência = 3624,6 Hz.	37
3.7	Modo $n=0/m=2$. Frequência = 7440,9 Hz.	37
3.8	Modo $n=1/m=1$. Frequência = 3579,0 Hz.	38
3.9	Modo $n=1/m=2$. Frequência = 7583,1 Hz.	39
3.10	Modo $n=2/m=0$. Frequência = 340,0 Hz.	39
3.11	Modo $n=2/m=2$. Frequência = 7940,3 Hz.	39
3.12	Modo $n=2/m=1$. Frequência = 664,3 Hz.	40
3.13	Modo $n=2/m=1$. Frequência = 4087,1 Hz.	40
3.14	Modo $n=3/m=0$. Frequência = 955,5 Hz.	41
3.15	Modo $n=3/m=2$. Frequência = 7940,3 Hz.	41
3.16	Modo $n=4/m=0$. Frequência = 1814,3 Hz.	41
3.17	Modo $n=3/m=1$. Frequência = 1794,6 Hz.	42
3.18	Modo $n=4/m=1$. Frequência = 2969,8 Hz.	42
3.19	Modo $n=4/m=2$. Frequência = 9368,5 Hz.	43
3.20	Modo $n=5$ $m=0$. Frequência = 2899,1 Hz.	43
3.21	Modo $n=5/m=1$. Frequência = 4361,3 Hz.	43

3.22	Modo $n=5/m=2$. Frequência = 10415,0 Hz.	44
3.23	Modo $n=6/m=0$. Frequência = 4193,3 Hz.	44
3.24	Modo $n=6/m=1$. Frequência = 5783,1 Hz.	44
3.25	Modo $n=7/m=0$. Frequência = 5682,1 Hz.	45
3.26	Modo $n=7/m=1$. Frequência = 7325,8 Hz.	45
3.27	Modo $n=8/m=0$. Frequência = 7358,9 Hz.	45
3.28	Variação da frequência natural da casca cilíndrica de referência em função do número de ondas circunferenciais e longitudinais.	46
3.29	Malha de elementos finitos da casca cilíndrica modelada com elemento sólido.	48
3.30	Esquema de dois tipos de discretização do fundo das ranhuras do estator.	49
3.31	Malha de elementos finitos do estator.	50
3.32	Modo $n=2/m=0$. Frequência: (a) 340,02 Hz e (b) 273,61 Hz.	52
3.33	Modo $n=2/m=1$. Frequência: (a) 664,32 Hz e (b) 673,76 Hz.	52
3.34	Modo $n=3/m=0$. Frequência: (a) 955,49 Hz e (b) 779,04 Hz.	52
3.35	Modo $n=4/m=0$. Frequência: (a) 1814,3 Hz e (b) 1559,8 Hz.	53
3.36	Modo $n=4/m=1$. Frequência: (a) 2969,8 Hz e (b) 3304,7 Hz.	53
3.37	Modo $n=5/m=0$. Frequência: (a) 2899,1 Hz e (b) 2563,8 Hz.	53
3.38	Sistemas de coordenadas global e do elemento e de definição dos vetores de tensão.	54
3.39	Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 0$	56
3.40	Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 1$	56
3.41	Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 2$	56
3.42	Variação das frequências naturais em função do módulo de elasticidade E_x para $m = 0$	57
3.43	Variação das frequências naturais em função do módulo de elasticidade E_x para $m = 1$	57
3.44	Variação das frequências naturais em função do módulo de elasticidade E_x para $m = 2$	57
3.45	Diferença entre as frequências naturais obtidas a partir da variação do módulo de elasticidade E_x e as de referência para $m = 0$	58
3.46	Diferença entre as frequências naturais obtidas a partir da variação do módulo de elasticidade E_x e as de referência para $m = 1$	58
3.47	Diferença entre as frequências naturais obtidas a partir da variação do módulo de elasticidade E_x e as de referência para $m = 2$	58
3.48	Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 0$	60
3.49	Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 1$	60

3.50	Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 2$	60
3.51	Variação das frequências naturais em função do módulo de elasticidade E para $m = 0$	61
3.52	Variação das frequências naturais em função do módulo de elasticidade E para $m = 1$	61
3.53	Variação das frequências naturais em função do módulo de elasticidade E para $m = 2$	61
3.54	Diferença entre as frequências naturais obtidas a partir da variação do módulo de elasticidade e as de referência para qualquer valor de m e n . . .	62
4.1	Esquema da montagem para análise modal experimental do núcleo do estator.	64
4.2	Vista geral da montagem utilizada na análise modal do pacote de chapas.	66
4.3	Detalhe da barra de conexão entre o <i>shaker</i> e o pacote.	66
4.4	Detalhe do sistema de suspensão do pacote de chapas.	67
4.5	Detalhe do pacote de chapas e tirante.	67
4.6	Esquema da fixação do transdutor de força no pacote de chapas.	68
4.7	Detalhe dos tirantes instrumentados.	69
4.8	Representação esquemática da Ponte de Wheatstone.	70
4.9	Esquema da fixação dos extensômetros no tirante.	71
4.10	Esquema da montagem para calibração dos extensômetros dos tirantes.	73
4.11	Curvas de calibração dos tirantes para empacotamento do estator.	74
4.12	Representação dos pontos utilizados para análise modal do pacote de chapas.	78
4.13	Modo $n=1/m=1$. Frequência = 216,9 Hz.	80
4.14	Modo $n=2/m=0$. Frequência = 329,7 Hz.	80
4.15	Modo $n=2/m=1$. Frequência = 397,3 Hz.	80
4.16	Modo $n=2/m=1$. Frequência = 108,9 Hz.	81
4.17	Modo $n=2/m=2$. Frequência = 567,1 Hz.	81
4.18	Modo $n=3/m=0$. Frequência = 928,0 Hz.	81
4.19	Modo $n=3/m=1$. Frequência = 929,0 Hz.	82
4.20	Modo $n=3/m=2$. Frequência = 1034 Hz.	82
4.21	Modo $n=4/m=0$. Frequência = 1771 Hz.	82
4.22	Modo $n=4/m=1$. Frequência = 1855 Hz.	83
4.23	Modo $n=4/m=2$. Frequência = 1939,0 Hz.	83
4.24	Modo $n=5/m=0$. Frequência = 2797 Hz.	83
4.25	Modo $n=5/m=1$. Frequência = 2835 Hz.	84
4.26	Modo $n=6/m=0$. Frequência = 4020 Hz.	84
4.27	Modo $n=6/m=1$. Frequência = 4042 Hz.	84
4.28	Modo $n=6/m=2$. Frequência = 4112 Hz.	85
4.29	Modo $n=7/m=0$. Frequência = 5398 Hz.	85
4.30	Modo $n=8/m=0$. Frequência = 6917 Hz.	85

4.31	Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 0$	87
4.32	Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 1$	87
4.33	Parte real e imaginária da FRF medida no ponto 37.	88
4.34	Função de coerência da medida no ponto 37.	89
4.35	Parte real e imaginária da FRF medida no ponto 145.	90
4.36	Função de coerência da medida no ponto 145.	91
5.1	Elementos da viga segmentada.	93
5.2	Graus de liberdade de dois segmentos consecutivos genéricos.	93
5.3	Mola torsional que modela o efeito da segmentação.	95
6.1	Esquema da montagem para análise modal experimental das barras.	99
6.2	Vista geral da montagem utilizada na análise modal das vigas.	101
6.3	Detalhe da viga segmentada, barra de conexão, <i>shaker</i> e transdutores.	101
6.4	Detalhe do sistema de suspensão da viga.	102
6.5	Detalhe das vigas, da <i>bridge box</i> e dos tirantes.	102
6.6	Detalhe de um <i>glitch</i> . Reproduzido de [Rao 87].	103
6.7	Comparação entre as frequências naturais experimentais e numéricas para a viga contínua.	105
6.8	Variação das frequências naturais da viga com 20 segmentos em função da pré-carga. Modos no plano xy	106
6.9	Variação das frequências naturais da viga com 20 segmentos em função da pré-carga. Modos no plano xz	106
6.10	Variação das frequências naturais da viga com 12 segmentos em função da pré-carga. Modos no plano xy	107

Lista de Tabelas

1.1	Fontes de ruído em motores elétricos em valores percentuais das medidas em $dB(A)$. Reproduzido de [Nau 91].	2
1.2	Resultados do processo de homogeneização mecânica. Reproduzido de [Benbouzid 93].	13
2.1	Deslocamento relativo entre as componentes de vibração do núcleo de um estator. Reproduzido de [Verma 73-I].	29
3.1	Frequências naturais obtidas da análise modal numérica.	34
3.2	Comparação entre as frequências naturais obtidas dos modelos com elementos de placa e sólido.	47
3.3	Efeito da discretização do fundo da ranhura. Reproduzido de [Noda 87].	49
3.4	Comparação entre as frequências naturais da cascas cilíndricas de referência e com dentes.	50
3.5	Diferença entre as ressonâncias duais do modelo do estator com dentes.	51
4.1	Retas interpoladoras dos dados de calibração dos tirantes.	75
4.2	Comparação entre os resultados da análise modal experimental e os valores de referência.	79
6.1	Frequências naturais e fatores de amortecimento da viga contínua.	105
6.2	Resultados numéricos e experimentais. Pré-carga = 250 kg. Viga com 20 segmentos. $\beta = 0,3$	108

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

O contínuo crescimento das aplicações de máquinas elétricas tem resultado também em um crescimento da consciência dos problemas de ruído associados a estes equipamentos. Devido a pressões econômicas, os fabricantes têm sido obrigados a construir máquinas aproveitando, da melhor forma possível, os materiais empregados a fim de se obter produtos mais leves e baratos sem comprometer as especificações do equipamento, o que implica em um aumento da densidade de corrente e de fluxo da máquina elétrica. Infelizmente, isto está em contradição com os requisitos necessários para se produzir máquinas mais silenciosas [Verma 73-I].

De uma forma mais geral, os problemas de ruído estrutural em máquinas elétricas são bastante grandes. Dependendo da aplicação a que se sujeita o equipamento, as restrições impostas com relação aos níveis de ruído sonoro são muitíssimo mais brandas do que aquelas impostas aos níveis de ruído transmitido à estrutura. Isto implica dizer que, ao se projetar uma máquina elétrica, tem-se que fazê-lo baseado na condição de que não podem existir problemas de vibração do equipamento na faixa de 0 a 10 KHz e não apenas na faixa de ruído audível.¹

Apenas para se ter uma idéia da relação entre o ruído magnético e as outras fontes de ruído presentes em motores elétricos apresenta-se, na Tabela 1.1, uma comparação entre os níveis de ruído provenientes da ventilação, de origem mecânica e magnética, para o motor em vazio. Estes resultados foram reproduzidos de [Nau 91]. Como pode-se perceber analisando a Tabela 1.1, o ruído de origem magnética e o proveniente da ventilação estão bem próximos para os motores de 6 e 8 pólos. Conforme comenta Nau ([Nau 91]), é previsto pela norma IEC 34.9, um aumento de até $3dB(A)$ no nível de ruído magnético para o motor em carga nominal, tornando-se assim a maior fonte de ruído

¹O ouvido humano pode detectar sons na faixa de frequência de 16 Hz a 20 KHz , podendo as faixas inferior e superior variar de pessoa para pessoa e com a idade. Contudo, o ouvido é muito mais sensível na faixa de 500 a 6000 Hz ([Nau 91]).

Potência [CV]	II Pólos			IV Pólos			VI Pólos			VIII Pólos		
	Vent.	Mag.	Rol.	Vent.	Mag.	Rol.	Vent.	Mag.	Rol.	Vent.	Mag.	Rol.
5	44,0	26,0	30,0	37,6	31,6	30,8	****	****	****	****	****	****
10	41,0	29,5	29,5	40,3	31,5	28,2	****	****	****	****	****	****
20	45,0	26,0	29,0	40,4	33,0	26,6	****	****	****	36,3	36,0	27,7
50	42,0	29,0	29,0	****	****	****	39,4	36,1	24,5	40,4	32,0	27,6
75	41,0	28,5	30,5	42,7	30,2	27,1	40,1	30,8	29,1	38,9	31,1	30,0
100	43,0	26,0	31,0	42,2	30,4	27,4	40,5	31,2	27,4	39,6	31,2	29,2
150	42,5	27,5	30,0	43,6	28,0	28,4	40,2	31,2	28,6	37,5	33,3	29,1

Tabela 1.1: Fontes de ruído em motores elétricos em valores percentuais das medidas em $dB(A)$. Reproduzido de [Nau 91].

sonoro em motores de 6 e 8 pólos. Soma-se a isto a possibilidade das forças magnéticas excitarem as frequências naturais do estator. Neste caso, o nível total de ruído crescerá consideravelmente.

Portanto, para a construção de máquinas elétricas mais silenciosas, é muito importante que se conheça com precisão as componentes da força magnética e as frequências naturais do conjunto estator/carcaça. Vale lembrar também que, como comenta Verma e Girgis em [Verma 73-I], a carcaça tem um papel importante no problema de geração de ruído em máquinas elétricas, podendo aumentar o nível de ruído sonoro de 20 a 30 dB .

Por muito tempo, o projeto de máquinas elétricas foi feito baseado em conhecimentos bastante limitados sobre o comportamento dinâmico de estatores. Invariavelmente, assumia-se uma distribuição uniforme de vibração ao longo do comprimento do estator. Esta consideração, como será visto, reduz significativamente os cálculos para a determinação das frequências naturais mas, por outro lado, ignora a existência de ressonâncias que efetivamente existem e que podem perfeitamente ser excitadas durante o funcionamento da máquina.

Em casos como os turbogeradores, por exemplo, em que o comprimento do estator é bastante grande comparado com o seu raio, ou mesmo em equipamentos onde há a inclinação das ranhuras, o que faz surgir forças não uniformes ao longo do comprimento da máquina, aquela consideração não é mais válida. Assim, se assumidas, corre-se um grande risco de se projetar um equipamento com elevados níveis de ruído sonoro.

O problema da modelagem de estatores de máquinas elétricas é muito complicado uma vez que cada um dos elementos que os compõem - núcleo do estator, dentes e ranhuras, enrolamento, resina, carcaça, etc. - têm influências dependentes das condições de projetos e construtivas.

Vale a pena ressaltar que, máquinas elétricas especiais como geradores de hidrogenadores ou turbogeradores, são construídas sob encomenda e, sendo assim, não possibilitam que o projeto seja aperfeiçoado através de uma melhoria de máquinas já existentes. Muito

menos admitem a construção de protótipos. Desta forma, é imprescindível que o projeto destes equipamentos, no que diz respeito à emissão de ruído sonoro e vibração gerados pela máquina, seja embasado no conhecimento preciso das forças magnéticas e frequências naturais do estator e carcaça.

1.2 Objetivos e Metodologia

O objetivo deste trabalho é entender os mecanismos que governam o comportamento dinâmico de estruturas segmentadas através da análise experimental e comparação com modelos numéricos. Não se pretende desenvolver um procedimento de cálculo das frequências naturais de estatores de máquinas elétricas mas sim, através da análise experimental, verificar as hipóteses e resultados apresentados na literatura sobre o comportamento dinâmico de estatores de máquinas elétricas.

Com exceção do trabalho de Watanabe, [Watanabe 83], todos os outros concluíram que o fato do estator ser segmentado não tem o menor efeito sobre o seu comportamento dinâmico. Contudo, analisando-se os protótipos empregados e as medições realizadas nota-se que estas conclusões se basearam apenas nos modos que possuem deslocamentos uniformes ao longo do estator e, como será visto no Capítulo 4, estes modos realmente sofrem pouca influência da segmentação. No entanto, as frequências naturais associadas a modos longitudinais também existem e são elas o interesse maior deste trabalho, pois acredita-se que nelas o efeito da segmentação seja mais significativo. Para analisar a influência da segmentação, estuda-se duas propostas de modelagem.

A primeira baseia-se no ajuste das propriedades dos materiais passando-se a considerar a estrutura como ortotrópica e não como isotrópica como vem sendo considerada. Esta proposta partiu da observação do pacote de chapas que formam o núcleo de um estator. Certamente, as condições de cisalhamento entre as chapas não são as mesmas que ocorrem no interior de um cilindro sólido. Este análise será feita utilizando-se um pacote de chapas unidas através de tirantes sobre o qual foi realizada uma análise modal. Os resultados experimentais serão usados para se tentar ajustar o modelo de elementos finitos de um cilindro contínuo através da variação das propriedade do material empregado.

A segunda proposta baseia-se no trabalho de Songbo, em [Songbo 90], que modela estruturas segmentadas considerando-se a quebra do vínculo entre os graus de liberdade de rotação entre dois segmentos consecutivos. O estudo do pacote de chapas considerando-se esta abordagem foi inviabilizado pelo grande número chapas, ou segmentos, que o modelo continha. Sendo assim, foram construídas três barras - uma composta de 20 segmentos, a segunda, de 12 segmentos e a última contínua - com as mesmas dimensões depois de montadas. Além disso, foi desenvolvido um pequeno programa de elementos finitos contendo os elementos de viga, massa, mola e interface. Este último, como o próprio nome diz, modela a interface entre dois segmentos utilizando uma formulação linear, conservativa e dependente da força de empacotamento. Os resultados experimentais obtidos da análise modal das barras serviram para verificar a validade da proposta apresentada por Songbo.

1.3 Aplicação

Apenas como estímulo, cita-se três aplicações de máquinas elétricas que se enquadram perfeitamente na problemática abordada por este trabalho, a saber:

- Geradores de máquinas hidroelétricas: nestes casos as relações entre a espessura do núcleo e o raio do estator e entre a altura do pacote e o raio são bastante pequenas. Estas condições favorecem o aparecimento de frequências naturais baixas e com deslocamentos predominantemente axiais que certamente são afetadas pela segmentação. Vale a pena ressaltar um caso citado por Brito em [Brito 89], que relata o fato de que algumas máquinas da Usina Hidrelétrica de Itaipu operam com o estator praticamente sem contato com a carcaça e apoiado sobre apoios flexíveis. Girgis e Verma em [Girgis 81] comentam que a análise deste tipo de montagem é extremamente complexa pois requer um estudo detalhado do vínculo flexível existente entre estator e carcaça. Brito comenta também que estas máquinas operavam com elevado nível de ruído sonoro.
- Grandes turbo-geradores: estas máquinas possuem estatores bastante longos onde a existência de frequências naturais longitudinais dentro da faixa de ruído audível é intensa. Nestes casos, a consideração que muitos fazem de que a vibração ao longo do comprimento de estatores é uniforme não é válida, principalmente no caso de máquinas com inclinação das ranhuras em que a distribuição da força magnética ao longo da geratriz também não é constante, conforme comentam Verma e Girgis em [Verma 73-I];
- Máquinas com estatores segmentados ²: em muitas máquinas elétricas de grande porte utiliza-se estatores segmentados devido a simplicidade construtiva e de transporte. Durante a instalação, estes segmentos são montados na carcaça de forma a compor o estator do equipamento. Exemplo deste tipo de construção, pode ser visto nos geradores da Usina Hidroelétrica de Jupia. Nestes casos, cada segmento se comporta como um painel curvo onde os modos longitudinais têm baixas frequências. Watanabe, em [Watanabe 83], apresenta os resultados de uma medição experimental em um estator montado desta forma. Ele comenta que a pressão de empacotamento tem maior influência no valor das frequências naturais neste tipo de montagem do que em estatores contínuos.

1.4 Descrição do Trabalho

Este trabalho está dividido em sete capítulos cujo conteúdo resume-se a seguir:

²Os termos laminação e segmentação serão utilizados ao longo do texto para expressar o fato do estator ser composto de chapas sobrepostas, exceção feita à expressão *estator segmentado*, que significa o estator composto de segmentos circunferenciais.

Capítulo 1: inicia-se com um breve relato dos motivos pelos quais este tema de pesquisa se originou e foi desenvolvido. Apresenta os objetivos que foram estabelecidos e a metodologia empregada. Em seguida, cita-se algumas aplicações da pesquisa aqui desenvolvida e apresenta-se esta descrição do trabalho. Faz-se uma revisão bibliográfica do assunto abordado na tese. Uma vez que não são muitos os trabalhos publicados nesta área, faz-se um resumo de cada trabalho citado, apresentado-os em ordem cronológica a fim de se verificar o desenvolvimento ocorrido na área.

Capítulo 2: apresenta um desenvolvimento rápido da formulação de cascas cilíndricas utilizando-se o método de Rayleigh-Ritz e, a partir destes resultados, discute-se algumas características interessantes e que tem especial interesse prático, tais como:

- o aparecimento da ressonância dual quando se constrói uma casca cilíndrica com imperfeições geométricas e/ou construtivas;
- o acoplamento entre os deslocamentos nas três direções - radial, tangencial e axial - para as diversas formas modais;
- o aparecimento das ressonâncias múltiplas nos casos em que a casca cilíndrica apresenta assimetrias logitudinais.

Capítulo 3: para efeito de comparação com a literatura e adiantando uma situação que certamente será analisada em trabalhos futuros, verifica-se a influência dos dentes no comportamento dinâmico de uma casca cilíndrica que simula o núcleo do estator. Como alguns autores sugerem a utilização de parâmetros estruturais equivalentes ([Keijser 83]), esta possibilidade será analisada de duas maneiras: a primeira considera a estrutura isotrópica, como geralmente acontece, e verifica-se a variação das frequências naturais com a variação do módulo de elasticidade longitudinal; a outra assume que a estrutura seja ortotrópica e desenvolve-se a mesma análise. Este último procedimento é discutido por White, em [White 61].

Capítulo 4: apresenta a análise modal experimental de um pacote de chapas construído a partir de usinagem do estator de um motor elétrico de 100 CV e 8 pólos. Este capítulo é subdividido em:

- descrição da montagem experimental,
- descrição do sistema de medição da força de empacotamento,
- calibração dos tirantes utilizados para montar o cilindro chapeado,
- descrição do experimento,
- resultados da análise modal experimental do pacote de chapas e
- comparação com os resultados obtidos no Capítulo 3

Capítulo 5: desenvolve-se a formulação apresentada por Songbo, em [Songbo 90], baseada na hipótese de que a queda da rigidez verificada nas estruturas segmentadas se dá devido à quebra do vínculo entre os graus de liberdade de rotação entre dois segmentos consecutivos. Apresenta-se o programa de elementos finitos desenvolvido, em linguagem *C++*, para análise dinâmica de vigas. Este programa contém elementos de viga, massa, mola e interface sendo que, este último, modela a união entre dois segmentos através de uma formulação linear que considera a força de compressão e despreza o efeito do atrito. Inclui-se ainda uma análise sobre o comportamento das frequências naturais de vigas submetidas à força normal.

Capítulo 6: são apresentados os resultados dos ensaios de análise modal realizados nas três barras - uma contínua e duas segmentadas. São feitas comparações entre os valores de frequência natural obtidas para cada barra e em cada condição de pré-carga. Compara-se também estes resultados com o modelo obtido a partir da metodologia proposta por Songbo. Analisa-se o comportamento do amortecimento, em cada modo, com o aperto dos tirantes.

Capítulo 7: apresenta-se as conclusões gerais do trabalho.

1.5 Revisão Bibliográfica

Durante a realização da pesquisa bibliográfica, observou-se que dois grupos de pesquisadores se destacavam dentro desta área. O primeiro, e também mais antigo, pertence à Universidade Técnica de Hannover, Alemanha, liderado pelo Dr. Heinz Jordan. O outro grupo é da Universidade de Saskatchewan, Canadá, aonde atua o Dr. S. P. Verma. Este último escreveu a maior parte dos trabalhos citados na bibliografia.

Por se tratar de assunto cujas publicações recentes são bastante restritas, optou-se por fazer esta revisão bibliográfica apresentado-se os trabalhos em ordem cronológica de publicação. Este resumo inclui, essencialmente, as hipóteses básicas nas quais os autores se basearam para o desenvolvimento das técnicas de modelagem propostas, os aspectos mais relevantes das montagens experimentais, os resultados obtidos e as conclusões. Quando pertinente, são feitos alguns comentários pessoais a respeito de um ou outro aspecto do trabalho em questão. Vale ressaltar que as conclusões apresentadas pelos autores não são, necessariamente, aquelas que se julga as mais razoáveis.

- [Ellison 71] - neste artigo, os autores apresentam uma revisão dos trabalhos publicados na área de vibrações em máquinas elétricas. Os trabalhos de Lorenz (68), Jordan (57), Carter (32) entre outros, mostram que o assunto tem despertado o interesse de muitos pesquisadores há bastante tempo. É apresentada também uma proposta de modelagem que considera o estator como uma casca grossa rigidamente ligada, através de barras, a uma carcaça modelada como casca fina. Este enfoque

é uma extensão do trabalho de Ederly (1955), citado pelos autores, que considera o estator e a carcaça como cascas finas interligadas por barras. Contudo, em máquinas pequenas e máquinas de 2 pólos de médio porte a relação entre a espessura do núcleo e o diâmetro do estator pode ser maior que 0,1 e, neste caso, a consideração de casca fina pode gerar resultados errôneos. O modelo apresentado por Ellison considera ainda que os dentes e enrolamento atuam apenas como massas adicionadas ao núcleo do estator.

Apesar de citar que podem existir vibrações no estator nas três direções (radial, tangencial e axial) durante a operação da máquina, os autores consideram que somente a vibração radial é importante e, portanto, analisam somente o comportamento do estator nesta direção.

Além daquelas já citadas, as considerações mais importantes feitas no desenvolvimento do modelo do estator são de que o núcleo é constituído de material homogêneo e isotrópico, a vibração é plana, perpendicular ao eixo do estator e independente da posição axial. Na modelagem são considerados os efeitos do cisalhamento, da inércia de rotação, do esforço normal e de flexão.

Os resultados apresentados foram bons. Constatou-se que o efeito da energia da inércia de rotação e cisalhamento são muito importantes para se obter uma boa estimativa das frequências naturais de estatores. Os autores comentam que a utilização do tipo de construção por eles analisada, utilizando barras entre o estator e a carcaça, faz surgir várias outras frequências naturais provenientes somente desta última, dificultando ainda mais a tarefa de se projetar máquinas elétricas silenciosas.

- [Verma 73-I] e [Verma 73-II] - O primeiro trabalho apresenta a formulação das equações para o cálculo das frequências naturais de estatores enquanto que o segundo contém a comparação entre os resultados numéricos e experimentais.

Os autores utilizam a teoria de Flügge de cascas finas para a carcaça e teoria tridimensional de elasticidade para a análise do estator. Considera-se vibração nas três direções e não se assume deslocamento uniforme ao longo do comprimento do estator. Nestes trabalhos, analisa-se máquinas elétricas diferentes construtivamente daquelas estudadas por Ellison em [Ellison 71]. Neste caso, o núcleo do estator é prensado na carcaça, ao contrário da situação em que há a vinculação através de barras. Considera-se ainda que o efeito dos dentes e enrolamentos sobre o núcleo do estator é apenas de uma massa distribuída. O mesmo ocorre com as aletas sobre a carcaça. Assume-se também que o estator é formado por material homogêneo e isotrópico.

Os resultados apresentados na parte II do trabalho, comparando os valores de frequências naturais obtidas experimentalmente e através da modelagem proposta, não foram muito bons. Os autores justificam as discrepâncias dizendo que o

fator de Frohne - que inclui o efeito dos dentes no comportamento dinâmico do núcleo do estator - não foi desenvolvido baseado em considerações rigorosas e que pode haver erros nos valores das propriedades dos materiais adotados.

Baseados na formulação por eles exposta na parte I, os autores comentam o acoplamento de coordenadas existente nas diversas formas modais do estator e concluem que tal acoplamento ocorre devido ao efeito de Poisson do material!

Comparando os resultados das análises por eles realizadas e os resultados apresentados por Ellison em [Ellison 71], os autores afirmam que, no que diz respeito aos problemas de vibração e ruído, construir a máquina elétrica com o estator prensado na carcaça tem inúmeras vantagens sobre a montagem utilizando-se barras entre o núcleo e a carcaça.

- [Verma 75] - este trabalho utiliza a formulação desenvolvida por Verma e Girgis em [Verma 73-I] para analisar as relações existentes entre as dimensões de estatores de máquinas elétricas e as características vibratórias por elas apresentadas. Dentre as dimensões analisadas estão o comprimento do núcleo do estator e as espessuras do núcleo e da carcaça.

As conclusões mais importantes relacionadas pelos autores são:

1. o comprimento do estator não tem praticamente nenhum efeito sobre os valores de frequência natural dos modos com deslocamento uniforme ao longo da geratriz ($m = 0$).

2. para máquinas pequenas, o comprimento do estator não é um parâmetro importante.

3. para máquinas pequenas, variar a espessura do núcleo do estator pode ser uma boa ferramenta para se conseguir máquinas mais silenciosas.

4. aumentar a espessura do núcleo do estator para grandes máquinas, ao contrário, pode piorar a condição de geração de ruído sonoro.

5. montar o estator prensado na carcaça faz diminuir o valor das frequências naturais do estator; quanto mais espessa a carcaça, menores são as frequências naturais do estator.

- [Girgis 78] - este trabalho, essencialmente experimental, trata da verificação da influência dos dentes, enrolamento e carcaça sobre o comportamento vibratório de estatores de máquinas elétricas. Pela primeira vez, dentre as referências encontradas, analisa-se o efeito da laminação do pacote de chapas que compõem o núcleo do estator. Infelizmente, o protótipo empregado para a análise deste efeito tinha um comprimento muito pequeno (27 chapas, somente) e, desta forma, os modos identificados experimentalmente foram justamente aqueles que têm a menor influência

da segmentação, ou seja, os modos com deslocamentos uniformes ao longo do comprimento do estator.

Dois tipos de análises foram realizadas: a primeira relaciona a influência dos elementos já citados sobre os valores de frequências naturais e a segunda diz respeito aos níveis de vibração do núcleo do estator com a utilização ou não destes elementos. Os resultados mais significativos encontrados pelos autores foram:

1. Influência dos dentes: faz cair as frequências naturais do núcleo, influenciando, principalmente, nas altas frequências. Nos modos $n = 0, 1$ o efeito que os dentes exercem sobre o núcleo é somente de massa adicional. Resumidamente, pode-se dizer que a influência dos dentes é função da forma modal do núcleo, da diferença entre a frequência natural do estator e dos dentes e das dimensões destes. Em termos de amplitude de vibração, os autores constataram que com os dentes os níveis são maiores.

2. Influência do enrolamento: para simular o efeito do enrolamento foram colocadas cunhas de latão nas ranhuras e concluiu-se que nos modos com deslocamentos predominantemente radiais há um aumento nas frequências naturais do núcleo, com exceção dos dois ou três primeiros modos nos quais não há influência alguma. Já nos modos com deslocamentos essencialmente tangenciais, o enrolamento aumenta as frequências naturais do núcleo, novamente com exceção dos modos $n = 0$ e $n = 1$ em que o efeito de massa é mais significativo e as frequências caem. Com relação aos níveis de vibração, verificou-se que o efeito mais significativo da inclusão do enrolamento é o aumento considerável do amortecimento e conseqüente diminuição das amplitudes de vibração.

3. Efeito da carcaça: os autores verificaram que, no caso analisado, a carcaça teve pouca influência nos valores de frequência natural e que poderia ser desprezada no cálculo.

4. Efeito da segmentação: não tem influência a menos do aumento significativo no amortecimento. Constataram que o amortecimento é maior para os modos circunferenciais mais baixos e que para o modo de respiração, $n = 0$, o amortecimento é o mesmo do que o de uma estrutura contínua similar.

- [Girgis 81], [Verma 81-I] e [Verma 81-II] - o primeiro trabalho apresenta uma nova formulação para determinação das frequências naturais de estatores montados com interferência dentro da carcaça. Permanecem as considerações de material homogêneo e isotrópico e passa-se a assumir que a porção do enrolamento dentro das ranhuras contribui como massa e rigidez na dinâmica do estator, enquanto que a parte excedente contribui apenas como massa. Como resultado das investigações teóricas sobre a natureza das frequências naturais de estatores com carcaça bem como de seu comportamento vibratório, os autores afirmam que:

1. as formas modais circunferenciais são puramente senoidais sem acoplamento de modos de ordem diferentes.
2. se o estator apresenta algum tipo de assimetria, geométrica ou construtiva, este exhibe ressonância dual em, teoricamente, todas as suas frequências naturais.
3. todas as três componentes do deslocamento estão associadas a cada frequência de ressonância do estator.
4. como consequência, uma força magnética puramente radial, axial ou tangencial que tenha componentes iguais, ou próximas, de qualquer frequência natural do estator pode amplificar consideravelmente a resposta não apenas na sua direção como também nas outras duas.
5. em estatores curtos, onde os deslocamentos são praticamente constantes ao longo do comprimento, as vibrações são planas envolvendo componentes do deslocamento acoplados nas direções radial e tangencial, ou puramente axial.
6. ainda em estatores curtos, no caso do modo circunferencial $n = 0$, as vibrações planas são novamente decompostas em puramente radial e torsional pura.
7. os valores de frequência natural de estatores são inversamente proporcionais ao diâmetro da máquina. Desta forma, grandes máquinas apresentam maiores possibilidades de exibirem frequências de ressonância na faixa crítica de ruído sonoro.

Em [Verma 81-I], os autores apresentam os protótipos construídos para a validação do método de modelagem proposta e descrevem o procedimento experimental. As comparações entre os resultados numéricos e experimentais são feitas em [Verma 81-II]. Verifica-se, pela enorme discrepância entre os valores teóricos e experimentais, que as considerações adotadas para a modelagem dos dentes subestimaram o seu efeito dinâmico sobre o núcleo do estator. Por problemas no sistema de excitação, na opinião dos autores, eles não conseguiram medir os modos axiais das estruturas protótipo. Vale a pena ressaltar que foram analisados, basicamente, os modos $m = 0$ pois o comprimento longitudinal dos protótipos era demasiadamente pequeno. No único caso de estator com um comprimento significativo, os erros no cálculo das frequências naturais foram significativos, atingindo os 30% para o modo $n = 6 / m = 0$. Contudo, sob o ponto de vista dos autores, os resultados apresentados pela formulação proposta foram razoáveis.

- [Watanabe 83] - neste artigo são apresentadas as comparações entre os resultados de frequência natural obtidos experimentalmente e utilizando-se um modelo de elementos finitos. Analisa-se os efeitos da pressão de empacotamento, enrolamento, dentes, cunhas, impregnação e temperatura em dois estatores: o primeiro sendo um estator contínuo (*ring-core*) de 630 KW e o outro segmentado (*segmented-core*) de 2100 KW. Baseados nos resultados experimentais, os autores concluíram que:

1. Efeito da pressão de empacotamento: para os modos com deslocamento uniforme ao longo do comprimento, o efeito é quase desprezível para os dois estatores analisados. Para os modos $m = 2$, as frequências naturais sobem com o aumento da pressão de empacotamento para o estator segmentado. Não foram medidos os modos $m \neq 0$ para o estator contínuo.

2. Efeito do enrolamento: só foram analisados os modos $m = 0$ e $n = 2, 3, \dots, 8$, e verificou-se que as frequências naturais do estator caíram bastante.

3. Efeito de conjunto (estator montado): para o estator contínuo, que não utiliza cunhas, as frequências naturais não variam muito em relação aos resultados obtidos para o núcleo do estator com os dentes; já para o estator segmentado, que usa cunhas em todas as ranhuras para segurar as bobinas, constatou-se um aumento nos valores das frequências naturais. Na opinião dos autores, estas frequências caem com a adição do enrolamento mas sobem na presença da impregnação e das cunhas. Esta conclusão difere daquela apresentada por Girgis e Verma em [Girgis 78].

4. Efeito da temperatura: as frequências naturais caem com o aumento da temperatura pois cai a rigidez da resina sintética. Os autores complementam dizendo que isto explica o fato do motor apresentar níveis de ruído diferentes em baixas temperaturas - na partida, por exemplo - e após algum tempo de operação contínua.

5. Resultados da simulação numérica: só analisa os modos com deslocamento uniforme ao longo do comprimento e considera as propriedades do aço silício para os dois estatores, apesar do contínuo ser feito de material diferente. O material foi considerado homogêneo e isotrópico. Interessante observar que, em alguns casos, as frequências naturais medidas para o estator segmentado foram maiores do que os valores encontrados numericamente. Para considerar o efeito das bobinas impregnadas foram feitos testes a fim de determinar do módulo de elasticidade deste conjunto. Verificou-se que este parâmetro variava com a força aplicada e então adotou-se o valor que melhor ajustava o modelo numérico às medidas realizadas.

- [Verma 87] e [Singal 87] - estes trabalhos não apresentam quaisquer informações adicionais em relação àquelas apresentadas por Verma e Girgis em [Girgis 81], [Verma 81-I] e [Verma 81-II]. Aplica o mesmo equacionamento desenvolvido anteriormente em um cilindro sólido, com comprimento considerável, e comprova a validade da formulação para este caso.
- [Verma 89], [Williams 89] e [Singal 89] - estes três trabalhos utilizam a mesma formulação apresentada por Girgis e Verma em [Girgis 81] e analisam o comportamento de estatores curtos e longos. O primeiro artigo descreve o procedimento experimental e os protótipos utilizados. Para calcular as frequências naturais os autores adotaram densidades equivalentes dos materiais do núcleo, do enrolamento

e da carcaça. O segundo trabalho apresenta os resultados das análises para estatores longos. A seguir são apresentados alguns comentários sobre os procedimentos adotados pelos autores e sobre os resultados obtidos:

1. as frequências naturais do estator, até o modo $n = 4$, calculadas numericamente ficaram bem próximas daquelas obtidas experimentalmente. Acima disso, os erros crescem significativamente pois, como afirmam os autores, há influência da frequência natural dos dentes.

2. não foi possível traçar os modos com deslocamentos não uniformes ao longo do comprimento, ou seja, $m \neq 0$. Os resultados experimentais apresentavam formas modais altamente distorcidas impossibilitando a identificação.

3. as frequências naturais associadas a modos com deslocamentos predominantemente axiais não foram medidas devido ao alto amortecimento do estator laminado.

4. apesar das formas modais circunferenciais aparecerem bem declaradas, o mesmo não aconteceu com as longitudinais.

5. infelizmente, os autores não apresentaram os valores da pressão de empacotamento do estator e nem tampouco o sistema utilizado para medir esta pré-carga.

6. teoricamente existem modos longitudinais simétricos e anti-simétricos. Contudo, estes últimos não puderam ser medidos experimentalmente. Portanto, a utilização da formulação que calcula apenas as frequências naturais associadas aos modos simétricos é suficiente para descrever completamente o comportamento dinâmico de estatores de máquinas elétricas!

7. a estrutura laminada do estator pode ser tratada como sólida, homogênea e isotrópica.

O terceiro trabalho apresenta os resultados para estatores curtos. Novamente, não foram medidas as frequências de ressonância dos modos com deslocamentos não uniformes ao longo do comprimento. De forma geral, como afirmam os autores, os resultados obtidos da formulação proposta foram bastantes razoáveis.

- [Benbouzid 93] - O trabalho se propõe a realizar uma análise do comportamento vibratório de estatores de máquinas elétricas através da utilização das técnicas de análise modal e do método de elementos finitos. Estuda, numericamente, o efeito dos dentes, do enrolamento, da impregnação e das cunhas. Os autores concluem que as frequências naturais do núcleo caem com a inclusão dos dentes e sobem na presença do enrolamento, das resina e das cunhas. Para simulação do efeito do enrolamento, os autores adotaram as propriedades de um material homogêneo, não-isotrópico, equivalente ao conjunto não-homogêneo e não-isotrópico formado pelos condutores+resina+isolante. A Tabela 1.2, reproduzida de Benbouzid [Benbouzid 93], apresenta as propriedades dos materiais originais e aquelas obtidas através de um

Material	$E[N/m^2]$	μ
condutores	$11,7e^{10}$	0,36
isolante	$4,75e^9$	0,40
resina	$3.75e^9$	0,20

Material Composto	
E_{xx}	$1,9e^{10}$
E_{yy}	$3,7e^{10}$
E_{zz}	$8,35e^{10}$
G_{xy}	$7,5e^9$
μ_{yx}	0,20
μ_{zx}	0,28
μ_{yz}	0,15

Tabela 1.2: Resultados do processo de homogeneização mecânica. Reproduzido de [Benbouzid 93].

método chamado *processo de homogeneização mecânica*. Os autores não apresentam nenhuma conclusão pois não realizaram a parte experimental proposta mas comentam que os resultados são muito promissores.

Capítulo 2

Formulação Dinâmica de Cascas Cilíndricas. Aspectos Práticos

2.1 Introdução

No capítulo 1 foi apresentada uma revisão bibliográfica contendo um resumo de todos os trabalhos encontrados na área da análise do comportamento dinâmico de estatores de máquinas elétricas. Alguns métodos de modelagens destas estruturas foram propostos sendo que o mais completo, conforme apresenta Verma e Girgis em [Girgis 81], baseia-se na teoria tridimensional de elasticidade e utiliza o método da energia, através do princípio de Rayleigh-Ritz, para a obtenção das equações de frequências naturais de estatores. Neste trabalho é desenvolvido um modelo relativamente completo, incluindo o núcleo do estator, os dentes, o enrolamento, a carcaça e as aletas de resfriamento.

Neste capítulo, apresenta-se a dedução das equações do núcleo do estator com o objetivo de ressaltar alguns fenômenos, sob o ponto de vista mais prático, que ocorrem nestas estruturas. Dentre os aspectos que se deseja chamar a atenção estão:

- ressonância dual: efeito que ocorre em cascas cilíndricas toda vez que existe qualquer tipo de assimetria geométrica ou construtiva, fazendo com que apareçam duas frequências naturais associadas à mesma forma modal circunferencial.
- acoplamento entre as componentes do deslocamento: de forma geral, os modos de vibrar de estruturas cilíndricas apresentam deslocamentos nas três direções - radial, tangencial e axial - ao mesmo tempo.
- ressonâncias múltiplas: durante o processo para a determinação das frequências naturais de cascas cilíndricas deve-se resolver um polinômio de, no mínimo, sexta ordem para cada combinação $n-m$. Os parâmetros n e m definem os modos circunferencial e longitudinal, respectivamente. Obtém-se assim três raízes do po-

linômio característico para cada par n - m implicando na existência de, no mínimo, três frequências de ressonância associadas à mesma forma modal.

2.2 Derivação da Equação de Frequência Natural do Núcleo

A obtenção da equação de frequência do núcleo do estator baseia-se no método da energia. Primeiramente, aplica-se as expressões de energia cinética e potencial de cascas cilíndricas grossas em termos dos deslocamentos correspondentes. Através do método de Rayleigh-Ritz, estas componentes dos deslocamentos são aproximadas por uma série finita das coordenadas com coeficientes desconhecidos. Estes coeficientes servem como coordenadas generalizadas do sistema. As expressões da energia cinética e potencial são então obtidas em termos destas coordenadas antes que elas sejam introduzidas na equação de Lagrange para sistemas conservativos. Este procedimento origina um conjunto de equações homogêneas. A matriz dos coeficientes destas equações fornece a equação da frequência natural do núcleo do estator.

Na formulação apresentada a seguir assume-se que todos os deslocamentos são extremamente pequenos comparados com as dimensões do núcleo do estator e que o seu material é homogêneo e isotrópico.

A Figura 2.1 mostra os deslocamentos da casca cilíndrica nas direções radial (w), tangencial (v) e axial (u) bem como o sistema de coordenadas cilíndricas r , θ e z .

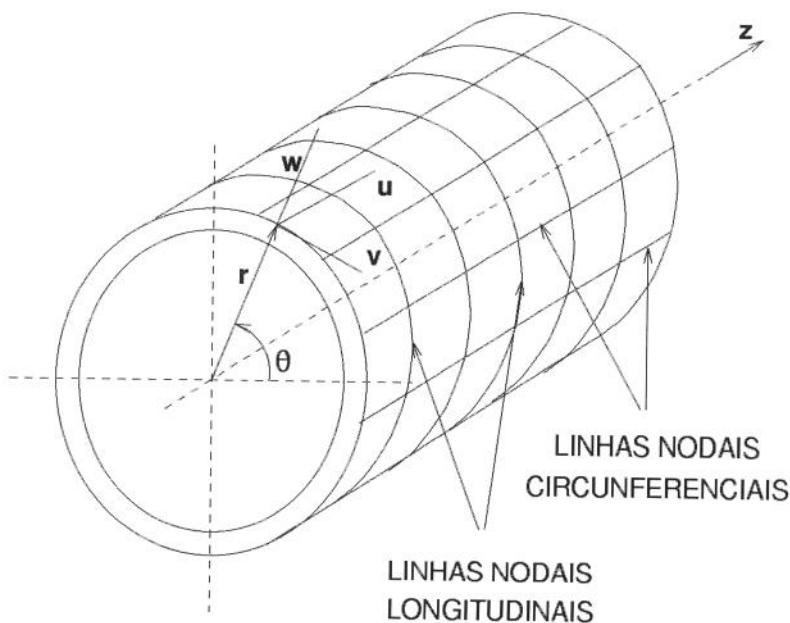


Figura 2.1: O sistema de coordenadas cilíndricas e os deslocamentos do núcleo do estator.

2.2.1 Componentes da energia do núcleo

O núcleo do estator é tratado como uma casca grossa de raio interno r_1 , raio externo r_2 e comprimento L . De acordo com a teoria da elasticidade, a energia cinética de uma casca cilíndrica é dada por ([Girgis 81])

$$T = \frac{\rho}{2} \int_{z=-L/2}^{z=L/2} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{r=r_1}^{r=r_2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right\} .r.dr.d\theta.dz \quad (2.1)$$

e a energia potencial, por

$$V = \frac{1}{2} \int_{z=-L/2}^{z=L/2} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{r=r_1}^{r=r_2} \{ \sigma_r \epsilon_r + \sigma_\theta \epsilon_\theta + \sigma_z \epsilon_z + \tau_{r\theta} \gamma_{r\theta} + \tau_{rz} \gamma_{rz} + \tau_{\theta z} \gamma_{\theta z} \} .r.dr.d\theta.dz, \quad (2.2)$$

onde σ e ϵ são componentes da tensão e deformação normal e τ e γ representam a tensão de cisalhamento e a distorção, respectivamente. Para obter a expressão da energia potencial do núcleo do estator em termos das componentes do deslocamento basta substituir as seguintes relações entre tensão e deformação escritas em coordenadas cilíndricas:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{2G}{(1-2\mu)} \left\{ (1-\mu) \frac{\partial w}{\partial r} + \mu \left(\frac{w}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\}, \\ \sigma_\theta &= \frac{2G}{(1-2\mu)} \left\{ (1-\mu) \left(\frac{w}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\}, \\ \sigma_z &= \frac{2G}{(1-2\mu)} \left\{ (1-\mu) \frac{\partial u}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \right\}, \\ \epsilon_r &= \frac{\partial w}{\partial r}, \quad \epsilon_\theta = \frac{w}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}, \quad \epsilon_z = \frac{\partial u}{\partial z}, \\ \tau_{r\theta} &= G \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right\}, \quad \gamma_{r\theta} = \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right\}, \\ \tau_{rz} &= G \left\{ \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right\}, \quad \gamma_{rz} = \left\{ \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right\}, \\ \tau_{\theta z} &= G \left\{ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right\}, \quad \gamma_{\theta z} = \left\{ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right\}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

2.2.2 Distribuição dos deslocamentos

A integração das equações de 2.1 e 2.2 só pode ser obtida se os deslocamentos u , v e w do núcleo forem definidos em termos das coordenadas cilíndricas r , θ e z . Uma vez que não se conhece o comportamento dinâmico da casca cilíndrica, assume-se a seguinte distribuição dos deslocamentos do núcleo:

$$w = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (a_{ij} \cos n\theta + b_{ij} \text{sen } n\theta) z^{i-1} r^j, \quad (2.4)$$

$$v = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (c_{ij} \cos n\theta + d_{ij} \text{sen } n\theta) z^{i-1} r^j, \quad (2.5)$$

$$u = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (e_{ij} \cos n\theta + f_{ij} \text{sen } n\theta) z^{i-1} r^j. \quad (2.6)$$

Nas distribuições propostas, os coeficientes a_{ij} , b_{ij} , \dots , f_{ij} são funções periódicas do tempo, do tipo $e^{j\omega t}$, onde ω é a frequência de vibração e j é o operador imaginário. M e N são dois inteiros que determinam a precisão do modelo das distribuições.

2.2.3 Cálculo da energia cinética

Tendo assumido as formas modais nas componentes de deslocamento, pode-se determinar as energias cinéticas e potencial do núcleo do estator. Como exemplo, apresenta-se o cálculo do terceiro termo da integral da equação 2.1, correspondente ao deslocamento w , e denominado T_w . Assim, substituindo a equação 2.4 em 2.1, tem-se

$$\begin{aligned} T_w &= \frac{\rho}{2} \int_{z=-L/2}^{z=L/2} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{r=r_1}^{r=r_2} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 r \cdot dr \cdot d\theta \cdot dz \\ &= \frac{\rho}{2} \int_{z=-L/2}^{z=L/2} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{r=r_1}^{r=r_2} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (a_{ij} \cos n\theta + b_{ij} \text{sen } n\theta) z^{i-1} r^j \right] \right\}^2 \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \cdot dz \\ &= \frac{\rho}{2} \int_{z=-L/2}^{z=L/2} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{r=r_1}^{r=r_2} \left[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (\dot{a}_{ij} \cos n\theta + \dot{b}_{ij} \text{sen } n\theta) z^{i-1} r^j \right] \times \\ &\quad \left[\sum_{l=1}^M \sum_{m=1}^N (\dot{a}_{lm} \cos n\theta + \dot{b}_{lm} \text{sen } n\theta) z^{l-1} r^m \right] \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \cdot dz. \quad (2.7) \end{aligned}$$

Sabendo-se que

$$\int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \cos^2 n\theta = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \text{sen}^2 n\theta = \pi \quad \text{e} \quad \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \cos n\theta \cdot \text{sen } n\theta = 0 \quad (2.8)$$

e integrando-se a equação 2.7 em relação a θ , obtém-se:

$$T_w = \frac{\rho}{2} \pi \int_{z=-L/2}^{z=L/2} \int_{r=r_1}^{r=r_2} \left[\sum_{ijlm} (\dot{a}_{ij} \cdot \dot{a}_{lm} + \dot{b}_{ij} \cdot \dot{b}_{lm}) z^{i+l-2} r^{j+m} \right] r \cdot dr \cdot dz.$$

Integrando-se em relação a r :

$$T_w = \frac{\rho}{2} \pi \int_{z=-L/2}^{z=L/2} \left[\sum_{ijlm} (\dot{a}_{ij} \cdot \dot{a}_{lm} + \dot{b}_{ij} \cdot \dot{b}_{lm}) \left(\frac{r_2^{j+m+2} - r_1^{j+m+2}}{j+m+2} \right) z^{i+l-2} \right] dz.$$

Finalmente, integrado-se em relação a z :

$$T_w = \frac{\rho}{2} \pi \sum_{ijlm} (\dot{a}_{ij} \cdot \dot{a}_{lm} + \dot{b}_{ij} \cdot \dot{b}_{lm}) \left(\frac{r_2^{j+m+2} - r_1^{j+m+2}}{j+m+2} \right) \left[\frac{z^{i+l-1}}{i+l-1} \right]_{z=-L/2}^{z=L/2}. \quad (2.9)$$

Analisando a expressão anterior nota-se que o termo em z pode ser igual ou diferente de zero dependendo se a soma $(i+l)$ resulta em um número par ou ímpar. Para simplificar a notação, introduz-se a função ξ_p definida da seguinte forma:

$$\xi_p = \begin{cases} 0 & \text{se } (i+l) \text{ for par} \\ 1 & \text{se } (i+l) \text{ for ímpar} \end{cases} \quad (2.10)$$

Assim, pode-se reescrever a equação 2.9:

$$T_w = \frac{\rho}{2} \pi \sum_{ijlm} (\dot{a}_{ij} \cdot \dot{a}_{lm} + \dot{b}_{ij} \cdot \dot{b}_{lm}) \left(\frac{r_2^{j+m+2} - r_1^{j+m+2}}{j+m+2} \right) \xi_p \left[\frac{(L/2)^{i+l-1}}{i+l-1} \right], \quad (2.11)$$

que representa o termo em w da energia cinética do núcleo do estator. Vale lembrar que nas equação 2.11 os somatórios devem ser realizados nos seguintes intervalos: $i = 1 \rightarrow M$, $l = 1 \rightarrow M$, $j = 1 \rightarrow N$ e $m = 1 \rightarrow N$.

Procedendo-se da mesma forma, obtém-se os termos em v e u da energia cinética da casca cilíndrica, que somados fornecem a seguinte expressão para a energia cinética total:

$$T_w = \frac{\rho}{2} \pi \sum_{ijlm} (\dot{a}_{ij} \cdot \dot{a}_{lm} + \dot{b}_{ij} \cdot \dot{b}_{lm} + \dot{c}_{ij} \cdot \dot{c}_{lm} + \dot{d}_{ij} \cdot \dot{d}_{lm} + \dot{e}_{ij} \cdot \dot{e}_{lm} + \dot{f}_{ij} \cdot \dot{f}_{lm}) \beta_1, \quad (2.12)$$

onde

$$\beta_1 = \left(\frac{r_2^{j+m+2} - r_1^{j+m+2}}{j+m+2} \right) \xi_p \left[\frac{(L/2)^{i+l-1}}{i+l-1} \right]. \quad (2.13)$$

2.2.4 Cálculo da energia potencial

Para calcular a energia potencial do núcleo do estator basta substituir as distribuições de deslocamentos, apresentadas na equação 2.4, 2.5 e 2.6, nas relações entre tensão e deformação 2.3 e resolver as integrais da equação 2.2. A expressão da energia potencial total é bastante extensa e não será apresentada mas, para ilustrar o procedimento de cálculo, deduz-se o termo correspondente à tensão normal na direção radial, denominado V_r . Observando-se a equação 2, tem-se que

$$V_r = \frac{1}{2} \int_{z=-L/2}^{z=L/2} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{r=r_1}^{r=r_2} \{\sigma_r \epsilon_r\} r.dr.d\theta.dz \quad (2.14)$$

e, substituindo-se as expressões de σ_r e ϵ_r apresentadas na equação 2.3, obtém-se

$$V_r = \frac{G}{(1-2\mu)} \int_{z=-L/2}^{z=L/2} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{r=r_1}^{r=r_2} \left\{ (1-\mu) \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + \mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) \left(\frac{w}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} r.dr.d\theta.dz. \quad (2.15)$$

Introduzindo as distribuições de deslocamentos e realizando as respectivas derivadas, chega-se à seguinte expressão:

$$\begin{aligned} V_r = & \frac{G}{(1-2\mu)} \int_{z=-L/2}^{z=L/2} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{r=r_1}^{r=r_2} \left\{ (1-\mu) \left[\sum_{ij} (a_{ij} \cos n\theta + b_{ij} \sin n\theta) z^{i-1} j r^{j-1} \right] \times \right. \\ & \left[\sum_{lm} (a_{lm} \cos n\theta + b_{lm} \sin n\theta) z^{l-1} m r^{m-1} \right] + \mu \left[\sum_{ij} (a_{ij} \cos n\theta + b_{ij} \sin n\theta) z^{i-1} j r^{j-1} \right] \times \\ & \left\{ \left[\sum_{lm} (a_{lm} \cos n\theta + b_{lm} \sin n\theta) z^{l-1} r^{m-1} \right] + \left[\sum_{lm} (-c_{lm} n \sin n\theta + d_{lm} n \cos n\theta) z^{l-1} r^{m-1} \right] + \right. \\ & \left. \left[\sum_{lm} (e_{lm} \cos n\theta + f_{lm} \sin n\theta) (l-1) z^{l-2} r^m \right] \right\} \left. \right\} r.dr.d\theta.dz. \quad (2.16) \end{aligned}$$

Utilizando-se as relações 2.8 e integrando-se a equação 2.16, obtém-se a equação final para a energia potencial V_r :

$$\begin{aligned} V_r = & \frac{G}{(1-2\mu)} \pi \sum_{ijlm} (a_{ij} \cdot a_{lm} + b_{ij} \cdot b_{lm}) (jm(1-\mu) + \mu j) \beta_2 + \mu n (a_{ij} \cdot d_{lm} - b_{ij} \cdot c_{lm}) \beta_2 + \\ & \mu (l-1) (a_{ij} \cdot e_{lm} + b_{ij} \cdot f_{lm}) \beta_3, \quad (2.17) \end{aligned}$$

onde

$$\beta_2 = \left(\frac{r_2^{j+m} - r_1^{j+m}}{j+m} \right) \xi_p \left[\frac{(L/2)^{i+l-1}}{i+l-1} \right], \quad \beta_3 = \left(\frac{r_2^{j+m+1} - r_1^{j+m-2}}{j+m+1} \right) \xi_i \left[\frac{(L/2)^{i+l-2}}{i+l-2} \right], \quad (2.18)$$

e

$$\xi_i = \begin{cases} 0 & \text{se } (i+l) \text{ for ímpar} \\ 1 & \text{se } (i+l) \text{ for par} \end{cases} \quad (2.19)$$

Somando-se os termos de energia potencial provenientes das outras duas tensões normais, V_θ e V_z , e das tensões de cisalhamento, $V_{r\theta}$, V_{rz} e $V_{\theta z}$, tem-se a energia potencial total da casca cilíndrica.

Examinando-se cuidadosamente as expressões da energia cinética e potencial total obtidas, verifica-se que não há produtos contendo coeficientes fora do grupo (a, d, e) ou fora do grupo (b, c, f) . Isto indica que o núcleo do estator apresenta dois conjuntos independentes de equações que forneceriam dois conjuntos de frequências de ressonância, um associado aos modos simétricos e o outro, aos anti-simétricos, conforme comenta Verma e Girgis em [Girgis 81].

Na formulação apresentada por Girgis e Verma, os autores propõem a variação também do parâmetro n que representa a ordem dos modos circunferenciais. Contudo, ao longo do processo de derivação das equações de frequência natural, verifica-se que não há acoplamento entre modos circunferenciais de diferentes ordens, ou seja, as formas modais circunferenciais do núcleo do estator são senóides puras. Assim, pode-se tratar cada modo separadamente e, portanto, esta variação não foi incluída nas funções de distribuição dos deslocamentos apresentadas nas equações 2.8.

Baseado nestas observações, tratar-se-á, daqui para frente, somente do conjunto de equações envolvendo os coeficientes a , d e e . Mais adiante, será explicado o significado do conjunto de equações contendo os coeficientes b , c e f .

Assim, a equação da energia total do núcleo torna-se:

$$\begin{aligned} V = & G\pi \sum_{ijlm} a_{ij} \cdot a_{lm} \left\{ \left[n^2 + \frac{2(\mu(j+m) + (1-\mu)(1+jm))}{(1-2\mu)} \right] \beta_2 + (i-1)(l-1) \beta_4 \right\} \\ & + a_{ij} \cdot d_{lm} \left\{ n \left[1 - m + \frac{2(1+\mu(j+1))}{(1-2\mu)} \right] \beta_2 \right\} \\ & + a_{ij} \cdot e_{lm} \left\{ \left[(i-1)m + \frac{2\mu(l-1)(j+1)}{(1-2\mu)} \right] \beta_3 \right\} \\ & + d_{ij} \cdot d_{lm} \left\{ \left[\frac{2n^2(1-\mu)}{(1-2\mu)} + (j-1)(m-1) \right] \beta_2 + (i-1)(l-1) \beta_4 \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +d_{ij}e_{lm} \left\{ n \left[1 - i + \frac{2\mu(l-1)}{(1-2\mu)} \right] \beta_3 \right\} \\
 & +e_{ij}e_{lm} \left\{ (mj + n^2) \beta_2 + \left[\frac{2(l-1)(i-1)(1-\mu)}{(1-2\mu)} \right] \beta_4 \right\},
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

onde

$$\beta_4 = \left(\frac{r_2^{j+m+2} - r_1^{j+m+2}}{j+m} \right) \xi_p \left[\frac{(L/2)^{i+l-3}}{i+l-3} \right]. \tag{2.21}$$

2.2.5 A equação das frequências

Uma vez obtidas as energias cinética e potencial de todas as componentes da casca cilíndrica, obtém-se as equações das frequências naturais através da aplicação da equação de Lagrange para sistemas conservativos ([Meirovitch 70]):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \tag{2.22}$$

onde $L = T - V$.

Para ilustrar este procedimento, calcula-se a equação obtida a partir da coordenada generalizada $q_i = a_{lm}$, com $l = I$ e $m = J$. O resultado é o seguinte:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{ij} a_{ij} \cdot \left\{ \left[n^2 + \frac{2(\mu(j+J) + (1-\mu)(1+jJ))}{(1-2\mu)} \right] \bar{\beta}_2 + (i-1)(I-1)\beta_4 \right\} - \ddot{a}_{ij} \frac{\rho}{G} \bar{\beta}_1 \omega^2 + \\
 & d_{ij} \left\{ n \left[1 - j + \frac{2(1+\mu(J-1))}{(1-2\mu)} \right] \bar{\beta}_2 \right\} + e_{ij} \left\{ \left[(I-1)j + \frac{2\mu(i-1)(J+1)}{(1-2\mu)} \right] \bar{\beta}_5 \right\} = 0,
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

onde $\bar{\beta}_1, \bar{\beta}_2, \dots$, são as mesmas variáveis β_1, β_2, \dots , quando $l = I$ e $m = J$.

Como já foi dito, assume-se que os coeficientes das distribuições de deslocamentos são funções periódicas do tempo do tipo $e^{j\omega t}$ e, portanto,

$$\ddot{a}_{ij} = -\omega^2 a_{ij}.$$

Logo, a equação 2.23 pode ser reescrita como

$$\sum_{ij} a_{ij} \cdot \left\{ \left[n^2 + \frac{2(\mu(j+J) + (1-\mu)(1+jJ))}{(1-2\mu)} \right] \bar{\beta}_2 + (i-1)(I-1)\beta_4 - \frac{\rho}{G} \bar{\beta}_1 \omega^2 \right\} +$$

$$d_{ij} \left\{ n \left[1 - j + \frac{2(1 + \mu(J - 1))}{(1 - 2\mu)} \right] \bar{\beta}_2 \right\} + e_{ij} \left\{ \left[(I - 1)j + \frac{2\mu(i - 1)(J + 1)}{(1 - 2\mu)} \right] \bar{\beta}_5 \right\} = 0. \quad (2.24)$$

Esta expressão é a equação característica, escrita na forma geral, obtida a partir da coordenada generalizada a_{IJ} . Expressões similares devem ser derivadas a partir dos coeficientes d_{IJ} e e_{IJ} .

O conjunto de todas estas expressões juntas pode ser escrito, de forma concisa, como

$$[\bar{D}] \begin{Bmatrix} a_{ij} \\ d_{ij} \\ e_{ij} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (2.25)$$

Para que este sistema tenha solução não-trivial é necessário que o determinante da matriz dos coeficientes seja igual a zero. Logo, a equação da frequência do núcleo do estator adquire a forma

$$|\bar{D}| = 0. \quad (2.26)$$

A matriz \bar{D} é composta por MN submatrizes 3×3 , que correspondem às coordenadas generalizadas a_{ij} , d_{ij} e e_{ij} . Assim, a ordem da matriz dos coeficientes \bar{D} é $3MN \times 3MN$. A Figura 2.2 ilustra a montagem da matriz \bar{D} para o caso em que $M = 2$ e $N = 3$. A expressão geral para as submatrizes D é apresentada na equação 2.27.

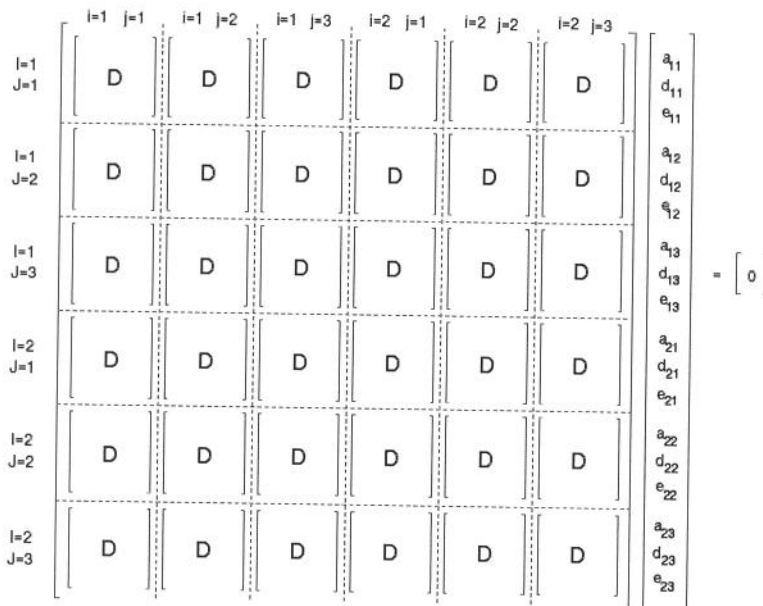


Figura 2.2: Esquema da montagem da matriz \bar{D} para obtenção da equação da frequência natural do núcleo do estator. Exemplo com $M = 2$ e $N = 3$.

$$\begin{aligned}
 & \left\{ n^2 + \frac{2((1-\mu)(1+j) + \mu(j+1))}{(1-2\mu)} \right\} \times \\
 & \frac{\left(\frac{\xi_p}{2r_2}\right)^{i+i-1} \xi_p \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{j+i}\right]}{(1+i-1)(j+1)} + \\
 & \frac{\left(\frac{\xi_p}{2r_2}\right)^{i+i-3} \xi_p \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{j+i+2}\right]}{(1+i-3)(j+1+2)} - \\
 & \left(\frac{\omega_0}{\omega_0}\right)^2 \frac{\left(\frac{\xi_p}{2r_2}\right)^{i+i-1} \xi_p \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{j+i+2}\right]}{(1+i-1)(j+1+2)} \\
 & \left\{ 1 - j + \frac{2(\mu(j-1)+1)}{(1-2\mu)} \right\} \times \\
 & \frac{\left(\frac{\xi_p}{2r_2}\right)^{i+i-1} \xi_p \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{j+i}\right]}{(1+i-1)(j+1)} + \\
 & \left\{ \frac{2n^2(1-\mu)}{(1-2\mu)} + (i-1)(j-1) \right\} \times \\
 & \frac{\left(\frac{\xi_p}{2r_2}\right)^{i+i-1} \xi_p \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{j+i}\right]}{(1+i-1)(j+1)} + \\
 & \frac{\left(\frac{\xi_p}{2r_2}\right)^{i+i-3} \xi_p \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{j+i+2}\right]}{(1+i-3)(j+1+2)} - \\
 & \{(i-1)(i-1)\} \frac{\left(\frac{\xi_p}{2r_2}\right)^{i+i-3} \xi_p \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{j+i+2}\right]}{(1+i-3)(j+1+2)} - \\
 & \left(\frac{\omega_0}{\omega_0}\right)^2 \frac{\left(\frac{\xi_p}{2r_2}\right)^{i+i-1} \xi_p \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{j+i+2}\right]}{(1+i-1)(j+1+2)} \\
 & \left\{ (i-1)j + \frac{2\mu(1-1)(i+1)}{(1-2\mu)} \right\} \times \\
 & \frac{\left(\frac{\xi_p}{2r_2}\right)^{i+i-2} \xi_i \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{j+i+1}\right]}{(1+i-2)(j+1+1)} + \\
 & \left\{ n^2 + j \right\} \frac{\left(\frac{\xi_p}{2r_2}\right)^{i+i-1} \xi_p \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{j+i}\right]}{(1+i-1)(j+1)} + \\
 & \left\{ \frac{2(1-1)(1-1)(1-\mu)}{(1-2\mu)} \right\} \times \\
 & \frac{\left(\frac{\xi_p}{2r_2}\right)^{i+i-3} \xi_p \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{j+i+2}\right]}{(1+i-3)(j+1+2)} - \\
 & \left(\frac{\omega_0}{\omega_0}\right)^2 \frac{\left(\frac{\xi_p}{2r_2}\right)^{i+i-1} \xi_p \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{j+i+2}\right]}{(1+i-1)(j+1+2)}
 \end{aligned}$$

 $[D] =$

(2.27)

Na realidade, a equação 2.27 apresenta a matriz D em sua forma adimensional, o que facilita a sua aplicação a estruturas de quaisquer dimensões. Escolheu-se como dimensão de referência o raio externo do núcleo do estator. Assim, as matrizes D e, conseqüentemente, \bar{D} são funções dos parâmetros físicos e geométricos da casca cilíndrica bem como da razão de frequências ω/ω_0 , onde ω_0 é calculado a partir da relação

$$\omega_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (2.28)$$

A partir da análise da equação geral das frequências naturais de cascas cilíndricas que foi desenvolvida, pode-se tirar algumas conclusões que são apresentadas a seguir.

2.3 A Ressonância Dual

Durante o desenvolvimento das expressões das energias cinética e potencial do núcleo do estator verificou-se que as combinações existentes entre os coeficientes das distribuições dos deslocamentos se separavam em dois conjuntos distintos: aquelas com termos pertencentes ao grupo (a, d, e) e aquelas contendo termos do grupo (b, c, f) . A partir desta constatação, concluiu-se que as equações provenientes destes dois grupos de coordenadas generalizadas forneceriam dois conjuntos de frequências naturais, um associado aos modos simétricos e o outro, aos modos anti-simétricos. Logo, de forma mais geral, as equações resultantes da aplicação da equação de Lagrange deveriam formar dois conjuntos, ou seja,

$$[\bar{D}_s] \begin{Bmatrix} a_{ij} \\ d_{ij} \\ e_{ij} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad [\bar{D}_{as}] \begin{Bmatrix} b_{ij} \\ c_{ij} \\ f_{ij} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (2.29)$$

e as equações de frequência teriam a forma

$$|\bar{D}_s| = 0 \quad \text{e} \quad |\bar{D}_{as}| = 0 \quad (2.30)$$

A partir destas expressões, portanto, obter-se-ia as frequências naturais associadas aos modos circunferenciais simétricos e anti-simétricos. É importante notar que a forma modal é a mesma. Uma análise detalhada das expressões da energia do núcleo do estator revela que os termos contendo as componentes (a, d, e) são idênticos àqueles contendo as coordenadas generalizadas (b, c, f) , exceto por um sinal de menos toda vez que a componente c_{ij} é encontrada. Se a estrutura cilíndrica não possuir qualquer tipo de assimetria, as frequências obtidas das equações 2.30 serão idênticas e, desta forma, um dos conjuntos de equações pode ser desprezado.

Contudo, não é isto que ocorre na prática, onde assimetrias geométricas e/ou construtivas são difíceis de serem evitadas. Nestes casos, aparece o que se chama de ressonância dual. As soluções de cada uma das equações 2.30 não serão mais idênticas, mas diferirão de alguns Hz uma da outra apesar de ainda serem associadas à mesma forma modal.

Neste caso, contudo, os modos estarão defasados de um quarto do comprimento da onda que define a forma modal circunferencial. Este fenômeno foi observado experimentalmente por vários pesquisadores. Em [Verma 81-II], por exemplo, os autores identificaram ressonâncias duais com diferenças de até 13% uma em relação a outra. Isto mostra que, dependendo do nível de assimetria do estator, o número de frequências possíveis de serem excitadas pelas forças magnéticas pode aumentar, em função da introdução das ressonâncias duais, o que dificulta ainda mais a tarefa de se projetar máquinas elétricas silenciosas.

A Figura 2.3 ilustra as ressonâncias duais associadas aos modos $n = 2$ a $n = 5$.

2.4 Simetria longitudinal dos modos

Analisando-se os termos da matriz D , equação 2.27, percebe-se que estes podem assumir valores finitos ou zero, dependendo se a soma $(I + i)$ for um número ímpar ou par. A matriz D pode, então, ser dividida em duas submatrizes, tendo como parâmetro de separação o valor das funções ξ_p e ξ_i . Após o rearranjo necessário nas linhas e colunas de D , pode-se reescrever a equação 2.25 da seguinte forma

$$\begin{bmatrix} \bar{D}_A & 0 \\ 0 & \bar{D}_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_A \\ d_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (2.31)$$

e as equações das frequências naturais tornam-se

$$|\bar{D}_A| = 0 \quad \text{e} \quad |\bar{D}_B| = 0. \quad (2.32)$$

A matriz D_A contém as coordenadas generalizadas em que o índice longitudinal i tem valor ímpar para os coeficientes a_{ij} e d_{ij} e par para o coeficiente e_{ij} . Assim, as frequências de ressonância obtidas a partir da primeira das equações 2.32 são associadas a modos longitudinais de vibração que são simétricos, em relação ao plano central do núcleo do estator, para as vibrações radiais e tangencial e anti-simétricos na direção axial. Por outro lado, a segunda das equações 2.32 contém as coordenadas generalizadas em que o índice longitudinal i tem valor par para os coeficientes a_{ij} e d_{ij} e ímpar para o coeficiente e_{ij} . Portanto, ela fornece frequências associadas a modos anti-simétricos, em relação ao plano central, nas direções radial e tangencial e simétricos na vibração axial. A Figura 2.4 apresenta, de forma muito esquemática, as formas modais simétricas e anti-simétricas longitudinais do estator.

2.5 Ressonâncias Múltiplas

No trabalho de Dym [Dym 73] em que ele discute o comportamento vibratório de cascas cilíndricas, baseado na teoria de Sanders, são propostas as seguintes distribuições de deslocamentos, que também são soluções da equação diferencial:

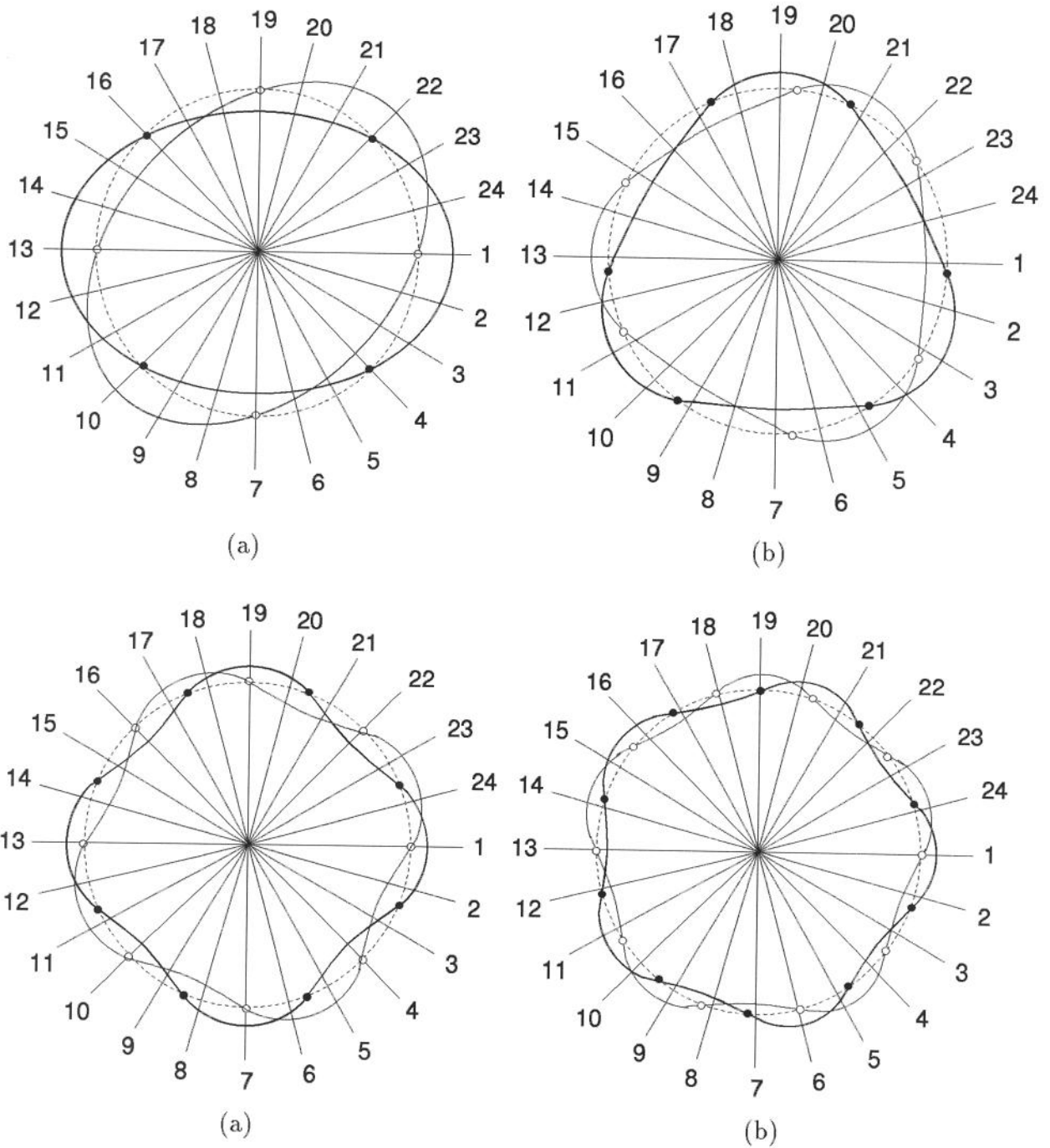


Figura 2.3: Ressonância dual. Modos (a) $n=2$, (b) $n=3$, (c) $n=4$, (d) $n=5$.

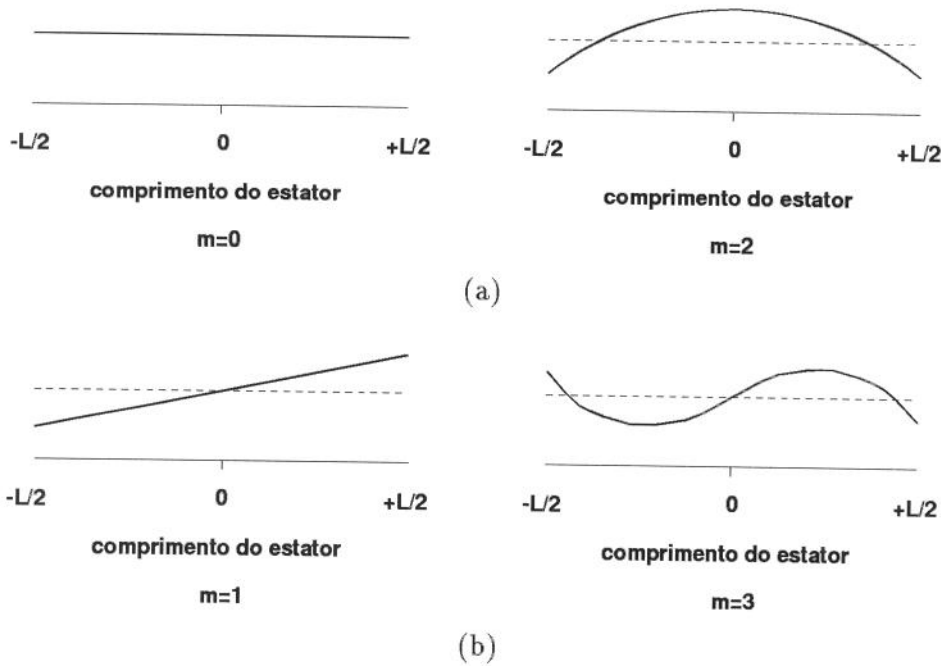


Figura 2.4: Modos (a) simétricos e (b) anti-simétricos do estator em relação ao plano central.

$$w(x, y, t) = A \cos \frac{m\pi x}{L} \cos \frac{ny}{R} \cos \omega t, \quad (2.33)$$

$$v(x, y, t) = B \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{L} \operatorname{sen} \frac{ny}{R} \cos \omega t, \quad (2.34)$$

$$u(x, y, t) = C \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{L} \cos \frac{ny}{R} \cos \omega t, \quad (2.35)$$

onde x e y são as coordenadas axial e circunferencial, R é o raio e L é o comprimento da casca cilíndrica. m e n definem os modos longitudinais e circunferenciais.

Quando aplicadas no cálculo das frequências naturais, estas distribuições geram um polinômio característico de sexta ordem, possuindo, portanto, três raízes para cada par de número de ondas circunferenciais e longitudinais. A de frequência mais baixa possui movimento predominantemente radial, a segunda apresenta movimento predominantemente axial e a terceira, movimento predominantemente tangencial ([Dym 73],[Verma 81-II]). Muitos autores ([Ellison 71], [Blevins 79]) acreditavam que apenas a frequência de ressonância mais baixa de um modo tivesse interesse prático. Porém, os trabalhos de Verma e Girgis ([Verma 81-I], [Verma 81-II], [Girgis 81]) mostraram que as outras frequências existem e que, no caso de estatores, podem ser excitadas durante o funcionamento da máquina. É interessante comentar ainda que a frequência associada à vibração radial

é muito mais baixa que as outras duas, como apresenta Dym em [Dym 73], sendo de aproximadamente 20% da segunda frequência para cascas grossas (calculada para uma razão entre a espessura e o raio da casca igual a 0,1) e de 2% para cascas muito finas! Dym demonstra também que a primeira das três frequências obtidas para cada par $m-n$ é bastante sensível a variações na espessura da casca cilíndrica, enquanto as outras duas são praticamente insensíveis.

Voltando para a formulação apresentada anteriormente, percebe-se que as equações 2.32 fornecem, cada uma, no mínimo, três frequências para cada modo circunferencial. Se, no entanto, a casca cilíndrica apresentar assimetria longitudinal, este número pode até subir pois, para se descrever a forma modal nesta direção serão necessários mais termos do polinômio z^i , o que aumentará a ordem da matriz \bar{D} , aumentando assim o número de frequências naturais obtidas através das equações 2.34.

Williams, em [Williams 89], afirma que as ressonâncias duais aparecem devido a assimetrias circunferenciais enquanto as ressonâncias múltiplas surgem em estatores longos por causa de não homogeneidades longitudinais.

Analisando-se as equações das frequências naturais apresentadas e as distribuições de deslocamentos propostas pode-se concluir que a forma modal, longitudinal ou circunferencial, associada a uma determinada frequência de ressonância não muda com a escolha da geratriz ou da secção transversal da casca cilíndrica. Em outras palavras, em uma determinada frequência de ressonância, a mesma forma modal circunferencial existe em todas as secções transversais ao longo do comprimento da casca cilíndrica. Analogamente, a mesma forma modal longitudinal se mantém, seja qual for a geratriz da casca cilíndrica observada. Estas características valem para estruturas axissimétricas e foram verificadas experimentalmente por Singal em [Singal 87]. Vale a pena ressaltar também a existência de circunferências nodais e geratrizes nodais em cascas cilíndricas.

2.6 Acoplamento entre coordenadas

Uma das características mais importantes no comportamento vibratório de cascas cilíndricas é o acoplamento existente entre as coordenadas.

Na nomenclatura adotada por Verma, Girgis, Singal e outros, em todos os seus trabalhos ([Girgis 81], [Singal 87], [Verma 73-I], [Verma 89], por exemplo), as frequências de ressonância são classificadas com base na amplitude relativa dos deslocamentos em cada uma das direções - radial, axial e tangencial. Assim, denomina-se frequência de ressonância de primeira ordem aquelas associadas a vibrações predominantemente radiais, ao passo que, as frequências de ressonância de segunda e terceira ordens estão associadas a vibrações predominantemente axiais e tangenciais, respectivamente.

Na verdade, todas as três componentes do deslocamento estão associadas a cada uma das frequências de ressonância, com exceção de algumas formas modais específicas. A Tabela 2.1, reproduzida de [Verma 73-I], mostra que, dependendo da forma modal e da ordem da frequência de ressonância, existe acoplamento entre todas as três componentes.

Observa-se também, que a nomenclatura adotada por Verma para a ordem da frequência de ressonância porta-se bem para modos com deslocamentos uniformes ao longo do comprimento do estator ($m = 0$) mas deixa de ser clara nas outras situações.

Ordem da Ressonância	$n = 2$ e $m = 0$			$n = 2$ e $m = 1$		
	radial	tangencial	axial	radial	tangencial	axial
primeira ordem	1	0,387	0	0,655	1	0,419
segunda ordem	0	0	1	0,440	1	0,785
terceira ordem	0,349	1	0	0,031	0,895	1

Tabela 2.1: Deslocamento relativo entre as componentes de vibração do núcleo de um estator. Reproduzido de [Verma 73-I].

Analisando-se os termos da matriz D , equação 2.27, pode-se identificar alguns casos onde há o desacoplamento entre uma ou outra componente do deslocamento:

- vibração uniforme ao longo da circunferência: no caso em que se assume o valor zero para o número de ondas circunferenciais, ou seja, $n = 0$, alguns termos da matriz D se anulam e pode-se dividi-la em duas submatrizes D_{ra} e D_t , de forma que a equação de movimento pode ser reescrita na forma:

$$\begin{bmatrix} \bar{D}_{ra} & 0 \\ 0 & \bar{D}_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{ra} \\ d_t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (2.36)$$

onde d_{ra} contém as componentes dos deslocamentos radial e axial enquanto que d_t contém a componente tangencial.

A partir de 2.36 obtém-se duas equações que fornecem dois conjuntos de frequências naturais: o primeiro associado a modos acoplados nas direções radial e axial e, o outro, associado a modos puramente torsionais.

- vibração uniforme ao longo do comprimento: esta é a situação considerada de maior interesse prático e também, em grande parte dos casos, a única levada em conta nos projetos de máquinas elétricas ([Ellison 71], [Verma 89]). Esta hipótese, contudo, só vale quando a relação comprimento-raio do estator é pequena. Nestes casos, impõe-se que o sub-índice axial i seja invariante e igual a 1. Substituindo-se este valor na expressão 2.27, alguns valores se anulam e obtém-se, novamente, duas submatrizes desacopladas. Desta forma, pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} \bar{D}_{rt} & 0 \\ 0 & \bar{D}_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{rt} \\ d_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (2.37)$$

onde d_{rt} contém as componentes dos deslocamentos radial e tangencial enquanto que d_a contém a componente axial.

Assim, as duas equações das frequências naturais tornam-se

$$|\bar{D}_{rt}| = 0 \quad \text{e} \quad |\bar{D}_a| = 0, \quad (2.38)$$

sendo que a primeira fornece frequências de ressonância associadas a modos planos acoplados nas direções radial e tangencial e a segunda, modos puramente axiais. As medições experimentais apresentadas por Verma em [Verma 73-I] e reproduzidas na Tabela 2.1, colunas 2, 3 e 4, ilustram esta situação.

- vibração uniforme ao longo do comprimento e da circunferência: neste caso, as frequências de ressonância resultantes são associadas a modos radial puro, axial puro e torsional puro.

No trabalho de Dym ([Dym 73]), é apresentado o comportamento do acoplamento entre as três componentes para cascas finas e grossas. Baseado nas simulações realizadas, concluiu-se que as relações entre as componentes dos deslocamentos modais, representadas pelas razões A/B e A/C , equações 2.33 a 2.35, são praticamente insensíveis a variações na espessura da casca cilíndrica, para todas as três frequências associadas ao modo definido por $m-n$. Na verdade, o acoplamento entre as componentes é função, basicamente, do número de ondas longitudinais, número de ondas circunferenciais e da ordem da frequência de ressonância.

Capítulo 3

Modelo de Elementos Finitos do Núcleo do Estator

3.1 Introdução

Este capítulo tem por objetivo verificar, através de simulações utilizando um programa de elementos finitos, como variam as frequências naturais de uma casca cilíndrica específica com a variação de alguns parâmetros estruturais, geométricos e de carregamento. Além disso, os resultados obtidos neste capítulo servirão de base para comparação com os resultados da análise modal experimental apresentada no Capítulo 4, uma vez que as dimensões da casca cilíndrica analisada neste capítulo são as mesmas que as do pacote de chapas no qual foram feitos os ensaios experimentais.

Com o intuito de facilitar a análise dos resultados foi escolhida uma configuração padrão das propriedades físicas e geométricas da casca cilíndrica e os valores de frequências naturais obtidos desta configuração servirão de base para todas as comparações realizadas.

Como foi exposto no capítulo 1, existiram várias propostas de como se deve considerar a influência dos dentes no comportamento dinâmico do núcleo do estator. Para efeito de comparação com a literatura e adiantando uma situação que certamente será estudada em trabalhos futuros, modelou-se o estator com os dentes utilizando-se elementos sólidos.

Em todos os trabalhos citados na revisão bibliográfica, os autores consideram o núcleo do estator constituído de material homogêneo e isotrópico. Contudo, como o que se pretende com este trabalho é determinar a influência da segmentação, realizou-se um exercício de variação dos módulos de elasticidade longitudinal e transversal e observou-se o comportamento das frequências da casca cilíndrica em função desta variação.

Todas as análises foram feitas utilizando-se o programa de Elementos Finitos ANSYS, revisão 5.0.

3.2 Análise da energia de deformação em cascas cilíndricas

Antes de se iniciar a descrição das diversas análises realizadas, optou-se por apresentar, de forma bastante sucinta, a maneira com que variam as frequências naturais de uma casca cilíndrica genérica em função do número de ondas longitudinais e circunferenciais. Estas noções servirão para analisar, sob o aspecto da energia total de deformação da estrutura, o comportamento dinâmico da casca cilíndrica estudada numericamente neste capítulo e aquela ensaiada no Capítulo 4.

O primeiro fato que deve-se ter em mente ao se analisar o comportamento dinâmico de cascas cilíndricas é que as frequências naturais destas estruturas não se apresentam em ordem crescente dos índices modais, ou seja, a primeira frequência de ressonância pode estar, por exemplo, associada ao modo $n = 2/m = 1$ ([Blevins 79]) e não ao modo $n = 0/m = 0$, também chamado modo de respiração.

Um fator que dificulta consideravelmente a análise de cascas cilíndricas é o acoplamento entre as deformações normais e de flexão, resultante da curvatura da casca. O trabalho de Dym ([Dym 73]) apresenta uma análise qualitativa interessante sobre as energias de membrana e de flexão em função do número de ondas circunferenciais e longitudinais.

A Figura 3.1, reproduzida de [Dym 73], mostra uma curva da variação da frequência de ressonância associada aos modos com deslocamento predominantemente radial em função do número de ondas circunferenciais, para os casos de casca fina e grossa.

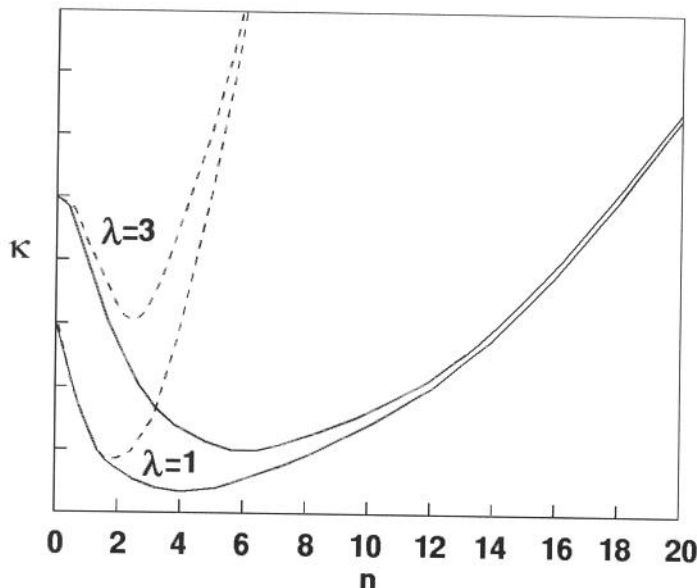


Figura 3.1: Variação da frequência de ressonância radial com o número de ondas circunferenciais. - - - casca fina, — casca grossa. Reproduzida de [Dym 73].

O parâmetro λ está relacionado com o número de ondas longitudinais m através da expressão:

$$\lambda = \frac{m\pi R}{L},$$

onde R é o raio e L é o comprimento da casca cilíndrica. O parâmetro κ é a frequência natural adimensional.

Como pode-se perceber da Figura 3.1, a curva de frequências naturais passa por um vale quando o número de ondas circunferenciais cresce. Interessante notar também que a posição deste vale depende do número de ondas longitudinais e da espessura da casca. Pode-se explicar este fenômeno em termos das variações na distribuição da energia de deformação da casca cilíndrica.

A Figura 3.2 ilustra esquematicamente a variação da energia de deformação com o número de ondas circunferenciais. Percebe-se que, inicialmente, tem-se um estado de energia que é puramente de membrana - deformação axissimétrica da casca - passando por um estado de energia mínimo em valores pequenos de n e atingindo um estado, para valores elevados de n , em que a energia é devido quase que somente à flexão.

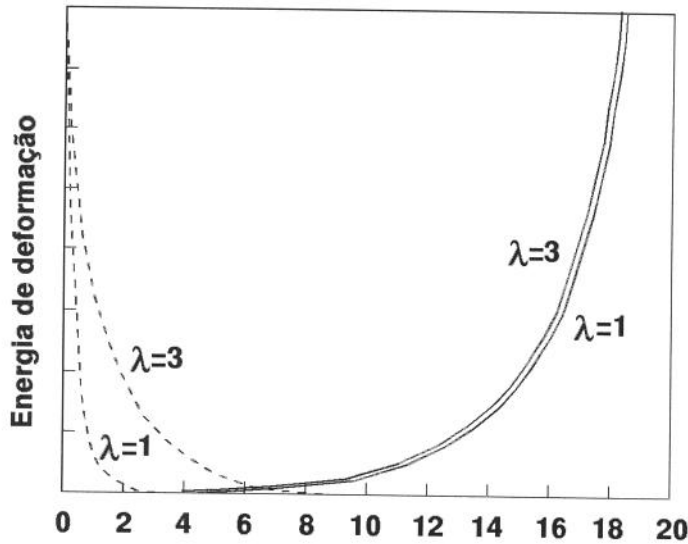


Figura 3.2: Variação da energia de deformação com o número de ondas circunferenciais. - - - Energia de membrana, — Energia de flexão. Reproduzida de [Dym 73].

Já a Figura 3.3 ilustra a variação da energia de deformação com o número de ondas longitudinais, para dois valores de n . Percebe-se que para pequenos valores de λ e n um aumento no número de ondas longitudinais causa um aumento de energia que é quase que somente de membrana. Contudo, para ambos os casos de número de ondas circunferenciais, $n = 2$ e $n = 4$, quando λ se torna grande, o aumento da energia total ocorre, predominantemente, devido ao aumento da energia de flexão.

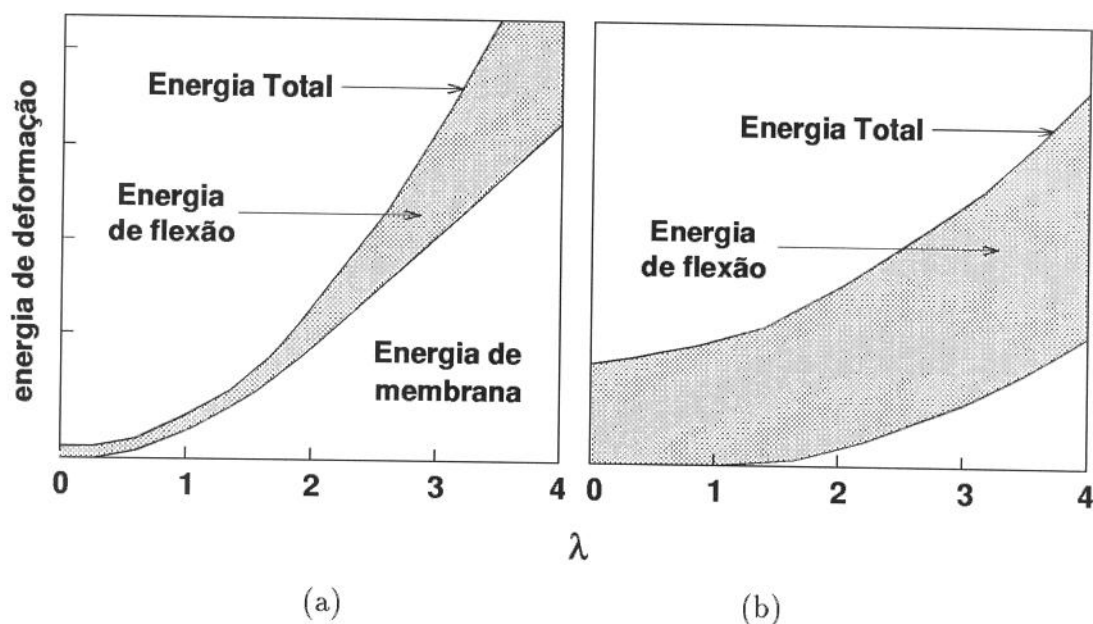


Figura 3.3: Variação da energia de deformação com o número de ondas longitudinais para (a) $n = 2$ e (b) $n = 4$. Casca fina. Reproduzida de [Dym 73].

Em resumo, pode-se dizer que, conforme aumenta o número de ondas circunferenciais e longitudinais, os modos próprios da casca cilíndrica armazenam cada vez mais energia de deformação devido à flexão e cada vez menos energia de membrana.

A compreensão do significado das Figuras 3.1 a 3.3 é importante pois os resultados das análises realizadas com a casca cilíndrica, neste capítulo, e com o pacote de chapas, no Capítulo 4, serão apresentados na forma de diagramas como o da Figura 3.1.

3.3 Resultados de Referência.

Como já foi dito, ao longo deste capítulo serão realizadas diversas análises utilizando-se a mesma estrutura. A verificação da influência de cada modificação sobre as frequências naturais da casca cilíndrica será feita através da comparação com alguns valores adotados como padrão.

Desta forma, adotou-se, como referência, os resultados das frequências naturais obtidas de um modelo de elementos finitos, gerado com o auxílio do programa ANSYS, revisão 5.0, cujas dimensões estão apresentadas na Figura 3.4 e no qual se utilizou as propriedades dos materiais fornecidos na literatura para o aço silício, ou seja,

- Módulo de Elasticidade: $E = 207 \text{ GPa}$,
- Densidade: $\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$ e
- Coeficiente de Poisson: $\mu = 0,28$.

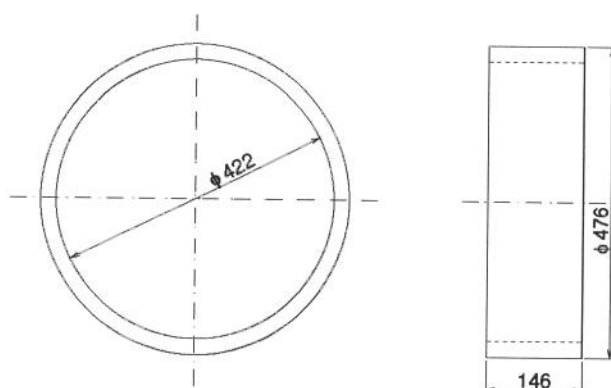


Figura 3.4: Dimensões da casca cilíndrica modelada.

Utilizou-se o elemento Shell93, que possui 8 nós e considera o efeito de cisalhamento ao longo da espessura da casca. Apesar da estrutura estudada ter a relação entre o raio e a espessura menor que 0,1, ou seja, poderia ser tratada como casca fina, optou-se pela utilização deste elemento por ele permitir a modelagem de estruturas ortotrópicas, situação que será analisada posteriormente, além de ser mais adequado para o estudo de cascas curvas ([ANSYS-II]).

A Figura 3.5 apresenta a malha de elementos finitos utilizada. Como pode ser visto, foram empregados 36 elementos ao longo da circunferência e 6 ao longo do comprimento. Estes valores respeitam as restrições impostas pela formulação do elemento que diz que o ângulo máximo do elemento na modelagem de cascas curvas é de 15° . Vale a pena ressaltar que se comparou os resultados obtidos utilizando-se malhas de elementos finitos mais refinadas e constatou-se que, dentro da faixa de frequência de interesse, as diferenças foram absolutamente insignificantes. Além disso, a mesma malha foi adotada na análise modal experimental do pacote de chapas.

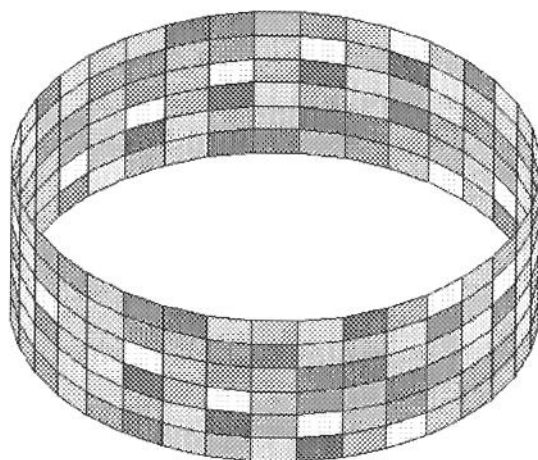


Figura 3.5: Malha de elementos finitos da casca cilíndrica de referência.

Uma vez que se sabe que as frequências naturais de cascas cilíndricas são função das condições de contorno axiais aplicadas nas extremidades da casca ([Blevins 79]) e considerando-se a montagem utilizada na análise experimental do núcleo do estator, optou-se por modelar a estrutura como sendo livre-livre.

Os resultados da análise modal numérica da casca cilíndrica de referência estão apresentados na Tabela 3.1 e as formas modais associadas estão ilustradas nas Figuras 3.6 a 3.27. É importante a apresentação destes modos pois eles servirão de base para comparação com os resultados da análise modal experimental, apresentados no Capítulo 4. Vale a pena lembrar que a identificação dos modos será feita, em todos os capítulos, por inspeção visual. Além disso, a apresentação das formas modais auxilia no entendimento da nomenclatura utilizada para definir frequências naturais de cascas cilíndricas.

Modo		Frequência	Modo		Frequência
n	m	[Hz]	n	m	[Hz]
0	0	3657,0	4	0	1814,3/1815,2
	1	3624,6		1	2969,8/3051,5
	2	7440,9		1	2969,8/3051,5
1	1	3579,0/3583,0		2	9368,5/9393,9
	2	7583,1/7601,4	5	0	2899,1/2900,4
2	0	340,02/340,15		1	4361,3/4367,1
	1	664,32/665,13		2	10418/10454
	1	4087,1/4093,9	6	0	4193,3/4197,8
	2	7940,3/7969,4		1	5783,1/5797,3
3	0	955,49/955,53	7	0	5682,1/5697,6
	1	1794,6/1795,6		1	7325,8/7344,2
	1	5459,2/5488,6	8	0	7358,9/7393,9
	2	8542,9/8573,9		1	8918,9/9055,1

Tabela 3.1: Frequências naturais obtidas da análise modal numérica.

Observando a Tabela 3.1, percebe-se que existem duas frequências de ressonância para cada modo de vibração. Estes valores correspondem às ressonâncias duais citadas no Capítulo 2. Nota-se que estes valores são extremamente próximos um do outro (a diferença máxima é de aproximadamente 1,5%), como não poderiam deixar de ser uma vez que as assimetrias existentes no modelo são provenientes somente do refinamento da malha de elementos finitos utilizada. Outro ponto que chama a atenção é o fato de existirem duas frequências de ressonância associadas aos modos $m = 1$. As Figuras 3.12 e 3.13 ilustram estas formas modais para o caso em que $n = 2$. Percebe-se que a única diferença entre eles está na componente axial do deslocamento. Na verdade, para todos os valores de n existem estes modos praticamente idênticos para os quais se adotou a mesma designação devido às restrições impostas pela definição de modos de cascas cilíndricas.

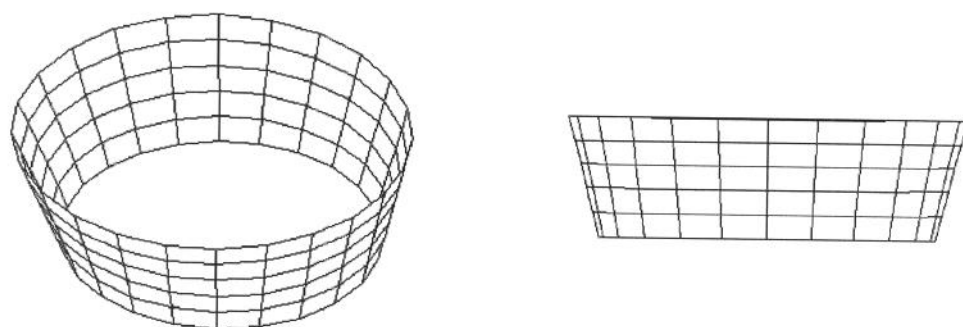


Figura 3.6: Modo $n=0/m=1$. Frequência = $3624,6 \text{ Hz}$.

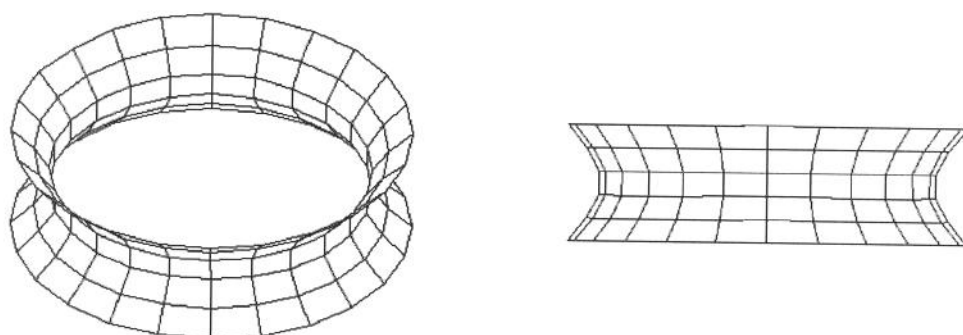


Figura 3.7: Modo $n=0/m=2$. Frequência = $7440,9 \text{ Hz}$.

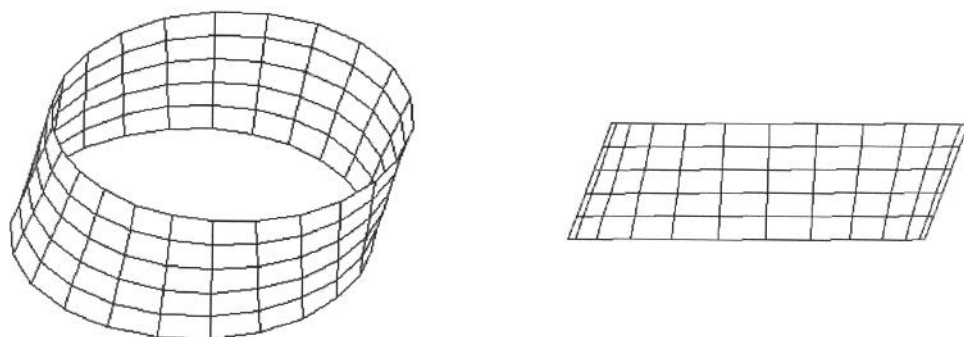


Figura 3.8: Modo $n=1/m=1$. Frequência = $3579,0 \text{ Hz}$.

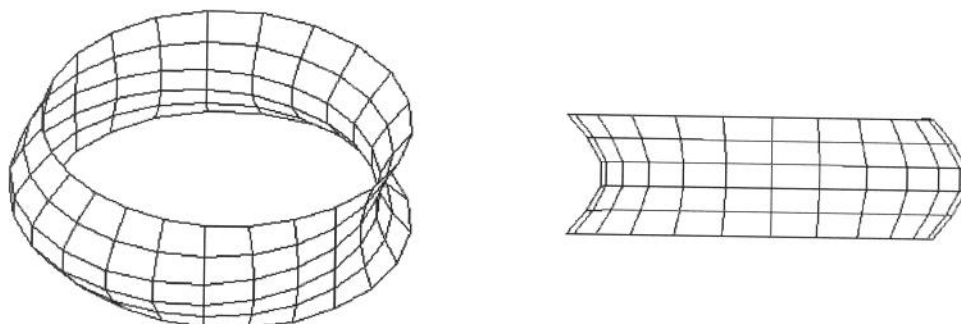


Figura 3.9: Modo $n=1/m=2$. Frequência = 7583,1 Hz.

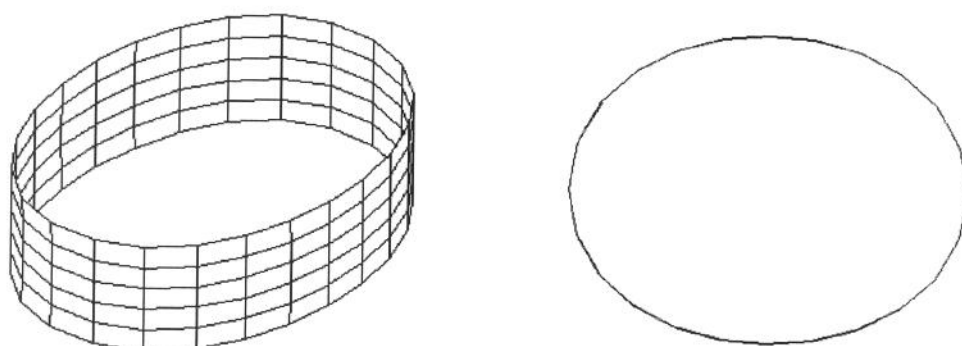


Figura 3.10: Modo $n=2/m=0$. Frequência = 340,0 Hz.

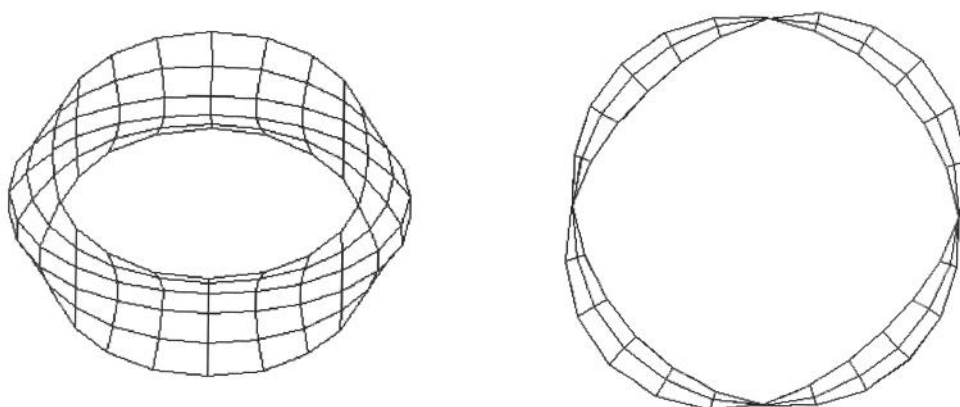


Figura 3.11: Modo $n=2/m=2$. Frequência = 7940,3 Hz.

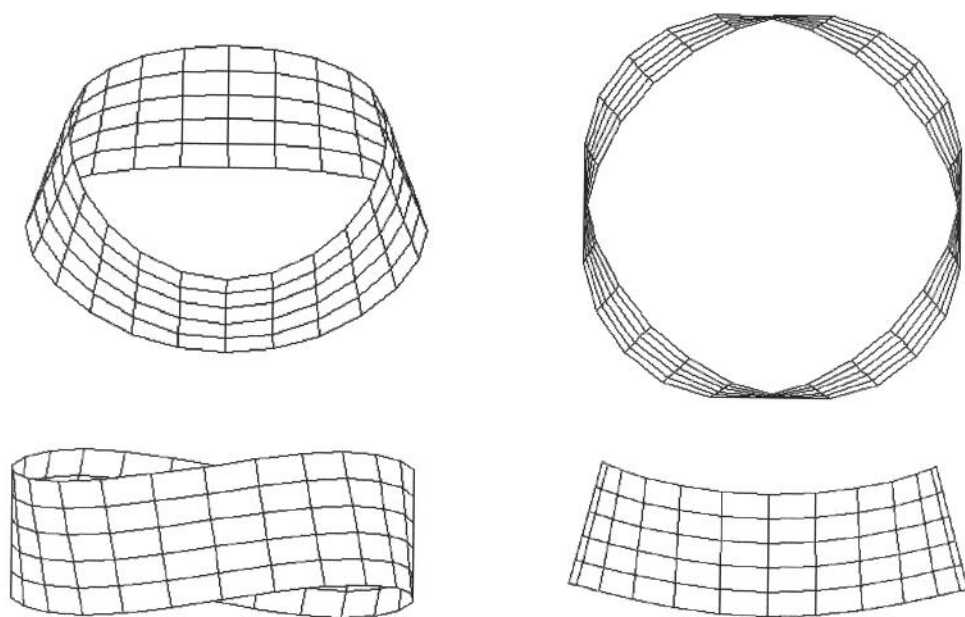


Figura 3.12: Modo $n=2/m=1$. Frequência = $664,3 \text{ Hz}$.

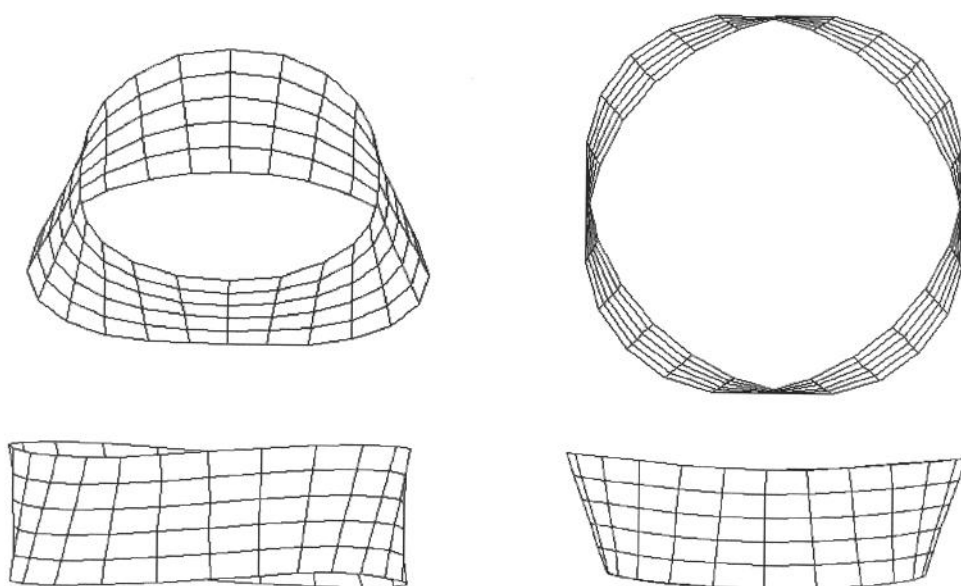


Figura 3.13: Modo $n=2/m=1$. Frequência = $4087,1 \text{ Hz}$.

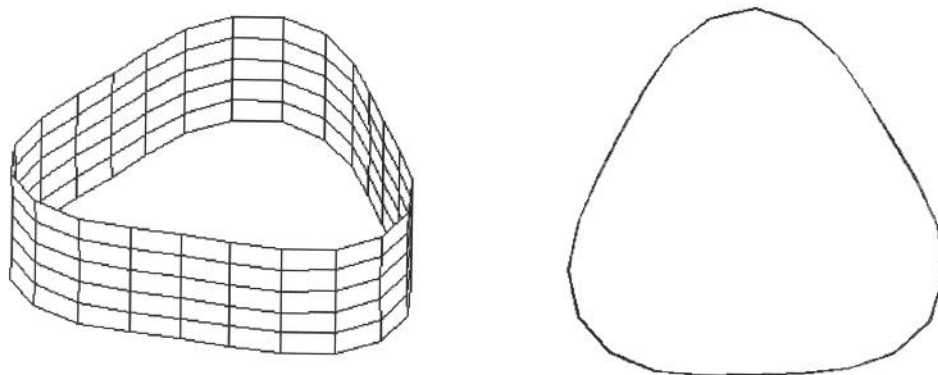


Figura 3.14: Modo $n=3/m=0$. Frequência = 955,5 Hz.

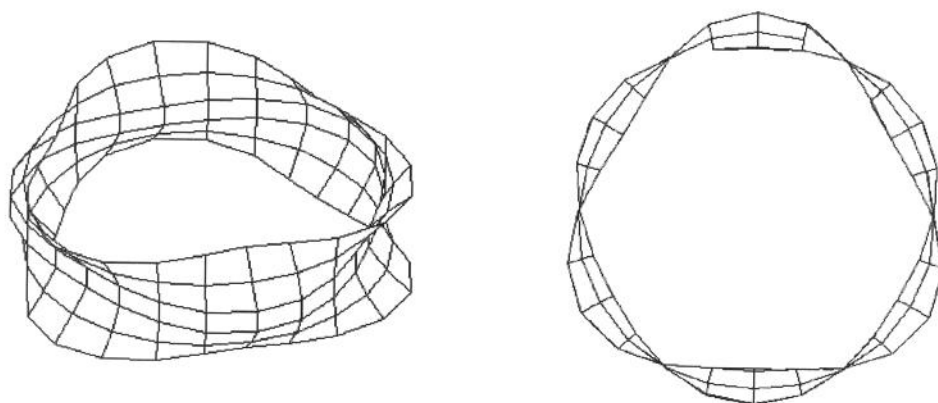


Figura 3.15: Modo $n=3/m=2$. Frequência = 8542,9 Hz.

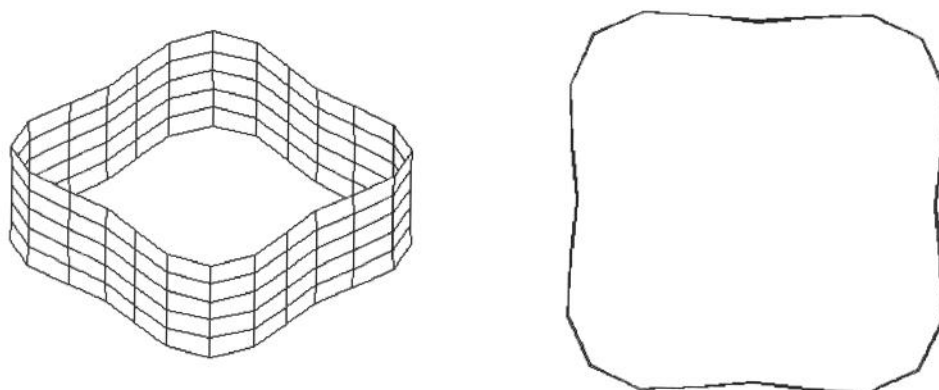


Figura 3.16: Modo $n=4/m=0$. Frequência = 1814,3 Hz.

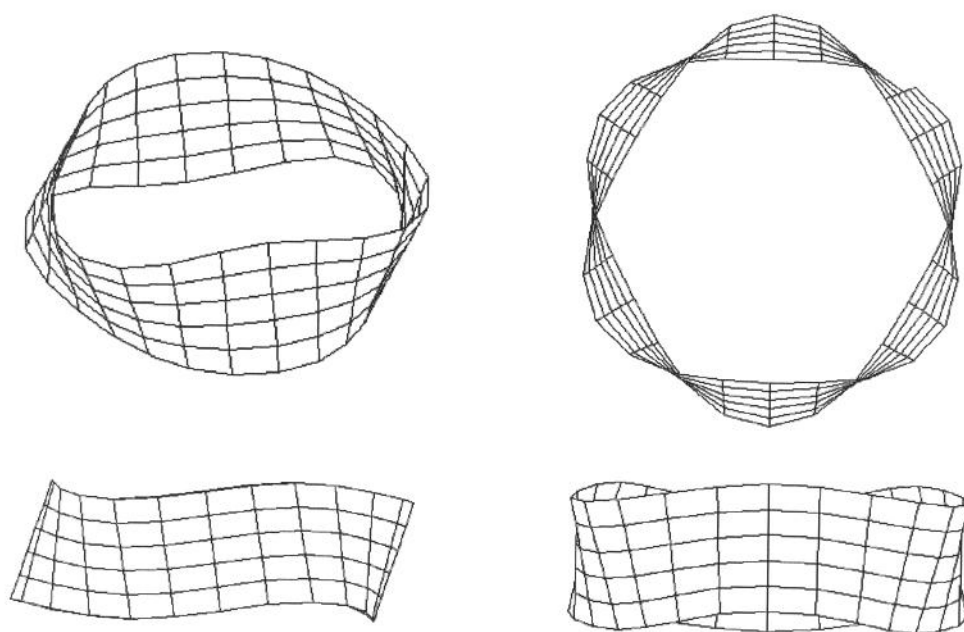


Figura 3.17: Modo $n=3/m=1$. Frequência = 1794,6 Hz.

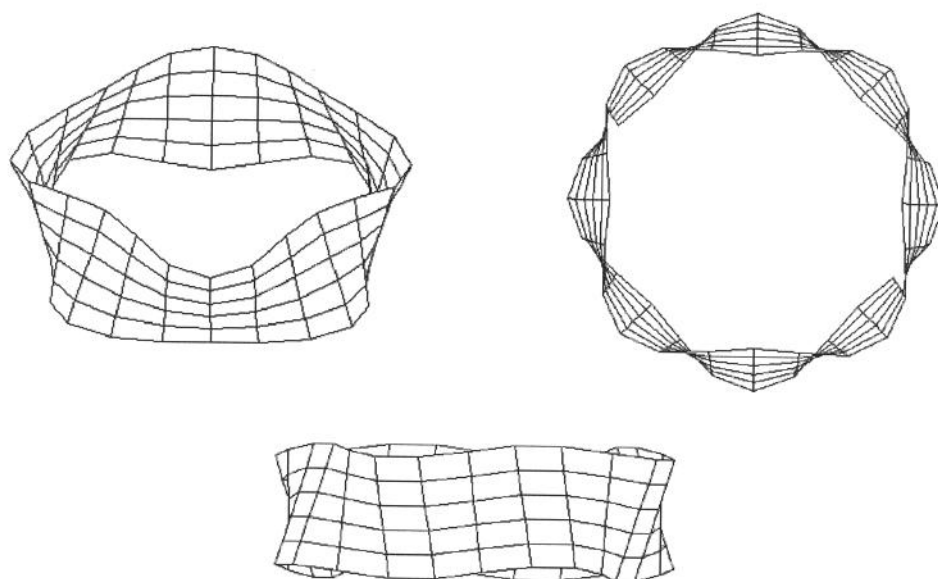


Figura 3.18: Modo $n=4/m=1$. Frequência = 2969,8 Hz.

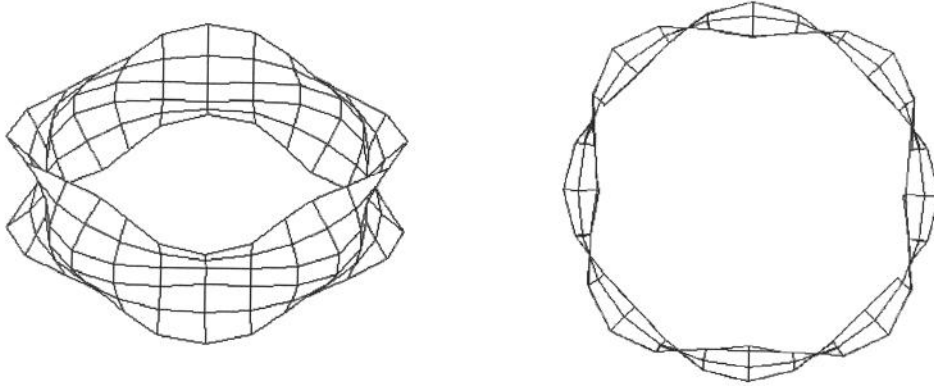


Figura 3.19: Modo $n=4/m=2$. Frequência = 9368,5 Hz.

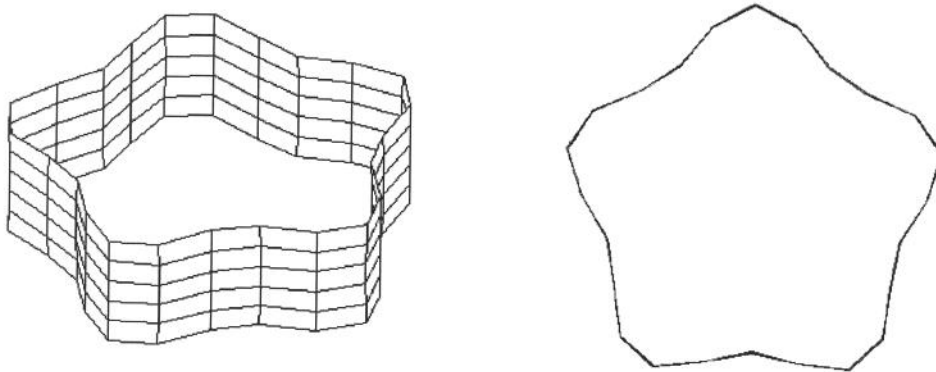


Figura 3.20: Modo $n=5 m=0$. Frequência = 2899,1 Hz.

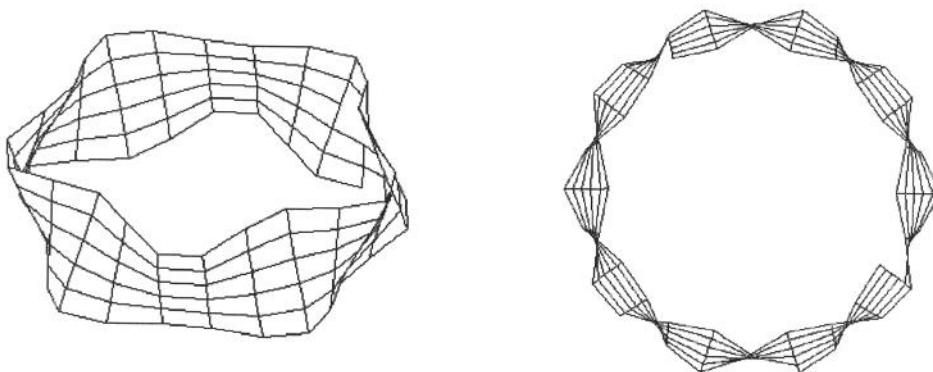


Figura 3.21: Modo $n=5/m=1$. Frequência = 4361,3 Hz.

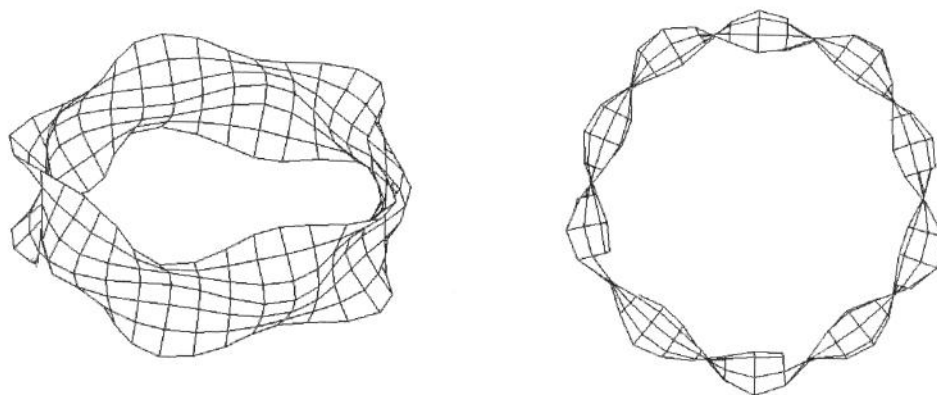


Figura 3.22: Modo $n=5/m=2$. Freqüência = 10415,0 Hz.

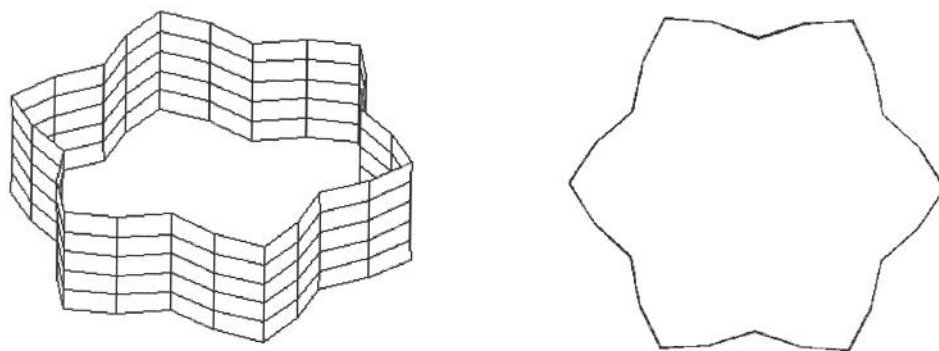


Figura 3.23: Modo $n=6/m=0$. Freqüência = 4193,3 Hz.

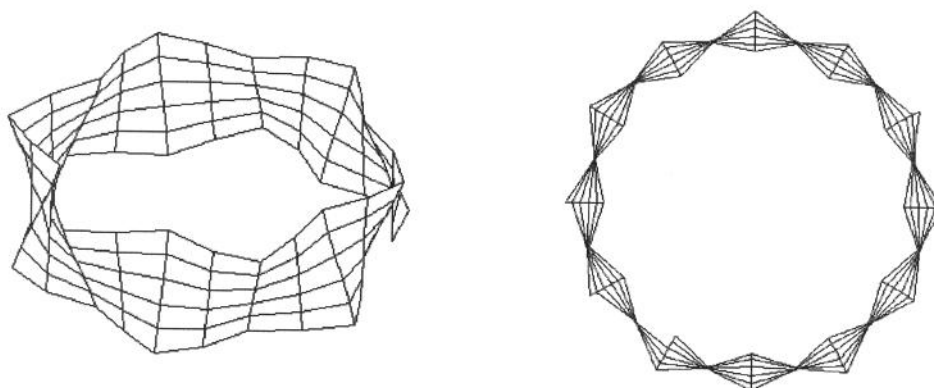


Figura 3.24: Modo $n=6/m=1$. Freqüência = 5783,1 Hz.

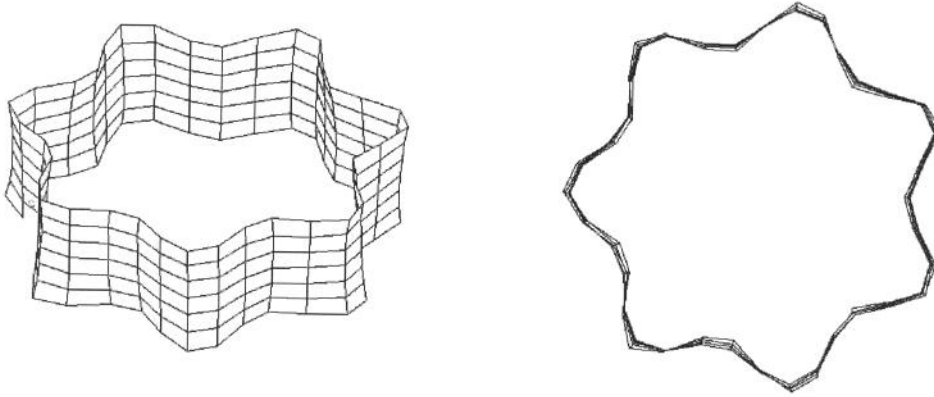


Figura 3.25: Modo $n=7/m=0$. Frequência = 5682,1 Hz.

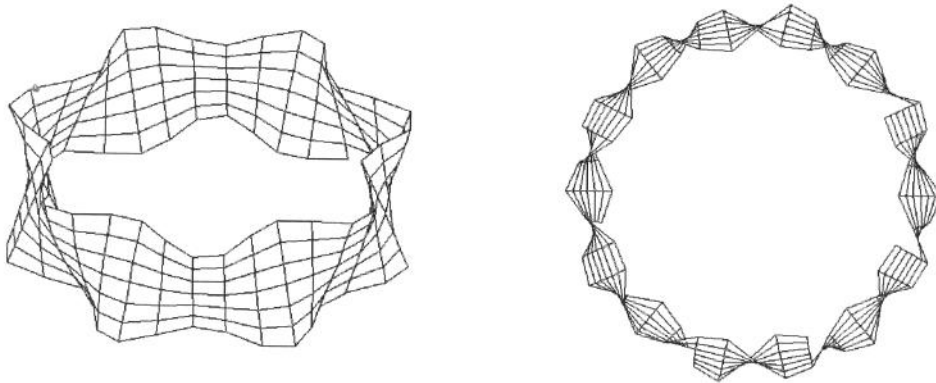


Figura 3.26: Modo $n=7/m=1$. Frequência = 7325,8 Hz.

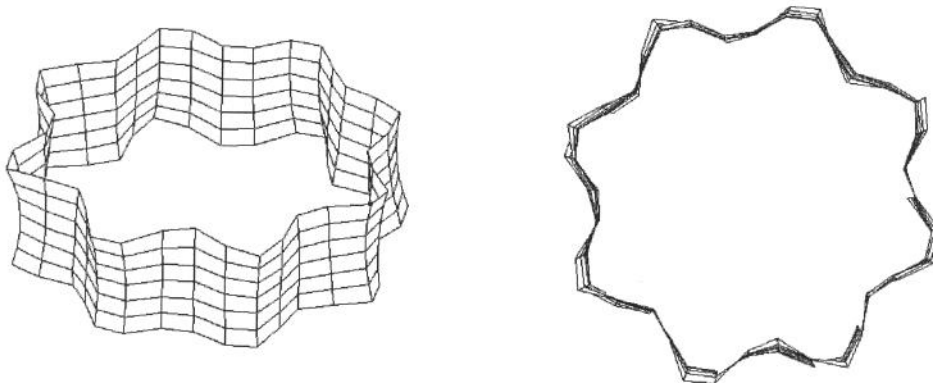


Figura 3.27: Modo $n=8/m=0$. Frequência = 7358,9 Hz.

A Figura 3.28 apresenta a variação da frequência natural em função do número de ondas circunferenciais e longitudinais para a casca cilíndrica de referência. Percebe-se que para $m = 0$ e $m = 1$ a energia total de deformação assume um valor mínimo em $n = 2$ e que para $m = 2$ esta energia é sempre crescente com o aumento do número de ondas circunferenciais.

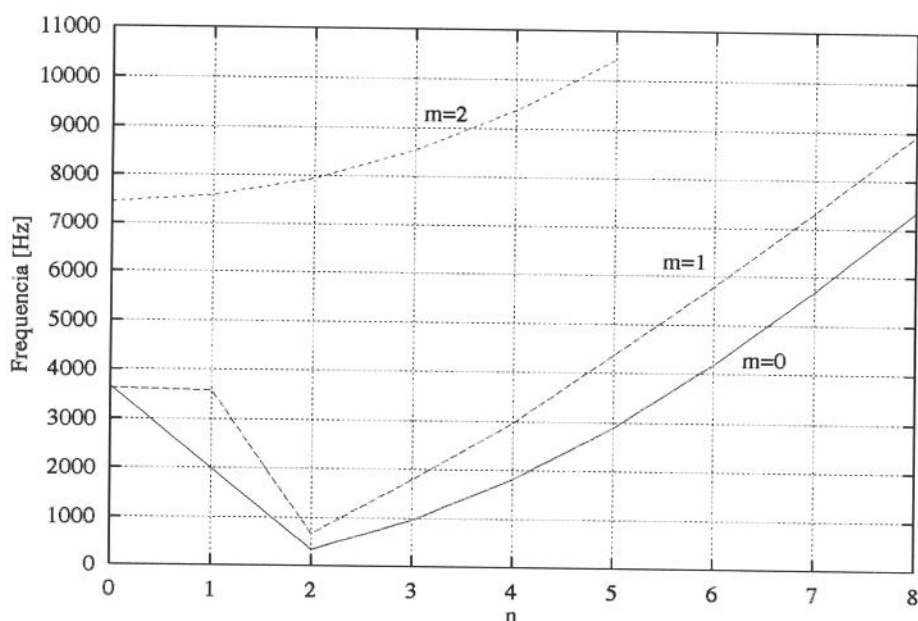


Figura 3.28: Variação da frequência natural da casca cilíndrica de referência em função do número de ondas circunferenciais e longitudinais.

Os valores das frequências naturais apresentados na Tabela 3.1 servirão de referência para as comparações a serem realizadas ao longo de todo o trabalho. A menos que seja feita alguma ressalva, considerar-se-a como padrão sempre a frequência mais baixa do modo.

As diferenças calculadas entre as frequências naturais da estrutura padrão e aquelas obtidas das diversas análises são calculadas pela expressão:

$$\text{Diferença}[\%] = \frac{(\text{Frequência natural})_{\text{ref.}} - (\text{Frequência natural})}{(\text{Frequência natural})_{\text{ref.}}} \times 100.$$

Assim, valores negativos implicam que a estrutura, após a alteração do parâmetro específico, tornou-se mais rígida que casca cilíndrica de referência.

Em seguida, passa-se a analisar a influência dos dentes, das variações nos parâmetros estruturais e da pré-carga sobre os valores de frequência de ressonância do núcleo do estator.

3.4 A influência dos dentes

3.4.1 Modelagem da casca cilíndrica com elementos sólidos

Como já foi mencionado, na modelagem da casca cilíndrica de referência foram utilizados elementos de casca grossa (SHELL93). Contudo, para poder incluir os dentes no modelo, o núcleo do estator deve ser modelado com elementos sólidos isoparamétricos, denominados SOLID45 pelo programa ANSYS. Assim, com o intuito de verificar as possíveis diferenças nos valores das frequências naturais obtidas com a utilização de cada um destes dois elementos, modelou-se a casca cilíndrica com o elemento SOLID45. A Tabela 3.2 apresenta os valores das frequências de ressonância obtidas e uma comparação com as frequências de referência enquanto a Figura 3.29 ilustra a malha de elementos finitos empregada. Pode-se perceber, através da Tabela 3.2, que o modelo utilizando elementos sólidos é mais rígido do que o modelo com elementos de placa.

Modo		Frequência [Hz]		Diferença
n	m	Referência	Sólido	[%]
0	0	3657,0	3759,1	-2,79
	1	3624,6	3695,8	-1,96
1	1	3579,0	3623,8	-1,25
2	0	340,02	342,22	-0,65
	1	664,32	677,04	-5,08
3	0	955,49	967,46	-1,25
	1	1794,6	1837,8	-2,41
4	0	1814,3	1855,9	-2,29
	1	2969,8	3150,3	-6,07
5	0	2899,1	3012,5	-3,91
	1	4361,3	4586,6	-5,17
6	0	4193,3	4448,9	-6,10
	1	5783,1	6185,8	-6,96
7	0	5682,1	6204,6	-9,20

Tabela 3.2: Comparação entre as frequências naturais obtidas dos modelos com elementos de placa e sólido.

Para poder justificar estas diferenças é preciso lembrar que o elemento sólido utilizado possui 8 nós mas somente os 3 graus de liberdade de translação por nó. Sendo assim, para se conseguir obter, através de um modelo sólido, a mesma precisão obtida ao se modelar uma casca cilíndrica com elementos de casca, seria necessário um refinamento muito maior da malha de elementos finitos. Portanto, ao se analisar a influência dos dentes nos valores de frequências naturais do núcleo do estator, deve-se ter em mente este aumento da rigidez devido à utilização do elemento SOLID45.

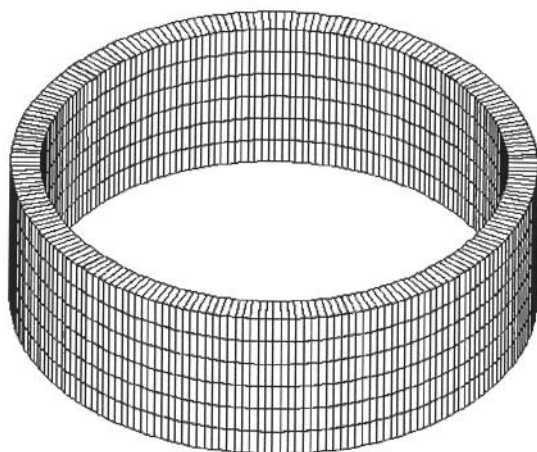


Figura 3.29: Malha de elementos finitos da casca cilíndrica modelada com elemento sólido.

Porém, antes de prosseguir, vale a pena fazer dois pequenos comentários:

- nos trabalhos apresentados por Verma e Girgis ([Girgis 81] e [Verma 89]) a simulação do efeito dos dentes no comportamento dinâmico do núcleo do estator foi feito através de vigas de secção engastadas na superfície média do cilindro. Os resultados por eles apresentados não foram muito bons e desta forma optou-se por modelar o estator utilizando-se elementos sólidos.
- na versão 5.0 foi incluído o elemento isoparamétrico sólido SOLID73, que também é definido por 8 nós só que possui 6 graus de liberdade por nó. A utilização deste elemento poderia fornecer melhores resultados mesmo considerando-se a mesma malha de elementos finitos. Contudo, o emprego deste elemento não foi possível uma vez que a versão disponível do programa impõe limites para o tamanho dos modelos analisados.

3.4.2 Modelagem do estator com elementos sólidos

A modelagem do núcleo do estator com os dentes requer uma malha de elementos finitos bastante refinada. Em trabalho apresentado por Noda ([Noda 87]), foi desenvolvido um estudo sobre a influência da discretização do fundo da ranhura nos valores de frequências naturais do estator. Para tanto, foi feita uma medição experimental destas frequências e foram propostos vários modelos de elementos finitos do fundo da ranhura. Apenas para ilustrar o quão significativo é esta discretização apresenta-se, na Tabela 3.3, reproduzida de [Noda 87], as frequências naturais obtidas dos modelos de elementos finitos com cada uma das discretizações mostradas na Figura 3.30 bem como os erros em relação a medição experimental.

Na Tabela 3.3 aparecem dois valores para cada modo circunferencial n , com exceção do modo $n = 0$. Estes valores correspondem às ressonâncias duais que, neste caso,

Modo n	Valor Medido [Hz]	Caso (a)		Caso (b)	
		Calculado [Hz]	Erro [%]	Calculado [Hz]	Erro [%]
0	9604	9820,2	+2,3	9575,0	-0,3
2	1574	1740,3	+8,3	1594,2	+1,3
2	1714	1828,4	+6,7	1714,1	0
3	4268	4595,3	+7,7	4314,3	+1,1
3	4488	4774,5	+6,4	4481,1	-0,1
4	7561	8072,5	+6,8	7599,0	+0,5
4	7848	8437,9	+7,5	7952,4	+1,3

Tabela 3.3: Efeito da discretização do fundo da ranhura. Reproduzido de [Noda 87].

apresentam uma grande diferença entre elas. De qualquer forma, os erros cometidos utilizando-se a discretização ilustrada na Figura 3.30(a) são bem maiores que aqueles apresentados pela outra proposta. Obviamente, adotou-se esta última configuração para analisar a influência dos dentes. A malha de elementos finitos esta representada na Figura 3.31.

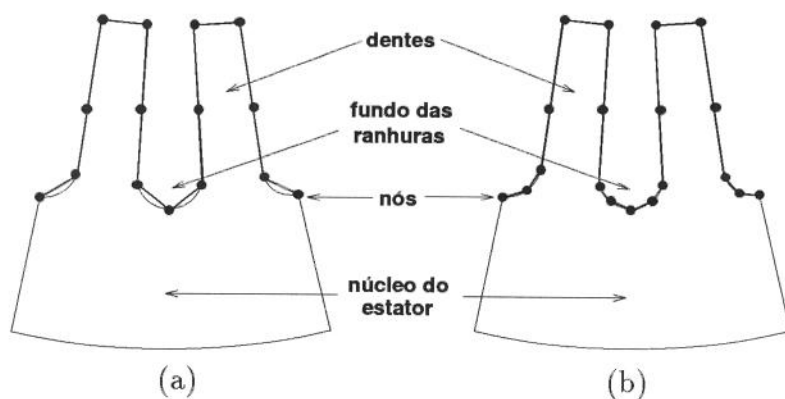


Figura 3.30: Esquema de dois tipos de discretização do fundo das ranhuras do estator.

Os valores das frequências naturais obtidas considerando-se os dentes ligados ao núcleo do estator estão apresentados na Tabela 3.4. Estão mostradas também as diferenças entre estes valores e os resultados de referência. Através da análise destes resultados, pode-se tirar as seguintes conclusões:

- para os modos com deslocamento uniforme ao longo do comprimento do estator, ou seja, quando $m = 0$, a adição dos dentes faz diminuir sensivelmente as frequências naturais do núcleo do estator. Neste caso, o efeito de massa introduzido pelos dentes no comportamento dinâmico do núcleo do estator é mais significativo que o efeito de rigidez. Este resultado está de acordo com os obtidos por Girgis em [Girgis 78],

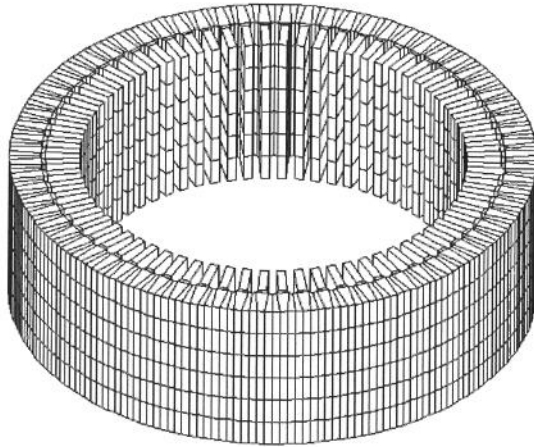


Figura 3.31: Malha de elementos finitos do estator.

Modo		Frequência [Hz]		Diferença
n	m	Referência	Com dentes	[%]
0	0	3657,0	****	****
	1	3624,6	3943,3	-8,79
1	1	3579,0	****	****
2	0	340,02	273,61	19,53
	1	664,32	673,76	-1,42
3	0	955,49	779,04	18,47
	1	1794,6	1904,9	-6,15
4	0	1814,3	1559,8	14,03
	1	2969,8	3304,7	-11,28
5	0	2899,1	2563,8	11,57
	1	4361,3	****	****
6	0	4193,3	3647,7	13,01
	1	5783,1	****	****
7	0	5682,1	4883,4	22,84

Tabela 3.4: Comparação entre as frequências naturais da cascas cilíndricas de referência e com dentes.

Noda em Noda87 e [Benbouzid 93]. Em [Girgis 78], as diferenças entre as frequências naturais do núcleo com e sem dentes foram obtidas experimentalmente e se situaram na faixa de 20 a 50%. Nesta mesma faixa encontram-se os valores obtidos numericamente por [Benbouzid 93]. No entanto, os resultados, experimentais e numéricos, apresentados por Noda em [Noda 87], apontam para diferenças em torno de 10-20%;

- as frequências naturais associadas aos modos $m = 1$ aumentaram em relação aos valores de referência. Isto significa que o efeito de rigidez introduzido pelos dentes é maior que o efeito de massa! Nenhum dos trabalhos consultados comenta o caso em que $m \neq 0$.

Vale lembrar que, de uma forma geral, a influência dos dentes é função da forma modal do núcleo, da diferença entre a frequência natural do estator e dos dentes e das dimensões destes.

As Figuras 3.32 a 3.37 mostram alguns modos do núcleo do estator com e sem os dentes. Percebe-se que no modo $n = 4$ o movimento lateral dos dentes já é bastante acentuado e este efeito se mantém por todos os 100 modos analisados. Para frequências acima de 3000 Hz a identificação visual dos modos fica bastante comprometida, com algumas poucas exceções, uma vez que o movimento dos dentes predomina em relação aos movimentos do núcleo do estator.

Outro aspecto que merece ser comentado é a diferença existente entre as ressonâncias duais do núcleo do estator com os dentes. Enquanto no caso da casca cilíndrica de referência as diferenças não ultrapassaram 1,5%, neste caso observou-se valores de até 5,5%. Obviamente, a inclusão dos dentes impõe assimetrias circunferenciais na estrutura o que provoca uma diferença maior entre as ressonâncias duais.

Modo		Frequência	Diferença
n	m	[Hz]	[%]
2	0	273,61/275,31	0,62
	1	673,76/706,73	4,89
3	0	779,04/808,58	3,79
	1	1904,9/2010,9	5,56
4	0	1559,8/1585,4	1,64
	1	3304,7/3430,8	1,09
5	0	2563,8/2672,7	4,64
6	0	3647,7/3790,1	3,90
7	0	4883,4/4936,8	1,10

Tabela 3.5: Diferença entre as ressonâncias duais do modelo do estator com dentes.

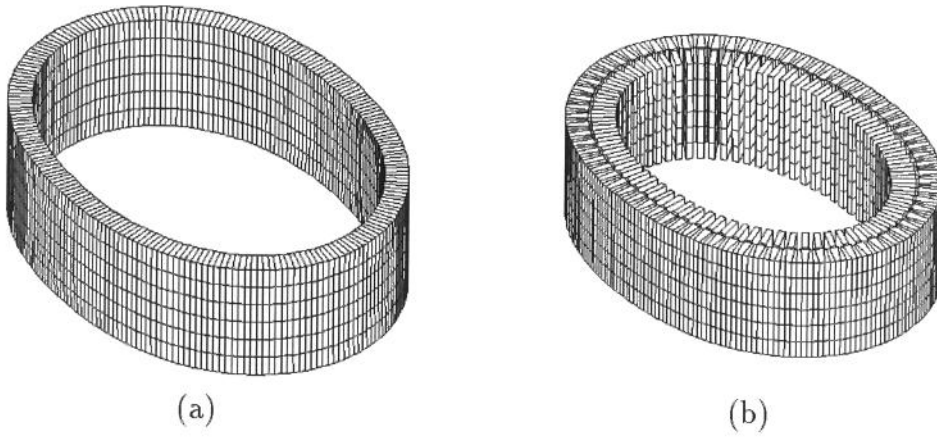


Figura 3.32: Modo $n=2/m=0$. Frequência: (a) $340,02 \text{ Hz}$ e (b) $273,61 \text{ Hz}$.

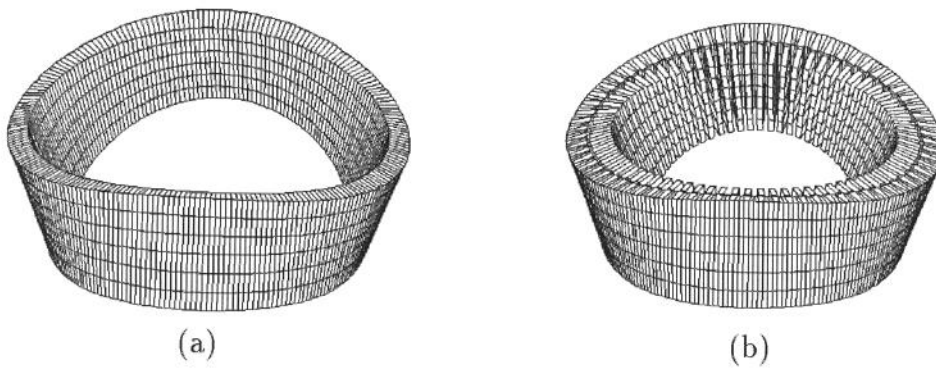


Figura 3.33: Modo $n=2/m=1$. Frequência: (a) $664,32 \text{ Hz}$ e (b) $673,76 \text{ Hz}$.

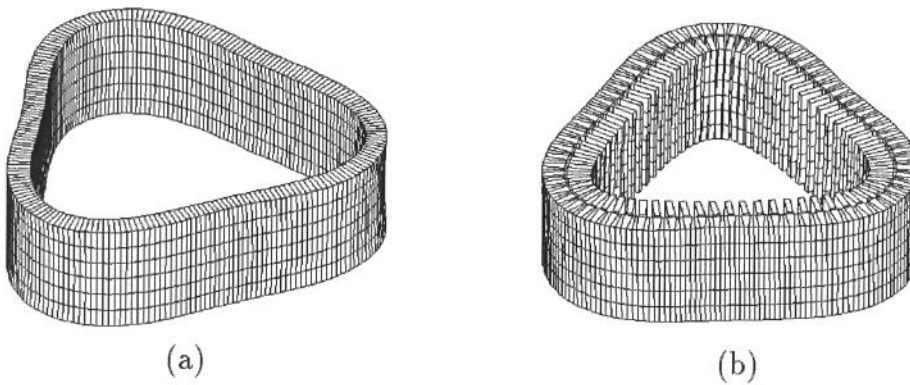


Figura 3.34: Modo $n=3/m=0$. Frequência: (a) $955,49 \text{ Hz}$ e (b) $779,04 \text{ Hz}$.

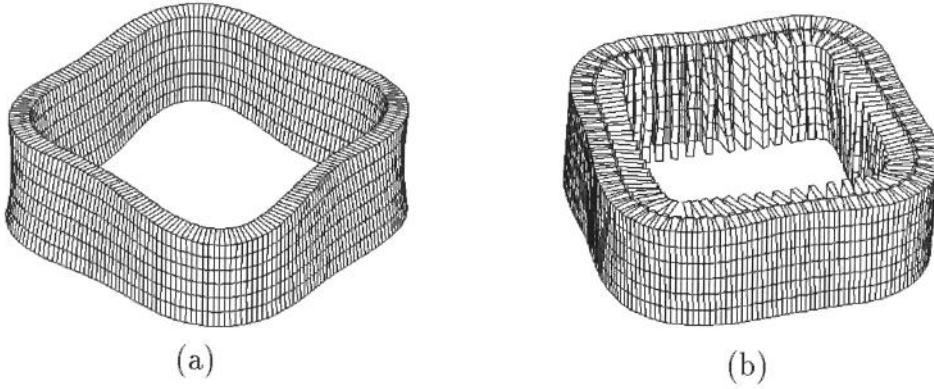


Figura 3.35: Modo $n=4/m=0$. Frequência: (a) $1814,3 \text{ Hz}$ e (b) $1559,8 \text{ Hz}$.

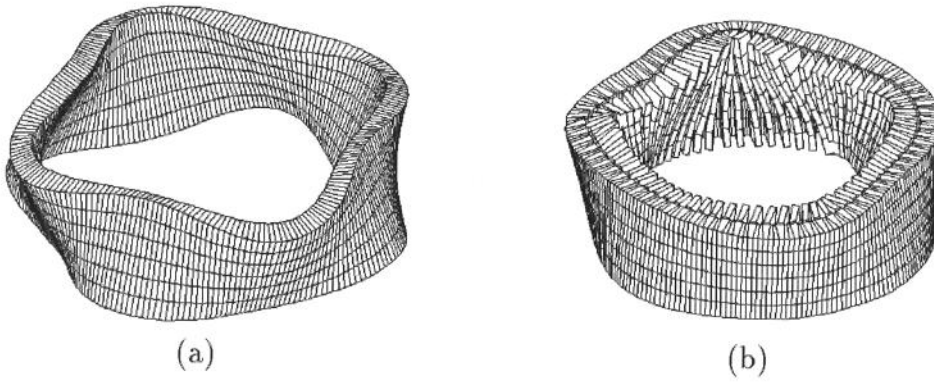


Figura 3.36: Modo $n=4/m=1$. Frequência: (a) $2969,8 \text{ Hz}$ e (b) $3304,7 \text{ Hz}$.

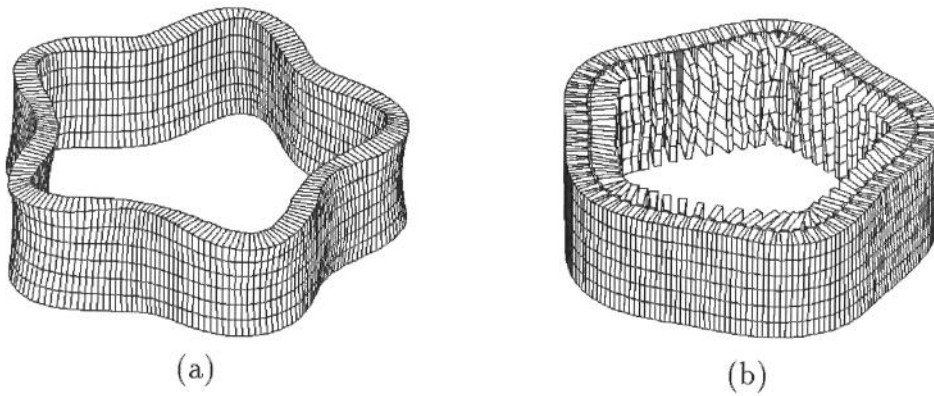


Figura 3.37: Modo $n=5/m=0$. Frequência: (a) $2899,1 \text{ Hz}$ e (b) $2563,8 \text{ Hz}$.

3.5 Variação do módulo de elasticidade. Material ortotrópico

A utilização de propriedades dos materiais equivalentes a fim de ajustar os modelos analíticos e experimentais tem sido grandemente utilizadas pelos autores que estudam o problema da modelagem de máquinas elétricas. Muitos deles adotam densidades equivalentes ([Verma 89]) e outros módulo de elasticidade equivalentes, tanto para modelagem do enrolamento ([Noda 87]) como do núcleo do estator ([Keijser 83]). Todos estes consideram o estator formado por material isotrópico enquanto que Benbouzid ([Benbouzid 93]) o considera como anisotrópico.

A proposta de se modelar o pacote de chapas que compõe o núcleo do estator como sendo constituído de um material ortotrópico surgiu da análise dos resultados experimentais que serão apresentados no Capítulo 4. Esta proposta não foi adotada em nenhuma das publicações pesquisadas e também não foram citados trabalhos que a utilizassem.

Observando-se o estator nota-se claramente que a consideração de que o material é isotrópico é uma aproximação bastante grande, mesmo nos casos em que a força de empacotamento é grande. Para algumas formas modais, como é o caso do modo de respiração onde tem-se somente energia de deformação de membrana e nenhuma energia de flexão, esta suposição pode gerar bons resultados mas para os modos com deslocamento não uniformes ao longo do estator os resultados certamente ficarão comprometidos.

A Figura 3.38 apresenta os sistemas de coordenadas global (X,Y,Z) e do elemento (x,y,z) adotados na modelagem. Vale lembrar que as propriedades dos materiais são definidas neste último sistema de coordenadas.

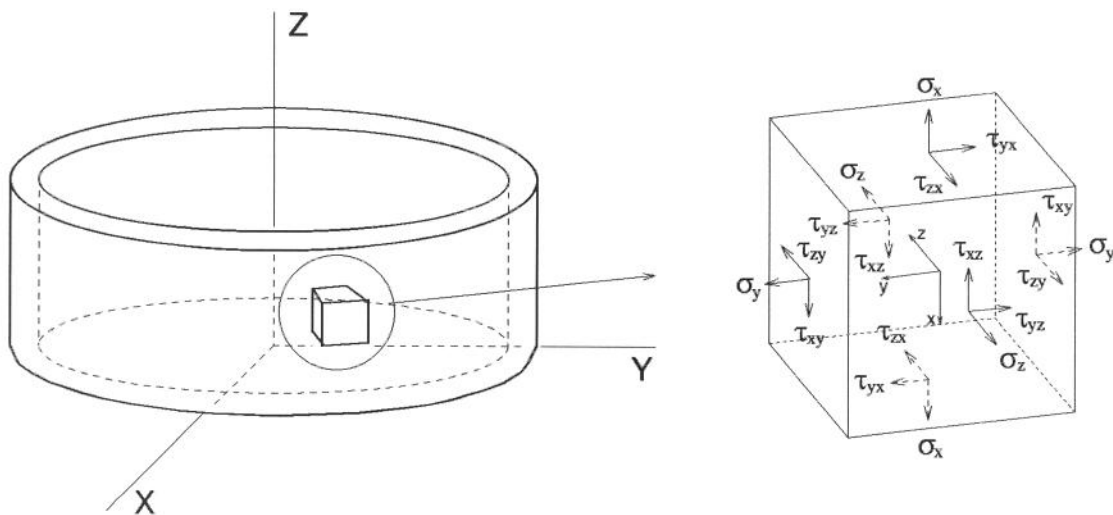


Figura 3.38: Sistemas de coordenadas global e do elemento e de definição dos vetores de tensão.

Assim, para adquirir alguma sensibilidade sobre o comportamento das frequências naturais do núcleo do estator ao se variar o módulo de elasticidade longitudinal na direção do comprimento da casca cilíndrica (direção x), e antecipando os resultados experimentais que serão descritos mais adiante, realizou-se um exercício de variação deste parâmetro, na faixa de 206 GPa (valor de referência) a 0,5 GPa , considerando-se o material como ortotrópico, cujo os resultados são apresentados nas Figuras 3.39 a 3.47.

A formulação utilizada pelo programa de elementos finitos para tratamento de materiais ortotrópicos é apresentada, sucintamente, no Apêndice A.

Analisando-se estes resultados pode-se tirar algumas conclusões interessantes. Para tanto, parte-se do princípio de que a queda do módulo de elasticidade longitudinal representa, pelo menos aproximadamente, o fenômeno da queda da rigidez observada em estruturas segmentadas. Vale lembrar que a variação do parâmetro E_x não ocorre sozinha mas está associada à variação dos módulos de elasticidade transversais através das equações A.6 e A.8, apresentadas no Apêndice A.

Assim, partindo-se desta premissa, pode-se, através dos resultados aqui apresentados, explicar o fato dos pesquisadores, até hoje, terem afirmado que a segmentação não tem efeito sobre o valores das frequências naturais de estatores podendo-se, desta forma, tratá-los como estruturas sólidas e compostas por materiais isotrópicos (ver [Verma 81-II], por exemplo). Vale a pena ressaltar, no entanto, que a comprovação experimental desta afirmação foi feita utilizando-se valores de frequências naturais associadas a modos com deslocamento uniforme ao longo do estator. Observando-se a Figura 3.45, percebe-se que a queda da rigidez no sentido longitudinal da casca cilíndrica interfere muito pouco no valor das frequências naturais associadas a esses modos. Considere, por exemplo, uma variação do módulo de elasticidade E_x de 206 GPa para 20 GPa , ou seja, uma redução de ≈ 10 vezes. A frequência natural associada ao modo $n = 7/m = 0$, neste caso, apresenta uma variação de pouco mais de 20% ao passo que a frequência de ressonância associada ao modo $n = 2/m = 0$ não varia mais do que 5%. Portanto, analisando-se somente estes modos, a conclusão apresentada pelos autores é imediata.

Apesar da suposição de uniformidade dos deslocamentos ao longo do comprimento do estator ser válida para máquinas pequenas, conforme foi apresentado no Capítulo 2, o mesmo não ocorre para máquinas onde a razão entre o comprimento e o raio do estator é grande. Nestes casos, a análise dos modos em que $m \geq 1$ é muito importante.

Observando-se as Figuras 3.45 e 3.47, que mostra a diferença entre as frequências naturais obtidas da variação do módulo de elasticidade e as frequências de referência para $m = 1$ e $m = 2$, percebe-se que a influência do parâmetro E_x sobre os valores das frequências de ressonâncias associadas a estes modos é bem mais acentuada do que no caso em que $m = 0$. Supondo-se, por exemplo, a mesma redução de 10 vezes no valor do módulo de elasticidade E_x , verifica-se que, para os modos $m = 1$, a variação das frequências naturais pode chegar a 55% em relação aos valores de referência enquanto que, para $m = 2$, esta diferença pode atingir 60%! Portanto, conclui-se que, se a segmentação faz cair a rigidez na direção longitudinal do núcleo do estator, então as frequências de

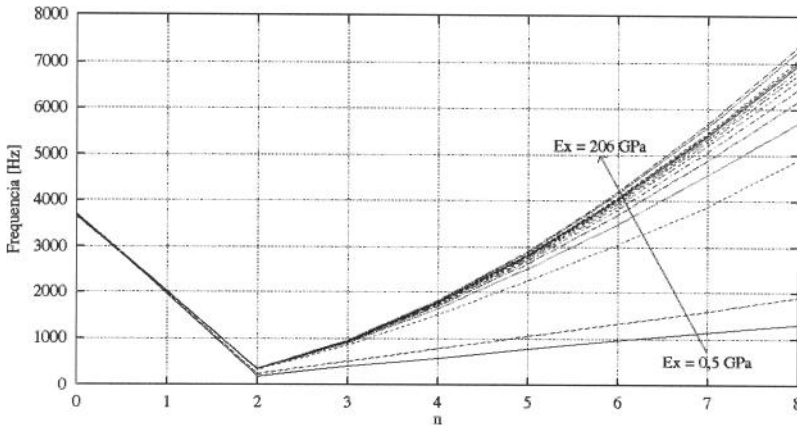


Figura 3.39: Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 0$.

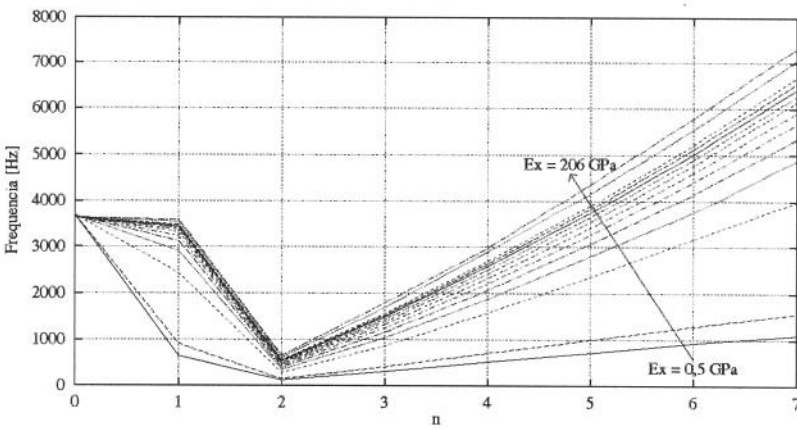


Figura 3.40: Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 1$.

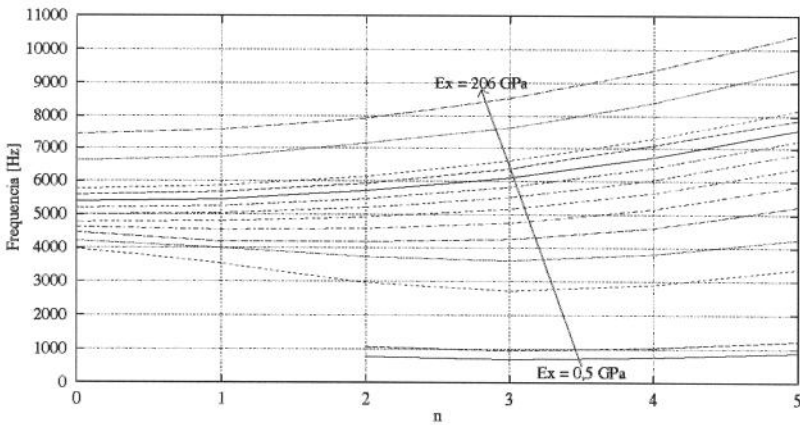


Figura 3.41: Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 2$.

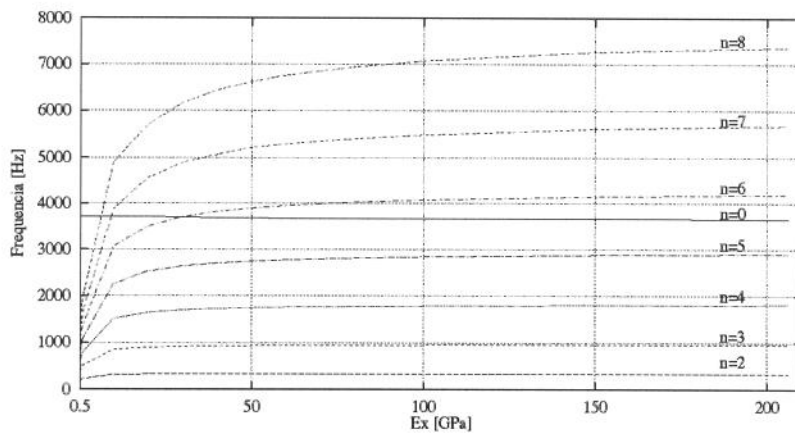


Figura 3.42: Variação das frequências naturais em função do módulo de elasticidade E_x para $m = 0$.

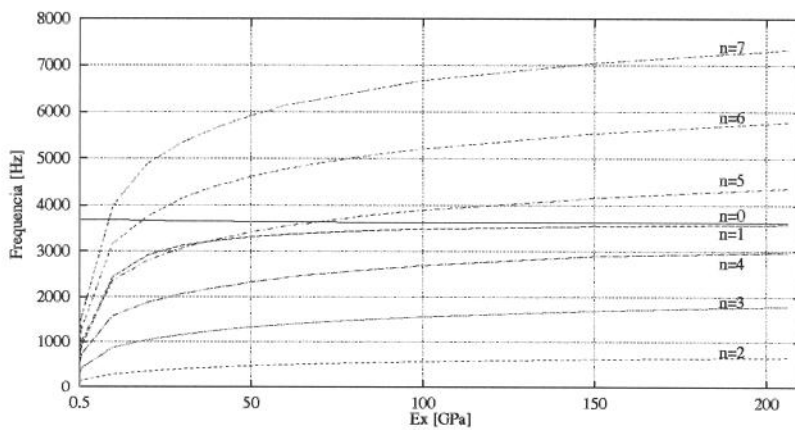


Figura 3.43: Variação das frequências naturais em função do módulo de elasticidade E_x para $m = 1$.

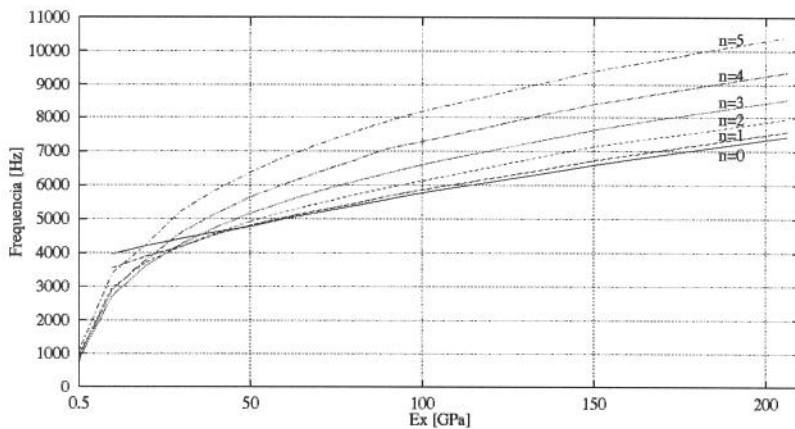


Figura 3.44: Variação das frequências naturais em função do módulo de elasticidade E_x para $m = 2$.

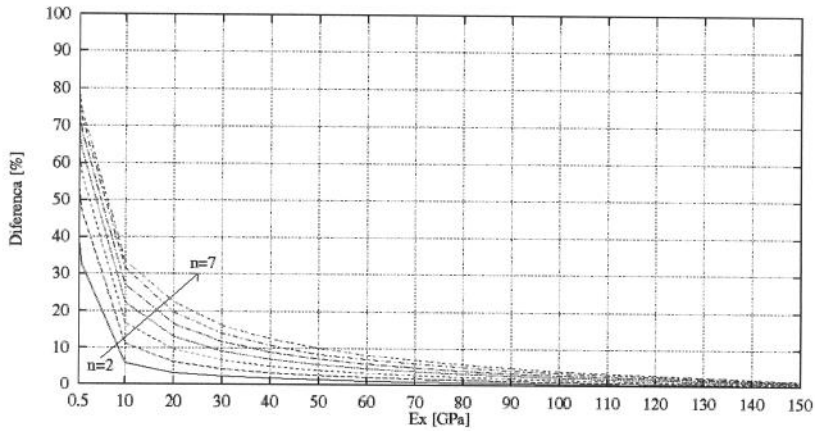


Figura 3.45: Diferença entre as frequências naturais obtidas a partir da variação do módulo de elasticidade E_x e as de referência para $m = 0$.

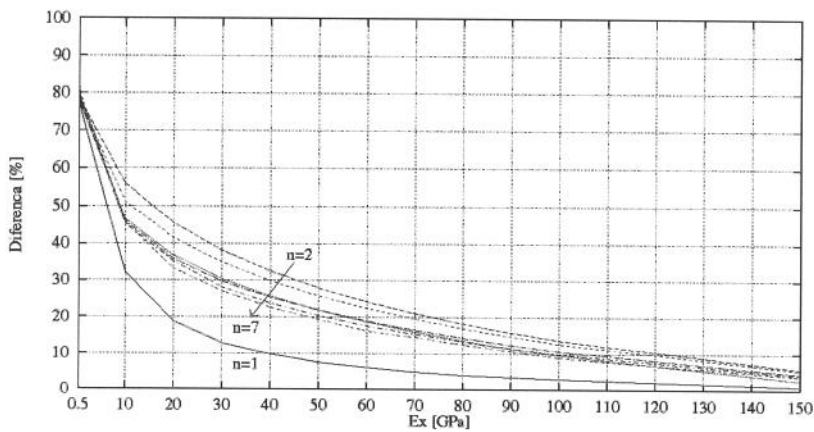


Figura 3.46: Diferença entre as frequências naturais obtidas a partir da variação do módulo de elasticidade E_x e as de referência para $m = 1$.

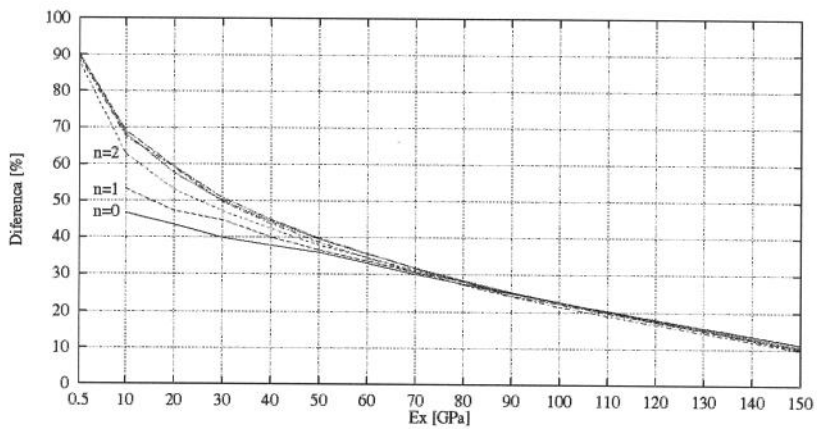


Figura 3.47: Diferença entre as frequências naturais obtidas a partir da variação do módulo de elasticidade E_x e as de referência para $m = 2$.

ressonância associadas aos modos com deslocamentos não uniformes ao longo do seu comprimento serão muito mais baixas do que aquelas encontradas em uma estrutura sólida similar ao passo que as frequências associadas aos modos $m = 0$ serão muito menos afetadas.

Outro aspecto interessante de ser observado é de que as frequências naturais associadas aos modos $n = 0/m = 0$ e $n = 0/m = 1$ não variam com a redução do módulo de elasticidade longitudinal E_x , como mostra as Figuras 3.42 e 3.43. Como já foi citado na seção 3.2 e é ilustrado, no caso desta casca cilíndrica especificamente, nas Figuras 3.39 e 3.40, nestes modos a energia total é proveniente quase que exclusivamente da energia de deformação de membrana. Destas duas figuras percebe-se também que o ponto de mínima energia ocorre quando $n = 2$. Já no caso em que $m = 2$, Figura 3.41, o valor de energia de deformação mínima ocorre em $n = 0$ para valores elevados de E_x sendo que, com a diminuição acentuada deste parâmetro, nota-se um ponto de mínimo muito tênue no modo $n = 3$.

Finalmente, vale a pena ressaltar o comportamento do modo $n = 1/m = 1$. Percebe-se, analisando-se as Figuras 3.40, 3.43 e 3.46, que a frequência natural associada a este modo permanece quase constante mesmo com uma redução de 4 vezes do valor inicial do módulo de elasticidade longitudinal. Contudo, a diferença para o valor de referência cresce consideravelmente para valores de E_x menores que este.

Outros comentários a respeito destas simulações serão apresentadas nas comparações com os resultados da análise modal experimental do pacote de chapas.

3.6 Variação do módulo de elasticidade . Material isotrópico

Nesta seção estuda-se a variação do módulo de elasticidade longitudinal E de uma casca cilíndrica constituída de material isotrópico. A variação deste parâmetro foi feita entre 206 GPa e 10 GPa e os resultados estão apresentados nas Figuras 3.48 a 3.54.

Como pode-se perceber, ao contrário da análise anterior, a variação do módulo de elasticidade nas três direções influencia, como era de se esperar, em todas as frequências naturais da casca cilíndrica. Além disso, esta influência é exatamente a mesma para todos os modos, como ilustra a a Figura 3.54.

Portanto, conclui-se que é impossível encontrar um valor para o módulo de elasticidade que ajuste todas as frequências naturais obtidas do modelo analítico, fazendo com que elas coincidam com os valores experimentais, ao mesmo tempo. Este procedimento foi proposto por Keijser em [Keijser 83] e não funciona pois ele não representa, de maneira global, o efeito da segmentação existente em estatores.

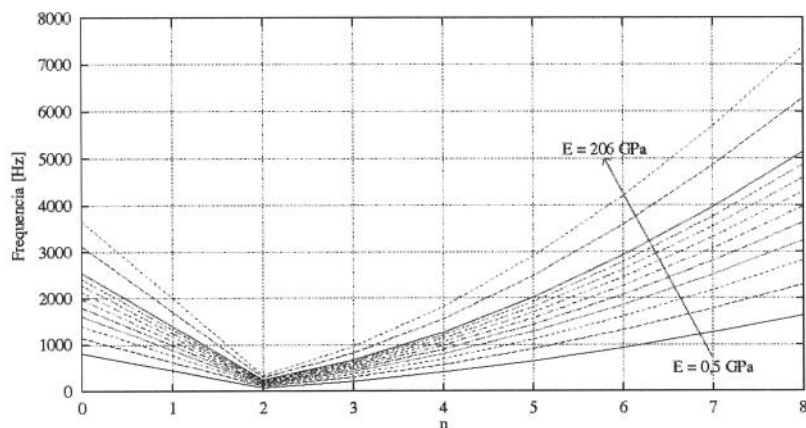


Figura 3.48: Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 0$.

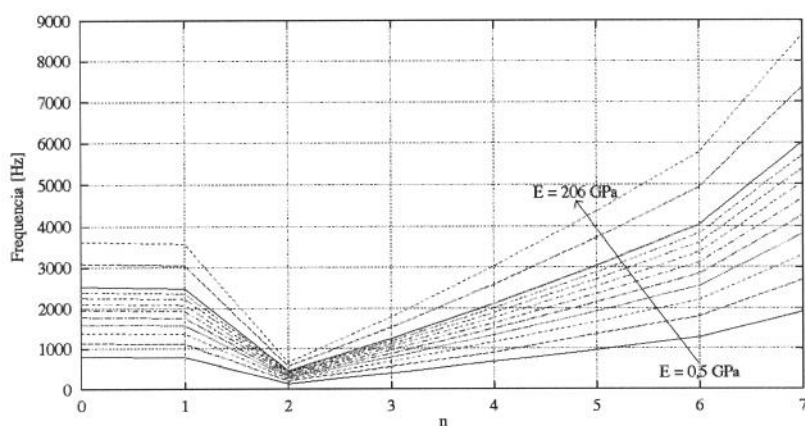


Figura 3.49: Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 1$.

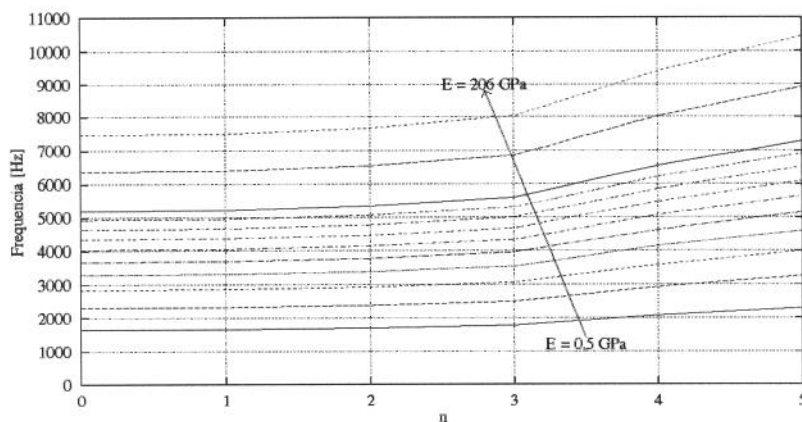


Figura 3.50: Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 2$.

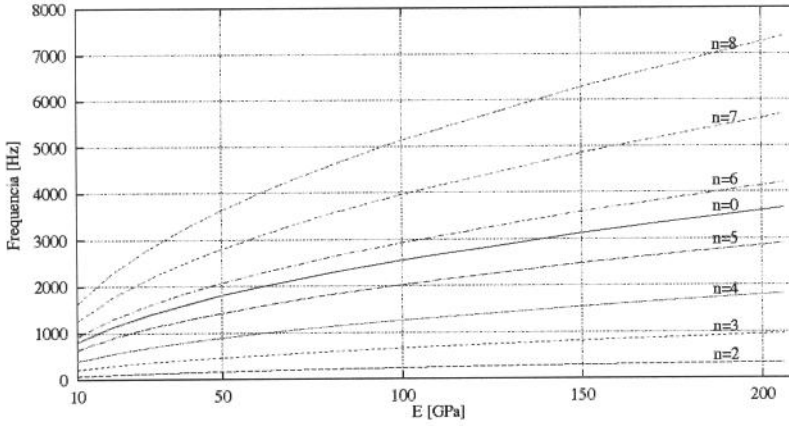


Figura 3.51: Variação das frequências naturais em função do módulo de elasticidade E para $m = 0$.

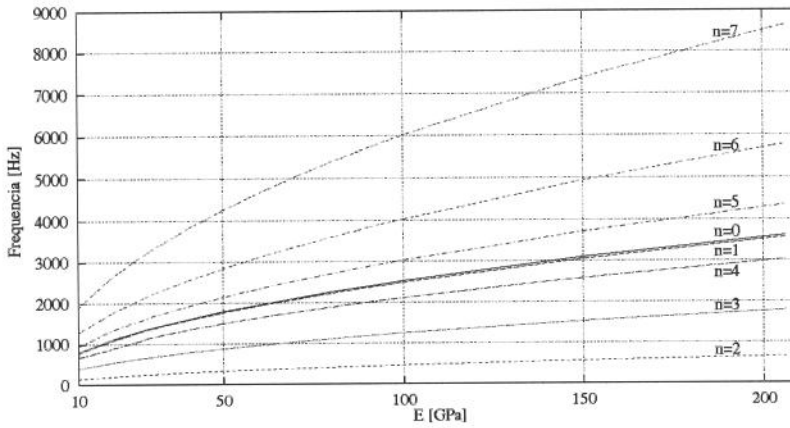


Figura 3.52: Variação das frequências naturais em função do módulo de elasticidade E para $m = 1$.

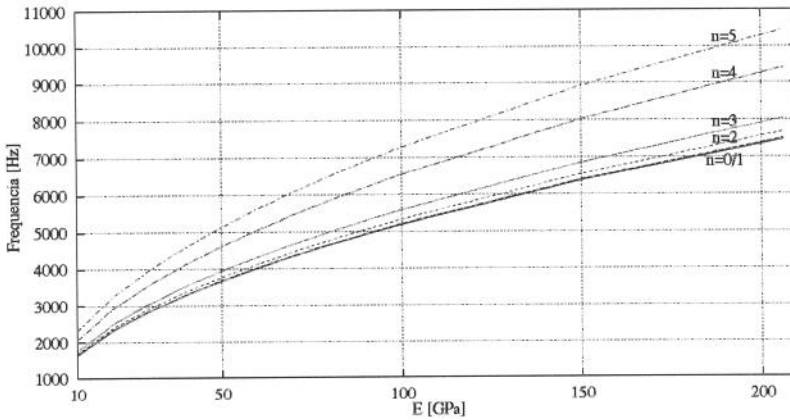


Figura 3.53: Variação das frequências naturais em função do módulo de elasticidade E para $m = 2$.

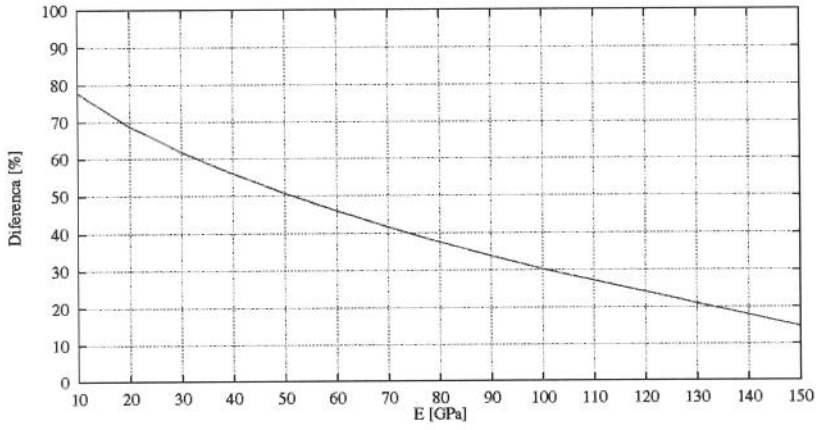


Figura 3.54: Diferença entre as frequências naturais obtidas a partir da variação do módulo de elasticidade e as de referência para qualquer valor de m e n .

Capítulo 4

Análise Modal Experimental do Núcleo do Estator

4.1 Introdução

Este é, certamente, o capítulo mais importante do trabalho. Pretende-se aqui verificar se existe ou não influência da segmentação no comportamento dinâmico do núcleo do estator. Esta verificação é feita através da comparação dos valores das frequências naturais obtidas da análise modal experimental de um pacote de chapas cilíndricas sobrepostas e presas com o auxílio de seis tirantes com os resultados dos modelos de elementos finitos apresentados no Capítulo 3.

Esta seção começa com uma descrição da montagem experimental, onde se apresenta os equipamentos empregados, os sistemas de suspensão do excitador eletrodinâmico e da estrutura ensaiada e outros detalhes construtivos importantes para a realização da análise modal.

Para a medição da força de compressão aplicada pelos tirantes no pacote de chapas, estes foram instrumentados com extensômetros. Inicialmente, foi colado apenas um *strain-gage* em cada tirante porém esta configuração não apresentou bons resultados. Estes problemas foram resolvidos, ou atenuados, com o uso de dois extensômetros, em cada tirante, colados a 180° um do outro. O equacionamento destas duas configurações bem como o processo de calibração dos tirantes é apresentado também neste capítulo.

Em seguida, faz-se um descrição rápida do programa de análise modal, dos métodos de extração de parâmetros modais e dos procedimentos empregados para verificação da qualidade das estimativas.

Finalmente, são apresentados os resultados da análise modal experimental do pacote de chapas. É feita também uma comparação com valores de frequências naturais obtidos do modelo de elementos finitos analisado no capítulo 2. São ilustradas as formas modais obtidas e também as Funções de Resposta em Frequência e Funções de Coerência dos pontos de excitação.

4.2 Descrição da Montagem Experimental

A figura 4.1 mostra um esquema da montagem utilizada para a realização da análise modal experimental do pacote de chapas. Os equipamentos representados na figura são:

- [1] - Gerador de Ruído da General Radio Corporation, modelo 1381;
- [2] - Amplificador de Potência da Bruel & Kjaer, tipo 2712;
- [3] - Excitador Eletrodinâmico da Bruel & Kjaer, tipo 4808;
- [4] - Barra de conexão entre o excitador eletrodinâmico e o pacote;
- [5] - Transdutor de Força da Bruel & Kjaer, modelo 8200;
- [6] - Estrutura ensaiada (núcleo do estator);
- [7] - Acelerômetro da ENDEVCO, modelo 2221F;
- [8/9] - Condicionador/Amplificador de Sinais da Bruel & Kjaer, tipo 2626;
- [10] - Analisador de Sinais da Scientific Atlanta, modelo SD385 com dois canais;
- [11] - Tirantes utilizados para empacotamento das chapas;
- [12] - *Bridge box* da KYOWA, tipo BD-120P;
- [13] - Ponte de Alimentação da KYOWA, modelo DPM-6H, com seis canais e
- [14] - Computador IBM-PC 486 DX2 66 MHz e Programa STAR Modal.

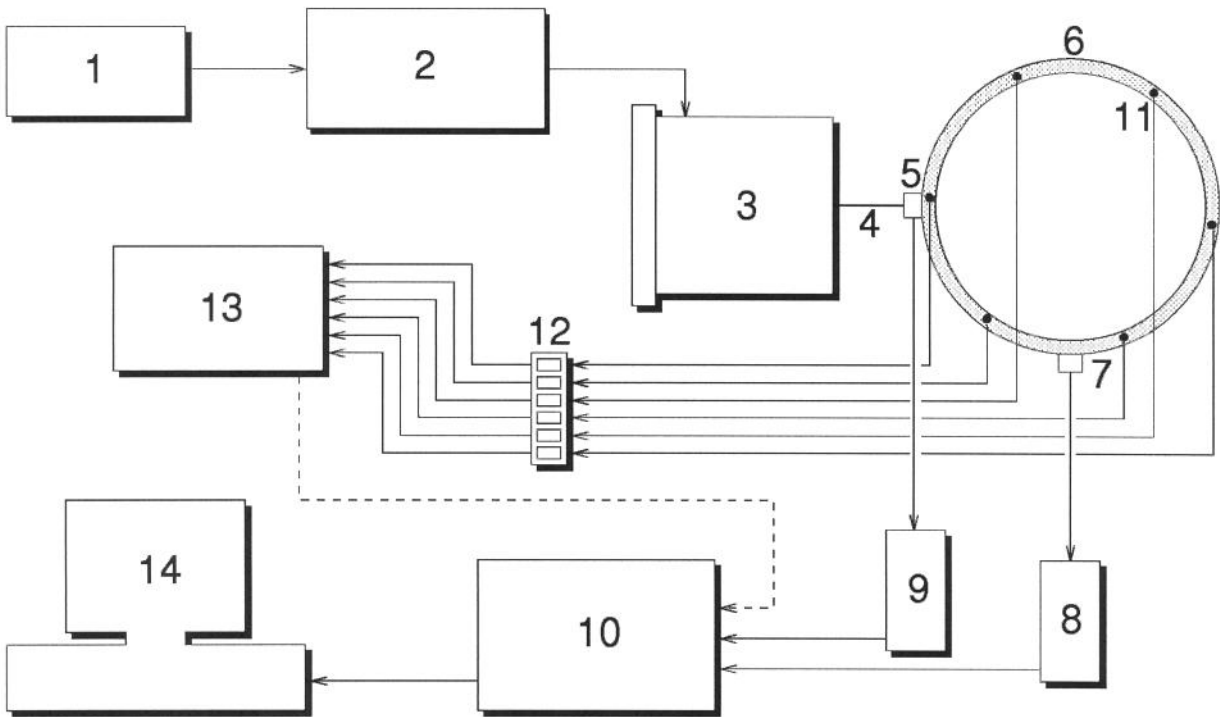


Figura 4.1: Esquema da montagem para análise modal experimental do núcleo do estator.

Para a construção do cilindro chapeado partiu-se das chapas do estator de um motor de 100 cv e 8 pólos de fabricação da WEG Motores. O pacote de chapas foi usinado internamente para a retirada dos dentes e externamente até se eliminar as ranhuras de fixação do mesmo na carcaça do motor. As dimensões finais do pacote são: diâmetro externo $D_e = 476 \text{ mm}$, diâmetro interno $D_i = 422 \text{ mm}$ e altura $H = 146 \text{ mm}$.

Na Figura 4.2 tem-se uma vista geral da instrumentação utilizada e da estrutura ensaiada. Como pode-se notar, o núcleo do estator foi excitado com o auxílio de um excitador eletrodinâmico, suspenso com o auxílio de um pórtico e conectado ao pacote de chapas através de uma barra de conexão, conforme ilustra a Figura 4.3. Este elemento, extremamente importante para a obtenção de resultados confiáveis, tem a função de transmitir a força entre o excitador e a estrutura ensaiada. A barra de conexão foi projetada de forma a ter alta rigidez no sentido longitudinal a ela e baixa rigidez nas direções transversais, evitando, desta forma, a transmissão de força em direções que não aquela gerada pelo excitador e a aplicação de momentos no transdutor de força. A aplicação destes esforços compromete totalmente os resultados da análise modal realizada. Problemas provenientes desta situação podem ser detectados por baixos valores na função de coerência. Várias peças foram feitas e a que teve melhor performance foi construída a partir de uma corda de piano e tinha 12 mm de comprimento livre e 1,2 mm de diâmetro. Estas dimensões são sugeridas por Ewins, em [Ewins 84].

As Figuras 4.4 e 4.5 mostram detalhe do núcleo do estator. O pacote foi prensado com o auxílio de seis tirantes instrumentados com extensômetros, através dos quais conseguia-se aplicar uma pressão igualmente distribuída. Como pode ser observado, o pacote, pesando 42 kg, foi suspenso por meio de molas e a frequência natural desta montagem ficou em 2,5 Hz. Sendo assim, como a primeira frequência natural do pacote de chapas se encontrava acima de 100 Hz, pode-se considerar que a estrutura foi testada na condição livre-livre [Ewins 84]. Vale a pena ressaltar que analisou-se a possibilidade de suspender o pacote utilizando-se molas fixadas diretamente nos tirantes, mas o peso próprio do núcleo influenciaria no valor da pré-carga medida neste tirante. Outra possibilidade considerada foi utilizar uma manta de borracha ou espuma sobre o qual se apoiasse o pacote de chapas. Contudo, como tinha-se interesse também nos valores de amortecimento, esta opção foi descartada.

Um aspecto importante na realização da análise modal experimental é o sistema de fixação do acelerômetro. Como este transdutor tinha que ser trocado de posição ao longo do experimento, optou-se por fixá-lo ao núcleo do estator com cola. A base do acelerômetro utilizado tinha somente 11 mm de diâmetro o que permitia um contato bastante bom com a superfície externa do pacote. Contudo, era importante verificar a existência de uma frequência natural da montagem do acelerômetro na faixa de 0 a 10 kHz. Foi realizado um pequeno ensaio e determinou-se a existência de uma ressonância do sistema cola+acelerômetro em 9600 Hz, limitando assim a frequência máxima de análise em 6000 Hz. Convém ressaltar ainda que a faixa de utilização do excitador eletrodinâmico vai até 10 KHz. Na escolha deste transdutor, em particular, foram considerados ainda

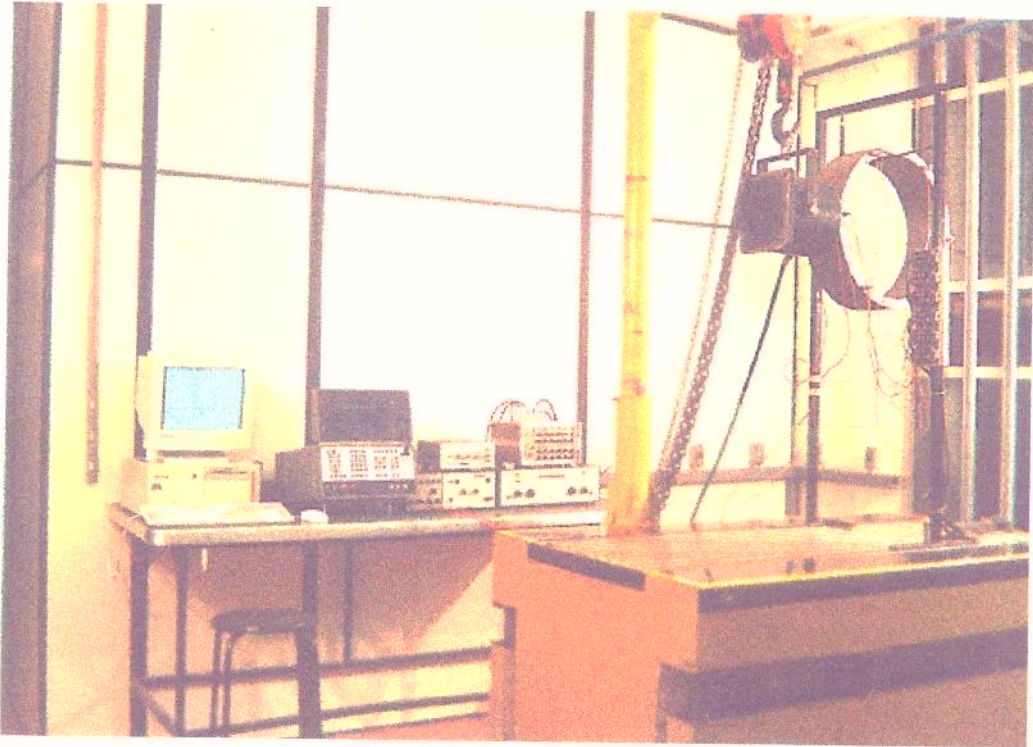


Figura 4.2: Vista Geral da montagem utilizada na análise modal do pacote de chapas.

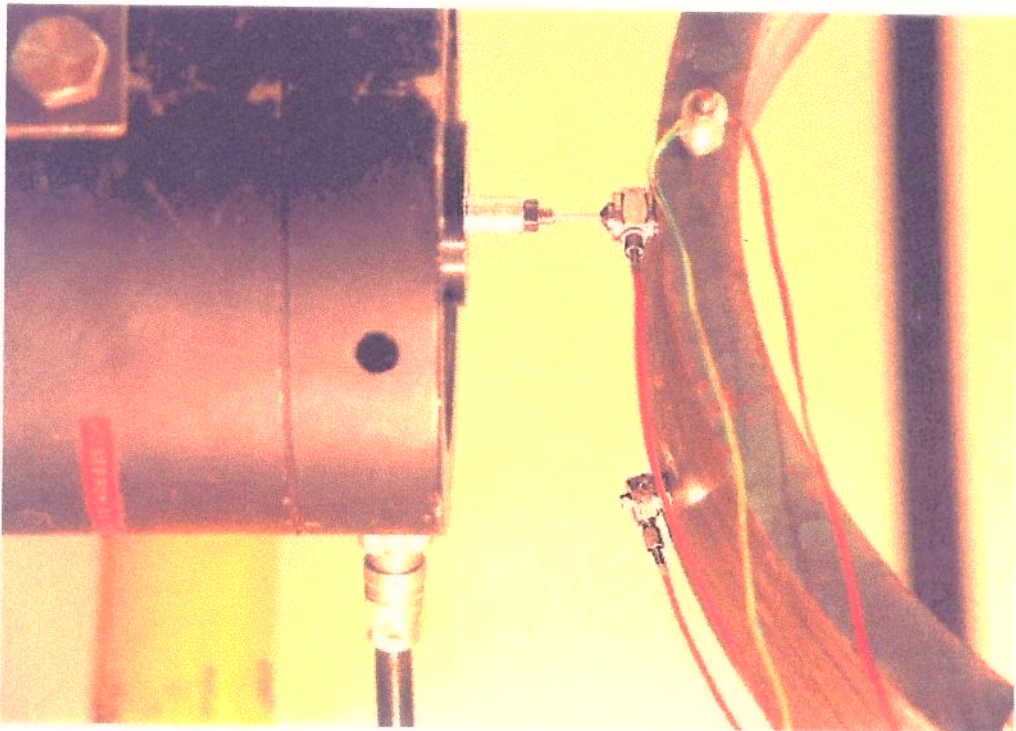


Figura 4.3: Detalhe da barra de conexão entre o *shaker* e o pacote.

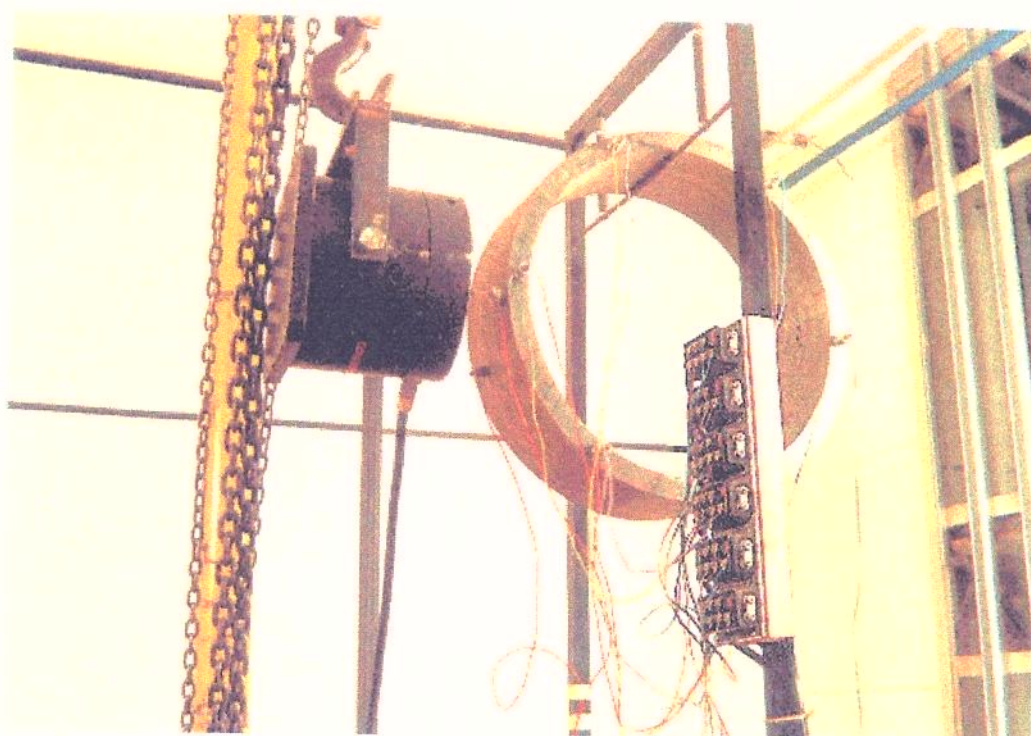


Figura 4.4: Detalhe do sistema de suspensão do pacote de chapas.

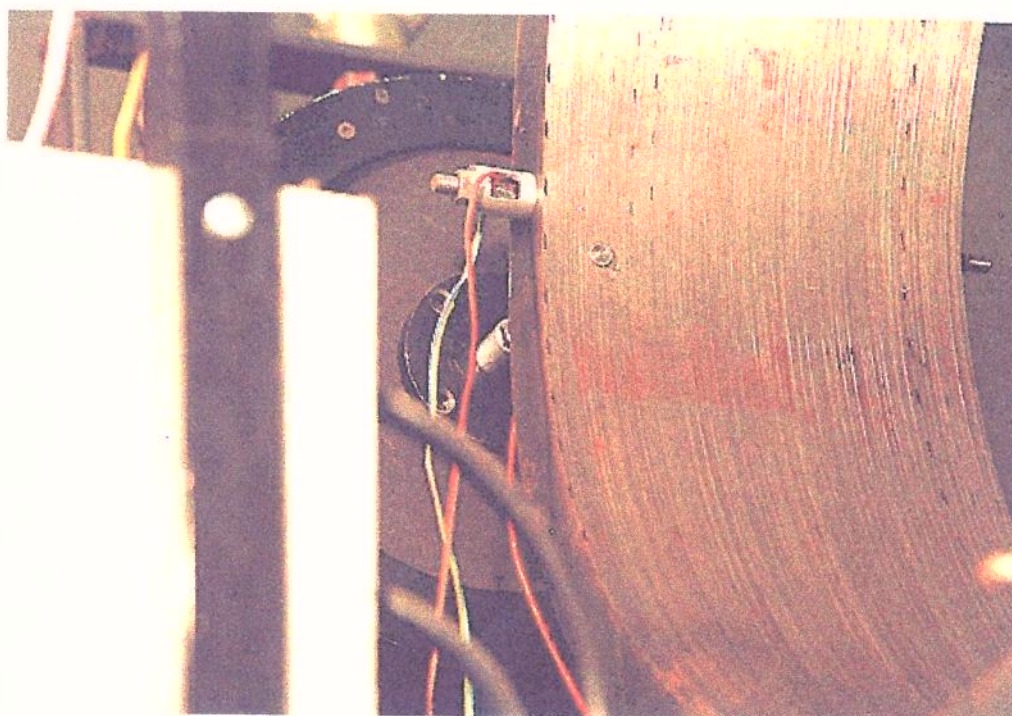


Figura 4.5: Detalhe do pacote de chapas e tirante.

dois outros fatores. O primeiro foi a massa bem pequena (13 g) comparada com a da estrutura. Isto porque a movimentação de um acelerômetro pesado ao longo da periferia do pacote poderia causar inconsistência nos parâmetros modais estimados. O segundo foi a baixíssima sensibilidade transversal do transdutor, de apenas 0,6%. Este cuidado foi tomado pois, como já foi apresentado no Capítulo 2, em muitos modos de cascas cilíndricas estão acopladas as três direções do deslocamento. Desta forma, se a sensibilidade transversal do acelerômetro for muito alta e um modo específico acopla os deslocamentos nas direções radial e tangencial, por exemplo, os resultados da análise modal podem ser totalmente comprometidos pois este deslocamento será tratado, pelo programa, como sendo puramente radial. Este efeito foi apresentado por Verma, em [Verma 81-II], como justificativa da distorção dos modos por ele medido.

Outra preocupação durante a montagem do experimento foi o sistema de fixação do transdutor de força no pacote de chapas. Tinha-se que utilizar um sistema que fosse eficiente em toda a faixa de frequência de interesse. Foram analisados diversos métodos de fixação e todos apresentavam inconvenientes. Optou-se então por fazer um furo de 5 mm no pacote de chapas e nele introduzir uma peça de adaptação, conforme ilustra a Figura 4.6, na qual foi aparafusada o transdutor de força. Cuidou-se para que o comprimento desta peça fosse tal que a superfície A (ver Figura 4.6) do transdutor ficasse em contato somente com o núcleo do estator. A Figura 4.5 mostra a cabeça desta peça de adaptação.

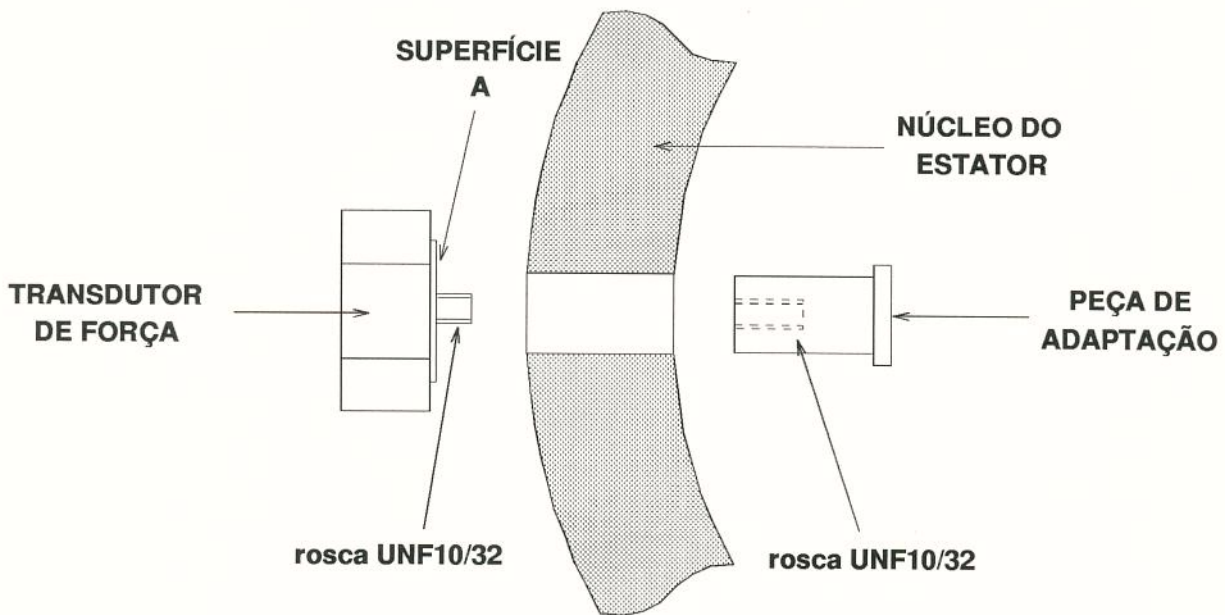


Figura 4.6: Esquema da fixação do transdutor de força no pacote de chapas.

4.3 Medição da força de empacotamento

Esta etapa do procedimento experimental exigiu uma atenção bastante especial a fim de evitar problemas de não homogeneidade na pressão aplicada pelos tirantes no empacotamento das chapas. Como afirma Singal, em [Singal 89], esta distribuição assimétrica da pré-carga aplicada no núcleo do estator pode fazer surgir frequências associadas a formas modais não previstas pela teoria.

Para poder controlar a força de compressão aplicada sobre o pacote de chapas, foram instrumentados seis tirantes com dois extensômetros em cada um, colocados a 180° um do outro, conforme ilustra a Figura 4.7. Esta configuração foi adotada para se tentar minimizar os efeitos de tensões devido à flexão nos tirantes originadas, por exemplo, pela deformação inicial dos mesmos. Para completar a Ponte de Wheatstone foram utilizadas as resistências do equipamento 12, da Figura 4.1. O esquema da configuração da ponte é apresentado na Figura 4.8.

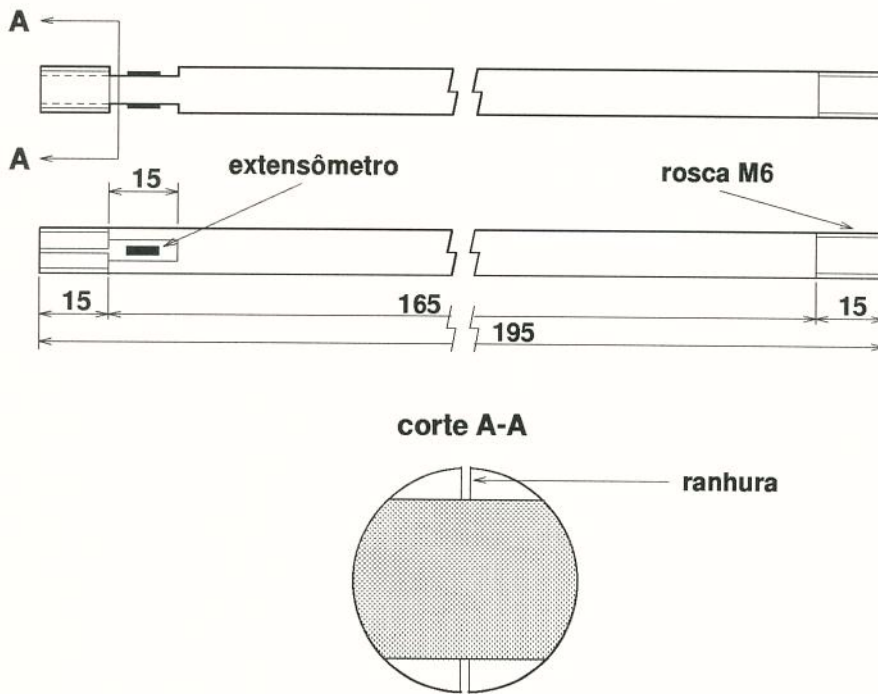


Figura 4.7: Detalhe dos tirantes instrumentados.

Através da Ponte de Wheatstone pode-se medir a deformação atuante na secção do elemento no qual os extensômetros estão colados por intermédio da leitura da voltagem E , como apresenta [Dally 65].

A queda de tensão através da resistência R_1 é denotada por V_{AB} e é dada por

$$V_{AB} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V \quad (4.1)$$

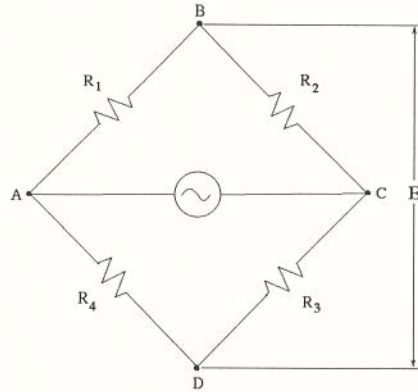


Figura 4.8: Representação esquemática da Ponte de Wheatstone.

e, analogamente, a queda de tensão através da resistência R_4 , denotada por V_{AD} , é dada por

$$V_{AD} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V. \quad (4.2)$$

Assim, a tensão de saída E vale

$$E = V_{BD} = V_{AB} - V_{AD}, \quad (4.3)$$

ou seja,

$$E = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} V. \quad (4.4)$$

Se $R_1 R_3 = R_2 R_4$ então $E = 0$ e se diz que a ponte está balanceada. Desta forma, no início das medições faz-se com que esta relação seja satisfeita de modo que só se registre as tensões após a aplicação dos esforços desejados. Nesta condição, supondo-se que durante o processo de medição se verifique as variações ΔR_1 , ΔR_2 , ΔR_3 e ΔR_4 em cada uma das resistências R_1 , R_2 , R_3 e R_4 , respectivamente, a tensão de saída ΔE torna-se

$$\Delta E = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) V. \quad (4.5)$$

Neste resultado não estão incluídos os termos de segunda ordem das variações das resistências.

A partir deste resultado, analisa-se duas configurações da ponte de Wheatstone para a medição da força de tração atuante nos tirantes ao se montar o pacote de chapas.

4.3.1 Medição com 1 extensômetro

A princípio, foi utilizado somente um *strain-gage* para a medição da deformação nos tirantes. Para tanto, foi feito um rebaixo no mesmo de modo que a área rebaixada fosse suficiente para se colar o extensômetro. A Figura 4.9(a) ilustra a posição do sensor no tirante.

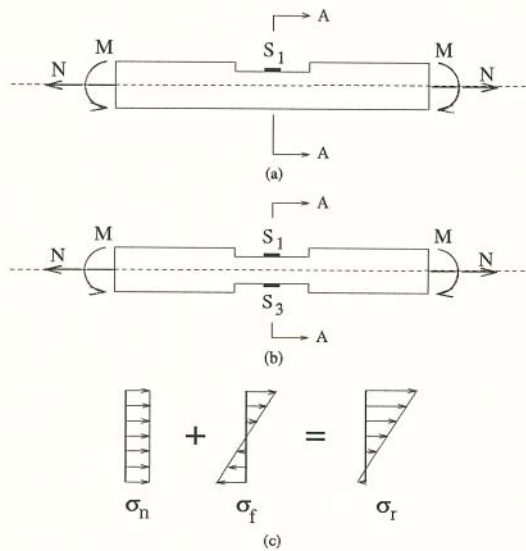


Figura 4.9: Esquema da fixação dos extensômetros no tirante.

Durante o processo de calibração dos extensômetros, que será descrito posteriormente, verificou-se que efeito da tensão normal devido ao momento fletor era bastante significativo. Certamente, este problema foi causado por um empenamento existente nos tirantes. Assim, ao se aplicar a força normal nos tirantes através do aperto nos parafusos, este tende a se alinhar fazendo com que o extensômetro acuse a existência de deformação.

Aplicando-se a equação 4.5 para o caso de 1 sensor com resistência S_1 , obtém-se:

$$\Delta E = \frac{S_1 R_2}{(S_1 + R_2)^2} \frac{\Delta S_1}{S_1} V, \quad (4.6)$$

e portanto

$$\Delta E = \frac{R_2 \Delta S_1}{(S_1 + R_2)^2} V. \quad (4.7)$$

A variação ΔS_1 da resistência S_1 é proporcional à deformação específica total que é dada por

$$\varepsilon_T = \varepsilon_n + \varepsilon_f = \frac{\sigma_n}{E} + \frac{\sigma_f}{E} = \frac{N}{AE} + \frac{M}{EI} y, \quad (4.8)$$

onde, ε_n = deformação específica proveniente da carga normal aplicada,

ε_f = deformação específica proveniente do desempenamento do tirante.

A distância y é medida a partir da linha neutra e pode ser negativa ou positiva, conforme a posição de colocação do *strain-gage*.

Portanto, conforme o carregamento normal vai aumentando, crescem as deformações específicas ε_n e ε_f , uma vez que esta última também é função indireta de N , devido ao momento de desempenamento atuantes nos tirantes. Para valores mais elevados de N a deformação específica ε_f deixa de variar e passa a ser predominante os efeito do carregamento normal. Em função destes problemas, esta configuração foi descartada e foi necessário adotar uma outra solução para eliminar ou, pelo menos, minimizar o efeito do momento fletor.

4.3.2 Medição com 2 extensômetros

Nesta configuração foram empregados dois extensômetros a 180° um do outro, conforme ilustra a Figura 4.9(b).

Utilizando-se os extensômetros S_1 e S_3 e as resistências R_2 e R_4 da *bridge box* (equipamento 12 da Figura 4.1) para completar a ponte, tem-se a seguinte equação da voltagem em função da variação das resistências dos *strain-gages*:

$$\Delta E = \frac{S_1 R_2}{(S_1 + R_2)^2} \left(\frac{\Delta S_1}{S_1} + \frac{\Delta S_3}{S_3} \right) V. \quad (4.9)$$

Seguindo a mesma linha de raciocínio que na seção 4.3.1, pode-se dizer que a variação total da resistência S é composta pela soma das variações devidas à deformação específica causada pela força normal ΔS_n e aquela causada pelo momento fletor ΔS_f , ou seja, $\Delta S = \Delta S_n + \Delta S_f$. Assim, sabendo-se que os dois extensômetros eram iguais ($S_1 = S_2 = S$), pode-se reescrever a expressão 4.9 da seguinte forma:

$$\Delta E = \frac{S R_2}{(S + R_2)^2} \left(\frac{\Delta S_{1n} + \Delta S_{1f} + \Delta S_{3n} + \Delta S_{3f}}{S} \right) V. \quad (4.10)$$

A Figura 4.9(c) ilustra a distribuição da tensão na secção transversal A-A do tirante. Assim, se a usinagem dos rebaixos fosse feita de forma que as distâncias entre a linha neutra e as superfícies em que foram colocados os sensores fossem iguais, poder-se-ia escrever que:

$$\Delta S_{1n} = \Delta S_{3n}; \quad \Delta S_{1f} = -\Delta S_{3f}$$

e a expressão 4.10 torna-se-ia

$$\Delta E = \frac{2\Delta S_n R_2}{(S + R_2)^2} V,$$

ou seja, independente do momento fletor.

Obviamente, não se pode garantir que a usinagem tenha sido feita de acordo com as premissas anteriormente expostas. De qualquer forma, esta configuração forneceu resultados bem melhores que a anterior e foi a adotada para determinação da deformação nos tirantes.

4.3.3 Calibração dos Extensômetros

Partindo-se da configuração do tirante com 2 extensômetros procedeu-se à calibração dos sensores. Com esta finalidade foi construído o dispositivo ilustrado na Figura 4.10 juntamente com o esquema da montagem para calibração dos tirantes. Os itens representados nesta figura são:

- [1] - Célula de carga da BLH Eletronics, tipo U2M1;
- [2] - Tirante;
- [3] - Extensômetro HBM (Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH), tipo 1.5/120LY11;
- [4] - *Bridge box*, tipo BD-120P;
- [5] - Ponte de Alimentação da KYOWA, modelo DPM-6H, com seis canais e
- [6] - Analisador de Sinais da Scientific Atlanta, SD385 com dois canais.

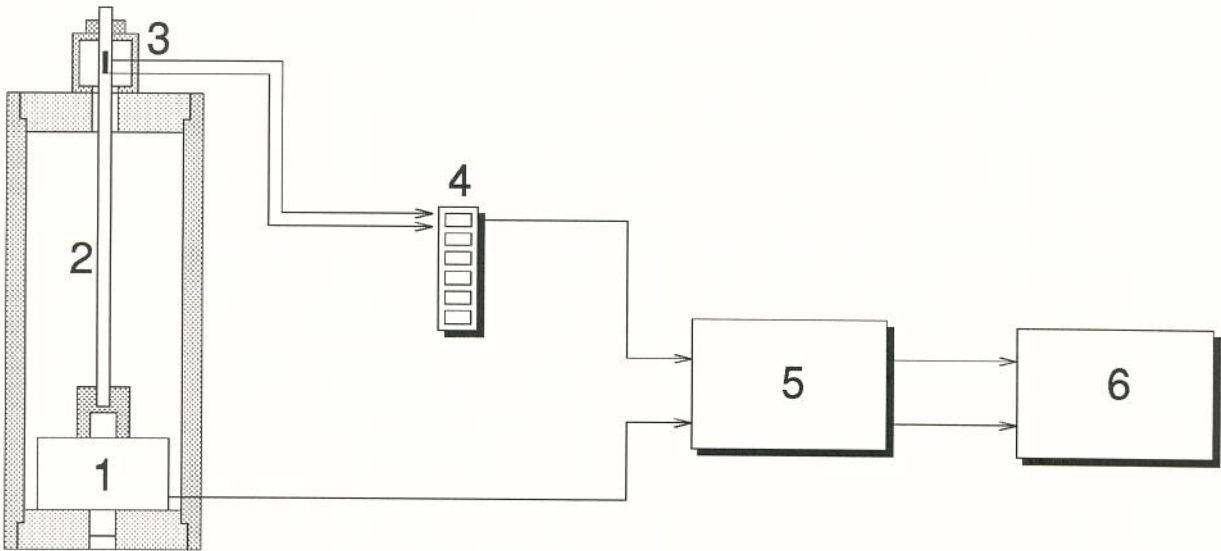


Figura 4.10: Esquema da montagem para calibração dos extensômetros dos tirantes.

Como pode-se perceber através da Figura 4.10, a curva de calibração de cada um dos tirantes 2 foi obtida por comparação com os valores fornecidos pela célula de carga 1. Os resultados destes ensaios estão apresentados nas Figuras 4.11.

Através destes gráficos, onde os pontos representam valores experimentais e a curva contínua, a função de interpolação, pode-se perceber o efeito do momento fletor causado pelo empenamento quando da aplicação da força normal. Para o cálculo da reta interpoladora dos dados experimentais, não foram considerados os pontos em que a carga normal

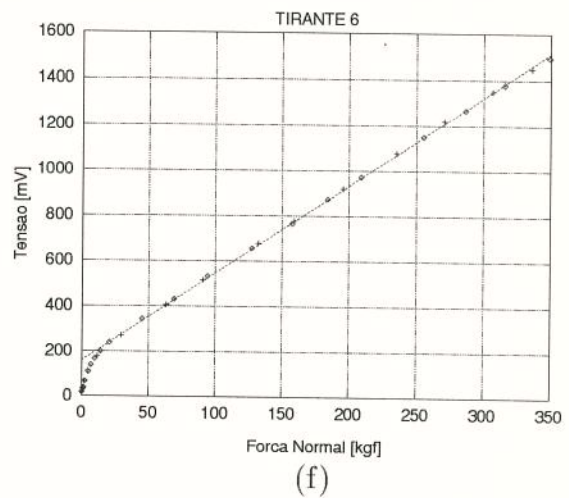
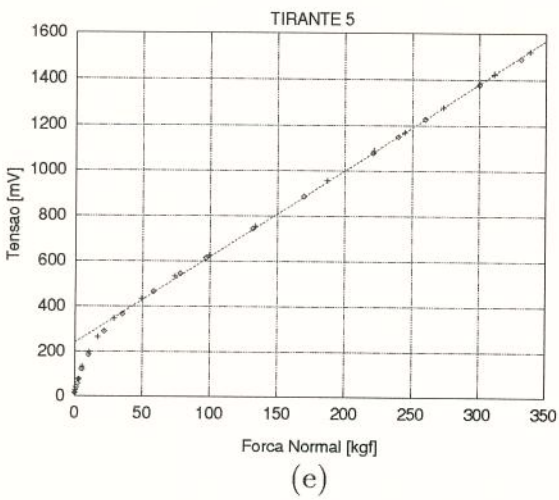
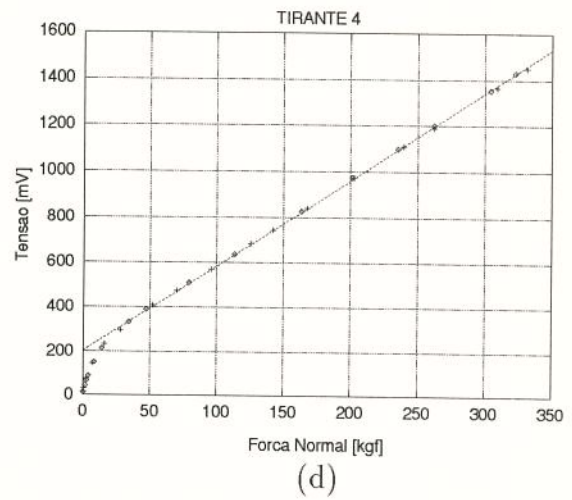
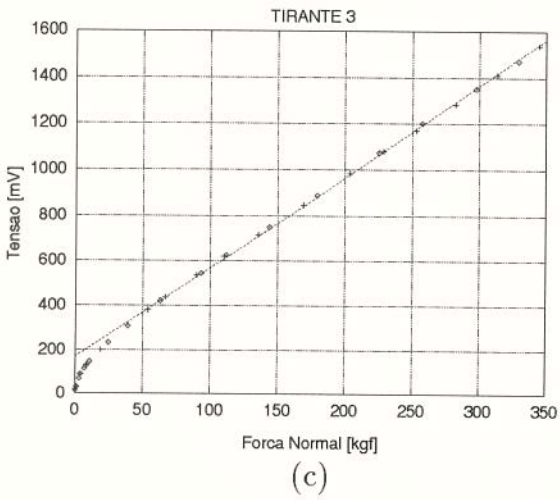
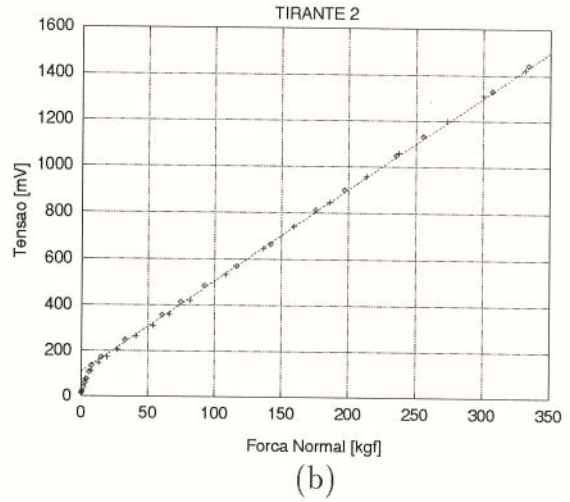
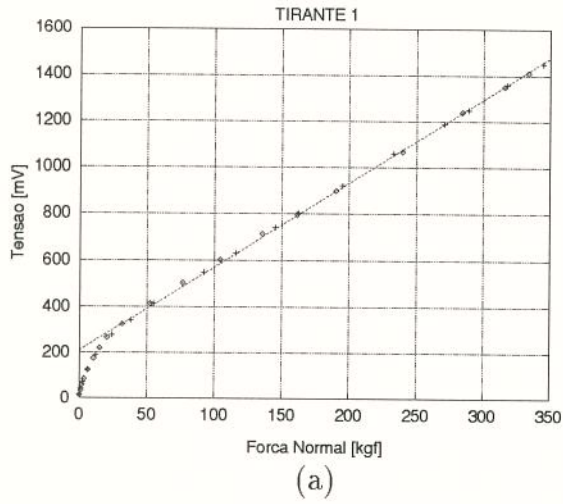


Figura 4.11: Curvas de calibração dos tirantes para empacotamento do estator.

fosse inferior a 50 kg - região em que a influência do momento fletor era significativa - mesmo porque, pré-cargas desta ordem, aplicadas ao pacote, não seriam suficientes para unir completamente as placas.

O processo de calibração foi realizado quatro vezes para cada tirante, sendo duas vezes aplicando-se a força normal de tração (apertando as porcas) e as outras duas diminuindo-a (desaparafusando as porcas). Os resultados foram totalmente repetitivos.

Vale a pena notar que as retas interpoladas, cujas equações estão apresentadas na Tabela 4.1, cruzam o eixo vertical em uma posição que depende basicamente do empenamento do tirante enquanto que a inclinação da reta é função do módulo de elasticidade longitudinal e da área de secção transversal.

Tirante	Curva Interpoladora
1	$V(N) = 212 + 3.61 * N$
2	$V(N) = 110 + 3.96 * N$
3	$V(N) = 172 + 3.97 * N$
4	$V(N) = 206 + 3.78 * N$
5	$V(N) = 241 + 3.80 * N$
6	$V(N) = 161 + 3.87 * N$

Tabela 4.1: Retas interpoladoras dos dados de calibração dos tirantes.

4.4 Programa de Análise Modal e Algoritmo de Extração de Parâmetros

Utilizou-se o programa STARModal^R para o desenvolvimento da análise modal experimental do pacote de chapas. Este é um programa distribuído pela Structural Measurement Systems, pertencente à General Radio Inc..

Este *software* foi instalado em um micro-computador IBM-PC 486, DX-2, 66 MHz. A sua comunicação com o analisador de sinais de dois canais SD385, da Scientific Atlanta, foi feita através de uma interface GPIB(IEEE 486), da National Instruments.

A versão utilizada apresenta cinco algoritmos de extração de parâmetros modais, sendo que quatro processam cada Função de Resposta em Frequência separadamente o quinto é um método de estimação global. Foram utilizados os métodos dos mínimos quadrados linear e o global. Considerou-se, no processo de extração de parâmetros, quatro modos extras para compensar os efeitos de fora da banda de análise.

A qualidade das estimativas das frequências naturais, formas modais e fatores de amortecimento foi verificada através da comparação visual entre a FRF medida e aquela sintetizada com os parâmetros modais estimados. Utilizou-se também uma ferramenta disponível no programa STAR chamada *Fit Error Function* (FEF) que calcula a correlação

entre estas duas Funções de Resposta em Frequência. Como o MAC, esta função pode variar entre 0 e 1 e é calculada através da seguinte expressão:

$$FEF = \frac{|FRF_{ajus}^T \times FRF_{med}|^2}{FRF_{med}(FRF_{ajus}^T \times FRF_{ajus})(FRF_{med}^T \times FRF_{med})}. \quad (4.11)$$

Sabe-se que uma das partes mais importantes de um processo experimental de extração de parâmetros modais é a estimação do número de modos que contribuem para a resposta do sistema dentro da faixa de frequência de interesse, ou seja, determinação da ordem do modelo linear a ser utilizado. Se o número de modos for muito pequeno, o ajuste das FRFs não vai ser muito bom e, conseqüentemente, não serão boas as estimativas dos parâmetros modais. Se o número de modos for muito grande, o processo de ajuste de curvas pode fornecer bons resultados mas os parâmetros modais estimados não vão ser necessariamente precisos ([Lembregts 87]). Assim, para a determinação do número de modos a ser considerado, baseou-se em uma função obtida da soma dos quadrados das partes imaginárias de todas as Funções de Resposta em Frequência medidas. Procedendo-se desta forma evita-se não considerar modos que não apareçam em uma ou outra medição.

A utilização de cada um dos dois métodos de extração de parâmetros citados foi feita baseado na densidade modal das FRFs. Contudo, a determinação dos fatores de amortecimento, que são apresentados a seguir, foi feita sempre com o método global por dois motivos: primeiro porque o amortecimento é um parâmetro muito sensível e pode variar bastante de uma medição para outra e segundo porque, como apresenta Snoeys em [Snoeys 87], os métodos globais são mais apropriados para tratar estruturas muito amortecidas como é o caso do pacote de chapas analisado.

4.5 Descrição do experimento

Como já foi mencionado na seção 4.2, a banda de frequência a ser analisada vai de 0 a 6000 Hz. Uma vez que esta faixa é bastante ampla, optou-se por dividi-la em três bandas menores a fim de melhorar a resolução em frequência, uma vez que se sabe que a estimativa dos parâmetros modais depende diretamente desta resolução ([Ewins 84]). As três faixas ficaram assim: 1. de 0 a 2500 Hz, 2. de 2500 a 5000 Hz e 3. de 5000 a 10000 Hz. Foram utilizadas 800 linhas de resolução no analisador o que implica em um $\Delta f = 3,25 \text{ Hz}$ para as duas primeiras bandas e $\Delta f = 6,25 \text{ Hz}$ para a terceira.

O sinal de excitação obtido do gerador de ruído 1, da Figura 4.1, pode ser considerado como branco na faixa de frequência de interesse. Com o intuito de minimizar efeito do *leakage*, utilizou-se janela *Hanning*, como sugere [Ewins 84].

A opção pela excitação com ruído foi feita com o intuito de se obter a melhor aproximação linear de um sistema que poderia apresentar não-linearidades introduzidas pelo atrito entre as chapas. Pelo mesmo motivo, não se alterou, durante a realização de todos os experimentos, a amplitude da força de excitação aplicada no pacote de chapas.

Um dos problemas mais críticos encontrados durante a realização do experimento de análise modal foi o ajuste do nível da força de excitação. A amplitude do sinal de excitação aplicado pelo excitador eletrodinâmico foi ajustada de modo que a resposta, neste mesmo ponto, apresentasse níveis razoáveis sem ser excessivos, a fim de evitar um comportamento não-linear localizado. Contudo, como a estrutura é muito amortecida, os níveis de vibração medidos em pontos localizados do lado oposto do pacote eram muito baixos. Isto complicou bastante o experimento mas, como já foi dito, optou-se por não alterar, em momento algum, o nível da força de excitação.

Para se ter um modelo modal completo da estrutura estudada seria necessário realizar medições em todas as direções - radial, tangencial e axial. Infelizmente, isto só seria possível com a utilização de um acelerômetro triaxial. Contudo, como o sistema de fixação deste transdutor ¹ dificultava a sua aplicação neste ensaio, esta alternativa foi descartada. Tentou-se utilizar um acelerômetro uniaxial para medição na direção axial mas os resultados foram muito ruins uma vez que a placa sobre o qual o transdutor estava colado, passava a ter um movimento próprio, independente do resto do pacote, a partir de 150 Hz, aproximadamente. É bom lembrar que o cilindro chapeado foi montado utilizando-se apenas seis tirantes, ou seja, havia um espaço livre entre dois tirantes consecutivos em que as chapas das extremidades podiam se afastar umas das outras. Resumindo, o pacote foi excitado apenas na direção radial e a vibração resultante foi medida também nesta direção.

A Figura 4.12 ilustra a discretização do pacote para a realização da análise modal experimental. Vale a pena lembrar que utilizou-se a mesma discretização no modelo de elementos finitos apresentado no Capítulo 3. Uma vez que no sentido longitudinal do estator existem modos simétricos e anti-simétricos, foram feitos, na verdade, dois ensaios de análise modal no núcleo do estator. O primeiro excitando-se no ponto 145, aproximadamente no centro do comprimento do pacote, utilizado para identificar os modos simétricos em relação ao plano central, e o segundo excitando-se o ponto 37, localizado próximo da extremidade do pacote e utilizado para se identificar os modos anti-simétricos. No primeiro ensaio foram medidos 145 pontos enquanto no segundo, 144.

Inicialmente, pretendia-se realizar várias análises modais no pacote de chapas variando-se a força de compressão. Infelizmente, devido às dimensões dos tirante ($\phi 6\text{ mm}$), tornou-se impossível a aplicação de forças muito grandes sob o risco de ocorrer a deformação permanente do tirante, perdendo-se assim a calibração e inutilizando-se a peça. Portanto, o ensaio foi realizado somente com uma força de compressão de 350 kg aplicada por cada tirante.

¹O acelerômetro triaxial existente no Departamento de Projeto Mecânico é da ENDEVCO, modelo 22235.

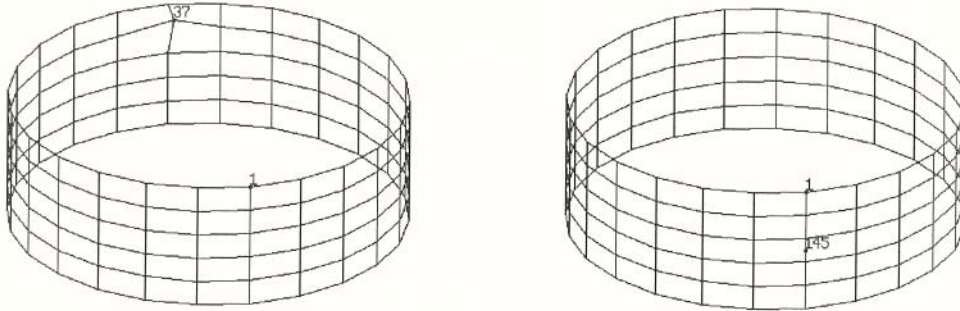


Figura 4.12: Representação dos pontos utilizados para análise modal do pacote de chapas.

4.6 Resultados e Conclusões

A Tabela 4.2 mostra os valores de frequências naturais e amortecimentos obtidos da análise modal experimental do pacote de chapas bem como uma comparação com os resultados da modelagem da estrutura de referência realizada no Capítulo 3. Nesta tabela, os valores de amortecimento são expressos em porcentagem do amortecimento crítico. As Figuras 4.13 a 4.30 ilustram as modos de vibrar do cilindro chapeado. Nota-se que as formas modais apresentadas são extremamente claras e não deixam a menor dúvida com relação aos modos aos quais elas estão associadas. A partir da análise destes resultados pode-se fazer alguns comentários e tirar algumas conclusões:

- na Tabela 4.2, os valores das diferenças entre os resultados experimentais e numéricos que estão apresentados em negrito correspondem aos modos com deslocamentos uniformes ao longo do comprimento do núcleo do estator. Como pode-se perceber, mesmo para um valor de pré-carga relativamente baixo, as frequências naturais associadas a estes modos não diferem muito dos valores obtidos da estrutura sólida, homogênea e isotrópica modelada, principalmente para o modo de respiração. Os resultados da simulação da variação do módulo de elasticidade longitudinal na direção do comprimento do núcleo, como foi apresentado no Capítulo 3, já havia mostrado que estes modos sofrem pouca influência da queda de rigidez nesta direção. Percebe-se, como também ocorreu na simulação, que quanto maior o número de ondas circunferenciais, maior é a influência da segmentação.
- observando-se os valores da frequências naturais associadas aos modos em que $m = 1$, percebe-se que quanto maior o número de ondas circunferenciais, ou seja, quanto maior n , menor é a diferença em relação aos valores de referência. Este comportamento também foi verificado no ensaio de variação do módulo de elasticidade E_x , Capítulo 3, como pode ser visto pela Figura 3.46.

- na análise modal experimental foram identificados dois modos $n = 2/m = 1$, da mesma forma que ocorreu com a análise por elementos finitos da casca cilíndrica de referência. O MAC entre estes dois modos obtidos experimentalmente é de 0,9. No Capítulo 3 comentou-se que a diferença entre estes dois modos estava na componente axial do deslocamento. Contudo, esta componente não foi medida e, portanto, a correlação dos modos experimentais com os numéricos tornou-se impossível de ser feita. No entanto, observando-se o comportamento das diferenças e dos fatores de amortecimento dos outros modos com $m = 1$, conclui-se que a correlação apresentada na Tabela 4.2 torna o conjunto dos resultados mais coerente.
- uma vez que o efeito da segmentação é menos significativo nos modos com deslocamento uniforme ao longo do estator, era de se esperar que os coeficientes de amortecimento destes modos também fossem menores que os dos modos com $m \neq 0$.

Modo		Frequência [Hz]			Amortecimento
n	m	Numérico	Experimental	Diferença [%]	[%]
0	0	3657,0	3642	0,41	0,59
1	1	3579,0	217	94,0	2,60
2	0	340,02	330	2,95	0,28
	1	664,32	394	40,7	2,67
	1	4087,1	109	97,7	3,03
	2	7940,3	567	92,9	4,16
3	0	955,49	928	2,88	0,18
	1	1794,6	929	48,2	0,60
	2	8542,9	1034	87,9	2,38
4	0	1814,3	1771	2,39	0,38
	1	2969,8	1855	37,5	1,65
	2	9368,5	1939	79,3	2,48
5	0	2899,1	2797	3,52	0,17
	1	4361,3	2835	34,5	0,88
6	0	4193,3	4020	4,13	0,20
	1	5783,1	4042	30,1	0,38
7	0	5682,1	5398	5,00	0,28
8	0	7358,9	6917	6,00	0,19

Tabela 4.2: Comparação entre os resultados da análise modal experimental e os valores de referência.

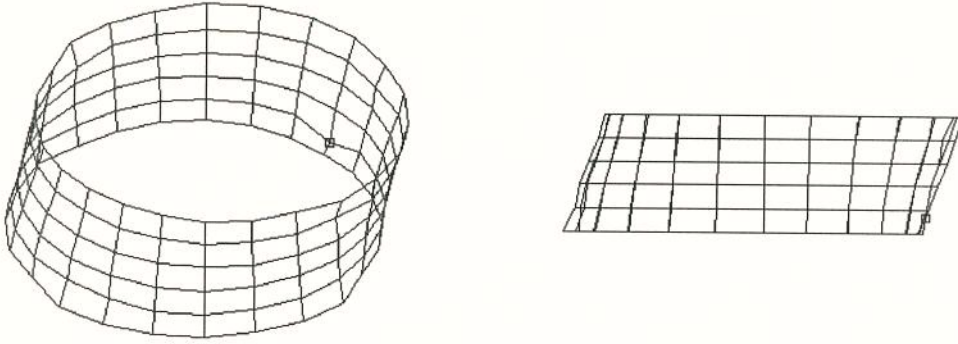


Figura 4.13: Modo $n=1/m=1$. Frequência = 216,9 Hz.

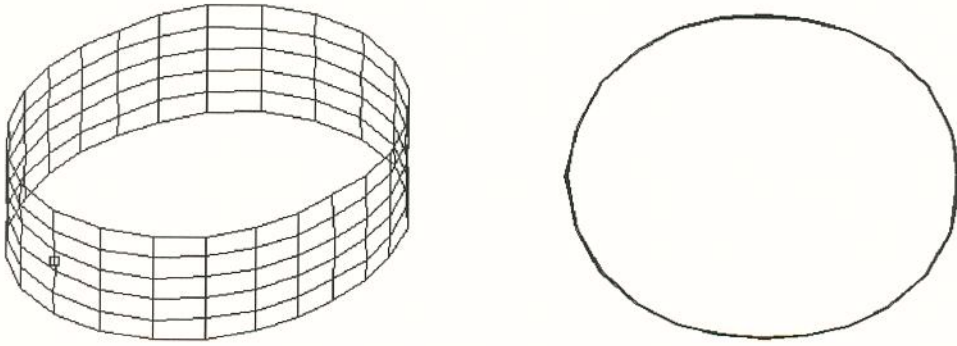


Figura 4.14: Modo $n=2/m=0$. Frequência = 329,7 Hz.

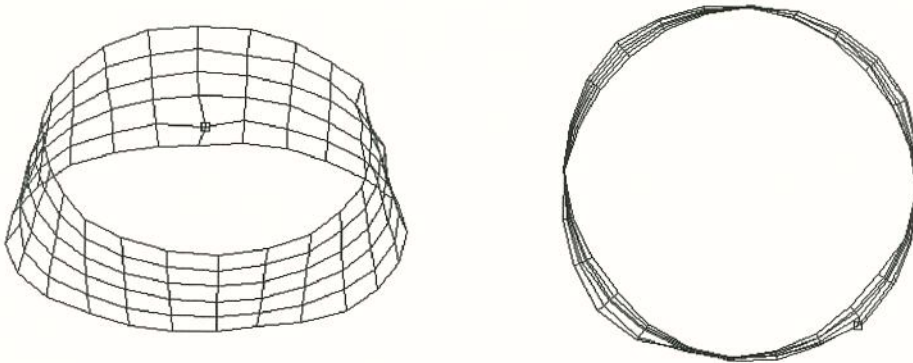


Figura 4.15: Modo $n=2/m=1$. Frequência = 397,3 Hz.

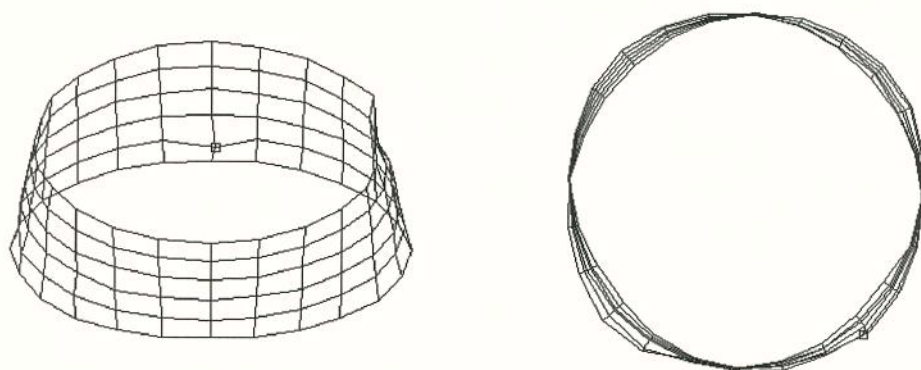


Figura 4.16: Modo $n=2/m=1$. Frequência = $108,9 \text{ Hz}$.

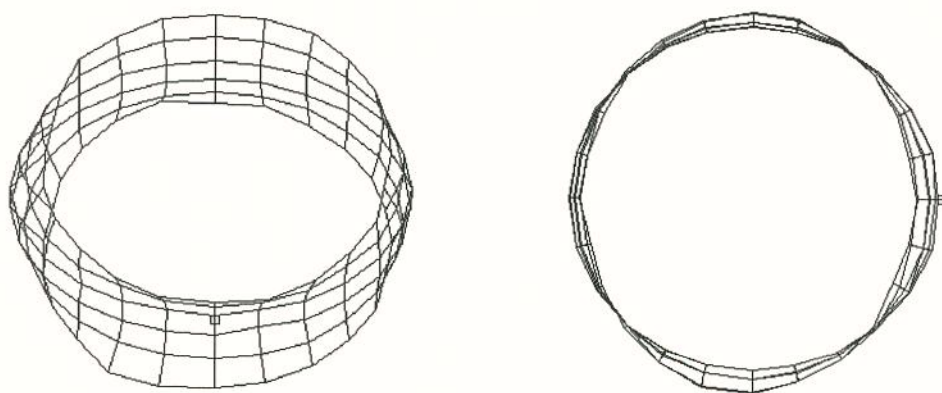


Figura 4.17: Modo $n=2/m=2$. Frequência = $567,1 \text{ Hz}$.

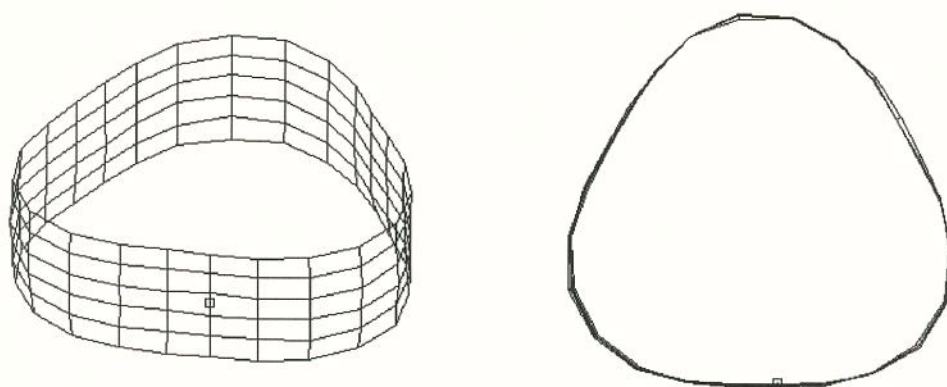


Figura 4.18: Modo $n=3/m=0$. Frequência = $928,0 \text{ Hz}$.

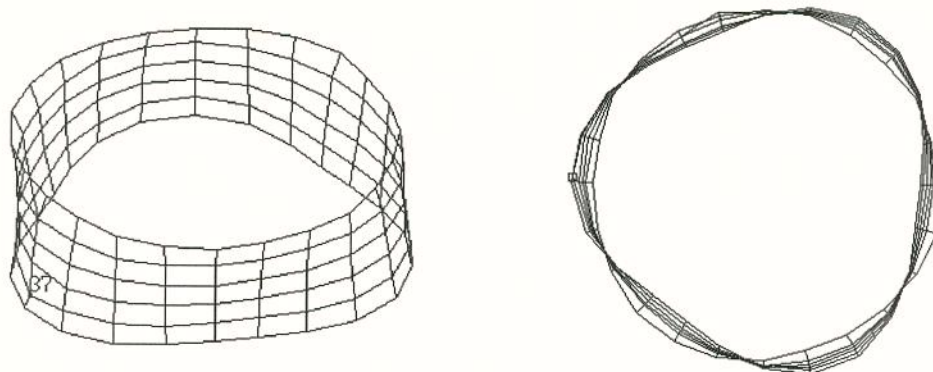


Figura 4.19: Modo $n=3/m=1$. Frequência = 929,0 Hz.

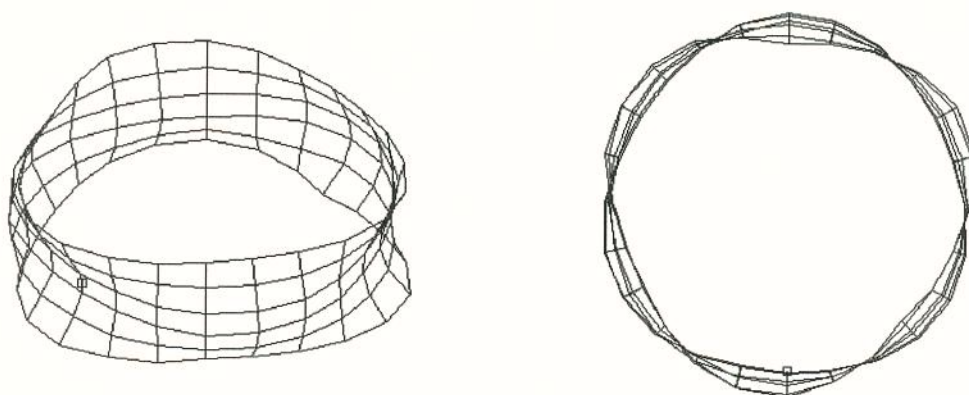


Figura 4.20: Modo $n=3/m=2$. Frequência = 1034 Hz.

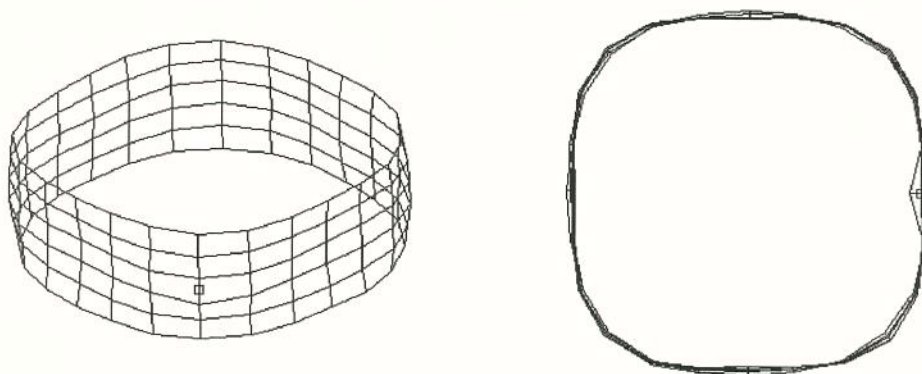


Figura 4.21: Modo $n=4/m=0$. Frequência = 1771 Hz.

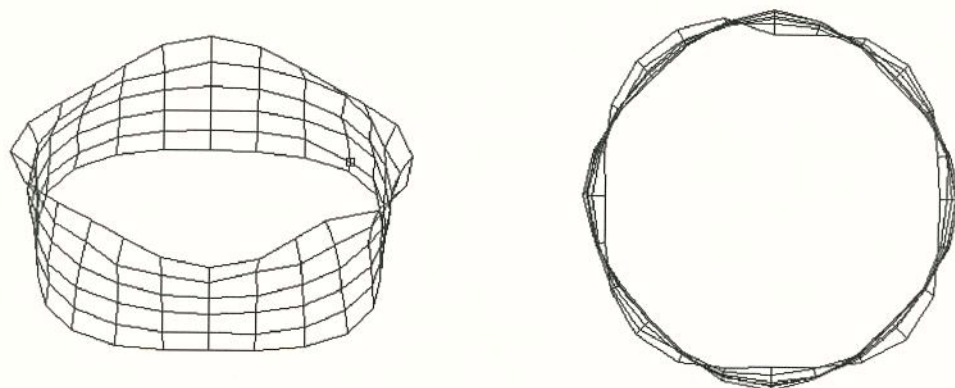


Figura 4.22: Modo $n=4/m=1$. Frequência = 1855 Hz.

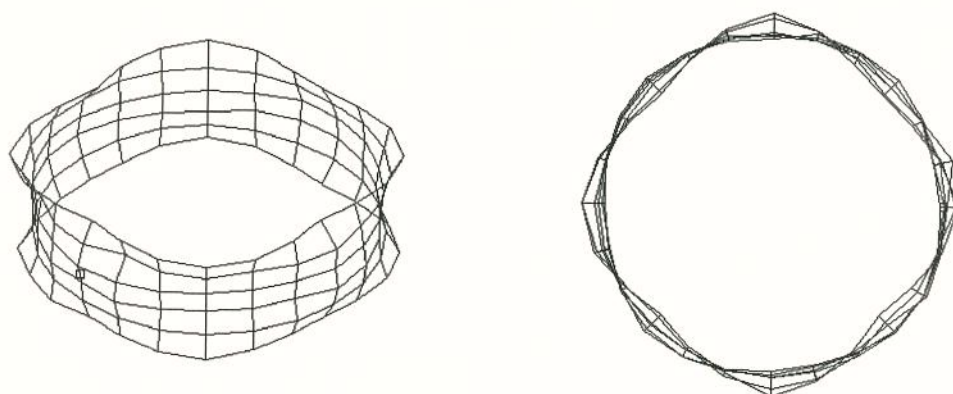


Figura 4.23: Modo $n=4/m=2$. Frequência = 1939,0 Hz.

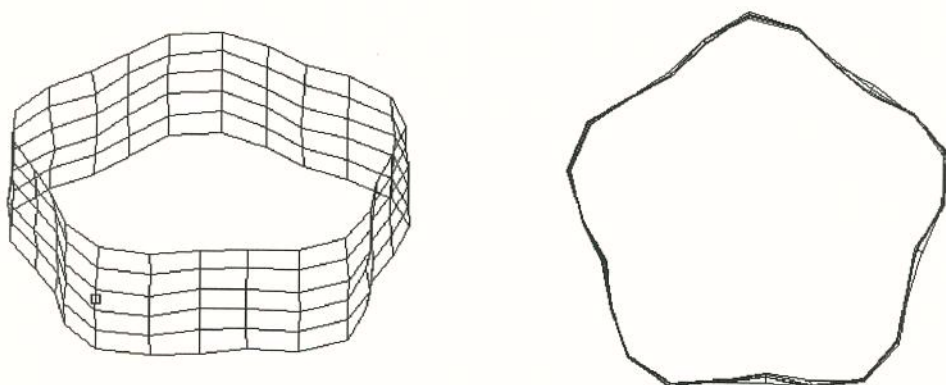


Figura 4.24: Modo $n=5/m=0$. Frequência = 2797 Hz.

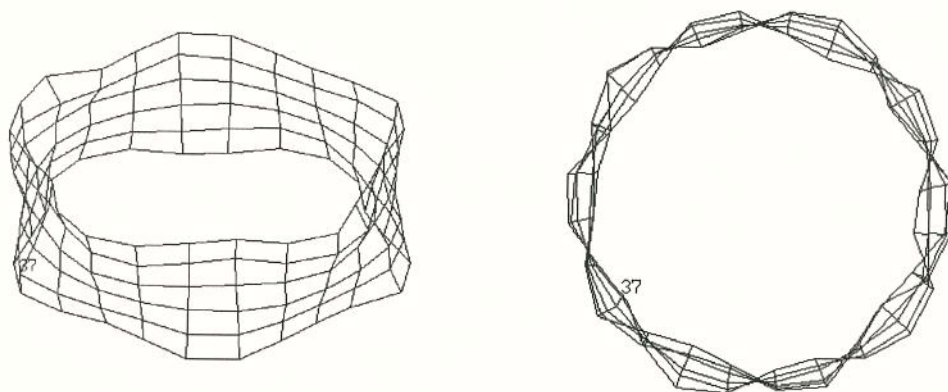


Figura 4.25: Modo $n=5/m=1$. Frequência = 2835 Hz.

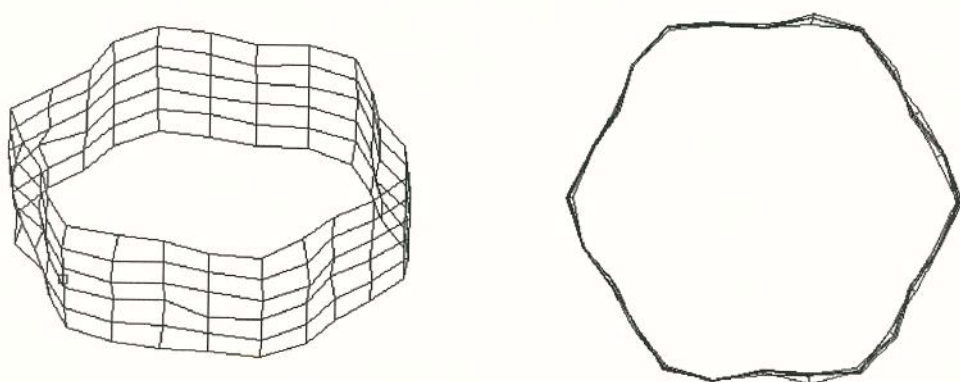


Figura 4.26: Modo $n=6/m=0$. Frequência = 4020 Hz.

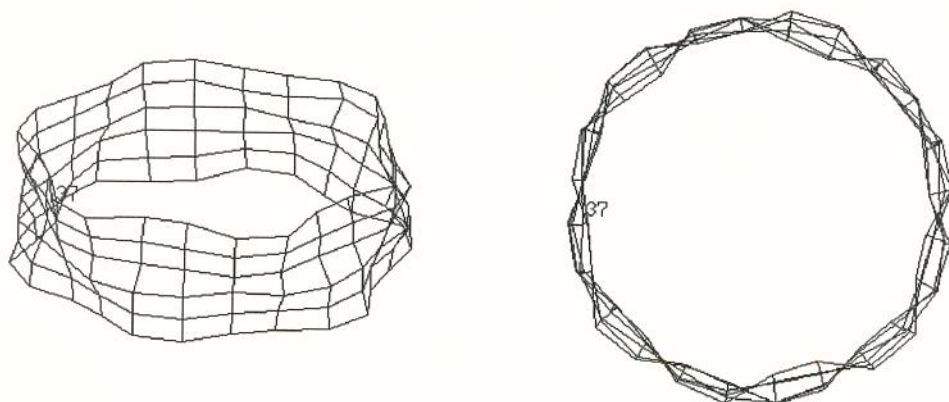


Figura 4.27: Modo $n=6/m=1$. Frequência = 4042 Hz.

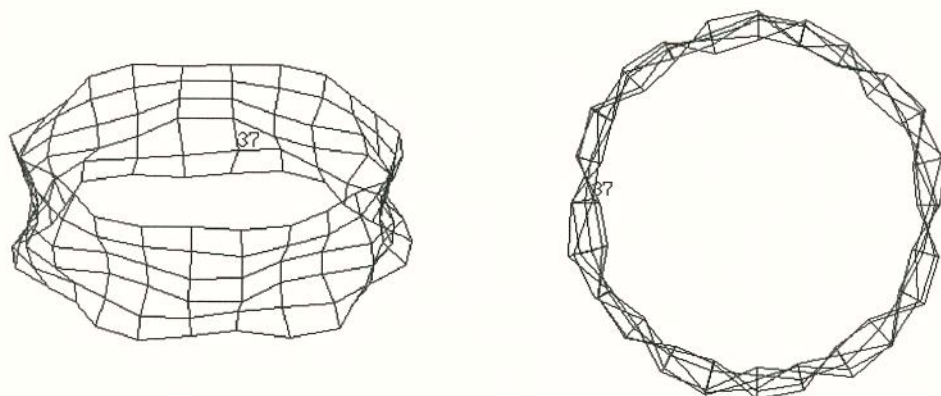


Figura 4.28: Modo $n=6/m=2$. Frequência = 4112 Hz.

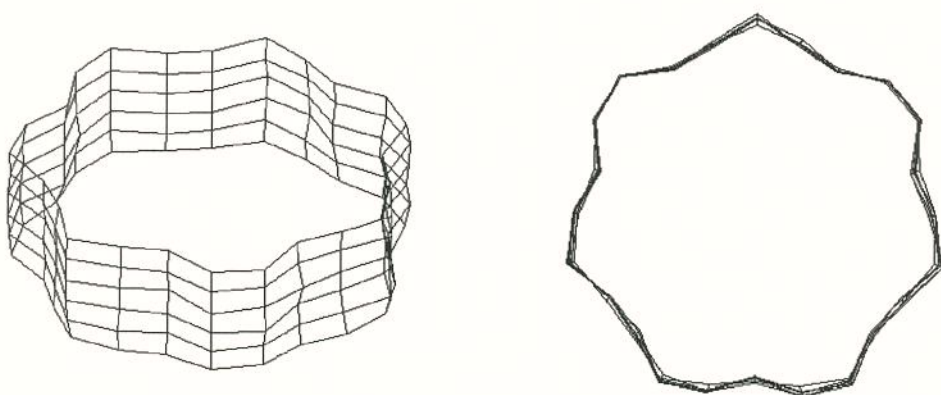


Figura 4.29: Modo $n=7/m=0$. Frequência = 5398 Hz.

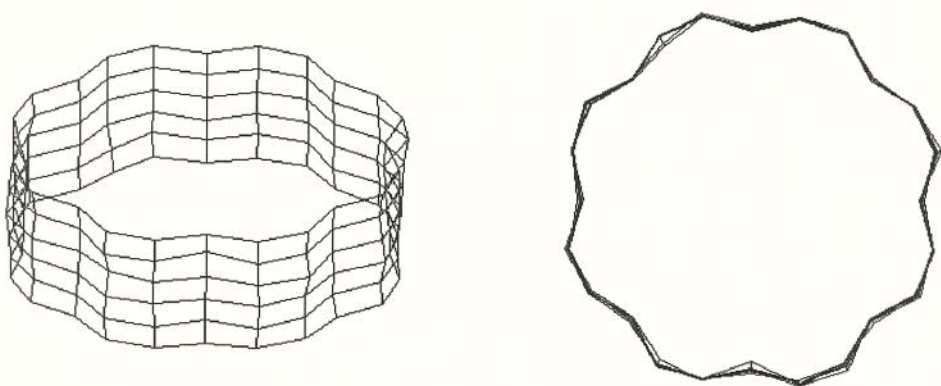


Figura 4.30: Modo $n=8/m=0$. Frequência = 6917 Hz.

- os fatores de amortecimento obtidos experimentalmente são, para todos os modos, muitíssimo maiores que os normalmente encontrados em estruturas sólidas.
- é interessante observar que as frequências naturais associadas a modos com o mesmo número de ondas circunferenciais, com exceção do modo $n = 2$, se aglomeraram próximas do valor da frequência de ressonância do modo $m = 0$. Por exemplo, enquanto a frequência natural da casca cilíndrica de referência associada ao modo $n = 3/m = 0$ vale $955,49 \text{ Hz}$ e, associada ao modo $n = 3/m = 2$, $8542,9 \text{ Hz}$, representando uma diferença de mais de 7500 Hz , os valores de frequência de ressonância associadas aos mesmos modos, obtidas experimentalmente, valem 928 Hz e 1034 Hz , respectivamente, ou seja, uma diferença de apenas 106 Hz .
- ainda para o modo $n = 3$ deve-se observar que, devido à proximidade das frequências para $m = 0$ e $m = 1$, a estimativa do fator de amortecimento deste último modo foi bastante comprometida.

As Figuras 4.31 e 4.32 apresentam a variação das frequências naturais do pacote de chapas em função do número de ondas circunferenciais para os casos em que $m = 0$ e $m = 1$, respectivamente. São mostrados também nestas figuras alguns resultados da simulação da variação do módulo de elasticidade E_x . Percebe-se, claramente, que a modelagem da casca cilíndrica composta de material ortotrópico com $E_x = 70 \text{ GPa}$ simula perfeitamente o comportamento do pacote de chapas ensaiado. Para $n \geq 2$, a modelagem poderia ser feita, com razoável precisão, utilizando-se $E_x = 50 \text{ GPa}$. O modo $n = 1/m = 1$ apresenta um comportamento que não pode ser modelado considerando-se o material ortotrópico com os módulos de elasticidade transversais G_{xy} e G_{xz} dependentes do módulo de elasticidade E_x .

De todos os resultados apresentados conclui-se que, ao se considerar a casca cilíndrica segmentada como homogênea, isotrópica e com as mesmas propriedades do material da estrutura sólida, os erros cometidos nos modos com deslocamentos uniformes ao longo do comprimento do núcleo do estator são bastante pequenos mas, em compensação, em todos os outros modos os erros são muito grandes.

Para finalizar, apresenta-se, nas Figuras 4.33 e 4.35, as Funções de Resposta em Frequência dos pontos de excitação de cada um dos dois ensaios. Estes gráficos foram montados a partir das FRFs obtidas em cada uma das três faixas de frequência utilizadas. Já as Figuras 4.34 e 4.36 ilustram as Funções de Coerência nestes mesmos pontos. Os baixos valores da coerência em baixas frequências são, provavelmente, causados pelo sistema de suspensão do pacote de chapas.

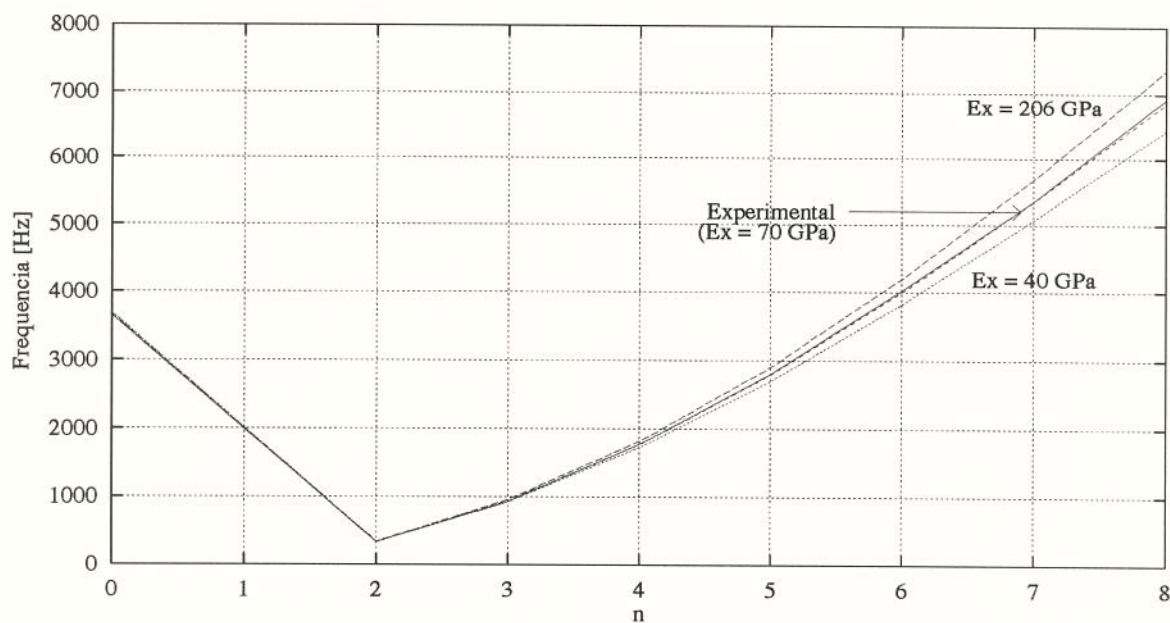


Figura 4.31: Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 0$.

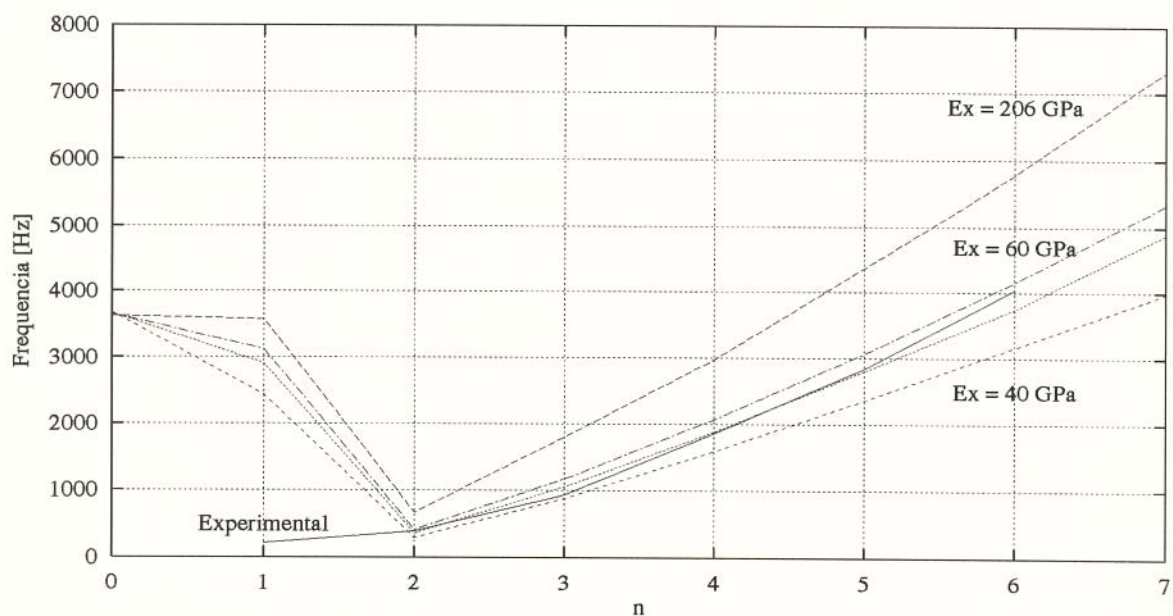


Figura 4.32: Variação das frequências naturais em função do número de ondas circunferenciais para $m = 1$.

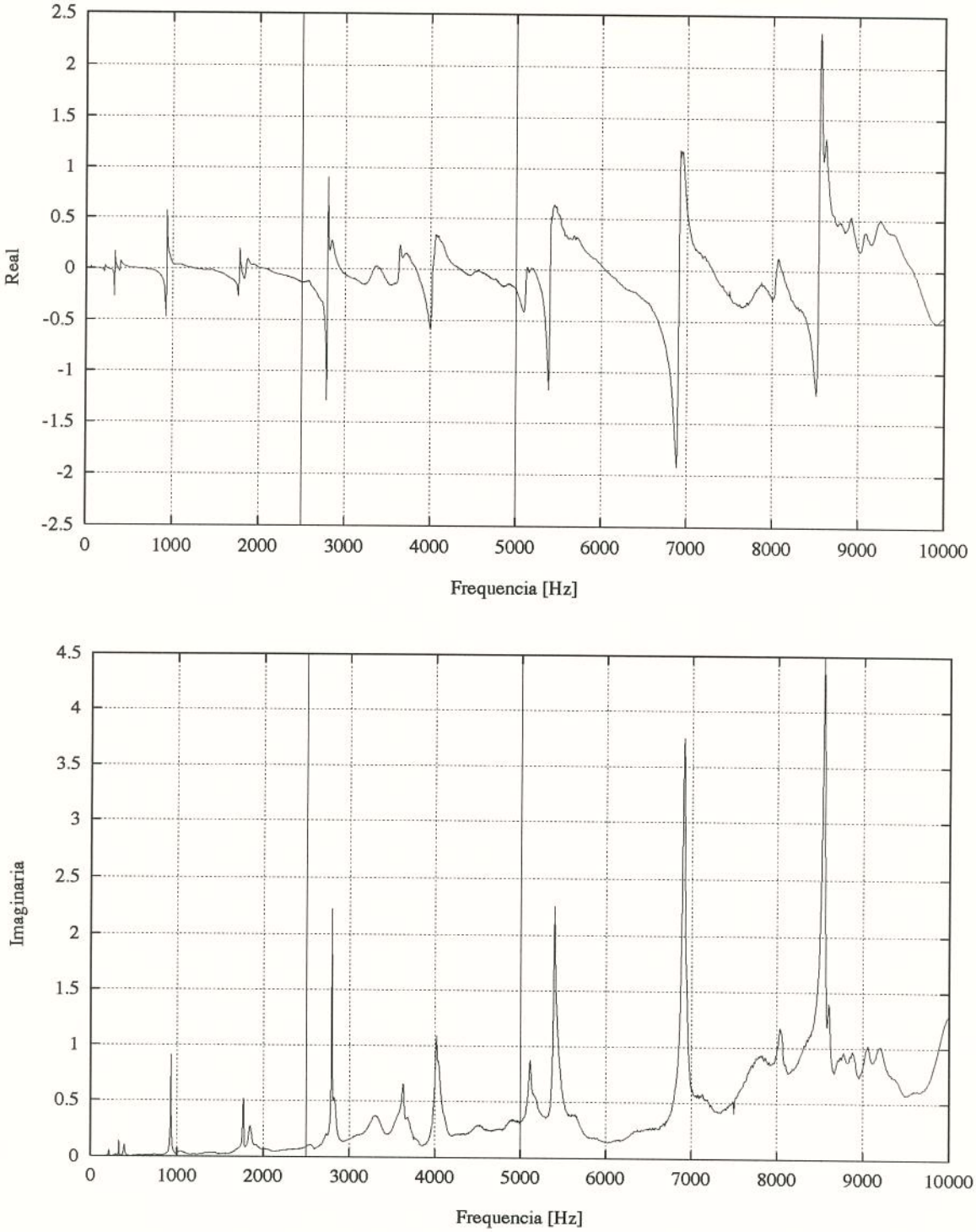


Figura 4.33: Parte real e imaginária da FRF medida no ponto 37.

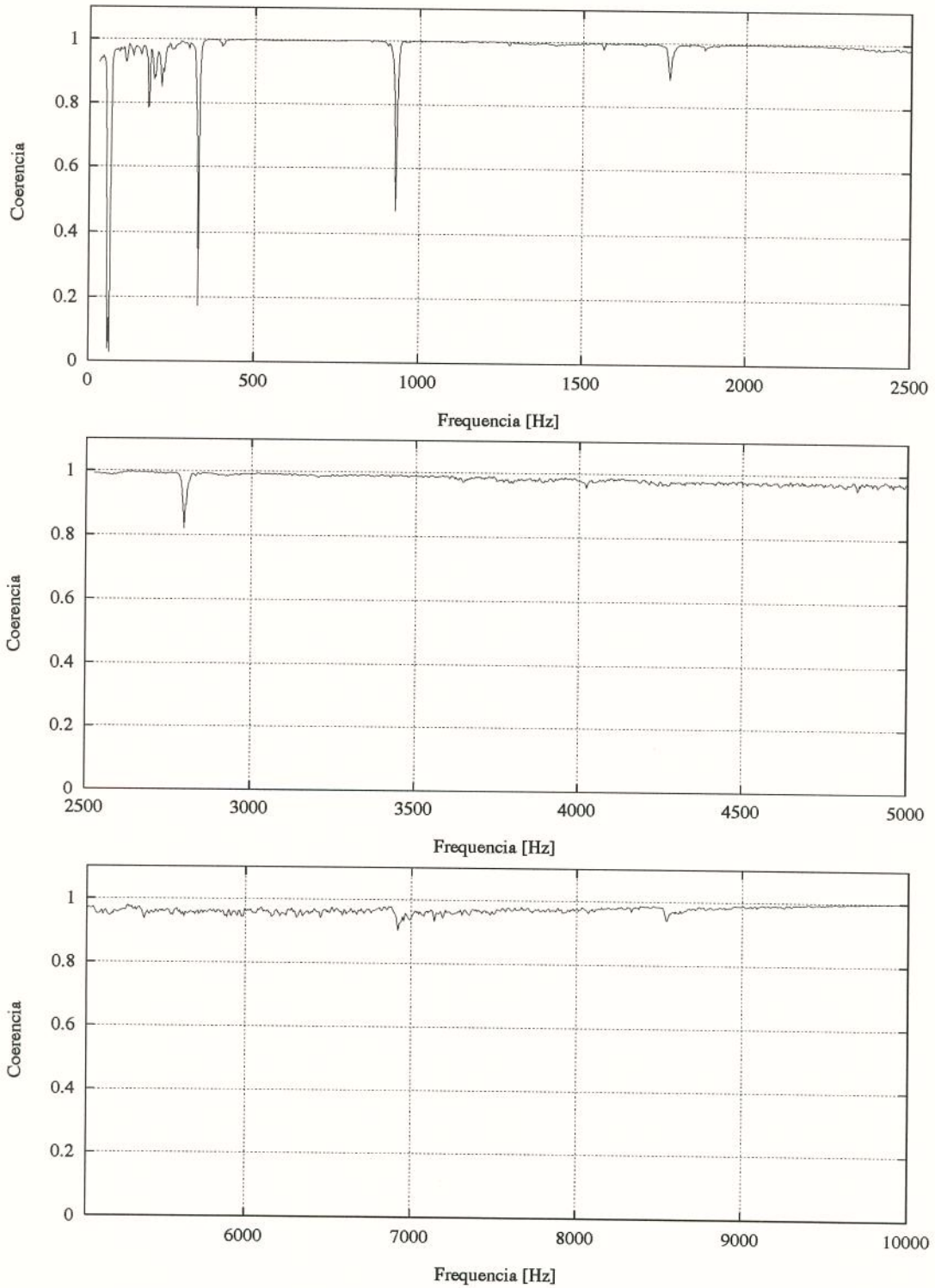


Figura 4.34: Função de coerência da medida no ponto 37.

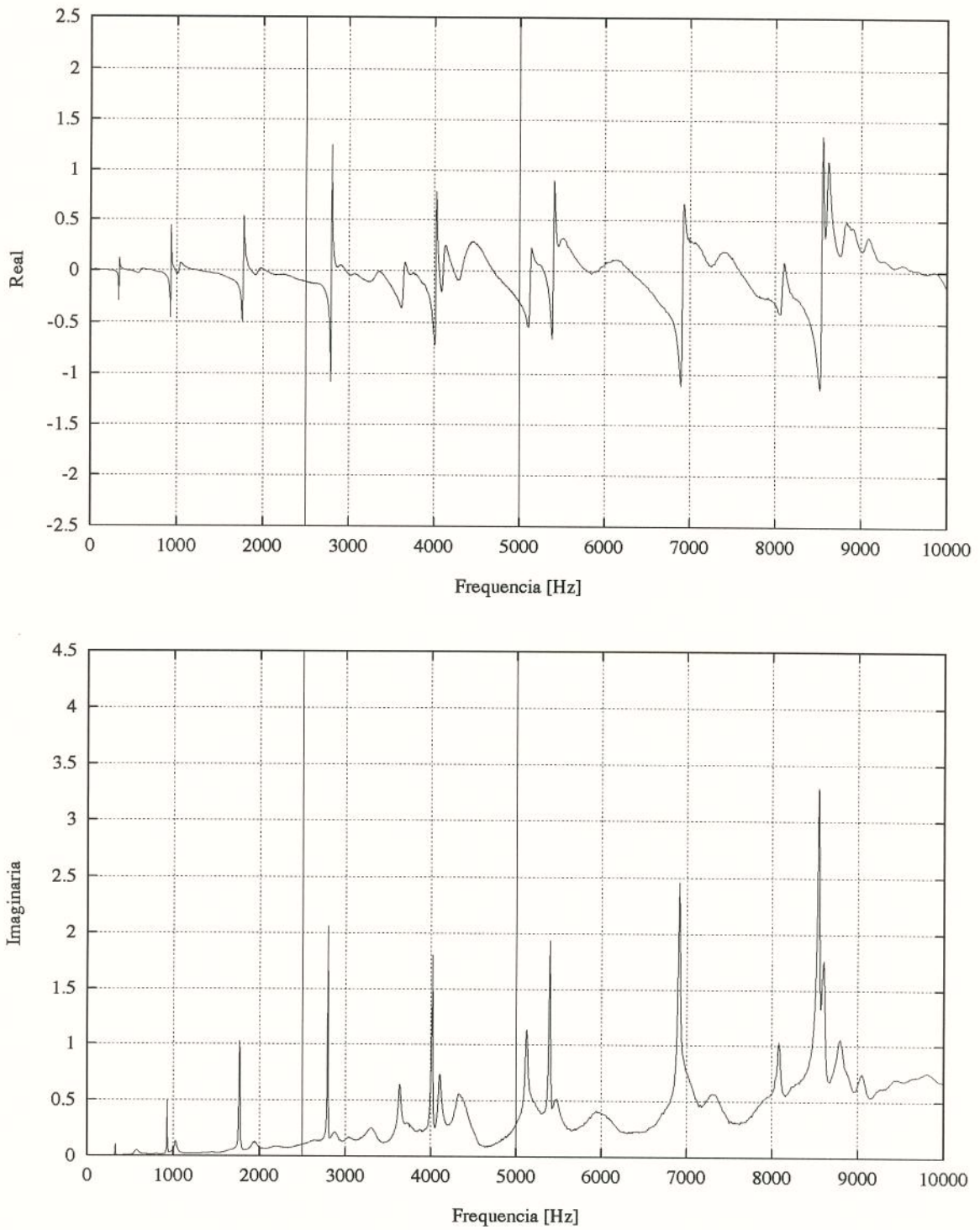


Figura 4.35: Parte real e imaginária da FRF medida no ponto 145.

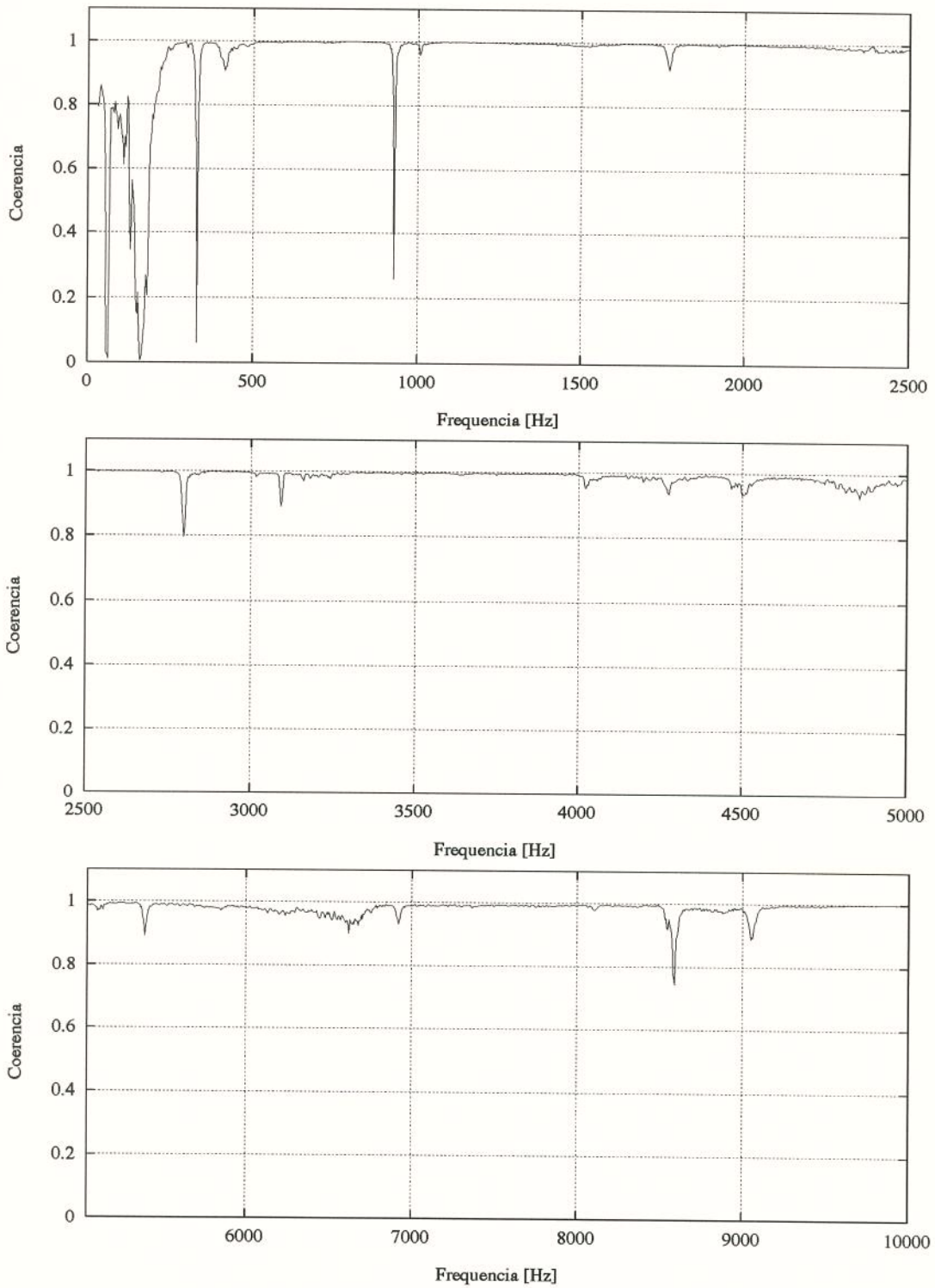


Figura 4.36: Função de coerência da medida no ponto 145.

Capítulo 5

Modelagem das Barras Segmentadas

5.1 Introdução

No capítulo anterior verificou-se que a modelagem de estatores pode ser feita, com muito mais precisão, se este for considerado composto de material ortotrópico. Através do ajuste do módulo de elasticidade longitudinal obteve-se valores de frequência natural muito mais próximos dos valores experimentais, mesmo para os modos em que $m \neq 0$. Contudo, pode ser que este processo de ajuste seja válido somente em casos onde o número de segmentos que compõem a estrutura seja muito grande, como era o caso das chapas do pacote analisado. Esta parte do trabalho tem por objetivo observar o efeito da segmentação sobre um ponto de vista mais macroscópico, para se tentar entender a causa da queda da rigidez neste tipo de estruturas. Para simplificar a análise, deixa-se os estatores um pouco de lado e passa-se a estudar sistemas mais simples, tais como vigas, dos quais já se tem bastante conhecimento.

Este capítulo apresenta o método de modelagem de estruturas segmentadas proposto por Songbo em [Songbo 90]. Esta proposta se baseia em duas considerações básicas:

1. devido à pré-carga de compressão, o atrito existente entre dois segmentos consecutivos é suficientemente grande para evitar o deslizamento, ou seja, assume-se que os deslocamentos transversais dos dois segmentos vizinhos sejam iguais;
2. mesmo existindo a pré-carga de compressão, os graus de liberdade de rotação dos dois segmentos consecutivos não são iguais mas estão relacionados entre si através de uma mola torsional dependente da força de compressão.

O efeito da força de compressão sobre a vinculação entre as rotações dos dois segmentos é um parâmetro desconhecido e deve ser estimado antes de se calcular as frequências naturais do sistema.

Foi desenvolvido um programa de elementos finitos contendo apenas os elementos necessários para se modelar as barras que serão analisadas experimentalmente no Capítulo

6, ou seja, elementos de massa, mola, viga e interface, sendo este último responsável pela modelagem do contato entre dois segmentos consecutivos.

5.2 Modelagem Proposta

Considere um sistema composto por segmentos unidos através de um tirante, como ilustra a Figura 5.1.

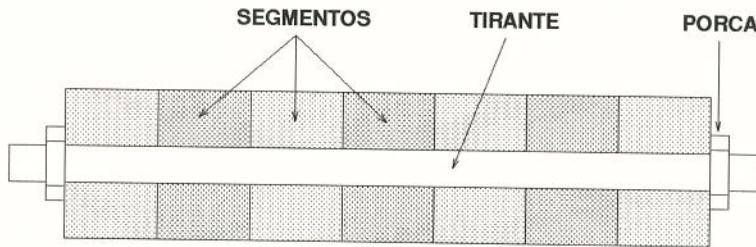


Figura 5.1: Elementos da viga segmentada.

Conforme as considerações apresentadas, no movimento de flexão deste sistema, os deslocamentos transversais entre dois segmentos consecutivos são iguais enquanto que os deslocamentos angulares não são. Denomina-se v_i e u_i os deslocamentos transversais do nó entre os segmentos i e $i+1$ nas direções y e z , respectivamente, e de θ_{2i} e θ_{2i+1} , e γ_{2i} e γ_{2i+1} os ângulos de rotação das duas superfícies em contato. A Figura 5.2(a) ilustra estes deslocamentos no movimento transversal da viga no plano $x-y$.

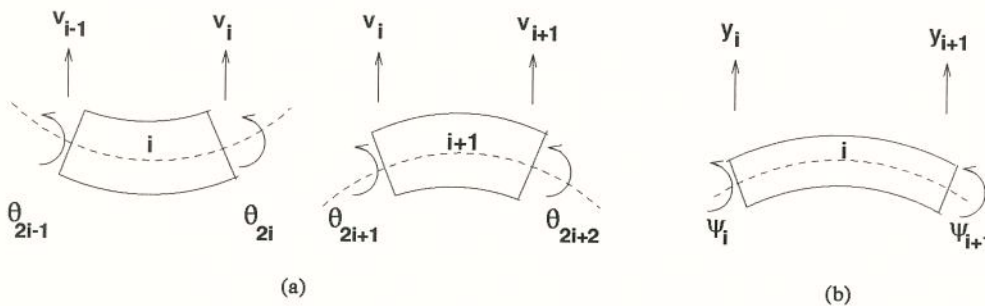


Figura 5.2: Graus de liberdade de dois segmentos consecutivos genéricos.

Se o tirante estiver deslocado da linha neutra da viga formada pelos segmentos, então ele apresentará uma deformação axial proporcional ao deslocamento angular das extremidades da viga. A implementação feita considerou a existência de s tirantes posicionados a uma distância R da linha neutra da viga mas, para efeito de apresentação da formulação e sendo este o caso usado no Capítulo 6, o desenvolvimento será feito com apenas um tirante. Desta forma, o deslocamento axial, tanto dos segmentos como do tirante, vale zero. Os deslocamentos transversais do elemento i do tirante são y_i e y_{i+1} , na direção y e

z_i e z_{i+1} , na direção z e os deslocamentos angulares são ψ_i e ψ_{i+1} , ϕ_i e ϕ_{i+1} , como ilustra a Figura 5.2(b).

Tanto os segmentos como os tirantes são tratados como vigas e as matrizes da rigidez e de massa destes elementos estão apresentadas nos Apêndices B e C, respectivamente. A formulação básica destes elementos foi obtida de [Przemien. 68] e [Nelson 80]. Algumas alterações foram feitas para se poder modelar vigas com secção transversal retangular.

As expressões das energias cinética e potencial do elemento de viga i são, respectivamente:

$$T_i = \frac{1}{2} \{\dot{q}\}_i^T \cdot [M]_e \cdot \{\dot{q}\}_i \quad (5.1)$$

e

$$V_i = \frac{1}{2} \{q\}_i^T \cdot [K]_e \cdot \{q\}_i. \quad (5.2)$$

O vetor das coordenadas, para o segmento i é expresso por:

$$\{q\}_i = \{v_{i-1} \quad u_{i-1} \quad \theta_{2i-1} \quad \gamma_{2i-1} \quad v_i \quad u_i \quad \theta_{2i} \quad \gamma_{2i}\}^T \quad (5.3)$$

e para o tirante:

$$\{q\}_i = \{y_i \quad z_i \quad \psi_i \quad \phi_i \quad y_{i+1} \quad z_{i+1} \quad \psi_{i+1} \quad \phi_{i+1}\}^T \quad (5.4)$$

Assume-se também que a vinculação oferecida pela porca é suficiente para obrigar que os deslocamento transversais do tirante e dos segmentos sejam iguais. Assim, considerando-se N elementos de viga usados para modelar os segmentos e t elementos usados para os tirantes, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} y_1 &= v_1 \quad \text{e} \quad y_{t+1} = v_{N+1}, \\ z_1 &= u_1 \quad \text{e} \quad z_{t+1} = u_{N+1}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Assim, ao se montar as matrizes globais do sistema deve levar em consideração as equações de restrição 5.5.

Da mesma forma que se considerou a vinculação angular entre dois segmentos consecutivos, a interface entre as porcas e os segmentos das extremidades deve ser modelada por uma mola torsional de constante G . A energia potencial armazenada, por exemplo, pela mola da parte esquerda da viga é dada por

$$V_g = \frac{1}{2} \left\{ \theta_1 \quad \psi_1 \quad \gamma_1 \quad \phi_1 \right\} G \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \theta_1 \\ \psi_1 \\ \gamma_1 \\ \phi_1 \end{array} \right\}. \quad (5.6)$$

A constante de mola G , como apresenta Songbo, é um parâmetro desconhecido, dependente da força de compressão, das características físicas e geométricas das porcas e dos segmentos, e precisa ser estimado para se poder calcular as frequências naturais do sistema.

As porcas são consideradas como elementos de massa concentrada e, desta forma, armazenam energia cinética, cuja expressão é

$$T_p = \frac{1}{2}m_p (\dot{v}_1^2 + \dot{u}_1^2) + \frac{1}{2}m_p (\dot{v}_{N+1}^2 + \dot{u}_{N+1}^2). \quad (5.7)$$

O último elemento a ser considerado é justamente a mola torsional que liga os graus de liberdade de rotação entre dois segmentos vizinhos. Considere então que os deslocamentos angulares, em torno do eixo z , do nó direito do elemento i seja θ_{2i} e do nó esquerdo do elemento $i + 1$ seja θ_{2i+1} , como ilustra a Figura 5.3.

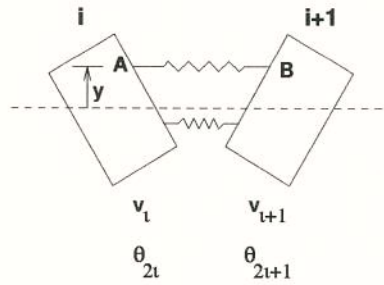


Figura 5.3: Mola torsional que modela o efeito da segmentação.

Supondo que a distância entre os pontos A e B e a linha neutra seja y , a deformação axial absoluta x_{AB} vale

$$x_{AB} = y(\theta_{2i} - \theta_{2i+1}). \quad (5.8)$$

Assim, energia potencial armazenada por esta mola distribuída é dada por

$$V_m = \frac{k}{2} \int_{A_s} [y(\theta_{2i} - \theta_{2i+1})]^2 dA_s. \quad (5.9)$$

O mesmo raciocínio pode ser desenvolvido para os deslocamentos angulares em torno do eixo z . Lembrando que

$$\int_{A_s} y dA_s = \int_{A_s} z dA_s = 0 \quad (5.10)$$

pois os eixos y e z passam pelo centróide da secção transversal da viga segmentada, e que

$$I_z = \int_{A_s} y^2 dA_s \quad \text{e} \quad I_y = \int_{A_s} z^2 dA_s, \quad (5.11)$$

obtem-se a seguinte expressão da energia potencial do elemento de mola torsional que modela a segmentação da viga:

$$V_g = \frac{1}{2} \left\{ \begin{matrix} \theta_{2i} & \theta_{2i+1} & \gamma_{2i} & \gamma_{2i+1} \end{matrix} \right\} \begin{bmatrix} kI_z & -kI_z & 0 & 0 \\ -kI_z & kI_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & kI_y & -kI_y \\ 0 & 0 & -kI_y & kI_y \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \theta_{2i} \\ \theta_{2i+1} \\ \gamma_{2i} \\ \gamma_{2i+1} \end{matrix} \right\}. \quad (5.12)$$

O parâmetro k também não é conhecido e precisa ser estimado. Na verdade, Songbo não utiliza este parâmetro mas o substitui pela expressão

$$k = \beta \frac{E}{L_s}, \quad (5.13)$$

onde E é o módulo de elasticidade do material do qual os segmentos são feitos e L_s é o comprimento do segmento.

Os elementos apresentados são suficientes para se modelar as vigas segmentadas nas quais foi realizada a análise modal experimental. Convém lembrar ainda que foi considerado o efeito da rigidez adicionada ao elemento de viga devido à pré-carga. Esta matriz está apresentada no Apêndice D e sua formulação foi obtida de [Nelson 80].

5.3 Programa de Elementos Finitos

Como já foi dito, desenvolveu-se um programa de elementos finitos em C++ utilizando os princípios de programação orientada por objetos, com o objetivo de analisar a validade da proposta de modelagem apresentada por Songbo, através da comparação dos resultados numéricos e experimentais.

Toda a parte de manipulação matricial realizada neste programa foi feita utilizando-se a classe *Matrix*, apresentada por Eckel em [Eckel 89]. Algumas outras classes foram adaptadas, sendo as mais importantes as classes *ElementoFinito* e *No*. Apenas para se ter uma idéia, uma variável da classe *ElementoFinito* é definida pelos seguintes dados:

1. número do elemento
2. número de nós que o definem
3. número de graus de liberdade por nó
4. número de coordenadas de cada nó
5. número do conjunto de propriedades dos materiais
6. tipo do elemento
7. vetor de incidência nodal
8. vetor com o número das equações
9. vetor com as coordenadas dos nós
10. vetor dos deslocamentos dos nós.

Uma variável da classe No é definida por:

1. número do nó
2. número de coordenadas do nó
3. vetor de coordenadas nodais.

Para a solução do problema de auto-valor utilizou-se o método de Jacobi ([Bathe 76], [Press 91]). A verificação da implementação deste algoritmo foi feita através das matrizes de teste apresentadas por Westlake, em [Westlake 68].

Com o intuito de verificar se o programa foi implementado corretamente, modelou-se uma viga contínua e comparou-se os resultados com aqueles obtidos da modelagem utilizando-se o programa ANSYS5.0. A correlação entre os resultados foi perfeita, demonstrando que o programa está correto.

Capítulo 6

Análise Modal das Barras

6.1 Introdução

Foi apresentado no Capítulo 5 a formulação utilizada para modelar estruturas segmentadas. Propôs-se a utilização de um elemento de interface que relaciona os graus de liberdade de rotação das extremidades de dois segmentos consecutivos através de uma mola torsional que é função da pressão de empacotamento da estrutura segmentada, através do parâmetro desconhecido β , e das características físicas e geométricas dos segmentos.

A fim de comprovar a validade das hipóteses feitas, foram realizados vários experimentos de análise modal em estruturas contínua e segmentadas. Através destes ensaios pretende-se ainda:

- comprovar a queda significativa existente nos valores de frequência natural das estruturas segmentadas quando comparados com os da estrutura contínua similar;
- analisar a influência do número de segmentos na queda da rigidez;
- estudar a variação da frequência natural das estruturas segmentadas em função do aperto nos tirantes;
- verificar o comportamento do amortecimento modal das estruturas segmentadas quando comparados aos valores obtidos da estrutura contínua similar;

São apresentados a seguir os detalhes da montagem experimental das barras, os problemas encontrados relativos à interação entre o excitador eletrodinâmico e as estruturas ensaiadas, alguns aspectos gerais da análise modal e os resultados de cada uma das barras ensaiadas.

6.2 Montagem Experimental

A Figura 6.1 mostra um esquema da montagem utilizada para a realização da análise modal experimental das barras. Os equipamentos representados na figura são:

- [1] - Gerador de Ruído da General Radio Corporation, modelo 1381;
- [2] - Amplificador de Potência da Bruel & Kjaer, tipo 2712;
- [3] - Excitador Eletrodinâmico da Bruel & Kjaer, tipo 2706;
- [4] - Barra de conexão entre o excitador eletrodinâmico e o estator;
- [5] - Transdutor de Força da Bruel & Kjaer, modelo 8200;
- [6] - Estrutura ensaiada (barras contínua e segmentadas);
- [7] - Acelerômetro da Bruel & Kjaer, tipo 4344;
- [8/9] - Condicionador/Amplificador de Sinais da Bruel & Kjaer, tipo 2626;
- [10] - Analisador de Sinais da Scientific Atlanta, modelo SD385 com dois canais;
- [11] - Tirantes utilizados para montagem das barras segmentadas;
- [12] - *Bridge box*, tipo BD-120P;
- [13] - Ponte de Alimentação da KYOWA, modelo DPM-6H, com seis canais e
- [14] - Computador IBM-PC 486 DX2 66 MHz.

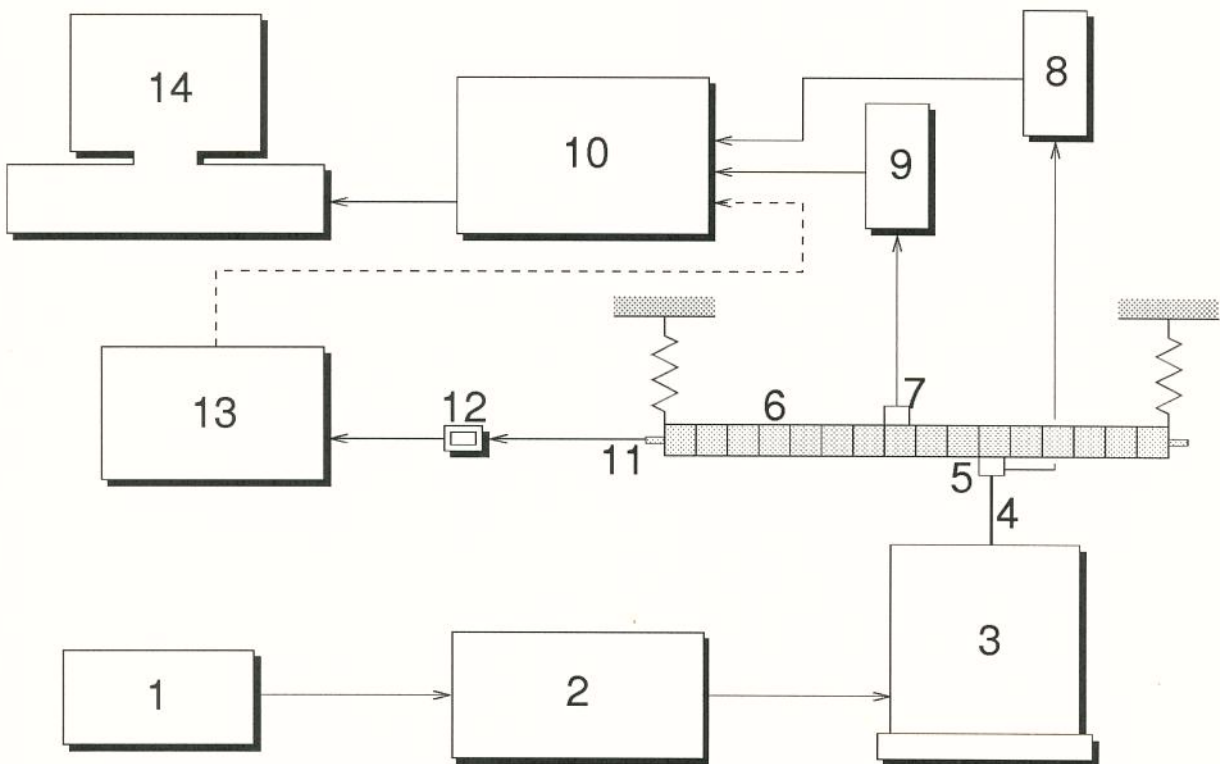


Figura 6.1: Esquema da montagem para análise modal experimental das barras.

Foram construídos três protótipos para a análise da segmentação nas barras:

- viga contínua de dimensões $600\text{ mm} \times 30\text{ mm} \times 20\text{ mm}$;
- viga segmentada com 12 segmentos sendo cada um de dimensões $50\text{ mm} \times 30\text{ mm} \times 20\text{ mm}$ e
- viga segmentada com 20 segmentos sendo cada um de dimensões $30\text{ mm} \times 30\text{ mm} \times 20\text{ mm}$.

Pode-se notar que as dimensões finais de todas as barras montadas é a mesma. A Figura 6.2 apresenta uma vista geral da viga ensaiada e da instrumentação utilizada. As vigas foram excitadas com o auxílio de um excitador eletrodinâmico, apoiado sobre uma base inercial. A transmissão da força de excitação foi feita através da mesma barra de conexão usada na análise modal do pacote de chapas, como pode ser visto na Figura 6.3. Esta figura mostra também o acelerômetro utilizado. Percebe-se que ele é bem pequeno e tem uma massa de apenas $2,7\text{ g}$. Entretanto, um transdutor deste tamanho não pode ter uma sensibilidade muito grande. Mesmo existindo o problema da transmissão da vibração entre o ponto de excitação e todos os outros pontos da viga, devido à presença de um alto amortecimento para baixos valores de pré-carga, todas as Funções de Coerência apresentaram valores bem elevados.

A Figura 6.4 mostra o sistema de suspensão das barras ensaiadas. A frequência natural desta montagem ficou em $4,5\text{ Hz}$. Logo, uma vez que as vigas, mesmo as segmentadas e com baixos valores de pré-carga, não apresentaram frequências naturais abaixo de 100 Hz , pode-se considerar que o sistema foi ensaiado na condição livre-livre ([Ewins 84]). Ao contrário do que aconteceu com o núcleo do estator que não pôde ser pendurado pelos tirantes devido à interferência do seu peso próprio na leitura dos extensômetros, nas vigas este problema não ocorreu porque os *strain-gages* estavam localizados no meio da viga, como ilustra a Figura 6.5.

Como na análise modal do núcleo do estator, aqui também foram utilizados os métodos dos mínimos quadrados linear e global para a identificação dos parâmetros modais. Somente para o caso do amortecimento é que foi sempre empregado o método global.

As duas vigas segmentadas foram ensaiadas com forças de empacotamento variando de 50 a 350 kg a cada 50 kg . Valores de pré-carga maiores que estes não foram possíveis de serem aplicados devido às dimensões do tirante, sob o risco de ocorrer deformação permanente e comprometer a calibração.

Todos os comentários sobre os procedimentos para verificação da qualidade das estimativas dos parâmetros modais, o sinal de excitação utilizado e a janela de observação empregada, apresentados nas seções 4.4 e 4.5 do Capítulo 4, são aplicáveis também para o caso das barras.

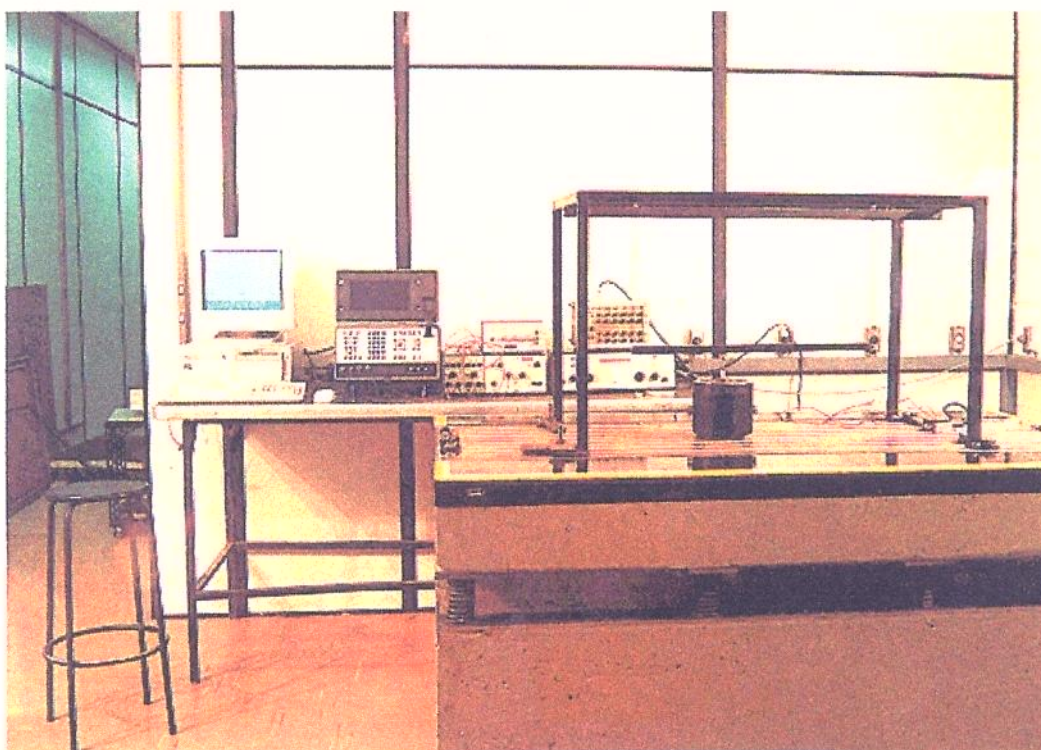


Figura 6.2: Vista geral da montagem utilizada na análise modal das vigas.

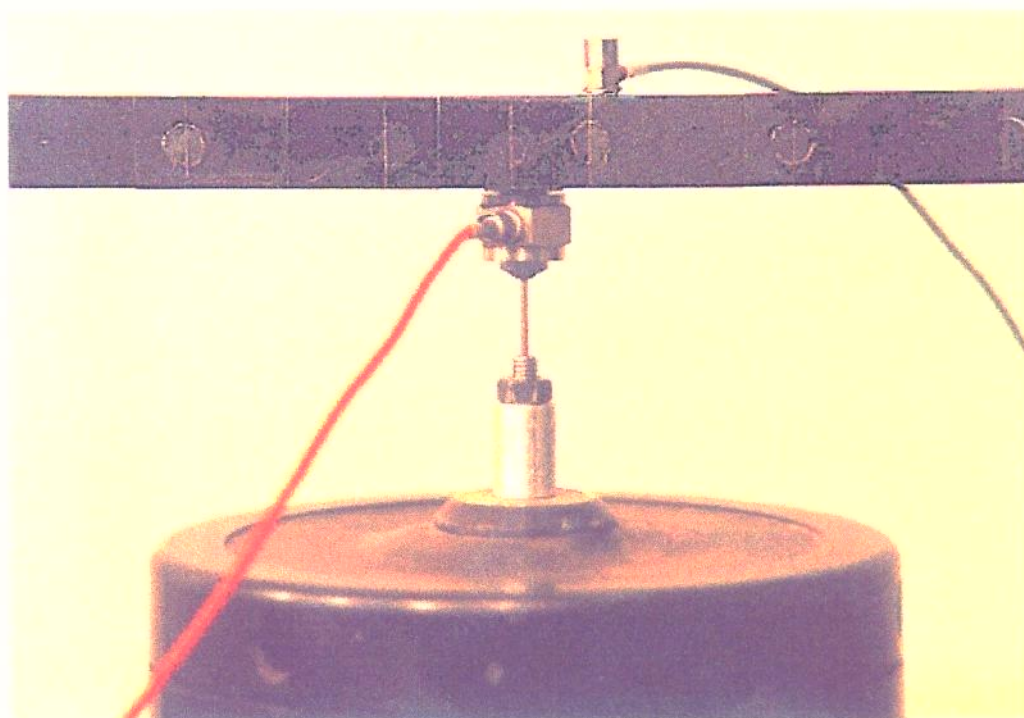


Figura 6.3: Detalhe da viga segmentada, barra de conexão, *shaker* e transdutores.

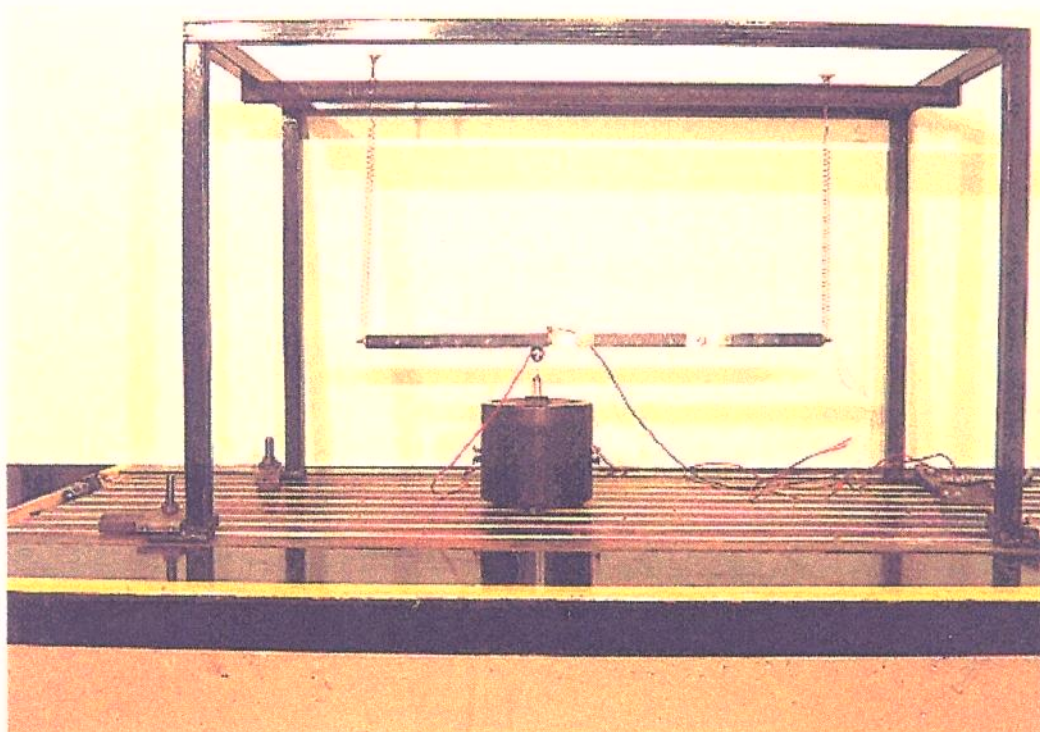


Figura 6.4: Detalhe do sistema de suspensão da viga.

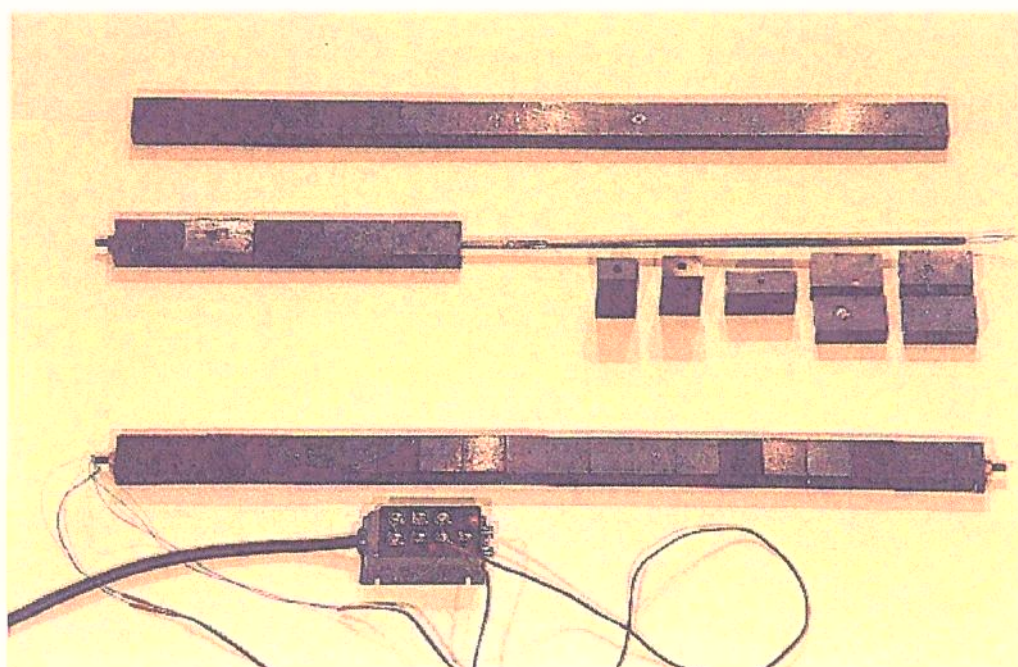


Figura 6.5: Detalhe das vigas, da *bridge box* e dos tirantes.

6.3 Interação do Excitador Eletrodinâmico com Estrutura Ensaçada

Inicialmente, projetou-se o ensaio de análise modal das barras contínuas e segmentadas utilizando-se o excitador eletrodinâmico da Bruel & Kjaer tipo 4808, o mesmo empregado no ensaio do pacote de chapas. Contudo, observou-se que, apesar de se tomar todos os cuidados já apresentados no Capítulo 4 na realização do experimento, os valores da função de coerência eram mais baixos do que esperava.

Observando-se o espectro da força de excitação constatou-se a presença de *glitches*¹ próximos às frequências de ressonância da estrutura. Este fenômeno, citado por [Ewins 84] e, mais detalhadamente, por [Rao 87], surge devido à interação entre o excitador eletrodinâmico e a estrutura ensaiada. A Figura 6.6, reproduzida de [Rao 87], mostra um detalhe de um *glitch*.

Quando a frequência da força de excitação é próxima da ressonância da estrutura, sua amplitude atinge uma amplitude mínima (ponto N da Figura 6.6) na frequência ω_N , chamada de frequência do *notch*, que é função somente da frequência natural da estrutura. Dependendo da variação da amplitude da força, definido pelo parâmetro D_f , denominado profundidade do *notch*, e que depende de vários fatores inclusive do amortecimento da estrutura ensaiada, nesta frequência este sinal pode ter amplitudes da mesma ordem de grandeza que o ruído inerente nas medições. Isto acarreta, obviamente, erros significativos no estimador H_1 da Função de Resposta em Frequência fazendo com que caia os valores da função de coerência.

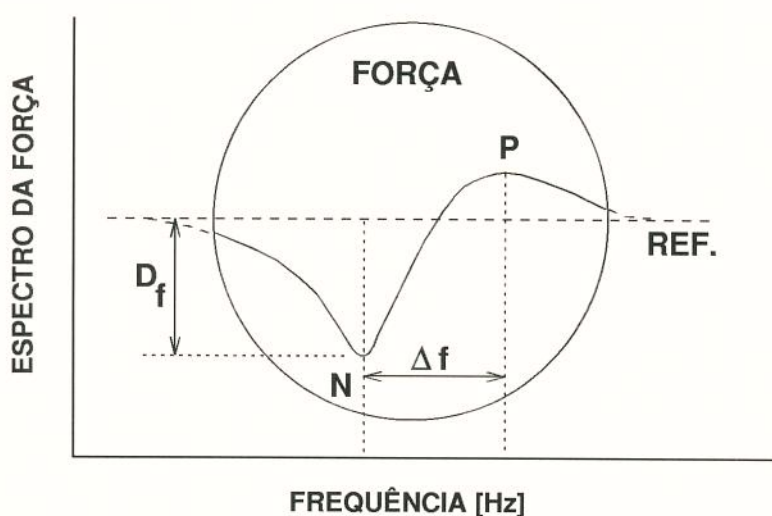


Figura 6.6: Detalhe de um *glitch*. Reproduzido de [Rao 87].

¹Os termos *glitch* e *notch* serão mantidos em inglês por não se conhecer tradução técnica adequada para os mesmos.

Precisava-se, portanto, encontrar meios para diminuir a profundidade do *notch*. Em [Rao 87] e [Ewins 84] são apresentadas as seguintes sugestões para se alcançar este objetivo:

- modificar o ponto de atuação da força de excitação para outro com maior massa aparente;
- utilizar um excitador eletrodinâmico com massa da armadura menor. [Rao 87] demonstra de esta solução só é válida para estruturas ligadas rigidamente ao excitador ou através de uma barra delgada (configuração adotada) pois neste caso a excitação é feita através de força. Para estruturas ligadas ao excitador através de um elemento elástico - excitação através do movimento da base - deve-se aumentar a massa da armadura para se diminuir a profundidade do *notch*;
- controlar o excitador eletrodinâmico com um amplificador que mantenha a corrente constante ao invés de manter a tensão constante.

A primeira sugestão não foi adotada pois a massa aparente é uma função do ponto e da forma modal. As outras duas propostas foram implementadas e obteve-se resultados significativamente melhores.

6.4 Resultados

Antes de se apresentar os resultados e fazer qualquer tipo de comparação entre os valores de frequências naturais obtidas experimentalmente e através do modelo de elementos finitos, é preciso verificar se as propriedades dos materiais utilizados na modelagem estão corretas. Através da Figura 6.7, que compara os resultados numéricos e experimentais, percebe-se que existe uma correlação perfeita entre os dois conjuntos. Além disso, a reta obtida da regressão linear tem inclinação 45° , indicando que as propriedades adotadas estão corretas.

A Tabela 6.1 apresenta os valores das frequências naturais da viga contínua e dos fatores de amortecimento identificados do procedimento de análise modal. Os planos xy e xz a que esta tabela se refere são aqueles que contém a forma modal em questão. Por exemplo, a frequência natural de 266 Hz está associada ao primeiro modo da viga no plano xz .

As Figuras 6.8 e 6.9 apresentam as variações das frequências naturais da viga com 20 segmentos em função da pré-carga, para os modos nos planos xy e xz , respectivamente. Percebe-se que o comportamento dos valores da frequências naturais nas duas direções é muito semelhante mas não iguais. A Figura 6.10 apresenta a mesma análise da Figura 6.8 só que para a viga com 12 blocos. Nota-se que há um ligeiro aumento das frequências naturais no caso da viga com menor número de segmentos, para a mesma força de compressão aplicada. Resumidamente pode-se dizer que há uma queda significativa no valor

Modo	Plano xy		Plano xz	
	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]
1	266	0.03	433	0.03
2	728	0.03	1170	0.04
3	1414	0.02	2250	0.05
4	2311	0.02	3620	0.04
5	3401	0.04	5210	0.04

Tabela 6.1: Frequências naturais e fatores de amortecimento da viga contínua.

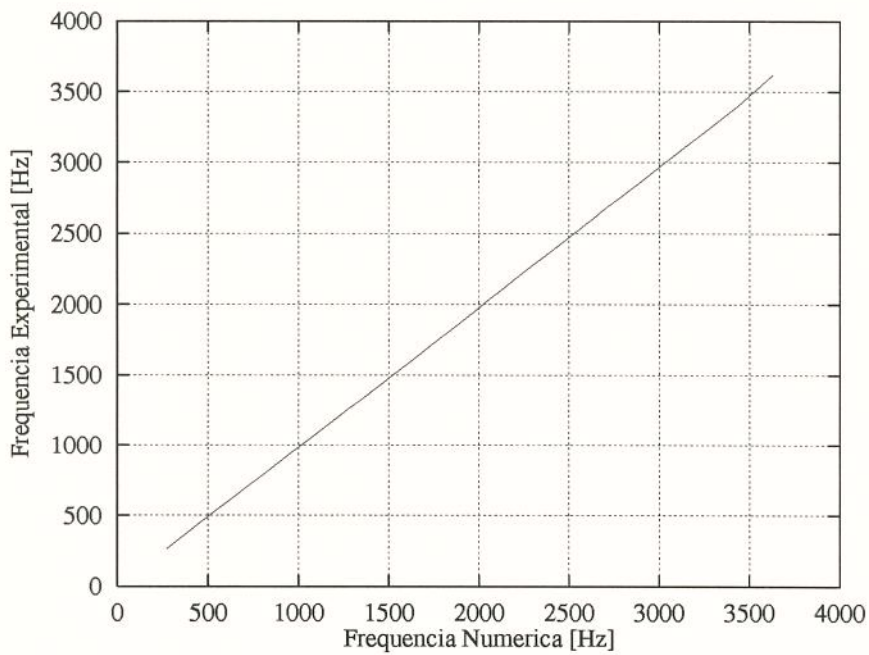


Figura 6.7: Comparação entre as frequências naturais experimentais e numéricas para a viga contínua.

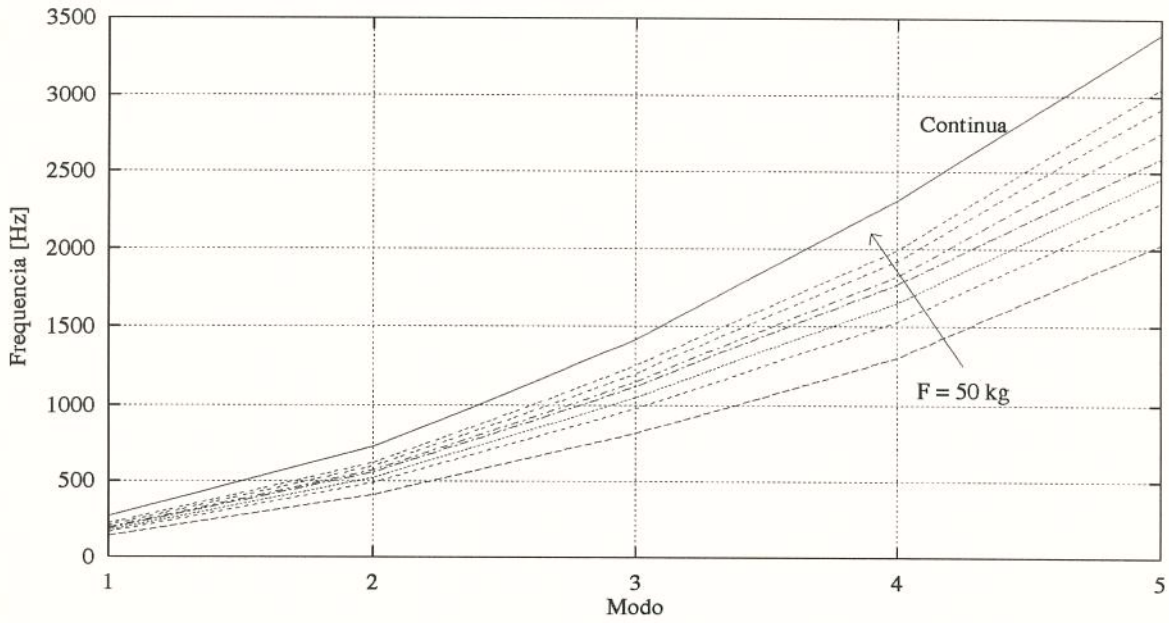


Figura 6.8: Variação das frequências naturais da viga com 20 segmentos em função da pré-carga. Modos no plano xy .

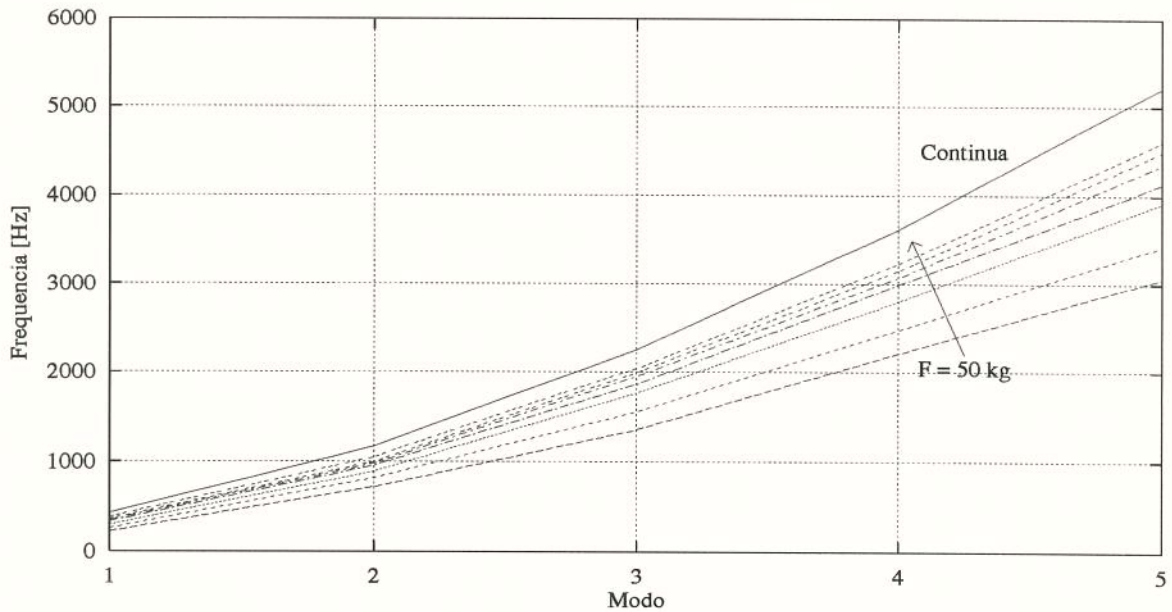


Figura 6.9: Variação das frequências naturais da viga com 20 segmentos em função da pré-carga. Modos no plano xz .

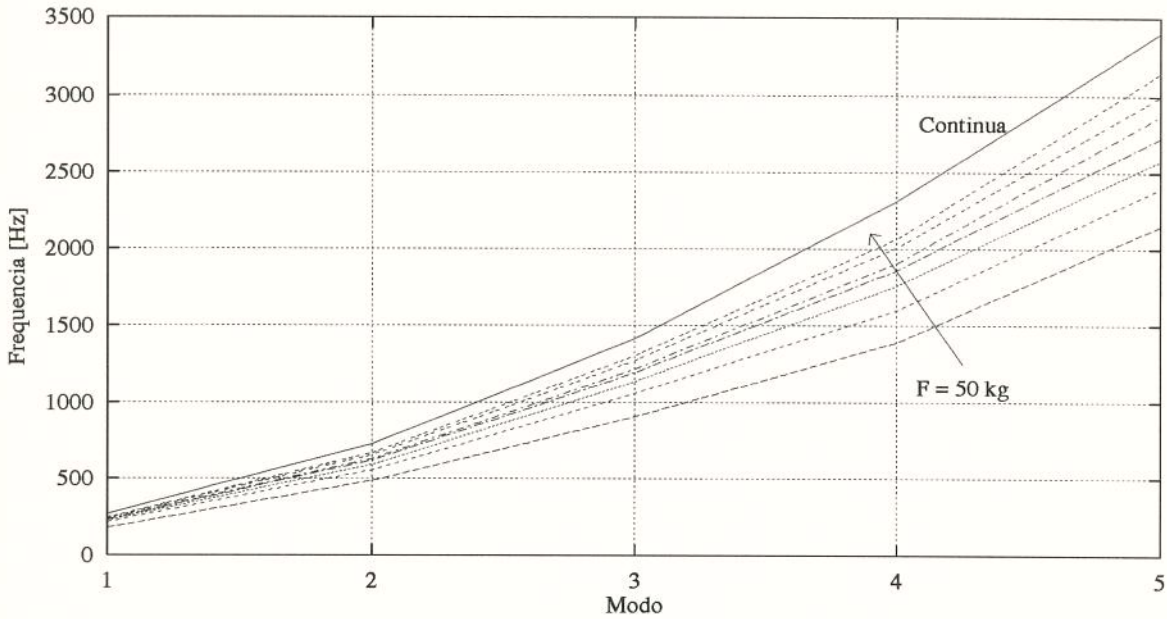


Figura 6.10: Variação das frequências naturais da viga com 12 segmentos em função da pré-carga. Modos no plano xy .

das frequências naturais das vigas segmentadas em comparação com a estrutura contínua similar e que esta variação, para a mesma força de compressão, é tanto maior quanto maior é o número de segmentos.

Vale a pena lembrar que o efeito da força de compressão normal nos valores das frequências naturais de vigas é oposto ao que ocorre neste caso. A princípio, com o aumento da força normal de compressão, as frequências naturais tendem a abaixarem e não a subirem. Contudo, deve-se considerar também que na estrutura segmentada construída, enquanto os segmentos estão sujeitos a uma força normal de compressão, o tirante sofre um esforço normal de tração. De qualquer forma, o efeito do carregamento normal é insignificante para os valores de pré-carga com que se trabalhou.

Com relação aos valores de amortecimento deve-se apenas ressaltar que há um crescimento considerável com a diminuição da pré-carga e com o aumento do número de segmentos. Os maiores valores encontrados para as vigas segmentadas foram em torno de 4%, para pré-carga de 50 kg, viga com 20 blocos e modo no plano xy , enquanto os menores foram em torno de 0,36%, para pré-carga de 350 kg e viga com 12 segmentos.

Para verificar a validade da proposta de modelagem apresentada no Capítulo 5, rodou-se o programa de elementos finitos inúmeras vezes com valores diferentes de β . De posse dos resultados experimentais, escolheu-se os valores de β que forneciam frequências naturais mais próximas daquelas obtidas experimentalmente, para cada condição de pré-carga. Em todos os casos foi possível encontrar um valor de β satisfatório. A Tabela 6.2 apresenta a comparação entre os valores de frequência natural obtidas pelo programa com

$\beta = 0,3$ e os resultados experimentais da viga com 20 segmentos e com pré-carga de 250 kg. Percebe-se que o mesmo valor de β é capaz de ajustar as frequências associadas aos modos nas duas direções. Esta característica se apresenta como a maior das vantagens desta proposta de modelagem.

Deve-se salientar ainda que o valor do parâmetro G não está apresentado pois o sistema parece ser pouco sensível à variação deste parâmetro, dentro da faixa que foi estudada.

Plano	Frequência [Hz]		Diferença [%]
	Experimental	Ajustada	
xy	191	192,1	-0,58
xz	349	352,3	-0,95
xy	572	568,1	0,70
xz	978	969,0	0,92
xy	1150	1105,4	3,91
xy	1820	1809,7	0,57
xz	1950	1973,7	-1,21
xy	2760	2671,9	3,19
xz	3070	3022,0	1,56
xz	4350	4318,2	0,73

Tabela 6.2: Resultados numéricos e experimentais. Pré-carga = 250 kg. Viga com 20 segmentos. $\beta = 0,3$.

Capítulo 7

Conclusões e Comentários Finais

Este trabalho discutiu os problemas envolvendo o comportamento dinâmico de estatores de máquinas elétricas. Através da análise experimental pôde-se constatar ou contestar a validade de hipóteses e conclusões apresentadas por alguns autores citados na pesquisa bibliográfica. Muitos resultados importantes foram obtidos, alguns dos quais passa-se a comentar a seguir.

Na formulação apresentada no Capítulo 2 para a determinação da equação das frequências naturais de cascas cilíndricas, assumiu-se uma distribuição de deslocamentos bastante genérica pois não se tinha conhecimento prévio das formas modais destas estruturas. Concluiu-se que não há combinação entre modos com número de ondas circunferenciais diferentes, ou seja, as formas modais circunferenciais podem ser descritas por ondas senoidais puras. Constatou-se a existência de ressonâncias duais toda vez que a casca cilíndrica apresentar assimetrias geométricas e/ou construtivas. Estas ressonâncias, apesar de apresentarem uma pequena diferença no valor da frequência, estão associadas à mesma forma modal. Neste caso, contudo, os modos ficam defasados de um quarto do comprimento de onda que define a forma modal circunferencial. A condição de quebra da axissimetria, que é a situação mais provável de ocorrer na prática, além de ser uma característica inerente de estatores devido à presença dos dentes, enrolamento, etc., separa as raízes do polinômio característico que tinham multiplicidade 2 no dobro do número de raízes com multiplicidade 1. Portanto, o número de frequências naturais da casca cilíndrica, ou estator, aumenta e cresce também o nível de dificuldade da tarefa de se projetar máquinas elétricas mais silenciosas.

Através da análise modal experimental do pacote de chapas, esperava-se conseguir identificar estas ressonâncias duais, uma vez que a presença dos tirantes, e mesmo do sistema de suspensão, introduzia assimetrias no sistema. Contudo, isto não foi possível provavelmente devido ao baixo grau de assimetria, o que aproxima bastante os valores das ressonâncias duais, e aos altos fatores de amortecimento da estrutura, o que acopla muito os modos e dificulta a realização do processo de extração dos parâmetros modais.

Outra informação interessante que se tirou da formulação das cascas cilíndricas diz

respeito à simetria longitudinal dos modos. Concluiu-se que existem modos simétricos e anti-simétricos em relação ao plano central do núcleo do estator. Em trabalho apresentado por Verma [Verma 89], ele chega à conclusão de que, apesar destes modos existirem na teoria, eles não puderam ser medidos e, portanto, a utilização da formulação que calcula apenas as frequências naturais associadas aos modos simétricos é suficiente para descrever completamente o comportamento dinâmico de estatores de máquinas elétricas. Através da análise modal realizada no pacote de chapas observou-se que estes modos existem e, dependendo das dimensões da máquina, eles podem ter frequências naturais dentro da faixa de ruído audível.

Foi apresentado também que grande parte das frequências de ressonância estão associadas a modos que envolvem as três componentes do deslocamento. Sendo assim, forças magnéticas puramente radiais podem excitar modos com deslocamento predominantemente tangencial ou axial.

O primeiro resultado interessante obtido da análise por elementos finitos apresentada no Capítulo 3 foi de que a influência dos dentes é diferente para os modos com deslocamento uniforme ao longo do comprimento do estator e para os modos em que $m = 1$. No primeiro caso, o efeito da massa dos dentes é mais acentuado e faz cair as frequências naturais do núcleo do estator enquanto que no segundo, o efeito de rigidez passa a predominar e, conseqüentemente, as frequências naturais do núcleo aumentam. Em todas as referências pesquisadas, os autores concluíram que os dentes exercem efeito de massa adicional sobre o núcleo. Contudo, em nenhuma situação foram medidas experimentalmente as frequências associadas aos modos $m = 1$, e portanto, não se tem comprovação prática desta conclusão.

De todos os resultados apresentados neste trabalho talvez o mais representativo seja o fato de que, considerando-se a estrutura do estator composta de material ortotrópico, consegue-se obter um modelo muito mais aproximado do que assumindo-se o material isotrópico. Infelizmente, o valor do módulo de elasticidade longitudinal que se deve utilizar para ajustar o modelo deve ser estimado e não calculado. Verificou-se também que reduzir o módulo de elasticidade em todas as direções, considerando-se ainda o material isotrópico, fornece resultados bastante ruins para a maior parte das frequências de ressonância.

A partir dos resultados da análise modal concluiu-se que:

- mesmo para valores de pré-carga relativamente baixos, as frequências naturais associadas aos modos com deslocamento uniforme ao longo do comprimento do estator são identificadas com bastante precisão, mesmo considerando-se o material do estator homogêneo e isotrópico.
- as frequências naturais associadas ao modo longitudinal $m = 1$ são identificadas com mais precisão a medida que aumenta o número de ondas circunferenciais.
- os fatores de amortecimento são muito elevados em estruturas segmentadas.

Da análise experimental das barras tem-se a salientar a importância da escolha do excitador eletrodinâmico a fim de minimizar a interação entre este e a estrutura ensaiada. Através da escolha apropriada do parâmetro β , conseguiu-se modelar as vigas segmentadas para todas as condições de pré-carga.

Conclui-se este trabalho sabendo-se que há muito ainda a ser pesquisado. Analisando-se todos os trabalhos apresentados na pesquisa bibliográfica e as conclusões obtidas pelos autores, entende-se que nesta área, onde a influência das condições construtivas sobre o comportamento dinâmico final da estrutura é bastante grande, o cuidado com os procedimentos experimentais é vital para se conseguir desenvolver uma metodologia de modelagem de estatores que seja realmente satisfatória.

Apêndice A

Matriz de elasticidade para materiais ortotrópicos

Sabe-se que a relação entre tensão e deformação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\{\epsilon\} = [D]^{-1}\{\sigma\}, \quad (\text{A.1})$$

ou

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\mu_{xy}}{E_y} & -\frac{\mu_{xz}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_{yx}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\mu_{yz}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_{zx}}{E_x} & -\frac{\mu_{zy}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}, \quad (\text{A.2})$$

onde $\{\epsilon\}$ é o vetor de deformações, $\{\sigma\}$, o vetor de tensões e $[D]$ é a matriz de elasticidade.

Uma vez que a matriz $[D]$ tem que ser simétrica, as seguintes relações devem ser satisfeitas:

$$\frac{\mu_{yx}}{E_x} = \frac{\mu_{xy}}{E_y}, \quad \frac{\mu_{zx}}{E_x} = \frac{\mu_{xz}}{E_z}, \quad \frac{\mu_{zy}}{E_y} = \frac{\mu_{yz}}{E_z}. \quad (\text{A.3})$$

Dentro do programa de elementos finitos tem-se a opção de entrar com os valores de todos os módulos de elasticidade (E_x , E_y e E_z), os módulos de elasticidade transversais (G_{xy} , G_{yz} e G_{xz}) e três dos seis coeficientes de Poisson (μ_{xy} , μ_{yz} e μ_{xz}). Os outros três coeficientes são variáveis dependentes e são calculados de modo que as relações A.3 sejam

satisfeitas, ou seja, de modo que a matriz $[D]$ seja simétrica. Nota-se portanto que, se o material não é isotrópico, tem-se $\mu_{yx} \neq \mu_{xy}$.

Calculando-se a matriz $[D]$ e utilizando-se as relações 4.10 tem-se:

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{E_x}{h_1} \left(1 - \mu_{yz}^2 \frac{E_y}{E_z}\right) & \frac{E_x}{h_1} (\mu_{xy} + \mu_{xz} \mu_{yz} \frac{E_y}{E_z}) & \frac{E_x}{h_1} (\mu_{xz} + \mu_{xy} \mu_{yz}) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_x}{h_1} (\mu_{xy} + \mu_{xz} \mu_{yz} \frac{E_y}{E_z}) & \frac{E_y}{h_1} \left(1 - \mu_{xz}^2 \frac{E_x}{E_z}\right) & \frac{E_y}{h_1} (\mu_{yz} + \mu_{xz} \mu_{xy} \frac{E_x}{E_z}) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_x}{h_1} (\mu_{xz} + \mu_{xy} \mu_{yz}) & \frac{E_y}{h_1} (\mu_{yz} + \mu_{xz} \mu_{xy} \frac{E_x}{E_z}) & \frac{E_z}{h_1} \left(1 - \mu_{xy}^2 \frac{E_x}{E_y}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{xz} \end{bmatrix}, \quad (A.4)$$

onde

$$h_1 = 1 - \mu_{xy}^2 \frac{E_x}{E_y} - \mu_{yz}^2 \frac{E_y}{E_z} - \mu_{xz}^2 \frac{E_x}{E_z} - 2\mu_{xy} \mu_{yz} \mu_{xz} \frac{E_x}{E_z}. \quad (A.5)$$

Como já foi dito, os módulos de elasticidade transversais podem ser fornecidos ao programa com valores independentes dos módulos de elasticidade longitudinais. Caso isto não ocorra, aqueles são calculados da seguinte forma:

$$G_{xy} = \frac{E_x E_y}{E_x + E_y + 2\mu_{xy} E_x}, \quad (A.6)$$

$$G_{yz} = \frac{E_y E_z}{E_y + E_z + 2\mu_{yz} E_y}, \quad (A.7)$$

$$G_{xz} = \frac{E_x E_z}{E_x + E_z + 2\mu_{xz} E_x}. \quad (A.8)$$

Um cuidado que se deve tomar na definição das propriedades dos materiais é de que a matriz de elasticidade destes materiais seja positiva definida, mas o programa testa isto automaticamente.

Bibliografia

- [ANSYS-II] *ANSYS User's Manual for Revision 4.4.* vol. II, 1989.
- [Bathe 76] **K. J. Bathe, E. L. Wilson.** *Numerical Methods in Finite Element Analysis.* Prentice-Hall, Inc., 1976.
- [Benbouzid 93] **Benbouzid, M. E. H., Reyne, G., D 'erou, S., Foggia, A.** *Finite Element Modeling of a Synchronous Machine: Eletromagnetic Forces and Mode Shapes* IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, nbo 2, 1993.
- [Blevins 79] **Blevins, R. D..** *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape.* Van Nostrand Rheihold Company, 1979.
- [Brito 89] **G. C. Brito et al..** *Vibrações de Origem Magnética em Estatores de Hidrogeradores de Grande Porte.* X Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Curitiba, Paraná, 1989.
- [Dally 65] **J. W. Dally, W. F. Riley.** *Experimental Stress Analysis.* McGraw-Hill Book Company, 1965.
- [Deblauwe 85] **F. Deblauwe, D. L. Brown, R. J. Allemang.** *The Polyreference Time Domain Technique.* X Seminário Internacional em Análise Modal, Leuven, Bélgica, 1985.
- [Dym 73] **C. L. Dym.** *Some New Results for the Vibrations os Circular Cilinders.* Journal of Sound and Vibration, vol. 29(2), pp. 189-205, 1973.
- [Eckel 89] **B. Eckel.** *Using C++.* Osborne McGraw-Hill, 1989.
- [Ellison 71] **A. J. Ellison, S. J. Yang.** *Natural Frequencies of Stators of Electrical Machines.* Proceedings IEE, vol. 118(1), pp. 185-190, 1971.
- [Ewins 84] **D. J. Ewins** *Modal Testing: Theory and Practice.* Research Studies Press Ltd., 1984.
- [Füllekrug 82] **U. Füllekrug.** *Survey of Parameter Estimation Methods in Experimental Modal Analysis.* Proc. IMAC, 1982.

- [Girgis 78] **R. S. Girgis, S. P. Verma.** *Resonant Frequencies and Vibration Behavior of Stators of Electrical Machines as Affected by Teeth, Windings, Frame and Laminations.* IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1978. *****
- [Girgis 81] **R. S. Girgis, S. P. Verma.** *Method for Accurate Determination of Resonant Frequencies and Vibration Behavior of Stators of Electrical Machines.* IEE Proceedings, vol. 128(1), pp. 1-11, 1981.
- [Keijser 83] **O. Keijser.** *Structural Behavior of Stator for Hydroelectric Generators.* Cigrè Symposium, Rio de Janeiro, 1983.
- [Lembregts 87] **P. Lembregts, R. Snoeys e J. Leuridan.** *Application and Evaluation of Multiple Input Modal Parameter Estimation.* 7^o IMAC, 1987.
- [Leuridan 87] **J. Leuridan e H. Vold.** *A Time Domain Linear Model Estimation Technique for Global Modal Parameter Identification.* Proc. IMAC, pp.443-451, 1984.
- [Meirovitch 70] **L. Meirovitch.** *Methods of Analytical Dynamics.* McGraw-Hill Book Company, 1970.
- [Nau 91] **S. L. Nau.** *Ruído em Máquinas Elétricas Girantes.* Proceedings do II Seminário Internacional de Motores Elétricos e Acionadores Reguláveis - SIMEAR, São Pulo, Brasil, 1991.
- [Nelson 80] **H. D. Nelson.** *A Finite Rotating Shaft Element Using Timoshenko Beam Theory.* Journal of Mechanical Design, Vol. 102, pp. 793-803, Outubro 1980.
- [Niedbal 76] **N. Niedbal.** *State of Art of Modal Survey Test Techniques.* Proceedings of a Seminar on Modal Survey held at ESTEC, Nordwijk, Holanda, pp.13-24, 1976.
- [Noda 87] **S. Noda, S. Mori, F. Ishibashi, K. Itomi.** *Effect of Coil on Natural Frequencies of Stator Cores in Small Induction Motors.* IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. EC-2, no 1, pp. 93-99, 1987.
- [Press 91] **W. H. Press et al..** *Numerical Recipes in C.* Cambridge University Press, 1991.
- [Przemien. 68] **J. S. Przemieniecki.** *Theory of Matrix Structural Analysis.* McGraw-Hill Book Company, 1968.

- [Rao 87] **D. K. Rao.** *Electrodynamic Interaction Between a Resonant Structure and an Exciter.* Proceedings of the 7^o IMAC, Londres, Inglaterra, pp. 1142-1150, 1987.
- [Shanley 67] **F. R. Shanley.** *Mechanics of Materials.* McGraw-Hill Book Company, 1967.
- [Singal 87] **R. K. Singal, K. William, S. P. Verma.** *Vibration Behavior of Stators of Electrical Machines. Part II: Experimental Study.* Journal of Sound and Vibration, vol. 115(1), pp. 1-12, 1987.
- [Singal 89] **R. K. Singal, S. P. Verma, K. Williams.** *Vibrations of Long and Short Laminated Stators of Electrical Machines. Part III: Results for Short Stators and Validity of Simplified Frequency Equation.* Journal of Sound and Vibration, vol. 129(1), pp. 31-44, 1989.
- [Snoeys 87] **R. Snoeys et al.** *Trends in Experimental Modal Analysis.* Mechanical System and Signal Processing, vol. 1(1), pp. 5-27, 1987.
- [Songbo 90] **X. Songbo et al.** *Mechanical Model Study for the Tie Rod Fastening Rotor System.* Proceedings of the 3rd International Conference on Rotor Dynamics - IFTOM, Lyon, pp. 39-42, 1990.
- [STAR 90] *STAR - Reference Manual.* Structural Measurement System, 1990.
- [Tomlinson 87] **G. R. Tomlinson.** *A Simple Theoretical and Experimental Study of the Force Characteristics from Electrodynamics Exciters on Linear and Non-linear Systems.* Proceedings of the 7^o IMAC, Londres, Inglaterra, pp. 1479-1486, 1987.
- [Verma 73-I] **S. P. Verma, R. S. Girgis.** *Resonance Frequencies of Electrical Machines Stators Having Encased Construction. Part I: Derivation of the General Frequency Equation.* IEEE Transactions, vol. PAS-92, n^o 5, pp. 1577-1585, 1973.
- [Verma 73-II] **S. P. Verma, R. S. Girgis.** *Resonance Frequencies of Electrical Machines Stators Having Encased Construction. Part II: Numerical Results and Experimental Verification.* IEEE Transactions, vol. PAS-92, n^o 5, pp. 1586-1593, 1973.
- [Verma 75] **S. P. Verma, R. S. Girgis.** *Considerations in the Choice of Main Dimensions of Stators of Electrical Machines in Relation to their Vibration Characteristics.* IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-94, n^o 6, pp. 2151-2159, 1975.

- [Verma 81-I] **S. P. Verma, R. S. Girgis.** *Experimental Verification of Resonant Frequencies and Vibration Behavior of Stators of Electrical Machines. Part 1: Models, Experimental Procedure and Apparatus.* IEE Proceedings, vol. 128(1), pp. 12-21, 1981.
- [Verma 81-II] **S. P. Verma, R. S. Girgis.** *Experimental Verification of Resonant Frequencies and Vibration Behavior of Stators of Electrical Machines. Part 2: Experimental Investigations and Results.* IEE Proceedings, vol. 128(1), pp. 22-32, 1981.
- [Verma 87] **S. P. Verma, R. K. Singal, K. William.** *Vibration Behavior of Stators of Electrical Machines. Part I: Theoretical Study.* Journal of Sound and Vibration, vol. 115(1), pp. 1-12, 1987.
- [Verma 89] **S. P. Verma, K. Williams, R. K. Singal.** *Vibrations of Long and Short Laminated Stators of Electrical Machines. Part I: Experimental Models, Procedure and Set-up.* Journal of Sound and Vibration, vol. 129(1), pp. 1-13, 1989.
- [Vold 82] **H. Vold et al.** *A Multi-Input Modal Estimation Algorithm For Mini-Computers.* Artigo SAE 820194, 1982.
- [Wang 89] **Z. Wang et al.** *Experimental Modal Analysis of the Stator Endwinding of a 600MW Turbogenerator.* International Symposium on Large Hydraulic Machinery and Associated Equipments, Beijing, China, 1989 (em chinês).
- [Watanabe 83] **S. Watanabe et al.** *Natural Frequencies and Vibration Behavior of Motor Stators.* IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-102, no 3, pp. 949-956, 1983.
- [Westlake 68] **J. R. Westlake.** *A Handbook of Numerical Matrix Inversion and Solution of Linear Equations.* John Wiley & Sons, Inc., 1968.
- [White 61] **J. C. White.** *The Flexural Vibrations of Thin Laminated Cylinders.* Transactions of the ASME. Journal of Engineering for Industry, pp. 397-402, novembro 1961.
- [Williams 89] **K. Williams, R. K. Singal, S. P. Verma.** *Vibrations of Long and Short Laminated Stators of Electrical Machines. Part II: Results for Long Stators.* Journal of Sound and Vibration, vol. 129(1), pp. 15-29, 1989.